

一、向量空间和子空间

定义 一个向量空间是由一些被称为向量的对象构成的非空集合 V , 在这个集合上定义两个运算, 称为加法和标量乘法 (标量取实数), 服从以下公理 (或法则), 这些公理必须对 V 中所有向量 $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ 及所有标量 c 和 d 均成立.

1. \mathbf{u}, \mathbf{v} 之和表示为 $\mathbf{u} + \mathbf{v}$, 仍在 V 中
2. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$
3. $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$
4. V 中存在一个零向量 $\mathbf{0}$, 使得 $\mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$
5. 对 V 中每个向量 \mathbf{u} , 存在 V 中向量 $-\mathbf{u}$, 使得 $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$
6. \mathbf{u} 与标量 c 的标量乘法记为 $c\mathbf{u}$, 仍在 V 中
7. $c(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = c\mathbf{u} + c\mathbf{v}$
8. $(c + d)\mathbf{u} = c\mathbf{u} + d\mathbf{u}$
9. $c(d\mathbf{u}) = (cd)\mathbf{u}$
10. $1\mathbf{u} = \mathbf{u}$