

# 14.02.25. Геометрія 8

- Урок №42
- Тема. Теорема Піфагора

# *Теорема Піфагора*

$$a^2 + b^2 = c^2$$



**Мета:** сформулювати теорему Піфагора; формувати вміння і навички застосовувати теорему під час розв'язування задач, розвивати логічне мислення; інтерес до математики.

**Тип уроку:** урок засвоєння нових знань.

# *Піфагор*



Піфагор Самоський (570 – 496 рр. до н. е.) — давньогрецький філософ, математик, релігійний та політичний діяч.

Піфагор є засновником в Кротоні (Південна Італія) Піфагорійської школи, яка поклала початок математичних наук. Крім математики,

Піфагорійці займалися філософією, астрономією та теорією музики.

До заслуг Піфагора належить відкриття та доведення теореми Піфагора.

# Про теорему Піфагора

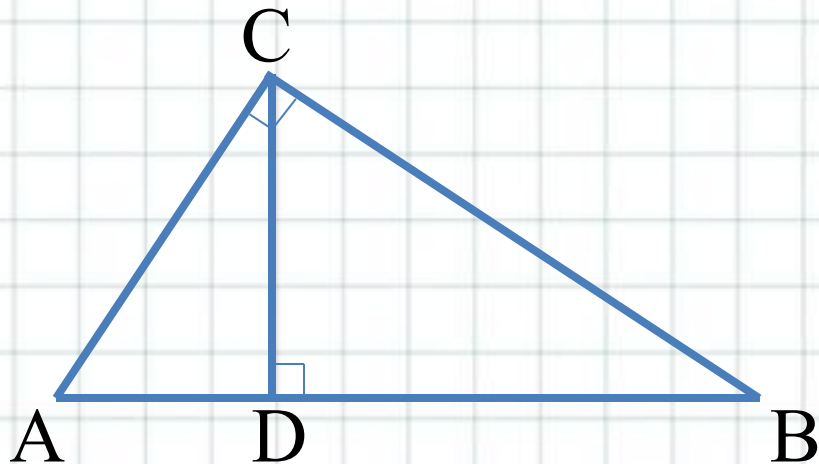


- Теорема Піфагора — одна із найвизначніших теорем математики, яка встановлює співвідношення між сторонами прямокутного трикутника.
- З неї або з її допомогою можна вивести більшість теорем. Вона застосовується в геометрії практично на кожному кроці.
- Відомо, що ця теорема не була відкрита Піфагором. Однак саме Піфагор першим дав їй повноцінне доведення.
- На даний момент в науковій літературі зафіксовано кілька сотень доведень даної теореми.



# Теорема Піфагора

**Теорема:** У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.



**Дано:**  $\triangle ABC$ ,  $C = 90^\circ$ .

**Довести:**  $AB^2 = AC^2 + BC^2$ .

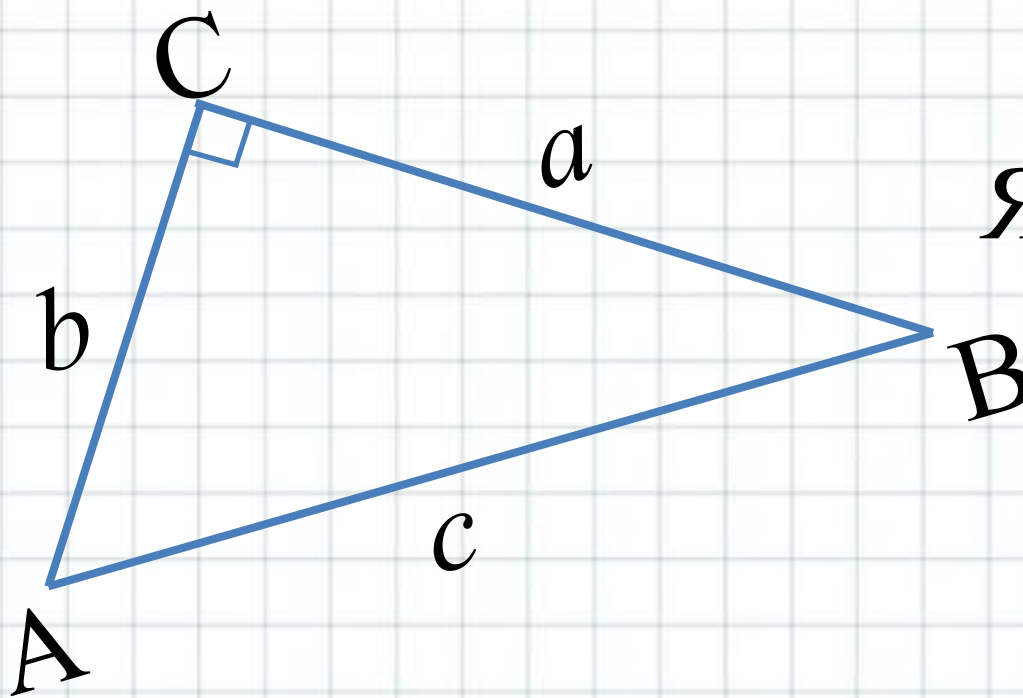
**Доведення.** Проведемо з вершини прямого кута  $C$  висоту  $CD$ .

$$AC^2 = AB \cdot AD, BC^2 = AB \cdot BD.$$

Додамо почленно ці рівності. Отримаємо:

$$AC^2 + BC^2 = AB \cdot AD + AB \cdot BD = AB (AD + BD) = AB \cdot AB = AB^2.$$

Отже,  $AB^2 = AC^2 + BC^2$ . Доведено.



Якщо:  $BC = a$ ,

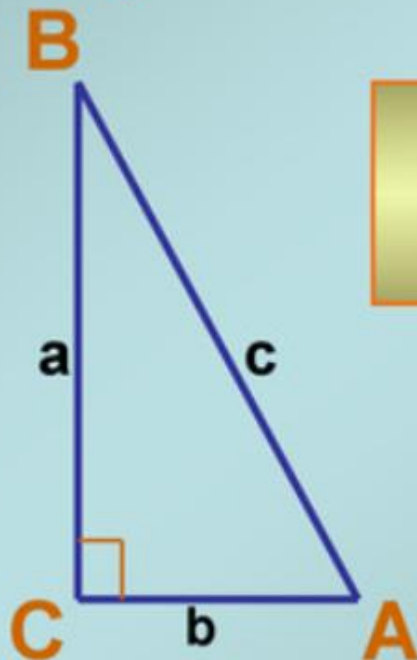
$AC = b$ ,

$AB = c$ .

То теорема Піфагора може бути записана так:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

- У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів

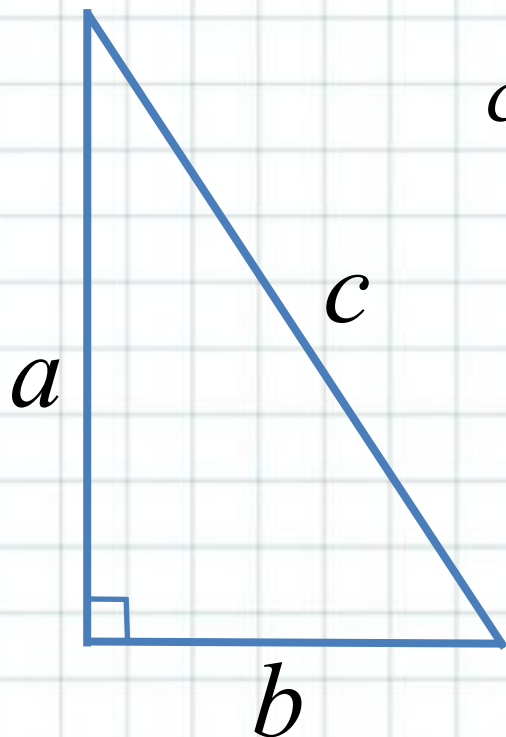


$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Якщо  $a, b$  — катети прямокутного трикутника, а  $c$  — його гіпотенуза, то з формули  $c^2 = a^2 + b^2$  можна отримати наступні формули:



$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

За цими формулами за двома будь-якими сторонами прямокутного трикутника знаходимо його третю сторону.

# Теорема обернена до теореми Піфагора

**Теорема:** Якщо квадрат сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін, то цей трикутник прямокутний.

За цією теоремою трикутник зі сторонами 3 см, 4 см і 5 см — прямокутний, оскільки  $3^2 + 4^2 = 5^2$ .  
Такий трикутник називають *єгипетським*.

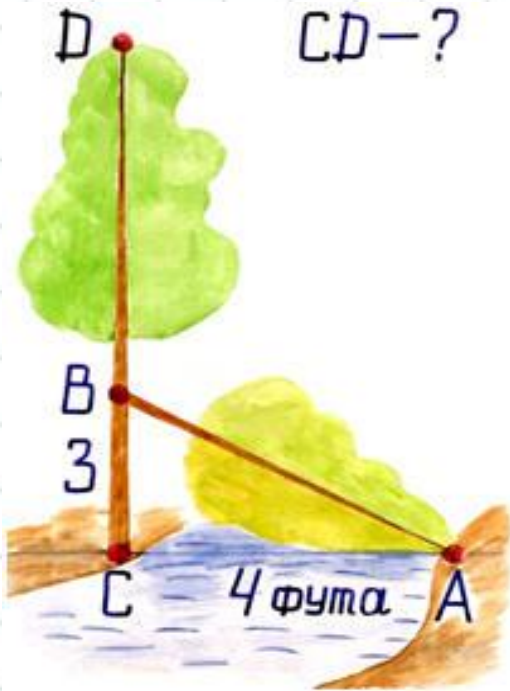
Єгипетські трикутники — це такі прямокутні трикутники сторони яких пропорційні числам 3, 4 і 5.

*Єгипетські трикутники ( $a, b$  — катети,  $c$  — гіпотенуза)*

<i>a</i>	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
<i>b</i>	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
<i>c</i>	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

# Старовинні задачі

## Задача індійського математика XII століття Бхаскари



На березі ріки росла самотня тополя.  
Раптом налетіли вітри і зламали її стовбур.  
Бідна тополя впала, утворивши кут між  
стовбуром і поверхнею води річки.  
Запам'ятай тепер, що в цьому місці річка  
У чотири лише фута була шириною.  
Верхівка зламалася, залишивши всього  
три фути від усього стовбура.  
Прошу тебе, швидко тепер мені скажи:  
«Яка за велика в тополі висота?»

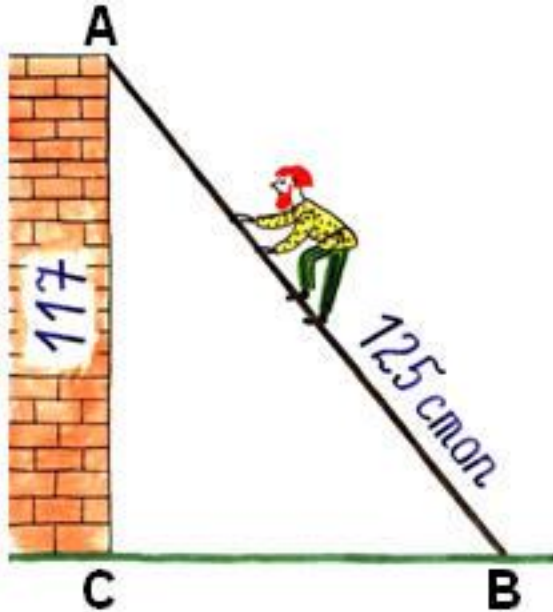
### Розв'язання

$$AB^2 = AC^2 + BC^2. \quad AB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

$$AB = \sqrt{25} = 5 \text{ (футів)}$$

$$1 \text{ фут} = 0,3048 \text{ м, тому } AB = 1,524 \text{ м.}$$

*Задача з підручника «Арифметики»  
Леонтія Магницького (XVIII століття)*



*Сталося деякій людині до стіни  
сходи приставити, стіни ж тієї  
висота була 117 стоп. І узяв він  
драбину завдовжки 125 стоп. І  
дізнатися він хоче, на скільки стоп,  
цю драбину нижнім кінцем від  
стіни відставити треба.*

*Розв'язання*

$$BC^2 = AB^2 - AC^2.$$

$$BC^2 = 125^2 - 117^2 = (125 - 117)(125 + 117) = 8 \ 242 =$$
$$= 2 \ 4 \ 2 \ 121.$$

$$BC = 2 \ 2 \ 11 = 44 \text{ (стопи)}$$



# Цікаво знати

Встановлено, що теорема Піфагора зустрічається у вавилонських текстах, написаних за 1200 років до Піфагора. Проте, що трикутник зі сторонами 3, 4 і 5 є прямокутний, знали за 2000 років до н. е. єгиптяни, які користувалися цим відношенням при будівництві. У Китаї про квадрат гіпотенузи знали принаймні за 500 років до Піфагора. Ця теорема була відома й у Стародавній Індії; про це свідчать твердження, що містяться в сутрах Будхаяни.

Три додатніх цілих числа  $a$ ,  $b$  і  $c$ , таких що  $a^2 + b^2 = c^2$  називаються числами Піфагора (піфагоровою трійкою), найвідомішими з яких є 3, 4, 5.

В 1940 році було надруковано книгу Е. Луміса «Теорема Піфагора», в якій є 370 різних способів доведення теореми Піфагора, серед яких є доведення, запропоноване президентом США Джеймсом Гарфілдом.

Факт великої кількості доведень теореми відображено в художній літературі: в повісті «Пригоди Електроніка» Євгенія Велтистова головний герой на шкільному уроці математики приводить біля дошки 25 різних доведень теореми Піфагора.



# *Домашнє завдання*

*Повторити § 15, 17*

*Опрацювати § 18, вивчити  
правила*

*Виконати завдання за посиланням  
або №651, 653, 657, 659, 661*

