

Тема. Квадратна нерівність

Мета. Ознайомитися зі алгоритмом розв'язування квадратної нерівності та вчитися розв'язувати такі нерівності

Повторюємо

- Що таке квадратна нерівність?
- Що означає графічно розв'язати квадратну нерівність?
- Як визначити нулі квадратичної функції та напрям віток її графіка?

Ознайомтеся з інформацією



Алгоритм розв'язування квадратної нерівності

1) Знайти нулі функції.

2) Якщо квадратична функція має *два нулі*, то позначити їх точками на осі Ox і через ці точки схематично провести параболу $y = ax^2 + bx + c$, вітки якої напрямлені вгору, якщо $a > 0$ або вниз при $a < 0$.

Якщо квадратична функція має *один нуль*, то позначити його точкою на осі Ox і схематично провести параболу, яка дотикається до осі Ox у цій точці, вітки параболи при цьому напрямлені вгору при $a > 0$ або вниз при $a < 0$.

Якщо квадратична функція *не має нулів*, то схематично провести параболу, розташовану у верхній півплощині з вітками, напрямленими вгору при $a > 0$ або у нижній півплощині з вітками, напрямленими вниз при $a < 0$.

3) Знайти на осі Ox проміжки, на яких значення функції задовольняють відповідну нерівність. Записати знайдені проміжки.

Наявність і кількість нулів функції визначає положення параболи $y = ax^2 + bx + c$ відносно осі абсцис. Можливі шість випадків залежно від знака дискримінанта D квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ і знака коефіцієнта a .

Схематичне розміщення параболи $y = ax^2 + bx + c$
відносно осі абсцис залежно від знаків чисел a і D
(x_1 і x_2 — нулі функції, x_0 — абсциса вершини параболи).

	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$	1	3	5
$a < 0$	2	4	6

Перегляньте відео за посиланням: <https://youtu.be/wIRIQvPS7Ps>

Розв'язування завдань

№1. Розв'яжіть нерівність $x^2 - x - 30 < 0$.

Розв'язання:

$y = x^2 - x - 30$ — парабола, вітки якої напрямлені вгору.

$$x^2 - x - 30 = 0,$$

$x_1 = -5, x_2 = 6$ — нулі функції.

Див. рис. 1.



Рис. 1

Відповідь: $(-5; 6)$.

№2. Розв'яжіть нерівність $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$.

Розв'язання:

$y = 9x^2 - 6x + 1$ — парабола, вітки якої напрямлені вгору.

$$(3x - 1)^2 = 0,$$

$x = \frac{1}{3}$ — нуль функції.

Див. рис. 2.

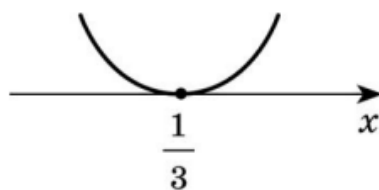


Рис. 2

Відповідь: $\frac{1}{3}$.

№3. Розв'яжіть нерівність $-4x^2 + 4x - 1 \leq 0$.

Розв'язання:

$y = -4x^2 + 4x - 1$ — парабола, вітки якої напрямлені вниз.

$$-(2x - 1)^2 = 0,$$

$x = \frac{1}{2}$ — нуль функції.

Див. рис. 3.

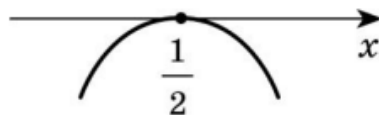


Рис. 3

Відповідь: $(-\infty; +\infty)$.

№4. Розв'яжіть нерівність $2x - x^2 > 0$.

Розв'язання:

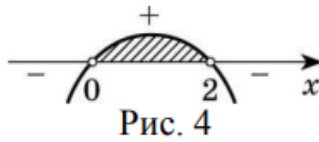
$y = 2x - x^2$ — парабола, вітки якої напрямлені вниз.

$$2x - x^2 = 0,$$

$$x(2 - x) = 0,$$

$x_1 = 0, x_2 = 2$ — нулі функції.

Див. рис. 4.



Відповідь: $(0; 2)$.

Пригадайте

- Які нерівності називають квадратними?
- Як розв'язати квадратну нерівність?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати нерівності:
 - 1) $x^2 + 3x - 28 \leq 0$;
 - 2) $-3x^2 + 7x + 6 < 0$;
 - 3) $3x^2 + 18x \geq 0$;

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)