

Тема. Перетворення графіків функції

Мета. Вчитися будувати графіки функцій, використовуючи найпростіші перетворення графіків вже відомих функцій

Повторюємо

- Які функції ви знаєте?
- Як побудувати графік функції?
- Які правила перетворень для графіків функцій ви знаєте?

Ознайомтеся з інформацією

ПРАВИЛО 5

Графіком функції $y = k(x + a)^2 + b$, $k \neq 0$ є парабола, яка дорівнює* параболі $y = kx^2$ і вершиною якої є точка $(-a; b)$.

* – рівність потрібно розуміти у сенсі, що параболи суміщаються при накладанні.



ПРАВИЛО 6

Графік функції $y = f(-x)$, можна отримати, замінивши кожную точку графіка функції $y = f(x)$ на точку з такою самою ординатою та протилежною абсцисою.

Як побудувати графік функції $y = f(|x|)$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$



Скориставшись означенням модуля, запишемо:

$$y = f(|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{якщо } x \geq 0 \\ f(-x), & \text{якщо } x < 0 \end{cases}$$

Звідси робимо висновок, що

графік функції $y = f(|x|)$ при $x \geq 0$ збігається з графіком функції $y = f(x)$, а при $x < 0$ — з графіком функції $y = f(-x)$.

Побудову графіка функції $y = f(|x|)$ можна проводити за такою схемою:

- 1) побудувати ту частину графіка функції $y = f(x)$, усі точки якої мають невід'ємні абсциси;
- 2) побудувати ту частину графіка функції $y = f(-x)$, усі точки якої мають від'ємні абсциси.

Об'єднання цих двох частин і складатиме графік функції $y = f(|x|)$.

Як побудувати графіки функції $y = |f(x)|$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$



Скориставшись означенням модуля, запишемо:

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{якщо } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{якщо } f(x) < 0. \end{cases}$$

Звідси робимо висновок, що графік функції $y = |f(x)|$, при всіх x , для яких $f(x) \geq 0$ збігається з графіком функції $y = f(x)$, а при всіх x , для яких $f(x) < 0$ з графіком функції $y = -f(x)$.

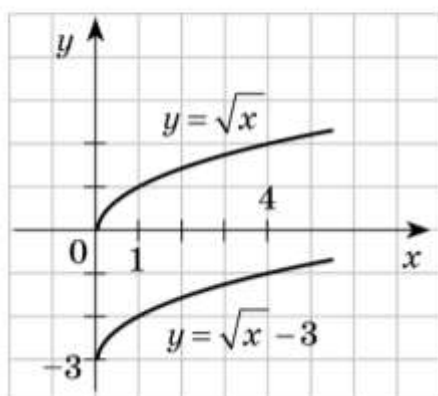
Побудову графіка функції $y = |f(x)|$ можна проводити за такою схемою:

- 1) усі точки графіка функції $y = f(x)$ з невід'ємними ординатами залишити незмінними;
- 2) точки з від'ємними ординатами замінити на точки з тими самими абсцисами, але протилежними ординатами.

Розв'язування завдань

Завдання 1

Побудувати графік функції $y = \sqrt{x} - 3$.



Розв'язання:

Згідно з правилом 1, графік функції $y = \sqrt{x} - 3$ можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = \sqrt{x}$ уздовж осі ординат на $b = |-3| = 3$ одиниці униз (рис.1)

Завдання 2

Побудувати графік функції $y = \frac{2}{x+2} - 1$.

Розв'язання:

План побудови

$$y = \frac{2}{x} \xrightarrow{\text{на 2 од. вліво}} y = \frac{2}{x+2} \xrightarrow{\text{на 1 од. вниз}} y = \frac{2}{x+2} - 1$$

Спочатку побудуємо графік функції $y = \frac{2}{x}$ по точках, попередньо склавши таблицю:

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$

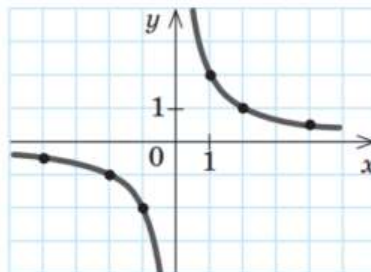


Рис. 1

Згідно з правилом 2, графік функції $y = \frac{2}{x+2}$ можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = \frac{2}{x}$ уздовж осі абсцис на $a = 2$ одиниць уліво (рис.2).

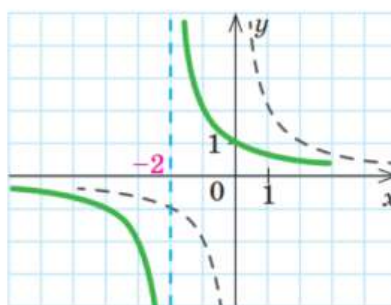


Рис. 2

Графік функції $y = \frac{2}{x+2} - 1$, згідно з правилом 1, можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = \frac{2}{x+2} - 1$ на $|b| = |-1| = 1$ одиниць уздовж осі ординат вниз (рис.3).

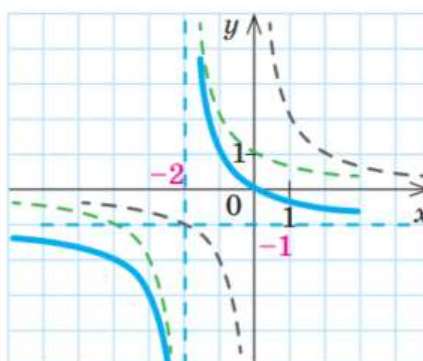


Рис. 3

Завдання 3

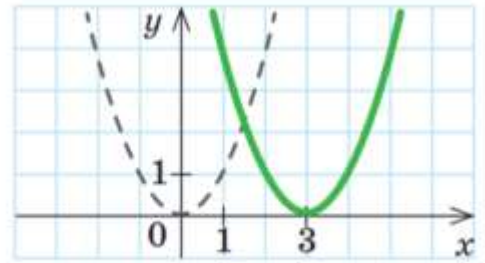
Побудуйте графік функції $y = 4 - (x - 3)^2$.

Розв'язання:

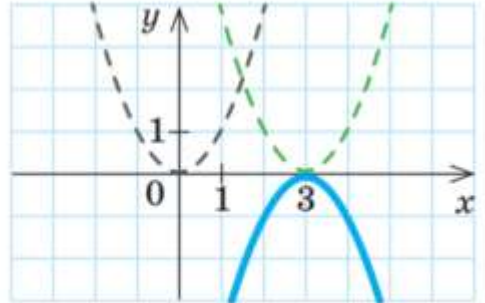
План побудови

$$y = x^2 \xrightarrow{\text{на 3 од. вправо}} y = (x-3)^2 \xrightarrow[\text{відносно } Ox]{\text{симетрія}} y = -(x-3)^2 \xrightarrow{\text{на 4 од. вгору}} y = -(x-3)^2 + 4$$

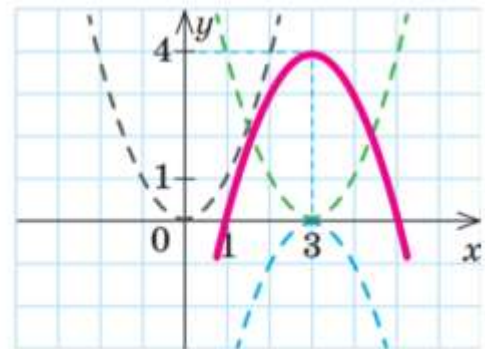
Згідно з правилом 2, графік функції $y = (x - 3)^2$ можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = x^2$ вздовж осі абсцис на 3 одиниці вправо.



Згідно з правилом 4, графік функції $y = -(x - 3)^2$ можна отримати, симетрично відобразивши графік функції $y = (x - 3)^2$ відносно осі абсцис.



Графік функції $y = -(x - 3)^2 + 4$, згідно з правилом 1, можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = -(x - 3)^2$ вздовж осі ординат на 4 одиниці вгору. Шуканий графік зображений рожевим кольором.



Пригадайте

- Як побудувати графік функції $f(x) + a$, $f(x) - a$?
- Як побудувати графік функції $f(x + a)$, $f(x - a)$?
- Як побудувати графік функції $kf(x) + a$?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати письмово №391 (2), 401

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](https://www.ukrainska-shkola.com/)