Тема. Повторення. Розв'язування прямокутних трикутників. Многокутники. Площі многокутників

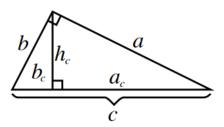
<u>Мета:</u> повторити поняття та властивості прямокутного трикутника, теорему Піфагора та співвідношення між сторонами і кутами у прямокутному трикутнику; поняття та формули площ многокутників, відновити навички застосування теоретичних знань з даних тем для розв'язування задач

Ознайомтеся з інформацією

Теорема Піфагора

У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
.



1) Висота, проведена до гіпотенузи, є середнім геометричним між проекціями катетів на гіпотенузу.

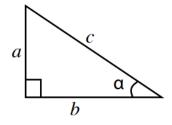
$$h_e^2 = a_e \cdot b_e$$
;

2) Катет є середнім геометричним між гіпотенузою і його проекцією на гіпотенузу.

$$a^2 = c \cdot a_c$$
 i $b^2 = c \cdot b_c$;

3) Висота, проведена до гіпотенузи, дорівнює добутку катетів, поділеному на гіпотенузу.

$$h_c = \frac{ab}{c}$$



Функція	Кут α		
	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosα	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tgα	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctgα	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Синусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до гіпотенузи.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$
.

Косинусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до гіпотенузи.

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$
.

Тангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до прилеглого.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$
.

Котангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до протилежного.

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$
.

Основна тригонометрична тотожність. Для будь-якого гострого кута α :

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Наслідок:

Для будь-якого гострого кута α :

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$
, $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.

$$\sin(90^{\circ} - \alpha) = \cos\alpha, \cos(90^{\circ} - \alpha) = \sin\alpha.$$

$$tg(90^{\circ} - \alpha) = ctg\alpha$$
, $ctg(90^{\circ} - \alpha) = tg\alpha$.

Многокутник називається **вписаним у коло** (рис. 3, a), якщо всі його вершини лежать на цьому колі.

Многокутник називається **описаним навколо кола** (рис. 3, б), якщо всі його сторони дотикаються до цього кола.

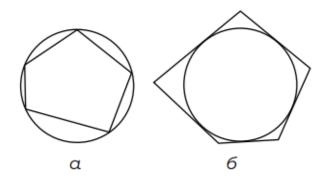


Рис. 3. Вписаний (α) і описаний (б) многокутники

Площа прямокутника (рис. 5) дорівнює добутку його сусідніх сторін: S = a*b, де a і b — сторони прямокутника

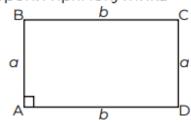


Рис. 5. ABCD — прямокутник

Площа квадрата (рис. 6) дорівнює квадрату його сторони: $S = \alpha^2$, де α — сторона квадрата.

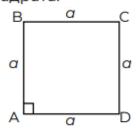


Рис. 6. ABCD — квадрат

Площа паралелограма (рис. 7) дорівнює добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони:

 $S=a*h_a$, де a — сторона паралелограма, h_a — проведена до неї висота.

Ще одна формула для розрахунку площі паралелограма виражена через кут α :

$$S = a * b * sin(a)$$

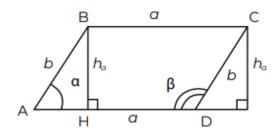


Рис. 7. ABCD — паралелограм

Площа трикутника (рис. 8) дорівнює половині добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони:

$$S = \frac{1}{2} * a * h_a$$
, де a — сторона трикутника, h_a — проведена до неї висота.

Ще одна формула для розрахунку площі трикутника виражена через кут $\pmb{\alpha}$:

$$S = \frac{1}{2} * a * b * sin(a)$$

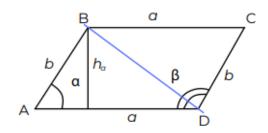


Рис. 8. Трикутник ABD, утворений із паралелограма ABCD

Площа ромба (рис. 9) дорівнює половині добутку його діагоналей:

 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$, де d_1 і d_2 — діагоналі ромба.

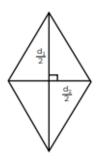


Рис. 9. Ромб

Площа трапеції (рис. 10) дорівнює добутку півсуми її основ на висоту:

 $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, де $a \mid b$ — основи трапеції, h — висота трапеції.

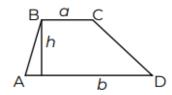


Рис. 10. ABCD — трапеція

Робота в зошиті

Запишіть приклади розв'язування задач:

1. Знайдіть гіпотенузу прямокутного трикутника, катети якого становлять 12см і 8см.

Дано: *a=12см, b=8см* **Знайти:** *c*

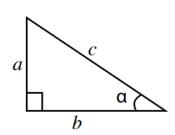
Розв'язання

За теоремою Піфагора $c^2 = a^2 + b^2 = 12^2 + 8^2 = 144 + 64 = 208$, тоді

$$c = \sqrt{208} = \sqrt{13 \cdot 16} = 4\sqrt{13}$$

Відповідь: $4\sqrt{13}$ см

2. Знайдіть катет прямокутного трикутника, якщо його інший катет дорівнює $6\sqrt{3}$ см, а кут, протилежний даному катету, дорівнює 60° .



Дано: $a=6\sqrt{3}$ см, $\alpha=60^{\circ}$

Знайти: *b*

Розв'язання

За формулою
$$tglpha=rac{a}{b}$$
 прилеглий катет $b=rac{a}{tglpha}=rac{6\sqrt{3}}{tg60^\circ}=rac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=6$

Відповідь: 6см.

3. Знайдіть косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника, синус якого дорівнює 0.8.

Розв'язання

Нехай для гострого кута α: sin α = 0,8.

Тоді $\cos \alpha = \sqrt{1 - sin^2 \alpha}$, тобто $\cos \alpha = \sqrt{1 - 0.8^2} = \sqrt{0.36} = 0.6$.

Оскільки tg $\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, то tg $\alpha = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3}$.

Відповідь: 0,6; $\frac{4}{3}$.

4. Площа паралелограма дорівнює 84см², а одна з його сторін — 12см. Знайдіть висоту паралелограма, проведену до цієї сторони.

Дано: S = 84см², a = 12см

Знайти: *h*_a

Розв'язання

3 формули
$$S=a\ h_a\ h_a=rac{S}{a}=rac{84}{12}=7$$

Відповідь: 7см.

Домашне завдання

- Повторити теми «Чотирикутники», «Подібність трикутників»
- Розв'язати задачі (письмово):
- 1. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 15см, а один з його катетів 12см. Знайдіть другий катет трикутника.
- 2. Знайдіть площу ромба, сторона якого дорівнює 10см, а одна з діагоналей на 4см більша за другу.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com