

Тема. Повторення. Теорема синусів і косинусів. Розв'язування трикутників

Мета: вдосконалювати вміння знаходити невідомі сторони і кути трикутника за відомими сторонами і кутами

Повторюємо

- Сформулюйте теорему Піфагора.
- Сформулюйте теорему косинусів.
- Сформулюйте теорему синусів.
- Чому дорівнює сума кутів трикутника?
- Як знайти кути трикутника, знаючи довжини всіх його сторін?

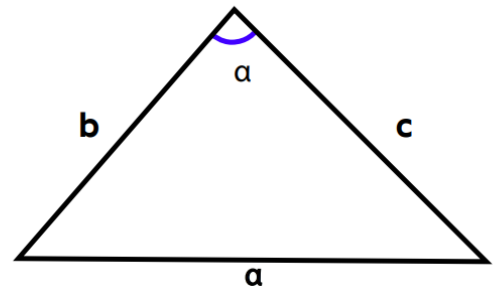
Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Розв'язати трикутник – означає знайти невідомі сторони і кути трикутника за відомими сторонами і кутами.

Теорема, які використовують при розв'язуванні трикутників.

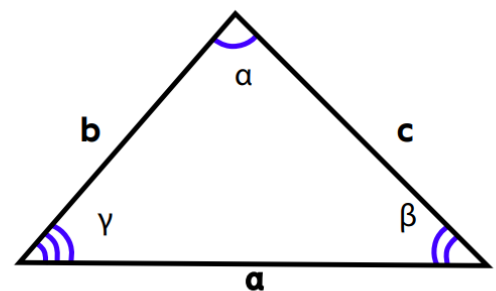
Теорема косинусів

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$



Теорема синусів

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$



При розв'язуванні задач використовуються такі позначення:

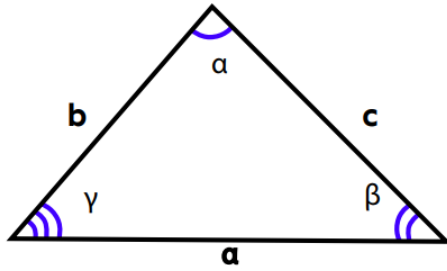
a, b і c – сторони трикутника, α, β і γ – кути протилежні відповідно сторонам a, b і c .

Виконайте вправу

<https://learningapps.org/18276942>

Розв'язування задач

Задача 1



Дано: $a = 1 \text{ см}$, $b = \sqrt{2} \text{ см}$, $\angle \beta = 45^\circ$

Знайти $\angle \gamma$

Розв'язання

За теоремою синусів $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b} = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

Проте в умові задачі не вказано вид трикутника. Тому α може бути як гострим, так і тупим кутом.

$$\alpha = 30^\circ \text{ або } \alpha = 150^\circ$$

При $\alpha = 30^\circ$ за сумою кутів трикутника

$$\gamma = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 105^\circ$$

При $\alpha = 150^\circ$

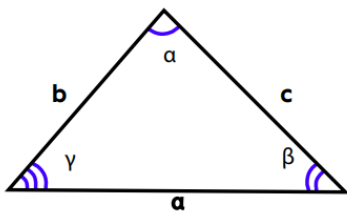
$$\gamma = 180^\circ - (150^\circ + 45^\circ) = -15^\circ$$

Тоді задача має лише один розв'язок.

Відповідь: $\angle \gamma = 105^\circ$.

Задача 2

Розв'яжіть трикутник за двома сторонами й кутом між ними, якщо



$b = 7 \text{ см}$, $c = 6 \text{ см}$ і $\angle \alpha = 40^\circ$

Розв'язання

За теоремою косинусів

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha = 49 + 36 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cos 40^\circ \approx 20,652$$

$$a \approx 4,5 \text{ см}$$

Отже, для знаходження невідомих кутів можна застосувати як теорему косинусів, так і теорему синусів. Розглянемо обидва способи.

1. За теоремою косинусів

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} \approx \frac{7,25}{54} \approx 0,134$$

$$\angle \beta \approx 82^\circ$$

$$\angle \gamma = 180^\circ - (40^\circ + 82^\circ) \approx 58^\circ \text{ за сумою кутів трикутника.}$$

2. За теоремою синусів

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a} \approx 0,85$$

Оскільки сторона c не є найбільшою у даному трикутнику, тому кут γ – гострий.

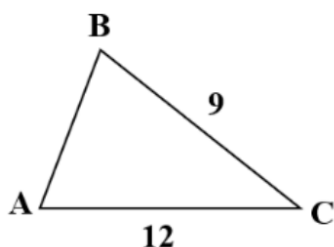
$$\text{Отже, } \angle \gamma \approx 58^\circ$$

$$\text{Тоді за сумою кутів трикутника } \angle \beta = 180^\circ - (40^\circ + 58^\circ) = 82^\circ$$

Відповідь: $c \approx 4,5 \text{ см}$, $\angle \beta \approx 82^\circ$, $\angle \gamma \approx 58^\circ$.

Поміркуйте

За малюнком знайдіть відношення $\frac{\sin A}{\sin B}$ у трикутнику ABC



Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Виконати письмово вправу: <https://learningapps.org/1691699>

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)