

מטריצה מייצגת - מעבר מבסיס לבסיס

תרגילים לעבודה עצמית

תרגיל 1: נתון: $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ העתקה ליניארית המוגדרת לפי
$$B = \left(b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, b_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), T \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = a + (b-c)x + cx^2$$

בסיס ב- \mathbb{R}^3 , ו- $E = (1, x, x^2)$ בסיס ב- $\mathbb{R}_2[x]$. יש לחשב $[T]_E^B$.

תרגיל 2: נתון: $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ העתקה ליניארית המוגדרת לפי
$$T \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2y \\ y \\ x - 2y \end{bmatrix}$$

$$B = \left(b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, b_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \text{ ו- } A = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

בסיסים ב- \mathbb{R}^2 וב- \mathbb{R}^3 בהתאם. יש לחשב $[T]_B^A$.

תרגיל 3: נתונה העתקה ליניארית $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ כך ש-
$$T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x + y + z \\ x - 3y + z \\ x + y - z \end{bmatrix}$$

חשב $[T]_v^v := [T]_v^v$ כאשר $v = \left(v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$ בסיס ב- \mathbb{R}^3 .

תרגיל 4: תהי $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ העתקה ליניארית המוגדרת לפי

$$T \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x & x+y \\ x-y & -y \end{bmatrix}$$

חשב $[T]_B^E := [T]_B^E$ כאשר
$$B = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

בסיס ב- $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ ו- E הוא בסיס סטנדרטי ב- \mathbb{R}^2 .

תרגיל 5: (א) נתונה פרבולה $y = x^2 - 1$ במערכת צירים הסטנדרטית. יש למצוא משוואה של פרבולה במערכת צירים $e_1 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ו- $e_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$. (ב) יש לחשב 3-4 נקודות ולצייר גרף.

תרגיל 6: ב- \mathbb{R}^3 נתונים ווקטורים $v_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ ו- $v_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$.

(א) יש להראות שהווקטורים $v = (v_1, v_2, v_3)$ הם בסיס ב- \mathbb{R}^3 . (ב) יש לרשום מטריצה מעבר $[I]_e^v$ כאשר e הוא בסיס סטנדרטי. (ג) יש למצוא את הקואורדינטות של הווקטור

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ בבסיס } v. \text{ (ד) מה היא המשמעות של הווקטור } [I]_v^e?$$

תרגיל 7: (א) יש למצוא מטריצה מעבר מבסיס ישן $A = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$ לבסיס חדש $B = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$ ב- \mathbb{R}^2 . (ב) יש לחשב $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}_A$.