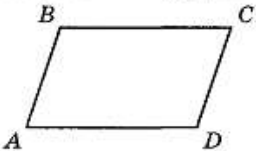
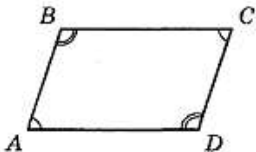
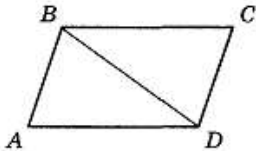
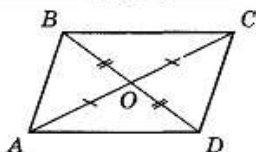
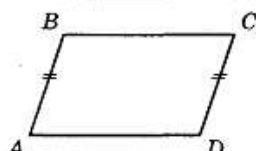
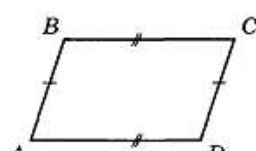
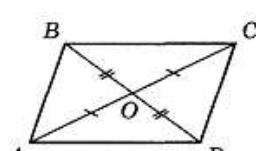
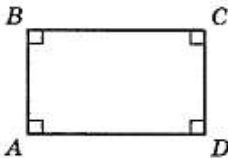
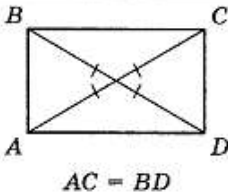
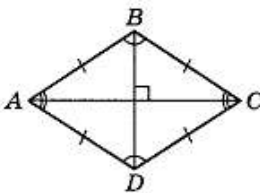
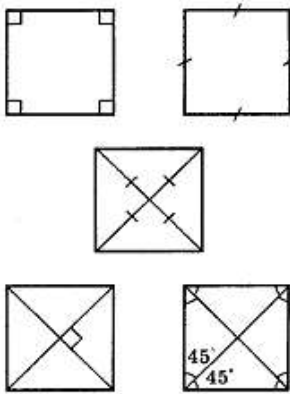
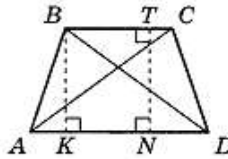
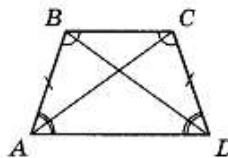
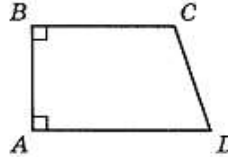
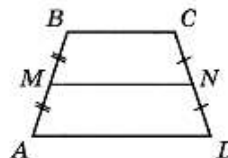
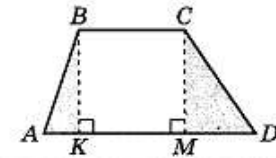
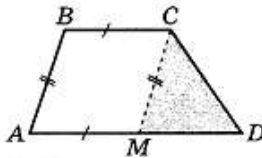


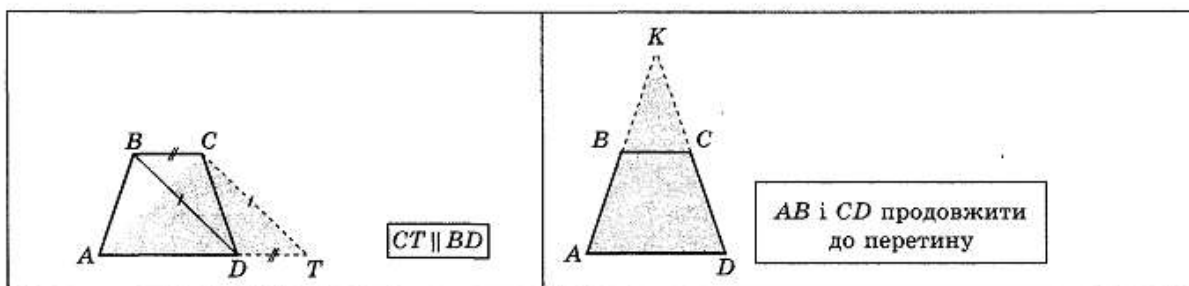
Дата: 18.05.2022

Клас: 11-А геометрія.

Тема: Повторення. Чотирикутники. Многокутники.

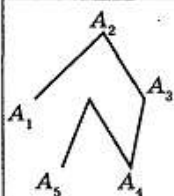
| ПАРАЛЕЛОГРАМ ТА ЙОГО ВИДИ   |   |
|---|---|
|    | <p>Чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні, називають <b>паралелограмом</b>.<br/><math>ABCD</math> — паралелограм <math>\Leftrightarrow AB \parallel CD, BC \parallel AD</math></p>   |
| ВЛАСТИВОСТІ   |   |
|    | <p>1. Якщо <math>ABCD</math> — паралелограм, то <math>AB = DC, AD = BC, \angle A = \angle C, \angle B = \angle D</math>.<br/>У паралелограма протилежні сторони рівні, протилежні кути рівні.</p>   |
|    | <p>2. Якщо <math>ABCD</math> — паралелограм і <math>BD</math> — діагональ, то <math>\triangle ABD = \triangle CDB</math>.<br/>Діагональ ділить паралелограм на два рівні трикутники.</p>  |
|  | <p>3. Якщо <math>ABCD</math> — паралелограм, <math>AC</math> і <math>BD</math> — діагоналі, то <math>AO = OC, BO = OD</math>.<br/>Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл.</p> <p>4. <math>AC^2 + BD^2 = 2(AD^2 + AB^2)</math>.<br/>Сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів усіх його сторін.</p> |
| ОЗНАКИ  |   |
|  | <p>1. Якщо <math>ABCD</math> — чотирикутник і <math>AB \parallel CD, AB = CD</math>, то <math>ABCD</math> — паралелограм.<br/>Якщо в чотирикутнику дві сторони паралельні й рівні, то цей чотирикутник — паралелограм.</p>  |
|  | <p>2. Якщо <math>ABCD</math> — чотирикутник і <math>AB = DC; AD = BC</math>, то <math>ABCD</math> — паралелограм.<br/>Якщо в чотирикутнику протилежні сторони попарно рівні, то цей чотирикутник — паралелограм.</p>  |
|  | <p>3. Якщо <math>ABCD</math> — чотирикутник і <math>AO = OC; BO = OD</math>, то <math>ABCD</math> — паралелограм.<br/>Якщо діагоналі чотирикутника в точці перетину діляться навпіл, то цей чотирикутник — паралелограм.</p>  |

|  |   |   |
|--|---|---|
| <p><b>ПРЯМОКУТНИК</b></p>    | <p><b>РОМБ</b></p>  <p>Усі сторони ромба рівні. Діагоналі ромба перпендикулярні. Діагоналі є бісектрисами кутів ромба.</p> | <p><b>КВАДРАТ</b></p>  |
| <p><b>ТРАПЕЦІЯ</b></p>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math>BC \parallel AD</math> </div> Чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші сторони непаралельні, називають <b>трапецією</b> .<br>$ABCD$ — трапеція; $AD$ і $BC$ — основи;<br>$AB$ і $CD$ — бічні сторони;<br>$AC$ і $BD$ — діагоналі; $BK$ і $TN$ — висоти  |   |   |
| <p><b>ОКРЕМІ ВИДИ ТРАПЕЦІЇ</b></p>  <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> <p><b>Рівнобічна трапеція</b> — трапеція з рівними бічними сторонами (<math>AB = CD</math>).</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math>\angle A = \angle D</math> </div> Кути при основі рівні (також <math>\angle B = \angle C</math>).<br/> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math>AC = BD</math> </div> Діагоналі рівні.                 </div> <div> <p><b>ВЛАСТИВОСТІ</b></p> </div> </div>  <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> <p><b>Прямокутна трапеція</b> — це трапеція, у якої одна бічна сторона перпендикулярна до основ.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math>h_{\text{прямокутн. трапеції}} = AB</math> </div> </div> </div> |   |   |
| <p><b>СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРАПЕЦІЇ</b></p>  <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> <p>Відрізок, який сполучає середини бічних сторін трапеції, називають <b>середньою лінією трапеції</b>.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math>MN</math> — середня лінія                 </div> </div> </div>   |   |   |
| <p><b>ВЛАСТИВОСТІ</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <math>MN \parallel AD</math><br/> <math>MN \parallel BC</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <math>MN = \frac{AD + BC}{2}</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює їх півсумі.</p> </div> </div>   |   |   |
| <p><b>ТИПОВІ ДОДАТКОВІ ПОБУДОВИ ДЛЯ ТРАПЕЦІЇ</b><br/>(ЗОБРАЖЕНО ШТРИХОВИМИ ЛІНІЯМИ)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math>BK \perp AD</math><br/> <math>CM \perp AD</math> </div> </div> <div style="text-align: center;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math>CM \parallel BA</math> </div> </div> </div>  |   |   |



## МНОГОКУТНИКИ

### ОЗНАЧЕННЯ

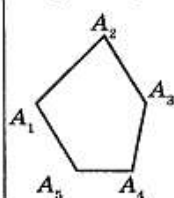


Ламана  $A_1A_2A_3\dots A_n$  — це фігура, яка складається з точок  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  і відрізків  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ , що їх сполучають. Точки  $A_1, A_2, \dots, A_n$  називають вершинами ламаної, а відрізки  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$  — ланками ламаної.

Проста ламана — ламана, яка не має точок самоперетину.

Замкнена ламана — ламана, кінці якої збігаються.

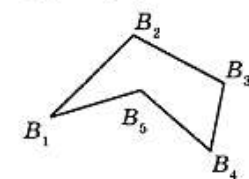
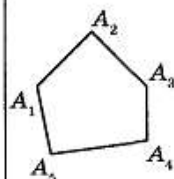
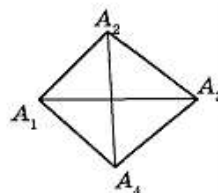
Довжина ламаної — сума довжин її ланок.



Многокутник — проста замкнена ламана, сусідні ланки якої не лежать на одній прямій. Вершини ламаної називають вершинами многокутника, а ланки ламаної — сторонами многокутника. Многокутник з  $n$  вершинами ( $n$  сторонами) називають  $n$ -кутником.

Діагоналі многокутника — відрізки, що сполучають несусідні вершини многокутника.

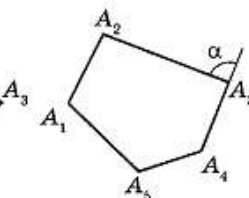
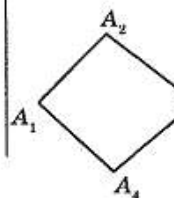
$A_1A_3$  і  $A_2A_4$  — діагоналі.



Опуклий многокутник — многокутник, який лежить в одній півплощині відносно будь-якої прямої, що містить його сторону.

$A_1A_2A_3A_4A_5$  — опуклий п'ятикутник;

$B_1B_2B_3B_4B_5$  — неопуклий п'ятикутник.



Кут опуклого многокутника при даній вершині — кут, утворений його сторонами, що сходяться в цій вершині.  $\angle A_1A_2A_3, \angle A_2A_3A_4, \angle A_3A_4A_1, \angle A_4A_1A_2$  — кути многокутника.

Зовнішній кут опуклого многокутника при даній вершині — кут, суміжний і з внутрішнім кутом многокутника при цій вершині. Кут  $\alpha$  — зовнішній кут п'ятикутника при вершині  $A_3$ .

### ВЛАСТИВОСТІ

1. Довжина ламаної не менша за довжину відрізка, що сполучає її кінці:

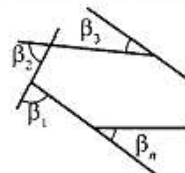
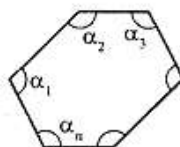
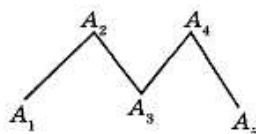
$$A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + A_4A_5 \geq A_1A_5$$

2. Сума кутів опуклого  $n$ -кутника дорівнює  $180^\circ (n - 2)$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 180^\circ (n - 2)$$

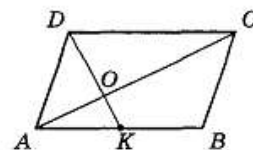
3. Сума зовнішніх кутів опуклого  $n$ -кутника, взятих по одному при кожній вершині, дорівнює  $360^\circ$ .

$$\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n = 360^\circ$$



## I. ЗАВДАННЯ З ВИБОРОМ ОДНІЄЇ ПРАВИЛЬНОЇ ВІДПОВІДІ

1. Чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм. Точка  $K$  — середина сторони  $AB$ . Відрізок  $DK$  перетинає діагональ  $AC$  у точці  $O$ . Знайдіть відношення довжин відрізків  $AO : OC$ .



| А     | Б     | В     | Г     | Д     |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 : 2 | 1 : 3 | 2 : 3 | 3 : 4 | 3 : 5 |

*Розв'язання*

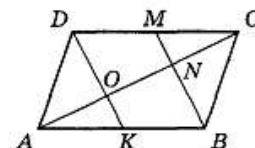
Проведемо  $BM$ , де  $M$  — середина  $DC$ . Тоді  $DKBM$  — паралелограм і  $DK \parallel BM$ .

Оскільки  $AK = KB$  і  $DK \parallel BM$ , то  $AO = ON$  (за теоремою Фалеса).

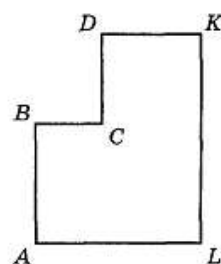
Оскільки  $DM = MC$  і  $DK \parallel BM$ , то  $ON = NC$  (за теоремою Фалеса).

Отже,  $AO = ON = NC$  і  $AO : OC = AO : 2AO = 1 : 2$ .

Відповідь: А.



2. На рисунку зображено шестикутник  $ABCDKL$ , у якому  $AL = 5$  см,  $KL = 7$  см,  $AB \parallel KL$ ,  $CD \parallel KL$ ,  $BC \parallel AL$ ,  $DK \parallel AL$ . Знайдіть периметр цього шестикутника. [Т. 2009.]



| А     | Б     | В     | Г     | Д     |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 17 см | 24 см | 19 см | 36 см | 48 см |

*Розв'язання*

$P_{ALKDCB} = AL + KL + DK + DC + BC + AB = (AL + KL) + (DK + BC) + (DC + AB) = 12 + AL + LK = 12 + 12 = 24$  (см).

Відповідь: Б.

## II. ЗАВДАННЯ ВІДКРИТОЇ ФОРМИ З КОРОТКОЮ ВІДПОВІДДЮ

Прямокутний аркуш паперу, довжина якого 16 см, а ширина 12 см, зігнули по діагоналі і склеїли. Знайдіть периметр отриманої фігури. [Т. 2005.]

*Розв'язання*

$AB = 16$  см,  $BC = 12$  см,  $AD_1 = AD = 12$  см,  $D_1C = DC = 16$  см.

$\triangle AD_1O = \triangle CBO$  за катетом і гострим кутом, тоді  $OD_1 = OB$ .

Знайдемо  $OB$  з трикутника  $OBC$ , скориставшись теоремою Піфагора:

$$OB^2 + BC^2 = OC^2; OB^2 + 12^2 = (16 - OB)^2;$$

$$OB^2 + 144 = 256 - 32OB + OB^2; 32OB = 112;$$

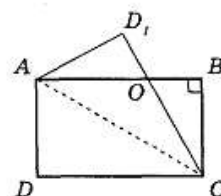
$$OB = \frac{7}{2} \text{ см.}$$

Із  $\triangle ADC$  маємо:

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ (см).}$$

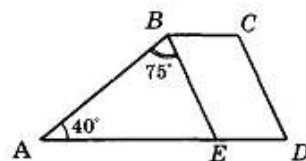
$$\text{Тоді } P_{ACBOD_1} = AC + 2BC + 2OB = 20 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot \frac{7}{2} = 20 + 24 + 7 = 51 \text{ (см).}$$

Відповідь: 51.



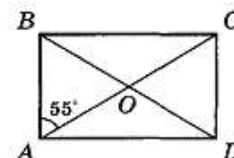
Домашнє завдання:

1. Знайдіть величину кута  $CBE$ , якщо  $BE \parallel CD$ ,  $\angle BAE = 40^\circ$ ,  $\angle ABE = 75^\circ$ . [Т. 2008.]



| А   | Б   | В   | Г   | Д   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 75° | 65° | 55° | 40° | 30° |

2. У прямокутнику  $ABCD$  знайдіть величину кута  $COD$ . [Т. 2008.]



| А   | Б   | В   | Г   | Д   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 55° | 60° | 70° | 80° | 90° |

Середня лінія трапеції дорівнює 7, а висота —  $\frac{15\sqrt{3}}{7}$ . Кут між діагоналями трапеції дорівнює  $120^\circ$ . Знайдіть добуток довжин діагоналей трапеції. [Т. 2007.]

Більша основа трапеції дорівнює 18. Знайдіть її меншу основу, якщо відстань між серединами діагоналей дорівнює 4. [Т. 2007.]

