

# *Урок №17*

## *Тотожні перетворення раціональних виразів*

***8 клас***

- *Мета: домогтися засвоєння учнями змісту поняття «тотожні перетворення раціональних виразів» та схеми (алгоритму) перетворення раціонального виразу на раціональний дріб.*

# Тотожні перетворення раціональних виразів

1. Перетворення будь-якого раціонального виразу можна звести до додавання, віднімання, множення та ділення раціональних дробів.
2. Суму, різницю, добуток і частку раціональних дробів завжди можна подати у вигляді раціонального дробу.

Правила дій з раціональними дробами дають змогу будь-який раціональний вираз перетворити в раціональний дріб.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D}{B \cdot D} + \frac{C \cdot B}{D \cdot B} = \frac{A \cdot D + C \cdot B}{B \cdot D}.$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

$$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n},$$

### **3. Будь-який раціональний вираз можна подати у вигляді раціонального дробу. Для цього:**

- 1) встановлюємо (визначаємо), які дії з раціональними дробами слід виконати, виходячи з умови завдання;**
- 2) обираємо спосіб виконання перетворень (за діями чи ланцюжком);**
- 3) виконуємо ці дії або у порядку спадання дії, або користуючись властивостями арифметичних дій (переставна; сполучна; розподільна) та властивостями раціональних дробів (осовною властивістю дробу).**

Розглянемо приклади перетворень раціональних виразів.

**Приклад 1.** Доведіть тотожність  $\frac{6x + y}{3x} - \frac{5y^2}{x^2} \cdot \frac{x}{15y} = 2$ .

**Розв'язання.** Спростимо ліву частину рівності:

$$\begin{aligned} \frac{6x + y}{3x} - \frac{5y^2}{x^2} \cdot \frac{x}{15y} &= \frac{6x + y}{3x} - \frac{5y^2 \cdot x}{x^2 \cdot 15y} = \frac{6x + y}{3x} - \frac{y}{3x} = \\ &= \frac{6x + y - y}{3x} = \frac{6x}{3x} = 2. \end{aligned}$$

За допомогою тотожних перетворень ми звели ліву частину рівності до правої. Отже, рівність є тотожністю.

196. Виконайте дії:

$$1) \frac{12a+b}{3a} - \frac{7b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{21b};$$

$$2) \frac{m^2-n^2}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{m-n} - \frac{m}{x+3};$$

$$3) \frac{a-b}{2a+b} + \frac{1}{a-b} : \frac{2a+b}{a^2-b^2};$$

$$4) x - \frac{x^2-xy}{x+y} \cdot \frac{x}{x-y}.$$

№ 196

$$\begin{aligned} 1) \frac{12a+b}{3a} - \frac{7b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{21b} &= \frac{12a+b}{3a} - \frac{7b^2 \cdot a}{a^2 \cdot 21b} = \\ &= \frac{12a+b}{3a} - \frac{b}{3a} = \frac{12a+b-b}{3a} = \frac{12a}{3a} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \frac{m^2-n^2}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{m-n} - \frac{m}{x+3} &= \frac{\cancel{(m-n)}(m+n) \cdot \cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+3) \cdot \cancel{(m-n)}} - \frac{m}{x+3} = \\ &= \frac{m+n}{x+3} - \frac{m}{x+3} = \frac{m+n-m}{x+3} = \frac{n}{x+3} \end{aligned}$$

196. Виконайте дії:

$$1) \frac{12a+b}{3a} - \frac{7b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{21b};$$

$$2) \frac{m^2 - n^2}{x^2 - 9} \cdot \frac{x-3}{m-n} - \frac{m}{x+3};$$

$$3) \frac{a-b}{2a+b} + \frac{1}{a-b} : \frac{2a+b}{a^2-b^2};$$

$$4) x - \frac{x^2 - xy}{x+y} \cdot \frac{x}{x-y}.$$

№ 196

$$\begin{aligned} 3) \frac{a-b}{2a+b} + \frac{1}{a-b} : \frac{2a+b}{a^2-b^2} &= \frac{a-b}{2a+b} + \frac{\cancel{(a-b)}(a+b)}{\cancel{(a-b)} \cdot (2a+b)} = \\ &= \frac{a-b}{2a+b} + \frac{a+b}{2a+b} = \frac{a-b+a+b}{2a+b} = \frac{2a}{2a+b} = \frac{2a}{2a+b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) x - \frac{x^2 - xy}{x+y} \cdot \frac{x}{x-y} &= x - \frac{x(x-y) \cdot x}{(x+y) \cdot (x-y)} = x - \overset{x+y}{\frac{x^2}{x+y}} = \\ &= \frac{x^2 + xy - x^2}{x+y} = \frac{xy}{x+y} \end{aligned}$$

198. Спростіть вираз:

$$1) \left( \frac{x}{7} + \frac{7}{x} + 2 \right) \cdot \frac{1}{x+7};$$

$$2) \left( 1 + \frac{m}{3n} \right) : \left( 1 - \frac{m}{3n} \right);$$

**№ 198**

$$1) \left( \overset{x}{\frac{x}{7}} + \overset{7}{\frac{7}{x}} + \overset{7x}{2} \right) \cdot \frac{1}{x+7} = \frac{x^2+49+14x}{7x} \cdot \frac{1}{x+7} = \frac{(x+7)^2}{7x} \cdot \frac{1}{x+7} = \frac{x+7}{7x}$$

$$2) \left( \overset{3n}{1} + \frac{m}{3n} \right) : \left( \overset{3n}{1} - \frac{m}{3n} \right) = \frac{3n+m}{3n} : \frac{3n-m}{3n} = \frac{(3n+m) \cdot 3n}{3n \cdot (3n-m)} = \frac{3n+m}{3n-m}$$



202. Виконайте дії:

$$1) \left( \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} \right) \cdot \frac{x^2-4}{4x}; \quad 2) \left( \frac{a+3}{a-3} - \frac{a-3}{a+3} \right) : \frac{24a}{a^2-6a+9}.$$

№ 202

$$\begin{aligned} 1) \left( \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} \right) \cdot \frac{x^2-4}{4x} &= \frac{(x-2)^2 - (x+2)^2}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x^2-4}{4x} = \\ &= \frac{(\cancel{x-2} - \cancel{x-2})(\cancel{x-2} + \cancel{x+2}) \cdot \cancel{(x-2)}(\cancel{x+2})}{(\cancel{x+2})(\cancel{x-2}) \cdot 4x} = \frac{-8x}{4x} = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \left( \frac{a+3}{a-3} - \frac{a-3}{a+3} \right) : \frac{24a}{a^2-6a+9} &= \frac{(a+3)^2 - (a-3)^2}{(a+3)(a-3)} \cdot \frac{(a-3)^2}{24a} = \\ &= \frac{(\cancel{a+3} - \cancel{a+3})(\cancel{a+3} + \cancel{a-3}) \cdot \cancel{(a-3)}^2}{(a+3)(\cancel{a-3}) \cdot 24a} = \frac{12a(a-3)}{(a+3) \cdot 24a} = \frac{a-3}{2a+6} \end{aligned}$$

# Домашнє завдання

Повторити §4, 5, 6.

Опрацювати §7.

Виконати завдання тесту за посиланням

<https://vseosvita.ua/test/start/dmo906>

або виконати такі вправи

№1

Спростити вираз:

$$\frac{c^2}{15b^3} \cdot \frac{9b^2}{c} + \frac{10-3c}{5b}$$

№2

Виконайте дії:

$$\left(\frac{m}{n} - m\right) : \left(\frac{m}{n} + m\right)$$

№3

Спростити вираз:

$$\left(\frac{c}{2c-d} - 2c\right) \cdot \frac{2c-d}{c}$$

№4

Запишіть у вигляді дробу вираз:

$$\frac{(k^2 - 25)}{(4 - n^2)} : \frac{(5 + k)}{(2 - n)} - \frac{5}{n + 2}$$

№5

Знайдіть значення виразу при  $t = 100$ ,  $m = 99$

$$\frac{15t^2}{m^2 - 1} \cdot \frac{m - 1}{5t} + \frac{5t}{m + 1}$$