

## Тема. Повторення. Подібність трикутників

Мета: повторити ознаки подібності трикутників та властивості медіани і бісектриси трикутника, відновити навички застосування теоретичних знань з даної теми для розв'язування задач

### Ознайомтеся з інформацією

**Відношенням** відрізків завдовжки  $a$  і  $b$  називається частка їх довжин, тобто число  $\frac{a}{b}$ .

Відрізки завдовжки  $a$  і  $c$  **пропорційні** відрізкам завдовжки  $b$  і  $d$ , якщо  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Сформулюймо узагальнену **теорему Фалеса** (див. рис. 1) для нерівних відрізків, які відтинаються паралельними прямими на сторонах кута. Паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають на сторонах цього кута пропорційні відрізки:  $\frac{AB}{BC} = \frac{AB_1}{B_1C_1}$ .

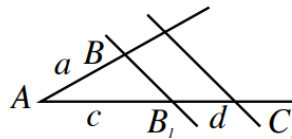


Рис. 1. До теореми Фалеса

Два трикутники називаються **подібними** (рис. 2), якщо кути одного з них відповідно дорівнюють кутам іншого і відповідні сторони цих трикутників пропорційні.

Якщо  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ , то  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle C = \angle C_1$ ;  $AB : A_1B_1 = BC : B_1C_1 = AC : A_1C_1$ .

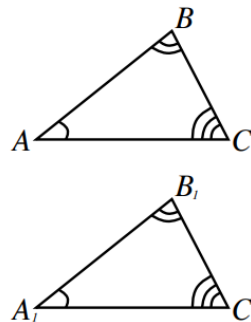


Рис. 2. Подібні трикутники

Визначимо ознаки подібності трикутників.

**Перша ознака** (рис. 3): якщо два кути одного трикутника відповідно дорівнюють двом кутам іншого трикутника, то такі трикутники подібні.

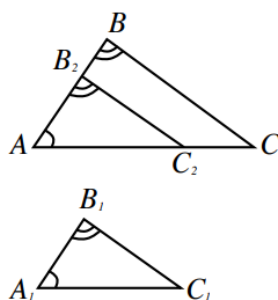


Рис. 3. До першої ознаки подібності трикутників

**Друга ознака** (рис. 4): якщо дві сторони одного трикутника пропорційні двом сторонам іншого трикутника і кути, утворені цими сторонами, рівні, то такі трикутники подібні.

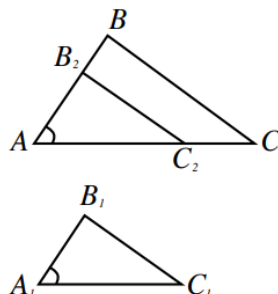


Рис. 4. До другої ознаки подібності трикутників

**Третя ознака** (рис. 5): якщо три сторони одного трикутника пропорційні трьом сторонам іншого трикутника, то такі трикутники подібні.

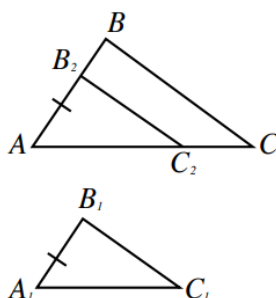


Рис. 5. До третьої ознаки подібності трикутників.

**Властивість бісектриси трикутника** (рис. 6). бісектриса трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні прилеглим до них сторонам. За рисунком можна скласти відношення  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ .

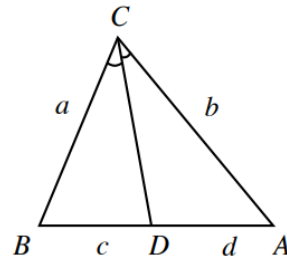


Рис. 6. Властивість бісектриси трикутника

**Теорема про точку перетину медіан трикутника** (рис. 7). Медіани трикутника перетинаються в одній точці і діляться нею у відношенні 2 : 1, починаючи від вершини трикутника. На основі теореми можна скласти відношення:

$$\frac{BE}{EM} = \frac{2}{1}; \frac{AE}{EL} = \frac{2}{1}; \frac{CE}{EK} = \frac{2}{1}.$$

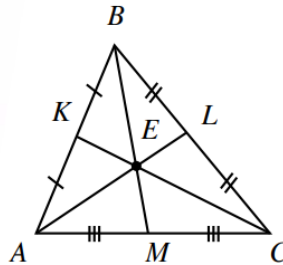


Рис. 7. До теореми про медіани трикутника

## Перегляньте навчальне відео за посиланням:

<https://youtu.be/yYqGFCjSZl8>

## Робота в зошиті

- Запишіть ознаки подібності трикутників та властивості бісектриси і медіани трикутника, виконайте відповідні рисунки
- Запишіть приклади розв'язування задач:

### Задача 1

Відношення периметрів подібних трикутників дорівнює коефіцієнту подібності. Доведіть це.

### Розв'язання

Нехай  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$  з коефіцієнтом подібності  $k$ . Це означає? що

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k, \text{ тобто } AB = kA_1B_1, BC = kB_1C_1, \text{ Маємо:}$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = \frac{kA_1B_1 + kB_1C_1 + kA_1C_1}{A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1} = \frac{kP_{A_1B_1C_1}}{P_{A_1B_1C_1}} = k.$$

## Задача 2

Точка перетину діагоналей трапеції ділить одну з них на відрізки завдовжки 2 см і 5 см. Менша основа трапеції дорівнює 6 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

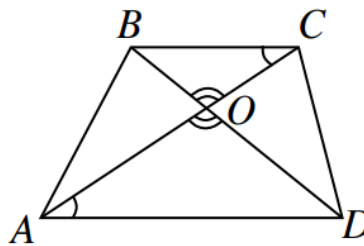
### Розв'язання

Нехай у трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) діагоналі перетинаються в точці  $O$ ,  $BC = 6$  см (рис. 8). Розглянемо трикутники  $AOD$  і  $COB$ . У них кути при вершині  $O$  рівні як вертикальні.  $\angle CAD = \angle BCA$  як внутрішні різносторонні при паралельних прямих  $AD$  і  $BC$  та січній  $AC$ . Отже,  $\triangle AOD \sim \triangle COB$  за двома кутами.

Звідси випливає, що  $\frac{BC}{AD} = \frac{BO}{DO}$ . Оскільки за умовою  $BC < AD$ , то

$BO < OD$ , отже,  $BO = 2$  см,  $OD = 5$  см. Тоді  $AD = \frac{BC \cdot DO}{BO} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$  см.

Середня лінія трапеції дорівнює півсумі її основ, тобто  $= \frac{(6 + 15)}{2 \text{ см}} = 10,5$  см.



### Домашнє завдання

- Вивчити ознаки подібності трикутників
  - Розв'язати задачі (письмово):
1. У одного з трикутників кути становлять  $24^\circ$ ,  $46^\circ$  і  $110^\circ$ . Чому дорівнюють кути у подібному йому трикутнику?
  2. Сторони трикутника відносяться як 10:6:5. Знайдіть меншу сторону подібного йому трикутника, більша сторона якого дорівнює 30 см.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту [nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)