

Тема. Розв'язування задач

Мета: вдосконалювати вміння знаходити невідомі сторони і кути трикутника за відомими сторонами і кутами

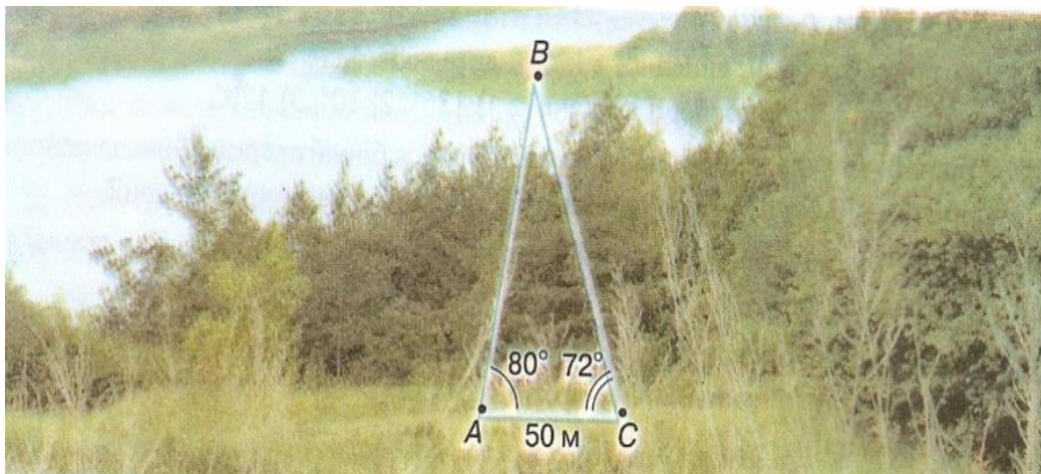
Повторюємо

- Сформулюйте теорему Піфагора.
- Сформулюйте теорему косинусів.
- Сформулюйте теорему синусів.
- Які види задач дозволяють розв'язати ці теореми?

Розв'язування задач

Задача 1

Знайдіть відстань від точки А до недоступної точки В, якщо $AC=50\text{м}$, $\angle CAB=80^\circ$, $\angle ACB=72^\circ$.



Розв'язання

$$\angle B = 180^\circ - (80^\circ + 72^\circ) = 28^\circ$$

$$\frac{AB}{\sin \angle C} = \frac{AC}{\sin \angle B} ; \quad AB = \frac{AC \sin C}{\sin B}$$

$$AB = \frac{50 \cdot 0,9511}{0,9848} \approx 48,3(\text{см})$$

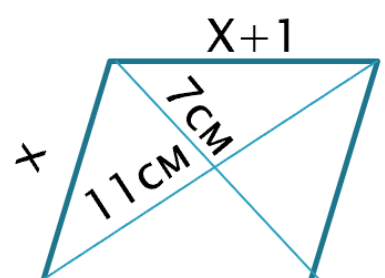
Відповідь: $AB \approx 48,3\text{см}$

Задача 2

Одна зі сторін паралелограма на 1 см довша за іншу, а діагоналі дорівнюють 7 см і 11 см. Знайди сторони паралелограма.

Розв'язання

Нехай одна сторона дорівнює x см, тоді інша $(x+1)$ см.



За властивістю діагоналей маємо:

$$7^2 + 11^2 = 2x^2 + 2(x+1)^2$$

$$49 + 121 = 2x^2 + 2x^2 + 4x + 2$$

$$4x^2 + 4x - 168 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

За теоремою Вієта $x_1 = 6$, $x_2 = -7$

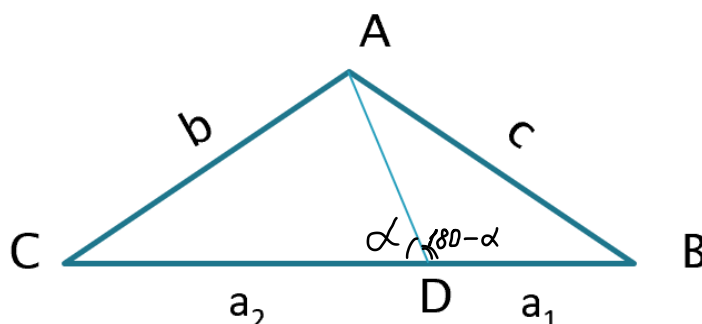
$x = -7$ – не задовольняє умови задачі, тому $x = 6$, $x + 1 = 7$. Отже, одна сторона паралелограма дорівнює 6 см, а інша – 7 см.

Відповідь: 6 см, 7 см.

Задача 3 (Теорема Стюарта)

Якщо a , b , c – сторони трикутника ABC і точка D ділить сторону BC на відрізки $BD = a_1$, $CD = a_2$, то

$$AD^2 = \frac{a_1 b^2 + a_2 c^2 - a a_1 a_2}{a}$$



Розв'язання

Нехай $\angle ADC = \alpha$, тоді $\angle ADB = 180^\circ - \alpha$

За теоремою косинусів для трикутників ADC і ADB маємо:

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cdot \cos \alpha$$

$$AB^2 = AD^2 + DB^2 - 2AD \cdot DB \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$$

Підставивши значення сторін трикутників та відрізків, маємо:

$$b^2 = AD^2 + a_2^2 - 2AD \cdot a_2 \cdot \cos \alpha$$

$$c^2 = AD^2 + a_1^2 + 2AD \cdot a_1 \cdot \cos \alpha$$

Помножимо першу рівність на a_1 , другу – на a_2 і додамо ці рівності почленно:

$$\begin{aligned} & a_1 b^2 = a_1 AD^2 + a_1 a_2^2 - \cancel{2AD \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \cos \alpha} \\ + & a_2 c^2 = a_2 AD^2 + a_2 a_1^2 + \cancel{2AD \cdot a_2 \cdot a_1 \cdot \cos \alpha} \\ \hline & a_1 b^2 + a_2 c^2 = a_1 AD^2 + a_2 AD^2 + a_1 a_2^2 + a_2 a_1^2 \\ & a_1 b^2 + a_2 c^2 = AD^2(a_1 + a_2) + a_1 a_2(a_1 + a_2) \\ & a_1 b^2 + a_2 c^2 = AD^2 a + a_1 a_2 a \end{aligned}$$

Звідки маємо: $AD^2 = \frac{a_1 b^2 + a_2 c^2 - a_1 a_2 a}{a}$, що і треба було довести.

Поміркуйте

- В яких галузях життя та науки виникає потреба розв'язати трикутник?
- Наведіть приклади задач, для розв'язання яких доцільно використовувати теореми синусів та косинусів.

Домашнє завдання

- **Опрацювати конспект**
- **Розв'язати письмово задачу:**

Сторони трикутника дорівнюють 7, 8 і 12 см. Знайти косинус кута, який лежить проти меншої сторони.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерела

- [На урок](#)
- [Всеукраїнська школа онлайн](#)