

## 80177 + 80155 - סמסטר ב' תשפ"ג - 2022-2023 - תרגול פעיל 6

1. תהי  $D \subseteq \mathbb{R}$  ותהי  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה נתונה. הגדירו את המושגים הבאים :

(א)  $f$  מוגדרת בסביבה מנוקבת של הנקודה  $x_0 \in \mathbb{R}$ .

(ב) ל- $f$  יש גבול בנקודה  $x_0 \in \mathbb{R}$

2. תהי  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  הפונקציה המוגדרת על ידי

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & 0 \leq x \\ 1-2x^2 & x < 0 \end{cases}$$

הוכיחו לפי ההגדרה כי  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ .

3. תהי  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  הפונקציה המוגדרת על ידי  $g(x) = \begin{cases} x+2 & 0 \leq x \\ 1-2x & x < 0 \end{cases}$ .

הוכיחו לפי ההגדרה (עם  $\varepsilon$  ו- $\delta$ ) כי  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  לא קיים.

4. תהי  $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$  פונקציה אי-שלילית. נתון כי  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ . נגדיר :  $A = \left\{ f\left(\frac{1}{n}\right) \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ .

בהינתן  $\varepsilon > 0$ , הוכיחו כי  $A \cap [\varepsilon, \infty)$  היא קבוצה סופית.

**שאלה נוספת (אם נשאר זמן)**

תהי  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  הפונקציה המוגדרת על ידי  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 50}{x - 5} & x \in \mathbb{R} \setminus \{4, 5\} \\ 100 & x \in \{4, 5\} \end{cases}$ .

האם יש ל- $f$  גבול בנקודה 5? אם כן, נחשו את ערכו של  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$  והוכיחו את ניחושכם מההגדרה. אם לא, נמקו!