05.02.2025 Алгебра 8. Л. Шаміна

Урок №40
Тема. Тотожні перетворення виразів, що містять квадратні корені

Мета: сформувати вміння виконувати тотожні перетворення виразів, що містять квадратні корені, зокрема виносити множник з-під знака кореня, скорочувати дроби, розвивати логічне мислення, мову, вміння працювати самостійно, аналізувати ситуацію, оцінювати свої та дії інших; виховувати позитивні риси характеру: доброзичливість, взаємовиручку, справедливість, ставити мету та досягати успіху.

При **винесенні спільного множника з-під знака кореня** будемо використовувати властивість арифметичного квадратного кореня про корінь з добутку:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, a \geq 0, b \geq 0$$

Тобто підкореневий вираз ми представимо у вигляді добутку виразів, один з яких ми можемо винести з-під знака кореня.

Перейдемо до прикладів.

Винести множник з-під знака кореня:

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{1,28} = \sqrt{0,64 \cdot 2} = 0,8\sqrt{2}$$

$$\sqrt{1200} = \sqrt{400 \cdot 3} = 20\sqrt{2}$$

Тепер давайте спробуємо **внести множник під знак кореня,** тобто виконаємо операцію, обернену до попередньої.

$$3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \cdot 7} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{63}$$

$$0,4\sqrt{3} = \sqrt{(0,4)^2 \cdot 3} = \sqrt{0,16 \cdot 3} = \sqrt{0,48}$$

$$\frac{3}{4}\sqrt{32} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 32} = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot 32} = \sqrt{\frac{9 \cdot 32}{16}} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$-0,1\sqrt{200} = -\sqrt{(0,1)^2 \cdot 200} = -\sqrt{0,01 \cdot 200} = -\sqrt{2}$$

Настала черга більш складних прикладів з використанням змінних:

$\sqrt{7a^2}$, якщо $a < 0$

$$\sqrt{7a^2} = |a|\sqrt{7} = -a\sqrt{7}$$

$$\sqrt{14b^{12}} = |b^6|\sqrt{14} = b^6\sqrt{14}$$

У цьому прикладі маємо модуль з виразу у парному степені. Будь-яке число у парному степені буде невід'ємним, тому модуль розкриваємо зі знаком плюс.

Наступний вираз:

$$\sqrt{21x^4y^7} = \sqrt{21(x^2)^2(y^3)^2y} = |x^2||y^3|\sqrt{21y} = x^2y^3\sqrt{21y}$$

Так як під коренем x у парному степені, а y в непарному, тому цей вираз буде мати зміст лише при y0. У такому разі модуль з y в третьому степені буде також числом невід'ємним і розкриваємо модуль зі знаком плюс.

Тепер завданням буде внести множник під знак кореня:

$$a\sqrt{11}$$

якщо $a \geq 0 \rightarrow a\sqrt{11} = |a|\sqrt{11} = \sqrt{11a^2}$

якщо $a < 0 \rightarrow a\sqrt{11} = -|a|\sqrt{11} = -\sqrt{11a^2}$

Наступне завдання:

$$b^4\sqrt{-b}$$

Давайте для початку оцінимо знак змінної *b*. Під коренем *b* в непарному степені, а перед ним знак мінус. У такому разі *b* є недодатним. Так як перед коренем *b* у парному степені, то перед коренем буде знак плюс.

$$b^4\sqrt{-b} = |b^4|\sqrt{-b} = \sqrt{(b^4)^2(-b)} = \sqrt{b^8(-b)} = \sqrt{-b^9}$$

Розглянемо додавання та віднімання виразів з квадратними коренями. Ми можемо додавати та віднімати лише ті вирази, які містять однакові радикали. Наприклад,

$$10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

Інколи, аби додати вирази з коренями, спочатку необхідно винести множник з-під знака кореня:

$$\sqrt{400a} - \sqrt{64a} - \sqrt{121a} = \sqrt{20^2 \cdot a} - \sqrt{8^2 \cdot a} - \sqrt{11^2 \cdot a} = 20\sqrt{a} - 8\sqrt{a} - 11\sqrt{a} = \sqrt{a}$$

$$\sqrt{500} - \sqrt{45} - \sqrt{20} = \sqrt{100 \cdot 5} - \sqrt{9 \cdot 5} - \sqrt{4 \cdot 5} = 10\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

Тепер розберемося з множенням та діленням.

Властивості множення та ділення арифметичного квадратного кореня:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, a \geq 0, b \geq 0$$

Виконати множення:

$$\left(\sqrt{63} - \sqrt{28}\right) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{63} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{63 \cdot 7} - \sqrt{28 \cdot 7} = \sqrt{9 \cdot 7 \cdot 7} - \sqrt{4 \cdot 7 \cdot 7} = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 7$$
$$= 21 - 14 = 7$$

$$\left(4 - \sqrt{13}\right)\left(\sqrt{13} - 3\right) = 4 \cdot \sqrt{13} - 4 \cdot 3 - \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} + 3 \cdot \sqrt{13} = 4\sqrt{13} - 12 - 13 + 3\sqrt{13}$$
$$= 7\sqrt{13} - 25$$

Спростити такий вираз:

$$\frac{30\sqrt{6}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{12}} \cdot \sqrt{5}$$

Для початку винесемо множники з-під знака кореня та розкладемо підкореневі вирази на прості множники, щоб у подальшому скоротити.

$$\frac{30\sqrt{6}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{12}} \cdot \sqrt{5} = \frac{30 \cdot \sqrt{3 \cdot 2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2 \cdot 5} \cdot \sqrt{4 \cdot 3}} = \frac{30 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{30}{2} = 15$$

Домашнє завдання

Повторити §17

Опрацювати §18

Виконати завдання за посиланням https://vseosvita.ua/test/start/dra097

або №676, 678, 682,684