

**Тема. Тотожність. Тотожні перетворення виразу**

Мета. Ознайомитися з поняттям доведення тотожності, навчитися виконувати тотожні перетворення виразів

**Пригадайте**

- Що називають тотожністю?
- Які вирази вважають тотожно рівними?
- Що називається тотожним перетворенням виразу?

**Ознайомтеся з інформацією**

Розкриття дужок, зведення подібних доданків є тотожними перетвореннями виразів.

**Завдання**

Знайдіть значення виразу  $11a - 5a + 6a + 2$ , якщо  $a = \frac{1}{8}$ .

Ми можемо підставити у цей вираз замість  $a$  число  $\frac{1}{8}$  та знайти значення числового виразу  $11 \cdot \frac{1}{8} - 5 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{8} + 2$ .

Однак логічніше і набагато зручніше спочатку звести подібні доданки.

$$\underline{11a} - \underline{5a} + \underline{6a} + 2 = 12a + 2$$

Якщо  $a = \frac{1}{8}$ , то маємо  $12 \cdot \frac{1}{8} + 2 = 3,5$

Отже, застосовуючи тотожні перетворення і спрощуючи вираз, ми фактично заміняємо його простішим виразом, тотожно рівним йому. Таким чином, майже завжди вираз, який спочатку здавався складним і громіздким, стає простим і красивим після застосування тотожних перетворень. Тотожні перетворення також застосовують, щоб довести, що рівність є тотожністю (тобто щоб **довести тотожність**).

**Довести тотожність можна такими методами:**

- 1) за допомогою тотожних перетворень одну з частин даної рівності звести до другої частини;
- 2) за допомогою тотожних перетворень обидві частини даної рівності звести до одного й того самого виразу;
- 3) за допомогою тотожних перетворень показати, що різниця лівої і правої частин даної рівності дорівнює нулю.

## Робота в зошиті

### Завдання 1

Довести тотожність:

$$1) 2x - (x + 5) - 11 = x - 16;$$

$$2) 20b - 4a = 5(2a - 3b) - 7(2a - 5b);$$

$$3) 2(3x - 8) + 4(5x - 7) = 13(2x - 5) + 21;$$

$$4) a(b - c) + b(c - a) = c(b - a).$$

#### Доведення

$$1) 2x - (x + 5) - 11 = x - 16.$$

Перетворімо ліву частину виразу:

$$2x - (x + 5) - 11 = \underline{2x} - \underline{x} - \underline{5} - \underline{11} = x - 16$$

$$x - 16 = x - 16.$$

Отже, за допомогою тотожних перетворень ми ліву частину рівності звели до правої частини і так довели, що ця рівність є тотожністю.

$$2) 20b - 4a = 5(2a - 3b) - 7(2a - 5b).$$

Перетворімо праву частину виразу:

$$5(2a - 3b) - 7(2a - 5b) = \underline{10a} - \underline{15b} - \underline{14a} + \underline{35b} = -4a + 20b = 20b - 4a;$$

$$20b - 4a = 20b - 4a.$$

Завдяки тотожним перетворенням ми праву частину рівності звели до лівої частини, а отже, довели, що дана рівність є тотожністю.

$$3) 2(3x - 8) + 4(5x - 7) = 13(2x - 5) + 21.$$

У цьому випадку зручно спростити і ліву, і праву частини рівності та порівняти результати.

$$2(3x - 8) + 4(5x - 7) = \underline{6x} - \underline{16} + \underline{20x} - \underline{28} = 26x - 44;$$

$$13(2x - 5) + 21 = 26x - \underline{65} + \underline{21} = 26x - 44;$$

$$26x - 44 = 26x - 44.$$

За допомогою тотожних перетворень і ліву, і праву частини рівності ми звели до одного виразу  $26x - 44$ . Тому вихідна рівність є тотожністю.

$$4) a(b - c) + b(c - a) = c(b - a).$$

Розгляньмо різницю лівої і правої частин:

$$a(b - c) + b(c - a) - c(b - a) = \underline{ab} - \underline{ac} + \underline{bc} - \underline{ba} - \underline{cb} + \underline{ca} = 0.$$

Тотожність доведено.

### Завдання 2

Доведіть, що рівність  $(a + 2)(a - 3) = a^2 - 6$  не є тотожністю.

#### Доведення

Щоб довести, що рівність не є тотожністю, достатньо навести контрприклад, тобто вказати таке значення змінної, за якого дана рівність не справджується. Наприклад, за  $a = 1$  маємо:

$$(a + 2)(a - 3) = (1 + 2)(1 - 3) = -6;$$

$$a^2 - 6 = 1 - 6 = -5;$$

$$-6 \neq -5;$$

Отже, дана рівність не є тотожністю.

### Завдання 3

Доведіть, що значення виразу  $1,8(y - 2) + 1,4(2 - y) + 0,2(7 - 2y)$  не залежить від значення змінної.

#### Доведення

$$1,8(y - 2) + 1,4(2 - y) + 0,2(7 - 2y) = \underline{1,8y} - \underline{3,6} + \underline{2,8} - \underline{1,4y} + \underline{1,4} - \underline{0,4y} = 0,6.$$

0,6 — числовий вираз, значення якого не залежить від значення змінної.

### Завдання 4

Доведіть, що сума трьох послідовних парних чисел ділиться на 6.

#### Доведення

Нехай менше парне число — це число  $n$ . Оскільки воно парне, то його можна представити у вигляді  $n = 2k$ . Тоді наступні два парні числа матимуть вигляд  $2k + 2$  та  $2k + 4$ . Записуємо їхню суму і спрощуємо отриманий вираз.  $2k + (2k + 2) + (2k + 4) = 6k + 6 = 6(k + 1)$ . Оскільки один із множників виразу — число 6, то добуток  $6(k + 1)$  ділиться на 6. Отже, сума трьох послідовних парних чисел ділиться на 6.

## Для кмітливих та допитливих

Розв'яжіть ребус:



## Пригадайте

- Які вирази називають тотожно рівними?
- Що значить виконати тотожні перетворення виразу?

## Домашнє завдання

- Повторіть означення з §3,4
- Виконайте письмово завдання 5 — обов'язково (7 балів), завдання 6 (2 бали) або 7 (3 бали) — на вибір

### Завдання 5

Доведіть тотожність:

1)  $4(x - 5) + 3(x + 3) = 7x - 11$ ;

2)  $b - 2 = 5(b + 2) - 4(b + 3)$ ;

3)  $2(x - 3) + 3(x + 2) = 5x$ .

### Завдання 6

Спростіть вираз і знайдіть його значення  $2x - 3(x + y) + 4y$ , якщо  $x = -1$ ,  $y = 1$ .

### Завдання 7

Чоловік вирушив з міста А до міста В, щодня він долав 40 кілометрів. Наступного дня за ним вирушив другий чоловік, який щодня долав 45 кілометрів. На який день другий чоловік наздожене першого?

Фото виконаної роботи потрібно надіслати вчителю на HUMAN або на електронну пошту [nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)