

Тема. Повторення вивченого у 8 класі. Квадратні рівняння

Мета. Повторити поняття квадратного рівняння та відновити навички розв'язування квадратних рівнянь та рівнянь, що зводяться до квадратних.

Пригадайте

- Рівняння якого виду називаються квадратними?
- Які способи розв'язування квадратних рівнянь ви знаєте?
- Сформулюйте теорему Вієта

Ознайомтеся з інформацією

- Квадратним рівнянням називають рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x — змінна, a , b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$.
- Дискримінант квадратного рівняння $D = b^2 - 4ac$:
 - $D < 0$ означає, що коренів немає;
 - $D = 0$ означає, що є рівно один корінь $x_1 = -\frac{b}{2a}$;
 - $D > 0$ означає, що є два корені $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$.
- **Теорема Вієта.** Якщо у квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ є два корені x_1 , x_2 , то для них виконується $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.
- **Обернена теорема Вієта.** Якщо числа x_1 і x_2 такі, що $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, то ці числа є коренями квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.
- Розв'язок за допомогою дискримінанта дає вичерпну інформацію про корені (їх кількість та значення), але потребує певних обчислень.
- Обернена теорема Вієта дає змогу в **деяких** випадках швидко підібрати корені, не виконуючи багато обчислень.
- Рівняння виду $ax^4 + bx^2 + c = 0$, де x — змінна, a , b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$, називають біквадратним рівнянням.
- Для розв'язку біквадратного рівняння використовують метод заміни змінної: $x^2 = t$, тоді $ax^4 + bx^2 + c = 0$ перетворюється на $at^2 + bt + c = 0$, що є звичайним квадратним рівнянням.

Перегляньте навчальне відео за посиланням:

<https://youtu.be/xfvWhliOcd8>

Працюємо в зошиті

- Зробіть конспект теоретичного матеріалу
- Запишіть приклади розв'язування завдань з теми:

1. Маємо квадратне рівняння: $x^2 + 3,3x + 13,8 = 0$. Вкажіть суму та добуток коренів.

Розв'язання

В даному рівнянні $a=1, b=3.3, c=13.8$

За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{3.3}{1} = -3.3$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{13.8}{1} = 13.8$$

2. Не розв'язуючи рівняння $x^2+7x+2x+109=0$, визначте, чи має воно корені.

Розв'язання

Виконаймо перетворення:

$$x^2+7x+2x+109=0$$

$$x^2+9x+109=0$$

Знайдемо дискримінант рівняння:

$$D=b^2-4ac=9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 109=81 - 436$$

Видно, що значення отриманого виразу менше за 0, отже рівняння не має коренів.

3. Розв'яжіть рівняння:

$$2x^2 + 2\sqrt{2}x - 7 = 0.$$

Розв'язання

$$D = (2\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 8 + 56 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-2\sqrt{2} \pm 8}{4} = \frac{-\sqrt{2} \pm 4}{2}$$

4. $x^4-29x^2+100=0$

$$x^2=t$$

$$t^2-29t+100=0$$

За т. Вієта:

$$\begin{cases} t = 25 \\ t = 4 \end{cases}$$

Повернемось до заміні: $\begin{cases} x^2 = 25 \\ x^2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \pm 5 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

5. Розв'яжіть рівняння $(5x - 3)^4 + 2(5x - 3)^2 - 3 = 0$.

Розв'язання

Зауважмо, що це рівняння зводиться до квадратного. Замінімо змінну:
 $t = (5x - 3)^2$.

Тоді початкове рівняння постане як $t^2 + 2t - 3 = 0$. З оберненої теореми Вієта випливає, що його корені — це $t_1 = 1$, $t_2 = -3$. Тоді корені початкового рівняння задовольняють систему

$$\begin{cases} (5x - 3)^2 = 1 \\ (5x - 3)^2 = -3 \end{cases}$$

Зрозуміло, що $(5x - 3)^2 = -3$ розв'язків не має. Відповідно, корені рівняння задовольняють $(5x - 3)^2 = 1$.

$$\begin{cases} 5x - 3 = 1 \\ 5x - 3 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = 4 \\ 5x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0.8 \\ x = 0.4 \end{cases}$$

Домашнє завдання

- Повторити теми «Раціональні вирази» та «Квадратні корені»

1. Розв'яжіть рівняння:

1) $2x^2 - 7x + 6 = 0$; 2) $x^2 + 6x + 9 = 0$; 3) $(x - 2)^2 = 2x - 6$.

2. Одна зі сторін прямокутника на 3 см менша за другу, а його площа дорівнює 154 см^2 . Знайдіть периметр прямокутника.