23____ _____лютого___________ 2024___ р.
[дата]

Тема: Дотична до кола. Її властивості

Мета:

- *Навчальна:* розглянути три випадки розміщення прямої і кола; засвоїти теореми про властивість дотичної та наслідок з неї; засвоїти теорему, обернену до теореми про властивість дотичної; засвоїти теорему про властивість відрізків дотичних, проведених з однієї точки;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати отримані знання, правильно користуватися креслярським приладдям;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

- математичні
- комунікативні

Тип уроку: засвоєння нових знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

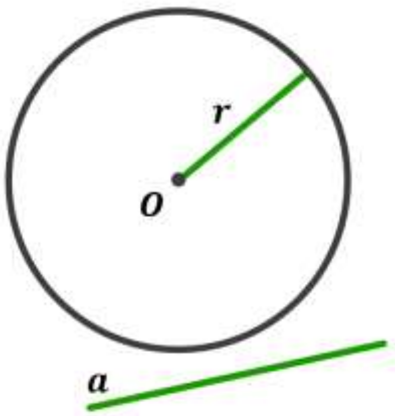
I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

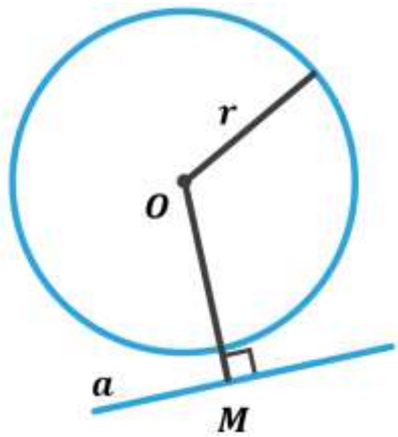
II. Вивчення нового матеріалу

➢ Як на вашу думку, скільки спільних точок можуть мати пряма і коло?
(Учні висловлюють власну думку)

**Існують три випадки розміщення прямої і кола. Пряма і коло не мають спільних точок, пряма і коло мають дві спільні точки, пряма і коло мають одну спільну точку. Розглянемо детальніше кожен випадок.*



➢ Що є відстанню від центра кола до прямої a?
(Довжина перпендикуляра, що опущена з точки O до прямої a)

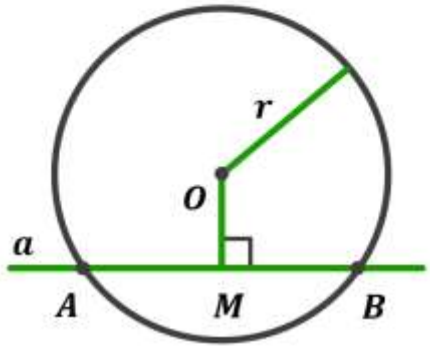


Якщо **пряма і коло не мають спільних точок**, то відстань від центра кола до прямої більша від радіуса.

$$OM > r$$

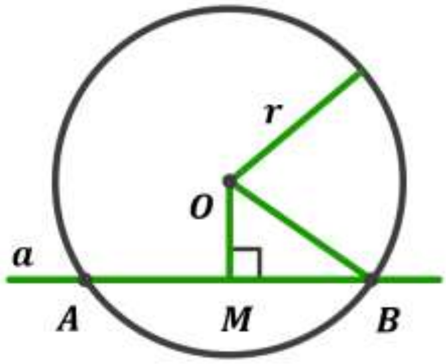
Січна – це пряма, що має з колом дві спільні точки.

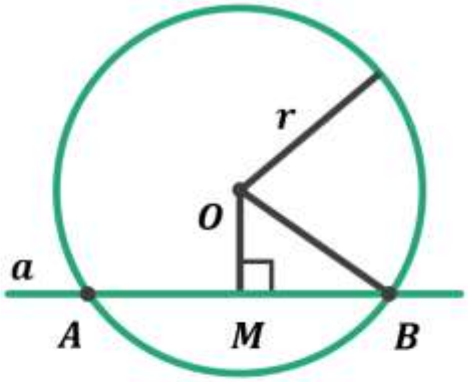
о буде відстанню від центра кола до прямої a?
(Учні висловлюють власну думку)



Відстань від центра кола до прямої a – це довжина перпендикуляра OM

- Розглянувши ΔOMB, поясніть, чому відстань від центра кола до січної менша від радіуса
  (У ΔOMB OM – катет, OB – гіпотенуза, тому $OM < OB$. Так як OM – відстань від центра кола до січної а, а OB – радіус, то відстань від центра кола до січної менша від радіуса)





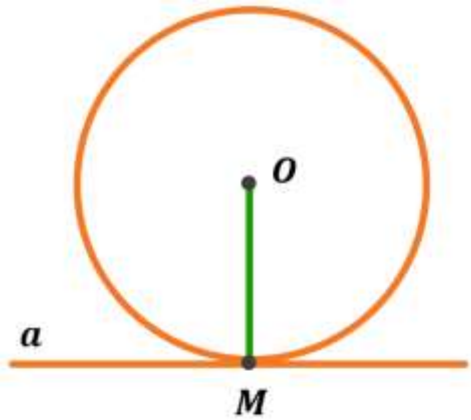
Якщо **пряма і коло мають дві спільні** точки, то відстань від центра кола до такої прямої *(січної)* є меншою від радіуса.

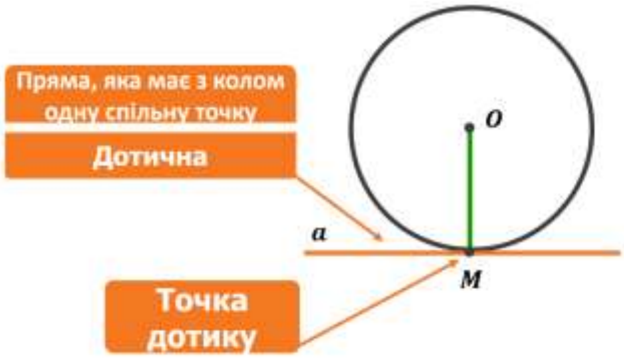
Відстань від центра кола до січної менша від радіуса

$$\boldsymbol{OM < r}$$

Якщо **пряма і коло мають одну спільну** точку, то відстань від центра кола до такої прямої дорівнює радіусу кола.

$$\boldsymbol{OM = r}$$

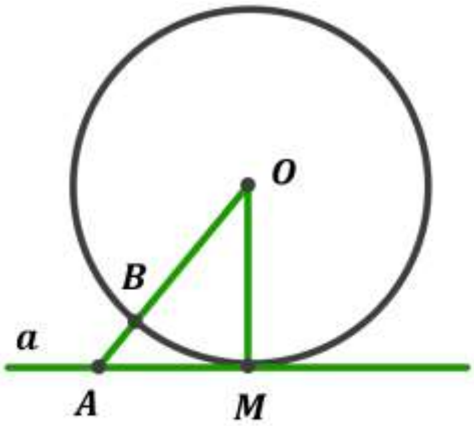




Дотична – це пряма, яка має з колом одну спільну точку. Ця точка називається **точкою дотику.**

Теорема *(властивість дотичної)*

Дотична до кола є перпендикулярною до радіуса, який проведений в точку дотику.



Дано:

O – центр кола;

a – дотична до кола пряма;

OM – радіус кола;

Довести:

$a \perp OM$

Доведення:

Припустимо, що a не перпендикулярна до OM

Побудуємо $AO \perp a$ $\rightarrow AO$ – катет прямокутного ΔAMO

$$\begin{array}{l} \text{За умовою пряма } a \text{ має з колом} \\ \text{тільки одну спільну точку } (M) \end{array} \rightarrow AO > OB \ (OB\text{-}\textit{радіус})$$

$$\left.\begin{array}{c} AO > OB \\ OB = OM \ (\textit{як радіуси}) \end{array}\right| \rightarrow AO > OM$$

$$\left.\begin{array}{c} AO > OM \\ AO \text{ за припущенням катет} \\ OM - \text{гіпотенуза} \end{array}\right| \rightarrow \text{катет більший за гіпотенузу}$$

Припущення є хибним, теорему доведено.

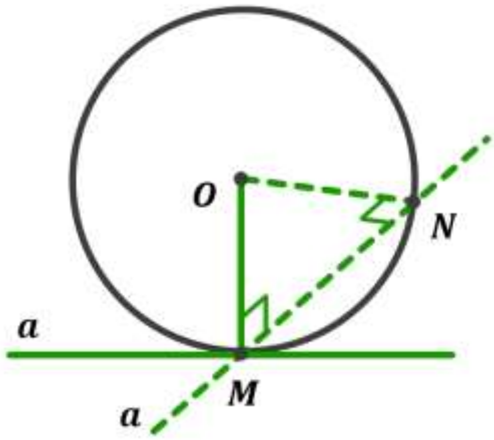
Доведено.

Наслідок

Відстань від центра кола до дотичної до цього кола дорівнює радіусу кола.

Теорема *(обернена до теореми про властивість дотичної)*

Якщо пряма проходить через кінець радіуса кола і перпендикулярна до цього радіуса, то ця пряма є дотичною до даного кола.



Дано:

O – центр кола

OM – радіус кола

a – пряма

$a \perp OM$

Довести:

a – дотична до кола

Доведення:

Припустимо, що пряма а має з колом ще одну спільну точку – точку N:

Розглянемо ΔMON:

$OM = ON$ *(як радіуси)* $\rightarrow \Delta MON$ – рівнобедрений

$$\left.\begin{array}{c} \Delta MON - \text{рівнобедрений} \\ OM = ON \ (\text{як радіуси}) \\ a \perp OM \ (\text{за умовою}) \end{array}\right| \rightarrow \angle OMN = \angle ONM = 90^\circ$$

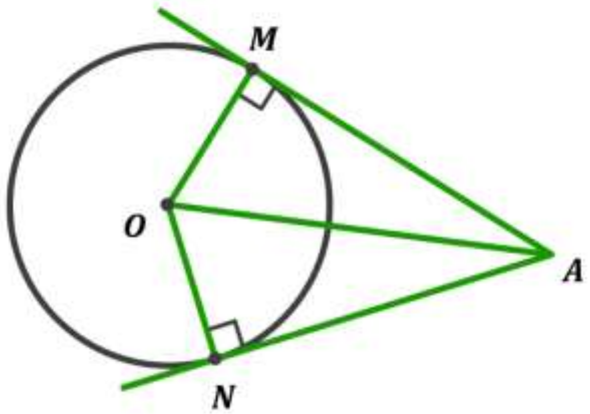
- Поясніть, чому в трикутнику не може бути двох прямих кутів?
  (Це суперечить теоремі про суму кутів трикутника)

Так як наше припущення є хибним, то пряма a не має інших спільних точок з колом, окрім точки M $\rightarrow$ пряма a є дотичною до кола.

Доведено

Теорема *(властивість відрізків дотичних, проведених з однієї точки)*

Відрізки дотичних, проведених з однієї точки до кола, рівні між собою



Дано:

O – центр кола

AN і AM – дотичні до кола

Довести:

$AM = AN$

Доведення:

- Розгляньте трикутники ONA і OMA та спробуйте усно довести цю теорему
  (Учні висловлюють власну думку)

Трикутники OMA і ONA – прямокутні ($OM \perp AM$ *і* $ON \perp AN$ за властивістю дотичної)

$$\left.\begin{array}{l} OM = ON \text{ (як радіуси)} \\ AO - \text{спільна сторона} \end{array}\right| \rightarrow \Delta OMA = \Delta ONA \text{ за катетом і гіпотенузою}$$

$\Delta OMA = \Delta ONA \rightarrow AM = AN$ *(як відповідні сторони рівних трикутників)*

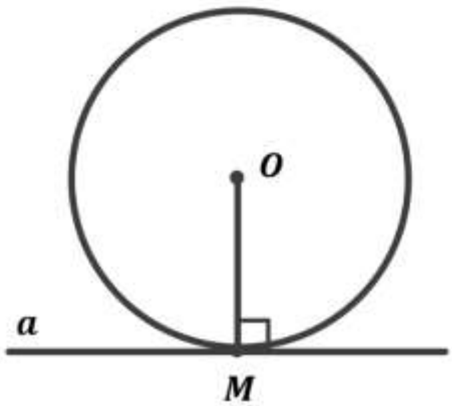
Доведено.

III. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

Накресліть коло, радіус якого дорівнює 2,5 см, позначте на ньому точку M. За допомогою косинця проведіть через точку M дотичну до цього кола.

Розв'язання:



№2

Радіус кола дорівнює 7 см. Як розміщені пряма a і коло, якщо відстань від центра кола до прямої дорівнює:

1) 5 см
2) 7 см
3) 8 см

Розв'язання:

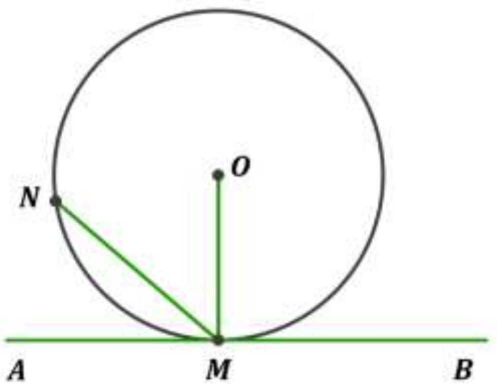
1) Якщо відстань від центра кола до прямої менша від радіуса, то дана пряма – січна кола. Пряма перетинає коло в двох точках
2) Якщо відстань від центра кола до прямої дорівнює радіусу, то дана пряма – дотична до кола. Пряма дотикається до кола
3) Якщо відстань від центра кола до прямої більша від радіуса, то дана пряма не перетинає коло. Пряма не перетинає коло

Відповідь: 1) Пряма перетинає коло в двох точках; 2) Пряма дотикається до кола; 3) Пряма не перетинає коло

№3

На рисунку AB – дотична до кола, точка O – центр кола. Знайдіть:

1) $\angle OMN$, якщо $\angle NMA = 40°$
2) $\angle NMB$, якщо $\angle NMO = 45°$



Розв'язання:

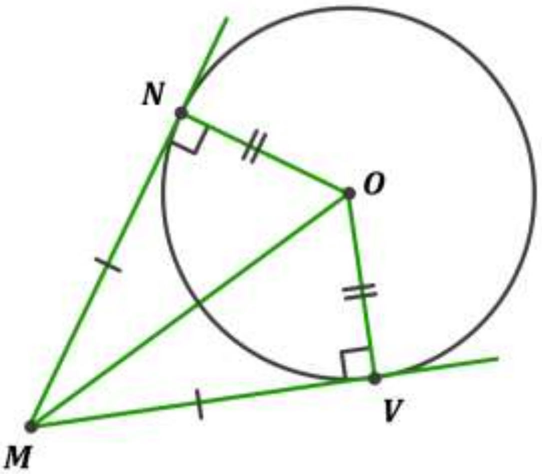
Так як AB – дотична до кола, то $AB \perp OM$, отже за основною властивістю вимірювання кутів:

1) $\angle OMN = \angle OMA - \angle NMA = 90° - 40° = 50°$
2) $\angle NMB = \angle NMO + \angle OMB = 45° + 90° = 135°$

Відповідь: 1) 50°; 2) 135°

№4

З точки M до кола із центром у точці O проведено дві дотичні MN і MV (N і V – точки дотику). Доведіть, що промінь OM – бісектриса кута NOV



Дано:

т.O – центр кола;

MN і MV – дотичні;

Довести:

OM – бісектриса кута BOC

Доведення:

Розглянемо прямокутні трикутники MNO і MVO ($MN \perp ON$ *і* $MV \perp OV$ *за теоремою про властивість дотичної*):

$MN = MV$ *(за теоремою про властивість відрізків дотичних, проведених з однієї точки)*

$ON = OV$ *(як радіуси кола)*

$\rightarrow \Delta MNO = \Delta MVO$ *(за двома катетами)*

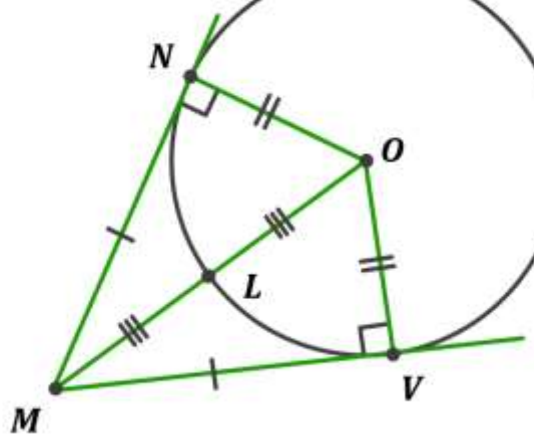
$\Delta MNO = \Delta MVO \rightarrow \angle NOM = \angle VOM$ *(як відповідні елементи рівних трикутників)*

$\angle NOM = \angle VOM \rightarrow OM$ – бісектриса кута BOC

Доведено

№5

З точки M, що лежить поза колом, проведено дві дотичні. Відстань від точки M до центра кола вдвічі більша за радіус кола. Знайдіть кут між дотичними.



Дано:

т. O – центр кола;
MN і MV – дотичні;
OL – радіус;
$MO = 2OL$;

Знайти:

$\angle NMV$ – ?

Розв’язання:

Розглянемо прямокутні трикутники MNO і MVO *($MN \perp ON$ і $MV \perp OV$ за теоремою про властивість дотичної)*:

$NO = \frac{1}{2}MO \rightarrow \angle NMO = 30°$ *(катет прямокутного трикутника, що лежить проти кута* $30°$*, дорівнює половині гіпотенузи)*

$VO = \frac{1}{2}MO \rightarrow \angle OMV = 30°$ *(катет прямокутного трикутника, що лежить проти кута* $30°$*, дорівнює половині гіпотенузи)*

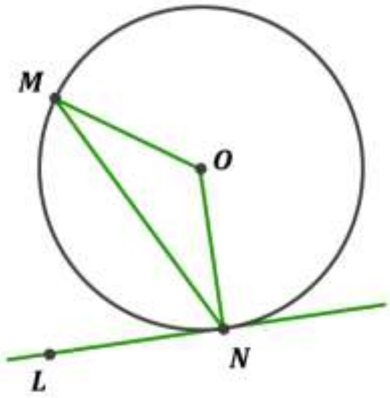
За основною властивістю вимірювання кутів:

$\angle NMV = \angle NMO + \angle OMV = 30° + 30° = 60°$

Відповідь: $60°$

№6

Пряма LN – дотична до кола, точка O – центр кола. Знайдіть $\angle MNL$, якщо $\angle MON = 54°$



Розв'язання:

Розглянемо рівнобедрений ΔMON ($OM = ON$ як радіуси кола):

$$\left.\begin{matrix} \angle MON = 54^\circ \\ \angle OMN = \angle ONM \text{ (як кути при основі)} \end{matrix}\right| \rightarrow \angle OMN = \angle ONM = \frac{180^\circ - 54^\circ}{2}$$

(за теоремою про суму кутів трикутника)

$$\angle OMN = \angle ONM = \frac{180^\circ - 54^\circ}{2} = \frac{126^\circ}{2} = 63^\circ$$

$$\left.\begin{matrix} LN - \text{дотична} \\ ON - \text{радіус кола} \end{matrix}\right| \rightarrow ON \perp LN \text{ (властивість дотичної)} \rightarrow \angle ONL = 90^\circ$$

За основною властивістю вимірювання кутів:

$$\angle MNL = 90^\circ - \angle ONM = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$$

Відповідь: 27°

IV. Підсумок уроку

- Опишіть усі можливі випадки розміщення прямої і кола
- Поясніть, що таке січна кола?
- Поясніть, що таке дотична до кола?
- Сформулюйте теорему про властивість дотичної
- Якою буде відстань від центра кола до дотичної до цього кола?
- Сформулюйте теорему, обернену до теореми про властивість дотичної
- Яку властивість мають дотичні, проведені до кола через одну точку

V. Домашнє завдання

Зробити конспект.