26.01, 27.01.2023 9 клас Вчитель: Артемюк Н.А.

Тема. Формули для знаходження площі трикутника

Мета: Продовжити знайомитися з різними методами знаходження площі трикутника, вчитися застосовувати ці формули для розв'язування задач

Повторюємо

- Які формули знаходження площі трикутника ви знаєте?
- Для якого виду задач найкраще підійде формула Герона?
- Сформулюйте теорему синусів.
- Де в трикутнику розташовані центри вписаного та описаного кіл?

Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Нехай a, b і c – сторони трикутника, h_a, h_b, h_c – висоти, проведені до відповідних сторін.

$$S = \frac{1}{2}a h_a = \frac{1}{2}b h_b = \frac{1}{2}c h_c$$

$$S = \frac{1}{2}ab\,sin\gamma$$

γ – кут між сторонами a, b.

Формула Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

p – півпериметр.

Отримаємо ще декілька формул для знаходження площі трикутника.

Теорема 1.

Площу S трикутника можна обчислювати за формулою:

$$S = \frac{abc}{4R},$$

де a, b, c – сторони трикутника,

R – радіус описаного кола.

Доведення.

$$Маємо: S = \frac{1}{2}bc\,sin\alpha$$

За узагальненою теоремою синусів

$$\frac{a}{sin\alpha} = 2R, \quad отже \quad sin\alpha = \frac{a}{2R}$$

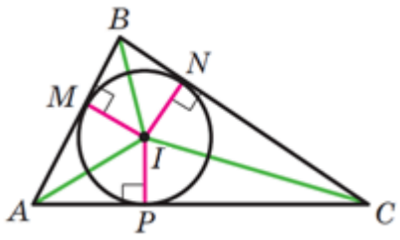
$$Тоді \quad S = \frac{1}{2}bc\frac{a}{2R} = \frac{abc}{4R}$$

Теорема 2.

Площа трикутника дорівнює добутку його півпериметра на радіус вписаного кола

$S = pr$

Доведення.



!

Нехай точка I – центр вписаного кола у трикутнику ABC.

IM, IN, IP – радіуси, що проведені в точки дотику вписаного в трикутник кола.

За властивістю радіуса, проведеного у точку дотику

$M \perp AB, \ \ IN \perp BC, \ \ IP \perp AC$

$$S_{AIB} = \frac{1}{2}AB \bullet IM = \frac{1}{2}AB \bullet r$$

$$S_{BIC} = \frac{1}{2}BC \bullet IN = \frac{1}{2}BC \bullet r$$

$$S_{AIC} = \frac{1}{2}AC \bullet IP = \frac{1}{2}AC \bullet r$$

Тоді $S_{ABC} = S_{AIB} + S_{BIC} + S_{AIC}$.

$$S = \frac{1}{2}IM \bullet AB + \frac{1}{2}IN \bullet BC + \frac{1}{2}IP \bullet AC =$$

$$= \frac{1}{2}r \bullet AB + \frac{1}{2}r \bullet BC + \frac{1}{2}r \bullet AC =$$

$$= \frac{1}{2}r(AB + BC + AC) = r \bullet p$$

Розв’язування задач

Задача 1

Знайдіть радіус вписаного у трикутник кола, площа якого дорівнює 36 см^2 , а периметр 18 см

Розв’язання

S=pr

p=P : 2=18см : 2=9см

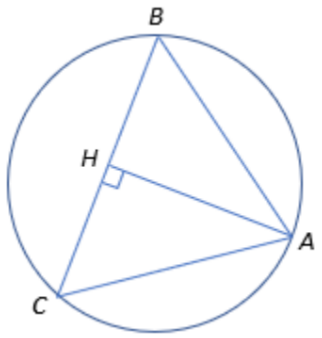
36 = 9 · r

r=36 : 9=2

Відповідь: 2см

Задача 2

У колі проведено дві хорди BA і BC довжиною 10 см і 12 см відповідно. Знайти радіус кола, якщо відстань від точки A до хорди BC дорівнює 8 см.



Дано: $AB = 10$ см, $BC = 12$ см, $AH = 8$ см, $AH \perp BC$

Знайти R – радіус кола.

Розв’язання

З ΔABH, за теоремою Піфагора, $AB^2 = AH^2 + BH^2$.

$BH = 6$ см.

Отже, $HC = 6$ см.

AH — висота і медіана.

Тоді за ознакою ΔABC – рівнобедрений.

$AB = AC = 10$ см.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \bullet AH = \frac{1}{2} 12 \bullet 8 = 48\ см^2$$

Тоді за формулою

$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$ знаходимо радіус кола, описаного навколо ΔABC.

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 12}{4 \cdot 48} = \frac{25}{4}\ \text{см.}$$

Відповідь: $\frac{25}{4}$ см.

Поміркуйте

Для яких задач доцільно застосовувати формули площі трикутника, вивчені на даному уроці?

Домашнє завдання

- **Опрацювати конспект**
- **Розв’язати письмово задачу:**

Знайти радіуси вписаного та описаного кіл трикутника зі сторонами 6см, 25см і 29см.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерело

Всеукраїнська школа онлайн