

Тема. Тотожні перетворення раціональних виразів

Мета: вчитися виконувати тотожні перетворення раціональних виразів.

Пригадайте

- Як додати (відняти) раціональні дроби з різними знаменниками?
- Назвіть пріоритетність виконання дій у виразі.
- Які вирази називають тотожними?

Запам'ятайте

- Щоб **додати раціональні дроби з однаковими знаменниками**, потрібно додати їхні чисельники, а знаменник залишити без змін.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, c \neq 0$$

- Щоб **відняти раціональні дроби з однаковими знаменниками**, потрібно від чисельника першого дроби відняти чисельник другого дроби, а знаменник залишити без змін.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}, c \neq 0$$

- **Добутком двох раціональних дробів** є раціональний дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників даних дробів, в знаменник — добутку їхніх знаменників:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}, B \neq 0, D \neq 0$$

- Щоб **піднести раціональний дріб до степеня**, потрібно піднести до цього степеня чисельник і знаменник.

$$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$$

- Щоб **поділити один раціональний дріб на інший**, потрібно помножити ділене на дріб, обернений до дільника.

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$

Робота в зошиті

Завдання 1

Виконайте дії:

$$\frac{a^2 + 9b^2}{a^2 + 6ab + 9b^2} : \left(\frac{2a}{a+3b} - \frac{a-3b}{a} \right) \cdot \frac{3a^2 - 27b^2}{a}$$

$$1) \quad \frac{2a}{a+3b} - \frac{a-3b}{a} = \frac{2a \cdot a - (a-3b) \cdot (a+3b)}{a(a+3b)} = \frac{2a^2 - a^2 + 9b^2}{a(a+3b)} = \frac{a^2 + 9b^2}{a(a+3b)};$$

$$2) \quad \frac{a^2 + 9b^2}{a^2 + 6ab + 9b^2} \cdot \frac{a^2 + 9b^2}{a(a+3b)} = \frac{a^2 + 9b^2}{(a+3b)^2} \cdot \frac{a(a+3b)}{a^2 + 9b^2} = \frac{a}{a+3b};$$

$$3) \quad \frac{a}{a+3b} \cdot \frac{3a^2 - 27b^2}{a} = \frac{a}{a+3b} \cdot \frac{3(a^2 - 9b^2)}{a} = \frac{a}{a+3b} \cdot \frac{3(a-3b)(a+3b)}{a} = 3(a-3b) = 3a - 9b.$$

Завдання 2

Доведіть тотожність:

$$\left(\frac{x}{x+2} - \frac{x}{x-2} + \frac{4x+1}{x^2-4}\right) : \left(\frac{2x}{x^2+4x+4} + \frac{1}{x-2} - \frac{3}{x+2}\right) = \frac{x+2}{16}.$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{x}{x+2} - \frac{x}{x-2} + \frac{4x+1}{x^2-4} = \frac{x}{x+2} - \frac{x}{x-2} + \frac{4x+1}{(x-2)(x+2)} = \frac{x(x-2) - x(x+2) + 4x+1}{(x-2)(x+2)} = \\ & = \frac{x^2 - 2x - x^2 - 2x + 4x + 1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{(x-2)(x+2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \frac{2x}{x^2+4x+4} + \frac{1}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{2x}{(x+2)^2} + \frac{1}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{2x \cdot (x-2) + 1 \cdot (x+2)^2 - 3 \cdot (x+2)(x-2)}{(x+2)^2(x-2)} = \\ & = \frac{2x^2 - 4x + x^2 + 4x + 4 - 3x^2 + 12}{(x+2)^2(x-2)} = \frac{16}{(x+2)^2(x-2)}; \end{aligned}$$

$$3) \quad \frac{1}{(x-2)(x+2)} : \frac{16}{(x+2)^2(x-2)} = \frac{1}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)^2(x-2)}{16} = \frac{x+2}{16}.$$

$$\text{Звідси } \left(\frac{x}{x+2} - \frac{x}{x-2} + \frac{4x+1}{x^2-4}\right) : \left(\frac{2x}{x^2+4x+4} + \frac{1}{x-2} - \frac{3}{x+2}\right) = \frac{x+2}{16}.$$

Поміркуйте

Знайдіть значення виразу $\frac{15t^2}{m^2-1} \cdot \frac{m-1}{5t} + \frac{5t}{m+1}$ при $t = 100, m = 99$

Домашнє завдання

Спростіть вираз:

$$1. \quad \frac{c^2}{15b^3} \cdot \frac{9b^2}{c} + \frac{10-3c}{5b}$$

$$3. \quad \left(\frac{c}{2c-d} - 2c\right) \cdot \frac{2c-d}{c}$$

$$2. \quad \left(\frac{m}{n} - m\right) : \left(\frac{m}{n} + m\right)$$

$$4. \quad \frac{(k^2-25)}{(4-n^2)} : \frac{(5+k)}{(2-n)} - \frac{5}{n+2}$$

Фото виконаної роботи надішліть на HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)