

Сьогодні
18.01.2024

Урок
№ 88



Найбільший спільний дільник (НСД). Правило знаходження НСД. Взаємно прості числа



48		<u>2</u>	36		<u>2</u>
24		<u>2</u>	18		<u>2</u>
12		<u>2</u>	9		<u>3</u>
6		<u>2</u>	3		<u>3</u>
3		<u>3</u>	1		
1					



Мета уроку:
сформувати поняття про спільний
дільник кількох чисел, найбільший
спільний дільник (НСД), взаємно
прості числа; навчитися
користуватися алгоритмом
знаходження НСД кількох чисел.



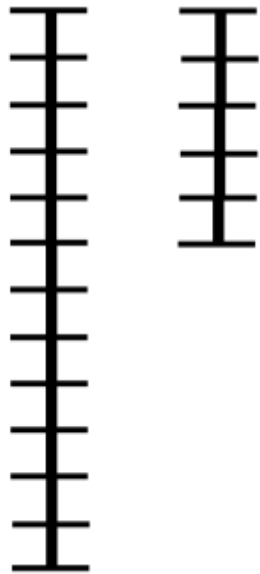
2663125990109620

Цікаво знати



Евклід

Алгоритм Евкліда (також називається евклідов алгоритм) — ефективний метод обчислення найбільшого спільного дільника (НСД). Названий на честь грецького математика Евкліда, котрий описав його в книгах VII та X Начал. Найбільший спільний дільник двох чисел це найбільше число, що ділить обидва дані числа без остачі. Алгоритм Евкліда заснований на тому, що НСД не змінюється, якщо від більшого числа відняти менше.



Анімація алгоритму Евкліда для чисел 252 та 105. Рисочки відповідають числам кратним 21, найбільшому спільному дільникові (НСД). На кожному кроці менше число віднімають від більшого, поки одне з них не дорівнюватиме нулю. Число, що лишилось і є НСД.

Наприклад, 21 є НСД чисел 252 та 105 ($252 = 21 \times 12$; $105 = 21 \times 5$); оскільки $252 - 105 = 147$, НСД 147 та 105 також 21. Оскільки більше з двох чисел постійно зменшується, повторне виконання цього кроку дає все менші числа, поки одне з них не дорівнюватиме нулю. Коли одне з чисел дорівнюватиме нулю, те, що залишилось, і є НСД. Обертаючи кроки алгоритму Евкліда у зворотний порядок, НСД можна виразити як лінійну комбінацію даних чисел помножених на цілі коефіцієнти, наприклад $21 = 5 \times 105 + (-2) \times 252$. Ця важлива властивість відома як рівняння Безу.

Поняття про найбільший спільний дільник

Найбільшим спільним дільником кількох натуральних чисел називають найбільше натуральне число, на яке ділиться кожне з цих чисел.



Найбільший спільний дільник чисел a і b позначають так: НСД (a ; b).

Наприклад, можна записати, що $\text{НСД}(32; 24) = 8$



Найбільший спільний дільник кількох чисел дорівнює добутку спільних простих множників розкладу цих чисел

Задача 1. Знайти НСД (630; 1470).

Розв'язання. Розкладемо числа 630 і 1470 на прості множники і підкреслимо ті з них, які є спільними в обох розкладах:

$$630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7;$$

$$1470 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7.$$

$$\text{Отже, НСД (630; 1470) = } 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210.$$

Відповідь: 210.

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

1470	2
735	3
245	5
49	7
7	7
1	

Найбільший спільний дільник кількох чисел дорівнює добутку спільних простих множників розкладу цих чисел



Задача 2. Знайти НСД (60; 140; 220).

Розв'язання.

Маємо: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$;

$220 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$.

Отже, $\text{НСД}(60; 140; 220) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

Відповідь: 20



Щоб знайти найбільший спільний дільник кількох чисел, достатньо:

- 1) Розкласти ці числа на множники.
- 2) Виписати всі спільні прості множники у знайдених розкладах і обчислити їх добуток.

Задача 3. Знайти НСД (8; 64; 320).

Розв'язання. Оскільки числа 64 і 320 діляться на 8, то НСД (8; 64; 320) = 8. Відповідь: 8.



Якщо серед даних чисел є дільник усіх інших з даних чисел, то він і буде найбільшим спільним дільником цих чисел. Якщо розклади чисел на прості множники не мають спільних множників, то найбільшим спільним дільником цих чисел є число 1

Поняття про взаємно прості числа

Два натуральні числа, найбільший спільний дільник яких дорівнює 1, називаються взаємно простими числами.



Наприклад, числа 12 і 35 — взаємно прості, адже НСД $(12; 35) = 1$. Числа ж 15 і 18 не є взаємно простими, бо мають спільний дільник — число 3.



РУХЛИВА

ВПРАВА



Класна робота

(Усно).

- ✓ Чи є число 4 спільним дільником чисел:
1) 8 і 12; 2) 9 і 16; 3) 20 і 24; 4) 28 і 31?
- ✓ Чи є взаємно простими числа:
1) 7 і 14; 2) 9 і 8; 3) 12 і 16; 4) 5 і 11?



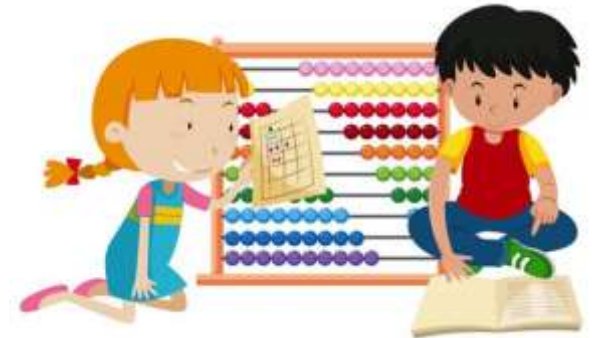
Робота з підручником

Завдання № 1022.

Знайди найбільший спільний дільник чисел a і b , якщо:

1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17$, $b = 2 \cdot 5 \cdot 13$;

2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 11$



Розв'язування

1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17 = 3570$, $b = 2 \cdot 5 \cdot 13 = 130$;

$\text{НСД}(3570; 130) = 2 \cdot 5 = 10$;

2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19 = 1710$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 11 = 99$;

$\text{НСД}(1710; 99) = 3 \cdot 3 = 9$.

Робота з підручником



Завдання № 1026.

Знайди найбільший спільний дільник чисел:

1) 78 і 195; 2) 35 і 18; 3) 210 і 120;

Розв'язування:

1) $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$; $195 = 3 \cdot 5 \cdot 13$; НСД (78;195) = $3 \cdot 13 = 39$;

2) $35 = 5 \cdot 7$; $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; НСД (35;18) = 1;

3) $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; НСД(210;120) = $2 \cdot 5 = 10$

Робота з підручником

Завдання № 1026.

Знайди найбільший спільний дільник чисел:

4) 735 і 70; 5) 4, 24 і 32; 6) 36, 54 і 72.



Розв'язування:

1) $735 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$; $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$; НСД (735;70) = $5 \cdot 7 = 35$;

2) НСД (4;24;32) = 4 (число 4 ділиться на 24 і 32);

3) $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$;

НСД(36;54;72)= $2 \cdot 3 \cdot 3=18$.

Робота з підручником

Завдання № 1028

Запиши три числа, які з числом 12:

- 1) є взаємно простими;
- 2) не є взаємно простими.



Розв'язування:

1) 13, 17, 19;

2) 14, 16, 18.

Робота з підручником

Завдання №1032.

Чи є взаємно простими числа:

1) 3 і 100; 2) 35 і 133; 3) 143 і 209; 4) 2010 і 2012



Розв'язання:

1) НСД (3 ; 100) = 1 – взаємно прості;

2) НСД (35 і 133) = 7 – не взаємно прості;

3) НСД (143 і 209) = 11 – не взаємно прості;

4) НСД (2010 і 2012) = 2 – не взаємно прості.

Робота з підручником

Завдання №1034.

Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти з 72 цукерок «Волошка» і 60 цукерок «Троянда», використавши всі цукерки?



Розв'язання:

1) Дільники $72 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72$.

2) Дільники $60 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$.

3) НСД $(72; 60) = 12$

Відповідь. 12 подарунків.

Робота з підручником

Завдання № 1036.



У п'ятих класах 24 хлопці і 36 дівчат. Їх поділили на групи для вивчення іноземних мов так, щоб у кожній групі була однакова кількість дівчат і хлопців. На скільки груп поділили п'ятикласників, якщо груп більше ніж 7?

Розв'язання:

1) Спільні дільники чисел 24 і 36: 1; 2; 3; 4; 6 і 12.

Оскільки кількість груп більша за 7, то їх 12.

Відповідь. 12.



1. Яке число називають найбільшим спільним дільником кількох чисел?
2. Як знайти найбільший спільний дільник кількох чисел?
3. Число a є дільником числа b . Чому дорівнює НСД (a ; b)? Які два числа називають взаємно простими?



Опрацюй підручник
сторінки 167-169
Виконай завдання:
№. 1027, 1033

