

NUMERICAL MODELING OF BREAKDOWN IN TOKAMAK PLASMAS

Resumo: Estudo e modelagem numérica do breakdown de plasma confinado em Tokamak.

Sumário

Sumário	1
1 Dados TCC	2
2 Introdução	3
3 Objetivos	3
4 Metodologia	3
5 Resultados esperados	3
6 Cronograma	3
7 Análise de viabilidade	3
8 Como Funciona um Tokamak	4
9 Campos Magnéticos	5
9.1 Campo Eletromagnético	6
9.2 Força de Culomb	6
9.3 Alguns Campos Elétricos	6
9.3.1 Campo de um fio retilíneo	6
9.3.2 Campo anél	7
9.3.3 Campo disco carregado	7
9.3.4 Campo solenóide	7
9.3.5 Campo bobina toroidal	7
10 Tópicos gerais	7
10.1 Energia cinética	7
10.2 Força	8
10.3 Momento Linear	8
10.4 Impulso	8
11 Básico de Termodinâmica	8
11.1 Lei zero da termodinâmica	8
11.2 Primeira Lei	9
11.3 Segunda Lei	10
11.4 Entalpia e Entropia	10
11.5 Transformações Termodinâmicas	11
11.6 Processos irreversíveis e reversíveis	11
11.7 Energia Livre de Gibbs	11
11.8 Energia Livre de Helmholtz	12
12 Termodinâmica Estatística	12
12.1 Probabilidade Termodinâmica	13
12.2 Distribuição de Maxwell Boltzmann	13
13 Introdução ao Plasma	14
13.1 Definição de um plasma	14
13.1.1 A aproximação de plasma	15
13.1.2 Interações de volume	15
13.1.3 Frequência de plasma	15
13.1.4 Grau de ionização	15
13.1.5 Temperaturas	16
13.2 Equacionando o Plasma	16

13.3	Movimento constante e uniforme de partículas em campos eletromagnéticos . .	16
13.3.1	Campo eletromagnético uniforme	17
13.3.2	Campo magnético uniforme	18
13.4	Momento Magnético	20
13.5	Corrente de magnetização	21
13.6	Solução Formal da Equação do Movimento	22
13.7	O Gerador Magnetohidrodinâmico	23
14	MOVIMENTO DE PARTÍCULAS CARREGADAS NOS CAMPOS MAGNETICOS NÃO UNIFORMES	24
15	Função de Distribuição	24
15.1	TEMPERATURA E OUTROS MOMENTOS DA FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO	25
15.2	QUANTIFICANDO A DEFINIÇÃO DE PLASMA	25
16	Bittencur livro cap 8	26
17	Townsend discharge	26
18	Matlab Introdução	26
	References	27
	Referências	27

1 DADOS TCC

RESUMO

O resumo deve ser redigido em português, localizado antes do início do texto principal, com no máximo 200 palavras ou 1500 caracteres sem separação em parágrafos. Deve consistir em um resumo breve do conteúdo do Trabalho de Graduação, conciso e claro, ressaltando os objetivos, relevância do trabalho e resultados esperados.

Descritores: descritor 1, descritor 2

Keywords: keyword 1, keyword 2

2 INTRODUÇÃO

Entender o breakdown do plasma é essencial para melhorar o desempenho dos Tokamaks e é um passo importante para chegarmos a fonte de energia ampla e não poluente que a fusão pode se tornar.

3 OBJETIVOS

O objetivo do presente trabalho é, por meio de uma simulação numérica, estudar a fase de breakdown do plasma dentro de um tokamak, do início da descarga primária até a estabilização dentro do tokamak NOVA-Furg. O presente projeto propõe a estudar o momento de breakdown do plasma, até sua estabilização. Do momento que o campo magnético variante induz o campo elétrico variante E até o valor máximo da corrente

4 METODOLOGIA

Após o levantamento bibliográfico, escolherei o melhor modelo para simular o Breakdown do plasma e consequentemente sua versão implementada, para que com os dados reais do tokamak NOVA, possam ser realizadas as simulações.

5 RESULTADOS ESPERADOS

Espero no presente trabalho obter dados de simulação querentes com os medidos nos disparos do tokamak NOVA, e se possível calcular quais os melhores parâmetros para operar tal máquina.

6 CRONOGRAMA

O cronograma do trabalho encontra-se na Tabela 1, onde as etapas são: Fase Teórica:

- estudar a teoria do plasma cinético e derivar o modelo de plasma de dois fluidos a partir dele;
- linearizar as equações relevantes;
- simplificar as equações com base em suposições que são específicas para a inicialização do plasma fase em plasmas TCABR / NOVA;

Fase Computacional:

- implementar cada equação do modelo de física separadamente no MATLAB;
- acoplar os solucionadores individuais correspondentes a cada equação;
- resolver as equações de maneira autoconsistente para um caso real de inicialização de plasma TCABR
- definir as condições iniciais e de contorno relevantes

1. Levantamento bibliográfico;
2. Análise inicial (estudo dos modelos existentes para tratar do início do plasma);
3. Análises e simulação com dados reais (implementação e simulação);
4. Análise dos resultados;
5. Relatório/síntese dos resultados.

7 ANÁLISE DE VIABILIDADE

É para constar todos os detalhes da pesquisa e avaliar se está dentro do prazo e se é possível fazer, tipo: orçamento de onde vem a verba, materiais a serem usados, coleta da amostra, realização das análises...

Tabela 1 – Cronograma

Etapa	mar.	abr.	maio	jun.	jul.	ago.	set.	out.	nov.
1	x	x					x	x	x
2	x	x	x						
2			x	x	x	x			
3						x	x	x	
4				x				x	x

8 COMO FUNCIONA UM TOKAMAK

Tokamak é um reator experimental de fusão nuclear. Serve para estudar plasmas de alta temperatura que são mantidos confinados por campos magnéticos intensos. O objetivo final da pesquisa nesta área é viabilizar, no futuro, a construção de reatores nucleares de fusão, onde núcleos de deutério e trítio possam se unir, liberando uma grande quantidade de energia que servirá para aquecer água, gerar vapor e assim mover uma turbina, acoplada a um gerador elétrico. A pesquisa em tokamaks, portanto, está ligada à procura de fontes alternativas de energia para a produção de eletricidade. Basicamente, o Tokamak é um potente eletroímã que produz um campo magnético toroidal para o confinamento de plasma (o quarto estado físico da matéria, que compõe as estrelas) de isótopos pesados de hidrogênio (deutério e trítio especificamente). Em seu interior ocorre uma reação de fusão nuclear cujo objetivo é criar plasma que deve ser contido em um espaço limitado, de forma a não tocar nas paredes internas do reator, tanto para não danificá-lo, quanto para não dissipar a energia do combustível via condução térmica. O plasma é então contido pelo intenso campo magnético gerado pelo Tokamak. O isolamento magnético permite que se alcancem altas temperaturas, impedindo o combustível da reação, os isótopos de hidrogênio, de desgastar ou sobreaquecer o reator. O campo magnético tem geometria toroidal (em forma de pneu). Este método de contenção do plasma, é conhecido como confinamento magnético. Existe ainda, outra forma de confinamento do plasma que é o confinamento inercial. Nesta, um laser de alta potência bombardeia o combustível do reator. Isto causa a "implosão" do combustível e o início de uma reação em cadeia, que tem como consequência o início do processo de fusão nuclear. Na natureza há uma terceira forma, o confinamento gravitacional, este impraticável na Terra. O confinamento gravitacional é a forma como as estrelas contêm o plasma. O Sol, assim como todas as estrelas, é na verdade um reator natural de fusão nuclear. O Tokamak é ainda caracterizado pela simetria azimutal (rotacional) e pelo uso da corrente de plasma para gerar a componente helicoidal do campo magnético, necessária para um equilíbrio estável.

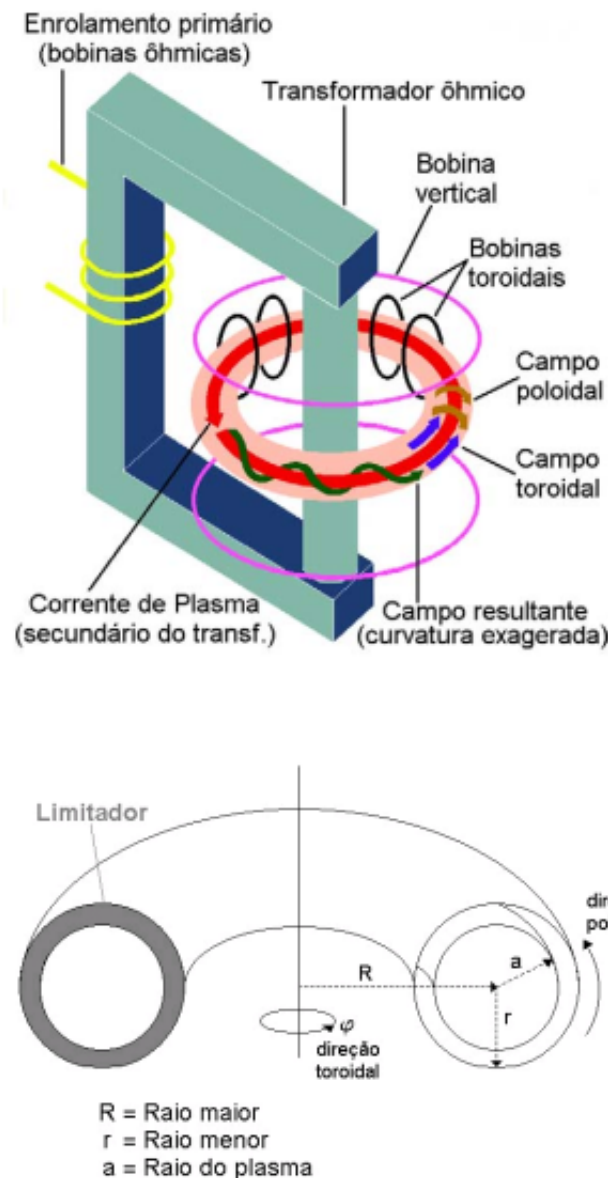


Figura 1 – Esquema básico de um tokamak [Daltrini (1999), Ferrari e Nascimento (1988)]

Existe ainda uma peça importante dentro da câmara de vácuo conhecida como limitador. No tokamak NOVA, ela consiste de um anel de aço inox com diâmetro interno de 6 cm. A sua função é limitar o raio do plasma, impedindo uma maior interação deste com as paredes da câmara, preservando a câmara de vácuo, bem como reduzindo o nível de impurezas no plasma.

os campos são gerados por descargas de bancos de capacitores. Em relação às bobinas ôhmicas, salientamos que existem dois bancos de capacitores, um de descarga rápida, para a subida da corrente de plasma, e outro lento para manutenção do platô da corrente. O mesmo ocorre com as bobinas do campo vertical. Mais detalhes sobre o funcionamento do tokamak NOVA-UNICAMP, como posição das bobinas, valores dos bancos de capacitores, esquema da descarga, entre outros, podem ser encontrados em Daltrini (1999)

9 CAMPOS MAGNÉTICOS

Campo Magnético é a concentração de magnetismo que é criado em torno de uma carga magnética num determinado espaço. As linhas de indução partem dos vetores de indução magnética e dirigem-se do

R = 30cm	a = 6 cm (r_c = 7,3 cm)
B_T = 10 kG	I_p = 10 kA
P_t = 10⁻⁴ Torr	P_b = 10⁻⁷ Torr
n_e = 1-3 x 10¹³ cm⁻³	T_e = 50 eV
V₁ = 6 V	Δt = 10-15 ms

Tabela 3.1: Valores típicos do tokamak Nova-UNICAMP. R = raio maior da câmara de vácuo, a = raio do plasma, r_c = raio menor da câmara de vácuo, B_T = campo toroidal (máximo), I_p = corrente de plasma (máxima no platô), p_t = pressão média de trabalho, p_b = pressão de base, n_e densidade eletrônica central, T_e = temperatura eletrônica central, V₁ = voltagem de enlace e Δt = duração da descarga.

polo norte para o polo sul. As **linhas do campo magnético** são tangentes, ou seja, elas não podem ser cortadas. Além disso, elas são curvas porque tem origem por mais do que uma massa. Isso porque os ímãs são dipolos e os seus polos - norte e sul - não podem ser separados.

9.1 CAMPO ELETROMAGNÉTICO

Campo eletromagnético é a concentração das cargas elétricas e magnéticas. No campo eletromagnético, as cargas movimentam-se como ondas e, assim, são chamadas de onda eletromagnéticas. Uma partícula com carga elétrica, q , movendo-se em um campo B com uma velocidade v , experimenta uma força F dada por:

$$F = q(v \times B) = q|v||B|\cos\alpha \quad (1)$$

onde \times é o produto vetorial e α é o ângulo entre v e B . O campo B é medido em tesla no SI.

Quando uma partícula carregada q está sob a influência dos campos magnéticos e elétrico, duas forças são aplicadas sobre ela. A soma dessas forças é conhecida como **Força de Lorentz**:

$$F = q(E + v \times B) \quad (2)$$

As linhas de campo B sempre formam laços fechados.

9.2 FORÇA DE CULONB

$$F = k \frac{|Q_1||Q_2|}{d^2} \quad (3)$$

Onde F é a força entre elas e seu sentido depende do sinal das cargas, k é a constante eletrostática no vácuo, Q_1 e Q_2 as cargas de cada partícula, e d a distância entre as cargas.

9.3 ALGUNS CAMPOS ELÉTRICOS

9.3.1 Campo de um fio retilíneo

Quando um fio retilíneo é percorrido com uma corrente elétrica i , ele gera ao seu redor um campo magnético, cujas as linhas do campo são circunferências concêntricas pertencentes ao plano perpendicular ao fio e com centro comum em um ponto dele. O campo B a uma distância r do fio é:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (4)$$

9.3.2 Campo anél

Consideremos um anel, de raio a , uniformemente carregado, possuindo carga total Q , positiva. O campo elétrico em um ponto P , que está a uma distância z do plano do anel, situado no eixo do anel é:

$$E = kQ \frac{z}{(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (5)$$

A soma vetorial das componentes do campo elétrico ortogonais ao eixo z é nula. De fato, para cada elemento de carga dq , existe outro, diretamente oposto, produzindo uma componente ortogonal com sinal oposto. Esta equivalência entre os elementos de cargas diretamente opostos é denominada uma simetria do sistema; uma simetria nada mais é do que uma equivalência, neste caso geométrica, entre uma parte de um sistema e sua contra-parte reversa, neste caso o ponto oposto em relação ao centro do anel. Simetrias são muito úteis pois costumam facilitar bastante a solução de problemas mais complicados.

9.3.3 Campo disco carregado

Raio a , distribuição σ uniforme de carga.

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}}\right) \quad (6)$$

9.3.4 Campo solenóide

Um solenóide é um fio de um condutor enrolado de modo helicoidal percorrido por uma corrente i . O solenóide ideal (com um comprimento grande relativamente ao diâmetro) cria no seu eixo um campo magnético uniforme, que é a soma vetorial dos campos magnéticos criado por cada uma das espiras. O seu sentido é dado pela regra da mão direita. Aplicando a *Lei de Ampere* a uma secção de um solenóide, com um número de espiras por unidade de comprimento n , percorrido por uma corrente i :

$$B = \mu_0 i n \quad (7)$$

9.3.5 Campo bobina toroidal

Uma bobina toroidal pode ser descrita como um solenóide dobrado com a forma de um donut atravessado por uma corrente i . Pode-se demonstrar pela *Lei de Ampere* que só existe campo magnético no interior da bobina toroidal, que é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} \quad (8)$$

N é o número de voltas da bobina

10 TÓPICOS GERAIS

10.1 ENERGIA CINÉTICA

Energia cinética é um tipo de energia que está relacionada com o movimento dos corpos. O resultado da energia cinética está intrinsecamente ligado ao valor da massa do objeto e a sua velocidade de movimento. Normalmente, para que um objeto ganhe movimento inicial é preciso a aplicação de uma força que o impulse (que haja uma variação ΔW de trabalho). Segundo o *Teorema da Energia Cinética*, “o trabalho da força resultante é medido pela variação da energia cinética E_c ”.

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \quad (9)$$

10.2 FORÇA

Força F em Newtons definida como:

$$F = ma \quad (10)$$

onde a é a aceleração em metros por segundo ao quadrado e m em kilogramas.

10.3 MOMENTO LINEAR

Na mecânica clássica, momento linear é o produto da massa pela velocidade de um objeto. No SI é expresso em quilograma metro por segundo. Como a velocidade, o momento linear é uma grandeza vetorial e fica completamente definido ao se especificar sua magnitude, direção e sentido:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (11)$$

Em altas velocidades, temos a influencia do fator de Lorentz:

$$\vec{p} = \gamma m\vec{v} \quad (12)$$

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

10.4 IMPULSO

É uma grandeza física relacionada ao momento linear é o impulso. O impulso I agindo em um corpo é uma grandeza vetorial que representa o total de força aplicada a este corpo em um dado intervalo de tempo Δt , como expresso pela equação seguinte

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt \quad (14)$$

Força conservativa

Uma força conservativa é aquela cujo trabalho total realizado depende apenas dos pontos inicial e final e não do caminho percorrido. Ou seja, é a força cujo trabalho total desenvolvido quando atua num corpo, deslocando-o numa trajetória fechada, é nulo. Por exemplo, a força peso tem a propriedade de transformar a energia potencial gravitacional em energia cinética. A força de uma mola pode transformar a energia elástica em energia cinética.

Força dissipativa

Forças dissipativas, que também podem ser denominadas de forças não conservativas, como sendo as forças que transformam a energia mecânica em outras formas de energia, como por exemplo, o som, calor e deformação.

11 BASICO DE TERNODINÂMICA

11.1 LEI ZERO DA TERMODINÂMICA

A lei zero da termodinâmica afirma que "se dois corpos A e B estão separadamente em equilíbrio térmico com um terceiro corpo C, então A e B estão em equilíbrio térmico entre si". Essa lei permite a definição de uma escala de temperatura, como por exemplo, as escalas de temperatura Celsius, Fahrenheit, Kelvin, Réaumur, Rankine, Newton e Leiden.

11.2 PRIMEIRA LEI

A primeira lei da termodinâmica é uma versão da lei de conservação da energia. Também conhecido como Princípio de Joule, este postulado admite que diversas formas de trabalho podem ser convertidas umas nas outras, elucidando que a energia total transferida para um sistema é igual à variação de sua energia interna, ou seja, em todo processo natural, a energia do universo se conserva sendo que a energia do sistema quando isolado é constante. Observa-se também a equivalência entre trabalho e calor, onde constatou-se que a variação $Q - W$ é a mesma para todos os processos termodinâmicos. Clausius descreveu a primeira lei de outra forma, referindo-se a existência de uma função do estado do sistema chamada energia interna (U), expressa em termos de uma equação diferencial para os estados de um processo termodinâmico. Esta equação pode ser traduzida em palavras como se segue:

"Em um processo termodinâmico fechado, a alteração da energia interna do sistema é igual à diferença entre a alteração do calor acumulado pelo sistema e da alteração do trabalho realizado".

A energia interna é a soma das energias cinética e potencial de todas as partículas que constituem este sistema. Por esta razão, é considerada uma propriedade do sistema, depende somente do estado inicial e estado final do processo. Ainda, quanto maior a taxa de calor que está sendo transferida a determinado sistema, maior será sua energia interna. Assim, temos:

$Q > 0$ quando o sistema recebe calor

$Q < 0$ quando o sistema perde calor

Desta forma, quanto maior a energia interna de um sistema, maior será seu potencial para a realização de trabalho, sendo que convencionou-se que $W > 0$, quando o sistema se expande e perde energia para o meio externo e $W < 0$, quando o sistema se contrai e recebe energia do meio externo.

Termodinamicamente, se o estado de um sistema muda, então ele está passando por um processo. A sucessão de estados através da qual passa o sistema define o caminho do processo. Se, no final do processo, as propriedades tiverem regressado aos seus valores iniciais, o sistema foi submetido a um processo cíclico. A equação que descreve a relação entre a pressão, volume e temperatura é dada por:

$$PV = nRT \quad (15)$$

onde: n é o número de mols e R é a constante universal dos gases, $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$

Mudanças no estado de um sistema são produzidas pela interação com o ambiente através de calor e trabalho. A *Lei zero da termodinâmica* define temperatura, enquanto a *Primeira Lei* define a função de estado Energia Interna. Podemos simplificar dizendo que existe uma função U (energia interna) cuja variação durante uma transformação depende unicamente de dois estados, o inicial e o final. Num sistema fechado a indicação desta variação é dada como:

$$\Delta U = Q - W \quad (16)$$

Na equação acima, convencionou-se Q positivo quando é acrescida energia ao sistema e negativo quando retirada; do mesmo modo, a energia interna diminui se for cedida energia para a vizinhança sob a forma de trabalho W , ou seja, se o sistema realizar trabalho.

Para o cálculo de trabalho (W):

$dW = F \cdot dx$ onde, F = pressão (P) vezes área (A)

$dW = (P \cdot A)dx \rightarrow dW = P \cdot (A \cdot dx) \rightarrow dW = P \cdot dV$ onde P é a pressão e dV , volume na forma infinitesimal.

Pelo cálculo da integral,

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P dV \quad (17)$$

Para o cálculo do calor (Q):

$$Q = mc(T_f - T_i) \quad (18)$$

onde, c é o calor específico, m é a massa e T a temperatura.

Quando a mudança de estado físico, temos $Q = mL$ onde, m é massa e L é calor de transformação (específico a cada substância)

Podemos transferir energia para dentro ou para fora do sistema, seja sob forma de calor ou pela forma de trabalho. Suponhamos que o sistema esteja em um estado inicial i e realiza trabalho, expandindo-se. Este trabalho mecânico diminui a energia interna do sistema, então:

$$\Delta U = -W \quad (19)$$

Podemos também variar o estado do sistema colocando-o em contato térmico com outro sistema cuja temperatura esteja diferente. Assim, há certa quantidade de energia em trânsito, que se desloca do sistema de maior valor Q para o menor, fazendo com que haja um aumento da energia interna do sistema inicialmente com menor quantidade de energia. Assim,

$$\Delta U = Q \quad (20)$$

11.3 SEGUNDA LEI

A segunda lei da termodinâmica expressa, de uma forma concisa, que "A quantidade de entropia de qualquer sistema isolado termodinamicamente tende a incrementar-se com o tempo, até alcançar um valor máximo". Mais sensivelmente, quando uma parte de um sistema fechado interage com outra parte, a energia tende a dividir-se por igual, até que o sistema alcance um *equilíbrio térmico*. Isaac Asimov explica a tendência da entropia crescente e suas consequências de uma forma simples:

A Segunda Lei da Termodinâmica afirma que a quantidade de trabalho útil que você pode obter a partir da energia do universo está constantemente diminuindo. Se você tem uma grande porção de energia em um lugar, uma alta intensidade dela, você tem uma alta temperatura aqui e uma baixa temperatura lá, então você pode obter trabalho dessa situação. Quanto menor for a diferença de temperatura, menos trabalho você pode obter. Então, de acordo com a Segunda Lei da Termodinâmica, há sempre uma tendência para as áreas quentes se resfriarem e as áreas frias se aquecerem - assim cada vez menos trabalho poderá ser obtido. Até que finalmente, quando tudo estiver numa mesma temperatura, você não poderá mais obter nenhum trabalho disso, mesmo que toda a energia continue lá. E isso é verdade para TUDO em geral, em todo o universo. (Em *The Origin of the Universe* em ORIGINS: How the World Came to Be, série em vídeo, Eden Communications, EUA, 1983.)

Equacionamento

$$\frac{dS}{dt} = > 0 \quad (21)$$

onde S é a entropia, dt é o infinitésimo de tempo e o símbolo de igualdade só existe quando a entropia se encontra em seu valor máximo (em equilíbrio).

11.4 ENTALPIA E ENTROPIA

Entalpia É uma grandeza física definida como a energia máxima de um sistema termodinâmico (energia interna), que pode ser removida deste sob a forma de calor. A variação de entalpia corresponde ao calor envolvido em transformações que ocorrem a uma dada pressão constante. Difere da variação da energia interna, uma vez que, para uma determinada pressão constante não nula, quando ocorre uma transformação física (ex. sólido para líquido ou líquido para sólido) há uma variação do volume do sistema, a que está associado um trabalho realizado pelo sistema sobre a vizinhança ou da vizinhança sobre o sistema.

Entropia é uma grandeza termodinâmica, geralmente associada ao grau de desordem. A entropia é uma medida da energia que não pode ser convertida em trabalho.

Resumindo: a entalpia estuda a energia total de um sistema, enquanto que a entropia estuda a energia que não pode ser transformada em trabalho (energia dissipada).

11.5 TRANSFORMAÇÕES TERMODINÂMICAS

Na transformação *adiabática* não há troca de calor com o ambiente. Nesse processo, a energia interna é transformada em trabalho diretamente $\Delta U = -W$. O trabalho é, então, realizado à custa da energia interna do sistema.

A transformação *isotérmica* acontece com temperatura constante em um sistema fechado, sistema este que permite trocas de energia, mas não de matéria, entre o sistema e sua vizinhança. Isto normalmente ocorre quando o sistema está em contato com um reservatório térmico exterior, e a mudança ocorre lentamente o suficiente para permitir que o sistema se ajuste continuamente a temperatura do reservatório pelo meio de troca de calor. Em contraste, um processo adiabático é um sistema onde não há troca de calor com o meio externo ($Q = 0$, Q é a quantidade de calor transferida). Em outras palavras, em um processo isotérmico temos $\Delta T = 0$, mas $Q \neq 0$, enquanto que em um processo adiabático, $\Delta T \neq 0$, mas $Q = 0$.

Em uma transformação *isovolumétrica*, conhecida também como isocórica ou isométrica, o volume não varia ($\Delta V = 0$), então não há trabalho realizado. Todo o calor fornecido a um sistema é totalmente utilizado para aumentar sua energia interna. $\Delta E = Q$ onde ΔE é a variação de energia interna.

11.6 PROCESSOS IRREVERSÍVEIS E REVERSÍVEIS

Os processos **irreversíveis** ocorrem sempre num só sentido, sendo por isso fácil reconhecer a ordem temporal com que acontecem. *Exemplo:* O caso do estabelecimento de equilíbrio térmico entre dois corpos a temperatura diferente.

Os processos **reversíveis** são processos que após terem ocorrido num dado sentido, também podem ocorrer naturalmente no sentido oposto (ou não), voltando ao estado inicial. *Exemplo:* Compressão lenta de um gás de modo a que, em cada instante, o sistema permaneça em equilíbrio termodinâmico. A compressão muito lenta de um gás, através de um êmbolo de seringa, é praticamente um processo reversível, pois ao largar-se o êmbolo após a compressão, este volta à posição inicial. A energia fornecida ao gás sob a forma de trabalho, quando este é comprimido, é então libertada para os arredores quando o gás se expande.

11.7 ENERGIA LIVRE DE GIBBS

A energia livre de Gibbs ΔG , é uma grandeza termodinâmica definida como a diferença entre variação de entalpia ΔH e a temperatura T vezes a variação de entropia ΔS em uma reação. De acordo com a equação abaixo:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \quad (22)$$

onde:

ΔH é uma função de estado chamada de variação de entalpia que informa a variação de energia em pressão constante.

T a temperatura é uma grandeza física intensiva que é influenciada ou sofre influência das variações energéticas durante a movimentação das partículas.

ΔS a variação de entropia é uma função de estado que informa a variação de energia em função do estado de liberdade das partículas.

A energia livre é simplesmente um método de medição do trabalho máximo realizado durante um processo. Essa função é uma das mais usadas na química e na bioquímica em virtude desta acompanhar a maioria dos processos reacionais, em virtude de a energia livre ser capaz de prever se uma reação é espontânea, isto é, caso a temperatura e a pressão sejam constantes. Para que um processo ocorra espontaneamente ΔG deve ser negativa como, por exemplo, uma reação exotérmica que apresenta um alto valor negativo de entalpia, onde a entalpia é decisiva na determinação da energia livre, o que por sua vez é favorecido por um valor pequeno e positivo de $T\Delta S$. Se a $\Delta G = 0$ o sistema está em equilíbrio, tendência de toda reação química.

11.8 ENERGIA LIVRE DE HELMHOLTZ

Na termodinâmica, a energia livre de Helmholtz é uma grandeza que mensura a parcela de energia interna de um sistema possível de ser utilizada na forma de trabalho. É particularmente útil na compreensão e descrição de processos *isotérmicos*: à temperatura constante a variação da energia livre de Helmholtz encontra-se diretamente associada ao trabalho total realizado pelo sistema sobre sua vizinhança, ou seja, é a energia útil que sobra para uso depois que o sistema utilizou parte da energia interna para expandir as fronteiras do sistema ($-PdV$) e redistribuir as moléculas nos diferentes níveis quânticos de energia (TdS) para processos à temperatura e volume constante

Dada a segunda lei da termodinâmica, o conceito deriva da verificação que nem toda a energia interna de um sistema é passível de produzir trabalho visto que uma parcela desta energia encontra-se diretamente associada à entropia do sistema. Sendo a parcela de energia associada à entropia determinável pelo produto da entropia S do sistema pela sua temperatura T A energia livre de Helmholtz é definida como:

$$F = U - TS \quad (23)$$

onde:

F é a energia livre de Helmholtz (Joules),

U é a energia interna do sistema (Joules),

T é a temperatura absoluta a qual ocorrem os processos (em kelvins),

S é a entropia (Joules por kelvin).

12 TERMODINÂMICA ESTATÍSTICA

Os princípios da mecânica clássica, descrevem corretamente o comportamento dos sistemas macroscópicos. Em uma escala microscópica, a mecânica clássica não se aplica e deve ser substituída pela mecânica quântica. Os princípios da mecânica quântica conduzem ao resultado de que a energia de uma partícula sob a ação de um campo de forças conservativo, como um campo gravitacional, elétrico ou magnético, não pode ter qualquer valor arbitrário ou não pode variar continuamente. A partícula só pode existir em algum dos estados que tem uma energia bem especificada. A energia é dita quantizada. Em muitos casos, resolver o problema é exatamente análogo a resolver a equação de onda, que descreve a propagação de ondas transversais em um fio esticado, fixo em seus extremos. Como é bem conhecido, o fio pode vibrar em um estado estacionário em qualquer um de diversos modos normais de vibração ou seja pode haver um nó N em cada extremo e um antinódo A no centro, ou pode haver um nó no centro bem como nos extremos, com antinodos a meio caminho entre os nós, e assim por diante. O resultado importante é que sempre existe um número inteiro de antinodos nos modos normais de vibração. A distância entre nós (ou antinodos) é a metade de um comprimento de onda, de modo que, se L é o comprimento do fio, os comprimentos de onda λ das possíveis ondas estacionárias são:

$$\lambda_j = \frac{1}{n_j} 2L \quad (24)$$

onde $n_j = 1, 2, 3, \dots$ é o número total de antinodos. O comprimento de uma onda estacionária está relacionado com a quantidade de movimento p da partícula pela relação:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (25)$$

onde h é a constante de Planck, então a quantidade de movimento da partícula só pode ter alguns dos valores:

$$p_j = n_j \frac{h}{2L} \quad (26)$$

Considerando uma partícula em uma caixa cúbica de lado L fechada, com três movimentos n_x , n_y e n_z , que implica em $n_j^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$ temos:

$$p_j^2 = n_j^2 \frac{h^2}{4L^2} \quad (27)$$

E a energia cinética ε de uma partícula de massa m e $p = mv$ é dada por:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \quad (28)$$

Logo da equação anterior usando p_j :

$$\varepsilon_j = \frac{p_j^2}{2m} = n_j^2 \frac{h^2}{8mL^2} \quad (29)$$

A energia da partícula só depende da magnitude da quantidade de movimento p_j e não de sua direção ou sentido, exatamente como na mecânica clássica.

12.1 PROBABILIDADE TERMODINÂMICA

O postulado fundamental da termodinâmica estatística diz que todo microestado possível de um sistema isolado é igualmente provável. O postulado pode ser interpretado considerando o intervalo de tempo t , que é suficientemente longo para que todo microestado possível de um sistema isolado e fechado ocorra um grande número de vezes. Seja Δt o tempo total em que o sistema está em algum dos seus microestados possíveis. O postulado diz que o intervalo de tempo Δt é o mesmo para todos os microestados.

O número de microestados igualmente prováveis que correspondem a um dado macroestado k é chamado probabilidade termodinâmica, e é dado por W_k , do macroestado. O número total Ω de microestados possíveis de um conjunto, ou a probabilidade termodinâmica do conjunto é dada por:

$$\Omega = \sum_k W_k \quad (30)$$

Número médio de partículas \bar{N}_j em cada nível j de energia. Seja N_{jk} , o número de ocupação de nível j no macroestado k . O valor médio de grupo do número de ocupação do nível j é \bar{N}_j^g

$$\bar{N}_j^g = \frac{1}{\Omega} \sum_k N_{jk} W_k \quad (31)$$

O valor médio temporal de um número de ocupação é igual a média de grupo, e podemos representar ambos por \bar{N}_j

12.2 DISTRIBUIÇÃO DE MAXWELL BOLTZMANN

A quantidade $f(v)$ é chamada função de distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann. Em um gás com N moléculas, o número de moléculas com módulo de velocidade entre v e $v + dv$ é dN , dado por:

$$dN = N f(v) dv \quad (32)$$

Usando a distribuição de velocidades de Maxwell Boltzmann:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (33)$$

obtemos a velocidade média $\langle v \rangle$:

$$v = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}} \quad (34)$$

a velocidade mais provável v_{mp} :

$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (35)$$

a velocidade quadrática média v_{qm} :

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (36)$$

13 INTRODUÇÃO AO PLASMA

O plasma é um dos estados físicos da matéria, similar ao gás, no qual certa porção das partículas é ionizada (em física, núcleos atômicos, provenientes de átomos completamente ionizados, como os da radiação alfa, são habitualmente designados como partículas carregadas, a ionização é geralmente alcançada pela aplicação de elevadas energias aos átomos, seja através da aplicação de uma alta tensão elétrica ou por via de radiação de alta energia, um gás ionizado é chamado plasma). A premissa básica é que o aquecimento de um gás provoca a dissociação das suas ligações moleculares, convertendo-o em seus átomos constituintes. Além disso, esse aquecimento adicional pode levar à ionização (ganho ou perda de elétrons) dessas moléculas e dos átomos do gás, transformando-o em plasma contendo partículas carregadas (elétrons e íons positivos). A presença de um número não desprezível de portadores de carga torna o plasma eletricamente condutor, de modo que ele responde fortemente a campos eletromagnéticos. O plasma, portanto, possui propriedades bastante diferentes das de sólidos, líquidos e gases e é considerado um estado distinto da matéria. Como o gás, o plasma não possui forma ou volume definidos, a não ser quando contido em um recipiente; diferentemente do gás, porém, sob a influência de um campo magnético ele pode formar estruturas como filamentos, raios e camadas duplas. Alguns plasmas comuns são as estrelas e placas de neônio. No universo, o plasma é o estado mais comum da matéria comum, a maior parte da qual se encontra no rarefeito plasma intergaláctico e em estrelas. Langmuir escreveu:

Com exceção das proximidades dos eletrodos, onde há bainhas contendo menos elétrons, o gás ionizado contém íons e elétrons em quantidades aproximadamente iguais, de modo que a carga espacial resultante é muito pequena. Nós usaremos o nome plasma para descrever esta região contendo cargas equilibradas de íons e elétrons.

Também é definido como gás no qual uma fração substancial dos átomos está ionizada. Um processo simples de ionização é aquecer o gás para que aumente o impacto eletrônico, por exemplo. Desse modo, o gás se torna o plasma quando a adição de calor ou outra forma de energia faz com que um número significativo de seus átomos libere alguns ou todos os seus elétrons. Esses átomos que perdem elétrons ficam ionizados, ou seja, com uma carga positiva resultante, e os elétrons separados de seus átomos ficam livres para se mover pelo gás, interagindo com outros átomos e elétrons.

Por apresentar-se num estado fluido similar ao estado gasoso, o plasma é comumente descrito ou como o "quarto estado de agregação da matéria" (os três primeiros sendo sólido, líquido e gasoso). Mas essa descrição não é muito precisa, pois a passagem de um gás para a forma de plasma não ocorre através de uma transição de fase bem definida, tal como nas transições do estado sólido para líquido e deste para gás. De todo modo, o plasma pode ser considerado como um estado distinto da matéria, caracterizado por possuir um número de partículas eletricamente carregadas que é suficiente para afetar suas propriedades e comportamento. Os plasmas são bons condutores elétricos, e suas partículas respondem fortemente a interações eletromagnéticas de grande alcance.

Quando o número de átomos ionizados é relativamente pequeno, a interação entre as partículas carregadas do gás ionizado é dominada por processos colisionais, ou seja, que envolvem principalmente colisões binárias entre elas. Quando o número de partículas carregadas é substancial, a interação entre as partículas carregadas é dominada por processos coletivos, ou seja, a dinâmica de cada uma delas é determinada pelos campos elétricos e magnéticos produzidos por todas as outras partículas carregadas do meio. Neste caso, o gás ionizado passa a ser denominado plasma

13.1 DEFINIÇÃO DE UM PLASMA

O plasma é livremente descrito como um meio eletricamente neutro de partículas positivas e negativas (isto é, a carga total de um plasma é aproximadamente zero). É importante notar que, embora não tenham limites, essas partículas não são "livres". Quando as cargas se movem, elas geram correntes elétricas com campos magnéticos e, como resultado, cada uma é afetada pelos campos das outras. Isto determina o comportamento coletivo com muitos graus de liberdade. Uma definição pode ter três critérios:

13.1.1 A aproximação de plasma

Partículas carregadas devem estar suficientemente próximas, de modo que cada uma influencie muitas partículas carregadas na sua vizinhança, em vez de somente interagir com a mais próxima (esses efeitos coletivos são característicos de um plasma). A aproximação de plasma é válida quando o número de portadores de carga no interior da esfera de influência (chamada de esfera de Debye, cujo raio é o comprimento de Debye) de uma partícula em particular é maior do que uma unidade, para que haja comportamento coletivo das partículas carregadas. O número médio de partículas na esfera de Debye é representado pelo parâmetro de plasma " λ " (a letra grega lambda).

13.1.2 Interações de volume

O comprimento de Debye (definido acima) é pequeno se comparado ao tamanho físico do plasma. Este critério significa que as interações no interior do plasma são mais importantes do que nas bordas, onde podem ocorrer efeitos de fronteira. Quando este critério é obedecido, o plasma é praticamente neutro.

13.1.3 Frequência de plasma

A frequência dos elétrons do plasma (medindo a oscilação da densidade dos elétrons do plasma) é alta se comparada à frequência de colisões entre elétrons e partículas neutras. Quando esta condição é válida, as interações eletrostáticas predominam sobre os processos da cinética normal dos gases. Uma das manifestações fundamentais da propriedade coletiva do plasma é a oscilação de plasma. Seja um plasma em equilíbrio. Se se deslocar um elemento de cargas negativas da sua posição de equilíbrio, devido a interação coletiva de cargas da vizinhança aparece uma força restauradora proporcional ao deslocamento. O resultado é uma oscilação cuja frequência chamada frequência de plasma é expressa por:

$$\omega_p = \left(\frac{4\pi n e^2}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (37)$$

A frequência de plasma é frequentemente utilizada como um meio de medir a densidade de um plasma. Existe uma relação entre a velocidade térmica, v_θ , a frequência de plasma e o comprimento de Debye.

$$v_\theta = \lambda_D \omega_p \quad (38)$$

Esta oscilação de plasma pode deixar de existir se a densidade de partículas neutras no plasma for aumentada, de modo que o tempo de colisões, τ , entre a partícula carregada e a partícula neutra for inferior ao período de oscilação do plasma. Requer-se então:

$$\omega_p \tau > 1 \quad (39)$$

para existência desta oscilação.

13.1.4 Grau de ionização

A ionização é necessária para o plasma existir. O termo "densidade do plasma" usualmente se refere à "densidade de elétrons", isto é, o número de elétrons livres por unidade de volume. O grau de ionização de um plasma é a proporção de átomos que perderam (ou ganharam) elétrons e é controlado principalmente pela temperatura. Mesmo um gás parcialmente ionizado, em que somente 1% das partículas esteja ionizada, pode apresentar as características de um plasma, isto é, resposta a campos magnéticos e alta condutividade elétrica. O grau de ionização α é definido como $\alpha = n_i / (n_i + n_a)$, em que n_i é a densidade de íons e n_a é a densidade de átomos neutros. A densidade de elétrons está relacionada a ele pelo estado médio da carga $\langle Z \rangle$ dos íons, sendo que $n_e = \langle Z \rangle n_i$, em que n_e é a densidade de elétrons.

13.1.5 Temperaturas

A temperatura do plasma é normalmente medida em kelvins ou elétron-volts e é, informalmente, uma medida da energia cinética térmica por partícula. Geralmente são necessárias temperaturas muito altas para sustentar a ionização, a qual é uma característica definidora de um plasma. O grau de ionização do plasma é determinado pela "temperatura do elétron" relativa ao potencial de ionização (e, com menos intensidade, pela densidade), numa relação chamada equação de Saha. Em baixas temperaturas, os íons e elétrons tendem a se recombinar para o seu estado ligado - átomos - e o plasma acaba se convertendo em um gás.

Na maioria dos casos os elétrons estão suficientemente próximos do equilíbrio térmico, de modo que sua temperatura é relativamente bem definida, mesmo quando há um desvio significativo de uma função de distribuição de energia maxwelliana, devido, por exemplo, a radiação ultravioleta, a partículas energéticas ou a campos elétricos fortes. Por causa da grande diferença de massa, os elétrons chegam ao equilíbrio termodinâmico entre si muito mais rapidamente do que com os íons ou átomos neutros. Por esta razão, a "temperatura do íon" pode ser muito diferente (normalmente menor) da "temperatura do elétron". Isto é especialmente comum em plasmas tecnológicos fracamente ionizados, cujos íons estão frequentemente próximos à temperatura ambiente.

Em função das temperaturas relativas dos elétrons, íons e partículas neutras, os plasmas são classificados como "térmicos" ou "não térmicos". Plasmas térmicos possuem elétrons e partículas pesadas à mesma temperatura, isto é, eles estão em equilíbrio térmico entre si. Plasmas não térmicos, por outro lado, possuem íons e átomos neutros a uma temperatura muito menor (normalmente temperatura ambiente), enquanto os elétrons são muito mais "quentes".

Um plasma é às vezes chamado de "quente" se ele está quase totalmente ionizado, ou "frio" se apenas uma pequena fração (por exemplo, 1%) das moléculas do gás estão ionizadas, mas outras definições dos termos "plasma quente" e "plasma frio" são comuns. Mesmo em um plasma "frio", a temperatura do elétron é tipicamente de várias centenas de graus Celsius. Os plasmas utilizados na "tecnologia de plasma" ("plasmas tecnológicos") são normalmente frios neste sentido.

13.2 EQUACIONANDO O PLASMA

q será a carga

$$q = \frac{4}{3} \pi r^3 (n_i - n_e) e \quad (40)$$

O potencial elétrico ϕ na superfície da esfera será:

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = \frac{r^2 e}{3\epsilon_0} (n_i - n_e) \quad (41)$$

Introduzindo valores numéricos: $\phi = 6 \times 10^3$ volts. lembrando que $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19}$ joule, $kT = 1 \text{ eV}$ when $T = 11,600 \text{ K}$, onde k é a constante de Boltzmann's (1.380×10^{-23} joule/K). Portanto, seria necessário uma temperatura de plasma de vários milhões de graus Kelvin para equilibrar a energia potencial elétrica com a energia média das partículas térmicas.

13.3 MOVIMENTO CONSTANTE E UNIFORME DE PARTÍCULAS EM CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS

Nesta seção estudarei o comportamento de partículas carregadas na presença de campos elétricos e magnéticos usando funções de posição e tempo. Assim, os campos elétricos e magnéticos presumimos aqui não são afetados pelas partículas carregadas. Os campos serão constantes no tempo e uniformes no espaço. O estudo do movimento de partículas carregadas em campos especificados é importante, pois fornece uma boa visão física para a compreensão de alguns dos processos dinâmicos nos plasmas. Também facilita a obtenção de alguns fenômenos macroscópicos que são devidos ao comportamento coletivo de um grande número de partículas. Nem todos os componentes do movimento microscópico detalhado das partículas contribui para os efeitos macroscópicos, mas é possível isolar os componentes do movimento individual que interferem no comportamento coletivo do plasma. No entanto, os parâmetros

macroscópicos podem ser obtidos de maneira muito mais fácil e conveniente usando as equações de transporte macroscópicas. (*apresentadas nos Capítulos 8 e 9 do livro*). A equação de movimento para uma partícula de carga q , sob a ação da força de Lorentz F devida a campos elétricos E e de indução magnética B ,

$$\vec{p} = \gamma m \vec{a} \quad (42)$$

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (43)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = F = q(E + v \times B) \quad (44)$$

Para altas velocidades temos então:

$$\gamma m \frac{d\vec{p}}{dt} + q\left(\frac{v}{c^2}\right)(v \cdot E) = q(E + v \times B) \quad (45)$$

observando que a taxa de mudança por tempo do total de energia relativística ($U = \gamma mc^2$) é dada por ($\frac{dU}{dt} = q(v \cdot E)$) e $\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\frac{Uv}{c^2})}{dt}$ mas como em muitas situações prática γ é muito próximo de 1, podemos cancelar o termo relativístico. Ficando então com a relação não relativística:

$$m \frac{d\vec{p}}{dt} = q(E + v \times B) \quad (46)$$

Para as situações que serão consideradas, assume-se que a restrição $v^2 \ll c^2$ é satisfeita. Além disso, todos os efeitos de radiação são negligenciados.

13.3.1 Campo eletromagnético uniforme

O movimento seguirá a equação

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = qE \quad (47)$$

integrando em ambos os lados obtemos

$$p(t) = qEt + p_0 \quad (48)$$

onde $p_0 = p(0)$ denota o momento inicial da partícula. Usando a expressão relativística

$$p = mv = m \frac{dr}{dt} \quad (49)$$

dr e realizando uma segunda integração, obtemos uma expressão para a posição da partícula em função do tempo:

$$r(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{qE}{m} \right) t^2 + v_0 t + r_0 \quad (50)$$

onde r_0 denota a posição inicial da partícula e v_0 a sua velocidade inicial. Portanto, a partícula se move com uma aceleração constante, $\frac{qE}{m}$, na direção de E se $q > 0$, e na direção oposta se $q < 0$. Em uma direção perpendicular ao campo elétrico não há aceleração sobre a partícula o estado do movimento permanece inalterado.

13.3.2 Campo magnético uniforme

Para uma partícula de carga q e massa m , movendo-se com velocidade \vec{v} em uma região do espaço onde há apenas uma indução magnética B (sem campo E), a equação de movimento é

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{v} \times B) \quad (51)$$

é conveniente separarmos os componentes em \vec{v}_{\parallel} que é paralelo ao campo magnético e \vec{v}_{\perp} que é ortogonal ao campo magnético

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp} \quad (52)$$

substituindo os componentes separados na Eq. 51 e notando que $\vec{v}_{\parallel} \times B = 0$ obtemos

$$\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} + \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m}(\vec{v}_{\perp} \times B) \quad (53)$$

então a equação do componente paralelo \vec{v}_{\parallel} fica

$$\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} = 0 \quad (54)$$

e do componente perpendicular \vec{v}_{\perp}

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m}(\vec{v}_{\perp} \times B) \quad (55)$$

a Eq. 54 mostra que a velocidade da partícula ao longo de B não muda. A Eq. 55 pode ser escrita como

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \underline{\Omega}_c \times \vec{v}_{\perp} \quad (56)$$

onde o vetor $\underline{\Omega}_c$ é definido por

$$\underline{\Omega}_c = -\frac{qB}{m} = \frac{|q|B}{m} \hat{\Omega}_c = \Omega_c \hat{\Omega}_c \quad (57)$$

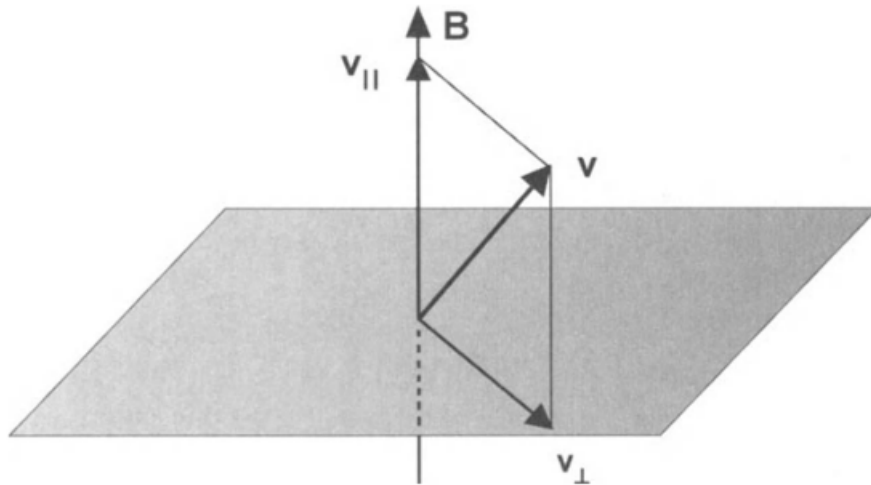


Figura 2 – Esquema da separação do vetor velocidade nos componentes paralelos e ortogonais a B .

Assim, $\hat{\Omega}_c$ aponta na direção de B para uma partícula carregada negativamente ($q < 0$) e na direção oposta para uma partícula carregada positivamente ($q > 0$).

Sua magnitude Ω_c é sempre positiva $\Omega_c = |q|\frac{B}{m}$. O vetor unidade $\hat{\Omega}_c$ está ao longo de $\underline{\Omega}_c$. Como $\underline{\Omega}_c$ é constante e, a partir da conservação da energia cinética, v_{\perp} (a magnitude de \vec{v}_{\perp}) também

é constante, Eq. 56 mostra que a aceleração de partículas é constante em magnitude e sua direção é perpendicular a ambos, \vec{v}_\perp e B . Assim, esta aceleração corresponde a uma rotação do vetor velocidade \vec{v}_\perp no plano perpendicular a B com a constante angular velocidade $\underline{\Omega}_c$. Podemos integrar Eq. 56 diretamente, observando que o $\underline{\Omega}_c$ é constante e tomando $\vec{v}_\perp = \frac{d\vec{r}_c}{dt}$, para obter

$$\vec{v}_\perp = \underline{\Omega}_c \times \vec{r}_c \quad (58)$$

onde o vetor \vec{r}_c é interpretado como o vetor de posição de partícula em relação a um ponto G (o centro de giração) no plano perpendicular a B que contém a partícula. Como a velocidade da partícula v_\perp é constante, a magnitude r_c do vetor de posição também é constante. Portanto, Eq. 58 mostra que a velocidade \vec{v}_\perp corresponde a uma rotação do vetor de posição \vec{r}_c sobre o ponto G no plano perpendicular a B com angulação constante, velocidade $\underline{\Omega}_c$. O componente do movimento no plano perpendicular a B é, portanto, um círculo de raio r_c . O centro instantâneo de giração da partícula (o ponto G na distância r_c da partícula) é chamado de *guiding center* (centro orientador).

Observe que, de acordo com a definição de $\underline{\Omega}_c$, $\underline{\Omega}_c$ sempre aponta na mesma direção que o vetor de momento angular da partícula ($\vec{r}_c \times \vec{p}$), independentemente de sua carga. A trajetória resultante da partícula é dada pela superposição de um movimento uniforme ao longo de B (com a velocidade constante \vec{v}_\parallel) e um movimento circular no plano normal para B (com a velocidade constante v_\perp). Assim, a partícula descreve uma hélice. O ângulo entre B e a direção do movimento da partícula é chamado de ângulo de inclinação e é dado por

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{v_\perp}{v} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{v_\perp}{v_\parallel} \right) \quad (59)$$

onde v é a velocidade total da partícula ($v^2 = v_\parallel^2 + v_\perp^2$). Quando $v_\parallel = 0$ mas $v_\perp \neq 0$, nós temos $\alpha = \frac{\pi}{2}$ e a trajetória da partícula é um círculo no plano normal para B . Por outro lado, quando $v_\perp = 0$ mas $v_\parallel \neq 0$, temos $\alpha = 0$ e a partícula se move ao longo de B com a velocidade v . A magnitude da velocidade angular,

$$\Omega_c = |q| \frac{B}{m} \quad (60)$$

é conhecida como a frequência angular de giro, e é também chamada de giro-frequência ou frequência de ciclotrão ou Larmor. Para um elétron $|q| = 1,602 \times 10^{-19}$ coulomb e $m = 9,109 \times 10^{-31}$ kg, de modo que

$$\Omega_c = 1.76 \times 10^{11} B \quad (61)$$

medido em (rad/s), com B em tesla (ou, equivalentemente, $weber/m^2$). De maneira similar, para o proton $m = 1,673 \times 10^{-27}$ kg, de modo que,

$$\Omega_c = 9.58 \times 10^7 B \quad (62)$$

o raio da órbita circular, é dado por

$$r_c = \frac{v_\perp}{\Omega_c} = \frac{mv_\perp}{|q|B} \quad (63)$$

é chamado de raio de giro, ou raio de giro ou raio de ciclotron, ou Larmor raio. É importante notar que Ω_c é diretamente proporcional a B . Consequentemente, conforme B aumenta, a frequência de rotação aumenta e o raio diminui. Além disso, quanto menor a massa de partículas, maior será a sua frequência de rotação e menor seu giro. Multiplicando Eq 63 por B obtemos,

$$Br_c = \frac{mv_\perp}{|q|} = \frac{p_\perp}{|q|} \quad (64)$$

que mostra que a magnitude de B vezes o giro das colunas é igual ao momento da partícula por carga unitária. Essa quantidade é frequentemente chamada de rigidez magnética.

13.4 MOMENTO MAGNÉTICO

Para o movimento circular de uma partícula carregada em um campo magnético está associada uma corrente elétrica circulante I . Essa corrente flui no sentido horário para um campo B apontando para o observador. A partir da lei de Ampere, a direção do campo magnético associado a essa corrente circulante é dada pela regra da mão direita, ou seja, com o polegar direito apontado na direção da corrente I , os dedos direitos se enroscam na direção da corrente. O campo magnético associado. Portanto, o campo B produzido pelo movimento circular de uma partícula carregada é oposto ao campo B aplicado externamente dentro da órbita da partícula, mas na mesma direção fora da órbita. O campo magnético gerado pela corrente do anel I , a distâncias muito maiores que o r_c , é similar ao de um dipolo.

Como um plasma é uma coleção de partículas carregadas, possui propriedades diamagnéticas. O momento magnético \underline{m} associado à corrente circulante é normal à área A delimitada pela órbita da partícula e aponta na direção oposta ao campo B aplicado externamente, como mostra a Fig 3 Sua magnitude é dada pelo produto da corrente pela area orbital

$$\underline{m} = IA \quad (65)$$

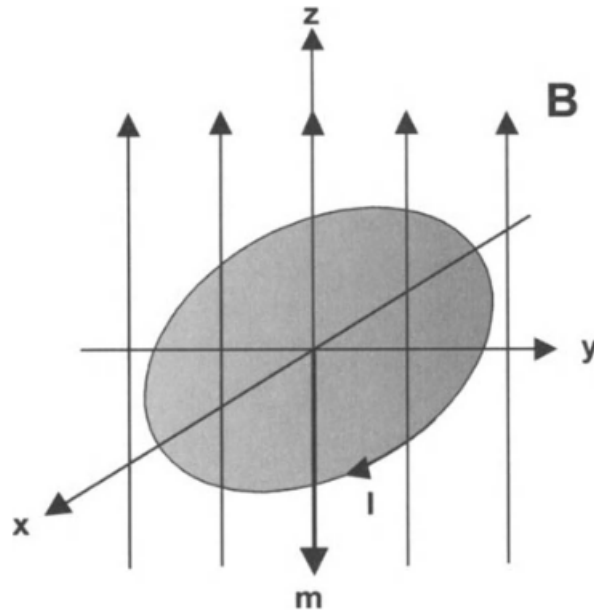


Figura 3 – Momento magnético \underline{m} associado a uma corrente circundante devido ao movimento circular de uma partícula carregada em um campo B externo.

Onde W_{\perp} denota a parte da energia cinética das partículas associada com a velocidade transversal v_{\perp} . Assim, em forma vetorial,

$$\underline{m} = -\frac{W_{\perp}}{B^2} \vec{B} \quad (66)$$

13.5 CORRENTE DE MAGNETIZAÇÃO

Considere agora uma coleção de partículas carregadas, positivas e negativas em números iguais (para não ter campos eletrostáticos macroscópicos internos), em vez de apenas uma única partícula. Por exemplo, considere o caso de um plasma de baixa densidade no qual as colisões de partículas podem ser negligenciadas (plasma sem colisão). A condição para isto é que o tempo médio entre as colisões seja muito maior que o período ciclotron. Essa condição é satisfeita para muitos plasmas espaciais, por exemplo. Para um plasma sem colisão em um campo magnético externo, os momentos magnéticos devido ao movimento orbital das partículas carregadas atuam juntos, dando origem a um campo magnético resultante que pode ser forte o suficiente para alterar sensivelmente o campo B aplicado externamente. O campo magnético produzido pelo movimento orbital das partículas carregadas pode ser determinado a partir da densidade de corrente elétrica associada ao seu movimento.

Para calcular a densidade de corrente elétrica resultante, vamos considerar um volume macroscópico contendo um grande número de partículas. Seja S um elemento de área neste volume, limitado pela curva C . Órbitas na beirada da superfície, que circundam a superfície limitada apenas uma vez, contribuem para a corrente resultante, enquanto órbitas internas a superfície, que atravessam a superfície duas vezes, não contribuem para a corrente líquida. E se dl é um elemento de arco ao longo da curva C , o número de órbitas que circundam dl é dado por $n\vec{A} \cdot dl$, onde n é o número de órbitas de corrente I , por unidade de volume, e \vec{A} é a área vetorial delimitada por cada órbita. A direção de \vec{A} é a normal à área orbital A , sendo o sentido positivo relacionado à sensação de circulação na maneira como o movimento linear de um parafuso direito está relacionado ao seu movimento rotatório. Assim, \vec{A} aponta na direção do observador quando I flui no sentido anti-horário. A corrente resultante líquida que se cruza, portanto, é dada pela corrente circulante dl integrada ao longo da curva C ,

$$I_n = \oint n\vec{A} \cdot dl \quad (67)$$

Como $\underline{m} = I\vec{A}$, o momento magnético, por unidade de volume, \vec{M} (também chamado o vetor de magnetização), é dado por

$$\vec{M} = n\underline{m} = nI\vec{A} \quad (68)$$

Assim, Eq. 67 pode ser escrita como

$$I_n = \oint \vec{M} dl = \int_S (\nabla \times \vec{M}) \cdot d\vec{S} \quad (69)$$

onde aplicamos o teorema de Stokes. Podemos definir uma densidade média de corrente de magnetização, \vec{J}_M , cruzando a superfície S ,

$$I_n = \int_S \vec{J}_M \cdot d\vec{S} \quad (70)$$

Consequentemente, de Eq. 69 e Eq. 70 obtemos a densidade de corrente de magnetização, como

$$\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M} \quad (71)$$

onde, de Eq. 68 e Eq. 66,

$$\vec{M} = n\underline{m} = -\frac{nW_{\perp}}{B^2} \vec{B} \quad (72)$$

e nW_{\perp} denota a energia cinética, por unidade de volume, associada à velocidade da partícula transversal.

A densidade de carga ρ_M associada à densidade de corrente de magnetização \vec{J}_M pode ser deduzida da equação de continuidade,

$$\frac{\partial \rho_M}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_M = 0 \quad (73)$$

Como $\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M}$ e como para qualquer vetor \vec{a} , temos $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{a}) = 0$, segue-se que a densidade de carga ρ_M é constante.

Na seguinte equação de Maxwell,

$$\nabla \times B = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) \quad (74)$$

podemos separar a densidade de corrente total \vec{J} em duas partes: uma densidade de corrente de magnetização \vec{J}_M e uma densidade de corrente \vec{J}' devido a outras fontes,

$$\vec{J} = \vec{J}_M + \vec{J}' \quad (75)$$

Expressando \vec{J}_M em termos de \vec{M} , até Eq. 71, e substituindo em Eq. 74, obtemos

$$\nabla \times B = \mu_0 \left(\nabla \times \vec{M} + \vec{J}' + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) \quad (76)$$

que pode ser rearranjada como

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} B - \vec{M} \right) = \vec{J}' + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (77)$$

Definindo um campo magnético efetivo \vec{H} pela relação

$$B = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (78)$$

então podemos escrever a Eq. 77 como

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}' + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (79)$$

Assim, o campo magnético efetivo \vec{H} se relaciona com a corrente devido a outras fontes \vec{J}' , de modo que B está relacionado com a corrente total \vec{J} . Eq. 71 e Eq. 78 constituem as relações básicas para o tratamento clássico de materiais magnéticos.

Uma relação linear simples entre B e \vec{H} existe quando \vec{M} é proporcional a B ou \vec{H} ,

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (80)$$

onde a constante χ_m é chamada de susceptibilidade magnética do meio. No entanto, para um plasma vimos que $\vec{M} \propto \frac{1}{B}$ de modo que a relação entre \vec{H} e B (ou \vec{M}) não é linear. Dentro deste contexto, geralmente não é conveniente tratar um plasma como um meio magnético.

13.6 SOLUÇÃO FORMAL DA EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Consideramos agora o movimento de uma partícula carregada na presença de campos elétricos e magnéticos que são constantes no tempo e espacialmente uniformes. A equação não-relativista do movimento é

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(E + \vec{v} \times B) \quad (81)$$

Tomando componentes paralelos e perpendiculares a B ,

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp} \quad (82)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp} \quad (83)$$

podemos resolver Eq. 81 em equações de dois componentes

$$m \frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} = q\vec{E}_{\parallel} \quad (84)$$

$$m \frac{d\vec{v}_\perp}{dt} = q(\vec{E}_\perp + \vec{v}_\perp \times B) \quad (85)$$

Eq. 84 é semelhante a $\frac{d\vec{p}}{dt} = qE$ e representa um movimento com $q\frac{\vec{E}_\parallel}{m}$ de aceleração constante ao longo do campo B . Assim, de acordo com $r(t) = \frac{1}{2}(\frac{qE}{m})t^2 + v_0t + r_0$ e $p(t) = qEt + p_0$

$$\vec{v}_\parallel(t) = (q\frac{\vec{E}_\parallel}{m})t + \vec{v}_\parallel(0) \quad (86)$$

$$\vec{r}_\parallel(t) = \frac{1}{2}(q\frac{\vec{E}_\parallel}{m})t^2 + \vec{v}_\parallel(0)t + \vec{r}_\parallel(0) \quad (87)$$

Para resolver Eq. 85 é conveniente separar \vec{v}_\perp em dois componentes,

$$\vec{v}_\perp = \vec{v}'_\perp(t) + \vec{v}_E \quad (88)$$

onde \vec{v}_E é uma velocidade constante no plano normal para B . Portanto, $\vec{v}'_\perp(t)$ representa a velocidade da partícula como vista por um observador em um referencial movendo-se com a velocidade constante \vec{v}_E . Substituindo Eq. 85 em Eq. 88 e escrevendo o componente do campo elétrico perpendicular a \vec{B} na forma

$$\vec{E}_\perp = -(\frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}) \times \vec{B} \quad (89)$$

obtemos

$$m \frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} = q(\vec{v}'_\perp + \vec{v}_E - \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2}) \times \vec{B} \quad (90)$$

Esta equação mostra que em um sistema de coordenadas movendo-se com a velocidade constante

$$\vec{v}_E = \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2} \quad (91)$$

o movimento de partículas no plano normal a \vec{B} é governado inteiramente pelo campo magnético, de acordo com

$$m \frac{d\vec{v}'_\perp}{dt} = q(\vec{v}'_\perp \times \vec{B}) \quad (92)$$

Assim, neste quadro de referência, o componente de campo elétrico E_\perp é transformado, enquanto o campo magnético é deixado inalterado. Eq. (5.12) é idêntico a (4.5) e implica que no sistema de referência movendo-se com a velocidade constante v_E , dada por (5.11), a partícula descreve um movimento circular na frequência do ciclotron com raio r_c ,

13.7 O GERADOR MAGNETOHIDRODINÂMICO

(Citação do livro **J. A. Bittencourt (auth.)-Fundamentals of Plasma Physics-Springer New York (2004)**)

O gerador de energia magnetohidrodinâmico (MHD) converte a energia cinética de um plasma denso que flui através de um campo magnético para energia elétrica. O seu princípio básico é bastante simples. Suponha que um plasma flua com velocidade u (ao longo da direção x) através de um campo magnético aplicado B (na direção z). A força de Lorentz $q(uxB)$ faz com que os íons se desloquem para cima (na direção z) e os elétrons para baixo, de modo que, se todos são colocados nas paredes do canal e conectados a um circuito externo, então uma densidade de corrente $J = uE_{ind} = uuxB$ (onde u denota condutividade do plasma e E_{ind} é o campo elétrico induzido) flui através do fluxo de plasma na direção z . Essa densidade de corrente, por sua vez, produz uma densidade de força JxB (na direção x), que desacelera o plasma em fluxo. O resultado líquido é a conversão de parte da energia cinética do plasma que entra no gerador em energia elétrica que pode ser aplicada a uma carga externa. Este processo tem a vantagem de operar sem a ineficiência de um ciclo de calor.

14 MOVIMENTO DE PARTÍCULAS CARREGADAS NOS CAMPOS MAGNETICOS NÃO UNIFORMES

Quando os campos são especialmente não-uniformes, ou quando variam com o tempo, a integração da equação do movimento pode ser um problema matemático de grande dificuldade. Neste caso, como a equação do movimento não é linear, a teoria pode se tornar extremamente envolvida, e expressões analíticas rigorosas para a trajetória da partícula carregada não podem, em geral, ser obtidas de forma fechada. Métodos numéricos de integração devem ser usados para obter todos os detalhes de movimento.

Há um caso particularmente importante, no entanto, no qual se torna possível obter uma solução aproximada, mas generalizada, sem recorrer à integração numérica, se os detalhes do movimento de partículas não forem de interesse. Este é o caso quando o campo magnético é forte e varia lentamente no espaço e no tempo e quando o campo elétrico é fraco. Em uma ampla variedade de situações de interesse, os campos são aproximadamente constantes e uniformes, pelo menos nas escalas de tempo e distância vistas pela partícula durante uma rotação sobre o campo magnético. Este é o caso de muitos plasmas de laboratório, incluindo aqueles de relevância para o problema de reações termonucleares controladas, e também para um grande número de plasmas astrofísicos.

Neste capítulo, investigamos o movimento de uma partícula carregada em um campo magnético estático, pouco homogêneo no espaço. A palavra um pouco aqui significa que a variação espacial do campo magnético dentro da órbita da partícula é pequena em comparação com a magnitude de B . Em outras palavras, consideraremos apenas campos magnetostáticos cuja mudança espacial à distância da ordem do raio de Larmor, r_c , é muito menor que a magnitude do próprio campo.

Para especificar mais quantitativamente essa suposição, vamos δB representar a mudança espacial na magnitude de B em uma distância da ordem de r_c , isto é, $\delta B = r_c |\Delta B|$, onde $|\Delta B|$ é o gradiente da magnitude de B . Assume-se, portanto, que $\zeta B \ll B$. Consequentemente, no que segue, limitamos nossa discussão a problemas em que os desvios da uniformidade são pequenos e resolvem a trajetória da partícula somente na aproximação de primeira ordem. A análise do movimento de partículas carregadas em campos estacionários com base nessa aproximação é muitas vezes referida como a teoria da órbita de primeira ordem. Esta teoria foi usada pela primeira vez sistematicamente pelo cientista sueco Alfven, e também é conhecida como a aproximação de Alfven ou a aproximação do centro de orientação.

O conceito de centro orientador é de grande utilidade no desenvolvimento desta teoria. Vimos que em um campo magnético uniforme o movimento de partículas pode ser considerado como uma superposição de um movimento circular em torno da direção de B , com um movimento do centro-guia ao longo de B . No caso de um campo B não uniforme, satisfazendo a condição $\zeta B \ll B$, o valor de B na posição da partícula difere apenas ligeiramente do seu valor no centro de orientação. O componente do movimento da partícula, em um plano normal à linha de campo que passa pela posição instantânea do centro-guia, ainda será quase circular. No entanto, devido à variação espacial de B , esperamos, neste caso, uma deriva gradual do centro-guia através de B , bem como uma mudança gradual de sua velocidade ao longo de B .

As oscilações rápidas da partícula carregada sobre a direção de B são geralmente não de grande interesse, e é conveniente eliminá-los das equações do movimento e concentre a atenção no movimento do centro de orientação. No movimento do centro-guia, as pequenas oscilações (de pequena amplitude em comparação com o raio do ciclotron) que ocorrem durante um período de giro podem ser calculadas, pois representam o efeito de perturbações devido à variação espacial do campo magnético. O problema é assim reduzido ao cálculo dos valores médios ao longo de um período de giro (e não os valores instantâneos) da velocidade de desvio transversal do centro-guia e da aceleração paralela.

15 FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO

A função distribuição, f , é a densidade de partículas no espaço de fase de seis dimensões, três de posição e três de velocidade. Quando o plasma está em equilíbrio termodinâmico a função de distribuição

se torna Maxwelliana, conforme o teorema-H de Boltzmann. A distribuição Maxwelliana é dada por:

$$f(\vec{v}) = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{-mv^2}{kT} \right) \quad (93)$$

onde n é a densidade média de partículas no espaço de configuração, T é a temperatura do plasma, m é a massa de uma partícula, \vec{v} é a velocidade e k a constante de Boltzmann. Na maioria dos plasmas de laboratório o estudo é feito antes do plasma entrar em equilíbrio termodinâmico. Frequentemente estudos são feitos considerando que o plasma está em um certo equilíbrio, tais como elétrons em equilíbrio entre si a uma temperatura T_e e íons em equilíbrio entre si a uma temperatura T_i , e investiga-se o que acontece com a distribuição a partir deste estado que se chama meta-equilíbrio.

15.1 TEMPERATURA E OUTROS MOMENTOS DA FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO

A função de distribuição é uma descrição microscópica de um plasma. Em contraste, uma descrição macroscópica de um plasma se faz pela especificação de valores médios das propriedades do plasma tais como, a densidade, a velocidade média, a pressão, a temperatura etc. Existem relações entre a função de distribuição e estas grandezas macroscópicas, Assim:

densidade

$$n_a = \int f_a d\vec{v} \quad (94)$$

velocidade média

$$\vec{V}_a = \int f_a \frac{d\vec{v}}{n_a} \quad (95)$$

tensor de pressão

$$\overline{\vec{P}}_a = \frac{m_a}{n_a} \int (\vec{v} - \vec{V}_a)(\vec{v} - \vec{V}_a) f_a d\vec{v} \quad (96)$$

onde o índice a indica espécie de partículas, tais como, elétrons, íons de massa m_a e carga q_a , nêutrons de massa m_a , etc.

15.2 QUANTIFICANDO A DEFINIÇÃO DE PLASMA

Plasma é uma coleção de partículas carregadas e neutras que satisfaz as condições: quasi-neutralidade; L é um comprimento característico

$$\tau_D \ll L \quad (97)$$

comportamento coletivo

$$g \ll l \quad (98)$$

colisões infrequentes

$$\omega_p \tau \ll l \quad (99)$$

Então conclui-se que

$$1 \ll \left(\frac{k}{4\pi e^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T^{\frac{3}{2}}}{n^{\frac{1}{2}}} \ll nL^3 \quad (100)$$

o que significa que uma dada temperatura as densidades devem estar num intervalo entre um máximo e um mínimo finitos.

Define-se o plasma ideal como sendo um plasma que tem $g \rightarrow 0$ e $\omega_p \tau \rightarrow \infty$.

16 BITTENCUR LIVRO CAP 8

17 TOWNSEND DISCHARGE

18 MATLAB INTRODUÇÃO

Para plotar o campo vetorial e curvas de níveis do campo magnetico de uma carga postiforme localizada na origem (em (0,0)) no Matlab fazemos da seguinte maneira:

```
[X,Y] = meshgrid(1:.01:2);  
Z = 10./(X.^2 + Y.^2);  
[DX,DY] = gradient(Z,.005,.005);  
hold on  
contour(X,Y,Z,20)  
quiver(X,Y,DX,DY)
```

que resulta na seguinte figura:

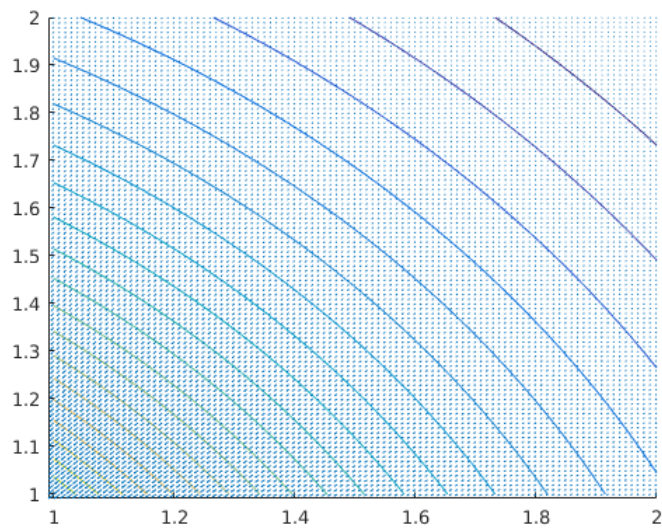


Figura 4 – campo carga pontiforme - 1º quadrante

Outra forma de plotar:

```
l=-1.05:0.1:1.05; %vetor principal  
[X,Y] = meshgrid(l); %grid para plotar circulo  
Z = 1./sqrt(X.^2 + Y.^2);  
  
[x,y] = meshgrid(l); %grid para plotar o campo vetorial  
u=-cos(x).*sin(y)./sqrt(X.^2 + Y.^2)  
v=cos(y).*sin(x)./sqrt(X.^2 + Y.^2)  
hold on  
quiver(x,y,u,v)  
contour(x,y,Z)  
%plotar um circulo:  
X = -1:0.01:1;  
y1 = sqrt(1-X.^2);  
plot(X,y1,X,-y1)
```

Plotando com as linhas de convergencia e campos lineares de fio infinito nos 4 lados:

```
x = -1.05:0.1:1.05;  
z = x;  
y = -1.05:0.1:2.05;
```

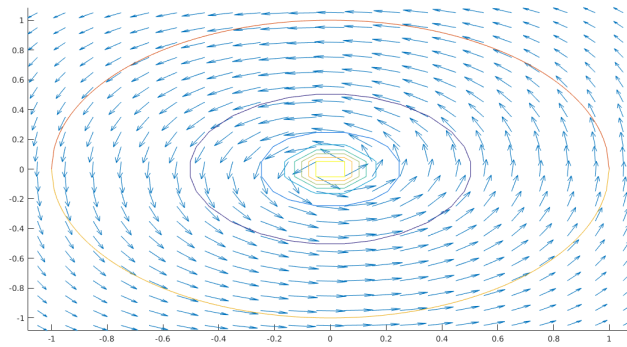
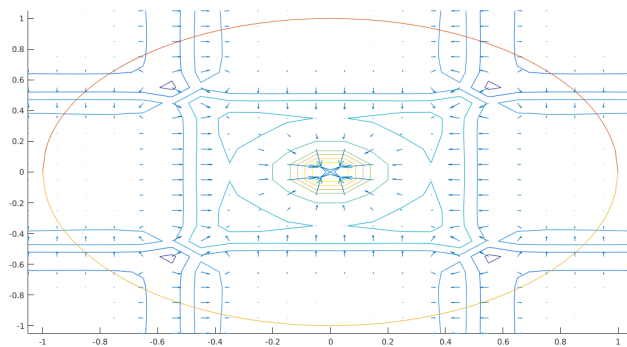


Figura 5 – campo carga pontiforme

```
[X,Y,Z] = meshgrid(x,y,z);
F=10./sqrt(X.^2+Y.^2+Z.^2);
F2=10./sqrt(X.^2+(Y-1).^2+Z.^2);
F3=10./sqrt((X+0.5).^2+(Y+0.2).^2+(Z-0.2).^2);
[DX,DY,DZ] = gradient(F+F2-F3,.05,.05,.05);
quiver3(X,Y,Z,DX,DY,DZ)
```



certo.png certo.png

Figura 6 – campo carga pontiforme no interior de 4 campos lineares de fio infinito

Referências

L.L. Lao *et al*, Nuclear Fusion (1985) **25** 1611

L.L. Lao *et al*, Nuclear Fusion (1990) **30** 1035

L.L. Lao *et al*, Fusion Science and Technology (2005) **48** 968

D. Mueller, Physics of Plasmas (2013) **20** 058101

J. Sinha, Thesis nº 7825, Swiss Plasma Center - École Polytechnique Fédérale de Lausanne, *Plasma breakdown and current formation in single core and doublet configurations on TCV*

J.S. Townsend, Nature (1900) **62** 340

R. Papoular, Nuclear Fusion (1976) **16** 37

- B. Lloyd *et al.*, Nuclear Fusion (1991) **31** 2031
- B. Lloyd *et al.*, Plasma Physics and Controlled Fusion (1996) **38** 1627
- V.A. Belyakov *et al.*, Plasma Devices and Operations (2003) **11** 193
- H.T. Kim *et al.*, Nuclear Fusion (2012) **52** 103016
- H.T. Kim *et al.*, Plasma Physics and Controlled Fusion (2013) **55** 124032
- H.T. Kim *et al.*, Journal of Nuclear Materials (2013) **438** S1271
- H.T. Kim *et al.*, Nuclear Fusion (2013) **53** 083024
- J.B. Lister *et al.*, Fusion Technology (1997) **32** 321
- G.L. Jackson *et al.*, Nuclear Fusion (2008) **48** 125002
- G.L. Jackson *et al.*, Nuclear Fusion (2009) **49** 115027
- A.D. Cheetham *et al.*, Internal Report, LRP 162/80 (1979), Centre de Recherches en Physique des Plasmas - École Polytechnique Fédérale de Lausanne, *The TCA tokamak*
- M.L. Walker, IEEE Control Systems Magazine, April 2006
- M. Ariola and A. Pironti, IEEE Control Systems Magazine, **25** 65, 2005