

Тема. Основні правила комбінаторики

Мета. Вдосконалювати вміння розв'язувати комбінаторні задачі, обираючи відповідне правило

Повторюємо

- Що вивчає комбінаторика?
- Які основні правила комбінаторики ви знаєте?
- В яких випадках застосовується правило суми? Наведіть приклади.
- В яких випадках застосовується правило добутку? Наведіть приклади.

Пам'ятай!

- **Правило суми:** якщо множина А складається з m елементів, а множина В — з k елементів, причому ці множини не мають спільних елементів, то вибір «х або у», де х належить А, у належить В, можна здійснити $m + k$ способами.
- **Правило добутку:** якщо елемент х можна вибрати m способами і після кожного такого вибору елемент у можна вибрати k способами, то вибір «х та у» у вказаному порядку можна здійснити mk способами.
- Кількість способів переставити n об'єктів дорівнює
$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1.$$

Розв'язування задач

Задача 1

Скільки можна утворити різних чотирицифрових чисел, використовуючи лише такі цифри:

Пункт А) 1, 2, 3, 4?

Пункт Б) 0, 1, 2, 3?

Цифри в числах можуть повторюватися.

Розв'язання.

А)

$4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$, адже на кожную позицію, незалежно від вже обраних цифр, є 4 варіанти різних цифр.

Б)

$3 \times 4 \times 4 \times 4 = 192$, адже на першу позицію є 3 варіанти (0 не може бути у розряді одиниць тисяч чотирицифрового числа), а на інші — по 4 варіанти.

Задача 2

В естафеті бере участь 5 учнів. Скількома способами вони можуть вишикуватися в ряд?

Розв'язання.

На перше місце є 5 варіантів поставити учня, на друге — 4 варіанти (будь-який учень окрім того, що вже стоїть на першому місці), на третє — 3 варіанти, на четверте — 2 та на п'яте — 1.

Відповідно, всього способів $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Задача 3

У Петра є 5 карток, на яких написано 1, 1, 2, 3, 4. Скільки різних п'ятицифрових чисел Петро може скласти з цих карток?

Розв'язання.

Для початку уявімо, що всі картки різні. Тоді їх можна переставити $5! = 120$ способами. Але не всі перестановки дадуть різні числа, адже переставивши картки з одиницями місцями, ми отримуємо іншу перестановку карток, але одне й те ж число.

Оскільки є $2! = 2$ варіанти переставити картки з одиницями, то кожне утворене число ми порахували двічі. Відповідно різних чисел буде $5! / 2 = 120 / 2 = 60$.

Задача 4

Скільки існує різних комбінацій для кодового замка з 4 цифр, якщо:

А) використано усі 10 цифр та цифри можуть повторюватись?

Б) остання цифра у кодовому замку 7?

В) серед цифр кодового замка є хоча б одна цифра 2?

Розв'язання.

А.

Для першої цифри є 10 варіантів — від 0 до 9,

для кожного варіанту першої є 10 варіантів — для другої цифри,

для кожного варіанту перших двох є 10 варіантів — для третьої цифри,

і для кожного варіанту перших трьох є теж 10 варіантів вибору четвертої цифри.

Тому, за правилом добутку, всього комбінацій буде 10 в четвертому степені, що дорівнює 10 000.

Б.

Якщо остання цифра 7, то нам потрібно обрати лише перші три цифри. Аналогічно до пункту А, за правилом добутку, всього варіантів буде 10 в третьому степені, що дорівнює 1000.

В.

Порахуймо кількість комбінацій, що не містять в собі жодної цифри 2. Для кожної з цифр буде 9 можливих варіантів.

Тоді за правилом добутку, оскільки всього цифр 4, то загальна кількість комбінацій буде 9 в четвертому степені, що дорівнює 6561.

Щоб отримати комбінації, в яких є хоча б одна цифра 2, потрібно з усіх комбінацій забрати ті, в яких немає жодної цифри 2.

Відповідно, отримуємо, що кількість шуканих комбінацій становить 10 000 (тобто загальна кількість комбінацій) відняти 6561 (тобто кількість комбінацій без цифри 2), що дорівнює 3 439.

Поміркуйте

Уявімо програму, що може відповідати на довільне запитання трьома варіантами: «Так», «Ні», «Можливо». Скільки різних відповідей можна отримати на 10 запитань, якщо програма вибирає відповіді навмання?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати завдання: №903,909,913

Фото виконаного завдання надіслати на HUMAN або на електронну пошту

Джерело

- [Всеукраїнська школа онлайн](#)