산업경영공학과 12190625 배기웅

#7-17

$$f(x;k)=\begin{cases}\frac{1}{k} & x=1,2,\cdots,k\\ 0 & \text{다른곳에서}\end{cases}$$

$$M_X(t)=E(e^{tX})=\sum_x e^{tx}\cdot f(x)=e^t\cdot\frac{1}{k}+e^{2t}\cdot\frac{1}{k}+\cdots+e^{kt}\cdot\frac{1}{k}$$

$$=\frac{1}{k}(e^t+e^{2t}+\cdots+e^{kt})=\frac{1}{k}\cdot\frac{e^t(e^{kt}-1)}{(e^t-1)}=\frac{e^t(e^{kt}-1)}{k(e^t-1)}$$

#7-19

$$p(x;\mu)=e^{-\mu}\cdot\frac{\mu^x}{x!},\ x=0,1,2,\cdots$$

$$M_X(t)=E(e^{tX})=\sum_x e^{tx}\cdot f(x)=\sum_{x=0}^{\infty}e^{tx}\cdot\frac{\lambda^x\cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

$$=e^{-\lambda}\cdot\sum_{x=0}^{\infty}\frac{(\lambda e^t)^x}{x!},\quad 1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\cdots+=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{x^r}{r}=e^x$$

$$=e^{-\lambda}\cdot e^{\lambda e^t}\qquad\text{(Maclaurin's series 의 전개식)}$$

$$=e^{\lambda(e^t-1)}$$

#7-22

$$M_X(t)=(1-2t)^{-\frac{v}{2}}\qquad (1-x)^2$$

$$(\text{평균})\ \mu_1'=\left.\frac{dM_X(t)}{dt}\right|_{t=0}=\left.-\frac{v}{2}\cdot(1-2t)^{-\frac{v}{2}-1}\times(-2)\right|_{t=0}=v$$

$$(\text{분산})\ \mu_2=E[(X-v)^2]=E[X^2-2v\cdot X+v^2]$$

$$=E(X^2)-2v\cdot v+v^2=E(X^2)-v^2$$

$$E(X^2)=\mu_2'=\left.\frac{v(1-2t)^{-\frac{v}{2}-1}}{dt}\right|_{t=0}=\left.v\left(-\frac{v}{2}-1\right)\cdot(-2)\cdot(1-2t)^{-\frac{v}{2}-2}\right|_{t=0}$$

$$=v(v+2)=v^2+2v$$

$$\therefore\ \mu_2=v^2+2v-v^2=2v$$

$\therefore$ 평균 $=v$, 분산 $=2v$

#8-4

(a) 모집단은 버지니아 주 몽고메리구의 모든 교통 경찰관들이 보고한 교통 위반 딱지 수이다.

(b) 적당한 모집단은 남부 캐롤라이나 주 교통 경찰관 전원이 보고한 교통위반 딱지의 수가 적당하다

#8-12

(a) 평균 = 11.68

(b) 분산 = 9.428

#8-14

(a) 표본의 확률 변수를 X라고 한다.

$Var(x) = Var(x)$, $Var(x+c) = Var(x)$

∴ 상수 c가 표본이 더해져도 표본 분산은 변하지 않는다

(b) $Var(x) = Var(x)$, $Var(cx) = c^2 \cdot Var(x)$

#8-24

$\mu = 40$, $\sigma = 2$, $n = 36$

$\bar{x} = x_1 + x_2 + \cdots + x_{36}$, $\mu_{\bar{x}} = 36 \times 40 = 1440$

$\sigma_{\bar{x}} = 2 \times \sqrt{36} = 12$

$p(\bar{x} > 1458) = p(z > \frac{18}{12}) = p(z > 1.5) = \underline{0.0668}$

#8-27

$\mu = 0.2$, $\sigma = 0.1$, $n = 50 \rightarrow \mu_{\bar{x}} = 0.23$.

→ 중심극한 정리란 표본의 크기 n이 30 이상이 되면 적용 가능하다. 현재 문제에선 표본의 크기를 50으로 하였고 그 결과 표본평균이 0.23으로 나왔다. 이는 중심극한정리로 설명이 되며, 표본의 개수가 더 커질수록 표본평균은 0.20에 가까워진다.

#8-28

$\mu=80$, $\sigma=5$ → $n_1=25$인 표본 $\quad P(3.4 \le \overline{X}_1-\overline{X}_2 < 5.9)$

$\mu=75$, $\sigma=3$ → $n_2=36$인 표본

$$\overline{X}_1-\overline{X}_2 \sim N\left(5,\ 1+\frac{1}{4}\right) = N\left(5,\ \frac{5}{4}\right)$$

$$P(3.4 \le \overline{X}_1-\overline{X}_2 < 5.9) = P\left(\frac{-1.6}{\frac{5}{4}} \le Z < \frac{5.9-5}{\frac{5}{4}}\right) = P(-1.28 \le Z < 0.72)$$

$$= 0.3997 + 0.2642 = 0.6639$$

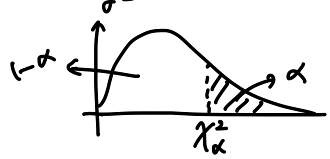
#8.41

$\sigma^2=6$ → $n=25$인 확률 표본의 분산 S^2

(1) $P(S^2 > 9.1)$ $\qquad \chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = 4S^2$

$= P(\chi^2 > 36.4)$

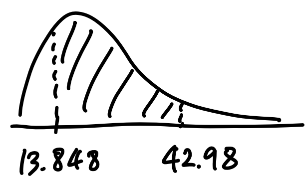
$\therefore \alpha = 0.05$



(2) $P(3.462 < S^2 < 10.745)$

$= P(3.462 < \frac{\chi^2}{4} < 10.745) = P(13.848 < \chi^2 < 42.98)$

$= 0.95 - 0.01 = 0.94$



#8-48

$\mu=30$, $n=16$, $v=15$

$\mu_{\bar{x}}=27.5$, $s=5$

$$t = \frac{30-27.5}{5/\sqrt{16}} = \frac{2.5}{\frac{5}{4}} = \frac{10}{5} = 2$$

자유도가 15일 때 $t_{0.025}$ 값은 2.131 이다. 계산된 t 값이 $t_{0.025}$ 보다 작으므로 요구를 만족시키지 않는다.

#8.51

(a) $v_1 = 7 \quad v_2 = 15$

$$f_{0.05}(7, 15) = \underline{2.71}$$

(b) $v_1 = 15, \quad v_2 = 7.$

$$f_{0.05}(15, 7) = \underline{3.51}$$

(c) $v_1 = 24, \ v_2 = 19$

$$f_{0.01}(24, 19) = \underline{2.92}$$

(d) $v_1 = 19 \quad v_2 = 24$

$$f_{0.95}(19, 24) = \frac{1}{f_{0.05}(24, 19)} = \frac{1}{2.11} = \underline{0.474}$$

(e) $v_1 = 28 \quad v_2 = 12$

$$f_{0.99}(28, 12) = \frac{1}{f_{0.01}(12, 28)} = \frac{1}{2.9} = \underline{0.345}$$