

Сьогодні
09.09.2024

Урок
№4



Відношення і пропорції



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a : b = c : d$$

Сьогодні
09.09.2024

Організація класу

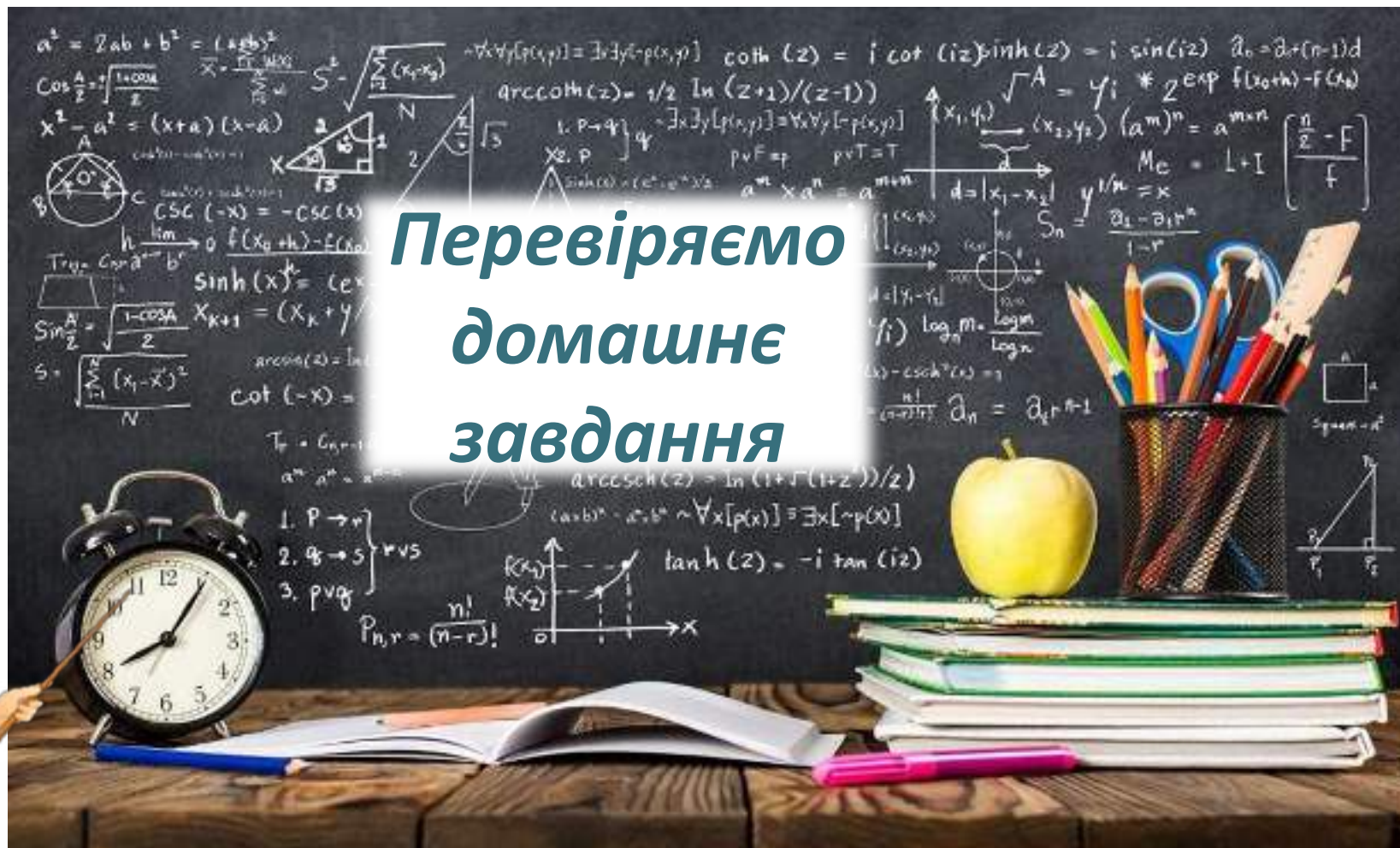
➤ Сьогодні на нашому уроці діють п'ять правил.

- Правило «підведеної руки».
- Співпраця в парі.
- Уміння слухати.
- Працювати творчо.
- Бути активним.



Сьогодні
09.09.2024

Перевірка домашнього завдання



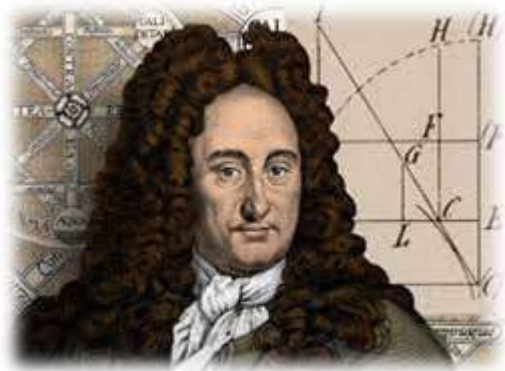
Сьогодні
09.09.2024

Повідомлення теми уроку та мотивація навчально-пізнавальної
діяльності учнів

Мета уроку:
повторити і закріпити знання
та практичні навички з теми
«Відношення і пропорції»



Цікаві факти



Г. Лейбніц



Поняття пропорційності мало і має широке застосування. В архітектурі і живопису, в скульптурі воно означає додержання певних співвідношень між окремими частинами споруди, картини, скульптурного твору, яке справляє найприємніше враження. Сучасний запис пропорції у вигляді

$$a:b=c:d$$

ввів на початку XVII ст. німецький математик і філософ Г. Лейбніц.



«Золота пропорція»



Відношення



Відношенням називають частку двох чисел.

Відношення числа **a** до числа **b** записують так: **a : b** або $\frac{a}{b}$.

Нехай маємо відношення 3 : 4. Його можна тлумачити так: перше число складається з трьох однакових частин, а друге — з чотирьох таких самих частин.

Відношення двох чисел показує, у скільки разів одне число більше від другого, або яку частину становить одне число від другого.



Основна властивість відношення



Відношення двох чисел не зміниться, якщо члени його помножити або поділити на одне і те ж саме число, відмінне від нуля.

Відношення 5 до 2 і 2 до 5, як і дроби $\frac{5}{2}$ і $\frac{2}{5}$
називають **взаємно оберненими**.

Відношення величин



Якщо дві величини вимірюються однією й тією самою одиницею, то відношення їхніх числових значень називають відношенням цих величин (відношення довжин, відношення мас, відношення площ тощо).

Щоб знайти відношення однойменних величин (довжин, мас і т.д.), треба виразити їх в однакових одиницях вимірювання.

Відношення величин



Щоб знайти відношення 30 см до 1 м, треба спочатку висловити обидві ці величини або в метрах, або в сантиметрах і знайти частку.

$30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$; $100 \text{ см} = 1 \text{ м}$, тому $0,3 : 1 = 310$ або $30 : 100 = 310$.

Відношення іноді буває зручно виражати у відсотках. Для цього досить помножити отриману частку на сто.



Якщо a і b — два числа або два значення однієї і тієї ж величини, тоді:

- ✓ відношення a до b — це частка від ділення a на b ;
- ✓ якщо $a > b$, тоді відношення $a : b$ показує, у скільки разів a більше b ;
- ✓ якщо $a < b$, тоді відношення $a : b$ показує, яку частину a становить від b ;
- ✓ відсоткове відношення a до b — це відношення $a : b$, виражене у відсотках і дорівнює $(a : b) \cdot 100$.



Рівність двох відношень називають пропорцією.

$$\frac{m}{k} = \frac{n}{t} \text{ або } m : k = n : t$$

Усі члени пропорції відмінні від нуля: $m \neq 0, k \neq 0, n \neq 0, t \neq 0$.

Відношення 3:2 і 12:8 рівні, оскільки $3 : 2 = 1,5$ і $12 : 8 = 1,5$.

Отримуємо рівність $3 : 2 = 12 : 8$ або $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$

Читають: «Відношення 3 до 2 дорівнює відношенню 12 до 8» або «3 так відноситься до 2, як 12 відноситься до 8».





Основна властивість пропорції:
добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.
Якщо $\frac{m}{k} = \frac{n}{t}$, або $m:k=n:t$, тоді $m \cdot t = k \cdot n$

Числа m і t називають крайніми членами пропорції, а числа k і n — середніми.

У пропорції $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$ добуток **крайніх** членів $3 \cdot 8 = 24$ і добуток **середніх** членів $2 \cdot 12 = 24$ рівні.

Правильне і обернене твердження. Якщо m, k, n і t не рівні нулю числа і $m \cdot t = k \cdot n$,
тоді $\frac{m}{k} = \frac{n}{t}$.

Середні члени пропорції

$$a : b = c : d$$

Крайні члени пропорції

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Крайні члени пропорції

Середні члени пропорції



Якщо $3 \cdot 8 = 2 \cdot 12$, тоді $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$.

У пропорції $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$ поміняємо місцями середні або крайні члени, тоді отримаємо знову правильні рівності.

$$\frac{3}{12} = \frac{2}{8} \quad ; \quad \frac{8}{2} = \frac{12}{3}$$

У випадку, коли необхідно визначити один невідомий член пропорції, кажуть, що треба розв'язати пропорцію.

Будь-який крайній член пропорції дорівнює добутку середніх членів, діленому на інший крайній член пропорції.

Розглянемо пропорції, які можуть бути отримані з вірної пропорції:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ а саме :}$$

$$1) \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$2) \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

$$3) \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

$$4) \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$5) \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$$

$$6) \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (\text{якщо } a \neq b, c \neq d)$$



Приклад. Розв'язати пропорцію використовуючи основну властивість.

$$\frac{t}{8} = \frac{10}{16}$$

$$t \cdot 16 = 8 \cdot 10$$

$$t = \frac{1 \cdot 10}{2 \cdot 16} = \frac{1 \cdot 10^5}{2 \cdot 1} = \frac{5}{1} = 5$$

$$t = \underline{\underline{5}}$$

$$\frac{t}{8} = \frac{10}{16}$$



Приклад. Розв'язати пропорцію використовуючи основну властивість.

$$\frac{2}{3} \propto \frac{8}{x}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{x}$$

$$2 \cdot x = 3 \cdot 8$$

$$x = \frac{3 \cdot \cancel{8}^4}{\cancel{2}_1} = \frac{3 \cdot 4}{1} = 12$$

$$x = \underline{\underline{12}}$$



Будь-який середній член пропорції дорівнює добутку крайніх членів, діленому на інший середній член пропорції.

Приклад. Розв'язати пропорцію використовуючи основну властивість.

$$\frac{1,4}{y} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{1,4}{y} = \frac{7}{4}$$

$$1,4 \cdot 4 = y \cdot 7$$

$$y = \frac{1,4 \cdot 4}{7} = \frac{0,2 \cdot 4}{1} = \frac{0,8}{1} = 0,8$$

$$y = \underline{\underline{0,8}}$$



Приклад. Розв'язати пропорцію використовуючи основну властивість.

$$\frac{1\frac{3}{4}}{0,75} = \frac{z}{3,75}$$

Представимо мішане число у вигляді десяткового дробу.

$$1\frac{3^{(25)}}{4} = 1\frac{75}{100} = 1,75$$

Перепишемо рівність, застосуємо основну властивість пропорції і скоротимо на 0,75.



$$\frac{1,75}{0,75} = \frac{z}{3,75}$$

$$1,75 \cdot 3,75 = 0,75 \cdot z$$

$$z = \frac{1,75 \cdot 3,75}{0,75} = \frac{1,75 \cdot 5}{1} = \frac{8,75}{1} = 8,75$$

$$z = \underline{\underline{8,75}}$$

Інтелектуальна розминка



1. Пропорцією називається:

- А. рівність двох сум;
- Б. рівність двох відношень;
- В. різниця двох виразів.

2. Відношенням двох чисел називають ... цих чисел:

- А. добуток;
- Б. суму;
- В. частку.

Інтелектуальна розминка

3. У правильній пропорції добуток крайніх членів дорівнює...

- А. сумі середніх членів;
- Б. частці крайніх членів;
- В. добутку середніх членів.

4. Якщо кожне з чисел відношення помножити або поділити на одне і те саме число, відмінне від 0, то відношення :

- А. не зміниться;
- Б. збільшиться у відповідну кількість раз;
- В. зменшиться у відповідну кількість раз.



Інтелектуальна розминка

5. Часткою двох чисел називається результат дії:

- А. множення;
- Б. ділення;
- В. додавання.

6. Якщо добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку середніх членів, то...

- А. це не пропорція;
- Б. пропорція неправильна;
- В. пропорція правильна.



Щось не хочеться сидіти.
Треба трохи відпочити.
Руки вгору, руки вниз.
На сусіда подивись.
Руки вгору, руки в боки.
Вище руки підніміть.
А тепер їх відпустіть.
Плигніть, учні, кілька раз.
За роботу, все гаразд.



Класна робота

(Усно).

Чому рівність $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ є пропорцією?
Назвіть її крайні й середні члени.



Завдання № 46



(Усно.) Скільком кілометрам на місцевості
відповідає 1 см на карті з масштабом:

1) 1 : 100 000; 2) 1 : 700 000; 3) 1 : 5 000 000?

Завдання № 47

Знайдіть невідомий член пропорції:

1) $x : 6 = 5 : 3;$

$3x = 30;$

$x = 10.$

2) $\frac{5}{x} = \frac{20}{7};$

$35 = 20x;$

$20x = 35;$

$x = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$

3) $x : 12 = \frac{13}{24};$

$\frac{1}{12}x = \frac{13}{24};$

$x = \frac{13}{2};$

$x = 6\frac{1}{2}.$

Завдання № 49

Скільки відсотків становить:

1) 2 від 5;

2) 18 від 12;

3) 3,5 від 17,5;

4) $\frac{1}{4}$ від $\frac{1}{14}$;



Завдання № 49

Розв'язання:

$$\begin{array}{l} 1) \ 5 - 100 \% \\ \quad 2 - x \% \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} &= \frac{100}{x}; \\ x &= \frac{2 \cdot 100}{5}; \\ x &= 40 \%. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 2) \ 12 - 100 \% \\ \quad 18 - x \% \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{12}{18} &= \frac{100}{x}; \\ x &= \frac{18 \cdot 100}{12}; \\ x &= 150 \%. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 3) \ 17,5 - 100 \% \\ \quad 3,5 - x \% \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{17,5}{3,5} &= \frac{100}{x}; \\ x &= \frac{3,5 \cdot 100}{17,5}; \\ x &= 20 \%. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 4) \ \frac{1}{14} - 100 \% \\ \quad \frac{1}{7} - x \% \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{14} : \frac{1}{7} &= \frac{100}{x}; \\ x &= \frac{1}{14} \cdot \frac{7}{1} \cdot 100; \\ x &= 50 \%. \end{aligned}$$

Завдання № 51

Поділіть число:

- 1) 28 на дві частини у відношенні 5:2;
- 2) 36 на три частини у відношенні 1:3:5.



Завдання № 51

Розв'язання:

1) $5 + 2 = 7$ – загальна кількість частин;

$\frac{28}{7} = 4$ – значення однієї частини;

$5 \cdot 4 = 20$ – перша частина;

$2 \cdot 4 = 8$ – друга частина.

2) $1 + 3 + 5 = 9$ – загальна кількість частин;

$\frac{36}{9} = 4$ – значення однієї частини;

$1 \cdot 4 = 4$ – перша частина;

$3 \cdot 4 = 12$ – друга частина;

$5 \cdot 4 = 20$ – третя частина.



Завдання № 53

Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{aligned}\frac{2x-7}{4} &= \frac{5}{8}; \\ \frac{4x-14}{8} &= \frac{5}{8}; \\ 4x-14 &= 5; \\ 4x &= 5+14; \\ 4x &= 19; \\ x &= \frac{19}{4}; \\ x &= 4\frac{3}{4}.\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}2) \frac{3x+1}{7} &= \frac{3-4x}{14}; \\ \frac{6x+2}{14} &= \frac{3-4x}{14}; \\ 6x+2 &= 3-4x; \\ 6x+4x &= 3-2; \\ 10x &= 1; \\ x &= 1:10; \\ x &= 0,1.\end{aligned}$$

Завдання № 57



До 180 г 10-відсоткового розчину солі долили 70 г води. Яким став відсотковий уміст солі в новому розчині?

Розв'язання:

- 1) $180 \cdot 0,10 = 18$ (г) – маса солі;
- 2) $180 + 70 = 250$ (г) – нова маса розчину;
- 3) $18 \cdot 100 : 250 = 7,2$ % - відсотковий вміст солі.

Підготовка до



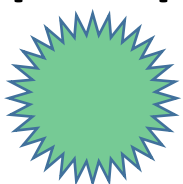
№1. За 6 однакових конвертів заплатили 3 грн. Скільки всього таких конвертів можна купити за 12 грн?



| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|----|----|----|
| 6 | 24 | 30 | 36 | 38 |



Відповідь:



$$1) 12 : 3 = 4$$

$$2) 6 \cdot 4 = 24 - \text{конверти}$$

Підготовка до



№2. Копіювальна машина робить 3 копії за 4 секунди. Яку максимальну кількість копій можна одержати за 1 хвилину?



| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|----|----|-----|
| 45 | 60 | 75 | 80 | 120 |



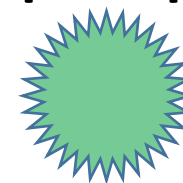
3 копії - 4 сек.

X- 60 сек

$$X = (60 \cdot 3) : 4$$

$$X = 45$$

Відповідь:





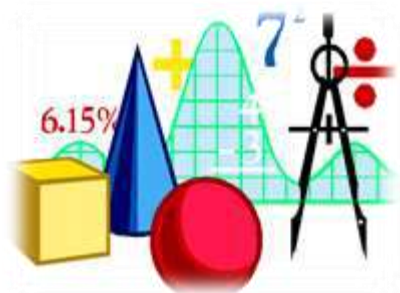
1. Що називають відношенням двох чисел?
2. Що показує відношення двох чисел?
3. Як знайти відношення величин, які вимірюються однією і тією самою одиницею?
4. Сформулюй основну властивість відношення.

5. Що таке пропорція?
6. У пропорції $m : n = r : k$ назви крайні члени, середні члени.
7. Сформулюй основну властивість пропорції.
8. Які перестановки членів пропорції можна виконувати?



Сьогодні
09.09.2024

Завдання для домашньої роботи



| Предмети | Домашнє завдання | Бали | Підпис вчителя |
|----------|------------------------------------|------|----------------|
| 1 | Опрацюй сторінки підручника 10-11. | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | Виконай завдання № 50, 52, 54. | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |



Сьогодні
09.09.2024

Вправа «5 сходинок успіху»



Яку тему вивчали
на уроці?

Яка інформація
тебе вразила?

Що ти для себе
взяв / взяла?

Чи хочеш ти
дізнатися більше
з цієї теми?

