# אלגברה ליניארית לתלמידי הנדסה ומדעים תשפ"ד - 2022-2023 - תרגיל 1

**הנחיות:** כתבו את הפתרון בכתב יד ברור, בצירוף **שם (פרטי ומשפחה), מספר ת.ז וכותרת ברורה בראש הדף הכוללת את שם הקורס ומספר התרגיל.** סרקו את הפתרון, כאשר השאלות בסדר עולה, והגישו אלקטרונית באתר הקורס עד ל- 22/03/2023 בשעה 22:00.

1. $W = \operatorname{Span}\{f_1, f_2, g, h\}$ תמ"ו של $F(\mathbb{R},\mathbb{R})$ כאשר:

$$f_1(x) = 1 \ \ , \ \ f_2(x) = \cos(2x) \ \ , \ \ g(x) = \cos^2(x) \ \ , \ \ h(x) = \sin^2 x$$

מצאו ל-$W$ 3 בסיסים שונים, ולכל בסיס שמצאתם, כתבו את וקטורי הקואורדינטות של הפונקציות הנותרות בקבוצה $\{f_1, f_2, g, h\}$ לפי אותו הבסיס.

2. נסמן: $U = \{\, A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \,|\, \operatorname{tr}(A) = 0 \,\}$ . זהו תת-מרחב של $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ (אין צורך להוכיח זאת).

(א) הוכיחו כי $B = \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$ בסיס ל- $U$ .

(ב) הראו ש- $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \in U$ ומצאו את וקטור הקואורדינטות $[A]_B$ .

(ג) מהו $[A]_E$ , עבור הבסיס $E = \left( \vec{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \vec{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \vec{e}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$ של $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

3. נתונים הבסיס $C = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$ של $\mathbb{R}^2$ והמטריצה:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

בנוסף, נתון כי

$$M = P_B^C$$

עבור בסיס $B$ כלשהו של $\mathbb{R}^2$.

(א) מצאו את בסיס $B$.

(ב) מצאו את $P_C^B$.

(ג) בהינתן $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ המקיים $[\vec{v}]_C = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$, מצאו את $[\vec{v}]_B$ ו- $[\vec{v}]_E$.

4. נתונים הבסיסים הבאים של $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$: $B = (x^2, 1 + x^2, x - 1)$ ו- $C = (x, x^2, 1 - x)$.

(א) מצאו את $P_B^C$ ואת $P_C^B$.

(ב) מצאו את $[1 + x]_C$