05.02.2025 Алгебра 8. Л. Шаміна

Урок №39

Тема. Властивості арифметичного квадратного кореня

Мета: формувати вміння застосовувати вивчені властивості для обчислення значень виразів, спрощення та перетворення виразів; формувати культуру усних та письмових обчислень; формування компетентності вміння вчитися впродовж життя.

Сьогодні на уроці ми продовжимо знайомство з властивостями арифметичного квадратного кореня.

Пригадаємо властивості арифметичного квадратного кореня.

**Теорема 1**.

*Для будь-якого дійсного числа **a** виконується рівність* $\sqrt{a^2}=|a|$.

**Теорема 2 (Арифметичний квадратний корінь із степеня)**.

*Для будь-якого дійсного числа **a** та будь-якого натурального числа **n** виконується рівність* $\sqrt{a^{2n}}=|a|^n$.

**Теорема 3 (Арифметичний квадратний корінь із добутку).**

*Для будь-яких дійсних невід'ємних чисел **a** і **b** виконується рівність*

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}\ .$$

Цю теорему можна узагальнити для добутку трьох і більше множників. Наприклад, якщо $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$, то

$$\sqrt{abc} = \sqrt{a(bc)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{bc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}\ .$$

**Теорема 4 (Арифметичний квадратний корінь із дробу).**

*Для будь-яких дійсних чисел **a** і **b** ($a \geq 0$, $b \geq 0$) виконується рівність:*

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Наведемо приклади застосування цих властивостей при розв'язуванні задач.

**Приклад 1.**

Винесіть множник з-під знака кореня $\sqrt{a^2b^3}$ , якщо $a<0$.

З умови випливає, що $b \geq 0$. Тоді

$$\sqrt{a^2 \cdot b^3} = \sqrt{a^2 \cdot b^2 \cdot b^1} = |a| \cdot |b| \cdot \sqrt{b} = -a \cdot b \cdot \sqrt{b} = -ab\sqrt{b}$$

**Приклад 2.**

Спростіть вираз $\sqrt{54b}+\sqrt{24b}-\sqrt{600b}$.

$$\sqrt{54b}+\sqrt{24b}-\sqrt{600b}=\sqrt{9\cdot 6\cdot b}+\sqrt{4\cdot 6\cdot b}-\sqrt{100\cdot 6\cdot b}$$

$$3\sqrt{6b}+2\sqrt{6b}-10\sqrt{6b}=\sqrt{6b}(3+2-10)=-5\sqrt{6b}$$

**Приклад 3.**

Внесіть множник під знак кореня $c\sqrt{c^7}$.

З умови задачі випливає, що $c \geq 0$. Тоді $c\sqrt{c^7}=\sqrt{c^2}\cdot\sqrt{c^7}=\sqrt{c^2\cdot c^7}=\sqrt{c^9}$

## Завдання для самоконтролю

Спростіть вирази:

1) $2\sqrt{4x}+6\sqrt{16x}-\sqrt{625x}$; 2) $2\sqrt{20}-\dfrac{1}{3}\sqrt{45}-0{,}6\sqrt{125}$; 3) $(\sqrt{600}+\sqrt{6}-\sqrt{24})\cdot\sqrt{6}$.

## Основні властивості арифметичного квадратного кореня:

$\sqrt{a^2}=|a|, a\in R$

$\sqrt{a^{2n}}=|a^n|, a\in R$

$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}, a\geq 0, b\geq 0$

$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, a\geq 0, b>0$

## Означення модуля:

$$|a|=\begin{cases} a, \text{якщо } a\geq 0 \\ -a, \text{якщо } a<0 \end{cases}$$

Застосуємо ці властивості на практиці.

Спростити вираз:

$\sqrt{1{,}44a^6b^8}$, якщо $a < 0$

Не забуваємо про модуль при винесенні множника з-під знака кореня, тоді:

$$\sqrt{1{,}44a^6b^8} = \sqrt{(1{,}2)^2(a^3)^2 \cdot (b^4)^2} = 1{,}2|a^3||b^4| = -1{,}2a^3b^4$$

Так як за умовою $a$ – від'ємне число, тому модуль з $a$ у третьому степені також буде числом від'ємним, і модуль розкриваємо зі знаком мінус.

Ще одне завдання, де необхідно спростити вираз, це:

$\sqrt{\left(4-\sqrt{11}\right)^2}$

Тут необхідно скористатись властивістю арифметичного квадратного кореня:

$\sqrt{\left(4-\sqrt{11}\right)^2} = |4-\sqrt{11}|$

Тепер оцінимо підмодульний вираз. Представимо число 4 у вигляді кореня. Це буде корінь з 16. Зрозуміло, що різниця кореня з 16 та кореня з 11 буде числом додатним, і модуль розкриваємо зі знаком плюс. Тоді:

$|4-\sqrt{11}| = 4-\sqrt{11}$

**Завдання для самоконтролю:**

Спростити вирази:

1. $\sqrt{2{,}25x^8y^2}$, якщо $y \geq 0$
2. $\sqrt{169x^{10}y^{14}}$, якщо $x \leq 0, y \leq 0$
3. $\sqrt{(\sqrt{8}-3)^2}$
4. $\sqrt{\left(6-\sqrt{29}\right)^2}$

**Домашнє завдання**

Повторити §17

Виконати завдання за посиланням

https://vseosvita.ua/test/start/obc867

або №641, 643, 656