$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}}{(q;q)_n(q;q)_n} \tag{1}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}}{(q;q)_n(q;q^2)_n} \tag{2}$$

$$\frac{1}{(q;q^5)_\infty(q^4;q^5)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}}{(q;q)_n} \tag{3}$$

$$\frac{(q^2;q^2)_\infty}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} q^{(n^2+n)/2} \tag{4}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}}{(q;q)_n} \tag{5}$$

$$(q;q^1)_\infty = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n q^{(n^2+n)/2}}{(q;q)_n} \tag{6}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})^2_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})^2_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}}{(q;q)_n(q;q^2)_n} \tag{7}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}}{(q;q)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{8}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})^2_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})^2_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}}{(q;q)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{9}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}}{(q;q)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{10}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}}{(q;q)_n(q;q)_{n+1}} \tag{11}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(3n^2+3n)/2}}{(q;q)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{12}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(3n^2+n)/2}}{(q;q)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{13}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}}{(q;q)_n(q;q)_{n+2}} \tag{14}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+3n}}{(q;q)_n(q;q)_{n+3}} \tag{15}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty^2(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty^2(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+n)/2}}{(q;q^2)_n(q;q)_n} \tag{16}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}}{(q;q^2)_n(q;q)_n} \tag{17}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^4;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{16};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}}{(q;q^2)_n(q^2;q^2)_n} \tag{18}$$

$$\frac{(q^2;q^4)_\infty}{(q;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}}{(q^2;q^2)_n} \tag{19}$$

$$(q;q^2)_\infty = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n q^{n^2}}{(q^2;q^2)_n} \tag{20}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^4;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{16};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_n} \tag{21}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+n}}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{22}$$

$$\frac{1}{(q;q^{16})_\infty(q^4;q^{16})_\infty(q^6;q^{16})_\infty(q^7;q^{16})_\infty(q^9;q^{16})_\infty(q^{10};q^{16})_\infty(q^{12};q^{16})_\infty(q^{15};q^{16})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+2n}}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{23}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^2;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^6;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{14};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{18};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{24}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{25}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+3n}}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+2}} \tag{26}$$

$$\frac{1}{(q;q^3)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{3n^2+n}}{(q^3;q^3)_n(q;q^3)_{n+1}} \tag{27}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}}{(q;q)_{n+1}(q;q)_n} \tag{28}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+3n)/2}}{(q;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{29}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}}{(q;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{30}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty^2(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty^2(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+3n)/2}}{(q;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{31}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+n}}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{32}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^2;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^6;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{14};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{18};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{33}$$

$$\frac{1}{(q;q^{16})_\infty(q^4;q^{16})_\infty(q^6;q^{16})_\infty(q^7;q^{16})_\infty(q^9;q^{16})_\infty(q^{10};q^{16})_\infty(q^{12};q^{16})_\infty(q^{15};q^{16})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+2n}}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{34}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}}{(q;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{35}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{36}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+n)/2}}{(q;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{37}$$

$$\frac{1}{(q;q^3)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{3n^2+n}}{(q;q^3)_{n+1}(q^3;q^3)_n} \tag{38}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}}{(q;q)_{n+2}(q;q)_n} \tag{39}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+3n}}{(q;q^2)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{40}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+3n}}{(q;q)_{n+3}(q;q)_n} \tag{41}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^4;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{16};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}}{(q;q)_{2n}} \tag{42}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^2;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^6;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{14};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{18};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}}{(q;q)_{2n+1}} \tag{43}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{2n^2+n}}{(q;q)_{2n+1}} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}}{(q;q)_{2n+1}}\end{aligned} \tag{45}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{16})_\infty(q^4;q^{16})_\infty(q^6;q^{16})_\infty(q^7;q^{16})_\infty(q^9;q^{16})_\infty(q^{10};q^{16})_\infty(q^{12};q^{16})_\infty(q^{15};q^{16})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{2n^2+2n}}{(q;q)_{2n+1}}\end{aligned} \tag{46}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n}{(q;q)_n} \tag{47}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q)_n}{(q;q)_n(q^2;q^2)_n} \tag{48}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty^2(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty^2(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty^2(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n}{(q;q)_n(q;q^2)_{n+1}}\end{aligned} \tag{49}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)_\infty^2(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n}{(q;q)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{50}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q)_n}{(q;q^2)_n(q^2;q^2)_n}\end{aligned} \tag{51}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty^2(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty^2(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n}{(q;q^2)_n(q^2;q^2)_n}\end{aligned} \tag{52}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n} \tag{53}$$

$$(q;q^1)_\infty = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n} \tag{54}$$

$$\frac{1}{(q;q^5)_\infty(q^4;q^5)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n} \tag{55}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q)_n} \tag{56}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_n}\end{aligned} \tag{57}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty^2(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty^2(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_n}\end{aligned} \tag{58}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+3n)/2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{59}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+n)/2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{60}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})^2_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})^2_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{61}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{62}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q)_{n+1}} \tag{63}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{64}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q)_{n+2}} \tag{65}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+3n}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q)_{n+3}} \tag{66}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n}{(q;q)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{67}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})^2_\infty(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})^2_\infty(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})^2_\infty(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{68}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)^2_\infty(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{69}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+3n)/2}(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{70}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})^2_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})^2_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{71}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+n)/2}(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{72}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{73}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{74}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_n}{(q;q)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{75}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+3n}(-q;q)_n}{(q;q)_{n+3}(q^2;q^2)_n} \tag{76}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})^2_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})^2_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n}{(q;q)_{2n}} \tag{77}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}(-q;q)_n}{(q;q)_{2n}} \tag{78}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+3n)/2}(-q;q)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{79}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+n)/2}(-q;q)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{80}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})^2_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})^2_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{81}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{82}$$

$$\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^6;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^8;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{83}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n} \tag{84}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}(-q;q)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_n} \tag{85}$$

$$\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})^2_\infty(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})^2_\infty(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})^2_\infty(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{86}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)_\infty^2(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{87}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)_\infty^2(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{88}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty^2(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty^2(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty^2(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n}\end{aligned} \tag{89}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{10})_\infty(q^2;q^{10})_\infty(q^3;q^{10})_\infty^2(q^4;q^{10})_\infty(q^5;q^{10})_\infty^2(q^6;q^{10})_\infty(q^7;q^{10})_\infty^2(q^8;q^{10})_\infty(q^9;q^{10})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q)_n}{(q;q)_{2n+1}}\end{aligned} \tag{90}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)_\infty^2(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n(-q;q)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{91}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_n} \tag{92}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty^2}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^3)_n}\end{aligned} \tag{93}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty^2(q^6;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{94}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty^2(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^3)_{n+1}}\end{aligned} \tag{95}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty^2}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q^2;q^3)_n(q^2;q^2)_n}\end{aligned} \tag{96}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty^2(q^7;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty^2(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q^3;q^3)_n(q;q^2)_{n+1}}\end{aligned} \tag{97}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty^2(q^6;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{98}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty^2(q^7;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty^2(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^3;q^3)_n}\end{aligned} \tag{99}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty^2(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q;q^3)_{n+1}(q^2;q^2)_n}\end{aligned} \tag{100}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty^2(q^6;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{101}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)_\infty^2(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n(-q^2;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+2}} \tag{102}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q)_n(-q^2;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+1}} \tag{103}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q)_n(-q^2;q)_n}{(q^2;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{104}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)_\infty^2(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n(-q^2;q)_n}{(q;q^2)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{105}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n(-q;q)_{n+1}}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+1}} \tag{106}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q)_n(-q;q)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{107}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n(-q^2;q)_{n+1}}{(q^2;q^2)_n} \tag{108}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n(-q^3;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+2}} \tag{109}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_n(-q^3;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{110}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_n(-q;q)_{n+2}}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+2}} \tag{111}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_n(-q;q)_{n+2}}{(q^2;q^2)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{112}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_{n+2}}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+3}} \tag{113}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_n(-q;q^2)_{n+2}}{(q^2;q^2)_{n+3}(q^2;q^2)_n} \tag{114}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+3n}(-q;q)_n(-q;q)_{n+3}}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+3}} \tag{115}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+3n}(-q;q)_n(-q;q)_{n+3}}{(q^2;q^2)_{n+3}(q^2;q^2)_n} \tag{116}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q^2)_n}{(q;q)_n(q^2;q^2)_n} \tag{117}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty^2}\\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q^2)_n}{(q;q)_n(q^2;q^3)_n}\end{aligned} \tag{118}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty^2(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n}{(q;q)_n(q;q^3)_{n+1}}\end{aligned} \tag{119}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty^2(q^6;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n}{(q;q)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{120}$$

$$\frac{(q^6;q^{12})_\infty}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q^2)_n}{(q;q^2)_n(q^2;q^2)_n} \tag{121}$$

$$\frac{(q^6;q^{12})_\infty}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_n} \tag{122}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^4;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n} \tag{123}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q)_n} \tag{124}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty(q^4;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_n} \tag{125}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{126}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{127}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^3)_n(q;q)_n} \tag{128}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty^2(q^6;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{129}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q^2)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{130}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q^2)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{131}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty^2(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n}{(q;q^3)_{n+1}(q;q)_n} \tag{132}$$

$$\frac{(q^6;q^{12})_\infty}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q^2)_n}{(q;q)_{2n}} \tag{133}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q;q^2)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{134}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q^2)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{135}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty}=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_n} \tag{136}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty^2}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^3)_n}\end{aligned} \tag{137}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty^2(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^3)_{n+1}}\end{aligned} \tag{138}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty^2(q^6;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty}=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{139}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty^2}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^3)_n(q^2;q^2)_n}\end{aligned} \tag{140}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty^2(q^7;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty^2(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q^3;q^3)_n(q;q^2)_{n+1}}\end{aligned} \tag{141}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty^2(q^6;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty}=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{142}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty^2(q^7;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty^2(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^3;q^3)_n}\end{aligned} \tag{143}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty^2(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty^2(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q;q^3)_{n+1}(q^2;q^2)_n}\end{aligned} \tag{144}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty^2(q^6;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty}=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{145}$$

$$\begin{aligned}&\frac{(q^{10};q^{20})_\infty^2}{(q;q^{20})_\infty(q^2;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty^2(q^8;q^{20})_\infty^2(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty^2(q^{15};q^{20})_\infty^2(q^{18};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{n^2}(-q;q^2)_n(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n}}\end{aligned} \tag{146}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^4;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{16};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{n^2}(-q;q^2)_n(-q^2;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n}}\end{aligned} \tag{147}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty^2(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty^2(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_{n+1}}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^3)_{n+1}}\end{aligned} \tag{148}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty^2(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty^2(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^\infty\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_n(-q;q)_{n+1}}{(q^2;q^3)_{n+1}(q^2;q^2)_n}\end{aligned} \tag{149}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{2n^2+2n}(-q;q^2)_n(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{150}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^4;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{16};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q^2)_n(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{151}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^3;q^6)_\infty(q^4;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(3n^2+3n)/2}(-q;q^3)_n}{(q^3;q^3)_n(q;q^3)_{n+1}} \tag{152}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^3;q^6)_\infty(q^4;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(3n^2+3n)/2}(-q;q^3)_n}{(q;q^3)_{n+1}(q^3;q^3)_n} \tag{153}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q^2;q)_n}{(q;q)_n(q^2;q^2)_{n+1}} \tag{154}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)^2_\infty(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q^2;q)_n}{(q;q)_n(q;q^2)_{n+2}} \tag{155}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q^2;q)_n}{(q^2;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{156}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)^2_\infty(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q^2;q)_n}{(q;q^2)_{n+2}(q;q)_n} \tag{157}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q^2;q)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+1}} \tag{158}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)^2_\infty(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q^2;q)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+2}} \tag{159}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q^2;q)_n(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{160}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^3;q^6)^2_\infty(q^4;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q^2;q)_n(-q;q)_n}{(q;q^2)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{161}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q^2;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+1}} \tag{162}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q^2;q^2)_n}{(q;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{163}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+n}(-q^2;q^2)_n}{(q;q)_{2n+1}} \tag{164}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^4;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{16};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q^2;q^2)_n(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n}} \tag{165}$$

$$\frac{1}{(q;q^{16})_\infty(q^4;q^{16})_\infty(q^6;q^{16})_\infty(q^7;q^{16})_\infty(q^9;q^{16})_\infty(q^{10};q^{16})_\infty(q^{12};q^{16})_\infty(q^{15};q^{16})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+2n}(-q^2;q^2)_n(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{166}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}(-q^2;q^2)_n(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{167}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+n}(-q^2;q^2)_n(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{168}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^2;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^6;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{14};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{18};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q^2;q^2)_n(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{169}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+n)/2}(-q^2;q^3)_n}{(q^3;q^3)_n(q;q^3)_{n+1}} \tag{170}$$

$$\frac{1}{(q;q^6)_\infty(q^2;q^6)_\infty(q^5;q^6)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(3n^2+n)/2}(-q^2;q^3)_n}{(q;q^3)_{n+1}(q^3;q^3)_n} \tag{171}$$

$$\frac{(q^2;q^{18})_\infty(q^{16};q^{18})_\infty}{(q;q^{18})_\infty(q^3;q^{18})_\infty(q^6;q^{18})_\infty(q^8;q^{18})_\infty(q^{10};q^{18})_\infty(q^{12};q^{18})_\infty(q^{15};q^{18})_\infty(q^{17};q^{18})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{3n^2+3n}(-q^2;q^3)_n(-q;q^3)_{n+1}}{(q^3;q^3)_{2n+1}} \tag{172}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty(q^4;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}(-q^3;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+1}} \tag{173}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q^3;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q;q^2)_{n+2}} \tag{174}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty(q^4;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}(-q^3;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{175}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q^3;q^2)_n}{(q;q^2)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{176}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_{n+1}}{(q;q)_n(q^2;q^2)_{n+1}} \tag{177}$$

$$\frac{1}{(q;q^5)_\infty(q^4;q^5)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_{n+1}}{(q^2;q^2)_n} \tag{178}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{n+1}(q;q)_n} \tag{179}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_{n+1}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+1}} \tag{180}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_{n+1}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{181}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})^2_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})^2_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_{n+1}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^3)_{n+1}} \tag{182}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty^2(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty^2(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q)_{n+1}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^3)_{n+1}(q^2;q^2)_n} \tag{183}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^6;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{n^2+n}(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_n} \tag{184}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty(q^4;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{n^2+2n}(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+2}} \tag{185}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty(q^4;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{n^2+2n}(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{186}$$

$$\frac{(q^{10};q^{20})_\infty}{(q;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{3n^2+2n}(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{187}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^4;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{16};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{n^2+2n}(-q;q^2)_{n+1}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{188}$$

$$\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{2n^2+2n}(-q;q^2)_{n+1}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{189}$$

$$\frac{1}{(q;q^{16})_\infty(q^4;q^{16})_\infty(q^6;q^{16})_\infty(q^7;q^{16})_\infty(q^9;q^{16})_\infty(q^{10};q^{16})_\infty(q^{12};q^{16})_\infty(q^{15};q^{16})_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{2n^2+2n}(-q;q^2)_{n+1}(-q^2;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{190}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{n^2+2n}(-q;q^2)_{n+1}(-q^2;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{191}$$

$$\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^2;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^6;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{14};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{18};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{n^2+n}(-q;q^2)_{n+1}(-q^2;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{192}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{2n^2+n}(-q;q^2)_{n+1}(-q^2;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n+1}} \tag{193}$$

$$\frac{(q^2;q^{12})_\infty}{(q;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{(3n^2+3n)/2}(-q;q^3)_{n+1}}{(q^3;q^3)_n} \tag{194}$$

$$\frac{(q^2;q^{18})_\infty(q^{16};q^{18})_\infty}{(q;q^{18})_\infty(q^3;q^{18})_\infty(q^6;q^{18})_\infty(q^8;q^{18})_\infty(q^{10};q^{18})_\infty(q^{12};q^{18})_\infty(q^{15};q^{18})_\infty(q^{17};q^{18})_\infty} = \sum_{n=0}^\infty \frac{q^{3n^2+3n}(-q;q^3)_{n+1}(-q^2;q^3)_n}{(q^3;q^3)_{2n+1}} \tag{195}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q^2;q)_{n+1}}{(q;q)_n} \tag{196}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q^2;q)_{n+1}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n} \tag{197}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q^3;q^2)_{n+1}}{(q;q)_n(q^2;q^2)_{n+2}} \tag{198}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q^3;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{n+2}(q;q)_n} \tag{199}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q^3;q^2)_{n+1}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+2}} \tag{200}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+n)/2}(-q^3;q^2)_{n+1}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{201}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_{n+2}}{(q;q)_n(q^2;q^2)_{n+2}} \tag{202}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_{n+2}}{(q^2;q^2)_{n+2}(q;q)_n} \tag{203}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_{n+2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+2}} \tag{204}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_{n+2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_{n+2}(q^2;q^2)_n} \tag{205}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_{n+2}}{(q;q)_n(q^2;q^2)_{n+3}} \tag{206}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_{n+2}}{(q^2;q^2)_{n+3}(q;q)_n} \tag{207}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_{n+2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+3}} \tag{208}$$

$$\frac{1}{(q;q^8)_\infty(q^2;q^8)_\infty(q^3;q^8)_\infty^2(q^4;q^8)_\infty(q^5;q^8)_\infty(q^7;q^8)_\infty^2(q^8;q^8)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{(n^2+3n)/2}(-q;q^2)_{n+2}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_{n+3}(q^2;q^2)_n} \tag{209}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+3n}(-q;q)_{n+3}}{(q;q)_n(q^2;q^2)_{n+3}} \tag{210}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+3n}(-q;q)_{n+3}}{(q^2;q^2)_{n+3}(q;q)_n} \tag{211}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+3n}(-q;q)_{n+3}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_n(q^2;q^2)_{n+3}} \tag{212}$$

$$\frac{1}{(q;q^1)_\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2+3n}(-q;q)_{n+3}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_{n+3}(q^2;q^2)_n} \tag{213}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^4;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{16};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty}\\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}(-q;q)_{2n}}{(q^2;q^2)_{2n}}\end{aligned} \tag{214}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}(-q;q)_{2n}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_{2n}}\end{aligned}\tag{215}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{14})_\infty(q^2;q^{14})_\infty(q^3;q^{14})_\infty^2(q^4;q^{14})_\infty(q^5;q^{14})_\infty(q^7;q^{14})_\infty(q^9;q^{14})_\infty(q^{10};q^{14})_\infty(q^{11};q^{14})_\infty^2(q^{12};q^{14})_\infty(q^{13};q^{14})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{(n^2+n)/2}(-q;q)_{2n}(-q;q)_n}{(q^2;q^2)_{2n}}\end{aligned}\tag{216}$$

$$\begin{aligned}&\frac{(q^6;q^{12})_\infty}{(q;q^{12})_\infty(q^2;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{10};q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2}(-q;q)_{2n}(-q;q^2)_n}{(q^2;q^2)_{2n}}\end{aligned}\tag{217}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{12})_\infty(q^3;q^{12})_\infty(q^4;q^{12})_\infty(q^5;q^{12})_\infty(q^6;q^{12})_\infty(q^7;q^{12})_\infty(q^8;q^{12})_\infty(q^9;q^{12})_\infty(q^{11};q^{12})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_{2n}(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}}\end{aligned}\tag{218}$$

$$\frac{1}{(q;q^4)_\infty(q^2;q^4)_\infty(q^3;q^4)_\infty}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+n}(-q;q)_{2n}(-q;q^2)_{n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}}\tag{219}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{16})_\infty(q^4;q^{16})_\infty(q^6;q^{16})_\infty(q^7;q^{16})_\infty(q^9;q^{16})_\infty(q^{10};q^{16})_\infty(q^{12};q^{16})_\infty(q^{15};q^{16})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+2n}(-q;q)_{2n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}}\end{aligned}\tag{220}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(q;q^{20})_\infty(q^3;q^{20})_\infty(q^5;q^{20})_\infty(q^7;q^{20})_\infty(q^8;q^{20})_\infty(q^9;q^{20})_\infty(q^{11};q^{20})_\infty(q^{12};q^{20})_\infty(q^{13};q^{20})_\infty(q^{15};q^{20})_\infty(q^{17};q^{20})_\infty(q^{19};q^{20})_\infty}\\&=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{n^2+2n}(-q;q)_{2n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}}\end{aligned}\tag{221}$$

$$\frac{1}{(q;q^2)_\infty}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{q^{2n^2+n}(-q;q)_{2n+1}}{(q^2;q^2)_{2n+1}}\tag{222}$$