

מטלה 3

כל הנחיות המטלות הקודמות תקפות גם כאן.

תרגילים

1. לחדר מסוים באוניברסיטה יש 7 מנעולים בעלי חור כפול (חור אחד עבור המפתח, וחור אחד עבור המפתח הנגדי)

אברהם מחזיק את מפתחות $A, \neg B, E$
בנימין מחזיק את מפתחות $\neg B, \neg F, G$
גד מחזיק את מפתחות $B, \neg C, \neg D, \neg F, G$
דן מחזיק את מפתחות $E, \neg G$
הגר מחזיק את מפתחות $C, \neg E, \neg F$
ופסי מחזיק את מפתחות $A, C, \neg E, \neg F$
זבולון מחזיק את מפתחות $A, \neg B, \neg C, D, \neg E$

כדי לפתוח את החדר, יש לסובב מפתח אחד מכל זוג חורים, במקביל.
א. כתבו נוסחת CNF מתאימה לבעיה.
ב. המירו אותה לצורת $3CNF$ בעזרת הרדוקציה שלמדנו.
ג. אברהם איבד את מפתח B . האם עדיין ניתן לפתוח את החדר?

2. הוכיחו כי השפות הבאות הן NPC :

א. $CNF - IS = \{ \langle G, k, \phi \rangle \mid G \text{ has a size } k \text{ IS or } \phi \text{ is a satisfiable CNF formula} \}$
ב. $Partition = \{ \langle S \rangle \mid S \text{ is a set of numbers, } \exists S' \subset S \text{ such that } \sum_{x \in S'} x = \sum_{x \notin S'} x \}$
הנחיה: מהו סכום כל איברי S ?
ג. הגדרה: קבוצה שולטת (Dominating Set) היא תת קבוצה של קודקודים, שכל שאר קודקודי הגרף שכינים של קבוצה זו. $S \subseteq V: V \setminus S \subseteq \Gamma(S)$
 $DS = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ is an undirected graph with a size } k \text{ dominating set} \}$
(הנחיה: היעזרו ב VC - מה יקרה אם לכל צלע תייצרו קודקוד? באופן חריג, אפשר להניח כי בגרף אין יחידונים ולכן לא צריך לטפל בהם)
ד. $DoubleHC = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is undirected graph with two different Hamilton cycles} \}$

3. הוכיחו את המשפטים הבאים שפיזרנו עבורכם בהרצאות:

א. אם $L_1 \in NP$ וגם $L_2 \in NP$ אזי $L_1 \leq_P L_2$.
ב. אם $L_1 \in NPh$ וגם $L_2 \in NPh$ אזי $L_1 \leq_P L_2$.
ג. תהי $L_1 \in NPC$. אזי $L_1 \in P \leftrightarrow P = NP$.

על שאלה 4 יש לענות רק לאחר הרצאה 8.

4. נניח כי קיים אלגוריתם פולינומי המכריע את השפה $SubsetSum$, נקרא לו A . כתבו בעזרתו אלגוריתם לחיפוש פתרון לשפה $SubsetSum$.

בהצלחה!