

**הגדרה:** יחס  $\sim$  נקרא יחס שקילות. אם מתקיים תכונות:

(1) רפלקסיביות.

(2) סימטריות.

(3) טרנזיטיביות.

**פתרון:**

רפלקסיביות) נתון  $V = \mathbb{F}^n$  אז  $V = \mathbb{F}^n$  כי נבחר בסיס ב- $\mathbb{F}^n$  נקבל איזומורפיזם.

סימטריות) נניח  $V = W$ . יודעים  $V = \mathbb{F}^n$  וגם  $W = \mathbb{F}^n$  זאת אומרת  $W = V$ .

טרנזיטיביות) נתון  $U \stackrel{(a)}{=} V$  וגם  $V \stackrel{(b)}{=} W$ . צריך להראות שגם  $U = W$ .

המה שיוויון (a) נקבל  $U = \mathbb{F}^n$ , מה (b)  $W = \mathbb{F}^n$  מכאן נובע ש- $U = W$ .

**תרגיל 2.2:**

נתון  $T(v_1) = T(v_2)$ . צריך להראות ש- $v_1 - v_2 \in \ker(T)$ .  
 $W$  מרחב וקטורי,  $T : V \rightarrow W$  לינארית לכן  $T(v_1), T(v_2) \in W$ .

$$T(v_1) = T(v_2) \Rightarrow 0 = T(v_1) - T(v_2) \in W$$

$$\Rightarrow 0 = T(v_1 - v_2) \Rightarrow v_1 - v_2 \in \ker(T).$$

נתון  $v_1 - v_2 \in \ker(T)$  צריך להראות ש- $T(v_1) = T(v_2)$ .

$$T \leftarrow T(v_1 - v_2) = 0 \leftarrow v_1 - v_2 \in \ker(T)$$

$$T(v_1) = T(v_2) \leftarrow W \ni T(v_1) - T(v_2) = 0$$