

보행_HW2

FK 유도

회전 행렬 z 축 기준

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

변환 행렬

$$T(x, y, z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

회전 행렬 x 축 기준

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{0,1} = R_z(\theta_1) \times T(0, 0, l_1) = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{1,2} = R_x(\theta_2) \times T(0, 0, l_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ 0 & \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{2,3} = R_x\left(\frac{\pi}{2}\right) \times R_z(\theta_3) \times T(l_3, 0, 0) = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & l_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{0,3} = T_{0,1} \times T_{1,2} \times T_{2,3}$$

x, y, z의 수식을 얻기 위해 행렬의 곱셈을 해주어야 한다.

그때 사용한 코드

```
% 심볼릭 변수 선언
syms theta1 theta2 theta3 l1 l2 l3
```

```

% 변환 행렬 정의
% T_0_1 = Rz(theta1) * T(0, 0, l1)
T_0_1 = [cos(theta1), -sin(theta1), 0, 0;
         sin(theta1), cos(theta1), 0, 0;
         0, 0, 1, l1;
         0, 0, 0, 1];

% T_1_2 = Rx(theta2) * T(0, 0, l2)
T_1_2 = [1, 0, 0, 0;
         0, cos(theta2), -sin(theta2), 0;
         0, sin(theta2), cos(theta2), l2;
         0, 0, 0, 1];

% T_2_3 = Rx(pi/2) * Rz(theta3) * T(l3, 0, 0)
T_2_3 = [1, 0, 0, 0;
         0, 0, -1, 0;
         0, 1, 0, 0;
         0, 0, 0, 1] * ...
[cos(theta3), -sin(theta3), 0, 0;
 sin(theta3), cos(theta3), 0, 0;
 0, 0, 1, 0;
 0, 0, 0, 1] * ...
[1, 0, 0, l3;
 0, 1, 0, 0;
 0, 0, 1, 0;
 0, 0, 0, 1];

% 최종 변환 행렬 계산
T_0_3 = simplify(T_0_1 * T_1_2 * T_2_3);

% 결과 출력
disp('T_0_3 = ');
disp(T_0_3);

% 최종 위치 추출 (x, y, z 좌표)
x = T_0_3(1, 4);
y = T_0_3(2, 4);
z = T_0_3(3, 4);

disp('변환 행렬로부터 추출된 좌표:');
disp(['X: ', char(x)]);
disp(['Y: ', char(y)]);
disp(['Z: ', char(z)]);

```

x, y, z의 수식을 이용해 FK 관련 코드를 작성하였다.

```

clc, clear % 저장된 변수 또는 함수 제거
close all

% 링크 길이 정의
l1 = 4; l2 = 9; l3 = 8;

% 사용자로부터 각도 입력 받기 (도 단위로 입력, 라디안으로 변환)
theta1 = input('theta1 각도를 입력하세요 (도 단위): ') * pi / 180;
theta2 = input('theta2 각도를 입력하세요 (도 단위): ') * pi / 180;
theta3 = input('theta3 각도를 입력하세요 (도 단위): ') * pi / 180;

% 주어진 수식을 이용하여 x, y, z 계산
x = l3 * cos(theta1) * cos(theta3) - l3 * cos(theta2) * sin(theta1) * sin(theta3);
y = l3 * cos(theta3) * sin(theta1) + l3 * cos(theta1) * cos(theta2) * sin(theta3);
z = l1 + l2 + l3 * sin(theta2) * sin(theta3);

% 변환 행렬 정의
RotZ = @(theta) [cos(theta) -sin(theta) 0 0;
                 sin(theta) cos(theta) 0 0;
                 0 0 1 0;
                 0 0 0 1];

RotX = @(theta) [1 0 0 0;
                 0 cos(theta) -sin(theta) 0;
                 0 sin(theta) cos(theta) 0;
                 0 0 0 1];

Trans = @(x, y, z) [1 0 0 x;
                   0 1 0 y;
                   0 0 1 z;
                   0 0 0 1];

% 변환 행렬 계산
T_0_1 = RotZ(theta1) * Trans(0, 0, l1); % 어깨 회전 및 변환
T_1_2 = RotX(theta2) * Trans(0, 0, l2); % 팔꿈치 회전 및 변환
T_2_3 = RotX(pi/2) * RotZ(theta3) * Trans(l3, 0, 0); % 손목 회전 및 변환, 링크 평행

% 베이스에서 말단까지의 총 변환 행렬
T_0_3 = T_0_1 * T_1_2 * T_2_3;

% 각 조인트의 위치 추출
y0 = [0; 0; 0; 1]; % 기준점 (원점)
p1 = T_0_1 * y0; % 어깨 위치
p2 = T_0_1 * T_1_2 * y0; % 팔꿈치 위치
p3 = T_0_3 * y0; % 손목 위치

originX = double([y0(1), p1(1), p2(1), p3(1)]);

```

```

originY = double([y0(2), p1(2), p2(2), p3(2)]);
originZ = double([y0(3), p1(3), p2(3), p3(3)]);

% 3D 플롯 생성
figure
plot3(originX, originY, originZ, '*--', 'linewidth', 2);
hold on;
plot3([originX(1), originX(2)], [originY(1), originY(2)], [originZ(1), origin
plot3([originX(2), originX(3)], [originY(2), originY(3)], [originZ(2), origin
plot3([originX(3), originX(4)], [originY(3), originY(4)], [originZ(3), origin

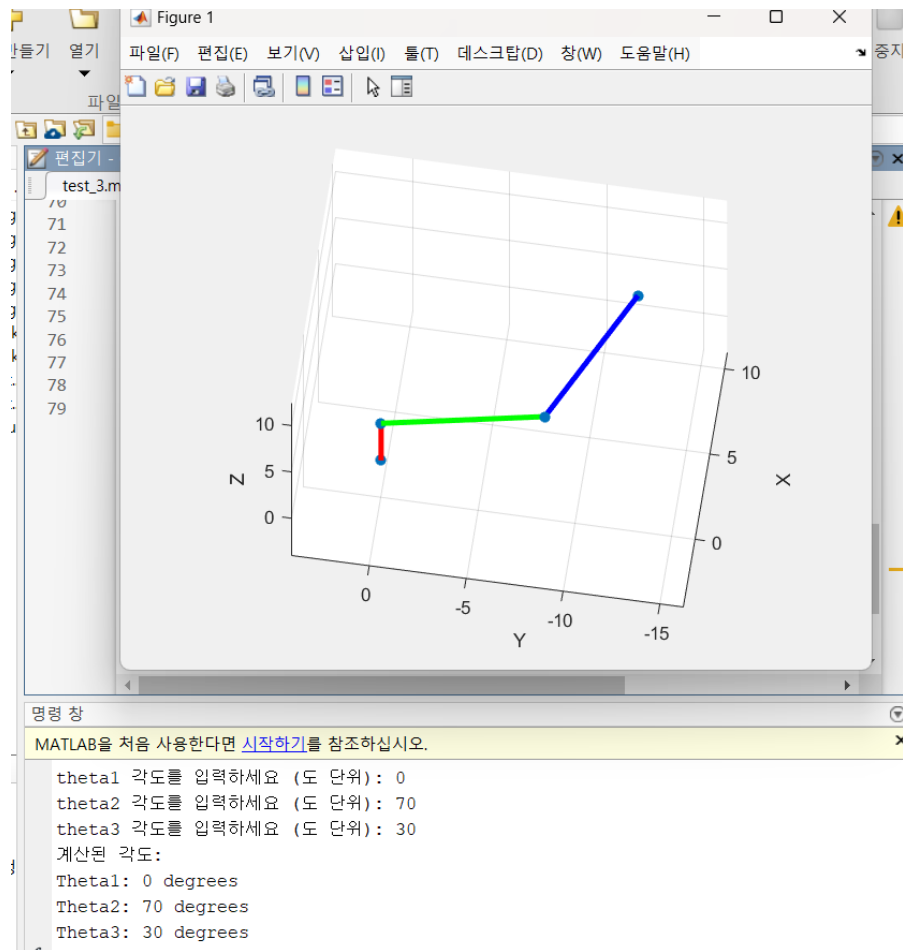
% 그래프 설정
grid on
axis equal
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
view(3);

% 축 범위 설정
xmin = min(originX) - 4;
xmax = max(originX) + 4;
ymin = min(originY) - 4;
ymax = max(originY) + 4;
zmin = min(originZ) - 4;
zmax = max(originZ) + 4;
axis([xmin xmax ymin ymax zmin zmax]);

% 계산된 각도 출력 (도 단위)
disp(['계산된 각도:']);
disp(['Theta1: ', num2str(rad2deg(theta1)), ' degrees']);
disp(['Theta2: ', num2str(rad2deg(theta2)), ' degrees']);
disp(['Theta3: ', num2str(rad2deg(theta3)), ' degrees']);

```

결과: theta1: 0 theta2: 70 theta3: 30



IK 유도

$$\theta_1 = \text{atan2}(y, x)$$

r_1 및 r_2 계산 (수평 거리와 수직 거리)

$$r_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r_2 = z - l_1$$

D 계산 (코사인 법칙을 이용해 계산)

$$D = \frac{r_1^2 + r_2^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 l_2 l_3} \quad (-1 \leq D \leq 1)$$

$$\theta_3 = \text{atan2}(-\sqrt{1-D^2}, D)$$

$$\theta_2 = \text{atan2}(r_2, r_1) - \text{atan2}(l_3 \sin \theta_3, l_2 + l_3 \cos \theta_3)$$

$$\text{수식} : r_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

⇒ 수평 거리를 구하는 수식

로봇의 어깨 부분에서 위치까지의 수평거리를 나타냈다.

$$\text{수식} : r_2 = z - l_1$$

⇒ 수직 거리를 구하는 수식

z 좌표와 링크 1의 길이 간의 차이를 나타내며, 이는 로봇의 기준점에서 목표 위치까지의 수직적 높이 차이를 계산한다.

$$\text{수식} : D = \frac{r_1^2 + r_2^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 \cdot l_2 \cdot l_3}$$

⇒ 코사인 법칙을 이용해 팔꿈치 각도 계산

링크 3의 끝점을 목표 좌표에 고정, 링크 1의 끝점을 (0, 0)에 고정한 후에

각도 3 ⇒ 각도 1 ⇒ 각도 2를 구하는 순으로 진행하였다.

처음에 목표 좌표에 링크 3의 끝점을 고정 안하고 하는 코드를 작성하였지만 오차가 심하게 발생하였다.

```
clc; clear; % 저장된 변수 또는 함수 제거
close all;

% 링크 길이 정의
l1 = 4; l2 = 9; l3 = 8;

% 목표 위치 입력 받기
x = input('목표 x 위치를 입력하세요: ');
y = input('목표 y 위치를 입력하세요: ');
z = input('목표 z 위치를 입력하세요: ');

% 링크3의 끝점을 목표 좌표에 고정하고 링크1의 끝점을 (0, 0, 0)에 고정
% 링크3의 끝점 좌표에서 링크2와 링크1의 각도를 계산

% 링크3의 끝점을 기준으로 계산
r3_x = x;
r3_y = y;
r3_z = z;

% 링크3의 끝점에서 링크2의 각도 계산
r1 = sqrt(r3_x^2 + r3_y^2); % 수평 거리
r2 = r3_z - l1; % 수직 거리 (기준점에서 높이 차이)

% 코사인 법칙을 이용하여 D 계산
D = (r1^2 + r2^2 - l2^2 - l3^2) / (2 * l2 * l3);

% D의 범위 제한 (-1 <= D <= 1)
if D > 1 || D < -1
    error('주어진 위치에 대한 역기구학 해를 찾을 수 없습니다.');
```

```
end

% 각도 계산 순서: 각도3, 각도1, 각도2

% 피치 축 (Pitch - theta3 계산)
theta3 = atan2(-sqrt(1 - D^2), D); % 팔꿈치가 아래로 굽히는 경우 선택

% 요 축 (Yaw - theta1 계산)
theta1 = atan2(y, x);
```

```

% 롤 축 (Roll - theta2 계산)
theta2 = atan2(r2, r1) - atan2(l3 * sin(theta3), l2 + l3 * cos(theta3));

% 링크3의 끝점을 목표 좌표에 고정
p3 = [x; y; z; 1];

% 각도를 사용하여 링크의 위치를 다시 계산
% 변환 행렬 정의
RotZ = @(theta) [cos(theta) -sin(theta) 0 0;
                 sin(theta) cos(theta) 0 0;
                 0 0 1 0;
                 0 0 0 1];

RotX = @(theta) [1 0 0 0;
                 0 cos(theta) -sin(theta) 0;
                 0 sin(theta) cos(theta) 0;
                 0 0 0 1];

Trans = @(x, y, z) [1 0 0 x;
                   0 1 0 y;
                   0 0 1 z;
                   0 0 0 1];

% 변환 행렬 계산
T_0_1 = RotZ(theta1) * Trans(0, 0, l1); % 어깨 회전 및 변환
T_1_2 = RotX(theta2) * Trans(0, 0, l2); % 팔꿈치 회전 및 변환
T_2_3 = RotX(theta3) * Trans(l3, 0, 0); % 손목 회전 및 변환

% 베이스에서 말단까지의 총 변환 행렬
T_0_3 = T_0_1 * T_1_2 * T_2_3;

% 각 조인트의 위치 추출
y0 = [0; 0; 0; 1]; % 기준점 (원점)
p1 = T_0_1 * y0; % 어깨 위치
p2 = T_0_1 * T_1_2 * y0; % 팔꿈치 위치

originX = double([y0(1), p1(1), p2(1), p3(1)]);
originY = double([y0(2), p1(2), p2(2), p3(2)]);
originZ = double([y0(3), p1(3), p2(3), p3(3)]);

figure;
plot3(originX, originY, originZ, '*--', 'linewidth', 2);
hold on;
plot3([originX(1), originX(2)], [originY(1), originY(2)], [originZ(1), originZ(2)], 'r');
plot3([originX(2), originX(3)], [originY(2), originY(3)], [originZ(2), originZ(3)], 'g');
plot3([originX(3), originX(4)], [originY(3), originY(4)], [originZ(3), originZ(4)], 'b');

```



```

% 그래프 설정
grid on;
axis equal;
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
view(3);

% 축 범위 설정
xmin = min(originX) - 4;
xmax = max(originX) + 4;
ymin = min(originY) - 4;
ymax = max(originY) + 4;
zmin = min(originZ) - 4;
zmax = max(originZ) + 4;
axis([xmin xmax ymin ymax zmin zmax]);

% 도달 좌표 출력
disp('도달한 좌표:');
disp(['X: ', num2str(p3(1))]);
disp(['Y: ', num2str(p3(2))]);
disp(['Z: ', num2str(p3(3))]);

```

x: 3, y: 7, z: 9를 입력한 결과

