15____ _______березня _________ 20_24__ р.

Вчитель: Родіна А.О.

[дата]

Тема: Геометричне місце точок

Мета:

- *Навчальна:* засвоїти поняття геометричного місця точок, довести вже відомі означення за допомогою та методу геометричних місць точок;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

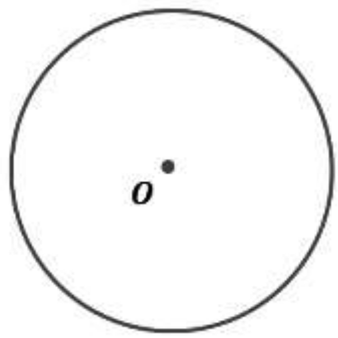
II. Вивчення нового матеріалу

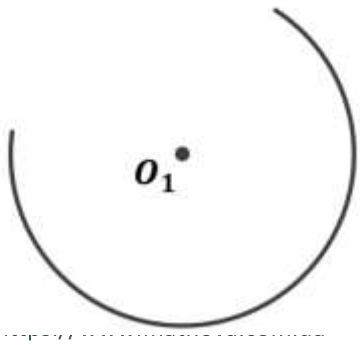
// Геометричне місце точок

Геометричним місцем точок площини (ГМТ) називають фігуру, що складається з усіх точок площини, які мають певну властивість.

Наприклад:

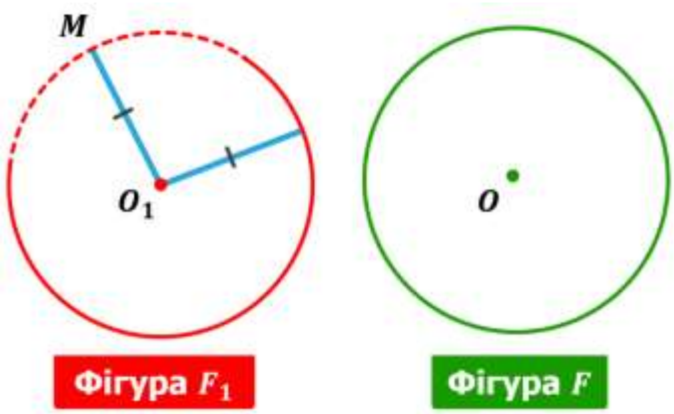
Коло – це геометричне місце точок, віддалених від даної точки площини на однакову відстань.





- Чи буде геометричним місцем точок площини частина кола з центром у точці O_1?
(Ні)

Фігура F_1 – частина кола. Усі точки частини кола розміщені на однаковій відстані від точки O_1, але **не всі** точки площини, розміщені на однаковій відстані від точки O_1, належать цій частині кола. Наприклад, точка M не належить зображеній частині кола фігури F_1, розміщена на тій же відстані від точки O_1. Отже частина кола не є геометричним місцем точок, рівновіддалених від точки O_1.

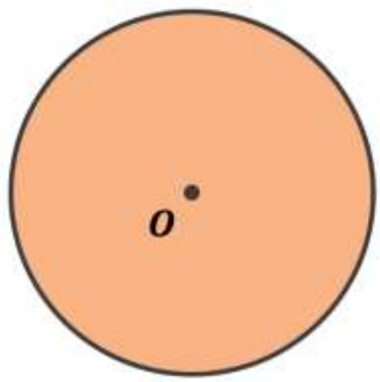


Доведення того, що деяка фігура F є геометричним місцем точок, які задовольняють умову P, складається з доведення двох тверджень – прямого і оберненого:

1) ***Якщо певна точка належить фігурі F, то вона задовольняє умову P;***
2) ***Якщо певна точка задовольняє умову P, то вона належить фігурі F;***

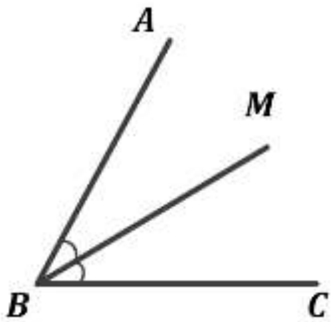
- Спробуйте самостійно сформулювати означення круга, як означення ГМТ
(Учні висловлюють власну думку)

Круг – це геометричне місце точок, відстань від яких до даної точки (центра круга) не більша від заданої відстані.

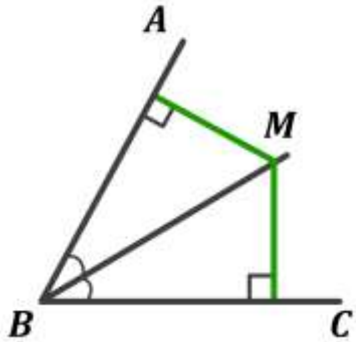


- Спробуйте самостійно сформулювати означення бісектриси, як означення ГМТ

(Учні висловлюють власну думку)



Бісектриса кута – це геометричне місце точок внутрішньої області кута, що рівновіддалені від сторін цього кута.



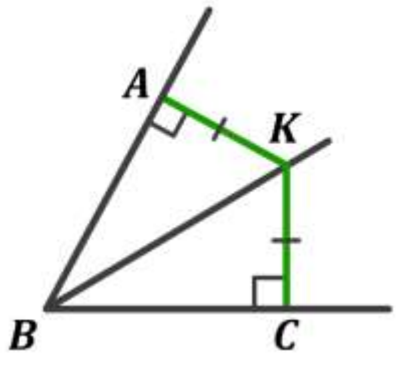
1) **Доведемо, що будь-яка точка бісектриси рівновіддалена від сторін кута**.

   ➢ Поясніть, чому $\Delta BAM = \Delta BCM$?
   (Учні висловлюють власну думку)

Розглянемо прямокутні ΔBAM і ΔBCM:

$$\left.\begin{array}{c} BM - \text{спільна гіпотенуза} \\ \angle ABM = \angle CBM \text{ (за умовою)} \end{array}\right| \rightarrow \Delta BAM = \Delta BCM$$ *(за гіпотенузою і гострим кутом)*

$\Delta BAM = \Delta BCM \rightarrow MA = MC$. Отже точка M рівновіддалена від сторін кута



2) **Доведемо, що будь-яка точка, рівновіддалена від сторін кута, належить його бісектрисі.**

   ➢ Поясніть, чому $\Delta BAK = \Delta BCK$?
   (Учні висловлюють власну думку)

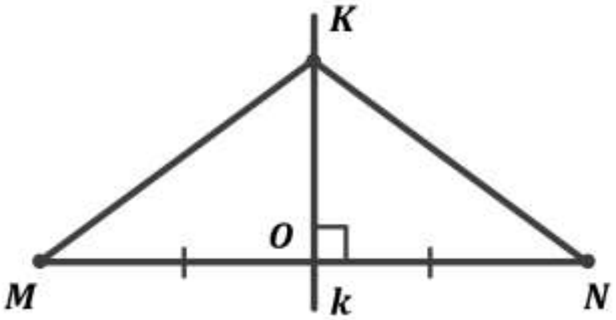
Розглянемо прямокутні ΔBAK і ΔBCK:

$$\left.\begin{array}{c} BK - \text{спільна гіпотенуза} \\ KA = KC \text{ (за умовою)} \end{array}\right| \rightarrow \Delta BAK = \Delta BCK$$ *(за гіпотенузою і катетом)*

$\Delta BAK = \Delta BCK \rightarrow \angle ABK = \angle CBK$. Отже точка BK – бісектриса $\angle ABC$

Доведено

Серединний перпендикуляр до даного відрізка – це геометричне місце точок, які рівновіддалені від кінців даного відрізка.



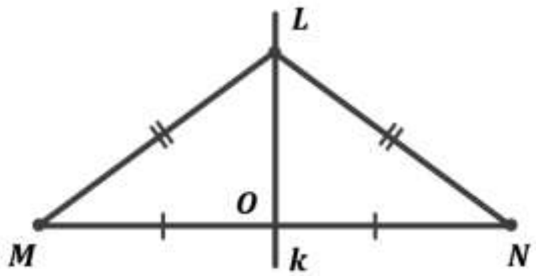
1) **Доведемо, якщо точка належить серединному перпендикуляру до відрізка, то вона рівновіддалена від кінців цього відрізка**

   Нехай:
   $k \perp MN$
   $k \in K$
   $MO = ON$

   Розглянемо ΔMKN:
   - Поясніть, чому ΔMKN - рівнобедрений?
     (Учні висловлюють власну думку)

$$KO - \begin{matrix}\textit{медіана і}\\ \textit{висота}\end{matrix} \rightarrow \Delta MKN - \begin{matrix}\textit{рівнобедрений з}\\ \textit{основою } MN\end{matrix} \rightarrow KM = KN$$

2) **Доведемо, якщо точка рівновіддалена від кінців відрізка, то вона належить серединному перпендикуляру до цього відрізка**



   Розглянемо рівнобедрений ΔMLN $(ML = LN)$:
   - Поясніть, чому в ΔMLN LO – серединний перпендикуляр до відрізка MN?
     (Учні висловлюють власну думку)

Нехай:

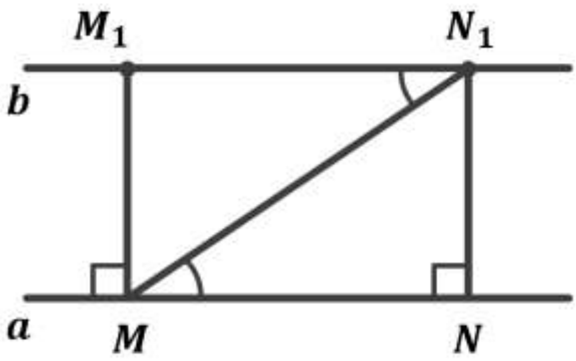
$k \perp MN$
$ML = LN$
$MO = ON$

$LO -$ *медіана, проведена до основи* $\rightarrow LO -$ *висота (наслідок 1 з теореми про властивість медіани рівнобедреного тр-ка проведеного до основи)* $\rightarrow DO -$ *серединний перпендикуляр до відрізка MN*

Доведено

Геометричне місце точок, які рівновіддалені від даної прямої на задану відстань, - дві прямі, паралельні даній прямій, кожна точка яких знаходиться на заданій відстані від прямої.

1) **Доведемо, що коли пряма b паралельна прямій a, то дві довільні точки прямої b рівновіддалені від прямої a**



Нехай:

M_1 і N_1 - довільні точки прямої b

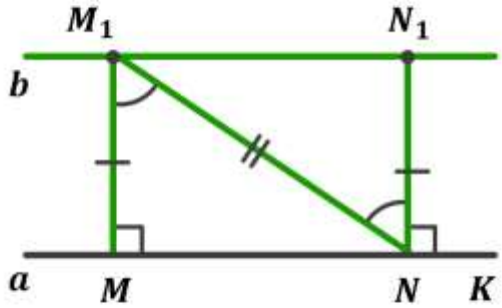
Побудуємо $M_1M \perp a$ і $N_1N \perp a$

$$\left.\begin{matrix} \angle M_1MN = \angle N_1NM = 90^\circ \\ a \parallel b \end{matrix}\right| \rightarrow \angle MM_1N_1 = \angle NN_1M_1 = 90^\circ$$

$$\left.\begin{matrix} \angle MM_1N_1 = \angle NN_1M_1 = 90^\circ \\ \angle N_1MN = \angle M_1N_1M \text{ (як внутрішні різносторонні)} \end{matrix}\right| \rightarrow \Delta MM_1N_1 = \Delta N_1NM \text{ (за гіпотенузою і гострим кутом)}$$

$\Delta MM_1N_1 = \Delta N_1NM \rightarrow M_1M = N_1N$, отже точки M_1 і N_1 прямої b рівновіддалені від прямої a

2) **Доведемо, що коли дві довільні точки M_1 і N_1 прямої b лежать на однаковій відстані від прямої a і по один бік від неї, то $b \parallel a$**



Нехай:

M_1M і N_1N – перпендикуляри до прямої a;

$M_1M = N_1N$

$\angle M_1MN = \angle N_1NK \rightarrow MM_1 \parallel NN_1$

- Поясніть, чому $\angle MM_1N = \angle N_1NM_1$?
  (Учні висловлюють власну думку)

  $\angle MM_1N = \angle N_1NM_1$ *(як внутрішні різносторонні при паралельних прямих)*

- Поясніть, чому $\Delta MM_1N = \Delta N_1NM_1$?
  (Учні висловлюють власну думку)

  $\Delta MM_1N = \Delta N_1NM_1$ *(за першою ознакою)*

$\Delta MM_1N = \Delta N_1NM_1 \rightarrow \angle M_1N_1N = \angle M_1MN = 90°$

$$\left.\begin{array}{r} \angle M_1N_1N = 90° \\ \angle N_1NK = 90° \end{array}\right| \rightarrow a \parallel b$$ *(кути M_1N_1N і N_1NK – внутрішні різносторонні)*

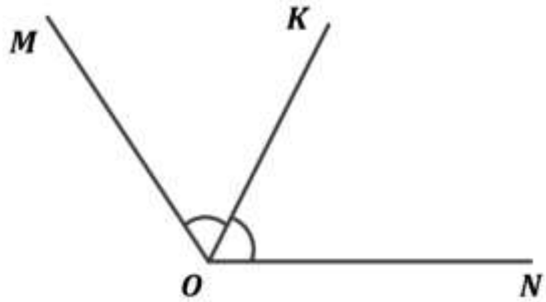
Доведено

III. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

Побудуйте тупий кут і геометричне місце точок, що належать внутрішній області кута, рівновіддалених від сторін цього кута.

Розв'язання:

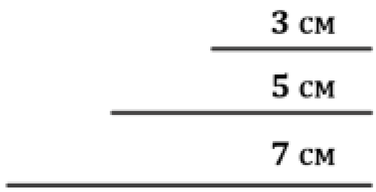


OK – бісектриса кута MON

№2

Побудуйте трикутник зі сторонами $a = 3$ см, $b = 5$ см, $c = 7$ см

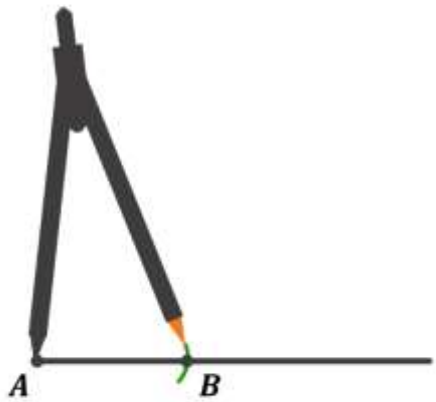
Розв'язання:

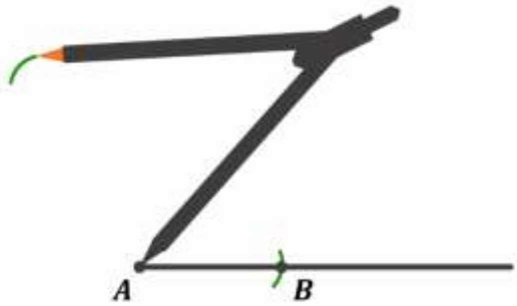


За теоремою про нерівність трикутника – трикутник з такими сторонами існує.

$$7 \text{ см} < 5 \text{ см} + 3 \text{ см}$$

1. Будуємо довільну пряму, обираємо на ній довільну точку A та відкладаємо за допомогою циркуля відрізок $AB = 3$ см

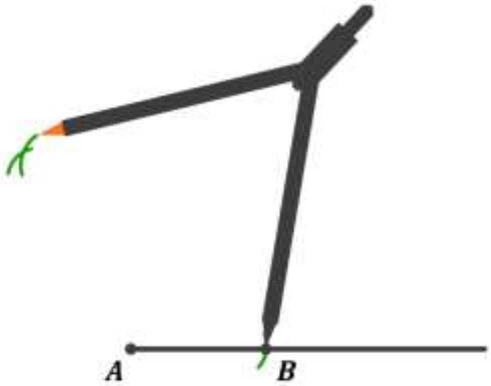


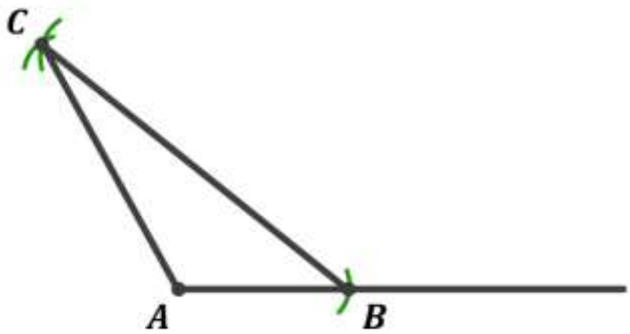


2.3

точки центром у т.A будуємо дугу радіусом 5 см

3. З точки центром у т.B будуємо дугу радіусом 7 см



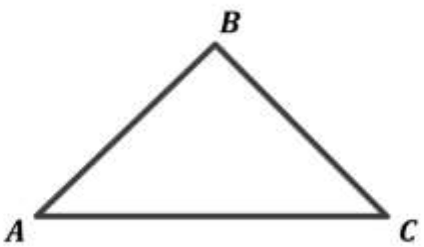


очка C – точка перетину побудованих дуг, ця точка є вершиною шуканого трикутника.
ΔABC – шуканий.

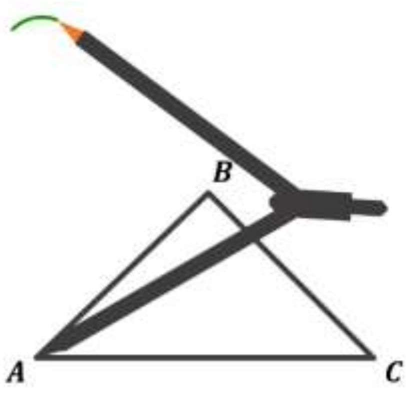
№3

Накресліть трикутник ABC і побудуйте трикутник ABD такий, що дорівнює трикутнику ABC.

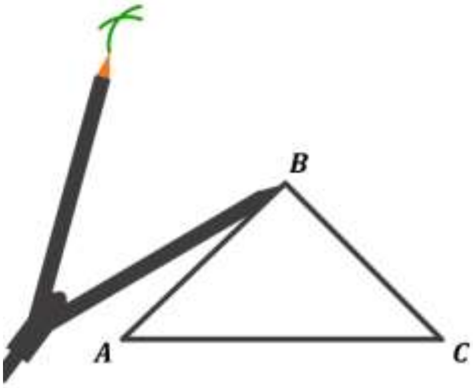
Розв'язання:



Будуємо довільний трикутник. Необхідно подувати такий трикутник, що дорівнює даному і має з побудованим трикутником спільну сторону AB, отже вершини C і D мають лежати по різні боки від прямої AB.

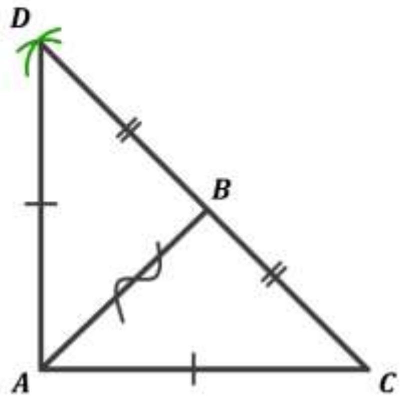


Будуємо з вершини A будуємо дугу $r = AC$



З вершини C будуємо дугу $r = BC$ до перетину з першою дугою

Точка перетину дуг – третя вершина D шуканого трикутника ABD



Доведення:

$AC = AD$ *(за побудовою)*
$BC = BD$ *(за побудовою)*
AB − спільна сторона
$\rightarrow \Delta ABC = \Delta ABD$ *(за трьома сторонами)*

Доведено

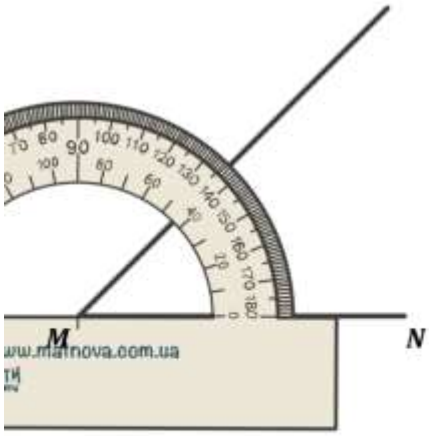
№4

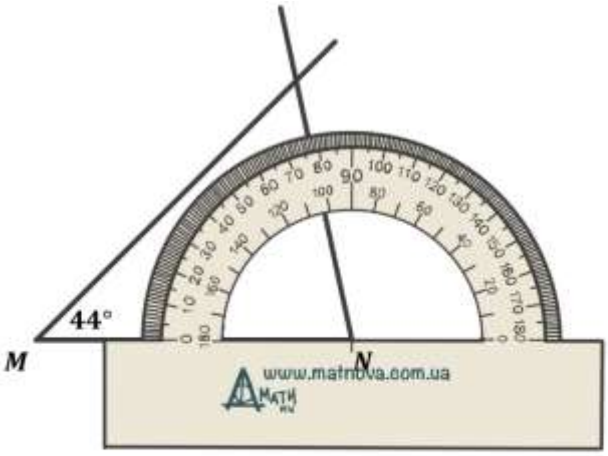
Побудуйте ΔMNV, якщо $MN = 5$ см, $\angle M = 44°$, $\angle N = 77°$

Розв'язання:

Будуємо відрізок $MN = 5$ см

Будуємо $\angle M = 44°$

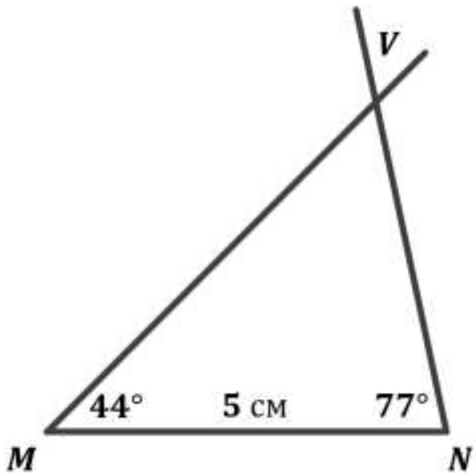




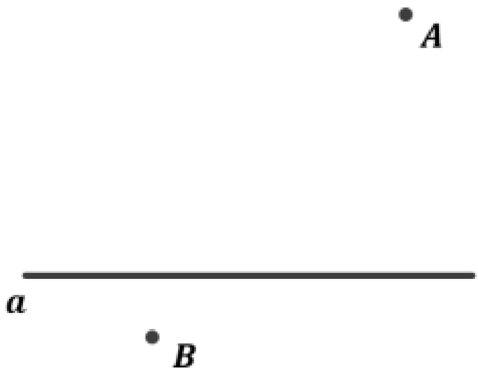
Будуємо $\angle N = 77°$

Точка перетину сторін кутів A і B – третя вершина шуканого трикутника.

ΔMNV – шуканий.



№5

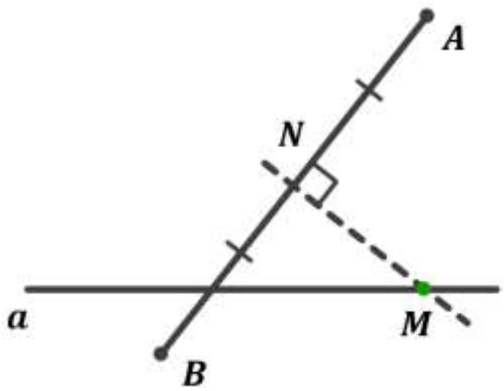


Два населених пункти A і B розташовані по різні боки від річки a. У якому місці необхідно побудувати міст через річку, щоб він був рівновіддалений від пунктів A і B

Розв'язання:

Так як усі точки, що рівновіддалені від відрізка AB, знаходяться на серединному перпендикулярі до цього відрізка, то:

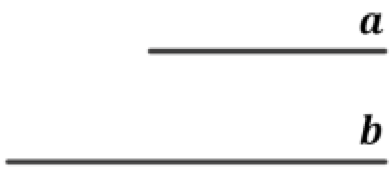
1. Будуємо $MN \perp AB$, $AN = BN$
2. Точка перетину серединного перпендикуляра до відрізка AB і прямої a – місце побудови моста



№6

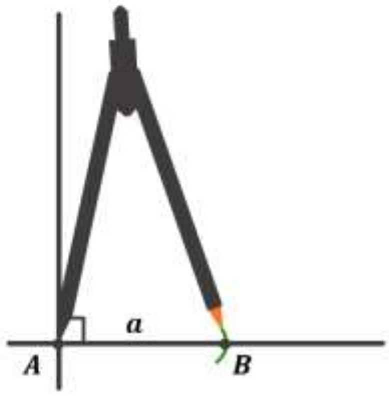
Побудуйте прямокутний трикутник за катетом і гіпотенузою

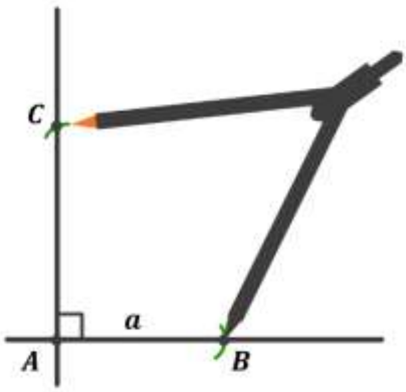
Розв’язання:



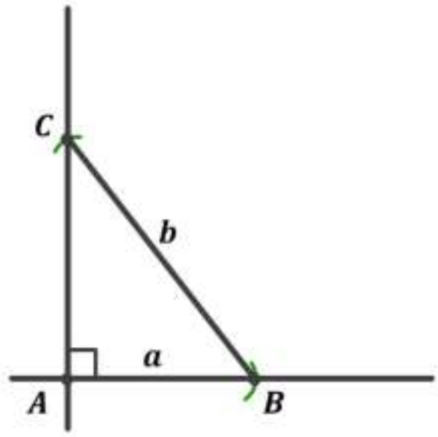
Будуємо довільний катет a і гіпотенузу b

Будуємо дві перпендикулярні прямі і відкладаємо від точки їх перетину відрізок AB, що дорівнює катету a





Через точку B будуємо дугу з радіусом, що дорівнює гіпотенузі b. Точка перетину цієї дуги з перпендикуляром C – третя вершина шуканого трикутника ABC



IV. Підсумок уроку

- Що таке геометричне місце точок?
- Що є геометричним місцем точок, віддалених від даної точки на 4 см?
- Що є геометричним місцем точок, віддалених від даної точки на відстань, не більшу за 4 см
- Що є геометричним місцем точок, рівновіддалених від кінців відрізка?
- Що є геометричним місцем точок внутрішньої області кута, що рівновіддалені від сторін цього кута?
- Як побудувати трикутник за трьома сторонами?

V. Домашнє завдання

Опрацювати §18

Виконати №653,654