

λ -исчисление

Кевролетин В.В. 236гр.

24 марта 2011 г.

Задание10

Условие

Показать, что Θ - оператор неподвижной точки

Решение

$$A \equiv \lambda xy.y(xxy)$$

$$\Theta \equiv AA$$

$$\Theta F = (\lambda xy.y(xxy))(\lambda xy.y(xxy))F \rightarrow_{\beta} F((\lambda xy.y(xxy))(\lambda xy.y(xxy))F) \equiv F(\Theta F)$$

Задание11

Условие

Выяснить, разрешимы и определены ли термы?

Y

Y not

K

YI

x Ω

YK

Y(Kx)

n

Решение

Терм определён тогда и только тогда, когда он может быть приведён к головной нормальной форме.

Терм в головной нормальной форме имеет вид $\lambda x_1 \dots x_n. y M_1 \dots M_k$ ($m, k \geq 0$)

1. $Y \equiv (\lambda f. \lambda x. f(x))(\lambda x. f(x)) \rightarrow \lambda f. f(\lambda x. f(x))(\lambda x. f(x)) \rightarrow \dots$
не определён

2. $Y \text{ not} \rightarrow \text{not } (Y \text{ not}) \rightarrow \dots$
не определён

3. $K \equiv \lambda xy.x$ - в головной нормальной форме
определён
4. $Y I \rightarrow I (Y I) \rightarrow Y I \rightarrow \dots$
не определён
5. $x\Omega$
 Ω не имеет нормальной формы
не определён
6. $YK \rightarrow K(YK) \rightarrow K(K(YK)) \rightarrow \dots$
не определён
7. $Y(K x) \rightarrow K x (Y (K x)) \rightarrow x$
определён
8. n - в нормальной форме
определён

Задание12

Условие

Показать, что $(first(second(zeros1))) \rightarrow 0$

Решение

$$\begin{aligned}
 zeros1 &\equiv \Theta(pair\ 0) \rightarrow (pair\ 0\ (\Theta(pair\ 0))) \equiv (pair\ 0\ zeros1) \\
 (first(second(zeros1))) &= (first(second(pair(0\ zeros1)))) \rightarrow (first(second(\lambda f.f(0\ zeros1)))) \rightarrow \\
 (first((\lambda p.p\ false)\lambda f.f(0\ zeros1))) &\rightarrow (first((\lambda f.f(0\ zeros1)\ false))) \rightarrow (first(false\ 0\ zeros1)) \rightarrow \\
 (first\ zeros1) &\rightarrow (first\ (pair\ 0\ zeros1)) \rightarrow 0
 \end{aligned}$$