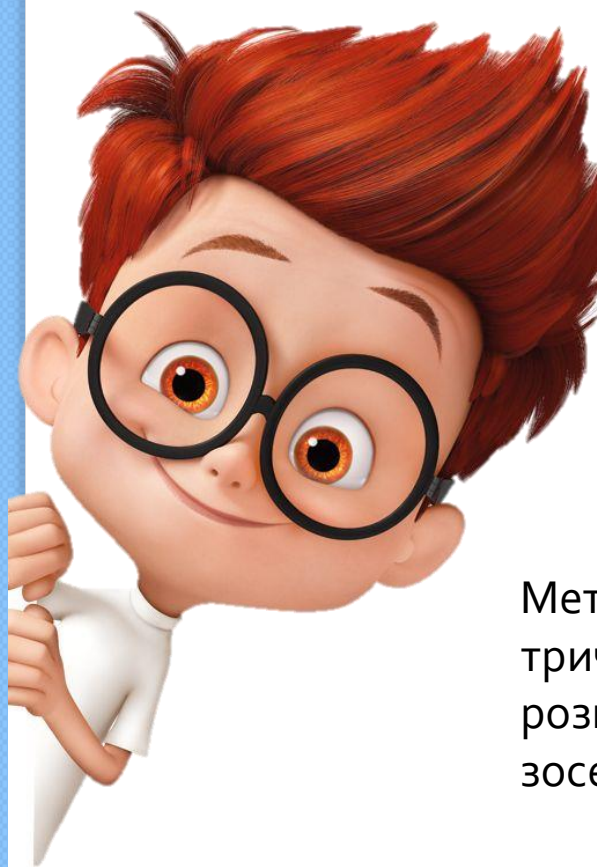


Квадратний тричлен. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники



11.04.2023

*Алгебра,
8-А,В клас*

Мета уроку: сформувати уявлення про квадратний тричлен та його розкладання на лінійні множники; розвивати логічне мислення, увагу, пам'ять, зосередженість; виховувати старанність, самостійність.

Квадратним тричленом називають
многочлен вигляду $ax^2 + bx + c$,
де x — змінна, a, b, c — числа, причому $a \neq 0$.

Наприклад:

<i>Квадратний тричлен</i>	<i>Коефіцієнти квадратного тричлена</i>
$x^2 - 2x + 1$	$a = 1, \quad b = -2, \quad c = 1$
$x^2 + 8x - 9$	$a = 1, \quad b = 8, \quad c = -9$
$6x^2 - 7x + 1$	$a = 6, \quad b = -7, \quad c = 1$
$-3x^2 + 6x - 3$	$a = -3, \quad b = 6, \quad c = -3$



Коренем квадратного тричлена називають значення змінної, при якому значення тричлена дорівнює нулю.

Наприклад:

Квадратний тричлен

Квадратне рівняння

$$x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x^2 + 8x - 9$$

$$x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$6x^2 - 7x + 1$$

$$6x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$-3x^2 + 6x - 3$$

$$-3x^2 + 6x - 3 = 0$$



Розкладання квадратного тричлена на множники

Якщо x_1 та x_2 - корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),
то його можна розкласти на множники за формулою
 $a(x - x_1)(x - x_2)$.

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

де $a \neq 0$,

x_1, x_2 - корені тричлена $ax^2 + bx + c$



**Алгоритм розкладання квадратного
тричлена $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),
на лінійні множники**

1. Знайдіть корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, тобто розв'яжіть відповідне квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.
2. Якщо рівняння має корені x_1 та x_2 , то:
 - при $x_1 \neq x_2$ маємо: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$;
 - при $x_1 = x_2 = x_0$ маємо: $a(x - x_0)^2$.
3. Якщо рівняння не має коренів, то квадратний тричлен неможливо розкласти на лінійні множники.



Розв'язання:

$$x^2 - 6x - 7$$

1) Визначимо коефіцієнти
даного тричлена:

$$a = 1, b = -6, c = -7.$$

2) Знайдемо корені квадратного тричлена

$$x^2 - 6x - 7:$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0,$$

$$\text{За теоремою Вієта } \begin{cases} x_1 + x_2 = 6, \\ x_1 x_2 = -7, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1, \\ x_2 = 7. \end{cases}$$

3) Розкладемо тричлен на множники, скориставшись
формулою $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$:

$$x^2 - 6x - 7 = (x - 7)(x + 1)$$

Відповідь: $(x - 7)(x + 1)$

Приклад.

Розкладіть на
множники квадратний
тричлен $x^2 - 6x - 7$.



Розв'язання:

$$-2x^2 + 3x + 5$$

1) Визначимо коефіцієнти
даного тричлена:

$$a = -2, \quad b = 3, \quad c = 5.$$

2) Знайдемо корені квадратного тричлена $-2x^2 + 3x + 5$:

$$-2x^2 + 3x + 5 = 0,$$

За теоремою Вієта
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{3}{-2}, \\ x_1 x_2 = \frac{5}{-2}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 1,5, \\ x_1 x_2 = -2,5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1, \\ x_2 = 2,5 \end{cases}$$

3) Розкладемо тричлен на множники, скориставшись формулою
 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$:

$$-2x^2 + 3x + 5 = -2(x + 1)(x - 2,5).$$

Помноживши перший у розкладі множник -2 на двочлен $x - 2,5$.

Матимемо: $(x+1)(5-2x)$.

Відповідь: $(x + 1)(5 - 2x)$.

Приклад.

Розкладіть на
множники квадратний
тричлен $-2x^2 + 3x + 5$.





Приклад.

*Розкладіть на множники
квадратний тричлен*
 $3x^2 - 12x + 12$.

Розв'язання:

$$3x^2 - 12x + 12$$

1) Визначимо коефіцієнти даного тричлена:

$$a = 3, \quad b = -12, \quad c = 12.$$

2) Знайдемо корені квадратного тричлена $3x^2 - 12x + 12$:

$$3x^2 - 12x + 12 = 0,$$

За теоремою Вієта
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-12}{3}, \\ x_1 x_2 = \frac{12}{3}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_1 x_2 = 4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

3) Розкладемо тричлен на множники:

$$3x^2 - 12x + 12 = 3(x - 2)(x - 2) = 3(x - 2)^2.$$

Відповідь: $3(x - 2)^2$.





Приклад.

*Розкладіть на множники
квадратний тричлен
 $x^2 - 2x + 5$.*

Розв'язання:

$$x^2 - 2x + 5$$

1) Визначимо коефіцієнти даного тричлена:

$$a = 1, b = -2, c = 5.$$

2) Знайдемо корені квадратного тричлена $x^2 - 2x + 5$:

$$x^2 - 2x + 5 = 0,$$

3) Обчислимо дискримінант і визначимо кількість коренів:

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 4 - 20 = -16,$$

оскільки, $D < 0$, то рівняння $x^2 - 2x + 5 = 0$ коренів не має.

Отже, квадратний тричлен $x^2 - 2x + 5$ на множники розкласти не можна.

Відповідь: *квадратний тричлен $x^2 - 2x + 5$ на множники розкласти не можна*



Приклад.

Скоротіть дріб

$$\frac{4x^2 - 2x - 2}{x^2 - 1}.$$

Розв'язання:

$$\frac{4x^2 - 2x - 2}{x^2 - 1}$$



1) Розкладемо на множники квадратний тричлен $4x^2 - 2x - 2$:
 $4x^2 - 2x - 2 = 0$

За теоремою Вієта $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-2}{4}, \\ x_1 x_2 = \frac{-2}{4}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0,5, \\ x_1 x_2 = -0,5, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1, \\ x_2 = -0,5. \end{cases}$

$$4x^2 - 2x - 2 = 4(x - 1)(x + 0,5).$$

2) Отже,

$$\frac{4x^2 - 2x - 2}{x^2 - 1} = \frac{4(x - 1)(x + 0,5)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{4(x + 0,5)}{x + 1} = \frac{4x + 2}{x + 1}.$$

Відповідь: $\frac{4x+2}{x+1}.$

Домашнє завдання

Опрацювати §24. Виконати письмово завдання:

Розкладіть тричлен на множники:

1)

$$x^2 - 2x + 12$$

2)

$$x^2 + x + 20$$

3)

$$9x^2 + 6x + 1$$

Скоротіть дріб:

1)

$$\frac{(x - 19)(x + 11)}{x - 19}$$

2)

$$\frac{x - 8}{x^2 - 64}$$

3)

$$\frac{x^2 - 8x + 7}{x - 1}$$

4)

$$\frac{5x + 15}{x^2 - 4x - 21}$$

Відправити на Human або електронну пошту smartolenka@gmail.com