Тема. Сума перших п-членів геометричної прогресії

<u>Мета.</u> Ознайомитися з поняттям суми перших n-членів геометричної прогресії, вчитися знаходити значення суми послідовності, обираючи відповідну формулу

Повторюємо

- Що таке геометрична прогресія?
- Що таке знаменник геометричної прогресії?
- Як виглядає формула n-го члена геометричної прогресії?
- Якою ще властивістю володіє кожен член арифметичної прогресії крім першого та останнього, якщо такий існує?

Запишіть у зошит

Суму перших \mathbf{n} членів геометричної прогресії $\mathbf{S}_{\mathbf{n}}$ можна знайти, якщо обчислити її члени $\mathbf{b}_{\mathbf{1}},\,\mathbf{b}_{\mathbf{2}},\,...,\,\mathbf{b}_{\mathbf{n}}$ і потім їх значення додати.

Обчислюючи суму перших п членів геометричної прогресії, зручніше використовувати 1-у формулу:

$$S_n = rac{b_{n+1} \, - \, b_1}{q \, - \, 1}, \,\,$$
 якщо $q \,
eq \, 1 \,\,$ та $S_n = n \, b_1, \,\,$ якщо $q \, = \, 1$

n- кількість членів послідовності (порядковий номер),

 b_1 - перший член послідовності,

b_n- n-ий член послідовності,

q- знаменник.

Розв'язуючи задачі, зручніше використовувати 2-у формулу:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \ q \neq 1$$

Перегляньте відео

https://youtu.be/RzKkRhn1Z4Q

Розв'язування задач

Задача 1.

Знайдіть суму перших п'яти членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1=3$, а $b_6=729$.

Розв'язання.

$$S_5 = \frac{b_6 - b_1}{q - 1}.$$

Для застосування цієї формули необхідно обчислити q.

Для цього виконаємо такі дії:

$$b_6 = b_1 q^5;$$
 $q^5 = \frac{b_6}{b_1};$ $q^5 = \frac{b_6}{b_1} = \frac{729}{3};$ $q^5 = 243;$ $q = 3.$ Тепер $S_5 = \frac{b_6 - b_1}{q - 1} = \frac{729 - 3}{3 - 1} = \frac{726}{2} = 363.$

Задача 2.

Знайдіть суму перших п'яти членів геометричної прогресії, першими трьома членами якої є $\frac{1}{8}, \frac{-1}{4}, \frac{1}{2}$.

Розв'язання.

Позначимо цю прогресію (b_n) .

$$S_5 = \frac{b_6 - b_1}{q - 1}.$$

Для застосування цієї формули необхідно обчислити q та b_6 .

Для початку обчислимо $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{\frac{-1}{4}}{\frac{1}{8}}=-2.$

Тепер
$$b_6 = b_1 q^5 = \frac{1}{8} \times (-2)^5 = -4;$$

$$S_5 = \frac{b_6 - b_1}{q - 1} = \frac{-4 - \frac{1}{8}}{-2 - 1} = \frac{\frac{-33}{8}}{-3} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}.$$

Задача 3.

Знайдіть суму десяти перших членів геометричної прогресії $\left(b_n\right)$ зі знаменником q, у якої $b_1=1$ та q=3.

Розв'язання.

$$S_{10} = \frac{b_1(q^{10} - 1)}{q - 1} = \frac{1 \times (3^{10} - 1)}{3 - 1} = \frac{3^{10} - 1}{2}.$$

Поміркуйте

За якою з формул, вивчених на уроці, простіше буде розв'язати задачу: знайдіть суму перших чотирьох членів геометричної прогресії, першими двома членами якої ε –2, 10?

Домашне завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати завдання:
- 1) Знайдіть суму перших шести членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1=2$, а $b_7=1458$.

Знайдіть суму восьми перших членів геометричної прогресії (b_n) зі знаменником q у якої b_1 =-2 та q=3.

Фото виконаного завдання надіслати на HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерела

- Мій клас
- Всеукраїнська школа онлайн