

23.04.2025. Алгебра 8 Урок №59 Тема. Розв'язування задач за допомогою квадратних рівнянь Мета: сформувати уявлення про схему розв'язування текстових задач складанням дробовораціонального рівняння, яке зводиться до квадратного; сформувати вміння застосовувати складену схему до розв'язування текстових задач на прямолінійний рівномірний рух та сумісну роботу; розвивати пізнавальну активність, вміння орієнтуватися у видозміненій ситуації; виховувати самостійність, наполегливість, старанність.

# Пригадайте:

- як розв'язуються цілі раціональні рівняння?
- як розв'язуються дробові раціональні рівняння?
- Які рівняння називаються біквадратними?
- як розв'язуються біквадратні рівняння?

## Квадратне рівняння як математична модель прикладної задачі

**Ситуація:** У зв'язку зі встановленням сучасного обладнання в кінотеатрі проводили ремонт глядацької зали, у якій кількість рядів мала стати більшою за кількість місць у ряді. До ремонту в залі було 396 місць, а після ремонту стало 300 місць. Під час ремонту прибрали2 ряди повністю та по 3 крісла в кожному ряді.

**Запитання:** Скільки зараз рядів у глядацькій залі кінотеатру?

**Математична модель** – це опис деякого реального процесу засобами математики.

#### Математичне моделювання:

🚺 Побудова математичної моделі

Робота з математичною моделлю

Складання відповіді до задачі в термінах її сюжету.

## Перший етап

x — змінна

Нехай у глядацькому залі-x рядів.

Тоді в кожному ряді -  $\frac{396}{x}$  місць.

Після ремонту стало (x-2) рядів по  $\frac{300}{x-2}$  місць у кожному ряду.

Складаємо рівняння:

$$\frac{396}{x} - \frac{300}{x - 2} = 3$$

Математична модель

## Другий етап

$$\frac{396}{x} - \frac{300}{x - 2} = 3$$

ОД3: 
$$x \neq 0$$
,  $x \neq 2$ 

$$\frac{396}{x} - \frac{300}{x - 2} - 3 = 0$$

$$\frac{396(x-2)-300x-3x(x-2)}{x(x-2)}=0,$$

#### За теоремою Вієта:

$$x_1 + x_2 = 34$$

$$x_1 \cdot x_2 = 264$$

$$x_1$$
=22,  $x_2$ =12

#### Перевірка:

$$x = 22$$
 — входить до ОДЗ

$$x = 12$$
 - входить до ОДЗ

$$396(x-2) - 300x - 3x(x-2) = 0,$$

$$-3x^{2} + 102x - 792 = 0, | :(-3)$$

$$x^{2} - 34x + 264 = 0.$$

## Третій етап

(x-2)- кількість рядів після ремонту

$$x$$
=22 i  $x$ =12, то

$$x$$
-2=22-2=20 i  $x$ -2=12-2=10

20 рядів або 10 рядів

$$\frac{300}{x-2}$$
 - кількість місць у ряді

$$x=22 i x=12$$
, TO

$$\frac{300}{x-2} = \frac{300}{22-2} = \frac{300}{20} = 15$$
 afo  $\frac{300}{x-2} = \frac{300}{12-2} = \frac{300}{10} = 30$ 

15 місць або 30 місць

20 рядів по 15 місць або 10 рядів по 30 місць Оскільки 10<30— не задовольняє 20>15— задовольняє

Відповідь: 20 рядів.



## Зверніть увагу!

- 1 Побудова математичної моделі
- Робота з математичною моделлю
- Складання відповіді

# Задачі на рух

s = vt - закон руху s- відстань, v- швидкість, t- час.

Для знаходження відстані: s=vt Для знаходження швидкості:  $v=\frac{s}{t}$  Для знаходження часу:  $t=\frac{s}{v}$ 

Задача1: відстань від Черкас до Києва, що становить 180 км, автобус має проїхати зі сталою швидкістю за визначений розкладом час. Проте в Борисполі водій автобуса на 5 хв зробив незаплановану зупинку для пасажирів, які їхали до аеропорту. Тому, щоб прибути до Києва вчасно, після незапланованої зупинки водій збільшив швидкість на 10 км/год. З якою швидкістю мав їхати автобус за розкладом, якщо Бориспіль розташований на відстані 35 км від Києва?

## Розв'язування:

Нехай x км/год — швидкість автобуса за розкладом

Запланований час руху автобуса -  $\frac{180}{x}$  год.

(180-35) км до Борисполя зі v=x км/год.

Тоді, час витрачений на цю відстань -  $\frac{180-35}{x}$  год

Решту відстані - v=(x+10)км/год за  $\frac{35}{x+10}$  год.

Час  $\frac{180}{x}$  більший за час  $\frac{180-35}{x} + \frac{35}{x+10}$  на 5 хв, тобто на  $\frac{1}{12}$  год.

#### Складемо рівняння:

$$\frac{180}{x} = \frac{180 - 35}{x} + \frac{35}{x + 10} + \frac{1}{12}$$

ОД3: 
$$x \neq 0$$
,  $x \neq -10$ 

$$\frac{180}{x} - \frac{180 - 35}{x} - \frac{35}{x + 10} - \frac{1}{12} = 0$$

$$\frac{180 \cdot 12(x+10) - 145 \cdot 12(x+10) - 35 \cdot 12x - x(x+10)}{12x(x+10)} = 0$$

$$180 \cdot 12(x+10) - 145 \cdot 12(x+10) - 35 \cdot 12x - x(x+10) = 0$$

$$x^2 + 10x - 4200 = 0$$

#### За теоремою Вієта:

$$x_1 + x_2 = -10$$

$$x_1 \cdot x_2 = -4200$$

$$x_1 = 60$$
,  $x_2 = -70$ 

#### Перевірка:

$$x_1 = 60$$
 - входить до ОДЗ

$$x_2 = -70$$
 – входить до ОДЗ

Складання відповіді до задачі:

$$x_1 = 60$$
, або  $x_2 = -70$ 

Значення  $x_2 = -70$  — не задовольняє умову

Відповідь: x = 60 км/год.



## Зверніть увагу!

Для складання рівняння необхідно порівнювати величини одного й того самого найменування— відстань із відстанню, швидкість із швидкістю, час із часом, вартість із вартістю, кількість із кількістю.

# Задачі на спільну роботу

## A=pt,

**A** – обсяг роботи, **p**-продуктивність праці, **t**-час роботи.

Знаходження обсягу роботи: A=pt

Знаходження продуктивності праці: $p=rac{A}{t}$ 

Знаходження часу роботи:  $t = \frac{A}{p}$ 

Якщо в умові задачі, не вказано обсяг роботи, то його приймають за 1

Задача 2: Через 2 труби резервуар можна заповнити за 4 хв. Через першу трубу цей резервуар може заповнитися на 6 хв швидше, ніж через другу. За скільки хвилин заповниться цей резервуар, якщо працює одна перша труба?

Нехай час заповнення через першу трубу — x хв. Тоді, час заповнення через другу трубу — (x+6)хв.

Обсяг роботи – 1

Отже: 
$$p_1 = \frac{1}{x}$$
,  $p_2 = \frac{1}{x+6}$   
Обсяг роботи I труби -  $\frac{4}{x+6}$   
Обсяг роботи II труби  $\frac{4}{x+6}$ 

#### Складемо рівняння:

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+6} = 1$$

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+6} = 1$$

ОД3:  $x \neq 0$ ,  $x \neq -6$ 

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+6} - 1 = 0$$

$$\frac{4(x+6)+4x-x(x+6)}{x(x+6)} = 0$$

$$4(x+6) + 4x - x(x+6) = 0$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

За теоремою Вієта:

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -24$$

$$x_1 = 6$$
,  $x_2 = -4$ 

Перевірка:

$$x_1 = 6$$
 - входить до

$$x_2 = -4 - входить$$

Одержали : x = 6 або x = -4

x=-4 — не задовольняє

Відповідь: 6 хв.

# Задачі геометричного змісту

**Задача 3:** Периметр прямокутника дорівнює 34 см, а його діагональ — 13 см. Знайдіть сторони прямокутника.

Нехай x см — довжина однієї сторони

$$P = 34 \text{ cm}$$

$$P=2(a+b)$$

b= P:2-a 
$$\rightarrow$$
 34:2- $x$ =17- $x$ 

(17-x)см — довжина другої сторони

За теоремою Піфагора:

$$x^2 + (17 - x)^2 = 13^2$$

$$x^2 + (17 - x)^2 = 13^2$$

$$x^2 + 289 - 34x + x^2 - 169 = 0$$

$$2x^2 - 34x + 120 = 0$$

$$x^2 - 17x + 60 = 0$$

За теоремою Вієта

$$x_1 + x_2 = 17$$

$$x_1 \cdot x_2 = 60$$

$$x_1 = 12$$
,  $x_2 = 5$ 

x см — довжина однієї сторони

x = 12см або x = 5см

Якщо x=12, то довжина однієї сторони — 12см, а довжина другої (17- x )= 17-12=5 (см)

Якщо x = 5, то довжина однієї сторони — 5см, а довжина другої (17- x )= 17-5=12(см)

Відповідь: 5см і 12 см.



## Зверніть увагу!

- Якщо треба знайти пару чисел а i b, то таких пар може бути дві : а i b та b i а
- Якщо за умовою задачі не важливо, у якому порядку подавати знайдені числа, то із двох можливих пар чисел у відповідь записують лише одну: або а і b або b і а

### Домашне завдання

Повторити § 26, №1000, 1005