

## גבול פונקציה – תרגילים נוספים 1

### תרגיל 1:

הוכיחו על פי ההגדרה:

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^3 = 8 \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-1} = 3 \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2 \quad (\text{ג})$$

(תזכורת  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$  אם לכל  $\epsilon > 0$  קיים  $N > 0$  כך שאם  $x < -N$  אז  $|f(x) - L| < \epsilon$ .)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2(\frac{\pi}{2} - x)}{\sqrt{\pi - 2x}} = 0 \quad (\text{ד})$$

### תרגיל 2:

תהי  $f(x) = \begin{cases} 5 - x, & x \notin \mathbb{Q} \\ x + 1, & x \in \mathbb{Q} \end{cases}$  הוכיחו כי:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3 \quad (\text{א})$$

(ב)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  לא קיים.

### תרגיל 3:

יהי  $a$  מספר ממשי כלשהו, הוכח או הפרך:

(א) אם  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$  אזי קיימת סביבה נקובה של  $a$  שבה  $f(x) = g(x)$

(ב) קיימת פונקציה המוגדרת לכל  $x$  אבל איננה חסומה בכל סביבה של  $x = a$

(ג) תהי  $f(x)$  פונקציה החסומה בסביבה כלשהי של  $x = a$ . אם קיים הגבול  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  אזי הוא סופי.

### תרגיל 4:

הוכח על פי ההגדרה כי אם  $a \neq -1$  וקיים הגבול הסופי  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$  אזי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(\frac{a+1}{2x}) = L$