

26.02.25. Алгебра 8

Урок №46

Тема. Квадратні рівняння. Формула
коренів квадратного рівняння.

Мета: домогтися засвоєння формул коренів квадратного рівняння; сформувати вміння визначати кількість коренів квадратного рівняння, застосовувати формули до розв'язування квадратних рівнянь

Квадратним або рівнянням другого степеня з однією змінною називають рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x - змінна, а a, b, c - коефіцієнти квадратного рівняння, причому $a \neq 0$.

a - перший коефіцієнт, b - другий коефіцієнти, c - вільний член.

Наприклад:

$$3x^2 + 2x - 7 = 0; x^2 - 3x + 2 = 0; 5x^2 + 2x = 0; x^2 - 5x + 16 = 0$$

Алгоритм розв'язування квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$

1. Випишуємо коефіцієнти a, b, c .

2. Шукаємо дискримінант $D = b^2 - 4ac$.

D – це число, тому можливі три випадки:

$D > 0$ або $D = 0$ або $D < 0$.

3.а) Якщо $D > 0$, то знаходимо корені рівняння за формулами:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad \text{і} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a};$$

б) Якщо $D=0$, то корінь один $x = \frac{-b}{2a}$;

в) Якщо $D < 0$, то **коренів немає**.

4. Записуємо відповідь.

№1

Розв'яжіть рівняння:

$$2x^2 - 7x + 6 = 0.$$

$$a = 2, \quad b = -7, \quad c = 6;$$

$$D = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49 - 48 = 1;$$

$$D = 1 > 0;$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-7) + \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{7 + 1}{4} = \frac{8}{4} = 2;$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-7) - \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{7 - 1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Відповідь: $x_1 = 2, x_2 = 1,5$.

№2

Розв'яжіть рівняння:

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = -32;$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32) = 16 + 128 = 144;$$

$$D = 144 > 0;$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-4) + \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{4 + 12}{2} = \frac{16}{2} = 8;$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-4) - \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{4 - 12}{2} = \frac{-8}{2} = -4.$$

Відповідь: $x_1 = 8, x_2 = -4$.

№3

Розв'яжіть рівняння:

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$a = 1, \quad b = -8, \quad c = 16;$$

$$D = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64 - 64 = 0;$$

$$D = 0;$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4.$$

Відповідь: $x = 4$.

№4

Розв'яжіть рівняння:

$$x^2 - 4x + 32 = 0$$

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 32$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 32 = 16 - 128 = -112.$$

$D = -112 < 0$, то коренів немає.

Відповідь: коренів немає.

№5

Розв'яжіть рівняння:

$$(6x + 5)^2 - 2x + 30 = 31x(x + 3);$$

$$36x^2 + 60x + 25 - 2x + 30 = 31x^2 + 93x;$$

$$5x^2 - 35x + 55 = 0; \quad | :5$$

$$x^2 - 7x + 11 = 0;$$

$$a = 1, \quad b = -7, \quad c = 11;$$

$$D = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11 = 49 - 44 = 5 > 0;$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-7) + \sqrt{5}}{2 \cdot 1} = \frac{7 + \sqrt{5}}{2};$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-7) - \sqrt{5}}{2 \cdot 1} = \frac{7 - \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = \frac{7 + \sqrt{5}}{2}; \quad x_2 = \frac{7 - \sqrt{5}}{2}$$

№6

Розв'яжіть рівняння:

$$2(x - 2)^2 - 3(x - 2) + 1 = 0;$$

$$\text{Позначимо } x - 2 = t$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$a = 2, \quad b = -3, \quad c = 1;$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1 > 0;$$

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{3 + 1}{4} = \frac{4}{4} = 1;$$

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{3 - 1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5;$$

$$x - 2 = t;$$

$$x - 2 = 1;$$

$$x = 1 + 2;$$

$$x_1 = 3;$$

$$x - 2 = 0,5;$$

$$x = 0,5 + 2;$$

$$x_2 = 2,5.$$

Відповідь: $x_1 = 3, x_2 = 2,5$.

№7

Розв'яжіть рівняння: $\frac{x^2}{x+3} = \frac{9}{x+3}$.

$$\frac{x^2}{x+3} = \frac{9}{x+3};$$

ОДЗ: $x \neq 3$;

$$\frac{x^2}{x+3} = \frac{9}{x+3}; \cdot (x+3)$$

$$x^2 = 9;$$

$$x_1 = -\sqrt{9}; \quad x_2 = \sqrt{9}$$

$x_1 = -3, \quad x_2 = 3$ - не належить ОДЗ,

Відповідь: $x = -3$.

Домашнє завдання

Повторити §9, 20

Опрацювати §21

Виконати завдання за посиланням

<https://vseosvita.ua/test/start/wko590>

або №830, 832