

Сьогодні  
27.12.2024

*Урок*  
*№ 80*



## Узагальнення і систематизація знань за 1 семестр



Мета уроку:  
узагальнити і систематизувати  
знання та вміння, щодо розділів  
1 семестру: звичайні дроби та  
відношення і пропорції.



## ПОВТОРИМО: Алгоритм додавання мішаних чисел

Щоб додати мішані числа, треба:

- звести дробові частини до найменшого спільного знаменника;
- додати окремо цілі та дробові частини;
- якщо необхідно, скоротити дріб;
- якщо дробова частина суми вийде неправильним дробом, тоді виділити з неї цілу частину й отримане число додати до цілої частини суми.



## Алгоритм віднімання мішаних чисел

- звести дробові частини до найменшого спільного знаменника;
- якщо дробова частина зменшуваного менше дробової частини від'ємника, треба «позичити» одиницю з цілої частини;
- відняти окремо цілі й дробові частини;
- якщо необхідно, скоротити дріб.





У скінченний десятковий дріб можна перетворити тільки ті нескоротні дроби, знаменники яких можна розкласти на прості множники 2 і 5

**Приклад:** Знаменник дроби  $\frac{2}{3}$  не можна помножити ні на яке натуральне число, щоб одержати 10, 100, 1000 і т.д., тому цей дріб не можна записати у вигляді кінцевого десяткового дроби.  $\frac{2}{3} = 0,666\dots$  (три крапки означають, що число 6 повторюється і далі).

**Приклад:** 
$$3,27 + 4\frac{3}{16} = 3,27 + 4\frac{3 \cdot 625}{16 \cdot 625} = 3,27 + 4\frac{1875}{10000} = 3,27 + 4,1875 = 7,4575$$

При діленні натурального числа на натуральне отримаємо або скінченний, або нескінченний десятковий дріб.

$$3 : 50 = \frac{3}{50} = \frac{3 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{6}{100} = 0,06.$$

$$2 : 9 = 0,22222\dots (\text{число } 2 \text{ повторюється і далі}).$$



Дріб такого виду називають періодичним, а повторювану цифру (або групу цифр) — періодом дробу.

Нескінчений періодичний десятковий дріб — десятковий дріб, у якому нескінченно повторюється певна група цифр.

Мінімальна група цифр, яка повторюється, називається періодом.  
Період записується в круглих дужках.



Приклад:

$$\frac{8}{9} = 8 : 9 = 0,88888... = 0,(8). \text{ Цифра } (8) \text{ — період дробу.}$$

$$\frac{29}{110} = 29 : 110 = 0,26363... = 0,2(63). \text{ Група цифр } (63) \text{ — період дробу.}$$



Якщо в десятковий дріб потрібно перетворити мішане число, достатньо чисельник дробової частини поділити на знаменник і до утвореного десяткового дробу додати цілу частину мішаного числа.

**Приклад:**

Подати число  $7\frac{47}{50}$  у вигляді десяткового дробу.

Розв'язання:  $\frac{47}{50} = 47:50 = 0,94$ , то  $7\frac{47}{50} = 7,94$ .





## Десяткове наближення звичайного дробу

### Правило знаходження десяткового наближення звичайного дробу

Щоб знайти десяткове наближення звичайного дробу до певного розряду, достатньо:

- 1) виконати ділення до наступного розряду;
- 2) знайдений результат округлити.



### Правило додавання та віднімання дробів з різними знаменниками

Щоб додати (відняти) два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило додавання (віднімання) дробів з рівними знаменниками.

Повторимо:

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 3}{24} + \frac{1 \cdot 4}{24} = \frac{9}{24} + \frac{4}{24} = \frac{13}{24}$$

$$\frac{7}{16} - \frac{5}{12} = \frac{7 \cdot 3}{48} - \frac{5 \cdot 4}{48} = \frac{21}{48} - \frac{20}{48} = \frac{1}{48}$$



Якщо результатом обчислення є неправильний дріб, то у відповіді його записують у вигляді мішаного числа.

### Властивості додавання дробів з різними знаменниками

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

переставна

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q}\right)$$

сполучна



$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{10}{51} + \left(\frac{5}{9} + \frac{1}{9}\right) = \frac{10}{51} + \frac{6}{9} = \frac{10}{51} + \frac{17}{3} = \frac{10 + 34}{51} = \frac{44}{51}; \\ 2) \quad & \frac{31}{35} - \left(\frac{17}{35} + \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{31}{35} - \frac{17}{35}\right) - \frac{1}{5} = \frac{14}{35} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}. \end{aligned}$$



## Алгоритм віднімання мішаних чисел

- звести дробові частини до найменшого спільного знаменника;
- якщо дробова частина зменшуваного менше дробової частини від'ємника, треба «позичити» одиницю з цілої частини;
- відняти окремо цілі й дробові частини;
- якщо необхідно, скоротити дріб.

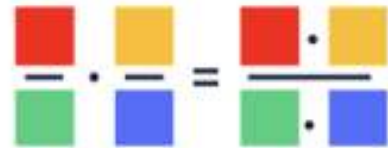


### Множення звичайних дробів

Добуток двох дробів дорівнює дробу, чисельник якого дорівнює добутку чисельників даних дробів, а знаменник — добутку їх знаменників.



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$



$$\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{4 \cdot \cancel{5}^2}{\cancel{5}_3 \cdot 6} = \frac{2}{3}$$

Множники чисельника і знаменника бажано скоротити ще до їх множення.

Можна знайти добуток трьох і більше дробів

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n} = \frac{a \cdot c \cdot m}{b \cdot d \cdot n}$$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{9} = \frac{\cancel{3} \cdot 5 \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot 6 \cdot \cancel{9}_3} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 1}{1 \cdot 6 \cdot 3} = \frac{5}{18}$$



Щоб помножити мішані числа, треба спочатку записати їх у вигляді неправильних дробів, а потім скористатися правилом множення дробів.

$$2\frac{4}{7} \cdot 1\frac{5}{9} = \frac{18}{7} \cdot \frac{14}{9} = \frac{\overset{2}{\cancel{18}}}{\cancel{9}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\cancel{7}} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{4}{1} = 4$$





Щоб помножити дріб на натуральне число, треба його чисельник помножити на це число, а знаменник залишити без змін.

$$48 \cdot \frac{2}{3} = \frac{48}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\cancel{48}^{16} \cdot 2}{1 \cdot \cancel{3}} = \frac{16 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{32}{1} = 32$$

### Закони множення

$$a \cdot b = b \cdot a$$

переставний

$$a(b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

сполучний

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

розподільний

### За сполучним законом

$$\frac{4}{7} \cdot \left( \frac{7}{6} \cdot \frac{3}{5} \right) = \left( \frac{\cancel{4}^2}{7} \cdot \frac{\cancel{7}}{\cancel{6}_3} \right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{5} = \frac{2}{5}$$



За розподільним законом

$$\begin{aligned} \underline{3\frac{3}{4}} \cdot \frac{7}{9} + \underline{3\frac{3}{4}} \cdot \frac{5}{6} &= \underline{3\frac{3}{4}} \left( \frac{7}{9} + \frac{5}{6} \right) = 3\frac{3}{4} \left( \frac{14}{18} + \frac{15}{18} \right) = 3\frac{3}{4} \cdot \frac{29}{18} = \\ &= \frac{5}{4} \cdot \frac{29}{6} = \frac{145}{24} = 6\frac{1}{24} \end{aligned}$$



При множенні на 0 отримуємо 0.

При множенні числа на 1 отримуємо те саме число

$$\frac{5}{20} \cdot 0 = 0 \quad \frac{5}{20} \cdot 1 = \frac{5}{20}$$



## Ділення звичайних дробів

**Ділення — це дія, за допомогою якої за добутком і одним з множників можна знайти другий множник.**

**Щоб поділити один дріб на інший, потрібно помножити перший дріб на дріб, обернений другому.**

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Наприклад:

### Ділення звичайних дробів

$$\frac{3}{7} : \frac{4}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{15}{28}$$

$$\frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2^{\cancel{2}} \cdot \cancel{4}^1 \cdot \cancel{3}^1}{3^{\cancel{3}} \cdot \cancel{2}_1 \cdot 1} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3}$$



### Ділення цілого числа на звичайний дріб


**Щоб ціле число поділити на звичайний дріб , треба ціле число помножити на дріб, обернений дільнику, або спочатку записати ціле число у вигляді неправильного дробу, а потім виконати ділення звичайних дробів.**



$$8 : \frac{4}{5} = 8 \cdot \frac{5}{4} = \frac{2\cancel{8} \cdot 5}{\cancel{4}_1} = \frac{2 \cdot 5}{1} = \frac{10}{1} = 10$$

$$8 : \frac{4}{5} = \frac{8}{1} : \frac{4}{5} = \frac{8}{1} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2\cancel{8} \cdot 5}{\cancel{4}_1} = \frac{2 \cdot 5}{1} = \frac{10}{1} = 10$$

## Основна властивість відношення



**Відношення двох чисел не зміниться, якщо члени його помножити або поділити на одне і те ж саме число, відмінне від нуля.**

Відношення 5 до 2 і 2 до 5, як і дроби  $\frac{5}{2}$  і  $\frac{2}{5}$  називають **взаємно оберненими**.



Якщо  $a$  і  $b$  — два числа або два значення однієї і тієї ж величини, тоді:

- ✓ відношення  $a$  до  $b$  — це частка від ділення  $a$  на  $b$ ;
- ✓ якщо  $a > b$ , тоді відношення  $a : b$  показує, у скільки разів  $a$  більше  $b$ ;
- ✓ якщо  $a < b$ , тоді відношення  $a : b$  показує, яку частину  $a$  становить від  $b$ ;
- ✓ відсоткове відношення  $a$  до  $b$  — це відношення  $a : b$ , виражене у відсотках і дорівнює  $(a : b) \cdot 100$ .



**Рівність двох відношень називають пропорцією.**

$$\frac{m}{k} = \frac{n}{t} \text{ або } m : k = n : t$$

Усі члени пропорції відмінні від нуля:  $m \neq 0, k \neq 0, n \neq 0, t \neq 0$ .

Відношення 3:2 і 12:8 рівні, оскільки  $3 : 2 = 1,5$  і  $12 : 8 = 1,5$ .

Отримуємо рівність  $3 : 2 = 12 : 8$  або  $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$

Читають: «Відношення 3 до 2 дорівнює відношенню 12 до 8» або «3 так відноситься до 2, як 12 відноситься до 8».





## Повідомлення теми уроку та мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів



Основна властивість пропорції:

добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Якщо  $\frac{m}{k} = \frac{n}{t}$ , або  $m:k=n:t$ , тоді  $m \cdot t = k \cdot n$

Числа  $m$  і  $t$  називають крайніми членами пропорції, а числа  $k$  і  $n$  — середніми.

У пропорції  $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$  добуток **крайніх** членів  $3 \cdot 8 = 24$  і добуток **середніх** членів  $2 \cdot 12 = 24$  рівні.

Правильне і обернене твердження. Якщо  $m, k, n$  і  $t$  не рівні нулю числа і  $m \cdot t = k \cdot n$ , тоді  $\frac{m}{k} = \frac{n}{t}$ .

## Повідомлення теми уроку та мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів



Якщо  $3 \cdot 8 = 2 \cdot 12$ , тоді  $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$  .

У пропорції  $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$  поміняємо місцями середні або крайні члени, тоді отримаємо знову правильні рівності.

$$\frac{3}{12} = \frac{2}{8} \quad ; \quad \frac{8}{2} = \frac{12}{3}$$

У випадку, коли необхідно визначити один невідомий член пропорції, кажуть, що треба розв'язати пропорцію.

Будь-який крайній член пропорції дорівнює добутку середніх членів, діленому на інший крайній член пропорції.

Будь-який середній член пропорції дорівнює добутку крайніх членів, діленому на інший середній член пропорції.

Приклад. Розв'язати пропорцію використовуючи основну властивість.



$$\frac{1,4}{y} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{1,4}{y} = \frac{7}{4}$$

$$1,4 \cdot 4 = y \cdot 7$$

$$y = \frac{1,4 \cdot 4}{7} = \frac{0,2 \cdot 4}{1} = \frac{0,8}{1} = 0,8$$

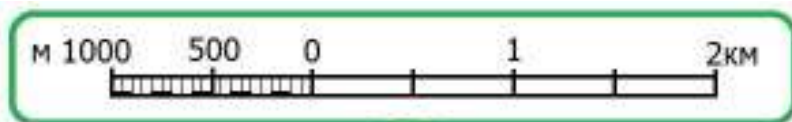
$$y = \underline{\underline{0,8}}$$

## Пряма пропорційна залежність



**Дві величини називають прямо пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з них у кілька разів, інша збільшується (зменшується) у стільки ж разів.**

**Якщо дві величини прямо пропорційні, тоді відношення відповідних значень цих величин рівні.**



Лінійний

# МАСШТАБ

показує у скільки разів  
зменшене зображення

Числовий

1:50 000

зменшення  
в 50 000 разів

Іменований

в 1 см – 500 м

- в 1 см - 50 000 см
- в 1 см - 500 м
- в 1 см - 0.5 км



## Пряма пропорційна залежність

Повторимо:

Дві величини називають прямо пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з них у кілька разів, інша збільшується (зменшується) у стільки ж разів.



Сторона квадрата, дм	2	6	8	10
Периметр квадрата, дм	8	24	32	40

Якщо дві величини прямо пропорційні, тоді відношення відповідних значень цих величин рівні.



## Обернена пропорційна залежність



**Дві величини називають обернено пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з них у кілька разів, інша зменшується (збільшується) у стільки ж разів.**

Якщо дві величини обернено пропорційні, тоді відношення значень однієї величини дорівнює оберненому відношенню відповідних значень іншої величини.



**Відсотковим відношенням двох чисел називають відношення цих чисел, виражене у відсотках. Відсоткове відношення показує, скільки відсотків одне число становить від другого.**



№1 Відсоткове відношення двох чисел 12 і 75 становить 16%.  
Запис означає, що число 12 становить 16% = 0,16 частину числа 75.

№1. Склад фарфору:

$\frac{1}{2}$  частини – біла глина;  $\frac{1}{4}$  частина – кварца  
 $\frac{1}{4}$  частина – польового шпату  
 $\frac{1}{4}$  частина = 25%;  $\frac{1}{2}$  частин = 50%

*Дані показують скільки відсотків і яких складових входять до фарфору. Ці числа називають відсотковим відношенням двох чисел.*

## Повідомлення теми уроку та мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів

Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел (або скільки відсотків одне число складає від іншого), потрібно знайти відповідну частку і помножити її на 100%.



№2 Скільки відсотків складає число 45 від числа 180.

$$\frac{45}{180} \cdot 100\% = 25\%$$

№3 За зміну пекар випече – 120 паляниць. До обіду він випік 72 паляниці. Яку частину норми він виготовив?

$$\frac{72}{120} \cdot 100\% = 60\%$$

№4 Вкладник поклав на депозит 4000 грн, а через рік отримав 800 грн прибутку. Який відсоток річних по нараховує банк?

$$\frac{800}{4000} \cdot 100\% = 20\%$$





Відсотки можна записувати у вигляді десяткових дробів:  
 $12 \% = 0,12$ ;  $37 \% = 0,37$ ;  $119 \% = 1,19$ , або у вигляді звичайних дробів:

$$27 \% = \frac{27}{100}; \quad 32 \% = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}; \quad 115 \% = \frac{115}{100} = 1\frac{3}{20}.$$

Пригадаємо, як розв'язується кожна з трьох типів задач на відсотки.

### **Задача 1 (знаходження відсотків від числа).**

Вкладник поклав до банку 2500 грн. Банк нараховує 12 % річних.  
Який прибуток матиме вкладник через рік?

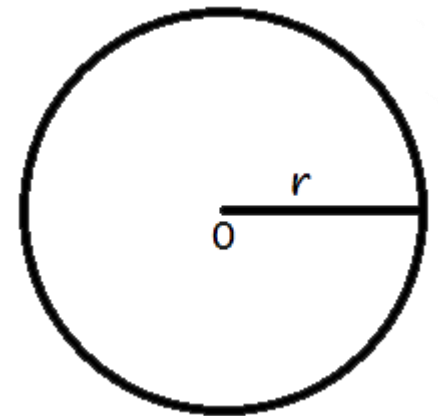
**Коло** — це фігура на площині, в якій усі точки розташовані на рівній відстані від однієї точки, яка є центром кола.

Відстань від центра кола до будь-якої точки кола називається **радіусом** і в записах позначається буквою **R**. Радіус — з латинського слова *radius* - "спиця в колесі".

Центр кола найчастіше позначається буквою **O**.

Коло ділить площину на дві частини: внутрішню та зовнішню.

## Коло

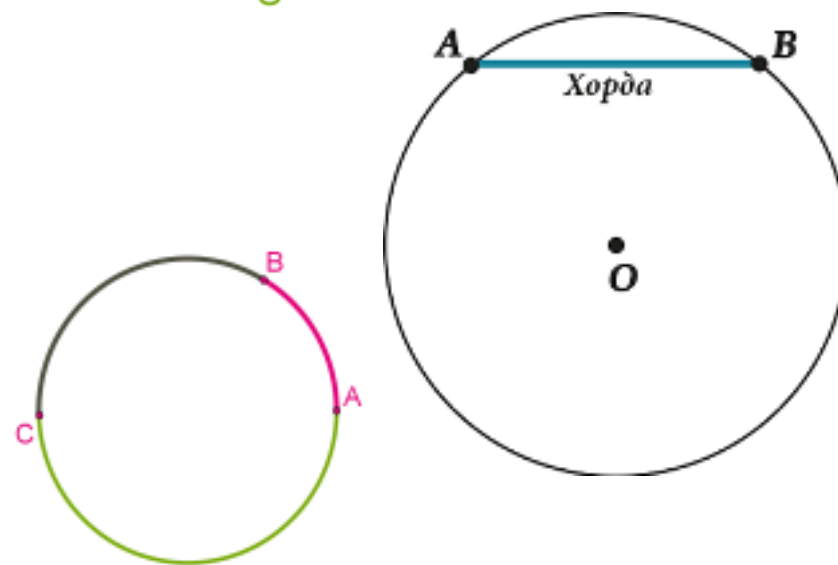
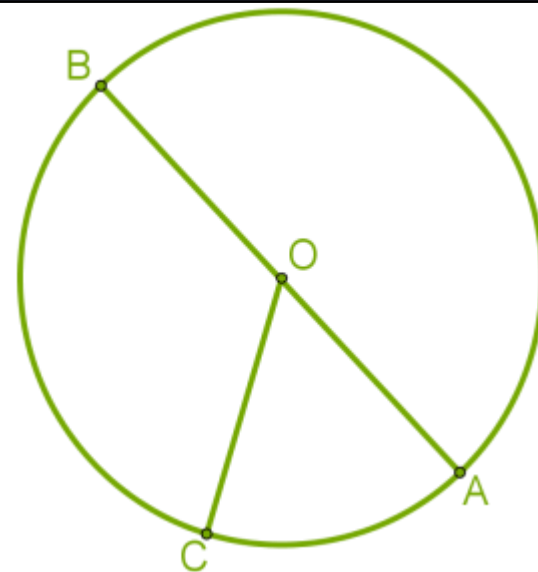


Відрізки  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  — це **радіуси**, їх довжини рівні.

Відрізок  $AB$ , що проходить через центр кола (круга), називається **діаметром** і позначається буквою  $D$ .

**Хорда** — відрізок  $AB$ , що з'єднує будь-які дві точки кола. Діаметр кола — це найбільша хорда. Довжина діаметра дорівнює довжині двох радіусів:  **$D=2R$** .

Діаметр ділить коло на два півкола, а круг — на два півкруги. Точки на колі ділять коло на частини, які називаються **дугами**, а точки — кінцями цих дуг.



## Довжина кола

 $\pi$ 

3.14159

265358979

32384626433

82379502884197

169399375105820974

94459230781640628620899

86280348253421170679821480865

1328230664709384460955058223172535940

812848111745028410270193852110555964462294895493

Ми маємо формулу для обчислення довжини кола, якщо відомий діаметр:

$$C = \pi \cdot d$$

Якщо згадаємо, що  $d = 2r$ , то формула довжини кола виглядатиме так:

$$C = 2\pi \cdot r$$

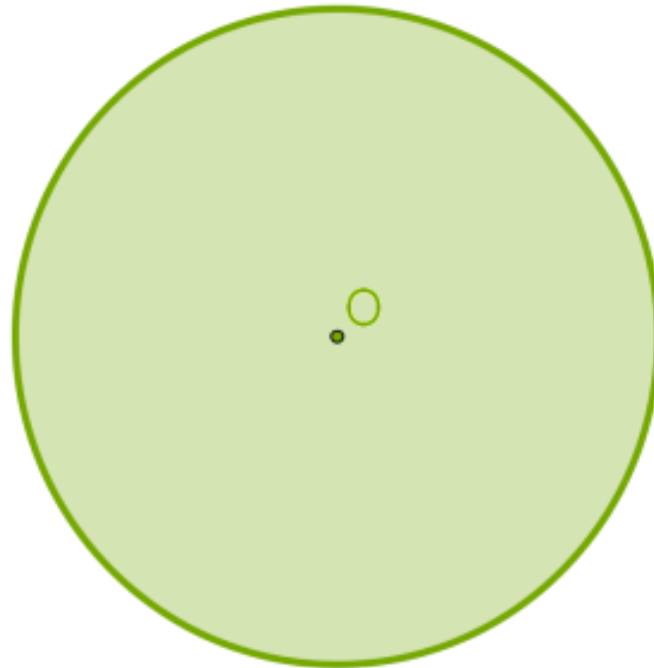


## Круг. Площа круга

Внутрішня частина кола, що включає саме коло, називається **кругом**.

Площа круга  
обчислюється  
за формулою:

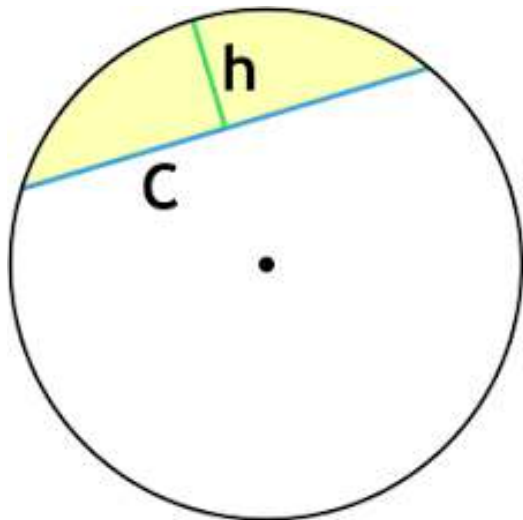
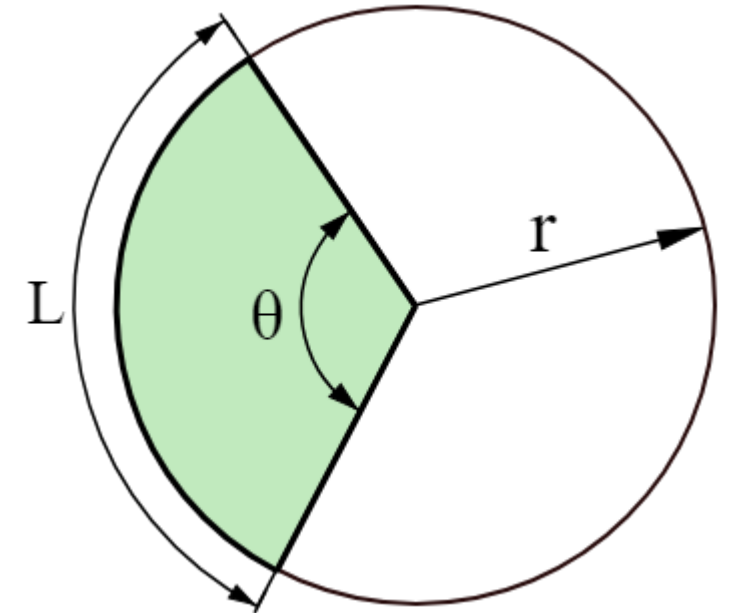
$$S = \pi \cdot r^2$$





## Круговий сектор та сегмент круга

**Сектор** — це частина круга, обмежена дугою та двома радіусами, що з'єднують кінці дуги з центром круга.



**Сегмент** — це частина круга, обмежена дугою кола та її хордою.

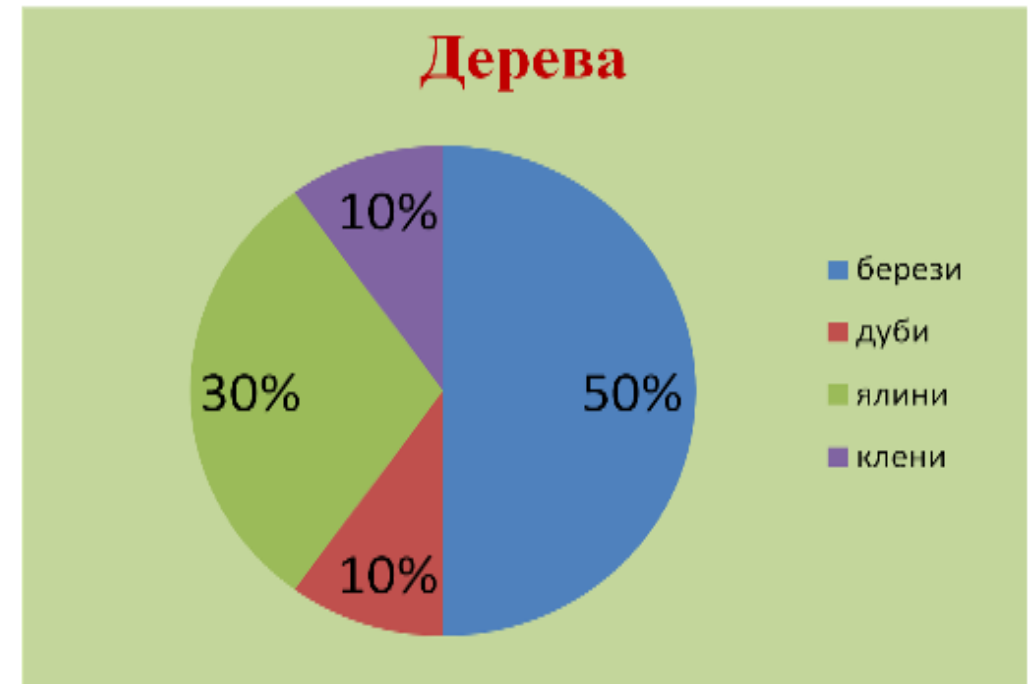
## Кругова діаграма

- Складається з круга, поділеного радіусами на частини;
- Більшому значенню величини відповідає більший сектор;
- Може розташовуватись вертикально або горизонтально;
- Значення величин підписуються.



## Побудова кругової діаграми

- В парку ростуть дерева: 50% - берези, 10% - дуби, 30% - ялини, 10% - клени. Побудувати кругову діаграму, що ілюструє задачу.
- $360^{\circ} - 100\%$ ;
- $360^{\circ} : 100\% = 3,6^{\circ} - 1\%$ ;
- $50\% \cdot 3,6^{\circ} = 180^{\circ}$  - берези;
- $10\% \cdot 3,6^{\circ} = 36^{\circ}$  - дуби;
- $30\% \cdot 3,6^{\circ} = 108^{\circ}$  - ялини;
- $10\% \cdot 3,6^{\circ} = 36^{\circ}$  - клени.



## Завдання № 1

(1 бал)

Укажіть, з яких відношень можна скласти пропорцію.

А)  $21:7$  і  $12:3$ . Б)  $9:3$  і  $15:3$ . В)  $25:5$  і  $15:5$ . Г)  $20:5$  і  $10:2$ . Д)  $45:5$  і  $18:2$ .

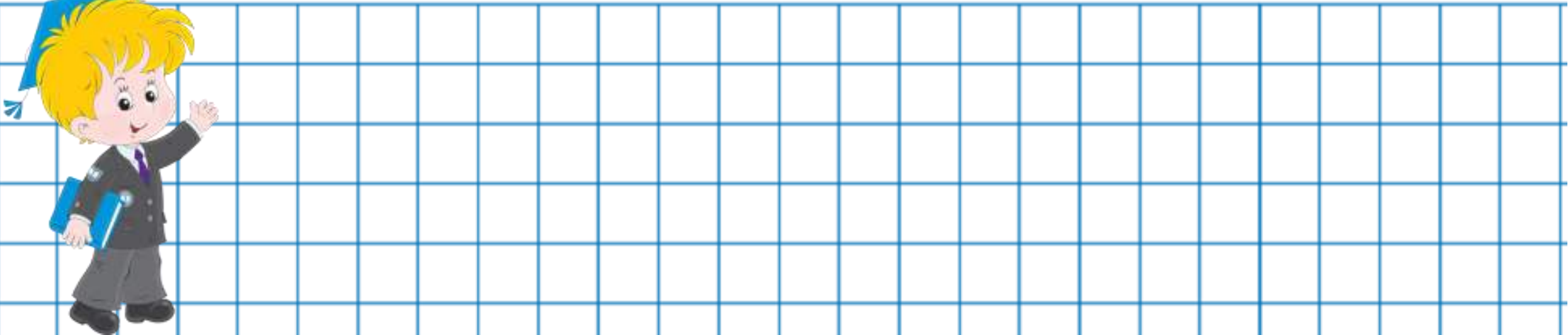


## Завдання № 2

(1 бал)

Діаметр кола 18,6 см. Знайдіть його радіус.

А) 8,6 см. Б) 9,3 см. В) 9,1 см. Г) 8,4 см. Д) інша відповідь.



## Завдання № 3

(1 бал)

Розмістіть дроби в порядку зростання:  $\frac{35}{56}$ ;  $\frac{32}{56}$ ;  $\frac{11}{14}$ .

А)  $\frac{35}{56}$ ;  $\frac{32}{56}$ ;  $\frac{11}{14}$ . Б)  $\frac{11}{14}$ ;  $\frac{32}{56}$ ;  $\frac{35}{56}$ . В)  $\frac{35}{56}$ ;  $\frac{11}{14}$ ;  $\frac{32}{56}$ . Г)  $\frac{32}{56}$ ;  $\frac{35}{56}$ ;  $\frac{11}{14}$ . Д)  $\frac{11}{14}$ ;  $\frac{35}{56}$ ;  $\frac{32}{56}$ .



## Завдання № 4

(1 бал)

Чому дорівнює 20% від 300?

А) 60   Б) 80   В) 40   Г) 90   Д) інша відповідь.





## Завдання № 5

(1 бал)

Знайти число, 40% якого дорівнює 120.

А) 210. Б) 240. В) 300. Г) 480. Д) 160.



## Завдання № 6

(1 бал)

20% учнів 6-х класів вчаться в музичній школі. Яку частину круга становлять ці діти під час побудови кругової діаграми?

А)  $\frac{1}{2}$ . Б)  $\frac{1}{5}$ . В)  $\frac{2}{3}$ . Г)  $\frac{1}{3}$ . Д) інша відповідь.



## Завдання № 7

(2 бали)

Виконати дії:

$$\left(6,8 - 3\frac{3}{5}\right) : 5\frac{5}{6}$$



## Завдання № 8

(2 бали)

Прямий кут поділіть на три частини у відношенні 3:5:7.



## Завдання № 9

(2 бали)

Туристи, долаючи маршрут, першого дня пройшли  $\frac{1}{9}$  маршруту. Другого дня – проїхали  $\frac{2}{5}$  решти шляху на велосипеді, а третього дня подолали залишок шляху – 48 км на автомобілі. Яка довжина маршруту?.



## Перевірка завдань

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Д	Б	Г	А	В	Б	$\frac{96}{175}$	$18^\circ, 30^\circ, 42^\circ$	90 км





1. Що ви знаєте про основні дії з дробами?
2. Що ви знаєте про пропорції та відношення чисел?
3. В чому різниця між колом і кругом?
4. Навіщо використовують кругові діаграми?





**Повторити  
теоретичний матеріал  
з розділів підручника  
№1-2.**

