

# מבחן בקורס הסתברות 2

סמסטר א' 2017

מועד ב'

ד"ר דן חפץ

אוניברסיטת אריאל

הפקולטה למדעי הטבע

המחלקה למדעי המחשב

משך הבחינה: 3 שעות

המבחן הינו עבור מספרי קורס: 2-7037110-1

מבנה המבחן: 4 שאלות ללא בחירה.

**הנחיות:**

1. המבחן הינו עם חומר סגור ובכתב יד ללא שימוש בשום אמצעי אלקטרוני. עם זאת, כל סטודנט רשאי להביא דף אחד מגודל A4 כתוב משני צדדיו. על התלמיד לכתוב את שמו ומספר תעודת הזהות שלו על הדף הנ"ל.
2. אין לכתוב בעפרון.
3. יש להוכיח כל טענה שאתם כותבים גם אם לא התבקשתם לעשות זאת במפורש בשאלה.
4. ניתן להסתמך ללא הוכחה על כל טענה שנלמדה בשיעור (אלא אם כן זו הטענה שהנכם מתבקשים להוכיח בשאלה). יש לצטט את הטענה עליה הנכם מסתמכים בצורה ברורה.

### שאלה 1 (25 נקודות):

דוגמים עשרה מספרים מתוך  $\{1, \dots, 100\}$  באופן אחיד, בלתי תלוי ו**בלתי החזרה**. השתמשו באי-שוויון צ'בישב (הרגיל או החד צדדי, לפי ראות עיניכם) על מנת להוכיח שההסתברות שלפחות 4 מן המספרים שנדגמו הם בין 1 ל-10 היא לכל היותר  $1/9$ .

### שאלה 2 (25 נקודות):

נתון אלגוריתם  $A$  המקיים את כל התכונות הבאות:

1. **קלט:** מספר טבעי  $n > 1$ .
2. **פלט:** " $n$  ראשוני" או " $n$  פריק".
3. לכל קלט, הפלט של האלגוריתם נכון בהסתברות  $2/3$  לפחות.
4. זמן הריצה של האלגוריתם הוא  $f(n)$ .

השתמשו ב- $A$  כדי לכתוב אלגוריתם  $B$  המקיים את כל התכונות הבאות:

1. **קלט:** שלושה מספרים טבעיים  $n, m, k > 1$ .
2. **פלט:** "כן" אם בדיוק אחד מבין  $n, m$  ו- $k$  הוא ראשוני ו"לא" אחרת.
3. לכל קלט, הפלט של האלגוריתם נכון בהסתברות  $0.99$  לפחות.
4. זמן הריצה של האלגוריתם הוא  $\theta(f(n))$ .

### שאלה 3 (25 נקודות):

- נניח שאנו דוגמים את הא"ב  $\{a, b, c, d\}$  לפי ההתפלגות  $p = (1/2, 1/4, 1/8, 1/8)$ .
- א. (10 נקודות) חשבו את  $H(p)$  (האנטרופיה של ההתפלגות  $p$ ).
  - ב. (15 נקודות) מצאו קידוד בינארי prefix-free של  $\{a, b, c, d\}$  שהאורך הממוצע שלו הוא בדיוק  $H(p)$ .

### שאלה 4 (25 נקודות):

הוכיחו שההסתברות שקיים קודקוד ב- $G(n, 1/2)$  שדרגתו גדולה מ- $0.51n$  או קטנה מ- $0.49n$  שואפת לאפס כאשר  $n$  שואף לאינסוף.