

Дата: 20.10.2021

Предмет: геометрія

Клас: 11

Тема уроку: Тіла обертання. Циліндр.

Циліндр

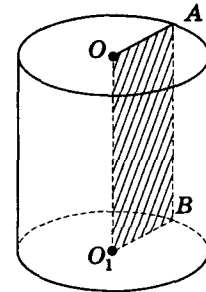
Прямим круговим циліндром називається тіло, утворене обертанням прямокутника навколо його сторони.

На зображено циліндр, утворений обертанням прямокутника  $OABO_1$  навколо прямої  $OO_1$  — осі циліндра.

Сторони  $OA$  і  $O_1B$  описують рівні кола, які лежать у паралельних площинах і називаються **основами циліндра**. Круги називаються **радіусами циліндра**. Сторона  $AB$  описує поверхню, яка називається **бічною поверхнею** циліндра. Відрізки бічної поверхні, які паралельні і дорівнюють  $AB$ , називаються **твірними циліндра**.

**Висотою циліндра** називається відрізок, перпендикулярний до основ циліндра, кінці якого належать основам. Висота циліндра дорівнює його твірній.

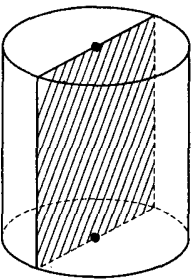
**Осьовий переріз циліндра** — прямокутник зі сторонами, що дорівнюють висоті циліндра і діаметру його основи (рис. 101).



пря-

Радіуси

с



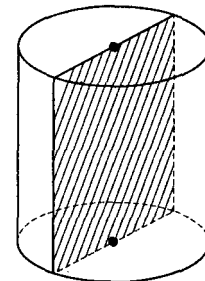
$OO_1$  — вісь циліндра, кола з центрами  $O$  і  $O_1$  — основи циліндра

$AB$  — твірна

$OB = O_1A$  = радіуси основи

$ABCD$  — осьовий переріз

д



круги

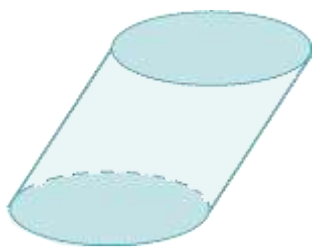
Рис. 101

**Циліндр називається прямим, якщо його твірні перпендикулярні до площин основ.**

При обертанні прямокутника навколо його сторони, як осі, утворюється циліндр.

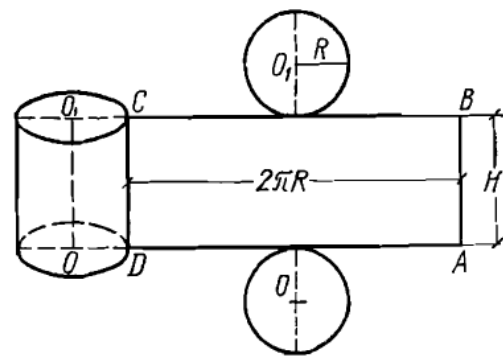
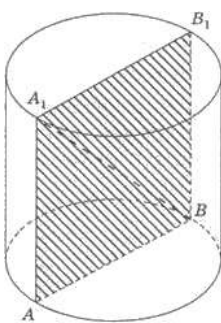
$ABOO_1$  — прямокутник,  $OO_1$  — вісь утвореного циліндра ( $AB \parallel OO_1$ ).

При розгортці циліндра ми отримаємо два кола (основи) та прямокутник (бічна поверхня циліндра)(розгорнути картонний макет циліндра)

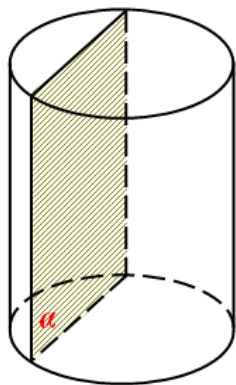


Якщо твірні циліндра не перпендикулярні площинам основ, то маємо похилий циліндр.

Перерізи

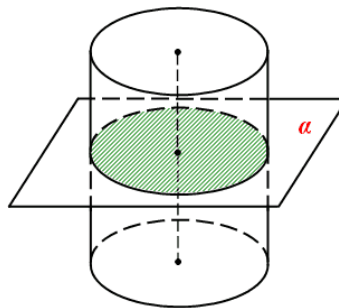


**Означення.** Переріз циліндра площиною, що проходить через його вісь, називається **осьовим перерізом циліндра**.

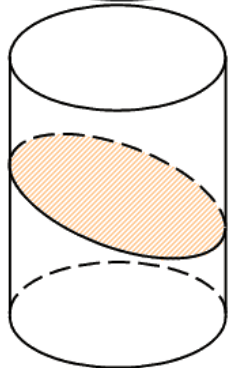


Площина, яка паралельна осі циліндра, або не має з ним спільних точок (1), або дотикається циліндра (має з поверхнею одну спільну пряму АВ (2)), або перетинає циліндр (3), в перерізі маємо прямокутник.

**Площина, паралельна циліндра, перетинає по колу, яке дорівнює**



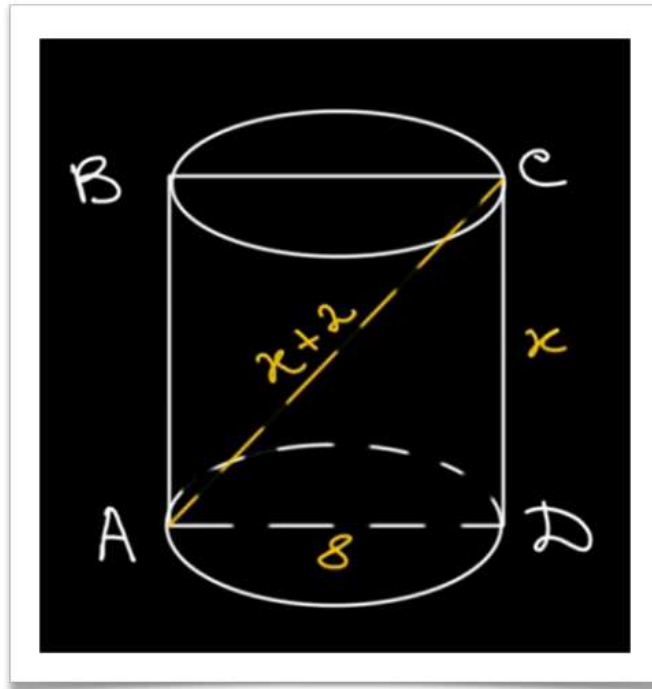
**площині основи його бічну поверхню колу основи.**



Загальний випадок - і не перпендикулярна осі випадку вона перетинає циліндричну поверхню по деякій лінії. Ця лінія - еліпс - та чудова лінія, по якій рухаються планети та штучні супутники.

## 1. Вироблення вмінь, розв'язування задач

**Задача 1.** Задано циліндр з радіусом основи 4 см та його осьовий переріз. Діагональ цього перерізу на 2 см більша ніж висота циліндра. Знайдіть площу осьового перерізу.



Нехай висота циліндра рівна  $x$ . Тоді діагональ осьового перерізу  $x + 2$  за умовою.

Розглянемо трикутник  $ADC$ . Він прямокутний та має сторони  $8, x, x + 2$ .

З теореми Піфагора отримаємо:

$$x^2 + 8^2 = (x + 2)^2.$$

Звідки  $x = 15$  см

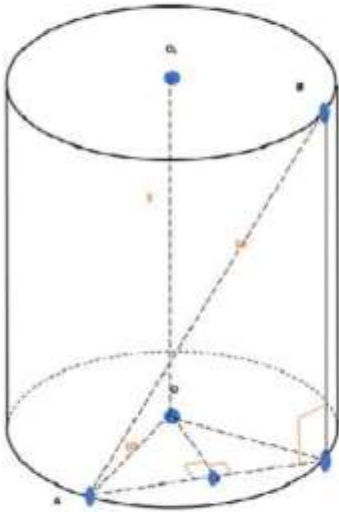
Тоді площа осьового перерізу, тобто площа прямокутника  $ABCD$ , дорівнює  $S = 15 \cdot 8 = 120$  см квадратних.

**Відповідь.** 120 см квадратних.

## Задача №2

Висота і радіус основи циліндра відповідно дорівнює **5 см** і **10 см**. Кінці відрізка завдовжки **13 см** лежать на колах різних основ циліндра.

**Знайдіть** відстань від осі циліндра до прямої, що містить цей відрізок.



### Розв'язання

- BA = 13 см, O<sub>1</sub>O = 5 см, OA = 10 см.**
- Відстань між прямими **O<sub>1</sub>O** і **AB** – це довжина відрізка спільного перпендикуляра цих прямих. Знайдемо цей відрізок.
  - AC** – ортогональна проекція **AB** на площину нижньої основи.
  - Проведемо **OH ⊥ AC**.  
Тоді за теоремою про три перпендикуляри **OH ⊥ AB**.
  - O<sub>1</sub>O** – перпендикуляр до нижньої основи циліндра, тому **O<sub>1</sub>O ⊥ OH**  
Отже, **OH** – відстань між **OO<sub>1</sub>** і **AB**

$$\begin{aligned} 3. \quad \Delta BSA, \angle C = 90^\circ, BC = O_1O = 10: \quad AC &= \sqrt{AB^2 - BC^2} \\ AC &= \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (см)} \end{aligned}$$

$$4. \quad \Delta OAC, OA = OC, OH \perp AC, \text{ тому } AH = HC = \frac{1}{2} AC = 6 \text{ (см)}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad \Delta OAH, \angle H = 90^\circ: \quad OH &= \sqrt{OA^2 - AH^2} \\ OH &= \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (см)} \end{aligned}$$

**Відповідь: 8 см**

2. Перегляньте відео

[https://www.youtube.com/watch?v=xR0oW3uM2b0&list=PLwQFD9Tkbc9ohOektRuZxcqxFH9\\_VY6gY](https://www.youtube.com/watch?v=xR0oW3uM2b0&list=PLwQFD9Tkbc9ohOektRuZxcqxFH9_VY6gY)

[https://www.youtube.com/watch?v=Va86BjzINIg&list=PLwQFD9Tkbc9ohOektRuZxcqxFH9\\_VY6gY](https://www.youtube.com/watch?v=Va86BjzINIg&list=PLwQFD9Tkbc9ohOektRuZxcqxFH9_VY6gY)

3. Домашнє завдання

П.5. – опрацювати

№ 5.13, 5.15, 5.17

Виконання сфотографувати та надіслати в HUMAN або на електронну пошту  
vikalivak@ukr.net