

第三章作业1

一、（30分）已知下列DFA及其对应的关系R，请完成以下内容：

(1)(20分)请给出这些字符串在DFA上的即时描述转换过程；

(2)(10分)请在这些字符串中找出满足关系R的字符串对。

01001, 10110, 00000, 11111

解：(1) 这些串的即时描述转换过程如下：

$q_0 01001 \vdash 0q_0 1001 \vdash 01q_1 001 \vdash 010q_2 01 \vdash 0100q_1 1 \vdash 01001q_0$

$q_0 10110 \vdash 1q_1 0110 \vdash 10q_2 110 \vdash 101q_2 10 \vdash 1011q_2 0 \vdash 10110q_1$

$q_0 00000 \vdash 0q_0 0000 \vdash 00q_0 000 \vdash 000q_0 00 \vdash 0000q_0 0 \vdash 00000q_0$

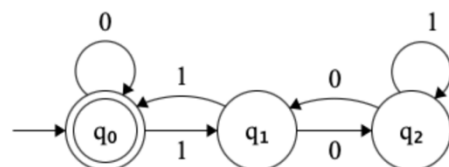
$q_0 11111 \vdash 1q_1 1111 \vdash 11q_0 111 \vdash 111q_1 11 \vdash 1111q_0 1 \vdash 11111q_1$

(2) 满足关系R的字符串对如下：

(01001, 00000), (10110, 11111)

注意：(1) 即时描述及其转换过程的格式！

(2) 关系R的定义（即满足R的条件），非接受状态也可以的



二、（50分）设 $\Sigma = \{a, b, c\}$ ，请构造下列语言的**确定型有限自动机DFA**

(1)(10分) $\{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0\}$ 。

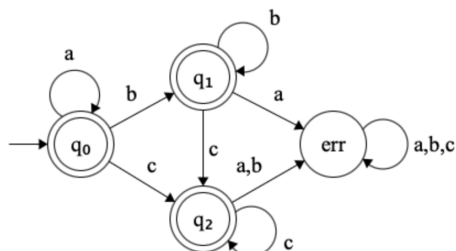
(2)(10分) $\{w \in \Sigma^* \mid |w| \bmod 3 = 1\}$ ，其中 $|w|$ 表示 w 的长度。

(3)(10分) $\{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \bmod 3 = 2\}$ ，其中 $|w|_a$ 表示 w 中 a 的个数。

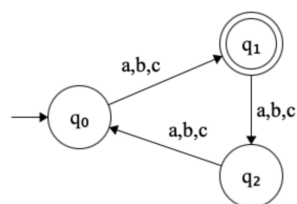
(4)(10分) $\{w \in \Sigma^* \mid |w| \bmod 2 = 0, \text{ 且 } w \text{ 包括 } abc\}$ 。

(5)(10分) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ 包括至少两对连续的 } a\}$ 。（Tip: aaa 包含两对连续的 a ）

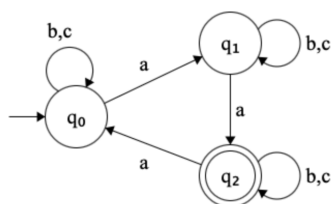
解：(1)(10分) $\{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0\}$



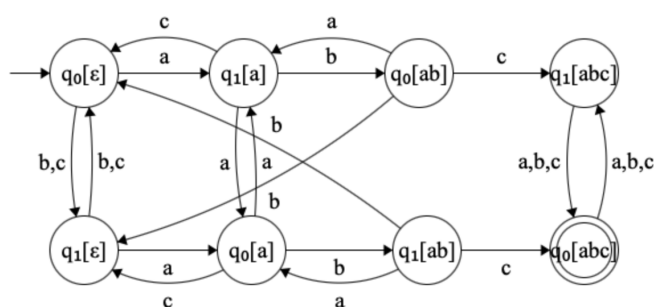
(2)(10分) $\{w \in \Sigma^* \mid |w| \bmod 3 = 1\}$ ，其中 $|w|$ 表示 w 的长度



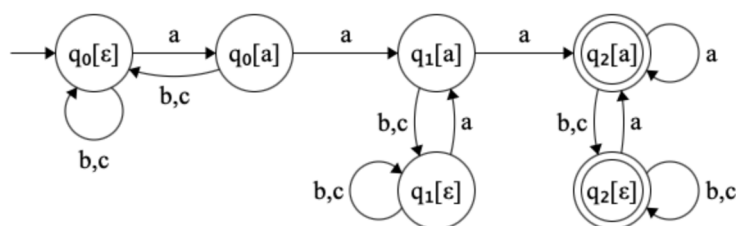
(3)(10分) $\{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \bmod 3 = 2\}$ ，其中 $|w|_a$ 表示 w 中 a 的个数



(4)(10分) $\{w \in \Sigma^* \mid |w| \bmod 2 = 0, \text{ 且 } w \text{ 包括 } abc\}$



(5)(10分) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ 包括至少两对连续的 } a\}$ 。(Tip: aaa 包含两对连续的 a)



注意：(1) DFA的定义，包括开始状态，终止状态集，迁移函数的确定性。

(2) 第一题n, m, k可以取0的，不少同学搞错终止状态集

(3) 第5题aaba只有1对连续a。

三、(20) 应用题

某健身APP支持跑步、游泳和瑜伽三种运动的打卡功能。为了鼓励用户参与有氧运动，该APP将对满足以下条件的打卡用户进行奖励：**自注册以来，用户每天都有打卡记录，并且在每三个连续的打卡中至少包含一次跑步记录。**假设R、S、Y和N分别表示跑步打卡、游泳打卡、瑜伽打卡以及当天无打卡记录，请设计一个确定性有限自动机（DFA），以分析用户的打卡序列并识别出符合奖励条件的用户。

解：【思路1：考虑长度为3的子串。】

DFA $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ，其中

字母表 Σ 为 $\{R, S, Y, N\}$;

状态集 Q 为 $\{q[\varepsilon]\} \cup \{q[X_1]\} \cup \{q[X_1X_2]\} \cup \{q[X_1X_2X_3] \mid R \in \{X_1, X_2, X_3\}\} \cup \{qt\}$ ，其中 $X_1, X_2, X_3 \in \{R, S, Y\}$;

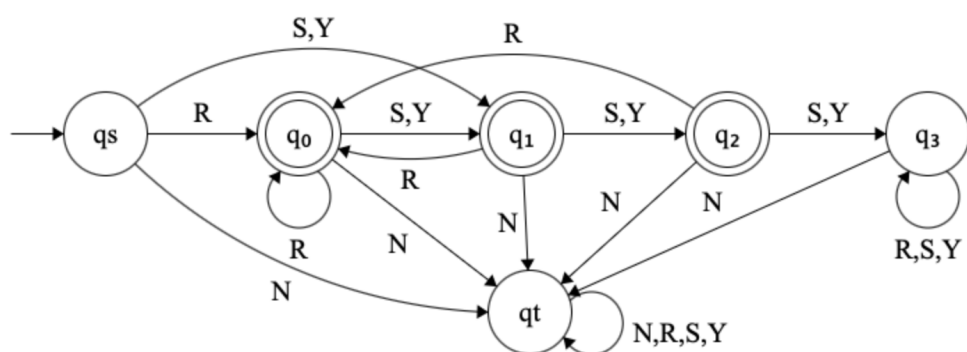
开始状态 q_0 为 $q[\varepsilon]$;

接受状态集 F 为 $\{q[s] \mid R \in s\} - \{q[\varepsilon], qt\}$;

迁移函数 δ 如下：

$\delta(q[\varepsilon], X) = q[X],$	$X \in \{R, S, Y\}$
$\delta(q[X_1], X) = q[X_1X],$	$X \in \{R, S, Y\}$
$\delta(q[X_1X_2], X) = q[X_1X_2X],$	$X \in \{R, S, Y\}$
$\delta(q[X_1X_2X_3], X) = q[X_2X_3X],$	$X \in \{R, S, Y\}, \text{ 且 } R \in \{X, X_2, X_3\}$
$\delta(q[X_1X_2X_3], X) = qt,$	$X \in \{S, Y\}, \text{ 且 } R \notin \{X, X_2, X_3\}$
$\delta(q[s], N) = qt$	$q[s] \in Q - \{qt\}$
$\delta(qt, X) = qt,$	$X \in \{R, S, Y, N\}$

【思路2：设计包含三个连续的Y/S打开记录的DFA，然后“取反”】



(思考题：若要求长度大于3呢？)

注意：（1）DFA的定义！！！！

(2)DFA的设计思路：

$\delta(q,$	----->	记忆当前信息，如后缀x
a	----->	下一个输入字符a
)	----->	更新有用信息，如串xa→新后缀x'
= p	←-----	存储更新信息，如后缀x'