Тема. Теорема косинусів. Наслідки з теореми косинусів

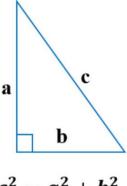
Мета: ознайомитися з теоремою косинусів та наслідками з неї, вчитися знаходити у довільному трикутнику невідому сторону трикутника за відомими сторонами та кутом між ними та невідомі кути за всіма відомими сторонами

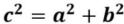
Повторюємо

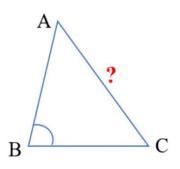
- Сформулюйте теорему Піфагора.
- Який знак має косинус гострого, а який тупого кута?
- Як знайти косинус кута градусною мірою від 90° до 180°?

Ознайомтеся з інформацією

Для обчислення елементів прямокутного трикутника достатньо 2 дані величини (дві сторони або сторона і кут). Для обчислення елементів довільного трикутника необхідно хоча б 3 дані величини.







Теорема косинусів

Квадрат сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін мінус подвоєний добуток цих сторін на косинус кута між ними:

$$a^2=b^2+c^2-2 \cdot b \cdot c \cdot cosA$$

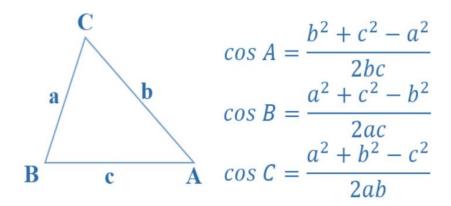
Також теорема виконується для будь-якої сторони трикутника:

$$b^2=a^2+c^2-2 \cdot a \cdot c \cdot cosB$$

 $c^2=a^2+b^2-2 \cdot a \cdot b \cdot cosC$

Теорема косинусів використовується для обчислення:

- 1) невідомої сторони трикутника, якщо відомі дві сторони і кут між ними;
- 2) обчислення косинуса невідомого кута трикутника, якщо відомі всі сторони трикутника.



Значення косинуса тупого кута знаходиться за формулою зведення:

$$cos(180^{\circ}-\alpha)=-cos\alpha$$

Найчастіше використовуються тупі кути:

$$\cos 120^{\circ} = \cos (180^{\circ} - 60^{\circ}) = -\cos 60^{\circ} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 150^{\circ} = \cos (180^{\circ} - 30^{\circ}) = -\cos 30^{\circ} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

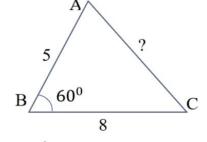
$$\cos 135^{\circ} = \cos (180^{\circ} - 45^{\circ}) = -\cos 45^{\circ} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Розв'язування задач

Задача 1

У трикутнику ABC відомо сторони AB і BC. AB=5 см, BC= 8 см, а кут між цими сторонами становить 60 градусів.

Знайдіть невідому сторону трикутника АВС.





Застосуємо теорему косинусів:

$$AC^{2} = AB^{2} + BC^{2} - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle B$$

$$AC^{2} = 5^{2} + 8^{2} - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^{0} = 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 89 - 40 = 49$$

$$AC^{2} = 49$$

$$AC = 7$$

$$AC = -7$$

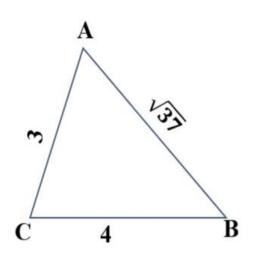
не задовольняє умові задачі, оскільки довжина відрізка не може бути від'ємним числом

Відповідь: АС=7

Задача 2

У трикутнику ABC відомо, що AB= $\sqrt{37}$ см, AC=3 см, BC=4 см. Знайдіть найбільший кут у трикутнику ABC.





Розв'язання

$$\sqrt{37} > \sqrt{36} = 6 > 4 > 3$$

Напроти найбільшої сторони в трикутнику завжди лежить найбільший кут. Тому кут C – найбільший. Знайдемо його величину.

Застосуємо теорему косинусів для сторони АВ:

$$AB^{2} = CA^{2} + CB^{2} - 2 \cdot CA \cdot CB \cdot \cos \angle C$$

$$37 = 3^{2} + 4^{2} - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos < C$$

$$37 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos < C$$

$$37 = 25 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos < C$$

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos < C = -12$$

Виразимо косинус кута С: $\cos \angle C = -\frac{12}{2 \cdot 3 \cdot 4} = -\frac{1}{2}$

Пригадаємо формулу: $\cos(180^0 - x) = -\cos x$

$$\cos 60^{0} = \frac{1}{2}$$

$$-\cos 60^{0} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos (180^{0} - 60^{0}) = -\cos 60^{0} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 120^{0} = -\frac{1}{2}$$

Відповідь: найбільший кут С дорівнює 1200.

Поміркуйте

• Чому теорему косинусів називають узагальненням теореми Піфагора?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект і §11 підручника
- Розв'язати (письмово): №495(3,4)

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерела

- Істер О.С. Геометрія: 9 клас. Київ: Генеза, 2017
- Мій клас
- Всеукраїнська школа онлайн