

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych**  
**Politechnika Warszawska**

**Algorytmy ewolucyjne**

**Sprawozdanie z projektu nr 1**

**Kamil Gabryjelski**

**Warszawa, 2017**

# **Spis treści**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Opis funkcji . . . . .</b>             | <b>2</b>  |
| <b>2. Metody optymalizacji . . . . .</b>     | <b>4</b>  |
| 2.1. Metoda Neldera-Meada . . . . .          | 4         |
| 2.2. Metoda Powella . . . . .                | 8         |
| 2.3. Metoda gradientów sprzężonych . . . . . | 12        |
| 2.4. Metoda Newtona . . . . .                | 16        |
| <b>3. Statystyki . . . . .</b>               | <b>20</b> |

# 1. Opis funkcji

Parametry wygenerowano przy pomocy wzoru:

$$\text{Int}[4 * \text{rand}()]/2 \quad (1.1)$$

gdzie  $\text{rand}()$  to generator liczb losowych z rozkładem równomiernym z zakresu  $< -1, 1 >$ . Wylosowane parametry mają wartości:  $a = -1,5$  oraz  $b = -1$ . Funkcja Rosenbrocka ma zatem postać:

$$f(x) = (1 - x - 1,5)^2 + 100 * (y + 1 - (x + 1,5)^2)^2 \quad (1.2)$$

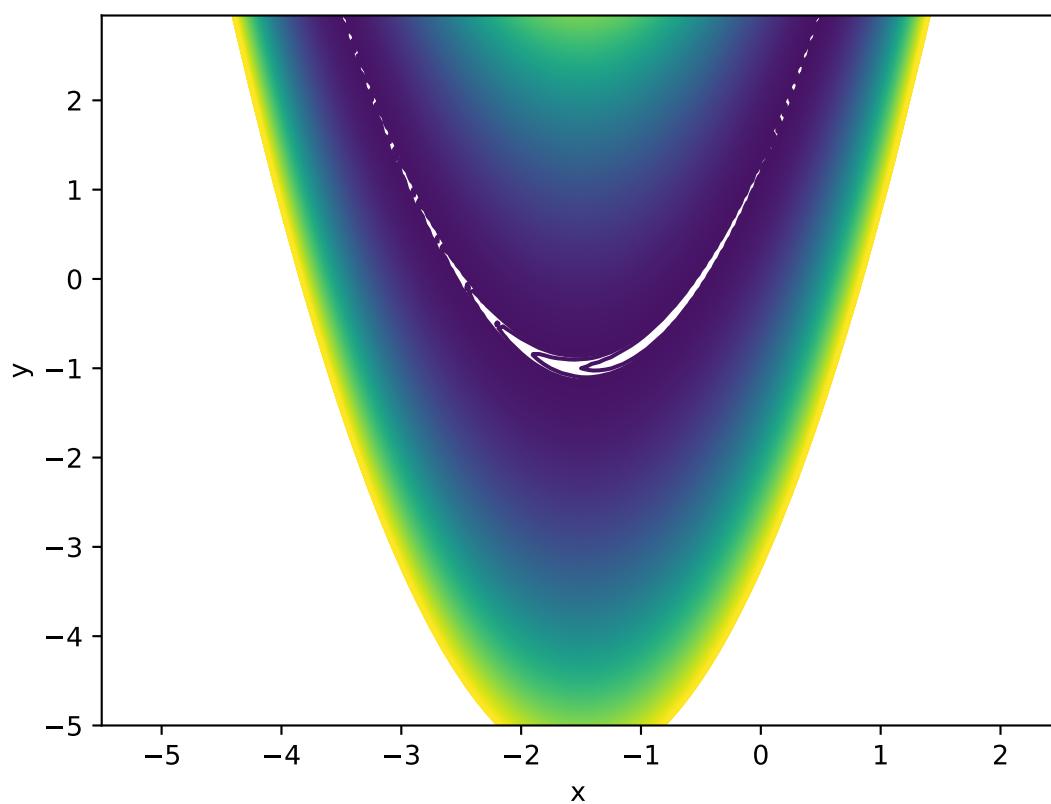
Punkty startowe generowane były przy pomocy wzoru:

$$\begin{aligned} x &= a + 2 * \text{rand}() \\ y &= b + 2 * \text{rand}() \end{aligned} \quad (1.3)$$

Wylosowane punktów mają następujące wartości:

- $x = -1,12131, y = -0,23678$
- $x = -2,60771, y = -0,38339$
- $x = 0,31282, y = -0,01969$
- $x = -2,97363, y = -2,46108$

Funkcja Rosenbrocka o podanych parametrach przedstawiona jest na wykresie konturowym 1.1.



Rys. 1.1: Wykres funkcji Rosenbrocka o parametrach  $a = -1.5$  i  $b = -1$

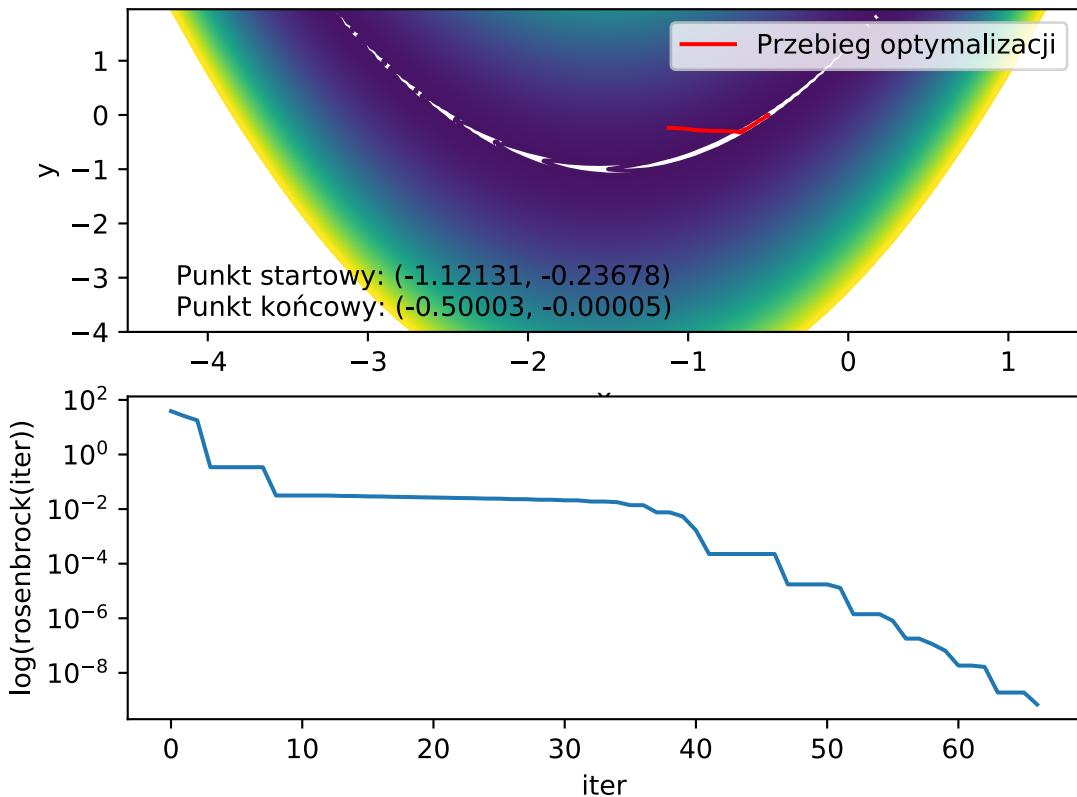
## 2. Metody optymalizacji

W celu znalezienia minimum funkcji Rosenbrocka użyto czterech algorytmów optymalizacji: Neldera-Meada, Powella, gradientów sprzężonych oraz Newtona. Wyniki symulacji opisane zostały w kolejnych podrozdziałach.

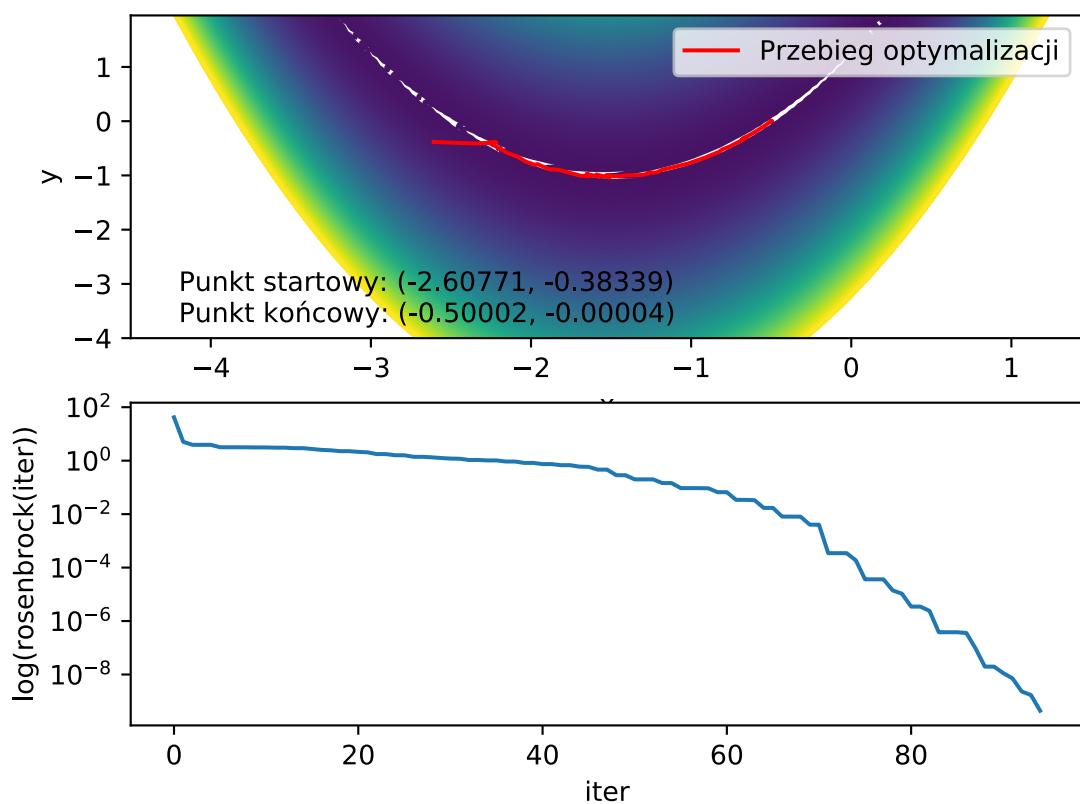
### 2.1. Metoda Neldera-Meada

Metoda Neldera-Meada dla każdego punktu startowego zminimalizowała funkcję Rosenbrocka z precyją rzędu  $10^{-10}$ , co jest zadowalającym wynikiem. Algorytm ten jest jednak wolniejszy od pozostałych porównywanych metod. Dla punktu startowego  $(-2, 60771, -0, 38339)$  potrzebował aż 95 iteracji, aby znaleźć minimum.

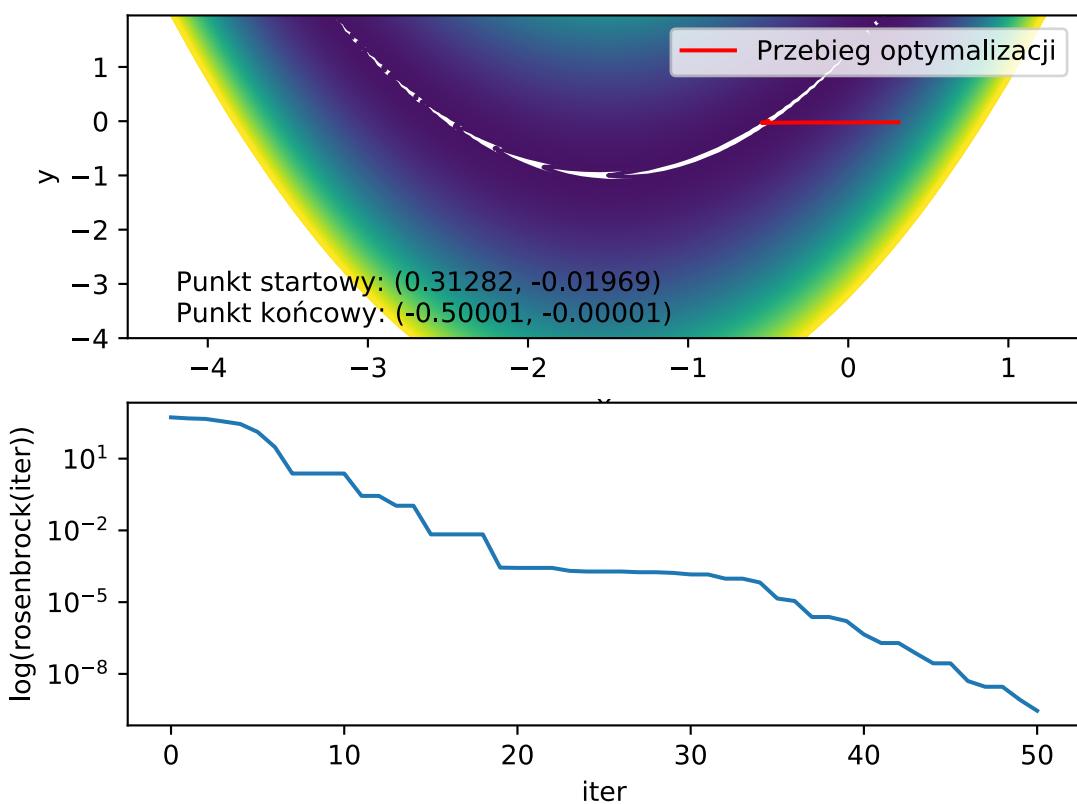
Wyniki symulacji przedstawiają wykresy 2.1, 2.2, 2.3 oraz 2.4.



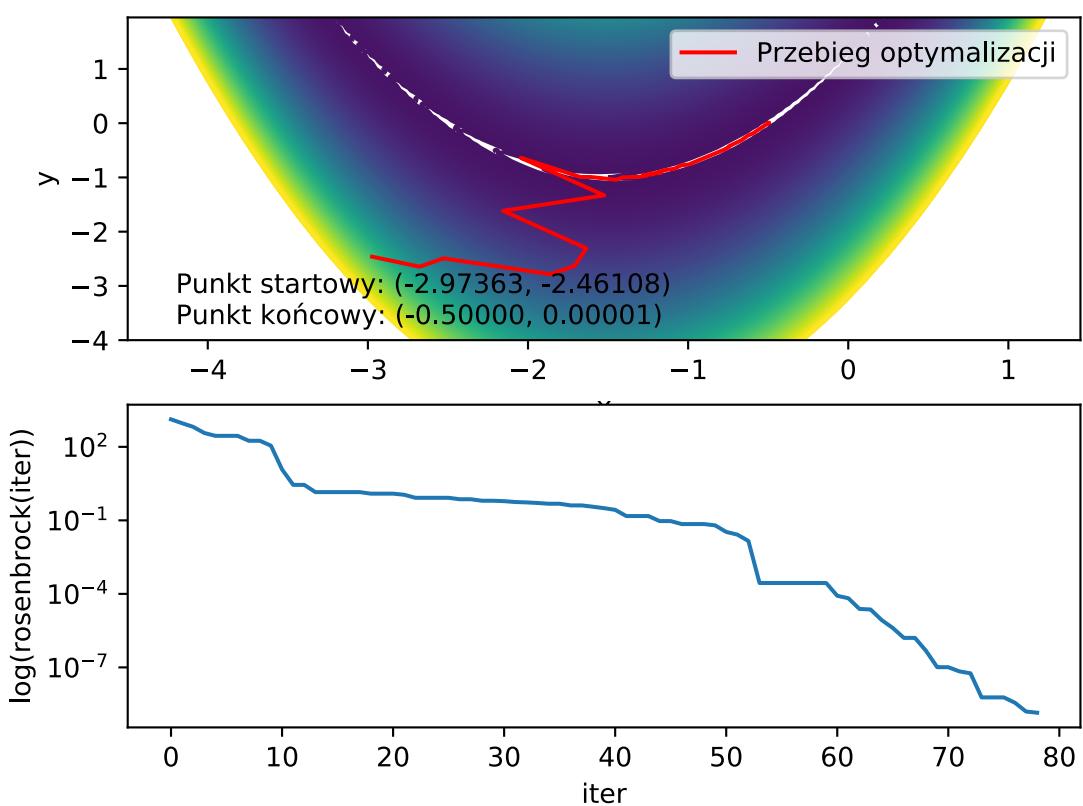
Rys. 2.1: Optymalizacja metodą Neldera-Meada dla punktu startowego  $x = -1,12131$ ,  $y = -0,23678$



Rys. 2.2: Optymalizacja metodą Neldera-Meada dla punktu startowego  $x = -2,60771$ ,  $y = -0,38339$



Rys. 2.3: Optymalizacja metodą Neldera-Meada dla punktu startowego  $x = 0,31282$ ,  $y = -0,01969$

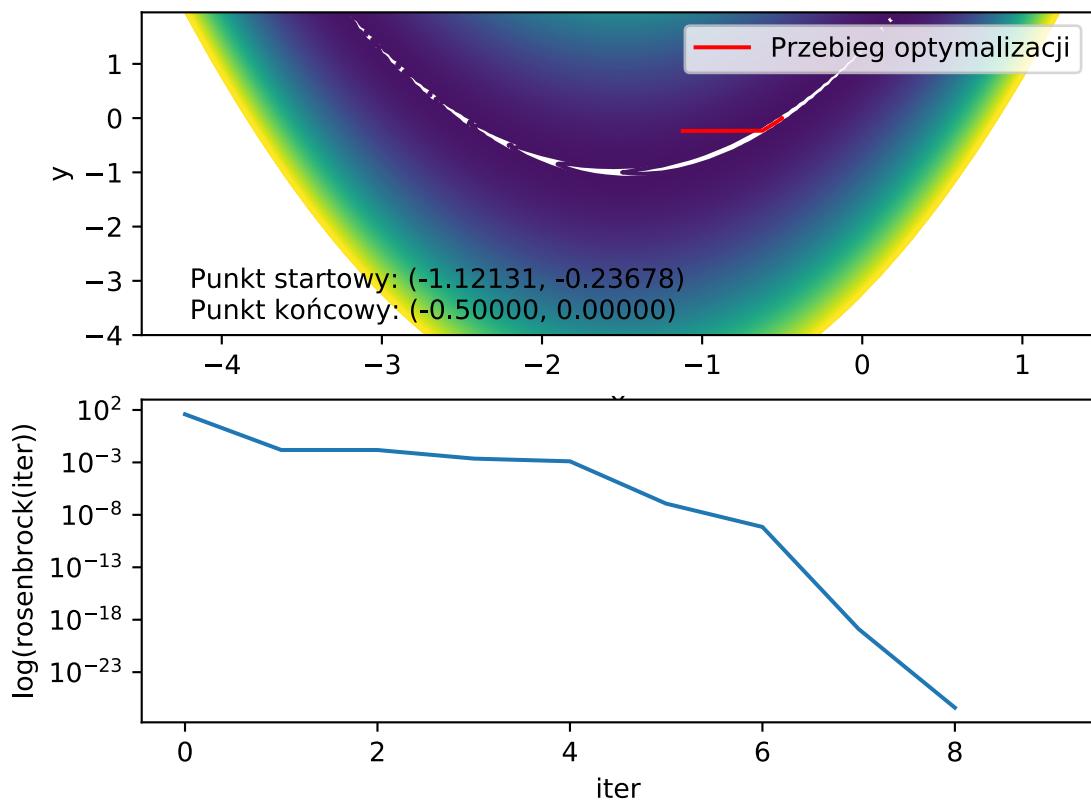


Rys. 2.4: Optymalizacja metodą Neldera-Meada dla punktu startowego  $x = -2,97363$ ,  $y = -2,46108$

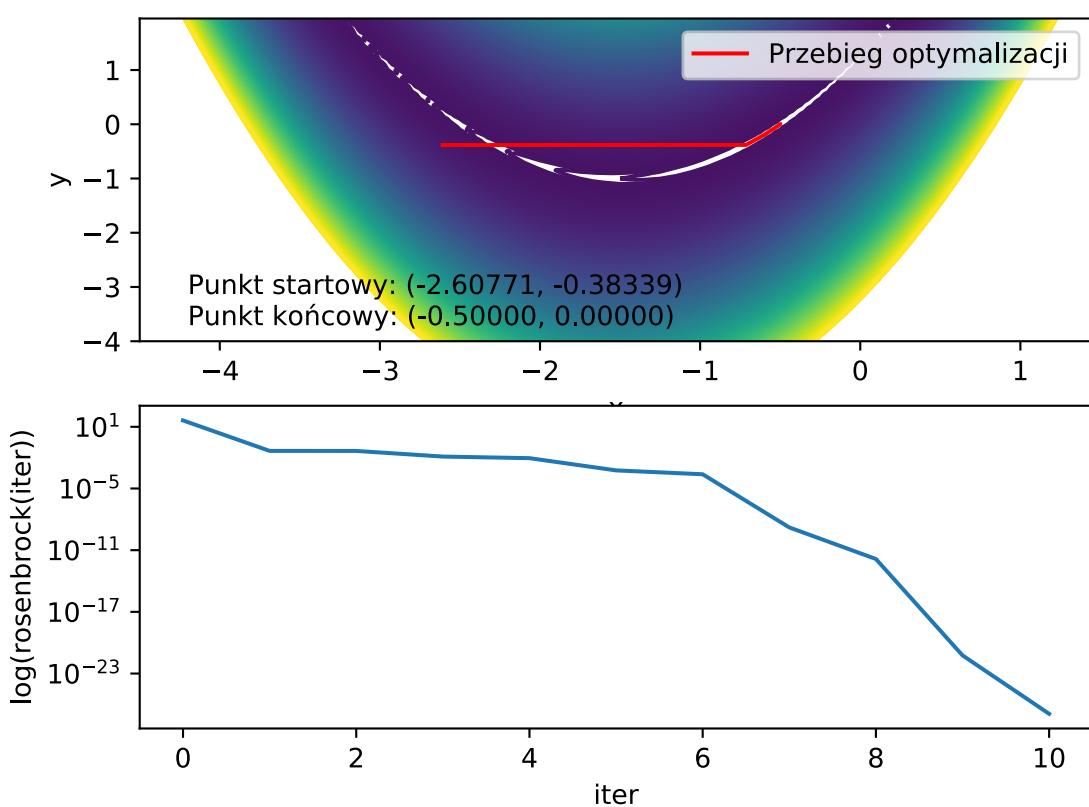
## 2.2. Metoda Powella

Metoda Powella potrzebowała mniej iteracji od metody Neldera-Meada, osiągając na ogół precyzję rzędu  $10^{-30}$ . Dla punktu startowego  $(-2, 60771, -0, 38339)$  okazała się nieskuteczna, przekraczając limit ewaluacji funkcji. Mimo niepowodzenia, algorytm zminimalizował funkcję Rosenbrocka z tolerancją rzędu  $10^{-6}$ , co jest akceptowalnym wynikiem. Poza wspomnianym przypadkiem, w którym metoda zawiodła, do optymalizacji wymagane jest w najgorszym przypadku zaledwie 14 iteracji. Można zatem stwierdzić, że algorytm Powella jest najszybszym spośród testowanych.

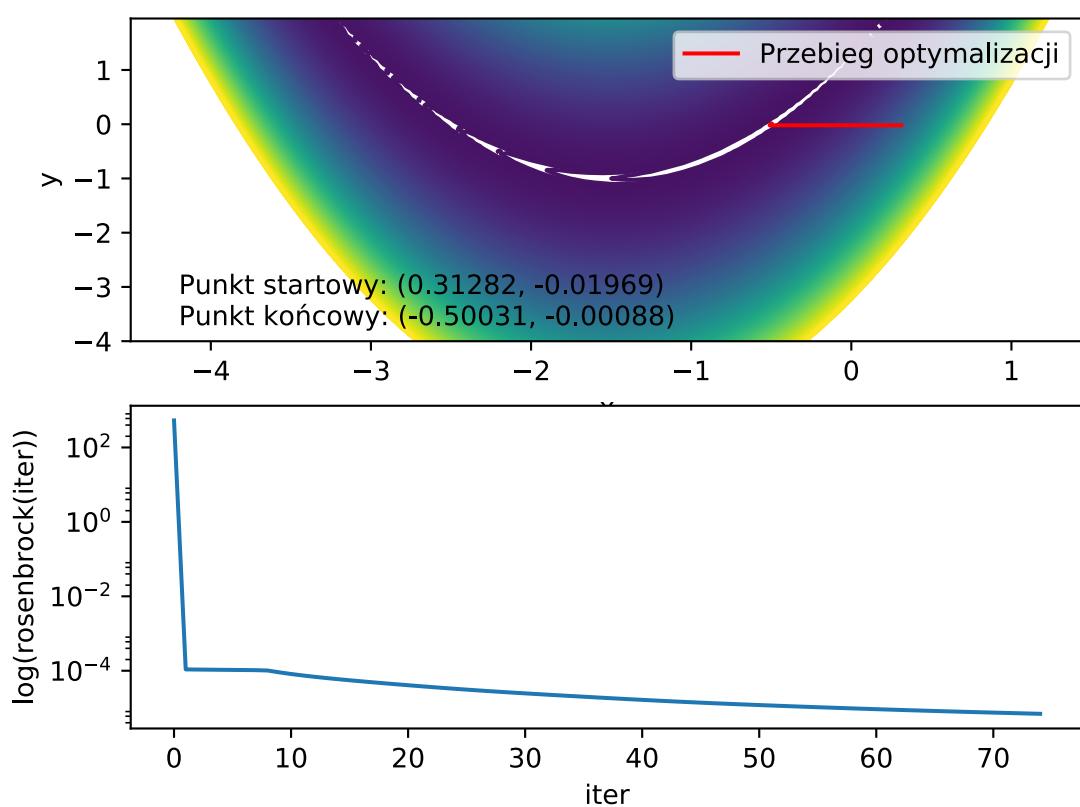
Wyniki symulacji przedstawiają wykresy 2.5, 2.6, 2.7 oraz 2.8.



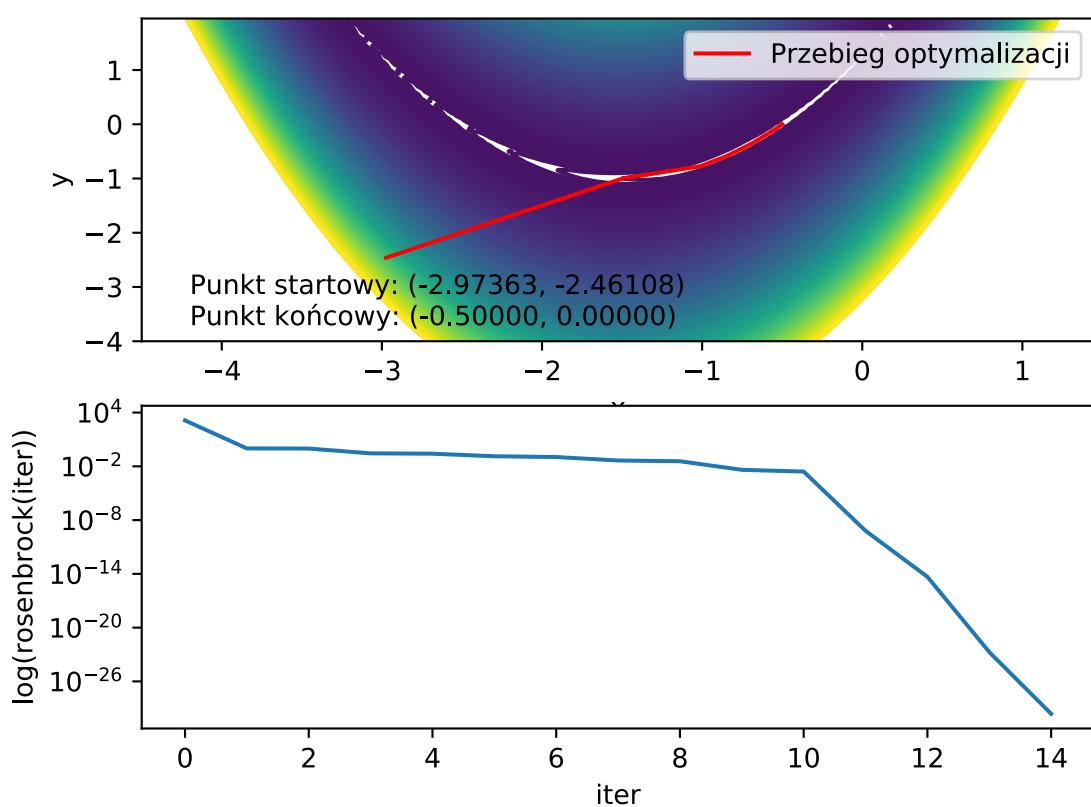
Rys. 2.5: Optymalizacja metodą Powella dla punktu startowego  $x = -1, 12131$ ,  $y = -0, 23678$



Rys. 2.6: Optymalizacja metodą Powella dla punktu startowego  $x = -2,60771$ ,  $y = -0,38339$



Rys. 2.7: Optymalizacja metodą Powella dla punktu startowego  $x = 0,31282$ ,  $y = -0,01969$

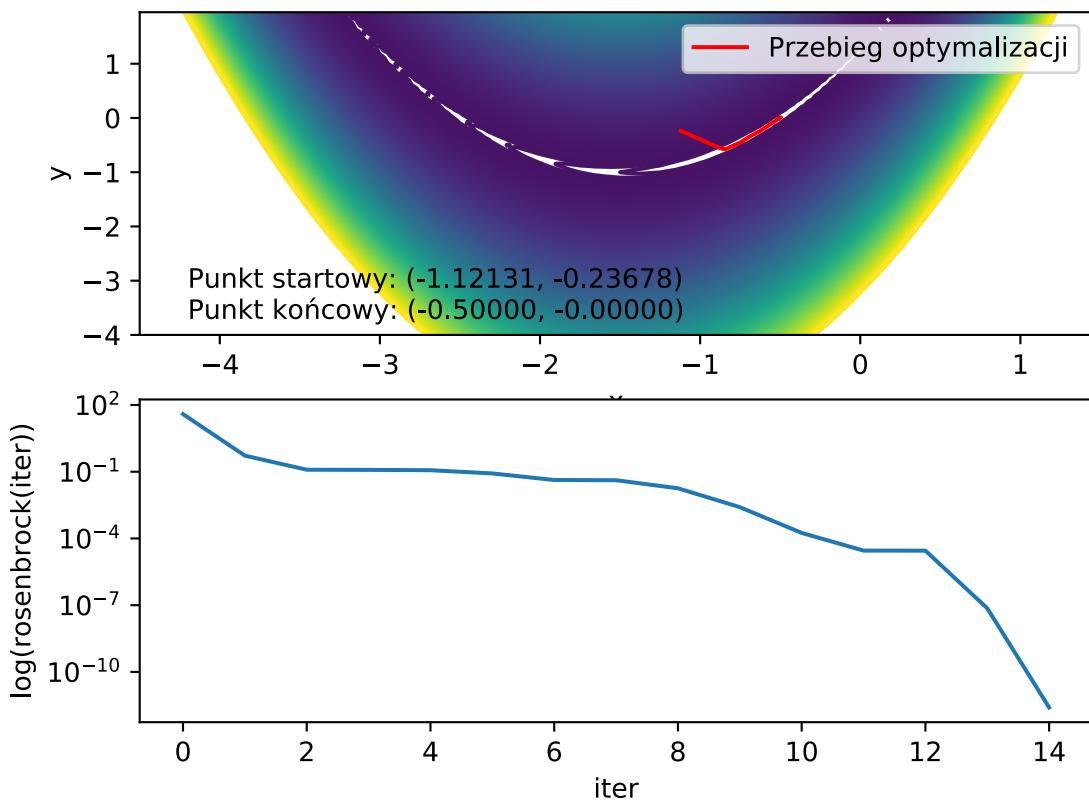


Rys. 2.8: Optymalizacja metodą Powella dla punktu startowego  $x = -2,97363$ ,  $y = -2,46108$

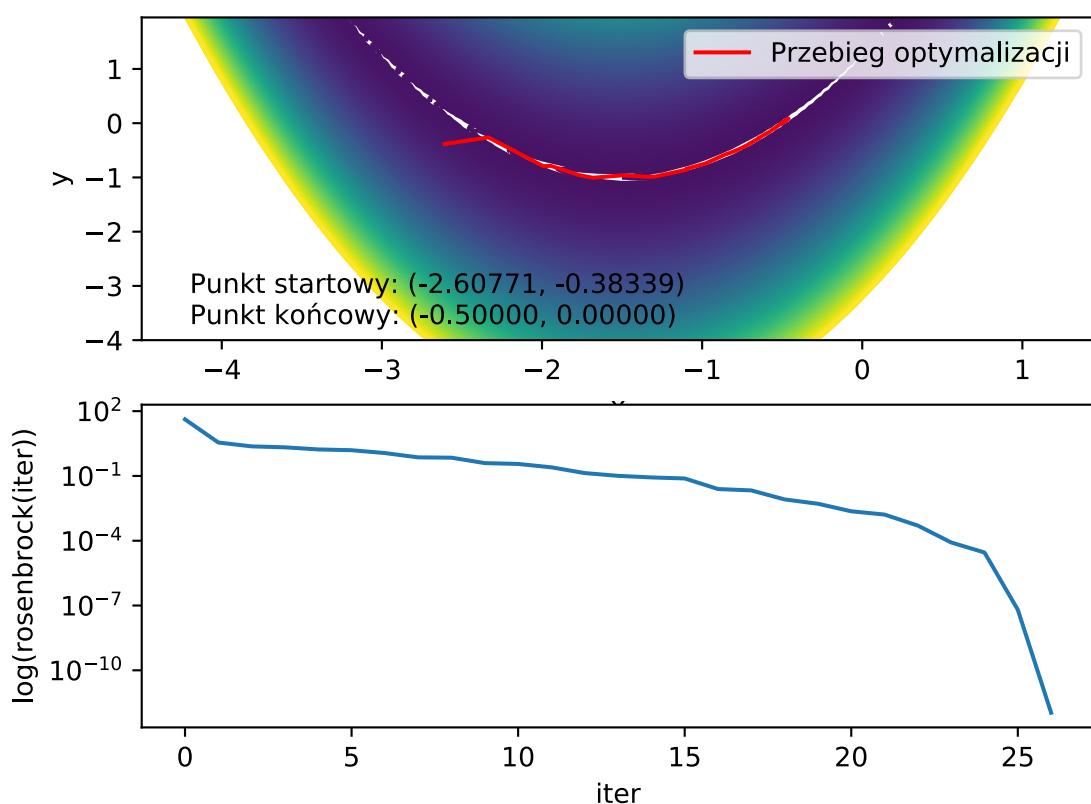
### 2.3. Metoda gradientów sprzężonych

Dla punktów  $(0, 31282, -0, 01969)$  i  $(-2, 97363, -2, 46108)$  metoda gradientów sprzężonych była nieskuteczna, kończąc swoje działanie już po kilku iteracjach. W pozostałych dwóch przypadkach algorytm znajdował minimum funkcji Rosenbrocka z precyzyją rzędu  $10^{-12}$ , do czego potrzebował około 20 iteracji. Można zatem stwierdzić, że metoda gradientów sprzężonych jest szybka, ale powodzenie jej działania zależy od wyboru punktu początkowego.

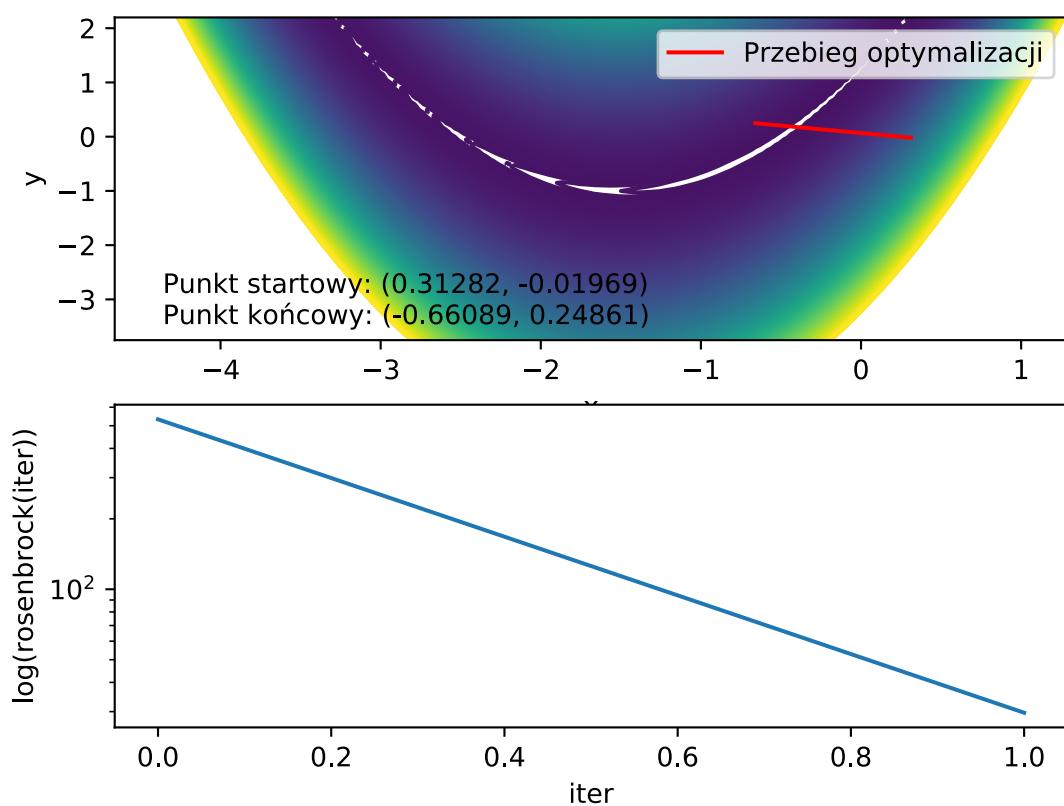
Wyniki symulacji przedstawiają wykresy 2.9, 2.10, 2.11 oraz 2.12.



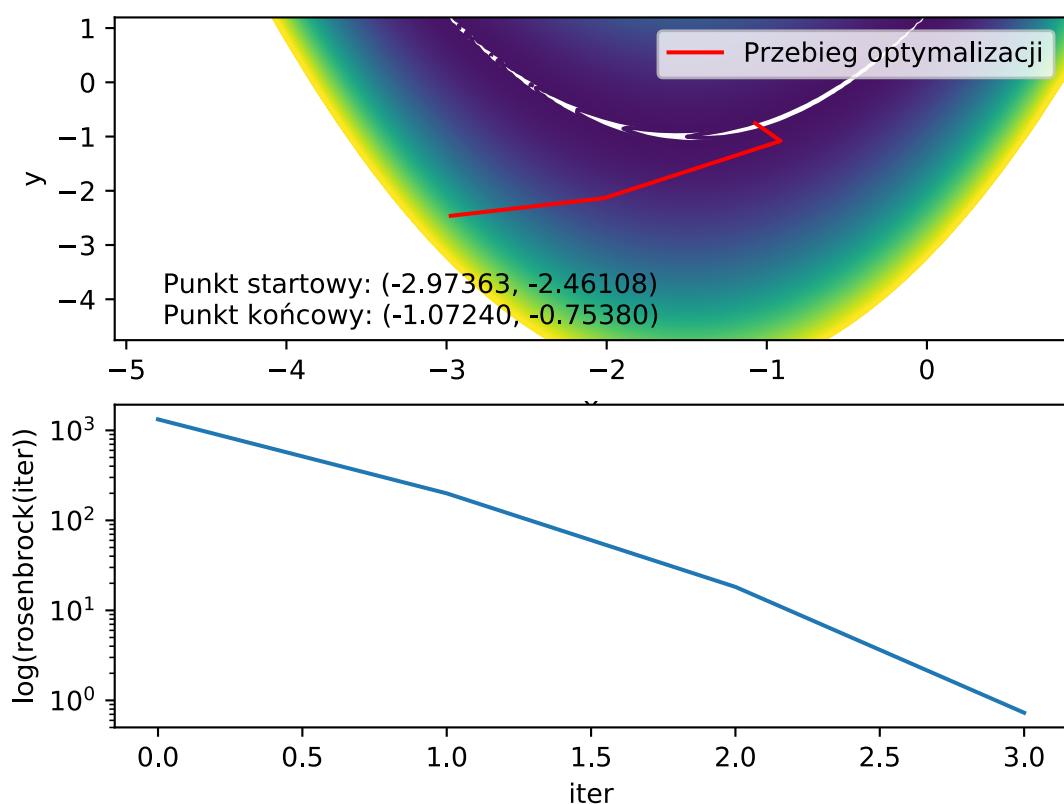
Rys. 2.9: Optymalizacja metodą gradientów sprzężonych dla punktu startowego  $x = -1,12131$ ,  $y = -0,23678$



Rys. 2.10: Optymalizacja metodą gradientów sprzężonych dla punktu startowego  $x = -2,60771$ ,  $y = -0,38339$



Rys. 2.11: Optymalizacja metodą gradientów sprzężonych dla punktu startowego  $x = 0,31282$ ,  $y = -0,01969$

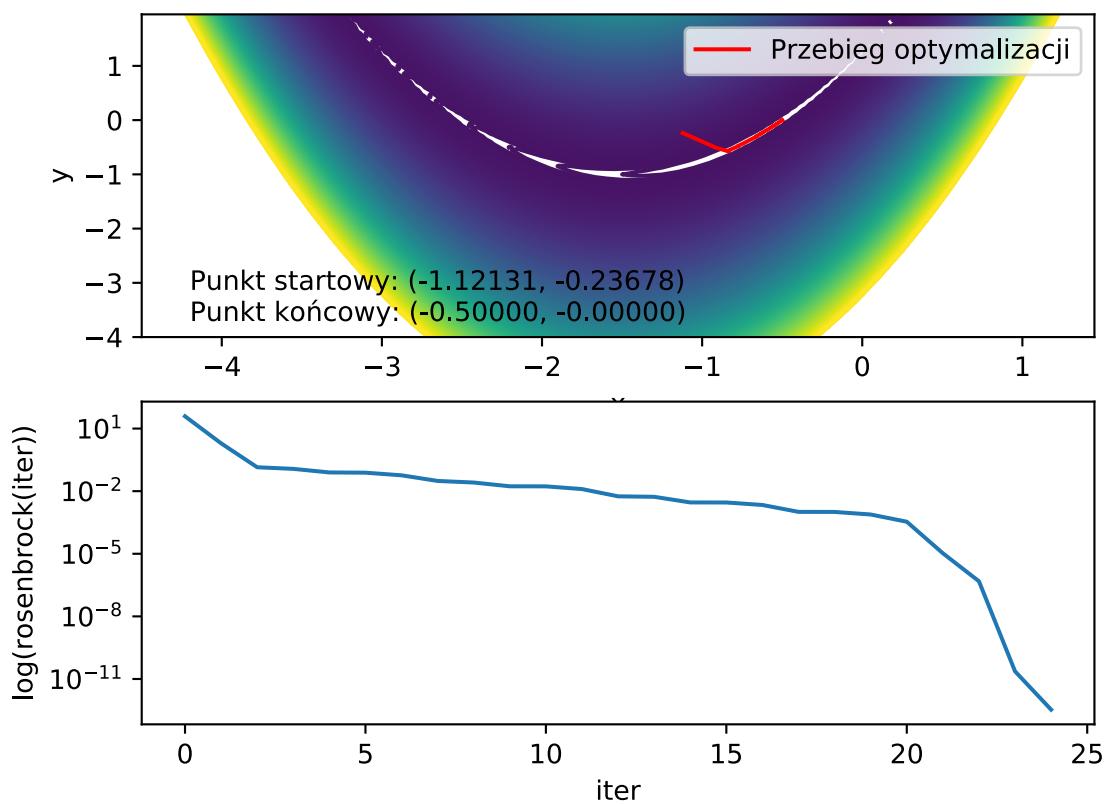


Rys. 2.12: Optymalizacja metodą gradientów sprzężonych dla punktu startowego  $x = -2,97363$ ,  $y = -2,46108$

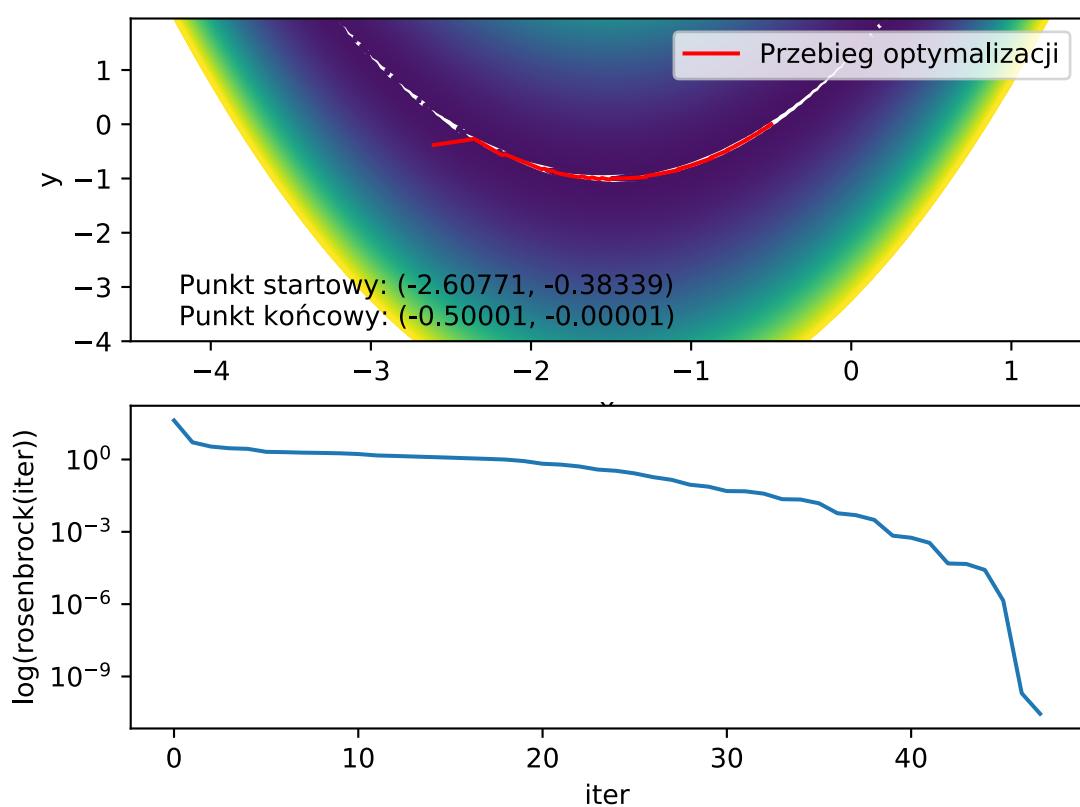
## 2.4. Metoda Newtona

Metoda Newtona dla każdego punktu startowego zminimalizowała funkcję Rosenbrocka z precyją rzędu  $10^{-11}$ , co jest podobnym rezultatem do osiągniętego przez metodę Nelder-Meada. Algorytm Newtona jest jednak szybszy, potrzebując w najgorszym przypadku 47 iteracji do osiągnięcia zadowalającej tolerancji. Można również stwierdzić, że metoda Newtona jest lepsza od metody gradientów sprzężonych ze względu na jej niezawodność.

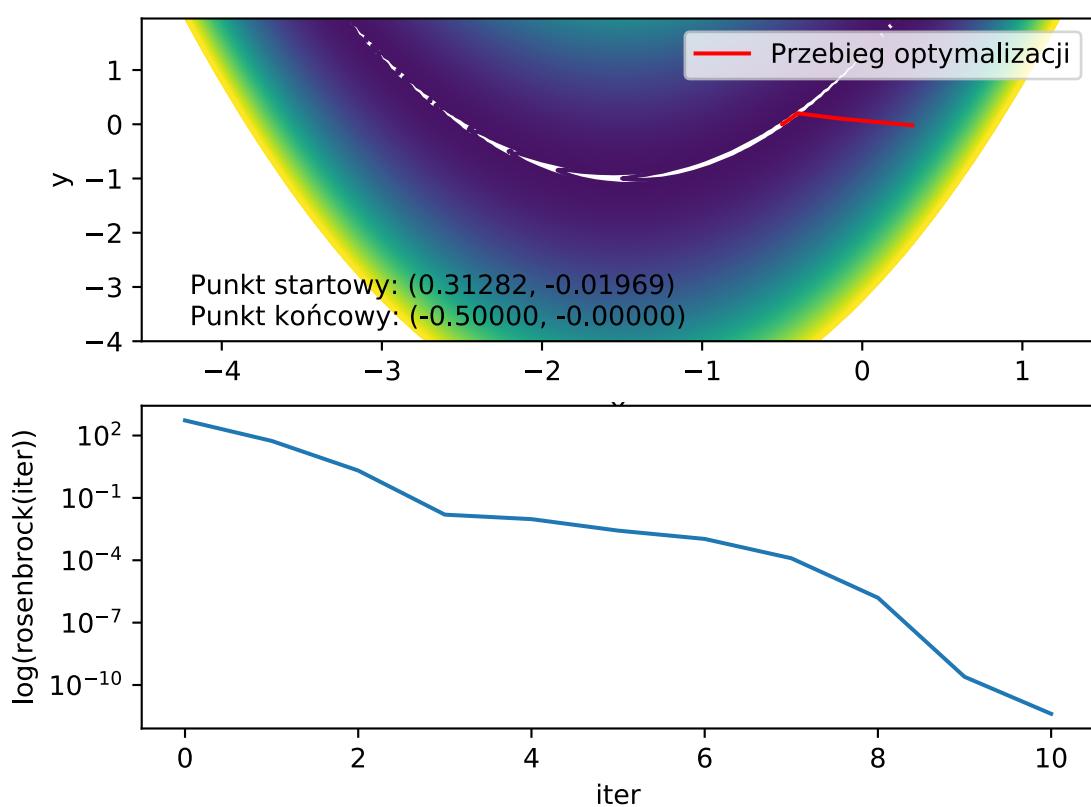
Wyniki symulacji przedstawiają wykresy 2.13, 2.14, 2.15 oraz 2.16.



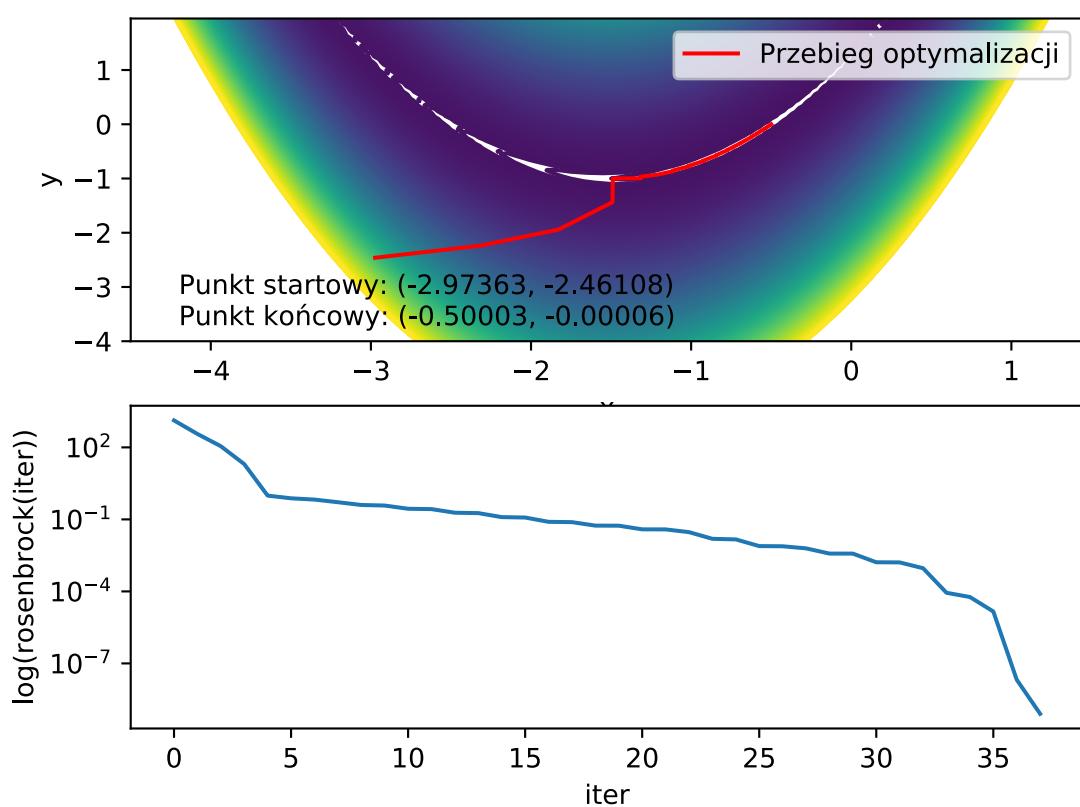
Rys. 2.13: Optymalizacja metodą Newtona dla punktu startowego  $x = -1,12131$ ,  $y = -0,23678$



Rys. 2.14: Optymalizacja metodą Newtona dla punktu startowego  $x = -2,60771$ ,  $y = -0,38339$



Rys. 2.15: Optymalizacja metodą Newtona dla punktu startowego  $x = 0,31282$ ,  $y = -0,01969$



Rys. 2.16: Optymalizacja metodą Newtona dla punktu startowego  $x = -2,97363$ ,  $y = -2,46108$

### 3. Statystyki

Tabela 3.1 przedstawia porównanie metod optymalizacji dla czterech losowych punktów startowych.

Tab. 3.1: Porównanie metod optymalizacji

| Punkt startowy                   | Metoda                 | Punkt końcowy                    | Dokładność      | Liczba iteracji |
|----------------------------------|------------------------|----------------------------------|-----------------|-----------------|
| $x = -1,12131$<br>$y = -0,23678$ | Nelder-Meada           | $x = -0,50003$<br>$y = -0,00005$ | $8,03722^{-10}$ | 67              |
|                                  | Powella                | $x = -0,50000$<br>$y = 0,00000$  | 0               | 9               |
|                                  | Gradientów sprzężonych | $x = -0,50000$<br>$y = 0,00000$  | $2,52116^{-11}$ | 28              |
|                                  | Newtona                | $x = -0,50000$<br>$y = 0,00000$  | $2,22805^{-13}$ | 24              |
| $x = -2,60771$<br>$y = -0,38339$ | Nelder-Meada           | $x = -0,50002$<br>$y = -0,00004$ | $6,47764^{-10}$ | 97              |
|                                  | Powella                | $x = -0,50000$<br>$y = 0,00000$  | $1,04149^{-27}$ | 10              |
|                                  | Gradientów sprzężonych | $x = -0,50000$<br>$y = 0,00000$  | $8,96869^{-13}$ | 26              |
|                                  | Newtona                | $x = -0,50001$<br>$y = -0,00001$ | $4,68967^{-11}$ | 48              |
| $x = 0,31282$<br>$y = -0,01969$  | Nelder-Meada           | $x = -0,50001$<br>$y = -0,00001$ | $3,33663^{-10}$ | 54              |
|                                  | Powella                | $x = -0,50031$<br>$y = 0,00088$  | $6,95587^{-6}$  | 74              |
|                                  | Gradientów sprzężonych | Niepowodzenie                    |                 |                 |
|                                  | Newtona                | $x = -0,50000$<br>$y = 0,00000$  | $4,12421^{-12}$ | 10              |
| $x = -2,97363$<br>$y = -2,46108$ | Nelder-Meada           | $x = -0,50000$<br>$y = 0,00001$  | $1,75344^{-9}$  | 78              |
|                                  | Powella                | $x = -0,50000$<br>$y = 0,00000$  | $5,71924^{-30}$ | 14              |
|                                  | Gradientów sprzężonych | Niepowodzenie                    |                 |                 |
|                                  | Newtona                | $x = -0,50003$<br>$y = 0,00006$  | $5,98328^{-13}$ | 37              |