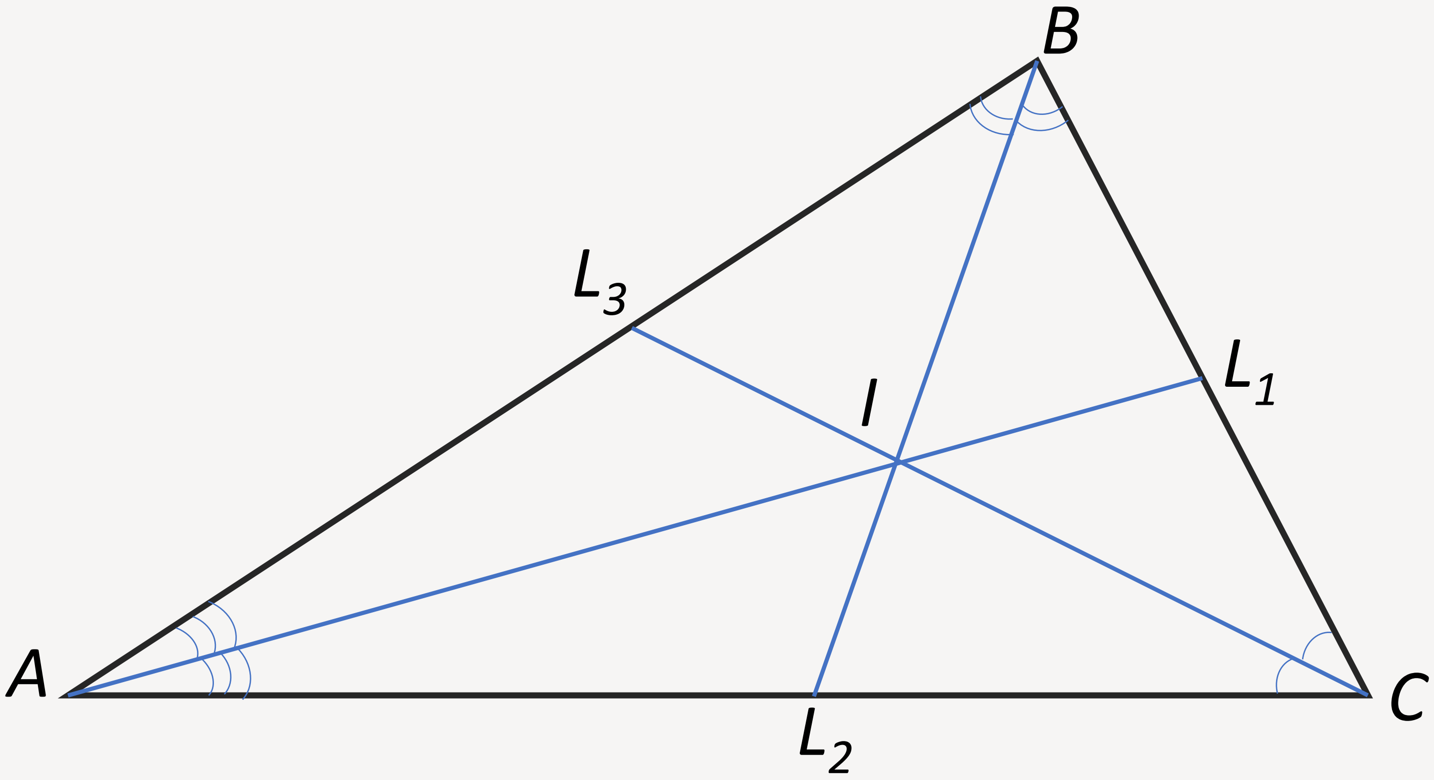
Дата: 18.01.2023
Клас: 8-Б

ВЛАСТИВІСТЬ БІСЕКТРИСИ ТРИКУТНИКА

Мета: домогтися засвоєння учнями змісту теореми, що виражає властивість бісектриси трикутника та її доведення. Формувати вміння:

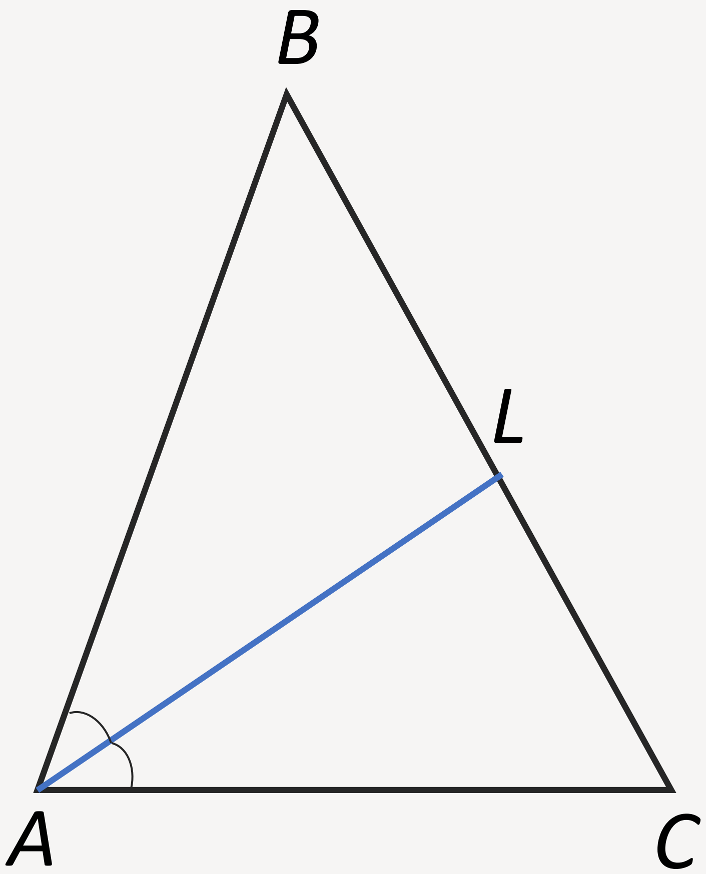
- відтворювати зміст вивченої теореми;
- за готовими рисунками із зображенням трикутника та його бісектриси знаходити пропорційні відрізки;
- виконувати записи відповідно до формулювання теореми та умови задачі;
- застосовувати формулювання теореми до розв’язування задач на обчислення відрізків у трикутнику.

Бісектрисою трикутника *називають відрізок бісектриси кута трикутника, що сполучає вершину трикутника з точкою протилежної сторони.*

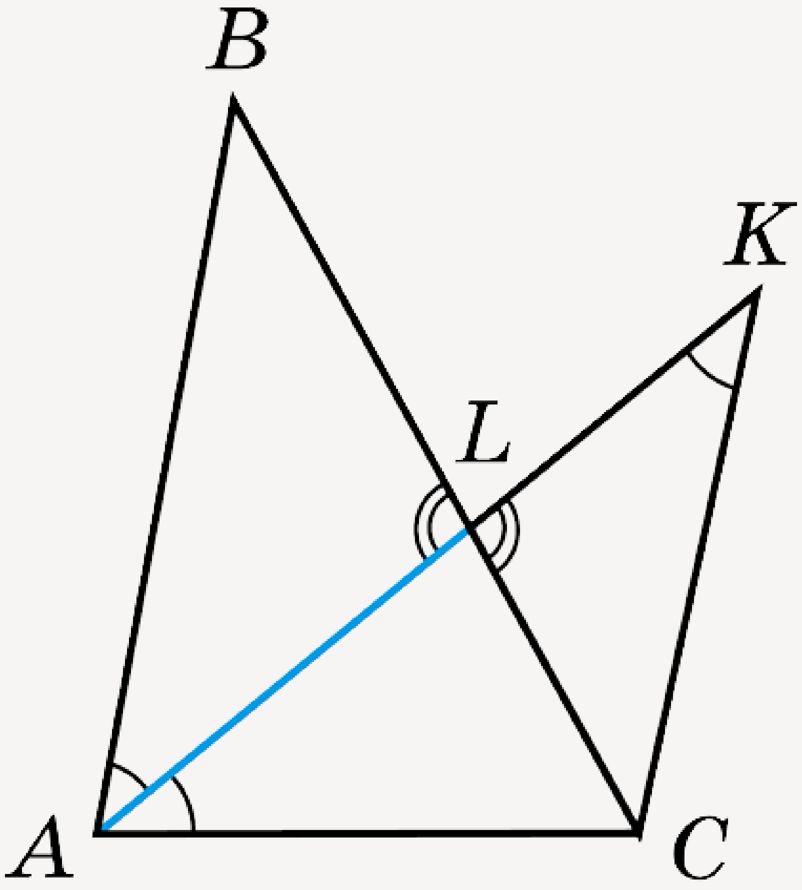


В будь-якому трикутнику бісектриси перетинаються в одній точці
*(*ї*ї називають* ***інцентром****).*
На малюнку точка I-інцентр трикутника АВС

Теорема (властивість бісектриси трикутника).
Бісектриса трикутника ділить сторону, до якої вона проведена, на відрізки, пропорційні двом іншим сторонам.



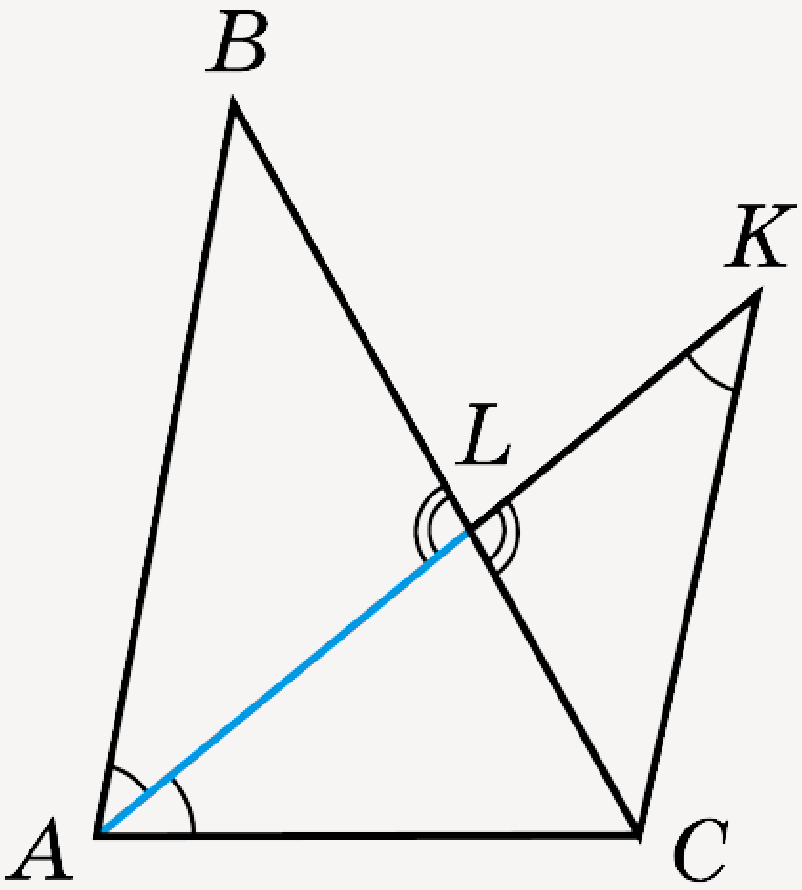
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BL}{LC}$$



Доведення. Нехай *AL*– бісектриса $\triangle ABC$.

Доведемо, що $\frac{AB}{AC} = \frac{BL}{LC}$.

1) Проведемо через точку *C* пряму, паралельну *AB*, та продовжимо бісектрису *AL* до перетину із цією прямою в точці *K*. Тоді $\angle LKC = \angle BAL$ (як внутрішні різносторонні кути при паралельних прямих *AB* і *CK* та січній *C*.



2) Трикутник *AKC* – рівнобедрений (оскільки

$\angle BAL = \angle LAC$ і $\angle BAL = \angle LKC$, а тому

$\angle KAC = \angle AKC$), а отже, $AC = KC$.

3) $\angle BLA = \angle CLK$ (як вертикальні).

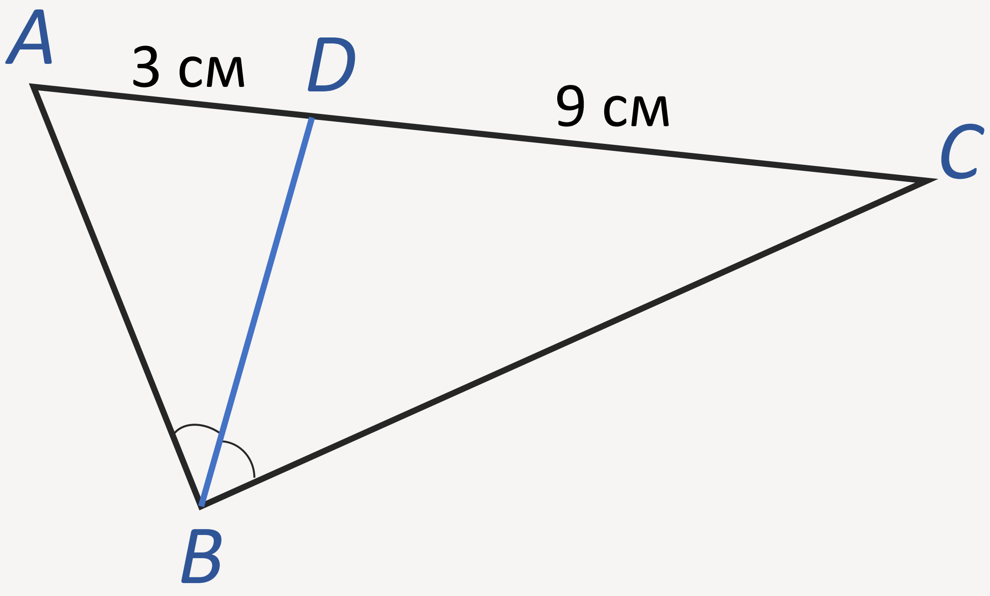
Тому $\triangle ABL \backsim \triangle KCL$ (за двома кутами).

Отже $\dfrac{AB}{KC} = \dfrac{BL}{LC}$.

Але $KC = AC$, тому $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BL}{LC}$.

Розв’язування задач

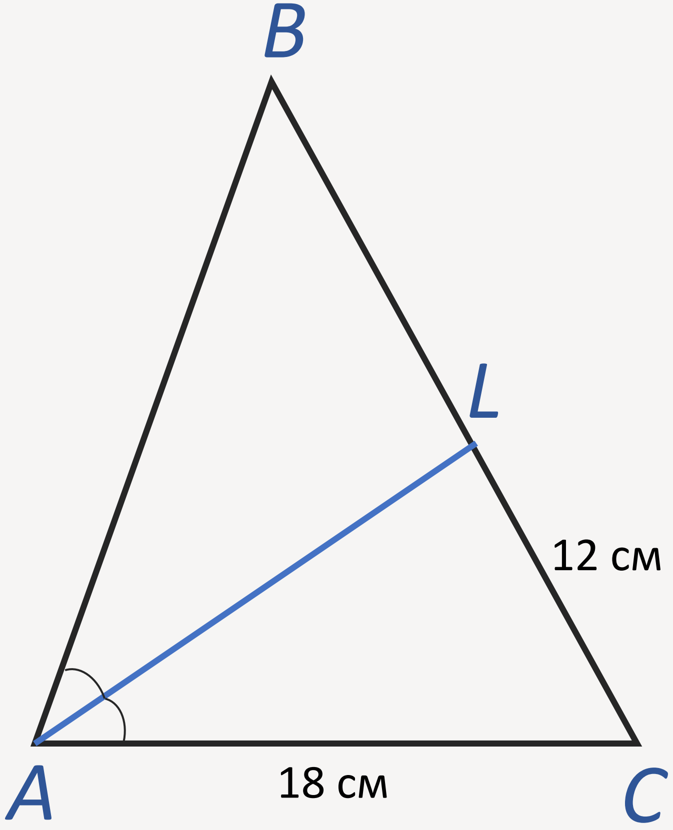
565. BD – бісектриса трикутника ABC, $AD = 3$ см, $DC = 9$ см. Знайдіть відношення сторін $\frac{AB}{BC}$.



Розв’язання. За теоремою про властивість бісектриси трикутника: $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{CD}$. Тому $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$, $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Відповідь. $\frac{1}{3}$.

571. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 18 см, а бісектриса ділить бічну сторону на відрізки, з яких той, що суміжний з основою, дорівнює 12 см. Знайдіть периметр трикутника.



Розв'язання. За умовою $\triangle ABC$-рівнобедрений, тому $AB=BC$. Нехай $AB=x$ (см), тоді $BL=x-12$ (см).

За теоремою про властивість бісектриси трикутника:

$\frac{AB}{AC}=\frac{BL}{CL}$. Маємо рівняння: $\frac{x}{18}=\frac{x-12}{12}$,

$12x = 18(x-12)$,

$12x - 18x = -216$,

$6x = 216$.

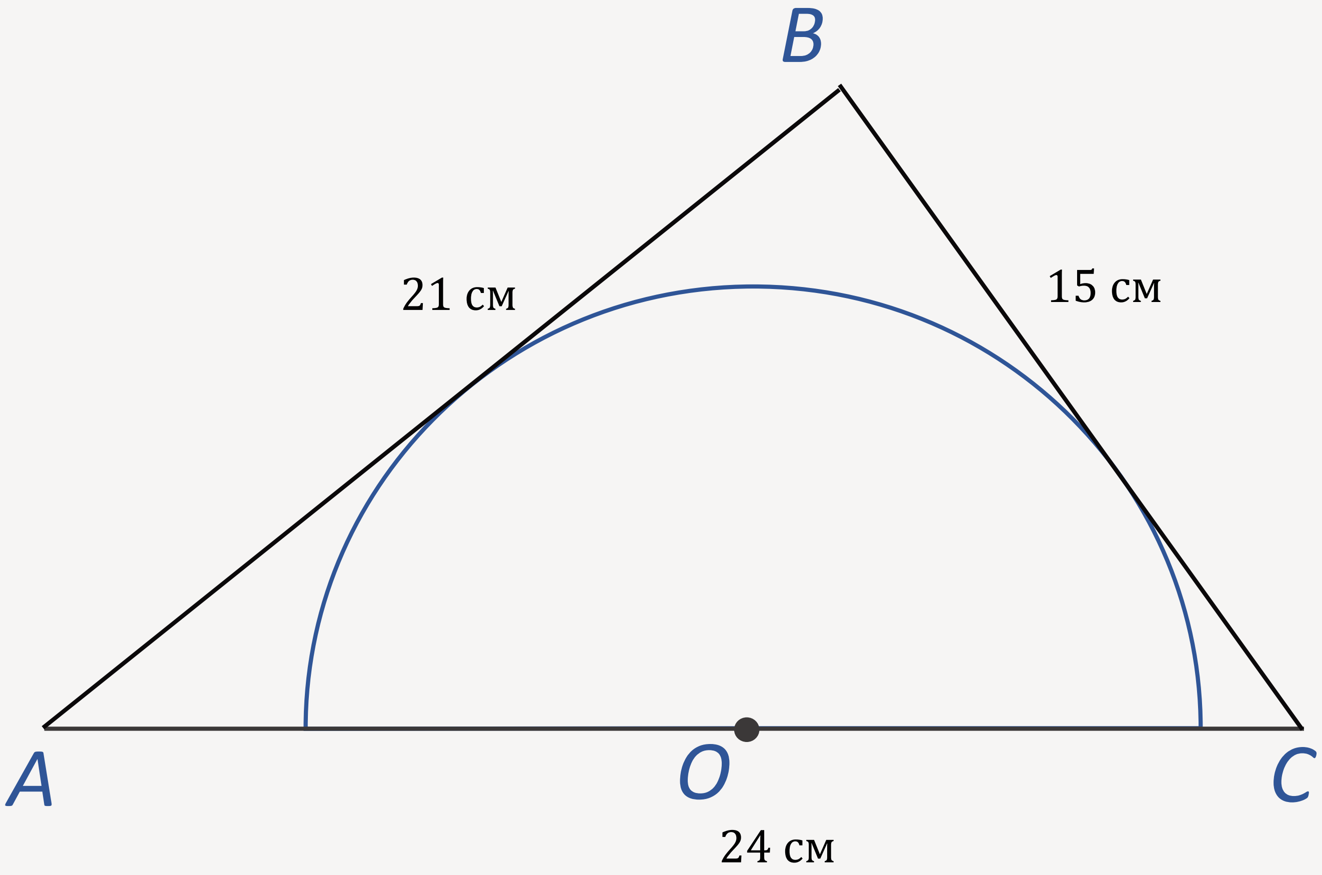
$x = 36$.

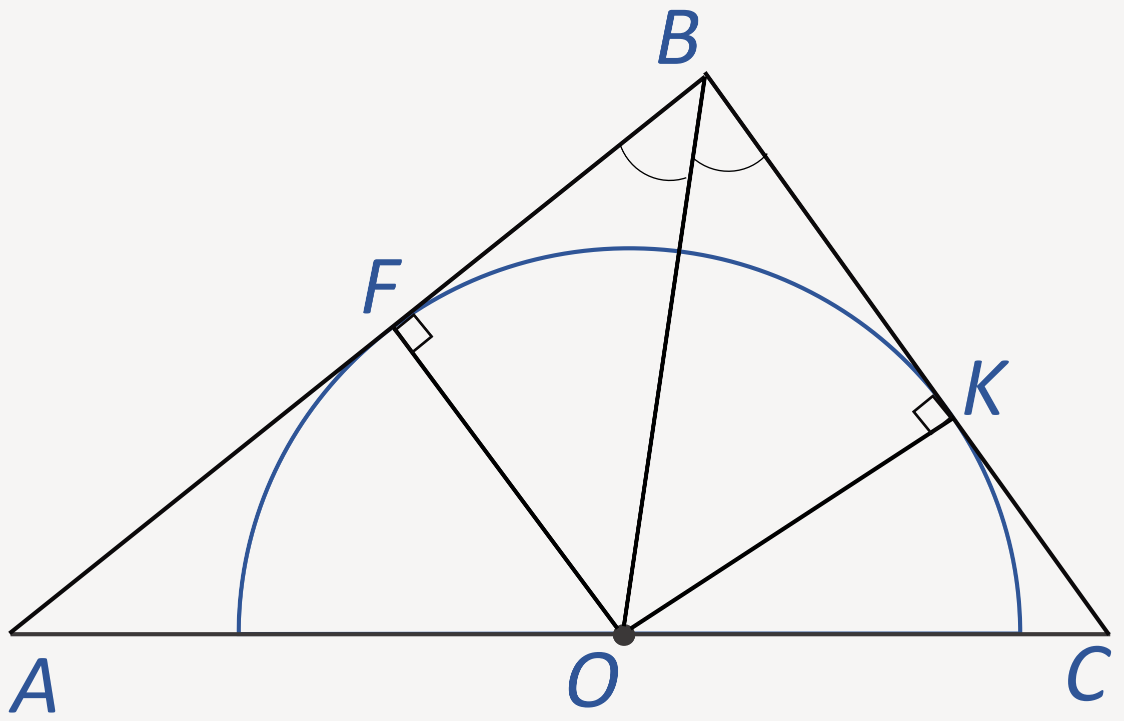
$P = 2AB + AC$,

$P = 2 \cdot 36 + 18 = 90$ (см).

Відповідь. 90 см.

573. У трикутнику, сторони якого дорівнюють 15 см, 21 см і 24 см, проведено півколо, центр якого належить більшій стороні трикутника і яке дотикається до двох інших сторін. На які відрізки центр півкола ділить більшу сторону?





Розв’язання. За властивістю дотичної $AB \perp OF, BC \perp OK$.

$OF = OK$, як радіуси кола.

$\triangle\ OFB = \triangle\ OKB$ за гіпотенузою і катетом.

Нехай $AO = x$, тоді $OC = 24 - x$.

За теоремою про властивість бісектриси трикутника: $\frac{AB}{AO} = \frac{BC}{CO}$.

Маємо: $\frac{21}{x} = \frac{15}{24-x}$,

звідки $x = 14$ (см).

$$OC = 24 - x = 24 - 14 = 10 \text{ (см)}.$$

Відповідь. 10 см, 14 см.

Домашнє завдання

Вивчити § 16.

Властивість бісектриси трикутника.

Виконати письмово № 566, 572.