

הנחיות לתרגילי בית

- דף התרגיל יפורסם באתר הקורס בימי א'. מועד ההגשה כתוב בדף התרגיל מתחת לכותרת.

• הגשת הפתרון:

- כתבו בכתב ברור על דפים לבנים בגודל A4. פתרון בלתי קריא לא יזכה בניקוד! ניתן ואף מומלץ להקליד את הפתרון.
- יש להגיש כל שאלה בעמוד נפרד (תת-סעיפים של אותה שאלה יכולים להופיע באותו עמוד).
- כתבו בכותרת התרגיל באותיות גדולות את שם הקורס, מספר התרגיל, שם המגיש\ה או המגישים\ות, ומספרי הזהות של כל המעורבים.
- סרקו את הפתרון כשהשאלות בסדר עולה לקובץ PDF. זהו הפורמט היחיד המאפשר את בדיקת התרגיל.
- להגשה ביחיד : ניגשים לתיבת ההגשה באתר הקורס ומגישים.
- להגשה בזוג : אחד מבני\ות הזוג ניגשים לתיבת ההגשה באתר הקורס, ולפני ההגשה בוחר\ת את נן\ת הזוג מרשימת התלמידים. **יש להקפיד לבחור נכון!** השותף\ה לא צריך\ה להגיש.

• בדיקת התרגילים

- לא יינתן משוב על תרגילי הבית.
- תהיה בדיקה מדגמית כדי לוודא שנעשתה עבודה רצינית. במידה שתתגלה הגשה לא רצינית, יורדו נקודות.
- הציון יעלה לאתר כשבוע לאחר מועד ההגשה.
- **איחורים בהגשות :** המדיניות בקורס גורפת ונוקשה - **אין דחיות ולא יתקבלו איחורים בכלל, מאף סיבה שהיא.**
- עבודה שלא הוגשה תקבל ציון 0.

- **תקלות :** אם תרגיל שהגשתם לא נרשם על שמכם, פנו בדו"א לרכז הקורס מתן בן-אשר (לא למרצה או למתרגל).

בהצלחה!

הנחיות: כתבו את הפתרון בכתב יד ברור, בצירוף שם (פרטי ומשפחה) ומספר ת.ז. יש לציין כותרת ברורה בראש הדף הכוללת את שם הקורס ומספר התרגיל. סרקו את הפתרון, כאשר השאלות בסדר עולה, והגישו אלקטרונית באתר הקורס עד ל- 21.3.23 בשעה 22:00.

1. קבעו אלו מבין האמירות הבאות הן פסוקים. כשמדובר בפסוק, קבעו (בלי צורך להוכיח) אם זהו פסוק אמת או שקר.

$$\begin{array}{lll} \exists x \in \mathbb{N} \quad 5x = 15 & (א) & \exists x \in \mathbb{Q} \quad x^3 < 0 \\ \forall x \in \mathbb{Z} \quad x^2 + 1 > 0 & (ב) & \\ (5-1)(5+1) = 20 & (ו) & (x+4)^2 = x^2 + 8x + 16 \quad (ה) \\ \forall x \quad x-3 < x & (ד) & \end{array}$$

2. בכל אחד מהסעיפים הבאים, כתבו את הפסוק באמצעות קשרים וכמתים (\forall, \exists) לוגיים.

(א) לכל n שלם מתקיים $n^2 > n$.

(ב) לכל n טבעי קיים x רציונלי כך ש- $x > 0$ וגם $x < \frac{1}{n}$.

(ג) לכל n טבעי קיימים a, b טבעיים כך ש- $(1 < a < n)$ וגם $(1 < b < n)$ וגם $(n = a \cdot b)$. (סימון ה- \wedge פירושו 'וגם')

3. נתונה חפיסת קלפים המכילה 4 קלפים. בכל קלף בצידו האחד ישנה ספרה ובצידו השני ישנה אות - עברית או אנגלית. ארבעת הקלפים מסודרים על שולחן כך שמתקבלת התמונה הבאה:

$$\begin{array}{cccc} [6] & [ב] & [7] & [k] \end{array}$$

משה טוען כי אם על קלף מופיעה אות עברית אז בצידו השני יש ספרה זוגית. משה רוצה לוודא את נכונות טענתו על ידי היפוך של מספר מינימלי של קלפים. אילו מהקלפים על השולחן משה חייב להפוך כדי לוודא את נכונות טענתו? יש לנמק את התשובה.

4. הוכיחו או הפריכו: $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{5m}{7n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$.

5. תהי $B = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$. נתונים שני הפסוקים הבאים:

(i) $\forall x \in B \quad \exists y \in B \quad y - x < 1$ (ii) $\exists y \in B \quad \forall x \in B \quad y - x < 1$ קבעו מי מהפסוקים (i) ו- (ii) פסוק אמת ומי פסוק שקר, ונמקו מדוע.

6. נגדיר על המספרים השלמים \mathbb{Z} את הפעולה * על ידי: $\forall m, n \in \mathbb{Z} \quad m * n = mn - m - n + 2$.

(א) הוכיחו או הפריכו: * מקיימת את אקסיומת האסוציאטיביות (חוק הקיבוץ).

(ב) הוכיחו או הפריכו: * מקיימת את אקסיומת הקומוטטיביות (חוק החילוף).

(ג) הוכיחו או הפריכו: קיים ב- \mathbb{Z} איבר אדיש לפעולה *.

7. (א) הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים: $\sum_{k=1}^n k \stackrel{\text{def}}{=} 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (i)

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{j=1}^n j^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 = \left(\sum_{j=1}^n j \right)^2 \stackrel{\text{def}}{=} (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$ (ii)

(ב) יהי $x \in \mathbb{Q} \quad x \neq 1$. הוכיחו שלכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים

$$\sum_{i=0}^{n-1} x^i \stackrel{\text{def}}{=} 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} = \frac{1 - x^n}{1 - x}$$

(עבור $i = 0$ מופיע באגף שמאל הסימון x^0 , ובנוסחה הזו המוסכמה היא ש- $x^0 = 1$, גם עבור $x = 0$)