

Тема. Повторення. Розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем

Мета. Вдосконалювати вміння розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи

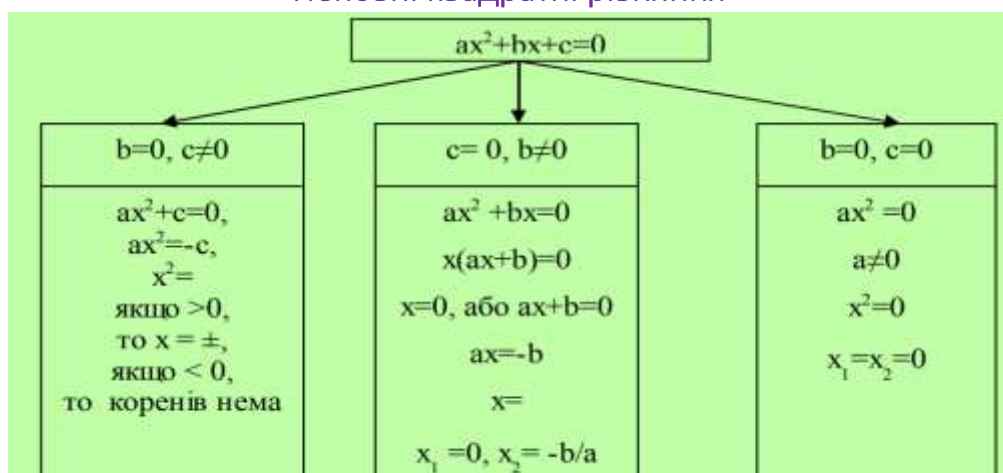
Пригадайте

- Які види рівнянь ви навчились розв'язувати?
- Що означає розв'язати рівняння?
- Які види нерівностей ви навчились розв'язувати?
- Які розв'язки може мати нерівність?
- Що означає розв'язати систему рівнянь?
- Які способи розв'язування систем рівнянь вам відомі?
- Що є розв'язком системи нерівностей?

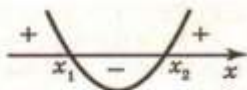
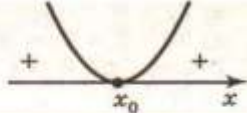
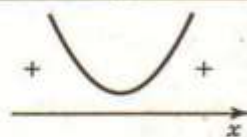
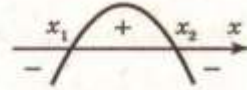
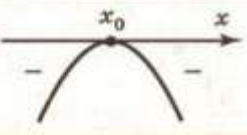
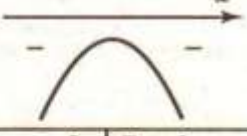
Довідник

- Квадратним рівнянням називають рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x — змінна, a , b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$.
- Дискримінант квадратного рівняння $D = b^2 - 4ac$:
 - $D < 0$ означає, що коренів немає;
 - $D = 0$ означає, що є рівно один корінь $x_1 = -\frac{b}{2a}$;
 - $D > 0$ означає, що є два корені $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$.
- **Теорема Вієта.** Якщо у квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ є два корені x_1 , x_2 , то для них виконується $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.
- **Обернена теорема Вієта.** Якщо числа x_1 і x_2 такі, що $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, то ці числа є коренями квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.
- Розв'язок за допомогою дискримінанта дає вичерпну інформацію про корені (їх кількість та значення), але потребує певних обчислень.
- Обернена теорема Вієта дає змогу в **деяких** випадках швидко підібрати корені, не виконуючи багато обчислень.
- Рівняння виду $ax^4 + bx^2 + c = 0$, де x — змінна, a , b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$, називають бікватратним рівнянням.
- Для розв'язку бікватратного рівняння використовують метод заміни змінної: $x^2 = t$, тоді $ax^4 + bx^2 + c = 0$ перетворюється на $at^2 + bt + c = 0$, що є звичайним квадратним рівнянням.

Неповні квадратні рівняння



Квадратні нерівності

$a > 0$ $D > 0$		$a > 0$ $D = 0$	
$ax^2 + bx + c > 0$	$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$	$ax^2 + bx + c > 0$	$(-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$
$ax^2 + bx + c < 0$	$(x_1; x_2)$	$ax^2 + bx + c < 0$	Розв'язків немає
$a > 0$ $D < 0$		$a < 0$ $D > 0$	
$ax^2 + bx + c > 0$	R	$ax^2 + bx + c > 0$	$(x_1; x_2)$
$ax^2 + bx + c < 0$	Розв'язків немає	$ax^2 + bx + c < 0$	$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
$a > 0$ $D < 0$		$a < 0$ $D > 0$	
$ax^2 + bx + c > 0$	Розв'язків немає	$ax^2 + bx + c > 0$	Розв'язків немає
$ax^2 + bx + c < 0$	$(-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$	$ax^2 + bx + c < 0$	R

Перегляньте відео, зробіть конспект

<https://youtu.be/VGb6OB5ybyo>

Виконайте вправи

- <https://wordwall.net/resource/14170596>
- <https://wordwall.net/resource/27559233>

Розв'язування задач

Завдання 1

1. Розв'яжіть нерівності:

- $x^2 \leq 25$;
- $x^2 \geq 25$.

Розв'язання:

- $x^2 \leq 25$;
 $x^2 - 25 \leq 0$;
 $(x - 5)(x + 5) \leq 0$;

$$(x - 5)(x + 5) = 0;$$

$$x_1 = 5, \quad x_2 = -5.$$

$a = 1 > 0 \Rightarrow$ вітки вгору.

Див. рис. 1.



Рис. 1
 $[-5; 5]$

- $x^2 \geq 25$;
 $x^2 - 25 \geq 0$;
 $(x - 5)(x + 5) \geq 0$;

$a = 1 > 0 \Rightarrow$ вітки вгору.

Див. рис. 2.



Рис. 2
 $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$

Відповідь: 1) $[-5; 5]$; 2) $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$.

Завдання 2

2. Розв'яжіть нерівність $x^2 + x(1 - \sqrt{5}) < \sqrt{5}$.

Розв'язання:

$$x^2 + x(1 - \sqrt{5}) < \sqrt{5};$$

$$x^2 + x(1 - \sqrt{5}) - \sqrt{5} = 0,$$

за теоремою, оберненою до теореми Вієта, маємо:

$$x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -1.$$

$a = 1 > 0 \Rightarrow$ вітки вгору.

Див. рис. 3.

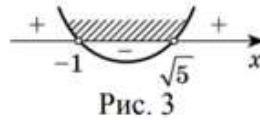


Рис. 3

Відповідь: $(-1; \sqrt{5})$.

Задача 3

Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{cases} x - 4 \leq 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases}$$

Розв'язання

$$\begin{cases} x - 4 \leq 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ 2x > -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}$$



Відповідно, перерізом знайдених проміжків буде проміжок $(-\frac{3}{2}; 4]$.

Задача 4

Розв'яжіть нерівність:

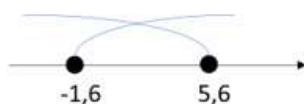
1) $|x - 2| \leq 3,6$

2) $|x + 3| > 9$

Розв'язання

1) $|x - 2| \leq 3,6$

$$\begin{cases} x - 2 \geq -3,6 \\ x - 2 \leq 3,6 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3,6 + 2 \\ x \leq 3,6 + 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -1,6 \\ x \leq 5,6 \end{cases}$$



Відповідь: $[-1,6; 5,6]$

$$2) |x + 3| > 9$$

$$x + 3 < -9 \quad \text{або} \quad x + 3 > 9$$

$$x < -12$$

$$x > 6$$



Відповідь: $(-\infty; -12) \cup (6; \infty)$

Домашнє завдання

Пройдіть тестування:

<https://vseosvita.ua/test/start/bip386>

Джерела

- А.І. Гончар Цикл уроків повторення з алгебри для 9 класу з використанням інтерактивних технологій (з теоретичним обґрунтуванням). — Лозова, 2011. — в 64 с
- Всеукраїнська школа онлайн, курс алгебри 9 класу