

## Тема. Нерівності з однією змінною

**Мета.** Ознайомитися з поняттями нерівності з однією змінною, розв'язку нерівності, множини розв'язків нерівності, навчитися розв'язувати нерівності з однією змінною.

### Пригадайте

- Що таке рівняння, розв'язок рівняння?
- Що значить розв'язати рівняння?
- Що таке область допустимих значень?

### Ознайомтеся з інформацією

**Нерівністю з однією змінною** називається нерівність, що містить одну незалежну змінну.

- Розв'язком нерівності з однією змінною називають значення змінної, яке перетворює її на правильну числову нерівність.
- Розв'язати нерівність означає знайти всі її розв'язки або довести, що розв'язків не існує.
- Усі розв'язки нерівності утворюють множину розв'язків нерівності.
- Якщо нерівність не має розв'язків, то множина розв'язків нерівності є порожньою множиною, і позначають її символом  $\emptyset$ .
- Варто завжди пам'ятати про область допустимих значень, тобто ОДЗ.

### Завдання

#### Усні вправи

#### Задача 1

Які із чисел 1, 5, -7 та 3,5 є розв'язками таких нерівностей:

- 1)  $x > 5$ ;
- 2)  $x^2 \leq 20$ ;
- 3)  $\frac{1}{x} > 0$ ;
- 4)  $3x < x^2$ .

#### Розв'язання

	$x > 5$	$x^2 \leq 20$	$\frac{1}{x} > 0$	$3x < x^2$
1	-	+	+	-
5	-	-	+	+
-7	-	-	-	+
3,5	-	+	+	+

## Задача 2

Знайдіть множину розв'язків таких нерівностей:

- 1)  $0 \cdot x > 2$ ;
- 2)  $0 \cdot x < 2$ ;
- 3)  $(x + 1)^2 < 0$ ;
- 4)  $(x - 2)^2 \leq 0$ .

### Розв'язання

ОДЗ в усіх прикладах — це всі дійсні числа.

1)  $0 \cdot x = 0 \not> 2$

$x \in \emptyset$ , або розв'язків немає;

2)  $0 \cdot x = 0 < 2$

$x \in \mathbb{R}$ , або  $x$  є довільним числом;

3)  $(x + 1)^2 \geq 0$ , а тому  $(x + 1)^2 \not< 0$  та  $x \in \emptyset$ , або розв'язків немає;

4)  $(x - 2)^2 \geq 0$ , тому  $(x - 2)^2 \not< 0$

Знайдімо розв'язки  $(x - 2)^2 = 0$

$x - 2 = 0$

Отже, розв'язком є лише  $x = 2$ .

## Письмові вправи

### Задача 3

Знайдіть розв'язки нерівностей:

- 1)  $\frac{x^2 + 2}{x^2} \geq 0$ ;
- 2)  $\frac{x^2 + 2}{x^2 + 2} > 1$ ;
- 3)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} \leq 1$ ;
- 4)  $\frac{x^2}{x^2 + 2} > 0$ .

### Розв'язання

1) ОДЗ:  $x^2 \neq 0$ , тому ОДЗ:  $x \neq 0$ .

$x^2 + 2 > 0$ ,  $x^2 > 0$  для всіх  $x$  з ОДЗ, отже  $\frac{x^2 + 2}{x^2} \geq 0$

2)  $x^2 + 2 > 0$ , тому ОДЗ — усі дійсні числа.

$\frac{x^2 + 2}{x^2 + 2} = 1 \not> 1$ , тому розв'язків немає.

3) ОДЗ  $x^2 - 4 \neq 0$ , тобто  $x \neq 2$ ,  $x \neq -2$ .

$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} = 1 \leq 1$ , тобто розв'язки — це всі дійсні числа, крім 2 та -2.

4) ОДЗ — усі дійсні числа.

$x^2 + 2 > 0$  і  $x^2 \geq 0$ , тому  $\frac{x^2}{x^2 + 2} \geq 0$ . Щоб виконувалась строга нерівність, потрібно відкинути ті значення, для яких  $\frac{x^2}{x^2 + 2} = 0$ , тобто  $x = 0$ .

Відповідно, розв'язками цієї нерівності є всі дійсні числа, крім 0.

#### Задача 4

Розв'яжіть нерівності:

1)  $(x - 2)^2 \leq 0$ ;

2)  $|x| \geq -x^2$ ;

3)  $|x| > -x$ .

#### Розв'язання

1)  $(x - 2)^2 \geq 0$ , отже  $(x - 2)^2 \leq 0$  виконується тільки за умови  $(x - 2)^2 = 0$ , тобто тільки для  $x = 2$ . Відповідно, розв'язком цієї нерівності є тільки число 2;

2)  $|x| \geq 0 \geq -x^2$ ;

3) а)  $x > 0$ , тоді  $|x| = x > 0 > -x$ .

б)  $x \leq 0$ , тоді  $|x| = -x \not< -x$ .

Відповідно, розв'язками є всі додатні числа.

#### Пригадайте

- Що називають нерівністю з однією змінною?
- Як розв'язати нерівність з однією змінною?

#### Домашнє завдання

- Повторити властивості числових нерівностей
- Розв'язати в зошиті:

1. Знайти ОДЗ виразу: 1)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ ; 2)  $\frac{4}{x^2 - 9}$ .

2. Знайти множину розв'язків нерівності: 1)  $\frac{4}{x^2 - 9} \geq 0$ ; 2)  $(x - 5)^4 \leq 0$ .

Фото виконаних домашніх робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

[nataliartemiuk.55@gmail.com](mailto:nataliartemiuk.55@gmail.com)

#### Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](#)