

שאלון בחינה בקורס: מבוא לקבלת החלטות אלגוריתמית, 2-7060110-1

ד"ר נועם חזון

סמסטר א', מועד ב', תשע"ט - 19.02.19

זמן הבחינה: 150 דקות

מותר להשתמש במחשבון כיס רגיל

נא לכתוב בכתב ברור

שאלה 1

נתונה טבלת ההסתברות המשותפת הבאה של שלושת המשתנים הבוליאניים catch , cavity ו- toothache :

	toothache		$\neg\text{toothache}$	
	catch	$\neg\text{catch}$	catch	$\neg\text{catch}$
cavity	0.108	0.012	0.072	0.008
$\neg\text{cavity}$	0.016	0.064	0.144	0.576

- ידוע כי toothache ו- catch בלתי תלויים בהינתן cavity .
- א. (15 נק) ציירו את הרשת הביסיסאנית המתאימה, כולל ה-CPT.
- ב. (5 נק) אם נתון ש- catch ו- toothache הם true , מה ההסתברות לכך ש- $\text{cavity}=\text{true}$?
- ג. (5 נק) באופן כללי, נניח וישנם 3 משתנים מקריים A , B ו- C , וידוע ש- A בלתי תלוי ב- C וגם A בלתי תלוי ב- B בהינתן C . האם תמיד נכון ש- $P(A|B,C) = P(A)$? הסבירו.

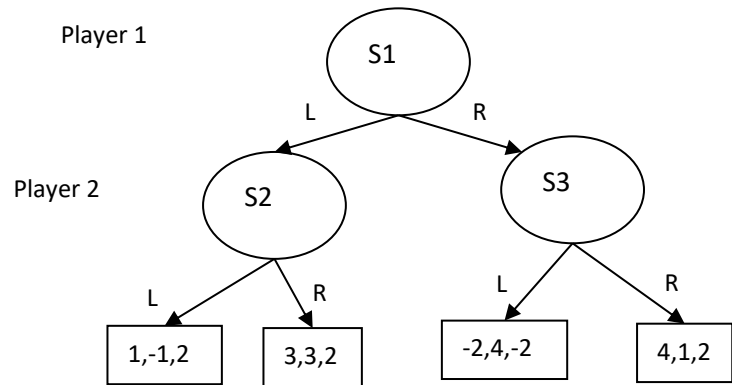
שאלה 2

בניתוח חוקי בחירות לא ממש הגדרנו מה עושים במקרה בו יש tie , ז"א יש יותר ממועמד אחד שקיבל את המספר הגבוה ביותר של נקודות, כי זה בד"כ לא יקרה כאשר יש מספר גדול של מצביעים. כעת נניח שאנו משתמשים בחוק ה-Veto לבחירות, המועמדים שלנו ייוצגו ע"י אותיות ה- ABC , ובמקרה ויש tie אנחנו בוחרים את המנצח לפי סדר ה- ABC (מבין המועמדים שנמצאים ב- tie).

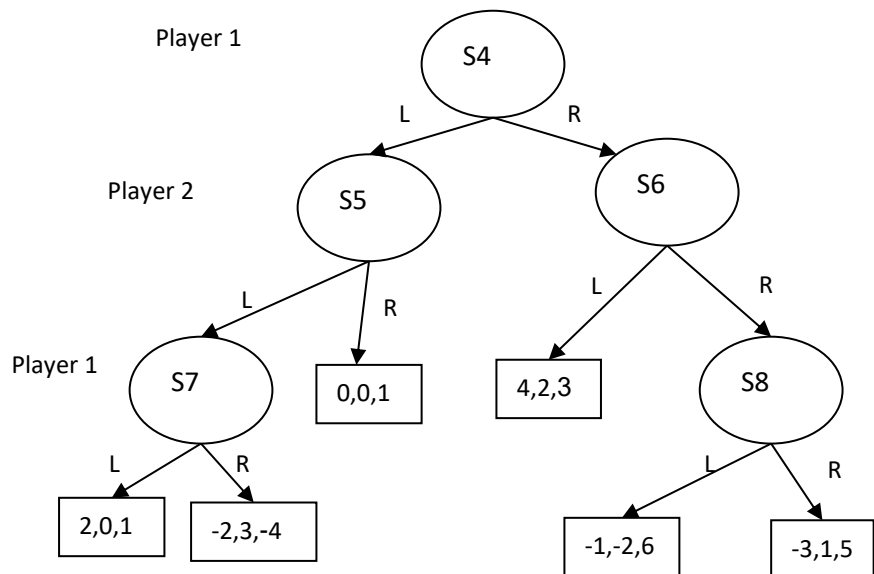
- א. (5 נק) האם החוק מקיים את קריטריון ה-majority? הוכיחו.
- ב. (5 נק) האם החוק מקיים את קריטריון ה-Weak Pareto efficiency? הוכיחו.
- ג. (5 נק) האם החוק מקיים את קריטריון ה-Anonymity? הוכיחו.
- ד. (5 נק) האם החוק מקיים את קריטריון ה-Neutrality? הוכיחו.
- ה. (5 נק) האם החוק הוא Condorcet consistent? הוכיחו.

שאלה 3

א. נתון עץ המשחק של המשחק A, כאשר בכל קדקוד רשום שם המצב, על כל קשת רשומה שם הפעולה, ובכל עלה רשומות ה-utilities של שלושה שחקנים. לדוגמה, אם משחקים את משחק A ותוצאת המשחק היא העלה השמאלי ביותר, אזי שחקן 1 יקבל utility של 1, שחקן 2 יקבל -1 ושחקן 3 יקבל 2. ליד כל רמה של העץ רשום איזה שחקן משחק ברמה זו:



בנוסף, נתון עץ המשחק של המשחק B, שמיוצג באופן דומה:



שחקן 3 הוא זה שבוחר איזה משחק הם ישחקו (A או B).

- (5 נק) מצאו את כל ה-Subgame perfect equilibrium. כדי לתאר פעולה ששייכת למצב מסוים ניתן להפריד ביניהם עם מקף. לדוגמה, פעולה L במצב S1 תכתב S1-L.
- (5 נק) באיזה משחק יבחר שחקן 3 (A או B), בהנחה והשחקנים רציונליים? הסבירו.
- (5 נק) באיזה משחק יבחר שחקן 3, בהנחה והשחקנים לא רציונליים, והוא רוצה להבטיח לעצמו utility מינימלי? הסבירו.
- (5 נק) באיזה משחק יבחר שחקן 3, אם הוא לא יודע את ה-utility של שאר השחקנים אלא רק את ה-utility שלו? הסבירו.
- (5 נק) תנו דוגמה למשחק סימולטני בו קיים שיווי משקל באסטרטגיות טהורות שאינו Pareto optimal, וקיים שיווי משקל אחר באסטרטגיות מעורבות.

שאלה 4

במהלך ההכנות למשחק הטניס בין רוג'ר פדרר לרפאל נדאל נפל רוג'ר וקיבל מכה חזקה באצבעו. לאחר צילומים ובדיקות מדוקדקות אמר הרופא שלא ניתן לקבוע בוודאות האם יש קרע ברצועה או שזו רק מכה יבשה. להערכתו יש סיכוי של 0.25 שזה קרע. כעת רוג'ר צריך להחליט האם להתמודד מול נדאל או לבטל את ההתמודדות. אם הוא מבטל את ההתמודדות הוא אינו מפסיד דבר. אם הוא מתחרה, במידה וינצח הוא זוכה בפרס של 20,000 דולר ובמידה ויפסיד הוא מפסיד חסוית של 10,000 דולר. אומנם, אם יש קרע ברצועה הסיכוי שינצח הוא 0.5, ואם אין קרע הסיכוי שינצח הוא 0.7. בנוסף, אם יש קרע והוא משחק הוא מחמיר את מצבו, והוא ייאלץ לבצע טיפולי פיזיותרפיה ושיקום שיעלו לו 3,000 דולר.

- א. (10 נק) ציירו את עץ ההחלטה המתאים. מהי ההחלטה האופטימאלית? מהו ערכה?
ב. (7 נק) נניח והייתה בדיקה שאומרת לרוג'ר בוודאות האם יש קרע או לא. כמה רוג'ר היה מוכן לשלם כדי לעבור אותה?
ג. (8 נק) נחזור חזרה למקרה בו אין בדיקה שאומרת בוודאות האם יש קרע או לא. נניח כעת כי ההפסד מחסויות אינו ידוע בוודאות. מה צריך להיות ההפסד מחסויות כדי שרוג'ר ישנה את החלטתו מסעיף א'?

נוסחאות:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

הסתברות מותנית

$$P(A) = \sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j) \quad (\text{נוסחת ההסתברות השלמה } (B_j \text{ מהווים חלוקה של המרחב)})$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{P(A|B)P(B)}{\sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j)} \quad \text{חוק בייס}$$

Weak monotonicity: if candidate w wins for the current votes, we then improve the position of w in some of the votes and leave everything else the same, then w should still win.

Strong monotonicity: if candidate w wins for the current votes, we then change the votes in such a way that for each vote, if a candidate c was ranked below w originally, c is still ranked below w in the new vote, then w should still win.

Weak Pareto efficiency: If all agents prefer a to b , the voting rule will never choose b to be the winner.

Pareto efficiency: if all votes rank a above b , then the voting rule should rank a above b .

Independence of irrelevant alternatives: result between a and b only depends on the agent's preferences between a and b .