

Тема. Повторення. Розв'язування текстових задач

Мета. Вдосконалювати вміння розв'язувати текстові задачі за допомогою систем рівнянь

Повторюємо

- Що буде розв'язком системи рівнянь з двома змінними?
- Які способи розв'язування систем рівнянь називають аналітичними?
- Що означає графічно розв'язати систему рівнянь?
- В яких випадках доцільно використовувати графічний метод?
- Як розв'язати задачу за допомогою системи рівнянь?

Алгоритм розв'язування текстової задачі за допомогою системи рівнянь

1. Проаналізувати умову задачі (основні величини, зв'язки між ними, вимоги задачі).
2. Створити математичну модель (у вигляді таблиці, рисунка, тексту тощо).
3. Скласти систему рівнянь до задачі.
4. Розв'язати отриману систему рівнянь.
5. Проаналізувати отримані результати з огляду на умову задачі.
6. Записати відповідь.

Перегляньте відео, зробіть конспект

<https://youtu.be/yKMZiwythVA>

Розв'язування задач

Задача 1.

Два котики одночасно неквапливо вийшли з вітальні та кухні назустріч один одному. Через хвилину вони зустрілися та, не зупиняючись, продовжили рухатися з тією самою швидкістю. Один із них прибув до вітальні на 35 секунд раніше, ніж другий до кухні. Знайдіть швидкість кожного котика, якщо відстань між кімнатами становить 7 метрів.

Розв'язок

Нехай x метрів на секунду — швидкість котика, що вийшов з вітальні, а y метрів на секунду — швидкість котика, що вийшов з кухні. Знаючи, що вони зустрілися через хвилину, можемо сказати, що за хвилину вони разом пройшли 7 метрів. Це записується у вигляді $60(x + y) = 7$. Тут важливо помножити саме на 60, а не на 1, бо ми ввели швидкість як метри на секунду і відстань також у метрах, а отже 1 хвилину потрібно перевести у 60 секунд.

Тепер запишемо другу частину умови за допомогою рівняння. Для цього зважимо на той факт, що витрачений час це пройдена відстань поділити на швидкість. Тобто котик, що прибув до вітальні, витратив на це $\frac{7}{y}$ секунд.

А котик, що прибув до кухні, витратив $\frac{7}{x}$ секунд. Тоді друге рівняння запи-
сується таким чином: $\frac{7}{x} - \frac{7}{y} = 35$.

Складемо та запишемо систему рівнянь:
$$\begin{cases} 60(x + y) = 7, \\ \frac{7}{x} - \frac{7}{y} = 35; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} 60(x + y) = 7, \\ \frac{7}{x} - \frac{7}{y} = 35; \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 60(x + y) = 7, \\ 7y - 7x = 35xy; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{7}{60} - x, \\ y - x = 5xy; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{7}{60} - x, \\ y - x = 5xy; \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{7}{60} - x, \\ \frac{7}{60} - 2x = 5x(\frac{7}{60} - x); \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{7}{60} - x, \\ 7 - 120x = 5x(7 - 60x); \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{7}{60} - x, \\ 7 - 120x = 35x - 300x^2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{7}{60} - x, \\ 300x^2 - 155x + 7 = 0; \end{cases} \end{aligned}$$

Розв'яжемо друге рівняння системи за допомогою дискримінанту

$D = 155^2 - 4 \cdot 7 \cdot 300 = 15625$, тоді $\sqrt{D} = 125$, і відповідно, розв'язки

$x_{1,2} = \frac{155 \pm 125}{2 \cdot 300}$ і для кожного розв'язку знайдемо відповідний y з першого рівняння системи.

Таким чином отримали два потенційні розв'язки:

$$x = \frac{7}{15}, y = -\frac{7}{20}; \quad x = \frac{1}{20}, y = \frac{1}{15}$$

Оскільки швидкість котика не може бути від'ємною, то перший розв'язок не задовольняє умови задачі. Відповідно – швидкості котиків

$$\frac{1}{20} \frac{m}{s} \text{ та } \frac{1}{15} \frac{m}{s}.$$

Задача 2.

Яке двоцифрове число в 4 рази більше за суму своїх цифр і у 2 рази більше за їхній добуток?

Розв'язок

Позначимо число десятків за x , а число одиниць за y . Тоді шукане число можна записати як $\overline{xy} = 10x + y$. Зверніть увагу, що запис \overline{xy} означає що x це кількість де-
сятків у двоцифровому числі, а y кількість одиниць (наприклад, $\overline{21}$ це число 21, а не 2 помножити на 1).

Першу умову можна записати $10x + y = 4(x + y)$.

Друга умова записується у вигляді $10x + y = 2xy$.

Ці два рівняння утворюють наступну систему:

$$\begin{cases} 10x + y = 4(x + y), \\ 10x + y = 2xy; \end{cases}$$

За аналогією до попередньої задачі з першого рівняння можна виразити y через x .

$$\begin{cases} y = 2x, \\ 10x + y = 2xy; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x, \\ 10x + 2x = 2x \cdot 2x; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x, \\ 4x^2 - 12x = 0; \end{cases}$$

Друге рівняння має розв'язки $x = 0, x = 3$. З першого рівняння можемо отримати

$$x = 0, y = 0; \quad x = 3, y = 6$$

відповідні до цих розв'язків y і отримаємо, що система має два розв'язки:

Отже наша задача має два потенційні розв'язки:

00 та 36.

Оскільки 00 не є числом (а отже і не є двоцифровим числом), то єдине число, що задовольняє умові, це 36.

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
 - Розв'язати задачі:
- 1) Леся та Рома вирішили зробити ялинкові прикраси своїми руками. Вони зробили 36 прикрас за 3 години спільної роботи. Скільки прикрас зможе зробити Леся за годину, якщо Рома може зробити 35 прикрас на 2 години швидше, ніж Леся?
 - 2) Катер проплив за течією з однієї пристані до іншої за 4 год. На зворотний шлях він витратив 5 год. Відомо, що він проходить 30 км за течією річки на 30 хвилин швидше, ніж проти течії. Знайдіть швидкість течії та власну швидкість катера.

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)