

平行2線の線間容量測定装置

解放



測定 : 平成27年6月26日

試料 : 学生実験配線用

長さ : 500 mm

半径 : 0.5 mm (より線)

間隔 : 25 mm

測定周波数 : 200 kHz

容量値 : 5.7 pF

平行2線のインダクタンス測定装置

短絡



長さ : 1 m

測定周波数 : 200 kHz

インダクタンス : 0.84 μ H

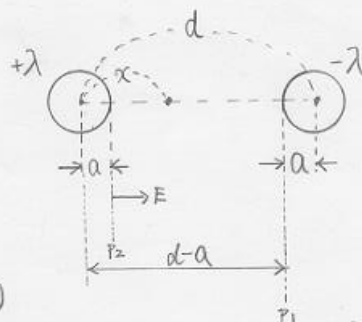
平行2線間の容量

- 半径 a のまわって長い直線状導線が中心軸間の距離 d ($\gg a$) を隔てて平行におかれているとき、単位長さあたりの静電容量を求める。

- $\pm\lambda$: 単位長さあたりの電荷 とする。

$a \ll d$ なので電荷分布は中心軸について対称的と見なす。

両中心軸を直角に結ぶ線分上、 $+\lambda$ の軸より



x の距離の点に両導線上の電荷によって生ずる電界は、

$$\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}, \quad \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 (d-x)} \quad \text{なので、電界 } E \text{ は、}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right)$$

電位差 V は、(電界と距離で積分)

$$V = \int_a^d -E dx = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_a^d \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) dx$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\log x - \log (d-x) \right]_a^d = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\log \frac{x}{d-x} \right]_a^d$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\log \frac{d-a}{a} - \log \frac{a}{d-a} \right] = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \log \left(\frac{d-a}{a} \right)^2$$

$$= \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \log \frac{d-a}{a}$$

$$Q = CV \text{ の静電容量 } C \text{ は、} \rightarrow C = \frac{\lambda}{V}$$

$$\therefore C = \frac{\lambda}{V} = \frac{\pi\epsilon_0}{\log \frac{d-a}{a}} \approx \frac{\pi\epsilon_0}{\log (d/a)}$$

- $d = 25 \text{ mm}$, $a = 0.5 \text{ mm}$ のとき $C = 16.4 \text{ PF/cm}$ となる。

$l = 50 \text{ cm}$ では C は 82 PF となり、桁違いには外れていない!

57 PF 実測

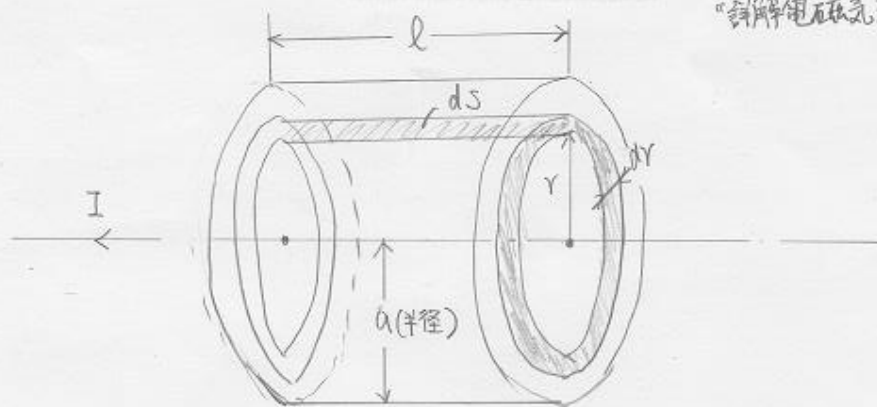
r は E を生ずる点電荷との距離とする

電位差とは、1Cの点電荷と電界が
交わるかたを折らしてある点からある点まで
運ぶための仕事である。
 $V = -\int_{\infty}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_P^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$

導体の自己インダクタンス

リード線を想定し、概略値を求め

『詳解電磁気演習』P.275~

(1) 内部磁束 ϕ_i

Ampereの周回積分の法則より

r点における磁界は、細場所の

電流が $I \frac{r^2}{a^2}$

$$I \frac{r^2}{a^2} = \oint H \cdot dS = H 2\pi r$$

$$\therefore H = \frac{I}{2\pi a^2} \cdot r$$

円筒部分において磁束 $d\phi = \mu H l dr$ 全鎖交回数 N は I より小さく、全体の $\frac{r^2}{a^2}$ なので $N = \frac{r^2}{a^2}$, この部分の鎖交磁束 $d\phi_i$ は

$$d\phi_i = N d\phi = \frac{r^2}{a^2} \mu H l dr$$

$$= \frac{\mu r^3 l I}{2\pi a^4} \cdot dr$$

全鎖交磁束 ϕ_i は,

$$\phi_i = \frac{\mu l I}{2\pi a^4} \int_0^a r^3 dr = \frac{\mu l}{8\pi} I$$

 $\therefore \phi_i = L_i I$

$$L_i = \frac{\mu l}{8\pi} \dots (1) \dots \text{内部インダクタンス}$$

 $l = 1m$ を代入すると

$$0.84 \mu H$$

----- 実験値

しかし、(1) の数値を代入すると

$$L_i = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1}{8\pi}$$

$$= 0.05 \mu H$$

----- 計算値

よって、実験値と合わない。

そこで、2. 外部磁束 ϕ_e を考えて見る。

参考

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

$$\mu = \mu_s \mu_0$$

$$\uparrow$$

$$\text{銅} \approx 0.99999 \dots$$

$$\mu \approx \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

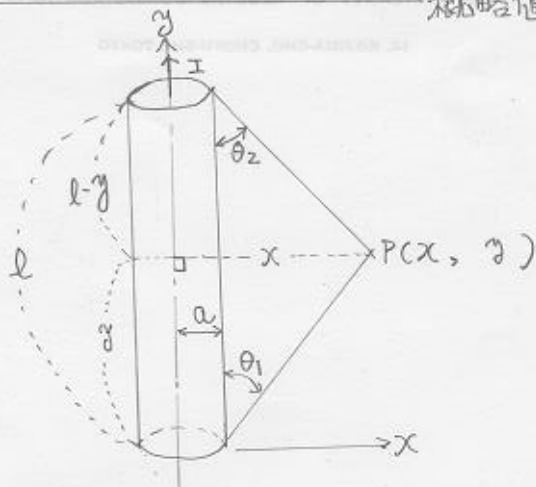
導体の自己インダクタンス

リード線を想定し、
概略値を求める。

2007.5.11 (初)

2015.6.27 (改)

No2



(2) 外部磁束 ϕ_e を考える

$$H = \frac{I}{4\pi x} (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$$

$$= \frac{I}{4\pi x} \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{l-y}{\sqrt{x^2+(l-y)^2}} \right)$$

外部磁界と導線の鎖交磁束 ϕ_e は

$$\phi_e = \iint \mu_0 H dx dy$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^l \int_{-a}^a \frac{1}{x} \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{l-y}{\sqrt{x^2+(l-y)^2}} \right) dy dx$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \left[\frac{1}{x} \left(\sqrt{x^2+y^2} - \sqrt{x^2+(l-y)^2} \right) \right]_{y=0}^{y=l} dx$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_{-a}^a \left(\frac{\sqrt{x^2+l^2}}{x} - 1 \right) dx$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[\sqrt{x^2+l^2} - \log \frac{l+\sqrt{x^2+l^2}}{x} - x \right]_{-a}^a$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left\{ l \log \frac{l+\sqrt{a^2+l^2}}{a} - \sqrt{a^2+l^2} + a \right\}$$

ここで以下を用いている

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \sqrt{x^2+l^2} - x \right\} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{l+\sqrt{x^2+l^2}}{x} = 0 - \log 1 = 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{l+\sqrt{x^2+l^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \frac{l}{x} + \sqrt{1 + \frac{l^2}{x^2}} \right\} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+l^2} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ x \left(1 + \frac{l^2}{x^2} \right)^{\frac{1}{2}} - x \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ x \left(1 + \frac{1}{2} \frac{l^2}{x^2} - \frac{1}{8} \frac{l^4}{x^4} + \dots \right) - x \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2} \frac{l^2}{x} - \frac{1}{8} \frac{l^4}{x^3} + \dots \right\} = 0$$

$$\phi_e = L_e I \quad \text{とすると}$$

$$L_e = \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ l \log \left(\frac{l+\sqrt{a^2+l^2}}{a} \right) - \sqrt{a^2+l^2} + a \right\}$$

$a \ll l$ ならば

$$L_e \approx \frac{\mu_0}{2\pi} (l \log \frac{2l}{a} - l) \quad (2) \text{ 外部インダクタ}$$

$l = 1\text{m}$ においては, ($a = 0.5\text{mm}$)

$$L_e = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi} (1 \times \log 4000 - 1) = 5.2 \times 10^{-7} [\text{H}]$$

$$= 0.52 \mu\text{H} \quad \Leftrightarrow \quad 0.84 \mu\text{H}$$

計算値

実測

桁違いに外れている!

実測: 平行2線間容量測定装置の一端をショートさせて1mとした。