

Volume d'une boule de dimension n

F. Kany. ISEN-Brest & La Croix-Rouge

Présentation de la méthode de Monte-Carlo

D'après Wikipédia

La méthode Monte-Carlo, désigne une famille de méthodes algorithmiques visant à calculer une valeur numérique approchée en utilisant des procédés aléatoires, c'est-à-dire des techniques probabilistes. Le nom de ces méthodes, qui fait allusion aux jeux de hasard pratiqués à Monte-Carlo, a été inventé en 1947 par Nicholas Metropolis, et publié pour la première fois en 1949 dans un article coécrit avec Stanislaw Ulam.

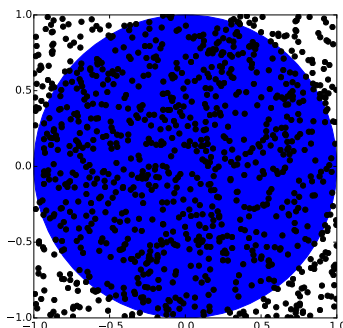
Les méthodes de Monte-Carlo sont particulièrement utilisées pour calculer des intégrales en dimensions plus grandes que 1 (en particulier, pour calculer des surfaces et des volumes).

Application

La méthode de Monte-Carlo peut être utilisée pour calculer la surface d'un disque de rayon 1.

Soit un point M de coordonnées (x, y) , où $-1 < x < 1$ et $-1 < y < 1$. On tire aléatoirement les valeurs de x et y . Le point M appartient au disque de centre $(0,0)$ de rayon 1 si et seulement si $x^2 + y^2 \leq 1$. La probabilité que le point M appartienne au disque est π .

En faisant le rapport du nombre de points dans le disque au nombre de tirages, on obtient une approximation du nombre π si le nombre de tirages est grand : $\frac{\text{Surface(disque)}}{\text{Surface(carré)}} = \frac{\text{Nombre de points dans le disque}}{\text{Nombre de points tirés au sort}}$ avec $\text{Surface(carré)} = (1 - (-1))^2 = 4$



Travail à faire

Appliquer la méthode de Monte-Carlo pour calculer le rapport du volume entre la sphère et le cube; puis entre la sphère de dimension 4 et le cube de dimension 4; et ainsi de suite jusqu'à la dimension 10.

Indiquer pour quelle dimension le rapport des volumes est maximum; donner une estimation de ce rapport.

On pourra utiliser `random.uniform(-1,1)` pour tirer au sort un nombre entre -1 et 1 .

On utilisera au moins 100.000 points pour déterminer le rapport.