Lista de ejercicios de la lección 1.4

1. Calcular el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 1$, el eje x y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.

2. Calcular el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = 4 - x^2$, el eje x y las rectas $x = -4$ y $x = 0$.

3. Calcular el área de la región comprendida entre las curvas $y = x + 2$, $y = \sqrt{x}$, tomando en cuenta que $0 \leq x \leq 4$.

4. Calcular el área de la región acotada por las gráficas de las ecuaciones $y = x^2$ y $y = \sqrt{x}$.

5. Calcular el área de la región acotada por las graficas de $y + x^2 = 6$ y $y + 2x - 3 = 0$.

6. Encontrar el área de la región encerrada por las parábolas $y = x^2$ y $y = 2x - x^2$.

7. Calcular el área de la región acotada por las gráficas de $y = x^2 + 2x$, $y = -x + 4$ tomando en cuenta que $-2 \leq x \leq 3$.

8. Encontrar el área de la región comprendida entre las curvas $y = \sec^2 x$, $y = \sin x$ en $\left[0, \dfrac{\pi}{4}\right]$

Calcular el área de la región acotada por las gráficas de las curvas.

9. $y = \dfrac{1}{x^2},\ y = -x^2,\ x = 1,\ x = 2$

10. $y = \sin x,\ y = \cos x,\ x = 0,\ x = \pi$

11. $y = x^2,\ y = 4x$

12. $y = x^2 + 1,\ y = 5$

13. $y = x^{-2},\ y = x,\ x = \dfrac{1}{2},\ x = 3$

14. $y = x\sqrt{4 - x^2},\ y = 0$

Calcular el área de la región acotada por las gráficas de las funciones dadas.

15. $y = x^2 + 2x,\ y = -x + 4$ en $[-4, 2]$

16. $y = x^3 - 4x + 2,\ y = 2$ en $[-1, 3]$

17. $y = 6 - 3x^2,\ y = 3x$ en $[0, 2]$

18. $y^2 = 1 - x,\ 2y = x + 2$

19. $y - x = 6,\ y - x^3 = 0,\ 2y + x = 0$

20. $3y + x^2 = 6,\ y + 2x - 3 = 0$

41. $y^2 = 4 + x,\ y^2 + x = 2$

42. $y = x,\ y = 3x,\ x + y = 4$

43. $x = 4y - y^3,\ x = 0$

44. $y = -x + 2,\ y = 4 - x^2$ en $[-2, 3]$

45. $y = x^2 - 4,\ y = -x^2 - 2x$ en $[-3, 1]$

46. $y = -x^2 + 3x,\ y = 2x^3 - x^2 - 5x$ en $[-2, 2]$

21. $y = \sin x,\ y = \cos x$ en $[0, 2\pi]$

22. $y = \ln x,\ y = 2\ln x,\ x = 1,\ x = 5$

23. $x = y^2,\ x = y + 2$

24. $xy = 1,\ y = 0,\ x = 1,\ x = e$

25. $y = 3^{-x},\ x = 1,\ x = 2$

26. $y = \sin\left(\frac{1}{2}x\right),\ x = 0,\ x = 2$

27. $y = \sinh(3x),\ y = 0,\ x = 1$

28. $x - y + 1 = 0,\ 7x - y - 17 = 0,\ 2x + y + 2 = 0$

29. $x = y^{\frac{2}{3}}, x = y^2$

30. $y = x^3, y = 0$

31. $y = x,\ y = 3x,\ x + y = 4$

32. $x - 2y = 0, x - 2y - 4 = 0, y = 3, y = 0$

33. $y = e^{-x},\ xy = 1,\ x = 1,\ x = 2$

34. $y = e^{-2x},\ y = -e^{x},\ x = 0,\ x = 2$

35. $y = 2^x,\ x + y = 1,\ x = 1$

36. $y = x^3 - 4x + 2,\ y = 2,\ x = -1,\ x = 3$

37. $y = x^2,\ y = x^3,\ x = -1,\ x = 2$

38. $x + 4y^2 = 4,\ x + y^4 = 1$ para $x \leq 0$

39. $y^2 = -x,\ x - y = 4$ para $y = -1,\ y = 2$

40. $y = 1 - x^2,\ y = x - 1$

47. $y = \frac{x^3}{3} - x,\ y = \frac{x}{3}$ en $[-2, 3]$

48. $y = \sin x,\ y = \cos x$ en $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

49. $y = \sin x,\ y = e^x$ en $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

50. $y = \frac{1}{x},\ y = \frac{1}{x^2},\ x = 2$

51.$y = x - 1,\ y^2 = 2x + 6$

52.$x = y^3 - y,\ x = 1 - y^4$

53. $y = x + 5,\ y^2 = x$ en $[-1, 2]$

54. $y = 1 + \sqrt{x},\ y = \frac{3 + x}{3}$

55. $y = \cos x,\ y = \sec^2 x$ en $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

56. $y = \cos x,\ y = \sin(2x)$ en $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

57. $y = \cos x,\ y = 1 - \frac{2x}{\pi}$

58. $y = |x|,\ y = x^2 - 2$

59. $y = \sin(\pi x),\ y = x^2 - x,\ x = 2$

60. $y = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right),\ y = 1 - x^2$

61. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right),\ y = x$

62. $y = \sec^2 x,\ y = \tan^2 x$ en $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

63. $x = \tan^2 y,\ x = -\tan^2 y$ para y en $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

64. $x = 4,\ x^3 - x^2 + 2xy - y^2 = 0$

65. $y = 3\sin y\sqrt{\cos y},\ x = 0$ en $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

66. Calcular el área de la región acotada por la curva $y = \dfrac{x}{2x^2+4}$, el eje x y la recta $x = 4$.

67. Las graficas de $f(x) = -x^2 + 10$ y $g(x) = \dfrac{9}{x^2}$ se cortan 4 veces, limitando 2 regiones de la misma área. Calcular el área de estas regiones.

68. Calcular el área de la región limitada por la curva $y = e^x$, los ejes coordenados y la recta $x = 2$.

69. Calcular el área de la región limitada por la curva $y = e^x$, y la recta que pasa por los puntos $(0, 1)$ y $(1, e)$.

70. Calcular el área de la región limitada por la gráfica de $y = 5^x$ y las rectas $x = 1$ y $y = 1$.

71. Calcular el área de la región acotada por las gráficas de curva $y = e^x$ y $y = 2^x$ y la recta $x = 2$

72. Calcular el área de la región limitada por las gráficas de $y = \log_{10} x$, $y = \ln x$ y la recta $x = 3$.

73. Determinar el área de la región acotada por la curva $y = \dfrac{8}{x^2-4}$, el eje x, el eje y y la recta $x = 2$.

74. Calcular el área de la región determinada por la catenaria $y = 6\cosh\left(\dfrac{x}{6}\right)$, el eje x, el eje y y la recta $x = 6\ln 6$.

75. Determinar el área del triángulo con los vértices (a) (0, 0), (2, 1), (–1,6); (b) (0, 5), (2,–2), (5, 1)

76. Hallar el área de la región limitada por la parábola $y = x^2$, la recta tangente a esta parábola en el punto $(1, 1)$ y el eje x.

77. Encontrar el número b tal que la recta $y = b$ divida la región limitada por las curvas $y = x^2$ y $y = 4$ en dos regiones de áreas iguales.

78. (a) Hallar el número a tal que la recta $x = a$ biseque el área bajo de la curva $y = \dfrac{1}{x^2}$ en [1,4].
(b) Encontrar el número b tal que la recta $y = b$ biseque el área mencionada en (a).

79. Calcular los valores de c tales que el área de la región encerrada por las parábolas $y = x^2 - c^2$ y $y = c^2 - x^2$ sea 576.

80. Suponga que $0 < c < \dfrac{\pi}{2}$ ¿Para qué valores de c, el área de la región encerrada por las curvas $y = \cos x$, $y = \cos(x - c)$ y $x = 0$ es igual al área de la región encerrada por las curvas $y = \cos(x - c)$, $x = \pi$ y $y = 0$?

81. Calcular el área de la región en el 1er. cuadrante que está acotada por la izquierda por el eje y, abajo por la curva $x = 2\sqrt{y}$, por arriba a la izquierda por la curva $x = (y-1)^2$ y por arriba a la derecha por la recta $x = 3 - y$.

82. Hallar el área de la región en el 1er. cuadrante que está acotada por la izquierda por el eje y, abajo por la recta $y = \frac{x}{4}$, por arriba a la izquierda por la curva $y = 1 + \sqrt{x}$ y por arriba a la derecha por la recta $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$.

83. Hallar el área de la región entre la curva $y = 3 - x^2$ y la recta $y = -1$ integrando con respecto a (a) la variable x, (b) la variable y.

84. Sea R la región acotada por las graficas de $x – 2y = 0,\ x – 2y – 4 = 0,\ y = 3,\ y = 0$. Calcule su área usando (a) integración, y (b) una fórmula de geometría.