

# **מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית**

# מכונות לא דטרמיניסטיות

- למדנו על מודלים לא דטרמיניסטיים

- אוטומט סופי לא דטרמיניסטי שקול בכוחו  
לאוטומט סופי דטרמיניסטי

- אוטומט-מחסנית לא דטרמיניסטי חזק יותר  
מאוטומט-מחסנית דטרמיניסטי

# מכונות לא דטרמיניסטיות

- למדנו על מודלים לא דטרמיניסטיים

- אוטומט סופי לא דטרמיניסטי שקול בכוחו לאוטומט סופי דטרמיניסטי

- אוטומט-מחסנית לא דטרמיניסטי חזק יותר מאוטומט-מחסנית דטרמיניסטי

- כעת נגדיר מהי מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית

- במצב נתון בו מכונה נמצאת במצב  $q$ , והראש הקורא-כותב שלה קורא את הסמל  $a$ , היא יכולה לבצע אחד מכמה צעדים אפשריים.

# מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית

- פונקצית המעברים של מכונה לא דטרמיניסטית:

$$\delta: Q' \times \Gamma \rightarrow P(Q \times \Gamma \times \{L, S, R\})$$

- הערה: לפי ההגדרה הפורמלית, אפשרית גם קבוצה ריקה של צעדים אפשריים, אבל אנחנו נניח שתמיד יש לפחות צעד אפשרי אחד

- שיכול להיות כניסה ל- $q_{\text{reject}}$  אם התכוונו לסיים בדחייה בשקף הבא נבין למה דווקא דחייה היא ברירת המחדל.

# שפה של מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית

- נאמר שמכונת טיורינג לא דטרמיניסטית  $N$  מקבלת מילה  $x$  אם בריצה של  $N$  על  $x$  קיימת סדרת צעדים חוקית המסתיימת במצב  $q_{acc}$ .

# שפה של מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית

- נאמר שמכונת טיורינג לא דטרמיניסטית  $N$  מקבלת מילה  $x$  אם בריצה של  $N$  על  $x$  קיימת סדרת צעדים חוקית המסתיימת במצב  $q_{acc}$ .
- השפה של מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית  $N$  מוגדרת בדומה לשפה של מכונת טיורינג דטרמיניסטית:

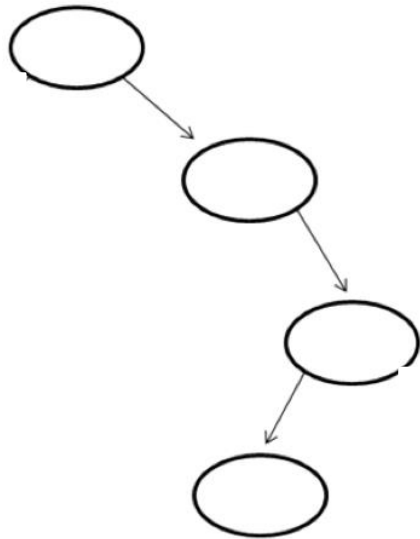
$$L(N) = \{x \in \Sigma^* \mid N \text{ accepts } x\}$$

# תזכורת חשובה

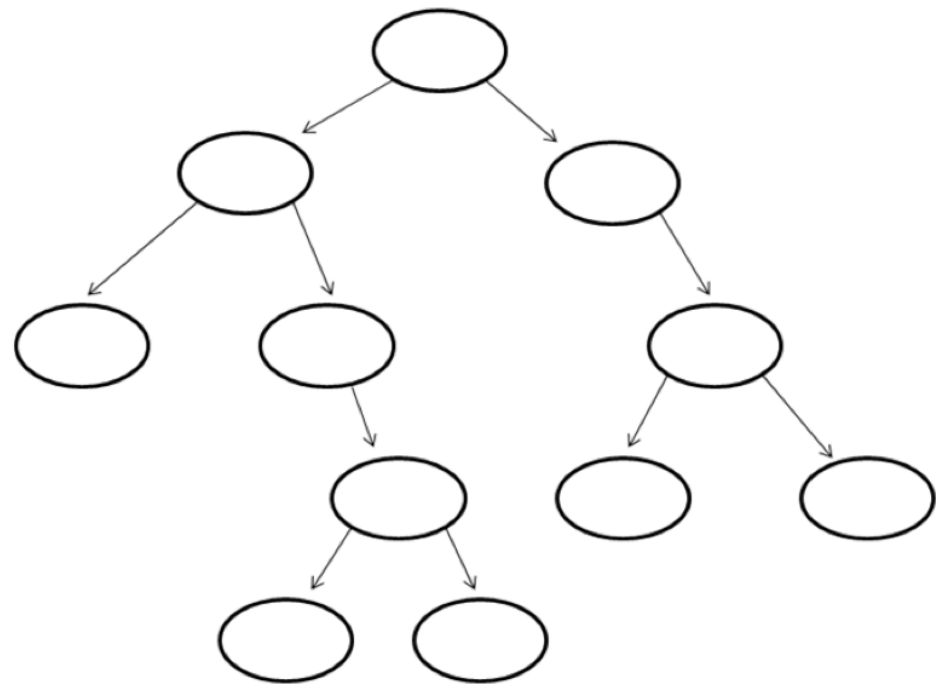
- **דגש :** הכוח של מודלים לא דטרמיניסטיים נובע מן **ההגדרה** שמילה מתקבלת אם יש לה מסלול חישוב מקבל אחד לפחות (מסלול חישוב שמסתיים במצב המקבל)
- זה תקף גם אם מסלולי חישוב רבים (ייתכן שאינסוף מסלולי חישוב) אינם מסתיימים במצב מקבל.
- **שאלה לדיון קצר :** מתי מילה **לא מתקבלת** על-ידי מכונה לא דטרמיניסטית?

# מסלול לעומת עץ

מסלול חישוב:



• עץ חישוב:





# מסלול לעומת עץ

- אפשר להסתכל על חישוב של מכונת טיורינג  
דטרמיניסטית כעל מסלול במרחב הקונפיגורציות  
האפשריות:  
– מתחילים בקונפיגורציה ההתחלתית.  
– לכל קונפיגורציה ייתכנו מספר קונפיגורציות אפשריות  
עוקבות, אך יתיבחר קונפיגורציה עוקבת אחת לכל  
היותר.

# מסלול לעומת עץ

- אפשר להסתכל על חישוב של מכונת טיורינג דטרמיניסטית כעל מסלול במרחב הקונפיגורציות האפשריות:

– מתחילים בקונפיגורציה ההתחלתית.

– לכל קונפיגורציה יש קונפיגורציה עוקבת אחת לכל היותר.

- חישוב של מכונה לא דטרמיניסטית, לעומת זאת, הוא עץ במרחב הקונפיגורציות:

– תיתכן יותר מקונפיגורציה עוקבת אחת לכל קונפיגורציה

# אי סימטריה של מכונות לא דטרמיניסטיות

אבחנה חשובה: אם הרצנו מכונה לא דטרמיניסטית  
על קלט  $x$  יש כמה אפשרויות:

- המכונה קיבלה.

- אפשר להסיק ש- $x$  שייך לשפת המכונה.

# אי סימטריה של מכונות לא דטרמיניסטיות

אבחנה חשובה: אם הרצנו מכונה לא דטרמיניסטית  
על קלט  $x$  יש כמה אפשרויות:

- המכונה קיבלה.
- אפשר להסיק ש- $x$  שייך לשפת המכונה.
- המכונה דחתה.
- אי אפשר לדעת אם  $x$  שייך לשפה או לא. (למה?)

# אי סימטריה של מכונות לא דטרמיניסטיות

אבחנה חשובה: אם הרצנו מכונה לא דטרמיניסטית  
על קלט  $x$  יש כמה אפשרויות:

- המכונה קיבלה.

- אפשר להסיק ש- $x$  שייך לשפת המכונה.

- המכונה דחתה.

- אי אפשר לדעת אם  $x$  שייך לשפה או לא. (למה?)

- המכונה לא עצרה.

-אנחנו אפילו לא יודעים אם אנחנו בלולאה או לא...

# דוגמה

כדוגמה פשוטה, נסתכל על השפה

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid$$

*w starts and ends in the same bit\}*

במודל הדטרמיניסטי,  $1001 \in L$  ו- $1000 \notin L$ .  
כנ"ל במודל האי-דטרמיניסטי.

אבל, כדי לגלות כי  $1000 \notin L$ , נצטרך לנסות את כל  
מסלולי החישוב האפשריים של המכונה, ורק  
כשכולם דוחים נוכל לדעת כי  $1000 \notin L$ .

# הערות

- מודל שקול למכונת טיורינג לא דטרמיניסטית –  
אי דטרמינזם מוגבל:

$$\delta: Q' \times \Gamma \rightarrow (Q \times \Gamma \times \{L, S, R\})^2$$

- נח לחשוב על עץ ההרצות הזה בתור עץ בינארי ☺

# הערות

- מודל שקול למכונת טיורינג לא דטרמיניסטית –  
אי דטרמינזם מוגבל:

$$\delta: Q' \times \Gamma \rightarrow (Q \times \Gamma \times \{L, S, R\})^2$$

- נח לחשוב על עץ ההרצות הזה בתור עץ בינארי ☺
- שימו לב שכאשר מריצים מכונה בהרצה בודדת, המכונה רצה על מסלול חישוב יחיד המוגדר לפי הבחירות שלה בכל הצמתים. היא לא רצה במקביל בכל העץ.



# הכרעת שפות ע"י מכונה לא דטרמיניסטית

הגדרה: מכונת טיורינג אי דטרמיניסטית  $N$  מקבלת שפה  $L$  אם:

- לכל  $x \in L$  קיים מסלול מקבל בעץ החישוב של  $N$  על  $x$ .
- לכל  $x \notin L$  לא קיים מסלול מקבל בעץ החישוב של  $N$  על  $x$  (יכולים להיות מסלולים אינסופיים).

# הכרעת שפות ע"י מכונה לא דטרמיניסטית

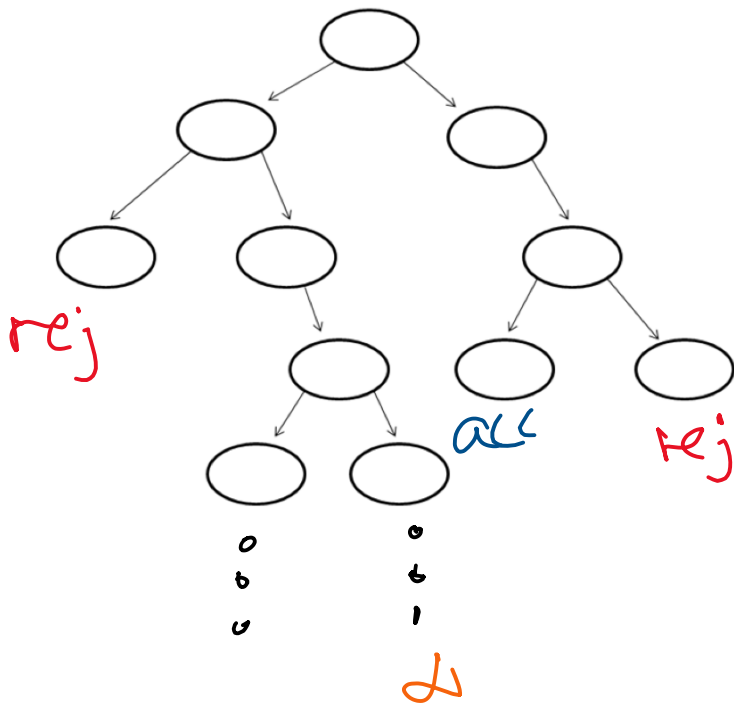
הגדרה: מכונת טיורינג אי דטרמיניסטית  $N$  מקבלת שפה  $L$  אם:

- **לכל**  $x \in L$  קיים מסלול מקבל בעץ החישוב של  $N$  על  $x$ .
- **לכל**  $x \notin L$  לא קיים מסלול מקבל בעץ החישוב של  $N$  על  $x$  (יכולים להיות מסלולים אינסופיים).

הגדרה: מכונת טיורינג אי דטרמיניסטית  $N$  מכריעה שפה  $L$  אם:

- **לכל**  $x \in L$  קיים מסלול מקבל בעץ החישוב של  $N$  על  $x$ .
- בנוסף, לכל קלט, עץ החישוב של  $N$  הינו סופי.
- (במילים אחרות, לכל קלט  $x \notin L$  כל המסלולים בעץ החישוב של  $N$  על  $x$  דוחים).

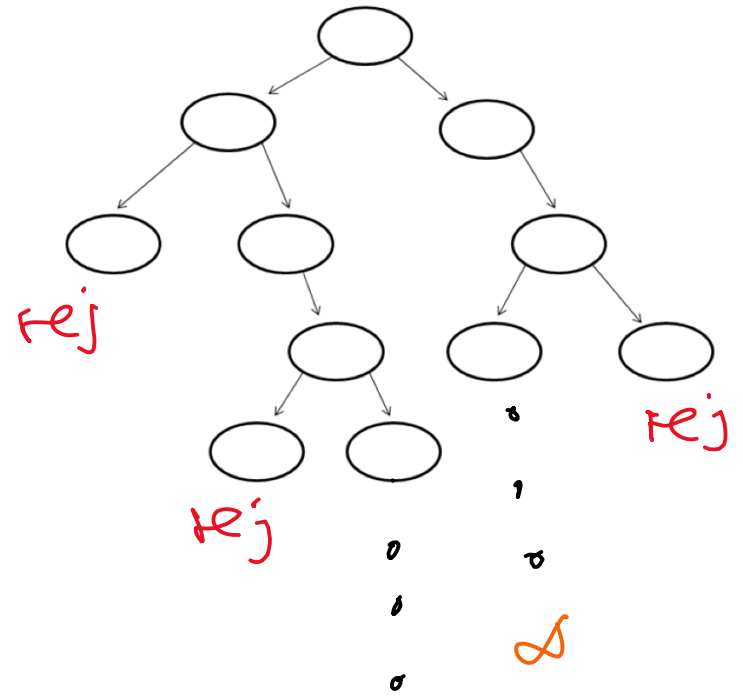
# דוגמות לעצי חישוב במכונה מקבלת

$$x \in L(M)$$


2-19

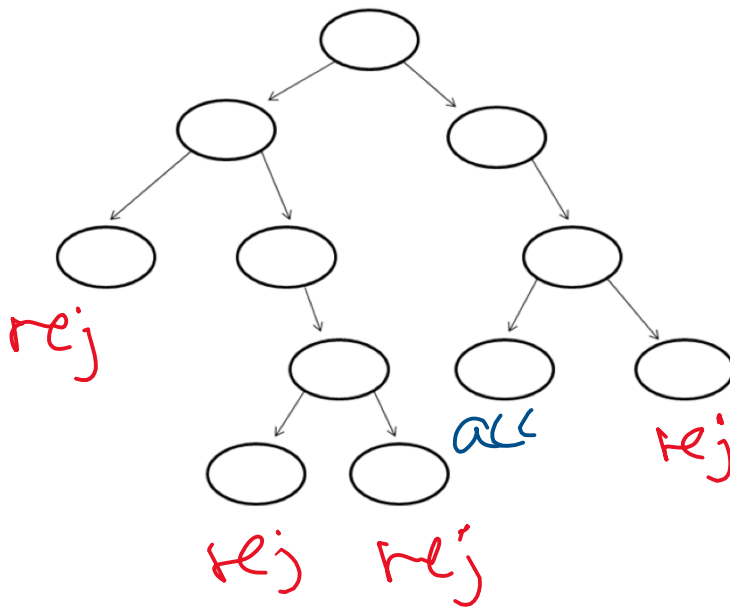


பெரிய அளவு

$$X \notin \mathcal{L}(M)$$


ספרו של פילון

# דוגמות לעצי חישוב במכונה מכריעה

$$x \in L(M)$$


2-20

2017

2018

2019

2020

2021

2022

2023

2024

2025

2026

2027

2028

2029

2030

2031

2032

2033

2034

2035

2036

2037

2038

2039

2040

2041

2042

2043

2044

2045

2046

2047

2048

2049

2050

2051

2052

2053

2054

2055

2056

2057

2058

2059

2060

2061

2062

2063

2064

2065

2066

2067

2068

2069

2070

2071

2072

2073

2074

2075

2076

2077

2078

2079

2080

2081

2082

2083

2084

2085

2086

2087

2088

2089

2090

2091

2092

2093

2094

2095

2096

2097

2098

2099

2100

2101

2102

2103

2104

2105

2106

2107

2108

2109

2110

2111

2112

2113

2114

2115

2116

2117

2118

2119

2120

2121

2122

2123

2124

2125

2126

2127

2128

2129

2130

2131

2132

2133

2134

2135

2136

2137

2138

2139

2140

2141

2142

2143

2144

2145

2146

2147

2148

2149

2150

2151

2152

2153

2154

2155

2156

2157

2158

2159

2160

2161

2162

2163

2164

2165

2166

2167

2168

2169

2170

2171

2172

2173

2174

2175

2176

2177

2178

2179

2180

2181

2182

2183

2184

2185

2186

2187

2188

2189

2190

2191

2192

2193

2194

2195

2196

2197

2198

2199

2200

2201

2202

2203

2204

2205

2206

2207

2208

2209

2210

2211

2212

2213

2214

2215

2216

2217

2218

2219

2220

2221

2222

2223

2224

2225

2226

2227

2228

2229

2230

2231

2232

2233

2234

2235

2236

2237

2238

2239

2240

2241

2242

2243

2244

2245

2246

2247

2248

2249

2250

2251

2252

2253

2254

2255

2256

2257

2258

2259

2260

2261

2262

2263

2264

2265

2266

2267

2268

2269

2270

2271

2272

2273

2274

2275

2276

2277

2278

2279

2280

2281

2282

2283

2284

2285

2286

2287

2288

2289

2290

2291

2292

2293

2294

2295

2296

2297

2298

2299

2300

2301

2302

2303

2304

2305

2306

2307

2308

2309

2310

2311

2312

2313

2314

2315

2316

2317

2318

2319

2320

2321

2322

2323

2324

2325

2326

2327

2328

2329

2330

2331

2332

2333

2334

2335

2336

2337

2338

2339

2340

2341

2342

2343

2344

2345

2346

2347

2348

2349

2350

2351

2352

2353

2354

2355

2356

2357

2358

2359

2360

2361

2362

2363

2364

2365

2366

2367

2368

2369

2370

2371

2372

2373

2374

2375

2376

2377

2378

2379

2380

2381

2382

2383

2384

2385

2386

2387

2388

2389

2390

2391

2392

2393

2394

2395

2396

2397

2398

2399

2400

2401

2402

2403

2404

2405

2406

2407

2408

2409

2410

2411

2412

2413

2414

2415

2416

2417

2418

2419

2420

2421

2422

2423

2424

2425

2426

2427

2428

2429

2430

2431

2432

2433

2434

2435

2436

2437

2438

2439

2440

2441

2442

2443

2444

2445

2446

2447

2448

2449

2450

2451

2452

2453

2454

2455

2456

2457

2458

2459

2460

2461

2462

2463

2464

2465

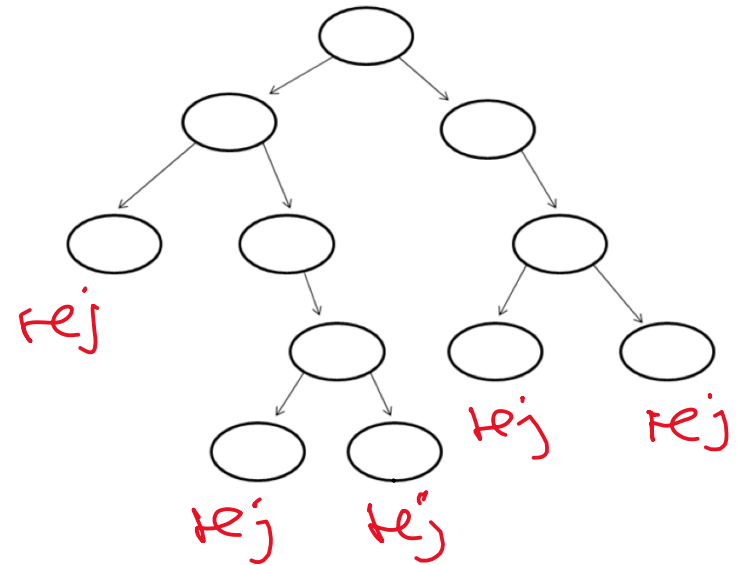
2466

2467

2468

2469

2470

$$X \notin \mathcal{L}(M)$$


ג מסוף לא מקבל  
ג מסוף רותה

# מבנה הוכחת נכונות של שפת מכונה לא דטרמיניסטית

- מבנה ההוכחה:
- $x \in L \leftarrow$  קיים מסלול מקבל בעץ החישוב של המכונה  $N$  על הקלט  $x$ .  
עבור מכונה מקבלת:
- $x \notin L \leftarrow$  כל מסלולי החישוב בעץ החישוב של המכונה  $N$  על הקלט  $x$  דוחים או אינסופיים.  
עבור מכונה מכריעה:
- $x \notin L \leftarrow$  כל מסלולי החישוב בעץ החישוב של המכונה  $N$  על הקלט  $x$  דוחים.

# דוגמה

עבור מ"ט א"ד  $M$  ומילה  $x$  נגדיר :

$L_4 = \{(M, x) \mid M \text{ has at least 4 different accepting paths when running on } x\}$

בנו מ"ט  $U$  שתקבל את  $L_4$

# U בניית

# בניית U

U על קלט  $(\langle M \rangle, x)$  :

1. בחר 4 מחרוזות אקראיות.
2. וודא שהן שונות זו מזו.
3. סמלץ את M על x בהרצה מבוקרת לפי המחרוזות האקראיות.
4. אם ב-4 דרכים המילה התקבל, קבל.



# משפט שקילות

- **משפט** : מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית **שקולה** בכוח החישוב **שלה** למכונה דטרמיניסטית.

# משפט שקילות

- **משפט** : מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית **שקולה** **בכוח החישוב שלה** למכונה דטרמיניסטית.
- **הוכחה** : כיוון אחד פשוט - מכונה דטרמיניסטית היא מקרה פרטי של מכונה לא דטרמיניסטית. (כל האפשרויות הנוספות - זהות לאפשרות המקורית)

# משפט שקילות

- **משפט** : מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית **שקולה** **בכוח החישוב שלה** למכונה דטרמיניסטית.
  - **הוכחה** : כיוון אחד פשוט - מכונה דטרמיניסטית היא מקרה פרטי של מכונה לא דטרמיניסטית. (כל האפשרויות הנוספות - זהות לאפשרות המקורית)
  - להוכחת הכיוון השני, נסביר כיצד אפשר לבנות, לכל מכונה לא דטרמיניסטית  $N$ , מכונה **דטרמיניסטית**  $D$  שתהיה **שקולה** ל- $N$
- $D$  תעקוב אחרי כל מסלולי החישוב של המכונה  $N$

# הרעיון של הסימולציה

## • הרעיון :

- $D$  תנסה את כל ענפי החישוב של  $N$  על מילת הקלט  $w$ .
- אם נמצא מסלול חישוב שמסתיים במצב המקבל  
(של  $N$ ),  $D$  **תקבל** (תיכנס למצב המקבל שלה).
- אם כל מסלולי החישוב של  $N$  מסתיימים במצב  
הדוחה (של  $N$ ),  $D$  **תדחה** (תיכנס למצב הדוחה שלה).
- אם יש ל- $N$  מסלולי חישוב לא עוצרים,  
**ואין לה** מסלול חישוב מקבל,  $D$  **לא תעצור**.

# חיפוש לרוחב ולא לעומק

- חישוב של  $N$  על  $w$  הוא עץ במרחב הקונפיגורציות
  - כל צומת בעץ הזה הוא קונפיגורציה.
  - שורש העץ הוא הקונפיגורציה ההתחלתית של  $N$  על  $w$
  - כל ענף בעץ הזה הוא חישוב חלקי אפשרי של  $N$  על  $w$ .

# חיפוש לרוחב ולא לעומק

- חישוב של  $N$  על  $w$  הוא **עץ** במרחב הקונפיגורציות – כל **צומת** בעץ הזה הוא קונפיגורציה.
  - **שורש** העץ הוא הקונפיגורציה ההתחלתית של  $N$  על  $w$
  - כל **ענף** בעץ הזה הוא חישוב חלקי אפשרי של  $N$  על  $w$ .
- **תרגיל**: הסבירו למה המכונה הדטרמיניסטית  $D$  לא תנסה לבצע חיפוש לעומק בעץ הקונפיגורציות?

# חיפוש לרוחב ולא לעומק

- חישוב של  $N$  על  $w$  הוא עץ במרחב הקונפיגורציות
  - כל צומת בעץ הזה הוא קונפיגורציה
  - שורש העץ הוא הקונפיגורציה ההתחלתית של  $N$  על  $w$
  - כל ענף בעץ הזה הוא חישוב חלקי אפשרי של  $N$  על  $w$ .
- תרגיל: הסבירו למה המכונה הדטרמיניסטית  $D$  לא תנסה לבצע חיפוש לעומק בעץ הקונפיגורציות?
- מיד נראה שחיפוש לרוחב בעץ הזה כן יהיה טוב

# המכונה הדטרמיניסטית

- למכונה  $D$  יהיו שלושה סרטים
  - סרט הקלט שעליו רשומה מילת הקלט
  - זהו סרט לקריאה בלבד (לא משנים בו דבר)
  - סרט הסימולציה (לחיקוי מסלול חישוב חלקי של  $N$ )
  - סרט הכתובות שיציין את מסלול הבחירות הלא דטרמיניסטיות של החישוב החלקי הנוכחי



# סרט הכתובות

- לכל צומת פנימי בעץ החישוב יש לכל היותר 2 בנים
  - לכן מילה מעל האלפבית  $\{0,1\}$  יכולה לציין מסלול חישוב חלקי מהשורש אל צומת בעץ
- זוהי ה"כתובת" של הצומת הזה בעץ

# סרט הכתובות

- לכל צומת פנימי בעץ החישוב יש לכל היותר 2 בנים

– לכן מילה מעל האלפבית  $\{0,1\}$  יכולה לציין מסלול חישוב חלקי מהשורש אל צומת בעץ

- זוהי ה"כתובת" של הצומת הזה בעץ

- למשל, ה"כתובת" 10010 אומרת:

בצעד החישוב הראשון בוחרים באפשרות הלא דטרמיניסטית

השנייה של הצעד הזה (עוברים לבן השני)

בצעד החישוב השני בוחרים באפשרות הראשונה (הבן הראשון)

בצעד החישוב השלישי בוחרים באפשרות הראשונה (הבן הראשון)

בצעד החישוב הרביעי בוחרים באפשרות השנייה (הבן השני)

בצעד החישוב החמישי בוחרים באפשרות הראשונה (הבן הראשון)

# כתובות לא חוקיות

- ייתכנו כתובות לא חוקיות
  - מאחר ולקונפיגורציה ההתחלתית יש רק שתי קונפיגורציות עוקבות (לשורש העץ יש שני בנים), אז כל כתובת שמתחילה ב-2 ומעלה איננה חוקית
- המכונה  $D$  תתייחס לכתובת לא חוקית כאל ענף חישוב שהסתיים בדחייה

# הסימולציה - אתחול

• בתחילת הריצה של  $D$

- מילת הקלט רשומה על סרט 1 שהוא סרט הקלט
- סרט 2 (סרט הסימולציה) וסרט 3 (סרט הכתובות)  
ריקים (רווחים בכל הריבועים)

# הסימולציה - המשך

- שלב בסימולציה:

- מעתיקים את תוכן סרט 1 (הקלט) לסרט 2
- מבצעים את הצעדים של  $N$  על סרט 2 לפי הבחירות הלא דטרמיניסטיות הרשומות בסרט 3 (לפי הכתובת)
- אם  $N$  הגיעה למצב המקבל שלה, מקבלים
- $D$  נכנסת למצב המקבל שלה, והחישוב מסתיים
- אחרת, עוברים לבצע סימולציה של ענף החישוב הבא

# הסימולציה - הסברים

- מה פירוש "אחרת"? מה יכול לקרות?
  - $D$  סיימה לבצע את הצעדים שהיו רשומים בכתובת ולא הגיעה למצב של עצירה.
  - יתכן כי  $N$  נכנסה למצב הדוחה שלה
    - באיזשהו צעד בענף החישוב הנוכחי
  - או הכתובת שבסרט השלישי לא חוקית
- איך עוברים לענף החישוב הבא?
  - מוחקים את תוכן סרט הסימולציה
  - עוברים לכתובת הבאה בסרט הכתובות
  - מתחילים את הסימולציה של ענף החישוב הבא

# מסקנה מן השקילות

- **מסקנה :** כדי להוכיח ששפה  $L$  היא ב- $RE$ , אפשר לתאר מכונה **לא דטרמיניסטית** שמקבלת את  $L$ 
  - משום שלכל מכונה כזו אפשר לבנות מכונה **דטרמיניסטית** שתקבל את  $L$
- באותו אופן כדי להוכיח ששפה  $L$  היא ב- $R$ , אפשר לתאר מכונה **לא דטרמיניסטית** שמכריעה את  $L$ 
  - עץ החישוב במקרה זה יהיה **סופי לכל קלט**

# הערה על זמן הריצה

- המכונה  $D$  שתיארנו **לא יעילה** מבחינת זמן הריצה  
– יש בה חזרות על חלקים של חישובים



# הערה על זמן הריצה

- המכונה  $D$  שתיארנו **לא יעילה** מבחינת זמן הריצה – יש בה חזרות על חלקים של חישובים
- אפשר לייעל את פעולתה של  $D$ , אך עדיין זמן הריצה של **כל סימולציה מוכרת** של מכונה לא דטרמיניסטית על-ידי מכונה דטרמיניסטית הוא **לפחות מעריכי** (אקספוננציאלי) בזמן הריצה של המכונה הלא דטרמיניסטית
- זמן הריצה של מכונה לא דטרמיניסטית **מכריעה**  $N$  על מילה  $w$  מוגדר כמספר הצעדים במסלול החישוב **הארוך ביותר** של  $N$  על  $w$ .

# שימושי המודל הלא דטרמיניסטי

- לכאורה, אפשר לשאול, למה זה טוב? זה הרי מודל מאוד לא מציאותי ולא כ"כ שימושי - מספר המסלולים הדוחים יכול להיות גדול.

# שימושי המודל הלא דטרמיניסטי

- לכאורה, אפשר לשאול, למה זה טוב? זה הרי מודל מאוד לא מציאותי ולא כ"כ שימושי - מספר המסלולים הדוחים יכול להיות גדול.
- אחד היתרונות של מכונה לא דטרמיניסטית הוא שהיא יכולה **לנחש מחרוזות**. לא נראה באופן פורמלי, מספיק שנאמר שהמכונה מנחשת מחרוזת כלשהי. בעזרת ניחוש אפשר לחסוך הרצה מבוקרת.
- נראה דוגמא למכונה כזו:

# דוגמה

- לכל מט"ד  $M$  נגדיר את הפונקציה המוזרה הבאה:

$$f_M : \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$$

- לכל  $x \in \Sigma^*$  נרשום  $f_M(x)$  = הפלט של  $M$  על  $x$ .
- היות ו- $M$  לא בהכרח עוצרת לכל קלט, הפלט  $f_M(x)$  לא בהכרח מוגדר לכל קלט.

# דוגמא לשימוש במכונה לא דטרמיניסטית

$$L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a function machine,} \\ \text{and } \exists x \in \Sigma^* : f_M(x) = x \}$$

במילים:  $M$  היא מכונת טיורינג לחישוב פונקציה (לאו  
דווקא מכונה לקבלת שפות), וקיימת לפונקציה של המכונה  
נקודת שבת. (כלומר קיימת מילה  $x$  כך ש-  $f(x) = x$ )

# דוגמא לשימוש במכונה לא דטרמיניסטית

$$L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a function machine,} \\ \text{and } \exists x \in \Sigma^* : f_M(x) = x \}$$

במילים:  $M$  היא מכונת טיורינג לחישוב פונקציה (לאו דווקא מכונה לקבלת שפות), וקיימת לפונקציה של המכונה נקודת שבת. (כלומר קיימת מילה  $x$  כך ש-  $f(x) = x$ )

- כדי להוכיח שייכות של השפה הזו ל- $RE$  במודל הדטרמיניסטי היינו צריכים לבצע הרצה מבוקרת חזקה של כל המילים בסיגמא כוכבית.
- לעומת זאת, בעזרת ניחוש, אפשר לחסוך את ההרצה המבוקרת.

# דוגמא לשימוש במכונה לא דטרמיניסטית

$$L = \{ \langle M \rangle \mid \exists x \in \Sigma^* : f_M(x) = x \} \in RE$$

הוכחה:

נתאר מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית  $N$  המקבלת את  $L$ :

# דוגמא לשימוש במכונה לא דטרמיניסטית

$$L = \{ \langle M \rangle \mid \exists x \in \Sigma^* : f_M(x) = x \} \in RE$$

**הוכחה:**

נתאר מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית  $N$  המקבלת את  $L$ :

$N$  על קלט  $\langle M \rangle$ :

1. מנחשת מילה  $x$ .
2. מסמלצת את ריצת  $M$  על  $x$ .
3. אם  $M$  פלטה  $x$  – קבל, אם פלטה מחרוזת שונה מ- $x$  – דחה.



# דוגמא לשימוש במכונה לא דטרמיניסטית

נוכיח את נכונות המכונה  $N$ , כלומר נוכיח כי  $L(N)=L$ :

# דוגמא לשימוש במכונה לא דטרמיניסטית

נוכיח את נכונות המכונה  $N$ , כלומר נוכיח כי  $L(N)=L$ :

- אם  $\langle M \rangle \in L$  אזי קיימת מילה  $x_0 \in \Sigma^*$  כך שהפלט של  $M$  בריצתה על  $x_0$  הוא בדיוק  $x_0$ . במקרה כזה בעץ החישוב של  $N$  על  $\langle M \rangle$ , קיים מסלול שבו הניחוש של  $N$  הוא בדיוק המילה  $x_0$ , מכאן שהמסלול המדובר הוא **מסלול מקבל** ולכן  $\langle M \rangle \in L(N)$

# דוגמא לשימוש במכונה לא דטרמיניסטית

נוכיח את נכונות המכונה  $N$ , כלומר נוכיח כי  $L(N)=L$ :

- אם  $\langle M \rangle \in L$  אזי קיימת מילה  $x_0 \in \Sigma^*$  כך שהפלט של  $M$  בריצתה על  $x_0$  הוא בדיוק  $x_0$ . במקרה כזה בעץ החישוב של  $N$  על  $\langle M \rangle$ , קיים מסלול שבו הניחוש של  $N$  הוא בדיוק המילה  $x_0$ , מכאן שהמסלול המדובר הוא **מסלול מקבל** ולכן  $\langle M \rangle \in L(N)$
- אם  $\langle M \rangle \notin L$  אזי **לכל**  $x \in \Sigma^*$  מתקיים  $f_M(x) \neq x$ . לכן בעץ החישוב של  $N$  על  $\langle M \rangle$ , לכל בחירה של מילה  $x \in \Sigma^*$ , המכונה  $M$  פולטת לא את  $x$ , לכן כל המסלולים של  $N$  דוחים או אינסופיים, לכן  $\langle M \rangle \notin L(N)$ .