

# Εργασία Ρομποτικής

<b>Τμήμα 1.....</b>	<b>2</b>
Θεωρητική ανάλυση.....	2
Παράμετροι συνδέσμων.....	2
Ευθύ κινηματικό.....	3
Θέσεις πλαισίων.....	4
Επιλογή εισόδου.....	6
Φιλτράρισμα ταχύτητας και επιτάχυνσης.....	8
Διαγράμματα.....	9
<b>Τμήμα 2.....</b>	<b>12</b>
Θεωρητική ανάλυση.....	12
Διαγράμματα.....	12

Γκατζή Κωνσταντίνα  
ΑΕΜ: 10037  
mail: gikonstan@ece.auth.gr

# Τμήμα 1

## Θεωρητική ανάλυση

### Παράμετροι συνδέσμων

Το ρομπότ έχει 6 περιστροφικές αρθρώσεις των οποίων οι παράμετροι είναι οι εξής:

Link	alpha	a	d	theta
1	1.5708	0	0.1807	$q_1$
2	0	-0.6127	0	$q_2$
3	0	-0.5716	0	$q_3$
4	1.5708	0	0.1742	$q_4$
5	-1.5708	0	0.1199	$q_5$
6	0	0	0.1166	$q_6$

## Ευθύ κινηματικό

Οι αρχικές τιμές  $\theta$  δίνονται  $q_0 = [-0.140 \ -1.556 \ -1.359 \ 1.425 \ -1.053 \ -1.732]$

Για να βρούμε την αρχική θέση και προσανατολισμό του άκρου σε σχέση με τη βάση θα χρειαστεί ευθύ κινηματικό.

Χρησιμοποιώντας τον τύπο

$$g_{i-1,i} = \begin{bmatrix} c_q & -s_q & 0 & a \\ s_q c_\alpha & c_q c_\alpha & -s_\alpha & -s_\alpha d \\ s_q s_\alpha & c_q s_\alpha & c_\alpha & c_\alpha d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

βρίσκουμε τα  $g_{01}, g_{12}, g_{23}, g_{34}, g_{45}, g_{56}$

Ισχύει ότι  $g_{6e}$  είναι ο μοναδιαίος πίνακας. Οπότε εφαρμόζω ευθύ κινηματικό

$$g_{0e} = g_{01}g_{12}g_{23}g_{34}g_{45}g_{56}g_{6e}$$

$$g_{0e} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0.4 \\ 0 & 0.8661 & -0.4999 & -0.2905 \\ 0 & -0.4999 & -0.8661 & 0.8111 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Θέσεις πλαισίων

Σύμφωνα με την εκφώνηση η θέση του πλαισίου της κάμερας σε σχέση με τη βάση είναι σταθερή με ομογενή μετασχηματισμό:

$$g_{oc} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ο ομογενής μετασχηματισμός του πλαισίου της μπάλας σε σχέση με την κάμερα δίνεται:

$$g_{cb} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9351 & 0.3543 & -0.45 \\ 0 & -0.3543 & 0.9351 & 0.1903 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

και η γωνία υπολογίζεται  $\theta = \text{atan}\left(\frac{0.1903}{-0.45}\right) = -0.3622\text{rad}$

Επιθυμούμε για το άκρο να ισχύει σε κάθε κύκλο ελέγχου σταθερά ο μετασχηματισμός

$$g_{be_{desired}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0.45 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ο μετασχηματισμός  $g_{be}$  μεταξύ της μπάλας και του άκρου αλλάζει σε κάθε κύκλο λόγω του διαφορετικού  $g_{cb}$ .

Τον βρίσκω με τον τύπο  $g_{be} = g_{cb}^{-1} g_{oc}^{-1} g_{0e}$ , αρκεί ο πίνακας  $g_{cb}$  να μπορεί να αντιστραφεί, δηλαδή η ορίζουσά του να μην είναι 0.

Για τον ίδιο λόγο αλλάζει ο μετασχηματισμός του άκρου σε σχέση με τη βάση  
 $g_{0e_{desired}} = g_{0c} g_{cb} g_{be_{desired}}$

Το πως αλλάζει ο  $g_{cb}$  προκύπτει από τα αποτελέσματα της κλάσης Wspace με την εντολή `sim_ball`.

Η αρχική γωνία  $\theta$  που υπολόγισα αλλάζει σύμφωνα με την τιμή της γωνιακής ταχύτητας  $\omega_{cb}$  γύρω από τον άξονα x της μπάλας. Σε κάθε κύκλο ελέγχου με βήμα χρόνου  $T_s=2\text{msec}$  βρίσκω την νέα γωνία  $\theta = \theta_{previous} + \omega_{cb} T_s$ .

Ο προσανατολισμός θα είναι η στροφή γύρω από τον άξονα x με γωνία  $\theta$  και η θέση το  $p_{cb}$  που προκύπτει από την εντολή.

## Επιλογή εισόδου

Για την κατάλληλη είσοδο χρειάζεται να υπολογιστούν τα σφάλματα θέσης και προσανατολισμού σε κάθε κύκλο.

Για το σφάλμα θέσης αρκεί να βρεθεί το  $e_p = p_{0e} - p_{0e_{desired}}$

Για το σφάλμα προσανατολισμού χρειάζεται να βρεθεί ο πίνακας προσανατολισμού που το περιγράφει. Δηλαδή  $r = g_{0e} g_{0e_{desired}}^{-1}$  σε μορφή πίνακα στροφής γύρω από ισοδύναμο άξονα.

Σύμφωνα με τη θεωρία η γωνία αυτή υπολογίζεται από τον τύπο  $th = \cos^{-1}\left(\frac{Tr(r) - 1}{2}\right)$  και ο ισοδύναμος άξονας από τον τύπο

$$k = \frac{1}{2\sin(th)} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix}$$

όπου  $Tr(r)$  το ίχνος του πίνακα  $r$ . Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται στο σημείο που η γωνία είναι 0 διότι είναι ιδιάζον σημείο και σε αυτήν την περίπτωση ο άξονας επιλέγεται αυθαίρετα.

$$u = \begin{bmatrix} \dot{p}_{0e} \\ \dot{\omega}_{0e} \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια η είσοδος έχει τη μορφή σύμφωνα με τη θεωρία για τον κινηματικό έλεγχο του άκρου.

$$u = \begin{bmatrix} v_{cb} \\ \omega_{cb} \end{bmatrix} - K \begin{bmatrix} error_{position} \\ error_{orientation} \end{bmatrix} \quad \text{όπου } K \text{ ο πίνακας των κερδών.}$$

Για να εφαρμοστεί η είσοδος χρειάζεται πρώτα να μετατραπεί από ταχύτητα άκρου σε ταχύτητα αρθρώσεων με την αντίστροφη ιακωβιανή του άκρου  $\dot{q}_r = J^{-1}u$ .

Η αντίστροφη ιακωβιανή για να υπολογιστεί πρέπει αρχικά να βρεθούν οι πίνακες

$$g_{1e} = g_{12}g_{23}g_{34}g_{45}g_{56}g_{6e}$$

$$g_{2e} = g_{23}g_{34}g_{45}g_{56}g_{6e}$$

$$g_{3e} = g_{34}g_{45}g_{56}g_{6e}$$

$$g_{4e} = g_{45}g_{56}g_{6e}$$

$$g_{5e} = g_{56}g_{6e}$$

$g_{6e}$  γνωστός

Έπειτα η κάθε στήλη της ιακωβιανής εφόσον οι αρθρώσεις είναι περιστροφικές θα είναι

$$\begin{bmatrix} -n_x p_y + n_y p_x \\ -o_x p_y + o_y p_x \\ -a_x p_y + a_y p_x \\ n_z \\ o_z \\ a_z \end{bmatrix}$$

## Φιλτράρισμα ταχύτητας και επιτάχυνσης

Στις 6 ταχύτητες των αρθρώσεων που προέκυψαν υπολογίζω την επιτάχυνση για να

εφαρμόσω σε αυτήν φίλτρο. Με τον τύπο της παραγώγου  $a = \frac{dv}{dt}$  και με saturation φροντίζω η απόλυτη τιμή της να είναι κάτω από 250 rad.

Το νέο διάνυσμα ταχύτητας είναι  $v = v_{prev} + aTs$

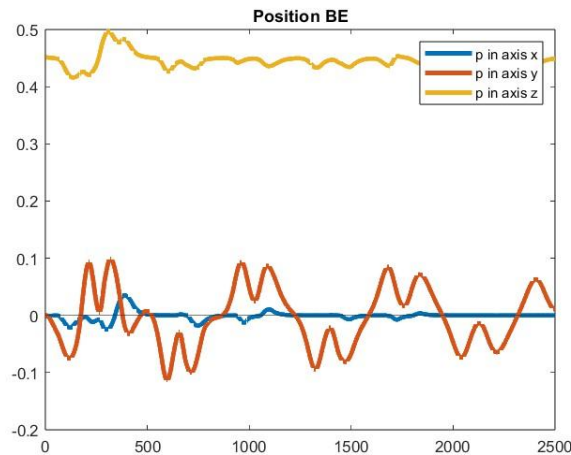
Με saturation εφαρμόζω φίλτρο και στο διάνυσμα της ταχύτητας έτσι ώστε η απόλυτη τιμή της να είναι μικρότερη από  $v_{max} = [120 \quad 120 \quad 180 \quad 180 \quad 180 \quad 180]$  μοίρες.

Με αυτή την είσοδο βρίσκω τις νέες τιμές των αρθρώσεων από τον τύπο της παραγώγου

$q = q_{prev} + \dot{q}Ts$  και εφαρμόζουμε ξανά το ευθύ κινηματικό.

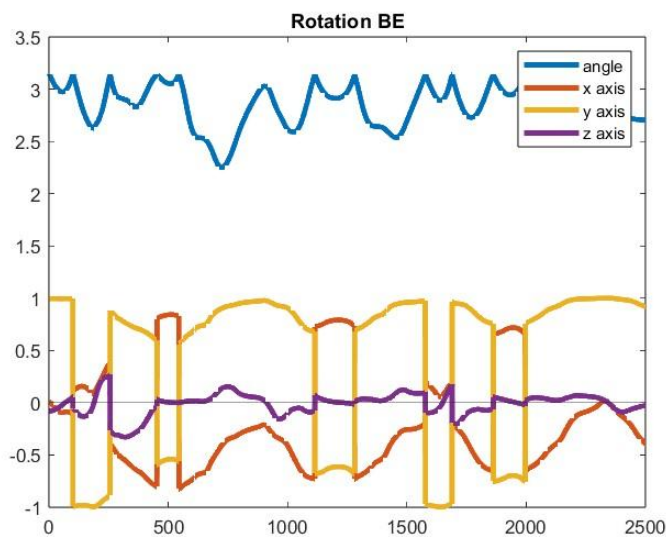


## Διαγράμματα



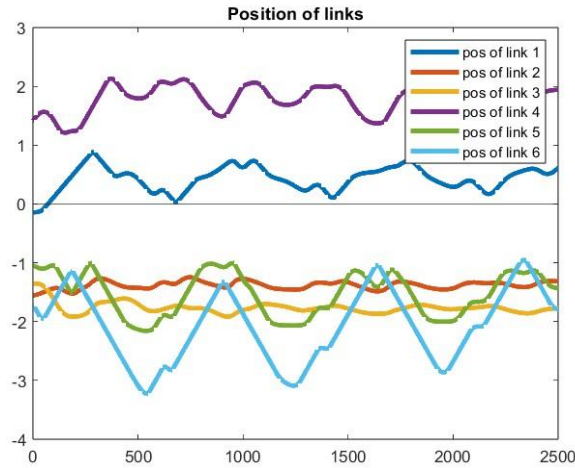
**Σχήμα 1: Θέση  $P_{BE}$  στους 3 άξονες σε σχέση με το χρόνο**

Στο διάγραμμα αυτό φαίνεται η θέση του πλαισίου του άκρου σε σχέση με το πλαίσιο της μπάλας σε σχέση με τον χρόνο, ο οποίος είναι 5 δευτερόλεπτα με βήμα 2 msec. Η θέση του άξονα x είναι 0 όπως πρέπει με μηδενικό σφάλμα σχεδόν, ενώ η θέση στον άξονα y που θα έπρεπε να είναι 0 και στον άξονα z που θα έπρεπε να είναι 0.45 παρουσιάζουν ελάχιστο σφάλμα που ο ελεγκτής το διορθώνει άμεσα. Η θέση του άξονα z σταθεροποιείται με την πάροδο του χρόνου ενώ του άξονα y εμφανίζει συνεχώς ακμές μέχρι να επέλθει ο ελεγκτής.



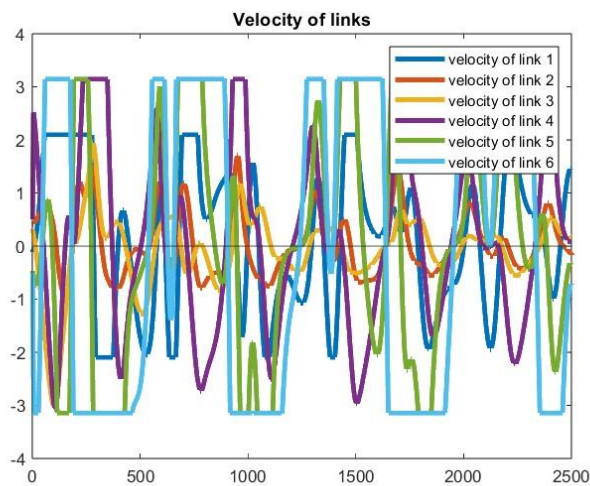
**Σχήμα 2: Προσανατολισμός  $R_{BE}$**

Στο σχήμα αυτό φαίνεται ο προσανατολισμός του πλαισίου του άκρου σε σχέση με το πλαίσιο της μπάλας σε μορφή γωνίας και ισοδύναμου άξονα. Ο άξονας είναι μοναδιαίο διάνυσμα και παρουσιάζεται η τιμή του σε σχέση με το χρόνο. Η γωνία θα έπρεπε να είναι 180 μοίρες γύρω από τον άξονα y της μπάλας. Ο άξονας της μπάλας μεταβάλλεται, για αυτό μεταβάλλεται και η τιμή του ισοδύναμου άξονα. Η γωνία είναι όντως  $\rho$  rad με ελάχιστο σφάλμα που ο ελεγκτής επεμβαίνει και το διορθώνει.



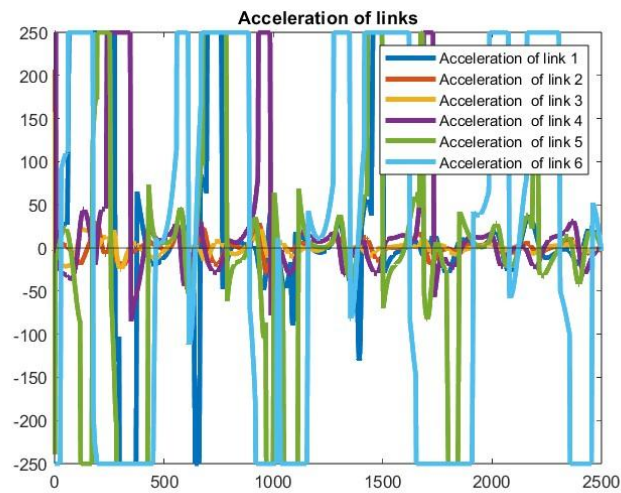
**Σχήμα 3: Θέση αρθρώσεων σε rad**

Η θέση των αρθρώσεων παρουσιάζεται σε rad, καθώς όλες οι αρθρώσεις είναι περιστροφικές. Υπάρχουν μεταβολές όσο χρειάζεται, όμως είναι περιορισμένες λόγω των ορίων στην ταχύτητα και στην επιτάχυνση. Η κίνηση μοιάζει με περιοδική με το πλάτος να μειώνεται, διότι αυτή είναι η κίνηση που κάνει η μπάλα.



**Σχήμα 4: Ταχύτητα αρθρώσεων**

Η ταχύτητα των αρθρώσεων έχει πολλές μεταβολές, αφού συνεχώς χρειάζεται να αλλάξει πρόσημο λόγω της κίνησης. Είναι βέβαια περιορισμένη σύμφωνα με τα όρια που δόθηκαν στην εκφώνηση.



### Σχήμα 5: Επιτάχυνση αρθρώσεων

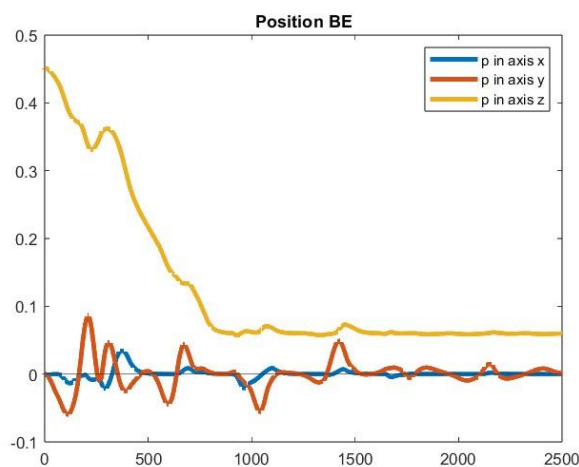
Η επιτάχυνση των αρθρώσεων είναι περιορισμένη από τα όρια που τέθηκαν, έχει μεταβολές στο πρόσημο όπως είναι φυσιολογικό και έχει ακμές λόγω των ορίων της ταχύτητας.

## Τμήμα 2

### Θεωρητική ανάλυση

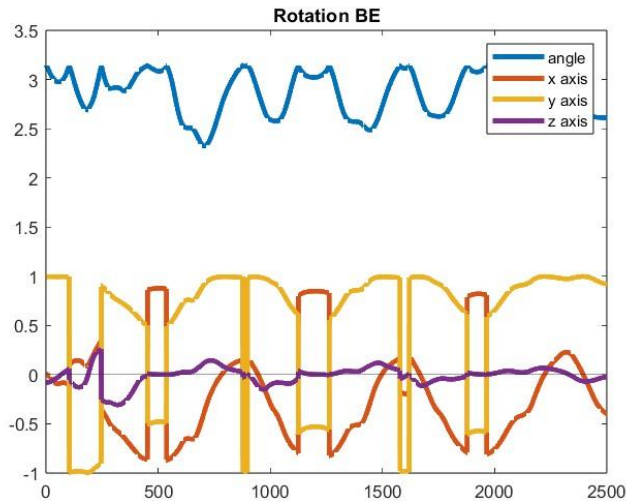
Στο τμήμα αυτό, ο βραχίονας προσπαθεί να πιάσει τη μπάλα και να την κρατήσει για λίγα δευτερόλεπτα. Οπότε το μόνο που αλλάζει είναι η επιθυμητή θέση του πλαισίου του άκρου σε σχέση με το πλαίσιο της μπάλας. Οπότε σε κάθε κύκλο ελέγχου επιθυμητή θέση μειώνεται στον άξονα z μέχρι να φτάσει στην επιθυμητή, όπου θα παραμείνει.

### Διαγράμματα



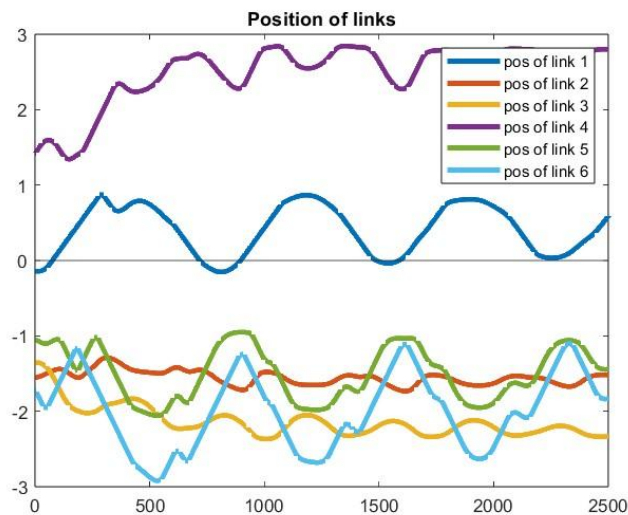
#### Σχήμα 6: Θέση $P_{BE}$ στους 3 άξονες σε σχέση με το χρόνο

Η θέση του πλαισίου του άκρου σε σχέση με το πλαίσιο της μπάλας είναι σχεδόν μηδενική στους άξονες y και z, με ελάχιστο σφάλμα που ο ελεγκτής διορθώνει και στον άξονα z ξεκινάει από 0.45 και συνεχώς μειώνεται μέχρι να φτάσει στην επιθυμητή θέση 0.06 και να μπορέσει να πιάσει τη μπάλα. Στη συνέχεια μένει σε αυτή τη θέση και κρατάει τη μπάλα για λίγα δευτερόλεπτα.



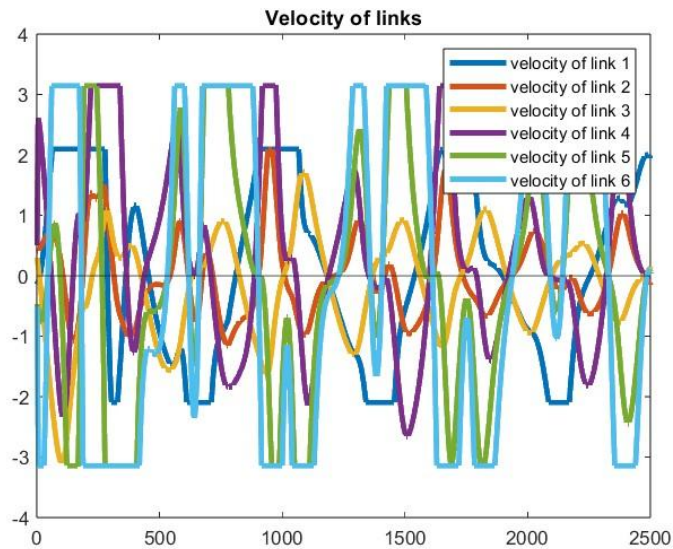
**Σχήμα 7: Προσανατολισμός  $R_{BE}$**

Ο προσανατολισμός του πλαισίου του άκρου σε σχέση με το πλαίσιο της μπάλας εμφανίζεται σε μορφή ισοδύναμου άξονα και γωνίας. Οι τιμές του άξονα αλλάζουν συνεχώς, λόγω της αλλαγής του πλαισίου της μπάλας και παραμένει μοναδιαίο διάνυσμα. Ο ελεγκτής προσπαθεί να διατηρήσει τη γωνία στα  $\rho$  rad και να διορθώσει κάθε ακμή σφάλματος που προκύπτει.



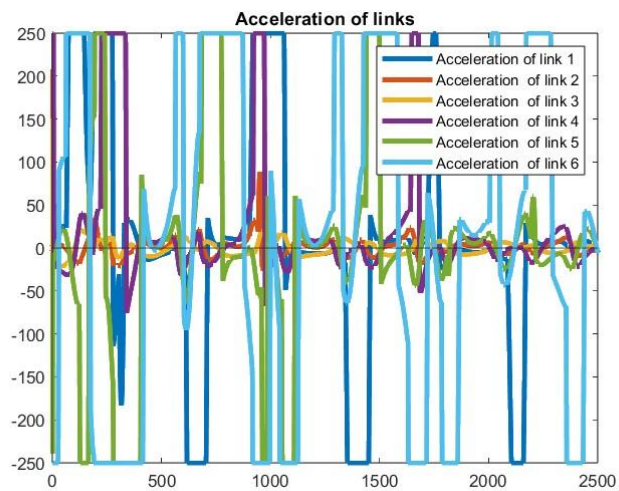
**Σχήμα 8: Θέση αρθρώσεων σε rad**

Οι αρθρώσεις είναι περιστροφικές, οπότε η παράμετρος τους που αλλάζει είναι η γωνία. Το διάγραμμα είναι σε rad σε σχέση με το χρόνο. Η κίνηση που κάνουν είναι περιοδική και περιορισμένη λόγω των ορίων που τέθηκαν για ασφάλεια του βραχίονα.



**Σχήμα 9: Ταχύτητα αρθρώσεων**

Η ταχύτητα ακολουθεί τις προδιαγραφές δηλαδή τα όριά της και η τιμή της αλλάζει για να φτάσουν οι αρθρώσεις στην επιθυμητή θέση.



**Σχήμα 10: Επιτάχυνση αρθρώσεων**

Η επιτάχυνση των αρθρώσεων εμφανίζει ξανά ακμές λόγω των ορίων της ταχύτητας, οι οποίες βέβαια είναι περιορισμένες από τα όρια της επιτάχυνσης.