מבוא למדעי מחשב מ' / ח' (234114 / 234117)

סמסטר חורף תשע"ג

מבחן מסכם מועד א', 3 מרץ 2013 – פתרון

מספר סטודנט	*שם משפחה*	*שם פרטי*

משך המבחן: 2.5 שעות.
חומר עזר: אין להשתמש בכל חומר עזר (מודפס או ממוחשב).

הנחיות כלליות:

- מלאו את הפרטים בראש דף זה ובדף השער המצורף, בעט בלבד.
- בדקו שיש 18 עמודים (4 שאלות) במבחן, כולל עמוד זה.
- כתבו את התשובות על טופס המבחן בלבד, במקומות המיועדים לכך. שימו לב שהמקום המיועד לתשובה אינו מעיד בהכרח על אורך התשובה הנכונה.
- העמודים הזוגיים בבחינה ריקים. ניתן להשתמש בהם כדפי טיוטה וכן לכתיבת תשובותיכם. סמנו טיוטות באופן ברור על מנת שהן לא תיבדקנה.
- יש לכתוב באופן ברור, נקי ומסודר. ניתן בהחלט להשתמש בעיפרון ומחק, פרט לדף השער אותו יש למלא בעט.
- בכל השאלות, הינכם רשאים להגדיר ולממש פונקציות עזר כרצונכם. לנוחיותכם, אין חשיבות לסדר מימוש הפונקציות בשאלה, ובפרט ניתן לממש פונקציה לאחר השימוש בה.

הנחיות תכנות כלליות, אלא אם מצוין אחרת בשאלה:

- אין להשתמש בפונקציות ספריה או בפונקציות שמומשו בכיתה, למעט פונקציות קלט/פלט והקצאת זיכרון (`malloc`), אלא אם נכתב אחרת.
- אין להשתמש במשתנים סטטיים וגלובאליים אלא אם נדרשתם לכך מפורשות.
- ניתן להשתמש בהקצאות זיכרון בסגנון C99 (מערכים בגודל משתנה), בכפוף לדרישות סיבוכיות זיכרון.
- ניתן להשתמש בטיפוס `bool` המוגדר ב-`stdbool.h`

צוות הקורס 234114/7

מרצים: ד"ר תמיר לוי, ד"ר רן רובינשטיין, פרו"פ רון קימל (מרצה אחראי).

מתרגלים: תהילה מייזלס, שי גרץ, סינטיה דיזנפלד, נחשון כהן, נדיה לבאי, ורד כהן, תומר ארזי, יעל ארז, אסף ישראל (מתרגל אחראי).

בהצלחה!

שאלה 1 (20 נקודות)

בכל אחד מקטעי הקוד הבאים, חשבו את סיבוכיות הזמן והמקום של הפונקציה `func` כתלות ב-n:

א.

```
int aux(int n, int x)
{
    while (n > x) {
          x *= x;
    }
    return x;
}

int func(int n)
{
    return aux(n,2);
}
```

סיבוכיות זמן: Θ ($\log(\log(n))$) סיבוכיות מקום: Θ (1)

ב.

```
void aux(int n)
{
    int m=0;
    for (int i=0; i<n; ++i) {
          m += i;
    }
    printf("%d\n", m);
}

int func(int n) {
    if (n < 2) {
          return 0;
    }
    aux(func(n/2));
    return n;
}
```

סיבוכיות זמן: Θ (n) סיבוכיות מקום: Θ ($\log(n)$)

ג.

```
int aux(int n)
{
    int m=0, i=n;
    while (i>0) {
        m += i;
        i /= 2;
    }
    return m*n;
}


int func(int n)
{
    int sum=0;
    for (int i=0; i<n; ++i)
    {
        int k=aux(n);
        while (k>0) {
            sum++;
            k--;
        }
    }
    return sum;
}
```

סיבוכיות זמן:	Θ (n^3)	סיבוכיות מקום:	Θ (1)

שאלה 2 (20 נקודות)

בשאלה זו נתון מערך ממוין של מספרים חיובים, שלמים השונים זה מזה. ברצוננו להגדיל את ערכו של אחד מאברי המערך (a[i]) ב-x, תוך שמירת המערך ממוין. לדוגמה, עבור המערך a הבא באורך 7,

1	2	4	5	7	8	9

הגדלת האיבר a[1] ב-4 תיתן את התוצאה הבאה (לאחר סידור מחדש של המערך):

1	4	5	6	7	8	9

ממשו את הפונקציה `update_arr` למטה, המקבלת את המערך הממוין `a`, את אורכו `n`, אינדקס `i` של איבר כלשהו במערך, וערך `x` שבו יש להגדיל את `a[i]`, ומבצעת את הפעולה הנדרשת תוך שמירת `a` ממוין.

הערות:

- על הפונקציה לעבוד בסיבוכיות זמן O(x) וסיבוכיות מקום O(1).
- הסבירו בקצרה במקום המתאים מדוע הפתרון שלכם עומד בזמן הריצה הדרוש. כדאי להשתמש בעובדה שכל איברי מערך הקלט שונים זה מזה.

הסבר לסיבוכיות הזמן: במקרה הגרוע ביותר איברי המערך מכילים איברים עוקבים. הגדלת האיבר ב-x תגרור x פעולות swap לכל היותר. _____

_____

_____

_____

_____

```
void update_arr(int a[], int n, int i, unsigned int x) {
  a[i] += x;
  for (; i < n-1 && a[i] > a[i+1]; i++) {
    swap(a+i,a+i+1);
  }
}

void swap(int* a, int* b) {
  int tmp = *a;
  *a = *b;
  *b = tmp;
}
```

_____

_____

שאלה 3 (30 נקודות)

כזכור, בבעית מגדלי Hanoi אנו מתבקשים להעביר n דיסקיות בגדלים שונים מעמודה from לעמודה to ע"י שימוש בעמודה שלישית via. התנאי הוא שבשום שלב לא תונח דיסקית גדולה על דיסקית קטנה ממנה.

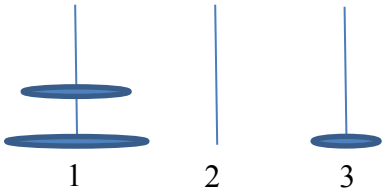
בכיתה ראינו פיתרון רקורסיבי הפותר את הבעיה עבור n דיסקיות במספר צעדים $2^n - 1$ בדיוק.

בשאלה זו נרצה לממש פונקציה המחשבת את המיקום (מספר העמודה) של כל דיסקית בבעית מגדלי Hanoi לאחר k צעדים של האלגוריתם. הפונקציה תקבל את מספר הדיסקיות n, את עמודות המקור והיעד from ו-to, את מספר צעדי האלגוריתם k, וכן מערך פלט a[] באורך n. על הפונקציה לכתוב לתא a[i] את מספר העמודה בה נמצאת הדיסקית ה-i לאחר k צעדים של האלגוריתם. שימו לב ש-a[0] צריכה להכיל את העמודה של הדיסקית הגדולה ביותר, ו-a[n-1] את העמודה של הדיסקית הקטנה ביותר. חתימת הפונקציה:

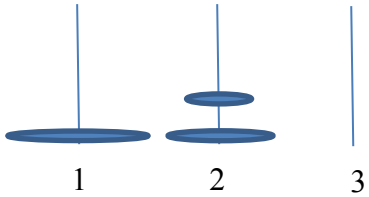
```
void hanoiState(int n, int from, int to, int k, int a[]);
```

דוגמאות:

```
hanoiState(3,1,3,1,a);
a = [1,1,3]
```




```
hanoiState(3,1,3,3,a);
a = [1,2,2]
```



הערות:

- על הפתרון להיות רקורסיבי ולעמוד בסיבוכיות זמן O(n) וסיבוכיות מקום O(n), **כאשר n הוא מספר הדיסקיות.**
- לצורך הפתרון ניתן להשתמש בפונקציות עזר מתמטיות ולהניח שהן פועלות בסיבוכיות זמן ומקום O(1). אין צורך לממש פונקציות אלו, אך יש להסביר בקצרה את פעולתן.

```
void hanoiState(int n, int from, int to, int k, int a[]) {
  if (!n) return;
  int via = 6 - from - to;

  if (k < pow(2,n-1)) {
    a[0] = from;
    hanoiState(n-1,from,via,k,a+1);
  } else {
    a[0] = to;
    hanoiState(n-1,via,to,k-pow(2,n-1),a+1);
  }
}
```

הסבר: נסתכל בכל צעד על מיקום הדיסקית הגדולה ביותר:

- במידה ו-$k < 2^{n-1}$ (k קטן מחצי ממספר ההזזות הכולל) הרי שעדיין לא הזזנו אותה (היא עדיין ב-from), ואנו באמצע התהליך של העברת שאר n-1 הדיסקיות מ-from ל-via.
- באופן דומה, במידה ו-$k \geq 2^{n-1}$ הרי שכבר העברנו את הדיסקית הגדולה ביותר ל-to, ואנו באמצע התהליך של העברת שאר n-1 הדיסקיות מ-via ל-to. נשים לב, כי במקרה זה, כבר ביצענו 2^{n-1} הזזות כדי להגיע למצב בו הדיסקית הגדולה הועברה, לכן נקטין ערך זה מ-k בקריאה הרקורסיבית.

כיוון שעומק הרקורסיה הוא כמספר הדיסקיות הרי שעמדנו בסיבוכיות הזמן והמקום.

שאלה 4 (30 נקודות)

לחברת משלוחים מגיעים מדי יום n פריטים שצריכים להישלח אל למעבר לים. לכל פריט שמתקבל יש משקל כלשהו הנתון במערך w[], כאשר w[i] הוא משקלו של הפריט ה-i.

בבעלות החברה m מכולות זהות, היכולות להכיל כל אחת משקל c לכל היותר. שימו לב שניתן לארוז יותר מפריט אחד במכולה, אך לא ניתן שסכום משקלי הפריטים במכולה יחרוג מ-c.

בשאלה זו נרצה לממש פונקציה בשם pack המקבלת את רשימת הפריטים למשלוח, ומחזירה true אם ניתן לארוז את כל הפריטים ב-m מכולות, ו-false אחרת. חתימת הפונקציה:

```
bool pack(int w[], int n, int m, int c);
```

לדוגמה:

```
int w[7] = {1,3,2,1,1,1,2};
pack(w, 7, 3, 4);
```

במקרה זה הפונקציה תחזיר true כיוון שניתן לארוז את שבעת הפריטים בשלוש מכולות בעלות קיבולת 4 כל אחת (למשל, ארבעה פריטים במשקל 1 במכולה ראשונה, שני פריטים במשקל 2 במכולה שניה, ופריט אחד במשקל 3 במכולה שלישית).

הערות:

- ניתן להניח כי הקיבולת של כל מכולה וכן משקלי כל הפריטים חיוביים ממש.
- על הפתרון להיות רקורסיבי ולהשתמש ב-backtracking.
- ניתן להגדיר פונקציות עזר כרצונכם.

```
bool pack(int w[], int n, int m, int c) {
  int containers[m];  //C99
  for (int i = 0; i < m; i++) {
    containers[i] = c;
  }
  return pack_aux(w,n,containers,m);
}

bool pack_aux(int w[], int n, int containers[], int m) {
  if (!n) return true;
  for (int i = 0; i < m; i++) {
    if (w[0] > containers[i]) continue;
    containers[i] -= w[0];
    if (pack_aux(w+1,n-1,containers,m)) {
      return true;
    }
    containers[i] += w[0];
  }
  return false;
}
```

הסבר: לשאלה זו היו מספר פתרונות, וניתן היה לבצע רקורסיה על הפריטים או על המכולות.

בפתרון שלפניכם המערך `containers` מכיל את המקום הפנוי שנותר בכל מכולה. בכל צעד ננסה למקם את הפריט הנוכחי באחת המכולות ולבצע את הקריאה הרקורסיבית. במידה והנמצא פתרון נחזור, אחרת ננסה לבצע השמה במכולה הבאה או נחזיר כישלון.

פתרונות אשר בכל צעד עברו על כל המכולות וכל הפריטים עד אשר מצאו השמה חוקית קיבלו ניקוד חלקי עקב חישובים רבים מיותרים (הרקורסיה במקרה זה מיותרת ולא עושה דבר מלבד בזבוז זמן).

סטודנטים רבים שהקצו מערך מקומי טעו באיתחולו (`int a[n] = {0}` אסור אם n הוא משתנה). סטודנטים אשר השתמשו בהקצאה דינאמית שכחו לרוב לבדוק את הצלחת ההקצאה ו/או לשחררה בסיום הפונקציה.