

Potenzgesetze

Aufgabe 1)

Vereinfache so weit wie möglich.

$$(3a - 7b)^{2n+1} \cdot (7b - 3a)^{2n+1}$$

Aufgabe 2)

Vereinfache so weit wie möglich.

$$\left(\frac{6a^2b^{-2}}{c^{n+1}d^{2n}}\right)^3 : \left[\frac{2(cd)^n}{(ab)^{-1}} \cdot \frac{c^nd^{2n}}{3ab^{-2}}\right]^{-2}$$

Aufgabe 3)

Vereinfache und schreibe das Ergebnis ohne Bruchstrich.

$$\frac{0,8a^6b^{-5}c^3}{3^{-3}a^{-3}b^4} : \frac{9b^{-1}}{a^{-4}c^2}$$

Aufgabe 4)

Vereinfache so weit wie möglich. ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\frac{x^{2a+5}}{(-y^3)^{2b+5} \cdot [(-z)^4]^{3b+3}} : \frac{x^{2a}}{(yz)^{6b+10} \cdot [(-z)^3]^{2b-1}}$$

Aufgabe 5)

Vereinfache so weit wie möglich und schreibe das Ergebnis ohne Bruchstrich.

$$\left(-\frac{5a^k c^m}{3b^{-n}}\right)^{-4} \cdot \left[\frac{1}{(9c^{2m})^2} : \left(\frac{b^{-n}}{25}\right)^2\right]$$

Aufgabe 6)

Vereinfache.

$$\left[\frac{a^2(bc)^4}{(ab)^4c^3}\right] \cdot \left[\frac{a^5b^0c^2}{a^7c^6}\right]^3$$

Aufgabe 7)

Vereinfache

$$\left(\frac{(a^2)}{(x^{(-14)})}\right) \star \left(\frac{(x^{\star}b^3)}{(a^{(-4)} \star z)}\right)$$

Aufgabe 8)

Zerlege so weit wie möglich in Faktoren.

$$108u^2v^3 - 3v^5$$

Aufgabe 9)

Vereinfache

$$\left(\frac{(x^{\star}3z)}{(y^3 \star z^5)} \star \frac{(5^{\star}(z+y))}{z^3}\right)$$

Potenzregeln	
Für alle $a \in \mathbb{R}$ und $m; n \in \mathbb{N}$ gilt:	
$a^0 = 1; a \neq 0$	
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; a \neq 0$	
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}; a \neq 0$	
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n; b \neq 0$	
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	
$\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$	

Aufgabe 10)

Wenden Sie die Potenzgesetze an

$$(5^3 \cdot 5^4)^{-1}$$

Aufgabe 11)

Wenden Sie die Potenzgesetze an

$$\frac{21x^5}{3x}$$

Aufgabe 12)

Wenden Sie die Potenzgesetze an

$$\left(\frac{a^2}{2b^{-2}}\right)^3$$

Aufgabe 13)

Faktorisiere vollständig.

$$16z^{k+2} - 16z^k + 4z^{k-2}$$

Logarithmen

Aufgabe 1)

$$\log_9 81$$

Aufgabe 2)

$$\log_y \left(\frac{1}{y^2}\right)$$

Aufgabe 3)

$$\log_{\frac{4}{9}} \left(\frac{3}{2}\right)$$

Aufgabe 4)

$$\log_{17} 1$$

Aufgabe 5)

$$\log_2 8$$

Aufgabe 6)

Formen Sie um

$$\log\left(\frac{x^2 \cdot \sqrt{y}}{10z^5}\right)$$

Logarithmusregeln	
Für $a > 0$ und $a \neq 1$ gilt:	
$\log_a(u \cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$	
$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$	
$\log_a(u^r) = r \cdot \log_a(u)$	
Besondere Logarithmen	
$\log_a(a) = 1$	jeder Logarithmus seiner Basis ist 1
$\log_a(1) = 0$	jeder Logarithmus von 1 ist 0
\log	fehlt die Basis, so ist es der 10-er Logarithmus
\ln	\ln ist das Zeichen für den Logarithmus zur Basis e .

Aufgabe 7)

Formen Sie um

$$\log\left(\frac{x \cdot y}{z}\right)$$

Aufgabe 8)

Formen Sie um

$$\log(\sqrt[3]{ab})$$

Aufgabe 9)

$$\log_2 \sqrt[3]{16}$$

Aufgabe 10)

Fasse zu einem Logarithmus zusammen

$$2 \cdot \log_a(b) + \frac{1}{2} \cdot \log_a(c)$$

Aufgabe 11)

Zerlege den Term

$$\log_a(\sqrt[5]{a^4} \cdot \sqrt[3]{b})$$

Wurzelgesetze

Wenden Sie die Wurzelgesetze an

Aufgabe 1)

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}$$

Aufgabe 2)

$$\sqrt{\sqrt{a}}$$

Aufgabe 3)

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$$

Aufgabe 4)

$$(\sqrt[5]{9})^3$$

Aufgabe 5)

$$\sqrt[3]{9}$$

Wurzelregeln	
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$(a \wedge b > 0) \vee$ $(a \wedge b < 0);$ $(a < 0 \wedge b > 0) \vee$ $(a > 0 \wedge b < 0)$ nur, wenn $n = \text{ungerade}$
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	
$a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$ $-a \cdot \sqrt[n]{b} = -\sqrt[n]{a^n \cdot b}$	$a \in \mathbb{R}^+ \wedge b > 0;$ $b < 0$ nur wenn $n = \text{ungerade}$
$\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$	$a \wedge b > 0;$ $(a < 0 \wedge b > 0) \vee$ $(a > 0 \wedge b < 0) \vee$ $(a < 0 \wedge b < 0)$ nur, wenn $n = \text{ungerade}$
$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$	$a > 0;$ $a < 0$ nur wenn $m = \text{ungerade}$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$	
$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	
$\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} = a^{-\frac{m}{n}}$	

Aufgabe 6)

$$\left(\left(\frac{1}{4} \right)^{-a} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Aufgabe 7)

Sind diese Terme äquivalent ?

$$(\sqrt[4]{x})^2 \text{ und } \sqrt[4]{x^2}$$

Aufgabe 8)

$$\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x^{\frac{1}{6}}}$$

Binomische Formeln und Bruchrechnen

$$1) \quad \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2$$

$$2) \quad \frac{x^2-2x}{x^2-3x} \cdot \frac{(x-3)^2}{x^2-4}$$

$$3) \quad \frac{a^3-9a}{a^3b-ab^3} \cdot \frac{a^2b+ab^2}{a+3}$$

$$4) \quad \frac{(a+b)^2}{4ab} + 1$$

$$5) \quad (5r + 4s) \cdot \left(\frac{3rs}{25r^2-16s^2} - \frac{-5t}{25r^2-16s^2} \right)$$

$$6) \quad \frac{2x+3y}{x-y} - \frac{6x-5y}{x+y}$$