

11.05.2023
Геометрія
8А,В

Тема: Пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику

Мета:

- *Навчальна:* сформулювати та довести метричні співвідношення у прямокутному трикутнику;
- *Розвиваюча:* розвивати уміння читати записи математичною мовою, виокремлювати головне, аналізувати, робити висновки;
- *Виховна:* виховувати наполегливість, допитливість, упевненість у власних силах;

Актуалізація опорних знань

- Сформулюйте три ознаки подібності для довільних трикутників
- Сформулюйте і доведіть першу ознаку подібності прямокутних трикутників
- Сформулюйте другу і третю ознаки подібності прямокутних трикутників
- Чому прямокутні трикутники з пропорційними катетами подібні?

Середній пропорційний відрізок

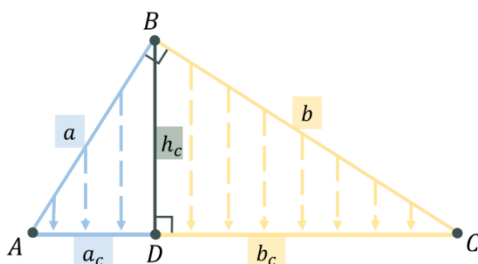
Відрізок x називають *середнім пропорційним* між відрізками a і b , якщо:

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

Пригадайте основну властивість пропорції

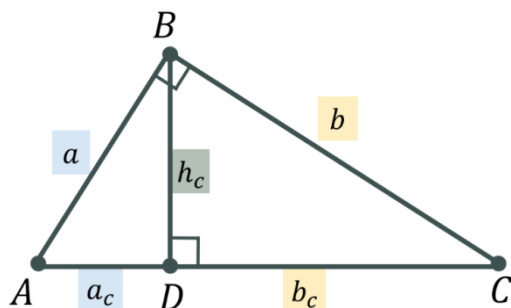
$$x^2 = a \cdot b$$

Співвідношення між довжинами деяких відрізків у трикутнику називаються *метричними*.



У прямокутному трикутнику, висота (h_c) проведена до гіпотенузи (c) ділить її на відрізки AD і DC (a_c і b_c). Ці відрізки називаються *проекціями катетів* (a і b) на *гіпотенузу*.

Теорема (метричні співвідношення в прямокутному трикутнику)



$$1. h_c^2 = a_c \cdot b_c$$

*Висота, проведена до гіпотенузи є середнім пропорційним між проекціями катетів на гіпотенузу

$$2. a^2 = c \cdot a_c \text{ і } b^2 = c \cdot b_c$$

*Катет є середнім пропорційним між гіпотенузою і його проекцією на гіпотенузу.

$$3. h_c = \frac{ab}{c}$$

*Висота, проведена до гіпотенузи, дорівнює добутку катетів, поділеному на гіпотенузу.

Доведення:

- Розглянемо $\triangle ABD$ і $\triangle ABC$:

$\triangle ABD$ і $\triangle ABC$ – прямокутні $\left| \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ABC \right.$ за гострим кутом $\angle A$ – спільний

- Розглянемо $\triangle BCD$ і $\triangle ABC$:

$\triangle BCD$ і $\triangle ABC$ – прямокутні $\left| \Rightarrow \triangle BCD \sim \triangle ABC \right.$ за гострим кутом $\angle C$ – спільний

$$\triangle ABD \sim \triangle BCD \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{CD}{BD} = \frac{DB}{DA} \\ \frac{b_c}{h_c} = \frac{h_c}{a_c} \Rightarrow h_c^2 = a_c \cdot b_c \end{array} \right.$$

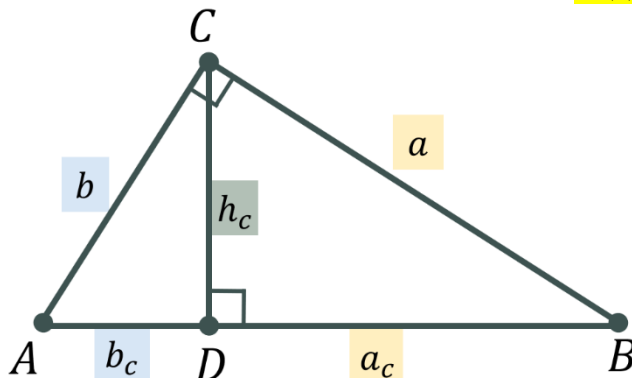
$$\triangle BCD \sim \triangle ABC \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \\ \frac{b_c}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow b^2 = b_c \cdot c \end{array} \right.$$

Доведено.

Задача 1

У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведено висоту CD . Знайдіть:

а) CD , якщо $AD = 4$ см, $DB = 25$ см;



Розв'язок:

$$CD^2 = AD \cdot DB \Rightarrow \left| \begin{array}{l} CD^2 = 4 \cdot 25 \\ CD = \sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{100} = 10 \text{ см} \end{array} \right.$$

Відповідь: 10 см

б) AC і BC , якщо $AB = 50$ см,
 $AD = 18$ см

Розв'язок:

$$AC^2 = AB \cdot AD = 50 \cdot 18 = 900$$

$$AC = \sqrt{900} = 30 \text{ см}$$

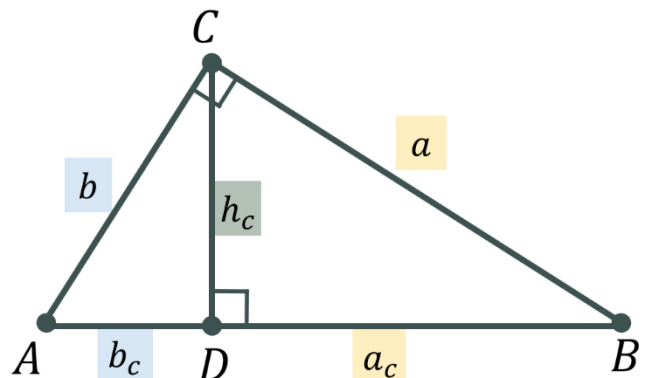
$$CB^2 = AB \cdot DB$$

$$DB = AB - AD = 50 - 18 = 32$$

$$CB^2 = AB \cdot DB = 50 \cdot 32 = 1600$$

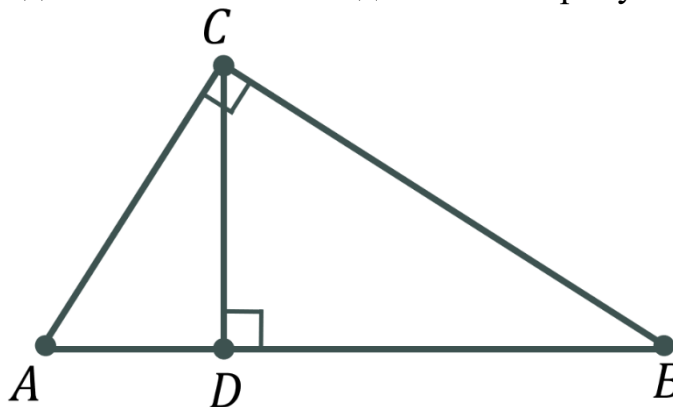
$$CB = \sqrt{1600} = 40 \text{ см}$$

Відповідь: 30 см, 40 см



Задача 2

Висота прямокутного трикутника дорівнює 24 см і ділить гіпотенузу у відношенні 9:16. Знайдіть катети трикутника.



Дано:

$\triangle ACB$ – прямокутний

CD – висота

$CD = 24$ см

AB – гіпотенуза

$AD:DB = 9:16$

Знайти:

AC – ?

CB – ?

Розв'язок:

$$CD^2 = AD \cdot DB$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{9}{16}, \text{ тоді нехай } \begin{matrix} AD=9x \\ DB=16x \end{matrix}, x > 0$$

$$24^2 = 9x \cdot 16x = 144x$$

$$576 = 144x^2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$

$$AD = 9x = 9 \cdot 2 = 18 \text{ см}$$

$$DB = 16x = 16 \cdot 2 = 32 \text{ см}$$

$$AB = AD + DB = 18 + 32 = 50 \text{ см}$$

$$AC^2 = AB \cdot AD = 50 \cdot 18 = 900$$

$$AC = \sqrt{900} = 30 \text{ см}$$

$$CB^2 = AB \cdot DB = 50 \cdot 32 = 1600$$

$$CB = \sqrt{1600} = 40 \text{ см}$$

Відповідь: 30 см, 40 см

Домашнє завдання

Повторити § 15

Виконати № 547, 549, 551.

Відправити на Human або електронну пошту smartolenka@gmail.com

547. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 50 см, а проєкція одного з катетів на гіпотенузу – 18 см. Знайдіть катети трикутника.

549. Перпендикуляр, проведений із середини основи рівнобедреного трикутника до бічної сторони, ділить її на відрізки 6 см і 2 см, починаючи від вершини, протилежної основі. Знайдіть периметр трикутника.

551. Висота, проведена з вершини прямого кута прямокутного трикутника, ділить гіпотенузу на відрізки, один з яких дорівнює 16 см, а другий відноситься до висоти як 3 : 4. Знайдіть висоту трикутника.