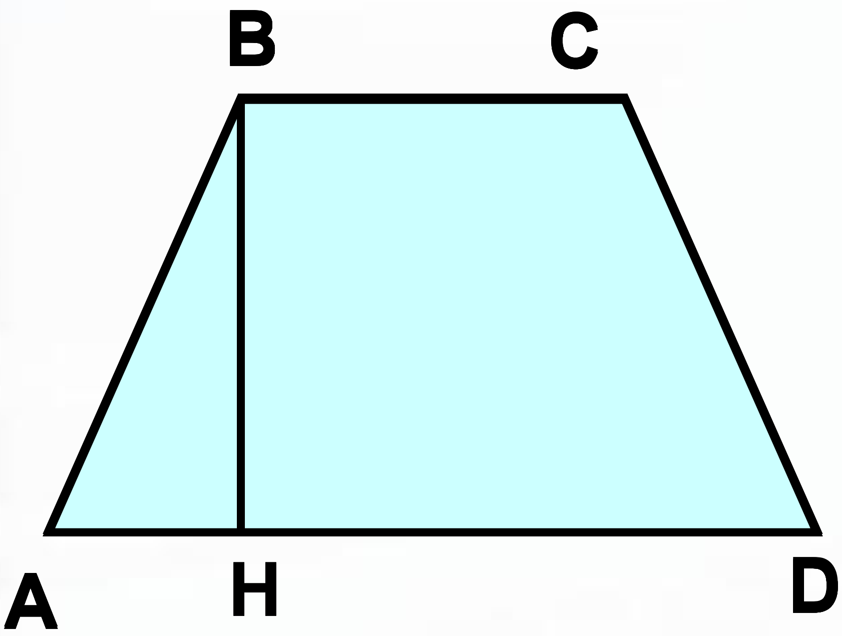
Трапеція

Мета уроку

- Повторити види паралелограма; познайомити учнів з означенням трапеції, її видами і властивостями.
- Розвивати креативність мисслення у школярів (уміння аналізувати, формулювати висновки, узагальнювати, пропонувати шляхи розв’язання задач), розвивати уміння учнів правильно оперувати отриманими знаннями (термінами).
- Виховувати пізнавальний інтерес до предмета, самостійність під час розв’язання задач; сприяти розвитку вміння спілкуватися, поважати один до одного, толерантності.

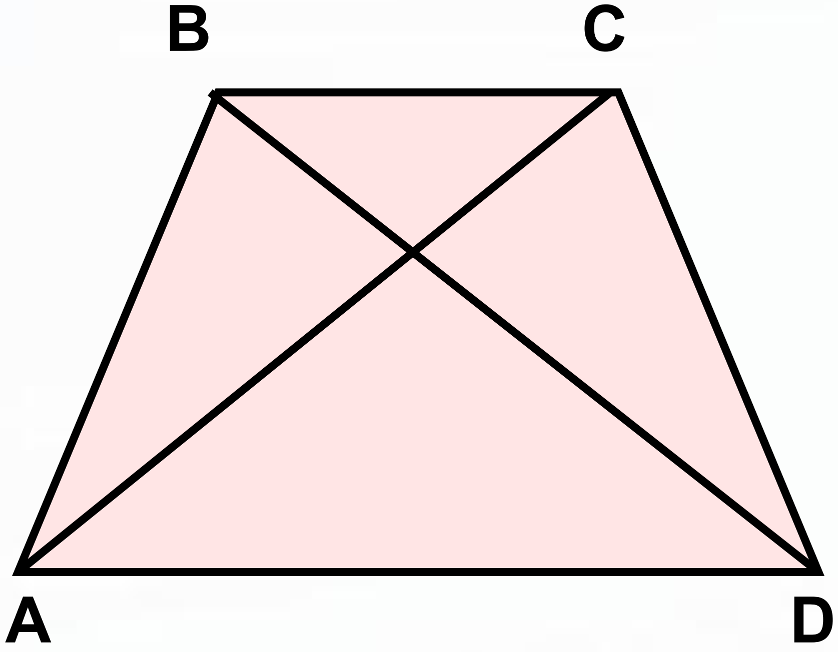
Трапеція



- **Трапе́ція** — це чотирикутник, дві протилежні сторони якого паралельні, а інші дві сторони — не паралельні
- BC II AD – основи трапеції
- AB, CD – бічні сторони
- BH – висота трапеції

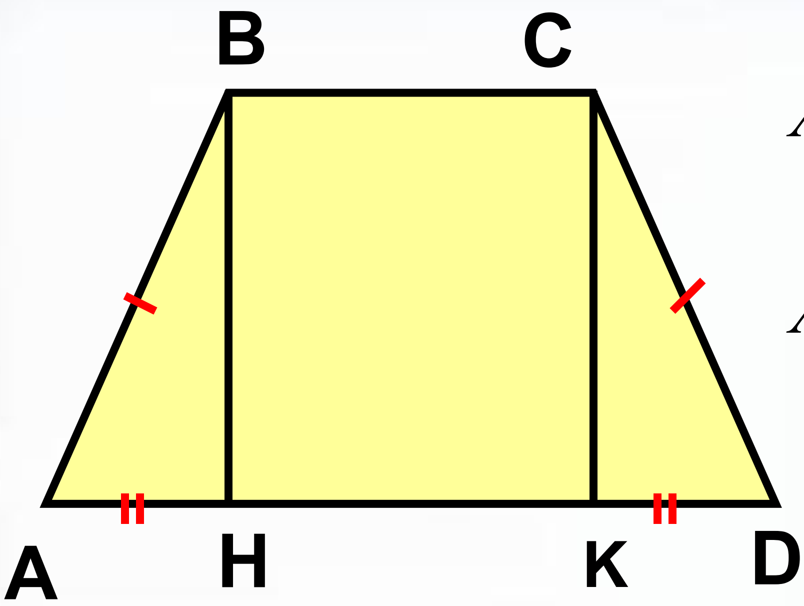
$$\angle A + \angle B = \angle C + \angle D = 180^\circ$$

Рівнобічна трапеція



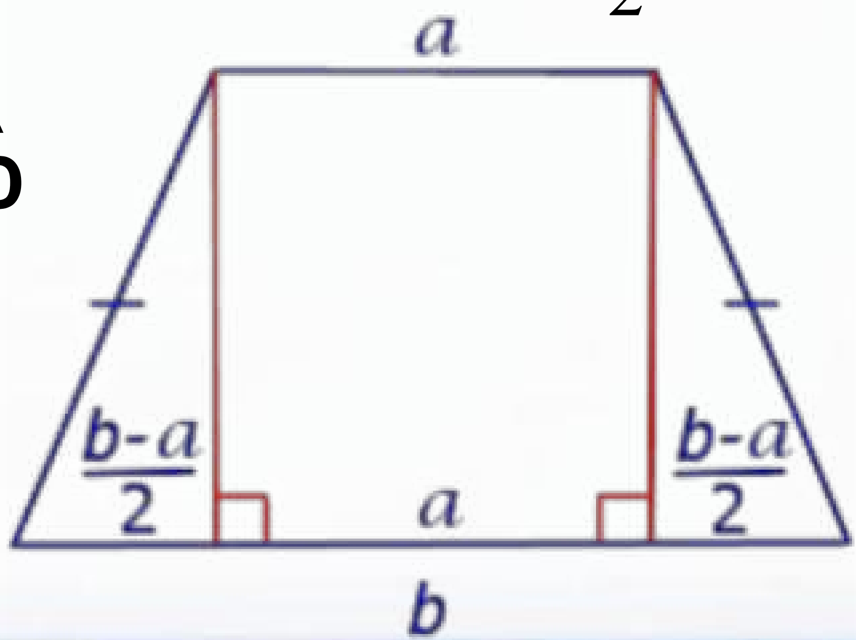
- Трапецію, у якої бічні сторони рівні, називають ***рівнобічною (рівнобедреною)*** трапецією
- Кути при основі рівні $\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$
- Діагоналі рівні **BD=AC**

Рівнобічна трапеція

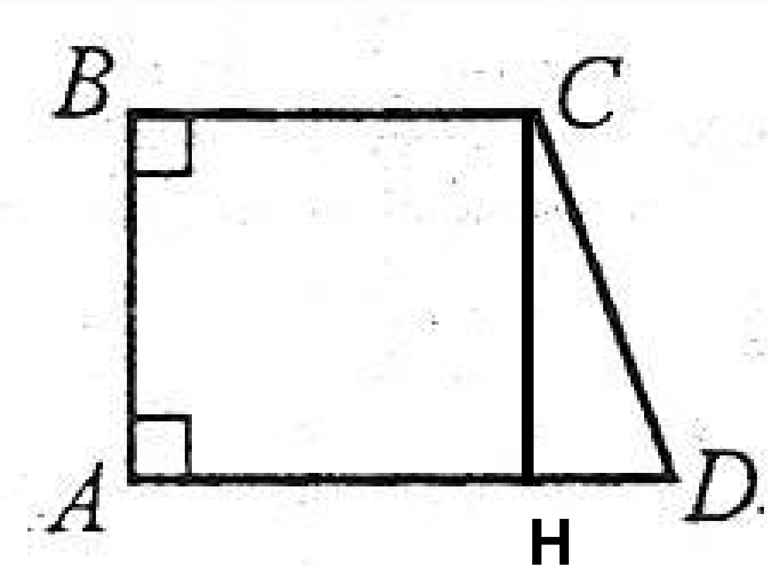


$$AH = KD = \frac{AD - BC}{2}$$

$$AK = HD = \frac{AD + BC}{2}$$

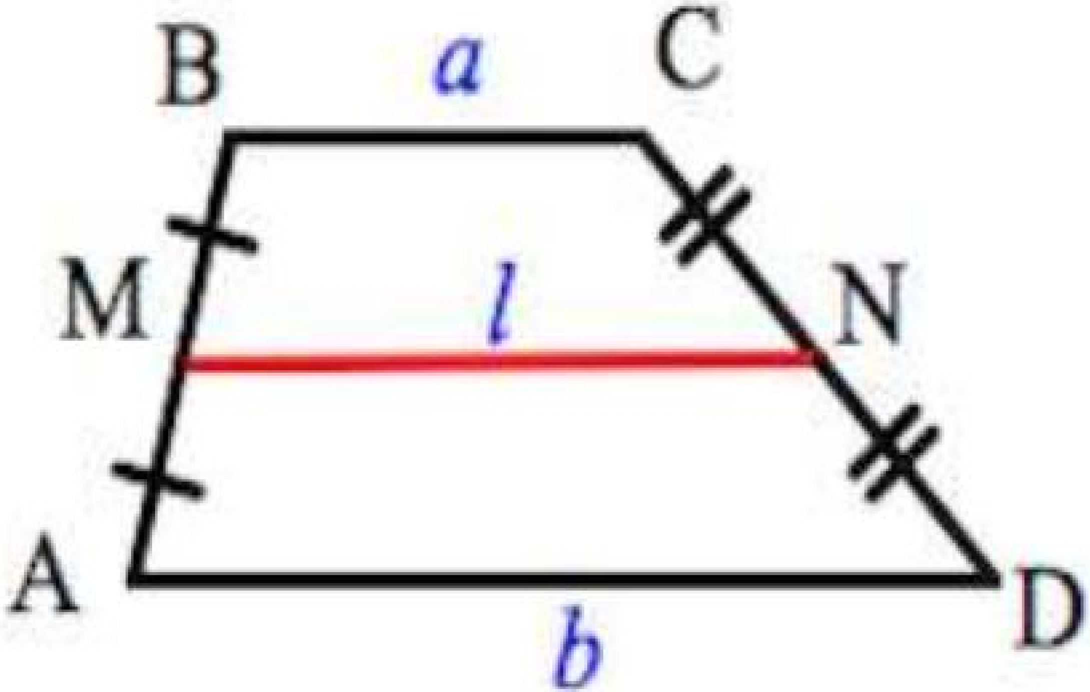


Прямокутна трапеція



- ***Прямокутною*** називають трапецію, у якої одна з бічних сторін перпендикулярна до основ.
- Бічна сторона **AB** є висотою трапеції.
- **AB=CH**

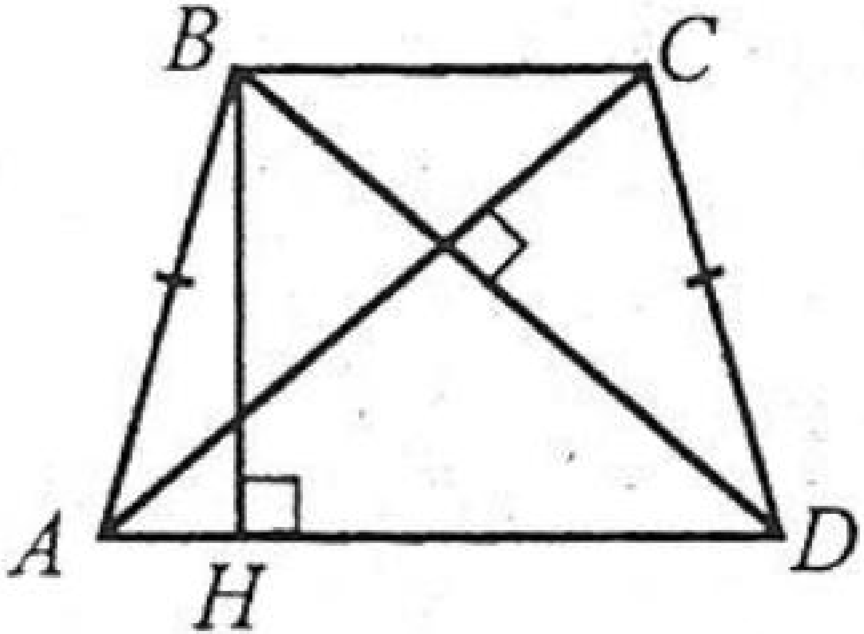
Середня лінія трапеції



$$l = \frac{a+b}{2}$$

$MN \parallel AD$

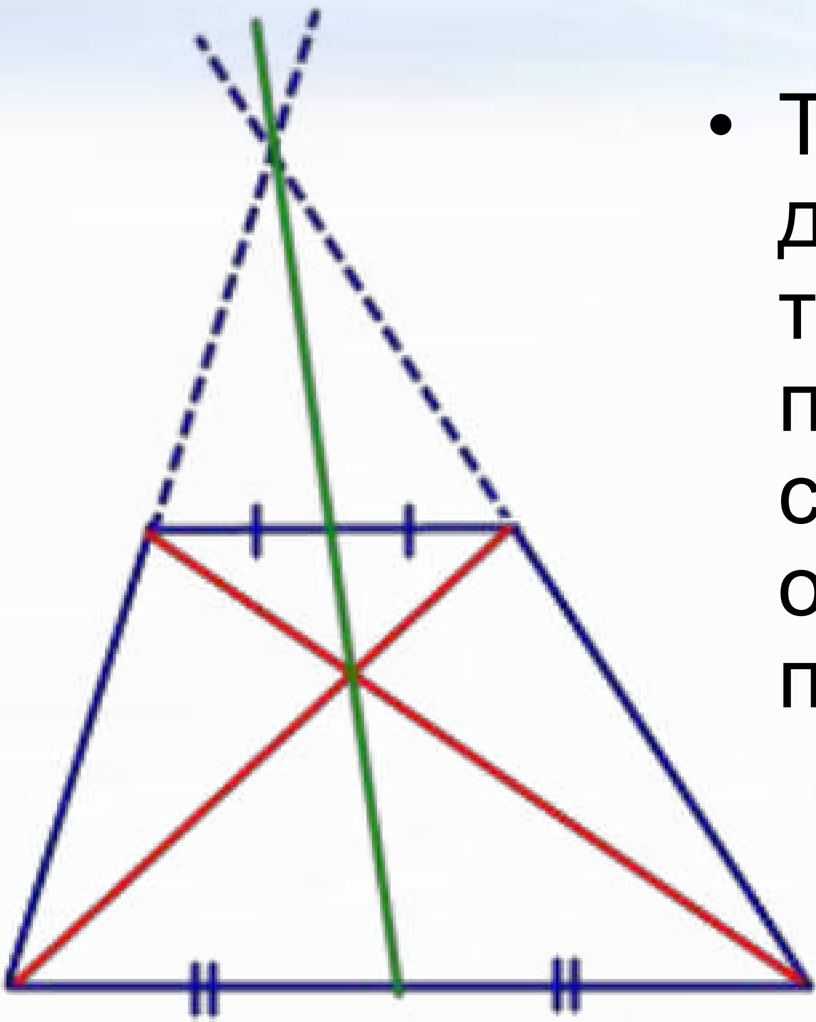
Рівнобічна трапеція



- Якщо у рівнобічній трапеції діагоналі взаємно перпендикулярні, то її висота дорівнює середній лінії:

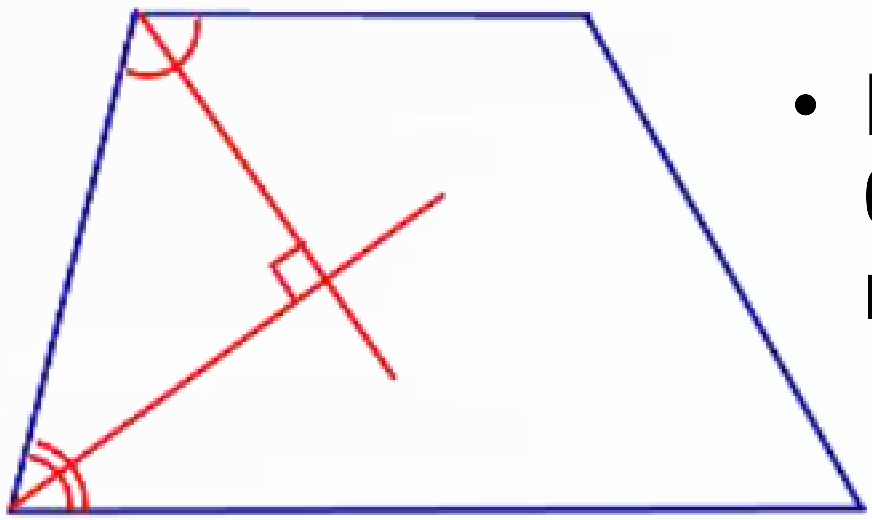
$$BH = \frac{BC + AD}{2}$$

Властивості



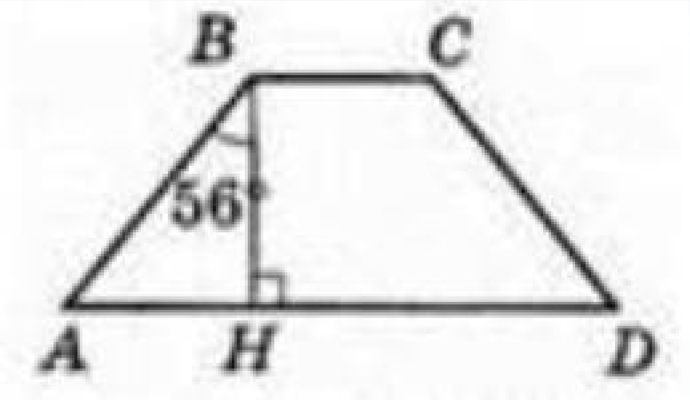
- Точка перетину діагоналей трапеції, точка перетину продовжень бічних сторін і середини основ лежать на одній прямій

Властивості



- Бісектриси кутів при бічній стороні трапеції перпендикулярні

№ 1



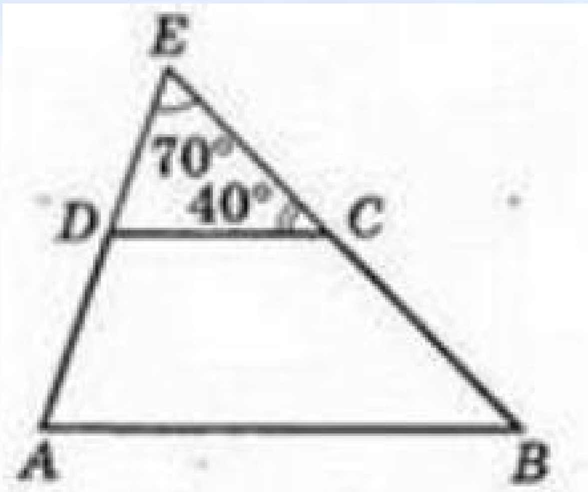
Дано: ABCD — трапеція, AB = CD,
BH — висота, $\angle ABH = 56°$.
Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.

Розв'язання

У ΔABH маємо $\angle AHB = 90°$ і $\angle ABH = 56°$, то $\angle A + \angle B = 90°$.
Звідси $\angle A = 90° - \angle B = = 90° - 56° = 34°$.
Трапеція ABCD - рівнобічна, тому $\angle A = \angle D = 34°$,
$\angle B = \angle C = 180° - \angle A = 180° - 34° = 146°$.

Відповідь: 34°, 34°, 146°, 146°.

№ 2



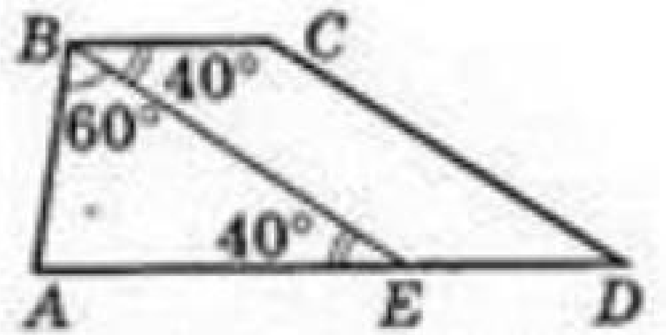
Дано: ABCD — трапеція, BC✕AD = E,
∠DCE = 40°, ∠AEC = 70°.
Знайти: ∠A, ∠B, ∠C, ∠D.

Розв’язання

У ΔDEC маємо ∠ECD = 40°, ∠DEC = 70°.
Сума кутів трикутника 180°, тому ∠EDC = 180° - (∠E + ∠C)=180° - (70° + 40°) = 70°,
∠B = ∠ECD = 40° (як відповідні при AB || CD і CB –січна),
∠A = ∠EDC = 70° (як відповідні при AB || CD і AD –січна).
∠C = 180° - ∠B = 180° - 40° = 140°,
∠D = 180° - ∠A = 180° - 70° = 110°.

Відповідь: 40°, 140°, 70°, 110°.

№ 3



Дано: ABCD — трапеція, E ∈ AB, BE || CD, ∠ABE = 60°, ∠AEB = 40°.
Знайти: ∠A, ∠B, ∠C, ∠D.

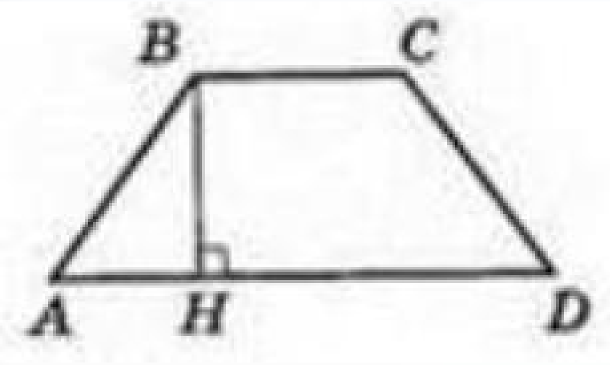
Розв'язання

BE || CD, BC || ED, тому BCDE — паралелограм.

У ΔABE ∠A = 180° - (∠B +∠E) = 180° - (60° + 40°) = 80°, ∠A = 180° - 80° = 100°,
∠AEB = ∠CBD = 40° — внутрішні різносторонні (при BC || AD і BE-січна),
У паралелограмі BCDE протилежні кути рівні, тому ∠D = ∠CBD = 40°.
∠C+∠D = 180°,звідси ∠C= 180°- ∠D.
Отже, ∠C = 180° - 40° = 140°.

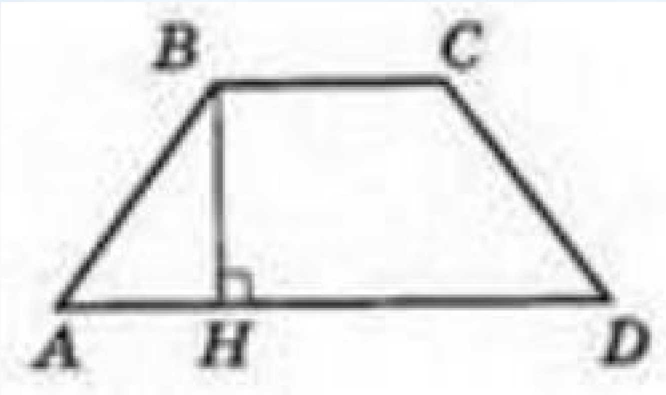
Відповідь: 40°, 140°, 70°, 110°.

№ 5



Дано: ABCD — трапеція, AB = CD,
AB більша за BH у 2 рази.
Знайти: ∠A, ∠B, ∠C, ∠D.

№ 5



Дано: ABCD — трапеція, AB = CD,
AB = 2BH
Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.

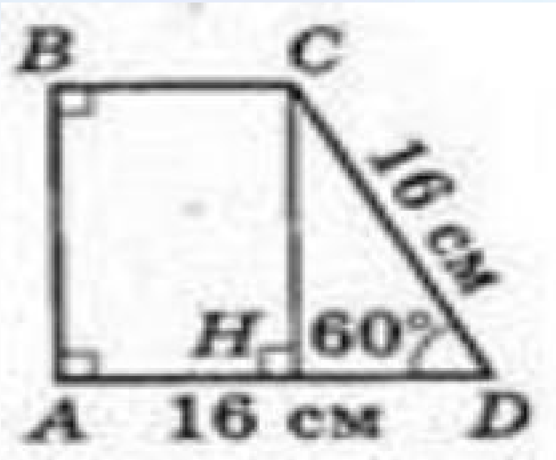
Розв'язання

У ΔABH маємо $\angle H = 90°$ і AB більше за BH у 2 рази, то за властивістю катета, (катет який лежить проти кута 30°, дорівнює половині гіпотенузи) отримуємо $\angle A = 30°$.

Отже, $\angle A = 30°$, $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 30° = 150°$,
$\angle A = \angle D = 30°$, $\angle B = \angle C = 150°$.

Відповідь: 30°, 150°, 150°, 30°.

№ 6



Дано: $ABCD$ — трапеція, $\angle D = 60°$, $\angle A = \angle B = 90°$, $CD = AD = 16$ см.

Знайти: BC.

Розв’язання

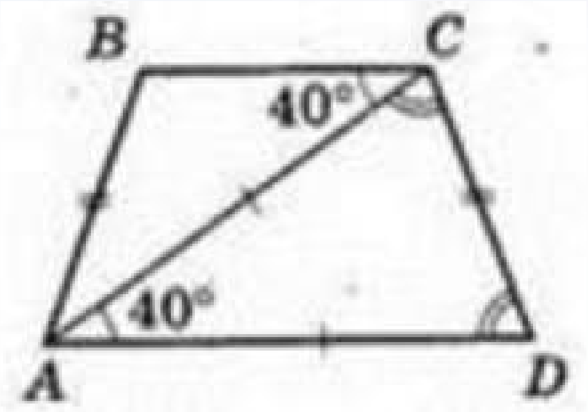
Проведемо висоту BH. У ΔCHD $\angle CHD = 90°$, $\angle CDH = 60°$, то $\angle HCD = 90° - \angle CDH = 90° - 60° = 30°$.

За властивістю катета, (катет який лежить проти кута 30°, дорівнює половині гіпотенузи) отримуємо $HD = 8$ см.

$ABCH$ — прямокутник, $BC = AH = AD - HD = 16 - 8 = 8$(см).

Відповідь: 8 см.

№ 7



Дано: ABCD - трапеція, AB = CD, AC = AD, $\angle CAB = 40°$.

Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.

Розв'язання

$\angle CAD = \angle BCA = 40°$ як внутрішні різносторонні при AB || CD і AC –січна,

AC = AD, тоді ΔACD — рівнобедрений,

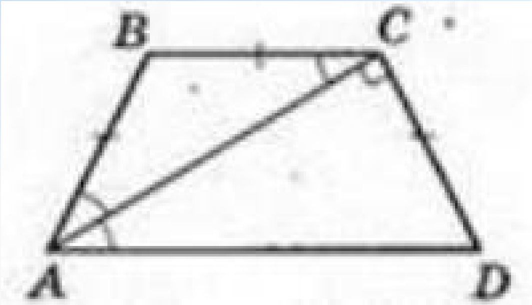
$\angle ACD = \angle D = (180° - \angle CAD): 2 = (180° - 40°): 2 = 70°$.

Трапеція ABCD- рівнобічна, тому $\angle A = \angle D = 70°$,

$\angle B = \angle C = 180° - \angle A = 180° - 70° = 110°$.

Відповідь: 70°, 110°, 110°, 70°.

№ 8



Дано: $ABCD$ — трапеція, $AB = CB = CD$,
$AC \perp CD$.
Знайти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.

Розв'язання

За умовою $AB = BC$, тоді ΔABC — рівнобедрений, $\angle BAC = \angle BCA$, $\angle BCA = \angle CAD$ (як внутрішні різносторонні при $AB \parallel CD$ і AC –січна).Маємо $\angle BAC = \angle BCA$ і $\angle BCA = \angle CAD$, то $\angle BAC = \angle CAD$. Звідси $\angle A = 2 \cdot \angle CAD$.
За умовою $\angle A = \angle D$, отже, $\angle D = 2 \cdot \angle CAD$. Оскільки у ΔACD $\angle ACD = 90°$, то $\angle CAD + \angle D = 90°$. Нехай $\angle CAD = x°$, тоді $\angle D = (2x)°$.
$\angle CAD + \angle D = 90°$.
Складемо рівняння
$x + 2x = 90$;
$3x = 90$;
$x = 90 : 3$;
$x = 30$.
Отже, $\angle D = 60°$, $\angle A = \angle D = 60°$, $\angle B = \angle C = 180° - 60° = 120°$.

Відповідь: 60°, 120°, 120°, 60°.

Домашнє завдання

Повторити §1-5.
Опрацювати §6, правила вивчити.

Перегляньте уважно навчальне відео для закріплення теоретичного матеріалу.

https://www.youtube.com/watch?v=5jX_bM8oO7I&authuser=1

Виконати завдання за посиланням

https://vseosvita.ua/test/start/jiw266

або №195, 197, 206, 210 підручника