λ-исчисление

Кевролетин В.В. 236гр.

26 мая 2011 г.

Задание10

Условие

Показать, что Θ - оператор неподвижной точки

Решение

$A \equiv \lambda xy.y(xxy)$
$\Theta \equiv AA$
$\Theta\, F = (\lambda xy.y(xxy))(\lambda xy.y(xxy))F \to_\beta F((\lambda xy.y(xxy))(\lambda xy.y(xxy))F) \equiv F(\Theta F)$

Задание11

Условие

Выяснить, разрешимы и определены ли термы?
Y
Y not
K
YI
xΩ
YK
Y(Kx)
n

Решение

Терм определён тогда и только тогда, когда он может быть приведён к головной нормальной форме.
Терм в головной нормальной форме имеет вид $\lambda x_1...x_n.yM_1..M_k$ $(m, k >= 0)$

1. $Y \equiv \lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx)) \to \lambda f.(f((\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx)))) = \lambda f.f(MM)$

   $\lambda f.f(MM) \equiv \lambda x_1...x_m.yM_1...M_k$ при $m = 1, x_1 = f, y = f, k = 1, M_1 = (MM)$
   Ответ: определен.

2. $Y\ not \to (\lambda x.not(xx))(\lambda x.not(xx)) \to not(VV) = if\ (VV)\ true\ false \to (VV)\ true\ false = ((\lambda x.not(xx))(\lambda x.not(xx)))true\ false$

Возможна головная редукция, проведение которой уже осуществлялось на 1-м шаге преобразования. Т.к. других редукция для данного терма нет, терм не имеет ГНФ.
Ответ: неопределен.

3. $K = \lambda xy.x \equiv \lambda x_1...x_m.yM_1...M_k$ при $m = 2, x_1 = x, x_2 = y, k = 0, y = x$.
Ответ: определён.

4. $I = \lambda x.x \equiv \lambda x_1...x_m.yM_1...M_k$ при $m = 1, x_1 = x, k = 0, y = x$.
Ответ: определён.

5. $YI \to (\lambda x.I(xx)(\lambda x.I(xx))) \to I(FF) = (\lambda z.z)(FF) \to (FF) = (\lambda x.I(xx)(\lambda x.I(xx)))$
Терм не находится в ГНФ, так как возможна головная редукция, осуществленная на шаге 1. Других редукций не существует.
Ответ: неопределён.

6. $x\Omega = x(\lambda z.(zz)\lambda z.(zz)) \equiv \lambda x_1...x_m.yM_1...M_k$ при $m = 0, k = 1, y = x, M_1 = \Omega$
Ответ: определён.

7. $Y(Kx) = Y((\lambda zy.z)x) \to Y(\lambda y.x) \to Yx = (\lambda z.x(zz))(\lambda z.x(zz)) \to x(NN) \equiv \lambda x_1...x_m.yM_1...M_k$ при $m = 0, k = 1, y = x, M_1 = (NN)$.
Ответ: определён.

8. $YK \to (\lambda x.K(xx))(\lambda x.K(xx)) \to K(CC) = \lambda xy.x(CC) \equiv \lambda x_1...x_m.yM_1...M_k$ при $m = 2, k = 1, x_1 = x, x_2 = y, y = x, M_1 = (CC)$.
Ответ: определён.

9. $n \equiv \lambda fx.f^n x = \lambda fx.f(f^{n-1}) \equiv \lambda x_1...x_m.yM_1...M_k$ при $m = 2, k = 1, x_1 = f, x_2 = x, y = f, M_1 = (f^{n-1})$.
Ответ: определён.

Задание12

Условие

Показать, что $(first(second(zeros1))) \twoheadrightarrow 0$

Решение

$zeros1 \equiv \Theta(pair\ 0) \to (pair\ 0\ (\Theta(pair\ 0))) \equiv (pair\ 0\ zeros1)$
$(first(second(zeros1))) = (first(second(pair(0\, zeros1)))) \to (first\ (second\ (\lambda f.f(0\, zeros1)))) \to$
$(first((\lambda p.p\, false)\lambda f.f(0\, zeros1))) \to (first((\lambda f.f(0\, zeros1)false))) \to (first(false\, 0\, zeros1)) \to$
$(first\ zeros1) \to (first\ (pair\ 0\ zeros1)) \to 0$