Induktion

Schwere Aufgaben:

1.)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die Aussage

$$\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = (n+1)! - 1, \quad n \in \mathbb{N}.$$

2.)

Beweisen Sie mit vollständiger die Aussage:

$n^3 - 6n^2 + 14n$ ist durch 3 teilbar für alle $n \in N$.

3.)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die Aussage

$$\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{k+1}{k} - \frac{k+2}{k+1} \right) = \frac{n}{n+1},$$

4.)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die Aussage, $n^3 + 2n$ ist durch 3 teilbar für alle n ≥ 0.

5.)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die Aussage:

$1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \sum_{k=1}^{n} (3k - 2) = \frac{n(3n-1)}{2}$ für alle n ≥ 1.

Summenzeichen

1.)

Berechnen Sie:

$$\sum_{n=1}^{4} \frac{6^{-n-1}}{7^{1-n}}$$ (mit der geometrischen Summenformel)

2.)

Berechnen Sie:

$$\sum_{k=5}^{50} \left(\frac{k}{2} + \frac{3}{4}\right)$$ (mit der Gaußschen Summenformel)