


תרגול – בעיות מניה בסיסיות

1. נתון א"ב סופי המכיל את כל הספרות 0 – 9 ואת כל האותיות a-z.
א. כמה מחרוזות באורך k ניתן לייצר מא"ב זה?
ב. כמה מחרוזות באורך k המתחילות באות אנגלית ניתן לייצר מא"ב זה?
2. בתחרות שש-בש אזורית מעניקים לזוכים (היחידים) במקומות הראשון, השני והשלישי מדליות: זהב, כסף וארד בהתאמה. אם בתחרות מתמודדים 10 שחקנים, כמה רשימות זוכים במדליות תיתכנה?
3. בכמה דרכים ניתן לבחור זוג אנשים מתוך n אנשים?
4. בכיתה 4 בנות ו 9 בנים. בכמה דרכים ניתן לבחור ועד שיכלול 2 בנות ו 3 בנים?
5. בחינה מורכבת מ 3 חלקים: בחלק א' יש לענות על 3 שאלות מתוך ה 5, בחלק ב' יש לענות על 4 שאלות מתוך 6 ובחלק ג' יש לענות על 2 שאלות מתוך 3. בכמה דרכים שונות יוכל נבחן לבחור את השאלות עליהן יענה?
6. מהו מספר הסדרות הבינאריות המורכבות מ x אפסים ו y אחדות?
7. כמה מילים שונות בנות 9 אותיות (לאו דווקא בעלות משמעות) ניתן ליצור מ – 7 "a" ו – 2 "b"?
8. נתונים n אחדים ו m אפסים ($m > n$).
א. מהו מספר האפשרויות השונות לסדרם בשורה, כך שאין שני אחדים סמוכים?
ב. מהו מספר האפשרויות השונות לסדרם בשורה, כך שיש לפחות זוג אחד של אפסים סמוכים?
9. בהינתן קבוצה בת n איברים, כמה תתי-קבוצות בגודל של לפחות k יש לה?
10. מהו מספר הדרכים לחלוקת קבוצה בת 4 איברים ל 2 תתי קבוצות זרות ומשלימות?
11. מעוניינים לאחסן 10 ספרים ב 2 קופסאות, אשר בכל אחת מהן מקום ל 6 ספרים, בכמה דרכים ניתן לעשות זאת, אם:
א. 2 הקופסאות שונות זו מזו?
ב. 2 הקופסאות זהות?
12. בכמה דרכים ניתן לחלק 4 נשים ו 10 גברים ל 2 קבוצות בנות 7 אנשים כל אחת, כך שבכל קבוצה תהיה לפחות אישה אחת.
13. בכמה דרכים שונות ניתן לחלק $2n$ אנשים ל n זוגות:
א. עם חשיבות לסדר בין הזוגות?
ב. ללא חשיבות לסדר בין הזוגות?
14. מטילים k קוביות משחק זהות, כמה תוצאות שונות תיתכנה?
15. כמה פתרונות שלמים אי שליליים יש למשוואה: $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$?

16. כמה פתרונות שלמים אי שליליים יש לאי השוויון: $x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq k$?
17. בכמה דרכים שונות ניתן לפזר 20 כדורים זהים ב 4 תאים שונים כאשר: בתא השני יהיו לפחות 3 כדורים, בתא השלישי יהיו לפחות 2 כדורים ובתא הרביעי יהיו לפחות 5 כדורים?
18. כמה פתרונות שלמים יש למשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$ המקיימים: $0 \leq x_1 \leq 20, 3 \leq x_2 \leq 20, 2 \leq x_3 \leq 20, 5 \leq x_4 \leq 20$.
19. כמה פתרונות שלמים אי שליליים יש לאי השוויון:
 $x_1 + x_2 + \dots + x_n > 12$ כאשר: $x_i \in \{0, 1, \dots, 20\}$.
20. כמה פתרונות שלמים אי שליליים יש למשוואה: $(x_1 + x_2) \cdot (x_3 + x_4) = 10$?
21. א. במשחק ברידג', כמה קבוצות של 13 קלפים יכול לקבל משתתף אחד?
 ב. כמה חלוקות שונות, במשחק ברידג', יכולים לקבל 4 משתתפים? (לכל משתתף 13 קלפים)
 ג. בכמה דרכים ניתן לחלק חפיסה של 52 קלפים שונים ל 4 ערמות של 13 קלפים בכל ערמה?
22. ארבע נשים ועשר גברים מתחלקים ל 2 קבוצות שוות כך שלכל קבוצה לפחות גבר אחד ואישה אחת. בכמה דרכים שונות ניתן לעשות זאת?
23. בכמה דרכים שונות ניתן לסדר 8 איברים מסוג אחד ו 5 איברים מסוג אחר אם נשתמש בכל סידור רק ב 7 מהם?
24. בכמה דרכים ניתן לחלק 4 בנות, 9 תפוזים ו 11 תפוחים בין 4 ילדים, כך שלכל ילד יהיה לפחות פרי אחד מכל סוג? 
25. בכמה דרכים ניתן לבחור 5 נעליים מתוך 9 זוגות נעליים כך שלא ייבחר אף זוג?
26. 11 מדענים עובדים בפרויקט סודי. דרוש לנעול את המשרד באופן שכל 6 מדענים (ולא פחות) יוכלו לפתוח את הדלת.
 א. מה מספר המנעולים המינימאלי הדרוש לכך?
 ב. מה המספר המינימאלי של מפתחות שכל מדען חייב להכניס לכיסו?
27. נתונה קבוצה D שהיא איחוד של שלוש קבוצות זרות בזוגות A, B ו- C.
 $|A| = n, |B| = m, |C| = k, A \cap B = A \cap C = B \cap C = \emptyset, D = A \cup B \cup C$
 אברי קבוצה A צבועים בצבע אדום, אברי קבוצה B צבועים בצבע כחול ו אברי קבוצה C צבועים בצבע ירוק.
 א. כמה תתי-קבוצות אשר איבריהן צבועים בצבע זהה קיימות בתוך קבוצה D? יש להוכיח את טענתך.
 ב. כמה תתי-קבוצות תלת-צבעיות קיימות בתוך קבוצה D? יש להוכיח את טענתך.
 ג. יש להוכיח או להפריך את הטענה כי מספר תתי-קבוצות דו-צבעיות בתוך D הינו אי-זוגי.
28. נתונים $10k$ כדורים שונים ($k \in \mathbb{N}^+$).
 א. בכמה דרכים ניתן לחלק אותם ל k תאים שונים?
 ב. בכמה דרכים ניתן לחלק אותם ל k תאים שונים כך שבכל תא יהיו 10 כדורים בדיוק?
 ג. בכמה דרכים ניתן לחלק אותם ל k תאים זהים כך שבכל תא יהיו 10 כדורים בדיוק?

29 ✓

בכמה דרכים ניתן לחלק $2n$ כדורים לבנים ו n כדורים צבעוניים שונים ל

א. $3n$ תאים, כדור אחד בכל תא?

ב. $3n$ תאים, כדור לבן אחד לכל היותר בכל תא?

30

מהו מספר החלוקות של מספר כלשהו של כדורים זהים ל n תאים שונים אם מספר הכדורים

בכל תא (פרט לראשון) צריך להיות יותר גדול ממספר הכדורים בתא שלפניו ובכל תא אפשר

לשים לכל היותר k כדורים?

31

בכמה דרכים ניתן לבחור k מספרים מתוך הקבוצה $\{1, 2, \dots, n\}$ כך שלא יהיה אף זוג של איברים

עוקבים?