10.01.2024 9Б клас Вчитель: Артемюк Н.А.

Тема. Теорема синусів. Наслідок з теореми синусів

Мета: ознайомитися з теоремою синусів, вчитися застосовувати дані формули до розв’язування задач

Повторюємо

- Сформулюйте теорему косинусів.
- Які два види задач допомагає розв'язати теорема косинусів?
- Який знак має синус гострого, а який – тупого кута?
- Як знайти синус кута градусною мірою від 90^o до 180^o?

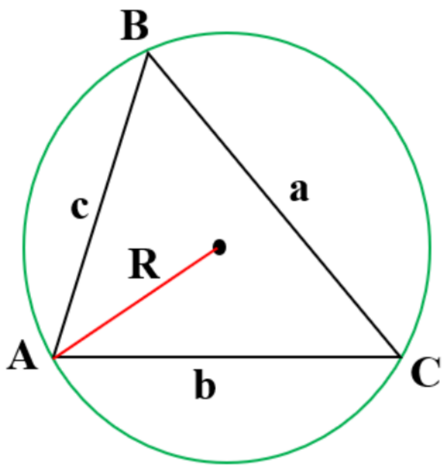
Ознайомтеся з інформацією

Сторона і два прилеглі кути однозначно визначають трикутник. Отже, за вказаними елементами можна знайти дві інші невідомі сторони трикутника. Теорема косинусів у цьому випадку безсила. На допомогу приходить теорема синусів.

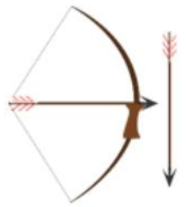
Відношення сторони трикутника до синуса протилежного кута дорівнює двом радіусам кола, описаного навколо трикутника:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R\,,$$

де a, b, c - сторони трикутника, протилежні кутам A, B, C відповідно, R – радіус описаного кола.



Слово «синус» походить від індійського «*джива*» – тятива лука, хорда.



КОРИСНІ ФОРМУЛИ

$$\cos(180^0 - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\sin(180^0 - \alpha) = \sin\alpha$$

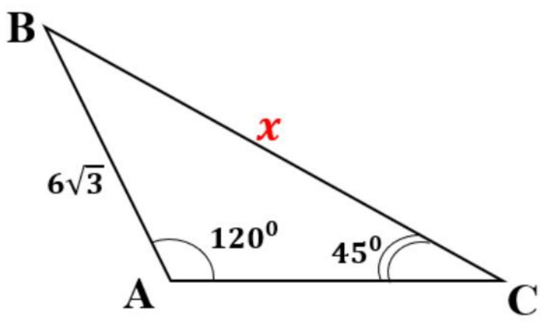
$$\sin(90^0 - \alpha) = \cos\alpha$$

$$\cos(90^0 - \alpha) = \sin\alpha$$

Розв'язування задач

Задача 1

Два кути трикутника дорівнюють 120^0 і 45^0. Сторона, яка лежить проти меншого з них, дорівнює $6\sqrt{3}$ см. Знайти сторону трикутника, яка лежить проти більшого з даних кутів.



Розв'язання

Застосуємо теорему синусів. Оскільки сторони трикутника пропорційні синусам протилежних кутів, ми можемо записати

$$\frac{BC}{\sin 120^0} = \frac{AB}{\sin 45^0}$$

Підставимо відомі значення:

$$\frac{BC}{\sin 120^0} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin 45^0}$$

ВС – невідомий крайній член пропорції. Щоб його знайти, потрібно добуток середніх членів пропорції поділити на відомий крайній член пропорції, тому

$$BC = \frac{6\sqrt{3} \cdot \sin 120^0}{\sin 45^0}$$

$$\sin 120^0 = \sin(180^0 - 60^0) = \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Підставимо значення синусів:

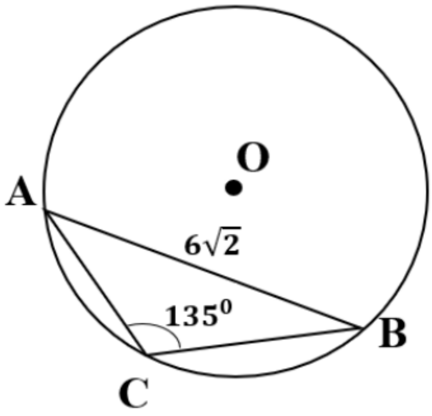
$$BC = \frac{6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$BC = \frac{6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot 3}{\sqrt{2}} = 9\sqrt{2}$$

Відповідь: $9\sqrt{2}$ см.

Задача 2

У трикутнику ABC відомо, що $AB = 6\sqrt{2}$ см, $\angle C = 135^0$. Знайдіть діаметр кола, описаного навколо цього трикутника.



Розв'язання

Скористаємося теоремою синусів:

$$\frac{AB}{\sin\angle C} = 2R$$

$$\frac{AB}{\sin 135^0} = 2R$$

$$\sin 135^0 = \sin\ (180^0 - 45^0) = \sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Маємо:

$$\frac{6\sqrt{2}}{\sin 45^0} = 2R$$

$$6\sqrt{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} = 2R$$

Оскільки

$$D = 2R$$

$$D = 6\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 12$$

Відповідь: 12 см.

Пригадайте

- Сформулюйте теорему синусів
- Які задачі можна розв'язати з допомогою цієї теореми?

Домашнє завдання

- **Опрацювати конспект та §12 підручника**
- **Розв'язати (письмово): №548**

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерело

- Всеукраїнська школа онлайн