

## Lista de ejercicios de la lección 3.2

## Series y Series Especiales

Instrucciones. Hallar una fórmula para la n-ésima suma parcial de cada serie y úsela para hallar la suma de la serie sí ésta converge.

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

2. 
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots$$

9. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 7n + 12}$$

$$3. \ 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \ldots + \frac{2}{3^{n-1}} + \ldots$$

$$10. \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n-1}} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$$

$$4. \ \, \frac{9}{100} + \frac{9}{100^2} + \frac{9}{100^3} + \ldots + \frac{9}{100^n} + \ldots$$

11. 
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)(2n-1)}$$

5. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\ln(n+2)} - \frac{1}{\ln(n+3)} \right)$$

12. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( \frac{n}{n+1} \right)$$

6. 
$$\frac{1}{(1)(2)} + \frac{1}{(2)(3)} + \frac{1}{(3)(4)} + \dots + \frac{1}{(n)(n+1)} + \dots$$
 13.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-8}{(4n-3)(4n+1)}$ 

13. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-8}{(4n-3)(4n+1)}$$

7. 
$$\frac{5}{(1)(2)} + \frac{5}{(2)(3)} + \frac{5}{(3)(4)} + \dots + \frac{5}{(n)(n+1)} + \dots$$
 14.  $\sum_{n=2}^{\infty} (n+1)^{-\frac{1}{3}} - (n+2)^{-\frac{1}{3}}$ 

$$4. \sum_{n=2}^{\infty} (n+1)^{-\frac{1}{3}} - (n+2)^{-\frac{1}{3}}$$

Determinar si las siguientes series convergen o divergen, si converge calcule su valor.

15. 
$$\frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \dots$$
 18.  $0.5 + 0.05 + 0.005 + \dots$  21.  $0.4 + 0.04 + 0.004 + 0.0004 + \dots$ 

18. 
$$0.5 + 0.05 + 0.005 + \dots$$

$$21. \ 0.4 + 0.04 + 0.004 + 0.0004 + \dots$$

16. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{4^n}$$

19. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n + e^{-2n} \right]$$
 22.  $\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{e}{\pi} \right)^n$ 

22. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e}{\pi}\right)^n$$

17. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-3)^n 7^{-n}$$

20. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$$
 23.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n - 1}{3^n}$ 

23. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n - 1}{3^n}$$



Expresa cada número como razón de enteros.

- 24. 3.2424
- 26. 0.234234234...
- 28. 5.22222...

- 25. 17.0234234234...
- 27. 1.24123123123...
- 29. 1.212121...

Hallar los valores de x para los cuales la serie geométrica converge. Calcule la suma

30. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x+1)^n$$

30. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x+1)^n \quad 32. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2} \left( \frac{1}{3+\sin x} \right)^n \quad 34. \sum_{n=0}^{\infty} \left( -\frac{1}{2} \right)^n (x-3)^n$$

34. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n (x-3)^n$$

31. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} 3\left(\frac{x-1}{2}\right)^n$$
 33.  $\sum_{n=0}^{\infty} (\ln x)^n$ 

$$33. \sum_{n=0}^{\infty} (\ln x)^n$$

35. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{-2n}$$

36. Si la n-ésima suma parcial de la serie 
$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$
 es  $S_n = \frac{n-1}{n+1}$ . Determinar  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 

Aplicar el criterio del n-ésimo término de la divergencia para determinar si la serie diverge. Si este criterio no da un resultado, determina si la serie converge o diverge, usando serie geométrica, serie telescópica, serie armónica u operaciones de series.

37. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n-1}$$

43. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}$$

37. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n-1}$$
 43.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}$  49.  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2^{n+1}}{5^n}\right)$  55.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{5^n}$ 

$$55. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{5^n}$$

38. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2}$$

44. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$$

38. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2}$$
 44.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$  50.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \right)$  56.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{1}{n}\right)$ 

56. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( \frac{1}{n} \right)$$

$$39. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n}}$$

45. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2n}{4n-5}$$

39. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n}}$$
 45. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2n}{4n-5}$$
 51. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$$
 57. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

$$57. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

40. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{2n}$$

46. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

40. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{2n}$$
 46.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$  52.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left| (-1)^{n+1} n \right|$  58.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} \right)^n$ 

$$58. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^n$$

41. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^2}$$

47. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n}$$

41. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^2}$$
 47.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n}$  53.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2$ 

42. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} -\frac{3}{\sqrt[3]{n}}$$

48. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5}{2^n} - \frac{1}{3^n} \right)$$

42. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} -\frac{3}{\sqrt[3]{n}}$$
 48.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{2^n} - \frac{1}{3^n}\right)$  54.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{4n^2 + 1} - n\right)$