

Сьогодні  
02.11.2022

8-А  
клас

КУРС

# ВПИСАНІ І ОПИСАНІ ЧОТИРИКУТНИКИ

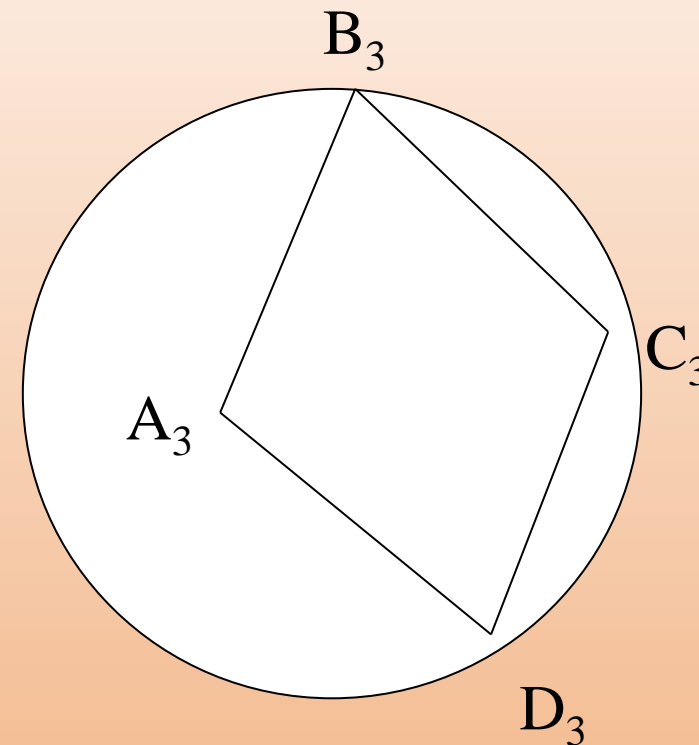
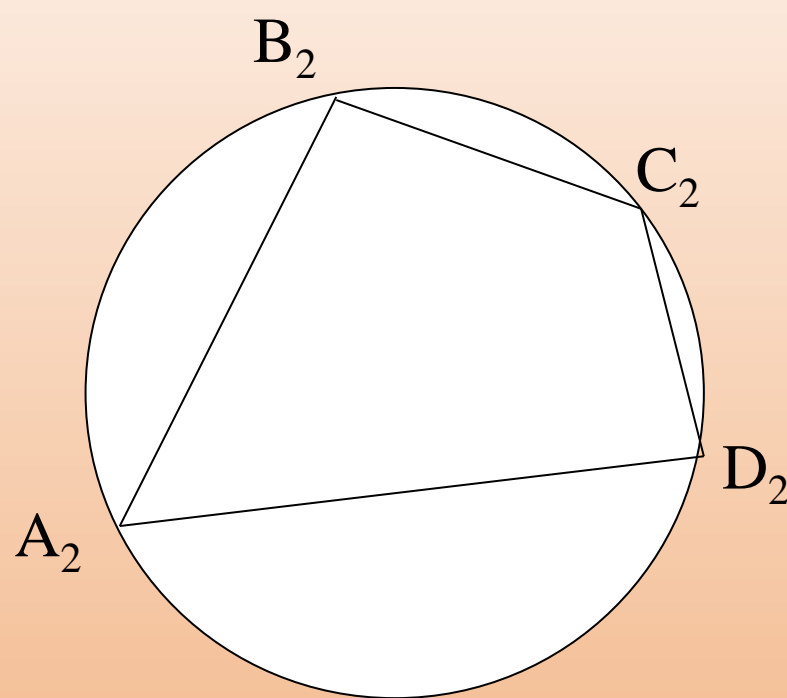
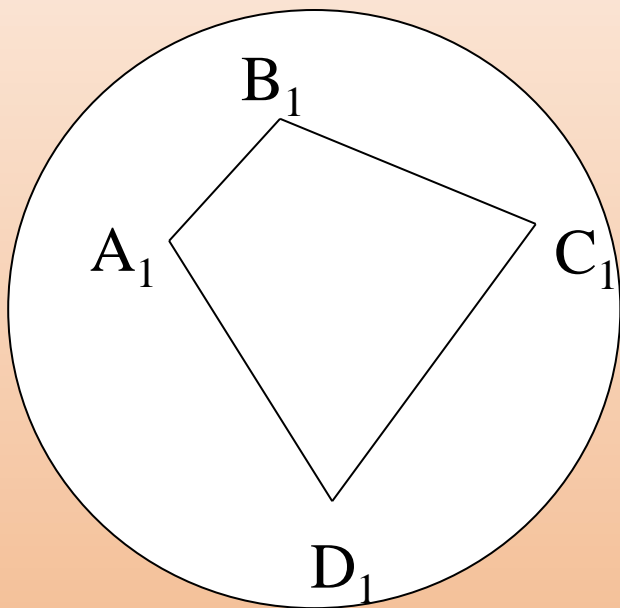
ВСЕ В ПРИРОДІ ПОВИННО БУТИ  
ВИМІРЯНО, ВСЕ МОЖЕ БУТИ  
ПОРАХОВАНО

МИКОЛА ІВАНОВИЧ ЛОБАЧЕВСЬКИЙ

Сьогодні  
02.11.2022

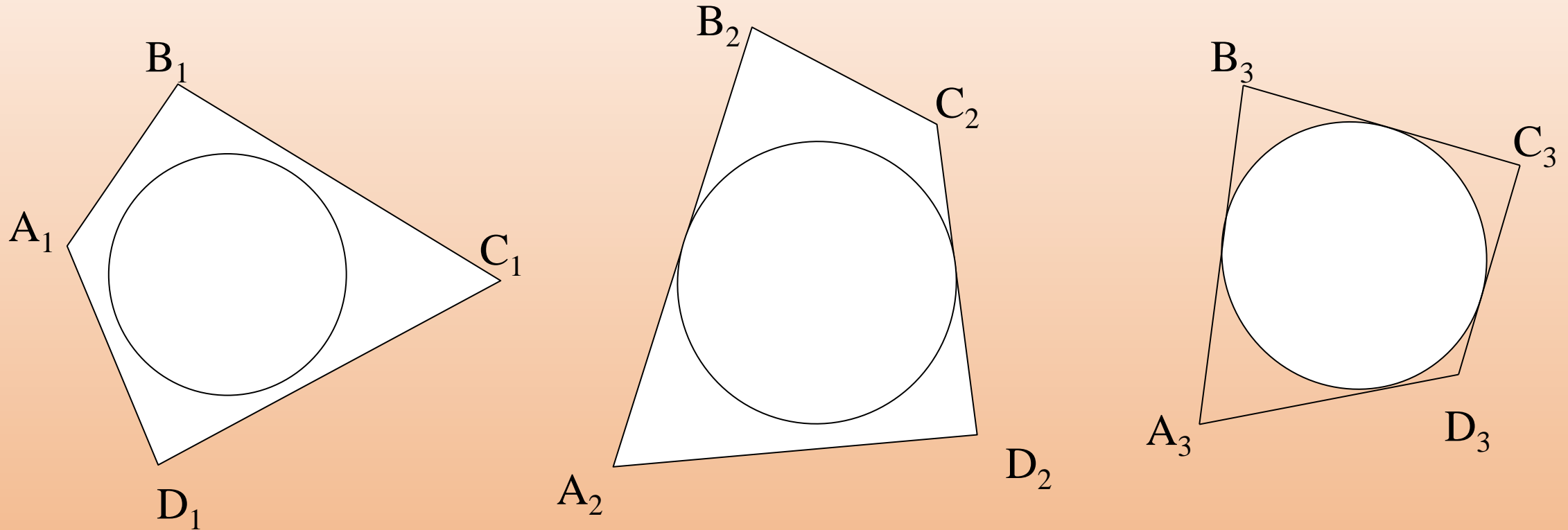
Мета уроку: Сформувати означення чотирикутника, вписаного у коло і чотирикутника, описаного навколо кола; ознайомити учнів із властивістю кутів вписаного чотирикутника та властивістю сторін описаного чотирикутника; ознайомити учнів з розміщенням центрів вписаного і описаного кіл; розвивати математичне мислення та уяву.

**ЯКИЙ З ЦИХ ЧОТИРИКУТНИКІВ Є  
ВПИСАНИМ?**



**Коло називають описаним навколо чотирикутника,  
якщо воно проходить через усі його вершини.**

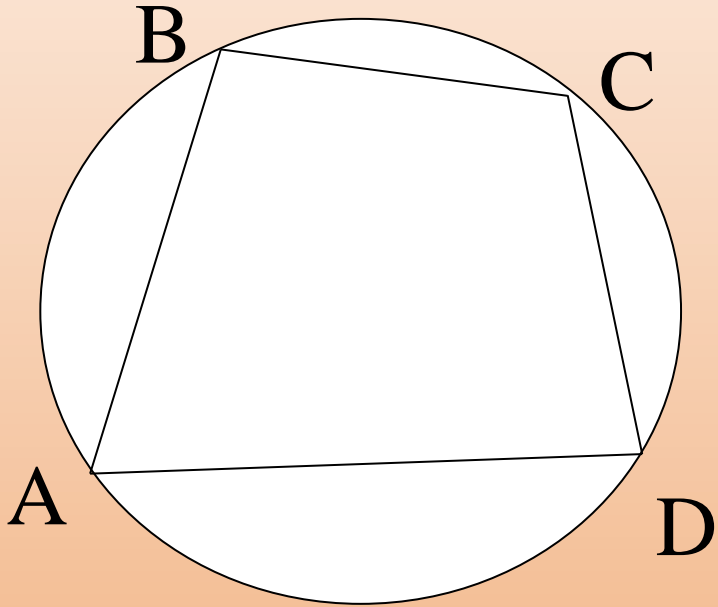
ЯКИЙ З ЦИХ ЧОТИРИКУТНИКІВ Є ОПИСАНИМ?



Коло називють вписаним у чотирикутник,  
якщо воно дотикається до всіх його сторін.

# ТЕОРЕМА 1.

Якщо чотирикутник є вписаним у коло, то сума його протилежних кутів дорівнює  $180^\circ$



**Дано:** ABCD – чотирикутник, вписаний в коло.

**Довести:**  $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ,  $\angle B + \angle D = 180^\circ$ .

**Доведення:** Нехай чотирикутник ABCD вписаний у коло.

$\angle A$  є вписаним. Вписаний кут дорівнює половині дуги, на яку спирається.

$$\angle A = \frac{1}{2} \cup BCD, \angle C = \frac{1}{2} \cup DAB.$$

$$\text{Тоді } \angle A + \angle C = \frac{1}{2}(\cup DCB + \cup DAB) = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

Сума всіх кутів чотирикутника дорівнює  $360^\circ$ .

А сума кутів  $\angle A$  і  $\angle C$  дорівнює  $180^\circ$ .

$$\text{Тоді } \angle B + \angle D = 180^\circ.$$

**Доведено.**

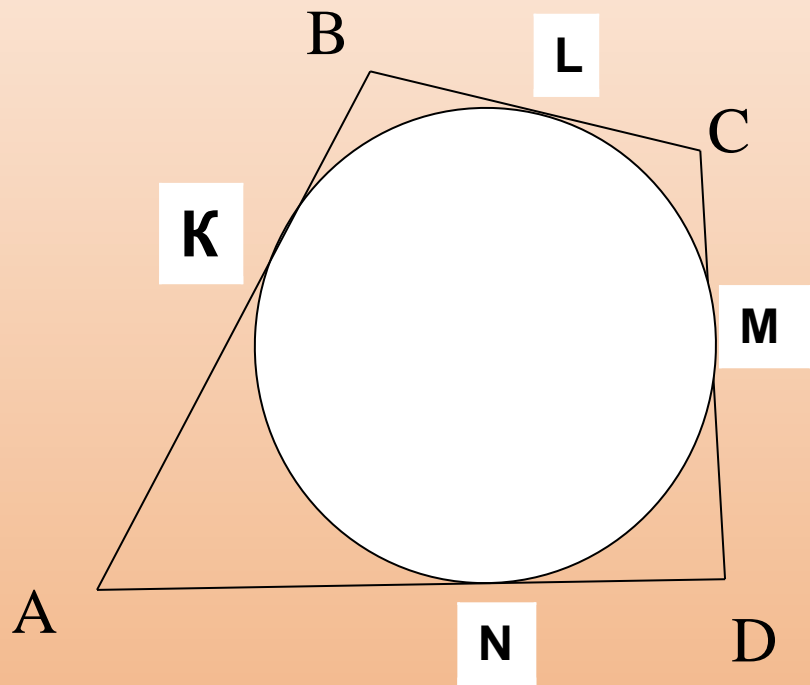
## Т Е О Р Е М А 2 .

Якщо в чотирикутнику сума протилежних кутів дорівнює  $180^\circ$ , то навколо нього можна описати коло.

- **Наслідок 1.** Навколо кожного прямокутника можна описати коло. Якщо паралелограм вписаний у коло, то він є прямокутником.
- **Наслідок 2.** Навколо кожної рівнобічної трапеції можна описати коло. Якщо трапеція вписана в коло, то вона рівнобічна.

### ТЕОРЕМА 3.

Якщо чотирикутник є описаним навколо кола, то суми його протилежних сторін рівні.



**Дано:** ABCD – чотирикутник, описаний навколо кола  
K, L, M, N – точки дотику

**Довести:**  $AB + CD = BC + AD$ .

**Доведення:** За властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки маємо

$$AK = AN, BK = BL, CL = CM, DM = DN.$$

Сторону AB запишемо так  $AB = AK + BK$ .

Тоді сторону CD можемо записати:  $CD = CM + DM$ .

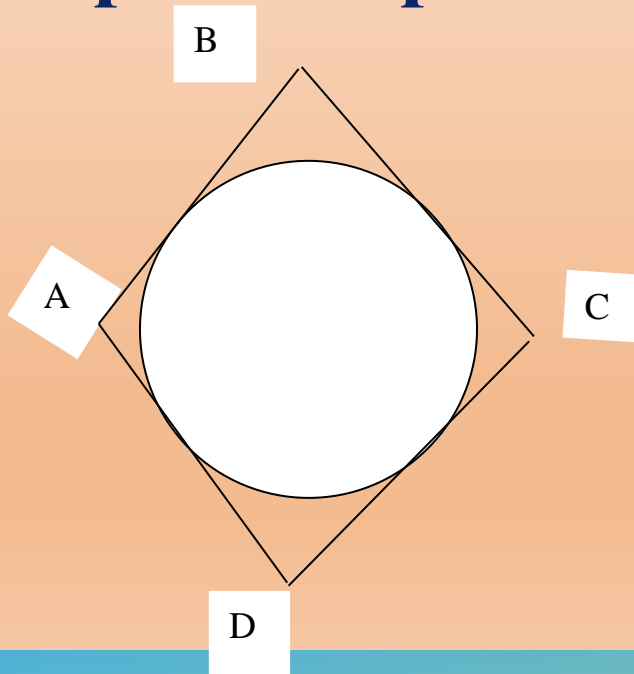
$$\begin{aligned} \text{Суму цих сторін: } AB + CD &= AK + BK + CM + DM = \\ &= AN + BL + CL + DN = BC + AD. \end{aligned}$$

**Доведено.**

## ТЕОРЕМА 4.

Якщо в опуклому чотирикутнику суми протилежних сторін рівні, То в нього можна вписати коло.

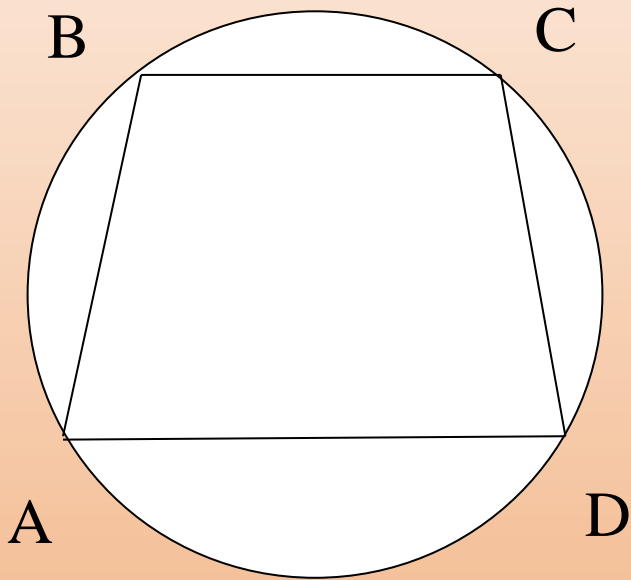
- **Наслідок 3. У будь-який ромб можна вписати коло. Якщо в паралелограм вписано коло, то він є ромбом.**





# ЗАДАЧА 1

Знайдіть невідомі кути вписаного чотирикутника, якщо два його кути дорівнюють  $46^\circ$  і  $125^\circ$ .



*Розв'язання:*

а) Нехай  $\angle A = 46^\circ$ ,  $\angle B = 125^\circ$  ( $\angle C \neq 125^\circ$ , бо  $46^\circ + 125^\circ \neq 180^\circ$ ).

$$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ.$$

$$\angle D = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ.$$

*Відповідь:*  $134^\circ$ ,  $55^\circ$ .

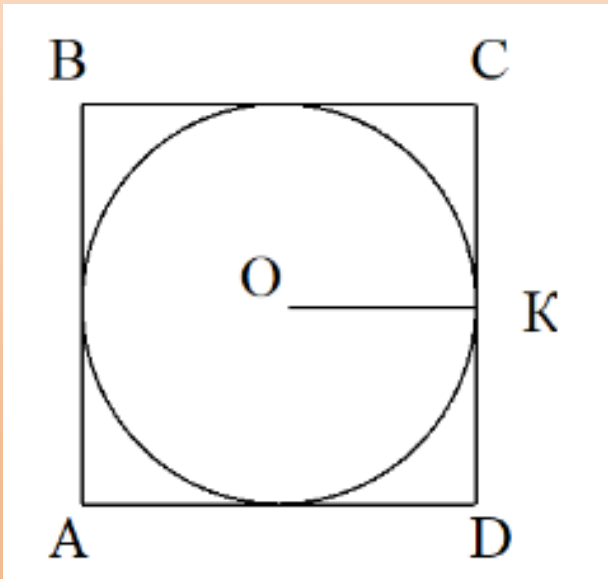
## ЗАДАЧА 2

Радіус кола, вписаного у квадрат, дорівнює 3 см. Знайдіть периметр квадрата.

*Дано:*

*ABCD – квадрат описаний навколо кола,  $R=3$  см.*

*Знайти:  $P(ABCD)$ .*



*Розв'язання:*

$OK=R$ .

- Чому рівний периметр квадрата? (Сумі всіх сторін)

$P(ABCD)=4 \cdot AB$ .

$BC=2 \cdot OK=2 \cdot 3=6$  (см)

$P(ABCD)=4 \cdot BC=4 \cdot 6=24$  (см)

*Відповідь: 24 (см).*

Сьогодні  
02.11.2022

## ПІДСУМОК УРОКУ

- Який чотирикутник називається вписаним в коло?  
Описаним навколо кола?
- Сформулюйте теорему про властивість кутів вписаного чотирикутника.
- Сформулюйте теорему про властивість сторін описаного чотирикутника.
- Сформулюйте ознаку вписаного чотирикутника (описаного чотирикутника).

Сьогодні  
02.11.2022

# ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Опрацювати §8.

Розв'язати письмово №262, 263.

Відправити на Human або електронну пошту [smartolenka@gmail.com](mailto:smartolenka@gmail.com)