

Simulation d'une loi exponentielle de paramètre λ

Tous les langages de programmation possèdent un générateur de nombres pseudo-aléatoires qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0, 1]$.

Si U suit la loi uniforme sur $[0, 1]$, alors si $\alpha > 0$ et $\beta \in \mathbb{R}$, $\alpha U + \beta$ suit la loi uniforme sur $[\beta, \alpha + \beta]$.

Rappelons qu'une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre λ si et seulement si pour tout $t \in \mathbb{R}_+$

$$\mathbb{P}(X \leq t) = 1 - \exp(-\lambda t).$$

Donc la fonction de répartition de X est $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$. Cette fonction est une bijection de $(0, +\infty)$ dans $(0, 1)$, d'inverse

$$G(u) = \frac{-1}{\lambda} \ln(1 - u).$$

1. Montrer que si U est de loi uniforme sur $[0, 1]$ alors $G(U)$ suit la loi exponentielle de paramètre λ .
2. Peut-on remplacer U par $1 - U$?
3. Construire un exemple.