

מבחן בקורס הסתברות 1

סמסטר קיץ 2017

מועד א'

פרופ' דן חפץ

אוניברסיטת אריאל

הפקולטה למדעי הטבע

המחלקה למדעי המחשב

משך הבחינה: 3 שעות

המבחן הינו עבור מספרי קורס: 1-7028410-2

מבנה המבחן: 3 שאלות ללא בחירה.

הנחיות:

1. המבחן הינו עם חומר סגור ובכתב יד ללא שימוש בשום אמצעי אלקטרוני (מותר מחשבון פשוט אם כי אין בו צורך). עם זאת, כל סטודנט רשאי להביא דף אחד מגודל A4 כתוב משני צדדיו. על התלמיד לכתוב את שמו ומספר תעודת הזהות שלו על הדף הנ"ל.
2. אין לכתוב בעפרון.
3. יש להוכיח כל טענה שאתם כותבים גם אם לא התבקשתם לעשות זאת במפורש בשאלה.
4. ניתן להסתמך ללא הוכחה על כל טענה שנלמדה בשיעור (אלא אם כן זו הטענה שהנכם מתבקשים להוכיח בשאלה). יש לצטט את הטענה עליה הנכם מסתמכים בצורה ברורה.
5. בפתרון סעיף כלשהו בשאלה, ניתן להסתמך על תוצאת סעיפים קודמים גם אם לא פתרתם אותם.

שאלה 1 (34 נקודות):

נתונות שתי קוביות הוגנות, אחת אדומה ואחת כחולה. על כל אחת מהן מופיע המספר 1 על שתי פאות, המספר 2 על שתי פאות והמספר 3 על שתי פאות. מטילים את שתי הקוביות שוב ושוב עד הפעם הראשונה שתוצאת הקוביה האדומה זהה לתוצאת הקוביה הכחולה. יהי X מספר הפעמים שמטילים את זוג הקוביות ויהי Y סכום שתי הקוביות בהטלה הראשונה.

- (6 נקודות) מה ההתפלגות של X ?
- (18 נקודות) חשבו את ההתפלגות המשותפת של X ו- Y .
- (10 נקודות) חשבו את $\Pr(Y = 4)$.

שאלה 2 (33 נקודות):

נתונים $n \geq 3$ זוגות נשואים (לצורך השאלה כל זוג מורכב מאשה אחת וגבר אחד). כל הגברים והנשים מתיישבים באופן מקרי אחיד (כלומר כל שני סידורים אפשריים הם שווים הסתברות) על ספסל ארוך בעל $2n$ מושבים הממוספרים מ-1 עד $2n$ משמאל לימין. יהי X מספר הזוגות הנשואים היושבים אחד ליד השני ויהי Y מספר האינדקסים $1 \leq i \leq 2n - 2$ כך שבמקומות ה- i , ה- $i + 1$ וה- $i + 2$ יושבים גברים.

- (7 נקודות) חשבו את תוחלת X .
- (10 נקודות) חשבו את תוחלת Y .
- (8 נקודות) האם X ו- Y בלתי תלויים? הוכיחו את תשובתכם.
- (8 נקודות) הוכיחו שלכל $1 \leq k \leq n$ מתקיים $\Pr(X \geq k) \leq \frac{1}{k}$.

שאלה 3 (33 נקודות):

בכל יום במהלך חודש בן 30 יום אריאל אוכל פרי אחד. על מנת להחליט איזה פרי לאכול, הוא מטיל קוביה הוגנת כאשר הטלות קוביה בימים שונים הן בלתי תלויות. אם תוצאת הקוביה היא 1, 2 או 3 הוא אוכל תפוח, אם היא 4 או 5 הוא אוכל אפרסק ואם היא 6 הוא אוכל בננה. יהי X מספר התפוחים הכולל שאריאל אכל, יהי Y מספר האפרסקים הכולל שאריאל אכל, ויהי Z מספר הבננות הכולל שאריאל אכל.

- (6 נקודות) חשבו את תוחלת ושונות X .
- (15 נקודות) חשבו את $\rho(Y, Z)$.
- (12 נקודות) הוכיחו ש- $\Pr(X + Z \geq 25) \leq \frac{4}{15}$.