21.09.2022 9 клас Вчитель: Артемюк Н.А.

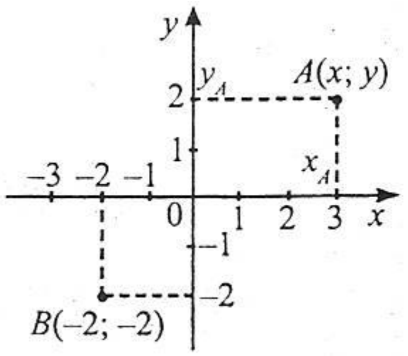
# Тема. Прямокутна система координат на площині. Синус, косинус, тангенс кутів від 0 до 180

<u>Мета:</u> відновити та розширити знання про прямокутну систему координат на площині та основні тригонометричні функції кута, навчитись визначати синус, косину, тангенс кута від $0^o$ до $180^o$ у прямокутній системі координат за допомогою одиничного півкола

## Пригадайте

- Як задати прямокутну систему координат на площині?
- Що таке одиничний відрізок?
- Як визначити координати точки в прямокутній системі координат?
- Дайте означення синуса, косинуса і тангенса гострого кута в прямокутному трикутнику.

## Ознайомтеся з інформацією




**Декартова система координат** на площині задається двома взаємно перпендикулярними осями (вісь ОХ – вісь абсцис, вісь ОУ – вісь ординат), які мають спільний початок О (початок координат) і однаковий масштаб осей. Кожній точці площини за певним правилом ставиться у відповідність пара чисел – абсциса та ордината (x;y), ці числа називаються **декартовими координатами точки**.

Декартові координати точки записують у дужках поруч із буквеним позначенням точки А(x;y), причому **першою в дужках стоїть абсциса, другою – ордината**.

Початок координат О розподіляє кожну вісь на дві піввісі, одна з яких вважається додатною, а інша – від'ємною.

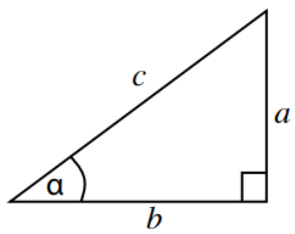
***Наприклад:*** *точка А має координати 3 і 2, точка В – координати -2 і -2.*

Будь-якій парі чисел x і y відповідає лише одна точка площини А(x;y).

### Синус, косинус, тангенс кутів від 0 до 180

У прямокутному трикутнику маємо співвідношення:

$$\sin\alpha=\frac{a}{c},\quad \cos\alpha=\frac{b}{c},\quad \mathrm{tg}\,\alpha=\frac{a}{b},\quad \mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{b}{a}.$$



Дамо означення тригонометричних функцій для будь-якого кута від $0^\circ$до $180^\circ$. Для цього в прямокутній системі координат, з якою ви добре знайомі, побудуємо коло радіуса 1 з центром у початку координат (рис. 2). Таке коло називають тригонометричним. Від додатної півосі осі Ox відкладемо у напрямі проти ходу годинникової стрілки гострий кут **α**. Нехай M(x; y) — точка, у якій сторона цього кута перетинає дане коло (рис. 2, а). Проведемо перпендикуляр MN до осі Ox. Утворився прямокутний трикутник OMN з гострим кутом **α**, гіпотенузою OM = 1 і катетами, довжини яких дорівнюють координатам точки M: ON = x, MN = y. Із трикутника OMN маємо:

$$\sin\alpha = \frac{MN}{OM} = \frac{y}{1} = y,\ \cos\alpha = \frac{ON}{OM} = \frac{x}{1} = x,$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{MN}{ON} = \frac{y}{x},\ \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{ON}{MN} = \frac{x}{y}.$$

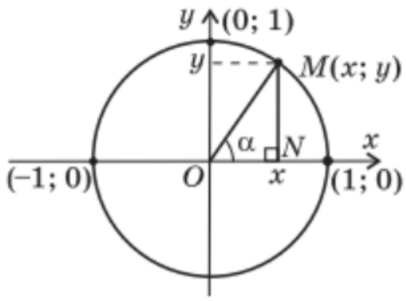



Рис. 2. До означення тригонометричних функцій

Отже, в тригонометричному колі синус і косинус гострого кута дорівнюють, відповідно, ординаті й абсцисі точки, у якій сторона цього кута перетинає коло, а тангенс і котангенс цього кута дорівнюють відношенням ординати до абсциси й абсциси до ординати, відповідно:

$$\sin\alpha = y,\ \cos\alpha = x,\ \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{y}{x},\ \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{x}{y}.$$

Визначмо значення тригонометричних функцій кутів $0^\circ$, $90^\circ$, $180^\circ$ (рис. 3). Якщо **α** = $0^\circ$, то точка M1 має координати (1; 0). Звідси sin $0^\circ$ = 0, cos $0^\circ$ = 1, tg $0^\circ$ = 0. Оскільки ділення на нуль не визначене, то ctg $0^\circ$ не існує.

Якщо **α** = $90^\circ$, то точка $M_2$ має координати (0; 1). Звідси sin $90^\circ$ = 1, cos $90^\circ$ = 0, ctg $90^\circ$ = 0. Оскільки ділення на нуль не визначене, то tg $90^\circ$ не існує.

І, нарешті, якщо **α** = $180^\circ$, то точка $M_3$ має координати (–1; 0). Звідси sin $180^\circ$ = 0, cos $180^\circ$ = –1, tg $180^\circ$ = 0. Оскільки ділення на нуль не визначене, то ctg $180^\circ$ не існує.

Зауважимо також, що абсциси точок M для кутів від $0^\circ$ до $180^\circ$ змінюються в межах від –1 до 1, тобто $-1 \le \cos\alpha \le 1$, а ординати — в межах від 0 до 1, тобто $0 \le \sin\alpha \le 1$.

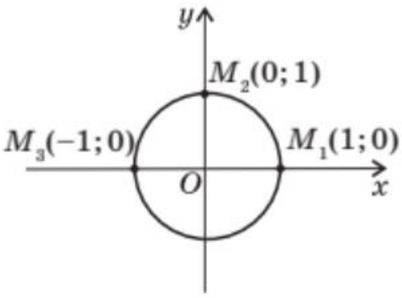



Рис. 3. Для означення кутів 0°, 90°, 180°

## Перегляньте відеоурок за посиланням:

https://youtu.be/SM3U7XaSuTk

## Робота в зошиті

**Запишіть приклади розв'язування задач:**

### Задача 1

Чи існує кут $\alpha$, де $0° \leqslant \alpha \leqslant 180°$, для якого:

1) $\cos\alpha = \frac{2}{5}$;  2) $\sin\alpha = -\frac{2}{5}$;  3) $\cos\alpha = -\frac{2}{5}$;

**Розв'язання**

Для довільного $\alpha$ такого, що $0° \le \alpha \le 180°$, виконуються нерівності: $0 \le \sin\alpha \le 1$, $-1 \le \cos\alpha \le 1$. Отже, кути, для яких $\cos\alpha = \frac{2}{5}$, $\cos\alpha = -\frac{2}{5}$, $\sin\alpha = -\frac{2}{5}$ існують.

### Задача 2

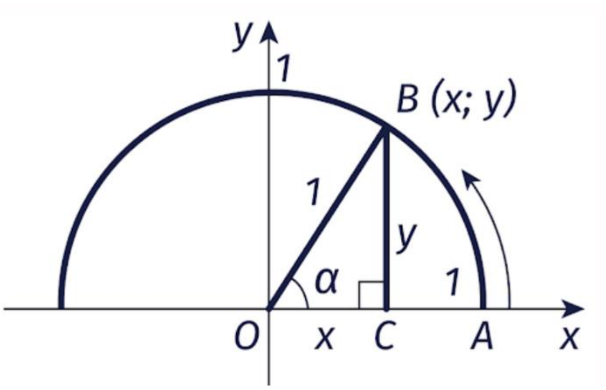
**Розв'язання**

Обчисліть значення тригонометричної функції $tg90^\circ$

$tg90° = \frac{\sin 90°}{\cos 90°} = \frac{1}{0}$ – вираз не має змісту, отже $tg90°$ не існує

### Задача 3

За допомогою одиничного кола запишіть розрахунок функцій синуса, косинуса і тангенса кута $\alpha$, якщо $x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = \frac{1}{2}$.




**Розв'язання**

$$\sin\alpha = y = \frac{1}{2}$$

$$\cos\alpha = x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tg\alpha = \frac{y}{x} = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

## Домашнє завдання

- **Опрацювати конспект**
- **Розв'язати задачі (письмово):**

1. Чи існує кут $\alpha$, де $0° \leqslant \alpha \leqslant 180°$, для якого:

   4) $\sin\alpha = \frac{2}{5}$; 5) $\cos\alpha = 1{,}2$; 6) $\sin\alpha = 1{,}2$?

2. За допомогою одиничного кола запишіть розрахунок функцій синуса, косинуса і тангенса кута $\boldsymbol{\alpha}$, якщо $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2}}$.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту [nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)