

Приложение 1. Преобразование размерных величин

1 октября 2024 г.

1 Примеры преобразования размерных величин

Преобразования размерных величин удобно выполнять с модулем символьных вычислений `python-sympy`. Преобразования размерностей ключевых величин полезно знать наизусть, хотя всегда можно найти их в таблицах. Значения многих физических констант зашинены в модуле `scipy.constants`, иногда это оказывается удобным, при этом автоматически будет учитываться достаточно большое количество знаков после запятой в константах. Рассмотрим размерности ряда величин широко применяемых в нефтяном инжиниринге.

```
[29]: import sympy as sp
import scipy.constants as const
```

```
[30]: # в модуле scipy.constants есть значения общепринятых констант
      ↪ -например значение pi
print(const.pi)
```

3.141592653589793

1.1 Объемный расход q

В СИ измеряется в $[м^3/сек]$, в практических метрических единицах измеряется в $[м^3/сут]$, в американских промысловых единицах измеряется в $[bbl/day]$.

- $1 [м^3/сек] = 543439 [bbl/day] = 86400 [м^3/сут]$
- $1 [м^3/сут] = \frac{1}{86400} [м^3/сек] = 1.157407 \cdot 10^{-5} [м^3/сек]$
- $1 [bbl/day] = 0.15898 [м^3/сут]$

```
[8]: # выведем некоторые переводные коэффициенты для объемных расходов
print(f'Одни [сут] = {24*60*60} = {const.day} [сек]')
print(f'Один [м3/сут] = {1/const.day} [м3/сек]')
print(f'Один баррель в день [bbl/day] = {const.bbl} [м3/сут]')
print(f'Один баррель в день [bbl/day] = {const.bbl/const.day} [м3/сек]')
print(f'Один [м3/сут] = {1/const.day} [м3/сек]')
```

Одни [сут] = 86400 = 86400.0 [сек]

Один [м3/сут] = 1.1574074074074073e-05 [м3/сек]

Один баррель в день [bbl/day] = 0.15898729492799998 [м3/сут]

Один баррель в день [bbl/day] = 1.8401307283333331e-06 [м³/сек]
Один [м³/сут] = 1.1574074074074073e-05 [м³/сек]

1.2 Проницаемость k

В СИ измеряется в [м²], в практических метрических единицах измеряется в [мД], в американских промышленных единицах измеряется в [mD].

Определение: в пористой среде с проницаемостью в один Дарси для поддержания течения жидкости с динамической вязкостью 1 сП со скоростью фильтрации 1 см/с необходимо поддерживать перепад давления жидкости приблизительно в одну атмосферу на 1 см вдоль направления течения. При использовании физической атмосферы для расчета перепада давления (физическая атмосфера = 101 325 Па) единица проницаемости равняется приблизительно 0.986923 мкм².

В отечественной литературе при определении дарси в качестве величины атмосферы было принято использовать техническую атмосферу (1 кгс/см² = 98 066,5 Па), так что для величины дарси получалось значение приблизительно 1,02 мкм², причём эпизодические случаи использования западного определения дарси специально отмечались [ru.wikipedia.org/wiki/Дарси]. Согласно ГОСТ 26450.2-85 величины 1 Дарси = 0.9869 · 10⁻¹² м².

- 1 [м²] = 1.01325 · 10¹⁵ [мД]
- 1 [мД] = 0.986923 · 10⁻¹⁵ [м²]

```
[9]: print(f'Один [мД] = {1e5/const.atm * 1e-15} [м²]')
```

Один [мД] = 9.86923266716013e-16 [м²]

1.3 Вязкость μ

- 1 [Па·с] = 1000 [сП]
- 1 [сП] = 10⁻³ [Па·с]

1.4 Давление p

- 1 [Па] = 0.0001450 [psi] = 0.00000987 [атм]
- 1 [атм] = 14.6959 [psi] = 101325 [Па]

```
[5]: AT = 98066.5 # technical atmosphere in Pa, техническая атмосфера в
    ↪ Па
print(f'Один [psi] в [Па] = {const.psi}')
print(f'Один [bar] в [Па] = {const.bar}')
print(f'Один [atm] в [Па] = {const.atm}')
print(f'Один [at] в [Па] = {AT}')
print(f'Один [atm] в [psi] = {const.atm/const.psi}')
```

Один [psi] в [Па] = 6894.757293168361

Один [bar] в [Па] = 100000.0

Один [atm] в [Па] = 101325.0

Один [at] в [Па] = 98066.5

Один [atm] в [psi] = 14.69594877551345

1.5 Расстояние x

- 1 [м] = 3.28 [ft]

2 Размерный коэффициент для формулы Дюпюи

Используя рассчитанные выше переводные коэффициенты для различных размерных величин рассчитаем переводной коэффициент в формуле Дюпюи

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu B} \frac{(p_i - p)}{\ln \frac{r_e}{r_w} + S}$$

```
[23]: # зададим переменные sympy
Q, k, h, mu, B, pres, pwf, re, rw, S, pi = sp.symbols('Q k h mu B
↳ p_res p_wf r_e r_w S pi', real=True, positive=True)
```

```
[24]: # определим уравнение
eq = sp.Eq(Q, 2 * pi * k * h / (mu * B) * (pres - pwf) / (sp.ln(re/
↳ rw) + S))
eq
```

```
[24]:
```

$$Q = \frac{2hk\pi(p_{res} - p_{wf})}{B\mu\left(S + \log\left(\frac{r_e}{r_w}\right)\right)}$$

```
[25]: # подставим в уравнение переводные величины
eq = eq.subs(Q, 1/const.day * Q) # дебит, [м3/сут] в [м3/сек]
f_k = 1e5/const.atm * 1e-15
eq = eq.subs(k, f_k * k) # проницаемость, [мД] в [м2]
eq = eq.subs(mu, 1e-3 * mu) # вязкость, [сП] в [Па сек]
eq = eq.subs(pres, const.atm * pres) # давление [атм] в [Па]
eq = eq.subs(pwf, const.atm * pwf) # давление [атм] в [Па]
eq = eq.subs(pi, const.pi)

display(eq)
```

$$1.15740740740741 \cdot 10^{-5} Q = \frac{6.20102176874373 \cdot 10^{-12} h k (101325.0 p_{res} - 101325.0 p_{wf})}{B \mu \left(S + \log \left(\frac{r_e}{r_w} \right) \right)}$$

Решим полученное уравнение относительно Q и упростим средствами sympy

```
[26]: eq1 = sp.simplify(sp.solve(eq, Q)[0])
display(sp.Eq(Q, eq1))
```

$$Q = \frac{0.0542867210540316 h k (p_{res} - p_{wf})}{B \mu \left(S + \log \left(\frac{r_e}{r_w} \right) \right)}$$

Выделим полученную константу в явном виде и найдем обратную величину - это и будет необходимый нам переводной коэффициент.

```
[27]: f = 1/eq1.args[0]
      f
```

```
[27]: 18.4207110060064
```

По умолчанию `sympy` автоматически организует порядок элементов в своих выражениях. Этот порядок может отличаться от привычного - хотя и суть формул при этом не меняется. Применяя некоторые хитрости можно заставить `sympy` вывести выражения в приемлимом виде.

```
[28]: a = sp.symbols('a')
      eq2 = eq1.subs(eq1.args[0], 1/a)
      with sp.evaluate(False):
          display(eq2.subs(a, f))
```

$$\frac{hk(p_{res} - p_{wf})}{18.4207110060064B\mu \left(S + \log\left(\frac{r_e}{r_w}\right) \right)}$$

Но иногда результат проще переписать руками в нужном виде. В итоге уравнение Дюпюи в практических метрических единицах измерения примет вид.

$$Q = \frac{kh}{18.42\mu B} \frac{(p_i - p)}{\ln \frac{r_e}{r_w} + S}$$

где

- Q - дебит скважины на поверхности, приведенный к нормальным условиям, ст. м³/сут
- μ - вязкость нефти в пласте, сП
- B - объемный коэффициент нефти, м³/м³
- P_{res} - пластовое давление или давление на контуре с радиусом r_e , атма
- P_{wf} - давление забойное, атма
- k - проницаемость, мД
- h - мощность пласта, м
- r_e - внешний контур дренирования скважины, м
- r_w - радиус скважины, м
- S - скин-фактор скважины, м

```
[ ]:
```