

תרגול – הכלה והדחה

1. במאורת עכברים מתגוררים עכברים שכולם אוהבים גבינה. ישנם 2 סוגי גבינה. לכל עכבר יש זנב, שיכול להיות ארוך או קצר. ידוע כי:
- 10 עכברים הם בעלי זנב ארוך.
 - 9 עכברים אוהבים גבינה רכה.
 - 7 בעלי זנב ארוך אוהבים גבינה רכה.
 - 5 עכברים אוהבים גבינה קשה.
 - 4 בעלי זנב ארוך אוהבים גבינה קשה.
 - 2 עכברים אוהבים את 2 סוגי הגבינות.
- א. כמה בעלי זנב ארוך אוהבים את 2 סוגי הגבינות?
ב. כמה בעלי זנב קצר אוהבים את 2 סוגי הגבינות?
ג. כמה עכברים במאורה.
2. בקבוצה יש סטודנטים שמתגוררים או בחיפה או בתל אביב, ידוע כי מתוכם:
- 16 סטודנטים מתגוררים בחיפה.
 - 15 סטודנטים לומדים קומבינטוריקה למדעי המחשב.
 - 12 סטודנטים לומדים קומבינטוריקה למדעי המחשב ומתגוררים בחיפה.
 - 10 סטודנטים לומדים אלגברה א'.
 - 7 סטודנטים לומדים אלגברה א' ומתגוררים בחיפה.
 - 5 סטודנטים לומדים גם קומבינטוריקה למדעי המחשב וגם אלגברה א'.
- כל סטודנט לומד לפחות אחד מהקורסים קומבינטוריקה למדעי המחשב ואלגברה א'
א. כמה סטודנטים מתגוררים בחיפה ולומדים גם קומבינטוריקה למדעי המחשב וגם אלגברה א'?
ב. כמה סטודנטים מתגוררים בתל אביב ולומדים גם קומבינטוריקה למדעי המחשב וגם אלגברה א'?
ג. כמה סטודנטים יש בקבוצה?
3. לראובן 8 חברים. בכל ערב הוא מזמין בדיוק 4 חברים לארוחת ערב. ראובן הבטיח שכל חבר יוזמן לפחות פעם אחת. בכמה דרכים יכול ראובן להזמין את חבריו לארוחות ערב במשך שבעה ימים רצופים ועדין לקיים את הבטחתו?
4. כמה פרמוטציות שונות של 22 אותיות הא"ב העברי קיימות, שבהן לא מופיעה אף אחת מהמחרוזות, "אינ", "גדולה", "כמו", "ביתר"?
5. מטילים 9 קוביות משחק שונות:
- א. בכמה מההטלות האפשריות ישנן בדיוק 3 קוביות שמראות את המספר 6.
ב. בכמה מההטלות האפשריות לא קיים אף מספר כך ש 3 קוביות בדיוק מראות אותו?
ג. בכמה מההטלות האפשריות יש לפחות מספר אחד כך ש 3 קוביות בדיוק מראות אותו?
6. בכמה אופנים ניתן להושיב n זוגות אנשים סביב שולחן עגול כך שאף אחד לא ישב ליד בן הזוג שלו?
7. בתור לכרטיסי צילום עומדים n סטודנטים. מה מספר האפשרויות לסדר מחדש את התור כך ששום סטודנט לא יראה לפניו את אותו סטודנט שהוא רואה עכשיו.

8. בכיתה כל תלמיד הוא בעל צמה או פירסינג בגבה. ידוע כי 30 מתלמידי הכיתה הינם בעלי צמה וכי ל 42 מתוכם יש פירסינג בגבה. אם ל 20 תלמידים יש צמה ופירסינג בגבה, כמה תלמידים בכיתה?
9. בקרב 100 אומנים, 30 מנגנים, 25 מציירים ו 8 מנגנים ומציירים. כמה מתוך אותם אומנים אינם מנגנים ואינם מציירים?
10. כמה מספרים בין 1 ל 3000 אינם מתחלקים לא ב 3 ולא ב 5?
11. כמה מספרים בין 1 ל 3000 אינם מתחלקים לא ב 3, לא ב 5 ולא ב 7?
12. בכמה מספרים 4 ספרתיים יש לפחות ספרה אחת שהיא 2, לפחות ספרה אחת שהיא 3 ולפחות ספרה אחת שהיא 4?
13. מטילים n קוביות משחק שונות
 א. מהו מספר התוצאות האפשריות להטלה זו?
 ב. מהו מספר התוצאות האפשריות בהטלה זו, בהן מופיע כל אחד מהמספרים 1-6 לפחות פעם אחת?
14. בכמה דרכים ניתן לפזר 80 כדורים זהים ב 5 תאים שונים, כך שבאף תא לא יהיו יותר מ 24 כדורים?
15. כמה פתרונות שלמים המקיימים: $1 \leq x_1, x_2, \dots, x_6 \leq 4$ יש למשוואה $\sum_{i=1}^6 x_i = 20$.
16. בכמה דרכים שונות ניתן לקבל את הסכום 18 בסדרה של 4 הטלות של קוביית משחק?
17. מה מספר הסיידורים (ללא חזרות) של MATHEMATICS שאינן מכילות את תתי-הסדרות CAT, MAT, THE?
18. מה מספר הפתרונות (בטבעיים) למשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$ כאשר לכל i , $i \leq x_i \leq 3i$?
19. נתונה קבוצה $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. כמה סדרות שונות באורך n ניתן ליצור מאברי הקבוצה, כך שכל איבר יופיע פעמיים ולא יהיו שני איברים זהים סמוכים?
20. א. בכמה דרכים ניתן להציב על לוח שחמט 8 צריחים כך שלא יאיימו זה על זה?
 ב. בכמה דרכים ניתן לעשות זאת כך שאף צריח לא יוצב על האלכסון הלבן (האלכסון הראשי)?
 ג. בכמה דרכים ניתן לעשות זאת אם על כל הצריחים להיות על משבצות לבנות אך לא על האלכסון?
21. בכמה דרכים ניתן להושיב n זוגות על ספסל כך שאף אישה לא תשב לצד בעלה?
22. בכמה אפשרויות אפשר לסדר את האותיות $\{a, a, b, b, c, c, d, d\}$ כך שלא יהיה אף זוג צמוד של אותה אות?
23. הוכח את הזהות: $\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} \binom{n-i+k-1}{k} = \binom{k-1}{k-n}$ בדרך קומבינטורית.

24. בכמה מספרים n ספרתיים לא מופיע המספר 1 או המספר 2 או המספר 3?
25. מבין המספרים $1, 2, \dots, 300$, כמה:
 א. מתחלקים בלפחות אחד מ- $3, 5, 7$?
 ב. אינם מתחלקים ב- 7 אבל מתחלקים ב- 3 וגם ב- 5?
 ג. מתחלקים ב- 5 אבל אינם מתחלקים ב- 3 ואינם מתחלקים ב- 7?
26. כמה מבין המספרים $1, 2, \dots, 50$, כמה אינם מתחלקים ב- 7 אבל מתחלקים ב- 3 או ב- 5?
27. כמה מבין המספרים $1, 2, \dots, 500$, כמה אינם מתחלקים ב- 7 אבל מתחלקים ב- 3 או ב- 5?
28. כמה מבין המספרים $1, 2, \dots, 2000$, כמה מתחלקים ב- 7 אבל אינם מתחלקים ב- 2, 3 או ב- 5?
29. בכמה דרכים שונות ניתן לסדר את האותיות של המילה *OPTICAL* כך שאותיות הניקוד (O, I, A) תמיד מופיעות ביחד?
30. בכמה דרכים שונות ניתן לסדר את האותיות של המילה *CORPORATION* כך שאותיות הניקוד (O, I, A) תמיד מופיעות ביחד?
31. בכמה דרכים שונות ניתן לסדר את האותיות של המילה *MATHEMATICS* כך שאותיות הניקוד (E, I, A) תמיד מופיעות ביחד?
32. בכמה דרכים שונות ניתן לסדר את האותיות של המילה *ENGINEERING* כך שאותיות הניקוד (E, I) תמיד מופיעות ביחד?
33. בכמה דרכים שונות ניתן לסדר את האותיות של המילה *ENGINEERING* כך שאותיות הניקוד (E, I) לא מופיעות ביחד?