

Дата: 15.03

Клас : 8-Б клас

МНОГОКУТНИК ТА ЙОГО ЕЛЕМЕНТИ

Мета:

- дати учням поняття многокутника, розкрити його зміст, проаналізувати його елементи, сформулювати формулу для обчислення суми кутів многокутника, довести її та показати як її використовувати;
- розвиток логічного мислення, інтелекту учнів, вміння аналізувати, класифікувати, порівнювати, робити висновки за аналогією;
- виховання інтересу до вивчення математики, дисципліни, звички до систематичної розумової праці.

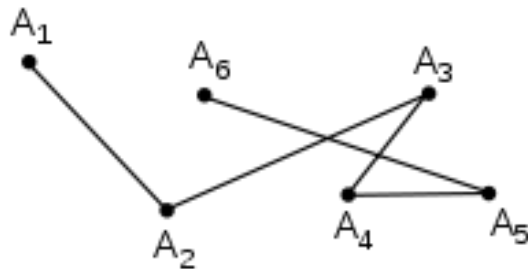
Ламана — зв'язна послідовність відрізків.

В даному випадку:



Ламана називається **простою**, якщо вона не має самоперетинів і ніякі сусідні ланки не лежать на одній прямій

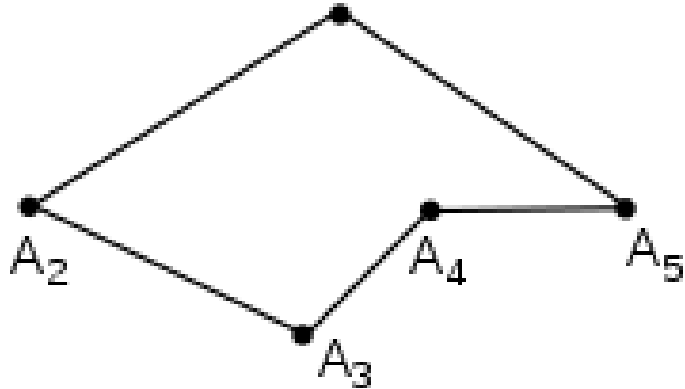
Довжина ламаної — сума довжин всіх її відрізків.



Ламана з самоперетином

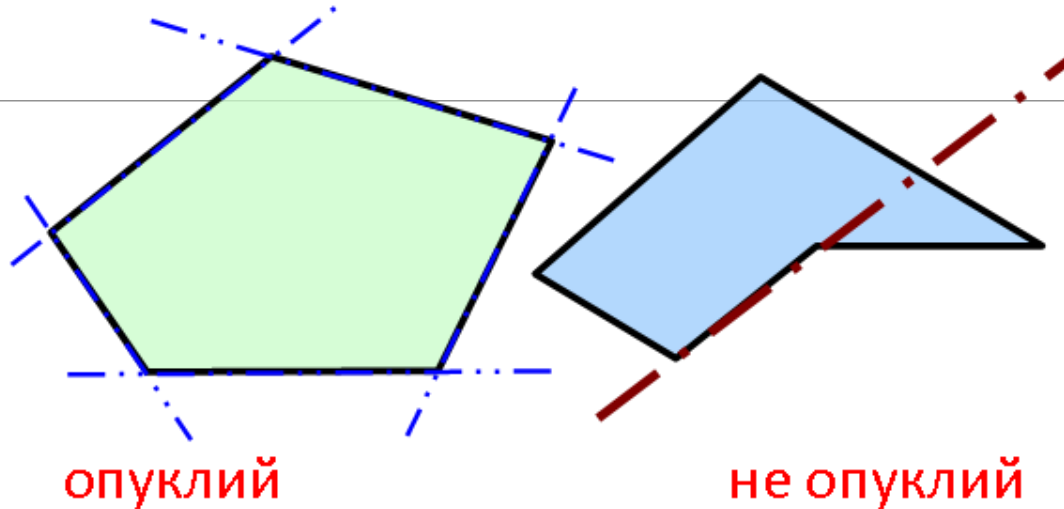
Якщо перша та остання точка збігаються, то така ламана називається **замкненою**.

Многокутники



- Замкнену ламану без перетинів називають **многокутником**.
- Найменше чисто сторін – 3.
- Вершини і ланки ламаної, яка утворює многокутник відповідно називають **вершинами** і **сторонами многокутника**.
- Сторони, що є сусідніми відрізками, називають **сусідніми сторонами многокутника**.
- Вершини, які є кінцями однієї сторони, називають **сусідніми вершинами многокутника**.

Многокутники бувають опуклі та неопуклі.



Якщо всі кути багатокутника менші за розгорнутий, його називають **опуклим багатокутником**, в іншому випадку - **неопуклим** .

Опуклий многокутник має такі властивості:

- 1) опуклий многокутник розташований в одній півплощині відносно будь-якої прямої, що містить його сторону (Рис.2)
- 2) опуклий многокутник, відмінний від трикутника, містить будь-яку свою діагональ .

Якщо многокутник не є опуклим, то він таких властивостей не має (Рис.1).

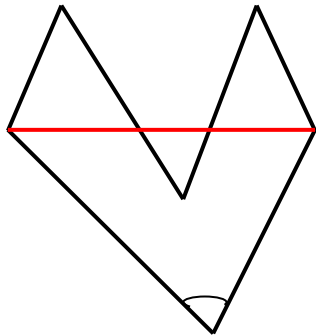


Рис.1

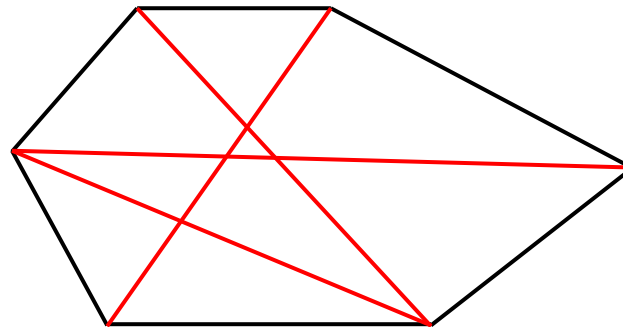
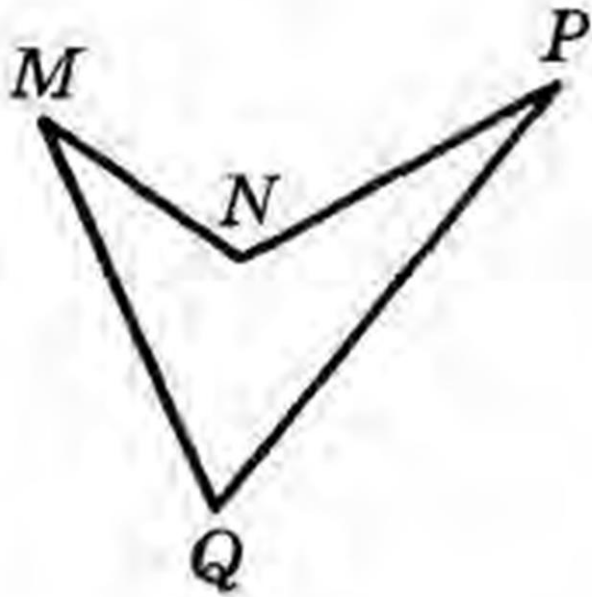


Рис.2



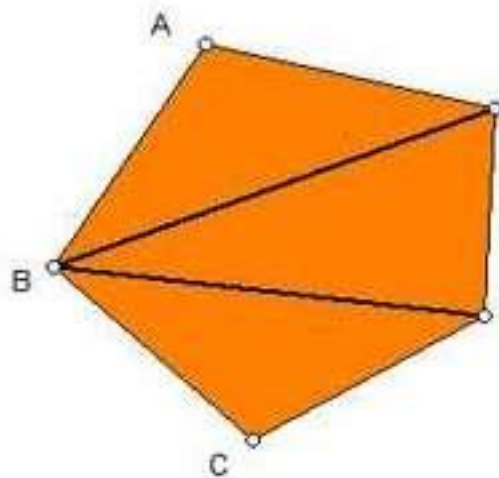
Дві сусідні сторони многокутника задають кут многокутника.

$\angle NMQ$, $\angle NPQ$, $\angle MPQ$ - кути многокутника.

Многокутник називають за кількістю його кутів: чотирикутник, п'ятикутник тощо

Відрізок, який сполучає несусідні вершини многокутника, називають діагоналлю.

Теорема. Сума кутів опуклого n -кутника дорівнює $180^\circ \cdot (n-2)$



Дано: $ABCDE$ – правильний многокутник

Довести: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ \cdot (n-2)$

Доведення

Проведемо в даному многокутнику діагоналі з однієї вершини і порахуємо скільки трикутників утворилось.

Утворилось $n - 2$ трикутники.

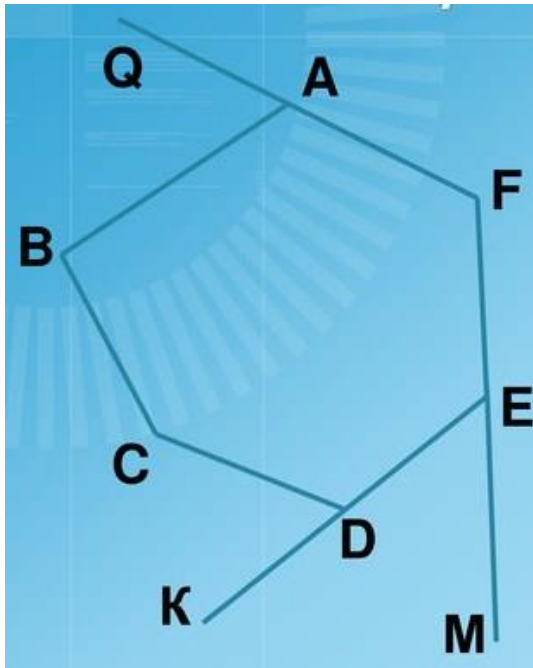
Сума кутів будь-якого трикутника 180° .

Отже, щоб знайти суму кутів многокутника, треба 180° помножити на кількість утворених трикутників.

Отримаємо $180^\circ \cdot (n-2)$.

Зовнішній кут многокутника

ABCDEF – многокутник



Продовжимо сторони DE, EF, FA

$\angle CDK$, $\angle MED$, $\angle BAQ$ – зовнішні кути
многокутника

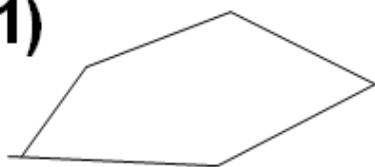
Сума зовнішніх кутів,
взятих по одному при
кожній вершині
довільного опуклого
многокутника,
дорівнює 360° .

Закріплення знань

Серед многокутників оберіть

ОПУКЛІ

1)



А



Б

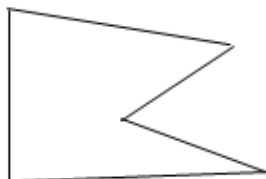


В



Г

2)



А



Б

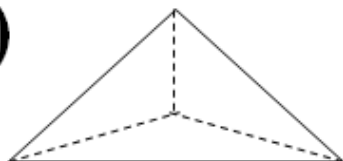


В

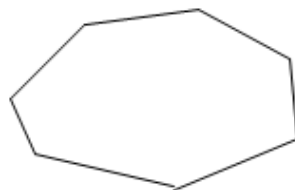


Г

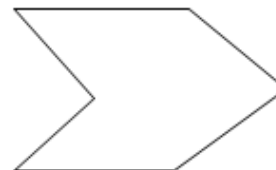
3)



А



Б



В

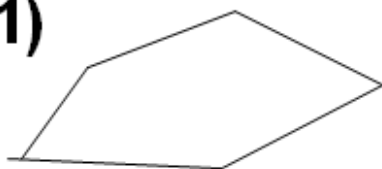


Г

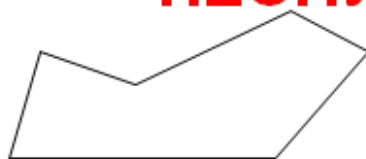
Серед многокутників оберіть

НЕОПУКЛІ

1)



А



Б

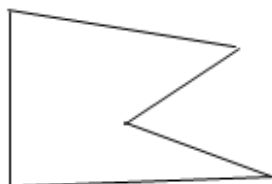


В



Г

2)



А



Б

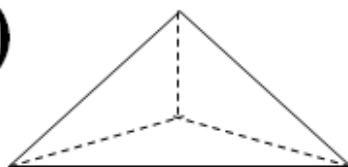


В

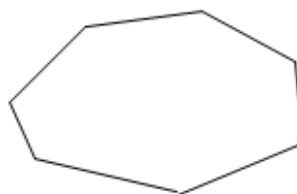


Г

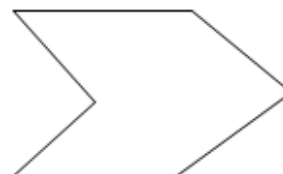
3)



А



Б



В



Г



Теорема (про суму кутів опуклого n -кутника).
Сума кутів опуклого n -кутника дорівнює $180^\circ(n - 2)$.



849. Обчисліть суму кутів опуклого n -кутника, якщо:

- 1) $n = 12$; 2) $n = 18$.

Дано:

многокутник,

1) $n = 12$,

2) $n = 18$

Знайти: суму кутів

многокутника—?

Розв'язання:


1) За теоремою про суму кутів опуклого n -кутника:

$$180^\circ(12 - 2) = 1800^\circ$$

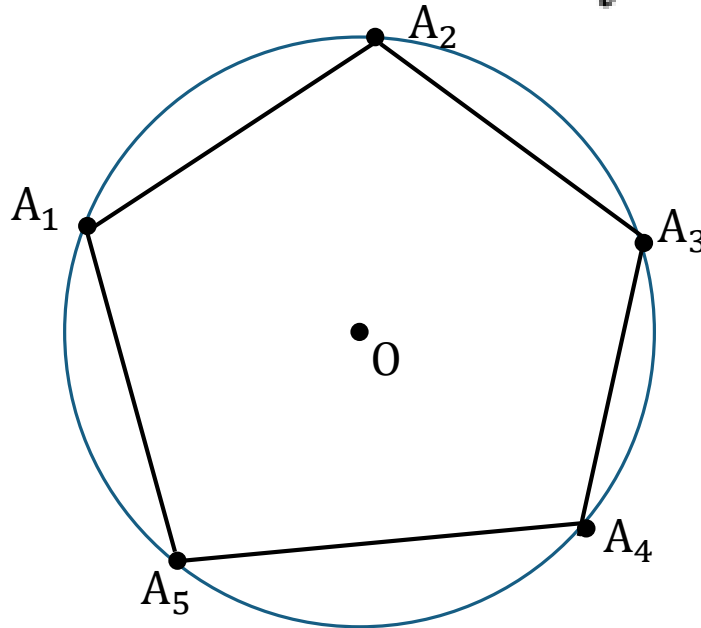
2) За теоремою про суму кутів опуклого n -кутника:


$$180^\circ(18 - 2) = 2880^\circ$$

Відповідь: 1) 1800° , 2) 2880° .

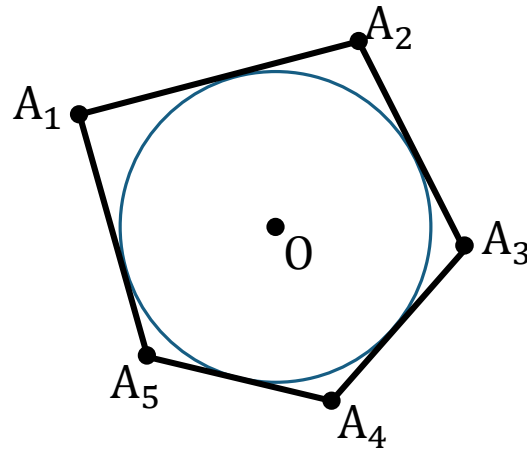
 **Многокутник називають вписаним у коло, якщо всі його вершини лежать на колі. Коло при цьому називають описаним навколо многокутника**

845. Накресліть коло та впишіть у нього п'ятикутник.



 **Многокутник називають описаним навколо кола, якщо всі його сторони дотикаються до кола. Коло при цьому називають вписаним у многокутник**

847. Накресліть коло та опишіть навколо нього будь-який многокутник.



Завдання. Знайдіть суму кутів восьмикутника, десятикутника, дванадцятикутника.

Розв'язання

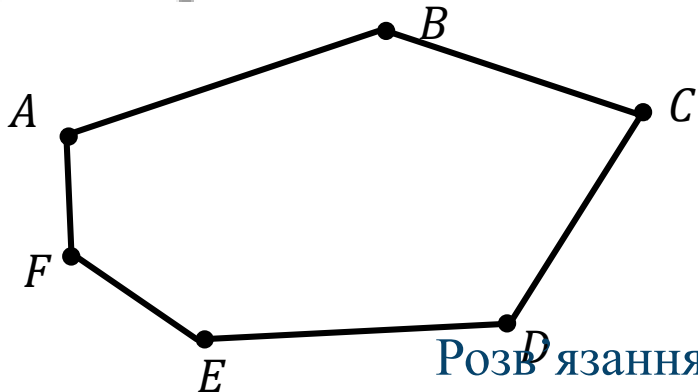
$$1) n=8, \quad 180^\circ \cdot (n-2) = 180^\circ \cdot (8-2) = 180^\circ \cdot 6 = 1080^\circ$$

$$2) n=10, \quad 180^\circ \cdot (n-2) = 180^\circ \cdot (10-2) = 180^\circ \cdot 8 = 1440^\circ$$

$$3) n=12, \quad 180^\circ \cdot (n-2) = 180^\circ \cdot (12-2) = 180^\circ \cdot 10 = 1800^\circ$$

(n – кількість кутів многокутника)

857. Визначте кути опуклого шестикутника, якщо їхні градусні міри відносяться як $3 : 4 : 5 : 5 : 6 : 7$.



Дано:

$ABCDEF$ — опуклий шестикутник,
 $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D : \angle E : \angle F = 3 : 4 : 5 : 5 : 6 : 7$

Знайти: $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle E, \angle F$?

Розв'язання:

1) Нехай x — коефіцієнт пропорційності, тоді

$$\angle A = 3x, \angle B = 4x, \angle C = 5x, \angle D = 5x, \angle E = 6x, \angle F = 7x.$$

2) За теоремою про суму кутів опуклого n -кутника:

$$180^\circ(6 - 2) = 720^\circ.$$

$$3) 3x + 4x + 5x + 5x + 6x + 7x = 720^\circ$$

$$30x = 720^\circ,$$

$$x = \frac{720^\circ}{30}, x = 24^\circ.$$

$$4) \angle A = 3 \cdot 24^\circ = 72^\circ,$$

$$\angle B = 4 \cdot 24^\circ = 96^\circ,$$

$$\angle C = 5 \cdot 24^\circ = 120^\circ,$$

$$\angle D = 5 \cdot 24^\circ = 120^\circ,$$

$$\angle E = 6 \cdot 24^\circ = 144^\circ,$$

$$\angle F = 7 \cdot 24^\circ = 168^\circ,$$

Відповідь: $72^\circ, 96^\circ, 120^\circ, 120^\circ, 144^\circ, 168^\circ$.

Домашнє завдання



§ 22 – опрацювати,
№ 850, 852 –
розв'язати в зошиті, фото
розв'язків прикріпити до
завдання у HUMAN