

Дата: 13.04.2023

Клас: 8-Б

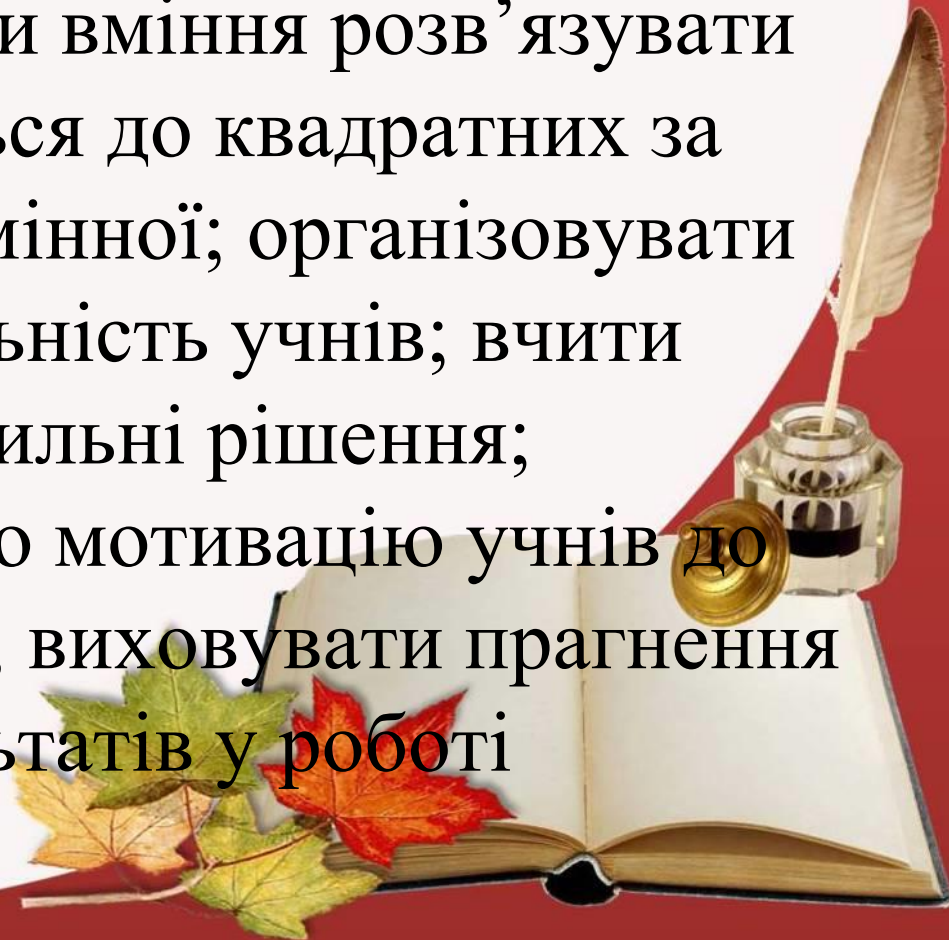
**Тема :Розв'язування рівнянь,
що зводяться до квадратних
методом заміни змінної.**

**За допомогою рівнянь і теорем,
ми багато розв'яжемо проблем**



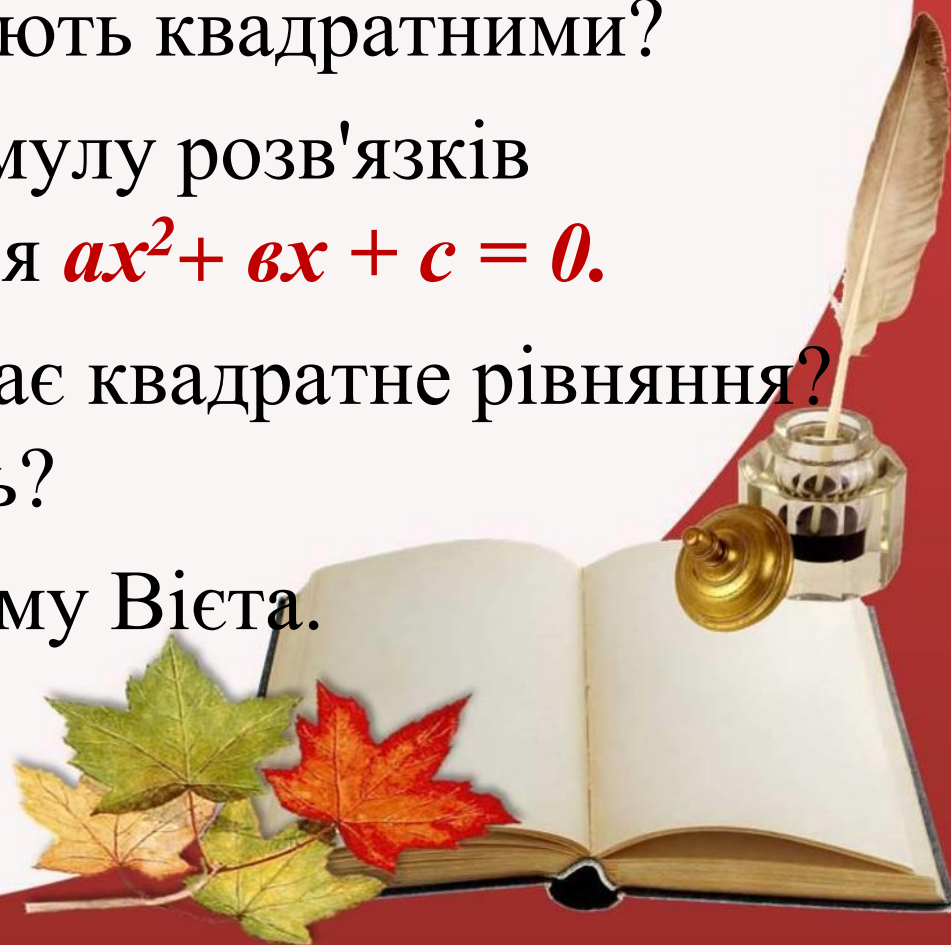
Мета:

- сформувати поняття біквадратного рівняння, сформувати вміння розв'язувати рівняння, що зводяться до квадратних за допомогою заміни змінної; організовувати цілеспрямовану діяльність учнів; вчити дітей приймати правильні рішення; розвивати внутрішню мотивацію учнів до теми, що вивчається; виховувати прагнення до досягнення результатів у роботі



Пригадаємо

- ✓ З якими математичними об'єктами ми працюємо на протязі останнього часу?
- ✓ Яке рівняння називають квадратними?
- ✓ Сформулювати формулу розв'язків квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.
- ✓ Скільки розв'язків має квадратне рівняння? Від чого це залежить?
- ✓ Сформулюйте теорему Вієта.



Виберіть серед наведених рівнянь квадратні

1. $2x^2 - x - 1 = 0$,

2. $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$,

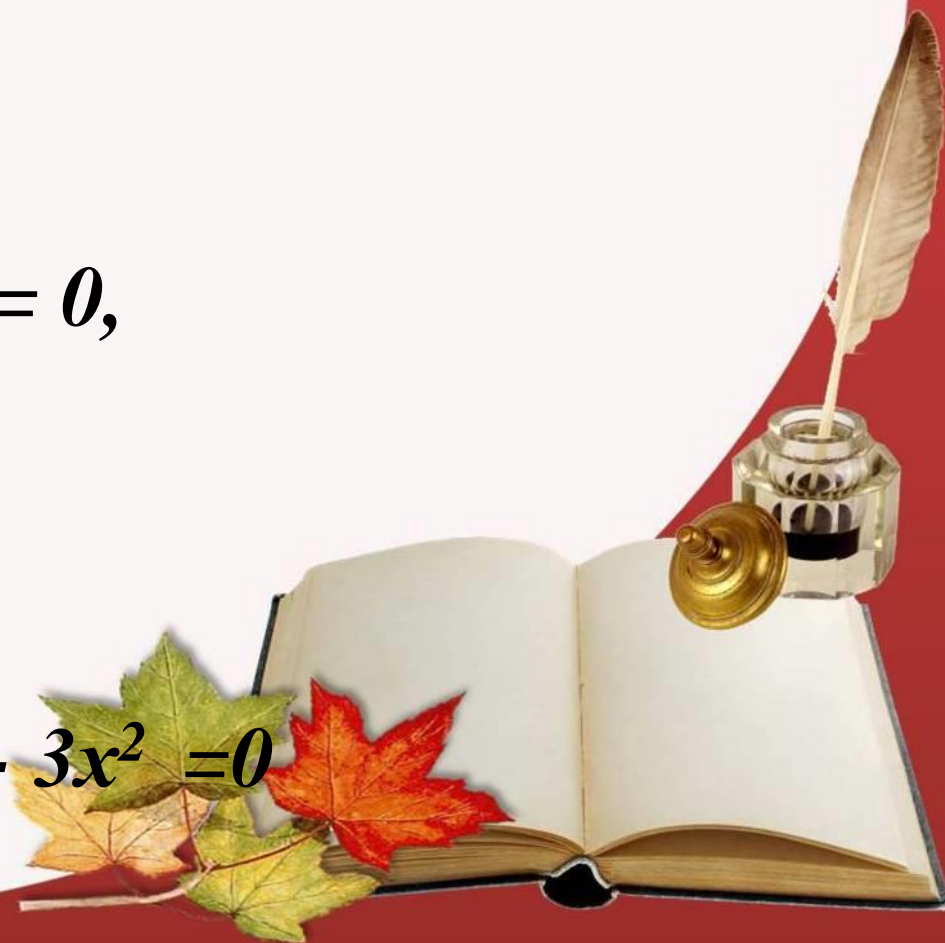
3. $3x^2 - 24 = 0$,

4. $(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 1) - 12 = 0$,

5. $5x^2 - 0,5x = 0$,

6. $x^2 - x - 12 = 0$,

7. $(x^2 + x + 1)^2 - 3x - 3 - 3x^2 = 0$



БІКВАДРАТНІ РІВНЯННЯ

Означення:

Рівняння виду $ax^4 + vx^2 + c = 0$, де x – змінна, a, v, c – числа, причому $a \neq 0$, називають біквадратними



Алгоритм розв'язування рівнянь, методом заміни змінної

1. Виділити однакові вирази.
2. Виконати заміну виразу новою змінною.
3. Розв'язати отримане квадратне рівняння.
4. Повернутися до попередньої змінної.
5. Розв'язати рівняння, визначене підстановкою.
6. Знайти розв'язки рівняння.
7. Записати відповідь.



Розв'язування біквадратного рівняння

$$x^4 - 11x^2 + 18 = 0,$$

$$(\color{red}{x^2})^2 - 11\color{red}{x^2} + 18 = 0,$$

Нехай $x^2 = m$, тоді $x^4 = m^2$, $m > 0$

Отримаємо рівняння

$$m^2 - 11m + 18 = 0,$$

за теоремою Вієта

$$m_1 = 9; m_2 = 2$$

повертаємось до заміни

$$x^2 = 9 \quad i \quad x^2 = 2$$

$$x_1 = 3; x_2 = -3; \quad x_3 = -\sqrt{2}; \quad x_4 = \sqrt{2};$$

Відповідь: $-\sqrt{2}; -3; \sqrt{2}; 3$.

Запам'ятайте !

Якщо новою змінною позначають парний степінь заданої змінної, то нова змінна не може набувати від'ємних значень.



$$(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 1) - 12 = 0,$$

Нехай $(x^2 - 1) = m$, тоді $(x^2 - 1)^2 = m^2$

Отримаємо рівняння

$$m^2 + m - 12 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 12 = 49$$

За теоремою Вієта

$$m_1 = 3, \quad m_2 = -4$$

Повертаємось до заміни

$$1) x^2 - 1 = 3$$

$$x_1 = \sqrt{4}; \quad x_2 = -\sqrt{4}$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = -2$$

$$2) x^2 - 1 = -4,$$

$$x^2 = -4 + 1; \quad x^2 = -3$$

Розв'язків не має

Відповідь: -2; 2.

$$\underline{(x^2 + x + 1)^2 - 3x - 3 - 3x^2 = 0}$$

$$(x^2 + x + 1)^2 - 3(x + 1 + x^2) = 0,$$

Нехай $(x^2 + x + 1) = m$, тоді $(x^2 + x + 1)^2 = m^2$

Отримаємо рівняння

$$m^2 - 3m = 0,$$

$$m(m - 3) = 0,$$

$$m = 0, \text{ або } m = 3,$$

$$1) \ x^2 + x + 1 = 0, \quad 2) \ x^2 + x + 1 = 3, \ x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3; \quad D = 9, \text{ за теоремою Вієта}$$

$$\text{Розв'язків не має} \quad x_1 = 2; \quad x_2 = -1$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = 2; \quad x_2 = -1$$

Розв'яжіть рівняння

$$2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$$

$$2(x^2)^2 - 9x^2 + 4 = 0.$$

Нехай $x^2 = t$, тоді $x^4 = t^2$.

$$2t^2 - 9t + 4 = 0, \quad t > 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 4 \cdot 2 = 81 - 32 = 49$$

$$t_1 = \frac{(9+7)}{4} = 4; \quad t_2 = \frac{(9-7)}{4} = \frac{1}{2}.$$

Якщо $t = 4$, тоді $x^2 = 4$.

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

Якщо $t = \frac{1}{2}$, тоді $x^2 = \frac{1}{2}$.

$$\begin{cases} x_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x_4 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{Відповідь: } x = \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}}; -2; \frac{1}{\sqrt{2}}; 2 \right\}$$

$$(2x+1)^4 - 10(2x+1)^2 + 9 = 0$$

Нехай $(2x+1)^2 = t$, тоді $(2x+1)^4 = t^2$

$$t^2 - 10t + 9 = 0, \quad t > 0$$

За теоремою Вієта $t_1 = 9; t_2 = 1$

$$1) (2x+1)^2 = 9$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 9$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_1 = -2; \quad x_2 = 1$$

$$2) (2x+1)^2 = 1$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 1$$

$$4x^2 + 4x = 0$$

$$4x(x+1) = 0$$

$$4x = 0$$

$$x_3 = 0$$

$$x+1 = 0$$

$$x_4 = -1$$

Відповідь: $x_1 = -2, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = -1$

Домашнє завдання

- Працювати параграф 25 п. 3,4
- Виконати №954

954. Знайдіть корені біквадратного рівняння:

1) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0;$

3) $x^4 + 2x^2 - 15 = 0;$

5) $x^4 + 10x^2 + 9 = 0;$

2) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0;$

4) $3x^4 - 2x^2 - 8 = 0;$

6) $25x^4 - 10x^2 + 1 = 0.$

