שאלה 1 – הוכיחו לפי הגדרת הגבול

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2-n-5}{n^2-1} = 3$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+1}-n\right)=0$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+n-1}{4^n+n+1} = 0$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\cos(n^2)}{2n+3} = 0$

ה) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2-2n+3}{n^2+n+4} \neq 2$ 1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+3}{n+2} \neq 3$

2) הוכיחו כי אם $|a_n| \to 0$ אזי $a_n \to 0$

3) הוכיחו כי אם
$$\lim a_n = \lim b_n = 2$$
אזי
$$\lim \dfrac{a_n}{b_n} = 1$$

4) הוכיחו כי אם $a_n \to L$
אזי $|a_n| \to L$
האם הכיוון האחר נכון? נמקו.

5) הוכיחו כי אם $a_n \to L$ אזי $a_n^2 \to L^2$
האם הכיוון האחר נכון? נמקו.

6) הוכיחו ש-3 הוא גבול הסדרה

$$a_n = \frac{2n^2 + \sin(n) + 1}{n^2 + 3n - 1 + \cos(n)\, n}$$

7) הוכיחו או הפריכו ע"י דוגמא נגדית את הטענות הבאות:

א') סכום 2 סדרות מתכנסות, חסום.

ב') סכום 2 סדרות לא חסומות, לא חסום

ג') מכפלת סדרות חסומות, חסום.

ד') מנת סדרות חסומות, חסום.

ה') אם a_n, b_n הן סדרות החיוביות אז $\lim a_n \cdot b_n = 1$ אז הן מתכנסות.

ו') אם $a_n < b_n$ לכל n אז
$$\lim a_n < \lim b_n$$

ז') אם $a_n \to \infty$ אז $\frac{1}{a_n} \to \infty$

ח') אם $a_{n+1} - a_n \to \infty$ אז $a_n \to \infty$

ט') אם a_n מתכנסת אז
$$\lim(a_n - a_{n-1}) = 0$$