

Сьогодні
08.09.2023

Урок
№5



Подільність натуральних чисел

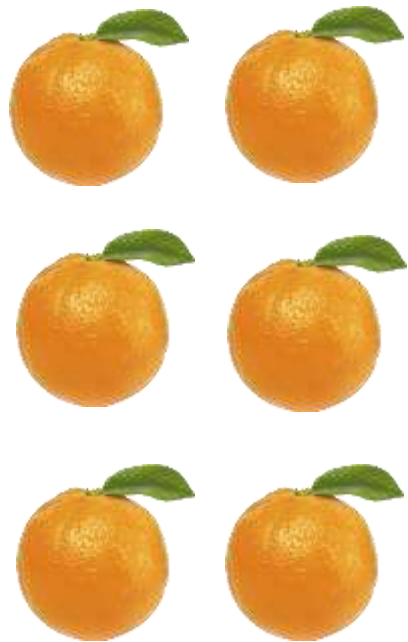


Мета уроку:
узагальнити та систематизувати знання
учнів про подільність натуральних чисел;
повторити ознаки подільності;
удосконалити вміння використовувати
знання про подільність чисел на
практиці.



Дільники натурального числа

Дільником натурального числа a називають натуральне число, на яке a ділиться без остачі.



Приклад. Нехай маємо 6 апельсинів. Чи можна всі їх порівну розділити між трьома дітьми? Звісно, що так, бо 6 ділиться на 3 без остачі, і кожний отримає по 2 апельсини. А от якщо дітей буде четверо, то зробити це, не ділячи апельсини на шматочки, буде неможливо. Це тому, що 6 на 4 без остачі не ділиться.

Дільники натурального числа

Будь-яке натуральне число a ділиться націло на 1 і a .

Отже, 1 і a — дільники числа a , причому 1 — найменший його дільник, a — найбільший.



Наприклад, дільниками числа 10 є числа 1, 2, 5 і 10, а дільниками числа 17 — числа 1 і 17. Число 10 має чотири дільники, а число 17 — два дільники. Число 1 має лише один дільник — число 1.

Приклади задач

Задача 1. Знайти всі дільники числа 18.

Розв'язання. Два дільники числа 18 очевидні: **1 і 18.**

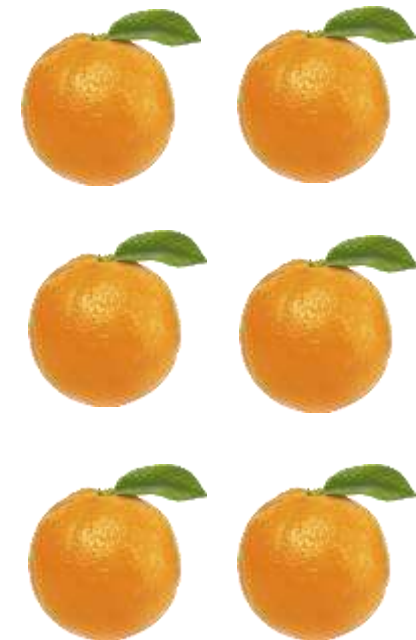
Щоб знайти інші, будемо перевіряти всі натуральні числа поспіль, починаючи з 2. Отримаємо ще чотири дільники: **2, 3, 6 і 9.** Отже, число **18** має шість дільників: **1, 2, 3, 6, 9, 18.** Цей перебір можна скоротити, якщо, знайшовши один дільник, записувати одразу і той, що є часткою від ділення числа 18 на знайдений дільник. У такий спосіб отримаємо пари дільників: **1 і 18, 2 і 9, 3 і 6.** Під час перебору ці пари зручно одразу записувати так: **1, 2, 3 і 18, 9, 6**

Відповідь: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Кратні натурального числа

Кратним натурального числа a називають натуральне число, яке ділиться на a без остачі.

Приклад. У прикладі про апельсини, з якого ми почали, число 6 ділилося на 3, а от на 4 не ділилося. У такому разі кажуть, що число 6 кратне числу 3, але не кратне числу 4.



Кратні натурального числа

Наприклад, 12, 24, 36, 48, 60 — це перші п'ять кратних числа 12. Будь-яке натуральне число a має безліч кратних. Узагалі всі кратні числа a можна одержати, помноживши a на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., тобто числа a , $2a$, $3a$, $4a$, ... є кратними числа a .

Найменшим з усіх кратних натурального числа є саме це число.



Приклади задач

Задача 2. Знайти найменше та найбільше чотирицифрові числа, кратні числу 23.

Розв'язання.

1) 1000 — найменше чотирицифрове число.

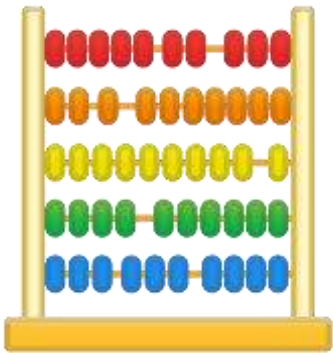
$1000 : 23 = 43$ (ост. 11). Тому $23 \cdot 44 = 1012$ — найменше чотирицифрове число, кратне числу 23.

2) 9999 — найбільше чотирицифрове число.

$9999 : 23 = 434$ (ост. 17). Тому $23 \cdot 434 = 9982$ — найбільше чотирицифрове число, кратне числу 23.

Відповідь: 1) 1012; 2) 9982

Ознаки подільності на 10

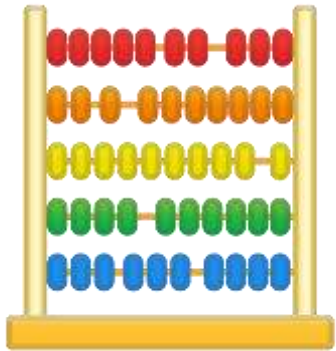


Як відомо, будь-яке натуральне число, що закінчується цифрою 0, ділиться на 10. Наприклад, числа 120, 5800, 45 670 діляться на 10, бо їх запис закінчується цифрою 0. А числа 57, 325, 67 901 на 10 не діляться, бо їх запис не закінчується цифрою 0. При діленні на 10 вони будуть давати остачу, що дорівнює останній цифрі числа.



На 10 діляться всі натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0. Якщо будь-якою іншою цифрою, то число не ділиться на 10.

Ознаки подільності на 5



Наприклад, числа 215, 7345, 90 135 діляться на 5, бо їх запис закінчується цифрою 5. Також на 5 діляться числа 720, 64 180, бо закінчуються цифрою 0. А от числа 49, 516, 7224 на 5 не діляться, бо їх запис не закінчується ні цифрою 5, ні цифрою 0.

На 5 діляться всі натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0 або цифрою 5. Якщо будь-якою іншою цифрою, то число не ділиться на 5.





Парні і непарні числа

Цифри: 0, 2, 4, 6, 8 називають парними цифрами.

Цифри: 1, 3, 5, 7, 9, називають непарними цифрами.

Скажіть, про яку кількість людей кажуть «пара»?

Так, про двох.

Подивіться на ряд чисел 2, 4, 6, 8... всі вони діляться на 2. Тоді ці числа є парними. Це числа, які можна розкласти по парам. А чи парні числа 126, 292, 1008?

Так, адже останні цифри даних чисел – парні. Такі числа задаються формулою $2n$, де n – деяке натуральне число. А числа 1, 9, 13, 121 діляться на 2?

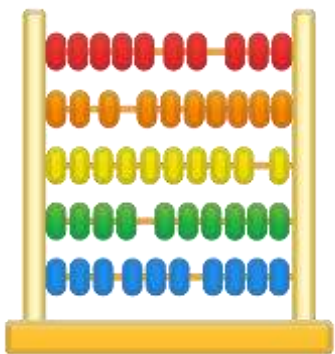
Ні, тому вони називаються непарні їх можна задати формулою $2n-1$.

Ознаки подільності на 2



На 2 діляться всі натуральні числа, запис яких закінчується парною цифрою.
Якщо запис числа закінчується непарною цифрою, то число не ділиться на 2.

Наприклад, числа 86, 104, 510, 78, 1112 — парні,
а 87, 613, 2001, 405, 9999 — непарні.



Натуральні числа, які діляться на 2, називають парними числами, усі інші натуральні числа називають непарними.

Ознака подільності на 9

На 9 діляться всі натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 9.
Якщо сума цифр не ділиться на 9, то число не ділиться на 9.



Задача. З'ясувати, чи ділиться на 9 число:

1) 4572; 2) 23 012.

Розв'язання. 1) Знайдемо суму цифр числа 4572:

$$4 + 5 + 7 + 2 = 18.$$

Оскільки 18 ділиться на 9, то й число 4572 ділиться на 9.

2) Для числа 23 012 маємо: $2 + 3 + 0 + 1 + 2 = 8$.

Оскільки 8 не ділиться на 9, то і 23 012 не ділиться на 9.

Відповідь: 1) так; 2) ні



Ознака подільності на 3



На 3 діляться всі натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 3.
Якщо сума цифр не ділиться на 3, то число не ділиться на 3.

Задача. З'ясувати, чи ділиться на 3 число:

1) 2571; 2) 14 021.

Розв'язання. 1) Знайдемо суму цифр числа 2571:

$$2 + 5 + 7 + 1 = 15.$$

Оскільки 15 ділиться на 3, то й число 2571 ділиться на 3.

2) Для числа 14 021 маємо: $1 + 4 + 0 + 2 + 1 = 8$.

Оскільки 8 не ділиться на 3, то і 14 021 не ділиться на 3.

Відповідь: 1) так; 2) ні



Поняття про найбільший спільний дільник

Найбільшим спільним дільником кількох натуральних чисел називають найбільше натуральне число, на яке ділиться кожне з цих чисел.



Найбільший спільний дільник чисел a і b позначають так: НСД (a ; b).

Наприклад, можна записати, що $\text{НСД}(32; 24) = 8$



Найбільший спільний дільник кількох чисел
дорівнює добутку спільних простих множників
розкладу цих чисел

Задача 1. Знайти НСД (630; 1470).

Розв'язання. Розкладемо числа 630 і 1470
на прості множники і підкреслимо ті з них, які
є спільними в обох розкладах:

$$630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7;$$

$$1470 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7.$$

$$\text{Отже, НСД (630; 1470) = } 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210.$$

Відповідь: 210.

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

1470	2
735	3
245	5
49	7
7	7
1	

Найбільший спільний дільник кількох чисел дорівнює добутку спільних простих множників розкладу цих чисел



Задача 2. Знайти НСД (60; 140; 220).

Розв'язання.

Маємо: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$;

$220 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$.

Отже, $\text{НСД}(60; 140; 220) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

Відповідь: 20



Щоб знайти найбільший спільний дільник кількох чисел, достатньо:

- 1) Розкласти ці числа на множники.
- 2) Виписати всі спільні прості множники у знайдених розкладах і обчислити їх добуток.

Задача 3. Знайти НСД (8; 64; 320).

Розв'язання. Оскільки числа 64 і 320 діляться на 8, то НСД (8; 64; 320) = 8. Відповідь: 8.



Якщо серед даних чисел є дільник усіх інших з даних чисел, то він і буде найбільшим спільним дільником цих чисел. Якщо розклади чисел на прості множники не мають спільних множників, то найбільшим спільним дільником цих чисел є число 1

Поняття про взаємно прості числа

Два натуральні числа, найбільший спільний дільник яких дорівнює 1, називаються взаємно простими числами.



Наприклад, числа 12 і 35 — взаємно прості, адже НСД $(12; 35) = 1$. Числа ж 15 і 18 не є взаємно простими, бо мають спільний дільник — число 3.



ТАБЛИЦЯ ПРОСТИХ ЧИСЕЛ від 2 до 997

2	41	97	157	227	283	367	439	509	599	661	751	829	919
3	43	101	163	229	293	373	443	521	601	673	757	839	929
5	47	103	167	233	307	379	449	523	607	677	761	853	937
7	53	107	173	239	311	383	457	541	613	683	769	857	941
11	59	109	179	241	313	389	461	547	617	691	773	859	947
13	61	113	181	251	317	397	463	557	619	701	787	863	953
17	67	127	191	257	331	401	467	563	631	709	797	877	967
19	71	131	193	263	337	409	479	569	641	719	809	881	971
23	73	137	197	269	347	419	487	571	643	727	811	883	977
29	79	139	199	271	349	421	491	577	647	733	821	887	983
31	83	149	211	277	353	431	499	587	653	739	823	907	991
37	89	151	223	281	359	433	503	593	659	743	827	911	997

Поняття про найменше спільне кратне

Найменшим спільним кратним кількох натуральних чисел називають найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з цих чисел.



Найменше спільне кратне чисел a і b позначають так:

НСК (a ; b). Наприклад, $\text{НСК}(4; 6) = 12$



Задача 1. Знайти НСК (30; 36).

Розв'язання. Розкладемо числа на прості множники:

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ і $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Їх НСК має ділитися і на 30, і на 36, тому має бути добутком усіх простих множників і першого, і другого чисел. Розглянемо розклад одного із цих чисел, наприклад $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, і з'ясуємо, яких простих множників другого числа в цьому розкладі немає. Це множники 2 і 3, бо в розкладі $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ є один множник 2 і один множник 3, а в розкладі $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ два множники 2 і два множники 3. Отже, щоб знайти НСК (30; 36), треба розклад $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ доповнити множниками 2 і 3, яких не вистачає. Маємо: $\text{НСК} (30; 36) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 180$.



Правило знаходження НСК двох чисел

Щоб знайти найменше спільне кратне двох чисел достатньо:

- 1) розкласти ці числа на прості множники;
- 2) доповнити розклад одного з них тими множниками другого числа, яких не вистачає в розкладі першого;
- 3) обчислити добуток знайдених множників.



За цим правилом можна знайти найменше спільне кратне трьох і більше чисел. Тоді розклад на прості множники одного із цих чисел треба доповнити тими простими множниками інших чисел, яких не вистачає в його розкладі, та обчислити добуток знайдених множників

Задача 2. Знайти НСК (42; 66; 90).

Розв'язання. Розкладемо числа 42, 66, 90 на прості множники.

Маємо: $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$; $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$; $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

$\text{НСК (42; 66; 90)} = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 5 = 6930$.

Якщо найбільше з даних чисел ділиться на всі інші, то воно і є їх найменшим спільним кратним



Задача 3. Знайти НСК (6; 9; 36).

Розв'язання. Оскільки число 36 ділиться і на 6, і на 9, то
 $\text{НСК (6; 9; 36)} = 36$

Найменшим спільним кратним двох взаємно простих чисел є добуток цих чисел. Наприклад, $\text{НСК (5; 8)} = 5 \cdot 8 = 40$.

Робота з підручником



Завдання № 42.

(Усно.) Чи є взаємно простими числа:

- 1) 7 і 9; 2) 2 і 14;
3) 12 і 15; 4) 25 і 36?

$$7 = 7 \cdot 1$$

$$9 = 3 \cdot 3 \cdot 1$$

$$\text{НСД}(7, 9) = 1$$

$$2 = 2 \cdot 1$$

$$14 = 2 \cdot 7 \cdot 1$$

$$\text{НСД}(2, 14) = 2$$

Робота з підручником

Завдання № 36.

Із чисел 5896, 12 174, 1539, 13 104, 1518 випиши ті, що:
1) діляться на 3; 2) діляться на 9; 3) діляться і на 2, і на 3;
4) не діляться на 3; 5) діляться на 3, але не діляться на 9.

1) 12174, 1539, 13104, 1518.

2) 1539, 13104

3) 12174, 13104, 1518

4) 5896

5) 12174, 1518



Робота з підручником



Завдання № 38.

Розклади на прості множники число:
1) 48; 2) 29; 3) 90.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 29 & 29 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Робота з підручником



Завдання № 40.

Знайди найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел:

1) 48 і 56; 2) 12 і 7; 3) 22 і 33; 4) 9 і 36.

$$\begin{array}{r} 48 : 2 = 24 \\ 24 : 2 = 12 \\ 12 : 2 = 6 \\ 6 : 2 = 3 \\ 3 : 3 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 56 : 2 = 28 \\ 28 : 2 = 14 \\ 14 : 2 = 7 \\ 7 : 7 = 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{НСД}(48, 56) &= 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ \text{НСК}(48, 56) &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 336 \end{aligned}$$

Робота з підручником

Завдання № 45.

Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти, використавши 60 цукерок і 45 яблук?



$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\text{НСД}(60, 45) = 3 \cdot 5 = 15$$

Відповідь:
15 подарунків.

Робота з підручником



Завдання № 46.

Знайди:

- 1) найбільше чотирицифрове число, кратне числу 37;
- 2) найменше п'ятицифрове число, кратне числу 112.

$$1) 9999 : 37 = 270 \text{ (ост } 9) \quad 270 \cdot 37 = 9990$$

$$2) 10000 : 112 = 89 \text{ (ост } 32) \quad 90 \cdot 112 = 10080$$

1. Яке число називають дільником натурального числа a ?
2. Яке натуральне число називають кратним числа a ?
3. Як з'ясувати, чи ділиться число на 10, на 5, на 2?
4. Як з'ясувати, чи ділиться число на 9?
5. Як за записом натурального числа встановити, кратне воно 3 чи ні?



41. Знайди найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел:

1) 14 і 3; 2) 36 і 30; 3) 18 і 6; 4) 26 і 39.

44. Не використовуючи таблицю простих чисел, запиши:

1) усі прості числа x , для яких нерівність $37 < x < 60$ є правильною;

2) усі прості числа y , для яких нерівність $4 < y < 21$ є правильною.

47. Знайди:

1) найбільше п'ятицифрове число, кратне числу 19;

2) найменше чотирицифрове число, кратне числу 47.