

Тема. Центральні та вписані кути

Мета. Ознайомитися з означеннями дуги кола, центрального та вписаного кута, їх властивостями, вчитися розв'язувати задачі на застосування даних понять.

Повторюємо

- Яку фігуру називають колом?
- Які елементи кола ви знаєте?
- Яке коло називають описаним?

Ознайомтеся з інформацією

Кут з вершиною у центрі кола називають **центральним кутом**.

Центральному $\angle AOB$ відповідають дві дуги з кінцями A і B .

Дуги позначають трьома літерами (або двома літерами, якщо зрозуміло про яку саме дугу йдеться).

На рисунку зображено дві дуги: $\frown ANB$ і $\frown AMB$.

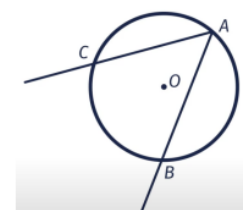
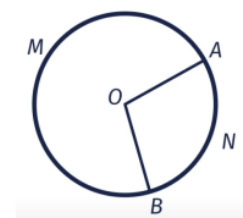
Дугу кола вимірюють у градусах.

$$\frown ANB = \angle AOB \text{ і } \frown AMB = 360^\circ - \angle AOB.$$

Градусна міра повного кола рівна 360° .

Означення. Кут, вершина якого лежить на колі, а сторони перетинають коло, називається **вписаним кутом**.

Вважають, що вписаний кут BAC спирається на $\frown BC$, якщо вона лежить у внутрішній області кута.



Важливо!

Теорема про вписаний кут

Вписаний кут вимірюють половиною дуги, на яку він спирається:

$$\angle CAB = \frac{1}{2} \frown BC.$$

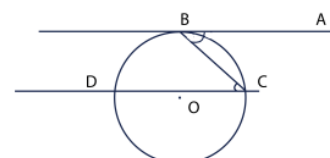
Наслідки:

1. **Вписані кути, що спираються на одну й ту саму дугу, рівні.**
2. **Вписаний кут, що спирається на діаметр, — прямий.**
3. **Вписані кути, що спираються на рівні дуги, рівні.**
4. **Центром кола, описаного навколо прямокутного трикутника, є середина гіпотенузи. Медіана прямокутного трикутника, проведена з вершини прямого кута, дорівнює половині гіпотенузи.**
5. **Дуги, що лежать між паралельними хордами рівні.**
6. **Окремі наслідки, які використовують під час розв'язування задач:**

1. Кут між дотичною і хордою, що проходить через точку дотику, вимірюють половиною дуги, яка лежить між його сторонами.

Пряма CD — допоміжна. $CD \parallel AB$.

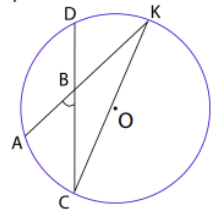
$$\angle BCD = \angle CBA = \frac{1}{2} \frown BC.$$



2. Кут з вершиною всередині кута вимірюють півсумою дуг, на які спирається даний кут і кут, вертикальний з ним.

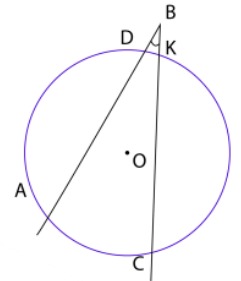
(KC — допоміжна пряма).

$$\angle ABC = \frac{\angle AC + \angle DK}{2}.$$



3. Кут, вершина якого лежить зовні кута, а сторони перетинають коло, вимірюють піврізницею більшої і меншої дуг, які містяться між його сторонами.

$$\angle ABC = \frac{\angle AC - \angle DK}{2}.$$



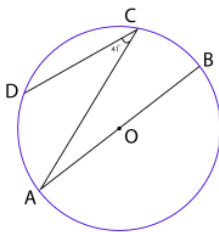
Виконайте вправу

<https://wordwall.net/uk/resource/37655427>

Розв'язування задач

Завдання 1

Чому дорівнює величина кута CAB , якщо $DC \parallel AB$; $\angle DCA = 41^\circ$.



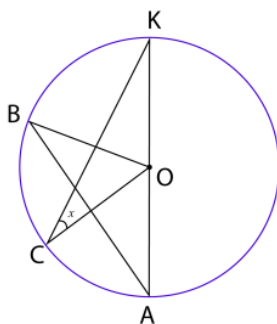
$$\angle BAC = 41^\circ.$$

За наслідком теореми про вписаний кут $\angle AD = \angle BC$. Тому $\angle DCA = \angle CAB = 41^\circ$.

Задача 2

За даними рисунка знайдіть кут x , якщо $\angle BAO = 30^\circ$; $\angle COB = 50^\circ$.

Розв'язання



AK — діаметр; $\angle ABK = 180^\circ$;

$\triangle COK$ — рівнобедрений ($OK = OC$ як радіуси).

$\angle BAO = 30^\circ$, тоді $\angle BOK = 60^\circ$.

$\angle ABC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

$\angle COB = 50^\circ$, тоді $\angle CB = 50^\circ$. $\angle AC = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ$.

$\angle CKA = 35^\circ$, за теоремою про вписаний кут.

Отже, кут $x = 35^\circ$, за рівністю кутів при основі рівнобедреного трикутника.

Відповідь: $x = 35^\circ$.

Поміркуйте

Знайдіть геометричне місце вершин трикутників зі спільною гіпотенузою.

Домашнє завдання

- Вивчити означення і теореми з конспекту та §7.
- Розв'язати задачі №1, 2
 - Вписаний у коло кут DAB спирається на діаметр DB . $\angle UAD = 60^\circ$. Знайдіть довжину діаметра DB , якщо $AD = 3\text{ см}$.
 - Точки P і T ділять коло на дуги, градусні міри яких відносяться як $2:7$. Знайдіть вписаний кут, що спирається на меншу дугу PT .

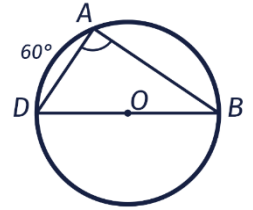


Фото виконаної роботи потрібно надіслати вчителю на HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерела

- [Всеукраїнська школа онлайн](#)
- О. Істер Геометрія. 8 клас. – Київ: Генеза, 2021