

## Тема. Правильні многокутники. Формули радіусів вписаних і описаних кіл

Мета: Познайомитися з формулами радіусів вписаних і описаних кіл правильних многокутників, вчитися розв'язувати задачі на застосування цих формул

### Повторюємо

- Які многокутники називають правильними?
- Як знайти величину кута правильного многокутника?
- Як знайти величину зовнішнього кута правильного многокутника?

### Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

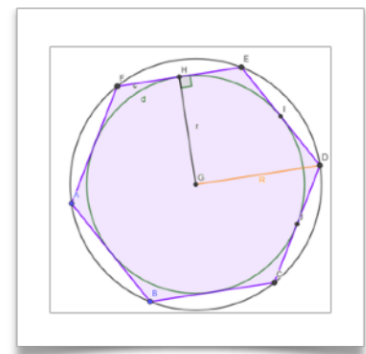
Будь-який правильний многокутник є як вписаним у коло, так і описаним навколо кола, причому центри описаного та вписаного кіл збігаються.

Многокутник вписаний у коло, якщо всі його вершини лежать на колі.

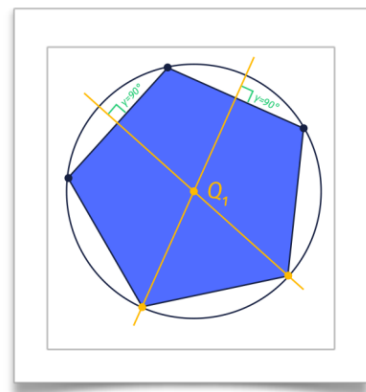
Многокутник описаний навколо кола, якщо всі його сторони дотикаються до кола.

Зверніть увагу, що ці кола будуть різними, якщо многокутник одночасно і вписаний у коло, і описаний навколо кола.

Точку, яка є центром описаного та вписаного кіл правильного многокутника, називають **центром правильного многокутника**.



**Корисний факт:** для того, щоб знайти центр правильного многокутника, достатньо знайти точку перетину серединних перпендикулярів, проведених до двох сусідніх сторін многокутника. Отримана точка і буде центром правильного многокутника.



- Центральний кут правильного  $n$ -кутника дорівнює  $\frac{360^\circ}{n}$ .
- Радіус кола, описаного навколо правильного  $n$ -кутника зі стороною  $a$  обчислюється за формулою:  $R = \frac{a}{2 \sin \left( \frac{180^\circ}{n} \right)}$ .
- Радіус кола, описаного навколо правильного  $n$ -кутника зі стороною  $a$ , для деяких  $n$ -кутників:

- Радіус кола, вписаного в правильний n-кутник зі стороною a обчислюється за формулою:  $r = \frac{a}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$ .

## Формули радіусів вписаних і описаних кіл

Загальна формула	$n = 3$	$n = 4$	$n = 6$
$r = \frac{a_n}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$	$r = \frac{a_3}{2\sqrt{3}} = \frac{a_3\sqrt{3}}{6}$	$r = \frac{a_4}{2}$	$r = \frac{a_6\sqrt{3}}{2}$
$R = \frac{a_n}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$	$R = \frac{a_3}{\sqrt{3}} = \frac{a_3\sqrt{3}}{3}$	$R = \frac{a_4}{\sqrt{2}} = \frac{a_4\sqrt{2}}{2}$	$R = a_6$
$r = R \cos \frac{180^\circ}{n}$	$r = \frac{R}{2}$	$r = \frac{R\sqrt{2}}{2}$	$r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

## Розв'язування задач

### Задача 1

Чому дорівнює радіус кола, що вписане у правильний шестикутник зі стороною  $2\sqrt{3}$ ?

#### Розв'язання

Скористаймося формулою для обчислення радіуса вписаного кола.

$$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$$

Підставивши замість a число  $2\sqrt{3}$  та замість n число 6, отримаємо:

$$r = \frac{2\sqrt{3}}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ}{6}\right)} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \operatorname{tg}(30^\circ)} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = 3.$$

### Задача 2

Чому дорівнює сторона правильного трикутника, якщо радіус вписаного в нього кола дорівнює  $\sqrt{3}$ ?

#### Розв'язання

$$r = \frac{a}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)} \Rightarrow a = 2r \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$r = \sqrt{3}, n = 3$$

$$a = 2 * \sqrt{3} * \operatorname{tg}(60^\circ) = 2 * \sqrt{3} * \sqrt{3} = 6.$$

### Задача 3

Чому дорівнює радіус кола, описаного навколо правильного трикутника зі стороною  $4\sqrt{3}$ ?

#### Розв'язання

З формули для обчислення радіуса кола, описаного навколо правильного многокутника, отримаємо:

$$R = \frac{a}{2\sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$$

З умови задачі  $a = 4\sqrt{3}$  та  $n = 3$ .

Підставимо ці значення та отримаємо:  $R = \frac{4\sqrt{3}}{2\sin(60^\circ)} = 4$ .

### Задача 4

Чому дорівнює сторона правильного трикутника, якщо радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює  $\sqrt{3}$ ?

#### Розв'язання

У формулі для обчислення радіуса  $R = \frac{a}{2\sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$ .

Знайдемо з цієї рівності  $a$ .

Отримаємо:  $a = 2R\sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

Підставивши  $R = \sqrt{3}$

$$n = 3,$$

отримаємо:  $a = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$ .

### Поміркуйте

Яку величину має зовнішній кут правильного трикутника?

### Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати письмово задачу:

Радіус кола дорівнює  $15\sqrt{2}$  см. Знайдіть сторону квадрата, вписаного в це коло.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

[nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)

### Джерело

- [Всеукраїнська школа онлайн](#)
- Істер О.С. Геометрія: 9 клас. – Київ: Генеза, 2017