10.11.2023 9 клас

Тема. Додавання векторів

Мета: ознайомитися зі способами додавання і віднімання векторів, вчитися обчислювати і знаходити графічно суму і різницю векторів

Пригадайте

- Що таке вектор?
- Які характеристики може мати вектор?
- Як обчислити координати вектора?
- Які вектори називають рівними?
- Як відкласти вектор, рівний даному?
- Які вектори називають колінеарними?

Ознайомтеся з інформацією

Відкладімо від довільної точки A вектор $\overline{AB}$, рівний вектору a. Далі від точки B відкладімо вектор $\overline{BC}$, рівний вектору b. Вектор $\overline{AC}$ називають сумою векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ (рис. 1) і записують: $\overline{a}+\overline{b}=\overline{AB}$.

Описаний алгоритм додавання двох векторів називають **правилом трикутника**.

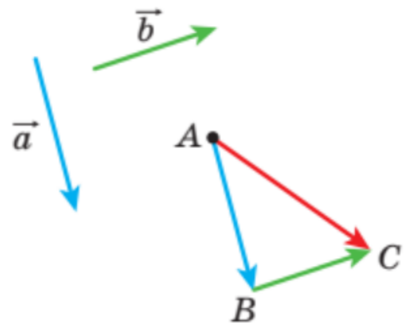


Рис. 1. До правила трикутників.

За правилом трикутника можна додавати й колінеарні вектори. На рисунку 2 вектор $\overline{AC}$ дорівнює сумі колінеарних векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$.

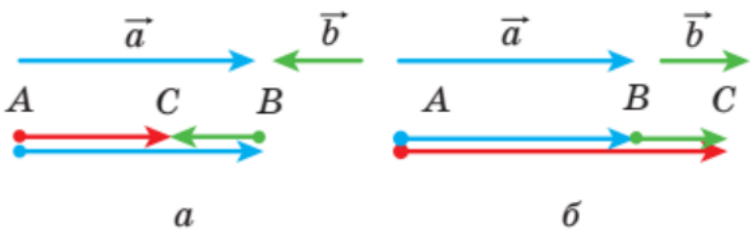


Рис. 2. Приклади додавання колінеарних векторів

Додавання векторів на основі їхніх координат можна зробити на основі такої теореми: якщо координати векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ дорівнюють, відповідно, $(\overline{a_1; a_2})$ і $(\overline{b_1; b_2})$, то координати вектора $\overline{a}+\overline{b}$ дорівнюють $(\overline{a_1+b_1; a_2+b_2})$.

Властивості додавання векторів аналогічні властивостям додавання чисел. Для будь-яких векторів $\overline{a}$, $\overline{b}$ і $\overline{c}$ виконуються рівності:

1) $\overline{a} + \overline{0} = \overline{a}$;

2) $\overline{a} + \overline{b} = \overline{b} + \overline{a}$ — переставна властивість;

3) $(\overline{a} + \overline{b}) + \overline{c} = \overline{a} + (\overline{b} + \overline{c})$ — сполучна властивість.

У фізиці часто доводиться додавати вектори, відкладені від однієї точки. Так, якщо до тіла прикладено сили $\overline{F}_1$ і $\overline{F}_2$ (рис. 3), то рівнодійна цих сил дорівнює сумі $\overline{F}_1$ та $\overline{F}_2$.

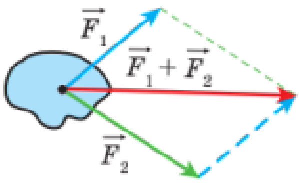


Рис. 3. Приклад додавання векторів сил, прикладених до тіла

Аби знаходити суми двох неколінеарних векторів, відкладених від однієї точки, зручно користуватися **правилом паралелограма** для додавання векторів.

Відкладімо від довільної точки A вектор $\overline{AB}$, рівний вектору $\overline{a}$, і вектор $\overline{AD}$, рівний вектору $\overline{b}$. Побудуймо паралелограм $ABCD$ (рис. 4). Тоді шукана сума $\overline{a}$ та $\overline{b}$ дорівнює вектору $\overline{AC}$.

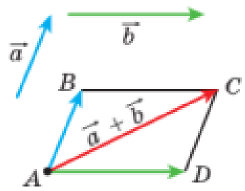


Рис. 4. До означення правила паралелограма

Останнє правило називають **правилом многокутника**. Якщо кілька векторів-доданків (рис. 5) відкладено так, що початок другого вектора збігається з кінцем першого, початок третього — з кінцем другого і т. д., то початок вектора-суми є початком першого вектора, а кінець — кінцем останнього. Тобто $\overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_3} + \ldots + \overline{A_{n-1}A_n} = \overline{A_1A_n}$.

На рисунку — візуалізація цього правила під час додавання векторів $\overline{a}$, $\overline{b}, \overline{c}, \overline{d}$.

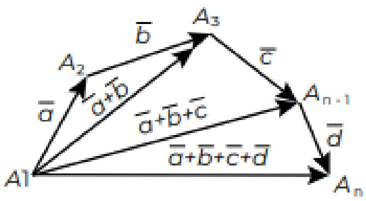


Рис. 5. Побудова суми векторів за правилом многокутника

Перегляньте відео за посиланням:

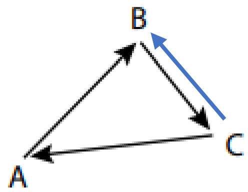
https://youtu.be/jARpt9uFrQg

Розв'язування задач

Задача 1

Дано трикутник ABC. Виразіть вектор $\overline{BC}$ через вектори $\overline{CA}$ і $\overline{AB}$.

Розв’язання



$\overline{CA} + \overline{AB} = \overline{CB}$

$\overline{BC} = -\overline{CB}$

$\overline{BC} = -\overline{CB} = -(\overline{CA} + \overline{AB})$

Відповідь: $\overline{BC} = -(\overline{CA} + \overline{AB})$.

Задача 2

Дано вектори $\overline{a}(4; -5)$ і $\overline{b}(-1; 7)$. Знайдіть координати векторів $\overline{a} + \overline{b}$ та $|\overline{a} + \overline{b}|$.

Розв’язання

$\overline{a} + \overline{b} = \overline{(4 + (-1); -5 + 7)} = \overline{(3; 2)}$

$|\overline{a} + \overline{b}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

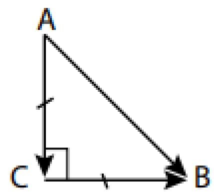
Відповідь: $\overline{a} + \overline{b} = \overline{(3; 2)}$; $|\overline{a} + \overline{b}| = \sqrt{13}$.

Задача 3

Катет рівнобедреного прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$) дорівнює 4 см.

Знайдіть $|\overline{AC} + \overline{CB}|$.

Розв’язання



$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$, тоді $|\overline{AC} + \overline{CB}| = |\overline{AB}|$.

За теоремою Піфагора: $AB^2 = AC^2 + CB^2$; $AB^2 = 4^2 + 4^2$;

$AB^2 = 16 + 16$; $AB^2 = 32$; $AB = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ см. $|\overline{AB}| = 4\sqrt{2}$ см.

Відповідь: $|\overline{AC} + \overline{CB}| = 4\sqrt{2}$ см.

Пригадайте

- Як можна додати вектори графічно?
- Як можна додати вектори, знаючи їх координати?

Домашнє завдання

- **Опрацювати конспект і §8 підручника**
- **Розв’язати (письмово): №335, 337, 340,342**

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту