

Тема. Взаємне розміщення двох кіл

Мета. Засвоїти поняття взаємного розміщення двох кіл, їх властивості; застосовувати отримані теоретичні знання під час розв'язування задач

Повторюємо

- Який кут називають центральним?
- Які властивості має центральний кут?
- Який кут називають вписаним?
- Які властивості він має?

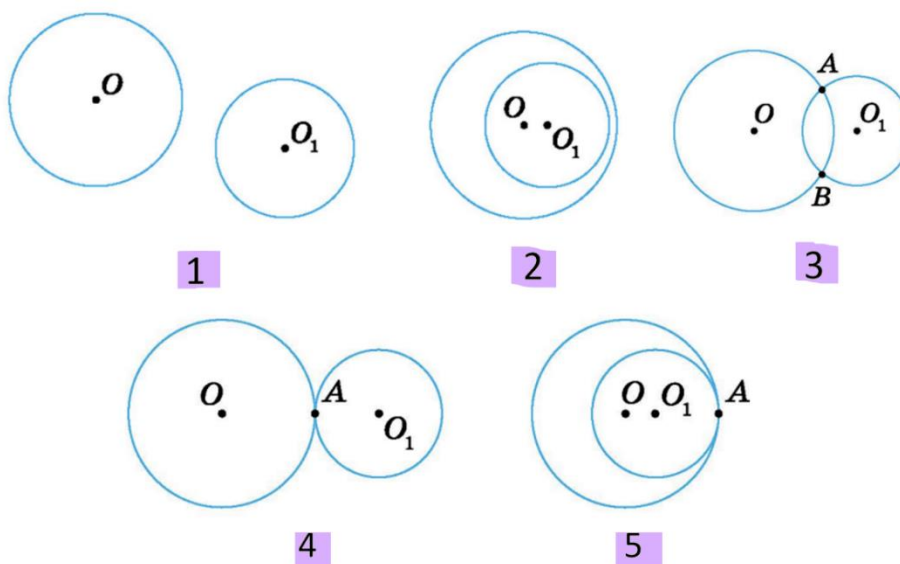
Виконайте вправу на повторення

Коло та його елементи <https://wordwall.net/uk/resource/56123206>

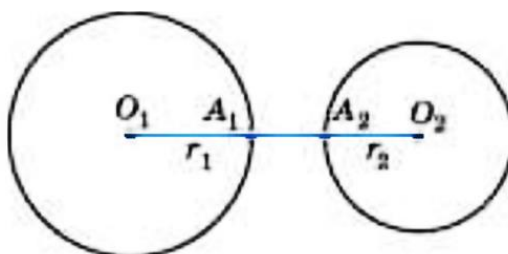
Шпаргалка

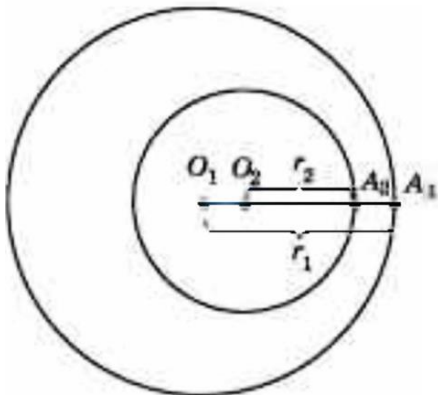
У геометрії два або більше об'єктів називаються **концентричними**, коли вони мають спільний центр або вісь.

1. **Кола не мають спільної точки.** Такі кола лежать одне поза одним (мал. 1) або одне коло лежить всередині іншого (мал. 2).
2. **Кола мають дві спільні точки** (мал. 3). Тоді вони перетинаються в цих точках.
3. **Кола мають одну спільну точку.** Такі кола називаються дотичними. Дотик двох кіл може бути зовнішнім (мал. 4 або внутрішнім мал.5).
4. Точка дотику лежить на прямій, яка проходить через центри даних кіл. Ця пряма називається **лінією центрів**.



Відстань між центрами кіл більша за суму радіусів: $O_1O_2 > r_1 + r_2$





Відстань між центрами кіл менша від різниці радіусів:
 $O_1O_2 < r_1 - r_2$, де $r_1 > r_2$

Виконайте вправу

<https://wordwall.net/resource/71954544>

Розв'язування задач

Задача 1

Два кола мають внутрішній дотик. Відстань між їхніми центрами дорівнює 12 дм. Знайдіть радіуси кіл, якщо вони відносяться як 2 : 5.

Розв'язання

$OO_1 = 12$ дм, $O_1M : OM = 2 : 5$.

Нехай $O_1M = 2x$, $OM = 5x$, тоді

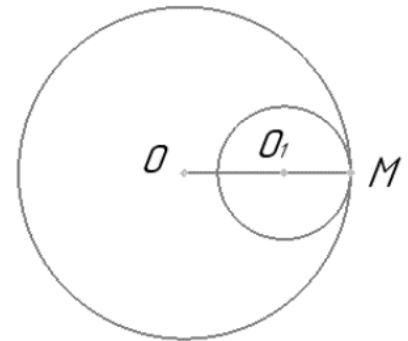
$OO_1 = 5x - 2x = 3x$;

$3x = 12$;

$x = 12 : 3 = 4$.

Отже, $O_1M = 2 \cdot 4 = 8$ (дм), $OM = 5 \cdot 4 = 20$ (дм).

Відповідь: 20 дм, 8 дм.



Задача 2

Відстань між центрами двох кіл дорівнює 12 см. Визначте взаємне розміщення цих кіл, якщо їхні радіуси дорівнюють:

- 1) 9 см і 3 см; 2) 5 см і 2 см; 3) 13 см і 1 см; 4) 9 см і 7 см.

Розв'язання

Позначимо відстань між центрами кіл O_1O_2 , радіуси кіл r_1 і r_2 .

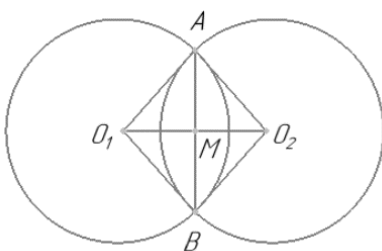
1) Оскільки $9 \text{ см} + 3 \text{ см} = 12 \text{ см}$, тобто $O_1O_2 = r_1 + r_2$, то кола дотикаються (зовнішній дотик кіл).

2) Оскільки $5 + 2 < 12$, тобто $O_1O_2 > r_1 + r_2$, то кола не перетинаються.

3) Оскільки $13 \text{ см} - 1 \text{ см} = 12 \text{ см}$, тобто $O_1O_2 = r_1 - r_2$, то кола дотикаються (внутрішній дотик).

4) $9 \text{ см} - 7 \text{ см} < 12 \text{ см} < 9 \text{ см} + 7 \text{ см}$, тобто $r_1 - r_2 < O_1O_2 < r_1 + r_2$, то кола перетинаються.

Задача 3



Два кола перетинаються в точках A і B. Точки O_1 і O_2 - центри цих кіл. Доведіть, що $O_1O_2 \perp AB$.

Розв'язання

$\triangle AO_1O_2 = \triangle BO_1O_2$ (за трьома сторонами ($O_1A = O_1B$ - як радіуси, $O_2A = O_2B$ - як радіуси, O_1O_2 - спільна сторона)). З рівності трикутників маємо: $\angle AO_1O_2 = \angle BO_1O_2$.

$\triangle AO_1B$ – рівнобедрений, оскільки $O_1A = O_1B$, O_1M – бісектриса, отже, O_1M – висота, тобто $O_1M \perp AB$, а звідси $O_1O_2 \perp AB$ (так як O_1O_2 містить O_1M).

Задача 4

Три кола попарно дотикаються зовні. Радіус одного з кіл дорівнює 6 см, а відрізок, що сполучає центри двох інших кіл, дорівнює 14 см. Знайдіть периметр трикутника, вершинами якого є центри цих кіл.

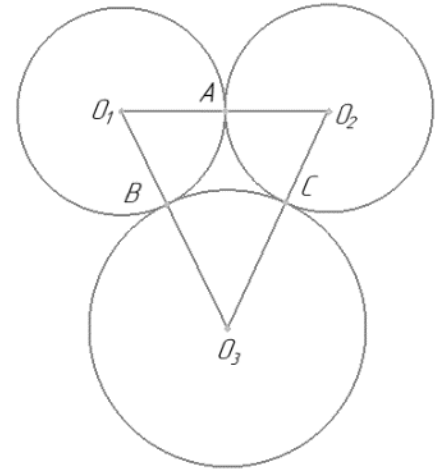
Розв'язання

Нехай $O_1O_2 = 14$ см, $O_3B = O_3C = 6$ см.

$O_1B + O_2C = O_1A + O_2A = O_1O_2 = 14$ см.

$P_{\triangle O_1O_2O_3} = O_1O_2 + O_1B + O_2C + O_3B + O_3C = 14$ см + 14 см + 6 см + 6 см = 40 см.

Відповідь: 40 см.



Поміркуйте

Приватна підприємця має три магазини, розміщені в точках А, В і С, які не лежать на одній прямій. Вона хоче побудувати склад так, щоб відстань від нього до всіх магазинів була однаковою. Де має бути розміщений цей склад?

Домашнє завдання

- Опрацювати сторінки підручника 178-181
- Розв'язати задачу №729

Джерело

О. Істер Геометрія, підручник для 7 класу, ч.2. - Київ: "Генеза". – 2024.