

Тема. Сума перших n-членів арифметичної прогресії

Мета. Ознайомитися з поняттям суми перших n-членів арифметичної прогресії, вчитися знаходити значення суми послідовності, обираючи відповідну формулу

Повторюємо

- Що таке арифметична прогресія?
- Що таке різниця арифметичної прогресії?
- Як виглядає формула n-го члена арифметичної прогресії?
- Якою ще властивістю володіє кожен член арифметичної прогресії крім першого та останнього, якщо такий існує?

Запишіть у зошит

Формули суми n перших членів арифметичної прогресії

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n$$

Перегляньте відео

<https://youtu.be/QgxLDSraZtE>

Розв'язування задач

Задача 1.

Чому дорівнює сума перших п'яти членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 3$ і $a_5 = 7$?

Розв'язання.

$$S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \times 5 = \frac{3 + 7}{2} \times 5 = 25.$$

Задача 2.

Знайдіть суму десяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 2$ і $d = 4$.

Розв'язання.

$$S_{10} = \frac{2 \times 2 + (10 - 1) \times 4}{2} \times 10 = 200.$$

Задача 3.

Місця у одному із секторів цирку розташовані так, що у першому ряду їх 7, а у кожному наступному на 4 більше, ніж у попередньому. Скільки місць у цьому секторі, якщо він містить 12 рядів?

Розв'язання.

Позначимо a_i кількість місць в i -му рядку. З умови задачі випливає, що послідовність (a_n) є арифметичною прогресією з $a_1 = 7$ і $d = 4$ та шукана величина дорівнює S_{12} .

$$S_{12} = \frac{2 \times 7 + 11 \times 4}{2} \times 12 = 348.$$

Задача 4.

Знайдіть суму всіх трицифрових чисел, кратних семи.

Розв'язання.

Для початку зазначимо, що всі трицифрові числа, що кратні семи, утворюють скінченну арифметичну прогресію з першим членом $a_1 = 105$ та різницею $d = 7$.

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n.$$

Але в цій формулі ми не знаємо значення n , тобто кількості трицифрових чисел, що кратні семи.

Аби знайти їхню кількість, потрібно знайти найбільше натуральне n , для якого виконується $a_n < 1000$.

Спочатку запишемо рівність, для знаходження n -го члена:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad a_n = 105 + (n-1) \times 7.$$

Тепер розв'яжемо нерівність:

$$a_n < 1000$$

$$7n < 902$$

$$n < \frac{902}{7}$$

$$n < 128\frac{6}{7}.$$

Найбільше натуральне число, яке задовольняє цю нерівність — це 128.

Отже, наша арифметична прогресія має 128 членів.

$$\text{Тоді } S_n = S_{128} = \frac{2 \times 105 + 127 \times 7}{2} \times 128 = 70336.$$

Поміркуйте

Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n -го члена $a_n = n^2 - 5n$. Знайдіть S_{13}

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати завдання:
 - 1) Чому дорівнює сума перших семи членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1=-3$ і $a_7=7$?
 - 2) Знайдіть суму дванадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1=-2$ і $d=3$.

Фото виконаного завдання надіслати на HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)