# **Тема.** Повторення. Теореми синусів і косинусів. Розв'язування трикутників

<u>Мета:</u> вдосконалювати вміння знаходити невідомі сторони і кути трикутника за відомими сторонами і кутами

#### Повторюємо

- Сформулюйте теорему Піфагора.
- Сформулюйте теорему косинусів.
- Сформулюйте теорему синусів.
- Чому дорівнює сума кутів трикутника?
- Як знайти кути трикутника, знаючи довжини всіх його сторін?

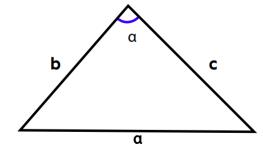
## Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Розв'язати трикутник – означає знайти невідомі сторони і кути трикутника за відомими сторонами і кутами.

Теореми, які використовують при розв'язуванні трикутників.

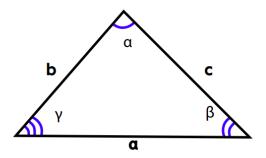
Теорема косинусів

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos \propto$$



Теорема синусів

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{a}{\sin\gamma} = 2R$$



При розв'язуванні задач використовуються такі позначення:

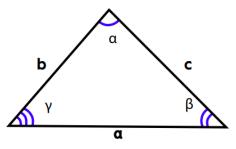
a, b і c – сторони трикутника,  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\gamma$  – кути протилежні відповідно сторонам a, b і c.

## Виконайте вправу

https://learningapps.org/18276942

## Розв'язування задач

#### Задача 1



**Дано:**  $a = 1 \, c M, \ b = \sqrt{2} \, c M, \ \angle \beta = 45^{\circ}$ 

Знайти ∠γ

## Розв'язання

За теоремою синусів  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$ 

$$\sin\alpha = \frac{a \cdot \sin\beta}{b} = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

Проте в умові задачі не вказано вид трикутника. Тому  $\alpha$  може бути як гострим, так і тупим кутом.

$$\alpha$$
=30° або  $\alpha$ =150°

При  $\alpha$ = 30 $^{\circ}$  за сумою кутів трикутника

$$\gamma = 180^{\circ} - (30^{\circ} + 45^{\circ}) = 105^{\circ}$$

При 
$$\alpha$$
=150 $^{\circ}$ 

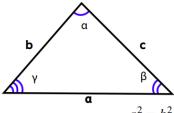
$$\gamma = 180^{\circ} - (150^{\circ} + 45^{\circ}) = -15^{\circ}$$

Тоді задача має лише один розв'язок.

Відповідь:  $\angle \gamma = 105^{\circ}$ .

#### Задача 2

Розв'яжіть трикутник за двома сторонами й кутом між ними, якщо



$$b = 7 c M$$
,  $c = 6 c M$   $i \angle \alpha = 40^{\circ}$ 

Розв'язання

За теоремою косинусів

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\alpha = 49 + 36 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot cos40^\circ \approx 20{,}652$$

$$a \approx 4.5 \, cM$$

Отже, для знаходження невідомих кутів можна застосувати як теорему косинусів, так і теорему синусів. Розглянемо обидва способи.

#### 1. За теоремою косинусів

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cdot cos\beta$$

$$cos\beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} \approx \frac{7,25}{54} \approx 0,134$$
$$\angle \beta \approx 82^{\circ}$$

 $\angle \gamma = 180^{\circ} - (40^{\circ} + 82^{\circ}) \approx 58^{\circ}$  за сумою кутів трикутника.

### 2. За теоремою синусів

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$sin\gamma = \frac{c \cdot sin\alpha}{a} \approx 0.85$$

Оскільки сторона с не є найбільшою у даному трикутнику, тому кут ү – гострий.

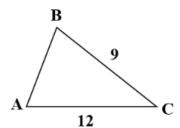
Отже, 
$$\angle \gamma \approx 58^{\circ}$$

Тоді за сумою кутів трикутника  $\angle \beta = 180^{\circ} - \left(40^{\circ} + 58^{\circ}\right) = 82^{\circ}$ 

Відповідь:  $c \approx 4.5 \, cM$ ,  $\angle \beta \approx 82^{\circ}$ ,  $\angle \gamma \approx 58^{\circ}$ .

## Поміркуйте

За малюнком знайдіть відношення  $\frac{sinA}{sinB}$  у трикутнику ABC



# Домашне завдання

- Опрацювати конспект
- Виконати письмово вправу: <a href="https://learningapps.org/1691699">https://learningapps.org/1691699</a>

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

#### Джерело

Всеукраїнська школа онлайн