Hindsight Credit Assignment - hoho

论文试图解决什么问题？

如何在状态x下通过选择适当的动作a，从而影响未来的回报?（how does choosing an action a in a state x affect future return?）

当前的问题：

1. 简单的通过平均回报来估计价值函数，譬如蒙特卡洛式的方法，不高效，因为会引入许多随机性，导致高方差
2. 部分观测问题（Partial observability）。TD方法，如Sarsa或Q-learning，会引入偏差，通过bootstrap估计价值函数，可能会难以收敛。
3. 依赖于时间。TD(λ)可以可以平衡上述两点高方差和偏差问题，但是它十分依赖于时间作为相关性的衡量：the more recent the action, the more credit or blame it receives from a futurn reward.
4. 人们更希望使用同一个过程轨迹更新所有相关的动作，而不仅仅只有发生的动作才进行更新。

这是否是一个新的问题？

不是新问题

这篇文章要验证一个什么科学假设？

给定未来的的输出（reward or state），如何衡量当时在状态x下选择动作a与这未来的输出的相关性（given the future outcome(reward or state), how relevant was the choice of a in x to achieve it?）

有哪些相关研究？如何归类？谁是这一课题在领域内值得关注的研究员？

1. 基于目标条件（goal conditioning），学习事后回溯的模型（backtracking model）的方法。
2. 使用注意力机制，基于时间回溯（backward）将credit有效分配的方法
3. 有很多降低方差的技术也应用到RL

论文中提到的解决方案之关键是什么？

提出了一个Hindsight Credit Assignment(HCA)方法，核心思想是：当用Monte Carlo方法采样只采样到很少你感兴趣的样本，然后做估计，结果往往不准确。这时可以使用测度变换（change measure）：使用另外一个分布，这个分布却可以采用很多你感兴趣的样本，然后用重要性采用去修正模型。

1. 以未来的状态为条件

定义：$h_k(a|x,\pi,y)=\mathbb{P}_{\tau\sim\tau(x,\pi)}(A_0=a|X_k=y)$，其中第k步状态为y，用于量化当前动作a与未来状态y的相关性：若不相关，则h_k与策略π相等；若正相关，则$h_k>\pi$；若负相关，则$h_k<\pi$,

可以通过下式理解：根据贝叶斯定理，有

$$
\begin{aligned}
\frac{h_k(a|x,\pi,y)}{\pi(a|x)} &= \frac{\mathbb{P}(X_k=y|X_0=x,A_0=a,\pi)}{\mathbb{P}(X_k=y|X_0=x,\pi)} \\
&= \frac{\mathbb{P}_{\tau\sim\tau(x,a,\pi)}(X_k=y)}{\mathbb{P}_{\tau\sim\tau(x,\pi)}(X_k=y)}
\end{aligned}
$$

可见两个分布的比值就是不同采样条件下采样到未来的状态y的概率的比值。

- 若a与y不相关，说明无论一开始采用什么动作，到达状态y的概率应该是一样的。
- 若a与y正相关，说明一开始使用动作a进行采样，到达状态y的概率，这样的事件会比一开始不考虑指定动作的高，即$h_k>\pi$
- 若a与y负相关，类似

据此，作者新定义了Q函数$Q^\pi(x,a)=r(x,a)+\mathbb{E}_{\tau\sim\tau(x,\pi)}[\sum_{k\geq1}\gamma^k\frac{h_k(a|x,\pi,y)}{\pi(a|x)}R_k]$

对应的优势函数为$A^\pi(x,a)=r(x,a)-r^\pi(x)+\mathbb{E}_{\tau\sim\tau(x,\pi)}[\sum_{k\geq1}(\frac{h_k(a|x,X_k)}{\pi(a|x)}-1)\gamma^k R_k]$

为了降低对时间的依赖性，进一步修正为

$A^\pi(x,a)=r(x,a)-r^\pi(x)+\mathbb{E}_{\tau\sim\tau(x,\pi)}[\sum_{k\geq1}(\frac{h_\beta(a|x,X_k)}{\pi(a|x)}-1)\gamma^k R_k]$，其中$\beta\in[0,1)$，表示在每个时间步的“存活概率”

2. 与未来的回报为条件

定义$h_z(a|x,\pi,z)=\mathbb{P}_{\tau\sim\tau(x,\pi)}(A_0=a|Z(\tau)=z)$，其中z是整个过程的回报

价值函数改为$V^\pi(x)=\mathbb{E}_{\tau\sim\tau(x,a,\pi)}[Z(\tau)\frac{\pi(a|x)}{h_z(a|x,Z(\tau))}]$

优势函数改为$A^\pi(x,a)=\mathbb{E}_{\tau\sim\tau(x,a,\pi)}[(1-\frac{\pi(a|x)}{h_z(a|x,Z(\tau))})Z(\tau)]$(注意比值跟“以未来状态为条件”的是倒过来的)

$c(a|x,Z)=1-\frac{\pi(a|x)}{h_z(a|x,Z)}$反映了动作a对回报Z的贡献程度：若为0，则a无贡献（a与其他动作同效用）;若小于0，其他动作比a更有效；若大于0，对获得回报Z，a比其他动作更有效；

另外，相应的策略梯度方法也做相应改进。

由此得出：

1.基于状态的HCA策略梯度算法

Algorithm 1 State-conditional HCA

Given: Initial π, h_β, V, $\hat{r}$; horizon T

for $k = 1, \ldots$ **do**
  Sample $\tau = X_0, A_0, R_0, \ldots, R_T$ from π
  for $i = 0, \ldots, T-1$ **do** ▷ Train hindsight distribution
    for $j = i, \ldots, T$ **do**
      Train $h_\beta(A_i|X_i, X_j)$ via cross-entropy
    end for
  end for
  for $i = 0, \ldots, T-1$ **do** ▷ Train baseline and reward predictor
    $Z = 0$
    for $j = i, \ldots, T-1$ **do**
      $Z \leftarrow Z + \gamma^{j-i} R_j$
    end for
    $Z \leftarrow Z + \gamma^{T-i} V(X_T)$
    Update $V(X_i)$ towards Z
    Update $\hat{r}$ towards R_i
  end for
  for $i = 0, \ldots, T-1$ **do** ▷ Train policy of all actions with the hindsight-conditioned return
    for all actions a **do**
      $Z_h = \pi(a|X_i, a)\hat{r}(X_i, a)$
      for $j = i+1, \ldots, T-1$ **do**
        $Z_h \leftarrow Z_h + \gamma^{j-i} \frac{h_\beta(a|X_i, X_j)}{\pi(a|X_i)} R_j$
      end for
      $Z_{h,a} \leftarrow Z_h + \gamma^{T-i} \frac{h_\beta(a|X_i, X_T)}{\pi(a|X_i)} V(X_T)$
    end for
    Follow the gradient $\sum_a \nabla \pi(a|X_i) Z_{h,a}$
  end for
end for

（hoho_todo: 上图via cross entropy具体怎么做？ground truth是啥？）

然后可以根据下式子估计所有动作的回报：

$$Q^x(X_s, a) \approx \hat{r}(X_s, a) + \sum_{t=s+1}^{T-1} \gamma^{t-s} \frac{h_\beta(a|X_s, X_t)}{\pi(a|X_s)} R_t + \gamma^{T-s} \frac{h_\beta(a|X_s, X_T)}{\pi(a|X_s)} V(X_T).$$

2. 基于回报的HCA

算法流程

Algorithm 2 Return-conditional HCA

Given: Initial π, h_z, V

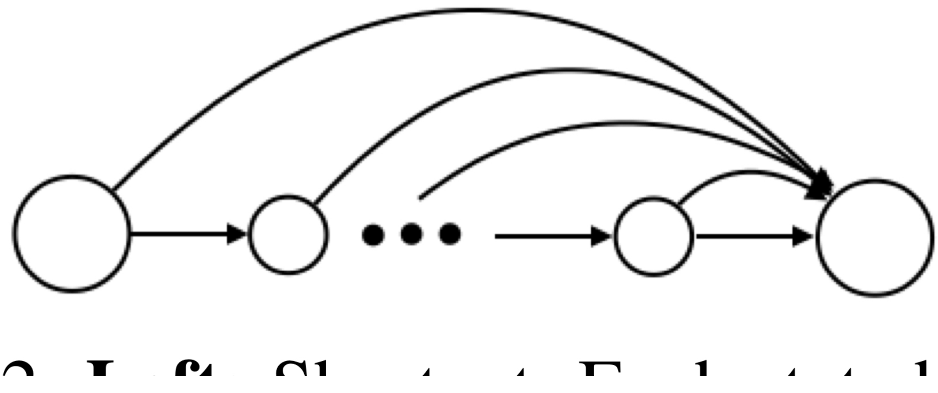
for $k = 1, \dots$ **do**
  Sample $\tau = X_0, A_0, R_0, \dots$ from π
  for $i = 0, 1, \dots$ **do**
    Compose the return $Z(\tau_{i:\infty})$ starting from X_i
    Train $h_z(A_i|X_i, Z_i)$ via cross-entropy
    $Z_h \leftarrow \left(1 - \frac{\pi(A_i|X_i)}{h_z(A_i|X_i, Z(\tau_{i:\infty}))}\right) Z(\tau_{i:\infty})$
    Follow the gradient $\nabla \log \pi(A_i|X_i) Z_h$
  end for
end for

论文中的实验是如何设计的？

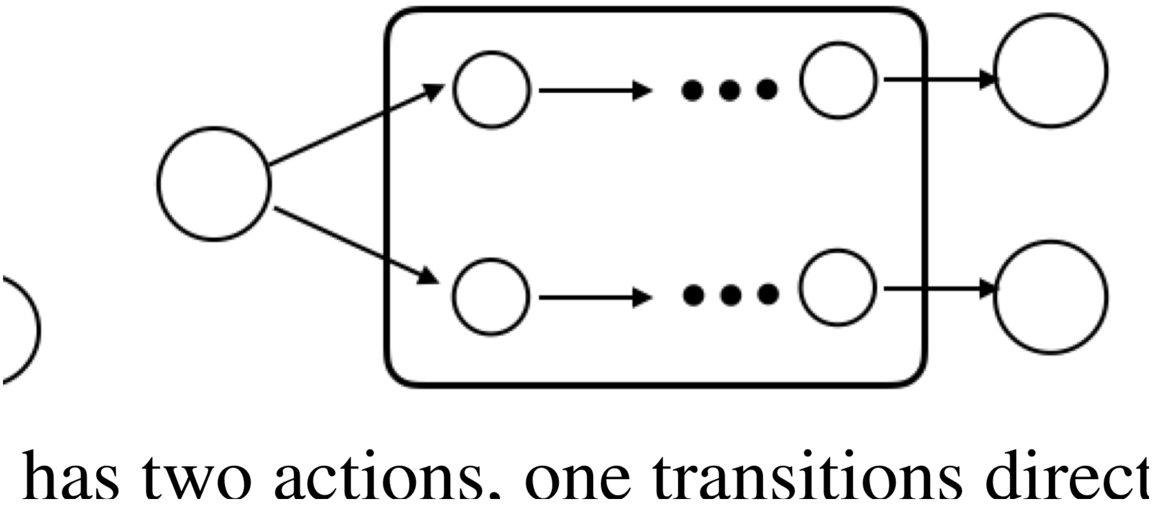
与基本的策略梯度算法作对比

实验设置了以下三种情形的过程：

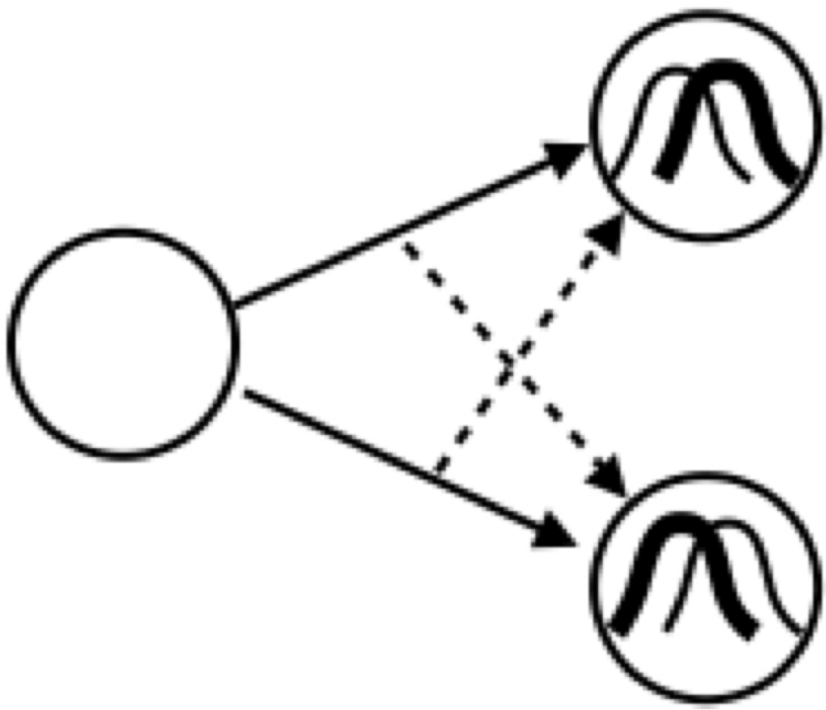
1. short cut（反映了问题3和问题4）：每个状态都有两个动作：一个直接到最后的状态，一个到下一个状态



2. 延迟效果（反映了问题2）：开始状态后可选两个动作，分别导致最后不同的状态



3. 混淆情形（反映了问题1）：每个动作都有大概率到一个确定的状态，但也有小概率到其他状态。

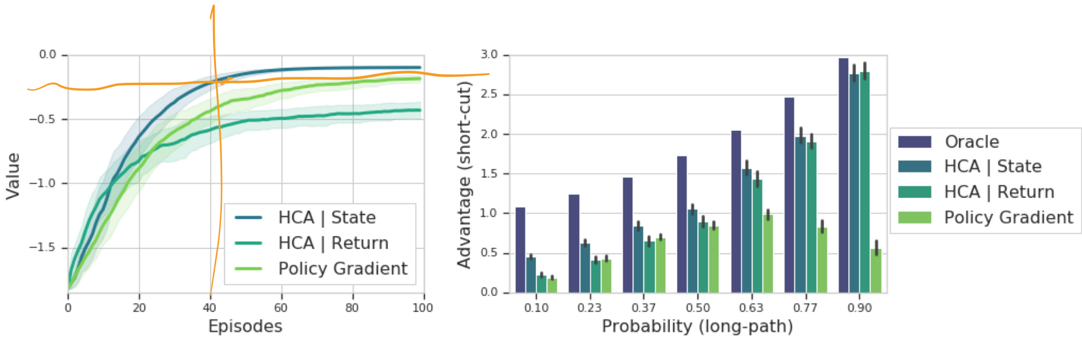


用于定量评估的数据集是什么？代码有没有开源？

无。无

论文中的实验及结果有没有很好地支持需要验证的科学假设？

- short cut 评估结果：



左图HCA-state收敛最快，右图（x轴表示long-path策略的概率，即不直接走到最终状态，而走一个经历很多状态才能到最终状态的过程），可见随着这样的情况概率上升，使用HCA优势值越来越明显。

- Delay effect评估结果：

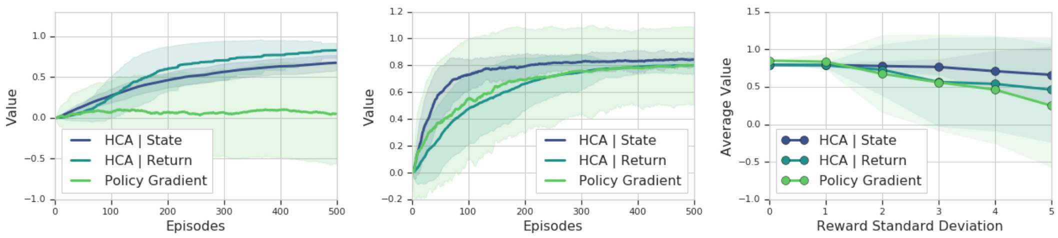


Figure 4: Delayed effect. **Left:** Bootstrapping. The learning curves for $n = 5$, $\sigma = 0$, and a 3-step

左图：使用bootstrapping，采样5个时间步，观察3步的回报，可见HCA方法持续有上升

中图：使用Monte Carlo采样采样整个时间步（开始到回合结束），观察3步的回报，可见HCA收敛的快且稳定。

这篇论文到底有什么贡献？

提出了一种衡量动作与回报相关度的方法，一种解决credit-assignment的方案

下一步呢？有什么工作可以继续深入？

后续可以关注下注意力机制加入到过程的每个时间步，现有的方法是有偏的。