

Тема. Додавання векторів

Мета: ознайомитися зі способами додавання і віднімання векторів, вчитися обчислювати і знаходити графічно суму і різницю векторів

Пригадайте

- Що таке вектор?
- Які характеристики може мати вектор?
- Як обчислити координати вектора?
- Які вектори називають рівними?
- Як відкласти вектор, рівний даному?
- Які вектори називають колінеарними?

Ознайомтеся з інформацією

Відкладімо від довільної точки A вектор \overrightarrow{AB} , рівний вектору a . Далі від точки B відкладімо вектор \overrightarrow{BC} , рівний вектору b . Вектор \overrightarrow{AC} називають сумою векторів \vec{a} і \vec{b} (рис. 1) і записують: $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}$.

Описаний алгоритм додавання двох векторів називають **правилом трикутника**.

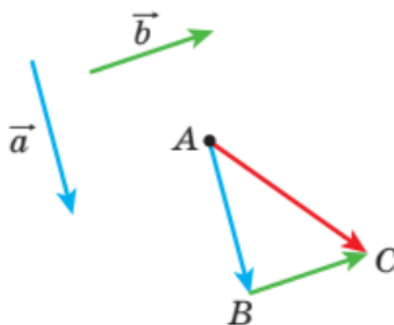


Рис. 1. До правила трикутників.

За правилом трикутника можна додавати й колінеарні вектори. На рисунку 2 вектор \overrightarrow{AC} дорівнює сумі колінеарних векторів \vec{a} і \vec{b} .

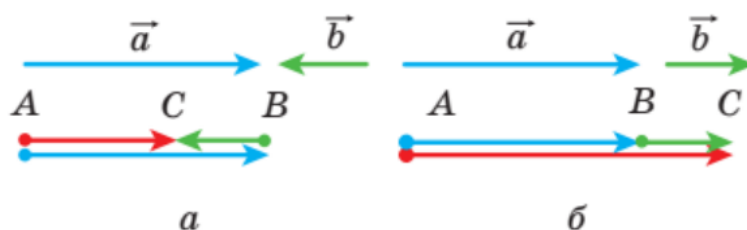


Рис. 2. Приклади додавання колінеарних векторів

Додавання векторів на основі їхніх координат можна зробити на основі такої теореми: якщо координати векторів \vec{a} і \vec{b} дорівнюють, відповідно, $(a_1; a_2)$ і $(b_1; b_2)$, то координати вектора $\vec{a} + \vec{b}$ дорівнюють $(a_1 + b_1; a_2 + b_2)$.

Властивості додавання векторів аналогічні властивостям додавання чисел. Для будь-яких векторів \vec{a} , \vec{b} і \vec{c} виконуються рівності:

- 1) $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$;
- 2) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ — переставна властивість;
- 3) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ — сполучна властивість.

У фізиці часто доводиться додавати вектори, відкладені від однієї точки. Так, якщо до тіла прикладено сили \vec{F}_1 і \vec{F}_2 (рис. 3), то рівнодійна цих сил дорівнює сумі \vec{F}_1 та \vec{F}_2 .

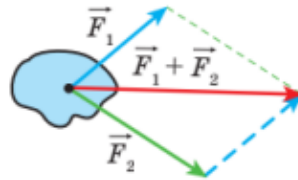


Рис. 3. Приклад додавання векторів сил, прикладених до тіла

Аби знаходити суми двох неколінеарних векторів, відкладених від однієї точки, зручно користуватися **правилом паралелограма** для додавання векторів.

Відкладімо від довільної точки A вектор \vec{AB} , рівний вектору \vec{a} , і вектор \vec{AD} , рівний вектору \vec{b} . Побудуємо паралелограм $ABCD$ (рис. 4). Тоді шукана сума \vec{a} та \vec{b} дорівнює вектору \vec{AC} .

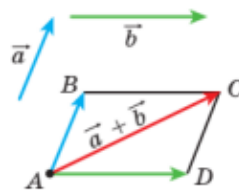


Рис. 4. До означення правила паралелограма

Останнє правило називають **правилом многокутника**. Якщо кілька векторів-доданків (рис. 5) відкладено так, що початок другого вектора збігається з кінцем першого, початок третього — з кінцем другого і т. д., то початок вектора-суми є початком першого вектора, а кінець — кінцем останнього. Тобто $\vec{A_1A_2} + \vec{A_2A_3} + \dots + \vec{A_{n-1}A_n} = \vec{A_1A_n}$.

На рисунку — візуалізація цього правила під час додавання векторів \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} .

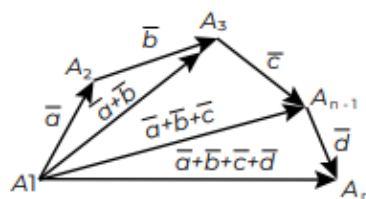


Рис. 5. Побудова суми векторів за правилом многокутника

Перегляньте відео за посиланням:

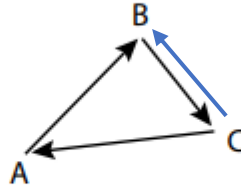
<https://youtu.be/jARpt9uFrQg>

Розв'язування задач

Задача 1

Дано трикутник ABC . Виразіть вектор \overrightarrow{BC} через вектори \overrightarrow{CA} і \overrightarrow{AB} .

Розв'язання



$$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CB} = -(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$$

Відповідь: $\overrightarrow{BC} = -(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$.

Задача 2

Дано вектори $\vec{a}(4; -5)$ і $\vec{b}(-1; 7)$. Знайдіть координати векторів $\vec{a} + \vec{b}$ та $|\vec{a} + \vec{b}|$.

Розв'язання

$$\vec{a} + \vec{b} = (4 + (-1); -5 + 7) = (3; 2)$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

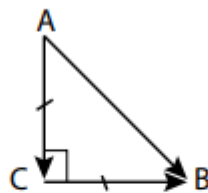
Відповідь: $\vec{a} + \vec{b} = (3; 2)$; $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}$.

Задача 3

Катет рівнобедреного прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$) дорівнює 4 см.

Знайдіть $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}|$.

Розв'язання



$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}, \text{ тоді } |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AB}|.$$

$$\text{За теоремою Піфагора: } AB^2 = AC^2 + CB^2; AB^2 = 4^2 + 4^2;$$

$$AB^2 = 16 + 16; AB^2 = 32; AB = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ см. } |\overrightarrow{AB}| = 4\sqrt{2} \text{ см.}$$

Відповідь: $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}| = 4\sqrt{2} \text{ см.}$

Пригадайте

- Як можна додати вектори графічно?
- Як можна додати вектори, знаючи їх координати?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект і §8 підручника
- Розв'язати (письмово): №4, 5:

4. Знайдіть суму векторів $\vec{c} + \vec{d}$, якщо:

1) $\vec{c}(4; -7)$, $\vec{d}(-2; 5)$; 2) $\vec{c}(4; -7)$, $\vec{d}(-6; 7)$.

5. Дано вектори \vec{a} і \vec{b} . Побудуйте вектор $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

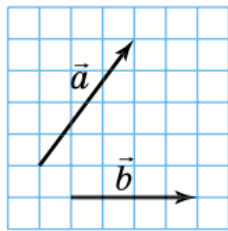


Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерела

- Істер О.С. Геометрія: 9 клас. – Київ: Генеза, 2017
- <https://lms.e-school.net.ua/>