

Тема. Арифметична прогресія, її властивості. Формула n-го члена арифметичної прогресії

Мета. Ознайомитися з поняттям арифметичної прогресії, її властивостей та формулою n-го члена, вчитися знаходити значення членів та різниці послідовності

Повторюємо

- Що таке числова послідовність?
- Що входить в поняття члена числової послідовності?
- Які способи задання числової послідовності ви знаєте?
- Як знайти значення члена послідовності, знаючи формулу n-го члена?

Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

- Арифметичною прогресією називають числову послідовність, кожен член якої, починаючи з другого, отримано в результаті додавання до попереднього одного й того самого числа.
- Для задання арифметичної прогресії необхідно задати значення її першого члена a та різницю d . Тоді арифметична прогресія задана рекурентно за правилом $a_1 = a, a_{n+1} = a_n + d$.
- Числова послідовність (a_n) є арифметичною прогресією тоді і тільки тоді, якщо $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_{n+1} - a_n = \dots$
- Формула n-го члена арифметичної прогресії: $a_n = a_1 + (n - 1)d$.
- Для будь якої арифметичної прогресії виконується $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$, за умови, що $n > 1$. У випадку скінченної арифметичної прогресії формула справедлива для всіх її членів, починаючи з другого та крім останнього.

Перегляньте відео

<https://youtu.be/TWPkqpchmyY>

Розв'язування задач

Задача 1.

Чи є зазначені послідовності арифметичними прогресіями:

А) 1, 3, -1, 5.

Б) 3, 8, 13, 18.

Розв'язання.

Розглянемо для початку пункт А). Для зручності позначимо цю послідовність a_1, a_2, a_3, a_4 . Тоді $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$, а $a_3 - a_2 = -1 - 3 = -4$.

Оскільки $2 \neq -4$, то ця послідовність не є арифметичною прогресією.

Пункт Б)

Також позначимо послідовність a_1, a_2, a_3, a_4 .

Оскільки $a_4 - a_3 = a_3 - a_2 = a_2 - a_1 = 5$, то ця послідовність є арифметичною прогресією з різницею 5.

Задача 2.

Знайдіть чотири перші члени арифметичної прогресії, перший член якої дорівнює 1,6, а різниця становить $-0,4$.

Розв'язання.

Позначимо послідовність (a_n) . Тоді за умовою $a_1 = 1,6$ та $d = -0,4$.

Відповідно перші чотири члени можна підрахувати наступним чином:

$$a_2 = a_1 + d = 1,6 + (-0,4) = 1,2$$

$$a_3 = a_2 + d = 1,2 + (-0,4) = 0,8$$

$$a_4 = a_3 + d = 0,8 + (-0,4) = 0,4$$

Задача 3.

Знайдіть різницю арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_5 = 4$ та $a_6 = -15$.

Розв'язання.

$$d = a_6 - a_5 = -15 - 4 = -19.$$

Задача 4.

Нехай перший член арифметичної прогресії (a_n) дорівнює 10, а різниця дорівнює 2. Знайдіть a_5, a_{10}, a_{33} .

Розв'язання.

В умові дано, що $a_1 = 10, d = 2$.

Тоді за формулою n -го члена:

$$a_5 = a_1 + 4d = 10 + 4 \cdot 2 = 18, \quad a_{10} = a_1 + 9d = 10 + 9 \cdot 2 = 28, \quad a_{33} = a_1 + 32d = 10 + 32 \cdot 2 = 74.$$

Поміркуйте

Як знайти різницю арифметичної прогресії, знаючи її перший та десятий члени?

Домашнє завдання

- Опрацювати параграф 16
- Виконати №693, 697, 700, 702

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)