

Тема уроку.

Теорема Вієта.

Розв'язання рівнянь

Дата: 13.03.2023

Клас: 8-Б



Теорема Вієта

Якщо x_1, x_2 – корені
рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0$$

то

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Обернена теорема

Якщо числа α і β – такі,
що

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a},$$

то вони є коренями
рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ПРИКЛАД 1

Знайти суму і добуток коренів рівняння:

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$a = 2, b = -5, c = 3$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{(-5)}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{2} = 1,5$$

ТЕОРЕМА ВІЄТА

для зведеного квадратного рівняння

$$x^2 + bx + c = 0$$

Сума коренів **зведеного** квадратного рівняння дорівнює другому коефіцієнту, узятому з протилежним знаком, а добуток дорівнює вільному члену.

$$x_1 + x_2 = -b$$

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

ПРИКЛАД 2

Знайти суму і добуток коренів рівняння:

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$a = 1, b = -12, c = 20$$

$$x_1 + x_2 = -b = 12$$

$$x_1 \cdot x_2 = c = 20$$

ЗАВДАННЯ 1

Не розв'язуючи рівняння, знайдіть суму і добуток його коренів:

$$1) 4x^2 + 2x - 9 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -0,5 ,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2,25 .$$

ЗАВДАННЯ 1

Не розв'язуючи рівняння, знайдіть суму і добуток його коренів:

$$2) -2x^2 - 8x + 27 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -4 ,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -13,5 .$$

ОБЕРНЕНА ТЕОРЕМА

Якщо числа α і β такі, що $\alpha + \beta = -b$,
а $\alpha \cdot \beta = c$, то ці числа є коренями
зведеного квадратного рівняння

$$x^2 + bx + c = 0$$

Це твердження дає змогу розв'язувати
деякі квадратні рівняння усно, не
використовуючи формулу коренів
квадратного рівняння.

ПРИКЛАД 3

Розв'яжіть за формулами коренів квадратного рівняння:

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$a = 1, b = -5, c = 4$$

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_1 = 1,$$

$$x_2 = 4.$$

Відповідь: 1 ; 4 .

ПРИКЛАД 4

Застосовуючи теорему, обернену до теореми Вієта,
розв'яжіть рівняння:

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 \cdot x_2 = 4; \end{cases}$$

Методом підбору визначаємо корені:

$$\begin{cases} x_1 = 1, \\ x_2 = 4. \end{cases}$$

Відповідь: 1 ; 4 .

ПРИКЛАД 5

Застосовуючи теорему, обернену до теореми Вієта,
розв'яжіть рівняння:

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -5, \\ x_1 \cdot x_2 = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -1, \\ x_2 = -4. \end{cases}$$

Відповідь: -1 ; -4 .

ПРИКЛАД 6

Застосовуючи теорему, обернену до теореми Вієта,
розв'яжіть рівняння:

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_1 \cdot x_2 = -5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 5, \\ x_2 = -1. \end{cases}$$

Відповідь: -1 ; 5.

ПРИКЛАД 7

Застосовуючи теорему, обернену до теореми Вієта,
розв'яжіть рівняння:

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4, \\ x_1 \cdot x_2 = -5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -5, \\ x_2 = 1. \end{cases}$$

Відповідь: 1 ; -5.

ПРИКЛАД 8

Складіть квадратне рівняння із цілими коефіцієнтами, корені якого дорівнюють **-7** і **-8**:

$$x_1 = -7, x_2 = -8$$

$$x_1 + x_2 = -7 + (-8) = -15,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -7 \cdot (-8) = 56;$$

$$x^2 + 15x + 56 = 0$$

Відповідь: $x^2 + 15x + 56 = 0$

ПРИКЛАД 9

Число **7** є коренем рівняння $x^2 + px - 42 = 0$

Знайдіть значення ***p*** і другий корінь рівняння.

$$x_1 = 7 ,$$

$$7^2 + p \bullet 7 - 42 = 0$$

$$49 + p \bullet 7 - 42 = 0$$

$$7 + 7p = 0$$

$$7p = -7$$

$p = -7 : 7 = -1$ – другий коефіцієнт рівняння, отже:

$$x_1 + x_2 = 1 ,$$

$$7 + x_2 = 1 ,$$

$$x_2 = 1 - 7 = -6 ,$$

Відповідь: $p = -1$ $x_2 = -6$.

ЗАВДАННЯ 3

Знайдіть коефіцієнти b і c
рівняння

$$x^2 + bx + c = 0 ,$$

якщо його коренями є числа:

а) -8 і 6 ; *Відповідь:* $b=2$, $c=-48$

б) 2 і 5 . *Відповідь:* $b=-7$, $c=10$

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Вивчити П. 22 № 866

866. Один з коренів рівняння $x^2 + px - 9 = 0$ дорівнює 1,5.
Знайдіть p і другий корінь.