

## Тема. Узагальнення і систематизація знань

Мета. Вдосконалювати вміння розв'язувати задачі на знаходження елементів арифметичної та геометричної прогресії. Підготуватися до контролю знань з теми

### Повторюємо

- Що таке числова послідовність?
- Яку послідовність називають арифметичною прогресією?
- Що таке різниця арифметичної прогресії?
- Як виглядає формула  $n$ -го члена арифметичної прогресії?
- Як знайти суму перших  $n$ -членів арифметичної прогресії?
- Що таке геометрична прогресія?
- Що таке знаменник геометричної прогресії?
- Як виглядає формула  $n$ -го члена геометричної прогресії?
- Як знайти суму перших  $n$ -членів геометричної прогресії?

### Довідник

АРИФМЕТИЧНА ПРОГРЕСІЯ	
$a_{n+1} = a_n + d$ ,	$d$ -різниця $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$
$a_n = a_1 + d(n-1)$ ,	$a_n = a_k + d(n-k), n > k$
$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$	
$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$	
ВЛАСТИВОСТІ	
$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}, n > 1$	
$a_m + a_n = a_r + a_s, m+n=r+s$	

### Геометрична прогресія

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

$$S_n = \frac{b_{n+1} - b_1}{q - 1}, \text{ якщо } q \neq 1 \text{ та } S_n = n b_1, \text{ якщо } q = 1$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$

$$b_r \cdot b_s = b_n \cdot b_m, r + s = m + n$$

### Розв'язування задач

#### Завдання 1

Знайдіть чотири перших члени послідовності  $(a_n)$ , заданої

формулою  $n$ -го члена:  $a_n = \frac{2^n}{n}$ .

#### Розв'язання

Для знаходження перших чотирьох елементів цієї послідовності достатньо підставити 1, 2, 3 та 4 у формулу  $n$ -го члена.

$$a_1 = \frac{2^1}{1} = 2;$$

$$a_2 = \frac{2^2}{2} = 2;$$

$$a_3 = \frac{2^3}{3} = 2\frac{2}{3};$$

$$a_4 = \frac{2^4}{4} = 4.$$

## Завдання 2

Нехай перший член арифметичної прогресії  $(a_n)$  дорівнює 10, а різниця дорівнює 2. Знайдіть  $a_5$ ,  $a_{10}$ ,  $a_{33}$ .

### Розв'язання.

В умові дано, що  $a_1 = 10$ ,  $d = 2$ .

Тоді за формулою  $n$ -го члена:

$$a_5 = a_1 + 4d = 10 + 4 \cdot 2 = 18, \quad a_{10} = a_1 + 9d = 10 + 9 \cdot 2 = 28, \quad a_{33} = a_1 + 32d = 10 + 32 \cdot 2 = 74.$$

## Завдання 3

У геометричній прогресії  $(b_n)$  перший член  $b_1 = -2$  та знаменник  $q = -3$ .

Чому дорівнює  $b_5$ ?

### Розв'язання.

$$b_5 = b_1 q^4 = (-2) \times (-3)^4 = (-2) \times 81 = -162.$$

## Завдання 4

Знайти суму перших шести членів геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_2=8$ ,  $b_4=32$ .

### Розв'язання

Оскільки  $b_4 = b_1 q^3 = (b_1 q) q^2 = b_2 q^2$ , то

$$q^2 = \frac{b_4}{b_2} = \frac{32}{8} = 4, \text{ отже, } q = 2 \text{ або } q = -2.$$

Тоді існують дві прогресії, що задовольняють умову задачі:

1) якщо  $q = 2$ , то

$$b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{8}{2} = 4 \text{ і } S_6 = \frac{4(2^6 - 1)}{2 - 1} = 252;$$

2) якщо  $q = -2$ , то

$$b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{8}{-2} = -4 \text{ і } S_6 = \frac{4((-2)^6 - 1)}{-2 - 1} = -84.$$

**Відповідь:** 252 або -84.

## Завдання 5

Знайдіть суму всіх натуральних чисел які кратні числу 7 та не перевищують 999.

**Розв'язання** Натуральні числа, що кратні числу 7, утворюють арифметичну прогресію: 7; 14; 21; 28; ... , яку можна задати формулою  $a_n = 7n$ .

Знайдемо, скільки членів цієї прогресії не перевищують числа 999. Для цього розв'яжемо нерівність  $7n \leq 999$  і отримаємо, що  $n \leq 142\frac{5}{7}$ .

Отже, 142 члени прогресії не перевищують числа 999. Знайдемо їх суму, тобто  $S_{142}$ .

Маємо:  $a_1 = 7$ ,  $a_{142} = 7 \cdot 142 = 994$ . Тоді

$$S_{142} = \frac{7 + 994}{2} \cdot 142 = 71\,071.$$

**Відповідь:** 71071

## Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- С. 188-189 Домашня самостійна робота №4

Фото виконаного завдання надіслати на HUMAN або на електронну пошту [nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)

## Джерела

- Істер О.С. Алгебра. 9 клас. – Київ: Генеза, 2017. – 264с.
- [Всеукраїнська школа онлайн](#)