

Тема: Площа трикутника

Мета: засвоїти теорему про площу рівностороннього трикутника, ромба; формувати вміння знаходити площу трикутника, прямокутного трикутника, рівностороннього трикутника, ромба поновивши раніше отримані знання; розвивати вміння визначати та пояснювати поняття математичною мовою; виховувати старанність, наполегливість.

Хід уроку

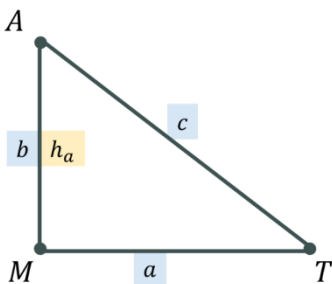
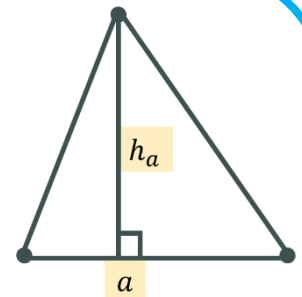
➤ На попередньому занятті ви вивчили такі теореми:

Теорема (формула площі трикутника)

Площа трикутника дорівнює половині добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a,$$

де a – сторона трикутника, h_a – проведена до неї висота.



Теорема про площу прямокутного трикутника

Площа прямокутного трикутника дорівнює половині добутку його катетів:

$$S = \frac{1}{2} ab,$$

де a і b – катети прямокутного трикутника.

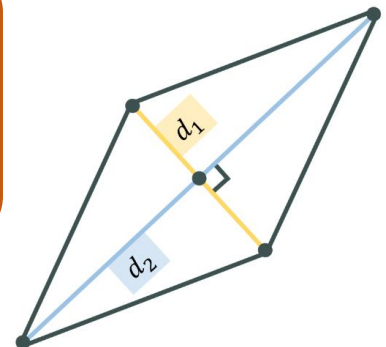
➤ Сьогодні на уроці ви дізнаєтесь, як знайти площу ромба та рівностороннього трикутника.

Теорема про площу ромба

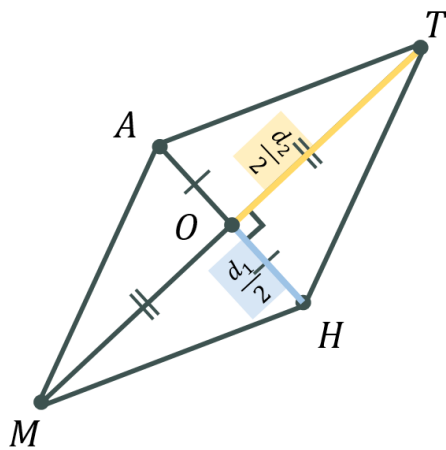
Площа ромба дорівнює половині добутку його діагоналей:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

де d_1 і d_2 – діагоналі ромба.



Доведення:



➤ На скільки рівних прямокутних трикутників діагональ ділить ромб? (4)

➤ Як знайти площу одного такого трикутника? $(S = \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2})$

$$\text{Отже, } S_{\text{МАТН}} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

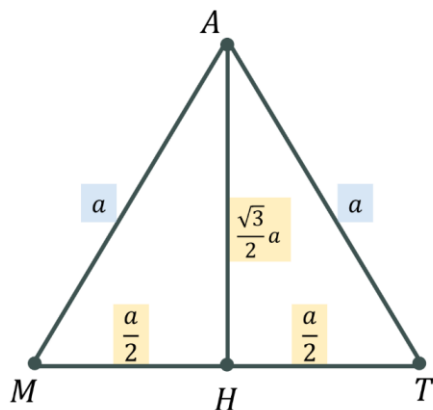
Доведено.

Теорема про площу рівностороннього трикутника

Площа рівностороннього трикутника із стороною a обчислюється за формулою:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Доведення:



➤ Чим є висота у рівносторонньому трикутнику? (У рівносторонньому трикутнику висота, медіана, бісектриса, проведені з однієї вершини, збігаються)

➤ Чи можемо знайти AH ?

$$\begin{aligned} AH &= \sqrt{AT^2 - HT^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} a \end{aligned}$$

➤ Як знайти площу будь-якого трикутника?

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} a \cdot h_a \\ h_a &= \frac{\sqrt{3}}{2} a \end{aligned} \Rightarrow S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Доведено.

Розв'язування задач

Задача 1

Знайдіть площу ромба, діагоналі якого дорівнюють 8 м і 20 м

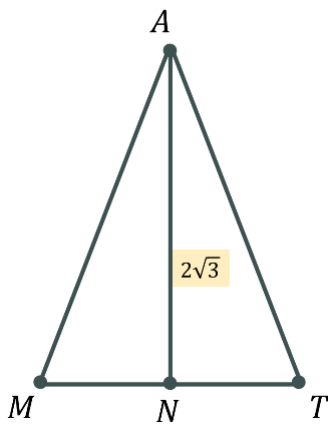
Розв'язок:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{8 \cdot 20}{2} = 80 \text{ м}^2$$

Відповідь: 80 м²

Задача 2

Знайдіть площу рівностороннього трикутника з висотою $2\sqrt{3}$ см.



Дано:

$\triangle MAT$ – рівносторонній

AN – висота

$AN = 2\sqrt{3}$ см

Знайти:

S_{MAT} – ?

Розв'язок:

- Розглянемо прямокутний $\triangle MNA$ ($\angle N = 90^\circ$):

$$\left. \begin{array}{l} \angle N = 90^\circ \text{ (AN – висота)} \\ \angle M = 60^\circ \\ (\triangle MAT \text{ – рівносторонній}) \end{array} \right| \Rightarrow \angle MAN = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} MN = \frac{1}{2} MA \\ \text{(катет,} \\ \text{протилегний } 30^\circ) \end{array}$$

$$\text{Нехай } \left. \begin{array}{l} MN = x, x > 0 \\ MN = \frac{1}{2} MA \end{array} \right| \Rightarrow MA = 2x$$

За теоремою Піфагора:

$$MA^2 = MN^2 + AN^2$$

$$(2x)^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2$$

$$4x^2 = x^2 + 12$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = 4$$

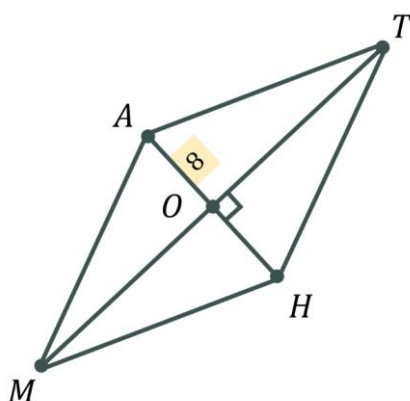
$$x = 2$$

$$\text{Отже, } \left. \begin{array}{l} MN = 2 \\ \triangle MAT \text{ – рівносторонній} \end{array} \right| \Rightarrow MA = AT = MT = 4$$

$$S_{MAT} = \frac{1}{2} MT \cdot AN = \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ см}^2$$

Відповідь: $4\sqrt{3} \text{ см}^2$;

Задача 3



Площа ромба дорівнює 24 см^2 , а одна з його діагоналей – 8 см . Знайдіть периметр ромба.

Дано:

$MATH$ – ромб

$S_{MATH} = 24 \text{ см}^2$

$AH = 8 \text{ см}$

Знайти: P_{MATH} – ?

Розв'язок:

$$\left. \begin{array}{l} S_{MATH} = \frac{1}{2} AH \cdot MT \\ S_{MATH} = 24 \text{ см}^2 \\ AH = 8 \text{ см} \end{array} \right| \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot MT = 24$$

$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot MT = 24$$

$$MT = \frac{24}{4} = 6 \text{ см}$$

- Розглянемо прямокутний $\triangle MOH$ ($\angle MOH = 90^\circ$):

$$\left. \begin{array}{l} MO = OT = 3 \text{ см} \\ AO = OH = 4 \text{ см} \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{за властивостями} \\ \text{ромба} \end{array} \Rightarrow MH = \sqrt{MO^2 + OH^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$P_{MATH} = 4 \cdot MH = 4 \cdot 5 = 20 \text{ см}$$

Відповідь: 20 см.

Домашнє завдання:

Опрацювати § 25

Виконати тестування з посиланням:

<https://naurok.com.ua/test/join?gamecode=8554175>