

## Тема. Віднімання векторів

Мета: ознайомитися зі способами віднімання векторів, вчитися обчислювати і знаходити графічно різницю векторів

### Пригадайте

- Що таке вектор?
- Які вектори називають колінеарними?
- Що називають сумою векторів?
- Якими способами можна додати два вектори?
- Що таке спосіб многокутника?

### Ознайомтеся з інформацією

**Різницею векторів**  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  називають такий вектор  $\vec{c}$ , сума якого з вектором  $\vec{b}$  дорівнює вектору  $\vec{a}$ . Це можна записати так:  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ .

Із цього означення знаходимо координати вектора  $\vec{c}$ :

$$c_1 = a_1 - b_1, c_2 = a_2 - b_2.$$

Для побудови вектора-різниці скористаймося правилом трикутника й рівністю  $\vec{b} + (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}$ . Відкладемо вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  від однієї точки (рис. 1). Тоді початок вектора-різниці є кінцем вектора  $\vec{b}$ , а кінець — кінцем вектора  $\vec{a}$ , тобто вектор-різниця сполучає кінці векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  та напрямлений у бік зменшуваного.

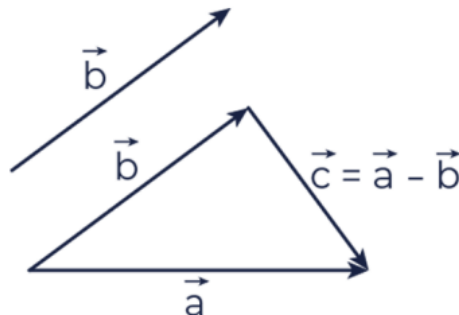


Рис. 1. Побудова різниці векторів

На рисунку 1 вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  неколінеарні. Проте описаний алгоритм можна застосовувати й для знаходження різниці колінеарних векторів. На рисунку 2 вектор  $\vec{BA}$  дорівнює різниці колінеарних векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .



Рис. 2. Різниця колінеарних векторів

Отже, для будь-яких трьох точок  $O, A$  і  $B$  виконується рівність  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ , яка виражає правило знаходження різниці двох векторів, відкладених від однієї точки.

**Якщо координати векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  дорівнюють, відповідно,  $(a_1; a_2)$  і  $(b_1; b_2)$ , то координати вектора  $\vec{a} - \vec{b}$  дорівнюють  $(a_1 - b_1; a_2 - b_2)$ .**

Якщо вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  **протилежні**, то говорять, що вектор  $\vec{a}$  протилежний вектору  $\vec{b}$ , а вектор  $\vec{b}$  протилежний вектору  $\vec{a}$ .

Вектором, протилежним нульовому вектору, вважають нульовий вектор.

Вектор, протилежний вектору  $\vec{a}$ , позначають так:  $-\vec{a}$ .

З означення випливає, що протилежним вектору  $\overrightarrow{AB}$  є вектор  $\overrightarrow{BA}$ . Тоді для будь-яких точок  $A$  і  $B$  виконується рівність  $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ .

Із правила трикутника випливає, що  $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ .

А із цієї рівності випливає, що коли вектор  $\vec{a}$  має **координати**  $(a_1; a_2)$ , то вектор  $-\vec{a}$  має координати  $(-a_1; -a_2)$ .

**Для будь-яких векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  виконується рівність:**

$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$ . Ця теорема дає змогу звести віднімання векторів до додавання: щоб від вектора  $\vec{a}$  відняти вектор  $\vec{b}$ , можна до вектора  $\vec{a}$  додати вектор  $-\vec{b}$  (рис. 3).

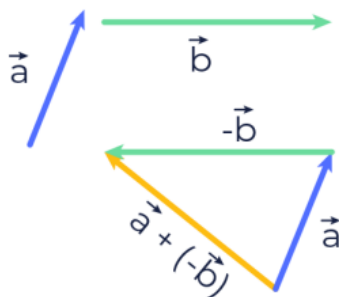


Рис. 3. До теореми про різницю векторів

**Перегляньте відео за посиланням:**

<https://youtu.be/0Hhbli4GtR4>

## Розв'язування задач

### Задача 1

Діагоналі паралелограма  $ABCD$  перетинаються в точці  $O$  (рис. 4). Виразіть вектори  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{CB}$  через вектори  $\overrightarrow{CO} = \vec{a}$  і  $\overrightarrow{BO} = \vec{b}$ .

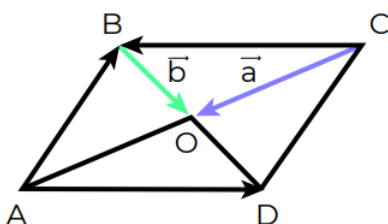


Рис. 4

### Розв'язання.

Оскільки точка  $O$  — середина відрізків  $AC$  і  $BD$ , то  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} = \overline{a}$  й  $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} = \overline{b}$ .

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BO} = -\overline{a} - \overline{b}$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = -\overline{a} + \overline{b} = \overline{b} - \overline{a}$$

$$\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD} = \overline{a} - \overline{b}$$

**Відповідь:**  $\overrightarrow{AB} = -\overline{a} - \overline{b}$ ;  $\overrightarrow{AD} = \overline{b} - \overline{a}$ ;  $\overrightarrow{CB} = \overline{a} - \overline{b}$ .

### Задача 2

Дано вектори  $\overline{a}(4; -5)$  і  $\overline{b}(-1; 7)$ . Знайдіть координати векторів  $\overline{a} - \overline{b}$  та  $|\overline{a} - \overline{b}|$ .

### Розв'язання

$$\overline{a} - \overline{b} = (4 - (-1); -5 - 7) = (5; -12)$$

$$|\overline{a} - \overline{b}| = \sqrt{5^2 + (-12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

**Відповідь:**  $\overline{a} - \overline{b} = (5; -12)$ ;  $|\overline{a} - \overline{b}| = 13$ .

### Задача 3

Дано вектор  $\overrightarrow{MN}(3; -5)$ . Знайдіть координати вектора  $\overrightarrow{NM}$ .

### Розв'язання

$$\overrightarrow{NM} = -\overrightarrow{MN} = (-3; 5)$$

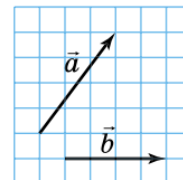
**Відповідь:**  $\overrightarrow{NM} = (-3; 5)$ .

## Пригадайте

- Як можна відняти вектори графічно?
- Як можна відняти вектори, знаючи їх координати?

## Домашнє завдання

- Опрацювати конспект і §8 підручника с.68-69
  - Розв'язати (письмово) №4, 5:
4. Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ . Побудуйте вектор  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$



5. Дано:  $\vec{a}(3; -1)$ ;  $\vec{b}(x; y)$ ;  $\vec{c}(0; 2)$ ;  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$ . Знайти:  $x$  і  $y$ .

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту [nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)

### Джерела

- Істер О.С. Геометрія: 9 клас. — Київ: Генеза, 2017
- <https://lms.e-school.net.ua/>