

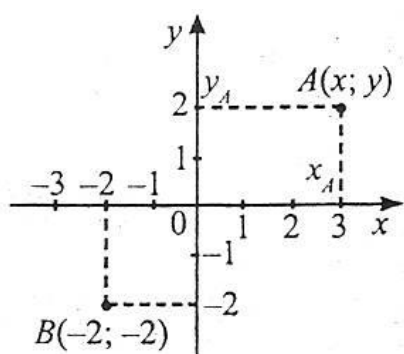
## Тема. Прямокутна система координат на площині. Синус, косинус, тангенс кутів від 0 до 180

Мета: відновити та розширити знання про прямокутну систему координат на площині та основні тригонометричні функції кута, навчитись визначати синус, косинус, тангенс кута від  $0^\circ$  до  $180^\circ$  у прямокутній системі координат за допомогою одиничного півкола

### Пригадайте

- Як задати прямокутну систему координат на площині?
- Що таке одиничний відрізок?
- Як визначити координати точки в прямокутній системі координат?
- Дайте означення синуса, косинуса і тангенса гострого кута в прямокутному трикутнику.

### Ознайомтеся з інформацією



**Декартова система координат** на площині задається двома взаємно перпендикулярними осями (вісь ОХ – вісь абсцис, вісь ОУ – вісь ординат), які мають спільний початок О (початок координат) і однаковий масштаб осей. Кожній точці площини за певним правилом ставиться у відповідність пара чисел – абсциса та ордината  $(x; y)$ , ці числа називаються **декартовими координатами точки**.

Декартові координати точки записують у дужках поруч із буквеним позначенням точки  $A(x; y)$ , причому **першою в дужках стоїть абсциса, другою – ордината**.

Початок координат О розподіляє кожну вісь на дві піввісі, одна з яких вважається додатною, а інша – від'ємною.

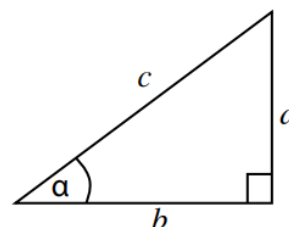
**Наприклад:** точка А має координати 3 і 2, точка В – координати -2 і -2.

Будь-якій парі чисел  $x$  і  $y$  відповідає лише одна точка площини  $A(x; y)$ .

### Синус, косинус, тангенс кутів від 0 до 180

У прямокутному трикутнику маємо співвідношення:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}.$$



Дамо означення тригонометричних функцій для будь-якого кута від  $0^\circ$  до  $180^\circ$ . Для цього в прямокутній системі координат, з якою ви добре знайомі, побудуємо коло радіуса 1 з центром у початку координат (рис. 2). Таке коло називають тригонометричним. Від додатної півосі осі  $Ox$  відкладемо у напрямі проти ходу годинникової стрілки гострий кут  $\alpha$ . Нехай  $M(x; y)$  — точка, у якій сторона цього кута перетинає дане коло (рис. 2, а). Проведемо перпендикуляр  $MN$  до осі  $Ox$ . Утворився прямокутний трикутник  $OMN$  з гострим кутом  $\alpha$ , гіпотенузою  $OM = 1$  і катетами, довжини яких дорівнюють координатам точки  $M$ :  $ON = x$ ,  $MN = y$ . Із трикутника  $OMN$  маємо:

$$\sin \alpha = \frac{MN}{OM} = \frac{y}{1} = y, \quad \cos \alpha = \frac{ON}{OM} = \frac{x}{1} = x,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{MN}{ON} = \frac{y}{x}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{ON}{MN} = \frac{x}{y}.$$

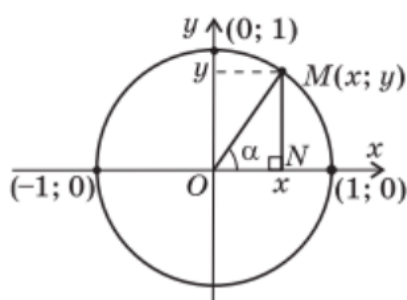


Рис. 2. До означення тригонометричних функцій

Отже, в тригонометричному колі синус і косинус гострого кута дорівнюють, відповідно, ординаті й абсцисі точки, у якій сторона цього кута перетинає коло, а тангенс і котангенс цього кута дорівнюють відношенням ординати до абсциси й абсциси до ординати, відповідно:

$$\sin \alpha = y, \quad \cos \alpha = x, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}.$$

Визначмо значення тригонометричних функцій кутів  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  (рис. 3). Якщо  $\alpha = 0^\circ$ , то точка  $M_1$  має координати  $(1; 0)$ . Звідси  $\sin 0^\circ = 0$ ,  $\cos 0^\circ = 1$ ,  $\operatorname{tg} 0^\circ = 0$ . Оскільки ділення на нуль не визначене, то  $\operatorname{ctg} 0^\circ$  не існує.

Якщо  $\alpha = 90^\circ$ , то точка  $M_2$  має координати  $(0; 1)$ . Звідси  $\sin 90^\circ = 1$ ,  $\cos 90^\circ = 0$ ,  $\operatorname{ctg} 90^\circ = 0$ . Оскільки ділення на нуль не визначене, то  $\operatorname{tg} 90^\circ$  не існує.

І, нарешті, якщо  $\alpha = 180^\circ$ , то точка  $M_3$  має координати  $(-1; 0)$ . Звідси  $\sin 180^\circ = 0$ ,  $\cos 180^\circ = -1$ ,  $\operatorname{tg} 180^\circ = 0$ . Оскільки ділення на нуль не визначене, то  $\operatorname{ctg} 180^\circ$  не існує.

Зауважимо також, що абсциси точок  $M$  для кутів від  $0^\circ$  до  $180^\circ$  змінюються в межах від  $-1$  до  $1$ , тобто  $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ , а ординати — в межах від  $0$  до  $1$ , тобто  $0 \leq \sin \alpha \leq 1$ .

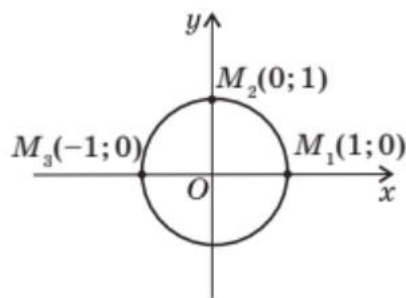


Рис. 3. Для означення кутів  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$

**Перегляньте відеоурок за посиланням:**

<https://youtu.be/SM3U7XaSuTk>

**Робота з підручником**

Розв'яжіть усно №1, 5 на с.6, №7, 9, 17 на с.10

**Робота в зошиті**

**Запишіть приклади розв'язування задач:**

### Задача 1

Чи існує кут  $\alpha$ , де  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ , для якого:

$$1) \cos \alpha = \frac{2}{5}; \quad 2) \sin \alpha = -\frac{2}{5}; \quad 3) \cos \alpha = -\frac{2}{5};$$

**Розв'язання**

Для довільного  $\alpha$  такого, що  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ , виконуються нерівності:

$$0 \leq \sin \alpha \leq 1, \quad -1 \leq \cos \alpha \leq 1. \quad \text{Отже, кути, для яких } \cos \alpha = \frac{2}{5}, \quad \cos \alpha = -\frac{2}{5}, \\ \sin \alpha = -\frac{2}{5} \text{ існують.}$$

### Задача 2

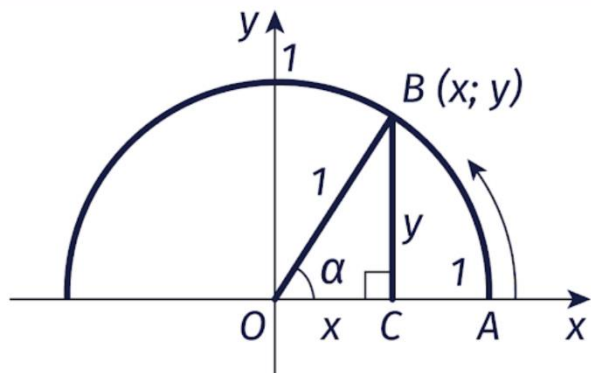
**Розв'язання**

Обчисліть значення тригонометричної функції  $tg 90^\circ$

$$tg 90^\circ = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ} = \frac{1}{0} - \text{вираз не має змісту, отже } tg 90^\circ \text{ не існує}$$

### Задача 3

За допомогою одиничного кола запишіть розрахунок функцій синуса, косинуса і тангенса кута  $\alpha$ , якщо  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $y = \frac{1}{2}$ .



### Розв'язання

$$\sin \alpha = y = \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

### Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати задачі (письмово):

1. Чи існує кут  $\alpha$ , де  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ , для якого:

4)  $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ ;

5)  $\cos \alpha = 1,2$ ;

6)  $\sin \alpha = 1,2$ ?

2. За допомогою одиничного кола запишіть розрахунок функцій синуса, косинуса і тангенса кута  $\alpha$ , якщо  $x = \frac{1}{2}$ ,  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3. Центр кола, радіус якого дорівнює 2 одиниці, збігається з початком координат. Які координати мають точки перетину кола з осями координат? Виконайте малюнок до задачі.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту [nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)

### Джерела

- [Всеукраїнська школа онлайн](#)
- О. Істер Геометрія. 9 клас. – Київ: Генеза, 2017