

מטלה 2

כל הנחיות המטלה הקודמת תקפות גם כאן, פרט לתאריך ההגשה.

1. קבעו האם שני המודלים הבאים שקולים. הוכיחו את תשובתכם:
 - a. מכונת טיורינג דטרמיניסטית לעומת מכונת טיורינג אי דטרמיניסטית בה מילה מתקבלת אך ורק אם קיימים לפחות שני מסלולים מקבלים.
 - b. מכונת טיורינג דטרמיניסטית לעומת מכונת טיורינג אי דטרמיניסטית בה מילה מתקבלת אך ורק אם בדיוק שני מסלולים מקבלים, וכל השאר דוחים/לא עוצרים.
2. תהי $L = \{ \langle M \rangle \mid \exists w_1, w_2 \in \Sigma^* \text{ such that } M \text{ accepts } w_1 \text{ within } |w_2| \text{ steps and } M \text{ accepts } w_2 \text{ within } |w_1| \text{ steps} \}$

בנו לשפה L מכונה דטרמיניסטית ומכונה אי-דטרמיניסטית.
 למען הסר ספק: "בנו מכונה" הכוונה להראות אלגוריתם. בפרט, אין לציין את כמות המצבים או את פונקציית המעברים.
3. להלן כמה שפות. לכל שפה קבעו האם היא כריעה (R), מזוהה טיורינג (RE), או שמשלימתה מזוהה טיורינג ($coRE$).
 - א. $L = \{ \langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset \}$
 - ב. $L = \{ \langle M \rangle \mid L(M) \text{ is a CFL and not regular} \}$
 - ג. $L = \{ \langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle \mid M_1 \text{ and } M_2 \text{ are TM and } L(M_1) \cap L(M_2) \neq \emptyset \}$
 - ד. יהי $n > 0$ טבעי כלשהו. תהי $L_n = \{ \langle M_1, M_2, \dots, M_n \rangle \mid M_1, M_2, \dots, M_n \text{ are TM such that no word of length smaller than } n \text{ is in } L(M_1) \cap L(M_2) \dots L(M_n) \}$

במילים- בהינתן n , זוהי שפת קידודי n מכונות שאין מילה בחיתוך שלהן שאורכה קטן מ- n .
4. בנו מכונה דטרמיניסטית לשפה משאלה 3א, ומכונה אי דטרמיניסטית לאותה שפה. שימו לב שבשאלה זו יש לבנות מכונה לפי הסיווג שלכם בשאלה 3. כלומר, המכונה מכריעה/מזהה/דוחה בהתאם לתשובה שלכם בשאלה 3.
5. סווגו כל אחת מהשפות הבאות למחלקות. אם ניתן, היעזרו במשפט רייס. אם לא ניתן, הסבירו מדוע לא ניתן, וגם הוכיחו בצורה אחרת.
 - א. $L_1 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ stops to every input after more than 42 steps} \}$
 - ב. $L_2 = \{ \langle M \rangle \mid 10 \leq |L(M)| \leq 1000 \}$
 - ג. $L_3 = \{ \langle M \rangle \mid \exists w \in L(M) \text{ such that } M \text{ accepts } w \text{ in less than } |w| \text{ steps} \}$
 - ד. $L_4 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM that halts on at most one input} \}$
6. תהיינה L_1, L_2 שפות המקיימות $L_1 \in RE, L_2 \in coRE$. בנוסף, נתון כי $L_2 \leq L_1$. לכל טענה כתבו האם היא נכונה תמיד, שגויה תמיד, או שיש שפות עבורן הטענה נכונה ויש שפות עבורן הטענה שגויה (במקרה זה, יש לציין דוגמה לכל צד).
 - א. L_2 היא $coRE$ – complete.
 - ב. $L_1 \in R$.
 - ג. $L_2 \notin R$.

7. נניח כי $P \neq NP$. ליד כל אחת מהשפות הבאות, קבעו האם השפה שייכת ל- P או לא ידוע.

א. $L_1 = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is a graph that contains a } n - 5 \text{ clique} \}$ (כל הגרפים שיש בהם קליקה בגודל $n - 5$ קודקודים).

ב. $L_2 = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is } 3 - \text{colorable graph, except for at most 2 vertices that requires a forth color} \}$

ג. $L_3 = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is a graph that contains an Euler path} \}$

ד. $L_4 = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is a graph that has three foreign domination sets} \}$

(תזכורת: קבוצת קודקודים $S \subset V$ תיקרא "קבוצה שולטת" אם

$\forall v \notin S \exists u \in S: uv \in E(G)$ S_1, S_2 ייקראו זרות אם $S_1 \cap S_2 = \emptyset$)

8. הוכיחו כי השפות הבאות שייכות ל- NP . לשתי שפות הוכיחו בעזרת מכונה אי-דטרמיניסטית,

ולשתי שפות הוכיחו בעזרת יחס R_L .

א. $Subset - Sum = \{ (S, k) \mid S \text{ is a set of numbers.} \}$

$\exists S' \subseteq S \text{ such that } \sum_{s \in S'} s = k \}$

ב. $Partition = \{ (S) \mid S \text{ is a set of numbers.} \}$

$\exists S' \subset S \text{ such that } \sum_{\{s \in S'\}} s = \sum_{\{s \in S \setminus S'\}} s \}$

ג. $Clique \& IS = \{ \langle G, k_1, k_2 \rangle \mid G \text{ is a graph with clique in size } k_1 \text{ and IS in size } k_2 \}$

ד. $CliqueK = \{ \langle G, k_1, k_2 \rangle \mid G \text{ is a graph that has a clique in size } k, \text{ and } k_1 \leq k \leq k_2 \}$

(יש עמוד נוסף. אל דאגה, שם נמצאת השאלה הכי קלה של המטלה הארוכה והמייגעת הזו)

בית כנסת היה עבורי גם מקום העבודה של אבא. אהבתי את ההתנהלות שלו. אבא עשה את הדברים בחן. באחד החגים התגלע ויכוח אם צריך להגיד קדיש או לא. דיון הלכתי. שליימה אמר שוודאי שצריך. כל שנה אומרים. נחמיה אמר מה פתאום, אני זוכר במאה אחוז שלא אומרים כאן קדיש. הם באו לאבא שלי ושאלו אותו: "יחזקאל, מה המנהג?"

"זה המנהג", הוא ענה להם.

"מה המנהג?" הם לא הבינו, "להגיד או לא להגיד קדיש?"

"להתווכח", הוא ענה. "המנהג הוא בכל שנה להתווכח על זה".

אציין רק שהעמדה של נחמיה בזמן אמת נראתה לי פחות אמינה, כי בעוד שליימה זכר שאומרים קדיש, נחמיה טען שהוא זוכר שלא אומרים, ותהיתי איך אפשר לזכור שלא אומרים משהו? זה קצת כמו

השאלה היא:
מה זה קשור לחומר?

בהצלחה!