

בוחן אמצע בלוגיקה ותורת הקבוצות

מרצה: ד"ר זיו שמי, משך הבוחן: 30 דקות. תאריך: 15.12.15 – שעה: 18:00.

ענה על שתי השאלות הבאות:

(1) נתון אוצר המילים $L = \{R\}$, כאשר R סימן יחס דו-מקומי. בנה שני מבנים איזומורפיים שונים באוצר המילים L שעולמם הוא הקבוצה $\{1,2,3\}$. הוכח שהמבנים שבנית איזומורפיים.

(2) נגדיר מבנה $M = (N, P^M, f^M)$ באוצר המילים $L = \{P, f\}$ (כאשר P סימן יחס חד-מקומי ו- f סימן פונקציה חד-מקומית) באופן הבא: עולמו הוא N , קבוצת המספרים הטבעיים כולל 0, $P^M = \{n \in N \mid n \text{ זוגי}\}$, $f^M(n) = n + 1$ לכל $n \in N$. נגדיר פסוק:

$$A = \forall x[(\exists z(f(z) = x)) \rightarrow (\exists y(P(y) \wedge (f(y) = x)))]$$

מצא את ערך האמת של הפסוק A במבנה M .

הדרכה: הסתכל בנוסחאות:

$$B(x) = \exists z(f(z) = x), C(x) = \exists y(P(y) \wedge (f(y) = x)) \text{ ומצא}$$

עבור אלו ערכים $n \in N$ המבנה M מקיים $B(n)$ ועבור אלו ערכים

ערכים $n \in N$ המבנה M מקיים $C(n)$. הסק את ערך האמת של הפסוק A במבנה M .

בהצלחה!!

בוחן אמצע בלוגיקה ותורת הקבוצות

מרצה: ד"ר זיו שמי, משך הבוחן: 30 דקות. תאריך: 15.12.15 – שעה: 18:00.

ענה על שתי השאלות הבאות:

(1) נתון אוצר המילים $L = \{f\}$, כאשר f סימן פונקציה חד-מקומית. בנה שני מבנים איזומורפיים **שונים** באוצר המילים L שעולמם הוא הקבוצה $\{1,2,3\}$. הוכח שהמבנים שבנית איזומורפיים.

(2) נגדיר מבנה $M = (N, P^M, f^M)$ באוצר המילים $L = \{P, f\}$ (כאשר P סימן יחס חד-מקומי ו- f סימן פונקציה חד-מקומית) באופן הבא: עולמו הוא N , קבוצת המספרים הטבעיים כולל 0, $P^M = \{n \in N \mid n \text{ איזוגי}\}$, $f^M(n) = n + 1$ לכל $n \in N$. נגדיר פסוק:

$$A = \forall x[(\exists z(f(z) = x)) \rightarrow (\exists y(P(y) \wedge (f(y) = x)))]$$

מצא את ערך האמת של הפסוק A במבנה M .

הדרכה: הסתכל בנוסחאות:

$$B(x) = \exists z(f(z) = x), C(x) = \exists y(P(y) \wedge (f(y) = x)) \text{ ומצא}$$

עבור אלו ערכים $n \in N$ המבנה M מקיים $B(n)$ ועבור אלו ערכים

ערכים $n \in N$ המבנה M מקיים $C(n)$. הסק את ערך האמת של הפסוק A במבנה M .

בהצלחה!!

פונקציה חד-חד-ערכית

(1) הפונקציה : $L = \{R\}$, R מיון
חד-חד-ערכית

$M = (\{1,2,3\}, R^M)$: בני

$R^M = \{(1,1)\}$, בני

$N = (\{1,2,3\}, R^N)$

$R^N = \{(2,2)\}$

הפונקציה $H : \{1,2,3\} \rightarrow \{1,2,3\}$: חד-חד-ערכית

$H(1)=2, H(2)=1, H(3)=3$, חד-חד-ערכית

היא פונקציה חד-חד-ערכית, יש לה 3 ערכים

חד-חד-ערכית

הפונקציה : $L = \{f\}$, $M = (\{1,2,3\}, f^M)$: חד-חד-ערכית

$f^M(i) = 1$, $1 \leq i \leq 3$, חד-חד-ערכית

$N = (\{1,2,3\}, f^N)$, $f^N(i) = 2$, $1 \leq i \leq 3$, חד-חד-ערכית

$f^N(i) = 2$, $1 \leq i \leq 3$, חד-חד-ערכית

הפונקציה H נחשבת לרייבית

$$M - \delta N$$

(2) דבריה האלה: $(P^M = P^N)$

$$n > 0 \iff M \models B(n) \quad n \in \mathbb{N} \text{ כל}$$

$$n \in \mathbb{N} \iff M \models C(n) \quad n \in \mathbb{N} \text{ כל}$$

ישנן פה 2 דברים: A : "כל x : $x > 0$ "

בדבר N : כל x : $x > 0$, (F)

דבר 2: $(P^M = P^N)$

$$n > 0 \iff M \models B(n) \quad n \in \mathbb{N} \text{ כל}$$

$$n \geq 2 \iff M \models C(n) \quad n \in \mathbb{N} \text{ כל}$$

(הדברים האלה).

יש $x \geq 2$: $x > 0$ בדבר A : יש $x \geq 2$: $x > 0$

בדבר N , יש $x \geq 2$: $x > 0$, M , A : יש $x \geq 2$: $x > 0$, M , A :

$(F) \rightarrow N$