

Дата: 17.04.2023

Клас: 8-Б

Тема. Розв'язування дробово-раціональних рівнянь.

Алгоритм розв'язування дробово-раціональних рівнянь:

1. Перенести все в один бік від знаку дорівнює.
2. Розкласти всі знаменники на множники.
3. Звести все до спільного знаменника та вигляду:
$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0.$$
4. ОДЗ (область допустимих значень): знаменник не дорівнює нулю —
$$Q(x) \neq 0.$$
5. Прирівняти чисельник до нуля $P(x) = 0$ та розв'язати отримане рівняння.
6. Перевірити, чи задовольняють отримані корені область допустимих значень (ОДЗ).
7. Записати відповідь з коренів, які задовольняють ОДЗ.

Завдання 1

Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{x^2 + 7x - 19}{x + 8} = 1$$

$$\frac{x^2 + 7x - 19}{x + 8} - 1 = 0$$

$$\frac{x^2 + 7x - 19 - (x + 8)}{x + 8} = 0$$

$$\text{ОДЗ. } x + 8 \neq 0; x \neq -8$$

$$x^2 + 7x - 19 - x - 8 = 0$$

$$x^2 + 6x - 27 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 \cdot x_2 = -27 \end{cases}$$

$$x_1 = -9; x_2 = 3$$

Обидва корені задовольняють ОДЗ

Відповідь: $-9; 3$.

Завдання 2

Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{x^2 - 3x + 4}{x + 6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{x^2 - 3x + 4}{x + 6} - \frac{1}{4} = 0$$

$$\frac{4(x^2 - 3x + 4) - (x + 6)}{4(x + 6)} = 0$$

$$\text{ОДЗ. } 4(x + 6) \neq 0; x \neq -6$$

$$4x^2 - 12x + 16 - x - 6 = 0$$

$$4x^2 - 13x + 10 = 0$$

$$D = (-13)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 10 = 169 - 160 = 9$$

$$x_1 = \frac{13 + \sqrt{9}}{2 \cdot 4} = \frac{13 + 3}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

$$x_2 = \frac{13 - \sqrt{9}}{2 \cdot 4} = \frac{13 - 3}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1,25$$

Обидва корені задовольняють ОДЗ

Відповідь: 1,25; 2.

Завдання 3

Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{2x + 3}{x - 1} - \frac{x - 3}{x + 1} = \frac{2x + 8}{x^2 - 1}$$

$$\frac{2x + 3}{x - 1} - \frac{x - 3}{x + 1} - \frac{2x + 8}{(x - 1)(x + 1)} = 0$$

$$\frac{(2x + 3)(x + 1) - (x - 3)(x - 1) - (2x + 8)}{(x - 1)(x + 1)} = 0$$

$$\text{ОДЗ. } (x - 1)(x + 1) \neq 0$$

$$x \neq 1; x \neq -1$$

$$2x^2 + 2x + 3x + 3 - (x^2 - x - 3x + 3) - 2x - 8 = 0$$

$$2x^2 + 2x + 3x + 3 - x^2 + x + 3x - 3 - 2x - 8 = 0$$

$$x^2 + 7x - 8 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -7 \\ x_1 \cdot x_2 = -8 \end{cases}$$

$x_1 = -8; x_2 = 1$ – не задовольняє ОДЗ

Відповідь: -8 .

Завдання 4

Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{x+1}{x-4} - \frac{2x}{x+3} = \frac{7x+7}{x^2-x-12}$$

$$\frac{x+1}{x-4} - \frac{2x}{x+3} - \frac{7x+7}{(x-4)(x+3)} = 0$$

$$\frac{(x+1)(x+3) - 2x(x-4) - (7x+7)}{(x-4)(x+3)} = 0$$

$$\text{ОДЗ. } (x-4)(x+3) \neq 0$$

$$x \neq 4; x \neq -3$$

$$x^2 + 3x + x + 3 - 2x^2 + 8x - 7x - 7 = 0$$

$$-x^2 + 5x - 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 4 \end{cases}$$

$x_1 = 1; x_2 = 4$ – не задовольняє ОДЗ

Відповідь: 1 .

Домашнє завдання:

Повторити параграфи 24-25

№964