[Taller 05] Mínimos cuadrados

- INTEGRANTES: Richard Tipantiza y Jairo Angulo

Repositorio del Taller

A) Interpole los puntos:

$p_1 = (5.4, 3.2)$

$p2_i = (9.5, 0.7)$

$p3 = (12.3, -3.6)$

De estos, el punto $p2_i$ debe ser seleccionable y movible. Cree un programa que interpole una parábola en tiempo real para los tres puntos.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from matplotlib.patches import Circle

class InteractiveParabola:
    def __init__(self):
        # Puntos iniciales
        self.p1 = np.array([5.4, 3.2])
        self.p2 = np.array([9.5, 0.7])  # Punto interactivo
        self.p3 = np.array([12.3, -3.6])

        # Variables para el arrastre
        self.dragging = False
        self.drag_threshold = 0.5  # Distancia mínima para detectar click en punto

        # Configurar la figura
        self.fig, self.ax = plt.subplots(figsize=(12, 8))
        self.ax.set_title('Interpolación Interactiva de Parábola\n(Arrastra el
punto rojo para cambiar la curva)',
                         fontsize=14, fontweight='bold')
        self.ax.grid(True, alpha=0.3)
        self.ax.set_xlabel('X', fontsize=12)
        self.ax.set_ylabel('Y', fontsize=12)

        # Inicializar elementos gráficos
        self.setup_plot()

        # Conectar eventos
        self.fig.canvas.mpl_connect('button_press_event', self.on_press)
        self.fig.canvas.mpl_connect('motion_notify_event', self.on_motion)
        self.fig.canvas.mpl_connect('button_release_event', self.on_release)

        # Dibujar inicialmente
```

```
        self.update_parabola()

    def setup_plot(self):
        """Configurar los elementos gráficos iniciales"""
        # Línea de la parábola
        self.parabola_line, = self.ax.plot([], [], 'b-', linewidth=3,
label='Parábola interpolada')

        # Puntos fijos
        self.point1 = self.ax.plot(self.p1[0], self.p1[1], 'go', markersize=10,
                                    label=f'P1 (fijo): ({self.p1[0]:.1f},
{self.p1[1]:.1f})')[0]
        self.point3 = self.ax.plot(self.p3[0], self.p3[1], 'mo', markersize=10,
                                    label=f'P3 (fijo): ({self.p3[0]:.1f},
{self.p3[1]:.1f})')[0]

        # Punto interactivo (P2)
        self.point2 = self.ax.plot(self.p2[0], self.p2[1], 'ro', markersize=12,
                                    label=f'P2 (arrastrable): ({self.p2[0]:.1f},
{self.p2[1]:.1f})')[0]

        # Círculo de ayuda visual para el punto arrastrable
        self.drag_circle = Circle((self.p2[0], self.p2[1]), self.drag_threshold,
                                   fill=False, linestyle='--', color='red',
alpha=0.3)
        self.ax.add_patch(self.drag_circle)

        # Configurar límites y leyenda
        self.ax.set_xlim(3, 15)
        self.ax.set_ylim(-6, 5)
        self.ax.legend(loc='upper right')

        # Texto informativo
        self.info_text = self.ax.text(0.02, 0.98, '', transform=self.ax.transAxes,
                                       verticalalignment='top', fontsize=10,
                                       bbox=dict(boxstyle='round',
facecolor='wheat', alpha=0.8))

    def interpolate_parabola(self):
        """Calcular la parábola que pasa por los tres puntos usando interpolación
polinómica"""
        # Extraer coordenadas
        points = np.array([self.p1, self.p2, self.p3])
        x_points = points[:, 0]
        y_points = points[:, 1]

        # Usar polyfit para obtener coeficientes de la parábola (grado 2)
        coefficients = np.polyfit(x_points, y_points, 2)

        return coefficients

    def evaluate_parabola(self, x_vals, coefficients):
        """Evaluar la parábola en los puntos x dados"""
        return np.polyval(coefficients, x_vals)
```

```
    def update_parabola(self):
        """Actualizar la visualización de la parábola"""
        # Calcular coeficientes
        coeffs = self.interpolate_parabola()

        # Generar puntos para la curva suave
        x_min = min(self.p1[0], self.p2[0], self.p3[0]) - 1
        x_max = max(self.p1[0], self.p2[0], self.p3[0]) + 1
        x_curve = np.linspace(x_min, x_max, 200)
        y_curve = self.evaluate_parabola(x_curve, coeffs)

        # Actualizar la línea de la parábola
        self.parabola_line.set_data(x_curve, y_curve)

        # Actualizar la posición del punto P2 y su círculo de ayuda
        self.point2.set_data([self.p2[0]], [self.p2[1]])
        self.drag_circle.center = (self.p2[0], self.p2[1])

        # Actualizar etiquetas
        self.ax.legend([self.parabola_line, self.point1, self.point2,
self.point3],
                      ['Parábola interpolada',
                       f'P1 (fijo): ({self.p1[0]:.1f}, {self.p1[1]:.1f})',
                       f'P2 (arrastrable): ({self.p2[0]:.1f}, {self.p2[1]:.1f})',
                       f'P3 (fijo): ({self.p3[0]:.1f}, {self.p3[1]:.1f})'],
                      loc='upper right')

        # Mostrar ecuación de la parábola
        a, b, c = coeffs
        equation = f'Ecuación: y = {a:.3f}x² + {b:.3f}x + {c:.3f}'
        self.info_text.set_text(f'{equation}\n\nInstrucciones:\n• Haz clic y
arrastra el punto rojo\n• La parábola se actualiza en tiempo real')

        # Redibujar
        self.fig.canvas.draw()

    def distance_to_point(self, event_pos, point_pos):
        """Calcular distancia euclidiana entre posición del evento y un punto"""
        return np.sqrt((event_pos[0] - point_pos[0])**2 + (event_pos[1] -
point_pos[1])**2)

    def on_press(self, event):
        """Manejar evento de presionar botón del mouse"""
        if event.inaxes != self.ax:
            return

        # Verificar si el click está cerca del punto P2
        event_pos = np.array([event.xdata, event.ydata])
        distance = self.distance_to_point(event_pos, self.p2)

        if distance <= self.drag_threshold:
            self.dragging = True
            # Cambiar cursor y color del punto
```

```python
            self.fig.canvas.set_cursor(1)  # Cursor de mano
            self.point2.set_color('darkred')
            self.fig.canvas.draw()

    def on_motion(self, event):
        """Manejar evento de movimiento del mouse"""
        if not self.dragging or event.inaxes != self.ax:
            return

        # Actualizar posición del punto P2
        self.p2[0] = event.xdata
        self.p2[1] = event.ydata

        # Actualizar la parábola
        self.update_parabola()

    def on_release(self, event):
        """Manejar evento de soltar botón del mouse"""
        if self.dragging:
            self.dragging = False
            # Restaurar cursor y color del punto
            self.fig.canvas.set_cursor(0)  # Cursor normal
            self.point2.set_color('red')
            self.fig.canvas.draw()

    def show(self):
        """Mostrar la ventana interactiva"""
        plt.tight_layout()
        plt.show()

# Crear y ejecutar la aplicación
if __name__ == "__main__":
    app = InteractiveParabola()
    print("Programa de Interpolación Interactiva de Parábola")
    print("=" * 50)
    print("Instrucciones:")
    print("• Haz clic y arrastra el punto rojo (P2) para mover la parábola")
    print("• La ecuación cuadrática se actualiza automáticamente")
    print("• Los puntos verde (P1) y magenta (P3) son fijos")
    print("• Cierra la ventana para terminar el programa")
    print("=" * 50)

    app.show()
```

Resultados

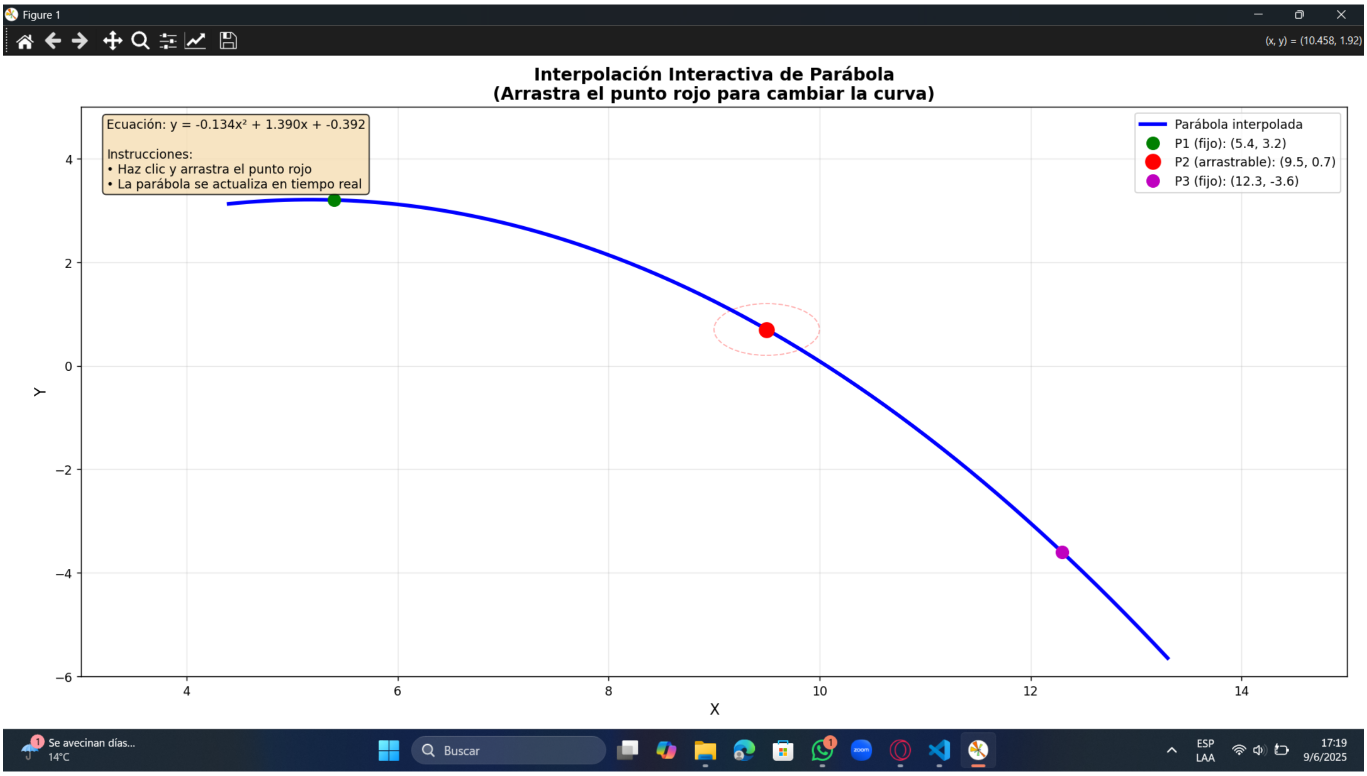


Figure 1
(x, y) = (10.458, 1.92)
Interpolación Interactiva de Parábola
(Arrastra el punto rojo para cambiar la curva)
Ecuación: y = -0.134x² + 1.390x + -0.392
Instrucciones:
• Haz clic y arrastra el punto rojo
• La parábola se actualiza en tiempo real
Parábola interpolada
P1 (fijo): (5.4, 3.2)
P2 (arrastrable): (9.5, 0.7)
P3 (fijo): (12.3, -3.6)
X
Y
Se avecinan días...
14°C
Buscar
ESP
LAA
17:19
9/6/2025

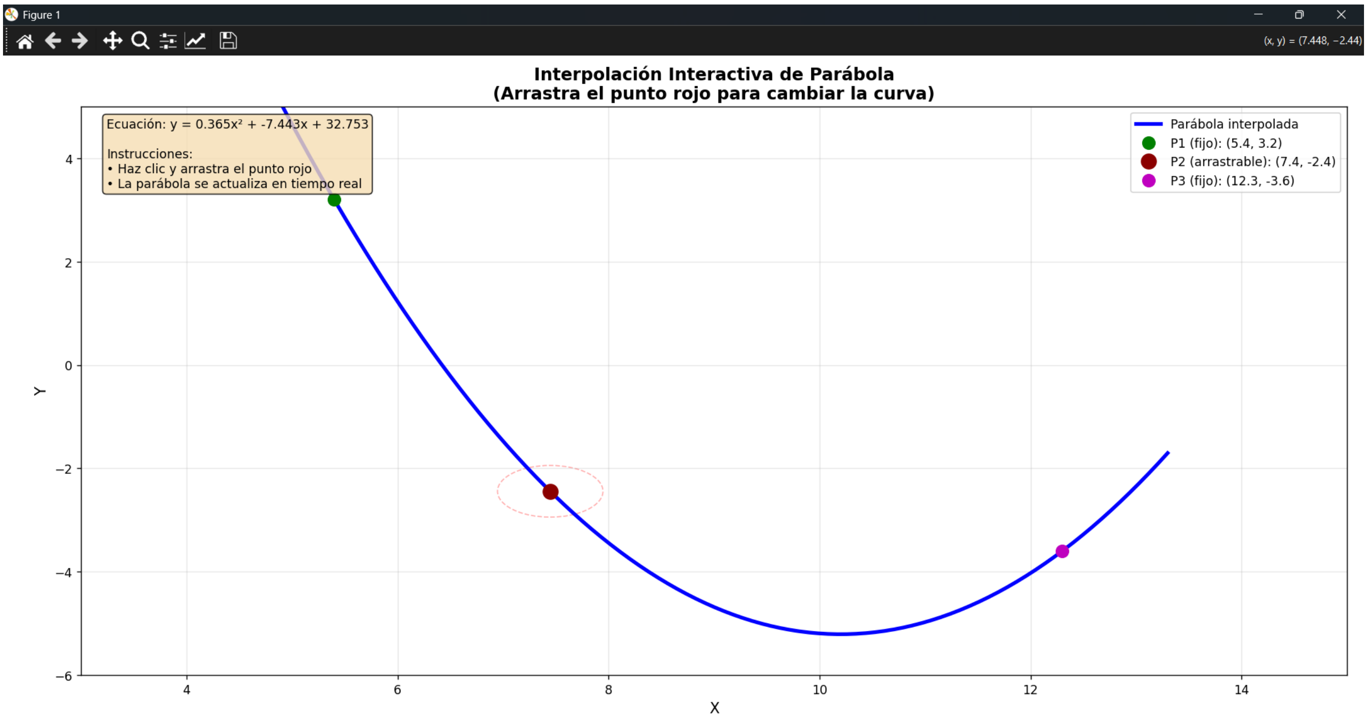
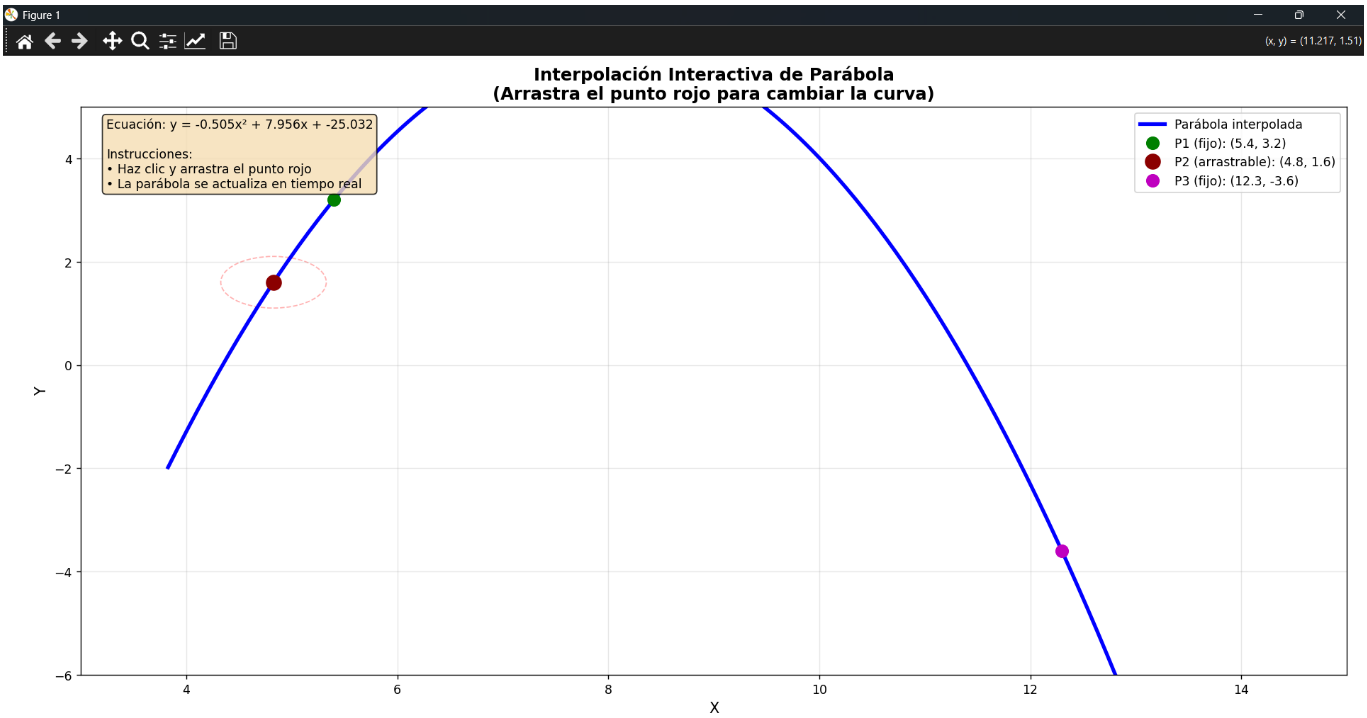


Figure 1
(x, y) = (7.448, −2.44)
Interpolación Interactiva de Parábola
(Arrastra el punto rojo para cambiar la curva)
Ecuación: y = 0.365x² + -7.443x + 32.753
Instrucciones:
• Haz clic y arrastra el punto rojo
• La parábola se actualiza en tiempo real
Parábola interpolada
P1 (fijo): (5.4, 3.2)
P2 (arrastrable): (7.4, -2.4)
P3 (fijo): (12.3, -3.6)
X
Y



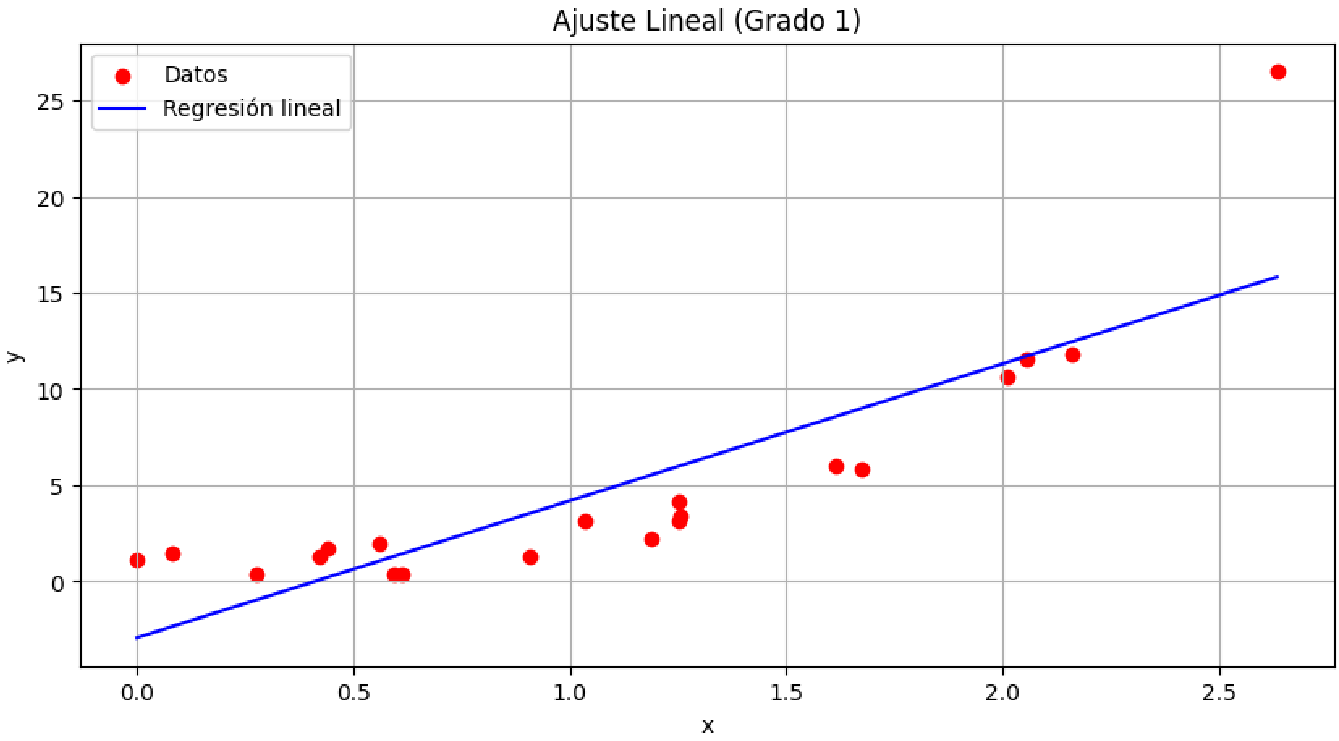
B) Interpole el siguiente conjunto de datos:

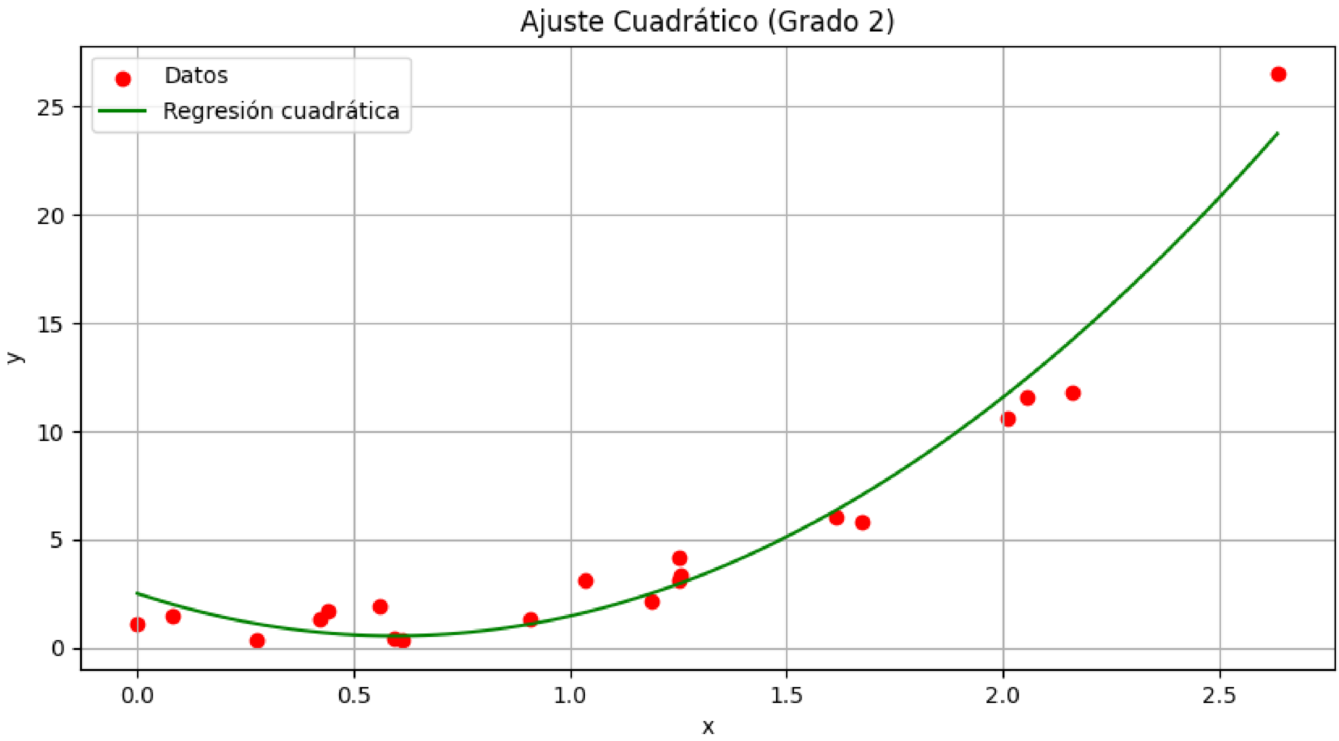
xs = [0.0003, 0.0822, 0.2770, 0.4212, 0.4403, 0.5588, 0.5943, 0.6134, 0.9070, 1.0367, 1.1903, 1.2511, 1.2519, 1.2576, 1.6165, 1.6761, 2.0114, 2.0557, 2.1610, 2.6344,] ys = [1.1017, 1.5021, 0.3844, 1.3251, 1.7206, 1.9453, 0.3894, 0.3328, 1.2887, 3.1239, 2.1778, 3.1078, 4.1856, 3.3640, 6.0330, 5.8088, 10.5890, 11.5865, 11.8221, 26.5077,]

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Datos
xs = [0.0003, 0.0822, 0.2770, 0.4212, 0.4403, 0.5588, 0.5943, 0.6134, 0.9070, 1.0367,
      1.1903, 1.2511, 1.2519, 1.2576, 1.6165, 1.6761, 2.0114, 2.0557, 2.1610, 2.6344]
ys = [1.1017, 1.5021, 0.3844, 1.3251, 1.7206, 1.9453, 0.3894, 0.3328, 1.2887, 3.1239,
      2.1778, 3.1078, 4.1856, 3.3640, 6.0330, 5.8088, 10.5890, 11.5865, 11.8221, 26.5077]

x = np.array(xs)
y = np.array(ys)

# ==============================================
# 1. FUNCIÓN PARA AJUSTE LINEAL (GRADO 1)
# ==============================================
def ajuste_lineal():
    print("\n=== AJUSTE LINEAL (GRADO 1) ===")

    # Construir matriz X para grado 1
    X1 = np.column_stack([np.ones(len(x)), x])
```

```
    # Calcular (XᵀX) y (Xᵀy)
    XT_X1 = X1.T @ X1
    XT_y1 = X1.T @ y

    # Resolver sistema
    theta1 = np.linalg.solve(XT_X1, XT_y1)

    # Resultados
    print(f"\nEcuación: y = {theta1[1]:.4f}x + {theta1[0]:.4f}")

    # Gráfico
    plt.figure(figsize=(10, 5))
    plt.scatter(x, y, color='red', label='Datos')
    x_line = np.linspace(min(x), max(x), 100)
    y_line = theta1[1]*x_line + theta1[0]
    plt.plot(x_line, y_line, 'b-', label=f'Regresión lineal')
    plt.title("Ajuste Lineal (Grado 1)")
    plt.xlabel("x")
    plt.ylabel("y")
    plt.legend()
    plt.grid(True)
    plt.show()

# ================================================
# 2. FUNCIÓN PARA AJUSTE CUADRÁTICO (GRADO 2)
# ================================================
def ajuste_cuadratico():
    print("\n=== AJUSTE CUADRÁTICO (GRADO 2) ===")

    # Construir matriz X para grado 2
    X2 = np.column_stack([np.ones(len(x)), x, x**2])

    # Calcular (XᵀX) y (Xᵀy)
    XT_X2 = X2.T @ X2
    XT_y2 = X2.T @ y

    # Resolver sistema
    theta2 = np.linalg.solve(XT_X2, XT_y2)

    # Resultados
    print(f"\nEcuación: y = {theta2[2]:.4f}x² + {theta2[1]:.4f}x + {theta2[0]:.4f}")

    # Gráfico
    plt.figure(figsize=(10, 5))
    plt.scatter(x, y, color='red', label='Datos')
    x_curve = np.linspace(min(x), max(x), 100)
    y_curve = theta2[2]*x_curve**2 + theta2[1]*x_curve + theta2[0]
    plt.plot(x_curve, y_curve, 'g-', label='Regresión cuadrática')
    plt.title("Ajuste Cuadrático (Grado 2)")
    plt.xlabel("x")
    plt.ylabel("y")
    plt.legend()
```

```
    plt.grid(True)
    plt.show()

# Llamar a las funciones para mostrar ambos ajustes
ajuste_lineal()
ajuste_cuadratico()
```






```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
# Datos
xs = [0.0003, 0.0822, 0.2770, 0.4212, 0.4403, 0.5588, 0.5943, 0.6134, 0.9070,
1.0367,
      1.1903, 1.2511, 1.2519, 1.2576, 1.6165, 1.6761, 2.0114, 2.0557, 2.1610,
2.6344]
ys = [1.1017, 1.5021, 0.3844, 1.3251, 1.7206, 1.9453, 0.3894, 0.3328, 1.2887,
3.1239,
      2.1778, 3.1078, 4.1856, 3.3640, 6.0330, 5.8088, 10.5890, 11.5865, 11.8221,
26.5077]

x = np.array(xs)
y = np.array(ys)

# ==============================================
# 1. FUNCIÓN PARA AJUSTE LINEAL (GRADO 1)
# ==============================================
def ajuste_lineal():
    print("\n=== AJUSTE LINEAL (GRADO 1) ===")
    print("\nFunción objetivo a minimizar:")
    print("S(θ₀, θ₁) = Σ(yᵢ - (θ₀ + θ₁xᵢ))²")

    # Construir matriz X para grado 1
    X1 = np.column_stack([np.ones(len(x)), x])

    # Mostrar sistema de ecuaciones normales
    print("\nSistema de ecuaciones normales:")
    print("nθ₀ + θ₁Σxᵢ = Σyᵢ")
    print("θ₀Σxᵢ + θ₁Σxᵢ² = Σxᵢyᵢ")

    # Calcular sumatorias para mostrar
    n = len(x)
    sum_x = sum(x)
    sum_y = sum(y)
    sum_x2 = sum(x**2)
    sum_xy = sum(x*y)

    print("\nValores calculados:")
    print(f"n = {n}")
    print(f"Σxᵢ = {sum_x:.4f}")
    print(f"Σyᵢ = {sum_y:.4f}")
    print(f"Σxᵢ² = {sum_x2:.4f}")
    print(f"Σxᵢyᵢ = {sum_xy:.4f}")

    print("\nSistema numérico:")
    print(f"{n}θ₀ + {sum_x:.4f}θ₁ = {sum_y:.4f}")
    print(f"{sum_x:.4f}θ₀ + {sum_x2:.4f}θ₁ = {sum_xy:.4f}")

    # Calcular (XᵀX) y (Xᵀy)
    XT_X1 = X1.T @ X1
    XT_y1 = X1.T @ y

    # Resolver sistema
    theta1 = np.linalg.solve(XT_X1, XT_y1)
```

```
    # Resultados
    print(f"\nSolución del sistema:")
    print(f"θ₀ = {theta1[0]:.4f}")
    print(f"θ₁ = {theta1[1]:.4f}")
    print(f"\nEcuación final: y = {theta1[1]:.4f}x + {theta1[0]:.4f}")

    # Gráfico
    plt.figure(figsize=(10, 5))
    plt.scatter(x, y, color='red', label='Datos')
    x_line = np.linspace(min(x), max(x), 100)
    y_line = theta1[1]*x_line + theta1[0]
    plt.plot(x_line, y_line, 'b-', label=f'Regresión lineal')
    plt.title("Ajuste Lineal (Grado 1)")
    plt.xlabel("x")
    plt.ylabel("y")
    plt.legend()
    plt.grid(True)
    plt.show()

# ================================================
# 2. FUNCIÓN PARA AJUSTE CUADRÁTICO (GRADO 2)
# ================================================
def ajuste_cuadratico():
    print("\n=== AJUSTE CUADRÁTICO (GRADO 2) ===")
    print("\nFunción objetivo a minimizar:")
    print("S(θ₀, θ₁, θ₂) = Σ(yᵢ - (θ₀ + θ₁xᵢ + θ₂xᵢ²))²")

    # Construir matriz X para grado 2
    X2 = np.column_stack([np.ones(len(x)), x, x**2])

    # Mostrar sistema de ecuaciones normales
    print("\nSistema de ecuaciones normales:")
    print("nθ₀ + θ₁Σxᵢ + θ₂Σxᵢ² = Σyᵢ")
    print("θ₀Σxᵢ + θ₁Σxᵢ² + θ₂Σxᵢ³ = Σxᵢyᵢ")
    print("θ₀Σxᵢ² + θ₁Σxᵢ³ + θ₂Σxᵢ⁴ = Σxᵢ²yᵢ")

    # Calcular sumatorias para mostrar
    n = len(x)
    sum_x = sum(x)
    sum_y = sum(y)
    sum_x2 = sum(x**2)
    sum_x3 = sum(x**3)
    sum_x4 = sum(x**4)
    sum_xy = sum(x*y)
    sum_x2y = sum(x**2 * y)

    print("\nValores calculados:")
    print(f"n = {n}")
    print(f"Σxᵢ = {sum_x:.4f}")
    print(f"Σyᵢ = {sum_y:.4f}")
    print(f"Σxᵢ² = {sum_x2:.4f}")
    print(f"Σxᵢ³ = {sum_x3:.4f}")
    print(f"Σxᵢ⁴ = {sum_x4:.4f}")
```

```
    print(f"Σxᵢyᵢ = {sum_xy:.4f}")
    print(f"Σxᵢ²yᵢ = {sum_x2y:.4f}")

    print("\nSistema numérico:")
    print(f"{n}θ₀ + {sum_x:.4f}θ₁ + {sum_x2:.4f}θ₂ = {sum_y:.4f}")
    print(f"{sum_x:.4f}θ₀ + {sum_x2:.4f}θ₁ + {sum_x3:.4f}θ₂ = {sum_xy:.4f}")
    print(f"{sum_x2:.4f}θ₀ + {sum_x3:.4f}θ₁ + {sum_x4:.4f}θ₂ = {sum_x2y:.4f}")

    # Calcular (XᵀX) y (Xᵀy)
    XT_X2 = X2.T @ X2
    XT_y2 = X2.T @ y

    # Resolver sistema
    theta2 = np.linalg.solve(XT_X2, XT_y2)

    # Resultados
    print(f"\nSolución del sistema:")
    print(f"θ₀ = {theta2[0]:.4f}")
    print(f"θ₁ = {theta2[1]:.4f}")
    print(f"θ₂ = {theta2[2]:.4f}")
    print(f"\nEcuación final: y = {theta2[2]:.4f}x² + {theta2[1]:.4f}x +
{theta2[0]:.4f}")

    # Gráfico
    plt.figure(figsize=(10, 5))
    plt.scatter(x, y, color='red', label='Datos')
    x_curve = np.linspace(min(x), max(x), 100)
    y_curve = theta2[2]*x_curve**2 + theta2[1]*x_curve + theta2[0]
    plt.plot(x_curve, y_curve, 'g-', label='Regresión cuadrática')
    plt.title("Ajuste Cuadrático (Grado 2)")
    plt.xlabel("x")
    plt.ylabel("y")
    plt.legend()
    plt.grid(True)
    plt.show()

# Llamar a las funciones para mostrar ambos ajustes
ajuste_lineal()
ajuste_cuadratico()
```

=== AJUSTE LINEAL (GRADO 1) ===

Función objetivo a minimizar: $S(\theta_0, \theta_1) = \Sigma(y_i - (\theta_0 + \theta_1 x_i))^2$

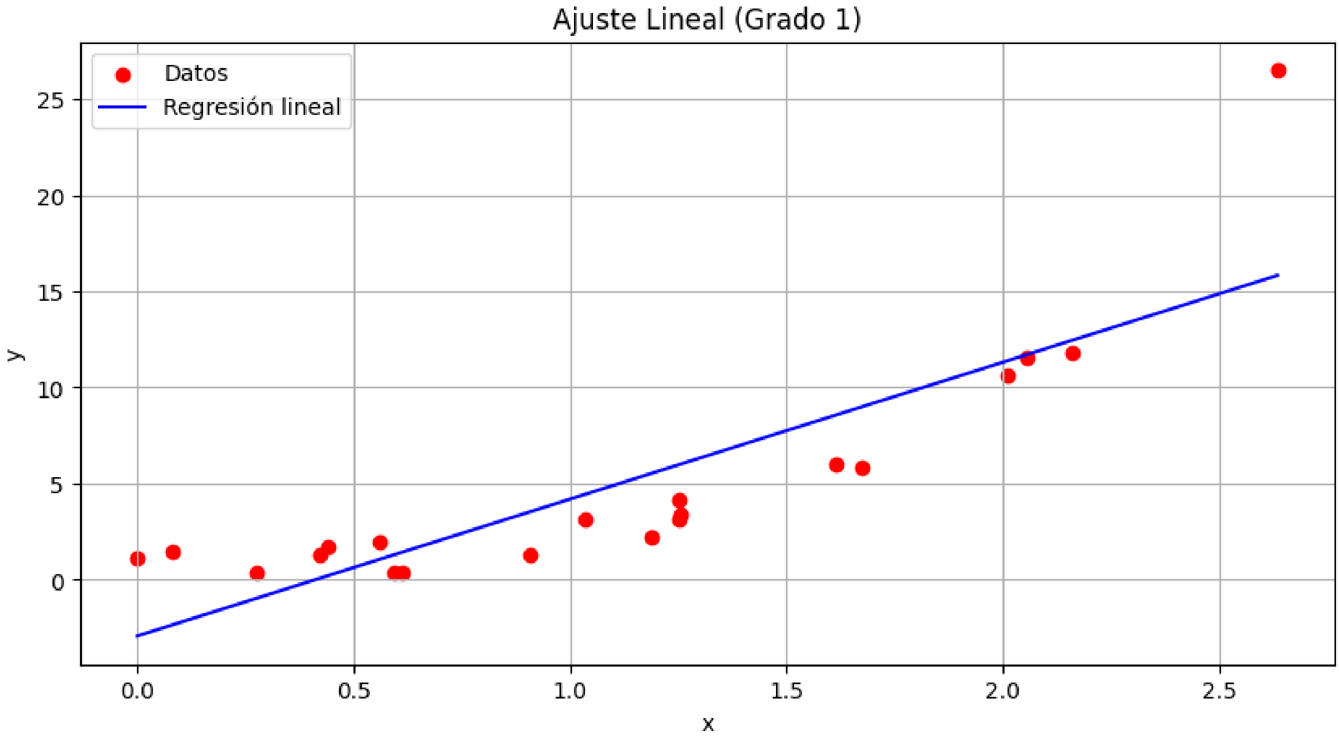
Sistema de ecuaciones normales: $n\theta_0 + \theta_1\Sigma x_i = \Sigma y_i$ $\theta_0\Sigma x_i + \theta_1\Sigma x_i^2 = \Sigma x_i y_i$

Valores calculados: $n = 20$ $\Sigma x_i = 22.0372$ $\Sigma y_i = 98.2963$ $\Sigma x_i^2 = 34.8287$ $\Sigma x_i y_i = 183.4119$

Sistema numérico: $20\theta_0 + 22.0372\theta_1 = 98.2963$ $22.0372\theta_0 + 34.8287\theta_1 = 183.4119$

Solución del sistema: $\theta_0 = -2.9314$ $\theta_1 = 7.1209$

Ecuación final: y = 7.1209x + -2.9314



=== AJUSTE CUADRÁTICO (GRADO 2) ===

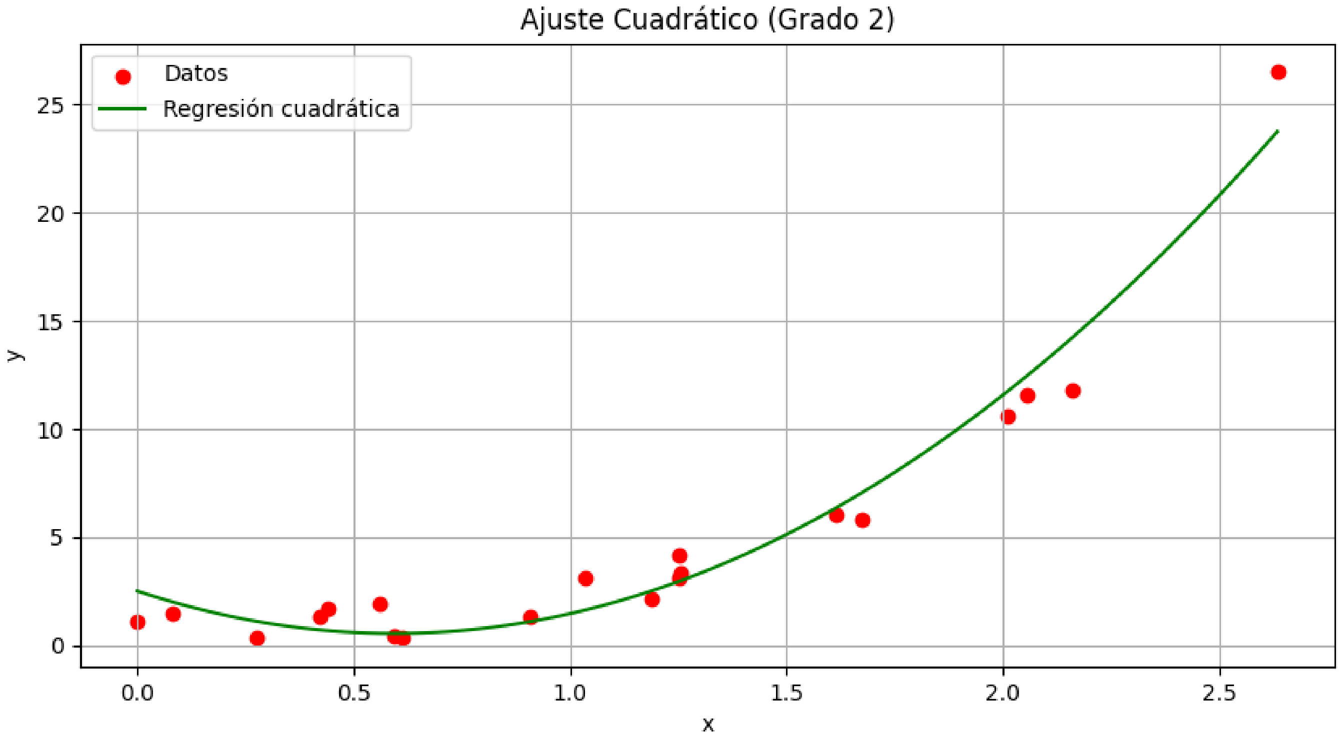
Función objetivo a minimizar: $S(\theta_0, \theta_1, \theta_2) = \Sigma(y_i - (\theta_0 + \theta_1 x_i + \theta_2 x_i^2))^2$

Sistema de ecuaciones normales: $n\theta_0 + \theta_1\Sigma x_i + \theta_2\Sigma x_i^2 = \Sigma y_i$ $\theta_0\Sigma x_i + \theta_1\Sigma x_i^2 + \theta_2\Sigma x_i^3 = \Sigma x_i y_i$ $\theta_0\Sigma x_i^2 + \theta_1\Sigma x_i^3 + \theta_2\Sigma x_i^4 = \Sigma x_i^2 y_i$

Valores calculados: $n = 20$ $\Sigma x_i = 22.0372$ $\Sigma y_i = 98.2963$ $\Sigma x_i^2 = 34.8287$ $\Sigma x_i^3 = 64.3852$ $\Sigma x_i^4 = 130.6048$ $\Sigma x_i y_i = 183.4119$ $\Sigma x_i^2 y_i = 388.7867$

Sistema numérico: $20\theta_0 + 22.0372\theta_1 + 34.8287\theta_2 = 98.2963$ $22.0372\theta_0 + 34.8287\theta_1 + 64.3852\theta_2 = 183.4119$ $34.8287\theta_0 + 64.3852\theta_1 + 130.6048\theta_2 = 388.7867$ ... $\theta_1 = -6.6227$ $\theta_2 = 5.5732$

Ecuación final: $y = 5.5732x^2 + -6.6227x + 2.5068$


Ajuste Cuadrático (Grado 2)
Datos
Regresión cuadrática
y
x
0
5
10
15
20
25
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5