

Lógica Matemática

Aula 05

Prof.^a Msc. Cassiana Fagundes da Silva
E-mail: cassiana.silva@sistemafiep.org.br

- Construir tabelas-verdade através de proposições compostas.
- Entender o valor lógico de uma proposição composta.
- Compreender os princípios da tautologia, contradição e contingências.

- Uma tabela mediante a qual são analisados os valores lógicos de proposições compostas.

Nº linhas da Tabela-Verdade = 2^n de proposições

- Exemplo:
 - $P(p, q) = \sim(p \vee \sim q)$

Ordem de **precedência** para os conectivos:

1. “negação”: \sim , \neg
2. “e” , “ou”: \wedge , \vee
3. “implicação”: \rightarrow
4. “se e somente se”: \leftrightarrow

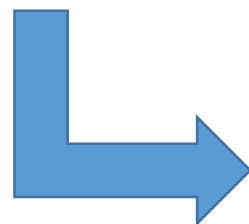
Relembrando Como construir Tabelas-verdade

- $P(p, q) = \sim(p \vee \sim q)$

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F



p	q	$\sim q$
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V



p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V



p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim(p \vee \sim q)$
V	V	F	V	F
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	V	F

Ordem de **precedência** para os conectivos:

1. “negação”: \sim , 1
2. “e”, “ou”: \wedge , \vee
3. “implicação”: \rightarrow
4. “se e somente se”: \leftrightarrow

Como construir Tabelas-verdade

- $P(p, q, r) = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
- Proposições simples: p, q, r
- Proposição composta: $(p \rightarrow q)$
- Proposição composta: $(q \rightarrow r)$
- Proposição composta: $(p \rightarrow r)$
- Proposição composta: $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$
- Proposição composta: $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Como construir Tabelas-verdade

- $P(p, q, r) = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

- Simbolicamente, pode ser apresentado como:

$$\begin{aligned} P(V,V,V) &= V, & P(V,V,F) &= V, & P(V,F,V) &= V, & P(V, F, F) &= V \\ P(F,V,V) &= V, & P(F,V,F) &= V, & P(F,F,V) &= V, & P(F, F, F) &= V \end{aligned}$$

Como construir Tabelas-verdade

- $P(p, q, r) = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

- Simbolicamente, pode ser apresentado como:

$P(V,V,V) = V$, $P(V,V,F) = V$, $P(V,F,V) = V$, $P(V, F, F) = V$
 $P(F,V,V) = V$, $P(F,V,F) = V$, $P(F,F,V) = V$, $P(F, F, F) = V$

Abreviadamente:

$P(VVV, VVF, VFV, VFF, FVV, FVF, FFV, FFF) = VVVVVVVV$

Valor lógico de uma proposição composta

- Dado uma proposição composta $P(p, q, r, \dots)$
 - Valor lógico \rightarrow Verdadeiro ou Falso (V ou F)
 - Dados seus respectivos valores lógicos

- Exemplo 1:
 - $x = 0$ e $x = y \rightarrow$ verdadeiras
 - $y = z \rightarrow$ falsa

Determine valor lógico da proposição: $x \neq 0 \vee x \neq y \rightarrow y \neq z$

$$\begin{aligned} \sim V \vee \sim V &\rightarrow \sim F \\ F \vee F &\rightarrow V \\ F &\rightarrow V \\ V \end{aligned}$$

Valor lógico de uma proposição composta

- Exemplo 2:
 - $P(p,q) = \sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

Onde: $p = V$ e $q = F$

Qual valor lógico de P ?

$$V(P) = \sim(V \vee F) \leftrightarrow \sim V \wedge \sim F$$

$$V(P) = \sim V \leftrightarrow F \wedge V$$

$$V(P) = F \leftrightarrow F$$

$$V(P) = V$$

Vamos exercitar

- $P(p, q, r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$

onde:

$$V(p) = V$$

$$V(q) = F$$

$$V(r) = F$$

$$V(P) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$$

$$V(P) = (F \leftrightarrow (F \rightarrow \sim V)) \vee ((\sim F \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

$$V(P) = (F \leftrightarrow (F \rightarrow F)) \vee ((V \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

$$V(P) = (F \leftrightarrow V) \vee (V \leftrightarrow F)$$

$$V(P) = F \vee F$$

$$V(P) = V$$

- Se a última coluna da tabela-verdade só apresentar verdadeiro (e nenhum falso), então estaremos diante de uma Tautologia.

- Se a última coluna da tabela-verdade só apresentar verdadeiro (e nenhum falso), então estaremos diante de uma Tautologia.
- Exemplo :
 - $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

- Construindo a tabela-verdade de uma proposição composta, se todos os resultados da última coluna forem FALSOS, então estaremos diante de uma contradição.
- Exemplo :
 - $p \leftrightarrow \sim p$

p	~p	$p \leftrightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	F

- Uma proposição composta será dita uma contingência sempre que não for uma tautologia ou uma contradição.

- Exemplo:

- $p \leftrightarrow (p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow (p \wedge q)$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	V
F	F	F	V

1) Construa a tabela verdade para cada uma das seguintes proposições:

a) $\sim p \wedge q$

b) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

c) $\sim (p \wedge q) \vee \sim (q \leftrightarrow p)$

d) $(p \rightarrow q) \vee \sim (p \leftrightarrow \sim q)$

e) $[p \rightarrow (\sim q \vee r)] \wedge \sim [q \vee (p \leftrightarrow \sim r)]$

f) $[p \rightarrow (\sim q \vee r)] \wedge \sim [q \vee (p \leftrightarrow \sim r)]$

g) $\sim(p \wedge q) \vee \sim(q \leftrightarrow p)$

h) $(p \wedge q \rightarrow r) \vee (\sim p \leftrightarrow q \vee \sim r)$

2) Sabendo-se que os valores lógicos das proposições p , q e r são respectivamente V, F e F, determinar o valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

a) $(p \leftrightarrow p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$

b) $(p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow ((p \vee r) \wedge q)$

c) $(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

3) Determinar $P(VV, VF, FV, FF)$ em cada um dos seguintes casos:

a) $P(p, q) = \sim(\sim p \leftrightarrow q)$

b) $P(p, q) = \sim p \vee q \rightarrow p$

c) $P(p, q) = (p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$

4) Determinar quais das seguintes proposições são tautológicas, contraválidas (contradição), ou contingentes:

- a) $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$
- b) $\sim p \vee q \rightarrow (p \rightarrow q)$
- c) $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$
- d) $((p \rightarrow q) \leftrightarrow q) \rightarrow p$
- e) $p \vee \sim q \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$
- f) $p \vee q \rightarrow p \wedge q$
- g) $p \vee q \rightarrow p \wedge q$
- h) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)$
- i) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

Sistema Fiep

FIEP
SESI
SENAI
IEL

nosso i é de indústria.