

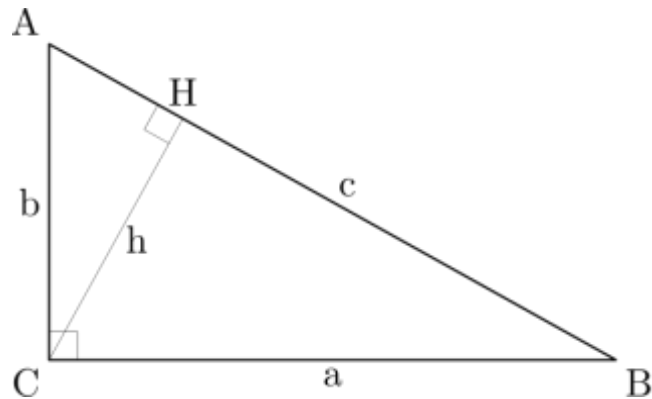
**Тема: Розв'язування прямокутних трикутників. Розв'язування задач (повторення)**

**Опорний конспект**

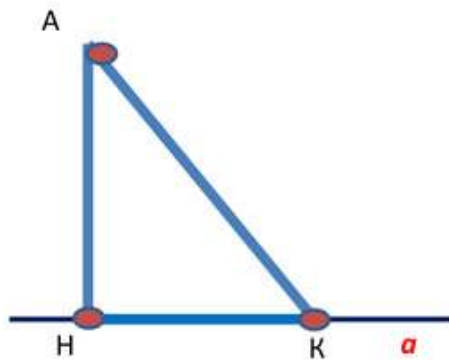
**Повторення**

Теорема Піфагора:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$



Перпендикуляр і похила, їх властивості



**АН** – перпендикуляр, проведений з точки А до прямої ***a***.

Точку **Н** називають основою перпендикуляра АН.

**К** – довільна точка прямої ***a***, відмінна від Н.

Відрізок **АК** називають похилою, проведеною з точки А до прямої ***a***,

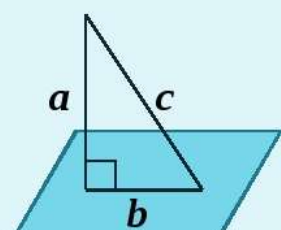
а точку **К** – основою похилої.

Відрізок **НК** називають проекцією похилої АК на пряму ***a***.

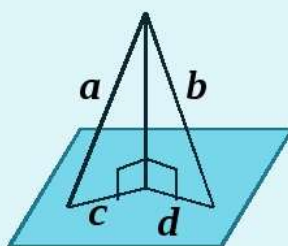
# Властивості перпендикуляра й похилої

Якщо з точки, взятої поза площиною, проведено до площини перпендикуляр і похилі, то:

- 1) перпендикуляр коротший за будь-яку похилу;
- 2) проєкції рівних похилих є рівними й, навпаки, похилі, що мають рівні проєкції, є рівними;
- 3) з двох похилих більша та, проєкція якої більша.

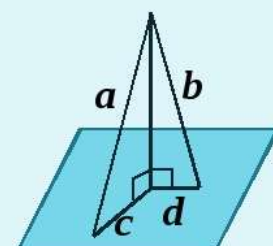


$$c > a, \quad c > b$$



$$\text{Якщо } a = b, \text{ то } c = d$$

$$\text{Якщо } c = d, \text{ то } a = b$$



$$\text{Якщо } c > d, \text{ то } a > b$$

$$\text{Якщо } a > b, \text{ то } c > d$$

## Елементи прямокутного трикутника

$\triangle ABC$  - прямокутний

$AB = c$  - гіпотенуза

$BC = a$  і  $AC = b$  - катети

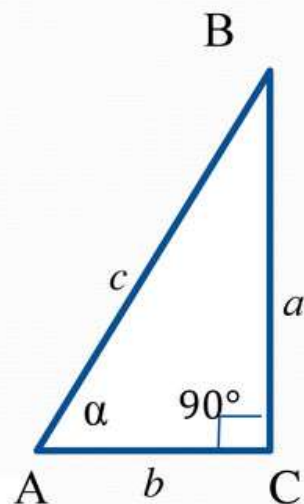
$\alpha$  - гострий кут

$BC$  - протилежний катет куту  $\alpha$   
і  $AC$  - прилеглий катет

- відношення  $\frac{a}{c}$  позначають  $\sin \alpha$  і читають «синус альфа»;

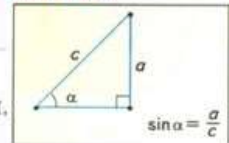
- відношення  $\frac{b}{c}$  позначають  $\cos \alpha$  і читають «косинус альфа»;

- відношення  $\frac{a}{b}$  позначають  $\tan \alpha$  і читають «тангенс альфа».

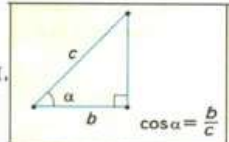


## Означення синуса, косинуса і тангенса гострого кута прямокутного трикутника

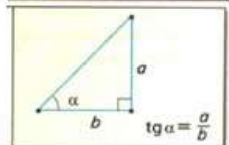
**Синусом гострого кута** прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до гіпотенузи.



**Косинусом гострого кута** прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до гіпотенузи.

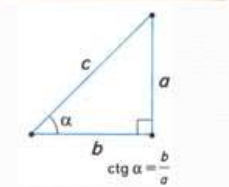


**Тангенсом гострого кута** прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до прилеглого катета.



Крім косинуса, синуса і тангенса кута  $\alpha$  є ще одне відношення сторін прямокутного трикутника, яке має особливу назву — *котангенс*. Це відношення катета  $b$ , прилеглого до кута  $\alpha$ , до протилежного катета  $a$ . Позначається:  $\text{ctg } \alpha$ .

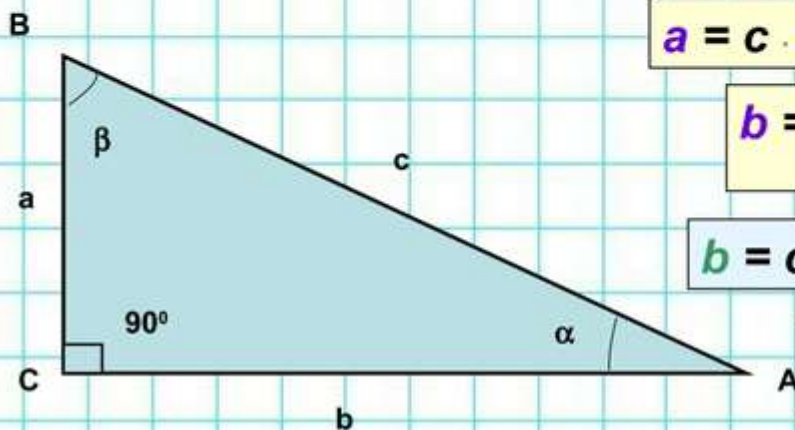
Отже,  $\text{ctg } \alpha = \frac{b}{a}$ .



## Розв'язування прямокутних трикутників

**Катет** прямокутного трикутника дорівнює добутку гіпотенузи на синус кута, протилежного цьому катету

**Катет** прямокутного трикутника дорівнює добутку гіпотенузи на косинус кута, прилеглого до цього катета



$$a = c \cdot \sin \alpha$$

$$b = c \cdot \sin \beta$$

$$b = c \cdot \cos \alpha$$

$$a = c \cdot \cos \beta$$

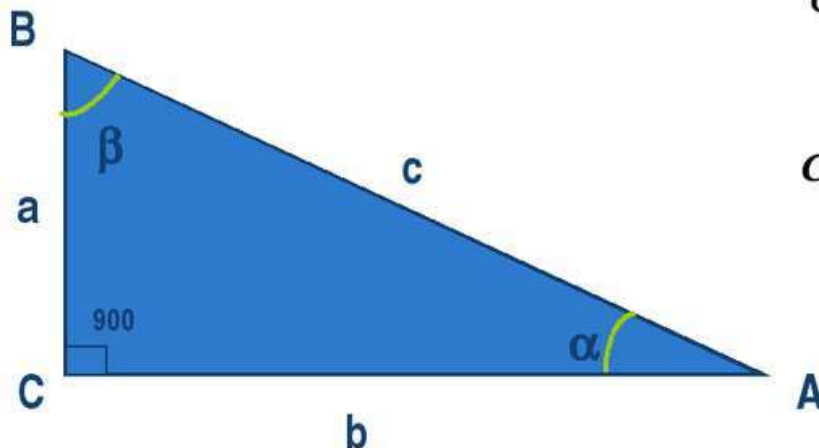
## Розв'язування прямокутних трикутників

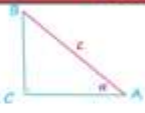
$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$c = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$c = \frac{a}{\cos \beta}$$

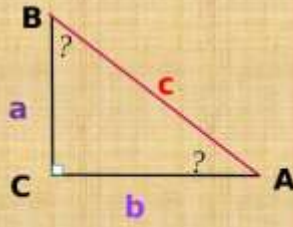


п	Основні поняття	Зміст основних понять	Рисунки та приклади
1	Розв'язування прямокутних трикутників за гіпотенузою і гострим кутом.	 <p>Алгоритм розв'язання:</p> <p>Дано: <math>c, \angle A</math>. Знайти: <math>\angle B, a, b</math>.</p> <p>Розв'язання.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\angle B = 90^\circ - \angle A</math>.</li> <li><math>a = c \sin A</math>.</li> <li><math>b = c \cos A</math>.</li> </ol>	<p><b>Задача 1.</b> Дано гіпотенузу <math>c</math> прямокутного трикутника і гострий кут <math>A</math>. Знайдіть другий гострий кут трикутника і його катети.</p> <p>Дано: <math>c = 7, \angle A = 29^\circ</math>. Знайти: <math>\angle B, a, b</math>.</p> <p>Розв'язання.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\angle B = 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ</math>.</li> <li><math>a = 7 \sin 29^\circ \approx 3,39</math>.</li> <li><math>b = 7 \cos 29^\circ \approx 6,12</math>.</li> </ol> <p>Відповідь: <math>61^\circ, \approx 3,39, \approx 6,12</math>.</p>
2	Розв'язування прямокутних трикутників за катетом і протилежним катету	 <p>Алгоритм розв'язання:</p> <p>Дано: <math>a, \angle A</math>. Знайти: <math>\angle B, b, c</math>.</p> <p>Розв'язання.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\angle B = 90^\circ - \angle A</math>.</li> <li><math>b = \frac{a}{\tan A}</math> (або <math>b = a \operatorname{ctg} A</math>).</li> <li><math>c = \frac{a}{\sin A}</math> (або <math>c = \sqrt{a^2 + b^2}</math>).</li> </ol>	<p><b>Задача 2.</b> Дано катет <math>a</math> прямокутного трикутника і гострий кут <math>A</math>. Знайдіть другий гострий кут трикутника, його другий катет і гіпотенузу</p> <p>Дано: <math>a = 5, \angle A = 63^\circ</math>. Знайти: <math>\angle B, b, c</math>.</p> <p>Розв'язання.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\angle B = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ</math>.</li> <li><math>b = \frac{5}{\tan 63^\circ} \approx 2,55</math>.</li> <li><math>c = \frac{5}{\sin 63^\circ} \approx 5,61</math>.</li> </ol> <p>Відповідь: <math>27^\circ, \approx 2,55, \approx 5,61</math>.</p>



### 3. Розв'язування прямокутних трикутників за двома катетами

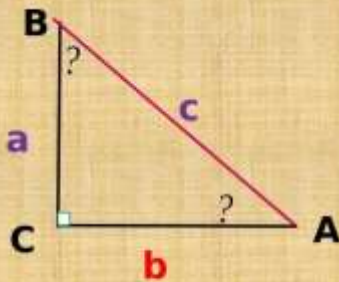
**Задача 3.** Дано катети  $a$  і  $b$  прямокутного трикутника. Знайдіть гіпотенузу та гострі кути трикутника.



Розв'язання в загальному вигляді	Приклад
<p>Дано: <math>a, b</math>. Знайти: <math>c, \angle A, \angle B</math>.</p> <p>Розв'язання.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>c = \sqrt{a^2 + b^2}</math>.</li> <li><math>\operatorname{tg} A = \frac{a}{b}</math>. Далі <math>\angle A</math> знаходимо за допомогою калькулятора або таблиць.</li> <li><math>\angle B = 90^\circ - \angle A</math>.</li> </ol>	<p>Дано: <math>a = 4, b = 7</math>. Знайти: <math>c, \angle A, \angle B</math>.</p> <p>Розв'язання.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>c = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65} \approx 8,06</math>.</li> <li><math>\operatorname{tg} A = \frac{4}{7}</math>; <math>\angle A \approx 29^\circ 45'</math>.</li> <li><math>\angle B \approx 90^\circ - 29^\circ 45' = 60^\circ 15'</math>.</li> </ol> <p>Відповідь: <math>8,06, \approx 29^\circ 45', \approx 60^\circ 15'</math>.</p>

### 4. Розв'язування прямокутних трикутників за катетом і гіпотенузою

**Задача 4.** Дано катет  $a$  і гіпотенузу  $c$  прямокутного трикутника. Знайдіть другий катет і гострі кути трикутника.



Розв'язання в загальному вигляді	Приклад
<p>Дано: <math>a, c</math>. Знайти: <math>b, \angle A, \angle B</math>.</p> <p>Розв'язання.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>b = \sqrt{c^2 - a^2}</math>.</li> <li><math>\sin A = \frac{a}{c}</math>. Далі <math>\angle A</math> знаходимо за допомогою калькулятора або таблиць.</li> <li><math>\angle B = 90^\circ - \angle A</math>.</li> </ol>	<p>Дано: <math>a = 5, c = 12</math>. Знайти: <math>b, \angle A, \angle B</math>.</p> <p>Розв'язання.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>b = \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119} \approx 10,91</math>.</li> <li><math>\sin A = \frac{5}{12}</math>; <math>\angle A \approx 24^\circ 37'</math>.</li> <li><math>\angle B \approx 90^\circ - 24^\circ 37' = 65^\circ 23'</math>.</li> </ol> <p>Відповідь: <math>\approx 10,91, \approx 24^\circ 37', \approx 65^\circ 23'</math>.</p>

### Розв'язування задач

#### Задача 3



Знайти невідомі сторони й гострі кути прямокутного трикутника за гіпотенузою  $c=2$  та гострим кутом  $\alpha=20^\circ$ .

Розв'язання

Так як сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює  $90^\circ$ , то:

$$\angle B = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ, \quad \angle A = 20^\circ.$$

$$\text{AC будемо шукати із співвідношення: } \frac{AC}{AB} = \sin B, \\ AC = AB \cdot \sin 70^\circ,$$

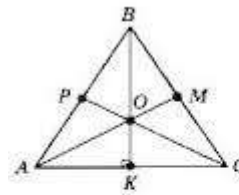
$$AC = 2 \cdot 0,9397 = 1,8794 \approx 1,88; \quad AC = 1,88$$

$$\text{BC шукаємо із співвідношення: } \frac{BC}{AB} = \sin A; \quad BC = AB \sin 20^\circ;$$

$$BC = 2 \cdot 0,3420 = 0,6840 \approx 0,68, \quad BC = 0,68$$

Відповідь:  $70^\circ, 1,88, 0,68$ .

5.



$\triangle ABC$  —  
рівносторінний.  
 $BK$  — медіана  
і висота.  
 $AB = 18$  см,  
 $AK = 9$  см.

$$BK^2 = AB^2 - AK^2 = 324 - 81 = 243.$$

$$BK = \sqrt{243} = 9\sqrt{3}, \quad OK : OB = 1 : 2.$$

$$x + 2x = 9\sqrt{3}, \quad 3x = 9\sqrt{3}, \quad x = 3\sqrt{3}.$$

$$OK = 3\sqrt{3} \text{ см}, \quad OB = 6\sqrt{3} \text{ см}.$$

Відповідь:  $3\sqrt{3}$  см;  $6\sqrt{3}$  см.

### Задача 8

Знайти  $X$  за даними малюнка.

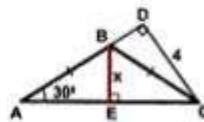
Розв'язання

Розглянемо  $\triangle ADC$ : Він прямокутний

Катет  $DC$  лежить проти кута  $30^\circ$ , а тому дорівнює половині гіпотенузи  $AC$ .

Отже  $AC = 8$ . Розглянемо  $\triangle ABC$ .

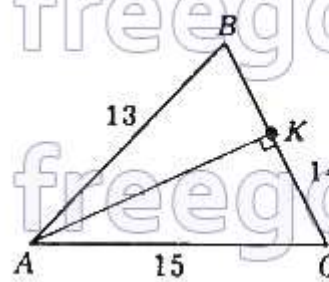
Він рівнобедрений. Тому  $AE = EC = 4$ .



Розглянемо трикутник  $ABE$ . Він прямокутний.

$$\frac{BE}{AE} = \tan 30^\circ, \quad BE = AE \cdot \tan 30^\circ, \quad BE = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

10.



$\triangle ABC$ .

$AK \perp BC$ .

Нехай  $BK = x$ ,

$KC = 14 - x$ .

$\triangle ABK$ .

$$AK^2 = AB^2 - BK^2 = 169 - x^2, \quad \triangle AKC.$$

$$AK^2 = AC^2 - KC^2 = 225 - (14 - x)^2.$$

$$169 - x^2 = 225 - (14 - x)^2.$$

$$169 - x^2 = 225 - 196 + 28x - x^2,$$

$$28x = 140, \quad x = 5. \quad BK = 5 \text{ см},$$

$$KC = 14 - 5 = 9 \text{ см}.$$

Відповідь: 5 см, 9 см.

**Робота з підручником**

§ 18-20 (повторити)

**Робота з інтернет ресурсами**

**<https://youtu.be/HxOGUMbYXjI>**

**<https://youtu.be/yItW OfWMc0>**

**Домашнє завдання**

§ 18-20 (повторити)

**Виконати тест за посиланням**

виконувати 19.02 з 09.00 до 20.00

лише одна спроба з одного пристрою, час на виконання 25 хв.