

6. Übungsblatt

Trigonometrische Funktionen

Aufgabe 1

Füllen Sie die Tabelle aus:

α in $^\circ$		45		90	120	
x in rad	$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{3}$			$\frac{3\pi}{2}$
$\cos(x)$						
$\tan(x)$						

Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden trigonometrischen Gleichungen (geben Sie alle Lösungen an):

a) $\cos(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\sin(x) = \frac{1}{2}$

c) $\tan(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

d) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

e) $2\cos^2(x) - \sin(x) = 1$ f) $\cos(x) - 2\sin(x)\cos(x) = 0$

Aufgabe 3

Berechnen Sie $\cos(\beta)$, ohne β zu bestimmen:

a) $\sin(\beta) = \frac{12}{13}; \quad \beta \in [0^\circ; 180^\circ]$ b) $\sin(\beta) = -\frac{1}{2}; \quad \beta \in [270^\circ; 360^\circ]$

c) $\sin(\beta) = \frac{1}{2}\sqrt{2}; \quad \beta \in [90^\circ; 270^\circ]$ d) $\sin(\beta) = -0,6; \quad \beta \in [0^\circ; 360^\circ]$

Aufgabe 4

Vereinfachen Sie:

a) $\cos(\pi - x)$ b) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ c) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die Lösungsmenge für $x \in [0; 2\pi)$ bzw. $\alpha \in [0^\circ; 360^\circ)$:

a) $5 \sin^2(\alpha) + 3 \cos(\alpha) = -3$ b) $\cos^2(x) \cdot \cos(2x) + \frac{1}{4} \cos(2x) = 0$
c) $2 \sin^2(x) - 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1 = 0$ d) $\frac{1}{\tan^2(x)} - 4 \cos^2(x) = -1$

Aufgabe 6

Berechnen Sie die folgenden Zahlen und lösen Sie die komplexen Gleichungen:

$z_1 = 2 + 2j, z_2 = 2 - 2j, z_3 = 3j$

a) $z_1^4 \cdot z_2^5$ b) $|z_3 - z_2|^2$ c) $z^2 - 2z + 5 = 0$

d) $6z^6 + 4z^3 + 1 = 0$ e) $\sqrt{z_1 \cdot \bar{z}_2}$ f) $\sqrt[4]{\frac{z_3}{z_2}}$

g) $\arg(z_2)$

Aufgabe 1 Lösung

α in $^\circ$	30	45	60	90	120	270
x in rad	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$
$\cos(x)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0
$\tan(x)$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	nicht definiert	$-\sqrt{3}$	nicht definiert

Aufgabe 2 Lösung

$$\begin{aligned}
 \text{a) } x &= 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}; \quad n \in \mathbb{Z} & \text{b) } x &= \begin{cases} \pi/6 + 2n\pi \\ 5\pi/6 + 2n\pi \end{cases}; \quad n \in \mathbb{Z} \\
 \text{c) } x &= n\pi + \frac{\pi}{6}; \quad n \in \mathbb{Z} & \text{d) } x &= \begin{cases} \pi/24 + n\pi \\ -5\pi/24 + n\pi \end{cases}; \quad n \in \mathbb{Z} \\
 \text{e) } x &= \frac{3\pi}{2} + 2n\pi; \quad n \in \mathbb{Z} \text{ und siehe b) } & \text{f) } x &= \frac{\pi}{2} + n\pi; \quad n \in \mathbb{Z} \text{ und siehe b) }
 \end{aligned}$$

Aufgabe 3 Lösung

$$\text{a) } \cos(\beta) = \frac{5}{13} \quad \text{b) } \cos(\beta) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad \text{c) } \cos(\beta) = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \quad \text{d) } \cos(\beta) = \pm \frac{4}{5}$$

Aufgabe 4 Lösung

$$\text{a) } -\cos(x) \quad \text{b) } \cos(x) \quad \text{c) } \sin(x)$$

Aufgabe 5 Lösung

$$\begin{aligned}
 \text{a) } 180^\circ & & \text{b) } \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \\
 \text{c) } \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6} & & \text{d) } \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 6 Lösung

$$\begin{aligned}
 \text{a) } 8192\sqrt{2}e^{\frac{7}{4}\pi \cdot j} & \quad \text{b) } 29 & \text{c) } 1 + 2j & \quad 1 - 2j \\
 \text{d) } 0,49 + 0,55j & \quad -0,73 + 0,15j & 0,23 - 0,70j & \quad 0,49 - 0,55j \\
 0,23 + 0,70j & \quad -0,73 - 0,15j & \text{e) } 2 + 2j & \quad 2 - 2j \\
 \text{f) } 0,84 + 0,56j & \quad -0,56 + 0,84j & -0,84 - 0,56j & \quad 0,56 - 0,84j \\
 \text{g) } \frac{7}{4}\pi \text{ bzw. } -\frac{\pi}{4} & & &
 \end{aligned}$$