1. 公式

$$\int_a^b f(x)dx$$

为**定积分**, 表示 “函数 $f(x)$ 对于 x 从 a 到 b 的积分”.

$f(x)$ 为**被积函数**.

a 和 b 为**积分极限**, 也称为**积分端点**.

2. 有向面积积分:

$\int_a^b f(x)dx$ 是由曲线 $y = f(x)$, 两条垂线 $x = a$ 和 $x = b$, 以及 x 轴所围成的有向面积 (平方单位).

3. 定积分公式:

$$\boxed{\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx.}$$

$$\boxed{\int_a^a f(x)dx = 0.}$$

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.}$$

$$\boxed{\int_a^b Cf(x)dx = C\int_a^b f(x)dx.}$$

$$\boxed{\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.}$$

4. 两条曲线之间的面积:

在函数 f 和 g 之间的面积 (平方单位)$= \int_a^b \lvert f(x) - g(x)\rvert dx$.

5. 曲线与 y 轴围成的面积:

如果 f 存在反函数, $\int_A^B f^{-1}(y)dy$ 就是由函数 $y = f(x)$、直线 $y = A$ 和 $y = B$ 以及 y 轴所围成的面积 (平方单位).

6. 积分比较:

如果对于在区间 $[a, b]$ 内的所有 x 都有 $f(x) \leqslant g(x)$, 那么就有

$$\int_a^b f(x)dx \leqslant \int_a^b g(x)dx.$$

7. 简单估算:

如果对于在 $[a, b]$ 区间内的所有 x 有 $m \leqslant f(x) \leqslant M$, 那么

$$m(b-a) \leqslant \int_a^b f(x)dx \leqslant M(b-a).$$

8. 积分的平均值:

函数 f 在区间 $[a, b]$ 内的平均值 $= \dfrac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx.$

9. 积分的中值定理:

如果函数 f 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 那么在开区间 (a, b) 内总有一点 c, 满足 $f(c) = \dfrac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx.$