08.09.2023 9А клас

Тема. Повторення. Розв’язування прямокутних трикутників. Многокутники. Площі многокутників

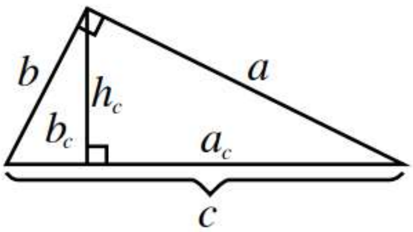
Мета: повторити поняття та властивості прямокутного трикутника, теорему Піфагора та співвідношення між сторонами і кутами у прямокутному трикутнику; поняття та формули площ многокутників, відновити навички застосування теоретичних знань з даних тем для розвʹязування задач

Ознайомтеся з інформацією

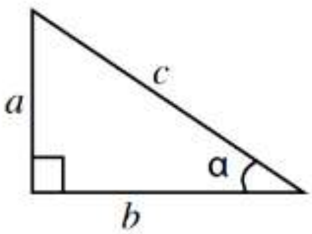
Теорема Піфагора

У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.

$$c^2 = a^2 + b^2.$$



1) Висота, проведена до гіпотенузи, є середнім геометричним між проекціями катетів на гіпотенузу.
$h_c^2 = a_c \cdot b_c$;
2) Катет є середнім геометричним між гіпотенузою і його проекцією на гіпотенузу.
$a^2 = c \cdot a_c$ і $b^2 = c \cdot b_c$;
3) Висота, проведена до гіпотенузи, дорівнює добутку катетів, поділеному на гіпотенузу.
$h_c = \frac{ab}{c}$.



Функція	Кут α		
	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg}\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg}\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Синусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до гіпотенузи.

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}.$$

Косинусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до гіпотенузи.

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}.$$

Тангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до прилеглого.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}.$$

Котангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до протилежного.

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}.$$

Основна тригонометрична тотожність. Для будь-якого гострого кута α:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Наслідок:

Для будь-якого гострого кута α:

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}\,,\quad \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}\,.$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha,\quad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha.$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha,\quad \operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg}\alpha.$$

Многокутник називається **вписаним у коло** (рис. 3, а), якщо всі його вершини лежать на цьому колі.

Многокутник називається **описаним навколо кола** (рис. 3, б), якщо всі його сторони дотикаються до цього кола.

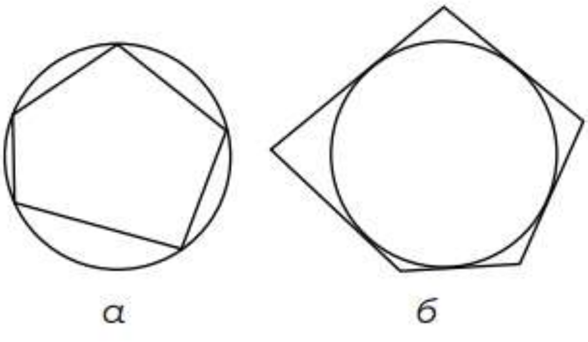


Рис. 3. Вписаний (*а*) і описаний (*б*) многокутники

Площа прямокутника (рис. 5) дорівнює добутку його сусідніх сторін:
$S = a*b$, де a і b — сторони прямокутника

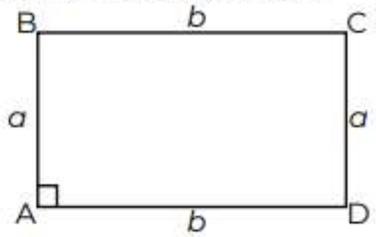


Рис. 5. ABCD — прямокутник

Площа квадрата (рис. 6) дорівнює квадрату його сторони:
$S = a^2$, де a — сторона квадрата.

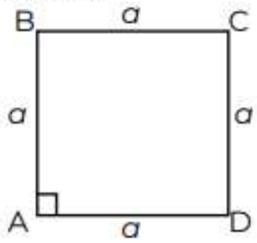


Рис. 6. ABCD — квадрат

Площа паралелограма (рис. 7) дорівнює добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони:

$S = a * h_a$, де a — сторона паралелограма, h_a — проведена до неї висота.

Ще одна формула для розрахунку площі паралелограма виражена через кут α:

$S = a * b * \sin(\alpha)$

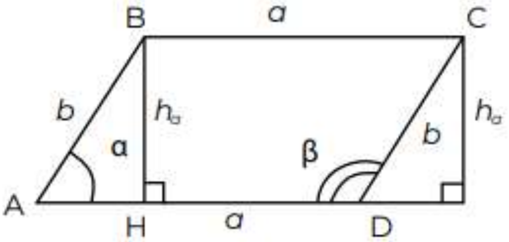


Рис. 7. ABCD — паралелограм

Площа трикутника (рис. 8) дорівнює половині добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони:

$S = \frac{1}{2} * a * h_a$, де a — сторона трикутника, h_a — проведена до неї висота.

Ще одна формула для розрахунку площі трикутника виражена через кут α:

$S = \frac{1}{2} * a * b * \sin(\alpha)$

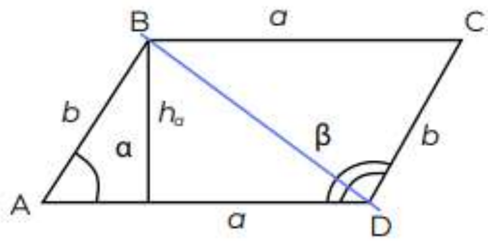


Рис. 8. Трикутник ABD, утворений із паралелограма ABCD

Площа ромба (рис. 9) дорівнює половині добутку його діагоналей:

$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$, де d_1 і d_2 — діагоналі ромба.

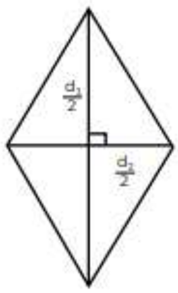


Рис. 9. Ромб

Площа трапеції (рис. 10) дорівнює добутку півсуми її основ на висоту:

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де *a* і *b* — основи трапеції, *h* — висота трапеції.

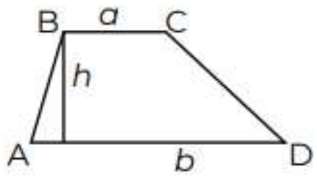


Рис. 10. ABCD — трапеція

Робота в зошиті

Запишіть приклади розв'язування задач:

1. Знайдіть гіпотенузу прямокутного трикутника, катети якого становлять 12см і 8см.

   Дано: *a=12см, b=8см* **Знайти:** *c*

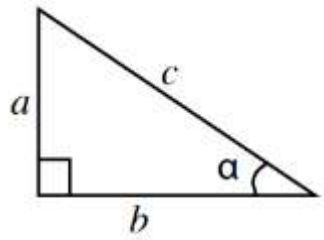
   Розв'язання

   За теоремою Піфагора $c^2 = a^2 + b^2 = 12^2 + 8^2 = 144 + 64 = 208$, тоді

   $c = \sqrt{208} = \sqrt{13 \cdot 16} = 4\sqrt{13}$

   Відповідь: $4\sqrt{13}$см

2. Знайдіть катет прямокутного трикутника, якщо його інший катет дорівнює $6\sqrt{3}$см, а кут, протилежний даному катету, дорівнює 60°.



Дано: a=$6\sqrt{3}$см, α=60°

Знайти: c

Розв'язання

За формулою $tg\alpha = \frac{a}{b}$ прилеглий катет $b = \frac{a}{tg\alpha} = \frac{6\sqrt{3}}{tg60°} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$

Відповідь: $4\sqrt{13}$см.

3. Знайдіть косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника, синус якого дорівнює 0,8.

Розв'язання

Нехай для гострого кута α: sin α = 0,8.

Тоді $\cos \alpha = \sqrt{1 - sin^2\alpha}$, тобто $\cos \alpha = \sqrt{1 - 0{,}8^2} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$.

Оскільки $\text{tg}\, \alpha = \frac{sin\, \alpha}{cos\, \alpha}$, то $\text{tg}\, \alpha = \frac{0{,}8}{0{,}6} = \frac{4}{3}$.

Відповідь: $0{,}6 ; \frac{4}{3}$.

4. Площа паралелограма дорівнює 84см², а одна з його сторін — 12см. Знайдіть висоту паралелограма, проведену до цієї сторони.

Дано: S = 84см², a = 12см **Знайти:** h_a

Розв'язання

З формули $S = a\, h_a$ $h_a = \frac{S}{a} = \frac{84}{12} = 7$

Відповідь: 7см.

Домашнє завдання

- **Повторити теми «Чотирикутники», «Подібність трикутників»**
- **Розв'язати задачі (письмово):**

1. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 15см, а один з його катетів — 12см. Знайдіть другий катет трикутника.

2. Знайдіть площу ромба, сторона якого дорівнює 10см, а одна з діагоналей на 4см більша за другу.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту vikalivak@ukr.net