

Системи рівнянь з двома змінними та методи їх розв'язування

Повторення. Алгебра 7 клас

Мета:

- повторити поняття системи двох лінійних рівнянь з двома змінними, розв'язку системи двох лінійних рівнянь з двома змінними; закріпити вміння розв'язувати системи рівнянь графічним способом, способом підстановки і способом додавання;
- формувати вміння аналізувати інформацію; розвивати увагу, логічне мислення, пам'ять;
- виховувати наполегливість у досягненні мети, зацікавленість у пізнанні нового, самостійність.

Завдання:

З наведених рівнянь виберіть те, графіком якого є:

- 1) пряма, яка проходить через точку $A(-2;3)$;
- 2) пряма, яка проходить через початок координат;
- 3) пряма, паралельна осі Oy ;
- 4) пряма, паралельна осі Ox ;
- 5) вся координатна площина.

площина.

- А) $2y + 5x = 2(y + 1)$
- Б) $2x + y = -1$
- В) $x + 3y - 6 = 3(y - 2) + x$
- Г) $2x + 6y + 4 = 2(x + 3y)$
- Д) $x + 2 = 2(y + 1)$

Система рівнянь з двома змінними

- Якщо є два рівняння з двома змінними і треба знайти спільні розв'язки цих обох рівнянь, то кажуть, що треба розв'язати **систему рівнянь з двома змінними**.
- Ці два рівняння записують через кому і об'єднують фігурною дужкою.
- Наприклад:
$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x + 2y = 7; \end{cases}$$
- Обидва рівняння цієї системи є лінійними, тому таку систему називають **системою лінійних рівнянь з двома змінними**.

- **Розв'язком системи рівнянь з двома змінними** називають пару значень змінних, яка перетворює кожне рівняння в правильну рівність.
- Наприклад, пара чисел (3; 2) є розв'язком системи
- $$\begin{cases} x - y = 1, \\ x + 2y = 7; \end{cases}$$
- **Розв'язати систему рівнянь** - це означає знайти всі її розв'язки або довести, що їх немає.
- Наприклад,
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = -1, \\ y = x^2 + 5 \end{cases}$$
- Перше рівняння системи не має розв'язку, тоді не існує спільних розв'язків рівнянь, що входять до неї.
- Дана система розв'язків не має.

Графічний метод розв'язування систем

- Ми вже вміємо будувати графіки рівнянь з двома змінними. Якщо побудувати графіки обох рівнянь системи в одній системі координат і знайти точки перетину цих графіків, то ми знайдемо спільний розв'язок цих рівнянь, отже, розв'яжемо систему **графічно**.
- **Щоб розв'язати систему рівнянь з двома змінними графічно, треба:**
- *побудувати в одній координатній площині графіки рівнянь, що входять до системи;*
- *знайти координати всіх точок перетину побудованих графіків;*
- *отримані пари чисел і будуть шуканими розв'язками.*

Розв'язування вправ

- №1
- Розв'язати систему графічно
- $\begin{cases} x-y=1, \\ x+2y=7; \end{cases}$

Побудуємо в одній системі координат графіки двох прямих:

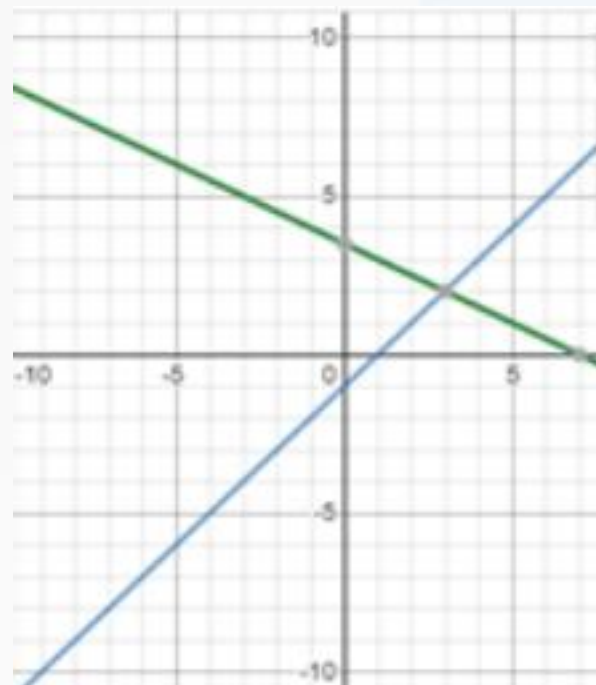
- $y = x - 1$

x	0	1
y	-1	0

- $x + 2y = 7$

x	1	7
y	3	0

Відповідь: (3; 2).



- №2 Розв'яжіть систему графічно

- $$\begin{cases} 2x+3y=6, \\ 3x-y=9; \end{cases}$$

Накреслимо графіки двох прямих в одній системі координат.

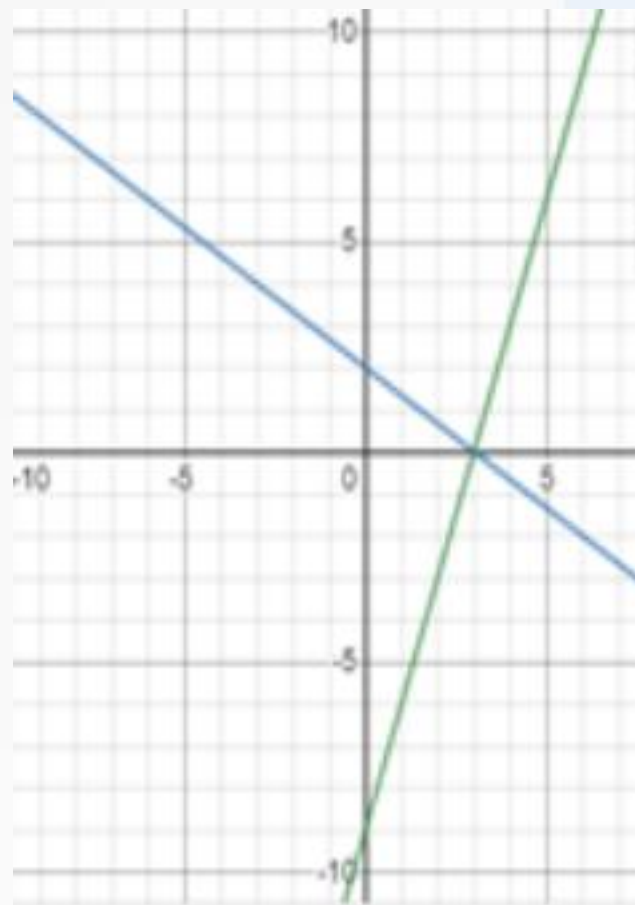
- $y=(6-2x)/3$

- | | | |
|---|---|---|
| x | 0 | 3 |
| y | 2 | 0 |

- $y = 3x - 9$

x	0	3
y	-9	0

- Відповідь: (3; 0)



Розв'язування систем методом підстановки

- Щоб розв'язати систему лінійних рівнянь методом підстановки, треба:
- 1) виразити з будь-якого рівняння одну змінну через другу;
- 2) підставити в інше рівняння системи замість цієї змінної вираз, отриманий на першому кроці;
- 3) розв'язати рівняння з однією змінною, отримане на другому кроці;
- 4) підставити знайдене значення змінної у вираз, отриманий на першому кроці;
- 5) обчислити значення другої змінної;
- 6) записати відповідь.
- Цю послідовність дій називають **алгоритмом розв'язування системи двох лінійних рівнянь методом підстановки.**
-

Розв'язування вправ

- №3. Розв'язати систему рівнянь методом підстановки
- $$\begin{cases} y = 3x - 1, \\ 2x + y = 9; \end{cases}$$
- В першому рівнянні системи y виражений через x . Підставимо його в друге рівняння: $2x + 3x - 1 = 9$.
- Розв'яжемо це рівняння відносно змінної x .
$$5x - 1 = 9;$$
$$5x = 10;$$
$$x = 2.$$
- Підставимо $x = 2$ в перше рівняння:
$$y = 3 \cdot 2 - 1 = 6 - 1 = 5.$$
- Відповідь: $(2; 5)$.

№4

$$\begin{cases} 2x+y=10, \\ 4x-7y=2; \end{cases}$$

- Виразимо з першого рівняння змінну y через x .

$$y = 10 - 2x.$$

- Підставимо цей вираз в друге рівняння:

$$4x - 7(10 - 2x) = 2;$$

$$4x - 70 + 14x = 2;$$

$$18x - 70 = 2;$$

$$18x = 72;$$

$$x = 4.$$

- Підставимо $x = 4$ в перше рівняння: $y = 10 - 2 \cdot 4 = 10 - 8 = 2$.
- Відповідь: $(4; 2)$.

№5

$$\begin{cases} 3x+4y=0, \\ 2x-5y=46; \end{cases}$$

- Виразимо змінну x через y з першого рівняння:

$$3x = -4y;$$

$$x = -\frac{4}{3}y.$$

- Підставимо в друге рівняння:

$$2 \cdot \left(-\frac{4}{3}y\right) - 5y = 46;$$

$$y = -46 \cdot \frac{3}{23};$$

$$-\frac{8}{3}y - 5y = 46;$$

$$-7\frac{2}{3}y = 46;$$

$$y = 46 : \left(-7\frac{2}{3}\right);$$

$$y = -6$$

- $x = -\frac{4}{3} \cdot (-6) = 8.$

- Відповідь: $(8; -6).$

Розв'язування систем лінійних рівнянь методом додавання

- Щоб розв'язати систему лінійних рівнянь методом додавання, треба:
- 1) За допомогою множення обох частин рівняння на однакові множники, зробити так, щоб при одній зі змінних коефіцієнти стали протилежними числами;
- 2) додати почленно ліві й праві частини рівнянь, отриманих на першому кроці;
- 3) отримаємо рівняння з однією змінною (бо коефіцієнти при другій змінній в сумі дадуть 0);
- 4) розв'язати це рівняння з однією змінною;
- 5) підставити знайдене значення в будь-яке з двох рівнянь;
- 6) обчислити значення другої змінної.
- Цю послідовність дій називають **алгоритмом розв'язування системи двох лінійних рівнянь методом додавання.**
-

Розв'язування вправ

- №6. Розв'язати систему методом додавання:
- $$\begin{cases} 3x + y = 14, \\ 5x - y = 10; \end{cases}$$
- Додамо рівняння почленно:
$$3x + y + 5x - y = 14 + 10;$$
$$8x = 24;$$
$$x = 3$$
- Підставимо знайдене значення в будь-яке рівняння системи, наприклад, у друге:
$$5 \cdot 3 - y = 10;$$
$$15 - y = 10;$$
$$y = 15 - 10;$$
$$y = 5.$$
- Відповідь: (3; 5).

№7

$$\begin{cases} x - 3y = 5, \\ 4x + 9y = 41; \end{cases} \quad (\cdot 3)$$
$$\begin{cases} 3x - 9y = 15, \\ 4x + 9y = 41; \end{cases}$$

додамо почленно:

- $3x - 9y + 4x + 9y = 15 + 41;$
 $7x = 56;$
 $x = 8;$
- Підставимо значення $x = 8$ у перше рівняння системи:
 $8 - 3y = 5;$
 $3y = 8 - 5;$
 $3y = 3;$
 $y = 1.$
- Відповідь: $(8; 1).$
-

- №8 $\begin{cases} 3x - 2y = 1, \\ 12x + 7y = -26; \end{cases} \quad (\cdot(-4))$
- $\begin{cases} -12x + 8y = -4, \\ 12x + 7y = -26; \end{cases}$
- $-12x + 8y + 12x + 7y = -4 + (-26);$
- $15y = -30;$
- $y = -30/15;$
- $y = -2.$
- Підставимо знайдене значення $y = -2$ у перше рівняння системи:
- $3x - 2 \cdot (-2) = 1;$
- $3x + 4 = 1;$
- $3x = -3;$
- $x = -1.$
- Відповідь: $x = -1, y = -2.$
-

- №9
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6, & (\cdot (-3)) \\ 3x + 5y = 8; & (\cdot 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x - 9y = -18, \\ 6x + 10y = 16; \end{cases}$$

$$-6x - 9y + 6x + 10y = -18 + 16;$$

$$y = -2.$$

- Підставимо значення $y = -2$ у перше рівняння:

$$2x + 3 \cdot (-2) = 6;$$

$$2x - 6 = 6;$$

$$2x = 12;$$

$$x = 6.$$

- Відповідь : $(6; -2)$.

Домашнє завдання:

- Опрацюйте п.26-28 підручника Алгебра 7 клас Мерзляк А.Г.
- Виконайте тренувальні вправи

№1. Яка з пар чисел $(-2; 1)$, $(2; -1)$, $(6; 4)$, $(8; -4)$ є розв'язком системи рівнянь
$$\begin{cases} 3x - 8y = -14, \\ 4x + y = 28? \end{cases}$$

№2. Розв'язати систему рівнянь всіма способами

$$\begin{cases} 2x - 5y = 10, \\ 4x - y = 2; \end{cases}$$