

מבני נתונים - סמסטר קיץ תש"פ

מטלה 3

הנחיות:

- מטלה זו הינה להגשה ביחידים. העתקה תגרור **לפסילה מלאה** של המטלה למעתיק והמועתק.
- בכל השאלות שאינן רק תיאורטיות במטלה זו ניתן לכתוב תשובות בפסאודו-קוד או ב-JAVA, במקרה שכתבתם ב-JAVA העתיקו את הקוד לקובץ הפתרון, כך שכל פתרון המטלה יהיה מוכל בקובץ יחיד, PDF או תמונה, ללא הגבלה על מספר העמודים. יש להגיש את המטלה בקובץ ZIP (ולא כל דחיסה אחרת) המכיל את הקובץ הנ"ל בלבד. שם קובץ ה-ZIP יהיה מספר ת.ז. של התלמיד. אין להגיש קבצים או תיקיות מיותרים. סטייה מהנחיות אלו תגרור הורדה בציון.

שאלה 1:

קדקוד של עץ T בינארי נקרא "בן יחיד" אם יש לו קדקוד האב, אבל אין לו שכן. השורש לא נחשב כבן יחיד. נסמן ב- numOnly מספר קדקודים ב-T שהם מקיימים את התכונה "בן יחיד", וב- n נסמן את מספר קדקודים הכולל בעץ T.

$$(א) \text{ יש להוכיח כי לכל עץ AVL לא ריק מתקיים אי-שוויון } \frac{\text{numOnly}}{n} \leq \frac{1}{2}.$$

(ב) האם זה נכון לכל עץ בינארי T כי אם $\frac{\text{numOnly}}{n} \leq \frac{1}{2}$ אז הגובה של T מקיימת את התנאי: $height(T) = O(\log_2 n)$ אם כן – תן הוכחה, אם לא – תן דוגמה נגדית.

(ג) האם זה נכון לכל עץ בינארי T כי אם יש לו $\theta(n)$ קדקודים שהם מקיימים את התכונה "בן יחיד" שהם כולם עלים, אז $height(T) = O(\log_2 n)$ אם כן – תן הוכחה, אם לא – תן דוגמה נגדית.

שאלה 2: T הוא עץ בינארי בעל n קדקודים. נסמן ב- maxSum את הסכום המקסימאלי של

המפתחות (key) במסלול משורש לעלה.

(א) יש לכתוב פונקציה סטטית רקורסיבית שמקבלת עץ בינארי ומחזירה את סכום המפתחות הגדול ביותר. **מהי הסיבוכיות של הפעולה? נמק היטב.**

```
public static Integer maxSum(BinaryTree tree) {...}
```

(ב) יש לכתוב פונקציה סטטית רקורסיבית שמקבלת עץ בינארי ומחזירה את המסלול משורש לעלה בעל סכום המפתחות הגדול ביותר. **מהי הסיבוכיות של הפעולה? נמק היטב.**

```
public static String maxSumPath(BinaryTree tree) {...}
```

הקוד של עץ בינארי מצורף.

שאלה 3 שאלה זו מתייחסת לעץ ערמה.

(א) מהו מספר מינימאלי ומספר מקסימאלי של קדקודים בעץ ערמה בגובה h ?

(ב) איפה min-heap יכול להימצא איבר מקסימאלי, כאשר כל האיברים שונים?

נמק היטב.

(ג) מהו גובה של עץ ערמה בעל n קדקודים? **נמק היטב**

(ד) יש לכתוב פונקציה סטטית שממזגת שתי ערמות – min-heap

```
public static MinHeap mergeTwoHeaps(MinHeap h1, MinHeap h2){...}
```

מהי סיבוכיות הפעולה? נמק היטב.

ניתן להשתמש בקוד שמממש את min heap.

שאלה 4:

בשאלה זו יש לשרטט את התוצאה של הפקודות הבאות:

```
for (int i=0; i<=16; i++) makeSet(i);
```

```
union(1,2),
union(3,4),
union(3,5),
union(1,7),
union(3,6),
union(8,9),
union(1,8),
union(3,10),
union(3,11),
union(3,12),
union(3,13),
union(14,15),
union(16,0),
union(14,16),
union(1,3),
union(1,14)
```

כאשר האיחוד מתבצע בשיטת איחוד לפי ה-rank עם דחיסת מסלול.

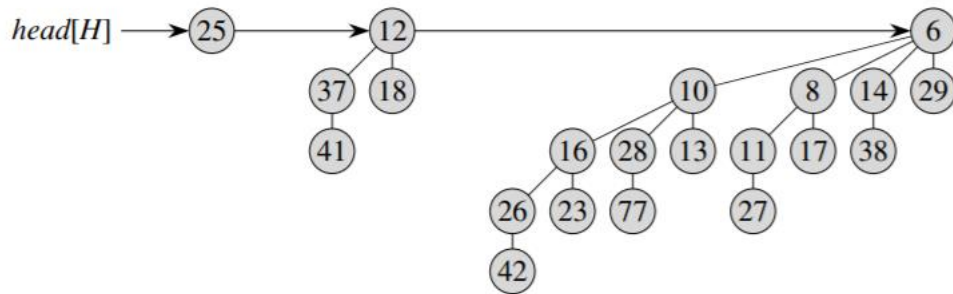
מהי סיבוכיות הפעולה? נמק היטב.

שאלה 5

א) נניח כי X הוא קדקוד של עץ בינומי בתוך ערמה בינומית ו- $x.sibling \neq \text{null}$.
איך הערך של $x.degree$ לעומת $x.sibling.degree$ (קטן?, גדול?, שווה?).

- כאשר x הוא שורש העץ. נמק היטב.
- כאשר x הוא לא שורש העץ. נמק היטב.

ב) בסעיף זה יש לשרטט את התוצאה של כל שלבי המחיקה 28 מערמה בינומית הבאה:



מהי סיבוכיות הפעולה?

בהצלחה רבה!

```

// Binary tree code
class Node{
    String data;
    Node left, right;
    boolean val;
    Node(String data){
        this.data = data;
        this.left = null;
        this.right = null;
        val = false; //help field
    }
    public String toString(){return ""+data;}
    public String getData() {return data;}
    public Node getLeft() {return left;}
    public Node getRight() {return right;}
}// Node

public class BinaryTree {
    private Node root;

    public BinaryTree() {this.root = null;}

    public static Integer maxSum(BinaryTree tree) {. . .}

    public static String maxSumPath(BinaryTree tree) {. . .}

}// BinaryTree
}

```