

**Тема. Перетворення графіків функції**

Мета. Вчитися будувати графіки функцій, використовуючи найпростіші перетворення графіків вже відомих функцій

**Повторюємо**

- Які функції ви знаєте?
- Як побудувати графік функції?
- Які правила перетворень для графіків функцій ви знаєте?

**Ознайомтеся з інформацією****ПРАВИЛО 5**

Графіком функції  $y = k(x + a)^2 + b$ ,  $k \neq 0$  є парабола, яка дорівнює\* параболі  $y = kx^2$  і вершиною якої є точка  $(-a; b)$ .

\* – рівність потрібно розуміти у сенсі, що параболи суміщаються при накладанні.

**ПРАВИЛО 6**

Графік функції  $y = f(-x)$ , можна отримати, замінивши кожную точку графіка функції  $y = f(x)$  на точку з такою самою ординатою та протилежною абсцисою.

Як побудувати графік функції  $y = f(|x|)$ , якщо відомо графік функції  $y = f(x)$



Скориставшись означенням модуля, запишемо:

$$y = f(|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{якщо } x \geq 0 \\ f(-x), & \text{якщо } x < 0 \end{cases}$$

Звідси робимо висновок, що

графік функції  $y = f(|x|)$  при  $x \geq 0$  збігається з графіком функції  $y = f(x)$ , а при  $x < 0$  — з графіком функції  $y = f(-x)$ .

**Побудову графіка функції  $y = f(|x|)$  можна проводити за такою схемою:**

- 1) побудувати ту частину графіка функції  $y = f(x)$ , усі точки якої мають невід'ємні абсциси;
- 2) побудувати ту частину графіка функції  $y = f(-x)$ , усі точки якої мають від'ємні абсциси.

Об'єднання цих двох частин і складатиме графік функції  $y = f(|x|)$ .

Як побудувати графіки функції  $y = |f(x)|$ , якщо відомо графік функції  $y = f(x)$



Скориставшись означенням модуля, запишемо:

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{якщо } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{якщо } f(x) < 0. \end{cases}$$

Звідси робимо висновок, що графік функції  $y = |f(x)|$ , при всіх  $x$ , для яких  $f(x) \geq 0$  збігається з графіком функції  $y = f(x)$ , а при всіх  $x$ , для яких  $f(x) < 0$  з графіком функції  $y = -f(x)$ .

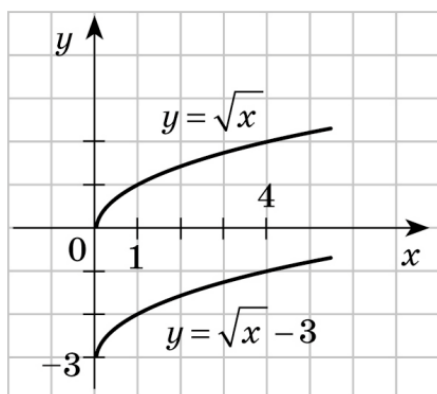
**Побудову графіка функції  $y = |f(x)|$  можна проводити за такою схемою:**

- 1) усі точки графіка функції  $y = f(x)$  з невід'ємними ординатами залишити незмінними;
- 2) точки з від'ємними ординатами замінити на точки з тими самими абсцисами, але протилежними ординатами.

## Розв'язування завдань

### Завдання 1

Побудувати графік функції  $y = \sqrt{x} - 3$ .



*Розв'язання:*

Згідно з правилом 1, графік функції  $y = \sqrt{x} - 3$  можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції  $y = \sqrt{x}$  уздовж осі ординат на  $b = |-3| = 3$  одиниці униз (рис.1)

### Завдання 2

Побудувати графік функції  $y = \frac{2}{x+2} - 1$ .

*Розв'язання:*

**План побудови**

$$y = \frac{2}{x} \xrightarrow{\text{на 2 од. вліво}} y = \frac{2}{x+2} \xrightarrow{\text{на 1 од. вниз}} y = \frac{2}{x+2} - 1$$

Спочатку побудуємо графік функції  $y = \frac{2}{x}$  по точках, попередньо склавши таблицю:

$x$	-4	-2	-1	1	2	4
$y$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$

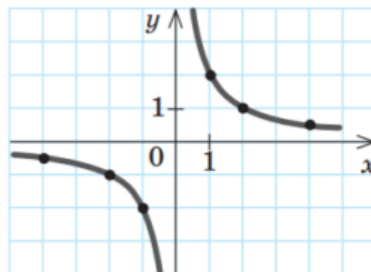


Рис. 1

Згідно з правилом 2, графік функції  $y = \frac{2}{x+2}$  можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції  $y = \frac{2}{x}$  уздовж осі абсцис на  $a = 2$  одиниць уліво (рис.2).

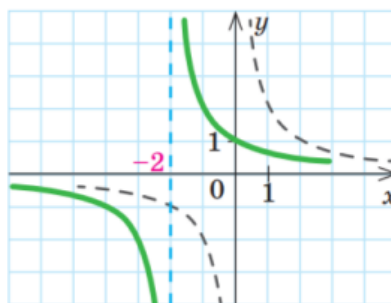


Рис. 2

Графік функції  $y = \frac{2}{x+2} - 1$ , згідно з правилом 1, можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції  $y = \frac{2}{x+2} - 1$  на  $|b| = |-1| = 1$  одиниць уздовж осі ординат вниз (рис.3).

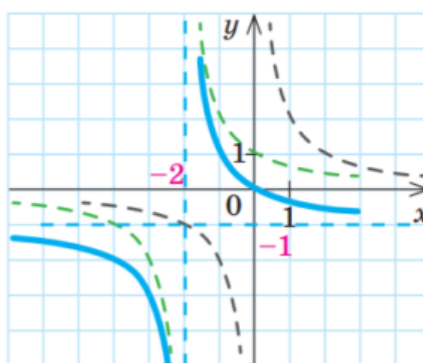


Рис. 3

### Завдання 3

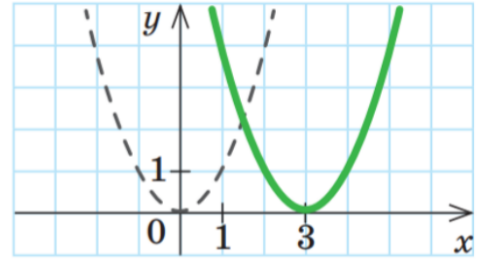
Побудуйте графік функції  $y = 4 - (x - 3)^2$ .

Розв'язання:

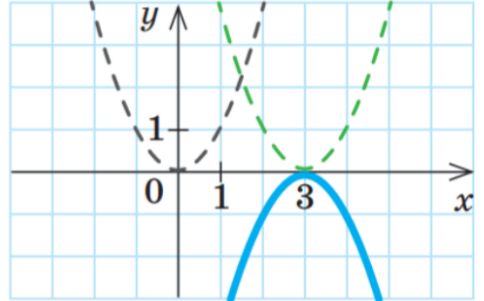
#### План побудови

$$y = x^2 \xrightarrow{\text{на 3 од. вправо}} y = (x-3)^2 \xrightarrow[\text{відносно } Ox]{\text{симетрія}} y = -(x-3)^2 \xrightarrow{\text{на 4 од. вгору}} y = -(x-3)^2 + 4$$

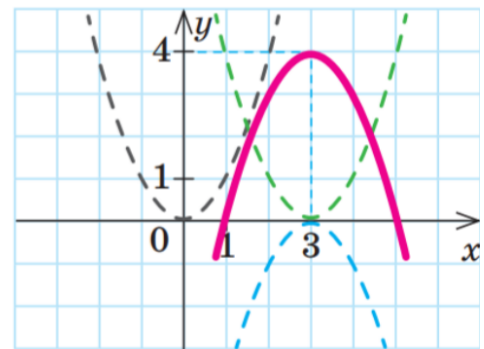
Згідно з правилом 2, графік функції  $y = (x - 3)^2$  можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції  $y = x^2$  вздовж осі абсцис на 3 одиниці вправо.



Згідно з правилом 4, графік функції  $y = -(x - 3)^2$  можна отримати, симетрично відобразивши графік функції  $y = (x - 3)^2$  відносно осі абсцис.



Графік функції  $y = -(x - 3)^2 + 4$ , згідно з правилом 1, можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції  $y = -(x - 3)^2$  вздовж осі ординат на 4 одиниці вгору. Шуканий графік зображений рожевим кольором.



### Пригадайте

- Як побудувати графік функції  $f(x)+a$ ,  $f(x)-a$ ?
- Як побудувати графік функції  $f(x+a)$ ,  $f(x-a)$ ?
- Як побудувати графік функції  $kf(x)+a$ ?

### Домашнє завдання

- Опрацювати конспект
- Розв'язати письмово №401

### Джерело

[Всеукраїнська школа онлайн](https://vseukrainska.shkola.online/)