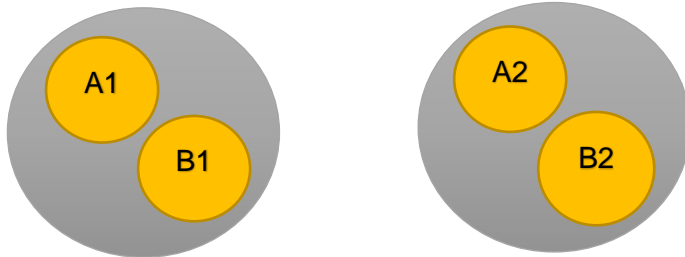


## קורס אלגוריתמים 1. שיעור 7 בעיית הסופגניות

**ניסוח הבעיה:** במחבת ניתן להכניס בו-זמנית רק שתי סופגניות. זמן ההכנה של סופגנייה אחת – דקה אחת לצד אחד של הסופגנייה, סה"כ שתי דקות. מהו הזמן המינימאלי להכנת  $k$  סופגניות?

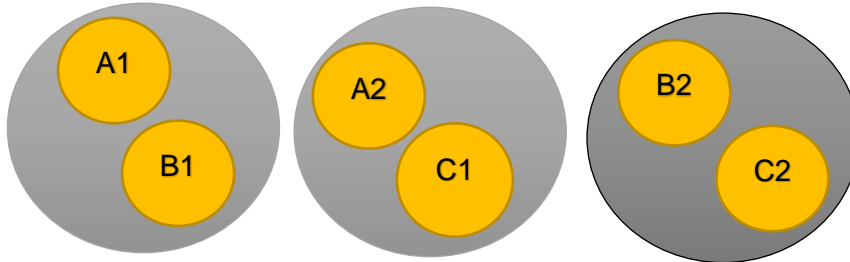
נסמן ב-  $A1$  סופגנייה  $A$  הנמצאת במחבת על הצד הראשון, וכדומה.

דוגמא 1:



$k=2$  : שתי דקות

דוגמא 2:



$k=3$  : שלוש דקות

דוגמא 3

$k=4$  : 4 דקות (זוג וזוג).

המקרה הכללי:  $k$  סופגניות.

**טענה:** הכנת  $k$  סופגניות דורשת  $k$  דקות.

**הוכחה 1**

כאשר  $K$  מספר זוגי  $K=2*m$  מכינים בזוגות, זוג אחד – שתי דקות,  $m$  זוגות -  $k=2*m$  דקות.

כאשר  $K$  מספר אי-זוגי  $K=2*(m-1)+3$  כל זוג 2 דקות ושלישיה – 3 דקות, סה"כ  $k=2*(m-1)+3$  דקות.

**הוכחה 2**

כאשר  $K$  מתחלק ב-3:  $k=3*m$  מכינים אותן בשלישיות. כל שלישיה 3 דקות, סה"כ  $k=3*m$  דקות.

כאשר  $k=3*m+2$  יש  $m$  שלישיות וזוג אחד,  $m$  שלישיות דורשות  $3*m$  דקות והזוג דורש 2 דקות, סה"כ  $k=3*m+2$  דקות. מש"ל.

כאשר  $k=3*m+1$  יש להציג את  $k$  בצורה הבאה:  $k=3*m+1=3*(m-1)+4$ .  $m-1$  שלישיות דורשות  $3*(m-1)$  דקות ו 4 סופגניות דורשות 4 דקות, סה"כ  $k=3*(m-1)+4=3*m+1$  דקות.

מש"ל.

**מקרה כללי:** על המחבת  $p$  סופגניות, סה"כ  $n$  סופגניות.  
 מהו הזמן המינימאלי  $(T)$  הנדרש להכנת את כל הסופגניות?

(א) להכין  $p \leq n$  סופגניות לוקח 2 דקות

(ב) להכין  $p < n \leq \left\lfloor \frac{3p}{2} \right\rfloor$  סופגניות לוקח 3 דקות

(ג) להכין  $2p \leq n < \left\lfloor \frac{3p}{2} \right\rfloor$  סופגניות לוקח 4 דקות

(ד) כאשר  $n = pk + r, 0 \leq r < p$

$$T = \begin{cases} 2k, & r = 0 \\ 2k + 1, & 0 < r \leq \left\lfloor \frac{p}{2} \right\rfloor \\ 2k + 2, & \left\lfloor \frac{p}{2} \right\rfloor < r < p \end{cases}$$