

Тема: Розв'язування типових задач

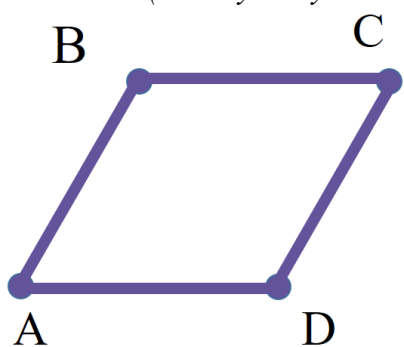
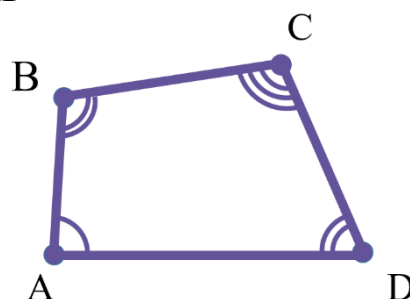
Мета:

- *Навчальна:* систематизувати і узагальнити знання учнів з курсу геометрії
- *Розвиваюча:* розвивати вміння учнів використовувати набуті навички під час розв'язування задач;
- *Виховна:* виховувати наполегливість, вміння об'єктивно оцінювати здібності;

Хід уроку

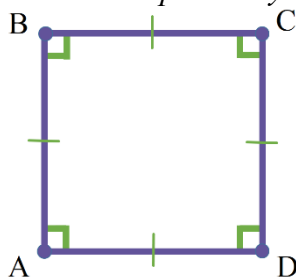
ЧОТИРИКУТНИКИ

- Назвіть сусідні вершини чотирикутника (Наприклад A і B ; A і D)
- Назвіть протилежні кути чотирикутника (Наприклад A і C)
- В якому випадку чотирикутник буде опуклим? (Якщо чотирикутник лежить з одного боку від кожної прямої, яка проходить через дві його сусідні вершини, то він опуклий)
- Чому всі кути чотирикутника не можуть бути гострими або тупими? (Тоді сума кутів чотирикутника буде відмінною від 360°)

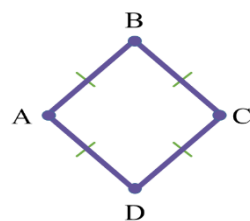


- Що ми можемо сказати про кути паралелограма? (Протилежні кути попарно рівні)
- Що ми можемо сказати про діагоналі паралелограма? (Діагоналі паралелограма точкою їх перетину діляться навпіл)
- Назвіть особливу властивість прямокутника (Діагоналі прямокутника рівні)

- Якою є особлива властивість ромба? (Діагоналі ромба перпендикулярні і ділять його кути навпіл)



- Чим особливий квадрат? (Діагоналі квадрата рівні, перпендикулярні, ділять кути квадрата навпіл і діляться точкою перетину навпіл)



ТРАПЕЦІЯ. ВПИСАНІ Й ОПИСАНІ ЧОТИРИКУТНИКИ

- Яка трапеція називається прямокутною? (Прямокутною трапецією називається трапеція, у якій одна з бічних сторін перпендикулярна до основ)
- Яка трапеція називається рівнобедреною? (Рівнобічною (рівнобедреною) трапецією називається трапеція, у якій бічні сторони рівні)
- Сформулюйте теорему Фалеса (Паралельні прямі, які перетинають сторони кута і відтинають на одній із них рівні відрізки, відтинають рівні відрізки і на іншій стороні)
- Сформулюйте властивість середньої лінії трикутника (Середня лінія трикутника паралельна одній із його сторін і дорівнює половині цієї сторони)
- Скільки в трикутнику існує середніх ліній? (3)
- Сформулюйте означення середньої лінії трапеції (Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює їх півсумі)
- Яку властивість повинні мати діагоналі ромба, щоб навколо нього можна було описати коло? (Діагоналі мають бути рівними)

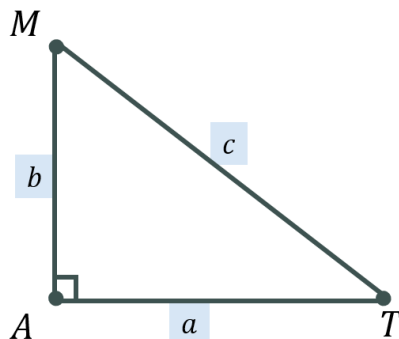
ПОДІБНІСТЬ ТРИКУТНИКІВ

- Сформулюйте узагальнену теорему Фалеса (Паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають на сторонах цього кута пропорційні відрізки)
- Сформулюйте означення подібних трикутників (Два трикутники називаються подібними, якщо кути одного з них відповідно дорівнюють кутам іншого і відповідні сторони цих трикутників пропорційні)
 - Чи потрібно завжди перевіряти виконання всіх умов, для того щоб довести подібність цих трикутників?
 - Які Ви знаєте ознаки подібності трикутників?
- Подібність прямокутних трикутників (учні відповідають на запитання у презентації)
 - Якщо два прямокутні трикутники мають по рівному гострому куту, то такі трикутники подібні.
 - Два прямокутні трикутники подібні, якщо катети одного трикутника пропорційні катетам другого трикутника
 - Два прямокутні трикутники подібні, якщо катет і гіпотенуза одного трикутника пропорційні катету і гіпотенузі другого трикутника
- Як дізнатися чи буде трикутник із заданими трьома сторонами прямокутним? (За теоремою, оберненою до теореми Піфагора)

I. Розв'язування задач

№1

Різниця катетів прямокутного трикутника дорівнює 1 см, а гіпотенуза – 29 см. Знайдіть периметр трикутника.

**Розв'язок:**

$$\text{Нехай } \begin{cases} b = x \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow a = x + 1$$

За теоремою Піфагора:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = (x + 1)^2 + x^2 = x^2 + 2x + 1 + x^2$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 29^2$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 841$$

$$2x^2 + 2x - 840 = 0$$

$$x^2 + x - 420 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 1 \cdot 420 = 1681 = 41^2$$

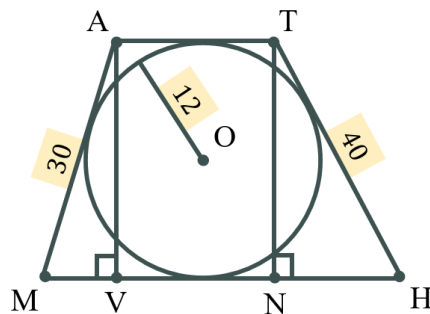
$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 41}{2} = \begin{cases} 20 \\ -21 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b = x & \Rightarrow b = 20 \\ a = x + 1 & \Rightarrow a = 20 + 1 = 21 \end{aligned}$$

$$P_{MAT} = a + b + c = 20 + 21 + 29 = 70 \text{ см}$$

Відповідь: 70 см

№2



Бічні сторони трапеції дорівнюють 30 см і 40 см. Знайдіть основи трапеції, якщо радіус вписаного кола дорівнює 12 см.

Дано:

MATH – трапеція

MA = 30 см

$$TH = 40 \text{ см}$$

$$r = 12 \text{ см}$$

Знайти:

MH – ?

AT – ?

Розв'язок:Побудуємо висоти $AV = TN = 2r = 2 \cdot 12 = 24 \text{ см}$

- Розглянемо прямокутний $\triangle MVA$ ($\angle V = 90^\circ$):
За теоремою Піфагора:

$$MV = \sqrt{MA^2 - AV^2} = \sqrt{30^2 - 24^2} = \sqrt{900 - 576} = \sqrt{324} = 18 \text{ см}$$

- Розглянемо прямокутний $\triangle TNH$ ($\angle N = 90^\circ$):

$$NH = \sqrt{TH^2 - TN^2} = \sqrt{40^2 - 24^2} = \sqrt{1600 - 576} = \sqrt{1024} = 32 \text{ см}$$

Суми протилежних сторін чотирикутника рівні $\Rightarrow MA + TH = AT + MH \Rightarrow AT + MH = 70 \text{ см}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Нехай } AT = x \\ x > 0 \\ AT = VN \text{ (} AT \parallel MH, AV \parallel TN \text{)} \end{array} \right| \Rightarrow MH = MV + x + NH = x + 18 + 32$$

$$\left. \begin{array}{l} AT + MH = 70 \text{ см} \\ AT = x \\ MH = x + 50 \end{array} \right| \Rightarrow x + x + 50 = 70$$

$$x + x + 50 = 70$$

$$2x = 20$$

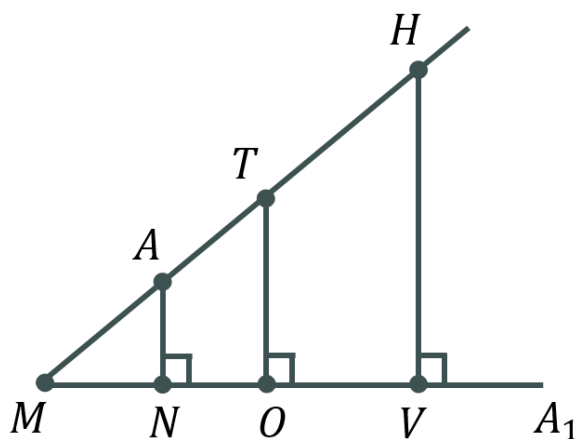
$$x = 10$$

$$\left. \begin{array}{l} AT = x \\ MH = x + 50 \\ x = 10 \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} AT = 10 \text{ см} \\ MH = 10 + 50 = 60 \text{ см} \end{array}$$

Відповідь: 10 см; 60 см.

№3

На малюнку AN , TO і HV – перпендикуляри до прямої MA_1 , а відрізки MA , AT і TH відносяться як 2:2:3. Знайдіть довжини перпендикулярів AN і TO , якщо $HV = 28 \text{ см}$.



Розв'язок:

- Розглянемо прямокутні $\triangle MNA$, $\triangle MOT$, $\triangle AVH$:

$\left. \begin{array}{l} \angle M \text{ – спільний} \\ \angle N = \angle O = \angle V = 90^\circ \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} \text{трикутники подібні} \\ \text{за гострим кутом} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{їх сторони} \\ \text{пропорційні} \end{array}$

- Розглянемо $\triangle MOT$ і $\triangle MVH$:

$$\left. \begin{array}{l} MN : MT = HV : TO \\ MN = 2x + 2x + 3x = 7x \\ MT = 2x + 2x = 4x \end{array} \right| \Rightarrow \frac{7x}{4x} = \frac{28}{TO} \Rightarrow TO = \frac{28 \cdot 4x}{7x} = \frac{112}{7} = 16$$

- Розглянемо $\triangle MNA$ і $\triangle MVH$:

$$\left. \begin{array}{l} MN : MA = HV : AN \\ MN = 7x \\ MA = 2x \end{array} \right| \Rightarrow \frac{7x}{2x} = \frac{28}{AN} \Rightarrow AN = \frac{28 \cdot 2x}{7x} = \frac{56}{7} = 8$$

Відповідь: $TO = 16$ см; $AN = 8$ см

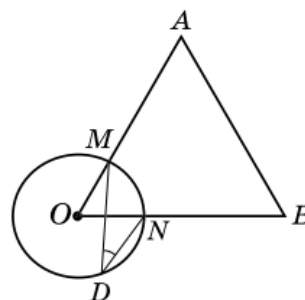
Домашнє завдання

Повторити Головне в розділі 1 (стор. 81)
Виконати № 1-3 (стор. 213)

О.С. Істер
(2021)

1. (2011 р.) На малюнку зображено коло із центром у точці O та рівносторонній трикутник AOB , що перетинає коло в точках M і N . Точка D належить колу. Знайдіть градусну міру кута MDN .

А	Б	В	Г	Д
15°	30°	45°	60°	120°



2. (2015 р.) На діагоналі AC квадрата $ABCD$ задано точку, відстань від якої до сторін AB і BC дорівнює 2 см і 6 см відповідно. Визначте периметр квадрата $ABCD$.

А	Б	В	Г	Д
16 см	24 см	32 см	48 см	64 см

3. (2012 р.) Бісектриса кута A прямокутника $ABCD$ перетинає його більшу сторону BC в точці M . Визначте радіус кола (у см), описаного навколо прямокутника, якщо $BC = 24$ см, $AM = 10\sqrt{2}$ см.