

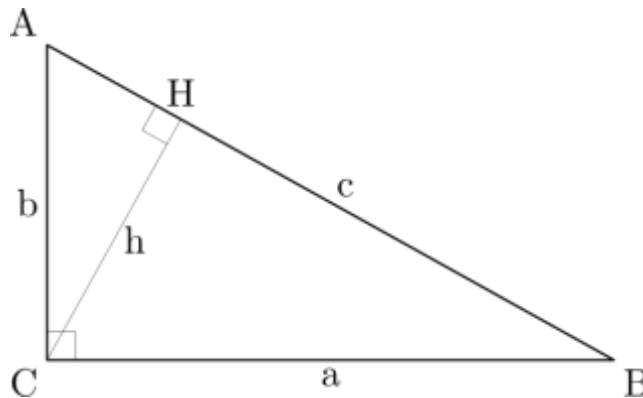
Тема: Перпендикуляр і похила, їх властивості. Розв'язування задач

Повторення

§ 18 ст. 119-122

Теорема Піфагора:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$



Застосування теореми Піфагора різноманітне:

- для вимірювальних робіт (це знали ще в III тис. до н.е.);
- для геометричного знаходження квадратних коренів з цілих чисел;
- для знаходження степенів цілих чисел тощо.

Те, що Піфагор пов'язав реальний світ з числовими закономірностями, дало змогу більш пізнім поколінням учених зрозуміти краще світ і глибше.

Опорний конспект

Перпендикуляр і похила, їх властивості

Перпендикуляром, проведеним з деякої точки до заданої прямої, називається відрізок, що лежить на прямій, перпендикулярній до заданої прямої і з кінцями в заданій точці, і точки, що лежить на заданій прямій. Кінець перпендикуляра, що лежить на прямій, до якої він проведений, називається *основою перпендикуляра*.

Похила — будь-який відрізок, проведений із точки на пряму, відмінний від перпендикуляра. Кінець похилої, що лежить на прямій, до якої він проведений, називається *основою похилої*.

Відрізок, що сполучає кінець перпендикуляра і похилої до прямої, проведених з однієї точки, називається *проекцією похилої на пряму*.

Якщо до прямої з однієї точки проведені перпендикуляр і похилі, то будь-яка похила більша від перпендикуляра.

Рівні похилі мають рівні проекції.

Якщо проекції похилих рівні, то рівні і похилі.

Із двох похилих більшою є та, у якої більша проекція на пряму.

Більшій похилій відповідає більша проекція і навпаки.

Зверніть увагу!

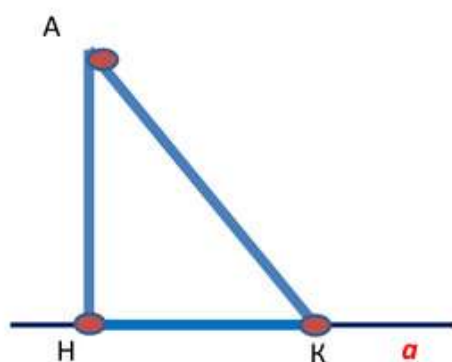
Іноді при розв'язанні задач, де з однієї точки проведено дві похилі до однієї прямої, використовують такий метод: із зазначеної точки проводять до прямої перпендикуляр і із кожного з утворених прямокутних трикутників за допомогою наслідків з теореми Піфагора виражають довжину перпендикуляра (або квадрат довжини перпендикуляра). Після цього прирівнюють одержані вирази і з утвореної рівності визначають невідомий відрізок.

Важливу роль в геометрії відіграє **нерівність трикутника**.

Для будь-яких трьох точок відстань між двома з них не більша за суму відстаней від них до третьої точки.

У будь-якому трикутнику кожна сторона менша від суми двох інших сторін.

У будь-якому трикутнику кожна сторона більша за різницю двох інших сторін.



АН – перпендикуляр, проведений з точки А до прямої ***a***.

Точку **Н** називають **основою** перпендикуляра АН.

К – довільна точка прямої ***a***, відмінна від Н.

Відрізок **АК** називають **похилою**, проведеною з точки А до прямої ***a***,

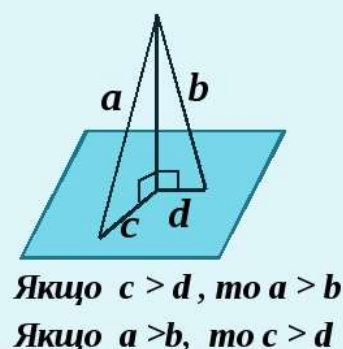
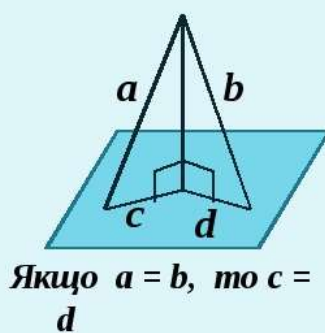
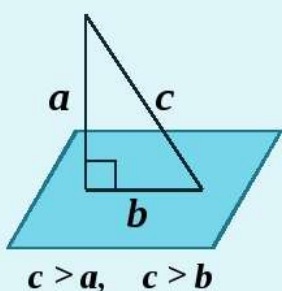
а точку **К** – основою похилої.

Відрізок **НК** називають **проекцією** похилої АК на пряму ***a***.

Властивості перпендикуляра й похилої

Якщо з точки, взятої поза площиною, проведено до площини перпендикуляр і похилі, то:

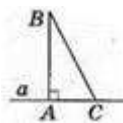
- 1) перпендикуляр коротший за будь-яку похилу;
- 2) проєкції рівних похилих є рівними й, навпаки, похилі, що мають рівні проєкції, є рівними;
- 3) з двох похилих більша та, проєкція якої більша.



Розв'язування задач

Задача 1. Дано: пряма a , $AB \perp a$, BC — похила, $AB = 5$ см, $BC = 13$ см.

Знайти: AC .

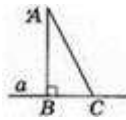


Розв'язання. Розглянемо $\triangle ABC$, $\angle A = 90^\circ$ ($AB \perp a$ за умовою), $AB = 5$ см, $BC = 13$ см. Із теореми Піфагора $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$; $AC = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ см.

Відповідь: 12 см.

Задача 2. Дано: пряма a , $AB \perp a$, AC — похила, $AB = 10$ см, $\angle C = 30^\circ$.

Знайти: AC , BC .

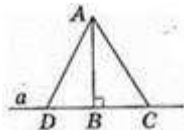


Розв'язання. У $\triangle ABC$ $\angle B = 90^\circ$ ($AB \perp a$ за умовою), $\angle C = 30^\circ$, $AB = 10$ см. За властивістю катет, що лежить напроти кута 30° , дорівнює половині гіпотенузи. Отже, $AC = 2AB$, $AC = 10 \cdot 2 = 20$ см. Із теореми Піфагора $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$; $BC = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$ см.

Відповідь: 20 см, $10\sqrt{3}$ см.

Задача 3. Дано: пряма a , $AB \perp a$, AC та AD — похилі, $AD = 13$ см, $DB = 5$ см, $\angle C = 45^\circ$.

Знайти: BC .

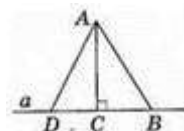


Розв'язання. За умовою задано пряму та проекції AC та AD , проведені до неї. $AB \perp a$, отже, $\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$. У $\triangle ABC$ $\angle C = 45^\circ$, тоді $\angle BAC = 45^\circ$ і $AB = BC$. У $\triangle ABD$ $AB = 13$ см, $DB = 5$ см, з теореми Піфагора $AB = \sqrt{AD^2 - DB^2}$; $AB = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ см,

Відповідь: 12 см.

Задача 4. Дано: пряма a , $AC \perp a$, AD та AB — похилі, $AD = 13$ см, $AB = 20$ см, $DC = 5$ см.

Знайти: CB .

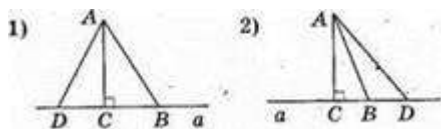


Розв'язання. За умовою $AC \perp a$, отже, у $\triangle ACD$ та $\triangle ACB$ $\angle ACD = \angle ACB = 90^\circ$. У $\triangle ACB$ $AB = 20$ см, з теореми Піфагора $CB = \sqrt{AB^2 - AC^2}$. У $\triangle ACD$ $AD = 13$ см, $DC = 5$ см, із теореми Піфагора $AC = \sqrt{AD^2 - DC^2}$; $AC = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ см. $CB = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{(20-12)(20+12)} = \sqrt{2 \cdot 32} = 8$ см.

Відповідь: 8 см.

Задача 5. Дано: пряма a , $AC \perp a$, AB та AD — похилі, $AB = 25$ см, $AD = 26$ см, $AC = 24$ см.

Знайти: BD .



Розв'язання. За умовою задано пряму a та похилі AB та AD , $AC \perp a$. Тоді: 1) $BD = DC + CB$; 2) $BD = CD - CB$.

У $\triangle ABC$ $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 25$ см, $AC = 24$ см, із теореми Піфагора $CB = \sqrt{AB^2 - AC^2}$; $CB = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25 - 24)(25 + 24)} = \sqrt{49} = 7$ см.

У $\triangle ACD$ $\angle ACD = 90^\circ$, $AD = 26$ см, $AC = 24$ см, із теореми Піфагора $DC = \sqrt{AD^2 - AC^2}$; $DC = \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{(26 - 24)(26 + 24)} = \sqrt{2 \cdot 50} = 10$ см.

Отже: 1) $DB = 10 + 7 = 17$ см; 2) $DB = 10 - 7 = 3$ см.

Відповідь: 17 см, 3 см.

Робота з підручником

§ 19 ст. 128-130 (опрацювати)

Робота з інтернет ресурсами

<https://youtu.be/SSksx7pQ64A>

Домашнє завдання

§ 19 ст. 128-130 (опрацювати)

ПРОЙТИ ТЕСТ ЗА ПОСИЛАННЯМ З 14.00 20.01 ДО 14.00 21.01 ЛИШЕ ОДНА СПРОБА (ЧАС НА ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ 30 ХВ. НА 6 ПИТАНЬ)

<https://vseosvita.ua/test/start/gzf533>