<u>שאלון בחינה בקורס: מבוא לקבלת החלטות אלגוריתמית, 2-7060110-1</u>

ד"ר נועם חזון

סמסטר א', מועד ב', תשע"ח

זמן הבחינה: 150 דקות

מותר להשתמש במחשבון כיס רגיל

נא לכתוב בכתב ברור

בשאלות נכון/לא נכון חובה לכתוב הסבר. תשובה ללא הסבר לא תתקבל.

<u>שאלה 1</u>

2 שחקנים, שחקן העיגול ושחקן המשולש, משחקים את משחק הלוח הבא:

3	1	12
8		10

שני השחקנים מתחילים באותה משבצת על הלוח, כאשר שחקן העיגול זז ראשון. בכל תור הוא רשאי לזוז לאחד מארבעת הכיוונים: למעלה, למטה, ימינה או שמאלה (כל עוד הוא בתוך הלוח). אומנם, אסור לו לזוז למשבצת שהוא כבר היה בה, או ששחקן המשולש היה בה. שחקן המשולש זז אחרי התור של שחקן העיגול, ומותר לו לקפוץ לאחת המשבצות שסמוכות למשבצת בה נמצא שחקן העיגול. זאת אומרת, מותר לשחקן המשולש לקפוץ למשבצת שנמצאת מימין, משמאל, מעל או מתחת למשבצת שאליה הלך שחקן העיגול. גם לשחקן המשולש אסור לזוז למשבצת שהוא כבר היה בה, או ששחקן העיגול היה בה. אם אחד מהשחקנים לא יכול לזוז עוד, לשני מותר להמשיך לזוז. המשחק מסתיים כאשר 2 השחקנים לא יכולים לזוז יותר. המטרה של כל שחקן היא לצבור כמה שיותר נקודות, כאשר כל שחקן צובר את הנקודות שנמצאות במשבצות בהן הוא עבר.

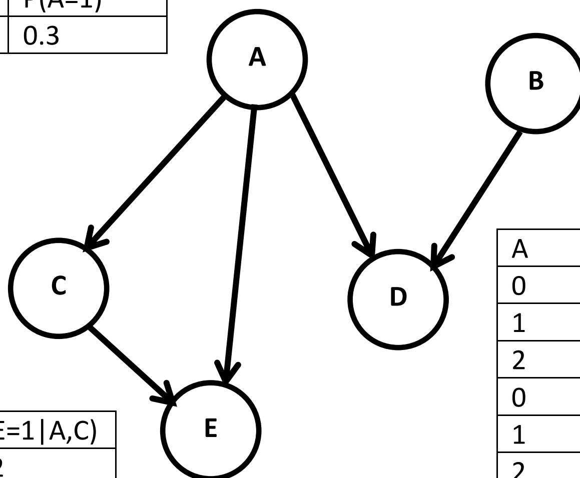
א. (10 נק) ציירו את עץ המשחק.
ב. (5 נק) כמה pure strategies קיימות לשחקן המשולש? הראו אותן.
ג. (5 נק) מצאו את כל ה- subgame-perfect equilibrium של המשחק.
ד. (5 נק) נניח שהערך במשבצת השמאלית העליונה הוא לא 3, אלא 9. מצאו את כל ה- subgame-perfect equilibrium של המשחק כעת.

שאלה 2

נתונה הרשת הבייסיאנית הבאה. המשתנים B, D ו- C מקבלים את הערכים 0 או 1. המשתנים A ו- E מקבלים את הערכים 0, 1 או 2.

P(A=0)	P(A=1)
0.2	0.3

P(B=0)
0.2



A	P(C=0|A)
0	0.5
1	0.4
2	0.3

A	B	P(D=0|A,B)
0	0	0.1
1	0	0.2
2	0	0.3
0	1	0.4
1	1	0.5
2	1	0.6

A	C	P(E=0|A,C)	P(E=1|A,C)
0	0	0.3	0.2
1	0	0.4	0.3
2	0	0.2	0.1
0	1	0.8	0.1
1	1	0.7	0.3
2	1	0.6	0.1

א. (5 נק) חשבו את ההסתברות P(A=2,B=1,C=1,D=1,E=1), ללא שימוש באלגוריתם Variable elimination.

ב. (15 נק) נניח שאנו מריצים את Variable elimination לשאילתות שונות, כאשר סדר הכפלת ה- factors כאשר מבטלים משתנה יהיה תמיד מהקטנים לגדולים (מבחינת מספר השורות). לכל אחת מהשאילתות הבאות, חשבו כמה פעולות חיבור וכמה פעולות כפל האלגוריתם יבצע, כולל שלב הנירמול. שימו לב: בסכימה של 3 מספרים מתבצעות 2 פעולות חיבור. הראו את שלבי האלגוריתם, אך אין צורך לחשב את ההסתברויות:

a. השאילתה P(E=1|D=0), כאשר סדר האלימינציה של המשתנים הוא A, B ואז C.
b. השאילתה P(E=0|D=1), כאשר סדר האלימינציה של המשתנים הוא C, B ואז A.
c. השאילתה P(E=1|D=0,A=1,B=1).

ג. (5 נק) נכון/לא נכון: בהינתן כל רשת בייסיאנית המכילה את המשתנים A ו- B, ניתן לענות על השאילתה P(A v B)

שאלה 3

א. (5 נק) תנו דוגמה עם 5 מצביעים ו- 3 מועמדים, בה Copeland ו- Borda יבחרו מועמדים שונים כמנצחים.

ב. (5 נק) תנו דוגמה עם 4 מצביעים ו- 3 מועמדים, בה Veto ו- Plurality יבחרו מועמדים שונים כמנצחים.

ג. (5 נק) תנו דוגמה בה Dodgson rule ו- Copeland יבחרו את אותו מועמד להיות המנצח.

ד. (5 נק) במידה ונשתמש ב- Borda כ- social welfare function, תנו דוגמה בה Kemeny rule ו- Borda יבחרו את אותו סדר העדפות.

ה. (5 נק) תנו דוגמה בה STV ו- Plurality with runoff יבחרו את אותו מועמד להיות המנצח.

שאלה 4

אחשוורוש מחפש מלכה חדשה במקום ושתי, ולכן עורך סדרת בחינות וראיונות. אם הוא מוצא מועמדת מצוינת, הוא מיד מכריז עליה כמלכה והחיפוש נגמר. הבעיה היא שיש הרבה מועמדות בינוניות ועוד יותר מועמדות גרועות. יועצי המלך מעריכים שלכל מועמדת שהוא מראיין יש הסתברות של 70% להיות גרועה, 25% להיות בינונית ורק 5% להיות מצוינת. בנוסף, מכיוון שההכנה של כל מועמדת להגיע אל המלך לוקחת שנה שלמה, אחשוורוש מפסיד בזמן הזה utility של 5- (כל שנה). אחשוורוש לא מוכן להתחתן עם מועמדת גרועה בכל מקרה. אם אחרי 3 ראיונות (ז"א אחרי 3 שנים) הוא לא נתקל בשום מועמדת שאינה גרועה הוא מעדיף להישאר ללא מלכה, וזה שווה לו utility של 0. אחרת, הוא יתחתן עם אחת המועמדות הבינוניות שמצא מתישהו במהלך הראיונות. נניח שה- utility של חתונה עם מועמדת מצוינת היא 140 וחתונה עם מועמדת בינונית היא 30.

א. (15 נק) מהי האסטרטגיה האופטימלית? מהו ערכה?
ב. (5 נק) נניח שאחשוורוש מפסיד utility גבוהה יותר כל שנה. מה צריך להיות ההפסד השנתי כך שאחשוורוש יחליט להתחתן מידית ברגע שהוא מוצא מועמדת לא גרועה?
ג. (5 נק) נכון/לא נכון: אם יש 2 תוכנות שנותנות ערך utility שונה לאותה תוצאה זה אומר שלפחות אחת מהן אינה רציונאלית.

נוסחאות:

הסתברות מותנית $$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

נוסחת ההסתברות השלמה (B_j מהווים חלוקה של המרחב) $$P(A)=\sum_{j=1}^{n}P(A|B_j)P(B_j)$$

חוק בייס $$P(B|A)=\frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}=\frac{P(A|B)P(B)}{\sum_{j=1}^{n}P(A|B_j)P(B_j)}$$

Weak monotonicity: if candidate w wins for the current votes, we then improve the position of w in some of the votes and leave everything else the same, then w should still win.

Strong monotonicity: if candidate w wins for the current votes, we then change the votes in such a way that for each vote, if a candidate c was ranked below w originally, c is still ranked below w in the new vote, then w should still win.

Weak Pareto efficiency: If all agents prefer a to b, the voting rule will never choose b to be the winner.

Pareto efficiency: if all votes rank *a* above *b*, then the voting rule should ranks *a* above *b*.

Independence of irrelevant alternatives: result between a and b only depends on the agents preferences between a and b.