24.01.2025 9 клас Вчитель: Артемюк Н.А.

# Тема. Формули для знаходження площі трикутника

Мета: Продовжити знайомитися з різними методами знаходження площі трикутника, вчитися застосовувати ці формули для розв'язування задач

## Повторюємо

- Які формули знаходження площі трикутника ви знаєте?
- Для якого виду задач найкраще підійде формула Герона?
- Сформулюйте теорему синусів.
- Де в трикутнику розташовані центри вписаного та описаного кіл?

## Ознайомтеся з інформацією та зробіть конспект

Нехай *a, b* і *c* – сторони трикутника, $h_a$, $h_b$, $h_c$ – висоти, проведені до відповідних сторін.

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

γ – кут між сторонами *a, b.*

**Формула Герона**

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

p – півпериметр.

Отримаємо ще декілька формул для знаходження площі трикутника.

### Теорема 1.

Площу *S* трикутника можна обчислювати за формулою:

$$S = \frac{abc}{4R},$$

де *a, b, c* – сторони трикутника,

*R* – радіус описаного кола.

**Доведення.**

$$Маємо: S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$$

За узагальненою теоремою синусів

$$\frac{a}{\sin\alpha} = 2R, \quad отже \quad \sin\alpha = \frac{a}{2R}$$

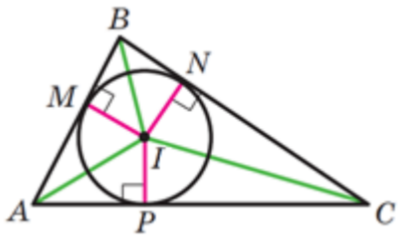
$$Тоді \quad S = \frac{1}{2}bc\frac{a}{2R} = \frac{abc}{4R}$$

**Теорема 2.**

Площа трикутника дорівнює добутку його півпериметра на радіус вписаного кола

$S = pr$

**Доведення.**



!

Нехай точка $I$ – центр вписаного кола у трикутнику $ABC$.

$IM, IN, IP$ – радіуси, що проведені в точки дотику вписаного в трикутник кола.

За властивістю радіуса, проведеного у точку дотику

$M \perp AB, \;\; IN \perp BC, \;\; IP \perp AC$

$$S_{AIB} = \frac{1}{2}AB \cdot IM = \frac{1}{2}AB \cdot r$$

$$S_{BIC} = \frac{1}{2}BC \cdot IN = \frac{1}{2}BC \cdot r$$

$$S_{AIC} = \frac{1}{2}AC \cdot IP = \frac{1}{2}AC \cdot r$$

**Тоді** $S_{ABC} = S_{AIB} + S_{BIC} + S_{AIC}$.

$$S = \frac{1}{2}IM \cdot AB + \frac{1}{2}IN \cdot BC + \frac{1}{2}IP \cdot AC =$$

$$= \frac{1}{2}r \cdot AB + \frac{1}{2}r \cdot BC + \frac{1}{2}r \cdot AC =$$

$$= \frac{1}{2}r(AB + BC + AC) = r \cdot p$$

## Розв’язування задач

### Задача 1

Знайдіть радіус вписаного у трикутник кола, площа якого дорівнює $36 \text{ см}^2$ , а периметр 18 см

**Розв’язання**

S=pr

p=P : 2=18см : 2=9см

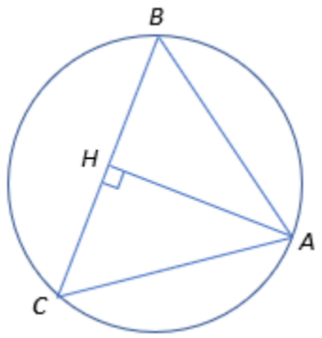
36 = 9 · r

r=36 : 9=2

**Відповідь:** 2см

## Задача 2

У колі проведено дві хорди $BA$ і $BC$ довжиною 10 см і 12 см відповідно. Знайти радіус кола, якщо відстань від точки $A$ до хорди $BC$ дорівнює 8 см.




Дано: $AB = 10$ см, $BC = 12$ см, $AH = 8$ см, $AH \perp BC$

Знайти $R$ – радіус кола.

**Розв'язання**

З $\Delta ABH$, за теоремою Піфагора, $AB^2 = AH^2 + BH^2$.

$BH = 6$ см.

Отже, $HC = 6$ см.

$AH$ — висота і медіана.

Тоді за ознакою $\Delta ABC$ – рівнобедрений.

$AB = AC = 10$ см.

$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \bullet AH = \frac{1}{2} 12 \bullet 8 = 48\ см^2$

Тоді за формулою

$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$ знаходимо радіус кола, описаного навколо $\Delta ABC$.

$R = \frac{abc}{4S} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 12}{4 \cdot 48} = \frac{25}{4}$ см.

**Відповідь:** $\frac{25}{4}$ см.

## Поміркуйте

Для яких задач доцільно застосовувати формули площі трикутника, вивчені на даному уроці?

## Домашнє завдання

- **Опрацювати конспект**
- **Розв'язати письмово задачу:**

Знайти радіуси вписаного та описаного кіл трикутника зі сторонами 6см, 25см і 29см.

Фото виконаних робіт надсилайте у HUMAN або на електронну пошту

nataliartemiuk.55@gmail.com

**Джерело**

Всеукраїнська школа онлайн