

## מטלה מספר 1

קורס: מבוא למדעי הנתונים

שם: כפיר גולדפרב

אימייל: [kfir.goldfarb@msmail.ariel.ac.il](mailto:kfir.goldfarb@msmail.ariel.ac.il)

## חלק א' הסתברות:

קיימים 54 קלפים בחפיסת קלפים, 2 ג'וקרים, 13 קלפים מכל צורה – לב (אדום), תלתן (שחור), יהלום (אדום), ועלה (שחור), בכל צורה יש את ה-13 הקלפים הבאים: A K Q J 2-10.

### שאלה 1:

שולפים קלף באקראי, מה ההסתברות שערך הקלף הוא בין 2 ל-5 (כולל)?

כמה קלפים בין 2 ל-5 יש בחפיסת קלפים?  $4 \cdot 4 = 16$  (4 עבור כל צורה) קלפים שערכם בין 2 ל-5 כולל, כלומר ישנם 16 אפשרויות מתוך ה-54 קלפים, נחשב  $\frac{16}{54} \approx 29.6\%$

### שאלה 2:

שולפים שני קלפים אחד אחרי השני, מחזירים ומערבבים לאחר כל שליפה, מה ההסתברות ששני הקלפים הם מהצורה יהלום?

בחפיסה ישנם 13 קלפים מסוג יהלום, ולכן בשליפה הראשונה יש סיכוי של  $\frac{13}{54}$  הסתברות שהקלף הראשון יהיה יהלום, לאחר שהוצאנו את הקלף, החזרנו אותו לחבילה והערבבנו ולכן יש אותו סיכוי בדיוק גם לקלף השני כיוון שלא שינינו את מספר הקלפים וגם ערבבנו אותם ולכן גם הסיכוי שהקלף השני יהיה מסוג יהלום הוא  $\frac{13}{54}$  ולכן

$$\frac{13}{54} \cdot \frac{13}{54} = \left(\frac{13}{54}\right)^2 = \frac{169}{2916} \approx 5.79\% \text{ הסיכוי ששני הקלפים יהיו מסוג יהלום הוא } 5.79\%$$

### שאלה 3:

שולפים מהחפיסה 4 קלפים אחד אחרי השני (מבלי להחזיר אותם לחפיסה), מה ההסתברות שהקלפים שנשלפו יכללו את כל הצורות השונות (לב (אדום), תלתן (שחור), יהלום (אדום), ועלה (שחור))?

ישנם 4 צורות שונות, 13 קלפים לכל צורה, יש לשים לב שבחפיסה ישנם 2 ג'וקרים אשר אינם נחשבים בצורות השונות, נגדיר את  $a, b, c, d$  להיות קבוצות עם הקלפים מהצורות השונות שנמצאות בחפיסה (לא בידיוק משנה איזה כל אחת העיקר שיהיו שונות אחת מהשנייה), ניתן לשים לב כי מתקיים  $|a| = |b| = |c| = |d| = 13$  (בהתחלה), נחשב מה ההסתברות להוציא קלף קודם כל עבור קבוצה  $a$ , ב- $a$  ישנם 13 קלפים, ובחפיסה ישנם

54 קלפים ולכן ההסתברות שנוציא קלף מ- $a$  הוא  $\frac{13}{54}$ , לאחר שהוצאנו קלף מ- $a$  יש בחפיסה 53 קלפים ומתקיים  $|a| = 12$ , על מנת להוציא קלף מ- $b$  ישנם 13 קלפים, ובחפיסה ישנם 53 קלפים שנשארו ולכן ההסתברות שנוציא קלף מ- $b$  הוא  $\frac{13}{53}$ , ניתן לחשוב על התהליך עבור  $c$ , ו- $d$  והתוצאה הסופית תהיה  $\frac{13}{54} \cdot \frac{13}{53} \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{51}$

**שאלה 4:**

אתה משחק משחק שבו כל הקלפים המספריים 10-2 שווים לאותו ערך המספרי שלהם, לקלף אס יש ערך 1, קלפי המלוכה יש ערך של 10, ולג'וקר יש כל ערך כמו שאר הקלפים לבחירה, כדי לשחק במשחק, אתה שולף 3 קלפים ליד שלך, ואתה מנצח אם ערך הקלפים (חיבור ערכים) שיש לך ביד עומד במטרה מוצהרת או חורג ממנה, אם המטרה המוצהרת שלך היא המספר 4, מה ההסתברות לנצח בניסיון הראשון שלך?

ניתן לראות כי האפשרויות להפסיד היא להוציא 3 קלפי אס מתוך 4, כיוון שאם כבר נוציא קלף עם הערך 2 גם אם שני הקלפים האחרים הם אס, אז נצחנו כי הגענו ל-4, כלומר האפשרות להפסיד היא להוציא 3 מתוך 4 קלפים ספציפים מתוך 54 קלפים בחפיסת קלים, לכן ההסתברות להוציא אס בהתחלה היא  $\frac{4}{54}$ , לאחר מכן הסיכוי להוציא את הקלף השני שיהיה גם אס היא  $\frac{3}{53}$  (כי הוצאנו אס אחד), והסיכוי שם הקלף השלישי יהיה אס היא  $\frac{2}{52}$ , ולכן סה"כ ההסתברות להוציא 3 אסים היא  $\frac{4}{54} \cdot \frac{3}{53} \cdot \frac{2}{52} = \frac{1}{6201}$ , ולכן ההסתברות לנצח היא המשלים להסתברות להפסיד ולכן נחשב:  $1 - \frac{1}{6201} = \frac{6200}{6201} \approx 99\%$

הערה: לא החשבתי את הג'וקרים כיוון שלשחק יש אפשרות לבחור את ערכם והאינטרס שלו לנצח הוא לבחור את ערכם כמה שיותר גבוה, ולכן לא הגיוני (כאשר נניח שהשחקן רוצה לנצח) שהשחקן יבחר ג'וקר ויחליט שערכו הוא 1 כמו קלף אס.

**שאלה 5:**

ישנו מטבע שנופל על הצד האחורי שלו 60% מהפעמים שהוא מוטל, נטיל 3 מטבעות כאלה אחד אחרי השני, מה ההסתברות ששלושת המטבעות נחתו על אותו צד?

נחשב מה ההסתברות ששלושת המטבעות נפלו על הצד האחורי ומה ההסתברות ששלושת המטבעות נפלו על הצד הקדמי,

צד אחורי:

נטיל מטבע ראשון, ההסתברות שהוא יפול על הצד האחורי שלו הוא 60% או  $\frac{3}{5}$ , נטיל מטבע שני, ושלישי, הסיכויים שהם יפלו על אותו הצד האחורי הוא גם כן  $\frac{3}{5} = 60\%$ , ולכן הסיכוי ששלושת המטבעות יפלו על הצד האחורי הוא  $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125} = 21.6\%$ .

צד קדמי:

ההסתברות שמטבע ייפול על הצד הקדמי שלו הוא 40% או  $\frac{2}{5}$ , ולכן נחשב את ההסתברות עבור שלושת המטבעות

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125} = 6.4\%$$

ולכן הסיכוי בכללי ששלושת המטבעות יפלו על אותו צד הוא  $\frac{27}{125} + \frac{8}{125} = \frac{35}{125} = \frac{7}{25} = 28\%$

צד קדמי      צד אחורי

**שאלה 6:**

ישנם 4 מטבעות, שלושה מהן הם הוגנים ואחד מהם הוא מזויף עם צד קדמי בשני הצדדים, אתה בוחר מטבע אחד באקראי ומטיל אותו, מה ההסתברות שהמטבע נופל על צידו הקדמי?

ההסתברות לבחור מטבע שהוא הוגן מארבעת המטבעות הוא  $\frac{3}{4}$  ולאחר מכן הסיכוי שהוא יהיה על צידו הקדמי הוא  $\frac{1}{2}$ , ההסתברות לבחור מטבע שהוא מזויף הוא  $\frac{1}{4}$  והסיכוי שהוא ייפול על צידו הקדמי הוא 1,

$$\text{ולכן הסיכוי בכללי הוא } \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{5}{8} = 6.25\%$$

**שאלה 7:**

זוג של קוביות בעלות 6 צדדים נזרקות, מהי ההסתברות שסכום המספרים שיצאו שווה או גדול ל-9?

נחשב מהם האפשרויות לתוצאות שבהם נקבל 9 או יותר, נגדיר את  $a, b$  להיות הקוביות כדי להבדיל בניהם:

$a$	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6
$b$	6	5	6	4	5	6	3	4	5	6

קיבלנו שישנם 10 אפשרויות לתוצאות שונות עבור קבלת סכום של 9 או יותר, נחשב כמה אפשרויות בכללי יכול להיות בין  $a$  ל- $b$ :  $2^6 = 64$  ונקבל  $\frac{10}{64} = \frac{5}{32} \approx 15.6\%$

**שאלה 8:**

זורקים ארבעה קוביות בעלות 4 צדדים כל אחת, מה ההסתברות שכל קוביה תיפול על תוצאה שונה, כלומר 4 תוצאות שונות בארבעה קוביות.

הסתברות לקבל תוצאה כל שהיא בזריקה הראשונה היא 1, לאחר מכן ההסתברות לקבל תוצאה שונה מהראשונה בזריקה השנייה היא  $\frac{3}{4}$ , לאחר מכן ההסתברות לקבל תוצאה שונה מהראשונה והשנייה בזריקה השלישית היא  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ , ולבסוף ההסתברות לקבל בתוצאה הרביעית תוצאה שונה מהשאר היא  $\frac{1}{4}$ , ולכן הסתברות

$$\text{בכללי לקבל 4 תוצאות שונות: } 1 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{32} \approx 9.3\%$$

## שאלה 9:

קוד בכרטיס אשראי הוא בעל 4 ספרות שנבחרות באקראי (כל הקומבינציות אפשריות), מה ההסתברות שיוקצה קוד אשר מתחלק ב-5 ומכיל את המספר 45 (כשני מספרים צמודים)?

ראשית נחשב כמה קומבינציות אפשריות יכולות להיות בקוד: ישנם 10 ספרות: 0 עד 9 כולל, כל תו בקוד יכול להכיל אחד מה-10 ספרות ולכן מספר קומבינציות  $10^4 = 10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ ,

נעת נחשב איזה אפשרויות יש כאשר יש את המספרים 45 כמספרים צמודים ב-4 ספרות, האפשרויות הן:

$$xx45$$

$$x45x$$

$$45xx$$

נשים לב כי המספר שלנו חייב להתחלק ב-5 ולכן הוא חייב להיות בעל ספרה 0 או 5 ב- $x$  הכי ימני בספרת האחדות, בכל שאר ה- $x$ ים ישנם 10 אפשרויות ל-10 ספרות שונות בין 0 ל-9 כולל, בצורה מופשטת נכתוב:

	45	10 אפשרויות	10 אפשרויות
$x45x$	2 אפשרויות	45	10 אפשרויות
$45xx$	2 אפשרויות	10 אפשרויות	45

ניתן לשים לב שכאשר יש לנו את האפשרויות של  $xx45$  ואת האפשרויות של  $45xx$  ניתן לקבל את המספר 4545 פעמיים ולכן נוריד אפשרות אחת,

נקבל:  $139 = 10 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 10 - 1$ , כלומר סה"כ יש לנו 139 מספרים אשר מקיימים את התנאים שנדרשו,

$$\frac{139}{10000} = 1.39\% \text{ הוא מספר כזה}$$

חלק ב' פייתון: המחברת *jupyter* מצורפת בקובץ זיפ הנ"ל.