Funções de Várias Variáveis **Data: 07/05/2020**

Atividade em grupo 1

Professora: Priscila Leal da Silva **1º Quadrimestre de 2020** **UFABC**

Grupo número:

Instruções

- A atividade em grupo 1 deve ser realizada de acordo com a numeração de cada grupo e as atividades estabelecidas pela professora para cada um deles.
- O prazo de entrega de relatório (de até 3 páginas) com as resoluções da atividade é dia 17/05 até às 16h por email (fvv.2020.1.priscila@gmail.com).
- Grupos que não entregarem a atividade no prazo estipulado podem entregar uma nova atividade, a ser combinada com a docente, até o último dia de aula valendo até metade da nota original.
- É permitido e recomendado que os discentes façam uso, nesta primeira atividade, de recursos computacionais como o Excel ou o Calc. Porém, todos os cálculos devem ser detalhados no relatório.
- Os discentes podem entrar em contato com a docente para auxiliar no trabalho em grupo, porém nenhuma resolução será fornecida.
- É terminantemente proibido copiar resultados de outros grupos. Casos em que relatórios sejam idênticos serão avaliados e levados ao setor responsável da Universidade. Um dos objetivos da atividade é iniciar os discentes à metodologia científica com base em dados fornecidos. **A ciência não tolera plágio**.

1. Considere a função
$$S(m,b)=\sum_{j=1}^{n}(mx_j-y_j+b)^2$$
do método dos mínimos quadrados.

   (a) Encontre o gradiente de S num ponto (m,b) genérico.

   (b) Mostre que o único ponto crítico (m,b) de $S(m,b)$ é tal que
$$m\sum_{j=1}^{n}x_j^2+b\sum_{j=1}^{n}x_j=\sum_{j=1}^{n}x_jy_j,$$
$$m\sum_{j=1}^{n}x_j+nb=\sum_{j=1}^{n}y_j$$

   (c) Mostre que a matriz Hessiana de S no ponto (m,b) é dada por
$$H(m,b)=\begin{pmatrix}2\sum_{j=1}^{n}x_j^2 & 2\sum_{j=1}^{n}x_j\\ 2\sum_{j=1}^{n}x_j & 2n\end{pmatrix}.$$

   (d) Assuma que
$$n\sum_{j=1}^{n}x_j^2-\left(\sum_{j=1}^{n}x_j\right)^2>0.$$
   Conclua do item (c), usando o teste da segunda derivada, que o ponto (m,b) é ponto de mínimo local.

2. A partir dos dados disponibilizados para a sua atividade, determine a reta teórica (escala logaritmica) de aproximação utilizando o método dos mínimos quadrados. Faça um esboço da reta obtida juntamente com os dados fornecidos transformados em logaritmo. É permitido o uso ferramentas computacionais (como o Excel ou Calc) para simplificar os cálculos e plotagem de gráficos, porém todos os cálculos devem ser detalhadamente apresentados no relatório final.

3. Utilize a reta do item 2 para determinar a curva exponencial associada a ela. Faça um esboço da exponencial juntamente com os dados fornecidos (número de casos). Assim como no item anterior, é permitido o uso ferramentas computacionais (como o Excel ou Calc) para plotagem de gráficos, porém todos os cálculos devem ser detalhadamente apresentados no relatório final.

4. Compare o gráfico obtido no item 3 com o gráfico dado na planilha de dados. Responda as seguintes questões:

   - De maneira geral, que conjunto de dados melhor se aproxima da curva teórica?
   - Até que ponto (dia aproximado) as duas curvas se aproximam da curva teórica?