عدد دی ادوار

تخلیق و تجزیہ

خالد خان یوسفزئی

khalidyousafzai@hotmail.com

۲۹/ مارچ ۲۰۲۳

عنوان

باب ۲

بنیادی حساب

شنائی نظام میں حساب بالکل اسی طرح کیا جاتا ہے جس طرح اعشاری نظام میں۔ چند مثالوں کے مطالعہ سے وضاحت ہو گی۔

شنائی نظام میں دو اعداد کا مجموعہ اعشاری نظام میں دو اعداد کے مجموعہ سے سمجھا جا سکتا ہے۔ اعشاری نظام کی مندرجہ ذیل مثال پر غور کریں جس میں 37.5 اور 29.6 جمع کیے گئے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 11 \\ 37.5 \\ +29.6 \\ \hline 67.1 \end{array}$$

آپ نے دیکھا کہ حاصل (1) کو (بائیں) زیادہ وزنی مقام پر منتقل کیا گیا۔ یہی شنائی جمع میں کیا جائے گا۔ شنائی نظام میں صرف دو ہندسے، 0 اور 1 ،پائے جاتے ہیں جن کی چار ممکنہ جمع درج ذیل ہیں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ +1 \\ \hline 11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ +0 \\ \hline 01 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ +1 \\ \hline 01 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ +0 \\ \hline 00 \end{array}$$

پہلی تین جمع میں حاصل 0 جبکہ آخری میں حاصل 1 ہے۔

آئیں، زیادہ شنائی ہندسوں کے اعداد کی جمع کی مثالیں دیکھیں؛ ان کی اعشاری نظام میں جمع بھی دی گئی ہیں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ 13 \\ +09 \\ \hline 22_{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11 \\ 1101 \\ +1001 \\ \hline 10110_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \\ 3 \\ +2 \\ \hline 5_{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ +10 \\ \hline 101_2 \end{array}$$

دائیں ہاتھ شنائی 11 اور 10 جمع کر کے 101_2 حاصل کیا گیا جو اعشاری نظام میں $5 = 2 + 3$ ہو گا، جبکہ بائیں ہاتھ شنائی 1101 اور 1001 جمع کر کے 10110_2 حاصل کیا گیا جو اعشاری نظام میں $22 = 9 + 13$ کے مترادف ہے۔

آخر میں، کسری اعداد کی جمع کی ایک مثال دیکھتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5.75 \\ +3.50 \\ \hline 9.25_{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 111 \\ 101.11 \\ +\ 11.10 \\ \hline 1001.01_2 \end{array}$$

۲.۱ شنائی نظام میں اعداد منفی کرنا

دوبِٹ (شنائی عدد) منفی کرنے کے درج ذیل چار ممکنات پائے جاتے ہیں۔

$$\begin{aligned} 0 - 0 &= 0 \\ 1 - 0 &= 1 \\ 1 - 1 &= 0 \\ 0 - 1 &= 1 \quad \text{(ادھار ایک)} \end{aligned}$$

ی آخری مساوات میں صفر سے ایک اس صورت منفی کیا دکھایا گیا ہے جب ادھار 1 لینا ممکن ہو۔ ایک اور مثال دیکھتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 6.25 \\ -5.50 \\ \hline 0.75_{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 110.01 \\ -101.1 \\ \hline 0.11_2 \end{array}$$

شنائی منفی کی چند مثالیں حل کر کے اعشاری منفی سے ان کی تصدیق کریں۔ ایسا کرنے سے زیادہ وضاحت ہو گی۔

۲.۲ اساسی تکملہ یا تکملہ r

کسی بھی اساسی نظام میں، ہندسہ کو اساس، (r)، سے منفی کرنے سے ہندسے کا اساسی تکملہ (یا تکملہ r) حاصل ہو گا۔ یوں، ہندسہ اور ہندسے کے اساسی تکملہ کا مجموعہ اساس کے برابر ہو گا۔ مثلاً، اعشاری نظام میں

3 کا اساسی تکملہ $7 = 3 - 10$، جبکہ 7 کا اساسی تکملہ 3 اور ان دونوں کا مجموعہ $10 = 7 + 3$ اعشاری نظام کے اساس کے برابر ہے۔ اسی طرح 5 کا اساسی تکملہ 5، اور 9 کا اساسی تکملہ 1 ہوگا۔

درج بالا مثالوں سے واضح ہے کہ کسی بھی ہندسہ (مثلاً 3) کے اساسی تکملہ (یعنی 7) کا اساسی تکملہ وہی ہندسہ (یعنی 3) ہوگا۔

اساسی تکملہ کے تصور کو ایک سے زائد ہندسوں پر مبنی عدد تک وسعت دیتے ہیں۔ اساس r کے اعدادی نظام میں عدد N، جو n ہندسوں پر مبنی ہو، کے اساسی تکملہ (یا تکملہ r) سے مراد عدد $r^n - N$ ہوگا۔

اساس دس کے اساسی تکملہ کو عام طور تکملہ 10 کہتے ہیں۔ اسی طرح اساس دو کے تکملہ کو تکملہ 2 کہتے ہیں۔

اعشاری نظام میں عدد 10^n کے سب سے وزنی ہندسے کی قیمت 1 ہو گی، اور اس کی دائیں جانب 0 قیمت کے n ہندسے ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
10^2 &= 100_{10} \\
10^5 &= 100000_{10} \qquad (۲.۱) \\
10^7 &= 10000000_{10}
\end{aligned}
$$

اعشاری نظام کی اساس $10 = r$ ہے۔ اس نظام میں عدد N، جس میں n ہندسے ہوں، کے اساسی تکملہ (یعنی تکملہ 10) سے مراد عدد $10^n - N$ ہوگا۔ یوں $N = 5391$ جس میں چار ہندسے $(n = 4)$ ہیں، کا تکملہ 10 درج ذیل ہوگا۔

$$(10^4 - 5391)_{10} = (10000 - 5391)_{10} = 4609_{10} \qquad (۲.۲)$$

اسی طرح عدد 320753 جس میں 6 ہندسے ہیں کا اساسی تکملہ:

$$(10^6 - 320753)_{10} = (1000000 - 320753)_{10} = 679247_{10} \qquad (۲.۳)$$

اور 679247 کا تکملہ 2 درج ذیل ہوگا۔

$$(10^6 - 679247)_{10} = (1000000 - 679247)_{10} = 320753_{10} \qquad (۲.۴)$$

ہر عدد N کے اساسی تکملہ کا اساسی تکملہ وہی عدد N ہوگا۔ اس کا ثبوت کچھ یوں ہے: عددی N کا اساسی تکملہ $r^n - N$ اور عدد $r^n - N$ کا اساسی تکملہ $(r^n - N) - r^n$ یعنی N ہوگا۔

شنائی نظام کی اساس 2 ہے لہٰذا n ہندسوں پر مبنی شنائی عدد N کا تکملہ 2 (یعنی اساسی تکملہ) $2^n - N$ ہو گا۔

شنائی نظام میں عدد 10^n کے سب سے وزنی ہندسے کی قیمت 1 ہو گی، اور اس کی دائیں جانب 0 قیمت کے n ہندسے ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
2^2 &= 100_2 \\
2^5 &= 100000_2 \qquad (۲.۵) \\
2^7 &= 10000000_2
\end{aligned}
$$

یوں 1011_2 اور 10001_2 کے تکملہ 2 بالترتیب درج ذیل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
(2^4 - 1011)_2 &= (10000 - 1011)_2 = 0101_2 \\
(2^5 - 10001)_2 &= (100000 - 10001)_2 = 01111_2
\end{aligned} \tag{۲.۶}
$$

۲.۳ اساس منفی ایک تکملہ یا تکملہ $(r-1)$

اساس r کے نظام میں، عدد N کے اساس منفی ایک $(r-1)$ تکملہ سے مراد $r^n - 1 - N$ ہے۔ اعشاری نظام میں اساس منفی ایک تکملہ کو عموماً تکملہ 9 اور شنائی نظام میں اسے تکملہ 1 کہتے ہیں۔

اعشاری نظام میں 376 اور 7852 کے تکملہ 9، بالترتیب مندرجہ ذیل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
10^3 - 1 - 376 &= 1000 - 1 - 376 \\
&= 999 - 376 \\
&= 623_{10} \\
10^4 - 1 - 7852 &= 10000 - 1 - 7852 \\
&= 9999 - 7852 \\
&= 2147_{10}
\end{aligned} \tag{۲.۷}
$$

اعشاری نظام میں عدد $10^n - 1$، n ہندسوں پر مشتمل ہوگا، جہاں ہر ہندسے کی قیمت 9 ہوگی۔

$$
\begin{aligned}
10^3 - 1 &= 1000 - 1 = 999_{10} \\
10^6 - 1 &= 1000000 - 1 = 999999_{10} \\
10^8 - 1 &= 100000000 - 1 = 99999999_{10}
\end{aligned} \tag{۲.۸}
$$

شنائی نظام میں عدد $2^n - 1$، n ہندسوں پر مشتمل ہوگا، جہاں ہر ہندسے کی قیمت 1 ہوگی۔

$$
\begin{aligned}
2^3 - 1 &= 1000 - 1 = 111_2 \\
2^5 - 1 &= 100000 - 1 = 11111_2 \\
2^8 - 1 &= 100000000 - 1 = 11111111_2
\end{aligned} \tag{۲.۹}
$$

شنائی نظام میں 1001_2 اور 101110_2 کے تکملہ 1، بالترتیب، درج ذیل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
2^4 - 1 - 1001 &= 1111 - 1001 = 0110_2 \\
2^6 - 1 - 101110 &= 111111 - 101110 = 010001_2
\end{aligned} \tag{۲.۱۰}
$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ شنائی عدد 0 (صفر) کا تکملہ 1، شنائی عدد 1 (ایک) ہوگا، اور اسی طرح 1 کا تکملہ 1، شنائی عدد 0 ہوگا۔ ہم کہتے ہیں 0 کا متمم 1 اور 1 کا متمم 0 ہے۔

شنائی عدد N کا اساس منفی ایک تکملہ، $\overline{N}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے لہٰذا درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}\overline{1}_2 &= 0_2\\ \overline{0}_2 &= 1_2\\ \overline{1001}_2 &= 0110_2\\ \overline{101110}_2 &= 010001_2\end{aligned} \tag{۲.۱۱}$$

ان دو مثالوں سے ایک اہم حقیقت واضح ہوتا ہے: شنائی عدد میں ہر ہندسے کا متمم لینے سے (یعنی ہر 0 کو 1، اور ہر 1 کو 0 کرنے سے) اس کا تکملہ 1 یا متمم حاصل ہو گا۔

شنائی عدد کے ہر بٹ کا متمم لینے سے عدد کا تکملہ 1 (یعنی متمم) حاصل ہو گا۔

اساس r نظام میں تکملہ r سے مراد $r^n - N$ اور تکملہ $(r-1)$ سے مراد $r^2 - 1 - N$ ہے، لہٰذا تکملہ $(r-1)$ کے ساتھ 1 جمع کر کے تکملہ r حاصل کیا جا سکتا ہے، یعنی عدد کے متمم کے ساتھ 1 جمع کر کے تکملہ 2 حاصل ہو گا۔ اس طرح اساسی تکملہ کا حصول عموماً زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔ مساوات ۲.۶ میں دیے گئے اعداد کے تکملہ 2 ہم اس طریقہ سے حاصل کرتے ہیں۔

چونکہ $0100 = \overline{1011}$ ہے لہٰذا 1011 کا اساسی تکملہ $0101 = 1 + 0100$ ہو گا۔ اسی طرح 10001 کے متمم 01110 کے ساتھ 1 جمع کرنے سے اس کا اساسی تکملہ $01111 = 1 + 01110$ حاصل ہو گا۔

۲.۴ دواعداد کی منفی بذریعہ اساسی تکملہ

قلم و کاغذ کے ساتھ، M سے N منفی کرنا چھوٹی جماعتوں میں سکھایا جاتا ہے۔ برقیات میں تکملہ کی مدد سے دواعداد منفی کیے جاتے ہیں، جہاں دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر ہونا لازم ہے۔ اساسی تکملہ کی مدد سے $M - N$ مندرجہ ذیل طریقہ کار سے حاصل کیا جاتا ہے۔

- دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر کرنے کی خاطر، کم ہندسوں والے عدد کی بائیں جانب (درکار تعداد کی) اضافی صفریں چسپاں کریں۔ فرض کریں اب ہر عدد میں n ہندسے پائے جاتے ہیں۔
- M کے ساتھ N کا اساسی تکملہ جمع کر کے **مجموعہ** $M + r^n - N$ حاصل کریں۔
- M کی قیمت N کی قیمت سے زیادہ ہونے کی صورت میں، آخری (بائیں) ہندسے جمع کرنے سے حاصل 1 پیدا ہو گا، جس کی بنا پر مجموعہ $n + 1$ ہندسوں پر مشتمل ہو گا اور اس کا بایاں ہندسہ 1 ہو گا۔ اس بائیں ہندسے کو (یعنی حاصل 1 کو) نظر انداز کریں؛ باقی n ہندسوں پر مبنی عدد اصل جواب ہو گا۔
- M کی قیمت N کی قیمت سے کم ہونے کی صورت میں، آخری (بائیں) ہندسے جمع کرنے سے حاصل 1 پیدا **نہیں** ہو گا؛ مجموعہ منفی عدد کو ظاہر کرے گا، اور n ہندسوں پر مبنی ہو گا۔ مجموعے کا اساسی تکملہ لے کر اس کی بائیں جانب منفی علامت منسلک کر کے جواب حاصل ہو گا۔

ان دونوں صورتوں کی وضاحت مثالوں سے ہو گی۔

مثال ۲.۱: تکملہ 10 کی مدد سے اعشاری اعداد کا حاصل منفی $7852 - 974$ دریافت کریں۔

جواب: یہاں بڑا عدد 7852 چار ہندسوں پر مبنی ہے، لہٰذا چھوٹا عدد 0974 لکھیں اور $n = 4$ لیں۔ یوں 0974 کا اساسی تکملہ $10000 - 0974 = 9026$ ہو گا، جس کو 7852 کے ساتھ جمع کرنے سے 5 ہندسوں کا مجموعہ $7852 + 9026 = 16878$ حاصل ہو گا۔ چونکہ یہ عدد 5 ہندسوں پر مبنی ہے، لہٰذا بائیں ہندسے کو نظر انداز کرتے ہوئے 6878 کو جواب تسلیم کرتے ہیں۔ (ہم درحقیقت آخری ہندسوں کی جمع سے پیدا حاصل 1 کو رد کرتے ہیں۔ چونکہ یہ مجموعہ میں بائیں ترین مقام پر اترتا ہے لہٰذا مجموعہ کا بایاں ہندسہ رد کر کے جواب حاصل ہو گا۔)

$$\begin{array}{r} 10000 \\ -0974 \\ \hline 9026 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 7852 \\ +9026 \\ \hline 16878 \end{array}$$

حاصل 1 کو نظر انداز کر کے
6878 کو جواب تسلیم کرتے ہیں

□

مثال ۲.۲: تکملہ 10 کی مدد سے $7852 - 974$ حاصل کریں۔

جواب: عدد 7852 کے اساسی تکملہ $2148 = 10000 - 7852$ کا 0974 کے ساتھ مجموعہ لیتے ہوئے: $0974 + 2148 = 3122$ آخری حاصل 1 نہیں پیدا ہوتا، لہٰذا یہ مجموعہ 4 ہندسوں پر مشتمل ہے؛ اس کے اساسی تکملہ $10000 - 3122 = 6878$ کے ساتھ منفی علامت چسپاں کرتے ہوئے -6878 کو جواب تسلیم کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 10000 \\ -7852 \\ \hline 2148 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0974 \\ +2148 \\ \hline 3122 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10000 \\ -3122 \\ \hline 6878 \end{array}$$

جواب
-6878

□

ثنائی اعداد بھی بالکل اسی طرح منفی کیے جاتے ہیں۔ ان کی بھی دو مثالیں پیش کرتے ہیں۔

مثال ۲.۳: اساسی تکملہ کی مدد سے مندرجہ ذیل حاصل کریں۔

(ا) $11001_2 - 1011_2$ اور (ب) $1011_2 - 11001_2$

جواب: (ا) چونکہ $\overline{11001} = 00110$ ہے، لہٰذا تکملہ دو $00110 + 1 = 00111$ ہو گا۔ اس کو دوسرے عدد 01011_2 (جس کی بائیں جانب اضافی 0 چسپاں کر کے ہندسوں کی تعداد پوری کی گئی) کے ساتھ جمع کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 01011 \\ +00111 \\ \hline 10010 \end{array}$$

بائیں آخری ہندسوں کو جمع کرتے ہوئے حاصل 1 پیدا نہیں ہوا، لہٰذا اس کا تکملہ 2 لینا ہوگا۔ چونکہ $\overline{10010} = 01101$ ہے لہٰذا اساسی تکملہ $01110 = 01101 + 1$ ہوگا، جس کی بائیں جانب منفی علامت چسپاں کر کے نتیجہ -01110_2 حاصل کرتے ہیں۔

جواب: (ب) یہاں ایک عدد پانچ ہندسوں پر مشتمل ہے، لہٰذا دوسرے عدد میں بھی پانچ ہندسے پورے کیے جائیں گے۔ یوں 1011 کو 01011 لکھ کر، اس کے متمم $10100 = \overline{01011}$ سے عدد کا اساسی تکملہ $10100 + 1 = 10101$ حاصل کر کے، دوسرے عدد کے ساتھ جمع کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11001 \\ +10101 \\ \hline 101110 \end{array}$$

آخری ہندسے جمع کرتے ہوئے حاصل 1 پیدا ہوا جس کو نظر انداز کر کے باقی مجموعہ 01110_2 کو نتیجہ تسلیم کرتے ہیں۔ □

۲.۵ دواعداد کی منفی بذریعہ اساس منفی ایک تکملہ

اساس-منفی-ایک کے تکملہ کی مدد سے بھی دواعداد منفی کئے جا سکتے ہیں۔ مندرجہ ذیل اقدام پر چلنے سے یوں حاصل کیا جا سکتا ہے۔

• دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر ہونی چاہیے لہٰذا کم ہندسوں پر مبنی عدد کے بائیں جانب صفر یں لگا کر اس میں ہندسوں کی تعداد دوسرے عدد جتنا کریں۔ فرض کریں کہ یوں دونوں اعداد میں ہندسے ہو جاتے ہیں۔ • کے ساتھ کا اساس-منفی-ایک کا تکملہ جمع کریں یعنی حاصل کریں۔ • اگر کی قیمت کی قیمت سے زیادہ ہو تب جواب میں بائیں جانب 1 حاصل ہوگا اور یوں جواب ہندسوں پر مبنی ہوگا۔ اس صورت میں بائیں جانب حاصل 1 کو نظر انداز کرنے کی بجائے اس کو باقی عدد سے علیحدہ کر کے اس کا وزن اکائی تصور کریں اور پھر اسے بقایا ہندسوں پر مبنی عدد کے ساتھ جمع کر کے جواب حاصل کریں۔ اس کو واپسیں آخری حاصل ایک کہتے ہیں۔ • اگر کی قیمت کی قیمت سے کم ہو تب کا جواب ہندسوں پر مبنی ہوگا اور یہ ایک منفی عدد کو ظاہر کرے گا۔ اس صورت میں حاصل جواب کا اساس-منفی-ایک کا تکملہ لے کر اس کے ساتھ منفی کا نشان لگائیں۔ یہ اصل جواب ہوگا۔ یہ دونوں صورتیں مثالوں سے واضح ہوں گی۔ مثال 4.2: تکملہ-9 استعمال کرتے ہوئے حاصل کریں۔

جواب: شکل 5.2 سے رجوع کریں۔ کا تکملہ-9 ہے۔ اس کا تکملہ-9 کو کے ساتھ جمع کر کے حاصل ہوتا ہے۔ یہ عدد چار ہندسوں پر مبنی ہے لہٰذا اس کا تکملہ-9 لیتے ہیں۔ اس تکملہ کے ساتھ منفی کا نشان جوڑ کر جواب ملتا ہے یعنی جواب ہے۔

مثال 5.2: تکملہ-9 استعمال کرتے ہوئے حاصل کریں۔

جواب: شکل 6.2 سے رجوع کریں۔ کا تکملہ-9 ہے۔ تکملہ-9 کو کے ساتھ جمع کر کے حاصل ہوتا ہے۔ یہ عدد پانچ ہندسوں پر مبنی ہے لہٰذا بائیں جانب ایک کو عدد سے علیحدہ کر کے اسے اکائی تصور کرتے ہوئے بقایا عدد کے ساتھ جمع کر کے جواب حاصل کرتے ہیں

اب ہم شنائی اعداد کی مثال لیتے ہیں۔

مثال 6.2: مندرجہ ذیل سوال کو تکملہ-1 کی مدد سے حل کریں (ا) (ب)

حل (ا):

لہٰذا

آخری حاصل ایک کو باقی عدد سے علیحدہ کرکے اسے اکائی کی جگہ جمع کرتے ہوئے

جواب حاصل ہوتا ہے

حل (ب):

لہٰذا

چونکہ بائیں جانب آخری حاصل صفر ہے لہٰذا جواب حاصل کرنے کے لئے اس کا تکملہ-1 لیکر اس کے ساتھ نفی کا نشان لگاتے ہیں۔ چونکہ

لہٰذا جواب ہے

7.2 مثبت اور منفی اعداد عام زندگی میں مثبت اعداد لکھتے ہوئے ان کے ساتھ بائیں جانب جمع کی علامت لگائی جاتی ہے یا پھر انہیں بغیر کسی علامت کے لکھا جاتا ہے البتہ منفی اعداد لکھتے ہوئے ان کے ساتھ نفی کی علامت ضرور لکھی جاتی ہے۔ یوں مندرجہ ذیل اعداد لکھنے کے درست طریقے ہیں۔

(12.2)

کسی بھی عدد کے مثبت یا منفی ہونے کو اس عدد کا سائن 9 کہتے ہیں۔ یوں وہ اعداد جو مثبت یا منفی سائن رکھتے ہوں کو بمع-سائن-اعداد 10 کہتے ہیں اور جن اعداد کا کوئی سائن نہ ہو ان کو بغیر-سائن-اعداد 11 کہتے ہیں۔ اعداد کو ان کے سائن اور مقدار سے ظاہر کرنے کے طریقہ کو بمع-سائن-مقدار کا نظام 12 کہتے ہیں۔ کمپیوٹر میں حسابی عمل شنائی اعداد 13 پر مبنی ہے جس میں کل دو ہی علامتیں یعنی صفر اور ایک ہیں۔ کمپیوٹر میں کسی بھی معلومات کو انہیں دو علامتوں کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ روایتی طور پر مثبت یعنی + کی علامت کو صفر یعنی سے اور نفی یعنی - کی علامت کو ایک یعنی سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یہ علامت عدد کے بائیں جانب لکھی جاتی ہے۔ شکل 7.2 میں اس کی وضاحت کی گئی ہے۔ یہاں ایک دلچسپ بات سامنے آتی ہے۔ اگر ہم شکل میں اعداد کے بائیں جانب آخری ہندسے کو علامت سمجھیں تب کا مطلب بنتا ہے لیکن اگر ہم کو چار شنائی ہنسوں کا عدد سمجھیں تب یہ یا کو ظاہر کرتا ہے۔

اس صورتِ حال کو سمجھنا ضروری ہے کہ کیا شنائی اعداد میں بائیں جانب آخری مقام پر صفر یا ایک اس عدد کے علامت کو ظاہر کرتا ہے یا یہ عدد کا حصہ ہے۔ اس کا فیصلہ ان اعداد کو استعمال کرنے والے پر منحصر ہے۔ کمپیوٹر استعمال کرتے وقت آپ خود یہ فیصلہ کرتے ہیں کہ آیا آپ سائن رکھنے والے اعداد استعمال کریں گے یا بغیر سائن والے اعداد۔ جدول 1.2 میں چار شنائی ہندسوں پر مشتمل ممکنہ تمام اعداد دئے گئے ہیں۔ بمع-سائن-مقدار شنائی اعداد

جدول 1.2:

شکل میں کل چار شنائی ہندسے لکھائی کے لئے استعمال کئے گئے ہیں۔ کمپیوٹر میں اعداد کو عموماً ایک بائٹ کی مدد سے لکھا جاتا ہے جس میں ہندسے ہوتے ہیں۔ ایک بائٹ استعمال کرتے ہوئے سائن رکھنے والے اعداد میں نچلے سات مقام، عدد کی مقدار لکھنے کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں جبکہ بائیں جانب آخری مقام میں صفر یا ایک اس عدد کی مثبت یا منفی ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔ مساوات 13.2 میں اس طرح کے چند مثالیں دی گئی ہیں۔

(13.2)

اس مساوات میں ایک دلچسپ بات سامنے آتی ہے۔ اس طریقہ لکھائی میں صفر دو مختلف علامتیں رکھتا ہے۔ منفی صفر اور مثبت صفر دونوں ممکن ہیں۔ عام زندگی میں صفر مثبت ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اتنا کچھ کہنے کے بعد آپ کو بتاتا چلوں کہ کمپیوٹر میں نفی اعداد کو بمع-سائن-مقدار کے نظام میں نہیں بلکہ ان کو بمع-سائن-تکملہ-1 کے نظام یا بمع-سائن-تکملہ-2 کے نظام میں رکھا اور استعمال کیا جاتا ہے۔ اگلے حصہ میں انہی نظاموں پر غور ہو گا۔ 8.2 بمع-سائن-تکملہ کے نظام کمپیوٹر میں عددی الیکٹرانکس کی مدد سے اعداد کو جمع یا منفی کیا جاتا ہے۔ دیکھا یہ گیا ہے کہ یہ اعمال اس وقت زیادہ آسانی سے سرانجام دیئے جا سکتے ہیں جب اساسی تکملہ یا اساس-منفی-ایک کا تکملہ زیرِ استعمال لائے جائیں جیسا کہ کتاب کے حصہ 4.2 اور 5.2 میں دکھایا گیا ہے۔ اسی بناء پر کمپیوٹر کی دنیا میں منفی اعداد کو اساسی تکملہ یا اساس-منفی-ایک کی تکملہ کی صورت میں ہی لکھا جاتا ہے۔ کمپیوٹر شنائی اعداد استعمال کرتا ہے لہٰذا اس میں منفی اعداد کو تکملہ-1 یا تکملہ-2 کی صورت میں لکھا جاتا ہے۔ چار شنائی ہندسوں پر مبنی تمام ممکنہ اعداد کو بمع-سائن تکملہ کی شکل میں جدول 2.2 میں دکھایا گیا ہے۔ اسی میں انہیں بمع-سائن مقدار کے طور بھی دکھایا گیا ہے۔
بمع-سائن تکملہ-دو بمع-سائن تکملہ-ایک بمع-سائن مقدار اعشاری اعداد

نہیں پایا جاتا

نہیں پایا جاتا نہیں پایا جاتا

جدول 2.2:

جدول 2.2 سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کسی بھی مثبت عدد کو شنائی ہندسوں میں ایک ہی طریقہ سے لکھا جاتا ہے جبکہ کسی بھی منفی عدد کو تین طریقوں سے لکھا جاتا ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ مثبت عدد کو ان تین طریقوں میں لکھنے کی خاطر اس عدد کو سادہ شنائی عدد کی شکل میں لکھ دیں۔ مثبت عدد کو بمع-سائن شکل میں لکھ کر اس کے سائن کو صفر سے تبدیل کر کے ایک کرنے سے یعنی بمع-سائن منفی عدد حاصل ہوتا ہے۔ یوں کو بمع-سائن عدد کی شکل میں لکھنے کی خاطر کو بمع-سائن عدد کی شکل میں لکھیں یعنی اور اس میں سائن کو صفر سے تبدیل کر کے ایک کر دیں یعنی۔ یہ کو بمع-سائن عدد کے طور لکھنے کا طریقہ ہے۔ منفی عدد کو بمع-سائن تکملہ-ایک کی صورت میں لکھنے کی خاطر کو بمع-سائن شنائی عدد کے طور لکھیں (یعنی اس عدد کو سادہ شنائی طریقہ سے لکھیں)۔ اس شنائی عدد کا تکملہ-1 حاصل کرنے سے کی بمع-سائن تکملہ-1 شکل حاصل ہو گی۔ یاد رہے کہ تکملہ-1 حاصل کرتے وقت شنائی عدد کے ہر ہندسے کو (بمع سائن کے) اُلٹ کرنا ہو گا۔ یوں کو بمع-سائن تکملہ-1 کی صورت میں لکھنے کی خاطر پہلے کو لکھیں اور پھر اس پورے چار ہندسوں پر مبنی عدد کو ایک عدد سمجھتے ہوئے اس کا تکملہ-1 لیں یعنی۔ یہیکو بمع-سائن تکملہ-1 میں ظاہر کرتا ہے۔ منفی عدد کو بمع-سائن تکملہ-دو کی صورت میں لکھنے کی خاطر اسے شنائی عدد کے طور لکھ کر اس کا تکملہ-دو حاصل کریں۔ مثلاً کو لکھیں اور اب ان چار ہندسوں پر مبنی عدد کا تکملہ-2 لیں یعنی۔ یہ کو بمع-سائن تکملہ-2 میں لکھنے کا طریقہ ہے۔

جوابات