

Тема. Теорема синусів. Наслідок з теореми синусів

Мета: ознайомитися з теоремою синусів, вчитися застосовувати дані формули до розв'язування задач

Повторюємо

- Сформулюйте теорему косинусів.
- Які два види задач допомагає розв'язати теорема косинусів?
- Який знак має синус гострого, а який – тупого кута?
- Як знайти синус кута градусною мірою від 90° до 180° ?

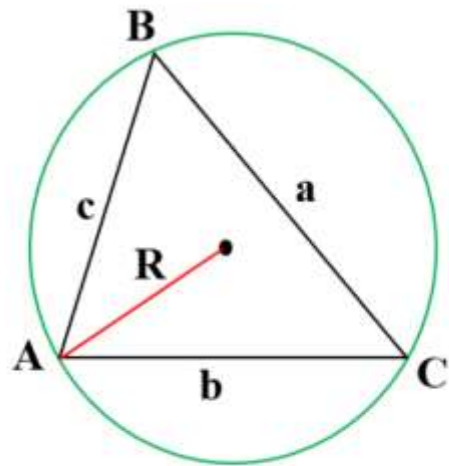
Ознайомтеся з інформацією

Сторона і два прилеглі кути однозначно визначають трикутник. Отже, за вказаними елементами можна знайти дві інші невідомі сторони трикутника. Теорема косинусів у цьому випадку безсила. На допомогу приходить теорема синусів.

Відношення сторони трикутника до синуса протилежного кута дорівнює двом радіусам кола, описаного навколо трикутника:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

де a, b, c - сторони трикутника, протилежні кутам A, B, C відповідно, R - радіус описаного кола.



Слово «синус» походить від індійського «джива»
— тятива лука, хорда.



КОРИСНІ ФОРМУЛИ

$$\cos (180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

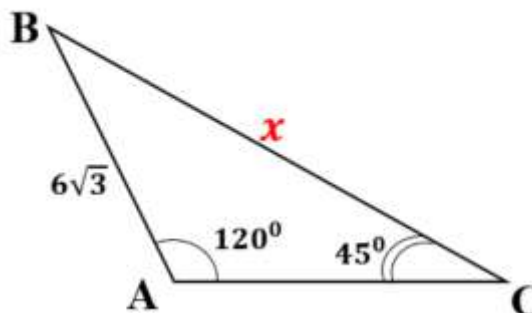
$$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

Розв'язування задач

Задача 1

Два кути трикутника дорівнюють 120° і 45° . Сторона, яка лежить проти меншого з них, дорівнює $6\sqrt{3}$ см. Знайти сторону трикутника, яка лежить проти більшого з даних кутів.



Розв'язання

Застосуємо теорему синусів. Оскільки сторони трикутника пропорційні синусам протилежних кутів, ми можемо записати

$$\frac{BC}{\sin 120^\circ} = \frac{AB}{\sin 45^\circ}$$

Підставимо відомі значення:

$$\frac{BC}{\sin 120^\circ} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}$$

BC – невідомий крайній член пропорції. Щоб його знайти, потрібно добуток середніх членів пропорції поділити на відомий крайній член пропорції, тому

$$BC = \frac{6\sqrt{3} \cdot \sin 120^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

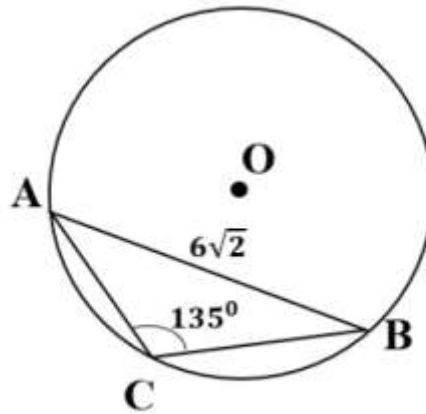
Підставимо значення синусів:

$$BC = \frac{6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$
$$BC = \frac{6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot 3}{\sqrt{2}} = 9\sqrt{2}$$

Відповідь: $9\sqrt{2}$ см.

Задача 2

У трикутнику ABC відомо, що
 $AB = 6\sqrt{2}$ см, $\angle C = 135^\circ$.
Знайдіть діаметр кола,
описаного навколо цього
трикутника.



Розв'язання

Скористаємося теоремою синусів:

$$\frac{AB}{\sin \angle C} = 2R$$

$$\frac{AB}{\sin 135^\circ} = 2R$$

$$\sin 135^\circ = \sin (180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Маємо:

$$\begin{aligned} \frac{6\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} &= 2R \\ 6\sqrt{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} &= 2R \end{aligned}$$

Оскільки

$$\begin{aligned} D &= 2R \\ D &= 6\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 12 \end{aligned}$$

Відповідь: 12 см.



Пригадайте

- Сформулюйте теорему синусів
- Які задачі можна розв'язати з допомогою цієї теореми?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект та §12 підручника
- Розв'язати (письмово): №548

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

Джерело

- [Всеукраїнська школа онлайн](#)