

מבחן במבני נתונים

מספר קורס 1,2,3,5-7016610-2
סמסטר ב' תשע"ו

ד"ר ליעד גוטליב, גב' אליזבט איצקוביץ, פרופ' דנה שפירא

מועד א' - 26.6.2016

הנחיות כלליות:

משך הבחינה: 180 דקות.

- אין להשתמש בכל חומר עזר.
- אין להוציא את שאלון המבחן - יש להשאירו במחברת הבחינה.
- יש לענות על כל 5 השאלות. תשובה נכונה מזכה ב- 20 נקודות.
- בשאלות בהן נדרשת כתיבה של אלגוריתם – יש לכתוב בפסאודו-קוד.
- בשאלות בהן נדרשת סבוכיות זמן יש להתייחס ל- O (O גדול) אלא אם כן נאמר מפורשות אחרת.

בהצלחה רבה !

שאלה 1 (20 נקודות)

יהי A מערך המכיל n מספרים שלמים.

- א. כתוב אלגוריתם **יעיל** מבחינת סבוכיות זמן המוצא את שני האיברים ברשימה A שהפרש ביניהם מינימלי. נתח את סיבוכיות זמן האלגוריתם.
- ב. כתוב אלגוריתם **יעיל** מבחינת סבוכיות זמן המוצא את שני האיברים ברשימה A שהפרש ביניהם מקסימלי. נתח את סיבוכיות זמן האלגוריתם.

שאלה 2 (20 נקודות)

נתון מערך $A[1 \dots n]$ ממויין המכיל מספרים שלמים שונים זה מזה.

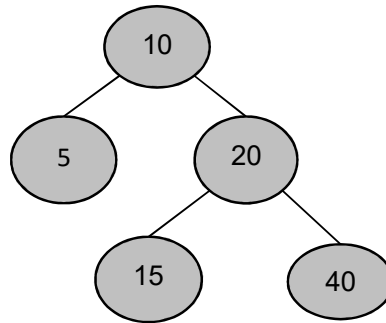
נגדיר **נקודת שבת** במערך כאינדקס i שעבורו $A[i] = i$

- א. תן דוגמה למערך המכיל 8 איברים ובעל נקודת שבת באינדקס 3.
- ב. כתוב אלגוריתם בפסודו-קוד **יעיל ככל האפשר** המקבל את המערך A ומחזיר את האינדקס i אם קיימת במערך נקודת שבת. אחרת האלגוריתם יחזיר את הערך -1.
- רמז:** אם $A[i] < i$ אז לכל $j < i$ מתקיים $A[j] < j$ ולהפך.
- ג. מה סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם?

שאלה 3 (20 נקודות)

- א. לאחר ביצוע סיורים על עץ **בינרי**, אבד העץ. להלן תוצאות הסיורים:
- סיור בסדר תחילי (Preorder) 1 2 4 6 7 3 5 8 9 10
- סיור בסדר תוכי (Inorder) 2 6 4 7 1 3 8 5 9 10
- שחזר את העץ המקורי.
- הערה** – העץ אינו עץ **חיפוש** בינרי!
- ב. נניח כי מדובר עתה על עץ **חיפוש** בינרי, וכי נתונות לנו תוצאות הסיור בסדר סופי (Postorder). 1 5 7 3 11 13 17 23 21 19 15 9.
- שחזר את העץ המקורי.

א. נתון העץ AVL הבא:



הכנס לעץ את המפתחות הבאים (משמאל לימין). לאחר כל הכנסה בדוק אם העץ נשאר מאוזן ואזן אותו במידת הצורך:

80, 30, 70, 90, 75, 2, 100

ב. צייר דוגמה של עץ חיפוש בינרי מאוזן, אשר מכיל 12 צמתים ואשר גובהו מקסימלי. מהו גובה העץ?

שאלה 5 (20 נקודות)

נתונה טבלת גיבוב (hash-Table) בגודל $m = 13$ עם פונקציות הגיבוב (hash functions) הבאות:

$$h_1(\text{key}) = \text{key} \bmod 13$$

$$h_2(\text{key}) = \text{key} \bmod 11 + 1$$

ונתון כי בעיית ההתנגשויות נפתרת באמצעות שיטת המיעון הפתוח (Open Addressing) - כלומר הערכים נכנסים לטבלה עצמה.

א. כיצד תראה הטבלה לאחר הפעולות הבאות, הסבר! (משמאל לימין)

Insert(26), Insert(39), Insert(20), Insert(72), Insert(33), Delete(39), Search(20)

כאשר בעיית ההתנגשויות נפתרת עם גיבוב כפול (Double Hashing) - כלומר האיבר נכנס

לתא המתקבל מהפעלת הפונקציה $h(k, i) = (h_1(k) + i h_2(k)) \bmod m$ (i מסמן את מספר הנסיון).

ב. נניח כי פונקציית הגיבוב $h_2()$ שונתה ל- $h_2(\text{key}) = \text{key} \bmod 5$. האם זו פונקציה טובה? נמק!

בהצלחה