

Тема. Віднімання векторів

Мета: ознайомитися зі способами віднімання векторів, вчитися обчислювати і знаходити графічно різницю векторів

Пригадайте

- Що таке вектор?
- Які вектори називають колінеарними?
- Що називають сумою векторів?
- Якими способами можна додати два вектори?
- Що таке спосіб многокутника?

Ознайомтеся з інформацією

Різницею векторів \vec{a} і \vec{b} називають такий вектор \vec{c} , сума якого з вектором \vec{b} дорівнює вектору \vec{a} . Це можна записати так: $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

Із цього означення знаходимо координати вектора \vec{c} :

$$c_1 = a_1 - b_1, c_2 = a_2 - b_2.$$

Для побудови вектора-різниці скористаймося правилом трикутника й рівністю $\vec{b} + (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}$. Відкладемо вектори \vec{a} і \vec{b} від однієї точки (рис. 1). Тоді початок вектора-різниці є кінцем вектора \vec{b} , а кінець — кінцем вектора \vec{a} , тобто вектор-різниця сполучає кінці векторів \vec{a} і \vec{b} та напрямлений у бік зменшуваного.

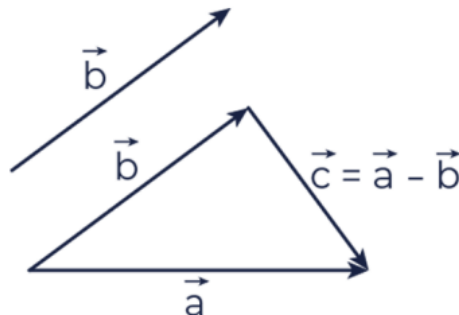


Рис. 1. Побудова різниці векторів

На рисунку 1 вектори \vec{a} і \vec{b} неколінеарні. Проте описаний алгоритм можна застосовувати й для знаходження різниці колінеарних векторів. На рисунку 2 вектор \vec{BA} дорівнює різниці колінеарних векторів \vec{a} і \vec{b} .



Рис. 2. Різниця колінеарних векторів

Отже, для будь-яких трьох точок O, A і B виконується рівність $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$, яка виражає правило знаходження різниці двох векторів, відкладених від однієї точки.

Якщо координати векторів \vec{a} і \vec{b} дорівнюють, відповідно, $(a_1; a_2)$ і $(b_1; b_2)$, то координати вектора $\vec{a} - \vec{b}$ дорівнюють $(a_1 - b_1; a_2 - b_2)$.

Якщо вектори \vec{a} і \vec{b} **протилежні**, то говорять, що вектор \vec{a} протилежний вектору \vec{b} , а вектор \vec{b} протилежний вектору \vec{a} .

Вектором, протилежним нульовому вектору, вважають нульовий вектор.

Вектор, протилежний вектору \vec{a} , позначають так: $-\vec{a}$.

З означення випливає, що протилежним вектору \overrightarrow{AB} є вектор \overrightarrow{BA} . Тоді для будь-яких точок A і B виконується рівність $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$.

Із правила трикутника випливає, що $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$.

А із цієї рівності випливає, що коли вектор \vec{a} має **координати** $(a_1; a_2)$, то вектор $-\vec{a}$ має координати $(-a_1; -a_2)$.

Для будь-яких векторів \vec{a} і \vec{b} виконується рівність:
 $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. Ця теорема дає змогу звести віднімання векторів до додавання: щоб від вектора \vec{a} відняти вектор \vec{b} , можна до вектора \vec{a} додати вектор $-\vec{b}$ (рис. 3).

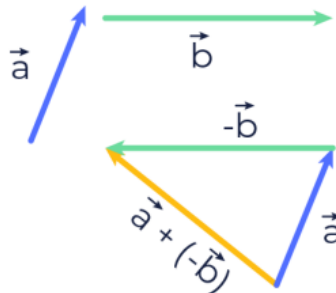


Рис. 3. До теореми про різницю векторів

Перегляньте відео за посиланням:

<https://youtu.be/0Hhbli4GtR4>

Розв'язування задач

Задача 1

Діагоналі паралелограма $ABCD$ перетинаються в точці O (рис. 4). Виразіть вектори \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{CB} через вектори $\overrightarrow{CO} = \vec{a}$ і $\overrightarrow{BO} = \vec{b}$.

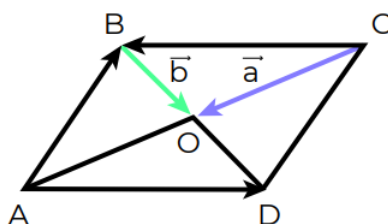


Рис. 4

Розв'язання.

Оскільки точка O — середина відрізків AC і BD , то $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} = \overline{a}$ й $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} = \overline{b}$.
 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BO} = -\overline{a} - \overline{b}$
 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = -\overline{a} + \overline{b} = \overline{b} - \overline{a}$
 $\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD} = \overline{a} - \overline{b}$

Відповідь: $\overrightarrow{AB} = -\overline{a} - \overline{b}$; $\overrightarrow{AD} = \overline{b} - \overline{a}$; $\overrightarrow{CB} = \overline{a} - \overline{b}$.

Задача 2

Дано вектори $\overline{a}(4; -5)$ і $\overline{b}(-1; 7)$. Знайдіть координати векторів $\overline{a} - \overline{b}$ та $|\overline{a} - \overline{b}|$.

Розв'язання

$$\overline{a} - \overline{b} = (4 - (-1); -5 - 7) = (5; -12)$$
$$|\overline{a} - \overline{b}| = \sqrt{5^2 + (-12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

Відповідь: $\overline{a} - \overline{b} = (5; -12)$; $|\overline{a} - \overline{b}| = 13$.

Задача 3

Дано вектор $\overrightarrow{MN}(3; -5)$. Знайдіть координати вектора \overrightarrow{NM} .

Розв'язання

$$\overrightarrow{NM} = -\overrightarrow{MN} = (-3; 5)$$

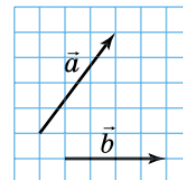
Відповідь: $\overrightarrow{NM} = (-3; 5)$.

Пригадайте

- Як можна відняти вектори графічно?
- Як можна відняти вектори, знаючи їх координати?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект і §8 підручника с.68-69
 - Розв'язати (письмово) №4, 5:
4. Дано вектори \vec{a} і \vec{b} . Побудуйте вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$



5. Дано: $\vec{a}(3; -1)$; $\vec{b}(x; y)$; $\vec{c}(0; 2)$; $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$. Знайти: x і y .

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерела

- Істер О.С. Геометрія: 9 клас. — Київ: Генеза, 2017
- <https://lms.e-school.net.ua/>