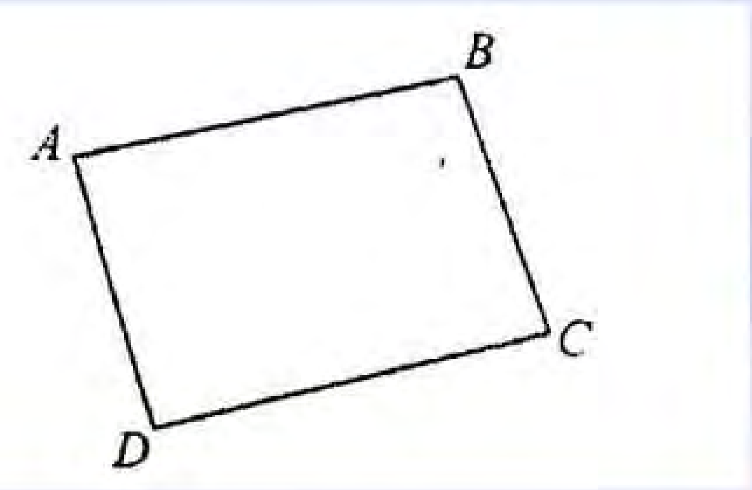
16.05.2025 Геометрія 8
Урок №65

Тема. Розв’язування задач (повторення)

Мета: узагальнення, систематизація та закріплення знань за рік

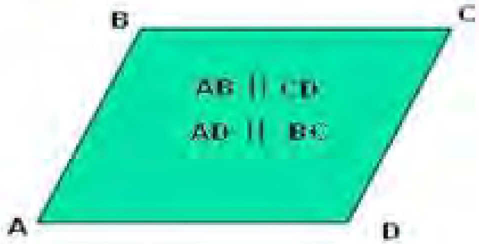
МАТЕРІАЛ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

Означення чотирикутника

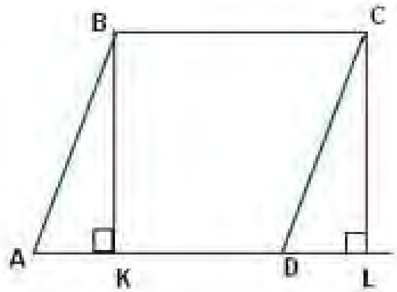


- **Чотирикутником називається фігура, що складається з чотирьох точок і чотирьох відрізків, які послідовно їх з'єднують.**
- **Жодна з трьох даних точок не лежать на одній прямій.**
- **Відрізки, які з'єднують ці точки не перетинаються.**
- **Точки A, B, C, D – вершини чотирикутника.**
- **Відрізки AB, BC, CD, AD – сторони чотирикутника.**

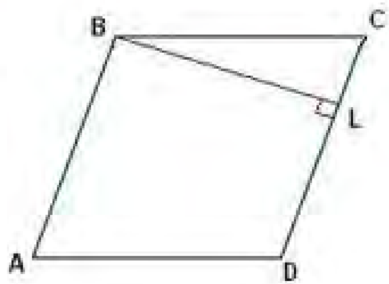
Паралелограм

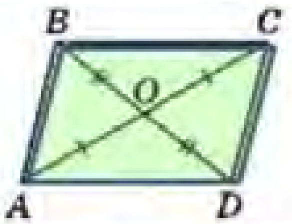
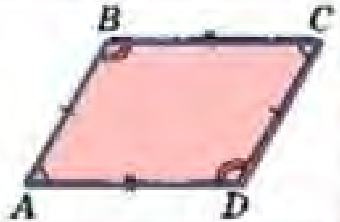
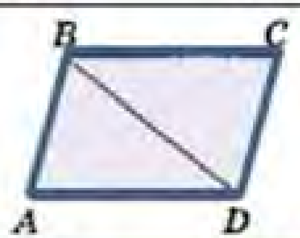


Паралелограм – чотирикутник в якого попарно паралельні протилежні сторони



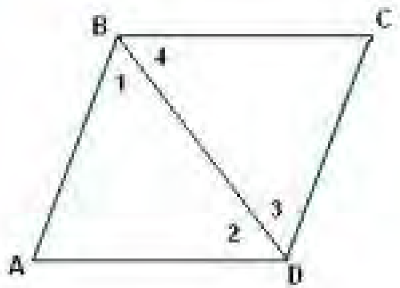
Висотою паралелограма називається перпендикуляр, проведений з вершини до протилежної сторони.



<table>
<tr><th colspan="2">Властивості паралелограма</th></tr>
<tr><td>
</td><td>Діагоналі паралелограма перетинаються і точкою перетину діляться навпіл</td></tr>
<tr><td>
</td><td>У паралелограмі протилежні сторони і протилежні кути рівні</td></tr>
<tr><td>
</td><td>У паралелограмі сума кутів, прилеглих до однієї сторони, дорівнює 180°</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Діагональ ділить паралелограм на два рівних трикутники</td></tr>
</table>

Паралелограм

Ознаки паралелограма

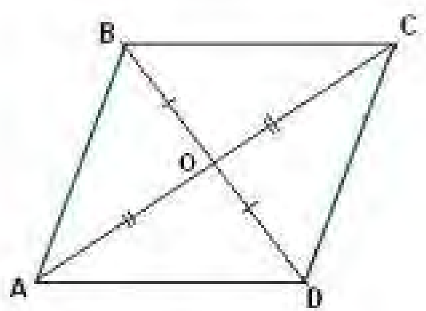


Ознака 1:

Якщо протилежні сторони чотирикутника рівні, то він є паралелограмом

Ознака 2:

Якщо дві протилежні сторони чотирикутника паралельні та рівні, то він є паралелограмом



Ознака 3:

Якщо діагоналі чотирикутника поділяються точкою їх перетину навпіл, то він є паралелограмом

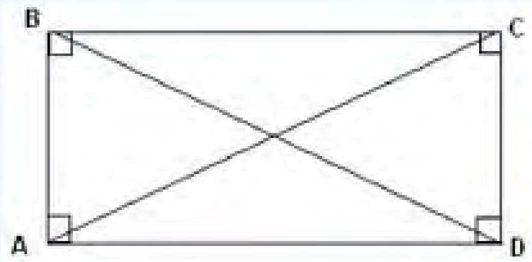
Прямокутник

Окремі види паралелограма

Прямокутник – паралелограм, у якого всі кути прямі

Властивості: (наслідує властивості паралелограма)

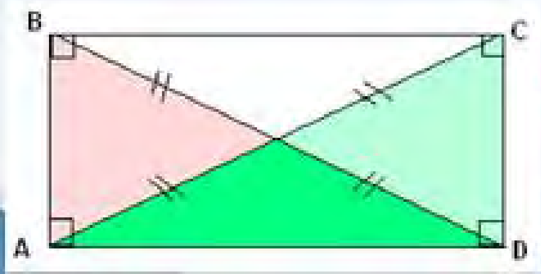
- *протилежні сторони рівні;*
- *діагоналі у точці пересічення діляться навпіл;*
- *діагоналі подіють прямокутник на два рівні трикутники.*



Властивість прямокутника:

Властивість 1 (Теорема):

Діагоналі прямокутника рівні.



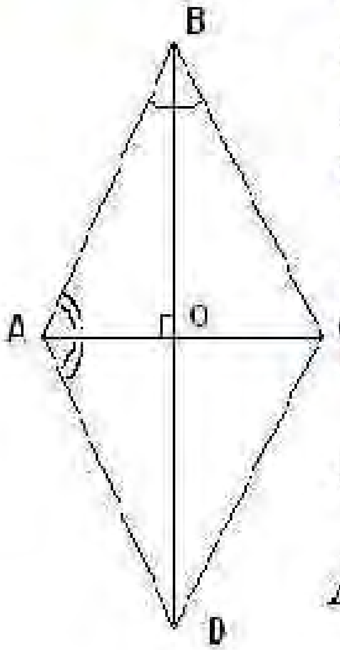
Властивість 2 (Слідство)

Діагоналі прямокутника поділяють його на чотири рівнобедрених трикутника.

Ромб

Окремі види паралелограма

Ромб – паралелограм у якого всі сторони рівні



Властивості: (наслідує властивості паралелограма)

- *протилежні кути рівні;*
- *сума кутів, прилеглих до однієї сторони, дорівнює 180 гр;*
- *діагоналі в точці перетину діляться навпіл;*

Властивість ромба: ***В ромбі діагоналі взаємно перпендикулярні і є бісектрисами його кутів.***

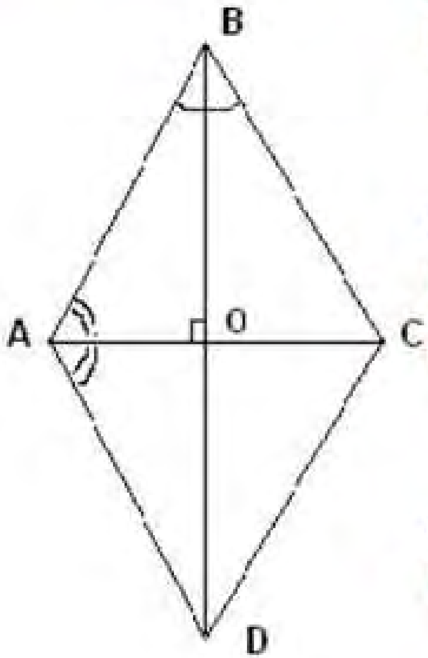
Якщо ABCD ромб, то

$\angle 1 = \angle 2 \quad \angle 3 = \angle 4 \quad AC \perp BD$

Ромб

Окремі види паралелограма

Ознаки ромба



Ознака1 (теорема)

Паралелограм у якого дві сусідні сторони рівні,
- ромб.

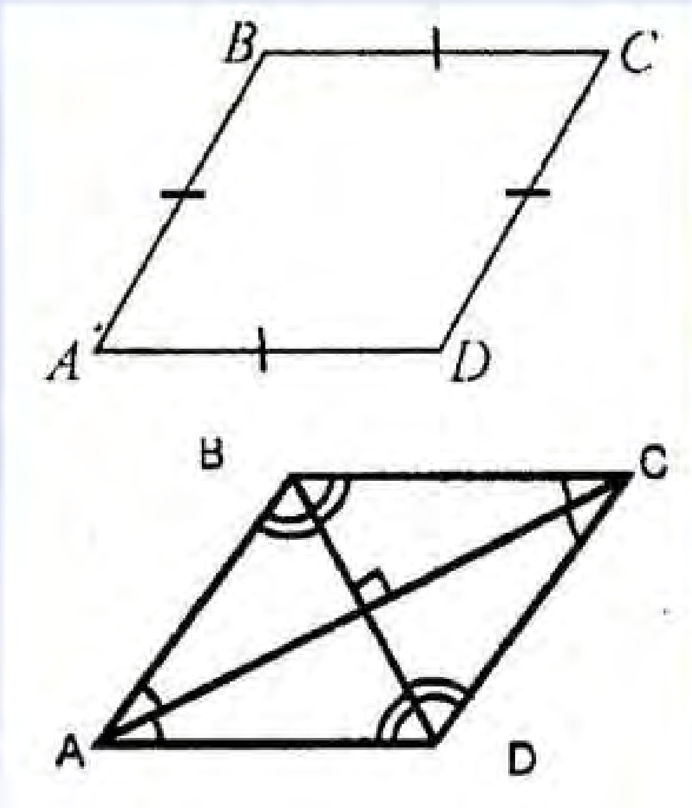
Ознака 2 (теорема)

Паралелограм у якого діагоналі перетинаютья під прямым кутом, - ромб.

Ознака 3 (теорема)

Паралелограм діагоналі якого є бісектрисами кута, - ромб.

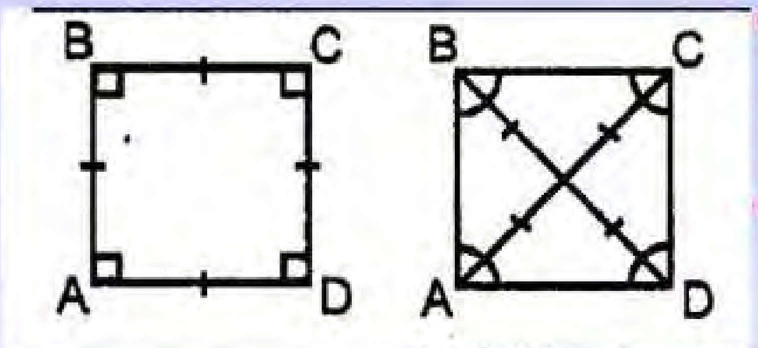
Ознаки ромба



- Якщо ABCD – чотирикутник і AB=AD=BC=CD, то ABCD – ромб.

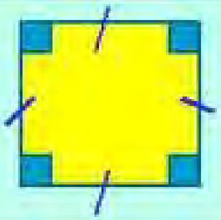
Означення квадрата

- Квадрат – це прямокутник, у якого всі сторони рівні.
- *Квадрат – це ромб, у якого всі кути прямі.*
- Квадрат має всі властивості прямокутника і ромба.
- ABCD – квадрат.



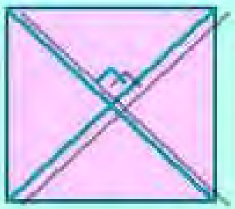
Квадрат. Його ознаки та властивості

Означення квадрата



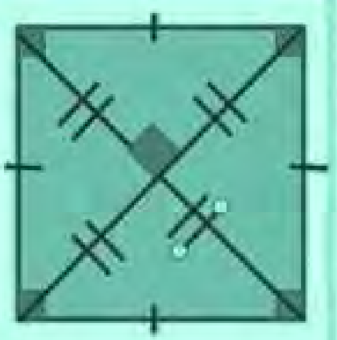
Квадрат – це паралелограм, у якого всі сторони рівні та кути прямі
Квадрат - це прямокутник, у якого всі сторони рівні.
Квадрат - це чотирикутник, у якого всі сторони та кути рівні.
Квадрат - це ромб у якого всі кути прямі.

Ознаки квадрата



1. Якщо діагоналі прямокутника перетинаються під прямим кутом, то він є квадратом.
2. Якщо діагоналі ромба рівні, то він є квадратом.

Властивості квадрата



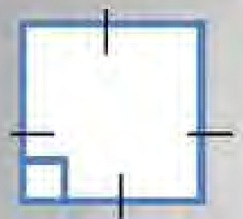
Оскільки квадрат є паралелограмом, прямокутником і ромбом, то всі їх властивості справедливі й до квадрата

+

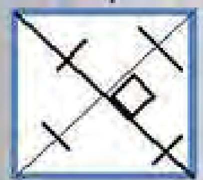
Діагоналі квадрата є бісектрисами його кутів, отже, утворюють зі сторонами квадрата кути 45 градусів

ОЗНАКИ КВАДРАТА

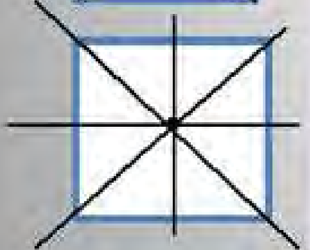
Якщо для чотирикутника справедливе хоча б одне з наступних тверджень, то він - квадрат.



Усі сторони рівні і серед внутрішніх кутів є прямий кут.



Діагоналі рівні, перпендикулярні і точкою перетину діляться пополам.

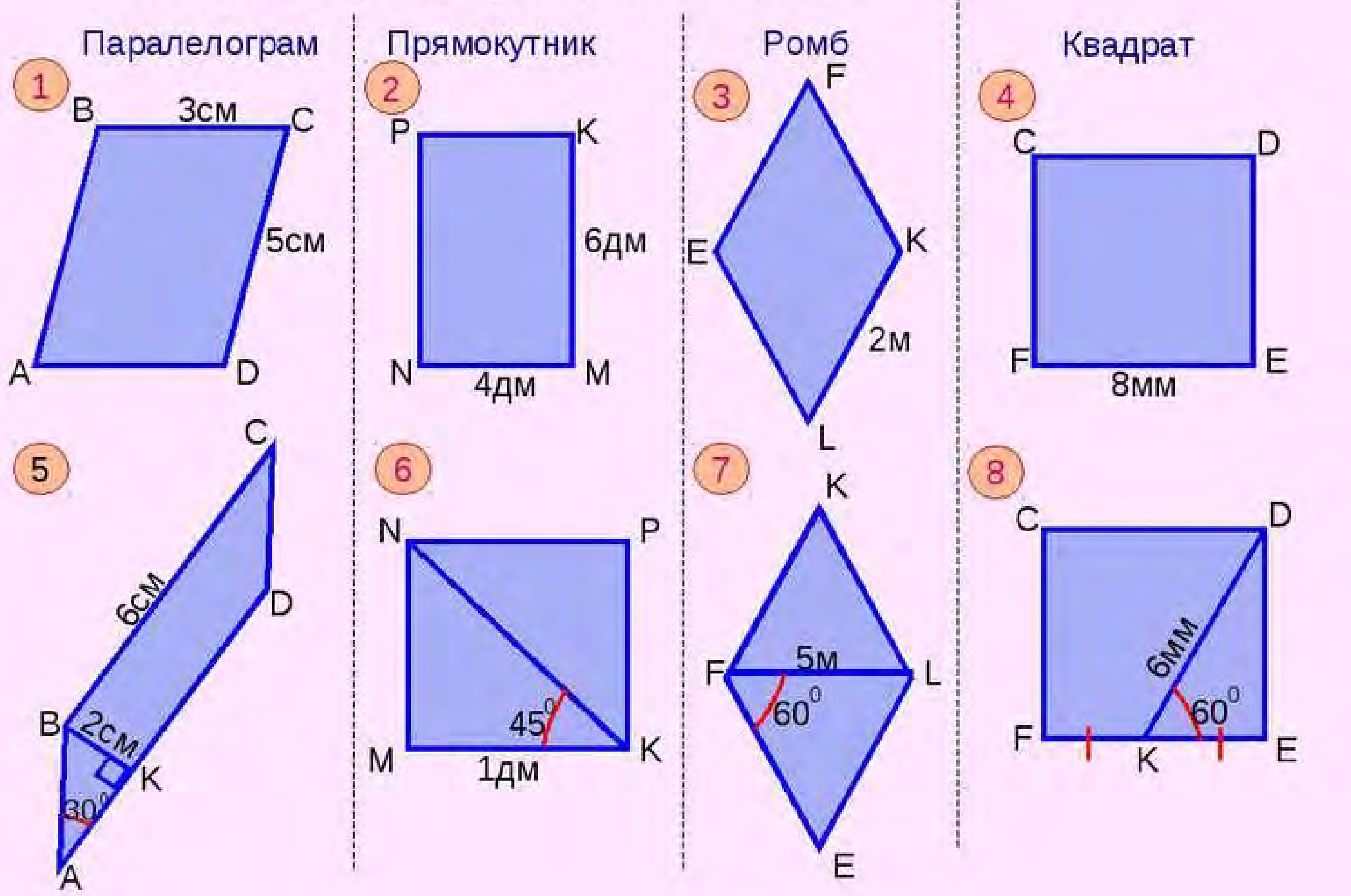


Чотирикутник має чотири осі симетрії прямі, що проходять через середини протилежних сторін; прямі, містять діагоналі.

Чотирикутник має поворотну симетрію: він переходить сам в себе при повороті на 90°

Властивості паралелограма

- Знайти периметр паралелограма

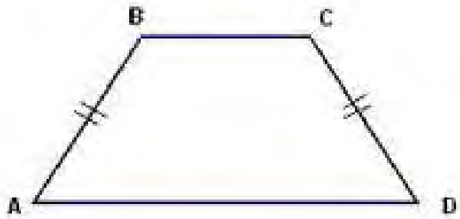


Трапеція

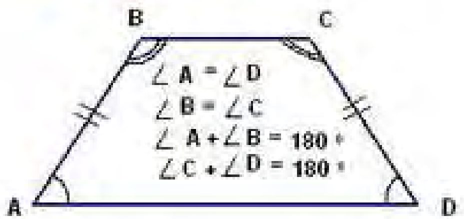
- <u>**Трапеція**</u> **– це чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші не паралельні.**
- **Паралельні сторони називаються основами трапеції.**
- **Непаралельні – бічними сторонами.**
- **Трапеція, у якої бічні сторони рівні, називається рівнобічною.**
- **Кути рівнобічної трапеції при основі рівні.**
- **Діагоналі рівнобічної трапеції рівні.**
- **Трапеція, у якої одна бічна сторона перпендикулярна основам, називається прямокутною.**

Рівнобічна трапеція

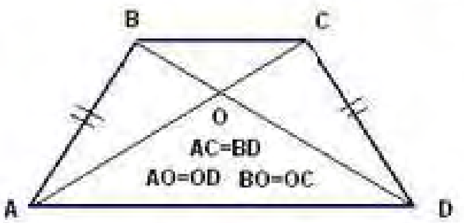
Властивості рівнобічної трапеції

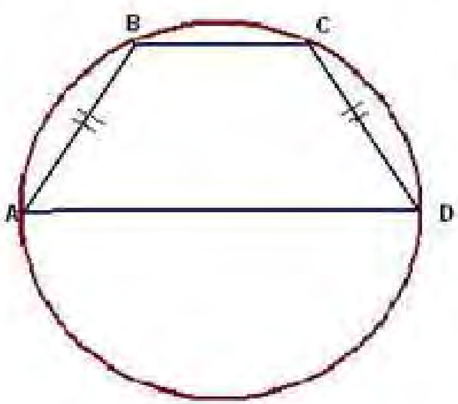


У рівнобічної трапеції:



- Кути, прилеглі доодніеї основи рівні.
- Сума противолежних кутів дорівнює 180 гр.
- Диагоналі рівні
- Відрізки діагоналей трапеції, що сполучають точку їх перетину з кінцями однієї основи, рівні між собою.
- Навколо рівнобічної трапеції завжди можна описати коло.



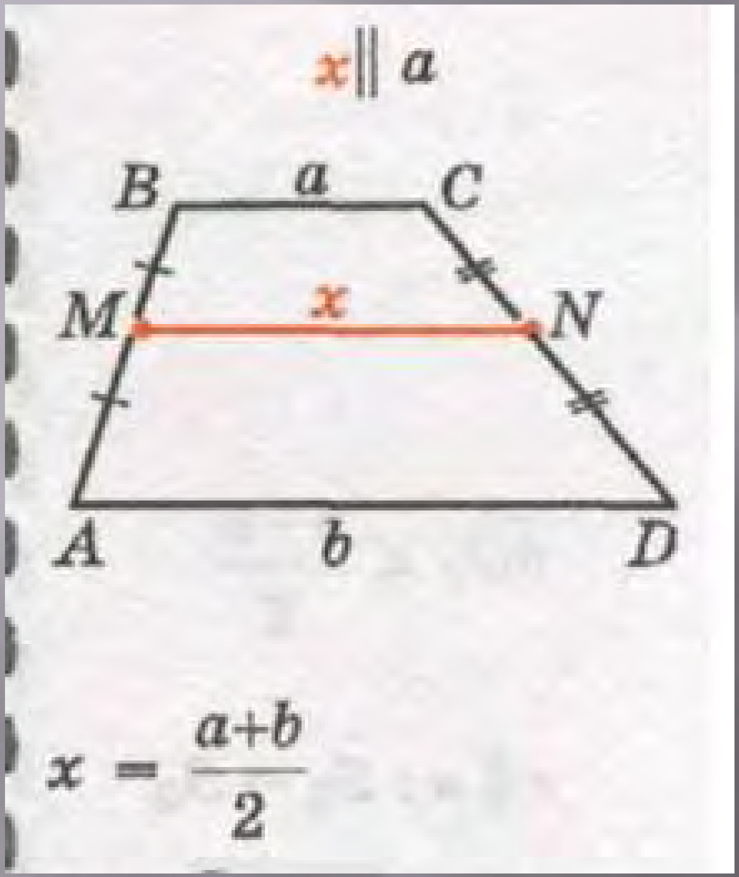


Ознаки рівнобічної трапеції:

Якщо в трапеції виконується одне з таких тверджень:

- *Кути, прилеглі до однієї основи, рівні*
- *Сума протилежних кутів дорівнює 180 гр*
- *Діагоналі рівні*
- *Трапеція - вписана*

То ця трапеція є рівнобічною



Середня лінія трапеції

Приклади завдань

Завдання 2

Знайдіть невідомі відрізки

Розв'язання

Використовуючи властивість середньої лінії трапеції, одержимо:

1) $QP = 0{,}5(10 + 12) = 11$ (см)

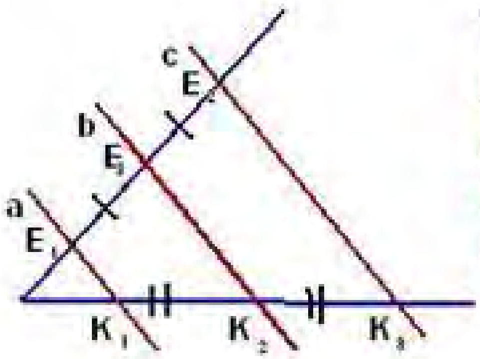
2) $QP = 0{,}5(AD + BC)$, $AD = 2\ QP - BC$, $AD = 16 - 6 = 10$ (см)

3) $QP = 0{,}5(AD + BC)$, $BC = 2\ QP - AD$, $BC = 34 - 19 = 15$ (см)

Відповідь: 1) 11 см; 2) 10 см; 3) 15 см.

Теорема Фалеса

Фалес Милетский (VI в до н.е.) був першим із «семи наймудріших» Греції, він був не тільки вченим, а ще й державним діячем, філософом, астрономом, першим за всіх наук Греції.



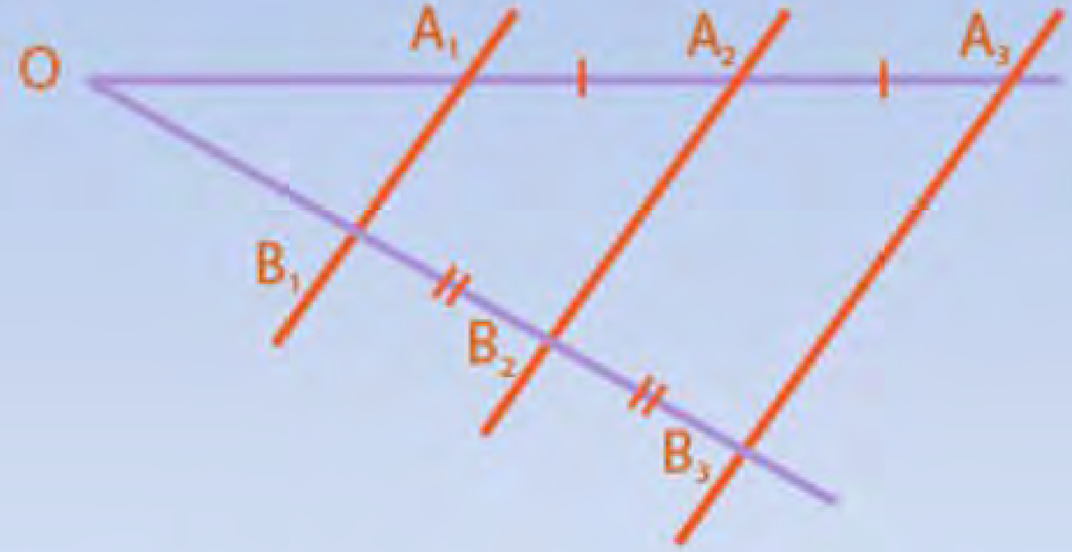
Теорема Фалеса

Якщо паралельні прямі, які перетинають сторон кута, відтинають на одній його стороні два рівні відрізки, то вони відтинають два рівні між собою відрізки і на іншій стороні кута.

Теорема обернена до теореми Фалеса

Якщо прямі відтинають на одній стороні кута рівні між собою відрізки і на другій стороні кута рівні між собою відрізки, то такі прямі пралельні.

Теорема Фалеса



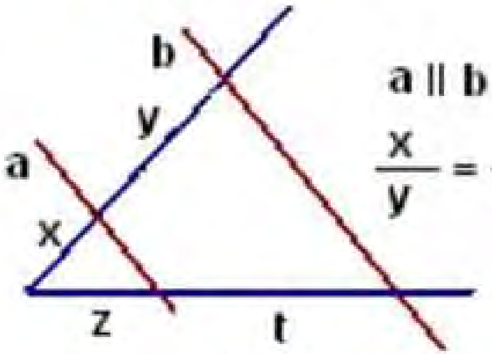
Якщо $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$ і

$A_1A_2 = A_2A_3 \Rightarrow B_1B_2 = B_2B_3$

Узагальнена теорема Фалеса

Теорема про пропорційні відрізки

Паралельні прямі, що перетинають кут, відтинають на його сторонах пропорційні відрізки.

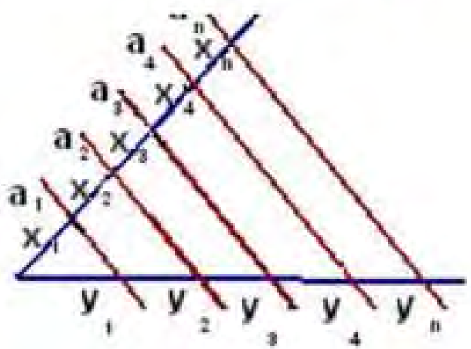


$$a \parallel b$$

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{t}$$

Теорема обернена до теореми Фалеса

Якщо на сторонах кута від його вершини відкласти пропорційні відрізки і через їхні кінці провести прямі, то ці прямі будуть паралельними одна одній.

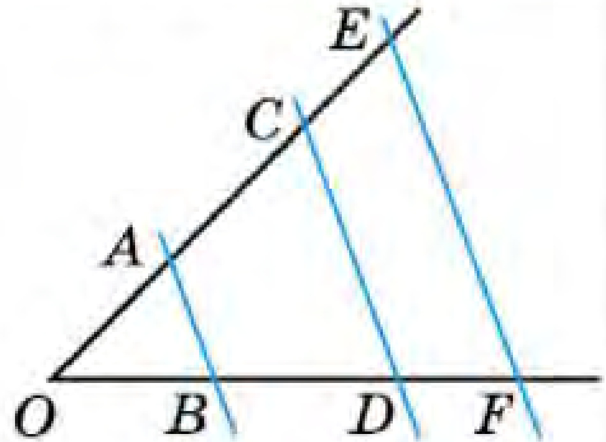


$$a_1 \parallel a_2 \parallel a_3 \parallel a_4 \parallel a_n$$

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \frac{x_4}{y_4} = \frac{x_n}{y_n}$$

Розв'язування задач

448. Паралельні прямі AB, CD і EF перетинають сторони кута O (мал. 126). $AC = 6$ см, $CE = 2$ см, $BD = 5$ см. Знайдіть BF.



Дано: $AB \parallel CD \parallel EF$, $BD=4$ см, $DF=2$см, $CE=3$см.

Знайти : AE.

Розв'язання.

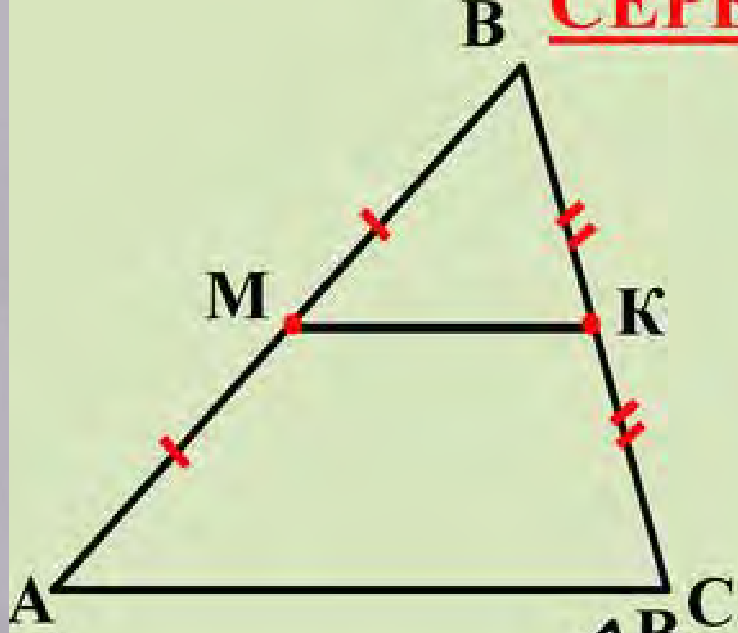
$$\frac{AC}{BD} = \frac{CE}{DF},$$

$$AC=\frac{BD \cdot CE}{DF} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ см},$$

$$AE=AC+CE=6+3+9 \text{ см}.$$

Відповідь: 9 см.

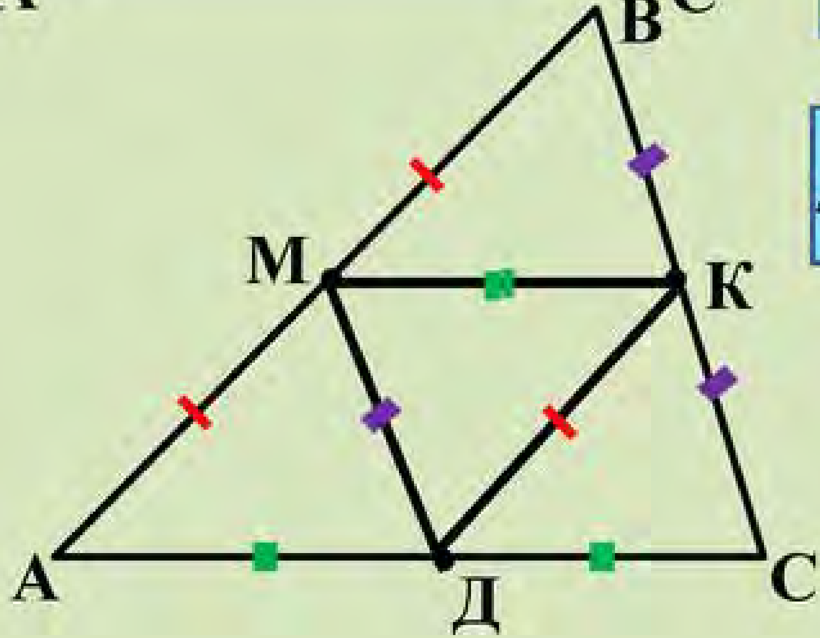
СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРИКУТНИКА



МК- середня лінія,
АМ=МВ, СК=КВ

Властивість середньої лінії:

1. $MK = \frac{1}{2}AC$ **2.** $MK \parallel AC$



ΔАМД= ΔМВК= ΔДКС= ΔКДМ

$$P_{МДК} = \frac{1}{2}P_{ABC}$$

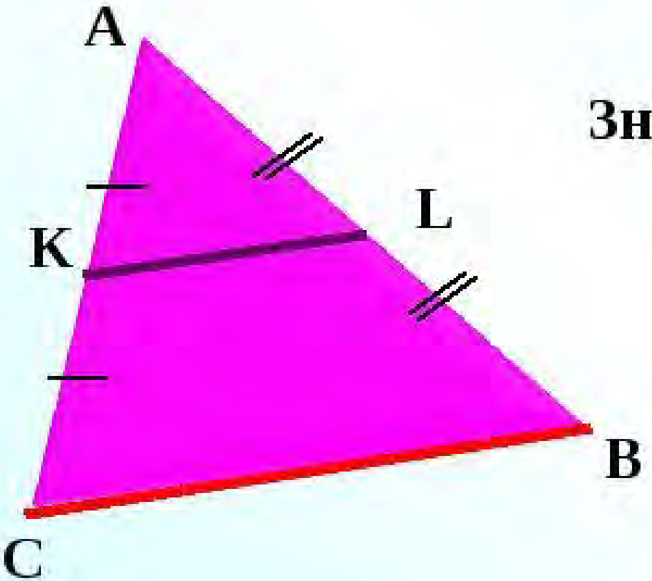
Задача

Дано: ΔABC,

KL - середня лінія,

KL = 8см.

Знайти : CB



Розв'язання

1. ΔABC, KL - середня лінія,
   KL = 8см.

2. За властивістю середньої лінії
   $CB = 2 \cdot KL = 2 \cdot 8 = 16$(см)

Відповідь: 16см

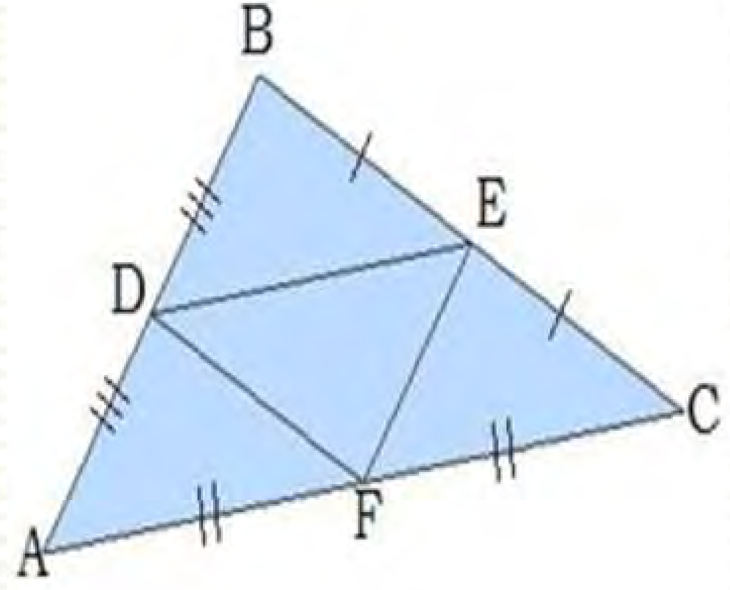
У трикутнику АВС:

АВ=7см;

ВС=10см; АС=9см;

DE, EF, FD –середні лінії.

Знайти периметр трикутника DEF.

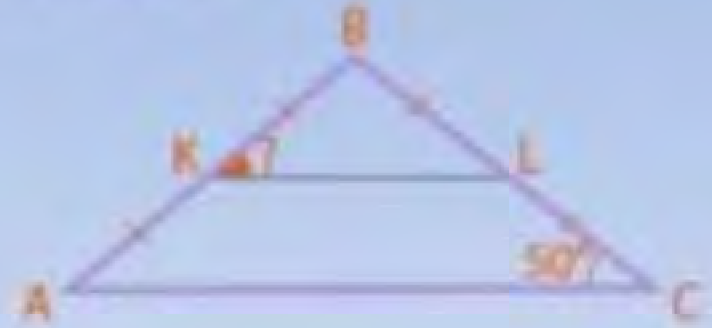


Розв'яжіть задачу:

Завдання 2

Дано рівнобедрений трикутник ABC з кутом при основі 50°. KL – середня лінія трикутника ABC.

Знайдіть кут $\angle BKL$.



Розв'язання:

ΔABC – рівнобедрений, тому

$\angle C = \angle A = 50^{\circ}$ (за властивістю кутів рівнобедреного трикутника).

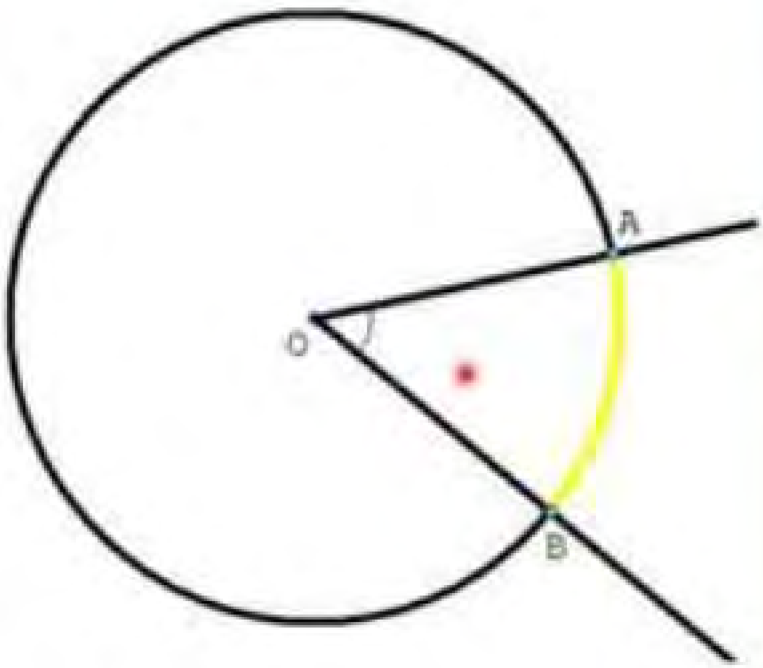
KL – середня лінія трикутника ABC, тому

$KL \parallel AC$ (за властивістю середньої лінії).

$\angle BKL = \angle A = 50^{\circ}$ (як відповідні кути при паралельних прямих KL та AC)

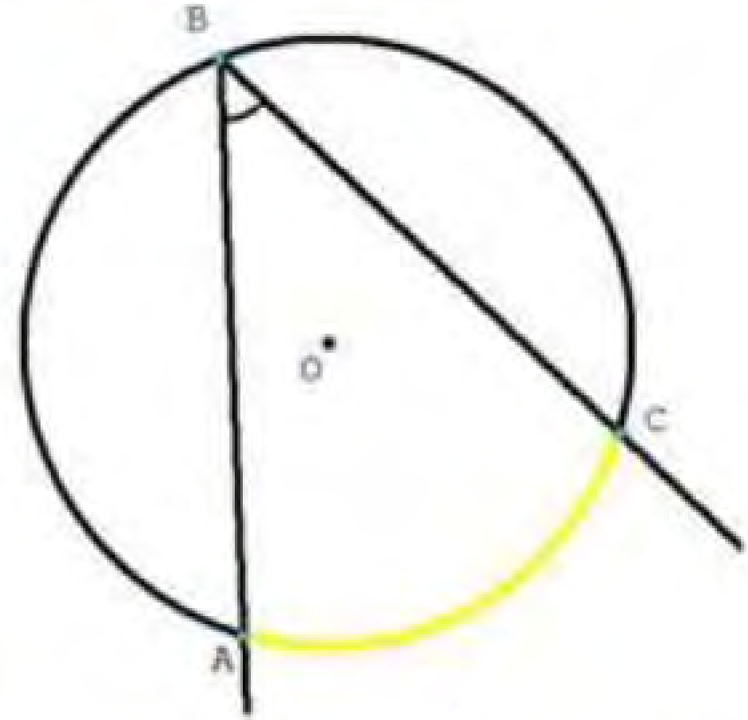
Відповідь: $\angle BKL = 50^{\circ}$.

Центральним кутом кола називається кут з вершиною в центрі кола.



$$\angle AOB = \cup AB$$

Вписаним кутом кола називається кут, вершина якого лежить на колі, а сторони перетинають коло.



$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$$

Приклади вписаних кутів:

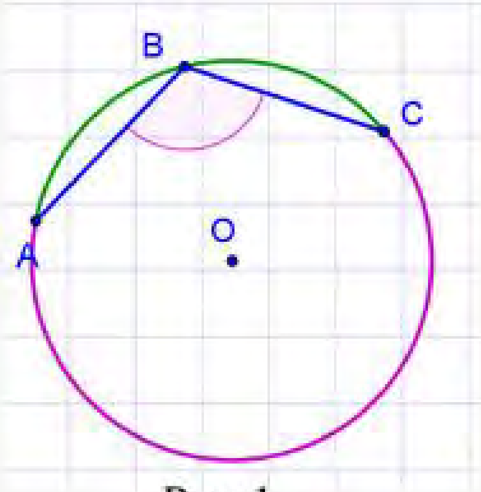


Рис.1

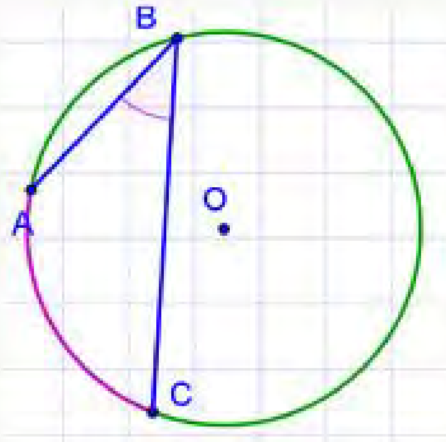


Рис.2

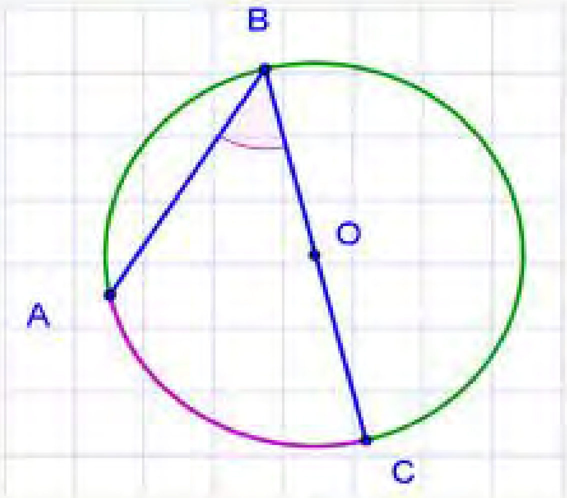


Рис.3

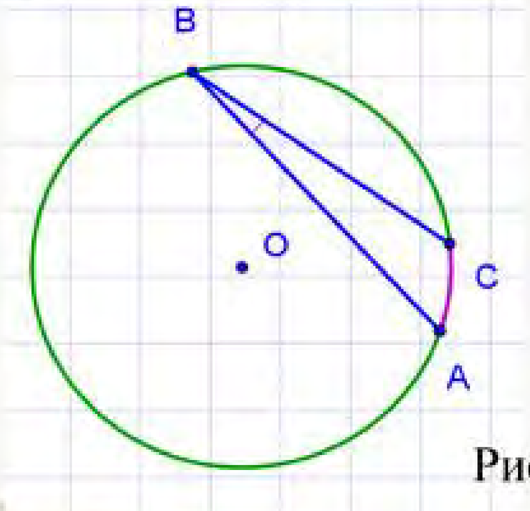
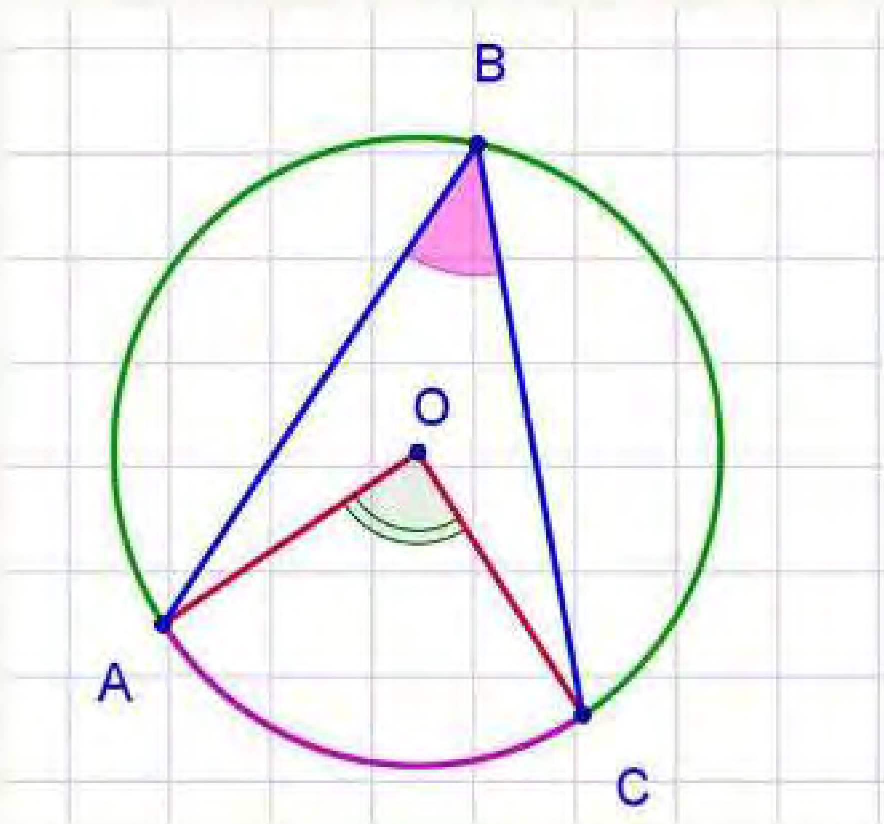
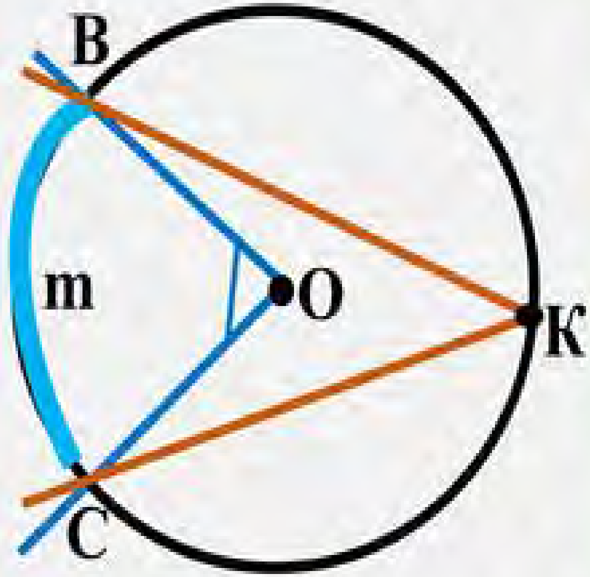


Рис.4

Теорема про вписаний кут:



Вписаний кут дорівнює **половині дуги** на яку він спирається



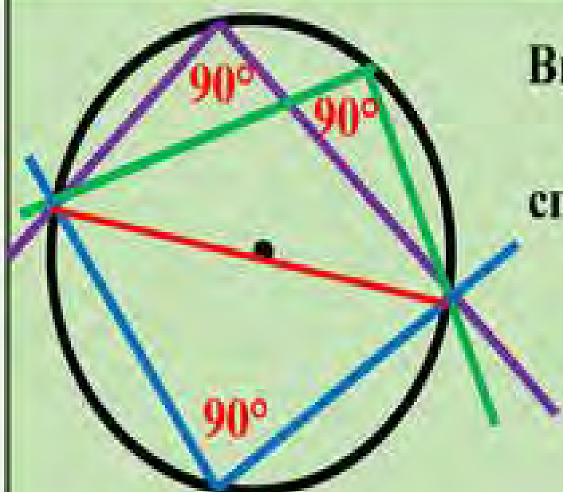
∠BOC-центральний кут

⌣BmC- дуга

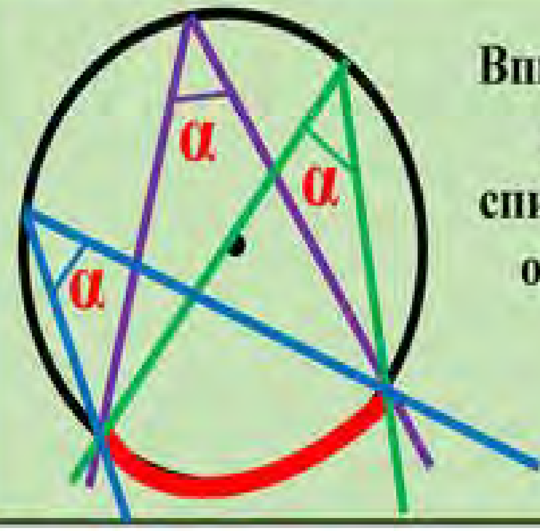
⌣BmC = ∠BOC

∠BKC- вписаний кут у коло

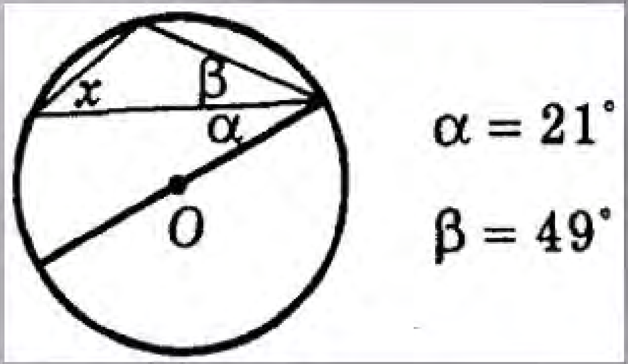
ВЛАСТИВІСТЬ: $\angle BKC = \frac{1}{2} \smile BmC$

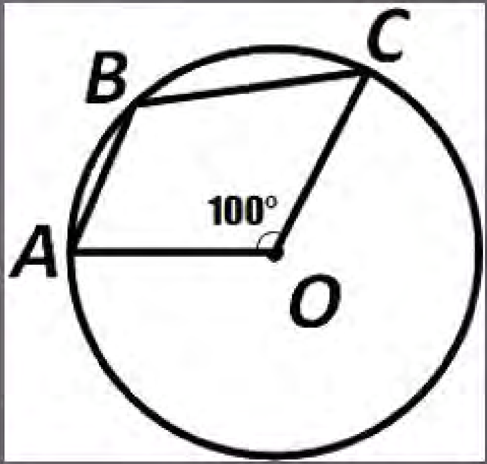


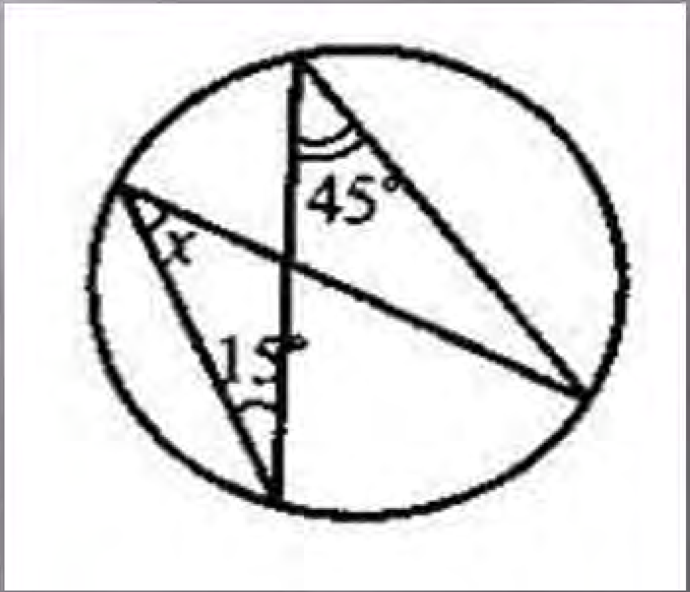
Вписані кути у коло, що спираються на діаметр, - ПРЯМІ



Вписані кути у коло, що спираються на одну дугу, - РІВНІ


x
β
α
O
α = 21°
β = 49°

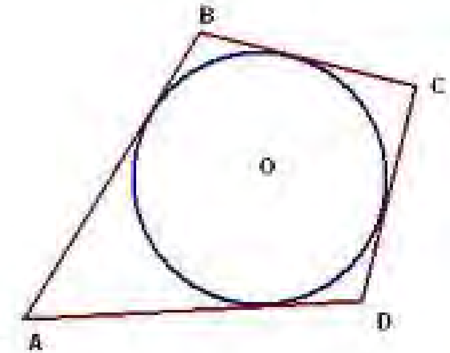

B
C
A
100°
O

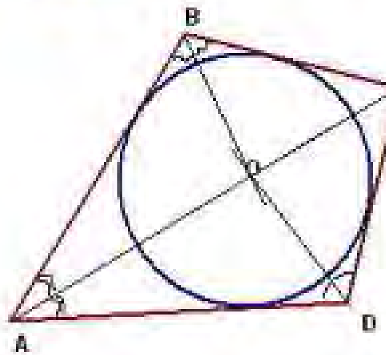

45°
x
15°

Чотирикутники

Описані чотирикутники

Чотирикутник називається описаним довкола кола (коло вписане), якщо всі його сторони торкаются кола





Центром вписаного кола є точка перетину бісектрис всіх внутрішніх кутів.

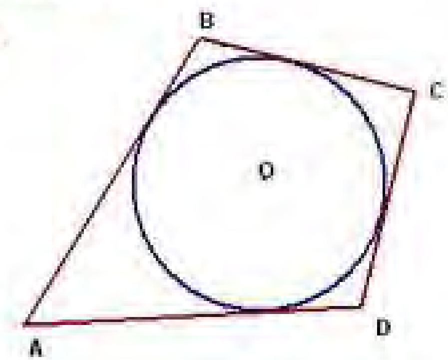
Не у всякий чотирикутник можна вписати в коло.

Якщо бісектриси всіх кутів чотирикутника перетинаються в одній точці, то в такий чотирикутник можна вписати коло.

Теорема

Суми протилежних сторін чотирикутника, описаного довкола кола, рівні.

$AB+CD=BC+AD$



Теорема (зворотна)

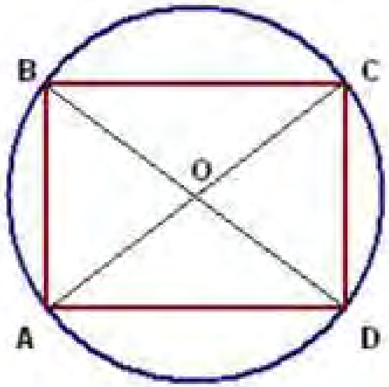
Якщо в чотирикутнику суми протилежних сторін рівні, то в нього можна вписати коло.

Прямокутник

Вписані прямокутники

Теорема

Навколо будь якого прямокутника можна описати коло.



(серединні перпендикуляри сторін перетинатимуться в одній точці;
Сума протилежних кутів дорівнює 180 гр.)

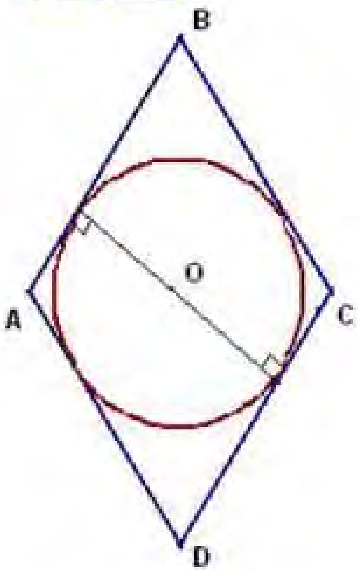
Центром описаного кола буде точка – ***перетин діагоналей.***

Ознаки прямокутника

Якщо навколо паралелограма можна описати коло, то він є прямокутником.

Ромб

Описані ромби

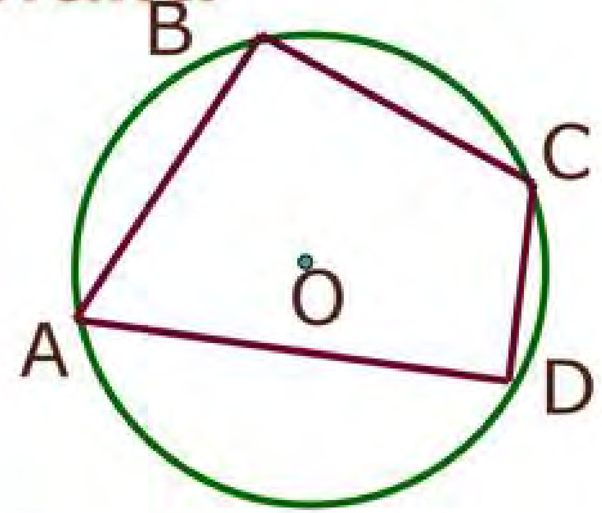


Теорема.
В будь-який ромб можна вписати коло, діаметр якого дорівнює висоті ромба

Ознака ромба

Паралелограм, в який можна вписати коло, - ромб.

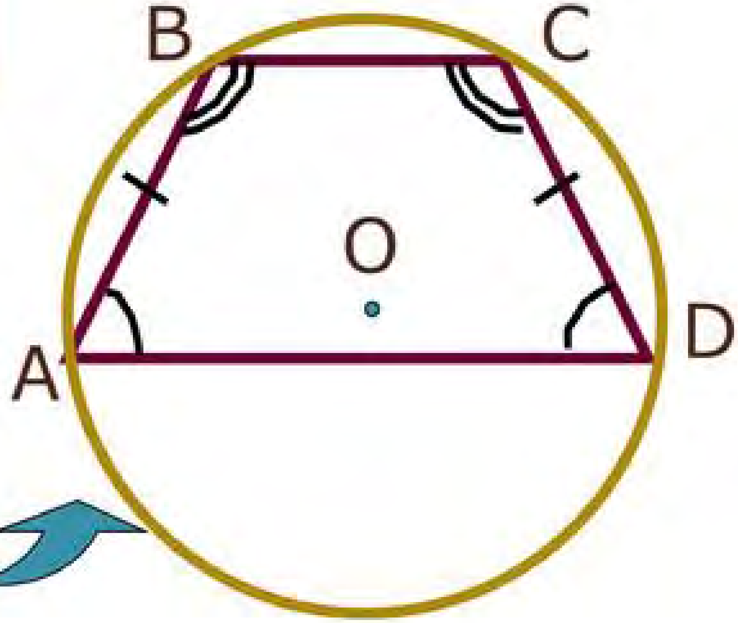
Вписані чотирикутники



Властивість вписаного чотирикутника

$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$

Ознака вписаного чотирикутника



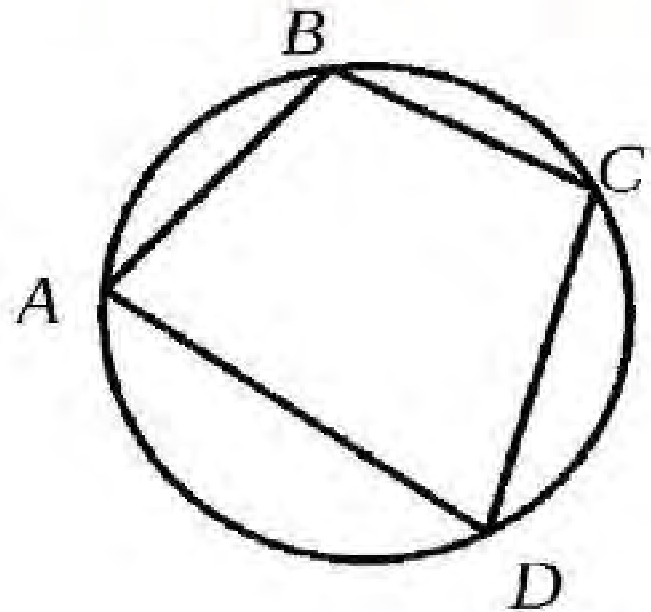
Рівнобедрена трапеція у колі

Ознаки вписаного чотирикутника. Якщо в чотирикутнику сума двох протилежних кутів дорівнює 180°, то навколо такого чотирикутника можна описати коло.

З цієї ознаки слідує, що:

1) навколо будь-якого прямокутника можна описати коло;

2) навколо рівнобічної трапеції можна описати коло.

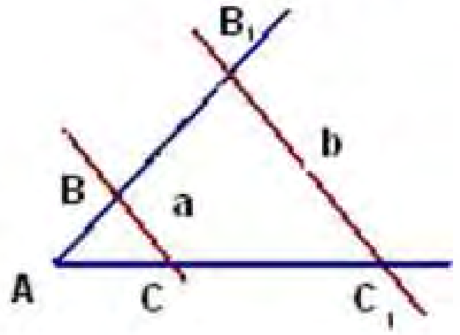


Узагальнена теорема Фалеса

Подібність трикутників

Теорема. *(основна теорема подібності трикутників)*

Паралельні прямі, які перетинають сторони кута, обмежують разом зі своїми сторонами подібні трикутники



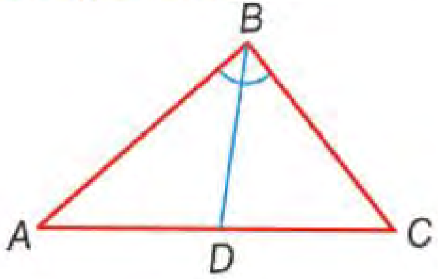
a || b

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Теорема
(властивість бісектриси трикутника)

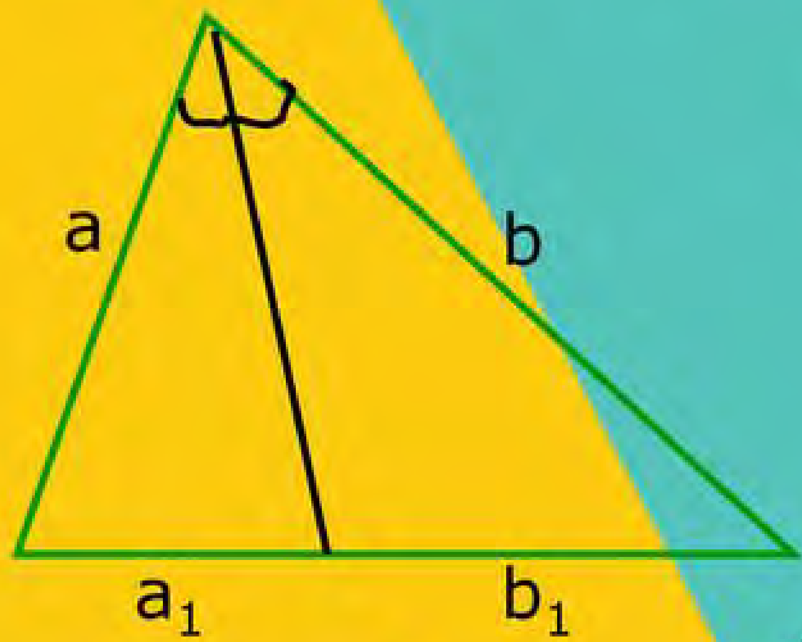
Бісектриса трикутника ділить його сторону на відрізки, пропорційні прилеглим до них сторонам

АД:АВ=ДС:ВС



Властивість бісектриси трикутника

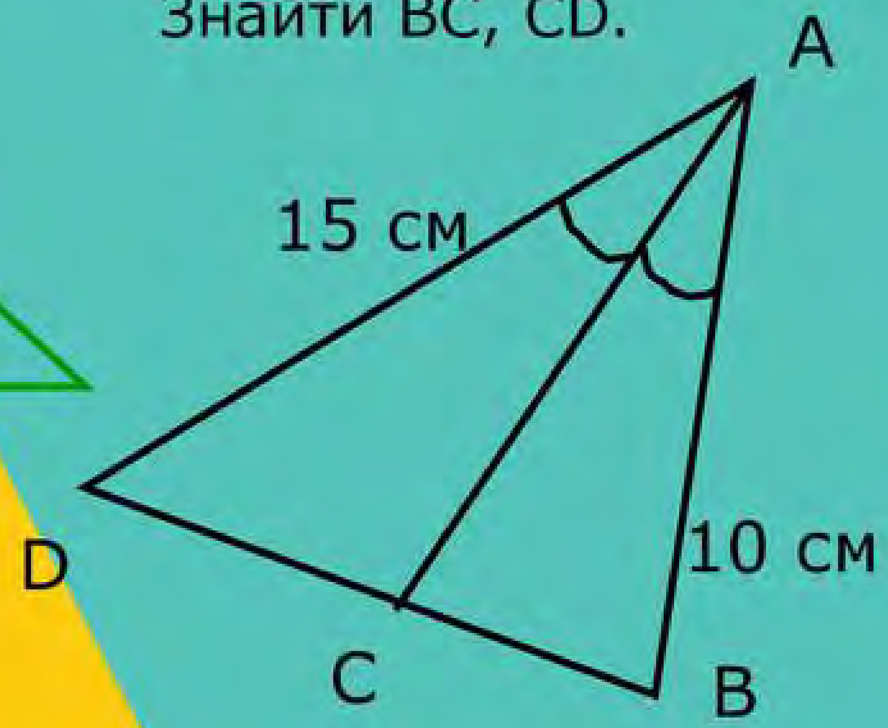
Задача



$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a}{b}$$

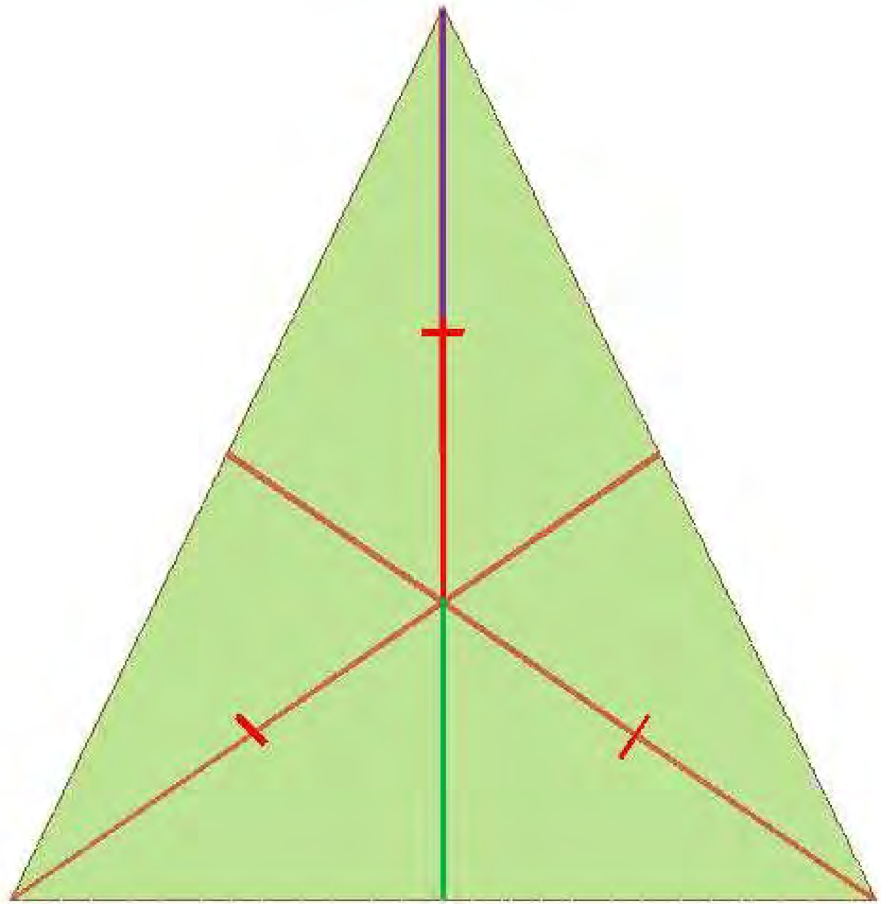
BD=20 см.

Знайти BC, CD.



Основна властивість медіан трикутника

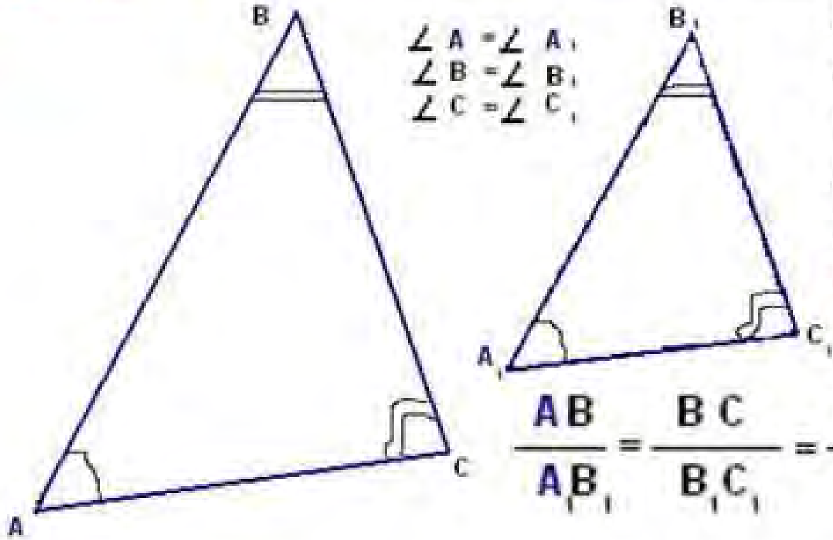
Три медіани трикутника перетинаються в одній точці та діляться нею у відношенні 2:1 починаючи від вершини



Узагальнена теорема Фалеса

Подібність трикутників

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$



$\angle A = \angle A_1$
$\angle B = \angle B_1$
$\angle C = \angle C_1$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

Два трикутника називаються подібними, якщо в них рівні кути, а проти рівних кутів лежать пропорційні сторони.
Дві сторони подібних трикутників, які лежать проти рівних кутів називаються відповідними сторонами.

Вершини равних кутів подібних трикутників називаються відповідними вершинами.

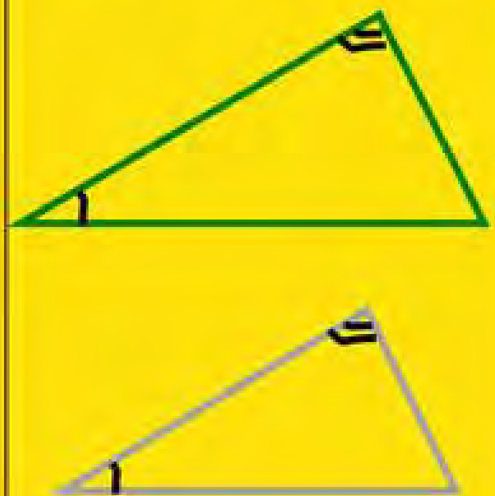
Рівні кути подібних трикутників називаються відповідними кутами.

Трикутники ABC и $A_1B_1C_1$ подібні.

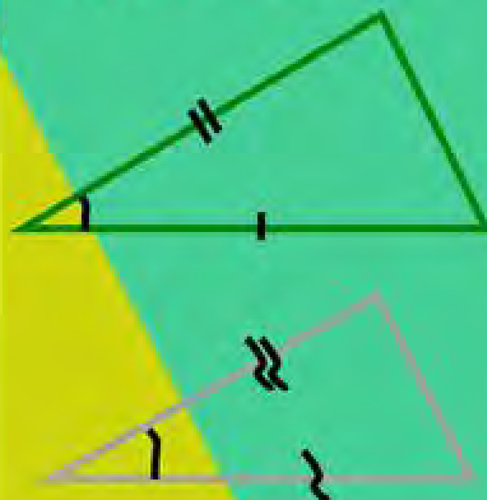
Відповідні вершини трикутників: A и A_1, B и B_1, C и C_1
Відповідні кути рівні.
Відповідні сторони пропорціональні

Ознаки подібності трикутників

За двома кутами:

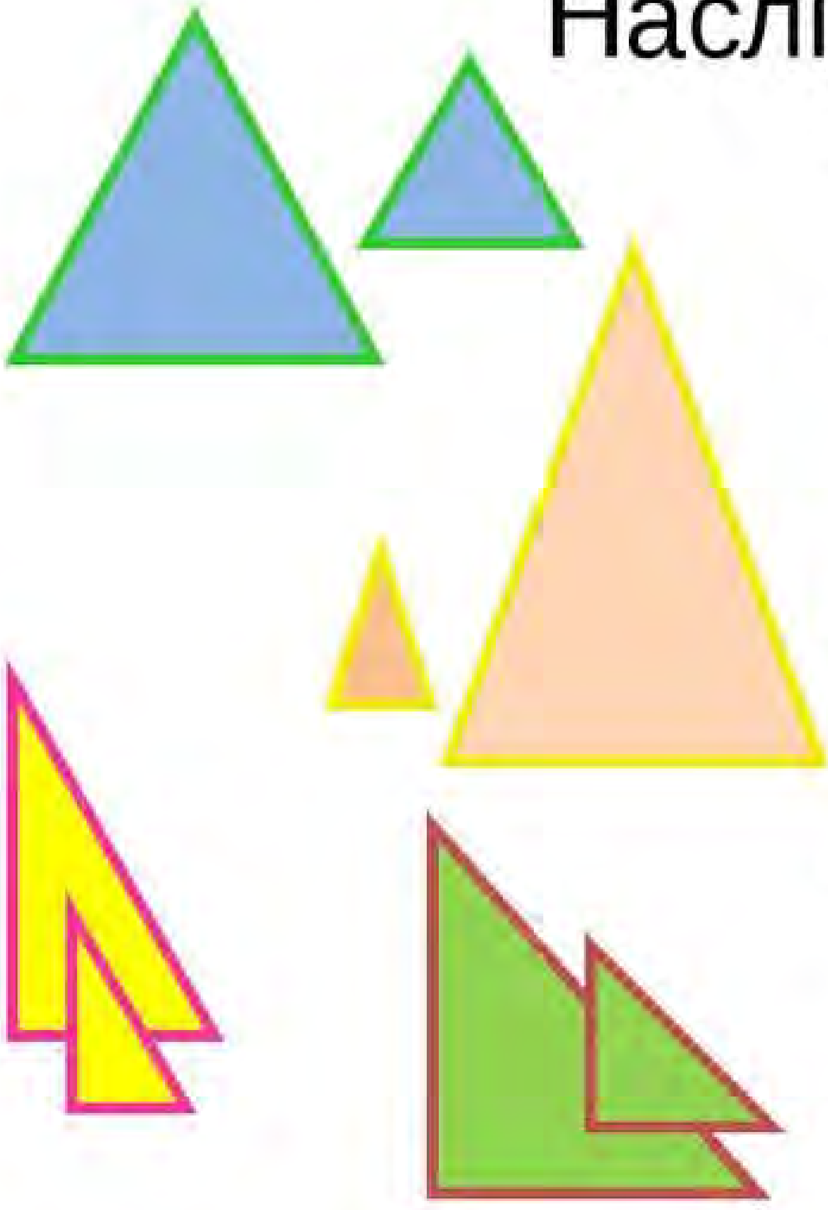


За двома сторонами і кутом між ними:



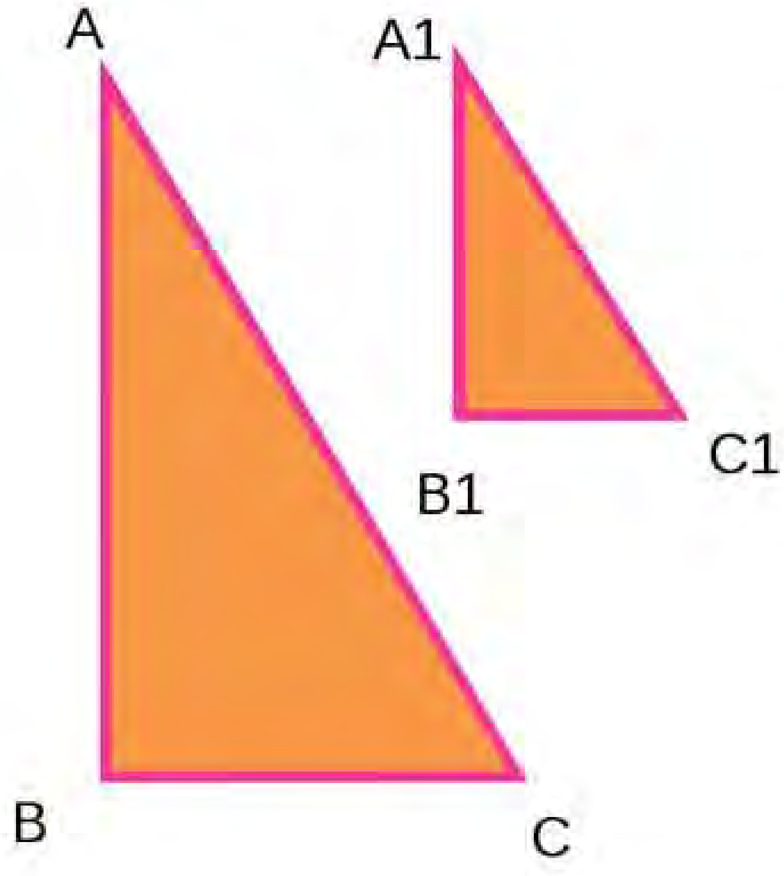
За трьома сторонами:

Наслідки:



- *Рівносторонні трикутники подібні.*
- *Рівнобедрені трикутники подібні, якщо вони мають по рівному куту:1) при основі; 2) при вершині.*
- *Прямокутні трикутники з рівним гострим кутом подібні.*
- *Рівнобедрені прямокутні трикутники подібні.*

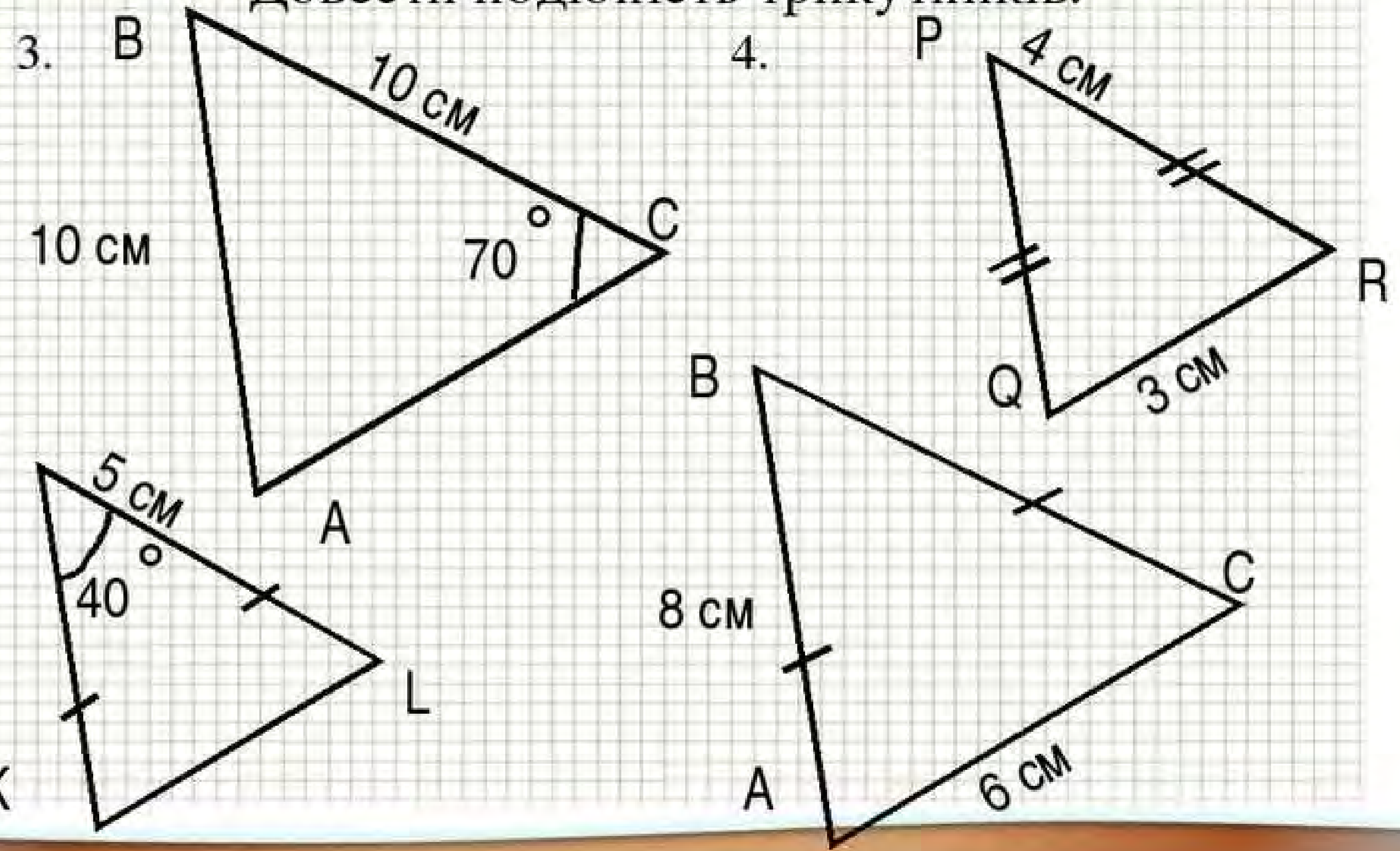
Наслідки:



- *Прямокутні трикутники з відповідно пропорційними катетами подібні.*

Розв’яжіть задачі усно

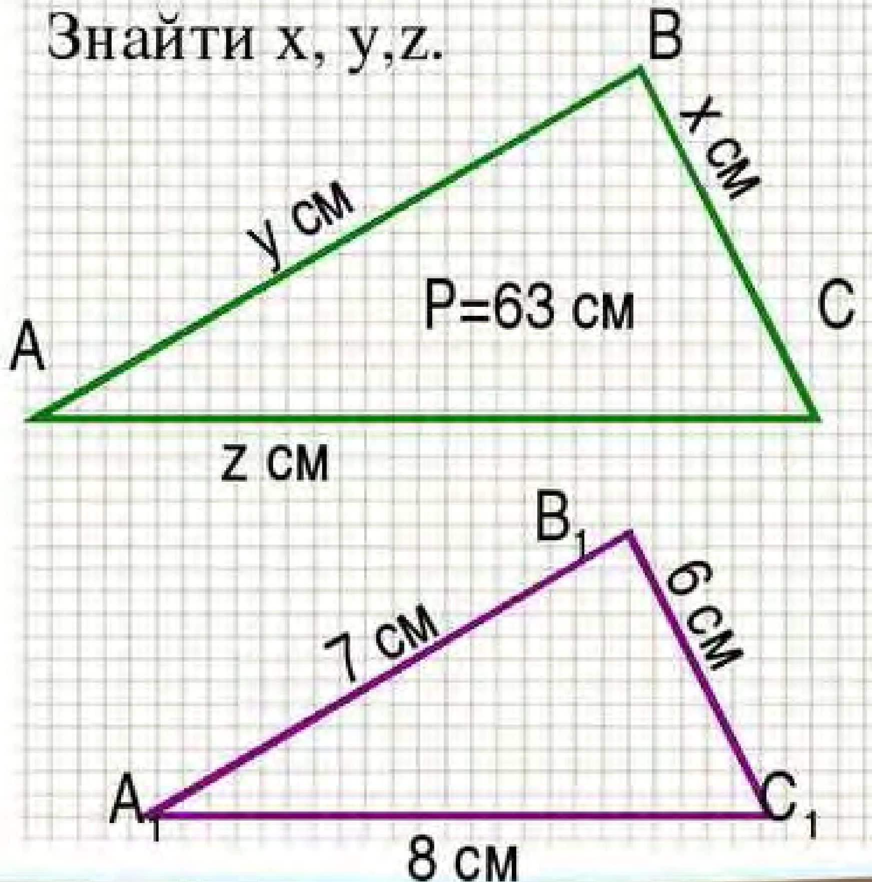
Довести подібність трикутників.



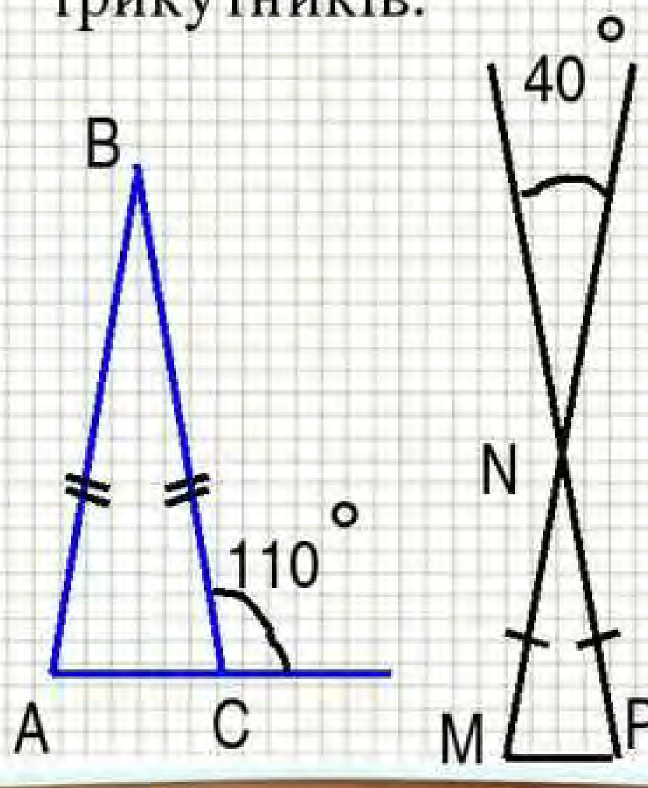
Розв'яжіть задачі усно

1.Дано $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

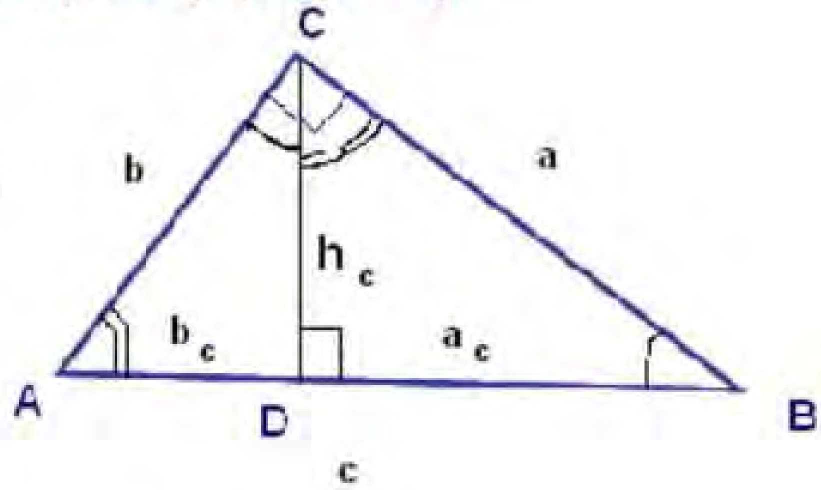
Знайти x, y,z.



2. Знайдіть пари подібних трикутників.



Метрічні співвідношення в прямокутному трикутнику.



Наслідок. ***У прямокутному трикутнику виконуються такі співвідношення:***

$b^2 = b_c c$ $\qquad$ $b = \sqrt{b_c c}$

$a^2 = a_c c$ $\qquad$ $a = \sqrt{a_c c}$

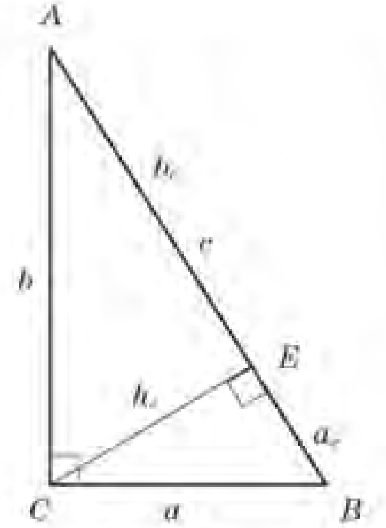
$h_c^2 = a_c b_c$ $\qquad$ $h_c = \sqrt{a_c b_c}$

b_c , a_c - проєкції катетів a і b на гіпотенузу c

Властивості катетів, медіан і висот прямокутного трикутника

Катет прямокутного трикутника є середнє пропорційне між гіпотенузою й проекцією цього катета на гіпотенузу

$$a = \sqrt{a_c c}; \quad b = \sqrt{b_c c}.$$



$a_c = EB;$

$b_c = AE;$

$a_c + b_c = c$

Висота прямокутного трикутника, проведена з вершини прямого кута, є середнє пропорційне між проекціями катетів на гіпотенузу

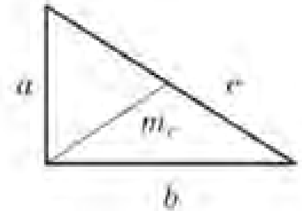
$$h_c = \sqrt{a_c b_c}.$$

Висота може бути визначена через катети та їх проекції на гіпотенузу

$$h_c = \frac{ab}{a_c + b_c}.$$

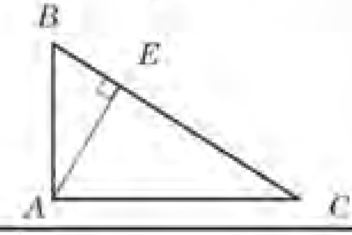
Медіана, проведена з вершини прямого кута, дорівнює половині гіпотенузи

$$m_c = \frac{1}{2}c.$$



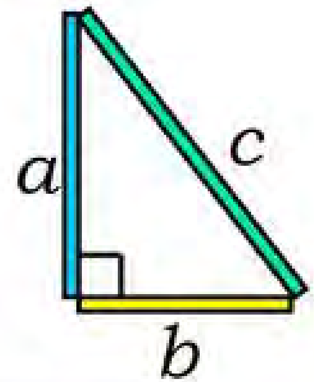
Висота, проведена з вершини прямого кута трикутника, ділить його на два трикутники, подібні до даного

$\Delta ABE \backsim \Delta AEC \backsim \Delta ABC$



Теорема Піфагора

- **У прямокутному трикутнику сума квадратів катетів дорівнює квадрату гіпотенузи**



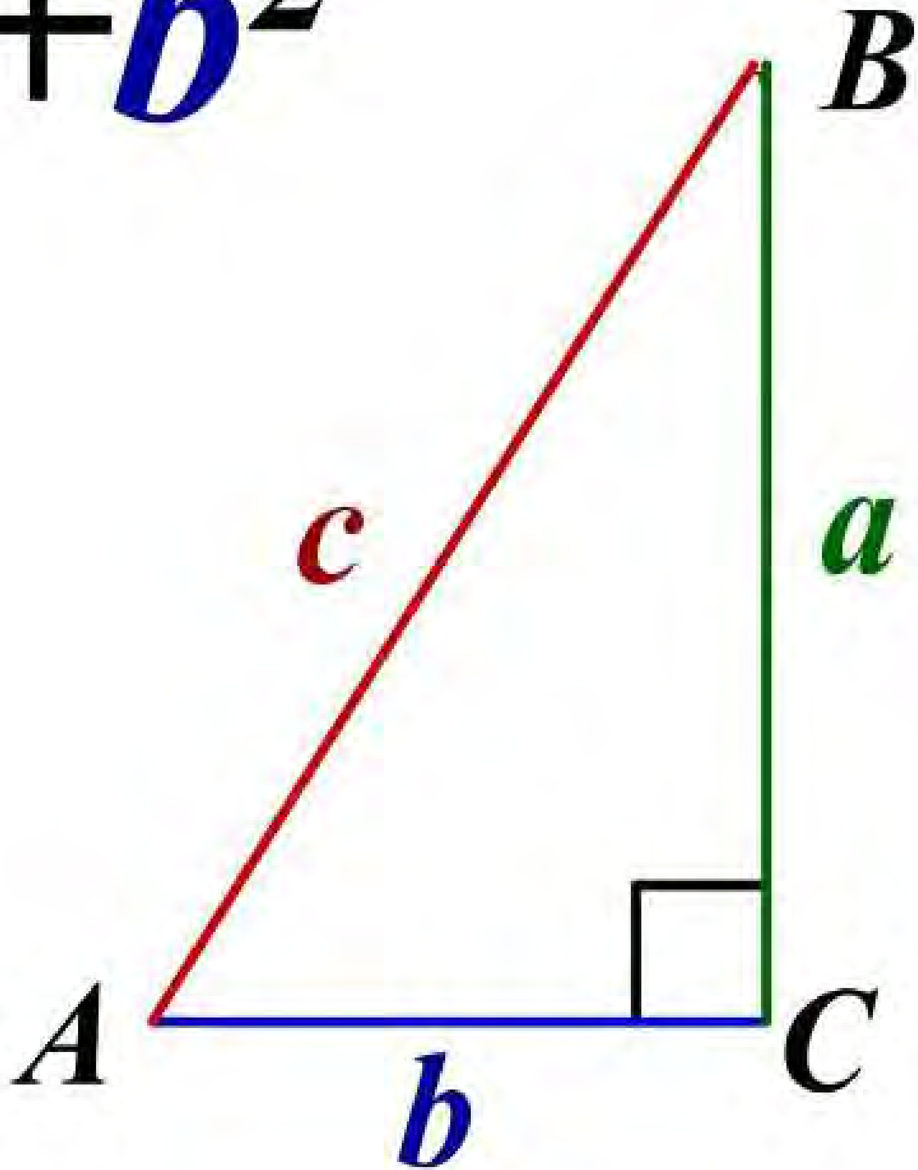
$$a^2+b^2=c^2$$

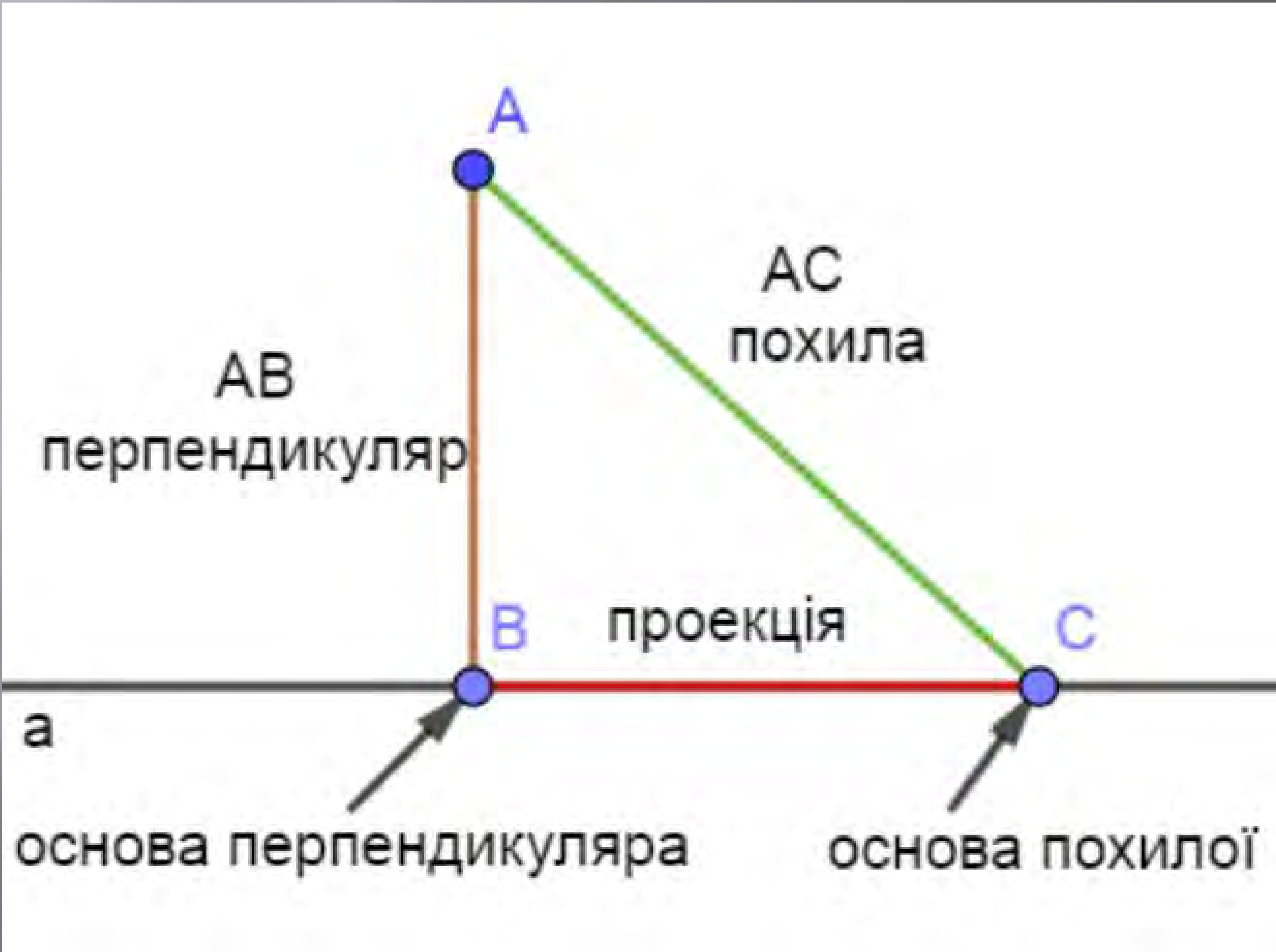
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

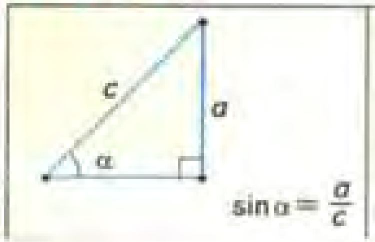
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



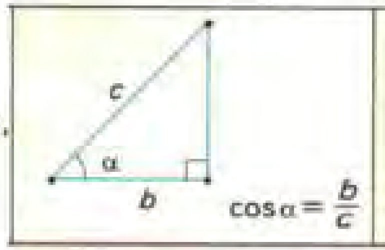

A
AC
похила
AB
перпендикуляр
B
проекція
C
a
основа перпендикуляра
основа похилої

Означення синуса, косинуса і тангенса гострого кута прямокутного трикутника

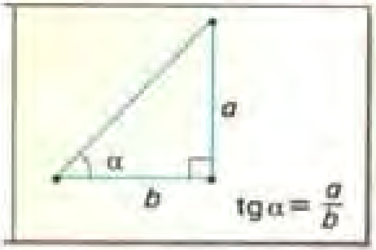
Синусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до гіпотенузи.



Косинусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до гіпотенузи.

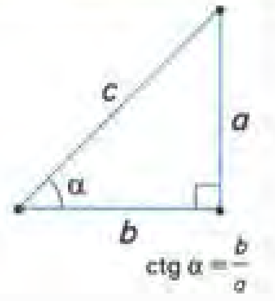


Тангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до прилеглого катета.



Крім косинуса, синуса і тангенса кута α є ще одне відношення сторін прямокутного трикутника, яке має особливу назву — *котангенс*. Це відношення катета b, прилеглого до кута α, до протилежного катета a. Позначається: ctg α.

Отже, $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$.



Розв'язування вправ

У прямокутному трикутнику катети дорівнюють 24 см і 7 см. Знайдіть:
1) косинус гострого кута, який лежить проти меншого катета;

Дано: ΔABC , $\angle C = 90°$, AC=24см, BC=7см

Знайти: $1) \cos \angle A$.

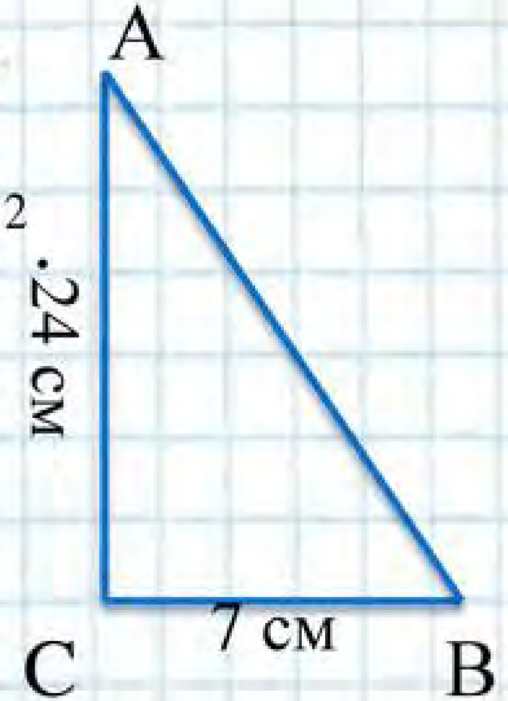
Розв'язання

$$\cos \angle A = \frac{AC}{AB}.$$

За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

$$AB = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{546 + 49} = 25(см).$$

$$\cos \angle A = \frac{24}{25} = 0,96.$$



Розв'язування вправ

З точки A до прямої проведено похилу $AB = 15$ см і перпендикуляр $AC = 9$ см. Знайдіть синус і косинус:
1) кута A; 2) кута B.

Розв'язання

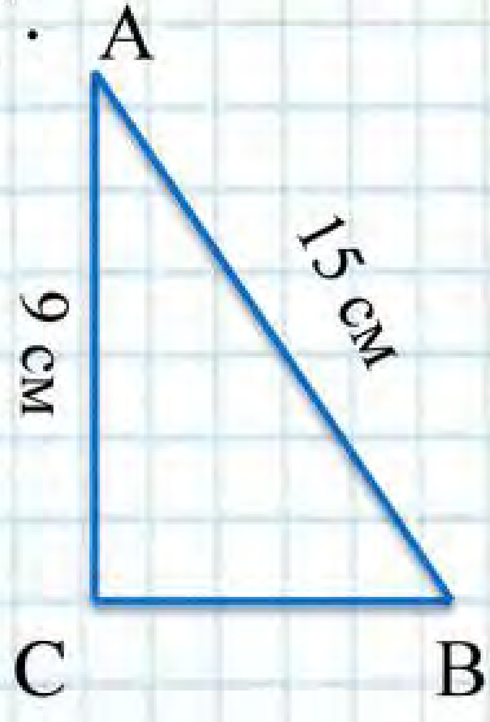
За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

$$BC = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{(15-9)(15+9)} =$$

$$= \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 4} = 6 \cdot 2 = 12 (см).$$

$$\cos \angle A = \frac{AC}{AB}, \cos \angle A = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0{,}6.$$

$$\sin \angle A = \frac{BC}{AB}, \quad \sin \angle A = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0{,}8.$$



α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Обчисліть

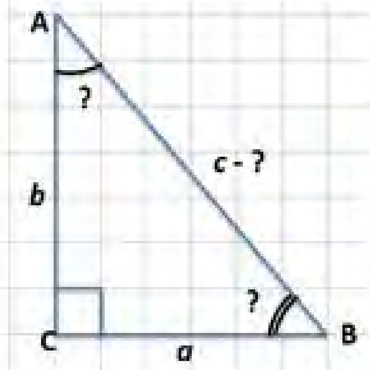
$$\cos 30^{\circ} - \frac{tg\,60^{\circ}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

Rectangle 29 ...

$$\sin 30^{0} + tg\,45^{0} = \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{2}$$

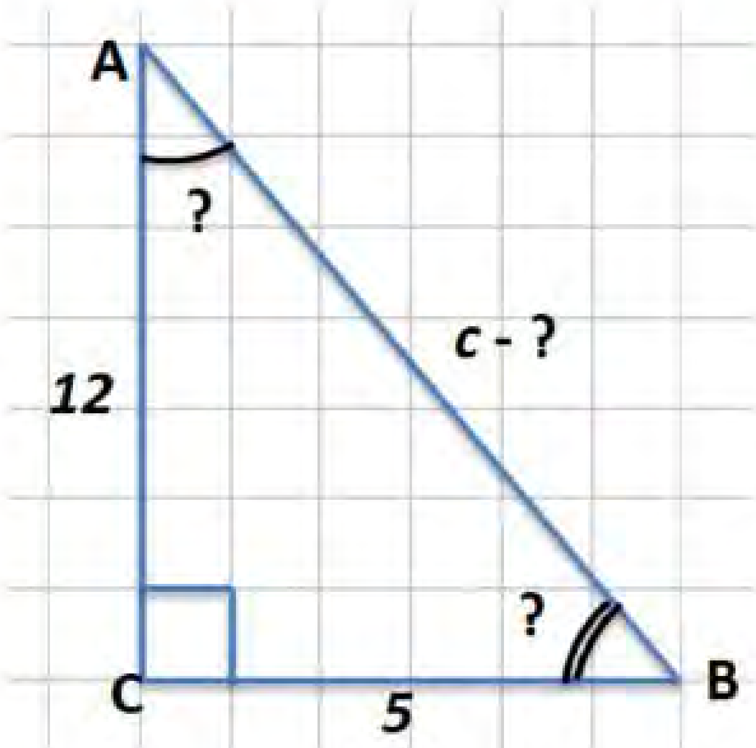
$$2\sqrt{3} \cdot \left(\sin 60^{0} - tg\,30^{0}\right) =$$

$$= 2\sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$



Практикум

Знайди гіпотенузу і кути прямокутного трикутника, якщо його катети дорівнюють 12 см і 5 см.



Розв'язання.

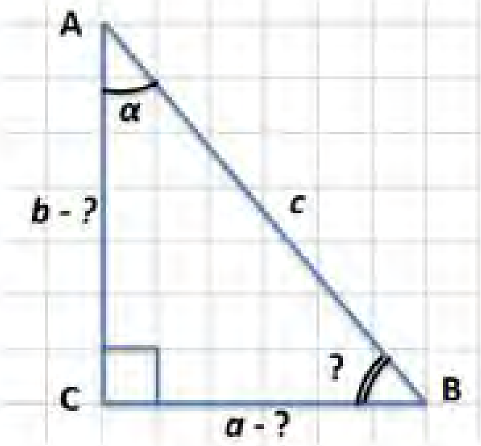
ABC – прямокутний трикутник ($\angle C = 90°$), AC = 12 см, BC = 5 см. За теоремою Піфагора маємо:

1) $AB^2 = AC^2 + BC^2$, звідки $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = = 13(\text{см})$

2) $tgA = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12} \approx 0,41667;\ \angle A \approx 23°$

3) $\angle B \approx 90° - 23° \approx 67°$

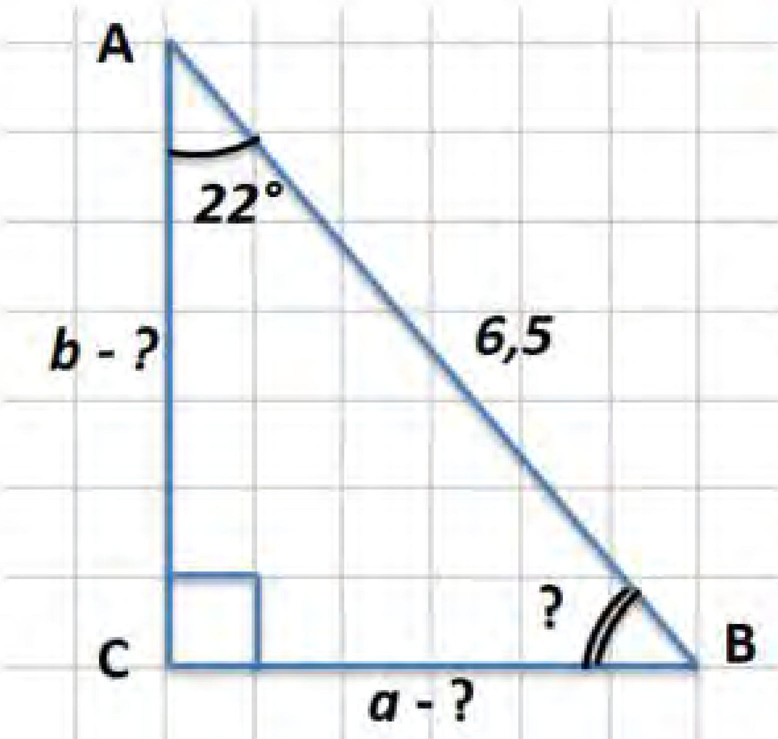
Відповідь: 13 см, $\approx 23°, \approx 67°$



Практикум

Знайти катети і невідомий гострий кут прямокутного трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює 6,5 см, а один з кутів - 22°

Розв'язання.



ABC – прямокутний трикутник ($\angle C = 90°$), AB = 5 см, $\angle A = 22°$.

1) $\angle B = 90° - \angle A = 90° - 22° = 68°$

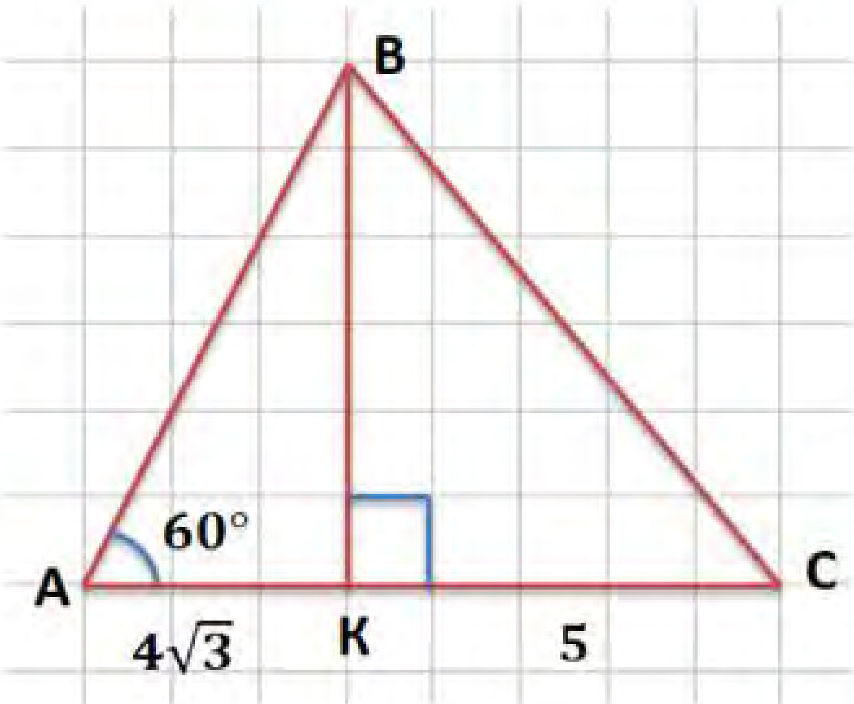
2) $CB = AB \cdot sinA; CB = 6,5 \cdot sin22° = 6,5 \cdot 0,3746 \approx 2,4(\text{см})$

3) $AC = AB \cdot cosA; AC = 6,5 \cdot cos22° = 6,5 \cdot 0,9272 \approx 6(\text{см})$

Відповідь: $\approx 2,4$ *см*, ≈ 6 *см*, $68°$

Практикум

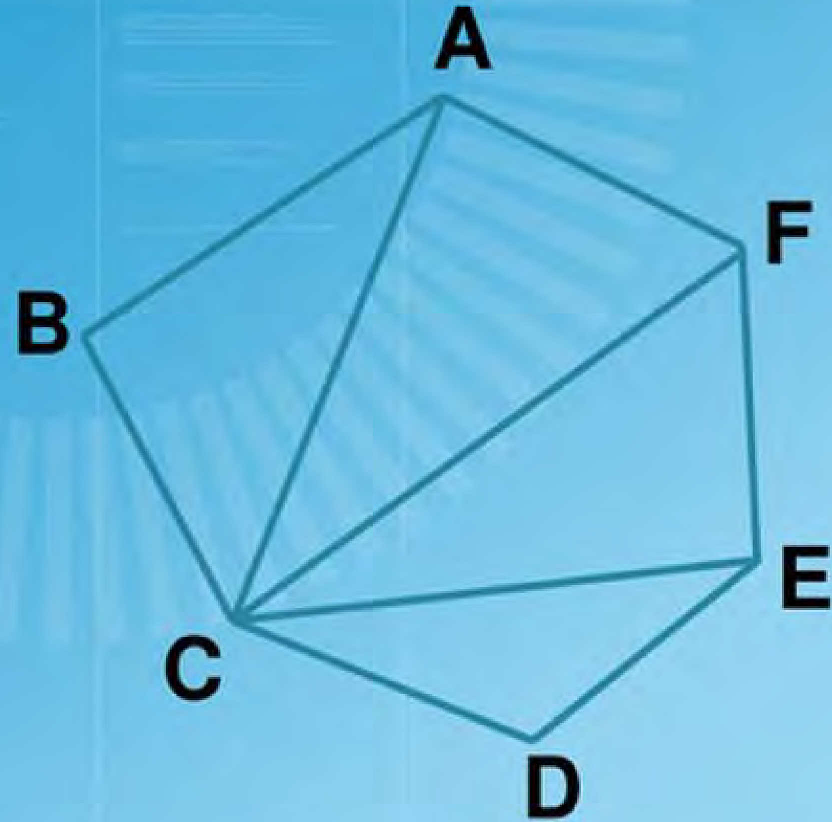
У трикутнику АВС висота ВК ділить основу АС на відрізки $AK = 4\sqrt{3}$ см, $KC = 5$ см, $\angle A = 60°$. Знайти бічні сторони трикутника.



Дано: $\triangle ABC$, ВК – висота,
АК = $4\sqrt{3}$ см,
КС = 5 см, $\angle A = 60°$

Знайти: АВ, ВС

Многокутник та його елементи



ABCDEF – многокутник (або багатокутник)

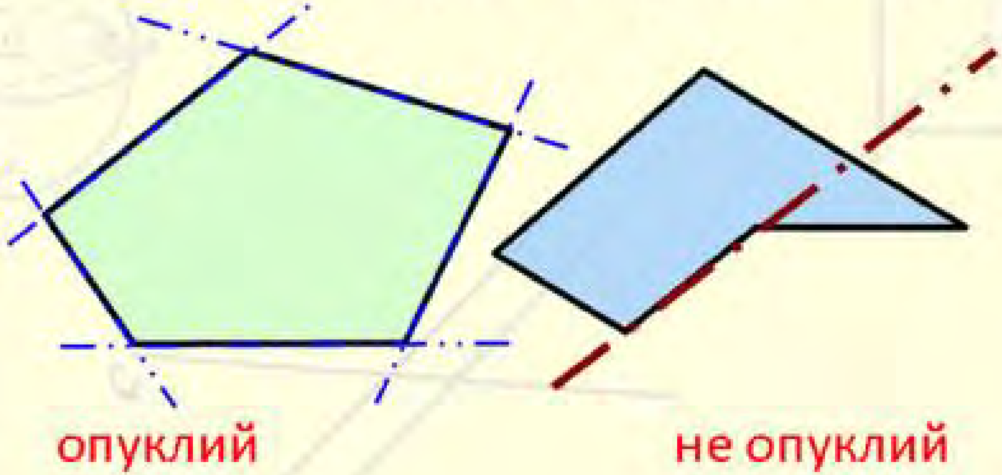
A, B, C, D, E, F – вершини многокутника

AB, BC, CD, DE, EF, FA – сторони многокутника

$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$, $\angle F$ – внутрішні кути многокутника

AC, FC, EC, – діагоналі многокутника, проведені із вершини C

Многокутники бувають опуклі та неопуклі.



- Якщо всі кути багатокутника менші за розгорнутий, його називають **опуклим многокутником**, в іншому випадку - **неопуклим** .

Властивості (опуклих) многокутників

В опуклому n-кутнику:

1) із кожної вершини можна провести $(n-3)$ діагоналі;

2) кількість усіх діагоналей дорівнює $\frac{n(n-3)}{2}$;

3) для будь-якої сторони a справедливо, що $a < P$ (P — периметр n-кутника);

4) сума внутрішніх кутів $S_n = 180°(n-2)$;

5) сума зовнішніх кутів, взятих по одному при кожній вершині — 360°;

6) якщо всі сторони і всі кути рівні, то n-кутник є правильним, і тоді $a = \frac{P}{n}$ ($P = an$, P — периметр; a — сторона);

$\alpha = \frac{180(n-2)}{n}$ — внутрішній кут; $\beta = \frac{360}{n}$ — зовнішній кут

Знайдіть кути опуклого шестикутника, якщо вони відносяться як 3 : 3 : 4 : 4 : 5 : 5.

Розв'язування:

Нехай одна частина кута - х градусів, тоді $\angle 1 = \angle 2 = 3x^0$, $\angle 3 = \angle 4 = 4x^0$, $\angle 5 = \angle 6 = 5x^0$

За умовою задачі - це шестикутник, у якого сума кутів дорівнює

$180^0(6-2) = 180^0 \times 4 = 720^0$. Запишемо і розв`яжемо рівняння:

3x+3x+4x+4x+5x+5x = 720;

24x = 720;

x = 30;

$$\angle 1 = \angle 2 = 3 \cdot 30^0 = 90^0;$$

$$\angle 3 = \angle 4 = 4 \cdot 30^0 = 120^0;$$

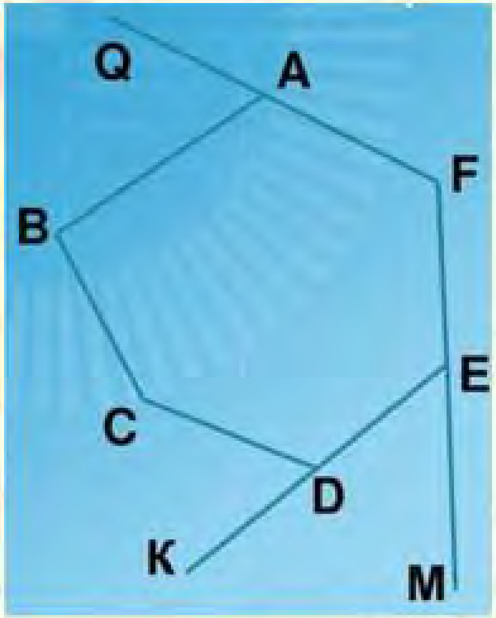
$$\angle 5 = \angle 6 = 5 \cdot 30^0 = 150^0.$$

Відповідь: $\angle 1 = \angle 2 = 90^0;$

$\angle 3 = \angle 4 = 120^0;$

$\angle 5 = \angle 6 = 150^0.$

Зовнішній кут многокутника



ABCDEF – многокутник

Продовжимо сторони DE, EF, FA

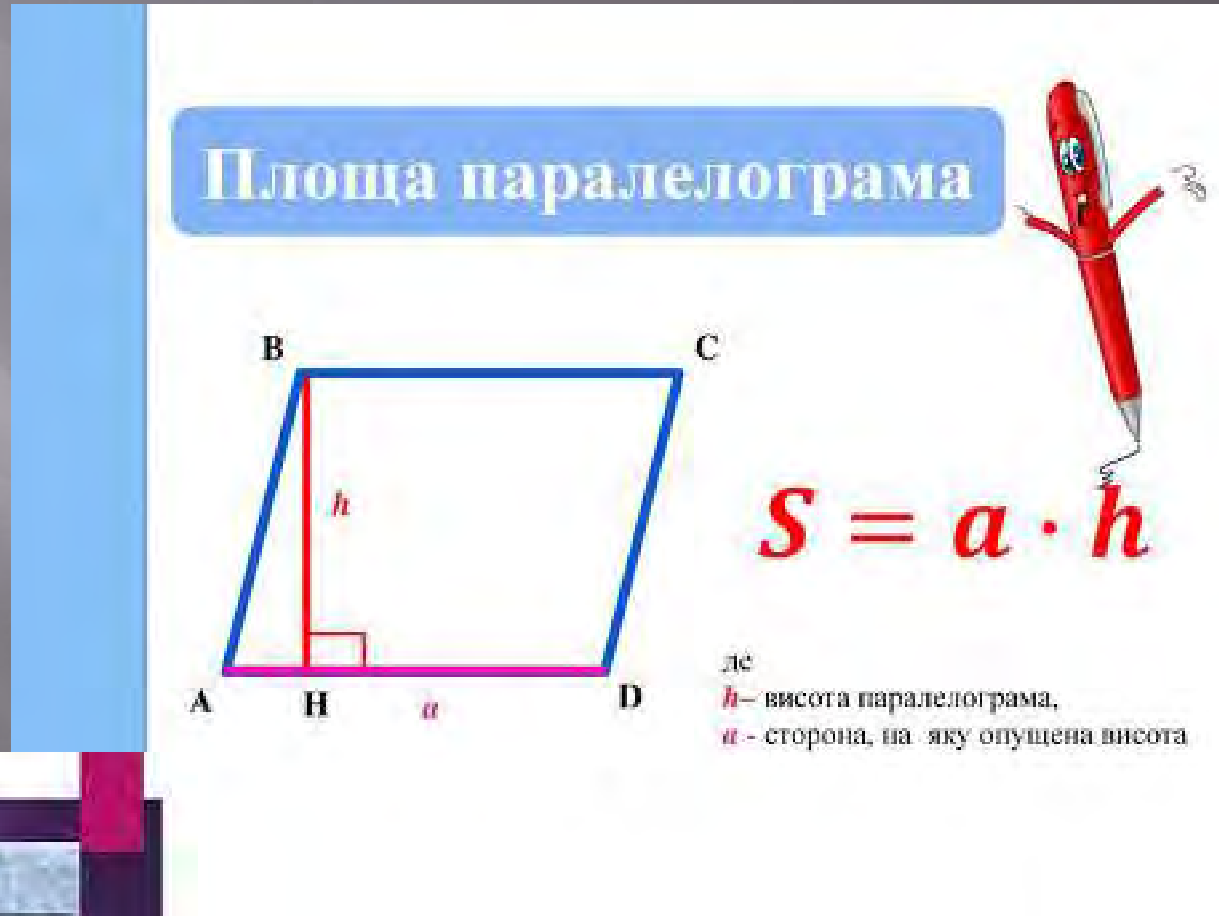
$\angle CDK$, $\angle MED$, $\angle BAQ$ – зовнішні кути многокутника

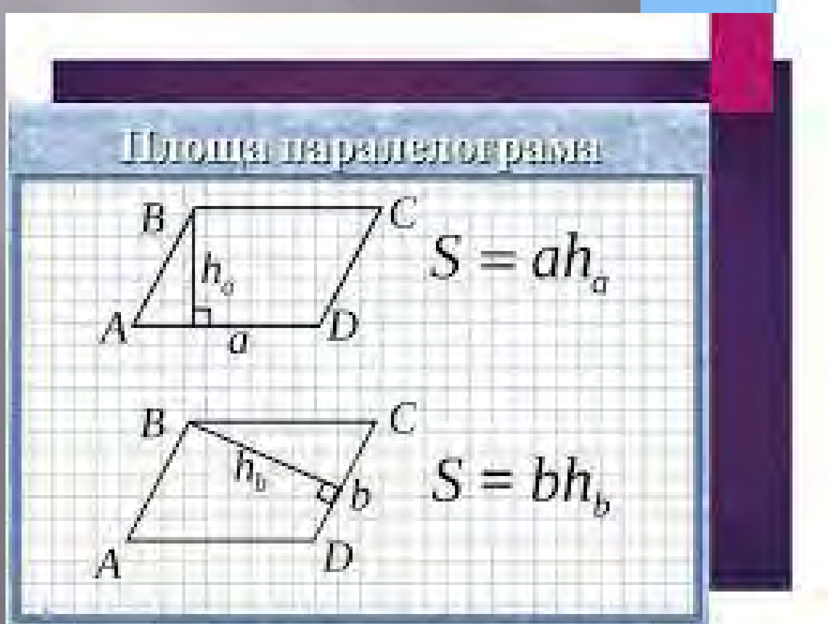
Сума зовнішніх кутів, взятих по одному при кожній вершині довільного опуклого многокутника, дорівнює 360°.

Вписані і описані многокутники

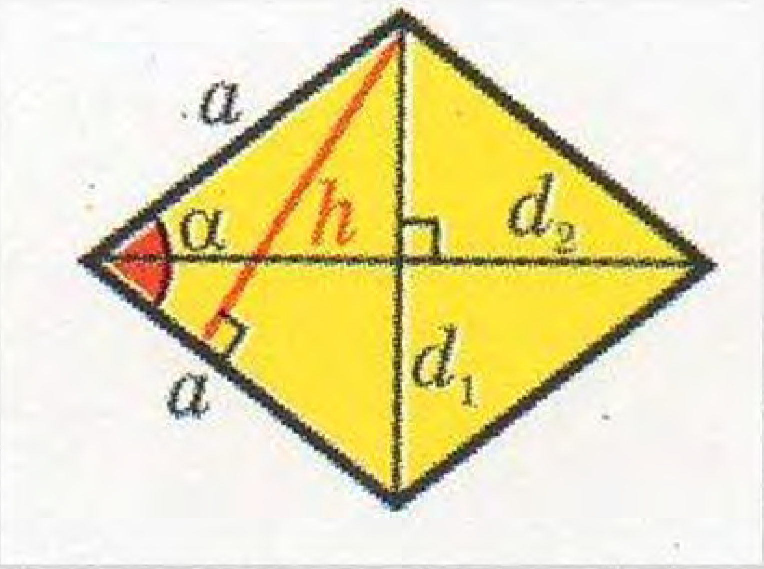
Вписаний – многокутник, усі вершини якого лежать на колі.

Описаний – многокутник, усі сторони якого є дотичними до кола.


Площа паралелограма
B
C
h
A
H
a
D
$S = a \cdot h$
де
h– висота паралелограма,
a - сторона, на яку опущена висота


Площа паралелограма
B
C
h_a
A
a
D
$S = ah_a$
B
C
h_b
b
A
D
$S = bh_b$

Площа ромба



$$S = ah_a$$

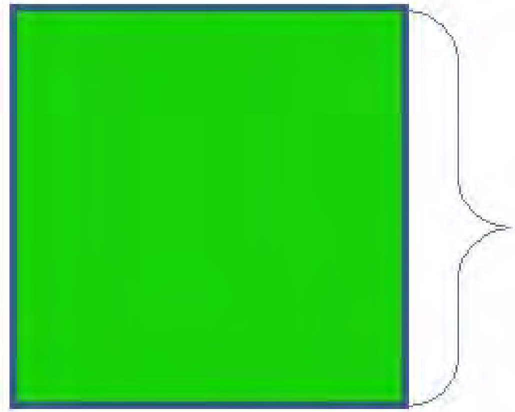
$$S = a^2 \sin\alpha$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Площа квадрата. Площа прямокутника

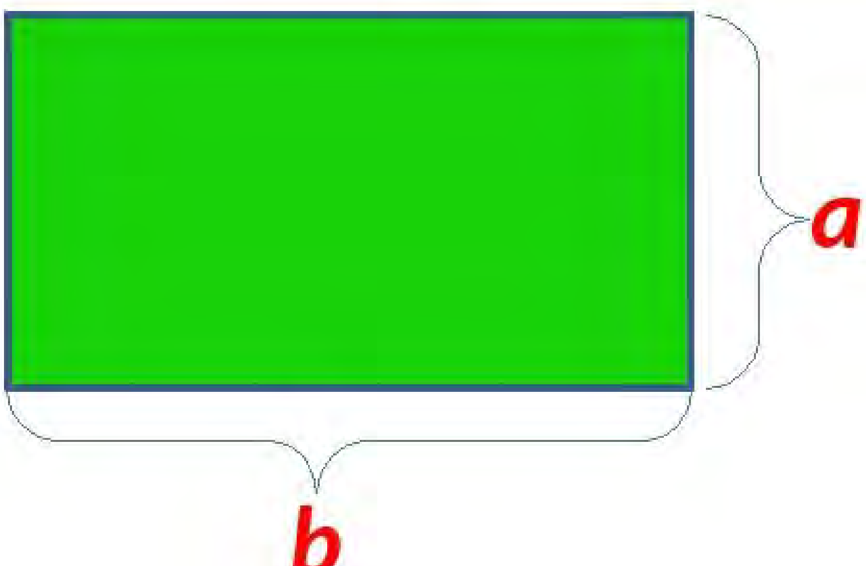
$S_{кв.} = a^2$

$S_{пр.} = ab$



✓Правило

a - сторона квадрата

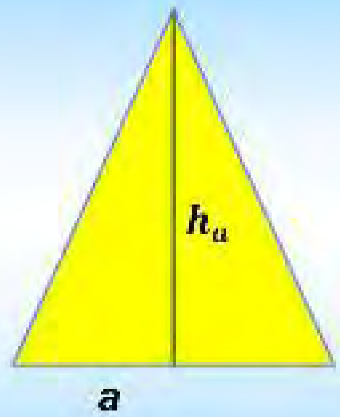


a *і* ***b*** - сторони прямокутника

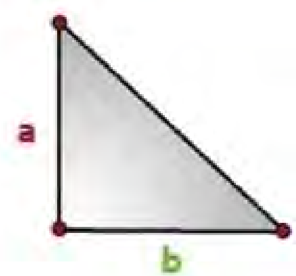
✓Правило

Площа трикутника

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$$



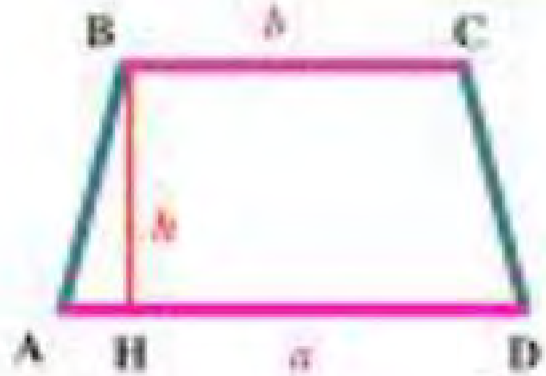
Площа прямокутного трикутника



Якщо відомі катети, то можемо скористатися цією формулою

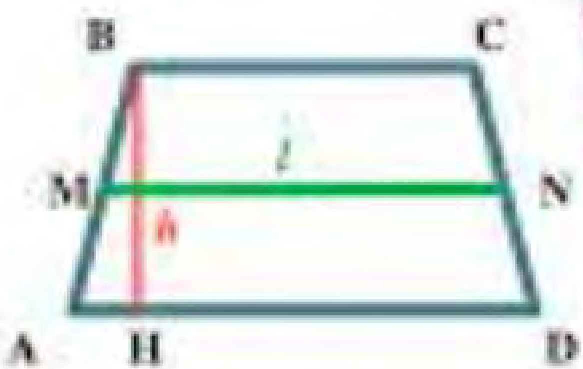
$$S = \frac{1}{2}ab$$

Площа трапеції



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

де:
h - висота трапеції,
a та b - основи трапеції



$$S = l \cdot h$$

де:
h – висота трапеції,
l – середня лінія трапеції

Площу трапеції можна обчислити за формулою:

$$S = \frac{a+b}{2} \times h,$$

де a і b – основи, h – висота трапеції.

Наприклад:

Знайдемо площу трапеції:

Розв'язок:

$$S = \frac{19+41}{2} \times 9 = 270.$$

Відповідь: $S = 270.$

Домашнє завдання

Повторити § 15, 18, 19, 20

Виконати завдання за посиланням

https://vseosvita.ua/test/start/jya074