11.09.23 9Б клас Вчитель: Артемюк Н.А.

Тема. Повторення вивченого у 8 класі. Квадратні рівняння

Мета. Повторити поняття квадратного рівняння та відновити навички розв’язування квадратних рівнянь та рівнянь, що зводяться до квадратних.

Пригадайте

- Рівняння якого виду називаються квадратними?
- Які способи розв’язування квадратних рівнянь ви знаєте?
- Сформулюйте теорему Вієта

Ознайомтеся з інформацією

- Квадратним рівнянням називають рівняння виду $ax^2+bx+c=0$, де x — змінна, a, b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$.
- Дискримінант квадратного рівняння $D=b^2-4ac$:
  - $D<0$ означає, що коренів немає;
  - $D=0$ означає, що є рівно один корінь $x_1=-\dfrac{b}{2a}$;
  - $D>0$ означає, що є два корені $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$.
- **Теорема Вієта**. Якщо у квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ є два корені x_1, x_2, то для них виконується $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$, $x_1x_2=\dfrac{c}{a}$.
- **Обернена теорема Вієта.** Якщо числа x_1 і x_2 такі, що $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$, $x_1x_2=\dfrac{c}{a}$, то ці числа є коренями квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$.
- Розв’язок за допомогою дискримінанта дає вичерпну інформацію про корені (їх кількість та значення), але потребує певних обчислень.
- Обернена теорема Вієта дає змогу в **деяких** випадках швидко підібрати корені, не виконуючи багато обчислень.
- Рівняння виду $ax^4+bx^2+c=0$, де x — змінна, a, b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$, називають біквадратним рівнянням.
- Для розв'язку біквадратного рівняння використовують метод заміни змінної: $x^2=t$, тоді $ax^4+bx^2+c=0$ перетворюється на $at^2+bt+c=0$, що є звичайним квадратним рівнянням.

Перегляньте навчальне відео за посиланням:

https://youtu.be/xfvWhliOcd8

Працюємо в зошиті

- **Зробіть конспект теоретичного матеріалу**
- **Запишіть приклади розв’язування завдань з теми:**

1. Маємо квадратне рівняння: $x^2+3{,}3x+13{,}8=0$. Вкажіть суму та добуток коренів.

Розв’язання

В даному рівнянні $a=1$, $b=3.3$, $c=13.8$

За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{3.3}{1} = -3.3$

$$x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{13.8}{1} = 13.8$$

2. Не розв'язуючи рівняння $x^2+7x+2x+109=0$, визначте, чи має воно корені.

Розв’язання

Виконаймо перетворення:

$x^2+7x+2x+109=0$

$x^2+9x+109=0$

Знайдемо дискримінант рівняння**:**

$D=b^2-4ac=9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 109=81 - 436$

Видно, що значення отриманого виразу менше за 0, отже рівняння не має коренів.

3. Розв’яжіть рівняння:

$2x^2 + 2\sqrt{2}x - 7 = 0.$

Розв’язання

$$D = \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 8 + 56 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-2\sqrt{2} \pm 8}{4} = \frac{-\sqrt{2} \pm 4}{2}$$

4. $x^4-29x^2+100=0$

$x^2=t$

$t^2-29t+100=0$

За т. Вієта:

$$\left[\begin{array}{l} t = 25 \\ t = \ \ 4 \end{array}\right.$$

Повернемось до замін: $\left[\begin{array}{l} x^2 = 25 \\ x^2 = \ \ 4 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \pm 5 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$

5. Розв’яжіть рівняння $(5x-3)^4 + 2(5x-3)^2 - 3 = 0.$

Розв’язання

Зауважмо, що це рівняння зводиться до квадратного. Замінімо змінну: $t = (5x-3)^2$.

Тоді початкове рівняння постане як $t^2 + 2t - 3 = 0$. З оберненої теореми Вієта випливає, що його корені — це $t_1 = 1$, $t_2 = -3$. Тоді корені початкового рівняння задовольняють систему

$$\left[\begin{array}{l} (5x-3)^2 = 1 \\ (5x-3)^2 = -3 \end{array}\right.$$

Зрозуміло, що $(5x-3)^2 = -3$ розв’язків не має. Відповідно, корені рівняння задовільняють $(5x-3)^2 = 1$.

$$\left[\begin{array}{l} 5x-3 = 1 \\ 5x-3 = -1 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 5x = 4 \\ 5x = 2 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = 0.8 \\ x = 0.4 \end{array}\right.$$

Домашнє завдання

- **Повторити теми «Раціональні вирази» та «Квадратні корені»**
- Розв'яжіть рівняння:

  а) $2x^2 + 9x - 5 = 0$;

  б) $\frac{2x+3}{x^2-4x+4} - \frac{x-1}{x^2-2x} = \frac{5}{x}$;

  в) $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$.