

Тема. Квадратна нерівність

Мета. Ознайомитися з поняттям квадратної нерівності та вчитися розв'язувати такі нерівності

Повторюємо

- Що таке нерівність?
- Які бувають види нерівностей за знаком?
- Що означає розв'язати нерівність?
- Що таке числовий проміжок?
- Як зобразити числовий проміжок графічно?
- Яку функцію називають квадратичною?
- Які властивості має квадратична функція?
- Виконайте вправу за посиланням: <https://learningapps.org/1942233>

Ознайомтеся з інформацією

Означення. Нерівності виду $ax^2 + bx + c > 0$ ($ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$), де x — змінна, a, b, c — деякі числа, причому $a \neq 0$, називають **квадратними нерівностями**.

Квадратні нерівності можуть бути *строгими* (знаки «>» або «<») і *нестрогими* (знаки « \geq » або « \leq »).

Наприклад, $2x^2 - 3x + 1 > 0$, $3x^2 - 5 < 0$, $-x^2 + 9 \leq 0$ – квадратні нерівності.

Розв'язування квадратних нерівностей можна звести до знаходження проміжків, на яких квадратична функція $y = ax^2 + bx + c$ набуває додатних, недодатних, від'ємних або невід'ємних значень. Такий метод розв'язування нерівностей $f(x) \geq 0$, $f(x) \leq 0$, $f(x) < 0$, $f(x) > 0$ за допомогою графіка функції називають **графічним**.

Знак нерівності	Зображення точок	Дужки
$<$ $>$		[;]
$<$ $>$		(;)

Перегляньте відео за посиланням:

<https://youtu.be/dBoTwCPIPK0>

Розв'язування завдань

Приклад 1.

Які з чисел -2 ; 0 ; 1 є розв'язками нерівності $x^2 - x - 2 < 0$?

Розв'язання.

Число -2 ; 0 ; 1 буде розв'язком нерівності, якщо при підстановці у вираз, який задає нерівність, перетворює цю нерівність у правильну числову.

Перевіримо цей факт для числа -2 . Маємо $(-2)^2 - (-2) - 2 = 4$.

$4 < 0$ – нерівність хибна $\Rightarrow -2$ не є розв'язком нерівності $x^2 - x - 2 < 0$.

Для числа 0 маємо $0^2 - 0 - 2 = -2$.

$-2 < 0$ – нерівність правильна $\Rightarrow 0$ є розв'язком нерівності $x^2 - x - 2 < 0$.

Для числа 1 маємо $1^2 - 1 - 2 = -2$.

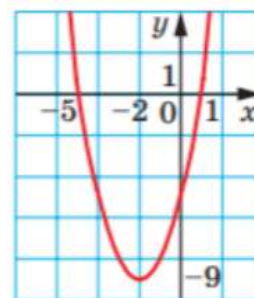
$-2 < 0$ – нерівність правильна $\Rightarrow 1$ є розв'язком нерівності $x^2 - x - 2 < 0$.

Приклад 2.

На рисунку зображено графік функції $y = x^2 + 4x - 5$.

Знайдіть множину розв'язків нерівності:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $x^2 + 4x - 5 < 0$; | 3) $x^2 + 4x - 5 > 0$; |
| 2) $x^2 + 4x - 5 \leq 0$; | 4) $x^2 + 4x - 5 \geq 0$. |



Розв'язання.

Використовуючи графік функції $y = x^2 + 4x - 5$ з'ясуємо, де функція набуває

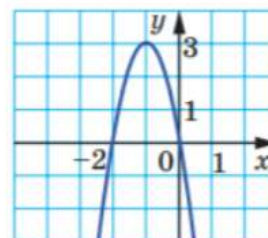
- від'ємних значень, тобто $f(x) < 0 \Rightarrow (-5; 1)$;
- недодатних значень, тобто $f(x) \leq 0 \Rightarrow [-5; 1]$;
- додатних значень, тобто $f(x) > 0 \Rightarrow (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$;
- невід'ємних значень, тобто $f(x) \geq 0 \Rightarrow (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

Приклад 3.

На рисунку зображено графік функції $y = -3x^2 - 6x$.

Знайдіть множину розв'язків нерівності:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $-3x^2 - 6x < 0$; | 3) $-3x^2 - 6x > 0$; |
| 2) $-3x^2 - 6x \leq 0$; | 4) $-3x^2 - 6x \geq 0$. |



Розв'язання.

Використовуючи графік функції $y = -3x^2 - 6x$ з'ясуємо, де функція набуває

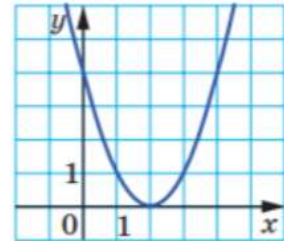
- від'ємних значень, тобто $f(x) < 0 \Rightarrow (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$;
- недодатних значень, тобто $f(x) \leq 0 \Rightarrow (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$;
- додатних значень, тобто $f(x) > 0 \Rightarrow (-2; 0)$;
- невід'ємних значень, тобто $f(x) \geq 0 \Rightarrow [-2; 0]$.

Приклад 4.

На рисунку зображено графік функції $y = x^2 + 4x + 4$.

Знайдіть множину розв'язків нерівності:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $x^2 + 4x + 4 < 0$; | 3) $x^2 + 4x + 4 > 0$; |
| 2) $x^2 + 4x + 4 \leq 0$; | 4) $x^2 + 4x + 4 \geq 0$. |



Розв'язання.

Використовуючи графік функції $y = x^2 + 4x + 4$ з'ясуємо, де функція набуває

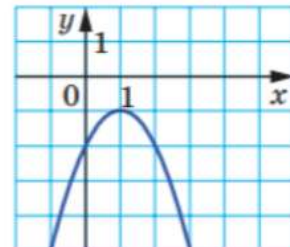
- 1) від'ємних значень, тобто $f(x) < 0 \Rightarrow \emptyset$;
- 2) недодатних значень, тобто $f(x) \leq 0 \Rightarrow 2$;
- 3) додатних значень, тобто $f(x) > 0 \Rightarrow (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$;
- 4) невід'ємних значень, тобто $f(x) \geq 0 \Rightarrow (-\infty; +\infty)$.

Приклад 5.

На рисунку зображено графік функції $y = -x^2 + 2x - 2$.

Знайдіть множину розв'язків нерівності:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $-x^2 + 2x - 2 < 0$; | 3) $-x^2 + 2x - 2 > 0$; |
| 2) $-x^2 + 2x - 2 \leq 0$; | 4) $-x^2 + 2x - 2 \geq 0$. |



Розв'язання.

Використовуючи графік функції $y = -x^2 + 2x - 2$ з'ясуємо, де функція набуває

- 1) від'ємних значень, тобто $f(x) < 0 \Rightarrow (-\infty; +\infty)$;
- 2) недодатних значень, тобто $f(x) \leq 0 \Rightarrow (-\infty; +\infty)$;
- 3) додатних значень, тобто $f(x) > 0 \Rightarrow \emptyset$;
- 4) невід'ємних значень, тобто $f(x) \geq 0 \Rightarrow \emptyset$.

Пригадайте

- Які нерівності називають квадратними?
- Як розв'язати квадратну нерівність?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Побудуйте графік функції $y = x^2 + 2x + 1$ та розв'яжіть з його допомогою нерівність $y = x^2 + 2x + 1 \leq 1$

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)