

Тема. Повторення. Трикутник. Площа трикутника. Подібність трикутників

Мета. Вдосконалювати вміння розв'язувати задачі на обчислення елементів та площ трикутників

Повторюємо

- Які види трикутників вам відомі?
- Які властивості та ознаки має рівнобедрений трикутник?
- Які трикутники називають подібними?
- Які ознаки подібності трикутників ви знаєте?
- Які властивості мають вписані та описані трикутники?
- Які формули площі трикутника ви знаєте?

Довідник

Трикутники рівні, якщо:	Трикутники подібні, якщо:
	
	
	

Джерело

ПЛОЩА ТРИКУТНИКА		
<p>Довільний трикутник</p>  $S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ <p>формула Герона $\left(p = \frac{a+b+c}{2} \right)$</p> $S = \frac{abc}{4R}$ <p>де R — радіус описаного кола</p> $S = r \cdot p$ <p>де r — радіус вписаного кола</p>	<p>Прямокутний трикутник</p>  $S = \frac{1}{2} ab$ $S = \frac{1}{2} c \cdot h_c$ $S = \frac{1}{2} bc \sin A$	<p>Правильний трикутник</p>  $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

Джерело

Властивість бісектриси трикутника (рис. 6). бісектриса трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні прилеглим до них сторонам. За рисунком можна скласти відношення $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

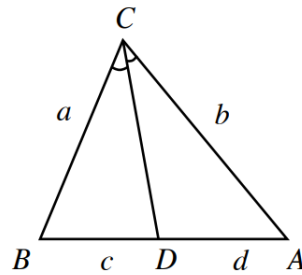


Рис. 6. Властивість бісектриси трикутника

Теорема про точку перетину медіан трикутника (рис. 7). Медіани трикутника перетинаються в одній точці і діляться нею у відношенні 2 : 1, починаючи від вершини трикутника. На основі теореми можна скласти відношення:

$$\frac{BE}{EM} = \frac{2}{1}; \frac{AE}{EL} = \frac{2}{1}; \frac{CE}{EK} = \frac{2}{1}.$$

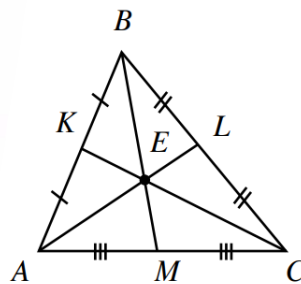


Рис. 7. До теореми про медіани трикутника

Розв'язування задач

Задача 1

Відношення периметрів подібних трикутників дорівнює коефіцієнту подібності. Доведіть це.

Розв'язання

Нехай $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ з коефіцієнтом подібності k . Це означає, що

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k, \text{ тобто } AB = kA_1B_1, BC = kB_1C_1. \text{ Маємо:}$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = \frac{kA_1B_1 + kB_1C_1 + kA_1C_1}{A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1} = \frac{kP_{A_1B_1C_1}}{P_{A_1B_1C_1}} = k.$$

Задача 2

Точка перетину діагоналей трапеції ділить одну з них на відрізки завдовжки 2 см і 5 см. Менша основа трапеції дорівнює 6 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

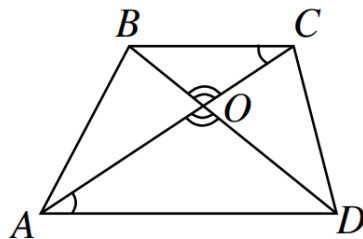
Розв'язання

Нехай у трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) діагоналі перетинаються в точці O , $BC = 6$ см (рис. 8). Розглянемо трикутники AOD і COB . У них кути при вершині O рівні як вертикальні. $\angle CAD = \angle BCA$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC та січній AC . Отже, $\triangle AOD \sim \triangle COB$ за двома кутами.

Звідси випливає, що $\frac{BC}{AD} = \frac{BO}{DO}$. Оскільки за умовою $BC < AD$, то

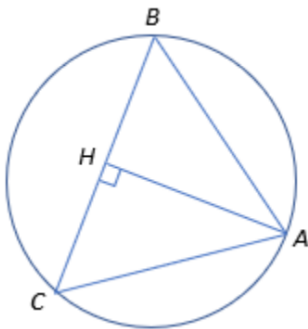
$BO < OD$, отже, $BO = 2$ см, $OD = 5$ см. Тоді $AD = \frac{BC \cdot DO}{BO} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ см.

Середня лінія трапеції дорівнює півсумі її основ, тобто $= \frac{(6 + 15)}{2} = 10,5$ см.



Задача 3

У колі проведено дві хорди BA і BC довжиною 10 см і 12 см відповідно. Знайти радіус кола, якщо відстань від точки A до хорди BC дорівнює 8 см.



Дано: $AB = 10$ см, $BC = 12$ см, $AH = 8$ см, $AH \perp BC$

Знайти R – радіус кола.

З $\triangle ABH$, за теоремою Піфагора, $AB^2 = AH^2 + BH^2$.

$BH = 6$ см.

Отже, $HC = 6$ см.

AH – висота і медіана.

Тоді за ознакою $\triangle ABC$ – рівнобедрений.

$AB = AC = 10$ см.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} 12 \cdot 8 = 48 \text{ см}^2$$

Тоді за формулою

$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$ знаходимо радіус кола, описаного навколо $\triangle ABC$.

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 12}{4 \cdot 48} = \frac{25}{4} \text{ см.}$$

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати задачі:
 1. Бісектриса кута B трикутника ABC ділить сторону AC на відрізки 24см і 27см .
Знайдіть сторони AB і BC , якщо BC довша ніж AB на 5см .
 2. Знайдіть найбільшу висоту трикутника зі сторонами 11см , 25см і 30см .

Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)