

Тема. Розв'язування задач

Мета: вдосконалювати вміння розв'язувати трикутники, знаходити площу трикутника та знаходити невідомі елементи трикутника із застосуванням формул площі трикутника

Повторюємо

- Що означає розв'язати трикутник?
- Які теореми, що допомагають у розв'язуванні трикутників ви знаєте?
- Які формули для знаходження площі трикутника ви знаєте?
- Як з формули площі трикутника отримати формулу площі паралелограма?

Розв'язування задач

Задача 1

За допомогою формул зведення для кутів ($180^\circ - \alpha$) обчисліть синус та косинус кутів 150° і 135°

Розв'язання

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = 0,5$$

$$\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Задача 2

Обчисліть невідому сторону трикутника, якщо дві його сторони і кут між ними дорівнюють відповідно 3 см, 5 см і 120°

Розв'язання

Позначимо невідому сторону за x . За теоремою косинусів маємо:

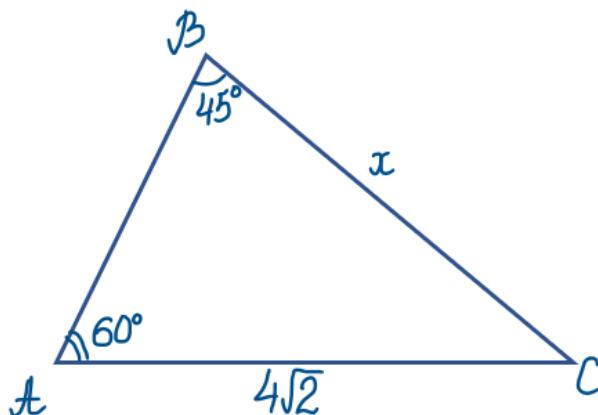
$$x^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 9 + 25 - 30 \cdot \cos(180^\circ - 60^\circ) = 34 + 30 \cdot \cos 60^\circ = 34 + 30 \cdot 0,5 = 49$$

$$\text{Тоді } x = \sqrt{49} = 7 \text{ см.}$$

Відповідь: 7 см

Задача 3

У трикутнику ABC, обчисліть сторону BC, якщо $AC = 4\sqrt{2}$ см, $\angle B = 45^\circ$, $\angle A = 60^\circ$.



Розв'язання

За теоремою синусів:

$$\frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{4\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4\sqrt{3} \text{ см}$$

Відповідь: $4\sqrt{3}$ см

Задача 4

Знайти радіус кола, описаного навколо трикутника ABC, якщо $\sin A = 0,7$, а сторона $BC = 3,5$ см

Розв'язання

За наслідком з теореми синусів: $\frac{BC}{\sin A} = 2R$. Звідси $R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{3,5}{2 \cdot 0,7} = 2,5$ см

Відповідь: 2,5 см

Задача 5

Знайдіть радіус описаного та вписаного кола для трикутника, сторони якого дорівнюють 6 см, 5 см і 5 см.

Розв'язання

Використаємо формули для знаходження площі трикутника через радіуси вписаного кола $S = pr$ і описаного кола $S = \frac{abc}{4R}$, звідки $r = \frac{S}{p}$, $R = \frac{abc}{4S}$. Бачимо, що спочатку треба обчислити півпериметр p та площу S трикутника.

$$p = \frac{6+5+5}{2} = 8 \text{ см}$$

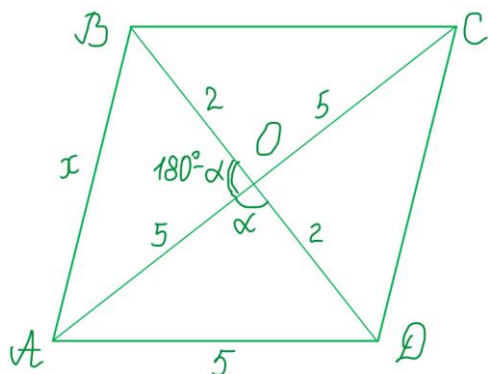
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{8(8-6)(8-5)(8-5)} = \sqrt{8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 \text{ см}^2 \text{ — за формулою Герона.}$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ см}, R = \frac{abc}{4S} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 12} = \frac{25}{8} = 3 \frac{1}{8} \text{ см.}$$

Відповідь: $3 \frac{1}{8}$ см і 1,5 см

Задача 6

Діагоналі паралелограма дорівнюють 4см і 10см, а одна зі сторін – 5см. Знайдіть другу сторону паралелограма.



Розв'язання

За теоремою косинусів: $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$$\text{В } \triangle AOD: \cos \alpha = \frac{AO^2 + OD^2 - AD^2}{2AO \cdot OD} = \frac{25 + 4 - 25}{2 \cdot 5 \cdot 2} = 0,2$$

$$\text{В } \triangle AOB: \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -0,2$$

$$AB^2 = OB^2 + AO^2 - 2OB \cdot AO \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$x^2 = 4 + 25 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot (-0,2) = 29 + 4 = 33, x = \sqrt{33} = AB.$$

Відповідь: $\sqrt{33}$ см

Поміркуйте

Чи є інший спосіб розв'язування задачі 6?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати задачу:

Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 24 см, а проведена до неї висота - 16 см. Обчисліть радіус кола, вписаного в трикутник.

Джерела

- [На урок](#)
- [Всеосвіта](#)