

Тема: Розкладання многочлена на множники. **(повторення)**

Опорний конспект

Найчастіше використовують три основні способи :

1. **винесення спільного множника за дужки,**
2. **застосування тотожностей скороченого множення,**
3. **групування.**

Винесення спільного множника за дужки

План	Приклади
<ol style="list-style-type: none"> 1. Перевіряємо, чи не мають всі одночлени, які входять до многочлена, спільного множника. 2. Якщо мають, то виносимо його за дужки (щоб одержати вираз в дужках, можна поділити кожен член многочлена на спільний множник). 3. Якщо спільний множник виноситься із знаком «-» , то знаки всіх доданків у дужках змінюються на протилежні. 	$1) 10a^4b^3 - 15a^6b = 5a^4b(2b^2 - 3a^2);$ $2) -24a^3b^2c - 16a^2c^2 = -8a^2c(3ab^2 + 2c).$

Застосування тотожностей скороченого множення

План	Приклади
<p>Перевіряємо, чи не є заданий многочлен виразом, до якого безпосередньо можна застосувати одну з тотожностей скороченого множення (різницею квадратів, квадратом суми або різниці, різницею або сумою кубів).</p>	$a^4 - 16 = (a^2)^2 - 4^2 = (a^2 - 4)(a^2 + 4) =$ $1) = (a^2 - 2^2)(a^2 + 4) = (a - 2)(a + 2)(a^2 + 4);$ $x^6 + 4x^3 + 4 = (x^3)^2 + 2 \cdot 2 \cdot x^3 + 2^2 =$ $2) = (x^3 + 2)^2;$

	$b^6 - 27 = (b^2)^3 - 3^3 =$ $= (b^2 - 3)((b^2)^2 + b^2 \cdot 3 + 3^2) =$ $3) = (b^2 - 3)(b^4 + 3b^2 + 9).$
--	---

Групування членів

План	Приклади
<ol style="list-style-type: none"> Розбиваємо многочлен на декілька(дві чи більше) груп. До кожної з цих груп намагаємося застосувати перші два методи. Якщо всі групи мають спільний множник, то виносимо його за дужки. 	<p>1) $\underbrace{a+3b}_I + \underbrace{a^2+3ab}_{II} = (a+3b) + a(a+3b) = (a+3b)(1+a);$</p> <p>2) $\underbrace{a^2-b^2}_I - \underbrace{a^2b-ab^2}_{II} = (a-b)(a+b) - ab(a+b) = (a+b)(a-b-ab).$</p>

Алгоритм розкладання многочлена на множники винесенням за дужки спільного множника

- Знаходимо спільний числовий множник для коефіцієнтів (якщо цілі числа, то шукаємо НСД);

$$12a^3b + 8a^2b^2 =$$

$$НСД(12;8) = 4$$

$$= 4a^2b (3a + 2b)$$

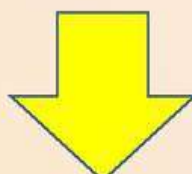
- Виносимо за дужки змінну з меншим показником;



Формула різниці квадратів	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
$a^3 - 8$	$(a - 2)(a^2 + 2a + 4)$
Формула квадрат суми	$(a + b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2)$
$0,25a^2 - 1$	$(0,5a - 1)(0,5a + 1)$
Формула різниці кубів	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
$ab + ac - b - c$	$a(b + c) - (b + c) = (b + c)(a - 1)$
Формула квадрат різниці	$(a - b)^2 = (a^2 - 2ab + b^2)$
$3ax + 6ay$	$3a(x + 2y)$
Формула сума кубів	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$0,16 - 4b^2$	$(0,4 - 2b)(0,4 + 2b)$

Приклади розкладання многочленів на множники

1) $10a^3 - 40a$	$= 10a(a^2 - 4)$ 1) винесемо спільний множник $10a$ за дужки;	$= 10a(a - 2)(a + 2)$ 2) вираз у дужках розкладемо за формулою різниці квадратів;
2) $18x^3 + 12x^2 + 2x$	$= 2x(9x^2 + 6x + 1)$ 1) винесемо спільний множник $2x$ за дужки;	$= 2x(3x + 1)^2$ 2) вираз у дужках — за формулою квадрат суми двох виразів



Алгоритм розкладання многочленів на множники способом групування

$$ax + ay + 5x + 5y =$$

1. Розбити всі члени
многочлена на групи
так, щоб після
винесення за дужки
спільного множника в
такій групі в дужках
утворилися спільні
множники;

$$= (ax + ay) + (5x + 5y) =$$



2. Винести за дужки
спільний множник у
кожній групі;

$$= a(x + y) + 5(x + y) =$$

3. Винести за дужки
спільний двочленний
множник.

$$= (x + y)(a + 5)$$

НАПРИКЛАД

Розкласти на множники вираз:

$$1) ax + 3 + 3x + a = (ax + a) + (3 + 3x) = a(x + 1) + 3(x + 1) = (a + 3)(x + 1);$$

$$2) 4ac + 12c - 4a - 12 = 4ac - 4a + 12c - 12 = 4a(c - 1) + 12(c - 1) = (4a + 12)(c - 1) = 4(a + 3)(c - 1);$$

$$3) ax^2 - bx^2 + bx - ax + a - b = ax^2 - bx^2 + bx - ax + a - b = (ax^2 - bx^2) + (bx - ax) + (a - b) = x^2(a - b) - x(a - b) + (a - b) = (x^2 - x + 1)(a - b).$$



Застосування кількох способів для розкладання многочленів на множники

Алгоритм

1. Винести спільний множник (якщо він є) за дужки.
2. Спробувати розкласти многочлен на множники за допомогою формул скороченого множення.
3. Застосувати спосіб групування (якщо попередні способи не привели до мети).

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ

1. Розкласти на множники :

- а) $15xy - 5yz$; б) $m(x-y) + (x-y)$; в) $m^2 - 12m + 36$;
г) $0,25x^2 - 16y^4$; д) $6c - 12d + cx - 2xd$.

Розв'язання

- а) $15xy - 5yz = 5y(3x - z)$;
б) $m(x-y) + (x-y) = (x-y)(m+1)$;
в) $m^2 - 12m + 36 = m^2 - 2 \cdot m \cdot 6 + 6^2 = (m-6)^2$;
г) $0,25x^2 - 16y^4 = (0,5x)^2 - (4y^2)^2 = (0,5x - 4y^2)(0,5x + 4y^2)$;
д) $6c - 12d + cx - 2xd = c(6+x) - 2d(6+x) = (6+x)(c-2d)$.

2. Розв'язати рівняння $49x^2 - 14x + 1 = 0$.

Розв'язання

$$49x^2 - 14x + 1 = 0$$

$$(7x - 1)^2 = 0$$

$$7x - 1 = 0$$

$$7x = 1$$

$$x = \frac{1}{7}.$$

Відповідь. $\frac{1}{7}$.

3. Розкласти на множники :

а) $81a^8b^7 - 54a^5b^3 - 27a^4b^8$;

б) $3a(c-2)^2 - 6(2-c)$;

в) $36m^2 + 1,5mn^3 + \frac{1}{64}n^6$.

Розв'язання

а) $81a^8b^7 - 54a^5b^3 - 27a^4b^8 = 27a^4b^3(3a^4b^4 - 2a - b^5)$;

б) $3a(c-2)^2 - 6(2-c) = 3a(2-c)^2 - 6(2-c) = 3(2-c)(a(2-c) - 2) =$
 $= 3(2-c)(2a - ac - 2)$;

в) $36m^2 + 1,5mn^3 + \frac{1}{64}n^6 = (6m)^2 + 2 \cdot 6 \cdot m \cdot \frac{1}{8}n^3 + (\frac{1}{8}n^3)^2 = (6m + \frac{1}{8}n^3)^2$.

4. Записати вираз $10a^2b^2 + 5a^3b^3 - 4ab - 8$ у вигляді добутку й обчислити його значення, якщо $ab = -1$.

Розв'язання

$$10a^2b^2 + 5a^3b^3 - 4ab - 8 = (10a^2b^2 + 5a^3b^3) + (-4ab - 8) =$$
$$= 5a^2b^2(2 + ab) - 4(2 + ab) = (2 + ab)(5a^2b^2 - 4);$$

Якщо $ab = -1$, то

$$(2 + ab)(5a^2b^2 - 4) = (2 + (-1))(5 \cdot (-1)^2 - 4) =$$
$$= 1 \cdot (5 \cdot 1 - 4) = 1.$$

Робота з інтернет ресурсами

<https://youtu.be/Ws0NMqq8mAY>

<https://youtu.be/htEJS5khWwg>

Домашнє завдання

1. Записати у вигляді добутку:

а) $12mp - 15pd$; б) $25a^5 - 10ab + b^2$; в) $3m + mp - 3n - np$;

г) $0,49x^2 - 0,04y^2$; д) $8a^3 + 27$.

2. Розв'язати рівняння $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$.

3. Розкласти на множники :

а) $54a^3y(a-7x) + 36a^2y^2(7x-a)$;

б) $\frac{16}{49}a^2 - (a-5b)^2$;

в) $9x^4 + x^2y + \frac{1}{36}y^2$;

г) $(3a+4)^3 - 125$.