

Тема. Вектор. Модуль і напрям вектора. Рівність векторів

Мета: Вчитися визначати та будувати рівні та колінеарні вектори, розв'язувати задачі на знаходження модуля та координат вектора

Пригадайте

- Що таке вектор?
- Які характеристики може мати вектор?
- Як знайти модуль вектора, знаючи координати його кінців?
- Як знайти модуль вектора, знаючи його координати?
- Які вектори є рівними?

Довідник

Вектор, у якого початок і кінець — одна й та сама точка, називають **нульовим вектором** або нуль-вектором і позначають $\vec{0}$. Якщо початок і кінець нульового вектора — це точка A , то його можна позначити й так: \overline{AA} . На рисунку нульовий вектор зображають точкою.

Модулем вектора \overline{AB} називають довжину відрізка AB . Модуль вектора \overline{AB} позначають так: $|\overline{AB}|$, а модуль вектора \vec{a} — так: $|\vec{a}|$.

Модуль нульового вектора вважають рівним нулю: $|\vec{0}| = 0$.

Координатами вектора з початком $A(x_1; y_1)$ і кінцем $B(x_2; y_2)$ називають числа $a_1 = x_2 - x_1$ і $a_2 = y_2 - y_1$. Інакше кажучи, кожна координата вектора дорівнює різниці відповідних координат його кінця й початку.

Із формули відстані між двома точками випливає, що коли вектор \vec{a} має координати $(a_1; a_2)$, то **модуль вектора** обчислюють за формулою:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Ненульові вектори називають **рівними**, якщо їхні модулі рівні й вони співнаправлені. Будь-які два нульових вектори рівні.

На рисунку 5 зображено рівні вектори \vec{a} і \vec{b} . Це позначають так: $\vec{a} = \vec{b}$.

Рівність ненульових векторів \vec{a} і \vec{b} означає, що $\vec{a} \uparrow \vec{b}$ і $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.



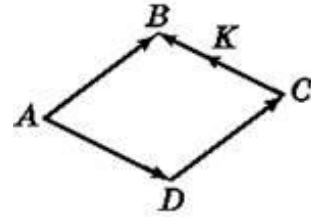
Рис. 5. Рівні вектори

Розв'язування задач

Задача 1

ABCD – ромб. Чи рівні вектори:

- 1) \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{DC} ; 2) \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AD} ; 3) \overrightarrow{AD} і \overrightarrow{CB} ; 4) \overrightarrow{CB} і \overrightarrow{CK} ?



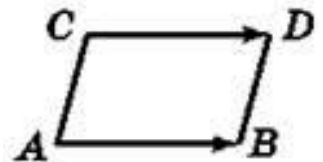
Розв'язання

- 1) Так, оскільки $\overrightarrow{AB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{DC}$ і $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$.
- 2) Оскільки \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AD} не є співнапрямленими, то вони не є рівними.
- 3) \overrightarrow{AD} і \overrightarrow{CB} також не є рівними, оскільки не є співнапрямленими.
- 4) $\overrightarrow{CB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{CK}$, але $|\overrightarrow{CB}| \neq |\overrightarrow{CK}|$, тому вектори \overrightarrow{CB} і \overrightarrow{CK} теж не є рівними.

Відповідь: 1) Так; 2) ні; 3) ні; 4) ні.

Задача 2

Точки A, B, C і D не лежать на одній прямій. Тоді, якщо $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ то ABDC - паралелограм. І навпаки, якщо ABDC - паралелограм, то $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Доведіть.



Доведення

- 1) Нехай $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ та \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{CD} не лежать на одній прямій. Тоді $\overrightarrow{AB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{CD}$ і $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

За ознакою паралелограма, ураховуючи, що точки B і D лежать по один бік від прямої AC, отримаємо, що ABDC - паралелограм.

- 2) Нехай ABDC - паралелограм, тоді $AB \parallel CD$ і $AB = CD$.

Тому $\overrightarrow{AB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{CD}$ і $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. Отже, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Задача 3

Дано точку A (1; 3) і вектор \vec{a} (−2; 1). Знайдіть координати точки B такої, що $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$.

Розв'язання

За означенням координат вектора: $x_A - x_B = -2$, $1 - x_B = -2$, $x_B = 3$

$$Y_A - Y_B = 1, 3 - Y_B = 1, Y_B = 2$$

Відповідь: $B(3; 2)$

Задача 4

Серед векторів $\vec{a}(3; -4)$, $\vec{b}(-4; 2)$, $\vec{c}(3; \sqrt{11})$, $\vec{d}(-2; -4)$, $\vec{e}(0; -2\sqrt{6})$ і $\vec{f}(-4; 5)$ знайдіть такі, модуль яких дорівнює $2\sqrt{5}$.

Розв'язання

За означенням модуля вектора: $|\vec{a}| = \sqrt{9 + 16} = 5$, $|\vec{b}| = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$,

$|\vec{c}| = \sqrt{9 + 11} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, $|\vec{d}| = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, $|\vec{e}| = \sqrt{0 + 24} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$,

$|\vec{f}| = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$.

Відповідь: $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$

Пригадайте

- Які вектори називають рівними?
- Як знайти модуль вектора?
- Як знайти координати вектора, рівного даному?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати (письмово): №290

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com