

Тема. Розв'язування систем лінійних нерівностей з однією змінною

Мета. Вдосконалювати вміння розв'язувати системи лінійних нерівностей з однією змінною

Пригадайте

- Що називають розв'язком системи лінійних нерівностей з однією змінною?
- Як розв'язати систему нерівностей?
- Які розв'язки може мати система нерівностей?

Довідник

Алгоритм розв'язування системи лінійних нерівностей

1. Розв'язати кожну з нерівностей системи
2. Зобразити множину розв'язків кожної з нерівностей на координатній прямій
3. Знайти переріз цих множин – множину розв'язків системи
4. Записати відповідь

- Пригадаймо: якщо записуючи проміжок, використовують квадратну дужку біля числа, то це число належить проміжку, якщо ж круглу, то навпаки — не належить.
- Якщо проміжок зображують на координатній прямій, то заповнений кружечок біля числа означає, що число належить проміжку, а не заповнений, відповідно, що не належить.

Нерівність	Проміжок	Зображення
$a \leq x \leq b$	$[a; b]$	
$a < x < b$	$(a; b)$	
$a < x \leq b$	$(a; b]$	
$a \leq x < b$	$[a; b)$	

Розв'язування задач

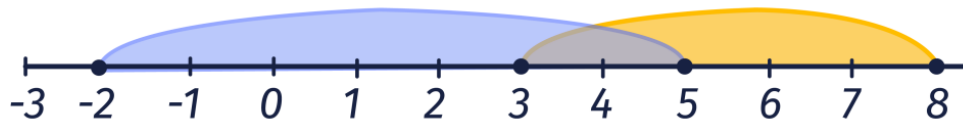
Задача 1

Зобразіть на координатній прямій і запишіть переріз проміжків: від -2 включно до 5 включно та від 3 включно до 8 включно.

Розв'язання

Ці проміжки записуються як $[-2; 5]$ і $[3; 8]$.

Кожен із цих проміжків містить обидва свої кінці, а отже, їх зображують так:



З рисунка видно, що їх переріз — це відрізок $[3; 5]$.

Задача 2

Зобразіть на координатній прямій і запишіть переріз проміжків: від мінус нескінченності до 3,6 включно та від 3,8 включно до плюс нескінченності.

Розв'язання

Ці проміжки записують як $(-\infty; 3,6]$ та $[3,8; +\infty)$.

Кожен із цих проміжків містить свої кінці, що не є нескінченністю, а отже, їх зображують так:



Оскільки ці проміжки не мають спільних точок, то їх переріз — це порожня множина.

Задача 3

Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{cases} x - 4 \leq 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases}$$

Розв'язання

$$\begin{cases} x - 4 \leq 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ 2x > -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}$$



Відповідно, перерізом знайдених проміжків буде проміжок $\left(-\frac{3}{2}; 4\right]$.

Задача 4

Знайдіть множину розв'язків нерівності:

$$-2 \leq 3x - 4 < 5.$$

Розв'язання

Цю нерівність можна розв'язувати аналогічно до попередньої задачі, склавши систему з двох відповідних нерівностей, тобто

$$\begin{cases} 3x - 4 \geq -2 \\ 3x - 4 < 5 \end{cases}$$

Проте можна одразу розв'язувати подвійну нерівність, а саме:

$$-2 \leq 3x - 4 < 5$$

$$2 \leq 3x < 9$$

$$\frac{2}{3} \leq x < 3$$

$$\text{Відповідь: } \left(\frac{2}{3}; 3 \right).$$

Задача 5

Розв'язати нерівність $5 < 2x - 7 \leq 9$.

Розв'язання

Перепишемо дану подвійну нерівність у вигляді системи нерівностей:

$$\begin{cases} 2x - 7 > 5, \\ 2x - 7 \leq 9. \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему:

$$\begin{cases} 2x > 12, \\ 2x \leq 16; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 6, \\ x \leq 8; \end{cases} \quad \text{отже, } 6 < x \leq 8, \text{ тобто } x \in (6; 8].$$

Відповідь: $(6; 8]$

Пригадайте

- Що називають розв'язком системи нерівностей?
- Як розв'язати систему нерівностей?

Домашнє завдання

- Повторити правила з §7 підручника
- Розв'язати письмово №236(1,2), №239