

Población en un momento determinado

Precisión en la definición de una población de tal manera que podamos identificar formas de entrada y salida:

La definición busca identificar stocks y flujos. La población cambia de acuerdo a como se comporten esos flujos. En el caso de una **población cerrada** solo existe un flujo de entrada (los nacimientos) y un flujo de salida (las defunciones).

Población del mundo del 2005 al 2010		
Población al año 2005		6.514.095.000
Nacimientos 2005 al 2010	+	674.580.000
Defunciones 2005 al 2010	-	272.490.000
Población al año 2010		6.916.185.000

Ecuación compensadora

En el cuadro anterior la población en el año 2010 se puede escribir como:

$$\mathbf{N(2010)=N(2005)+B(2005 \text{ al } 2010)-D(2005-2010)}$$

N(2005) Población del mundo en el año 2005

B(2005 al 2010) Nacimientos ocurridos en los años 2005 al 2010

(por convención se utiliza la letra B para referirse a los nacimientos para no confundir N de nacimientos con N de población)

D(2005-2010) Defunciones ocurridas en los años 2005 al 2010

N(2010) Población del mundo en el año 2010

Si la población inicial (la del 2005) es la del momento 0 y la final (la del 2010) corresponde al momento T, entonces:

$$\mathbf{N(T) = N(0) + B(0-T) - D(0-T)}$$

Ecuación compensadora

$$N(T) = N(0) + B(0-T) - D(0-T)$$

La población en un momento T es igual a la población en un momento 0 + la suma de los nacimientos ocurridos entre 0 y T menos la suma de las defunciones entre 0 y T.

Esto equivale al crecimiento natural, o sea, el crecimiento producto únicamente de los nacimientos y las defunciones ocurridas en la población.

Ecuación compensadora

Si tomamos en cuenta las otras formas de entrar y salir de una población (inmigrar y emigrar)

$$N(T)=N(0)+B(0,T)-D(0,T)+I(0,T)-E(0,T)$$

La población en un momento T es igual a la población en un momento 0 + la suma de los nacimientos ocurridos entre 0 y T menos la suma de las defunciones entre 0 y T + los inmigrantes que entran a la población entre 0 y T menos los emigrantes que salen de la población entre 0 y T

Estos cuatro flujos resumen eventos o transiciones que ocurren a las personas en forma individual y determinan si entran o salen de una población.

Si no hay errores de medición en ninguna de las cantidades se trata de una identidad. O sea, el cambio en el número total de una población entre dos momentos solo se produce como consecuencia de lo que ocurra con estas formas de entrar y salir de la población.

Elementos de la ecuación compensadora

$N(T)$ Número de personas vivas en un momento determinado

$N(0)$ Número de personas vivas en el momento anterior

$B(0,T)$ Número de nacimientos en una población entre 0 y T

$D(0,T)$ Número de muertes en la población entre 0 y T

$I(0,T)$ Número de inmigrantes entre 0 y T

$E(0,T)$ Número de emigrantes entre 0 y T

Componentes del Crecimiento

Crecimiento Total de la población: $N(T)-N(0)$

Crecimiento Natural: $B(0,T) - D(0,T)$

Saldo Neto Migratorio: $I(0,T) - E(0,T)$

$$N(T)-N(0) = B(0,T)-D(0,T) + I(0,T)-E(0,T)$$

crecimiento
natural

saldo
migratorio

Ecuación compensadora en el periodo intercensal

Población de Costa Rica 2000 al 2011			
		Sin corregir omisión censal	Con omisión censal corregida
Población censada el 28 de junio del 2000		3.810.179	3.924.484
Población al 30 de junio del 2000		3.810.414	
Nacimientos 2000 al 2011		802.130	
Defunciones 2000 al 2011		184.523	
Crecimiento Natural		617.607	
Cálculo de población al 30 06 2011		4.428.021	4.542.091
Población censada al 30 de mayo de 2011		4.301.712	
Población al 30 de junio de 2011		4.305.826	
Observada-cálculo		-122.195	-240.379

Ecuación compensadora

Ecuación compensadora 30 de junio del 2000 al 30 de junio del 2011

(las cifras en negro corresponden a los datos obtenidos del censo o de registro)

Población censada el 28 de junio del 2000	3,810,179	Resultados del censo de población. El <i>momento censal</i> se definió el 28 de junio del año 2000
Población al 30 de junio del 2000	3,810,414	Población estimada al 30 de junio del año 2000. Utilizando la tasa de crecimiento intercensal $r(2000,2011)$
Nacimientos 2000 al 2011	802,130	Nacimientos ocurridos entre el 1 de julio del año 2000 y el 30 de junio del año 2011.
Defunciones 2000 al 2011	184,523	Defunciones ocurridas entre el 1 de julio del año 2000 y el 30 de junio del año 2011
Crecimiento Natural	617,607	Diferencia entre los nacimientos y defunciones ocurridas entre el 1 de julio del año 2000 y el 30 de junio del año 2011
Cálculo de población al 30 06 2011	4,428,021	Población inicial (el 30 de junio del año 2000) mas el crecimiento natural ocurrido entre el 1 de julio del año 2000 y el 30 de junio del año 2011.
Población censada al 30 de mayo de 2011	4,301,712	Resultados del censo de población. El <i>momento censal</i> se definió el 30 de mayo del año 2011
Población al 30 de junio de 2011	4,305,826	Población estimada al 30 de junio del año 2011. Utilizando la tasa de crecimiento intercensal $r(2000,2011)$
Observada-cálculo	-122,195	Diferencia entre la población enumerada y el cálculo de población

Este resultado indica que el censo del 2011 tuvo una omisión con respecto a la población que debería haber enumerado si no hay subregistro de nacimientos y defunciones entre el 1 de julio del 2000 y el 30 de junio del 2011

Tasas de los componentes de la ecuación compensadora

Si dividimos cada una de las cantidades de la ecuación compensadora por la población a la que se refieren, obtenemos un conjunto de tasas que miden la intensidad de los cuatro flujos:

$$\text{Tasa Bruta de Crecimiento} \quad TBC = \frac{N(T) - N(0)}{\text{Población_a_mitad_del_periodo}}$$

$$\text{Tasa Bruta de Natalidad} \quad TBN = \frac{\text{Nacimientos}(0,T)}{\text{Población_a_mitad_del_periodo}}$$

$$\text{Tasa Bruta de Mortalidad} \quad TBM = \frac{\text{Defunciones}(0,T)}{\text{Población_a_mitad_del_periodo}}$$

$$\text{Tasa Bruta de Inmigración} \quad TBI = \frac{\text{Inmigrantes}(0,T)}{\text{Población_a_mitad_del_periodo}}$$

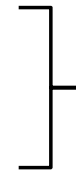
$$\text{Tasa Bruta de Emigración} \quad TBE = \frac{\text{Emigrantes}(0,T)}{\text{Población_a_mitad_del_periodo}}$$

Tasas de los componentes de la ecuación compensadora

$$TBC = TBN - TBM + TBI - TBE$$

Tasa bruta de natalidad *TBN*

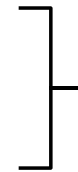
Tasa bruta de mortalidad *TBM*



Crecimiento natural

Tasa bruta de inmigración *TBI*

Tasa bruta de emigración *TBE*



Migración neta

¿Por qué usamos población a mitad del período como denominador de las tasas?

Las tasas en demografía tratan de aproximar la ocurrencia de un evento con la población que esta expuesta al riesgo de que le ocurra el evento.

La exposición al riesgo se mide como el *número de años persona de exposición*. O sea, no se trata solamente del número total de personas presentes en la población sino que también se toma en cuenta que fracción del año estuvo expuesta cada persona.

Esta cantidad también se denomina *tiempo vivido por la población*.

El siguiente ejemplo muestra el caso de la medición del tiempo vivido por 5 personas en un año. El ejemplo supone que cada persona sale de la población en el instante en que se pasa de un trimestre a otro y contamos las personas al inicio de cada trimestre.

Tiempo vivido

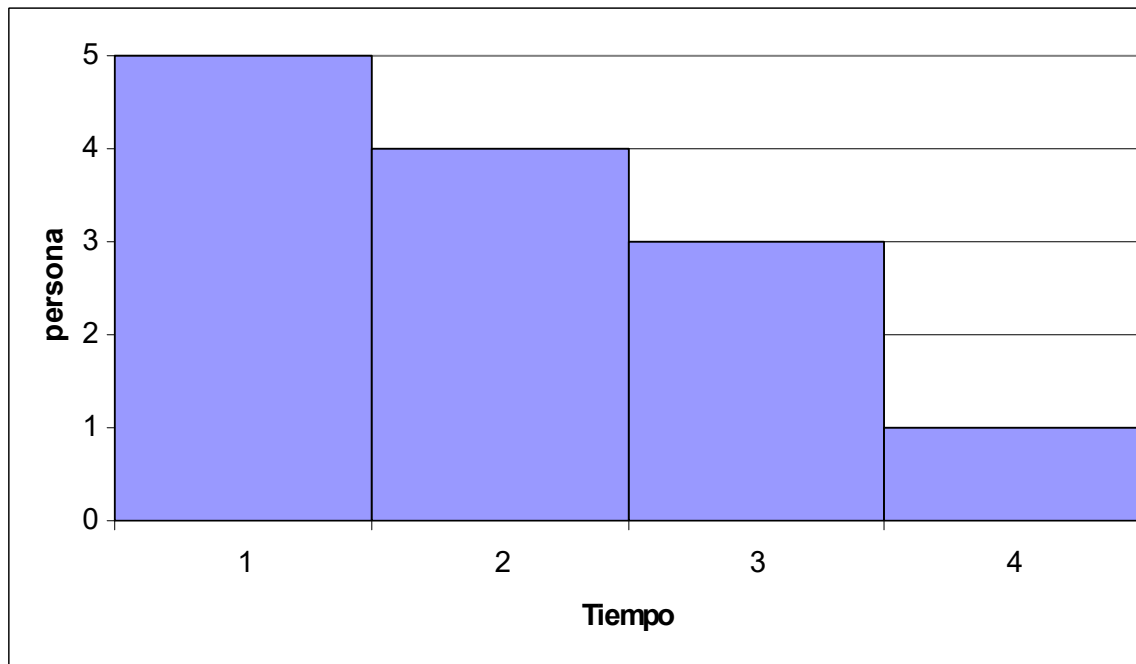
Tiempo vivido por cinco individuos en 4 trimestres						
	Trimestres					
personas	1	2	3	4		
1	V	V	V		3/4	0.75
2	V	V	V	V	4/4	1
3	V				1/4	0.25
4	V	V			2/4	0.5
5	V	V	V		3/4	0.75
	5 * 1/4	4 * 1/4	3 * 1/4	1 * 1/4		
	1.25	1	0.75	0.25		3.25

En total las 5 personas vivieron 3.25 **años persona** durante el año. Si ninguna hubiera salido de la población habrían vivido 5 años persona. En el ejemplo **el tiempo vivido** por la persona 2 es 1 año persona, por las personas 1 y 5 $\frac{3}{4}$ partes de un año, la persona 4 vivió medio año en la población y la persona 3, $\frac{1}{4}$ parte de un año.

Tiempo vivido

El total de tiempo vivido es la suma en cada período i del total de personas vivas en el período por la duración del período en años, en el ejemplo esta duración es un cuarto de año o 0.25

$$\sum_{i=1}^4 N_i(0.25) = 5(0.25) + 4(0.25) + 3(0.25) + 1(0.25)$$



Población a mitad del periodo

Generalmente **aproximamos los expuestos al riesgo** durante un año por la población a mitad del año, o sea la población que estaba viva y residiendo en el territorio el 30 de junio del año de interés.

Como no podemos tener una medida precisa de **años persona** para la población total, la aproximamos tomando la población a mitad de periodo.

Entonces aproximamos:

$$\frac{\text{Número de ocurrencias de un evento}}{\text{Número años persona de exposición al riesgo}}$$

usando:

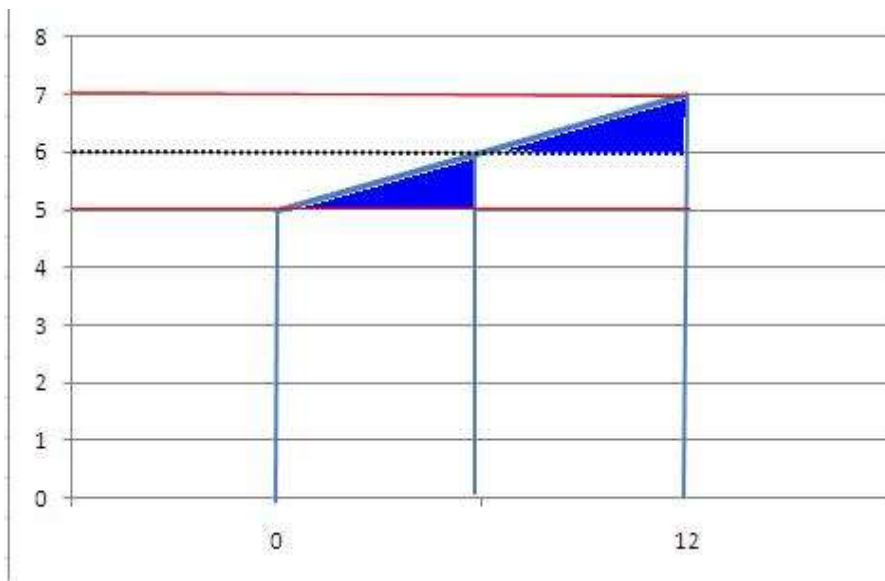
$$\frac{\text{Número de ocurrencias de un evento}}{\text{Población a mitad de período}}$$

Aproximación del tiempo vivido

¿Qué implicaciones tiene esto?

Cuando el crecimiento de la población es lineal, la estimación de la población a mitad del periodo es una buena aproximación porque la sobre estimación de la primera mitad del período se compensa con la subestimación de la segunda mitad del período.

Si el crecimiento es mas bien exponencial esta aproximación subestima el tiempo vivido.



Tiempo vivido, población a mitad de período y población media

Tiempo vivido: Corresponde a la suma del tiempo en años vivido por cada uno de los miembros de la población en estudio durante el periodo de interés en que han estado expuestos a una ocurrencia específica. Se expresa como **número de años persona**.

Población a mitad de período: Es un estimador del tiempo vivido, corresponde a la población total correspondiente a la mitad del período estudiado. Cuando se trata de un año, generalmente es el 30 de junio.

Población media: Estima el valor de la población a mitad de un periodo, se obtiene al promediar la población al inicio y al final del período en estudio.

$$Población_media = \frac{Población_al_inicio_del_período + Población_al_final_del_período}{2}$$

Medidas de crecimiento

Además del crecimiento medido por medio de las tasas de natalidad, mortalidad y migración neta, también podemos estimar medidas del crecimiento de la población total en un período de tiempo.

Estas medidas toman en cuenta el cambio de la población entre 0 y T:

$$N(T) - N(0)$$

Y el tiempo transcurrido entre 0 y T.

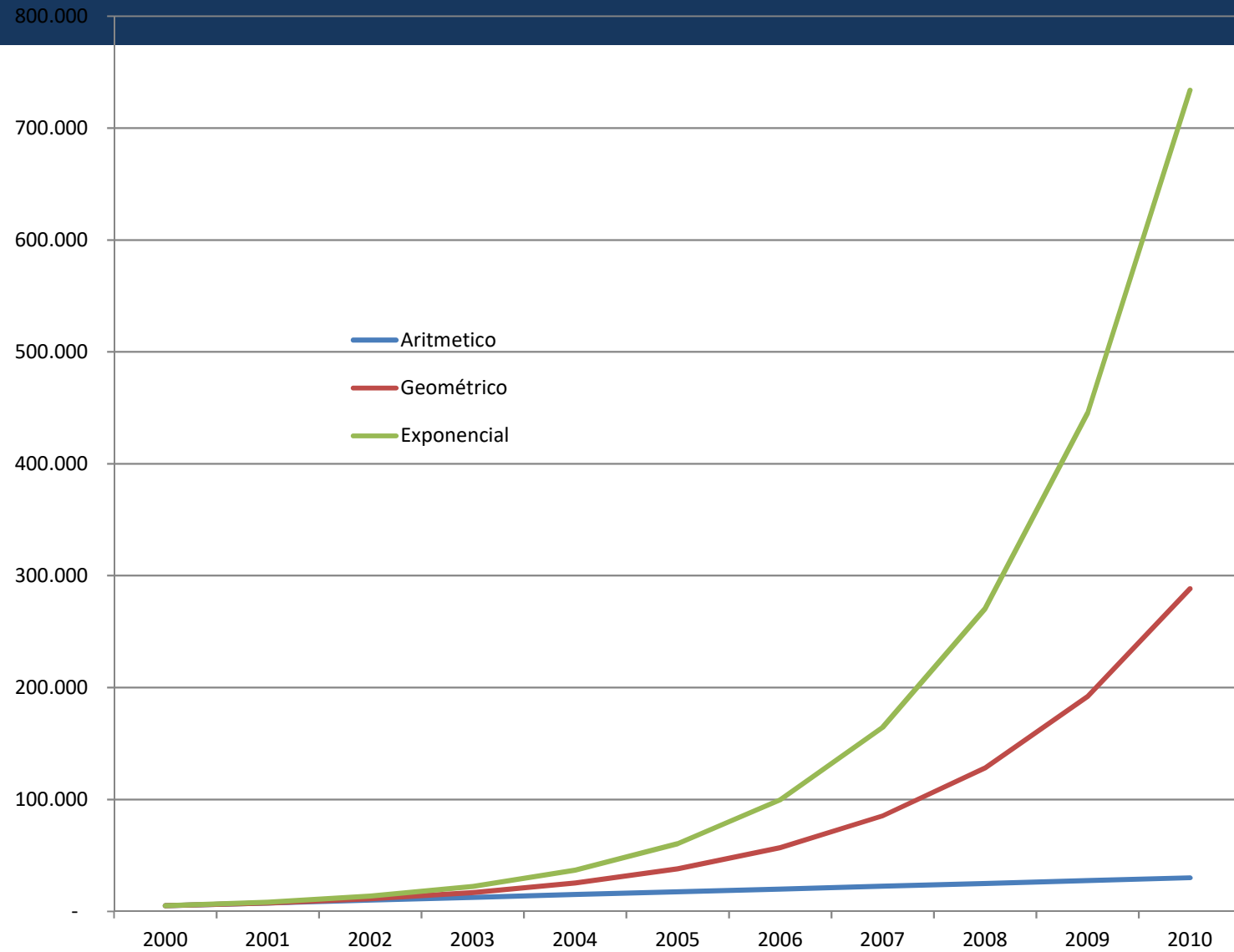
En general las medidas miden la velocidad del crecimiento y permiten estimar la población en momentos específicos ya que son medidas anualizadas.

Medición del crecimiento

Cambio absoluto	$N(T) - N(0)$	
Cambio porcentual	$\frac{N(T) - N(0)}{N(0)} * 100$	
Cambio promedio anual	$\frac{N(T) - N(0)}{t}$	
Tasa de crecimiento aritmética	$r = \frac{\frac{N(T) - N(0)}{t}}{N(0)} \quad r = \frac{N(T) - N(0)}{tN(0)}$	
Tasa de crecimiento geométrica	$r = \left[\frac{N(T)}{N(0)} \right]^{\frac{1}{t}} - 1$	$N(T) = N(0)(1 + r)^t$
Tasa de crecimiento exponencial	$r = \frac{\ln \left[\frac{N(T)}{N(0)} \right]}{t}$	$N(T) = N(0)e^{rt}$

Tasas de crecimiento comparación

	Aritmetico	Geométrico	Exponencial
2000	5.000	5.000	5.000
2001	7.500	7.500	8235
2002	10.000	11.250	13561
2003	12.500	16.875	22334
2004	15.000	25.313	36782
2005	17.500	37.969	60577
2006	20.000	56.953	99764
2007	22.500	85.430	164301
2008	25.000	128.145	270588
2009	27.500	192.217	445631
2010	30.000	288.325	733909
rel $N(T)/N(0)$		1,5	1,6469



Cálculo de la tasa de crecimiento del periodo intercensal 2000 al 2011

	Fecha	Población
Población Censo 2011	30-05-2011	4,301,712
Población Censo 2000	28-06-2000	3,810,179
Periodo intercensal en años	10.91666667	
Tasa de crecimiento intercensal		0.01111483

$$r^{2000,2011} = \frac{\ln \left[\frac{N(T)}{N(0)} \right]}{t} = \frac{\ln \left[\frac{N(30-05-2011)}{N(28-06-2000)} \right]}{t} = \frac{\ln \left[\frac{4301712}{3810179} \right]}{t}$$

Cálculo del periodo intercensal

	Fecha	Población
Población Censo 2011	30-05-2011	4,301,712
Población Censo 2000	28-06-2000	3,810,179
Periodo intercensal en años	10.91666667	
Tasa de crecimiento intercensal		0.01111483

para estimar el periodo intercensal en años calculamos la fecha mes siglo (fms) de cada censo y dividimos la diferencia entre 12:

$$FMS = ((año - 1900) * 12) + meses$$

cálculo de t :

$$t^{(2000,2011)} = \frac{[((2011 - 1900) * 12) + 5] - [((2000 - 1900) * 12) + 6]}{12}$$

Cálculo del periodo intercensal

El tiempo en años transcurrido entre el momento 0 y el momento T lo denominamos ***t*** y ***cambia según la estimación de interés.***

Si calculamos una tasa de crecimiento intercensal, entonces el momento 0 es el momento censal del primer censo y el momento T el del segundo censo y ***t*** es el tiempo transcurrido entre el primer y el segundo censo:

$$r = \frac{\ln \left(\frac{N(T)}{N(0)} \right)}{t} = \frac{\ln \left(\frac{N(\text{segundo censo})}{N(\text{primer censo})} \right)}{\text{Diferencia de fecha entre primer y segundo censo}}$$

Si queremos usar esa tasa de crecimiento intercensal para estimar la población en otro momento T, entonces ***t*** cambia. Por ejemplo si queremos una estimación para un momento después del segundo censo:

$$N(T) = N(0)e^{rt}$$

La ecuación sería:

$$\begin{aligned} &N(\text{momento de la estimación}) \\ &= N(\text{segundo censo})e^{(r \text{ intercensal}) * (\text{tiempo transcurrido entre segundo censo y estimación})} \end{aligned}$$

Nótese que ***t*** se expresa en años pero es siempre la diferencia entre dos **momentos**. O sea, es siempre la diferencia entre un momento exacto (5 de enero de 1999) y otro momento exacto (14 de marzo de 2001) divididos entre 12 meses.

Población según los censos

Fecha del momento censal de los censos de población realizados en el país entre 1950 y 2011. Cálculo de la fecha mes siglo y del período de tiempo en año transcurrido entre momento censal.

día	mes	año	Población	fms	t intercensal
22	5	1950	800,875	604.7097	
1	4	1963	1,336,274	759.0333	12.860
14	5	1973	1,871,780	880.4516	10.118
10	6	1984	2,416,809	1013.3333	11.073
28	6	2000	3,810,179	1205.9333	16.050
30	5	2011	4,301,712	1336.9677	10.920

Práctica en clases

Población de Guanacaste censada el 28 de junio del 2000		264238
Población de Guanacaste censada el 30 de mayo del 2011		326953
Nacimientos del 1 07 2000 al 30 06 2011		61363
Defunciones del 1 07 2000 al 30 06 2011		14463

Práctica en clases

Población de Guanacaste censada el del 2000	264.238		
Población de Guanacaste censada el 30 de mayo del 2011	326.953		
Población de Guanacaste al 30 06 2000	264.266	N(0)	
Nacimientos del 1 07 2000 al 30 06 2011	61.363	B(0,T)	
Defunciones del 1 07 2000 al 30 06 2011	14.463	D(0,T)	
Cálculo de población al 30 06 2011	311.166	N(T)	
Población enumerada el 30 de mayo llevada al 30 de junio del 2011	327.485		
Diferencia (O-E)	16.319		