

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Karolina Gworek

Nr albumu: 430253

**Analiza szeregu czasowego niesezonowego kursu wymiany
USD/PLN i szeregu czasowego z trendem sezonowym konsumpcji
gazów cieplarnianych we Włoszech w latach 2012-2022.**

Praca zaliczeniowa
na przedmiot: Analiza Szeregów Czasowych

Praca wykonana pod kierunkiem
dr Natalii Nehrebeckiej
Katedra Statystyki I Ekonometrii WNE UW

Warszawa, czerwiec 2023

Oświadczenie autora pracy

Świadom(a) odpowiedzialności prawnej oświadczam, że niniejsza praca została napisana samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami.

Data 18.06.2023

Podpis autora pracy

Karolina Górecka

Streszczenie

Praca stanowi analizę dwóch szeregów czasowych. Analizie poddano niesezonowy szereg czasowy kursu wymiany USD/PLN w okresie od stycznia 2012 roku do grudnia 2022 roku oraz sezonowy szereg opisujący konsumpcję gazów ciepłarnianych we Włoszech od stycznia 2012 roku do grudnia 2022 roku. Do analizy wykorzystano program JDemetra+ oraz R.

SPIS TREŚCI

WSTĘP.....	4
ROZDZIAŁ I. SZEREG NIESEZONOWY - KURS WYMIANY USD/PLN	5
1.1. Dekompozycja szeregu w programie JDemtra+	6
1.2. Model ekstrapolacyjny	7
1.3. Model ARIMA	9
1.4. Porównanie prognoz	15
ROZDZIAŁ II. SZEREG SEZONOWY - KONSUMPCJI GAZÓW CIEPLARNIANYCH WE WŁOSZECH	16
2.1. Dekompozycja szeregu w programie JDemtra+	17
2.2. Model ekstrapolacyjny	17
2.3. Model SARIMA	20
2.4. Porównanie prognoz	29
ZAKOŃCZENIE	30
BILIOGRAFIA	31
ZAŁĄCZNIKI	34

WSTĘP

Praca stanowi analizę dwóch szeregów czasowych. W rozdziale pierwszym przybliżono szereg czasowy niesezonowy opisujący kurs walutowy USD/PLN w okresie od stycznia 2012 roku do grudnia 2022 roku, dane mają charakter miesięczny i pozyskano je ze strony OECD. W rozdziale drugim poddano analizie szereg czasowy sezonowy prezentujący konsumpcję gazów cieplarnianych we Włoszech. Dane również mają charakter miesięczny dla okresu od stycznia 2012 roku do grudnia 2022 roku. Zostały one pozyskane ze strony Eurostatu.

Oba szeregi poddano najpierw dekompozycji w programie JDemetra+, a następnie dopasowano dla nich model ekstrapolacyjny oraz odpowiednie klasy ARIMA/SARIMA. Pozwoliło to na porównanie otrzymanych wyników oraz wyciągnięcie wniosków.

ROZDZIAŁ I

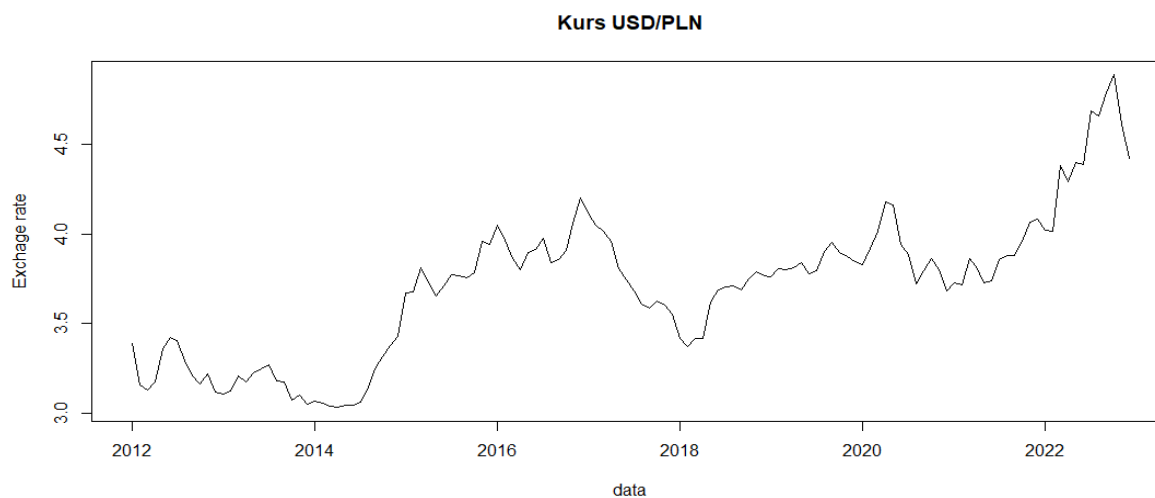
SZEREG NIESEZONOWY - KURS WYMIANY USD/PLN

Rynek walutowy uchodzi za jeden z największych oraz najbardziej niepewnych rynków finansowych, a jego rola jest kluczowa dla funkcjonowania gospodarki światowej (Soylemez, 2021). Wahania kursu walutowego, czyli ceny jednostki pieniężnej wyrażonej w innej walucie, mogą być determinowane przez różne czynniki zależne od sytuacji gospodarczej i politycznej analizowanych państw. Razafimahefa (2012) jako determinanty kursu walutowego w krajach Afryki subsaharyjskiej wymienia poziom rezerw walutowych, zadłużenia zagranicznego, inflację czy prowadzoną politykę monetarną. Ahn (1994) za czynniki kształtujące kurs walutowy małej gospodarki otwartej uznają stopy procentowe, inflacja, bilans handlowy oraz polityka monetarna. Ilość oraz różnorodność czynników kształtujących kurs wymiany może sugerować nie sezonowość szeregu kurs wymiany USD/PLN.

Analizowany niesezonowy szereg czasowy przedstawia kurs wymiany USD/PLN. Zapis ten wyraża ile PLN jest wart 1 USD. Dane stanowią średnią miesięcznych kursów dziennych i zostały pozyskane ze strony OECD. Szereg ma 132 obserwacje dla okresu od stycznia 2012 roku do grudnia 2022 roku.

Poniższy wykres (Rys. 1.) stanowi graficzną prezentację dla analizowanych danych oraz potwierdza przypuszczenie iż kurs wymiany USD/PLN w latach 2012-2022 nie wykazuje sezonowości. Dodatkowo na wykresie można zaobserwować trend rosnący z załamaniem złotówki w 2017 roku, które najprawdopodobniej zostało spowodowane pierwszym rokiem rządów na stanowisku prezydenta Donalda Trumpa i kierunkiem prowadzonej przez niego polityki gospodarczej oraz na początku 2020 roku w wyniku rozprzestrzeniania się pandemii COVID-19.

Rys. 1. Kurs wymiany USD/PLN



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD

1.1. Dekompozycja szeregu w programie JDemetra+

Program JDemetra+ umożliwił przeprowadzenie dekompozycji szeregu kursu walutowego USD/PLN za pomocą metody Tramo-Seats. Rysunek 2 został sporządzony w wyżej wymienionym programie, aby wykryć trend oraz obserwacje nietypowe.

Rys. 2. Dekompozycja szeregu kurs wymiany USD/PLN



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD

Program JDemetra+ nie wyodrębnił komponentów szeregu czasowego, dlatego nie można uznać, że jest to szereg z trendem addytywnym albo multiplikatywnym. Dodatkowo program wykrywa obserwację nietypową w marcu 2022 roku. Ma ona charakter LS (level

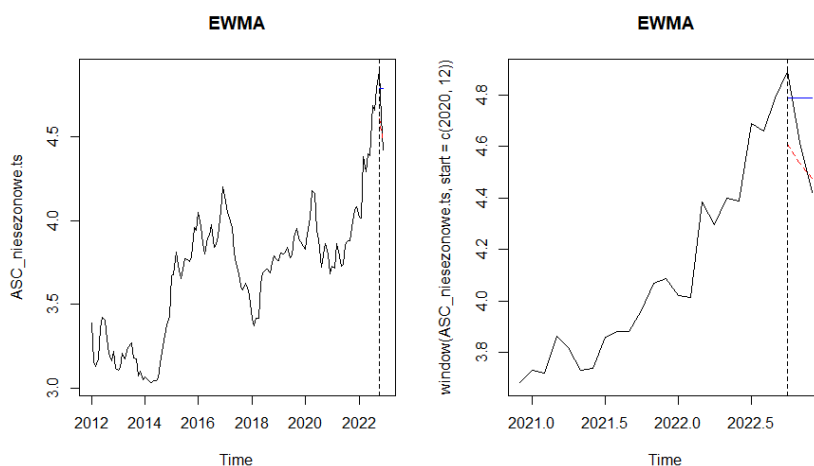
shift), czyli jest to obserwacja nietypowa o charakterze długotrwały i może być historycznie wytłumaczona poprzez rozpoczęcie wojny na Ukrainie, co znacznie osłabiło PLN.

1.2. Model ekstrapolacyjny

Wstępna analiza kursu wymiany USD/PLN wskazuje, że nie zawiera on sezonowości, dodatkowo szereg wydaje się nie zawierać trendu addytywnego ani multiplikatywnego, można jednak zaobserwować trend liniowy. Umożliwiło to wybór odpowiednich modeli ekstrapolacyjnych dla zbadania szeregu. Pierwszą analizowanym modelem będzie prosty model wygładzenia wykładniczego (EWMA), gdyż można zaobserwować wahanie przypadkowe i względnie stały poziom zmiennej prognozowanej. Drugim modelem będzie model liniowy Holta, ponieważ analizujemy zmienną zawierającą trend liniowy.

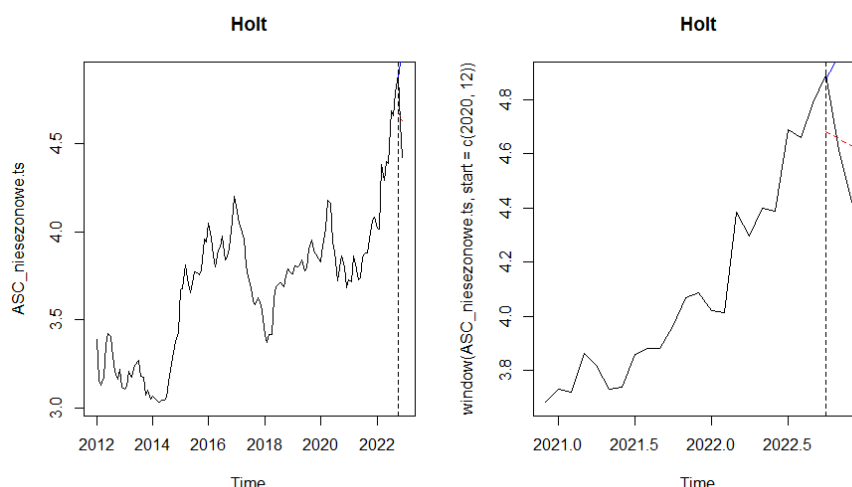
Pierwszym krokiem jest wyodrębnienie okresu in-sample oraz out-of-sample, jest to krok kluczowy, aby ocenić jakość analizowanych modeli. Zdecydowano się na pozostawienie 3 obserwacji out-of-sample dla okresu 10.2022-12.2022, pozostałe 129 obserwacje są próbą in-sample. Następnie w programie R zostały wygenerowane wykresy rzeczywistych szeregów oraz prognozy za pomocą modeli EWMA i Holta.

Rys. 3. Prognozy kursu wymiany USD/PLN za pomocą modelu EWMA dla okresu widok dla okresu 2012-2022 oraz dla okresu 2021-2022



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD

Rys. 4. Prognozy kursu wymiany USD/PLN za pomocą modelu Holta dla okresu widok dla okresu 2012-2022 oraz dla okresu 2021-2022



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD

Współczynnik alpha dla modelu EWMA wynosi 0.999929, dla modelu Holta $\alpha=1$, a $\beta=0.226$. Graficzna prezentacja powyższych modeli sugeruje lepszą predykcję za pomocą modeli EWMA. Dla dokładnego ocenienia błędu prognoz wykonano obliczenia błędów ex-post. Wyniki dla średniego błędu bezwzględnego (MAE), błędu średniokwadratowego (MSE), średniego bezwzględnego błędu procentowego (MAPE) oraz skorygowanego średniego względnego błędu prognozy (AMAPE) zarówno dla okresu in-sample jak i out-of-sample przedstawiono w tabeli 1. Ze względu na fakt, że badany szereg zawiera obserwacje odstające warto porównywać błąd MAE, ponieważ jest on bardziej odporny. Wyniki wskazują na lepszą predykcję za pomocą modelu EWMA, gdyż obliczone błędy w okresie out-of-sample są mniejsze. Warto jednak zwrócić uwagę na zły kierunek predykcji za pomocą modelu HOLTA, co mogłoby wskazywać na brak zasadności użycia tego modelu w analizowanym szeregu.

Tabela 1. Błędy prognozy dla modeli EWMA i HOLTA

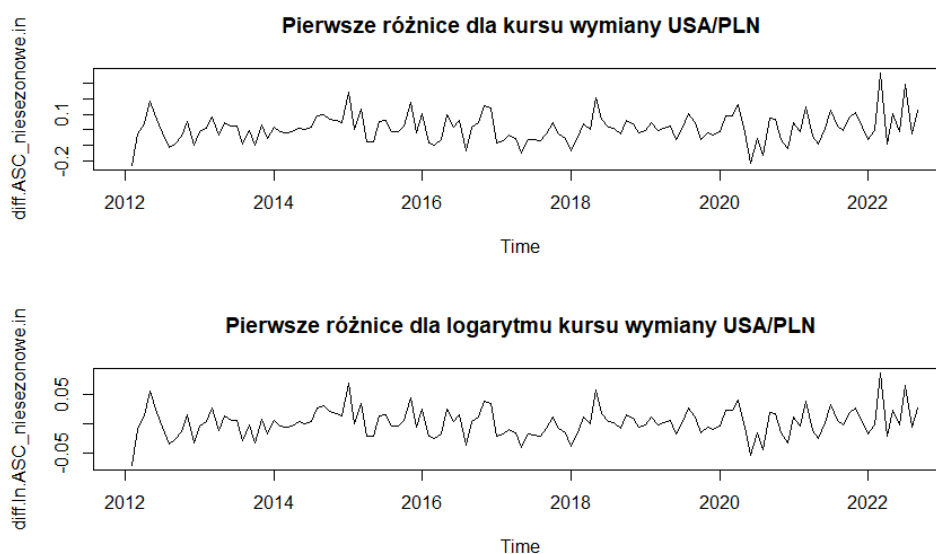
Model	Próbka	MAE	MSE	MAPE	AMAPE
EWMA	in-sample	0,0677	0,0084	0,0181	0,0091
	out-of-sample	0,2133	0,0580	0,0470	0,0228
HOLT	in-sample	0,0738	0,0098	0,0198	0,0099
	out-of-sample	0,3283	0,1699	0,0730	0,0345

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

1.3. Model ARIMA

Kolejnym analizowanym modelem prognostycznym dla przedstawionego szeregu czasowego kursu walutowego USD/PLN jest model ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average). Ponownie podzielono szereg na okres in-sample i out-of-sample. Dla analizy modelu w pierwszej kolejności niezbędne będzie uzyskanie szeregu stacjonarnego w tym celu wprowadzono szereg pierwszych różnic dla kursu wymiany USA/PLN, ponieważ Rys. 1. wskazuje na niestacjonarność kursu wymiany USD/PLN. Niestacjonarność potwierdza to również test Dickeya-Fullera oraz test KPSS. Wyprowadzono pierwsze różnice oraz pierwsze różnice dla logarytmu kursu wymiany USA/PLN. Na podstawie analizy wykresów można przypuszczać, że są to szeregi stacjonarne, dodatkowo nie ma potrzeby logarytmowania zmiennej, gdyż wariancja dla pierwszych różnic nie waha się bardzo w czasie.

Rys. 5. Pierwsze różnice dla kursu wymiany USA/PLN oraz logarytmu kursu wymiany USA/PLN



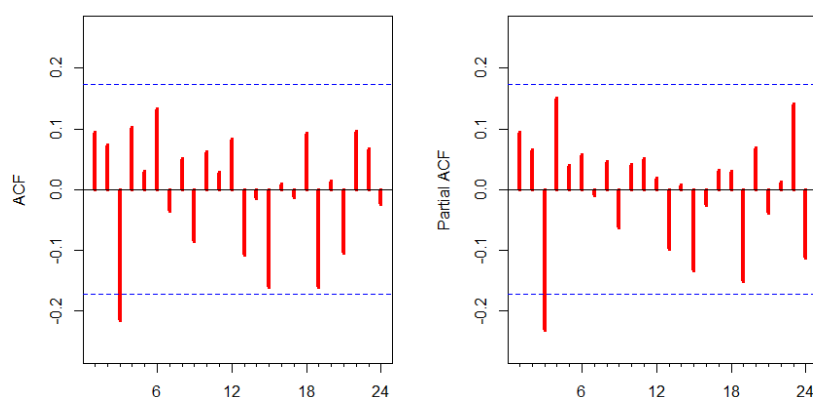
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

Wykres pierwszych różnic, waha się wokół 0, zasadne zatem będzie użycie pierwszej formy funkcyjnej testu Dickeya-Fullera, aby zbadać stacjonarność. Jednak, aby móc interpretować wyniki konieczne jest przeprowadzenie testu na brak autokorelacji reszt. Początkowo został rozważony test Dickeya-Fullera bez rozszerzeń, aby analizować wyniki

tego testu, dla danych miesięcznych zasadne jest zbadanie autokorelacji do 6 rzędu za pomocą testu Breuscha-Godfrey. Testu Breuscha-Godfrey wskazał na autokorelację trzecich reszt, gdyż p-value wynosi 0.0282, zatem odrzucamy hipotezę na poziomie istotności 5% o braku autokorelacji reszt. Konieczne było wprowadzenie jednego opóźnienia, wówczas p-value $>0,05$ dla wszystkich 6 reszt (załącznik 1), świadczy to o braku autokorelacji reszt. Wówczas można interpretować wynik rozszerzonego testu Dickeya-Fullera dla analizowanego szeregu. Statystyka testowa wynosi -6.9225, a p-value na poziomie 5% -1,95, zatem statystyka testowa zawiera się w lewostronnym obszarze krytycznym, zatem odrzucamy hipotezę zerową o niestacjonarności szeregu (załącznik 2), podobne wnioski można wyciągnąć na podstawie analizy testu KPSS. Statystyka testowa dla pierwszych różnic wyniosła 0.2004, a p-value na poziomie 5% równe jest 0.463 (załącznik 3). Brak zatem podstaw do odrzucenia hipotezę zerową o stacjonarności za pomocą testu KPSS, ponieważ w tym przypadku występuje prawostronny obszar krytyczny. Oba testy wskazują stacjonarność pierwszych różnic kursu USD/PLN. Stopień integracji zmiennej wynosi $I(1)$, ponieważ zmienna szeregu czasowego wymaga jednego stopnia różnicowania, aby uzyskać stacjonarność szeregu.

Następnie sprawdzono czy szereg pierwszych różnic kursu wymiany USA/PLN nie jest białym szumem (white noise)¹. Przeprowadzone testy Ljunga-Boxa i Boxa-Pierce'a (załącznik 4), wskazują na brak podstaw do odrzucenia H_0 na poziomie 5% o tym, że zmienna jest białym szumem, ponieważ p-value dla testów wynosi odpowiednio 0,181 oraz 0,303. Jednak, aby potwierdzić wyniki testów wykonano analizę ACF - przebiegu funkcji autokorelacji oraz PACF - przebiegu funkcji autokorelacji cząstkowej. Poniższy rysunek przedstawia wykres ACF i PACF dla analizowanego szeregu.

Rys. 6. ACF i PACF dla pierwszych różnic kursu wymiany USD/PLN



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

¹ Zmienna white noise (biały szum) to sekwencja losowych wartości, które są niezależne od siebie i mają jednakowe rozkłady prawdopodobieństwa, $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ oraz $\text{cov}(\epsilon_t, \epsilon_s) = 0$ dla $t \neq s$.

Na podstawie analizy przebiegu ACF oraz PACF można stwierdzić, że przeprowadzone testy mogą dawać niepoprawne wyniki i pierwsze różnice kursu wymiany USD/PLN nie są białym szumem, zasadna jest zatem dalsza analiza i przeprowadzenie prognozy szeregu.

W celu znalezienie najlepszych parametrów modelu ARIMA użyto metody od ogółu do szczegółu, zaczynając od modelu ARIMA(3, 1, 3), ponieważ obserwujemy istotność statystyczną trzecich wypustek zarówno w ACF, co wskazuje na proces MA rzędu 3, jak i PACF, która wskazuje na proces AR rzędu 3. Warto jednak zwrócić uwagę na brak istotności statystycznej dwóch pierwszych wypustek i brak jednoznacznego wygasania. Poniższa tabela zawiera przeprowadzoną procedurę od ogółu do szczegółu, aby na tej podstawie wybrać najlepsze parametry dla modelu ARIMA.

Tabela 2. Wyniki procedury od ogółu do szczegółu

lp	Hipoteza zerowa	MODEL	Statystyka Testowa, Test LR	P-value (1%)	Decyzja
1	THETA3=0	(3,1,2)	6.662	0.0098	Odrzucamy H0
2	ALFA3=0	(2,1,3)	6.020	0.0141	Brak podstaw do odrzucenia H0
3	THETA3= ALFA3=0	(2,1,2)	-0.222	1	Brak podstaw do odrzucenia H0
3	THETA3=ALFA3 =ALFA2=0	(1,1,2)	5.592	0.198	Brak podstaw do odrzucenia H0
4	THETA3=ALFA3 =ALFA2 THETA2=0	(1, 1, 1)	13.602	0.0005	Odrzucamy H0

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

Na podstawie procedury od ogółu do szczegółu najlepszym modelem jest ARIMA(1,1,2). Wykorzystano również kryterium informacyjne, wartości statystyk AIC i BIC

pozwolą na wybór najlepiej dopasowanego modelu na ich podstawie. Pierwsze cztery przypadki były rozważane przy zastosowaniu metody od ogółu do szczegółu, następnie przedstawione są statystyki AIC i BIC dla pozostałych modeli ARIMA.

Tabela 3. Zestawienie wskaźników AIC i BIC dla estymowanych modeli klasy ARIMA (d=1)

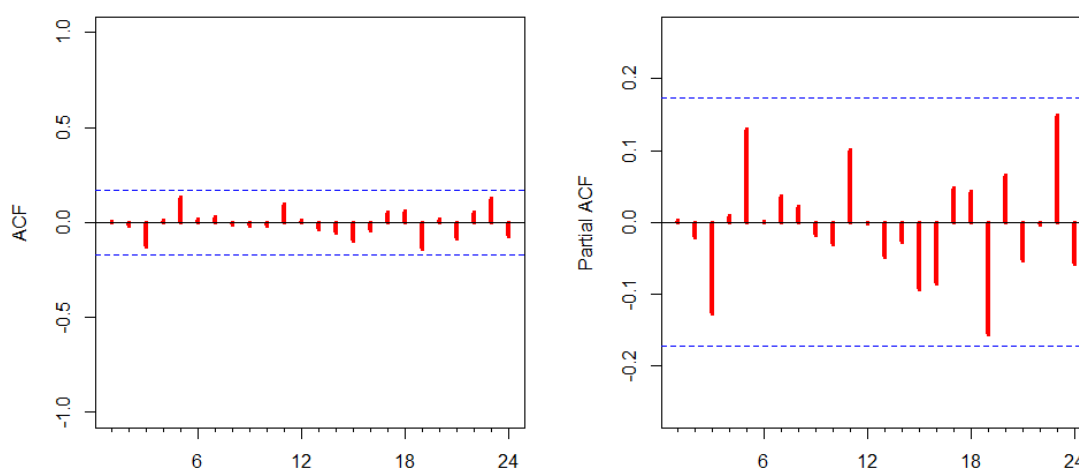
lp	p	q	ARIMA	AIC	BIC
1	3	3	(3, 1, 3)	-254.9598	-232.1436
2	3	2	(3, 1, 2)	-250.2977	-230.3334
3	2	3	(2, 1, 3)	-250.9406	-230.9763
5	2	2	(2, 1, 2)	-252.5192	-235.407
7	1	2	(1, 1, 2)	-252.8609	-238.6007
8	1	1	(1, 1, 1)	-242.6952	-231.2871

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

Na podstawie analizy AIC najlepszym modelem jest ARIMA (3, 1, 3), natomiast na podstawie statystyki BIC - model ARIMA (1, 1, 2). Kryteria te skupiają się na różnych aspektach modelu. Na podstawie AIC wybierany jest model, który dobrze opisuje zjawisko, ale jest bardziej skomplikowany, BIC z kolei faworyzuje model o minimalnej złożoności.

Do dalszej analizy zdecydowano się na skorzystanie z modelu wybranego metodą od ogółu do szczegółu oraz BIC ARIMA(1, 1, 2). Wszystkie współczynniki w przyjętym modelu są istotne statystycznie (załącznik 6). Sprawdzone czy reszty są białym szumem. Wyniki ACF i PACF wskazują, że reszty są WN (Rys. 7), gdyż żadna z wypustek nie okazała się istotna statystycznie dla przyjętego przedziału ufności. Te same wyniki dały testy Ljung-Box oraz Box-Pierce (załącznik 5).

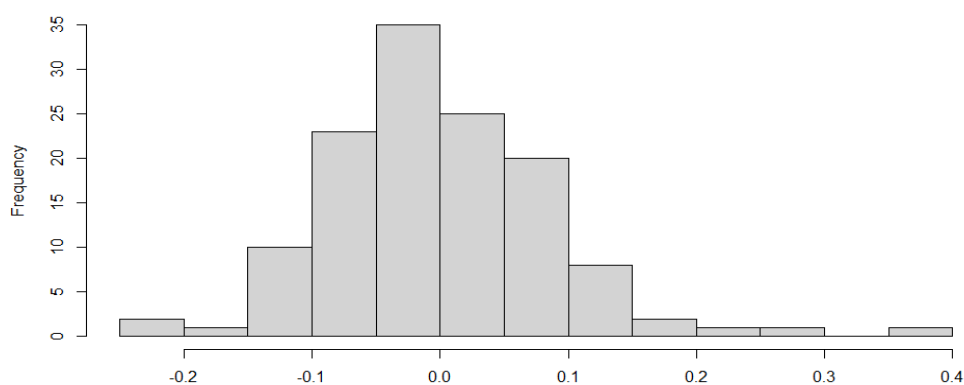
Rys. 7. ACF i PACF dla reszt modelu ARIMA(1,1,2)



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

Reszty nie mają rozkładu normalnego, zostało to potwierdzone za pomocą histogramu rozkładu reszt przedstawionego na rysunku 7 oraz testu Jarque Bera, dla którego $p\text{-value} < 0,05$, na tej podstawie została odrzucona hipoteza zerowa o normalności reszt (załącznik 7). Dla zbadania wariacji musiałyby zostać użyte metody ARCH.

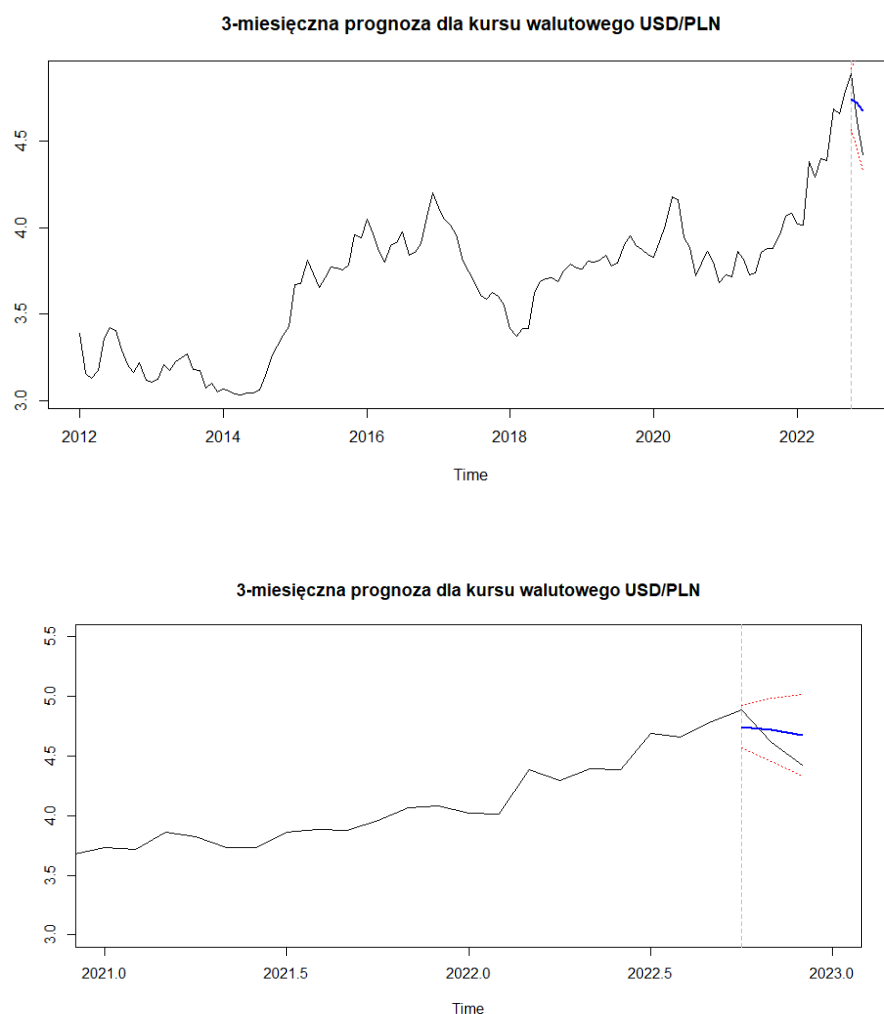
Rys. 8. Rozkład reszt modelu ARIMA(1,1,2)



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

Po wybraniu modelu klasy ARIMA najlepiej opisującego badany szereg, wykonano prognozowanie dla okresu out-of-sample. Rysunek 9 przedstawia graficzną prezentację otrzymanych obserwacji przewidywalnych, które można porównać z faktycznymi wartościami badanego szeregu.

Rys. 9. Prognozy kursu USD/PLN za pomocą modelu ARIMA(1, 1, 2) dla okresu widok dla okresu 2012-2022 oraz dla okresu 2021-2022



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

Dla dokładnego ocenienia błędu prognoz, wykonano obliczenia błędu bezwzględnego (MAE), błędu średniokwadratowego (MSE), średniego bezwzględnego błędu procentowego (MAPE) oraz skorygowanego średniego względnego błędu prognozy (AMAPE) dla okresu out-of-sample.

Tabela 4. Błędy prognozy dla modelu ARIMA(1, 1, 2)

Model	Próbka	MAE	MSE	MAPE	AMAPE
ARIMA(1, 1, 2)	out-of-sample	0,1675	0,0319	0,0365	0,0180

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

1.4. Porównanie prognoz

Tabela 5. Błędy prognozy dla wszystkich przeanalizowanych modeli

Model	Próbka	MAE	MSE	MAPE	AMAPE
EWMA	out-of-sample	0,2133	0,0580	0,0470	0,0228
HOLT	out-of-sample	0,3283	0,1699	0,0730	0,0345
ARIMA(1, 1, 2)	out-of-sample	0,1675	0,0319	0,0365	0,0180

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD.

Porównanie błędu prognoz dla 3 obserwacji out-of-sample wskazuje iż model ARIMA(1, 1, 2) najlepiej prognozuje szereg kursu walutowego USD/PLN, ponieważ błąd MAE w tym przypadku okazały się najmniejsze. Dodatkowo warto zwrócić uwagę, że biorąc pod uwagę tylko modele ekstrapolacyjne model EWMA jest lepszy pod względem przewidywania niż model HOLTA (tabela 5).

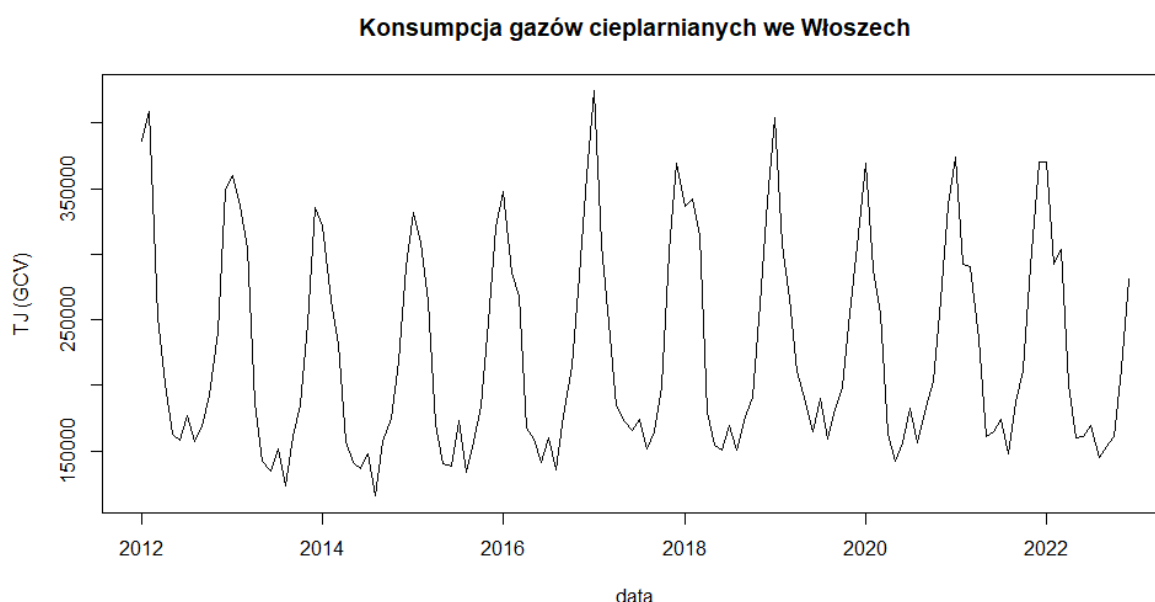
ROZDZIAŁ II

SZEREG SEZONOWY - KONSUMPCJI GAZÓW CIEPLARNIANYCH WE WŁOSZECH

Szereg czasowy sezonowy prezentuje dane dla konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech. Są to miesięczne dane dla okresu od stycznia 2012 roku do grudzień 2022 roku. Jednostką użytą jest TJ (GCV), oznacza to teradżul na całkowita ilość ciepła uwalnianego podczas spalania paliwa. Dane pochodzą ze strony Europejskiego Urzędu Statystycznego (Eurostat). Można przypuszczać, że dane powinny mieć charakter sezonowy, gdyż na konsumpcję gazów cieplarnianych w danym okresie bezpośrednio wpływa średnia miesięczna temperatura powietrza.

Poniższy wykres przedstawiający konsumpcje gazów cieplarnianych w latach 2012-2022. Niewątpliwie zauważalna jest sezonowość badanego zjawiska. Konsumpcja gwałtownie wzrasta w miesiącach zimowych, szczyt zazwyczaj notowany jest w styczniu. Następnie w miesiącach wiosennych i letnich odnotowywany jest znaczny spadek konsumpcji. Warto zwrócić uwagę na coroczny, nieznaczny wzrost zużycia gazów cieplarnianych w lipcu, który może być związany z licznym napływem turystów do Włoch.

Rys.10. Konsumpcja gazów cieplarnianych we Włoszech

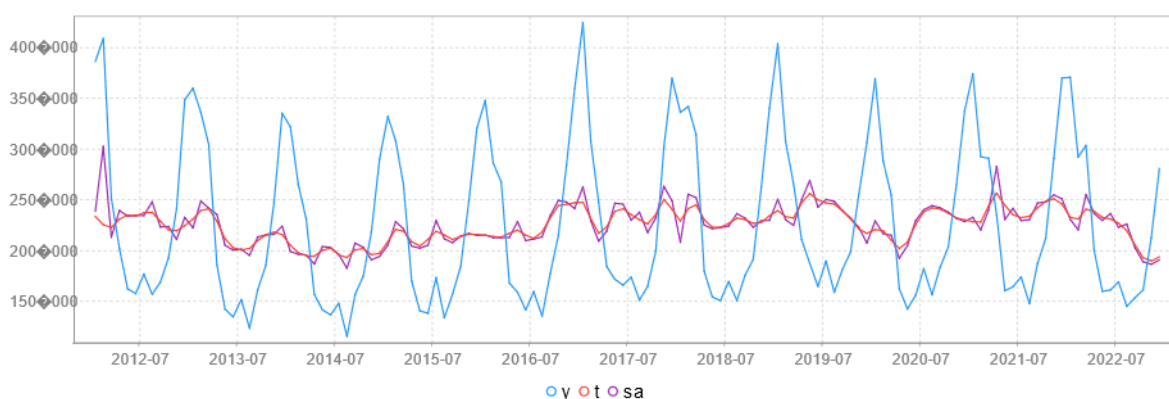


Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

2.1. Dekompozycja szeregu w programie JDemetra+

Dekompozycja szeregu w programie JDemetra+ za pomocą metody Tramo-Seats wyodrębnia komponenty szeregu czasowego oraz potwierdza sezonowość stwierdzoną za pomocą analizy graficznej (odpowiednie testy przedstawia załącznik 8). Mimo, że sezonowość wydaje się mieć charakter addytywny- amplituda jest niezależna od poziomu szeregu, program JDemetra+ przy ustawieniach automatycznych zlogarytmował zmienną zależną, co świadczy o dekompozycji multiplikatywnej.

Rys. 11. Dekompozycja szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Program wykrył dwie obserwacje nietypowe. Pierwsza z nich wystąpiła w lutym 2012 roku, podwyższona konsumpcja gazów cieplarnianych najprawdopodobniej wynikała z rekordowo najzimniejszego miesiąca w historii pomiarów. Drugą nietypową obserwację obserwujemy w styczniu 2018 roku, wówczas wyjątkowo niższa konsumpcja niż w grudniu i lutym związana była z cieplejszym styczniem w 2018 roku. Obie mają charakter AO (additive outlier), czyli są to obserwacje nietypowe o charakterze przejściowym.

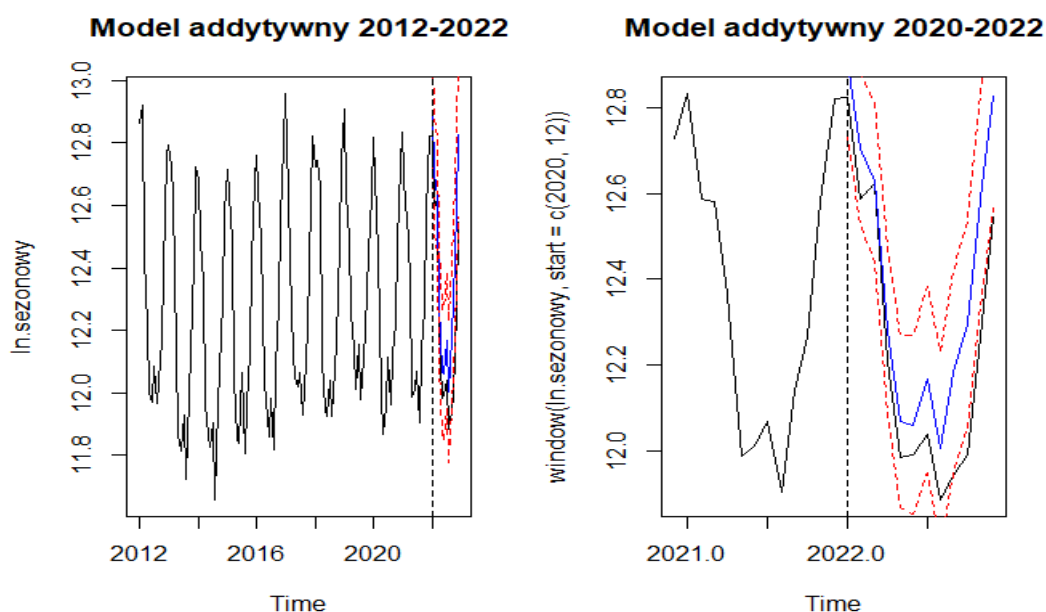
2.2. Model ekstrapolacyjny

Dla szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech z poznanych metod analizy ekstrapolacyjnej najodpowiedniejsze wydaje się użycie modelu Holta-Wintersa, ponieważ szereg niewątpliwie wykazuje wahania sezonowe. Trudno jednoznacznie stwierdzić czy zasadne będzie użycie modelu multiplikatywnego (wahania sezonowe zmieniają się wraz z trendem) czy addytywnego (stosowane w sytuacji, gdy zmienna zależna zawiera

jednocześnie trend, wahania losowe oraz wahania sezonowe). Dlatego zbadano zarówno model o charakterze addytywnym jak i multiplikatywnym, następnie porównano błędy *ex-post* dla obu modeli, co umożliwiło wybór tego wykazującego się lepszą predykcją badanego zjawiska.

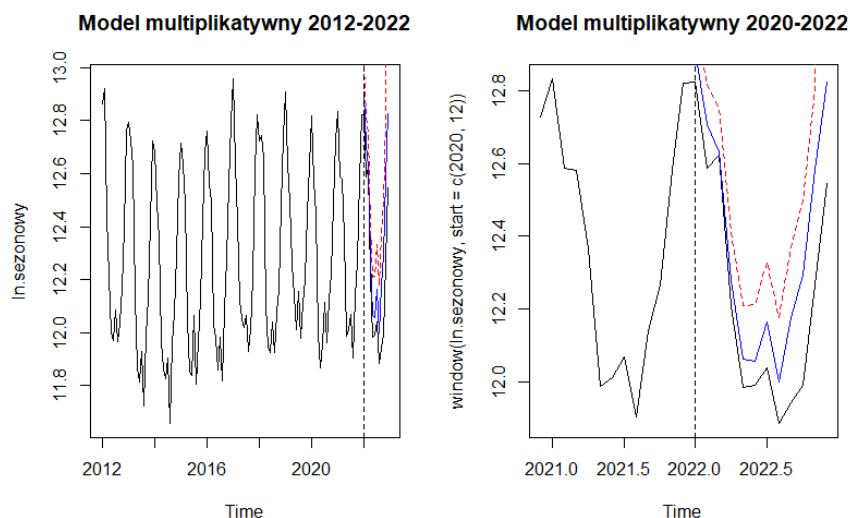
W celu wybrania modelu ekstrapolacyjnego zlogarytmowano zmienną gdyż charakteryzowała się ona dużą skalą wielkości oraz wahań. Wyodrębniono próbkę *in-sample* oraz *out-of-sample*. Dane mają charakter miesięczny, a szereg nie wykazuje nietypowego zachowania, dlatego zdecydowano się na pozostawienie 12 obserwacji, czyli pełnego cyklu, jako obserwacje *out-of-sample*. Oznacza to, że 120 obserwacji z okresu 01.2012-12.2021 roku jest okresem *in-sample*. Poniższe wykresy stanowią graficzną prezentację obu modeli wraz z przewidywanymi obserwacjami dla okresu *out-of-sample* oraz możliwymi odchyleniami.

Rys. 12. Model addytywny Holta-Wintersa dla szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Rys. 13. Model multiplikatywny Holta-Wintersa dla szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Na podstawie analizy graficznej analizowanych modeli, wydaje się, że model multiplikatywny lepiej przewiduje obserwacje out-of-sample, co zgodne jest z analizą w programie JDemetra+. Oba modele przeszacowują prognozę. Poniższa tabela zawiera wyniki błędów ex-post, aby potwierdzić słuszność użycia modelu multiplikatywnego dla badanego szeregu jeśli bierzemy pod uwagę okres out-of-sample. W okresie in sample lepiej sprawdza się model addytywny. Szczególnie warto zwrócić na statystykę MAE, ponieważ obserwujemy w próbie obserwacje odstające.

Tabela 6 . Błędy ex-post dla multiplikatywny oraz addytywnego model Holta-Wintersa.

Model	Próbka	MAE	MSE	MAPE	AMAPE
multiplikatywny	in-sample	0.068	0.007	0.006	0.003
	out-of-sample	0.150	0.033	0.012	0.006
addytywnego	in-sample	0.068	0.007	0.003	0.0028
	out-of-sample	0.151	0.033	0.012	0.006

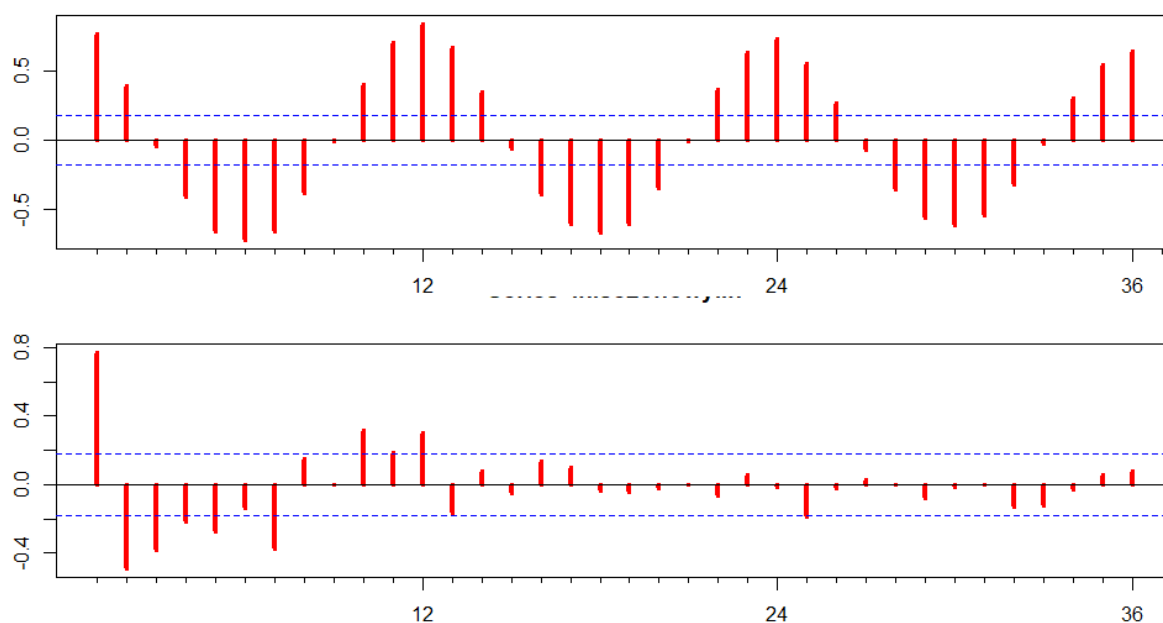
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

2.3. Model SARIMA

Kolejnym modelem umożliwiającym prognozowanie szeregu sezonowego jest model klasy SARIMA. Podobnie jak w przypadku poprzednich analiz szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech wydzielono dwie próbki składające się ze 120 obserwacji dla okresu in-sample oraz 12 obserwacji jest próbką out-of-sampel.

W analizie używane będą zmienne zlogarytmowane, aby zmniejszyć wartości wahań szeregu. Pierwszym etapem było sprawdzenie szeregu do stacjonarności. Korelogramy dla logarytmu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech wskazały na niestacjonarność szeregu, istotność statystyczna 12 wypustki w PACF świadczy o sezonowości, nie zaobserwowano wygaszania funkcji ACF (Rys. 14).

Rys. 14. ACF i PACF dla logarytmu szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

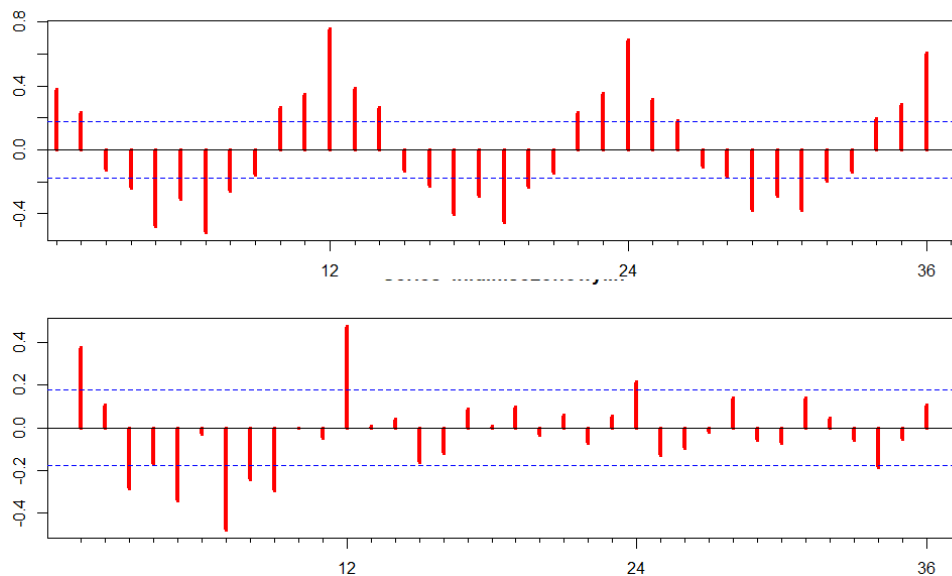
W celu otrzymanie szeregu stacjonarnego pierwszym krokiem jest wprowadzenie różnic regularnych dla zmiennej zlogarytmowanej. Poniższe wykresy przedstawiają wykresy oraz otrzymane korelogramy.

Rys. 15. Szereg różnic regularnych dla zmiennej zlogarytmowanej konsumpcji gazów cieplarnianych



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Rys. 16. ACF i PACF dla różnic regularnych logarytmu szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych

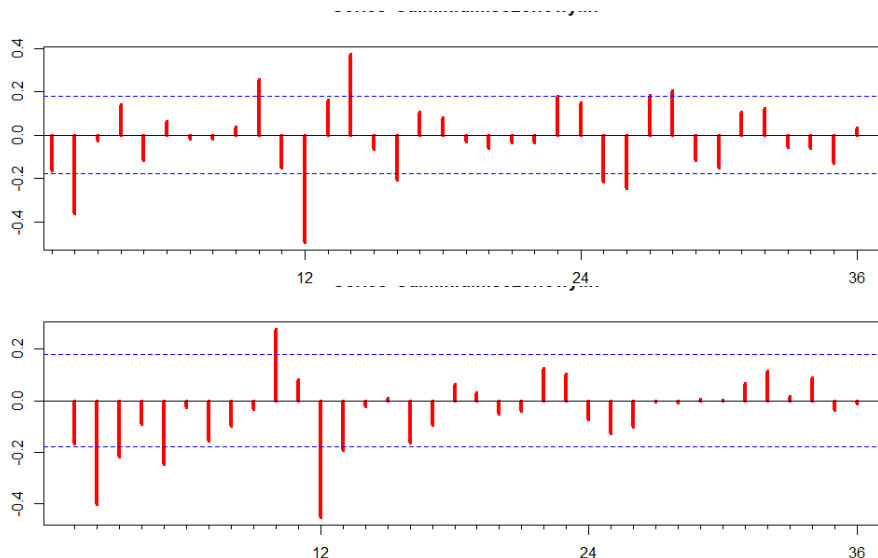


Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Na podstawie korelogramu ACF obserwujemy wciąż silną sezonowość dla danych miesięcznych, nie występuje wygasanie, dlatego jest to wciąż szereg niestacjonarny. Na PACF obserwujemy dwunastą i dwudziestą czwartą wypustkę istotną statystycznie, trzydziesta czwarta wypustka nie jest istotna statystycznie, ale nie wygasa do zera. Analiza

powyższych wykresów nadal wskazuje na niestacjonarność oraz sezonowość szeregu różnic normalnych, konieczne będzie wprowadzenie różnic sezonowych w celu otrzymanie szeregu stacjonarnego.

Rys. 17. ACF i PACF dla pierwszych różnic normalnych i sezonowych logarytmu szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Koleogram ACF dla pierwszych różnic normalnych i sezonowych wskazuje na wygasanie obu funkcji, PACF ma dwunastą wyraźnie istotną statystycznie wypustkę, dwudziesta czwarta i trzydziesta szósta nie są istotnie statystycznie. Przekształcony szereg może być stacjonarny, aby potwierdzić to przypuszczenie wykonano odpowiednie testy.

Rozszerzony test Dickeya, Haszy, Fullera (DHF) dla pierwszych różnic sezonowych oraz pierwszych różnic regularnych potwierdził stacjonarność. Zastosowano 2 rozszerzenia, aby wyeliminować autokorelację reszt dla sześciu opóźnień, badaną za pomocą testu Breuscha-Godfrey (załącznik 9). Statystyka testowa dla testu ADHF wynosi -18.836, oznacza to wartość mniejszą niż lewostronna wartość krytyczna dla 120 obserwacji na poziomie istotności 5%, na tej podstawie można odrzucić hipotezę zerową o niestacjonarności szeregu (załącznik 10). Test KPSS również wskazuje na stacjonarność szeregu, ponieważ statystyka testowa okazała się mniejsza od obszaru krytycznego na poziomie 5%, brak jest więc podstaw do odrzucenia H_0 o stacjonarności szeregu (załącznik 11). Następnie pokazano za pomocą testów Ljung-Boxa i Boxa-Pierce, że zmienna nie jest białym szumem, na co również wskazywały ACF i PACF (załącznik 12). Zatem stopień integracji regularnej szeregu wynosi $d=1$, a sezonowej $D=1$.

W celu oszacowania pozostałych parametrów modelu SARIMA pierwszym krokiem jest wybranie parametrów SAR i SMA na podstawie analizy korelogramów ACF i PACF dla różnic normalnych. Obserwuje się wyraźną istotność tylko dwunastej wypustki dla obu funkcji, można przypuszczać, że model jest SAR (1) oraz SMA (1). Dlatego rozpoczęto analizę od ogółu do szczegółu sezonowej części modelu SARIMA (0,1,0)(1,1,1), zarówno SAR (1) oraz SMA (1) są istotne statystycznie (załącznik 13). Następnie za pomocą testu LR porównano modele metodą od ogółu do szczegółu.

Tabela 7. Wyniki procedury od ogółu do szczegółu dla SARIMA (0,1,0)(1,1,1)

lp	H0	Model	Statystyka Testowa, Test LR	Pchisq (1%)	Decyzja
1	ALFA1=0	SARIMA(0,1,0)(0,1,1)	4.380431	0.0364	Brak podstaw do odrzucenia H0
2	ALFA1= THETA1=0	SARIMA(0,1,0)(0,1,0)	47.7288	0	Odrzucamy H0

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Procedura od ogółu do szczegółu wskazała na model SARIMA(0,1,0)(0,1,1) jako najlepszy dla analizowanego szeregu, jeśli decyzja jest podejmowana na poziomie istotności 1%, w przypadku poziomu istotności 5% lepszy okazuje się model SARIMA (0,1,0)(1,1,1). Następnie porównano statystyki AIC oraz BIC, aby wybrać najlepszy model pod względem kryterium informacyjnym.

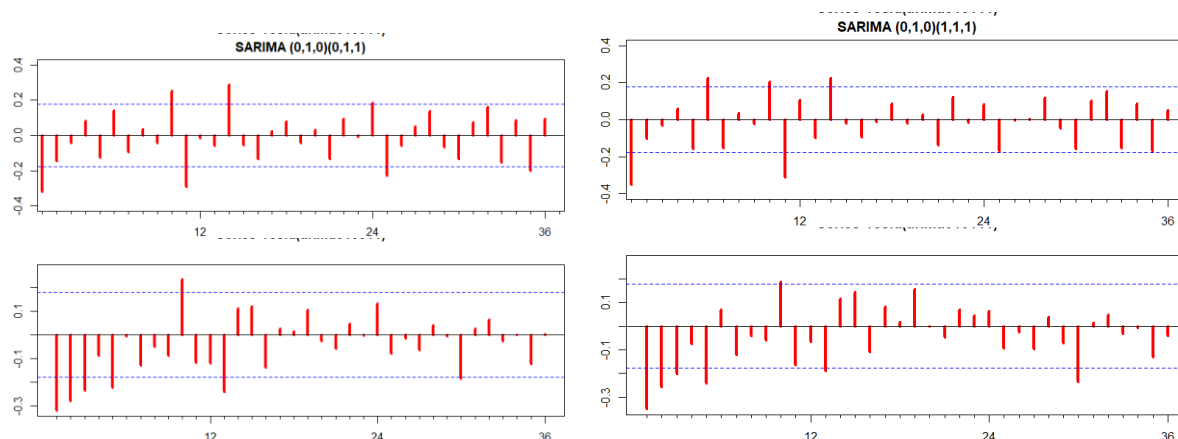
Tabela 8. Zestawienie wskaźników AIC i BIC dla estymowanych modeli klasy SARIMA(0,1,0)(P,1,Q)

lp	P	Q	SARIMA	AIC	BIC
1	1	1	(0,1,0)(1,1,1)	-188.138	-177.447
2	0	1	(0,1,0)(0,1,1)	-185.758	-177.739
3	0	0	(0,1,0)(0,1,0)	-144.409	-139.064

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Kryterium AIC wskazuje na model SARIMA (0,1,0)(1,1,1), natomiast kryterium BIC na model SARIMA(0,1,0)(0,1,1), dlatego w dalszej analizie zdecydowano się na rozważenie obu modeli, różnice funkcji ACF i PACF dla obu z nich są niewielkie.

Rys. 18. ACF i PACF dla modelu SARIMA (0,1,0)(0,1,1) oraz SARIMA (0,1,0)(1,1,1)



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Na wykresach funkcji ACF i PACF nie zaobserwowano pełnego wygasania i trudno jednoznacznie określić rzędy AR i MA. Funkcje ACF dla modeli SARIMA (0,1,0)(0,1,1) oraz SARIMA (0,1,0)(1,1,1) wskazuje na pierwszą istotną statystycznie wypustkę, co sugeruje MA(1), natomiast PACF ma trzy pierwsze statystycznie istotne wypustki oraz piątą również okazuje się istotna statystycznie. Konieczne będzie zastosowanie metody od ogółu do szczegółu oraz kryterium informacyjnego dla wyboru najlepszego modelu. Jako modele wyjściowe wybrano SARIMA (5,1,1)(0,1,1) oraz SARIMA (5,1,1)(1,1,1).

Tabela 9. Wyniki procedury od ogółu do szczegółu dla SARIMA (5,1,1)(1,1,1)

lp	H0	Model	Statystyka Testowa, Test LR	p- value (1%)	Decyzja
1	alfa5=0	SARIMA(4,1,1)(1,1,1)	5.27459	0.0216	Brak podstaw do odrzućenia H0
2	alfa5= alfa4=0	SARIMA(3,1,1)(1,1,1)	5.365	0.0205	Brak podstaw do

					odrzućenia H0
3	alfa5= alfa4=alfa3=0	SARIMA(2,1,1)(1,1,1)	5.367	0.0205	Brak podstaw do odrzućenia H0
4	alfa5=alfa4 =alfa3=alfa2 =0	SARIMA(1,1,1)(1,1,1)	5.438	0.0196	Brak podstaw do odrzućenia H0
4	alfa5=alfa4 =alfa3=alfa2= alfa1= 0	SARIMA(0,1,1)(1,1,1)	7.443	0.0063	Odrzucamy h0
5	alfa5=alfa4 =alfa3=alfa2= alfa1= theta1 = 0	SARIMA(1,1,0)(1,1,1)	18.98463	0	Odrzucamy h0

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Wszystkie współczynniki w modelu SARIMA (5,1,1)(1,1,1) są istotne statystycznie, a model SARIMA(4,1,1)(1,1,1) jest modelem lepszym na poziomie istotności 1%. Podobnie sytuacja wyglądała w kolejnych krokach procesu. Ostatecznie na podstawie metody od ogółu do szczegółu najlepszy okazuje się model SARIMA(1,1,1)(1,1,1), gdy decyzja jest podejmowana na poziomie 1%. Statystyki AIC i BIC wskazują odpowiednio na modele SARIMA (1,1,1)(1,1,1) oraz SARIMA(0,1,1)(1,1,1).

Tabela 10. Zestawienie wskaźników AIC i BIC dla estymowanych modeli klasy SARIMA(p,1,q)(1,1,1)

lp	p	q	SARIMA	AIC	BIC
1	5	1	(5,1,1)(1,1,1)	-213,331	-189,276
2	4	1	(4,1,1)(1,1,1)	-210,057	-188,674
3	3	1	(3,1,1)(1,1,1)	-211,966	-193,256

4	2	1	(2,1,1)(1,1,1)	-213,964	-197,927
5	1	1	(1,1,1)(1,1,1)	-215,893	-202,529
6	0	1	(0,1,1)(1,1,1)	-215,888	-205,197
7	1	0	(1,1,0)(1,1,1)	-204,347	-193,655

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Następnie te same metody wykorzystano dla zbadania modelu SARIMA (p,1,q)(0,1,1). Na podstawie metody od ogółu do szczegółu najlepszy jest model SARIMA(0,1,1)(0,1,1). Najniższa statystyka AIC występuje dla modelu SARIMA(1,1,1)(0,1,1), a BIC model SARIMA(0,1,1)(0,1,1).

Tabela 11. Wyniki procedury od ogółu do szczegółu dla SARIMA (3,1,1)(0,1,1)

lp	Hipoteza zerowa	Model	Obszar krytyczny (1%)	P-value (1%)	Decyzja
1	ALFA3=0	SARIMA(2,1,1)(0,1,1)	6.635	1	Brak podstaw do odrzucenia H0
2	ALFA3= ALFA2=0	SARIMA(1,1,1)(0,1,1)	9.210	1	Brak podstaw do odrzucenia H0
3	ALFA3= ALFA2=Alfa1=0	SARIMA(0,1,1)(0,1,1)	11.345	0.826	Brak podstaw do odrzucenia H0
4	ALFA3= ALFA2=Alfa1= Theta1=0	SARIMA(0,1,0)(0,1,1)	13.277	0	Odrzucamy H0

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Tabela 12. Zestawienie wskaźników AIC i BIC dla estymowanych modeli klasy SARIMA(p,1,q)(0,1,1)

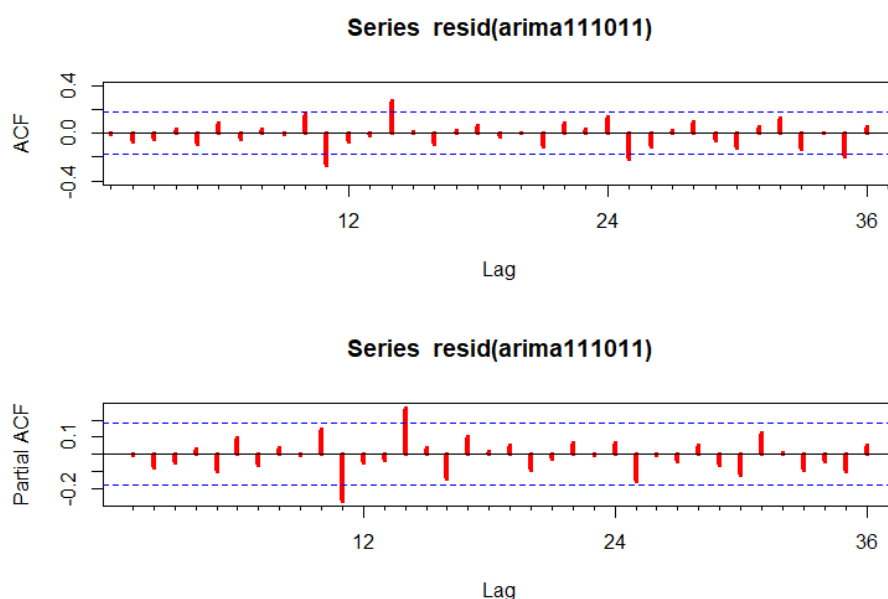
lp	p	q	SARIMA	AIC	BIC
1	3	1	(3,1,1)(0,1,1)	-206,872	-190,835
2	2	1	(2,1,1)(0,1,1)	-212,800	-199,436
3	1	1	(1,1,1)(0,1,1)	-214,295	-203,604
4	0	1	(0,1,1)(0,1,1)	-212,824	-204,805
5	1	0	(1,1,0)(0,1,1)	-187,757	-182,412

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Na podstawie powyższej analizy trudno wskazać model najlepszy. Zdecydowano się na prognozę dla czterech modeli SARIMA(0,1,1)(1,1,1), SARIMA(1,1,1)(1,1,1), SARIMA(1,1,1)(0,1,1) oraz SARIMA(0,1,1)(0,1,1), gdyż są to modele preferowane przy zastosowaniu dwóch z przedstawionych metod.

W niniejszym rozdziale skupiono się na przedstawieniu modelu oraz prognozy SARIMA(1,1,1)(0,1,1). Analiza za pomocą pozostałych modeli, na których zasadność wskazywały metoda od ogółu do szczegółu oraz kryterium informacyjne, zostały przedstawione w załączniku 14.

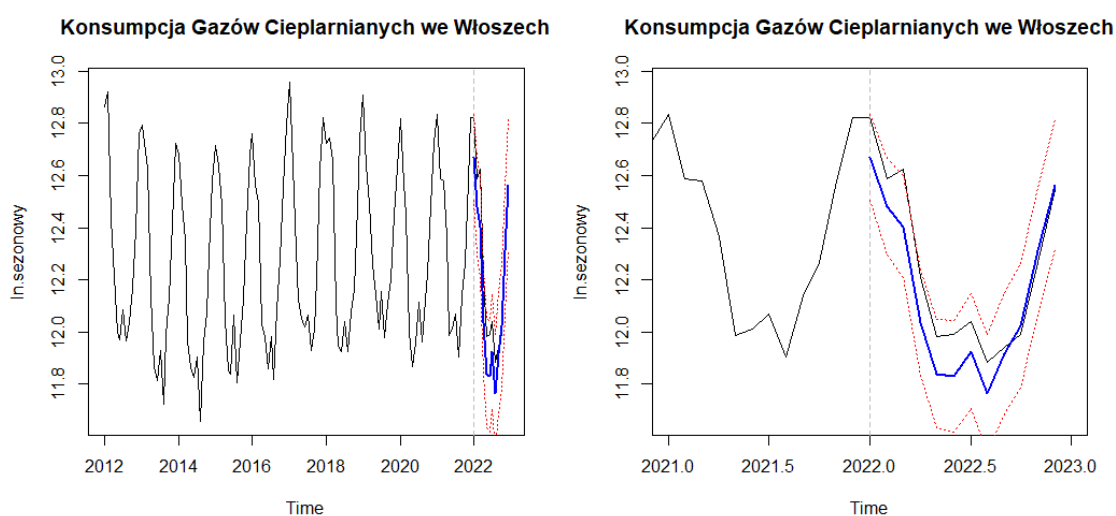
Rys. 19. ACF i PACF dla modelu SARIMA (1,1,1)(0,1,1)



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

Warto mieć na uwadze, że reszty dla wszystkich modeli zarówno na podstawie analizy funkcji ACF i PACF (Rysunek 19), jak również wykonanych testów test Ljung-Boxa oraz Box-Pierca (załącznik 15) nie są białym szumem, ponieważ p-value dla obu przeprowadzonych testów jest mniejsze od 5%. Zatem przeprowadzona predykcja może nie być dokładna.

Rys. 20. Predykcja za pomocą modelu SARIMA(1,1,1)(0,1,1) dla szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech



Źródło: Opracowanie własne.

Model wydaje się dobrze przewidywać wartości dla okresu out-of-sample. Początkowo wartości są niedoszacowane, warto zwrócić uwagę na dokładną predykcję dla pięciu ostatnich obserwacji od sierpnia 2022 roku do grudnia 2022 roku.

Poniższa tabela przedstawia błędy ex-post dla wszystkich przeprowadzonych predykcji, zdecydowano się na przedstawienie modelu SARIMA(1,1,1)(0,1,1), gdyż różnica między rzeczywistymi wartościami, a przeprowadzoną prognozą jest najmniejsza.

Tabela 13. Błędy dla wybranych modeli SARIMA(p,1,q)(P,1,Q) w okresie out-of-sample

Błąd/SARIMA	(0,1,1)(1,1,1)	(1,1,1)(1,1,1)	(0,1,1)(0,1,1)	(1,1,1)(0,1,1)
MEA	0,132	0,137	0,140	0,109
MSE	0,023	0,028	0,027	0,016
MAPE	0,011	0,011	0,011	0,009
AMAPE	0,005	0,006	0,006	0,004

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z Eurostat.

2.4. Porównanie prognoz

Aby wybrać najlepszy model prognozujący sezonowe zjawisko konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech poddano kilka z nich. Za pomocą metod ekstrapolacyjnych rozważono zarówno model addytywny jak i multiplikatywny Holta-Wintersa, następnie dokonano predykcji za pomocą modeli klasy SARIMA. Podsumowanie błędów ex-post znajduje się w tabeli 14, porównano błąd MEA, gdyż szereg zawiera obserwacje odstające.

Tabela 14. Błędy ex-post w okresie out-of-sample dla wszystkich analizowanych modeli

Błąd	SARIMA (0,1,1)(1,1,1)	SARIMA (1,1,1)(1,1,1)	SARIMA (0,1,1)(0,1,1)	SARIMA (1,1,1)(0,1,1)	Addytywny	Multiplikatywny
MEA	0,132	0,137	0,140	0,109	0.151	0.150
MSE	0,023	0,028	0,027	0,016	0.033	0.033
MAPE	0,011	0,011	0,011	0,009	0.012	0.012
AMAPE	0,005	0,006	0,006	0,004	0.006	0.006

Źródło: Opracowanie własne.

W okresie out-of-sample najlepszymi prognozami okazał się model klasy SARIMA(1,1,1)(0,1,1). Obserwujemy również większą dokładność modelu addytywnego niż multiplikatywnego. Warto zwrócić uwagę na charakter błędów prognoz na podstawie analizy wykresów. Modele ekstrapolacyjne przeszacowują prognozę, podczas gdy w większości modeli klasy SARIMA dla badanego szeregu następuje niedoszacowanie prognozy. Dlatego wybór metody estymacji powinien również zależeć od celu przeprowadzania analizy.

ZAKOŃCZENIE

Celem niniejszej pracy była analiza dwóch szeregów: niesezonowego kursu walutowego USD/PLN oraz sezonowego konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech. W tym celu dokonano dekompozycji obu modeli w programie JDemetra+, umożliwiło to potwierdzenie rodzaju opisanych szeregów oraz wyodrębnienie obserwacji nietypowych. Następnie wykonano prognozy dla obserwacji out-of-sample. Dla szeregu kursu walutowego USD/PLN w metodzie ekstrapolacyjnej użyto modelu EWMA i HOLTA oraz również prognozowano szereg metodą ARIMA, która okazała się najskuteczniejsza, gdyż błędy ex-post były najmniejsze. Analiza konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech została dokonana za pomocą modelu addytywnego i multiplikatywnego Holta-Wintersa, ponieważ na podstawie analizy wykresu funkcji trudno było jednoznacznie określić charakter szeregu. Następnie wykonano prognozę również różnymi kombinacjami modelu SARIMA. Najlepszą predykcję uzyskano za pomocą SARIMA (1,1,1)(0,1,1). Ponad to, każdy z modeli klasy SARIMA okazał się lepszy niż modele ekstrapolacyjne.

Na podstawie analizy obu szeregów można stwierdzić, że proces prognozowania za pomocą modelu klasy ARIMA i jego sezonowego odpowiednik jest bardziej rozbudowany, jednak są one są odpowiedniejsze do precyzyjnego prognozowania.

BIBLIOGRAFIA

Ahn, B.C., 1994; Monetary Policy and the Determination of the Interest Rate and Exchange Rate in a Small Open Economy with Increasing, Federal Reserve Bank of St. Louis Working Paper 1994/024. URL <https://doi.org/10.20955/wp.1994.024>

Razafimahefa, I. F., 2012; Exchange Rate Pass-Through in Sub-Saharan African Economies and its Determinants; IMF Working Paper African Department, Working Paper No. 2012/141. URL [Exchange Rate Pass-Through in Sub-Saharan African Economies and its Determinants \(imf.org\)](https://www.imf.org/publications/workingpapers/2012/141)

Soylemez, A. O., 2021, Foreign Exchange Rates. A Research Overview of the Latest Prediction Techniques. Routledge Focus.

World Bank Group, Climate change knowledge Portal, <https://climateknowledgeportal.worldbank.org/download-data>, dostęp 29.05.2023

World Data Info, [Climate and temperature development in Italy \(worlddata.info\)](https://worlddata.info/), dostęp 29.05.2023

SPIS RYSUNKÓW

- Rysunek 1. Kurs wymiany USD/PLN
- Rysunek 2. Dekompozycja szeregu kurs wymiany USD/PLN
- Rysunek 3. Prognozy kursu wymiany USD/PLN za pomocą modelu EWMA dla okresu widok dla okresu 2012-2022 oraz dla okresu 2021-2022
- Rysunek 4. Prognozy kursu wymiany USD/PLN za pomocą modelu Holta dla okresu widok dla okresu 2012-2022 oraz dla okresu 2021-2022
- Rysunek 5. Pierwsze różnice dla kursu wymiany USA/PLN oraz logarytmu kursu wymiany USA/PLN
- Rysunek 6. ACF i PACF dla pierwszych różnic kursu wymiany USD/PLN
- Rysunek 7. ACF i PACF dla reszt modelu ARIMA(1,1,2)
- Rysunek 8. Rozkład reszt modelu ARIMA(1,1,2)
- Rysunek 9. Prognozy kursu USD/PLN za pomocą modelu ARIMA(1, 1, 2) dla okresu widok dla okresu 2012-2022 oraz dla okresu 2021-2022
- Rysunek 10. Konsumpcja gazów cieplarnianych we Włoszech
- Rysunek 11. Dekompozycja szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech
- Rysunek 12. Model addytywny Holta-Wintersa dla szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech
- Rysunek 13. Model multiplikatywny Holta-Wintersa dla szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech
- Rysunek 14. ACF i PACF dla logarytmu szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech
- Rysunek 15. Szereg różnic regularnych dla zmiennej zlogarytmowanej konsumpcji gazów cieplarnianych
- Rysunek 16. ACF i PACF dla różnic regularnych logarytmu szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych
- Rysunek 17. ACF i PACF dla pierwszych różnic normalnych i sezonowych logarytmu szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych
- Rysunek 18. ACF i PACF dla modelu SARIMA (0,1,0)(0,1,1) oraz SARIMA (0,1,0)(1,1,1)
- Rysunek 19. ACF i PACF dla modelu SARIMA (1,1,1)(0,1,1)

Rysunek 20. Predykcja za pomocą modelu SARIMA(1,1,1)(0,1,1) dla szeregu konsumpcji gazów ciepłarnianych we Włoszech

SPIS TABEL

Tabela 1.	Błędy prognozy dla modeli EWMA i HOLTA
Tabela 2.	Wyniki procedury od ogółu do szczegółu
Tabela 3.	Zestawienie wskaźników AIC i BIC dla estymowanych modeli klasy ARIMA (d=1)
Tabela 4.	Błędy prognozy dla modelu ARIMA(1, 1, 2)
Tabela 5.	Błędy prognozy dla wszystkich przeanalizowanych modeli
Tabela 6.	Błędy ex-post dla multiplikatywny oraz addytywnego model Holta-Wintersa.
Tabela 7.	Wyniki procedury od ogółu do szczegółu dla SARIMA (0,1,0)(1,1,1)
Tabela 8.	Zestawienie wskaźników AIC i BIC dla estymowanych modeli klasy SARIMA(0,1,0)(P,1,Q)
Tabela 9.	Wyniki procedury od ogółu do szczegółu dla SARIMA (5,1,1)(1,1,1)
Tabela 10.	Zestawienie wskaźników AIC i BIC dla estymowanych modeli klasy SARIMA(p,1,q)(1,1,1)
Tabela 11.	Wyniki procedury od ogółu do szczegółu dla SARIMA (3,1,1)(0,1,1)
Tabela 12.	Zestawienie wskaźników AIC i BIC dla estymowanych modeli klasy SARIMA(p,1,q)(0,1,1)
Tabela 13.	Błędy dla wybranych modeli SARIMA(p,1,q)(P,1,Q) w okresie out-of-sample
Tabela 14.	Błędy ex-post w okresie out-of-sample dla wszystkich analizowanych modeli

SPIS ZAŁĄCZNIKÓW

- | | |
|---------------|--|
| Załącznik 1. | Breusch-Godfrey test sprawdzający autokorelację reszt dla pierwszych różnic kursu wymiany USA/PLN |
| Załącznik 2. | Test Dickey-Fullera sprawdzający stacjonarność pierwszych różnic kursu wymiany USA/PLN |
| Załącznik 3. | Testy diagnostyczne |
| Załącznik 4. | Test Ljung-Box oraz test Box-PierceTesty dla różnicy kursu walutowego USD/PLN |
| Załącznik 5. | Test Ljung-Box i test Box-PierceTesty dla reszt modelu ARIMA(1, 1, 2) |
| Załącznik 6. | Wydruk modelu ARIMA(1, 1, 2) |
| Załącznik 7. | Test Jarque Bera dla resz modelu ARIMA(1, 1, 2) |
| Załącznik 8. | Testy na sezonowość szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech wykonane w JDemetra+ |
| Załącznik 9. | Brak autokorelacji reszt dla szeregu dla pierwszych różnic normalnych i sezonowych konsumpcji gazów cieplarnianych |
| Załącznik 10. | Test Dickeya, Haszy, Fullera (DHF) dla pierwszych różnic normalnych i sezonowych konsumpcji gazów cieplarnianych |
| Załącznik 11. | KPSS test dla różnic normalnych i pierwszych różnic sezonowych konsumpcji gazów cieplarnianych |
| Załącznik 12. | Testy WN dla pierwszych różnic normalnych i pierwszych różnic sezonowych konsumpcji gazów cieplarnianych |
| Załącznik 13. | Model SARIMA (0,1,0)(1,1,1) |
| Załącznik 14. | Załącznik 14. Modele klasy SARIMA |
| Załącznik 15. | Model SARIMA (1,1,1)(0,1,1) |

Załącznik 1. Breusch-Godfrey test sprawdzający autokorelację reszt dla pierwszych różnic kursu wymiany USA/PLN

```
> bg1

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 1

data:  resids2 ~ 1
LM test = 0.0028383, df = 1, p-value = 0.9575

> bg2

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 2

data:  resids2 ~ 1
LM test = 0.033446, df = 2, p-value = 0.9834

> bg3

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 3

data:  resids2 ~ 1
LM test = 6.6613, df = 3, p-value = 0.08351

> bg4

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 4

data:  resids2 ~ 1
LM test = 9.2905, df = 4, p-value = 0.05423

> bg5

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 5

data:  resids2 ~ 1
LM test = 9.2946, df = 5, p-value = 0.09788

> bg6

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 6

data:  resids2 ~ 1
LM test = 9.8477, df = 6, p-value = 0.1312

> |
```

Załącznik 2. Test Dickey-Fullera sprawdzający stacjonarność pierwszych różnic kursu wymiany USA/PLN

```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression none

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.22815 -0.04385  0.00058  0.06125  0.37676

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
z.lag.1      -0.82009    0.11847  -6.922 0.000000000211 ***
z.diff.lag   -0.07888    0.08800  -0.896    0.372
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.09026 on 124 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4445,    Adjusted R-squared:  0.4356
F-statistic: 49.61 on 2 and 124 DF,  p-value: < 0.00000000000000022

Value of test-statistic is: -6.9225

Critical values for test statistics:
      1pct   5pct 10pct
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```
#####  
# KPSS Unit Root Test #  
#####
```

```
Test is of type: mu with 4 lags.
value of test-statistic is: 0.2004
Critical value for a significance level of:
      10pct   5pct   2.5pct   1pct
critical values 0.347 0.463 0.574 0.739
```

```
Box-Ljung test

data: diff.ASC_niesezonowe.in
X-squared = 30.111, df = 24, p-value = 0.1811

> # test Box-Pierce
> Box.test(diff.ASC_niesezonowe.in, lag=24, type="Box-Pierce") #brak podstaw do odrzucenia H0 o tym, że diff.ln.df.in to biały szum, ponieważ p-value>0.05

Box-Pierce test

data: diff.ASC_niesezonowe.in
X-squared = 27.035, df = 24, p-value = 0.3028

> # SPRAWDZAMY CZY ZMIENNA NIE JEST BIAŁYM SZUMEM
> # test Ljung-Box
> Box.test(diff.ASC_niesezonowe.in, lag=24, type="Ljung-Box") #brak podstaw do odrzucenia H0 o tym, że diff.ASC_niesezonowe.in to biały szum, ponieważ p-value>0.05
```

```
Box-Ljung test

data: resid(arima112)
X-squared = 17.74, df = 24, p-value = 0.8154

> Box.test(resid(arima112), type = "Box-Pierce", lag = 24)

Box-Pierce test

data: resid(arima112)
X-squared = 15.464, df = 24, p-value = 0.9064
```

```

      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
ar1      -0.9879964  0.0200198 -49.3510 < 0.00000000000000022 ***
ma1       1.1635612  0.0867469  13.4133 < 0.00000000000000022 ***
ma2       0.2435473  0.0856424   2.8438  0.004458 **
intercept  0.0105519  0.0092242   1.1439  0.252651
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

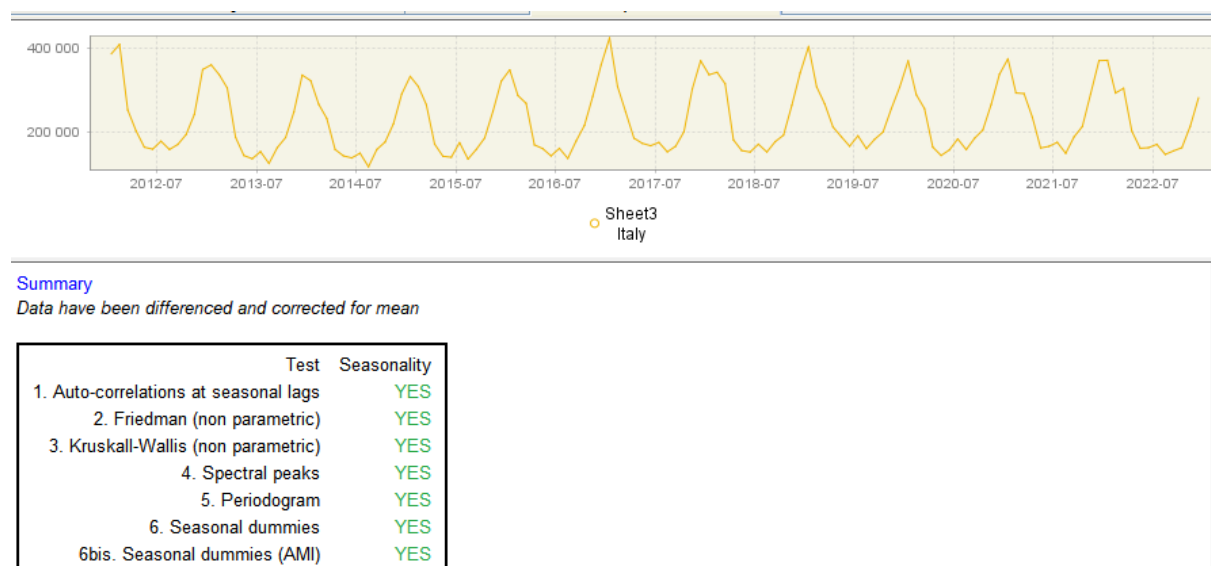
```

```

Jarque Bera Test
data: residuals(arima112)
x-squared = 36.445, df = 2, p-value = 0.00000001219

```

Załącznik 8. Testy na sezonowość szeregu konsumpcji gazów cieplarnianych we Włoszech wykonane w JDemetra+



Załącznik 9. Brak autokorelacji reszt dla szeregu dla pierwszych różnic normalnych i sezonowych konsumpcji gazów cieplarnianych

```

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
lag12lse -1.52234 0.08082 -18.836 < 0.0000000000000002 ***
lagd12lse -0.23588 0.07400 -3.188 0.00197 **
lag2d12lse -0.18445 0.04383 -4.208 0.0000607 ***
---
signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.08124 on 90 degrees of freedom
(27 obserwacji zostało skasowanych z uwagi na braki w nich zawarte)
Multiple R-squared: 0.8532, Adjusted R-squared: 0.8483
F-statistic: 174.4 on 3 and 90 DF, p-value: < 0.0000000000000002

> bg1 <- bgtest(model3, order = 1)
> bg1

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 1
data: model3
LM test = 2.4004, df = 1, p-value = 0.1213

> bg2 <- bgtest(model3, order = 2)
> bg2

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 2
data: model3
LM test = 5.8052, df = 2, p-value = 0.05488

> bg3 <- bgtest(model3, order = 3)
> bg3

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 3
data: model3
LM test = 6.1215, df = 3, p-value = 0.1058

> bg4 <- bgtest(model3, order = 4)
> bg4

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 4
data: model3
LM test = 6.4148, df = 4, p-value = 0.1702

> bg5 <- bgtest(model3, order = 5)
> bg5

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 5
data: model3
LM test = 8.2891, df = 5, p-value = 0.141

> bg6 <- bgtest(model3, order = 6)
> bg6

Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 6

```

Załącznik 10. Test Dickeya, Haszy, Fullera (DHF) dla pierwszych różnic normalnych i sezonowych konsumpcji gazów cieplarnianych

```
lm(formula = d12lse ~ 0 + lag12lse + lagd12lse + lag2d12lse)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.196777 -0.046086  0.007824  0.060035  0.208796

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value      Pr(>|t|)
lag12lse    -1.52234    0.08082  -18.836 < 0.0000000000000002 ***
lagd12lse   -0.23588    0.07400   -3.188    0.00197 **
lag2d12lse  -0.18445    0.04383   -4.208    0.0000607 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.08124 on 90 degrees of freedom
(27 obserwacji zostało skasowanych z uwagi na braki w nich zawarte)
Multiple R-squared:  0.8532,    Adjusted R-squared:  0.8483
F-statistic: 174.4 on 3 and 90 DF,  p-value: < 0.00000000000000022
```

Załącznik 11. KPSS test dla różnic normalnych i pierwszych różnic sezonowych konsumpcji gazów cieplarnianych

```
#####
# KPSS Unit Root Test #
#####

Test is of type: mu with 4 lags.

value of test-statistic is: 0.0268

critical value for a significance level of:
          10pct  5pct  2.5pct  1pct
critical values 0.347 0.463  0.574 0.739

> |
```

Załącznik 12. Testy WN dla pierwszych różnic normalnych i pierwszych różnic sezonowych konsumpcji gazów cieplarnianych

```
Box-Ljung test

data: sdiff.ln.diff.sezonowy.in
X-squared = 141.87, df = 36, p-value = 1.676e-14

> # Test Boxa-Pierce
> Box.test(sdiff.ln.diff.sezonowy.in, type = "Box-Pierce", lag = 36)

Box-Pierce test

data: sdiff.ln.diff.sezonowy.in
X-squared = 118.16, df = 36, p-value = 1.118e-10

> |
```

Załącznik 13. Model SARIMA (0,1,0)(1,1,1)

```
> arima010111

Call:
arima(x = ln.sezonowy.in, order = c(0, 1, 0), seasonal = list(order = c(1, 1,
1), period = 12), xreg = 1:nobs)

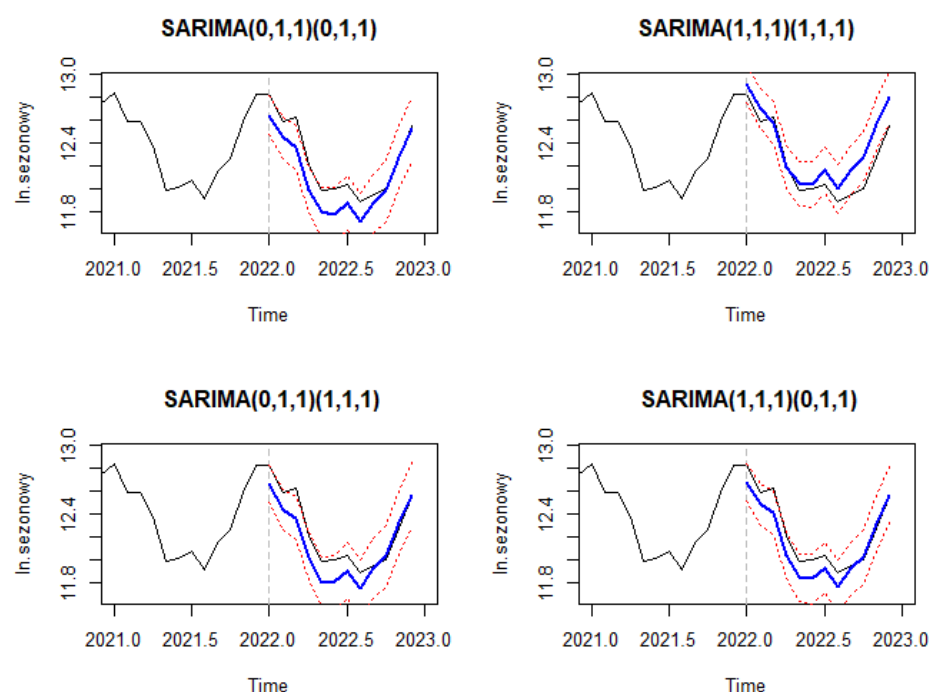
Coefficients:
      sar1      sma1      1:nobs
    -0.3361   -0.5425    0.1530
s.e.    0.1489    0.1725   423.7503

sigma^2 estimated as 0.008557: log likelihood = 98.07, aic = -188.14
> coeftest(arima010111)

z test of coefficients:

      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
sar1  -0.33606   0.14890  -2.2570 0.024007 *
sma1   -0.54252   0.17248  -3.1454 0.001659 **
1:nobs  0.15297  423.75033   0.0004 0.999712
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Załącznik 14. Modele klasy SARIMA



Załącznik 15. Model SARIMA (1,1,1)(0,1,1)

```
z test of coefficients:

      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
ar1    0.245887   0.127627   1.9266 0.05403 .
ma1   -0.807611   0.075789  -10.6560 < 2.2e-16 ***
sma1  -0.820893   0.128387  -6.3939 1.617e-10 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> |

Box-Ljung test

data: resid(arima111011)
X-squared = 62.896, df = 36, p-value = 0.003636

> Box.test(resid(arima111011), type = "Box-Pierce", lag = 36)

Box-Pierce test

data: resid(arima111011)
X-squared = 51.268, df = 36, p-value = 0.04746

> |
```