

ברוכים הבאים לתרגול 3 😊

שחר אנגל

shaharbel0@gmail.com

תרגול- ימי שני 14-16 וימי חמישי 13-15



נושאי התרגול

בהינתן גרף עם משקלים על הצלעות:

1. מציאת מטריצת המרחקים
2. מציאת מטריצת המסלולים
3. חזרה וסיכום של בעיית הבקבוקים

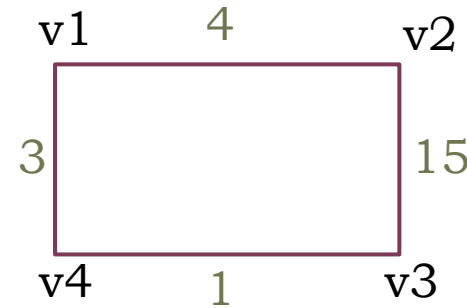
בהינתן גרף עם משקלים על הקודקודים:

1. מציאת מטריצת המרחקים
2. מציאת מטריצת המסלולים
3. החזרת דוגמא למסלול הקצר ביותר עבור i וכל j

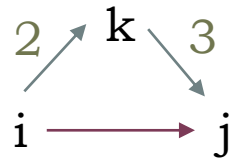


- בתרגול שעבר יצרנו מטריצת שכנויות ובעזרת FW הגדרנו גם מטריצת מסלולים שעוזרת לנו לדעת האם קיים מסלול בין זוג קודקודים או לא.
- מה יקרה אם נוסיף משקלים לצלעות?
- לדוגמא:

	v1	v2	v3	v4
v1	0	4	∞	3
v2	4	0	15	∞
v3	∞	15	0	1
v4	3	∞	1	0



- קיבלנו גרף של כל המרחקים והמשקלים שיש בין 2 צלעות
- בעזרת FW נוכל לשאול האם קיים מסלול בין הקודקודים, אך גם נוכל לשאול מה המסלול הקצר ביותר בין כל שני קודקודים, ולעדכן אותו:
- אם כבר יש לנו מסלול בין i ל- j, נבדוק אם קודקוד k יכול לעזור



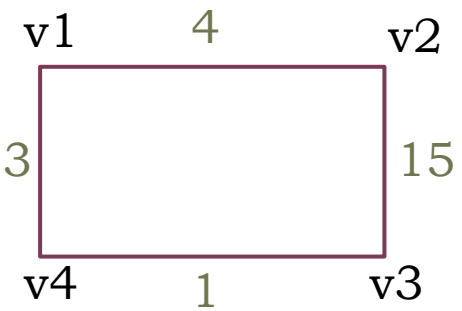
1. מציאת מטריצת המרחקים- משקלים על הצלעות

האלגוריתם עכשיו יראה כך:

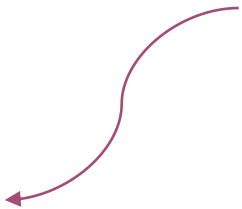
```
for k=1 to n:
  for i=1 to n:
    for j=1 to n:
      D[i,j] = min(D[i,k]+D[k,j], D[i,j])
```

דוגמת הרצה:

	v1	v2	v3	v4
v1	0	4	∞	3
v2	4	0	15	∞
v3	∞	15	0	1
v4	3	∞	1	0



	v1	v2	v3	v4
v1	0	4	19	3
v2	4	0	8	7
v3	19	8	0	1
v4	3	7	1	0



2. מציאת מטריצת המסלולים- משקלים על הצלעות

- בדיוק כמו בתרגול שעבר: נייצר מטריצת עזר של מחרוזות ובכל תא נרשום איך מגיעים מקודקוד לקודקוד. ניקח את FW ונמיר את התנאי האחרון בו לתנאי שיעזור לנו לשרשר מסלולים.

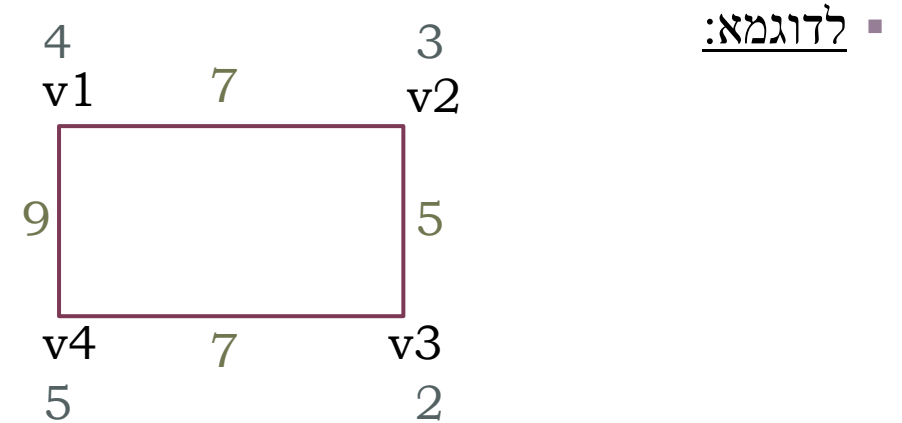
3. חזרה וסיכום של בעיית הבקבוקים

- נוכל לשפר עוד קצת את הבעיה בכך שנמצא את המסלול הקצר ביותר ממצב למצב.
- אם נרצה לדעת האם קיים מסלול בין מצב מסוים למצב אחר נוכל להמיר מ- (i,j) ל- k , להפעיל FW החדש, להמיר חזרה מ- k ל- i ולראות האם קיים מסלול או לא. אם ממש נרצה את המסלול נפעיל את האלגוריתם שמחשב לנו את המסלולים עצמם ונחזיר את הפתרון.



- כעת, נעבור לבעיה אחרת- משקלים על הקודקודים
- איך ניתן כעת למצוא את המסלול הקצר ביותר מכל קודקוד לכל קודקוד אחר?
 - תשובה א': לא נתקלנו בבעיה כזו מעולם ולכן בואו נחפש אלגוריתם חדש
 - תשובה ב': בואו ננסה לתרגם את הבעיה לבעיה שאנו כבר מכירים ולפתור לפיה

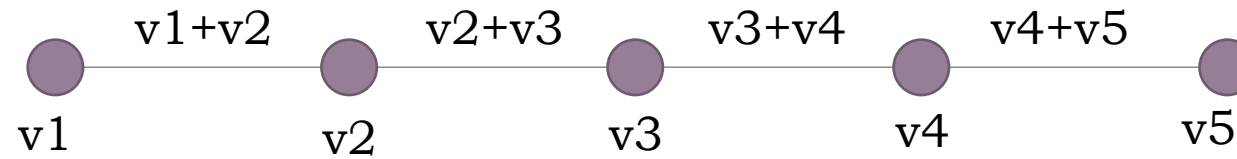
- אז בואו ננסה להמיר את הבעיה הזו לבעיית משקלים על הצלעות



- נוצרה כאן בעיה. מהי?
- כשאנו רוצים למצוא את המסלול בין v1 ל-v3 אנו מקבלים $7+5=12$, אך זה לא נכון כי המשקלים על הקודקודים מראים: $4+3+2=9$.



- או בצורה כללית יותר:



- במקום לומר שהמסלול בין v_1 ל- v_5 הוא: $v_1+v_2+v_3+v_4+v_5$ נקבל: $v_1+v_2+v_2+v_3+v_3+v_4+v_4+v_5$

- פתרון?

- ניקח את כל הכפולים ונוריד אותם

- מיהם הכפולים?

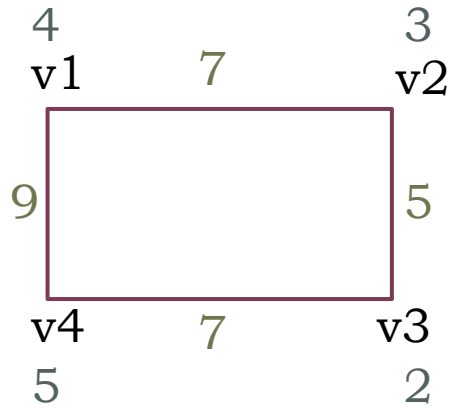
- כל מי שבאמצע..

- פתרון נוסף:

- אם כל האמצעיים מופיעים פעמיים, אז נוסיף עוד פעם אחת את הקודקודים בקצוות ומחלק ב-2.



1. מציאת מטריצת המרחקים- משקלים על הקודקודים



	v1	v2	v3	v4
v1	0	1	∞	1
v2	1	0	1	∞
v3	∞	1	0	1
v4	1	∞	1	0

לדוגמא:

אנו מקבלים כקלט מטריצת שכנויות שנראית כך:

v1	v2	v3	v4
4	3	2	5

ומערך:

הפלט שלנו יהיה מטריצת המרחקים.

איך נעשה זאת?

נבצע המרה- נמיר את מטריצת השכנויות במטריצת שכנויות של צלעות- ניקח כל i ו- j שיש ביניהם 1 במטריצה ונכניס לתא את החיבור של העלויות שלהם מהמערך.

נבצע FW שיתן לנו את המרחקים הקצרים בין כל קודקוד לכל קודקוד אחר

אמרנו שהפתרון יוצא לא נכון כי יש קודקודים שנכללים פעמיים, אז בשלב זה נתקן.

תשובה סופית:

	v1	v2	v3	v4
v1	0	7	9	9
v2	7	0	5	10
v3	9	5	0	7
v4	9	10	7	0



2. מציאת מטריצת המסלולים- משקלים על הקודקודים

- בדיוק כמו מקודם: נייצר מטריצת עזר של מחרוזות ובכל תא נרשום איך מגיעים מקודקוד לקודקוד. ניקח את FW ונמיר את התנאי האחרון בו לתנאי שיעזור לנו לשרשר מסלולים.

❖ איך נסמן אינסוף?

- ❖ פתרון זמני: אם אנחנו מסתמכים על זה שקלט הערכים שלנו נע בגבול נמוך יחסית, נוכל להגדיר את אינסוף כמיליון.
- ❖ אם נוסיף תנאי לפני הנוסחה ב-FW שאומר: אם אף אחד מהם לא -1 או אף אחד לא MAXVALUE אז תבצע את התנאי.

3. החזרת דוגמא למסלול הקצר ביותר עבור כל i וכל j

- להדפיס את מטריצת המסלולים שחישבנו מקודם..



אז מה צריך לתכנת?

■ כל מה שדיברנו עליו היום ☺

1. מטריצת מרחקים ומטריצת מסלולים עבור משקלים על הצלעות
2. מטריצת מרחקים ומטריצת מסלולים עבור משקלים על הקודקודים
3. שיפור בעיית הבקבוקים

