

חשמל ומגנטיות - תרגיל בית 4

שאלה 1

נתונים שני משטחים דו-מימדיים מקבילים זה לזה, אחד מונח על מישור $z = -d/2$ וטעון בצפיפות משטחית σ והשני מונח על מישור $z = d/2$ בצפיפות משטחית $-\sigma$. המשטחים הם בעלי שטח סופי A , אך קרובים מאוד זה לזה (ביחס למימדי האורך של הלוחות). ראשית הצירים נמצאת במרכז שבין שני הלוחות.

א. חשבו את הפוטנציאל החשמלי בין הלוחות, תחת ההנחה שהפוטנציאל באינסוף הוא אפס. הדרכה:

- חשבו את השדה החשמלי בין הלוחות ובעזרתו את הפוטנציאל החשמלי בין הלוחות. הקפידו לרשום את קבוע האינטגרציה החופשי.

- זכרו שהלוחות הינם סופיים. מה כיוון השדה החשמלי בנקודות שעל ציר x , כולל בתחום שמחוץ ללוחות? בהתאם לתשובתכם, כמה אנרגיה יש להשקיע על מנת להביא מטען q מאינסוף, לאורך ציר x עד לראשית הצירים? לפיכך, מה צריך להיות ערך הפוטנציאל החשמלי בראשית? קבעו כעת את ערכו של הקבוע החופשי בפוטנציאל.

ב. חשבו את האנרגיה האגורה במערכת בעזרת הנוסחה הכוללת את צפיפות המטען והפוטנציאל החשמלי (בגרסה המתאימה להתפלגויות מטען דו-מימדיות).

ג. בעזרת התוצאה של סעיף ב', חשבו את העבודה הנדרשת להגדלת המרחק בין הלוחות ב- Δz . וודאו שקיבלתם תוצאה זהה לתוצאה שקיבלנו בתרגול.

שאלה 2

בשאלה זו נחשב במספר דרכים שונות את האנרגיה הדרושה להרכבת כדור מלא ברדיוס R הטעון אחיד במטען כולל Q . וודאו שאתם מקבלים את אותה התוצאה בכל הדרכים.

א. השתמשו בנוסחה של האנרגיה כאינטגרל על השדה בריבוע.

ב. חשבו את הפוטנציאל החשמלי במרחב כולו והשתמשו בנוסחה של האנרגיה הכוללת את הפוטנציאל החשמלי וצפיפות המטען.

ג. חשבו את האנרגיה ע"י חישוב מפורש של העבודה הדרושה לבניית הכדור ע"י הבאת מטענים אינפיניטסימליים בגודל dq ופיזור מתאים שלהם בבניית הכדור קליפה אחר קליפה.

שאלה 3

נתונה קליפה כדורית דקה בעלת רדיוס R , טעונה באופן אחיד במטען Q . בתרגול 3 ובתרגיל 3 חישבנו את העבודה הנחוצה להרכבת הקליפה במספר דרכים שונות. חשבו כעת את עבודה זו בדרך נוספת, באמצעות שימוש בנוסחה של האנרגיה הכוללת את הפוטנציאל החשמלי וצפיפות המטען (בגרסה המתאימה להתפלגויות מטען דו-מימדיות).

שאלה 4

נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית $\rho(r) = \rho_0 \frac{R}{r}$, ועל שפתו יש בנוסף צפיפות מטען משטחית σ_0 .

- חשבו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב בעזרת משוואת לפלס/פואסון.
- חשבו את השדה החשמלי במרחב בעזרת גרדיאנט על הפוטנציאל.
- חשבו את האנרגיה החשמלית האגורה במערכת.
- הראו במפורש שכאשר אתם מפעילים את אופרטור הדיברגנץ על השדה אתם מקבלים את צפיפות המטען בחזרה. שימו לב לנקודה $r = R$.

שאלה 5

- שני תילים ארוכים (אינסופיים) ומקבילים נמצאים במרחק d זה מזה, בנקודות $x = \pm \frac{d}{2}$, במקביל לציר z . אחד טעון בצפיפות מטען אורכית λ והשני טעון בצפיפות מטען אורכית $-\lambda$. חשבו את השדה החשמלי בכל המרחב. (הדרכה: עבדו בקואורדינטות גליליות או קרטזיות, לפי נוחיותכם)
- חשבו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב. הדרכה: חשבו לכל תייל בנפרד תחילה.
- חשבו את הפוטנציאל בסדר מוביל רחוק מאוד מזוג התיילים. מתוך הקירוב המתקבל חשבו את הקירוב המוביל לשדה החשמלי רחוק מאוד מהתיילים.
- הדרכה: הביעו את הפוטנציאל בקואורדינטות גליליות.

שאלה 6

מעטפת כדורית בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מונחת כך שמרכזת בראשית הצירים (ראו איור). המעטפת טעונה בצפיפות מטען נפחית:

$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 \frac{(r-a)(b-r)}{r^2}$$

חשבו את הפוטנציאל החשמלי במרחב.

