

1. 指数法则:

$$(1) \quad b^0 = 1$$

$$(2) \quad b^1 = b$$

$$(3) \quad b^x b^y = b^{x+y}$$

$$(4) \quad \frac{b^x}{b^y} = b^{x-y}$$

$$(5) \quad (b^x)^y = b^{xy}$$

2. 对数法则:

$$(1) \quad \log_b(1) = 0$$

$$(2) \quad \log_b(b) = 1$$

$$(3) \quad \log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$$

$$(4) \quad \log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$$

$$(5) \quad \log_b(x^y) = y \log_b(x)$$

(6) 换底法则:

$$\log_b(x) = \frac{\log_c(x)}{\log_c(b)}$$

3. 自然数  $e$  相关

$$(1) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$$

$$(2) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

\*\*  $\log_e(x)/\ln(x)/\log(x)$  具有相同意义

4. 对数函数求导

$$(1) \quad \frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$$

$$(2) \quad \frac{d}{dx} \log_b(x) = \frac{1}{x \ln(b)}$$

5. 指数函数求导

$$(1) \quad \frac{d}{dx} (b^x) = b^x \ln(b)$$

$$(2) \quad \frac{d}{dx} (e^x) = e^x$$

6. 指数函数在 0 附近的行为

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{0+h} - e^0}{h} = \{(e^x)'|x=0\} = 1$$

7. 对数函数在 1 附近的行为

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h) - \ln(1)}{h} = \{\ln'(x)|x=1\} = 1$$

8. 指数函数在  $\infty$  或  $-\infty$  附近的行为

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x!} = 0$$

9. 对数函数在  $\infty$  附近的行为

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x) = \infty$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x^a} = 0, \text{ 其中 } a > 0$$

10. 对数函数在 0 附近的行为

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x) = 0$$