Тема. Арифметична прогресія, її властивості. Формула n-го члена арифметичної прогресії

<u>Мета.</u> Ознайомитися з поняттям арифметичної прогресії, її властивостей та формулою n-го члена, вчитися знаходити значення членів та різниці послідовності

Повторюємо

- Що таке числова послідовність?
- Що входить в поняття члена числової послідовності?
- Які способи задання числової послідовності ви знаєте?
- Як знайти значення члена послідовності, знаючи формулу n-го члена?

Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

- Арифметичною прогресією називають числову послідовність, кожен член якої, починаючи з другого, отримано в результаті додавання до попереднього одного й того самого числа.
- Для задання арифметичної прогресії необхідно задати значення її першого члена a та різницю d. Тоді арифметична прогресія задана рекурентно за правилом a₁ = a, a_{n+1} = a_n + d.
- Числова послідовність (a_n) є арифметичною прогресією тоді і тільки тоді, якщо $d=a_2-a_1=a_3-a_2=...=a_{n+1}-a_n=....$
 - Формула n-го члена арифметичної прогресії: $a_n = a_1 + (n-1)d$.
 - Для будь якої арифметичної прогресії виконується $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$,

за умови, що n > 1. У випадку скінченної арифметичної прогресії формула справедлива для всіх її членів, починаючи з другого та крім останнього.

Перегляньте відео

https://youtu.be/TWPkqpchmyY

Розв'язування задач

Задача 1.

Чи є зазначені послідовності арифметичними прогресіями:

A) 1, 3, -1, 5.

Б) 3, 8, 13, 18.

Розв'язання.

Розглянемо для початку пункт A). Для зручності позначимо цю послідовність $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4$. Тоді $a_2-a_1=3-1=2$, а $a_3-a_2=-1-3=-4$.

Оскільки 2 ≠ -4, то ця послідовність не є арифметичною прогресією.

Пункт Б)

Також позначимо послідовність a_1 , a_2 , a_3 , a_4 .

Оскільки $a_4 - a_3 = a_3 - a_2 = a_2 - a_1 = 5$, то ця послідовність є арифметичною прогресією з різницею 5.

Задача 2.

Знайдіть чотири перші члени арифметичної прогресії, перший член якої дорівнює 1,6, а різниця становить –0,4.

Розв'язання.

Позначимо послідовність (a_n) . Тоді за умовою $a_1 = 1.6$ та d = -0.4.

Відповідно перші чотири члени можна підрахувати наступним чином:

$$a_2 = a_1 + d = 1.6 + (-0.4) = 1.2$$

$$a_3 = a_2 + d = 1.2 + (-0.4) = 0.8$$

$$a_4 = a_3 + d = 0.8 + (-0.4) = 0.4$$

Задача 3.

Знайдіть різницю арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_5=4$ та $a_6=-15$.

Розв'язання.

$$d = a_6 - a_5 = -15 - 4 = -19$$
.

Задача 4.

Нехай перший член арифметичної прогресії (a_n) дорівнює 10, а різниця дорівнює 2. Знайдіть $a_5,\ a_{10},\ a_{33}.$

Розв'язання.

В умові дано, що $a_1 = 10$, d = 2.

Тоді за формулою n-го члена:

$$a_5 = a_1 + 4d = 10 + 4 \cdot 2 = 18, \ a_{10} = a_1 + 9d = 10 + 9 \cdot 2 = 28, \ a_{33} = a_1 + 32d = 10 + 32 \cdot 2 = 74.$$

Поміркуйте

Як знайти різницю арифметичної прогресії, знаючи її перший та десятий члени?

Домашне завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати завдання: перший член арифметичної прогресії (a_n), дорівнює 7, а різниця становить –3. Знайдіть: 1) a_5 ; 2) a_{16}

Джерело

Всеукраїнська школа онлайн