

2. Übungsblatt

Termumformungen
Exponential-, Logarithmus-, Potenz- und Wurzelterme

Aufgabe 1

Erweitern Sie jeweils den Bruch derart, dass im Nenner keine Wurzeln und im gesamten Bruch keine Klammern mehr stehen:

a) $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ b) $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$

Aufgabe 2

Vereinfachen Sie möglichst weitgehend und schreiben Sie das Endergebnis ohne Bruchstrich:

a) $\left[\frac{a^2(bc)^4}{(ab)^4c^3}\right] \cdot \left[\frac{a^5b^0c^2}{a^7c^6}\right]^3$ b) $\frac{(3u^4v^{-1})^2}{(9u^{-2}v^{-3})^{-1}} \div \frac{(2u^{-6}v^3)^{-3}}{(2u^5v^{-2})^4}$
c) $(3a - 7b)^{2n+1} \cdot (7b - 3a)^{2n+1}$ d) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{-y^{2m+4}}{x^{n-2}}\right)^4 \div \left[\left(\frac{y^{m-8}}{x^{n+2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4x^{-2n+1}}{3y^{-3m}}\right)^{-3}\right]$
e) $\left[(-1)^{2n+1} - (-1)^{2n}\right]^5 \quad n \in \mathbb{N}$ f) $\left[(\sqrt[4]{a})^{\sqrt{2}}\right]^{\sqrt{2}}$
g) $\left(\frac{4x^{-3}y^2}{z^5}\right)^{-\frac{2}{3}} \div \left(\frac{16y^{-2}}{x^{-6}z^4}\right)^{\frac{1}{6}}$ h) $\frac{\left(a \div \left(\sqrt[7]{\sqrt{a}}\right)^{11}\right)^3}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[7]{a^5}}$

Aufgabe 3

Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

a) $\log_2 \frac{8}{7} - \log_2 \sqrt{3} + \log_2 \frac{9}{5} - \log_2 \frac{\sqrt{27}}{35}$
b) $\log_2 \frac{a}{4} + 3 \log_2 \sqrt{8} - \log_4 a^2 + \log_a \sqrt{a}$
c) $2 \log_a \frac{x}{2} - 3 \log_a 0,25y + \log_a (x\sqrt{x}) - \log_a \frac{1}{y^3} - \log_a \sqrt{4x}$

Aufgabe 4

Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmus zusammen:

a) $2 \log_a u - 3 \log_a \sqrt{u} + \frac{1}{3} \log_a u^2$ b) $\frac{1}{2} (1 + \log_a b - \log_a c^3)$ $a, b, c \in \mathbb{R}^+, a \neq 1$

Aufgabe 5

Vereinfachen Sie folgende Terme:

a) $e^{-3 \ln u}$ b) $e^{u+2 \ln v}$
c) $\ln (3e^{-kt+2})$

Aufgabe 6

Formen Sie um:

a) $(e^x + e^{-x})^2$ b) $(e^x - e^{-x} + 5) \cdot e^x$

c) $\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$ d) $e^{-x}e^{-x+2}e^{2x-3}$

e) $e^{\ln(2k)} - 2ke^{\ln 2}$ f) $\ln(2e^2) + \ln\left(\frac{e}{2}\right)$

g) $\frac{2}{3}e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)}$

Aufgabe 1 Lösung

$$\text{a) } \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b} \quad \text{b) } \frac{\sqrt[6]{(x-1)^5}}{x-1} = \frac{\sqrt[6]{x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1}}{x-1} = (x-1)^{-\frac{1}{6}}$$

Aufgabe 2 Lösung

$$\begin{array}{ll} \text{a) } a^{-8}c^{-11} & \text{b) } 2^7 3^4 u^8 v^{-4} \\ \text{c) } -(3a-7b)^{4n+2} & \text{d) } -y^{19m}x^{-12n+7} \\ \text{e) } -32 & \text{f) } \sqrt{a} \\ \text{g) } \frac{xz^4}{4}y^{-1} & \text{h) } a^{-\frac{4}{7}} \end{array}$$

Aufgabe 3 Lösung

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3 & \text{b) } 3 \\ \text{c) } 3 \log_a 2x \end{array}$$

Aufgabe 4 Lösung

$$\text{a) } \log_a u^{\frac{7}{6}} \quad \text{b) } \log_a \sqrt{\frac{ab}{c^3}}$$

Aufgabe 5 Lösung

$$\begin{array}{ll} \text{a) } u^{-3} & \text{b) } e^u v^2 \\ \text{c) } \ln 3 - kt + 2 \end{array}$$

Aufgabe 6 Lösung

$$\begin{array}{ll} \text{a) } e^{2x} + 2 + e^{-2x} & \text{b) } e^{2x} - 1 + 5e^x \\ \text{c) } e^{4x-1} & \text{d) } e^{-1} \\ \text{e) } -2k & \text{f) } 3 \\ \text{g) } \frac{8}{9k} \end{array}$$