

Тема. Повторення. Розв'язування прямокутних трикутників. Многокутники. Площі многокутників

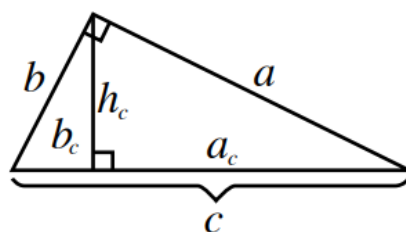
Мета: повторити поняття та властивості прямокутного трикутника, теорему Піфагора та співвідношення між сторонами і кутами у прямокутному трикутнику; поняття та формули площ многокутників, відновити навички застосування теоретичних знань з даних тем для розв'язування задач

Ознайомтеся з інформацією

Теорема Піфагора

У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.

$$c^2 = a^2 + b^2.$$



- 1) Висота, проведена до гіпотенузи, є середнім геометричним між проекціями катетів на гіпотенузу.

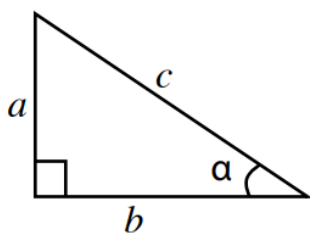
$$h_c^2 = a_c \cdot b_c;$$

- 2) Катет є середнім геометричним між гіпотенузою і його проекцією на гіпотенузу.

$$a^2 = c \cdot a_c \text{ і } b^2 = c \cdot b_c;$$

- 3) Висота, проведена до гіпотенузи, дорівнює добутку катетів, поділеному на гіпотенузу.

$$h_c = \frac{ab}{c}.$$



Функція	Кут α		
	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Синусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до гіпотенузи.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}.$$

Косинусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до гіпотенузи.

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}.$$

Тангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до прилеглого.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}.$$

Котангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до протилежного.

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}.$$

Основна тригонометрична тотожність. Для будь-якого гострого кута α :

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Наслідок:

Для будь-якого гострого кута α :

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}.$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha, \quad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha.$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha, \quad \operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha.$$

Многокутник називається **вписаним у коло** (рис. 3, а), якщо всі його вершини лежать на цьому колі.

Многокутник називається **описаним навколо кола** (рис. 3, б), якщо всі його сторони дотикаються до цього кола.

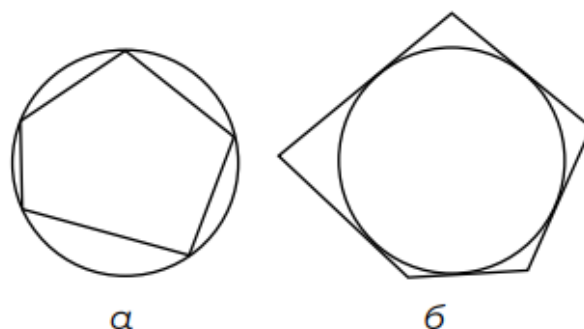


Рис. 3. Вписаний (а) і описаний (б) многокутники

Площа прямокутника (рис. 5) дорівнює добутку його сусідніх сторін:
 $S = a * b$, де a і b — сторони прямокутника

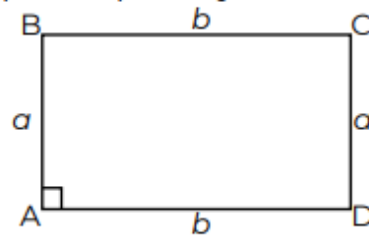


Рис. 5. ABCD — прямокутник

Площа квадрата (рис. 6) дорівнює квадрату його сторони:
 $S = a^2$, де a — сторона квадрата.

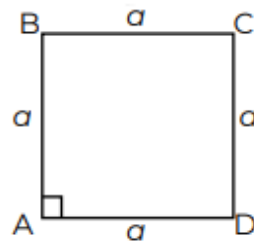


Рис. 6. ABCD — квадрат

Площа паралелограма (рис. 7) дорівнює добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони:

$S = a * h_a$, де a — сторона паралелограма, h_a — проведена до неї висота.

Ще одна формула для розрахунку площі паралелограма виражена через кут α :

$$S = a * b * \sin(\alpha)$$

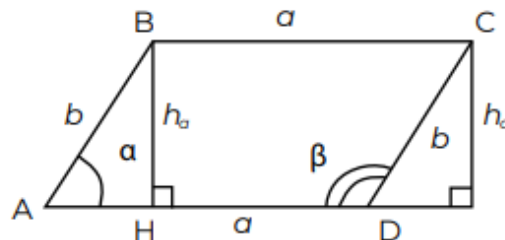


Рис. 7. ABCD — паралелограм

Площа трикутника (рис. 8) дорівнює половині добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони:

$$S = \frac{1}{2} * a * h_a, \text{ де } a \text{ — сторона трикутника, } h_a \text{ — проведена до неї висота.}$$

Ще одна формула для розрахунку площі трикутника виражена через кут α :

$$S = \frac{1}{2} * a * b * \sin(\alpha)$$

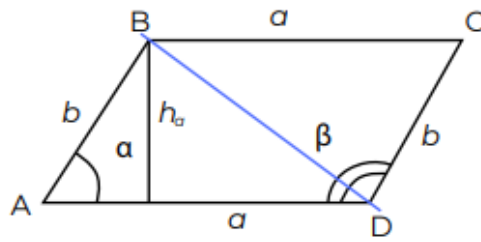


Рис. 8. Трикутник ABD, утворений із паралелограма ABCD

Площа ромба (рис. 9) дорівнює половині добутку його діагоналей:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2, \text{ де } d_1 \text{ і } d_2 \text{ — діагоналі ромба.}$$

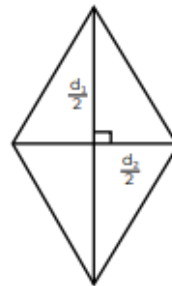


Рис. 9. Ромб

Площа трапеції (рис. 10) дорівнює добутку півсуми її основ на висоту:

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h, \text{ де } a \text{ і } b \text{ — основи трапеції, } h \text{ — висота трапеції.}$$

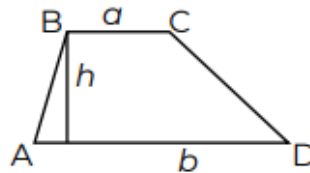


Рис. 10. ABCD — трапеція

Робота в зошиті

Запишіть приклади розв'язування задач:

1. Знайдіть гіпотенузу прямокутного трикутника, катети якого становлять 12см і 8см.

Дано: $a=12\text{см}$, $b=8\text{см}$

Знайти: c

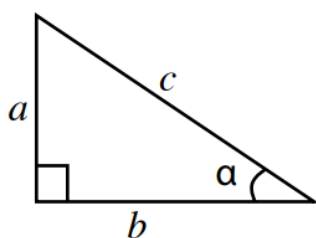
Розв'язання

За теоремою Піфагора $c^2 = a^2 + b^2 = 12^2 + 8^2 = 144 + 64 = 208$, тоді

$$c = \sqrt{208} = \sqrt{16 \cdot 13} = 4\sqrt{13}$$

Відповідь: $4\sqrt{13}\text{см}$

2. Знайдіть катет прямокутного трикутника, якщо його інший катет дорівнює $6\sqrt{3}$ см, а кут, протилежний даному катету, дорівнює 60° .



Дано: $a=6\sqrt{3}$ см, $\alpha=60^\circ$

Знайти: b

Розв'язання

За формулою $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ прилеглий катет $b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{6\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$

Відповідь: 6 см.

3. Знайдіть косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника, синус якого дорівнює 0,8.

Розв'язання

Нехай для гострого кута α : $\sin \alpha = 0,8$.

Тоді $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$, тобто $\cos \alpha = \sqrt{1 - 0,8^2} = \sqrt{0,36} = 0,6$.

Оскільки $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, то $\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$.

Відповідь: 0,6 ; $\frac{4}{3}$.

4. Площа паралелограма дорівнює 84 см^2 , а одна з його сторін — 12 см. Знайдіть висоту паралелограма, проведену до цієї сторони.

Дано: $S = 84 \text{ см}^2$, $a = 12 \text{ см}$

Знайти: h_a

Розв'язання

З формули $S = a h_a$ $h_a = \frac{S}{a} = \frac{84}{12} = 7$

Відповідь: 7 см.

Домашнє завдання

- Повторити теми «Чотирикутники», «Подібність трикутників»
- Розв'язати задачі (письмово):

1. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 15 см, а один з його катетів — 12 см. Знайдіть другий катет трикутника.
2. Знайдіть площу ромба, сторона якого дорівнює 10 см, а одна з діагоналей на 4 см більша за другу.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com