EXAMEN/ALGEBRE LINEAIRE POUR LA DATA SCIENCE
EPREUVE 3
Filière SUD

Exercice 1: On considère le Système linéaire (S_1) AX = b, où A =
$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 10 & 7 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix} \text{ et } b = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

1. Donner les matrices de Gauss M_1 et M_2 qui permettent de transformer le système (S_1) en un système (S_2) triangulaire de la forme UX = c où U est triangulaire. Donner U et c.
2. Factoriser la matrice A sous une forme LU où L est une matrice triangulaire inférieure etU est triangulaire supérieure.
3. Ecrire la matrice L sous la forme de produit de matrices élémentaires
4. En déduire une solution du Système linéaire (S_1).

Exercice 2 : Soient le les points suivants :

x	0	1	2	-1
$f(x)$	2	4	0	6

a) Trouver les 4 polynômes de la base de Lagrange
b) En déduire le plolynôme P(t)d' interpolation aux points ci-dessus

Exercice 3: On considère le Système Linéaire suivant :
$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 \quad\quad &= 2 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \\ -x_2 + 3x_3 &= 2 \end{aligned}$$

a) Donner la matrice J de Jacobi (Justifier)
b) Donner l'expression du système qui donne la suite de la résolution du système linéaire (S) par la méthode de Jacobi avec $X^{(0)} = (0, 0, 0)$.
c) Calculer les 2 premiers vecteurs de la méthode de Jacobi

Exercice 4 : L'algorithme d'élimination de Gauss-Jordan permet de trouver une matrice carrée M, telle que le produit MA soit égale à la matrice identité. Donner l'expression de la matrice M_k de la kième étape de l'algorithme qui permet de transformer la kième colonne de A en une colonne de l'identité.