15.02.2023 9 клас Вчитель: Артемюк Н.А.

Тема. Правильні многокутники. Формули радіусів вписаних і описаних кіл

Мета: Познайомитися з формулами радіусів вписаних і описаних кілп равильних многокутників, вчитися розв'язувати задачі на застосування цих формул

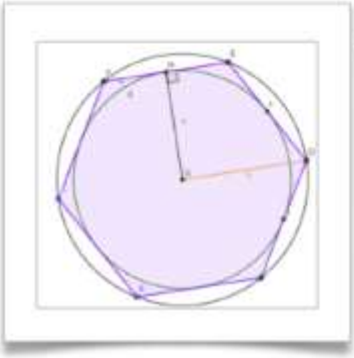
Повторюємо

- Які многокутники називають правильними?
- Як знайти величину кута правильного многокутника?
- Як знайти величину зовнішнього кута правильного многокутника?

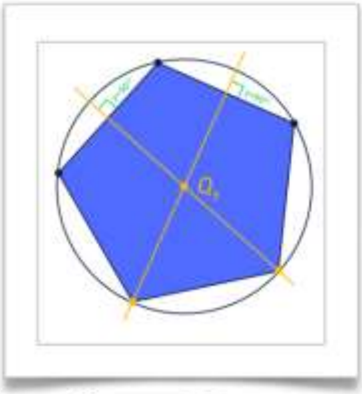
Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Будь-який правильний многокутник є як вписаним у коло, так і описаним навколо кола, причому центри описаного та вписаного кіл збігаються.

Многокутник вписаний у коло, якщо всі його вершини лежать на колі.
Многокутник описаний навколо кола, якщо всі його сторони дотикаються до кола.
Зверніть увагу, що ці кола будуть різними, якщо многокутник одночасно і вписаний у коло, і описаний навколо кола.
Точку, яка є центром описаного та вписаного кіл правильного многокутника, називають **центром правильного многокутника**.



Корисний факт: для того, щоб знайти центр правильного многокутника, достатньо знайти точку перетину серединних перпендикулярів, проведених до двох сусідніх сторін многокутника. Отримана точка і буде центром правильного многокутника.



- Центральний кут правильного n-кутника дорівнює $\frac{360^\circ}{n}$.
- Радіус кола, описаного навколо правильного n-кутника зі стороною a обчислюється за формулою: $R = \frac{a}{2sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$.
- Радіус кола, описаного навколо правильного n-кутника зі стороною a, для деяких n-кутників:

- Радіус кола, уписаного в правильний n-кутник зі стороною a обчислюється за формулою: $r = \frac{a}{2tg\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$.

Формули радіусів вписаних і описаних кіл

Загальна формула	$n = 3$	$n = 4$	$n = 6$
$r = \frac{a_n}{2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}}$	$r = \frac{a_3}{2\sqrt{3}} = \frac{a_3\sqrt{3}}{6}$	$r = \frac{a_4}{2}$	$r = \frac{a_6\sqrt{3}}{2}$
$R = \frac{a_n}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}$	$R = \frac{a_3}{\sqrt{3}} = \frac{a_3\sqrt{3}}{3}$	$R = \frac{a_4}{\sqrt{2}} = \frac{a_4\sqrt{2}}{2}$	$R = a_6$
$r = R\cos\frac{180^\circ}{n}$	$r = \frac{R}{2}$	$r = \frac{R\sqrt{2}}{2}$	$r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

Розв'язування задач

Задача 1

Чому дорівнює радіус кола, що вписане у правильний шестикутник зі стороною $2\sqrt{3}$?

Розв'язання

Скористаймося формулою для обчислення радіуса вписаного кола.

$$r = \frac{a}{2tg\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$$

Підставивши замість a число $2\sqrt{3}$ та замість n число 6, отримаємо:

$$r = \frac{2\sqrt{3}}{2tg\left(\frac{180^\circ}{6}\right)} = \frac{2\sqrt{3}}{2tg(30^\circ)} = \frac{2\sqrt{3}}{2\frac{1}{\sqrt{3}}} = 3.$$

Задача 2

Чому дорівнює сторона правильного трикутника, якщо радіус уписаного в нього кола дорівнює $\sqrt{3}$?

Розв'язання

$$r = \frac{a}{2tg\left(\frac{180^\circ}{n}\right)} => a = 2rtg\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$r = \sqrt{3},\ n = 3$$

$$a = 2*\sqrt{3}*tg(60^\circ) = 2*\sqrt{3}*\sqrt{3} = 6.$$

Задача 3

Чому дорівнює радіус кола, описаного навколо правильного трикутника зі стороною $4\sqrt{3}$?

Розв'язання

З формули для обчислення радіуса кола, описаного навколо правильного многокутника, отримаємо:

$$R = \frac{a}{2sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$$

З умови задачі $a = 4\sqrt{3}$ *та* $n = 3$.

Підставимо ці значення та отримаємо: $R = \frac{4\sqrt{3}}{2sin\,(60^\circ)} = 4.$

Задача 4

Чому дорівнює сторона правильного трикутника, якщо радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює $\sqrt{3}$?

Розв'язання

У формулі для обчислення радіуса $R = \frac{a}{2sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$.

Знайдемо з цієї рівності a.

Отримаємо: $a = 2Rsin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

Підставивши $R = \sqrt{3}$

$$n = 3,$$

отримаємо: $a = 2\sqrt{3} * \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$

Поміркуйте

Яку величину має зовнішній кут правильного трикутника?

Домашнє завдання

- **Опрацювати конспект**
- **Розв'язати №736,746, 750**

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

Джерело

- Всеукраїнська школа онлайн
- Істер О.С. Геометрія: 9 клас. – Київ: Генеза, 2017