



ГЕОМЕТРІЯ 8 КЛАС

«Чотирикутники»

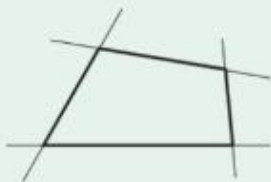
(Урок узагальнення, систематизації
та контролю знань і умінь учнів)

Мета уроку:

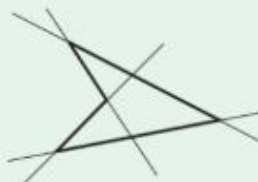
- Закріпити, узагальнити теоретичний матеріал з теми «Чотирикутники»
- Удосконалити вміння та навички розв'язування задач з теми

ЧОТИРИКУТНИК

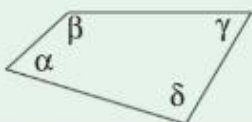
Опуклий чотирикутник



Неопуклий чотирикутник



Теорема про суму кутів чотирикутника



Сума кутів чотирикутника дорівнює 360° :

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

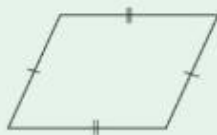
ПАРАЛЕЛОГРАМ



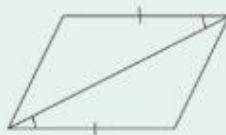
Паралелограмом називається чотирикутник, протилежні сторони якого попарно паралельні

Властивості паралелограма

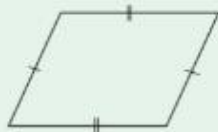
Ознаки паралелограма




Протилежні сторони паралелограма рівні



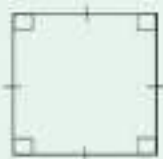
Якщо дві протилежні сторони чотирикутника паралельні й рівні, то цей чотирикутник — паралелограм




Якщо протилежні сторони чотирикутника попарно рівні, то цей чотирикутник — паралелограм

Властивості паралелограма		Ознаки паралелограма	
	Протилежні кути паралелограма рівні		Якщо протилежні кути чотирикутника попарно рівні, то цей чотирикутник — паралелограм
	Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл		Якщо діагоналі чотирикутника точкою перетину діляться навпіл, то цей чотирикутник — паралелограм

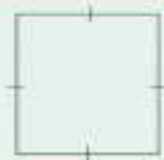
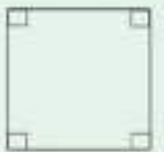

ВИДИ ПАРАЛЕЛОГРАМІВ

	Прямокутником називається паралелограм, у якого всі кути прями
	Ромбом називається паралелограм, у якого всі сторони рівні
	Квадратом називається прямокутник, у якого всі сторони рівні


Властивість прямокутника		Ознака прямокутника	
	Діагоналі прямокутника рівні		Якщо всі кути чотирикутника рівні, то цей чотирикутник є прямокутником

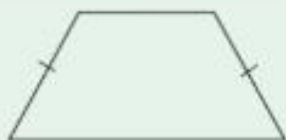
Властивості ромба	Ознака ромба
 <p>Діагоналі ромба перпендикулярні і ділять його кути навпіл</p>	 <p>Якщо всі сторони чотирикутника рівні, то цей чотирикутник є ромбом</p>

Властивості квадрата

	Усі сторони квадрата рівні, а протилежні сторони паралельні
	Усі кути квадрата прямі
	Діагоналі квадрата рівні, перпендикулярні, ділять кути квадрата навпіл і точкою перетину діляться навпіл

ТРАПЕЦІЯ

	Трапецією називається чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші непаралельні
	Прямокутною трапецією називається трапеція, у якій одна з бічних сторін перпендикулярна до основ



Рівнобічною (рівнобедреною) трапецією називається трапеція, у якій бічні сторони рівні

Властивість рівнобічної трапеції	Ознака рівнобічної трапеції
У рівнобічній трапеції кути при основі рівні	Якщо в трапеції кути при основі рівні, то така трапеція рівнобічна
	



Властивості чотирикутників

				
1. Протилежні сторони паралельні і рівні.				
2. Всі сторони рівні.				
3. Протилежні кути рівні, сума сусідніх кутів дорівнює 180° .				
4. Всі кути прямі.				
5. Діагоналі перетинаються і в точці перетину діляться пополам.				
6. Діагоналі рівні.				
7. Діагоналі взаємно перпендикулярні і являються бісектрисами кутів.				



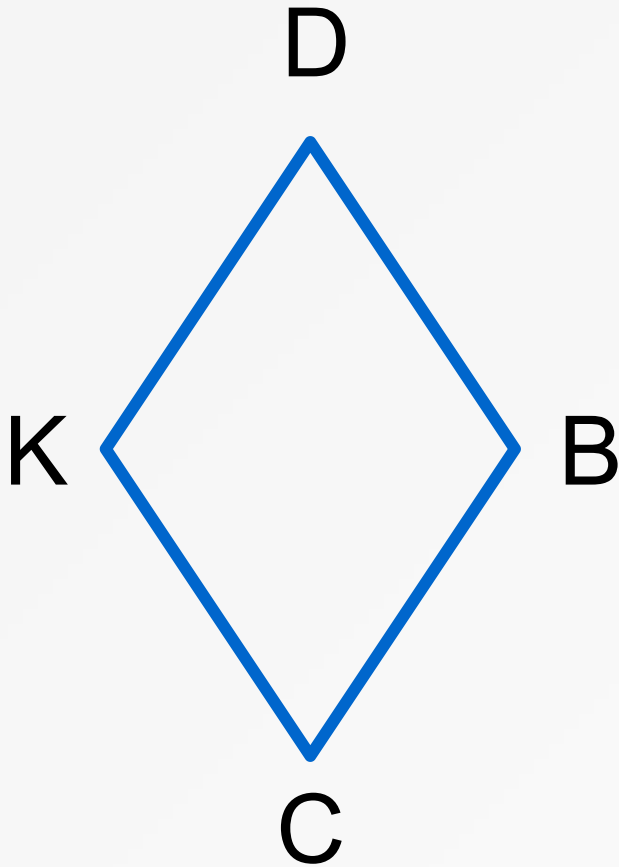
Правильні відповіді

				
1. Протилежні сторони паралельні і рівні.	+	+	+	+
2. Всі сторони рівні.	-	-	+	+
3. Протилежні кути рівні, сума сусідніх кутів дорівнює 180° .	+	+	+	+
4. Всі кути прямі.	-	+	-	+
5. Діагоналі перетинаються і в точці перетину діляться пополам.	+	+	+	+
6. Діагоналі рівні.	-	+	-	+
7. Діагоналі взаємно перпендикулярні і являються бісектрисами кутів.	-	-	+	+



Розв'язування задач

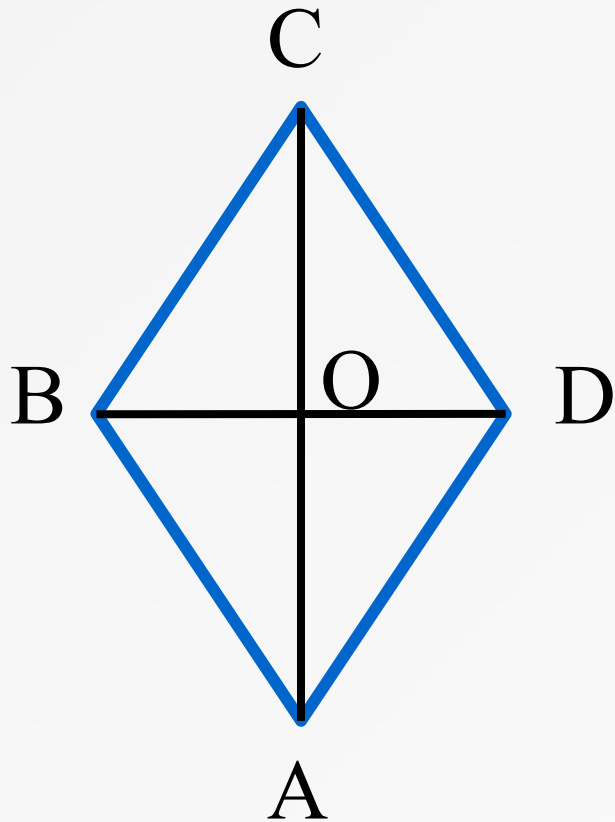
- 1) $KDBC$ - ромб, $DB = DC$.
Знайти $\angle KCB$



Розв'язання

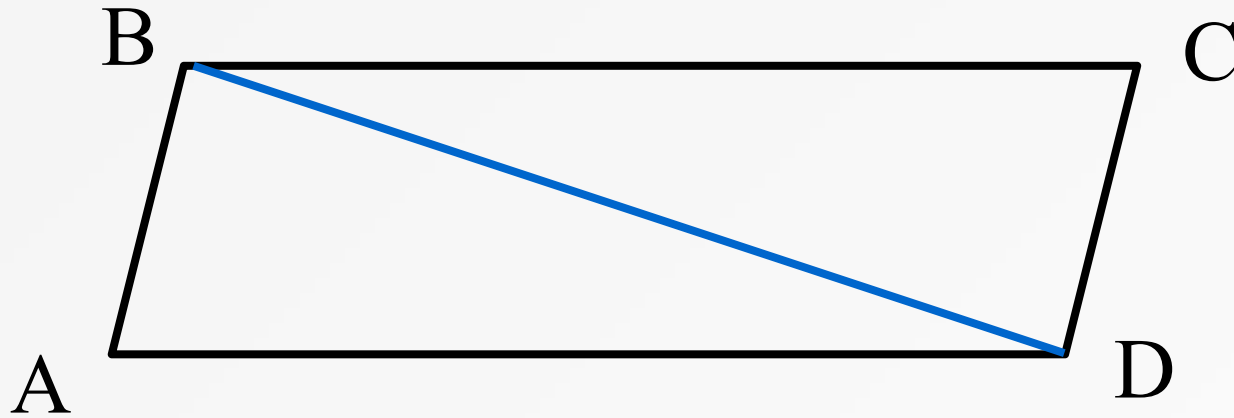
- Так як $DB = DC$, $DB = BC$, тоді $\triangle DBC$ рівносторонній. У рівностороннього трикутника всі кути рівні, $\angle B = 60^\circ$
- $\angle KCB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
- Відповідь. 120°

2) У ромбі ABCD кут $D = 120^\circ$. Знайдіть кути трикутника AOD. (O – точка перетину діагоналей).



$$\begin{aligned}\angle O &= 90^\circ, \\ \angle OAD &= 60^\circ, \\ \angle ODA &= 30^\circ\end{aligned}$$

3) Периметр паралелограма дорівнює 36 см. Знайдіть довжини його сторін, знаючи, що діагональ паралелограма ділить його кут на два кути 90° і 30° .



Розв'язання

- $\angle B = 120^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $\angle BDA = 30^\circ$
- $AD = 2 AB$
- Нехай $AB = x$ см, $AD = 2x$ см
$$2(x + 2x) = 36$$
$$6x = 36$$
$$x = 6$$
- $AB = CD = 6$ см, $AD = BC = 12$ см
- Відповідь. 6; 12; 6; 12

Експрес-контроль

1 варіант	2 варіант
<p>1. Будь-який прямокутник є:</p> <p>а) ромбом;</p> <p>б) квадратом;</p> <p>в) паралелограмом;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>	<p>1. Будь-який ромб є:</p> <p>а) квадратом;</p> <p>б) прямокутником;</p> <p>в) паралелограмом;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p> 
<p>2. Якщо в чотирикутнику діагоналі перпендикулярні, то цей чотирикутник -</p> <p>а) ромб;</p> <p>б) квадрат;</p> <p>в) прямокутник;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>	<p>2. Якщо в паралелограмі діагоналі перпендикулярні, то цей паралелограм:</p> <p>а) ромб;</p> <p>б) квадрат;</p> <p>в) прямокутник;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>
<p>3. Ромб – це чотирикутник, у якому...</p> <p>а) діагоналі в точці перетину діляться навпіл і рівні;</p> <p>б) діагоналі взаємно перпендикулярні і в точці перетину діляться навпіл;</p> <p>в) протилежні кути рівні, а протилежні сторони паралельні;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>	<p>3. Прямокутник – це чотирикутник, у якому:</p> <p>а) протилежні сторони паралельні, а діагоналі рівні;</p> <p>б) діагоналі в точці перетину діляться навпіл і являються бісектрисами кутів;</p> <p>в) два кути прямі і дві сторони рівні;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>

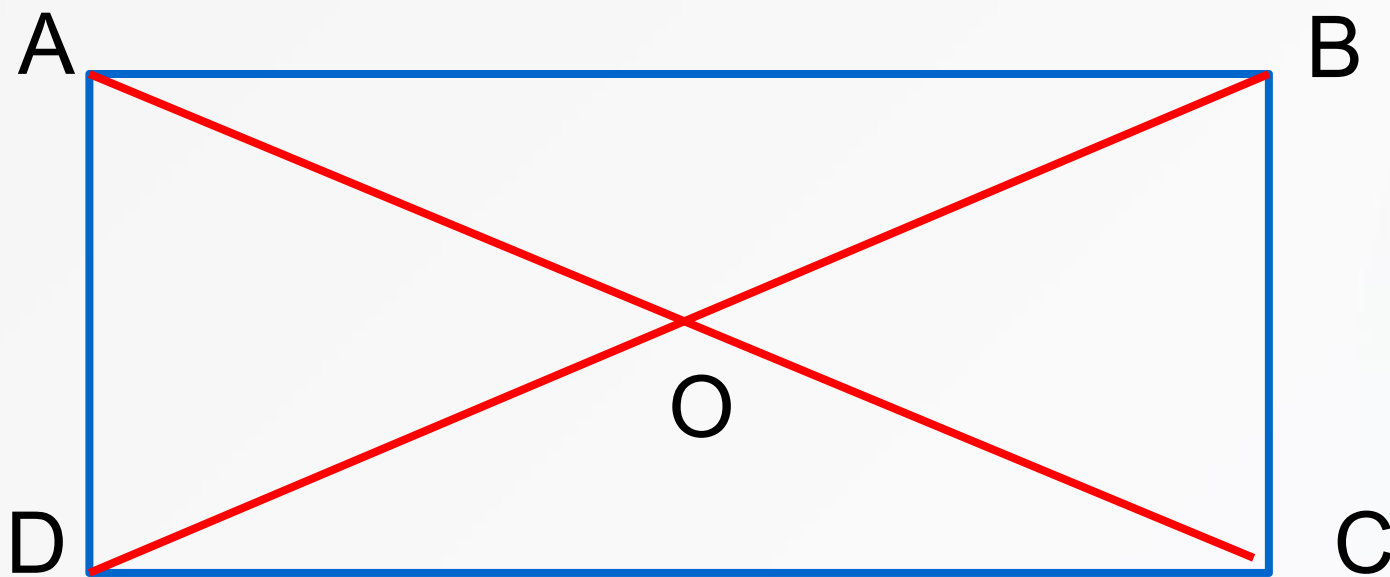


Правильні відповіді

1 варіант	2 варіант
<p>1. Будь-який прямокутник є:</p> <p>а) ромбом;</p> <p>б) квадратом;</p> <p>в) паралелограмом;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>	<p>1. Будь-який ромб є:</p> <p>а) квадратом;</p> <p>б) прямокутником;</p> <p>в) паралелограмом;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>
<p>2. Якщо в чотирикутнику діагоналі перпендикулярні, то цей чотирикутник -</p> <p>а) ромб;</p> <p>б) квадрат;</p> <p>в) прямокутник;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>	<p>2. Якщо в паралелограмі діагоналі перпендикулярні, то цей паралелограм:</p> <p>а) ромб;</p> <p>б) квадрат;</p> <p>в) прямокутник;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>
<p>Ромб – це чотирикутник, в якому...</p> <p>а) діагоналі в точці перетину діляться навпіл і рівні;</p> <p>б) діагоналі взаємно перпендикулярні і в точці перетину діляться пополам;</p> <p>в) протилежні кути рівні, а протилежні сторони паралельні;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>	<p>Прямокутник – це чотирикутник, в якому:</p> <p>а) протилежні сторони паралельні, а діагоналі рівні;</p> <p>б) діагоналі в точці перетину діляться навпіл і являються бісектрисами кутів;</p> <p>в) два кути прямі і дві сторони рівні;</p> <p>г) немає правильної відповіді.</p>



- 4) Діагоналі прямокутника утворюють між собою кут 72° . Як відносяться кути, на які поділила кут прямокутника його діагональ?

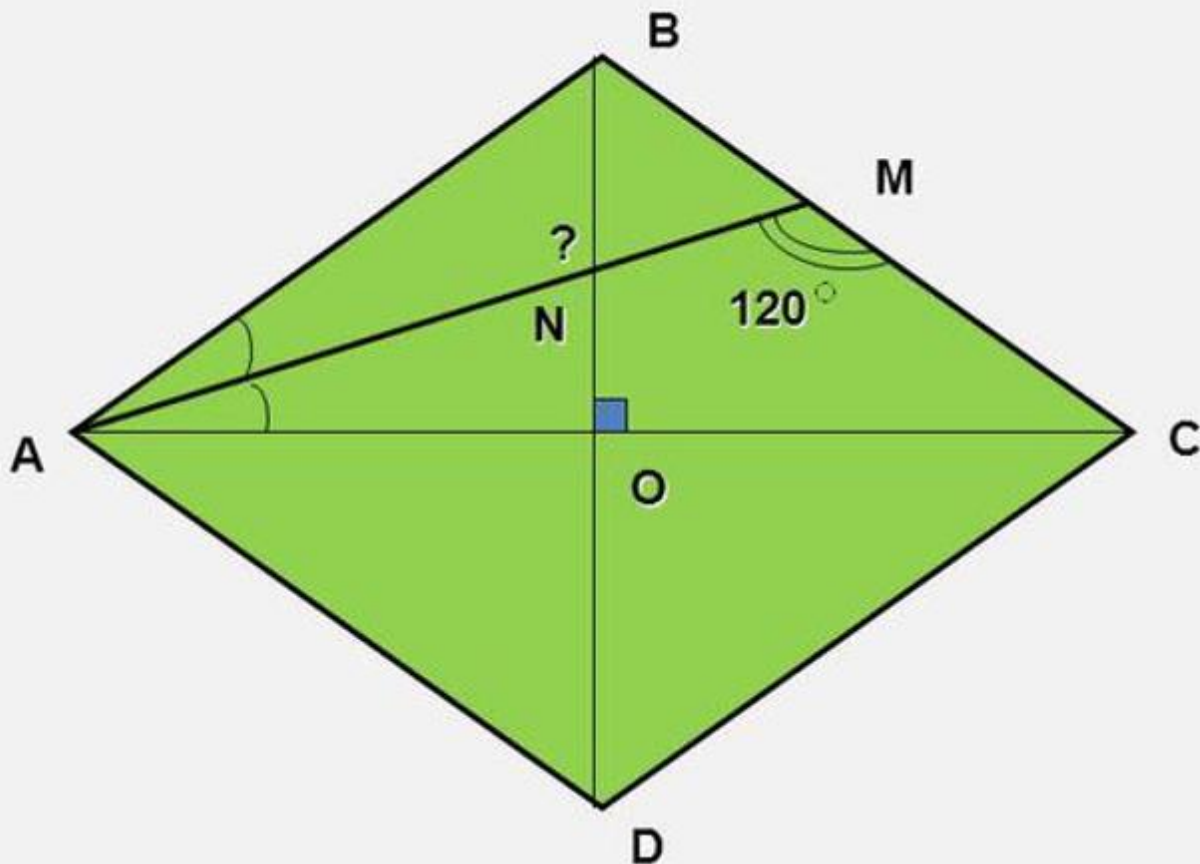


Розв'язання

- $\angle BOC = 72^0$, $OB = OC$,
- $\angle OBC = \angle OCB = (180^0 - 72^0) : 2 = 54^0$
- $\angle ABO = 90^0 - 54^0 = 36^0$
- $\frac{\angle ABO}{\angle OBC} = \frac{36}{54} = \frac{2}{3}$
- Відповідь. $\frac{2}{3}$

5)

В ромбі **ABCD**
бісектриса кута
BAC перетинає
сторону **BC** і
діагональ **BD**
відповідно в точках
M і **N**. Знайдіть кут
 $\angle ANB$, якщо
 $\angle AMC = 120^\circ$.



Розв'язування:

Діагоналі ромба є бісектрисами його кутів,
тому $\angle BAC = \angle BCA$. Так як AM – бісектриса $\angle BAC$, а $\angle BAC = \angle BCA$,
то $\angle MAC = \angle MCA : 2$.

В трикутнику AMC

$$\angle MAC + \angle MCA = 180^\circ - \angle AMC$$

$$\angle MAC + \angle MCA = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\angle MAC + \angle MCA = 60^\circ.$$

$\angle MAC = \angle MCA : 2$, тоді

$$\angle MAC = 20^\circ, \angle BAC = 40^\circ.$$

В ромбі діагоналі

взаємно перпендикулярні,

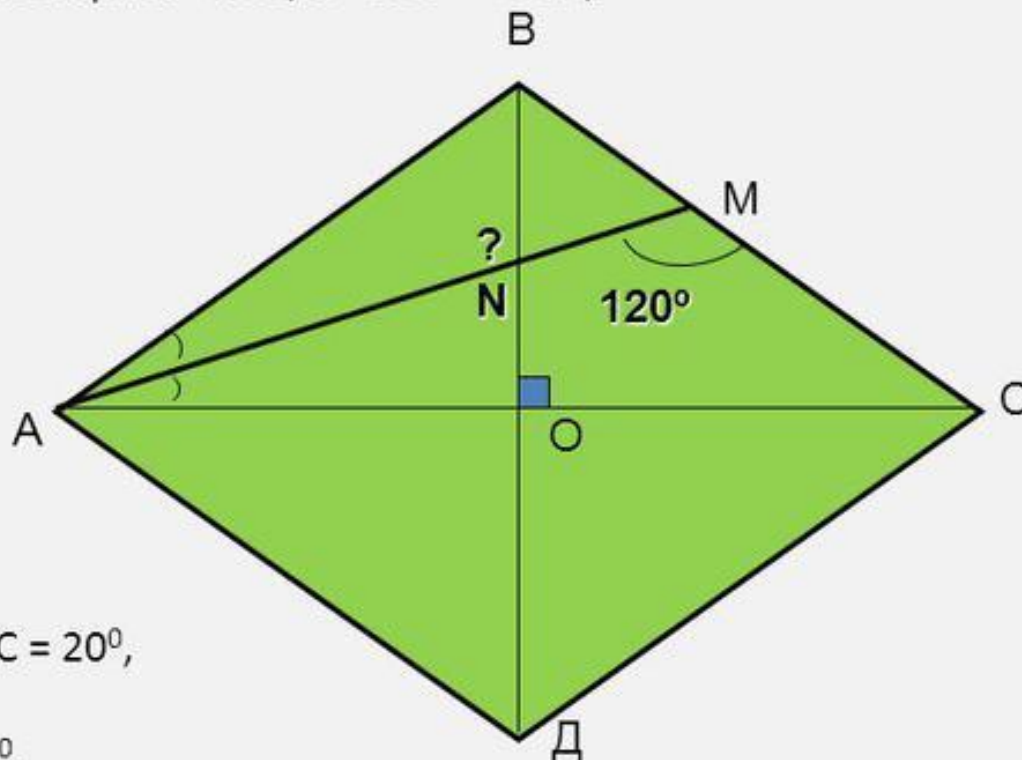
трикутник AOB – прямокутний,

$$\angle ABO = 90^\circ - \angle BAO = 50^\circ.$$

В трикутнику ABN $\angle BAN = \angle MAC = 20^\circ$,

$\angle ABN = 50^\circ$, тоді

$$\angle ANB = 180^\circ - (20^\circ + 50^\circ) = 110^\circ.$$



Відповідь: $\angle ANB = 110^\circ$.

Домашнє завдання

- Повторити: довжина кола і площа круга
- Виконати завдання за посиланням
- <https://vseosvita.ua/test/start/cxb815>