

Тема. Прямокутник і його властивості

Мета. Ознайомитися з означенням та властивостями прямокутника

Повторюємо

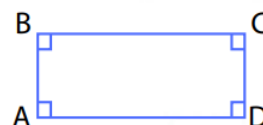
- Яку фігуру називають паралелограмом?
- Які властивості мають сторони та кути паралелограма?
- Яку властивість мають діагоналі паралелограма?
- Що таке висота паралелограма?

Ознайомтеся з інформацією

Означення. Прямокутником називається паралелограм, у якого всі кути прямі.

На рисунку прямокутник ABCD .

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$



Властивості прямокутника

Усі властивості паралелограма:

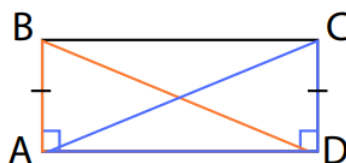
- діагональ ділить його на два рівні трикутники;
- протилежні сторони рівні;
- протилежні кути рівні;
- сума кутів, прилеглих до однієї сторони, дорівнює 180° ;
- діагоналі точкою перетину діляться навпіл.

Особлива властивість прямокутника:

діагоналі прямокутника рівні.

Властивість прямокутника

Якщо ABCD — прямокутник; AC і BD — його діагоналі, то $AC = BD$.



Ознака прямокутника

Якщо ABCD паралелограм; AC і BD — діагоналі; $AC = BD$, то ABCD — прямокутник.

Корисно пам'ятати

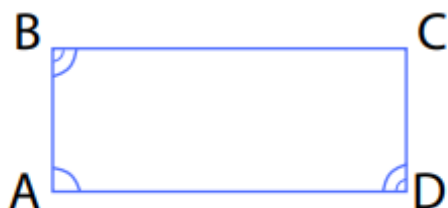
Щоб встановити чи є заданий паралелограм прямокутником необхідно скористатись:

- означенням прямокутника та довести, що усі кути даного паралелограма прямі
або
- використати ознаку прямокутника та довести рівність його діагоналей.

Розв'язування задач

Задача 1

Довести: якщо у паралелограма сума двох протилежних кутів дорівнює 180° , то він є прямокутником.



Дано: $ABCD$ — паралелограм,

$$\angle A + \angle C = 180^\circ,$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ.$$

Довести: $ABCD$ — прямокутник.

Доведення

Оскільки $\angle A + \angle C = 180^\circ$ за умовою,

$\angle A = \angle C$ як протилежні кути паралелограма,

$$\text{то } \angle A = \angle C = 90^\circ.$$

Аналогічно,

$$\angle B + \angle D = 180^\circ \text{ за умовою,}$$

та $\angle B = \angle D$, протилежні кути паралелограма

$$\angle B = \angle D = 90^\circ.$$

Маємо: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$. Отже: $ABCD$ — прямокутник.

Задача 2

Периметр прямокутника дорівнює 40 см. Знайдіть сторони прямокутника, якщо дві сторони відносяться як 2 : 3.

Дано:

$ABCD$ — прямокутник,

$$P_{ABCD} = 40 \text{ см.}$$

$$AB : BC = 2 : 3.$$

Знайти: AB , BC .

Розв'язання

$ABCD$ — прямокутник,

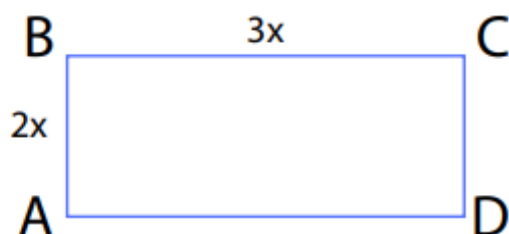
тому: $AB = CD$, $BC = AD$.

$$P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + BC) \text{ — периметр прямокутника } ABCD.$$

Нехай x — деяке число сантиметрів, тоді $AB = 2x$ см, $BC = 3x$ см.

Оскільки $P_{ABCD} = 40$ см, то маємо рівняння:

$$2 \cdot (2x + 3x) = 40$$



$$5x=20$$

$$x=4$$

Отже, $AB = 2 \cdot 4 = 8$ (см),

$BC = 3 \cdot 4 = 12$ (см).

Відповідь: 8 см, 12 см.

Задача 3

Знайдіть периметр прямокутника ABCD, якщо бісектриса кута A ділить сторону BC на відрізки 3 см і 5 см.

Дано: ABCD — прямокутник,

AK — бісектриса,

1) $BK = 3$ см, $KC = 5$ см;

2) $BK = 5$ см, $KC = 3$ см.

Знайти: P_{ABCD} .

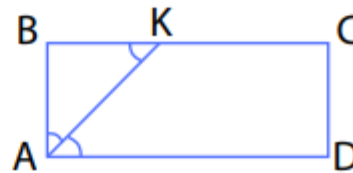
Розв'язання

$\angle BAK = \angle KAD$, за умовою AK — бісектриса кута A. $\angle KAD = \angle BKA$ як внутрішні різносторонні при січній AK і $AD \parallel BC$. Тоді $\angle BAK = \angle BKA$. Отримуємо: трикутник ABK — рівнобедрений з основою AK. $AB = BK$. Оскільки в умові задачі не вказано у якій послідовності відкладено відрізки 3 см та 5 см від точки B, то задача має два випадки розв'язання:

1) нехай $BK = 3$ см, $KC = 5$ см. Тоді: $AB = BK = 3$ см. Шуканий периметр $\triangle ABK$:
 $2 \cdot (3 + 3 + 5) = 22$ (см).

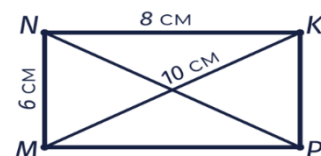
2) якщо $BK = 5$ см, тоді $KC = 3$ см. Тоді $AB = BK = 5$ см. Шуканий периметр $\triangle ABK$:
 $2 \cdot (5 + 5 + 3) = 26$ (см).

Відповідь: 22 см або 26 см.



Поміркуйте

MNKP — прямокутник. За рисунком знайдіть довжину діагоналі NP.

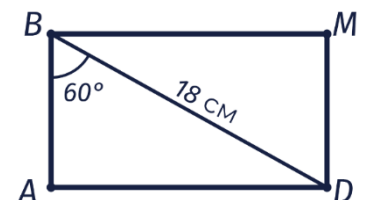


Домашнє завдання

- Опрацювати конспект та §3

- Розв'язати задачі:

1. ABMD — прямокутник. За рисунком знайдіть довжину сторони MD. Знайдіть кути паралелограма, якщо один із них на 40° менший ніж другий.



2. Знайдіть периметр прямокутника, якщо одна його сторона дорівнює 8 см, а друга — на 3 см довша за неї.

Фото виконаної роботи потрібно надіслати вчителю на HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)