最大公约数 (greatest common divisor, gcd)

计算方法:

1) 分别列出两数的质因数分解, 并计算共同项的乘积

例:

$12 = 2 * 2 * 3$

$28 = 2 * 2 * 7$

最大公约数: $2 * 2 = 4$

2) 两个数除以共同质因数, 直到两个数互质, 所有除数的乘积

例:

$$
\begin{array}{r|ll}
2 & 12 & 28 \\ \cline{2-3}
\multicolumn{1}{r}{2} & 6 & 14 \\ \cline{2-3}
\multicolumn{1}{r}{} & 3 & 7
\end{array}
$$

最大公约数: $2 * 2 = 4$

最小公倍数 (least common multiple, lcm)

计算方法:

1) 分别列出两数的质因数分解, 使用不同因数的最高次幂相乘

$9 = 3^2$

$21 = 3 * 7$

最小公倍数: $3^2 * 7 = 63$

2) 两个数除以共同质因数, 直到两个数互质, 所有除数和商的乘积

例:

$$\begin{array}{r|ll} 3 & 9 & 21 \\ \hline & 3 & 7 \end{array}$$

最小公倍数: $3 * 3 * 7 = 63$

卡迈克尔函数 (Carmichael function)
对于 $\lambda(n)$ 满足

$$a^m \equiv 1 \qquad (mod n)$$

其中:

1)n 为正整数;
2)$a \in [1, n]$ 并且 a 为整数;
3)a 与 n 互质[1].

求:

满足该条件的最小正整数 m

例. 当 $n = 6$ 时, $a \in 1, 5$

$$1^m \% 6 = 1$$

$$5^m \% 6 = 1$$

$m = 2$ 满足以上等式, 即 $\lambda(6) = 2$
* 特殊情况:
1) 如果 n 为素数, $\lambda(n) = n - 1$
2) 如果 $n = pq$, $\lambda(n) = lcm(\lambda(p), \lambda(q))$

[1]两个或多个数的最大公约数为 1