

Тема. Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь

Мета. Вчитися розв'язувати текстові задачі за допомогою систем лінійних рівнянь

Повторюємо

- Що таке система лінійних рівнянь з двома змінними?
- Що є розв'язком системи рівнянь з двома змінними?
- Як можна розв'язати систему рівнянь з двома змінними?
- Які кроки треба зробити, щоб розв'язати систему рівнянь графічно?
- Як розв'язати систему рівнянь способом підстановки?
- Як розв'язати систему рівнянь способом додавання?

Перегляньте відео

<https://youtu.be/JgGaRAMaGJO>

Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Щоб розв'язати текстову задачу, ми використовуємо метод математичного моделювання. Суть цього методу полягає в тому, що для задачі, яку необхідно розв'язати, створюють і досліджують математичну модель, тобто систему математичних співвідношень, яка мовою математики описує математичні об'єкти чи об'єкти реального світу, процеси або явища, про які йдеться в задачі. Математичні моделі створюють з математичних понять (число, вираз, відсоток, геометрична фігура, площа тощо) і відношень (рівність, паралельність, подібність тощо). Математичною моделлю може бути схема, рисунок, таблиця, діаграма, рівняння чи система рівнянь.

Текстові задачі за допомогою систем лінійних рівнянь розв'язують за таким алгоритмом:

- 1) проаналізувати умову задачі (визначити основні величини, зв'язки між ними, вимоги та питання задачі) і на основі проведеного аналізу створити математичну модель даної задачі у вигляді системи двох лінійних рівнянь. Іноколи скласти систему рівнянь до задачі допомагають інші моделі: таблиці, схеми тощо;
- 2) розв'язати отриману систему рівнянь;
- 3) проаналізувати отримані результати з огляду на умову задачі та записати відповідь.

Розв'язування задач

Задача 1

Знайдіть два числа, сума яких дорівнює 100, а різниця — 26.

Розв'язання

Дана задача є абстрактною.

Позначмо шукані числа як x та y . Дововимось що $x > y$.

Тоді згідно з умовою задачі сума даних чисел дорівнює 100, отже, $x + y = 100$, а їх різниця — 26, тому $x - y = 26$.

Математичною моделлю даної задачі буде система рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 100, \\ x - y = 26. \end{cases} +$$

Розв'яжімо цю систему методом додавання.

$$2x = 126, x = 63$$

$$y = 100 - 63 = 37$$

Знайдена пара чисел (63; 37) є розв'язком складеної нами системи рівнянь, яка є математичною моделлю даної задачі. Отже, відповідь до задачі: шукані числа — це 63 і 37.

Відповідь: 63; 37.

Задача 2

Чи можна розміняти 100 грн купюрами по 5 і 2 грн так, щоб усіх купюр було 30?

Розв'язання

Складімо математичну модель цієї задачі.

Нехай кількість купюр по 5 гривень — x , а кількість купюр по 2 гривні — y . Очевидно, що x та y — цілі невід'ємні числа.

Згідно з умовою задачі, всього таких купюр 30, отже, $x + y = 30$. Якщо взяти x купюр по 5 гривень й y купюр по 2 гривні, то разом $5x + 2y$ має дорівнювати 100 грн. Система рівнянь

$$\begin{cases} x + y = 30, \\ 5x + 2y = 100; \end{cases}$$

є математичною моделлю до нашої задачі.

Розв'яжімо дану систему методом підстановки.

$$\begin{cases} x = 30 - y, \\ 5(30 - y) + 2y = 100 \end{cases}$$

$$150 - 5y + 2y = 100$$

$$3y = 150 - 100$$

$$3y = 50$$

$$y = 16\frac{2}{3}$$

$$x = 30 - 16\frac{2}{3} = 13\frac{1}{3}.$$

Знайдена пара чисел — розв'язок нашої системи рівнянь.

Але ми маємо пам'ятати, що на початку ми мали справу не з системою рівнянь, а із задачею про можливість розміняти 100 гривень заданою кількістю купюр по 5 гривень і 2 гривні. Тож, отримавши дробові числа, мусимо констатувати, що можливості розміняти 100 гривень тридцятьма купюрами по 5 гривень і 2 гривні не існує.

Відповідь: розміняти 100 грн, дотримуючись заданих вимог, неможливо.

Задача 3

У клітці перебувають фазани та кролики. У всіх тварин 35 голів і 94 ноги. Скільки в клітці кроликів і скільки фазанів?

Розв'язання

Нехай у клітці перебуває x кроликів і y фазанів. Зрозуміло, що x та y мають бути цілими невід'ємними числами. Тоді кількість голів: $x + y$, що за умовою задачі становить 35. Отримаємо перше рівняння: $x + y = 35$. А кількість ніг:

$$4 \cdot x + 2 \cdot y = 94.$$

Отримали систему:

$$\begin{cases} x + y = 35, \\ 4x + 2y = 94. \end{cases}$$

Ця система є математичною моделлю даної задачі. Розв'яжімо систему методом підстановки.

$$\begin{cases} x = 35 - y, \\ 4(35 - y) + 2y = 94 \end{cases}$$

$$140 - 4y + 2y = 94$$

$$2y = 46$$

$$y = 23$$

$$x = 35 - y$$

$$x = 35 - 23 = 12$$

Ці розв'язки задовольняють умову задачі. Робимо висновок: у клітці сиділо 23 фазани і 12 кроликів.

Відповідь: 23 фазанів, 12 кроликів

Поміркуйте

Створіть математичну модель задачі: за 3 год автобусом і 5 год потягом турист подолав 450 км. Знайдіть швидкість автобуса, якщо швидкість потяга на 10 км/год більша за швидкість автобуса.

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати задачу:

Задача 4

Учень мав 12 монет по 25 коп. і по 50 коп. на загальну суму 4 грн. Скільки в учня монет по 25 коп. і скільки по 50 коп.?

Фото виконаного завдання надіслати на HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)