Тема. Сума перших п-членів арифметичної прогресії

Мета. Ознайомитися з поняттям суми перших n-членів арифметичної прогресії, вчитися знаходити значення суми послідовності, обираючи відповідну формулу

Повторюємо

- Що таке арифметична прогресія?
- Що таке різниця арифметичної прогресії?
- Як виглядає формула n-го члена арифметичної прогресії?
- Якою ще властивістю володіє кожен член арифметичної прогресії крім першого та останнього, якщо такий існує?

Запишіть у зошит

Формули суми п перших членів арифметичної прогресії

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n$$

Перегляньте відео

https://youtu.be/QgxLDSraZtE

Розв'язування задач

Задача 1.

Чому дорівнює сума перших п'яти членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 3 i a_5 = 7$?

Розв'язання.

$$S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \times 5 = \frac{3+7}{2} \times 5 = 25.$$

Задача 2.

Знайдіть суму десяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 2 i d = 4$.

Розв'язання.

$$S_{10} = \frac{2 \times 2 + (10 - 1) \times 4}{2} \times 10 = 200.$$

Задача 3.

Місця у одному із секторів цирку розташовані так, що у першому ряду їх 7, а у кожному наступному на 4 більше, ніж у попередньому. Скільки місць у цьому секторі, якщо він містить 12 рядів?

Розв'язання.

Позначимо a_i кількість місць в i-му рядку. З умови задачі випливає, що послідовність (a_n) є арифметичною прогресією з $a_1 = 7$ i d = 4 та шукана величина дорівнює S_{12} .

$$S_{12} = \frac{2 \times 7 + 11 \times 4}{2} \times 12 = 348.$$

Задача 4.

Знайдіть суму всіх трицифрових чисел, кратних семи.

Розв'язання.

Для початку зазначимо, що всі трицифрові числа, що кратні семи, утворюють скінченну арифметичну прогресію з першим членом $a_1=105$ та різницею d=7.

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n.$$

Але в цій формулі ми не знаємо значення n, тобто кількості трицифрових чисел, що кратні семи.

Аби знайти їхню кількість, потрібно знайти найбільше натуральне n, для якого виконується $a_n < 1000$.

Спочатку запишемо рівність, для знаходження n-го члена:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$
 $a_n = 105 + (n-1) \times 7$.

Тепер розв'яжемо нерівність:

$$a_n < 1000$$
 $7n < 902$
 $n < \frac{902}{7}$
 $n < 128\frac{6}{7}$.

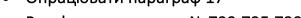
Найбільше натуральне число, яке задовольняє цю нерівність— це 128. Отже, наша арифметична прогресія має 128 членів.

Тоді
$$S_n = S_{128} = \frac{2 \times 105 + 127 \times 7}{2} \times 128 = 70336.$$

Поміркуйте

Арифметичну прогресію (an) задано формулою n-го члена an= n^2 -5n. Знайдіть S_{13}

Домашнє завдання • Опрацювати параграф 17



• Розв'язати завдання №733,735,739

Фото виконаного завдання надіслати на HUMAN або на електронну пошту

Джерело

Всеукраїнська школа онлайн