07.05 9 клас

Тема. Повторення. Теореми синусів і косинусів. Розв'язування трикутників

Мета: вдосконалювати вміння знаходити невідомі сторони і кути трикутника за відомими сторонами і кутами

Повторюємо

- Сформулюйте теорему Піфагора.
- Сформулюйте теорему косинусів.
- Сформулюйте теорему синусів.
- Чому дорівнює сума кутів трикутника?
- Як знайти кути трикутника, знаючи довжини всіх його сторін?

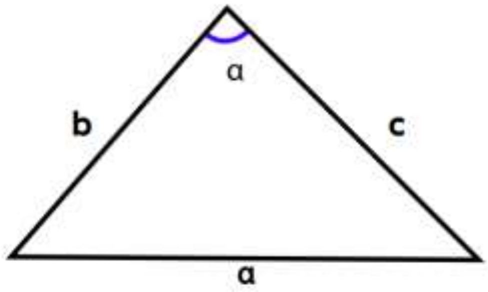
Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Розв'язати трикутник – означає знайти невідомі сторони і кути трикутника за відомими сторонами і кутами.

Теореми, які використовують при розв'язуванні трикутників.

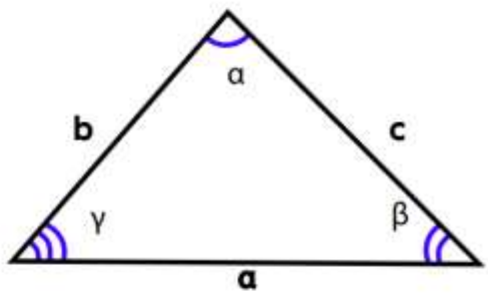
Теорема косинусів

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \bullet cos \propto$$



Теорема синусів

$$\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{a}{sin\gamma} = 2R$$



При розв'язуванні задач використовуються такі позначення:

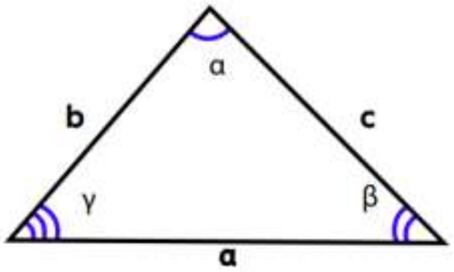
a, b і c – сторони трикутника, α, β і γ – кути протилежні відповідно сторонам a, b і c.

Виконайте вправу

https://learningapps.org/18276942

Розв’язування задач

Задача 1



Дано: $a = 1\ см,\ b = \sqrt{2}\ см,\ \angle\beta = 45^\circ$

Знайти $\angle\gamma$

Розв’язання

За теоремою синусів $\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta}$

$$sin\alpha = \frac{a \cdot sin\beta}{b} = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

Проте в умові задачі не вказано вид трикутника. Тому α може бути як гострим, так і тупим кутом.

α=30° або α=150°

При α= 30° за сумою кутів трикутника

$$\gamma = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 105^\circ$$

При α=150°

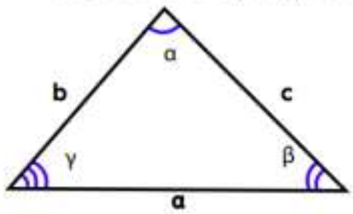
$$\gamma = 180^\circ - (150^\circ + 45^\circ) = -15^\circ$$

Тоді задача має лише один розв’язок.

Відповідь: $\angle\gamma = 105^\circ$.

Задача 2

Розв'яжіть трикутник за двома сторонами й кутом між ними, якщо



$b = 7\ см,\ \ c = 6\ см\ \ і\ \ \angle\alpha = 40^\circ$

Розв'язання

За теоремою косинусів

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\alpha = 49 + 36 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot cos40^\circ \approx 20{,}652$$

$$a \approx 4{,}5\ см$$

Отже, для знаходження невідомих кутів можна застосувати як теорему косинусів, так і теорему синусів. Розглянемо обидва способи.

1. За теоремою косинусів

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cdot cos\beta$$

$$cos\beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} \approx \frac{7,25}{54} \approx 0,134$$

$$\angle\beta \approx 82^\circ$$

$\angle\gamma = 180^\circ - (40^\circ + 82^\circ) \approx 58^\circ$ за сумою кутів трикутника.

2. За теоремою синусів

$$\frac{a}{sin\alpha} = \frac{c}{sin\gamma}$$

$$sin\gamma = \frac{c \bullet sin\alpha}{a} \approx 0,85$$

Оскільки сторона с не є найбільшою у даному трикутнику, тому кут γ – гострий.

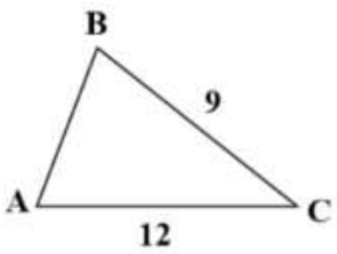
Отже, $\angle\gamma \approx 58^\circ$

Тоді за сумою кутів трикутника $\angle\beta = 180^\circ - (40^\circ + 58^\circ) = 82^\circ$

Відповідь: $c \approx 4,5$ *см*, $\angle\beta \approx 82^\circ$, $\angle\gamma \approx 58^\circ$.

Поміркуйте

За малюнком знайдіть відношення $\frac{sinA}{sinB}$ у трикутнику АВС



Домашнє завдання

- **Опрацювати конспект**
- **Виконати письмово вправу: №664,683**

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

Джерело

Всеукраїнська школа онлайн