

## Тема. Розв'язування задач

### Завдання:

- Продовжити формувати поняття імпульсу тіла та фізичні основи реактивного руху;
- формувати навички та уміння розв'язувати типові фізичні задачі;
- застосовувати набуті знання у побуті.

### Теоретичний блок

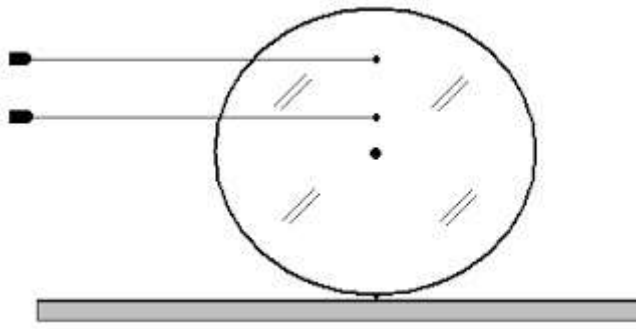
#### Експрес - опитування:

1. Охарактеризувати імпульс як фізичну величину.
2. Сформулювати закон збереження імпульсу, навести його математичний запис.
3. Який рух називається реактивним?
4. Який імпульс отримує ракета порівняно з газами, що вилітають із сопла?
5. Як можна збільшити швидкість ракети?



#### Подумай!

1. Чи можна стверджувати, що імпульс тіла — величина відносна? Відповідь обґрунтуйте.
2. Припустімо, що літак піднімається суворо рівномірно і прямолінійно. Чи зміниться при цьому його імпульс?
3. Дві матеріальні точки рівної маси рухаються назустріч одна одній з рівними за модулем швидкостями. Чому дорівнює імпульс системи точок?
4. Куля масою 0,01 кг летить горизонтально зі швидкістю 200 м/с, ударяється об перешкоду і зупиняється. Чому дорівнює імпульс кулі до удару? Який імпульс куля отримала від перешкоди?
5. На гладкій поверхні лежить дерев'яний циліндр. Чи залежить набута циліндром швидкість від напрямку лінії пострілу відносно осі циліндра, якщо куля застрягає в дереві?



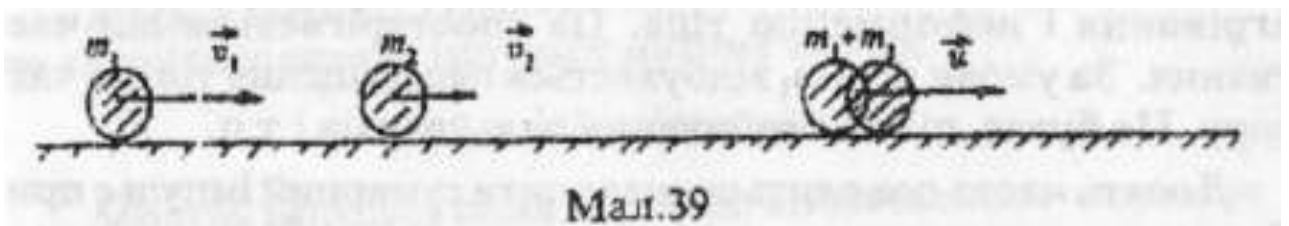
## Методичні рекомендації



### Методичні рекомендації

Розглянемо методику розв'язування задач на закони збереження при абсолютно пружному і непружному ударі та використання її для розв'язування задач з інших тем фізики.

**Задача 1.** Дві кулі масами  $m_1$  та  $m_2$  (мал.39) рухаються по ідеально рівній поверхні в одному і тому самому напрямі відповідно зі швидкостями  $\vartheta_1$  та  $\vartheta_2$  ( $\vartheta_1 > \vartheta_2$ ). Знайти швидкість куль після удару і втрату механічної енергії.



Позначимо швидкість куль після удару через  $U$ . Запишемо закон збереження імпульсу тіл:

$$m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2 = (m_1 + m_2) U.$$

Виберемо вісь  $OX$  вздовж напрямку руху тіл. У проекціях на вісь  $OX$  закон збереження імпульсу матиме вигляд:

$$m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2 = (m_1 + m_2) U.$$

Маємо:

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{(m_1 + m_2)} \quad (1)$$

Знайдемо втрату механічної енергії:

$$\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{m_1 + m_2}{2} u^2 \quad (2)$$

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 \quad (3)$$

Або

Якщо тіла рухаються назустріч одне одному ( $v_2 < 0$ ), то

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2$$

Якщо одне з тіл нерухоме в ( $v_2 = 0$ ), то

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} v_1^2 = \frac{W_1}{1 + \frac{m_1}{m_2}}$$

Якщо  $m_2 > m_1$ , то  $\Delta W = W_1$ , тобто зміна енергій іде на нагрівання і деформацію тіла. Це спостерігається під час кування.

За умови  $m_2 < m_1$  відбувається переміщення тіл під час удару. Це буває під час забивання паль, цвяхів і т.п.

Досить часто доводиться знаходити сумарний імпульс при абсолютно непружному ударі, коли тіла рухаються під довільним кутом  $\alpha$ . У цьому разі вектори додаються за правилом трикутника або паралелограма. Модуль імпульсу знаходять за теоремою косинусів або за теоремою Піфагора, якщо  $\alpha = 90^\circ$ .

Для довільного кута:

$$((m_1 + m_2)u)^2 = (m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 - 2m_1 m_2 v_1 v_2 \cos \alpha$$

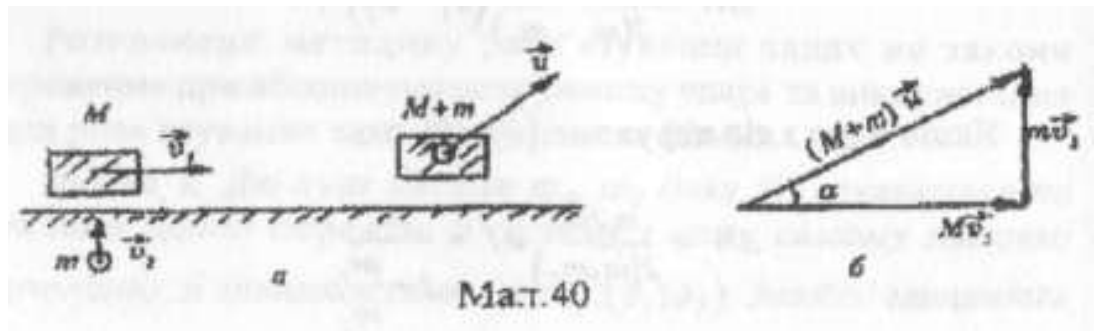
Звідси

$$u = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 - 2m_1 m_2 v_1 v_2 \cos \alpha}}{m_1 + m_2}$$

$$u = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{m_1 + m_2}$$

Якщо  $\alpha = 90^\circ$ , то

**Задача 2.** Вздовж берега пливе пліт масою  $M$  зі швидкістю  $v_1$ . На нього стрибає людина масою  $m$  швидкістю  $v_2$ , напрям якої перпендикулярний до берега. Знайти швидкість плоту разом з людиною (мал. 40 а).



Оскільки опором води можна знехтувати, то закон збереження імпульсу матиме вигляд;

$$M \vartheta_1 + m \vartheta_2 = (M + m)u.$$

Модуль імпульсу після взаємодії визначаємо за теоремою Піфагора (мал 40 б):

$$((M + m)u)^2 = (M \vartheta_1)^2 + (m \vartheta_2)^2 \Rightarrow u = \frac{\sqrt{(M \vartheta_1)^2 + (m \vartheta_2)^2}}{M + m}.$$

Напрямок вектора швидкості визначається кутом альфа;

$$\operatorname{tg} \alpha = m \vartheta_2 / M \vartheta_1 \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} m \vartheta_2 / M \vartheta_1.$$

**Задача 3.** Снаряд, що летить горизонтально зі швидкістю  $u=200$  м/с, розривається на два осколки. Один з них масою  $m_1=5$  кг летить у тому самому напрямі зі швидкістю  $\vartheta_1=250$  м/с. Визначити швидкість другого осколка, якщо його маса  $m_2=15$  кг.

За законом збереження імпульсу,

$$(m_1 + m_2)u = m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2.$$

У проекціях на вісь ОХ (снаряд летить горизонтально) рівняння має вигляд;

$$(m_1 + m_2)u = m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2.$$

Звідки:

$$\begin{aligned} \vartheta_2 &= (m_1 \vartheta_1 - (m_1 + m_2)u) / m_2; \\ \vartheta_2 &= (5 \cdot 250 - 20 \cdot 200) / 15 \approx -183 \text{ м / с.} \end{aligned}$$

Знак мінус означає, що напрям руху другого осколка протилежний вибраному.



## Практичний блок.

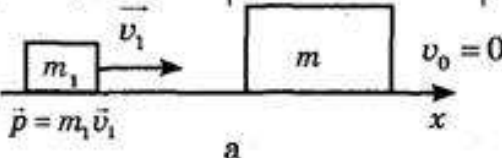
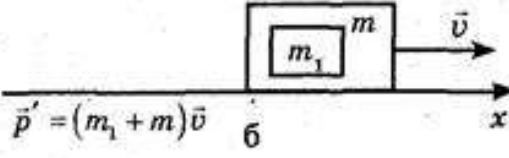
Розглянемо розв'язання задач з використанням цієї методики.

**Задача 1.** Рух матеріальної точки описується рівнянням  $x = 20 + 2t - t^2$ . Знайти імпульс точки через 4 с, вважаючи, що її маса дорівнює 4 кг.

<b>Дано:</b>	<b>Розв'язання</b>
$m = 4 \text{ кг}$	$p_x = mv_x$
$t = 4 \text{ с}$	З рівняння $x = 20 + 2t - t^2$ маємо: $v_{0x} = 2 \text{ м/с}$ ,
$x = 20 + 2t - t^2$	$a_x = -2 \text{ м/с}^2$ .
$p_x = ?$	$v = v_{0x} + a_x \cdot t$ , $p_x = mv_x = m(v_{0x} + a_x t)$ ,
	$[p_x] = \text{кг} \cdot \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{с}} \right) = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$ .
	$p_x = 4 \cdot (2 - 2 \cdot 4) = -24 \left( \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right)$ .

**Відповідь:**  $p_x = -24 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$ .

**Задача 2.** Снаряд масою 20 кг, що летить зі швидкістю 500 м/с, потрапляє у платформу з піском масою 10 т і застрягає в піску. З якою швидкістю розпочала рухатися платформа

<b>Дано:</b>	<b>СІ</b>	<b>Розв'язання</b>
$m_1 = 20 \text{ кг}$	$m_1 = 20 \text{ кг}$	Розглянемо два випадка (див. рисунок): а — до взаємодії; б — після неї.
$v_1 = 500 \text{ м/с}$	$v_1 = 500 \text{ м/с}$	
$m = 10 \text{ т}$	$m = 10\,000 \text{ кг}$	
$v = ?$		
		

За законом збереження імпульсу  $m_1 \vec{v}_1 = (m_1 + m) \vec{v}$ ;

Ох:  $m_1 v_1 = (m_1 + m) v$ .

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m}, [v] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}, v = \frac{20 \cdot 500}{10\,000 + 20} = 1 \text{ (м/с)}.$$

**Відповідь:**  $v = 1 \text{ м/с}$ .

3. Граната, що летіла зі швидкістю 10 м/с, розірвалася на два уламки масами 12 кг і 8 кг, які розлетілися в протилежних напрямках. Швидкість руху більшого уламка 25 м/с у напрямі руху гранати. Яка швидкість руху меншого уламка?

Дано:

$$v = 10 \text{ м/с}$$

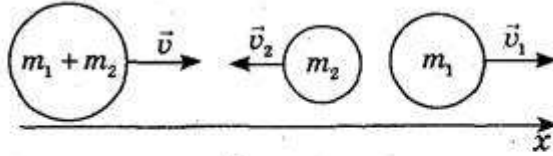
$$m_1 = 12 \text{ кг}$$

$$m_2 = 8 \text{ кг}$$

$$v_1 = 25 \text{ м/с}$$

$$v_2 = ?$$

Розв'язання



До розриву гранати імпульс гранати складав  $\vec{p} = (m_1 + m_2)\vec{v}$ . Після розриву утворилися два уламки, імпульси яких  $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1$  і  $\vec{p}_2 = m_2\vec{v}_2$ . За законом збереження імпульсу  $(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ .

Нехай вісь  $Ox$  напрямлена в бік руху гранати до розриву. Тоді  $(m_1 + m_2)v = m_1v_1 - m_2v_2$ .

$$(m_1 + m_2)v - m_1v_1 = -m_2v_2, \quad v_2 = \frac{m_1v_1 - (m_1 + m_2)v}{m_2},$$

$$[v_2] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} - \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad v_2 = \frac{12 \cdot 25 - (12 + 8) \cdot 10}{8} = 12,5 \text{ (м/с)}.$$

Відповідь:  $v_2 = 12,5 \text{ м/с}$ .



**Перевір себе**

**Це цікаво!**

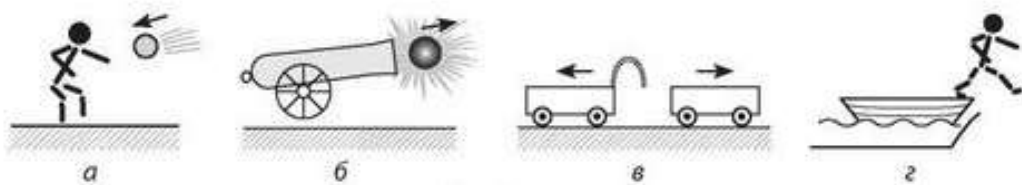
Постріл із гвинтівки супроводжується віддачею. Віддача виникає тому, що відкидна маса газів створює реактивну силу, завдяки якій може бути забезпечено рух як у повітрі, так і в безповітряному просторі. І чим більше маса і швидкість газів, що вилітають, тим більшу силу віддачі відчуває наше плече, чим сильніша реакція гвинтівки, тим більша реактивна сила.



1. Відповідно до інструкції під час пострілу з рушниці варто щільно притиснути приклад до плеча. Навіщо? (Відповідь: збільшити масу рушниці для зменшення її швидкості.

2. Щоб зрушити автобус з місця, достатньо зусиль декількох людей. Чому ж автобус не рухається з місця, якщо його навиліт пробиває важкий снаряд?

3. На малюнку зображено чотири ситуації взаємодії двох тіл. У якому випадку систему тіл можна вважати замкненою? Чому? Відповідь обґрунтуйте.



## Блок контролю

1. Чи можна стверджувати, що імпульс тіла — величина відносна? Відповідь обґрунтуйте.
2. Припустімо, що літак піднімається суворо рівномірно і прямолінійно. Чи зміниться при цьому його імпульс?
3. Дві матеріальні точки рівної маси рухаються назустріч одна одній з рівними за модулем швидкостями. Чому дорівнює імпульс системи точок?
4. Куля масою 0,01 кг летить горизонтально зі швидкістю 200 м/с, ударяється об перешкоду і зупиняється. Чому дорівнює імпульс кулі до удару? Який імпульс кулі отримала від перешкоди?

## Домашнє завдання:

- 1) Рух матеріальної точки описується рівнянням  $x = 5 - 8t + t^2$ . Знайти імпульс точки через 2 с, вважаючи, що її маса дорівнює 2 кг.
- 2) Криголам масою 5000 т, який іде з вимкненими двигунами зі швидкістю 10 м/с, наштовхується на нерухому крижину і штовхає її



-