

Дата: 03.03.2023

Клас: 8-Б

Розв'язування прямокутних трикутників



Мета:

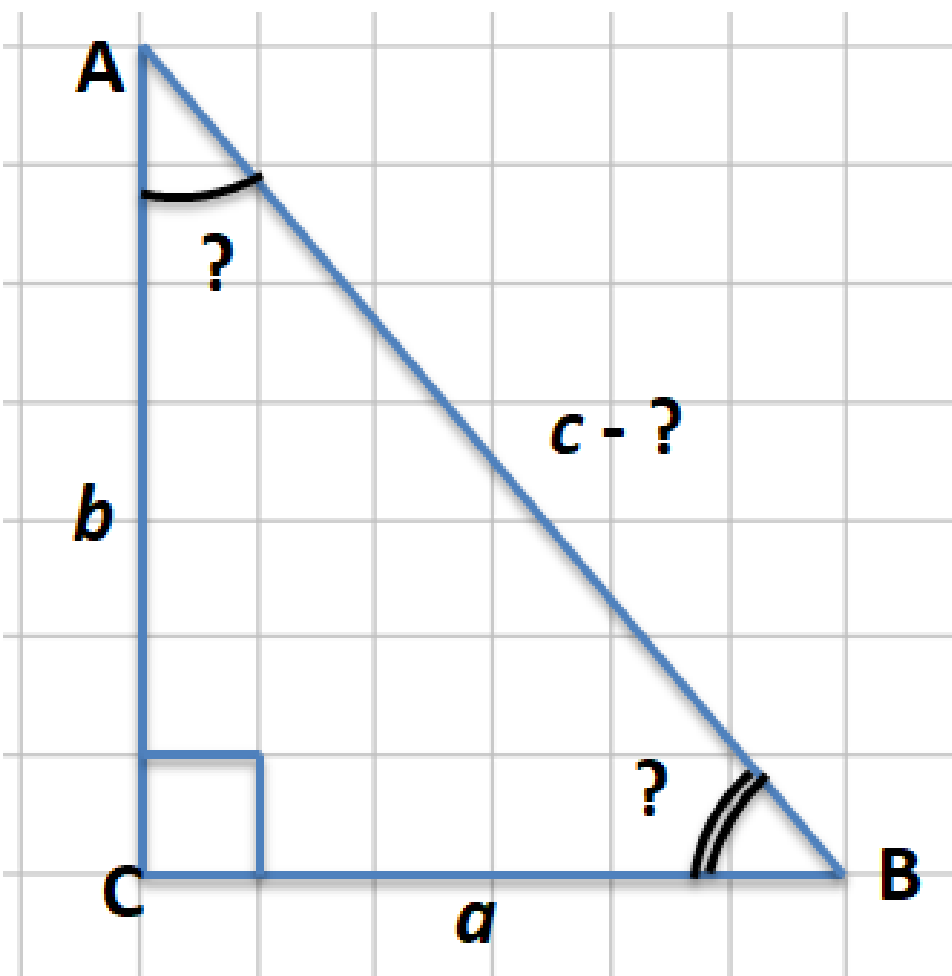
закріплювати знання числових значень тригонометричних функцій кутів 30° , 45° , 60° , а також означення та властивостей тригонометричних функцій, вивчених на попередніх уроках.

домогтися засвоєння учнями змісту правил знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника, що впливають з означень тригонометричних функцій гострого кута;

формувати вміння відтворювати зміст цих правил, а також застосовувати правила для знаходження невідомих сторін прямокутного трикутника.

Види задач на розв'язування прямокутних трикутників.

Випадок 1. За катетами:



Дано: $AC = b$, $BC = a$

Знайти: AB , $\angle A$, $\angle B$.

Алгоритм розв'язання

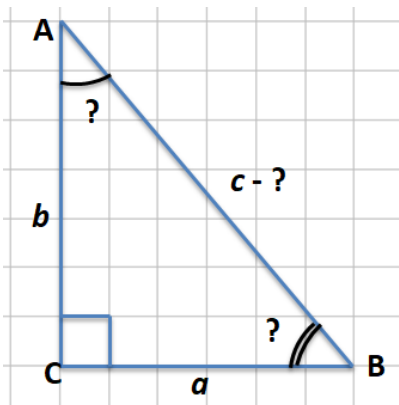
1) $AB = \sqrt{a^2 + b^2};$

2) $\operatorname{tg} \angle B = \frac{b}{a};$

3) $\angle A = 90^\circ - \angle B$

Практикум

Знайди гіпотенузу і кути прямокутного трикутника, якщо його катети дорівнюють 12 см і 5 см.



Розв'язання.

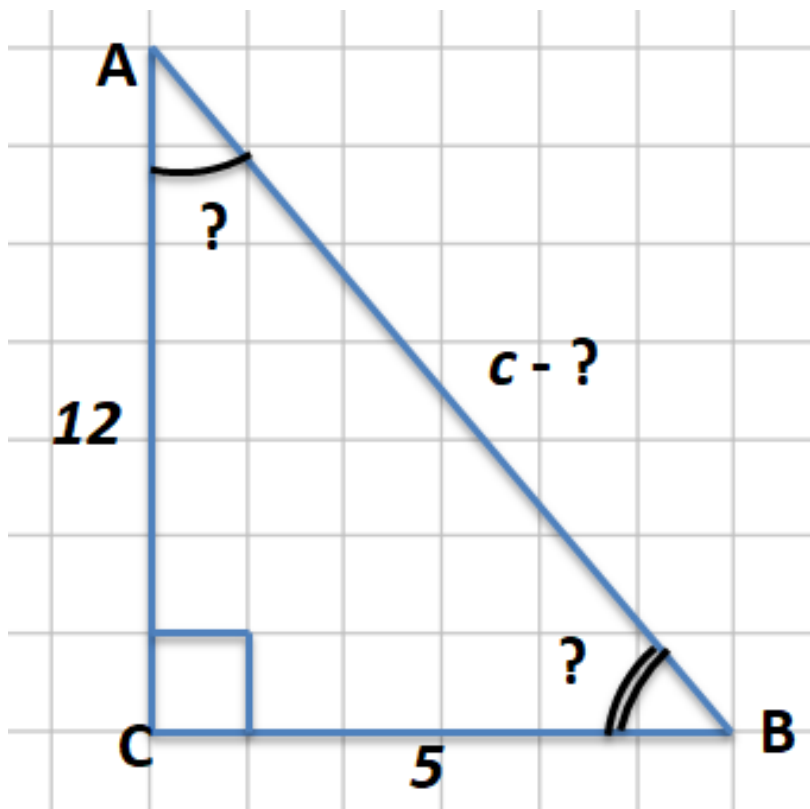
ABC – прямокутний трикутник ($\angle C = 90^\circ$),
AC = 12 см, BC = 5 см. За теоремою
Піфагора маємо:

$$1) AB^2 = AC^2 + BC^2, \text{ звідки } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13(\text{см})$$

$$2) \operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12} \approx 0,41667; \angle A \approx 23^\circ$$

$$3) \angle B \approx 90^\circ - 23^\circ \approx 67^\circ$$

Відповідь: 13 см, $\approx 23^\circ$, $\approx 67^\circ$



Для розв'язування наступних задач використовуємо таблицю Брадіса

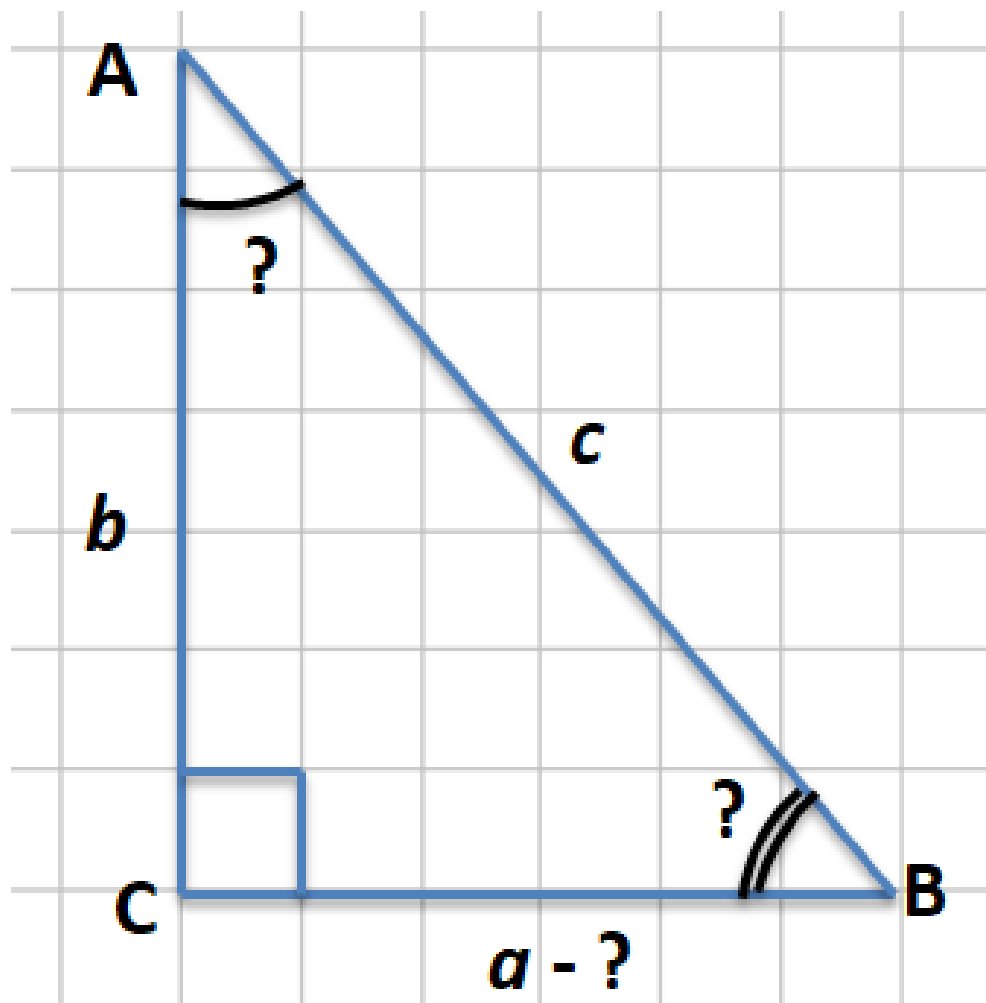
Таблиця Брадіса косинусів, синусів, тангенсів, котангенсів

Таблиця значень тригонометричних функцій

Величина кута (γ градусів)	Синус	Косинус	Тангенс	Величина кута (γ градусів)	Синус	Косинус	Тангенс
0	0,000	1,000	0,000	46	0,719	0,695	1,036
1	0,017	1,000	0,017	47	0,731	0,682	1,072
2	0,035	0,999	0,035	48	0,743	0,669	1,111
3	0,052	0,999	0,052	49	0,755	0,656	1,150
4	0,070	0,998	0,070	50	0,766	0,643	1,192
5	0,087	0,996	0,087	51	0,777	0,629	1,235
6	0,105	0,995	0,105	52	0,788	0,616	1,280
7	0,122	0,993	0,123	53	0,799	0,602	1,327
8	0,139	0,990	0,141	54	0,809	0,588	1,376
9	0,156	0,988	0,158	55	0,819	0,574	1,428
10	0,174	0,985	0,176	56	0,829	0,559	1,483
11	0,191	0,982	0,194	57	0,839	0,545	1,540
12	0,208	0,978	0,213	58	0,848	0,530	1,600
13	0,225	0,974	0,231	59	0,857	0,515	1,664
14	0,242	0,970	0,249	60	0,866	0,500	1,732
15	0,259	0,966	0,268	61	0,875	0,485	1,804
16	0,276	0,961	0,287	62	0,883	0,469	1,881
17	0,292	0,956	0,306	63	0,891	0,454	1,963
18	0,309	0,951	0,335	64	0,899	0,438	2,050
19	0,326	0,946	0,344	65	0,906	0,423	2,145
20	0,342	0,940	0,364	66	0,914	0,407	2,246
21	0,358	0,934	0,384	67	0,921	0,391	2,356
22	0,375	0,927	0,404	68	0,927	0,375	2,475
23	0,391	0,921	0,424	69	0,934	0,358	2,605
24	0,407	0,914	0,445	70	0,940	0,342	2,747
25	0,423	0,906	0,466	71	0,946	0,326	2,904
26	0,438	0,899	0,488	72	0,951	0,309	3,078
27	0,454	0,891	0,510	73	0,956	0,292	3,271
28	0,469	0,883	0,532	74	0,961	0,276	3,487
29	0,485	0,875	0,554	75	0,966	0,259	3,732
30	0,500	0,866	0,577	76	0,970	0,242	4,011
31	0,515	0,857	0,601	77	0,974	0,225	4,331
32	0,530	0,848	0,625	78	0,978	0,208	4,705
33	0,545	0,839	0,649	79	0,982	0,191	5,145
34	0,559	0,829	0,675	80	0,985	0,174	5,671
35	0,574	0,819	0,700	81	0,988	0,156	6,314
36	0,588	0,809	0,727	82	0,990	0,139	7,115
37	0,602	0,799	0,754	83	0,993	0,122	8,144
38	0,616	0,788	0,781	84	0,995	0,105	9,514
39	0,629	0,777	0,810	85	0,996	0,087	11,430
40	0,643	0,766	0,839	86	0,998	0,070	14,301
41	0,656	0,755	0,869	87	0,999	0,052	19,081
42	0,669	0,743	0,900	88	0,999	0,035	26,636
43	0,682	0,731	0,933	89	1,000	0,017	57,290
44	0,695	0,719	0,966	90	1,000	0,000	
45	0,707	0,707	1,000				

Види задач на розв'язування прямокутних трикутників.

Випадок 2. За катетом і гіпотенузою:



Дано: $AB = c$, $AC = b$

Знайти: CB , $\angle A$, $\angle B$.

Алгоритм розв'язання

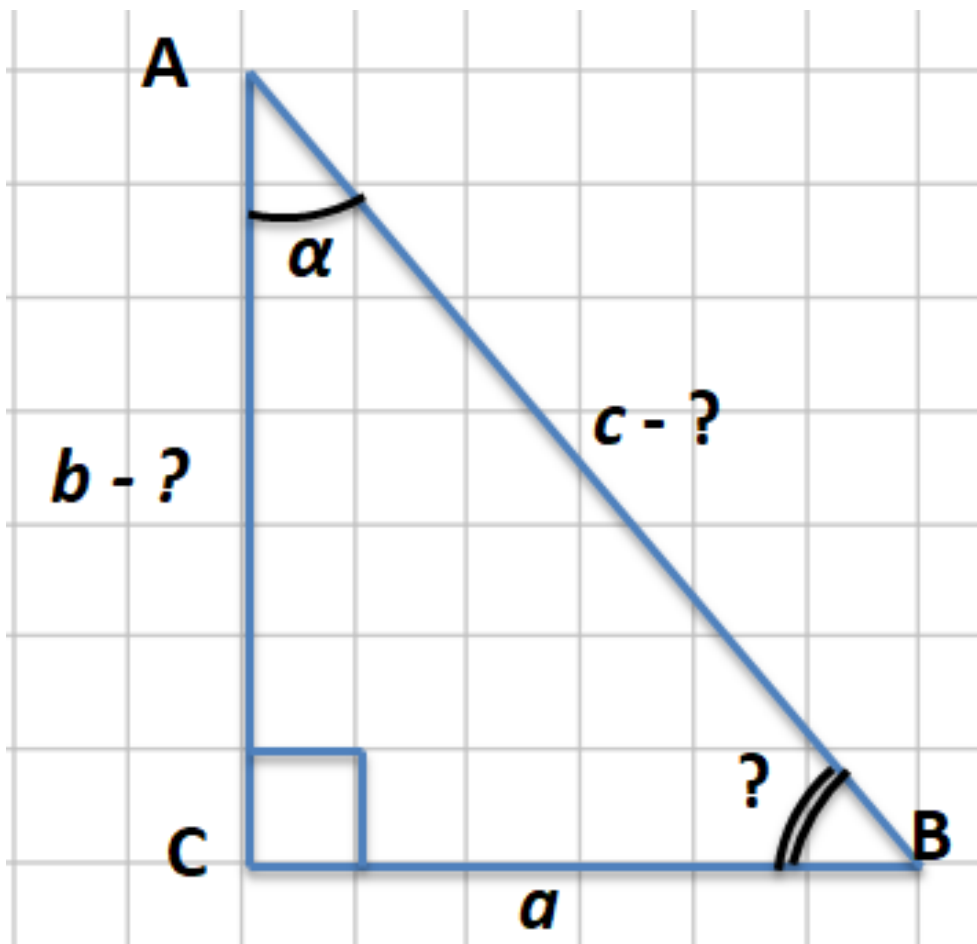
1) $CB = \sqrt{c^2 - b^2};$

2) $\sin \angle B = \frac{b}{c};$

3) $\angle A = 90^\circ - \angle B$

Види задач на розв'язування прямокутних трикутників.

Випадок 3. За катетом і гострим кутом:



Дано: $CB = a$, $\angle A = \alpha$

Знайти: AB , AC , $\angle B$.

Алгоритм розв'язання

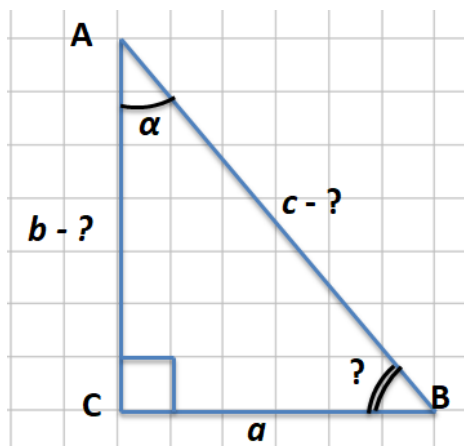
1) $\angle B = 90^\circ - \alpha$;

2) $AB = \frac{a}{\sin \alpha}$;

3) $AC = a : \operatorname{tg} \alpha$.

Практикум

Знайдіть невідомий катет, кут та гіпотенузу прямокутного трикутника, якщо відомий катет дорівнює 5 см, а кут, прилеглий до нього - 46° .



Розв'язання.

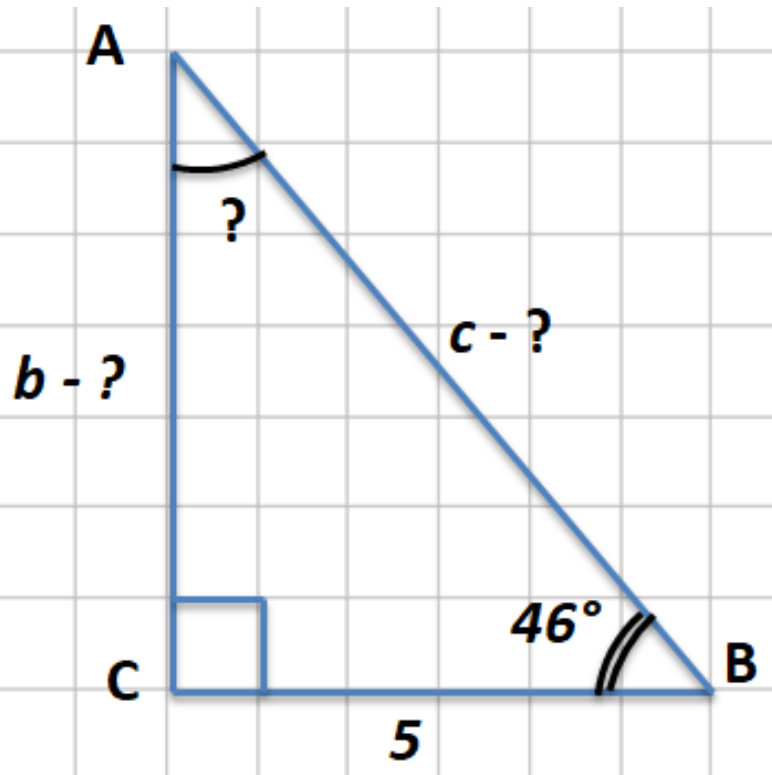
ABC – прямокутний трикутник ($\angle C = 90^\circ$),
BC = 5 см, $\angle B = 46^\circ$.

$$1) \angle A = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$$

$$2) AB = \frac{CB}{\cos B}; AB = \frac{5}{\cos 46^\circ} \approx \frac{5}{0,6947} \approx 7,2(\text{см})$$

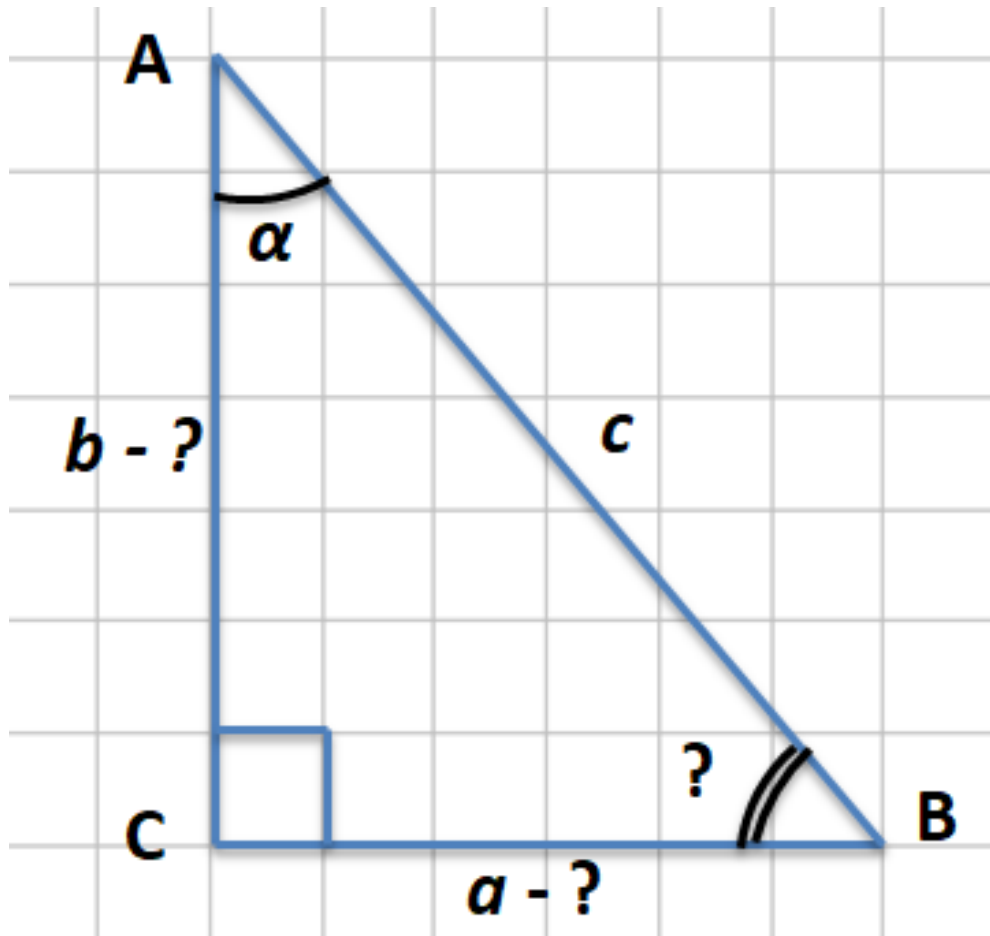
$$3) AC = CB \cdot \operatorname{tg} B; AC = 5 \cdot \operatorname{tg} 46^\circ \approx 5 \cdot 1,0355 \approx 5,2(\text{см})$$

Відповідь: 44° , $\approx 7,2$ см, $\approx 5,2$ см.



Види задач на розв'язування прямокутних трикутників.

Випадок 4. За гіпотенузою і гострим кутом:



Дано: $AB = c$, $\angle A = \alpha$

Знайти: AC , CB , $\angle B$.

Алгоритм розв'язання

1) $\angle B = 90^\circ - \alpha$;

2) $CB = c \cdot \sin \alpha$;

3) $AC = c \cdot \cos \alpha$.

Практикум

Знайти катети і невідомий гострий кут прямокутного трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює 6,5 см, а один з кутів - 22°

Розв'язання.

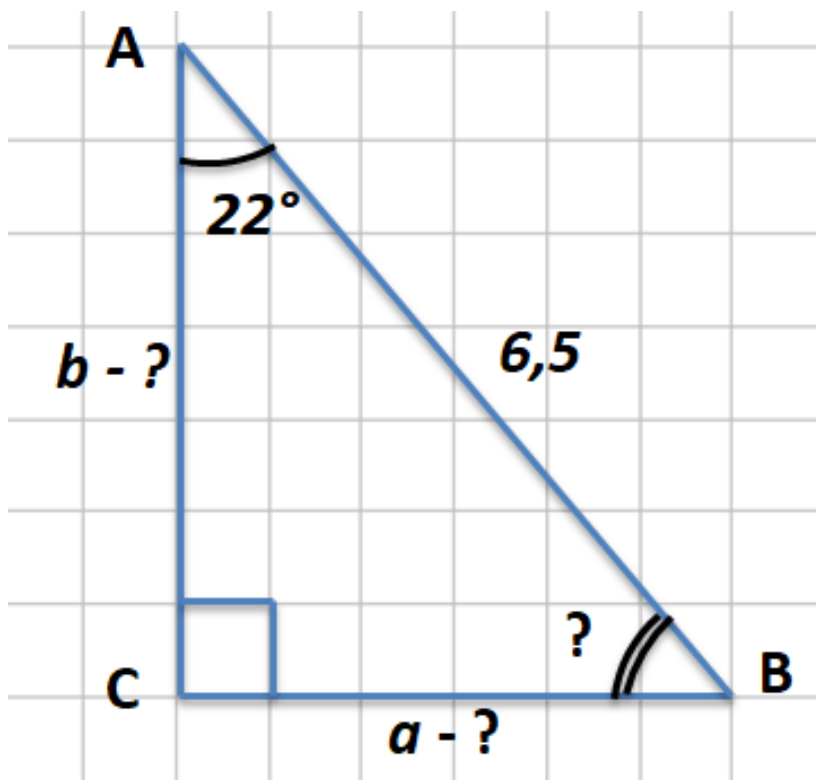
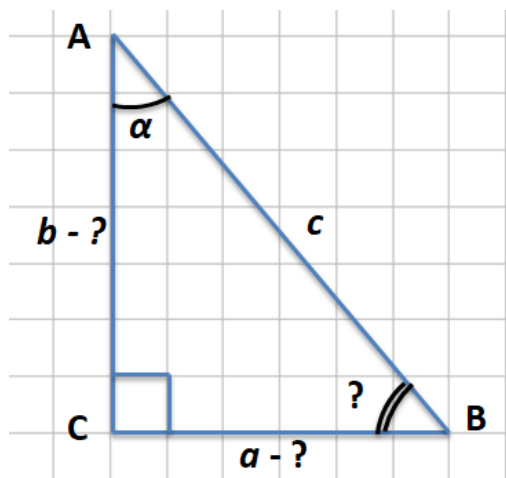
АВС – прямокутний трикутник ($\angle C = 90^\circ$),
АВ = 5 см, $\angle A = 22^\circ$.

1) $\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$

2) $CB = AB \cdot \sin A$; $CB = 6,5 \cdot \sin 22^\circ = 6,5 \cdot 0,3746 \approx 2,4$ (см)

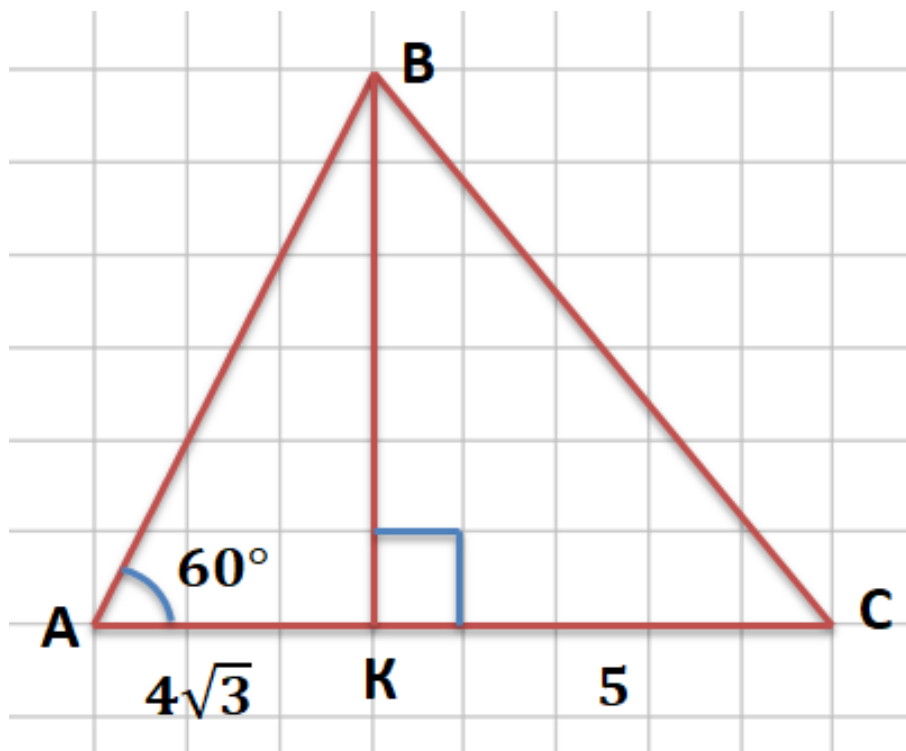
3) $AC = AB \cdot \cos A$; $AC = 6,5 \cdot \cos 22^\circ = 6,5 \cdot 0,9272 \approx 6$ (см)

Відповідь: $\approx 2,4$ см, ≈ 6 см, 68°



Практыкум

У трикутнику ABC висота BK ділить основу AC на відрізки $AK = 4\sqrt{3}$ см, $KC = 5$ см, $\angle A = 60^\circ$. Знайти бічні сторони трикутника.



Дано: $\triangle ABC$, BK – висота,
 $AK = 4\sqrt{3}$ см,
 $KC = 5$ см, $\angle A = 60^\circ$

Знайти: AB , BC

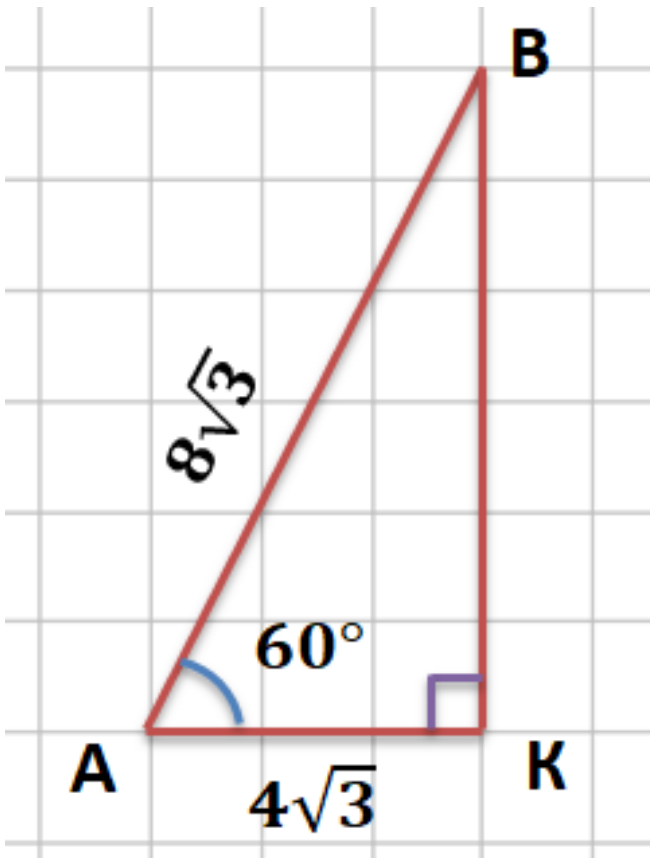
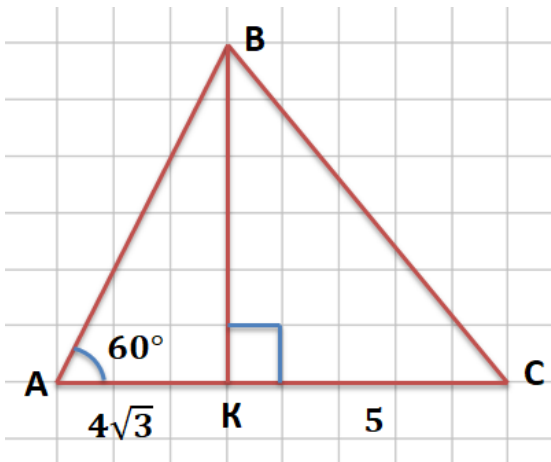
Розв'язання

Оскільки BK – висота, то $\angle AKB = \angle CKB = 90^\circ$. У прямокутному трикутнику ABK ($\angle BKA = 90^\circ$) за співвідношенням між елементами прямокутного трикутника:

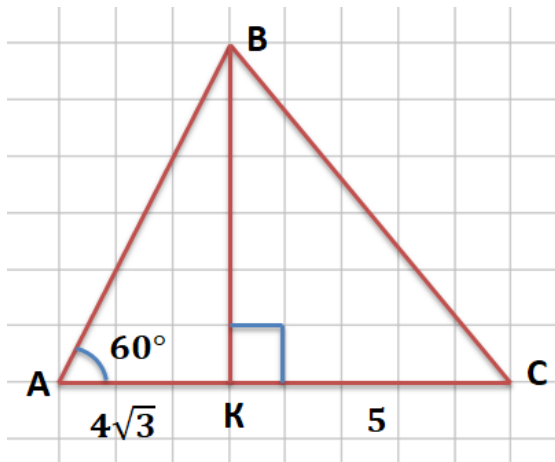
$$1) \operatorname{tg} A = \frac{BK}{AK}; \quad BK = AK \cdot \operatorname{tg} A;$$

$$2) BK = 4\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 12 \text{ (см)};$$

$$3) \cos A = \frac{AK}{AB}; \quad AB = \frac{AK}{\cos A} = \frac{4\sqrt{3}}{\cos 60^\circ} = 4\sqrt{3} : \frac{1}{2} = 4\sqrt{3} \cdot 2 = 8\sqrt{3} \text{ (см)}$$



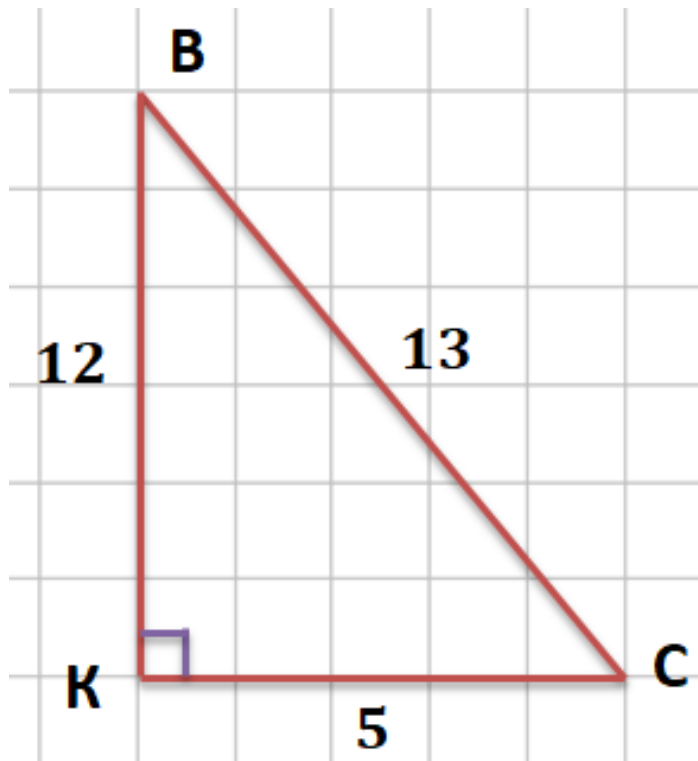
Розв'язання



У прямокутному трикутнику BKC ($\angle BKC = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$BC = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13(\text{см}).$$

Відповідь: $8\sqrt{3}$ см, 13 см.



Домашнє завдання

Опрацювати п. 18, № 787, 793 (1,2).

На повторення № 800

