

# Paradoxe du groupe de colle

## Il ne faut pas tricher !

F. Kany. ISEN-Brest & La Croix-Rouge

### Présentation

Un groupe de colle est constitué de trois élèves  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

Le colleur pose vingt questions binaires (la réponse est oui ou non) ; les élèves répondent de façon indépendante ; l'interrogateur note de la façon suivante : si, à une question, deux ou trois élèves donnent la bonne réponse, il accorde un point au groupe ; si, à une question, deux ou trois élèves donnent la mauvaise réponse, il enlève un point au groupe. La note est collective : tous les élèves ont la même note.

Le niveau des trois élèves n'est pas le même :  $A$  et  $B$  répondent correctement dans 80% des cas ;  $C$  répond correctement dans 60% des cas.

### Questions

1. Quelle est l'espérance de la note de colle de ce groupe ? (Faire le calcul à la main et vérifier avec une simulation numérique).
2. Clairement, la note du groupe est plombée par l'élève  $C$  (ce qui énerve les élèves  $A$  et  $B$ ). L'élève  $C$  décide de tricher : il donne systématiquement la même réponse que  $A$ . Son taux de réponse correcte passe ainsi de 60% à 80%. Quelle est la nouvelle espérance de la note de colle ? La note de ce groupe augmente-t-elle ?
3. Pour comprendre ce paradoxe, reprendre les mêmes questions avec un élève  $C$  qui répond correctement dans 50% des cas (c'est-à-dire comme un singe qui répond au hasard!), puis qui répond comme l'élève  $A$ .
4. Reprendre les mêmes questions avec un élève  $C$  qui répond correctement dans 40% des cas (c'est-à-dire moins bien qu'un singe!), puis qui répond comme l'élève  $A$ .
5. Expliquer le "paradoxe". Interpréter le résultat en terme d'entropie.