ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS MÉTODOS NUMÉRICOS [Tarea 06] Unidad 03-A | Serie de Taylor y Polinomios de Lagrange

Richard Tipantiza

2025-06-02

Conjunto de Ejercicios

Determine el orden de la mejor aproximación para las siguientes funciones, usando la Serie de Taylor y el Polinomio de Lagrange:

1. $\frac{1}{25*x^2+1}$, $x_0 = 0$
2. $arctanx$, $x_0 = 1$

- Escriba las formulas de los diferentes polinomios
- Grafique las diferentes aproximaciones

Repositorio de Github

Serie de Tailor

$P_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + ... + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$

$\sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k$

Polinomio de Lagrange

$P(x) = f(x_0)L_0(x) + ... + f(x_n)L_n(x)$

$L_k(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)...(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})...(x-x_n)}{(x_k-x_0)(x_k-x_1)...(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})...(x_k-x_n)}$

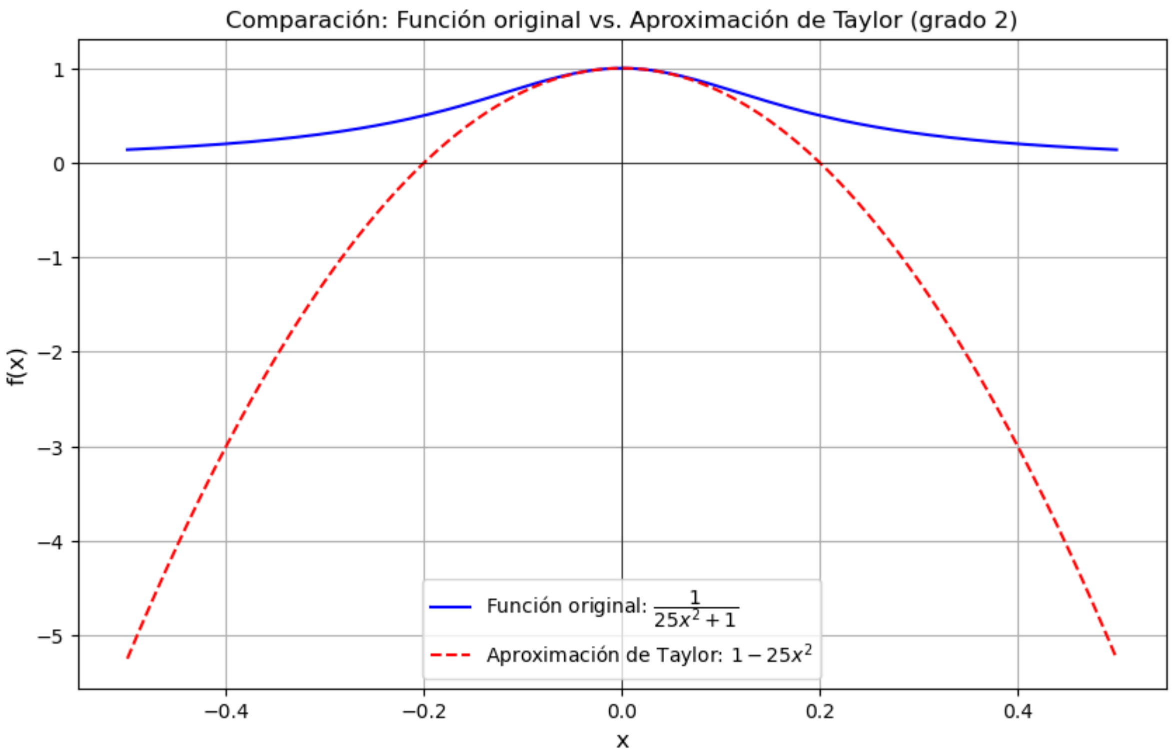
---

1. $\frac{1}{25*x^2+1}$, $x_0 = 0$

- Serie de Taylor

```
El polinomio de Taylor de grado 2 es:
        2
1 - 25 x
```

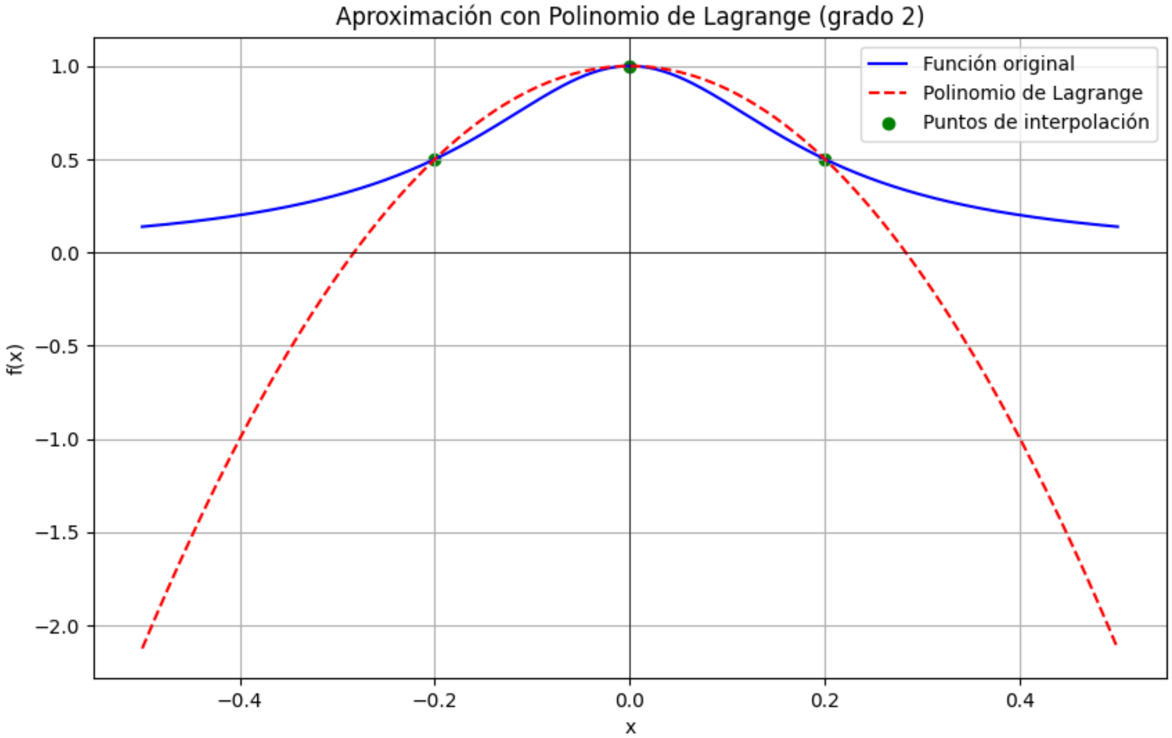
- Gráfica de la aproximación



- Polinomio de Lagrange

```
Puntos de interpolación (x, y):
(-0.2, 0.5000)
(0.0, 1.0000)
(0.2, 0.5000)


Polinomio de Lagrange (coeficientes):
       2
-12.5 x + 1
```

- Gráfica de la aproximación



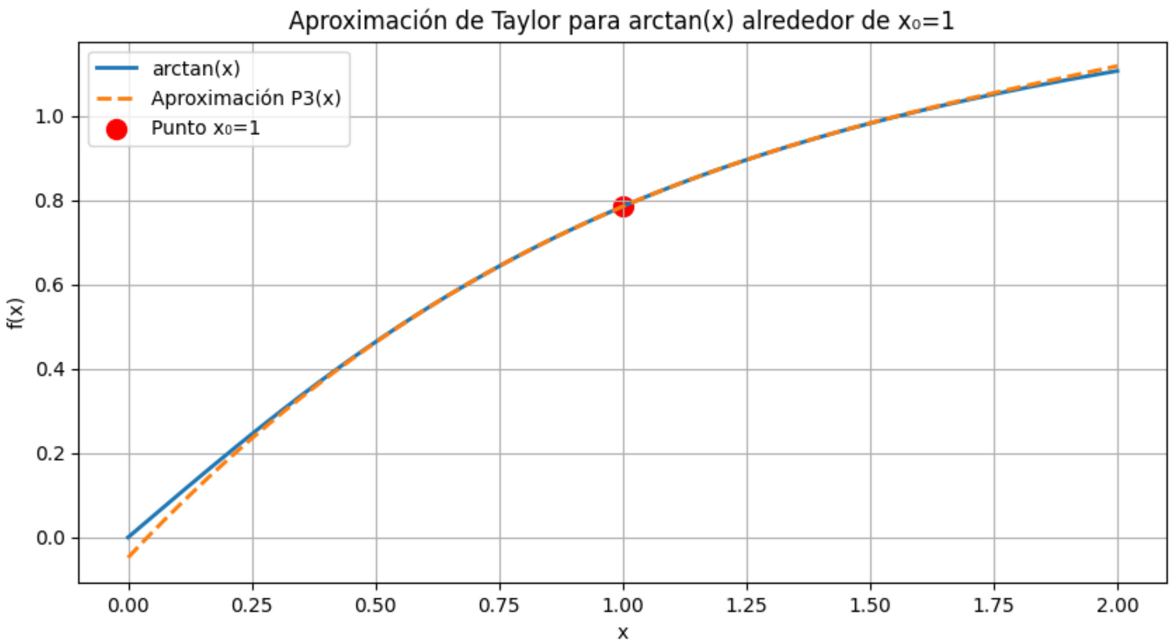
2. $arctanx$, $x_0 = 1$

- Serie de Taylor

```
=== Derivadas de arctan(x) evaluadas en x  = 1 ===
f^(0)(x) = atan(x)
f^(0)(1) = pi/4

f^(1)(x) = 1/(x**2 + 1)
f^(1)(1) = 1/2

f^(2)(x) = -2*x/(x**2 + 1)**2
f^(2)(1) = -1/2

f^(3)(x) = 2*(4*x**2/(x**2 + 1) - 1)/(x**2 + 1)**2
f^(3)(1) = 1/2
```

```
=== Polinomio de Taylor de grado 3 ===
P3(x) = x**3/12 - x**2/2 + 5*x/4 - 5/6 + pi/4
```

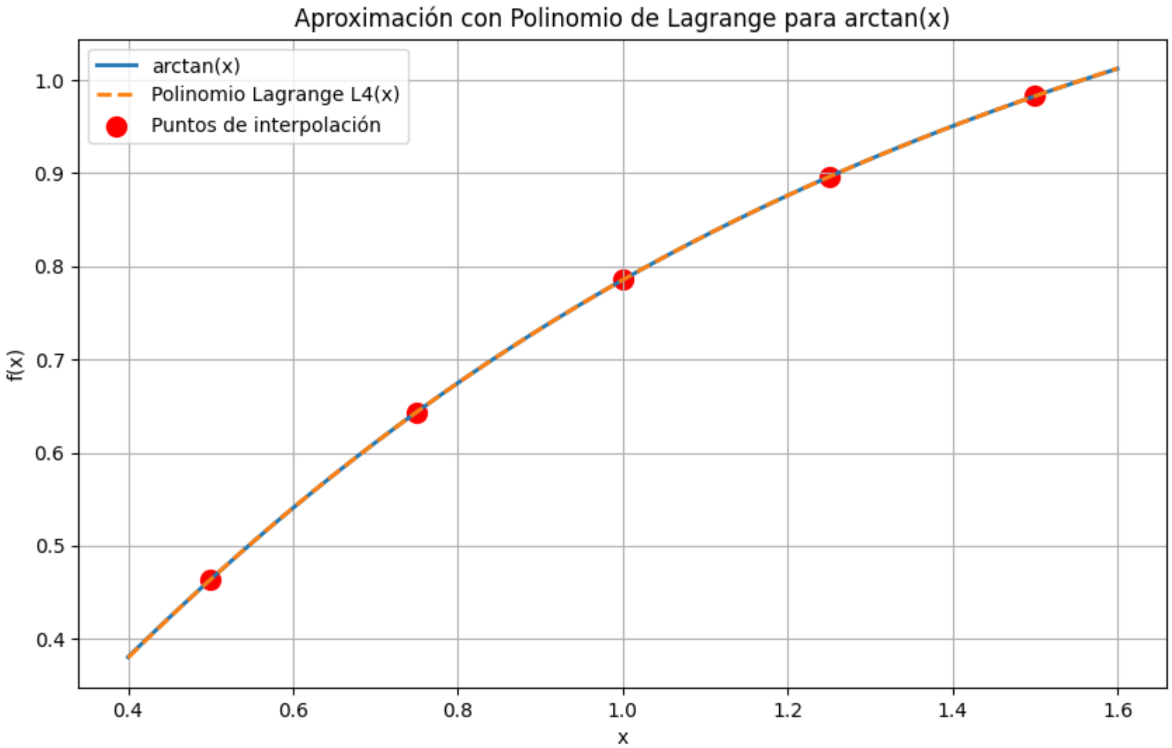
- Gráfica de la aproximación



- Polinomio de Lagrange

```
=== Puntos de interpolación ===
f(0.50) = 0.4636
f(0.75) = 0.6435
f(1.00) = 0.7854
f(1.25) = 0.8961
f(1.50) = 0.9828

=== Polinomio de Lagrange de grado 4 ===
L4(x) = 0.00644628452599996*x**4 + 0.0490818629114642*x**3 - 0.436244856115565*x**2 + 1.19988
```

- Gráfica de la aproximación


Aproximación con Polinomio de Lagrange para arctan(x)
arctan(x)
Polinomio Lagrange L4(x)
Puntos de interpolación
f(x)
x
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
1.2
1.4
1.6