

Conceptos básicos de probabilidad y  
distribuciones de probabilidad  
Discretas y continuas

**Juan Antonio Rodríguez**

---

## Definición de Estadística

- Estadística es diferente de estadísticaS
- EstadísticaS es sinónimo de dato.
- Qué es Estadística?
  - Conjunto de métodos eficientes que ayudan en la:
    - Recolección
    - Elaboración
    - Presentación y
    - Análisis de datos,
    - Permitiendo medir el error que se comete al hacer afirmaciones con base en los datos y el grado de confianza en las conclusiones

---

## Estadística se puede dividir en:

- Descriptiva.
    - La forman los métodos de recolección, elaboración, análisis básico y presentación de los datos numéricos. Sus conclusiones se quedan a nivel de los datos analizados.
  - Inferencial.
    - La componen todos los métodos mediante los cuales es posible describir las características de un conjunto, estudiando solo una parte del mismo; o con base en un pequeño experimento sacar conclusiones válidas para todos los casos iguales.  
***Para lograr lo anterior se usan probabilidades.***
-

## Algunas definiciones básicas de probabilidad

---

- **Probabilidad.** Número que brinda una medida del grado de incertidumbre o certeza de que suceda algo (evento). Ese número debe estar entre cero y uno. Cero indica que el evento es imposible (nunca sucede) y uno indica que el evento es cierto (siempre sucede o ya sucedió)
  - **Experimento.** Actividad que tiene uno o más resultados posibles.
  - **Experimento aleatorio.** Experimento en el cual la ocurrencia de sus resultados depende del azar (suerte, sorteo).
  - **Evento.** Resultado posible de un experimento. Se denota con letras mayúsculas: A, B, C..
  - **Evento simple.** Resultado individual o particular de un experimento.  
**Evento compuesto:** Formado por varios eventos simples
  - **Espacio Muestral.** Conjunto de todos los eventos simples de un experimento aleatorio
-



## Algunas definiciones básicas de probabilidad

---

- **Evento mutuamente excluyentes.** A y B son mutuamente excluyentes si al suceder A no sucede B a la vez y viceversa.
  - **Evento igualmente posibles.** A y B son igualmente posibles si tienen las mismas posibilidades de ocurrencia.
  - **Evento independientes en un sentido estadístico.** A y B son independientes en un sentido estadístico si la ocurrencias previa de A no afecta la posibilidad de ocurrencia de B y viceversa.
  - **Variable.** Característica cuantitativa que puede ser continua o discreta.
  - **Variable aleatoria.** Variable que toma valores dependiendo de un experimento aleatorio
-

# Definiciones de probabilidad

---

- *Clásica.* Si un experimento tiene  $N$  resultados posibles, mutuamente **excluyentes e igualmente posibles** y en  $N_A$  de esos resultados se presenta el evento  $A$ , la probabilidad de  $A$ , que se escribe  $P(A) = N_A / N$ .
  - *Estadística, frecuencial, relativista.* Si tiene  $n$  resultados de un experimento y el evento  $A$  se presenta en  $n_A$  de esos resultados, la probabilidad de  $A$  se aproxima, cuando  $n$  tiende a  $\infty$ ,  $P(A) \approx n_A / n$ .
  - *Subjetiva:* Se asignan probabilidades de acuerdo al conocimiento del que las asigna. Difieren de una persona a otra.
-

## Propiedades de las probabilidades

---

- Se cumplen para cualquier definición.
    - $0 \leq P(A) \leq 1$
    - La suma de todas la probabilidades de los eventos simples de un experimento siempre es 1.
    - $P(A) = 1 - P(\text{no } A)$ .
-

## Leyes de probabilidades

---

- **Ley del producto.** Sean A y B dos eventos cualesquiera. La probabilidad de que suceda A y B a la vez es dado por:

$$P(A \text{ y } B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

Donde:  $P(A \text{ y } B)$  se le llama probabilidad conjunta  
 $P(A)$  se le llama probabilidad marginal  
 $P(B|A)$  y  $P(A|B)$  se les llama las condicionales.

- **Caso de eventos independientes.** Si A y B son dos eventos independientes, en sentido estadístico. La probabilidad de A y B es:

$$P(A \text{ y } B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

---



## Leyes de probabilidades

---

- **Ley de la suma.** Sean A y B dos eventos cualesquiera. La probabilidad de que suceda A o B o ambas a la vez es:

$$\begin{aligned}P(A \text{ o } B) &= P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B) \\&= P(A) + P(B) - P(A) * P(B|A)\end{aligned}$$

- **Caso de eventos mutuamente excluyentes.** Si A y B son mutuamente excluyentes. La probabilidad de A o B es:

$$P(A \text{ o } B) = P(A + B) = P(A) + P(B)$$

---

## Ejemplo

	TONALIDAD		
COLOR	CLARA	OSCURA	TOTAL
AZUL	30	20	50
ROJA	45	25	70
VERDE	10	20	30
TOTAL	85	65	150

- Suponga que se selecciona una bola al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sea ...
  - A) Azul?
  - B) Oscura?
  - C) Roja Clara?
  - D) Verde o Oscura?
  - E) Azul o Verde?

## Ejercicios

---

- Suponga que se escogen 3 bolas al azar sin reemplazo  
¿Cuál es la probabilidad de que ...
    - A) Las 3 sean Azules?
    - B) Solo una sea Verde?
    - C) Al menos 2 sean Oscuras?
    - D) Salgan A,V y R en ese orden?
    - E)Cambiarían los resultados anteriores si el muestreo es con reemplazo? Si su respuesta es afirmativa, calcule las anteriores probabilidades con reemplazo
-

# VARIABLES

---

- **Variable.** Característica cuantitativa que puede ser continua o discreta.
- **Variable discreta:** Toma solo algunos valores en un intervalo. No necesariamente tiene que ser entera.
- **Variable continua:** Toma cualquier valor en un intervalo.
- **Variable aleatoria.** Variable que toma valores dependiendo de un experimento aleatorio. Puede ser continua o discreta.



---

# DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

---

# Distribución de probabilidad discretas

---

- Distribución de probabilidad

- Una tabla, un gráfico o una función matemática que brinda todos los valores que puede tomar una variable aleatoria y sus respectivas probabilidades.
- ¿Ejemplos?
  - Binomial
  - Hipergeométrica
  - Poisson
- Puede ser simple o acumulada.

- El **valor esperado o media** de  $X$ ,  $E(X)$ , es el promedio ponderado de  $X$  (ponderado por las probabilidades).
- $\mu = E(X) = \sum x_i \cdot P(x_i)$
- Se interpreta como: *Si se repite infinito número de veces el experimento que genera  $X$ , en promedio se va a obtener  $E(x)$ .*
- La **varianza de  $X$** ,  $V(X)$ , es la suma de las diferencias de los valores de  $X$ , respecto al valor esperado, elevadas al cuadrado y ponderadas por la probabilidad de  $X$ . Su raíz es la **desviación estándar**.
- $\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 \cdot P(x_i)$
- Ejemplos Excel

# Distribución Binomial

---

- **Experimento de Bernoulli.** Se distingue por:
  - Tiene solo 2 resultados posibles (Éxito y Fracaso).
  - La probabilidad de éxito es P y permanece fija a en el tiempo
  - La probabilidad de fracaso es  $(1-P)=Q$ .
  - Los eventos son independientes en un sentido estadístico.
  - ¿Ejemplos?
- **Variable Binomial (X).** Número de Éxitos que aparecen al repetir “n” veces un experimento de Bernoulli. Número de éxitos que aparecen una muestra de tamaño n usando muestreo simple al azar con reemplazo
- **Distribución Binomial.** Los valores que puede tomar X son 0,1,2, 3 ...n y sus probabilidades vienen dadas por la siguiente fórmula:

$$P(x) = \frac{n! P^x Q^{n-x}}{x! (n-x)!}$$

Donde  $x! = x(x-1)(x-2)\dots 1$ .

- La **media** de X es nP y la **varianza** nPQ.
-

---

## Excel y Uso de tabla

+DISTR.BINOM.N (x; n; P; ; verdadero o falso)

**x:** número de éxitos en la muestra

**n:** tamaño de la muestra

**P:** probabilidad de éxito

---



# Distribución Hipergeométrica

---

- **Variable Hipergeométrica (X).** Número de éxitos que aparecen en una muestra de tamaño  $n$  usando muestreo simple al azar sin reemplazo
- **Distribución Hipergeométrica.** Los valores que puede tomar  $X$  son  $0, 1, 2, 3 \dots r$  y sus probabilidades vienen dadas por la siguiente fórmula:

$$P(x) = \frac{{}_r C_x {}_{N-r} C_{n-x}}{{}_N C_n}$$

- Donde  ${}_n C_x = n! / (x!(n-x)!)$ ,
- $N$  tamaño de la población.
- $r$  número de éxitos en la población.
- $n$  tamaño de la muestra.
- $x$  número de éxitos en la muestra.
- La **media** de  $X$  es  $nP$  y la **varianza**  $nPQ(N-n)/(N-1)$ , donde  $P=r/N$ .
- ¿Cuál sería la desviación estándar?

---

## Excel y Uso de tabla

+DISTR. HIPERGEOM.N(x; n; r; N; verdadero o falso)

**x:** éxitos en la muestra

**n:** tamaño de la muestra

**r:** éxitos en la población

**N:** tamaño de la población

---

# Distribución de Poisson

---

- **Proceso de Poisson.** Se distingue por:
  - Teóricamente, es posible que el evento ocurra infinito número de veces en un intervalo (tiempo, espacio, volumen).
  - La probabilidad de que ocurra el evento en un intervalo es proporcional al tamaño del intervalo
  - La probabilidad de ocurrencia del evento en un intervalo infinitamente pequeño es insignificante (tiende a cero)
  - Los eventos son independientes en un sentido estadístico.
- **Variable Poisson (X).** Número de veces que ocurre el evento en un intervalo de tiempo, espacio o volumen.
- **Distribución Poisson.** Los valores que puede tomar X son 0,1,2, 3 ...  $\infty$  y sus probabilidades vienen dadas por la siguiente fórmula:

$$P(x) = \mu^x e^{(-\mu)} / x!$$

- $\mu$  es el promedio de veces que ocurre el evento en un intervalo, e es igual a 2,718281 y X es el número de veces que se presenta el evento
  - La **media** de X es  $\mu$  y la **varianza**  $\mu$ .
  - ¿Cuál sería la desviación estándar?
  - ¿Y el coeficiente de variación?
-

---

## Excel y Uso de tabla

+POISSON.DIST( $x$ ;  $\mu$ ; ; verdadero o falso)

$x$ : número de veces que se presenta el evento

$\mu$ : media

---