XS-3010 Demografía Aplicada. Arodys Robles.
Medidas de fecundidad (tasa intrínseca de crecimiento).
Apuntes **COMPLEMENTARIOS** a la materia vista en clases

La tasa neta de reproducción mide en qué medida una generación de mujeres se está sustituyendo a sí misma si las tasas específicas de fecundidad por edad y las tasas de mortalidad por edad permanecen constantes.

Cuando $TNR > 1$ el número de hijas es **mayor** al número de madres
Cuando $TNR < 1$ el número de hijas es **menor** al número de madres

La *TNR* no nos da información sobre la velocidad del cambio pero se puede estimar si conocemos la **edad media de la maternidad** que representa el número de años en que una generación de madres se sustituye a sí misma. También se denomina los años promedio en una generación sustituye a otra.

De forma análoga en que calculamos el crecimiento de la población por medio de $r = \frac{\ln\left(\frac{N(T)}{N(0)}\right)}{t}$, si M es la edad media de la maternidad de la cohorte, entonces $TNR \approx \frac{N(\mathrm{M})}{N(0)}$ es una medida de la razón entre la generación de madres N(0) y la generación de hijas N(M).

Sustituyendo y despejando esa razón en la fórmula de crecimiento exponencial, podemos escribir $\frac{N(M)}{N(0)} = e^{r*t}$ o $TNR = e^{r*M}$ ya que *t*, el tiempo transcurrido entre 0 y T equivale a los años promedio en que una generación sustituye a otra (M).

Despejando r tenemos: $r = \frac{\ln TNR}{M}$

Esta tasa se denomina la **tasa intrínseca de crecimiento** o la **tasa intrínseca de crecimiento natural** e indica la tasa que en el largo plazo tendría la población si las tasas de fecundidad y mortalidad actuales se mantuvieran constantes durante un periodo de tiempo equivalente al tiempo en que dura en extinguirse una cohorte: ω (la letra griega omega que indica la última edad a la que hay sobrevivientes en una tabla de vida).

Esta tasa es independiente de la distribución por edad que tenga la población. Dado que, si en el largo plazo la fecundidad y la mortalidad por edad permanecen constantes, la estructura por edad será constante, entonces la tasa intrínseca de crecimiento indica las consecuencias que en el crecimiento a largo plazo tiene la fecundidad y mortalidad actual independientemente de cuál sea la distribución por edad de la población.

El procedimiento para obtener la tasa intrínseca de crecimiento que en el largo plazo tendría la población si las tasas de fecundidad y mortalidad se mantuvieran constantes implica varias iteraciones hasta que la tasa de crecimiento no se modifique. Este se ilustra a continuación (ver también la hoja de cálculo). En el ejemplo se toma como edad media de la maternidad 27 años:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Edad a	$\frac{{}_5L_a}{l_0}$	${}_5m_a$	$\frac{{}_5L_a}{l_0}\cdot{}_5m_a$	$-r_0\cdot(a+2.5)$	$e^{-r_0\cdot(a+2.5)}$	$e^{-r_n(a+2.5)}\cdot{}_5L_a\cdot{}_5m_a$	2nda iteración	3ra iteración	4ta iteración
15	4.667	0.0057	0.0265	-0.2862	0.7511	0.019877	0.020469	0.020426	0.020430
20	4.631	0.0663	0.3069	-0.3680	0.6921	0.212407	0.220570	0.219976	0.220034
25	4.582	0.1120	0.5133	-0.4498	0.6378	0.327397	0.342839	0.341711	0.341821
30	4.532	0.0789	0.3575	-0.5316	0.5877	0.210120	0.221882	0.221020	0.221104
35	4.469	0.0571	0.2550	-0.6133	0.5415	0.138074	0.147030	0.146371	0.146435
40	4.391	0.0159	0.0698	-0.6951	0.4990	0.034843	0.037415	0.037225	0.037244
45	4.290	0.0061	0.0262	-0.7769	0.4598	0.012033	0.013030	0.012956	0.012963
		TNR	**1.5552**			**0.954750**	**1.003234**	**0.999685**	**1.000030**
					$y(r_n)$-1=	-0.045250	0.003234	-0.000315	0.000030
		ln(TNR)=	0.4416		$y(r_n)$-1/27=	-0.001676	0.000120	-0.000012	0.000001
		r_n	**0.01636**			**0.014680**	**0.014799**	**0.014788**	**0.014789**
					cambio en r_n	-0.001676	-0.000120	0.000012	-0.000001

Iteraciones:

r_0= ln(1.5552)/27=.01636 — $y(r_0)$= 0.954750

r_1= .01636+(.954750-1)/27=.014680 — $y(r_1)$= 1.003234

r_2= .014680+(1.003234-1)/27=.014799 — $y(r_2)$= 0.999685

r_3= .014799+(.999685-1)/27=.014788 — $y(r_3)$= 1.000030

r_4= .014788+(1.000030-1)/27=**.014789**

En las columnas de la A a la D se encuentra el cálculo de la tasa neta de reproducción (TNR=1.5552) en la fila r_n se encuentra la tasa intrínseca de crecimiento calculada a partir de la tasa neta de crecimiento (r_0 =.01636), en las columnas de la E a la G se encuentra el desarrollo de la siguiente fórmula para obtener un nuevo valor de la tasa intrínseca de crecimiento:

en el ejemplo $r_0=\dfrac{\ln(TNR)}{27}=\dfrac{0.4416}{27}=0.01636$

con ese valor de r_0 calculamos $e^{-r_n(a+2.5)}$ para a=15 $e^{-.01636(15+2.5)}=e^{-.2862}=0.7511$

son los cálculos que están en las columnas E y F.

$\frac{{}_5L_a}{l_0}\,{}_5m_a$ se refiere al cálculo de la TNR, ${}_5m_a$ son las tasas de fecundidad por edad de nacimientos **femeninos.**

$e^{-r_n(a+2.5)}$ es un término que aproxima el crecimiento de las mujeres en cada grupo de edad. En cada iteración suponemos que el grupo de mujeres ha estado *creciendo* a una tasa de $-r_n$. Este es el cálculo que se encuentra en las columnas E y F.

En la siguiente columna se calcula el valor de $y(r_1)=\sum_{a=15,5}^{45} e^{-r_n(a+2.5)}\cdot\frac{{}_5L_a}{l_0}\cdot{}_5m_a$.

Para a=15: $e^{-r_n(a+2.5)}\cdot{}_5L_a\cdot{}_5m_a=0.7511\cdot{}_5L_a\cdot{}_5m_a=0.7511\cdot.0265=.019877$

este es el cálculo que se encuentra en la columna G.

Y la suma $y(r_n)=\sum_{a=15.5}^{45} e^{-r_n(a+2.5)}\frac{{}_5L_a}{l_0}\,{}_5m_a$ es igual a $y(r_1)=.954750$

Con este valor generamos una nueva tasa de crecimiento:

$$r_1=r_0+\frac{y(r_n)-1}{27}=.01636+\frac{.954750-1}{27}=.014680$$

Con este nuevo valor repetimos el procedimiento y obtenemos $y(r_2)$.
En la segunda iteración para $a=15$

$$e^{-r_1(a+2.5)}\cdot{}_5L_a\cdot{}_5m_a=e^{-.014680\cdot(15+2.5)}\cdot.0265=.020469$$

En la última iteración obtenemos $y(r_3) = 1.000030$ y $r_4 = .014789$ el valor de la tasa intrínseca de crecimiento.

Cuando $y(r_n)$=1, quiere decir que las mujeres en edad reproductiva se sustituyen a sí mismas y hay un *equilibrio* entre la tasa de crecimiento r_n , la función de maternidad $_n m_a$ y la mortalidad por edad $_n L_a$. Dado que esa tasa de crecimiento permanece constante, entonces la estructura por edad también es constante.

En la cuarta iteración el cambio en la tasa de crecimiento es de apenas -.0000001 esta es la tasa de crecimiento (.014789) implícita en las tasas de fecundidad y mortalidad con que calculamos el primer valor de la TNR.