

Тема. Центральні та вписані кути

Мета. Засвоїти поняття центрального та вписаного кутів, їх властивості; застосовувати отримані теоретичні знання під час розв'язування задач

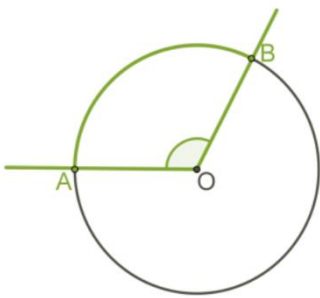
Повторюємо

- Які властивості має дотична до кола?
- Що таке вписане коло? Які властивості воно має?
- Чому дорівнює радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник?
- Яке коло називають описаним навколо трикутника?
- Де знаходиться центр описаного кола?
- Який кут називають центральним?

Виконайте вправу на повторення

Коло. Круг <https://wordwall.net/uk/resource/56123206>

Запам'ятайте



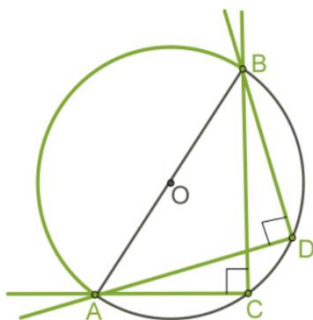
Кут із вершиною в центрі кола називається **центральним кутом**. Градусна міра центрального кута дорівнює градусній мірі відповідної дуги кола: $\angle AOB = \cup AB$.

Якщо центральний кут **менший від розгорнутого**, то дуга, що йому відповідає, є меншою за півколо.

Якщо центральний кут **більший за розгорнутий**, то дуга, що йому відповідає, є більшою за півколо.

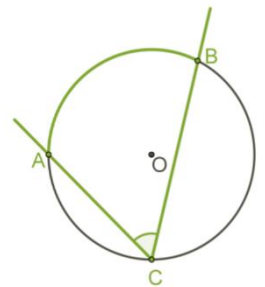
Розгорнутому куту відповідає дуга, що є півколом.

Кут, вершина якого лежить на колі, а сторони перетинають коло, називається **вписаним** кутом. Вписаний кут вимірюється половиною дуги, на яку він спирається: $\angle ACB = \frac{1}{2}\cup AB$.



1. Вписані кути, що спираються на одну й ту саму дугу, рівні.

2. Вписаний кут, що спирається на півколо, дорівнює 90° .



Виконайте вправу

<https://wordwall.net/resource/37655427>

Розв'язування задач

Задача 1

Рівнобедрений трикутник ABC вписано в коло із центром у точці O, $\angle AOB = 80^\circ$. Знайдіть кути трикутника ABC. Скільки розв'язків має задача?

Розв'язання

Задача має три розв'язки.

I випадок.

Центральний кут AOB дорівнює 80° , таку ж градусну міру має дуга, на яку він спирається, а вписаний кут ACB, що спирається на ту ж дугу, вдвічі менший:

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ.$$

$\angle BAC = \angle ACB = 40^\circ$ як кути при основі.

$$\angle ABC = 180^\circ - (\angle ACB + \angle BAC) = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ.$$

II випадок.

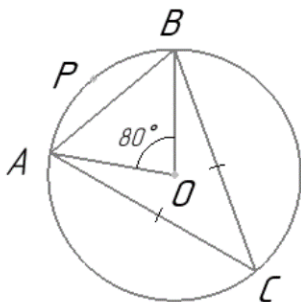
$\angle AOB = \angle ACB = 80^\circ$ ($\angle AOB$ — центральний),

$$\angle AKB = 360^\circ - \angle ACB = 360^\circ - 80^\circ = 280^\circ.$$

$\angle ACB$ — вписаний.

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AKB = 280^\circ : 2 = 140^\circ.$$

$$\angle CAB = \angle CBA = (180^\circ - \angle ACB) : 2 = (180^\circ - 140^\circ) : 2 = 20^\circ.$$

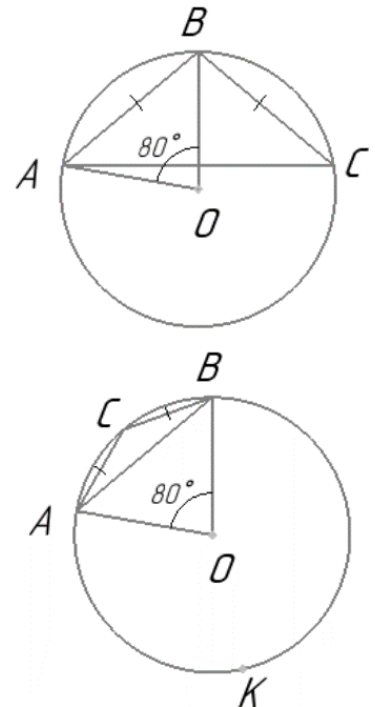


III випадок.

$$\angle AOB = \angle APB = 80^\circ,$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle APB = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ.$$

$$\angle CAB = \angle CBA = (180^\circ - \angle ACB) : 2 = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ.$$



Відповідь:

I - $40^\circ, 40^\circ, 100^\circ$.

II - $140^\circ, 20^\circ, 20^\circ$.

III - $40^\circ, 70^\circ, 70^\circ$.

Задача 2

Коло поділено трьома точками на частини, які відносяться як $1 : 2 : 6$, і точки поділу сполучено між собою. Знайдіть кути утвореного трикутника.

Розв'язання

$$\angle AC : \angle AB : \angle BC = 1 : 2 : 6.$$

Нехай x — коефіцієнт пропорційності, тоді

$$\angle AC = x; \angle AB = 2x; \angle BC = 6x. \text{ Складемо рівняння:}$$

$$x + 2x + 6x = 360;$$

$$9x = 360;$$

$$x = 40^\circ - \sphericalcap AC.$$

$$2 \cdot 40^\circ = 80^\circ - \sphericalcap AB.$$

$$6 \cdot 40^\circ = 240^\circ - \sphericalcap BC.$$

За теоремою про вписаний кут, знаходимо кути трикутника:

$$\angle BAC = 240^\circ : 2 = 120^\circ;$$

$$\angle ABC = 40 : 2 = 20^\circ;$$

$$\angle ACB = 80 : 2 = 40^\circ.$$

Відповідь: 120° , 20° , 40° .

Поміркуйте

Продовжіть речення:

1. Центральним кутом кола називається кут...
2. Градусна міра вписаного кута дорівнює...
3. Вписаний кут, який спирається на діаметр...
4. Градусна міра дуги дорівнює 80° . Чому дорівнює градусна міра центрального кута, що спирається на цю дугу?

Домашнє завдання

- Опрацювати сторінки підручника 172-178
- Розв'язати задачу №711

Джерело

Геометрія: підруч. Для 7кл. загальноосвіт. навч. закл./ М.І.Бурда, Н.А.Тарасенкова. – К.: Видавничий дім «Освіта», 2016. – 208с.