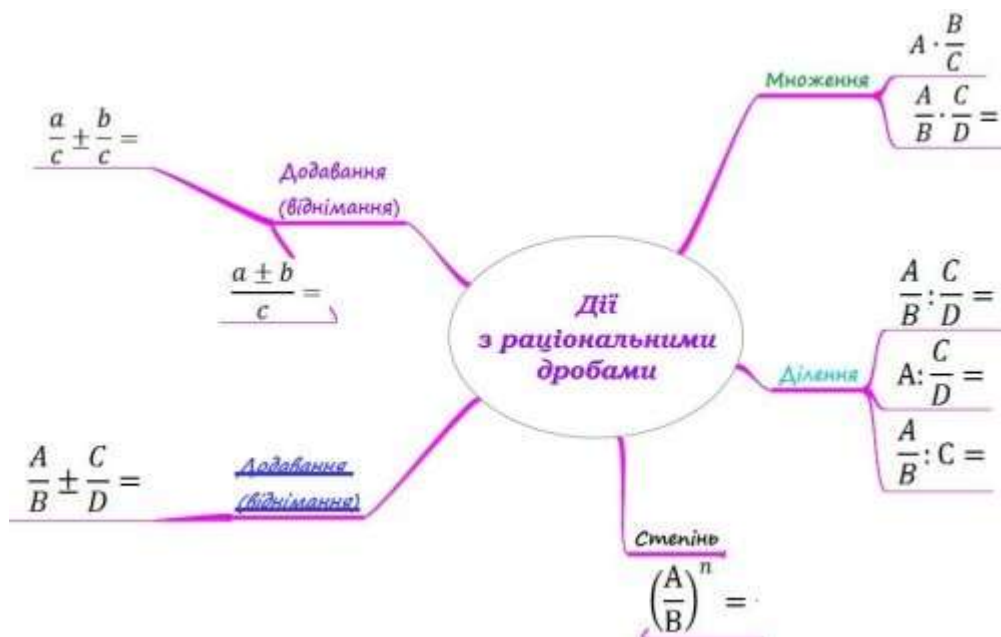


Тема: Тотожні перетворення раціональних виразів.

Тотожні перетворення виразів, що містять квадратні корені

(повторення)

Опорний конспект



Тотожні перетворення раціональних виразів

1. Перетворення будь-якого раціонального виразу можна звести до додавання, віднімання, множення та ділення раціональних дробів.
2. Суму, різницю, добуток і частку раціональних дробів завжди можна подати у вигляді раціонального дробу.

ПРИКЛАД 2

Спростіть вираз $\left(1 - \frac{m+n}{n-m}\right) : \frac{1}{m-n}$, визначивши його ОДЗ.

Розв'язання

Крок	Зміст дії	Результат дії
КРОК 1	Знайдемо ОДЗ виразу; зауважимо, що чисельник дробу, на який ми ділимо вираз у дужках, не дорівнює нулю.	ОДЗ: $m \neq n$
КРОК 2	Виконаємо дію в дужках, пам'ятаючи, що: 1) $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$; 2) $-(a-b) = b-a$.	$1 - \frac{m+n}{n-m} = 1 - \frac{m+n}{n-m} = \frac{n-m-m-n}{n-m} = \frac{-2m}{n-m} = \frac{2m}{m-n}$
КРОК 3	Виконаємо дію ділення дробів.	$\frac{2m}{m-n} : \frac{1}{m-n} = \frac{2m(m-n)}{m-n} = 2m$

Відповідь: $2m$ при $m \neq n$.

$$2) \left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) \cdot \frac{mn}{(m+n)^2} = \frac{m^2 - n^2}{mn} \cdot \frac{mn}{(m+n)^2} = \frac{(m^2 - n^2) \cdot mn}{mn(m+n)^2} = \frac{(m-n)(m+n) \cdot mn}{mn(m+n)^2} = \frac{m-n}{m+n};$$

$$3) \left(\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \frac{xy}{x+y} = \frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2} \cdot \frac{xy}{x+y} = \frac{(x-y)(x+y) \cdot xy}{x^2 y^2 (x+y)} = \frac{x-y}{xy};$$

$$4) \left(\frac{m}{n^2} - \frac{1}{m}\right) \cdot \frac{mn}{m-n} = \frac{m^2 - n^2}{mn^2} \cdot \frac{mn}{m-n} = \frac{(m-n)(m+n) \cdot mn}{mn^2(m-n)} = \frac{m+n}{n}.$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2x}{4x^2 - y^2} + \frac{1}{y - 2x}\right) : \left(\frac{2x}{2x + y} - \frac{4x^2}{4x^2 + 4xy + y^2}\right) = \\ & = \left(\frac{2x}{(2x-y)(2x+y)} - \frac{1}{2x-y}\right) : \left(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{(2x+y)^2}\right) = \\ & = \frac{2x - (2x+y)}{(2x-y)(2x+y)} \cdot \frac{2x(2x+y) - 4x^2}{(2x+y)^2} = \frac{(2x - 2x - y)(2x+y)^2}{(2x-y)(2x+y)(4x^2 + 2xy - 4x^2)} = \\ & = \frac{-y(2x+y)}{(2x-y) \cdot 2xy} = -\frac{2x+y}{2x(2x-y)} = \frac{2x+y}{2x(y-2x)}. \end{aligned}$$

Винесіть множник з – під знака кореня :

Приклад 2 :

а) $\sqrt{72a^8}$; б) $\sqrt{b^{35}}$; в) $\sqrt{-b^{39}}$; г) $\sqrt{a^2c^3}$, якщо $c < 0$.

Розв'язання: а) $\sqrt{72a^8} = \sqrt{36a^8 \cdot 2} = 6a^4\sqrt{2}$

б) З умови випливає, що $b \geq 0$. Тоді

$$\sqrt{b^{35}} = \sqrt{b^{34} \cdot b} = |b^{17}| \sqrt{b} = b^{17} \sqrt{b}.$$

в) З умови випливає, що $b \leq 0$. Тоді

$$\sqrt{-b^{39}} = \sqrt{b^{38} \cdot (-b)} = |b^{19}| \cdot \sqrt{(-b)} = -b^{19} \cdot \sqrt{(-b)}$$

г) З умови випливає, що $c \geq 0$. Тоді

$$\sqrt{a^2c^3} = \sqrt{a^2c^2 \cdot c} = |a| \cdot |c| \cdot \sqrt{c} = -ac\sqrt{c}$$



Винесення множника з – під знака кореня :

Приклад 1: $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

Самостійно :

а) $\sqrt{27}$

б) $\sqrt{20}$

в) $\sqrt{98}$

г) $\sqrt{125}$



Перевірь себе:

правильна відповідь

а) $3\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{5}$;

в) $7\sqrt{2}$; г) $5\sqrt{5}$.

Внесення множника під знак кореня

$$5\sqrt{5} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{125}$$

$$-2\sqrt{5} = -1 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = -1 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 5} = -1 \cdot \sqrt{4 \cdot 5} = -\sqrt{20}$$

$x\sqrt{3}$ – два випадки

Якщо $x \geq 0$, то $x\sqrt{3} = |x|\sqrt{3} = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3x^2}$.

Якщо $x < 0$, то $x\sqrt{3} = -|x|\sqrt{3} = -\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{3x^2}$.

Внесіть множник під знак кореня :

Приклад 4 :

а) $a\sqrt{7}$ б) $3e\sqrt{-\frac{e}{3}}$ в) $c\sqrt{c^7}$

Розв'язання: а) якщо $a \geq 0$, то $a\sqrt{7} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7a^2}$;

Якщо $a \leq 0$, то $a\sqrt{7} = -\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{7} = -\sqrt{7a^2}$.

б) З умови випливає, що $e \leq 0$. Тоді

$$3e\sqrt{-\frac{e}{3}} = -\sqrt{9e^2} \cdot \sqrt{-\frac{e}{3}} = -\sqrt{9e^2 \cdot \left(-\frac{e}{3}\right)} = -\sqrt{-3e^3}.$$

в) З умови випливає, що $c \geq 0$. Тоді



$$c\sqrt{c^7} = \sqrt{c^2} \cdot \sqrt{c^7} = \sqrt{c^9}.$$



522. Для скорочення дробу розкладемо чисельник і знаменник дробу на множники:

$$1) \frac{x-25}{\sqrt{x}-5} = \frac{(\cancel{\sqrt{x}-5})(\sqrt{x}+5)}{(\cancel{\sqrt{x}-5})} = \sqrt{x}+5; \quad 2) \frac{\sqrt{a}+2}{a-4} = \frac{(\cancel{\sqrt{a}+2})}{(\sqrt{a}-2)(\cancel{\sqrt{a}+2})} = \frac{1}{\sqrt{a}-2};$$

$$3) \frac{a-3}{\sqrt{a}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{3})(\cancel{\sqrt{a}+\sqrt{3}})}{(\cancel{\sqrt{a}+\sqrt{3}})} = \sqrt{a}-\sqrt{3}; \quad 4) \frac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}+1;$$

$$5) \frac{23-\sqrt{23}}{\sqrt{23}} = \frac{\sqrt{23}(\sqrt{23}-1)}{\sqrt{23}} = \sqrt{23}-1; \quad 6) \frac{\sqrt{24}-\sqrt{28}}{\sqrt{54}-\sqrt{63}} = \frac{2\sqrt{6}-2\sqrt{7}}{3\sqrt{6}-3\sqrt{7}} = \frac{2(\sqrt{6}-\sqrt{7})}{3(\sqrt{6}-\sqrt{7})} = \frac{2}{3};$$

$$7) \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-2\sqrt{ab}+b} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2} = \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}; \quad 8) \frac{b-8\sqrt{b}+16}{\sqrt{b}-4} = \frac{(\sqrt{b}-4)^2}{(\sqrt{b}-4)} = \sqrt{b}-4.$$

$$494. 1) (2-\sqrt{3})(\sqrt{3}+1) = 2\sqrt{3}+2-3-\sqrt{3} = \sqrt{3}-1;$$

$$2) (\sqrt{2}+\sqrt{5})(2\sqrt{2}-\sqrt{5}) = 2 \cdot 2 - \sqrt{5}\sqrt{2} + 2\sqrt{10} - \sqrt{5}\sqrt{5} = 4 - \sqrt{10} + 2\sqrt{10} - 5 = \sqrt{10}-1;$$

$$3) (a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a^2 - (\sqrt{b})^2 = a^2 - b;$$

$$4) (\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c}) = (\sqrt{b})^2 - (\sqrt{c})^2 = b - c;$$

$$5) (4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3}) = 4^2 - (\sqrt{3})^2 = 16 - 3 = 13;$$

$$6) (y-\sqrt{7})(y+\sqrt{7}) = y^2 - 7;$$

$$7) (4\sqrt{2}-2\sqrt{3})(2\sqrt{3}+4\sqrt{2}) = (4\sqrt{2}-2\sqrt{3})(4\sqrt{2}+2\sqrt{3}) = (4\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 16 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 32 - 12 = 20;$$

$$8) (m+\sqrt{n})^2 = m^2 + 2m\sqrt{n} + n;$$

$$9) (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b;$$

$$10) (2-3\sqrt{3})^2 = 4 - 12\sqrt{3} + 9(\sqrt{3})^2 = 4 - 12\sqrt{3} + 27 = 31 - 12\sqrt{3}.$$

$$514. 1) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)}{5-4} = \sqrt{5}(\sqrt{5}+2);$$

$$2) \frac{8}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} = \frac{8(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{10}+\sqrt{2})} = \frac{8(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{10-2} = \frac{8(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{8} = \sqrt{10}+\sqrt{2};$$

$$3) \frac{9}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{9(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{9(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y};$$

$$4) \frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{(2-\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \frac{(2-\sqrt{2})^2}{4-2} = \frac{(2-\sqrt{2})^2}{2} = \frac{4-4\sqrt{2}+2}{2} = \frac{2(3-\sqrt{2})}{2} = 3-\sqrt{2}.$$

Робота з інтернет ресурсами

<https://youtu.be/3FuGspM4Tkl>

<https://youtu.be/MJuVUbIX-2w>

<https://youtu.be/h0Xm2aQDBJI>

Робота з інтернет ресурсами

<https://youtu.be/6vyLlCL3x-c>

Домашнє завдання

Виконання письмових вправ



1. Пряме застосування складеного на уроці алгоритму перетворення раціональних виразів на раціональний дріб.

1) Спростіть вираз:

а) $\left(1 + \frac{1}{a}\right) : \frac{a^2 - 1}{3}$; б) $\left(\frac{1}{a+5} - \frac{1}{a-5}\right) : \frac{5}{a+5}$;

в) $\frac{a^2 - 49}{a^2} : \frac{1}{a+7} - \frac{1}{a}$; г) $\left(\frac{2}{b-2} - \frac{1}{2b-1}\right) : \frac{6b}{b-2}$;

д) $\frac{a^4}{a^2 - 8a + 16} : \frac{a}{2a-8} - \frac{a^3}{a-4}$; е) $\left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y}\right) : \frac{x+y}{x-y}$.