

# Tail Recursion

---

# Tail Rekursion

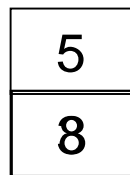
## Motivation

- Auswertung von Rekursion auf Stack am Beispiel:  

```
def fak(n: Int) : Int = if (n==0) 1 else n*fak(n-1)
```
- Auswertung von Ausdrücken in Postfixnotation auf Datenkeller DK:  

```
3 + 5 -> 3 5 + -> LIT 3; LIT 5; ADD
```
- Pro Funktionsaufruf ein Block auf Funktionsstack FS  

```
fak(2) ->
```



**DK**

Dynamic Link dl:

Parameter n:

Rücksprungadr ra:



**FS**

# Tail Rekursion

## Auswertung von fak(2)

```
def fak(n: Int) : Int = if (n==0) 1 else n*fak(n-1)
```

Initialblock auf FS

Auswertung Bedingung auf DK -> else Fall, Laden von n auf DK, fak(n-1)  
voriges nochmal

Auswertung Bedingung auf DK -> LIT 1, RET

ra3: MULT, RET

ra2: MULT, RET -> Ergebnis von fak(2) auf DK

ra3: MULT  
RET

ra2: MULT  
RET

ra1: hinter fak(2)

**PS**

1
1
2

**DK**

3
0
ra3
3
1
ra2
3
2
ra1

**FS**

# Tail Rekursion

## Aufwand und Problemstellung

---

- Aufwand:
  - Zeit: linear
  - Speicher: linear
- Problem:
  - letzter Befehl bei Funktionsaufruf: MULT
  - Multiplikationen erst ganz am Ende ausgeführt
  - Funktionsaufruf zwischendurch
  - voriger Funktionsblock noch nicht gelöscht, wenn neuer aufgelegt

# Tail Rekursion

## Idee und Lösung

---

- Idee:
  - lege erst neuen Funktionsblock auf, wenn voriger gelöscht (oder verwende gleichen)
  - immer nur ein Funktionsblock auf FS
  - Speicherbedarf konstant
- Klappt nur, wenn
  - **nur 1 Funktionsaufruf auf rechter Seite,**
  - **der ganz am Ende ausgeführt wird (bei Postfix-Auswertung)**

# Tail-Rekursion

## Definition

---

**Definition (Tail-Rekursiv = endrekursiv)** aus Wikipedia:

Eine rekursive Funktion  $f$  ist **endrekursiv** ([englisch](#) *tail recursive*; auch **endständig rekursiv**, **iterativ rekursiv**, **repetitiv rekursiv**), wenn der rekursive Funktionsaufruf die letzte Aktion zur Berechnung von  $f$  ist.

Vorteil dieser Funktionsdefinition ist, dass kein zusätzlicher Speicherplatz zur Verwaltung der Rekursion benötigt wird.

# Iteration -> Tail Rekursion

## Motivation

---

- Bei fak
  - Zeit: linear -> linear
  - Platz: linear -> konstant
- Schlimmer noch, wenn sowohl Zeit-, wie Speicherbedarf exponentiell
- Fibonacci rekursiv:

```
def fib(n: Int) : Int = if (n==0 || n==1) n
                        else fib(n-1) + fib(n-2)

fib(4)    ->    Int = 5
```
- iterative Lösung: viel besser
- Lösung: iterativ -> Tail-rekursiv

# Iteration -> Tail Rekursion

## Ausgangspunkt

---

- Fibonacci iterativ:

```
public int fibIterative(int n) {  
    int vorvor = 0, vor = 1, help;  
  
    for (int i = 1; i <= n; i++) {  
        help = vorvor + vor;  
        vorvor = vor;  
        vor = help;  
    }  
    return vorvor;  
}
```

- Zeit linear
- Platz konstant



# Iteration -> Tail Rekursion

## Umsetzung

---

- gehe von iterativem Programm aus
- lokalen Variablen -> Parameter
- Variablenzuweisungen -> in Parametern ausführen

```
def fibTR(n: Int) : Int = fibHelp(n, 0, 1)
def fibHelp(n: Int, vorvor: Int, vor: Int) : Int
    = if (n==0) vorvor
      else fibHelp(n-1, vor, vorvor+vor)
```

- kann sich `help` sparen, wegen call-by-value
- Zeit linear
- Platz konstant  
-> genauso gut, wie iterative Lösung