

מבחן בית בקורס הסתברות 2

סמסטר א'

05.03.2018

פרופ' דן חפץ

אוניברסיטת אריאל

הפקולטה למדעי הטבע

המחלקה למדעי המחשב

המבחן הינו עבור מספרי קורס: 2-7037110-1

מבנה המבחן: 4 שאלות ללא בחירה.

הנחיות:

1. אין לכתוב בעפרון.
2. יש להוכיח כל טענה שאתם כותבים גם אם לא התבקשתם לעשות זאת במפורש בשאלה.
3. ניתן להסתמך ללא הוכחה על כל טענה שנלמדה בשיעור (אלא אם כן זו הטענה שהנכם מתבקשים להוכיח בשאלה). יש לצטט את הטענה עליה הנכם מסתמכים בצורה ברורה.

שאלה 1 (25 נקודות):

מטילים קוביה הוגנת 72000 פעמים, כאשר כל ההטלות בלתי תלויות. יהי X משתנה מקרי הסופר את מספר ההטלות שתוצאתן 1.

- א. השתמשו באי שוויון צ'רנוף כדי להוכיח ש- $\Pr(10000 \leq X \leq 14000) \geq 0.99$.
ב. השתמשו במשפט הגבול המרכזי כדי להוכיח ש- $\Pr(11900 \leq X \leq 12100) \leq 0.7$.

שאלה 2 (25 נקודות):

כתבו אלגוריתם המקיים את כל התכונות הבאות:

1. **קלט:** קבוצה כלשהי A המכילה n מספרים ממשיים.
2. **פלט:** מספר $x \in A$.
3. לכל קלט, הפלט של האלגוריתם צריך לקיים $|\{y \in A : y < x\}| \geq n/3$ וגם $|\{y \in A : y > x\}| \geq n/3$ בהסתברות $1 - 2^{-100}$ לפחות.
4. זמן הריצה של האלגוריתם קבוע (כלומר לא תלוי ב- n).

שאלה 3 (25 נקודות):

יהי $G \sim G(n, 1/n)$ גרף מקרי. הוכיחו שההסתברות שקיימת קבוצה של קודקודים של G מגודל $1 \leq t \leq n/10$ המכילה לפחות $3t$ קשתות שואפת ל-0 כאשר n שואף לאינסוף.

שאלה 4 (25 נקודות):

תהי

$$f(x) = \begin{cases} 4x & 0 \leq x < 1/2 \\ 4 - 4x & 1/2 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

- א. הוכיחו ש- f היא פונקציית צפיפות.
ב. יהי X משתנה מקרי עם פונקציית צפיפות f . חשבו את פונקציית ההסתברות המצטברת של X , את התוחלת שלו ואת השונות שלו.