质点运动学

1、理想模型：质点、质点系

2、运动的描述：

位置矢量 $\vec{r} = \vec{r}(t)$ $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

位移矢量 $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2(t+\Delta t) - \vec{r}_1(t)$ $\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$

速度 $\vec{v} = \mathrm{d}\vec{r} / \mathrm{d}t$ $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$

加速度 $\vec{a} = \mathrm{d}\vec{v} / \mathrm{d}t$ $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i} + \dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j} + \dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\vec{k}$

矢量性、瞬时性、叠加性、相对性

3、相对运动

伽利略变换式

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}_o + \vec{a}'$$

4、几种常见的运动

匀加速运动 $\vec{a} =$ 常矢量 $\Rightarrow \begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \end{cases}$

例：抛体运动 $a_x=0$ $a_y= -g$

圆周运动　匀速圆周运动　变速圆周运动

5、质点运动问题的求解

正问题： $\vec{r} \Rightarrow \vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ ——求导

反问题： $\vec{r} = \int \vec{v}\mathrm{d}t \Leftarrow \vec{v} = \int \vec{a}\mathrm{d}t$

$\Leftarrow \vec{a}$ ——积分

质点动力学

1、牛顿运动定律

第一定律　　惯性、惯性系、力的概念

第二定律　　$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}, \vec{p} = m\vec{v}$

当 m 为常量时　$\vec{F} = m\vec{a}$

第三定律　　$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

2、非惯性参考系和惯性力

(1) 非惯性系中牛顿动力学方程　$\vec{F} + \vec{F}_{贯} = m\vec{a}$

(2) 几种常见的惯性力：平动惯性力、惯性离心力、科里奥利力

3、用牛顿运动定律解题的基本思路

两类问题：已知运动求力
已知力求运动

$\left.\begin{array}{l}\text{已知运动求力}\\ \text{已知力求运动}\end{array}\right\}$ 关键是加速度 $\vec{a}$

解题步骤：

(1) 认物体
(2) 看运动
(3) 分析力（多体问题采用隔离法）
(4) 列方程（常采用直角坐标分量式）
(5) 求解、讨论

运动的守恒定律

1、力的时间积累效应

(1) 冲量 $\vec{F}dt$　　动量 $\vec{p} = m\vec{v}$

(2) 动量定理:

质点: $$\vec{I} = \int_0^t \vec{F}dt = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

质点系: $$\vec{I} = \int_0^t \sum_i \vec{F}_i dt = \sum_i m_i\vec{v}_i - \sum_i m_i\vec{v}_{i0}$$

(3) 动量守恒定律:

$$\vec{F}_{外} = 0 \Rightarrow \sum_i m_i\vec{v}_i = \sum_i m_i\vec{v}_{i0}$$

2、力的空间积累效应

(1) 功 $dA = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

(2) 动能

质点的动能 $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

质点系的动能 $E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} m v_i^2$

(3) 势能

(a)保守力

(b)保守力的判断

(c)势能

重力势能 $E_p = mgh$

弹性势能 $E_p = \frac{1}{2} k x^2$

引力势能 $E_p = -G \frac{Mm}{r}$

(4) 动能定律

质点的动能定理

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

质点系的动能定理

$$A_{外} + A_{内} = \Delta E_k$$

(5) 质点系功能原理：

外力和非保守内力作功之和等于系统机械能的增量。

(6) 机械能守恒定律及能量守恒

机械能守恒定律:

只有保守内力做功时，质点系的机械能保持不变.

能量守恒定律:

一个封闭系统经历任何变化时，

该系统的所有能量的总和不改变.

运动的守恒定律

1、力的时间积累效应

(1) 冲量 $\vec{F}dt$ 动量 $\vec{p}=m\vec{v}$

(2) 动量定理: $\vec{I}=\int_0^t \vec{F}dt=\vec{p}_2-\vec{p}_1$

(3) 动量守恒定律: $\vec{F}_{外}=0$时 $\vec{p}_i+\vec{p}_j=\vec{p}_i'+\vec{p}_j'$

(4) 角动量、角动量定理以及角动量守恒定律

2、力的空间积累效应

(1) 功

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

(2) 动能

质点的动能 $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

质点系的动能 $E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} m v_i^2$

(3) 动能定律

质点的动能定理

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

质点系的动能定理

$$A_{外} + A_{内} = \Delta E_k$$

(4) 势能

(1)保守力

(2)保守力的判断

(3)势能

重力势能 $E_p = mgh$

弹性势能 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

引力势能 $E_p = -G\frac{Mm}{r}$

(5) 机械能守恒定律及能量守恒

机械能守恒定律:

只有保守内力做功时,质点系的机械能保持不变.

能量守恒定律:

一个封闭系统经历任何变化时,

刚体的定轴转动

一、描述刚体定轴转动的物理量

角位移 $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ 角速度 $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$

角加速度 $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

角量和线量的关系 $v = \omega r, a_t = \alpha r, a_n = \omega v = \dfrac{v^2}{r}$

转动惯量 $J = \sum_i m_i r_i^2$ $J = \int r^2 dm$

力矩 角动量

力矩的功 $A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \vec{M} \cdot d\vec{\theta}$ 转动动能 $E_k = \dfrac{1}{2} J\omega^2$

二、基本定律

(1) 转动惯量平行轴定理 $J_z = J_c + Mh^2$

(2)刚体定轴转动定理 $M = J\alpha$

(3) 定轴转动刚体的动能定理

$$A_{\text{内}} = 0 \qquad A_{\text{外}} = \Delta E_k = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$$

(4) 角动量守恒定律

系统所受的对某一固定轴的合外力矩为零时，

系统对此轴的总角动量保持不变

(5) 机械能守恒定律

只有保守力做功时， $E_k + E_p = \text{常量}$

三、题型以及例题

求特殊形状刚体的转动惯量

刚体转动定律以及牛顿第二运动定律的应用

刚体定轴转动的动能定律、机械能守恒以及角动量守恒的应用

质点运动与刚体定轴转动的对照

质点运动		刚体定轴转动	
速度 加速度	$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$ $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	角速度 角加速度	$\omega=\frac{d\theta}{dt}$ $\alpha=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2}$
力	$\vec{F}$	力矩	$\vec{M}$
质量	m	转动惯量	J
动量	$\vec{P}=m\vec{v}$	角动量	$L=J\omega$
运动定律	$\vec{F}=m\vec{a}$	转动定律	$M=J\alpha$
动量定理	$d\vec{p}=\vec{F}dt$ $\int\vec{F}dt=\vec{p}-\vec{p}_0$	角动量定理	$dL=Mdt$ $\int Mdt=J_2\omega_2-J_1\omega_1$
功	$dA=\vec{F}\cdot d\vec{r}$	力矩的功	$dA=Md\theta$
功率	$P=\vec{F}\cdot\vec{v}$	力矩的功率	$P=M\omega$
动能	$E_K=\frac{1}{2}mv^2$	转动动能	$E_K=\frac{1}{2}J\omega^2$
动能定理	$\int\vec{F}\cdot d\vec{r}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$	动能定理	$\int Md\theta=\frac{1}{2}J\omega^2-\frac{1}{2}J\omega_0^2$

机械振动教学要求

1. 掌握简谐振动的描述和三个特征量的意义，特别要弄清相位的概念

2. 掌握简谐振动的动力学特征，并能判定简谐振动，能根据已知条件列出运动的微分方程，并由此求出简谐振动的周期

3. 掌握简谐振动的能量特征

4. 掌握简谐振动的合成规律

1. 谐运动的规律和判据

线谐运动 (定义兼判据)

$$f = -kx$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0 \quad 且 \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

角谐运动

$$f = -k'\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 \theta}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 \theta = 0 \quad 且 \quad \omega = \sqrt{\frac{k'}{J}}$$

$$\theta = \Theta\cos(\omega t + \varphi)$$

2. 谐运动的运动学方程, 速度、加速度表达式

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$$

3. 谐运动中的各物理量

振幅A、周期T、频率ν、角频率ω、相位$(\omega t + \varphi)$

初相位 φ

4. 谐运动中的三要素的确定

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{A}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{\frac{2E}{k}} \qquad \sin\varphi = -\frac{v_0}{A\omega}$$

弹簧振子: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, 单摆: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ $\qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\gamma}$

5. 简谐运动的能量

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \qquad \overline{E}_k = \frac{1}{4}kA^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \qquad \overline{E}_p = \frac{1}{4}kA^2$$

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2$$

6 .同方向、同频率简谐运动的合成

$$x = x_1 + x_2 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1) + A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$$

仍为简谐运动,其中:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

同相: $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$ $\quad A = A_1 + A_2$

k=0,±1, ±2, ±3……

反相: $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$ $\quad A = |A_1 - A_2|$

k=0,±1, ±2, ±3……

本章基本题型：

1、已知振动方程，求特征参量（振幅、周期、频率、初相位）

2、已知条件（或者振动曲线），建立振动方程

3、证明、判断一个物体的振动是否是简谐振动

(1). 动力学判据： $F=-kx$ $\quad \dfrac{d^2x}{dt^2}+\omega^2 x=0$

(2). 运动学判据： $x(t)=A\cos(\omega t+\phi_0)$ $\quad \varphi_0=\arctan(-\dfrac{v_0}{\omega x_0})$

(3). 能量判据 振动系统机械能守恒

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\text{恒量}$$

4、简谐振动的合成 ：解析法、旋转矢量法

机械波教学要求

1.熟练掌握简谐波的描述

2. 熟练掌握简谐波的干涉，干涉条件，相干加强、减弱的条件

3. 掌握半波损失问题

4. 理解驻波的形成和它的几个特点

5. 掌握多普勒效应中频率的计算

1 . 波动是振动的传播过程

各质点的振动状态的差别仅在于，后开始振动的质点比先开始振动的质点，在步调上落后一段时间。

$$\text{波速} \quad u = \frac{\lambda}{T}$$

2 . 简谐振动的传播过程形成简谐波

当坐标原点 x=0m 处简谐振动的方程为

$$y = A\cos(\omega t + \varphi)$$

当波以波速u向x正方向传播,则平面简谐波波函数:

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

3 . 波动过程是能量的传播过程

在波动中，每个质元都起着能量转换的作用--------不断地吸取能量，又不断地放出能量。因此说振动的传播过程也就是能量的传播过程。

单位体积内波的能量,即能量密度为:

$$w = \rho\omega^2 A^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

单位体积内波的平均能量, 即平均能量密度为:

$$\overline{w} = \frac{1}{T}\int_0^T w dt = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$$

平均能流密度——波的强度为:

$$I = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 u \quad \text{矢量式} \quad \vec{I} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \vec{u}$$

4. 波的干涉

(1) 波的干涉条件:

频率相同、振动方向相同、相位差恒定.

(2)相干区域各点振动的振幅

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos[\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)]}$$

★(3)相干加强和减弱的条件

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\begin{cases}\pm 2k\pi & \text{加强} A=A_1+A_2\\ \pm(2k+1)\pi & \text{减弱} A=\left|A_1-A_2\right|\end{cases}$$

其中：k=0,1,2,3⋯ ⋯

当$\varphi_1=\varphi_2$时,干涉点的相位差$\Delta\varphi$由波程差$\delta=r_2-r_1$决定。

5.驻波：两列振幅相同的相干波,在同一直线上,沿相反方向传播时所产生的叠加：

$$x = k\frac{l}{2}$$ 波腹

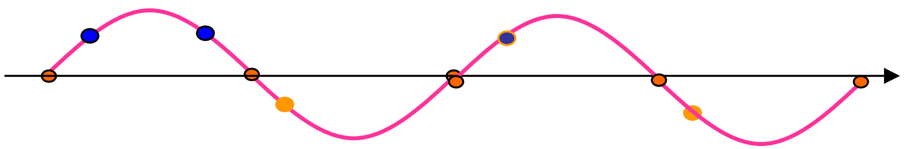
$$x = (2k+1)\frac{l}{4}$$ 波节

驻波系统的本征频率

$$\nu_n = n\frac{u}{2L}$$

(1)合成以后各点振幅不同

(2)合成以后各点的振动：



相邻波节间的各点步调一致（即相位相同），波节两边各点的步调正好相反（相位相反）。

(3)驻波进行中没有能量的定向传播，总能流密度为零。能量在波腹和波节之间转换。

当各质点振动达到平衡位置时，动能集中在波腹。

当各质点振动达到最大位移时，势能集中在波节。

本章基本题型：

1. 已知波动方程，求有关的物理量

平面简谐波方程：$\xi(x,t)=A\cos\left[\omega(t\pm\frac{x}{u})+\phi_0\right]=A\cos(\omega t\pm kx+\phi_0)$

$$=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}\pm\frac{x}{\lambda})+\phi_0]$$

(1) 求波长、周期、波速和初相位

(2) 求波动曲线上某一点的振动方程

(3) 画出某时刻的波形曲线

2. 由已知条件建立波动方程

(1) 已知波动曲线上某一点的振动状态

(2) 已知某一时刻的波形曲线

3. 波的传播及叠加

(1). 波的不同方向传播的描述

(2). 半波损失

(3). 波的叠加（干涉、驻波）

4. 多普勒效应

一般形式

$$\upsilon_R = \frac{u + v_R}{u - v_S}\upsilon_S$$

静电学基本概念

1.电场强度： 电场中某点电场强度的大小等于单位电荷在该点受力的大小，方向为正电荷在该点受力的方向 $\vec{E}=\vec{F}/q$

点电荷的场强： $$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0$$

电荷组的场强： $$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{r}_{0i}$$

连续分布电荷的场强： $$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{r}_0$$

2.电势： 电场中某点的电势在数值上等于将单位正电荷由该点移动到电势零点时电场力所做的功

$$U_p = \frac{W_P}{q_0} = \int_p^{(0)} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

点电荷的电势：

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

电荷组的电势：

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

连续分布电荷的电势：

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r}$$

电场强度与电势的关系

$$\vec{E} = -\nabla U$$

$$= -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

3.电势差： 电场中a、b两点的电势差，在数值上等于单位正电荷从a点移到b点时，电场力做的功。

$$U_{ab}=U_a-U_b=\int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

4.电势能： 电荷q在电场中某点的电势能，在数值上等于把电荷q从该点移到电势零点时，电场力所做的功。

$$W_a=\int_a^{(0)} q\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=qU_a$$

基本规律

一、真空中的静电场

1. 线索

$$\left.\begin{array}{l}\text{库仑定律}\\ \vec{E}=\vec{F}/q_0\\ \vec{E}=\sum\vec{E}_i\end{array}\right]\rightarrow \vec{E}=\sum_i\frac{q_i\vec{e}_{r_i}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\rightarrow\left[\begin{array}{l}\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\dfrac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}\\ \oint_L\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0\end{array}\right.$$

$$V_P=\int_{(P)}^{(P_0)}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

电荷守恒定律，时刻都起作用。

2. 求静电场的方法：

静电场 可以用电场 强度来描述，

(1)求 $\vec{E}$

- 场强叠加法
- 高斯定理法 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \dfrac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$
- 电势梯度法 $\vec{E} = -grad\ U$

静电场也可以用电势来描述。

(2).求 U

- 场强积分法： $U_p = \int_{(P)}^{(P_0)} \vec{E}\cdot d\vec{l}$，
- 叠加法： $U = \sum_i U_i$（零点要同）；

$$U = \int_q \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}, \quad (U_\infty = 0)。$$

(3). 几种典型电荷分布的 $\vec{E}$ 和 U

点电荷（? ）

均匀带电球面（? ）

均匀带电球体（? ）

均匀带电无限长直线（? ）

均匀带电无限大平面（? ）

均匀带电细圆环轴线上一点（? ）

无限长均匀带电圆柱面（? ）

均匀带电球面：

$$\begin{cases} 0 & (r<R) \\ E=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2} & (r>R) \end{cases}$$

$$\begin{cases} U=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{R} & (r\le R) \\ U=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r} & (r>R) \end{cases}$$

均匀带电球体：

$$\begin{cases} E=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qr}{R^3} & (r<R) \\ E=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2} & (r>R) \end{cases}$$

无限长均匀带电直线： $E=\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda}{r}$

均匀带电半径为R的细圆环轴线上一点：

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(x^2+R^2)^{1/2}}$$

无限长均匀带电平面两侧：

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

电偶极子轴线延长线上一点:
(距电偶极子中心x)

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{x^3}$$

电偶极子中垂线上一点:
(距电偶极子中心距离y)

$$\vec{E}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{y^3}$$

二、导体的静电平衡

静电平衡---导体内部和表面无电荷定向移动

导体表面场强垂直表面，内部场强处处为零

推论：静电平衡时, 导体是个等势体，导体表面是个等势面.

有导体存在时静电场的分析与计算

电场 ⇄ 导体上的电荷重新分布

相互影响

利用：静电场的基本规律（高斯定理和环路定理）

静电场的叠加原理

电荷守恒定律

导体的静电平衡条件

电容：表征导体和导体组静电性质的一个物理量

孤立导体的电容 $C=\dfrac{Q}{U}$

孤立导体球的电容 $C=4\pi\varepsilon_0 R$

平行板电容器 $C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$

同心球形电容器 $C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2/(R_2-R_1)$

同轴柱形电容器 $C=\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln R_2/R_1}$

三、静电场中的电介质

电介质对电场的影响

电位移矢量 $$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

***D*的高斯定律** $$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{0\text{int}}$$

在解场方面的应用,在具有某种对称性的情况下,可以首先由高斯定理解出:

思路

$$\vec{D} \Rightarrow \vec{E} \Rightarrow \vec{P} \Rightarrow \sigma' \Rightarrow q'$$

四、能量

电容器的能量：

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU \quad \left(U = V_A - V_B\right)$$

静电场的能量密度

$$\omega_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

$$= \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$$

对任意电场都适合

静电场的能量 $W_e = \int_V \omega_e dV$

稳恒磁场与电磁相互作用

一. 磁感应强度 $\vec{B}$ 的计算

1) 叠加法或积分法：电流元的磁场分布 $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$

2) 应用安培环路定理：$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{(L)} I_{i内}}$

3) 典型磁场：

长直导线的磁场: $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$ （有限长）

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$ （无限长）

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$ （半限长）

圆电流轴线上: $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\theta$ （方向沿轴线方向）

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$$ （圆电流中心）

$$B=\frac{\mu_0 I\theta}{4\pi R}$$ （θ为圆心角）

载流圆柱体: $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\cdot r,(r\le R)$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot\frac{1}{r},(r\ge R)$$

$$B=0\quad(r=0)$$

通电螺线管： $B = \frac{1}{2}\mu_0 nI(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$ **（有限长轴线上）**

$$\boxed{B = \mu_0 nI}$$ **（无限长管内任一点）**

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 nI$$ **（半限长面中心处）**

无限大均匀载流平面：

$$B = \frac{\mu_0}{2} i$$ ***i* 为线电流密度**

二.磁场的性质

1. 高斯定理：$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0,$ $\nabla\cdot\vec{B} = 0$ **无源场;**

2. 安培环路定理：$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{(L包围)} I$

$$\nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{j}$$ **有旋场;**

三. 磁场力

1. 运动电荷受力: $\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$

2. 电流元受力: $\boxed{d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}}$ $\quad \vec{F} = \int_L Id\vec{l} \times \vec{B}$

3. 载流线圈受磁力矩: $\boxed{\vec{M} = I\vec{S} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}}$

磁矩: $\boxed{\vec{m} = I\vec{S}}$

(N匝 $\vec{m} = NI\vec{S}$)

4. 磁力(矩) 的功: $W = I\Delta\phi_m = I(\phi_{m2} - \phi_{m1})$

电磁感应

1. 感应电动势

法拉第电磁感应定律 $\varepsilon = -\dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$ （掌握符号规则）

动生电动势 $\varepsilon_{动ab} = \int_{(a)}^{(b)} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ （搞清两个夹角）

感生电动势 $\varepsilon_{感ab} = \int_{(a)}^{(b)} \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

$\vec{E}_{感}$：感生电场（非保守场）

2. 自感和互感

$$\begin{cases} L = \dfrac{\psi}{I} \\ \varepsilon_L = -L\dfrac{dI}{dt} \\ W_m = \dfrac{1}{2}LI^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M = \dfrac{\psi_{12}}{I_2} = \dfrac{\psi_{21}}{I_1} \\ \varepsilon_{12} = -M\dfrac{dI_2}{dt} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{21} = -M\dfrac{dI_1}{dt}$$

3. 磁场能量

$$\mathrm{w}_m = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H} = \underset{\uparrow}{\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}},$$

各向同性

$$\boldsymbol{W_m} = \int_{\boldsymbol{V}} \boldsymbol{w_m}\,\mathrm{d}\boldsymbol{v}$$