

-2-

שכונת 2 ו 3
מבפ"ר 3' ו 8' א"ר
 $R_2 = -R_3$

rank $A = \text{rank } A^* = 3 < n = 5 \Rightarrow$ אג'ור פזיון
 שני'ם אין להם אינ'ם המוב'ם - הם שני'ם חופ'ם (פרמט'ם)

$$x_5 = 2$$

γ'ε'δε ακιεν

שנייה 4:

$$x_3 + 4s = 3$$

$$X_3 = 3 - 4s$$

$$2x_1 - t + (3 - 4s) + 3s = 2$$

$$x_1 = \frac{1}{2}(t + s - 1)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(t+s-1) \\ t \\ -4s+3 \\ 0 \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t/2 \\ t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s/2 \\ 0 \\ -4s \\ 0 \\ s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{t}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{s}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

דאסן ערשטע סיסטעם איז לאזער (א) און צווייטע (ב) און דריטע (ג) און פארשטייט זיך אז און פארשטייט זיך אז

1) 27.2.18

$$\begin{cases} (a-2)x - 2y = -2 \\ 2x - 3y = 4 \\ -4x + ay = a \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -3 & 4 \\ -4 & a & a \\ a-2 & -2 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow[R_3 = 2R_3 - (a-2)R_1]{R_2 = R_2 + 2R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -3 & 4 \\ 0 & a-6 & a+8 \\ 0 & 3a-10 & -4a+4 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 = (a-6)R_3 - (3a-10)R_2}$$

3,2 נאך : $2 \cdot (-2) + 3(a-2) = 3a - 10$
 3,3 נאך : $2 \cdot (-2) - 4(a-2) = -4a + 4$

ב) $a=6$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 14 \\ 0 & 8 & -20 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{נאך } R_2 = 2R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 28 \\ 0 & 8 & -20 \end{array} \right)$$

ג) $a \neq 6$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -3 & 4 \\ 0 & a-6 & a+8 \\ 0 & 0 & -7(a-4)(a+2) \end{array} \right)$$

3,3 נאך : $(a-6)(-4a+4) - (3a-10)(a+8) = -4a^2 + 4a + 24a - 24 - 3a^2 - 24a + 10a + 80 = -7a^2 + 14a + 56 = -7(a^2 - 2a - 8) = -7(a-4)(a+2)$

$\text{rank} A = \text{rank} A^* = 2$ זיין און $a=4, -2$ זיין און
 און $a \neq 4, -2$ (און $a=6$)
 און פארשטייט זיך אז

$$2) \begin{cases} kx_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + kx_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + kx_3 = 1 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 1 \\ 2 & 1 & k & 1 \\ k & 1 & 2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow[R_3 = R_3 - kR_1]{R_2 = R_2 - 2R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 1 \\ 0 & 1-2k & k-4 & -1 \\ 0 & 1-k^2 & 2-2k & 1-k \end{array} \right) \xrightarrow{R_3/(1-k)}$$

$k=1 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \text{rank } A = \text{rank } A^* = 2 < n=3 \quad \text{פירוט פיוק}$
 $x_3 = t$
 $x_2 + 3t = 1 \Rightarrow x_2 = 1 - 3t$
 $x_1 + (1 - 3t) + 2t = 1 \Rightarrow x_1 = t$
 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 1-3t \\ t \end{pmatrix}$

$2) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 1 \\ 0 & 1-2k & k-4 & -1 \\ 0 & 1+k & 2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 = (1-2k)R_3 - (1+k)R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 1 \\ 0 & 1-2k & k-4 & -1 \\ 0 & 0 & -(k+3)(k-2) & 2-k \end{array} \right)$

$3,3 \text{ נוק} : (1-2k) \cdot 2 - (1+k)(k-4) = 2 - 4k - k^2 - k + 4 + 4k =$
 $= -k^2 - k + 6 = -(k+3)(k-2)$

$3,4 \text{ נוק} : (1-2k) \cdot 1 - (1+k) \cdot (-1) = 1 - 2k + 1 + k = 2 - k$

$k = \frac{1}{2} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1/2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3/2 & -1 \\ 0 & 3/2 & 2 1/4 & 3/2 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \leftrightarrow R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1/2 & 2 & 1 \\ 0 & 3/2 & 2 1/4 & 3/2 \\ 0 & 0 & -3/2 & -1 \end{array} \right)$

$\text{rank } A = \text{rank } A^* = 3 \quad n=3 \Rightarrow \text{פיוק פיוק}$

$k=2 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \text{rank } A = \text{rank } A^* = 2 < n=3 \Rightarrow \text{פיוק}$
 $x_3 = t$
 $3x_2 + 2t = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}t$

$x_1 + 2\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}t\right) + 2t = 1 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}t + \frac{1}{3}$
 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}t + \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} - \frac{2}{3}t \\ t \end{pmatrix}$

$k=-3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{array} \right) \quad \text{rank } A = 2 \neq \text{rank } A^* = 3$

\Rightarrow פיוק פיוק
 $k=1, 2$ פיוק פיוק

$k=-3$

$k \neq 1, 2, -3 \quad (\text{פיוק פיוק})$

$$3) \begin{cases} x+y=1 \\ y+z=2 \\ x+y+z=1 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2=R_2-R_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3}$$

\mathbb{L}_3 2 жолдон 2 жол

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \rightarrow z=0$$

$$y+z=2 \rightarrow y=2 \\ x+y+z=1 \rightarrow x=-1=1z_3$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{cases} i z_1 - i z_3 = 1 \\ z_2 - (1+4i) z_3 = 1 \\ (2-i) z_1 + i z_2 + 3 z_3 = -1 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} i & 0 & -i & | & 1 \\ 0 & 1 & -(1+4i) & | & 1 \\ (2-i) & i & 3 & | & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1/i} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & -i \\ 0 & 1 & -(1+4i) & | & 1 \\ 2-i & i & 3 & | & -1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$R_3 = R_3 - (2-i)R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & -i \\ 0 & 1 & -(1+4i) & | & 1 \\ 0 & i & 5-i & | & 2i \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3/i}$$

$$\begin{matrix} 3,3 & \text{жол} & 3+(2-i) \\ 3,4 & \text{жол} & -1+i(2-i) = -1+2i+1 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & -i \\ 0 & 1 & -(1+4i) & | & 1 \\ 0 & 1 & -1-5i & | & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3=R_3-R_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & -i \\ 0 & 1 & -(1+4i) & | & 1 \\ 0 & 0 & -9i & | & 1 \end{pmatrix}$$

$$-9i z_3 = 1 \rightarrow z_3 = \frac{1}{-9i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{i}{9}$$

$$z_2 - (1+4i) \frac{i}{9} = 1 \rightarrow z_2 = 1 + \frac{i}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5+i}{9}$$

$$z_1 - \frac{i}{9} = -i \rightarrow z_1 = -\frac{8}{9}i$$

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} i \\ 5+i \\ i \end{pmatrix}$$