19____ _____березня ____________ 20_24__ р.
[дата]

Тема: Задачі на побудову та їх розв’язання
Мета:

- *Навчальна:* навчити розв’язувати задачі на побудову
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;
Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Вивчення нового матеріалу

// Що таке задача на побудову?

➢ Які побудови можна виконати за допомогою циркуля?

За допомогою циркуля можна:

1. ***Провести коло (частину кола) довільного або заданого радіуса з довільним або заданим центром***
2. ***Відкласти від початку даного променя відрізок заданої довжини***

- Які побудови можна виконати за допомогою лінійки без поділок?

  За допомогою лінійки без поділок можна побудувати:
  1. ***Довільну пряму***
  2. ***Пряму, що проходить через дану точку***
  3. ***Пряму, що проходить через дві дані точки***

Лінійка без поділок

Усі перелічені вище операції називаються **елементарними побудовами**.

// Як розв’язати задачу на побудову?

Щоб розв’язати задачу на побудову, необхідно знайти послідовність елементарних побудов, після виконання яких шукана фігура вважається побудованою, і довести, що саме ця фігура задовольняє умову задачі. Отже, нам необхідно:

1. найти спосіб побудови шуканої фігури за допомогою елементарних побудов.

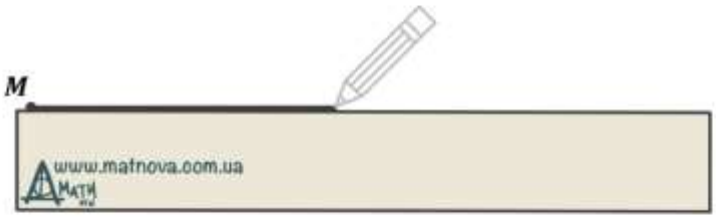
2. Довести, що отримана фігура є шуканою

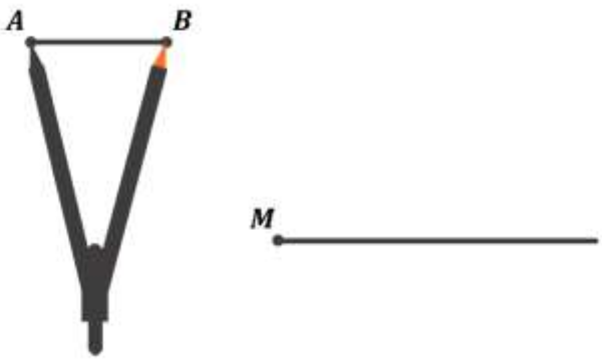
Варто зауважити, що ніяких інших побудов, окрім перелічених вище елементарних побудов, виконувати під час розв’язування задач на побудову не можна. Наприклад, не можна за допомогою лінійки відкласти відрізок заданої довжини чи використати косинець для побудови перпендикуляра.

// Побудова відрізка, що дорівнює даному

➢ Запропонуйте спосіб побудови відрізка, що дорівнює даному, за допомогою елементарних побудов
(Учні висловлюють власну думку)

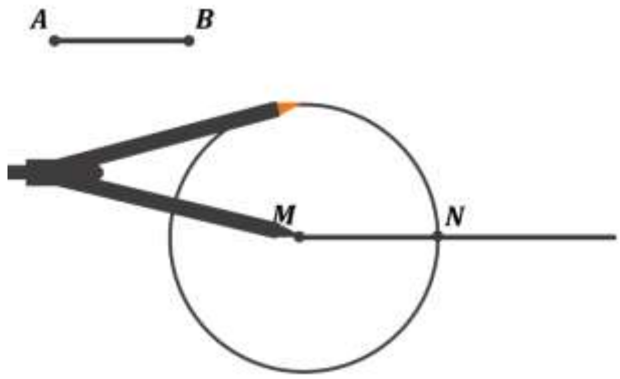
1. Будуємо довільний промінь з центром у точці M за допомогою лінійки без поділки

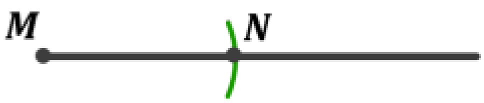




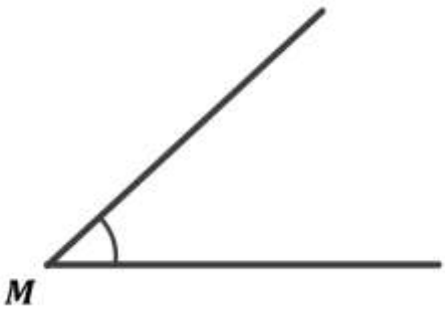
афіксуємо розхилом циркуля довжину відрізка AB

3. Будуємо циркулем коло із центром у точці M, радіус якого дорівнює AB. Побудоване коло перетне побудований раніше промінь у деякій точці N. Очевидно, що $AB = MN$.



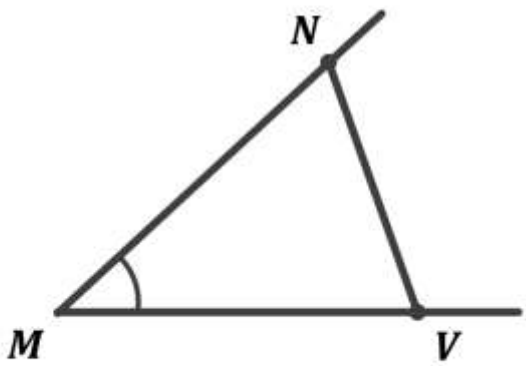


➢ Ч
и була необхідність будувати ціле коло, щоб побудувати відрізок, що дорівнює даному?
(Ні, можна зробити тільки ту частину кола, що перетинає промінь)



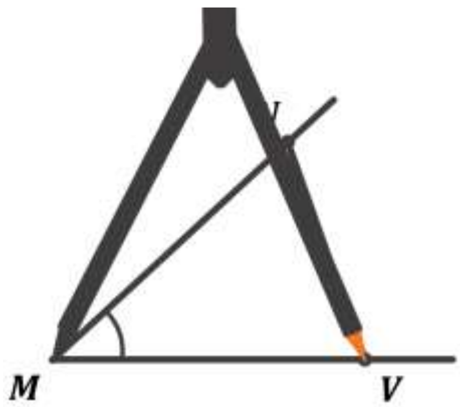
Нехай дано кут M і потрібно побудувати кут, що дорівнює куту M.

Проведемо довільний промінь з центром у точці A.

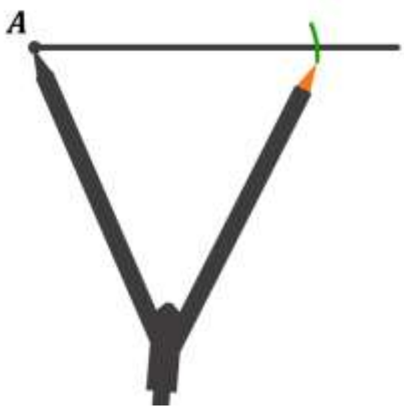


Позначимо на сторонах даного кута дві довільні точки N і V

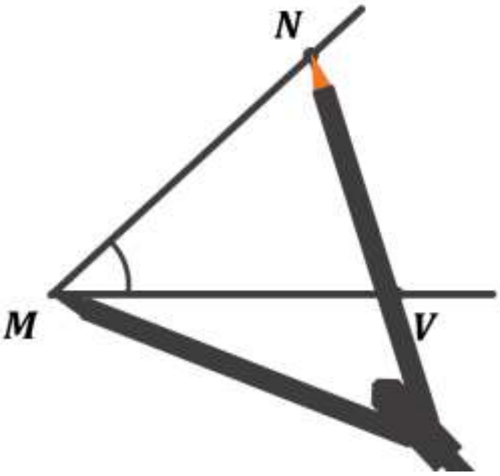
Побудуємо трикутник ABC, що дорівнює трикутнику MNV:



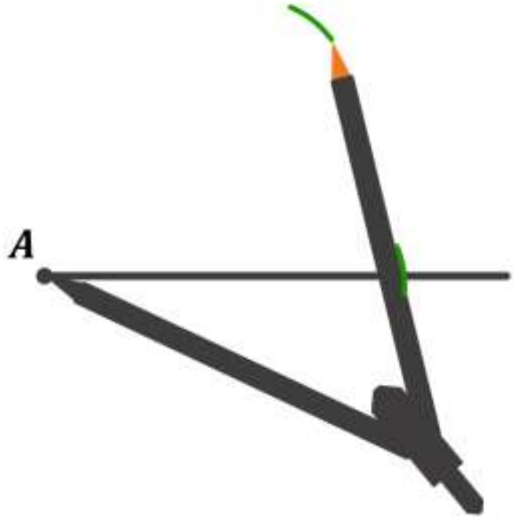
1



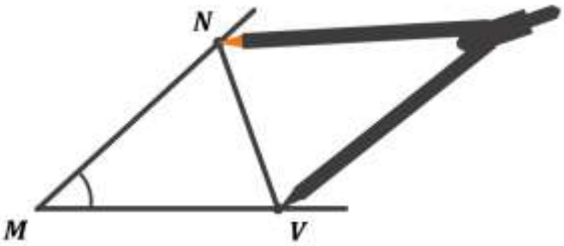
2



3

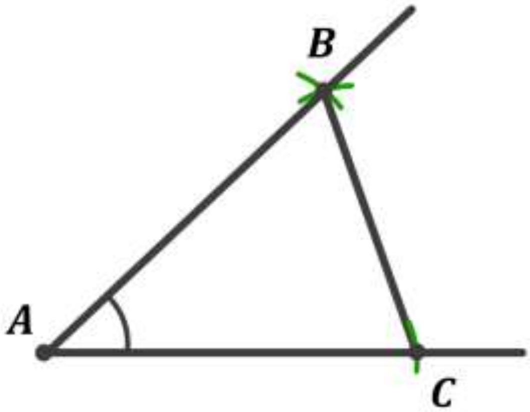


4



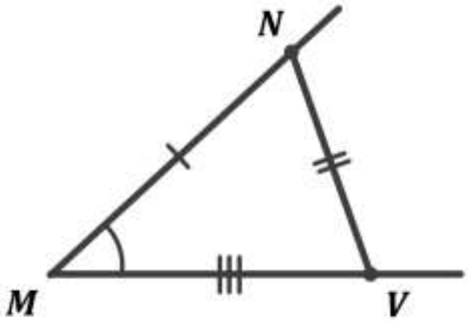
5

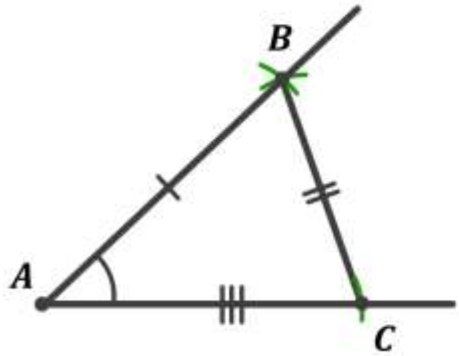
6



7

- Поясніть, чому $\angle BAC = \angle M$?

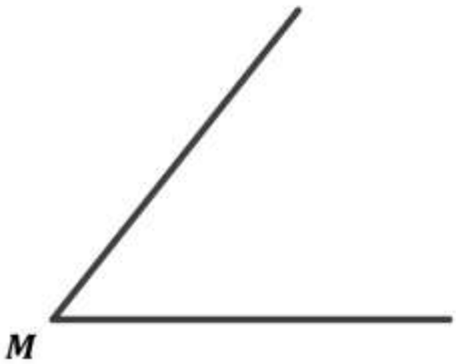




Доведення випливає з побудови:

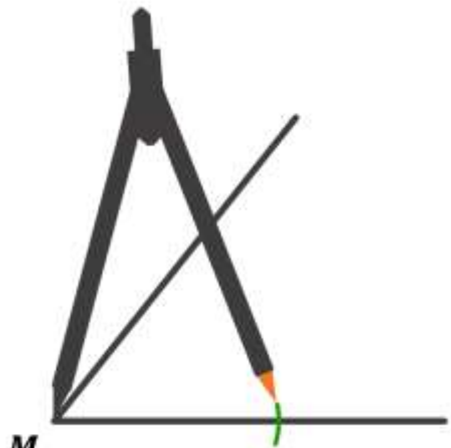
$$\Delta MNV = \Delta ABC \ \textit{(за трьома сторонами)} \rightarrow \angle BAC = \angle M \ \textit{(як відповідні ел-ти рівних трикутників)}$$

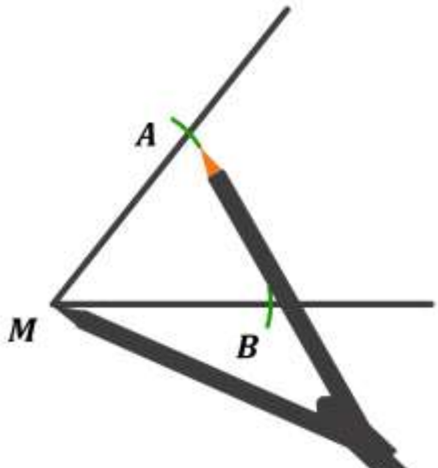
// Побудова бісектриси заданого кута



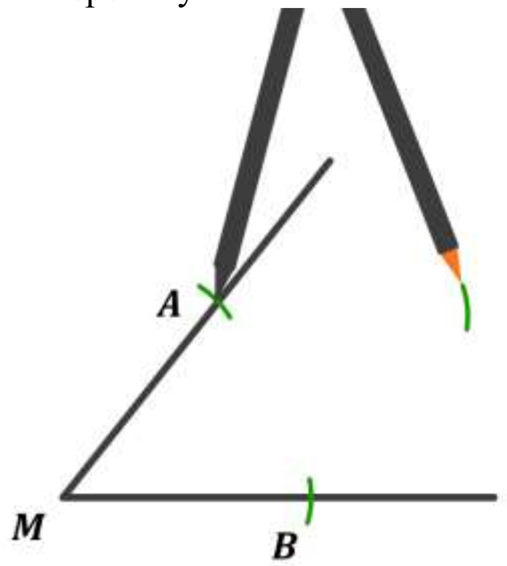
Нехай дано кут M і потрібно побудувати його бісектрису.

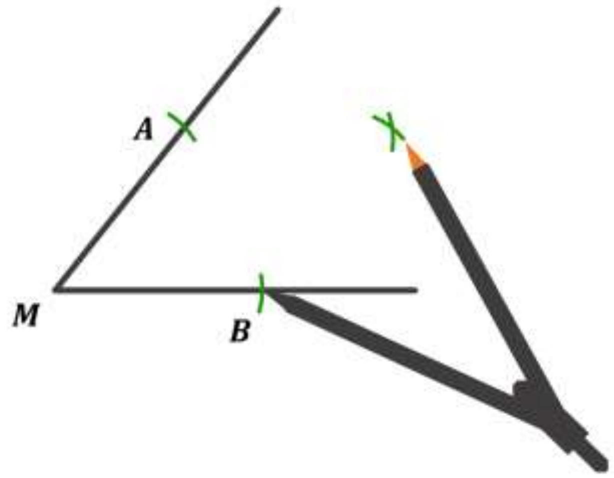
Побудуємо дугу кола довільного радіуса з центром в точці M, що перетинає сторони кута M в точках A і B:

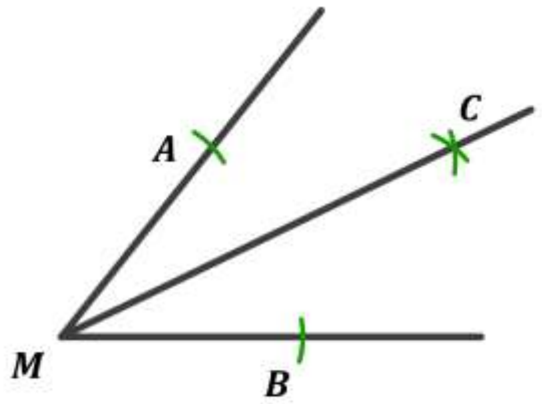




З точок A і B побудуємо дуги тим самим радіусом у внутрішній області кута до їх перетину:







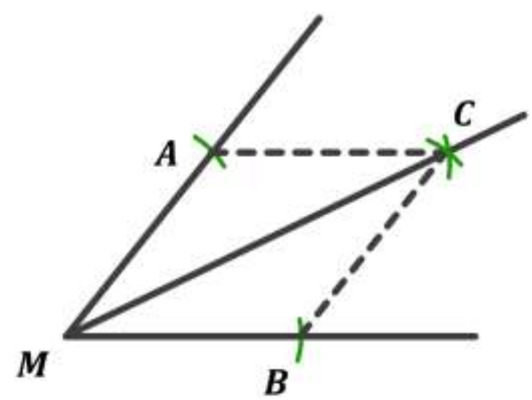
Побудуємо промінь MC.
MC – шукана бісектриса

- ➢ Поясніть, чому MC – бісектриса кута M?
  (Учні висловлюють власну думку)

Доведення:

$\Delta MAC = \Delta MBC$ *(за трьома сторонами)*

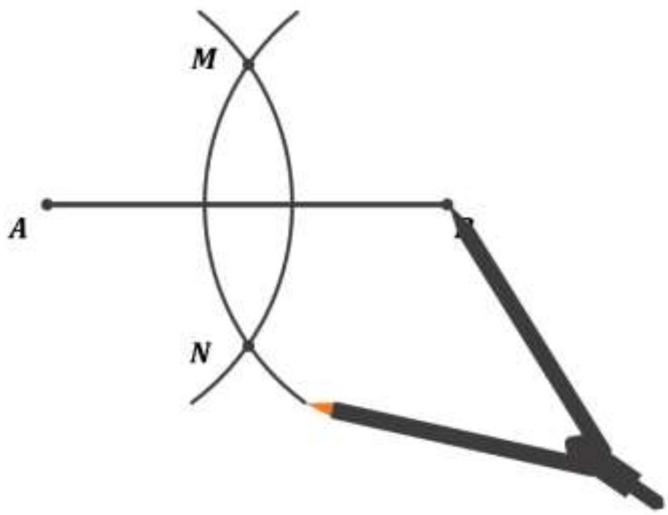
$\angle AMC = \angle BMC$ *(як відповідні кути рівних трикутників)*



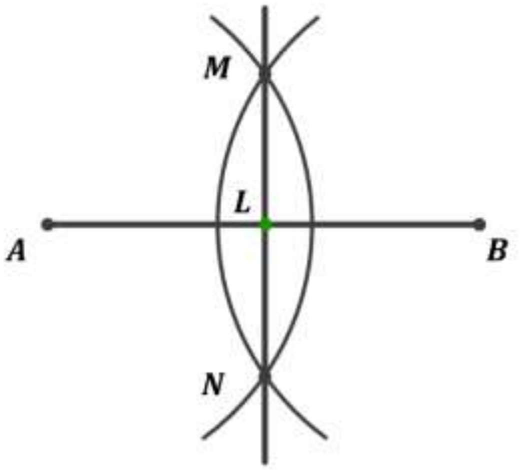
// Поділ даного відрізка навпіл

Нехай дано відрізок AB і його необхідно поділити.

З точки A радіусом циркуля, більшим за половину даного відрізка, будуємо дугу



З точки B таким самим радіусом будуємо дугу до перетину з іншою у точках M і N



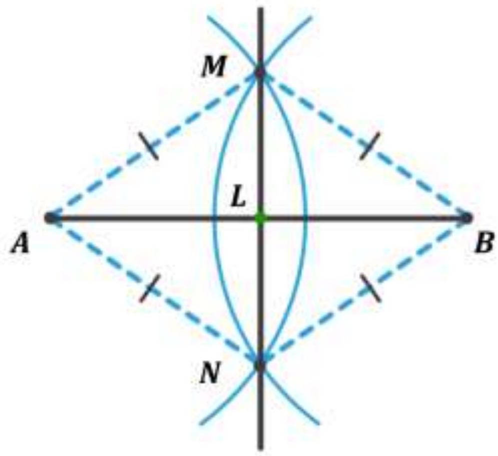
Через точки M і N побудуємо пряму MN.

$$MN \cap AB = L$$

L – шукана точка

➤ Поясніть, чому L – середина відрізка AB?

(Учні висловлюють власну думку)



Доведення:

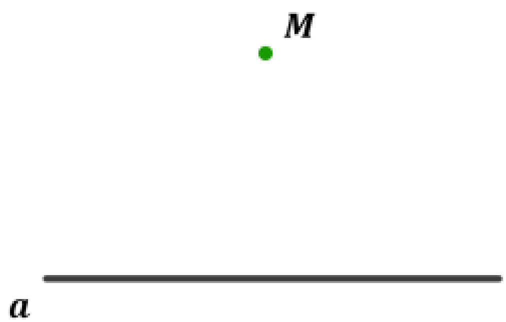
$\Delta AMN = \Delta BMN$ *(за трьома сторонами)* $\rightarrow$

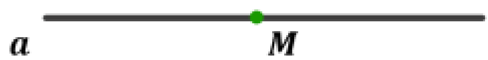
$\rightarrow \angle AML = \angle BML$ *(як відповідні кути рівних трикутників)*

$$\left.\begin{matrix} ML - \text{бісектриса} \\ \Delta AMB - \text{рівнобедрений} \\ AB - \text{основа} \end{matrix}\right| \rightarrow ML - \text{медіана} \rightarrow L - \text{середина } AB$$

// Побудова прямої, перпендикулярної до даної

Задача має два випадки:

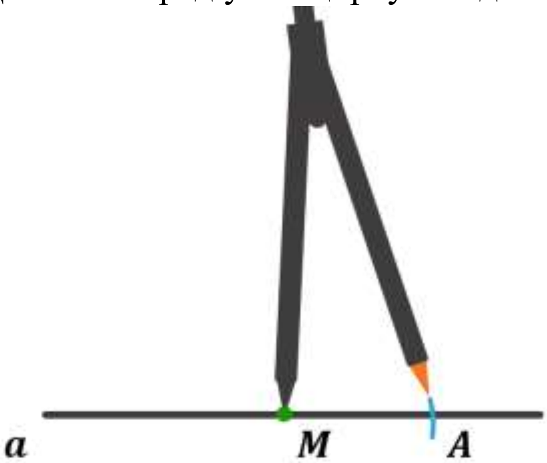


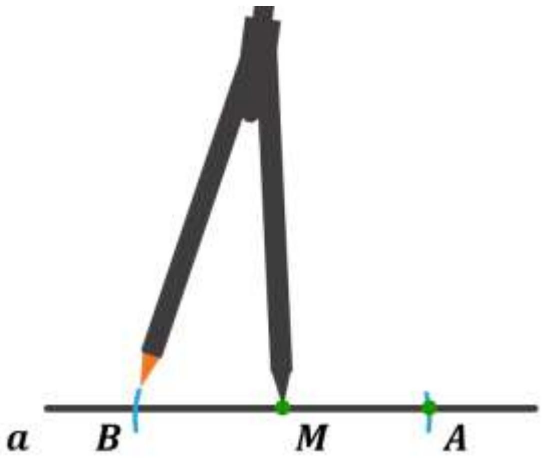


1) $M \in a$ 2) $M \notin a$

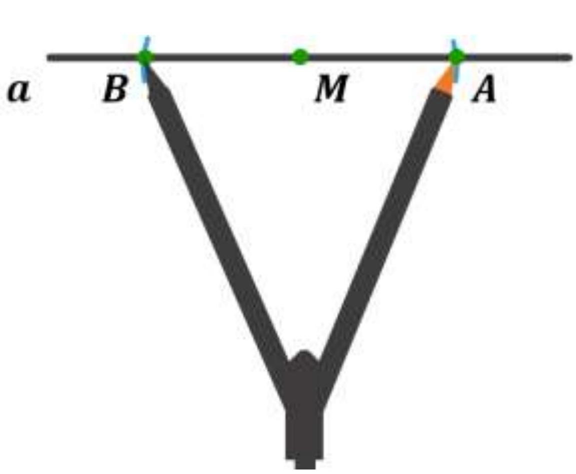
Розглянемо перший випадок, коли точки M не належить прямій a.

Довільним радіусом циркуля відкладемо від точки M два відрізки MA і MB:

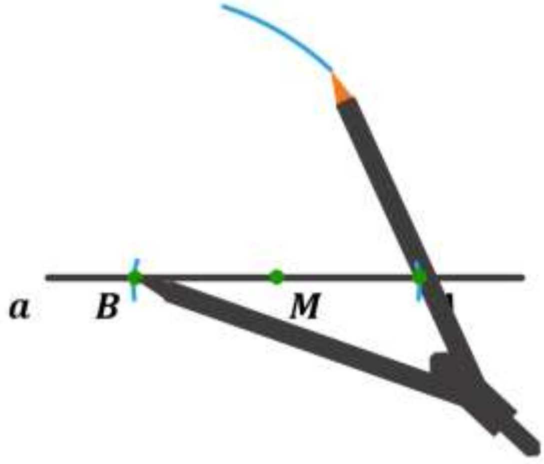




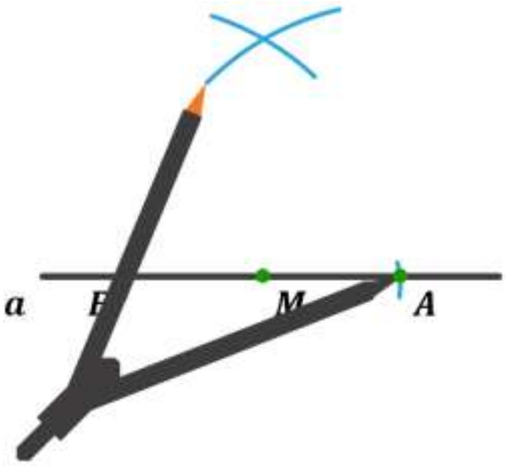
Побудуємо перетин дуг із точок A і B, радіуса AB. Отримаємо точку C:

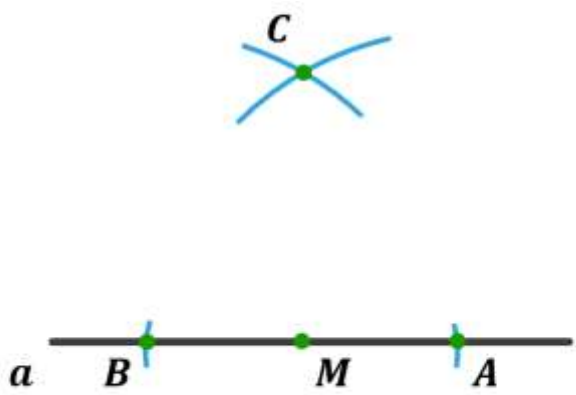


1

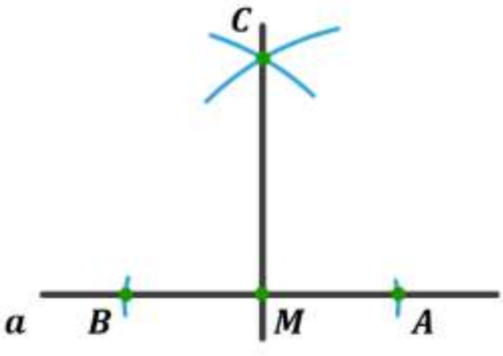


2





3 4



Проведемо пряму CM.
CM – шукана пряма

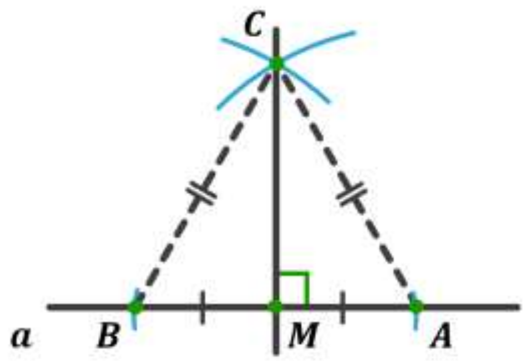
➢ Поясніть, чому $CM \perp a$?
(Учні висловлюють власну думку)

Доведення:

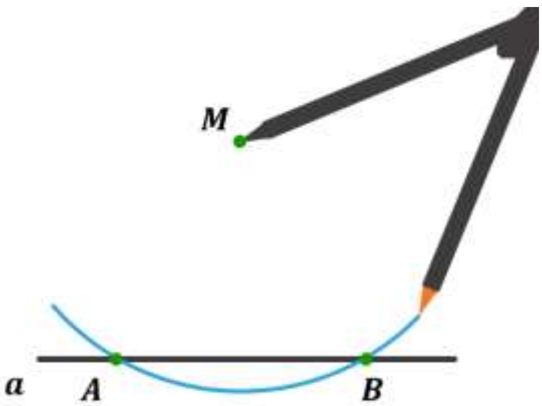
$BA = CB = CA \to$

$\to CM \overset{\textit{медіана рівностороннього}}{\underset{\textit{трикутника } BCA}{\longrightarrow}} \to$

$\to CM - \textit{висота}$

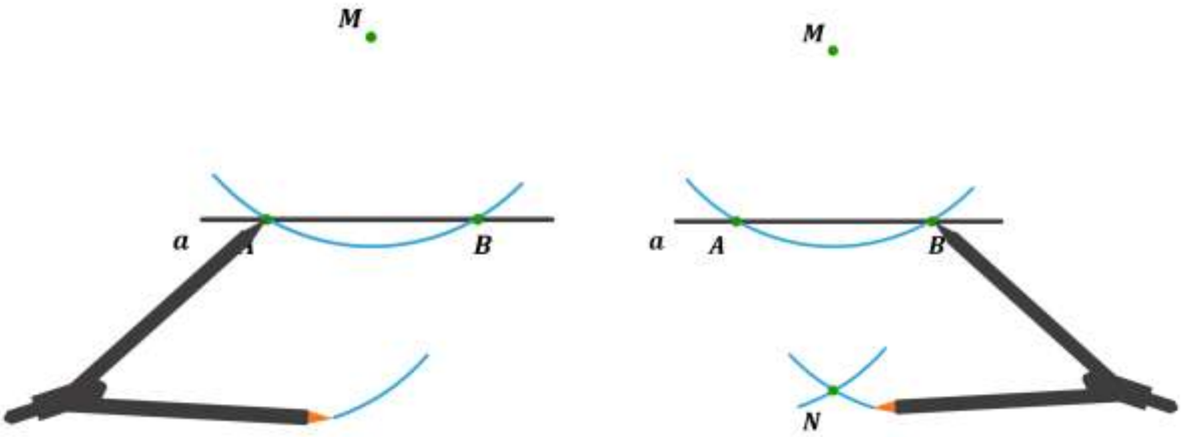


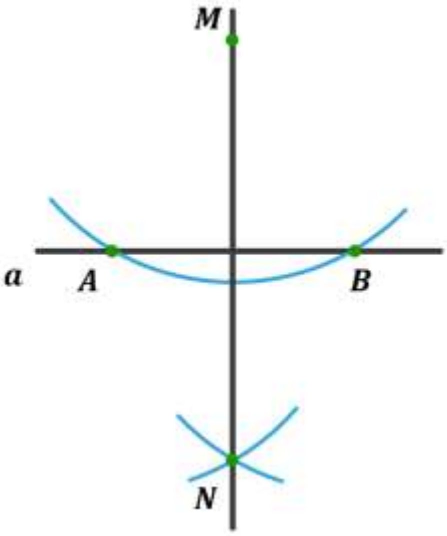
Розглянемо другий випадок, коли точки M належить прямій a.



З точки M довільним радіусом циркуля (більшим за відстань від точки M до прямої a) проведемо дугу, яка перетинає пряму a в точках A і B

Із точок B і C тим самим радіусом циркуля опишемо дуги до їх перетину в точці N по інший бік від точки M:





Проведемо пряму MN.
Пряма MN – шукана пряма

➢ Поясніть, чому $MN \perp a$?
(Учні висловлюють власну думку)

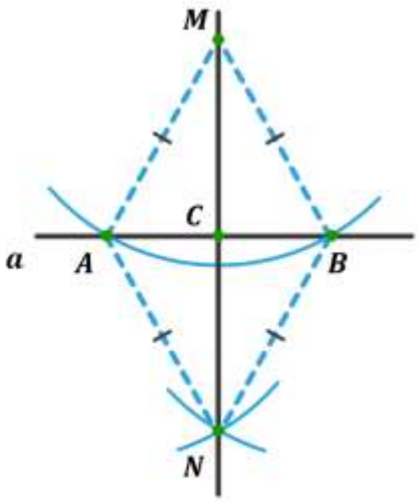
Доведення:

$\Delta AMN = \Delta BMN$ *(за трьома сторонами)* →

→ $\angle AMN = \angle BMN$ *(як відповідні кути рівних трикутників)* →

→ MC – *бісектриса рівнобедреного* ΔAMB, *проведена до основи* →

→ MC – *висота* → $MN \perp AB$ → $MN \perp a$



III. Закріплення нових знань та вмінь учнів

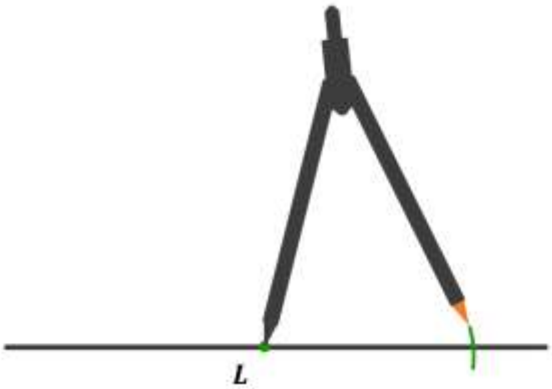
№1

Накресліть прямокутний трикутник KLN ($\angle L = 90°$). Побудуйте його медіану LM та бісектрису KS

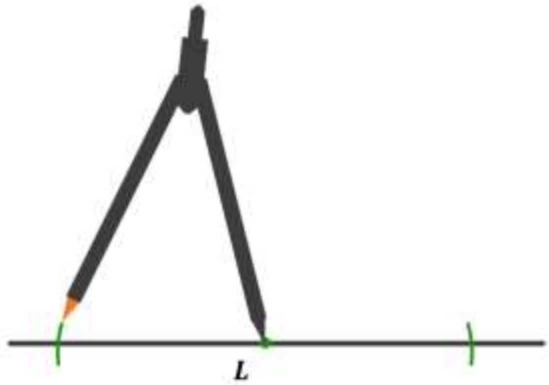
Розв'язання:

Будуємо довільну пряму за допомогою лінійки без поділок.

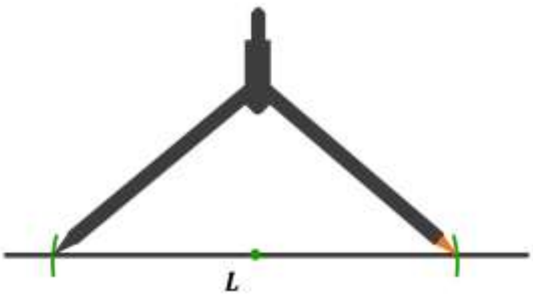
Обираємо на побудованій прямій довільну точку L і побудуємо через неї пряму, перпендикулярну даній:



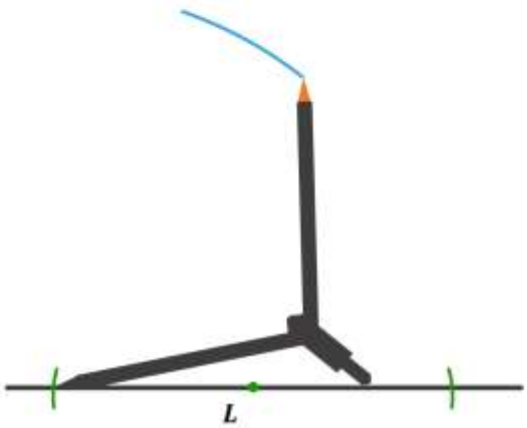
1



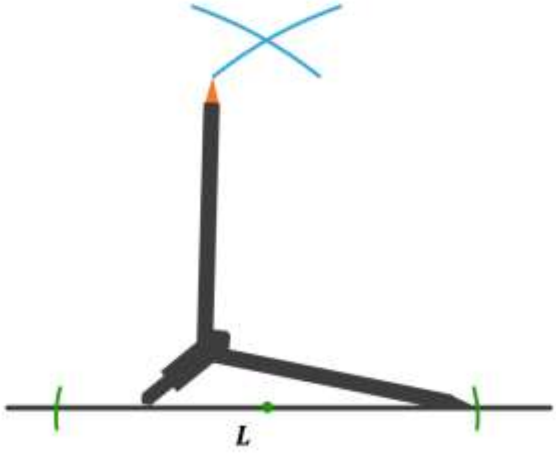
2



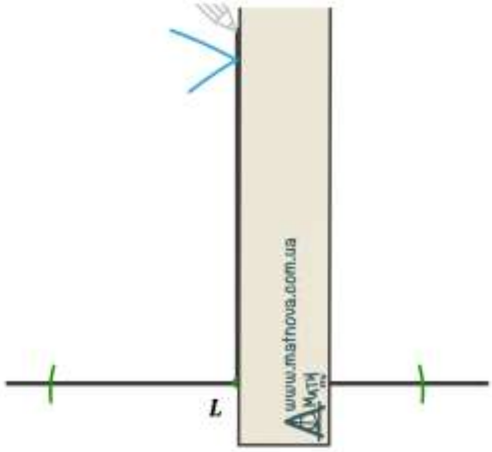
3



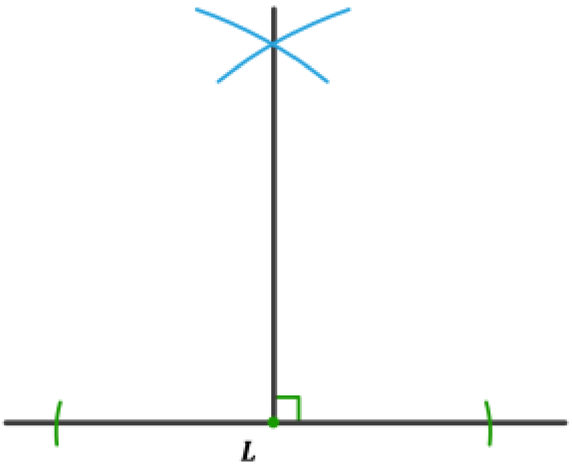
4



5

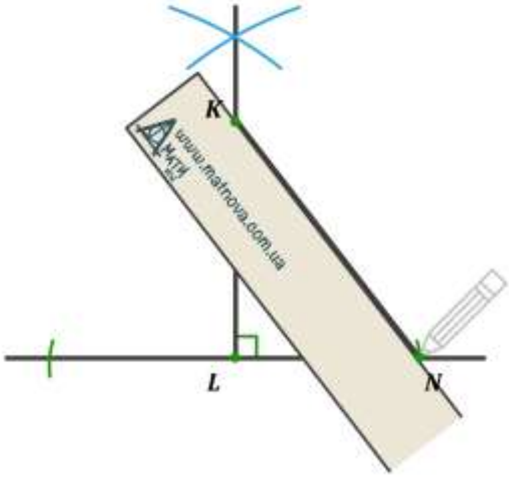


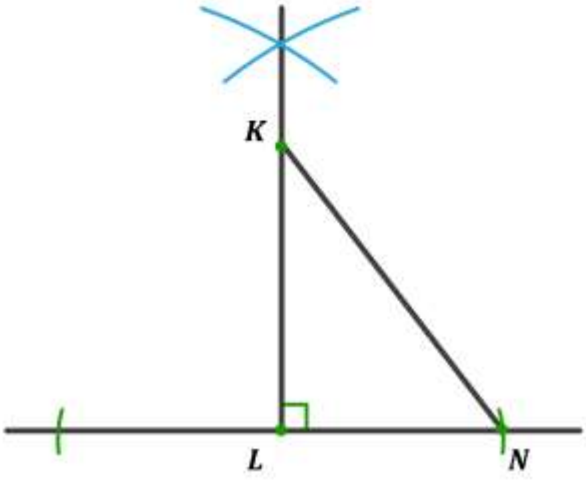
6



7

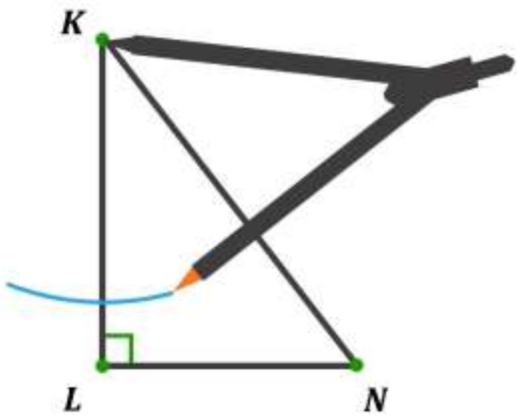
Через дві довільні точки побудованих перпендикулярних прямих (окрім точки L – точки їх перетину; обираємо по одній точці на кожній прямій) побудуємо пряму, що перетинає їх в обраних точках:



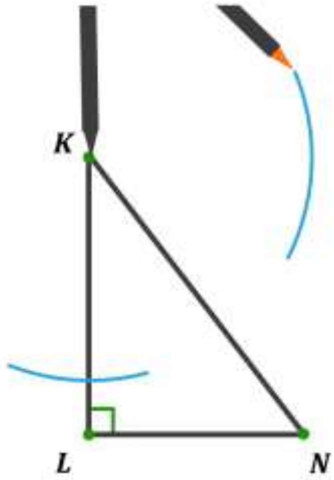


ΔKLN – прямокутний

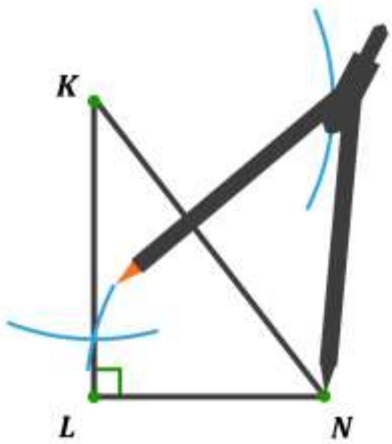
Поділимо сторону KN навпіл:



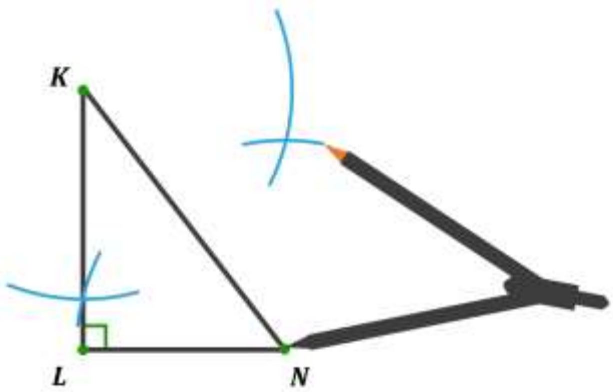
1



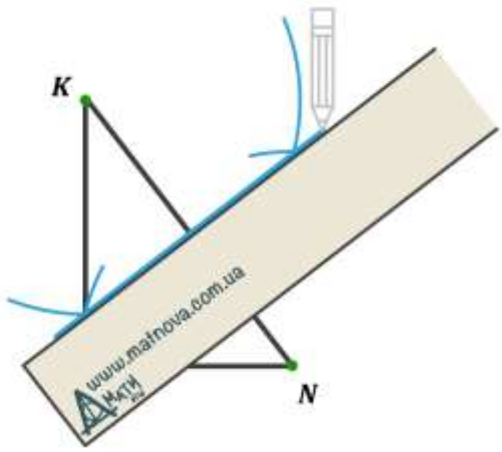
2



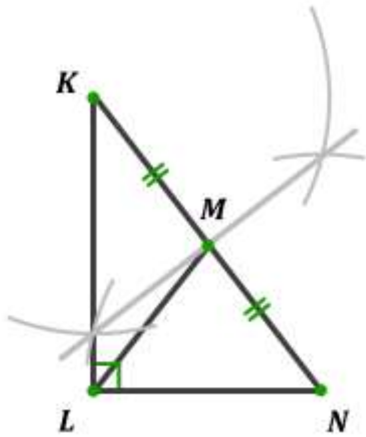
3



4

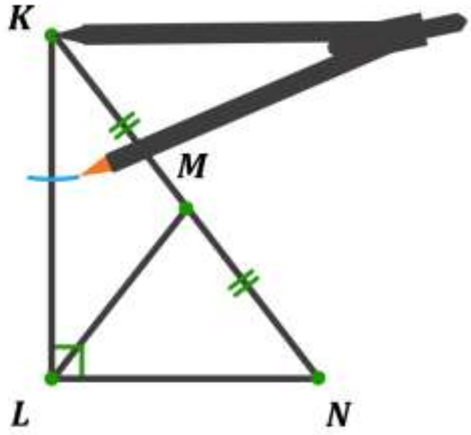


5

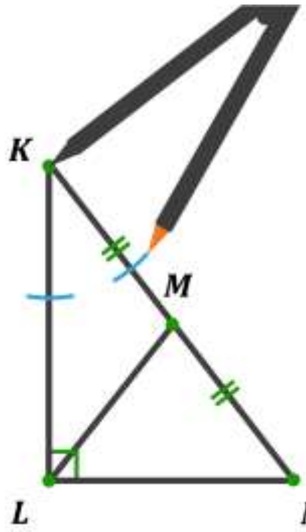


LM – медіана

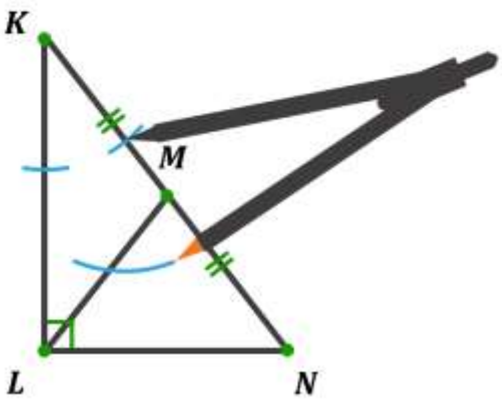
Побудуємо бісектрису кута K:



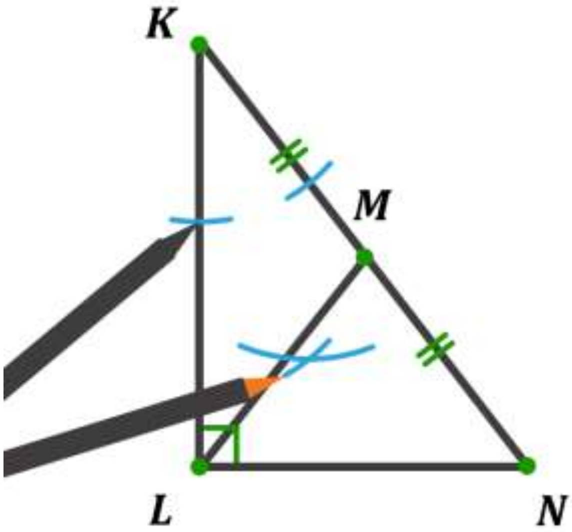
1



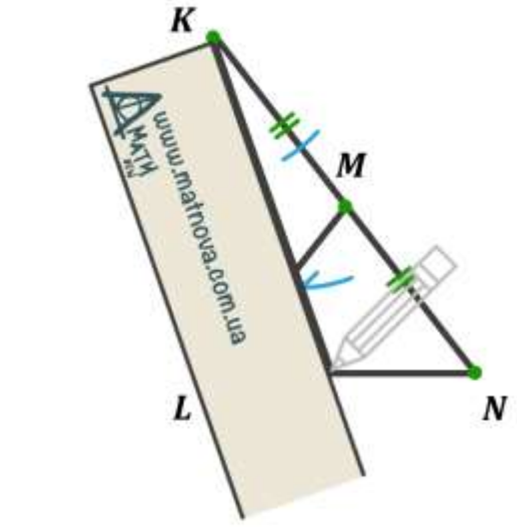
2



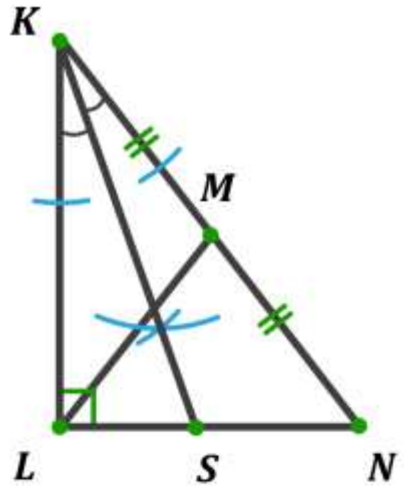
3



4



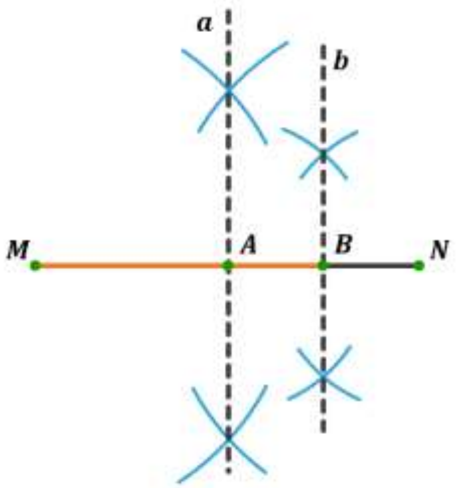
5



KS - бісектриса

№2

Накресліть довільний відрізок. Побудуйте відрізок, що дорівнює $\frac{3}{4}$ від побудованого відрізка.



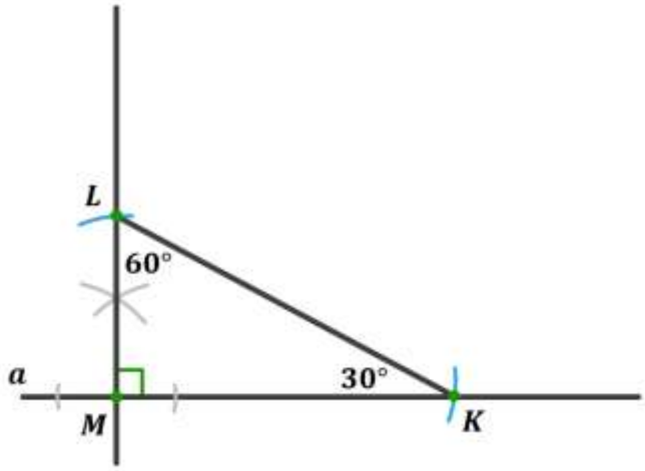
Розв'язання:

1) Побудуємо довільний відрізок MN
2) Поділимо відрізок MN навпіл, точка A – середина відрізка MN
3) Поділимо відрізок AN навпіл, точка B – середина відрізка AN
4) $MB = \frac{3}{4}MN$

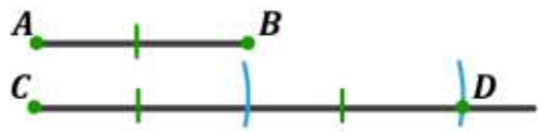
№3

Не користуючись транспортиром, побудуйте кути 30° і 60°

Розв’язання:



Скористаємося властивістю прямокутного трикутника, а саме: *якщо катет прямокутного трикутника дорівнює половині гіпотенузи, то кут, що лежить проти цього катета, дорівнює* 30°.
Отже достатньо побудувати прямокутний трикутник, у якого катет вдвічі менший за гіпотенузу.



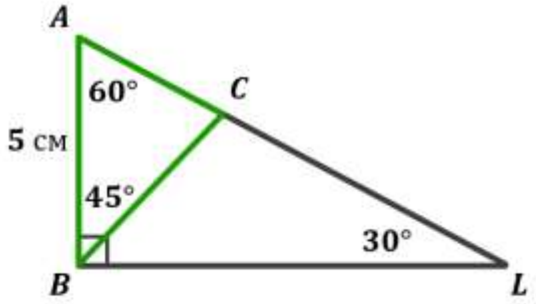
1. Будуємо дві перпендикулярні прямі.
2. Будуємо довільний відрізок AB
3. Відкладаємо на стороні прямого кута $ML = AB$
4. Відкладаємо на прямій два відрізки AB, отримали $CD = 2AB$
5. Будуємо з точки L дугу з радіусом CD до перетину нею іншої сторони кута в точці K
6. Отримали прямокутний трикутник LMK, в якому гіпотенуза $LK = 2LM$, отже $\angle L = 30°$
7. За теоремою про суму кутів трикутника: $\angle L = 180° - \angle M - \angle K = 180° - 90° - 30° = 60°$

№4

Побудуйте без транспортира ΔABC, у якого:
1) $AB = 5$ см, $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$
2) $AB = BC = 4$ см, $\angle B = 150°$

Розв'язання:

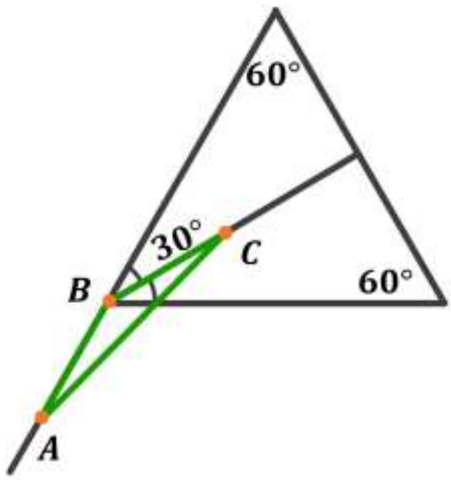
1) $AB = 5$ **см,** $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$



Створимо рисунок-ескіз шуканої фігури за яким складемо план побудови та побудуємо шукану фігуру.

1. Побудуємо прямокутний трикутник, аналогічно до задачі №3, так, щоб сторона $BA = 5$ см, $AL = 10$ см. Отримаємо $\angle A = 60°$
2. Побудуємо бісектрису кута B, отримаємо, що $\angle ABC = 45°$
3. ΔABC – шуканий

2) $AB = BC = 4$ **см,** $\angle B = 150°$



Створимо рисунок-ескіз шуканої фігури за яким складемо план побудови та побудуємо шукану фігуру.

1. Будуємо рівносторонній трикутник
2. Будуємо бісектрису кута рівностороннього трикутника
3. Відкладаємо на побудованій бісектрисі і продовженні сторони трикутника відрізки $AB = BC = 4$ см
4. $\angle B = 150°$ за теоремою про суміжні кути
5. ΔABC – шуканий

IV. Підсумок уроку

- Які інструменти можемо використати для розв’язування задач на побудову?
- Які побудови можна виконати за допомогою циркуля
- Які побудови можна виконати за допомогою лінійки без поділок?
- Як розв’язати задачу на побудову?
- Як поділити кут у відношенні $1:3$?
- Як поділити відрізок на чотири рівні відрізки?
- Як побудувати кут $45°$? Як побудувати кут $135°$?

V. Домашнє завдання

Підготуватися до контрольної роботи