

19.01.2023

8-А,В клас

Геометрія

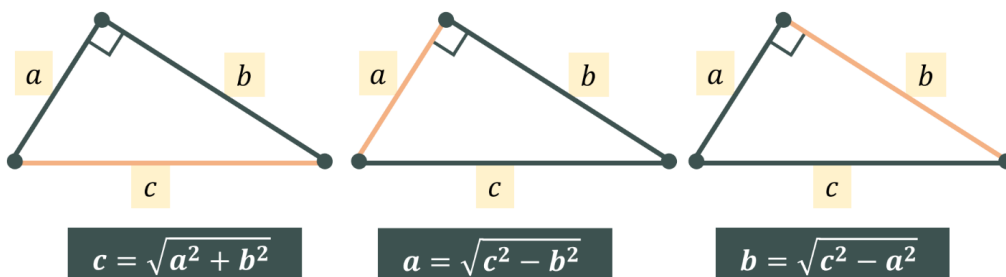
## Тема: Теорема, обернена до теореми Піфагора

### Мета:

- *Навчальна:* сформулювати та довести теорему, обернену до теореми Піфагора;
- *Розвиваюча:* розвивати уміння читати записи математичною мовою, виокремлювати головне, аналізувати, робити висновки;
- *Виховна:* виховувати наполегливість, допитливість, упевненість у власних силах;

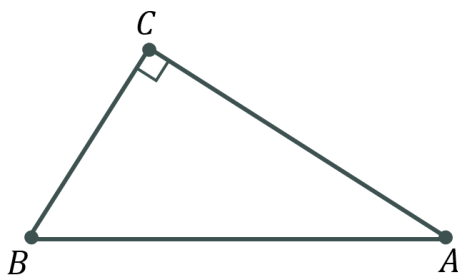
### Хід уроку

$$c^2 = a^2 + b^2$$

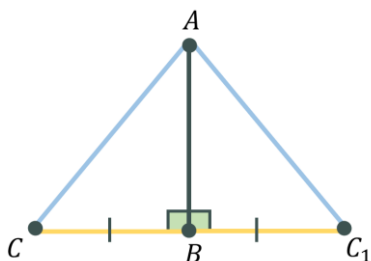


### Теорема, обернена до теореми Піфагора

Якщо сума квадратів двох сторін трикутника дорівнює квадрату третьої сторони, то такий трикутник є прямокутним.



$$AC^2 + BC^2 = AB^2 \Rightarrow \angle C = 90^\circ$$



Дано:

$\triangle ABC$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Довести:  $\angle B = 90^\circ$

Доведення:

- Побудуємо  $\triangle ABC_1$  так, щоб  $\angle ABC_1 = 90^\circ$  і  $BC = BC_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AB^2 + BC_1^2 = AC_1^2 \text{ (за т. Піфагора)} \\ AB^2 + BC^2 = AC^2 \text{ (за умовою)} \\ BC = BC_1 \text{ (за побудовою)} \end{array} \right| \Rightarrow AC = AC_1$$

- Розглянемо  $\triangle ABC$  і  $\triangle ABC_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} AB - \text{спільна сторона} \\ BC = BC_1 - \text{за побудовою} \\ AC = AC_1 \text{ за доведеним} \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} \triangle ABC = \triangle ABC_1 \\ \text{(за трьома сторонами)} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC = \triangle ABC_1 \\ \text{у } \triangle ABC_1, \angle ABC_1 = 90^\circ \end{array} \right| \Rightarrow \angle ABC = \angle ABC_1 = 90^\circ$$

**Доведено.**

*\*Трійки натуральних чисел  $a, b, c$  для яких справджується рівність  $a^2 + b^2 = c^2$  прийнято називати піфагоровими трійками.*

*Наприклад, трикутник із сторонами 3, 4 і 5 задовольняє умову «піфагорової трійки», отже він є піфагоровим трикутником, як і всі трикутники, що пропорційні числам 3, 4 і 5.*

### **Задача 1**

Визначте, чи є прямокутним трикутник зі сторонами:

*\*Щоб трикутник був прямокутним, має виконуватися умова  $a^2 + b^2 = c^2$ . Також пам'ятаємо, що гіпотенуза не може бути меншою катета.*

**а) 4, 5, 6**

*Розв'язок:*

$$\left. \begin{array}{l} 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41 \\ 6^2 = 36 \\ 41 \neq 36 \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Трикутник із такими сторонами не може бути} \\ \text{прямокутним} \end{array}$$

**б) 5, 12, 13**

*Розв'язок:*

$$\left. \begin{array}{l} 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 \\ 13^2 = 169 \\ 169 = 169 \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Трикутник із такими сторонами} \\ \text{обов'язково прямокутний} \end{array}$$

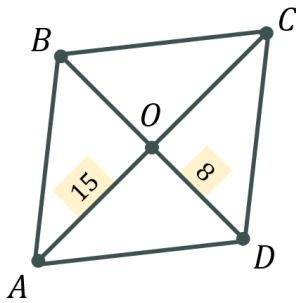
**в) 2,  $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt{13}$**

*Розв'язок:*

$$\left. \begin{array}{l} 2^2 + (\sqrt{7})^2 = 4 + 7 = 11 \\ (\sqrt{13})^2 = 13 \\ 11 \neq 13 \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Трикутник із такими сторонами} \\ \text{не може бути прямокутним} \end{array}$$

### Задача 2

Діагоналі паралелограма дорівнюють 16 см і 30 см, а сторона – 17 см. Доведіть, що цей паралелограм є ромбом.



**Дано:**

$ABCD$  – паралелограм

$AC = 30$  см

$BD = 16$  см

$AD = 17$

**Довести:**

$ABCD$  – ромб

**Доведення:**

$AO = OC = 15$  см  
 $BO = OD = 8$  см

за властивостями діагоналей паралелограма

- Розглянемо  $\triangle AOD$ :

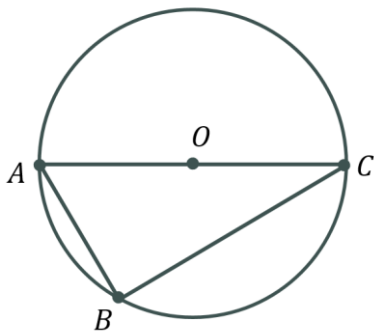
$$\left. \begin{aligned} AO^2 + OD^2 &= 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \\ AD^2 &= 17^2 = 289 \end{aligned} \right| \Rightarrow \triangle AOD \text{ – прямокутний} \\ \angle O = 90^\circ$$

Якщо діагоналі паралелограма перпендикулярні, то цей паралелограм – ромб.

$$\left. \begin{aligned} &ABCD \text{ – паралелограм} \\ &AC \text{ і } BD \text{ – діагоналі} \\ &AC \perp BD \text{ (за доведеним } \angle AOD = 90^\circ) \end{aligned} \right| \Rightarrow ABCD \text{ – ромб}$$

**Доведено.**

### Задача 3



На колі позначено точки  $A, B$  і  $C$  так, що  $AB = 9$  см,  $BC = 40$  см,  $AC = 41$  см. Знайдіть радіус кола.

**Дано:**

$\triangle ABC$  – вписаний у коло

$AB = 9$  см

$BC = 40$  см

$AC = 41$  см

**Знайти:**  $R$  – ?

**Розв'язок:**

- За теоремою, оберненою до теореми Піфагора з'ясуємо, чи буде  $\triangle ABC$  прямокутним:

$$\left. \begin{aligned} 9^2 + 40^2 &= 41^2 \\ 81 + 1600 &= 1681 \\ 1681 &= 1681 \end{aligned} \right| \Rightarrow \triangle ABC \text{ прямокутний}$$

Так як  $\triangle ABC$  – прямокутний, то  $AC$  – діаметр кола, отже:

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{41}{2} = 20,5 \text{ см}$$

**Відповідь:** 20,5 см

### Підсумок уроку

- Яка зі сторін прямокутного трикутника є найбільшою?
- Сформулюйте теорему, обернену до теореми Піфагора?
- Який трикутник називають єгипетським?
- Які трійки чисел і трикутники називають Піфагоровими?

### Домашнє завдання:


Опрацювати §18, вивчити теорему Піфагора та обернену до неї теорему.  
Виконати письмово №670, 672, 674.

**670.** Чи є прямокутним трикутник зі сторонами:

- 1) 5; 6; 9;                      2) 16; 30; 34?

**671.** У колі, радіус якого дорівнює 13 см, проведено хорду, завдовжки 10 см. Знайдіть відстань від центра кола до даної хорди.

**672.** У колі проведено хорду завдовжки 16 см. Знайдіть радіус кола, якщо відстань від центра кола до хорди дорівнює 6 см.

 **673.** Дві сторони прямокутного трикутника дорівнюють 5 см і 6 см. Знайдіть третю сторону (розгляньте всі випадки).

**674.** Дві сторони прямокутного трикутника дорівнюють 5 см і 2 см. Знайдіть третю сторону (розгляньте всі випадки).

Відправити на Human або електронну пошту [smartolenka@gmail.com](mailto:smartolenka@gmail.com)