

## קורס אלגוריתמים 1. שיעור 6 חישוב $x^n$ .

אלגוריתם לחישוב חזקה בסיבוכיות של  $O(\log_2 n)$ .

צריך לעלות מספר ממשי  $x$  בחזקת  $n$ . נעביר את מספר  $n$  להצגה בינארית:

$$m_i = \{0, 1\}, i = 0, \dots, k \text{ , כאשר } n = m_k 2^k + m_{k-1} 2^{k-1} + m_{k-2} 2^{k-2} + \dots + m_1 2 + m_0$$

$$x^n = x^{m_0} \cdot (x^2)^{m_1} \cdot (x^{2^2})^{m_2} \cdot (x^{2^3})^{m_3} \cdot \dots \cdot (x^{2^k})^{m_k} \text{ . מכאן נקבל כי}$$

מימוש האלגוריתם בלולאה: אנו צריכים בכל שלב לשמור את חזקה של מספר  $x$ ,  
אך לבצע כפל רק כאשר בהצגה בינארית של המספר  $m_i \neq 0$ .

דוגמה: (א)  $n_{10}=7$ , הצגה בינארית:  $n_2 = 111$ , לכן  $7 = 2^0 + 2^1 + 2^2$  ו-  $x^7 = x \cdot x^2 \cdot x^4$ .

(ב)  $n_{10}=6$ , הצגה בינארית:  $n_2 = 110$ , לכן  $6 = 2^1 + 2^2$  ו-  $x^6 = x^2 \cdot x^4$ .

(ג)  $n=10$ , הצגה בינארית:  $n = 1010$ , לכן  $10 = 2^1 + 2^3$  ו-  $x^{10} = x^2 \cdot x^8$ .

```
powerLoop(x , n ) //O(log2n)
    result = 1
    while (n!=0)
        if (n%2 == 1) result = result*x
        x = x*x
        n=n/2
    end-while
    return result
end-powerLoop

powerRecursion(x, n)
    if ( n == 0)
        return 1
    if (n%2 == 0)
        return powerRecursion(x*x, n/2)
    return x*powerRecursion(x*x, (n - 1)/2)
end-powerRecursion
```