

Тема. Тотожність. Тотожні перетворення виразу

Мета. Ознайомитися з поняттям тотожності, навчитися виконувати тотожні перетворення виразів

Пригадайте

- Які види раціональних виразів ви знаєте?
- Чим числовий вираз відрізняється від виразу зі змінними?
- Що таке змінна?
- Наведіть приклади виразів, які на мають змісту.

Ознайомтеся з інформацією

Буквені вирази, відповідні значення яких рівні за будь-яких значень змінних, що входять до них, називають **тотожно рівними виразами** або просто **тотожними виразами**.

Наприклад, вирази $7(a + b)$ та $7a + 7b$ — тотожно рівні, оскільки які б числа ми в них не підставили замість змінних, завжди отримаємо правильні числові рівності, а вирази $z^2 + z^4$ і z^6 не є тотожно рівними, бо при $z = 0$ їх значення рівні ($0^2 + 0^4 = 0^6$), а при $z = 2$ маємо, що $2^2 + 2^4 \neq 2^6$.

Рівність, правильну за будь-яких значень змінних, що входять до неї, називають **тотожністю**.

Тобто рівність $7(a + b) = 7a + 7b$ — є тотожністю, а рівність $z^2 + z^4 = z^6$ тотожністю не є.

Можна замінити один вираз будь-яким іншим виразом, тотожно рівним першому. Така заміна називається **тотожним перетворенням**. Зведення подібних доданків і розкриття дужок — приклади тотожних перетворень виразів. Спрощуючи вираз, ми фактично замінюємо його простішим, тотожно рівним йому.

Тотожностями є рівності, що виражають властивості дій над числами, відомі нам як **переставний, сполучний і розподільний закони додавання і множення**:

$$a + b = b + a;$$

$$(a + b) + c = a + (b + c);$$

$$a \cdot b = b \cdot a;$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c);$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

Тотожностями є і такі рівності:

$$a + 0 = a; \quad a + (-a) = 0; \quad a - b = a + (-b);$$

$$a \cdot 0 = 0; \quad a \cdot 1 = a; \quad a \cdot (-b) = -a \cdot b; \quad -a \cdot (-b) = a \cdot b.$$

Якщо в тотожність підставити замість змінних будь-які їх допустимі значення, то отримуємо правильну числову рівність, яка теж є тотожністю.

Завдання

Усні вправи

Завдання 1

Чи є тотожностями такі рівності:

1) $77 + x = x + 77;$

2) $a - b = b - a;$

3) $-5 \cdot (-y) = 5y.$

Розв'язання

Із цих рівностей тотожностями є рівності 1 та 3. Які б числа ми в них не підставили замість змінних, завжди отримаємо правильні числові рівності.

Розгляньмо другу рівність $a - b = b - a$.

Наприклад, при значеннях $a = 14$ та $b = 3$ маємо такий результат:

$$14 - 3 = 3 - 14;$$

$$11 \neq -11.$$

Зробімо висновок: 2-й вираз не є тотожністю.

Письмові вправи

Завдання 2

Спростіть вираз:

1) $-2,5x \cdot 4;$

2) $-\frac{1}{7}x \cdot (-7y).$

Розв'язання

Для спрощення виразу застосуємо переставну і сполучну властивості множення.

1) $-2,5x \cdot 4 = (-2,5 \cdot 4) \cdot x = -10x;$

4) $-\frac{1}{7}x \cdot (-7y) = \left(-\frac{1}{7} \cdot (-7)\right) \cdot (x \cdot y) = xy.$

Завдання 3

Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки: $3(2y - 7) - 2(5y + 3)$.

Розв'язання

$$3(2y - 7) - 2(5y + 3) = 3 \cdot 2y - 3 \cdot 7 - 2 \cdot 5y - 2 \cdot 3 = \underline{6y} - \underline{21} - \underline{10y} - \underline{6} = -4y - 27.$$

Завдання 4

Спростіть вираз $3(a + b) + 0,5(2a - 5b)$ та знайдіть його значення

за $a = 3$, $b = -2$.

Розв'язання

Розкриймо дужки і зведемо подібні доданки:

$$3(a + b) + 0,5(2a - 5b) = 3a + 3b + 0,5 \cdot 2a - 0,5 \cdot 5b = \underline{3a} + \underline{3b} + \underline{a} - \underline{2,5b} = 4a + 0,5b$$

$$\text{За } a = 3, b = -2: 4a + 0,5b = 4 \cdot 3 + 0,5 \cdot (-2) = 12 - 1 = 11.$$

Відповідь: 11.

Завдання 5

Ширина прямокутника a сантиметрів, а довжина на 3 сантиметри більша.

Запишіть вираз для обчислення периметра прямокутника. Знайдіть значення цього виразу, якщо $a = 0,02$ м.

Розв'язання

Ширина — a см,

Довжина — ?, на 3 см більша

P — ?

$$P = 2(a + a + 3) = \underline{2a} + \underline{2a} + 6 = 4a + 6.$$

За $a = 0,02$ м = 2 см:

$$4a + 6 = 4 \cdot 2 + 6 = 14 \text{ (см)} = 0,14 \text{ (м)}$$

Відповідь: 0,14 м.

Пригадайте

- Які вирази називають тотожно рівними?
- Що значить виконати тотожні перетворення виразу?

Домашнє завдання

- Прочитайте в підручнику §3,4
- Виконайте письмово завдання:

1.

Спростіть вираз, використовуючи переставну і сполучну властивості множення:

а) $-12,5x \cdot 8$;

б) $4p \cdot (-0,15q)$;

в) $-0,2x \cdot (-0,3x)$.

2. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

а) $4(5x - 7) + 3x + 13$;

б) $2(7 - 9a) - (4 - 18a)$;

в) $-(3m - 5) + 2(3m - 7)$.

3. Розкрийте дужки і спростіть вираз:

$$\frac{2}{3}\left(6a - \frac{3}{8}b\right) - \frac{2}{11}\left(4\frac{1}{8}a - 33b\right).$$

Фото виконаної роботи потрібно надіслати вчителю на HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com