

Тема. Графік лінійного рівняння з двома змінними

Мета. Ознайомитися з поняттям графіка лінійного рівняння з двома змінними, вчитися будувати графіки відповідно до значень коефіцієнтів рівняння

Повторюємо

- Що таке рівняння з двома змінними?
- Як можна розв'язати лінійне рівняння з двома змінними?
- Які рівняння називають рівносильними?
- Що є графіком лінійної функції?
- Як побудувати графік прямої пропорційності?

Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Рівняння з двома невідомими, що має вигляд $ax + by = c$, де x, y — змінні; a, b, c — числа, називається лінійним рівнянням з двома змінними. Числа a, b, c називаються коефіцієнтами рівняння.

Кожна пара чисел, яка є розв'язком рівняння зі змінними x та y , зображується у координатній площині точкою з координатами $(x; y)$. Всі такі точки утворюють графік рівняння.

Графіком рівняння з двома змінними називається множина всіх точок координатної площини, координати яких є розв'язками цього рівняння.

Значення коефіцієнтів рівняння	Рівносильні рівняння	Графік рівняння
$a \neq 0 \text{ і } b \neq 0$	$ax + by = c$ $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$	графіком лінійного рівняння є пряма, не паралельна осям координат
$a = 0, b \neq 0$	$ax + by = c$ $by = c$ $y = \frac{c}{b}$	графіком є пряма, паралельна осі абсцис
$a \neq 0, b = 0$	$ax + by = c$ $ax = c$ $x = \frac{c}{a}$	графіком є пряма, паралельна осі ординат
$a = 0, b = 0, c \neq 0$	$ax + by = c$ $0x + 0y = c$ не має розв'язків	графік рівняння не містить жодної точки
$a = 0, b = 0, c = 0$	$ax + by = c$ $0x + 0y = 0$ розв'язком є будь-яка пара чисел	графіком рівняння є вся координатна площина

Розв'язування завдань

Завдання 1

Побудуйте графік рівняння $3x + 2y = 6$.

Розв'язання.

Виразимо змінну y через x : $2y = 6 - 3x$, тоді $y = 3 - 1,5x$ або $y = -1,5x + 3$.

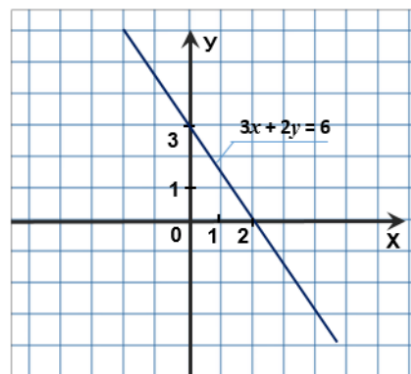
Отримали лінійну функцію, а її графіком, як уже відомо, є пряма. Для побудови прямої достатньо визначити координати двох точок, що їй належать

Складемо таблицю значень даної функції.

x	0	2
y	3	0

При $x = 0$ $y = -1,5 \cdot 0 + 3 = 3$;

При $x = 2$ $y = -1,5 \cdot 2 + 3 = 0$.

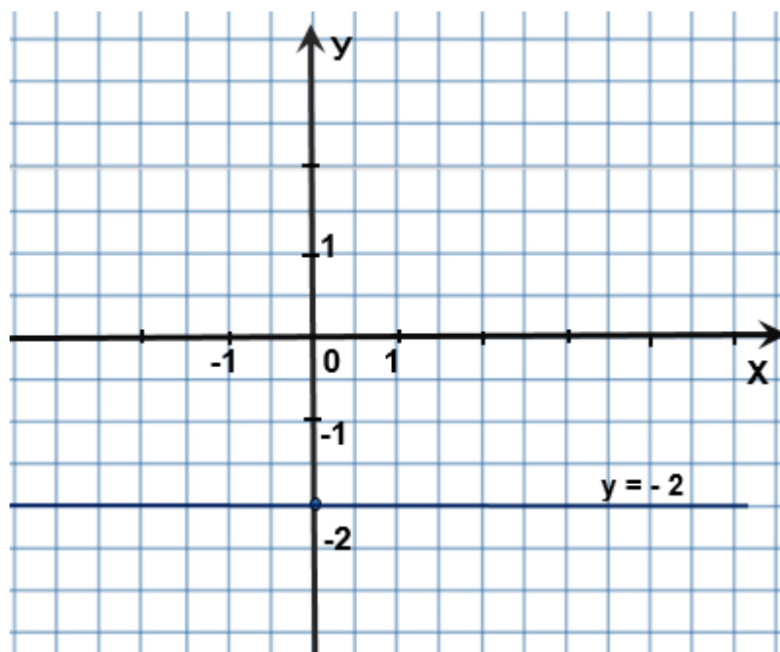


Завдання 2

Побудуйте графік лінійного рівняння з двома змінними $0x + 3y = -6$.

Розв'язання.

Рівняння $0x + 3y = -6$ рівносильне рівнянню $3y = -6$, яке своєю чергою рівносильне рівнянню $y = -2$. Отже, розв'язками цього рівняння є пари чисел, де x — довільне число, а $y = -2$. Усі такі точки утворюють пряму, що проходить паралельно осі x через точку з координатами $(0; -2)$. Для побудови цієї прямої позначмо на осі y точку $(0; -2)$ та проведемо через цю точку пряму, паралельну осі x .



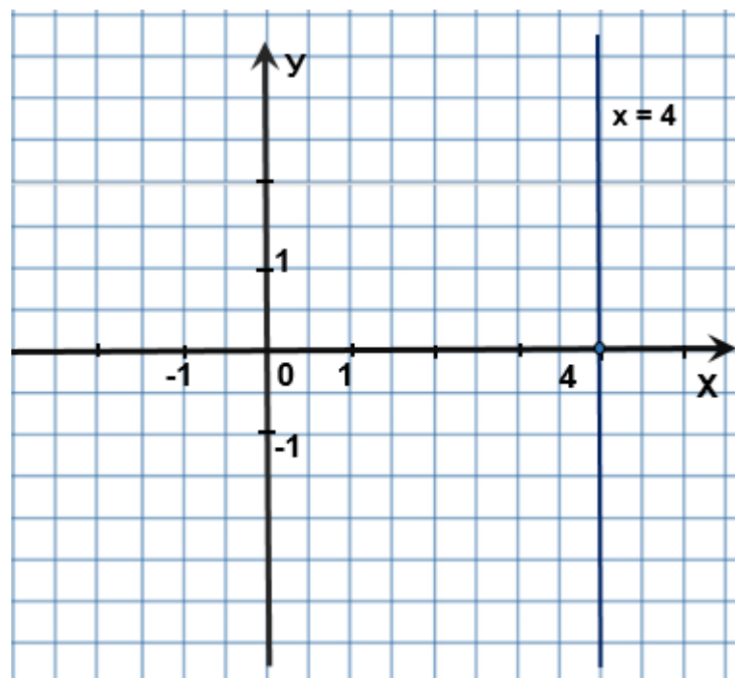
Завдання 3

Побудуйте графік лінійного рівняння з двома змінними $2x + 0y = 8$.

Розв'язання.

Рівняння $2x + 0y = 8$ рівносильне рівнянню $2x = 8$, яке своєю чергою рівносильне рівнянню $x = 4$. Значить, розв'язками цього рівняння є пари чисел, де y — довільне число, а $x = 4$.

Усі такі точки утворюють пряму, що проходить через точку з координатами $(4; 0)$ паралельно осі ординат. Для побудови цієї прямої позначимо на осі x точку $(4; 0)$ та проведемо через цю точку пряму, паралельну осі y .



Завдання 4

Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину з осями координат графіку рівняння $5x - 3y = 15$.

Розв'язання.

Точка перетину графіка рівняння з віссю y належить цій осі, отже має координату $x = 0$.

Підставимо $x = 0$ у формулу $5x - 3y = 15$.

$$5 \cdot 0 - 3y = 15, -3y = 15, y = -5$$

$(0; -5)$ — координати точки перетину графіка з віссю y .

Точка перетину графіка рівняння з віссю x належить цій осі, отже має координату $y = 0$.

Підставимо $y = 0$ у формулу $5x - 3y = 15$:

$$5x - 3 \cdot 0 = 15; 5x = 15; x = 3.$$

$(3; 0)$ — координати точки перетину графіка з віссю x .

Поміркуйте

З лінійного рівняння $5x + 2y = 10$ виразіть змінну x через змінну y .

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати завдання:

Побудуйте графік рівняння: $2(x + y) - 3y = 1$.

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)

