

שאלון בחינה בקורס: מבוא לקבלת החלטות אלגוריתמית, 2-7060110-1

ד"ר נועם חזון

סמסטר א', מועד ב', תשע"ז

תאריך הבחינה: 08/03/2017

זמן הבחינה: 150 דקות

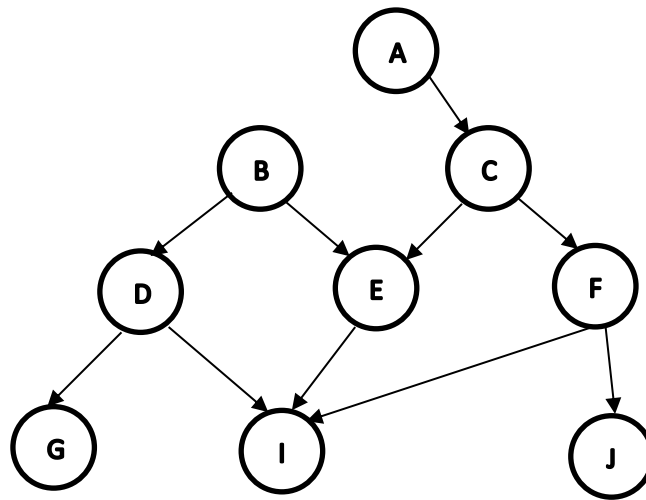
מותר להשתמש במחשבון כיס רגיל

נא לכתוב בכתב ברור

בשאלות נכון/לא נכון חובה לכתוב הסבר. תשובה ללא הסבר לא תתקבל.

שאלה 1

נתונה הרשת הביסיאנית הבאה. המשתנים D, E, F הם משתנים טרינאריים (מקבלים 3 ערכים אפשריים) וכל שאר המשתנים בינאריים.



- א. (5 נק) אם נתעלם ממבנה הרשת לגמרי, כמה ערכים נצטרך לאכסן כדי לייצג את ה- full joint probability distribution?
- ב. (5 נק) בהינתן מבנה הרשת הנוכחי, כמה ערכים נצטרך לאכסן כדי לייצג את ה- full joint probability distribution?
- ג. (5 נק) נניח והיינו מורידים את אחת הקשתות מהרשת, האם התשובה לסעיף ב' הייתה משתנה? אם כן, האם מספר הערכים היה בהכרח גבוה או נמוך יותר?
- ד. (15 נק) אלו מהטענות הבאות נובע ממבנה הרשת? נמקו בקצרה כל תשובה.
- a. A ו- E בלתי תלויים בהינתן G ו- F.
 - b. A ו- B בלתי תלויים בהינתן I.
 - c. B ו- C בלתי תלויים בהינתן G.

שאלה 2

אתם מעוניינים לתבוע את פייסבוק על כך שחסמו אתכם ל- 30 יום. פייסבוק מציעה לכם להגיע לפשרה מחוץ לכותלי בית המשפט ולקבל \$60,000. אומנם, אם תחליטו ללכת למשפט יש סיכוי של 25% שתזכו במשפט (המאורע W) ותקבלו \$200,000, וסיכוי של 75% שתפסידו במשפט (המאורע L) ולא תקבלו כלום.

- א. (5 נק) ציירו את עץ ההחלטה. מהי ההחלטה האופטימלית עבורכם?
- ב. (5 נק) בעלות של \$20,000 ניתן לשכור מומחה לדיני אינטרנט שיחזה את תוצאות המשפט, כלומר יחזה הפסד (המאורע PL) או ניצחון (המאורע PW). המומחה חוזה את התוצאה הנכונה ב- 80% מהמקרים. השלימו את ההסתברויות הבאות:

- a. $P(PW|W)$
- b. $P(PL|W)$
- c. $P(W)$
- d. $P(L)$
- e. $P(W|PW)$

- ג. (5 נק) בהינתן המידע מהסעיף הקודם, מהי ההחלטה האופטימלית שלכם? ציירו את עץ ההחלטה.
- ד. (5 נק) במידה ועלות המומחה הייתה \$10,000, האם התשובה לסעיף ג' הייתה משתנה? הסבירו.

שאלה 3

שתי ציפורי טרף פוגשות זאת בזאת בטבע. במפגש מסוג זה לכל ציפור יש את האפשרות לתקוף (לשחק את תקפיד הא Hawk) או לוותר (לשחק את תפקיד Dove). אם שתיהן בוחרות להיות תוקפניות (Hawk) שתיהן מאבדות 2 נקודות. אם שתיהן בוחרות לוותר – שתיהן מקבלות נקודה. במקרה בו הציפורים אינן מתואמות בפעולותיהם – הציפור התקיפה תקבל 2 נקודות והוותרנית תקבל 0 נקודות.

- א. (5 נק) ציירו את המשחק כ- normal form game.
- ב. (5 נק) מצאו את כל שיווי המשקל באסטרטגיות טהורות. במידה ולא קיים שיווי משקל כזה הסבירו מדוע.
- ג. (5 נק) מצאו את כל שיווי המשקל באסטרטגיות מעורבות. במידה ולא קיים שיווי משקל כזה הסבירו מדוע.
- ד. (5 נק) מצאו את כל האסטרטגיות שהן Pareto optimal
- ה. (5 נק) תנו דוגמה למשחק כלשהו בו כל האסטרטגיות הן Pareto optimal חוץ מנקודת שיווי המשקל.

שאלה 4

נתונות ההעדפות הבאות:

מספר מצביעים	2	1	3	1
מקום 1	B	D	C	A
מקום 2	A	A	A	B
מקום 3	C	B	B	C
מקום 4	D	C	D	D

- א. (5 נק) מי המנצח לפי שיטת הבחירות Plurality with runoff?
- ב. (5 נק) מי המנצח לפי שיטת הבחירות Copeland?
- ג. (5 נק) מי המנצח לפי שיטת הבחירות של Dodgson?
- ד. (5 נק) נניח ומשתמשים ב- Copeland, האם קיים מצביע כלשהו שיכול לבצע מניפולציה (כאשר הוא פועל לבדו)? אם כן, הראו אותה. אם לא, הסבירו מדוע.
- ה. (5 נק) נכון/לא נכון: אם יש Condorcet winner, גם קבוצה של מצביעים לא תוכל לבצע מניפולציה.

נוסחאות:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

הסתברות מותנית

$$P(A) = \sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j) \quad (\text{נוסחת ההסתברות השלמה } B_j \text{ מהווים חלוקה של המרחב})$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{P(A|B)P(B)}{\sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j)}$$

חוק בייס

Weak monotonicity: if candidate w wins for the current votes, we then improve the position of w in some of the votes and leave everything else the same, then w should still win.

Strong monotonicity: if candidate w wins for the current votes, we then change the votes in such a way that for each vote, if a candidate c was ranked below w originally, c is still ranked below w in the new vote, then w should still win.

Weak Pareto efficiency: If all agents prefer a to b , the voting rule will never choose b to be the winner.

Pareto efficiency: if all votes rank a above b , then the voting rule should rank a above b .