

Тема. Повторення. Розв'язування текстових задач

Мета. Вдосконалювати вміння розв'язувати текстові задачі за допомогою систем рівнянь

Повторюємо

- Що буде розв'язком системи рівнянь з двома змінними?
- Які способи розв'язування систем рівнянь називають аналітичними?
- Що означає графічно розв'язати систему рівнянь?
- В яких випадках доцільно використовувати графічний метод?
- Як розв'язати задачу за допомогою системи рівнянь?

Шпаргалка

Розв'язання текстової задачі ділиться на три етапи:

Перший етап. Складання математичної моделі.

Другий етап. Робота зі складеною моделлю.

Третій етап. Відповідь на питання задачі.

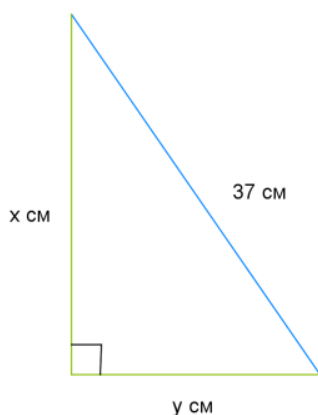
Розв'язування задач

Задача 1

Різниця катетів прямокутного трикутника дорівнює 23 см, а його гіпотенуза дорівнює 37 см. Знайдіть площу трикутника.

Розв'язання

Перший етап. *Складання математичної моделі.*



Позначимо довжину одного катета x см, а іншого y см.

Тоді, $x - y = 23$ — різниця катетів прямокутного трикутника.

Застосувавши теорему Піфагора, отримаємо друге рівняння: $x^2 + y^2 = 37^2$, $x^2 + y^2 = 1369$

Складаємо систему двох рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} x - y = 23 \\ x^2 + y^2 = 1369 \end{cases}$$

Другий етап. *Робота зі складеною моделлю.*

Виразимо x через y з першого рівняння системи.

$$\begin{cases} x = y + 23 \\ x^2 + y^2 = 1369 \end{cases}$$

Підставимо цей вираз замість x у друге рівняння системи:

$$x^2 + y^2 = 1369$$

$$(23 + y)^2 + y^2 = 1369$$

$$23^2 + 46y + y^2 + y^2 = 1369$$

$$2y^2 + 46y + 529 - 1369 = 0$$

$$2y^2 + 46y - 840 = 0 \mid :2$$

$$y^2 - 23y - 420 = 0$$

$y_1 = 12$ (см) – довжина одного катета.

$y_2 = -35$ (не підходить за умовою задачі)

Знайдемо x з першого рівняння системи: $x = 23 + 12 = 35$ (см) – довжина іншого катета.

Третій етап. **Відповідь на питання задачі.**

Знайдемо площу прямокутного трикутника.

$$S = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 35 = \frac{\overset{6}{\cancel{12}} \cdot 35}{\cancel{2}_1} = 210 \text{ см}^2$$

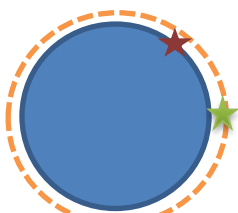
Відповідь: $S = 210 \text{ см}^2$

Задача 2

По круговій доріжці завдовжки 800 м в одному напрямі рухаються двоє ковзанярів. Один ковзаняр пробігає коло на 24 с швидше за другого й наздоганяє його через кожні 8 хв. Знайдіть швидкість кожного ковзаняря.

Розв'язання

Перший етап. **Складання математичної моделі.**



Нехай

x (м/хв) – швидкість I;

y (м/хв) – швидкість II.

$\frac{800}{x}$ (хв.) – час руху I для подолання кола,

$\frac{800}{y}$ (хв.) – час руху II для подолання кола,

Так як один ковзаняр пробігає коло на $24 \text{ с} = \frac{24}{60} \text{ хв}$ швидше за другого, то

$$t_2 - t_1 = 24 \text{ с} \quad \text{або} \quad \frac{800}{y} - \frac{800}{x} = \frac{24}{60}$$

Так як один ковзаняр наздоганяє другого через кожні 8 хв., то $S_I - S_{II} = 800$

Так як

$S_I = 8x$ (м) – пробігає I за 8 хв до зустрічі;

$S_{II} = 8y$ (м) – пробігає II за 8 хв до зустрічі, то маємо рівняння $8x - 8y = 800$

$$\text{Отже, маємо систему рівнянь:} \begin{cases} \frac{800}{y} - \frac{800}{x} = \frac{24}{60} \\ 8x - 8y = 800 \end{cases}$$

Другий етап. **Робота зі складеною моделлю.**

Виконаємо в першому рівнянні зведення до спільного знаменника. Зауважимо, що добуток xy не може дорівнювати 0 як добуток ненульових чисел.

$$\begin{cases} 48000x - 48000y = 24xy \mid :24 \\ 8x - 8y = 800 \mid :8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2000x - 2000y = xy \\ x - y = 100 \end{cases}, \begin{cases} 2000x - 2000y = xy \\ x = 100 + y \end{cases}$$

$$2000(100+y) - 2000y = y(100+y)$$

$$y^2 + 100y - 200000 = 0$$

$y_1 = -500$ (не підходить за умовою задачі)

$y_2 = 400$ (м/хв) – швидкість II ковзаняря.

Знайдемо x з першого рівняння системи: $x = 100 + 400 = 500$ (м/хв) – швидкість I ковзаняря.

Відповідь: 500 м/хв. і 400 м/хв.

Поміркуйте

Укажіть систему, яка відповідає умові задачі: «Число x на 3 менше від числа y , а їхній добуток дорівнює 88. Чому дорівнюють ці числа?».

$$1) \begin{cases} x + 3 = y, \\ x : y = 88; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y - x = 3, \\ xy = 88; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + y = 3, \\ xy = 88; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x = y - 3, \\ x + y = 88. \end{cases}$$

Домашнє завдання

Розв'язати задачу №3

Кожний з двох принтерів має надрукувати текстовий файл обсягом 120 сторінок. Перший принтер за 1 хвилину друкує на 2 сторінки менше, ніж другий, і тому пропрацював на 3 хвилини довше. Скільки сторінок за хвилину друкує кожен принтер?

Джерела

- [Мій клас](#)
- [На урок](#)