27 ____ ______лютого__________ 2024___ р.
Вчитель: Родіна Алла.Олегівна
[дата]

Тема: Коло, вписане в трикутник
Мета:
- *Навчальна:* розглянути та довести теореми (про властивість бісектриси кута; про коло, вписане в трикутник та наслідки з неї)
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

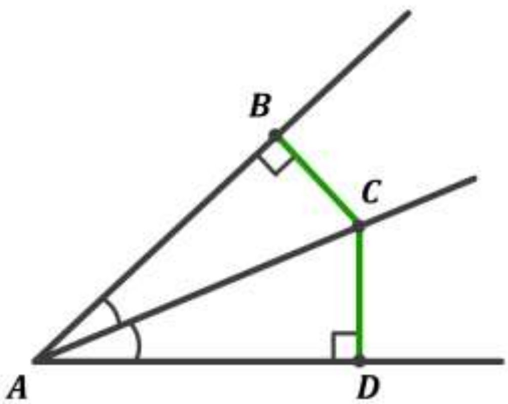
Компетенції:
- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;
Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап
- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Вивчення нового матеріалу
**Для доведення наступних теорем нам знадобиться важлива теорема про властивість бісектриси кута.*



Теорема *(властивість бісектриси кута)*
Будь-яка точка бісектриси кута рівновіддалена від сторін цього кута

Дано:

AC – бісектриса $\angle BAD$
$CB \perp AB$
$CD \perp AD$

Довести:

$CB = CD$

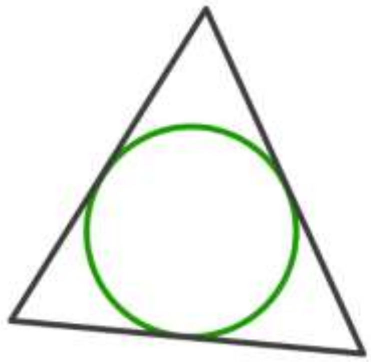
Доведення:

Розглянемо прямокутні трикутники ABC і ADC:

$$\left.\begin{array}{r} AC - \text{спільна сторона} \\ \angle BAC = \angle DAC \ (AC - \text{бісектриса}) \end{array}\right| \rightarrow \begin{array}{c} \Delta ABC = \Delta ADC \\ \textit{(за гіпотенузою} \\ \textit{і гострим кутом)} \end{array}$$

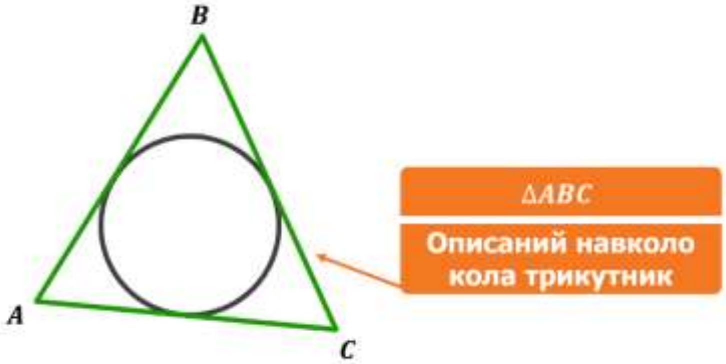
$\Delta ABC = \Delta ADC \rightarrow CB = CD$ *(як відповідні елементи рівних трикутників)*

// Коло, вписане в трикутник



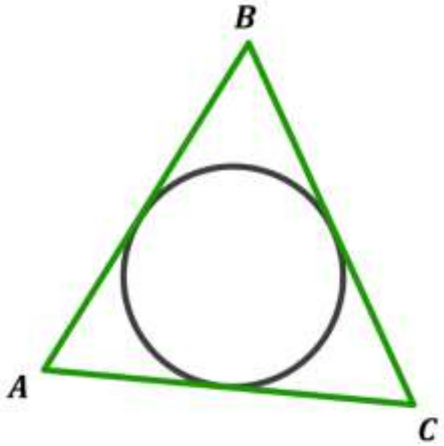
Коло називається ***вписаним у трикутник***, якщо воно дотикається до всіх сторін цього трикутника.

Трикутник при цьому називається ***описаним навколо кола.***



Теорема *(про коло, вписане в трикутник)*

У будь-який трикутник можна вписати коло



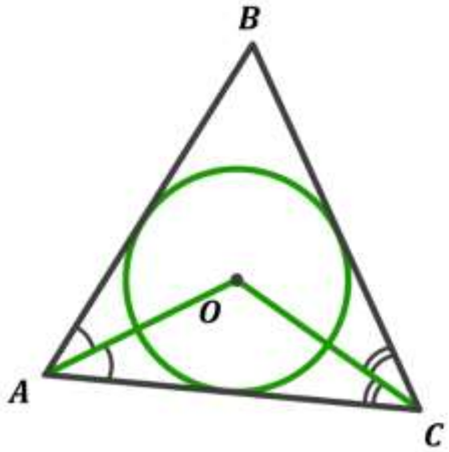
Дано:

ABC – довільний трикутник;

Довести:

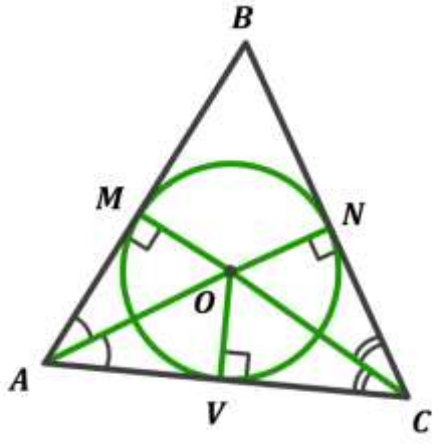
У ΔABC можна вписати коло;

Доведення:



Побудуємо бісектриси кутів A і C.

Доведемо, що т.O – центр вписаного у коло трикутника.



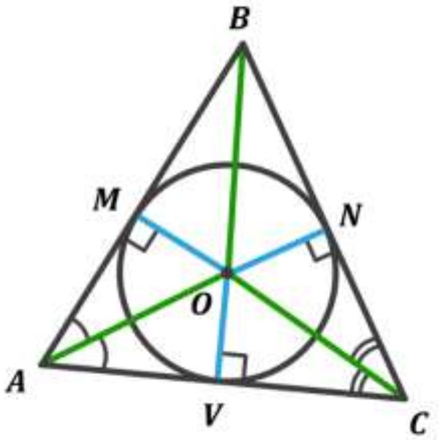
➢ Пригадайте щойно доведену властивість бісектриси кута і поясніть, чому т.O рівновіддалена від сторін кутів A і C

(Учні висловлюють власну думку)

Так як т. O знаходиться на бісектрисах кутів A і C, то вона рівновіддалена від сторін цих кутів. Отже:

$$\left.\begin{array}{c} OM = OV \\ OM \perp AB;\ OV \perp AC \\ ON = OV \\ OV \perp AC; ON \perp BC \end{array}\right| \rightarrow \begin{array}{c} OM = OV = ON \\ \textit{Отже, коло з радіусом } OM \\ \textit{дотикається до всіх сторін} \\ \textit{трикутника } ABC \end{array}$$

Доведено.



Наслідок 1

Бісектриси трикутника перетинаються в одній точці

Доведення:

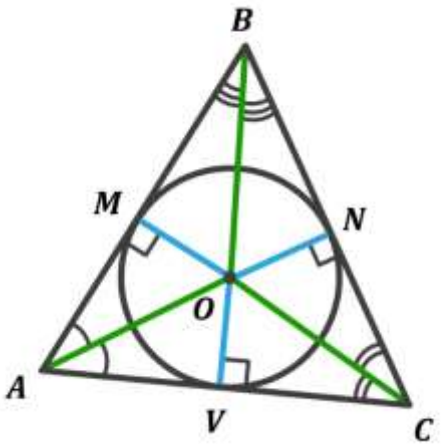
т.O – точка перетину бісектрис кутів A і C

Доведемо, що бісектриса $\angle B$ також проходить через т. O

Розглянемо прямокутні ΔBMO і ΔBNO:

$$\left.\begin{array}{c} OM = ON \\ BO - \text{спільна гіпотенуза} \end{array}\right| \rightarrow \begin{array}{c} \Delta BMO = \Delta BNO \\ \textit{(за катетом} \\ \textit{і гіпотенузою)} \end{array}$$

$$\Delta BMO = \Delta BNO \rightarrow \angle MBO = \angle NBO$$ *(як відповідні елементи рівних трикутників)*



$\angle MBO = \angle NBO \rightarrow BO -$ бісектриса $\angle B$

Доведено

Наслідок 2

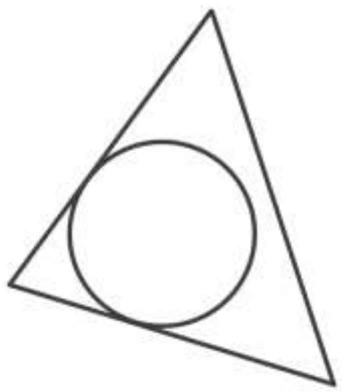
Центром кола, вписаного у трикутник, є точка перетину бісектрис цього трикутника

- Пригадайте, як називається точка перетину бісектрис трикутника?
  (Інцентр)

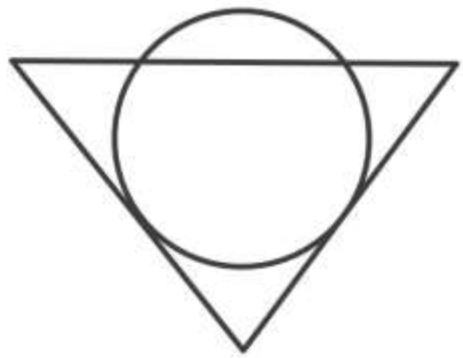
III. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

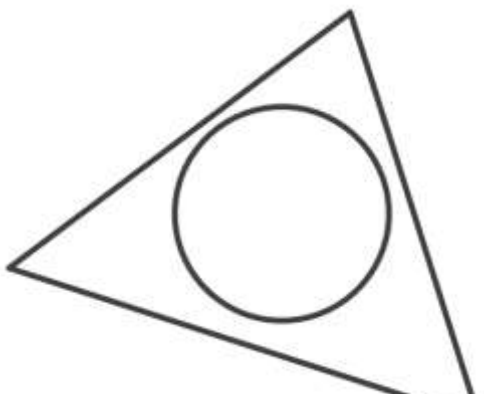
На яких з рисунків зображене коло, вписане у трикутник?



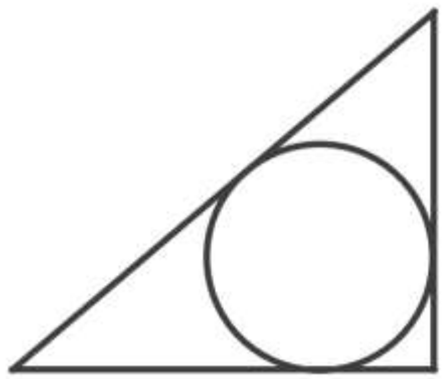
1



2



3

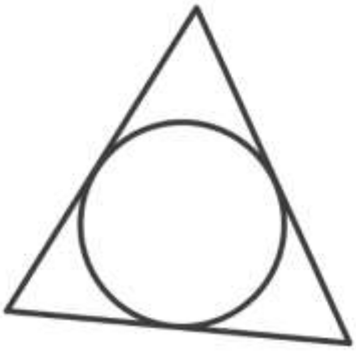


4

№2

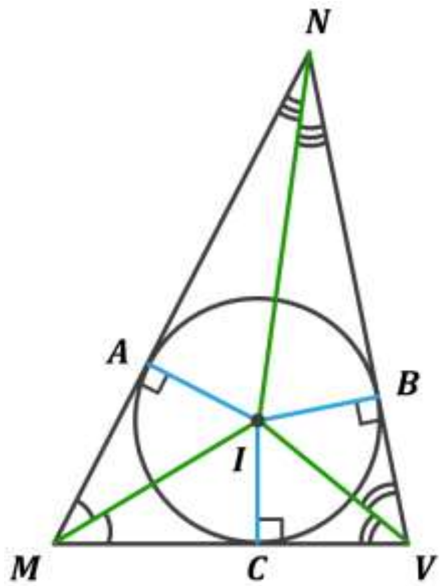
Накресліть гострокутний трикутник. За допомогою транспортира, циркуля і лінійки побудуйте коло, вписане в цей трикутник

Розв'язання:



№3

На рисунку точка I – центр кола, вписаного у різносторонній трикутник MNV; A, B і C – точки дотику. Знайдіть усі пари рівних трикутників на цьому малюнку.



Розв'язання:

Розглянемо прямокутні трикутники MAI і MCI:

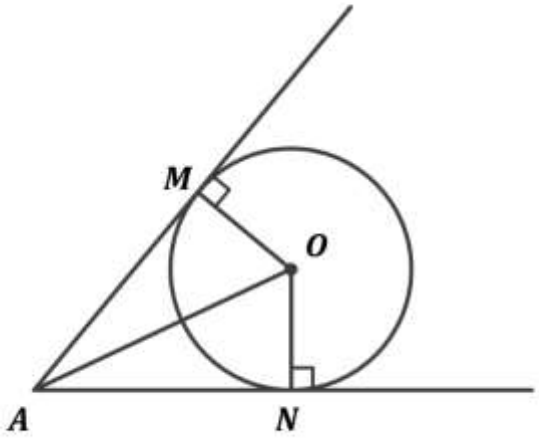
$IA = IC$ *(як радіуси)*
MI – *(спільна сторона)*
$\rightarrow$ $\Delta MAI = \Delta MCI$ *(за катетом і гіпотенузою)*

Аналогічно $\Delta NAI = \Delta NBI$, $\Delta VCI = \Delta VBI$

Відповідь: $\Delta MAI = \Delta MCI$, $\Delta NAI = \Delta NBI$, $\Delta VCI = \Delta VBI$

№4

Доведіть, що центр кола, яке дотикається до сторін кута, лежить на бісектрисі цього кута.



Доведення:

Нехай коло з центром O дотикається до сторін кута MAN в точках M і N, тоді:

$OM \perp AM$

$ON \perp AN$

Розглянемо прямокутні трикутники AMO і ANO:

$OM = ON$ *(як радіуси)*

AO – *спільна сторона*

$\rightarrow \Delta AMO = \Delta ANO$ *(за катетом і гіпотенузою)*

$\Delta AMO = \Delta ANO \rightarrow \angle MAO = \angle NAO$ *(як відповідні елементи рівних трикутників)*

$\angle MAO = \angle NAO \rightarrow AO$-бісектриса $\angle MAN$

Доведено

№5

У трикутнику центр вписаного кола лежить на медіані. Доведіть, що це рівнобедрений трикутник.

Доведення:

Центр вписаного кола лежить на медіані (*за умовою*)

Центром кола, вписаного у трикутник, є точка перетину бісектрис цього трикутника *(Наслідок 2)*

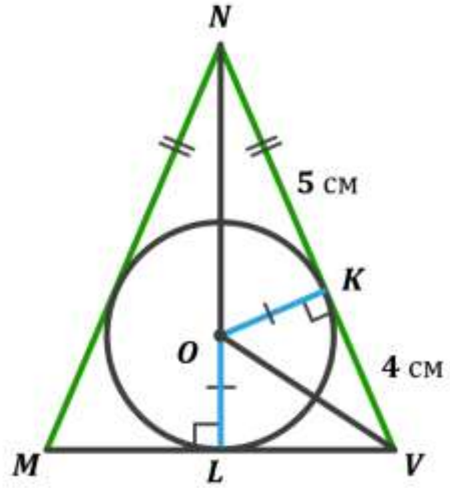
$\rightarrow$ В даному трикутнику медіана є бісектрисою

В даному трикутнику медіана є бісектрисою $\rightarrow$ Даний трикутник рівнобедрений

Доведено

№6

Коло, вписане в рівнобедрений трикутник, ділить його бічну сторону на відрізки 4 см і 5 см, починаючи від основи. Знайдіть периметр трикутника.



Дано:

ΔABC – рівнобедрений;
т.O – центр вписаного у ΔABC кола;
L і K – точки дотику кола до сторін ΔABC;
$VK = 4$ см;
$KN = 5$ см;

Знайти:

$P_{\Delta MNV}$–?

Розв'язання:

Так як у рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена до основи, є медіаною і висотою, то $ML = LV$.

Розглянемо прямокутні трикутники OKV і OLV:

$$\left.\begin{array}{l} OK = OL \text{ (як радіуси кола)} \\ OV - \text{спільна сторона} \end{array}\right| \to \Delta OKV = \Delta OLV \text{ (за катетом і гіпотенузою)}$$

$\Delta OKV = \Delta OLV \to KV = LV$ *(як відповідні елементи рівних трикутників)*

$$\left.\begin{array}{l} ML = LV \\ KV = LV \end{array}\right| \to ML = LV = KV = 4 \text{ см}$$

$MV = 2ML = 2 \cdot 4 = 8$ см
$NV = 4 + 5 = 9$ см
$P_{MNV} = 2NV + MV = 2 \cdot 9 + 8 = 26$ см

Відповідь: 26 см

IV. Підсумок уроку

- Сформулюйте теорему про властивість бісектриси кута
- Чи в будь-який трикутник можна вписати коло?
- Скільки можна побудувати кіл, що дотикаються до даної прямої в одній точці?
- Скільки можна побудувати кіл даного радіуса, що дотикаються до прямої в одній точці
- Який кут утворюють дотична до кола і радіус, що проведений у точку дотику?
- Скільки можна побудувати дотичних до кола, через точку, що знаходиться поза колом?

V. Домашнє завдання

Вивчити теорему (властивість бісектриси кута)