

Тема. Формули для знаходження площі трикутника

Мета: Продовжити знайомитися з різними методами знаходження площі трикутника, вчитися застосовувати ці формули для розв'язування задач

Повторюємо

- Які формули знаходження площі трикутника ви знаєте?
- Для якого виду задач найкраще підійде формула Герона?
- Сформулюйте теорему синусів.
- Де в трикутнику розташовані центри вписаного та описаного кіл?

Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Нехай a, b і c – сторони трикутника, h_a, h_b, h_c – висоти, проведені до відповідних сторін.

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$$

γ – кут між сторонами a, b .

Формула Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

p – півпериметр.

Отримаємо ще декілька формул для знаходження площі трикутника.

Теорема 1.

Площу S трикутника можна обчислювати за формулою:

$$S = \frac{abc}{4R},$$

де a, b, c – сторони трикутника,

R – радіус описаного кола.

Доведення.

$$\text{Маємо: } S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$$

За узагальненою теоремою синусів

$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R, \text{ отже } \sin \alpha = \frac{a}{2R}$$

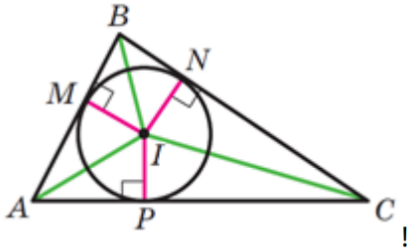
$$\text{Тоді } S = \frac{1}{2}bc \frac{a}{2R} = \frac{abc}{4R}$$

Теорема 2.

Площа трикутника дорівнює добутку його півпериметра на радіус вписаного кола

$$S = pr$$

Доведення.



Нехай точка I – центр вписаного кола у трикутнику ABC .

IM, IN, IP – радіуси, що проведені в точки дотику вписаного в трикутник кола.

За властивістю радіуса, проведеного у точку дотику

$$M \perp AB, \quad IN \perp BC, \quad IP \perp AC$$

$$S_{AIB} = \frac{1}{2} AB \cdot IM = \frac{1}{2} AB \cdot r$$

$$S_{BIC} = \frac{1}{2} BC \cdot IN = \frac{1}{2} BC \cdot r$$

$$S_{AIC} = \frac{1}{2} AC \cdot IP = \frac{1}{2} AC \cdot r$$

$$\text{Тоді } S_{ABC} = S_{AIB} + S_{BIC} + S_{AIC}.$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} IM \cdot AB + \frac{1}{2} IN \cdot BC + \frac{1}{2} IP \cdot AC = \\ &= \frac{1}{2} r \cdot AB + \frac{1}{2} r \cdot BC + \frac{1}{2} r \cdot AC = \\ &= \frac{1}{2} r (AB + BC + AC) = r \cdot p \end{aligned}$$

Розв'язування задач

Задача 1

Знайдіть радіус вписаного у трикутник кола, площа якого дорівнює 36 см^2 , а периметр 18 см

Розв'язання

$$S = pr$$

$$p = P : 2 = 18 \text{ см} : 2 = 9 \text{ см}$$

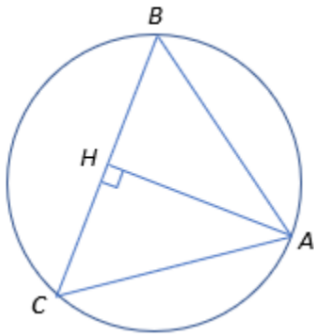
$$36 = 9 \cdot r$$

$$r = 36 : 9 = 4$$

Відповідь: 4 см

Задача 2

У колі проведено дві хорди BA і BC довжиною 10 см і 12 см відповідно. Знайти радіус кола, якщо відстань від точки A до хорди BC дорівнює 8 см.



Дано: $AB = 10$ см, $BC = 12$ см, $AH = 8$ см, $AH \perp BC$

Знайти R – радіус кола.

Розв'язання

З $\triangle ABH$, за теоремою Піфагора, $AB^2 = AH^2 + BH^2$.

$BH = 6$ см.

Отже, $HC = 6$ см.

AH – висота і медіана.

Тоді за ознакою $\triangle ABC$ – рівнобедрений.

$AB = AC = 10$ см.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} 12 \cdot 8 = 48 \text{ см}^2$$

Тоді за формулою

$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$ знаходимо радіус кола, описаного навколо $\triangle ABC$.

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 12}{4 \cdot 48} = \frac{25}{4} \text{ см.}$$

Відповідь: $\frac{25}{4}$ см.

Поміркуйте

Для яких задач доцільно застосовувати формули площі трикутника, вивчені на даному уроці?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати письмово задачу:

Знайти радіуси вписаного та описаного кіл трикутника зі сторонами 6см, 25см і 29см.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](https://www.human.org.ua/)