

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2

שבוע 2.

טורים אינסופיים

1. מצא את סכום של הטורים הבאים :

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} + \dots \quad 1.1$$

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} + \dots \quad 1.2$$

$$\frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \dots + \frac{3^n + 2^n}{6^n} + \dots \quad 1.3$$

תשובות : $\frac{1}{2}$ 1.1 $\frac{11}{18}$ 1.2 $\frac{3}{2}$ 1.3

2. קבע האם הטורים הבאים מתכנסים או מתבדרים :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \cdot 2^{2n-1}} \quad 2.1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2^n} \quad 2.2$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{1+n^2} \quad 2.3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 + 2n^2 - 1}{n^4 - n^2 + 4} \quad 2.4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot (n+4)} \quad 2.5$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 4n + 5} \quad 2.6$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) \quad 2.7$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n^2} + 2\sqrt[5]{n^3}} \quad 2.8$$

תשובות : 2.1 מתכנס 2.2 מתכנס 2.3 מתבדר 2.4 מתבדר 2.5 מתכנס
2.6 מתכנס 2.7 מתבדר 2.8 מתבדר

3. תוך שימוש במבחן המנה , הראה כי הטורים הבאים מתכנסים .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} \quad 3.1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad 3.2$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n} \quad 3.3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{2^n} \quad 3.4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^n \cdot n!} \quad 3.5$$

4. תוך שימוש במבחן השורש , הראה כי הטורים הבאים מתכנסים .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)} \quad 4.1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n \quad 4.2$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{1}{n} \quad 4.3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}}{3^n} \quad 4.4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{n^n} \quad 4.6$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n}{1+n^2} \right)^n \quad 4.5$$

5. תוך שימוש במבחן האינטגרל, קבע האם הטורים הבאים מתכנסים או מתבדרים :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n} \quad 5.2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)} \quad 5.1$$

תשובות : 5.1 מתכנס 5.2 מתבדר

6. קבע אילו מהטורים הבאים מתכנסים או מתבדרים :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n}} \quad 6.3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1)} \quad 6.2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n+1}} \quad 6.1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n} \quad 6.6 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1000n+1} \quad 6.5 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!} \quad 6.4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}} \quad 6.9 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} \quad 6.8 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n} \quad 6.7$$

תשובות : 6.1 מתכנס 6.2 מתבדר 6.3 מתבדר 6.4 מתכנס 6.5 מתבדר 6.6 מתבדר .
6.7 מתכנס 6.8 מתכנס 6.9 מתבדר

7. קבע אילו מהטורים הבאים מתכנסים בהחלט, מתכנסים בתנאי או מתבדרים :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2} \quad 7.2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2} \quad 7.1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n} \quad 7.4 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 2^n} \quad 7.3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n} \quad 7.6 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^3}{2^n} \quad 7.5$$

תשובות : 7.1 מתכנסים בהחלט 7.2 מתכנסים בהחלט 7.3 מתכנסים בהחלט
7.4 מתבדר 7.5 מתכנסים בהחלט 7.6 מתכנס בתנאי