质点运动学

1. 质点
1) 定义
当所研究物体的大小和形状对所研究的运动形式没有影响，或其影响可以忽略不计时，这时可以把物体看作一个具有质量的点，叫做质点。

2) 特点
质点是从实际中抽象出的理想模型，研究质点的运动是为了抓住事物的主要矛盾进行研究分析。

2. 位移矢量
1) 定义
t 时刻质点运动到P点，从原点向P点引一条有向线段，用$\mathbf{r}$表示

2) 意义
位移矢量的方向说明质点相对于参考点的方位，用方位角α，β，γ表示（参考高数"方位角的定义"），模长为距离

3) 位置矢量与坐标的关系
使用空间直角坐标系中的 3 个单位向量$\mathbf{i}$，$\mathbf{j}$，$\mathbf{k}$表示，有
$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

其中模长，方位角的定义参考高数空间向量部分

3. 运动方程
位置矢量为时间t的函数，so
$$\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

1) 运动方程为矢量函数！

2) 将t消去可得轨迹方程

4. 速度
1) 意义
描述质点运动快慢

对于矢量的运算，请严格遵守矢量运算法则！

2) 平均速度
$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

3) 瞬时速度
A. 瞬时速度即为平均速度取lim
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

B. If 在坐标系下，有
$$v = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k}$$

5. 加速度
1) 意义

描述物体速度变化快慢

2) 计算

与瞬时速度定义类似，有

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{dv}{dt}$$

位移对时间求导即为瞬时速度，瞬时速度再对时间求导（else 位移对时间求二阶导）即为加速度

If 在坐标系下，有

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}\cdot \mathbf{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\cdot \mathbf{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\cdot \mathbf{k}$$

6. 圆周运动

1) 自然坐标系

A. 定义

在运动轨迹上建立的坐标系，坐标轴为切向和法向，用$\mathbf{a}_t$和$\mathbf{a}_n$表示，单位矢量为$\mathbf{e}_t$和$\mathbf{e}_n$

B. 自然坐标系下的速度和加速度

a 自然坐标系下，对于速度，有

$$v=v_t\cdot \mathbf{e}_t=\frac{ds}{dt}\cdot \mathbf{e}_t$$

b 对于加速度，有

$$a=\frac{dv}{dt}\cdot \mathbf{e}_t+\frac{v^2}{R}\cdot \mathbf{e}_n$$

a) 其中$a_t=\frac{dv}{dt}$，$a_n=\frac{v^2}{R}$

b) If 非圆周运动，则R为曲率半径ρ

2) 角量描述

A. 角速度

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{d\theta}{dt}$$

B. 角加速度

$$\alpha=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{d\omega}{dt}$$

对于圆周运动中的匀变速率运动而言，直线匀变速运动中那一堆公式（比如位移，消t之类的）在这里仍然能用，只是把直线量变成角量

C. 线速度与角速度关系

$$v=\omega\cdot R$$

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2\cdot R$$

$a_t = \frac{dv}{dt} = \alpha \cdot R$

注意第三个公式，不能将其与弧长公式混淆！

7. 曲线运动方程矢量形式

1) 参数方程

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

2) 矢量方程

$\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$

8. 抛体运动

分析运动可知，对于抛体运动，有

$\mathbf{v} = (v_0 \cos\theta)\mathbf{i} + (v_0 \sin\theta)\mathbf{j}$

$\mathbf{r} = (v_0 t \cos\theta)\mathbf{i} + (v_0 t \sin\theta)\mathbf{j}$

其中θ为v_0与x轴的夹角

质点运动学

9. 牛顿三定律

内容全略

功与能

10. 变力做功

a 定义

力对质点做功为力在质点位移方向上的分量与位移的乘积

$dW = F \cdot dv = F \cdot \cos\theta \cdot dr$

If 路程与位移的数值相等，so

$dr = ds$

b 算法

$W = \int_{r_1}^{r_2} F \cdot \cos\theta \cdot dr$

11. 动能定理

$\frac{1}{2}mv_t^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{\sum F}$

动能变化量为合外力做的功

12. 动量

1) 动量定理

1) 仅与物体位置有关，与物体运动轨迹无关，这样的力叫保守力，保守力做功，物体势能增大

2) If 物体静止，物体动能为 0

3) 势能均为相对量，因此计算势能必须选相对面，or 无任何意义！

4) 势能大小与参考面选取有关

5) 能量不能消灭，也不能凭空产生

6) 系统中 if 外力，非保守力不做功，

为了更一般，这里使用变力（$F = F(t)$），so

$$\int_{t_1}^{t_2} F \cdot dt = mv_2 - mv_1$$

A. 其中$\int_{t_1}^{t_2} F \cdot dt$为合外力的冲量，$mv$为动量，必须是末动量减去初动量，因为是“动量的变化量”

B. 物体动量变化量即为物体所受合外力在t时间内的冲量

2) 动量守恒定律

If 物体所受合外力为 0，else if 物体不受合外力，so 该物体动量守恒！

1) 动量守恒可以精确到某个方向上，if 在这个方向上满足条件，so 该方向上动量守恒

2) 动量守恒定律在惯性参考系成立

刚体运动

13. 刚体

1) 定义

不论受多大的外力，不论怎么运动，外形永远不变的物体（参考 Minecraft 中的基岩，现实中不存在绝对不变形的物体！）

2) 运动类型

投掷，滚动

14. 刚体运动

1) 定轴转

参见圆周运动

15. 转动定理

1) 力矩（矢量）

力矩为力F与力臂d的乘积，即

$M = F \cdot d = |\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = r \cdot F \sin\theta$

A. 其中r为质点到转轴的距离（转动半径），d为力臂，有关向量积运算请参考高数向量积部分

B. If 选择向量表达，必须是$\mathbf{r} \times \mathbf{F}$，不可换序！否则方向是反的！有关原因请参考高数向量积部分

C. 使用右手螺旋定则判定M的方向：伸右手，四指指向$\mathbf{r}$的方向并将四指沿小于π角度的方向弯向$\mathbf{F}$，拇指方向即为力矩方向（力矩方向垂直于$\mathbf{F}$和$\mathbf{r}$所确定的平面）

回想初中所学杠杆原理！

2) 转动定律

A. 外力矩为转动惯量J和角加速度β的乘积，即

$M = J \cdot \beta$

其中对于转动惯量J，if

a 单个质点，有

$J = mr^2$

b 有限多个质点，有

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

1) 转动定律为解决刚体定轴转动问题的基本

2) 刚体受合外力为 0，受合力矩不一定为 0

3) 刚体被力作用过程中，if 发生了转动（设此时整体不移动），so 合力矩不为 0（此时合力可能能为 0！），else 没转，合力与合力矩都为 0

4) 和惯性相似，转动惯量描述物体转动的难易程度，转动惯量越大，物体转动状态越难改变

5) 由于内力矩全部抵消，so 只需考虑外力矩！

6) 由于$M = F \cdot d$ and $M = J \cdot \beta$，so $F \cdot d = J \cdot \beta$为一个重要纽带！

c　无限多个质点，有

$$J=\int_{x_1}^{x_2} r^2\,dm$$

多个质点汇聚成一条线，所以需要执行积分算法！

B.　常用结论

a　对于质量均匀分布部的木棒，总质量为m，总长度为l

a)　If 转动中心在木棒中点，so

$$J=\frac{1}{12}ml^2$$

b)　Else 转动中心在一边，so

$$J=\frac{1}{3}ml^2$$

两式对比可以看出，轴越往边上靠，木棒越难转！

质量分布越均匀，越靠近转轴，刚体越容易转动！

b　对于质量为m，半径为R的圆盘（不论是否有厚度），转动轴在圆心

a)　If 实心圆盘，so

$$J=\frac{1}{2}mR^2$$

对于质量分布均匀的滑轮，转动惯量也是它！

b)　Else 空心圆盘，内径为r，so

$$J=\frac{1}{2}m(R^2+r^2)$$

两式对比可看出：圆盘被掏空后更难转！

C.　两个模型

a　滑轮

固定的滑轮，质量不可忽略，不可伸长的绳子两端固定两个物体A和B（质量不等），滑轮盒和绳子之间不打滑，so

a)　对于跨过滑轮的绳子而言，滑轮两边的绳子受力一定不等，因为必须有力克服滑轮的转动惯量使其转动！（一般是两边绳子的合力）高中阶段由于不计滑轮的质量，so 认为一条绳上的力是相同的！

b)　滑轮所受重力以及支持力不影响转动，因此这两个力自动剔除

c)　滑轮两边的拉力方向（两边的拉力的合力使滑轮转动）一定指向两端的物体，而不是指向运动的方向！（都想把对方拉起来，力的方向当然冲自己！）

d)　If 遇上轮轴不光滑的情况，就在两个力产生的合力矩的基础上再减掉阻力产生的力矩！

b　杆

a)　三个常数记住

b)　搞好各个量之间的关系，正确积分或是求导

16.　平行轴定理（轴的平移效果）

在质心的转动轴（轴心为O）与不在质心的转动轴（轴心为A）相距为d，两者转动惯量之间的关系为

$$J_A = J_O + md^2$$

可以看出，转轴离质心越远，转动惯量越大，越难转！

17.　转动中的功和能

1)　力矩做功（转动做功）

A.　定义

力矩做的功描述力矩在转过的角度上的积累效应，即

$$dW = Md\theta$$

B.　计算

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} Md\theta$$

式中力矩为合外力矩！

2)　力矩做功功率

$$P = \frac{dW}{dt} = M\frac{d\theta}{dt} = M\omega$$

A.　由公式可以看出，if P一定，ω越大，M越小，反之亦然！

B.　与力的功率类似，力矩做功的功率表示为单位时间内力矩做的功

3)　转动动能・转动动能定理

A.　转动动能

对于刚体，转动惯量为J，转动角速度为ω，so 转动动能

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$$

公式助记：
直线运动中的质量m到了转动中变成转动惯量J，速度v变成ω

B.　转动动能定理

与直线运动类似，转动过程中，有

$$W_{\Sigma M} = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$$

a　与直线运动动能定理一样，必须是合力矩做的功

b　常用于求木棒自由向下转动到某一位置的速率，if 不考虑摩擦，so 在此过程中木棒重力势能转化为转动动能

18.　角动量・角动量守恒

1)　质点

A.　角动量

$$L = r \cdot m \cdot v \cdot \sin\theta$$

If $\mathbf{r}$和$\mathbf{v}$方向垂直，so
$L = rmv$

a　其中r为转动半径，mv整体为动量，θ为$\mathbf{r}$和$\mathbf{v}$的夹角

b　向量表示

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

a) 和力矩的向量表示相同，转动半径和速度两个向量首尾顺次连接！

b) 角动量大小与参考点选取有关，so 执行本算法前必须恰当选取参考点！（一般都选圆心！）

c) 方向判定，仍然执行右手螺旋定则！

B. 角动量定理
对于质点，一定时间内，有

$$L_2 - L_1 = \int_{t_1}^{t_2} Mdt$$

a 其中M又叫做“冲量矩”，力矩在时间上的积累，即为角动量的增量

b If 合外力矩为 0，角动量守恒

c 有心力作用下，质点对力心角动量守恒

2) 刚体
A. 角动量

$$L = J\omega$$

其中J为转动惯量，ω为角速度

B. 角动量定理

$$L_2 - L_1 = \int_{t_1}^{t_2} Mdt$$

和之前一样，只考虑合外力，不考虑内力！

1) 对于质点而言，两种角动量算法均适用！

2) 对于刚体，角动量算法适用于旋转碰撞，（比如离合器），执行算法前先检测系统角动量是否守恒，并分别讨论碰撞前后的动量变化

3) 对于碰撞后合为一体的，将转动惯量相加，而不是将质量相加！因为直线运动中的质量对应转动中的转动惯量！

分子动理论

19. 状态参量
1) 微观
A. m：分子质量

B. d：分子直径（把分子看成均匀的球体）

C. v：分子运动速率

D. p：分子动量

E. ε：分子能量

1) 微观和宏观的状态参量为两种不同的描述！

2) 宏观是微观的统计学结果

2) 宏观（点击查看鹰眼视图）
P：压强（Pa）
A. 宏观描述为“单位面积上的正压力”，微观描述为“大量分子碰撞容器壁的剧烈程度”

B. 本质定义

$$P=\frac{1}{3}nm\bar{v}^2=\frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_k}=nkT$$

其中n为分子数密度，m为分子质量，$\bar{v}$为分子平均运动速率，$\overline{\varepsilon_k}$为分子平均动能，T为开尔文温度，k为玻尔兹曼常量，and

$$k=1.38\times10^{-23}\,J/K$$

V：体积（m^3）
宏观描述为“气体的体积”，微观描述为“大量分子所能到达的空间”

对于分子数密度为n，单个分子质量为m的气体，密度为

$$\rho=n\cdot m$$

T：温度（K）

A. 宏观描述为“冷热程度”，微观描述为“大量分子热运动的剧烈程度”

对于统计概念而言，不论宏观还是微观，都要求被统计对象数目足够庞大！

B. 本质定义

$$\overline{\varepsilon_k}=\frac{3}{2}kT$$

a 其中k为玻尔兹曼常量

b 由此看出，T为分子平均动能的量度，反映大量分子热运动的剧烈程度

20. 平衡态

If 系统不受外界影响，宏观性质不再变化，so 此时系统的状态称为平衡态

1) 平衡态为一个理想状态，在现实中，为了简化问题，有时把现实中的某些系统近似看作平衡态

2) 平衡态是动态平衡！分子仍在运动

3) 对于系统的状态变化而言，从始平衡态到末平衡态的过程中，每时每刻都看作一个子平衡态！

4) 经常用P – V图表示PVT的变化过程

21. 三大定律・理想气体状态方程

1) 三大定律

A. 波义耳・马略特定律

等温变化，理想气体的P和V成反比

$$P_1V_1=P_2V_2$$

B. 查理定律

等压变化，理想气体的V和T成正比

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}$$

C. 盖・吕萨克定律

等容变化，理想气体的P和T成正比

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{T_1}{T_2}$$

三大定律针对理想气体！对于现实中的气体，只能近似处理！

2) 理想气体状态方程

对于任意时刻的理想气体状态，有

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$$

Else

$$PV=\mu RT$$

其中μ为气体物质的量，R为气体摩尔常量，and

$$R=8.314\,J/(mol\cdot K)$$

3) 理想气体

A. 气体分子看作质点，分子间距为$r=10^{-9}m$，分子直径为$d=10^{-10}m$（$d\ll r$）

B. 除了碰撞以外，分子间 no 作用力（分子势能为 0，只考虑分子动能），and 碰撞均为弹性碰撞！

C. 经典力学规律都成立

a 以上三点为理想气体的特点

b 理想气体在现实中并不存在，but 现实中 if T不太低，P不太大，可近似看作理想气体！

22. 统计假设

If 容器内的分子数密度n相同，每个分子热运动完全随机，so

1) 各向运动的分子数相同

2) 一个体积元内分子向上下左右前后的数量各占$\frac{1}{6}$

3) If 平衡态，分子在各方向上的运动速率v的平均值$\bar{v}$相同

23. 能量均分定理（点击查看实例演示）

1) 自由度

A. 定义

自由度为确定物体空间所需的独立坐标数

B. 分类

<table>
<tr><th colspan="3">自由度类型
对象类型</th><th>平动t</th><th>转动r</th><th>振动v</th><th>合计i</th></tr>
<tr><td colspan="3">刚体</td><td>3</td><td>3</td><td>0</td><td>6</td></tr>
<tr><td rowspan="3">分子</td><td>单原子</td><td>刚性</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">双原子</td><td>刚性</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>5</td></tr>
<tr><td>非刚性</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>6</td></tr>
</table>

	多原子	刚性	3	3	0	6

a 口诀："儿子（son—3）我（5）66"

b 表中的"合计"即为总自由度数目i

$i = t + r + v$

c 对于双原子分子，if 非刚性，有一个振动的自由度

2) 能量按自由度均分定理

每个维度所占的每种能量相等，so 对于一个分子的总平均动能为

$$\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2}kT$$

If 求平动，转动，振动，分别乘上各自由度占总自由度的比例即可

24. 内能

对于理想气体，由于没有分子势能，so 所有分子动能构成内能

$$\varepsilon_{内} = \frac{i}{2}\mu RT$$

1) 由公式看出，1mol 气体的内能为

$$\varepsilon_{内} = \frac{i}{2}RT$$

2) If 混合气体，拆开一个一个算，加和即可！（满足加和性！）

热力学基础

25. 准静态

准静态即为从状态 1 到状态 2 的过程中每时每刻的气体状态，均看作"平衡态"

26. 功·热量·内能

1) 功（过程量）

气体体积膨胀或收缩，对外做功（可以是负的）

$$W = \int_{v_1}^{v_2} Pdv$$

由公式可看出，if 气体体积膨胀，气体对外做正功，so 外界对气体做负功；else 气体体积收缩，气体对外界做负功，so 外界对气体做正功

2) 热量

3) 内能

与之前相同，理想气体的内能为

$$\varepsilon_{内} = \frac{i}{2}\mu RT$$

27. 热力学第一定律

1) 定义

A. If 外界向系统传热为Q，系统对外界做功为A，系统内能由ε_1变为ε_2，so

$$Q = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 + A$$

B. Else

$$dQ = d\varepsilon + dA$$

2) 正负规定

a Q

If 系统从外界吸热，$Q > 0$，else $Q < 0$

b $\Delta\varepsilon$

If ε升高，$\Delta\varepsilon > 0$，else $\Delta\varepsilon < 0$

c A

If 系统对外做功，$A > 0$，else $A < 0$

28. 理想气体等值过程（点击查看算法总结与推导）

1) 等容变化

A. 此过程中$dA = 0$，so

$$Q = \varepsilon_{内} = \frac{i}{2}\mu R(T_2 - T_1)$$

B. 等体积比热容

$1mol$气体在体积不变的情况下，温度升高（降低）$1K$所吸收（放出）的热量，so

$$C_V = \frac{i}{2}R$$

简称“定体热容”

2) 等压变化

A. 此过程中$dp = 0$，so

$$Q = (\frac{i}{2} + 1)\mu R(T_2 - T_1)$$

其中对于$\varepsilon_{内}$和A，有

$$\varepsilon_{内} = \frac{i}{2}\mu R(T_2 - T_1)$$

$$A = P(V_2 - V_1) = \mu R(T_2 - T_1)$$

相比等容变化，多了做功的那部分！

B. 等压强比热容

$1mol$气体在压强不变的情况下，温度升高（降低）$1K$所吸收（放出）的热量，so

$$C_P = (\frac{i}{2} + 1)R$$

简称“定压热容”

3) 等温变化

A. 此过程中$d\varepsilon = 0$（温度不变，分子平均动能不变，内能不变！），so

$$Q = A = \mu RT \ln\frac{P_1}{P_2} = \mu RT \ln\frac{V_2}{V_1}$$

本算法没有前面的自由度系数，不要记错！

在$P-V$图中，绝热图像要比等温图象更陡！

4) 等热量变化

A. 此过程中$dQ = 0$，so

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$$

Else

$$PV^{\gamma} = C$$

其中对于$\varepsilon_{内}$和A，有

$$\varepsilon_{内} = A = \frac{i}{2}\mu R(T_2 - T_1)$$

a 简称“绝热变化”

b 其中γ为比热容比

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

29. 循环

1) 循环类型（点击查看P—V 图）

A. 正循环·热机

a $P-V$图中，变化方向沿图线顺时针转

b 每次循环中，对于$\Delta\varepsilon$和A有

$$\Delta\varepsilon = 0$$

$$Q = A > 0$$

c 热机

a) 热机将内能转化为机械能，从高温热源吸热，一部分用于做功，另一部分到低温热源散掉

$$Q_{吸} = A + Q_{放}$$

其中A为热机的一个工作循环的净吸热为热机净功，即

$$A = Q_{吸} - Q_{放}$$

b) 热机效率用来衡量热机的性能，显示其吸收的热量当中有多少用于做功

$$\eta = \frac{A}{Q_{吸}} = \frac{Q_{吸} - Q_{放}}{Q_{吸}}$$

不论科技怎么发展，热机效率总是小于 1！

B. 逆循环 • 制冷机

a $P - V$图中，变化方向沿图线逆时针转

b 每次循环中，对于$\Delta\varepsilon$和A有

$$\Delta\varepsilon = 0$$

$$Q = A < 0$$

c 制冷机

a) 制冷机从低温热源吸热，通过做功将热量送到高温热源散掉

$$Q_{吸} + A = Q_{放}$$

其中A为制冷机搬运热量所需做的功，即

$$A = Q_{放} - Q_{吸}$$

b) 评定制冷机性能的参数叫制冷系数（类似于热机效率）

$$\omega = \frac{Q_{吸}}{A} = \frac{Q_{吸}}{Q_{放} - Q_{吸}}$$

2) 卡诺循环（点击查看P—V 图）

A. 该循环为两个温差恒定的热源之间工作的准静态循环，共有 4 个过程

等温膨胀 → 绝热膨胀 → 等温收缩 → 绝热收缩

B. 循环效率

a 热机

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

b 制冷机

$$\omega = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

30. 热力学第二定律

1) 可逆 • 不可逆

A. If 逆过程可以完全重复正过程的变化 and 不产生其他任何影响，so 该过程可逆，else 不能完全重复，else 完全重复 but 产生其他影响，该过程不可逆！

B. 可逆的过程为理想过程，现实生活中一般不存在

2) 两类描述

A. 开尔文描述

不可能造出一种仅从单一热源吸热，全部用于做功 and 不产生其他影响的热机

B. 克劳修斯描述

不可能将热量由低温处自动传递到高温出而不产生别的影响

3) 卡诺定理

A. 等效性

相同高温热源和低温热源之间工作的任意工作物质的可逆机具有相同的效率。

B. 极限性

工作在相同高温热源和低温热源之间的一切不可逆机的效率都不可能大于可逆机的效率。

C. 演示

对于卡诺热机，有

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

当且仅当卡诺热机为可逆热机时，取“＝”，else 一律取“＜”

机械振动

31. 机械振动 • 简谐振动

1) 机械振动

物体在平衡位置附近作往复周期运动称为“机械振动”。其中简谐振动为最简单的机械振动！

2) 简谐振动

A. 满足条件

对于一个机械振动，if

$$F = -kx$$

$$a = -\omega^2 x$$

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

满足任意一个，so 该机械振动为简谐振动！

B. 弹簧振子（点击查看图文详解）

a 模型建立

轻质弹簧的一端连接一个可自由移动的物体，另一端固定

b 运动规律

a) 取平衡位置为原点，建立一维直线坐标系，so 对于物体相对于原点的位置x，有

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

注意是余弦！

b) 对时间求导，so 对于物体的瞬时速率v，有

$$v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

c) 再次求导，so 对于物体的瞬时加速度a，有

$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$

d) $t = 0$，$x = x_0$，$v = v_0$时，使用三角平方和关系，待定系数可得

$$A = \sqrt{{x_0}^2 + (\frac{v_0}{\omega})^2}$$

$$\varphi = \tan^{-1}(-\frac{v_0}{\omega x_0})$$

c 物理量含义

a) A为振幅，表示为最大位移的绝对值

b) ω为圆频率，在简谐振动矢量图中表示为角速度！在弹簧振子中有

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

其中k为弹簧的劲度系数，m为振子质量（k上m下，顺序别搞反了！）

c) T为周期，对于任意简谐振动，有

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

在弹簧振子中，有

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

d) f为频率，表示为单位时间内物体的完全振动次数，有

$$f = \frac{1}{T}$$

在弹簧振子中，有

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

e) $\omega t + \varphi$为相位，其中φ为初相，and 对于两个简谐振动

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$

a] Δφ为相位差，if $\omega_1 = \omega_2$，so

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

b] 同·反相

If $\omega_1 = \omega_2$，同相

步调一致，同时正负或最大或最小，同时越过平衡位置，方向相同

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi$

其中$k \in Z$

Else $\omega_1 = -\omega_2$，反相

步调相反，一个正的最大，另一个负的最大，同时越过平衡位置，方向相反

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = (2k+1)\pi$

其中$k \in Z$

c] 超前・落后

初相φ越大，到达自己max所需要的时间t越少，越超前，so

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{2k\pi - \varphi_1}{\omega} \\ t_2 = \dfrac{2k\pi - \varphi_2}{\omega} \end{cases}$$

可理解为“赢在起跑线上”

d 矢量表示

a) 参考圆的半径所在的向量的模长即为A

b) 参考圆中的角速度即为简谐振动的圆频率ω

c) 半径向量与x轴正方向的夹角即为振动相位

e 能量转换

执行动能，弹性势能算法，在弹簧振子中，动能和势能分别为

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi)$$

a) If no 阻力因素，so 机械能守恒，动能和势能相加，将$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$代入，结合三角函数关系，有

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

b) 反向代入，有

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

a) 其中k为劲度系数，A为振幅，m为振子质量

b) 结合矢量图分析得出，在最大位移处，动能为 0，在平衡位置，势能为 0

f 同方向同频率振动合成

对于

$$\begin{cases} x_1 = A_1\cos(\omega t+\varphi_1) \\ x_2 = A_2\cos(\omega t+\varphi_2) \end{cases}$$

按照平行四边形法则合成，执行余弦定理算法，对于新生成的$x = A\cos(\omega t+\varphi)$，有

a) 振幅合成

$$A = \sqrt{{A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$$

a] 注意符号！（使用的夹角为执行余弦定理算法所需夹角的补角，so 根据诱导公式，符号为正！）

b] 由本算法可看出，A的两个端点值为

$$A_{max} = A_1 + A_2$$

$$A_{min} = |A_1 - A_2|$$

b) 初相合成

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

32. 机械波

1) 波的概念

需要波源，需要介质（电磁波除外），而且必须是弹性介质！

2) 传播内容

波传播运动状态（形式），能量，不传播质点！

3) 分类

A. 横波

振动方向垂直于传播方向

B. 纵波

振动方向平行于传播方向，疏部与密部交替出现

4) 物理量含义・解析（点击查看图文详解）

A. 波长・λ

质点完成一次振动的时间内波传播的长度

B. 周期・T

与介质无关！仅与波源有关

C. 频率・μ

单位时间内传播波的次数，and

$$\mu = \frac{1}{T}$$

D. 波速・u

波的传播速度，and

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\mu$$

a　If 电磁波，用c表示

b　波速与介质有关！

33. 波函数

1) 平面简谐波的波函数

A. If 已知原点O的振动方程为$y = A\cos(\omega t + \varphi)$，so 对于任意一点P，振动方程为

$$y = A\cos[\omega(t \pm \frac{x}{u}) + \varphi]$$

a　其中x 为 P与原点之间的距离，u为波的传播速度

b　该振动方程对于整个波而言即为“波动方程”（又称“波函数”），下同

c　If 波沿x轴正方向传播，取负，else 沿x轴负方向传播，取正（类似于函数图象平移的“左加右减”），下同

d　P在原点的左侧或右侧均不影响符号！下同

B. If 已知P的振动方程为$y = A\cos(\omega t + \varphi)$，and P与原点之间的距离为L，so 对任意一点Q，振动方程为

$$y = A\cos[\omega(t \pm \frac{x-L}{u}) + \varphi]$$

其中x为Q与原点之间的距离，u为波的传播速度

C. 物理意义

a　If x一定，so 该点的振动方程已知

b　If t一定，so 此时各质点位置（位移）已知

1) 禁止使用静态波形图看传播方向！

2) 波函数的一般式为

$y = f(x, t)$

可以看出，波函数为二元函数，x 和 t都是自变量，而振动方程固定其中之一

34. 波的衍射

1) 惠更斯原理（点击查看图文详解）

A. 介质中波传播到的各点都可看作发射子波的波源，在其后任意时刻，这些子波的包络就是新的波前。

B. 子波源不同于真实波源，它不向介质输入能量，而只是接受先前介质传来的能量再向前传去，所以子波源只能向波阵面的前方发射子波。

2) 衍射（点击查看图文详解）

If 波在传播过程中遇到障碍物，波可绕过障碍物，偏离直线传播，在障碍物区域内继续传播

35. 相位差与波程差换算

相位差与波程差的关系为

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

三个常用值为

$2\pi \sim \lambda$

$\pi \sim \frac{\lambda}{2}$

$\frac{\pi}{2} \sim \frac{\lambda}{4}$

36. 波的能量（了解）

1) 波动动能 • 势能

与振动动能与势能不同，波动动能与势能相等

$$dE_k = dE_p = \frac{1}{2}(\rho dv) \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin^2\omega \cdot \left(t - \frac{x}{u}\right)$$

A. 本算法不需要掌握，但是必须知道波动动能与势能相等！

B. 将$\frac{1}{2}$扔掉，就变成了波动的机械能

C. 简谐振动的过程中振子机械能守恒，but 波在传播的过程中机械能不守恒

2) 能量密度（了解）

A. 单位介质中的能量

$$w = \frac{dW}{dV} = \rho \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin^2[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{u}\right)]$$

B. 平均能量密度

$$\bar{w} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T w\, dt = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A^2 \cdot \omega^2$$

37. 波的能流（了解）

1) 定义

能流为单位时间内波通过介质某一截面的能量，用，so

$$p = S \cdot u \cdot \rho \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin^2[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{u}\right)]$$

其中S为横截面积，u为波速，ρ为介质密度

2) 平均能流

$\bar{p} = \bar{w} \cdot S \cdot u$

3) 能流密度

A. 能流密度为“通过垂直于波的传播方向单位S的$\bar{p}$”

B. 能流密度反映了波的强度！（本条需要掌握）

38. 波的干涉

1) 波的叠加

在两列波相遇区域内任一点的振动，为各列波单独存在时在该点所引起的振动位移的矢量和。

2) 波的干涉（点击查看图文详解（PPT））

A. 干涉条件

a　两列波的频率f相同

b　两列波的相位差$\Delta\varphi$相同（不变）

c　两列波传播方向一致（平行）

B.　干涉判断（点击查看图文详解）
a　干涉合成
两个波源的振动方程为$\begin{cases}x_1 = A_1\cos(\omega t+\varphi_1)\\ x_2 = A_2\cos(\omega t+\varphi_2)\end{cases}$，if 在P点相交，so 相对于两个波而言，在P点有

$$\begin{cases}y_1 = A_1\cos(\omega t+\varphi_1-2\pi\cdot\dfrac{r_1}{\lambda})\\ y_2 = A_2\cos(\omega t+\varphi_2-2\pi\cdot\dfrac{r_2}{\lambda})\end{cases}$$

执行波的合成算法，有

$$\begin{cases}A = \sqrt{{A_1}^2+{A_2}^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}\\ \Delta\varphi = \varphi_2-\varphi_1-2\pi\cdot\dfrac{r_2-r_1}{\lambda}\end{cases}$$

其中φ_1和 φ_2为各自初相位！

无论是相位差还是波程差还是后面的光程差，谁减谁都行，但一开始确定后，往下就别改了！（尤其执行相位差算法过程中，前后后相减顺序必须一样！）

b　判断方式
a)　对于$\Delta\varphi$，if（所有条件中$k\in Z$）
a]　$\Delta\varphi = \pm 2k\cdot\pi$
So
$A = A_1 + A_2$

振动加强

Else if
b]　$\Delta\varphi = \pm(2k+1)\cdot\pi$
So
$A = |A_1 - A_2|$

振动减弱

b)　If $\varphi_2 = \varphi_1$，so 对于$\Delta\varphi$有
$\Delta\varphi = -2\pi\cdot\dfrac{r_1-r_2}{\lambda}$

令$\delta = r_1 - r_2$，so if
a]　$\delta = \pm k\lambda$
　$A = A_1 + A_2$

振动加强

算法总结
1)　If 相位差为π的奇数倍，振动减弱，else 偶数倍，振动加强！

2)　If 波程差为$\frac{\lambda}{2}$的奇数倍，振动减弱，else 偶数倍，振动加强！

3)　波程差判断算法也适用于后面的光的干涉，条件结论都一样！

b] $\delta = \pm(k + \frac{1}{2})\lambda$

$A = |A_1 - A_2|$

振动减弱

39. 驻波（点击查看图文详解）

1) 定义

A，f，u均相同的两列干涉波在同一条直线上沿相反的方向传播时，在相遇区域叠加形成的一种干涉现象（波看起来不动了）

2) 算法

If 在原点振动为$y = A \cdot \cos\omega t$，so

$$y = 2A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot \cos\omega t$$

A. 绿色的部分为振幅（可以看出，驻波的振幅不单独由A决定！因为驻波不再传播，邻域内振幅不能相等），红色的部分为相位！

B. 波节两边的相位相反，and $\Delta\varphi = \pi$，波节内的相位相同，振幅均不同！

C. 相邻的波腹与相邻的波节之间的距离均为$\frac{\lambda}{2}$，最近的的波腹和波节之间的距离为$\frac{\lambda}{4}$

3) 驻波能量

A. If 驻波形成，so 各质点在平衡位置附近作简谐振动，能量在波节和波腹之间传递而不传出去！

B. If 各质点位移max，系统仅有势能，else if 各质点位移为 0，系统仅有动能

4) 相位跃变（半波损失，点击查看图文详解（PPT））

If 反射形成波节（波腹），入射波与反射波在此处的相位相反（相同），if 相反，so $\Delta\varphi = \pi$，else 相位不跃变

波动光学

40. 光 • 光源

1) 光源种类

热致光，电致光……

2) 光波长单位

Å，形容长度的一个较小单位，and

$1Å = 10^{-10}m$

该单位纪念瑞典科学家安德斯 • 埃格里斯特朗

3) 波速和波长的换算

真空中的光速和波长为c和λ，if 光从真空中射到折射率为n的介质中，波速u和波长λ'为

$$u = \frac{c}{n}$$

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

4) 干涉条件（完全搬运机械波的条件）

两条光波同频率，传播方向相同，相位差恒定

5) 光程 • 光程差

A. 光程

光程表示为光在介质中传播的几何路程和介质的折射率的乘积，用L表示，so

a 单个介质

$$L = n \cdot r$$

其中n为介质折射率，r为光在介质中传播的几何路程，

b 多个介质

If 光传播过程中穿过了k种质，求代数和即可，即

$$L = \sum_{i=1}^{k} n_i \cdot r_i$$

B. 光程差

光程差为两个光程的代数差（标量的加减），用Δ表示，so

$$\Delta L = L_2 - L_1$$

C. 相位差与光程差的关系

a 已知两列光波为

$$\begin{cases} E_1 = E_{10} \cos[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right)] \\ E_2 = E_{20} \cos[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)] \end{cases}$$

a) E_1在真空中传播，E_2在任意介质中传播，两列光波交于P点

b) r_1和r_2为两个不同介质种的光源到P点的距离

b 执行对波长的真空转介质算法，对于两列波的相位差Δφ，有

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{n \cdot r_2 - r_1}{\lambda}$$

即

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta L}{\lambda}$$

透镜并不会引入光程差（放了等于白放），干涉实验中仅用来汇聚光线！

对于生成的Δφ和ΔL，干涉加强和减弱判断完全搬运机械波的干涉判断算法！

41. 光的干涉（点击查看干涉总汇）

1) 相干光的产生（点击查看图文详解）

A. 振幅分割法

让一束光S射入介值内，再反射出来，并用凸透镜重新汇集到另一点S'

B. 波阵分割法（利用了惠更斯原理）
让光源通过两个对称分布的狭缝，并用光屏承接

2) 四种干涉
A. 杨氏双缝干涉（点击查看图文详解）
a 原理
由几何关系可知，在杨氏双缝干涉实验中，两列光波的相位差为

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot x \cdot \frac{d}{\lambda \cdot d'}$$

a) 其中d为双缝间距，x为两列波的汇聚点P到双缝连线的中垂线（光源在中垂线上），λ为波长

b) 由于执行等价无穷小算法，so 要求
$d' \gg d$

直接判断Δr亦可

$$\Delta r = \begin{cases} 2k \cdot \frac{\lambda}{2} & \text{明纹} \\ (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases}$$

本算法对于目前所有的干涉均适用！（包括机械波干涉）

b 加强与减弱
继续搬运机械波判定算法

c 明暗条纹
a) 级数定义
结合干涉效果判断算法，有

$$x = \begin{cases} \pm \frac{d'}{d} \cdot k \cdot \lambda & \text{明纹} \\ \pm \frac{d'}{d} \cdot (2k+1) \cdot \lambda & \text{暗纹} \end{cases}$$

a] 以明纹的中线为y轴，纹路方向为x轴建立坐标系

b] 为k赋值，k赋的是几，就是几级条纹（两类条纹的k的初值为 0！），同时计算表达式的值，可生成相应纹路的坐标

b) 明条纹
对于明条纹，有

$$x = \pm \frac{d'}{d} \cdot k \cdot \lambda$$

由于以明条纹中线为y轴，so y轴所在的明条纹即为第 0 级明条纹，and 该条纹称为“中央明条纹”，明条纹开局仅一条！

c) 暗条纹
对于暗条纹，有

$$x = \pm \frac{d'}{d} \cdot (2k+1) \cdot \lambda$$

第 0 级暗条纹在中央明条纹两侧，so 不存在“中央暗条纹”这一说，暗条纹开局就有两条

d) 条纹间距
相邻明条纹之间的间距即为暗条纹宽度，反之亦然，so

$\Delta d = \frac{d'}{d} \cdot \lambda$

明暗纹的间距或宽度均相等

B. 薄膜干涉（点击查看图文详解）

a 原理

薄膜干涉中产生的光程差为（一般情况）

$\Delta r = 2d \cdot \sqrt{{n_2}^2 - {n_1}^2 \cdot \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}$

a) 多出来的$\frac{\lambda}{2}$来源于半波损失

b) 其中α为入射角，and 不论是反射还是透射均执行本算法！

c) 光在本过程穿过/接触总共 3 个面，从上到下折射率为n_1, n_2, n_3，if 从上到下折射率递增或递减（同向不等式），so $\frac{\lambda}{2}$就别加了（看图领会其中的原因）

d) 明暗条纹判断搬运老杨干涉

e) If $\alpha = 0$，so 光程差为（一般题中间的都是垂直入射）

$\Delta r = 2d \cdot n + \frac{\lambda}{2}$

半波损失有无仍需判断，n为薄膜折射率

b 应用

高级照相机镜头镀膜，根据需要，镀膜种类名称为增透膜（减反膜），增反膜（减透膜），认为光线垂直进入镜头，so 镀膜最小厚度为

$d_{min} = \frac{\lambda}{4n}$

其中n为膜的折射率

C. 劈尖干涉（点击查看图文详解）

a 类型

共有两种劈尖：介质劈尖，空气劈尖

b 原理

研究光垂直射入空气劈尖的情况，so 对于波程差，有

$\Delta r = 2d \cdot n + \frac{\lambda}{2}$

a) 其中n为劈尖之间的材质（一般是空气，此时$n = 1$）折射率，if 劈尖上下材质相同（大部分都是这样），一定有半波损失！

b) 劈尖干涉为等厚干涉，明暗条纹算法仍然搬运老杨干涉

c) 令$d=0$，可以看出边缘条纹为暗纹，so 在劈尖干涉中，暗条纹开局为 0 级（k的初值为 0），而明条纹开局为 1 级（k的初值为 1）

d) 对于相邻明暗条纹，对应的厚度差Δd和间距ΔL为

$$\Delta d=\frac{\lambda}{2n}$$

$$\Delta L=\frac{\lambda}{2n\cdot\theta}$$

由第二个算法可看出，if 劈尖提升，条纹间距变小，条纹密度增大，条纹整体向左平移！

c 应用

劈尖干涉用于检验物体（尤其是光学元件）的表面平整度

If 元件表面存在凹坑（d变大），so 此处波纹朝左鼓包，else if 元件表面存在凸起（d变小），so 此处波纹朝右鼓包，and 根据条纹平移情况，可定量计算出此处凹陷或凸起量！

D. 牛顿环干涉（点击查看图文详解）

a 原理

将劈尖换成球面透镜（球面与板面的距离为d，球面半径为R），if 透镜和底部玻璃板的折射率为n，so

$$\Delta r=2d\cdot n+\frac{\lambda}{2}$$

a) 牛顿环干涉后生成多个同心圆条纹，仍然是明暗交错，and 仍然是等厚干涉

b) 由于球面半径R比圆环半径r大得多，so 执行等价无穷小算法，有

$$r=\sqrt{2d\cdot R}$$

> 1) Δr为光程差，r为条纹半径！不可弄混！
>
> 2) 本算法取空气的折射率$n=1$

将$\Delta r=2d\cdot n+\frac{\lambda}{2}$以及$\Delta r=\begin{cases}2k\cdot\frac{\lambda}{2} & \text{明纹}\\(2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹}\end{cases}$代入，有

$$r=\begin{cases}\sqrt{(2k-1)\cdot R\cdot\frac{\lambda}{2}} & \text{明纹}\\\sqrt{k\cdot R\cdot\frac{\lambda}{2}} & \text{暗纹}\end{cases}$$

a) 可以看出，if 纹的半径为$\frac{\lambda}{2}$的奇数倍，此纹为明纹，else 暗纹

b) If 明纹，k的初值为 1，else 暗纹，k的初值为 0，so 牛顿环的中心为暗斑！

b 干涉特征（这里以暗条纹为例）

a) 由条纹半径的算法可以看出，if 条纹半径增大，so k增大（级数增加），and 相邻暗条纹间距Δd为

$$\Delta d=r_{k+1}-r_k=\frac{\sqrt{R\cdot\lambda}}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}$$

a] 可以看出，这个差值并不是常数！and if 级数越大，间距越小（内疏外密）

b]　If 更换牛顿环装置的材质射率发生改变而导致不存在半波损失，so 中心变成亮斑

c]　If 向上移动透镜，，由几何关系可知，条纹向中央收缩，else if 向下移动透镜，条纹远离中心

42.　光的衍射

1)　定义

光在传播过程中绕过障碍物边缘而偏离直线传播的现象

2)　条件

实验表明，光透过较大的孔时沿直线传播，if 光通过和自己波长差不多大小的狭缝时会发生衍射现象，即

$\lambda \approx d_{缝}$

3)　惠更斯·菲涅尔原理（了解）

A.　菲涅耳原理

波到某一点的光强为各子波在观察点的干涉叠加

B.　惠·菲原理

波传播到任何一点均为子波源，各子波在空间某点相干叠加

4)　夫琅禾费衍射（点击查看图文详解）

A.　装置

夫琅禾费衍射装置包含两个透镜，第一个为了得到平行光，第二个为了使平行光汇聚，两透镜间有一个带狭缝的隔板结尾光屏承接

B.　原理·半波带法

夫琅禾费衍射实验执行半波带算法，由本算法可知，if 分出n条波带，总带宽为d，so if

$$d=\begin{cases}(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹}\\ 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹}\end{cases}$$

a　明暗纹的k的初值为 1

b　If 狭缝的宽度为b，so

$d=b\cdot\sin\theta$

其中θ为衍射角

c　If 使用n来判断，so if

$$n=\begin{cases}(2m+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹}\\ 2m\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹}\end{cases}$$

a)　If 分出偶数条波带，互相抵消，形成暗纹，else if 分出奇数条波带，偶数部分互相抵消，剩下单个波带，形成明纹

b) 可以看出，单缝衍射具有如下特点

a] 明暗相间，对称分布，and 中央明条纹亮度最大，宽度为其他明条纹的两倍

b] 级数越高，明条纹亮度越小

c) If 计算结果不是$\frac{\lambda}{2}$的整数倍，so 该处为亮度处在明暗之间！

衍射角为衍射光与同一点的直行光的夹角θ

1) If 衍射光线在对应直行光线之上，so $\theta > 0$

2) If 衍射光线在下方，so $\theta < 0$

C. 性质

a If 衍射角θ增大，so 相比于之前，$\frac{\lambda}{2}$的倍数会多一点，每一小份更少，条纹更暗

b 存在暗纹$2k$个，明纹$2k+1$个

c If 衍射角$\theta \le 5°$，so 执行等价无穷小算法，有（明暗条纹算法逆向执行）

$$\theta = \begin{cases} \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2b} & \text{明纹} \\ \pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2b} & \text{暗纹} \end{cases}$$

对应任意一级条纹坐标为

$$x = \begin{cases} \pm\dfrac{f}{b}\cdot(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \\ \pm\dfrac{f}{b}\cdot 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases}$$

其中f为透镜焦距

d 相邻明条纹或暗条纹间距为

$$\Delta x = \frac{f}{b}\cdot\lambda$$

同时可验证“中央明条纹为其他明条纹宽度的两倍”这一结论

5) 衍射光栅

A. 光栅

a 定义

等宽度，等距离的狭缝平行排列，刻在玻璃板上，形成的光学元件

b 光栅常数

If 不透光宽（相邻狭缝间不透光部分的宽度）为a，透光缝宽度（狭缝宽度）为b，so 光栅常数d为

$$d = a + b$$

1cm的玻璃片上可以刻上万条狭缝，so 光栅常数很小，数量级为10^{-5}，if 狭缝数量为N，so 光栅常数d为

$$d = \frac{1}{N}$$

B. 光栅衍射（点击查看图文详解）

a 原理

a) 光栅有许多条狭缝，每一条狭缝发出的光发生单缝衍射，N条狭缝形成N套特征完全相同的单缝衍射条纹。各缝发出的光相干，so 会发生缝与缝之间的干涉。

b) 光栅衍射条纹是在大片暗区的背景上分布着一些分立的亮线，明纹细，亮度大，分开。每个缝的单缝衍射和各缝间的多缝干涉共同决定了光栅衍射条纹的分布特征。狭缝越多，条纹就越细，越亮，越分开。

c) 原来单缝衍射暗纹处还是暗纹，缝与缝间干涉相消也形成暗纹，暗区增大，明纹更细更窄，出现主极大（很亮的明纹）和次极大（强度较弱的明纹）。主极大跟中央明条纹并不是一回事！

d) If N缝干涉，so 两主极大间有$N-1$个极小，$N-2$个次极大。N越大，主极大越尖。（点击查看分布图（PPT））

e) 主极大的强度与N的关系为

$$I = m \cdot N^2$$

其中m为比例系数

光栅衍射为单缝衍射和多缝干涉的综合结果

b 光栅方程

If 光栅常数为d，衍射角为θ，光的波长为λ，so 光栅方程为（主极大条件）

$$d \cdot \sin\theta = k \cdot \lambda$$

a) 其中k的初值为 0

b) 令$\theta = \pm\frac{\pi}{2}$，so 可求明条纹最高级数（也就是说超过了这个级数就没有明条纹了），最后生成的结果取整数

c) If 求明条纹个数，别忘记中央明条纹！

c 明条纹位置

由几何关系，并执行等价无穷小算法，明条纹位置为

$$x = \pm\frac{k \cdot \lambda \cdot f}{d}$$

a) 其中f为透镜的焦距，d为相邻狭缝间据

b) 为k适当赋值，生成的x即为主极大明纹位置（以中央明条纹所在的轴线为y轴，条纹分布方向为x轴建立坐标系）

d 缺级现象

a) 原理

由于老杨干涉明条纹判断算法为

$$\Delta r = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

单缝衍射明条纹判断算法为

$$d = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

a] 可以看出，二者判断方式正好相反，so if 主极大明纹位置与单缝衍射暗纹位置重合，会导致两者相消，使得原本

应为明条纹的地方变成暗条纹

b] 光栅衍射的实质是：光栅上，相邻两个狭缝间先发生老杨干涉，针对每个狭缝，再发生单缝衍射，也就是说，老杨干涉比单缝衍射优先执行！

b) 判断算法

对于老杨干涉，一般算法为（d为相邻狭缝间距）

$$d \cdot \sin\theta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

同理对于单缝衍射，一般算法为（b为狭缝宽度）

$$b \cdot \sin\theta = 2k' \cdot \frac{\lambda}{2}$$

两式相除，即可生成判断算法，so

$$\frac{d}{b} = \frac{k}{k'} = m$$

a] 计算并生成m，if m为整数，so 缺级，else 不缺级！

b] “缺级”缺的是m的整数倍，并且注意不要超范围！

If 题目让你数条纹，而且还告诉你b的大小，切记检测一下是否有缺级的情况，if 存在此情况，so 计算的结果要将这些缺失的条纹数减掉！

e 衍射光谱（点击查看图文详解（PPT））

a) If 入射光为白光，so 除了中央明条纹以外各色光的同级明条纹以不同的衍射角出现，形成彩色光谱（都是以红色开始，以紫色结束）

b) 七色光中，每种色光波长不同，so 随着k的增加，相邻两级会重叠，and 重叠部分对应光线的衍射角相同！

逐级计算，并检测前一级末尾的紫光波带和后一级把头的红光波带坐标，if 紫光的比红光的大，so 这两级之间发生了重叠！

43. 光的偏振

1) 产生（点击查看图文详解）

光是横波，由此导致光的偏振

2) 自然光 • 偏振光（点击查看图文详解）

A. 自然光

a 普通光源发射出各向光对应矢量在一切方向上的振幅A均相等

b If 将自然光分解为两个无恒定相位差的垂直光振动的传播。两互相垂直的方向任选

B. 偏振光

仅有某一方向上的光在振动

3) 偏振片

A. 二向色性

介质吸收某方向上的光振动，but 让与该方向垂直振动的光通过

B. 偏振片

偏振片为圆片，偏振化方向用双箭头表示，可以将自然光转化为偏振光

偏振光表示

主体为箭头，表示传播方向，if 垂直于纸面振动，so 该处为一个点，else if 平行于纸面振动，so 该处为一个垂直于传播方向的双向箭头

C. 起偏 • 检偏

a 起偏

使用偏振片将自然光转化为偏振光，产生偏振光的过程即为“起偏”

b　检偏

a)　将一束未知光通过旋转的偏振片，并用光屏承接，if 光屏上的光斑亮暗交替，so 该光线为偏振光，else if 光屏上形成稳定的亮斑，so 该光线为自然光

b)　检测光线是否偏振的过程即为“检偏”，and

a]　If 入射光为自然光，so 光屏上会呈现稳定的亮斑

b]　If 入射光为偏振光，so 光屏上会呈现亮暗交替的斑

If 偏振方向与偏振化方向平行即为亮斑，else if 偏振方向与偏振化方向垂直为暗斑！其余方向介于这两者之间

4)　马吕斯定律（点击查看图文详解）

由于光强I与振幅的平方A^2成正比，so if 两个偏振片的偏振化方向的夹角为θ，so 光强为I_0的光线垂直经过偏振片后的光强为

$$I = I_0 \cdot \cos^2\theta$$

5)　反射与折射偏振・布儒斯特定律（点击查看图文详解（PPT））

A.　自然光射到介质中，反射与折射光均为部分偏振光

B.　If 入射角i满足

$$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

So 此时反射光为完全偏振，and 偏振方向与纸面平行，but 折射光仍为部分偏振，该入射角i_0即为布儒斯特角

a　相反，if 入射角为布儒斯特角i_0，so 反射光与折射光的夹角为$\frac{\pi}{2}$！

b　其中n_1为入射光所在的介质的折射率，n_2为折射光所在的介质的折射率