

שאלון בחינה בקורס: מבוא לקבלת החלטות אלגוריתמית, 2-7060110-1

ד"ר נועם חזון

סמסטר א', מועד א', תשע"ז

זמן הבחינה: 150 דקות

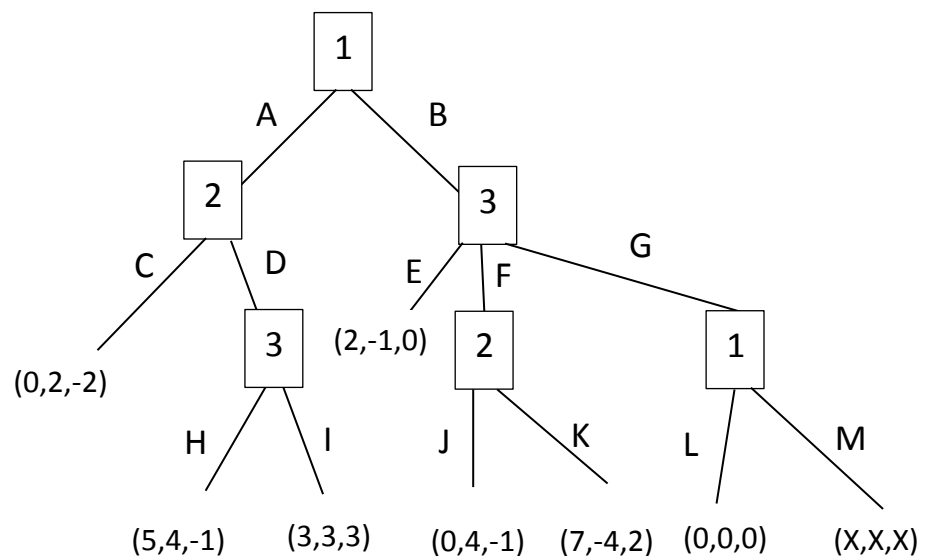
מותר להשתמש במחשבון כיס רגיל

נא לכתוב בכתב ברור

בשאלות נכון/לא נכון חובה לכתוב הסבר. תשובה ללא הסבר לא תתקבל.

שאלה 1

נתון המשחק הסדרתי הבא, עבור שלושה שחקנים. X מייצג מספר מסוים:

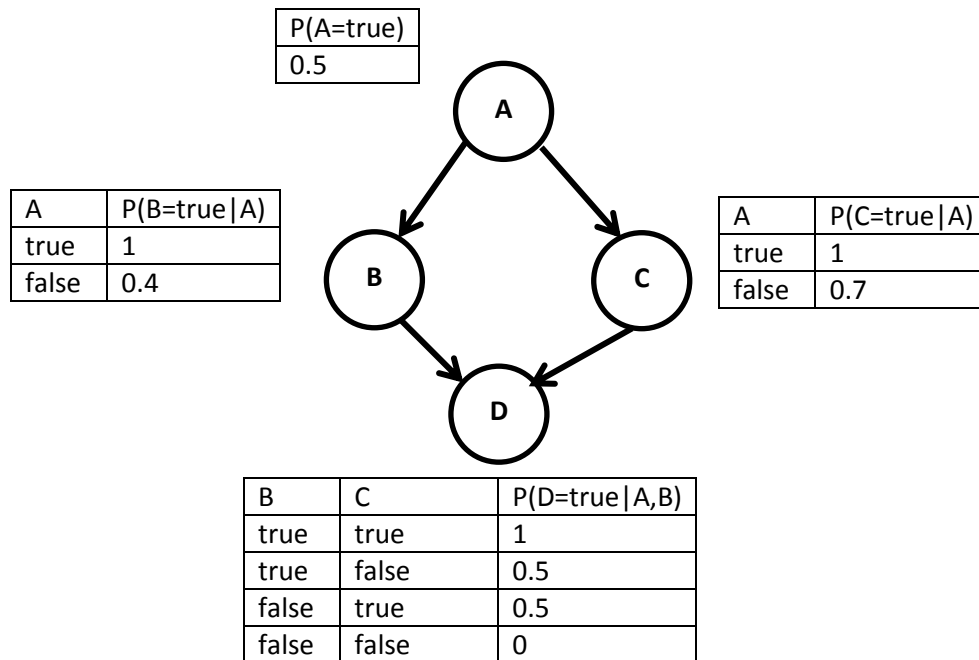


נניח ש-X שווה ל-1.

- א. כמה pure strategies קיימות לשחקן 3? הראו אותן.
- ב. האם קיימת אסטרטגיה שולטת עבור אחד השחקנים? אם כן, הראו אותה. אם לא, הראו מדוע לא קיימת אסטרטגיה כזו.
- ג. 5 נק' מצאו את כל ה-subgame-perfect equilibrium של המשחק.
- ד. 5 נק' כעת נניח ש-X יכול לקבל כל ערך ממשי. מצאו את כל ה-subgame-perfect equilibrium לכל ערך של X.
- ה. 5 נק' נכון/לא נכון: כל pure strategy Nash equilibrium הוא גם mixed strategy Nash equilibrium

שאלה 2

ועדת הקבלה של מוסד אוניברסיטאי כלשהו מנסה לחשב את ההסתברות שמועמד אשר התקבל למוסד אכן כשיר לתוכנית הלימודים. ההסתברויות הרלבנטיות נתונות ברשת בייסיאנית להלן:



כאשר:

- A - המועמד כשיר
- B - למועמד ממוצע גבוה
- C - למועמד המלצות מצוינות
- D - המועמד מתקבל

- א. (15 נק) חשבו באמצעות Variable elimination את ההסתברות שהמועמד כשיר, בהינתן שהוא התקבל. יש לעשות אלימנציה של המשתנים לפי סדר ה-ABC.
- ב. (5 נק) במידה ולמשתנה D היה בן ברשת, האם התשובה הסופית בסעיף הקודם הייתה שונה? הסבירו.
- ג. (5 נק) נכון/לא נכון: ניתן להסיק ממבנה הרשת ש- $P(A,C) = P(A) \cdot P(C)$.

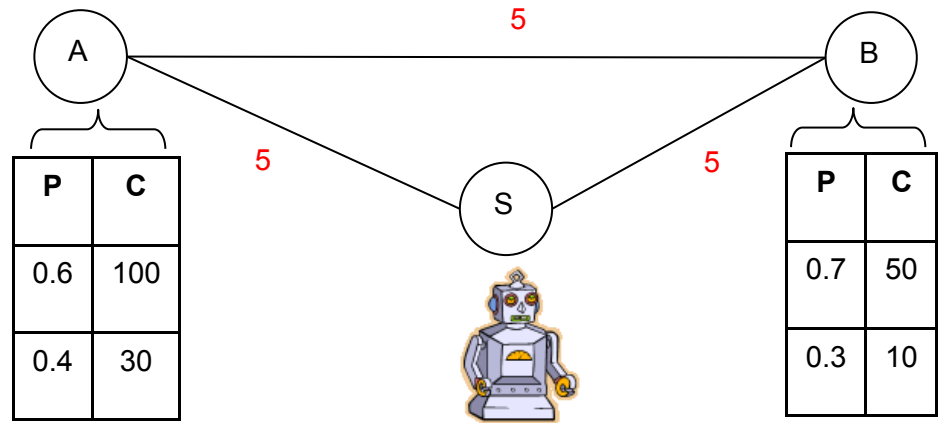
שאלה 3

משה המציא כלל בחירות חדש: כל מצביע מדרג את כל המועמדים. לכל מצביע, המועמד במקום הראשון מקבל נקודה אחת, במקום השני חצי נקודה, במקום השלישי שליש נקודה וכן הלאה. המועמד שמקבל בסה"כ הכי הרבה נקודות מנצח.

- א. (5 נק) האם כלל בחירות זה קל לחישוב?
- ב. (5 נק) האם כלל בחירות זה מקיים את קריטריון ה- Anonymity? הוכיחו.
- ג. (5 נק) האם כלל בחירות זה מקיים את קריטריון ה- Weak Pareto efficiency? הוכיחו.
- ד. (5 נק) האם כלל בחירות זה מקיים את קריטריון ה- Majority? הוכיחו.
- ה. (5 נק) האם כלל בחירות זה מקיים את קריטריון ה- Condorcet? הוכיחו.

שאלה 4

יש לנו רובוט שמעוניין לקנות מוצר מסוים. הרובוט כרגע ממוקם בנקודה S וקיימות 2 חנויות, A ו-B, כפי שמתואר בתרשים הבא:



הרובוט יכול לנוע בכל שלב על אחת הקשתות, כאשר עלות הנסיעה מכל קודקוד לשכן שלו רשומה על הקשתות. בנוסף, קיים מידע הסתברותי בנוגע לעלות המוצר שהרובוט רוצה לקנות כפי שמתואר בתרשים. לדוגמה, בחנות A יש סיכוי של 40% שהמוצר יעלה 30, וסיכוי של 60% שהוא יעלה 100. אומנם, ברגע שהרובוט מגיע לחנות כבר אין חוסר וודאות- הוא רואה מה מחיר המוצר ויכול להחליט האם לקנות אותו או להמשיך הלאה בחיפוש. אם הרובוט ביקר בחנות B והמשיך בחיפוש, אם הוא רוצה בכל זאת לקנות בה אח"כ הוא חייב לחזור אליה. לעומת זאת, בחנות A המוכרים קשוחים, ואם הרובוט עזב אותה והמשיך בחיפוש החנות כבר לא מוכנה למכור לו את המוצר יותר. המטרה של הרובוט היא לקנות את המוצר אבל להוציא כמה שפחות כסף (שכולל את ההליכה ואת קניית המוצר). לכן, ניתן להניח שאם יש כמה דרכים להגיע מנקודה לנקודה, הרובוט יבחר בדרך הקצרה ביותר.

- (15 נק) ציירו את עץ ההחלטה המלא.
- (5 נק) מהי האסטרטגיה האופטימלית של הרובוט?
- (5 נק) מהי העלות של האסטרטגיה האופטימלית?

נוסחאות:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

הסתברות מותנית

$$P(A) = \sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j) \quad (\text{נוסחת ההסתברות השלמה } B_j \text{ מהווים חלוקה של המרחב})$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{P(A|B)P(B)}{\sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j)}$$

חוק בייס

Weak monotonicity: if candidate w wins for the current votes, we then improve the position of w in some of the votes and leave everything else the same, then w should still win.

Strong monotonicity: if candidate w wins for the current votes, we then change the votes in such a way that for each vote, if a candidate c was ranked below w originally, c is still ranked below w in the new vote, then w should still win.

Weak Pareto efficiency: If all agents prefer a to b , the voting rule will never choose b to be the winner.

Pareto efficiency: if all votes rank a above b , then the voting rule should rank a above b .