עבודת בית 1

1. נתון: $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^4$ העתקה לינארית, $[T]_C^B=\begin{bmatrix}-1&1&5\\1&0&-1\\3&1&2\\2&-1&-3\end{bmatrix}$,

$B=\big((1,0,1),(1,1,3),(4,2,7)\big)$,

$C=\big((1,0,1,1),(0,1,1,-1),(0,0,-1,1),(0,0,0,-1)\big)$.

מצאו את ההגדרה המפורשת של T. כלומר, $T(x,y,z)=(*,*,*,*)$.

2. נתון: $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, $T(x,y)=(x-y,7x-3y)$.
מצאו את $[T]_B^B$ כאשר $B=\big((1,2),(2,3)\big)$.

3. יהי V מרחב וקטורי מעל $\mathbb{R}$, יהי $B=(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ בסיס ל- V.
   א. הוכיחו ש- $C=(\vec{u}+\vec{v}+2\vec{w},\ \vec{u}+\vec{v}+3\vec{w},\ \vec{u}+2\vec{v}+2\vec{w})$ גם בסיס ל- V.
   ב. מצאו את $[I]_C^C$.
   ג. מצאו את $[I]_C^B$.
   ד. מצאו את $[3\vec{u}-\vec{v}+8\vec{w}]_C$.

4. יהיו V,W מרחבים וקטוריים מעל שדה F, תהיינה $T,S:V\to W$ שתי העתקות. נזכיר שהעתקה $T+S:V\to W$ מוגדרת כך: $(T+S)(\vec{v})=T(\vec{v})+S(\vec{v})$ לכל $\vec{v}\in V$.
הוכיחו שאם $T,S:V\to W$ העתקות לינאריות אזי העתקה $T+S:V\to W$ היא גם העתקה לינארית.

5. נתון: V מרחב וקטורי מעל שדה F, $T:V\to V$ העתקה לינארית, עבור כל $\vec{v}\in V$ קיימים $\vec{w}\in\ker T$, $\vec{u}\in\operatorname{Im}T$ כך ש- $\vec{v}=\vec{u}+\vec{w}$.
הוכיחו ש- $\vec{0}=T(\vec{v})$ אם ורק אם $\vec{0}=T(T(\vec{v}))$.