



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y  
ELÉCTRICA

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
UNIDAD ZACATENCO

# TESIS

***“EXPERIMENTACIÓN EN LABORATORIO Y ANÁLISIS DEL  
COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA CHUMACERA HÍBRIDA  
PRESURIZADA CON CONTROL ACTIVO”***

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON  
ESPECIALIDAD EN DISEÑO MECÁNICO.

PRESENTA:

**ING. SERGIO GUILLERMO TORRES CEDILLO**

DIRECTOR DE TESIS:

**DR. JULIO CESAR GÓMEZ MANCILLA**





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 18:00 horas del día 17 del mes de Junio del 2010 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E. S. I. M. E. para examinar la tesis de titulada:

**"EXPERIMENTACIÓN EN LABORATORIO Y ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA CHUMACERA HÍBRIDA PRESURIZADA CON CONTROL ACTIVO".**

Presentada por el alumno:

**TORRES**

Apellido paterno

**CEDILLO**

Apellido materno

**SERGIO GUILLERMO**

Nombre(s)

Con registro: A 0 7 0 2 2 9

aspirante de:

**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA MECÁNICA**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Presidente

DR. JULIO CÉSAR GÓMEZ MANCILLA

Segundo Vocal

Tercer Vocal

DR. VALERY ROMANOVICH NOSSOV

M. EN C. GASTÓN HUGO SALAZAR SILVA

Secretario

DR. JOSÉ ALFREDO JIMÉNEZ BERNAL

DR. JESÚS ALBERTO MEDA CAMPAÑA

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. JAIME ROBLES GARCIA





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
COORDINACIÓN GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día 17 del mes Junio del año 2010, el (la) que suscribe Ing. Sergio Guillermo Torres Cedillo alumno(a) del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica con número de registro A 070229, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Julio César Gómez Mancilla y cede los derechos del trabajo intitulado: "EXPERIMENTACIÓN EN LABORATORIO Y ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA CHUMACERA HÍBRIDA PRESURIZADA CON CONTROL ACTIVO", al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: sgtorres.c@gmail.com.

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Ing. Sergio Guillermo Torres Cedillo

Nombre y Firma

---

## **CONTENIDO**

ÍNDICE GENERAL	i
ÍNDICE DE FIGURAS	iii
ÍNDICE DE TABLAS	vi
NOMENCLATURA	vii
RESUMEN	viii
ABSTRACT	ix
OBJETIVO	X
JUSTIFICACIÓN	X

### **CAPÍTULO I**

#### **ANTECEDENTES Y GENERALIDADES DEL DISEÑO DE MAQUINAS ROTATIVAS.**

1.1 Introducción	1
1.2 Perspectiva histórica de la Rotodinámica	2
1.3 Clasificación de los cojinetes	7
1.3.1 Chumaceras hidrodinámicas	8
1.3.2 Chumaceras hibridas.	9
1.4 Clasificación de los sistemas de control de vibraciones	10
1.4.1 Características del funcionamiento de los Sistemas de control de vibraciones	11
1.4.1.1 Sistema de control pasivo de vibraciones	12
1.4.1.2 Sistema de control activo	13
Referencias	15

### **CAPÍTULO II**

#### **MODELADO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL SISTEMA ROTOR-CHUMACERA DE EJE RÍGIDO CON PIVOTE.**

2.1 Introducción	16
2.2 Descripción del sistema del sistema Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivot.	17
2.3 Obtención de los Modelos matemáticos lineal y no lineal, a velocidad constante y coeficientes rotodinámicos hidrodinámicos.	18
2.3.1 Modelos adimensionales lineal y no lineal.	22
2.3.2 Simulación numérica	23
2.3.3 Comparación de las respuestas vibratorias lineales y no lineales.	25
2.4 Análisis del sistema con velocidad variable y coeficientes rotodinámicos presurizados	32
2.4.1 Simulación numérica del modelo modificado	33
2.4.2 Simulación numérica modificando la inyección de presión	37
Referencias	41

---

## CAPÍTULO III

### **MODELADO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL SISTEMA ROTOR-CHUMACERA DE EJE RÍGIDO CON PIVOTE.**

3.1 Introducción	42
3.2 Descripción de la plataforma experimental empleada	43
3.3 Medición del Cr de los modelos propuestos	43
3.4 Modelo experimental con amplio Cr.	46
3.5 Instrumentación de la configuración experimental con amplio Cr	49
3.5.1 Modos de vibración a diferentes velocidades de operación	50
3.5.2 Análisis de la respuesta vibratoria modificando la inyección de presión	56
3.6 Configuración experimental del modelo Rotor-Chumacera de Eje Rígido con pivote	63
3.6.1 Instrumentación de la configuración experimental del sistema.	66
3.6.2 Modos de vibración a diferentes velocidades de operación	67
3.6.3 Análisis experimental modificando la inyección de presión	70
Referencias	75

## CAPÍTULO IV

### **VALIDACIÓN NUMÉRICA-EXPERIMENTAL Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD.**

4.1 Introducción	76
4.2 Comparación de resultados numéricos y experimentales.	76
4.3 Obtención de los valores propios del sistema propuesto y análisis de estabilidad	77
Referencias	86

## CAPÍTULO V

### **DISEÑO DEL CONTROL ACTIVO PARA EL SISTEMA PROPUESTO.**

5.1 Introducción	87
5.2 Descripción del control propuesto para el sistema..	87
5.3 Comparación de los resultados obtenidos y eficiencia del control propuesto	90
Referencias	93

## CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.

## APÉNDICES.

---

## **INDICE DE FIGURAS**

<b>CAPÍTULO I</b>		
<b>FIGURA</b>	<b>TÍTULO DE LA FIGURA</b>	<b>PAGINA</b>
1.1.	Ejemplos de ejes y rotores asimétricos.	3
1.2.	Esquema de un típico diagrama de cascada. Donde se observan los fenómenos de oil whirl y oil whip.	4
1.3.	Cojinete de rodamiento.	7
1.4.	Descripción de fuerzas en una chumacera hidrodinámica.	8
1.5.	Esquema del suministro de aceite de una chumacera hidrostática.	9
1.6.	Configuración de una chumacera presurizada utilizada por BENTLY.	10
1.7.	Sistemas de control de vibraciones	11
1.8.	Ejemplos de sistemas de control pasivo.	12
1.9.	Sistema activo de control de vibraciones.	13

<b>CAPÍTULO II</b>		
<b>FIGURA</b>	<b>TÍTULO DE LA FIGURA</b>	<b>PAGINA</b>
2.1.	Sistema Rotor-chumacera de eje rígido con un pivote de referencia, modelo propuesto.	17
2.2	Diagrama de cuerpo libre, del sistema simplificado.	18
2.3.	Coeficientes rotodinámicos.	20
2.4	Sistema en SIMULINK.	25
2.5.	Respuesta vibratoria del modelo no lineal a distintas frecuencias adimensionales, donde $W = w/b$ es la frecuencia adimensional.	27
2.6.	Respuesta vibratoria del modelo lineal a distintas frecuencias adimensionales, donde $W = w/b$ es la frecuencia adimensional.	29
2.7.	Orbitas vibratoria en el Disco 1, Chumacera y Disco 2 a diferentes velocidades de operación..	31
2.8.	Modelo en SIMULINK.	34
2.9.	Respuesta vibratoria en el dominio del tiempo.	35
2.10.	Respuesta vibratoria en el dominio de la frecuencia.	35
2.11.	Respuesta vibratoria en la chumacera hibrida de ambos ejes $X-Y$ .	36
2.12.	Programa para obtener la respuesta vibratoria absoluta $X-Y$ .	36
2.13.	Respuesta vibratoria absoluta y envolvente en los ejes $XY$ .	37
2.14.	Diagrama de Bode en el eje X, con distintas presiones de inyección por la parte superior central.	38
2.15.	Diagrama de Bode en el eje Y, con distintas presiones de inyección por la parte superior central.	38

<b>2.16.</b>	Diagrama de Bode en el eje X, con diferentes factores de amortiguamiento $\zeta$ .	39
<b>2.17.</b>	Diagrama de Bode en el eje Y, con diferentes factores de amortiguamiento $\zeta$ .	39
<b>2.18.</b>	Diagrama de Bode en el eje Y, con distintas presiones de inyección por la parte superior central, con factor de amortiguamiento $\zeta=0.6$	40
<b>2.19.</b>	Diagrama de Bode en el eje X, con distintas presiones de inyección por la parte superior central, con factor de amortiguamiento $\zeta=0.6$	40

## CAPÍTULO III

<b>FIGURA</b>	<b>TÍTULO DE LA FIGURA</b>	<b>PAGINA</b>
<b>3.1.</b>	Rotor Kit modelo RK4 de Bently Nevada.	43
<b>3.2.</b>	Esquema de los ejes de medición de la chumacera y muñón.	44
<b>3.3.</b>	3.3.1) Microscopio digital Mitutuyo. 3.3.2) Micropack Mitutoyo.	44
<b>3.4.</b>	Microscopio por escaneo laser Mitutoyo.	45
<b>3.5.</b>	Configuración experimental con amplio Cr.	46
<b>3.6.</b>	Esquema de la configuración experimental con amplio Cr.	47
<b>3.7.</b>	Esquema de instrumentación de la configuración experimental con amplio Cr.	49
<b>3.8.</b>	Modos de vibración a diferentes velocidades de operación de la configuración experimental con amplio Cr.	52
<b>3.9.</b>	Diagramas de Bode experimentales Cr=1184 $\mu\text{m}$ .	53
<b>3.10.</b>	Orbitas de vibración en los tres planos de vibración en la primer frecuencia critica Cr=1184 $\mu\text{m}$ .	55
<b>3.11.</b>	Ángulos de inyección de presión externa.	55
<b>3.12.</b>	Diagrama de Bode eje X con distintos ángulos de inyección de presión Cr=1184 $\mu\text{m}$ . Presión de inyección 5 psi.	56
<b>3.13.</b>	Diagrama de Bode eje Y con distintos ángulos de inyección de presión Cr=1184 $\mu\text{m}$ . Presión de inyección 5 psi.	56
<b>3.14.</b>	Diagrama de Bode eje X con distintos ángulos de inyección de presión Cr=1184 $\mu\text{m}$ . Presión de inyección 10 psi.	57
<b>3.15.</b>	Diagrama de Bode eje Y con distintos ángulos de inyección de presión Cr=1184 $\mu\text{m}$ . Presión de inyección 10 psi.	57
<b>3.16.</b>	Diagramas de cascada en la chumacera Cr=1184 $\mu\text{m}$ , presión de inyección 5 psi.	59
<b>3.17.</b>	Esquema de la metodología de solución al doblamiento tipo “arco”.	60
<b>3.18.</b>	Grafica de inicio de inestabilidad inducida del fluido sobre el eje Y. Eje 1 doblado tipo “arco”. Eje 2 desdoblado.	61
<b>3.19.</b>	Grafica de amplitud de vibración modificando la frecuencia critica, sobre el eje Y. Eje 1 doblado tipo “arco”. Eje 2 desdoblado.	61
<b>3.20.</b>	Modelo experimental del sistema <i>Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote</i> .	62
<b>3.21.</b>	Esquema del sistema experimental <i>Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote</i> .	63

---

<b>3.22.</b>	Esquema de instrumentación del sistema experimental <i>Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote</i> .	65
<b>3.23.</b>	Modos de vibración a diferentes velocidades de operación de la configuración del sistema Rotor-Chumacera de eje rígido con pivote.	68
<b>3.24.</b>	Diagramas de Bode experimentales del sistema Rotor-Cumacera de Eje rígido con pivote.	69
<b>3.25.</b>	Diagrama de Bode experimental en el eje X, a distintas presiones de inyección, frecuencias Directa y 1X.	70
<b>3.26.</b>	Diagrama de Bode experimental en el eje Y, a distintas presiones de inyección, frecuencias Directa y 1X.	70
<b>3.27.</b>	Diagramas de cascada del sistema rotor-chumacera de eje rígido con pivote.	72
<b>3.28.</b>	Diagrama de Bode experimental en el eje X, a distintas presiones de inyección, frecuencia 1X.	73
<b>3.29.</b>	Diagrama de Bode experimental en el eje X, a distintas presiones de inyección, frecuencia 1X.	73

---

<b>CAPÍTULO IV</b>		
<b>FIGURA</b>	<b>TÍTULO DE LA FIGURA</b>	<b>PAGINA</b>
<b>4.1.</b>	Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 0 psi	78
<b>4.2.</b>	Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 0 psi.	79
<b>4.3.</b>	Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 50 psi	79
<b>4.4</b>	Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 50 psi.	80
<b>4.5.</b>	Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 80 psi.	80
<b>4.6.</b>	Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 80 psi.	81
<b>4.7.</b>	Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 110 psi.	81
<b>4.8.</b>	Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 110 psi.	82
<b>4.9.</b>	Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 150 psi.	82
<b>4.10</b>	Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 150 psi.	83

---

## CAPÍTULO V

<b>FIGURA</b>	<b>TÍTULO DE LA FIGURA</b>	<b>PAGINA</b>
<b>5.1.</b>	Modelo en SIMULINK con control retroalimentado.	90
<b>5.2.</b>	Respuesta de vibración con una presión constante de 0 psi	91
<b>5.3.</b>	Respuesta de vibración y variable de control u. $z=5e8$	91
<b>5.4</b>	Respuesta de vibración y variable de control u. $z=5e10$ .	92
<b>5.5</b>	Respuesta de vibración y variable de control u. $z=5e12$	92

---

## **ÍNDICE DE TABLAS**

### **CAPÍTULO II**

<b>TABLA</b>	<b>TÍTULO DE LA TABLA</b>	<b>PAGINA</b>
2.1.	DATOS DE ITERACIÓN DEL SISTEMA.	25

### **CAPÍTULO III**

<b>TABLA</b>	<b>TÍTULO DE LA TABLA</b>	<b>PAGINA</b>
3.1.	MEDICIONES DE DIAMETRO INTERIOR Y EXTERIOR DE LA CHUMACERA Y BODOQUE 1 RESPECTIVAMENTE.	45
3.2.	MEDICIONES DE DIAMETRO INTERIOR Y EXTERIOR DE LA CHUMACERA Y BODOQUE 2 RESPECTIVAMENTE.	45
3.3.	DESCRIPCION DE LOS COMPONENTES UTILIZADOS EN LA EXPERIMENTACION.	50
3.4.	DESCRIPCION DE LOS PLANOS DE MEDICION DEL SISTEMA EXPERIMENTAL.	50
3.5.	AMPLITUD MAXIMA DE VIBRACION Y PRIMER FRECUENCIA CRÍTICA.	54
3.6.	DESCRIPCION DE LOS PLANOS DE MEDICION DEL SISTEMA EXPERIMENTAL.	66
3.7.	AMPLITUD MAXIMA DE VIBRACION Y PRIMER FRECUENCIA CRÍTICA.	69

### **CAPÍTULO IV**

<b>TABLA</b>	<b>TÍTULO DE LA TABLA</b>	<b>PAGINA</b>
4.1.	COMPARACION DE RESULTADOS EXPERIMENTALES Y NUMERICOS EJE X.	75
4.2.	COMPARACION DE RESULTADOS EXPERIMENTALES Y NUMERICOS EJE Y.	76
4.3.	COMPARACION DE FRECUENCIAS CRITICAS DIAGRAMA DE CAMPBELL VS. RESPUESTA DE VIBRACION EN EL EJE X	83
4.4.	COMPARACION DE FRECUENCIAS CRITICAS DIAGRAMA DE CAMPBELL VS. RESPUESTA DE VIBRACION EN EL EJE Y	84
4.5.	INICIO DE LA INESTABILIDAD A DIFERENTES PRESIONES DE INYECCION.	84

---

## NOMENCLATURA

$\overline{OA}$	Distancia entre el buje y disco 1.
$\overline{OB}$	Distancia entre el buje y chumacera hidrodinámica.
$\overline{OC}$	Distancia entre el buje y disco 2.
$I_o$	Momento de inercia polar con respecto al punto $O$ .
$r$	Radio del disco.
$l$	Longitud del eje del sistema.
$F_{desb1}^{x,y}$	Fuerza de desbalance producida del disco 1 sobre los ejes $X$ y $Y$ .
$F_{desb2}^{x,y}$	Fuerza de desbalance producida por el disco 2 sobre los ejes $X$ y $Y$ .
$F_{pres}^{x,y}$	Fuerza de presión hidrodinámica de la chumacera sobre los ejes $X$ y $Y$ .
$W_{d1}$	Peso del disco 1
$W_{d2}$	Peso del disco 2
$K_{ij}$	Coeficiente de rigidez rotodinámicos con dimensiones.
$C_{ij}$	Coeficiente de amortiguamiento rotodinámicos con dimensiones.
$\omega$	Frecuencia de operación
$e_1^{xy}$	Distancia de desbalance de la masa 1 en los ejes $X$ y $Y$ .
$e_2^{xy}$	Distancia de desbalance de la masa 2 en los ejes $X$ y $Y$ .
$m_{d1,d2}$	Masas de los discos 1 y 2.
$\beta$	Frecuencia natural de cuerpo rígido.
$\Omega$	Frecuencia de operación adimensional.
$\varepsilon_1^{x,y}$	Distancia de desbalance del disco 1 adimensional sobre los ejes $X$ , $Y$ .
$\varepsilon_2^{x,y}$	Distancia de desbalance del disco 2 adimensional sobre los ejes $X$ , $Y$ .
$M_{1,2-}$	Masas adimensional de los discos 1 y 2.
$\overline{K}_{ij}$	Coeficiente de rigidez adimensional.
$\overline{C}_{ij}$	Coeficiente de amortiguamiento adimensional
$\tilde{K}_{ij}$	Coeficiente de rigidez adimensional obtenidos por el Dr Alberto Antonio
$\tilde{C}_{ij}$	Coeficiente de amortiguamiento adimensional obtenidos por el Dr Alberto Antonio
$L$	Longitud de chumacera.
$D$	Diámetro de chumacera
$\mu$	Viscosidad del aceite.
$N$	Número de ciclos de operación por segundo.

---

## **RESUMEN**

El primer paso de la investigación fue obtención de un modelo matemático para un sistema rotor-chumacera con movimiento orbital pivotado en un buje lubricado auto-alienable. Este modelo permitirá estudiar los movimientos angulares del sistema rotodinámico. Se obtienen los modelos tanto para el caso lineal como para el no lineal, los cuales describen las oscilaciones angulares del sistema. Además, se adimensionalizan las ecuaciones dinámicas, lo que permite aplicar estos modelos en casos generales. Las simulaciones programadas en SIMULINK permiten observar la respuesta vibratoria correspondiente a los desplazamientos angulares del rotor. Este modelo fue modelado para obtener la respuesta de vibración a velocidad constante y coeficientes rotodinámicos de una chumacera hidrodinámica.

Posteriormente, el estudio involucra coeficientes rotodinámicos presurizados que dependen de la variación de la presión de inyección y de la velocidad de operación, la cual varía con aceleración constante. Las simulaciones fueron realizadas en SIMULINK que resulta relativamente sencillo de utilizar, y los datos de simulación, como: condiciones iniciales y parámetros del modelo son tomados del sistema experimental, para tener una mejor idea del error de aproximación. Los experimentos fueron realizados en la plataforma experimental Rotor Kit de Bently Nevada. El análisis se realiza en la chumacera hidrodinámica presurizada para observar el comportamiento al modificar la inyección de presión. Se efectúa la comparación entre los resultados simulados y experimentales para obtener el error absoluto y determinar la validez del modelo matemático.

Una vez validado el modelo matemático se realiza un análisis de inestabilidad para determinar la velocidad umbral del sistema. La inestabilidad es producida por el fluido del la chumacera, y se determina si la presión de inyección externa posterga dicha inestabilidad.

Finalmente, se diseña leyes para un control activo para atenuar la amplitud de vibración en la chumacera y postergar la inestabilidad producida por el fluido de la chumacera hibrida presurizada.

---

## **ABSTRAC**

This work is devoted to obtain a mathematical model for a rotor-bearing system with orbital movement pivoted in a lubricated bushing. This model allows studying the rotordynamic system's angular displacement. We develop the linear and nonlinear dimensionless models, which can be applied in general situations. Numeric simulations carried out in SIMULINK show the system's vibration response and the angular displacement orbits.

Then, the study involves pressurized rotodynamic coefficients. They depend on the variation of the injection pressure and operation speed which changes with constant acceleration. The simulations were performed on SIMULINK®, while initial conditions and model parameters were taken from the real system in order to get a better idea of the approximation error. The experiments were carried out on the experimental platform Rotor Kit de Bently Nevada®. The analysis was made in the hydrodynamic bearings pressurized, which allows to observe the behavior when the pressure injection is modified. The comparisons between the simulated and experimental results are considered to obtain the absolute error and to determine the validity of the mathematical model.

Once validated the mathematical model, an analysis of instability to determine the threshold velocity of the system. The instability is caused by the fluid of the bearing, and determines whether the external injection pressure delays the instability.

Finally, we design active control laws to reduce the amplitude of vibration on the bearing and delay the instability caused by the fluid in the bearing hybrid pressurized.

---

## **OBJETIVO**

El objetivo es obtener un nuevo modelo rotodinámico para caracterizar y determinar el comportamiento de una chumacera hibrida presurizada y validarla experimentalmente. Mediante una comparación numérica y experimental y determinar la validez del modelo obtenido. Esto se realizará para diseñar leyes de control para atenuar vibraciones dentro del soporte flexible y postergar el inicio de la inestabilidad inducida por el fluido del soporte.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS.**

- Analizar el comportamiento del sistema propuesto.
- Comparación de resultados numéricos con experimentales.
- Analizar resultados y así poder rediseñar el sistema.
- Diseñar leyes de control.

## **JUSTIFICACIÓN**

Debido a las vibraciones mecánicas en los ejes de las maquinas rotatorias, se han venido estudiando diferentes tipos de soportes, uno de ellos es la chumacera hibrida presurizada. Los estudios realizados en este sistema son relativamente recientes, en este trabajo se experimentara y simulara en el programa **MATLAB** y se analizara, añadiendo el control activo en busca de la reducción de amplitudes de vibración, para conocer el sistema real y rediseñar mejor en consecuencia.

Por otra parte, el poder postergar la inestabilidad en las chumaceras y diseñar un control, aumentaría la vida útil de este soporte. Una vez validado el modelo añadiendo términos matemáticos se podrá analizar otros efectos rotodinámicos por ejemplo el desalineamiento, fisura, doblamiento, etc. Que son de interés tanto en la industria como en la investigación

## CAPÍTULO I

---

# ANTECEDENTES Y GENERALIDADES DEL DISEÑO DE MAQUINAS ROTATIVAS.

### 1.1. Introducción.

El desarrollo de maquinas de mayor eficiencia, reduciendo los costos de mantenimiento son los principales retos para la investigación académica e industrial. Las vibraciones en las maquinas son uno de los principales problemas a resolver, se requieren de técnicas, modelos, etc., la rotodinámica es una rama especializada de la mecánica aplicada relacionando el comportamiento y el diagnóstico de las estructuras dinámicas. Otras ramas vinculadas a la rotodinámica son las vibraciones mecánicas, dinámica estructural e hidrodinámica que avanzan paralelamente para caracterizar los efectos y problemas causados, por el desbalance, la fisura, el desalineamiento, inestabilidades en los soportes, por nombrar algunos ejemplos a los que es sometida las maquinas rotativas.

Las características rotodinámicas de la maquinas son fuertemente influenciadas por los soportes del sistema, por ejemplo las chumaceras hibridas que tienen propiedades hidrodinámicas e hidrostáticas, debido a que el fluido lubricante separa las superficies en movimiento, el comportamiento se asemeja a la de un resorte complejo, dicha película tiene propiedades de rigidez y amortiguamiento, estas propiedades cambian con la presurización externa de fluido y la velocidad de operación de la maquina. Debido a esto la rotodinámica se ha valido de herramientas de control para obtener mejores respuestas vibratorias.

El control de vibraciones dentro de los soportes ha tenido un gran auge para disminuir la amplitud del movimiento cuando el sistema entra en resonancia, permitiendo una mayor vida útil de los soportes y ejes de la máquina. Este control busca reducir la magnitud de la vibración hasta un punto de operación aceptable, aumentando no solo los beneficios económicos, sino también la seguridad del personal encargado de la operación y mantenimiento de dichas maquinas.

Para poder controlar un sistema rotodinámico es necesario antelar la respuesta del sistema para diseñar las leyes de control necesarias para reducir la vibración. Se puede partir de la obtención de un modelo matemático que describa el comportamiento de la posición de un sistema, y con esta referencia se puede analizar el sistema con anticipación bajo diferentes condiciones iniciales y de frontera, modificando la presión en la chumacera híbrida se puede observar el comportamiento del sistema identificando inestabilidades y atenuación de las oscilaciones. Una vez caracterizado el sistema de estudio se valida con

# CAPÍTULO I

---

experimentación en laboratorio, considerado las idealizaciones y errores en la medición tomadas in situ.

A continuación se presenta un breve recorrido histórico de los investigadores y sus aportaciones a la rotodinámica.

## 1.2. Perspectiva histórica de la rotodinámica.

La investigación en la rotodinámica abarca al menos 130 años de historia, una de las primeras publicaciones fue en el año 1869 realizada por Rankine sobre vibraciones en rotores (1). Un avance significativo fue a finales del siglo XIX con las contribuciones de Laval y otros investigadores. En 1883 De Laval construyó la primera etapa de una turbina de vapor de reacción. El fue el primero en utilizar un rotor rígido y posteriormente usó un rotor flexible y observó que era posible operar por encima de la velocidad crítica, operando a una velocidad de siete veces la velocidad crítica (Stodola 1924).

A principio la principal preocupación de los investigadores era predecir la velocidad crítica y se pensó en el diseño de máquinas rotativas que evitaran la resonancia. Dunkerley obtuvo una fórmula experimental para obtener la primera frecuencia crítica y utilizó el término *velocidad critica* que es la resonancia a determinada velocidad de operación.

El primer fundamento registrado en la teoría de la rotodinámica se puede encontrar en una publicación escrita por Jeffcott en 1919. Jeffcott es citado por su contribución de un sistema de un rotor con un disco a la mitad y es llamado *rotor Jeffcott* (2) (3). Este sistema fundamental simplificado también es llamado *rotor De Laval*. La evolución de la rotodinámica comenzó a inicios del siglo XX, detallada en el libro escrito por Stodola en 1924. Este libro explica en detalle todo lo relacionado con turbinas de vapor (4).

Posteriormente la rotodinámica se expandió y consideró otros efectos, como el incremento de la amplitud de vibración después de la primera frecuencia crítica, estas vibraciones llamadas auto-excitadas se convierte en un serio problema. En los años 20, Newkirk y Kimball (1924) registraron que la fricción interna de los materiales en los ejes podría causar inestabilidades en el movimiento vibratorio. Newkirk y Taylor (1925) investigaron sobre la inestabilidad llamada *oil whip*, provocada por el aceite de las chumaceras. Este fenómeno que ordinalmente causa auto-excitaciones en las vibraciones amortiguadas atrajo la atención de numerosos investigadores (5).

Una década después, comenzó el estudio de sistemas de ejes asimétricos y sistemas de rotores asimétricos, los primeros son sistemas con diferentes direcciones de rigidez en el eje, y los segundos tienen diferentes direcciones de inercia en el rotor. Un generador de dos polos y un rotor de hélice son ejemplos de cada uno. Estas diferencias de rotación del eje

# CAPÍTULO I

---

hacen que los coeficientes varíen con respecto al tiempo en las ecuaciones que gobiernan el sistema. Por lo tanto estos sistemas están en la categoría de sistemas paramétricamente excitados. Una de las características de los sistemas asimétricos es la aparición de vibraciones inestables en algunos rangos de la velocidad operacional. Un reporte de Smith (1933) fue el pionero en este tema. Varios fenómenos relacionados a los rotores simétricos eran estudiados por Taylor a mediados del siglo XX (1940). Foote (1943), Brozen y Candall (1971), Yamamoto y Ota (1963,1964) (1).

1.1.1)



1.1.2)

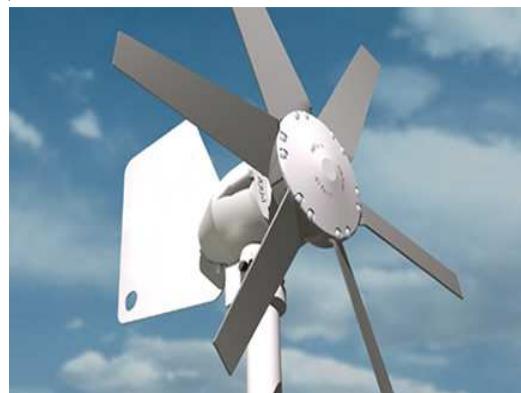


Figura 1.1. Ejemplos de ejes y rotores asimétricos. 1.1.1) Generador eléctrico. 1.1.2) Hélice de aerogenerador.

Poritsky, H. (1953) uso la teoría de pequeños desplazamientos, obteniendo los coeficientes radiales de rigidez de la chumacera hidrodinámica y analizo el comportamiento bajo con el fenómeno llamado latigueo de aceite (*oil whip*). El concluyo que el rotor se mantiene estable por debajo de dos veces la frecuencia crítica e indicó que aumentando la flexibilidad en el rotor o en las chumaceras reducirá la velocidad umbral de inestabilidad. También propuso un criterio de estabilidad para un rotor basado en la rigidez del rotor-chumacera.

En 1955 Pinkus, O., investigó el efecto *oil whirl* en varios tipos de chumaceras y concluyó lo siguiente. El desbalance en los rotores tiene el mínimo efecto en la inestabilidad. El umbral de la inestabilidad ocurre aproximadamente en la segunda velocidad crítica del rotor. En la región inestable, la frecuencia de giro se mantiene constante a la primera velocidad crítica independientemente de la velocidad de operación. A una velocidad de tres veces la velocidad crítica los movimientos de latigueo paran con un eje de rotor robusto, mientras con un rotor ligero no ocurre. Cargas altas, viscosidades altas, montajes flexibles y chumaceras asimétricas favorecen la estabilidad (6).

En la figura 1.2 se muestra un típico diagrama de cascada, donde se observa claramente los efectos de *oil whip* y *oil whirl* es una representación muy general, estos

# CAPÍTULO I

efectos rotodinámicos son muy comunes en las chumaceras de aceite, como se menciono en los trabajos realizados por Pinkus y Poritsky.

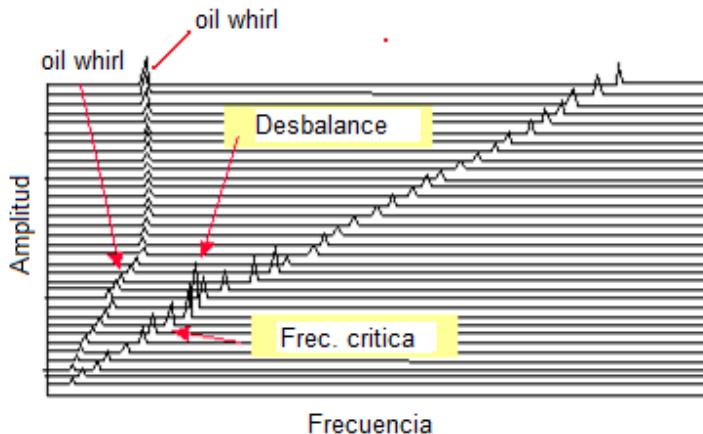


Figura 1.2. Esquema de un típico diagrama de cascada. Donde se observan los fenómenos de oil whirl y oil whip.

El estado transitorio durante el paso de la velocidad crítica ha sido estudiado desde que Lewis reporto su investigación en el Rotor-Jeffcott en 1932. Existen numerosos reportes sobre este tema y son clasificados en dos grupos, el primero se clasifica cuando el estado se presenta a una aceleración constante y el segundo cuando se presenta con un torque limitado. Otros casos que deberían de ser considerados es cuando hay una iteración entre el torque y la vibración del eje. El análisis teórico de cada estado estacionario era más difícil que el estado estacionario, muchos investigadores adoptaron la integración numérica (7).

Se estudio también las oscilaciones de rotores con masa continua distribuida. Un modelo sencillo de rotor continuo corresponde a la viga de Euler que es el primer caso estudiado en el libro de Stodola(1924) (4). En los años 50 y 60, Bishop (1959), Bishop y Glandell (1959), Bishop y Parkinson (1965) realizaron una serie de artículos donde reportaban la respuesta del desbalance y el balanceo de un rotor continuo. Eshleman y Eubanks (1969), derivaron las ecuaciones generales de movimiento considerando los efectos de inercia rotatoria, deformación cortante y momentos giroscópicos y realizando la investigación de estos efectos (8).

La eliminación del desequilibrio geométrico en el rotor es un procedimiento fundamental e importante, la técnica de balanceo de un rotor rígido se estableció relativamente en los principios del estudio de la rotodinámica. Un balanceo práctico de maquinas se basa en esta técnica y fue inventada en 1907 (9). La introducción de maquinas rotativas de altas velocidades de operación hizo necesario el desarrollo de técnicas de balanceo de rotores flexibles. Dos métodos fueron propuestos, uno fue el método de balanceo modal propuesta en los años 50 por Feder (1957), Bishop y Glawell (1959). El

## CAPÍTULO I

---

otro método es el de coeficientes de influencia propuesta a principio de los 60's, desarrollándose con equipo de cómputo en los Estados Unidos (8).

Yamamoto (1955,1957) estudio varias clases de resonancias no lineales, y después reportó sobre resonancias sub-armónicas debido a los rodamientos de bola en 1955. También habló de sistemas con comportamiento no lineal débil que pueden ser expresados en series de Taylor de bajo orden. En 1965 Tondl estudio resonancias debido a la película del aceite en las chumaceras. En 1970 Ruhl, R. introdujo elemento finito en modelos de rotores flexibles para calcular frecuencias críticas y modos de vibración, estos modelos no incluían efectos giroscópicos y cargas axiales. Lund, J., en 1974 con el método de matriz de transferencia calculó las frecuencias críticas amortiguadas de un rotor tomando en cuenta el acoplamiento transversal, término que introdujo el mismo (5).

En la práctica el diseño de maquinaria rotativa, es necesario conocer las frecuencias naturales, modos de vibración y respuestas de desbalance en su forma compleja. Las técnicas usadas para este propósito son los métodos de matriz de transferencia y elemento finito. Prohl (1945) uso el método de matriz de transferencia en el análisis de un sistema rotor expandido por el método Myklestad (1944). Este método analítico es particularmente utilizado para sistemas rotor-chumacera y se ha desarrollado desde 1960 como se mencionó anteriormente. El método de elemento finito fue el primer avance en dinámica estructural y es usado en varios campos tecnológicos. Nelson Y McVaugh (1946) extendieron el modelo de Lond., J. en elemento finito incluyendo inercia rotatoria, efectos giroscópicos y cargas axiales (1).

Para prevenir serios accidentes y desarrollar un sistema vibratorio diagnóstico detector de fisura, inicio la investigación de vibraciones en ejes fisurados, en 1976 Gash, Henry y Okah-Avae investigaron vibraciones dando consideraciones de linealidad en la rigidez a través de mecanismos de abierto y cerrado. Ellos observaron que la región inestable aparece o desaparece en la velocidad crítica, dependiendo de la dirección del desbalance (9).

Kucherenko y Gómez Mancilla (10) derivaron el modelo de un sistema Rotor-Chumacera donde fueron considerados los efectos no lineales relacionados con las fuerzas en las chumaceras.

Antonio García, Gómez Mancilla y Nossov (11) (12) reportan la obtención de expresiones explícitas de la velocidad del umbral de estabilidad en función de la excentricidad cuando se utilizan ambas configuraciones típicas del modelo de Jeffcott para rotores de eje rígido eje flexible. Para la determinación de las velocidades del umbral utilizan el criterio de estabilidad de Lienard-Chipard. Utilizando coeficientes rotodinámicos para chumaceras infinitamente cortas (formulación de Ocvirk) y para chumaceras

## CAPÍTULO I

---

infinitamente largas, ellos presentan gráficas de la velocidad umbral como función de la excentricidad de equilibrio estático para diferentes valores de la flexibilidad del eje y para rotores de eje rígido. Una conclusión importante a la que se llega, es que las expresiones encontradas para el cálculo de la velocidad del umbral de estabilidad por medio del criterio mencionado son más simples que los métodos proporcionados por la literatura. En estudios posteriores, también han obtenido expresiones analíticas aproximadas para calcular el perfil de presión, las fuerzas componentes y los coeficientes rotodinámicos que se generan en la película del lubricante en chumaceras hidrodinámicas cilíndricas. Las expresiones se obtuvieron utilizando la ecuación de Reynolds, la cual es una simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes de la Mecánica de Fluidos. La ecuación de Reynolds fue resuelta de manera cerrada utilizando la teoría de chumaceras infinitamente largas y cortas.

Los coeficientes rotodinámicos obtenidos a través de estas aproximaciones son graficados y comparados con los que se obtienen por medio de la Teoría de Warner para diferentes relaciones  $L/D$ , concluyendo que existe un comportamiento similar. Se ha probado que a medida que la razón  $L/D$  aumenta, los coeficientes de la Teoría de Warner tienden a hacerse muy parecidos a los coeficientes utilizados para una configuración de chumaceras infinitamente largas. Estas expresiones analíticas de coeficientes rotodinámicos pueden ser útiles en un análisis preliminar de diseño de chumaceras y en análisis de estabilidad de maquinaria rotatoria.

Los análisis realizados por Gómez Mancilla y Nosssov (13) muestran que el desalineamiento angular tiene una influencia importante en el comportamiento de la maquinaria rotatoria soportada en chumaceras hidrodinámicas. Los investigadores que llevaron a cabo el estudio argumentan que el desalineamiento angular provoca la generación de proyecciones tridimensionales de las fuerzas de presión, induciendo al menos dos significativos momentos y una fuerza axial que previamente no existían en un rotor perfectamente alineado.

Ordóñez Pantoja (14) propuso un diseño nuevo de chumacera con presurización externa que presenta características rotodinámicas semejantes a la chumacera de levitación magnética pero que tiene ventajas sobre ésta y además busca dar solución a los problemas típicos de la rotodinámica.

Ramírez Vargas, Nosssov V., y Gomez Mancilla (15) analizaron el comportamiento de una chumacera corta que está sometida a presurización externa, dando como resultado un cambio radical en el comportamiento de las propiedades dinámicas de la película de lubricante. La presurización fue modelada con funciones especiales de impulso (la función Delta de Dirac), tal modelación fue la primera en su tipo para problemas similares de rotodinámica. Una conclusión importante es que el uso de la función de Dirac facilita, entre otros trabajos, calcular la respuesta de presión cuando se presuriza en uno o más puertos de

# CAPÍTULO I

---

inyección, logrando determinar la relación existente entre la presurización y el nuevo ángulo de *attitude*.

Posteriormente se realizo el cálculo de los coeficientes rotodinámicos presurizados con inyección puntual (16), este estudio facilitara el diseño de leyes de control para atenuar las vibraciones en las chumaceras hibridas.

## 1.3. Clasificación de los cojinetes.

Los cojinetes utilizados en maquinaria rotativa pesada se dividen en dos grandes grupos. Cojinetes de elementos rodantes y cojinetes de película de aceite (a este tipo de soporte también se le llama chumacera, en el presente trabajo a los soportes que utilizan algún tipo de fluido se les llamará “chumaceras”). Las chumaceras de película de aceite se subdividen en hidrodinámicas, hidrostáticas e hibridas. Los cojinetes de elementos rodantes tienen diversas aplicaciones en maquinaria pequeña, con velocidades muy bajas o máquinas donde el peso y/o el suministro de lubricante sean muy complejos para justificar chumacera de película de aceite. Los cojinetes de rodamiento no permiten amplios desplazamientos del eje, debido a su alta rigidez y bajo amortiguamiento, que es independientemente a la carga que se somete el soporte (17).



Figura 1.3. Cojinete de rodamiento.

Para proveer amortiguamiento a maquinas rotativas con cojinetes de elementos rodantes se utiliza usualmente el amortiguamiento de película comprimida (en inglés squeeze-film dampers), al diseñar los cojinetes con amortiguamiento de película comprimida, se reduce la rigidez del cojinete y los desplazamientos del rotor en el plano de medición del cojinete (6).

Las chumaceras de película de aceite son usadas en numerosas maquinas rotativas, donde una delgada película de aceite que separa la chumacera del eje. El espesor de la

# CAPÍTULO I

película es típicamente del orden de micras. El lubricante más utilizado es el aceite, también se puede utilizar como fluido de trabajo el gas o agua. Las chumaceras de película de aceite pueden ser de presurización interna, externa y híbrida (hidrodinámicas, hidrostáticas y ambas respectivamente).

A continuación se realiza una descripción general y estudios realizados para el desarrollo de las chumaceras hidrodinámicas, hidrostáticas e híbridas, siendo estos los soportes flexibles analizados en el presente trabajo (9).

## 1.3.1. Chumaceras hidrodinámicas.

Una chumacera hidrodinámica consiste en un cuerpo aproximadamente cilíndrico en el cual gira un eje, y es utilizado en gran parte de maquinaria rotativa para soportar cargas axiales ó simplemente una guía de transmisión de torque con un mínimo de pérdida de energía y desgaste entre las superficies de contacto. La capacidad de carga es obtenida a través del campo de presión del lubricante dentro de la chumacera. El campo de presión es generado por la formación de una cuña de lubricante, el cual es arrastrado hacia un claro de superficies convergentes. Esta cuña se crea porque el muñón no gira concéntricamente con respecto al centro de la chumacera, si no mediante desplazamientos relativos alrededor del centro de la chumacera y se conoce como excentricidad. La excentricidad se auto-ajusta hasta que la carga del rotor se iguala a la fuerza causada por la cuña generada por el campo de presión del fluido (16) (17).

En la siguiente figura se muestra una vista transversal de una chumacera hidrodinámica junto con el campo de presión por la película de lubricante, notar que el muñón está ligeramente colocado hacia la izquierda, generando una excentricidad.

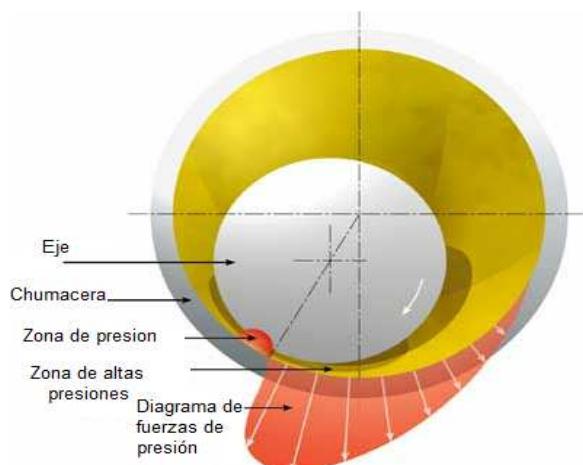


Figura 1.4. Descripción de fuerzas en una chumacera hidrodinámica.

## CAPÍTULO I

### 1.3.2. Chumaceras hidrostáticas.

Las chumaceras hidrostáticas la presurización es externa, en otras palabras el lubricante es presurizado por una fuente exterior utilizando usualmente bombas, como se observa en la fig. 1.5. Si la inyección de presurización es continua y sin interrupciones, nos da el espesor de película de lubricante adecuado entre el muñón y la chumacera manteniéndose incluso con velocidad nula. En consecuencia, es posible obtener coeficientes de fricción despreciables, permitiendo cargas altas de operación con el menor esfuerzo posible. Ambas chumaceras hidrodinámicas y hidrostáticas operan con un espesor de película relativamente gruesa.

El término hidrostático fue introducido para diferenciar el mecanismo de operación de la lubricación hidrodinámica donde la velocidad y el efecto de la cuña del campo de presión son los principales requisitos (9). Las chumaceras hidrostáticas incluyen sistemas más complejos de lubricación y requiere de diseños especializados y aplicaciones prácticas. Sin embargo son utilizadas desde pequeñas herramientas de precisión, hasta grandes y pesados equipos rotativos.

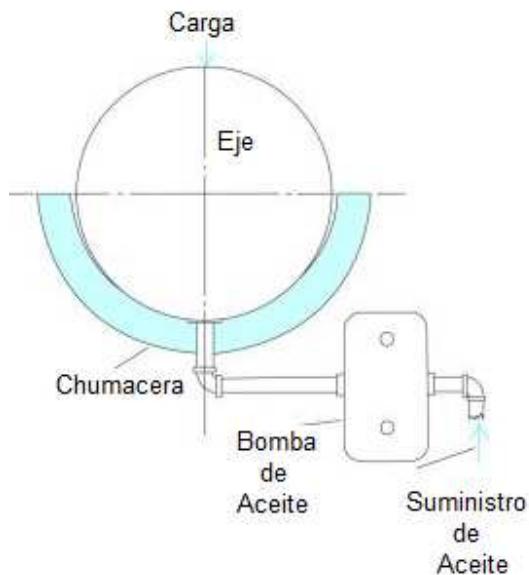


Figura 1.5. Esquema del suministro de aceite de una chumacera hidrostática.

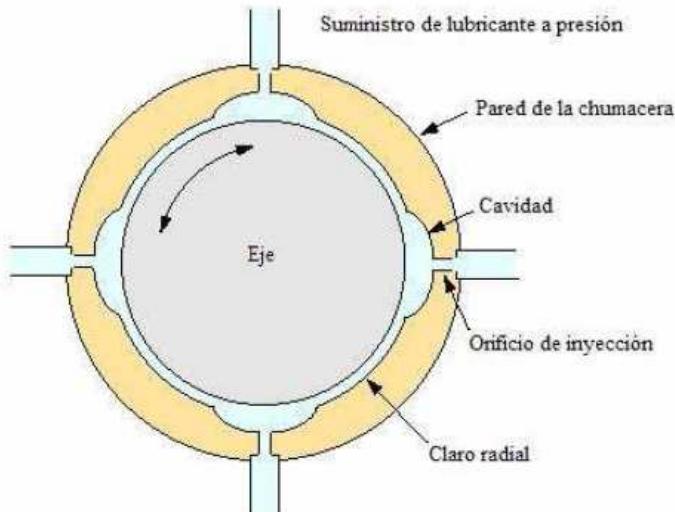
### 1.3.3. Chumaceras hibridas.

Se diseñan para usarse tanto con el principio hidrodinámico como con el principio hidrostático para conseguir el soporte para la carga entre las superficies en movimiento (18). Un aporte del pionero Don Bently (19) son experimentos realizados en una chumacera presurizada en 4 puntos de inyección siendo el objetivo inicial al usar este arreglo es tratar

# CAPÍTULO I

---

con presurización externa llevar el centro del muñón lo más cerca del centro geométrico de la chumacera y así obtener menores desplazamientos.



**Figura 1.6. Configuracion de una chumacera presurizada utilizada por BENTLY.**

En el año 2003, los investigadores brasileños I. F. Santos y F. Y. Watanabe (20) publicaron en el *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, un trabajo en el cual se estudian chumaceras presurizadas con puertos múltiples de inyección de lubricante, este análisis se realiza numéricamente mediante la dinámica de fluidos computacional y técnicas de control. Mediante el control del flujo y la presión se obtienen cambios importantes en las fuerzas de la película de aceite, las cuales afectarán los valores de las rigideces de la chumacera.

Del estudio realizado por del **Dr. Ignacio Ramírez** en el año 2007 (16), modela el comportamiento de la rigidez y el amortiguamiento de las chumaceras cortas con un puerto de inyección puntual, obteniendo las formulas analíticas de los coeficientes rotodinámicos presurizados. El ángulo de inyección se puede modificar de la misma manera que la intensidad de la presión de inyección con este trabajo se puede analizar efectos de inestabilidad ocasionados por el fluido en la chumacera. También se puede para observar el comportamiento a distintas presiones de inyección tomando en cuenta que solo se realizará en un punto de la chumacera.

## 1.4. Clasificación de los sistemas de control de vibraciones.

La clasificación en la literatura de los sistemas de control vibratorios son tres pasivos, activos y semi-activos (SA). Un sistema de control vibratorio se dice que es

# CAPÍTULO I

pasivo, activo ó SA, dependiendo de la energía externa que necesite para realizar la función requerida.

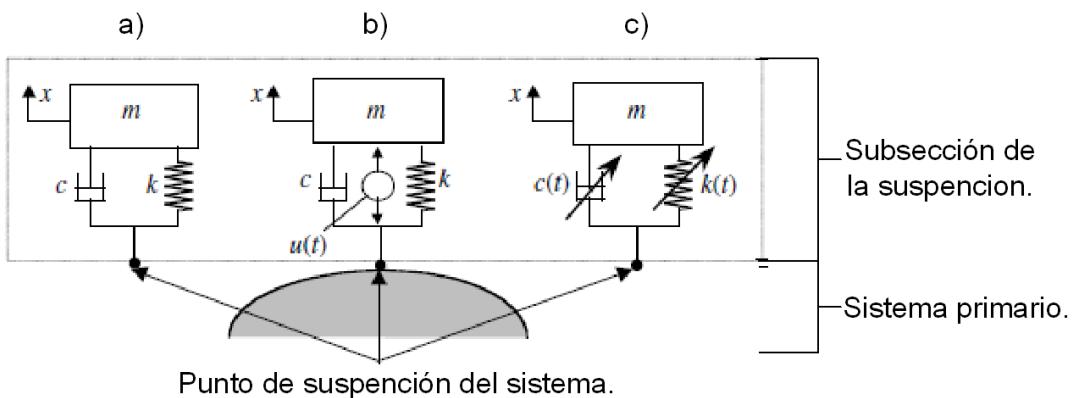


Figura 1.7. Sistemas de control de vibraciones a) Sistema Pasivo, b) Sistema Activo, c) Sistema SA.

El control pasivo de vibración consiste de un elemento resistente (rigidez) y un elemento disipador de energía (amortiguador) cualquiera para absorber la energía vibratoria. Este tipo de sistema de control vibratorio se realiza mejor dentro de la región de frecuencia de más alta sensibilidad. El ancho de banda de frecuencia de excitación, puede ser mejorada considerablemente optimizando los parámetros del sistema. Sin embargo, esta mejora se alcanza bajando las características de supresión de la banda estrecha.

El control pasivo vibratorio tiene significativas limitaciones en aplicaciones estructurales donde los disturbios de la banda ancha son difíciles e inciertos de localizar. Para compensar estas limitaciones es utilizado un control vibratorio activo. Introduciendo una fuerza activa como parte de una subsección del amortiguador  $u(t)$ , el sistema es controlado usando diferentes algoritmos para darle mayor respuesta a la excitación vibratoria. El sistema SA control vibratorio es una combinación de activo y pasivo, intenta reducir la cantidad de energía externa necesaria alcanzar las características de eficiencia deseada, este tipo de control se encuentra en desarrollo tecnológico y aun es de alto costo en aplicaciones industriales (8).

## 1.4.1. Características del funcionamiento de los Sistemas de control de vibraciones.

El diseño de sistemas de control de vibraciones se realiza cuando se requiere operar la maquina rotativa por arriba de la banda ancha de carga y una gama de frecuencias que sea imposible de resolver con una sola opción rigidez y amortiguamiento. Si las características de la respuesta vibratoria deseada no pueden ser obtenidas, una atractiva opción es el control activo ya que puede proporcionar un control en cada banda ancha de excitación. Sin embargo induce inestabilidades causadas por el mismo control. Siendo un

# CAPÍTULO I

---

problema serio en la aplicación industrial (21). Por otro lado los sistemas pasivos son obstaculados por el fenómeno llamado “detuning”, el cual significa que el sistema no es capaz de atenuar la vibración para el que fue diseñado. Las razones por las cuales ocurre esto es:

- 1) El sistema de control de vibraciones se deteriora y los parámetros pueden estar lejos del diseño original de control.
- 2) Los parámetros originales de los dispositivos de control se alteraron.
- 3) La frecuencia natural o la fuerza de excitación pueden cambiar a cierto tiempo.

## 1.4.1.1. Sistema de control pasivo de vibraciones.

El control pasivo de vibraciones emplea controladores pasivos. Por definición los dispositivos pasivos no requieren de fuerzas externas para su operación. Los dos tipos de controladores pasivos son absorbedores dinámicos y amortiguadores. Por otro lado, la medición de la respuesta vibratoria es medida implícitamente y el control es realizado por la fuerza excitadora generada por los controladores pasivos. Un absorbedor dinámico de vibraciones es un mecanismo masa-resorte con poco o nada de amortiguamiento el cual puede absorber la excitación de vibración a través de la energía transferida a este, de tal modo reduce las vibraciones del sistema primario.

El amortiguador es puramente disipador de energía, que al contrario del absorvedor dinámico no almacena energía, la energía es disipada directamente. Por lo tanto desaprovecha energía, presentando problemas relacionados con desgaste y efectos térmicos. Una ventaja que presentan estos elementos es tener altas velocidades de operación. Algunos ejemplos de controladores pasivos son: muelles metálicos, elastómeros, etc.

1.8.1)



1.8.2)



**Figura 1.8. Ejemplos de sistemas de control pasivo. 1.8.1) Muelle, 1.8.2) Resortes.**

# CAPÍTULO I

## 1.4.1.2. Sistema de control activo de vibraciones.

En la siguiente figura 1.9 se presenta un esquema del sistema de control activo. Un sistema mecánico dinámico la planta o el proceso es el control de las vibraciones. El controlador es el dispositivo que genera la señal y controla las vibraciones en el sistema, siendo los dos principales elementos en un sistema de control el controlador y la planta (8).

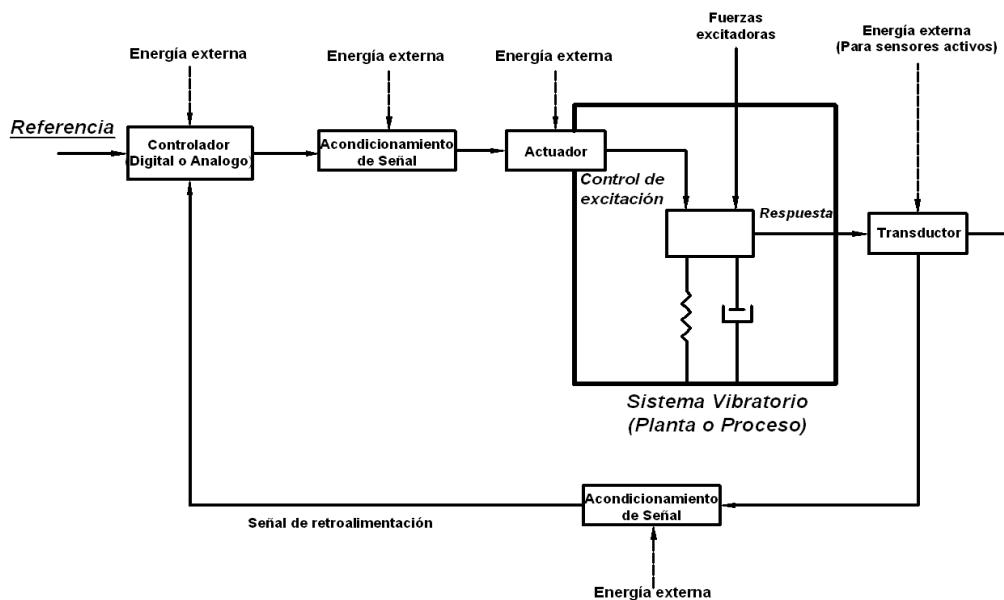


Figura 1.9. Sistema activo de control de vibraciones.

La respuesta de la planta puede ser seguida y medida por sensores que a su vez retroalimentan al controlador. Entonces el controlador compara las señales medidas con la respuesta deseada, utilizando el error para generar una señal de control adecuada. De este modo se obtiene un sistema de control retroalimentado. En ausencia de un sensor y retroalimentación el control es de lazo abierto. Esto significa que no hay retroalimentación hacia el controlador para que éste pueda ajustar la acción de control. Es decir, la señal de salida no se convierte en señal de entrada para el controlador. Ambos sistemas de control pueden ser utilizados en el mismo sistema mecánico (21).

El actuador que recibe la señal de control y controla la planta es parte importante de la planta (por ejemplo, el motor que controla la cuchilla de una sierra), alternativamente puede ser añadido un componente externo para realizar el control (por ejemplo, un actuador piezoelectrónico o magnético para el control de las vibraciones en la cuchilla de la sierra). El primer paso es acondicionar la señal de control para que sea compatible con los actuadores existentes. El siguiente paso es diseñar el controlador y el actuador en paralelo para aplicarlo a la planta. La señal del controlador es digital para ser utilizada en los actuadores se tendrá que convertir en analógica, por lo tanto el convertidor digital analógico (CDA) es un

## CAPÍTULO I

---

acondicionador de señal y es utilizado para los diseños de control pertinente, además la señal analógica que se genera puede ser filtrada y amplificada a un nivel apropiado para ser utilizado en el actuador, se deduce que los amplificadores y filtros son acondicionadores de la señal de control y son útiles para el control de vibraciones. En el programa de control la señal de control es generada por la computadora, a esto se le llama controlador digital y en el hardware de control la señal es generada por el hardware digital sin la necesidad de programas de computo. Alternativamente el control analógico puede ser utilizado cuando la señal de control es generada directamente por un circuito analógico, este tipo de control es rápido y no requiere de convertidores digitales a analógicos (D/A).

En un sistema retroalimentado (sistema de lazo cerrado) utiliza sensores para medir la respuesta de la planta, para determinar si la planta opera adecuadamente. Un sensor mide la respuesta del sistema y automáticamente convierte la señal (transducción de señal) en la forma adecuada para el controlador. Un acelerador piezoeléctrico mide aceleración y lo convierte a carga eléctrica, un tacómetro electromecánico mide velocidad y lo convierte en voltaje, un codificador del eje mide la posición angular del eje y lo convierte en un código digital. Por lo tanto los términos sensor y transductor se utilizan alternativamente en la literatura de control de vibraciones, la señal generada por estos transductores necesitan acondicionadores antes de ser conectados al controlador. Por ejemplo, la señal de carga del acelerómetro piezoeléctrico, debe de ser convertido a voltaje utilizando un amplificador de carga y posteriormente digitalizar la señal utilizando un convertidor analógico/digital (A/D), para usar la señal en un controlador digital. Cabe señalar que el acondicionador de la señal debe de estar entre el transductor y el controlador, de la misma manera entre el controlador y el actuador. Los sensores activos emplean energía externa, los pasivos emplean energía autogenerada y no requieren de energía externa para su funcionamiento. La energía externa puede ser utilizada para acondicionar la señal de los sensores. Finalmente, las perturbaciones en el sistema son desconocidas siendo el problema en el control de vibraciones, la identificación la excitaciones y poder atenuarlas son las principales razones para el diseño de leyes de control.

## Referencias

- [1]. **Jr., Maurice L. Adams.** *Rotating Machinery Vibration.* s.l. : Mercel Dekker, Inc. New York Basel, 2000. ISBN-10: 0824702581.
- [2]. **Jeffcott, Henry H.** *The Lateral Vibration Loaded Shafts in the Neighborhood of a Whirling Speed. - The Effect of Want of Balance.* s.l. : Philosophical Magazine 37, 1919.
- [3]. **Dimarogonas, Andrew.** *Vibration for Enginners.* s.l. : Prentice Hall, 1996.
- [4]. **Stodola, Aurel.** *Steam and Gas Turbine.* New York : McGraw Hill, 1927.
- [5]. **Toshio Yamamoto, Yukio Ishida.** *Linear and Nonlinear Rotordynamics.* s.l. : Wiley-Interscience, 2001. ISBN-10: 0471181757.

## CAPÍTULO I

---

- [6]. **Childs, Dara.** *Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Analysis.* s.l. : John Wiley and Sons , 1993.
- [7]. **Vance, John M.** *Rotordynamics of Turbomachinery.* s.l. : Wiley-Interscience, 1988. ISBN-10: 0471802581.
- [8]. **(Editor), Clarence W. de Silva.** *Vibration Damping, Control, and Design.* s.l. : CRC Press, 2007.
- [9]. **(Editor), Fredric F. Ehrich.** *Handbook of Rotordynamics.* s.l. : McGraw-Hill, 1992. ISBN 978-0-070-19330-7.
- [10]. *Bifurcation of an Exactlt solvable Model of Rotordinamic.* **Kucherenko, Valeri V. y Gómez-Mancilla, Julio C.** 2000, International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 10, págs. 2689-2699. DOI: 10.1142/S0218127400001730.
- [11]. **Alberto Antonio-Garcia, Valery R. Nossov, Juilo C. Gómez- Mancilla.** *El Cálculo de los Coeficientes Rotodinamicos de chumaceras hidrodinamicas por medio de los Gradientes del Campo de Presion.* México D.F. : 4º Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas Sección de Estudios de Posgrado e Investigacion U.P. Adolfo Lopez Matéos, 2005.
- [12]. **Antonio-Garcia, Alberto.** *Investigación Analitica y Numérica de las Propiedades Dinámicas de Chumaceras Hidrohinamicas con y sin desalineamiento.* Mexico, D.F. : Tesis de Doctorado de la Sección de estudios de Posgrado e Investigación U.P. Adolfo López Mateos., 2006.
- [13]. **Gómez Mancilla, Julio C. y Nossov, Valery R.** *Short Journal Bearings With Misaligned Axes.* Lake Tahoe, C.A. USA. : 1st International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery , 2001.
- [14]. **Ordóñez-Pantoja, A.** *Diseño Preliminar y Analisis de Chumacera Innovadora Utilizando Inyección Presurizada del Lubricante.* Mexico D.F : Tesis de maestria. Sección de estudios de Posgrado e investigacion U. P. Adolfo López Mateos, 2003.
- [15]. **Nosov V., Gómez-Mancilla Julio C., Ramírez-Vargas I.** *New model and Stationary Position for a Short.* s.l. : To be published in the Journal of Tribology, 2006.
- [16]. **Ramirez-Vargas, Ignacio.** *Teoria de chumaceras presurizadas con puertos puntuales: Caso de la chumacera corta.* Mexico, D.F. : Tesis de doctorado de la Sección de estudios de Posgrado e Investigacion U.P. Adolfo López Mateos, 2007.
- [17]. **Khonsari, Michael M. and Booser, Earl Richard.** *Applied Tribology: Bearing Design and Lubrication.* s.l. : Wiley-Interscience, 2001. ISBN-10: 0471283029.
- [18]. **Someya, Tsuneo.** *Journal-Bearing Databook.* s.l. : Springer, 1989.
- [19]. **Bently, Donald E. y Petchenev, Alex.** *Dynamic Stiffness and the Advantages of Externally Pressurized Fluid-Film Bearings.* s.l. : First Quarter, 2000.
- [20]. *Control System Design for Active Lubrication With Theoretical and Experimental Examples.* **Santos, I. F. and Scalabrin, A.** s.l. : ASME, 2000, J. Eng. Gas Turbines Power, Vol. 125, pp. 75-81. doi:10.1115/1.1451757.
- [21]. **Beards, C.** *Engineering Vibration Analysis with Application to Control Systems .* s.l. : Butterworth-Heinemann , 1995. ISBN-10: 034063183X.

## CAPÍTULO II

---

# MODELADO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL SISTEMA ROTOR-CHUMACERA DE EJE RÍGIDO CON PIVOTE.

### 2.1 Introducción.

La modelación en la rotodinámica es fundamental para el análisis y la aproximación a los comportamientos de los sistemas reales. Por ejemplo, se realizó un modelo relativamente simple para estudiar el comportamiento de un sistema rotor-chumacera, este consiste de una masa localizada al centro del eje y soportada entre dos puntos (los soportes pueden ser flexibles o rígidos), el modelo es publicado por Jeffcott (1919) (1), dicho modelo se ha utilizado simplificar maquinaria rotativa y analizar efectos rotodinámicos por ejemplo desbalanceo, desalineamiento, etc.

La dinámica del modelo Jeffcott se basa en movimientos laterales (o radiales). Santos (2002), presentó un sistema con un pivote de referencia (2). Este tipo de modelado permite analizar los movimientos angulares del sistema rotor-chumacera. En el presente trabajo se empleará una técnica similar; pero se utilizará un método diferente para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema. El propósito de modelar el sistema con movimientos angulares se debe en principio caracterizar un sistema relativamente sencillo, con la menor complejidad posible y obtener resultados aproximados a la realidad son tan solo 2 grados de libertad.

Al validar el modelo se podrán cambiar las condiciones iniciales lo que permitirá analizar diferentes fenómenos involucrados en máquinas rotativas; por ejemplo: desalineamiento, doblamiento, desbalance, inestabilidades inducidas por el fluido etc. Una vez validado el modelo matemático, se podrá añadir otros términos para analizar efectos como la fisura. Por otro lado, en el presente estudio se modificará la presión de inyección externa para analizar el comportamiento del sistema bajo estas condiciones. Un pionero en la investigación de chumaceras presurizadas es Don Bently, quien propone cuatro puntos simétricos de inyección y analiza el cambio de la rigidez en las chumaceras con respecto a la rigidez del eje (3).

Ordoñez (4) realizó el análisis de los coeficientes rotodinámicos modificando la presión en la chumacera, obtuvo los coeficientes por medio del programa “CHUMA” (5) que obtiene los coeficientes rotodinámicos para posteriormente poder utilizarlos en un análisis numérico, este estudio es el principio de la investigación del Laboratorio de Vibraciones y Rotodinamica para poder caracterizar una chumacera hibrida presurizada (CHP).

## CAPÍTULO II

---

Para realizar el análisis con chumaceras hidrodinámicas se utilizaron los resultados obtenidos por el Dr. Alberto Antonio García (6) en el estudio titulado “*Investigación analítica y numérica de las propiedades dinámicas de chumaceras hidrodinámicas con y sin desalineamiento*”. Y el estudio realizado por Dr. Ignacio Ramírez (7), donde propone la “*Teoría de chumaceras presurizadas con puertos puntuales: caso de chumaceras cortas*”. Siendo aportaciones importantes para caracterizar el comportamiento dinámico de este tipo de soportes y herramientas utilizadas en el presente trabajo.

Se realizara la simulación de los modelos obtenidos para observar y caracterizar la respuesta de cada uno de ellos. Al validar el modelo matemático se diseñará analíticamente leyes de control las cuales se aplicarán en el modelo real, para reducir la amplitud de vibración en la resonancia, postergar la velocidad umbral de la inestabilidad, siendo estos, algunos de los problemas más críticos en este tipo de soportes.

### 2.2 Descripción del sistema Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote.

El caso particular que se estudiará proviene de un modelo experimental, y será validado en un ROTOR-KIT. Se idealiza que el Rotor-Chumacera cumple con la característica de eje rígido. Se analizará un sistema no-lineal, pero a través de consideraciones matemáticas se obtendrá también el sistema lineal, el cual permitirá aproximar el comportamiento real de una forma relativamente sencilla. El esquema del sistema se muestra a continuación.

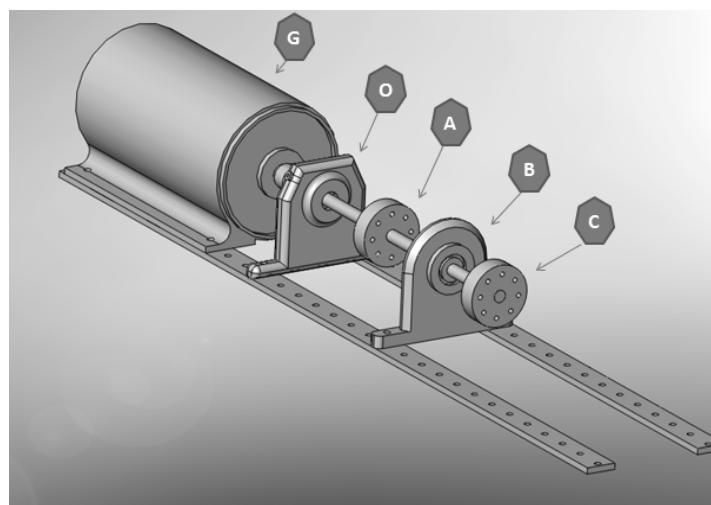


Figura. 2.1. Sistema Rotor-chumacera de eje rígido con un pivote de referencia, modelo propuesto.

## CAPÍTULO II

En la Figura 2.1 se localiza el motor eléctrico **G**, buje bronce **O** este es auto-alienable con bajo amortiguamiento, este punto se considera el pivote del sistema, en el punto **B** se encuentra la chumacera hidrodinámica cilíndrica, y los discos **A** y **C** cuya localización puede variar. El método de modelado consistirá en encontrar momentos relativos al punto de apoyo **O**.

### 2.3 Obtención del Modelo matemático lineal y no lineal, a velocidad constante y coeficientes rotodinámicos hidrodinámicos.

Para obtener un modelo matemático que simplifique el sistema real, se asumirá que el sistema tiene las siguientes características:

- Eje sin peso, esto quiere decir que el peso del eje es mucho menor que el peso de los discos.
- Eje rígido
- No hay vibraciones en el buje (pivote del sistema).
- Los discos son equidistantes a la chumacera.
- Se desprecia el momento de inercia del eje. Esto quiere decir que el momento de inercia del eje es menor en comparación al momento de inercia de los discos.

En la figura 2.2 se presenta el diagrama de cuerpo libre, mostrando los puntos donde se aplican las fuerzas al sistema y describiendo los movimientos angulares característicos del sistema propuesto.

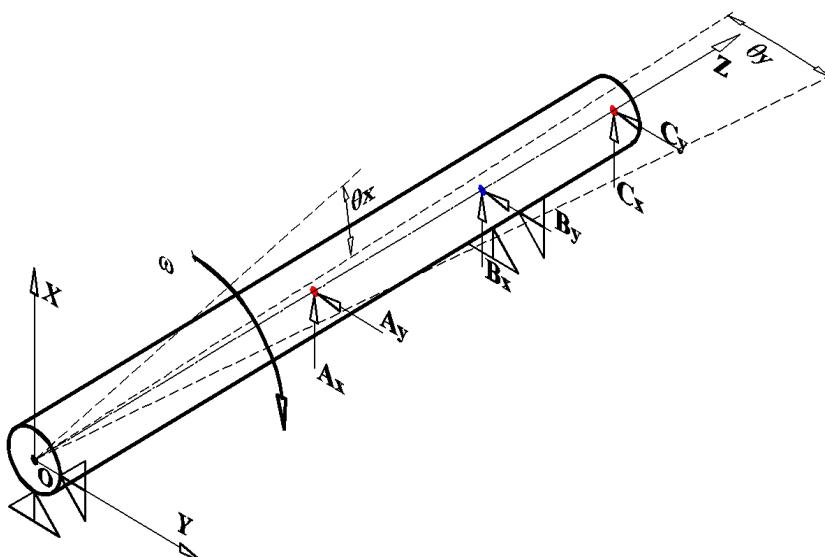


Figura. 2.2 Diagrama de cuerpo libre, del sistema simplificado.

## CAPÍTULO II

---

Las fuerzas en  $Ax$  son causadas por el desbalance del disco 1 y el peso de este sobre el eje  $X$  a una distancia  $\overline{OA}=l/2$ , la fuerza en  $Ay$  es la fuerza de desbalance del disco 1 sobre el eje  $Y$ , las fuerzas en  $Bx$  y  $By$  son fuerzas causadas por la presión del aceite a una distancia  $\overline{OB}=(3/4)l$ , las fuerzas en  $Cx$  son fuerzas de desbalance del disco 2 y el peso del disco 2 sobre el eje  $X$  y  $Cy$  es una fuerza desbalance sobre el eje  $Y$  a una distancia  $\overline{OC}=l$ . Los desplazamientos angulares son descritos por  $\theta_x$  y  $\theta_y$ , respectivamente.

Para la obtención del modelo, se emplearán las ecuaciones de *Newton-Euler* (8) debido a que el movimiento del sistema es una rotación pura con respecto a un punto fijo. De tal forma, que la ecuación a utilizar es la siguiente:

$$I_o \ddot{\theta} = \sum M_o, \quad (2.1)$$

El vector de aceleración  $\ddot{\theta}$  se descompone en los planos  $XZ$  y  $YZ$ , obteniendo:

$$I_o \ddot{\theta}_x = \sum M_{xz}, \quad I_o \ddot{\theta}_y = \sum M_{yz}, \quad (2.2)$$

Rescribiendo (2.2), resulta:

$$I_o \ddot{\theta}_x = \left(\frac{l}{2}\right) W_{d1} + \left(\frac{l}{2}\right) F_{desb1}^x + \left(\frac{3}{4}\right) l F_{pres}^x + l W_{d2} + l F_{desb2}^x, \quad (2.3)$$

$$I_o \ddot{\theta}_y = \left(\frac{l}{2}\right) F_{desb1}^y + \left(\frac{3}{4}\right) l F_{pres}^y + l F_{desb2}^y. \quad (2.4)$$

Una vez que el sistema está en equilibrio se hacen las siguientes consideraciones:

$$\left(\frac{l}{2}\right) W_{d1} + l W_{d2} + \left(\frac{3}{4}\right) l F_{EE,0}^x = 0, \quad \left(\frac{3}{4}\right) l F_{EE,0}^y = 0. \quad (2.5)$$

Debido a la rotación y la presión de fluido entre el eje y la chumacera se generan fuerzas hidrodinámicas las cuales están definidas por los coeficientes rotodinámicos (9) (10). Por lo tanto, en el punto de equilibrio, se deben obtener las fuerzas opuestas a dichas fuerzas hidrodinámicas. Al expandir estas fuerzas en series de Taylor, se obtiene:

$$F_p^x = F_{ss,o}^x - K_{xx} \Delta x - K_{xy} \Delta y - C_{xx} \Delta \dot{x} - C_{xy} \Delta \dot{y} - \eta, \\ F_p^y = F_{ss,o}^y - K_{yx} \Delta x - K_{yy} \Delta y - C_{yx} \Delta \dot{x} - C_{yy} \Delta \dot{y} - \eta. \quad (2.6)$$

## CAPÍTULO II

---

La Fig. 3, describe los coeficientes rotodinámicos, tanto acoplados como desacoplados que definen las fuerzas de presión del lubricante utilizado.

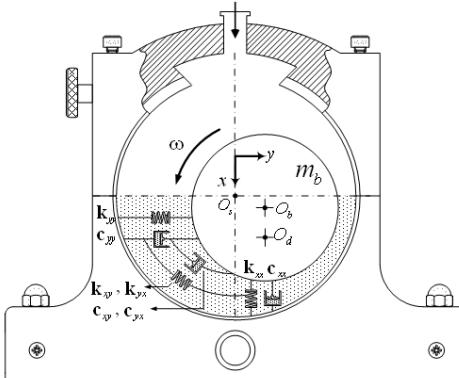


Figura 2.3. Coeficientes rotodinámicos.

Los coeficientes rotodinámicos utilizados en este estudio corresponden a una chumacera hidrodinámica cilíndrica corta. Como se explica en (10), estos coeficientes dependen de la velocidad de operación. Los desplazamientos angulares  $\theta_x$  y  $\theta_y$ , se obtienen por trigonometría y se obtiene:

$$\Delta x = \left(\frac{3}{4}\right)l \tan \theta_x, \quad \Delta y = \left(\frac{3}{4}\right)l \tan \theta_y. \quad (2.7)$$

Derivando (2.7) con respecto al tiempo, se obtiene,

$$\Delta \dot{x} = \left(\frac{3}{4}\right)l \dot{\theta}_x (1 + \tan^2 \theta_x), \quad \Delta \dot{y} = \left(\frac{3}{4}\right)l \dot{\theta}_y (1 + \tan^2 \theta_y). \quad (2.8)$$

Sustituyendo (2.8) en (2.6), se tiene:

$$\begin{aligned} F_p^x &= \left(\frac{3}{4}\right)l F_{EE,0}^x - K_{xx} \left(\frac{3}{4}\right)l \tan \theta_x - K_{xy} \left(\frac{3}{4}\right)l \tan \theta_y - C_{xx} \left(\frac{3}{4}\right)l \dot{\theta}_x (1 + \tan^2 \theta_x) - \\ &\quad - C_{xy} \left(\frac{3}{4}\right)l \dot{\theta}_y (1 + \tan^2 \theta_y) - \eta, \\ F_p^y &= \left(\frac{3}{4}\right)l F_{EE,0}^y - K_{yx} \left(\frac{3}{4}\right)l \tan \theta_x - K_{yy} \left(\frac{3}{4}\right)l \tan \theta_y - C_{yx} \left(\frac{3}{4}\right)l \dot{\theta}_x (1 + \tan^2 \theta_x) - \\ &\quad - C_{yy} \left(\frac{3}{4}\right)l \dot{\theta}_y (1 + \tan^2 \theta_y) - \eta. \end{aligned} \quad (2.9)$$

## CAPÍTULO II

---

Ahora, se define el momento de inercia con respecto al punto **O**, como sigue:

$$I_o = \left( \left( \frac{1}{4} \right) m_{d1} r_{d1}^2 + m_{d1} \left( \frac{l}{2} \right)^2 \right) + \left( \left( \frac{1}{4} \right) m_{d2} r_{d2}^2 + m_{d2} (l)^2 \right). \quad (2.10)$$

La fuerza de desbalance es producida porque el centro de masa de los discos no coincide con el centro geométrico del eje, esto se describe a través de las siguientes ecuaciones:

$$F_{desb}^x = \left( \frac{l}{2} \right) m_{d1} \omega^2 (e_1^x \cos \omega t - e_1^y \sin \omega t) + l m_{d2} \omega^2 (e_2^x \cos \omega t - e_2^y \sin \omega t), \quad (2.11)$$

$$F_{unb}^y = \left( \frac{l}{2} \right) m_{d1} \omega^2 (e_1^x \sin \omega t + e_1^y \cos \omega t) + l m_{d2} \omega^2 (e_2^x \sin \omega t + e_2^y \cos \omega t),$$

Sustituyendo (2.9) y (2.11) en (2.3) y (2.4), y tomando en cuenta las consideraciones definidas por (2.5), se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento no lineal con dimensiones:

$$\begin{aligned} I_o \ddot{\theta}_x + \left( \frac{9}{16} \right) l^2 (C_{xx} \dot{\theta}_x (1 + \tan^2 \theta_x) + C_{xy} \dot{\theta}_y (1 + \tan^2 \theta_y) + K_{xx} \tan \theta_x + K_{xy} \tan \theta_y) = \\ \frac{l}{2} m_{d1} \omega^2 (e_1^x \cos \omega t - e_1^y \sin \omega t) + l m_{d2} \omega^2 (e_2^x \cos \omega t - e_2^y \sin \omega t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} I_o \ddot{\theta}_y + \left( \frac{9}{16} \right) l^2 (C_{yx} \dot{\theta}_x (1 + \tan^2 \theta_x) + C_{yy} \dot{\theta}_y (1 + \tan^2 \theta_y) + K_{yx} \tan \theta_x + K_{yy} \tan \theta_y) = \\ \frac{l}{2} m_{d1} \omega^2 (e_1^x \sin \omega t + e_1^y \cos \omega t) + l m_{d2} \omega^2 (e_2^x \sin \omega t + e_2^y \cos \omega t) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Para obtener el sistema lineal se realiza la siguiente consideración, debido a que son desplazamientos pequeños, tenemos,

$$\tan \Delta \theta_x \approx \Delta \theta_x, \quad \tan \Delta \theta_y \approx \Delta \theta_y. \quad (2.14)$$

Con la consideración anterior reducimos el término no lineal de la tangente, obteniendo el modelo lineal.

## CAPÍTULO II

$$\begin{aligned} I_o \ddot{\theta}_x + \left( \frac{9}{16} \right) l^2 (C_{xx} \dot{\theta}_x + C_{xy} \dot{\theta}_y + K_{xx} \theta_x + K_{xy} \theta_y) = \\ \frac{l}{2} m_{d1} \omega^2 (e_1^x \cos \omega t - e_1^y \sin \omega t) + l m_{d2} \omega^2 (e_2^x \cos \omega t - e_2^y \sin \omega t), \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} I_o \ddot{\theta}_y + \left( \frac{9}{16} \right) l^2 (C_{yx} \dot{\theta}_x + C_{yy} \dot{\theta}_y + K_{yx} \theta_x + K_{yy} \theta_y) = \\ \frac{l}{2} m_{d1} \omega^2 (e_1^x \sin \omega t + e_1^y \cos \omega t) + l m_{d2} \omega^2 (e_2^x \sin \omega t + e_2^y \cos \omega t). \end{aligned} \quad (2.16)$$

### 2.3.1 Modelo adimensional lineal y no lineal.

Para el estudio general del sistema se propone la siguiente adimensionalización. El primer paso es establecer el parámetro de adimensionalización del sistema. La rotación pura que describe el movimiento de este sistema es similar a la del péndulo simple, entonces se establece que el tiempo adimensional sea el siguiente,

$$\tau = \beta t, \quad (2.17)$$

Donde  $\beta$  es la frecuencia natural del péndulo la cual facilitará el proceso de adimensionalización. En este análisis,  $\beta$  representa a la frecuencia de cuerpo rígido del sistema, y a partir de ella se obtienen las siguientes relaciones de adimensionalización

$$\frac{d(\theta_x)}{d\tau} = \frac{d(\theta_x)}{\beta d\tau}, \quad \dot{\theta}_x = \beta(\theta_x)', \quad \ddot{\theta} = \beta^2(\theta_x)''. \quad (2.18)$$

$$\frac{d(\theta_y)}{d\tau} = \frac{d(\theta_y)}{\beta d\tau}, \quad \dot{\theta}_y = \beta(\theta_y)', \quad \ddot{\theta} = \beta^2(\theta_y)''. \quad (2.19)$$

Las ecuaciones (2.18) y (2.19) son sustituidas en (2.12) y (2.13), y dividiendo entre  $I_0 \beta^2$ , resultando el modelo no lineal adimensional:

$$\begin{aligned} (\theta_x)'' + \frac{9}{16} (\bar{C}_{xx}(\theta_x)'(1 + \tan^2 \theta_x) + \bar{C}_{xy}(\theta_y)'(1 + \tan^2 \theta_y) + \bar{K}_{xx} \tan \theta_x + \bar{K}_{xy} \tan \theta_y) = \\ \left( \frac{1}{2} \right) \Omega^2 M_1 (\varepsilon_1^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \cos \Omega \tau - \varepsilon_1^y \left( \frac{Cr}{l} \right) \sin \Omega \tau) + \Omega^2 M_2 (\varepsilon_2^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \cos \Omega \tau - \varepsilon_2^y \left( \frac{Cr}{l} \right) \sin \Omega \tau), \end{aligned} \quad (2.20)$$

## CAPÍTULO II

---

$$\boxed{(\theta_y)'' + \frac{9}{16}(\bar{C}_{yx}(\theta_x)'(1+\tan^2\theta_x) + \bar{C}_{yy}(\theta_y)'(1+\tan^2\theta_y) + \bar{K}_{yx}\tan\theta_x + \bar{K}_{yy}\tan\theta_y) = \left(\frac{1}{2}\right)\Omega^2 M_1(\varepsilon_1^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\sin\Omega\tau + \varepsilon_1^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\cos\Omega\tau) + \Omega^2 M_2(\varepsilon_2^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\sin\Omega\tau + \varepsilon_2^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\cos\Omega\tau).} \quad (2.21)$$

El modelo lineal se obtiene de forma similar, obteniendo,

$$\boxed{(\theta_x)'' + \frac{9}{16}(\bar{C}_{xx}(\theta_x)' + \bar{C}_{xy}(\theta_y)' + \bar{K}_{xx}\theta_x + \bar{K}_{xy}\theta_y) = \left(\frac{1}{2}\right)\Omega^2 M_1(\varepsilon_1^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\cos\Omega\tau - \varepsilon_1^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\sin\Omega\tau) + \Omega^2 M_2(\varepsilon_2^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\cos\Omega\tau - \varepsilon_2^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\sin\Omega\tau),} \quad (2.22)$$

$$\boxed{(\theta_y)'' + \frac{9}{16}(\bar{C}_{yx}(\theta_x)' + \bar{C}_{yy}(\theta_y)' + \bar{K}_{yx}\theta_x + \bar{K}_{yy}\theta_y) = \left(\frac{1}{2}\right)\Omega^2 M_1(\varepsilon_1^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\sin\Omega\tau + \varepsilon_1^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\cos\Omega\tau) + \Omega^2 M_2(\varepsilon_2^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\sin\Omega\tau + \varepsilon_2^x\left(\frac{Cr}{l}\right)\cos\Omega\tau).} \quad (2.23)$$

donde,

$$\begin{aligned} \bar{C}_{ij} &= \frac{C_{ij}}{m\beta}, & \bar{K}_{ij} &= \frac{K_{ij}}{m\beta^2}, & \varepsilon_1^x &= \frac{e_1^x}{Cr}, & \varepsilon_2^x &= \frac{e_2^x}{Cr}, \\ \Omega &= \frac{\omega}{\beta}, & \Omega^2 &= \frac{\omega^2}{\beta^2}, & M_1 &= \frac{m_{d1}}{m}, & M_2 &= \frac{m_{d2}}{m}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

### 2.3.2 Simulación numérica.

El primer paso es obtener el espacio de estados del modelo. Una representación de espacio de estados es un modelo matemático de un sistema físico descrito mediante un conjunto de entradas, salidas y variables de estado; relacionadas por *ecuaciones diferenciales* de primer orden, (11).

Las ecuaciones (2.20) y (2.21) son ecuaciones diferenciales de segundo orden, para deducir las ecuaciones de espacio de estados deben obtenerse cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden.

Con este fin, se considera el cambio de variable mostrado a continuación:

## CAPÍTULO II

---

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \theta_x & (\theta_x)' &= x_2 = \dot{x}_1 \\
 x_2 &= (\theta_x)' & (\theta_y)' &= x_4 = \dot{x}_3 \\
 x_3 &= \theta_y & (\theta_x)'' &= \dot{x}_2 \\
 x_4 &= (\theta_y)' & (\theta_y)'' &= \dot{x}_4.
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Las relaciones anteriores son sustituidas en (2.20) y (2.21), resultando la siguiente representación en el espacio de estados del sistema adimensional no lineal:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2, \\
 \dot{x}_2 &= F_1 - \frac{9}{16}(\bar{C}_{xx}x_2(1 + \tan^2 x_1) + \bar{C}_{xy}x_4(1 + \tan^2 x_3) + \bar{K}_{xx}\tan x_1 + \bar{K}_{xy}\tan x_3), \\
 \dot{x}_3 &= x_4, \\
 \dot{x}_4 &= F_2 - \frac{9}{16}(\bar{C}_{yx}x_2(1 + \tan^2 x_1) + \bar{C}_{yy}x_4(1 + \tan^2 x_3) + \bar{K}_{yx}\tan x_1 + \bar{K}_{yy}\tan x_3).
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

De manera similar se procede con el sistema adimensional lineal obteniendo:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2, \\
 \dot{x}_2 &= F_1 - \frac{9}{16}(\bar{C}_{xx}x_2 + \bar{C}_{xy}x_4 + \bar{K}_{xx}x_1 + \bar{K}_{xy}x_3), \\
 \dot{x}_3 &= x_4, \\
 \dot{x}_4 &= F_2 - \frac{9}{16}(\bar{C}_{yx}x_2 + \bar{C}_{yy}x_4 + \bar{K}_{yx}x_1 + \bar{K}_{yy}x_3).
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Donde,

$$F_1 = \left( \frac{1}{2} \right) \Omega^2 M_1 \left( \epsilon_1^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \cos \Omega \tau - \epsilon_1^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \sin \Omega \tau \right) + \Omega^2 M_2 \left( \epsilon_2^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \cos \Omega \tau - \epsilon_2^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \sin \Omega \tau \right), \tag{2.28}$$

$$F_2 = \left( \frac{1}{2} \right) \Omega^2 M_1 \left( \epsilon_1^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \sin \Omega \tau + \epsilon_1^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \cos \Omega \tau \right) + \Omega^2 M_2 \left( \epsilon_2^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \sin \Omega \tau + \epsilon_2^x \left( \frac{Cr}{l} \right) \cos \Omega \tau \right).$$

Una vez obtenidas las ecuaciones en el espacio de estados, se emplea SIMULINK para simular el comportamiento del sistema, ya que este programa es relativamente sencillo de utilizar. La figura 4 muestra el modelo empleado para dicha simulación. Como puede observarse, la simulación del sistema puede llevarse a cabo de manera relativamente sencilla.

## CAPÍTULO II

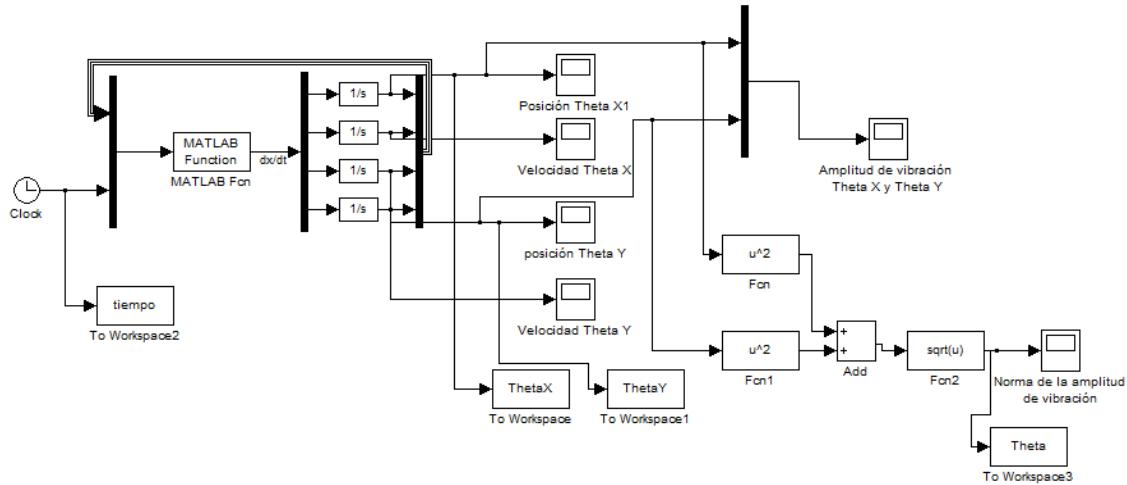


Figura 2.4 Sistema en SIMULINK

El programa integra numéricamente las ecuaciones diferenciales obtenidas previamente. Además, permite monitorear y almacenar las amplitudes y velocidades de las vibraciones del sistema para, posteriormente, realizar análisis fuera de línea. Para realizar la simulación se requiere parámetros para realizar las iteraciones correspondientes. En Apéndice 1 se encuentra el programa realizado para obtener las simulaciones requeridas para analizar el sistema.

Los datos utilizados para la simulación son los siguientes:

TABLA 2.1.  
DATOS DE ITERACIÓN DEL SISTEMA

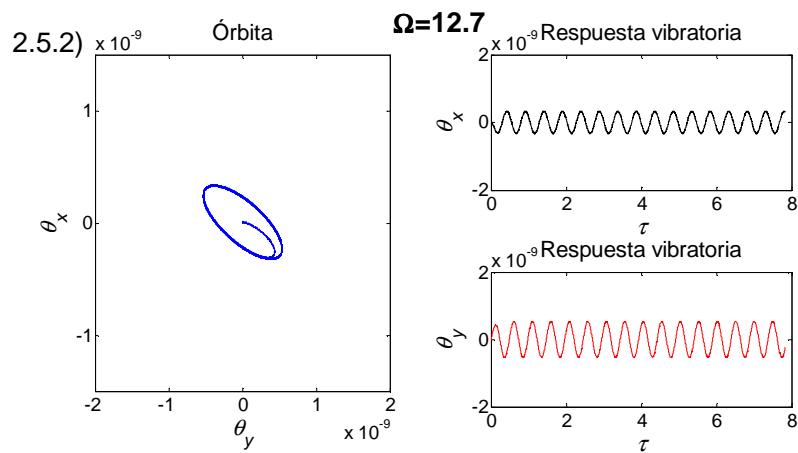
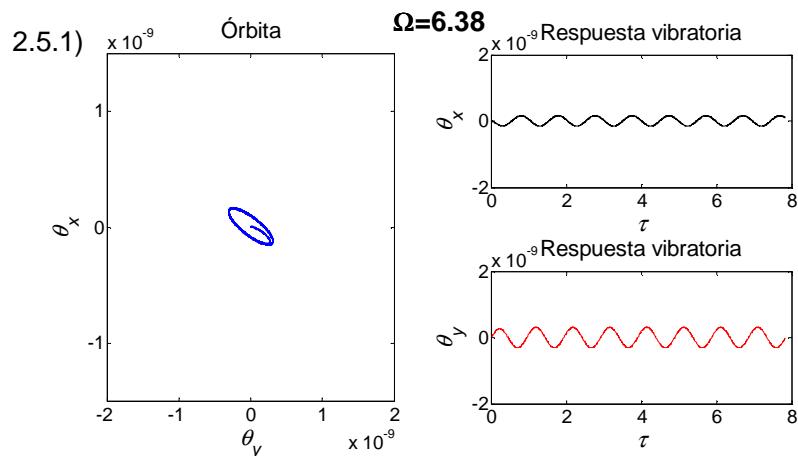
Datos del sistema	Valor (unidades)	Datos del sistema	Valor (unidades)
$l$	$0.16 \text{ (m)}$	$e_2^x$	$0.7 \times 10^{-6} \text{ (m)}$
$Cr$	$60 \times 10^{-6} \text{ (m)}$	$e_2^y$	$0.7 \times 10^{-6} \text{ (m)}$
$m_{d1}$	$0.8 \text{ (kg)}$	$L$	$0.0127 \text{ (m)}$
$m_{d2}$	$0.8 \text{ (kg)}$	$D$	$0.0254 \text{ (m)}$
$e_1^x$	$0.7 \times 10^{-6} \text{ (m)}$	$R$	$0.0127 \text{ (m)}$
$e_1^y$	$0.7 \times 10^{-6} \text{ (m)}$	$\mu$	$0.015 \text{ (Pa s)}$
$e_2^x$	$0.7 \times 10^{-6} \text{ (m)}$		

Los coeficientes rotodinámicos utilizados son obtenidos de las tablas presentadas en (6) y anexados en el apéndice A. Las velocidades de operación se tomaron deliberadamente, con el objetivo de observar la respuesta vibratoria del sistema a diferentes frecuencias adimensionales.

## CAPÍTULO II

### 2.3.3 Comparación de las respuestas vibratorias lineales y no lineales.

Mediante los siguientes resultados de simulación se compara los modelos obtenidos, con objetivo de comparar cualitativamente ambos modelos y cómo influye la no linealidad del modelo propuesto. Los desplazamientos descritos por el modelo son angulares y mediante consideraciones matemáticas obtenemos desplazamientos axiales en los puntos de interés por ejemplo en la chumacera hidrodinámica. A continuación se muestra la respuesta del sistema no lineal adimensional a diferentes frecuencias adimensionales (dónde la frecuencia adimensional es,  $\Omega = \left( \frac{\omega}{\beta} \right)$ ) y la órbita generada.



## CAPÍTULO II

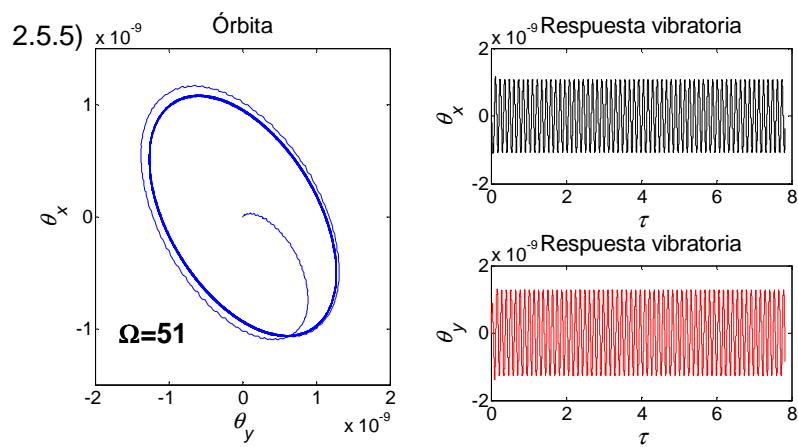
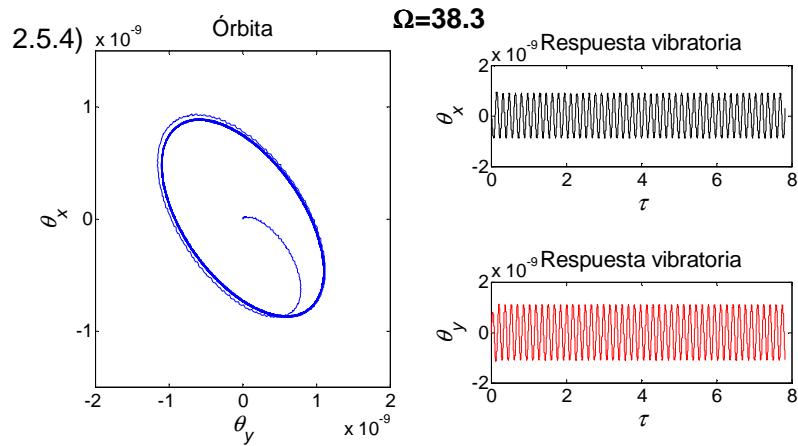
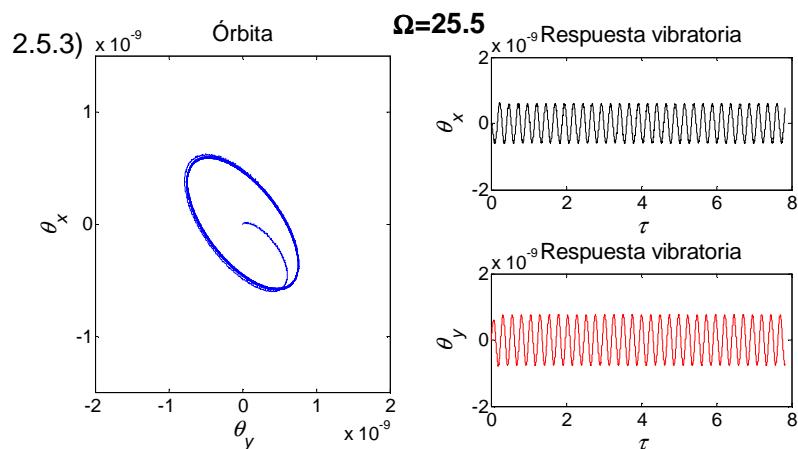
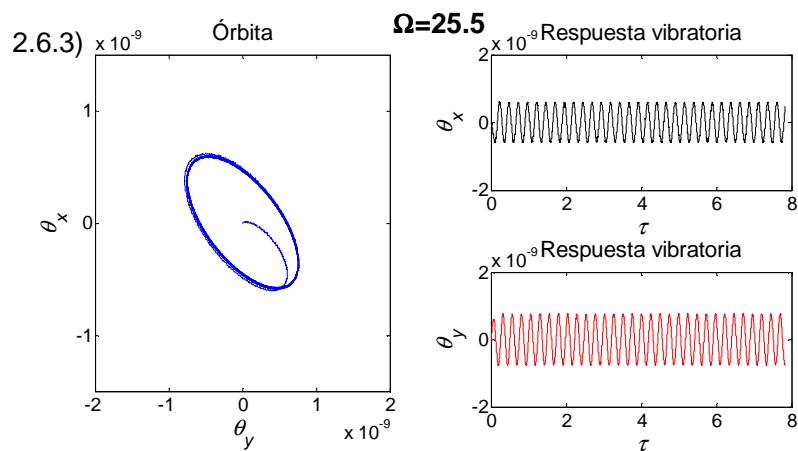
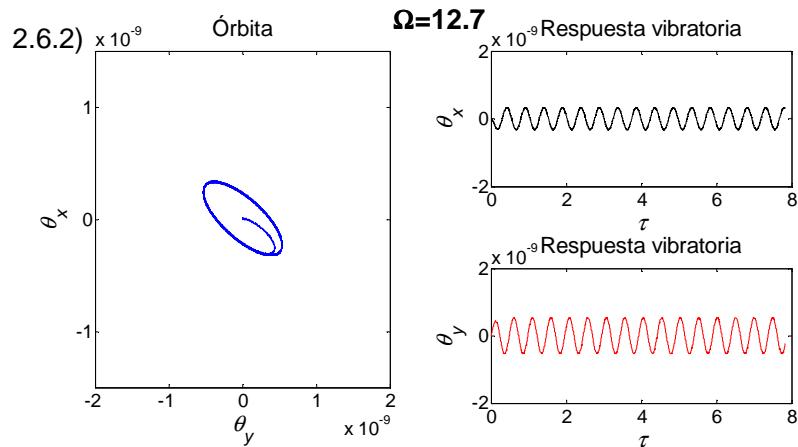
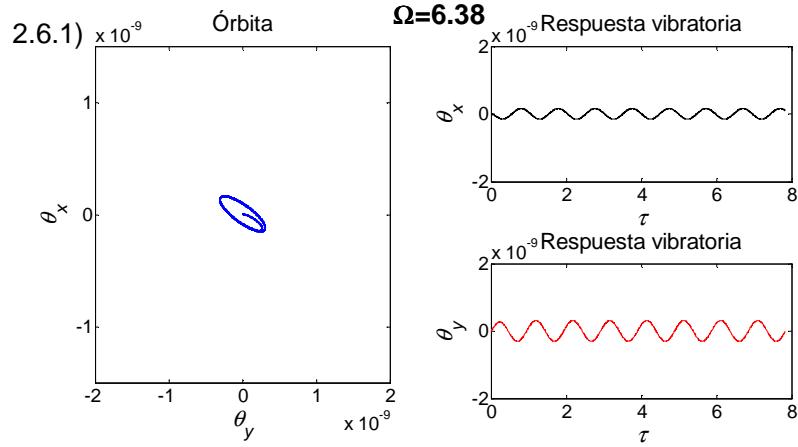


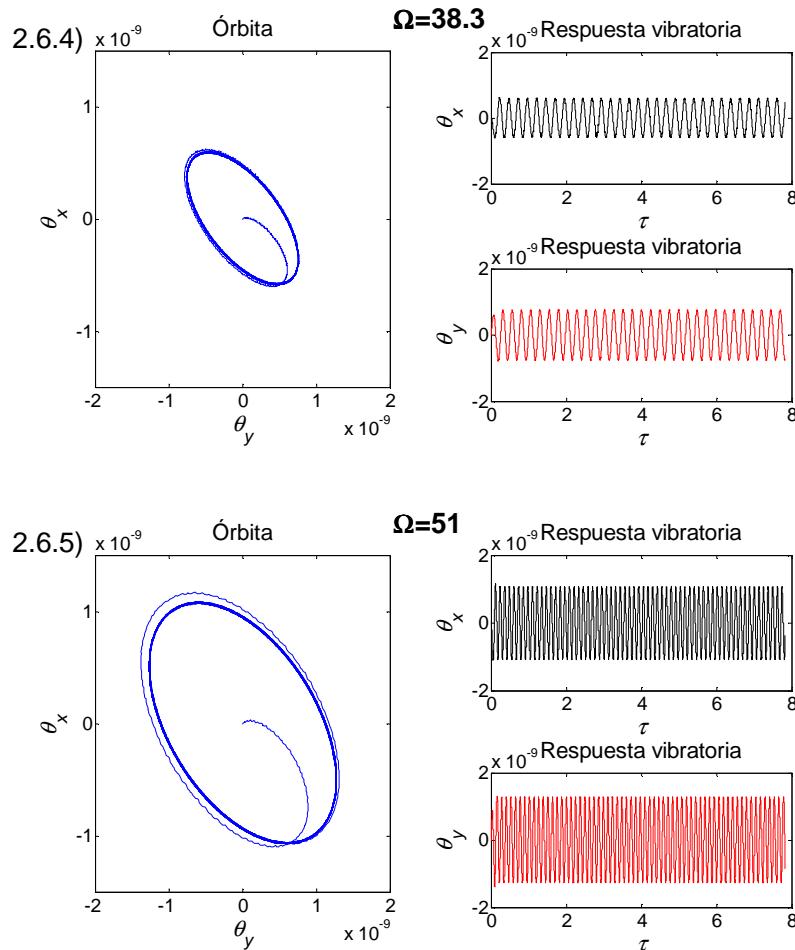
Figura 2.5. Respuesta vibratoria del modelo no lineal a distintas frecuencias adimensionales, donde  $\Omega = \frac{\omega}{\beta}$  es la frecuencia adimensional.

## CAPÍTULO II

De la misma manera se obtienen las respuestas del modelo lineal para realizar la comparación entre el modelo lineal y no lineal. Y se muestran a continuación:



## CAPÍTULO II



**Figura 2.6.** Respuesta vibratoria del modelo lineal a distintas frecuencias adimensionales, donde  $\Omega = \frac{\omega}{\beta}$  es la frecuencia adimensional.

Las amplitudes en las órbitas de vibración en ambos son aproximadamente iguales tanto cualitativamente y cuantitativamente. La respuesta obtenida de la simulación numérica tiene por unidades *rads* para realizar la conversión a *grados*, se utiliza la siguiente relación.

$$(grados) = (radianes) \times \left( \frac{180}{2} \right) \quad (2.29)$$

Una vez obtenido la respuesta en las unidades que se requiere, se utiliza las siguientes fórmulas para obtener los desplazamientos axiales en el punto de interés.

$$(2.30)$$

## CAPÍTULO II

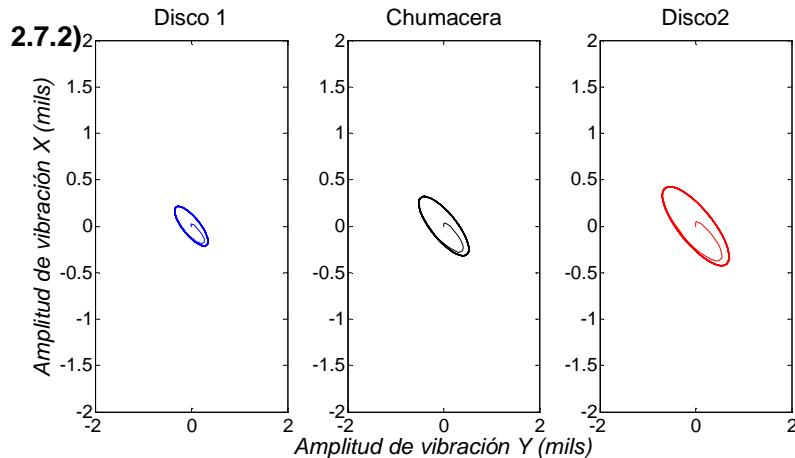
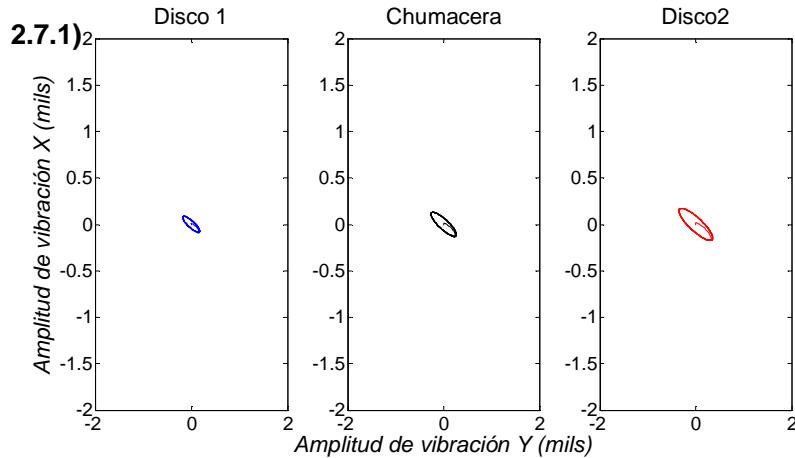
---

$$X = \alpha l \tan \theta_x, \quad Y = \alpha l \tan \theta_y.$$

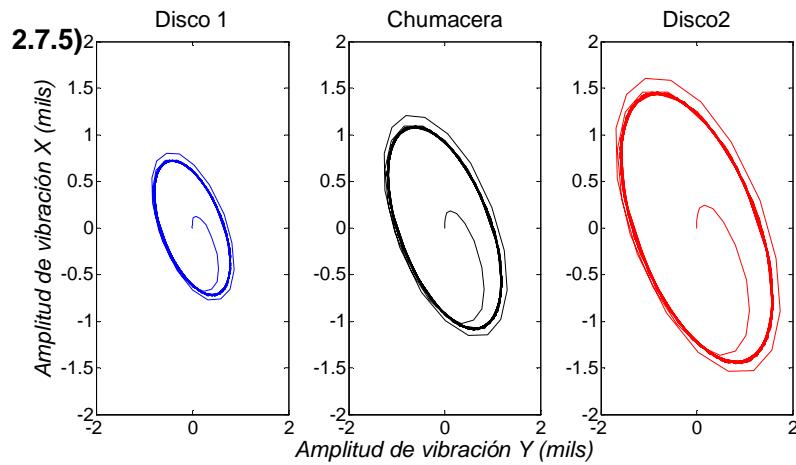
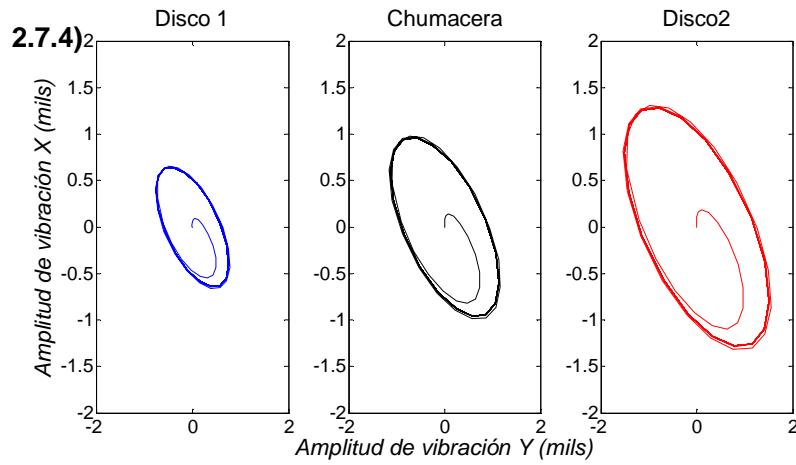
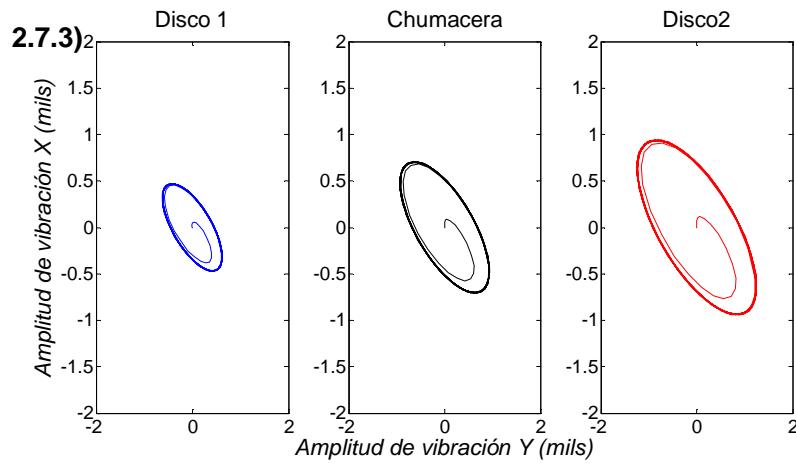
Donde  $\alpha$  es la distancia desde el pivote hasta el punto que se quiere analizar, y se obtiene los desplazamientos radiales. En las siguientes figuras se obtuvo los desplazamientos axiales en el Disco 1, Chumacera hidrodinámica y el Disco 2. Las velocidades de operación a las que se obtuvieron son 50, 100, 200, 300 y 400 (rad/s). Se utilizo la siguiente relación para convertir la velocidad obtenida en *rad/s* a *rpm*, con la finalidad de comparar las orbitas con las obtenidas en la experimentación.

$$1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\text{rev}}{\text{s}} = \frac{60}{2\pi} \frac{\text{rev}}{\text{min}} = 9.549 \text{ rpm} \quad (2.31)$$

A continuación se muestran las orbitas en desplazamientos axiales, como se menciono las orbitas son en el Disco 1, Chumacera hidrodinámica y Disco 2.



## CAPÍTULO II



**Figura 2.7. Orbitas vibratoria en el Disco 1, Chumacera y Disco 2 a diferentes velocidades de operación. 2.7.1) 477 rpm, 2.7.2) 955 rpm, 2.7.3) 1910 rpm, 2.7.4) 2865 (rpm) y 2.7.5) 3820 rpm**

## CAPÍTULO II

---

### 2.4 Análisis del sistema con velocidad variable y coeficientes rotodinámicos presurizados

El estudio realizado en el apartado anterior, presenta un modelo a velocidad constante e involucra a los coeficientes rotodinámicos sin presurización externa obtenidos en (12). El modelo presentado en esta sección considerará: 1) coeficientes presurizados por la parte superior central de la chumacera, y 2) arranque lineal con una aceleración constante.

El siguiente modelo no lineal tiene dimensiones para obtener la respuesta directa del sistema.

$$\boxed{I_o \ddot{\theta}_x + (9/16)l^2(C_{xx}\dot{\theta}_x(1+\tan^2\theta_x) + C_{xy}\dot{\theta}_y(1+\tan^2\theta_y) + K_{xx}\tan\theta_x + K_{xy}\tan\theta_y) = (l/2)m_{d1}(\dot{\phi}^2e_1^x \cos\omega t - \dot{\phi}e_1^y \sin\omega t) + lm_{d2}(\dot{\phi}^2e_2^x \cos\omega t - \dot{\phi}e_2^y \sin\omega t)} \quad (2.32)$$

$$\boxed{I_o \ddot{\theta}_y + (9/16)l^2(C_{yx}\dot{\theta}_x(1+\tan^2\theta_x) + C_{yy}\dot{\theta}_y(1+\tan^2\theta_y) + K_{yx}\tan\theta_x + K_{yy}\tan\theta_y) = (l/2)m_{d1}(\dot{\phi}^2e_1^x \sin\omega t + \dot{\phi}e_1^y \cos\omega t) + lm_{d2}(\dot{\phi}^2e_2^x \sin\omega t + \dot{\phi}e_2^y \cos\omega t)} \quad (2.33)$$

Los coeficientes rotodinámicos son presurizados por la parte de arriba, los cuales son adimensionales (7). Para obtener los coeficientes con dimensiones se propone las siguientes formulas:

$$K_{ij} = \frac{LDN\mu}{Cr} \left( \frac{R}{Cr} \right)^2 \tilde{K}_{ij} \quad C_{ij} = \frac{LDN\mu}{Cr\omega} \left( \frac{R}{Cr} \right)^2 \tilde{C}_{ij}, \quad (2.34)$$

donde  $\tilde{K}_{ij}$  y  $\tilde{C}_{ij}$  son los coeficientes adimensionales.

Las ecuaciones (2.32) y (2.33) son ecuaciones de segundo orden para deducir los estados de espacios del sistema como se realizó en el caso anterior. El siguiente cambio de variables, permite obtener cuatro ecuaciones de primer orden que describen el sistema dinámico:

$$\begin{array}{ll} x_1 = \theta_x, & \dot{\theta}_y = x_4 = \dot{x}_3, \\ x_2 = \dot{\theta}_x, & \ddot{\theta}_x = \dot{x}_2, \\ x_3 = \theta_y, & \ddot{\theta}_y = \dot{x}_4. \\ x_4 = \dot{\theta}_y. & \dot{\theta}_x = x_2 = \dot{x}_1, \end{array} \quad (2.35)$$

## CAPÍTULO II

---

Las relaciones anteriores son sustituidas en (2.32) y (2.33) resultando la siguiente representación de espacio de estados:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= F_1 - \left( \frac{9}{16} \right) l^2 (C_{xx}x_2(1 + \tan^2 x_1) + C_{xy}x_4(1 + \tan^2 x_3) + K_{xx} \tan x_1 + K_{xy} \tan x_3), \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= F_2 - \left( \frac{9}{16} \right) l^2 (C_{yx}x_2(1 + \tan^2 x_1) + C_{yy}x_4(1 + \tan^2 x_3) + K_{yx} \tan x_1 + K_{yy} \tan x_3).\end{aligned}\tag{2.36}$$

Donde:

$$\begin{aligned}F_1 &= \left( \frac{l}{2} \right) m_{d1} (\dot{\phi}^2 e_1^x \cos \omega t - \ddot{\phi} e_1^y \sin \omega t) + l m_{d2} (\dot{\phi}^2 e_2^x \cos \omega t - \ddot{\phi} e_2^y \sin \omega t) \\ F_2 &= \left( \frac{l}{2} \right) m_{d1} (\dot{\phi}^2 e_1^x \sin \omega t + \ddot{\phi} e_1^y \cos \omega t) + l m_{d2} (\dot{\phi}^2 e_2^x \sin \omega t + \ddot{\phi} e_2^y \cos \omega t)\end{aligned}\tag{2.37}$$

En las ecuaciones (2.28) y (2.29), los términos  $\dot{\phi}$  y  $\ddot{\phi}$  describen la velocidad y aceleración del eje, la velocidad es variante con respecto al tiempo con una aceleración lineal constante como se mencionó ( $\omega=200-6000$  (rpm)). La aceleración utilizada es 1.2 (rad/s<sup>2</sup>), que es igual a la que posteriormente se utilizará en el experimento. Los valores utilizados para simular el sistema se encuentran en la tabla 1, y fueron tomados del sistema real.

### 2.4.1 Simulación numérica del modelo modificado.

Una vez obtenidas las ecuaciones en el espacio de estados, se emplea SIMULINK® para simular el comportamiento del sistema. La Fig. 2.8 muestra el modelo empleado para dicha simulación. Como puede observarse, la simulación del sistema puede llevarse a cabo de manera relativamente sencilla. En este modelo se pueden obtener los coeficientes rotodinámicos y realizar análisis del comportamiento a diferentes presiones de inyección externa. Para realizar la simulación se requiere los parámetros del sistema y el modelo en estado de espacios. El programa se muestra **apéndice B**.

El diagrama de Bode es una representación gráfica que sirve para caracterizar la respuesta en *frecuencia* de un sistema. Normalmente consta de dos gráficas separadas, una

## CAPÍTULO II

que corresponde con la *magnitud* de dicha función y otra que corresponde con la *fase*. Recibe su nombre del científico que lo desarrolló, *Hendrik Wade Bode* (13).

Para obtener los diagramas de bode se realizaron los siguientes pasos y se efectúo para cada modificación de presión. Se obtendrá el diagrama de Bode con una presión de 0 psi inyección por la parte central superior.

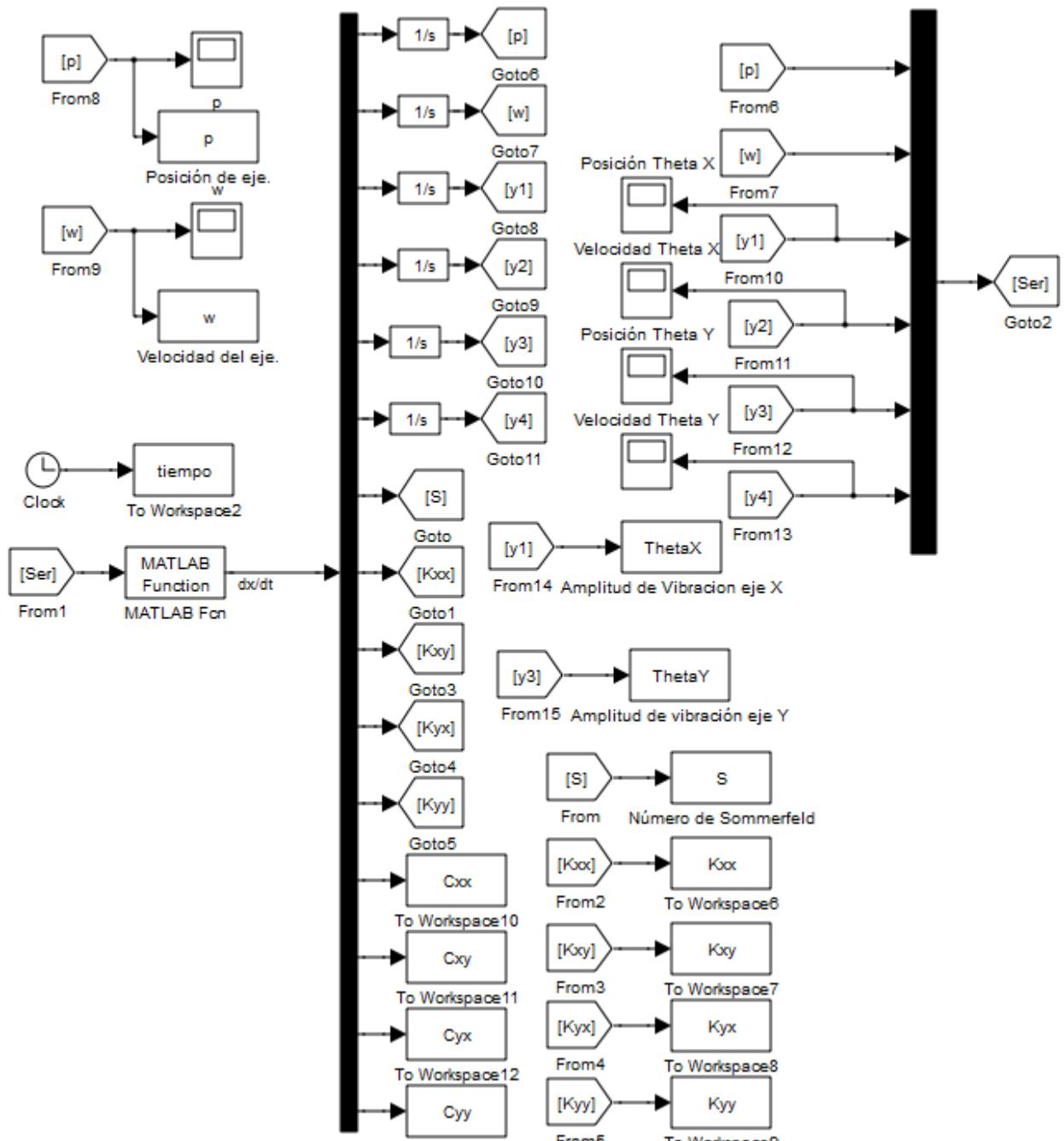


Figura 2.8. Modelo en SIMULINK.

## CAPÍTULO II

**Primer paso.** Se obtiene la respuesta en el dominio del tiempo, los desplazamientos son angulares y describen el movimiento general del sistema. A continuación se presentan las respuestas en los ejes  $X-Y$ .

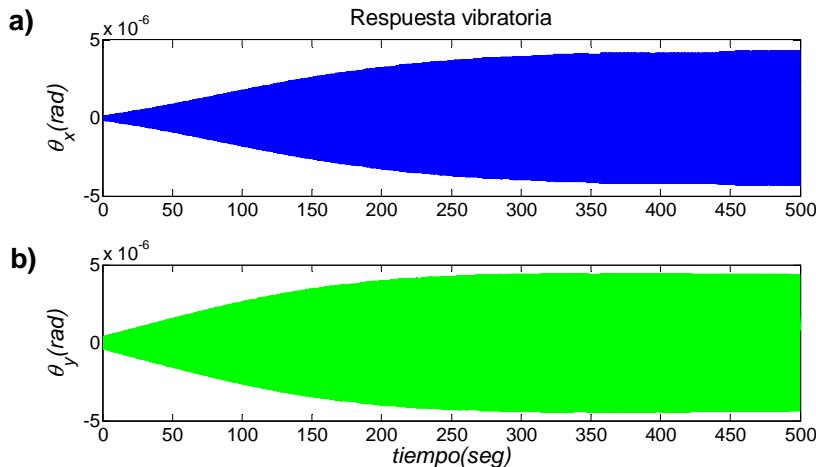


Figura 2.9. Respuesta vibratoria en el dominio del tiempo. a)  $\theta_x$  oscilaciones sobre el eje X, b)  $\theta_y$  oscilaciones sobre el eje Y.

**Segundo paso.** Para tener una idea del comportamiento en el dominio de la frecuencia de operación, se obtuvo las siguientes figuras.

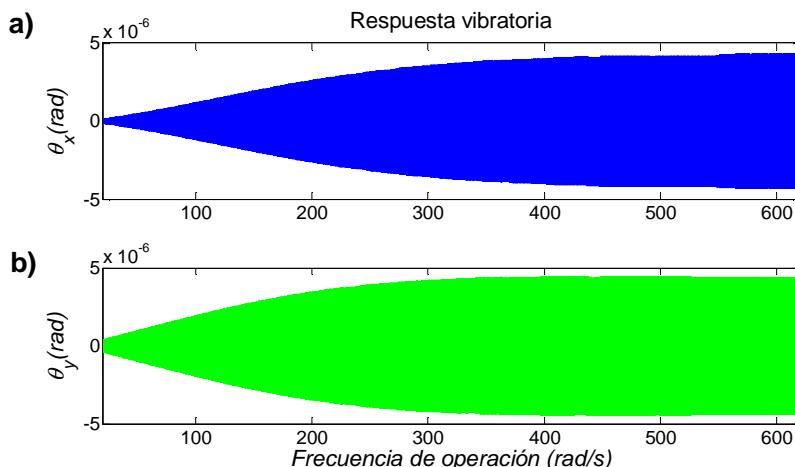


Figura 2.10. Respuesta vibratoria en el dominio de la frecuencia. a)  $\theta_x$  oscilaciones sobre el eje X, b)  $\theta_y$  oscilaciones sobre el eje Y.

**Tercer paso.** Para obtener la respuesta axial se utilizaron las siguientes consideraciones matemáticas.

## CAPÍTULO II

Los desplazamientos se convirtieron en *milésimas de pulgada* para facilitar la comparación con los resultados experimentales. Las siguientes respuestas vibratorias son obtenidas en la chumacera ( $\alpha=0.75$ , siendo la localización del soporte flexible), obteniendo:

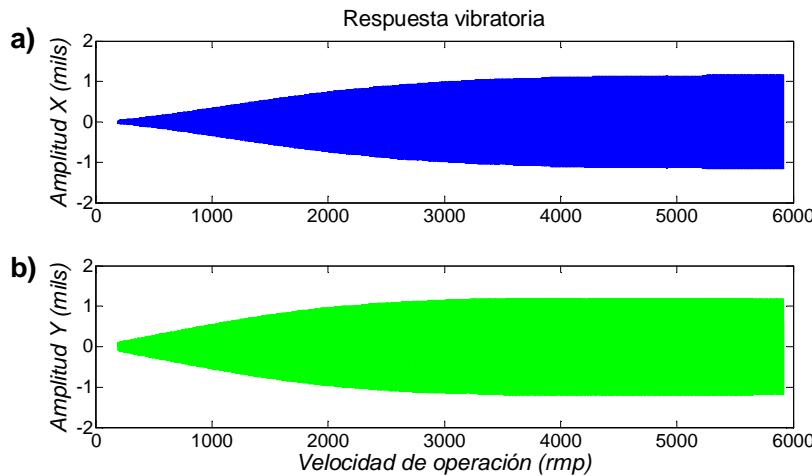


Figura 2.11. Respuesta vibratoria en la chumacera híbrida de ambos ejes X-Y.

**Cuarto paso.** Una vez obtenida la respuesta vibratoria el siguiente paso es obtener los diagramas de bode. Estos se realizaron mediante un programa en SIMULINK el cual fue realizado con el principio de máximos y mínimos. Con el objetivo de obtener el envolvente de la respuesta vibratoria que será el diagrama de Bode que se requiere para analizar con mayor claridad el comportamiento del sistema. Mediante estos diagramas de Bode se obtendrá la frecuencia natural del sistema. En la siguiente figura se muestra el programa realizado en SIMULINK. El programa para graficar el envolvente de la respuesta vibratoria se encuentra en el **apéndice C**.

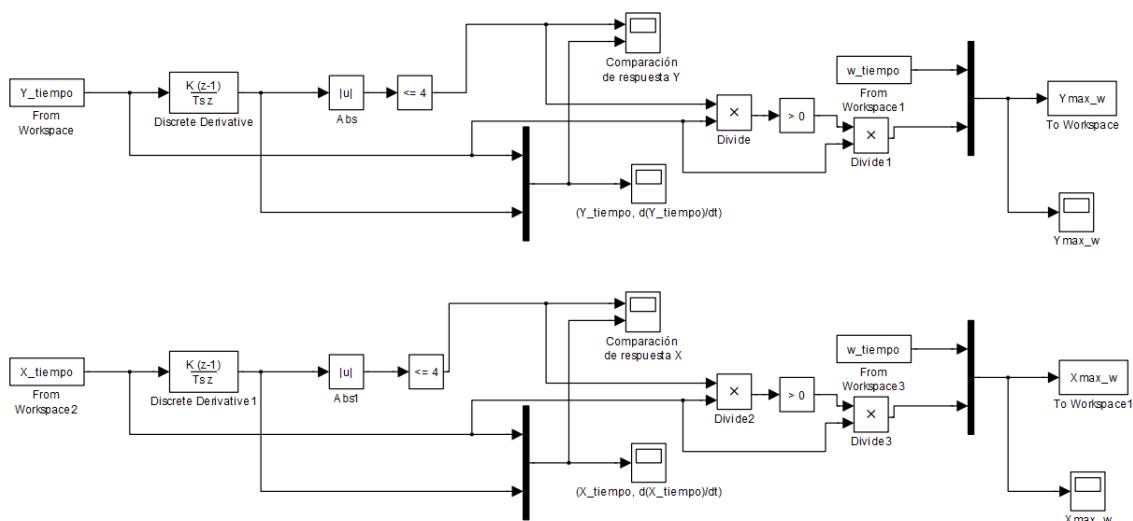


Figura 2.12. Programa para obtener la respuesta vibratoria absoluta X-Y.

## CAPÍTULO II

---

El programa obtiene la respuesta de vibración absoluta dependiente de la frecuencia de operación y los datos son guardados en  $Y_{\max\_w}$ ,  $X_{\max\_w}$ . A continuación se muestra el envolvente de la respuesta de vibración absoluta en función de la frecuencia de operación.

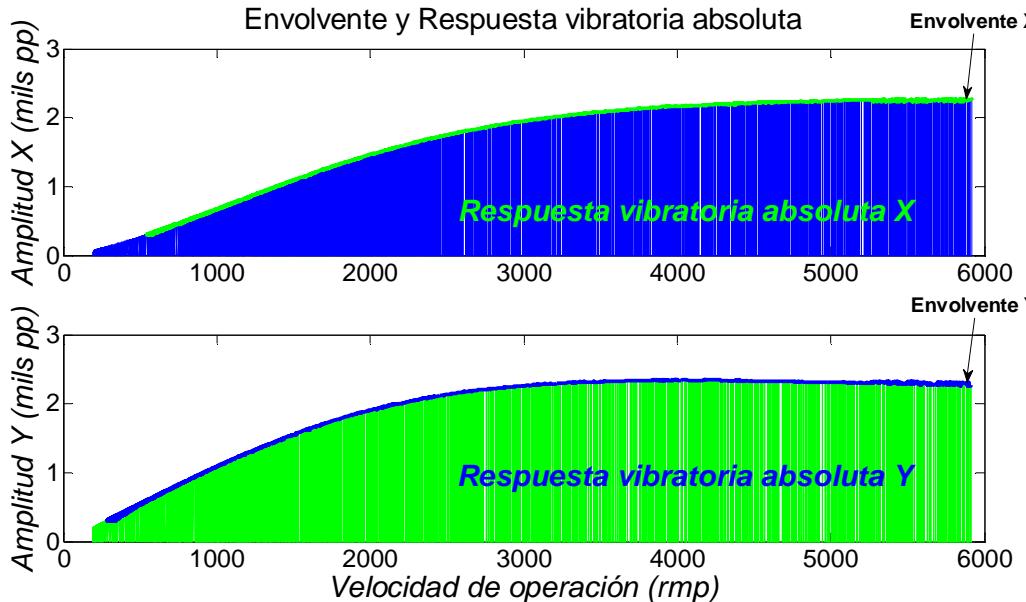


Figura 2.13. Respuesta vibratoria absoluta y envolvente en los ejes XY.

Finalmente obtenemos los envolventes de las respuestas vibratorias absolutas para cada eje  $XY$ , los cuales los interpretaremos como los diagramas de Bode. Este diagrama nos servirá para situar la frecuencia natural del sistema y amplitud máxima en la resonancia.

### 2.4.2 Simulación numérica modificando la inyección de presión.

Para las simulaciones realizadas en el presente trabajo se utilizó un rango de presión de inyección por la parte superior central que va desde 0 a 50 psi las iteraciones se realizaron con un incremento de 10 psi y los resultados mostrados son en la chumacera hibrida. La simulación se llevó a cabo desde 200 hasta 6000 rpm, ya que el sistema real se vuelve inestable después de 6000 rpm. El comportamiento del sistema se describe en los diagramas de Bode presentados a continuación, los cuales se obtienen tanto para el eje  $X$  como para  $Y$ .

## CAPÍTULO II

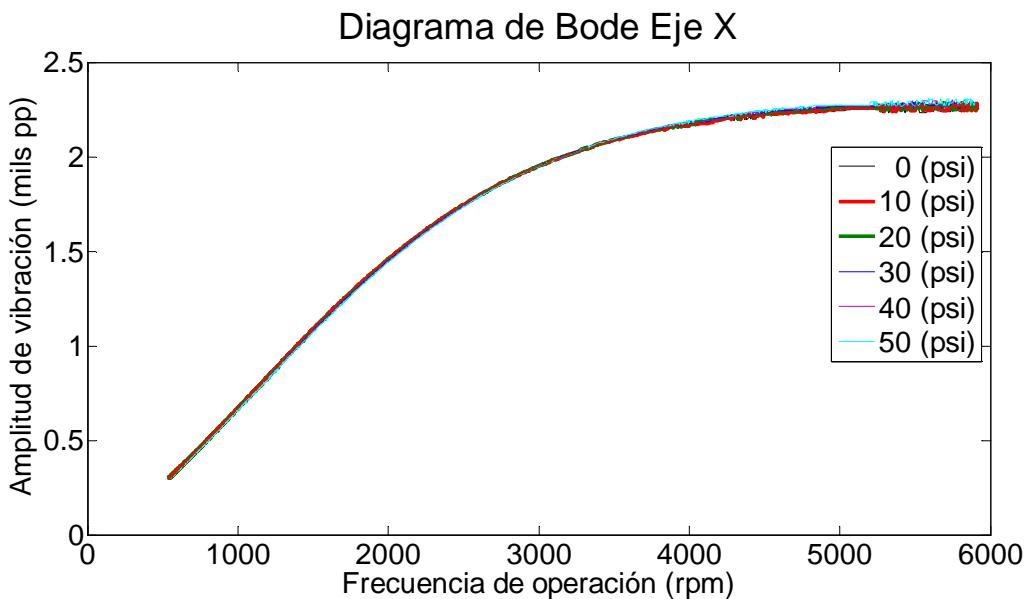


Figura 2.14. Diagrama de Bode en el eje X, con distintas presiones de inyección por la parte superior central.

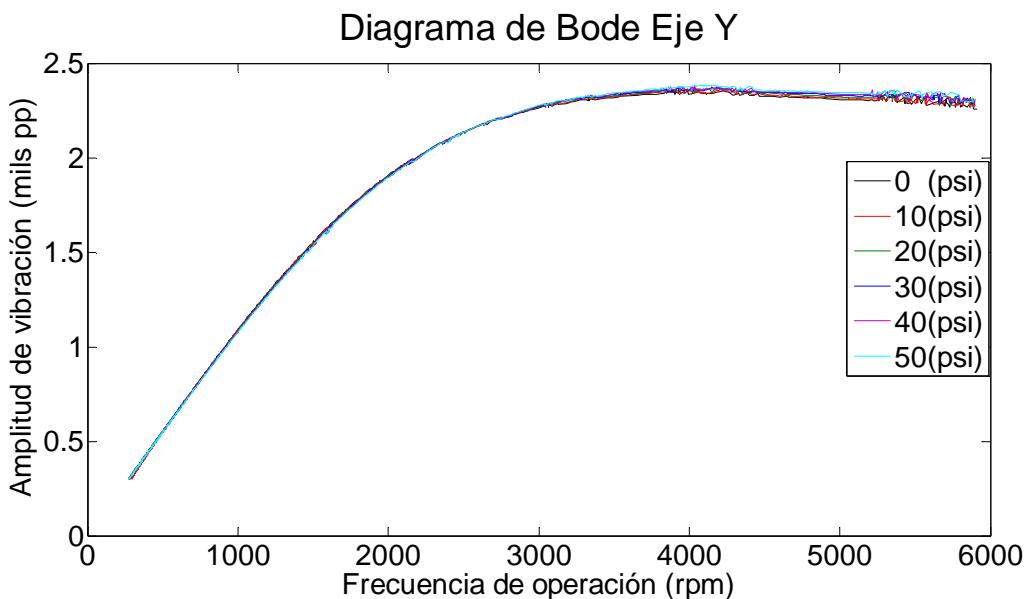


Figura 2.15. Diagrama de Bode en el eje Y, con distintas presiones de inyección por la parte superior central.

Como se observa en las figuras anteriores (Figs. 2.13 y 2.14) existe un sobre-amortiguamiento del sistema. Para observar la frecuencia crítica del sistema se multiplicaron los coeficientes de amortiguamiento rotodinámicos por un factor  $\zeta$ . Esto permite reducir el amortiguamiento y vuelve visible la frecuencia crítica en un sistema sobre-amortiguado.

## CAPÍTULO II

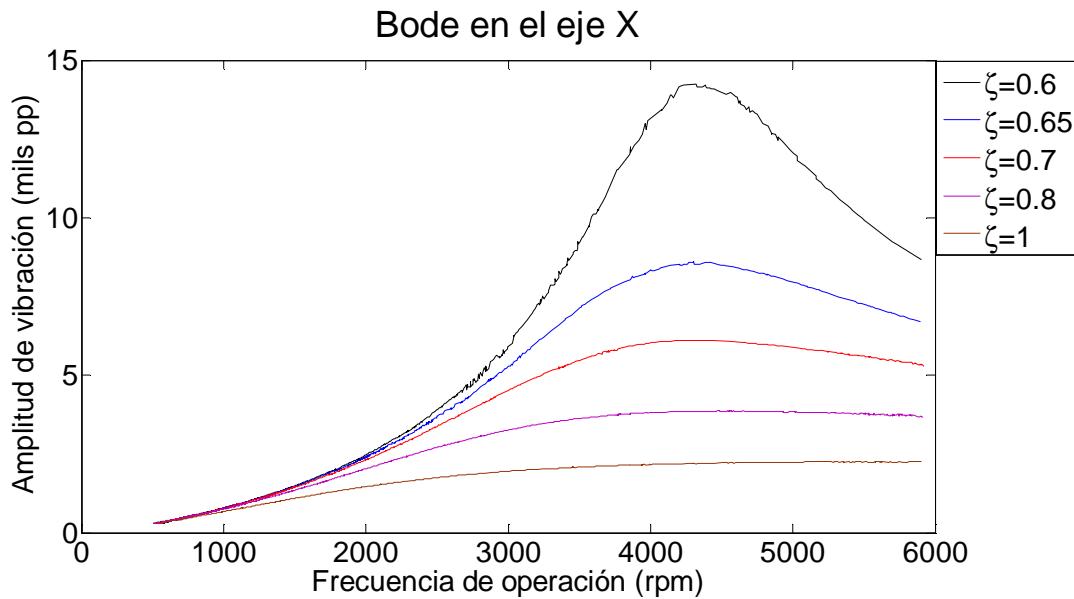


Figura 2.16. Diagrama de Bode en el eje X, con diferentes factores de amortiguamiento  $\zeta$ .

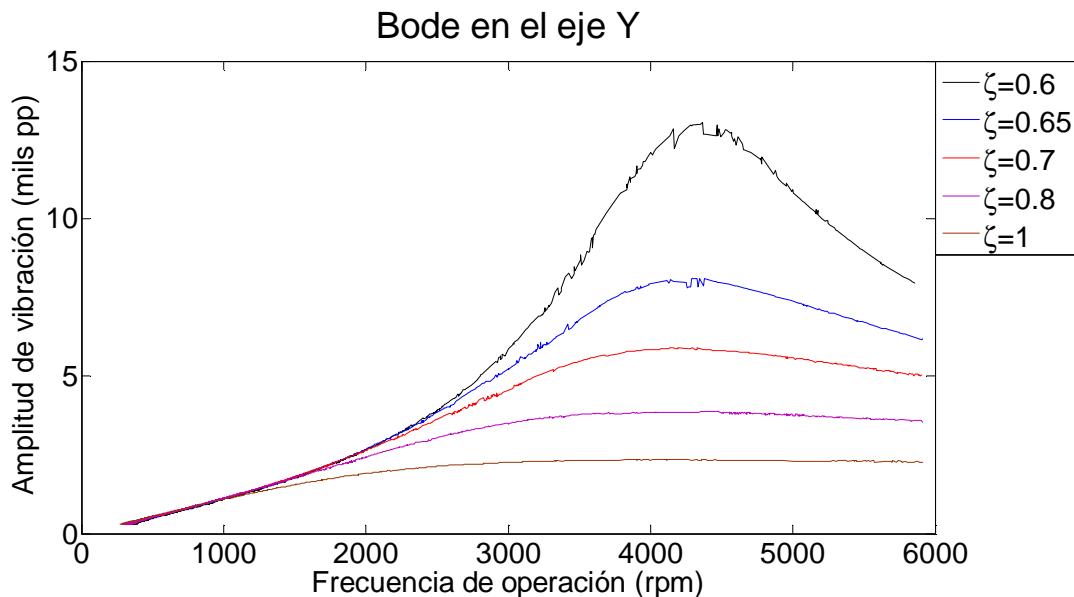


Figura 2.17. Diagrama de Bode en el eje Y, con diferentes factores de amortiguamiento  $\zeta$ .

El factor para localizar la frecuencia natural del sistema será  $\zeta=0.6$ , la desventaja es el aumento de la amplitud de vibración considerablemente, pero es visible la frecuencia natural. Con la frecuencia natural localizada se medirá la amplitud de vibración con los coeficientes de factor  $\zeta=1$ , en otras palabras son los coeficientes normales del sistema simulados.

## CAPÍTULO II

A continuación se muestra los diagramas de Bode modificando la inyección de presión con el factor de amortiguamiento de  $\zeta=0.6$ , obteniendo.

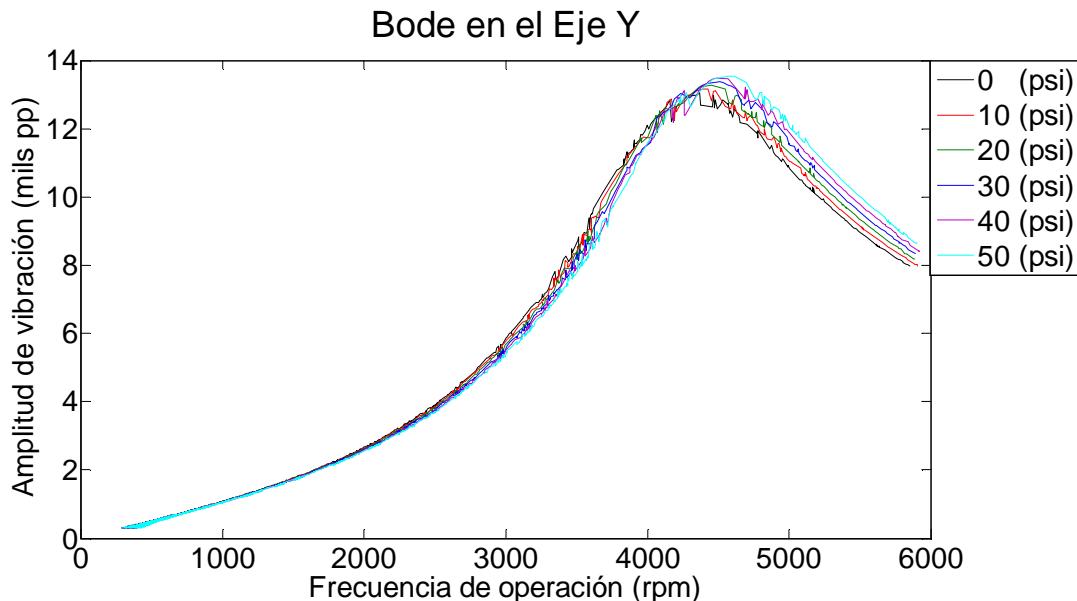


Figura 2.18. Diagrama de Bode en el eje X, con distintas presiones de inyección por la parte superior central, con factor de amortiguamiento  $\zeta=0.6$

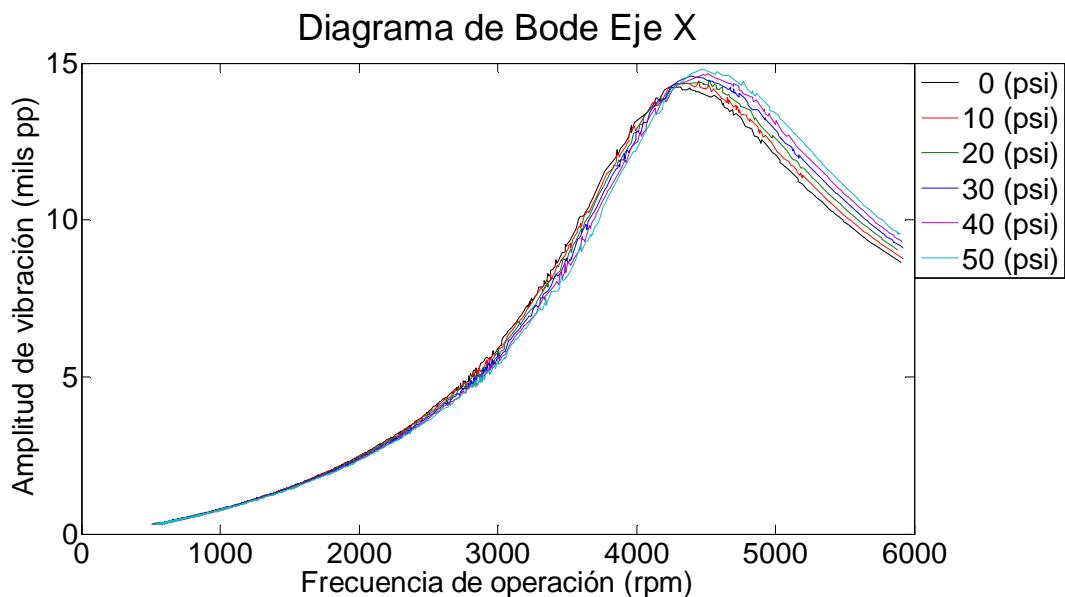


Figura 2.19. Diagrama de Bode en el eje X, con distintas presiones de inyección por la parte superior central, con factor de amortiguamiento  $\zeta=0.6$

Los resultados obtenidos en esta sección serán comparados con los resultados experimentales en el capítulo 4 donde se discutirán y analizarán.

## CAPÍTULO II

---

### Referencias

- [1]. **Jeffcott, Henry H.** *The Lateral Vibration Loaded Shafts in the Neighborhood of a Whirling Speed. - The Effect of Want of Balance.* s.l. : Philosophical Magazine 37, 1919.
- [2]. **Nicoletti, R. y Santos, I. F.** *Linear and non-linear control techniques applied to actively lubricated journal bearing.* s.l. : Journal of Sound and Vibration 260 pp. 927-947. www.elservier.com/locate/jsvi, 2003.
- [3]. **Bently, Donald E. y Petchenev, Alex.** *Dynamic Stiffness and the Advantages of Externally Pressurized Fluid-Film Bearings.* s.l. : First Quarter, 2000.
- [4]. **Ordóñez-Pantoja, A.** *Diseño Preliminar y Analisis de Chumacera Innovadora Utilizando Inyección Presurizada del Lubricante.* Mexico D.F : Tesis de maestría. Sección de estudios de Posgrado e investigación U. P. Adolfo López Mateos, 2003.
- [5]. **Dimarogonas, Andrew y Gómez-Mancilla, Julio C.** *User's Manual "CHUMA".* s.l. : Patente, Clave SEP-86441, 1996.
- [6]. **Antonio-Garcia, Alberto.** *Investigación Analitica y Numérica de las Propiedades Dinámicas de Chumaceras Hidrohinamicas con y sin desalineamiento.* Mexico, D.F. : Tesis de Doctorado de la Sección de estudios de Posgrado e Investigación U.P. Adolfo López Mateos., 2006.
- [7]. **Ramirez-Vargas, Ignacio.** *Teoria de chumaceras presurizadas con puertos puntuales: Caso de la chumacera corta.* Mexico, D.F. : Tesis de doctorado de la Sección de estudios de Posgrado e Investigacion U.P. Adolfo López Mateos, 2007.
- [8]. **Goldstein, Herbert.** *Mecánica clasica.* s.l. : Reverte, 1998.
- [9]. **Childs, Dara.** *Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Analysis.* s.l. : John Wiley and Sons , 1993.
- [10]. **Khonsari, Michael M. and Booser, Earl Richard.** *Applied Tribology: Bearing Design and Lubrication.* s.l. : Wiley-Interscience, 2001. ISBN-10: 0471283029.
- [11]. **Hatch, Michel R.** *Vibration Simulation Using MATLAB and ANSYS.* s.l. : Chapman and Hall/CRC, 2001. ISBN-10: 1584882050.
- [12]. **Gómez-Mancilla, Julio C., y otros.** *Model Derivation and Numerical Simulation for a Pivoted Rigid Rotor-Bearing Systems.* s.l. : Applied Mechanics and Materials Vol. 15 pp 89-94. Online avaiable at www.sientific.net, 2009.
- [13]. **(Editor), Fredric F. Ehrich.** *Handbook of Rotordynamics.* s.l. : McGraw-Hill, 1992. ISBN 978-0-070-19330-7.

# ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL MODELO ROTOR-CHUMACERA DE EJE RÍGIDO CON PIVOTE.

### 3.1. Introducción.

Los experimentos fueron obtenidos en el equipo ubicado en el Laboratorio de Vibraciones y Rotodinámica de SEPI-ZAC. Que consiste de un Rotor Kit de Bently Nevada modelo RK4. Para medir las oscilaciones del sistema se utilizaron transductores de desplazamiento relativo de la marca *Bently Nevada*. Cada plano cuenta con dos transductores de este tipo en los ejes *X* y *Y*. Las configuraciones cuentan con tres planos de medición para obtener los modos de vibración del rotor a diferentes velocidades de operación, por otro lado se analizara, la inestabilidad inducida por el fluido dentro de la chumacera híbrida presurizada (CHP).

Los transductores son conectados al *proximitor* que acondiciona la señal para enviarla a la unidad de adquisición de datos 208-P DAIU (208-P *Data Acquisition Interface Unit*). Para pos-procesar la señal se exportan a una computadora personal (PC) con el *software* (programa computacional) ADRE para Windows (1). En la PC se realiza el análisis vibratorio del sistema mediante diagramas de cascada, diagramas de Bode, espectros FFT, etc., siendo de gran ayuda para analizar el comportamiento y los efectos rotodinámicos del sistema, la metodología de medición de las vibraciones se describirá detalladamente en el presente capítulo, se realizaron diagramas de instrumentación para cada configuración describiendo las conexiones eléctricas de cada instrumento utilizado.

El estudio propone dos configuraciones experimentales, la primer configuración se realizó con un amplio claro radial (*Cr*) en la chumacera híbrida presurizada (CHP), con el propósito de observar el comportamiento modificando la presión de inyección por la parte superior central, también se modifico el ángulo de inyección para observar la respuesta y la aparición de la inestabilidad inducida por el fluido (2). Por otra parte, se observó el efecto del doblamiento en esta configuración.

La segunda configuración se realizó con las características del modelo matemático obtenido en el *Capítulo 2*, se obtuvieron los modos de vibración a diferentes velocidades para observar la conducta del sistema. Por otro lado, también se modificó la inyección de presión por la parte central superior para analizar el comportamiento dentro de la chumacera híbrida siendo el punto de interés para diseñar leyes de control.

Los resultados obtenidos en la experimentación serán comparados con lo obtenidos numéricamente con el propósito de validar el modelo matemático.

## CAPÍTULO III

### 3.2. Descripción de la plataforma experimental empleada.

Para el estudio experimental en el Laboratorio de Vibraciones y Rotodinámica ESIME, Zacatenco del IPN, se empleo la plataforma experimental Rotor Kit de Bently Nevada modelo RK4. El cual se modificó para obtener menores errores de aproximación, con el objetivo de validar el modelo matemático obtenido en el presente trabajo, por otra lado, observar el comportamiento con un ingente claro radial. En la figura 3.1 se muestran los componentes principales del Rotor Kit de Bently Nevada modelo RK4.

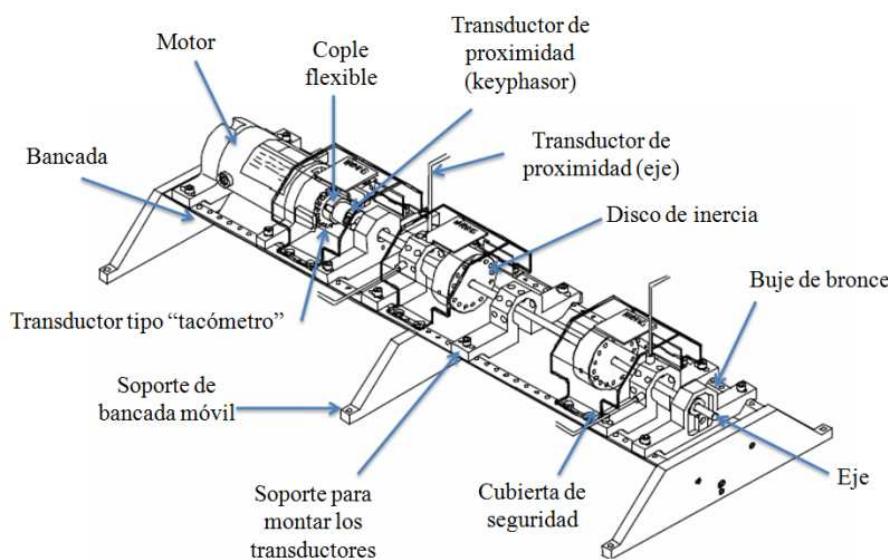


Figura 3.1. Rotor Kit modelo RK4 de Bently Nevada.

Las modificaciones realizadas para la experimentación fue reducir la longitud del eje, se utilizó una CHP modificando el  $Cr$  para cada caso experimental y un buje de bronce siendo el punto de apoyo del sistema. Se modifica la inyección de presión externa por la parte central superior de la chumacera con una microbomba y es medida por medio de un manómetro, la descripción detallada de los componentes y accesorios de la plataforma experimental se adquiere en (3).

Estas modificaciones permitieron obtener condiciones en la plataforma experimental mas aproximadas al modelo matemático obtenido en el capítulo 2. Por otro lado, se puede simular en forma muy acercada al comportamiento real de una maquina rotativa.

### 3.3. Medición del $Cr$ de los modelos propuestos.

El claro radial es la diferencia entre el radio de la chumacera y el radio del muñón (ó eje). En el presente apartado se expondrá la manera en que se realizó la medición de este parámetro, el cual se modificó para analizar el comportamiento de las vibraciones en las configuraciones experimentales propuestas en el presente capítulo.

## CAPÍTULO III

### *Metodología de la medición del Claro radial.*

**Primer paso.** Se trazaron 6 ejes de simetría a  $30^{\circ}$  entre ellos, esto se realizó para el muñón (ó bodoque que es una expansión del eje rotatorio) y la chumacera, como se muestra en la figura 3.2 (siendo A, B, C, D, E y F los ejes del diámetro interior de la chumacera y A', B', C', D', E' y F' los ejes del diámetro exterior del muñón). Los ejes serán puntos de referencia de medición y comparación entre los componentes que van a interactuar en la experimentación.

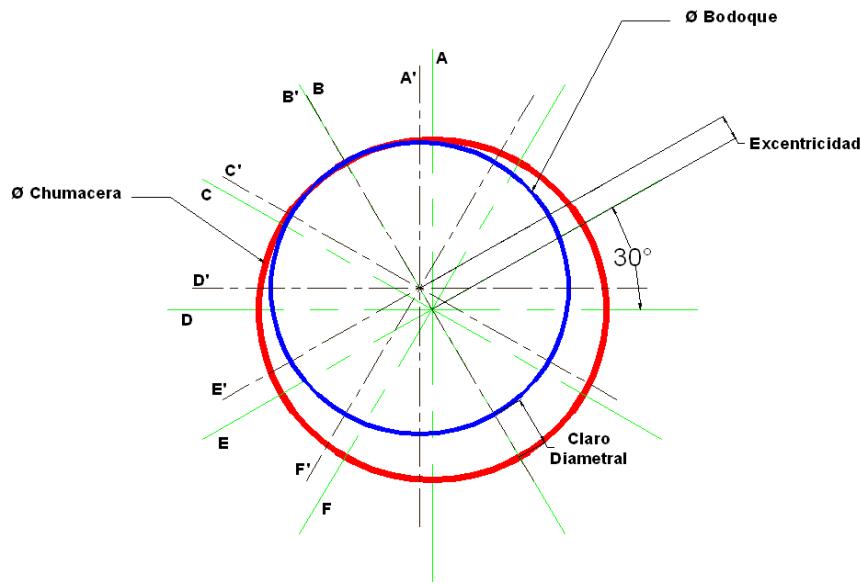


Figura 3.2. Esquema de los ejes de medición de la chumacera y muñón.

**Segundo paso.** Se mide cada eje del diámetro interior de la chumacera con el microscopio digital Mitutoyo. En la figura 3.3 se muestra el equipo de medición utilizado.



Figura 3.3. 3.3.1) Microscopio digital Mitutoyo. 3.3.2) Micropack Mitutoyo.

**Tercer paso.** Para obtener el diámetro exterior de cada eje trazado en el muñón se realizó con el Micrómetro por escaneo de laser de la marca Mitutoyo, mostrado en la figura 3.4. Los instrumentos de medición fueron facilitados por el CIITEC de Azcapotzalco.

## CAPÍTULO III

---



**Figura 3.4. Microscopio por escaneo laser Mitutoyo.**

**Cuarto paso.** Con las medidas obtenidas de los dos muñones y una chumacera, se obtiene el  $Cr$  promedio utilizando las ecuaciones (3.1) y (3.2).

$Cd$ = Diámetro interior de la chumacera - Diámetro exterior del muñón .

(3.1)

$$Cr = \frac{Cd}{2} \quad (3.2)$$

A continuación se presenta los resultados obtenidos:

TABLA 3.1.

MEDICIONES DE DIÁMETRO INTERIOR Y EXTERIOR DE LA CHUMACERA Y BODOQUE 1  
RESPECTIVAMENTE.

Ejes.	Diámetro interior chumacera (mm)	Diámetro exterior muñón 1. (mm)	Claro Diametral. ( $\mu m$ )	Claro radial. ( $\mu m$ )
A-A'	25.455	23.194	2261	1130.5
B-B'	25.455	23.101	2354	1177.0
C-C'	25.460	23.109	2351	1175.5
D-D'	25.464	23.093	2371	1185.5
E-E'	25.457	23.016	2441	1220.5
F-F'	25.459	23.029	2430	1215.0

TABLA 3.2.

MEDICIONES DE DIÁMETRO INTERIOR Y EXTERIOR DE LA CHUMACERA Y BODOQUE 2  
RESPECTIVAMENTE.

Ejes.	Diámetro interior chumacera (mm)	Diámetro exterior muñón 2. (mm)	Claro Diametral. ( $\mu m$ )	Claro radial. ( $\mu m$ )
A-A'	25.455	25.3335	121.5	60.75
B-B'	25.455	25.3251	129.9	64.95
C-C'	25.460	25.3413	118.7	59.35
D-D'	25.464	25.3395	124.5	62.25
E-E'	25.457	25.3299	127.1	63.55
F-F'	25.459	25.3466	112.4	56.20

## CAPÍTULO III

---

El claro radial promedio es obtenido de las tablas 3.1 y 3.2 resultando los siguientes claros radiales experimentales para los dos bodoques.

$$Cr \text{ Bodoque } 1 = 1184 \mu\text{m}$$
$$Cr \text{ Bodoque } 2 = 61.1 \mu\text{m}$$

### 3.4. Modelo experimental con amplio Cr.

Para el estudio realizado en este trabajo se idealiza que el eje es rígido, el primer caso experimental se realizó con un ingente claro radial. Estas consideraciones permiten disminuir los efectos elásticos del eje y así poder aproximar la experimentación al ideal eje rígido argumentado en el análisis numérico. En la figura 3.5 se muestra la configuración experimental propuesta en este apartado.

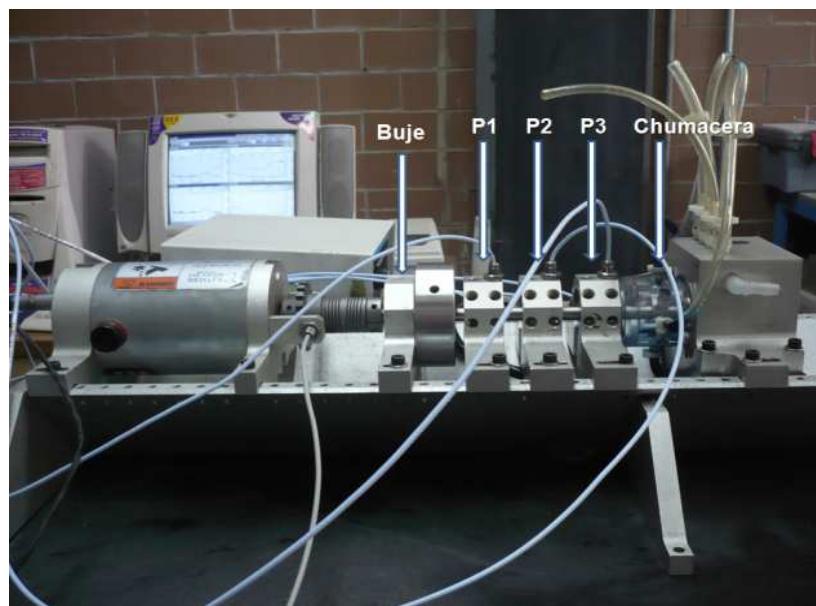
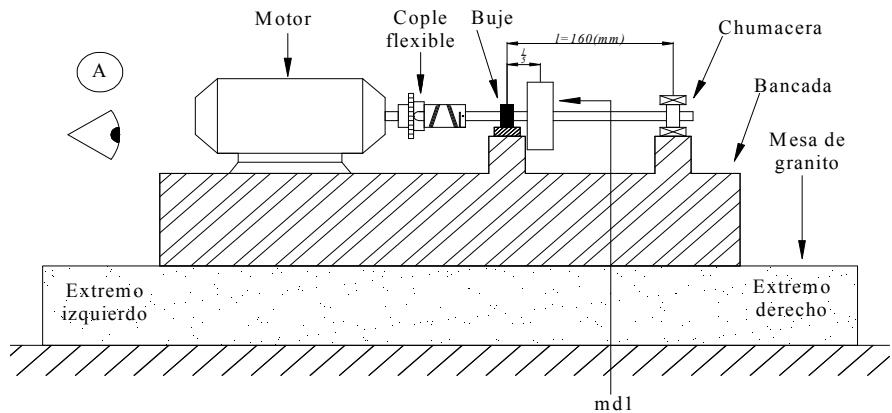


Figura 3.5. Configuración experimental con amplio Cr.

En la figura 3.4 se observa la primer configuración experimental propuesta, esta consta de un buje de bronce auto alienable, un disco de inercia y una chumacera hibrida presurizada, la mediciones se realizan en tres planos de medición, los cuales constan de dos transductores, cada plano mide los desplazamientos radiales en los ejes  $X$  y  $Y$ , la medición en la chumacera no se pudo realizar debido al amplio Cr , esto quiere decir que se encuentra fuera del rango de medición de los transductores, se coloco el plano de medición 3 lo más cercano a la chumacera, para poder observar el comportamiento dentro de este soporte flexible. La presión es medida por un manómetro, se modifica y regula con una bomba volumétrica.

El esquema que muestra la figura 3.6 describe detalladamente la primera configuración experimental, también se muestra a qué distancia se localiza el disco 1 y la CHP con respecto al punto de apoyo (buje)

# CAPÍTULO III



**Figura 3.6. Esquema de la configuración experimental con amplio  $Cr$ .**

Los siguientes son los datos ingenieriles, que son los valores efectivos usados en la primera configuración experimental. El giro del eje es en el sentido del reloj con respecto al observador A de la figura 3.6.

## **DATOS OBTENIDOS PARA LA EXPERIMENTACIÓN.**

### DATOS DEL EJE

- Longitud total del eje. =  $l_{total} = 0.20\text{ m}$ .
- Longitud entre centros del buje y el muñón de la chumacera.  $l = 0.16\text{ m}$ .
- Diámetro del eje.  $d_{eje} = 0.01\text{ m}$ .

### DATOS DE LA CHUMACERA

- Longitud de la chumacera =  $L_{efectivo} = 0.060\text{ m}$ .
- Diámetro interior de la chumacera =  $D = 0.0254\text{ m}$ .
- Radio de la chumacera =  $R = 0.0127\text{ m}$ .
- Claro radial =  $Cr = 1184\text{ }\mu\text{m}$ .

### DATOS DEL MUÑÓN( Ó BODOQUE)

- Diámetro del muñón =  $d_{muñón} = 0.0231\text{ m}$ .
- Longitud del muñón =  $L_{muñón} = 0.0127\text{ m}$ .

### DISCO DE INERCIA.

- Diámetro del disco 1 =  $D_{dl} = 0.0734\text{ m}$

## CAPÍTULO III

---

- Radio del disco 1 =  $R_{dl} = 0.0367\text{ m}$ .

### PESO TOTAL DEL SISTEMA

- Masa del disco 1 =  $m_d = 0.8\text{ kg}$
- Masa del eje entre el centro del buje y el centro del muñón =  $m_{eje} = 0.1128\text{ kg}$
- Masa del muñón =  $m_{bl} = 0.040\text{ kg}$
- Masa total 1 =  $m_{Tl} = md + \frac{m_{eje}}{2} + m_{bl} = 0.8964(\text{kg})$ .

Se despreciara la masa del muñón debido a que se encuentra en el extremo y la energía de vibración es muy pequeña, en comparación con la del disco y la del eje.

- Peso total =  $W = m_{Tl}(g) = 0.8564(9.81) = 8.4011\text{ N}$ .
- Aceite empleado.

El lubricante empleado fue el líquido para frenos de automóvil y servicio súper pesado Bardahl ISO-10 clasificación LF3 (DOT 3), ya que este lubricante posee una viscosidad dinámica baja y de acuerdo con predicciones numéricas se producía inestabilidad en el sistema, lo cual es importante para el estudio abordado en la presente tesis y nos permite acercarnos más a la realidad (3). Algunas características del lubricante empleado son:

- Es un fluido incompresible, formulado con glicoéteres, glicoles, aditivos antioxidantes, anticorrosivos y lubricantes, que proporcionan gran estabilidad térmica y química, soporta muy altas y bajas temperaturas, evita la oxidación y corrosión de las partes metálicas, conserva y lubrica las mangueras del sistema. Además, el lubricante cubre ampliamente la Norma Oficial Mexicana NOM-113- SCFI-1995 en calidad LF3 y la Internacional DOT 3 (Dirección de Transporte).

La viscosidad dinámica  $\mu$  del lubricante empleado fue medida con un viscosímetro digital, siendo esta de **0.0124 Pa s** a una temperatura de 21.4°C.

- Momento angular del rotor.

$$Io = \frac{1}{4}m_{dl}R_{dl}^2 + m_{dl}\left(\frac{l}{5}\right)^2 = 1.08857 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

Como se observa el momento angular para la primera configuración es pequeño debido al que el disco de inercia se encuentra muy próximo al buje.

## CAPÍTULO III

### 3.5. Instrumentación de la configuración experimental con amplio Cr

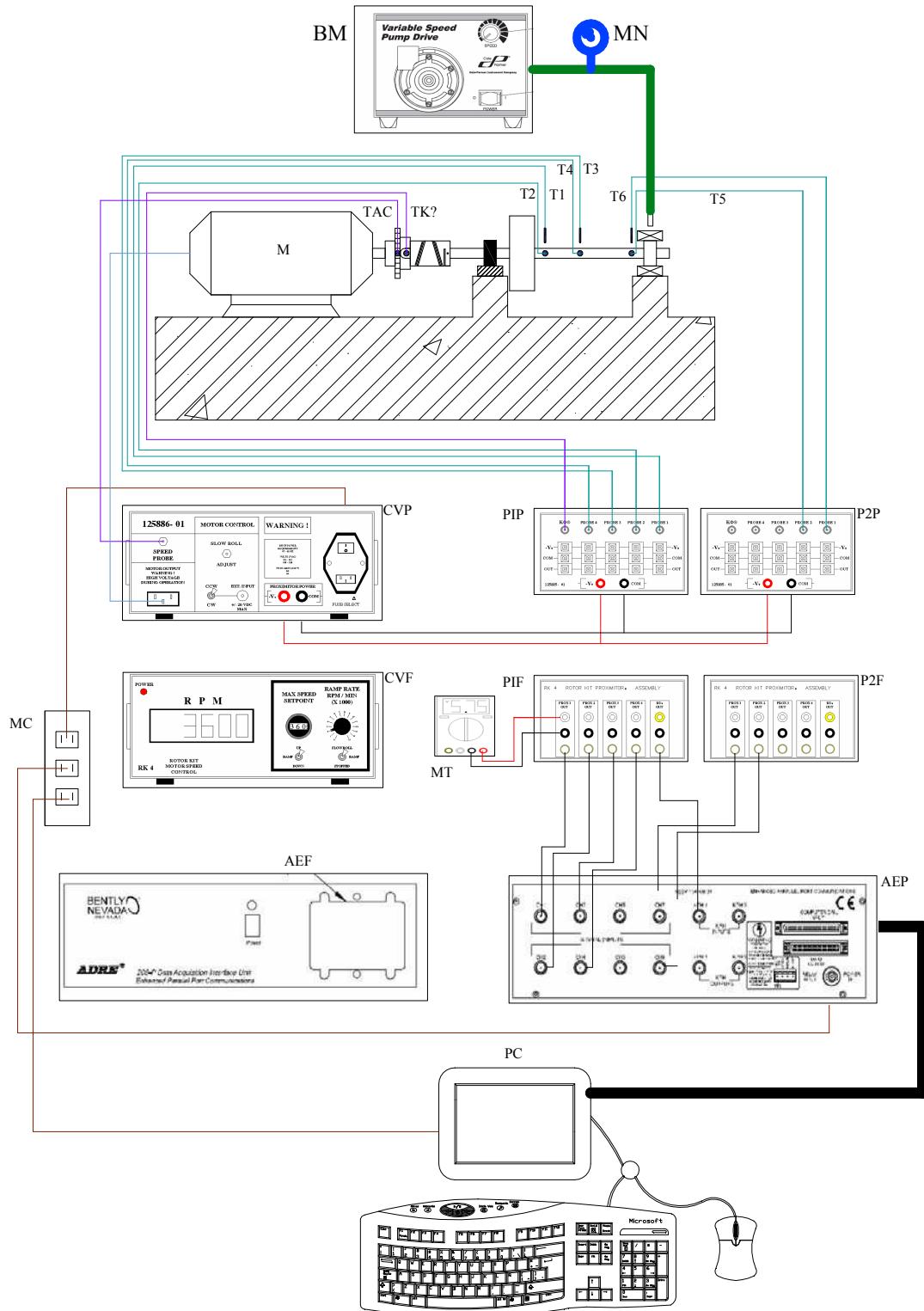


Figura 3.7. Esquema de instrumentación de la configuración experimental con amplio Cr

La figura 3.7 muestra la plataforma experimental del sistema rotatorio cuyos resultados se analizan para caracterizar el comportamiento del sistema experimental, dicho sistema consta de un rotor con un disco inercia soportado por una CHP y un buje;

## CAPÍTULO III

además muestra las conexiones eléctricas de todos los equipos adicionales requeridos para el análisis y el procesamiento de las señales de vibración del sistema, la simbología utilizada para describir los componentes es definida en la tabla 3.3.

TABLA 3.3.

DESCRIPCIÓN DE LOS COMPONENTES UTILIZADOS EN LA EXPERIMENTACIÓN.

Símbolo	Descripción	Símbolo	Descripción	Símbolo	Descripción
RK	<i>Rotor kit</i>	T5	Transductor 5	MT	Multímetro
M	Motor	T6	Transductor 6	AEF	Analizador de Espectros (vista frontal)
TKΦ	Transductor para el <i>keyphasor</i> .	CVF	Controlador de velocidad (vista frontal)	AEP	Analizador de Espectros (vista posterior)
TAC	Transductor tipo tacómetro.	CVP	Controlador de velocidad (vista posterior)	MC	Multicontacto
T1	Transductor 1	PIF	Proximito 1 (vista frontal)	PC	Computadora personal
T2	Transductor 2	P1P	Proximito 1 (vista posterior)	BM	Bomba volumétrica
T3	Transductor 3	P2F	Proximito 1 (vista frontal)	MN	Manómetro
T4	Transductor 4	P2P	Proximito 1 (vista posterior)		

Para obtener medidas de las vibraciones del sistema se utilizaron tres planos de medición, en la siguiente tabla describe cada plano de medición y las distancias de colocación con respecto al buje.

TABLA 3.4.

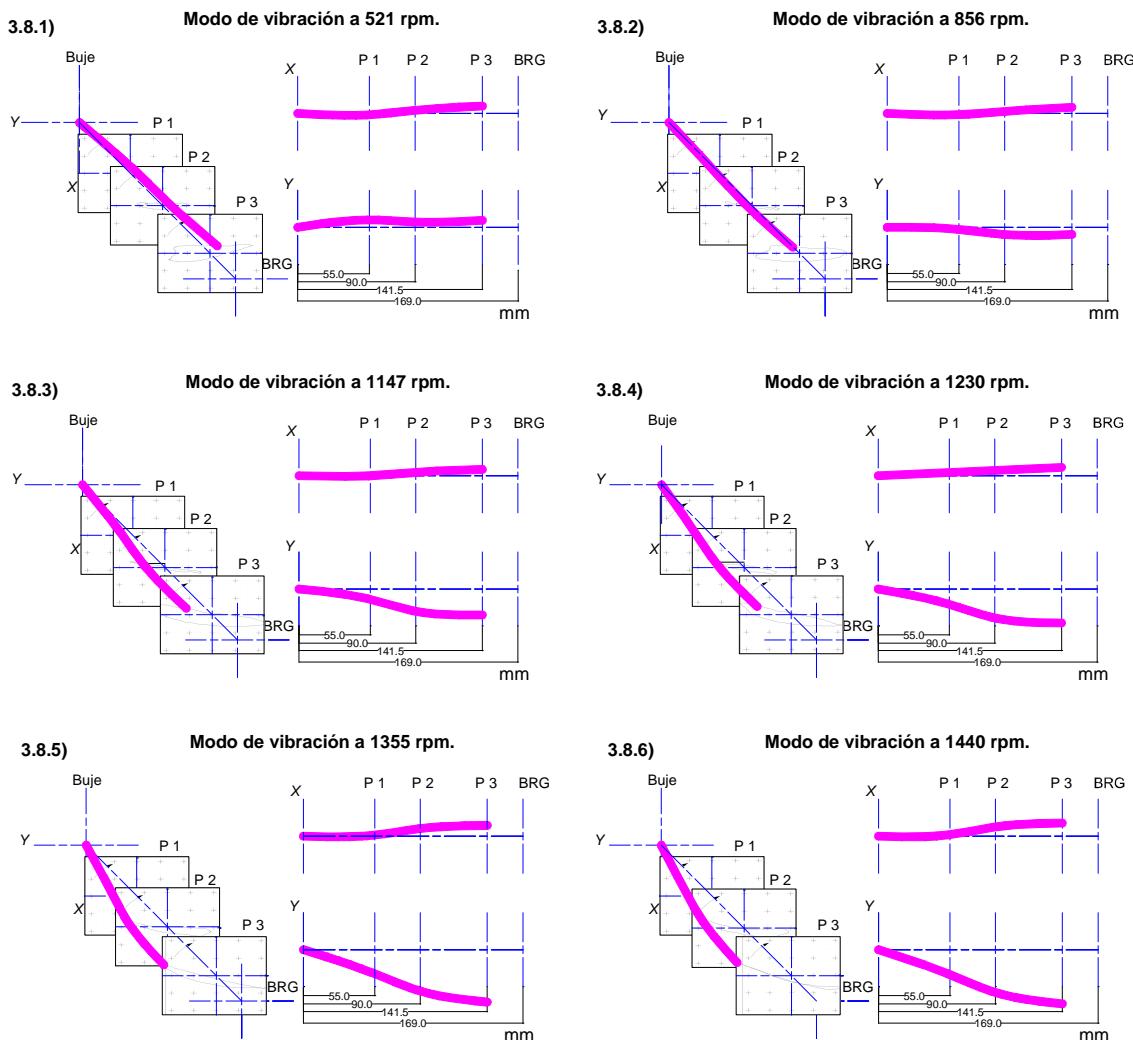
DESCRIPCIÓN DE LOS PLANOS DE MEDICIÓN DEL SISTEMA EXPERIMENTAL.

Plano de medición	Transductores	Distancia con respecto al buje
Plano de medición 1	T1. Plano 1[X] Vertical	55 mm
	T2. Plano 1[Y] Horizontal	
Plano de medición 2	T3. Plano 2[X] Vertical	90 mm
	T4. Plano 2[Y]Horizontal	
Plano de medición 3	T5. Plano 3[X] Vertical.	141.5 mm
	T6. Plano 4[Y] Horizontal.	

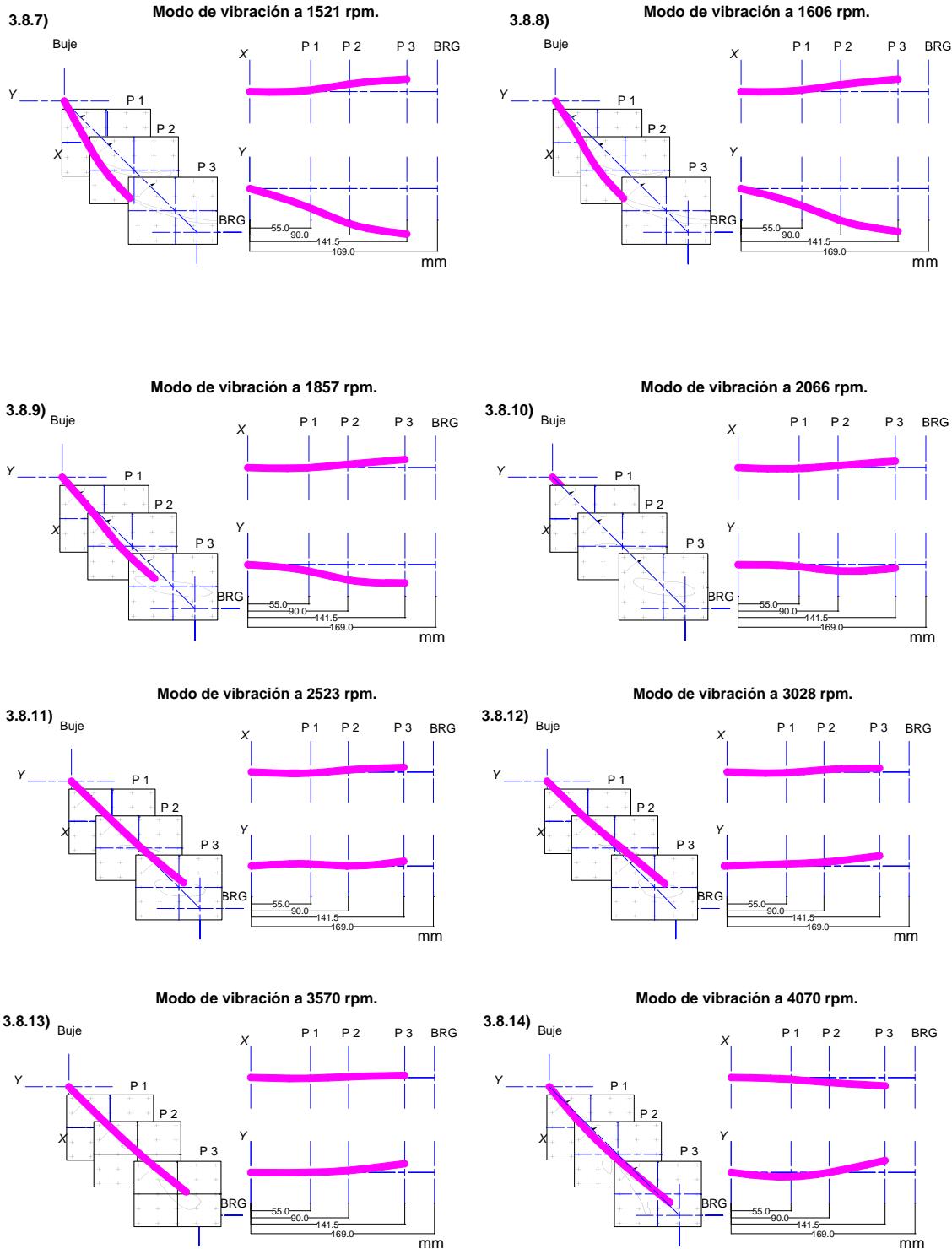
### 3.5.1. Modos de vibración a diferentes velocidades de operación.

## CAPÍTULO III

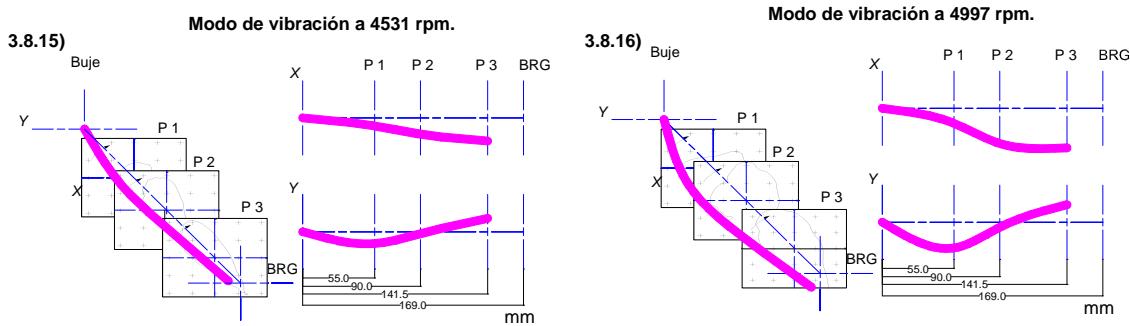
Un modo de vibración es un patrón o forma característica en el que vibrará un sistema mecánico, para el siguiente análisis se observara el comportamiento del eje a diferentes velocidades de operación y el cambio al pasar por la primera frecuencia crítica. Los siguientes modos de vibración se obtuvieron mediante las orbitas de vibración en la frecuencia directa en cada plano de medición, las orbitas se obtuvieron con software ADRE, que es el programa que se utilizo para analizar los experimentos. El objetivo es observar el comportamiento del eje, y realizar comparaciones cualitativas en diferentes velocidades de operación. La inyección de presión externa es por la parte central superior de la chumacera con una intensidad de 5 psi, esta fuerza de presión es mínima con respecto al peso del rotor.



# CAPÍTULO III



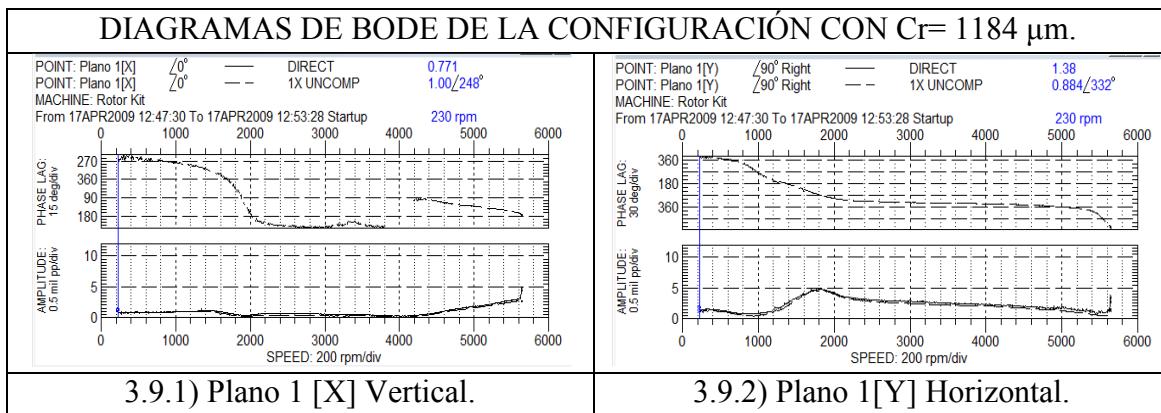
## CAPÍTULO III



**Figura 3.8. Modos de vibración a diferentes velocidades de operación de la configuración experimental con amplio Cr.**

En la figura 3.8 se muestran los modos de vibración a diferentes velocidades de operación en un rango de 521-3028 rpm. Con el propósito es observar el comportamiento del eje en la primera frecuencia crítica del sistema experimental. Se pueden analizar de manera isométrica y en los planos de los ejes  $X$  y  $Y$ . Los desplazamientos de mayor amplitud se localizan en el eje  $Y$ . La primera frecuencia crítica del sistema se localiza aproximadamente a 1600 rpm, en el plano próximo a la chumacera se observa en la figura 3.8.6 que la amplitud en el eje  $Y$  aumenta significativamente decreciendo en la figura 3.8.7, el sistema tiende a estabilizarse después primer frecuencia critica ya que los desplazamientos tienden al centro de los planos  $X$  y  $Y$  como se muestra en la figura 3.8.12 a una velocidad de 3028 rpm.

A continuación se mostraran los diagramas de Bode de cada plano de medición. De manera conjunta a los modos de vibración se localizara la frecuencia crítica del sistema. Por otra parte, se estudiara con los diagramas de Bode post procesados en el software WINADRE, los datos obtenidos de la experimentación para diagnosticar el comportamiento de la primer configuración propuesta.



# CAPÍTULO III

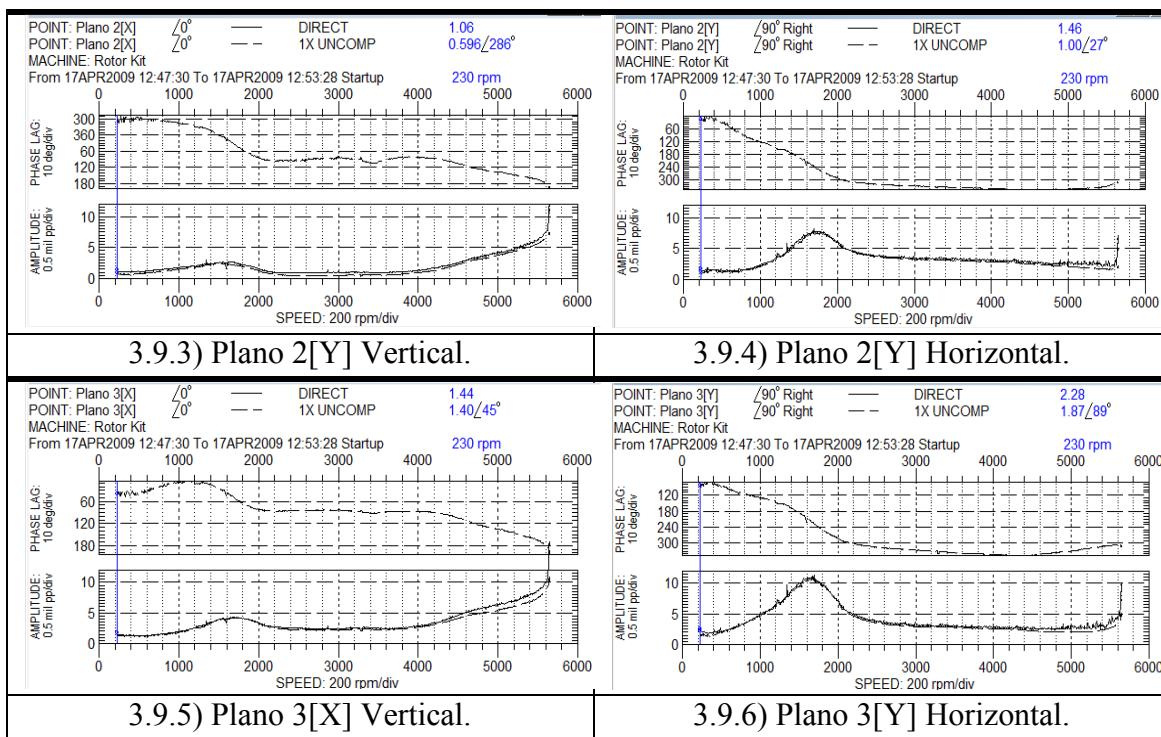


Figura 3.9. Diagramas de Bode experimentales Cr=1184  $\mu\text{m}$ .

En la figura 3.9 se muestran los diagramas de Bode correspondientes a cada plano de medición en los ejes  $X$  y  $Y$ . De los cuales se obtuvieron los siguientes datos.

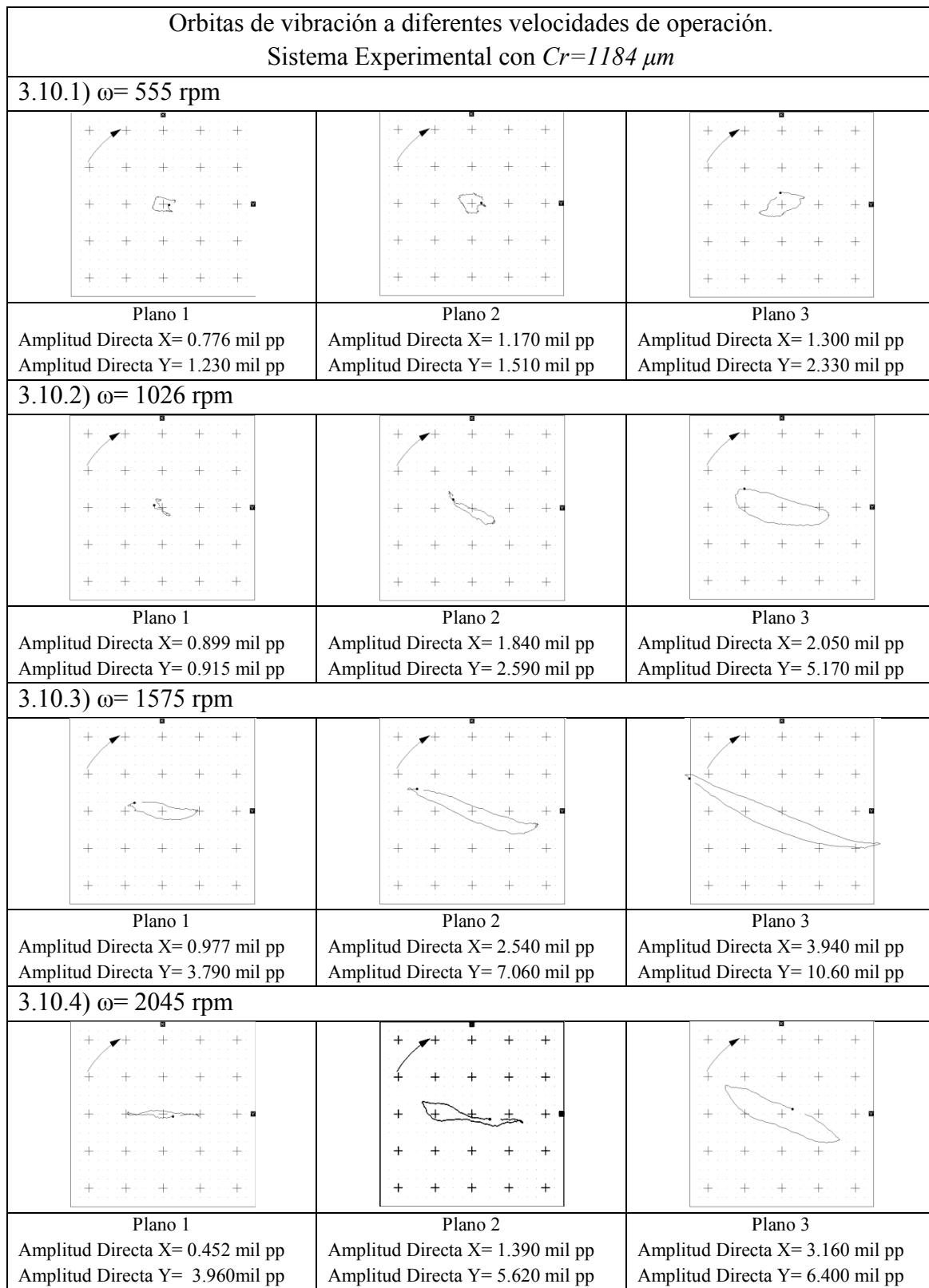
TABLA 3.5.  
AMPLITUD MÁXIMA DE VIBRACIÓN Y PRIMER FRECUENCIA CRÍTICA.

Plano 1				Plano 2				Plano 3			
Eje X		Eje Y		Eje X		Eje Y		Eje X		Eje Y	
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
0.997	1586	4.83	1819	2.64	1637	8.22	1694	4.28	1694	11.4	1694

- Amplitud máxima en la frecuencia crítica (Frecuencia directa) (mil pp).
- Frecuencia crítica en cada plano de medición (rpm).

Como se muestra en la tabla la amplitud aumenta a medida que nos alejamos del buje, también se obtuvieron frecuencias críticas para cada plano muy próximas entre si y como en el caso del plano 3 que es el más próximo a la chumacera se obtuvo una frecuencia crítica simétrica, aproximadamente igual a la obtenida con los modos de vibración. Los datos obtenidos sugieren un comportamiento aproximado al eje rígido requerido para la investigación. A continuación se comparara las órbitas en la frecuencia directa a diferentes velocidades de operación. Con el fin de observar los desplazamientos del eje en cada plano de medición.

### CAPÍTULO III



**Figura 3.10. Orbitas de vibración en los tres planos de vibración en la primer frecuencia crítica,  
 $Cr=1184(\mu\text{m})$ .**

Como se observa en la figura 3.10 las orbitas aumentan de amplitud al estar más alejados del punto de apoyo que es el buje. También los desplazamientos tienen mayor amplitud de vibración son sobre el eje Y, por otra parte se muestra un aumento de

## CAPÍTULO III

amplitud en relación de la velocidad de operación. Una vez analizados los diagramas anteriores, los datos obtenidos en esta configuración sugieren de manera aproximada a un eje rígido.

### 3.5.2. Análisis de la respuesta vibratoria modificando la inyección de presión.

Los siguientes experimentos se realizaron modificando el ángulo de presión de inyección externa en la chumacera, que son los ángulos son mostrados en la figura 3.11. Los ángulos fueron tomados del lado contrario al **observador A** de la figura 3.8.

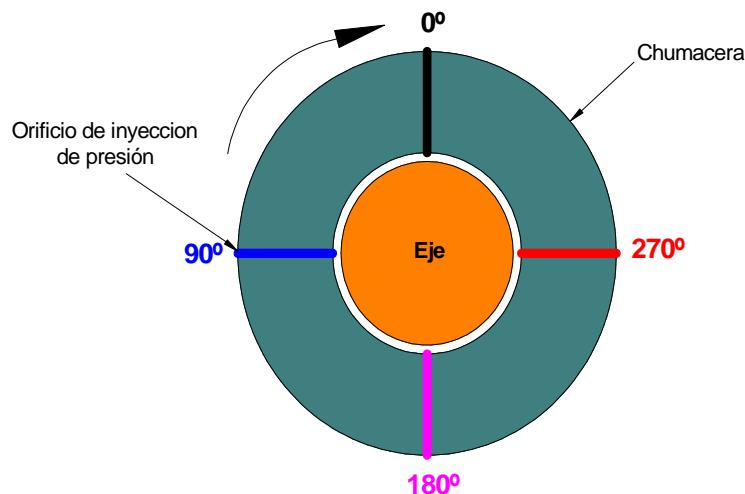


Figura 3.11. Ángulos de inyección de presión externa.

La comparación se realizó con los diagramas de Bode que son mostrados en las figuras 3.12, 3.13, 3.14 y 3.15, las presiones de inyección analizadas son constantes a 5 y 10 psi, se realiza el análisis para estudiar los efectos de inestabilidad inducidas por el fluido. Por otro lado, se investiga el comportamiento a diferentes ángulos de inyección de presión externa.

### CAPÍTULO III

Diagrama de Bode eje "X" Inyección de presión de 5 psi

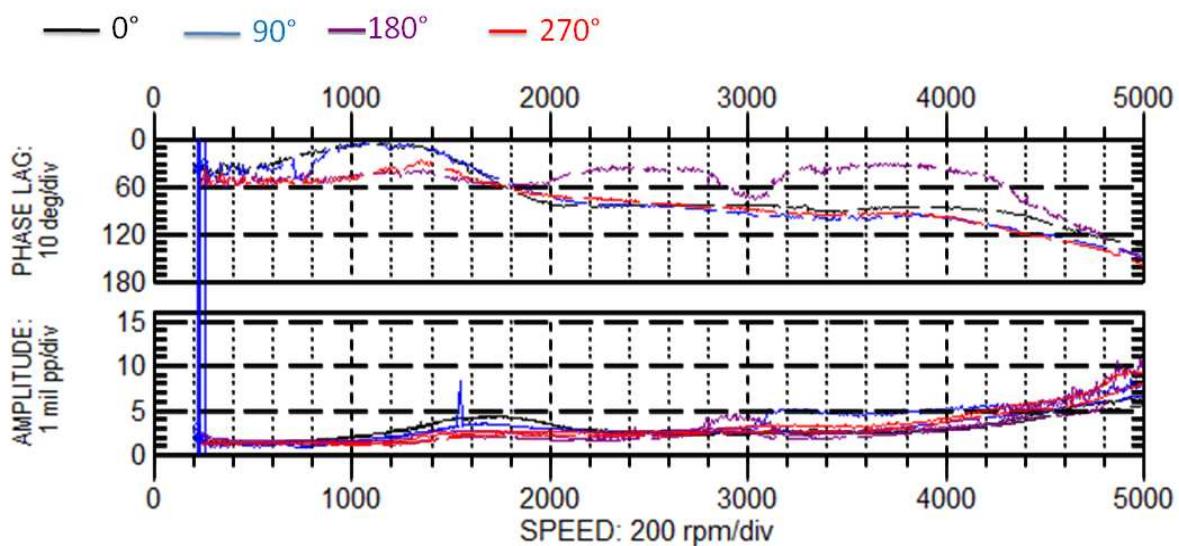


Figura 3.12. Diagrama de Bode eje X con distintos ángulos de inyección de presión Cr=1184 ( $\mu\text{m}$ ).  
Presión de inyección 5 psi.

Diagrama de Bode eje "Y" Inyección de presión de 5 psi

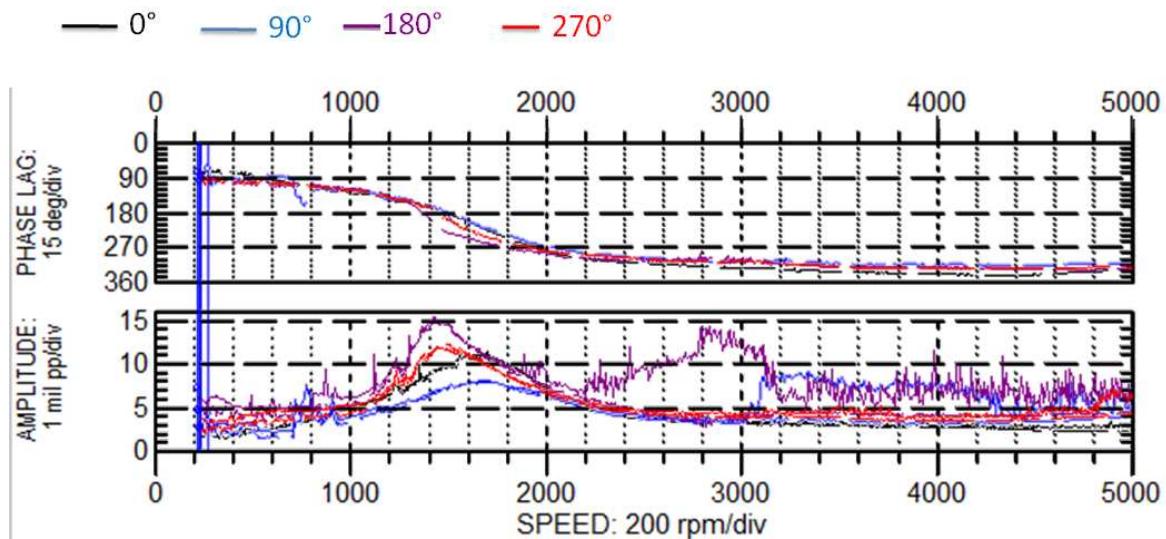


Figura 3.13. Diagrama de Bode eje Y con distintos ángulos de inyección de presión Cr=1184  $\mu\text{m}$ .  
Presión de inyección 5 psi.

## CAPÍTULO III

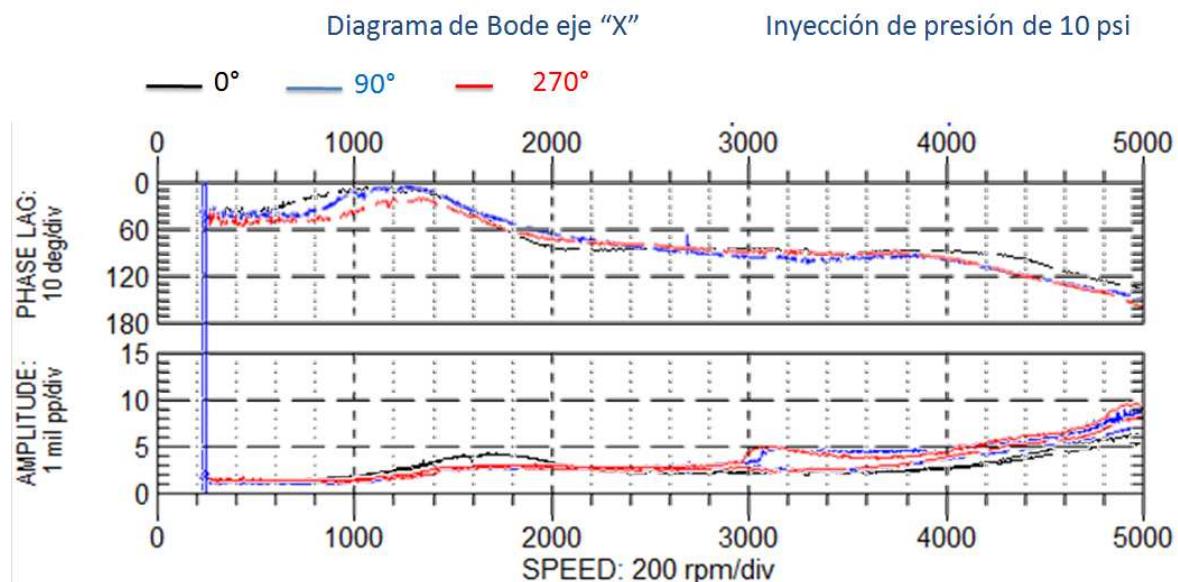


Figura 3.14. Diagrama de Bode eje X con distintos ángulos de inyección de presión Cr=1184  $\mu\text{m}$ . Presión de inyección 10 psi.

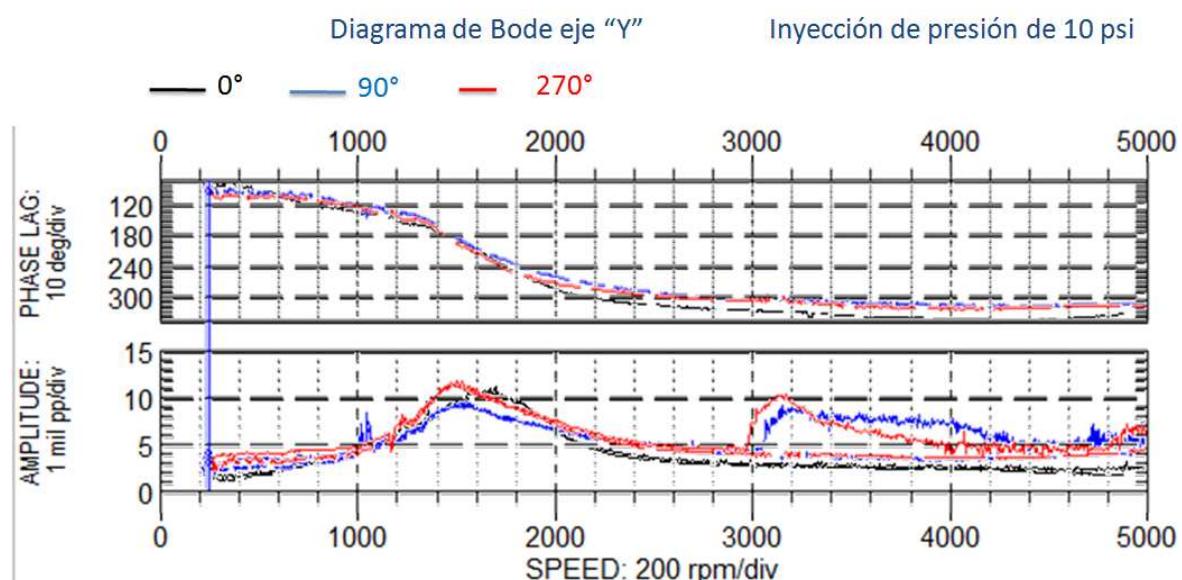


Figura 3.15. Diagrama de Bode eje Y con distintos ángulos de inyección de presión Cr=1184  $\mu\text{m}$ . Presión de inyección 10 psi.

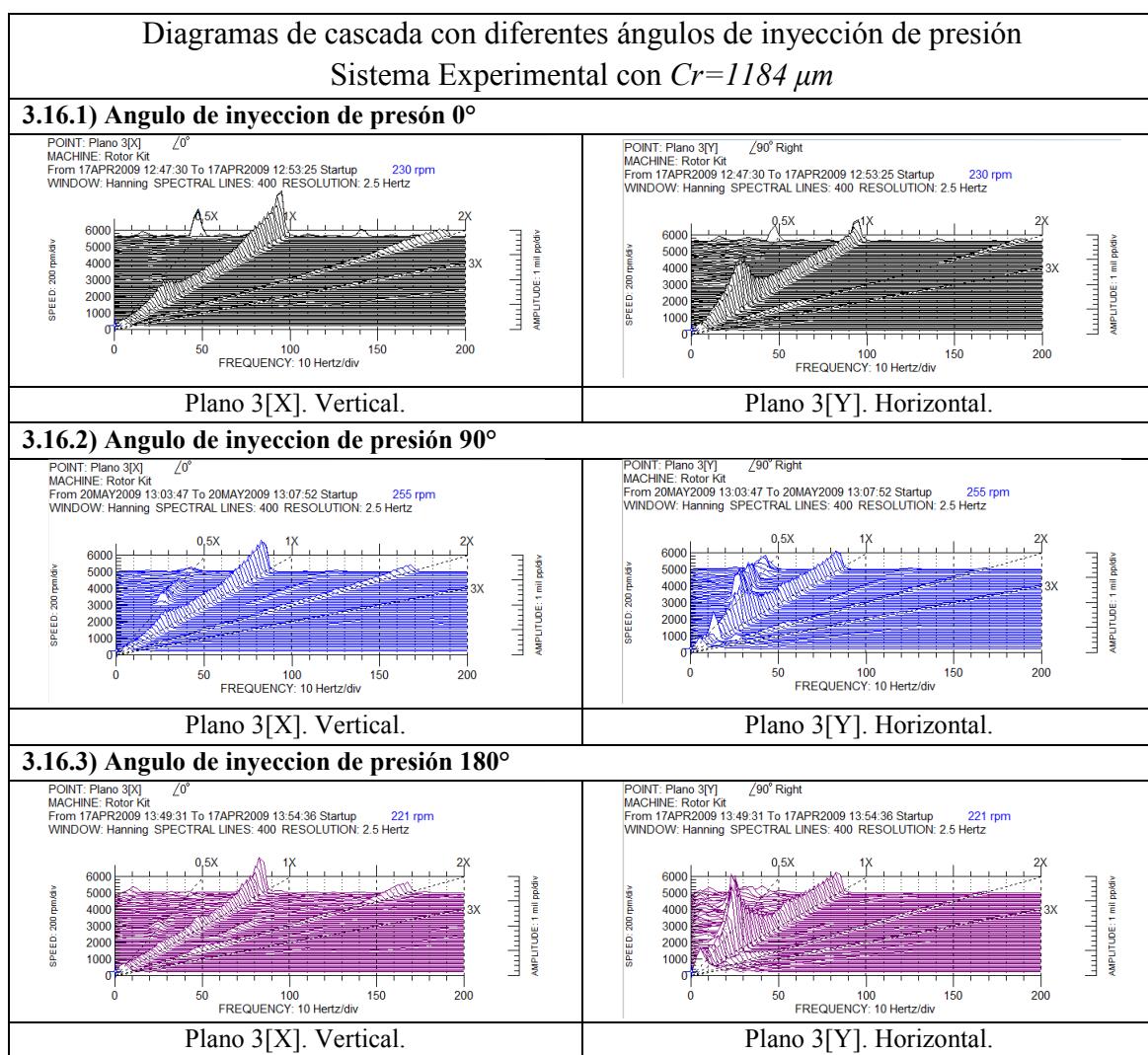
Los anteriores diagramas de Bode muestran que los desplazamientos de mayor amplitud se reflejan sobre el eje Y, esto acontece para cada ángulo de inyección de presión externa. Por otra parte, los desplazamientos sobre el eje X son de menor amplitud, pero alrededor de 3000 rpm aumenta la amplitud de manera lineal en todos los ángulos. Otra característica del comportamiento es el ángulo de fase que cambia alrededor de la misma velocidad crítica de cada ángulo de inyección de presión analizado. El ángulo de inyección de presión que presenta la menor inestabilidad es de 0° (parte central superior de la chumacera), el siguiente ángulo de menor inestabilidad

## CAPÍTULO III

es a **270°**, con una inyección de presión de 5 psi, al modificar la inyección la inestabilidad en **270°** es visible. Los ángulos que presentan mayor inestabilidad son **90°** y **180°**, siendo el ángulo mayor inestabilidad **180°**. Debido al comportamiento en este ángulo, no se realizaron experimentos modificando la presión de inyección a 10 psi.

También sugiere una simetría de comportamiento entre los ángulos de **0°** y **270°** donde existe menor inestabilidad, y entre los ángulos de **90°** y **180°** donde se presenta la mayor inestabilidad, con una inyección de presión de 5 psi. Por otro lado, la menor amplitud en la primera velocidad crítica se presenta en el ángulo de **90°**, pero la inestabilidad se presenta con antelación comparada con el ángulo de **0°**. La inestabilidad es inducida por el fluido, para analizar con mayor detalle se utilizaran los diagramas de cascada que es una herramienta para visualizar los componentes de la frecuencia directa.

Los diagramas de cascada son una serie de espectros en función de la velocidad de rotativa del eje, mediante esta herramienta podemos observar los componentes de la frecuencia directa. En la figura 3.16 se muestran los diagramas de cascada del plano tres de medición a diferentes ángulos de inyección.



## CAPÍTULO III

### 3.16.4) Ángulo de inyección de presión 270°

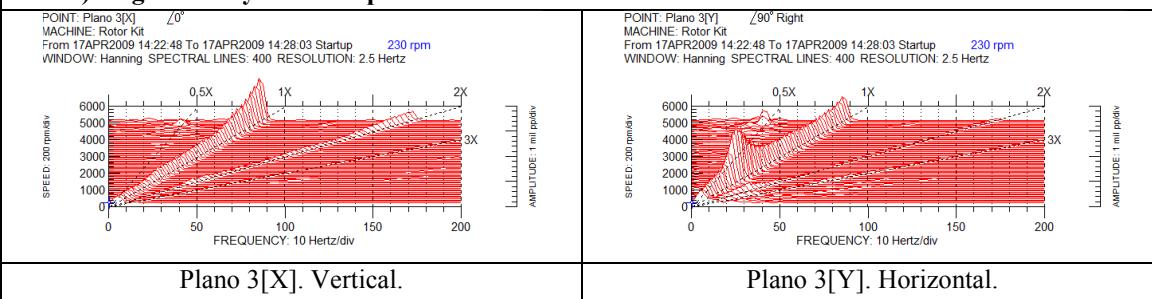


Figura 3.16. Diagramas de cascada en la chumacera Cr=1184  $\mu\text{m}$ , presión de inyección 5 psi.

Los diagramas de cascada que se muestran en la figura 3.16 son obtenidos a diferentes ángulos de inyección de presión; la presión es de 5 psi constante en cada ángulo de inyección. En la frecuencia 0.5X se analiza la inestabilidad inducida por el fluido dentro de la CHP. El ángulo de 180° presenta la mayor inestabilidad, la velocidad de inicio de la inestabilidad es de 1953 rpm y alcanza su mayor amplitud de vibración en 2815 rpm con una amplitud de 11.2 mil pp, que es aproximadamente el doble de la velocidad de la primera frecuencia crítica de 1475 (rpm), la amplitud aumenta 1 (mil pp) en comparación a la amplitud de la primera frecuencia crítica. Por lo tanto, para evitar daño al equipo de experimentación solo se realizó solo un experimento en este ángulo de inyección.

Las inestabilidades observadas en la experimentación en la literatura son conocidas como *oil whirl* y *oil whip*. Siendo la más común de las inestabilidades subsíncronas el fenómeno *oil whirl* (remolino de aceite) en chumaceras hidrodinámicas. La principal causa de la manifestación de este tipo de inestabilidad es el claro radial excesivo que no es aceptable en las normas de vibración, la experimentación se realizó con el fin de estudiar y analizar las inestabilidades inducidas por el fluido, y posteriormente darle solución con el diseño de leyes de control y postergar la velocidad umbral de estas inestabilidades.

Al realizar un número considerable de experimentos se detectó doblamiento del eje debido a las fuerzas iniciales de los discos y la configuración experimental similar al del péndulo simple. El tipo de doblamiento es “pendiente”, este tipo es difícil de remediar debido a la geometría de este doblamiento. Se realizó un cambio de eje, detectando el doblamiento tipo “arco” y se efectuó la siguiente metodología experimental para reparar el nuevo eje seleccionado (las condiciones y medidas son iguales al primer eje seleccionado). Realizando una comparación a diferentes presiones de inyección por la parte central superior. Se analizó el comportamiento modificando la presión de inyección por la parte central superior, para observar los efectos del doblamiento y inestabilidad inducida por el fluido dentro de chumacera.

*Metodología de solución al doblamiento tipo “arco”.*

- 1) Se utilizó una mesa rectificada de granito marca Mitutoyo®, en el cual se roto el eje, detectando visualmente la localización del doblado, esto se realizó de

## CAPÍTULO III

---

manera repetitiva para disminuir el error de paralaje. Dejando una marca de plumón indeleble sobre el doblamiento detectado.

- 2) De manera conjunta se utiliza un indicador de caratula marca Mitutoyo®, con resolución de 0.0001". Se desliza y rota el eje sobre su eje de rotación, hasta captar mediciones por arriba de la resolución del instrumento de medición.
- 3) Una vez localizados los puntos críticos del doblamiento se impacta con un martillo de cabeza de goma, para disminuir el doblamiento del eje,
- 4) Esto se realiza repetitivamente hasta obtener menores mediciones de 0.0001" en el indicador de caratula.

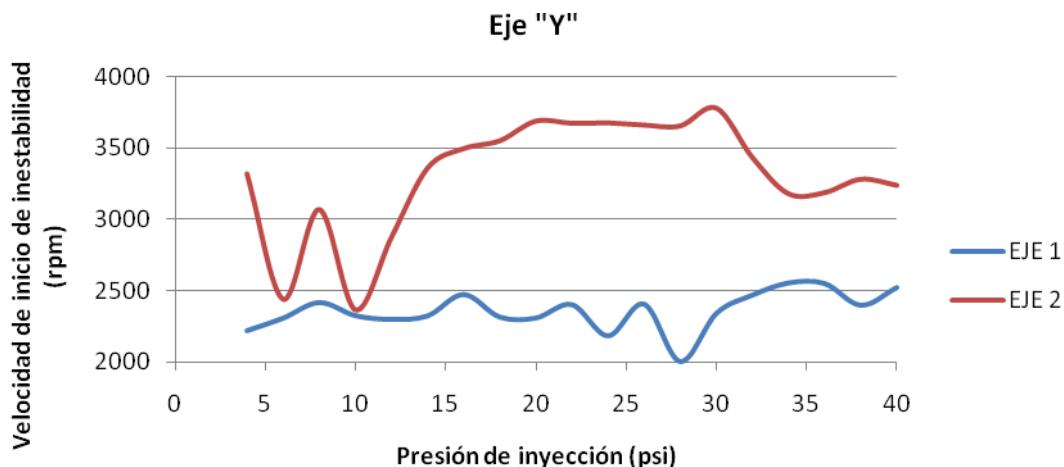


Figura 3.17. Esquema de la metodología de solución al doblamiento tipo “arco”.

Cabe señalar que este procedimiento solo es utilizado para el caso experimental didáctico. El siguiente análisis se realizó comparando un eje dobrado tipo arco, con el eje desdoblado siguiendo la metodología anterior. Los desplazamientos de mayor amplitud se localizaron sobre el eje Y, por lo tanto se obtuvieron las siguientes gráficas del comportamiento debido al doblamiento.

La siguiente gráfica presenta el inicio de la inestabilidad en ambos ejes, modificando la presión por la parte central superior. Considerando el siguiente criterio para detectar el inicio de la inestabilidad siendo 1) la inestabilidad debe aparecer en la frecuencia 0.5X. 2) La amplitud debe iniciar con un 3% con respecto a la amplitud en la primer frecuencia crítica, y aumentar con respecto a la velocidad de operación. El eje 1 es el eje dobrado tipo “arco”, y el eje 2 es el reparado con la metodología experimental.

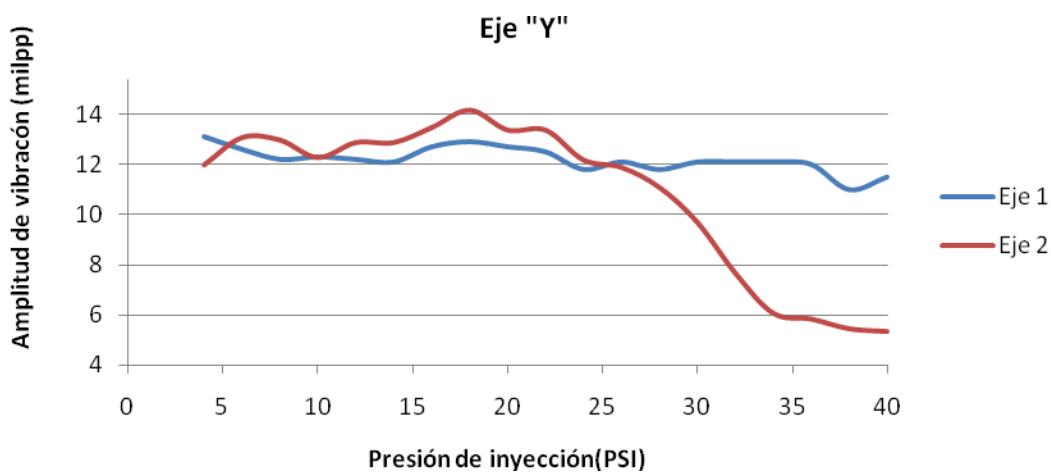
## CAPÍTULO III



**Figura 3.18. Grafica de inicio de inestabilidad inducida del fluido sobre el eje Y. Eje 1 doblado tipo “arco”. Eje 2 desdoblado.**

El efecto del doblamiento es notable en la experimentación, al reparar el doblamiento se observa mayores velocidades de inicio de inestabilidad al modificar la presión de inyección hasta 30 psi. De lo contrario en el eje 1, el inicio de la inestabilidad es cercana a la frecuencia natural. Esto sugiere que el doblamiento del eje puede ser factor para la inducción de la inestabilidad del fluido dentro de la chumacera.

La siguiente grafica muestra amplitud de vibración modificando la inyección de presión y se realiza una comparación entre el eje 1 y 2, se realiza para analizar el efecto del doblamiento en la atenuación de vibraciones cambiando la inyección de presión externa.



**Figura 3.19. Grafica de amplitud de vibración modificando la inyección de presión en la primera frecuencia crítica, sobre el eje Y. Eje 1 doblado tipo “arco”. Eje 2 desdoblado.**

Como se observa el doblamiento no permite disminuir la amplitud de vibración en la primera frecuencia crítica. Por otro lado, al darle solución al doblamiento la amplitud se disminuyó al modificar la inyección de presión externa. Cabe señalar que

## CAPÍTULO III

esta configuración cuenta con solo un disco de desbalance y el cercado al punto de apoyo de la configuración experimental.

El estudio realizado en esta configuración experimental aumentando el  $Cr$ , nos permite de manera cualitativa observar y analizar, el comportamiento dentro de la chumacera, con el objetivo de realizar una hipótesis del comportamiento de este tipo de sistemas rotodinámicos y aplicarla en el sistema experimental de interés. Por lo tanto, nos proporciona el ángulo de inyección de presión externa ideal, obtener un eje con el menor índice de doblamiento.

### 3.6. Configuración experimental del modelo Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote.

Los resultados obtenidos en el apartado anterior, permitieron la selección del eje rotatorio con el menor índice de doblamiento, también se analizó el comportamiento con distintos ángulos de inyección de presión, permitiendo seleccionar el que presenta la menor inestabilidad inducida por el fluido dentro de la CHP. Por otra parte, el análisis de la configuración experimental del sistema *Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote*, es de importancia para el presente trabajo. En la figura 3.23 se muestra el modelo experimental que será analizado.

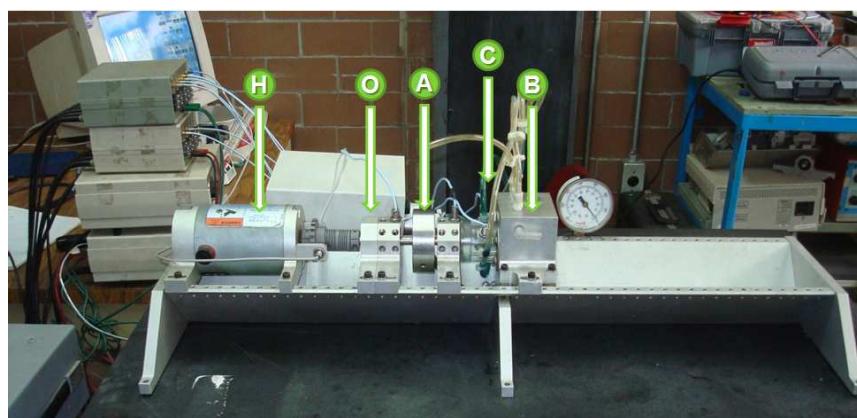


Figura 3.20. Modelo experimental del sistema *Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote*.

En la figura 3.20 se localiza el punto **H** que es el motor eléctrico que cuenta con un controlador de velocidad y rampa de aceleración, en el punto **O** se tiene un buje de bronce auto-alienable, en el punto **B** es una chumacera hidrodinámica presurizada externamente por la parte superior central mediante una micro bomba volumétrica rotativa de engranes. Para medir la presión de inyección se instaló un manómetro cerca del ducto de inyección de presión. En los puntos de **A** y **C** están localizados los discos de desbalance que son equidistantes a la chumacera.

La figura 3.21 describe con detalle los componentes del sistema *Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote*, y la distancia de cada plano de medición con respecto al punto **O**.

## CAPÍTULO III

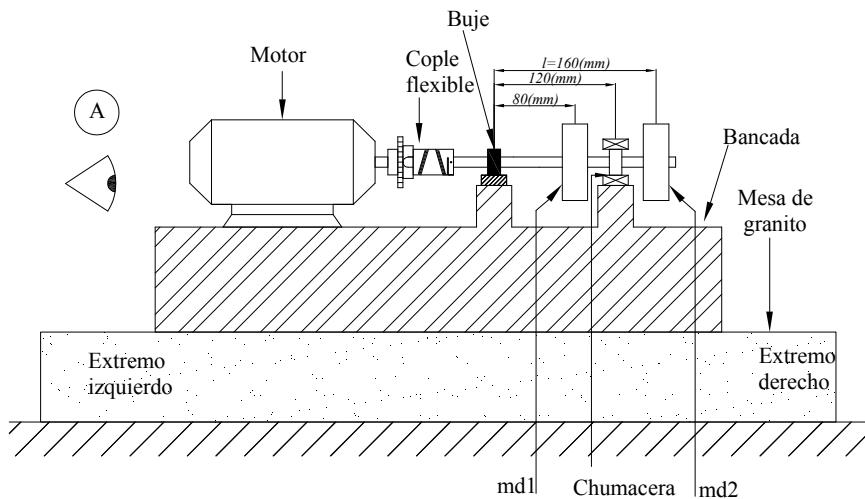


Figura 3.21. Esquema del sistema experimental *Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote*.

Los siguientes datos son utilizados para la configuración del sistema *Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote*. El giro del motor es en el sentido horario respecto al observador A de la figura 3.21.

### **DATOS OBTENIDOS PARA LA EXPERIMENTACIÓN**

#### DATOS DEL EJE

- Longitud total del eje. =  $l_{total} = 0.20\text{ m}$  .
- Longitud entre centros del buje y el disco 2.  $l = 0.16\text{ m}$  .
- Diámetro del eje.  $d_{eje} = 0.01\text{ m}$  .

#### DATOS DE LA CHUMACERA

- Longitud de la chumacera =  $L_{efectivo} = 0.060\text{ m}$  .
- Diámetro interior de la chumacera =  $D = 0.0254\text{ m}$  .
- Radio de la chumacera =  $R = 0.0127\text{ m}$  .
- Claro radial =  $Cr = 61.1\text{ }\mu\text{m}$  .

#### DATOS DEL MUÑÓN

- Diámetro del muñón =  $d_{muñón} = 0.0253\text{ m}$  .
- Longitud del muñón =  $L_{muñón} = 0.0127\text{ m}$  .

#### DISCO DE INERCIA

- Diámetro del disco 1 =  $d_1 = 0.0734\text{ m}$

## CAPÍTULO III

---

- Radio del disco 1 =  $R_{d1} = 0.0367\text{ m}$ .
- Diámetro del disco 2 =  $d_2 = 0.0734\text{ m}$
- Radio del disco 2 =  $R_{d2} = 0.0367\text{ m}$ .

### PESO TOTAL DEL SISTEMA

- Masa del disco 1 =  $m_{d1} = 0.8\text{ kg}$
- Masa del disco 2 =  $m_{d2} = 0.8\text{ kg}$
- Masa del eje entre el centro del buje y disco2 =  $m_{eje} = 0.1128\text{ kg}$
- Masa del muñón =  $m_{bl} = 0.040\text{ kg}$
- Masa total 1 =  $m_{Tl} = m_{d1} + m_{d2} + \frac{m_{eje}}{2} + m_{bl} = 1.6964\text{ kg}$

Se despreciara la masa del muñón debido a que se encuentra en el extremo y la energía de vibración es muy pequeña, en comparación con la del disco y la del eje.

- Masa total efectiva =  $m_{Tefect,1} = m_{d1} + m_{d2} + \frac{m_{eje}}{2} = 1.6564\text{ kg}$
- Peso total =  $W = m_{Tefect,1} \times g = 1.6564 \times 9.81 = 16.249\text{ N}$ .

### ACEITE EMPLEADO.

El aceite es el utilizado en la configuración anterior, y tiene las mismas características y propiedades.

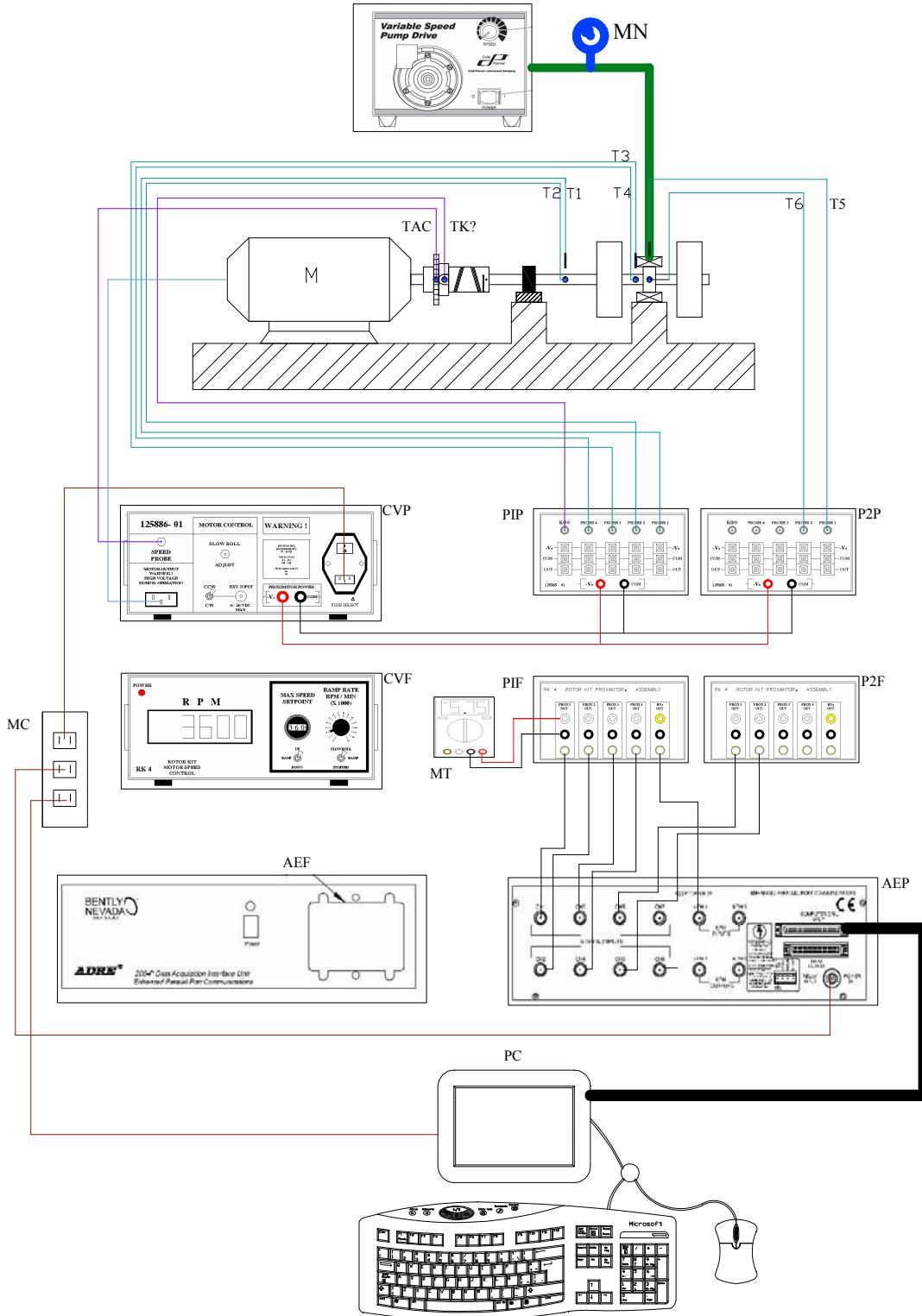
- Viscosidad dinámica =  $\mu = 0.0124\text{ Pa s}$  a una temperatura  $21.4^\circ\text{C}$ .

### MOMENTO DE INERCIA ANGULAR

$$Io = \frac{1}{4}m_{d1}R_{d1}^2 + m_{d1}\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}m_{d2}R_{d2}^2 + m_{d2}(l)^2 = 0.01960\text{ kg m}^2$$

## CAPÍTULO III

### 3.6.1. Instrumentación de la configuración experimental del sistema.



**Figura 3.22. Esquema de instrumentación del sistema experimental Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivot.**

## CAPÍTULO III

La figura 3.22 muestra la plataforma experimental del sistema rotatorio cuyos resultados se analizan para validar el modelo matemático del sistema *Rotor-Chumacera de Eje Rígido con Pivote*, dicho sistema consta de dos discos de inercia soportados por una CHP y un buje; además muestra las conexiones eléctricas de todos los equipos adicionales requeridos para el análisis y el procesamiento de las señales de vibración del sistema. En la figura 3.25 se presenta la descripción de los componentes mostrados en la figura 3.25. La tabla 3.3 contiene la descripción de la simbología utilizada en la figura 3.25.

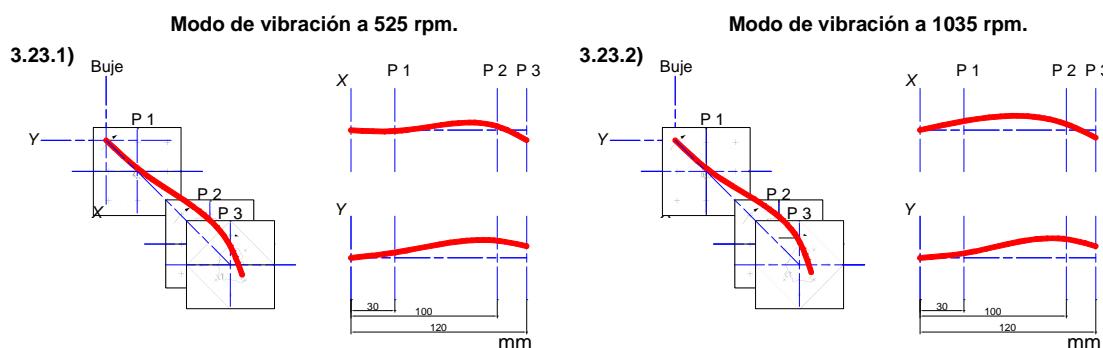
Para obtener medidas de las vibraciones del sistema se utilizaron tres planos de medición, en la siguiente tabla describe cada plano de medición y las distancias de colocación con respecto al buje.

TABLA 3.6.  
DESCRIPCIÓN DE LOS PLANOS DE MEDICIÓN DEL SISTEMA EXPERIMENTAL.

Plano de medición	Transductores	Distancia con respecto al buje
Plano de medición 1	T1. Plano 1[X] Vertical	30 mm
	T2. Plano 1[Y] Horizontal	
Plano de medición 2	T3. Plano 2[X] Vertical	100 mm
	T4. Plano 2[Y] Horizontal	
Plano de medición 3	T5. Plano 3[X] Vertical.	120 mm
	T6. Plano 4[Y] Horizontal.	

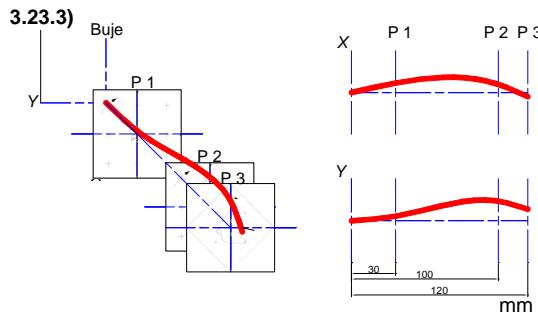
### 3.6.2. Modos de vibración a diferentes velocidades de operación.

Se analizará los modos de vibración a diferentes velocidades de operación, los modos se obtuvieron mediante las órbitas experimentales en la frecuencia directa en cada plano de medición. Se graficaron con un incremento de 500 rpm aproximadamente, se obtuvo lo siguiente:

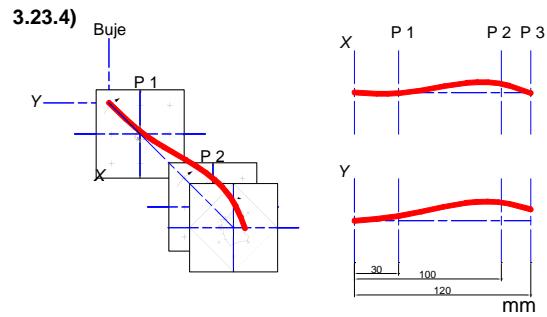


# CAPÍTULO III

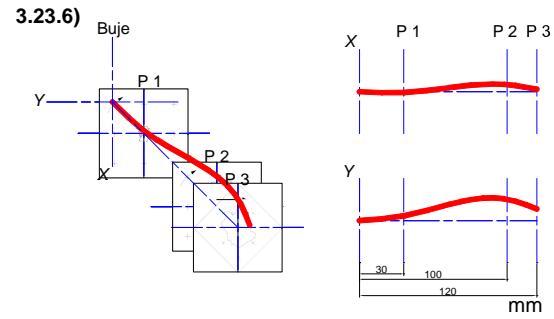
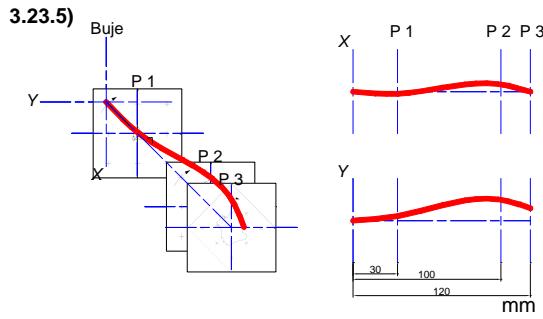
Modo de vibración a 1547 rpm.



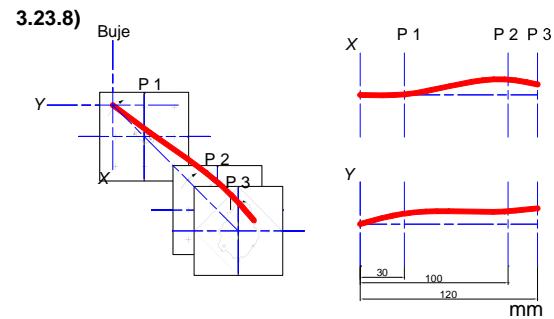
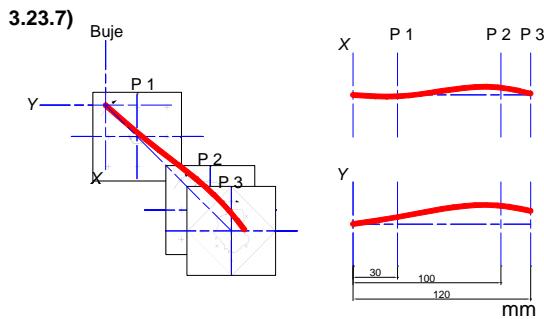
Modo de vibración a 2060 rpm.



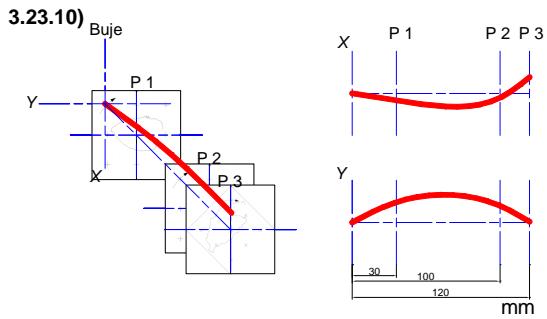
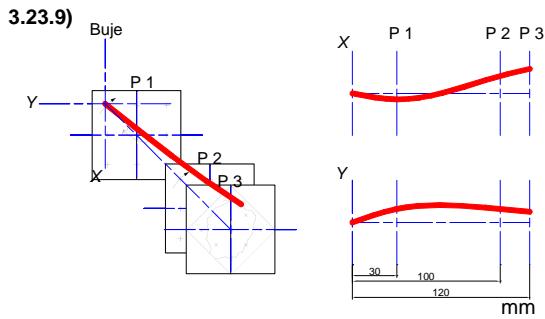
Modo de vibración a 2571 rpm.



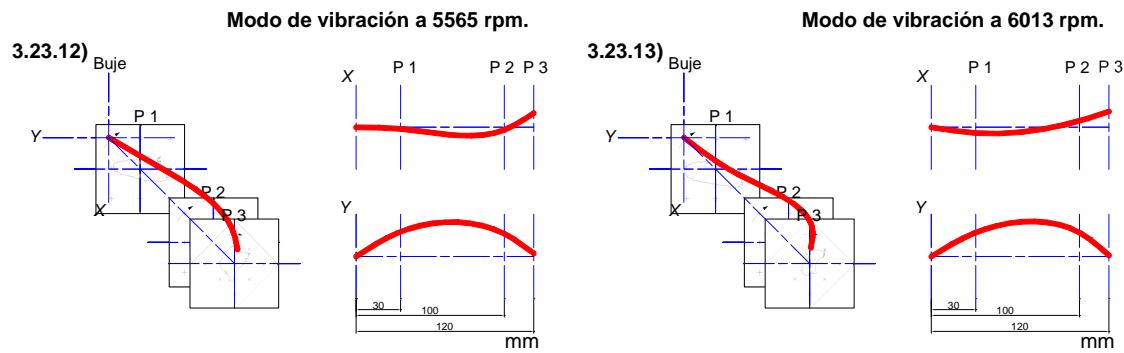
Modo de vibración a 3521 rpm.



Modo de vibración a 4545 rpm.



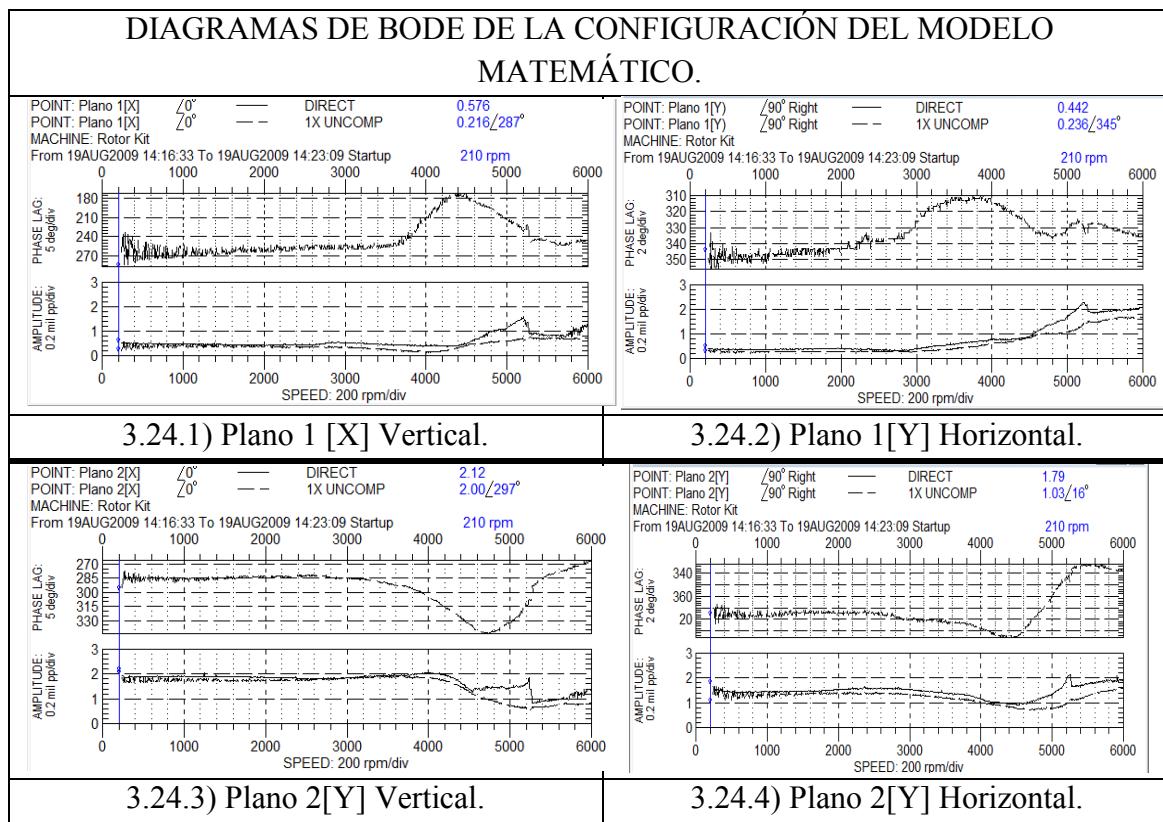
# CAPÍTULO III



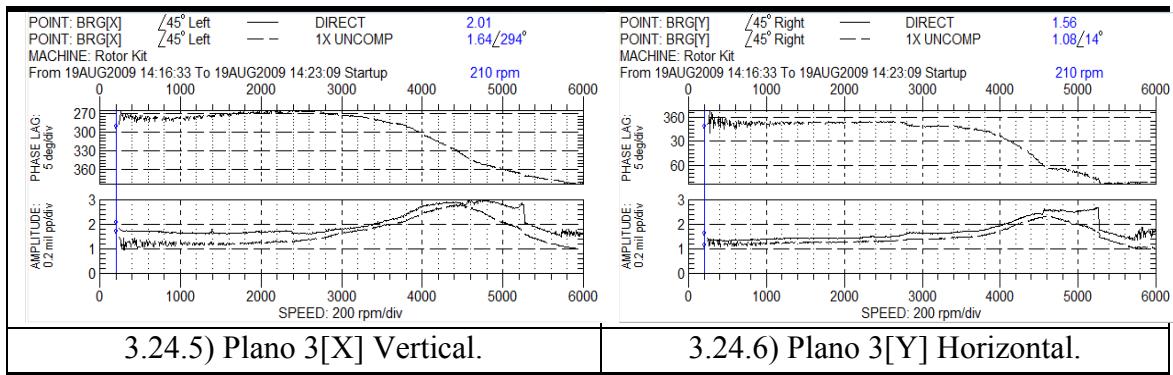
**Figura 3.23. Modos de vibración a diferentes velocidades de operación de la configuración del sistema Rotor-Chumacera de eje rígido con pivot.**

En la figura 3.23 se observa los modos de vibración del eje, esto nos dará una idea del comportamiento del sistema a diferentes velocidades de operación, por otro lado localizaremos en que región se podrá encontrar la primera frecuencia crítica del sistema. Se observa que los desplazamientos de mayor amplitud se localizan sobre el eje Y, esto quiere decir que el eje tiende a pandearse sobre el eje Y. el cambio de modo de vibración se localiza entre las figuras 3.28.8 y 3.28.9 sugiriendo que la primer frecuencia critica se encuentre entre las velocidades de operación 4034 y 4545 rpm. El cambio de modo de vibración es visible sobre el eje X.

A continuación se muestran los diagramas de Bode con una presión de inyección mínima, para realizar un análisis para localizar la frecuencia crítica del sistema.



## CAPÍTULO III



**Figura 3.24. Diagramas de Bode experimentales del sistema Rotor-Cumacera de Eje rígido con pivote.**

En la figura 3.24 se muestran los diagramas de Bode correspondientes a cada plano de medición en los ejes  $X$  y  $Y$  la frecuencia crítica en las figuras 3.24.1, 3.24.2, 3.24.3 y 3.24.4 se obtuvieron observando el ángulo de fase del diagrama de bode, ya que es difícil de observar con la amplitud de vibración, esto sugiere un sistema con sobre amortiguamiento. La tabla

TABLA 3.7.

AMPLITUD MÁXIMA DE VIBRACIÓN Y PRIMER FRECUENCIA CRÍTICA.

Plano 1				Plano 2				Plano 3			
Eje X		Eje Y		Eje X		Eje Y		Eje X		Eje Y	
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
0.447	4444	0.873	4474	1.53	4444	0.92	4509	2.92	4386	2.54	4509

1. Amplitud máxima en la frecuencia crítica (Frecuencia directa) (mil pp).
2. Frecuencia crítica en cada plano de medición (rpm).

Los resultados obtenidos proponen que el eje se aproxima a un eje y que la frecuencia natural del sistema se encuentra entre 4300 y 4550 rpm que es lo que se obtuvo en el análisis por modos de vibración.

### 3.6.3. Análisis experimental modificando la inyección de presión.

El diagrama utilizado para observar el comportamiento del sistema a diferentes presiones de inyección es el diagrama de Bode ya que nos grafica amplitud de vibración con respecto a la frecuencia de operación y facilita la detección de la frecuencia crítica del sistema (2).

Los siguientes diagramas de bode describen el comportamiento del sistema a diferentes presiones de inyección, la presurización se realizó por la parte superior central, el rango de presión es de 0 a 50 psi con incrementos de 10 psi. Los diagramas expuestos en las siguientes figuras, muestran la respuesta vibratoria dentro de la chumacera híbrida en 1X (frecuencia síncrona) y la frecuencia directa del sistema.

## CAPÍTULO III

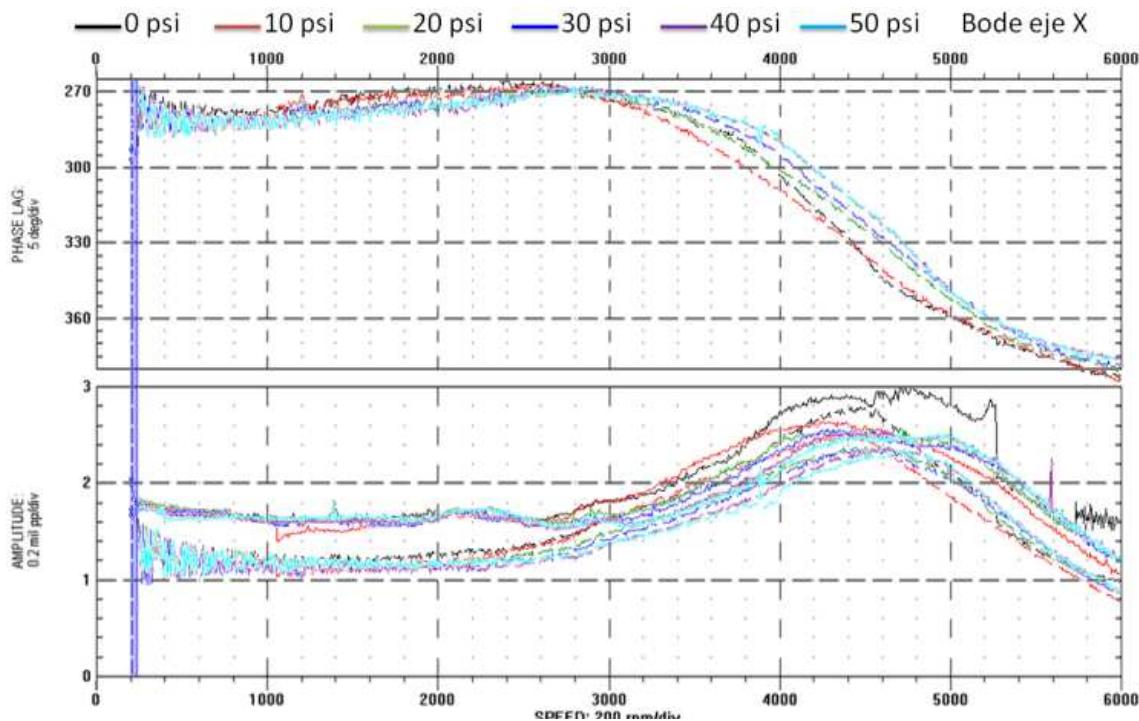


Figura 3.25. Diagrama de Bode experimental en el eje X, a distintas presiones de inyección, frecuencias Directa y 1X.

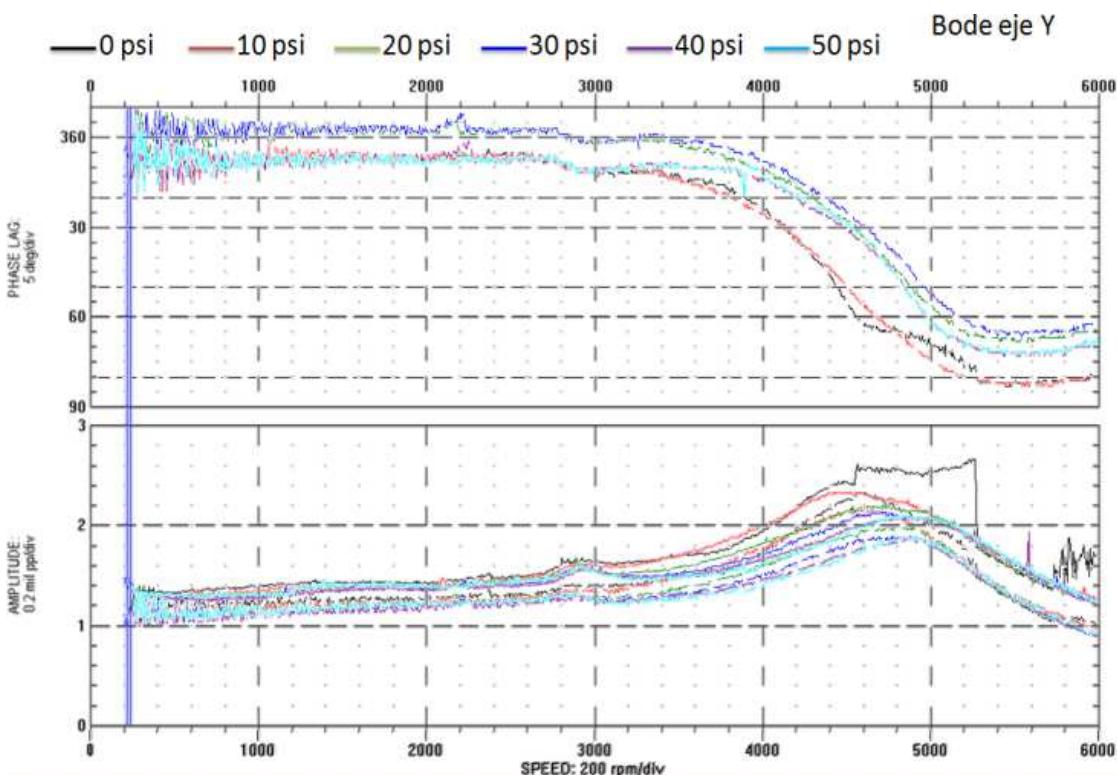


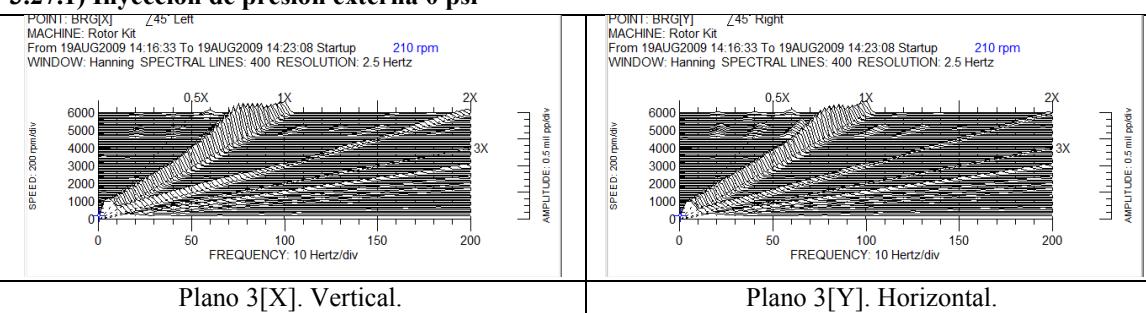
Figura 3.26. Diagrama de Bode experimental en el eje Y, a distintas presiones de inyección, frecuencias Directa y 1X.

## CAPÍTULO III

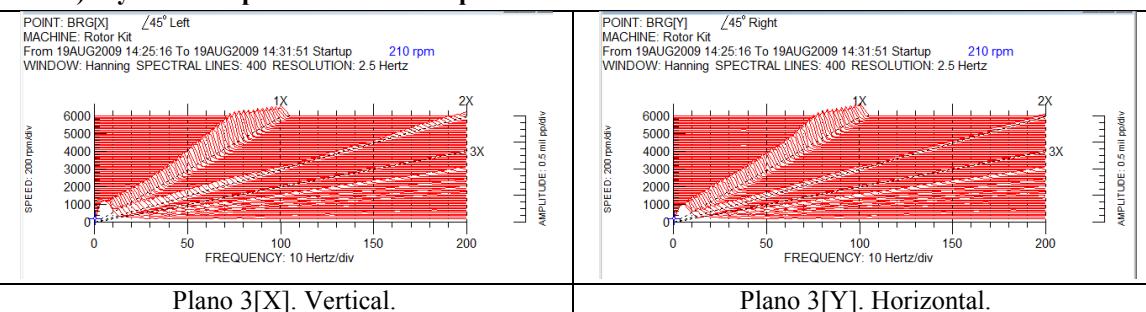
En el diagrama de Bode que muestra la figura 3.25 es el comportamiento modificando la presión sobre el eje X, se observa inestabilidad debido a la película de fluido con una presión de inyección aproximadamente de 0 psi. Es importante señalar que al aumentar la presión externa la inestabilidad se posterga, también se observa que se atenúa la vibración. La presión que tiene menor amplitud de vibración en la primera frecuencia crítica es con una presión externa de 50 psi.

Por otro lado, en la figura 3.26 se muestra el diagrama de Bode sobre el eje Y, y se observa un comportamiento similar al que se obtuvo en el eje X, para observar la inestabilidad inducida por el fluido dentro de la chumacera se muestran los diagramas de cascada en el plano de medición de la chumacera.

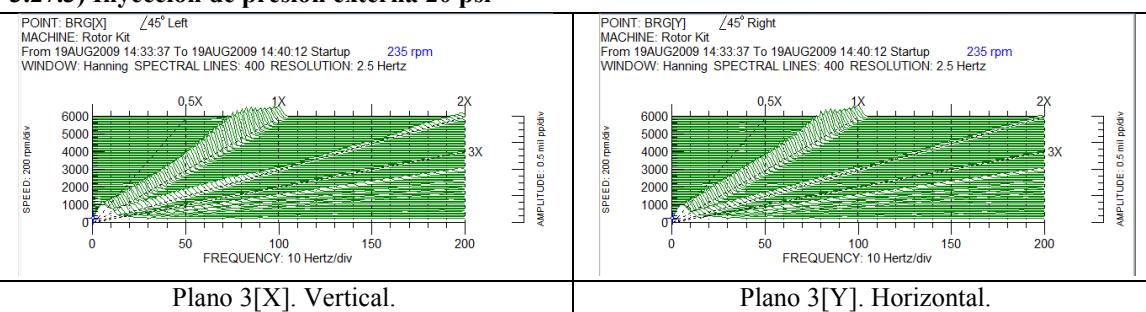
### 3.27.1) Inyección de presión externa 0 psi



### 3.27.2) Inyección de presión externa 10 psi

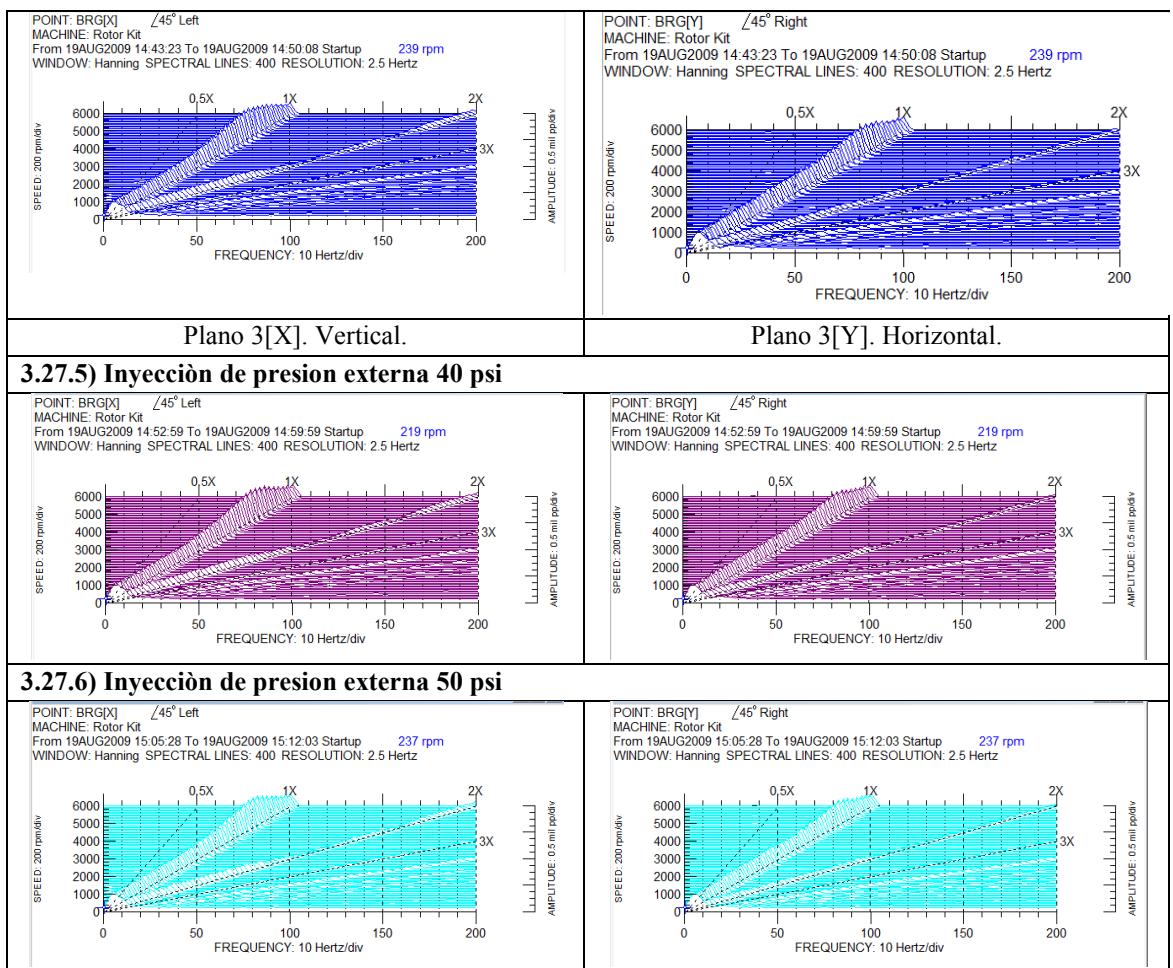


### 3.27.3) Inyección de presión externa 20 psi



### 3.27.4) Inyección de presión externa 30 psi

### CAPÍTULO III



**Figura 3.27. Diagramas de cascada del sistema rotor-chumacera de eje rígido con pivote.**

En la figura 3.27 muestra el comportamiento del sistema modificando la presurización externa. Se muestran pequeñas amplitudes en la frecuencia 2X esto quiere decir que el eje puede tener un índice de doblamiento. La inestabilidad debida al fluido solo se observa con una presión de 0 psi, al aumentar la presión desaparece este efecto rotodinámico. Los experimentos se realizaron hasta 6000 rpm por seguridad del equipo experimental, debido a esto no se observó detalladamente la inestabilidad debida al fluido.

La validación del modelo propuesto se llevará a cabo comparando frecuencias naturales y amplitudes de vibración modificando la inyección de presión externa en la chumacera. La simulación sólo se realizó a la frecuencia síncrona de operación, por esta razón sólo se tomará en cuenta los resultados obtenidos en la frecuencia crítica para la comparación y validación del modelo.

Los resultados serán analizados en el siguiente capítulo A continuación se muestra los diagramas de Bode que se obtuvieron experimentalmente en la frecuencia 1X.

## CAPÍTULO III

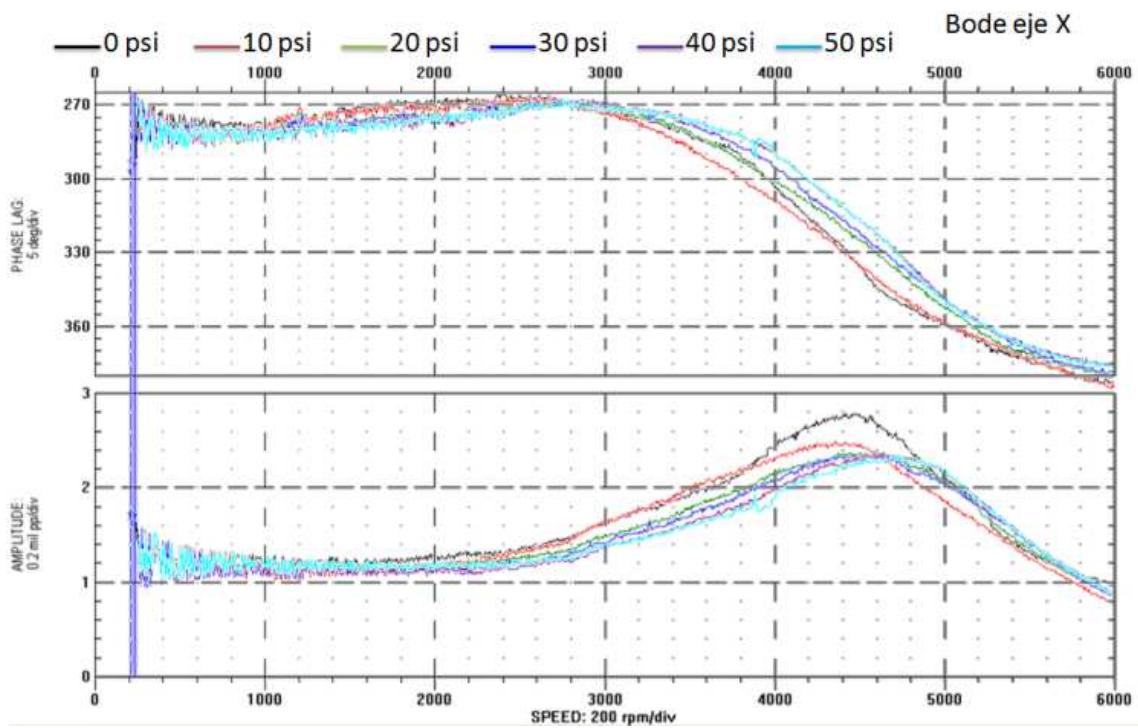


Figura 3.28. Diagrama de Bode experimental en el eje X, a distintas presiones de inyección, frecuencia 1X.

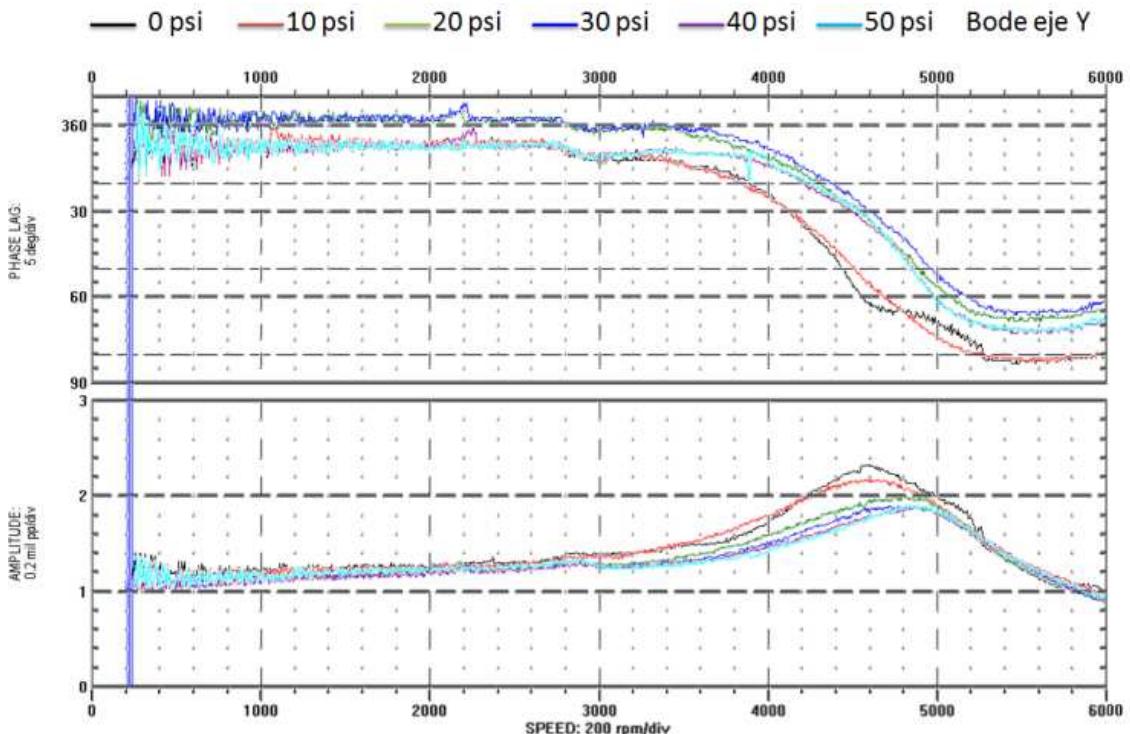


Figura 3.29. Diagrama de Bode experimental en el eje X, a distintas presiones de inyección, frecuencia 1X.

En el siguiente capítulo se realizara un análisis de inestabilidad tanto numérica como experimental. Y se validara el modelo matemático con respecto al error de aproximación entre los resultados experimentales y numéricos.

## CAPÍTULO III

---

### Referencias.

- [1]. **Nevada, Bently.** *WinADRE. User's Manual.* 1997.
- [2]. **(Editor), Fredric F. Ehrich.** *Handbook of Rotordynamics.* s.l. : McGraw-Hill, 1992.  
ISBN 978-0-070-19330-7.
- [3]. **Machorro-López, Jose M.** *Experimentación y Validación de Modelos Dinámicos para detectar Fisuras en Ejes Rotatorios de Maquinas en Operación .* s.l. : Tesis de maestría de la Sección de estudios de Posgrado e Investigacion U.P. Adolfo López Mateos, 2005.

## CAPÍTULO IV

---

# VALIDACIÓN NUMÉRICA-EXPERIMENTAL Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD.

### 4.1 Introducción.

Al obtener los resultados numéricos y experimentales el siguiente paso es comparar los resultados, este análisis se llevará a cabo para determinar el error de aproximación entre sí. La validación del modelo nos ayuda para analizar de manera numérica distintos fenómenos rotodinámicos por ejemplo la inestabilidad inducida por el fluido dentro del soporte flexible. Al caracterizar el comportamiento del sistema se podrá evitar dañar el equipo experimental si deseamos obtener otros análisis.

Por otro lado se realizará un análisis de índice de estabilidad para la determinar el inicio de la inestabilidad esto se realizará con diferentes presiones de inyección constantes, los resultados obtenidos nos arrojara una hipótesis para determinar si la presión de inyección externa posterga la inestabilidad en la chumacera.

### 4.2 Comparación de resultados numéricos y experimentales.

En las siguientes tablas se presenta la comparación de ambos resultados, para obtener el error absoluto entre ellos. La validación del modelo presentado se basará en el tamaño de este error. La comparación se llevó a cabo en los ejes X-Y, las figuras que se utilizaron para comparar los resultados numéricos se obtuvieron con diagramas del capítulo 2, para obtener la frecuencia crítica se utilizaron las figuras 2.18 y 2.19 y la amplitud las figuras 2.14 y 2.15. Por otro lado para obtener los resultados experimentales se utilizaron los diagramas de Bode del capítulo 3 que son los figuras 3.28 y 3.29.

TABLA 4.1.  
COMPARACIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES Y NUMÉRICOS EJE X.

<b><u>1</u></b>	<b><u>2</u></b>	<b><u>3</u></b>	<b><u>4</u></b>	<b><u>5</u></b>	<b><u>6</u></b>	<b><u>7</u></b>
<b>0</b>	4474	4318	3.4	2.8	2.19	21.7
<b>10</b>	4358	4451	2.1	2.48	2.21	10.8
<b>20</b>	4535	4468	1.4	2.37	2.2	7.1
<b>30</b>	4551	4480	1.5	2.35	2.18	7.2
<b>40</b>	4696	4517	3.8	2.34	2.18	6.8
<b>50</b>	4710	4580	2.7	2.34	2.2	5.9

## CAPÍTULO IV

---

TABLA 4.2.  
COMPARACIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES Y NUMÉRICOS EJE Y.

<b><u>1</u></b>	<b><u>2</u></b>	<b><u>3</u></b>	<b><u>4</u></b>	<b><u>5</u></b>	<b><u>6</u></b>	<b><u>7</u></b>
<b>0</b>	4575	4318	5.6	2.33	2.36	1.2
<b>10</b>	4649	4428	4.7	2.16	2.35	8.7
<b>20</b>	4752	4451	6.3	2	2.349	17.4
<b>30</b>	4783	4466	6.6	1.89	2.341	23.8
<b>40</b>	4892	4483	8.3	1.87	2.35	25.6
<b>50</b>	4890	4613	5.6	1.89	2.352	24.4

1. Presión de inyección por la parte superior central (psi).

2. Velocidad crítica experimental (rpm).

3. Velocidad crítica simulada (rpm).

4. Error de aproximación de la velocidad crítica (%).

5. Amplitud en la frecuencia crítica experimental (mil pp).

6. Amplitud en la frecuencia crítica simulada (mil pp).

7. Porcentaje de error de aproximación (%).

El error entre los resultados numéricos y experimentales se obtuvieron mediante la siguiente formula.

$$\% \text{error de aprox.} = \frac{\text{Medición numérica} - \text{Medición experimental}}{\text{Medición experimental}} \times 100 \quad (4.1)$$

Los resultados mostrados en las tablas 4.1 y 4.2 sugieren la validez del modelo matemático, ya que los errores son mínimos en la frecuencia crítica para cada caso de presión de inyección. En el caso de la amplitud de vibración en la frecuencia critica, el eje X tiene el menor error absoluto a medida que aumenta la presión externa inyectada, por lo contrario en el eje Y aumenta el error absoluto al aumentar la presión externa. Los resultados están dentro del rango esperado para validar el modelo propuesto en este trabajo.

### 4.3 Obtención de los valores propios del sistema propuesto.

Se utilizo el modelo matemático lineal del sistema para obtener los valores propios del sistema. Para poder simularlo se requirió aumentar dos estados de espacio nuevos. A continuación se muestra las ecuaciones de movimiento lineales del sistema con presurización externa, velocidad variable y aceleración constante.

## CAPÍTULO IV

---

$$\boxed{I_o \ddot{\theta}_x + (9/16)l^2(C_{xx}\dot{\theta}_x + C_{xy}\dot{\theta}_y + K_{xx}\theta_x + K_{xy}\theta_y) = (l/2)m_{d1}(\dot{\phi}^2 e_1^x \cos \omega t - \dot{\phi}e_1^y \sin \omega t) + lm_{d2}(\dot{\phi}^2 e_2^x \cos \omega t - \dot{\phi}e_2^y \sin \omega t)} \quad (4.2)$$

$$\boxed{I_o \ddot{\theta}_y + (9/16)l^2(C_{yx}\dot{\theta}_x + C_{yy}\dot{\theta}_y + K_{yx}\theta_x + K_{yy}\theta_y) = (l/2)m_{d1}(\dot{\phi}^2 e_1^x \sin \omega t + \dot{\phi}e_1^y \cos \omega t) + lm_{d2}(\dot{\phi}^2 e_2^x \sin \omega t + \dot{\phi}e_2^y \cos \omega t)} \quad (4.3)$$

Se añadieron dos estados de espacio debido a que la frecuencia de operación se encuentra multiplicada por el tiempo. Por lo tanto realizamos el siguiente cambio de variable.

$$x_5 = \operatorname{sen}(\omega t), \quad \dot{x}_5 = \omega \cos(\omega t), \quad (4.4)$$

$$x_6 = \cos(\omega t). \quad \dot{x}_6 = -\omega \operatorname{sen}(\omega t).$$

Y obtenemos los dos estados de espacio requeridos para poder simular el sistema propuesto:

$$\dot{x}_5 = \omega x_6, \quad (4.5)$$

$$\dot{x}_6 = -\omega x_5.$$

Con las relaciones 2.35 del capítulo 2, y añadiendo las ecuaciones de 4.5 obtenemos el siguiente espacio de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, & \dot{x}_5 &= \omega x_6, \\ \dot{x}_2 &= F_1 - \left( \frac{9}{16} \right) l^2 (C_{xx}x_2 + C_{xy}x_4 + K_{xx}x_1 + K_{xy}x_3), & \dot{x}_6 &= -\omega x_5, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= F_2 - \left( \frac{9}{16} \right) l^2 (C_{yx}x_2 + C_{yy}x_4 + K_{yx}x_1 + K_{yy}x_3). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Donde:

$$F_1 = \left( \frac{l}{2} \right) m_{d1} (\dot{\phi}^2 e_1^x x_6 - \dot{\phi}e_1^y x_5) + lm_{d2} (\dot{\phi}^2 e_2^x x_6 - \dot{\phi}e_2^y x_5), \quad (4.7)$$

$$F_2 = \left( \frac{l}{2} \right) m_{d1} (\dot{\phi}^2 e_1^x x_5 + \dot{\phi}e_1^y x_6) + lm_{d2} (\dot{\phi}^2 e_2^x x_5 + \dot{\phi}e_2^y x_6).$$

## CAPÍTULO IV

Una vez obtenido el espacio de estados se obtiene el jacobiano del sistema. La matriz jacobiana es una matriz formada por las derivadas parciales de primer orden de una función. Una de las aplicaciones más interesantes de esta matriz es la posibilidad de aproximar linealmente a la función en un punto. En este sentido, el jacobiano representa la derivada de una función multivariable. La función que representa el sistema lineal propuesto será definida como sigue:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4, \dot{x}_5, \dot{x}_6) \quad (4.8)$$

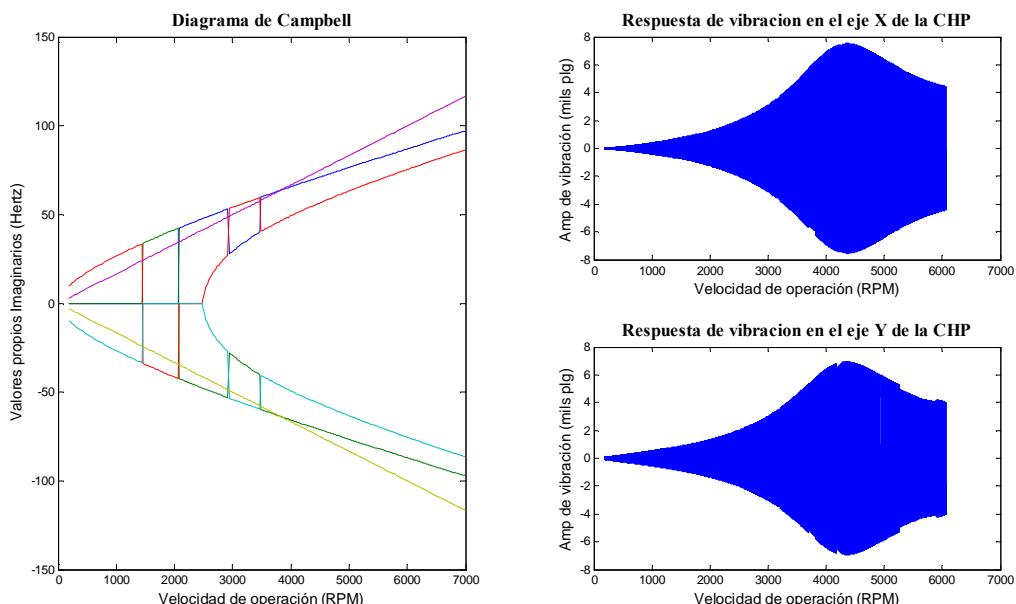
Por lo tanto se obtiene el jacobiano del sistema:

$$J_F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = [A] \quad (4.9)$$

Una vez obtenida la matriz A, se obtendrá los valores propios para graficar los valores reales e imaginarios del sistema. Para obtenerlos se aplicara lo siguiente:

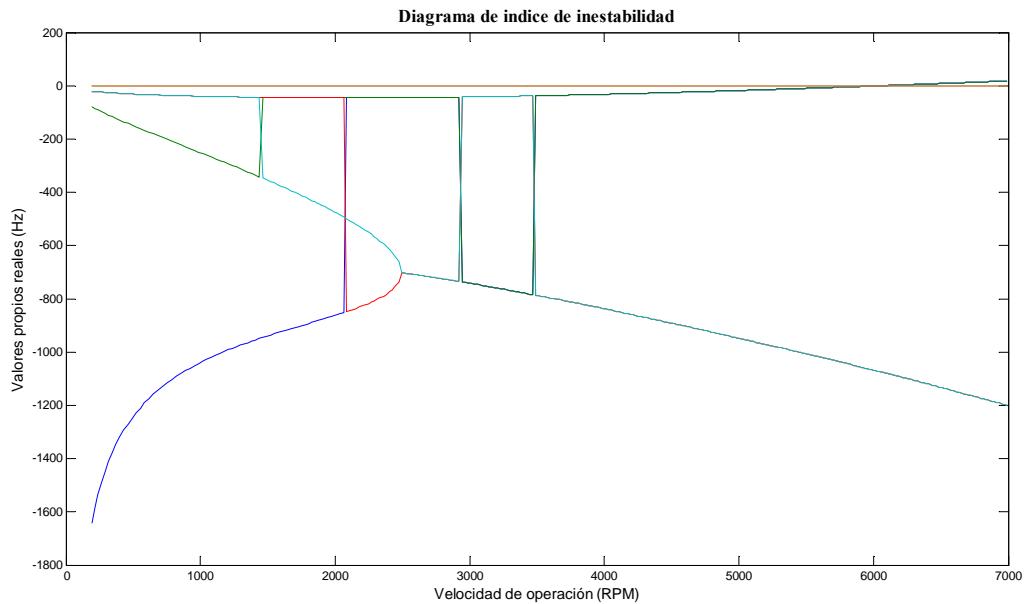
$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (4.10)$$

Se resuelve el polinomio en función de  $\lambda$  y obtenemos los valores propios reales e imaginarios, cabe señalar que se obtuvieron estos valores con una rampa de velocidad, y se iteró con MATLAB en el apéndice  $\zeta$ ? se anexa el programa que se utilizo. Con los valores propios reales se grafico diagramas de Campbell a diferentes presiones, y con los valores propios imaginarios se graficaron diagramas de índice de inestabilidad. A continuación se presentan modificando la inyección de presión externa 0, 50, 80, 110, 150 psi, y coeficientes de amortiguamiento multiplicados por  $\zeta=0.6$ .

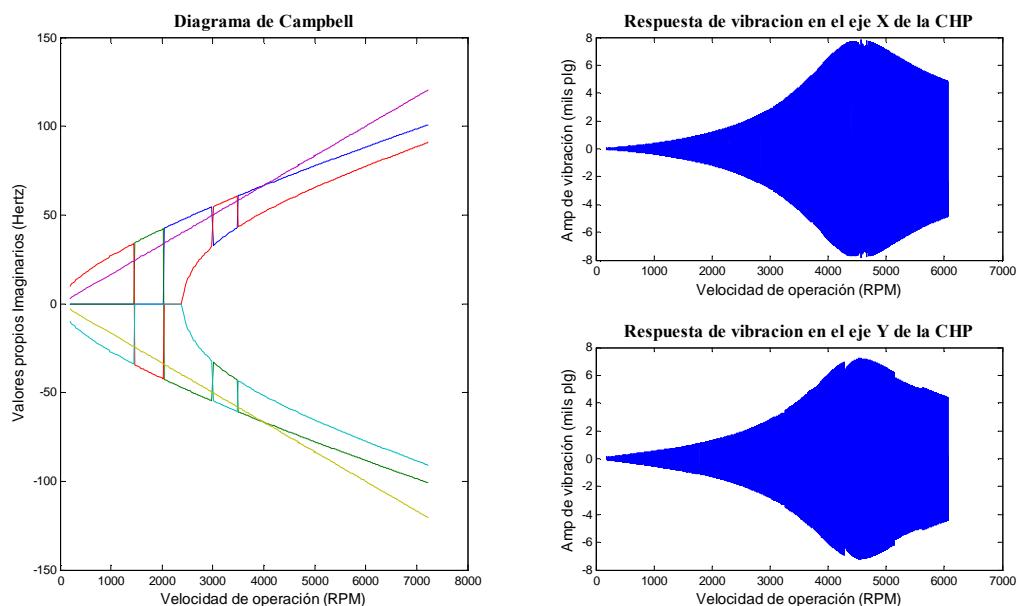


**Figura 4.1. Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 0 psi**

## CAPÍTULO IV

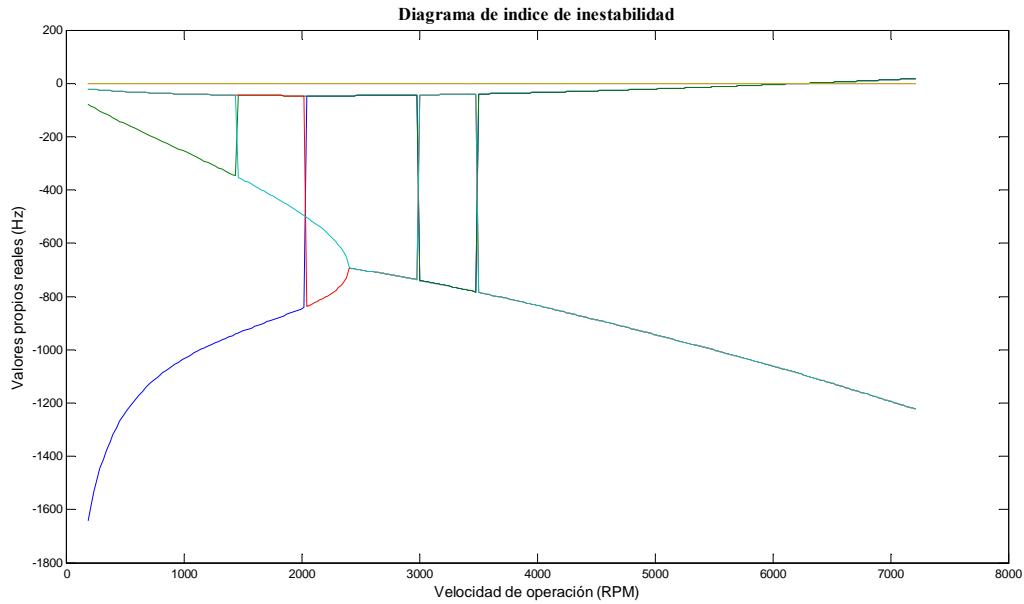


**Figura 4.2 Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 0 psi.**

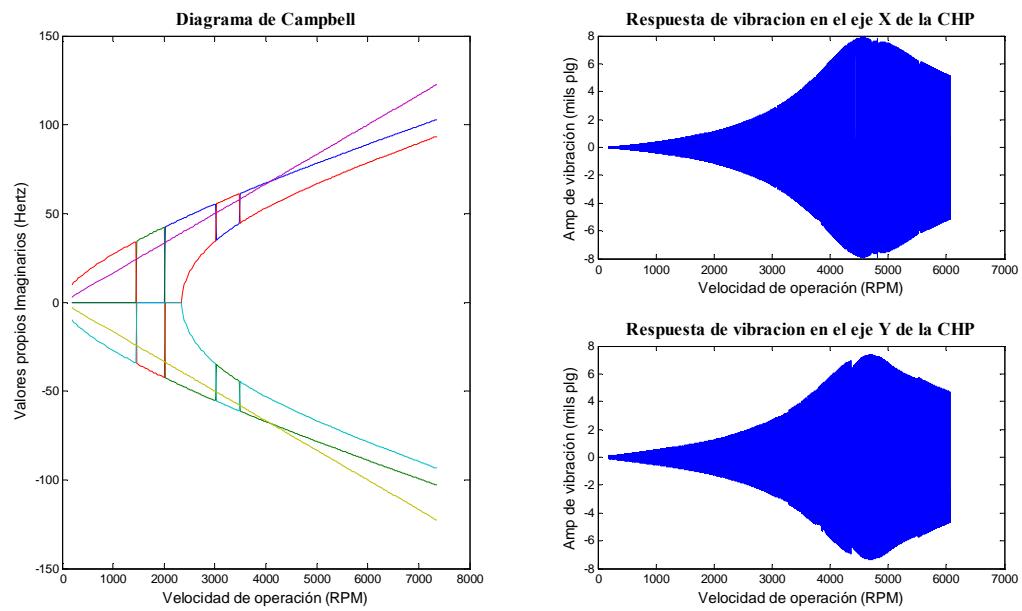


**Figura 4.3. Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 50 psi**

## CAPÍTULO IV

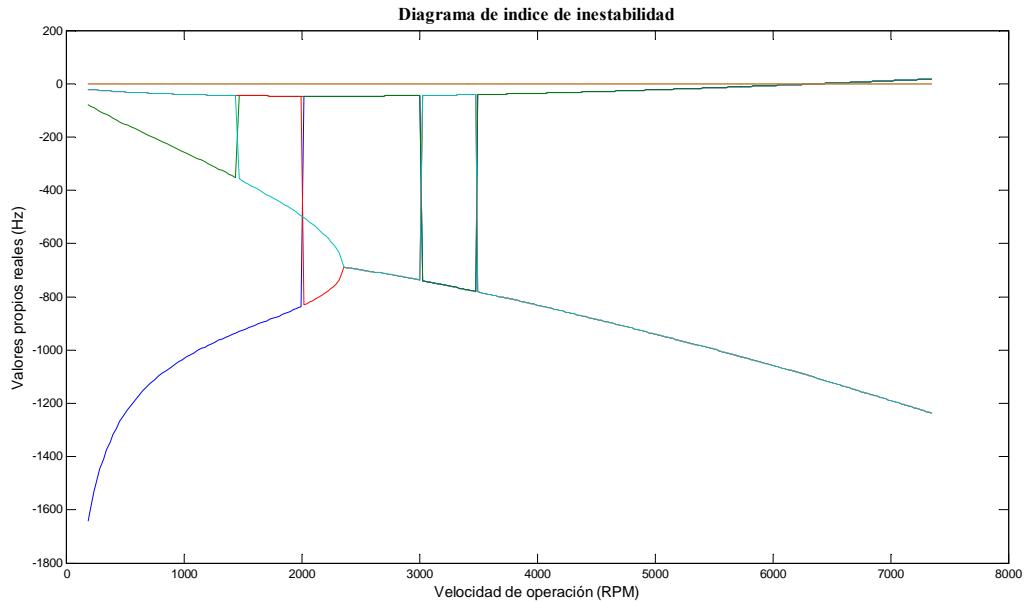


**Figura 4.4 Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 50 psi.**

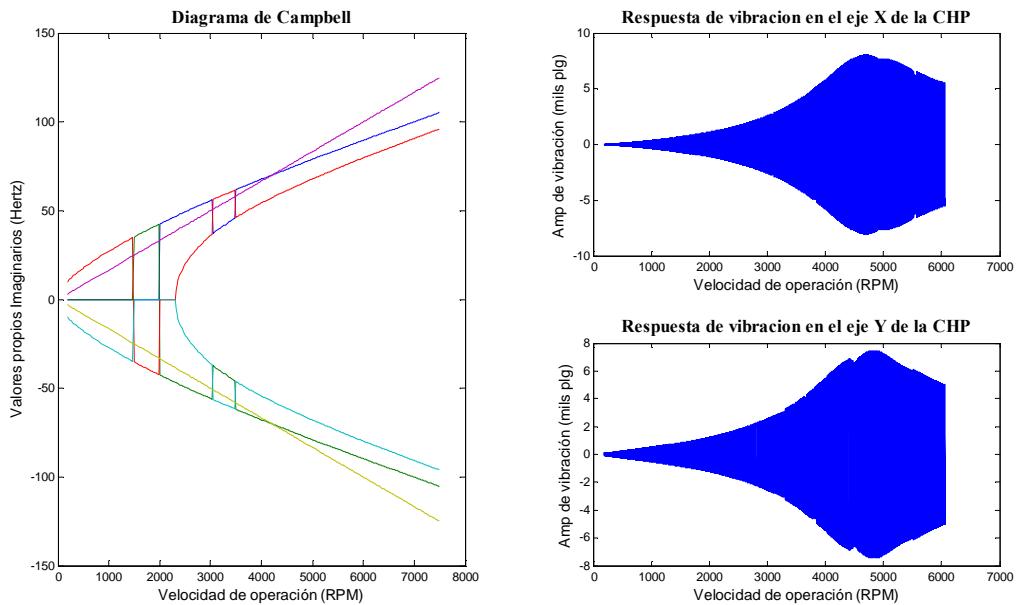


**Figura 4.5. Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 80 psi**

## CAPÍTULO IV

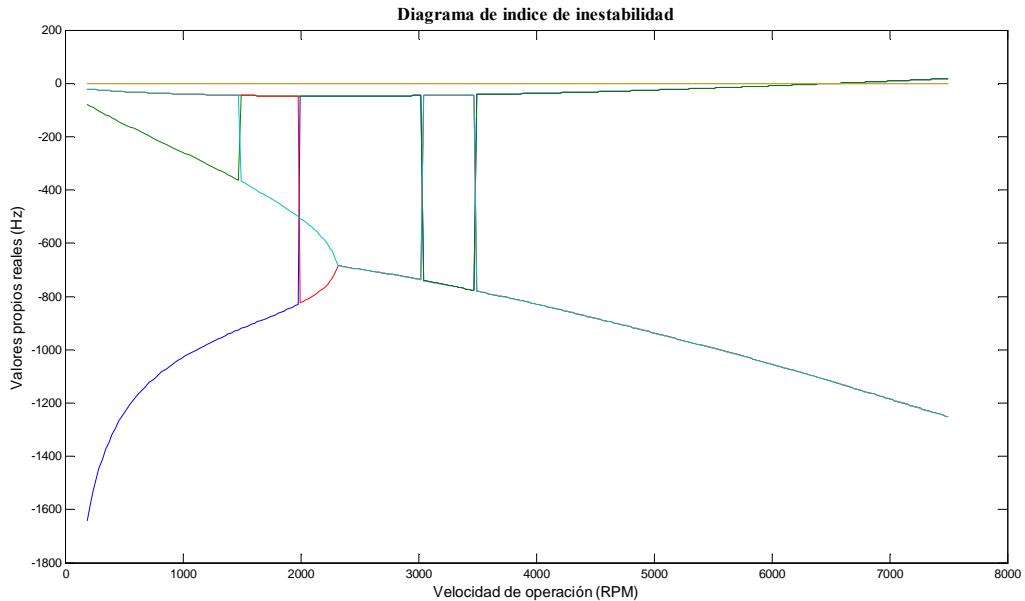


**Figura 4.6 Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 80 psi**

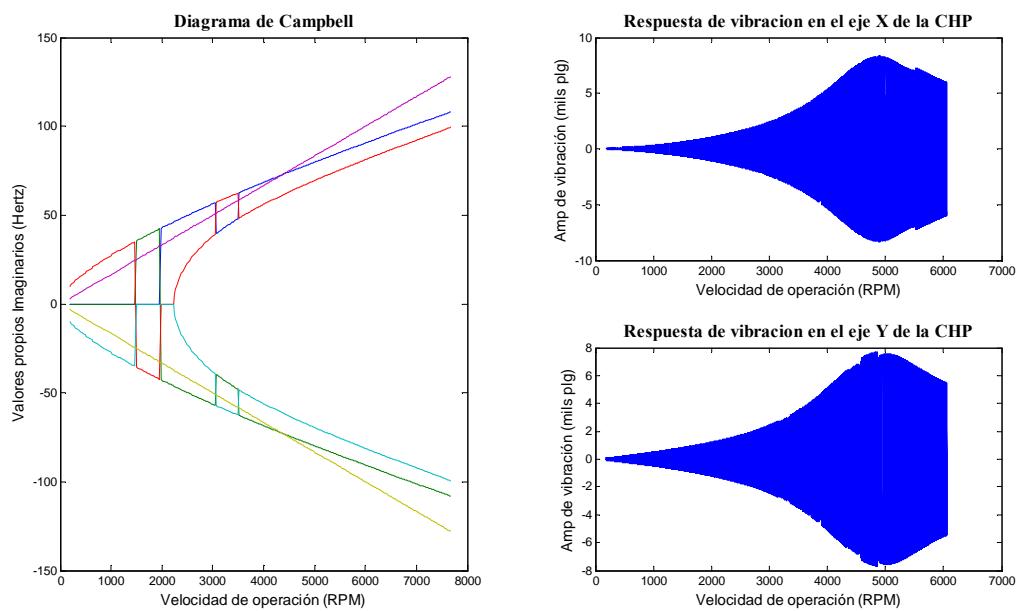


**Figura 4.7. Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 110 psi**

## CAPÍTULO IV



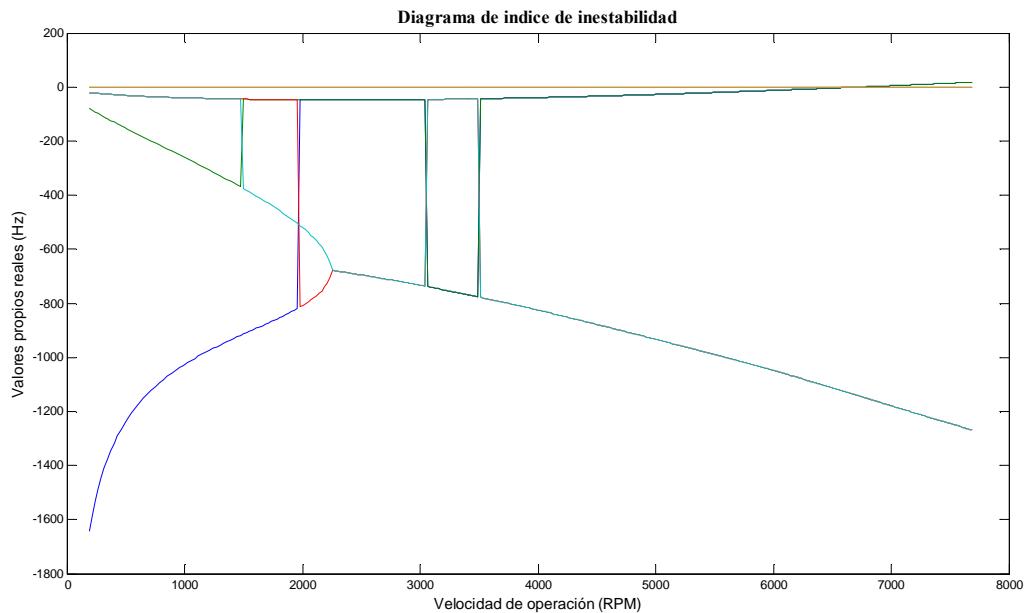
**Figura 4.8 Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 110 psi**



**Figura 4.9. Diagrama de Campbell y respuestas de vibración X y Y, de la CHP. Presión de inyección 150 psi**

## CAPÍTULO IV

---



**Figura 4.10 Diagrama de índice de inestabilidad de la CHP. Presión de inyección 150 psi**

Los diagramas de Campbell se realizaron para determinar la frecuencia natural por medio de los valores propios imaginarios. Por otra parte también se graficaron los valores propios reales para detectar el inicio de la inestabilidad y observar su comportamiento modificando la presión de inyección. A continuación se presentan los datos obtenidos numéricamente.

**TABLA 4.3.**  
COMPARACIÓN DE FRECUENCIAS CRITICAS DIAGRAMA DE CAMPBELL VS. RESPUESTA DE VIBRACIÓN EN EL EJE X

<i>Presión de inyección psi</i>	<i>Frecuencia crítica de la respuesta de vibración</i>	<i>Frecuencia crítica en el diagrama de Campbell</i>
<b>0</b>	4360	3816
<b>50</b>	4560	3992
<b>80</b>	4560	4100
<b>110</b>	4690	4208
<b>150</b>	4890	4350

## CAPÍTULO IV

---

TABLA 4.4.

COMPARACIÓN DE FRECUENCIAS CRITICAS DIAGRAMA DE CAMPBELL VS. RESPUESTA DE VIBRACIÓN EN EL EJE Y

<i>Presión de inyección psi</i>	<i>Frecuencia critica de la respuesta de vibración</i>	<i>Frecuencia critica en el diagrama de Campbell</i>
<b>0</b>	4360	3816
<b>50</b>	4560	3992
<b>80</b>	4705	4100
<b>110</b>	4850	4208
<b>150</b>	4860	4350

La frecuencia critica en ambos resultados son muy aproximados en ambos ejes tienen una aproximación de 500 rpm. Esto quiere decir que por ambos métodos puede ser localizada la frecuencia crítica. En la siguiente tabla se obtiene el inicio de la inestabilidad a diferentes presiones de inyección externa.

TABLA 4.5.

INICIO DE LA INESTABILIDAD A DIFERENTES PRESIONES DE INYECCIÓN.

<i>Presión de inyección psi</i>	<i>Inicio de inestabilidad rpm</i>
<b>0</b>	6061
<b>50</b>	6275
<b>80</b>	6409
<b>110</b>	6548
<b>150</b>	6740

La tabla 4.5 sugiere que al aumentar la presión de inyección externa, la inestabilidad se posterga, por ejemplo en 0 psi la inestabilidad inicia en 6061 rpm y en 150 psi inicia en 6740 rpm, esto quiere decir que la inestabilidad puede ser postergada aumentando la presión de inyección.

## CAPÍTULO IV

---

## CAPÍTULO V

---

### DISEÑO DEL CONTROL ACTIVO PARA EL SISTEMA PROPUUESTO.

#### 5.1. Introducción.

El problema de reducción de amplitudes de vibración en estructuras dinámicas y estáticas surge en varias ramas de la ingeniería, tecnología e industria. Hoy en día los sistemas macatronicos, requieren de una serie de dispositivos tales como de torque, dispositivos rotativos, motores eléctricos, válvulas hidráulicas, servo válvulas, etc. Sin embargo estos dispositivos pueden ser perjudiciales para la dinámica del sistema a controlar (1). Por lo tanto existe una necesidad de sistemas de control de vibración. Que requieren de diversas técnicas para limitar o modificar las características de la respuesta de vibración de los sistemas.

En el presente trabajo se diseñara una ley de control para el sistema propuesto y se analizara la eficiencia de dicho control.

#### 5.2. Descripción del control propuesto.

El control que se propone para el sistema propuesto es por retroalimentación de la norma de la amplitud de vibración, por el cual se modifican los coeficientes rotodinámicos presurizados por la parte central superior. A continuación se mostraran los pasos que se siguieron para poder controlar la presión de inyección externa.

Antes de controlar un sistema debemos saber que variables son las que podemos controlar en el presente estudio se puede controlar la presión de inyección externa. Por esta razón se deberán modificar los coeficientes rotodinámicos con respecto a la presión de inyección.

Los coeficientes rotodinámicos utilizados son los obtenidos por el Dr. Ignacio Ramírez (2). El propone una presión adimensional en un puerto puntual  $\bar{q}_{prt}$ , que es la presión adimensional en los coeficientes rotodinámicos. Y este factor es donde se localiza la variable a controlar. Y sabemos que:

$$\bar{q}_{prt} = \frac{f_{prt}}{S}, \quad (5.1)$$

Donde,  $f_{prt}$  es la fuerza de presión adimensional en un puerto de inyección puntual con respecto al peso, y  $S$  es el número de Sommerfeld.

## CAPÍTULO V

---

$$f_{pr} = \frac{\Delta F_{pres}}{W}. \quad (5.2)$$

Donde,  $\Delta F_{pres}$  es la fuerza total de presurización, y  $W$  es el peso total del sistema.

$$\Delta F_{pres} = \Delta s \cdot \Delta p \quad (5.3)$$

Donde,  $\Delta s$  es el área de la superficie del puerto de inyección que en nuestro caso es suficientemente pequeño en relación al sistema. Y  $\Delta p$  es la presión de inyección. En el estudio del Dr. Ignacio la fuerza total de presurización es considerada constante. En el presente estudio se modifica la presión con respecto a la velocidad de operación. Debido a esto tenemos que:

$$\Delta p = u \quad (5.4)$$

La variable  $u$  es nuestro control que se obtendrá de la siguiente manera:

$$u = Z|\theta|$$

Donde,  $Z$  será un parámetro de ajuste del control y  $|\theta|$  es la norma de amplitud del sistema.

El modelo de espacio de estados se presenta en las ecuaciones 2.36 y 2.37 del capítulo 2, es el sistema no lineal con rampa de velocidad con aceleración constante ya que es el que presenta mayor aproximación al sistema real. A continuación se presentan los coeficientes rotodinámicos de una chumacera corta con presurización puntual en la parte central superior obtenidos en (2).

## CAPÍTULO V

TABLA 5.1.

COEFICIENTES ROTODINÁMICOS COMPLETOS (RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO) DE UNA CHUMACERA CORTA PRESURIZADA CON UN PUERTO PUNTUAL EN LA PARTE CENTRAL SUPERIOR.

$\tilde{K}_{xx} = \frac{4[\pi^2 + (32 + \pi^2)\varepsilon^2 + 2(16 - \pi^2)\varepsilon^4]}{(1 - \varepsilon^2)[\pi^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^2]^{3/2}} + \frac{3(1 - \varepsilon^2)^2 \bar{q}_{prt} [\pi^2 + \varepsilon^2(16 - \pi^2)]^{3/2}}{8\varepsilon\pi [4\varepsilon^2 + \sqrt{\pi^2 + \varepsilon^2(16 - \pi^2)}]^4}$
$\tilde{K}_{xy} = \frac{\pi[\pi^2 + (32 + \pi^2)\varepsilon^2 + 2(16 - \pi^2)\varepsilon^4]}{\varepsilon\sqrt{1 - \varepsilon^2}[\pi^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^2]^{3/2}}$
$\tilde{K}_{yx} = \frac{\pi[-\pi^2 + 2\pi^2\varepsilon^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^4]}{\varepsilon\sqrt{1 - \varepsilon^2}[\pi^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^2]^{3/2}}$
$\tilde{K}_{yy} = \frac{4[2\pi^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^2]}{[\pi^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^2]^{3/2}}$
$\tilde{C}_{xx} = \frac{2\pi[\pi^2 + 2(24 - \pi^2)\varepsilon^2 + \pi^2\varepsilon^4]}{\varepsilon\sqrt{1 - \varepsilon^2}[\pi^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^2]^{3/2}} + \frac{(1 - \varepsilon^2)^{5/2} \bar{q}_{prt} \sqrt{\pi^2 + \varepsilon^2(16 - \pi^2)}}{4\varepsilon^2 [4\varepsilon^2 + \sqrt{\pi^2 + \varepsilon^2(16 - \pi^2)}]^3}$
$\tilde{C}_{xy} = \frac{8[\pi^2 + 2(\pi^2 - 8)\varepsilon^2]}{[\pi^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^2]^{3/2}} + \frac{(1 - \varepsilon^2) \bar{q}_{prt} \sqrt{\pi^2 + \varepsilon^2(16 - \pi^2)}}{\varepsilon\pi [4\varepsilon^2 + \sqrt{\pi^2 + \varepsilon^2(16 - \pi^2)}]^3}$
$\tilde{C}_{yx} = \frac{8[\pi^2 + 2(\pi^2 - 8)\varepsilon^2]}{[\pi^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^2]^{3/2}}$
$\tilde{C}_{yy} = \frac{2\pi(1 - \varepsilon^2)^{1/2} [\pi^2 + 2(\pi^2 - 8)\varepsilon^2]}{\varepsilon [\pi^2 + (16 - \pi^2)\varepsilon^2]^{3/2}}$

Los coeficientes rotodinámicos que están afectados por la presión externa son  $\tilde{K}_{xx}$ ,  $\tilde{C}_{xx}$  y  $\tilde{C}_{xy}$ . Estos coeficientes cambian la dinámica del sistema por lo tanto son de gran interés para la investigación que se lleva a cabo.

## CAPÍTULO V

Los coeficientes de amortiguamientos están multiplicados por  $\zeta=0.6$ , para poder observar el comportamiento de la inestabilidad. A continuación se presenta el modelo en SIMULINK y será descrito posteriormente.

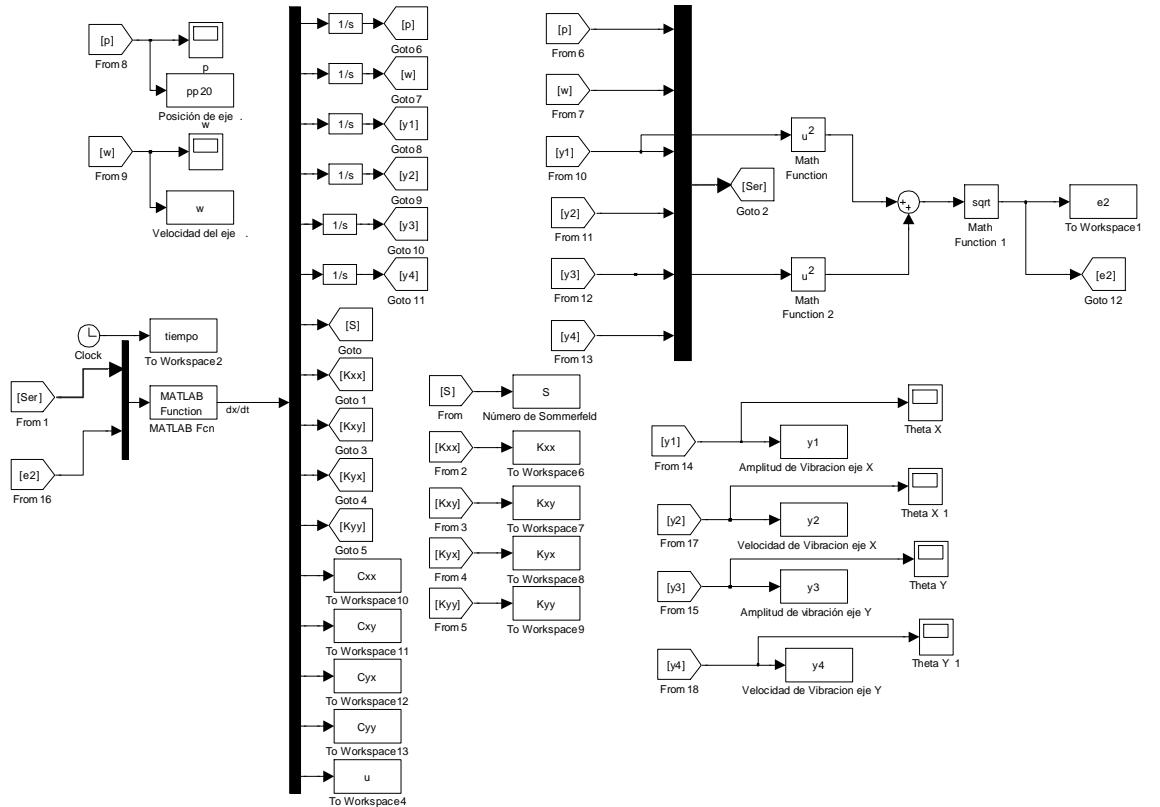


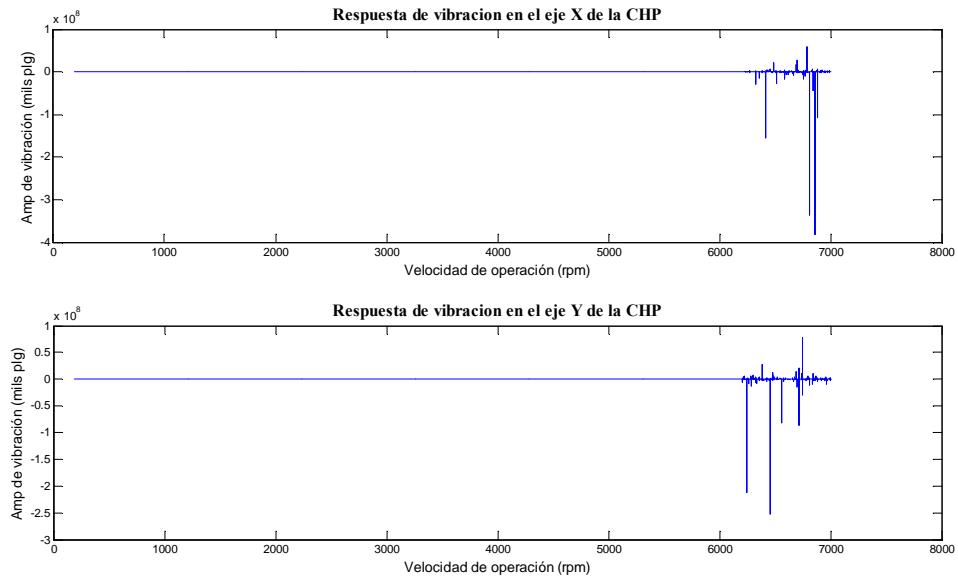
Figura 5.1. Modelo en SIMULINK con control retroalimentado.

En la siguiente sección se mostraran los resultados obtenidos con el control propuesto.

### 5.3. Comparación de los resultados obtenidos y eficiencia del control propuesto.

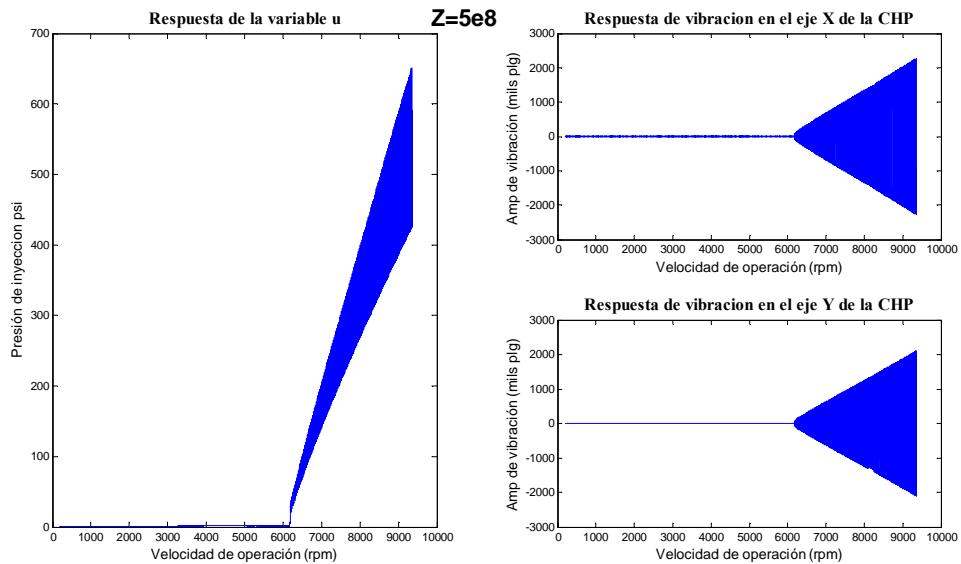
Se graficaran las respuestas de vibración con diferentes parámetros de ajuste, por otro lado también se graficara la variable de control para observar su comportamiento. A continuación se mostrara la respuesta de vibración sin control con una presión de inyección constante de 0 psi, y posteriormente compararla con el control obtenido.

## CAPÍTULO V



**Figura 5.2. Respuesta de vibración con una presión constante de 0 psi.**

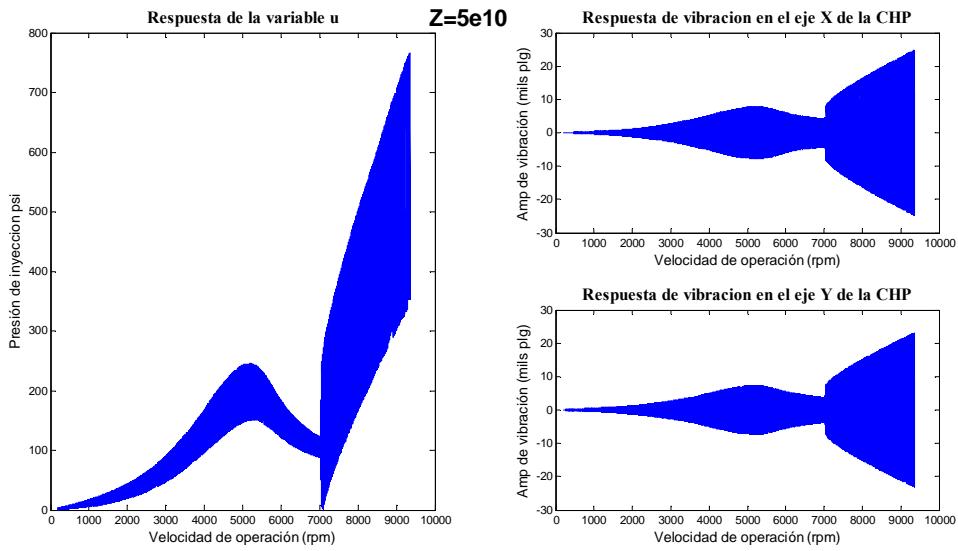
A continuación se presenta la respuesta que se obtuvo variando el parámetro de ajuste y obtuvimos.



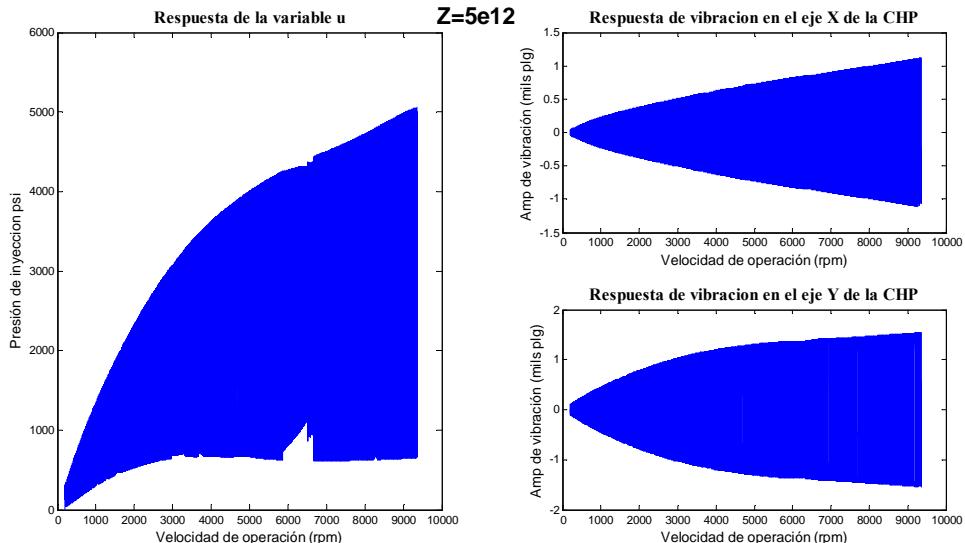
**Figura 5.3. Respuesta de vibración y variable de control u. z=5e8.**

## CAPÍTULO V

---



**Figura 5.4. Respuesta de vibración y variable de control u. z=5e10.**



**Figura 5.5. Respuesta de vibración y variable de control u. z=5e12.**

Como se observa a medida que aumentamos  $Z$  la amplitud se observa que se atenúa la vibración en la frecuencia crítica, por otra parte también se posterga la inestabilidad debida al fluido.

## CAPÍTULO V

---

## CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

---

### CONCLUSIONES

En este trabajo se obtuvieron los modelos matemáticos lineal y no lineal que permiten caracterizar movimientos angulares de un sistema simplificado de maquinaria rotativa. Esta simplificación puede utilizarse para analizar extractores industriales, compresores, turbinas hidroeléctricas, etc.

Debe notarse, que en la literatura de rotodinámica, los movimientos angulares dentro de los soportes flexibles, en este caso una chumacera hidrodinámica, no han sido analizados con la profundidad con la que se han estudiado los movimientos radiales.

Por otro lado, el análisis de los efectos del peso del segundo disco, la longitud del eje y la velocidad de operación permitirá utilizar los modelos presentados en el desarrollo del sistema de control automático para atenuar vibraciones en este tipo de sistemas.

Además, se estableció que la frecuencia natural del péndulo es el parámetro adecuado de adimensionalización para este tipo de modelos. Esto se debe a que los movimientos vibratorios del sistema rotor-chumacera y los del péndulo son cualitativamente similares.

Se observó, como lo señala la bibliografía, que al incluir la presión de inyección se modifican los coeficientes rotodinámicos presurizados, lo que produce diferentes comportamientos del sistema en diferentes presiones de inyección. Esta característica se reprodujo con un aceptable nivel de aproximación en nuestro modelo matemático. La velocidad de operación en este trabajo varía con aceleración constante siendo también una extensión de los trabajos precedentes.

Al modificar la presión de inyección se realizó el análisis del cambio de la amplitud de vibración en la frecuencia crítica, se observó que en la experimentación tiende a atenuar la amplitud en la resonancia, con incremento en la frecuencia critica causado por la rigidez del sistema. Después de la frecuencia critica la amplitud aumenta al incrementar la presión de inyección esto acontece en los dos ejes de desplazamiento X-Y.

La inestabilidad observada en la experimentación inducida por el fluido dentro de la chumacera híbrida, se posterga al incrementar la presión de inyección esto sugiere profundizar más sobre el tema, realizando trabajos que describan el fenómeno.

En las simulaciones las amplitudes de vibración en la resonancia tienen un cambio menor a las obtenidas en la experimentación. Los menores errores de aproximación fueron obtenidos al comparar la frecuencia critica entre los simulados y experimentales de tal modo los resultados obtenidos en este trabajo sugieren la validez del modelo matemático.

## **CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS**

---

Finalmente, es posible concluir que el modelo matemático podrá utilizarse durante el diseño de leyes de control para la atenuación de vibraciones y postergar la inestabilidad inducida por el fluido en la chumacera.

### **TRABAJOS FUTUROS.**

Añadir términos matemáticos que describan efectos rotodinámicos por ejemplo la fisura, el desalineamiento, para determinar los alcances del modelo matemático obtenido.

Realizar experimentos con otros ángulos de inyección de presión y determinar si el modelo es eficiente para caracterizar el nuevo comportamiento.

Aplicar leyes de control más eficientes y obtener resultados experimentales con control.

## APÉNDICES

---

### A. PROGRAMAS REALIZADOS PARA LA INVESTIGACION.

**A.1.** Programas realizados en MATLAB para obtener la respuesta vibratoria con velocidad constante del sistema no lineal adimensional.

```
function dydt = sistema(y1,y2,y3,y4,t)
l=0.24; %longitud de eje(m)
g=9.81; %gravedad (m/s2)
Cr=4.9e-5; %Claro radial (m)
md1=0.80; % Masa disco 1 (kg)
md2=md1; %Masa disco 2 (kg)
md=md1+md2; %Masa total
M1=md1/md; %masa1 adimensional
M2=md2/md; %masa2 adimensional
W=md*9.81; % Peso total del sistema (N)
ex1=30e-6; %Excentricidad de la masad1 en x de desbalance (m)
ey1=30e-6; %Excentricidad de la masad1 en y de desbalance (m)
ex2=30e-6; %Excentricidad de la masad2 en x de desbalance (m)
ey2=30e-6; %Excentricidad de la masad2 en y de desbalance (m)
Ex1=(ex1/Cr); % Excentricidad adimensional de la masad1 en x de
desbalance
Ey1=(ey1/Cr); % Excentricidad adimensional de la masad1 en y de
desbalance
Ex2=(ex2/Cr); % Excentricidad adimensional de la masad2 en x de
desbalance
Ey2=(ey2/Cr); % Excentricidad adimensional de la masad2 en y de
desbalance
omega=(1.9920e+003/60)*2*pi; % Frecuencia de operacion (rad/s)
beta2=g/l; %Frecuencia del rotor rígido al cuadrado
beta=sqrt(beta2);% Frecuencia del rotor rígido
tao=beta*t;
omega2=omega^2/beta2; %%Frecuencia Adimensional al cuadrado
omega=omega/beta; %%Frecuencia Adimensional
Cxx=7.5517; %Alberto Antonio
Cxy=2.1054; %Alberto Antonio
Cyy=1.4997; %Alberto Antonio
Cyx=2.1054; %Alberto Antonio
Kxx=6.4139; %Alberto Antonio
Kxy=4.6592; %Alberto Antonio
Kyx=0.3318; %Alberto Antonio
Kyy=1.9442; %Alberto Antonio
cxx=(W*Cxx)/(Cr*omega); % Coeficiente de amortiguamiento con
dimensiones xx
cxy=(W*Cxy)/(Cr*omega); % Coeficiente de amortiguamiento con
dimensiones xy
cyy=(W*Cyy)/(Cr*omega); % Coeficiente de amortiguamiento con
dimensiones yy
cyx=(W*Cyx)/(Cr*omega); % Coeficiente de amortiguamiento con
dimensiones yx
kxx=(W*Kxx)/(Cr); % Coeficiente de rigidez con dimensiones xx
kxy=(W*Kxy)/(Cr); % Coeficiente de rigidez con dimensiones xy
kyy=(W*Kyy)/(Cr); % Coeficiente de rigidez con dimensiones yy
kyx=(W*Kyx)/(Cr); % Coeficiente de rigidez con dimensiones yx
```

## APÉNDICES

---

```
ccxx=cxx/md*beta;% Coeficiente de amortiguamiento adimensionales Sergio
xx
ccxy=cxy/md*beta;% Coeficiente de amortiguamiento adimensionales Sergio
xy
ccyy=cyy/md*beta;% Coeficiente de amortiguamiento adimensionales Sergio
yy
ccyx=cyx/md*beta;% Coeficiente de amortiguamiento adimensionales Sergio
yx
kkxx=kxx/md*beta2;% Coeficiente de rigidez adimensionales Sergio xx
kkxy=kxy/md*beta2;% Coeficiente de rigidez adimensionales Sergio xy
kkyy=kyy/md*beta2;% Coeficiente de rigidez adimensionales Sergio yy
kkyx=kyx/md*beta2;% Coeficiente de rigidez adimensionales Sergio yx

F1=(0.5*omega2*M1*((Ex1*(Cr/l)*cos(omega*tao))-
(Ey1*(Cr/l)*sin(omega*tao))))+(omega2*M2*((Ex2*(Cr/l)*cos(omega*tao))-
(Ey2*(Cr/l)*sin(omega*tao))));
F2=(0.5*omega2*M1*((Ex1*(Cr/l)*sin(omega*tao))+(Ey1*(Cr/l)*cos(omega*tao))
))+(omega2*M2*((Ex2*(Cr/l)*sin(omega*tao))+(Ey2*(Cr/l)*cos(omega*tao))));
;
dydt=[y2;
      F1-
9/16*(ccxx*y2*(1+(tan(y1)*tan(y1)))+ccxy*y4*(1+(tan(y3)*tan(y3)))+kkxx*tan(y1)+kkyx*tan(y3));
      y4;
      F2-
9/16*(ccyx*y2*(1+(tan(y1)*tan(y1)))+ccyy*y4*(1+(tan(y3)*tan(y3)))+kkyx*tan(y1)+kkyy*tan(y3))];

% Para graficar orbitas y respuesta vibratoria%%%%%
```

```
Xn2=180/pi*ThetaX2.signals.values;
Yn2=180/pi*ThetaY2.signals.values;
Cn2=180/pi*Theta2.signals.values;
figure (1);
plot(tempo.signals.values,Xn2)
figure (2);
plot(tempo.signals.values,Yn2)
figure (3);
plot(tempo.signals.values,Cn2)
figure (4);
plot(Yn2,Xn2)
```

**A.2.** Programas realizados en MATLAB para obtener la respuesta vibratoria con velocidad constante del sistema no lineal con dimensiones.

```
function dydt = sistema(y1,y2,y3,y4,t)
s=[165.8970 33.0020 16.2278 10.5199 7.5848 5.7612 4.5003 3.5682 2.8440
2.2642 1.7925 1.4032 1.0782 0.8088 0.5878 0.4076 0.2635 0.1530 0.0737
0.0229 0.0022];
x=[165.8970 33.0020 16.2278 10.5199 7.5848 5.7612 4.5003 3.5682 2.8440
2.2642 1.7925 1.4032 1.0782 0.8088 0.5878 0.4076 0.2635 0.1530 0.0737
0.0229 0.0022];
Cxx=[200.0633 40.2367 20.4806 14.0400 10.9560 9.2170 8.1117 7.3860 7.0176
6.7154 6.4713 6.5846 6.6663 6.7043 6.7731 7.5517 8.3220 9.3974 11.4058
13.1465 22.2785];
```

## APÉNDICES

---

```
Cxy=[2.5490 2.5275 2.5439 2.4428 2.4760 2.4897 2.3869 2.2992 2.4101  
2.3050 2.1229 2.2796 2.2361 2.0604 1.8598 2.1054 2.1313 2.1118 2.1774  
1.4940 1.0014];  
Cyy=[198.0188 40.3597 20.1167 12.8013 9.6747 7.6777 6.0401 4.9104 4.4050  
3.6459 2.9362 2.7704 2.3846 1.9283 1.5254 1.4997 1.2952 1.0670 0.8727  
0.4184 0.1368];  
Kxx=[1.2142 1.2359 1.2633 1.3739 1.4433 1.5492 1.7432 1.9632 2.1241  
2.4398 2.8522 3.1722 3.6942 4.4229 5.3703 6.4139 8.1209 10.9065 16.1368  
31.8366 138.9052];  
Kxy=[100.888 20.3482 10.4453 7.2568 5.7605 4.9407 4.4401 4.1308 3.9983  
3.9007 3.8340 3.9403 4.0360 4.1168 4.2210 4.6592 5.1160 5.7450 6.8528  
8.2718 13.0132];  
Kyx=[-98.9937 -20.1103 -9.9220 -6.1971 -4.5649 -3.5005 -2.6172 -1.9866 -  
1.6677 -1.2241 -0.8039 -0.6501 -0.3851 -0.0782 0.2136 0.3318 0.5669  
0.8655 1.2480 2.3342 6.4687];  
Kyy=[2.5308 2.5180 2.5202 2.4589 2.4598 2.4494 2.3775 2.3076 2.3349  
2.2557 2.1351 2.1743 2.1217 2.0045 1.8729 1.9442 1.9200 1.8738 1.8566  
1.5619 1.1924];  
Y1=interp1(s,Cxx,x, 'spline');  
Y2=interp1(s,Cxy,x, 'spline');  
Y3=interp1(s,Cyy,x, 'spline');  
Y4=interp1(s,Kxx,x, 'spline');  
Y5=interp1(s,Kxy,x, 'spline');  
Y6=interp1(s,Kyx,x, 'spline');  
Y7=interp1(s,Kyy,x, 'spline');  
l=0.169; %longitud de eje(m)  
g=9.81; %gravedad (m/s2)  
miu=0.0124; %%viscosidad [Pa*s];  
N=40; % Frecuencia de operación [Hz]0 [ciclos por segundo]  
L=0.00635; %Longitud de chumacera [m]  
D=0.0254; %Diámetro de la chumacera [m]  
Rc=0.01270; %%Radio de la chumacera [m]  
Cr=7.895e-5; %Claro radial [m]  
R= 0.0376; %Radio del disco  
md1=0.80; % Masa disco 1 (kg)  
md2=md1; %Masa disco 2 (kg)  
md=md1+md2; %Masa total  
W=md*9.81; % Peso total del sistema (N)  
Io=(1/4*md1*R^2+md1*(1/2)^2)+(1/4*md2*R^2+md2*(1/2)^2);  
ex1=5e-6; %Excentricidad de la masad1 en x de desbalance (m)  
ey1=5e-6; %Excentricidad de la masad1 en y de desbalance (m)  
ex2=20e-6; %Excentricidad de la masad2 en x de desbalance (m)  
ey2=20e-6; %Excentricidad de la masad2 en y de desbalance (m)  
omega=(N)*2*pi; % Frecuencia de operación (rad/s)  
S=((miu*N*L*D)/W)*(Rc/Cr)^2;  
cxx=interp1(x,Y1,S);  
cxy=interp1(x,Y2,S);  
cyy=interp1(x,Y3,S);  
cyx=interp1(x,Y2,S);  
kxx=interp1(x,Y4,S);  
kxy=interp1(x,Y5,S);  
kyx=interp1(x,Y6,S);  
kyy=interp1(x,Y7,S);  
Ccxy=((miu*N*L*D)/(Cr*omega))*(Rc/Cr)^2*cxy); % Coeficiente de  
amortiguamiento con dimensiones xy  
Ccyy=((miu*N*L*D)/(Cr*omega))*(Rc/Cr)^2*cyy); % Coeficiente de  
amortiguamiento con dimensiones yy
```

---

## APÉNDICES

---

```
Ccyx=((miu*N*L*D)/(Cr*omega))*(Rc/Cr)^2*cyx); % Coeficiente de  
amortiguamiento con dimensiones yx  
Kkxx=((miu*N*L*D)/Cr)*(Rc/Cr)^2*kxx; % Coeficiente de rigidez  
con dimensiones xx  
Kkxy=((miu*N*L*D)/Cr)*(Rc/Cr)^2*kxy; % Coeficiente de rigidez con  
dimensiones xy  
Kkyy=((miu*N*L*D)/Cr)*(Rc/Cr)^2*kyy; % Coeficiente de rigidez con  
dimensiones yy  
Kkyx=((miu*N*L*D)/Cr)*(Rc/Cr)^2*kyx; % Coeficiente de rigidez con  
dimensiones yx  
  
F1=(l/2*md1*omega^2*(ex1*cos(omega*t)-  
ey1*sin(omega*t)))+(l*md2*omega^2*(ex2*cos(omega*t)-ey2*sin(omega*t)));  
F2=(l/2*md1*omega^2*(ex1*sin(omega*t)+ey1*cos(omega*t)))+(l*md2*omega^2*  
(ex2*sin(omega*t)+ey2*cos(omega*t)));  
dydt=[y2;  
      (F1-  
((9*l^2)/(16*Io))*(Ccxx*y2*(1+(tan(y1)*tan(y1)))+Ccxy*y4*(1+(tan(y3)*tan(  
y3)))+Kkxx*tan(y1)+Kkxy*tan(y3)))/Io;  
      y4;  
      (F2-  
((9*l^2)/(16*Io))*(Ccyy*y4*(1+(tan(y1)*tan(y1)))+Ccyy*y4*(1+(tan(y3)*tan(  
y3)))+Kkyx*tan(y1)+Kkyy*tan(y3)))/Io];  
  
% Para graficar orbitas y respuesta vibratoria%%%%%  
  
l=0.16  
Z=(ThetaX.signals.values)*180/pi;  
V=(ThetaY.signals.values)*180/pi;  
Norm=(Theta.signals.values)*180/pi;  
XNL=0.75*l*tan(Z);  
YNL=0.75*l*tan(V);  
FNL=0.75*l*tan(Norm);  
figure(1);  
plot(tiempo.signals.values,XNL)  
xlabel('Tiempo (s)')  
ylabel('Amplitud de vibración en X (m)')  
title('Respuesta de vibración de X Vs Tiempo')  
figure(2);  
plot(tiempo.signals.values,YNL)  
xlabel('Tiempo (s)')  
ylabel('Amplitud de vibración en Y (m)')  
title('Respuesta de vibración de Y Vs Tiempo')  
figure(3);  
plot(YNL,XNL)  
xlabel('Amplitud de vibración en Y (m)')  
ylabel('Amplitud de vibración en X (m)')  
title('Orbita de vibración')  
figure(4);  
plot(tiempo.signals.values,FNL)  
xlabel('Tiempo (s)')  
ylabel('Norma de la amplitud de vibración(m)')  
title('NORMA DE AMPLITUD')  
figure(5)  
plot(N,FNL)  
xlabel('Frecuencia de operacion')
```

## APÉNDICES

---

```
ylabel('Norma de Amplitud de vibración (m)')
```

**A.3.** Programa del sistema lineal con coeficientes presurizados por la parte central superior, con velocidad variable y aceleración constante.

```
function dydt = sistemaDim2(p,w,y1,y2,y3,y4,e2)
global Y1 x eal s l g miu dw L D Rc Cr R mdl md2 W Io ex1 ey1 ex2 ey2 sup
iny frt
dp=w; %derivada de la posision (velocidad de operacion)
omega=w;
N=w/(2*pi); % Frecuencia de operación [Hz]0 [ciclos por segundo]
S=(((miu*N*L*D)/W)*(Rc/Cr)^2));
ea=interp1(Y1,x,S);
sup=pi*(0.004/2)^2;%%% superficie de inyección
iny=110*(6894.757); %% presión de inyección
frt=(sup*iny)/W;%%% fuerza de presión adimensional
qrt=frt/S; %% intensidad de presion externa

Kxx1=(4*(pi^2+(32+pi^2)*ea^2+2*(16-pi^2)*ea^4))/((1-ea^2)*sqrt((pi^2+(16-
pi^2)*ea^2)^3));
Kxx2=(3*(1-ea^2)^2*qrt*sqrt((pi^2+ea^2*(16-
pi^2))^3))/(8*ea*pi*(4*ea^2+sqrt(pi^2+ea^2*(16-pi^2)))*4);
Kxx=Kxx1+Kxx2;
Kxy=(pi*(pi^2+(32+pi^2)*ea^2+2*(16-pi^2)*ea^4))/(ea*sqrt(1-
ea^2)*sqrt((pi^2+(16-pi^2)*ea^2)^3));
Kyx=(pi*(-pi^2+2*pi^2*ea^2+(16-pi^2)*ea^4))/(ea*sqrt(1-
ea^2)*sqrt((pi^2+(16-pi^2)*ea^2)^3));
Kyy=(4*(2*pi^2+(16-pi^2)*ea^2))/(sqrt((pi^2+(16-pi^2)*ea^2)^3));
Cxx1=(2*pi*(pi^2+2*(24-pi^2)*ea^2+pi^2*ea^4))/(ea*sqrt(1-
ea^2)*sqrt((pi^2+(16-pi^2)*ea^2)^3));
Cxx2=(sqrt((1-ea^2)^5)*qrt*sqrt(pi^2+ea^2*(16-
pi^2))/(4*ea^2*(4*ea^2+sqrt(pi^2+ea^2*(16-pi^2))))^3);
Cxx=(Cxx1-Cxx2)*0.6;
Cxy1=(8*(pi^2+2*(pi^2-8)*ea^2))/(sqrt((pi^2+(16-pi^2)*ea^2)^3));
Cxy2=((1-ea^2)*qrt*sqrt(pi^2+ea^2*(16-
pi^2))/(ea*pi*(4*ea^2+sqrt(pi^2+ea^2*(16-pi^2))))^3);
Cxy=(Cxy1+Cxy2)*0.6;
Cyx=((8*(pi^2+2*(pi^2-8)*ea^2))/sqrt((pi^2+(16-pi^2)*ea^2)^3))*0.6;
Cyy=((2*pi*sqrt(1-ea^2)*(pi^2+2*(pi^2-8)*ea^2))/(ea*sqrt((pi^2+(16-
pi^2)*ea^2)^3)))*0.6;

c1=(miu*N*L*D)*(Rc/Cr)^2; %%((miu*N*L*D))*(Rc/Cr) Numero para obtener el
valor con dimensiones
c2=(Cr*omega);%%
Kkxx=(c1*Kxx)/Cr; % Coeficiente de rigidez con dimensiones xx
Kkxy=(c1*Kxy)/Cr; % Coeficiente de rigidez con dimensiones xy
Kkyy=(c1*Kyy)/Cr; % Coeficiente de rigidez con dimensiones yy
Kkyx=(c1*Kyx)/Cr; % Coeficiente de rigidez con dimensiones yx
Ccyy=((c1*Cyy))/(c2); % Coeficiente de amortiguamiento con dimensiones
xx
Ccyx=((c1*Cyx))/(c2); % Coeficiente de amortiguamiento con
dimensiones xy
Ccxx=((c1*Cxx))/(c2); % Coeficiente de amortiguamiento con
dimensiones yy
```

## APÉNDICES

---

```
Ccxy=((c1*Cxy))/(c2); % Coeficiente de amortiguamiento con
dimensions yx

c3=cos(p);
c4=sin(p);
c5=((1/2)*md1)/Io;
c6=(l*md2)/Io;
F1=c5*((dp^2*ex1*c3)-(dw*ey1*c4))+c6*((dp^2*ex2*c3)-(dw*ey2*c4));
F2=c5*((dp^2*ex1*c4)+(dw*ey1*c3))+c6*((dp^2*ex2*c4)+(dw*ey2*c3));
% F1=c5*((dp^2*ex1*c3)+(dw*ey1*c4))+c6*((dp^2*ex2*c3)+(dw*ey2*c4));
% F2=c5*((dp^2*ex1*c4)-(dw*ey1*c3))+c6*((dp^2*ex2*c4)-(dw*ey2*c3));

c7=((9*l^2)/(16*Io));
dydt=[dp;
dw;
y2;
F1-((c7)*(Ccxx*y2+(Ccxy*y4)+(Kkxx*y1)+Kkxy*y3));
y4;
F2-((c7)*(Ccyy*y2+(Ccxy*y4)+(Kkyx*y1)+Kkyy*y3));
S;
Kxx;
Kxy;
Kyx;
Kyy;
Cxx;
Cxy;
Cyx;
Cyy;
];
;

% Para graficar orbitas y respuesta vibratoria%%%%

N=(w.signals.values/(2*pi))*60;
l=0.16
Z=(ThetaX.signals.values)*180/pi;
V=(ThetaY.signals.values)*180/pi;
%Norm=(Theta.signals.values)*180/pi;
XNL=(0.75*l*tan(Z))/25.4e-6;
YNL=(0.75*l*tan(V))/25.4e-6;
%FNL=(0.75*l*tan(Norm))/25.4e-6;
figure(1);
plot(tiempo.signals.values,XNL)
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Amplitud de vibración en X (milesimas de plg)')
title('Respuesta de vibración de X Vs Tiempo')
figure(2);
plot(tiempo.signals.values,YNL)
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Amplitud de vibración en Y (milesimas de plg)')
title('Respuesta de vibración de Y Vs Tiempo')
figure(3);
plot(YNL,XNL)
xlabel('Amplitud de vibración en Y (milesimas de plg)')
ylabel('Amplitud de vibración en X (milesimas de plg)')
title('Orbita de vibración')
X_tiempo=tiempo.signals.values;
```

## APÉNDICES

---

```
X_tiempo(:,2)=XNL;  
Y_tiempo=tiempo.signals.values;  
Y_tiempo(:,2)=YNL;  
w_tiempo=tiempo.signals.values;  
w_tiempo(:,2)=w.signals.values;
```

## APÉNDICES

---

### B. ARTÍCULOS GENERADOS DE LA PRESENTE INVESTIGACIÓN.

1. Gómez-Mancilla, J. C., Meda-Campaña, J. A., Torres-Cedillo, S. G., & Nossov, V. R. (2009). *Model Derivation and Numerical Simulation for a Pivoted Rigid Rotor-Bearing Systems*. Applied Mechanics and Materials Vol. 15 pp 89-94. Online avaible at [www.sientific.net](http://www.sientific.net).
2. Torres-Cedillo, S. G., Meda-Campaña, J. A., Gómez-Mancilla, J. C., & Nossov., V. R. (2008). *Obtención y Simulación de un Modelo Rotor-Chumacera con Eje Rígido con Pivote*. México D.F.: 5º Congreso Internacional de ingeniería Electromecánica y de Sistemas. Sección de estudios de Posgrado e Investigación .
3. Torres-Cedillo, S. G.-C.-M. (2009). *Validación Numérica y Experimental del Modelo Rotor-Chumacera*. Mexico D.F.: 11º Congreso Nacional de Ingenieria Electromecanica y Sistemas. Sección de estudios de Posgrado e Investigación.