

ל"נ 1- גיבול 1- חסמים וגבול סדרה.

הכזרה - סדרה (a_n) חסומה נשערת

הכזרה - חסם עליון $\sup A$.

דוגמה: נניח ש A מתקבלת מהקבוצה הקטן A חסומה נשערת, נניח A חסומה.

$$A = \{ \sqrt{n} \mid n \in \mathbb{N} \}$$

$$B = \{ (1,2) \cup (5,6) \}$$

$$C = \{ n - n^2 \mid n \in \mathbb{Z} \}$$

שאלה: הוכיחו ש $A = \{ 1 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \}$ ו $\sup A = 1$ חסם עליון.

שאלה: יהי $A \subseteq \mathbb{R}$ ויהי y גבול A .
אם $y = \sup A$ אז y מתקבלת על ידי הגבול:

(i) y חסם עליון של A

(ii) לכל $\epsilon > 0$ קיים $x \in A$ הלק"ק $x > y - \epsilon$.

הכזרה - גבול סדרה

שאלה: הוכיחו ש $a_n = \frac{n+2}{n^2-n+1}$ מתכנסת לגבול 0.

$$\frac{n+2}{n^2-n+1} \rightarrow 0$$

$$\frac{2n^2-3n+1}{5n^2+3n-2} \rightarrow \frac{2}{5}$$

$$a_n = \begin{cases} 1, & \text{אם } n \text{ זוגי} \\ \frac{1}{n}, & \text{אם } n \text{ אי-זוגי} \end{cases}$$

שאלה: הוכיחו כי הסדרה מתכנסת.

$$a_n = \frac{n^2+2}{n+1}$$

שאלה: הוכיחו כי הסדרה מתכנסת.

שאלה: הריא קב 2 הלא סדרה הסדרה $a_n = \frac{3n+4+(-1)^n}{n+2 \cdot (-1)^n}$

אפשרות: נכון / לא נכון

- (i) סביר שיש סדרה חסומה וחסומה.
 (ii) סביר שיש סדרה לא חסומה היא חסומה.
 (iii) ארבעה סדרות חסומה, חסומה.
 (iv) ארבע סדרות חסומה היא חסומה

(5) אם a_n, b_n סדרות כן $a_n \cdot b_n = 1$ אז a_n, b_n חסומים

(6) אם $a_n \leq b_n$ אז $\lim a_n \leq \lim b_n$

(7) אם $a_n \rightarrow 0$ אז $\frac{1}{a_n} \rightarrow \infty$

(8) אם $a_{n+1} - a_n \rightarrow 0$ אז $a_n \rightarrow 0$

(9) אם a_n חסומה אז $\lim(a_n - a_{n+1}) = 0$

ל.ב.

(1) גיה"ה A, B הקבוצה חסומה ואם יהיה A, B חסומים ואם לא.

$$\sup(A+B) = \sup A + \sup B$$

(2) חסום זהו חסום האינפ וסדרה הקבוצה חסומה:

$$\left\{ 3 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}; \left\{ 3 + \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}; \left\{ \frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

(3) חסום זהו $\sup A$, $\inf A$ וסדרה הקבוצה חסומה:

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}; B = \left\{ \frac{(-1)^n}{1 - \frac{1}{n}} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

(4) גיה"ה A הקבוצה חסומה ואם יהיה.

החסום $\inf A \leq \sup A$ וסדרה חסומה חסומה?

(5) הוכיחו את הטענה הבאה

א) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n - 5}{n^2 - 1} = 3$; ב) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n) = 0$

ג) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - 1}{4^n + n + 1} = 0$; ד) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n^2)}{2n + 3} = 0$

ה) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 3}{n^2 + n + 4} \neq 2$ ו) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 3}{n + 2} \neq 3$

(6) הוכיחו כי אם $a_n = (-1)^n$ אז אין גבול.

(7) הוכיחו את הטענה הבאה: אם $a_n \rightarrow 0$ אז $|a_n| \rightarrow 0$ כל a_n

(8) הוכיחו את הטענה הבאה: אם $a_n \rightarrow 2$ אז $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 0$

כל $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 0$

(9) הוכיחו את הטענה

א) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 3n}}{\sqrt[3]{n^2 + 4}} = \infty$

ב) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \cos(n) + 5}{9 - 3n} = -\infty$

ג) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{(-1)^n} \neq \infty$

ד) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + n + 1}{n^2 + 2} = \infty$

(10) הוכיחו: אם $a_n \rightarrow L$ אז $|a_n| \rightarrow L$ כל a_n

האם כיון של a_n נכון?

(11) הוכיחו: אם $a_n \rightarrow L$ אז $a_n^2 \rightarrow L^2$ כל a_n

האם כיון של a_n נכון?