

Тема. Числові нерівності. Основні властивості числових нерівностей

Мета. Ознайомитись із поняттям числової нерівності та властивостями числових нерівностей, навчитись використовувати їх для порівняння чисел та виразів.

Пригадайте

- Що називають виразом?
- Що називають рівнянням?
- Як порівняти два додатних числа?
- Як порівняти два від'ємних числа?

Ознайомтеся з інформацією

Число a вважають більшим за число b , якщо різниця $a - b$ є додатним числом. Число a вважають меншим від числа b , якщо різниця $a - b$ є від'ємним числом. Числа a і b вважають рівними, якщо різниця $a - b$ дорівнює нулю.

$a > b$	$a < b$	$a = b$
$a - b > 0$	$a - b < 0$	$a - b = 0$

Перегляньте навчальне відео за посиланням:

https://youtu.be/laWT_ETcfZs

Ознайомтеся з інформацією

Властивості числових нерівностей

Властивість 1. Якщо $a > b$ і $b > c$, тоді $a > c$.



Наприклад: нехай $a=6, b=0, c=-4$, тоді, якщо $6 > 0$ і $0 > -4$, тоді $6 > -4$.

Властивість 2. Якщо $a > b$, тоді $a + c > b + c$.

Якщо до обох частин нерівності додати одне й те саме число - знак нерівності не зміниться.

Наприклад: нехай $a=6, b=0, c=-4$, отже $6 > 0$, якщо додати число -4 до обох частин нерівності, маємо: $6 - 4 = 2$ і $0 - 4 = -4$, тоді $2 > -4$.

Властивість 3. Якщо $a > b$ і $k > 0$, тоді $ak > bk$.

Якщо обидві частини нерівності помножити на одне і те ж **додатне** число - знак нерівності не зміниться

Наприклад: Відомо, що $17,2 < x < 17,3$. Оцінити $2x$.

При множенні подвійної нерівності на додатне число 2 , отримаємо нерівність того ж змісту (тобто знаки не зміняться).

$$17,2 \cdot 2 < x \cdot 2 < 17,3 \cdot 2 \quad 34,4 < 2x < 34,6$$

Властивість 4. Якщо $a > b$ і $k < 0$, тоді $ak < bk$.

Якщо обидві частини нерівності помножити на одне і те ж **від'ємне** число - знак нерівності зміниться ($<$ на $>$, $>$ на $<$)

Наприклад: Відомо, що $17,2 < x < 17,3$. Оцінити $-2x$.

При множенні подвійної нерівності на від'ємне число -2 , отримаємо нерівність протилежного змісту (тобто знаки зміняться).

$$17,2 \cdot (-2) < x \cdot (-2) < 17,3 \cdot (-2) \quad -34,4 > -2x > -34,6 \quad -34,6 < -2x < -34,4$$

Властивість 5. Якщо $a > b$ і $ab > 0$, тоді $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Ділення на число k можна замінити множенням на дріб $1/k$

Запишіть у зошит

Задача 1

Доведіть, що за будь-якого значення змінної є правильною нерівність:

$$(a + 4)(a + 1) > a(a + 5)$$

Розв'язання:

$$(a + 4)(a + 1) > a(a + 5)$$

$$(a + 4)(a + 1) - a(a + 5) > 0$$

$$a^2 + 4a + a + 4 - a^2 - 5a > 0$$

$$4 > 0$$

Задача 2

Доведіть, що: $a^3 - 8a^2 \geq -a + 8$, для $a \geq 8$.

Розв'язання:

$$a^3 - 8a^2 \geq -a + 8$$

$$a^3 - 8a^2 + a - 8 \geq 0$$

$$a^2(a - 8) + (a - 8) \geq 0$$

$$(a - 8)(a^2 + 1) \geq 0$$

$$a \geq 8, \text{ тому } a - 8 \geq 0$$

$$a^2 \geq 0, \text{ тому } a^2 + 1 > 0$$

Отже,

$$(a - 8)(a^2 + 1) \geq 0$$

Задача 3

Порівняйте суму квадратів двох довільних чисел та їхній подвоєний добуток.

Розв'язання:

$$a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

$$(a - b)^2 \geq 0$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

Задача 4

Запишіть нерівність, яку отримаємо, якщо до обох частин нерівності $-3 < 4$ додамо

- число 5
- число -2

Розв'язання:

- $-3 + 5 < 4 + 5$, або ж $2 < 9$
- $-3 - 2 < 4 - 2$, або ж $-5 < 2$

Задача 5

Запишіть нерівність, яку отримаємо, якщо обидві частини нерівності $5 > -3$ помножимо на

- число 4
- число -2

Розв'язання:

- $5 \cdot 4 > -3 \cdot 4$, або ж $20 > -12$
- $5 \cdot (-2) < -3 \cdot (-2)$, або ж $-10 < 6$

Додатково

Задача 6

Як від нерівності $2 < 3$ перейти до $1 - 3 \cdot 2 > 1 - 3^2$?

Розв'язання.

Помножимо обидві частини нерівності $2 < 3$ на (-3) . Оскільки (-3) від'ємне, то знак в нерівності зміниться на протилежний і ми отримаємо $(-3) \cdot 2 > (-3) \cdot 3 = -3^2$

Тепер додамо до обох частин 1 і отримаємо шукану нерівність

$$1 - 3 \cdot 2 > 1 - 3^2$$

Пригадайте

- Як порівняти два числа?
- Які властивості є у числових нерівностей?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати письмово завдання:
 1. Яку нерівність ми отримаємо, якщо:
 - 1) до обох частин нерівності $-2 < 10$ додати -8 ?
 - 2) обидві частини нерівності $3 > -2$ помножити на -2 ?
 - 2.

Дано: $a > b$. Порівняйте;

1) $-15a$ та $-15b$;

2) $\frac{a}{10}$ та $\frac{b}{10}$;

3) $8 - 3a$ та $8 - 3b$.

3. Нехай $a > b$, $a \neq 0$, $b \neq 0$. Чи справджується нерівність $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$?
4. Нехай $a > b$. Чи справджується нерівність $a^2 > b^2$?

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com