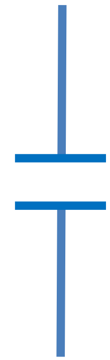
初版：平成26年*月
改訂：平成28年4月

# 導　入
## ―― 複素インピーダンスの表現 ――

インダクタ

$L$

$C$



キャパシタ

インピーダンス

インピーダンス

$$Z_L = j\omega L$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

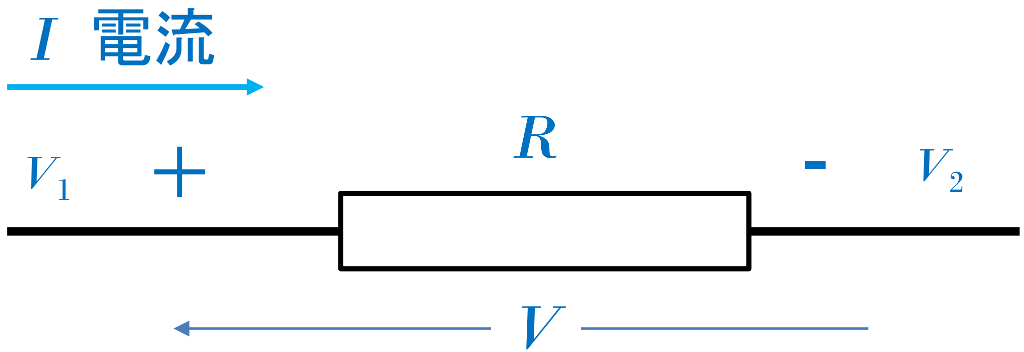
っと書けるまで

オームの法則　オイラーの公式　交流電圧の複素表現　ベクトル表示と波形

式や電子回路表現は『1級無線技士』模範解答形式を基礎としています．

# オームの法則

直流




$$R = \frac{V}{I} \qquad I = \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{V}{R}$$

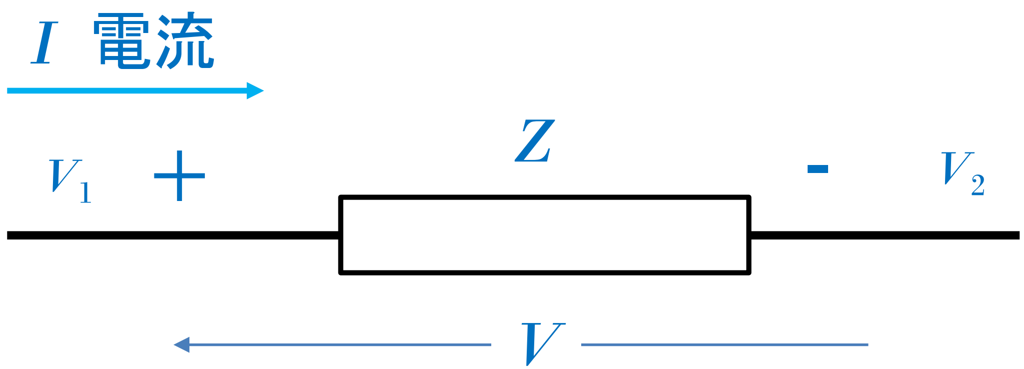
（$V_1, V_2$は電位）

$R$：直流抵抗または単に抵抗と呼ぶ．通常は正の実数

**説明**：
抵抗は電圧と電流の比である．
抵抗 $R$ に電流 $I$ を流した時，
その両端子に発生する電圧
$V$ となる．

---

交流




$$Z = \frac{V}{I} \qquad I = \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{V}{R}$$

（$V_1, V_2$は電位）

直流におけるオームの
法則を交流に拡張する．

Z：**複素インピーダンス**，または
単に，**インピーダンス**
Impedance （Impede）

**説明**：
インピーダンスは**複素電圧**と
**複素電流の比**となる．
通常，虚数成分を含んだ複素
数を前提とする．

# オイラーの公式

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} \ldots, \quad (1) \qquad e = 2.718\ldots \quad -\infty < x < \infty$$

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} \ldots, \quad (2)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} \ldots, \quad (3)$$

以上テーラー展開

(2)より

$$j \sin x = j\frac{x}{1!} - j\frac{x^3}{3!} + j\frac{x^5}{5!} - j\frac{x^7}{7!} + j\frac{x^9}{9!} \ldots, \qquad (4)$$

(1)式より$e^{jx}$は

$$e^{jx} = 1 + jx - \frac{x^2}{2!} - j\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + j\frac{x^5}{5!} - \frac{x^6}{6!} - j\frac{x^7}{7!} \ldots (5) \qquad j = \sqrt{-1}$$

ゆえに

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

オイラーの公式

$x$を$\omega t$として電気回路に応用する. $\omega = 2\pi f$… 角周波数, $t$… 時間

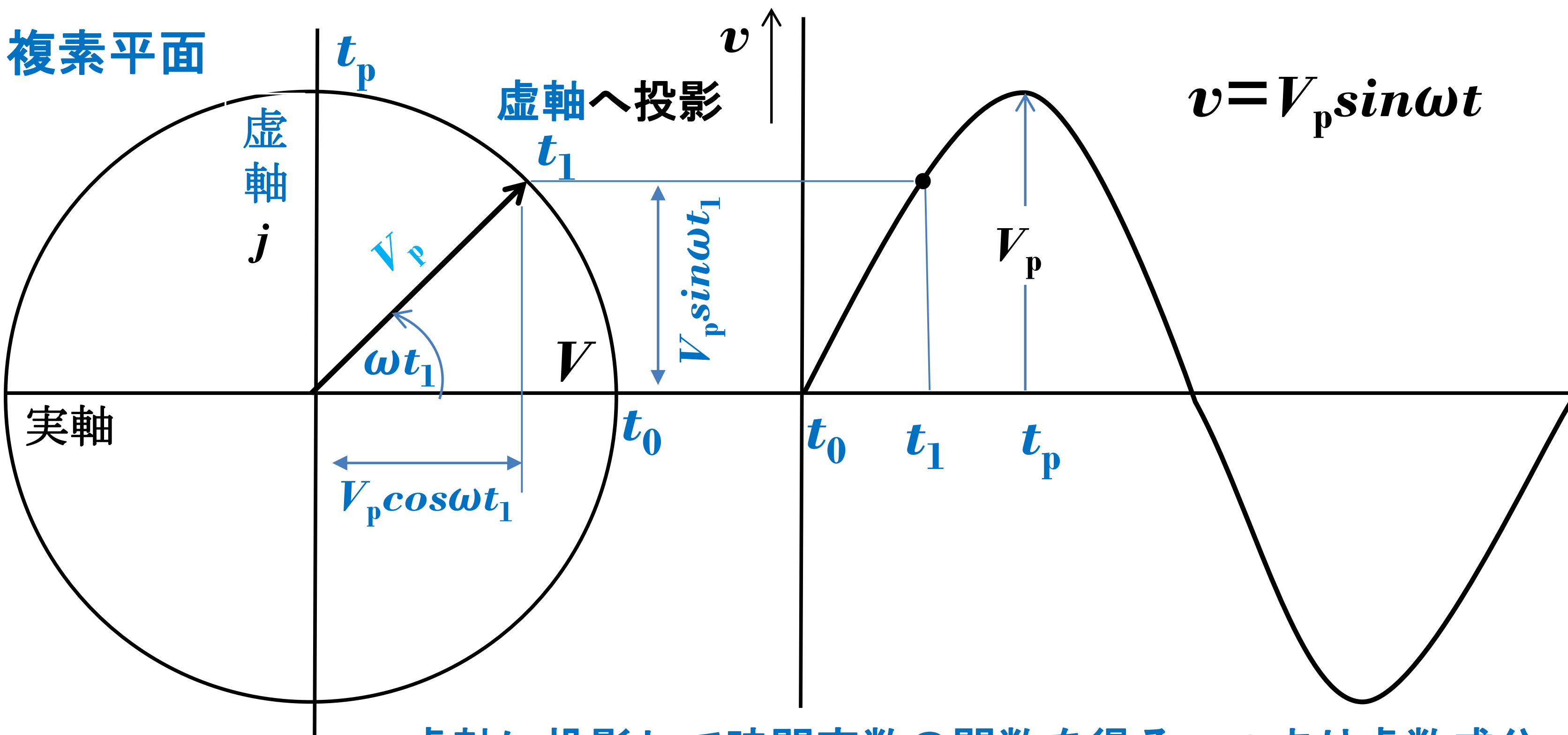
# 交流電圧の複素表現

**複素電圧** $V = V_p exp^{j\omega t} = V_p cos\omega t + jV_p sin\omega t$ **オイラーの公式**

$exp$ (exponential function)
自然対数の底:
$ln\ b = a$
$e^a = b$

$j = \sqrt{-1}$ 虚数
$\omega = 2\pi f$ 角速度 [rad/s]
$f$ 周波数[Hz]

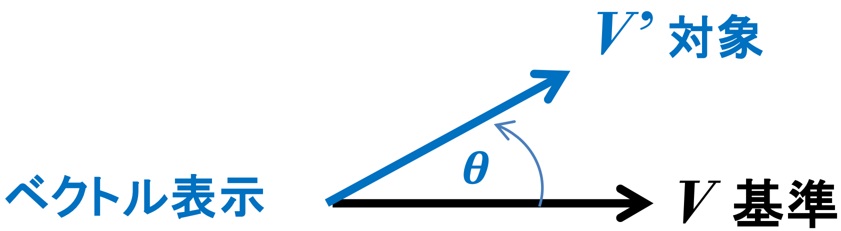
## 複素平面



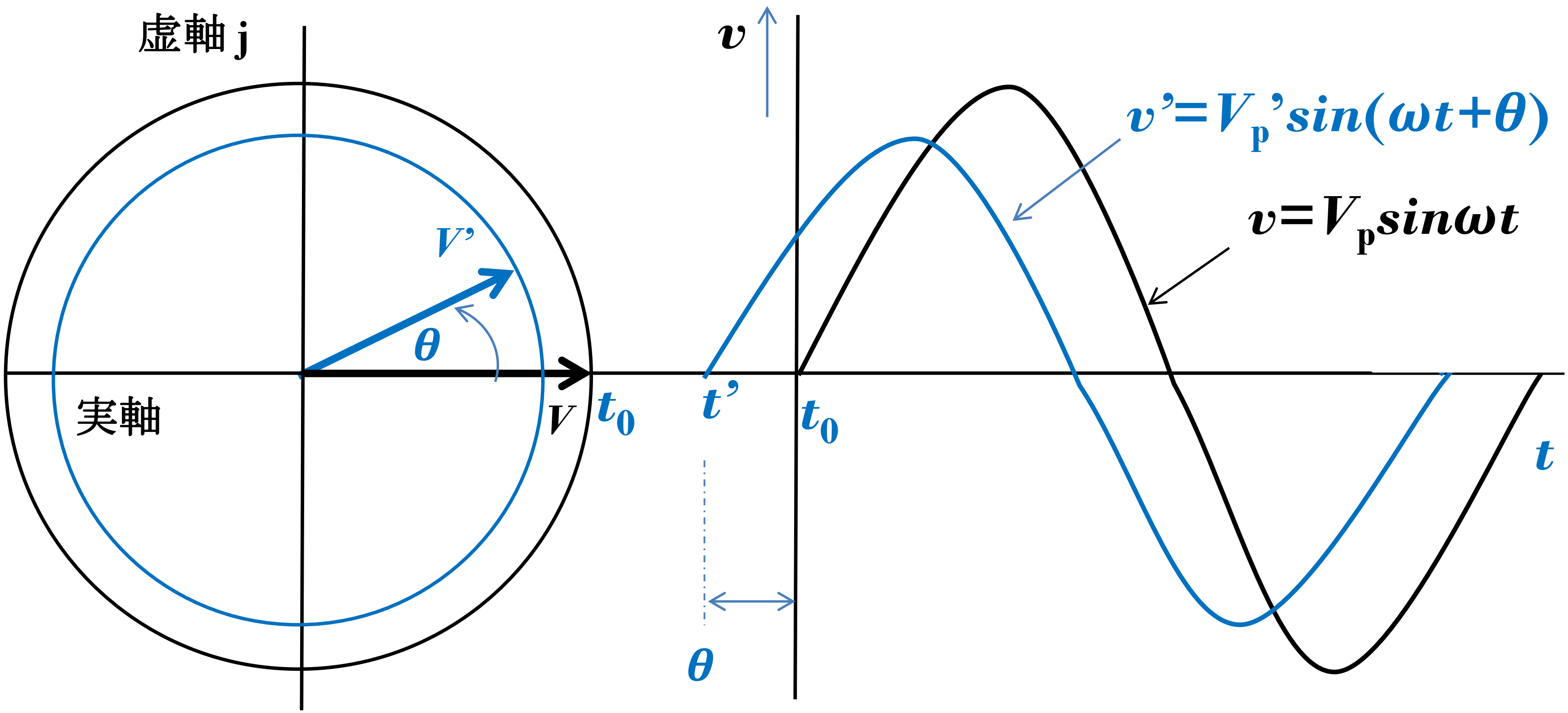

虚軸に投影して時間変数の関数を得る．つまり虚数成分

$V_p$は交流波形の大きさ(振幅:peak)を表し，複素成分と区別するために別記号を用いた．

# ベクトル表示と波形




ベクトル図の描き方：
評価対象ベクトル$V'$が角速度$\omega$で左回りに回転し，同じく角速度$\omega$で回転する基準ベクトル$V$に視点を置いて矢印を描く．

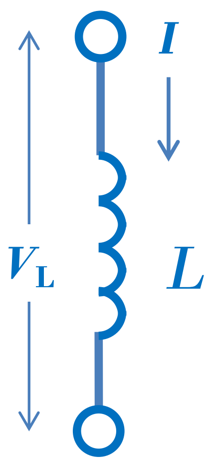



参考：「電気回路論」，電気学会，1971

# 交流電圧･電流の複素数表現

| | | |
|---|---|---|
| 瞬時電圧 | $v = V_p \sin\omega t$ | ……① |
| 複素電圧 | $V = V_p \exp^{j\omega t}$ | ……② |
| 瞬時電流 | $i = I_p \sin\omega t$ | ……③ |
| 複素電流 | $I = I_p \exp^{j\omega t}$ | ……④ |

# インダクターの複素インピーダンス




$$V_L = L\frac{dI}{dt}$$

④より

$$V_L = L\frac{dI}{dt} = L\frac{dI_p \exp^{j\omega t}}{dt}$$

$$= Lj\omega\, I_p \exp^{j\omega t}$$

$$= j\omega\, LI$$

複素インピーダンスは

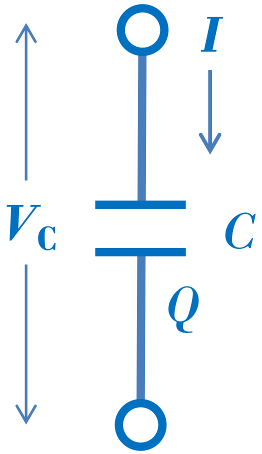
$$Z_L = \frac{V_L}{I}$$

$$= j\omega\, L \qquad \text{……⑤}$$

# キャパシタの複素インピーダンス

**複素電流** $I = I_p exp^{j\omega t}$ ……④

## キャパシタの電圧，電流，電荷について




**記号について**

$V_C$：端子電圧
$I$ ：電流
$Q$ ：電荷
$C$ ：キャパシタンス

**関係式と電流の定義**

$$Q = CV_C \quad \text{……⑥}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{……⑦}$$

電流は単位時間に流れる電荷の量である．

⑦の両辺を時間 $t$ で積分し，⑥より

$$\int I dt = Q = CV_C \quad \text{……⑧}$$

一方，④式を $t$ で積分すると，

$$\int I dt = \frac{I_p}{j\omega} exp^{j\omega t} \quad \text{……⑨}$$

したがって⑧，⑨より

$$V_C = \frac{I_p}{j\omega C} exp^{j\omega t} = \frac{I}{j\omega C}$$

故に複素インピーダンス$Z_C$は

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \quad \text{……⑩}$$

⑤, ⑩式を用いると，微分方程式を解かなくても回路の電気的特性の計算が可能となる