

Тема. Повторення. Розв'язування трикутників

Мета: вдосконалювати вміння знаходити невідомі сторони і кути трикутника за відомими сторонами і кутами

Повторюємо

- Сформулюйте теорему Піфагора.
- Сформулюйте теорему косинусів.
- Сформулюйте теорему синусів.
- Чому дорівнює сума кутів трикутника?
- Як знайти кути трикутника, знаючи довжини всіх його сторін?

Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

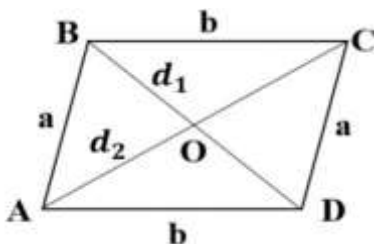
Сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів його сторін.

$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$$

Доведення

На рисунку 1 зображено паралелограм ABCD.

Нехай $AB = CD = a$, $BC = AD = b$, $\angle BAD = \alpha$, $\angle ADC = 180^\circ - \alpha$,
 $BD = d_1$, $AC = d_2$.



Із трикутника ABD за теоремою косинусів отримаємо:

$$BD^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha. \quad (1)$$

Із трикутника ACD за теоремою косинусів отримаємо:

$$AC^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos (180^\circ - \alpha).$$

Оскільки $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$

$$AC^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

Додавши рівності (1) і (2), отримаємо:

$$BD^2 + AC^2 = 2a^2 + 2b^2.$$

$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2.$$

Доведено.

Розв'язування задач

Задача 1

Одна зі сторін паралелограма на 1 см довша за іншу, а діагоналі дорівнюють 7 см і 11 см. Знайди сторони паралелограма.

Розв'язання.

Нехай одна сторона дорівнює x см, тоді інша $(x+1)$ см.

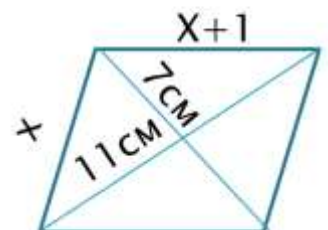
За властивістю діагоналей маємо: $7^2 + 11^2 = 2x^2 + 2(x+1)^2$

$$49 + 121 = 2x^2 + 2x^2 + 4x + 2$$

$$4x^2 + 4x - 168 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0 \quad \text{За теоремою Вієта} \quad X_1 = 6, X_2 = -7$$

$X = -7$ – не задовольняє умови задачі, тому $x = 6$, $x+1 = 7$. Отже, одна сторона паралелограма дорівнює 6 см, а інша – 7 см.



Відповідь: 6 см, 7 см.

Задача 2

Знайди кут М трикутника MNK, якщо $MN = 8$ см, $NK = 7$ см, $MK = 3$ см.

Розв'язання.

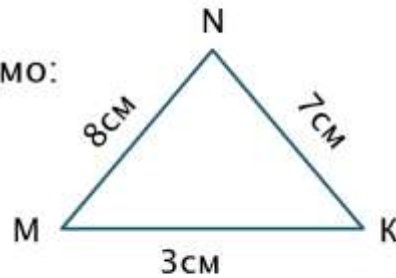
Використовуючи теорему косинусів маємо:

$$NK^2 = MN^2 + MK^2 - 2MN \cdot MK \cdot \cos M;$$

$$49 = 64 + 9 - 2 \cdot 8 \cdot 3 \cos M;$$

$$48 \cos M = 24;$$

$$\cos M = 24/48 = 1/2, \text{ тоді } \angle M = 60^\circ$$



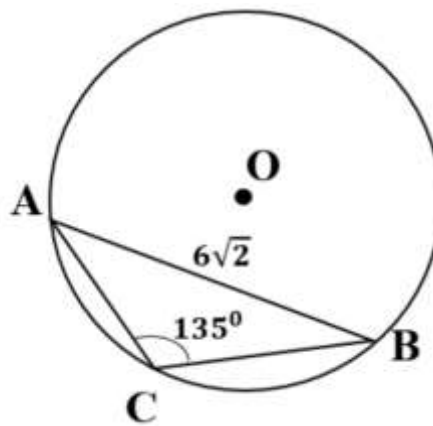
Відповідь: 60°

Задача 3

У трикутнику ABC відомо, що

$$AB = 6\sqrt{2} \text{ см}, \angle C = 135^\circ.$$

Знайдіть діаметр кола,
описаного навколо цього
трикутника.



Розв'язання

Скористаємося теоремою синусів:

$$\frac{AB}{\sin \angle C} = 2R$$

$$\frac{AB}{\sin 135^\circ} = 2R$$

$$\sin 135^\circ = \sin (180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Маємо:

$$\frac{6\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 2R$$

$$6\sqrt{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} = 2R$$

Оскільки

$$D = 2R$$

$$D = 6\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 12$$

Відповідь: 12 см.

Поміркуйте

Про яку теорему йдеться?

Ця теорема дозволяє розв'язувати два типи задач:

- 1) на знаходження невідомої сторони, коли відомі дві сторони трикутника та кут між ними;
- 2) на знаходження кутів трикутника, коли відомі всі його сторони.

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати задачі:

1. Знайдіть сторону АВ трикутника ABC, якщо $AC = 2\sqrt{3}$ см, $BC = 5$ см, $\angle C = 150^\circ$
2. У трикутнику ABC $\angle B = 30^\circ$, а діаметр, кола, описаного навколо цього трикутника дорівнює 10. Знайдіть сторону AC.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)