Lista de ejercicios de la lección 1.4.4

1. Calcular el volumen del sólido que está entre los planos perpendiculares al eje x acotado por $x = -1$ y $x = 1$, si las secciones transversales perpendiculares al eje x son círculos cuyos diámetros van de la parábola $y = x^2$ a la parábola $y = 2 - x^2$.

2. La base de un sólido es un disco circular de radio 3. Encontrar el volumen del sólido si las secciones transversales perpendiculares al eje x son triángulos rectángulos isósceles con la hipotenusa apoyada a lo largo de la base.

3. La base de un sólido es la región circular contenida en el plano xy acotada por la gráfica de $x^2 + y^2 = a^2$ donde $a > 0$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que todas las secciones transversales correspondientes a planos perpendiculares al eje x son cuadrados.

4. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por las gráficas de $y = 4$ y $y = x^2$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son triángulos rectángulos isósceles cuya hipotenusa está en el plano xy.

5. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por las gráficas de $y = 4$ y $y = x^2$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son cuadrados en el plano xy.

6. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por las gráficas de $y = x$ y $y^2 = x$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son semicírculos cuyo diámetro está en el plano xy.

7. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por las gráficas de $y^2 = 4x$ y $x = 4$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje y son semicírculos.

8. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por la gráfica de $x^2 + y^2 = a^2$ donde $a > 0$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que la sección que se obtiene al cortarlo con un plano perpendicular al eje x es un triángulo isósceles de altura constante b.

9. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por la gráfica de $x^2 + y^2 = 1$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son círculos con diámetro en el plano xy.

10. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por la gráfica de $x^2 + y^2 = 1$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son cuadrados con diagonales en el plano xy.

11. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por la gráfica de $x^2 + y^2 = 1$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con

planos perpendiculares al eje x son triángulos equiláteros con base en el plano xy.

12. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por la gráfica de $y = 2\sqrt{\sin x}$ en $[0, \pi]$ en x. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son triángulos equiláteros con bases desde el eje x hasta la curva.

13. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por la gráfica de $y = 2\sqrt{\sin x}$ en $[0, \pi]$ en x. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son cuadrados con bases desde el eje x hasta la curva.

14. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por la gráfica de $y = \tan x$ y $y = \sec x$ en $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ en x. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son círculos con diámetros en el plano xy.

15. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por las gráficas de $x^2 = 16y$ y $y = 2$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que la sección que se obtiene al cortarlo con un plano perpendicular al eje y es un triángulo cuya altura es el doble de la longitud del lado contenido en el plano xy.

16. Calcular el volumen del sólido que está entre los planos perpendiculares al eje x por $x = 0$ y $x = 4$. Las secciones transversales perpendiculares al eje x en el intervalo $0 \leq x \leq 4$ son cuadrados cuyas diagonales van de la parábola $y = -\sqrt{x}$ a la parábola $y = \sqrt{x}$.

17. La base del sólido es el disco $x^2 + y^2 \leq 1$, las secciones transversales perpendiculares al eje y entre $y = -1$ y $y = 1$ son triángulos rectángulos isósceles con un cateto en el disco.

18. La base de S es una región elíptica con la curva frontera $9x^2 + 4y^2 = 36$. Las secciones transversales perpendiculares al eje x son triángulos rectángulo isósceles con la hipotenusa en la base.

19. La base de S es una región elíptica con la curva frontera $3x^2+y^2 = 6$. Las secciones transversales perpendiculares al eje x son cuadrados.

20. La base de S es una región elíptica con la curva frontera $3x^2+y^2 = 6$. Las secciones transversales perpendiculares al eje x son triángulos isósceles con altura igual a la base.

21. Los ejes de dos cilindros circulares rectos de radio a se interceptan en ángulo recto. Calcular el volumen del sólido acotado por los cilindros.

22. Determinar el volumen del sólido que tiene por base la región parabólica $\left\{(x, y) \mid x^2 \leq y \leq 1\right\}$ y con secciones transversales perpendiculares al eje y son triángulos equiláteros.

23. La base de S es la región parábolica $\left\lfloor (x, y) \mid x^2 \leq y \leq 1 \right\rfloor$, las secciones transversales perpen-

diculares al eje y son cuadrados.

24. La altura de un monumento es de $20m$. Una sección transversal a una distancia de x metros de la parte superior es un triángulo equilátero con cada uno de los lados de $\frac{x}{4}$ metros. Hallar el volumen del monumento.

25. La base de un sólido es un cuadrado con vértices en (1,0), (0,1), (–1 ,0) y (0, –1). Cada una de las secciones transversales perpendiculares al eje x es un semicírculo. Encontrar el volumen del sólido.

26. La base de un sólido es la región triangular determinada por los puntos (0, 0), (3, 0) y (0,2). Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son semicírculos.

27. La base de un sólido es un triángulo rectángulo isósceles cuyos lados iguales tienen longitud a. Calcular el volumen suponiendo que las secciones transversales que son perpendiculares a la base y a uno de los lados iguales son semicírculos.

28. Determinar el volumen de la pirámide recta de altura h y con base cuadrada de lado a.

29. Encontrar el volumen de un tronco de pirámide con base cuadrada de lado b, lado a del cuadrado superior y altura h.

30. Determinar el volumen de una pirámide de altura h y base un triángulo equilátero con lado a.

31. Calcular el volumen de una pirámide recta de altura h y con base un rectángulo de lados a y $2a$.

32. Un tetraedro tiene tres caras perpendiculares entre sí y tres aristas también perpendiculares de 3, 4 y 5 cm. de longitud, respectivamente. Calcular su volumen.

33. Las secciones transversales que se obtienen al cortar un sólido en forma de trompeta con planos perpendiculares a su eje son círculos. Suponga que una sección se encuentra a s centímetros del extremo menor del sólido y que dicha sección tiene un diámetro de $15 + \frac{s^2}{90}$ centímetros y además la longitud del sólido es de 60cm. Calcular el volumen.

34. Un tronco que tiene la forma de un cilindro circular recto de radio a está tendido de lado. Se le quita un pedazo en forma de cuña mediante un corte vertical y otro a un ángulo de 45°, de manera que la intersección de los cortes es un diámetro del tronco. Calcular el volumen de la cuña.

35. Un sólido esférico de radio r se perfora y se hace un agujero que tiene un diámetro d, de manera que el eje del hueco coincide con un diámetro de la esfera. Calcular el volumen del sólido resultante.