

## Тема. Вписані та описані чотирикутники

Мета. Ознайомитися з поняттями вписаного та описаного чотирикутника, їх властивостями, вчитися розв'язувати задачі на застосування даних понять.

### Повторюємо

- Який кут називають центральним?
- Який кут називають вписаним?
- Назвіть властивості вписаних кутів.
- Яке коло називають вписаним, описаним?

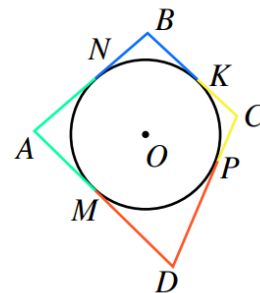
### Ознайомтеся з інформацією

Коло називають **вписаним у чотирикутник**, якщо воно дотикається до всіх його сторін. В такому випадку кажуть, що **чотирикутник описаний** навколо кола.

Чотирикутник називається **описаним навколо кола**, якщо прямі, що містять сторони чотирикутника, є дотичними до кола.

**Центр кола, вписаного в чотирикутник**, є точкою перетину бісектрис цього чотирикутника.

На рисунку зображено коло, вписане у чотирикутник **ABCD**. Точки M, N, K, P — точки дотику сторін чотирикутника до кола.



Якщо всі вершини чотирикутника лежать на колі, його називають **вписаним у коло**, а коло — **описаним навколо чотирикутника**.

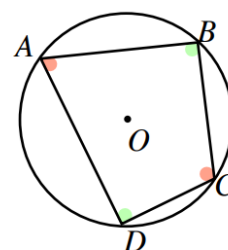
Центр кола, описаного навколо чотирикутника, лежить у точці перетину серединних перпендикулярів, проведених до його сторін.

**Сума двох протилежних кутів чотирикутника, вписаного в коло, дорівнює  $180^\circ$ .**

Якщо в чотирикутнику сума протилежних кутів дорівнює  $180^\circ$ , то тоді й лише тоді навколо чотирикутника можна описати коло.

**Навколо кожного прямокутника можна описати коло.**

**Навколо кожної рівнобічної трапеції можна описати коло.**



### Поміркуйте

В описаному чотирикутнику ABCD сторона AD — найменша. Вкажіть найбільшу сторону чотирикутника.

## Розв'язування задач

### Задача 1

Знайдіть периметр даного чотирикутника  $ABCD$ , у який вписано коло, якщо  $AN = 3\text{ см}$ ;  $DP = 4\text{ см}$ ;  $BC = 5\text{ см}$ ; де  $N$  і  $P$  — точки дотику сторін  $AB$  і  $DC$  до кола.

**Дано:**

коло з центром в точці  $O$  вписане в чотирикутник  $ABCD$ ;

$AN = 3\text{ см}$ ;  $DP = 4\text{ см}$ ;  $BC = 5\text{ см}$ .

**Знайти:**  $P_{ABCD}$ .

**Розв'язання**

Оскільки у чотирикутник  $ABCD$  вписано коло, то:

$AB + CD = BC + AD$ .

За властивістю дотичних, проведених із однієї точки до кола, маємо:

$DP = DM = 4\text{ см}$ ;  $AN = AM = 3\text{ см}$ ;

$BC = 5\text{ см}$ .

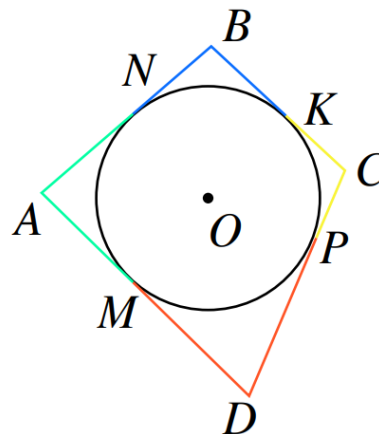
Тоді:

$BC + AD = BC + AM + MD = 5 + 3 + 4 = 12\text{ (см)}$ .

Отже,  $AB + CD = 12\text{ (см)}$ .

$P_{ABCD} = 24\text{ см}$ .

**Відповідь:** 24 см.



### Задача 2

У коло вписано чотирикутник, два сусідні кути якого дорівнюють  $110^\circ$  і  $60^\circ$ . Знайдіть міри двох інших його кутів.

**Дано:**

Чотирикутник  $ABCD$  вписаний у коло;

$\angle A = 110^\circ$ ;  $\angle B = 60^\circ$ .

**Знайти:**  $\angle C$ ,  $\angle D$ .

**Розв'язання**

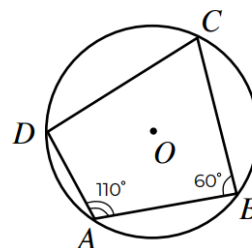
Нехай у вписаному чотирикутнику  $ABCD$   $\angle A = 110^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ .

Тоді:

$\angle C = 180^\circ - \angle A = 70^\circ$ ,

$\angle D = 180^\circ - \angle B = 120^\circ$ .

**Відповідь:**  $\angle C = 70^\circ$ ,  $\angle D = 120^\circ$ .



## Домашнє завдання

- Вивчити означення і теореми з конспекту та §8.
- Розв'язати задачі №1, 2
  - Знайдіть два протилежні кути чотирикутника, вписаного в коло, якщо їх градусні міри відносяться як 8 : 1.
  - Діагональ трапеції, вписаної в коло, перпендикулярна до бічної сторони. Де лежить центр кола?

Фото виконаної роботи потрібно надіслати вчителю на HUMAN або на електронну пошту [nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)