

	二 1	二 2	二 3	二 4	二 5	主观
得分						
评卷人						

注意：请将选择题答案用 2B 铅笔填涂到答题卡上，否则将视为无

一、选择题（本题共 20 小题，每小题 3 分，满分 60 分，每题只有一  
符合要求，请把所选项前的字母填涂到答题卡上）

1. 下列方程中二阶微分方程是 ( )

(A)  $x(y')^2 - 2yy' + x = 0$

(C)  $xy''' + 2y'' + x^2y = 0$

(B)  $x^2y'' - xy' + y = 0$

(D)  $(7x - 6y)dx + (x + y)dy = 0$

2. C 是任意常数，则微分方程  $y' = 3y^{\frac{2}{3}}$  的一个特解是 ( )

(A)  $y = (x + 2)^3$

(C)  $y = (x + C)^3$

(B)  $y = x^3 + 1$

(D)  $y = C(x + 1)^3$

3. 方程  $(1 + x^2)y' = \arctan x$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 1$  的特解为 ( )

(A)  $y = \frac{1}{2}(\arctan x + 1)^2$

(B)  $y = \frac{1}{2}(\arctan x)^2 + 1$

(C)  $y = \arctan(x + \frac{\pi}{4})$

(D)  $y = (\arctan x)^2 + 1$

4. 以下关于方程  $\int_0^x f(t)dt - \frac{1}{2}x \cdot f(x) = x^2$ ，表述错误的是 ( )

(A) 这是一个齐次方程

(B) 它等价于方程  $\frac{dy}{dx} = 2\frac{y}{x} - 4$

(C) 令  $u = \frac{y}{x}$ ，则转化为可分离变量的微分方程

(D)  $y = -4x \ln x$  是它的解



5. 方程  $yy'' - (y')^2 = 0$  的通解是 ( )

(A)  $y = C_1 e^x + C_2$

(B)  $y = \ln |\sin(x + C_1)| + C_2$

(C)  $e^{-y} = C_1 x + C_2$

(D)  $y = C_1 e^{C_2 x}$

6. 设函数  $y_1, y_2$  是二阶齐次线性微分方程的两个特解,  $C_1, C_2$  为任意常数, 则

$y = C_1 y_1 + C_2 y_2$  ( )

(A) 是方程的通解

(B) 是方程的特解

(C) 是方程的解

(D) 不一定是方程的解

7. 微分方程  $y'' + 4y' + 29y = 0$  满足初值条件  $y|_{x=0} = 0, y'|_{x=0} = 15$  的特解是 ( )

(A)  $y = 3e^{-2x}$

(B)  $y = 3\sin 5x$

(C)  $y = e^{-2x} \sin 5x$

(D)  $y = 3e^{-2x} \sin 5x$

8. 微分方程  $y'' - 3y' + 2y = 3x - 2e^x$  的特解形式为 ( )

(A)  $y^* = Ax + Be^x$

(B)  $y^* = (Ax + B) + Ce^x$

(C)  $y^* = Ax + Bxe^x$

(D)  $y^* = (Ax + B) + Cxe^x$

9. 设  $\vec{a} = (3, 5, 8), \vec{b} = (2, -4, -7), \vec{c} = (5, 1, -4)$ , 则  $\vec{z} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$  在  $y$  轴上的投影为 ( )

(A) 10

(B) 24

(C) 34

(D) 3

24  
34

10. 设  $\vec{a} + 3\vec{b} \perp 7\vec{a} - 5\vec{b}, \vec{a} - 4\vec{b} \perp 7\vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  之间的夹角为 ( )

(A)  $\frac{\pi}{3}$

(B)  $-\frac{\pi}{3}$

(C)  $\frac{\pi}{6}$

(D)  $-\frac{\pi}{6}$

11. 方程  $(z - a)^2 = x^2 + y^2$  表示 ( )

(A) 由  $xoz$  坐标面上曲线  $(z - a)^2 = x^2$  绕  $y$  轴旋转而成的曲面

(B) 由  $xoz$  坐标面上直线  $z - a = x$  绕  $z$  轴旋转而成的曲面

(C) 由  $yoz$  坐标面上直线  $z - a = y$  绕  $y$  轴旋转而成的曲面

(D) 由  $yoz$  坐标面上曲线  $(z - a)^2 = y^2$  绕  $x$  轴旋转而成的曲面



12. 方程  $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$  表示的曲面是( )

(A) 旋转双曲面

(B) 双叶双曲面

(C) 双曲柱面

(D) 锥面

13. 曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z^2 = 2 \\ y = x \end{cases}$  的参数方程为( )

(A)  $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos t, (0 \leq t < 2\pi) \\ z = \sin t \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos t, (0 \leq t < 2\pi) \\ z = \sqrt{2} \sin t \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = \sqrt{2} \cos t, (0 \leq t < 2\pi) \\ z = \sin t \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = \sqrt{2} \cos t, (0 \leq t < 2\pi) \\ z = \sqrt{2} \sin t \end{cases}$

14. 球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  与平面  $x + z = 1$  的交线在  $xoy$  面上的投影曲线方程为( )

(A)  $\begin{cases} 2x^2 - 2x + y^2 = 8, \\ z = 0 \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 = 8, \\ z = 0 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} 2z^2 - 2z + y^2 = 8, \\ x = 0 \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} z^2 - 2z + y^2 = 8, \\ y = 0 \end{cases}$

15. 下列函数中哪个函数的定义域是开集( )

(A)  $u = \arcsin(x^2 + y^2 + z^2)$

(B)  $z = \ln(y - x)$

(C)  $z = \sqrt{x - \sqrt{y}}$

(D)  $z = \sqrt{x + y} + \sqrt{x - y}$

16. 下列极限不存在的是( )

(A)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sin(xy)}{y}$

(B)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{1-xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

(C)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+2y}{x-2y}$

(D)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{2-e^{xy}}-1}$

17.  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ , 则  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  点( )

(A) 连续, 偏导数存在

(B) 连续, 偏导数不存在

(C) 不连续, 偏导数存在

(D) 不连续, 偏导数不存在



18.  $f(x, y) = \begin{cases} y \arctan \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ , 则在  $(0, 0)$  点 ( )

- (A)  $f_x(0, 0)$  存在,  $f_y(0, 0)$  存在 (B)  $f_x(0, 0)$  存在,  $f_y(0, 0)$  不存在  
(C)  $f_x(0, 0)$  不存在,  $f_y(0, 0)$  存在 (D)  $f_x(0, 0)$  不存在,  $f_y(0, 0)$  不存在

19. 函数  $z = e^{xy}$  当  $x = 1, y = 1, \Delta x = 0.15, \Delta y = 0.1$  时的全微分为 ( )

- (A) 0.15 (B)  $0.15e$   
(C) 0.25 (D)  $0.25e$

20. 二元函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  偏导数存在是函数在该点可微的 ( )

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件  
(C) 充要条件 (D) 无关条件

二、解答题(本题共 5 小题, 每小题 8 分, 满分 40 分。无计算过程则

1. 用常数变易法求方程  $\frac{dy}{dx} - 2(x-2)^2 - \frac{y}{x-2} = 0$  的通解.





2. 求与两平面  $x - 4z = 3$  和  $2x - y - 5z = 1$  的交线平行, 且过点  $(-3, 2, 5)$  的直线方程.

3. 设函数  $\mu = e^{-x} \sin \frac{x}{y}$ , 求在点  $(2, \frac{1}{\pi})$  处  $\frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y}$  的值.



4. 设  $z = f(x+y, x-y)$ , 其中  $f$  具有连续的二阶偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ .

5. 设  $z = z(x, y)$  是由方程  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$  所确定的隐函数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ .

