

Тема. Узагальнена теорема Фалеса

Мета. Ознайомитися з узагальненою теоремою Фалеса, вчитися розв'язувати задачі на пропорційні відрізки.

Повторюємо

- Сформулюйте теорему Фалеса.
- Що називають відношенням двох чисел?
- Що показує відношення?
- Що таке пропорція?
- Назвіть основну властивість пропорції.

Запам'ятайте

Теорема 1. (Теорема Фалеса) Якщо паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають на одній стороні рівні відрізки, то вони відтинають рівні відрізки й на другій стороні кута (Рис. 1).

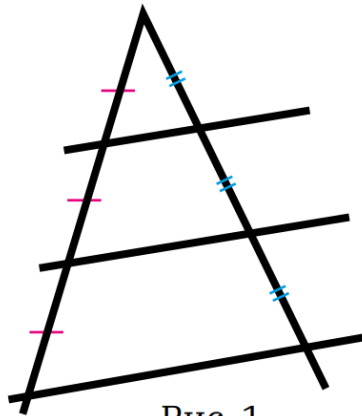
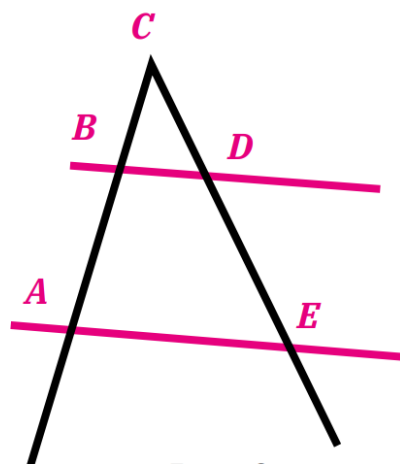


Рис. 1

Теорема 2. (Узагальнена теорема Фалеса) Якщо паралельні прямі перетинають сторони кута, то відрізки, що утворилися на одній стороні кута, пропорційні відрізкам на другій стороні кута (Рис. 2).

Теорему також називають “Теорема про пропорційні відрізки”.



$$CB : BA = CD : DE$$

Рис. 2

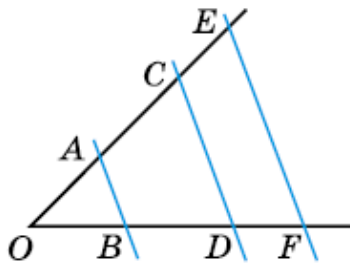
Теорема 3. (Властивість медіани) Усі медіани трикутника перетинаються в одній точці, яка ділить кожну з них у відношенні 2:1, рахуючи від вершини трикутника.

Теорема 4. (Властивість бісектриси) Бісектриса трикутника ділить його протилежну сторону на відрізки, пропорційні прилеглим сторонам.

Розв'язування задач

Задача 1

Паралельні прямі AB , CD і EF перетинають сторони кута O . $AC=6\text{ см}$, $CE=2\text{ см}$, $BD=4\text{ см}$.



Знайдіть AE .

Дано: $AB \parallel CD \parallel EF$, $BD=4\text{ см}$,
 $DF=2\text{ см}$, $CE=3\text{ см}$.

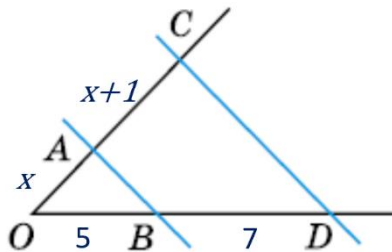
Знайти: AE .

Розв'язання

$$\frac{AC}{BD} = \frac{CE}{DF}, \quad AC = \frac{BD \cdot CE}{DF} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6\text{ см}, \quad AE = AC + CE = 6 + 3 = 9\text{ см}.$$

Відповідь: 9 см.

Задача 2



Дано: $AB \parallel CD$, $BD=7$, $OB=5$,
 $AC-OA=1$.

Знайти: OA , OC .

Розв'язання

Нехай $OA=x$, тоді $AC=OA+1=x+1$.

$OC=OA+AC=x+x+1=2x+1$, $OD=OB+BD=5+7=12$.

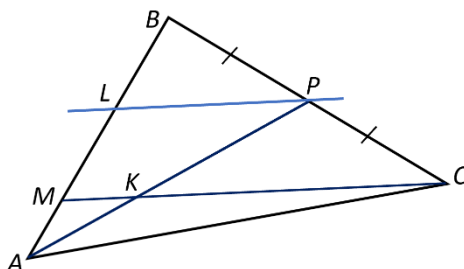
$$\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}, \quad \frac{x}{5} = \frac{2x+1}{12} \quad x=2,5; \quad OA=2,5;$$

$$AC=x+1=2,5+1=3,5.$$

Відповідь: 2,5; 3,5.

Задача 3

На стороні AB трикутника ABC позначено точку M так, $AM : MB = 1 : 3$. У якому відношенні відрізок CM ділить медіану AP трикутника ABC ?



Дано: $\triangle ABC$, $AM : MB = 1 : 3$, $BP=PC$.

Знайти: $\frac{AK}{KP}$.

Розв'язання

Побудуємо $PL \parallel CM$.

$$1) \angle ABC; PL \parallel CM, \quad \frac{BP}{PC} = \frac{BL}{LM}, \quad BL=LM=1,5.$$

$$2) \angle BAP; PL \parallel CM, \quad \frac{AK}{KP} = \frac{AM}{ML}, \quad \frac{AK}{KP} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}.$$

Відповідь: 2:3.

Поміркуйте

Чому дорівнює довжина відрізка CD на рисунку 1, якщо відомо, що BC паралельно ED?

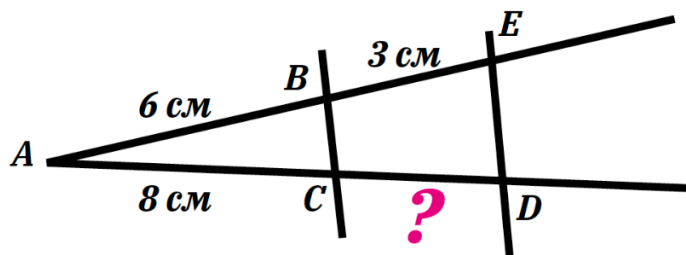


Рис. 1

Домашнє завдання

- Вивчити теореми з конспекту та §12.
 - Розв'язати задачі №4, 5
4. У чотирикутнику ABCD, O - точка перетину діагоналей. AO = 12 см, OC = 16 см. Через точку O проведено пряму паралельно стороні CD, яка перетинає сторону AD у точці E. Чому дорівнює відрізок AE, якщо AD = 14 см.
5. Пряма, паралельна стороні BC трикутника ABC, перетинає сторони AB та AC в точках K та E відповідно. Знайдіть довжину сторони AB, якщо AK = 6 см, AE = 4 см, EC = 12 см.

Фото виконаної роботи потрібно надіслати вчителю на HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерела

- [Всеукраїнська школа онлайн](#)
- [На урок](#)
- О. Істер Геометрія. 8 клас. – Київ: Генеза, 2021