Fractales

F. Kany. ISEN-Brest & La Croix-Rouge

Position du problème

Dans un article célèbre [1], le mathématicien français B. Mandelbrot a montré que, dans la nature, de nombreuses structures obéissent à des règles de construction mathématiques : plantes, coquillages, polymères, colloïdes, aérosols,...

À partir du point de coordonnées $(0.5, 0.0)$, construire l'ensemble de 30 000 points $\{(x_n, y_n)\}$ tels que :

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = \begin{cases} (0.05.x_n, 0.6.y_n), & \text{avec une probabilité de } 10\%, \\ (0.05.x_n, -0.5.y_n + 1.0), & \text{avec une probabilité de } 10\%, \\ (0.46.x_n - 0.32.y_n, 0.39.x_n + 0.38.y_n + 0.6), & \text{avec une probabilité de } 20\%, \\ (0.47.x_n - 0.15.y_n, 0.17.x_n + 0.42.y_n + 1.1), & \text{avec une probabilité de } 20\%, \\ (0.43.x_n + 0.28.y_n, -0.25.x_n + 0.45.y_n + 1.0), & \text{avec une probabilité de } 20\%, \\ (0.42.x_n + 0.26.y_n, -0.35.x_n + 0.31.y_n + 0.7), & \text{avec une probabilité de } 20\%. \end{cases}$$

Essayer également l'algorithme de Barnsley :

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = \begin{cases} (0.5, 0.27.y_n), & \text{avec une proba de } 2\%, \\ (-0.139.x_n + 0.263.y_n + 0.57, 0.246.x_n + 0.224.y_n - 0.036), & \text{avec une proba de } 15\%, \\ (0.17.x_n - 0.215.y_n + 0.408, 0.222.x_n + 0.176.y_n + 0.0893), & \text{avec une proba de } 13\%, \\ (0.781.x_n + 0.034.y_n + 0.1075, -0.032.x_n + 0.739.y_n + 0.27), & \text{avec une proba de } 70\%. \end{cases}$$

Un autre objet fractal a été défini par Sierpinski de la façon suivante. On considère le triangle formé par 3 points de coordonnées : $M_1 = (a_1, b_1)$, $M_2 = (a_2, b_2)$ et $M_3 = (a_3, b_3)$. Soit un point P_0 de coordonnées arbitraires $P_0 = (x_0, y_0)$ à l'intérieur du triangle $M_1M_2M_3$. Construire 15 000 points tels que : P_{n+1} est le milieu de $[M_1P_n]$ (avec une probabilité de 1/3), de $[M_2P_n]$ (avec une probabilité de 1/3), de $[M_3P_n]$ (avec une probabilité de 1/3).

1. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, San Francisco (1982).