

## Тема. Числові нерівності. Основні властивості числових нерівностей

**Мета.** Ознайомитись із поняттям числової нерівності та властивостями числових нерівностей, навчитись використовувати їх для порівняння чисел та виразів.

### Пригадайте

- Що називають виразом?
- Що називають рівнянням?
- Як порівняти два додатних числа?
- Як порівняти два від'ємних числа?

### Ознайомтеся з інформацією

Число  $a$  вважають більшим за число  $b$ , якщо різниця  $a - b$  є додатним числом. Число  $a$  вважають меншим від числа  $b$ , якщо різниця  $a - b$  є від'ємним числом. Числа  $a$  і  $b$  вважають рівними, якщо різниця  $a - b$  дорівнює нулю.

$a > b$	$a < b$	$a = b$
$a - b > 0$	$a - b < 0$	$a - b = 0$

Перегляньте навчальне відео за посиланням:

[https://youtu.be/laWT\\_ETcfZs](https://youtu.be/laWT_ETcfZs)

### Ознайомтеся з інформацією

#### Властивості числових нерівностей

**Властивість 1.** Якщо  $a > b$  і  $b > c$ , тоді  $a > c$ .



**Наприклад:** нехай  $a=6, b=0, c=-4$ , тоді, якщо  $6 > 0$  і  $0 > -4$ , тоді  $6 > -4$ .

**Властивість 2.** Якщо  $a > b$ , тоді  $a + c > b + c$ .

Якщо до обох частин нерівності додати одне й те саме число - знак нерівності не зміниться.

**Наприклад:** нехай  $a=6, b=0, c=-4$ , отже  $6 > 0$ , якщо додати число  $-4$  до обох частин нерівності, маємо:  $6 - 4 = 2$  і  $0 - 4 = -4$ , тоді  $2 > -4$ .

**Властивість 3.** Якщо  $a > b$  і  $k > 0$ , тоді  $ak > bk$ .

Якщо обидві частини нерівності помножити на одне і те ж **додатне** число - знак нерівності не зміниться

**Наприклад:** Відомо, що  $17,2 < x < 17,3$ . Оцінити  $2x$ .

При множенні подвійної нерівності на додатне число  $2$ , отримаємо нерівність того ж змісту (тобто знаки не зміняться).

$$17,2 \cdot 2 < x \cdot 2 < 17,3 \cdot 2 \quad 34,4 < 2x < 34,6$$

**Властивість 4.** Якщо  $a > b$  і  $k < 0$ , тоді  $ak < bk$ .

Якщо обидві частини нерівності помножити на одне і те ж **від'ємне** число - знак нерівності зміниться ( $<$  на  $>$ ,  $>$  на  $<$ )

**Наприклад:** Відомо, що  $17,2 < x < 17,3$ . Оцінити  $-2x$ .

При множенні подвійної нерівності на від'ємне число  $-2$ , отримаємо нерівність протилежного змісту (тобто знаки зміняться).

$$17,2 \cdot (-2) < x \cdot (-2) < 17,3 \cdot (-2) \quad -34,4 > -2x > -34,6 \quad -34,6 < -2x < -34,4$$

**Властивість 5.** Якщо  $a > b$  і  $a, b > 0$ , тоді  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ .

Ділення на число  $k$  можна замінити множенням на дріб  $1/k$

## Запишіть у зошит

### Задача 1

Доведіть, що за будь-якого значення змінної є правильною нерівність:

$$(a + 4)(a + 1) > a(a + 5)$$

**Розв'язання:**

$$(a + 4)(a + 1) > a(a + 5)$$

$$(a + 4)(a + 1) - a(a + 5) > 0$$

$$a^2 + 4a + a + 4 - a^2 - 5a > 0$$

$$4 > 0$$

### Задача 2

Доведіть, що:  $a^3 - 8a^2 \geq -a + 8$ , для  $a \geq 8$ .

**Розв'язання:**

$$a^3 - 8a^2 \geq -a + 8$$

$$a^3 - 8a^2 + a - 8 \geq 0$$

$$a^2(a - 8) + (a - 8) \geq 0$$

$$(a - 8)(a^2 + 1) \geq 0$$

---

$$a \geq 8, \text{ тому } a - 8 \geq 0$$

$$a^2 \geq 0, \text{ тому } a^2 + 1 > 0$$

Отже,

$$(a - 8)(a^2 + 1) \geq 0$$

### Задача 3

Порівняйте суму квадратів двох довільних чисел та їхній подвоєний добуток.

**Розв'язання:**

$$a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

$$(a - b)^2 \geq 0$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

### Задача 4

Запишіть нерівність, яку отримаємо, якщо до обох частин нерівності  $-3 < 4$  додамо

- число 5
- число  $-2$

**Розв'язання:**

- $-3 + 5 < 4 + 5$ , або ж  $2 < 9$
- $-3 - 2 < 4 - 2$ , або ж  $-5 < 2$

### Задача 5

Запишіть нерівність, яку отримаємо, якщо обидві частини нерівності  $5 > -3$  помножимо на

- число 4
- число  $-2$

**Розв'язання:**

- $5 \cdot 4 > -3 \cdot 4$ , або ж  $20 > -12$
- $5 \cdot (-2) < -3 \cdot (-2)$ , або ж  $-10 < 6$

## Додатково

### Задача 6

Як від нерівності  $2 < 3$  перейти до  $1 - 3 \cdot 2 > 1 - 3^2$ ?

#### Розв'язання.

Помножимо обидві частини нерівності  $2 < 3$  на  $(-3)$ . Оскільки  $(-3)$  від'ємне, то знак в нерівності зміниться на протилежний і ми отримаємо  $(-3) \cdot 2 > (-3) \cdot 3 = -3^2$

Тепер додамо до обох частин 1 і отримаємо шукану нерівність

$$1 - 3 \cdot 2 > 1 - 3^2$$

## Пригадайте

- Як порівняти два числа?
- Які властивості є у числових нерівностей?

## Домашнє завдання

- Опрацювати конспект та параграф 1 підручника
- Розв'язати письмово завдання: №7, 13, 19

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту