

Сьогодні
22.05.2025

*Урок
№164*



Коло. Круг



Сьогодні
22.05.2025

Повідомлення теми уроку та мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів

Мета уроку:
повторення і систематизація знань
про: геометричну фігуру - коло,
довжину кола, круг, площу круга,
сегмент та сектор. А також умінь
застосовувати вивчене у процесі
розв'язування геометричних задач.



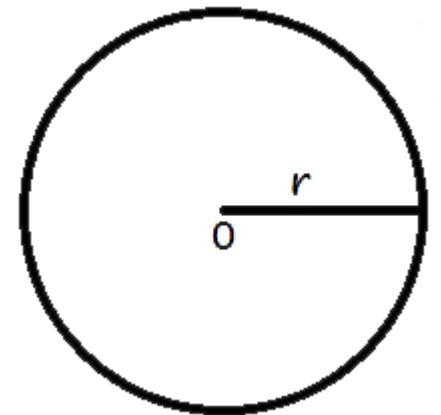
Коло — це фігура на площині, в якій усі точки розташовані на рівній відстані від однієї точки, яка є центром кола.

Відстань від центра кола до будь-якої точки кола називається **радіусом** і в записах позначається буквою **R**. Радіус — з латинського слова *radius* - "спиця в колесі".

Центр кола найчастіше позначається буквою **O**.

Коло ділить площину на дві частини: внутрішню та зовнішню.

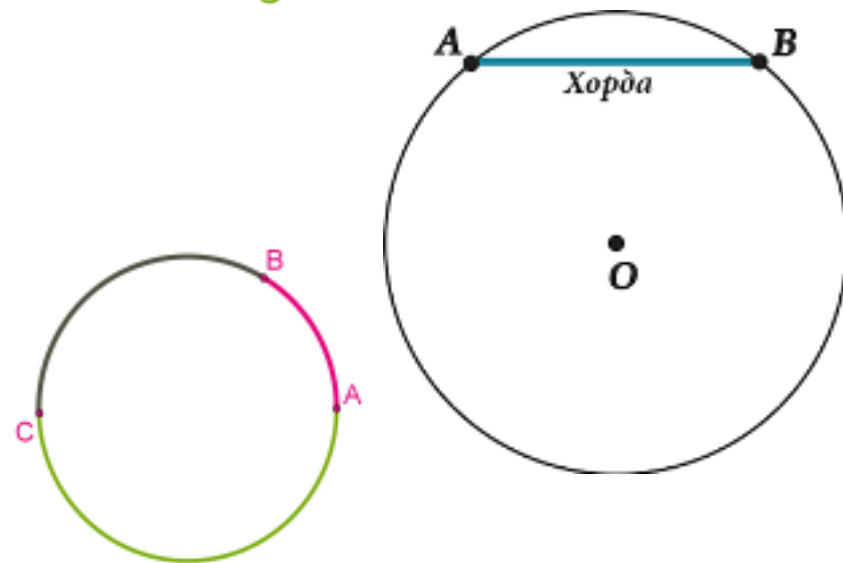
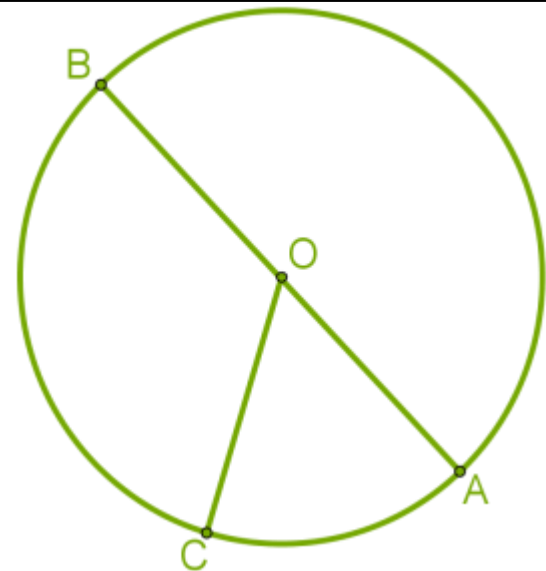
Коло



Відрізки OA , OB , OC — це **радіуси**, їх довжини рівні.
Відрізок AB , що проходить через центр кола (круга), називається **діаметром** і позначається буквою D .

Хорда — відрізок AB , що з'єднує будь-які дві точки кола. Діаметр кола — це найбільша хорда.
Довжина діаметра дорівнює довжині двох радіусів: **$D=2R$** .

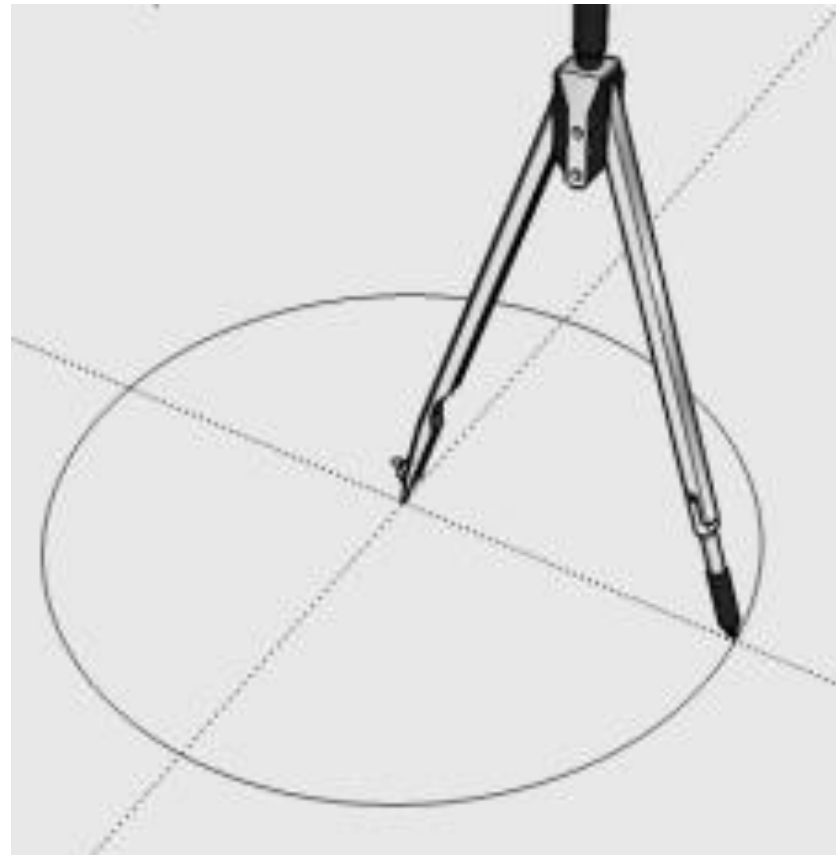
Діаметр ділить коло на два півкола, а круг — на два півкруги. Точки на колі ділять коло на частини, які називаються **дугами**, а точки — кінцями цих дуг.



Коло можна побудувати за допомогою циркуля.

У циркуля одна його ніжка — вістря, друга — грифель. Якщо поставити ніжку з вістрям на папір у точку O , то ніжка з грифелем під час обертання опише коло. Точку O називають центром кола.

Усі точки кола лежать в одній площині й на однаковій відстані від центра O . Цю відстань називають радіусом кола.



Довжина кола

За допомогою простого експерименту можна встановити:

Яким би не було коло, відношення його довжини до діаметра є постійним числом.

Що потрібно для експерименту: гнучка рулетка для вимірювання; декілька круглих предметів (тарілки, вази).

Хід експерименту:

- ✓ необхідно виміряти довжину кола навколо предмета;
- ✓ хоча б приблизно виміряти діаметр кола;
- ✓ обчислити округлене ділення довжини кола на довжину діаметра кола (вибрати будь-яке число цифр за комою).

Довжина кола

Звісно, результати будуть трохи відрізнятися (вимірювання дуже неточні), але буде помітно, що результатом завжди є число, близьке до 3.

Якщо провести більш точні вимірювання, можна знайти більш точне значення. Це число прийнято позначати буквою π (читається як «пі»). Найчастіше використовують наближене значення числа $\pi \approx 3,14$

Більш точне значення:

$$\pi \approx 3,1415926535897932$$

Але цифр за комою набагато більше, і вони ніколи не повторюються. Завдяки розвитку обчислювальної техніки зовсім недавно стало можливим роздрукувати достатньо багато цифр числа π .



Довжина кола

 π

3.14159

265358979

32384626433

82379502884197

169399375105820974

94459230781640628620899

86280348253421170679821480865

1328230664709384460955058223172535940

812848111745028410270193852110555964462294895493

Ми маємо формулу для обчислення довжини кола, якщо відомий діаметр:

$$C = \pi \cdot d$$

Якщо згадаємо, що $d = 2r$, то формула довжини кола виглядатиме так:

$$C = 2\pi \cdot r$$



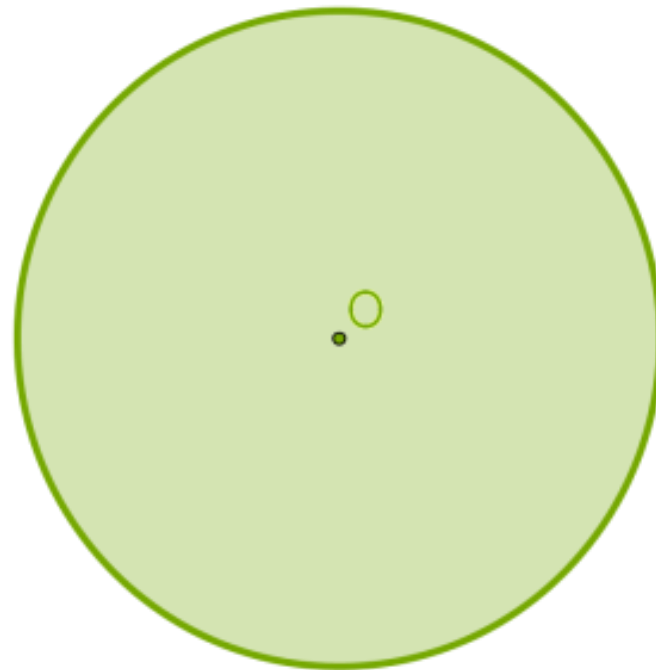
Цікава математика

Пі-число — число, яке дорівнює відношенню довжини кола до його діаметру. Пі-число представляється нескінченним десятковим дробом 3,14159265... Позначенням цього числа грецькою буквою π вперше користувався англійський математик У. Джонсон (1706), і воно стало загальноприйнятим після однієї з робіт відомого математика Л. Ейлера (1736). Назва та позначення π походить від початкової букви грецького слова $\pi\epsilon\rho\iota\phi\epsilon\acute{\rho}\epsilon\iota\alpha$ — периферія, коло. Вже з глибокої давнини робилися спроби знайти наближене вираження числа π за допомогою раціональних чисел. У древньому Єгипті при обчисленні площі круга для числа π використовували значення

$$\pi \approx \left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3,16049 \dots$$

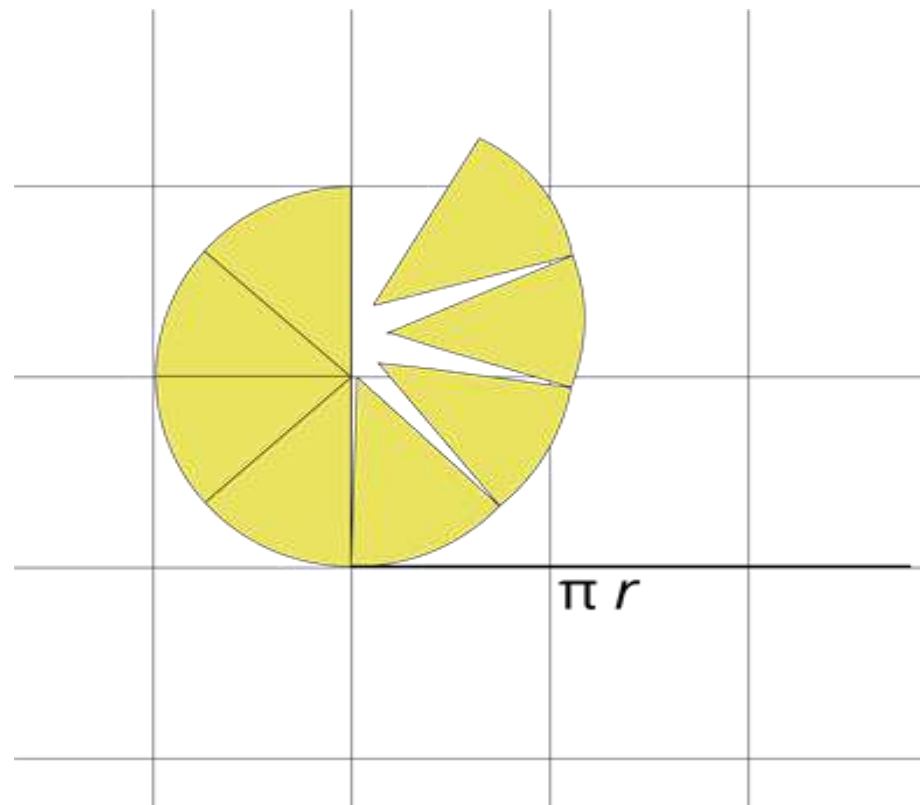
Круг. Площа круга

Внутрішня частина кола, що включає саме коло, називається **кругом**.

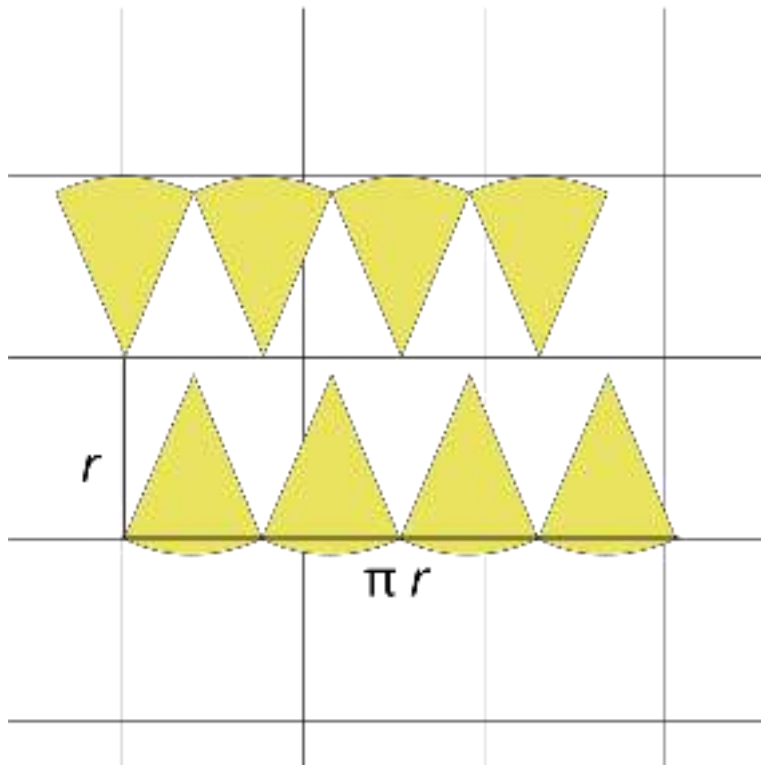


Як же обчислити площу круга?

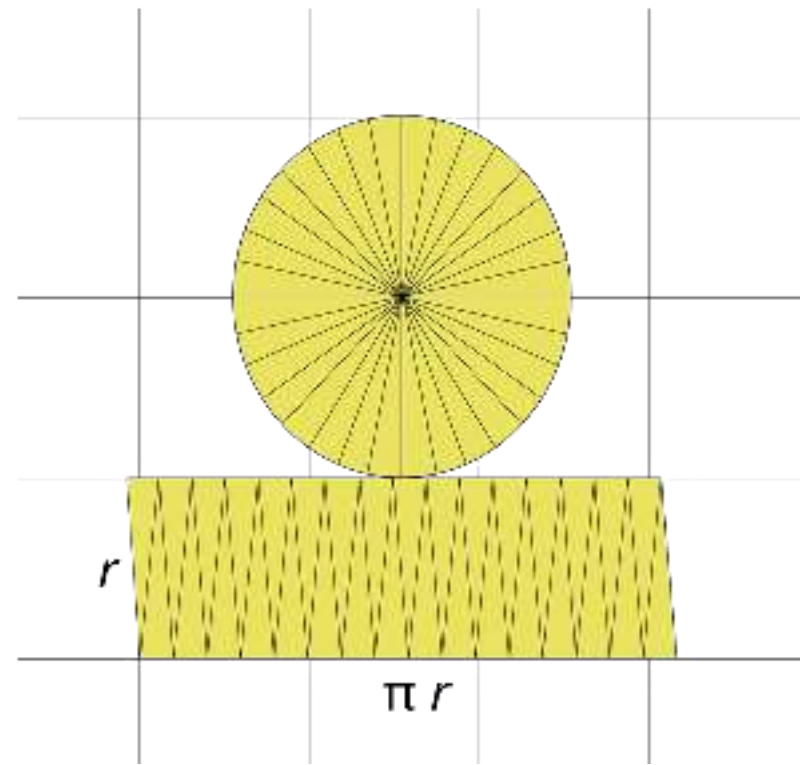
Один із підходів для визначення формули: уявімо, що круг перерізано наполовину, і кожну з половин поділено на рівні частини (на малюнку нижче):



Із частин складемо прямокутник
зі сторонами r і πr .



Для більш точного результату
зменшимо частини круга, щоб
складена фігура була якомога більше
схожою на прямокутник.

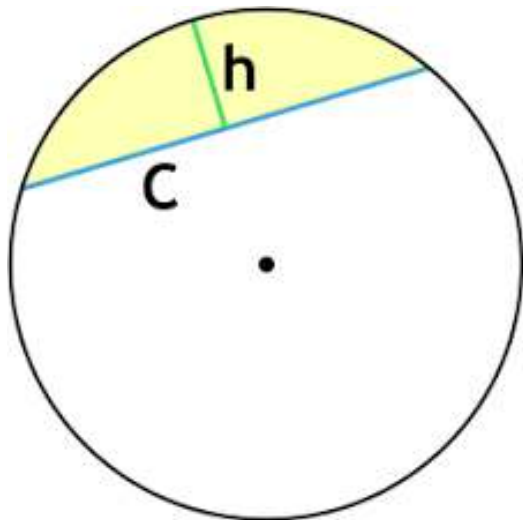
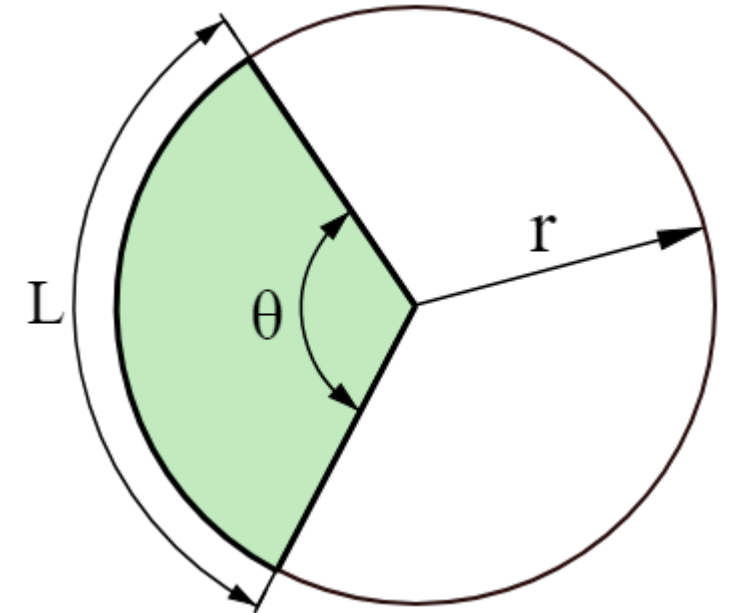


Ми бачимо, що
площа круга
обчислюється
за формулою:

$$S = \pi \cdot r^2$$

Круговий сектор та сегмент круга

Сектор — це частина круга, обмежена дугою та двома радіусами, що з'єднують кінці дуги з центром круга.



Сегмент — це частина круга, обмежена дугою кола та її хордою.

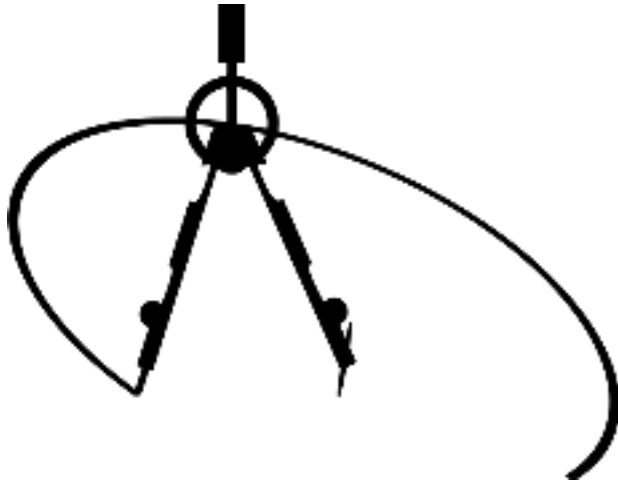
Класна робота



(Усно).

- 1) Що таке радіус і діаметр кола?
- 2) Як знайти площу круга?
- 3) Чим відрізняється сектор від сегмента круга?



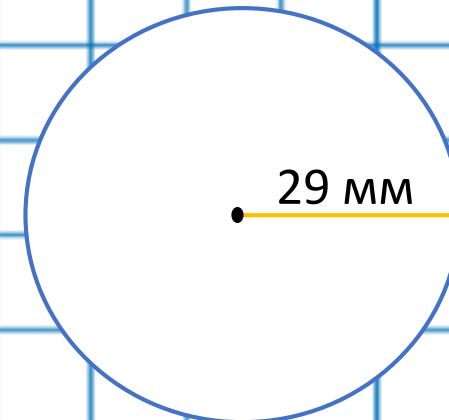


Завдання № 1

Накресли коло,
діаметр якого дорівнює 58 мм.

Розв'язання:

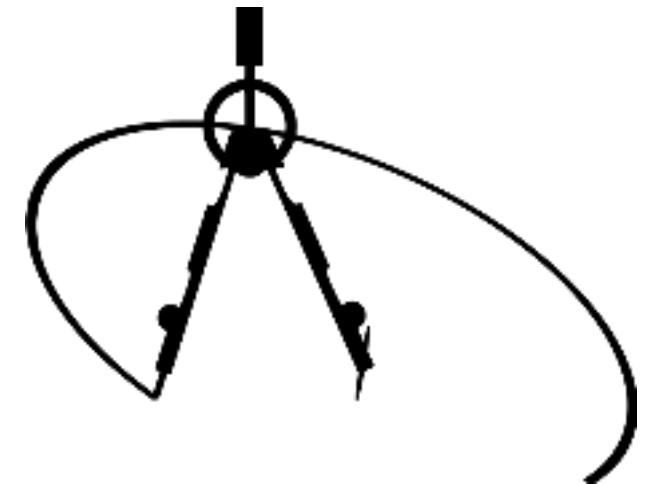
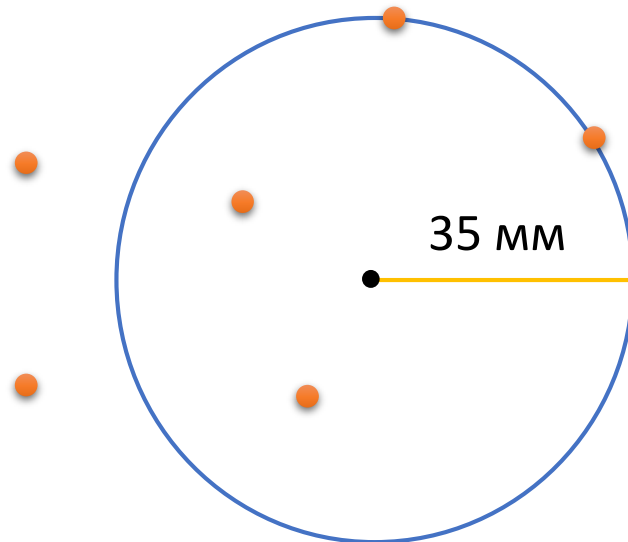
$$58 \text{ мм} : 2 = 29 \text{ мм} - \text{радіус.}$$



Завдання № 2

Накресли круг із центром у точці O і радіуса 35 мм. Познач дві точки, які:

- 1) належать колу, що обмежує круг;
- 2) належать кругу і не належать колу, що обмежує круг;
- 3) не належать кругу.



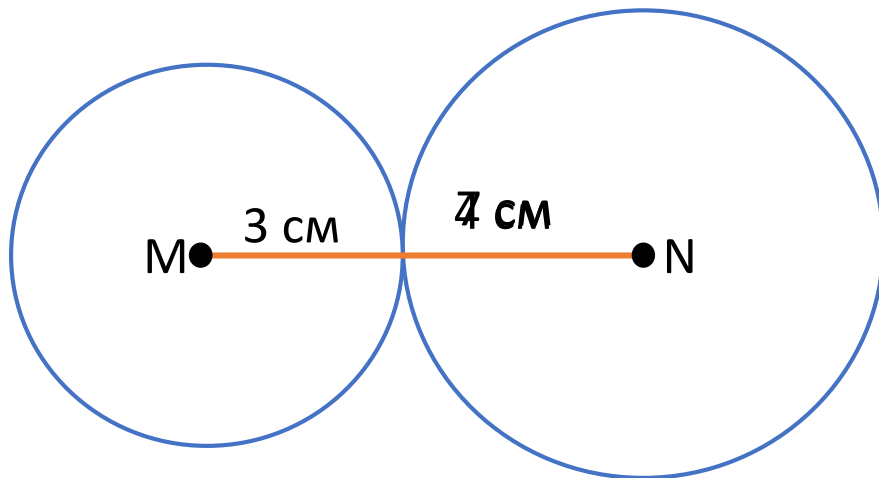
Завдання № 3

Накресли відрізок MN завдовжки 7 см.

- 1) Узявши точки M і N за центри, проведи два кола, одне радіуса 3 см, а інше — з радіусом 4 см.
- 2) Скільки спільних точок мають ці кола?



Розв'язання:



- 2) Мають одну спільну точку.

Завдання № 4

Обчисли довжину кола:

- 1) діаметр якого дорівнює 3,8 дм; 7,5 см;
- 2) радіус якого дорівнює 12 см; 1,6 дм.



Розв'язання:

$$1) C = \pi d = 3,14 \cdot 3,8 = 11,932 \text{ дм};$$

$$3,14 \cdot 7,5 = 23,55 \text{ см.}$$

$$2) C = 2\pi r = 3,14 \cdot 2 \cdot 12 = 3,14 \cdot 24 = 75,36 \text{ см};$$

$$3,14 \cdot 2 \cdot 1,6 = 10,048 \text{ дм.}$$

Завдання № 5

Обчисли площу круга:

- 1) радіус якого дорівнює 6 см; 1,5 м;
- 2) діаметр якого дорівнює 18 см; 2,6 м.



Розв'язання:

$$1) S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04 \text{ см}^2;$$

$$3,14 \cdot 1,5^2 = 7,065 \text{ м}^2;$$

$$2) S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 9^2 = 254,34 \text{ см}^2;$$

$$3,14 \cdot 1,3^2 = 5,3066 \text{ м}^2.$$

Завдання № 6



Круг поділено на 4 сектори. Кути трьох секторів становлять $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{18}$ і 30 % від повного кута. Знайди градусну міру четвертого сектора

Розв'язання:

$$1) 360^\circ \cdot \frac{1}{3} = \frac{360}{3} = 120^\circ - \text{I сектор};$$

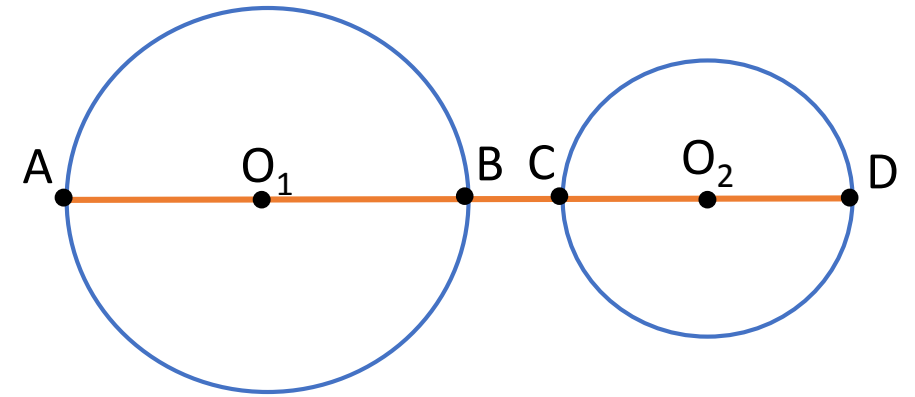
$$2) 360^\circ \cdot \frac{5}{18} = \frac{360 \cdot 5}{18} = 100^\circ - \text{II сектор};$$

$$3) 360^\circ \cdot 0,3 = 108^\circ - \text{III сектор};$$

$$4) 360 - (120 + 100 + 108) = 32^\circ - \text{четвертий сектор.}$$

Завдання № 7

Відстань між центрами кіл — точками O_1 і O_2 (див. мал.) — дорівнює 7 см. Радіуси кіл дорівнюють 3 см і 2 см. Знайди довжини відрізків BC, O_1C , O_2B , O_1D , O_2A , AD.



Розв'язання:

$$\begin{aligned} BC &= 7 \text{ см} - (3 \text{ см} + 2 \text{ см}) = 2 \text{ см}; & O_1D &= 7 \text{ см} + 2 \text{ см} = 9 \text{ см}; \\ O_1C &= 3 \text{ см} + 2 \text{ см} = 5 \text{ см}; & O_2A &= 7 \text{ см} + 3 \text{ см} = 10 \text{ см}; \\ O_2B &= 2 \text{ см} + 2 \text{ см} = 4 \text{ см}; & AD &= 7 \text{ см} + 3 \text{ см} + 2 \text{ см} = 12 \text{ см}. \end{aligned}$$

Завдання № 8



У парку розпланували 6 квіткових клумб, які мають форму круга діаметра 3,2 м. На кожний квадратний метр площі клумби садитимуть по 12 квіток. Яка площа всіх клумб (округли до цілих м^2)? Скільки квіток посадять на ці клумби?

Розв'язання:

- 1) $3,14 \cdot 1,6^2 = 8,0384 \text{ м}^2$ – площа однієї клумби;
- 2) $6 \cdot 8,0384 = 48,2304 \approx 48 (\text{м}^2)$ – площа всіх клумб;
- 3) $48 \cdot 12 = 576$ (квіток) – всього посадять.

Завдання № 9

Знайди площу зафарбованої на малюнку фігури, якщо діаметр круга дорівнює 5 см, а сторони квадрата — 2 см. ($\pi \approx 3,14$.)

**Розв'язання:**

- 1) $3,14 \cdot 2,5^2 = 19,625$ (см²) — площа круга;
- 2) $2 \cdot 2 = 4$ (см²) — площа квадрата;
- 3) $19,625 - 4 = 15,625$ (см²) — площа фігури.

Завдання № 10

Круг поділено на три сектори. Кут першого сектора становить $\frac{1}{4}$ від повного круга, а кут другого — 160 % від кута першого сектора. Знайди площу кожного з трьох секторів, якщо радіус круга дорівнює 20 см. ($\pi \approx 3,14$.)

Розв'язання:

- 1) $3,14 \cdot 20^2 = 1256$ (см²) — площа круга;
- 2) $1256 \cdot \frac{1}{4} = 314$ (см²) — площа I сектора;
- 3) $314 \cdot 1,6 = 502,4$ (см²) — площа II сектора;
- 4) $1256 - (314 + 502,4) = 439,6$ (см²) — площа III сектора.

Завдання № 11



Радіус кола дорівнює 8 см.

- 1) На скільки збільшиться довжина кола, якщо радіус кола збільшити на 3 см? ($\pi \approx 3,14$.)
- 2) У скільки разів збільшиться довжина кола, якщо його радіус збільшити утричі?

Розв'язання:

$$1) C = 2\pi r = 3,14 \cdot 2 \cdot 8 = 3,14 \cdot 16 = 50,24 \text{ см};$$

$$C = 2\pi r = 3,14 \cdot 2 \cdot (8 + 3) = 3,14 \cdot 22 = 69,08 \text{ см};$$

$$69,08 - 50,24 = 18,84 \text{ см} - \text{на стільки збільшиться довжина кола.}$$

$$2) C = 2\pi r \cdot 3 - \text{збільшиться у 3 рази.}$$

Завдання № 12

Знайди площу круга, якщо $\frac{7}{18}$ довжини кола, що обмежує круг, дорівнює 219,8 см.
($\pi \approx 3,14$.)

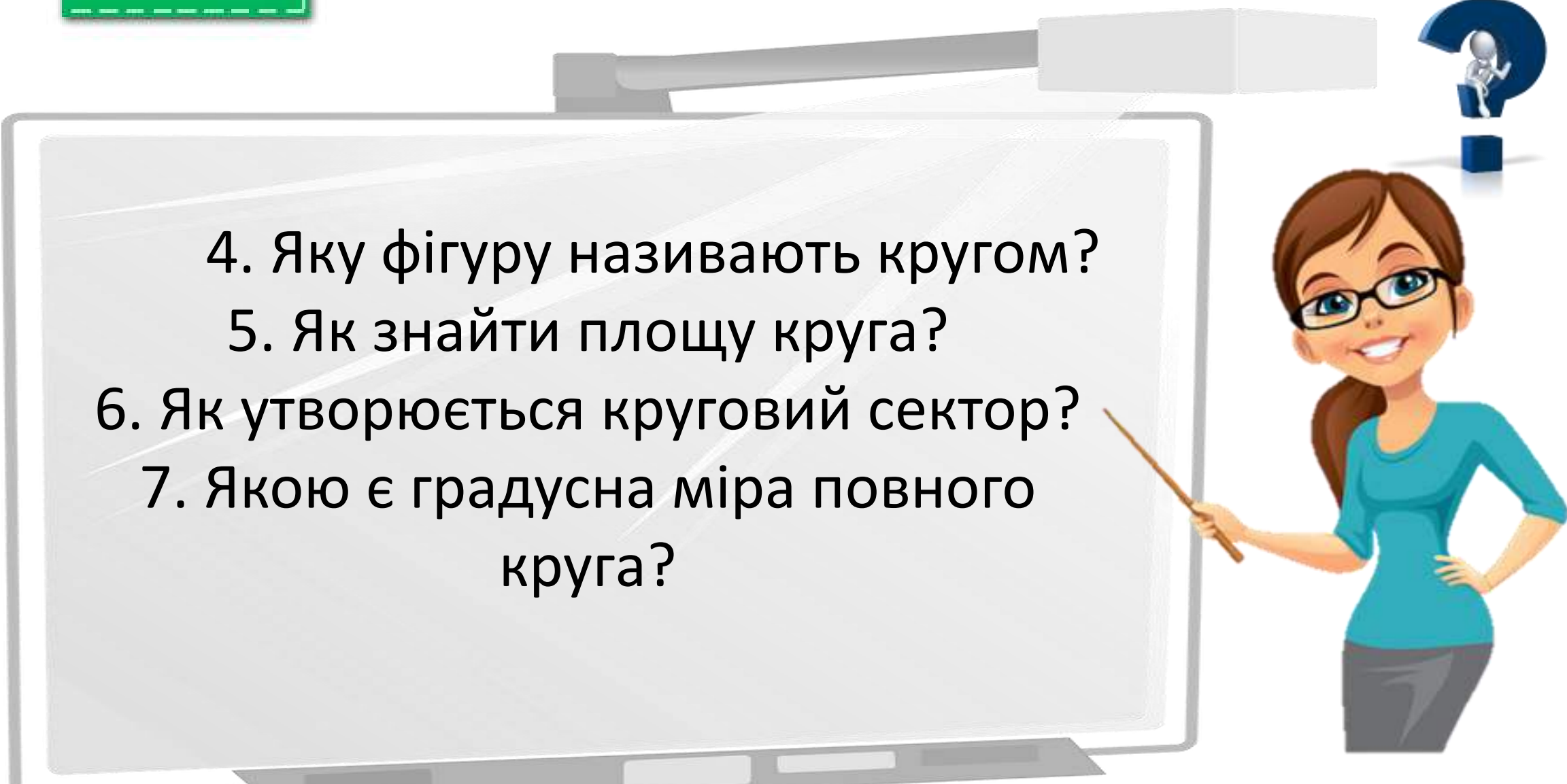


Розв'язання:

- 1) $219 : 7 \cdot 18 = 565,2$ (см) – довжина кола;
- 2) $C = 2\pi r$, тоді $565,2 : 3,14 : 2 = 90$ (см) – радіус кола;
- 3) $3,14 \cdot 90^2 = 25434$ (см²) – площа круга.

1. Як за допомогою циркуля будують коло?
2. Який відрізок називають радіусом кола; діаметром кола?
3. У скільки разів діаметр кола довший за радіус?



- 
4. Яку фігуру називають кругом?
5. Як знайти площу круга?
6. Як утворюється круговий сектор?
7. Якою є градусна міра повного
 круга?



Сьогодні
22.05.2025

Завдання для домашньої роботи

**Опрацюй підручник
1 ч. п. 23-25.
Виконай завдання
№ 69 с. 196
(підручник 1 ч.).**

