

## Тема. Повторення. Розв'язування задач

Мета: вдосконалювати вміння знаходити невідомі сторони і кути трикутника за відомими сторонами і кутами

### Повторюємо

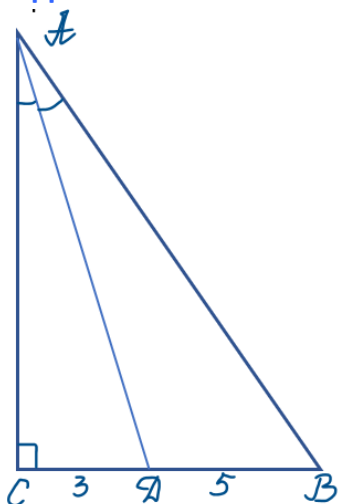
- Сформулюйте теорему Піфагора.
- Сформулюйте теорему косинусів.
- Сформулюйте теорему синусів.
- Назвіть відомі вам формули площі трикутника.

### Довідник

- Три висоти трикутника завжди перетинаються в одній точці, яка називається ортоцентром трикутника. Ортоцентр гострокутного трикутника розташований всередині трикутника, а ортоцентр тупокутного трикутника – зовні; ортоцентр прямокутного трикутника збігається з вершиною прямого кута.
- Найбільшою висотою трикутника є та, що проведена до найменшої сторони; Найменшою висотою є та, що проведена до найбільшої сторони.
- Проти більшої сторони лежить більший кут, і навпаки; проти рівних сторін лежать рівні кути, і навпаки;
- Будь-яка сторона трикутника менше суми двох інших сторін і більше їх різниці.
- Три медіани трикутника перетинаються в одній точці, завжди лежить всередині трикутника і є його центром ваги. Ця точка ділить кожен медіану щодо 2:1, рахуючи від вершини.
- Три бісектриси трикутника перетинаються в одній точці, завжди лежить всередині трикутника і є центром вписаного кола. Бісектриса ділить протилежну сторону на частини, пропорційні прилеглим сторонам.
- Три серединних перпендикулярів трикутника перетинаються в одній точці, що є центром описаного кола. У гострокутного трикутника ця точка лежить всередині трикутника; в тупокутного – зовні; в прямокутному – в середині гіпотенузи. Ортоцентр, центр ваги, центр описаного і центр вписаного кола збігаються тільки в рівносторонньому трикутнику.

### Розв'язування задач

#### Задача 1



Знайдіть площу прямокутного трикутника, якщо бісектриса його гострого кута ділить протилежний катет на відрізки довжиною 3 см і 5 см.

#### Розв'язання

За властивістю бісектриси трикутника:  $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}$ , Оскільки  $AC < AB$ , то  $CD < DB$ , тому  $CD = 3$  см,  $DB = 5$  см, звідки  $CB = CD + DB = 3 + 5 = 8$  (см).

Якщо  $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$ , то нехай  $x$  - коефіцієнт відношення:  $AC = 3x$  (см),  $AB = 5x$  (см).

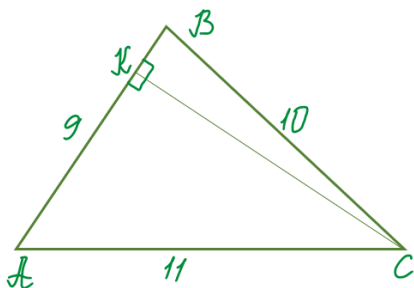
За т. Піфагора:  $AB^2 = AC^2 + CB^2$ ,  $25x^2 = 9x^2 + 64$ ,  $16x^2 = 64$ ,  $x^2 = 4$ ,  $x = 2$ .

Тоді  $AC=3 \cdot 2=6$  (см),

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24 \text{ (см}^2\text{)}$$

**Відповідь:** 24 см<sup>2</sup>

### Задача 2



Знайти найбільшу висоту трикутника, сторони якого дорівнюють 9см, 10см, 11см.

#### Розв'язання

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad p = \frac{9+10+11}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ см.}$$

$$S = \sqrt{15(15-9)(15-10)(15-11)} = \sqrt{15 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4} = \sqrt{1800} = \sqrt{100 \cdot 9 \cdot 2} = 30\sqrt{2} \text{ см}^2$$

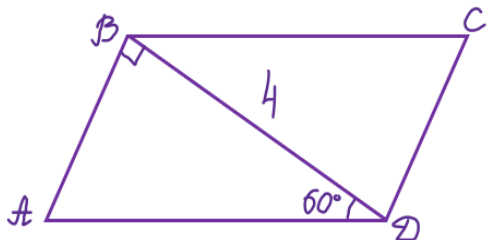
$$S = \frac{1}{2} AB \cdot CK.$$

$$30\sqrt{2} = \frac{9 \cdot CK}{2}; \quad CK = \frac{2 \cdot 30\sqrt{2}}{9} = \frac{20\sqrt{2}}{3} \text{ см.}$$

**Відповідь:**  $\frac{20\sqrt{2}}{3}$  см.

### Задача 3

Діагональ паралелограма довжиною 4см перпендикулярна до однієї зі сторін і утворює кут 60° з іншою стороною. Знайдіть площу паралелограма



#### Розв'язання.

Трикутник ABD – прямокутний:  $\angle BAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .

Катет, що лежить проти кута в 30° = половині

гіпотенузи:  $AD = 2 \cdot 4 = 8$  (см)

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot DB \cdot \sin \angle ADB = 8 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ = 32 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$

**Відповідь:**  $16\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>

### Поміркуйте

Як знайти площу рівнобедреного трикутника за відомою бічною стороною і основою? Назвіть декілька способів

### Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- **Розв'язати задачу:** у трикутнику одна зі сторін дорівнює 29см, а інша ділиться точкою дотику вписаного в нього кола на відрізки 24см і 1см, починаючи від кінця першої сторони. Знайдіть площу трикутника.

#### Джерела

- <https://moyaosvita.com.ua/geometriya/osnovni-vlastivosti-trikutnikiv/>
- [Всеосвіта](#)