Bluff - Projekt 2

Mateusz Doliński, Katarzyna Głowacka, Michał Kozyra

20 czerwca 2017

1 Opis problemu

W projekcie nr 2 mieliśmy za zadanie znaleźć strategię optymalną w grze Bluff. Każdy z graczy rzuca kostką i w każdej turze - nie znając wyniku przeciwnika - musi zadecydować, czy przebija drugiego gracza (jeśli tak, to o ile), czy woli krzyknąć "blef".

2 Podejście do problemu

Spojrzeliśmy na tę grę jako na grę dwuosobową o sumie zerowej. Naturalną reprezentacją tej gry jest drzewo. Zdecydowaliśmy się jednak uniknąć operowania macierzą gry w postaci normalnej, gdyż w tym przypadku ten pomysł uniemożliwiły rozmiary macierzy. Dla uproszczenia spojrzeliśmy natomiast na sekwencje ruchów. Wszystkie możliwe sekwencje ruchów obu graczy uwzględniliśmy w macierzy M, której wiersze i kolumny odpowiadają wspomnianym sekwencjom, a nie strategiom czystym zawodników. Elementami macierzy są wartości oczekiwane wypłaty w momencie wykonywania ruchów przez graczy lub zera, jeśli dana kombinacja nie jest odpowiednikiem liścia w drzewie bądź nie jest dopuszczalna. Macierz ta jest zatem macierzą rzadką. M ma 2^{20} elementów, a jedynie 2^8 z nich jest odpowiednikiem liści w drzewie gry.

Przez x oznaczyliśmy wektor sekwencji ruchów gracza pierwszego, a przez y - drugiego. Przedmiotem naszego zainteresowania była zatem funkcja celu postaci $x^T My$. Do problemu liniowego potrzebowaliśmy jeszcze ograniczeń.

Dany wierzchołek kodowaliśmy stringiem wyznaczającym ciąg sekwencji przebiegu gry do tego momentu. W naszym słowniku: $a = (1,1)$, $b = (1,2)$, ..., $h = (4,4)$, $i = blef$. Zmiennymi decyzyjnymi określiliśmy prawdopodobieństwo bycia w danym wierzchołku. Suma prawdopodobieństw w k-tym ruchu danego gracza jest równa prawdopodobieństwu znalezienia się w wierzchołku będącym w ostatnim ruchu. Tak postawiony problem pozwala na określenie macierzy wypłat.

3 Rozwiązanie problemu liniowego

Funkcja celu jest postaci $x^T My$. Na początku rozwiązujemy problem z perspektywy gracza drugiego. Traktujemy wektor x jako ustalony. W tym zestawie właściwym podejściem jest minimalizacja oczekiwanej wypłaty gracza 1 - funkcji celu przy warunkach określających zmienną y. Celem uzyskania optymalnej strategii dla gracza n rozwiązujemy równoważny problem dualny, w którym zmienne y zostały zastąpione przez sztuczne zmienne z, a współrzędne wektora x traktujemy jako parametry. Znalezienie optymalnego rozwiązania polega na uzmiennieniu wektora x - dodania warunków wspomnianych w poprzednim rozdziale. W ten sposób znalezione optymalne rozwiązanie opisuje optymalną strategię gracza pierwszego. W symetryczny sposób możemy rozwiązać drugi problem liniowy, aby znaleźć optymalną strategię gracza drugiego.

Implementacja zawiera buga.