

מטלה 3

מחקר: [קישור](#)

קורס: תכנות אלגוריתמים מחקריים

מגיש: כפיר גולדפרב

אלגוריתם חמדן (Greedy Algorithm - CGA):

הסבר מקוצר:

בהינתן n מספרים שלמים חיוביים ו- k מספר הקבוצות שנרצה לחלק כך שסכום הקבוצות קרוב (שואף להיות שווה), תהליך האלגוריתם:

1. ממין את המספרים בסדר יורד.
2. לכל מספר מקצה קבוצה עם סכום הכי קטן עד כה.

קלט 1:

$$n = \{12, 9, 8, 4, 2, 3, 5, 1, 6\}, k = 2$$

תהליך 1:

לאחר מיון נקבל: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12\}$, ניקח לכל קבוצה בתורה את המספר המינימלי בקבוצה זו.

פלט 1:

$$\{1, 3, 5, 8, 12\}, \{2, 4, 6, 9\}$$

סכומי הקבוצות הם: 21, 29

קלט 2:

$$n = \{12, 9, 8, 4, 2, 3, 5, 1, 6\}, k = 3$$

תהליך 2:

לאחר מיון נקבל: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12\}$, ניקח לכל קבוצה בתורה את המספר המינימלי בקבוצה זו.

פלט 2:

$$\{1, 4, 8\}, \{2, 5, 9\}, \{3, 6, 12\}$$

סכומי הקבוצות הם: 13, 16, 21

אלגוריתם חמדן שלם (CGA - Complete Greedy Algorithm):**הסבר מקוצר:**

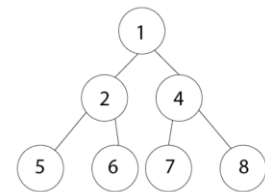
1. ממין את המספרים בסדר יורד.
2. ולאחר מכן מחפש בעץ כאשר כל רמה בעץ (level) מיועד למספר אחר, וכל זרוע מיועדת לקבוצה אחרת.
3. כדי להימנע מכפילות ניקח את הפרמוטציות של כל תת-קבוצה וניקח את ההפרש ביניהם.
4. נמשיך לעקוב אחר הקבוצה עם הסכום הכי גבוה עם הפתרון הכי טוב.
5. אם סכום הקבוצות חרג או שווה לגבול שהצבנו לו, האלגוריתם נכשל.
- אם הגענו לחלוקה מושלמת או שהסכום של הקבוצה הכי גדולה שווה למספר הכי גדול, נחזיר את התוצאה כמו שהיא בלי חלוקה מושלמת

קלט:

$$n = \{5, 4, 6, 8, 7, 1, 2\}, k = 2$$

תהליך:

לאחר מיון: $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$, העץ יראה פחות או יותר כך:



כאשר כל זרוע (ימין ושמאל) מייצגת קבוצה אחרת, נשים לב שצד ימין סכום 19 וצד שמאל סכום 13 מכיוון שסכום הקבוצה השמאלית קטנה מימין, נוסף את הקודקוד (1) לקבוצה שמאל וקיבלנו את הסכומים 14, 19.

פלט:

$$\{1, 2, 5, 6\}, \{4, 7, 8\}$$

אלגוריתם (KK - Karmarkar-Karp Heuristic):**הסבר מקוצר:**

1. ממין את המספרים בסדר יורד.
2. לאחר מכן מחליף בין שני המספרים הכי גדולים בקבוצה בסדר ממין בין ההפרש שלהם.
3. לאחר מכן נפריד בניהם לשני קבוצות שונות (שני המספרים הכי גדולים).
4. נמשך את התהליך עד שנגיע למספר אחד שהוא ההפרש הסופי בין שני סכומי התתי-קבוצות.
5. נוסיף את ההפרש הנותר לשני סכומי תתי-הקבוצות ואז נחלק ב-2.

קלט:

$$n = \{8, 6, 5, 2, 1\}, k = 2$$

תהליך:לאחר מיון: $\{1,2,5,6,8\}$,

ניקח את שני המספרים הכי גדולים 8 ו-6 ונפריד אותם לשני קבוצות שונות $a = \{8\}, b = \{6\}$, ונחליף אותם בקבוצה n עם ההפרש שלהם $|8 - 6| = 2$, ולכן $n = \{1,2,2,5\}$,

צעד שני: $a = \{8,5\}, b = \{6,2\}, n = \{1,2,3\}$ צעד שלישי: $a = \{8,5,3\}, b = \{6,2,2\}, n = \{1,1\}$ צעד רביעי: $a = \{8,5,3,1\}, b = \{6,2,2,1\}, n = \{1\}$

נקבל ש: $|a| = 8 + 5 + 3 + 1 + 1 = 17$, $|b| = 6 + 2 + 2 + 1 + 1 = 12$, נחלק את הסכומים ב-2.

פלט:

$$|a| = 8.5, |b| = 6$$

- הערה: מכיוון שקיבלנו סטייה של 0.5 ומדובר במספרים שלמים אז ניתן להתעלם מהחצי או להוסיף עוד חצי כדי להגיע למספר שלם למעלה ולכן נקבל 2 פתרונות אפשריים:

$$|a| = 9, |b| = 6 \text{ או } |a| = 8, |b| = 6$$

אלגוריתם (Complete Karmarkar-Karp Heuristic – CKK):**הסבר מקוצר:**

אלגוריתם זה עובד כמו האלגוריתם הקודם רק עבור יותר מ-0 קבוצות ולכן מיותר להראות את תהליך העבודה שלו.

אלגוריתם (Horowitz and Sahni - HS):**הסבר מקוצר:****קלט:****פלט:****אלגוריתם (Schroeppel and Shamir - SS):****הסבר מקוצר:****קלט:****פלט:****אלגוריתם (Recursive Number Partitioning - RNP):**

הסבר מקוצר:

קלט:

פלט:

האלגוריתם הראשי של המאמר - שיפור אלגוריתם קודם (Improved Recursive Number Partitioning):

הסבר מקוצר:

קלט:

פלט: