

# מבחן בקורס הסתברות 1

סמסטר ב, מועד ב

06.08.2018

פרופ' דן חפץ

אוניברסיטת אריאל

הפקולטה למדעי הטבע

המחלקה למדעי המחשב

משך הבחינה: 3 שעות

המבחן הינו עבור מספרי קורס: 2-7028410-1 ו- 2-7028410-2

מבנה המבחן: 4 שאלות ללא בחירה.

**הנחיות:**

1. המבחן הינו עם חומר סגור ובכתב יד ללא שימוש בשום אמצעי אלקטרוני (מותר מחשבון פשוט אם כי אין בו צורך). עם זאת, כל סטודנט רשאי להביא דף אחד מגודל A4 כתוב משני צדדיו. על התלמיד לכתוב את שמו ומספר תעודת הזהות שלו על הדף הנ"ל.
2. אין לכתוב בעפרון.
3. יש להוכיח כל טענה שאתם כותבים גם אם לא התבקשתם לעשות זאת במפורש בשאלה.
4. ניתן להסתמך ללא הוכחה על כל טענה שנלמדה בשיעור (אלא אם כן זו הטענה שהנכם מתבקשים להוכיח בשאלה). יש לצטט את הטענה עליה הנכם מסתמכים בצורה ברורה.
5. בפתרון סעיף כלשהו בשאלה, ניתן להסתמך על תוצאת סעיפים קודמים גם אם לא פתרתם אותם.

### שאלה 1 (25 נקודות):

לאריאל יש שלושה זוגות מכנסיים בצבעים שיסומנו ב-1,2,3 וארבע חולצות בצבעים שיסומנו ב-1,2,3,4. במשך 90 ימים, בכל יום הוא בוחר מכנסיים וחולצה ללבוש באופן הבא: תחילה הוא בוחר מכנסיים באופן מקרי אחיד (מבין שלושה הזוגות שברשותו) ואז הוא בוחר חולצה באופן אחיד מבין החולצות שברשותו שצבען שונה מצבע המכנסיים שבחר. הבחירות בימים שונים בלתי תלויות.

- א. (9 נקודות) יהי  $X$  מספר המכנס הנבחר ביום כלשהו ויהי  $Y$  מספר החולצה שנבחרה באותו יום. חשבו את ההתפלגות המשותפת של  $X$  ו- $Y$ .
- ב. (6 נקודות) חשבו את  $P(X = 1 | Y = 3)$ .
- ג. (10 נקודות) יהי  $Z$  משתנה מקרי הסופר את מספר הימים (מתוך ה-90) בהם אריאל לבש את חולצה מספר 4. הוכיחו ש- $P(|Z - 30| \geq 10) \leq 1/5$ .

### שאלה 2 (25 נקודות):

בוכרים שני מספרים מהקבוצה  $\{10, 11, \dots, 99\}$  באופן מקרי אחיד ובלי החזרה. יהי  $A$  המאורע: "לשני המספרים אותה ספרת עשרות", יהי  $B$  המאורע: "שני המספרים שנבחרו זוגיים" ויהי  $C$  המאורע: "הערך המוחלט של ההפרש בין שני המספרים הוא לכל היותר 2".

- א. (13 נקודות) חשבו את  $P(A \cup B \cup C)$ .
- ב. (6 נקודות) חשבו את  $P(A \cap B | C)$ .
- ג. (6 נקודות) חשבו את  $P(A | B \cap C)$ .

### שאלה 3 (25 נקודות):

יהי  $n \geq 3$  מספר טבעי. לכל  $1 \leq i \leq n$  מטילים מטבע הוגן שצדדיו הם 0 ו-1, כאשר כל הטלות המטבע בלתי תלויות. יהי  $X$  משתנה מקרי הסופר את מספר הפעמים שהתקבל הרצף 10, כלומר את מספר האינדקסים  $1 \leq i \leq n - 1$  כך שתוצאת ההטלה ה- $i$  היא 1 ותוצאת ההטלה ה- $i + 1$  היא 0. יהי  $Y$  משתנה מקרי הסופר את מספר הפעמים שהתקבל הרצף 101.

- א. (6 נקודות) חשבו את התוחלת של  $Y$ .
- ב. (9 נקודות) חשבו את השונות של  $X$ .
- ג. (10 נקודות) חשבו את השונות המשותפת  $Cov(X, Y)$  של  $X$  ושל  $Y$ .

#### שאלה 4 (25 נקודות):

יהי  $n \geq 2$  מספר טבעי. לכל  $1 \leq i \leq n$  מטילים קוביה הוגנת, כאשר כל הטלות הקוביה בלתי תלויות. יהי  $X$  מספר ההטלות עד הפעם הראשונה שהתקבלה התוצאה 3 (כולל ההטלה הנ"ל). אם לא יוצא 3 באף אחת מ- $n$  ההטלות אז נאמר ש- $X = 0$ . יהי  $Y$  משתנה מקרי הסופר את מספר הפעמים שהתקבל הרצף 66, כלומר את מספר האינדקסים  $1 \leq i \leq n - 1$  כך שתוצאות ההטלות ה- $i$  וה- $i + 1$  הן 6.

- א. (8 נקודות) חשבו את ההתפלגות של  $X$ .
- ב. (11 נקודות) חשבו את התוחלת של  $Y$  בהנתן המאורע  $X = 0$ .
- ג. (6 נקודות) האם  $X$  ו- $Y$  בלתי תלויים? נמקו את תשובתכם.