

$$A = (1,4), (2,3), (3,2), (4,1), (1$$

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2/36}{9/36} = \frac{2}{9} \text{ א.}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{2/9 \cdot 9/36}{4/36} = \frac{1}{2} \text{ ב.}$$

$$p(A \cap C|B) = \frac{P(A \cap C \cap B)}{P(B)} = \frac{P(C|A \cap B) \cdot P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(C|A \cap B) \cdot P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.5}{0.4} \text{ (2)}$$

(3) נוכיח שאם $P(B|A) > P(B)$ אז $P(A|B) > P(A)$

נניח: $P(A|B) > P(A)$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} > P(A)$$

$$\frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} > P(A)$$

$$P(B|A) > P(B)$$

(4) נגדיר את המאורע שנבחר מטבע הוגן ב F.

א. נשתמש בנוסחת ההסתברות השלמה: $P(H) = P(H|F) \cdot P(F) + P(H|\bar{F}) \cdot P(\bar{F})$

(5) נגדיר S_i כפגיעה במטרה i פעמים.

נגדיר F_j כהחטאה מהמטרה בניסיון הj.

א. נשתמש בנוסחת ההסתברות השלמה:

$$P(S_1) =$$

$$P(\bar{F}_1) \cdot P(F_2|\bar{F}_1) \cdot P(F_3|\bar{F}_1 \cap F_2) + P(F_1) \cdot P(\bar{F}_2|F_1) \cdot P(F_3|F_1 \cap \bar{F}_2) + P(F_1) \cdot P(F_2|F_1) \cdot P(\bar{F}_3|F_1 \cap F_2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{11}{50}$$

ב. נשתמש בנוסחת הכפל ל3 מאורעות במונה, ובמכנה בנוסחת ההסתברות השלמה:

$$P(F_2|S_2) = \frac{P(S_2 \cap F_2)}{P(S_2)} =$$

$$\frac{P(\bar{F}_1) \cdot P(F_2|\bar{F}_1) \cdot P(\bar{F}_3|\bar{F}_1 \cap F_2)}{P(\bar{F}_1) \cdot P(F_2|\bar{F}_1) \cdot P(\bar{F}_3|\bar{F}_1 \cap F_2) + P(F_1) \cdot P(\bar{F}_2|F_1) \cdot P(\bar{F}_3|F_1 \cap \bar{F}_2) + P(F_1) \cdot P(F_2|F_1) \cdot P(\bar{F}_3|F_1 \cap F_2)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}} = \frac{1}{7}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\{c\})}{P(\{b\} \cup \{c\} \cup \{d\})} = \frac{P(\{c\})}{P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\})} = \frac{0.3}{0.2 + 0.3 + 0.4} = \frac{1}{3} \text{ א. (6)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(\{c\})}{P(\{a\} \cup \{c\})} = \frac{P(\{c\})}{P(\{a\}) + P(\{c\})} = \frac{0.3}{0.1 + 0.3} = \frac{3}{4} \text{ ב.}$$

$$P(A \cup C|B) = \frac{P((A \cup C) \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\{c\} \cup \{d\})}{P(\{b\} \cup \{c\} \cup \{d\})} = \frac{P(\{c\}) + P(\{d\})}{P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\})} = \frac{0.3 + 0.4}{0.2 + 0.3 + 0.4} = \frac{7}{9} \text{ ג.}$$

$$P(\bar{C}|A \cap B) = \frac{P(\bar{C} \cap A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{P(\{c\})}{P(\{c\})} = \frac{1}{1} = 1 \text{ ד.}$$

(7) נגדיר w סטודנט שעובד בתקופת הלימודים.

נגדיר l סטודנט גר עם ההורים.

הנתונים: $P(w) = 0.6, P(\ell) = 0.8, P(w \cap \ell) = 0.45$

ניתן להסיק את הנתונים שנצטרך (יותר קל בטבלה): $P(\bar{w}) = 0.4, P(\bar{w} \cap \bar{\ell}) = 0.05, P(\bar{w} \cap \ell) = 0.35$

א. נשתמש בנוסחת הסתברות מותנית:

$$P(\ell|\bar{w}) = \frac{P(\bar{w} \cap \ell)}{P(\bar{w})} = \frac{0.35}{0.4} = \frac{7}{8}$$

ב. נשתמש בנוסחת הסתברות מותנית:

$$P(\bar{\ell}|\bar{w}) = \frac{P(\bar{w} \cap \bar{\ell})}{P(\bar{w})} = \frac{0.05}{0.4} = \frac{1}{8}$$

(8) נגדיר w_i כדור i לבן.

נגדיר v_j כד j.

א. נשתמש בנוסחת ההסתברות השלמה:

$$P(w_1) = P(v_k) \cdot P(w_1|v_k) + P(v_3) \cdot P(w_1|v_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$$

ב. נשתמש בנוסחת ההסתברות השלמה ונוסחת הכפל:

$$\begin{aligned} P(w_1 \cap w_2) &= P(w_1 \cap w_2|v_k) + P(w_1 \cap w_2|v_3) \\ &= P(v_k) \cdot P(w_1|v_k) \cdot P(w_2|v_k \cap w_1) + P(v_3) \cdot P(w_1|v_3) \cdot P(w_2|v_3 \cap w_1) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

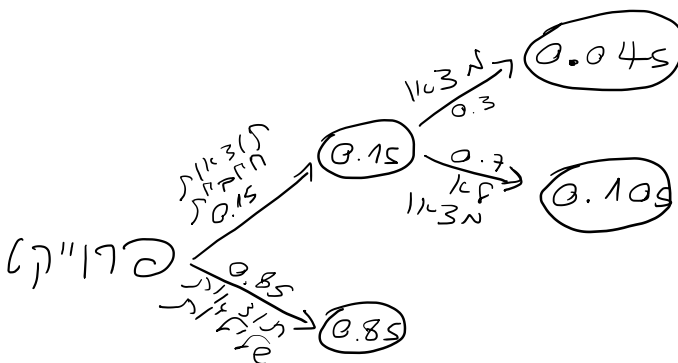
ג. נשתמש בנוסחת בייס:

$$P(v_k|w_1) = \frac{P(w_1|v_k) \cdot P(v_k)}{P(w_1)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{1}{5}$$

ד. נשתמש בנוסחת הסתברות מותנית ובנוסחת הכפל 3 מאורעות:

$$P(v_3|w_1 \cap w_2) = \frac{P(w_1 \cap w_2|v_3) \cdot P(v_3)}{P(w_1 \cap w_2)} = \frac{\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{8}{9}$$

(9) א.



ב. 0.045

$$\text{ג. } \frac{0.85}{0.85+0.105} = \frac{850}{955} = \frac{170}{191}$$