Puedes fotocopiar este formulario pero en hojas en blanco 6/5/23

FORMULARIO DE CÁLCULO I

KAIZEN SOFTWARE

FORMULAS DE ÁLGEBRA

PRODUCTOS NOTABLES

$(x\pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$ $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$ $x^3 \pm y^3 = (x\pm y)(x^2 \mp xy + y^2)$	$(x\pm y)^3 = x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3$ $(x\pm a)(x\pm b) = x^2 \pm (a+b)x + ab$ $(x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(x^2+y^2)$	**FORMULA GENERAL** $ax^2+bx+c=0$; $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ Si $b^2-4ac>0$ raices reales distintas Si $b^2-4ac=0$ raices reales iguales Si $b^2-4ac<0$ raices complejas

EL BINOMIO DE NEWTON $(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1!}a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \cdots + b^n$

LOGARITMOS Definición: $\log_b N = x \quad b^x = N$ Donde: $N>0,\ b>0\ y\ b\neq 1$ Propiedades:

$\log_b A + \log_b B = \log_b(A\,B)$ $\log_b A - \log_b B = \log_b(A/B)$ $\log_b b = 1$; $\log_b 1 = 0$	$\log_b A^n = n\ \log_b A$ $\log_b \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n}\log_b A$ $\log_b A = (\log_a A)/(\log_a b)$	$b^{\log_b A} = A$ $\log_b A = \log_{(b^n)}(A^n)$ $\log_b A = \log_{(\sqrt[n]{b})}(\sqrt[n]{A})$	$(\log_b a)(\log_a b) = 1$ $\mathrm{Colog}_b N = \log_b\left(\frac{1}{N}\right) = -\log_b N$ $\mathrm{Antilog}_b x = b^x$

FÓRMULAS DE TRIGONOMETRÍA

$\mathrm{sen}(-a) = -\mathrm{sen}a$ $\cos(-a) = \cos a$ $\tan(-a) = -\tan a$ $\tan\alpha = \mathrm{sen}\,\alpha/\cos\alpha$ $\cot\alpha = \cos\alpha/\mathrm{sen}\,\alpha$ $\sec\alpha = 1/\cos\alpha$ $\csc\alpha = 1/\mathrm{sen}\,\alpha$ $\cos^2\alpha + \mathrm{sen}^2\alpha = 1$ $\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$ $\cot^2\alpha + 1 = \csc^2\alpha$ $\mathrm{sen}^2 a = (1-\cos 2a)/2$ $\cos^2 a = (1+\cos 2a)/2$ $\mathrm{sen}(2a) = 2\mathrm{sen}a\cos a$ $\cos(2a) = \cos^2 a - \mathrm{sen}^2 a$	$\mathrm{sen}(3x) = 3\mathrm{sen}x - 4\mathrm{sen}^3 x$ $\cos(3x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$ $\mathrm{sen}(a\pm b) = \mathrm{sen}a\cos b \pm \mathrm{sen}b\cos a$ $\cos(a\pm b) = \cos a\cos b \mp \mathrm{sen}a\,\mathrm{sen}b$ $\tan(a\pm b) = (\tan a \pm \tan b)/(1\mp \tan a\tan b)$ $\mathrm{sen}a\cos b = \left(\mathrm{sen}(a+b)+\mathrm{sen}(a-b)\right)/2$ $\cos a\cos b = (\cos(a+b)+\cos(a-b))/2$ $\mathrm{sen}a\,\mathrm{sen}b = (\cos(a-b)-\cos(a+b))/2$ $\mathrm{sen}a + \mathrm{sen}b = 2\,\mathrm{sen}\frac{(a+b)}{2}\cos\frac{(a-b)}{2}$ $\mathrm{sen}a - \mathrm{sen}b = 2\cos\frac{(a+b)}{2}\mathrm{sen}\frac{(a-b)}{2}$ $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{(a+b)}{2}\cos\frac{(a-b)}{2}$ $\cos a - \cos b = -2\,\mathrm{sen}\frac{(a+b)}{2}\mathrm{sen}\frac{(a-b)}{2}$	$\mathrm{sen}\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$ $\cos\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$ $\tan\frac{x}{2} = \frac{\mathrm{sen}x}{1+\cos x}$ $\csc\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{2}{1-\cos x}}$ $\sec\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{2}{1+\cos x}}$ $\cot\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{\mathrm{sen}\,x}$	$\frac{DEG}{180^o} = \frac{RAD}{\pi} = \frac{GRA}{200^g}$ DEG sistema sexagesimal RAD sistema circular GRA sistema centesimal $\mathrm{sen}\,\theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$ $\cos\theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$ $\tan\theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$

α	0^o	30^o	45^o	60^o	90^o	120^o	135^o	150^o	180^o	270^o	360^o
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sen α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
tan α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\infty$	0
csc α	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-1	∞
sec α	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1	∞	1
cot α	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-\infty$	0	∞

$\mathrm{senh}\,x = (e^x - e^{-x})/2$
$\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$
$\tanh x = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$
$\cosh^2 x - \mathrm{senh}^2 x = 1$
$\mathrm{sech}^2 x = 1 - \tanh^2 x$
$\mathrm{csch}^2 x = \coth^2 x - 1$
$\mathrm{arcsenh}\,x = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$
$\mathrm{arccosh}\,x = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$
$\mathrm{arctanh}\,x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$
$\mathrm{arccoth}\,x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}$
$\mathrm{arcsech}\,x = \ln[(1+\sqrt{1-x^2})/x]$
$\mathrm{arccsch}\,x = \ln[(1+\sqrt{x^2+1})/x]$

$\pi \cong 3.14$
$\frac{\pi}{2} \cong 1.57$
$\sqrt{\pi} \cong 1.77$
$e \cong 2.72$
$e^2 \cong 7.38$
$\sqrt{2} \cong 1.41$
$\frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0.70$
$\sqrt{3} \cong 1.73$
$\frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0.57$
$\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.86$
$\frac{2}{\sqrt{3}} \cong 1.15$

FORMULAS DE GEOMETRÍA

	Triángulo	Cuadrado	Rectángulo	Círculo	Elipse	Paralelogramo	Trapecio	Sector circular
Área	$\frac{1}{2}bh$	a^2	ab	πr^2	πab	bh	$\frac{(a+b)}{2}h$	$\pi r^2\frac{\theta}{360}$
Perímetro		$4a$	$2a+2b$	$2\pi r$				

	Cubo	Paralelepípedo	Tetraedro	Cilindro	Cono	Pirámide	Esfera	Elipsoide
Área	$6a^2$	$2(ab+ac+bc)$	$\sqrt{3}a^2$	$2\pi rh + 2\pi r^2$	$\pi rg + \pi r^2$		$4\pi r^2$	
Volumen	a^3	abc	$\frac{1}{12}\sqrt{2}a^3$	$\pi r^2 h$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$\frac{1}{3}A_b h$	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$\frac{4}{3}\pi abc$

INECUACIONES

$(a,b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$	$[a,b] = \{x \in \mathbb{R} : a \le x \le b\}$	Si $a<b$ y $c<0 \to ac > cb$	
$\lvert a\rvert = \begin{cases} a & si \quad a \ge 0 \\ -a & si \quad a < 0 \end{cases}$	**Si:** $x,b \in \mathbb{R}, b>0$ ***Entonces*** $\lvert x\rvert \le b \iff -b < x < b$	**Si:** $x,b \in \mathbb{R}, b>0$ ***Entonces*** $\lvert x\rvert \ge b \iff x \le -b \vee x \ge b$	Si: $a,b \in \mathbb{R}$ *Entonces* $\lvert ab\rvert = \lvert a\rvert\lvert b\rvert$
Si: $a,b \in \mathbb{R}, b \ne 0$ *Entonces* $\lvert a/b\rvert = \lvert a\rvert/\lvert b\rvert$	Si: $a,b \in \mathbb{R}$ *Entonces* $\lvert a+b\rvert \le \lvert a\rvert + \lvert b\rvert$	Si: $a,b \in \mathbb{R}$ *Entonces* $\lvert a-b\rvert = \lvert b-a\rvert$	$\lvert x^n\rvert = \lvert x\rvert^n$

OPERACIONES a es positivo

$\frac{0}{a}=0$ $\frac{a}{0}=\infty$	$\frac{0}{\infty}=0$ $\frac{\infty}{0}=\infty$	$\frac{\infty}{a}=\infty$ $\frac{a}{\infty}=0$	$a^0=1$ $a+\infty=\infty$ $a\,\infty=\infty$	$\infty^\infty=\infty$ $\infty\,\infty=\infty$ $\infty+\infty=\infty$	$0^\infty=0$ $a^\infty=\infty$ si $a>1$ $a^\infty=0$ si $a<1$	$\infty^a=\infty$ $\log 0=-\infty$ $\log\infty=\infty$

INDETERMINACIONES	$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\infty-\infty$	$0\cdot\infty$	∞^0	1^∞	0^0

LÍMITES COMUNES	$\lim_{x\to0}\frac{\sin(x)}{x}=1$ $\lim_{x\to0}\frac{\tan(x)}{x}=1$	$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos(x)}{x}=0$	$\lim_{x\to0}(1+x)^{1/x}=e$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$	$\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$ $\lim_{x\to0}\frac{a^x-1}{x}=\ln(a)$

DERIVADAS **Definición:** $F'(x)=\frac{dF}{dx}=y'=\frac{dy}{dx}=\lim_{h\to0}\frac{F(x+h)-F(x)}{h}$; $h=\Delta x$ Es el incremento de 'x'

$(a)'=0$ $(a\,x)'=a$ $(x^m)'=m\,x^{m-1}$ $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(a^x)'=a^x\ln a$ $(e^x)'=e^x$ $(\ln x)'=1/x$ $(\log_b x)'=\frac{1}{x\ \ln b}$	$(\operatorname{sen}x)'=\cos x$ $(\cos x)'=-\operatorname{sen}x$ $(\tan x)'=\sec^2 x$ $(\cot x)'=-\csc^2 x$ $(\sec x)'=\sec x\tan x$ $(\csc x)'=-\csc x\cot x$ $(u\,v)'=u'v+u\,v'$ $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-u\,v'}{v^2}$	$(u^v)'=u^v(v'\ln u+u'v/u)$ $(\operatorname{arcsen}x)'=1/\sqrt{1-x^2}$ $(\arccos x)'=-1/\sqrt{1-x^2}$ $(\arctan x)'=1/(x^2+1)$ $(\operatorname{arccot}x)'=-1/(x^2+1)$ $(\operatorname{arcsec}x)'=1/(x\sqrt{x^2-1})$ $(\operatorname{arccsc}x)'=-1/(x\sqrt{x^2-1})$	$(x^x)'=x^x(\ln x+1)$ $(\lvert x\rvert)'=\lvert x\rvert/x,\ x\neq0$ $(\operatorname{senh}x)'=\cosh x$ $(\cosh x)'=\operatorname{senh}x$ $(\tanh x)'=\operatorname{sech}^2x$ $(\coth x)'=-\operatorname{csch}^2x$ $(\operatorname{sech}x)'=-\operatorname{sech}x\tanh x$ $(\operatorname{csch}x)'=-\operatorname{csch}x\coth x$	$(\operatorname{arcsenh}x)'=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ $(\operatorname{arccosh}x)'=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ $(\operatorname{arctanh}x)'=\frac{1}{1-x^2}$ $(\operatorname{arccoth}x)'=\frac{1}{1-x^2}$ $(\operatorname{arcsech}x)'=\frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}$ $(\operatorname{arccsch}x)'=\frac{-1}{x\sqrt{1+x^2}}$

EC. RECTA (Punto – Pendiente)	Pendiente	Pendiente ortogonal	Ángulo	Ángulo entre pendientes
$y-y_0=m(x-x_0)$	$m=f'(x_0)$	$m=-1/f'(x_0)$	$\theta=\arctan(m)$	$\varphi=\arctan(\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2})$

CRITERIOS PARA HALLAR LOS MÁXIMOS Y MÍNIMOS

Criterio de la 2da derivada	Criterio de la 1ra derivada	Criterio de comparación	Con dominios de crecimiento
$f''(x_o)>0\ \exists\ mín.$ $f''(x_o)<0\ \exists\ máx.$ x_o = Es un punto critico	Sea: $x_1<x<x_2$ $f'(x_1)<0\ y\ f'(x_2)>0\ \exists\ mín$ $f'(x_1)>0\ y\ f'(x_2)<0\ \exists\ máx$ x es el punto critico x_1, x_2 son muy cercanos a x	Sea: $x_1<x<x_2$ $f(x)<f(x_1)$ y $f(x)<f(x_2)$ ∃ mín $f(x)>f(x_1)$ y $f(x)>f(x_2)$ ∃ máx x es el punto critico x_1, x_2 tienen que ser muy cercanos a x	Si en el punto crítico pasa de decreciente a creciente ∃ mín Si en el punto crítico pasa de creciente a decreciente ∃ máx (Siempre que en el punto crítico ∄ un punto de inflexión y ∄ asintota vertical)

INTEGRALES

AREA $A=\int_a^b[\,F(x)-g(x)\,]\,dx=\int_c^d[\,F(y)-g(y)\,]\,dy$

$F(x)$ Es la curva superior $g(x)$ Es la curva inferior

$F(y)$ Es la curva derecha $g(y)$ Es la curva izquierda

VOLUMEN DE REVOLUCIÓN

$V_x=\pi\int_a^b[\,F(x)]^2-[g(x)\,]^2\,dx=2\pi\int_c^d y[F(y)-g(y)]dy$

$V_y=2\pi\int_a^b x\,[\,F(x)-g(x)\,]\,dx=\pi\int_c^d[\,F(y)]^2-[g(y)\,]^2\,dy$

LONGITUD DE ARCO

$L=\int_a^b\sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}\,dx=\int_c^d\sqrt{1+(\frac{dx}{dy})^2}\,dy=\int_m^n\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2+(\frac{dy}{dt})^2}\,dt$

AREA DE SUPERFICIE DE REVOLUCIÓN

$S_X=2\pi\int_a^b y\sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}\,dx=2\pi\int_c^d y\sqrt{1+(\frac{dx}{dy})^2}\,dy$

$S_y=2\pi\int_a^b x\sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}\,dx=2\pi\int_c^d x\sqrt{1+(\frac{dx}{dy})^2}\,dy$

CENTRO GEOMÉTRICO

$\bar{x}=\frac{\int_a^b x[\,F(x)-g(x)\,]\,dx}{\int_a^b[\,F(x)-g(x)\,]\,dx}=\frac{\frac{1}{2}\int_c^d\ [F(y)-g(y)]^2dy}{\int_c^d[F(y)-g(y)]\,dy}$

$\bar{y}=\frac{\frac{1}{2}\int_a^b\ [\,F(x)-g(x)\,]^2dx}{\int_a^b[\,F(x)-g(x)\,]\,dx}=\frac{\int_c^d y[\,F(y)-g(y)\,]\,dy}{\int_c^d[\,F(y)-g(y)\,]\,dy}$

Sustitución Trigonométrica	$\sqrt{x^2+a^2}$ $x=a\tan\theta$; $\sqrt{x^2+a^2}=a\sec\theta$	$\sqrt{x^2-a^2}$ $x=a\sec\theta$; $\sqrt{x^2-a^2}=a\tan\theta$	$\sqrt{a^2-x^2}$ $x=a\operatorname{sen}\theta$; $\sqrt{a^2-x^2}=a\cos\theta$

En la siguientes integrales se debe añadir al final la constante +C (solo si se trabaja con integrales indefinidas)

$\int a\,dx=ax$

$\int x\,dx=\frac{x^2}{2}$

$\int x^n\,dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}$ solo si: $n\neq-1$

$\int\frac{1}{x}dx=\ln\lvert x\rvert$

$\int e^x\,dx=e^x$

$\int a^x\,dx=a^x/\ln a$

$\int\ln x\,dx=x\ln\ x-x$

$\int\operatorname{sen}x\,dx=-\cos x$

$\int\cos x\,dx=\operatorname{sen}x$

$\int\tan x\,dx=-\ln\lvert\cos x\rvert$

$\int\cot x\,dx=\ln\lvert\operatorname{sen}x\rvert$

$\int\sec^2x\,dx=\tan x$

$\int\csc^2x\,dx=-\cot x$

$\int\sec x\,dx=\ln\lvert\sec x+\tan x\rvert$

$\int\csc x\,dx=\pm\ln\ \lvert\csc x\mp\cot x\rvert$

$\int\sec x\tan x\,dx=\sec x$

$\int\csc x\ \cot x\,dx=-\csc x$

$\int u\,dv=uv-\int v\,du$ (Integración por partes)

$\int\frac{1}{x^2+a^2}dx=\frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}$

$\int\frac{1}{a^2-x^2}dx=\frac{1}{2a}\ln\lvert\frac{a+x}{a-x}\rvert$

$\int\frac{1}{x^2-a^2}dx=\frac{1}{2a}\ln\lvert\frac{x-a}{x+a}\rvert$

$\int\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}dx=\ln\lvert x+\sqrt{x^2+a^2}\rvert$

$\int\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx=\operatorname{arcsen}\frac{x}{a}$

$\int\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}dx=\ln\lvert x+\sqrt{x^2-a^2}\rvert$

$\int\sqrt{x^2\pm a^2}dx=\frac{x}{2}\sqrt{x^2\pm a^2}\pm\frac{a^2}{2}\ln\left\lvert x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right\rvert$

$\int\sqrt{a^2-x^2}dx=\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\operatorname{arcsen}\frac{x}{a}$

$\int\sqrt{x^2-a^2}dx=\frac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2}-\frac{a^2}{2}\ln\lvert x+\sqrt{x^2-a^2}\rvert$

$\int\arctan x\,dx=x\arctan x-\frac{1}{2}\ln\lvert1+x^2\rvert$

$\int\operatorname{arcsen}x\,dx=x\operatorname{arcsen}x+\sqrt{1-x^2}$

$\int e^{ax}dx=e^{ax}/a$

$\int\operatorname{sen}(ax)\,dx=-(1/a)\cos(ax)$

$\int\cos(ax)\,dx=(1/a)\operatorname{sen}(ax)$

$\int xe^{ax}\,dx=\frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1)$

$\int x^me^{ax}dx=\frac{x^m}{a}e^{ax}-\frac{m}{a}\int x^{m-1}e^{ax}dx$

$\int x^m(\ln x)^n\,dx=\frac{x^{m+1}(\ln x)^n}{m+1}-\frac{n}{m+1}\int x^m(\ln x)^{n-1}dx$

$\int x^m\ln x\,dx=x^{m+1}(\frac{\ln x}{m+1}-\frac{1}{(m+1)^2})$

$\int(\ln x)^m dx=x(\ln x)^m-m\int(\ln x)^{m-1}dx$

$\int e^{ax}\operatorname{sen}bx\,dx=\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\operatorname{sen}bx-b\cos bx)$

$\int e^{ax}\cos bx\,dx=\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos bx+b\operatorname{sen}bx)$

$\int x^m\operatorname{sen}bx\,dx=\frac{-x^m}{b}\cos bx+\frac{m}{b}\int x^{m-1}\cos bx\,dx$

$\int x^m\cos bx\,dx=\frac{x^m}{b}\operatorname{sen}bx-\frac{m}{b}\int x^{m-1}\operatorname{sen}bx\,dx$

$\int\operatorname{sen}^m x\,dx=\frac{-\operatorname{sen}^{m-1}x\cos x}{m}+\frac{m-1}{m}\int\operatorname{sen}^{m-2}x\,dx$

$\int\cos^m x\,dx=\frac{\cos^{m-1}x\ \operatorname{sen}x}{m}+\frac{m-1}{m}\int\cos^{m-2}x\,dx$

$\int\tan^m x\,dx=\frac{\tan^{m-1}x}{m-1}-\int\tan^{m-2}x\,dx$

$\int\sec^m x\,dx=\frac{\sec^{m-2}x\tan x}{m-1}+\frac{m-2}{m-1}\int\sec^{m-2}x\,dx$