

Тема уроку:

**Розв'язування рівнянь,
які зводяться до
квадратних.**

8 клас



Мета: домогтися засвоєння учнями основних видів рівнянь, розв'язання яких зводиться до розв'язування квадратних рівнянь та схем їх розв'язання ; розвивати кмітливість, увагу; виховувати охайність в записах, вміння знаходити закономірності, аналізувати.



Пригадаємо:

- ❖ Які рівняння називають квадратними?
- ❖ Що називають коренем рівняння?
- ❖ Що таке дискримінант квадратного рівняння?
- ❖ Скільки коренів має квадратне рівняння залежно від його дискримінанта?
- ❖ Який вигляд має формула коренів квадратного рівняння?
- ❖ Сформулювати теорему Вієта.



Шляхом виконання заміни змінних:



1. Розглянемо рівняння $2x^4-9x^2+4=0$.

Яке рівняння воно нагадує?

Такі рівняння зручно розв'язувати шляхом введення допоміжної змінної. Нехай $x^2=t$ ($t \geq 0$), тоді $x^4=t^2$, одержимо рівняння відносно змінної t :

$$2t^2-9t+4=0$$

$$D=81-4 \cdot 2 \cdot 4=81-32=49, \quad D > 0 - \text{два корені,}$$

$$t_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{7}}{2 \cdot 2}$$

$$t_1=0,5; \quad t_2=4$$

Повернемося до змінної x ($x^2=t$):

$$1) x^2=0,5, \quad x_1=\sqrt{0,5}, \quad x_2=-\sqrt{0,5}$$

$$2) x^2=4, \quad x_3=2, \quad x_4=-2$$

$$\text{Відповідь: } x_1=\sqrt{0,5}, \quad x_2=-\sqrt{0,5}, \quad x_3=2, \quad x_4=-2.$$



Особливий випадок:

Рівняння виду

$ax^4+bx^2+c=0$, де $a \neq 0$,

називають

біквадратним рівнянням

**(біквадратний – четвертий
ступінь числа)**



Зверніть увагу!

**Якщо новою змінною
позначають
парний степінь заданої змінної,
то нова змінна
не може набувати від'ємних
значень.**



Алгоритм розв'язування біквадратного рівняння



- ❖ Для цього квадрат змінної x позначають іншою буквою і говорять, що вводять нову змінну.
- ❖ Тоді квадрати змінної x замінюють новою змінною і одержують квадратне рівняння відносно нової змінної.
- ❖ Розв'язують його, знаходячи значення нової змінної.
- ❖ Після цього повертаються до заданої змінної, надаючи по черзі її квадрату знайдених значень.
- ❖ З одержаних рівнянь знаходять значення заданої змінної, які і є коренями рівняння.



Шляхом виконання заміни змінних:



2. Розв'яжемо рівняння :

$$(x-3)^2 - 6(x-3) + 8 = 0$$

Розв'язання.

Позначимо змінну: $x-3=y$,

$$\text{тоді: } y^2 - 6y + 8 = 0$$

Корені цього рівняння: $y_1 = 4$; $y_2 = 2$

Дістанемо два рівняння:

$$x-3=4 \quad \text{і} \quad x-3=2$$

$$x_1=7 \quad \quad \quad x_2=5$$

Відповідь: $x_1=7$; $x_2=5$.



Шляхом виконання рівносильних перетворень:



**Зведіть рівняння $(x-4)(2x+1)=3x(x-1)$
до квадратного та знайдіть його корені.**

Розв'язання.

Розкриємо дужки і зведемо подібні доданки:

$$2x^2 - 8x + x - 4 = 3x^2 - 3x$$

$$2x^2 - 3x^2 + 3x - 8x + x - 4 = 0$$

$$-x^2 - 4x - 4 = 0 \mid \cdot (-1)$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

**Одержане рівняння розв'яжемо, зважаючи на те,
що в його лівій частині – квадрат двочлена:**

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 4 = 0.$$

$$\text{Отже, } (x+2)^2 = 0,$$

$$\text{звідси } x+2=0$$

$$x=-2$$

Відповідь: $x=-2$.



**Шляхом виконання
рівносілних
перетворень:
дробово раціональні
рівняння.**



Означення дробового раціонального рівняння



Рівняння, у якому ліва або права частина є раціональним дробовим виразом, називають раціональним дробовим рівнянням.

Приклади:

1) $\frac{x^2}{x+3} = \frac{x}{x+3};$

2) $\frac{2x^2}{x-2} = \frac{-7x+6}{2-x};$

3) $\frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2 - 4x + 4}$

4) $\frac{x-1}{2x+3} - \frac{2x-1}{3-2x} = 0.$



Способи розв'язання дробово раціональних рівнянь

- ❖ Використання умови рівності нулю.
- ❖ Використання основної властивості пропорції.
- ❖ Використання умови рівності дробу одиниці.
- ❖ Множення обох частин рівняння на спільний знаменник.



1. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ, ВИКОРСТОВУЮЧИ УМОВУ РІВНОСТІ ДРОБУ НУЛЮ



$$\frac{x^2 - x - 2}{x + 3} = 0$$

1) ОДЗ: $x + 3 \neq 0$, $x \neq -3$.

2) $x^2 - x - 2 = 0$,

$x_1 = -1$ $x_2 = 2$

задовольняють ОДЗ.

Відповідь. -1 ; 2

- 1) Знайти область допустимих значень (ОДЗ) змінної в рівнянні;
- 2) прирівняти чисельник до нуля і розв'язати утворене ціле рівняння;
- 3) виключити з його коренів ті, при яких знаменник дробу дорівнює нулю.



Зверніть увагу!



***Умова рівності дробу нулю
складається з двох частин:***

- ❖ Чисельник дробу дорівнює нулю.***
- ❖ Знаменник дробу відмінний від нуля.***

Кожна з цих частин умови важлива.



2. Розв'язування рівнянь використовуючи умову рівності дробу одиниці

$$\frac{2x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1$$

$$\frac{(2x+1)(x-2) - (x-1)(x+2)}{(x+2)(x-2)} = 1$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq -2, x \neq 2$$

$$(2x+1)(x-2) - (x-1)(x+2) = \\ = (x-2)(x+2)$$

$$2x^2 - 4x + x - 2 - x^2 - \\ - 2x + x + 2 = x^2 - 4; \\ -4x = -4$$

$$x = 1$$

Відповідь: 1.

- 1) за допомогою тотожних перетворень звести рівняння до виду $a/b=1$
- 2) розкласти на множники знаменники дробів, якщо це можливо;
- 3) Знайти ОДЗ;
- 4) знайти найменший спільний знаменник дробів, що входять у рівняння;
- 5) помножити обидві частини рівняння на цей спільний знаменник;
- 6) розв'язати утворене ціле рівняння;
- 7) виключити з його коренів ті, при яких спільний знаменник дробів перетворюється на нуль.



3. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ, ВИКОРСТОВУЮЧИ ОСНОВНУ ВЛАСТИВІСТЬ ПРОПОРЦІЇ

$$\frac{x-3}{x} - \frac{8}{x+3} = 0$$
$$\frac{x-3}{x} = \frac{8}{x+3}$$

ОДЗ: $x \neq -3, x \neq 0$

$$(x-3)(x+3) = 8x$$

$$(x^2 - 9) = 8x$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

За теоремою Вієта

$x_1 = -1$, $x_2 = 9$ – задовільняють ОДЗ.

Відповідь: $x_1 = -1$, $x_2 = 9$

- 3) виключити з його коренів ті, при яких знаменники дробів b або d дорівнюють нулю.

- 1) За допомогою тотожних перетворень звести рівняння до виду $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$;

- 2) знайти область допустимих значень (ОДЗ) змінної в рівнянні;

- 2) використовуючи основну властивість пропорції, дістати ціле рівняння $ad=bc$ та розв'язати його.



4. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДРОБОВО- РАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ МНОЖЕННЯ ОБОХ ЧАСТИН РІВНЯННЯ НА СПІЛЬНИЙ ЗНАМЕННИК

$$\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)}$$

1) ОДЗ: $x-5 \neq 0$, $x \neq 5$ та $x \neq 0$

2) Спільний знаменник $x(x-5)$

$$3) \frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)} \mid *x(x-5);$$

$$4) x(x-3) + x - 5 = x + 5;$$

$$x^2 - 3x + x - 5 - x - 5 = 0;$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0; \text{ за теоремою Вієта}$$

$$x_1 = -2, x_2 = 5 - \text{ не задовольняє ОДЗ.}$$

Відповідь : -2.

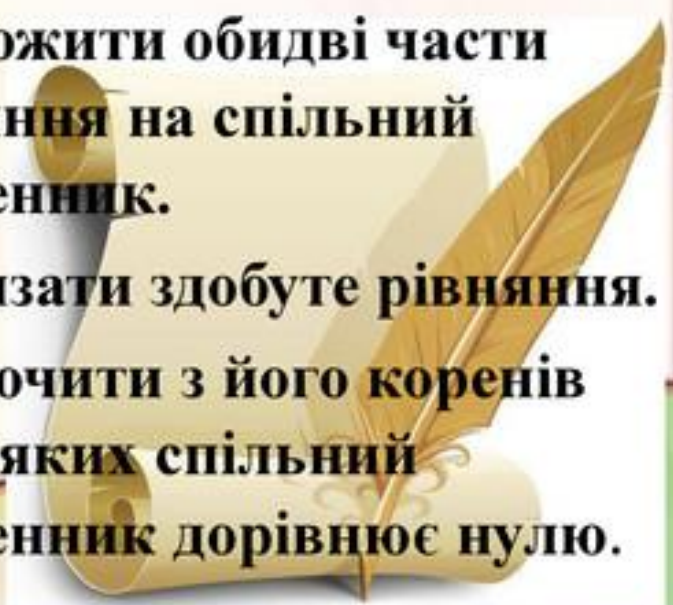
1) Знайти область допустимих значень (ОДЗ) змінної в рівнянні;

2) Знайдіть спільний знаменник дробів, що входять до рівняння.

3) Помножити обидві частини рівняння на спільний знаменник.

4) Розв'язати здобуте рівняння.

5) Виключити з його коренів ті, за яких спільний знаменник дорівнює нулю.





Домашнє завдання

Повторити § 25

Виконати завдання за посиланням

<https://vseosvita.ua/test/start/rdy535>

або №962, 968(1), 975(2)

