

Сьогодні:  
14.04.2023

# Тема уроку: «Розв'язування рівнянь, що зводяться до квадратних»

Алгебра  
8 – А,В клас

Мета уроку: сформувати вміння розв'язувати рівняння, які зводяться до квадратних рівнянь; навчити використовувати метод заміни змінної при розв'язуванні рівнянь; розвивати вміння аналізувати й узагальнювати інформацію, виділяти основне в досліджуваному матеріалі; виховувати самостійність, наполегливість.

## I метод

## Метод розкладання многочлена на множники

*Добуток дорівнює нулю тоді, коли хоча б один з множників дорівнює нулю.*

$$abc=0$$

або  $a=0$ , або  $b=0$ , або  $c=0$

**Запам'ятайте!!!**

Рівняння  $n$ -го  
степеня має не  
більше ніж  
 $n$  коренів

### Приклад 1

Розв'яжіть рівняння  $2x^3 - 8x = 0$ .

*Розв'язання:*

$$2x^3 - 8x = 0;$$

Застосуємо винесення спільного множника за дужки та  
використаємо формули скороченого множення:  $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

$$2x(x^2 - 4) = 0;$$

$$2x(x - 2)(x + 2) = 0;$$

$$2x=0, \text{ або } x-2=0, \text{ або } x+2=0;$$

$$x_1=0; \quad x_2=2; \quad x_3=-2.$$

Відповідь:  $x_1=0$ ;  $x_2=2$ ;  $x_3=-2$ .

**Запам'ятайте!!!**

**Рівняння n-го  
степеня має не  
більше ніж  
n коренів**

### **Приклад 2**

Розв'яжіть рівняння:

$$5x^3 - 2x^2 + 10x - 4 = 0.$$

*Розв'язання:*

Застосуємо розкладання на множники способом групування:

$$5x^3 - 2x^2 + 10x - 4 = 0;$$

$$(5x^3 + 10x) - (2x^2 + 4) = 0;$$

$$5x(x^2 + 2) - 2(x^2 + 2) = 0;$$

$$(x^2 + 2)(5x - 2) = 0;$$

$$x^2 + 2 = 0 \text{ або } 5x - 2 = 0;$$

$$x^2 = -2;$$

$$5x = 2;$$

$$\text{Розв'язків немає; } x = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Відповідь:  $x = 0,4$ .

## II метод Зведення рівняння до квадратного способом заміни змінних

Рівняння виду  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ,  
де  $x$ -змінна,  $a, b, c$  – числа, причому  $a \neq 0$ , називають  
**бікватратним.**

### Метод заміни змінної

Вводимо нову змінну  $t$  таку, що  $x^2 = t$  ( $t > 0$ ),  $x^4 = (x^2)^2 = t^2$

Тоді бікватратне рівняння  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ , відносно змінної  $x$  перетворюється у квадратне рівняння відносно змінної  $t$ :

$$at^2 + bt + c = 0.$$

### Приклад 3

Розв'яжіть рівняння:  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ .

*Розв'язання:*

$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

Позначимо  $x^2 = t$ ,  $t > 0$ ,  $x^4 = t^2$ .

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$a = 1$ ,  $b = -3$ ,  $c = -4$ ;

за теоремою Вієта:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 3, \\ t_1 t_2 = -4; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = -1, \\ t_2 = 4. \end{cases}$$

Повертаємось до заміни:  $x^2 = t$

$$x^2 = -1; \quad \text{або} \quad x^2 = 4;$$

Коренів немає  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 2$ .

**Відповідь:**  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 2$ .

## Приклад 4

Знайдіть корені рівняння:  $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$

*Розв'язання:*

Використаємо метод заміни змінної.

$$x^2 = y, \text{ тоді } x^4 = (x^2)^2 = y^2.$$

Запишемо задане рівняння з використанням змінної  $y$ :  $2y^2 - 7y - 4 = 0$ .

Розв'яжемо отримане квадратне рівняння  $2y^2 - 7y - 4 = 0$ ;

$$a = 2, b = -7, c = -4;$$

$$D = b^2 - 4ac; \quad D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 49 + 32 = 81, \quad D > 0.$$

$$y_1 = \frac{7 + 9}{2 \cdot 2} = \frac{16}{4} = 4; \quad y_2 = \frac{7 - 9}{2 \cdot 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

Повернемося до початкової змінної  $x^2 = y$ :

$$y_1 = 4 \quad \text{або} \quad y_2 = -\frac{1}{2};$$

$$x^2 = 4 \quad \text{або} \quad x^2 = -\frac{1}{2}.$$

Розв'яжемо отримані неповні квадратні рівняння:

$$x^2 = 4 \quad \text{або} \quad x^2 = -\frac{1}{2}.$$

$$x = \pm 2; \quad \text{розв'язків немає}$$

Відповідь:  $\pm 2$

## Приклад 5

Розв'яжіть рівняння:  $2(x-2)^2-3(x-2)+6=0$ .

Розв'язання:

Позначимо  $x-2=t$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$a=2, \quad b=-3, \quad c=1;$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1;$$

$$D=1>0;$$

$$t_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1;$$

$$t_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3)-\sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5;$$

Повертаємось до заміни  $x-2=t$ ;

$$x-2=1; \quad \text{або} \quad x-2=0,5;$$

$$x=1+2; \quad x=0,5+2;$$

$$x_1=3; \quad x_2=2,5.$$

Відповідь:  $x_1=3, x_2=2,5$ .

## Домашнє завдання:

- Опрацювати §25.
- Переглянути відео:
- Виконати письмово №953 (1,3,5), №962.

Відправити на Human або електронну пошту [smartolenka@gmail.com](mailto:smartolenka@gmail.com)