

Тема. Поворот

Мета. Ознайомитися з поняттям та властивостями повороту. Вчитися будувати образи фігур, отримані внаслідок повороту

Повторюємо

- Що таке перетворення?
- Що таке образ фігури?
- Яке перетворення називають рухом?
- Які види руху ви знаєте?
- Як виконати перетворення симетрії відносно точки, прямої?
- Що таке центр симетрії, вісь симетрії?
- Скільки осей симетрії має рівносторонній трикутник, коло?

Перегляньте відео

<https://youtu.be/ZUuJSmiouJc>

Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Зазначимо основні властивості руху.

- 1) Унаслідок переміщення прямі переходять у прямі, промені — у промені, а відрізки — у відрізки.
- 2) Унаслідок переміщення кут між променями зберігаються (рис. 2).

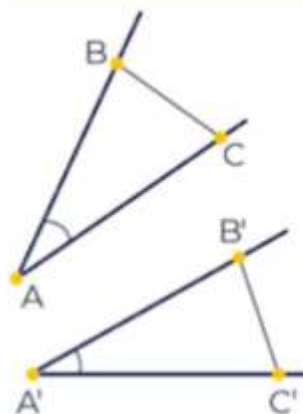


Рис. 2.

Пригадаймо, що сторону повороту на площині домовились відстежувати за поворотом годинникової стрілки (рис. 3).



Рис. 3. Поворот за годинниковою та проти годинникової стрілки

На рисунку 4 зображено такі точки O, X, X_1 і X_2 , що $OX_1 = OX_2 = OX$, $\angle X_1OX = \angle X_2OX = \alpha$. Говорять, що точка X_1 є образом точки X **внаслідок повороту навколо центра O проти годинникової стрілки на кут α** . Також говорять, що точка X_2 — це образ точки X **внаслідок повороту навколо центра O за годинниковою стрілкою на кут α** .

Точку O називають **центром повороту**, кут α — **кутом повороту**.

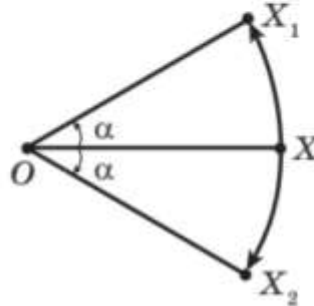


Рис. 4. Поворот точки X проти та за годинниковою стрілкою на кут α

Поворотом фігури F (рис. 5) навколо точки O на кут α називають перетворення фігури F на фігуру F' , унаслідок якого кожна точка X фігури F переходить у точку X' фігури F' так, що $OX' = OX$ і $\angle XOX' = \alpha$.

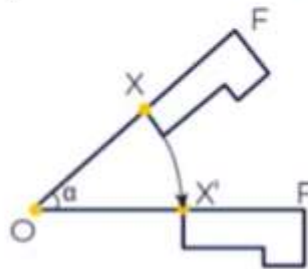


Рис. 5. Поворот фігури F за годинниковою стрілкою на кут α

Основні властивості повороту

1. Поворот є рухом.
2. Центральна симетрія є поворотом на 180° .
3. Внаслідок повороту пряма переходить у пряму; кут — у рівний кут; відрізок — у рівний відрізок; будь-яка фігура переходить у рівну їй фігуру.
4. Правильний трикутник внаслідок повороту навколо свого центра на 120° переходить у себе. Квадрат внаслідок повороту навколо свого центра на $90^\circ(180^\circ, 270^\circ)$ переходить у себе. Правильний шестикутник внаслідок повороту навколо свого центра на $60^\circ(120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ)$ переходить у себе. Тобто, правильний n -кутник внаслідок повороту навколо свого центра на кут $\frac{360^\circ}{n}$ переходить у себе.
5. Якщо точка $B(x_1; y_1)$ є образом точки $A(x; y)$ внаслідок повороту на 90° відносно початку координат, то виконуються дві умови:
 - а) якщо рух за годинниковою стрілкою, то виконується умова

$$\begin{cases} x_1 = y, \\ y_1 = -x; \end{cases}$$
 - б) якщо рух проти годинникової стрілки, то виконується умова

$$\begin{cases} x_1 = -y, \\ y_1 = x. \end{cases}$$

Перегляньте відео

https://youtu.be/19G2CnswP_k

Виконайте в зошиті побудови, показані у відеоролику

Розв'язування задач

Задача 1

Дано пряму α і точку O поза нею. Побудуйте образ прямої α внаслідок повороту навколо точки O проти годинникової стрілки на кут 45° .

Розв'язання

Оскільки поворот — це рух, то образом прямої α буде пряма. Для побудови прямої достатньо знайти дві будь-які її точки. Вибераємо на прямій α довільні точки A і B (рис. 7). Поворот на 45° можна здійснити, якщо побудувати рівнобедрений прямокутний трикутник. Тобто можна відкласти перпендикуляр OA від прямої α довжиною відрізка AB та з'єднати відрізок OB , щоб утворився рівнобедрений прямокутний трикутник. Поставивши голку циркуля в точку O , можна провести дугу від точки A до гіпотенузи OB , їх перетином і буде образ A_1 .

Для побудови точки образу B_1 достатньо буде провести перпендикуляр на відрізок OB в точці A_1 довжиною відрізка прообразу AB . Тоді пряма A_1B_1 — образ прямої α .

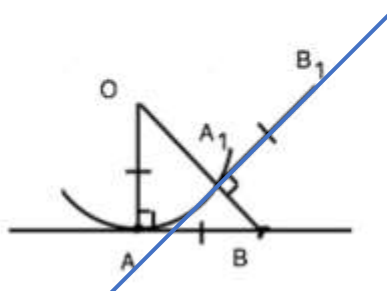
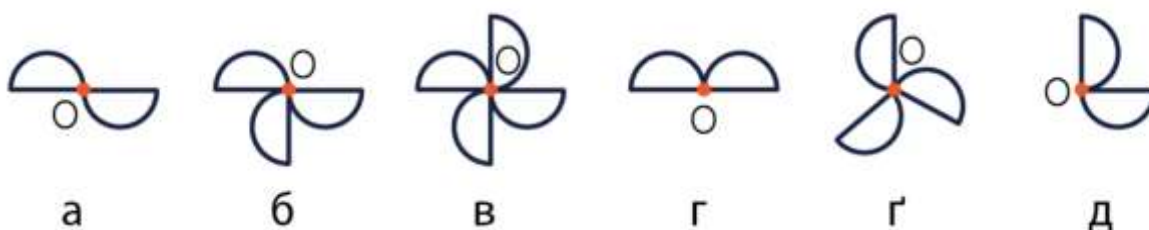


Рис. 7.

Поміркуйте

На рисунку зображено фігури, які складено з рівних півкругів. Які з цих фігур при повороті навколо точки O на кут α , де $0^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, збігаються зі своїми образами?



Домашнє завдання

- Опрацювати параграф 21
- Розв'язати задачу: №956,960,697

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)