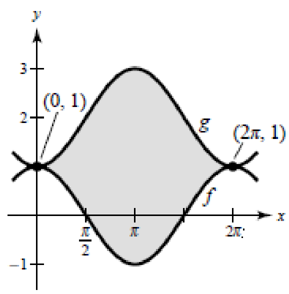
Examen de la Unidad I

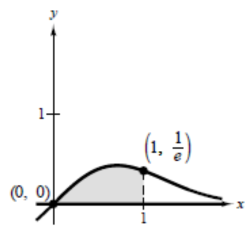
1. Identificar la región acotada por la gráfica de las funciones:

$$f(x) = cosx, g(x) \ = 2 - cosx, 0 \leq x \leq 2\pi$$

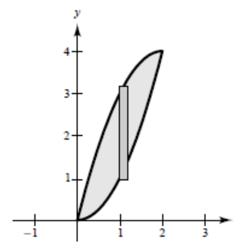
a)



b)



c)

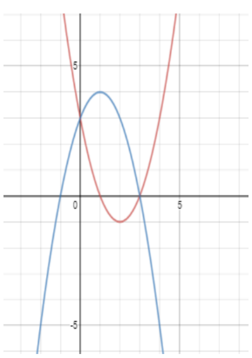


2. Encontrar el área de la región acotada por la gráfica de las funciones:

$$f(x) = cosx, g(x) \ = 2 - cosx, 0 \leq x \leq 2\pi$$

- **a)** $A = 12.5\,\pi$
- **b)** $A = 8\,\pi$
- **c)** $A = 14\,\pi$

3. Formular la integral que da el área de la región formada por las funciones $y_1 = x^2 - 4x + 3$ y $y_2 = -x^2 + 2x + 3$



$\boldsymbol{a})\ A = \int_0^2 [(-x^2 + 2x + 3) - (\,x^2 - 4x + 3)]\, dx \ = \int_0^2 (-2x^2 + 9x)\, dx$

$\boldsymbol{b})\ A = \int_0^3 [(-x^2 + 2x + 3) - (\,x^2 - 4x + 3)]\, dx \ = \int_0^3 (-2x^2 + 6x)\, dx$

$\boldsymbol{c})\ A = \int_0^1 [(-x^2 + 2x + 3) - (\,x^2 - 4x + 3)]\, dx \ = \int_0^3 (-x^2 + x)\, dx$

4. Trazar la región acotada por las gráficas de las funciones algebraicas y encontrar el área de la región. $f(x) = x^2 + 2x$ y $g(x) = x + 2$

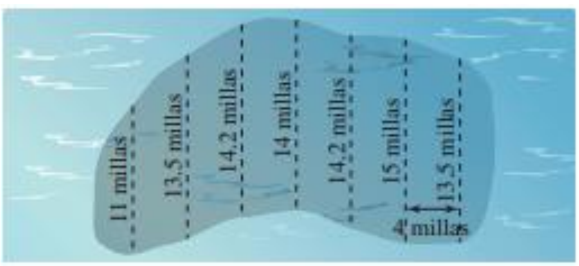
a) $\frac{12}{5}u^2$

b) $\frac{17}{6}u^2$

c) $\frac{9}{2}u^2$

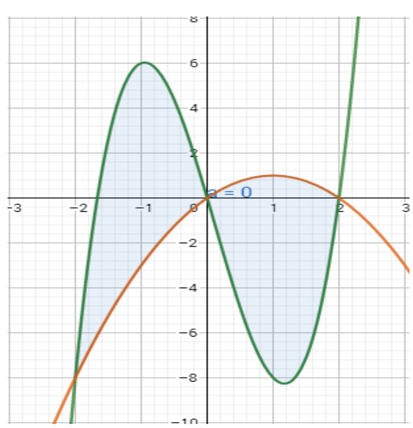
d) $5\,u^2$

5. Utilizando Regla de los Trapecios, hallar el área de la siguiente figura:

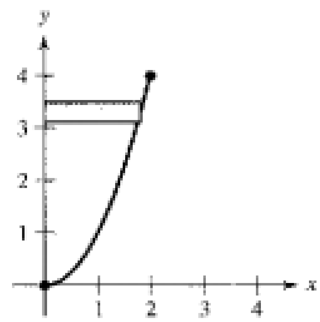


a) $200.5\,u^2$
b) $332.6\,u^2$
c) $458.8\,u^2$
d) $166.3\,u^2$

6. Encontrar el área de la región comprendida entre las gráficas de $f(x) = 3x^3 - x^2 - 10x$ y $g(x) = -x^2 + 2x$.



7. Formular y evaluar la integral que da el volumen del sólido formado al girar la región alrededor del eje y, cuando $y = x^2$



a)

$$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$$

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2\, dy = \pi \int_0^4 y\, dy$$

$$= \pi \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^4 = 8\pi$$

b)

$$V = \pi \int_0^2 [(4x - x^2)^2 - x^4]\, dx$$

$$= \pi \int_0^2 (16x^2 - 8x^3)\, dx$$

$$= \pi \left[\frac{16}{3}x^3 - 2x^4\right]_0^2 = \frac{32\pi}{3}$$

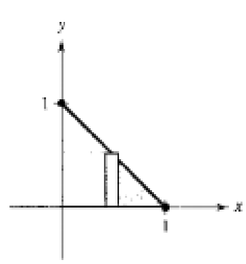
c)

$$V = \pi \int_0^2 [(6 - x^2)^2 - (6 - 4x + x^2)^2]\, dx$$

$$= 8\pi \int_0^2 (x^3 - 5x^2 + 6x)\, dx$$

$$= 8\pi \left[\frac{x^4}{4} - \frac{5}{3}x^3 + 3x^2\right]_0^2 = \frac{64\pi}{3}$$

8. Formular y evaluar la integral que da el volumen del sólido al girar la región alrededor del eje x, cuando $y = -x + 1$

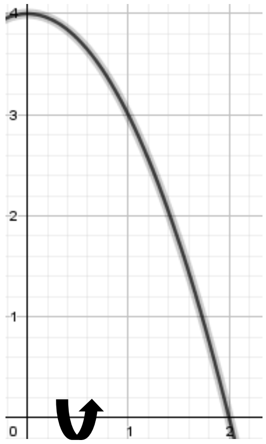


a) $V = \pi \int_1^4 (\sqrt{x})^2\, dx = \pi \int_1^4 x\, dx = \pi \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^4 = \frac{15\pi}{2}$

b) $V = \pi \int_0^1 (-x + 1)^2\, dx = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x + 1)\, dx = \pi \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + x\right]_0^1 = \frac{\pi}{3}$

c) $V = \pi \int_0^1 [(x^2)^2 - (x^3)^2]\, dx = \pi \int_0^1 (x^4 - x^6)\, dx = \pi \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7}\right]_0^1 = \frac{2\pi}{35}$

9. Evaluar y encontrar el área bajo la región, si ésta gira alrededor del eje x cuando $y = 4 - x^2$



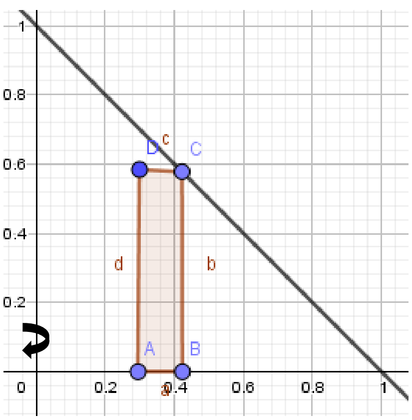
$\boldsymbol{a})\ \dfrac{496\pi}{15}\ u^3$

$\boldsymbol{b})\ \dfrac{500\pi}{35}\ u^3$

c) $30\pi\ u^3$

$\boldsymbol{d})\ \dfrac{12\pi}{17}\ u^3$

10. Usando método de las capas para formular y evaluar la integral que da el volumen del solido generado al girar alrededor del eje y cuando $y = 1 - x$



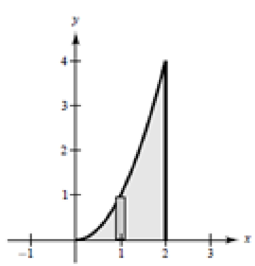
$\boldsymbol{a})\ \dfrac{\pi}{3} u^3$

$\boldsymbol{b})\ \dfrac{5\pi}{4} u^3$

$\boldsymbol{c})\ \dfrac{\pi}{2} u^3$

$\boldsymbol{d})\ \pi u^3$

11. Usar el método de capas para formular y evaluar la integral que el volumen del solido generado al girar la región plana alrededor del eje y cuando $y = x^2, \quad y = 0, \ x = 2$



$$\boldsymbol{a})\ V = \int_0^3 x^3\, dx = \frac{x^4}{4} = 13\pi$$

$$\boldsymbol{b})\ V = \int_0^3 x^6\, dx = \frac{x^4}{4} = 8$$

$$\boldsymbol{c})\ V = 2\pi \int_0^3 x^3\, dx = \frac{x^4}{4} = 8\pi$$