Lógica Matemática

Aula 06

Prof.ª Msc. Cassiana Fagundes da Silva
E-mail: cassiana.silva@sistemafiep.org.br

Objetivo da Aula

- Entender os fundamentos da Implicação Lógica

Implicação Lógica - Definição

- Diz-se que uma proposição P(p,q,r,...) implica logicamente ou apenas implica uma proposição Q(p,q,r,...), se Q(p,q,r,...) é verdadeira (V) todas as vezes que P(p,q,r...) é verdadeira (V).
- Indica-se P(p,q,r,...) ==> Q(p,q,r,...)
- Em particular, toda proposição implica uma tautologia e somente uma contradição implica uma contradição.

Implicação Lógica - Definição

Em outras palavras, uma proposição composta P (p, q, r, ..., z) implica logicamente em uma proposição Q (p_1, q_1, r_1, ..., z_1) se a proposição Q é verdadeira todas as vezes que P for verdadeira.

Assim, P (p, q, r, ..., z) ==> Q (p_1, q_1, r_1, ..., z_1)

Atenção: Não confunda o símbolo → (operador lógico condicional) com ==> (que não é um operador - apenas relaciona logicamente duas proposições).

Implicação Lógica - Propriedades

Propriedades da Implicação Lógica

- Se P(p,q,r...) ==> Q (p,q,r,...) e
- Q (p,q,r,...) ==> R(p,q,r,...), então
- P(p,q,r...) ==> R(p,q,r,...)
- Ou seja propriedades reflexiva e transitiva.

Implicação Lógica - Propriedades

Sistema Fiep FIEP SESI SENAI IEL

Exemplo de uma Implicação Lógica Válida.

P implica Q (P ==> Q) se todas as vezes que a proposição P for verdadeira, Q também for verdadeira.

Seja a tabela verdade a seguir:

P	Q
V	V
F	V
F	F
F	V
V	V

Verifique que nessa tabela, todas as vezes em que a proposição P é verdadeira, Q também é verdadeira. Logo, essa tabela-verdade verifica (ou comprova) uma implicação lógica. As linhas em que P é falsa podem ser ignoradas ou descartadas.

Implicação Lógica - Propriedades

Exemplo de uma Implicação Lógica Inválida.

P não implica Q se a proposição P for verdadeira e Q for falsa pelo menos uma vez.

Seja a tabela verdade a seguir:

P	Q
V	V
F	V
V	F
F	V
V	V

Verifique que nessa tabela existe uma única situação (uma ocorrência) em que a proposição P é verdadeira e a proposição Q é falsa. Nesse caso, podemos afirmar que P não implica logicamente em Q. Não há uma implicação lógica!

Exemplificação

Tabelas-verdade das proposições: $p \wedge q$; $p \vee q$; $p \leftrightarrow q$

Verdadeira na primeira linha

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

A primeira proposição **implica** cada uma das outras duas proposições:

$p \wedge q \Rightarrow p \vee q$ e $p \wedge q \Rightarrow p \leftrightarrow q$

Exemplificação

Tabelas-verdade das proposições: $p \leftrightarrow q$; $p \rightarrow q$; $q \rightarrow p$

Verdadeira na primeira e quarta linha

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V

A primeira proposição **implica** cada uma das outras duas proposições:

$p \leftrightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q$ e $p \leftrightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p$

Exemplificação

Sistema Fiep FIEP SESI SENAI IEL

Tabelas-verdade das proposições: $p \leftrightarrow q$; $p \rightarrow q$; $q \rightarrow p$

Verdadeira na primeira e quarta linha

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V

A primeira proposição **implica** cada uma das outras duas proposições:

$p \leftrightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q$ e $p \leftrightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p$

Atividades:

1. Considere P tal que $(p \wedge q)$, e Q tal que $(p \vee q)$. Dadas essas duas proposições, verifique se P ==> Q.

2. Considere P tal que $(p \rightarrow q)$, e Q tal que $(q \wedge p)$. Dadas essas duas proposições, verifique se P ==> Q.

3. Considere P tal que $(p \vee q)$, e Q tal que $(p \wedge q)$. Dadas essas duas proposições, verifique se P ==> Q.

Atividades:

Demonstrar por tabelas-verdades as seguintes equivalências:

1. $p \wedge (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
2. $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
3. $p \leftrightarrow p \wedge q \Leftrightarrow p \rightarrow q$
4. $q \leftrightarrow p \vee q \Leftrightarrow p \rightarrow q$
5. $(p \rightarrow q) \rightarrow r \Leftrightarrow p \wedge \sim r \rightarrow \sim q$

Sistema Fiep

FIEP

SESI

SENAI

IEL

nosso i é de indústria.