

## Тема. Сума перших n-членів арифметичної прогресії

Мета. Ознайомитися з поняттям суми перших n-членів арифметичної прогресії, вчитися знаходити значення суми послідовності, обираючи відповідну формулу

### Повторюємо

- Що таке арифметична прогресія?
- Що таке різниця арифметичної прогресії?
- Як виглядає формула n-го члена арифметичної прогресії?
- Якою ще властивістю володіє кожен член арифметичної прогресії крім першого та останнього, якщо такий існує?

### Запишіть у зошит

Формули суми n перших членів арифметичної прогресії

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n - 1)d}{2} n$$

### Перегляньте відео

<https://youtu.be/QgxLDSraZtE>

### Розв'язування задач

#### Задача 1.

Чому дорівнює сума перших п'яти членів арифметичної прогресії ( $a_n$ ), якщо  $a_1 = 3$  і  $a_5 = 7$ ?

#### Розв'язання.

$$S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \times 5 = \frac{3 + 7}{2} \times 5 = 25.$$

#### Задача 2.

Знайдіть суму десяти перших членів арифметичної прогресії ( $a_n$ ), якщо  $a_1 = 2$  і  $d = 4$ .

#### Розв'язання.

$$S_{10} = \frac{2 \times 2 + (10 - 1) \times 4}{2} \times 10 = 200.$$

### Задача 3.

Місця у одному із секторів цирку розташовані так, що у першому ряду їх 7, а у кожному наступному на 4 більше, ніж у попередньому. Скільки місць у цьому секторі, якщо він містить 12 рядів?

#### Розв'язання.

Позначимо  $a_i$  кількість місць в  $i$ -му рядку. З умови задачі випливає, що послідовність  $(a_n)$  є арифметичною прогресією з  $a_1 = 7$  і  $d = 4$  та шукана величина дорівнює  $S_{12}$ .

$$S_{12} = \frac{2 \times 7 + 11 \times 4}{2} \times 12 = 348.$$

### Задача 4.

Знайдіть суму всіх трицифрових чисел, кратних семи.

#### Розв'язання.

Для початку зазначимо, що всі трицифрові числа, що кратні семи, утворюють скінченну арифметичну прогресію з першим членом  $a_1 = 105$  та різницею  $d = 7$ .

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n.$$

Але в цій формулі ми не знаємо значення  $n$ , тобто кількості трицифрових чисел, що кратні семи.

Аби знайти їхню кількість, потрібно знайти найбільше натуральне  $n$ , для якого виконується  $a_n < 1000$ .

Спочатку запишемо рівність, для знаходження  $n$ -го члена:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad a_n = 105 + (n-1) \times 7.$$

Тепер розв'яжемо нерівність:

$$a_n < 1000$$

$$7n < 902$$

$$n < \frac{902}{7}$$

$$n < 128\frac{6}{7}.$$

Найбільше натуральне число, яке задовольняє цю нерівність — це 128. Отже, наша арифметична прогресія має 128 членів.

$$\text{Тоді } S_n = S_{128} = \frac{2 \times 105 + 127 \times 7}{2} \times 128 = 70336.$$

### Поміркуйте

Арифметичну прогресію  $(a_n)$  задано формулою  $n$ -го члена  $a_n = n^2 - 5n$ . Знайдіть  $S_{13}$

## Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати завдання:
  - 1) Чому дорівнює сума перших семи членів арифметичної прогресії ( $a_n$ ), якщо  $a_1=-3$  і  $a_7=7$  ?
  - 2) Знайдіть суму дванадцяти перших членів арифметичної прогресії ( $a_n$ ), якщо  $a_1=-2$  і  $d=3$ .

Фото виконаного завдання надіслати на HUMAN або на електронну пошту [nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)

## Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)