06.02.2025 9 клас Вчитель: Артемюк Н.А.

Тема. Розв'язування задач

Мета: вдосконалювати вміння розв'язувати трикутники, знаходити площу трикутника та знаходити невідомі елементи трикутника із застосуванням формул площі трикутника. Підготуватися до контрольної роботи.

Повторюємо

- Що означає розв'язати трикутник?
- Які теореми, що допомагають у розв'язуванні трикутників ви знаєте?
- Які формули для знаходження площі трикутника ви знаєте?
- Як з формули площі трикутника отримати формулу площі паралелограма?

Розв'язування задач

Задача 1

За допомогою формул зведення для кутів (180^0-α) обчисліть синус та косинус кутів 150^0 і 135^0

Розв'язання

$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$

$\sin 150° = \sin(180° - 30°) = \sin 30° = 0{,}5$

$\cos 150° = \cos(180° - 30°) = -\cos 30° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 135° = \sin(180° - 45°) = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 135° = \cos(180° - 45°) = -\cos 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Задача 2

Обчисліть невідому сторону трикутника, якщо дві його сторони і кут між ними дорівнюють відповідно 3 см, 5 см і 120^0

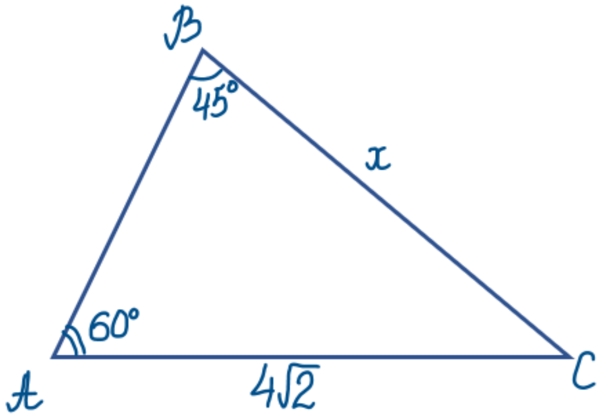
Розв'язання

Позначимо невідому сторону за x. За теоремою косинусів маємо:

$x^2=3^2+5^2-2\cdot3\cdot5\cdot\cos 120° = 9+25-30\cdot\cos(180° - 60°) = 34 + 30\cdot\cos 60° = 34 + 30\cdot 0{,}5 = 49$

Тоді $x=\sqrt{49} = 7$см.

Відповідь: 7см



Задача 3

У трикутнику ABC, обчисліть сторону BC, якщо AC = $4\sqrt{2}$ см, ∠B = 45^0, ∠A= 60^0.

Розв'язання

За теоремою синусів:

$$\frac{x}{\sin 60°} = \frac{4\sqrt{2}}{\sin 45°}$$

$$\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot 4\cancel{\sqrt{2}}}{\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}}} = 4\sqrt{3} \text{ см}$$

Відповідь: $4\sqrt{3}$ см

Задача 4

Знайти радіус кола, описаного навколо трикутника ABC, якщо sin A = 0,7, а сторона BC=3,5 см

Розв'язання

За наслідком з теореми синусів: $\frac{BC}{\sin A} = 2R$. Звідси $R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{3,5}{2 \cdot 0,7} = 2,5$см

Відповідь: 2,5см

Задача 5

Знайдіть радіус описаного та вписаного кола для трикутника, сторони якого дорівнюють 6 см, 5 см і 5 см.

Розв'язання

Використаємо формули для знаходження площі трикутника через радіуси вписаного кола $S = pr$ і описаного кола $S = \frac{abc}{4R}$, звідки $r = \frac{S}{p}$, $R = \frac{abc}{4S}$. Бачимо, що спочатку треба обчислити півпериметр p та площу S трикутника.

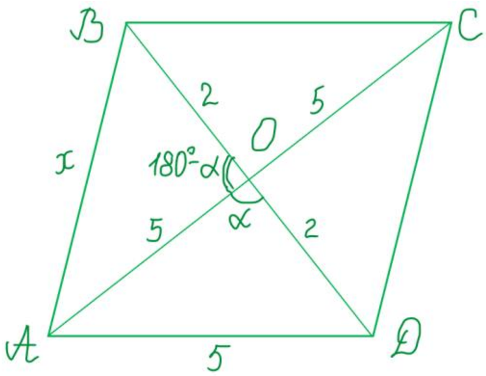
$$p = \frac{6+5+5}{2} = 8\text{см}$$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{8(8-6)(8-5)(8-5)} = \sqrt{8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12\text{см}^2$ – за формулою Герона.

$$r = \frac{S}{p} = \frac{12}{8} = 1,5см, \; R = \frac{abc}{4S} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 12} = \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}см.$$

Відповідь: $3\frac{1}{8}см$ і $1{,}5см$

Задача 6



Діагоналі паралелограма дорівнюють 4см і 10см, а одна зі сторін – 5см. Знайдіть другу сторону паралелограма.

Розв'язання

За теоремою косинусів: $\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

в ΔAOD: $\cos\alpha = \frac{AO^2+OD^2-AD^2}{2AO\cdot OD} = \frac{25+4-25}{2\cdot5\cdot2} = 0{,}2$

в ΔAOB: $\cos(180^\circ-\alpha) = -\cos\alpha = -0{,}2$

$AB^2 = OB^2 + AO^2 - 2OB\cdot AO\cdot\cos(180^\circ-\alpha)$

$x^2 = 4 + 25 - 2\cdot2\cdot5\cdot(-0{,}2) = 29 + 4 = 33, x = \sqrt{33} = AB.$

Відповідь: $\sqrt{33}$см

Поміркуйте

Чи є інший спосіб розв'язування задачі 6?

Домашнє завдання

- **Опрацювати конспект**
- **Розв'язати задачу**

  Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 24 см, а проведена до неї висота - 16 см. Обчисліть радіус кола, вписаного в трикутник.

Джерела

- На урок
- Всеосвіта