







## Тема. Теорема косинусів

Мета: вчитися розв'язувати задачі на застосування теореми косинусів та її наслідків

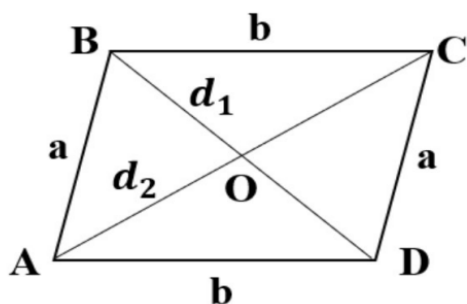
### Повторюємо

- Сформулюйте теорему косинусів.
- Який знак має косинус гострого, а який – тупого кута?
- Як знайти косинус кута градусною мірою від  $90^\circ$  до  $180^\circ$ ?
- Як знайти кути трикутника, знаючи довжини всіх його сторін?

### Ознайомтеся з інформацією

Нехай <b>a</b> , <b>b</b> і <b>c</b> – довжини сторін трикутника, причому <b>c</b> – довжина його найбільшої сторони.	
Якщо $c^2 < a^2 + b^2$  гострокутний трикутник	
Якщо $c^2 = a^2 + b^2$  прямокутний трикутник	
Якщо $c^2 > a^2 + b^2$  тупокутний трикутник	

Сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів його сторін.



$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$$

### Доведення

На рисунку 1 зображено паралелограм ABCD.

Нехай  $AB = CD = a$ ,  $BC = AD = b$ ,  $\angle BAD = \alpha$ ,  $\angle ADC = 180^\circ - \alpha$ ,  
 $BD = d_1$ ,  $AC = d_2$ .

Із трикутника ABD за теоремою косинусів отримаємо:

$$BD^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha. \quad (1)$$

Із трикутника ACD за теоремою косинусів отримаємо:

$$AC^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos (180^\circ - \alpha).$$

$$\text{Оскільки } \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$AC^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

Додавши рівності (1) і (2), отримаємо:


$$BD^2 + AC^2 = 2a^2 + 2b^2.$$

$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2.$$

**Доведено.**

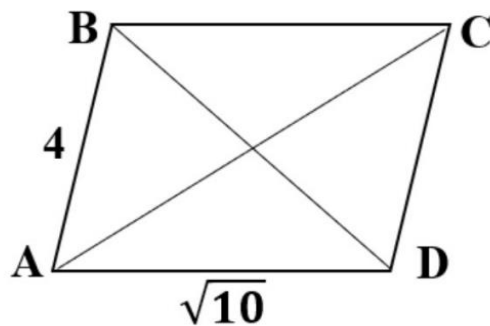
## Розв'язування задач

### Задача 1

<b>Визначте, гострокутним, прямокутним чи тупокутним є трикутник зі сторонами: 4 см, 5 см і 8 см</b>	$8^2 ? 4^2 + 5^2$ $64 ? 16 + 25$ $64 > 41$  Трикутник є тупокутним.	
--	---	--

### Задача 2

Одна з діагоналей паралелограма на 2 см більша за іншу, сторони паралелограма дорівнюють 4 см і  $\sqrt{10}$  см. Знайдіть діагоналі паралелограма.



### Розв'язання

Нехай діагональ  $BD = x$  см, тоді діагональ  $AC = (x+2)$  см.

Застосуємо властивість паралелограма:

$$BD^2 + AC^2 = 2AB^2 + 2AD^2$$

Підставимо відповідні значення:

$$x^2 + (x+2)^2 = 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot (\sqrt{10})^2$$

Розкриємо дужки:

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 2 \cdot 16 + 2 \cdot 10$$

$$2x^2+4x^2+4=32+20$$

$$2x^2+4x+4=52$$

$$2x^2+4x-48=0$$

Розділимо ліву і праву частину рівняння на 2:

$$x^2+2x-24=0$$

За теоремою Вієта:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-2 \\ x_1 \cdot x_2=-24 \end{cases}$$

Отже,  $x_1=-6$ ,  $x_2=4$ . Оскільки  $x_1=-6$  не задовольняє умови,  $x=4$ .

$$x+2=6$$

Отже діагональ  $BD=4$  см, а діагональ  $AC=6$  см.

Відповідь: 4 см, 6 см.

## Пригадайте

- Сформулюйте властивість діагоналей паралелограма

## Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати (письмово): №499

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

[nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)

## Джерела

- Істер О.С. Геометрія: 9 клас. – Київ: Генеза, 2017
- [Всеукраїнська школа онлайн](#)