25.11.24 9 клас Вчитель: Артемюк Н.А.

Тема. Перетворення графіків функції

Мета. Вчитися будувати графіки функцій, використовуючи найпростіші перетворення графіків вже відомих функцій

Повторюємо

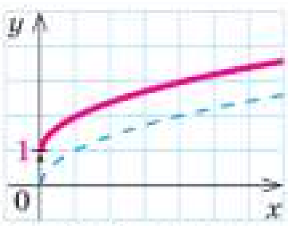
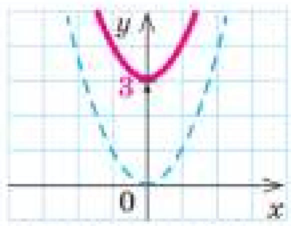
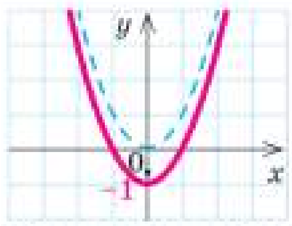
- Що називають функцією?
- Як можна задати функцію?
- Які функції ви знаєте?
- Як побудувати графік функції?

Ознайомтеся з інформацією

ПРАВИЛО 1

Графік функції $y = f(x) + b$ можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = f(x)$ уздовж осі ординат на b одиниць угору, якщо $b > 0$, і на $|b|$ одиниць униз, якщо $b < 0$.

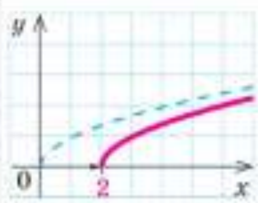
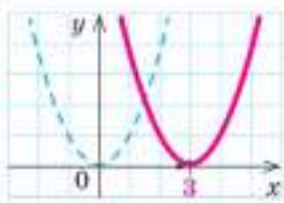
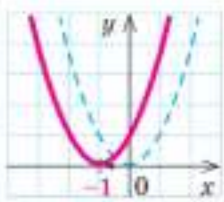
У таблиці подано графік функції $y = f(x)$ (пунктиром) і графік функції $y = f(x) + b$, отриманий унаслідок його паралельного перенесення вздовж осі Оу.

Функція $y=f(x)+b$	$y=\sqrt{x}+1$	$y=x^2+3$	$y=x^2-1$
Перетворення $f(x)\to f(x)+b$			

ПРАВИЛО 2

Графік функції $y = f(x + a)$ можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = f(x)$ уздовж осі абсцис на a одиниць уліво, якщо $a > 0$, і на $|a|$ одиниць управо, якщо $a < 0$.

У таблиці подано графік функції $y = f(x)$ (пунктиром) і графік функції $y = f(x + a)$, отриманий внаслідок його паралельного перенесення вздовж осі Ox.

Функція $y=f(x+a)$	$y=\sqrt{x-2}$	$y=(x-3)^2$	$y=(x+1)^2$
Перетворення $f(x)\to f(x+a)$			

ПРАВИЛО 3

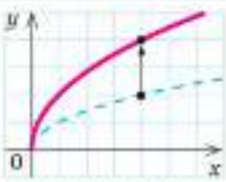
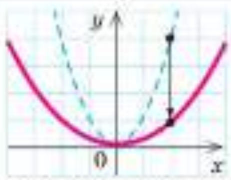
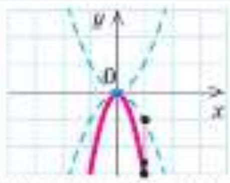
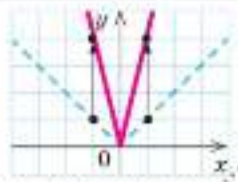
Графік функції $y = kf(x)$, де $k > 0$, можна отримати, замінивши кожну точку графіка функції $y = f(x)$ на точку з тією самою абсцисою та з ординатою, помноженою на k.

Говорять, що графік функції $y = kf(x)$ отримано з графіка функції $y = f(x)$ в результаті **розтягнення в k разів від осі абсцис**, якщо $k > 1$, або в **результаті стискання в $1/k$ раза до осі абсцис**, якщо $0 < k < 1$.

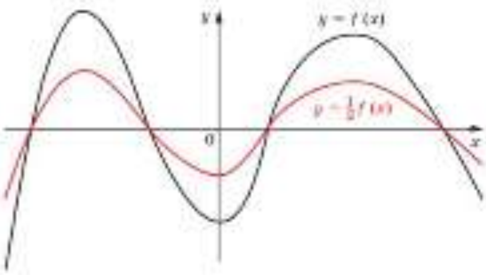
Зауважимо, що у випадку $k < 0$ користуються **ПРАВИЛОМ 4**

Щоб побудувати графік функції $y = -f(x)$, можна графік функції $y = f(x)$ симетрично (дзеркально) відобразити відносно осі Ox.

У таблиці подано графік функції $y = f(x)$ (пунктиром) і графік функції $y = kf(x)$.

Функція $y=k\cdot f(x)$	$y=2\sqrt{x}$	$y=\frac{1}{4}x^2$	$y=-3x^2$	$y=4\lvert x\rvert$
Перетворення $f(x)\to k\cdot f(x)$				

Зауважимо, що при $k \neq 0$ функції $y = f(x)$ і $y = kf(x)$ мають одні й ті самі нулі. Отже, графіки цих функцій перетинають вісь абсцис в одних і тих самих точках. Цей факт ілюструє рисунок справа.



Як побудувати графіки функції $y = |f(x)|$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$

Скориставшись означенням модуля, запишемо:

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{якщо } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{якщо } f(x) < 0. \end{cases}$$

Звідси робимо висновок, що **графік функції $y = |f(x)|$, при всіх x, для яких $f(x) \geq 0$ збігається з графіком функції $y = f(x)$, а при всіх x, для яких $f(x) < 0$ з графіком функції $y = -f(x)$.**

Побудову графіка функції $y = |f(x)|$ можна проводити **за такою схемою**:

1) усі точки графіка функції $y = f(x)$ з невід'ємними ординатами залишити незмінними;

2) точки з від'ємними ординатами замінити на точки з тими самими абсцисами, але протилежними ординатами.

ПРАВИЛО 5

Графіком функції $y = k(x+a)^2 + b$, $k \neq 0$ є парабола, яка дорівнює* параболі $y = kx^2$ і вершиною якої є точка $(-a; b)$.

* – рівність потрібно розуміти у сенсі, що параболи суміщаються при накладанні.

ПРАВИЛО 6

Графік функції $y = f(-x)$, можна отримати, замінивши кожну точку графіка функції $y = f(x)$на точку з такою самою ординатою та протилежною абсцисою.

Як побудувати графік функції $y = f(|x|)$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$

Скориставшись означенням модуля, запишемо:

$$y = f(|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{якщо } x \geq 0 \\ f(-x), & \text{якщо } x < 0 \end{cases}$$

Звідси робимо висновок, що

графік функції $y = f(|x|)$ при $x \geq 0$ збігається з графіком функції $y = f(x)$, а при $x < 0$ — з графіком функції $y = f(-x)$.

Побудову графіка функції $y = f(|x|)$можна проводити за такою **схемою**:

1) побудувати ту частину графіка функції $y = f(x)$, усі точки якої мають невід'ємні абсциси;

2) побудувати ту частину графіка функції $y = f(-x)$, усі точки якої мають від'ємні абсциси.

Об'єднання цих двох частин і складатиме графік функції $y = f(|x|)$.

Перегляньте відео за посиланням:

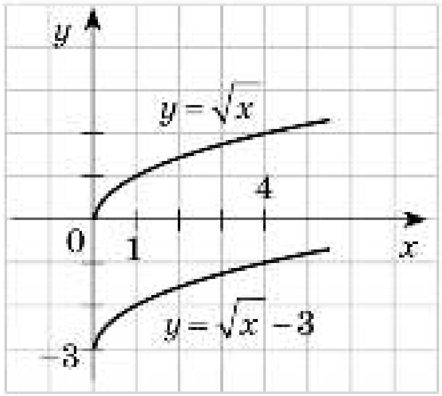
https://youtu.be/D8CcO4UF6JU

Побудуйте в зошиті графіки за прикладами у відео.

Розв'язування завдань

Завдання 1

Побудувати графік функції $y = \sqrt{x} - 3$.



Розв'язання:

Згідно з правилом 1, графік функції $y = \sqrt{x} - 3$ можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = \sqrt{x}$ уздовж осі ординат на $b = |-3| = 3$ одиниці униз (рис.1)

Пригадайте

- Як побудувати графік функції f(x)+a, f(x)-a?
- Як побудувати графік функції f(x+a), f(x-a)?
- Як побудувати графік функції kf(x)+a?

Домашнє завдання

- Опрацювати конспект і §10.
- Розв'язати письмово №

Побудуйте в одній системі координат графіки функцій:

1) $y = x;\ y = x + 2;\ y = x - 3.$ 2) $y = |x|;\ y = |x + 1|;\ y = |x - 3|.$

Фото виконаної роботи потрібно надіслати вчителю на HUMAN або на електронну пошту nataliartemiuk.55@gmail.com

Джерела

- Всеукраїнська школа онлайн
- Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. – Київ: Генеза, 2017. – 264 с.