18.09.2024. Алгебра Шаміна Л. С.

Урок № 5

Тема: Аналіз контрольної роботи. Раціональні вирази. Раціональні дроби.

Мета: домогтися засвоєння учнями змісту понять: цілий вираз, дробовий вираз, раціональний вираз, раціональний дріб, допустимі значення змінної у виразі;
сформувати в учнів уміння виділяти названі види виразів серед запропонованих виразів зі змінними, а також виконувати дії, що мають на меті знаходження ОДЗ дробового виразу;
активізувати пізнавальну діяльність учнів; формувати культуру усного та писемного мовлення;
виховувати інтерес до вивчення математики, відповідальність за результати своєї роботи, дисциплінованість;
Тип уроку: засвоєння нових знань, умінь, навичок

Хід уроку

I. Організаційний етап

II. Аналіз контрольної роботи

III. Перевірка домашнього завдання

IV. Мотивація навчальної діяльності

Історична довідка.

Сучасне позначення дробів бере свій початок у Стародавній Індії. Його стали використовувати й араби, а від них у XII-XIV ст. було запозичено європейцями. Спочатку в запису не використовувалась дробова риска. Риску дробу стали постійно застосовувати лише близько 300 років тому.

Першим європейським вченим, який став використовувати і розповсюджувати у 1200 році сучасний запис дробів, був італійський купець і мандрівник Леонардо Пізанський. Він увів слово «дріб». Назву чисельник і знаменник увів у XIII столітті Максим Пеаунд – грецький монах, учений-математик

V. Засвоєння нових знань

1. Дробові вирази. Приклади.

Дробові вирази відрізняються від цілих тим, що вони містять дію ділення на вираз зі змінними. Наприклад, $2a+\frac{x}{y}$; $\frac{a+b}{a-b}$; $\frac{2}{x}$ — дробові вирази.

2. Раціональні вирази.

Цілі й дробові вирази називають ***раціональними виразами***.

Якщо в раціональному виразі змінні замінити на числа, то отримаємо числовий вираз. Однак ця заміна можлива лише у випадку, коли вона не приводить до ділення на нуль. Вираз $\frac{x+5}{2-x}$, якщо $x=2$, не має змісту, тобто числового значення цього виразу не існує.

3. Допустимі значення змінних у раціональних виразах. Приклади.

Допустимими значеннями змінних, які входять до раціонального виразу, називають усі значення змінних, за яких цей вираз має зміст.

Наприклад, у вже розглянутому виразі $\frac{x+5}{2-x}$ допустимими значеннями є всі значення x, крім $x=2$.

4. Дріб дорівнює нулю, якщо чисельник дорівнює нулю, а знаменник не дорівнює нулю. Щоб знайти значення змінної, при якому раціональний дріб дорівнює нулю, треба:

1) знайти ОДЗ дробу;

2) прирівняти чисельник дробу до нуля і знайти відповідні значення змінних;

3) із знайдених значень змінних вилучити ті, які не входять в ОДЗ.

VI. Первинне закріплення знань

Виконання вправ

1. Дано вирази: $\frac{x+y}{x-y}$; $x^3-\frac{x}{2}$; $\frac{5}{x}+2x^2$; $\frac{xy-x}{5}$. Які з цих виразів є цілими; дробовими?

2. За яких значень змінної не має змісту вираз:

а) $\frac{5}{x}$;

б) $\frac{9+x}{x+3}$;

в) $\frac{a+4}{b(b-1)}$?

3. За яких значень змінної x має зміст вираз:

а) $\frac{x}{x-\frac{16}{x}}$;

б) $\frac{10}{3+\frac{6}{x}}$?

4. Доведіть, що вираз $\frac{x^2+2}{4x-4-x^2}$ за всіх допустимих значень змінної x набуває від'ємних значень.

5. Знайдіть допустимі значення змінної x для виразу:

а) $\frac{x}{|x|-4}$;

б) $\frac{2x+3}{(x+4)(x-7)}$.

6. За яких значень змінної x має зміст вираз:

а) $\frac{a}{3+\frac{3}{x}}$;

б) $\dfrac{1}{x-\dfrac{4}{x}}$?

7. Відомо, що 3a + 6b = 3. Знайдіть значення виразу:

а) $\dfrac{6}{a+2b}$;

б) $\dfrac{2a+4b}{a^2+4ab+4b^2}$.

8. Доведіть, що вираз $\dfrac{x^2+6x+9}{x^2-4x+4}$ за всіх допустимих значень змінної *x* набуває невід'ємних значень.

9. Знайдіть допустимі значення змінної *y* для виразу $\dfrac{2y}{|y|-y}$.

<u>Розв'язання</u>

3. а) Якщо в знаменнику дробу $\dfrac{x}{x-\dfrac{16}{x}}$ буде нуль, то вираз не матиме змісту.

$x-\dfrac{16}{x}=0$; $\dfrac{x^2-16}{x}=0$; $x \quad 0$; $x=\pm 4$.

Отже, вираз має зміст за всіх значень змінної *x*, крім 0; 4; –4.

б) $3+\dfrac{6}{x}=0$; $\dfrac{3x+6}{x}=0$; $x \quad 0$; $x=-2$.

Отже, вираз має зміст за всіх значень змінної *x*, крім 0; –2.

4. $\dfrac{x^2+2}{4x-4-x^2}=\dfrac{x^2+2}{-(x^2-4x+4)}=\dfrac{x^2+2}{-(x-2)^2}$. Оскільки $x^2+2>0$ для всіх значень змінної *x*, а $(x-2)^2$ невід'ємний для всіх значень змінної *x*, то вираз $\dfrac{x^2+2}{(x-2)^2}<0$ для всіх значень *x*, крім 2.

5. а) Допустимими значеннями змінної *x* для виразу $\dfrac{x}{|x|-4}$ будуть усі значення *x*, крім 4; –4, оскільки якщо $x=\pm 4$, то $|x|-4=0$;

б) допустимими значеннями змінної *x* для виразу $\dfrac{2x+3}{(x+4)(x-7)}$ будуть усі значення *x*, крім –4; 7, оскільки якщо $x=-4$ і $x=7$, то $(x+4)(x-7)=0$.

6. а) Вираз має зміст, якщо $x \quad 0$ і $x \quad -1$, оскільки якщо $x=0$, то не має змісту вираз $\dfrac{3}{x}$, а якщо $x=-1$, то вираз $3+\dfrac{3}{x}$ дорівнює нулю;

б) вираз має зміст, якщо $x \quad 0$ і $x \quad \pm 2$, оскільки якщо $x=0$, то не має змісту вираз $\dfrac{4}{x}$, а якщо $x=\pm 2$, то вираз $x-\dfrac{4}{x}$ дорівнює нулю.

7. Оскільки $3a+6b=9$, то $3(a+2b)=9$ і $a+2b=3$.

а) $\dfrac{6}{a+2b}=\dfrac{6}{3}=2$;

б) $\frac{2a+4b}{a^2+4ab+4b^2}=\frac{2(a+2b)}{(a+2b)^2}=\frac{2}{a+2b}=\frac{2}{3}$.

8. $\frac{x^2+6x+9}{x^2-4x+4}=\frac{(x+3)^2}{(x-2)^2}$. Вираз $(x+3)^2 \geq 0$ і вираз $(x-2)^2 \geq 0$, отже, даний вираз за всіх значень змінної x, крім 2, набуває невід'ємних значень.

9. Якщо y > 0, то $|y|=y$. Отже $|y|-y=0$ і вираз $\frac{2y}{|y|-y}$ не має змісту.

Отже, допустимими значеннями для цього виразу є всі від'ємні значення змінної

VII. Підбиття підсумків уроку

Закінчіть речення.

1. Раціональний вираз — це...
2. Дробовим називається вираз, у якому...
3. Значення виразу $\frac{b+4}{b^2+2}$, якщо $b=0$, дорівнює...
4. Допустимими значеннями для виразу $\frac{x}{x-2}$ є...
5. Вираз $\frac{a}{a^2-9}$ має зміст, якщо...
6. Вираз $\frac{y}{y+3}$ не має змісту, якщо...

VIII. Домашнє завдання

Повторити формули скороченого множення.

Опрацювати §1. Розвязати №8, 12, 14, 19

Перегляньте уважно навчальне відео

https://www.youtube.com/watch?v=IVN7tGYM3k8&authuser=1

Раціональні вирази. Раціональні вирази

1. **Цілі вирази** складаються із чисел, букв і степенів та дій додавання, віднімання, множення, піднесення до степеня та ділення, крім ділення на змінну.

Приклад. $a + b$; $2a^3$; $3x(x - y)^3$; b; 5 — цілі вирази. *!Будь-який цілий вираз можна подати у вигляді многочлена.*

2. **Дробові вирази** обов'язково містять дію ділення на вираз зі змінною (змінними), а також можуть містити всі дії, які є в цілому виразі.

Приклад. $\frac{a}{b}$; $\frac{a}{2b} + 1$; $\frac{x - y}{x^2 - y^2}$; $5x : y$ — дробові вирази.

3. Цілі вирази разом з дробовими виразами називають **раціональними виразами**.

4. 4. Запис $\frac{A}{B}$, де A і B — деякі буквені або числові вирази, називають дробом.

Дріб $\frac{A}{B}$, де A і B — многочлени називають раціональним дробом.

Приклад. $\frac{5}{a - 1}$; $\frac{a}{b + 7}$; $\frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$ — раціональні дроби.

5. **Область допустимих значень змінних у виразі** (ОДЗ) — усі такі значення змінних, при яких вираз має зміст.

Приклад. Для виразу $\frac{5}{a^2 - 4}$ допустимими є всі значення *a,* крім тих, при яких $a^2 - 4 = 0$, тобто $(a - 2)(a + 2) = 0$, тобто $a = 2$ або $a = -2$. Отже, **ОДЗ** змінної a у виразі $\frac{5}{a^2 - 4}$ можна записати так:

ОДЗ: $a \neq \pm 2$ (або $a \neq 2$ і $a \neq -2$, або всі значення *a,* крім $a = 2$ та $a = -2$).

6. Раціональний дріб $\frac{A}{B}$ дорівнює 0, тоді і тільки тоді, коли $A = 0$ і $B \neq 0$ (або $\begin{matrix} A = 0, \\ B \quad 0 \end{matrix}$)

Щоб знайти значення змінної, при якому раціональний дріб $\frac{A}{B}$ дорівнює 0, треба:

а) знайти ОДЗ дробу (з умови $B \neq 0$);

б) прирівняти чисельник до нуля ($A = 0$) і знайти відповідні значення змінних;

в) із значень, здобутих в п. б) вилучити ті, що не війшли до ОДЗ .

Приклад. При якому значенні змінної дріб $\frac{x^2 - 16}{x - 4}$ дорівнює нулю?

1) ОДЗ: $x - 4 \neq 0$; $x \neq 4$; 2) $x^2 - 16 = 0$; $(x - 4)(x + 4) = 0$; $x = 4$ або $x = -4$. 3) $x = 4$ не входить до ОДЗ, тому при $x = -4$ дріб $\frac{x^2 - 16}{x - 4}$ дорівнює нулю.