Zusatzübungsblatt

Integral- und Differentialrechnung

Aufgabe 1

Bilden Sie die Ableitungen:

- a) $f(x) = 3x^2 + 4x + 2$ b) $f(x) = 9x^4 4x^2 8$ c) $f(x) = 3\sin(x)$ d) $f(x) = -6\cos(x)$ e) f(x) = 3 f) $f(x) = 5e^x + 4x$ g) $f(x) = -3\ln(x)$ h) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ i) $f(x) = 3^x$ j) $f(x) = 5\sqrt{x}$ k) $f(x) = 3x^2 \cos(x) + 5e^x$

f) $f(x) = 5e^x + 4x$

Aufgabe 2

Bilden Sie die Ableitungen:

- a) $f(x) = 3x^2 \sin(x)$ b) $f(x) = x^4 e^x 8$ c) $f(x) = 3x \cos(x)$ d) $f(x) = x \ln(x)$ e) $f(x) = e^x \sin(x)$ f) $f(x) = -5x^2 \ln(x)$ g) $f(x) = -3x3^x$ h) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sin(x)$ i) $f(x) = x^3 e^x$ j) $f(x) = 3axe^x$ k) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos(x)$

Aufgabe 3

Bilden Sie die Ableitungen:

- a) $f(x) = \frac{3x}{\sin(x)}$ b) $f(x) = \frac{x^4}{\cos(x)}$ c) $f(x) = \frac{5x+2}{x^2}$ d) $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$ e) $f(x) = \frac{e^x}{x}$ f) $f(x) = \frac{3x^2-4}{x^5}$ g) $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ h) $f(x) = \frac{5x-3}{3x^2}$ i) $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ j) $f(x) = \frac{4a}{x}$

Aufgabe 4

Bilden Sie die Ableitungen:

- a) $f(x) = \sin(3x^2)$ b) $f(x) = e^{3x^2}$ c) $f(x) = \cos(x^2)$ d) $f(x) = (x^2 2)^2$ e) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ f) $f(x) = (3x + 1)^3$ g) $f(x) = \ln(x^2)$ h) $f(x) = \sqrt[3]{3x + 2}$ i) $f(x) = \sin(x^2) + \cos(x^2)$ j) $f(x) = (x^2 3x + 1)^2$ k) $f(x) = e^{5x^2 3x + 1}$

Aufgabe 5

Bestimmen Sie jeweils alle Stammfunktionen für die folgenden Funktionen:

$$a)f(x) = 0$$

b)
$$f(x) = 1$$

c)
$$f(x) = 2$$

$$d)f(x) = a \in \mathbb{R}$$

e)
$$f(x) = 2$$

$$f(x) = a \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2$$

$$g)f(x) = x^3$$

$$f(x) = x^{-3}$$

g)
$$f(x) = x^{-2}$$

i)
$$f(x) = x^{-1}$$

1)
$$f(x) = x^{-2}$$

$$\mathbf{j})f\left(x\right) =x^{-1}$$

$$k) f(x) = x^n \text{ mit } n \in$$

1)
$$f(x) = 5x^2 - 3x +$$

$$f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + x^3 + x^4 - x^4 - x^4 + x^4 - x^4 - x^4 + x^4 - x^4 -$$

n)
$$f(u) = 4u^3 - 3u^2 + 7u$$

o)
$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x + \sqrt{3}$$

a) $f(t) = \frac{3}{2}t - \frac{1}{2}$

p)
$$f(x) = 10x^{2} + x - 7 + \frac{3}{x^{2}} - \frac{33}{x^{3}}$$

r) $f(x) = a_{1}x^{n} + a_{2} + x^{n-1} + \dots + a_{n}$

q)
$$f(t) = \frac{1}{2}t - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\begin{array}{ll} \text{g)} f\left(x\right) = x^{4} & \text{ii)} f\left(x\right) = x^{-2} \\ \text{ii)} f\left(x\right) = x^{-2} & \text{ji} f\left(x\right) = x^{-1} \\ \text{k)} f\left(x\right) = x^{n} \text{ mit } n \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} & \text{l)} f\left(x\right) = 5x^{2} - 3x + 6 \\ \text{m)} f\left(x\right) = x^{4} - x^{3} + x^{2} - x + 1 & \text{n)} f\left(u\right) = 4u^{3} - 3u^{2} + 7u \\ \text{o)} f\left(x\right) = \frac{3}{2}x^{2} - 3x + \sqrt{x} - 5 & \text{p)} f\left(x\right) = 16x^{4} + x - 7 + \frac{5}{x^{2}} - \frac{30}{x^{3}} \\ \text{q)} f\left(t\right) = \frac{3}{2}t - \frac{1}{2\sqrt{t}} & \text{r)} f\left(x\right) = a_{n}x^{n} + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_{1}x^{1} + a_{0} \\ \text{s)} f\left(t\right) = \sin\left(t\right) & \text{t)} f\left(t\right) = \cos\left(t\right) \end{array}$$

$$s)f(t) = \sin(t)$$

$$f(t) = \cos(t)$$

Aufgabe 6

Bestimmen Sie das bestimmte Integral:

a)
$$\int_{1}^{3} (3x+4) dx$$

$$\mathbf{b}) \int_{0}^{\hat{n}} \sin(x) \ dx$$

c)
$$\int_{10}^{20} 3 dx$$

Bestimmen Sie das bestimmte Integral:
a)
$$\int_{1}^{5} (3x+4) \ dx$$
 b) $\int_{1}^{\pi} \sin(x) \ dx$
c) $\int_{10}^{3} 3 \ dx$ d) $\int_{90^{\circ}}^{1} (\sin(x) - \cos(x)) \ dx$
e) $\int_{1}^{2} \frac{1}{x} \ dx$

$$e) \int_{1}^{2} \frac{1}{x} dx$$

Aufgabe 1 Lösung

$$a)f'(x) = 6x + 6$$

b)
$$f'(x) = 36x^3 - 8x$$

c)
$$f'(x) = 3\cos(x)$$

$$d)f'(x) = 6\sin(x)$$

e)
$$f'(x) = 0$$

f)
$$f'(x) = 5e^x + 4$$

$$g)f'(x) = -\frac{3}{x}$$

h)
$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

i)
$$f'(x) = 3^x \ln(3)$$

$$j)f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}}$$

able 1 Lösung
$$a) f'(x) = 6x + 4 \qquad b) f'(x) = 36x^3 - 8x \qquad c) f'(x) = 3\cos(x)$$

$$d) f'(x) = 6\sin(x) \quad e) f'(x) = 0 \qquad f) f'(x) = 5e^x + 4$$

$$g) f'(x) = -\frac{3}{x} \qquad h) f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \qquad i) f'(x) = 3^x \ln(3)$$

$$j) f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}} \qquad k) f'(x) = 6x + \sin(x) + 5e^x$$

Aufgabe 2 Lösung

a)
$$f'(x) = 6x\sin(x) + 3x^2\cos(x)$$
 b) $f'(x) = 4x^3e^x + x^4e^x$

b)
$$f'(x) = 4x^3e^x + x^4e^x$$

c)
$$f'(x) = 3(\cos(x) - x\sin(x))$$

$$d)f'(x) = \ln(x) + 1$$

e)
$$f'(x) = e^x (\sin(x) + \cos(x))$$

f)
$$f'(x) = -5x(2\ln(x) + 1)$$

g)
$$f'(x) = -3^{x+1} (1 + x \ln(3))$$

h)
$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\sin(x) + \sqrt{x}\cos(x)$$

i)
$$f'(x) = x^2 e^x (3+x)$$

$$j)f'(x) = 3ae^{x}(1+x)$$

k)
$$f'(x) = \frac{\cos(x)}{3\sqrt[3]{x^2}} - \sqrt[3]{x}\sin(x)$$

Aufgabe 3 Lösung

a)
$$f'(x) = \frac{3\sin(x) - 3x\cos(x)}{\sin^2(x)}$$

abe 3 Lösung

a)
$$f'(x) = \frac{3\sin(x) - 3x\cos(x)}{\sin^2(x)}$$
 b) $f'(x) = \frac{4x^3\cos(x) + x^4\sin(x)}{\cos^2(x)}$ c) $f'(x) = -\frac{5x + 4}{x^3}$ d) $f'(x) = \frac{\ln(x) - 1}{\ln^2(x)}$ e) $f'(x) = \frac{x - 1}{x^2} e^x$ f) $f'(x) = \frac{-9x^2 + 20}{x^6}$ g) $f'(x) = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}$ h) $f'(x) = \frac{-5x + 6}{3x^3}$ i) $f'(x) = \frac{2(1 - x)}{e^x}$ j) $f'(x) = \frac{-4a}{x^2}$

c)
$$f'(x) = -\frac{5x+4}{x^3}$$

$$d)f'(x) = \frac{\ln(x)-1}{\ln^2(x)}$$

e)
$$f'(x) = \frac{x-1}{x^2}e^{x}$$

f)
$$f'(x) = \frac{-9x^2 + 20}{x^6}$$

$$g)f'(x) = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}$$

h)
$$f'(x) = \frac{-5x+6}{3x^3}$$

i)
$$f'(x) = \frac{2(1-x)^{n}}{e^x}$$

$$\mathbf{j})f'(x) = \frac{\mathbf{i}a}{x^2}$$

Aufgabe 4 Lösung

$$a)f'(x) = 6x\cos(3x^2)$$

b)
$$f'(x) = 6xe^{3x^2}$$

c)
$$f'(x) = -2x\sin(x^2)$$

$$d)f'(x) = 4x(x^2 - 2)$$

e)
$$f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

f)
$$f'(x) = 9(3x+1)^2$$

$$g)f'(x) = \frac{2}{x}$$

h)
$$f'(x) = (3x+2)^{-\frac{2}{3}}$$

g)
$$f'(x) = \frac{2}{x}$$
 h) $f'(x) = (3x+2)^{-\frac{2}{3}}$ i) $f'(x) = 2x \cos(x^2) - 2x \sin(x^2)$ j) $f'(x) = 2(2x-3)(x^2-3x+1)$

$$j)f'(x) = 2(2x - 3)(x^2 - 3x + 1)$$

k)
$$f'(x) = (10x - 3)e^{5x^2 - 3x + 1}$$

Aufgabe 5 Lösung

$$a)F(x) = c$$

b)
$$F(x) = x + c$$

c)
$$F(x) = 2x + c$$

$$d)F(x) = ax + c$$

e)
$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c$$

g) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + c$

f)
$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$$

g)
$$F(x) = \frac{1}{4}x + c$$

i) $F(x) = x^{-1} + c$

f)
$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$$

h) $F(x) = -\frac{1}{2}x^{-2} + c$

1)
$$F(x) = -x^{-1} + e^{-x^{n+1}}$$

$$j)F(x) = \ln(x) + c$$

k)
$$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

l)
$$F(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x + c$$

n) $F(u) = u^4 - u^3 + \frac{7}{2}u + c$
p) $F(x) = \frac{16}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 - 7x - \frac{5}{x} + \frac{15}{x^2} + c$

g)
$$F(x) = \frac{1}{4}x + c$$

i) $F(x) = -x^{-1} + c$
k) $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
m) $F(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + c$
o) $F(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^{1.5} - 5x + c$
q) $F(t) = \frac{3}{4}t^2 - \sqrt{t} + c$
r) $F(x) = \frac{a_n}{n+1}x^{n+1} + \frac{a_{n-1}}{n}x^n + \dots + \frac{a_1}{2}x^2 + a_0x + c$

n)
$$F(u) = u^4 - u^3 + \frac{7}{2}u + c$$

o)
$$F(x) = \frac{9}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{3}x^{1.5} - 5x$$

n)
$$F(u) = u^4 - u^3 + \frac{7}{2}u + c$$

q)
$$F(t) = \frac{3}{4}t^2 - \sqrt{t} + c$$

$$p)F(x) = \frac{16}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2$$

$$F(x) = \frac{1}{n+1}x + \frac{1}{n}x$$

s) $F(t) = -\cos(t) + c$

$$t) F(t) = \sin(t) + c$$

Aufgabe 6 Lösung

a)52 b)2 c)30 d)2 e)
$$\ln (2)$$