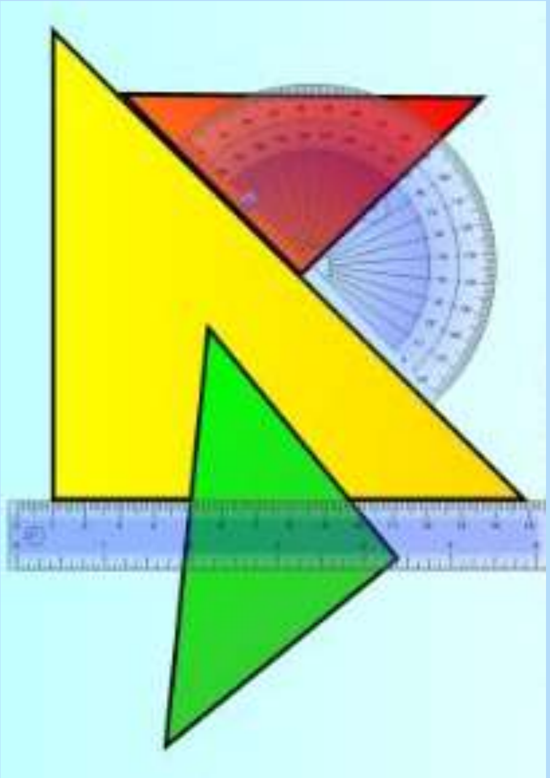
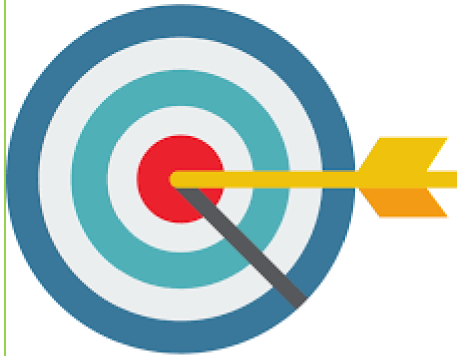
Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника



ДАТА: 17.02.2023
КЛАС: 8-Б



Цілі:

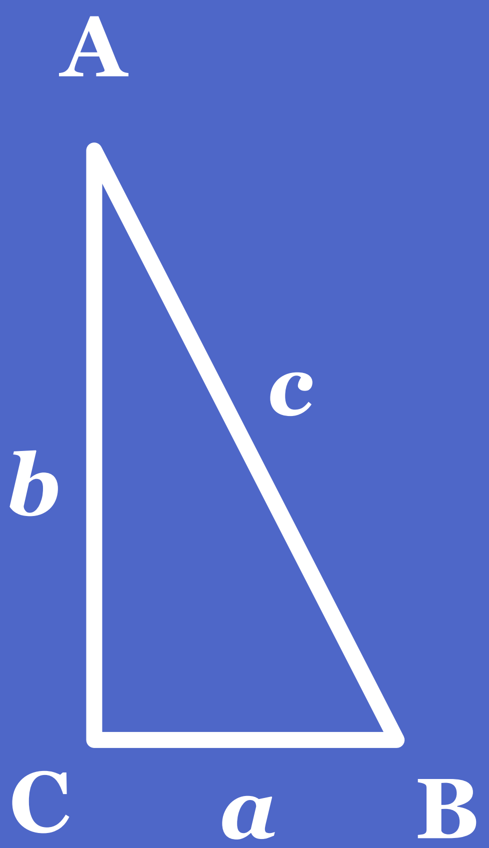
- **Формування предметних компетентностей:**
- ✓ Сформувати поняття синуса, косинуса й тангенса гострого кута прямокутного трикутника;
- ✓ Сформувати вміння застосовувати ці поняття до розв’язування задач.
- **Формування ключових компетентностей:**
- ✓ формувати вміння доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію;
- ✓ сприяти усвідомленню важливості вивчення іноземних мов для розуміння математичних термінів та позначень;
- ✓ сприяти самовихованню творчої активності, зацікавленості в пізнанні нового.

ЦІКОВО ЗНАТИ ЩО ...

- Індійські математики для **синуса** використовували слово **«ардхаджива»**: «ардха» - половина, «джива» – тятива лука.
- В арабській літературі індійський термін перетворили на **«джиба»**, а потім на **«джайб»**, тобто **«пазуха, опуклість»**.

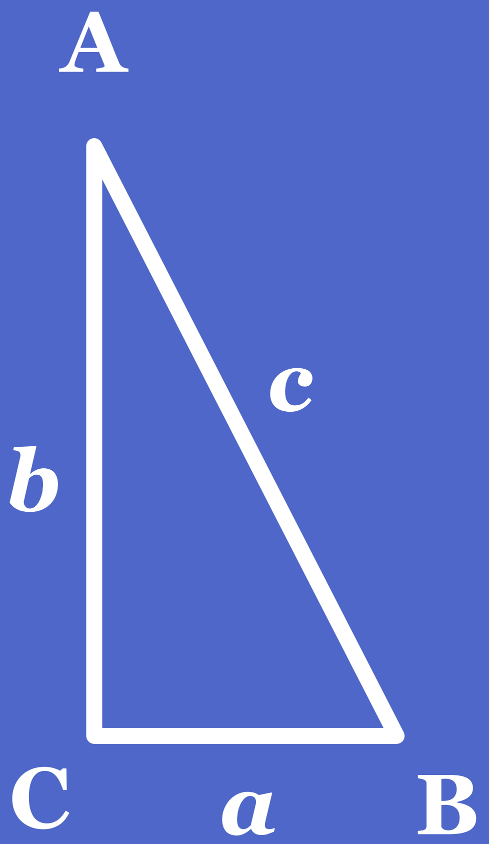
- Термін **«косинус»** – це скорочений вираз **«complementi sinus»**, тобто **«додатковий синус»**.

Синусом гострого кута прямокутного трикутника називають **відношення протилежного катета до гіпотенузи**



$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$$

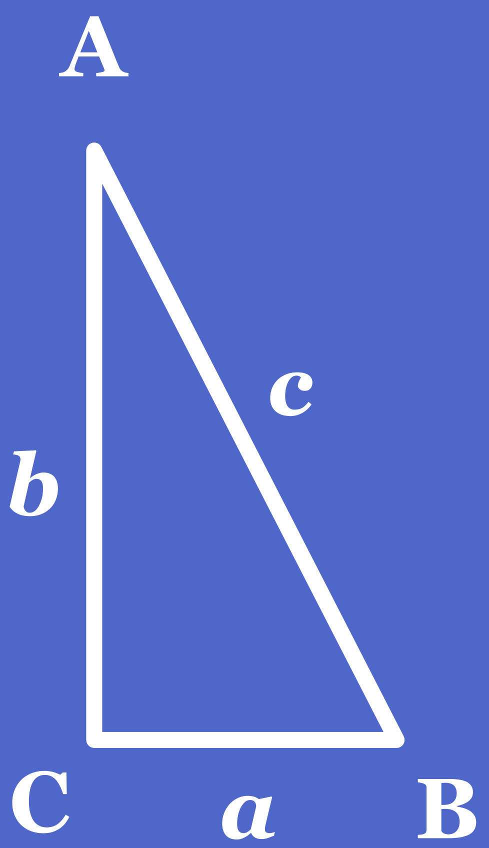
$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$



Косинусом гострого кута прямокутного трикутника називають **відношення прилеглого катета до гіпотенузи**

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$$



Тангенсом гострого кута прямокутного трикутника називають **відношення протилежного катета до прилеглого**

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$$

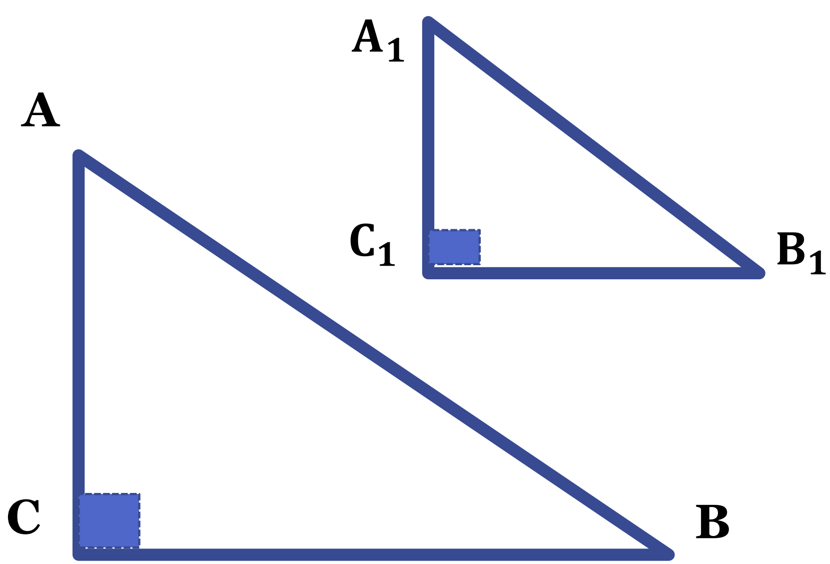
$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}$$

Якщо гострий кут одного прямокутного трикутника дорівнює гострому куту другого прямокутного трикутника, то синуси цих кутів рівні, косинуси цих кулів рівні і тангенси цих кутів рівні

Розглянемо прямокутні трикутники ABC і $A_1B_1C_1$, у яких:

$$\left.\begin{array}{l}\angle C=\angle C_1=90^\circ,\\ \angle A=\angle A_1\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1} \Rightarrow$$

$$\frac{BC}{AB}=\frac{B_1C_1}{A_1B_1} \Rightarrow \sin A=\sin A_1$$



Аналагічно:

$$\frac{AC}{AB}=\frac{A_1C_1}{A_1B_1} \Rightarrow \cos A=\cos A_1$$

$$\frac{BC}{AC}=\frac{B_1C_1}{A_1C_1} \Rightarrow \mathrm{tg}\, A=\mathrm{tg}\, A_1$$

Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника:

1. **Катет** дорівнює гіпотенузі, помноженій на синус протилежного до нього кута або на косинус прилеглого:

$$a = c \cdot \sin A = c \cdot \cos B,$$
$$b = c \cdot \sin B = c \cdot \cos A$$

2. **Гіпотенуза** дорівнює катету, поділеному на синус протилежного до нього кута або на косинус прилеглого:

$$c = \frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\cos B} = \frac{b}{\sin B} = \frac{b}{\cos A}$$

3. **Катет, протилежний до кута А,** дорівнює добутку другого катета на тангенс цього кута:

$$a = b \cdot \mathrm{tg}A$$

4. **Катет, прилеглий до кута А,** дорівнює частці від ділення другого катета на тангенс цього кута :

$$b = \frac{a}{\mathrm{tg}A}$$

Математика

Виберіть правильний варіант відповіді

Прилеглий катет дорівнює …

добутку гіпотенузи на косинус цього кута.

відношенню протилежного катета до синуса кута

добутку гіпотенузи на синус цього кута.

відношенню прилеглого катета до косинуса кута

Математика

Виберіть правильний варіант відповіді

Протилежний катет дорівнює …

добутку гіпотенузи на косинус цього кута.

відношенню протилежного катета до синуса кута

добутку гіпотенузи на синус цього кута.

відношенню прилеглого катета до косинуса кута

Математика

Виберіть правильний варіант відповіді

Гіпотенуза дорівнює …

відношенню протилежного катета до синуса кута

відношенню протилежного катета до косинуса кута

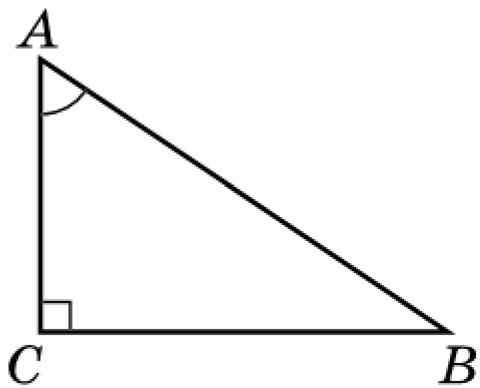
відношенню прилежного катета до тангенса кута

відношенню прилеглого катета до косинуса кута

Значення синуса, косинуса й тангенса деяких гострих кутів прямокутного трикутника

A	30°	45°	60°
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg A	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

742. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90°$, $AC = 5$ см, $BC = 12$ см. Знайдіть: $\sin A$, $\cos A$.



$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

За теоремою Піфагора з трикутника ABC:

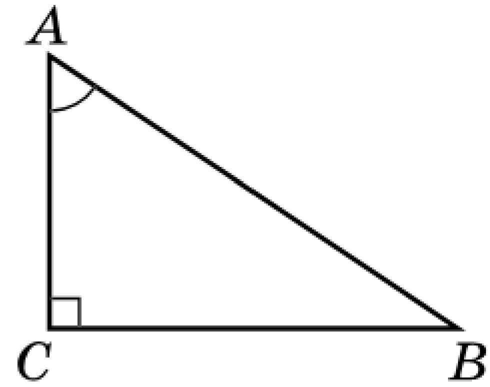
$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{25 + 144} = 13 \text{ (см)}$$

$$\sin A = \frac{12}{13}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$$

746. У $\triangle ABC$ $\angle C = 90°$. Знайдіть:

1) AB, якщо $AC = 5$ см, $\cos A = \frac{1}{4}$;
2) AB, якщо $BC = 3$ см, $\sin A = 0{,}6$;
3) AC, якщо $AB = 8$ см, $\sin B = \frac{3}{4}$;
4) BC, якщо $AB = 20$ см, $\cos B = \frac{4}{5}$;
5) AC, якщо $BC = 10$ см, $\operatorname{tg} B = 0{,}5$.



$$a = c\sin A = c\cos B \text{ та } b = c\sin B = c\cos A.$$

$$c = \frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\cos B} = \frac{b}{\sin B} = \frac{b}{\cos A}.$$

$$AB = \frac{AC}{\cos A} = \frac{5}{\frac{1}{4}} = 20 \text{ (см)}$$

$$AB = \frac{BC}{\sin A} = \frac{3}{0{,}6} = 5 \text{ (см)}$$

$$AC = AB\sin B = 8 \cdot \frac{3}{4} = 6 \text{ (см)}$$

$$BC = AB\cos B = 20 \cdot \frac{4}{5} = 16 \text{ (см)}$$

$$AC = BC \cdot \operatorname{tg} B = 10 \cdot 0{,}5 = 5 \text{ (см)}$$

Домашнє завдання

- Опрацювати параграф 20
- Виконати № 743,747

743. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90°$, $AC = 7$ см, $BC = 24$ см. Знайдіть: $\sin B$, $\cos B$.

747. У $\triangle ABC$ $\angle C = 90°$. Знайдіть:

1) AB, якщо $BC = 8$ см, $\cos B = \frac{1}{2}$;
2) AB, якщо $AC = 10$ см, $\sin B = 0{,}25$;
3) BC, якщо $AB = 6$ см, $\sin A = \frac{1}{3}$;
4) AC, якщо $AB = 20$ см, $\cos A = 0{,}4$;
5) BC, якщо $AC = 12$ см, $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$.