

### 1. 建立原函数的符号表格

- (1) 建立一个两行的表格, 第一行为  $x$  取值, 第二行为  $f(x)$  对应值;
- (2) 在第一行以递增顺序列出  $x$  所有的关于  $f(x)$  的零点和不连续点, 并且每个数的左右都要留出表格;
- (3) 填充第二行, 零点直接填 0, 不连续点以 '\*' 填充;
- (4) 在第一行第一个数左边填上小于该数的数字, 在中间两个数之间填上介于之间的数字, 在最后一个数字右边填上大于该数的数字;
- (5) 根据第 (4) 步的值, 在第二行计算对应  $f(x)$  的值, 大于 0 则填上 '+', 小于 0 则填上 '-'.

### 2. 建立一阶导数的符号表格

- (1) 建立一个三行行的表格, 第一行为  $x$  取值, 第二行为  $f'(x)$  对应值, 第三行为趋势图;
- (2) 在第一行以递增顺序列出  $x$  所有的关于  $f'(x)$  的零点和不连续点, 并且每个数的左右都要留出表格;
- (3) 填充第二行, 零点直接填 0, 不连续点以 '\*' 填充;
- (4) 在第一行第一个数左边填上小于该数的数字, 在中间两个数之间填上介于之间的数字, 在最后一个数字右边填上大于该数的数字;
- (5) 根据第 (4) 步的值, 在第二行计算对应  $f'(x)$  的值, 大于 0 则填上 '+', 小于 0 则填上 '-';
- (6) 在第三行根据第二行的内容, 在该列填上对应内容, '+' 对应 '/', '0' 对应 '-', '-' 对应 '↓'.

### 3. 建立二阶导数的符号表格

- (1) 建立一个两行的表格, 第一行为  $x$  取值, 第二行为  $f''(x)$  对应值, 第三行为趋势图;
- (2) 在第一行以递增顺序列出  $x$  所有的关于  $f''(x)$  的零点和不连续点, 并且每个数的左右都要留出表格;
- (3) 填充第二行, 零点直接填 0, 不连续点以 '\*' 填充;
- (4) 在第一行第一个数左边填上小于该数的数字, 在中间两个数之间填上介于之间的数字, 在最后一个数字右边填上大于该数的数字;

- (5) 根据第 (4) 步的值, 在第二行计算对应  $f'(x)$  的值, 大于 0 则填上 '+', 小于 0 则填上 '-';
- (6) 在第三行根据第二行的内容, 在该列填上对应内容, '+' 对应 ' ', '0' 对应 ' ', '-' 对应 ' ';

#### 4. 绘制函数图像的完整步骤

- (1) 对称性 - 通过  $-x$  替换  $x$ , 来验证函数的奇偶性;
- (2)  $y$  轴截距 - 通过  $x = 0$  来求  $y$  轴截距;
- (3)  $x$  轴截距 - 通过  $y = 0$  来求  $x$  轴截距;
- (4) 定义域 - 除已直接给出定义域的情况, 可剔除使得分母为 0、偶数根号下的量为负数、对数符号里的量为负数或 0 的数, 并且反三角函数也需注意;
- (5) 垂直渐近线 - 分母为 0 且分子不为 0 的位置, 或对数式;
- (6) 函数的正负 - 建立关于  $f(x)$  的符号表格;
- (7) 水平渐近线 - 通过计算  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  和  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  来找出函数的水平渐近线;
- (8) 导数的正负 - 绘制关于一阶导数的符号表格;
- (9) 最大值和最小值 - 根据 (8) 的符号表格, 计算所有局部最大/小值, 找出全局最大/小值;
- (10) 二阶导数的正负 - 绘制关于二阶导数的符号表格;
- (11) 拐点 - 拐点的二阶导数为 0, 并且在该点两侧导数的正反符号相反.