

Тема: Ромб та його властивості

Мета: засвоїти означення ромба, навчити розпізнавати ромб серед інших чотирикутників, засвоїти основну властивість ромба;

Давайте повторимо матеріал, який вивчали в попередніх класах

Рівнобедрений трикутник

- Має дві рівні сторони (*Дві рівні сторони рівнобедреного трикутника зветься бічними сторонами, а третя сторона – основою. Рівнобедрений трикутник має дві рівні сторони за означенням.*)
- Кути при основі рівні (*Властивість кутів рівнобедреного трикутника*)
- Якщо в трикутнику два кути рівні, то він рівнобедрений (*Ознака рівнобедреного трикутника*)

Рівносторонній трикутник

- Всі сторони рівні (*за означенням*)
- Всі кути рівні (*Наслідок*)
- Якщо в трикутнику всі кути рівні, то він рівносторонній (*Ознака рівностороннього трикутника*)

Вивчення нового матеріалу

Ромб

Ромбом називається паралелограм, у якого всі сторони рівні.

Так як ромб є окремим випадком паралелограма то для нього справджуються всі властивості паралелограма.

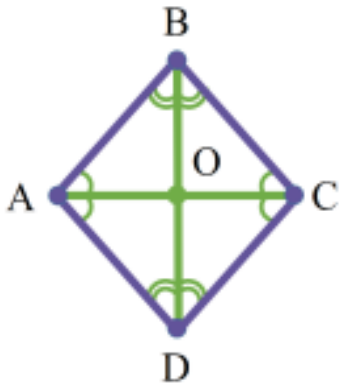
1. Протилежні сторони рівні;
 2. Протилежні кути рівні;
 3. Діагоналі точкою перетину діляться навпіл;
- Також сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180° , діагональ ділить на два рівні трикутники та ін.*

Особливості ромба

Теорема (властивості ромба)

Діагоналі ромба перпендикулярні і ділять його кути навпіл.

Доведення:



Дано:

$ABCD$ – ромб;

O – точка перетину;

Довести:

$AC \perp BD$;

$\angle ABD = \angle CBD = \angle ADB = \angle CDB$;

$\angle BAC = \angle DAC = \angle BCA = \angle DCA$;

Доведення:

Так як $AB = BC$ (за означенням ромба) $\Rightarrow \triangle ABC$

– рівнобедрений.

Так як $AO = OC$ (за властивістю ромба) $\Rightarrow BO$ – медіана $\triangle ABC$, тобто BO – висота і бісектриса $\triangle ABC$ (так як $\triangle ABC$ – рівнобедрений).

Отже, $BD \perp AC$ (BO висота $\triangle ABC$) і $\angle ABD = \angle CBD$ (BO бісектриса $\triangle ABC$).

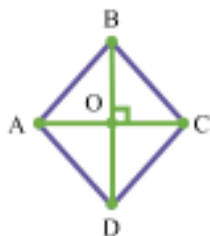
Аналогічні доведення робимо для діагоналі AC і протилежних кутів даних діагоналей. **Доведено**

Ознака ромба

- 1. Якщо всі сторони чотирикутника рівні, то цей чотирикутник – ромб.

**Доводимо використовуючи ознаку паралелограма та означення ромба.*

- 2. Якщо діагоналі паралелограма перпендикулярні, то цей паралелограм – ромб



Доведення:

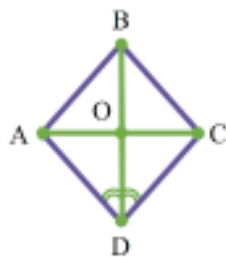
Нехай $AC \perp BD$. $OB = OD$ (властивість паралелограма).

$\triangle AOB = \triangle AOD$ (за двома катетами) $\Rightarrow AB = AD$.

$AB = DC$ (за властивістю паралелограма) $\Rightarrow AB = BC = DC = AD$;

За ознакою 1, дана геометрична фігура є ромбом.

- 3. Якщо діагональ ділить навпіл кути паралелограма, то цей паралелограм – ромб.



Доведення:

Нехай $\angle ADB = \angle CDB$.

Так як $BC \parallel AD$, BD – січна $\Rightarrow \angle CBD = \angle ADB$;

$\angle CBD = \angle ADB$ | $\Rightarrow \angle CBD = \angle CDB$;

Так як $\angle CBD = \angle CDB$, то $\triangle CBD$ – рівнобедрений, отже $CB = CD$.

$CB = AD$ (за властивістю паралелограма) $\Rightarrow AB = BC = DC = AD$;

$CD = AB$

За ознакою 1, дана геометрична фігура є ромбом.

Варто пам'ятати

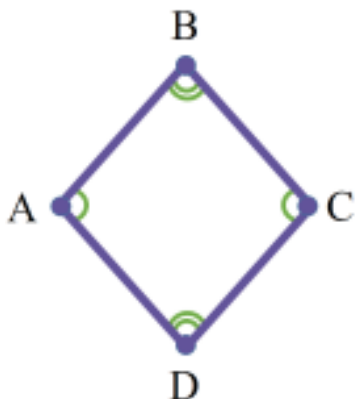
Щоб установити, що даний паралелограм — ромб, доведіть, що в ньому: або всі сторони рівні (означення ромба), або діагоналі взаємно перпендикулярні (ознака ромба).

I. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

Знайдіть кути ромба, якщо:

- а) Один із них на 120° більший за інший;
- б) Одна з його діагоналей дорівнює стороні;



Дано:

$ABCD$ – ромб;

а) $\beta - \alpha = 120^\circ$;

б) $AC = AB$

Знайти:

а) α –?, б) α –?
 β –?, β –?

Розв’язок:

а) Один із них на 120° більший за інший

Нехай $\angle D = x \Rightarrow \angle D = \angle B = x$ (протилежні кути ромба рівні);

Тоді $\angle A = x + 120^\circ \Rightarrow \angle A = \angle C = x + 120^\circ$ (протилежні кути ромба рівні);

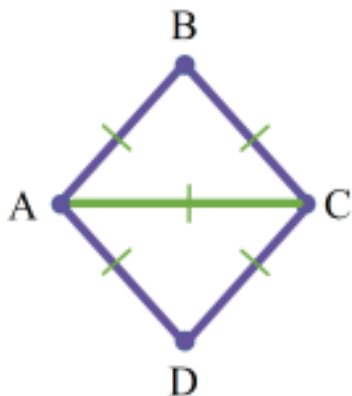
Так як $\angle A + \angle D = 180^\circ$ (властивість сусідніх кутів ромба)

$$x + x + 120^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 60^\circ$$

$$x = 30^\circ, \text{ отже } \angle D = 30^\circ;$$

$$\text{Тоді } \angle A = \angle C = x + 120^\circ = 30^\circ + 120^\circ = 150^\circ.$$



б) Одна з його діагоналей дорівнює стороні;

Нехай $AC = AD \Rightarrow \triangle ACD$ рівносторонній;

$\angle DAC = \angle ACD = \angle ADC = 60^\circ$ (так як $\triangle ACD$ рівносторонній);

$$\angle ADC = \angle ABC = 60^\circ \text{ (властивість ромба)}$$

Так як $\angle BAD + \angle ADB = 180^\circ$ (властивість ромба),
то $\angle BAD = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

Відповідь: а) $30^\circ, 150^\circ, 30^\circ, 150^\circ$;

б) $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$.

Домашнє завдання

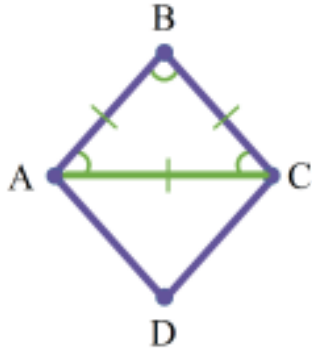
Опрацювати §4, правила вивчити.

Виконати завдання за посиланням

<https://vseosvita.ua/test/start/bki926>

№2

З вершини кута ромба, що дорівнює 120° , проведено діагональ завдовжки 6 см. Знайдіть периметр ромба.



Дано:

$ABCD$ – ромб;

$AC = 6$ см;

$\angle BAD = 120^\circ$;

Знайти:

P_{ABCD} – ?

Розв’язок:

$\triangle ABC$ – рівнобедрений (сторони ромба рівні за означенням);

$\angle BAC = \angle CAD = \frac{\angle BAD}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$ (за властивістю ромба,

діагоналі ділять його кути навпіл);

$\angle BAC = \angle BCA = 60^\circ$ (у рівнобедреному трикутнику кути при основі рівні) $\Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$ (сума кутів трикутника 180°) $\Rightarrow \triangle ABC$ – рівносторонній (всі кути рівні) $\Rightarrow AC = AB = BC = 6$ (см);

Так як всі сторони ромба рівні, то:

$P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 6 = 24$ (см);

Відповідь: $P_{ABCD} = 24$ (см)