



26 _____ січня _____ 20__24_ р.

Вчитель: Родіна А.О.

[дата]

Тема: Ознаки рівності прямокутних трикутників. Розв'язування типових вправ

Мета:

- *Навчальна:* засвоїти ознаки рівності прямокутних трикутників;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

- Який трикутник називається прямокутним?
- Яка сторона прямокутного трикутника називається гіпотенузою?
- Які сторони прямокутного трикутника називаються катетами?
- Чому сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 90° ?
- Чому гіпотенуза прямокутного трикутника більша за будь-який з його катетів?
- Чому дорівнює катет прямокутного трикутника, що лежить проти кута 30° ?



III. Вивчення нового матеріалу

// Ознаки рівності прямокутних трикутників

- Пригадайте першу ознаку рівності трикутників
(Якщо дві сторони і кут між ними одного трикутника дорівнюють відповідно двом сторонам і куту між ними іншого трикутника, то такі трикутники рівні.)

З першої ознаки рівності трикутників випливає:

1. Якщо катети одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють катетам іншого, то такі трикутники рівні

- Доведіть усно цю ознаку
(Так як кут між катетами двох прямокутних трикутників дорівнює 90° , то за першою ознакою рівності трикутників – такі трикутники рівні. Саме тому в ознаці рівності прямокутних трикутників не уточнюється рівність кутів між катетами.)
- Пригадайте другу ознаку рівності трикутників
(Якщо сторона і два прилеглих до неї кути одного трикутника дорівнюють відповідно стороні і двом прилеглим до неї кутам іншого трикутника, то такі трикутники рівні)

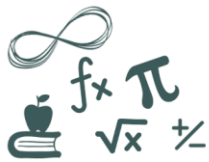
З другої ознаки рівності трикутників випливає:

2. Якщо катет і прилеглий до нього гострий кут одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють катету і прилеглому до нього куту іншого, то такі трикутники рівні

- Доведіть усно цю ознаку
(Кут, що не є гострим і прилеглим до катета – завжди 90° , саме тому в ознаці рівності прямокутних трикутників не уточнюється рівність іншого кута, що є також прилеглим до катета але не гострим)
- Поясніть, чому коли у двох прямокутних трикутників є одна пара рівних між собою гострих кутів, то й інша пара гострих кутів – також рівні між собою кути?
(Це випливає з властивості 1 прямокутних трикутників, що була вивчена на попередньому уроці)

Маємо ще дві ознаки:

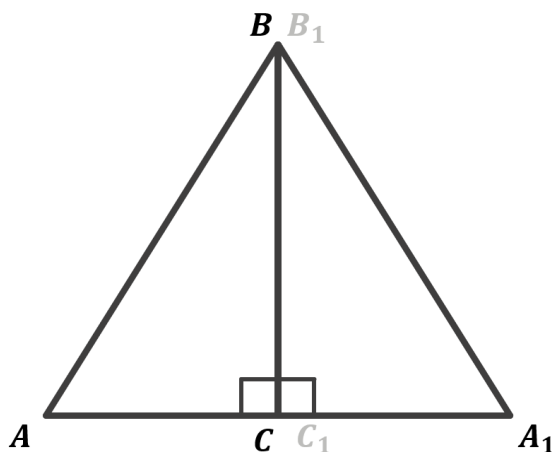
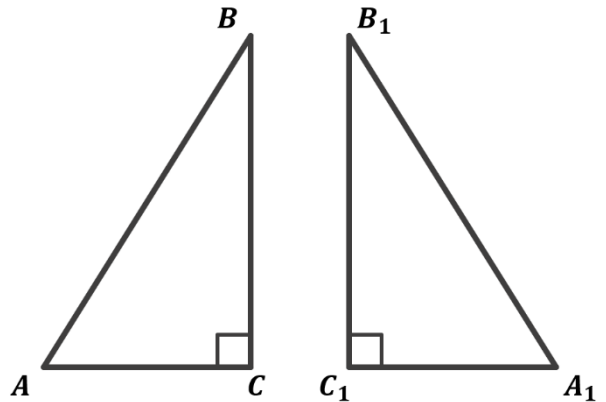
3. Якщо гіпотенуза і гострий кут одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють гіпотенузі й гострому куту іншого, то такі трикутники рівні



4. Якщо катет і протилежний йому кут одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють катету і протилежному йому куту іншого, то такі трикутники рівні

Теорема (ознака рівності прямокутного трикутника за катетом і гіпотенузою)

Якщо катет і гіпотенуза одного прямокутного трикутника дорівнюють відповідно катету і гіпотенузі іншого, то такі трикутники рівні.



Дано:

BCA і $B_1C_1A_1$ – прямокутні т-ки;

$\angle BCS = \angle B_1C_1A_1 = 90^\circ$;

$BC = B_1C_1$;

$BA = B_1A_1$;

Довести:

$\triangle BCS = \triangle B_1C_1A_1$

Доведення:

Прикладемо $\triangle ABC$ до $\triangle A_1B_1C_1$ так, щоб вершина B сумістилася з вершиною B_1 а вершина C з вершиною C_1

$\angle BCS = \angle B_1C_1A_1 = 90^\circ$

➤ Що можемо сказати про кут ACA_1 ?

(Учні висловлюють власну думку)

$\angle BCS = \angle B_1C_1A_1 = 90^\circ \rightarrow \angle ACA_1$ – розгорнутий

➤ Що можемо сказати про точки A , C і A_1 ?

(Учні висловлюють власну думку)

$\angle ACA_1$ – розгорнутий \rightarrow точки A , C , A_1 лежать на одній прямій

➤ Поясніть, чому $\triangle ABA_1$ рівнобедрений?

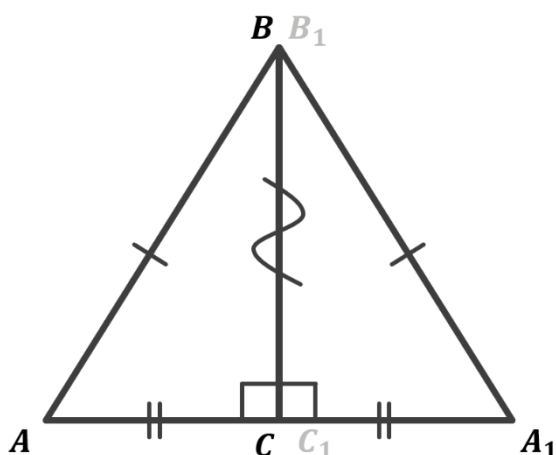
(Учні висловлюють власну думку)



$AB = BA_1$ за побудовою $\rightarrow \triangle ABA_1$ – рівнобедрений

- Поясніть, чому BC є медіаною $\triangle ABA_1$?
 (Учні висловлюють власну думку)

BC – висота, що проведена до
 основи рівнобедреного тр-ка $\rightarrow BC$ – медіана



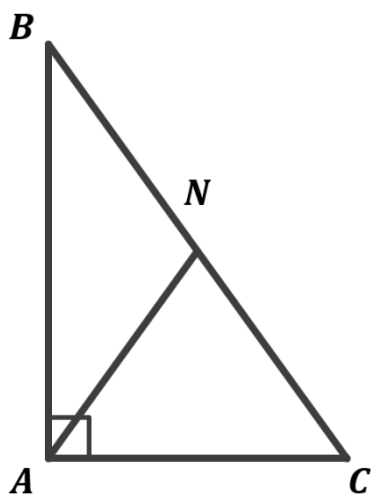
BC – медіана $\rightarrow AC = CA_1$

$AC = CA_1$
 $BA = B_1A_1$
 BC – спільна сторона

$\rightarrow \triangle BSA = \triangle B_1C_1A_1$ (за третьою ознакою рівності тр-в)

Доведено

5. У прямокутному трикутнику медіана, проведена до гіпотенузи, дорівнює половині гіпотенузи

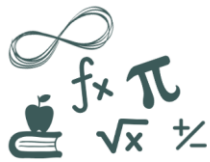


Дано:

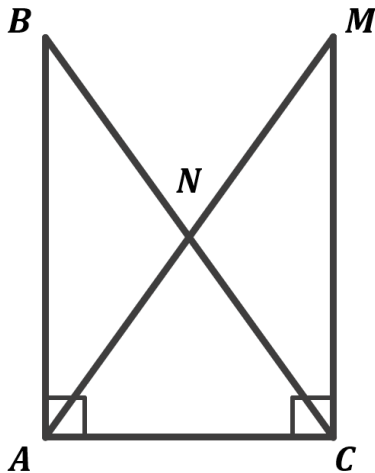
BAC – прямокутний три-к;
 $\angle A = 90^\circ$;
 AN – медіана;

Довести:

$$AN = \frac{1}{2} BC$$



Доведення:



Побудуємо $MC = AB$ так, що $MC \perp AC$

Розглянемо $\triangle BCA$ і $\triangle MAC$:

$\triangle BCA$ і $\triangle MAC$ - прямокутні

AC – спільна сторона

$MC = AB$ за побудовою

➤ Який

можемо зробити висновок?
(Учні висловлюють власну думку)

$\triangle BCA$ і $\triangle MAC$ – прямокутні
 AC – спільна сторона
 $MC = AB$ за побудовою

$$\left| \begin{array}{l} \triangle BCA = \triangle MAC \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(за двома} \\ \text{катетами)} \end{array}$$

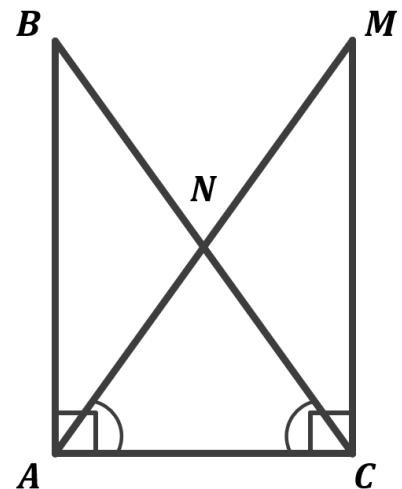
$\triangle BCA = \triangle MAC \rightarrow \angle BCA = \angle MAC$

➤ Що можемо сказати про $\triangle ANC$?
(Учні висловлюють власну думку)

$\angle BCA = \angle MAC \rightarrow \triangle ANC$ – рівнобедрений

➤ Поясніть, чому $CN = NA$?
($CN = NA$ як бічні сторони рівнобедреного $\triangle ANC$)

Аналогічно доводимо, що $AN = BN$



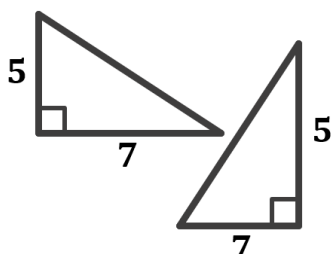
$\left. \begin{array}{l} CN = NA \\ AN = BN \end{array} \right| \rightarrow CN = NA = BN \rightarrow AN$ – медіана $\rightarrow AN = \frac{1}{2}BC$

Доведено

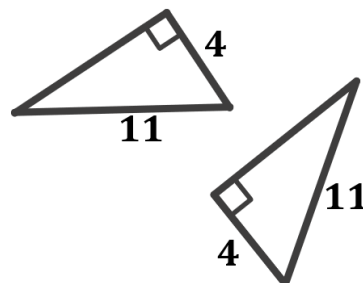
IV. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

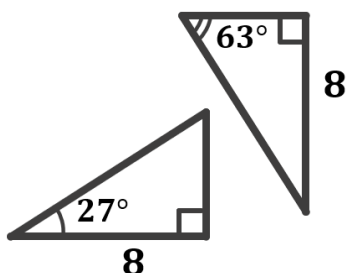
Визначте, за якою ознакою рівні прямокутні трикутники:



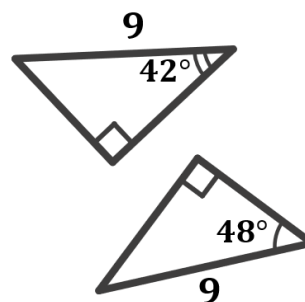
А)



Б)



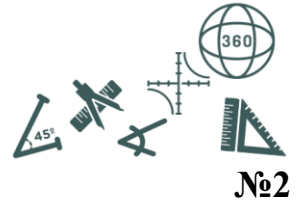
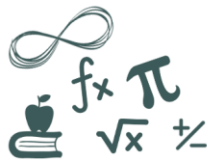
В)



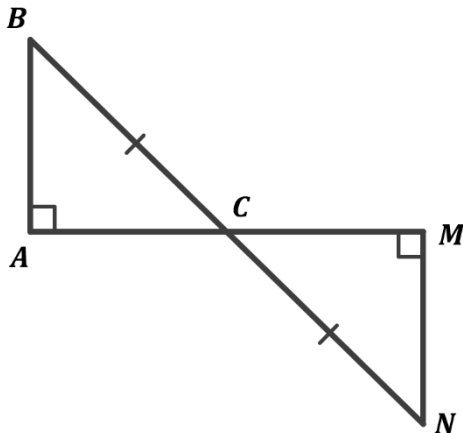
Г)

Розв'язання:

- А) За двома катетами (1 Ознака рівності прямокутних трикутників)
- Б) За катетом і гіпотенузою (ознака рівності прямокутного трикутника за катетом і гіпотенузою)
- В) За катетом і протилежним гострим кутом (4 Ознака рівності прямокутних трикутників)
- Г) За гіпотенузою і гострим кутом (3 Ознака рівності прямокутних трикутників)



На рисунку $AB \perp AC$, $MN \perp CM$, $BC = CN$. Доведіть, що $\triangle ABC = \triangle MNC$



Дано:

$AB \perp AC$;
 $MN \perp CM$;
 $BC = CN$;

Довести:

$\triangle ABC = \triangle MNC$

Доведення:

Розглянемо трикутники ABC і MNC :

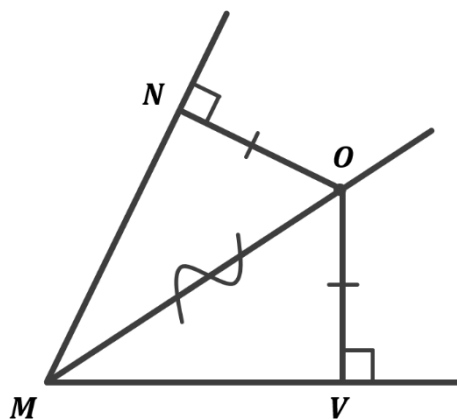
$\left. \begin{array}{l} AB \perp AC \\ MN \perp CM \end{array} \right\} \rightarrow \triangle ABC \text{ і } \triangle MNC - \text{прямокутні} \left(\begin{array}{l} \angle A = 90^\circ \\ \angle M = 90^\circ \end{array} \right)$

$\left. \begin{array}{l} BC = CN \\ \angle BCA = \angle NCA \end{array} \right\} \xrightarrow{\substack{\text{(як вертикальні} \\ \text{кути)}}} \triangle ABC = \triangle MNC \quad \left(\text{за гіпотенузою і гострим кутом} \right)$

Доведено

№3

Доведіть, що точка, яка лежить у внутрішній області кута і рівновіддалена від його сторін, належить бісектрисі цього кута.

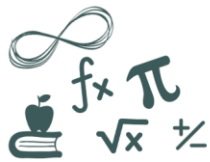


Дано:

$ON = OV$;
т. $O \in MO$;

Довести:

MO – бісектриса $\angle M$



Доведення:

Так як відстань від точки до прямої – це довжина перпендикуляра, що опущений з цієї точки до прямої, то $ON \perp MN$ і $OV \perp MV$

Розглянемо прямокутні трикутники MNO і MVO :

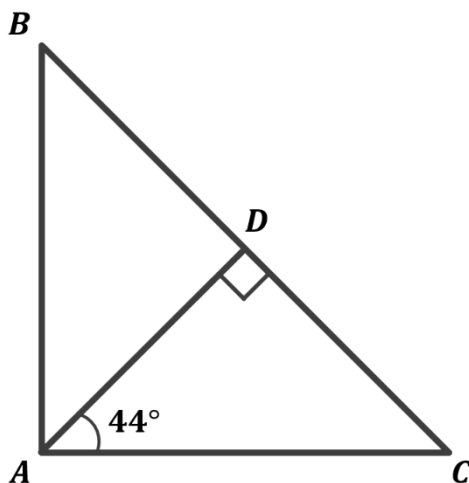
$$\left. \begin{array}{l} ON = OV \text{ (за умовою)} \\ MO - \text{спільна сторона} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta MNO = \Delta MVO \quad \begin{array}{l} \text{(за катетом і} \\ \text{гіпотенузою)} \end{array}$$

$$\Delta MNO = \Delta MVO \rightarrow \angle NMO = \angle VMO \rightarrow MO - \text{бісектриса кута } M$$

Доведено

№4

Кут між висотою прямокутного трикутника, проведеною до гіпотенузи, і одним з катетів дорівнює 44° . Знайдіть гострі кути трикутника.



Дано:

ΔBAC – прямокутний;

$$\angle BAC = 90^\circ;$$

AD – висота;

$$\angle DAC = 44^\circ;$$

Знайти:

$$\angle B - ?$$

$$\angle C - ?$$

Розв'язання:

Так як AD – висота, то $AD \perp BC$

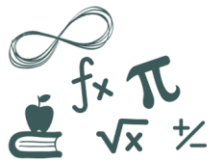
Розглянемо прямокутний ΔADC :

$$\angle C = 90^\circ - \angle DAC = 90^\circ - 44^\circ = 55^\circ \quad \begin{array}{l} \text{(вл-ть 1 прямокутних} \\ \text{трикутників)} \end{array}$$

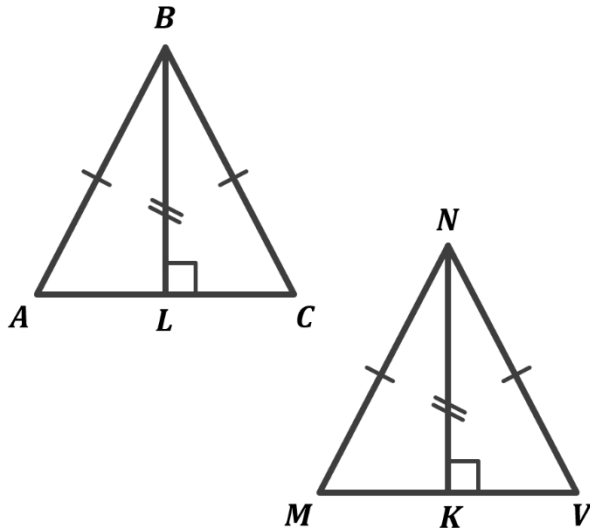
Розглянемо прямокутний ΔBAC

$$\angle B = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ \quad \begin{array}{l} \text{(вл-ть 1 прямокутних} \\ \text{трикутників)} \end{array}$$

Відповідь: 55° і 35°



Доведіть, що два рівнобедрених трикутники рівні, якщо відповідно рівні їх бічні сторони і висоти, проведені до основ.



Дано:

$\triangle ABC$ і $\triangle MNV$ – рівнобедрені;

AC і MV – основи;

$AB = BC = MN = NV$;

$BL = NK$;

Довести:

$\triangle ABC$ і $\triangle MNV$

Доведення:

Розглянемо трикутники ABL , CBL , MNK , VNK :

$$\triangle ABL = \triangle CBL = \triangle MNK = \triangle VNK \quad \begin{array}{l} \text{(за катетом і} \\ \text{гіпотенузою)} \end{array}$$

Так як трикутники рівні, то рівні і їх відповідні елементи, отже:

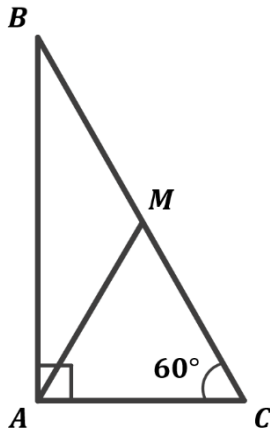
$$\angle ABL = \angle CBL = \angle MNK = \angle VNK \rightarrow \angle ABC = \angle MNV$$

Розглянемо трикутники $\triangle ABC$ і $\triangle MNV$:

$$\left. \begin{array}{l} AB = MN \\ BC = NV \\ \angle ABC = \angle MNV \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(за умовою)} \\ \end{array} \rightarrow \triangle ABC = \triangle MNV \quad \begin{array}{l} \text{(за двома сторонами} \\ \text{і кутом між ними)} \end{array}$$

Доведено

У прямокутному трикутнику один з кутів дорівнює 60° , а сума гіпотенузи і меншого катета – 30 см. Знайдіть довжину гіпотенузи та медіани, що проведена до неї.



Дано:

$\triangle BAC$ – прямокутний;

$\angle A = 90^\circ$;

$\angle C = 60^\circ$;

Сума гіпотенузи і меншого катета – 30 см;

Знайти:

BC – ?

AM – ?

Розв'язання:

Розглянемо прямокутний $\triangle BAC$:

$$\angle B = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \quad (\text{за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника})$$

$$\angle B = 30^\circ \rightarrow AC = \frac{1}{2}BC \quad \begin{array}{l} (\text{Катет прямокутного трикутника,} \\ \text{що лежить проти кута } 30^\circ, \\ \text{дорівнює половині гіпотенузи}) \end{array}$$

Нехай $BC = x$, тоді $AC = \frac{1}{2}BC = \frac{x}{2}$

За умовою $BC + AC = 30$, отже:

$$x + \frac{x}{2} = 30$$

$$2x + x = 60$$

$$3x = 60$$

$$x = \frac{60}{3} = 20 \text{ см}$$

$$BC = x = 20 \text{ см}$$

$$AC = \frac{1}{2}BC = \frac{20}{2} = 10 \text{ см}$$

Так як у прямокутному трикутнику медіана, проведена до гіпотенузи, дорівнює половині гіпотенузи, то:

$$AM = \frac{1}{2}BC = \frac{20}{2} = 10 \text{ см}$$

Відповідь: 20 см, 10 см



V. Підсумок уроку

- Сформулюйте ознаку рівності прямокутних трикутників за двома катетами
- Сформулюйте ознаку рівності прямокутних трикутників за катетом і прилеглим до нього гострим кутом
- Сформулюйте ознаку рівності прямокутних трикутників за гіпотенузою і гострим кутом
- Сформулюйте ознаку рівності прямокутних трикутників за катетом і протилежним йому кутом
- Сформулюйте ознаку рівності прямокутних трикутників за катетом і гіпотенузою
- Яку властивість має медіана, що проведена до гіпотенузи прямокутного трикутника?

VI. Домашнє завдання

Опрацювати матеріал, зробити конспект