Тема. Повторення. Розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем

Мета. Вдосконалювати вміння розв’язувати рівняння, нерівності та їх системи

Пригадайте

- Які види рівнянь ви навчились розв’язувати?
- Що означає розв’язати рівняння?
- Які види нерівностей ви навчились розв’язувати?
- Які розв’язки може мати нерівність?
- Що означає розв’язати систему рівнянь?
- Які способи розв’язування систем рівнянь вам відомі?
- Що є розв’язком системи нерівностей?

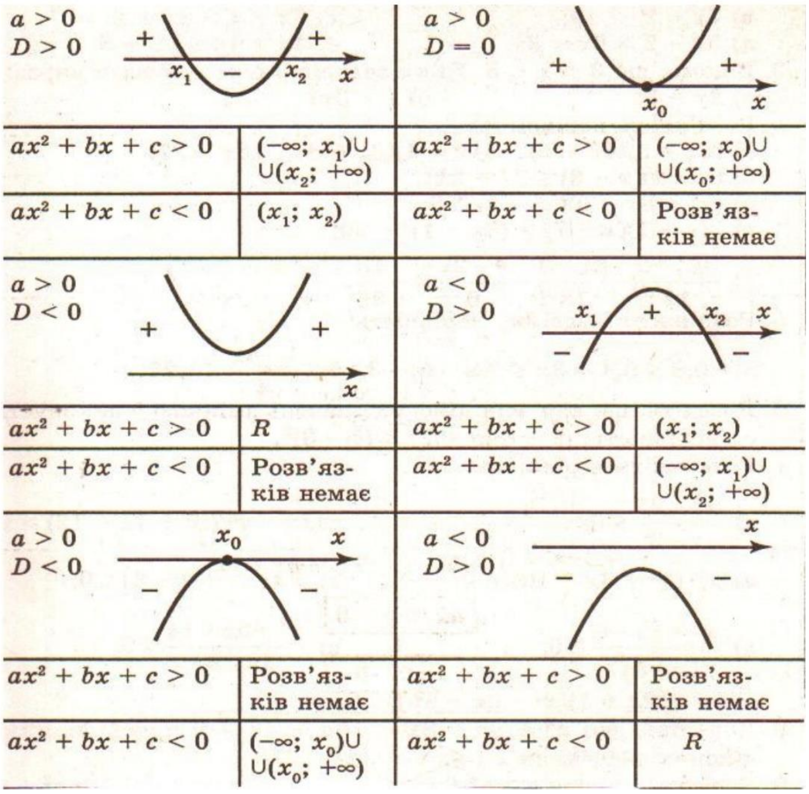
Довідник

- Квадратним рівнянням називають рівняння виду $ax^2+bx+c=0$, де x — змінна, a, b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$.
- Дискримінант квадратного рівняння $D=b^2-4ac$:
  - $D<0$ означає, що коренів немає;
  - $D=0$ означає, що є рівно один корінь $x_1=-\frac{b}{2a}$;
  - $D>0$ означає, що є два корені $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$.
- **Теорема Вієта**. Якщо у квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$ є два корені x_1, x_2, то для них виконується $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$.
- **Обернена теорема Вієта.** Якщо числа x_1 і x_2 такі, що $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$, то ці числа є коренями квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$.
- Розв’язок за допомогою дискримінанта дає вичерпну інформацію про корені (їх кількість та значення), але потребує певних обчислень.
- Обернена теорема Вієта дає змогу в **деяких** випадках швидко підібрати корені, не виконуючи багато обчислень.
- Рівняння виду $ax^4+bx^2+c=0$, де x — змінна, a, b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$, називають біквадратним рівнянням.
- Для розв'язку біквадратного рівняння використовують метод заміни змінної: $x^2=t$, тоді $ax^4+bx^2+c=0$ перетворюється на $at^2+bt+c=0$, що є звичайним квадратним рівнянням.

Неповні квадратні рівняння

$ax^2+bx+c=0$

b=0, c≠0	c= 0, b≠0	b=0, c=0
$ax^2+c=0$, $ax^2=-c$, $x^2=$ якщо >0, то x = ±, якщо < 0, то коренів нема	$ax^2+bx=0$ $x(ax+b)=0$ $x=0$, або $ax+b=0$ $ax=-b$ $x=$ $x_1=0$, $x_2=-b/a$	$ax^2=0$ $a\neq0$ $x^2=0$ $x_1=x_2=0$



$a > 0$, $D > 0$		$a > 0$, $D = 0$	
$ax^2 + bx + c > 0$	$(-\infty;\ x_1)\cup(x_2;\ +\infty)$	$ax^2 + bx + c > 0$	$(-\infty;\ x_0)\cup(x_0;\ +\infty)$
$ax^2 + bx + c < 0$	$(x_1;\ x_2)$	$ax^2 + bx + c < 0$	Розв'язків немає
$a > 0$, $D < 0$		$a < 0$, $D > 0$	
$ax^2 + bx + c > 0$	R	$ax^2 + bx + c > 0$	$(x_1;\ x_2)$
$ax^2 + bx + c < 0$	Розв'язків немає	$ax^2 + bx + c < 0$	$(-\infty;\ x_1)\cup(x_2;\ +\infty)$
$a > 0$, $D < 0$		$a < 0$, $D > 0$	
$ax^2 + bx + c > 0$	Розв'язків немає	$ax^2 + bx + c > 0$	Розв'язків немає
$ax^2 + bx + c < 0$	$(-\infty;\ x_0)\cup(x_0;\ +\infty)$	$ax^2 + bx + c < 0$	R

Перегляньте відео, зробіть конспект

https://youtu.be/VGb6OB5ybyo

Виконайте вправи

- https://wordwall.net/resource/14170596
- https://wordwall.net/resource/27559233

Розв'язування задач

Завдання 1

1. Розв'яжіть нерівності:

1) $x^2 \le 25$;
2) $x^2 \ge 25$.

Розв'язання:

1) $x^2 \le 25$;
$x^2 - 25 \le 0$;
$(x-5)(x+5) \le 0$;

2) $x^2 \ge 25$;
$x^2 - 25 \ge 0$;
$(x-5)(x+5) \ge 0$;

$(x-5)(x+5) = 0$;
$x_1 = 5, \quad x_2 = -5.$

$a = 1 > 0 \ \Rightarrow$ вітки вгору.

$a = 1 > 0 \ \Rightarrow$ вітки вгору.

Див. рис. 1.

Рис. 1

$[-5; 5]$

Див. рис. 2.

Рис. 2

$(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$

Відповідь: 1) $[-5; 5]$; 2) $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$.

Завдання 2

2. Розв'яжіть нерівність $x^2 + x(1-\sqrt{5}) < \sqrt{5}$.

Розв'язання:

$x^2 + x(1-\sqrt{5}) < \sqrt{5}$;

$$x^2 + x(1-\sqrt{5}) - \sqrt{5} = 0,$$

за теоремою, оберненою до теореми Вієта, маємо:

$$x_1 = \sqrt{5},\ x_2 = -1.$$

$a = 1 > 0 \Rightarrow$ вітки вгору.

Див. рис. 3.

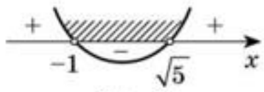


Рис. 3

Відповідь: $(-1; \sqrt{5})$.

Задача 3

Розв'яжіть систему нерівностей:

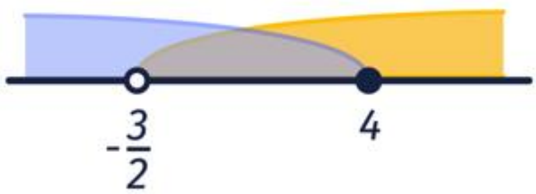
$$\begin{cases} x - 4 \le 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases}$$

Розв'язання

$$\begin{cases} x - 4 \le 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \le 4 \\ 2x > -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \le 4 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}$$



Відповідно, перерізом знайдених проміжків буде проміжок $\left(-\frac{3}{2}; 4\right]$.

Задача 4

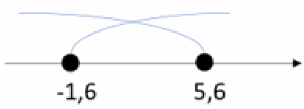
Розв'яжіть нерівність:

1) $|x - 2| \le 3{,}6$
2) $|x + 3| > 9$

Розв'язання

1) $|x - 2| \le 3{,}6$

$$\begin{cases} x - 2 \ge -3{,}6 \\ x - 2 \le 3{,}6 \end{cases} \quad \begin{cases} x \ge -3{,}6 + 2 \\ x \le 3{,}6 + 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \ge -1{,}6 \\ x \le 5{,}6 \end{cases}$$

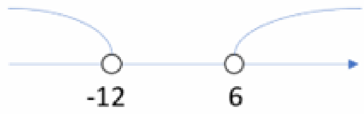


Відповідь: [-1,6; 5,6]

2) $|x+3| > 9$

$x+3 < -9$ *або* $x+3 > 9$

$x < -12$ $\quad$ $x > 6$



Відповідь: $(-\infty; -12) \cup (6; \infty)$

Домашнє завдання

Пройдіть тестування: https://naurok.com.ua/test/join?gamecode=3579829

Джерела

- А.І. Гончар Цикл уроків повторення з алгебри для 9 класу з використанням інтерактивних технологій (з теоретичним обґрунтуванням). — Лозова, 2011. — в 64 с
- Всеукраїнська школа онлайн, курс алгебри 9 класу