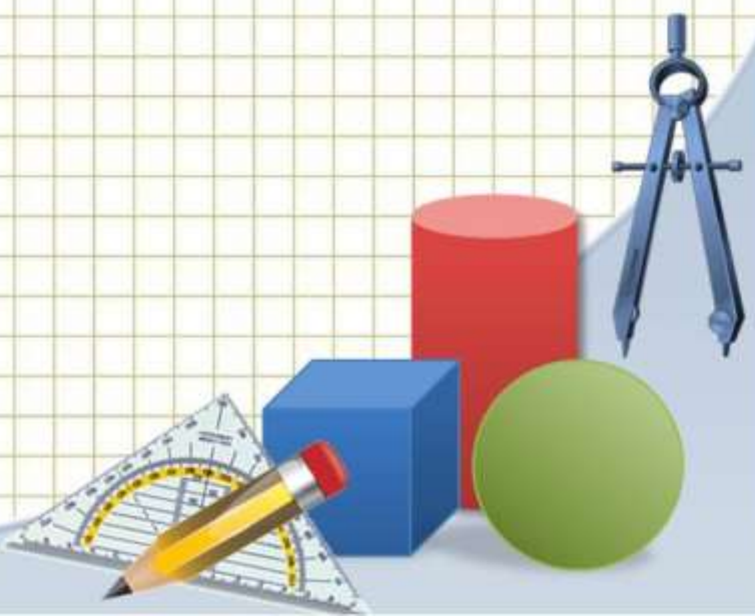
Функції.
Властивості та графіки функцій



Означення. **Функцію, яку можна задати формулою виду $y = kx + b$, де k і b — деякі числа, x — незалежна змінна, називають лінійною.**

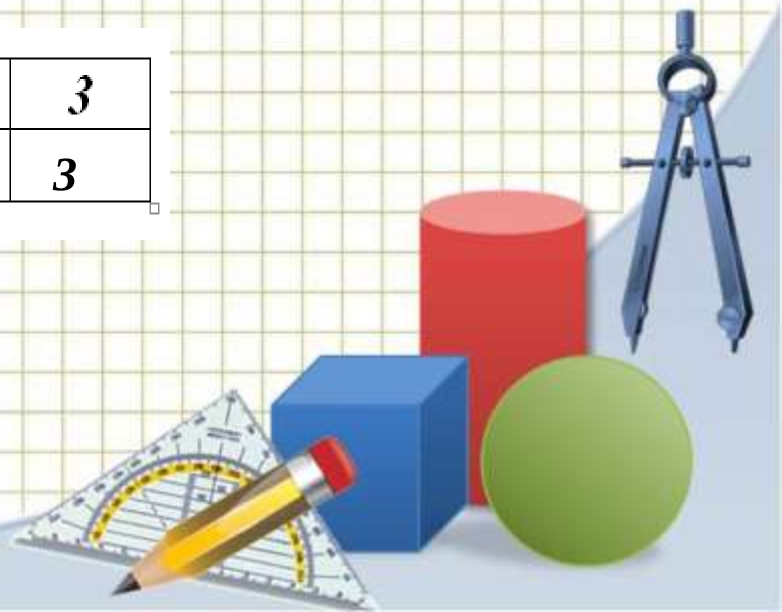
Приклади лінійних функцій:

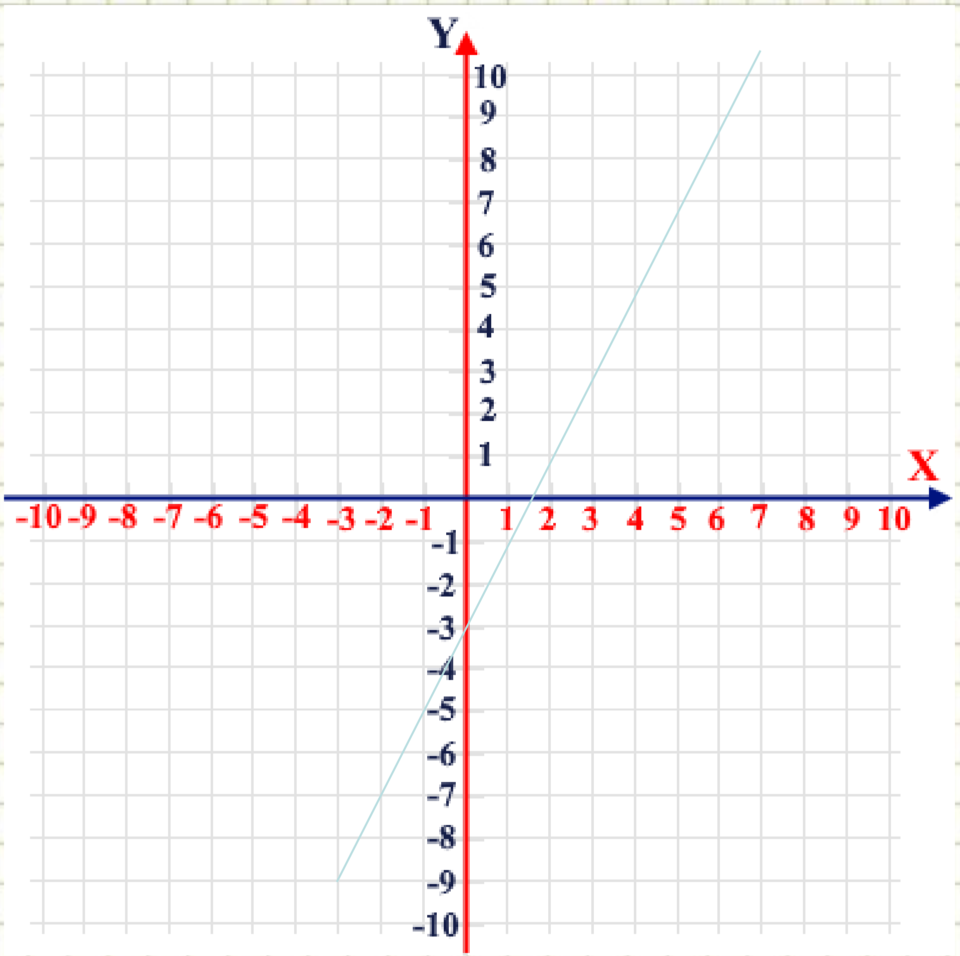
y = 5x + 3;   y = - 4 – x;   y = - 6x;   y = 3.

Оластю визначення лінійної функції є множина всіх дійсних чисел

Побудуємо графік функції y = 2x - 3

x	*-3*	*-2*	*-1*	*0*	*1*	*2*	*3*
y	*-9*	*-7*	*-5*	*-3*	*-1*	*1*	*3*





Графіком лінійної функції є пряма

(Для побудови потрібно 2 точки)

Але у формулі $y = kx + b$, яка задає лінійну функцію, припустимі є й

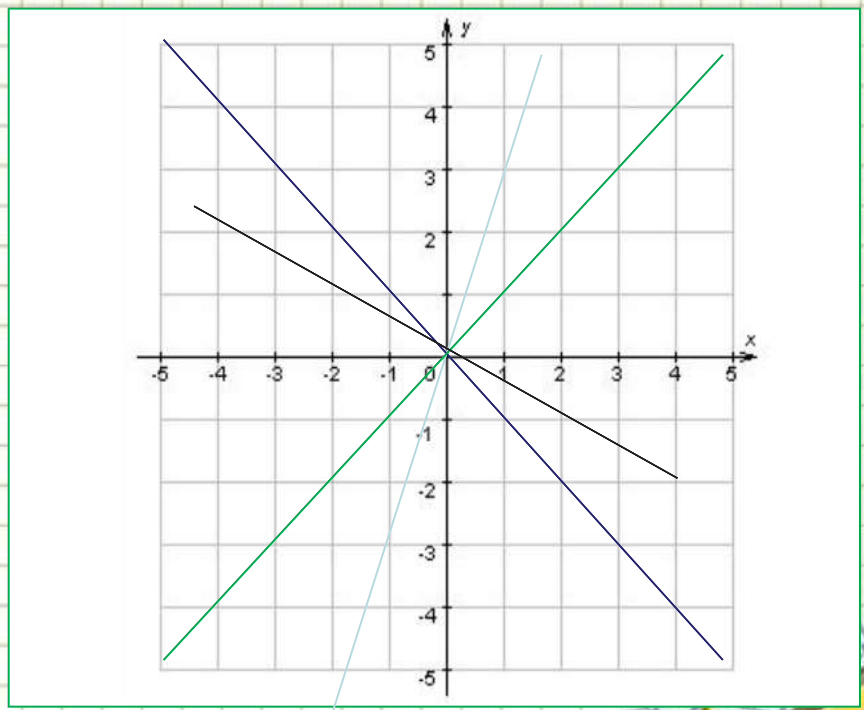
випадки, коли $k = 0$ та/або $b = 0$

1) $b = 0, k \neq 0$ ***$y = kx$ – пряма пропорційність***

$$\frac{y}{x} = k$$

Приклад функцій прямої пропорційності

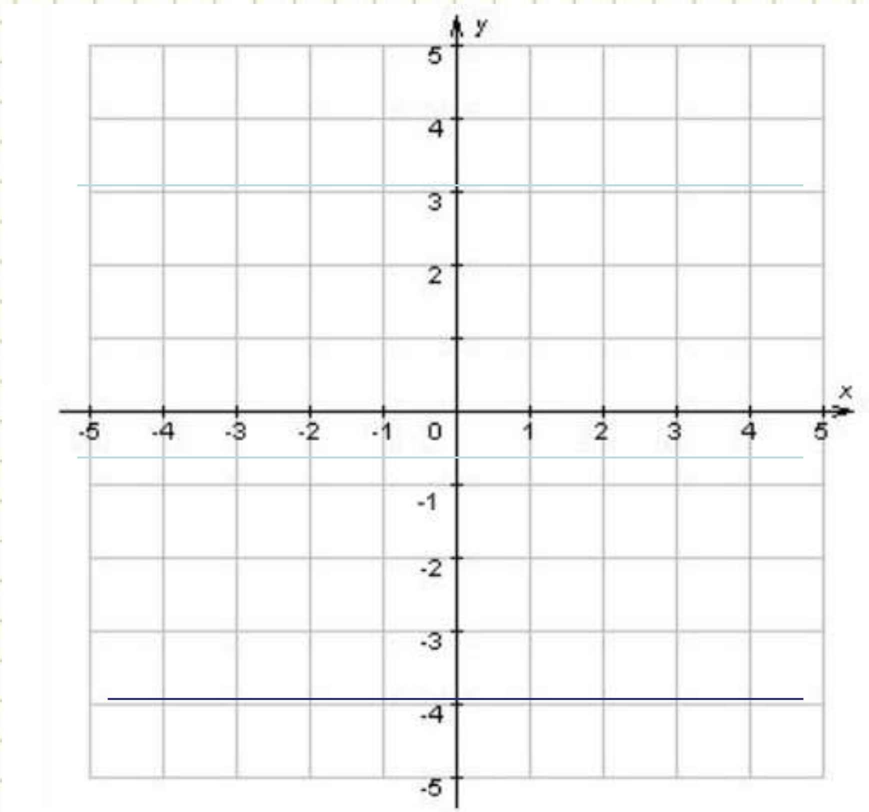
$y = 3x$, $y = -x$, $y = x$, $y = -\frac{1}{2}x$



2) $y = kx + b$ $k = 0$ $y = b$

Наприклад

$y = 3$, $y = -4$, $y = -0{,}5$



Графіком функції $y = b$, де $b \neq 0$, є пряма, параллельна осі абсцис

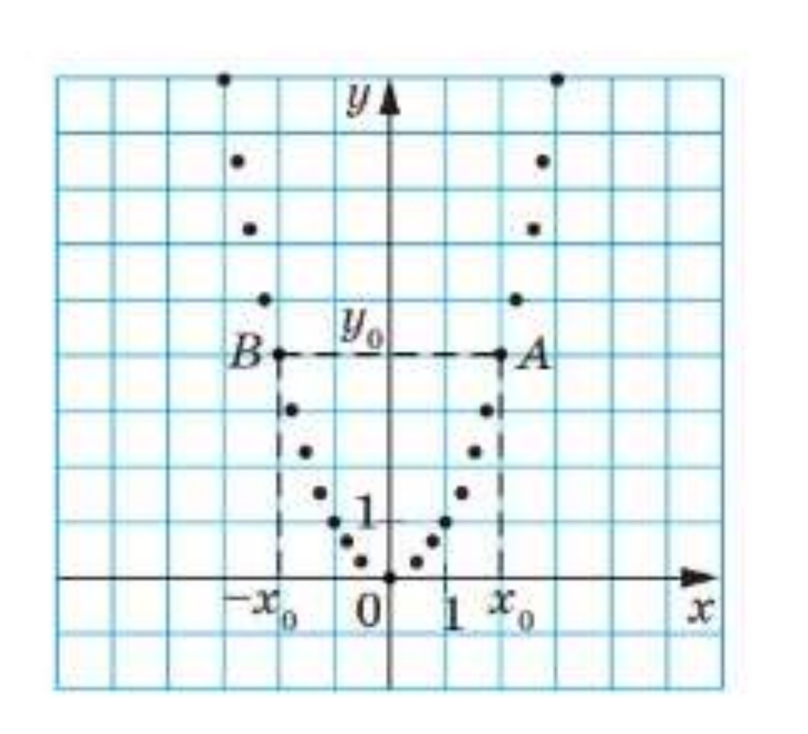
Графіком функції $y = 0$, є вісь абцис

Функція $y = x^2$

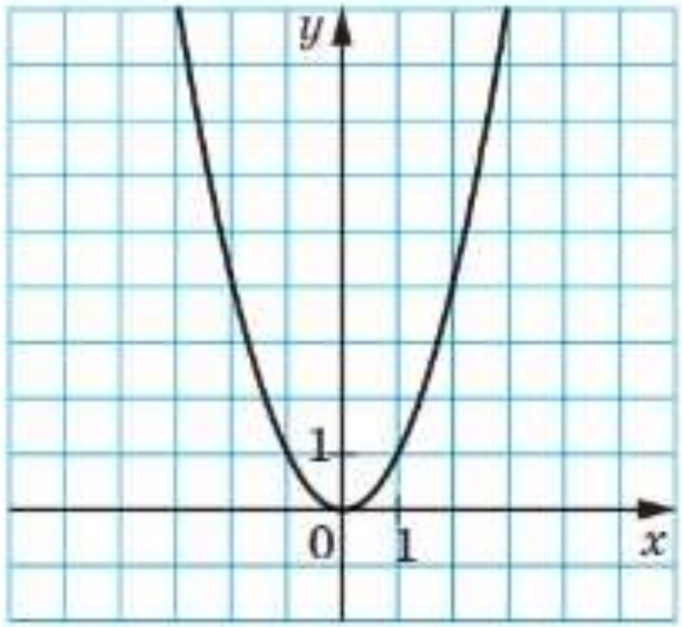
Таблиця значень функції для деяких значень аргумента.

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4	6.25	9

Побудуємо графік функції y=x^2.



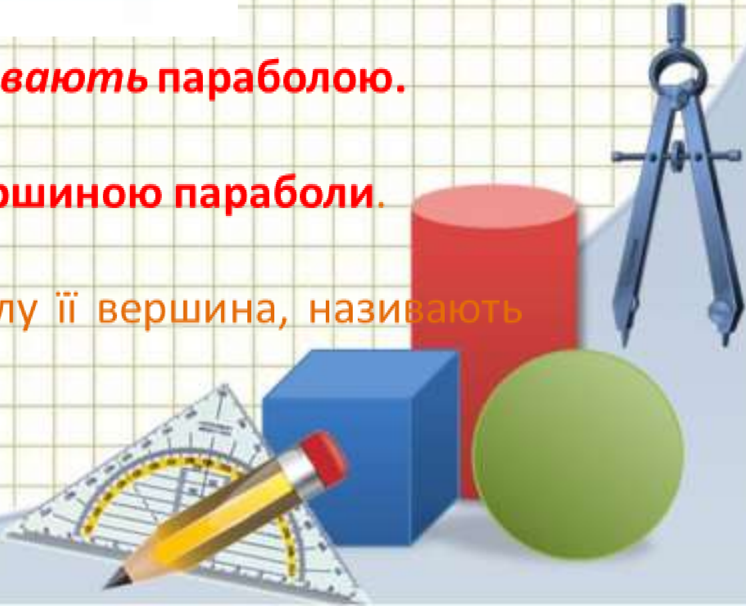
Функція $y = x^2$



Криву, що є графіком функції $y = x^2$ ***називають*** **параболою.**

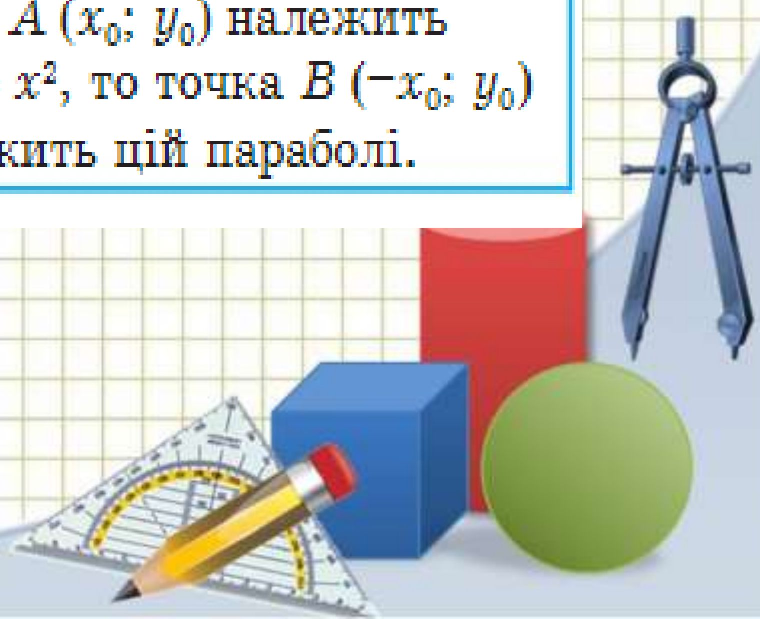
Точку з координатами (0;0) називають **вершиною параболи**.

Кожну з частин, на які розбиває параболу її вершина, називають **віткою параболи.**

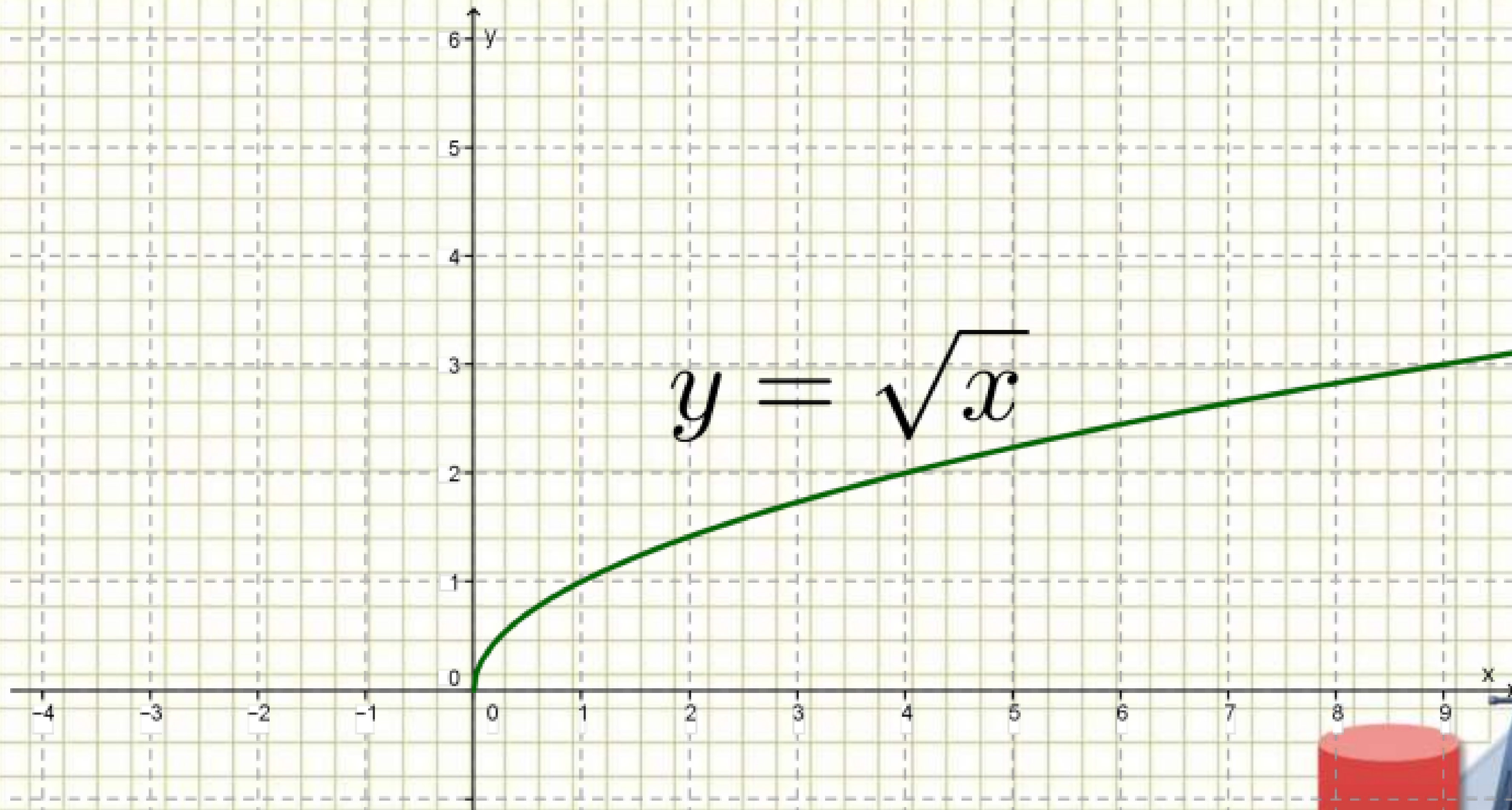


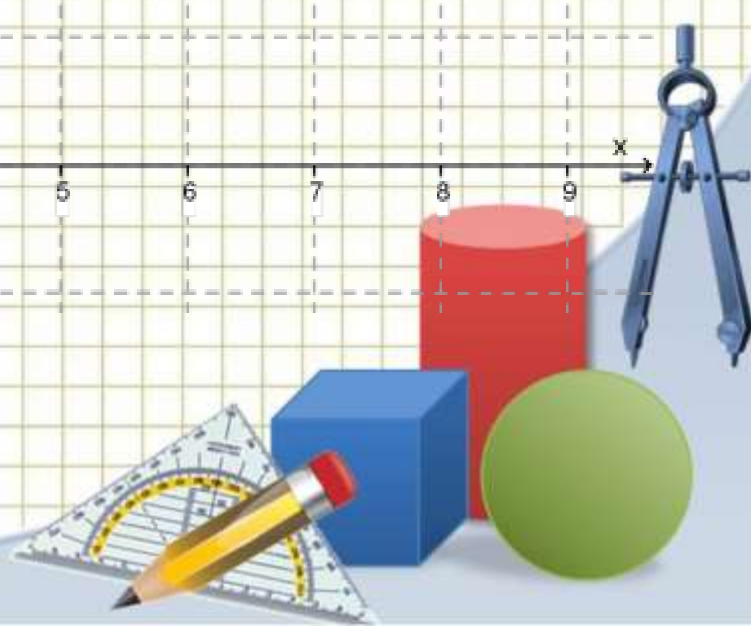
Властивості функції

Область визначення	Усі числа
Область значень	Усі невід'ємні числа
Графік	Парабола
Нуль функції (значення аргументу, при якому значення функції дорівнює 0)	$x = 0$
Властивість графіка	Якщо точка $A\ (x_0;\ y_0)$ належить параболі $y = x^2$, то точка $B\ (-x_0;\ y_0)$ також належить цій параболі.



Графік функції $y = \sqrt{x}$



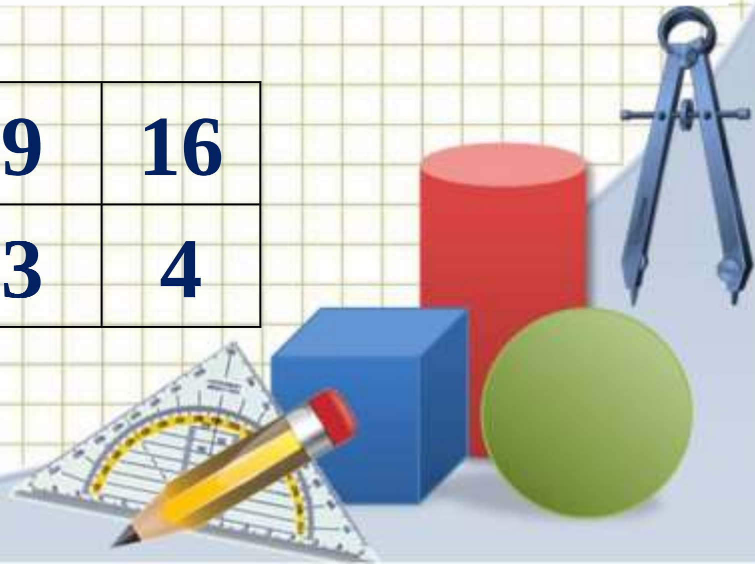


Функція $y = \sqrt{x}$

Для побудови графіка функції $y = \sqrt{x}$ надамо незалежній змінній x декілька невід'ємних значень (оскільки якщо $x < 0$, то вираз $\sqrt{x}$ не має сенсу), а також обчислимо відповідні значення залежної змінної y.

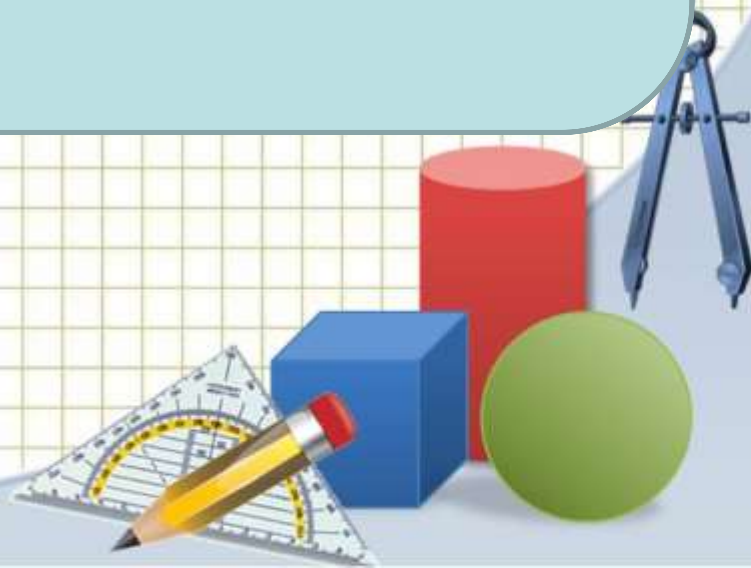
Для цього складемо таблицю значень функції $y = \sqrt{x}$:

x	0	1	4	9	16
y	0	1	2	3	4



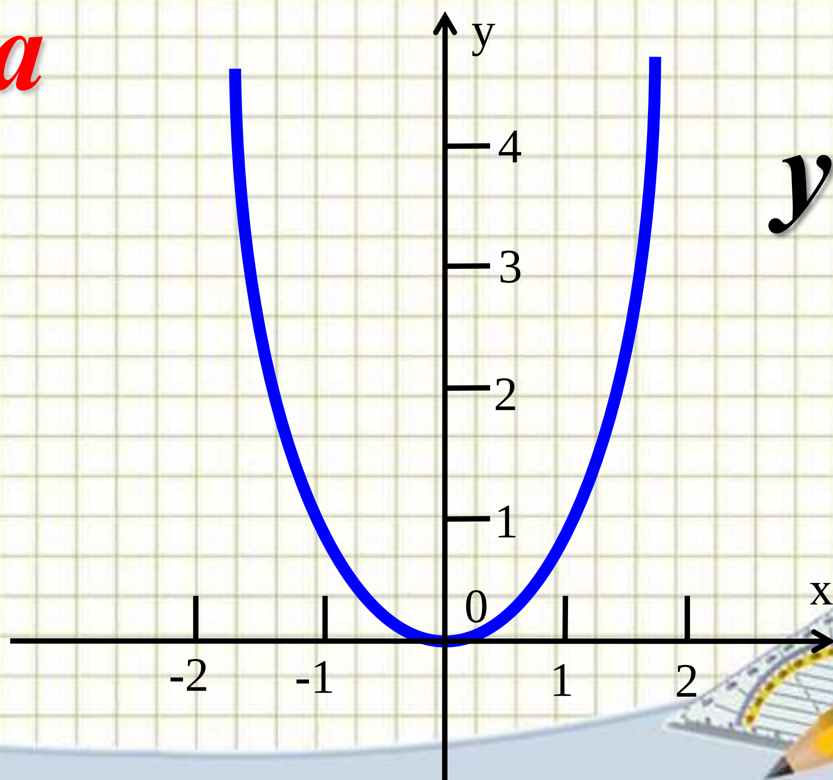
Властивості функції $y = \sqrt{x}$:

1. Область визначення: $x \geq 0$.
2. Область значень: $y \geq 0$.
3. Графік функції – вітка параболи, що виходить із точки (0;0), усі інші точки графіка лежать у першій координатній площині.
4. Більшому значенню аргументу відповідає більше

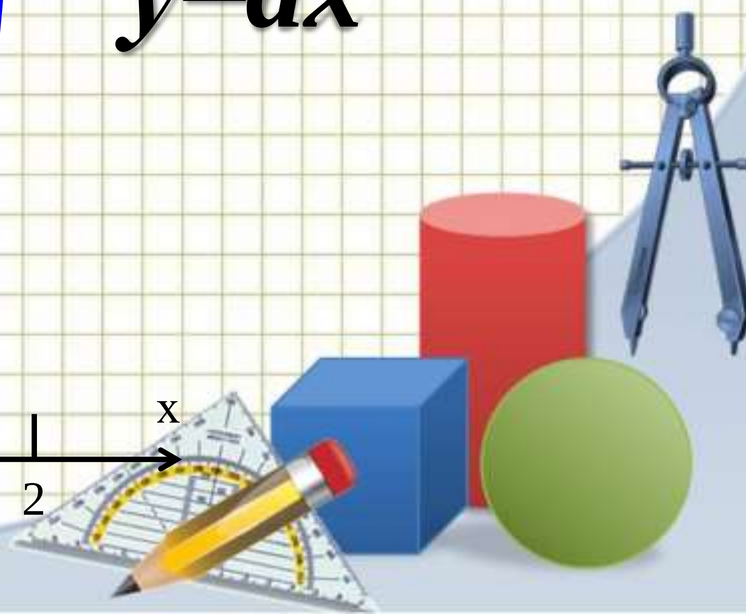


Означення: Функція виду $y=ax^2+bx+c$, де x – аргумент і $a \neq 0$ називається ***квадратичною***, a – перший коефіцієнт, b – другий коефіцієнт, c – вільний член.

Графіком квадратичної функції є ***парабола***



$y=ax^2$



Розміщення графіка функції

1. Необхідно знайти розміщення ***вершини параболи*** точку ***A(m;n)***;
2. Необхідно з'ясувати вгору чи вниз будуть ***направлені*** вітки параболи;
3. Необхідно знайти ***нулі функції***, тобто де графік функції буде перетинатись з віссю абсцис ***0x***.
4. Необхідно з'ясувати де в декартовій системі координат ***квадратична функція*** буде набувати додатних (**+**) і від'ємних (**-**) значень.

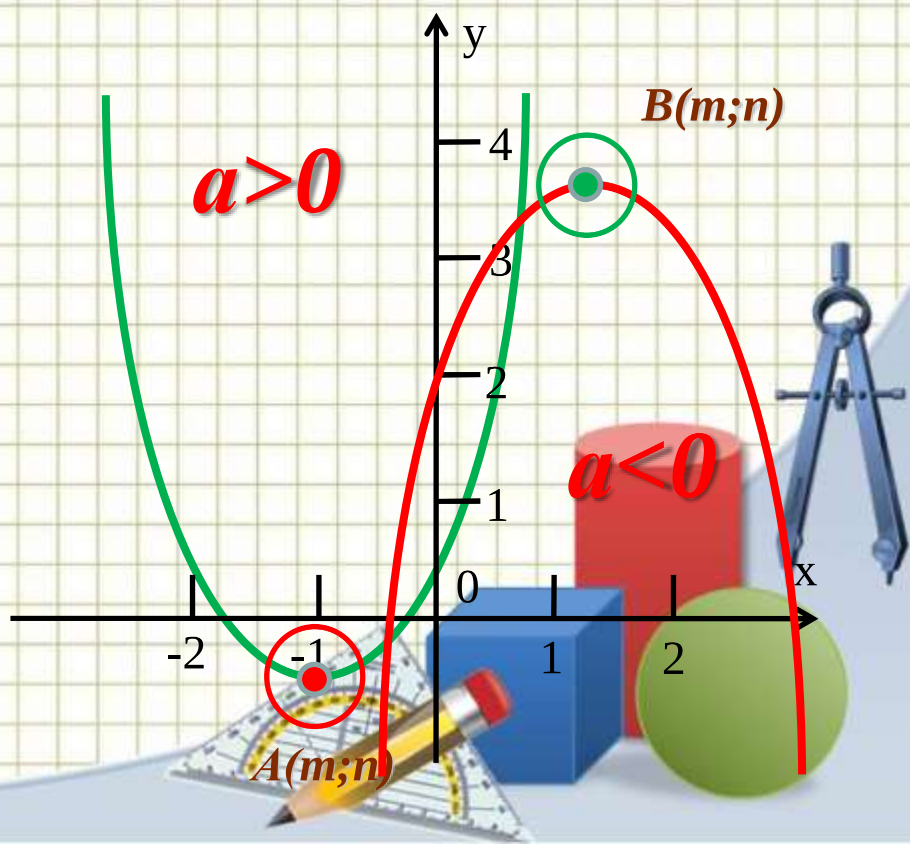
Вершина параболи

Для того, щоб знайти вершину параболи, необхідно скористатись наступними формулами

Точка ***A(m;n)*** – ***вершина параболи***

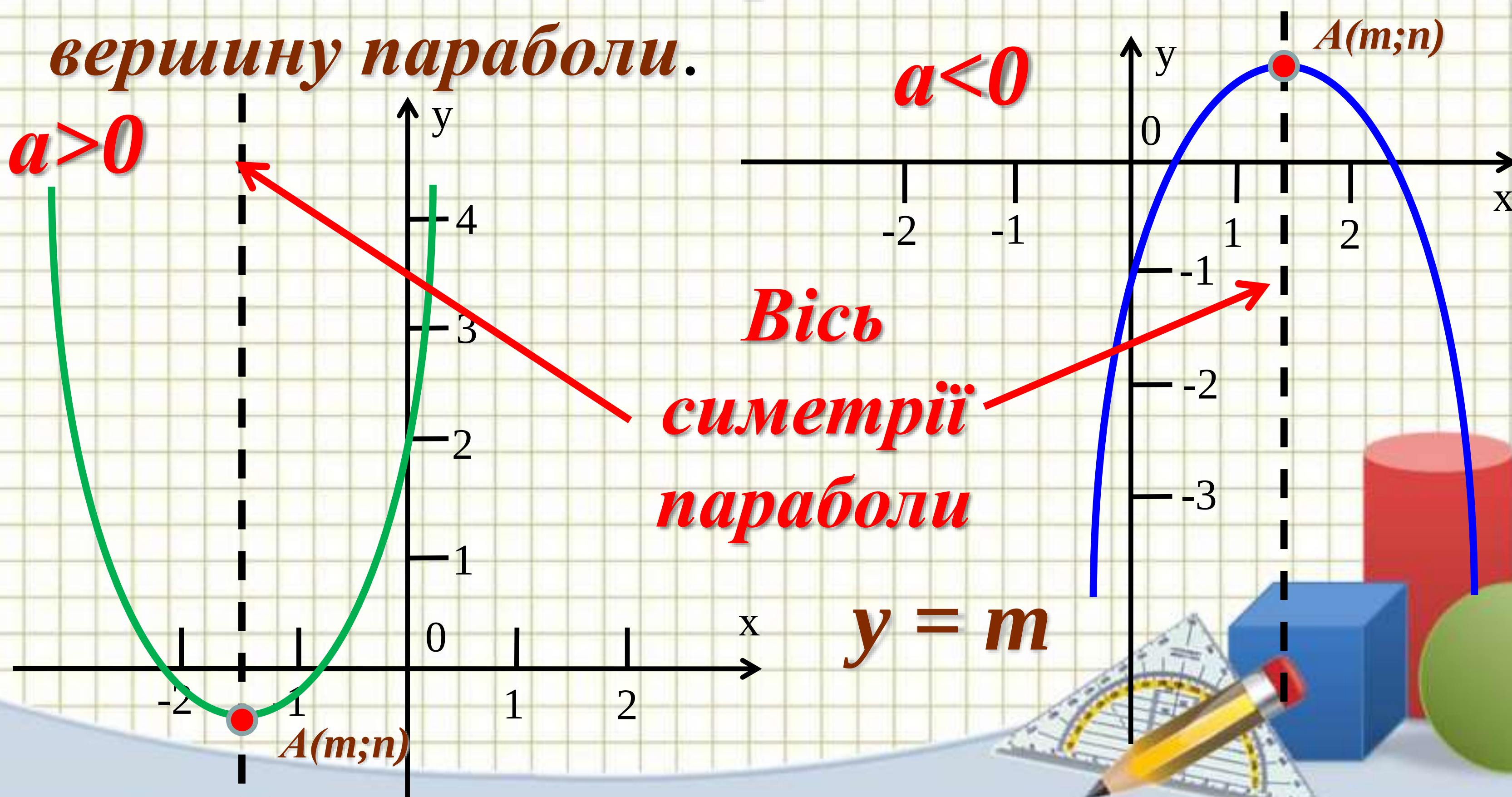
$$m = -\frac{b}{2a}$$

$$n = -\frac{b^2-4ac}{4a}$$



Вісь симетрії

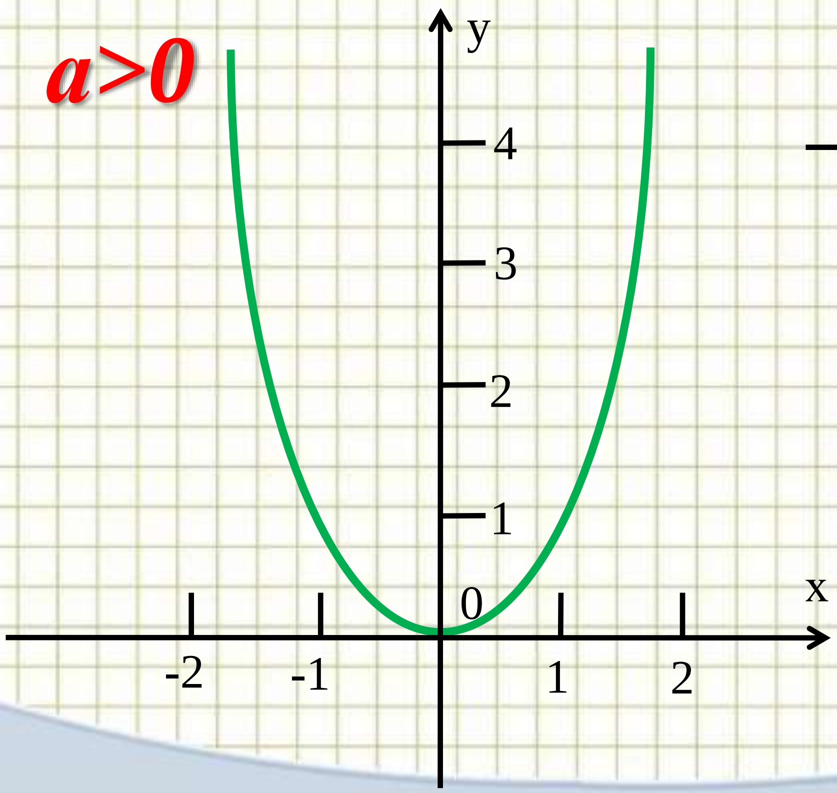
Так як квадратична функція ***парна функція***, то її графік буде симетричний відносно осі симетрії. ***Вісь симетрії*** проходить через ***вершину параболи***.



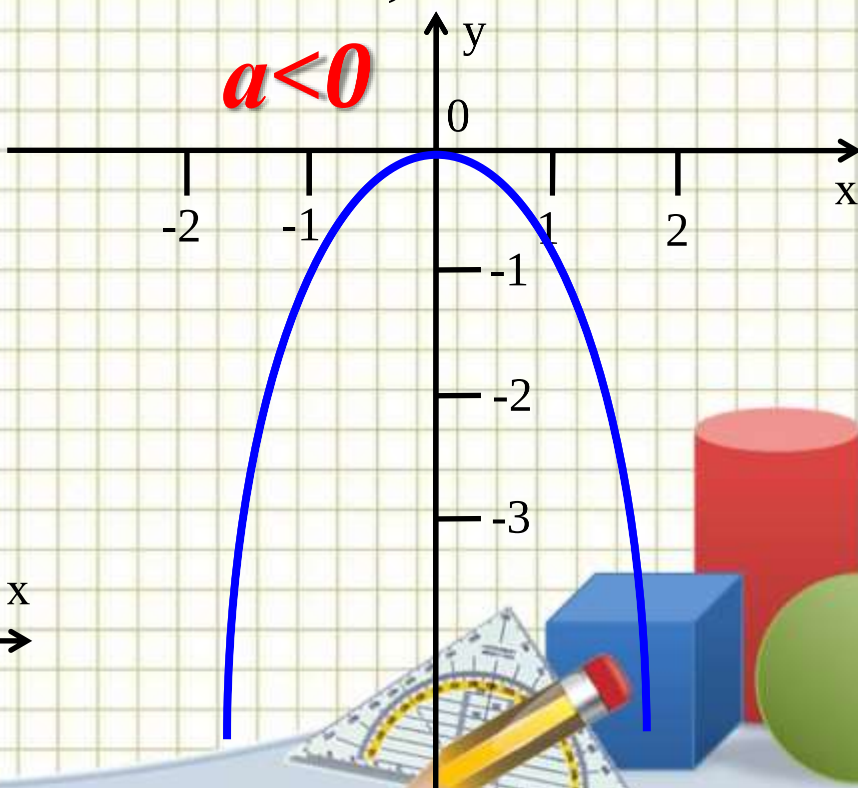
Направлення віток параболи

Графік квадратичної функції – параболa,
вітки якої направлені ***вгору***, якщо ***a>0***
і ***вниз***, коли ***a<0***

a>0



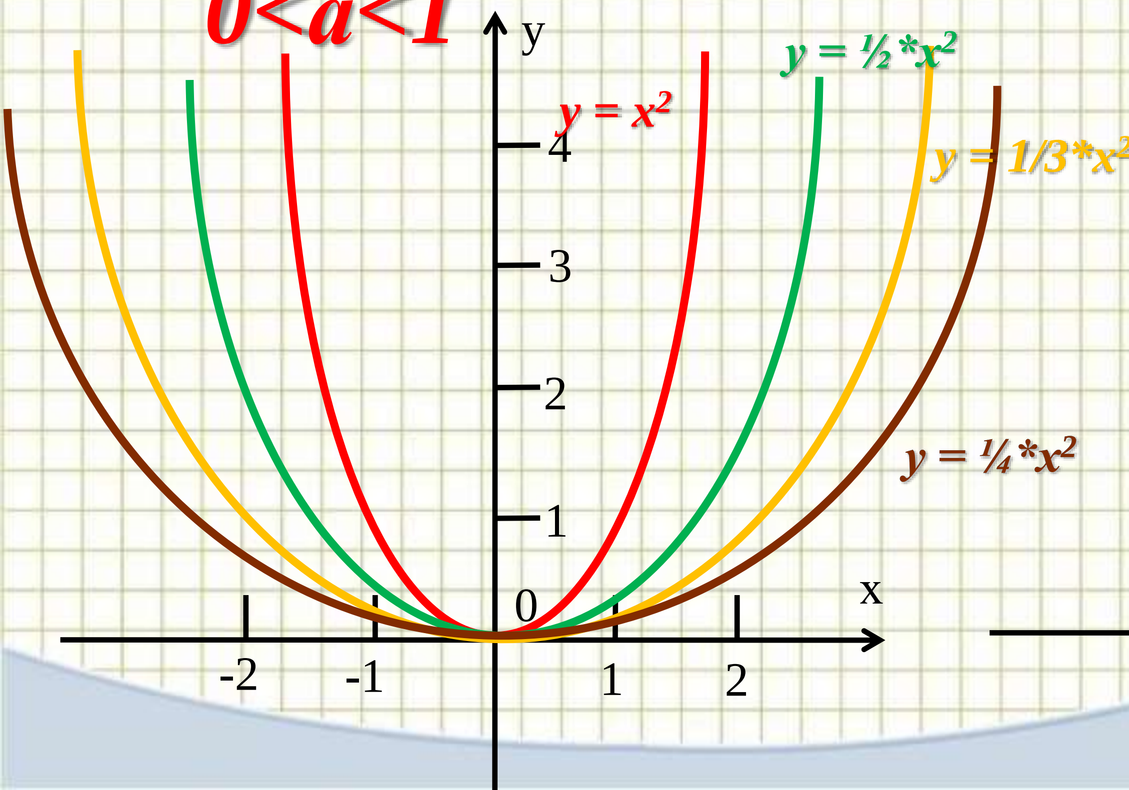
a<0



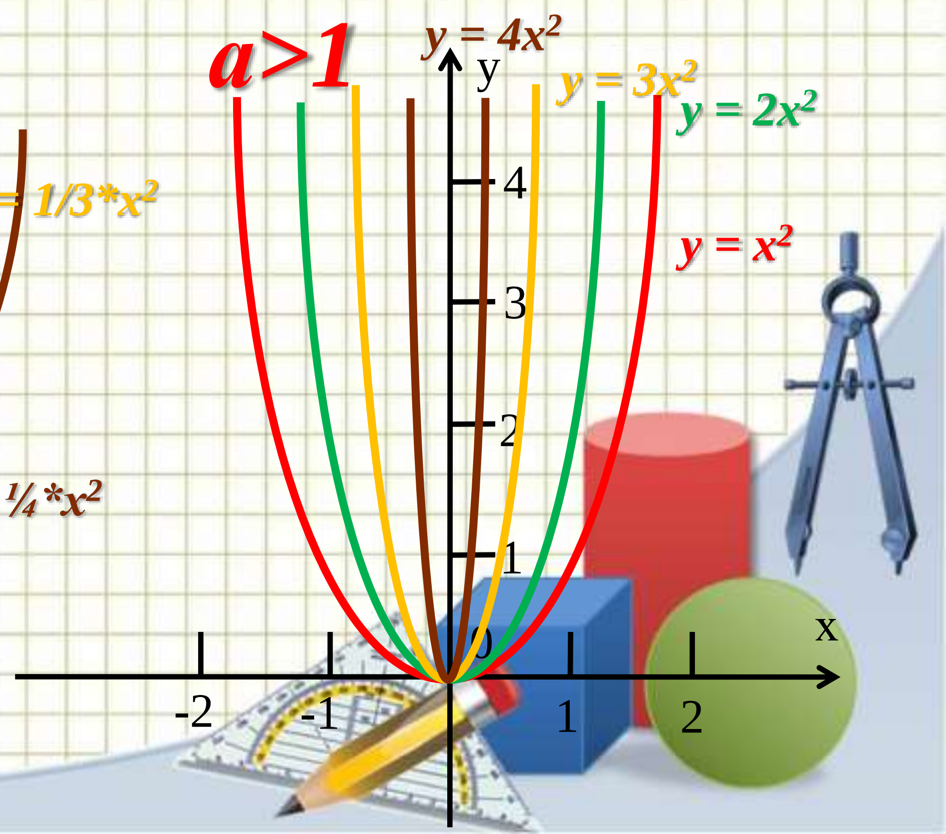
Розташування віток параболи

В залежності від абсолютної величини ***а*** – першого коефіцієнта, вітки ***параболи*** будуть ***пологими (0<а<1)*** або ***стислими (а>1)*** відносно вісі симетрії

$0<a<1$



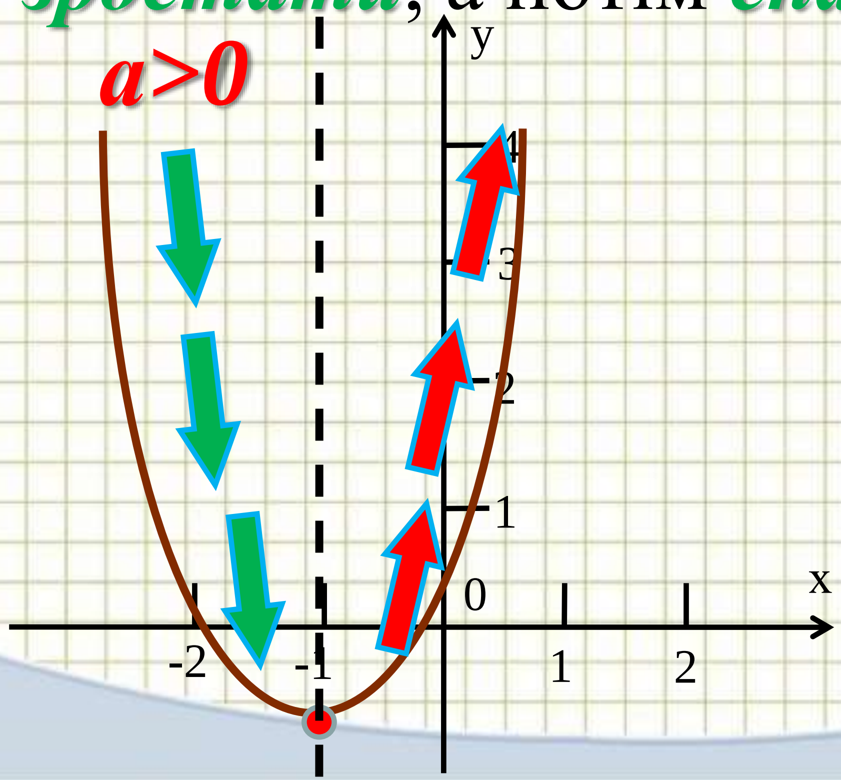
$a>1$



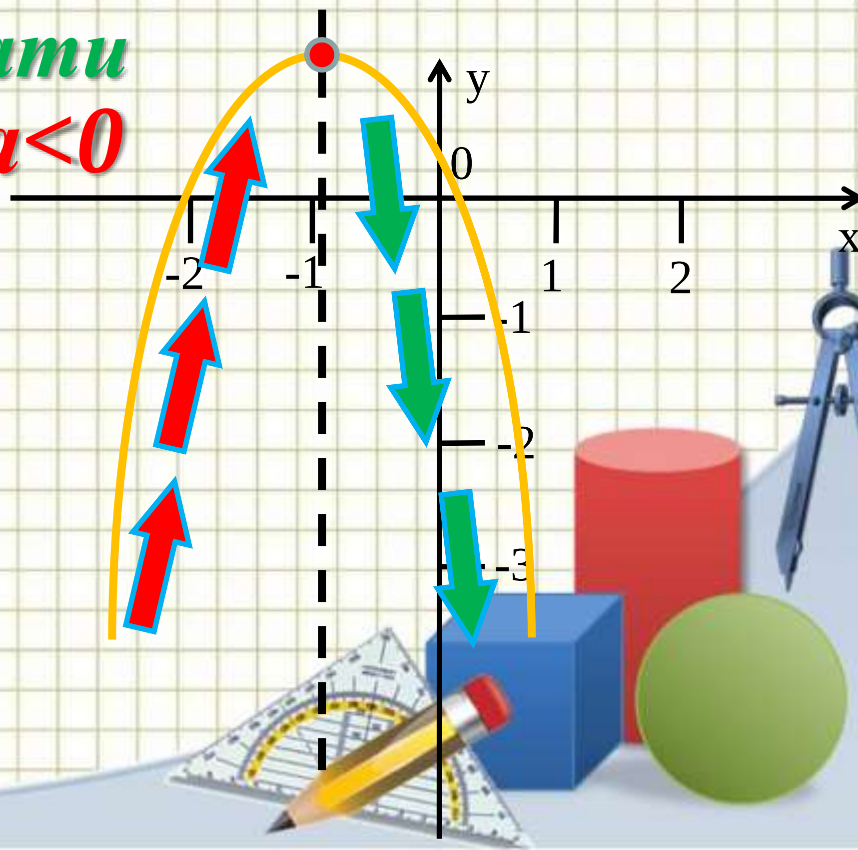
Зростання і спадання графіка функції.

В залежності від значення ***a*** – першого коефіцієнту, графік квадратичної функції може спочатку ***спадати***, а потім ***зростати*** на області визначення ***D(x)***, або навпаки ***зростати***, а потім ***спадати***

a>0



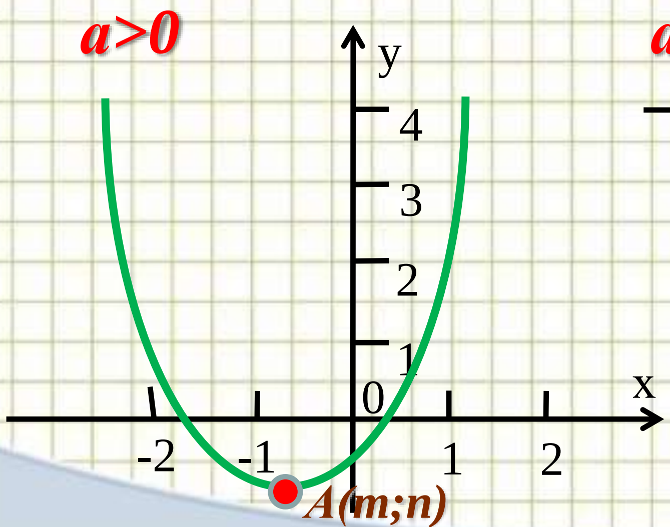
a<0

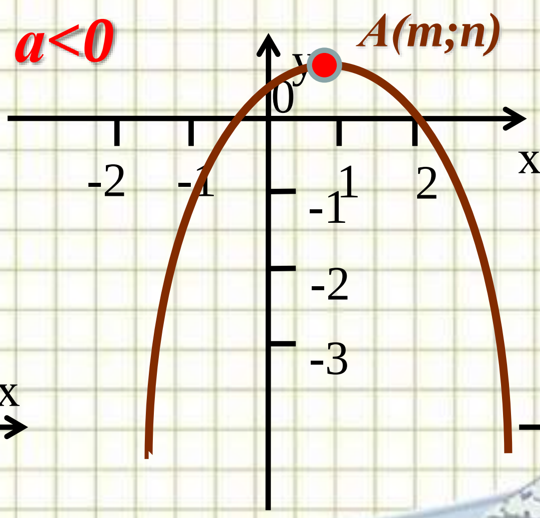


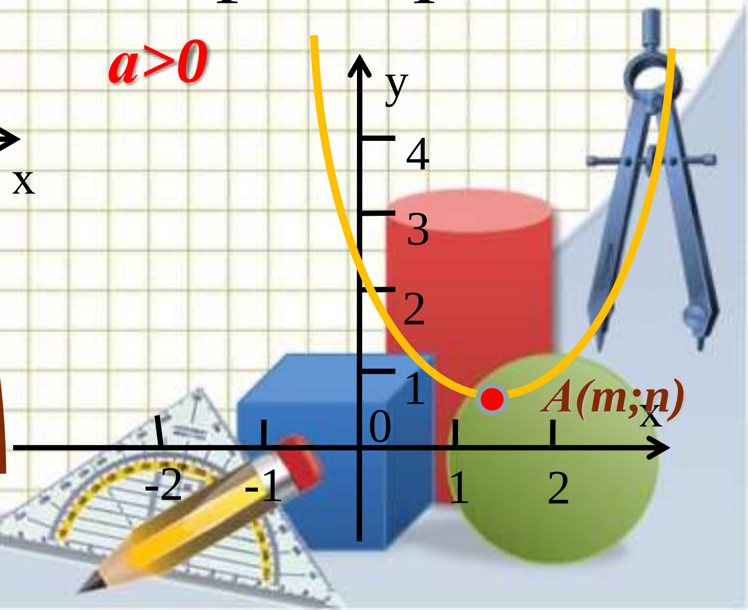
Вершина параболи

Але ***вершина параболи*** точка ***A(m;n)*** не завжди буде знаходитись в точці ***O(0;0):*** це буде залежати від розміщення графіка функції.

Графік функції буде розміщуватись по різному і це залежить від багатьох факторів.







Нулі функції

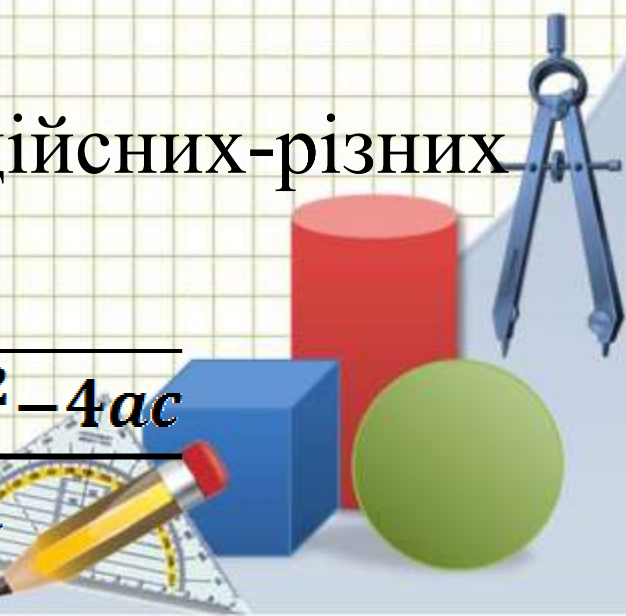
Щоб знайти точки перетину **параболи** з віссю ***0x***, необхідно прирівняти квадратний тричлен до 0(нуля), розв'язати квадратне рівняння і знайти його корені.

$$ax^2+bx+c=0$$

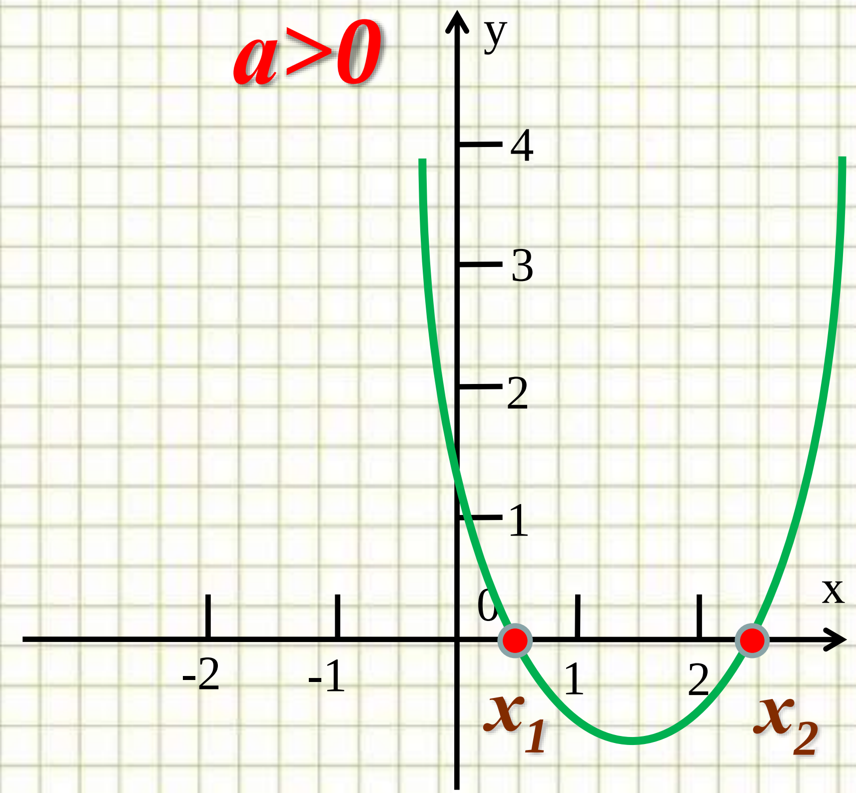
$$D=b2-4ac$$

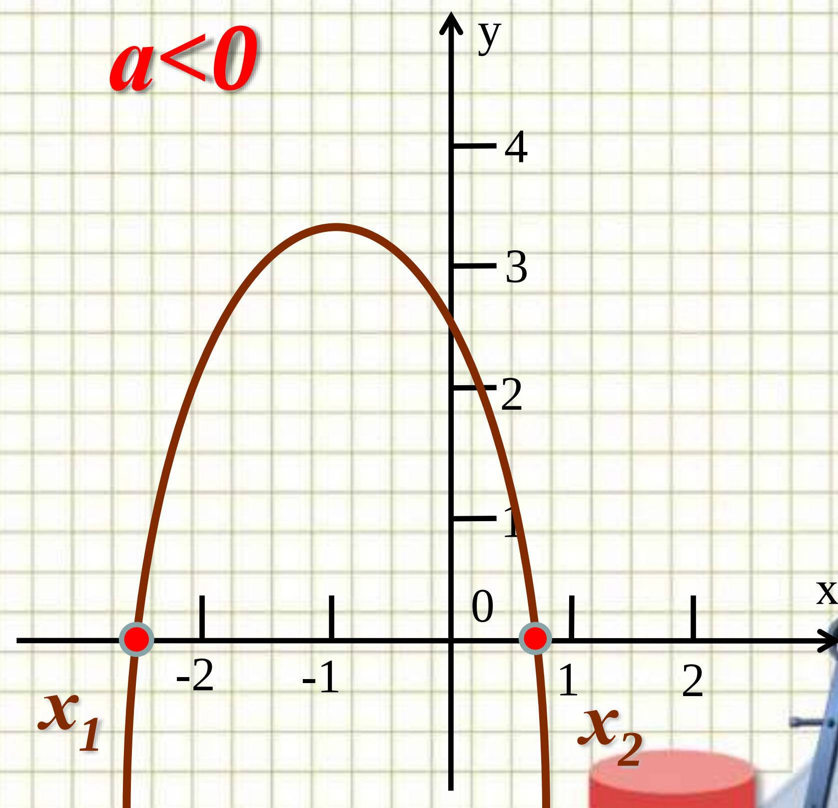
Якщо ***D>0*** ,то ми будемо мати 2 дійсних-різних корені

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ ;\ x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$



Графік функції буде розміщуватись так.



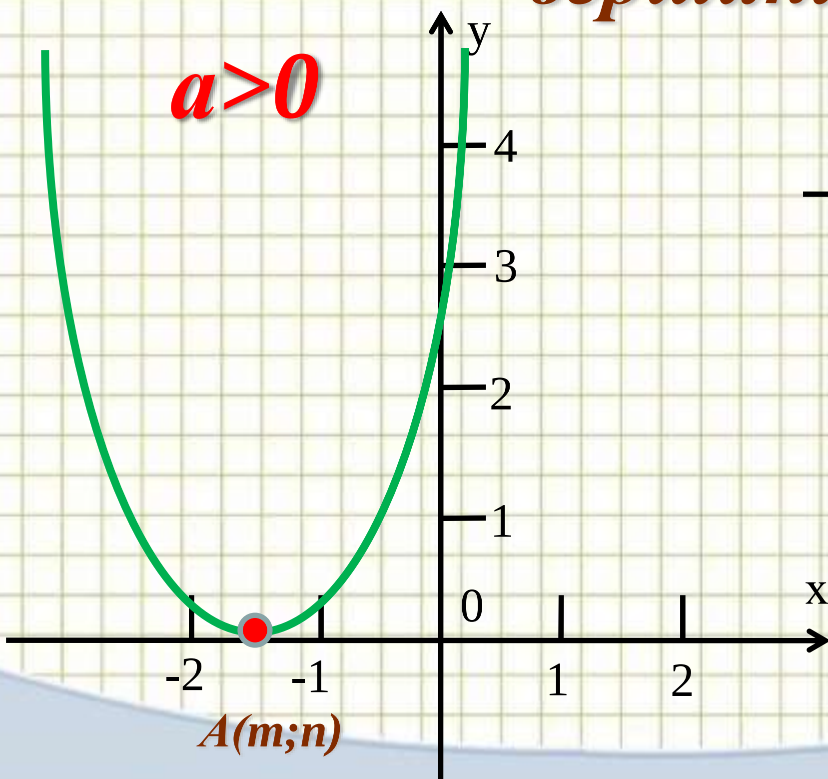


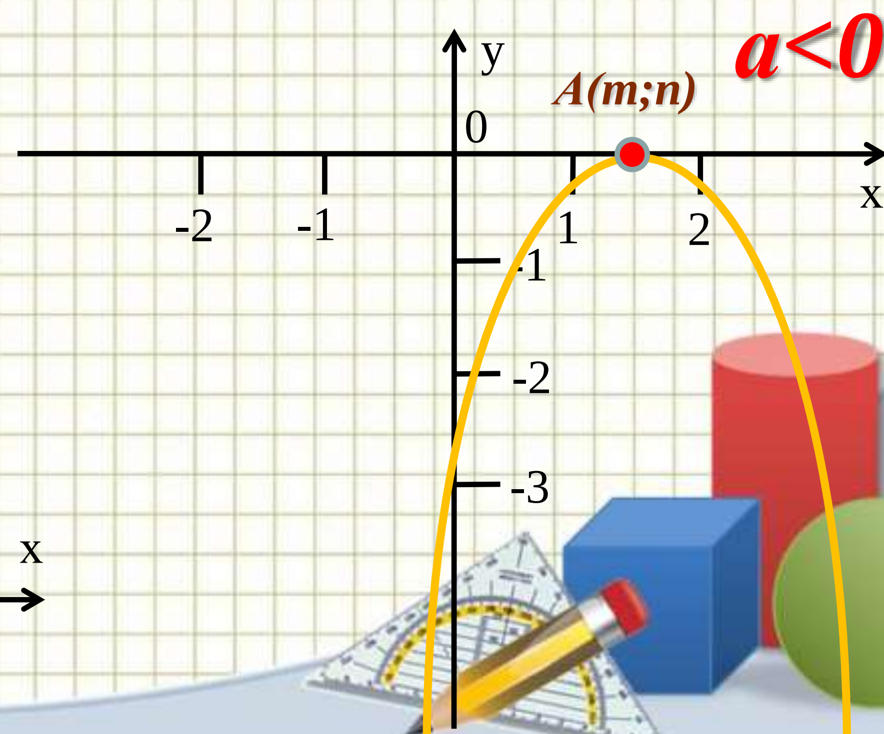
графік функції двічі перетинає вісь ***0x***

Якщо ***D=0***, то ми матимемо **2** дійсних-рівних корені

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$$

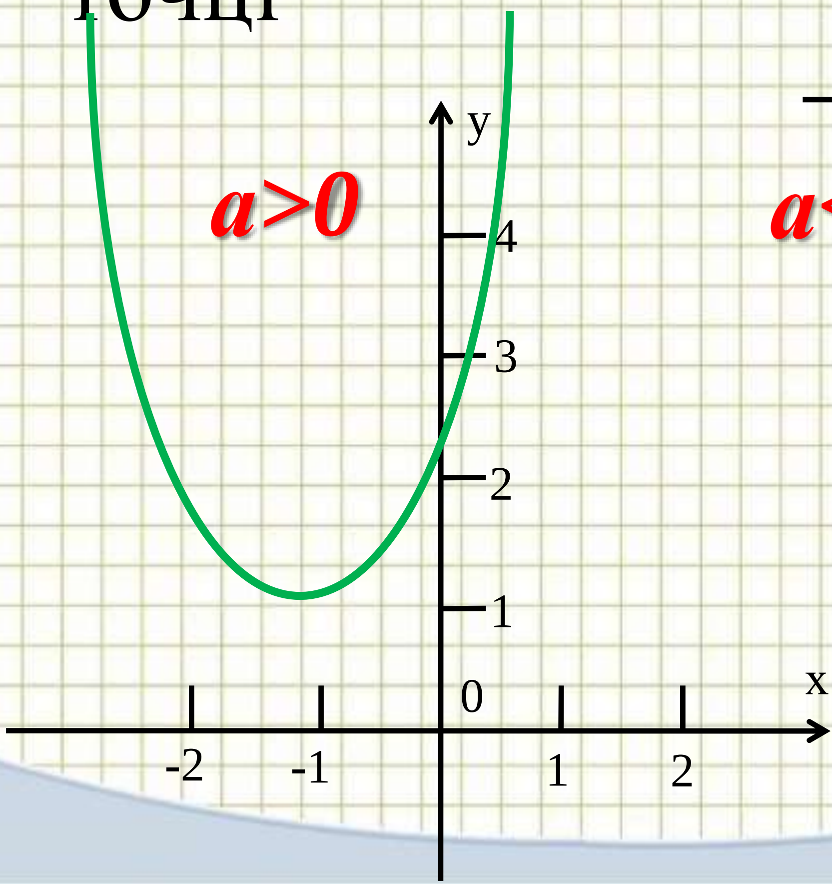
графік функції тільки в одній точці перетинає вісь ***0x*** (дотикається до вісі ***0x***) і точка дотику буде в ***вершині параболи***



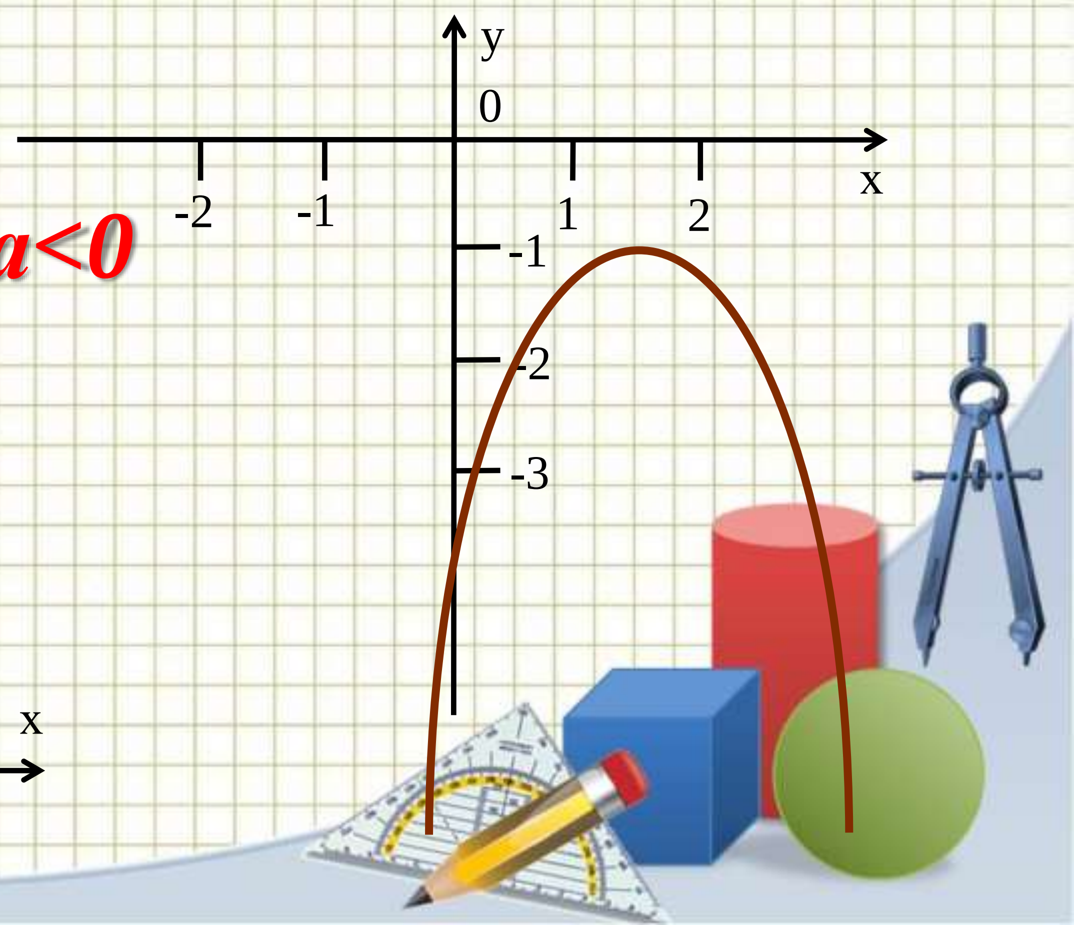


Якщо ***D<0***, то дійсних коренів квадратний тричлен не матиме, корені будуть комплексні-спряжені, графік функції не перетинає вісь ***0x*** в жодній точці

a>0

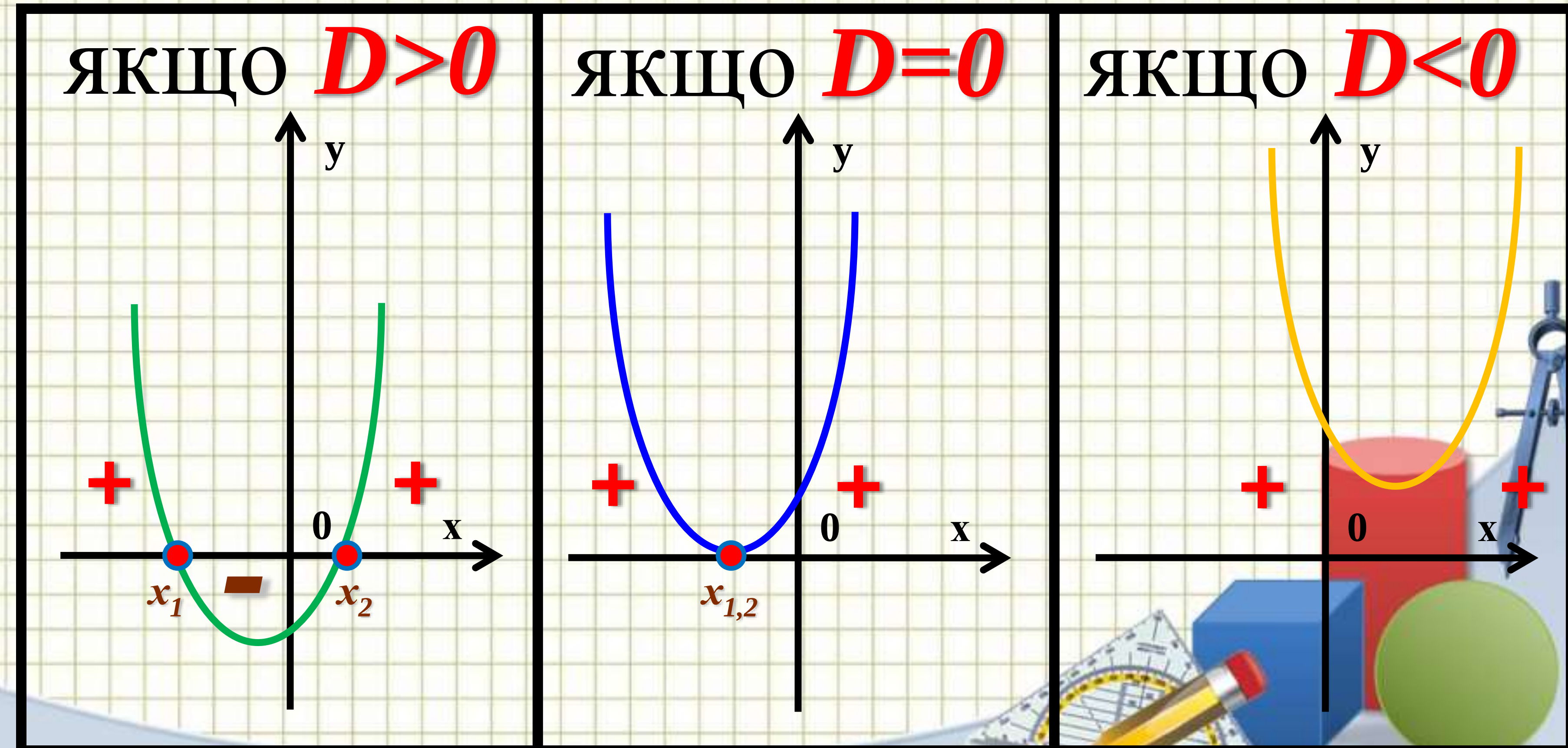


a<0



Квадратична функція набуває додатних і від'ємних значень в залежності від *a* та *D*

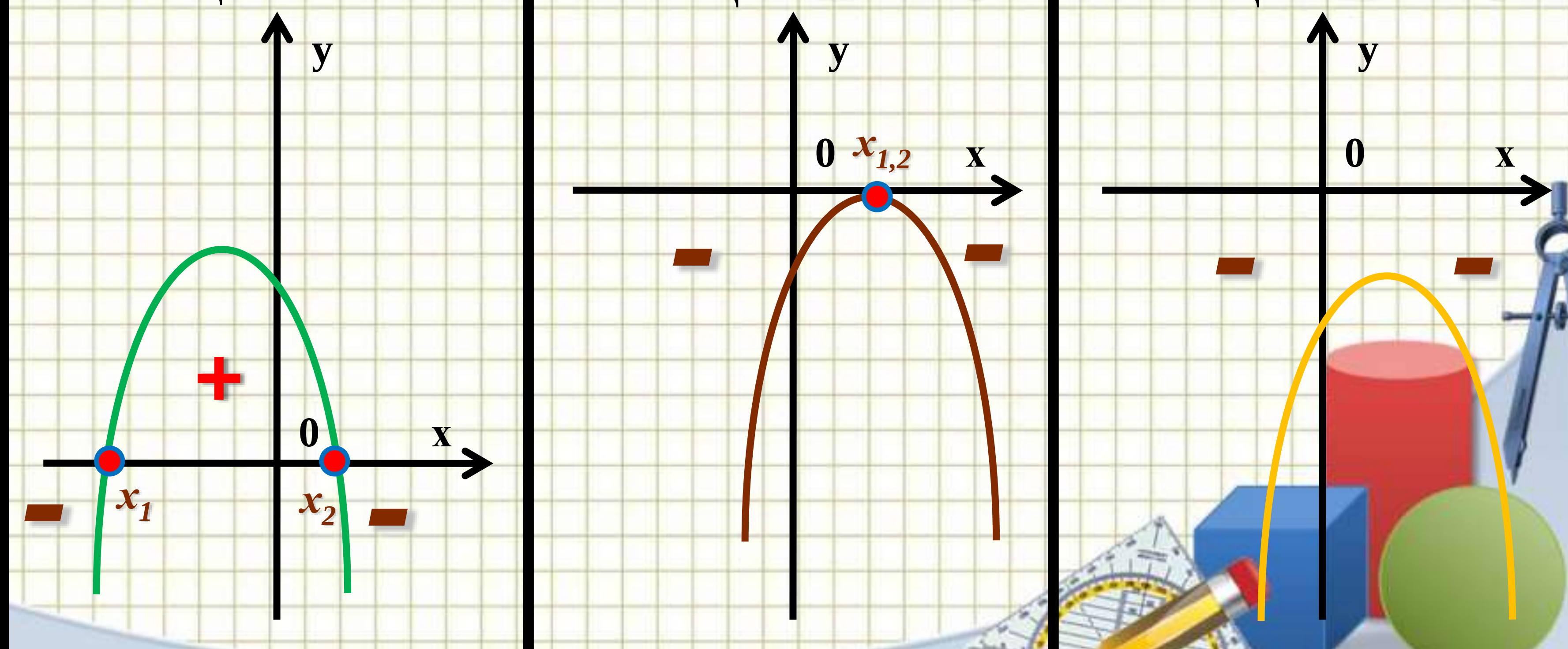
якщо $a>0$



Квадратична функція набуває додатних і від'ємних значень в залежності від *a* та *D*

якщо $a<0$

якщо $D>0$	якщо $D=0$	якщо $D<0$



Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Виконати завдання:

Знайти область визначення функції $y = \sqrt{3 - x}$.

Знайти нулі функції $y=x^2-5x+6$

Чому дорівнює найбільше значення функції $y = 9 - x^2$ на проміжку [1; 2]?