

深圳大学 2019 年高等数学第二学期期末试卷

开/闭卷 闭卷

A/B 卷

课程编号

课程名称 高等数学 C (1)

学分

命题人(签字) 审题人(签字) 年 月 日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	基本题 总分	附加题
得分												
评卷人												

一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可导, $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$, 则 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 必有 ()

- A. dy 是 Δx 的等价无穷小量; B. dy 是比 Δx 的高阶无穷小量;
C. $\Delta y - dy$ 是比 Δx 高阶的无穷小量; D. $\Delta y - dy$ 是 Δx 同阶的无穷小量。

2. 下列函数中, 在区间 $[-1, 1]$ 上满足 Rolle 定理条件的是 ()

- A. $f(x) = \cos x$ B. $f(x) = |x|$

- C. $f(x) = \frac{1}{x^2}$ D. $f(x) = x^3$

3. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 与 \sqrt{x} 等价的无穷小量是 () ;

- A. $1 - \cos \sqrt{x}$ B. $1 - e^{\sqrt{x}}$ C. $\ln(1 - \sqrt{x})$ D. $\sqrt{1 + 2\sqrt{x}} - 1$

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x^2}{x+1} - ax - b) = 1$, 则常数 a, b 的值分别为 () ;

- A. $a = -1, b = -2$; B. $a = -1, b = 2$; C. $a = 1, b = -2$; D. $a = 1, b = 2$;

5. 设函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x(x-1)}$, 则 $x=0$ 为 $f(x)$ 的 () 。

- A. 无穷间断点 B. 可去间断点 C. 跳跃间断点 D. 非无穷第二类间断点

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 若 $f(x) = x^2$, 则 $[f[f(x)]]' =$ _____;

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x} =$ _____;

3. 函数 $y = xe^{-x}$ 的拐点为 _____;

4. 曲线 $y = \frac{x^2}{x+1}$ 的垂直渐近线是 _____;

5. 若 $\int x f(x) dx = x^3 + C$, 则 $f(x) =$ _____.

三、计算题 (每小题 5 分, 共 45 分)

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt{x^2 + 1} - x)}{2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{2}{x}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + 5^x - 2}{x}$$

$$5. y = \ln(1 + e^{x^2}) + \arcsin \frac{1}{2}, \text{ 求 } dy$$

$$6. \text{ 设 } y = y(x) \text{ 由方程 } e^y + xy - e = 0 \text{ 所确定, 求 } y'(0)$$

7. $y = e^{ax}$, 求 $y^{(n)}$

8. 求 $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$

9. 求 $\int \ln^2 x dx$

四、证明: $x > 0$ 时, $\frac{x^2}{2} > 1 - \cos x$ (8 分)

五、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2 + e^{\frac{1}{x}}} & , x < 0 \\ 0 & , x \geq 0 \end{cases}$, 讨论 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性与可导性。
若可导, 求 $f'(0)$ 。(10 分)

六、某厂每批生产产品 x 单位时的总成本为 $C(x) = 5x + 200$ ，得到的收益是 $R(x) = 10x - 0.01x^2$ ，问：每批生产多少单位时，才能使利润最大？（7分）

附加题：（每小题 15 分，共 30 分）

1. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内二阶连续可导，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 3x}{x^3} + \frac{f(x)}{x^2} \right) = 0$ ，

求 $f(0), f'(0)$ 及 $f''(0)$

2. 设 $f(x), g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 有定义, 满足 $f(x+y) = f(x)g(y) + f(y)g(x)$, 且 $f(0) = 0, g(0) = 1, f'(0) = 1, g'(0) = 0$ 试证明: $f'(x) = g(x)$