26.04.2024 8 клас Вчитель: Артемюк Н.А.

Тема. Площа трапеції

Мета. Ознайомитися з формулами площі трикутника, вчитися розв'язувати задачі з даної теми.

Повторюємо

- Сформулюйте теорему Піфагора.
- Які властивості має трапеція та її елементи?
- Як можна знайти площу трапеції?

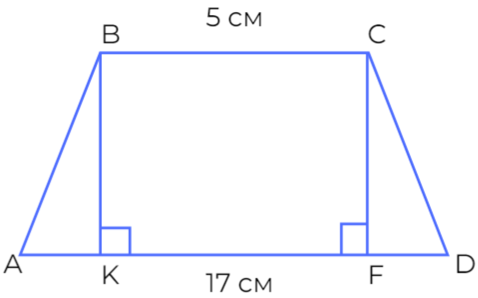
Виконайте вправи

Вписані та описані чотирикутники https://learningapps.org/watch?v=pxd603pvk16

Розв'язування задач

Задача 1

Знайдіть площу рівнобічної трапеції, якщо її основи дорівнюють 5 см та 17 см, а периметр 42 см.



Дано:
ABCD — трапеція;
BC = 5 см;
AD = 17 см;
P_{ABCD} = 42 см.
Знайти: S_{ABCD}.

Розв'язання

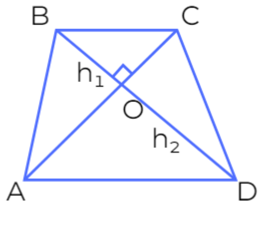
ABCD — рівнобічна трапеція, AB = CD. Оскільки P_{ABCD} = 42 см, то AB = CD = = (42 – (17 + 5)) : 2 = 10 (см). Проведімо висоти BK та CF. BK⊥AD, CF⊥AD, отже, BK ∥ CF. KBCF — паралелограм. Тому BC = KF = 5 см. AK + FD = 17 – 5 = 12 (см). Оскільки AB = CD як бічні сторони трапеції, BK = CF — висоти трапеції та відстані між паралельними прямими BC та AD, то ΔABK = ΔDCF за гіпотенузою та катетом. З рівності трикутників отримуємо: AK = FD = 12 : 2 = 6 (см). Маємо у ΔABK: AB = 10 см, AK = 6 см, тоді BK = 8 см як сторони єгипетського трикутника. Площа трапеції:

$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BK = \frac{17 + 5}{2} \cdot 8 = 88.$$

Відповідь: 88 см^2.

Задача 2

Діагоналі трапеції дорівнюють 30 см і 40 см і перетинаються під прямим кутом. Знайдіть площу трапеції.



Дано:
ABCD — трапеція;
AC і BD — її діагоналі;
AC⊥BD.
Знайти: S_{ABCD}.

Розв'язання

І спосіб

Нехай ABCD — трапеція, у якої AD ∥ BC; AC⊥BD; AC = 30 см; BD = 40 см.

Площа трапеції ABCD дорівнює сумі площ трикутників ABC та ACD.

Позначмо висоту трикутника ABC як h_1, а трикутника ADC як h_2. Тоді

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot AC \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot (h_1 + h_2) = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD =$$

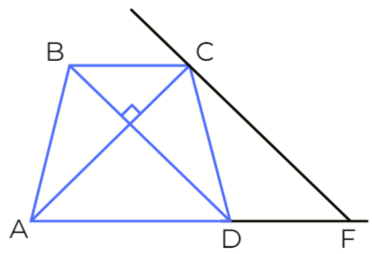
$$= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 40 = 600 \text{ (см}^2\text{)}.$$

ІІ спосіб

Нехай ABCD — трапеція, у якої AD ∥ BC; AC⊥BD; AC = 30 см; BD = 40 см. Проведімо через вершину C пряму CF ∥ BD.

Тоді $\angle ACF = 90^\circ$ за побудовою.

ΔACF — прямокутний з гіпотенузою AF.
З іншого боку, DBCF — паралелограм. Отримуємо:
DF = BC, CF = BD = 40 см.
Трикутники ABC і DCF — рівновеликі, оскільки
DF = BC, а висоти проведені до цих сторін,
є висотами трапеції.



Одержали: $S_{ABCD} = S_{ACD} + S_{ABC} = S_{ACD} + S_{DCF} = S_{\Delta ACF}$.

Тобто шукана площа трапеції дорівнює площі трикутника FCA, яка дорівнює півдобутку його катетів:

$$S = \frac{30 \cdot 40}{2} = 600 \ (см^2).$$

Відповідь: 600 $см^2$.

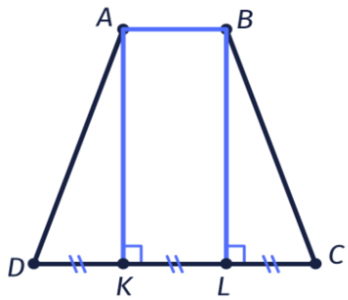
Поміркуйте

Яку формулу можна скласти для обчислення площі прямокутної трапеції?

Домашнє завдання

Розв'язати задачі №3

Знайдіть площу трапеції ABCD(AB||DC), якщо її висота AK становить 8см, а менша основа AB—6см. Основа DC складається з трьох рівних відрізків DK,KL,LC.



Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн]