

Тема. Система двох лінійних рівнянь з двома змінними та її розв'язок. Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома змінними графічно

Після цього заняття потрібно вміти:

- перетворювати лінійні рівняння з двома змінними та знаходити їх розв'язки;
- будувати графіки лінійних рівнянь із двома змінними.

Повторюємо

- Що називають розв'язком рівняння з двома змінними?
- Сформулюйте властивості рівнянь із двома змінними.
- Як побудувати графік лінійного рівняння з двома змінними?

Виконайте вправу на повторення

Лінійна функція <https://wordwall.net/uk/resource/29181781>

Ознайомтеся з інформацією

Розглянемо ситуаційну задачу.

Оксана й Павло купили разом 5 шоколадок двох видів: з горішками за ціною 42 грн і з кунжутом за ціною 34 грн. За всю покупку вони заплатили 194 грн. Скільки шоколадок кожного виду купили Оксана й Павло?

Розв'язання.

	Ціна, грн	Кількість	Вартість, грн
3 горішками	42	x	42x
3 кунжутом	34	y	34y
		5 шт.	194

Нехай x — кількість шоколадок з горішками, y — кількість шоколадок з кунжутом. Можемо скласти два лінійні рівняння з двома змінними:
 $x + y = 5$ і $42x + 34y = 194$

Отримали систему двох лінійних рівнянь із двома змінними: $\begin{cases} x + y = 5, \\ 42x + 34y = 194 \end{cases}$

Якщо дібрати таку пару чисел $(x; y)$, яка задовольнятиме обидва рівняння системи, то систему буде розв'язано. Застосувавши спосіб перебору, отримаємо пару чисел $(3; 2)$,

яка задовольняє систему: $\begin{cases} 3 + 2 = 5, \\ 42 \cdot 3 + 34 \cdot 2 = 194 \end{cases}$

Отже, діти купили 3 шоколадки з горішками і 2 — з кунжутом.

Розв'язком системи двох лінійних рівнянь із двома змінними називають таку пару чисел $(x; y)$, яка одночасно є розв'язком кожного рівняння системи.

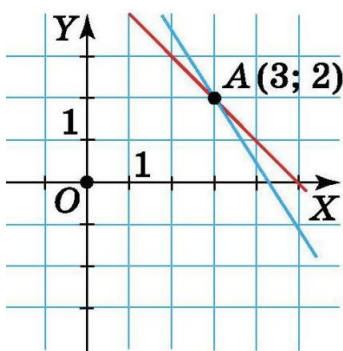
Розв'язати систему рівнянь означає знайти всі її розв'язки або встановити, що розв'язків немає.

У загальному вигляді систему двох лінійних рівнянь із двома змінними записують так:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c = 0, \\ a_2x + b_2y + c = 0 \end{cases}$$

Графічний спосіб розв'язування системи

Побудуємо в одній системі координат графіки рівнянь $\begin{cases} x + y = 5, \\ 42x + 34y = 194 \end{cases}$



Вони перетнуться в точці $A(3; 2)$ – ця пара чисел є розв'язком системи.

Щоб розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними графічним способом, треба:

- 1) в одній системі координат побудувати графік кожного з рівнянь системи;
- 2) визначити координати точки перетину цих графіків, якщо це можливо.

- Якщо графіком одного з рівнянь системи двох лінійних рівнянь із двома змінними є вся координатна площина, то розв'язком системи є загальний розв'язок іншого рівняння системи.
- Якщо одне з рівнянь системи двох лінійних рівнянь із двома змінними не має розв'язків, то система також не має розв'язків.

	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	Графіки рівнянь мають одну спільну точку	Система має єдиний розв'язок
	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	Графіки рівнянь не мають жодної спільної точки	Система не має розв'язків
	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	Графіки рівнянь мають безліч спільних точок	Система має безліч розв'язків

Розв'язування задач

Задача 1

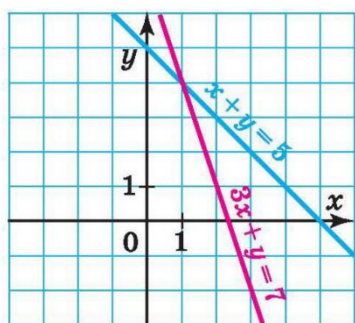
Яка з пар чисел $(-2; 1)$, $(2; -1)$, $(6; 4)$, $(8; -4)$ є розв'язком системи рівнянь $\begin{cases} 3x - 8y = -14, \\ 4x + y = 28? \end{cases}$

Розв'язання.

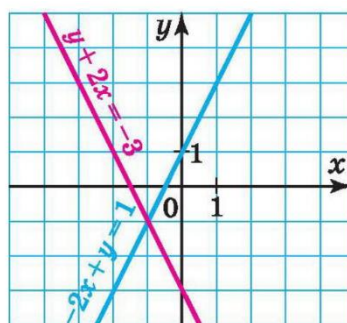
Розв'язком системи рівнянь $\begin{cases} 3x - 8y = -14, \\ 4x + y = 28? \end{cases}$, є пара чисел $(6; 4)$, бо: $\begin{cases} 3 \cdot 6 - 8 \cdot 4 = -14, \\ 4 \cdot 6 + 4 = 28. \end{cases}$

Задача 2

Визначте координати точки перетину прямих, зображених на рисунку. Запишіть відповідну систему рівнянь, перевірте знайдений розв'язок системи, підставивши координати точки перетину прямих у рівняння системи.



а



б

Розв'язання.

а) Координати точки перетину прямих $x + y = 5$ і $3x + y = 7$ дорівнюють $(1; 4)$. Координати точки $(1; 4)$ є розв'язком системи.

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ 3x + y = 7, \end{cases} \text{ бо } \begin{cases} 1 + 4 = 5, \\ 3 \cdot 1 + 4 = 7; \end{cases}$$

б) Координати точки перетину прямих $y + 2x = -3$ і $-2x + y = 1$ дорівнюють $(-1; -1)$. Координати точки $(-1; -1)$ є розв'язком системи.

$$\begin{cases} y + 2x = -3, \\ -2x + y = 1, \end{cases} \text{ бо } \begin{cases} -1 + 2 \cdot (-1) = -3, \\ -2 \cdot (-1) + (-1) = 1. \end{cases}$$

Задача 3

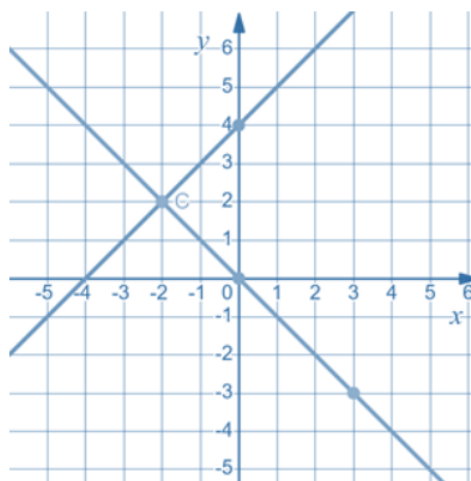
Розв'яжіть графічно систему рівнянь: 1) $\begin{cases} y = -x, \\ y = 4 + x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = 2x, \\ y = 3 + x. \end{cases}$

Розв'язання.

1) Побудуємо графіки рівнянь на одній координатній площині:

$y = -x$		
x	0	3
y	0	-3

$y = 4 + x$		
x	-2	0
y	2	4



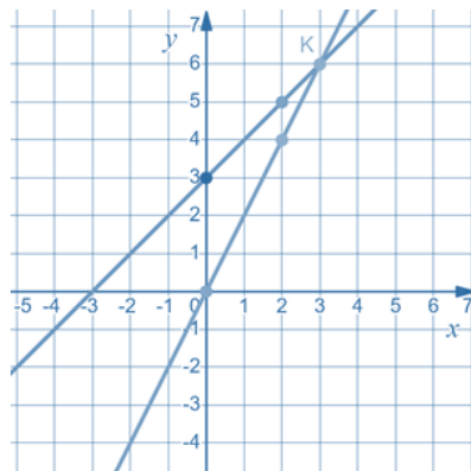
Графіки перетинаються в точці $C(-2; 2)$.

Розв'язком системи є пара чисел $(-2; 2)$.

2) Побудуємо графіки рівнянь на одній координатній площині:

$y = 2x$		
x	0	2
y	0	4

$y = 3 + x$		
x	0	2
y	3	5



Графіки перетинаються в точці $K(3; 6)$.

Розв'язком системи є пара чисел $(3; 6)$.

Поміркуйте

Скільки розв'язків може мати система двох лінійних рівнянь з двома змінними?

Домашнє завдання

- Вивчити означення з конспекту та підручника с.226-229
- Розв'язати №1168, 1172(1)

Джерело

О. Істер Алгебра, підручник для 7 класу, ч.2. - Київ: "Генеза". – 2024