

4. Übungsblatt

Gleichungen
Exponential-, Logarithmus-, Betragsgleichungen

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

- a) $0,01^x = 100^{4x-1}$ b) $3,375^x = 1,5^{3,375}$
c) $3^x - 4 \cdot 3^{x-2} = 15$ d) $(5^{2x})^{x-1} = (25^x)^2$
e) $4^{2x} \cdot 8^{x-4} - (32)^{5x} \div 2^x = 0$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

- a) $\frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} - 3 \cdot 3^{2x+1} = 9 \cdot 6^{2x}$ b) $(9^x)^2 = 27^{2x+1} \div 81^{-x}$
c) $81^{\frac{x-1}{x+1}} \cdot 27^{\frac{x+1}{x-1}} = 3^{\frac{7x^2+1}{x^2-1}}$ d) $(5^{x-3})^{x+3} = \frac{625^{2x^2}}{390625^{-6x+2}}$
e) $(7^{5-x})^{5+x} = \frac{49^{4x^2}}{5764801^{-2-10x}}$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

- a) $5 \cdot 25^x - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$ b) $2^{x+3} - 2^{2-x} + 31 = 0$
c) $3^{0,5-2x} - \sqrt{12} \cdot 9^x - 1 = 0$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

- a) $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a} = x$ b) $2 \log_2 x = 5$
c) $\log_x \frac{4}{9} = -2$

Aufgabe 5

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a) $\lg \sqrt{3x-2} = -1$ b) $\lg(x^2) + \lg \sqrt{x} = 10$

c) $\lg(x-1) + \lg(x+2) = 1$

Aufgabe 6

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a) $\log_2(x^2 - 2) = \log_{\frac{1}{a}}(a^{-2}) + \log_{\sqrt[4]{3}} 1; \quad a \in \mathbb{R}^+$

b) $\log_2(x^{2a}) - \log_2 x = \log_2 x^{2a-3} + 4$

c) $\log_a \frac{a^2}{a^{3x}} + \log_a a^{5x-2} = 3x - 1; \quad a > 0; a \neq 1$

d) $\log_a \sqrt{\frac{a^{5x-2}}{a^{x-4}}} - \log_a \sqrt[3]{a^{4x}} = \frac{2}{3}x + 1; \quad a > 0; a \neq 1$

Aufgabe 7

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a) $|3x - 12| - |x + 7| = 25$ b) $|2x - 3| + |3x + 2| = 21$

c) $|x + 2| - (x + 2) = |x - 2| - (x - 2)$ d) $|2x - 3| + |3x + 2| = -18$

Aufgabe 1 Lösung

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{5} \right\} & \text{b) } \mathbb{L} = \left\{ \frac{9}{8} \right\} & \text{c) } \mathbb{L} = \{3\} \\ \text{d) } \mathbb{L} = \{0; 3\} & \text{e) } \mathbb{L} = \left\{ -\frac{12}{17} \right\} & \end{array}$$

Aufgabe 2 Lösung

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{2} \right\} & \text{b) } \mathbb{L} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\} & \text{c) } \mathbb{L} = \{3\} \\ \text{d) } \mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{7}; -7 \right\} & \text{e) } \mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{9}; -9 \right\} & \end{array}$$

Aufgabe 3 Lösung

$$\text{a) } \mathbb{L} = \{-1; 1\} \quad \text{b) } \mathbb{L} = \{-3\} \quad \text{c) } \mathbb{L} = \{-0, 25\}$$

Aufgabe 4 Lösung

$$\text{a) } \mathbb{L} = \left\{ -\frac{1}{3} \right\} \quad \text{b) } \mathbb{L} = \left\{ 2^{\frac{5}{2}} \right\} \quad \text{c) } \mathbb{L} = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

Aufgabe 5 Lösung

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \mathbb{D} = \left(\frac{2}{3}; \infty \right); \quad \mathbb{L} = \{0, 67\} & \text{b) } \mathbb{D} = (0; \infty); \quad \mathbb{L} = \{10000\} \\ \text{c) } \mathbb{D} = (1; \infty); \quad \mathbb{L} = \{3\} & \end{array}$$

Aufgabe 6 Lösung

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \left[-\sqrt{2}; \sqrt{2} \right]; \quad \mathbb{L} = \left\{ -\sqrt{6}, \sqrt{6} \right\} & \text{b) } \mathbb{D} = (0; \infty); \quad \mathbb{L} = \{4\} \\ \text{c) } \mathbb{D} = \mathbb{R}; \quad \mathbb{L} = \{1\} & \text{d) } \mathbb{D} = \mathbb{R}; \quad \mathbb{L} = \mathbb{R} \end{array}$$

Aufgabe 7 Lösung

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \mathbb{L} = \{-5; 22\} & \text{b) } \mathbb{L} = \left\{ -4; \frac{22}{5} \right\} \\ \text{c) } \mathbb{L} = \{x \mid x \geq 2\} & \text{d) } \mathbb{L} = \{\} \end{array}$$