

Тема. Геометрична прогресія, її властивості. Формула n-го члена геометричної прогресії

Мета. Ознайомитися з поняттям геометричної прогресії, її властивостей та формулою n-го члена, вчитися знаходити значення членів та знаменника послідовності

Повторюємо

- Що таке числова послідовність?
- Що входить в поняття члена числової послідовності?
- Які способи задання числової послідовності ви знаєте?
- Як знайти значення члена послідовності, знаючи формулу n-го члена?
- Яку послідовність називають арифметичною прогресією?
- Що таке різниця арифметичної прогресії?
- Яка формула n-го члена арифметичної прогресії?

Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Послідовність (b_n) , у якій кожний наступний член можна знайти, якщо попередній член помножити на одне і те ж число q , називається **геометричною прогресією**.

Якщо послідовність (b_n) є геометричною прогресією, тоді для будь-якого натурального значення n справедлива залежність: $b_{n+1}=b_n \cdot q$

Число q називається **знаменником геометричної прогресії**.

Якщо у геометричній прогресії (b_n) відомий перший член b_1 і знаменник q , тоді можливо знайти будь-який член прогресії.

$$b_2=b_1 \cdot q$$

$$b_3=b_2 \cdot q=b_1 \cdot q \cdot q=b_1 \cdot q^2$$

$$b_4=b_1 \cdot q^3$$

і т.д.

Загальний член геометричної прогресії b_n можна обчислити, використовуючи формулу: $b_n=b_1 \cdot q^{n-1}$, де

n - порядковий номер члена прогресії,

b_1 - перший член послідовності,

q - знаменник.

Властивість членів геометричної прогресії крім першого та останнього: $b_n^2=b_{n-1} \cdot b_{n+1}$

Перегляньте відео

<https://youtu.be/oBVcVEUOcXw>

Розв'язування задач

Задача 1.

Чи є вказані послідовності геометричними прогресіями?

А) -3, 6, -12, 24.

Б) 3, 8, 13, 18.

Розв'язання.

Позначимо послідовність (b_n) .

Пункт А):

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$\frac{b_3}{b_2} = \frac{-12}{6} = -2$$

$$\frac{b_4}{b_3} = \frac{24}{-12} = -2$$

Оскільки $-2 = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{b_4}{b_3}$, то ця послідовність буде геометричною прогресією.

Пункт Б):

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{8}{3}, \frac{b_3}{b_2} = \frac{13}{8}$$

$$\frac{13}{8} \neq \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{b_2}{b_1} \neq \frac{b_3}{b_2},$$

з чого випливає, що ця послідовність не є геометричною прогресією.

Задача 2.

Знаменник геометричної прогресії (b_n) дорівнює -3, а перший її член дорівнює 2. Знайдіть четвертий член цієї прогресії.

Розв'язання.

$$b_2 = b_1 q = 2 \times (-3) = -6$$

$$b_3 = b_2 q = (-6) \times (-3) = 18$$

$$b_4 = b_3 q = 18 \times (-3) = -54$$

Задача 3.

У геометричній прогресії (b_n) перший член $b_1 = -2$ та знаменник $q = -3$.

Чому дорівнює b_5 ?

Розв'язання.

$$b_5 = b_1 q^4 = (-2) \times (-3)^4 = (-2) \times 81 = -162.$$

Задача 4.

Знайдіть перший член геометричної прогресії (b_n) , якщо відомо, що її четвертий член дорівнює 7, а знаменник дорівнює $\frac{1}{2}$.

Розв'язання.

З рівності $b_{n+1} = b_n q$ випливає, що $b_n = \frac{b_{n+1}}{q}$. Тобто для того, щоб отримати попередній член, можна поділити наступний на знаменник. Скористаймось цим:

$$b_3 = \frac{b_4}{q} = \frac{7}{\frac{1}{2}} = 14$$

$$b_2 = \frac{b_3}{q} = \frac{14}{\frac{1}{2}} = 28$$

$$b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{28}{\frac{1}{2}} = 56.$$

Поміркуйте

Чому дорівнює знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_{15}=7$ та $b_{18}=189$?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати завдання на вибір:
 1. У геометричній прогресії (b_n) перший член $b_1=-1$ та знаменник $q=-5$. Чому дорівнює b_4 ? (7 балів)
 2. Вкладник поклав у банк 500 гривень під 20 відсотків річних. Яка сума грошей буде на рахунку через 3 роки? (10 балів)

Джерела

- [Мій клас](#)
- [Всеукраїнська школа онлайн](#)