

Тема: Розв'язування рівнянь, які зводяться до квадратних

Опорний конспект

4

Зрозумій, це просто!

Розв'язування рівнянь, що зводяться до квадратних

Алгоритм дій:

1. Перенесемо всі доданки в ліву частину рівняння, розкладемо знаменники на множники. Зведемо до спільного знаменника дробу в лівій частині та виконаємо дії додавання і віднімання раціональних дробів.
2. Скористаємося правилом рівності дробу нулю і запишемо систему, рівносильну даному рівнянню.
3. Розв'яжемо одержане рівняння системи, звівши його до квадратного.
4. Знаходимо розв'язки системи.

Отже, рівняння має один розв'язок. **Відповідь: -1,5**

Приклад: $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$.

1. $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x}{x-2} - \frac{8}{(x-2)(x+2)} = 0;$
 $\frac{(x-1)(x-2) + x(x+2) - 8}{(x-2)(x+2)} = 0.$
2. $\begin{cases} (x-1)(x-2) + x(x+2) - 8 = 0, \\ (x-2)(x+2) \neq 0. \end{cases}$
3. $x^2 - 2x - x + 2 + x^2 + 2x - 8 = 0;$
 $2x^2 - x - 6 = 0;$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49; x = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2}; x = \frac{1 \pm 7}{4};$
 $x_1 = 2, x_2 = -1,5.$
4. $\begin{cases} x \neq -2, x \neq 2, \\ \begin{cases} x = 2, \\ x = -1,5; \end{cases} \Leftrightarrow x = -1,5. \end{cases}$

РІВНЯННЯ, ЩО ЗВОДЯТЬСЯ ДО КВАДРАТНИХ

Рівняння виду $ax^4+bx^2+c=0$, де a не дорівнює 0, називається біквадратним.

Для його розв'язання вводять нову змінну: $x^2=u, u \geq 0$. Приклад:

$$4x^4-25x^2+144=0; \text{ Нехай } x^2=u, u \geq 0;$$

$$u^2-25u+144=0; \text{ Розв'язавши це квадратне рівняння, знайдемо:}$$

$$u_1=9; \quad u=16;$$

$$u=9; \quad u=16;$$

$$x^2=9; \quad x^2=16;$$

$$x_1=3, \quad x_2=-3, \quad x_3=4, \quad x_4=-4;$$

Відповідь: $x_1=3, \quad x_2=-3, \quad x_3=4, \quad x_4=-4;$

ОЗНАЧЕННЯ: Рівняння виду $ax^4+bx^2+c=0$, де $a \neq 0$, називають **біквдратним** рівнянням.

Приклад 2

• $x^4-3x^2-4=0$;

Заміна: $x^2=t$, тоді $x^4=t^2$

$t^2-3t-4=0, t>0$

$$\begin{aligned} t_1 &= 4, \\ t_2 &= -1. \end{aligned}$$

Повертаємось до попередньої змінної:

$x^2=4$

$x^2=-1$

$x_1=2$

немає коренів, тому що $-1 < 0$.

$x_2=-2$

Відповідь: -2; 2.

Такий спосіб розв'язування рівнянь називають **методом заміни змінної**.

Розв'язати рівняння:

• $x^4-5x^2+4=0$;

• $4x^4-9x^2+2=0$.

2.° Розв'яжіть рівняння:

1) $x^4-24x^2-25=0$;

Заміна: $x^2=t, x^4=(x^2)^2=t^2$.

$t^2-24t-25=0$

■ За теоремою Вієта:

$t_1+t_2=24$

$t_1=25$

$t_1 \cdot t_2 = -25$

$t_2 = -1$

-1 не задовільняє умову задачі.

Отже $t=25$.

Зворотня заміна:

$x^2=25$

$x=\pm 5$

Відповідь: ± 5

2) $\frac{x^2+5x}{x-1} = \frac{6}{x-1}$

$\frac{x^2+5x}{x-1} - \frac{6}{x-1} = 0$;

$\frac{x^2+5x-6}{x-1} = 0$;

$\begin{cases} x^2+5x-6=0; \\ x-1 \neq 0. \end{cases}$

$x^2+5x-6=0$;

За теоремою Вієта:

$x_1+x_2=-5$

$x_1 \cdot x_2 = -6$

$x_1=1$

$x_2=-6$

$\begin{cases} x \neq 1 \\ x=-6; \\ x \neq 1. \end{cases} \Rightarrow$

ПРИКЛАД 2

Розв'яжіть рівняння $5x^3 - 2x^2 + 10x - 4 = 0$.

Розв'язання

Застосуємо розкладання на множники способом групування.



Крок	Зміст дії	Результат дії
КРОК 1	Розкладемо ліву частину рівняння на множники способом групування.	$5x^3 - 2x^2 + 10x - 4 = 0;$ $(5x^3 + 10x) - (2x^2 + 4) = 0;$ $5x(x^2 + 2) - 2(x^2 + 2) = 0;$ $(x^2 + 2)(5x - 2) = 0$
КРОК 2	Скористаємось правилом рівності добутку нулю: $ab = 0$, якщо $a = 0$ або $b = 0$.	$x^2 + 2 = 0$ або $5x - 2 = 0;$ $x^2 = -2;$ $5x = 2;$ розв'язків немає; $x = \frac{2}{5} = 0,4$

Відповідь: $x = 0,4$.

$$(x^2 - 11x + 28)(x^2 - 11x + 30) = 1680,$$

$$\text{заміна: } x^2 - 11x + 28 = t,$$

$$t(t + 2) = 1680, \quad t^2 + 2t - 1680 = 0,$$

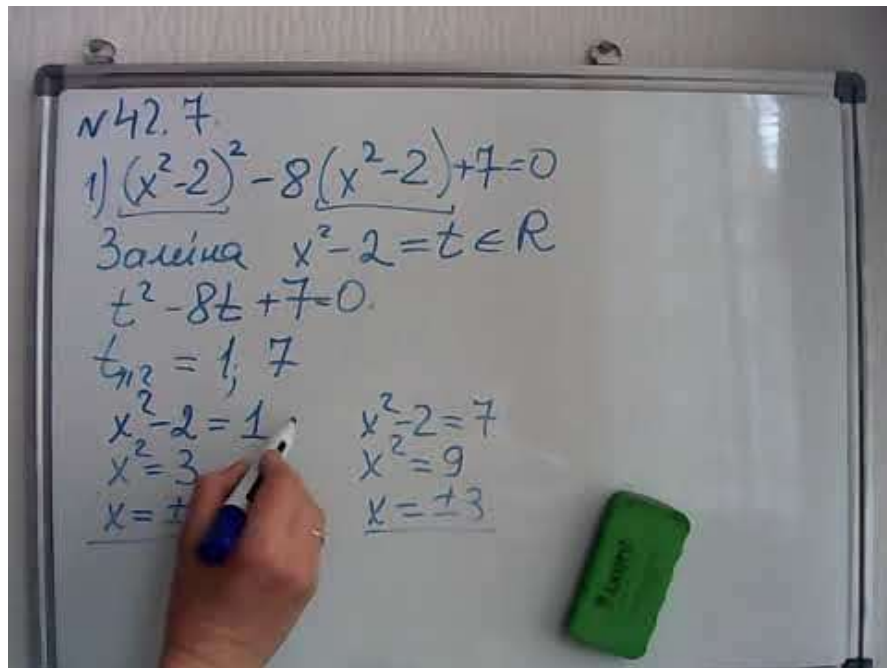
$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -2, \\ t_1 \cdot t_2 = -1680, \end{cases}$$

(за теоремою Вієта)

$$\begin{cases} t_1 = -42, \\ t_2 = 40, \end{cases}$$

(за теоремою оберненою до т. Вієта)

$$\begin{cases} x^2 - 11x + 28 = -42, \\ x^2 - 11x + 28 = 40, \end{cases}$$



Робота з підручником

§ 25 ст. 206 (опрацювати)

Робота з інтернет ресурсами

<https://youtu.be/KZxT2Ornqxo>

Домашнє завдання

§ 25 ст. 206 (опрацювати)

Рівняння, що зводяться до квадратних:

Розв'яжіть бікватратне рівняння

1. $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0;$
2. $9x^4 - 9x^2 + 2 = 0.$

Розв'яжіть рівняння:

1. $(x^2 + x - 3)^2 - 12(x^2 + x - 3) + 27 = 0;$
2. $(x^2 - x + 4)^2 - 10(x^2 - x - 4) + 16 = 0.$



MyShared