

07.03.25.

Геометрія 8

Урок № 48

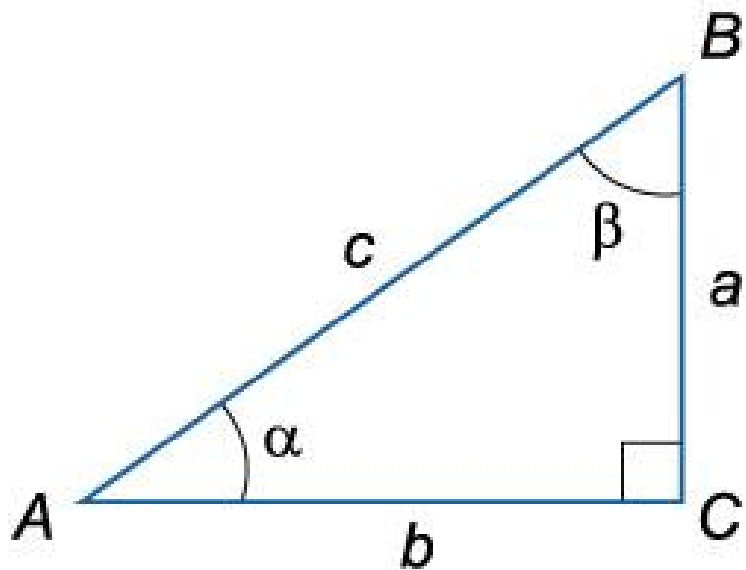
Тема.

Розв'язування прямокутних трикутників

Мета: закріпити знання про тригонометричні функції гострого кута прямокутного трикутника; знаходити невідомі елементи прямокутного трикутника за відомими двома його елементами; застосовувати теоретичні знання для розв'язання практичних завдань; удосконалювати вміння застосовувати теорему Піфагора при розв'язанні задач

Розв'язування прямокутних трикутників

Розв'язати трикутник – означає **знайти невідомі** його **сторони** і **невідомі** його **кути** за відомими сторонами і кутами.

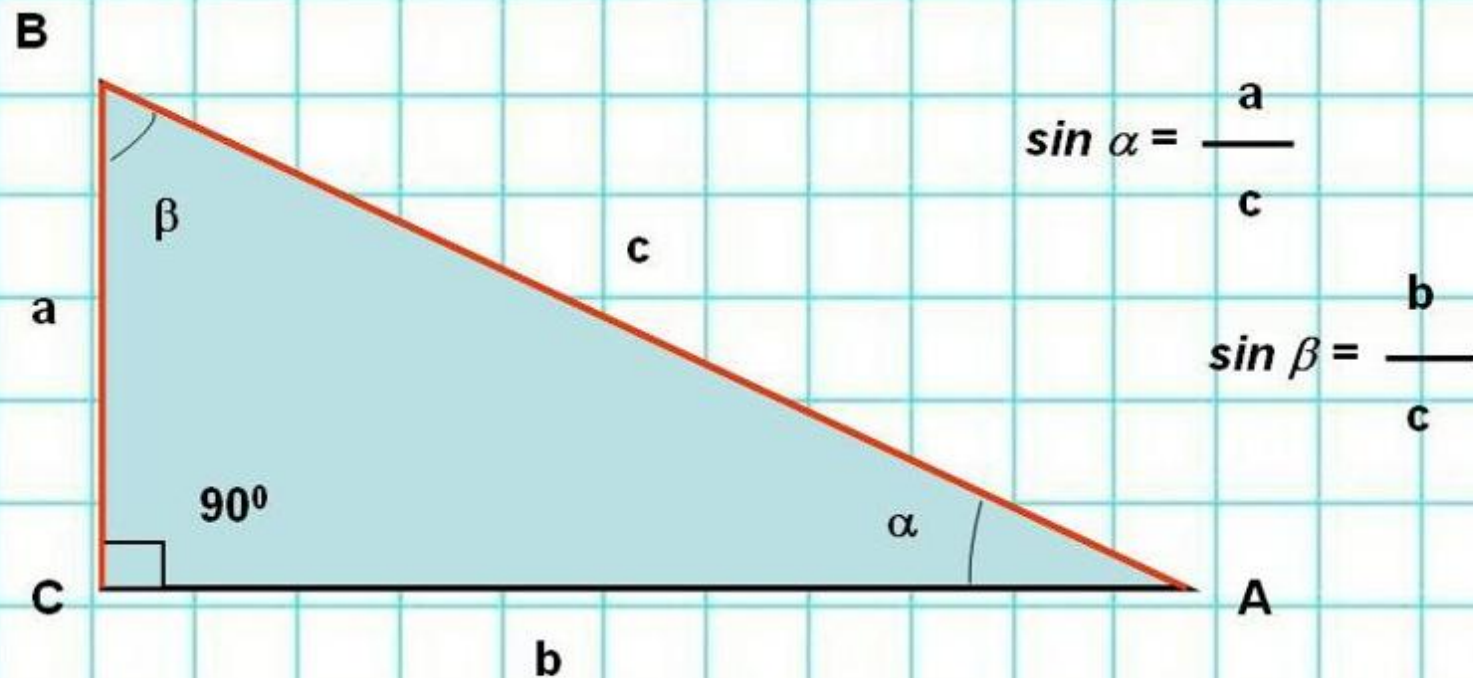


$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

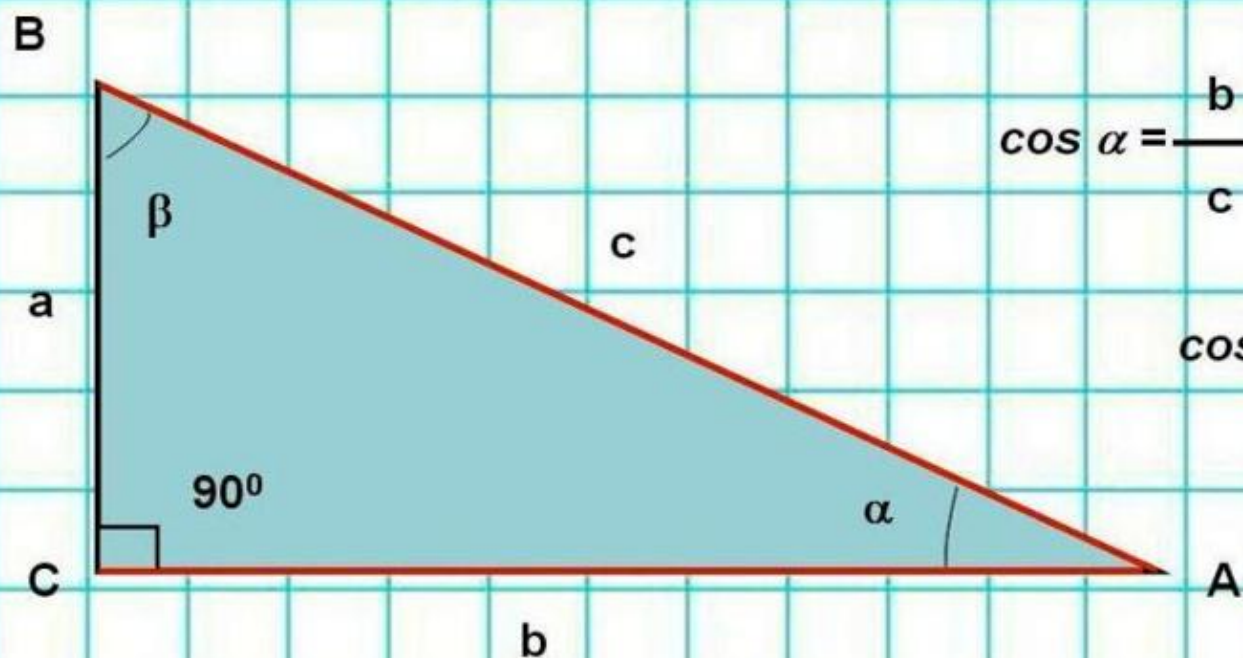
Синусом острого угла прямоугольного треугольника называют
отношение противолежащего катета до гипотенузы

$$\sin \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$



Косинусом острого кута прямокутного трикутника називають відношення прилеглого катета до гіпотенузи

$$\cos \alpha = \frac{\text{прилеглий катет}}{\text{гіпотенуза}}$$

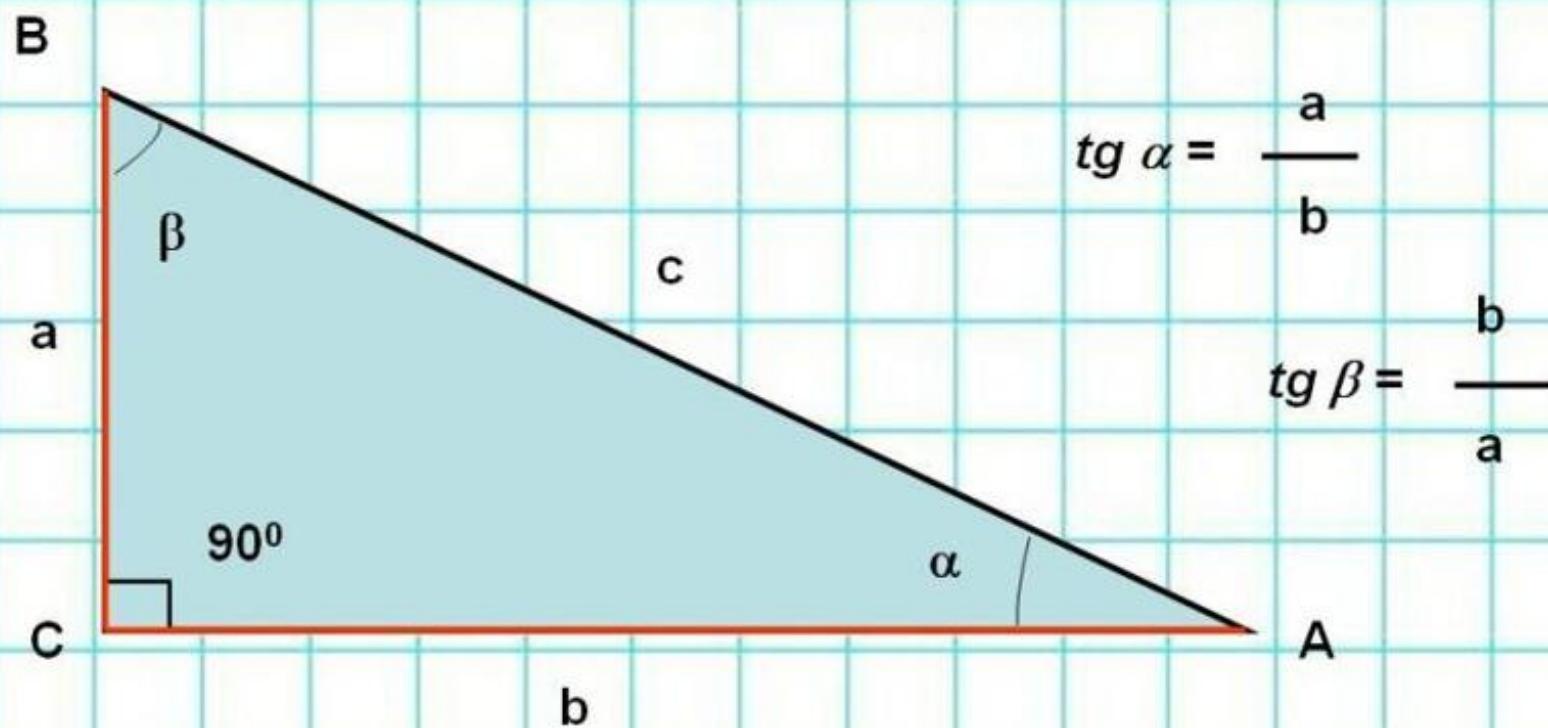


$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

Тангенсом острого кута прямокутного трикутника називають відношення протилежного катета до прилеглого

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{протилежний катет}}{\text{прилеглий катет}}$$

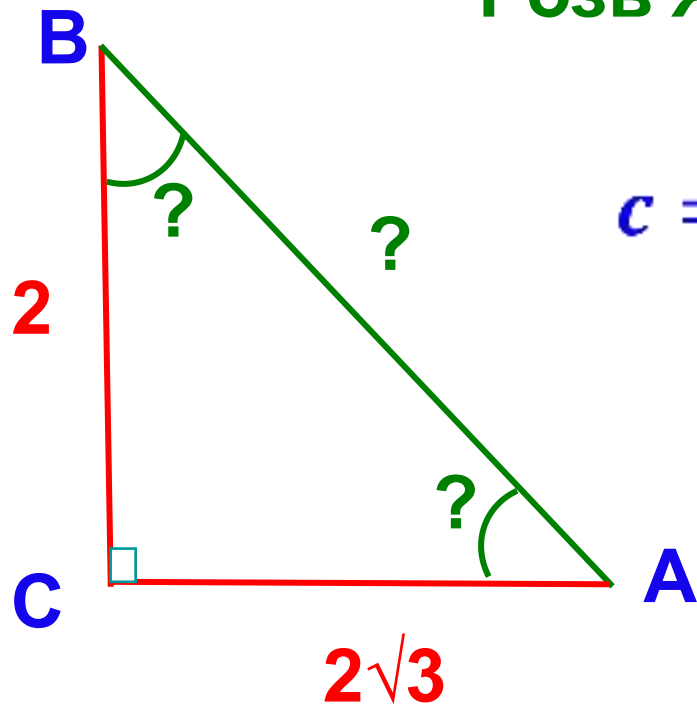


	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

№ 1

За двома катетами трикутника ABC (кут $C = 90^\circ$) знайдіть його гіпотенузу та гострі кути з точністю до мінут:

$AC = 2\sqrt{3}$ см; $BC = 2$ см.



Розв'язання:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 + 12} = \sqrt{16} = 4 \text{ (см)}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} \quad \operatorname{tg} B = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\text{Кут } B = 60^\circ$$

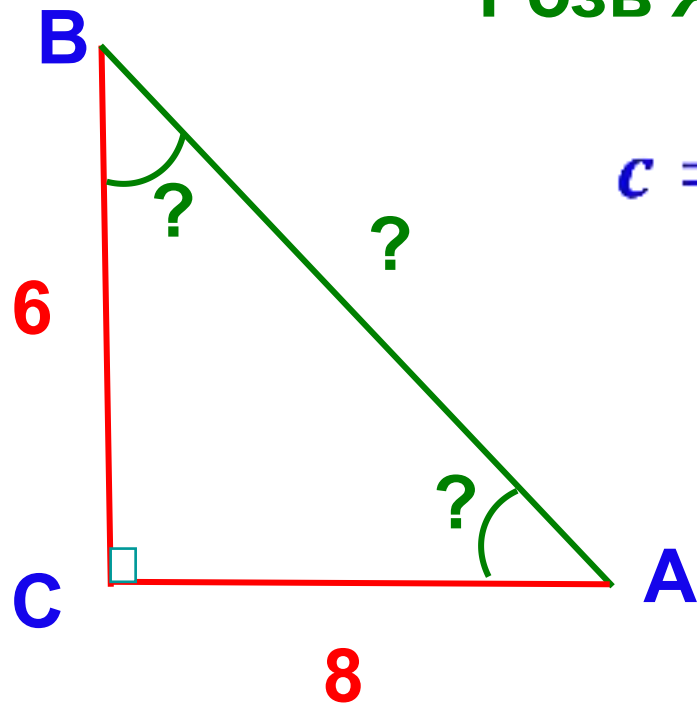
$$\text{Кут } A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Відповідь: 4 см; 30° ; 60° .

№ 2

За двома катетами трикутника ABC (кут $C = 90^\circ$) знайдіть його гіпотенузу та гострі кути з точністю до мінут:

$AC = 8$ см; $BC = 6$ см.



Розв'язання:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \text{ (см)}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{AC}{BC} \quad \operatorname{tg} A = \frac{6}{8} = 0,75$$

$$\text{Кут } A \approx 36^\circ 52'$$

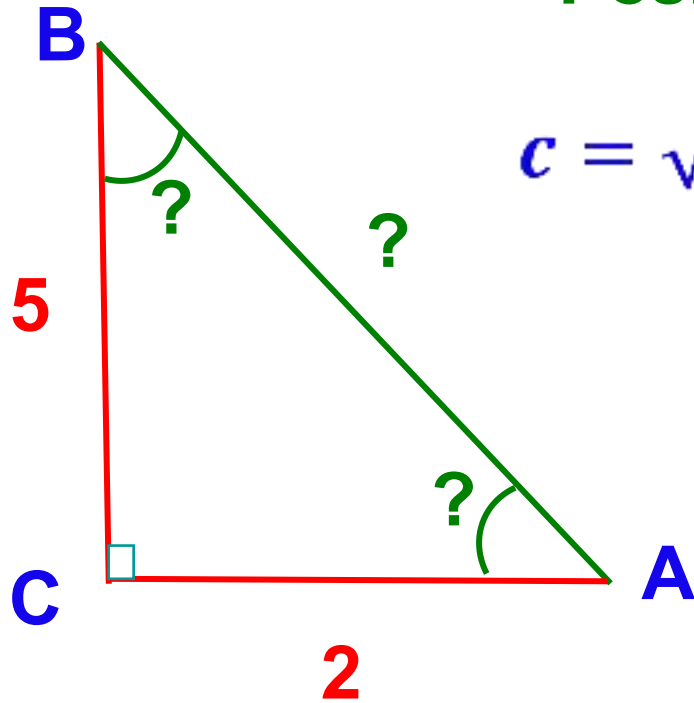
$$\text{Кут } B \approx 90^\circ - 36^\circ 52' \approx 53^\circ 08'$$

Відповідь: 10 см; $\approx 36^\circ 52'$; $\approx 53^\circ 08'$.

№ 3

За двома катетами трикутника ABC (кут $C = 90^\circ$) знайдіть його гіпотенузу та гострі кути з точністю до мінут:

$AC = 2$ дм; $BC = 5$ дм.



Розв'язання:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29} \approx 5,385 \approx 5,39 \text{ (дм)}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} \quad \operatorname{tg} B = \frac{2}{5} = 0,4$$

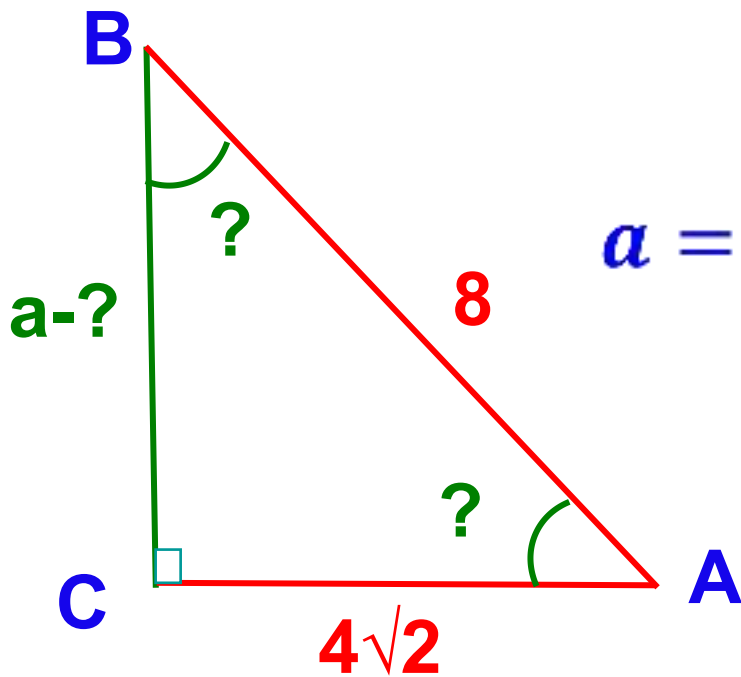
$$\text{Кут } B \approx 21^\circ 48'$$

$$\text{Кут } A \approx 90^\circ - 21^\circ 48' \approx 68^\circ 12'$$

Відповідь: $\approx 5,39$ дм; $\approx 68^\circ 12'$; $\approx 21^\circ 48'$.

№ 4

За катетом і гіпотенузою трикутника ABC (кут C = 90°) знайдіть його другий катет та гострі кути з точністю до мінути. **$AB = 8$ см; $AC = 4\sqrt{2}$ см.**



Розв'язання: $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

$$a = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 - 32} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ (см)}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 1$$

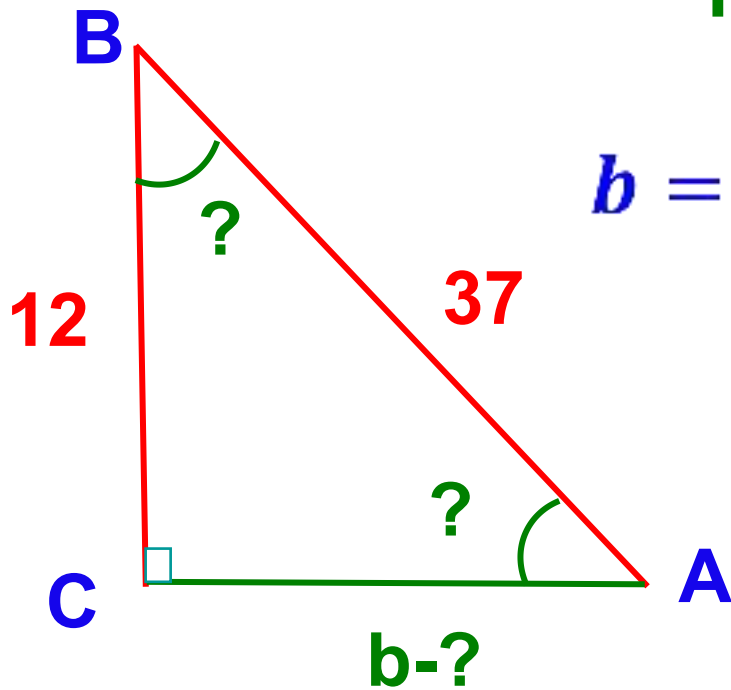
$$\text{Кут } B = 45^\circ$$

$$\text{Кут } A = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

Відповідь: $4\sqrt{2}$ см; 45° ; 45° .

№ 5

За катетом і гіпотенузою трикутника ABC (кут C = 90°) знайдіть його другий катет та гострі кути з точністю до мінути. **AB = 37 дм; BC = 12 дм.**



Розв'язання:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{37^2 - 12^2} = \sqrt{49 \cdot 25} = 7 \cdot 5 = 35 \text{ (дм)}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{35}{12} \approx 2,916$$

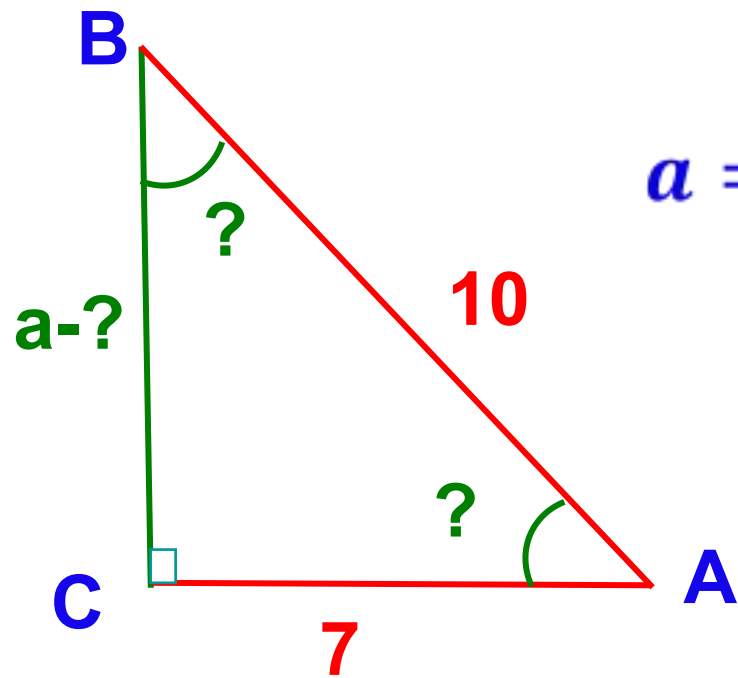
$$\text{Кут } B \approx 71^{\circ}05'$$

$$\text{Кут } A \approx 90^{\circ} - 71^{\circ}05' \approx 18^{\circ}55'$$

Відповідь: 35 дм; $\approx 71^{\circ}05'$; $\approx 18^{\circ}55'$.

№ 6

За катетом і гіпотенузою трикутника ABC (кут C = 90°) знайдіть його другий катет та гострі кути з точністю до мінути. **AB = 10 см; BC = 7 см.**



Розв'язання: $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

$$a = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51} \approx 7,14(\text{см})$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \quad \cos A = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$\text{Кут } A \approx 45^\circ 34'$$

$$\text{Кут } B \approx 90^\circ - 45^\circ 34' \approx 44^\circ 26'$$

Відповідь: $\approx 7,14$ см; $\approx 45^\circ 34'$; $\approx 44^\circ 26'$.

№ 788

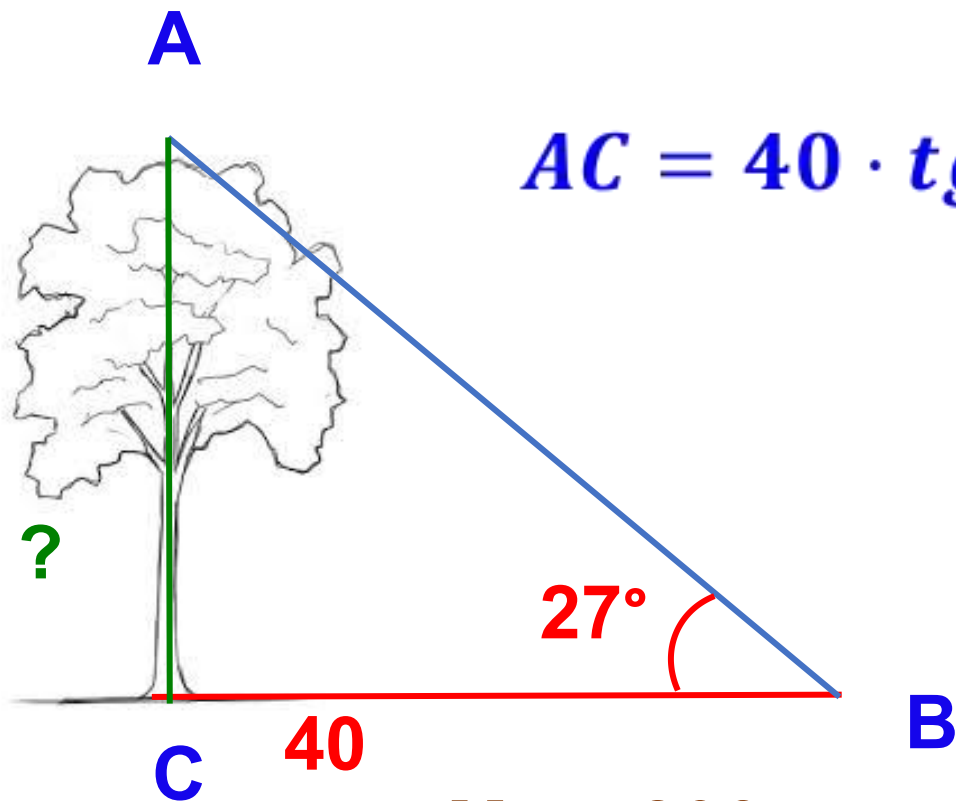
Знайдіть висоту дерева AC (мал. 206), якщо $BC = 40$ м,
а кут $B = 27^\circ$.

Розв'язання:

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} \longrightarrow AC = BC \cdot \operatorname{tg} B$$

$$AC = 40 \cdot \operatorname{tg} 27^\circ \approx 40 \cdot 0,5095 \approx 20,38(\text{м})$$

Відповідь: $\approx 20,38$ м.



Мал. 206

№ 790

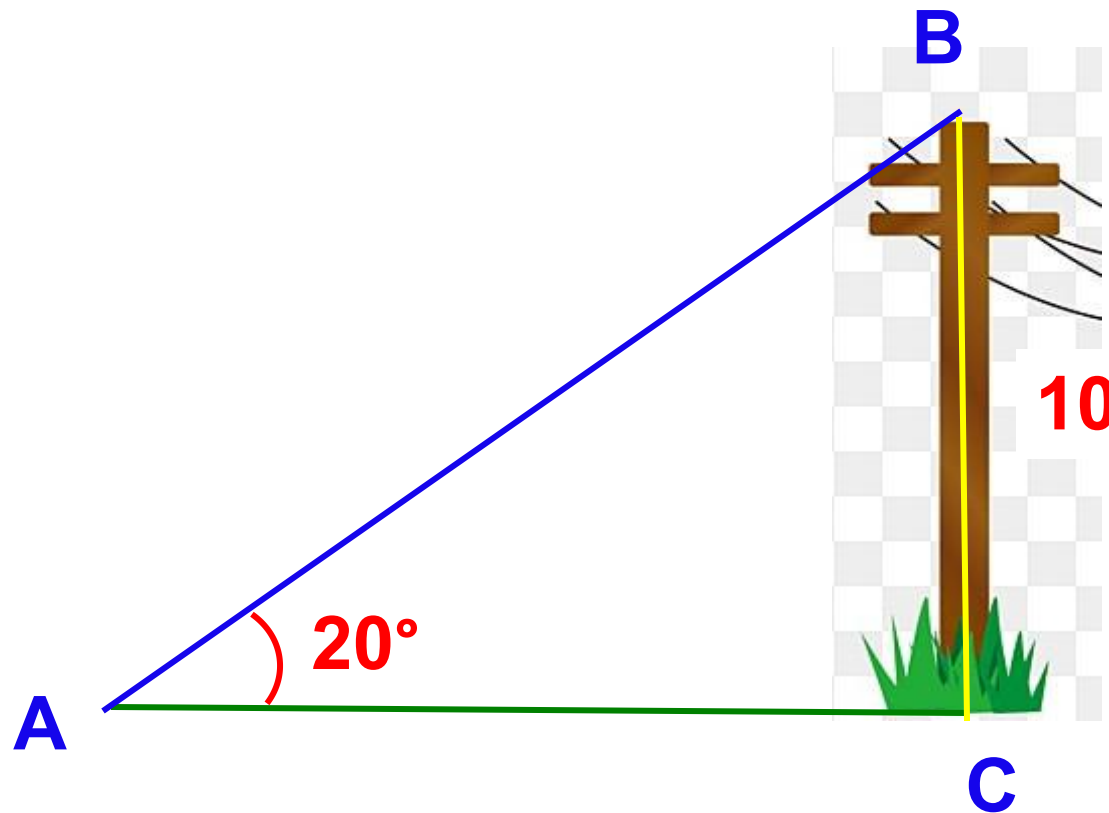
Телеграфний стовп заввишки 10 м розміщено на березі річки (мал. 208). Верхній кінець стовпа видно з іншого берега під кутом 20° до горизонту. Знайдіть ширину річки (з точністю до десятих метра).

Розв'язання:

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} \quad \longrightarrow \quad AC = \frac{BC}{\operatorname{tg} A}$$

$$AC = \frac{10}{\operatorname{tg} 20^\circ} \approx \frac{10}{0,3639} \approx 27,48 \approx \\ \approx 27,5 \text{ (м)}$$

Відповідь: $\approx 27,5$ м.



Мал. 208

№ 796

Тінь від антени мобільного зв'язку, висота якої 5 м, дорівнює 2,6 м (мал. 210).

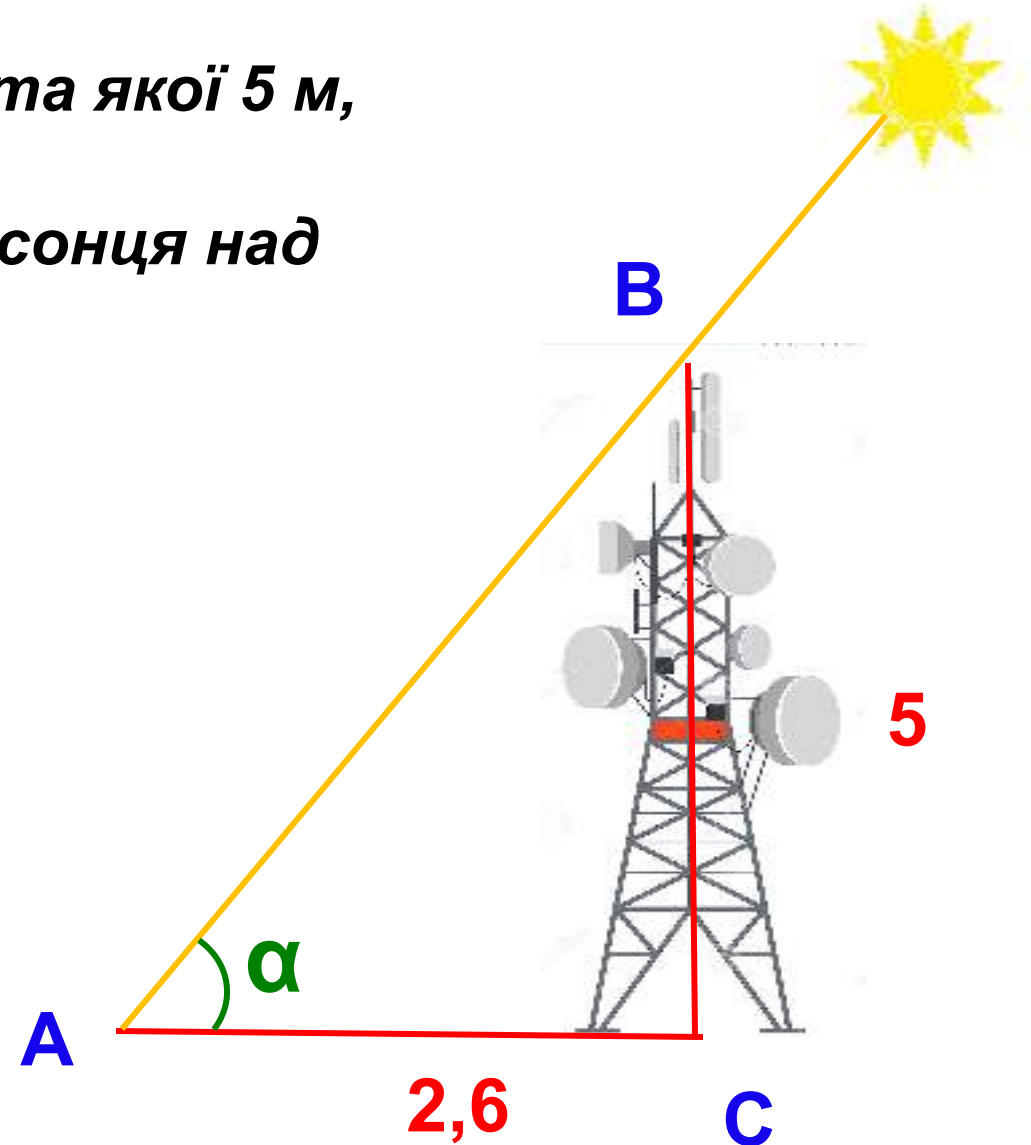
Знайдіть з точністю до мінути висоту сонця над горизонтом (кут α).

Розв'язання: $\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$

$$\operatorname{tg} A = \frac{5}{2,6} \approx 1,9230$$

За таблицею Брадіса
Кут $\alpha \approx 62^\circ 32'$

Відповідь: $\approx 62^\circ 32'$.



Домашнє завдання

Повторити §18, 19, 20

Опрацювати §21

Виконати завдання за посиланням

<https://vseosvita.ua/test/start/edr765>