

Zusatzübungsblatt

Integral- und Differentialrechnung

Aufgabe 1

Bilden Sie die Ableitungen:

a) $f(x) = 3x^2 + 4x + 2$	b) $f(x) = 9x^4 - 4x^2 - 8$	c) $f(x) = 3 \sin(x)$
d) $f(x) = -6 \cos(x)$	e) $f(x) = 3$	f) $f(x) = 5e^x + 4x$
g) $f(x) = -3 \ln(x)$	h) $f(x) = \sqrt[3]{x}$	i) $f(x) = 3^x$
j) $f(x) = 5\sqrt{x}$	k) $f(x) = 3x^2 - \cos(x) + 5e^x$	

Aufgabe 2

Bilden Sie die Ableitungen:

a) $f(x) = 3x^2 \sin(x)$	b) $f(x) = x^4 e^x - 8$	c) $f(x) = 3x \cos(x)$
d) $f(x) = x \ln(x)$	e) $f(x) = e^x \sin(x)$	f) $f(x) = -5x^2 \ln(x)$
g) $f(x) = -3x3^x$	h) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sin(x)$	i) $f(x) = x^3 e^x$
j) $f(x) = 3axe^x$	k) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos(x)$	

Aufgabe 3

Bilden Sie die Ableitungen:

a) $f(x) = \frac{3x}{\sin(x)}$	b) $f(x) = \frac{x^4}{\cos(x)}$	c) $f(x) = \frac{5x+2}{x^2}$
d) $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$	e) $f(x) = \frac{e^x}{x}$	f) $f(x) = \frac{3x^2-4}{x^5}$
g) $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$	h) $f(x) = \frac{5x-3}{3x^2}$	i) $f(x) = \frac{2x}{e^x}$
j) $f(x) = \frac{4a}{x}$		

Aufgabe 4

Bilden Sie die Ableitungen:

a) $f(x) = \sin(3x^2)$	b) $f(x) = e^{3x^2}$	c) $f(x) = \cos(x^2)$
d) $f(x) = (x^2 - 2)^2$	e) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$	f) $f(x) = (3x + 1)^3$
g) $f(x) = \ln(x^2)$	h) $f(x) = \sqrt[3]{3x+2}$	i) $f(x) = \sin(x^2) + \cos(x^2)$
j) $f(x) = (x^2 - 3x + 1)^2$	k) $f(x) = e^{5x^2-3x+1}$	

Aufgabe 5

Bestimmen Sie jeweils alle Stammfunktionen für die folgenden Funktionen:

- | | |
|---|---|
| a) $f(x) = 0$ | b) $f(x) = 1$ |
| c) $f(x) = 2$ | d) $f(x) = a \in \mathbb{R}$ |
| e) $f(x) = x$ | f) $f(x) = x^2$ |
| g) $f(x) = x^3$ | h) $f(x) = x^{-3}$ |
| i) $f(x) = x^{-2}$ | j) $f(x) = x^{-1}$ |
| k) $f(x) = x^n$ mit $n \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ | l) $f(x) = 5x^2 - 3x + 6$ |
| m) $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$ | n) $f(u) = 4u^3 - 3u^2 + 7u$ |
| o) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x + \sqrt{x} - 5$ | p) $f(x) = 16x^4 + x - 7 + \frac{5}{x^2} - \frac{30}{x^3}$ |
| q) $f(t) = \frac{3}{2}t - \frac{1}{2\sqrt{t}}$ | r) $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ |
| s) $f(t) = \sin(t)$ | t) $f(t) = \cos(t)$ |

Aufgabe 6

Bestimmen Sie das bestimmte Integral:

- | | |
|---|--|
| a) $\int_1^5 (3x + 4) \, dx$ | b) $\int_0^\pi \sin(x) \, dx$ |
| c) $\int_{\frac{1}{10}}^{\frac{2}{20}} 3 \, dx$ | d) $\int_{90^\circ}^{180^\circ} (\sin(x) - \cos(x)) \, dx$ |
| e) $\int_1^{\frac{1}{x}} \frac{1}{x} \, dx$ | |

Aufgabe 1 Lösung

- | | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|-------------------------|
| a) $f'(x) = 6x + 4$ | b) $f'(x) = 36x^3 - 8x$ | c) $f'(x) = 3 \cos(x)$ |
| d) $f'(x) = 6 \sin(x)$ | e) $f'(x) = 0$ | f) $f'(x) = 5e^x + 4$ |
| g) $f'(x) = -\frac{3}{x}$ | h) $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ | i) $f'(x) = 3^x \ln(3)$ |
| j) $f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}}$ | k) $f'(x) = 6x + \sin(x) + 5e^x$ | |

Aufgabe 2 Lösung

- a) $f'(x) = 6x \sin(x) + 3x^2 \cos(x)$ b) $f'(x) = 4x^3 e^x + x^4 e^x$
c) $f'(x) = 3(\cos(x) - x \sin(x))$ d) $f'(x) = \ln(x) + 1$
e) $f'(x) = e^x (\sin(x) + \cos(x))$ f) $f'(x) = -5x(2 \ln(x) + 1)$
g) $f'(x) = -3^{x+1}(1 + x \ln(3))$ h) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin(x) + \sqrt{x} \cos(x)$
i) $f'(x) = x^2 e^x (3 + x)$ j) $f'(x) = 3ae^x (1 + x)$
k) $f'(x) = \frac{\cos(x)}{3\sqrt[3]{x^2}} - \sqrt[3]{x} \sin(x)$

Aufgabe 3 Lösung

- a) $f'(x) = \frac{3 \sin(x) - 3x \cos(x)}{\sin^2(x)}$ b) $f'(x) = \frac{4x^3 \cos(x) + x^4 \sin(x)}{\cos^2(x)}$ c) $f'(x) = -\frac{5x+4}{x^3}$
d) $f'(x) = \frac{\ln(x)-1}{\ln^2(x)}$ e) $f'(x) = \frac{x-1}{x^2} e^x$ f) $f'(x) = \frac{-9x^2+20}{x^6}$
g) $f'(x) = \frac{x \cos(x) - \sin(x)}{x^2}$ h) $f'(x) = \frac{-5x+6}{3x^3}$ i) $f'(x) = \frac{2(1-x)}{e^x}$
j) $f'(x) = \frac{-4a}{x^2}$

Aufgabe 4 Lösung

- a) $f'(x) = 6x \cos(3x^2)$ b) $f'(x) = 6xe^{3x^2}$
c) $f'(x) = -2x \sin(x^2)$ d) $f'(x) = 4x(x^2 - 2)$
e) $f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$ f) $f'(x) = 9(3x+1)^2$
g) $f'(x) = \frac{2}{x}$ h) $f'(x) = (3x+2)^{-\frac{2}{3}}$
i) $f'(x) = 2x \cos(x^2) - 2x \sin(x^2)$ j) $f'(x) = 2(2x-3)(x^2 - 3x + 1)$
k) $f'(x) = (10x-3)e^{5x^2-3x+1}$

Aufgabe 5 Lösung

- a) $F(x) = c$ b) $F(x) = x + c$
c) $F(x) = 2x + c$ d) $F(x) = ax + c$
e) $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c$ f) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$
g) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + c$ h) $F(x) = -\frac{1}{2}x^{-2} + c$
i) $F(x) = -x^{-1} + c$ j) $F(x) = \ln(x) + c$
k) $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ l) $F(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x + c$
m) $F(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + c$ n) $F(u) = u^4 - u^3 + \frac{7}{2}u + c$
o) $F(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^{1.5} - 5x + c$ p) $F(x) = \frac{16}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 - 7x - \frac{5}{x} + \frac{15}{x^2} + c$
q) $F(t) = \frac{3}{4}t^2 - \sqrt{t} + c$
r) $F(x) = \frac{a_n}{n+1}x^{n+1} + \frac{a_{n-1}}{n}x^n + \dots + \frac{a_1}{2}x^2 + a_0x + c$
s) $F(t) = -\cos(t) + c$ t) $F(t) = \sin(t) + c$

Aufgabe 6 Lösung

- a) 52 b) 2 c) 30 d) 2 e) $\ln(2)$