

שאלון בחינה בקורס "מבוא לקבלת החלטות אלגוריתמית"

ד"ר נועם חזון

סמסטר ב', מבחן לדוגמה, תשע"ד

זמן הבחינה: 150 דקות

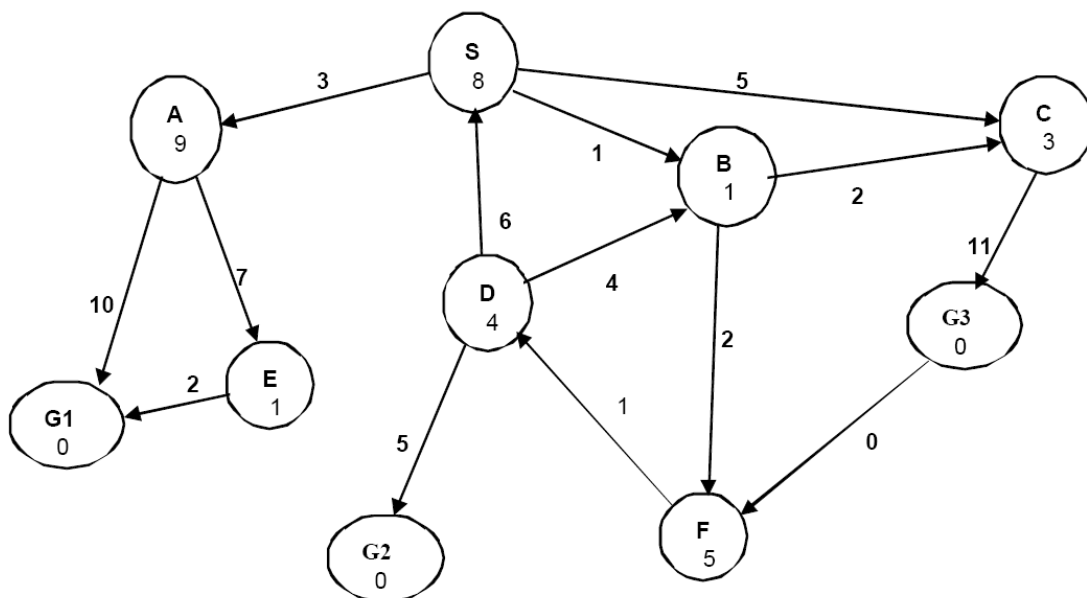
מותר להשתמש במחשבון כיס רגיל

נא לכתוב בכתב ברור

בשאלות נכון/לא נכון חובה לכתוב הסבר. תשובה ללא הסבר לא תתקבל.

שאלה 1

נתון מרחב החיפוש הבא:



G1, G2, G3 הם קודקודים המקיימים את תנאי המטרה, כאשר קודקוד ההתחלה מסומן באות S. המספרים על הקשתות מסמנים את משקלי הקשתות והעלות המשוערת למטרה מכל קודקוד כתובה בתוך הקודקודים. לכל אחת מאלגוריתמי החיפוש הבאים, כתבו לאיזה מקודקודי המטרה יגיע האלגוריתם (במידה והאלגוריתם אינו מוצא אף מטרה, סמנו F). כמו כן כתבו על פי הסדר את הקודקודים היוצאים מה- open-list במהלך ריצת האלגוריתם.

(i) DFID

(ii) A*

(iii) Iterative Deepening A* (IDA*)

הערות:

- א. במידה ולשני קודקודים או יותר יש עדיפות שווה לפי האלגוריתם, יש להוציא לפי הסדר האלפביתי (A עדיף על B).
- ב. כמו שלמדנו, האלגוריתם עוצר כאשר הוא מגיע למטרה הראשונה.

תשובה:

האלגוריתם	מטרה	קודקודים שהוצאו מה-Open-List
DFID	G1	S S,A
A*	G2	S,B,C,F,D,G2
IDA*	G2	S,B,C,F,D S,B,C,F,D,G2

הסבר:

#iter	Open-List	Out of Open list
A*	S(8)	
	A(12),B(2),C(8)	S
	A(12), F(8),C(6)	B
	A(12),G3(14), F(8)	C
	A(12),G3(14), D(8)	F
	A(12),G3(14), G2(9)	D
	Goal found	G2
IDA*	S(8) , threshold set to 8	
	B(2),C(8)	S
	F(8),C(6)	B
	F(8)	C
	D(8)	F
	Empty - end of first iteration	D
2 nd iteration	S(8), threshold set to 9	
	B(2),C(8)	S
	F(8),C(6)	B
	F(8)	C
	D(8)	F
	G2(9)	D
	Goal found	G2

שאלה 2

לפניכם המשחק הבא: נתון מספר דו ספרתי בין 10 ל-99 המוגדר כנקודת ההתחלה, ומספר דו-ספרתי נוסף (בין 10 ל- 99) המוגדר כנקודת הסיום. קיימות שתי פעולות חוקיות:

- א. הוספה של 1 לאחת מהספרות חוץ מהספרה 9.
- ב. החסרה של 1 מאחת הספרות חוץ מהספרה 0.

לדוגמא: המספר 10 יכול להפוך ל-20 או ל-11, 99 יכול להפוך ל-89 או 98. קיימת הגבלה אחת: אסור ליצור את המספר 55. לשתי הפעולות מחיר זהה. מטרת המשחק היא למצוא את הפתרון בעל המסלול הקצר ביותר (כלומר בעל מספר הפעולות הקטן ביותר) מנקודת ההתחלה לנקודת הסיום.

- א. הגדירו פונקציה יוריסטית ($h(n)$) שתהיה קלה לחישוב, consistent ו- admissible.
 ב. נכון/לא נכון: ניתן להשתמש בבעיה זו בחיפוש דו-כיווני (bi-directional search)

תשובה:

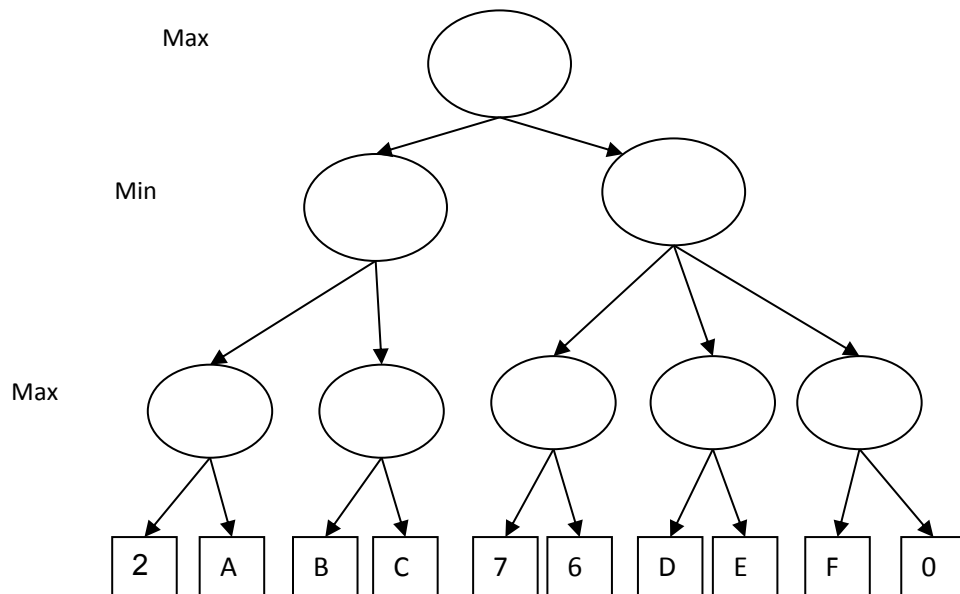
- א. את המשחק ניתן לייצג כמציאת מסלול קצר ביותר בין שתי משבצות בטבלה של 10×10 כאשר התנועות המותרות הן שמאלה, ימינה, למעלה ולמטה. ניתן לבקר בכל המשבצות למעט 55. פונקצית ההערכה הפשוטה ביותר היא Manhattan Distance. בהינתן קודקוד במרחב המצבים המייצג את מספר דו ספרתי n נגדיר n_1 ו- n_2 כספרת האחדות והעשרות של n בהתאמה. בצורה דומה נגדיר את g_1 ו- g_2 כספרת האחדות והעשרות של קודקוד המטרה g .

$$h(n) = MD(n, g) = |n_1 - g_1| + |n_2 - g_2|$$

 ב. נכון- הפעולות במשחק זה הפיכות.

שאלה 3

לפניכם עץ משחק בו A-F מייצגים ערכים מספריים.



על פי אלגוריתם $\alpha\beta$ -pruning,

- א. עבור אילו ערכים של A, קודקוד B לא יפותח?
 ב. אם $A=12$, עבור אילו ערכים של B, קודקוד C לא יפותח?
 ג. האם קיימים ערכים מסוימים ל- A, B ו- C כך שתת-העץ המכיל את 6 ו- 7 לא יפותח? אם כן, הראו את הערכים. אם לא, הסבירו מדוע.
 ד. נניח ש- $C=2$, האם קיים תנאי על הערכים של A ו- B בלבד (ללא תלות בערכים של D, E, F) כך שבתת העץ הימני של קודקוד השורש רק העלים 6 ו- 7 יפותחו? אם כן, הראו את התנאי. אם לא, הסבירו מדוע.
 ה. אם ניתן לתת ל- A-F כל ערך, מהו מספר העלים המקסימאלי שלא יפותחו?

תשובה:

- א. קודקוד B תמיד יפותח
- ב. $B \geq 12$
- ג. לא, קודקוד ה-max שנמצא בשורש חייב לראות ערך אחד לפחות בענף הימני שלו.
- ד. $\text{Min}(A,B) \geq 7$
- ה. 5 עלים: C,D,E,F,0

שאלה 4

מחלה מסויימת (מסומנת כ d) נפוצה באוכלוסייה ביחס של אחד למליון. קיימת בדיקה להמצאות המחלה (מסומנת כ test). הבדיקה מדוייקת ב-98% כלומר בשני אחוזים מהבדיקות אדם בריא יקבל תשובה חיובית (תשובה חיובית לבדיקה פירושה חולי) ובשני אחוזים מהבדיקות אדם חולה יקבל תשובה שלילית. אדם נבדק והבדיקה נתנה תוצאות חיוביות. חשבו את הסיכוי שאדם זה אכן חולה.

תשובה:

Bayes Rule: $P(A|B) = P(B|A) \cdot P(A) / P(B)$

A= "d=true", B="test=positive"

$P(d=true | test=positive)$

$$= (P(test=positive | d=true) \cdot p(d=true)) / p(test=positive)$$

$$= (0.98 \cdot 0.000001) / (0.000001 \cdot 0.98 + 0.999999 \cdot 0.02)$$

$$= 0.00000098 / (0.00000098 + 0.01999998)$$

$$= 0.00000098 / 0.02000096$$

$$\sim 4.9 \cdot 10^{-5}$$

שאלה 5

רופא מקבל לטיפול פציינט חולה מאוד שללא טיפול ימות בתוך 3 חודשים. עם זאת, הטיפול היחידי שעשוי לעזור לאותו חולה הוא יחסית מסוכן. אם יצליח הטיפול, צפויה לחולה תוחלת חיים של שנה אולם בהסתברות 0.3 ימות החולה בעת הטיפול. נניח שפונקציית התועלת של החולה כתלות במספר החודשים שיחיה הינה $U(0)=0$, $U(12)=1$.

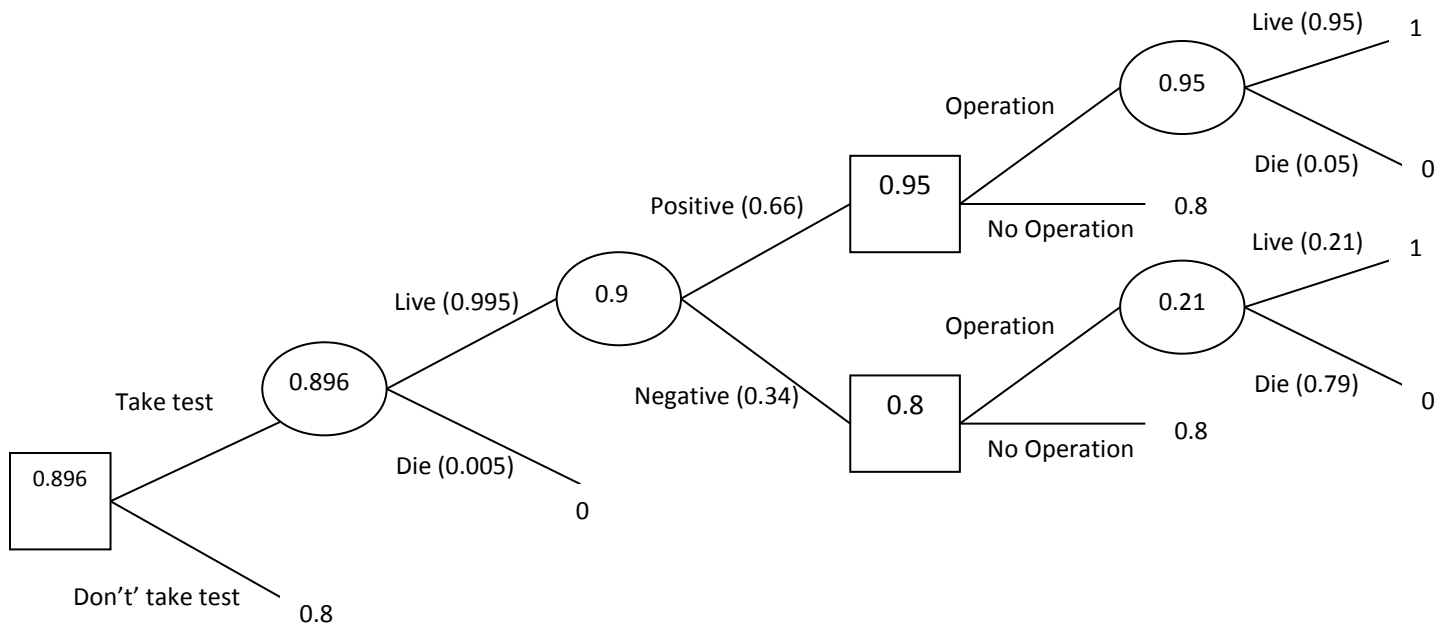
- א. מה צריך להיות $U(3)$ כך שהבחירה המועדפת של החולה תהיה לעבור את הטיפול?
- ב. לאחר קריאת ספרות מקצועית, הרופא מצא שקיימת בדיקה אשר יכולה לספק הערכה האם החולה ישרוד את הטיפול, אולם היא לא מדוייקת:
 - a. גם את החולה ישרוד את הטיפול הבדיקה תתן תוצאה חיובית רק ב-90% מהמקרים.
 - b. אם החולה לא יכול לשרוד את הטיפול, הבדיקה בכל זאת תתן תוצאה חיובית ב-10% מהמקרים.

- ג. מה ההסתברות שהחולה ישרוד את הטיפול אם יצאה בבדיקה תוצאה חיובית?
- ד. לפי הסעיף הקודם, אם חולה עבר את הבדיקה ויצאה תוצאה חיובית, האם כדאי לו לעבור את הטיפול בהנחה ש- $U(3)=0.8$?
- ה. מתברר כי לבדיקה יכולים להיות סיבוכים הרסניים, כלומר החולה עלול למות תוך כדי הבדיקה, אולם הסיכוי לכך הוא 0.005. ציירו את עץ ההחלטה החדש הכולל את כל האפשרויות העומדות בפני הרופא המטפל והתוצאות האפשריות, כולל ההסתברויות השונות (על-פי המידע בשאלה עד כה). האם כדאי לחולה לבצע את הבדיקה לפני ההחלטה על הניתוח?

תשובה:

- א. $U(3) < 0.7$

- ב. $P(\text{survive} | \text{test=positive}) = P(\text{test=positive} | \text{survive}) * P(\text{survive}) / P(\text{test=positive}) = (0.9 * 0.7) / 0.66 = 0.9545$
- ג. כן, כי $0.9545 * 1 + 0.055 * 0 = 0.9545 > 0.8$
- ד. צריך לחשב קודם את $P(\text{survive} | \text{test=negative})$, שיוצא שווה ל- 0.21



שאלה 6

נתונה מטריצת התגמולים של המשחק הבא:

	Swerve	Straight
Swerve	0,0	-1,1
Straight	1,-1	-10,-10

מצא את כל ה- Pure and mixed Nash equilibrium

תשובה:

Pure: (Straight, Swerve), (Swerve, Straight)

Mixed: נסמן ב- P_r את ההסתברות ששחקן השורות בוחר Swerve וב- P_c את ההסתברות ששחקן העמודות בוחר Swerve. מצד שחקן השורות נרצה ש-

$$U(\text{Swerve}) = U(\text{Straight})$$

$$\leq P_c \cdot 0 + (1 - P_c) \cdot -1 = P_c \cdot 1 + (1 - P_c) \cdot -10$$

$$P_c = 0.9$$

מכיוון שהמשחק סימטרי, $P_r = P_c$.

ז"א ה- Mixed Nash Equilibrium יהיה עבור שחקן השורות והעמודות לשחק ב- 90% מהמקרים
Swerve וב- 10% Straight.

שאלה 7

הסבירו 4 מתוך 6 המושגים הבאים (לא יותר מכמה משפטים):

- א. Branching factor
- ב. Consistent heuristic
- ג. MinimaxCutoff algorithm
- ד. The principle of Maximum Expected Utility
- ה. Risk Aversion
- ו. Dominated strategy

נוסחאות:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

הסתברות מותנית

נוסחת ההסתברות השלמה (B_j מהווים חלוקה של המרחב)

$$P(A) = \sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{P(A|B)P(B)}{\sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j)}$$

חוק בייס