תרגילים נוספים של דף תרגיל 1 בנושא "טורים עם איברים חיוביים"

18. לכל אחד מהטורים הבאים קבעו האם טור מתכנס או מתבדר:

א. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^n+2^n+1}-\sqrt{n^n-2^n-1}\right)$

ב. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n!+3^n}-\sqrt{n!-3^n}\right)$

ג. $\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n-1}}}$

ד. $\sum_{n=2}^{\infty}\left[\frac{2}{n\sqrt{n}-1}+\frac{2}{n\sqrt{n}-2}+\dots+\frac{2}{n\sqrt{n}-n}\right]$

ה. $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n}{n^3+\sqrt{1}}+\frac{n}{n^3+\sqrt{2}}+\dots+\frac{n}{n^3+\sqrt{n}}\right]$

<u>תשובה:</u> א,ב - מתכנס
ג-ה מתבדר

19. הסדרה $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ היא סדרה חשבונית ($a_n=a_1+d(n-1)$, $a_1, d\in R$)
<u>הוכיחו</u> כי הטור $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}$ מתבדר

20. א. <u>הוכיחו:</u> אם שני הטורים $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ ו- $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ הם טורים מתכנסים
ואיבריהם מקיימים את התנאי $a_n\le c_n\le b_n$ לכל $n\in N$
אז הטור $\sum_{n=1}^{\infty}c_n$ גם מתכנס.

ב. מה ניתן לקבוע לגבי הטור $\sum_{n=1}^{\infty}c_n$ אם $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ וגם $\sum_{n=1}^{\infty}$ הם טורים מתבדרים?
(הוכיחו בתנאי שמתקיים $0\le a_n\le b_n$)

21. א. <u>הוכיחו:</u> אם הטור $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ $(a_n\ge 0)$ מתכנס, אז הטור $\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$ גם מתכנס.

ב. <u>הפריכו:</u> אם הטור $\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$ מתכנס, אז גם $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ מתכנס.

22. <u>הוכיחו:</u> אם הטורים $\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$ ו- $\sum_{n=1}^{\infty}b_n^2$ מתכנסים, אז הטורים
א. $\sum_{n=1}^{\infty}|a_nb_n|$; ב. $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)^2$; ג. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{|a_n|}{n}$ מתכנסים.