

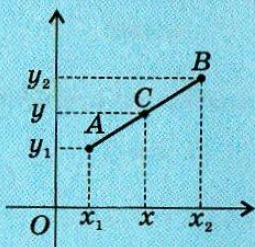
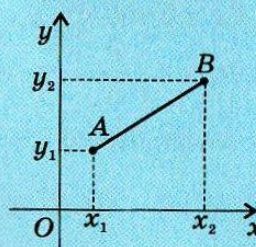
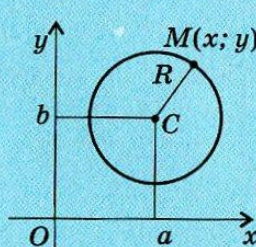
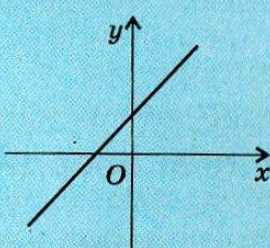
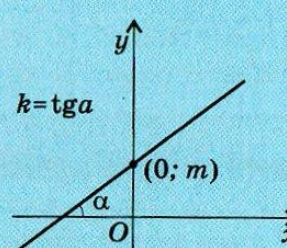
Тема. Повторення. Декартові координати і вектори на площині

Мета: вдосконалювати вміння знаходити в Декартових координатах середину та довжину відрізка, складати рівняння кола та прямої, визначати взаємне розташування векторів та виконувати дії з векторами

Повторюємо

- Що називають прямокутною системою координат?
- Як визначити координати точки в системі координат?
- Що таке вектор? Які характеристики має вектор?
- Яким може бути взаємне розташування векторів на площині?
- Які дії можна виконувати над векторами?
- Рівняння яких фігур в Декартових координатах ви знаєте?

Довідник

<p>Координати середини відрізка</p>  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$	<p>Відстань між точками</p>  $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$	<p>Рівняння кола</p>  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
<p>Рівняння прямої</p>  $ax + by + c = 0$ <p>(a і b не дорівнюють нулю одночасно)</p>	<p>Рівняння неvertикальної прямої</p>  $y = kx + m, k = \operatorname{tg} \alpha$	

Перегляньте відео

<https://youtu.be/hVkdG7F82U>

Виконайте вправи

- <https://wordwall.net/uk/resource/31957838>
- <https://wordwall.net/uk/resource/53114588>

Розв'язування задач

Задача 1

Вершини чотирикутника ABCD мають координати A(-2; 1), B(0; 4), C(4; 1), D(2; -2). Доведіть, що ABCD — паралелограм.

Розв'язання (1-й спосіб)

Як відомо, за ознакою паралелограма чотирикутник, діагоналі якого точкою перетину діляться навпіл, є паралелограмом. Знайдемо координати середин діагоналей AC і BD даного чотирикутника ABCD. Середина відрізка AC має координати

$$x = \frac{-2+4}{2} = 1, \quad y = \frac{1+1}{2} = 1.$$

Середина відрізка BD має координати

$$x = \frac{0+2}{2} = 1, \quad y = \frac{4+(-2)}{2} = 1.$$

Отже, відрізки AC і BD мають спільну середину (1; 1), тобто чотирикутник ABCD — паралелограм за ознакою.

Розв'язання (2-й спосіб)

Як відомо, за ознакою паралелограма чотирикутник, протилежні сторони якого попарно рівні, є паралелограмом. Знайдемо довжини сторін чотирикутника ABCD:

$$AB = \sqrt{(-2-0)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{13}, \quad BC = \sqrt{(0-4)^2 + (4-1)^2} = 5,$$

$$CD = \sqrt{(4-2)^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{13}, \quad AD = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-(-2))^2} = 5.$$

Отже, $AB = CD$, $BC = AD$, тобто чотирикутник ABCD — паралелограм за ознакою.

Задача 2

Визначте центр і радіус кола, заданого рівнянням $x^2 - 4x + y^2 + 2y - 11 = 0$.

Розв'язання

Зведемо дане рівняння до вигляду $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$. Маємо:

$$x^2 - 4x + y^2 + 2y = 11.$$

Додамо до обох частин цієї рівності числа так, щоб виділити квадрати двочленів

$$(x - a) \text{ і } (y - b):$$

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 11 + 4 + 1,$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16.$$

Отже, дане коло має радіус 4 і центр (2; -1).

Відповідь: (2; -1), $R = 4$.

Задача 3

Складіть рівняння прямої, яка проходить через точки A(-6; -1) і B(3; 2).

Розв'язання

Оскільки абсциси точок A і B не рівні, пряма AB не паралельна осі ординат. Отже, будемо шукати її рівняння у вигляді $y = kx + m$.

За умовою задачі координати точок A і B задовольняють шукане рівняння,

$$\text{тобто } \begin{cases} -1 = -6k + m, \\ 2 = 3k + m. \end{cases}$$

Розв'язком системи цих рівнянь буде пара $k = \frac{1}{3}$, $m = 1$. Таким чином,
 $y = \frac{1}{3}x + 1$ — шукане рівняння.

Зведемо його до вигляду $ax + by + c = 0$: $3y = x + 3$, $x - 3y + 3 = 0$.

Відповідь: $x - 3y + 3 = 0$.

Задача 4

Знайдіть координати вектора \overrightarrow{CD} та модуль, якщо $C(-8; 2)$, $D(-4; 5)$

Розв'язання

$$\overrightarrow{CD} = (-4 - (-8); 5 - 2) = (4; 3)$$

$$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Задача 5

Дано вектори $\vec{m}(-8; 4)$ і $\vec{n}(3; 5)$. Знайдіть координати вектора $\vec{p} = \frac{1}{2}\vec{m} - 4\vec{n}$

Розв'язання

$$\frac{1}{2}\vec{m} = \left(\frac{1}{2} \cdot (-8); \frac{1}{2} \cdot 4\right) = (-4; 2)$$

$$4\vec{n} = (4 \cdot 3; 4 \cdot 5) = (12; 20)$$

$$\vec{p} = \frac{1}{2}\vec{m} - 4\vec{n} = (-4; 2) - (12; 20) = (-4 - 12; 2 - 20) = (-16; -18)$$

Відповідь: $\vec{p}(-16; -18)$

Задача 6

Дано вектори $\vec{a}(x; -3)$ і $\vec{b}(6; 9)$. При якому значенні x вектори \vec{a} і \vec{b} :

- 1) колінеарні;
- 2) перпендикулярні.

Розв'язання

1) Умова колінеарності векторів: $\frac{6}{x} = \frac{9}{-3}$, звідки $x = \frac{6 \cdot (-3)}{9} = -\frac{18}{9} = -2$. Отже при $x = -2$ вектори \vec{a} і \vec{b} колінеарні.

2) Знайдемо скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{b} : $\vec{a} \cdot \vec{b} = x \cdot 6 + (-3) \cdot 9 = 6x - 27$.
Вектори \vec{a} і \vec{b} будуть перпендикулярні, якщо їх скалярний добуток буде дорівнювати 0, отже прирівняємо $6x - 27 = 0$, звідки $x = 27:6 = 4,5$.

Відповідь: 1) при $x = -2$; 2) при $x = 4,5$

Домашнє завдання

Опрацювати конспект

Джерела

- [Супер урок](#)
- [На урок](#)