

שאלה 1

חשבו את הגבולות הבאים, או הפריכו את קיומם:

א. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12 + \sqrt{x-3}}{\sqrt{x^3 - 27}}$

ב. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{1}{x} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x}}$

שאלה 2

יהי $p(x) = a_n x^n + \dots + a_0$ פולינום ממשי, ויהי $r \in \mathbb{R}$.

הראו כי קיים $N > 0$, כך שלכל $m > N$, לפונקציה $g(x) = \frac{(x-r)^m}{p(x)}$ יש גבול ב r .

שאלה 3

יהיו $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציות נתונות, ויהי $L \in \mathbb{R}$. הוכיחו או הפריכו:

א. אם $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)^2) = L$, אזי קיים הגבול $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$.

ב. אם $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = L$, אזי לפחות אחד הגבולות $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ ו- $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ קיים.

שאלה 4

$$f(x) = \begin{cases} m & x = \frac{1}{n} \in \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \\ 0 & x \notin \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \end{cases}$$

תהי $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ הפונקציה המוגדרת על ידי

א. שרטטו סקיצה של הגרף של f .

ב. יהי $x_0 \in \mathbb{R}$, $x_0 \neq 0$. הוכיחו כי קיים ל- f גבול בנקודה x_0 וחשבו את ערכו.

ג. הוכיחו כי ל- f אין גבול בנקודה $x_0 = 0$.