

תרגול – קצב גידול של פונקציות

1. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

- א. $2n^4 + n = O(n^5)$
- ב. $\sqrt{n} + \left(\frac{n}{9}\right)^2 = \Theta(n^2)$
- ג. $\binom{n}{5} = \Omega(n^5)$
- ד. $(\ln n^2)^n = O(2^n)$
- ה. $2^{\frac{n}{2}} = \Theta(2^n)$
- ו. $(n!)^{(n!)} = o(n^n)$
- ז. $(\sqrt{\log n})^{\log n} = \Omega(n^k)$ עבור $1 < k \in \mathbb{N}$ כלשהו.
- ח. $e^{\frac{1}{n}} = \Omega(n^k)$ עבור $1 < k \in \mathbb{N}$ כלשהו.
- ט. $k^{\log n} = o(n^2)$ עבור $1 < k \in \mathbb{N}$ כלשהו.
- י. $(2 + \frac{1}{\ln n})^{n^2} = \Theta(3^n)$

2. מצא הערכה אסימפטוטית (חסם הדוק) לפונקציות הבאות, הוכח!

- א. $(n^n + 3)^5$
- ב. $\sum_{k=1}^n k^2$
- ג. $\binom{n}{4}$
- ד. $\sum_{k=0}^n \frac{n^{\log n}}{2^k}$
- ה. $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{i+j}$ - מצא רק O

3. הוכח או הפרך את התכונות הבאות:

- א. אם $f = O(g)$ אז $f + g = \Theta(g)$
- ב. אם $f = O(g)$ אז $f \cdot g = \Theta(g^2)$
- ג. $O(f)$ טרנזיטיבי.
- ד. לכל f מתקיים: $O(f)^{O(f)} = O(f^f)$

4. לכל אחת מ-2 הפונקציות הבאות, קבע והוכח האם הראשונה גדולה מהשנייה, קטנה או שווה

לה:

- א. $g = n^{\log n}, f = 2^n$
- ב. $g = n^{2!}, f = (n!)^2$
- ג. $g = n^n, f = n! \cdot 2^n$
- ד. $g = 3^n, f = \lfloor \log n \rfloor!$
- ה. $g = n^{2!}, f = 2^{n!}$
- ו. $g = n!^n, f = n^{n!}$
- ז. $g = \binom{n^2}{n}, f = \binom{2n}{n}^n$