1. 第一基本定理

微积分的第一基本定理: 如果函数 f 在闭区间 $[a,b]$ 上是连续的, 定义 F 为

$$F(x)=\int_a^x f(t)dt,\ x\in[a,b]$$

则 F 在开区间 (a,b) 内是可导函数, 而且 $F'(x)=f(x)$.

2. 第二基本定理

微积分的第二基本定理: 如果函数 f 在闭区间 $[a,b]$ 上是连续的, F 是 f 的任意一个反导数 (关于x), 那么有

$$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)=F(x)\Big|_a^b$$

3. 不定积分法则

如果 $\dfrac{d}{dx}F(x)=f(x)$, 那么 $\int f(x)dx=F(x)+C$.

4. 不定积分运算法则

$$\boxed{\int(f(x)+g(x))dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx}$$

$$\boxed{\int Cf(x)dx=C\int f(x)dx}$$

5. 微分和积分对照公式

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}x^a = ax^{a-1} \qquad \int x^a \,\mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C (a \neq -1)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln(x) = \frac{1}{x} \qquad \int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln|x| + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}e^x = e^x \qquad \int e^x \,\mathrm{d}x = e^x + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}b^x = b^x \ln(b) \qquad \int b^x \,\mathrm{d}x = \frac{b^x}{\ln(b)} + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sin(x) = \cos(x) \qquad \int \cos(x)\,\mathrm{d}x = \sin(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cos(x) = -\sin(x) \qquad \int \sin(x)\,\mathrm{d}x = -\cos(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\tan(x) = \sec^2(x) \qquad \int \sec^2(x)\,\mathrm{d}x = \tan(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sec(x) = \sec(x)\tan(x) \qquad \int \sec(x)\tan(x)\,\mathrm{d}x = \sec(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cot(x) = -\csc^2(x) \qquad \int \csc^2(x)\,\mathrm{d}x = -\cot(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\csc(x) = -\csc(x)\cot(x) \qquad \int \csc(x)\cot(x)\,\mathrm{d}x = -\csc(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sin^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = \sin^{-1}(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\tan^{-1}(x) = \frac{1}{1+x^2} \qquad \int \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \tan^{-1}(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sec^{-1}(x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} \qquad \int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}\,\mathrm{d}x = \sec^{-1}(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sinh(x) = \cosh(x) \qquad \int \cosh(x)\,\mathrm{d}x = \sinh(x) + C$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cosh(x) = \sinh(x) \qquad \int \sinh(x)\,\mathrm{d}x = \cosh(x) + C$$