

Тема. Нерівності з однією змінною

Мета. Ознайомитися з поняттями нерівності з однією змінною, розв'язку нерівності, множини розв'язків нерівності, навчитися розв'язувати нерівності з однією змінною.

Пригадайте

- Що таке рівняння, розв'язок рівняння?
- Що значить розв'язати рівняння?
- Що таке область допустимих значень?

Ознайомтеся з інформацією

Нерівністю з однією змінною називається нерівність, що містить одну незалежну змінну.

- Розв'язком нерівності з однією змінною називають значення змінної, яке перетворює її на правильну числову нерівність.
- Розв'язати нерівність означає знайти всі її розв'язки або довести, що розв'язків не існує.
- Усі розв'язки нерівності утворюють множину розв'язків нерівності.
- Якщо нерівність не має розв'язків, то множина розв'язків нерівності є порожньою множиною, і позначають її символом \emptyset .
- Варто завжди пам'ятати про область допустимих значень, тобто ОДЗ.

Завдання

Усні вправи

Задача 1

Які із чисел 1, 5, -7 та 3,5 є розв'язками таких нерівностей:

- 1) $x > 5$;
- 2) $x^2 \leq 20$;
- 3) $\frac{1}{x} > 0$;
- 4) $3x < x^2$.

Розв'язання

	$x > 5$	$x^2 \leq 20$	$\frac{1}{x} > 0$	$3x < x^2$
1	-	+	+	-
5	-	-	+	+
-7	-	-	-	+
3,5	-	+	+	+

Задача 2

Знайдіть множину розв'язків таких нерівностей:

- 1) $0 \cdot x > 2$;
- 2) $0 \cdot x < 2$;
- 3) $(x + 1)^2 < 0$;
- 4) $(x - 2)^2 \leq 0$.

Розв'язання

ОДЗ в усіх прикладах — це всі дійсні числа.

1) $0 \cdot x = 0 \not> 2$

$x \in \emptyset$, або розв'язків немає;

2) $0 \cdot x = 0 < 2$

$x \in \mathbb{R}$, або x є довільним числом;

3) $(x + 1)^2 \geq 0$, а тому $(x + 1)^2 < 0$ та $x \in \emptyset$, або розв'язків немає;

4) $(x - 2)^2 \geq 0$, тому $(x - 2)^2 \neq 0$

Знайдімо розв'язки $(x - 2)^2 = 0$

$x - 2 = 0$

Отже, розв'язком є лише $x = 2$.

Письмові вправи

Задача 3

Знайдіть розв'язки нерівностей:

- 1) $\frac{x^2 + 2}{x^2} \geq 0$;
- 2) $\frac{x^2 + 2}{x^2 + 2} > 1$;
- 3) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} \leq 1$;
- 4) $\frac{x^2}{x^2 + 2} > 0$.

Розв'язання

1) ОДЗ: $x^2 \neq 0$, тому ОДЗ: $x \neq 0$.

$x^2 + 2 > 0$, $x^2 > 0$ для всіх x з ОДЗ, отже $\frac{x^2 + 2}{x^2} \geq 0$

2) $x^2 + 2 > 0$, тому ОДЗ — усі дійсні числа.

$\frac{x^2 + 2}{x^2 + 2} = 1 \not> 1$, тому розв'язків немає.

3) ОДЗ $x^2 - 4 \neq 0$, тобто $x \neq 2$, $x \neq -2$.

$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} = 1 \leq 1$, тобто розв'язки — це всі дійсні числа, крім 2 та -2.

4) ОДЗ — усі дійсні числа.

$x^2 + 2 > 0$ і $x^2 \geq 0$, тому $\frac{x^2}{x^2 + 2} \geq 0$. Щоб виконувалась строга нерівність, потрібно відкинути ті значення, для яких $\frac{x^2}{x^2 + 2} = 0$, тобто $x = 0$.

Відповідно, розв'язками цієї нерівності є всі дійсні числа, крім 0.

Задача 4

Розв'яжіть нерівності:

1) $(x - 2)^2 \leq 0$;

2) $|x| \geq -x^2$;

3) $|x| > -x$.

Розв'язання

1) $(x - 2)^2 \geq 0$, отже $(x - 2)^2 \leq 0$ виконується тільки за умови $(x - 2)^2 = 0$, тобто тільки для $x = 2$. Відповідно, розв'язком цієї нерівності є тільки число 2;

2) $|x| \geq 0 \geq -x^2$;

3) а) $x > 0$, тоді $|x| = x > 0 > -x$.

б) $x \leq 0$, тоді $|x| = -x \not> -x$.

Відповідно, розв'язками є всі додатні числа.

Пригадайте

- Що називають нерівністю з однією змінною?
- Як розв'язати нерівність з однією змінною?

Домашнє завдання

- Повторити властивості числових нерівностей
- Розв'язати в зошиті:

1. Знайти ОДЗ виразу: 1) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$; 2) $\frac{4}{x^2 - 9}$.

2. Знайти множину розв'язків нерівності: 1) $\frac{4}{x^2 - 9} \geq 0$; 2) $(x - 5)^4 \leq 0$.

Фото виконаних домашніх робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com