

מבחן בקורס הסתברות 2

סמסטר א', מועד א'

23.01.2022

פרופ' דן חפץ

אוניברסיטת אריאל

הפקולטה למדעי הטבע

המחלקה למדעי המחשב

משך הבחינה: שלוש שעות

המבחן הינו עבור מספרי קורס: 2-7020111-3, 2-7020111-1.

מבנה המבחן: 3 שאלות ללא בחירה.

הנחיות:

1. המבחן הינו עם חומר סגור. עם זאת, כל סטודנט רשאי להביא דף אחד מגודל A4 כתוב משני צדדיו.
2. אין לכתוב בעפרון.
3. יש להוכיח כל טענה שאתם כותבים גם אם לא התבקשתם לעשות זאת במפורש בשאלה.
4. ניתן להסתמך ללא הוכחה על כל טענה שנלמדה בשיעור (אלא אם כן זו הטענה שהנכם מתבקשים להוכיח בשאלה). יש לצטט את הטענה עליה הנכם מסתמכים בצורה ברורה.

שאלה 1 (40 נקודות):

נתון משתנה מקרי X בעל צפיפות

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

ותוחלת 7/12.

- א. (15 נקודות) מצאו את ערכם של a ו- b .
- ב. (15 נקודות) חשבו את פונקציית ההסתברות המצטברת של X .
- ג. (10 נקודות) חשבו את התוחלת של X^n לכל שלם חיובי n .

שאלה 2 (30 נקודות):

יהי G גרף על n קודקודים המכיל לפחות $n^3/100$ משולשים. כתבו אלגוריתם רנדומי המוצא משולש ב- G בהסתברות $1 - 2^{-100}$ לפחות. זמן הריצה של האלגוריתם צריך להיות קבוע (כלומר, לא תלוי ב- n). הניחו שבחירה מקרית של קודקוד מתוך $V(G)$ לוקחת זמן קבוע. הוכיחו את נכונות האלגוריתם וזמן הריצה.

שאלה 3 (30 נקודות):

יהי $G \sim G(n, \frac{3 \ln n}{4n})$ גרף מקרי.

- א. (12 נקודות) הוכיחו שההסתברות שיש ב- G לפחות $n \ln n$ קשתות שואפת ל-0 כאשר n שואף לאינסוף.
- ב. (18 נקודות) הוכיחו שההסתברות ש- G מכיל קשת מבודדת (כלומר שני קודקודים סמוכים שדרגתם ב- G היא 1 בדיוק) שואפת ל-0 כאשר n שואף לאינסוף.