

Дата: 23.05.2022

Клас: 11-А

Тема: Повторення. Підготовка до ЗНО. Логарифми

**$\log_a b$**  –  
показник степеня до якого необхідно піднести **a**,  
щоб отримати **b**

**$\log_a b = c \longrightarrow a^c = b$**

ОДЗ:  $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

#### ВЛАСТИВОСТІ ЛОГАРИФМІВ

1. Основна логарифмічна тотожність  $a^{\log_a b} = b$ .

2.  $\log_a a = 1$       3.  $\log_a 1 = 0$

4.  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$  ( $x > 0, y > 0$ )

5.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$  ( $x > 0, y > 0$ )

6.  $\log_a x^p = p \log_a x$  ( $x > 0$ )      7.  $\log_{a^p} x = \frac{1}{p} \log_a x$  ( $x > 0$ )

8.  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$  - перехід до іншої основи!!!

#### ОСНОВНІ ТИПИ ЛОГАРИФМІЧНИХ РІВНЯНЬ

ТИП РІВНЯННЯ	СПОСІБ РОЗВ'ЯЗАННЯ
1. $\log_a x = c$	за означенням $a^c = x$ .
2. $\log_a x = \log_a y$	$x = y$
3. $m \log_a^2 x + b \log_a x + c = 0$	заміна $\log_a x = t \rightarrow$ квадратне рівняння
4. $x^{\log_a x + m} = c$	логарифмування лівої і правої частини рівняння $\log_a x^{\log_a x + m} = \log_a c \rightarrow (\log_a x + m) \log_a x = \log_a c \rightarrow$ р-ння 3.

**Обов'язкова перевірка отриманих коренів!!!**

**УВАГА!** При використанні властивості  $\log_a x^p = p \log_a x$  ( $p$ - парне натуральне число) можна втратити корені!

## СХЕМА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЛОГАРИФМІЧНОЇ НЕРІВНОСТІ

1. ОДЗ

2. Розв'язування нерівності

(див. основні типи логарифмічних нерівностей)

3. Спільне п.1 і п.2

### Примітка

а) розв'язок  $t \in (-\infty; a) \cup (b; +\infty) \rightarrow \begin{cases} t < a \\ t > b \end{cases}$  це об'єднання!!!  
 б) розв'язок  $t \in (a; b) \rightarrow \begin{cases} t > a \\ t < b \end{cases}$  це переріз (спільне)!!!

## ОСНОВНІ ТИПИ ЛОГАРИФМІЧНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

ТИП НЕРІВНОСТЕЙ	СПОСІБ РОЗВ'ЯЗАННЯ
1. $\log_a x > \log_a y$	$x > y$ (якщо $a > 1$ ), $x < y$ (якщо $0 < a < 1$ )
2. $\log_a x > c$	$\log_a x > c \cdot 1 \rightarrow \log_a x > c \cdot \log_a a \rightarrow \log_a x > \log_a a^c \rightarrow$ перехід до нерівності 1.
3. $m \log_a^2 x + b \log_a x + c < (>) 0$	заміна $\log_a x = t$ , перехід до квадратичної нерівності
4. $x^{\log_a x + m} > c$	логарифмування: $\log_a x^{\log_a x + m} > \log_a c \rightarrow (\log_a x + m) \log_a x > \log_a c$ (якщо $a > 1$ ) $\log_a x^{\log_a x + m} < \log_a c \rightarrow (\log_a x + m) \log_a x < \log_a c$ (якщо $0 < a < 1$ ) перехід до нерівності 3.

**ЗНО-2007**

Обчисліть  $\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{5}$

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

**Розв'язання.**

$$\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{5} = \log_{\left(\frac{1}{5}\right)^2} (5)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{\left(\frac{1}{5}\right)^2} 5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{5}} 5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1) = -\frac{1}{4}$$

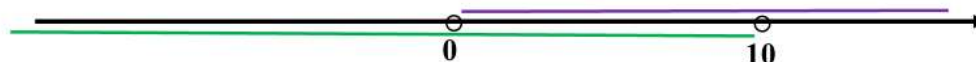
**Відповідь. А**

**ЗНО-2007**Розв'яжіть нерівність  $\log_{0,1} 10 < \log_{0,1} x$ 

А	Б	В	Г	Д
$(10; +\infty)$	$(0; 10)$	$(0,1; 10)$	$(-10; 0)$	$(-\infty; 10)$

1. ОДЗ  $x > 0$ 2. Оскільки  $0 < 0,1 < 1$ , то  $10 > x$ .

3. Спільне п.1 і п.2.

**Відповідь. Б****ЗНО-2007**Обчисліть  $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 81$ **Розв'язання.**

Використаємо властивість логарифмів (перехід до іншої основи). Основу виберемо довільну.

$$\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 81 = \frac{\log_2 4}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_2 5}{\log_2 4} \cdot \frac{\log_2 7}{\log_2 5} \cdot \frac{\log_2 81}{\log_2 7} = \frac{\log_2 81}{\log_2 3} = \log_3 81 = 4$$

**Відповідь. 4**

Домашнє завдання

Повторити все про логарифми та виконати завдання

<https://naurok.com.ua/test/join?gamecode=7974371>