深圳大学期末考试试卷

开/闭卷　闭卷　　　　　　　　　　　　　　　　A/B 卷　B

课程编号　1900600001　课序号　01-12　课程名称　高等数学 A(1)　学分　5

命题人(签字)________ 审题人(签字)________ ____年___月___日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	基本题总分	附加题
得分												
评卷人												

考试说明：

本试卷共有两道大题。第一大题为选择题，请作答到专用答题卡上。 第二大题为解答题，请作答到专用答题纸上。若作答到本试卷上的，将视为无效作答。

考试时间：120分钟

一、选择题（本大题共有30小题，每题只有一个正确选项，每题3分，总共90分）

1. 积分$I_1=\int_3^4 \ln x\mathrm{d}x$和$I_2=\int_3^4 \ln^2 x\mathrm{d}x$的大小关系是( ). (3分)

A. $I_1 \ge I_2$　　B. $I_1 \le I_2$　　C. $I_1 > I_2$　　D. $I_1 < I_2$

2. $f(x)$在$[a, b]$上连续是$\int_a^b f(x)dx$存在的( ). (3分)

A. 充分条件　　B. 必要条件　　C. 充要条件　　D. 无关条件

3. 若$f(x-5)=\dfrac{4}{x^2-10x}$，则积分$I=\int_0^4 f(2x+1)dx$ ( ). (3分)

A. $=0$　　B. $=\dfrac{\pi}{4}$　　C. 发散　　D. $=\dfrac{1}{5}\ln\dfrac{3}{7}$

4. 广义积分$\int_0^{+\infty} te^{-pt}dt$（$p$是常数，且$p>0$）的值为（ ）． （3分）

A. $\frac{1}{p^2}$　　B. $\frac{1}{2p}$　　$\frac{1}{p}$　　D. p

5. $\int_0^{1/2}\frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}=($ ． （3分）

A. $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $1+\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $1-\frac{\sqrt{2}}{3}$

6. 下列定积分的计算，不正确的是（ ）． （3分）

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\varphi\cos^3\varphi d\varphi=1$　　B. $\int_0^5\frac{x^3}{x^2+1}dx=\frac{25}{2}-\frac{1}{2}\ln 26$

$\int_{-1}\frac{xdx}{(x^2+1)^2}=0$　　D. $\int_1^2\frac{e^{1/x}}{x^2}dx=e-e^{1/2}$

7. 设$f(x)$连续，则$\frac{d}{dx}\int_0^x tf(x^2-t^2)dt=($ ． （3分）

A. $xf(x^2)$　　B. $-xf(x^2)$　　C. $2xf(x^2)$　　D. $-2xf(x^2)$

8. 若函数$f(x)$在闭区间$[a,b]$上具有连续的导数，且$f(a)=f(b)=0$，又$\int_a^b f^2(x)dx=1$，则$\int_a^b xf(x)f'(x)dx=($ ）． （3分）

A. $\frac{1}{2}$　　B. .　　C. 0　　D. $-\frac{1}{2}$

9. 设$f(x)=\int_1^{x^2}\frac{\sin t}{t}dt$，则$\int_0^1 xf(x)dx=($ ）． （3分）

A. $\frac{1}{2}\cos 1$　　B. $\frac{1}{2}(\cos 1-1)$　　C. $\frac{1}{2}(\cos 1+1)$　　D. $-\frac{1}{2}\cos 1$

10. 积分$\int_{\frac{1}{2}}^{1}e^{-\sqrt{2x-1}}dx$的值为（ （3分）

A. $1+\frac{2}{e}$　　B. $1-\frac{1}{e}$　　C. $1-\frac{2}{e}$　　D. $1+\frac{1}{e}$

11. 设函数$f(x)$在闭区间$[a, b]$上连续，在开区间(a, b)内可导，且$f'(x)\leq 0$，而函数$F(x)=\dfrac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt$，则在$(a, b)$内必有( ). (3分)

A. $F(x)=0$　　B. $F'(x)\leq 0$

C. $F'(x)\geq 0$　　D. $F'(x)$在(a, b)内符号不确定

12. 设$f(x)=\int_0^x t(t-1)\mathrm{d}t$，则$f(x)$的单调减少的区间是(　　(3分)

A. $(-1, 0)$　　B. $(0, 1)$　　C. $(-1, 1)$　　D. $(1, 2)$

13. $\int_{-1}|3x+1|dx=($　　(3分)

A. $\dfrac{5}{6}$　　B. $-\dfrac{5}{6}$　　C. $-\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{3}{2}$

14. 设$f(x)$可导，且$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$，则$\lim\limits_{x\to+\infty}\int_x^{x+2}t\sin\dfrac{3}{t}f(t)dt=($).　(3分)

A. 1　　B. 3　　C. 12　　D. 6

15. 下列结论正确的是( ). (3分)

A. $\int_\pi^{2\pi}\sin^2xdx>\int_\pi^{2\pi}|\sin x|dx$

B. $\int_{-e}^0\left(\dfrac{1}{e}\right)^x dx>\int_{-e}^0 e^x dx$

C. 若$[a, b]\supset[c, d]$，则$\int_a^b f(x)dx\geq\int_c^d f(x)dx$

D. 设$f(x)$在$[-1, 1]$连续，则$\int_{-1}^1|f(x)|dx=2\int_0^1|f(x)|dx$

16. 在区间$\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$上，曲线$y=\sin x$与直线$x=0$、$y=1$所围形的面积为( ).　(3分)

A. 1　　B. $\dfrac{\pi}{2}-1$　　C. $\pi-1$　　D. 2π

17. 由$y^2=2x$和$y=x-4$所围成的图形的面积等于(　(3分)

A. 18　　B. 19　　C. 20

18. 心形线$r=4(1+\cos\theta)$与直线$\theta=0$，$\theta=\dfrac{\pi}{2}$所围成的平面图形绕极轴旋转而成的旋转体体积$V=$( )、 (3分)

A. $\int_0^{\pi/2}\pi 16(1+\cos\theta)^2 d\theta$

B. $\int_0^{\pi/2}\pi 16(1+\cos\theta)^2\sin^2\theta d\theta$

C. $\int_{\pi/2}^{0}\pi 16(1+\cos\theta)^2\sin^2\theta d[4(1+\cos\theta)\cos\theta]$

D. $\int_0^{\pi/2}\pi 16(1+\cos\theta)^2\sin^2\theta d[4(1+\cos\theta)\cos\theta]$

19. 由$y=x^2, y=0$及$x=1$所围成的平面图形绕y轴旋转而成的旋转体体积$V=$). (3分)

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{\pi}{4}$　　D. $\dfrac{\pi}{6}$

20. 底面由圆$x^2+y^2=4$围成，且垂直于x轴的所有截面都是正方形的立体体积为( ) (3分)

A. $16\dfrac{1}{6}$　　B. $32\dfrac{1}{3}$　　C. $42\dfrac{2}{3}$　　D. $85\dfrac{1}{3}$

21. 曲线$y=\ln(1-x^2)$上满足$0\le x\le\dfrac{1}{2}$的一段弧的弧长$s=$).. (3分)

A. $\int_0^{1/2}\dfrac{1+x^2}{1-x^2}dx$

B. $\int_0^{1/2}\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{1-x^2}\right)^2}dx$

C. $\int_0^{1/2}\sqrt{1+\dfrac{-2x}{1-x^2}}dx$

D. $\int_0^{1/2}\sqrt{1+[\ln(1-x^2)]^2}dx$

22. 星型线$\begin{cases}x=a\cos^3 t\\ y=a\sin^3 t\end{cases}$的全长$s=$( ). (3分)

A. $4\int_0^{\pi/2}\sec t\cdot 3a\cos^2 t(-\sin t)dt$

B. $2\int_{\pi}^{0}\sec t\cdot 3a\cos^2 t(-\sin t)dt$

C. $2\int_0 \sec t\cdot 3a\cos^2 t(-\sin t)dt$

D. $4\int_{\pi/2}^{0}\sec t\cdot 3a\cos^2 t(-\sin t)dt$

23. 对数螺线$r=e^{a\theta}$相应于自$\theta=0$到$\theta=\varphi$的一段弧的弧长为( ): (3分)

A. $\dfrac{\sqrt{\quad}}{a}(e^{a\varphi}-1)$

B. $\dfrac{\sqrt{1+a^2}}{a}(e^{a\varphi}+1)$

C. $\dfrac{\sqrt{\quad a^2}}{a}(e^{a\varphi}-1)$

D. $\dfrac{2\sqrt{1+a^2}}{a}(e^{a\varphi}+1)$

24. 拉弹簧所需的力 f 与弹簧伸长成正比．设弹性系数为 k，弹簧由原长 9 增长到 15，所作的功用积分表示为 $W=\int_a^b ksds$，则积分区间 $[a, b]$ 为(　　)　(3分)

A. $[9, 15]$　　B. $[0, 6]$　　C. $[-6, 0]$　　D. $[-3, 3]$

25. 以 $(x+C)^2+y^2=1$（C 为任意常数）为通解的微分方程是(　)　(3分)

A. $y^2(y'+y)=1$

B. $y'(1+y)=1$

C. $y^2(1+y'^2)=1$

D. $y'^2(1+y^2)=1$

26. 下列微分方程中，为一阶线性微分方程的是(　)．(3分)

A. $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=3(\ln x)y^2$

B. $\frac{dy}{dx}-\frac{2y}{x+1}=(x+1)^{5/2}$

C. $\frac{dy}{dx}=(x+y)^2$

D. $xy'+y=y(\ln x+\ln y)$

27. 微分方程 $y'=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ 满足初始条件 $y|_{x=1}=2$ 的解为( )．(3分)

$y^2=2x(\ln x+2)$

B. $y^2=x^2(\ln x+1)$

C. $y^2=2x^2(\ln x+2)$

D. $y^2=x^2(\ln x-1)$

28. 齐次方程 $x\frac{dy}{dx}=y\ln\frac{y}{x}$ 的通解为( )．(3分)

$y=e^{Cx+1}$　　B. $y=xe^{Cx-1}$　　C. $y=Cxe^{x+1}$　　D. $y=xe^{Cx+1}$

29. 微分方程 $\frac{dy}{dx}-\frac{1}{x}y=2x^2$ 的通解为( )．(3分)

A. $y=Cx^3+x$

B. $y=-x^3+Cx$

C. $y=x^3+x+C$

D. $y=x^3+Cx$

30. 微分方程 $\frac{dy}{dx}=(x+y)^2$ 的通解为( )．(3分)

A. $y=\tan(x+C)+x$

B. $y=\tan(x+C)-x$

C. $y=\sin(x+C)-x$

D. $y=\sin(x+C)+x$

二、解答题（本大题共有2小题，每题5分，总共10分）

1．设$f(x)=\int_1^x \frac{\ln t}{1+t}dt$，求$f(x)+f(\frac{1}{x})$ $(x>0)$．（5分）

2．求微分方程$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x+y^3}$的通解．（5分）

三、附加题（本大题共有2小题，每题15分，总共30分）

1．设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上有界，且二阶可导，求证$\exists\xi\in R$，使得$f''(\xi)=0$．（15分）

2．已知函数$f(x)$在$[-\frac{1}{a},a]$上连续$(a>0)$，且$\int_{-\frac{1}{a}}^{a}xf(x)dx=0$，求证

$\int_{-\frac{1}{a}}^{a}x^2f(x)dx\le\int_{-\frac{1}{a}}^{a}f(x)dx$．（15分）