

Тема. Тотожні перетворення раціональних виразів

Мета: вдосконалювати вміння виконувати тотожні перетворення раціональних виразів.

Пригадайте

- Як додати (відняти) раціональні дроби з різними знаменниками?
- Які вирази називають тотожними?
- Що означає здійснювати тотожні перетворення виразів?

Запам'ятайте

- Щоб **додати раціональні дроби з однаковими знаменниками**, потрібно додати їхні чисельники, а знаменник залишити без змін.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, c \neq 0$$

- Щоб **відняти раціональні дроби з однаковими знаменниками**, потрібно від чисельника першого дроби відняти чисельник другого дроби, а знаменник залишити без змін.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}, c \neq 0$$

- **Добутком двох раціональних дробів** є раціональний дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників даних дробів, а знаменник — добутку їхніх знаменників:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}, B \neq 0, D \neq 0$$

- Щоб **піднести раціональний дріб до степеня**, потрібно піднести до цього степеня чисельник і знаменник.

$$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$$

- Щоб **поділити один раціональний дріб на інший**, потрібно помножити ділене на дріб, обернений до дільника.

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$

Робота в зошиті

Завдання 1

Доведіть, що за всіх допустимих значень x значення виразу не залежить від x :

$$\frac{1}{x+3} : \left(\frac{17x+1}{x^3+27} - \frac{x-2}{x^3-3x+9} + \frac{2}{x+3} \right) + \frac{x^2+23x+41}{x^2+10x+25}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{17x+1}{x^3+27} - \frac{x-2}{x^3-3x+9} + \frac{2}{x+3} &= \frac{17x+1}{(x+3)(x^2-3x+9)} - \frac{x-2}{x^3-3x+9} + \frac{2}{x+3} = \\ &= \frac{17x+1 - (x-2)(x+3) + 2(x^2-3x+9)}{(x+3)(x^2-3x+9)} = \frac{17x+1 - x^2 - 3x + 2x + 6 + 2x^2 - 6x + 18}{(x+3)(x^2-3x+9)} = \frac{x^2+10x+25}{(x+3)(x^2-3x+9)}; \end{aligned}$$

$$2) \quad \frac{1}{x+3} : \frac{x^2+10x+25}{(x+3)(x^2-3x+9)} = \frac{1}{x+3} \cdot \frac{(x+3)(x^2-3x+9)}{x^2+10x+25} = \frac{x^2-3x+9}{x^2+10x+25};$$

$$3) \quad \frac{x^2-3x+9}{x^2+10x+25} + \frac{x^2+23x+41}{x^2+10x+25} = \frac{x^2-3x+9+x^2+23x+41}{x^2+10x+25} = \frac{2x^2+20x+50}{x^2+10x+25} = \frac{2(x^2+10x+25)}{x^2+10x+25} = 2.$$

Завдання 2

1. Знайдіть значення виразу $\frac{\frac{4}{ab}}{\frac{2}{a} - \frac{2}{b}}$, коли $a = 89, b = 91$.

$$\begin{aligned}\frac{\frac{4}{ab}}{\frac{2}{a} - \frac{2}{b}} &= \frac{4}{ab} : \left(\frac{2}{a} - \frac{2}{b} \right) = \frac{4}{ab} : \left(\frac{2b - 2a}{ab} \right) = \frac{4}{ab} \cdot \frac{ab}{2(b - a)} = \frac{2}{b - a} \\ \frac{2}{91 - 89} &= \frac{2}{2} = 1\end{aligned}$$

2. Знайдіть значення виразу за $x = 999$:

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= 1 : \left(1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} \right) = 1 : \left(1 - 1 : \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right) = 1 : \left(1 - 1 : \left(\frac{x - 1}{x} \right) \right) = \\ &= 1 : \left(1 - \frac{x}{x - 1} \right) = 1 : \left(\frac{x - 1 - x}{x - 1} \right) = 1 \cdot \frac{x - 1}{-1} = -(x - 1) = 1 + x.\end{aligned}$$

$$1 + 999 = 1000.$$

Завдання 3

Спростіть вираз:

$$\begin{aligned}&\left(\frac{x + y}{x} + \frac{x - y}{y} \right)^2 - \left(\frac{x - y}{x} - \frac{x + y}{y} \right)^2 = \\ &= \left(\frac{x + y}{x} + \frac{x - y}{y} - \frac{x - y}{x} + \frac{x + y}{y} \right) \cdot \left(\frac{x + y}{x} + \frac{x - y}{y} + \frac{x - y}{x} - \frac{x + y}{y} \right) = \\ &= \left(\frac{x + y - x + y}{x} + \frac{x - y + x + y}{y} \right) \left(\frac{x + y + x - y}{x} + \frac{x - y - x - y}{y} \right) = \left(\frac{2y}{x} + \frac{2x}{y} \right) \left(\frac{2x}{x} + \frac{-2y}{y} \right) = \\ &= \left(\frac{2y^2 + 2x^2}{xy} \right) (2 - 2) = 0.\end{aligned}$$

Поміркуйте

Спростіть вираз:

$$\left(\frac{d}{t^2} + t \right)^2 - \left(\frac{d}{t^2} - t \right)^2$$

Домашнє завдання

Виконайте завдання №4, 5:

4. Спростіть вираз:

$$1. \frac{\frac{m}{n} - \frac{n}{m}}{m + n} \quad 2. \left(\frac{b+4}{b-4} - \frac{b-4}{b+4} \right) : \frac{12b}{b^2 - 8b + 16}$$

5. Знайдіть значення виразу $2 - \frac{x}{1 - \frac{x}{x-8}}$ при $x = 16$.

Фото виконаної роботи надішліть на HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)