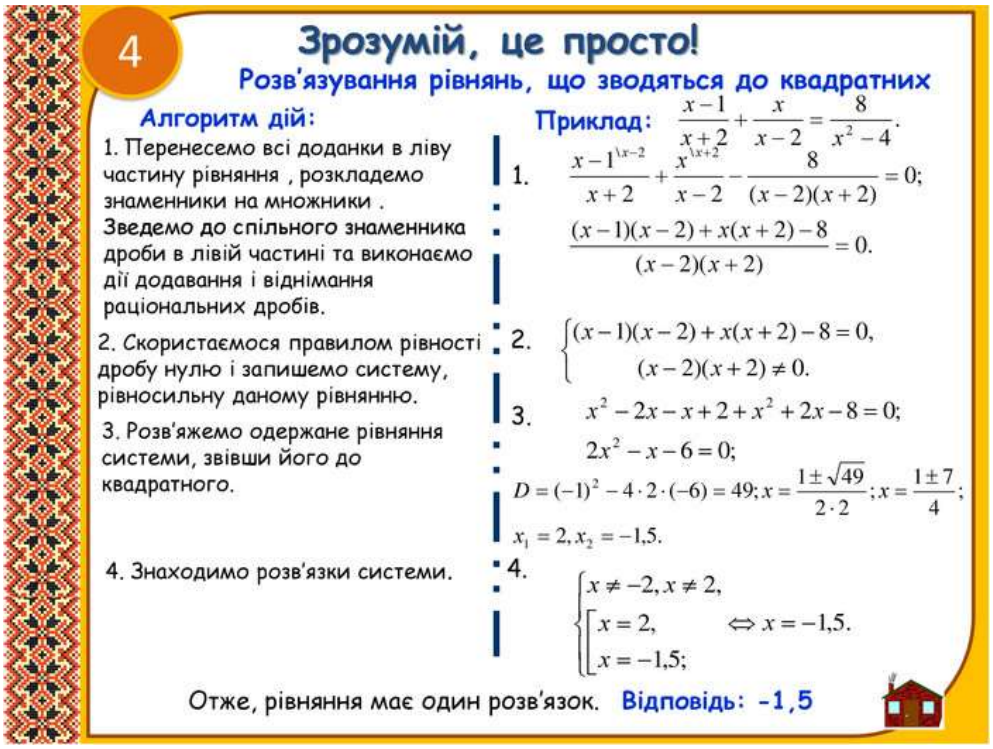
Тема: Розв'язування рівнянь, які зводяться до квадратних

Опорний конспект



РІВНЯННЯ, ЩО ЗВОДЯТЬСЯ ДО КВАДРАТНИХ

Рівняння виду $ax^4+bx^2+c=0$,де a не дорівнює 0, називається біквадратним.

Для його розв'язання вводять нову змінну: $x^2=y$, $y\geq 0$.Приклад:

$4x^4-25x^2+144=0$;Нехай $x^2=y$, $y\geq 0$;

$y^2-25y+144=0$;Розв'язавши це квадратне рівняння, знайдемо:

$y_1=9$; $y=16$;

$y=9$; $y=16$;

$x^2=9$; $x^2=16$;

$x_1=3$, $x_2=-3$, $x_3=4$, $x_4=-4$;

Відповідь: $x_1=3$, $x_2=-3$, $x_3=4$, $x_4=-4$;

ОЗНАЧЕННЯ: Рівняння виду $ax^4+bx^2+c=0$, де $a\neq 0$, називають біквадратним рівнянням.

Приклад 2

- $x^4-3x^2-4=0$;

Заміна: $x^2=t$, тоді $x^4=t^2$

$t^2-3t-4=0$, $t>0$

$t_1 = 4,$
$t_2 = -1.$

Повертаємось до попередньої змінної:

$x^2= 4$ $x^2= -1$

$x_1= 2$ немає коренів, тому що $-1<0$.

$x_2= -2$

Відповідь: -2; 2.

Такий спосіб розв'язування рівнянь називають методом заміни змінної.

Розв'язати рівняння:

- $x^4-5x^2+4=0$;
- $4x^4-9x^2+2=0$.

2.° Розв'яжіть рівняння:

1) $x^4-24x^2-25=0$;

Заміна: $x^2=t, x^4=(x^2)^2=t^2$.

$$t^2-24t-25=0$$

За теоремою Вієта:

$t_1+t_2=24$ $t_1=25$

$t_1\cdot t_2=-25$ $t_2=-1$

-1 не задовільняє умову задачі.
Отже t=25.

Зворотня заміна:

$x^2=25$

$x=\pm 5$

Відповідь: ± 5

2) $\frac{x^2+5x}{x-1}=\frac{6}{x-1}$

$\frac{x^2+5x}{x-1}-\frac{6}{x-1}=0$;

$\frac{x^2+5x-6}{x-1}=0$; $\begin{cases} x^2+5x-6=0; \\ x-1\neq 0. \end{cases}$

$x^2+5x-6=0$;

За теоремою Вієта:

$x_1+x_2=-5$ $x_1=1$

$x_1\cdot x_2=-6$ $x_2=-6$

$\begin{cases} x=1 \\ x=-6; \\ x\neq 1. \end{cases}$ ⇨

ПРИКЛАД 2

Розв'яжіть рівняння $5x^3-2x^2+10x-4=0$.

Розв'язання

Застосуємо розкладання на множники **способом групування**.

Крок	Зміст дії	Результат дії
КРОК 1	Розкладемо ліву частину рівняння на множники способом групування.	$5x^3-2x^2+10x-4=0;$ $(5x^3+10x)-(2x^2+4)=0;$ $5x(x^2+2)-2(x^2+2)=0;$ $(x^2+2)(5x-2)=0$
КРОК 2	Скористаємося правилом рівності добутку нулю: $ab=0$, якщо $a=0$ або $b=0$.	$x^2+2=0$ або $5x-2=0;$ $x^2=-2;$ $5x=2;$ розв'язків немає; $x=\frac{2}{5}=0,4$

Відповідь: $x=0,4$.

$$(x^2-11x+28)(x^2-11x+30)=1680,$$

заміна: $x^2-11x+28=t,$

$$t(t+2)=1680,\quad t^2+2t-1680=0,$$

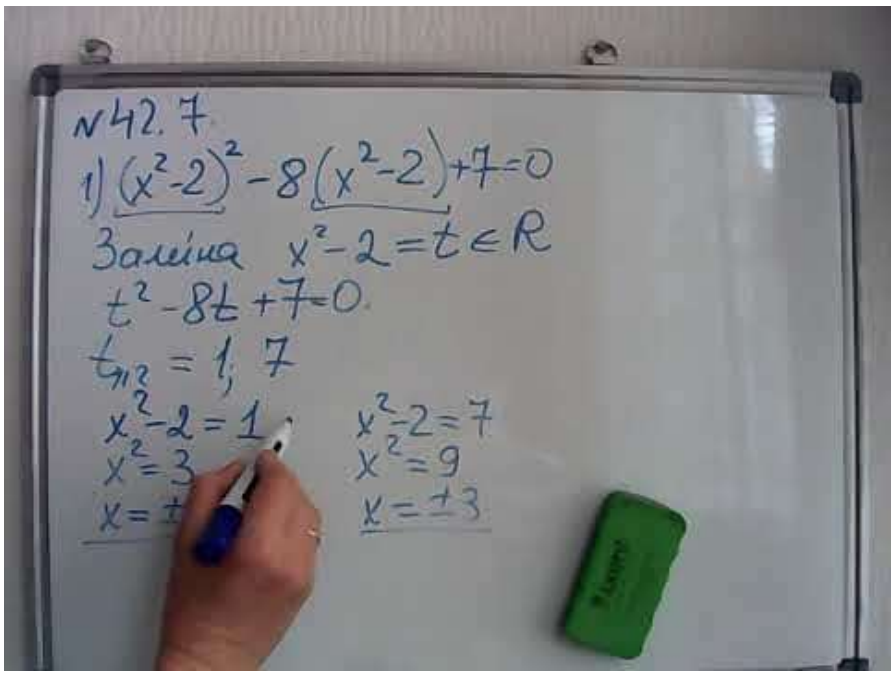
$$\begin{cases} t_1+t_2=-2, \\ t_1\cdot t_2=-1680, \end{cases}$$

(за теоремою Вієта)

$$\begin{bmatrix} t_1=-42, \\ t_2=40, \end{bmatrix}$$

(за теоремою оберненою до т. Вієта)

$$\begin{bmatrix} x^2-11x+28=-42, \\ x^2-11x+28=40, \end{bmatrix}$$



Робота з підручником

§ 25 ст. 206 (опрацювати)

Робота з інтернет ресурсами

https://youtu.be/KZxT2Ornqxo

Домашнє завдання

§ 25 ст. 206 (опрацювати)