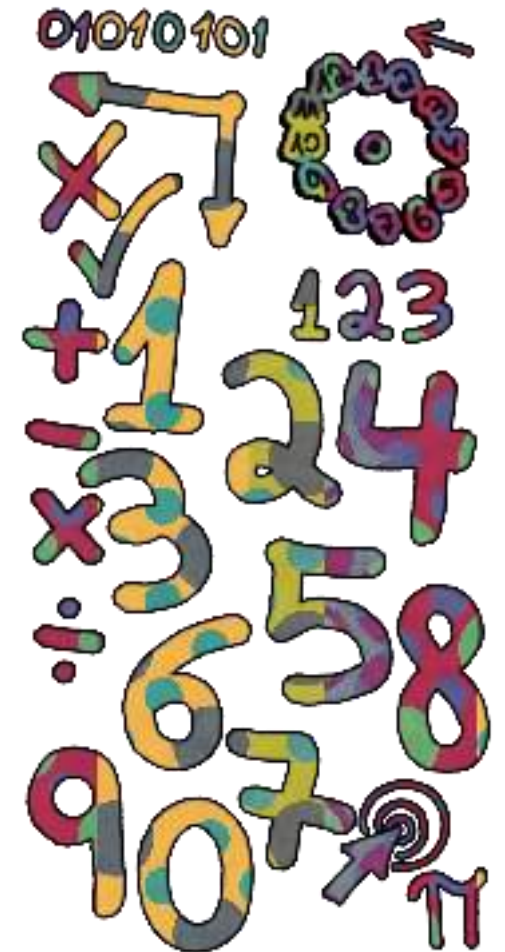


Сьогодні  
19.05.2025

Урок  
№ 162



## Відношення і пропорції



Мета уроку:  
узагальнити і систематизувати вміння та  
знання про зміст дії ділення чисел; уяву  
про поняття відношення двох чисел,  
його змісту, властивості, а також поняття  
про взаємно обернені відношення;  
пропорції.



## Відношення



**Відношенням називають частку двох чисел.**


Відношення числа **a** до числа **b** записують так: **a : b** або  $\frac{a}{b}$ .

Нехай маємо відношення 3 : 4. Його можна тлумачити так: перше число складається з трьох однакових частин, а друге — з чотирьох таких самих частин.

**Відношення двох чисел показує, у скільки разів одне число більше від другого, або яку частину становить одне число від другого.**



## Основна властивість відношення



**Відношення двох чисел не зміниться, якщо члени його помножити або поділити на одне і те ж саме число, відмінне від нуля.**

Відношення 5 до 2 і 2 до 5, як і дроби  $\frac{5}{2}$  і  $\frac{2}{5}$  називають взаємно оберненими.

## Відношення величин



**Якщо дві величини вимірюються однією й тією самою одиницею, то відношення їхніх числових значень називають відношенням цих величин (відношення довжин, відношення мас, відношення площ тощо).**

Щоб знайти відношення однойменних величин (довжин, мас і т.д.), треба виразити їх в однакових одиницях вимірювання.

## Відношення величин

Щоб знайти відношення 30 см до 1 м, треба спочатку висловити обидві ці величини або в метрах, або в сантиметрах і знайти частку.



**$30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$ ;  $100 \text{ см} = 1 \text{ м}$ , тому  $0,3 : 1 = 310$  або  $30:100=310$ .**

Відношення іноді буває зручно виражати у відсотках. Для цього досить помножити отриману частку на сто.



Якщо  $a$  і  $b$  — два числа або два значення однієї і тієї ж величини, тоді:

- ✓ відношення  $a$  до  $b$  — це частка від ділення  $a$  на  $b$ ;
- ✓ якщо  $a > b$ , тоді відношення  $a : b$  показує, у скільки разів  $a$  більше  $b$ ;
- ✓ якщо  $a < b$ , тоді відношення  $a : b$  показує, яку частину  $a$  становить від  $b$ ;
- ✓ відсоткове відношення  $a$  до  $b$  — це відношення  $a : b$ , виражене у відсотках і дорівнює  $(a : b) \cdot 100$ .





**Рівність двох відношень називають пропорцією.**

$$\frac{m}{k} = \frac{n}{t} \text{ або } m : k = n : t$$

Усі члени пропорції відмінні від нуля:  $m \neq 0, k \neq 0, n \neq 0, t \neq 0$ .

Відношення 3:2 і 12:8 рівні, оскільки  $3 : 2 = 1,5$  і  $12 : 8 = 1,5$ .

Отримуємо рівність  $3 : 2 = 12 : 8$  або  $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$

Читають: «Відношення 3 до 2 дорівнює відношенню 12 до 8» або «3 так відноситься до 2, як 12 відноситься до 8».





## Повідомлення теми уроку та мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів

Основна властивість пропорції:

добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Якщо  $\frac{m}{k} = \frac{n}{t}$ , або  $m:k=n:t$ , тоді  $m \cdot t = k \cdot n$



Числа  $m$  і  $t$  називають крайніми членами пропорції, а числа  $k$  і  $n$  — середніми.

У пропорції  $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$  добуток **крайніх** членів  $3 \cdot 8 = 24$  і добуток **середніх** членів  $2 \cdot 12 = 24$  рівні.

Правильне і обернене твердження. Якщо  $m, k, n$  і  $t$  не рівні нулю числа і  $m \cdot t = k \cdot n$ , тоді  $\frac{m}{k} = \frac{n}{t}$ .

## Повідомлення теми уроку та мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів



Якщо  $3 \cdot 8 = 2 \cdot 12$ , тоді  $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$ .

У пропорції  $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$  поміняємо місцями середні або крайні члени, тоді отримаємо знову правильні рівності.

$$\frac{3}{12} = \frac{2}{8} \quad ; \quad \frac{8}{2} = \frac{12}{3}$$

У випадку, коли необхідно визначити один невідомий член пропорції, кажуть, що треба розв'язати пропорцію.

Будь-який крайній член пропорції дорівнює добутку середніх членів, діленому на інший крайній член пропорції.

Розглянемо пропорції, які можуть бути отримані з вірної пропорції:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ а саме :}$$

$$1) \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$2) \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

$$3) \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

$$4) \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$5) \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$$

$$6) \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (\text{якщо } a \neq b, c \neq d)$$



**Приклад.** Розв'язати пропорцію використовуючи основну властивість.

$$\frac{t}{8} \propto \frac{10}{16}$$

$$t \cdot 16 = 8 \cdot 10$$

$$t = \frac{1 \cancel{8} \cdot 10}{2 \cancel{16}} = \frac{1 \cdot \cancel{10}^5}{\cancel{2}_1} = \frac{5}{1} = 5$$

$$t = \underline{\underline{5}}$$

$$\frac{t}{8} = \frac{10}{16}$$



**Приклад.** Розв'язати пропорцію використовуючи основну властивість.

$$\frac{2}{3} \propto \frac{8}{x}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{x}$$

$$2 \cdot x = 3 \cdot 8$$

$$x = \frac{3 \cdot \cancel{8}^4}{\cancel{2}_1} = \frac{3 \cdot 4}{1} = 12$$

$$x = \underline{\underline{12}}$$



Будь-який середній член пропорції дорівнює добутку крайніх членів, діленому на інший середній член пропорції.

**Приклад.** Розв'язати пропорцію використовуючи основну властивість.



$$\frac{1,4}{y} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{1,4}{y} = \frac{7}{4}$$

$$1,4 \cdot 4 = y \cdot 7$$

$$y = \frac{1,4 \cdot 4}{7} = \frac{0,2 \cdot 4}{1} = \frac{0,8}{1} = 0,8$$

$$y = \underline{\underline{0,8}}$$

**Приклад.** Розв'язати пропорцію використовуючи основну властивість.

$$\frac{1\frac{3}{4}}{0,75} = \frac{z}{3,75}$$

Представимо мішане число у вигляді десяткового дробу.

$$1\frac{3^{(25)}}{4} = 1\frac{75}{100} = 1,75$$

Перепишемо рівність, застосуємо основну властивість пропорції і скоротимо на 0,75.



$$\frac{1,75}{0,75} = \frac{z}{3,75}$$

$$1,75 \cdot 3,75 = 0,75 \cdot z$$

$$z = \frac{1,75 \cdot 3,75}{0,75} = \frac{1,75 \cdot 5}{1} = \frac{8,75}{1} = 8,75$$

$$z = \underline{\underline{8,75}}$$





### Пряма пропорційна залежність

**Дві величини називають прямо пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з них у кілька разів, інша збільшується (зменшується) у стільки ж разів.**

**Задача.** Сторона квадрата дорівнює 2 дм. Визнач, як зміниться периметр квадрата, якщо його сторону збільшити у 3 рази, у 4 рази, у 5 разів?

Сторона квадрата, дм	2	6	8	10
Периметр квадрата, дм	8	24	32	40

**Розв'язання.** Зауважимо, що при збільшенні сторони квадрата в 3 рази (була 2 дм, стала — 6 дм), периметр збільшився також у 3 рази (був 8 дм, став — 24 дм).

Аналогічно, при збільшенні сторони квадрата у 4 рази (була 2 дм, стала — 8 дм), периметр збільшився також у 4 рази (був 8 дм, став — 32 дм).

**Висновок:** при збільшенні сторони квадрата в кілька разів, периметр збільшується в стільки ж разів.

Кажуть, що сторона квадрата прямо пропорційна його периметра.

**Якщо дві величини прямо пропорційні, тоді відношення відповідних значень цих величин рівні.**



Знайдемо, в кожному випадку відношення сторони квадрата до периметру.

$$\frac{2}{8} = \frac{6}{24} = \frac{8}{32} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

Пряму пропорційність можна задати формулою.

Формулу  **$y = kx$**  називають формулою прямої пропорційності,  
де  $y$  і  $x$  — змінні величини, а  $k$  — постійна величина.

Задамо формулою залежність периметру квадрата від довжини сторони

$$P = 4a:$$

$$y = 4x.$$

де  $y$  — залежна змінна величина, периметр  $P$ ;

$x$  — незалежна змінна величина, довжина сторони  $a$ ;

$k$  — постійна величина, кількість сторін квадрата 4.

# Класна робота



(Усно.)

1) Чи є рівність  $\frac{12}{3} = \frac{20}{5}$  пропорцією?

Укажи крайні та середні члени пропорції.

2) Запиши цю саму пропорцію за допомогою знака ділення.



## Завдання № 1

Знайди відношення:

1) числа 7 до числа 9;

2) числа 9 до числа 7;

3) числа  $a$  до числа  $m$ ;

4) числа  $m$  до числа  $a$ .



**Розв'язання:**

1)  $7 : 9$ ;

2)  $9 : 7$ ;

3)  $a : m$ ;

4)  $m : a$ .

## Завдання № 2

Величини  $x$  і  $y$  прямо пропорційні.

- 1) Як зміниться величина  $x$ , якщо величину  $y$  збільшити у 3 рази?
- 2) Як зміниться величина  $y$ , якщо величину  $x$  зменшити у 10 разів?



### Розв'язання:

- 1) Величина  $x$  збільшиться у 3 рази.
- 2) Величина  $y$  зменшиться у 10 разів.

### Завдання № 3



У скільки разів відстань на місцевості більша за відстань на карті, якщо масштаб карти:

1)  $1 : 20\ 000$ ;    2)  $1 : 500\ 000$ ;    3)  $1 : 1\ 000\ 000$ .

### Розв'язання:

- 1) У  $20\ 000$  разів;
- 2) У  $500\ 000$  разів;
- 3) У  $1\ 000\ 000$  разів.



## Завдання № 4



## Знайди відношення:

1) 14 до 6;                      2) 0,02 до 0,14;                      3)  $\frac{3}{8}$  до  $\frac{9}{16}$ ;  
4) 8 кг до 10 кг;                      5) 3 км до 400 м;                      6) 1 дм<sup>2</sup> до 50 см<sup>2</sup>.

[illegible]

## Завдання № 4

$$1) 14 : 6 = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 7 : 3;$$

$$2) 0,02 : 0,14 = 0,01 : 0,07;$$

$$3) \frac{3}{8} : \frac{9}{16} = \frac{3}{8} \cdot \frac{16}{9} = 2 : 3;$$

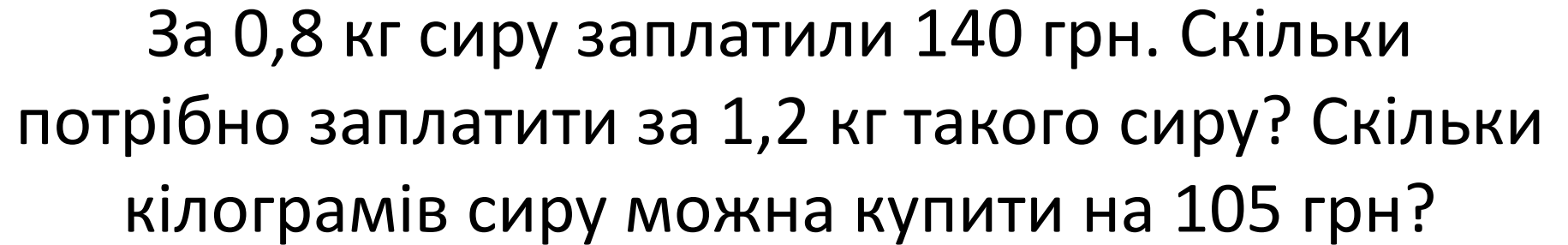
$$4) 8 \text{ кг} : 10 \text{ кг} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 4 : 5;$$

$$5) 3 \text{ км} : 400 \text{ м} = \frac{3000}{400} = \frac{30}{4} = 30 : 4;$$

$$6) 1 \text{ дм}^2 \text{ до } 50 \text{ см}^2 = \frac{100}{50} = \frac{2}{1} = 2 : 1.$$



## Завдання № 5

[illegible]

## Завдання № 5

### Розв'язання:

0,8 кг – 140 грн

1,2 кг – x грн

$$\frac{0,8}{1,2} = \frac{140}{x};$$

$$x = \frac{1,2 \cdot 140}{0,8};$$

x = 210 грн.

**Відповідь:** 210 грн за 1,2 кг сиру.



0,8 кг – 140 грн

x кг – 105 грн

$$\frac{0,8}{x} = \frac{140}{105};$$

$$x = \frac{0,8 \cdot 105}{140};$$

x = 0,6 кг.

**Відповідь:** 0,6 кг сиру на 105 грн.

## Завдання № 6

План кабінету математики виконано у масштабі 1 : 200. На цьому плані довжина кабінету дорівнює 9 см, а ширина — 3 см. Знайди розміри кабінету математики та його площу.



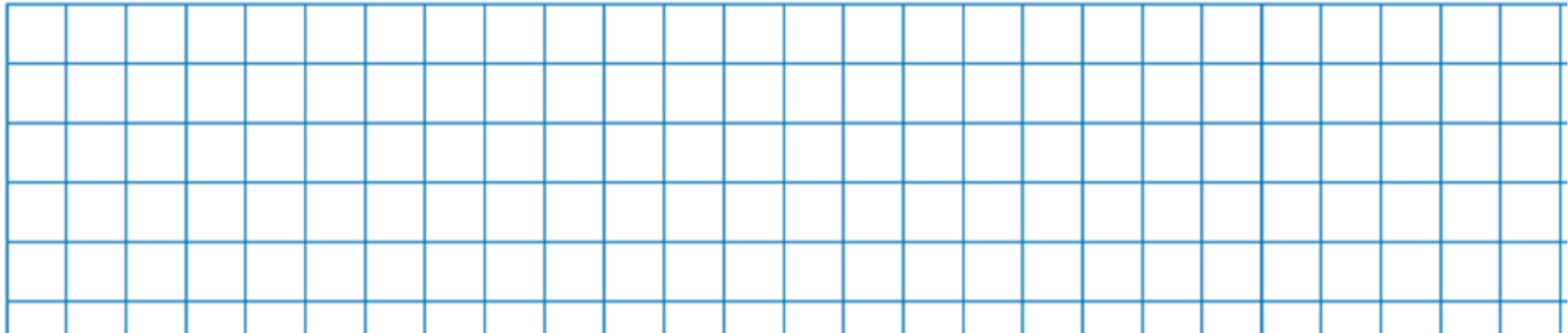
### Розв'язання:

- 1)  $9 \cdot 200 = 1800 \text{ см} = 18 \text{ (м)}$  — довжина;
- 2)  $3 \cdot 200 = 600 \text{ см} = 6 \text{ (м)}$  — ширина;
- 3)  $18 \cdot 6 = 108 \text{ (м}^2\text{)}$  — площа кабінету.

## Завдання № 7



Сторони прямокутника дорівнюють 10 см і 4 см, а сторони квадрата — 6 см. Знайди відношення периметрів і площ прямокутника і квадрата.



## Завдання № 7

### Розв'язання:

- 1)  $2 \cdot (10 + 4) = 2 \cdot 14 = 28$  (см) – периметр прямокутника;
- 2)  $10 \cdot 4 = 40$  (см<sup>2</sup>) – площа прямокутника;
- 3)  $4 \cdot 6 = 24$  (см) – периметр квадрата;
- 4)  $6 \cdot 6 = 36$  (см<sup>2</sup>) – площа квадрата;
- 5)  $\frac{28}{24} = \frac{7}{6} = 7 : 6$  – відношення периметрів;
- 6)  $\frac{40}{36} = \frac{10}{9} = 10 : 9$  – відношення площ.

**Відповідь:** відношення периметрів –  $7 : 6$ , відношення площ –  $10 : 9$ .



## Завдання № 8

Знайди відношення а до b, якщо:

- 1)  $\frac{b}{a} = \frac{2}{7}$ ;      2)  $\frac{b}{3} = \frac{a}{4}$ ;  
3)  $\frac{7}{a} = \frac{5}{b}$ ;      4)  $10a = 3b$ .



### Розв'язання:

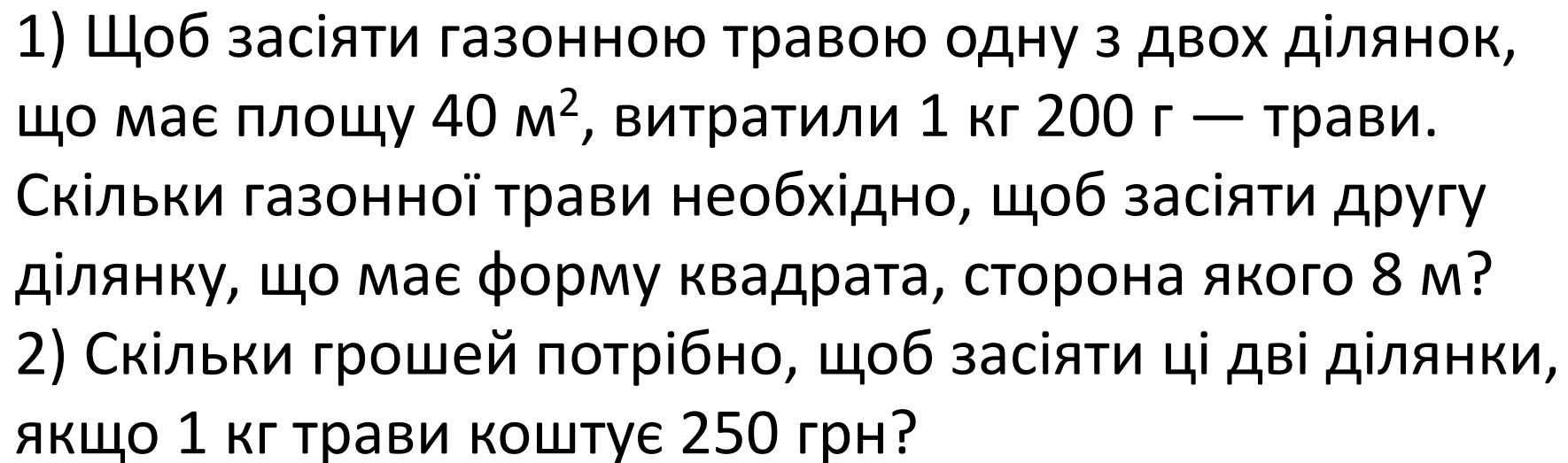
1)  $\frac{b}{a} : \frac{2}{7}; \quad \frac{a}{b} : \frac{7}{2};$

3)  $\frac{7}{a} : \frac{5}{b}; \quad \frac{b}{a} : \frac{5}{7}; \quad \frac{a}{b} : \frac{7}{5};$

2)  $\frac{b}{3} : \frac{a}{4}; \quad \frac{b}{a} : \frac{3}{4}; \quad \frac{a}{b} : \frac{4}{3};$

4)  $10a = 3b; \quad \frac{a}{b} : \frac{3}{10}.$

## Завдання № 9

[illegible]

## Завдання № 9

### Розв'язання:

1. 1)  $8 \cdot 8 = 64 \text{ (м}^2\text{)}$  – площа другої ділянки;

2)  $40 \text{ м}^2 - 1200 \text{ г};$

$64 \text{ м}^2 - x \text{ г};$

$$\frac{40}{64} = \frac{1200}{x};$$

$$x = \frac{64 \cdot 1200}{40};$$

$x = 1920 \text{ г} = 1 \text{ кг } 920 \text{ г}.$

2. 1)  $1200 + 1920 = 3120 \text{ г} = 3,12 \text{ (кг)}$  – потрібно трави на дві ділянки;

2)  $3,12 \cdot 250 = 780 \text{ (грн)}$  – потрібно грошей.



## Завдання № 10



Ділянка має форму прямокутника, розміри якого в масштабі 1 : 50 000 дорівнюють 1,5 см і 2,4 см. Знайди периметр і площу цієї ділянки на місцевості. Вирази периметр у км, а площу — у км<sup>2</sup>.

**Розв'язання:**

- 1)  $1,5 \cdot 50000 = 75\,000$  см = 750 м = 0,75 (км) — ширина;
- 2)  $2,4 \cdot 50000 = 120\,000$  см = 1200 м = 1,2 (км) — довжина;
- 3)  $2 \cdot (0,75 + 1,2) = 2 \cdot 1,95 = 3,9$  (км) — периметр;
- 4)  $1,2 \cdot 0,75 = 0,9$  (км<sup>2</sup>) — площа.

## Завдання № 11

Три лінії з виробництва морозива за 5 год роботи виготовили 270 порцій. Скільки порцій морозива виготовлять 7 таких ліній за 4 год роботи?



### Розв'язання:

3 л. за 5 год – 270 п.

7 л. за 4 год – x п.

$$\frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{270}{x};$$

$$x = \frac{28 \cdot 270}{15};$$

$$x = 504 \text{ (п.)} - \text{морозива.}$$



1. Що називають відношенням двох чисел?
2. Що показує відношення двох чисел?
3. Як знайти відношення величин, які вимірюються однією і тією самою одиницею?
4. Сформулюй основну властивість відношення.





**Опрацюй підручник  
1 ч. п. 15-19.**

**Виконай завдання  
№ 6, 23 на с. 189-191  
(підручник 1 ч.).**

