

### 1. 最优化方案

- (1) 识别可能用到的所有变量;
- (2) 在极端情况下, 变量的取值范围;
- (3) 列出关联不同变量的方程组;
- (4) 通过方程组消去变量, 使得因变量 (目标) 可以表示为只关于一个自变量的函数;
- (5) 对因变量关于自变量求导, 找出临界点;
- (6) 通过一阶或二阶导数的符号表格求出最大值或最小值;
- (7) 得出最终结论.

### 2. 线性化方案

- (1) 将估算量写成适当的函数  $f(x)$ , 则当前值为  $f(a)$ ;
- (2) 选取某个与值  $a$  接近的自变量值  $b$ , 并且  $f(b)$  便于计算;
- (3) 找出通过曲线  $f(x)$  上点  $(b, f(b))$  的切线, 方程为:  $g(x) - f(b) = f'(b)(x - b)$ ;
- (4) 最后结果  $f(x) \approx g(x) = f'(b)(x - b) + f(b)$ , 函数  $g(x)$  称为  $f(x)$  在  $x = b$  处的线性化.

### 3. 近似估算 - 牛顿法

牛顿法 假设  $a$  是对方程  $f(x) = 0$  的解的一个近似. 如果令

$$b = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

则在很多情况下,  $b$  是个比  $a$  更好的近似.

牛顿法不起作用的四个情况:

- (1)  $f'(a)$  的值接近于 0;
- (2) 如果  $f(x) = 0$  有不只有一个解, 可能得到的不是你想要的那个解;
- (3) 近似可能变得越来越糟. 如:  $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ ;
- (4) 陷入循环.