

מבחן בקורס הסתברות 2

סמסטר ב' , מועד א'

07.07.2022

מרצה: פרופ' דן חפץ

מתרגלים: אילנה שוכמן, שני שוב ומיכאל טרושקין

אוניברסיטת אריאל

הפקולטה למדעי הטבע

המחלקה למדעי המחשב

משך הבחינה: שלוש שעות

המבחן הינו עבור מספרי קורס: 2-7020111-7, 2-7020111-6, 2-7020111-5, 2-7020111-4.

מבנה המבחן: 4 שאלות ללא בחירה.

הנחיות:

1. המבחן הינו עם חומר סגור ובכתב יד ללא שימוש בשום אמצעי אלקטרוני (מותר מחשבון פשוט אם כי אין בו צורך). עם זאת, כל סטודנט רשאי להביא דף אחד מגודל A4 כתוב משני צדדיו.
2. אין לכתוב בעפרון.
3. יש להוכיח כל טענה שאתם כותבים גם אם לא התבקשתם לעשות זאת במפורש בשאלה.
4. ניתן להסתמך ללא הוכחה על כל טענה שנלמדה בשיעור (אלא אם כן זו הטענה שהנכם מתבקשים להוכיח בשאלה). יש לצטט את הטענה עליה הנכם מסתמכים בצורה ברורה.

שאלה 1 (25 נקודות):

נתון משתנה מקרי X בעל צפיפות

$$f(x) = \begin{cases} cx, & 0 \leq x < 1/2 \\ c(1-x), & 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{אחרת} \end{cases}$$

א. (10 נקודות) מצאו את ערכו של c .

ב. (15 נקודות) חשבו את התוחלת של X^k לכל שלם חיובי k .

שאלה 2 (25 נקודות):

הוכיחו שלכל טורניר T על קבוצת הקודקודים $\{1, \dots, n\}$ (כלומר גרף מכוון בו לכל $1 \leq i < j \leq n$ יש בדיוק קשת אחת והיא מכוונת מ- i ל- j או מ- j ל- i) קיימת תמורה π של איברי הקבוצה $\{1, \dots, n\}$ המסכימה עם חצי מקשתות T לפחות (נאמר שהתמורה π מסכימה עם הקשת המכוונת מ- i ל- j אם ורק אם $\pi(i) < \pi(j)$).

שאלה 3 (25 נקודות):

הוכיחו שההסתברות שקיים קודקוד ב- $G(n, \frac{1}{4})$ שדרגתו גדולה מ- $0.26n$ או קטנה מ- $0.24n$ שואפת לאפס כאשר n שואף לאינסוף.

שאלה 4 (25 נקודות):

מטילים מטבע הוגן 10000 פעמים, כאשר כל ההטלות בלתי תלויות. יהי X משתנה מקרי הסופר את מספר ההטלות שתוצאתן "עץ". מצאו מספרים ממשיים a ו- b עבורם מתקיים

$$P(4800 \leq X \leq 5100) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-x^2/2} dx$$

