# תרגיל 5 - אלגברה ליניארית 2 להנדסה ומדעים תשפ"ג 2022-2023

**הנחיות:** כתבו את הפתרון בכתב יד ברור, בצירוף **שם (פרטי ומשפחה), מספר ת.ז וכותרת ברורה בראש הדף הכוללת את שם הקורס ומספר התרגיל.** סרקו את הפתרון, כאשר השאלות בסדר עולה, והגישו אלקטרונית באתר הקורס עד ל- 10/5/2023 בשעה 22:00.

1. יהיו $\mathcal{B}, \mathcal{D}$ בסיסים של $\mathbb{R}^2$, ותהי $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ העתקה לינארית כך ש-

$$[T]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{D}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

בנוסף נתון כי

$$[T]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

כאשר $\mathcal{C} = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$ בסיס של $\mathbb{R}^2$. מצאו את הבסיס $\mathcal{D}$.

2. יהיו $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ בסיסים של $\mathbb{R}^2$, ותהי $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ העתקה לינארית עבורה מתקיים

$$[T]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad [T \circ T]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

א. מצאו את $[T]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{C}}$.
ב. מצאו את $[T]^{\mathcal{C}}_{\mathcal{C}}$.

3. האם המטריצות $K, L \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ דומות?

א. $L = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

ב. $L = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

ג. $L = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

ד. $L = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

4. תהי $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ המקיימת $A^2 = I_n$. הוכיחו או הפריכו:

א. אם $B \sim A$ אז $B^2 = I_n$.
ב. אם $B^2 = I_n$ אז $B \sim A$.

5. תהי $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ ט"ל המוגדרת ע"י $T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$. האם קיים בסיס $\mathcal{B}$ של $\mathbb{R}^2$ כך ש–

$$[T]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

6. האם המטריצות $L = \begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0 \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} 0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0 \end{pmatrix} \in M_{8\times 8}(\mathbb{R})$ דומות?