



Дата: 14.04.2023

Клас: 8-Б

***Площа
трапеції***

Повторимо!

1. Яку фігуру називають трапецією?



Трапецією називають чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші не паралельні.

2. Сформулюйте властивості трапеції.

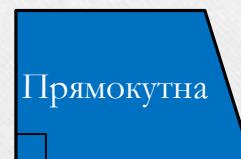
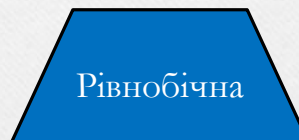


1. Сума кутів трапеції, прилеглих до бічної сторони, дорівнює 180° .



2. Трапеція є опуклим чотирикутником.

3. Які види трапеції ви знаєте?



4. Сформулюйте властивості рівнобічної трапеції.



1. У рівнобічній трапеції кути при основі між собою рівні.



2. Діагоналі рівнобічної трапеції рівні.

5. Що називають середньою лінією трапеції?



Середньою лінією трапеції називають відрізок, що сполучає середини її бічних сторін.

Площа трапеції

Теорема (про площу трапеції)

Площа трапеції дорівнює добутку півсуми її основ на висоту.

Доведення:

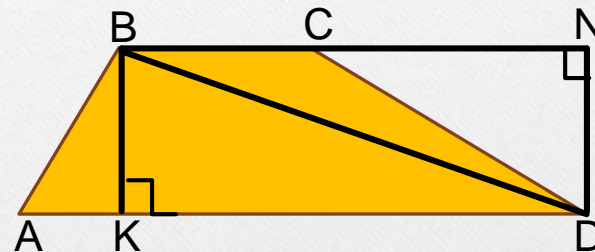
Нехай $ABCD$ – довільна трапеція з основами BC і AD , BK - її висота. Доведемо, що площу трапеції S можна знайти за формулою $S = \frac{AD+BC}{2} \cdot BK$.

1) Діагональ BD розбиває трапецію на два Трикутники ABD і BDC . Тому $S = \frac{1}{2} \cdot S_{ABD} + S_{BDC}$.

2) BK - висота $\triangle ABD$, тому $S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BK$.

3) Проведемо у трапеції висоту DN , вона є і висотою $\triangle BDC$, тому $S_{BDC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DN$.

4) $DN=BK$ (як висоти трапеції). Отже $S = \frac{1}{2} \cdot S_{ABD} + S_{BDC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BK + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DN = \frac{AD+BC}{2} \cdot BK$.

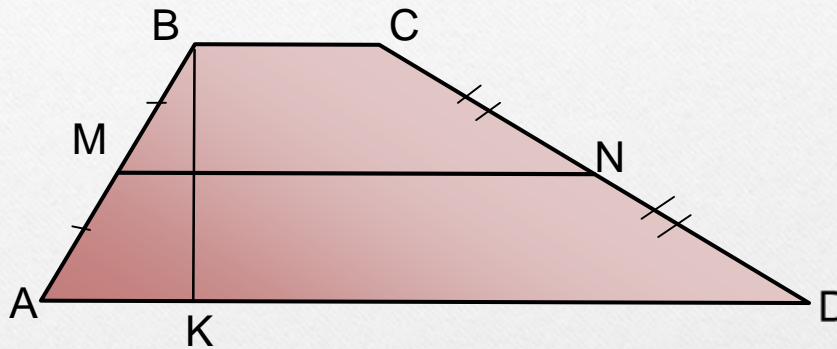


$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

a і b – основи трапеції, h – висота трапеції

Наслідок.

Площа трапеції дорівнює добутку її середньої лінії на висоту.

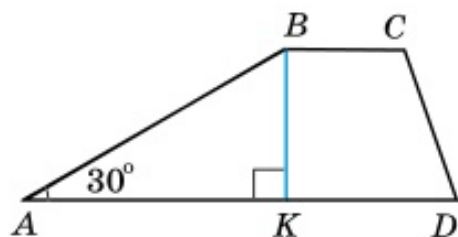


За означенням середньої лінії трапеції : $MN = \frac{BC + AD}{2}$

$$S_{ABCD} = MN \cdot BK$$

Де MN середня лінія трапеції,
BK – висота трапеції

Задача 1. У трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$), $AD = 8$ см, $BC = 5$ см, $AB = 12$ см, $\angle A = 30^\circ$. Знайдіть площу трапеції.



Мал. 245

Розв'язання. 1) Проведемо у трапеції $ABCD$ висоту BK (мал. 245). У $\triangle ABK$ ($\angle K = 90^\circ$) $BK = \frac{AB}{2}$ (за властивістю катета, що лежить проти кута 30°). Отже, $BK = \frac{12}{2} = 6$ (см).

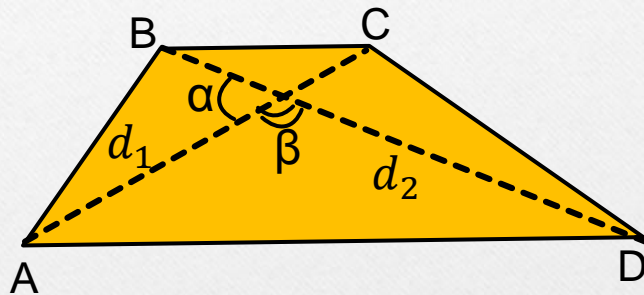
$$2) S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} \cdot BK = \frac{8+5}{2} \cdot 6 = 39 \text{ (см}^2\text{)}.$$

В і д п о в і д ь. 39 см^2 .

Площа трапеції

Якщо задано діагоналі трапеції та кут між ними (див. рис.), то площу трапеції знаходять через половину добутку діагоналей трапеції на синус кута між ними.

Варто зазначити, що неважливо чи тупий чи гострий кут підставляємо у формулу. Значення площі від цього не поміняється.



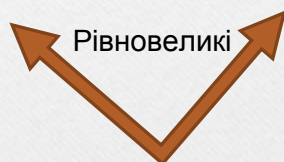
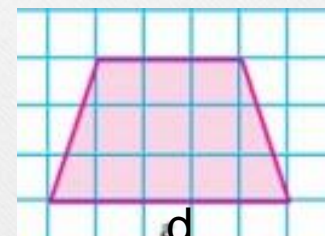
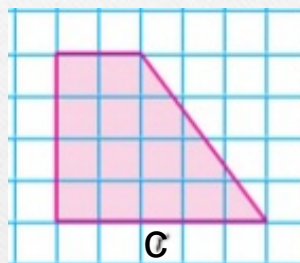
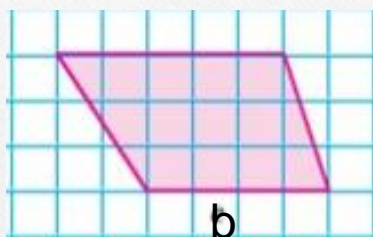
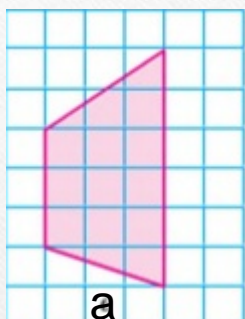
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \beta$$

Працюємо разом!

Задача 1. Знайдіть площу трапеції. Прийміть до уваги, що довжина однієї клітинки дорівнює 0,5 см.

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



а) $a = 1,5 \text{ см}$
 $b = 3 \text{ см}$
 $h = 1,5 \text{ см}$
$$S = \frac{1,5+3}{2} \cdot 1,5 =$$

$$= 3,375 \text{ (см)}^2$$

б) $a = 2,5 \text{ см}$
 $b = 2 \text{ см}$
 $h = 1,5 \text{ см}$
$$S = \frac{2,5+2}{2} \cdot 1,5 =$$

$$= 3,375 \text{ (см)}^2$$

с) $a = 1 \text{ см}$
 $b = 2,5 \text{ см}$
 $h = 2 \text{ см}$
$$S = \frac{1+2,5}{2} \cdot 2 =$$

$$= 3,5 \text{ (см)}^2$$

д) $a = 1,5 \text{ см}$
 $b = 2,5 \text{ см}$
 $h = 1,5 \text{ см}$
$$S = \frac{1,5+2,5}{2} \cdot 1,5 =$$

$$= 3 \text{ (см)}^2$$

Задача 2. Площа трапеції дорівнює 90 см^2 , а її висота – 15 см .

Знайдіть суму основ трапеції

Розв'язання :

З формули $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ знайдемо $a+b = \frac{2S}{h}$.

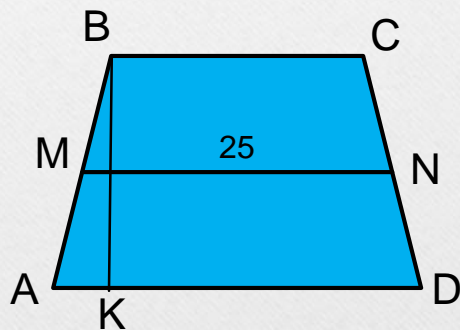
За умовою $S = 90 \text{ см}^2$, $h = 15 \text{ см}$, тому

$$a+b = \frac{2 \cdot 90}{15} = 12 \text{ (см)}$$

Відповідь : 12 (см)

Задача 3. Площа трапеції дорівнює 75 см^2 , а її середня лінія – 25 см .

Знайдіть висоту трапеції.



Розв'язання :

$ABCD$ – трапеція, MN - середня лінія трапеції, $MN = 25 \text{ см}$.

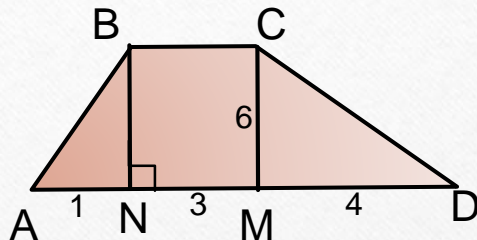
За означенням середньої лінії трапеції $MN = \frac{a+b}{2}$, отже

$S_{ABCD} = MN \cdot BK$, де BK – висота трапеції.

$$BK = \frac{S_{ABCD}}{MN}, \quad BK = \frac{75}{25} = 3 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 3 (см) .

Задача 4. Знайдіть площу трапеції за малюнком.



Мал. 1

Розв'язання : $ABCD$ – трапеція. $BC \parallel AD$, $BN \perp AD$, $CM \perp AD$,
 $BN=CM=6$ – висоти трапеції.

$AD=AN+NM+MD$; $AD=1+3+4=8$.

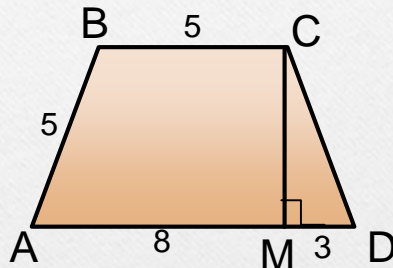
$BC \parallel NM$, $NBCM$ – прямокутник.

$BC=NM=3$.

За формулою $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ знайдемо площу трапеції:

$$S = \frac{3+8}{2} \cdot 6 = 11 \cdot 3 = 33 \text{ (од)}^2$$

Задача 5. Знайдіть площу рівнобічної трапеції за малюнком.



Розв'язання :

$ABCD$ – рівнобічна трапеція. $BC \parallel AD$, $AB=CD=5$,
 $CM \perp AD$, CM – висота трапеції.

$AD=AM+MD$, $AD=8+3=11$.

З $\triangle CMD$ за теоремою Піфагора знайдемо висоту трапеції:

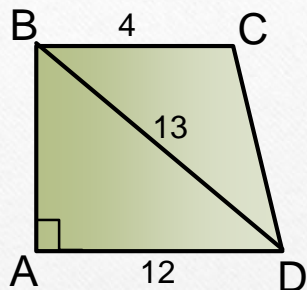
$$CM = \sqrt{CD^2 - MD^2}, \quad BN = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$$

Знайдемо площу трапеції :

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot CM; \quad S = \frac{5 + 11}{2} \cdot 4 = 16 \cdot 2 = 32 \text{ (од)}^2$$

Задача 6. Більша діагональ прямокутної трапеції дорівнює 13 см, а більша основа – 12 см. Знайдіть площу трапеції, якщо її менша основа дорівнює 4 см.

Розв'язання :



$ABCD$ - прямокутна трапеція , $BC \parallel AD$, $\angle A = 90^\circ$, AB – висота.

$$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot AB.$$

За умовою $BC=4$ (см), $BD=13$ (см), $AD=12$ (см).

З $\triangle ABD$ ($\angle A = 90^\circ$), $AD=12$ (см), $BD=13$ (см).

За теоремою Піфагора

$$AB = \sqrt{BD^2 - AD^2}; AB = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ (см)}.$$

Знайдемо площу трапеції:

$$S_{ABCD} = \frac{4+12}{2} \cdot 5 = 40 \text{ (см)}^2.$$

Відповідь: 40 (см)^2 .

Домашнє завдання

977. Висота трапеції дорівнює 3 см, а середня лінія – 6 см. Знайдіть площу трапеції.

981. Висота трапеції дорівнює 8 см, а площа – 40 см². Знайдіть середню лінію трапеції.

985. $ABCD$ ($AB \parallel CD$) – прямокутна трапеція з тупим кутом D , DK – висота трапеції, $AK = 4$ см, $CD = 7$ см, $DK = 5$ см. Знайдіть площу трапеції.