

## קומבינטוריקה - אוסף תרגילים

1. בכמה דרכים ניתן להושיב  $n$  זוגות על ספסל בן  $2n$  מקומות כך ש-
  - א. כל אישה תשב לצד בעלה
  - ב. אף אישה לא תשב לצד בעלה
2. בכמה דרכים ניתן לקבל 17 בהטלת 5 קוביות שונות?
3. א. בכמה דרכים ניתן לחלק 50 כדורים זהים לשלושה תאים כך שבתא הראשון יהיו פחות מ- 10 כדורים, בשני פחות מ- 20 ובשלישי פחות מ- 30?  
ב. בכמה דרכים שונים ניתן לחלק 50 כדורים שונים לשלושה תאים כך שאף תא לא יהיה ריק?
4. בכל משבצת של ריבוע  $n$  על  $n$ , יש לרשום  $X$  או  $O$ . בכמה דרכים ניתן למלא את הריבוע כך ש:
  - א. בכל עמודה יהיה בדיוק  $X$  אחד
  - ב. בכל עמודה יהיה לפחות  $X$  אחד
  - ג. בכל שורה ובכל עמודה יהיה לפחות  $X$  אחד
5. מטילים  $n$  קוביות שונות.
  - א. מהו מספר התוצאות האפשריות של ההטלה?
  - ב. מהו מספר התוצאות האפשריות בהן מופיע כל אחד מהמספרים 1 עד 6 לפחות פעם אחת?
6. מה מספר הדרכים להושיב 14 אנשים כך ש:
  - א. 8 אנשים יושבים סביב שולחן עגול והיתר סביב שולחן עגול אחר?
  - ב. 8 אנשים יושבים סביב שולחן עגול והיתר על ספסל?
7. מבין דיירי בית משותף המונים 10 זוגות יש לבחור ועד בן 6 דיירים. כמה ועדים שונים ניתן להרכיב אם בוועד חייבים להיות לפחות אישה אחת, לפחות גבר אחד ואסור שימצאו בני זוג?
8. הוכח את אי-השוויון הבא:  $\binom{n}{j+k} \leq \binom{n}{j} \binom{n-j}{k}$ ,
  - א. בדרך אלגברית.
  - ב. בדרך קומבינטורית.
9. הוכח קומבינטורית את הזהות הבאה:  $\sum_{k=2}^n (k-1) \cdot 2^{n-k} = 2^n - n - 1$
10. הוכח אלגברית את הזהות הבאה:  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{m}{k} = \binom{m+n}{m}$
11. הוכח קומבינטורית את הזהות הבאה:  $\sum_{i=0}^k (-1)^i \binom{k}{i} \binom{n-i}{k} = 1$  ( $n > k > 0$ )