



פקולטה: מדעי הטבע

מחלקה: מדעי המחשב

שם הקורס: חישוביות

קוד הקורס: 7035910

תאריך הבחינה: 14/9/2022 יח אלול תשפ"ב

סמסטר: קיץ, מועד: א'

משך הבחינה: שלוש שעות

מרצי הקורס: גברת שני שוב, מר דורון מור

מתרגל הקורס: מר ניר סון

חומר עזר: דף נוסחות רשום בידי הסטודנט (שני עמודים). אין צורך להגיש את הדף בסוף המבחן.  
אין צורך בשימוש במחשבון, אם כי מותר לעשות זאת.

פירוט הניקוד לפי שאלה:

שאלה 1 – 24 נקודות.

שאלה 2 – 20 נקודות (שני סעיפים).

שאלה 3 – 30 נקודות (10 נקודות לכל סעיף).

שאלה 4 – 16 נקודות (שני סעיפים).

שאלה 5 – 10 נקודות.

הוראות כלליות:

- יש לענות על כל השאלות.

- יש להוכיח כל טענה בה הנכם משתמשים, אלא אם יש הנחיה אחרת בשאלה, או שזו טענה מקורס קודם (פרט לאלגוריתמים 2 של אלעד).

- במידה והנכם מתבססים על טענה שהוכחה בכיתה, יש לצטט אותה במדויק.

- מספיק לתת תיאור כללי של מכונות טיורינג שאתם בונים.

בהצלחה!

בטופס זה יש שני עמודים  
(הנוכחי ועוד אחד).

1. בנימין, גד ודן סטודנטים בקורס חישוביות, והחליטו לחקור את השפה  
 $L = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is undirected graph with } |V(G)| = 10 - \text{size clique} \}$

בנימין אמר: "השפה ב  $RE \setminus R$ . אוכיח על ידי לכסון".  
 גד אמר: "השפה ב- $P$ . אבנה אלגוריתם דטרמיניסטי פולינומי".  
 דן אמר: "השפה ב- $NP$ . אבנה אלגוריתם אי דטרמיניסטי פולינומי שזמנו עד ריבועי באורך הקלט".

לכל טענה קבעו האם היא נכונה או שגויה. הוכיחו את תשובתכם (נניח שקבעתם כי דן צודק, אזי יש לבנות אלגוריתם אי דטרמיניסטי ריבועי). (24 נקודות)

2. בשאלה זו, נניח שקיים אלגוריתם דטרמיניסטי פולינומי (הממומש במכונת טיורינג  $M_4$ ) המכריע את השפה

$$4 - COL = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is undirected graph that is } 4 - \text{colorable} \}$$

(שפת כל הגרפים שניתן לצבוע בארבעה צבעים).  
 א. מה משמעות ההנחה לגבי שאלת  $P = NP$ ? (3 נקודות)  
 ב. היעזרו באלגוריתם כדי למצוא צביעה חוקית בארבעה צבעים. הסבירו את פעילות האלגוריתם במילים (אין צורך להוכיח נכונות) אך ספקו ניתוח סיבוכיות זמן ריצה מדויק ככל יכולתכם.  
 הנחיה: כווצו זוג קודקודים לקודקוד בודד. (17 נקודות)

3. סווגו את השפות הבאות למחלקות  $(R, RE \setminus R, coRE \setminus R, \overline{RE \cup coRE})$ . הוכיחו את תשובתכם באופן מלא (רדוקציות, רייס וכדומה). (10 נקודות לכל סעיף)

$$L_1 = \{ \langle M \rangle \mid L(M) = 17 \}$$

$$L_2 = \{ \langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle \mid \exists n > 0 \text{ such that } |L(M_1) \cap L(M_2)| \geq n \}$$

$$L_3 = \{ \langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle, k \mid \exists x \in \{0,1\}^* \text{ of even length such that } M_1 \text{ accepts } x \text{ within } k \text{ steps, and } M_2 \text{ rejects } x \text{ within } k \text{ steps} \}$$

4. תהי

$$most - CNF = \{ \phi \mid \phi \text{ is a Boolean formula such that}$$

$$\text{more than } \frac{15}{16} \text{ of the assignments to it are satisfying} \}$$

א. הוכיחו כי  $most - CNF \in NPh$  (12 נקודות)  
 ב. האם  $most - CNF \in NP$ ? הסבירו את תשובתכם, אך אין צורך להוכיח. (4 נקודות)

5. תהי

$$L_{Ham3} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is undirected graph that has no more than 3 different Hamiltonian cycles} \}$$

הוכיחו/הפריכו:  $L_{Ham3} \in coNP$  (10 נקודות).