

**Тема. Повторення вивченого у 8 класі. Квадратні рівняння**

**Мета.** Повторити поняття квадратного рівняння та відновити навички розв'язування квадратних рівнянь та рівнянь, що зводяться до квадратних.

**Пригадайте**

- Рівняння якого виду називаються квадратними?
- Які способи розв'язування квадратних рівнянь ви знаєте?
- Сформулюйте теорему Вієта

**Ознайомтеся з інформацією**

- Квадратним рівнянням називають рівняння виду  $ax^2 + bx + c = 0$ , де  $x$  — змінна,  $a$ ,  $b$  і  $c$  — деякі числа, причому  $a \neq 0$ .
- Дискримінант квадратного рівняння  $D = b^2 - 4ac$ :
  - $D < 0$  означає, що коренів немає;
  - $D = 0$  означає, що є рівно один корінь  $x_1 = -\frac{b}{2a}$ ;
  - $D > 0$  означає, що є два корені  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ .
- **Теорема Вієта.** Якщо у квадратного рівняння  $ax^2 + bx + c = 0$  є два корені  $x_1$ ,  $x_2$ , то для них виконується  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ .
- **Обернена теорема Вієта.** Якщо числа  $x_1$  і  $x_2$  такі, що  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ , то ці числа є коренями квадратного рівняння  $ax^2 + bx + c = 0$ .
- Розв'язок за допомогою дискримінанта дає вичерпну інформацію про корені (їх кількість та значення), але потребує певних обчислень.
- Обернена теорема Вієта дає змогу в **деяких** випадках швидко підібрати корені, не виконуючи багато обчислень.
- Рівняння виду  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ , де  $x$  — змінна,  $a$ ,  $b$  і  $c$  — деякі числа, причому  $a \neq 0$ , називають біквадратним рівнянням.
- Для розв'язку біквадратного рівняння використовують метод заміни змінної:  $x^2 = t$ , тоді  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  перетворюється на  $at^2 + bt + c = 0$ , що є звичайним квадратним рівнянням.

**Перегляньте навчальне відео за посиланням:**

<https://youtu.be/xfvWhliOcd8>

**Працюємо в зошиті**

- Зробіть конспект теоретичного матеріалу
  - Запишіть приклади розв'язування завдань з теми:
1. Маємо квадратне рівняння:  $x^2 + 3,3x + 13,8 = 0$ . Вкажіть суму та добуток коренів.

**Розв'язання**

В даному рівнянні  $a=1$ ,  $b=3.3$ ,  $c=13.8$

За теоремою Вієта  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{3.3}{1} = -3.3$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{13.8}{1} = 13.8$$

2. Не розв'язуючи рівняння  $x^2+7x+2x+109=0$ , визначте, чи має воно корені.

**Розв'язання**

Виконаймо перетворення:

$$x^2+7x+2x+109=0$$

$$x^2+9x+109=0$$

Знайдемо дискримінант рівняння:

$$D=b^2-4ac=9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 109=81 - 436$$

Видно, що значення отриманого виразу менше за 0, отже рівняння не має коренів.

3. Розв'яжіть рівняння:

$$2x^2 + 2\sqrt{2}x - 7 = 0.$$

**Розв'язання**

$$D = (2\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 8 + 56 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-2\sqrt{2} \pm 8}{4} = \frac{-\sqrt{2} \pm 4}{2}$$

4.  $x^4-29x^2+100=0$

$$x^2=t$$

$$t^2-29t+100=0$$

За т. Вієта:

$$\begin{cases} t = 25 \\ t = 4 \end{cases}$$

Повернемось до замін:  $\begin{cases} x^2 = 25 \\ x^2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \pm 5 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

5. Розв'яжіть рівняння  $(5x - 3)^4 + 2(5x - 3)^2 - 3 = 0$ .

**Розв'язання**

Зауважмо, що це рівняння зводиться до квадратного. Замінімо змінну:  
 $t = (5x - 3)^2$ .

Тоді початкове рівняння постане як  $t^2 + 2t - 3 = 0$ . З оберненої теореми Вієта випливає, що його корені — це  $t_1 = 1$ ,  $t_2 = -3$ . Тоді корені початкового рівняння задовольняють систему

$$\begin{cases} (5x - 3)^2 = 1 \\ (5x - 3)^2 = -3 \end{cases}$$

Зрозуміло, що  $(5x - 3)^2 = -3$  розв'язків не має. Відповідно, корені рівняння задовольняють  $(5x - 3)^2 = 1$ .

$$\begin{cases} 5x - 3 = 1 \\ 5x - 3 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = 4 \\ 5x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0.8 \\ x = 0.4 \end{cases}$$

**Домашнє завдання**

- Повторити теми «Раціональні вирази» та «Квадратні корені»
- Пройдіть тестування за посиланням:

<https://naurok.com.ua/test/join?gamecode=6681501>

**Увага! Посилання дійсне до 13.09.22 12:00 годин.**