

عددی ادوار

تخلیق و تجزیہ

خالد حسان یوسفزئی

khalidyou safzai@hotmail.com

۱۹ نومبر ۲۰۲۳



# عنوان

ix

دیباچہ

xi

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

۱	۱	شانی نظام
۱	۱.۱	اعشاری نظام گنتی . . . . .
۳	۲.۱	ہشتمی نظام گنتی . . . . .
۴	۳.۱	شانی نظام گنتی . . . . .
۶	۴.۱	اعشاری نظام سے شانی نظام میں تبادلہ . . . . .
۷	۵.۱	اساس سولہ (سادس عشری) نظام گنتی . . . . .
۹	۶.۱	اساس دو کا اساس آٹھ میں تبادلہ . . . . .
۹	۷.۱	اساس دو کا اساس سولہ میں تبادلہ . . . . .
۹	۸.۱	اساس آٹھ اور اساس سولہ سے اساس دو میں تبادلہ . . . . .
۱۳	۲	بنیادی حساب
۱۳	۱.۲	شانی نظام میں اعداد منفی کرنا . . . . .
۱۵	۲.۲	اسی تکملہ یا $r$ کا تکملہ . . . . .
۱۶	۳.۲	اساس منفی ایک تکملہ یا $(r - 1)$ کا تکملہ . . . . .
۱۷	۴.۲	دو اعداد کی منفی بذریعہ اسی تکملہ . . . . .
۱۹	۵.۲	دو اعداد کی منفی بذریعہ اساس منفی ایک کا تکملہ . . . . .
۲۱	۶.۲	مثبت اور منفی اعداد . . . . .
۲۴	۷.۲	علامت دار و تکملہ نظام . . . . .
۲۹	۳	بوولین الجبرا
۲۹	۱.۳	بوولین الجبرا کے بنیادی تصورات . . . . .
۳۰	۱.۱.۳	منطقی ضرب . . . . .

۳۱	منطقی جمع	۲.۱.۳
۳۳	منطقی نفی	۳.۱.۳
۳۳	منطقی بلا شرکت جمع	۴.۱.۳
۳۴	منطقی ضد بلا شرکت جمع	۵.۱.۳
۳۴	برقی تاروں میں جوڑ کی وضاحت	۲.۳
۳۵	عددی گیٹ	۳.۳
۳۵	ضرب گیٹ	۱.۳.۳
۳۶	جمع گیٹ	۲.۳.۳
۳۷	غنی گیٹ	۳.۳.۳
۳۷	متعدد مداحل گیٹ	۴.۳.۳
۳۹	ضرب متمم گیٹ اور جمع متمم گیٹ	۵.۳.۳
۴۲	بلا شرکت جمع گیٹ اور بلا شرکت جمع متمم گیٹ	۶.۳.۳
۴۴	گیٹوں کے برقی خواص	۴.۳
۴۵	محکم کار	۱.۴.۳
۴۸	مخلوط ادوار	۲.۴.۳
۴۹	یوولین تفاعل کا تخمینہ	۵.۳
۵۰	یوولین تفاعل کا تخمینہ	۱.۵.۳
۵۲	قوسین میں بند یوولین تفاعل	۶.۳
۵۳	یوولین الجبر کے بنیادی قوانین	۷.۳
۵۸	ڈی مارگن کے کلیات	۸.۳
۶۱	جسٹرواں یوولین تفاعل	۹.۳
۶۱	ارکان ضرب کے مجموعہ کی ترکیب	۱۰.۳
۶۴	ارکان جمع کی ترکیب	۱۱.۳
۶۹	مجموعہ ارکان ضرب اور ضرب بعد از جمع کے مابین تبادلہ	۱۲.۳
۶۹	ضرب و جمع دورے متمم ضرب و متمم ضرب دور کا حصول	۱۳.۳
۷۱	جمع و ضرب دورے متمم جمع و متمم جمع دور کا حصول	۱۴.۳
۷۲	علامتی روپ یارموز	۱۵.۳
۷۳	ایک یارموز اور عالمی ریموز	۱.۱۵.۳
۷۳	اعشاری اعداد کے شنائی ریموز	۲.۱۵.۳
۷۵	گرے ریموز	۳.۱۵.۳

۸۱	کارناف نقشہ جات	۴
۸۱	کارناف نقشے کا بنیادی خاکہ	۱.۴
۸۳	کارناف نقشے کی بھرائی	۲.۴
۸۳	کارناف نقشے سے تفاعل کی سادہ مساوات کا حصول	۳.۴
۸۵	دو آزاد متغیر تفاعل	۱.۴.۴
۸۸	تین متغیر تفاعل	۲.۴.۴
۹۱	چار متغیر تفاعل	۳.۴.۴
۹۳	سادہ مساوات سے تفاعل کے ارکان ضرب کا حصول	۴.۴.۴
۹۳	ضرب بعد از جمع کی شکل میں سادہ مساوات	۴.۴

۵.۴ غیر دلچسپ حال ..... ۹۵

۹۷	ترکیبی منطق اور ترکیبی ادوار	۵
۹۷	۱.۵ شنائی جمع کار اور شنائی منفی کار	
۹۸	۱.۱.۵ نصف جمع کار	
۱۰۰	۲.۱.۵ مکمل جمع کار	
۱۰۴	۳.۱.۵ منفی کار	
۱۰۷	۴.۱.۵ اعشاری جمع کار	
۱۰۹	۲.۵ شنائی ضرب کار	
۱۱۰	۳.۵ شناخت کار	
۱۱۷	۴.۵ شناخت کار کی مدد سے تفاعل کا حصول	
۱۲۰	۵.۵ داخلی منتخب کار اور خارجی منتخب کار	
۱۲۰	۱.۵.۵ خارجی منتخب کار	
۱۲۱	۲.۵.۵ داخلی منتخب کار	
۱۲۳	۳.۵.۵ داخلی منتخب کار سے تفاعل کا حصول	
۱۲۵	۶.۵ متوازی شنائی ضرب کار	

۱۳۳	معاصر ترتیبی منطق اور ادوار	۶
۱۳۴	۱.۶ گیٹوں کے اوقات کار	
۱۳۵	۲.۶ پلٹ کار	
۱۳۹	۳.۶ ساعت	
۱۴۰	۴.۶ متمم ضرب گیٹ ایس آر پلٹ کار	
۱۴۱	۱.۴.۶ غیر فعال مداحل پلٹ کار، حال برقرار رکھتا ہے	
۱۴۱	۲.۴.۶ مداحل S فعال کرنے سے پلٹ کار بلند حال اختیار کرتا ہے	
۱۴۲	۳.۴.۶ مداحل $\bar{R}$ فعال کرنے سے پلٹ کار پست حال اختیار کرتا ہے	
۱۴۳	۴.۴.۶ حال دوڑ	
۱۴۳	۵.۶ زیادہ مداحل پلٹ کار	
۱۴۴	۶.۶ متبادل محباز و معذور پلٹ کار	
۱۴۶	۷.۶ آفت اعلا م پلٹ کار	
۱۴۹	۸.۶ ڈی پلٹ کار	
۱۴۹	۱.۸.۶ آفت اعلا م پلٹ کار سے حاصل کردہ ڈی پلٹ کار	
۱۵۱	۹.۶ ڈی پلٹ کار	
۱۵۴	۱۰.۶ جے کے پلٹ کار	
۱۵۷	۱.۱۰.۶ ٹی پلٹ کار	
۱۵۸	۱۱.۶ شنائی گنت کار	
۱۵۹	۱۲.۶ سلسلہ وار شنائی جمع کار	
۱۶۰	۱۳.۶ معاصر ترتیبی ادوار کا تجزیہ	
۱۶۰	۱.۱۳.۶ مساوات حال	
۱۶۱	۲.۱۳.۶ حال کا جدول	
۱۶۲	۳.۱۳.۶ حال کا خاکہ	

۱۶۲	۴.۱۳.۶	ڈی پلٹ کار پر مبنی ترتیبی دور
۱۶۳	۵.۱۳.۶	جے کے پلٹ کار پر مبنی ترتیبی دور
۱۶۷	۶.۱۳.۶	ٹی پلٹ کار کی مدد سے ترتیبی دور کا جائزہ
۱۶۸	۱۴.۶	میلی اور موری نمونہ
۱۶۹	۱.۱۴.۶	حال اور ان کی مقرری
۱۷۰	۱۵.۶	معاصر ترتیبی ادوار کی بناوٹ

۱۷۹	۷	دفتر
۱۸۱	۱.۷	سلسلہ وار دفتر
۱۸۱	۱.۱.۷	دائیں انتقال دفتر
۱۸۱	۲.۱.۷	بائیں انتقال دفتر
۱۸۲	۳.۱.۷	دائیں و بائیں انتقال دفتر
۱۸۲	۲.۷	متوازی بھرائی دفتر
۱۸۳	۳.۷	عالمگیر انتقال دفتر
۱۸۷	۴.۷	سلسلہ وار شنائی جمع کار

۱۸۹	۸	گنت کار
۱۸۹	۱.۸	شنائی گنت کار
۱۹۱	۲.۸	معاصر گنت کار
۱۹۱	۱.۲.۸	معاصر شنائی گنت کار
۱۹۴	۲.۲.۸	شنائی سر موزاعشاری معاصر گنت کار
۱۹۸	۳.۸	دیگر گنت کار
۱۹۸	۱.۳.۸	متغیر لمبائی گنت کار
۲۰۰	۲.۳.۸	بے ترتیب گنت کار
۲۰۱	۳.۳.۸	چھلانگ گنت کار
۲۰۲	۴.۳.۸	دھڑکن پیدا کار

۲۰۵	۹	حافظ
۲۰۶	۱.۹	عارضی حافظ
۲۱۵	۲.۹	پختہ حافظ
۲۱۸	۳.۹	حافظ کی استعداد بڑھانے کی ترکیب
۲۱۸	۱.۳.۹	دو عدد $4 \times 4$ حافظ سلسلہ وار جوڑ کر ایک عدد $8 \times 4$ حافظ کا حصول
۲۲۱	۲.۳.۹	تین $8 \times 16$ حافظ سلسلہ وار جوڑ کر ایک $8 \times 48$ حافظ کا حصول
۲۲۵	۳.۳.۹	دو $4 \times 4$ حافظ متوازی جوڑ کر $8 \times 4$ حافظ کا حصول
۲۲۵	۴.۹	حافظ کے اوقات کار
۲۳۰	۵.۹	پختہ حافظ سے ترکیبی ادوار کا حصول

۲۳۵	۱۰	قابل تفکیک ترکیبی منطقی ادوار
۲۳۶	۱.۰.۱۰	قابل تفکیک ضرب ترکیبی منطقی ادوار
۲۳۷	۲.۰.۱۰	قابل تفکیک ضرب و جمع ترکیبی منطقی ادوار
۲۴۰	۱.۱۰	قابل تفکیک ترتیبی ادوار

۲۴۳	غیر معاصر ترتیبی ادوار	۱۱
۲۴۷	تجزیہ	۱.۱۱
۲۴۷	عبوری جدول	۱.۱.۱۱
۲۵۱	ہساو کا جدول	۲.۱.۱۱
۲۵۳	حالت دوڑ	۳.۱.۱۱
۲۵۶	توازن اور ارتعاش	۴.۱.۱۱
۲۵۸	حالت دوڑ سے پاک شنائی علامتوں کا تقرر	۲.۱۱
۲۶۱	عبوری جدول کی مدد سے پلٹ کا تجزیہ	۳.۱۱
۲۶۱	ایس آر پلٹ	۱.۳.۱۱
۲۶۳	ساعت کے کنارہ پر چلتا ہوا ڈی پلٹ	۲.۳.۱۱
۲۶۹	ایس آر پلٹوں پر مبنی غیر معاصر ادوار کا قدم با قدم تجزیہ	۳.۳.۱۱

۲۷۱	سادہ ترین کمپیوٹر	۱۲
۲۷۱	بناؤٹ	۱.۱۲
۲۷۷	ہدایات کی فہرست	۲.۱۲
۲۸۱	کمپیوٹر کی برنامہ نویسی	۳.۱۲
۲۸۶	بازیابی پھیلا	۴.۱۲
۲۹۱	تعمیلی پھیلا	۵.۱۲
۲۹۹	خبردہرنامہ	۶.۱۲
۳۰۱	سادہ کمپیوٹر کا نقشہ دور	۷.۱۲

۳۰۷	نقشہ دور	۱۳
-----	----------	----

۳۰۹	جوابات	
-----	--------	--





# دیباچہ

یہ کتاب اس عزم سے لکھی گئی ہے کہ یہ ایک دن برقی انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر پڑھائی جائے گی۔ امید کی جاتی ہے کہ اب بھی طلبہ و طالبات اس سے استفادہ حاصل کر سکیں گے۔ میں ڈاکٹر محمد اشرف عطا (ہلال امتیاز، ستارہ امتیاز) کا خصوصی طور پر نہایت مشکور و ممنون ہوں جنہوں نے اپنے مصروفیات سے وقت نکال کر اس کتاب کو پڑھ کر نہ صرف درست کیا بلکہ بہت سارے تکنیکی اصطلاحات بھی فراہم کئے۔ میں امید رکھتا ہوں کہ مجھے آئندہ بھی ان کی مدد حاصل ہوگی۔

میں یہاں کامیٹ کے طلبہ و طالبات کا بھی شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جنہوں نے اس کتاب کو بار بار پڑھ کر غلطیوں کی نشاندہی کی۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ وہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور اس میں غلطیوں کی نشاندہی میرے ای میل پتہ پر کریں۔

حنالہ حنان پوسٹل 5 مئی 2013



# میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔ پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلب و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلب و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلب و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلب و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلب و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلب و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن حوالہ اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلب و مطالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔ میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی سرزد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

حنالد حنان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

## باب ۱

# شنائی نظام

### ۱.۱ اعشاری نظام گنتی

روز سرہ زندگی میں اعشاری نظام گنتی استعمال ہوتا ہے، جو 0 تا 9 کے ہندسوں پر مبنی ہے۔ کسی بھی گنتی کے نظام میں کل علامات کی تعداد کو اس نظام کی اساس کہتے ہیں۔ اعشاری نظام میں 0 تا 9، یعنی دس 10 علامات ہیں، یوں اعشاری نظام کی اساس دس ہے اور اس کو اساس 10 کا نظام کہتے ہیں۔

مسوات ۱.۱ میں 538.72 کو اعشاری نظام میں لکھتے ہوئے زیر نوشتہ میں 10 لکھا گیا ہے، جو اس بات کی یاد دہانی کراتا ہے کہ یہ عدد اساس دس کے نظام میں لکھا گیا ہے۔ اس کتاب میں چونکہ کئی نظام گنتی استعمال ہوں گے، لہذا جہاں مستن سے واضح نہ ہو وہاں اعداد کے ساتھ ان کی اساس زیر نوشتہ میں لکھی جائے گی۔

$$(۱.۱) \quad 538.72_{10}$$

اس نظام میں اعشاریہ کی بائیں جانب پہلا ہندسہ اکائی وزن رکھتا ہے، دوسرا دہائی، تیسرا سینکڑا، وغیرہ۔ یوں مساوات ۲.۱ میں دیے گئے ہندسوں میں 8 کا مطلب  $8_{10} = 8 \times 1 = 8 \times 10^0$  ہے، جبکہ 3 کا مطلب  $30_{10} = 3 \times 10^1$  اور 5 کا  $500_{10} = 5 \times 10^2$  ہے۔ اسی طرح اعشاریہ کے دائیں جانب پہلے ہندسے کا وزن ایک ہندس ہے، دوسرے ہندسے کا ایک ہندس، اور تیسرے ہندسے کا ایک ہندس، وغیرہ۔ یوں اس عدد میں  $7 \times 10^{-1} = 0.7_{10}$  جبکہ  $2 \times 10^{-2} = 0.02_{10}$  دراصل ہے۔

$$(۱.۲) \quad 538.72_{10} = (5 \times 10^2) + (3 \times 10^1) + (8 \times 10^0) + (7 \times 10^{-1}) + (2 \times 10^{-2})$$

## باب ۱. ششائی نظام

$$\begin{array}{l}
 x_2 = 5 \\
 x_1 = 3 \\
 x_0 = 8 \\
 x_{-1} = 7 \\
 x_{-2} = 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 x = 538.72_{10} \\
 \begin{array}{c}
 | \quad | \quad | \quad | \quad | \\
 x = x_2 x_1 x_0 . x_{-1} x_{-2}
 \end{array}
 \end{array}$$

شکل ۱.۱: عدد کے ہندسوں کو پکارنے کا طریقہ کار۔

اس حقیقت کو درج ذیل عمومی روپ میں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 (۱.۳) \quad & \cdots a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} + a_{-2} \times 10^{-2} \cdots \\
 & = (\cdots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \cdots)_{10}
 \end{aligned}$$

عدد  $538.72_{10}$  کو  $x$  لیتے ہوئے، شکل ۱.۱ میں اس کے مختلف ہندسوں کو پکارنے کا طریقہ دکھایا گیا ہے، جس کے تحت 5 کو  $x_2$  جبکہ 3 کو  $x_3$  کہیں گے، وغیرہ۔

اس طرح کسی بھی عدد میں بائیں جانب ہندسے کا رتبہ دائیں جانب ہندسے کے رتبہ سے بلند ہو گا۔ مساوات ۱.۱ میں بلند تر رتبے کا ہندسہ 5 ہے، جبکہ کم تر رتبے کا ہندسہ 6 ہے۔ یوں 5 بلند تر رتبہ ہندسہ 6 کے رتبہ سے بلند ہو گا۔ مساوات ۱.۱ میں بلند تر رتبے کا ہندسہ 5 ہے، جبکہ کم تر رتبے کا ہندسہ 6 ہے۔ یوں 5 بلند تر رتبہ ہندسہ 6 کے رتبہ سے بلند ہو گا۔ مساوات ۱.۱ میں بلند تر رتبے کا ہندسہ 5 ہے، جبکہ کم تر رتبے کا ہندسہ 6 ہے۔ یوں 5 بلند تر رتبہ ہندسہ 6 کے رتبہ سے بلند ہو گا۔

مساوات ۱.۳ میں سات کو تین مختلف طریقوں سے لکھا گیا ہے۔ روزمرہ زندگی میں سات سات پہلی طرز پر لکھا جاتا ہے۔ یوں کاغذ پر لکھتے ہوئے کسی بھی عدد کے بائیں جانب صفر نہیں لکھے جاتے اور عدد کے بائیں جانب کاغذ کو خالی چھوڑا جاتا ہے۔ یہاں یہ بات سمجھنا ضروری ہے کہ روزمرہ زندگی میں اعداد لکھتے وقت ان کی لمبائی یا ان میں کل ہندسوں کی تعداد پہلے سے متعین نہیں کی جاتی۔ کمپیوٹر میں چیزیں کچھ مختلف ہیں، جہاں صرف صفر 0 اور ایک 1 کا وجود ممکن ہے۔ کسی مقام پر اگر 1 نہیں لکھا ہو تو اس پر 0 لکھا ہو گا۔ یوں کسی بھی عدد کے بائیں جانب خالی جگہ کا کمپیوٹر میں کوئی مطلب نہیں۔ یہاں 0 یا 1 کا ہونا ضروری ہے۔ کمپیوٹر میں ہر قسم کی معلومات لکھنے سے پہلے اس بات کا فیصلہ کیا جاتا ہے کہ اسے لکھنے کی خاطر کتنی جگہ درکار ہوگی۔ یوں اگر عدد کو لکھنے کی خاطر تین ہندسوں کے لکھے جانے کے برابر جگہ مختص کی گئی ہو تو اس تمام جگہ کو ہر صورت استعمال کرنا ہوگا، مثلاً سات کو 7 کی بجائے 007 لکھنا ہوگا۔

$$\begin{array}{c}
 7_{10} \\
 07_{10} \\
 007_{10}
 \end{array}
 \quad (۱.۴)$$

اعشاری نظام میں گنتی  $0_{10}$  سے شروع ہوتی ہے اور بتدریج بڑھتے ہوئے  $9_{10}$  تک پہنچتی ہے۔ اس دوران دہائی، سینکڑا، وغیرہ کے مقام پر صفر رہتا ہے اور انہیں عام طور پر نہیں لکھا جاتا۔ گنتی نو تک پہنچنے کے بعد دہائی،

most significant digit<sup>۱</sup>  
lowest significant digit<sup>۲</sup>

یعنی  $10^1$ ، وزن رکھنے والے مقام پر 0 کی بجائے 1 لکھا جاتا ہے اور اکائی، یعنی  $10^0$ ، وزن رکھنے والے مقام پر دوبارہ 0 تا 9 گنتی کی جاتی ہے۔

اگر آپ کو اس پیراگراف کی سمجھ نہیں آئی تو اسے دوبارہ پڑھیں۔ اس میں سادہ گنتی کی وضاحت کی گئی ہے۔

اعشاری نظام میں اگر اعداد کو ایک ہندسے تک محدود کر دیا جائے تو اس میں  $0_{10}$  سے  $9_{10}$  تک گنتی ممکن ہوگی۔ اگر اعداد کو دو ہندسوں تک محدود کر دیا جائے، یعنی اس میں زیادہ سے زیادہ دو ہندسے ہوں، تب  $00_{10}$  سے  $99_{10}$  تک گنتی ممکن ہوگی، اسی طرح تین ہندسوں تک کے عدد استعمال کرنے سے  $000_{10}$  سے  $999_{10}$  تک گنتی کی جاسکتی ہے، وغیرہ۔

## ۱.۲ ہشتی نظام گنتی

ہشتی نظام 0 تا 7 ہندسوں پر مبنی ہے۔ اس نظام میں آٹھ ہندسے ہیں لہذا یہ اساس آٹھ نظام ہے۔ بالکل اعشاری نظام کی طرح، اس نظام میں اعداد لکھتے ہوئے اعشاریہ کے بائیں جانب پہلے ہندسے کا وزن  $8^0 = 1_{10}$ ، دوسرے ہندسے کا  $8^1 = 8_{10}$ ، تیسرے کا  $8^2 = 64_{10}$ ، وغیرہ، جبکہ اعشاریہ کے دائیں جانب پہلے ہندسے کا وزن  $8^{-1} = 0.125_{10}$ ، دوسرے کا  $8^{-2} = 0.015625_{10}$  ہوگا، وغیرہ۔

$$\begin{aligned}
 538.72_8 &= [(5 \times 8^2) + (3 \times 8^1) + (8 \times 8^0) + (7 \times 8^{-1}) + (2 \times 8^{-2})]_{10} \\
 &= [(5 \times 64) + (3 \times 8) + (8 \times 1) + (7 \times 0.125) + (2 \times 0.015625)]_{10} \\
 (1.5) \quad &= [320 + 24 + 8 + 0.875 + 0.03125]_{10} \\
 &= 352.90625_{10}
 \end{aligned}$$

ہشتی نظام گنتی کے لئے مساوات ۱.۳ درج ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$\begin{aligned}
 (1.۶) \quad \dots a_2 \times 8^2 + a_1 \times 8^1 + a_0 \times 8^0 + a_{-1} \times 8^{-1} + a_{-2} \times 8^{-2} \dots \\
 = (\dots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots)_8
 \end{aligned}$$

ہشتی نظام میں دیے گئے عدد کو اعشاری نظام میں تبدیل کرنا مساوات ۱.۵ میں دکھایا گیا ہے۔ ہشتی عدد کے زیر نوشت میں 8 اس بات کی یاد دہانی کراتا ہے کہ یہ عدد ہشتی نظام میں لکھا گیا ہے۔

اس نظام میں گنتی 0 سے شروع ہوتی ہے، 7 تک پہنچنے کے بعد  $8^1$  وزن رکھنے والے مقام پر 0 کی بجائے 1 لکھا جاتا ہے اور  $8^0$  وزن رکھنے والے مقام پر دوبارہ 0 سے 7 کی گنتی شروع ہوتی ہے۔

## ۱.۳ ثنائی نظام گنتی

مائیکرو کنٹرولر کی دنیا میں ثنائی نظام گنتی استعمال ہوتا ہے۔ ثنائی نظام دو ہندسوں، 0 اور 1، پر مبنی ہے، لہذا یہ اساس دو کا نظام ہے۔ اس نظام میں گنتی 0 سے شروع ہوتی ہے، 1 تک پہنچنے کے بعد  $2^1$  وزن رکھنے والی مقام پر 0 کی بجائے 1 لکھا جاتا ہے، اور  $2^0$  وزن رکھنے والے مقام پر دوبارہ 0 سے 1 گنتی شروع ہوتی ہے۔ اس نظام میں گنتی کو مساوات ۱.۷ میں دکھایا گیا ہے، جہاں زیر نوشتہ میں اساس لکھنے سے گریز کیا گیا ہے۔ موازنہ کے لئے اعشاری گنتی بھی پیش کی گئی ہے۔

0 = 0	16 = 10000
1 = 1	17 = 10001
2 = 10	18 = 10010
3 = 11	19 = 10011
4 = 100	20 = 10100
5 = 101	21 = 10101
6 = 110	22 = 10110
7 = 111	23 = 10111
8 = 1000	24 = 11000
9 = 1001	25 = 11001
10 = 1010	26 = 11010
11 = 1011	27 = 11011
12 = 1100	28 = 11100
13 = 1101	29 = 11101
14 = 1110	30 = 11110
15 = 1111	31 = 11111

اس نظام میں اعداد لکھتے ہوئے اعشاریہ کے بائیں جانب پہلے ہندسے کا وزن  $2^0 = 1_{10}$  ہوگا، دوسرے ہندسے کا  $2^1 = 2_{10}$ ، تیسرے کا  $2^2 = 4_{10}$ ، وغیرہ، جبکہ اعشاریہ کے دائیں جانب پہلے ہندسے کا وزن  $2^{-1} = 0.5_{10}$ ، دوسرے کا  $2^{-2} = 0.25_{10}$  ہوگا۔

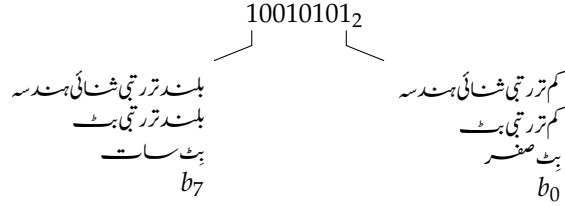
ثنائى نظام گنتى کے لئے ی مساوات ۱.۸ درج ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$(1.8) \quad \dots b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0 + b_{-1} \times 2^{-1} + b_{-2} \times 2^{-2} \dots$$

$$= (\dots b_2 b_1 b_0 . b_{-1} b_{-2} \dots)_2$$

مساوات ۱.۹ میں ثنائى نظام میں دیے گئے عدد کو اعشارى نظام میں تبدیل کرنا دکھایا گیا ہے۔ ثنائى





شکل ۱.۲: بلند تر اور کم ترین ثنائی ہندسے۔

عدد کے زیر نوشت میں 2 اس بات کی یاد دہانی کراتا ہے کہ یہ عدد ثنائی نظام میں لکھا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 1011.1_2 &= [(1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0) + (1 \times 2^{-1})]_{10} \\
 &= [(1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) + (1 \times 1) + (1 \times 0.5)]_{10} \\
 &= [8 + 0 + 2 + 1 + 0.5]_{10} \\
 &= 11.5_{10}
 \end{aligned}
 \tag{1.9}$$

ثنائى عدد کے ہندسوں کو پکارنے کا طریقہ شکل ۲.۱ میں دکھایا گیا ہے۔ ثنائى عدد کے دائیں ترین ہندسے کو کم ترین بٹ یا کم ترین ثنائى ہندسہ یا بٹ صفر یا بٹ  $b_0$  کہیں گے؛ اس سے اگلے کو بٹ ایک یا بٹ  $b_1$  اور اس سے اگلے کو بٹ دو یا بٹ  $b_2$ ، وغیرہ؛ جبکہ بائیں ترین ہندسے کو بلند ترین ثنائى ہندسہ یا بلند ترین بٹ یا (موجودہ مثال میں) بٹ سات یا بٹ  $b_7$  کہیں گے۔

اگر دیے گئے ثنائى عدد کے اعشاریہ کے دائیں جانب کچھ نہ ہو، تب درج ذیل لکھا جاسکتا ہے:

$$1011_2 = (2^3 + 2^1 + 2^0)_{10} = (8 + 2 + 1)_{10} = 11_{10} \tag{1.10}$$

جو ہندسے 1 ہیں، ان کے وزن جمع کیے جاتے ہیں۔

چار ہندسوں کا ثنائى عدد  $0000_2$  تا  $1111_2$  گنتی کر سکتا ہے؛ اس سے بڑا عدد لکھنے کے لئے چار سے زیادہ ہندسے درکار ہوں گے۔ مائکرو کنٹرولر آٹھ ثنائى ہندسوں کے اعداد استعمال کرتا ہے جو  $00000000_2$  تا  $11111111_2$ ، یعنی  $0_{10}$  تا  $255_{10}$  ظاہر کر سکتے ہیں۔

روزمرہ زندگی میں اعشاری نظام گنتی استعمال کرتے ہوئے اعداد لکھتے ہوئے ان کی بائیں جانب اضافی صفر نہیں لکھے جاتے، یعنی  $27_{10}$  کو  $0027_{10}$  نہیں لکھا جاتا۔ کمپیوٹر کی دنیا میں اعداد عموماً آٹھ ہندسوں پر مبنی ثنائى عدد کی صورت میں لکھے جاتے ہیں؛ آٹھ سے کم ثنائى ہندسوں پر مبنی اعداد لکھتے ہوئے، بائیں جانب اضافی صفر لکھ کر انہیں آٹھ ہندسوں کی صورت دی جاتی ہے۔ یوں  $27_{10}$  کو ہم  $101011_2$  کی بجائے  $00101011_2$  لکھیں گے۔

lowest significant bit, LSB  
most significant bit, MSB

## ۱.۴. اعشاری نظام سے شنائی نظام میں تبادلہ

اعشاری نظام میں دیے گئے عدد کو شنائی نظام میں لکھنے کی خاطر اس عدد کو بار بار 2 سے تقسیم کریں، حتیٰ کہ یہ مزید تقسیم نہ ہو سکے۔ ہر مرتبہ تقسیم کے بعد حاصل باقی لیں؛ پہلے حاصل باقی کو شنائی عدد کے سب سے کم وزن کے مقام پر لکھیں؛ اگلے حاصل باقی کو اس سے دگنے وزن کے مقام پر لکھیں؛ اسی طرح آخری حاصل باقی کو سب سے زیادہ وزن کے مقام پر لکھیں۔ یوں شنائی عدد حاصل ہوگا۔ یہ طریقہ استعمال کرتے ہوئے  $121_{10}$  کو شنائی لکھائی میں لکھتے ہیں۔

- 121 کو 2 سے تقسیم کرنے سے حاصل تقسیم 60 اور باقی 1 ملتا ہے۔  
 60 کو 2 سے تقسیم کرنے سے حاصل تقسیم 30 اور باقی 0 ملتا ہے۔  
 30 کو 2 سے تقسیم کرنے سے حاصل تقسیم 15 اور باقی 0 ملتا ہے۔  
 15 کو 2 سے تقسیم کرنے سے حاصل تقسیم 7 اور باقی 1 ملتا ہے۔  
 7 کو 2 سے تقسیم کرنے سے حاصل تقسیم 3 اور باقی 1 ملتا ہے۔  
 3 کو 2 سے تقسیم کرنے سے حاصل تقسیم 1 اور باقی 1 ملتا ہے۔  
 1 کو 2 سے تقسیم کرنے سے حاصل تقسیم 0 اور باقی 1 ملتا ہے۔

اب سب سے آخری ”باقی“ کو سب سے زیادہ وزن کے مقام پر اور سب سے پہلے ”باقی“ کو سب سے کم وزن کے مقام پر لکھتے ہیں۔ یوں  $1111001_2$  حاصل ہوگا، لہذا

$$121_{10} = 1111001_2$$

ہوگا جہاں سات شنائی ہندسے استعمال کیے گئے ہیں۔ اپنی تسلی کے لئے اس عدد کو واپس اعشاری نظام میں منتقل کرتے ہیں۔

$$1111001_2 = 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^0 = 64 + 32 + 16 + 8 + 1 = 121_{10}$$

اس طریقہ کار کی بہتر صورت پیش کرتے ہیں۔

2	121	
	60	1
	30	0
	15	0
	7	1
	3	1
	1	1
	0	1

## ۱.۱.۵ اساس سولہ (سادس عشری) نظام گنتی

۷

عدد میں اعشاریہ کے بائیں جانب حصہ کو صحیح، جبکہ دائیں حصہ کو مکور یا کسری کہتے ہیں۔

$$\overbrace{xxxxxx}^{\text{صحیح}} . \underbrace{yyyyyy}_{\text{مکور}}$$

یوں 121.6875 میں 121 عدد صحیح اور 6875 عدد مکور ہے۔

عشری عدد کے صحیح حصہ کو شنائی نظام میں تبدیل کرنا آپ سیکھ چکے، حصہ مکور تبدیل کرنے کا طریقہ ذرہ مختلف ہے۔ آئیے یہ عمل سیکھیں۔

حصہ مکور کو بار بار 2 سے ضرب دیں۔ اگر حاصل ضرب کے اعشاریہ کے بائیں جانب 1 حاصل ہو تو اس کو حاصل ضرب سے ہٹا کر شنائی عدد کے دائیں جانب منسلک کریں ورنہ شنائی عدد کے دائیں جانب 0 منسلک کریں۔ اس عمل کو ایک مثال کی مدد سے سیکھتے ہیں۔

شاہائی	
0.1	$2 \times 0.6875 = 1.375$
0.10	$2 \times 0.3750 = 0.750$
0.101	$2 \times 0.7500 = 1.500$
0.1011	$2 \times 0.5000 = 1.000$

یوں  $0.6875_{10} = 0.1011_2$  ہوگا؛ آخر میں دونوں حصوں کو ملا کر شنائی عدد حاصل کرتے ہیں۔

$$121.6875_{10} = 111001.1011_2$$

## ۱.۵ اساس سولہ (سادس عشری) نظام گنتی

اساس سولہ کے نظام میں اعداد کی سولہ علامتیں ہیں۔ ان میں پہلی دس علامتیں 0 تا 9 ہیں، جبکہ باقی علامتیں، بڑی لکھائی میں انگریزی حروف تہجی کے پہلے چھ حروف یعنی A، B، C، D، E اور F ہیں۔ علامت A دس ( $10_{10}$ ) کو ظاہر کرتی ہے، یعنی  $A = 10_{10}$  ہے، جبکہ B گیارہ کو،  $B = 11_{10}$ ، اور اسی طرح چلتے ہوئے F پندرہ کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات ۱.۱ میں مختلف نظام دیے گئے ہیں۔ انہیں سمجھیں بغیر

$$\begin{aligned}
00_{10} &= 00_8 = 0000_2 = 0_{16} \\
01_{10} &= 01_8 = 0001_2 = 1_{16} \\
02_{10} &= 02_8 = 0010_2 = 2_{16} \\
03_{10} &= 03_8 = 0011_2 = 3_{16} \\
04_{10} &= 04_8 = 0100_2 = 4_{16} \\
05_{10} &= 05_8 = 0101_2 = 5_{16} \\
06_{10} &= 06_8 = 0110_2 = 6_{16} \\
07_{10} &= 07_8 = 0111_2 = 7_{16} \\
08_{10} &= 10_8 = 1000_2 = 8_{16} \\
09_{10} &= 11_8 = 1001_2 = 9_{16} \\
10_{10} &= 12_8 = 1010_2 = A_{16} \\
11_{10} &= 13_8 = 1011_2 = B_{16} \\
12_{10} &= 14_8 = 1100_2 = C_{16} \\
13_{10} &= 15_8 = 1101_2 = D_{16} \\
14_{10} &= 16_8 = 1110_2 = E_{16} \\
15_{10} &= 17_8 = 1111_2 = F_{16}
\end{aligned}$$

مسوات ۱۲.۱ میں سادس عشری یا اس سولہ نظام میں دیے گئے عدد کو اعشاری نظام میں تبدیل کرنا دکھایا گیا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے  $A = 10_{10}$  اور  $C = 12_{10}$  لئے گئے۔

مساوات ۱.۳۱ اس سولہ کے لئے درج ذیل ہوگی۔

$$\begin{aligned} (1.13) \quad & \cdots a_2 \times 16^2 + a_1 \times 16^1 + a_0 \times 16^0 + a_{-1} \times 16^{-1} + a_{-2} \times 16^{-2} \cdots \\ & = (\cdots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \cdots)_{16} \end{aligned}$$

## ۱.۶ اساس دو کا اساس آٹھ میں تبادلہ

مسواۃ ۱۳.۱ میں بائیں ہاتھ شنائی عدد دیا گیا ہے۔ اعشاریہ سے شروع کرتے ہوئے، اعشاریہ کی دونوں جانب تین تین ہندسوں کے گروہ میں، اس شنائی عدد کو لکھیں۔ اعشاریہ کی بائیں جانب اگر آخر میں تین ہندسوں کا گروہ پورا نہ ہو تو بائیں اضافی صفر منسلک کر کے تین ہندسوں کا گروہ پورا کریں؛ اسی طرح اعشاریہ کی دائیں جانب اگر آخر میں تین ہندسوں کا گروہ پورا نہ ہو تو دائیں اضافی صفر منسلک کر کے تین ہندسوں کا گروہ پورا کریں۔ اب مساوات ۱۱ کی مدد سے ان تین تین کے گروہ کی جگہ ان کا مساوی اساس آٹھ ہندسہ لکھیں۔ مساوات ۱۳.۱ میں یوں دو مقامات پر  $100_2$  کی جگہ  $4_8$  لکھا گیا، جبکہ  $101_2$  کی جگہ  $5_8$ ، اور  $001_2$  کی جگہ  $1_8$  لکھا گیا ہے۔ اس طرح اس عدد کو اساس آٹھ میں منتقل کیا گیا۔ یاد رہے، اعشاریہ اپنی جگہ برقرار رکھتا ہے۔

$$\begin{aligned} 1101100.1_2 &= (001\ 101\ 100.100)_2 \\ (1.14) \quad &= (1\ 5\ 4.4)_8 \\ &= 154.4_8 \end{aligned}$$

## ۱.۷ اساس دو کا اساس سولہ میں تبادلہ

شنائی عدد کو اساس سولہ میں لکھنے کی خاطر شنائی عدد کو اعشاریہ سے شروع کرتے ہوئے اعشاریہ کی دونوں جانب چار چار ہندسوں کے گروہ میں لکھیں۔ اگر اعشاریہ کی بائیں جانب آخر میں چار ہندسوں کا گروہ پورا نہ ہو تو عدد کی بائیں جانب اضافی صفر منسلک کر کے چار ہندسوں کا گروہ پورا کریں؛ اسی طرح اگر اعشاریہ کی دائیں جانب آخر میں چار ہندسوں کا گروہ پورا نہ ہو تو دائیں جانب اضافی صفر منسلک کر کے گروہ پورا کریں۔ اب مساوات ۱۱ کی مدد سے ان چار چار کے گروہ کی جگہ ان کی مساوی اساس سولہ کا ہندسہ لکھیں۔ یوں مساوات ۱۵ میں  $1000_2$  کی جگہ  $8_{16}$  لکھ کر،  $1100_2$  کی جگہ  $C_{16}$ ، اور  $0110_2$  کی جگہ  $6_{16}$  لکھ کر اساس سولہ میں مساوی عدد حاصل کیا گیا۔ یاد رہے کہ اعشاریہ اپنی جگہ برقرار رکھتا ہے۔

$$\begin{aligned} 1101100.1_2 &= (0110\ 1100.1000)_2 \\ (1.15) \quad &= (6\ C\ .\ 8)_{16} \\ &= 6C.8_{16} \end{aligned}$$

## ۱.۸ اساس آٹھ اور اساس سولہ سے اساس دو میں تبادلہ

انہیں طریقوں کو الٹ استعمال کرتے ہوئے اساس آٹھ اور اساس سولہ کے اعداد باآسانی اساس دو میں لکھ جاسکتے ہیں۔ مساوات ۱۶ میں اساس آٹھ:

$$\begin{aligned} 372.5_8 &= (3\ 7\ 2.5)_8 \\ (1.16) \quad &= (011\ 111\ 010.101)_2 \\ &= 011111010.101_2 \end{aligned}$$

اور مساوات ۱۷ میں اساس سولہ کو ثنائی عدد کی صورت میں لکھنا دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} 9A2F.7_{16} &= ( \quad 9 \quad A \quad 2 \quad F \quad . \quad 7 )_{16} \\ (1.17) \quad &= (1001 \ 1010 \ 0010 \ 1111 \ . \ 0111)_2 \\ &= (1001101000101111.0111)_2 \end{aligned}$$

ہم نے دیکھا کہ ثنائی عدد کے ہندسوں کو تین تین کے گروہ میں لکھنے سے اساس آٹھ اور چار چار کے گروہ میں لکھنے سے اساس سولہ عدد حاصل کیا جاسکتا ہے۔ آئیں درج بالا مساوات میں حاصل ثنائی عدد سے اساس آٹھ اور اساس سولہ اعداد حاصل کریں۔

$$\begin{aligned} 1001101000101111.0111_2 &= (001 \ 001 \ 101 \ 000 \ 101 \ 111 \ . \ 011 \ 100)_2 \\ &= ( \ 1 \quad 1 \quad 5 \quad 0 \quad 5 \quad 7 \ . \ 3 \quad 4 )_8 \\ &= 115057.34_8 \\ 1001101000101111.0111_2 &= (1001 \ 1010 \ 0010 \ 1111 \ . \ 0111)_2 \\ &= ( \ 9 \quad A \quad 2 \quad F \quad . \ 7 )_{16} \\ &= 9A2F.7_{16} \end{aligned}$$

مساوات ۱۶ اور مساوات ۱۷ کی آخری لکیریوں میں ثنائی اعداد کو دیکھتے ہوئے بہت جلد ان اکتا جاتا ہے، البتہ، انہیں مساوات میں جہاں ثنائی اعداد گروہ کی صورت میں لکھے گئے ہیں، وہاں انہیں سمجھنا آسان ہے۔ یہی وجہ ہے کہ ثنائی اعداد بالخصوص اور دیگر اعداد بالعموم گروہی صورت میں لکھے جاتے ہیں۔

ایک ہندسے پر مبنی ثنائی عدد کو ثنائی ہندسہ یا بٹ کہتے ہیں؛ آٹھ ثنائی ہندسوں،، یعنی آٹھ بٹ، کے گروہ کو ہشتی ثنائی عدد یا بائٹ کہتے ہیں۔ بائٹ کو عموماً چار چار چار ثنائی اعداد کے گروہ میں لکھا جاتا ہے۔ یوں مساوات ۱۷ میں دو بائٹ ہیں۔ اسی مساوات کو الٹ چلاتے ہوئے یہ واضح ہے کہ ہشتی ثنائی عدد کو چار چار چار ثنائی اعداد کے گروہ میں لکھ کر انہیں جلد اساس سولہ میں لکھا جاسکتا ہے۔

## سوالات

سوال ۱: درج ذیل اعشاری اعداد کو ثنائی روپ میں لکھیں۔

ا. 33	ج. 128	ھ. 4096	ز. 5.625
ب. 64	د. 256	و. 0.375	ح. 13.6875

جواب: 100001، 1000000، 10000000، 100000000، 1000000000000، 0.011، 101.101، 1101.1011

سوال ۲: درج ذیل ثنائی اعداد کو اعشاری روپ میں لکھیں۔

۱.۸. اساس آٹھ اور اساس سولہ سے اساس دو میں تبادلہ

ا. 10	ج. 1101	ھ. 101101011
ب. 101	د. 11011	و. 11001010011

جواب: 2، 5، 13، 27، 363، 1619

سوال ۱.۳: درج ذیل شتائی اعداد کو اعشاری روپ میں لکھیں۔

ا. 10.1	ج. 0.001101	ھ. 100.001
ب. 101.01	د. 1011.01101	و. 1111.1111

جواب: 2.5، 5.25، 0.203125، 11.40625، 4.125، 15.9375

سوال ۱.۴: درج ذیل اعشاری اعداد کو اساس سولہ اور اساس آٹھ میں تبدیل کریں۔

ا. 7	ج. 32	ھ. 1024
ب. 23	د. 64	و. 2048

جواب: اساس سولہ 7، 17، 20، 40، 400، 800؛ اساس آٹھ 7، 27، 40، 100، 2000، 4000

سوال ۱.۵: درج ذیل اساس سولہ اعداد کو اساس آٹھ اور شتائی روپ میں لکھیں۔

ا. 7	ج. 1A	ھ. A.BC	ز. F0
ب. 10	د. 2B3	و. 0.12	ح. FFFF

جواب: اساس سولہ 7، 20، 32، 1263، 12.57، 0.044، 360، 177777؛ شتائی 111، 10000، 1110110011، 1010.101111، 0.0001001، 11110000، 1111111111111111





## باب ۲

# بنیادی حساب

شنائی نظام میں حساب بالکل اسی طرح کیا جاتا ہے جس طرح اعشاری نظام میں۔ چند مثالوں کے مطالعے سے وضاحت ہوگی۔

شنائی نظام میں اعداد کا مجموعہ اعشاری نظام میں دو اعداد کے مجموعے سے سمجھا جاسکتا ہے۔ اعشاری نظام کی مندرجہ ذیل مثال پر غور کریں جس میں 37.5 اور 29.6 جمع کیے گئے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 11 \\ 37.5 \\ +29.6 \\ \hline 67.1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 37.5 \\ +29.6 \\ \hline 67.1 \end{array}$$

آپ نے دیکھا کہ حاصل (1) کو (بائیں) زیادہ وزنی مقام پر منتقل کیا گیا۔ یہی شنائی جمع میں کیا جائے گا۔ شنائی نظام میں صرف دو ہندسے، 0 اور 1، پائے جاتے ہیں جن کی چار ممکنہ مجموعے درج ذیل ہیں۔

$$\begin{array}{r} 0 \\ +0 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ +1 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ +0 \\ \hline 01 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ +1 \\ \hline 01 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ +0 \\ \hline 00 \end{array}$$

پہلی تین جمع میں حاصل 0 جبکہ آخری میں حاصل 1 ہے۔

آئیں، زیادہ شمائی ہندسوں کے اعداد کی جمع کی مثالیں دیکھیں؛ ان کی اعشاری نظام میں جمع بھی دی گئی ہیں۔

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 11 \\
 +10 \\
 \hline
 101_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 13 \\
 +09 \\
 \hline
 22_{10}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 1101 \\
 +1001 \\
 \hline
 10110_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 +2 \\
 \hline
 5_{10}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 11 \\
 +10 \\
 \hline
 101_2
 \end{array}$$

دائیں ہاتھ شمائی 11 اور 10 جمع کر کے  $101_2$  حاصل کیا گیا جو اعشاری نظام میں  $5 = 3 + 2$  ہوگا، جبکہ بائیں ہاتھ شمائی 1101 اور 1001 جمع کر کے  $10110_2$  حاصل کیا گیا جو اعشاری نظام میں  $22 = 13 + 9$  کے مترادف ہے۔

آخر میں، کسری اعداد کی جمع کی ایک مثال دیکھتے ہیں۔

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 101.11 \\
 + 11.10 \\
 \hline
 1001.01_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 5.75 \\
 +3.50 \\
 \hline
 9.25_{10}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 111 \\
 101.11 \\
 + 11.10 \\
 \hline
 1001.01_2
 \end{array}$$

## ۲.۱ شمائی نظام میں اعداد منفی کرنا

دوہٹ (شمائی عدد) منفی کرنے کے درج ذیل چار ممکنات پائے جاتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 0 - 0 &= 0 \\
 1 - 0 &= 1 \\
 1 - 1 &= 0 \\
 0 - 1 &= 1 \quad (\text{ادھار ایک})
 \end{aligned}$$

ی آخری مساوات میں منفرے ایک اس صورت منفی کیا دکھایا گیا ہے جب ادھار 1 لینا ممکن ہو۔ ایک اور مثال دیکھتے ہیں۔

$$\begin{array}{r}
 110.01 \\
 -101.1 \\
 \hline
 0.11_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6.25 \\
 -5.50 \\
 \hline
 0.75_{10}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 110.01 \\
 -101.1 \\
 \hline
 0.11_2
 \end{array}$$

شنائی منفی کی چند مثالیں حل کر کے اعشاری منفی سے ان کی تصدیق کریں۔ ایسا کرنے سے زیادہ وضاحت ہوگی۔

## ۲.۲ اسی تکملہ یا $r$ کا تکملہ

کسی بھی اسی نظام میں، ہندسہ کو اساس،  $(r)$ ، سے منفی کرنے سے ہندسے کا اسی تکملہ (یا  $r$  کا تکملہ) حاصل ہوگا۔ یوں، ہندسہ اور ہندسے کے اسی تکملہ کا مجموعہ اساس کے برابر ہوگا۔ مثلاً، اعشاری نظام میں  $3$  کا اسی تکملہ  $7$  ہے، جبکہ  $7$  کا اسی تکملہ  $3$  اور ان دونوں کا مجموعہ  $10 = 3 + 7$  اعشاری نظام کے اساس کے برابر ہے۔ اسی طرح  $5$  کا اسی تکملہ  $5$ ، اور  $9$  کا اسی تکملہ  $1$  ہوگا۔

درج بالا مثالوں سے واضح ہے کہ کسی بھی ہندسہ (مثلاً  $3$ ) کے اسی تکملہ (یعنی  $7$ ) کا اسی تکملہ وہی ہندسہ (یعنی  $3$ ) ہوگا۔ اسی تکملہ کے تصور کو ایک سے زائد ہندسوں پر مبنی عدد تک وسعت دیتے ہیں۔ اساس  $r$  کے اعدادی نظام میں عدد  $N$ ، جو  $n$  ہندسوں پر مبنی ہو، کے اسی تکملہ (یا  $r$  کے تکملہ) سے مراد عدد  $r^n - N$  ہوگا۔ اساس دس کے اسی تکملہ کو عام طور  $10$  کا تکملہ کہتے ہیں۔ اسی طرح اساس دو کے تکملہ کو  $2$  کا تکملہ کہتے ہیں۔

اعشاری نظام میں عدد  $10^n$  کے سب سے وزنی ہندسے کی قیمت  $1$  ہوگی، اور اس کی دائیں جانب  $0$  قیمت کے  $n$  ہندسے ہوں گے۔

$$10^2 = 100_{10}$$

$$(۲.۱) \quad 10^5 = 100000_{10}$$

$$10^7 = 10000000_{10}$$

اعشاری نظام کی اساس  $r = 10$  ہے۔ اس نظام میں عدد  $N$ ، جس میں  $n$  ہندسے ہوں، کے اسی تکملہ (یعنی  $10$  کے تکملہ) سے مراد عدد  $10^n - N$  ہوگا۔ یوں  $N = 5391$  جس میں چار ہندسے ( $n = 4$ ) ہیں، کا  $10$  کا تکملہ درج ذیل ہوگا۔

$$(۲.۲) \quad (10^4 - 5391)_{10} = (10000 - 5391)_{10} = 4609_{10}$$

اسی طرح عدد  $320753$  جس میں  $6$  ہندسے ہیں کا اسی تکملہ:

$$(۲.۳) \quad (10^6 - 320753)_{10} = (1000000 - 320753)_{10} = 679247_{10}$$

اور  $679247$  کا  $2$  کا تکملہ درج ذیل ہوگا۔

$$(۲.۴) \quad (10^6 - 679247)_{10} = (1000000 - 679247)_{10} = 320753_{10}$$

ہر عدد  $N$  کے اسی تکملہ کا اسی تکملہ وہی عدد  $N$  ہوگا۔ اس کا ثبوت کچھ یوں ہے: عددی  $N$  کا اسی تکملہ  $r^n - N$  اور عدد  $r^n - N$  کا اسی تکملہ  $r^n - (r^n - N)$  یعنی  $N$  ہوگا۔

شنائی نظام کی اساس  $2$  ہے لہذا  $n$  ہندسوں پر مبنی شنائی عدد  $N$  کے  $2$  کا تکملہ (یعنی اسی تکملہ)  $2^n - N$  ہوگا۔

شنائی نظام میں عدد  $10^n$  کے سب سے وزنی ہندسے کی قیمت 1 ہوگی، اور اس کی دائیں جانب 0 قیمت کے  $n$  ہندسے ہوں گے۔

$$\begin{aligned} 2^2 &= 100_2 \\ 2^5 &= 100000_2 \\ 2^7 &= 10000000_2 \end{aligned} \quad (۲.۵)$$

یوں  $1011_2$  اور  $10001_2$  کے 2 کے تکرار بالترتیب درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} (2^4 - 1011)_2 &= (10000 - 1011)_2 = 0101_2 \\ (2^5 - 10001)_2 &= (100000 - 10001)_2 = 01111_2 \end{aligned} \quad (۲.۶)$$

### ۲.۳ اساس منفی ایک یا $(r - 1)$ کا تکرار

اساس  $r$  کے نظام میں، عدد  $N$  کے اساس منفی ایک  $(r - 1)$  کے تکرار سے مراد  $r^n - 1 - N$  ہے۔ اعشاری نظام میں اساس منفی ایک کے تکرار کو عموماً 9 کا تکرار (نو کا تکرار) اور شنائی نظام میں اسے 1 کا تکرار (ایک کا تکرار) کہتے ہیں۔

اعشاری نظام میں 376 اور 7852 کے 9 کے تکرار، بالترتیب مندرجہ ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} 10^3 - 1 - 376 &= 1000 - 1 - 376 \\ &= 999 - 376 \\ &= 623_{10} \\ 10^4 - 1 - 7852 &= 10000 - 1 - 7852 \\ &= 9999 - 7852 \\ &= 2147_{10} \end{aligned} \quad (۲.۷)$$

اعشاری نظام میں عدد  $10^n - 1$ ،  $n$  ہندسوں پر مشتمل ہوگا، جہاں ہر ہندسے کی قیمت 9 ہوگی۔

$$\begin{aligned} 10^3 - 1 &= 1000 - 1 = 999_{10} \\ 10^6 - 1 &= 1000000 - 1 = 999999_{10} \\ 10^8 - 1 &= 100000000 - 1 = 99999999_{10} \end{aligned} \quad (۲.۸)$$

شنائی نظام میں عدد  $2^n - 1$ ،  $n$  ہندسوں پر مشتمل ہوگا، جہاں ہر ہندسے کی قیمت 1 ہوگی۔

$$\begin{aligned} 2^3 - 1 &= 1000 - 1 = 111_2 \\ 2^5 - 1 &= 100000 - 1 = 11111_2 \\ 2^8 - 1 &= 100000000 - 1 = 11111111_2 \end{aligned} \quad (۲.۹)$$

شنائی نظام میں  $1001_2$  اور  $101110_2$  کے 1 کے تکملہ، بالستریب، درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} 2^4 - 1 - 1001 &= 1111 - 1001 = 0110_2 \\ (۲.۱۰) \quad 2^6 - 1 - 101110 &= 111111 - 101110 = 010001_2 \end{aligned}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ شنائی ہندسہ 0 کا ”ایک کا تکملہ“، شنائی ہندسہ 1 ہوگا، اور اسی طرح عدد 1 کا ”ایک کا تکملہ“، شنائی ہندسہ 0 ہوگا۔ ہم کہتے ہیں 0 کا متمم 1 اور 1 کا متمم 0 ہے۔

شنائی عدد  $N$  کا اساس منفی ایک کا تکملہ،  $\bar{N}$  سے ظاہر کیا جاتا ہے لہذا درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} \bar{1}_2 &= 0_2 \\ \bar{0}_2 &= 1_2 \\ (۲.۱۱) \quad \overline{1001}_2 &= 0110_2 \\ \overline{101110}_2 &= 010001_2 \end{aligned}$$

ان دو مثالوں سے ایک اہم حقیقت واضح ہوتا ہے: شنائی عدد میں ہر ہندسے کا متمم لینے سے (یعنی ہر 0 کو 1 اور ہر 1 کو 0 کرنے سے) اس کا ایک کا تکملہ یا متمم حاصل ہوگا۔

شنائے عدد کے ہر بٹے کا متمم لینے سے عدد کا 1 کا تکملہ (یعنی متمم) ماحصل ہوگا۔

اساس  $r$  نظام میں  $r$  کے تکملہ سے مراد  $r^n - 1$  اور  $(r - 1)$  کے تکملہ سے مراد  $r^2 - 1 - N$  ہے، لہذا  $(r - 1)$  کے تکملہ کے ساتھ 1 جمع کر کے  $r$  کا تکملہ حاصل کیا جاسکتا ہے، یعنی عدد کے متمم کے ساتھ 1 جمع کر کے 2 کا تکملہ حاصل ہوگا۔ اس طرح اسی تکملہ کا حصول عموماً زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔ مساوات ۲.۲ میں دیے گئے اعداد کے 2 کے تکملہ ہم اس طریقہ سے حاصل کرتے ہیں۔

چونکہ  $\overline{1011} = 0100$  ہے لہذا  $1011$  کا اساسی تکملہ  $0101 + 1 = 0100$  ہوگا۔ اسی طرح  $10001$  کے متمم  $01110$  کے ساتھ 1 جمع کرنے سے اس کا اساسی تکملہ  $01111 + 1 = 01110$  حاصل ہوگا۔

## ۲.۴ دو اعداد کی منفی بذریعہ اسی تکملہ

مستلم و کاغذ کے ساتھ،  $M$  سے  $N$  منفی کرنا چھوٹی جماعتوں میں سکھایا جاتا ہے۔ برقیات میں تکملہ کی مدد سے دو اعداد منفی کیے جاتے ہیں، جہاں دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر ہونا لازم ہے۔ اسی تکملہ کی مدد سے  $M - N$  مندرجہ ذیل طریقہ کار سے حاصل کیا جاتا ہے۔

• دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر کرنے کی خاطر، کم ہندسوں والے عدد کی بائیں جانب (درکار تعداد کی) اضافی صفریں چسپاں کریں۔ مندرجہ ذیل ہر عدد میں  $n$  ہندسے پائے جاتے ہیں۔

•  $M$  کے ساتھ  $N$  کا اساسی تکملہ جمع کر کے مجموعہ  $M + r^n - N$  حاصل کریں۔

•  $M$  کی قیمت  $N$  کی قیمت سے زیادہ ہونے کی صورت میں، آخری (بائیں) ہندسے جمع کرنے سے حاصل 1 پیدا ہوگا، جس کی بنیاد مجموعہ  $n + 1$  ہندسوں پر مشتمل ہوگا اور اس کا بائیں ہندسہ 1 ہوگا۔ اس بائیں ہندسے کو (یعنی حاصل 1 کو) نظر انداز کریں؛ باقی  $n$  ہندسوں پر مبنی عدد اصل جواب ہوگا۔

## باب ۲: بنیادی حساب

•  $M$  کی قیمت  $N$  کی قیمت سے کم ہونے کی صورت میں، آخری (بائیں) ہندسے جمع کرنے سے حاصل 1 پیدا نہیں ہوگا؛ مجموعہ منفی عدد کو ظاہر کرے گا، اور  $n$  ہندسوں پر مبني ہوگا۔ مجموعے کا اسی نمبر لے کر اس کی بائیں جانب منفی علامت منسلک کر کے جواب حاصل ہوگا۔

ان دونوں صورتوں کی وضاحت مثالوں سے ہوگی۔

مثال ۲.۱: اعداد کا حاصل منفی  $974 - 7852$  دس کے نمبر کی مدد سے دریافت کریں۔

جواب: یہاں بڑا عدد 7852 چار ہندسوں پر مبني ہے، لہذا چھوٹا عدد 0974 لکھیں اور  $n = 4$  لیں۔ یوں 0974 کا اسی نمبر  $10000 - 0974 = 9026$  ہوگا، جس کو 7852 کے ساتھ جمع کرنے سے 5 ہندسوں کا مجموعہ  $9026 + 7852 = 16878$  حاصل ہوگا۔ چونکہ یہ عدد 5 ہندسوں پر مبني ہے، لہذا بائیں ہندسے کو نظر انداز کرتے ہوئے 6878 کو جواب تسلیم کرتے ہیں۔ (ہم درحقیقت آخری ہندسوں کی جمع سے پیدا حاصل 1 کو رد کرتے ہیں۔ چونکہ یہ مجموعہ میں بائیں ترین مقام پر اترتا ہے لہذا مجموعہ کا پایا ہندسہ رد کر کے جواب حاصل ہوگا۔)

1		
7852		10000
+9026		-0974
16878		9026

حاصل 1 کو نظر انداز کر کے  
6878 کو جواب تسلیم کرتے ہیں

□

مثال ۲.۲: دس کے نمبر کی مدد سے  $974 - 7852$  حاصل کریں۔

جواب: عدد 7852 کے اسی نمبر  $10000 - 7852 = 2148$  کا 0974 کے ساتھ مجموعہ لیتے ہوئے:  $0974 + 2148 = 3122$  آخری حاصل 1 نہیں پیدا ہوتا، لہذا یہ مجموعہ 4 ہندسوں پر مشتمل ہے؛ اس کے اسی نمبر  $10000 - 3122 = 6878$  کے ساتھ منفی علامت چسپاں کرتے ہوئے 6878 - کو جواب تسلیم کرتے ہیں۔

جواب	10000	0974	10000
-6878	-3122	+2148	-7852
	6878	3122	2148

□

شائی اعداد بھی بالکل اسی طرح منفی کیے جاتے ہیں۔ ان کی بھی دو مثالیں پیش کرتے ہیں۔

مثال ۲.۳: اسی نمبر کی مدد سے مندرجہ ذیل حاصل کریں۔

$$(1) \quad 11001_2 - 1011_2 \text{ اور } (ب) \quad 1011_2 - 11001_2$$

جواب: (i) چونکہ  $11001 = 00110$  ہے، لہذا دو کا تکملہ  $00111 = 00110 + 1$  ہوگا۔ اس کو دوسرے عدد  $01011_2$  (جس کی بائیں جانب اضافی 0 چسپاں کر کے ہندسوں کی تعداد پوری کی گئی) کے ساتھ جمع کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 01011 \\ +00111 \\ \hline 10010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 01011 \\ +00111 \\ \hline 10010 \end{array}$$

بائیں آخری ہندسوں کو جمع کرتے ہوئے حاصل 1 پیدا نہیں ہوا، لہذا اس کا 2 کا تکملہ لیتا ہوگا۔ چونکہ  $10010 = 01101$  ہے لہذا اسی تکملہ  $01110 = 01101 + 1$  ہوگا، جس کی بائیں جانب منفی علامت چسپاں کر کے نتیجہ  $01110_2$  حاصل کرتے ہیں۔

جواب: (ب) یہاں ایک عدد پانچ ہندسوں پر مشتمل ہے، لہذا دوسرے عدد میں بھی پانچ ہندسے پورے کیے جائیں گے۔ یوں 1011 کو 01011 لکھ کر، اس کے متم  $01011 = 10100$  سے عدد کا اسی تکملہ  $10100 + 1 = 10101$  حاصل کر کے، دوسرے عدد کے ساتھ جمع کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11001 \\ +10101 \\ \hline 101110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 11001 \\ +10101 \\ \hline 101110 \end{array}$$

آخری ہندسے جمع کرتے ہوئے حاصل 1 پیدا ہوا جس کو نظر انداز کر کے باقی مجموعہ،  $01110_2$ ، کو نتیجہ تسلیم کرتے ہیں۔ □

## ۲.۵ دو اعداد کی منفی بذریعہ اساس منفی ایک کا تکملہ

اساس منفی ایک تکملہ کی مدد سے بھی  $M - N$  حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اس کا طریقہ کار درج ذیل ہے جہاں دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر ہونا لازم ہے۔

• دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر کرنے کی خاطر، کم ہندسوں والے عدد کی بائیں جانب (درکار تعداد کی) اضافی صفریں چسپاں کریں۔ فرض کریں اب ہر عدد میں  $n$  ہندسے پائے جاتے ہیں۔

•  $M$  کے ساتھ  $N$  کا اساس منفی ایک کا تکملہ جمع کر کے مجموعہ  $M + 2^n - 1 - N$  حاصل کریں۔

•  $M$  کی قیمت  $N$  کی قیمت سے زیادہ ہونے کی صورت میں، آخری (بائیں) ہندسے جمع کرنے سے حاصل 1 پیدا ہوگا، جس کی بنیاد مجموعہ  $n + 1$  ہندسوں پر مشتمل ہوگا اور اس کا بائیں ہندسہ 1 ہوگا۔ اس بائیں ہندسے کو (یعنی حاصل 1 کو) نظر انداز کرنے کی بجائے، مجموعہ سے خارج کر کے، 1 وزن مختص کریں

## باب ۲: بنیادی حساب

اور  $n$  ہندسوں کے باقی مجموعہ کے ساتھ جمع کر کے جواب حاصل کریں۔ اس عمل کو واپس آئیں آخری حاصل ایک (1) کہتے ہیں۔

•  $M$  کی قیمت  $N$  کی قیمت سے کم ہونے کی صورت میں، آخری (بائیں) ہندسے جمع کرنے سے حاصل 1 پیدا نہیں ہوگا؛ مجموعہ منفی عدد کو ظاہر کرے گا، اور  $n$  ہندسوں پر مبنی ہوگا۔ مجموعے کا اساس منفی ایک کا نمبر لے کر اس کی بائیں جانب منفی علامت منسلک کر کے جواب حاصل ہوگا۔

ان دونوں صورتوں کی وضاحت مثالوں سے ہوگی۔

مثال ۲.۴: نوکا نمبر استعمال کرتے ہوئے  $974 - 7852$  حاصل کریں۔

جواب: عدد 974 کے بائیں 0 چپاں کر کے اس میں ہندسوں کی تعداد پوری کریں اور 7852 کے اساس منفی ایک کے نمبر  $2147 = 9999 - 7852$  کے ساتھ جمع کریں۔

$$\begin{array}{r} 2147 \\ +974 \\ \hline 3121 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2147 \\ +0974 \\ \hline 3121 \end{array}$$

آخری (بائیں) ہندسے جمع کرنے سے حاصل 1 پیدا نہیں ہوا، لہذا مجموعہ چار ہندسوں پر مشتمل ہے۔ اس کے اساس منفی ایک کے نمبر  $6878 = 9999 - 3121$  کے بائیں منفی علامت منسلک کر کے جواب 6878- حاصل کرتے ہیں۔ □

مثال ۲.۵: نوکا نمبر استعمال کرتے ہوئے  $974 - 7852$  حاصل کریں۔

جواب: چھوٹے عدد 974 میں ہندسوں کی تعداد پوری کر کے اس کے اساس منفی ایک کے نمبر  $9025 = 9999 - 0974$  کے ساتھ جمع کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ 7852 \\ +9025 \\ \hline 16877 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 7852 \\ +9025 \\ \hline 16877 \end{array}$$

آخری (بائیں) ہندسے جمع کرتے ہوئے حاصل 1 پیدا ہوا جس کی بنیاد مجموعہ 5 ہندسوں پر مشتمل ہے۔ ہم اس حاصل 1 کو وزن 1 مختص کر کے باقی 4 ہندسوں پر مبنی مجموعہ 6877 کے ساتھ جمع کر کے جواب  $6878 = 6877 + 1$  حاصل کرتے ہیں۔ □

اب ہم شمالی اعداد کی مثال لیتے ہیں۔



مثال ۲.۶: مندرجہ ذیل کو 1 کے نکتہ کی مدد سے حل کریں۔

$$(i) 11011_2 - 101110_2, (ب) 101110_2 - 11011_2$$

حل: (i) منفی ہونے والے عدد میں ہندسوں کی تعداد پوری کر کے اس کا متمم:

$$\overline{011011} = 100100$$

دوسرے عدد کے ساتھ جمع کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ 101110 \\ +100100 \\ \hline 1010010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 101110 \\ +100100 \\ \hline 1010010 \end{array}$$

آخری حاصل 1 کو باقی عدد سے علیحدہ کر کے اسے 1 کا وزن مختص کر کے (یعنی اس کو اکائی تصور کر کے)، دائیں چھ ہندسوں پر مشتمل مجموعہ 010010 کے ساتھ جمع کرتے ہوئے جواب حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 010010 \\ +1 \\ \hline 010011 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 010010 \\ +1 \\ \hline 010011 \end{array}$$

(ب) متمم  $\overline{101110} = 010001$  کو دوسرے عدد کے ساتھ جمع کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 010001 \\ +011011 \\ \hline 101100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 010001 \\ +011011 \\ \hline 101100 \end{array}$$

چونکہ آخری حاصل صفر ہے، لہذا مجموعے کے متمم  $\overline{101100} = 010011$  کے ساتھ منفی کی علامت چسپاں کر کے جواب  $010011_2 -$  حاصل کرتے ہیں۔

□

## ۲.۶ مثبت اور منفی اعداد

روزمرہ زندگی میں مثبت اعداد لکھتے ہوئے انہیں بغیر کسی علامت کے، یا مثبت علامت (+) کے ساتھ لکھا جاتا ہے، البتہ منفی اعداد کے ساتھ منفی علامت (-) ضرور لکھی جاتی ہے۔ یوں درج ذیل اعداد درست لکھے

$+3025, \quad 3025, \quad -3025$ 

کمپیوٹر شنائی اعداد: اور 0، 1 استعمال کرتا ہے، اور ہر معلومات کو انہیں سے ظاہر کرتا ہے۔ روایتاً مثبت علامت (+) کو 0 (صفر) اور منفی علامت (-) کو 1 (ایک) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ علامت عدد کی بائیں جانب لکھی جاتی ہے۔ یوں  $+5_{10}$  کو چار شنائی ہندسوں سے ظاہر کرتے ہوئے، بائیاں ہندسہ مثبت علامت (+) کو جبکہ باقی تین ہندسے 5 کو ظاہر کریں گے۔ اسی طرح  $-5_{10}$  کو آٹھ شنائی ہندسوں سے ظاہر کرتے ہوئے، بائیاں ہندسہ منفی علامت (-) کو جبکہ باقی سات ہندسے 5 کو ظاہر کریں گے۔

$$\underbrace{0}_{+} \underbrace{101}_{5_{10}} \quad \underbrace{1}_{-} \underbrace{0000101}_{5_{10}}$$

یہ جاننا ضروری ہے، آیا شنائی اعداد کا بایاں ہندسہ علامت کو ظاہر کرتا ہے یا یہ عدد کا حصہ ہے؛ یہ فیصلہ اعداد استعمال کرنے والے پر ہے۔ کمپیوٹر استعمال کرتے وقت آپ فیصلہ کرتے ہیں کہ علامت دار یا بے علامت (غیر علامت دار) اعداد استعمال کریں گے۔ جدول ۱.۲ میں چار شنائی ہندسوں پر مشتمل علامت دار اعداد دکھائے گئے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ صفر کو دو مختلف طریقوں سے ظاہر کیا جاسکتا ہے، ان میں ایک مثبت اور دوسرا منفی ہے!

$$\begin{aligned} 00000101_2 &= +5_{10} \\ 01111111_2 &= +127_{10} \\ 10000101_2 &= -5_{10} \\ 11111111_2 &= -127_{10} \\ 00000000_2 &= +0_{10} \\ 10000000_2 &= -0_{10} \end{aligned}$$

ان اعداد میں بھی مثبت اور منفی صفریا پائے گئے ہیں۔ ہر روز زندگی میں صفر کو ہم مثبت تصور کرتے ہیں۔

جدول ۲.۱: چار ہندسوں کے علامت دار اعداد

علامت دار	شنائی
$+7_{10}$	$0111_2$
$+6_{10}$	$0110_2$
$+5_{10}$	$0101_2$
$+4_{10}$	$0100_2$
$+3_{10}$	$0011_2$
$+2_{10}$	$0010_2$
$+1_{10}$	$0001_2$
$+0_{10}$	$0000_2$
$-0_{10}$	$1000_2$
$-1_{10}$	$1001_2$
$-2_{10}$	$1010_2$
$-3_{10}$	$1011_2$
$-4_{10}$	$1100_2$
$-5_{10}$	$1101_2$
$-6_{10}$	$1110_2$
$-7_{10}$	$1111_2$

جدول ۲.۲: علامت دار ایک کا تکملہ اور دو کا تکملہ اعداد

اعشاری عدد	علامت دار وتر	علامت دار ایک کا تکملہ	علامت دار دو کا تکملہ
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000
-0	1000	1111	نہیں پایا جاتا
-1	1001	1110	1111
-2	1010	1101	1110
-3	1011	1100	1101
-4	1100	1011	1100
-5	1101	1010	1011
-6	1110	1001	1010
-7	1111	1000	1001
-8	نہیں پایا جاتا	نہیں پایا جاتا	1000

اتنا کچھ کہنے کے بعد آپ کو بتاتا چلوں کہ، کمپیوٹر میں منفی اعداد کو علامت دار وتر اظہار میں نہیں بلکہ علامت دار و 1 کے تکملہ یا علامت دار و 2 کے تکملہ نظام میں رکھا اور استعمال کیا جاتا ہے۔ اگلے حصہ میں ان نظام پر غور ہوگا۔

## ۲.۷ علامت دار و تکملہ نظام

کمپیوٹر میں عددی برقیات کی مدد سے اعداد جمع یا منفی کیے جاتے ہیں۔ یہ اعمال اسی تکملہ یا اساس منفی ایک کا تکملہ (حصہ ۲.۲ اور حصہ ۵.۲ دیکھیں) استعمال کرتے ہوئے زیادہ خوش اسلوبی سے سرانجام دیے جاتے ہیں۔

کمپیوٹر چونکہ شنائی اعداد استعمال کرتا ہے، لہذا اس میں منفی اعداد 1 کے تکملہ یا 2 کے تکملہ میں لکھے جاتے ہیں۔ جدول ۲.۲ میں چار شنائی ہندی (چار بٹ) علامت دار اعداد کا 1 کا تکملہ اور 2 کا تکملہ روپ پیش کیا گیا ہے۔

جدول ۲.۲ سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مثبت عدد، شنائی ہندیوں میں ایک ہی طریقہ سے لکھا جاتا ہے، جبکہ منفی عدد تین طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔ یوں تینوں طریقوں میں مثبت عدد کو سادہ شنائی عدد لکھیں۔

مثبت عدد  $x$  کی علامت دار روپ میں علامتی ہٹ 0 سے 1 کرنے سے  $x$  کی علامت دار روپ حاصل ہوگا۔ یوں 5- کو علامت دار روپ میں لکھنے کی خاطر 5+ کو علامت دار روپ 01012 میں لکھ کر علامتی ہٹ 1 کرنے سے 5- کی علامت دار روپ 11012 حاصل ہوگی۔

منفی عدد  $x$  کی علامت دار ایک کے تکملہ روپ میں لکھنے کی خاطر  $x$  کی علامت دار شنائی عدد (یعنی سادہ شنائی روپ میں) لکھ کر اس کا 1 کا تکملہ لیں۔ یاد رہے کہ 1 کا تکملہ حاصل کرتے ہوئے شنائی عدد کے ہر ہندسہ (بج علامتی ہٹ) کا متمم لینا ہوگا۔ یوں 5- کو علامت دار ایک کے تکملہ روپ میں لکھنے کی خاطر 5+ کو 01012 لکھ کر متمم لیں جو درکار روپ 10102 دے گا۔

منفی عدد  $x$  کی علامت دار دو کے تکملہ روپ میں لکھنے کی خاطر  $x$  کی علامت دار شنائی عدد (یعنی سادہ شنائی روپ میں) لکھ کر اس کا 2 کا تکملہ لیں۔ یاد رہے کہ 2 کا تکملہ حاصل کرتے ہوئے شنائی عدد کے ہر ہندسہ (بج علامتی ہٹ) کا متمم لینا ہوگا۔ یوں 5- کو علامت دار دو کے تکملہ روپ میں لکھنے کی خاطر 5+ کو 01012 لکھ کر دو کا تکملہ لیں جو درکار روپ 10112 دے گا۔

## سوالات

سوال ۲.۱: درج ذیل شنائی مجموعے حاصل کریں۔ ان سوالات کو اعشاری روپ میں بھی حل کریں۔ جوابات کا موازنہ کریں۔

- |                |                  |                  |                 |
|----------------|------------------|------------------|-----------------|
| ا. $101 + 110$ | ج. $1011 + 1101$ | د. $1011 + 1001$ | ه. $101 + 1011$ |
| ب. $101 + 11$  | د. $1011 + 1001$ | و. $101 + 1111$  |                 |

جواب: شنائی 1011، 1000، 11000، 10110، 10000، 10100؛ اعشاری 1، 8، 24، 22، 16، 20  
سوال ۲.۲: درج ذیل شنائی اعداد کے سوالات حل کریں۔ ان سوالات کو اعشاری روپ میں بھی حل کریں۔ جوابات کا موازنہ کریں۔

- |                |                  |                  |                 |
|----------------|------------------|------------------|-----------------|
| ا. $101 - 110$ | ج. $1101 - 1111$ | د. $1001 - 1101$ | ه. $1011 - 101$ |
| ب. $101 - 111$ | د. $1001 - 1101$ | و. $1111 - 101$  |                 |

جواب: شنائی 1، 10، 10، 100، 110، 1010، -؛ اعشاری 1، 2، 2، 4، -6، -10  
سوال ۲.۳: درج ذیل شنائی اعداد کے سوالات حل کریں۔ انہیں سوالات کو اعشاری روپ میں بھی حل کریں۔ جوابات کا موازنہ کریں۔

- |                 |                    |                    |                      |
|-----------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| ا. $10.1 - 110$ | ج. $1.101 - 11.11$ | د. $10.01 - 110.1$ | ه. $10.11 - 101.011$ |
| ب. $10.1 - 101$ | د. $10.01 - 110.1$ | و. $11.01 - 111.1$ |                      |

جواب: ششائی 11.1 ، 10.1 ، 10.001 ، 100.01 ، 10.101 ، 100.01  
سوال ۲.۴: درج ذیل اعشاری سوالات کو ششائی روپے میں تبدیل کر کے حل کریں۔

ا.  $64 + 32$       ج.  $121.2 - 94.3$       ہ.  $1024 - 63$   
ب.  $256 - 128$       د.  $36.09 + 22.24$       و.  $2056 + 1024$

جواب: 11000000 ، 10000000 ، 11010.1110 ، 111010.010 ، 1111000001 ، 110000001000  
سوال ۲.۵: درج ذیل اعشاری اعداد کا نمبر نو اور نمبر دس حاصل کریں۔

ا. 6      د. 205      ز. 0.63      ی. 23409.65487  
ب. 8      ہ. 3160029      ج. 39.09  
ج. 19      و. 9807568      ط. 3093.9801

جواب: نمبر 1 ، 3 ، 80 ، 794 ، 6839970 ، 0192431 ؛ نمبر 4 ، 2 ، 81 ، 795 ، 6839971 ، 0192432

سوال ۲.۶: درج ذیل ششائی اعداد کا (اتنے ہی ہندسوں میں) نمبر ایک اور نمبر دو حاصل کریں۔

ا. 1011      ج. 111101      ہ. 11.11  
ب. 1001      د. 10101010      و. 1101.0011

جواب: نمبر 100 ، 0110 ، 000010 ، 01010101 ؛ نمبر 0101 ، 0111 ، 000011 ، 01010110

سوال ۲.۷: درج ذیل اعشاری سوالات کو نمبر نو اور نمبر دس استعمال کرتے ہوئے حل کریں۔ سادہ طریقے سے حاصل جوابات کے ساتھ موازنہ کریں۔

ا.  $9 - 4$       ج.  $23.9 - 13$       ہ.  $0.555 - 0.045$   
ب.  $16 - 9$       د.  $555.078 - 303.93$       و.  $1000 - 909.5301$

سوال ۲.۸: درج ذیل ششائی سوالات کو نمبر ایک اور نمبر دو سے حل کریں۔ سادہ ششائی طریقے سے حاصل جوابات کے ساتھ موازنہ کریں۔

ا.  $11 - 10$       ج.  $11.10 - 10.11$       ہ.  $101 - 1010$   
ب.  $1101 - 1010$       د.  $1101.01 - 1001.1$       و.  $0.11 - 1101.11$

سوال ۲.۹: درج ذیل اعشاری سوالات کو شنائی روپ میں تبدیل کر کے حل کریں۔ جواب کو واپس اعشاری روپ میں تبدیل کر کے اعشاری طریقے سے حاصل جواب کے ساتھ موازنہ کریں۔

ا. $3 \times 9$	ج. $15 \times 3.625$	د. $2048 \times 2048$
ب. $31 \times 23$	د. $1024 \times 16$	و. $65.75 \times 11.625$





## باب ۳

### بوولین الجبرا

بوولین الجبرا انگلستان کے ریاضی دان جارج بوولی کے نام سے جانا جاتا ہے، جنہوں نے اس الجبرا کو دریافت کیا۔ بوولین الجبرا ذہنی سوچ یعنی منطق کو الجبرائی روپ میں لکھنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔ اس لئے حیرانی کی بات نہیں کہ کمپیوٹر اسی کو استعمال کرتا ہے۔

#### ۳.۱ بوولین الجبرا کے بنیادی تصورات

عام الجبرا میں متغیرات استعمال کرتے ہوئے تصور کیا جاتا ہے کہ ان کی قیمت کچھ بھی ہو سکتی ہے۔ مثلاً،  $z = f(x, y)$ ، جہاں  $x$  اور  $y$  آزاد متغیرات جبکہ  $z$  تابع متغیر ہے، میں متغیرات کی چند ممکنہ قیمتیں درج ذیل ہیں۔

$x$	$y$	$z$
0	0	0
1	2	5
2	1	4
3	2	7
2	2	6
3	1	5

اس تفاعل جس کو ایک نامکمل جدول کے روپ میں پیش کیا گیا ہے کا الجبرائی روپ درج ذیل ہے۔

$$z = x + 2y$$

اس کے برعکس، بوولین الجبرا میں متغیرات کی صرف دو ممکنہ قیمتیں ہیں۔ ان دو قیمتوں کو عموماً 0 (صفر) اور 1 (ایک) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ بوولین تفاعل کی چند مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

جدول ۳.۱: دو متغیر منطقی ضرب

### ۳.۱.۱ منطقی ضرب

تصور کریں  $X$  اور  $Y$  آزاد بولین متغیرات ہیں، جبکہ  $Z$  ان کا تابع بولین متغیر  $Z = f(X, Y)$  ہے۔ چونکہ  $X$  بولین متغیر ہے، لہذا اس کی ممکنہ قیمتیں صرف 0 اور 1 ہیں۔ اسی طرح  $Y$  بھی بولین متغیر ہے، لہذا اس کی قیمت بھی صرف 0 اور 1 ہو سکتی ہے۔ تابع متغیر  $Z$  بھی بولین متغیر ہے۔ اس طرح اگرچہ اس کی قیمت  $X$  اور  $Y$  کی تابع ہے، اس کے باوجود  $Z$  کی قیمت صرف 0 یا 1 ہی ہو سکتا ہے۔ متغیرات  $X$  اور  $Y$  درج ذیل چار ممکنہ ترتیب میں پائے جاسکتے ہیں۔

X	Y
0	0
0	1
1	0
1	1

ان چار ممکنہ صورتوں میں  $Z$  کی قیمت 0 یا 1 ہوگی۔

آئیے، جدول ۳.۱ میں پیش کیے گئے منطقی تفاعل پر غور کرتے ہیں جس کی تمام ممکنہ قیمتیں اس جدول میں دی گئی ہیں۔ اس مثال میں تابع متغیر  $Z$  کی قیمت صرف اس وقت 1 ہے جب  $X$  اور  $Y$  دونوں کی قیمت 1 ہے۔ یہی قیمتیں  $X$  اور  $Y$  کی سادہ ضرب  $X \cdot Y$  سے بھی حاصل ہوتی ہیں (ذیل دیکھیں)۔

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

اسی کی بنا پر جدول ۳.۱ میں پیش تفاعل (اور عمل) کو بولین ضرب یا منطقی ضرب کہتے ہیں۔ بولین ضرب کو آزاد متغیرات کے درمیان نقطہ ” $\cdot$ “ سے یا آزاد متغیرات کو قریب قریب لکھنے سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں بولین ضرب درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$Z = X \cdot Y$$

(۳.۱)

$$Z = XY \quad (\text{بولین ضرب})$$

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

جدول ۳.۲: تین متغیر بوولین ضرب

منطقی ضرب کے تصور کو وسعت دے کر متعدد آزاد متغیرات کے لئے بیان کیا جاسکتا ہے۔ منطقی ضرب کی عمومی تعریف پیش کرتے ہیں۔

تعریف: منطقی ضرب اس صورت 1 دیا جب تمام آزاد متغیرات کی قیمت 1 ہو۔

□

جدول ۳.۳ کو مثال بناتے ہیں۔ اس طرح کے جدول میں آزاد متغیرات کی تمام ممکنات لکھنے (یعنی آزاد متغیرات کے حانے پر کرنے) کی خاطر مداحل XY کو شنائی عدد کے ہندسے تصور کر کے، جدول کے مطلوبہ حانوں میں صفر (00) تا تین (11) گنتی لکھیں۔ یوں پہلے صف میں XY کی جگہ 00، دوسری صف میں 01، تیسری صف میں 10 اور آخری صف میں 11 لکھا جائے گا۔

تین آزاد متغیرات کے منطقی ضرب تفاعل  $Z = ABC$  کو جدول ۳.۳ میں پیش کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جدول کے تین مداحل کے حانوں میں صفر (000) تا سات (111) گنتی لکھی گئی ہے (جو تین ہندسوں کے شنائی اعداد ہیں)۔

### ۳.۱.۲ منطقی جمع

دو آزاد متغیرات کے بوولین تفاعل کی ایک اور مثال لیتے ہیں جس کو جدول ۳.۳ میں پیش کیا گیا ہے۔ اب Z اس صورت 1 کے برابر ہے جب X یا Y یادوں کی قیمت 1 ہو۔ اس بوولین عمل کو بوولین جمع یا منطقی جمع کہتے ہیں۔

آزاد متغیرات X اور Y کا (روزمرہ) سادہ الجبرائی مجموعہ  $S = X + Y$  جدول ۳.۳ میں پیش کیا گیا ہے۔

جدول ۳.۳ اور جدول ۳.۳ کے اولین تین نتائج ایک جیسے ہیں۔ اس مشابہت کی بنا جدول ۳.۳ میں دیے گئے بوولین تفاعل کو بوولین جمع یا منطقی جمع کہتے ہیں اور اس بوولین تفاعل کو جمع کے نشان “+” سے ہی ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں

X	Y	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	2

جدول ۳.۴: دو شنائی اعداد کا سادہ مجموعہ

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

جدول ۳.۳: دو متغیر منطقی جمع

X	Z
0	1
1	0

جدول ۳.۶: منطقی نفی یا متمم

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

جدول ۳.۵: تین متغیر منطقی جمع

جدول ۳.۳ میں پیش بولین جمع تفاعل درج ذیل لکھا جائے گا۔

(۳.۲)

$$Z = X + Y$$

(بولین جمع)

یہ بولین تفاعل کی مساوات ہے جس کو عام الجبرائی جمع ہرگز نہ سمجھا جائے۔ بالخصوص، بولین جمع کرتے وقت یاد رہے کہ  $1 + 1 = 1$  ہے۔

بولین جمع کے تصور کو وسعت دے کر متعدد آزاد متغیرات کے لئے بیان کیا جا سکتا ہے۔ بولین جمع کی عمومی تعریف درج ذیل ہے۔

تعریف: منطقی جمع اس صورت 1 دیگا جب آزاد متغیرات میں کم سے کم ایک متغیر کی قیمت 1 ہو۔

□

تین متغیر منطقی جمع تفاعل  $Z = A + B + C$  جدول ۳.۵ میں پیش کیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ تین آزاد متغیرات کے منطقی جمع کا الجبرائی جمع کے ساتھ کوئی تعلق نہیں۔ یہاں جمع کی علامت بولین جمع کو ظاہر کرتی ہے لہذا یہاں  $1 + 1 + 1 = 1$  ہوگا۔

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

جدول ۸.۳: تین متغیر بولین بلا شرکت جمع

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

جدول ۷.۳: دو متغیر منطقی بلا شرکت جمع

### ۳.۱.۳ منطقی غنی

بولین تفاعل  $Z = f(X)$  کی تیسری مثال لیتے ہیں جہاں آزاد متغیر  $X$  اور تابع متغیر  $Z$  کا تعلق جدول ۶.۳ میں پیش کیا گیا ہے۔

اس تفاعل کو بولین غنی کہتے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ درحقیقت، تابع متغیر  $Z$ ، آزاد متغیر کا متمم ہے۔ یوں بولین غنی درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

(۳.۳)

$$Z = \overline{X}$$

(بولین غنی یا متمم)

بولین غنی صرف ایک آزاد متغیر کے لئے بیان کیا جاسکتا ہے، اور اس کی تعریف درج ذیل ہے۔  
تعریف: بولین غنی آزاد متغیر کا متمم دیتا ہے۔

□

### ۳.۱.۴ منطقی بلا شرکت جمع

دو آزاد متغیرات کا ایسا بولین تفاعل جدول ۷.۳ میں دکھایا گیا ہے، جس کا تابع متغیر اس صورت 1 ہے جب صرف ایک آزاد متغیر 1 ہو۔ یہ دو متغیر بولین بلا شرکت جمع ہے۔ اس تصور کو متعدد آزاد متغیرات تک وسعت دے کر بیان کرتے ہیں۔

تعریف: طاق تعداد کے آزاد متغیرات 1 ہونے کی صورت میں بولین بلا شرکت کا تابع متغیر 1 ہوگا۔

□

تین آزاد متغیر بلا شرکت جمع تفاعل کو جدول ۸.۳ میں پیش کیا گیا ہے۔

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

جدول ۳.۱۰: تین متغیر بولین ضد بلا شرکت جمع

جدول ۳.۹: دو متغیر منطقی ضد بلا شرکت جمع

دو اور تین آزاد متغیر بولین بلا شرکت کی مساوات درج ذیل ہوں گی۔

$$\begin{aligned} Z &= A \oplus B & (\text{دو آزاد متغیر بلا شرکت جمع}) \\ Z &= A \oplus B \oplus C & (\text{تین آزاد متغیر بلا شرکت جمع}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

### ۳.۱.۵ منطقی ضد بلا شرکت جمع

بولین بلا شرکت جمع تفاعل کا ثقی (یعنی متمم) لینے سے بولین ضد بلا شرکت جمع حاصل ہوگا، جو دو اور تین آزاد متغیرات کے لئے درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned} Z &= \overline{A \oplus B} \\ Z &= \overline{A \oplus B \oplus C} \end{aligned} \quad (\text{تین متغیر منطقی ضد بلا شرکت جمع}) \quad (3.5)$$

جدول ۳.۷ اور جدول ۳.۸ میں تابع متغیر ثقی کرنے سے بالترتیب دو اور تین بولین ضد بلا شرکت تفاعل حاصل ہوں گے جنہیں جدول ۳.۹ اور جدول ۳.۱۰ میں پیش کیا گیا ہے۔

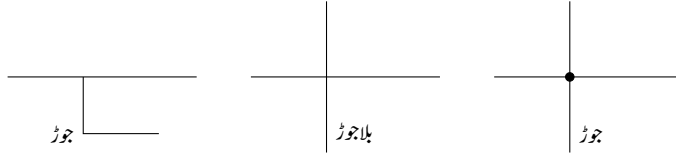
## ۳.۲ برقی تاروں میں جوڑ کی وضاحت

شکل ۳.۱ پر غور کریں جس میں برقی تاروں کے بیچ جوڑ کی وضاحت کی گئی ہے۔

جہاں ایک تار دوسری تار کے اوپر سے گزرتی ہو اور دونوں آپس میں جھڑی ہوں، وہاں جوڑ کے مقام پر نقطے کا نشان لگایا جاتا ہے۔ ایسی صورت میں انہیں ایک تار تصور کیا جائے۔

جہاں تاریں آپس میں جھڑی نہ ہوں وہاں انہیں بغیر نقطے کے نشان سے ایک دوسری کے اوپر سے گزرتا دکھایا جاتا ہے۔ نقطے کے نشان کی غیور موجودگی میں ان تاروں کو دو علیحدہ اور بلا جوڑ تاریں سمجھا جائے۔

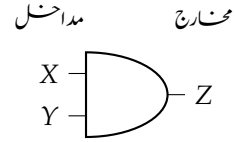
تیسری صورت بھی شکل میں دکھائی گئی ہے جہاں عنط فنی کا امکان نہیں پایا جاتا۔ اس میں ایک تار کا سر دوسری تار پر ختم ہوتا ہے۔ ایسی صورت میں انہیں ایک تار تصور کیا جائے (یعنی یہ دونوں آپس میں جھڑی ہیں)۔



شکل ۳.۱: تاروں کے بیچ برقی جوڑ۔

X	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
Y	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
Z	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0

شکل ۳.۳: ضرب گیٹ کی کارکردگی۔



شکل ۳.۲: دو مداحل ضرب گیٹ۔

### ۳.۳ عددی گیٹ

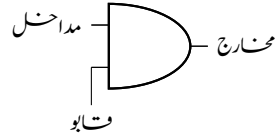
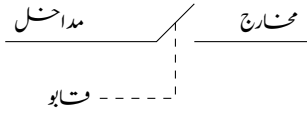
بوولین الجبرا کے تین اہم ترین تفاعل پر حصہ ۱.۳ میں غور کیا گیا۔ یہ تفاعلات عددی برقیات میں کلیدی کردار ادا کرتے ہیں، جہاں انہیں عددی ادوار کی مدد سے جامہ پہنایا جاتا ہے۔ یہ مخصوص عددی ادوار، عددی گیٹ کہلاتے ہیں۔

#### ۳.۳.۱ ضرب گیٹ

منطقی (بوولین) ضرب تفاعل کو ضرب گیٹ سے عملی جامہ پہنایا جاتا ہے، جو شکل ۳.۳ میں دکھایا گیا ہے۔ آزاد متغیرات X اور Y، ضرب گیٹ کی بائیں جانب ہیں جبکہ تابع متغیر، Z، دائیں جانب ہے۔ آزاد متغیرات کو مداحل جبکہ تابع متغیر کو مخارج کہتے ہیں۔ دو متغیر ضرب گیٹ (دو مداحل ضرب گیٹ) کے دو مداحل اور ایک مخارج ہوگا۔ یہ گیٹ، ضرب تفاعل کے جدول کو مطمئن کرتا ہے۔

شکل ۳.۳ میں دو مداحل ضرب گیٹ کی کارکردگی ترسیم کی گئی ہے، جہاں 0 کو پست اور 1 کو بلند لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مخارج صرف اور صرف اس صورت میں بلند ہوتا ہے جب ضرب گیٹ کے تمام مداحل بلند ہوں۔ ہم 0 کو پست اور 1 کو بلند بھی پکارتے ہیں۔ اس شکل میں مداحل کو کسی خاص ترتیب سے تبدیل نہیں کیا گیا۔

ضرب گیٹ کو شکل ۳.۳ میں بطور عددی گیٹ یا عددی سوچ دکھایا گیا ہے جہاں ایک داخلي پنیہ کو فت ابو پنیہ کا نام دیا گیا ہے جبکہ دوسرے کو (اب بھی) مداحل کہا گیا ہے۔ ضرب گیٹ کے جدول سے واضح ہے کہ جب تک فت ابو پنیہ 0 ہو، حارجی پنیہ 0 رہتا ہے۔ اس صورت میں مداحل پر موجود مواد، حارجی پنیہ تک نہیں پہنچ سکتا، یعنی اس پر 0 یا 1 کا مخارج پر کوئی اثر نہیں ہوتا؛ ہم کہتے ہیں فت ابو پنیہ نے ضرب گیٹ کو معذور کر دیا۔ اس کے برعکس اگر فت ابو پنیہ 1 ہو تب حارجی پنیہ پر وہی کچھ ہوگا جو مداحل پر ہوگا؛ ہم کہتے ہیں ضرب گیٹ محاذ کر دیا گیا ہے۔ فت ابو پنیہ پر ایک یا صفر سے داخلي اشارہ (مواد) کو حارجی پنیہ تک پہنچنا، ممکن یا ناممکن بنایا جاسکتا



شکل ۴: ضرب گیٹ بطور سوچ یا ایک بٹ گیٹ۔

	معدور				مجاز				معدور			
مداخل	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
مداخل	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
مخرج	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0

شکل ۵: ضرب گیٹ کی کارکردگی۔

ہے۔ یوں یہ ایک دروازے کی طرح کام کرتا ہے، جس کی بنا پر یہ گیٹ کہلاتا ہے۔ وٹا بولینیا کو، معدور اور مجاز بنانے والا پنیہ بھی کہتے ہیں۔ شکل ۵: ۳ میں ضرب گیٹ کی کارکردگی دکھائی گئی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ صرف مجاز صورت میں مواد مخرج تک پہنچ پاتا ہے؛ معدور صورت میں مخرج ہمیشہ پست رہے گا۔

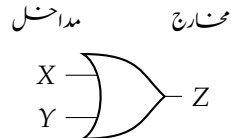
### ۳.۳.۲ جمع گیٹ

منطقی جمع (بولین جمع) تفاعل کو جمع گیٹ سے عملی جامع پہنایا جاتا ہے۔ دو مداخل جمع گیٹ شکل ۶: ۳ میں دکھایا گیا ہے۔ یہ گیٹ، جمع تفاعل کے جدول کو مطمئن کرتا ہے۔

جمع گیٹ کی کارکردگی شکل ۶: ۳ میں ترسیم کی گئی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں، جمع گیٹ کا مخرج اس صورت بلند ہوگا جب کوئی مداخل بلند ہو۔

جمع گیٹ میں اگر ایک پنیہ کو وٹا بولینیا سمجھا جائے تو پست وٹا بولین، گیٹ کو مجاز بنا کر، داخلی مواد کو مخرج تک پہنچنے کی اجازت دیتا ہے، جبکہ بلند وٹا بولین کی صورت میں مخرج لازمًا بلند رہتا ہے۔

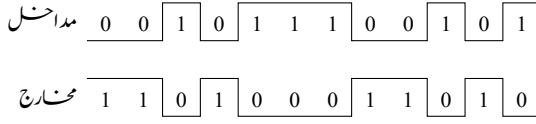
X	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
Y	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
Z	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0



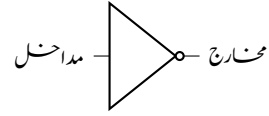
شکل ۷: جمع گیٹ کی کارکردگی۔

شکل ۶: ۳: دو مداخل جمع گیٹ۔





شکل ۹.۳: منفی گیٹ کی کارکردگی۔



شکل ۸.۳: منفی گیٹ

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

شکل ۱۱.۳: تین مداخل جمع گیٹ۔

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

شکل ۱۰.۳: تین مداخل ضرب گیٹ۔

## ۳.۳.۳ منفی گیٹ

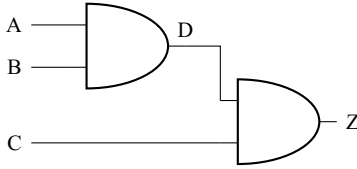
منفی تقاعسل کو منفی گیٹ سے عملی جامع پہنایا جاتا ہے، جس کی علامت شکل ۸.۳ میں دکھائی گئی ہے، اور جو مواد کو مخارج تک پہنچنے سے روک نہ پانے کے باوجود (منفی) ”گیٹ“ کہلاتا ہے۔ اس کی کارکردگی شکل ۹.۳ میں ترسیم کی گئی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں، منفی گیٹ کا مخارج اس کے مداخل کا اُلٹ ہوگا۔ یہ گیٹ، منفی تقاعسل کے جدول کو مطمئن کرتا ہے۔

منفی تقاعسل ایک آزاد اور ایک تابع متغیر رکھتا ہے، لہذا منفی گیٹ کا ایک مداخل اور ایک مخارج ہوگا۔

## ۳.۳.۴ متعدد مداخل گیٹ

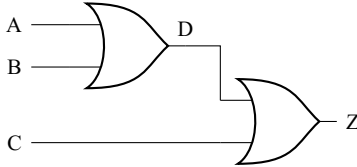
ضرب گیٹ اور جمع گیٹ کے متعدد مداخل ہو سکتے ہیں (تاہم، ان کا مخارج ایک ہوگا)۔ شکل ۱۰.۳ میں تین مداخل ضرب گیٹ اور جدول، اور شکل ۱۱.۳ میں تین مداخل جمع گیٹ اور جدول دکھائے گئے ہیں، جہاں A، B، اور C مداخل جبکہ Z مخارج ہے۔ ضرب گیٹ کا مخارج اس صورت بلند ہوگا جب تمام مداخل بلند ہوں، جبکہ جمع گیٹ کا مخارج اس صورت بلند ہوگا جب کوئی بھی مداخل بلند ہو۔

شکل ۱۲.۳ میں دو ضرب گیٹ یوں جوڑے گئے ہیں کہ ایک کا مخارج دوسرے کے مداخل سے جڑا ہے۔ ساتھ ہی اس دور کا پولین جدول دیا گیا ہے۔ پہلے جدول استعمال کیے بغیر اس دور کو سمجھنے کی کوشش کرتے ہیں۔ مخارج Z اس صورت بلند ہوگا جب دائیں گیٹ کے مداخل C اور D دونوں بلند ہوں لیکن D بلند ہونے کے لئے ضروری ہے کہ بائیں گیٹ کے مداخل A اور B دونوں بلند ہوں۔ یوں A، B، C اور D بلند ہونے کی صورت میں مخارج Z بلند ہوگا؛ یہی تین مداخل ضرب گیٹ کی خاصیت ہے۔



A	B	C	D	Z
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

شکل ۱۲: ۳: دو مداحل ضرب گیٹ سے تین مداحل ضرب گیٹ کا حصول۔



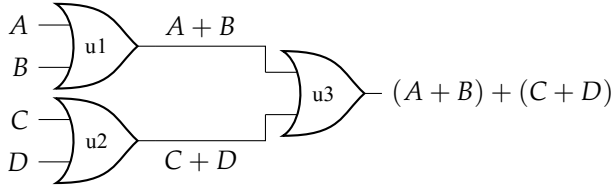
A	B	C	D	Z
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

شکل ۱۳: ۳: دو مداحل جمع گیٹ سے تین مداحل جمع گیٹ کا حصول۔

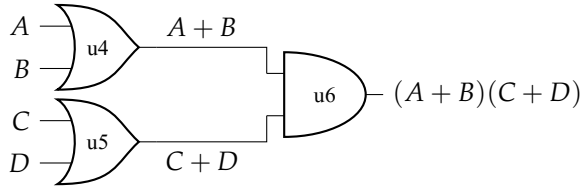
آئیں اب جدول کو سمجھتے ہیں۔ تین مداحل ABC کے حنائوں کو تین ہندسوں کے شنائی اعداد 000 تا 111 سے پڑ کریں۔ اس کے بعد بائیں ضرب گیٹ کے محارج D کے حنائے پڑ کریں۔ یاد رہے کہ یہ صرف A اور B پر منحصر ہے اور صرف اس صورت بلند ہوگا جب یہ دونوں بلند ہوں، جو آخری دو صفوں میں ہوگا۔ اس کے بعد دائیں ضرب گیٹ کے محارج Z کے حنائے پڑ کریں۔ یہ صرف C اور D پر منحصر ہے، اور بلند صرف اس صورت ہوگا جب یہ دونوں بلند ہوں۔

ان نتائج کا جدول ۱۰.۳ میں پیش تین مداحل ضرب گیٹ کے جدول کے ساتھ کریں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ شکل ۱۲.۳ میں دونوں ضرب گیٹ مل کر تین مداحل ضرب گیٹ کا کردار ادا کرتے ہیں۔ یوں دوداخلی ضرب گیٹوں کی مدد سے زیادہ مداحل کا ضرب گیٹ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

شکل ۱۳.۳ میں دو مداحل جمع گیٹوں سے تین مداحل جمع گیٹ کا حصول دکھایا گیا ہے۔ یہاں Z صرف اس صورت پرست ہوگا جب دائیں گیٹ کے دونوں مداحل، C اور D، پرست ہوں لیکن D صرف اس صورت پرست ہو سکتا ہے جب بائیں گیٹ کے مداحل، A اور B، پرست ہوں۔ یوں Z صرف اس صورت پرست ہوگا جب A، B، اور C پرست ہوں، جو تین مداحل جمع گیٹ کی خاصیت ہے۔



(i)



(ب)

شکل ۱۴.۳: جمع اور ضرب گیٹ کے ادوار۔

جمع گیٹ اور ضرب گیٹ پر مبنی، شکل ۱۴.۳ میں دکھائے گئے ادوار کو مثال بن کر، عددی ادوار حل کرنا سیکھتے ہیں۔

شکل ۱۴.۳-الف سے آغاز کرتے ہیں جہاں گیٹوں کو  $u1$ ،  $u2$ ، اور  $u3$  کے نام دیے گئے ہیں۔ جمع گیٹ  $u1$  اور  $u2$  کے حنارج پنے، جمع گیٹ  $u3$  کے داخلی پنیوں سے جڑے ہیں۔ چونکہ  $u1$  کا محنارج  $A + B$  اور  $u2$  کا محنارج  $C + D$  دیگا، لہذا  $u3$  کا محنارج  $(A + B) + (C + D)$  یعنی  $A + B + C + D$  دیگا۔

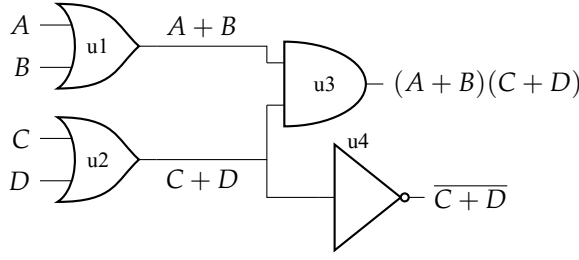
آئیں اب شکل ۱۴.۳-ب حل ہیں۔ یہاں  $u4$  اور  $u5$  کے محنارج بالترتیب  $A + B$  اور  $C + D$  دیں گے۔ چونکہ  $u6$  ضرب گیٹ ہے، لہذا اس کا محنارج  $(A + B)(C + D)$  دیگا۔

شکل ۱۵.۳-الف میں  $u2$  کا محنارج  $u3$  کے مداحصل اور  $u4$  کے مداحصل کے ساتھ جڑا ہے۔ گیٹ  $u1$  اور  $u2$  کے محنارج بالترتیب  $A + B$  اور  $C + D$  ہیں۔ گیٹ  $u3$  کا محنارج  $(A + B)(C + D)$  اور  $u4$  کا محنارج  $\overline{C + D}$  ہوگا۔

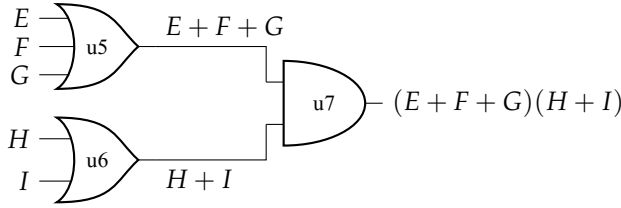
آپ شکل ۱۵.۳-ب کا حل، شکل کو دیکھ کر سمجھ سکتے ہیں۔

### ۳.۳.۵ ضرب متمم گیٹ اور جمع متمم گیٹ

شکل ۱۶.۳-الف میں تین مداحصل ضرب گیٹ کا محنارج  $ABC$  ہوگا، جو منفی گیٹ کا مداحصل ہے، لہذا منفی گیٹ کا محنارج  $Z = \overline{ABC}$  ہوگا۔ ضرب گیٹ کے محنارج کا متمم اتنی اہمیت رکھتا ہے کہ اس کے لئے علیحدہ گیٹ بنایا گیا ہے، جسے ضرب متمم گیٹ (یا ضرب گیٹ) کہتے ہیں اور جو شکل-ب میں (تین مداحصل کے لئے) دکھایا گیا ہے۔ ضرب گیٹ کے جدول کا متمم لینے سے ضرب متمم گیٹ کا جدول حاصل ہوگا جو اسی شکل میں پیش کیا گیا ہے۔



(i)



(ب)

شکل ۱۵: گیتوں کا دوسرا دور۔

دو مداحل ضرب متمم گیت کی مساوات درج ذیل ہوگی، جہاں  $X$  اور  $Y$  مداحل جبکہ  $Z$  محسارج ہے۔

$$(۳.۶) \quad Z = \overline{XY} = \overline{X} + \overline{Y} \quad (\text{ضرب متمم})$$

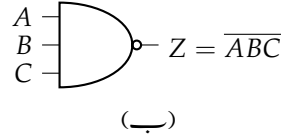
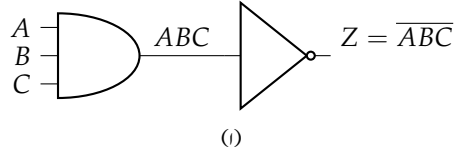
شکل ۱۷.۳-الف میں تین مداحل جمع گیت کا محسارج  $A + B + C$  ہوگا، جو نفی گیت کا مداحل ہے، لہذا نفی گیت کا محسارج  $Z = \overline{A + B + C}$  ہوگا۔ جمع گیت کے محسارج کا متمم اتنی اہمیت رکھتا ہے کہ اس کے لئے علیحدہ گیت بنایا گیا ہے، جسے جمع متمم گیت (یا ضد جمع گیت) کہتے ہیں اور جو شکل-ب میں (تین مداحل کے لئے) دکھایا گیا ہے۔ جمع گیت کے جدول کا متمم لینے سے جمع متمم گیت کا جدول حاصل ہوگا جو اسی شکل میں پیش کیا گیا ہے۔

دو مداحل جمع متمم گیت کی مساوات درج ذیل ہوگی، جہاں  $X$  اور  $Y$  مداحل جبکہ  $Z$  محسارج ہے۔

$$(۳.۷) \quad Z = \overline{\overline{X} + \overline{Y}} = \overline{X} \cdot \overline{Y} \quad (\text{جمع متمم})$$

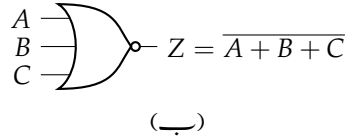
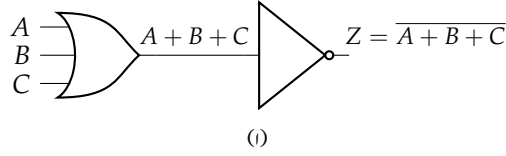
شکل ۱۸.۳ میں ضرب متمم اور جمع متمم گیت سے نفی گیت کا حصول دکھایا گیا ہے۔ ضرب متمم کے دونوں مداحل کو آپس میں جوڑا گیا ہے، لہذا دونوں مداحل پر  $X$  ہوگا۔ یوں محسارج  $Z = \overline{X} \cdot \overline{X}$  یعنی  $Z = \overline{X}$  ہوگا؛ یہاں اس حقیقت کو استعمال کیا گیا ہے کہ اگر  $X = 0$  ہو تب  $X \cdot X = 0$  ہوگا، اور اگر  $X = 1$  ہو تب  $X \cdot X = 1$  ہوگا، لہذا  $X \cdot X = X$  لکھا جاسکتا ہے۔ نفی گیت کا محسارج بھی یہی ( $Z = \overline{X}$ ) دیگا، لہذا ضرب متمم گیت کے دونوں مداحل آپس میں جوڑنے سے نفی گیت کی کارکردگی حاصل ہوگی۔ اسی طرح (تسلی کر لیں کہ) جمع گیت کے مداحل آپس میں جوڑنے سے بھی نفی گیت حاصل ہوگا۔

A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

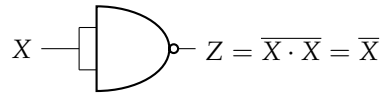
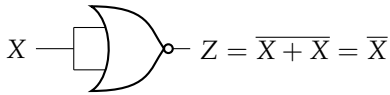


شکل ۱۶: ضرب، متمم گیت یا ضد ضرب گیت۔

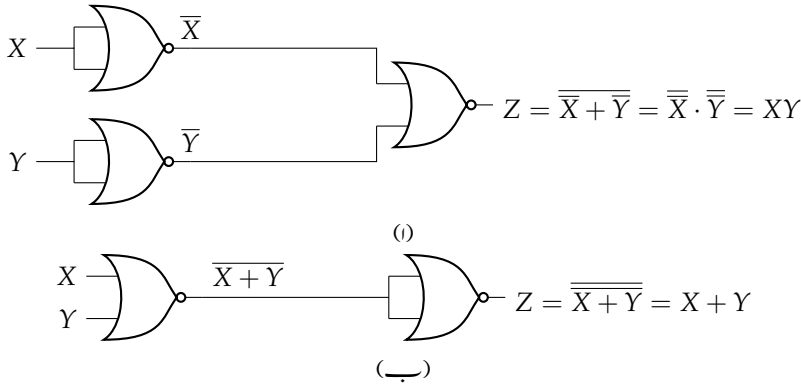
A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0



شکل ۱۷: جمع، متمم گیت یا ضد جمع گیت۔



شکل ۱۸: ضرب، متمم اور جمع متمم گیت سے منفی گیت کا حصول۔



شکل ۱۹.۳: جمع متمم سے (ا) ضرب گیٹ اور (ب) جمع گیٹ کا حصول۔

شکل ۱۹.۳-الف میں تین جمع متمم گیٹ یوں جوڑے گئے ہیں کہ  $Z = XY$  حاصل ہو، جو ضرب گیٹ کی کارکردگی ہے۔ یوں جمع متمم گیٹوں سے ضرب گیٹ حاصل ہوگا۔

شکل ۱۹.۳-ب میں جمع گیٹ کا حصول دکھایا گیا ہے۔ اس کا محارج  $Z = X + Y$  ہے۔

شکل ۲۰.۳ میں ضرب متمم گیٹ سے (ا) جمع گیٹ اور (ب) ضرب گیٹ کا حصول دکھایا گیا ہے۔

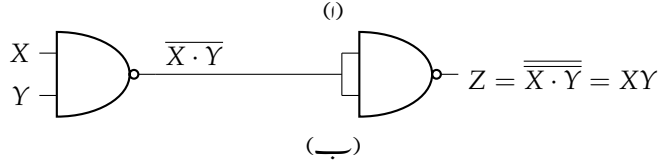
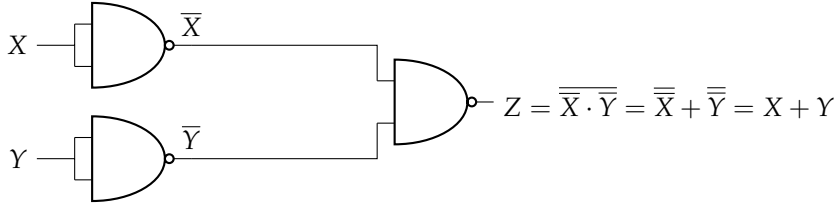
### ۳.۳.۶ بلا شرکت جمع گیٹ اور بلا شرکت جمع متمم گیٹ

بلا شرکت جمع تفعل کو بلا شرکت جمع گیٹ سے حاصل کیا جاتا ہے جس کا جدول اور علامت، شکل ۲۱.۳-الف میں پیش کیے گئے ہیں۔ اسی طرح بلا شرکت جمع متمم (یا ضد بلا شرکت جمع) تفعل کو بلا شرکت جمع متمم گیٹ (یعنی ضد بلا شرکت جمع گیٹ) کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے جس کا جدول اور علامت، شکل-ب میں پیش کیے گئے ہیں۔

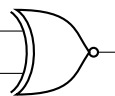
بلا شرکت جمع گیٹ کے محارج کے ساتھ نفی گیٹ منسلک کرنے سے بلا شرکت جمع متمم گیٹ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ بلا شرکت جمع گیٹ کی کارکردگی شکل ۲۲.۳ میں دکھائی گئی ہے، جہاں  $X$  اور  $Y$  مداحل جبکہ  $Z$  محارج ہے۔

تین مداحل بلا شرکت جمع گیٹ کا محارج حاصل کرنے کے لئے اس کے کسی دو مداحل کا بلا شرکت جمع حاصل کریں اور حاصل جواب کا تیسرے مداحل کے ساتھ بلا شرکت جمع لیں۔ یہی بلا شرکت جمع ہوگا۔ متعدد مداحل بلا شرکت جمع گیٹ کا محارج اس صورت میں ہوگا جب بلند مداحل کی تعداد طاق ہو۔

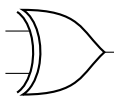
آپ سے گزارش ہے کہ مذکورہ بالا تفعلات اور گیٹوں کو اچھی طرح سمجھیں اور ذہن نشین کریں۔



شکل ۳.۲۰: ضرب متمم سے (i) جمع گیٹ اور (ب) ضرب گیٹ کا حصول۔

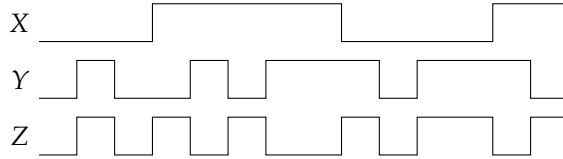
	A	B	C	Z
	0	0	0	1
	0	0	1	0
	0	1	0	0
	0	1	1	1
	1	0	0	0
	1	0	1	1
	1	1	0	1
	1	1	1	0

(ب)

	A	B	C	Z
	0	0	0	0
	0	0	1	1
	0	1	0	1
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	0
	1	1	1	1

(i)

شکل ۳.۲۱: (i) بلا شرکت جمع گیٹ اور (ب) بلا شرکت جمع متمم گیٹ۔



شکل ۳.۲۲: بلا شرکت جمع گیٹ کی کارکردگی۔

### ۳.۴ گیتوں کے برقی خواص

گیٹ (کا مخارج) اس صورت بلند تصور کیا جاتا ہے جب اس (کے مخارج پنی) کا مخارجی دباؤ ایک مخصوص قیمت یا اس سے زیادہ ہو۔ یہ قیمت بلند مخارجی برقی دباؤ  $V_{OH}$  کہلاتی ہے۔ بلند صورت میں گیت مخارج پنی پر ایک مخصوص قیمت تک برقی رو مخارج (مہیا) کر سکتا ہے، جو گیت کا بلند مخارجی برقی رو  $I_{OH}$  کہلاتا ہے۔

گیٹ (کا مخارج) اس صورت پست تصور کیا جاتا ہے جب اس (کے مخارج پنی) کا مخارجی دباؤ ایک مخصوص قیمت یا اس سے کم ہو۔ یہ قیمت پست مخارجی برقی دباؤ  $V_{OL}$  کہلاتی ہے۔ پست گیت، مخارج پنی پر ایک مخصوص قیمت تک برقی رو جذب کر سکتا ہے، جو گیت کا پست مخارجی برقی رو  $I_{OL}$  کہلاتا ہے۔

گیٹ ایک مخصوص قیمت اور اس سے زیادہ داخل برقی دباؤ کو بلند تصور کرتا ہے۔ اس برقی دباؤ کو بلند داخل برقی دباؤ  $V_{IH}$  کہتے ہیں۔ گیت کے کسی ایک مد داخل کو بلند کرنے کی خاطر درکار برقی رو کو بلند داخل برقی رو  $I_{IH}$  کہتے ہیں۔

گیٹ ایک مخصوص قیمت اور اس سے کم داخل برقی دباؤ کو پست تصور کرتا ہے۔ اس قیمت کو پست داخل برقی دباؤ  $V_{IL}$  کہتے ہیں۔ گیت کے کسی ایک مد داخل کو پست کرنے کی خاطر درکار برقی رو کو پست داخل برقی رو  $I_{IL}$  کہتے ہیں۔

گیتوں کو آپس میں برقی تاروں سے جوڑا جاتا ہے۔ کبھی کبھار ان تاروں میں، بجائے استعمال پر پائے جانے والے تغیر پذیر برقی و مقناطیسی میدان کی وجہ سے، غیر ضروری اور ناپسندیدہ برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے جسے برقی شور کہتے ہیں۔ ایک گیت کے پست مخارجی برقی دباؤ کے ساتھ یہ شور جمع ہو کر اگلے گیت کے پست داخل برقی دباؤ سے تباہ کر سکتا ہے۔ اسی طرح برقی شور بلند مخارجی برقی دباؤ سے نفی ہو کر بلند داخل برقی دباؤ سے کم ہو سکتا ہے۔ ان دونوں صورتوں میں اگلا گیت غیر متوقع نتائج دے گا۔

بلند مخارجی برقی دباؤ کی قیمت، بلند داخل برقی دباؤ کی قیمت سے زیادہ ہوتی ہے۔ ان کے مفرق کو بلند شور گنجائش  $V_{NH}$  کہتے ہیں (شکل ۳.۳ دیکھیں)۔

$$(۳.۸) \quad V_{NH} = V_{OH} - V_{IH}$$

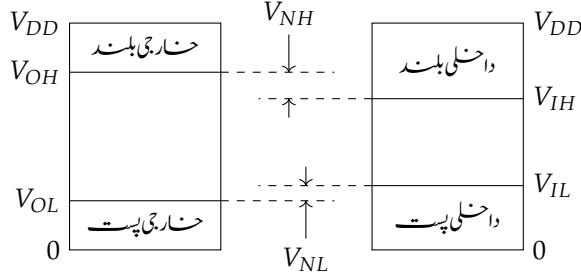
پست مخارجی برقی دباؤ کی قیمت، پست داخل برقی دباؤ کی قیمت سے کم ہوتی ہے۔ ان کے مفرق کو پست شور گنجائش  $V_{NL}$  کہتے ہیں۔

$$(۳.۹) \quad V_{NL} = V_{IL} - V_{OL}$$

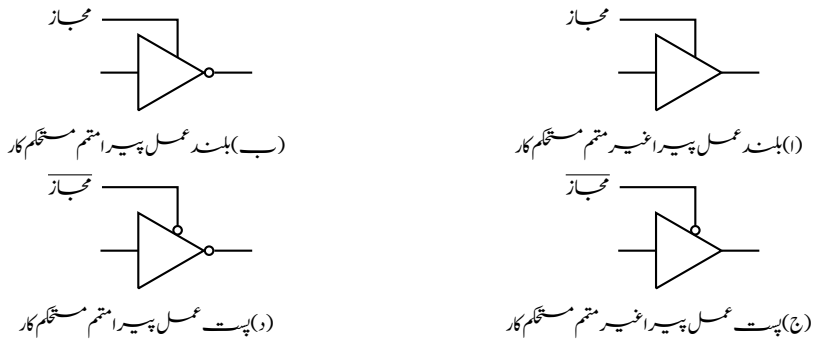
شکل ۳.۳ میں  $V_{DD}$  گیت کو مہیا کردہ برقی دباؤ ہے جسے اس کتاب میں مثبت پانچ وولٹ (5 V) تصور کیا گیا ہے جبکہ 0 سے مراد صفر وولٹ برقی دباؤ (یعنی برقی زمین) ہے۔

پست داخل برقی دباؤ اور بلند داخل برقی دباؤ کے بیچ سمیت ( $V_{IH}$  تا  $V_{IL}$ ) معنی نہیں رکھتا اور غیر متوقع صورت پیدا کر سکتا ہے، لہذا عددی اشارات اس خط کو استعمال نہیں کرتے۔ گیت اپنے مخارج کو تب تک بلند رکھ سکتا ہے جب تک یہ (اپنی) بلند مخارجی برقی رو حد یا اس سے کم برقی رو مہیا کرتا ہو۔ اسی طرح گیت اپنے مخارج کو تب تک پست رکھ سکتا ہے جب تک گیت (اپنی) پست مخارجی برقی رو حد یا اس سے کم رو جذب کرے۔ ایسے مقام پر جہاں گیت ان حدود کے اندر رہ سکے، ایسا توانا گیت نسب کیا جائے گا جو زیادہ برقی رو مخارجی (اور) جذب کر سکے۔ یہ توانا گیت، مستحکم کار کہلاتا ہے، جس پر اب غور کرتے ہیں۔





شکل ۳.۲۳: شور کی گنجائش کا تخمینہ۔



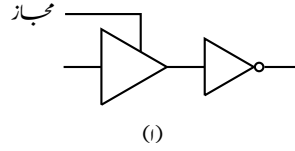
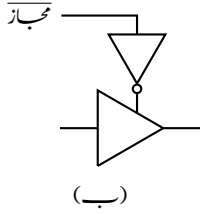
شکل ۳.۲۴: محباز و معذور صلاحیت کے مستحکم کار۔

### ۳.۴.۱ مستحکم کار

جیسا ذکر ہو، مستحکم کار وہ توانا گیٹ ہے جو زیادہ برقی رو خارج اور جذب کر سکتا ہے۔ اسے عموماً اس معیار پر نسب کیا جاتا ہے جہاں درکار برقی رو عام گیٹ کے برقی رو کی حدود سے تجاوز کرتا ہو۔ عموماً مستحکم کار محباز و معذور ہونے کی صلاحیت بھی رکھتا ہے۔

مستحکم کار کی مختلف اقسام کی علامتیں شکل ۳.۴.۱ میں دکھائی گئی ہیں۔ محباز کردہ مستحکم کار، داخلی مواد کو خارج کرتا ہے جبکہ معذور کردہ مستحکم کار منقطع سوچ کی طرح دونوں اطراف کے ادوار منقطع کرتا ہے۔ معذور مستحکم کار ”زیادہ رکاوٹی حال“ اختیار کرتے ہوئے 0 اور 1 خارج کرتا ہے۔ زیادہ رکاوٹی حال کو ہم بلند رکاوٹی حال کہتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ عام گیٹ مثلاً جمع گیٹ یا ضرب گیٹ کا محباز لازمًا بلند یا پست ہوگا۔ ہم کہتے ہیں یہ گیٹ دو حالیہ یا دو حالیہ ہیں، یعنی ان کے دو حال (بلند حال اور پست حال) ممکن ہیں۔ محباز و معذور صلاحیت کا مستحکم کار تین مختلف حال

high impedance state<sup>1</sup>  
two-state<sup>2</sup>



شکل ۳.۲۵: نفی گیٹ استعمال کرنے سے دیگر مستحکم کار حاصل کیے جاتے ہیں۔

(بلند حال، پست حال اور بلند رکاوٹی حال) میں ہو سکتا ہے لہذا یہ سہ حال یا سہ حال کہلائے گا۔  
محراز و معذور صلاحیت کے مستحکم کار بطور برقی سوچ کام کرتے ہیں۔ شکل ۳.۲۴-۱ اور ب کے مستحکم کار کو منقطع کرنے کی خاطر ”محراز“ کو پست کیا جائے گا، جبکہ اسے بلند کرنے سے مستحکم کار محراز ہو کر مداحصل کے مواد کو محراز تک پہنچائے گا۔ شکل ج اور د میں مستحکم کار کے محراز کو مداحصل سے منقطع کرنے کی خاطر محراز برقی اشارہ کو بلند کیا جائے گا، جبکہ انہیں جوڑنے کی خاطر اس برقی اشارے کو پست کیا جائے گا۔ مزید، شکل ب اور د میں محراز پر داخل اشارے کا متم حاصل ہوگا۔ انہیں وجوہات کی بنا پر شکل ۳.۲۴-۱ کا دور بلند عمل پیرا غیر متم مستحکم کار<sup>۲</sup>، شکل-ب بلند عمل پیرا متم مستحکم کار<sup>۵</sup>، شکل-ج پست عمل پیرا غیر متم مستحکم کار<sup>۶</sup>، اور شکل-د پست عمل پیرا متم مستحکم کار<sup>۷</sup> کہلائے ہیں۔

شکل ۳.۲۴-۱ الف کے مستحکم کار کے محراز کو نفی گیٹ سے منسلک کر کے شکل-ب کا مستحکم کار حاصل ہوگا (شکل ۳.۲۵-۱ الف دیکھیں) جس کا محراز داخلی اشارے کا متم ہوگا۔ اسی طرح شکل ۳.۲۴-۱ الف کے فتاوا اشارہ (محراز) سے پہلے نفی گیٹ نسب کرنے سے شکل-ج حاصل ہوگا (شکل ۳.۲۵-۱ ب دیکھیں)۔ شکل ۳.۲۴-۱ الف کے فتاوا اشارہ (محراز) سے پہلے اور محراز کے بعد نفی گیٹ نسب کرنے سے شکل-د حاصل ہوگا۔

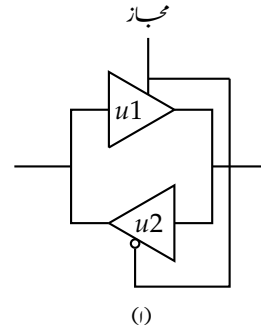
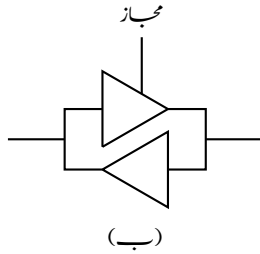
بلند عمل پیرا غیر متم مستحکم کار (شکل ۳.۲۴-۱ الف) کی کارکردگی جدول ۳.۱۱-۱ الف میں پیش کی گئی ہے۔ غیر محراز مستحکم کار کا محراز ”بلند رکاوٹی حال“ میں ہوگا۔ جدول-الف کی اولین دو صف اس صورت کو ظاہر کرتی ہیں؛ چونکہ غیر محراز حال میں مداحصل کی قیمت نتائج پر اثر انداز نہیں ہوتی، انہیں جدول میں  $x$  سے ظاہر کیا جاتا ہے (جدول-ب دیکھیں)؛ جہاں  $x$  ”غیر دلچسپ“ قیمتوں کو ظاہر کرتا ہے (جن کا 0 یا 1 ہونے کا کوئی اثر نہیں پایا جاتا)۔

جدول سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ”محراز“ کو پست (0) کرنے سے مستحکم کار بلند رکاوٹی حال اختیار کر کے، محراز سے

tri-state<sup>۸</sup>  
active high non inverting buffer<sup>۸</sup>  
active high inverting buffer<sup>۹</sup>  
active low non inverting buffer<sup>۱</sup>  
active low inverting buffer<sup>۷</sup>

جدول ۱۱: بلند عمل پیرا غیر متمم مستحکم کار کی کارکردگی۔

(ب)			(۱)		
مخارج	مداخل	مخارج	مخارج	مداخل	مخارج
0	x	بلند رکاوٹی حال	0	0	بلند رکاوٹی حال
1	0	0	0	1	بلند رکاوٹی حال
1	1	1	1	0	0
			1	1	1



شکل ۲۶: دو طرف مستحکم کار۔

حبڑے ادوار پر کسی قسم کا اثر نہیں رکھتا۔ مخارج بلند (1) کرنے سے مخارج پروبی مواد مخارج ہوگا جو مداخل پر مہیا کیا جائے۔

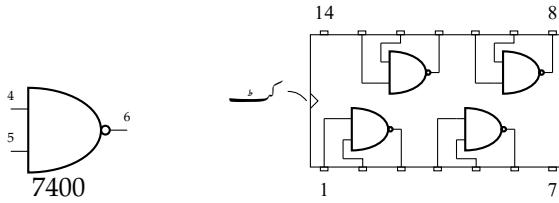
مستحکم کار داحلی جانب سے خارجی جانب مواد منتقل کرتا ہے۔ جہاں دو ادوار کے مابین دونوں جانب مواد کی ترسیل درکار ہو، وہاں دو مستحکم کار آپس میں متوازی الٹ جوڑے جاتے ہیں، شکل ۲۶.۳-الف دیکھیں۔ اس کو دو طرف مستحکم کار کہتے ہیں۔ شکل-ب میں اس کی علامت پیش کی گئی ہے۔ بلند ”مخارج“ کی صورت میں  $u1$  مخارج اور  $u2$  معذور ہوگا بلکہ مواد بائیں سے دائیں منتقل ہوگا، جبکہ پست ”مخارج“ کی صورت میں  $u2$  مخارج اور  $u1$  معذور ہوگا بلکہ مواد دائیں سے بائیں منتقل ہوگا۔

اسی طرح متمم دو طرف مستحکم کار بھی بنایا جاتا ہے، جو مواد کا متمم مخارج کرے گا۔

مستحکم کار اور متمم مستحکم کار کے مداخل آپس میں جوڑنے سے ان کے مخارج پر تضاد حاصل کیے جاسکتے ہیں؛ شکل ۳.۷-الف دیکھیں۔ شکل-ب میں اس کی علامت پیش کی گئی ہے۔



شکل ۳.۲: اشارہ اور اشارے کا متمم دیتا مستحکم کار۔



شکل ۳.۲۸: مخلوط دور 7400

### ۳.۴.۲ مخلوط ادوار

عام دستیاب ضرب متمم گیٹ شکل ۳.۲۸ میں دکھایا گیا ہے۔ برقیاتی ادوار، عموماً، اسی طرح ڈبلی میں بسند دستیاب ہوں گے جنہیں مخلوط دور کہتے ہیں۔ مخلوط ادوار پر مخلوط دور کا اعدادی نام مثلاً 7400 درج ہوگا؛ اس عدد کے ہندسوں کے بیچ یا اطراف پر حروف بھی ہوں گے جو اضافی معلومات فراہم کرتے ہیں۔ ساتھ ہی ڈبلی پر دوسرا عدد مخلوط دور تیار کرنے کی تاریخ دے گا۔ مثلاً یہاں دوسرے عدد کے مطابق یہ مخلوط دور سن 1976 کے پینتالیسویں (45) ہفتے میں کارخانے میں تیار کیا گیا۔ جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے، اس مخلوط دور میں چار ضرب متمم گیٹ موجود ہیں۔

ڈبلی پر ”کٹ“ کے نشان سے گھڑی مخالف رخ پینے گئے جاتے ہیں۔ گیٹ کی علامت میں پینے پر کھانچا عدد ڈبلی میں اس پینے کا مقام دیتا ہے۔ یوں گیٹ کے خارجی پینے پر 6 اس پینے کا ڈبلی میں مقام دیتا ہے۔ گیٹ کا خانہ کہ بناتے وقت اس کے قریب مخلوط دور کا نام (یا نمبر جو یہاں 7400 ہے) بھی لکھا جاتا ہے۔

چند مخلوط ادوار درج ذیل ہیں۔

نام	گیٹ	ڈبی میں گیٹوں کی تعداد
7400	دومدا حاصل ضرب متمم	4
7402	دومدا حاصل جمع متمم	4
7404	نفی	6
7406	متمم مستحکم کار	6
7408	دومدا حاصل ضرب	4

مشق ۱.۳: انٹرنیٹ سے مندرجہ بالا تمام مخلوط ادوار کے معلوماتی صفحات<sup>۸</sup> حاصل کریں اور ان میں علیحدہ علیحدہ گیٹوں کے مقام دریافت کریں۔ معلوماتی صفحات میں بکشرت مواد موجود ہوگا جنہیں دیکھ کر پریشان مت ہوں۔

آپ نے کئی مخلوط ادوار جدول ۲۸.۳ میں دیکھے جن کے نمبر 74 سے شروع ہوئے۔ دراصل 74xx مخلوط ادوار کا ایک سلسلہ ہے جس میں جیسے جیسے نئے ادوار بنائے گئے، انہیں شامل کیا گیا۔ ان اعداد (74xx) کا از خود کوئی مطلب نہیں۔ اسی طرح کا دوسرا سلسلہ 40xx پکارا جاتا ہے، جس میں تمام مخلوط ادوار کے نمبر 40 سے شروع ہوتے ہیں۔

مخلوط ادوار سے کارکردگی حاصل کرنے کے لئے ان کو برقی دباؤ مہیا کرنا لازم ہے۔ سلسلہ 7400 کے تمام مخلوط ادوار مثبت یک سمتی پانچ وولٹ (5 V) پر کام کرتے ہیں۔ شکل ۲۸.۳ میں دکھائے گئے مخلوط دور کو یک سمتی برقی دباؤ پینا سات (7) اور چودہ (14) پر مہیا کیا جائے گا، جہاں پینا 14 مثبت ہوگا۔ جن دوپنیوں پر مخلوط دور کو برقی طاقت مہیا کی جاتی ہے، انہیں طاقت پنیے کہتے ہیں۔

مشق ۲.۳: انٹرنیٹ سے سلسلہ 40xx میں دستیاب چارمدا حاصل ضرب گیٹ مخلوط دور کا نمبر دریافت کریں۔ اس مخلوط دور کو کتنا برقی دباؤ درکار ہوگا؟

### ۳.۵ بوولین تفاعل کا تخمینہ

منطقی ضرب، جمع، نفی تفاعل کے جدول آپ نے دیکھے۔ منطقی تفاعل کے جدول کو اس کتاب میں منطقی جدول کہا جائے گا۔ منطقی تفاعل کا تخمینہ لگانے میں منطقی جدول نہایت کارآمد ثابت ہوگا۔ بوولین تفاعل کا تخمینہ

لگاتے وقت (اس کے) آزاد بولین متغیرات کی تمام ممکن قیمتوں کو ترتیب وار لکھ کر تفاعل حل کیا جائے گا۔

### ۳.۵.۱ بولین تفاعل کا تخمینہ

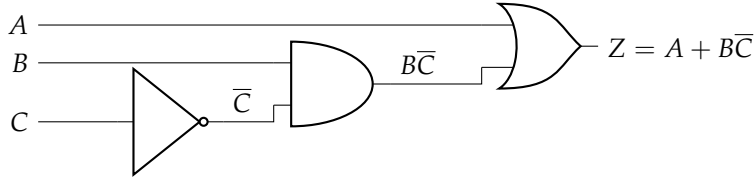
بولین تفاعل کا تخمینہ لگانے کی خاطر ہم بولین تفاعل  $Z = A + B\bar{C}$  کو مثال لیتے ہیں۔ اس تفاعل کے تین آزاد متغیرات ہیں، لہذا تین ہندسوں کے تمام شنائی اعداد لکھ کر آزاد متغیرات کی تمام ممکن ترتیب کا جدول لکھتے ہیں۔

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

تفاعل میں C کی بجائے  $\bar{C}$  استعمال ہوا ہے، لہذا جدول میں  $\bar{C}$  خانہ شامل کرتے ہیں۔ پہلی صف میں  $ABC = 000$  ہے؛ یوں C کی قیمت 0 لہذا  $\bar{C}$  کی قیمت 1 ہوگی، جس کو نئی قطار میں بطور پہلا حسبِ درج کرتے ہیں۔ یاد رہے کہ C اور  $\bar{C}$  ایک ہی متغیرہ کے دو پہلو ہیں، لہذا متغیرات کی تعداد تین رہے گی۔

A	B	C	$\bar{C}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

تفاعل کی قیمت حاصل کرنے کی خاطر B اور  $\bar{C}$  کا منطقی ضرب  $B\bar{C}$  درکار ہے، لہذا صف در صف B اور  $\bar{C}$  کی (مطابقتی قیمتوں کی) منطقی ضرب لے کر نئی قطار میں (مطابقتی صف میں) درج کرتے ہیں۔

شکل ۳.۲۹: تفاعل  $A + B\bar{C}$  کو عددی دور۔

A	B	C	$\bar{C}$	$B\bar{C}$
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

اب بولین تفاعل  $A + B\bar{C}$  کی قیمت حاصل کرتے ہیں۔ جدول میں ایک نیا خانہ شامل کرتے ہیں، جس میں A اور  $B\bar{C}$  کا منطقی جمع درج کیا جائے گا۔

A	B	C	$\bar{C}$	$B\bar{C}$	$A + B\bar{C}$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

اس جدول میں دایاں خانہ (قطار) دیے گئے بولین تفاعل کی قیمت دیتا ہے۔ یہ آزاد متغیرات کی تین ممکنہ قیمتوں کے لئے 0 اور باقی تمام کے لئے 1 کے برابر ہے۔ اس تفاعل کا منطقی گیتوں کے ذریعہ حصول شکل ۳.۲۹ میں دکھایا گیا ہے۔

درج بالا جدول میں کسی بھی صف میں A، B، اور C کی قیمتیں اس دور (شکل ۳.۲۹) کو مہیا کرنے سے دور، اسی صف میں دی گئی، تفاعل کی قیمت دے گا۔ یوں پہلی صف میں  $A = 0$ ،  $B = 0$ ، اور  $C = 0$  کے لئے دور  $Z = 0$  دے گا۔ تیسری صف میں  $A = 0$ ،  $B = 1$ ، اور  $C = 0$  ہیں جن کے لئے، عین جدول کے مطابق،  $Z = 1$  حاصل ہوگا۔

## ۳.۶ قوسین میں بند بولین تفاعل

روزمرہ الجبرا کی طرح بولین الجبرا میں بھی قوسین میں بند تفاعل پہلے حل کئے جاتے ہیں۔

مثال ۳.۱: تفاعل  $\overline{A} + B(\overline{B} + A)$  حل کریں۔

حل: تفاعل میں دو آزاد متغیرات ہیں لہذا دو ہندسوں پر مسبب شنائی گسنتی لکھ کر آزاد متغیرات کی تمام ترتیب حاصل ہوں گی۔

A	B
0	0
0	1
1	0
1	1

تفاعل میں دونوں متغیرات کے متمم استعمال ہوئے ہیں لہذا جدول میں ان کے خانے بناتے ہیں۔

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	0	0

اب قوسین میں بند حصہ  $(\overline{B} + A)$  کا خانہ بناتے ہیں۔

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$(\overline{B} + A)$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	0	0	1

اس کے ساتھ  $B(\overline{B} + A)$  کا خانہ بناتے ہیں۔ یہ خانہ جدول میں دیے  $(\overline{B} + A)$  اور  $B$  کے مطابقتی اجزاء کی منطقی ضرب سے حاصل ہوگا۔

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$(\overline{B} + A)$	$B(\overline{B} + A)$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1



اب ہم مکمل بولین تفسیل کی قیمت حاصل کر سکتے ہیں۔ تفسیل  $\overline{A} + B(\overline{B} + A)$  حاصل کرنے کی خاطر  $B(\overline{B} + A)$  اور  $\overline{A}$  کا منطقی جمع حاصل کرنا ہوگا۔

$A$	$B$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$(\overline{B} + A)$	$B(\overline{B} + A)$	$\overline{A} + B(\overline{B} + A)$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1

□

### ۳.۷. بولین الجبرا کے بنیادی قوانین

بولین الجبرا کے پانچ بنیادی قوانین مندرجہ ذیل ہیں۔

۱ اگر  $X \neq 0$  ہو تب  $X = 1$  ہوگا، اور

۲ اگر  $X \neq 1$  ہو تب  $X = 0$  ہوگا۔

۳ منطقی جمع

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 1$$

۴ منطقی ضرب

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

۵ منطقی منفی

$$\overline{0} = 1$$

$$\overline{1} = 0$$

جدول ۳.۱۲: بولین الجبرا کے چند بنیادی قوانین۔

(ب) دوسرا پہلو۔		(۱) پہلا پہلو۔	
شِق	مساوات	شِق	مساوات
1	$1 + X = 1$	1	$0 \cdot X = 0$
2	$0 + X = X$	2	$1 \cdot X = X$
3	$X + \bar{X} = 1$	3	$X \cdot \bar{X} = 0$
4	$X + X = X$	4	$X \cdot X = X$
5	$X + Y = Y + X$	5	$X \cdot Y = Y \cdot X$
6	$(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$	6	$(X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z)$
7	$X(X + Y) = X$	7	$X + XY = X$
8	$X + XY = X$	8	$X(X + Y) = X$
9	$XY + XZ = X(Y + Z)$	9	$(X + Y)(X + Z) = X + YZ$
10	$X(\bar{X} + Y) = XY$	10	$X + \bar{X}Y = X + Y$
11	$(X + Y)(Y + Z)(\bar{Y} + Z) = (X + Y)Z$	11	$XY + YZ + \bar{Y}Z = XY + Z$
12	$X + YZ = (X + Y)(X + Z)$	12	$X(Y + Z) = XY + XZ$
13	$\bar{\bar{X}} = X$	13	$\bar{\bar{X}} = X$

اگرچہ یہ پانچ قوانین نہایت سادہ معلوم ہوتے ہیں، ان سے مکمل بولین الجبرا اخذ کیا جاسکتا ہے۔ بولین الجبرا کے چند قوانین جدول ۳.۱۲-الف اور ب میں پیش کیے گئے ہیں۔ یہ تمام درج بالا پانچ بنیادی قوانین سے اخذ کیے جاسکتے ہیں۔

بولین مساوات ثابت کرنے کا ایک اہم طریقہ بولین جدول سے اخذ کرنے کا طریقہ کہلاتا ہے۔ آئیں، درج بالا میں سے چند قوانین اس طریقہ سے حاصل کریں۔

مثال ۳.۲: جدول ۳.۱۲-الف کی شِق 1 کو بولین جدول کی مدد سے ثابت کریں۔

حل: اس شِق کے بائیں ہاتھ،  $X$  واحد متغیر ہے۔ اس کے بولین جدول میں دو اندراج 0 اور 1 ہوں گے، جو ایک ہندسی ثنائی عدد کی تمام ممکنہ قیمتیں ہیں۔

$$\begin{array}{c} \overline{X} \\ 0 \\ 1 \end{array}$$

اس میں  $0 \cdot X$  کا خائنہ شامل کرتے ہیں، جس میں  $0 \cdot 0 = 0$  اور  $0 \cdot 1 = 0$  درج ہوں گے۔

$$\begin{array}{c|c} X & 0 \cdot X \\ \hline 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{array}$$

□ اس جدول کی دائیں قطار کہتی ہے کہ  $0 \cdot X$  ہمیشہ 0 ہوگا۔ ہم یہی ثابت کرنا چاہتے تھے۔

اس طرح کے سوال، جن میں ایک متغیرہ  $X$  کو مستقل عدد  $C$  سے منطقی ضرب دینا ہو، کی قدم با قدم ترکیب دیکھتے ہیں۔ متغیرہ  $X$  کے تمام ممکنہ قیمتوں کے جدول میں مستقل  $C$  کی قطار شامل کریں۔ موجودہ مثال میں مستقل 0 ہے، لہذا  $C$  کی قطار میں تمام اندراج کی قیمت 0 ہوگی۔

$C$	$X$
0	0
0	1

اب  $0 \cdot X$  کی قطار شامل کریں۔

$C$	$X$	$C \cdot X$
0	0	0
0	1	0

ہم دیکھتے ہیں کہ  $C \cdot X$  ہمیشہ 0 ہے، لہذا  $0 \cdot X = 0$  ہوگا۔

مثال ۳.۳: جدول ۱۲.۳-الف کی شیق 2 کو بولین جدول سے ثابت کریں۔

حل: اس شیق کے بائیں ہاتھ  $X$  واحد متغیرہ، جبکہ 1 مستقل ہے۔ متغیرہ کا بولین جدول لکھتے ہیں؛ ساتھ ہی مستقل 1 کی قطار بھی شامل کرتے ہیں، جس کے تمام اندراج کی قیمت 1 ہوگی۔ آخر میں  $1 \cdot X$  کی قطار شامل کرتے ہیں۔

1	$X$	$1 \cdot X$
1	0	0
1	1	1

1	$X$
1	0
1	1

□ ہم دیکھتے ہیں کہ  $1 \cdot X$  اور  $X$  کی مطابقتی قیمتیں ہمیشہ ایک جیسی ہیں، لہذا اثبات ہوا کہ  $1 \cdot X = X$  ہوگا۔

مثال ۳.۴:  $X \cdot \bar{X} = 0$  ثابت کریں۔ حل:

$X$	$\bar{X}$	$X \cdot \bar{X}$
0	1	0
1	0	0

□

مثال ۳.۵: ثابت کرتے ہیں کہ  $X \cdot X = X$  ہے۔ اگر  $X = 0$  ہو تب  $X \cdot X = 0 \cdot 0 = 0$  ہوگا جو  $X$  کے

برابر ہے۔ اسی طرح  $X = 1$  کی صورت میں  $X \cdot X = 1 \cdot 1 = 1$  ہوگا جو  $X$  کے برابر ہے۔ ہن نے دیکھا کہ  $X$  کی تمام قیمتوں کے لئے یہ فقرہ درست ہے۔

□

مثال ۳.۶: فقرہ  $\overline{\overline{X}} = X$  ثابت کریں۔ حل:

X	$\overline{X}$	$\overline{\overline{X}}$
0	1	0
1	0	1

□

مثال ۳.۷: ثابت کریں کہ  $(0 + X = X)$  ہوگا۔ حل:

0	X	$0 + X$
0	0	0
0	1	1

□

دائیں دو قطار ایک جیسے ہیں لہذا ثبوت پورا ہوا۔

مثال ۳.۸: ثابت کریں۔ حل:

1	X	$1 + X$
1	0	1
1	1	1

□

دائیں دو قطار ایک جیسے ہیں لہذا ثبوت پورا ہوتا ہے۔

مثال ۳.۹: فقرہ  $X + Y = Y + X$  ثابت کریں۔ حل:

X	Y	$X + Y$	$Y + X$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

□

دائیں دو قطار ایک جیسے ہیں لہذا ثبوت پورا ہوتا ہے۔

مثال ۳.۱۰: ثابت کریں کہ  $X(Y + Z) = XY + XZ$  ہوگا۔ حل:

X	Y	Z	$Y + Z$	$XY$	$XZ$	$X(Y + Z)$	$XY + XZ$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

□ دائیں دو قطار ایک جیسے ہیں لہذا ثبوت پورا ہوا۔

مثال ۳.۱۱: ثابت کریں  $X + XY = X$  ہوگا۔

حل: اس کو بولین جدول کے بجائے بولین الجبرا کی مدد سے حل کرتے ہیں۔ ہم مساوات کے بائیں ہاتھ کو  $XZ + XY$  لکھ سکتے ہیں جہاں  $Z = 1$  ہوگا۔ یوں جدول ۱۲.۳-الف کی شق 12 کے تحت درج ذیل ہوگا، جہاں  $Z$  کی قیمت 1 لی گئی ہے۔

$$X + XY = X(1 + Y)$$

جدول ۱۲.۳-ب کی شق 1 کے تحت  $1 + Y = 1$  ہوگا، لہذا درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$X + XY = X(1 + Y) = X \cdot 1 = X$$

□ جہاں آخری قدم پر جدول ۱۲.۳-الف کی شق 2 استعمال کی گئی۔

جدول ۱۲.۳-الف کی شق 5 کو متعدد متغیرات تک وسعت دی جاسکتی ہے۔ تین متغیرات کے لئے درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} ABC &= BAC \\ &= BCA \\ &= CBA \\ &= CAB \end{aligned}$$

اس طرح جدول ۱۲.۳-ب کی شق 5 کو بھی دو سے زیادہ متغیرات کے لئے وسعت دی جاسکتی ہے۔ تین متغیرات کے لئے، یہ شق درج ذیل صورتیں اختیار کرتی ہے۔

$$\begin{aligned}
 A + B + C &= B + A + C \\
 &= B + C + A \\
 &= C + B + A \\
 &= C + A + B
 \end{aligned}$$

### ۳.۸ ڈی مارگن کے کلیات

دونہایت اہم قوانین جنہیں ڈی مارگن کے کلیات (یا ڈی مارگن کے مسائل) کہتے ہیں مندرجہ ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \overline{X + Y} &= \overline{X} \cdot \overline{Y} \\
 \overline{X \cdot Y} &= \overline{X} + \overline{Y}
 \end{aligned}
 \quad (۳.۱۰)$$

ان دو مسائل کو بولین جدول کی مدد سے ثابت کرتے ہیں۔ ڈی مارگن کے پہلے مسئلہ  $\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$  کا ثبوت درج ذیل ہے۔

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$X + Y$	$\overline{X + Y}$	$\overline{X} \cdot \overline{Y}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0

آپ نے دیکھا دائیں ترین دو قطاریں ہیں لہذا  $\overline{X + Y}$  اور  $\overline{X} \cdot \overline{Y}$  ایک دوسرے کے برابر ہیں۔ یوں ثبوت مکمل ہوتا ہے۔

ڈی مارگن کے دوسرے مسئلہ  $\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$  کا ثبوت درج ذیل ہے (جہاں دائیں ترین دو قطاروں کی یکسانیت ثبوت پیش کرتی ہے)۔

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$X \cdot Y$	$\overline{X \cdot Y}$	$\overline{X} + \overline{Y}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0

ڈی مارگن کے مسائل منطقی جمع کو منطقی ضرب میں اور منطقی ضرب کو منطقی جمع میں تبدیل کرتے ہیں، اور بولین تقاعس حل کرنے میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔

مثال کے طور پر، جدول ۱۲.۳-الف کی پہلی شق  $0 \cdot X = 0$  کا متمم لیتے ہیں۔

$$\overline{0 \cdot X} = \overline{0}$$

بائیں ہاتھ ڈی مارگن کا دوسرا مسئلہ لاگو کرتے ہیں۔

$$\bar{0} + \bar{X} = \bar{0}$$

مزید، چونکہ 0 کا متمم 1 ہے، یعنی  $\bar{0} = 1$  ہوگا، لہذا درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$1 + \bar{X} = 1$$

اس مساوات میں  $\bar{X}$  کو بولین متغیرہ Z تصور کیا جاسکتا ہے۔ ہوں درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$1 + Z = 1$$

اس کا جدول ۱۲.۳-ب کی شق 1 سے موازنہ کریں۔ متغیرہ کے نام مختلف ہونے کے علاوہ دونوں یکساں ہیں۔

ڈی مارگن مسائل کی مدد سے ہم نے دیکھا کہ

$$0 \cdot X = 0$$

اور

$$1 + X = 1$$

درحقیقت ایک ہی تفاعل کے دو پہلو ہیں۔

$$(0 \cdot X = 0) \Leftrightarrow (1 + X = 1) \quad (\text{مثالہ})$$

اس مسئلہ کو ڈی مارگن کے پہلے مسئلہ کی مدد سے بھی دیکھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے کی خاطر ہم بولین تفاعل  $1 + X = 1$  کے دونوں اطراف کا متمم لیتے ہیں۔

$$\overline{1 + X} = \bar{1}$$

بائیں ہاتھ ڈی مارگن کا پہلا مسئلہ لاگو کرتے ہیں۔

$$\bar{1} \cdot \bar{X} = \bar{1}$$

اب  $\bar{1}$  کی جگہ 0 ڈالتے ہیں۔

$$0 \cdot \bar{X} = 0$$

یہ مساوات کسی بھی متغیرہ  $\bar{X}$  کے لئے درست ہے۔ اس متغیرہ کو ہم Z بھی پکار سکتے ہیں۔ ایسا کرنے سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$0 \cdot Z = 0$$

ہم دیکھتے ہیں کہ یہ بالکل  $0 \cdot X = 0$  کی طرح ہے۔ منرق صرف متغیرہ کے نام کا ہے۔ لہذا ثابت ہوا کہ  $1 + X = 1$  اور  $0 \cdot X = 0$  ایک ہی تفاعل کے دو پہلو ہیں۔

مثال ۱۲: ثابت کریں کہ  $1 \cdot X = X$  اور  $0 + X = X$  ایک ہی تفاعل کی دو شکلیں ہیں۔

حل:  $1 \cdot X = X$  کے دونوں اطراف کا متمم لیتے ہیں۔

$$\overline{1 \cdot X} = \overline{X}$$

بائیں ہاتھ ڈی مارگن کا دوسرا قانون لاگو کرتے ہیں

$$\overline{1} + \overline{X} = \overline{X}$$

اور  $\overline{1}$  کی جگہ 0 پڑ کرتے ہیں۔

$$0 + \overline{X} = \overline{X}$$

متغیرہ  $\overline{X}$  کو نیے نام Z سے پکار تے ہیں۔

$$0 + Z = Z$$

یہ مساوات کہتی ہے کہ صفر جمع ایک بولین متغیرہ اس متغیرہ کے برابر ہوگا۔ یوں ثابت ہوا کہ  $1 \cdot X = X$  اور  $0 + X = X$  مماثلہ ہیں۔

□

آپ اسی مثال کو پچھلی مثال کی طرح الٹ رخ میں ثابت کریں۔

مثال ۱۳: بولین تفاعل  $(X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z)$  کا مماثلہ ڈی مارگن کے قانون لاگو کر کے حاصل کریں۔

حل: دئے گئے تفاعل کے دونوں اطراف کا متمم لیتے ہیں۔

$$\overline{(X \cdot Y) \cdot Z} = \overline{X \cdot (Y \cdot Z)}$$

دونوں اطراف ڈی مارگن کا دوسرا قانون لاگو کرتے ہیں۔

$$\overline{(X \cdot Y)} + \overline{Z} = \overline{X} + \overline{(Y \cdot Z)}$$

ڈی مارگن کا قانون استعمال کرتے وقت توسین میں بند حصہ کو ایک متغیرہ تصور کیا گیا۔ دونوں اطراف توسین میں بند تفاعل پر دوبارہ ڈی مارگن کا دوسرا قانون لاگو کرتے ہیں۔

$$\overline{(X + Y)} + \overline{Z} = \overline{X} + \overline{(Y + Z)}$$



جدول ۳.۱۳: تفاعل کا جدول (برائے حصہ ۱۰.۳)

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

یہاں تینوں متغیرات کے متمم لکھے گئے ہیں۔ ہم انہیں تین نئے ناموں سے پکار سکتے ہیں، مثلاً،  $\bar{X}$  کو  $A$  پکارتے ہیں،  $\bar{Y}$  کو  $B$  اور  $\bar{Z}$  کو  $C$ ، لہذا درج ذیل لکھا جائے گا، جو متغیرات کے نام مختلف ہونے کے علاوہ، جدول ۳.۱۳-ب کی شق 6 ہے۔

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

□

### ۳.۹ حبڑواں بولین تفاعل

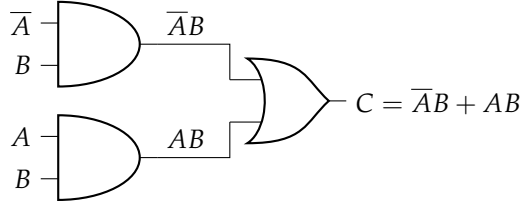
گزشتہ حصہ میں دیکھا گیا کہ بولین تفاعل کے دو پہلو ہوتے ہیں۔ یوں کسی بولین تفاعل کو ثابت کرتے ہی اس کا حبڑواں تفاعل فوراً لکھا جاسکتا ہے۔ جدول ۳.۱۲-الف اور ب میں اس طرح کے حبڑواں بولین تفاعل پیش کیے گئے ہیں۔ ان جدول میں آخری شق کے علاوہ ہر شق ایک تفاعل کے دو پہلو پیش کرتا ہے۔ مثلاً، جدول-الف کی شق 7 کا دوسرا پہلو جدول-ب کی شق 7 دے گا۔

### ۳.۱۰ ارکان ضرب کے مجموعہ کی ترکیب

منطقی مسئلہ کو بولین تفاعل کی صورت میں لکھنا مندرجہ ذیل مثال سے باآسانی سمجھا جاسکتا ہے۔

فرض کریں، ایک تفاعل جس کے آزاد متغیرات  $A$  اور  $B$ ، جبکہ تابع متغیرہ  $C$  ہے، اس صورت بلند ہوتا ہے جب  $A = 0$  اور  $B = 1$  ہو، یا جب  $A = 1$  اور  $B = 1$  ہو۔

ان معلومات کو جدول ۳.۱۳ میں پیش کیا گیا ہے۔ جدول میں ”ارکان ضرب“ کی قطار شامل کریں۔ اس قطار کے ہر خانے میں اسی صف کے آزاد متغیرہ پست ہونے کی صورت میں متغیرہ کا متمم اور بلند صورت میں متغیرہ بذات خود درج کیا جائے گا۔ اس عمل کو سمجھنے کی خاطر، جدول کی پہلی صف پر توجہ رکھیں۔ یہاں  $A = 0$  اور  $B = 0$  ہے، لہذا پہلی صف میں رکن ضرب  $\bar{A}\bar{B}$  ہوگا۔ دوسری صف میں  $A = 0$  اور  $B = 1$  ہیں، لہذا دوسری صف میں  $\bar{A}B$  درج ہوگا۔



شکل ۳.۳۰: ارکان ضرب کے مجموعہ (ساوات ۳.۱۱) کا منطقی دور

A	B	C	ارکان ضرب
0	0	0	$\overline{A}\overline{B}$
0	1	1	$\overline{A}B$
1	0	0	$A\overline{B}$
1	1	1	$AB$

تفاعل کے جدول کے ان تمام ارکان ضرب کا مجموعہ لیے جن کے صف میں تابع متغیر C کی قیمت 1 ہو۔ یہ مجموعہ تابع متغیر کے برابر ہوگا۔ اس طرح تف عمل لکھنے کو ارکان ضرب کے مجموعہ کی ترکیب کہتے ہیں۔ (اس کو مجموعہ ارکان ضرب بھی پکار سکتے ہیں)۔  
یوں درج ذیل لکھ جائے گا۔

$$(3.11) \quad C = \overline{A}B + AB \quad (\text{ارکان ضرب کا مجموعہ})$$

ساوات ۳.۱۱ میں حاصل تف عمل کا منطقی دور شکل ۳.۳۰ میں دکھایا گیا ہے۔

ارکان ضرب کے مجموعہ سے حاصل مساوات ہر صورت ضرب گیٹوں کی ایک قطار (یا صنف) اور ایک جمع گیٹ سے حاصل کی جاسکتی ہے (جہاں فرض کیا جاتا ہے کہ، آزاد متغیرات کے ساتھ ان کے متمم بھی میسر ہیں)۔ ایسا دور ضربہ و جمع کہلائے گا۔

ساوات ۳.۱۱ اور شکل ۳.۳۰ کی درستگی کی تصدیق بولین جدول سے کرتے ہیں (جدول میں موازنے کے لئے C کا خانہ بھی پیش کیا گیا ہے)۔

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{A}B$	AB	$\bar{A}B + AB$
0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1

اس جدول کا دایاں قطار C کے برابر ہے۔

مساوات ۱۱.۳ لکھنے کا دوسرا انداز جو نہایت مقبول ہے سمجھنے کی خاطر تفاعل کے جدول میں ”ارکان ضرب“ کے علاوہ ایک نئی قطار (m) شامل کرتے ہیں۔

A	B	C	ارکان ضرب	m
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}$	$m_0$
0	1	1	$\bar{A}B$	$m_1$
1	0	0	$A\bar{B}$	$m_2$
1	1	1	$AB$	$m_3$

نئی قطار میں m ارکان ضرب کو ظاہر کرتا ہے، لہذا تفاعل C کی مساوات لکھتے ہوئے  $\bar{A}B$  کی بجائے  $m_1$  اور AB کی بجائے  $m_3$  لکھتے ہیں۔ یوں مساوات ۱۱.۳ سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 C &= \bar{A}B + AB \\
 &= m_1 + m_3 \\
 &= \sum(m_1, m_3) \\
 &= \sum(1, 3)
 \end{aligned}$$

ارکان ضرب روایتاً (چھوٹی لکھائی میں)  $m_x$  لکھے جاتے ہیں، جہاں زیر نوشت x جدول میں مطابقتی صف کے آزاد متغیرات کو نشانہ عدد (کے ہندسے) سمجھ کر، برابر کا اعشاری عدد لیا جاتا ہے۔

مثال ۱۴.۳: درج ذیل بولین جدول سے بولین تفاعل کی مساوات حاصل کریں۔

A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

حل: جدول میں  $Z$  تابع متغیر ہے۔ جدول کی دائیں جانب ارکان ضرب کی قطار شامل کرتے ہیں۔

$A$	$B$	$C$	$Z$	ارکان ضرب	$m$
0	0	0	1	$\overline{A} \overline{B} \overline{C}$	$m_0$
0	0	1	0	$\overline{A} \overline{B} C$	$m_1$
0	1	0	1	$\overline{A} B \overline{C}$	$m_2$
0	1	1	1	$\overline{A} B C$	$m_3$
1	0	0	0	$A \overline{B} \overline{C}$	$m_4$
1	0	1	0	$A \overline{B} C$	$m_5$
1	1	0	1	$A B \overline{C}$	$m_6$
1	1	1	1	$A B C$	$m_7$

اُن ارکان ضرب کا مجموعہ لیتے ہیں جن کی صف میں متغیر کی قیمت 1 ہے۔

$$Z = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} B \overline{C} + \overline{A} B C + A B \overline{C} + A B C$$

یہ دیے گئے تفاعل کی مساوات ہے جس کو درج ذیل بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$Z = \sum (m_0, m_2, m_3, m_6, m_7)$$

جدول ۱۲.۳ میں دیے گئے قوانین استعمال کرتے ہوئے مساوات کی سادہ صورت حاصل کرتے ہیں۔

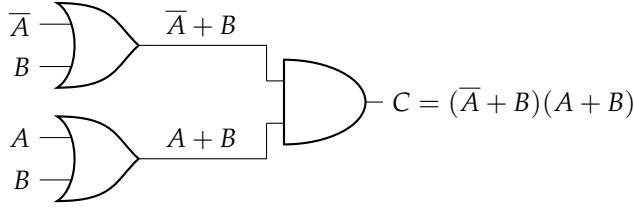
$$\begin{aligned}
 Z &= \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} B \overline{C} + \overline{A} B C + A B \overline{C} + A B C \\
 &= \overline{A} (\overline{B} + B) \overline{C} + \overline{A} B C + A B (\overline{C} + C) \\
 &= \overline{A} (1) \overline{C} + \overline{A} B C + A B (1) \\
 &= \overline{A} (\overline{C} + B C) + A B \\
 &= \overline{A} (\overline{C} + B) + A B \\
 &= \overline{A} \overline{C} + \overline{A} B + A B \\
 &= \overline{A} \overline{C} + (\overline{A} + A) B \\
 &= \overline{A} \overline{C} + B
 \end{aligned}$$

یہ دیے گئے بولین جدول کی سادہ ترین مساوات ہے۔ اس کا بولین جدول لکھ کر آپ ثابت کر سکتے ہیں کہ یہ اصل تفاعل ہی ہے۔

□

### ۳.۱۱ ارکان جمع کی ضرب کی ترکیب

گزشتہ حصہ میں بولین جدول سے تفاعل کا مساواتی روپ حاصل کیا گیا، جہاں ان صفوں کے ارکان ضرب کا مجموعہ لیا گیا جن میں متغیرات کی قیمت 1 تھی۔ آئیں اب ”ارکان جمع“ لکھنا اور ان سے تفاعل کی مساوات حاصل کرنا سیکھیں۔



شکل ۱۱.۳.۳: ارکان جمع کی ضرب سے حاصل دور (مساوات ۱۱.۳.۳)۔

حصہ ۱۰.۳ میں مستقل جدول ۱۱.۳.۳ کو مثال بناتے ہوئے اس میں ارکان ضرب کی بجائے ارکان جمع کی قطار شامل کرتے ہیں۔ ارکان جمع لکھتے ہوئے، مطابقتی آزاد متغیرہ پست ہونے کی صورت میں متغیرہ بذات خود اور بلند صورت میں متغیرہ کا متمم جمع کیا جاتا ہے۔ اس عمل کو سمجھنے کی خاطر، جدول کی پہلی صف پر توجہ رکھیں۔ یہاں  $A = 0$  اور  $B = 0$  ہے، لہذا پہلی صف میں رکن جمع  $A + B$  ہوگا۔ دوسری صف میں  $A = 0$  اور  $B = 1$  ہیں، لہذا دوسری صف میں  $A + B$  درج ہوگا۔

A	B	C	ارکان جمع
0	0	0	$A + B$
0	1	1	$A + \bar{B}$
1	0	0	$\bar{A} + B$
1	1	1	$\bar{A} + \bar{B}$

تقاطع کے جدول کے اتمام ارکان جمع کا حاصل ضرب لیجئے جن کے صف میں تقاطع کے تابع متغیرہ C کے قیمتے 0 ہو۔ یہ حاصل ضرب تابع متغیرہ کے برابر ہوگا۔ اس طرح تفعل عمل لکھنے کو ارکان جمع کی ضرب کی ترکیب کہتے ہیں (اس کو ضرب بعد از جمع بھی پکارا جاسکتا ہے)۔

یوں درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$(3.13) \quad C = (A + B)(\bar{A} + \bar{B}) \quad (\text{ارکان جمع کی ضرب})$$

ارکان جمع کی ضرب سے حاصل مساوات کو ہر صورت جمع گیٹوں کی ایک قطار (یا صف) اور ایک ضرب گیٹ سے حاصل کیا جاسکتا ہے (جہاں فرض کیا جاتا ہے کہ، آزاد متغیرات کے ساتھ ان کے متمم بھی میسر ہیں)۔ یوں بنائے گئے دور کو جمع و ضرب<sup>۱۰</sup> کہتے ہیں۔

مساوات ۱۱.۳.۳ میں حاصل دور شکل ۱۱.۳.۳ میں پیش کیا گیا ہے۔

مساوات ۱۱.۳.۳ لکھنے کا دوسرا انداز جو نہایت مقبول ہے سمجھنے کی خاطر تفعل عمل کے جدول میں ”ارکان جمع“ کے علاوہ، بڑی لکھائی میں ایک نئی قطار (M) شامل کرتے ہیں، جو ارکان جمع کو ظاہر کرتا ہے۔

A	B	C	ارکان جمع	M
0	0	0	$A + B$	$M_0$
0	1	1	$A + \bar{B}$	$M_1$
1	0	0	$\bar{A} + B$	$M_2$
1	1	1	$\bar{A} + \bar{B}$	$M_3$

یوں مساوات ۱۳.۳ درج ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$(۳.۱۴) \quad C = (A + B)(\bar{A} + \bar{B}) = M_0 M_2 = \prod(M_0, M_2) = \prod(0, 2)$$

مثال ۱۵.۳: ڈی مارگن کے کلیات استعمال کرتے ہوئے مجموعہ ارکان ضرب سے ارکان جمع کی ترکیب حاصل کریں۔

حل: ہم حصہ ۱۰.۳ میں مستعمل جدول ۱۳.۳ کو مثال بن کر اس میں  $\bar{C}$  اور ارکان ضرب کی قطاریں شامل کرتے ہیں۔

A	B	C	$\bar{C}$	ارکان ضرب
0	0	0	1	$\bar{A} \bar{B}$
0	1	1	0	$\bar{A} B$
1	0	0	1	$A \bar{B}$
1	1	1	0	$AB$

ہم  $\bar{C}$  کے لئے ارکان ضرب کا مجموعہ لکھ کر (یعنی ان ارکان ضرب کا مجموعہ جن کے صف میں  $\bar{C}$  کی قیمت 1 ہو):

$$\bar{C} = \bar{A} \bar{B} + A \bar{B}$$

دونوں اطراف کا متمم لے کر C کی مساوات حاصل کرتے ہیں۔

$$\bar{\bar{C}} = C = \overline{\bar{A} \bar{B} + A \bar{B}}$$

ڈی مارگن کلیات بار بار استعمال کرتے ہوئے درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$C = \overline{\bar{A} \bar{B} + A \bar{B}}$$

$$= (\overline{\bar{A} \bar{B}})(\overline{A \bar{B}})$$

$$= (\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}})(\bar{A} + \bar{\bar{B}})$$

$$= (A + B)(\bar{A} + \bar{B})$$

(۳.۱۵)

اس نتیجے کا مساوات ۱۳.۳ کے ساتھ موازنہ کریں۔ پس ثابت ہوا کہ مجموعہ ارکان ضرب سے ارکان جمع کی ضرب حاصل کی جاسکتی ہے۔ □

مثال ۱۶.۳: درج ذیل بولین جدول سے (۱) ارکان جمع کی ضرب، (ب) ارکان ضرب کا مجموعہ لے کر تفاعل کی مساوات حاصل کریں۔ دونوں نتائج کے ادوار دکھائیں۔

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

حل: جدول میں ارکان جمع اور ارکان ضرب کی قطاریں شامل کرتے ہیں۔

A	B	C	Z	ارکان جمع	ارکان ضرب
0	0	0	0	$A + B + C$	$\overline{A} \overline{B} \overline{C}$
0	0	1	1	$A + B + \overline{C}$	$\overline{A} \overline{B} C$
0	1	0	1	$A + \overline{B} + C$	$\overline{A} B \overline{C}$
0	1	1	0	$A + \overline{B} + \overline{C}$	$\overline{A} B C$
1	0	0	0	$\overline{A} + B + C$	$A \overline{B} \overline{C}$
1	0	1	1	$\overline{A} + B + \overline{C}$	$A \overline{B} C$
1	1	0	1	$\overline{A} + \overline{B} + C$	$A B \overline{C}$
1	1	1	1	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$	$A B C$

(۱) جن صفوں میں تابع متغیر Z کی قیمت 0 ہے ان صفوں کے ارکان جمع کی ضرب مطلوب نتیجہ ہوگا۔

$$(۳.۱۶) \quad Z = (A + B + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)$$

اس کو درج ذیل بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$Z = M_0 M_3 M_4 = \prod (M_0, M_3, M_4)$$

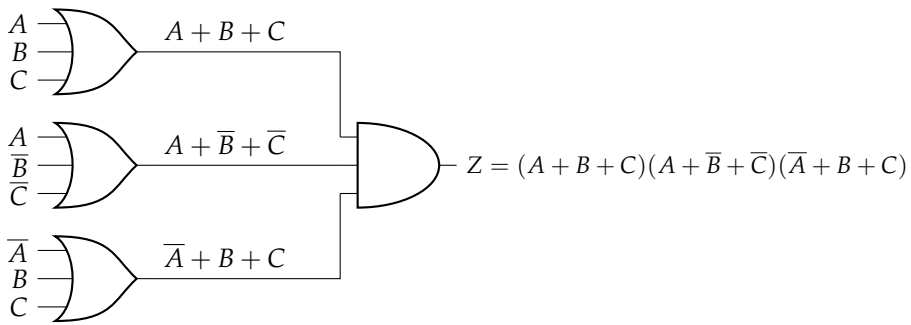
مساوات ۱۶.۳ میں حاصل نتیجہ کا جمع و ضرب دور شکل ۳۲.۳ میں پیش کیا گیا ہے۔ (ب) جدول کے ارکان ضرب کا مجموعہ لے کر ضرب و جمع دور حاصل کرتے ہیں۔

$$(۳.۱۷) \quad Z = \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B \overline{C} + A \overline{B} C + A B \overline{C} + A B C$$

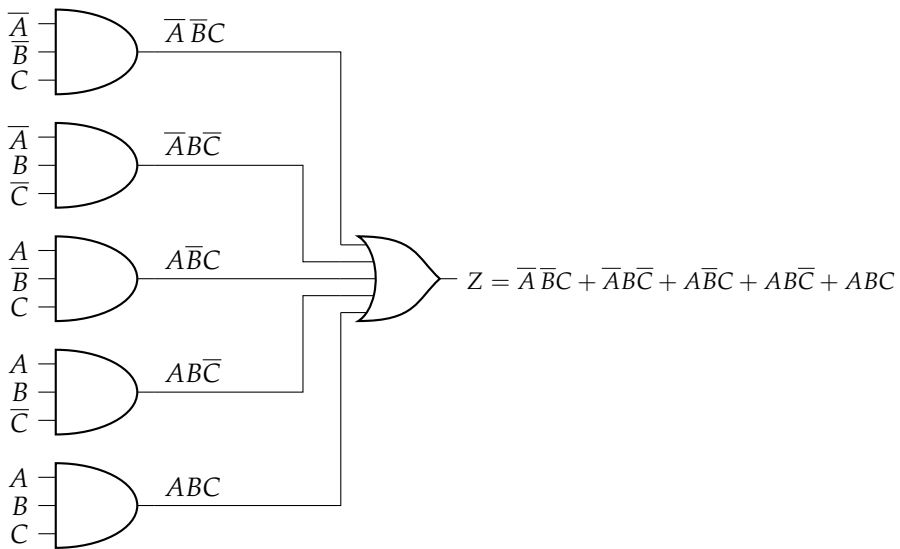
□

اس دور کو شکل ۳۳.۳ میں پیش کیا گیا ہے۔

اس مثال میں ایک ہی تفاعل کے دو ادوار، شکل ۳۲.۳ اور شکل ۳۳.۳ پیش کیے گئے۔ پہلے دور میں تین جمع اور ایک ضرب گیٹ استعمال ہوا، جبکہ دوسرے میں پانچ ضرب اور ایک جمع گیٹ استعمال ہوا۔ (جیسا ہم ذکر کر چکے



شکل ۳.۳۲: جمع و ضرب دور (ساوات ۱۶.۳).



شکل ۳.۳۳: ضرب و جمع دور (ساوات ۱۷.۳).



ہیں، ارکان جمع کی ضرب سے حاصل دور جمع گیٹوں کی قطار اور ایک ضرب گیٹ سے بنے گا۔ ارکان ضرب کے مجموعہ سے حاصل دور ضرب گیٹوں کی قطار اور ایک جمع گیٹ سے حاصل ہوگا۔ یوں اس تفاعل کو ضرب بعد از جمع سے حاصل کرنے میں کم منطقی گیٹ استعمال ہوئے۔ یاد رہے کہ ضرب بعد از جمع اور مجموعہ ارکان ضرب منطقی طور پر ایک ہیں۔

### ۳.۱۲ مجموعہ ارکان ضرب اور ضرب بعد از جمع کے مابین تبادلہ

ہم نے مثال ۱۶.۳ میں تفاعل کی مساوات، مجموعہ ارکان ضرب اور ضرب بعد از جمع کی شکل میں حاصل کی، جنہیں یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$Z = m_1 + m_2 + m_5 + m_6 + m_7 = \sum (1, 2, 5, 6, 7)$$

$$Z = M_0 M_3 M_4 = \prod (0, 3, 4)$$

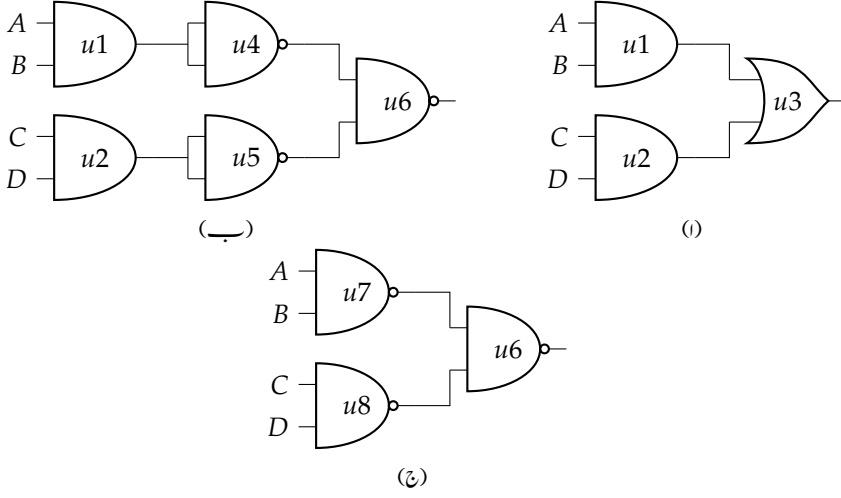
مجموعہ ارکان ضرب میں پہلا، دوسرا، پانچواں، چھٹا اور ساتواں رکن ضرب استعمال ہوا جبکہ صفروں، تیسرا اور چوتھا رکن غیر مستعمل رہے۔ ضرب بعد از جمع میں پہلا، دوسرا، پانچواں، چھٹا اور ساتواں رکن جمع غیر مستعمل، جبکہ صفروں، تیسرا اور چوتھا رکن استعمال ہوئے۔ ایک عمومی حقیقت ہے جسے استعمال کر کے تفاعل کی مساوات کو ایک روپ سے دوسرے روپ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ ارکان جمع سے ارکان ضرب یا ارکان ضرب سے ارکان جمع کے روپ میں مساوات حاصل کرتے ہوئے پہلے روپ میں غیر مستعمل ارکان، دوسرے روپ میں استعمال ہوں گے۔

### ۳.۱۳ ضرب و جمع دور سے متمم ضرب و متمم ضرب دور کا حصول

کسی بھی پولین تفاعل کو مجموعہ ارکان ضرب کی صورت میں بیان کیا جاسکتا ہے، جس کو ضرب گیٹوں کی قطار اور ایک جمع گیٹ سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ شکل ۳.۳-الف میں تفاعل  $AB + CD$  کا مجموعہ ارکان ضرب دور دکھایا گیا ہے۔ جمع گیٹ  $u_3$  کی جگہ شکل ۳.۳-ب کا مساوی دور نصب کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوگا (جہاں  $u_3$  کی جگہ  $u_4$ ،  $u_5$  اور  $u_6$  استعمال کیے گئے)۔ شکل ۱۸.۳ میں متمم ضرب گیٹ بطور نفی گیٹ دکھایا گیا ہے۔ یوں ضرب گیٹ (مثلاً  $u_1$ ) اور نفی گیٹ (مثلاً  $u_4$  جس کو نفی گیٹ تصور کرتے ہیں) کی جگہ (شکل ۱۶.۳ دیکھیں) متمم ضرب گیٹ (مثلاً  $u_7$ ) استعمال کرتے ہوئے شکل-ج حاصل ہوگا، جو صرف متمم ضرب گیٹوں پر مشتمل ہے؛ یہ متمم ضرب و متمم ضرب دور کہلاتا ہے۔

آپ نے دیکھا کہ شکل ۳.۳-الف کے ضرب و جمع دور میں تمام گیٹ تبدیل کر کے متمم ضرب گیٹ نسب کرنے سے شکل-ج کا متمم ضرب و متمم ضرب دور حاصل ہوگا۔ یہ ایک اہم اور عمومی مشاہدہ ہے۔ یاد رہے کہ مجموعہ ارکان ضرب کے ضرب و جمع دور میں ضرب گیٹوں کی قطار اور ایک جمع گیٹ ہوگا۔

ضرب و جمع دور کے شکل و صورت تبدیل کیے بغیر تمام گیٹوں کی جگہ متمم ضرب گیٹ نسب کرنے سے متمم ضرب و متمم ضرب دور حاصل ہوگا۔



شکل ۳.۳۴: ارکان ضرب کے مجموعے متم ضرب و متم ضرب دور کا حصول۔

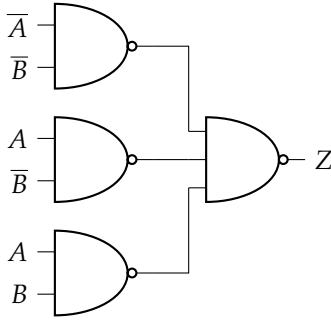
سیکان کی فی مربع سنٹی میٹر پستری پر بہت بڑی تعداد میں گیٹ بنائے جاسکتے ہیں اور یہ تعداد دن بادل بڑھتی چلی جا رہی ہے۔ سیکان کی پستری پر ایک ہی قسم کے گیٹ نسبتاً زیادہ آسانی اور بہتر بنائے جاسکتے ہیں۔ یوں کسی بھی تفاعل کو ضرب و جمع کی بجائے متم ضرب و متم ضرب دور سے حاصل کرنا زیادہ سودمند ثابت ہوگا۔ اسی وجہ سے وسیع پیمانہ کی مخلوط برقیات میں متم ضرب گیٹ نہایت مقبول ہیں۔

مثال ۳.۱۷: مندرجہ ذیل تفاعل کا متم ضرب و متم ضرب دور حاصل کریں۔

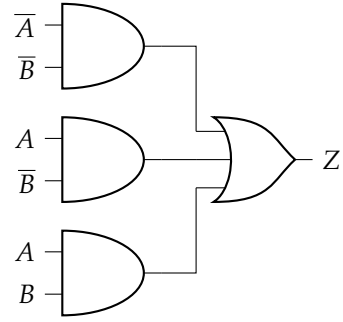
A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

حل: تفاعل کا مجموعہ ارکان ضرب لکھنے کی غرض سے جدول میں ارکان ضرب کی قطار شامل کرتے ہیں۔

A	B	Z	ارکان ضرب
0	0	1	$\overline{A} \overline{B}$
0	1	0	$\overline{A} B$
1	0	1	$A \overline{B}$
1	1	1	$AB$



(ب)



(i)

شکل ۱۴.۳: جمع و ضرب دور سے متمم ضرب و متمم ضرب (مثال ۱۴.۳)۔

یوں  $Z = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AB$  ہوگا، جو شکل ۱۴.۳-الف میں پیش ہے۔ تمام گیٹوں کی جگہ متمم ضرب گیٹ نصب کرنے سے متمم ضرب و متمم ضرب دور حاصل ہوگا جو شکل-ب میں پیش ہے۔ □

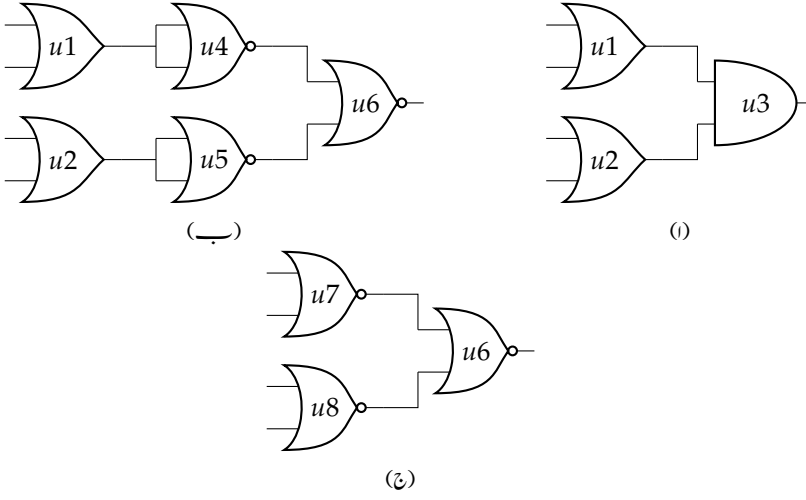
### ۱۴.۳ جمع و ضرب دور سے متمم جمع و متمم جمع دور کا حصول

تفعل کے ارکان جمع کی ضرب سے حاصل جمع و ضرب دور میں تمام گیٹوں کی جگہ متمم جمع گیٹ نصب کرنے سے تفعل کا متمم جمع و متمم جمع دور حاصل ہوگا۔

شکل ۱۴.۳ میں جمع و ضرب دور سے قدم با قدم متمم جمع و متمم جمع دور کا حصول دکھایا گیا ہے۔ پہلی قدم میں، شکل-الف کے ضرب گیٹ  $u3$  کی جگہ (شکل ۱۴.۳-الف کی مدد سے) مساوی جمع متمم گیٹ  $u4$ ،  $u5$ ،  $u6$ ،  $u7$  کیے گئے۔ اس کے بعد (شکل ۱۴.۳ کی مدد سے)  $u4$ ، اور  $u5$  کو نفی گیٹ مان کر،  $u1$  اور  $u4$  جوڑی کی جگہ متمم جمع  $u7$  جبکہ،  $u2$  اور  $u5$  جوڑی کی جگہ متمم جمع  $u8$  نصب کیا گیا۔ یوں شکل ۱۴.۳-ج کا متمم جمع و متمم جمع دور حاصل کیا گیا۔

شکل ۱۴.۳-الف کے جمع و ضرب دور کی شکل و صورت تبدیل کیے بغیر تمام گیٹ کی جگہ متمم جمع نصب کرنے سے شکل-ج حاصل ہوگا۔ یہ ایک اہم اور عمومی مشاہدہ ہے۔ یاد رہے کہ ضرب ارکان مجموعہ سے حاصل جمع و ضرب دور میں جمع گیٹوں کی قطار اور ایک ضرب گیٹ ہوگا۔

جمع و ضرب دور کے شکل و صورت تبدیل کیے بغیر تمام گیٹوں کی جگہ متمم جمع گیٹ نصب کرنے سے متمم جمع و متمم جمع دور حاصل ہوگا۔



شکل ۳.۶: جمع و ضرب سے متمم جمع و متمم جمع۔

### ۳.۱۵ علامتی روپ یار موز

عموماً زبانوں میں الفاظ یا معلومات کی لکھائی اس زبان کے حروف تہجی میں کی جاتی ہے۔ حروف تہجی کو سلسلہ وار اس طرح جوڑا جاتا ہے کہ ان کی آوازیں مل کر لفظ کی آواز پیدا کریں، مگر چینی زبان مختلف ہے۔ چینی زبان ایک علامتی زبان ہے جس میں ہر لفظ کی اپنی علامت یا رمز<sup>۱۲</sup> ہے۔ حروف تہجی پر مبنی لکھائی، یہ حروف سیکھنے کے بعد، کوئی بھی پڑھ سکتا ہے، جبکہ رمزی لکھائی میں کسی بھی رمز کا استعمال اس وقت ممکن ہوگا جب تمام لوگ اس رمز پر متفق ہوں۔ کمپیوٹر اس لحاظ سے چینی زبان سے مشابہت رکھتا ہے، اور معلومات کو رمزی روپ میں رکھتا ہے۔

فلم و کانغز سے انسان کسی بھی شکل کی لکیر بن کر اسے ایک علامت یا رمز تصور کر سکتا ہے۔ کمپیوٹر کی دنیا میں ایسا کرنا ممکن نہیں۔ کمپیوٹر صرف 0 اور 1 جانتا ہے، لہذا اس میں رمز بھی 0 اور 1 مختلف ترتیب سے جوڑ کر بنائے جاتے ہیں۔ مثلاً، تین بٹ استعمال کر کے جدول ۳.۴ میں پیش رمز ممکن ہوں گے۔ یوں تین بٹ استعمال کر کے آٹھ رموز تشکیل دیے جاسکتے ہیں، جنہیں آٹھ مختلف اشیاء یا معلومات کی پہچان کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ تین بٹ استعمال کرتے ہوئے، اس سے زیادہ رموز ممکن نہیں۔ آٹھ بٹ میں  $2^8 = 256$  رموز ممکن ہیں۔

جدول ۳.۱۴: تین بٹ رموز۔

تین بٹ رموز
000
001
010
011
100
101
110
111

## ۳.۱۵.۱ ایسکی رموز اور عالمی رموز

ابتداء میں، کمپیوٹر استعمال کی خاطر لاطینی حروف تہجی اور اعشاری گنتی کے رمز طے کیے گئے۔ ایک بائٹ پر مبنی رموز جو نہایت مقبول ہوئے، ایسکی<sup>۱۳</sup> رموز<sup>۱۴</sup> کہلاتے ہیں۔ لاطینی حروف تہجی اور اعشاری ہندسوں کے رموز جدول ۳.۱۵ میں پیش کیے گئے ہیں۔ ایسکی رموز میں بڑے حرف A کو 01000001<sub>2</sub> یعنی 41<sub>16</sub> اور صفر کو 00110000<sub>2</sub> (30<sub>16</sub>) کے رموز مختص کیے گئے۔ یوں، اس نظام کو استعمال کرتے ہوئے کمپیوٹر A کو 01000001<sub>2</sub> سے، اور صفر کو 00110000<sub>2</sub> سے ظاہر کرے گا۔ یاد رہے کہ، اس طرح کے نظام میں جدول دیکھ کر رمز کی معنی اخذ کی جائے گی۔

ایک بائٹ میں 00000000<sub>2</sub> سے 11111111<sub>2</sub> تک 256<sub>10</sub> مختلف رموز ہو گے، جو ایک محدود تعداد ہے۔ جیسے جیسے دنیا کی مختلف زبان بولنے والوں کے ہاں کمپیوٹر کا استعمال رائج ہوا، ایسکی رموز کے (محدود) رمز کم پڑ گئے۔ موجودہ دور میں عالمی رموز<sup>۱۵</sup> رائج ہے، جس میں دنیا کی تمام زبانوں (بشمول اردو، پشتو، بلوچی، سندھی، وغیرہ) کے حروف تہجی کے رموز موجود ہیں۔ اس نظام میں ہر رمز چار بائٹ کا ہے۔ یہ کتاب عالمی رموز میں تفصیل دی گئی ہے۔ اس نظام میں ریاضیات اور سائنس کے دیگر مضامین میں درکار علامتیں بھی ڈھالی جاسکتی ہیں۔ امید یہی ہے کہ یہ نظام آنے والے زمانے میں درکار ضروریات پوری کرے گا۔

## ۳.۱۵.۲ اعشاری اعداد کے شنائی رموز

کمپیوٹر کی مادری زبان شنائی ہے، جبکہ انسان اعشاری نظام استعمال کرتا ہے۔ اعشاری گنتی کے کئی رموز زیر استعمال ہیں، جن میں سے ایک شنائی<sup>۱۶</sup> رموز اعشاریہ<sup>۱۷</sup> ہے۔ اعشاری گنتی کے کل دس رموز ہیں۔ جدول ۳.۱۴ میں تین بٹ رمز دکھائے گئے جو کل آٹھ ہیں۔ انہیں استعمال کرتے ہوئے اعشاری گنتی کے دس ہندسوں کو ظاہر نہیں کیا جاسکتا۔ اس کے برعکس چار بٹ کل سولہ رموز دیں گے، جنہیں اعشاری گنتی کے دس ہندسوں کے رموز کے طور پر استعمال کیا جاسکتا ہے۔

ascii codes<sup>۱۳</sup>uni code<sup>۱۴</sup>binary coded decimal (BCD)<sup>۱۵</sup>

جدول ۱۵: ۳۰: ایسکی رموز

ایسکی رموز	لاطینی حروف یا هندسه
01000001 <sub>2</sub>	A
01000010 <sub>2</sub>	B
01000011 <sub>2</sub>	C
01000100 <sub>2</sub>	D
⋮	⋮
01011000 <sub>2</sub>	X
01011001 <sub>2</sub>	Y
01011010 <sub>2</sub>	Z
01100001 <sub>2</sub>	a
01100010 <sub>2</sub>	b
01100011 <sub>2</sub>	c
⋮	⋮
01111010 <sub>2</sub>	z
00110000 <sub>2</sub>	0 <sub>10</sub>
00110001 <sub>2</sub>	1 <sub>10</sub>
00110010 <sub>2</sub>	2 <sub>10</sub>
⋮	⋮
00111000 <sub>2</sub>	8 <sub>10</sub>
00111001 <sub>2</sub>	9 <sub>10</sub>

جدول ۳.۱۶: اعشاری اعداد کے چارہٹ شنائی رموز۔

اعشاری اعداد	شنائی سررموز اعشاریہ
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

سکتا ہے۔ جدول ۳.۱۶ میں چارہٹ پر مبنی ابتدائی دس علامتیں استعمال کرتے ہوئے اعشاری گنتی کے ہندسوں کے رموز پیش کیے گئے ہیں۔ آخری چھ علامتیں زیر استعمال نہیں۔ یہ شنائی رموز اعشاریہ کہلاتے ہیں۔

۳.۱۵.۳ گرے رموز

اس نظام میں اعشاری ہندسوں کے رموز یوں رکھے گئے کہ کسی بھی دو متواتر اعشاری ہندسوں کے رموز میں صرف ایک ہٹ کا فرق ہو۔ جدول ۳.۱۷ چارہٹ گرے رموز پیش کرتا ہے۔

طبعی متغیرات کو عددی روپ میں، عموماً، گرے رموز میں لکھا جاتا ہے۔ اس کی افادیت ایک مثال سے سمجھتے ہیں۔

تصور کریں کہ ایک بڑھتے ہوئے فاصلے کو چارہٹ کے عام شنائی نظام میں ناپا جاتا ہے۔ یوں  $0111_2$  کے بعد  $1000_2$  آئے گا۔ اب تصور کریں کسی وجہ سے، اس چارہٹ شنائی عدد کا بلند رتبی ہٹ نسبتاً جلدی 0 سے 1 میں تبدیل ہوتا ہو۔ یوں ایک لمحے کے لئے  $0111_2$  کے بعد  $1111_2$  پڑھا جائے گا، جس کے بعد اصل عدد  $1000_2$  آجائے گا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ایک لمحے کے لئے فاصلہ غلط پڑھا جائے گا، جس سے مسائل کھڑے ہو سکتے ہیں۔ اس کے برعکس اگر گرے رموز استعمال کیا جائے تب  $0100$  کے بعد  $1100$  پڑھا جائے گا جو درست قیمت ہے۔

## سوالات

سوال ۳.۱: درج ذیل پولین مساوات کا جدول لکھیں۔

جدول ۳.۱: اعشاری اعداد کے چارہٹ گروے رموز۔

اعشاری اعداد	چارہٹ گروے رموز
0	0000
1	0001
2	0011
3	0010
4	0110
5	0111
6	0101
7	0100
8	1100
9	1101
10	1111
11	1110
12	1010
13	1011
14	1001
15	1000

$$(A + B)(AB + BC + \bar{C}A) \text{ .}$$

$$\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B \text{ .}$$

$$\bar{A}\bar{B} + B\bar{C} \text{ .}$$

$$XYZ + \bar{X}Y\bar{Z} \text{ .}$$

$$ABC + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} \text{ .}$$

$$A(B + \bar{C}) \text{ .}$$

A	B	C	ج
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	C	ب
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

X	Y	Z	الف
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

جواب:

سوال ۳.۲: تف عمل  $AB + CD$  کا متکم  $(\bar{A} + \bar{B})(\bar{C} + \bar{D})$  ہے۔ درج ذیل کا متکم لکھیں۔



$$X\bar{Y}Z + \bar{X}Y$$

$$(A + B)(B + C)(C + A)$$

$$X + YZ + XY$$

$$AB(\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D)$$

$$\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B}$$

$$(A + B)(\bar{A} + B) \text{ (ج)}, \bar{A} + \bar{B} + (\bar{C} + D)(C + \bar{D}) \text{ (ب)}, \bar{X}(\bar{Y} + \bar{Z})(\bar{X} + \bar{Y}) \text{ (ا)}$$

سوال ۳.۳: درج ذیل کے ادوار جمع، ضرب اور منفی گیسٹوں کی مدد سے بنائیں۔

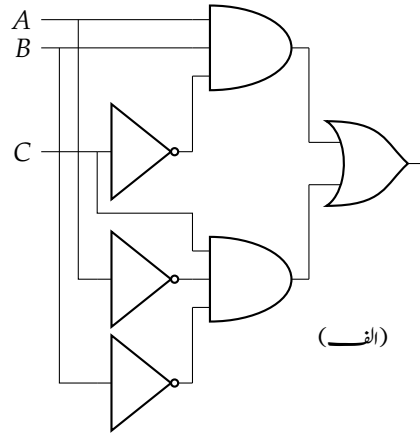
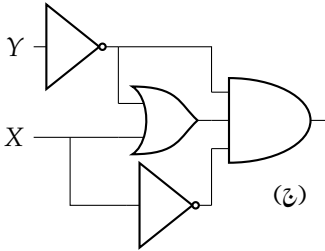
$$ABC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$\bar{X}\bar{Y}(X + \bar{Y})$$

$$ABC + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

$$AB + BC + CA$$

$$A + B(A + \bar{C})$$



جواب:

سوال ۳.۴: ڈی مارگن کلیات کو بولین جدول سے ثابت کریں۔

سوال ۳.۵: بولین جدول سے درج ذیل ثابت کریں۔

$$X + \bar{X}Y = X + Y$$

$$X\bar{Y} + XY = X$$

جواب: درج ذیل جدول کا دایاں اور بایاں قطار ایک جیسے ہیں لہذا اجزؤ-اثابت ہوا۔

X	Y	$X\bar{Y} + XY$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

سوال ۳.۶: درج ذیل کو مجموعہ ارکان ضرب کی شکل میں لکھیں۔ جدول لکھ کر درستگی ثابت کریں۔

$$(A + B)(A + B + C)(C + B) \quad \text{ج.}$$

$$(A + B)(C + D) \quad \text{ا.}$$

$$(A + B + C)(\bar{B} + \bar{C}) \quad \text{د.}$$

$$(A + B)(\bar{B} + C)(A + \bar{C}) \quad \text{ب.}$$

$$\text{جواب: (ا)} \quad AC + AD + BC + BD, \text{ (ب)} \quad A\bar{B} + A\bar{B}\bar{C} + AC + ABC$$

سوال ۳: (ا) بولین مثال استعمال کرتے ہوئے درج ذیل کو ضرب بعد از جمع کی شکل میں لکھیں۔ (ب) ان تقاعسل کے جدول لکھ کر یہی جواب حاصل کریں۔ (ج) دیے گئے تقاعسل اور حاصل جواب کے جدول لکھ کر جواب کی درستگی ثابت کریں۔

$$X\bar{Y}(\bar{Y}\bar{Z} + YZ) \quad \text{ج.}$$

$$XYZ + X\bar{Y} + \bar{X}\bar{Y} \quad \text{ا.}$$

$$(A + B\bar{C})(\bar{A}B + \bar{B}A) \quad \text{د.}$$

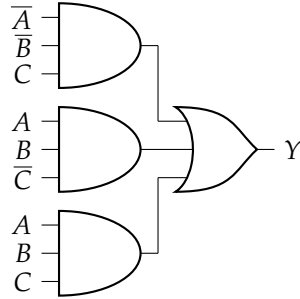
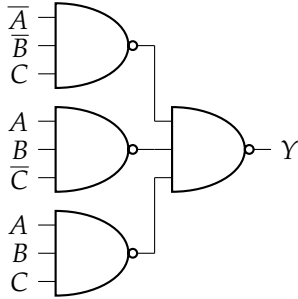
$$XY + \bar{Z}X \quad \text{ب.}$$

$$\text{جواب: (ا)} \quad (X + \bar{Y} + Z)(X + \bar{Y} + \bar{Z})(\bar{X} + \bar{Y} + Z)$$

سوال ۸: تقاعسل  $Y$  درج ذیل صورتوں میں 1 کے برابر ہے۔ اگر  $A = 0$ ،  $B = 0$ ، اور  $C = 1$  ہو یا اگر  $A = 1$ ،  $B = 1$ ، اور  $C = 0$  ہو اور یا اگر  $A = 1$ ،  $B = 1$ ، اور  $C = 1$  ہو۔ دیگر صورت تقاعسل کی قیمت (0) ہے۔ ان معلومات کا جدول لکھ کر تقاعسل کی سادہ مساوات مجموعہ ارکان ضرب کے روپ میں حاصل کریں۔

$$\text{جواب: } Y = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

سوال ۹: (ا) گزشتہ سوال میں دیے تقاعسل  $Y$  کا ضرب و جمع دور بنائیں۔ (ب) اس تقاعسل کا ضرب و جمع دور بنائیں۔



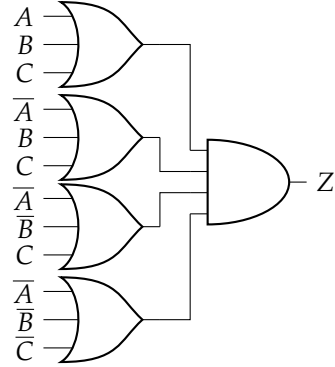
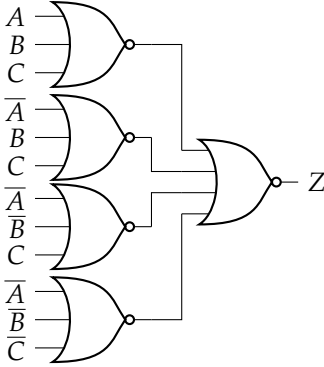
جواب:

سوال ۱۰: تقاعسل  $Z$  کی قیمت درج ذیل صورتوں میں صفر (0) ہے۔ اگر  $A = 0$ ،  $B = 0$ ، اور  $C = 0$  ہو یا اگر  $A = 1$ ،  $B = 0$ ، اور  $C = 0$  ہو اور یا اگر  $A = 1$ ،  $B = 1$ ، اور  $C = 1$  ہو۔

1 = C ہو۔ ان صورتوں کے علاوہ اس کی قیمت ایک (1) رہتی ہے۔ ان معلومات کا جدول لکھ کر Z کی ضرب بعد از جمع مساوات حاصل کریں۔

$$Z = (A + B + C)(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

سوال ۳.۱۱: (۱) گزشتہ سوال میں دیے قساعل Z کا جمع و ضرب دور بنائیں۔ (ب) اس قساعل کا جمع و ضرب متعمم و جمع متعمم<sup>۱۸</sup> دور بنائیں۔ مداحسل کے متعمم دستیاب ہیں۔



جواب:

سوال ۳.۱۲: جدول میں A، B، اور C تین آزاد داخلی متغیرات جبکہ F<sub>0</sub>، F<sub>1</sub>، اور F<sub>2</sub> تابع خارجی متغیرات ہیں۔

A	B	C	F <sub>0</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

۱. تابع متغیرات مجموعہ ارکان ضرب روپ میں لکھیں۔

ب. ضرب گیٹ اور جمع گیٹ استعمال کرتے ہوئے تابع متغیرات کے ضرب و جمع دور بنائیں۔

ج. ضرب و جمع ادوار سے تابع متغیرات کے ضرب و ضرب متعمم ادوار حاصل کریں۔

د. تابع متغیرات کو ضرب بعد از جمع روپ میں لکھیں۔

۹. جمع گیٹ اور ضرب گیٹ استعمال کرتے ہوئے تابع متغیرات کے جمع و ضرب ادوار بنائیں۔

۱۰. جمع و ضرب ادوار سے تابع متغیرات کے جمع و ضرب متکم ادوار حاصل کریں۔

جواب: (۱)  $F_0 = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B \overline{C} + \overline{A} B C$  ،  $F_1 = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B \overline{C} + \overline{A} B C$  (۱)  
 $F_2 = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B \overline{C} + \overline{A} B C + \overline{A} B C + \overline{A} B C + \overline{A} B C + \overline{A} B C$  (۲)  
 $F_0 = (A + B + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$  (۳)

سوال ۱۳: درج ذیل تقاعسل مجموعہ ارکان ضرب روپ میں ہیں۔ انہیں ضرب بعد از جمع روپ میں لکھیں۔

$$Y(A, B, C) = \sum(0, 7) \quad د.$$

$$Z(A, B) = \sum(0, 1) \quad ا.$$

$$Z(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 5, 12) \quad ہ.$$

$$F(A, B, C) = \sum(1, 3, 7) \quad ب.$$

$$F(A, B, C) = \sum(0, 5, 7) \quad ج.$$

جواب: (۱)  $Z = \prod(2, 3)$  (ج)  $F = \prod(1, 2, 3, 4, 6)$  (ہ)  $Z = \prod(1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15)$   
 سوال ۱۴: درج ذیل تقاعسل ضرب بعد از جمع روپ میں ہیں۔ انہیں مجموعہ ارکان ضرب روپ میں لکھیں۔

$$Z(A, B, C, D) = \prod(0, 1, 5, 7, 13, 15) \quad ج.$$

$$F(A, B) = \prod(1, 3) \quad ا.$$

$$Z(A, B, C) = \prod(0, 4, 7) \quad ب.$$

$$Z = \sum(2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14) \quad (ج) ، F = \sum(0, 2) \quad (۱)$$

سوال ۱۵: ۳: انٹرنیٹ سے درج ذیل معلوماتی صفحات حاصل کریں۔ یہ مخلوط ادوار پاکستان کے ہر شہر میں نہایت سستے دام دستیاب ہیں۔

ط. 4070

ز. 7404

ہ. 4000

ج. 7408

ا. 7400

ح. 4049

و. 7432

د. 4081

ب. 4011

سوال ۱۶: ۳: گزشتہ سوال میں 7400 مخلوط دور کے معلومات صفحات سے دریافت کریں اس میں موجود چار گیٹوں کے محارج کن بنیوں پر دستیاب ہیں۔

جواب: پینے 3، 6، 8، اور 11

سوال ۱۷: ۳: انٹرنیٹ سے تین مداخلت ضرب گیٹ اور چار مداخلت جمع گیٹ کے مخلوط ادوار دریافت کریں۔

## باب ۴

# کارناف نقشہ جات

بویلین جدول سے کسی بھی تفاعل کی مساوات بذریعہ مجموعہ ارکان ضرب یا ضرب بعد از جمع حاصل کر کے اسے گیٹوں کی مدد سے جامہ پہنایا جاسکتا ہے۔ عموماً، اس مساوات میں گیٹوں کی تعداد اور فی گیٹ مداحل کی تعداد کم کی جاسکتی ہے۔ کم مداحل کے، کم تعداد گیٹ استعمال کرنے سے عددی دور پر کم لاگت آئے گی۔ تفاعل کی سادہ صورت بویلین منطق سے حاصل کی جاسکتی ہے، البتہ ایک نہایت عمدہ اور سادہ طریقہ کار جسے کارناف نقشہ جات کی ترکیب کہتے ہیں، استعمال کیا جاتا ہے۔ اس باب میں اس ترکیب پر غور کیا جائے گا۔ یہ ترکیب چار اور چار سے کم آزاد متغیرات کے تفاعل کی سادہ صورت حاصل کرنے میں نہایت آسان ثابت ہوگا۔

### ۴.۱ کارناف نقشے کا بنیادی خاکہ

دو آزاد متغیر تفاعل  $F(x, y)$  کے بویلین جدول میں چار مختلف ارکان ضرب ہوں گے، جنہیں جدول ۱.۴ میں پیش کیا گیا ہے۔ اس کے کارناف نقشے میں چار خانے ہوں گے، جہاں ایک خانہ ایک رکن ضرب کو ظاہر کرتا ہے۔ کارناف نقشے میں ان چار خانوں کی ترتیب، شکل ۱.۴-الف میں دکھائی گئی ہے، جہاں بالائی صف میں  $x = 0$  جبکہ نچلی صف میں  $x = 1$  ہے؛ یہ قیمتیں صفوں کے بائیں طرف، خانوں سے باہر، لکھی گئی ہیں۔ اسی طرح بائیں قطار میں  $y = 0$  جبکہ دائیں قطار میں  $y = 1$  ہے؛ یہ قیمتیں خانوں سے باہر، قطاروں کے اوپر جانب لکھی گئی ہیں۔ یوں بالائی صف اور دائیں قطار کے مشترک خانے میں  $x = 0$  اور  $y = 1$  ہے۔ اس خانے کے آزاد متغیرات کی شنائی قیمتوں کو اکٹھے 01 لکھیں۔ یہ خانہ رکن ضرب  $\bar{x}y$  کو ظاہر کرتا ہے، لہذا اس خانے میں  $\bar{x}y$  (شکل-الف) یا  $m_1$  (شکل-ب) لکھا جائے گا۔ باقی خانوں میں اسی طرح اندراج کیے جاتے ہیں۔ شکل ۳.۴ میں اسی طرز پر چار آزاد متغیر تفاعل کارناف نقشے میں خانہ  $m_{11}$  کی نشاندہی کی گئی ہے۔

تین آزاد متغیر تفاعل  $F(x, y, z)$  کے آٹھ ارکان ضرب ہوں گے۔ انہیں شکل ۲.۴ کے کارناف نقشے میں دکھایا

جدول ۴.۱: دو متغیر ارکان ضرب۔

$x$	$y$		
0	0	$\bar{x}\bar{y}$	$m_0$
0	1	$\bar{x}y$	$m_1$
1	0	$x\bar{y}$	$m_2$
1	1	$xy$	$m_3$

	$y$	
$x$		
	0	$m_0$
	1	$m_1$
	0	$m_2$
	1	$m_3$

(ب)

	$y$	
$x$		
	0	1
0	$\bar{x}\bar{y}$	$\bar{x}y$
1	$x\bar{y}$	$xy$

اس صف میں  $x = 0$  ہے

اس قطار میں  $y = 1$  ہے

(۱)

شکل ۴.۱: دو آزاد متغیر کارنائف نقشے کی بنیادی صورت۔

گیا ہے۔ اس شکل میں دو صف اور چار قطار ہیں۔ صفوں کا تعین  $x$  کی قیمت، جبکہ قطاروں کا تعین  $yz$  کی قیمت کرتی ہے۔ ان قیمتوں کو (شنائی گشتی کے روپ میں نہیں بلکہ) گرے رمز میں لکھا جاتا ہے۔ یوں، بائیں ہاتھ سے شروع کر کے، پہلی قطار میں  $yz$  کی قیمت 00، دوسری میں 01، تیسری میں 11 جبکہ آخری قطار میں 10 ہوگی۔

چار آزاد متغیر تغیر عمل  $F(w, x, y, z)$  کے سولہ ارکان ضرب ہوں گے، جنہیں چار صف اور چار قطار کے کارنائف کے نقشے میں سوایا جاسکتا ہے۔ شکل ۴.۲ میں ایسا کارنائف نقشہ دکھایا گیا ہے۔ یہاں صفوں کا تعین

	$yz$				
		00	01	11	10
$x$					
	0	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
	1	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$

شکل ۴.۲: تین متغیر کارنائف نقشے کی بنیادی صورت۔

wx \ yz				
	00	01	11	10
00	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
01	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$
11	$m_{12}$	$m_{13}$	$m_{15}$	$m_{14}$
10	$m_8$	$m_9$	$m_{11}$	$m_{10}$

شکل ۴.۳: چار متغیر کارنائف نقشے کی بنیادی صورت۔

$wx$  کی قیمت، جبکہ قطاروں کا تعین  $yz$  کی قیمت کرتی ہیں۔ ان قیمتوں کو گرے رمز میں لکھ کر خانوں کی پہچان کی جاتی ہے۔

اب تک آپ پر واضح ہو چکا ہو گا کہ کارنائف نقشے بناتے ہوئے صفوں اور قطاروں کو گرے رمز میں رکھا جاتا ہے۔ چار سے زیادہ متغیرات کے کارنائف نقشوں کا استعمال نسبتاً پیچیدہ ہوتا ہے، لہذا ان سے تفاسل کا سادہ روپ عموماً کمپیوٹر کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے۔

## ۴.۲ کارنائف نقشے کی بھرائی

بوولین جدول سے کارنائف نقشے کی بھرائی نہایت آسان اور سیدھا عمل ہے۔ بوولین جدول کی جن صفوں میں تفاسل کی قیمت 1 ہو، ان کے مطابق (کارنائف نقشے کے) خانوں میں 1 پر کریں؛ باقی خانوں میں 0 پر کریں۔ شکل ۴.۳-الف میں دو آزاد متغیر تفاسل  $F = \sum(m_0, m_1)$  کے لئے یہ عمل دکھایا گیا ہے۔ شکل-ج میں تفاسل کا کارنائف نقشہ پر کیا ہوا دکھایا گیا ہے۔ تفاسل کو مجموعہ ارکان ضرب کے روپ میں لکھنے سے کارنائف نقشہ میں پُر کئے جانے والے خانوں کی نشاندہی ہوتی ہے۔

تین آزاد متغیر تفاسل  $F = \sum(m_3, m_5, m_6, m_7)$  کی مثال شکل ۴.۵ میں پیش کی گئی ہیں۔

## ۴.۳ کارنائف نقشے سے تفاسل کی سادہ مساوات کا حصول

کارنائف نقشے میں متربی خانوں سے مراد ایسے  $2^n$  خانے ہیں جنہیں مربع یا مستطیل میں گھیرا جا سکے؛ یہاں  $n$  کی قیمت 1، 2، 3، وغیرہ ہو سکتی ہے۔ یوں 2، 4، 8، وغیرہ، ایسے خانے جنہیں مربع یا مستطیل میں گھیرا جا سکے متربی خانے کہلائیں گے۔ کوئی بھی خانہ (یا خانے) ایک سے زیادہ مربع یا مستطیل کا حصہ بن سکتا ہے (سکتے ہیں)۔

متربی خانوں میں تفاسل کی قیمت 1 ہونے کی صورت میں، ان خانوں کے ارکان ضرب کا مجموعہ بوولین

$x$	$y$	$F$	ارکان ضرب
0	0	1	$m_0$
0	1	1	$m_1$
1	0	0	$m_2$
1	1	0	$m_3$

$$F = \sum(m_0, m_1)$$

(د)

	$y$	0	1
$x$	0	1	1
	1	0	0

(ج)

	$y$	0	1
$x$	0	$m_0$	$m_1$
	1	$m_2$	$m_3$

(ب)

شکل ۴.۴: دو متغیر تقابل کارٹائف نقشے کی بھرائی۔

$x$	$y$	$z$	$F$	ارکان ضرب
0	0	0	0	$m_0$
0	0	1	0	$m_1$
0	1	0	0	$m_2$
0	1	1	1	$m_3$
1	0	0	0	$m_4$
1	0	1	1	$m_5$
1	1	0	1	$m_6$
1	1	1	1	$m_7$

$$F = \sum(m_3, m_5, m_6, m_7)$$

(د)

	$yz$	00	01	11	10
$x$	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

(ج)

	$yz$	00	01	11	10
$x$	0	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
	1	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$

(ب)

شکل ۴.۵: تین متغیر کارٹائف نقشے کی بھرائی۔



قوانین سے حل کر کے سادہ ترین رکن ضرب حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یہ رکن ان متریبی حانوں کے ارکان ضرب میں مشترک حصے پر مشتمل ہوگا۔

دو متریبی بلند حانوں (جن میں تفاعل کی قیمت 1 ہوگی، کے ارکان ضرب کے مجموعہ) سے حاصل، سادہ ترین رکن ضرب میں آزاد متغیرات کی تعداد، تفاعل میں آزاد متغیرات کی تعداد سے ایک کم ہوگی۔ اسی طرح، چار بلند متریبی حانوں سے حاصل، سادہ ترین رکن ضرب میں آزاد متغیرات کی تعداد، تفاعل میں آزاد متغیرات کی تعداد سے دو کم ہوگی۔ آٹھ متریبی بلند حانوں سے حاصل، سادہ ترین رکن ضرب میں آزاد متغیرات کی تعداد، تفاعل میں آزاد متغیرات کی تعداد سے چار کم ہوگی۔

متریبی حانے گھیرتے وقت یہ کوشش ہونی چاہئے کہ بڑے سے بڑا مربع یا مستطیل بنے۔ ایسا کرنے سے سادہ ترین رکن ضرب حاصل ہوگا۔ عموماً، متریبی حانوں کو ایک سے زیادہ طریقوں سے گھیرا جاسکتا ہے، جن سے تفاعل کی مختلف سادہ صورتیں حاصل ہوں گی۔

اب ہم چند مثالوں کی مدد سے اس طریقہ کار کو سیکھتے ہیں۔

### ۳.۴.۱ دو آزاد متغیر تفاعل

دو متغیر تفاعل کے کارناف نقشے میں  $m_0$  اور  $m_1$  متریبی حانے ہوں گے۔ اسی طرح  $m_0$  اور  $m_2$  بھی متریبی حانے ہوں گے، جبکہ  $m_1$  اور  $m_2$  متریبی حانے نہیں ہوں گے۔

شکل ۶.۴ میں دو متغیر تفاعل اور اس کا کارناف نقشہ دیا گیا ہے۔ کارناف نقشے میں حانوں سے اوپر، متغیر  $y$  کی ممکن قیمتوں 0 اور 1 کی بجائے بالترتیب  $\bar{y}$  اور  $y$  لکھا گیا ہے (یعنی 1 کی جگہ متغیر لکھا گیا ہے جبکہ 0 کی جگہ متغیر لکھ کر اس پر لکیر لگائی گئی ہے جو پست متغیر کو ظاہر کرتا ہے)۔ اسی طرح حانوں کے بائیں جانب  $\bar{x}$  اور  $x$  لکھا گیا ہے۔

کارناف نقشے کے دو متریبی حانوں میں تفاعل کی قیمت 1 ہے، جنہیں نقطہ دار مستطیل میں گھیرا گیا ہے۔ شکل-د میں ان حانوں کے ارکان ضرب کے مجموعہ کو بولین قوانین سے حل کر کے سادہ رکن حاصل کیا گیا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ان حانوں کے ارکان ضرب کے مجموعہ سے ایک متغیر رکن حاصل ہوتا ہے؛ یعنی دو متغیر تفاعل کی صورت میں دو حانوں سے ایک متغیر رکن حاصل ہوا۔

یہی مساوات، شکل-ج کے کارناف نقشے میں نقطہ دار مستطیل میں گھیرے، دو متریبی حانوں کو دیکھ کر لکھی جاسکتی ہے۔ نقطہ دار مستطیل میں گھیرے دو متریبی حانوں کے ارکان ضرب  $\bar{x}\bar{y}$  اور  $x\bar{y}$  ہیں۔ ان ارکان ضرب میں  $\bar{x}$  مشترک ہے، جبکہ ایک رکن میں  $\bar{y}$  اور دوسرے میں  $y$  ہے۔ یوں، نقطہ دار مستطیل میں گھیرے ارکان ضرب میں وہ حصہ جو مشترک ہو مطلوب سادہ رکن ہوگا۔ (غیر مشترک حصہ رد کرنا، شکل-د میں  $\bar{y} + y = 1$  کے مترادف ہے)۔ چونکہ ان حانوں کے علاوہ تمام حانوں میں 0 ہے لہذا یہی رکن تفاعل کی مساوات  $(F = \bar{x})$  ہوگی۔

شکل ۷.۴ میں ایک تفاعل کا جدول دیا گیا ہے جس میں متریبی حانوں کے ارکان ضرب  $\bar{x}\bar{y}$  اور  $x\bar{y}$  میں  $\bar{y}$  مشترک ہے۔ چونکہ باقی حانوں میں 0 ہے، لہذا اس تفاعل کی سادہ مساوات  $F = \bar{y}$  ہوگی۔

شکل ۸.۴ کے تفاعل کے ارکان ضرب  $x\bar{y}$  اور  $xy$  میں  $x$  مشترک ہے (شکل-ج دیکھیں)۔ چونکہ باقی

## باب ۴: کارٹائف نقش حیات

$$\begin{aligned}
 F &= \bar{x}\bar{y} + \bar{x}y \\
 &= \bar{x}(\bar{y} + y) \\
 &= \bar{x}(1) \\
 &= \bar{x}
 \end{aligned}$$

(د)

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	$\bar{x}\bar{y}$	$\bar{x}y$
$x$		

(ج)

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	1	1
$x$	0	0

(ب)

$x$	$y$	$F$	
0	0	1	$m_0$
0	1	1	$m_1$
1	0	0	$m_2$
1	1	0	$m_3$

(ا)

شکل ۴.۶: متریبی بلند خانوں سے سادہ رکن ضرب کا حصول۔

$$\begin{aligned}
 F &= \bar{x}\bar{y} + x\bar{y} \\
 &= (\bar{x} + x)\bar{y} \\
 &= (1)\bar{y} \\
 &= \bar{y}
 \end{aligned}$$

(ج)

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	$\bar{x}\bar{y}$	
$x$	$x\bar{y}$	

(ب)

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	1	0
$x$	1	0

(ا)

شکل ۴.۷: متریبی بلند خانوں سے سادہ رکن ضرب کا حصول۔

خانوں میں تفاعل کی قیمت 0 ہے لہذا تفاعل کے ارکان ضرب کا مجموعہ اسی رکن کے برابر ہوگا۔ یوں اس کی مساوات  $F = x$  ہوگی۔

شکل ۴.۹ میں ایک ہی خانے کو دو متریبی خانوں کے ساتھ باری باری جوڑتے ہوئے سادہ مساوات حاصل کرنا دکھایا گیا ہے۔ آئیں اس مساوات کو بوولین منطق کی مدد سے حاصل

یہ دو مختلف ہیں

$x\bar{y}$ ,  $xy$

لکھائی میں  $x$  مشترک ہے

(ج)

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$		
$x$	$x\bar{y}$	$xy$

(ب)

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	0	0
$x$	1	1

(ا)

شکل ۴.۸: متریبی بلند خانوں سے سادہ رکن ضرب کا حصول۔

$\bar{x}\bar{y}$  اور  $\bar{x}y$  لکھنے میں  $\bar{x}$  مشترک ہے،

$x\bar{y}$  اور  $x\bar{y}$  لکھنے میں  $\bar{y}$  مشترک ہے،

لہذا مساوات  $F = \bar{x} + \bar{y}$  ہوگی۔

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	$\bar{x}\bar{y}$	$\bar{x}y$
$x$	$x\bar{y}$	

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	1	1
$x$	1	0

شکل ۹: متربی بلند خانوں سے سادہ رکن کا حصول۔

$F = 1$

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	$\bar{x}\bar{y}$	$\bar{x}y$
$x$	$x\bar{y}$	$xy$

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	1	1
$x$	1	1

شکل ۱۰: چار متربی خانوں سے سادہ رکن 1 حاصل ہوگا۔

کریں۔ مساوات کو ارکان ضرب کا مجموعہ لکھ کر اس کی سادہ روپ اخذ کرتے ہیں:

$$\begin{aligned}
 F &= x\bar{y} + \bar{x}\bar{y} + \bar{x}y \\
 &= x\bar{y} + \bar{x}\bar{y} + \bar{x}\bar{y} + \bar{x}y \\
 &= (x + \bar{x})\bar{y} + \bar{x}(\bar{y} + y) \\
 &= (1)\bar{y} + \bar{x}(1) \\
 &= \bar{y} + \bar{x}
 \end{aligned}$$

جہاں، دوسرے قدم پر جدول ۱۲.۳-ب کی شق 4 (صفحہ ۵۴) استعمال کرتے ہوئے  $\bar{x}\bar{y} = \bar{x}\bar{y} + \bar{x}\bar{y}$  لکھا گیا۔

شکل ۱۰.۴ میں چار متربی خانے ایک مستطیل میں گھیرے جاسکتے ہیں۔ ایسی صورت میں تفاعل ہمیشہ بلند (1) رہے گا لہذا اس کی مساوات  $F = 1$  ہوگی۔

شکل ۱۱.۴ میں متربی خانے نہیں پائے جاتے، لہذا ارکان ضرب کے مجموعہ کو مزید سادہ نہیں بنایا جاسکتا۔ جب بھی کوئی خانہ کسی مستطیل میں شامل نہ ہو، اس کا رکن ضرب جوں کا توں مجموعہ (اور مساوات) میں رہے گا۔

مشق ۱: ارکان ضرب کے مجموعہ کی سادہ صورت بودیلین قوانین سے حاصل کر کے ثابت کریں کہ شکل ۱۰.۴

باب ۴: کارنارف نقشہات

$F = x\bar{y} + \bar{x}y$ 

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$		$\bar{x}y$
$x$	$x\bar{y}$	

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	0	1
$x$	1	0

شکل ۱۱: وتریبی خانے نہیں پائے جاتے۔

$F = \sum(m_3, m_5, m_6, m_7)$   
 $F(x, y, z) = xy + yz + xz$

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{x}$	0	0	1	0
$x$	0	1	1	1

$xz$

$yz$

$xy$

شکل ۱۲: تین متغیر تفاعل کے کارنارف نقشے سے سادہ مساوات کا حصول۔

میں تفاعل کی سادہ مساوات  $F = 1$  ہے۔

مشق ۲: رکن ضرب نہ ہونے کی صورت میں ثابت کریں کہ تفاعل کی مساوات  $F = 0$  ہوگی۔

شکل ۱۱.۴ میں ایسا تفاعل دیا گیا ہے جس کے خانے کسی مربع یا مستطیل میں نہیں گھیرے جاسکتے۔ ایسے تفاعل کی مساوات کو سادہ نہیں بنایا جاسکتا۔

### ۴.۳.۲ تین متغیر تفاعل

تین متغیر تفاعل اور اس کا کارنارف نقشہ شکل ۱۲.۴ میں دکھایا گیا ہے۔ کارنارف نقشے میں دو وتریبی خانوں کو گھیرنے والے تین مستطیل بنائے گئے ہیں۔ یاد رہے، مستطیل یوں بنانا لازمی ہے کہ اس میں  $2^n$  خانے سموئے جائیں، جہاں  $n$  عدد صحیح ہے۔ یوں تین خانوں کو گھیرنے کی اجازت نہیں۔

درمیانی مستطیل  $m_3$  اور  $m_7$  گھیرتا ہے۔ ان خانوں کے ارکان ضرب میں  $x$  کی قیمت تبدیل ہوتی ہے، جبکہ  $yz$

دونوں میں مشترک ہے۔ یوں ان کا سادہ رکن  $yz$  ہوگا۔ باقی دو مستطیل سے  $xy$  اور  $xz$  حاصل ہوگا۔ یوں تفاعل کی سادہ مساوات ان کا مجموعہ  $(F = xy + yz + xz)$  ہوگا۔ اس مساوات کو ارکان ضرب کے مجموعہ سے بولین قوانین کی مدد سے حاصل کر سکتے ہیں (جو آپ کو اگلی مشق میں کرنا ہوگا)۔

$$F(x, y, z) = \sum(m_3, m_5, m_6, m_7)$$

$$(۳.۱) \quad \begin{aligned} &= \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz \quad (\text{تفصیلی ارکان ضرب کا مجموعہ}) \\ &= xy + yz + xz \quad (\text{سادہ ارکان ضرب کا مجموعہ}) \end{aligned}$$

اس مساوات کی دوسری لکیر میں، ارکان ضرب تمام آزاد متغیرات پر مشتمل ہیں۔ اس طرح کے رکن ضرب کو تفصیلی رکن ضرب کہتے ہیں۔ مساوات کی تیسری لکیر کے ارکان ضرب میں، آزاد متغیرات کی تعداد کم ہے۔ اس طرح کے رکن ضرب کو سادہ رکن ضرب کہتے ہیں۔ اس کتاب میں، عموماً، دونوں اقسام رکن ضرب پکارے جائیں گے۔ امید کی جاتی ہے، متن سے مطلوب مطلب واضح ہوگا؛ جہاں ایسا نہ ہو، وہاں انہیں مکمل نام سے پکارا جائے گا۔

مشق ۳.۴: بولین الجبر استعمال کر کے مساوات ۳.۴ کی دوسری لکیر سے تیسری لکیر حاصل کریں۔ ساتھ ہی تسلی کر لیں کہ آپ شکل ۱۲.۴ کے کارنارف نقشے سے سادہ ارکان ضرب حاصل کرنا جانتے ہیں۔

شکل ۱۳.۴ میں تین متغیر کارنارف نقشہ پیش کیا گیا ہے۔ نقشے میں  $m_0 = \bar{x}\bar{y}\bar{z}$  اور  $m_2 = \bar{x}y\bar{z}$  کا مجموعہ حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} m_0 + m_2 &= \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} \\ &= \bar{x}\bar{z}(\bar{y} + y) \\ &= \bar{x}\bar{z} \end{aligned}$$

ان تین متغیر ارکان ضرب کے مجموعہ سے دو متغیر رکن ضرب حاصل ہوا۔ یوں  $m_0$  اور  $m_2$  حانوں کو مترہی حانے تصور کرنا ہوگا۔ آئیں اس پر تفصیل سے گفتگو کریں۔

کارنارف نقشے کے بایاں اور دایاں قطار کے حانوں کو مترہی تصور کریں۔ تصور میں اس کاغذ کو، جس پر کارنارف نقشہ بنا ہو، یوں گول کریں کہ کاغذ کا بایاں اور دایاں کنارہ آپس مل جائیں۔ اب پہلی اور آخری قطار کے حانے مترہی ہوں گے۔ اسی طرح، دو سے زیادہ صفوں کی صورت میں، نچلی اور بالائی صف کے حانے مترہی ہوں گے۔ تصور میں کاغذ کو یوں لپیٹیں کہ اس کا نچلا کنارہ بالائی کنارے سے جاملے۔ یوں ان صفوں کے حانوں کو مترہی تصور کیا جاسکتا ہے۔

شکل ۱۳.۴ میں  $m_0$  اور  $m_2$  کو مستطیل میں گھیرا دکھایا گیا ہے۔ (تصور کریں کہ لپیٹے گئے کاغذ پر ان حانوں کو مستطیل میں گھیرنے کے بعد، کاغذ کو دوبارہ سیدھا کیا گیا ہے؛ یوں مستطیل دو ٹکڑوں میں نظر آئے

باب ۴: کارٹانف نقشہات

$$F = \sum(m_0, m_2, m_5, m_7)$$

$$F(x, y, z) = \bar{x}\bar{z} + xz$$

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{x}$	1	0	0	1
$x$	0	1	1	0

شکل ۴.۱۳: کارٹانف نقشے کے اطراف آپس میں ملائیں۔

یہ کھانچا  $\bar{x}\bar{z}$  کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

یہ کھانچا  $xz$  کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

شکل ۴.۱۳: کارٹانف نقشے کے اطراف آپس میں ملائیں۔

چار کونے

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$
$x$	$\bar{y}$	$\bar{z}$
$\bar{x}$	$y$	$\bar{z}$
$x$	$y$	$\bar{z}$

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{x}$	1	0	1	1
$x$	1	0	1	1

یہ کھانچا  $\bar{z}$  کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

یہ کھانچا  $y$  کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

شکل ۴.۱۴: چار متریبی خانے۔

گ۔ ان خانوں میں  $\bar{x}\bar{z}$  مشترک ہے، جو ہمارے توقع کے عین مطابق ہے۔ خانہ  $m_5$  اور  $m_7$  میں  $xz$  مشترک ہے۔ یوں تفاعل کی سادہ مساوات ان سادہ ارکان کا مجموعہ  $F = \bar{x}\bar{z} + xz$  ہو گا۔

شکل ۴.۱۴ میں تین متغیر کارٹانف نقشے دیا گیا ہے، جس میں چار متریبی خانوں کے دو سرے بنائے گئے ہیں۔ آپ کارٹانف نقشے کو دیکھ کر تفاعل کی سادہ مساوات لکھ سکتے ہیں۔ (اگر آپ ایسا نہیں کر سکتے، تیار ہو جائیں! اگلی مشق میں یہی کہنے کو کہا گیا ہے۔)

مشق ۴.۴: شکل ۴.۱۴ میں دئے تفاعل کی سادہ مساوات کارٹانف نقشے سے حاصل کریں۔ اسی مساوات کو بودیلین الجبرا کی مدد سے حاصل کریں۔ شکل میں چار کونوں کا مشترک حصہ ( $\bar{z}$ ) دکھایا گیا ہے۔

$$F(w, x, y, z) = wx + \bar{z}$$

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{w}\bar{x}$	1			1
$\bar{w}x$	1			1
$w\bar{x}$	1	1	1	1
$wx$	1			1

شکل ۴.۱۵: چار متغیر نقشہ (برائے مثال ۴.۱)

### ۴.۳.۳ چار متغیر تفاعل

چار آزاد متغیر تفاعل کے سولہ ارکان ضرب ہوں گے۔ اس کے کارناف نقشے میں متربی حنائوں کو پہچانے کی خاطر نقشے کو ایسی سطح پر بنوا تصور کریں کہ نقشے کی دایاں قطار نقشے کی بائیں قطار سے جھڑا ہو۔ اسی طرح نقشے کی بالائی صف اور نچلی صف سے آپس میں جھڑے ہوں۔ یوں  $m_4$  خانہ  $m_6$  خانے سے جھڑتا ہے، اور  $m_1$  خانہ  $m_9$  خانے سے جھڑتا ہے۔

اس نقشے میں دو، چار، آٹھ اور سولہ متربی حنائے بنانا ممکن ہے۔ دو متربی حنائوں کے ارکان ضرب کا مجموعہ ایک رکن ضرب دے گا، جس میں تین متغیرات ہوں گے۔ چار متربی حنائوں کے ارکان ضرب کا مجموعہ ایک رکن ضرب دے گا، جس میں دو آزاد متغیرات ہوں گے۔ آٹھ متربی حنائوں کے ارکان ضرب کا مجموعہ ایک رکن ضرب دے گا، جس میں ایک متغیر ہوگا، جبکہ سولہ متربی حنائوں کے ارکان ضرب کا مجموعہ 1 کے برابر ہوگا۔

چار متغیر کارناف نقشوں کی چند مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال ۴.۱: درج ذیل تفاعل کی سادہ مساوات شکل ۴.۱۵ میں پیش کی گئی ہے۔

$$F(w, x, y, z) = \sum(m_0, m_2, m_4, m_6, m_8, m_{10}, m_{12}, m_{13}, m_{14}, m_{15})$$

□

مثال ۴.۲: درج ذیل تفاعلات کی سادہ مساوات حاصل کریں۔

$$F(w, x, y, z) = \sum(m_0, m_5, m_7, m_{10}, m_{11}, m_{13}, m_{15})$$

$$F(w, x, y, z) = \sum(m_0, m_2, m_8, m_{10})$$

باب ۴. کارٹائف نقشہ جات

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{w}\bar{x}$	1			1
$\bar{w}x$				
$wx$				
$w\bar{x}$	1			1

$$F(w, x, y, z) = \bar{x}\bar{z}$$

(ب)

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}x$	1			
$\bar{w}\bar{x}$		1	1	
$wx$		1	1	
$w\bar{x}$			1	1

$$F(w, x, y, z) = \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z} + xz + w\bar{x}y$$

(ا)

شکل ۱۶.۴: چار متغیر نقشہ (برائے مثال ۲.۴)

حل: پہلا تفاعل شکل ۱۶.۴-الف میں دکھایا گیا ہے، جہاں چار متغیر ہی خانے سادہ رکن ضرب  $(xz)$ ، جبکہ دو متغیر ہی خانے  $w\bar{x}y$  رکن ضرب دیں گے، اور ایک خانہ جو کسی کے متغیر نہیں پایا جاتا رکن  $\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  دے گا۔ یوں تفاعل کی سادہ مساوات ان ارکان کا مجموعہ  $F = \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z} + xz + w\bar{x}y$  ہوگا۔

دو تفاعل شکل ۱۶.۴-ب میں پیش کیا گیا ہے، جہاں چار کونوں کو متغیر ہی تصور کریں، جو رکن  $\bar{x}\bar{z}$  دیں گے۔ یہی اس تفاعل کی سادہ مساوات  $F = \bar{x}\bar{z}$  ہے۔ □

مشق ۴.۵: شکل ۱۶.۴-ب کے چار خانوں کے ارکان ضرب کے مجموعہ کا سادہ روپ، بولین قوانین کی مدد سے حاصل کر کے ثابت کریں کہ یہ متغیر ہی خانے ہیں۔

مثال ۴.۳: تین آزاد متغیرات کے بلا شرکت گیٹ کا کارٹائف نقشہ حاصل کریں۔

حل: شکل ۱۶.۴ میں نقشہ پیش ہے۔ اس میں متغیر ہی خانے نہیں پائے جاتے، لہذا اس کی مساوات مزید سادہ نہیں بنائی جاسکتی۔ □



۴.۴ ضرب بعد از جمع کی شکل میں سادہ مساوات

۹۳

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{x}$		1		1
$x$	1		1	

$$F(x, y, z) = x \oplus y \oplus z$$

شکل ۴.۱۷: تین متغیر بلا شرکت گیت کا نقشہ (برائے مثال ۴.۴)

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{x}$	1		1	1
$x$			1	1

$$F(x, y, z) = \sum(m_0, m_2, m_3, m_6, m_7)$$

شکل ۴.۱۸: سادہ مساوات سے ارکان ضرب کے مجموعہ کا حصول (مثال ۴.۴)۔

۴.۴.۴ سادہ مساوات سے تفاعل کے ارکان ضرب کا حصول

کسی بھی تفاعل کی سادہ مساوات کا حصول بذریعہ کارنائف نقشہ آپ نے دیکھا۔ اس حصے میں اس طریقہ کار کو الٹ چلا کر تفاعل کی سادہ مساوات سے ارکان ضرب کا مجموعہ حاصل کیا جائے گا۔ یہ ترکیب مثال سے بہتر سمجھ آئی گی۔

مثال ۴.۴: درج ذیل سادہ مساوات سے تفاعل کے ارکان ضرب کا مجموعہ دریافت کریں۔

$$F(x, y, z) = y + \bar{x}\bar{z}$$

حل: شکل ۴.۱۸ میں سادہ مساوات سے کارنائف نقشہ حاصل کیا گیا، جس سے مجموعہ ارکان ضرب لکھا گیا۔ □

۴.۴ ضرب بعد از جمع کی شکل میں سادہ مساوات

کارنائف نقشے کے ان حنائوں میں 1 پُر کیا جاتا ہے جن میں تفاعل کے بولین جدول میں ارکان ضرب کی قیمت 1 ہو۔ تفاعل کے متمم کے بولین جدول میں جہاں پہلے 0 تھتا اب وہاں 1 ہوگا۔ اس جدول کے کارنائف نقشے سے ارکان ضرب کے مجموعے کی مساوات، تفاعل کے متمم کی سادہ مساوات ہوگی۔ یہ مساوات مجموعہ ارکان ضرب کے روپ میں ہوگی، جس کا متمم لے کر اصل تفاعل کی (ضرب بعد از جمع کی شکل میں) سادہ مساوات حاصل ہوگی۔ ایک مثال سے اس بات کی وضاحت کرتے ہیں۔

مثال ۴.۵: مندرجہ ذیل تفاعل کی مجموعہ ارکان ضرب اور ضرب بعد از جمع کی شکل میں سادہ

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{x}$	0	0	1	1
$x$	1	1	0	0

$$F = \bar{x}y + x\bar{y} \quad (\text{ب})$$

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{x}$	1	1	0	0
$x$	0	0	1	1

$$\bar{F} = \bar{x}\bar{y} + xy \quad (\text{ج})$$

$x$	$y$	$z$	$F$	$\bar{F}$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

(۱)

شکل ۱۹: ۴: مجموعہ ارکان ضرب اور ضرب بعد از جمع کی شکل میں سادہ مساوات (مثال ۵: ۴)۔

مساوات حاصل کریں۔

$$F(x, y, z) = \sum(m_2, m_3, m_4, m_5)$$

حل: شکل ۱۹: الف میں تفاعل اور اس کے متمم کا جدول پیش کیا گیا ہے، شکل ب میں تفاعل کی مساوات، ارکان ضرب کے مجموعہ کی صورت میں دی گئی ہے۔ شکل ج میں دی گئی مساوات، تفاعل کے متمم کی ہے، جس کا متمم لے کر (اور پولین کلیات استعمال کر کے) تفاعل کے ارکان جمع کی ضرب کی (درج ذیل) سادہ مساوات حاصل ہوگی۔

$$\begin{aligned}
 F &= \bar{\bar{F}} = \overline{\bar{x}\bar{y} + xy} \\
 &= (\bar{x}\bar{y})(xy) \\
 &= (\bar{x} + \bar{y})(x + y) \\
 &= (x + y)(\bar{x} + \bar{y})
 \end{aligned}$$

□

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	1	0
$x$	$d$	1

$$F = x + \bar{y}$$

(ج)

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$	1	0
$x$	$d$	1

$$F = \bar{y} + x$$

(ب)

$x$	$y$	$F$	$\bar{F}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	$d$	$d$
1	1	1	0

(۱)

شکل ۴.۲۰: غیر دلچسپ حال (مثال ۴.۴)۔

## ۴.۵ غیر دلچسپ حال

ہم نے اب تک جتنے تفاعل دیکھے، ان میں مداحل کی تمام صورتوں کے مطابقتی مخارج دستیاب اور ضروری تھے۔ بعض اوقات مداحل کی چند قیمتیں ممکن نہیں ہوں گی یا ان کے مطابقتی مخارج استعمال نہیں ہوں گے۔ مداحل کے ان قیمتوں کو غیر دلچسپ حال کہتے ہیں۔

تفاعل کی سادہ مساوات حاصل کرتے وقت، کارناف نقشے کے غیر دلچسپ حال حانوں میں 0 یا 1 کی بجائے  $d$  درج کیا جاتا ہے۔ مگر یہی خانے گھیرتے وقت اگر کسی غیر ضروری خانے میں 1 تصور کرنے سے زیادہ سادہ مساوات حاصل ہو تو اس خانے میں 1 تصور کیا جاتا ہے، اور اگر اس میں 0 تصور کرنے سے زیادہ سادہ مساوات حاصل ہوتی ہے تو اس میں 0 تصور کیا جاتا ہے۔

مثال ۴.۶: درج ذیل تفاعل کی سادہ مساوات، مجموعہ ارکان ضرب اور ضرب بعد از جمع کے روپ میں حاصل کریں۔

$$F(x, y) = \sum(m_0, m_3)$$

$$d(x, y) = \sum(m_2)$$

حل: تفاعل کا ایک حال غیر دلچسپ ہے۔ شکل ۴.۲۰ میں تفاعل کا بولین جدول اور کارناف نقشے دکھائے گئے ہیں۔ مجموعہ ارکان ضرب کے روپ میں سادہ مساوات حاصل کرتے وقت غیر دلچسپ خانے کی قیمت 1 تصور کرنے سے (زیادہ) سادہ مساوات حاصل ہوگی (شکل-ب)۔ ضرب بعد از جمع کے روپ میں بھی غیر دلچسپ خانے کی قیمت 1 تصور کرنے سے (زیادہ) سادہ مساوات حاصل ہوگی (شکل-ج)۔ □

مثال ۴.۷: درج ذیل تفاعل کی سادہ مساوات حاصل کریں۔

$$F(w, x, y, z) = \sum(m_0, m_2, m_8, m_9, m_{12}, m_{13}, m_{15})$$

$$d(w, x, y, z) = \sum(m_1, m_3, m_{11})$$

	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$	$yz$	$y\bar{z}$
$\bar{w}\bar{x}$	1	d	d	1
$\bar{w}x$		d		
$wx$	1	1		
$w\bar{x}$	1	1	d	

$F(w, x, y, z) = w\bar{y} + \bar{w}\bar{x}$

شکل ۴.۲۱: غیر دلچسپ حالات (مثال ۴.۷)۔

حل: شکل ۴.۲۱ میں کارٹانف نقش پیش کیا گیا ہے۔ سادہ مساوات کے حصول میں (بالائی صف کے) دو غیر دلچسپ خانوں کی قیمت 1، جبکہ باقی دو غیر دلچسپ خانوں کی قیمت 0 تصور کی گئی۔ کارٹانف نقشے میں 0 کو  $\square$  نظر پوش کیا گیا ہے۔ تفاعل کی مساوات شکل میں دی گئی ہے۔

## باب ۵

### ترکیبی منطق اور ترکیبی ادوار

ترکیبی منطق<sup>۱</sup> سے مراد وہ منطق ہے جس میں محارج موجودہ مداحل پر منحصر ہو؛ یعنی، کسی بھی لمحہ پر تقاعسل کا محارج، اُسی لمحہ کے مداحل پر منحصر ہوگا۔ ایسے تقاعسل کو ترکیبی ادوار سے حابہ عمل پہنایا جاتا ہے، جو شنائی گیٹ سے حاصل کئے جاتے ہیں۔ اس باب میں ترکیبی ادوار پر غور کیا جائے گا۔

اس کے برعکس، ترتیبی منطق<sup>۲</sup> سے مراد وہ منطق ہے جس میں محارج موجودہ اور ماضی مداحل پر منحصر ہو؛ یعنی، کسی بھی لمحہ پر تقاعسل کا محارج، گزرے اور موجودہ مداحل پر منحصر ہوگا۔ ترتیبی منطق کو ترتیبی ادوار سے حابہ عمل پہنایا جاتا ہے، جن پر اگلے باب میں غور کیا جائے گا۔

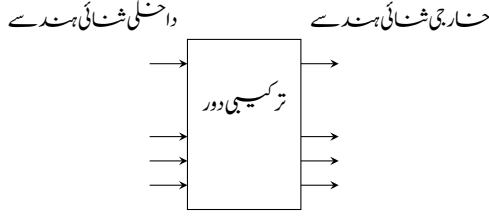
کسی بھی ترکیبی دور کو شکل ۵.۱ کی ڈیہ شکل<sup>۳</sup> سے ظاہر کیا جاسکتا ہے، جہاں مداحل شنائی ہندسوں (مداحل پٹ) کو بائیں جبکہ محارج شنائی ہندسوں کو دائیں ہاتھ رکھا جاتا ہے۔

#### ۵.۱ شنائی جمع کار اور شنائی منفی کار

دو اعداد کو جمع یا منفی کرنا بنیادی حاب کا حصہ ہے۔ آئیں دو پٹ جمع کرنے والے دور پر غور کریں۔

---

combinational logic<sup>۱</sup>  
sequential logic<sup>۲</sup>  
box diagram<sup>۳</sup>



شکل ۵.۱: ترکیبی دور کی ڈب شکل۔

### ۵.۱.۱ نصف جمع کار

ایک بٹ کی قیمت صرف 0 یا 1 ہو سکتی ہے، لہذا دو بٹ جمع کرتے ہوئے درج ذیل چار (شنائی) صورتیں پیدا ہوں گی۔ (اس باب میں شنائی ہندسے اور اعداد استعمال ہوں گے؛ زیر نوشتہ 2 لکھ کر وضاحت نہیں کی جائے گی۔)

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 1 + 1 &= 10 \end{aligned}$$

اس مساوات میں دو بٹ جمع کئے گئے، لہذا مداحصل کی تعداد دو ہوگی۔ مساوات میں اگر چہ پہلے تین جوابات ایک بٹ ہیں، لیکن آخری جواب دو بٹ ہے۔ یوں، تمام صورتوں سے نیچے کی خناطر، جو ابات دو بٹ تصور کیے جائیں گے، اور ذیل لکھنا بہتر ہوگا:

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 00 \\ 0 + 1 &= 01 \\ 1 + 0 &= 01 \\ 1 + 1 &= 10 \end{aligned}$$

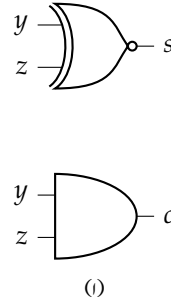
جس سے واضح ہے کہ جواب دو بٹ ہیں۔ یوں، دو بٹ جمع کرنے والے دور کے دو مداحصل اور دو مخارج ہوں گے۔ مداحصل کو  $y$  اور  $z$ ، جبکہ مخارج کو  $s$  اور  $c$  لکھ کر درج بالا مساوات کو جدول ۵.۱ میں پیش کیا گیا ہے، جس سے تقاعلات  $c$  اور  $s$  کی مساوات، مجموعہ ارکان ضرب کے روپ میں حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} c &= yz \\ s &= \bar{y}z + y\bar{z} \end{aligned} \quad (5.1)$$

ان تقاعلات کے (دو مختلف اتمام کے) ادوار شکل ۵.۲ میں پیش کیے گئے ہیں، جو نصف جمع کار کہلاتے ہیں۔ اس نام کی وضاحت اگلے حصہ میں ہوگی۔

جدول ۵.۱: دو بیت جمع

$y$	$z$	$c$	$s$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



شکل ۵.۲: نصف جمع کار

جدول ۵.۲: مکمل جمع کار

$x$	$y$	$z$	$c$	$s$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

## ۵.۱.۲ مکمل جمع کار

آئیں، ایک سے زیادہ بٹ شنائی اعداد  $y = 111_2$  اور  $z = 11_2$  کے مجموعے کا حصول دیکھتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 11 \\ 111 \\ + 11 \\ \hline 1010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 111 \\ + 11 \\ \hline 1010 \end{array}$$

پہلے قدم پر کم تر ترتیبی بٹ  $y_0$  اور  $z_0$  کو نصف جمع کار حل کر سکتا ہے، لیکن اگلے قدم پر بٹ  $y_1$  اور  $z_1$  جمع کرتے ہوئے گزشتہ قدم کا حاصل ۱ (1) بھی جمع کرنا ہوگا۔

ظاہر ہوا، دو اعداد جمع کرنے کی خاطر ایسا دور درکار ہوگا جو تین بٹ جمع کر سکے۔ آئیں ایسا دور دیکھتے ہیں۔

اس دور کے مداحل  $x$ ،  $y$  اور  $z$  جبکہ محارج  $c$  اور  $s$  لیتے ہوئے (جہاں  $x$  پچھلے قدم کا حاصل ہوگا) جدول ۲.۵ لکھتے ہیں۔

جدول سے  $c$  اور  $s$  کے تفاعلات کی مساوات، مجموعہ ارکان ضرب کے روپ میں حاصل کرتے ہیں۔ یاد رہے جدول میں تین آزاد اور دو تابع متغیرات ہیں۔ ایک تابع متغیرہ کی مساوات حاصل کرتے وقت دوسرے تابع متغیرہ کو نظر انداز کریں۔ یوں  $c$  کی مساوات حاصل کرتے وقت تین مداحل  $x$ ،  $y$ ، اور  $z$  پر نظر رکھتے ہوئے  $c$  کے ارکان ضرب کا مجموعہ لیں۔ شکل ۵.۳ میں کارنائف تقنوں سے ان تفاعلات کی (درج ذیل) سادہ مساوات حاصل کی گئی ہیں۔

$$\begin{aligned} c &= xz + xy + yz \\ s &= x \oplus y \oplus z \end{aligned} \quad (۵.۲)$$

carry<sup>۵</sup>



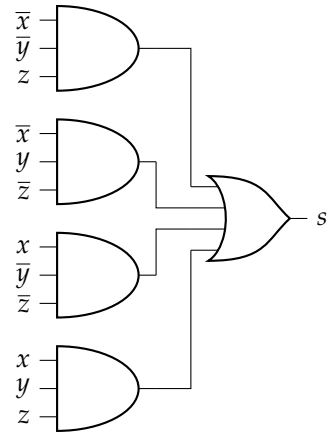
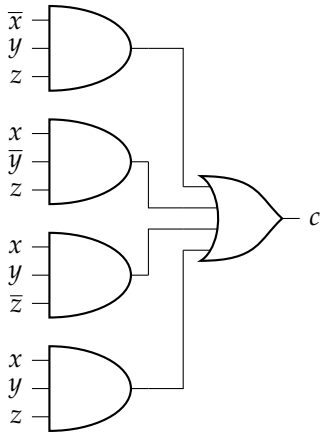
		yz			
x		00	01	11	10
	0		1		1
	1	1		1	

$s = x \oplus y \oplus z$

		yz			
x		00	01	11	10
	0			1	
	1		1	1	1

$c = xz + xy + yz$

شکل ۵.۳: مکمل جمع کار



شکل ۵.۴: مکمل جمع کار (مساوات ۳.۵)

کارنارف نقشہ استعمال کیے بغیر جدول ۲.۵ سے ان تفاعلات کی مساوات، مجموعہ ارکان ضرب کے روپ میں لکھتے ہیں۔

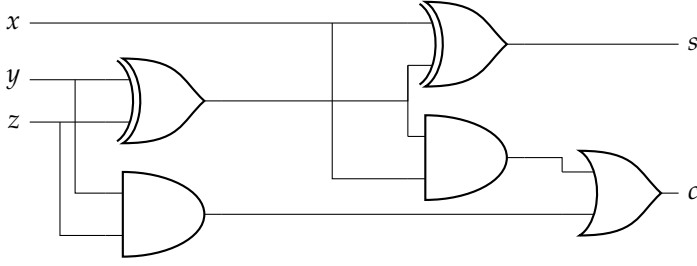
$$c = \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$$

$$s = \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xyz$$

(۵.۳)

انہیں شکل ۵.۴ میں عملی جامہ پہنایا گیا ہے۔

درج بالا، عملی مساوات کے درمیانے دو اجزاء کا مجموعہ  $x(\bar{y}z + y\bar{z})$  جبکہ باقی اجزاء کا  $(\bar{x} + x)yz$  ہے،



شکل ۵.۵: مکمل جمع کار کا بہتر دور (مساوات ۴.۵)

لہذا  $c$  کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} c &= (\bar{x} + x)yz + x(\bar{y}z + y\bar{z}) \\ &= yz + x(y \oplus z) \end{aligned}$$

اس کو مساوات ۲.۵ میں پیش  $s$  کے ساتھ اکٹھا لکھتے ہیں۔

$$(۵.۴) \quad \begin{cases} c = yz + x(y \oplus z) \\ s = x \oplus y \oplus z \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{مکمل جمع کار کی} \\ \text{بہتر مساوات} \end{array}$$

ان تقاضات کو شکل ۵.۵ میں پیش کیا گیا ہے، جو شکل ۴.۵ سے بہتر (چھوٹا) ہے۔

مساوات ۴.۵ میں دیے  $s$  سے ارکان ضرب کا مجموعہ حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} s &= x \oplus (y \oplus z) \\ &= x \oplus (y\bar{z} + \bar{y}z) \\ &= x(\overline{y\bar{z} + \bar{y}z}) + \bar{x}(y\bar{z} + \bar{y}z) \\ &= x(\overline{y\bar{z}})(\overline{\bar{y}z}) + \bar{x}(y\bar{z} + \bar{y}z) \\ &= x(\bar{y} + z)(y + \bar{z}) + \bar{x}(y\bar{z} + \bar{y}z) \\ &= x(yz + \bar{y}\bar{z}) + \bar{x}(y\bar{z} + \bar{y}z) \\ &= xyz + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z \end{aligned}$$

شکل ۵.۵ مکمل جمع کار کہلاتا ہے، لہذا شکل ۲.۵ کو نصف جمع کار کہیں گے۔

جدول ۲.۵ میں  $y$  اور  $z$  شنائی ہندسوں کے ساتھ گزشتہ قدم کا حاصل  $x$  جمع کیا گیا۔ شکل ۶.۵ میں نصف جمع کار اور مکمل جمع کار کی علامت پیش ہیں۔ مکمل جمع کار میں گزشتہ قدم سے داخلہ حاصل<sup>۸</sup> کو  $c$  جبکہ اس

full adder<sup>۸</sup>  
half adder<sup>۷</sup>  
carry in<sup>۸</sup>



شکل ۵.۶: نصف جمع کار اور مکمل جمع کار کی علامتیں۔

قدم کے خارجی حاصل کو  $c$  سے ظاہر کیا گیا۔

آئیں  $y = 111_2$  اور  $z = 11_2$  کا مجموعہ مکمل جمع کار کی مدد سے حاصل کریں۔ سب سے پہلے دونوں اعداد کو تین شنائی ہندسوں میں لکھیں، لہذا  $z = 011_2$  ہو گا۔ شکل ۵.۷ میں مطلوبہ تین درجی، تین بٹ جمع کار پیش کیا گیا ہے، جہاں مکمل جمع کار کو مختصراً ”جمع کار“ کہا گیا ہے۔ شنائی عدد  $y = 111 = y_2y_1y_0$  اور  $z = 011 = z_2z_1z_0$  ہیں۔ یوں کم رتبی بٹ کے مکمل جمع کار کو دونوں اعداد کے کم رتبی ہندسے،  $y_0 = 1$  اور  $z_0 = 1$ ، منراہم کیے جائیں گے، اور ساتھ ہی چونکہ پہلے قدم میں کوئی ”داخلی حاصل“ نہیں ہو گا لہذا داخلی حاصل  $c_0 = 0$  منراہم کیا جائے گا۔ اگلے قدم میں جمع کار کو  $y_1 = 1$  اور  $z_1 = 1$  کے ساتھ پہلے قدم کا حاصل  $c_1$  بطور داخلی حاصل، منراہم کیا جائے گا، جبکہ آخری جمع کار کو  $y_2 = 1$  اور  $z_2 = 0$  کے ساتھ گزشتہ قدم کا حاصل  $c_2$  منراہم کیا جائے گا۔ تین بٹ جمع کار، ان اعداد کا مجموعہ  $c_3s_2s_1s_0 = 1010_2$  دے گا۔

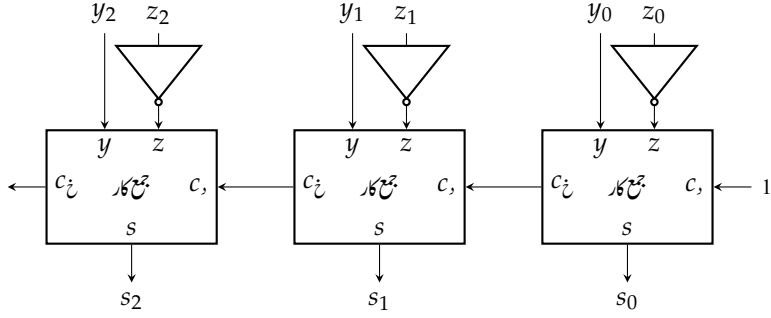
$$\begin{array}{r} 111 \\ 111 \\ + 011 \\ \hline 1010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 111 \\ + 011 \\ \hline 1010 \end{array}$$

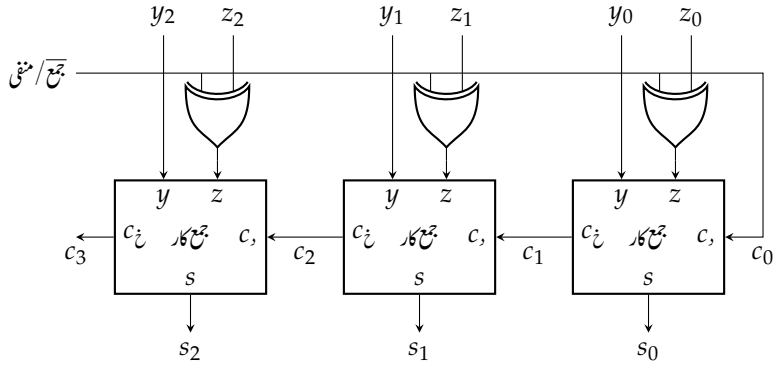
شکل ۵.۷ میں چونکہ درجہ صفر کا داخلی حاصل ہمیشہ 0 ہو گا لہذا ایساں مکمل جمع کار کی بجائے نصف جمع کار بھی استعمال کیا جاسکتا تھا۔ ایسا کرتے ہوئے  $c_0$  منراہم کرنے کی ضرورت نہیں ہو گی۔

زیادہ بٹ اعداد کے مجموعہ کے لئے شکل ۵.۷ میں بائیں جانب مزید مکمل جمع کار کا اضافہ کیا جائے گا۔ یوں 8 بٹ (یعنی ایک بائٹ) اعداد کا مجموعہ آٹھ درجی جمع کار دے گا، جو 8 مکمل جمع کار پر مشتمل ہو گا، جبکہ 64 بٹ اعداد کے مجموعہ کے لئے 64 مکمل جمع کار پر مشتمل 64 بٹ جمع کار درکار ہو گا۔

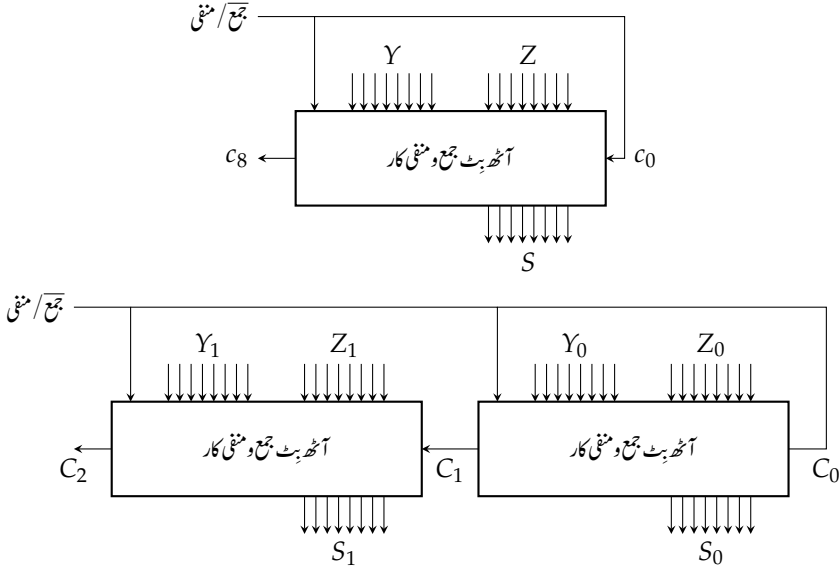




شکل ۸.۵: تین درجی، تین ہٹ منفی کار



شکل ۹.۵: تین ہٹ جمع و منفی کار



شکل ۵.۱۰: ایک اور دو بانڈ جمع و منفی کار

اس شکل میں بلا شرکت جمع گیٹ استعمال کیا گیا، اور متاثرہ اشارہ جمع/منفی کا اضافہ کیا گیا۔ اس متاثرہ اشارہ کی کارکردگی پر غور کرتے ہیں۔ جب جمع/منفی اشارہ پست (0) ہو بلا شرکت جمع گیٹ عدد Z جوں کا توں مکمل جمع کار تک پہنچائے گا، اور ساتھ ہی  $c_0 = 0$  ہوگا؛ لہذا یہ دور تین بٹ جمع کار کی حیثیت سے کام کرے گا۔

اس کے برعکس، جمع/منفی اشارہ بلند (1) ہو بلا شرکت جمع گیٹ عدد Z کا متمم  $\bar{Z}$  مکمل جمع کار تک پہنچائے گا، اور ساتھ ہی  $c_0 = 1$  ہوگا؛ لہذا یہ دور تین بٹ منفی کار کی حیثیت سے کام کرے گا۔

متاثرہ اشارہ کے نام میں ”منفی“ اور ”لکھ کر یہ“ واضح کیا گیا ہے کہ اشارہ بلند ہونے کی صورت میں منفی کار اور پست ہونے کی صورت میں جمع کار حاصل ہوگا۔

آٹھ بٹ جمع و منفی کار کو ایک بانڈ جمع و منفی کار کہتے ہیں۔ شکل ۵.۱۰ میں ایک بانڈ اور دو بانڈ جمع و منفی کار دکھائے گئے ہیں۔ اس کے بائیں جانب مزید درجہ حبات جوڑ کر متعدد بانڈ کا دور بنایا جاسکتا ہے۔ یہاں  $Y_0$  پہلے بانڈ (یعنی بٹ  $y_0$  تا  $y_7$ ) کو،  $Y_1$  اگلے بانڈ (یعنی بٹ  $y_8$  تا  $y_{14}$ ) کو ظاہر کرتا ہے، جبکہ  $C_2$  سے مراد دوسرے بانڈ کی جمع کا خارجہ حاصل ہے۔

جدول ۵.۳: اعشاری جمع کار کے مطلوبہ جواب

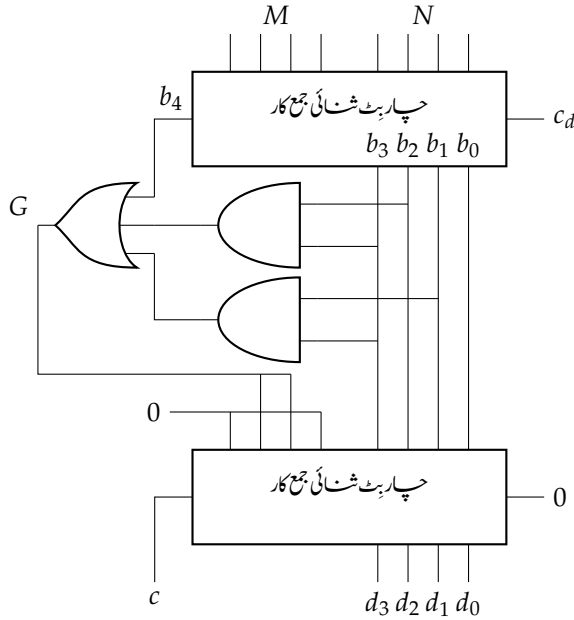
شنائی					شنائی مسر موز اعشاریہ					اعشاری
$b_4$	$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$	$c$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	3
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	4
0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	5
0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	6
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	7
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	8
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	9
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	10
0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	11
0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	12
0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	13
0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	14
0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	15
1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	16
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	17
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	18
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	19

## ۵.۱.۴ اعشاری جمع کار

جیسا پہلے ذکر ہوا، اعشاری اعداد کو شنائی مرموز اعشاریہ<sup>۱۱</sup> سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ایسا مکمل جمع کار بناتے ہیں جو دو اعشاری ہندسوں  $M$ ،  $N$  اور داخلی حاصل  $c_d$  کو جمع کرتا ہو۔ چونکہ اعشاری ہندسے 0 تا 9، جبکہ داخلی حاصل 0 یا 1 ہو سکتا ہے، لہذا اس جمع کار کے جواب  $(M + N + c_d)$  کی قیمت  $(0 + 0 + 0 = 0)$  تا  $(9 + 9 + 1 = 19)$  ہوگی، جنہیں اعشاری، شنائی مسر موز اعشاریہ اور شنائی روپ میں جدول ۵.۳ میں پیش کیا گیا ہے۔

جدول میں، چار بٹ شنائی روپ میں خارجی حاصل کو  $b_4$ ، جبکہ شنائی مسر موز اعشاریہ میں خارجی حاصل کو  $c$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ان طریقوں میں 0 تا 9 جوابات ایک جیسے، جبکہ 10 تا 19 ایک دوسرے سے مختلف لکھے جاتے ہیں۔ یوں اگر چار بٹ شنائی جمع کار استعمال ہو اور جواب 0 تا 9 ہو تب یہی جواب بطور شنائی مسر موز اعشاریہ جواب قابل قبول ہوگا، البتہ 9 سے بڑے شنائی جواب کو شنائی مسر موز اعشاریہ جواب تسلیم نہیں کیا جاسکتا۔ انہیں دیکھتے ہیں ایسی صورت میں کیا کیا جاسکتا ہے۔

<sup>۱۱</sup>binary coded decimal (BCD)



شکل ۵.۱۱: شنائی مرموز اعشاریہ روپ میں اعشاری جمع کار

یہاں ایک دلچسپ حقیقت پر غور کرتے ہیں۔ نا متابل مقبول شنائی جواب کے ساتھ  $0110_2$  شنائی طور جمع کرنے سے درست شنائی مرموز اعشاریہ جواب حاصل ہوگا۔ مثلاً،  $01010_2$  کے ساتھ  $0110_2$  جمع کرنے سے  $10000_2$  حاصل ہوگا، جو شنائی مرموز اعشاریہ میں درست جواب ہے۔ یوں 0 تا 9 شنائی جوابات کو جوں کا توں، جبکہ ان سے بڑے جوابات کے ساتھ  $0110_2$  شنائی طور جمع کر کے شنائی مرموز اعشاریہ جواب حاصل کیے جاسکتے ہیں۔

جدول سے واضح ہے کہ جب شنائی جمع کار کے جواب میں خارج حاصل  $b_4$  بلند ہو، اس جواب کو شنائی مرموز اعشاریہ جواب تسلیم نہیں کیا جاسکتا؛ اس کے علاوہ جب  $b_3$  کے ساتھ  $b_2$  یا  $b_1$  بھی بلند ہو تب بھی جواب کو شنائی مرموز اعشاریہ تسلیم نہیں کیا جاسکتا۔ ان حقائق کو درج ذیل بولین مساوات بیان کرتی ہے، جہاں نا متابل مقبول جواب کی صورت میں  $G$  بلند ہوگا۔

$$(5.5) \quad G = b_4 + b_3b_2 + b_3b_1$$

اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے شنائی جمع کار کی مدد سے شنائی مرموز اعشاریہ جمع کار کا حصول شکل ۵.۱۱ میں دکھایا گیا ہے۔ اگر  $G$  پست ہو تب نچلا جمع کار بالائی جمع کار کے جواب کے ساتھ 0 جمع کر کے اسی جواب کو خارج کرتا ہے، جبکہ  $G$  بلند ہونے کی صورت میں ساتھ  $0110_2$  جمع کر کے درست شنائی مرموز اعشاریہ خارج کرتا ہے۔





شکل ۵.۱۲: دوہٹ شنائی ضرب کار

## ۵.۲ شنائی ضرب کار

شنائی ضرب بالکل اعشاری ضرب کی طرح کی جاتی ہے۔ دوہٹ شنائی اعداد  $y$  اور  $z$  کو قلم و کاغذ کی طرز پر ضرب کرتے ہیں۔

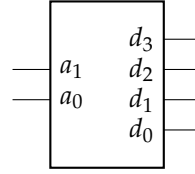
$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc}
 z_1 & z_0 \\
 \hline
 y_1 & y_0 \\
 \hline
 y_0 z_1 & y_0 z_0 \\
 \hline
 y_1 z_1 & y_1 z_0 \\
 \hline
 m_3 & m_2 & m_1 & m_0
 \end{array}
 \end{array}$$

اس مساوات سے حاصل دوہٹ شنائی ضرب کار شکل ۵.۱۲ میں پیش ہے۔ زیادہ ہٹ کے ضرب کار بھی اسی طرح تشکیل دیے جاتے ہیں۔

درج بالا قلم و کاغذ کی طرز پر ضرب میں کسٹریٹ  $m_0 = y_0 z_0$  ہے جو شکل میں جمع گیٹ  $u_4$  دیتا ہے۔ اگلا ہٹ  $m_1$  ہے جو  $y_0 z_1$  اور  $y_1 z_0$  کو جمع کر کے حاصل ہو گا۔ جمع گیٹ  $u_3$  ہمیں  $y_0 z_1$  جبکہ  $u_2$  ہمیں  $y_1 z_0$  دیتا ہے، جنہیں دایاں نصف جمع کار  $u_6$  آپس میں جمع کر کے  $m_1$  اور حاصل (اگر موجود ہو) دیتا ہے۔ اس حاصل کو  $y_1 z_1$  (جو گیٹ  $u_1$  سے ملتا ہے) کے ساتھ بایاں نصف جمع کار  $u_5$  ملا کر  $m_2$  اور حاصل  $m_3$  دیگا۔

مشق ۵.۲: شنائی اعداد  $11_2$  اور  $10_2$  جمع کرنے کے قدم شکل ۵.۱۲ کے دور میں کرتے ہوئے دکھائیں۔

داخلی بٹ		خارجی بٹ			
$a_0$	$a_1$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0



شکل ۱۳، ۵: دو سے چار شناخت کار

مشق ۵.۳: انٹرنیٹ سے 74284 مخلوط دور کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔ یہ مخلوط دور کیا کام سرانجام دیتا ہے؟

### ۵.۳ شناخت کار

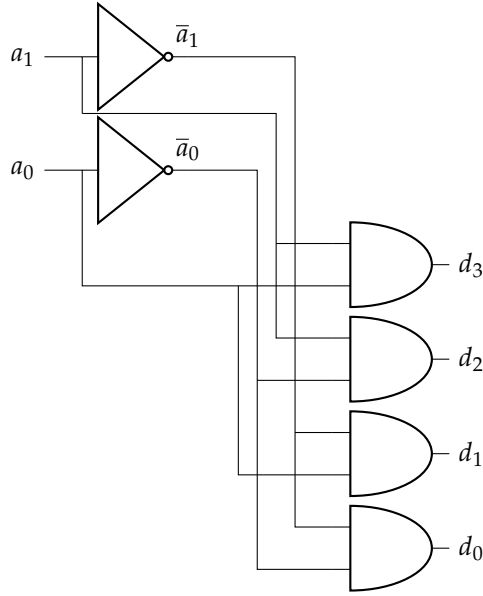
دو بٹ چار علامتوں ( $2^2$ ) کو ظاہر کر سکتا ہے، جبکہ  $n$  بٹ  $2^n$  علامتوں کو ظاہر کر سکتا ہے۔ ایسا دور جو  $n$  مداحل کو دیکھ  $2^n$  منفرد مخارج میں سے ایک چن کے شناخت کار  $2^n$  کہلاتا ہے۔ اگر شناخت کار کے  $n$  مداحل کے تمام ترتیب زیر استعمال نہ لائے گئے ہوں، تب اس کے مخارج  $2^n$  سے کم ہوں گے۔ شکل ۱۳، ۵ میں دو سے چار شناخت کار کی علامت اور کارکردگی کا جدول پیش ہیں۔ داخلی بٹوں کی ہر منفرد ترتیب، خارجی بٹوں میں سے ایک منفرد بٹ منتخب کرتی ہے۔ یہاں چنی گئی بٹ بلند کی گئی ہے، شناخت کار یوں بھی تشکیل دی جاسکتی ہے کہ منتخب بٹ پست ہو۔

مداحل 00 (جدول کی پہلی صف) کرنے سے چار مخارج میں سے ایک، یعنی  $d_0$  کی شناخت ہوتی ہے۔ اسی طرح 01 مخارج  $d_1$  کی، 10 مخارج  $d_2$  کی، اور 11 مخارج  $d_3$  کی شناخت کرتے ہیں۔

اگر  $d$  چار مختلف جگہیں، مثلاً، چار گلیاں، یا چار مکان، تصور کی جائیں، تب  $a$  ان کا پتہ ہوگا، جس کے ذریعہ ان تک پہنچنا ممکن ہوگا۔ اسی مشابہت سے  $a$  کو پتہ کے پٹے یا پتہ بٹے  $13$  یا صفر پتہ  $14$  کہتے ہیں۔ عددی برقیات میں اس طرح جگہ تعیین کرنے والے ”پتہ کے بٹوں“ کا استعمال عام ہے اور انہیں، عموماً،  $a$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

کسی بھی پتہ کو اعشاری روپ میں لکھیں؛ یہی مقام منتخب ہوگا۔ یوں  $101_2$  پتہ مقام  $5_{10}$  یعنی  $d_5$  منتخب کرے گا۔

decoder<sup>۱۲</sup>  
address bits<sup>۱۳</sup>  
address<sup>۱۴</sup>



شکل ۵.۱۴: دو با چار شناخت کار

شکل ۵.۱۳ میں دیے جدول کو مخارج کے لئے حل کر کے درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$d_0 = \bar{a}_1 \bar{a}_0$$

$$d_1 = \bar{a}_1 a_0$$

$$d_2 = a_1 \bar{a}_0$$

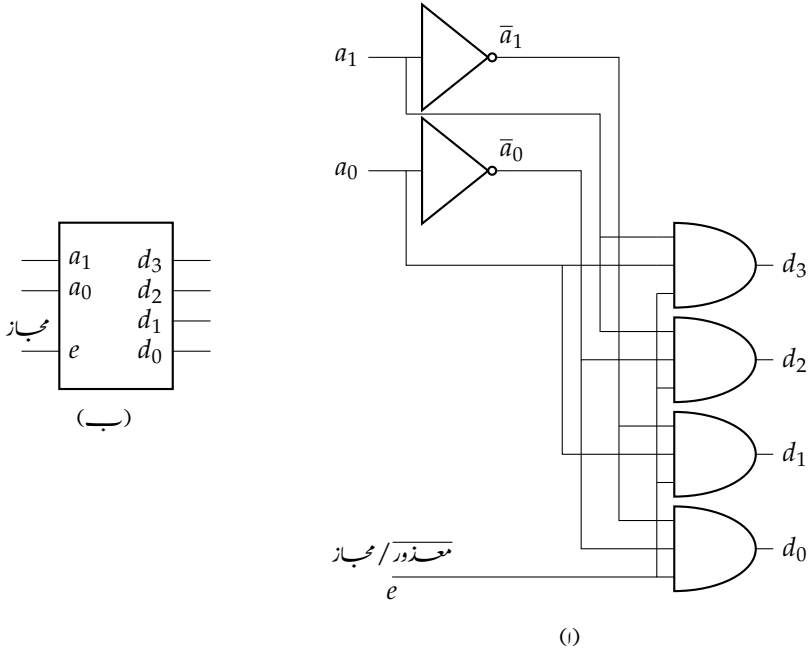
$$d_3 = a_1 a_0$$

شکل ۵.۱۳ میں ان مساوات سے حاصل دو با چار  $(2 \times 4)$  شناختے کار پیش<sup>۱۵</sup> ہے، جس کے داخلی پٹ کی تعداد دو (2)، جبکہ خارجی پٹ کی تعداد چار (4) ہے۔

شکل ۵.۱۴ میں پیش شناخت کار کے تمام ضرب گیٹوں کے ساتھ اضافی متابو مداخل جوڑ کر مجباز و معذور صلاحیت کا  $(2 \times 4)$  شناخت کار حاصل ہوگا، جو شکل ۵.۱۵ میں پیش ہے۔ شناخت کار، بلند متابو اشارہ (e) کی صورت میں، شناخت کرنے کا مجباز ہوگا، پست اشارے کی صورت میں شناخت کار معذور ہوگا اور اس کے تمام مخارج پست ہوں گے۔ شکل-ب میں اس کی علامت پیش کی گئی ہے، جہاں متابو اشارہ کو مختصر ”مجباز“ کہا گیا ہے۔

جدول ۵.۳-الف میں مجباز و معذور صلاحیت کے شناخت کار کی کارکردگی پیش کی گئی ہے۔ اس جدول

<sup>۱۵</sup> decoder



شکل ۵.۱۵: محباز و مغزور صلاحیت کا دو باحپار شناخت کار

جدول ۵.۴: محباز و مغزور صلاحیت کا شناخت کار

(۱)

$e$	$a_1$	$a_0$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0

(ب)

$e$	$a_1$	$a_0$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$
0	$x$	$x$	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0

جدول ۵.۵: بلند عمل پیرا، تین با آٹھ شناخت کار

$a_2$	$a_1$	$a_0$	$d_7$	$d_6$	$d_5$	$d_4$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

کو مختصراً جدول-ب کی صورت میں پیش کیا جاتا ہے، جہاں پہلی صف میں متابو اشارہ پست ( $e = 0$ ) ہے لہذا  $a_0$  اور  $a_1$  کی قیمتیں اہمیت نہیں رکھتی؛ یوں پہلی صف میں  $a_0$  اور  $a_1$  کی قیمت  $x$  لکھی جاتی ہے۔

تین با آٹھ ( $3 \times 8$ ) شناخت کار کا دور حاصل کرنے کی خاطر، تین مداحل کا ایسا جدول لکھتے ہیں جس میں مداحل کی ہر ترتیب ایک منفرد مخارج منتخب کرے (جدول ۵.۵ دیکھیں)۔ چونکہ چنانگیا مخارج بلند ہوگا، لہذا ایسا شناخت کار، بلند عمل پیرا<sup>۱۶</sup> کہلاتا ہے۔ مخارج تفاعلات کی مساوات، مجموعہ ارکان ضرب کی صورت میں حاصل کرتے ہیں۔

$$d_0 = \bar{a}_2 \bar{a}_1 \bar{a}_0$$

$$d_1 = \bar{a}_2 \bar{a}_1 a_0$$

$$d_2 = \bar{a}_2 a_1 \bar{a}_0$$

$$d_3 = \bar{a}_2 a_1 a_0$$

$$d_4 = a_2 \bar{a}_1 \bar{a}_0$$

$$d_5 = a_2 \bar{a}_1 a_0$$

$$d_6 = a_2 a_1 \bar{a}_0$$

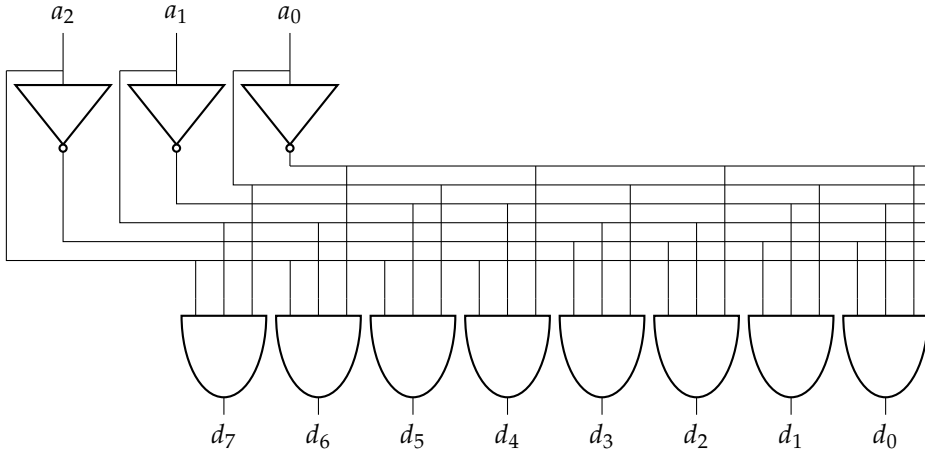
$$d_7 = a_2 a_1 a_0$$

ان تفاعلات سے حاصل، بلند عمل پیرا، تین با آٹھ ( $3 \times 8$ ) شناخت کار شکل ۱۶.۵ میں پیش ہے۔

اس میں مجاز مداحل کا اضافہ کرنے سے مجاز و معذور صلاحیت، بلند عمل پیرا، تین با آٹھ شناخت کار حاصل ہوگا جو شکل ۱۷.۵ میں پیش ہے۔ مجاز بلند ہونے کی صورت میں شناخت کار کام کرے گا، جبکہ پست مجاز کی صورت میں تمام مخارج پست رہیں گے؛ ہم کہتے ہیں یہ بلند مجاز<sup>۱۷</sup> شناخت کار ہے۔ جدول ۱۶.۵ میں اس کی کارکردگی پیش کی گئی ہے۔ پہلی صف میں  $e$  پست ہے، لہذا، شناخت کار معذور ہوگا، اور اس کے

<sup>۱۶</sup> active high

<sup>۱۷</sup> active high



شکل ۵.۱۶: بلند عمل پیرا، تین با آٹھ  $(3 \times 8)$  شناخت کار

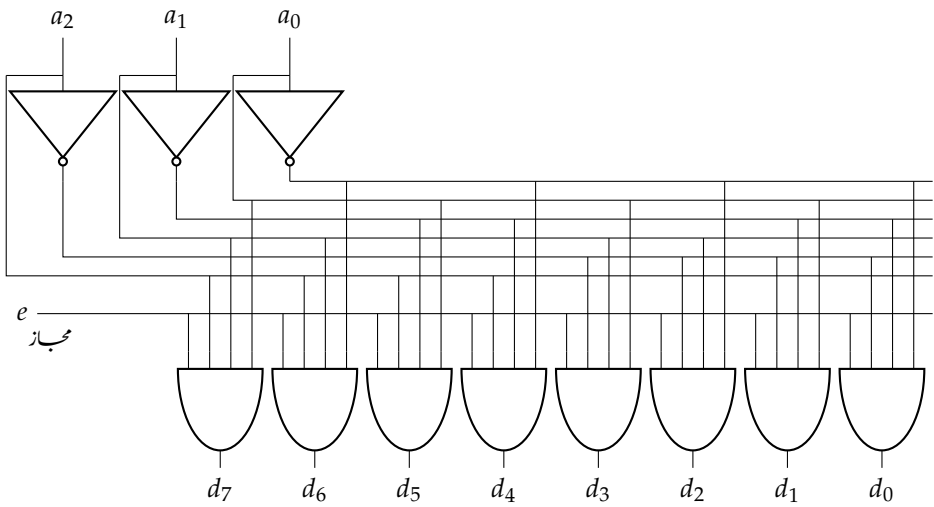
تین مداحل  $a_0$ ،  $a_1$ ، اور  $a_2$  کی قیمتیں اہمیت نہیں رکھتی؛ اسی لئے انہیں  $x$  لکھا گیا ہے جو 0 یا 1 ہو سکتا ہے۔ یہ (پہلی) صف درحقیقت،  $a_2 a_1 a_0$  کی آٹھ (8) قیمتوں،  $000_2$  تا  $111_2$ ، لہذا، آٹھ صفوں کو ظاہر کرتی ہے۔

مشق ۵.۴: شکل ۵.۱۷ میں دایاں جمع گیٹ کا مخارج کیسے؟ باقی مخارج بھی شکل سے حاصل کریں۔ کیا یہ جدول ۵.۵ پر پورا اترتے ہیں؟

بعض اوقات، ایسے شناخت کار کی ضرورت پیش آتی ہے جس کا چننا گیٹ مخارج پست ہو۔ ایسا شناخت کار، پستے عمل پر<sup>۱۸</sup> کہلاتا ہے۔ جدول ۵.۵ میں ایسا پست عمل پیرا، تین با آٹھ شناخت کار پیش ہے، جو فتابو اشارہ مخارج پست ہونے کی صورت میں کام کرتا ہے؛ ہم کہتے ہیں یہ پستے مجاز<sup>۱۹</sup> ہے۔ روایتاً، پست عمل پیرا مخارج کو  $\bar{y}$  سے ظاہر کیا جاتا ہے، جہاں  $\bar{y}$  پر ”لکیر“ اس بات کی یاد دہانی کراتی ہے کہ چننا گیٹ مخارج پست ہو گا۔ فتابو اشارہ پر بھی ”لکیر“ کھینچی گئی ہے ( $\bar{y}$ ) جو اس حقیقت کو ظاہر کرتی ہے کہ شناخت کار اس صورت کام کرے گا جب فتابو اشارہ پست کیا جائے۔ شکل ۵.۱۸ میں اس کا دور پیش ہے، جو شکل ۵.۱۷ میں ضرب گیٹ کی جگہ متم ضرب گیٹ ڈالنے سے، اور فتابو اشارہ کے ساتھ نفی گیٹ منسلک کرنے سے حاصل ہوگا۔

شکل ۵.۱۹ میں تین با آٹھ شناخت کار کی علامتیں پیش ہیں۔ شکل الف میں بلند مخارج، بلند عمل پیرا،

<sup>۱۸</sup> active low  
<sup>۱۹</sup> active low



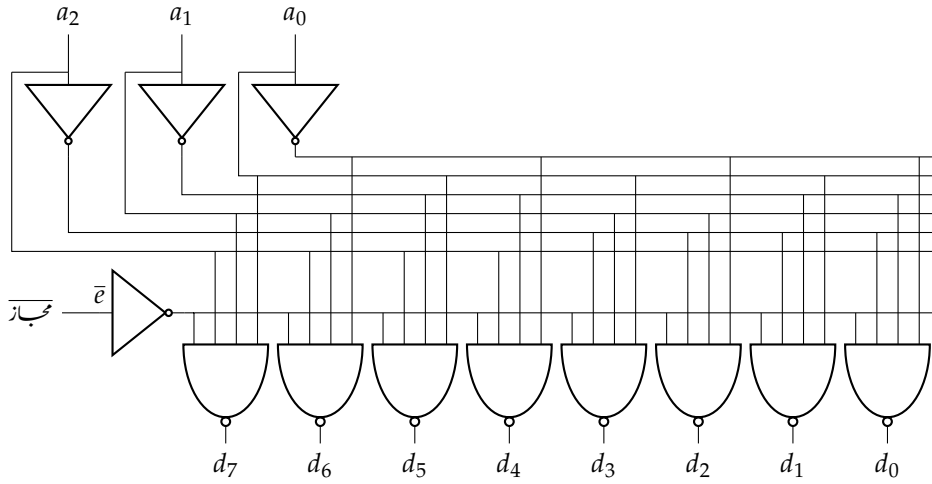
شکل ۵.۱: بلند مجاز، بلند عمل پیرا، تین با آخه شناخت کار

جدول ۵.۶: بلند مجاز، بلند عمل پیرا، تین با آخه شناخت کار

$e$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$d_7$	$d_6$	$d_5$	$d_4$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$
0	x	x	x	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

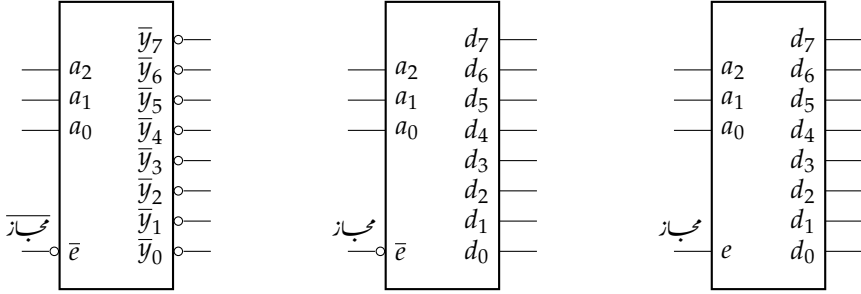
جدول ۵.۷: پست مجباز، پست عمل پیرا، تین با آٹھ شناخت کار

$\bar{e}$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$\bar{y}_7$	$\bar{y}_6$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_0$
1	x	x	x	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1



شکل ۵.۱۸: پست مجباز، پست عمل پیرا، تین با آٹھ شناخت کار





(ا) بلند محباز، بلند عمل پیرا (ب) پست محباز، بلند عمل پیرا (ج) پست محباز، پست عمل پیرا

شکل ۵.۱۹: تین با آٹھ شناخت کار کی مختلف اقسام کی علامتیں۔

شکل-ب میں پست محباز، بلند عمل پیرا اور شکل-ج میں پست محباز، پست عمل پیرا روپ دکھائے گئے ہیں۔ ان علامتوں میں خارجی پینوں پر گول دائرہ اس بات کی یقین دہانی کراتا ہے کہ منتخب ہونے کی صورت میں یہ پست ہوگی۔ اسی طرح فت بوٹ پر گول دائرہ یاد دہانی کراتا ہے کہ شناخت کار صرف اس صورت محباز ہوگا جب یہ اشارہ پست ہو۔

مشق ۵.۵: انٹرنیٹ سے  $8 \times 3$  پست عمل پیرا شناخت کار کے مخلوط دور 74138 کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔ اس مخلوط دور کا ”دورانیہ رد عمل“ کتنا ہے؟

## ۵.۴ شناخت کار کی مدد سے تف عمل کا حصول

ہر تف عمل کی مساوات، ارکان ضرب کے مجموعہ کے روپ میں حاصل کی جاسکتی ہے۔ چونکہ شناخت کار تمام ممکنہ ارکان ضرب فراہم کرتا ہے، لہذا اس کے ساتھ جمع گیٹ جوڑ کر تف عمل کو عملی حساب پہنایا جاسکتا ہے۔ یہ طریقہ کار ایک مثال کی مدد سے دیکھتے ہیں۔

مثال ۵.۱: مکمل جمع کار کو شناخت کار کی مدد سے ارکان ضرب استعمال کرتے ہوئے حاصل کریں۔

حل: مکمل جمع کار کی کارکردگی جدول ۸.۵ میں پیش ہے، جہاں پٹ  $x_0$  اور  $y_0$  کے ساتھ داخلی حاصل  $c_0$  جمع ہو کر  $s_0$  اور خارجی حاصل  $c_1$  پیدا ہوگا۔

جدول ۵.۸: مکمل جمع کاری کارکردگی (برائے مثال ۵.۸)

$x_0$	$y_0$	$c_0$	$c_1$	$s_0$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

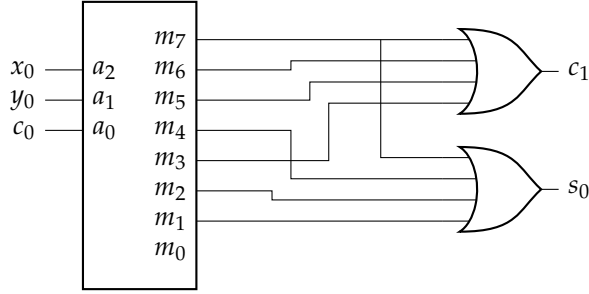
جدول ۵.۹: تین با آٹھ شناخت کار اراکان ضرب دیتا ہے (برائے مثال ۱.۵)

$x_0$	$y_0$	$c_0$	$m_7$	$m_6$	$m_5$	$m_4$	$m_3$	$m_2$	$m_1$	$m_0$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

اس جدول سے درج ذیل مساوات حاصل ہوتی ہیں۔

$$(5.2) \quad \begin{aligned} c_1 &= \bar{x}_0 y_0 c_0 + x_0 \bar{y}_0 c_0 + x_0 y_0 \bar{c}_0 + x_0 y_0 c_0 \\ s_0 &= \bar{x}_0 \bar{y}_0 c_0 + \bar{x}_0 y_0 \bar{c}_0 + x_0 \bar{y}_0 \bar{c}_0 + x_0 y_0 c_0 \end{aligned}$$

تین سے آٹھ شناخت کار جدول ۵.۹ میں پیش ہے، جہاں خارجی پٹ کو مطابقتی اراکان ضرب لکھا گیا ہے۔ یوں درج



شکل ۵.۲۰: شناخت کار کی مدد سے مکمل جمع کار کا حصول

ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}
 m_7 &= x_0 y_0 c_0 \\
 m_6 &= x_0 y_0 \bar{c}_0 \\
 m_5 &= x_0 \bar{y}_0 c_0 \\
 m_4 &= x_0 \bar{y}_0 \bar{c}_0 \\
 m_3 &= \bar{x}_0 y_0 c_0 \\
 m_2 &= \bar{x}_0 y_0 \bar{c}_0 \\
 m_1 &= \bar{x}_0 \bar{y}_0 c_0 \\
 m_0 &= \bar{x}_0 \bar{y}_0 \bar{c}_0
 \end{aligned}$$

(۵.۷)

مساوات ۵.۷ کو دیکھتے ہوئے مساوات ۶.۵ درج ذیل لکھی جاسکتی ہیں، جن سے مکمل جمع کار کا شکل ۲۰.۵ حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned}
 c_1 &= m_3 + m_5 + m_6 + m_7 = \sum(m_3, m_5, m_6, m_7) \\
 s_0 &= m_1 + m_2 + m_4 + m_7 = \sum(m_1, m_2, m_4, m_7)
 \end{aligned}$$

(۵.۸)

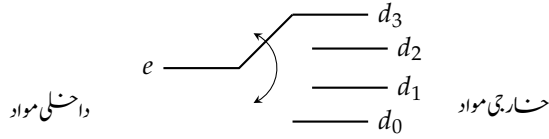
یہ تمام عمل نہایت آسان بنایا جاسکتا ہے اگر جدول ۸.۵ میں ارکان ضرب کا خانت بنایا جائے (جدول ۱۰.۵ دیکھیں)۔ اس طرز پر جدول لکھ کر تفاعل کی مساوات، ارکان ضرب کے روپ میں حاصل کی جاسکتی ہے۔ اس جدول کو دیکھ کر مطلوب جواب فوراً لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \sum(m_3, m_5, m_6, m_7) \\
 s_0 &= \sum(m_1, m_2, m_4, m_7)
 \end{aligned}$$

□

جدول ۵.۱۰: مکمل جمع کار کے ارکان ضرب (برائے مثال ۱.۵)

$x_0$	$y_0$	$c_0$	$c_1$	$s_0$	$m$
0	0	0	0	0	$m_0$
0	0	1	0	1	$m_1$
0	1	0	0	1	$m_2$
0	1	1	1	0	$m_3$
1	0	0	0	1	$m_4$
1	0	1	1	0	$m_5$
1	1	0	1	0	$m_6$
1	1	1	1	1	$m_7$



شکل ۵.۲۱: ایک ۴-۱ چار خارجی منتخب کار کا تصور۔

## ۵.۵ داخلی منتخب کار اور خارجی منتخب کار

ایسا دور جو اکلوتے مداحل پر مہیا شنائی مواد کو  $2^n$  مخارج میں کسی بھی ایک پر بھیج کے خارجے منتخب کار  $2^n$  کہلاتا ہے۔  
مطلوبہ مخارج کی نشاندہی  $n$  ہٹ پتہ کرتا ہے۔

ایسا دور جو  $2^n$  مداحل میں کسی بھی ایک پر مہیا شنائی مواد کو اکلوتے مخارج پر بھیج کے داخلے منتخب کار  $2^n$  کہلاتا ہے۔  
مطلوبہ مداحل کی نشاندہی  $n$  ہٹ پتہ کرتا ہے۔

### ۵.۵.۱ خارجی منتخب کار

شکل ۵.۲۱ میں خارجی منتخب کار کا تصور پیش کیا گیا ہے، جہاں مداحل  $e$  پر آمد شنائی مواد کو، پچی سوچ کے ذریعہ،  
چار مختلف خارجی راستوں بھیجا جاسکتا ہے۔

مجاز و معذور صلاحیت کا شناخت کار بھی یہ کام سرانجام دے سکتا ہے۔ یہ دیکھنے کی خاطر جدول ۴.۵ کو  
یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔



$e$	$a_1$	$a_0$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0

شکل ۵.۲۲: ایک سے چار  $(1 \times 4)$  خارجی منتخب کار

$e$	$a_1$	$a_0$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0

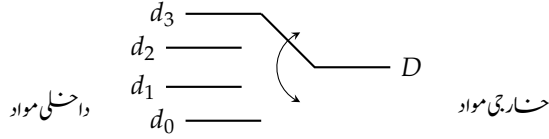
جدول میں  $a_1 a_0$  کو دو بٹ پتہ،  $e$  کو داخلی مواد، اور  $d_0$  تا  $d_3$  کو چار مخارج راستے تصور کریں۔ جدول کی پہلی اور پانچویں صف پر نظر رکھیں، جہاں  $a_1 a_0$  دو بٹ پتہ 00 ہے، جو مخارج  $d_0$  منتخب کرے گا۔ پہلی صف میں داخلی مواد 0 جبکہ پانچویں صف میں 1 ہے۔ مخارج  $d_0$  کی مطابقتی قیمتیں یہی ہیں۔ پہلی صف میں  $d_0$  کی قیمت 0 جبکہ پانچویں صف میں اس کی قیمت 1 ہے۔ غیر منتخب مخارج پست رہیں گے۔

باقی تین پتے 01، 10، اور 11 بالترتیب  $d_1$ ،  $d_2$ ، اور  $d_3$  منتخب کرتے ہیں۔ تسلی کر لیں کہ منتخب مخارج پر وہی مواد ہے جو مد داخل  $e$  پر ہے۔

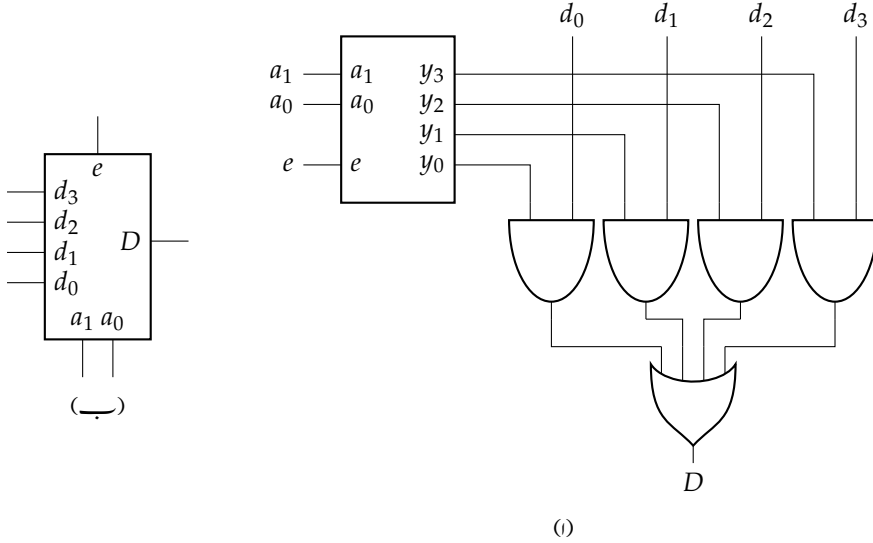
اس جدول میں صفوں کی ترتیب نو کر کے شکل ۵.۲۲ میں پیش جدول کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے، جو اس کی کارکردگی بطور خارجی منتخب کار واضح کرتا ہے۔ اس شکل میں  $(1 \times 4)$  منتخب کار کی علامت بھی پیش ہے۔

## ۵.۵.۲ داخلی منتخب کار

شکل ۵.۲۳ میں داخلی منتخب کار کا تصور پیش کیا گیا ہے، جہاں پچی سوئچ کے ذریعہ  $d_0$  تا  $d_3$  میں سے ایک کا مواد مخارج منتقل کیا جاسکتا ہے۔



شکل ۵.۲۳: چارے ایک داخلی منتخب کار کا تصور۔

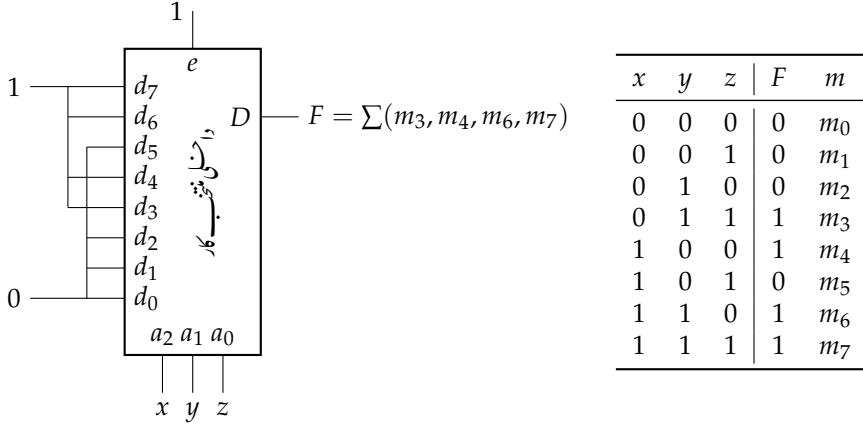


شکل ۵.۲۴: چارے ایک (4 × 1) داخلی منتخب کار۔

داخلی منتخب کار کو شناخت کار کی مدد سے شکل ۵.۲۴ میں حاصل کیا گیا ہے؛ شکل-ب میں اس کی علامت پیش ہے۔ یہاں محباز و معذور صلاحیت کا شناخت کار استعمال کر کے محباز و معذور صلاحیت کا داخلی منتخب کار حاصل کیا گیا۔ ایسا شناخت کار جس میں فت ابوا اشارہ نہ ہو، استعمال کرتے ہوئے حاصل داخلی منتخب کار میں بھی محباز و معذور فت ابوا اشارہ نہیں ہوگا۔

محباز کردہ شناخت کار 00 پتہ کی صورت میں  $y_0$  بلند کرے گا، جبکہ  $y_1$ ،  $y_2$  اور  $y_3$  پست رہیں گے۔ یوں دائیں تین ضرب گیت پست رہیں گے، جبکہ بائیں گیت  $d_0$  خارج کرے گا۔ یوں جمع گیت بھی  $d_0$  خارج کرے گا۔ فت ابوا اشارہ  $e$  پست کرنے سے داخلی شناخت کار معذور ہوگا اور 0 خارج کرے گا۔

تسلی کر لیں کہ محباز حال میں، پتہ کے دو پٹ  $a_0$  اور  $a_1$ ، چار مداحل  $d_0$  تا  $d_1$ ، میں سے ایک کو منتخب کر کے خارج کرتا ہے۔



شکل ۵.۲۵: داخلی منتخب کار سے تفاعل کا حصول (برائے مثال ۲.۵)

مشق ۵.۶: انسٹریٹ سے 74153 کے معلوماتی صفات حاصل کریں۔ یہ مخلوط دور کیا کام سرانجام دیتا ہے؟

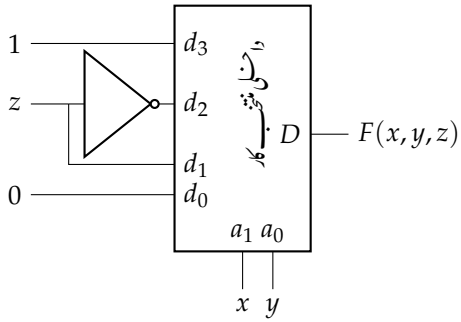
### ۵.۵.۳ داخلی منتخب کار سے تفاعل کا حصول

شناخت کار کے ساتھ جمع گیٹ جوڑ کر مجموعہ ارکان ضرب کے روپ میں تفاعل کا حصول آپ دیکھ چکے۔ داخلی منتخب کار میں شناخت کار اور جمع گیٹ دونوں موجود ہیں (شکل ۲۳.۵ دیکھیں)۔ یوں  $n$  پتہ بٹ کا  $2^n \times 1$  داخلی منتخب کار سے  $n$  آزاد متغیر تفاعل حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اس عمل کو ایک مثال کی مدد سے سمجھتے ہیں۔

مثال ۵.۲: درج ذیل تفاعل  $8 \times 1$  داخلی منتخب کار سے حاصل کریں۔

$$F(x, y, z) = \sum(m_3, m_4, m_6, m_7)$$

حل: اس تفاعل کا جدول شکل ۲۵.۵ میں پیش ہے۔ تفاعل کے تین آزاد متغیرات  $xyz$  کو  $8 \times 1$  داخلی منتخب کار کے تین پتہ بٹ تصور کر کے، داخلی منتخب کار کے آٹھ مداحل  $d_0$  تا  $d_7$  میں سے  $d_3, d_4, d_6$  اور  $d_7$  کو بلند، جبکہ باقی کو پست رکھ کر تفاعل حاصل ہوگا، جو شکل ۲۵.۵ میں پیش ہے۔ داخلی منتخب کار کو محباز (e = 1) رکھا گیا ہے۔



$x$	$y$	$z$	$F$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

شکل ۵.۲۶: داخلی منتخب کارے تفاعل کا حصول (برائے مثال ۵.۳)

یوں پتہ 000، 001، 010، اور 101 کی صورت میں داخلی منتخب کار بالترتیب  $d_0$ ،  $d_1$ ،  $d_2$ ، اور  $d_3$  پر منراہم مواد حنارن کرے گا: ان تمام کو پست رکھ کر درکار تفاعل کی پست صورت حاصل ہوگی۔ اسی طرحن پتہ 011، 100، 110، اور 11 کی صورت میں بالترتیب  $d_3$ ،  $d_4$ ،  $d_6$ ، اور  $d_7$  کے مواد حنارن ہوں گے؛ انہیں بلند رکھ کر تفاعل کی بلند صورت حاصل ہوگی۔ کسی ایک لمحہ پر پتہ صرف ایک قیمت رکھ سکتا ہے۔ □

$n$  آزاد متغیر تفاعل،  $(n - 1)$  پتہ بٹ کے داخلی منتخب کار سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یہاں کوئی بھی  $(n - 1)$  متغیرات بطور داخلی منتخب کار کے پتہ استعمال ہوں گے، جبکہ ایک متغیر بطور مداحل استعمال ہوگا۔ ایک مثال کی مدد سے ایسا کرنا سیکھتے ہیں۔

مثال ۵.۳: درج بالا مثال میں دیا گیا تفاعل  $F(x, y, z) = \sum(m_3, m_4, m_6, m_7)$  دو پتہ بٹ کے  $4 \times 1$  داخلی منتخب کار سے حاصل کریں۔

حل: شکل ۵.۲۶ میں تفاعل کا جدول ایک نئے انداز میں لکھا گیا ہے۔ آزاد متغیرات  $xy$  کے دائیں کھڑی لکیر کھینچ گئی، اور  $xy$  کی قیمت کے مطابق جدول کے چار حصے کیے گئے۔ پہلے (بالائی) حصے میں (جہاں  $xy = 00$  ہے) تفاعل  $F$  کی قیمت بدستور 0 ہے، لہذا اس حصے کے اضافی قطار میں  $F = 0$  لکھا گیا۔ دوسرے حصے ( $xy = 01$ ) کی دونوں صفوں میں  $z$  کی قیمت اور تفاعل  $F$  کی قیمت برابر ہیں، لہذا یہاں  $F = z$  لکھا گیا۔ تیسرے حصے ( $xy = 10$ ) میں  $z$  اور  $F$  کی قیمتیں آپ میں متم ہیں، لہذا یہاں  $F = \bar{z}$  لکھا گیا ہے۔ آخری حصے ( $xy = 11$ ) میں تفاعل بدستور بلند ہے، لہذا یہاں  $F = 1$  لکھا گیا۔

شکل ۵.۲۶ میں اس جدول سے حاصل دور دکھایا گیا ہے، جہاں (مجاز و معذور صلاحیت نہ رکھنے والا)  $4 \times 1$  داخلی منتخب کار استعمال کیا گیا۔ پتہ  $xy = 00$  کی صورت میں داخلی منتخب کار مداحل  $d_0$  کا مواد حنارن کرے گا۔ یوں  $d_0$  پر 0 مہیا کر کے اس صورت میں تفاعل کی درست قیمت حاصل کی گئی۔ اسی طرحن  $xy = 01$  کی صورت میں  $d_1$  کا مواد حنارن کیا جائے گا، لہذا یہاں متغیر  $z$  منراہم کر کے تفاعل کی درست قیمت حاصل کی گئی۔ اسی طرحن  $xy = 10$  کی صورت میں  $d_2$  کا مواد حنارن کیا جائے گا، لہذا



یہاں  $\bar{x}$  منراہم کر کے تفاعل کی درست قیمت حاصل کی گئی، اور آخر میں  $xy = 11$  کی صورت میں تفاعل بدستور بلند رہتا ہے، لہذا  $d_3$  پر 1 مہیا کیا گیا۔ □

## ۵.۶ متوازی شنائی ضرب کار

حسابی اعمال میں ضرب کا کردار کلیدی ہے۔ شنائی اعداد کی ضرب کا عمل بالکل اعشاری اعداد کی ضرب کی طرح ہے۔ دو بٹ شنائی اعداد  $a$  اور  $b$  کی ضرب درج ذیل ہے، جہاں ان شنائی اعداد کو  $a_1a_0$  اور  $b_1b_0$  لکھا گیا ہے۔

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cc} b_1 & b_0 \\ a_1 & a_0 \\ \hline a_0b_1 & a_0b_0 \\ a_1b_1 & a_1b_0 \\ \hline p_3 & p_2 & p_1 & p_0 \end{array} \end{array}$$

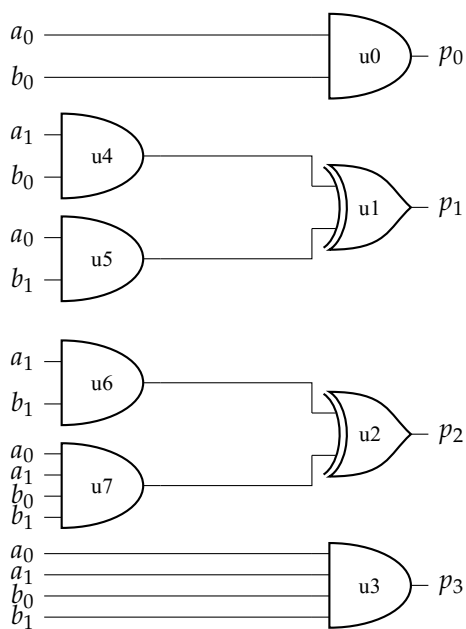
یہاں درج ذیل ہوں گے، جنہیں شنائی جمع کار کی مساوات ۱.۵ کی مدد سے حاصل کیا گیا، اور جن سے شکل ۲.۵ میں پیش، دو بٹ متوازی شنائی ضرب کار حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} p_0 &= a_0b_0 \\ p_1 &= (a_1b_0) \oplus (a_0b_1) \\ p_2 &= (a_1b_1) \oplus (a_1b_0a_0b_1) \\ p_3 &= a_1b_1a_1b_0a_0b_1 = a_1a_0b_1b_0 \end{aligned}$$

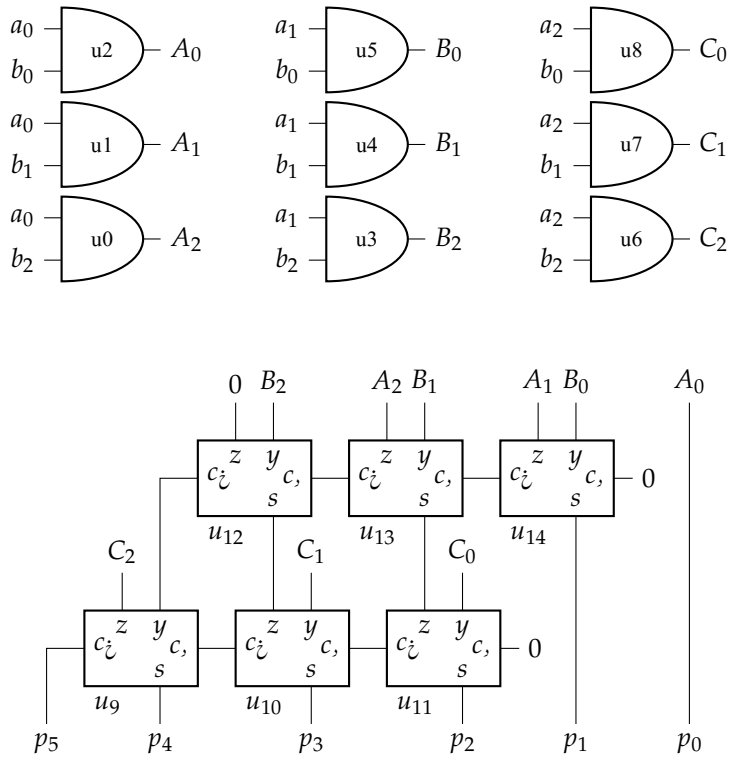
اگرچہ زیادہ بٹ ضرب کار اس طریقہ کار سے تشکیل دیے جاسکتے ہیں؛ بد قسمتی سے، اعداد کے بٹ کی تعداد بڑھانے سے ضرب کار میں درکار گیٹوں کی تعداد بہت تیزی سے بڑھتی ہے (محض آٹھ یا سولہ بٹ ضرب کار میں بھی مستعمل گیٹوں کی تعداد بہت زیادہ ہوگی)، لہذا ایسا کرنا مہنگا ثابت ہوگا۔ عموماً زیادہ بٹ کے ضرب کار مکمل جمع کار کی مدد سے حاصل کیے جاتے ہیں۔ اس طریقہ کو تین بٹ شنائی اعداد کی ضرب کو مثال بن کر سیکھتے ہیں۔

تین بٹ اعداد  $b_2b_1b_0$  اور  $a_2a_1a_0$  کی ضرب درج ذیل ہے، جس سے شکل ۲.۸ میں پیش تین بٹ شنائی ضرب کار حاصل ہوگا۔ اس طریقہ کار سے باآسانی زیادہ بٹ کے شنائی ضرب کار بنائے جاسکتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccc} b_2 & b_1 & b_0 \\ a_2 & a_1 & a_0 \\ \hline a_0b_2 & a_0b_1 & a_0b_0 \\ a_1b_2 & a_1b_1 & a_1b_0 \\ a_2b_2 & a_2b_1 & a_2b_0 \\ \hline p_5 & p_4 & p_3 & p_2 & p_1 & p_0 \end{array} \end{array} \quad (۵.۹)$$



شکل ۵.۲۷: دو بٹ شنائی متوازی ضرب کار

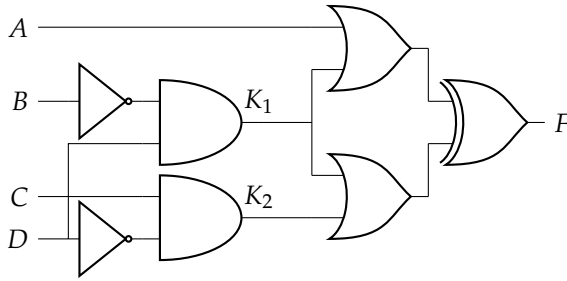


شکل ۵.۲۸: تین بیت‌شنائی ضرب کار

اس شکل میں 9 ضرب گیٹ اور 6 مکمل جمع کار مستعمل ہیں۔ ضرب گیٹ  $u_1$  مداحخل  $a_0$  اور  $b_1$  کا منطقی ضرب  $A_1 = a_0b_1$  دے گا، جو مکمل جمع کار  $u_{14}$  کا  $z$  مداحخل ہے۔ شکل میں  $u_1$  کے محارج سے  $u_{14}$  کے  $z$  مداحخل تک تار نظر پوش کرتے ہوئے دونوں کو ایک نام  $(A_1)$  سے پکارا گیا ہے۔ دو نقطوں کو ایک نام سے پکارنا، دونوں کو آپس میں تار سے جوڑنے کے مترادف ہے۔

### سوالات

سوال ۵.۱: شکل میں چار مداحخل دور دیا گیا ہے۔



۱. اندرونی متغیرات  $K_1$  اور  $K_2$  کی بولین مساوات حاصل کریں۔

ب. حارجی تابع متغیر  $F$  کی بولین مساوات حاصل کریں۔

ج. ایک بولین جدول بنائیں جس میں چار آزاد متغیرات  $A$ ،  $B$ ،  $C$ ، اور  $D$  کی تمام ممکنہ ترتیب درج ہو۔ اس جدول میں  $K_1$ ،  $K_2$ ، اور  $F$  کے حانے بن کر پڑ کریں۔

جواب: (۱)  $K_1 = \overline{B}D$ ،  $K_2 = C\overline{D}$ ؛ (ب)  $F = (A + K_1) \oplus (K_1 + K_2)$   
 $F = (A + \overline{B}D) \oplus (\overline{B}D + C\overline{D})$

سوال ۵.۲: ایسا بولین جدول بنائیں جس میں تین مداحخل اور ایک محارج ہو۔ جدول یوں پڑ کریں کہ محارج کی قیمت صرف اس صورت ایک (1) ہو جب صرف ایک مداحخل کی قیمت صفر (0) ہو۔ اس جدول کی مدد سے محارج کا ترکیبی دور تشکیل دیں۔

جواب:

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$F = \prod(0, 1, 2, 4, 7), F = \sum(3, 5, 6)$$

سوال ۵.۳: چار مداحل کا ایسا بولین جدول بنائیں جس میں محارج صرف اس صورت بلند ہو جب داخلی شنائی عدد کی قیمت اعشاری نو (9) سے کم ہو تفصیل کا ترکیبی دور تشکیل دیں۔

$$F = \sum(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$$

سوال ۵.۴: تین مداحل اور تین محارج کا ایسا بولین جدول تشکیل دیں جس میں داخلی شنائی عدد کی قیمت سات (7) سے کم ہونے کی صورت میں محارج کی قیمت مداحل سے ایک زیادہ ہو جبکہ داخلی قیمت سات کے برابر ہونے کی صورت میں محارج کی قیمت صفر (000) ہو۔

جواب:

A	B	C	X	Y	Z
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

سوال ۵.۵: اقلیتی دور<sup>۲۲</sup> ایسے ترکیبی دور کو کہتے ہیں جس کا مداحل اس صورت بلند ہوتا ہے جب اس کے زیادہ تر مداحل پست ہوں۔ تین مداحل اقلیتی دور کا جدول لکھ کر دور تشکیل دیں۔

جواب:

<sup>۲۲</sup> minority circuit

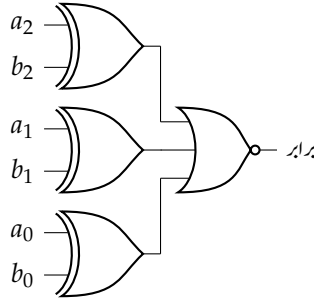
A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

سوال ۵.۶: ایک ترکیبی دور تشکیل دیں جو اعشاری ہندسے کا اسس نو مخارج کرے۔ اس دور کے چار مداخلات اور چار مخارج ہوں گے۔

A	B	C	D	W	X	Y	Z
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	d	d	d	d
1	0	1	1	d	d	d	d
1	1	0	0	d	d	d	d
1	1	0	1	d	d	d	d
1	1	1	0	d	d	d	d
1	1	1	1	d	d	d	d

سوال ۵.۷: تین ہٹ کے دو اعداد کا موازنہ کرنے والا ایسا ترکیبی دور تشکیل دیں جس کا مخارج اس صورت بلند ہو جب دونوں اعداد کی قیمتیں برابر ہوں۔

جواب:



سوال ۵.۸: چار ہٹ کے دو شنائی اعداد ضرب کرنے والا ترکیبی دور تشکیل دیں۔

سوال ۵.۹: جمع متمم گیٹ استعمال کرتے ہوئے شناخت کار تشکیل دیں۔

سوال ۵.۱۰: ایک عدد  $3 \times 8$  شناخت کار کی مدد سے درج ذیل تین تفاعلات کا دور شکل ۲۰.۵ کے طرز پر تشکیل دیں۔

$$F_0(X, Y, Z) = \sum(0, 3, 7)$$

$$F_1(X, Y, Z) = \sum(1, 2, 5)$$

$$F_2(X, Y, Z) = \sum(0, 1, 2, 3, 5, 7)$$

سوال ۵.۱۱: درج ذیل تفاعل کو  $16 \times 1$  داخلی منتخب کار کی مدد سے حاصل کریں۔

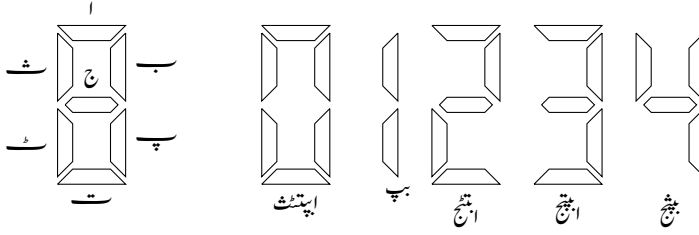
$$F(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 4, 7, 13, 15)$$

سوال ۵.۱۲: دو داخلی منتخب کار کی مدد سے مکمل جمع کار تشکیل دیں۔

سوال ۵.۱۳: شکل ۲۹.۵ میں (بائیں جانب) اعشاری ہندسوں کی ساتھی کل نمائش تختہ<sup>۲۳</sup> دکھائی گئی ہے جو سات متابل روشن حصوں پر مشتمل ہے۔ ان حصوں میں سے کسی ایک یا ایک سے زیادہ حصوں کو بیک وقت روشن کیا جاسکتا ہے۔ یوں مختلف حصے روشن کرنے سے اعشاری ہندسے لکھے جاتے ہیں۔ مثلاً حصہ ب اور پ (یعنی بی) بیک وقت روشن کرنے سے 1 لکھا جائے گا۔ اسی طرح حصہ ا، ب، پ، ت، ٹ، اور ث (یعنی ایپٹٹ) بیک وقت روشن کرنے سے 0 لکھا جائے گا۔ فرض کریں کسی حصے کو روشن کرنے کے لئے اس حصے کو بلند کیا جاتا ہے۔ ایک سے زیادہ سات کلی نمائش تختی ساتھ ساتھ رکھ کر زیادہ ہندسوں کی نمائش کی جاسکتی ہے۔

چار مداحل اور سات محارج کا ترکیبی دور تشکیل دیں جو مہیا کردہ اعشاری ہندسے کو اس تختی پر دکھائے (جدول سے شروع کریں)۔ اعشاری ہندسہ شنائی علامتی روپ میں مہیا کیا جائے گا۔ مخلوط دور 4511 بی کام سراخام دیتا ہے۔

جواب:



شکل ۵.۲۹: سات کلی نمائش تختی

$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$	ا	ب	پ	ت	ث	ج
0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$
1	0	1	1	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$
1	1	0	0	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$
1	1	0	1	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$
1	1	1	0	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$
1	1	1	1	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$

سوال ۵.۱۳: انشورینٹ سے سات کلی نمائش تختی کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔ یہ سات نوری ڈایوڈز پر مشتمل ہوگا۔ بعض ادوار میں تمام نوری ڈایوڈز کے منفی سر ایک ساتھ جوڑ کر مطلوب نوری ڈایوڈز کے مثبت سر پر 1 مہیا کر کے روشن کیا جاتا ہے اور بعض میں تمام کے مثبت سر آپس میں جوڑ کر مطلوب نوری ڈایوڈز کا منفی سر پت کر کے اسے روشن کیا جاتا ہے۔



## باب ۶

### معاصر ترتیبی منطق اور ادوار

منطق میں، عموماً، دو متضاد صورتیں سامنے آتی ہیں، مثلاً، بلند اور پست، صادق اور کاذب، صادق اور کاذب، وغیرہ؛ جنہیں عددی برقیات میں 1 اور 0 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں، اگر بلند کو 1 سے ظاہر کیا جائے، تب پست کو 0 ظاہر کرے گا، اور اگر بلند کو 0 سے ظاہر کیا جائے، تب پست کو 1 سے ظاہر کیا جائے گا۔ اگر صادق کو 1 سے ظاہر کیا جائے، تب کاذب کو 0 ظاہر کرے گا۔ اگر صادق کو 1 سے ظاہر کیا جائے، تب کاذب کو 0 ظاہر کرے گا۔ اس کتاب میں بلند یا صادق کو 1 جبکہ پست یا کاذب کو 0 سے ظاہر کیا جائے گا۔

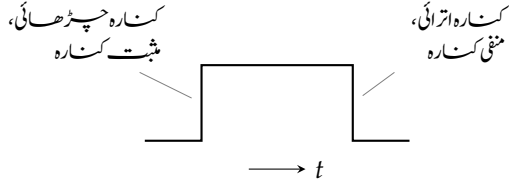
عددی برقیات میں 1 کو مثبت پانچ وولٹ (5 V) اور 0 کو صفر وولٹ (0 V) کے برقی دباؤ سے ظاہر کرنے کو مثبت منطق نظام کہتے ہیں۔ اس کتاب میں یہی نظام استعمال ہوگا۔

ہم اس کو الٹ کر کے 1 کو صفر وولٹ (0 V) اور 0 کو مثبت پانچ وولٹ (5 V) سے ظاہر کر سکتے ہیں، جو منفی منطق نظام کہلاتا ہے۔

اب تک، ہم شنائی گئیوں کا مطالعہ کرتے رہے ہیں، جن کا مخارج اسی لمحہ تبدیل ہو جاتا ہے جس لمحے ان کے مداحل تبدیل ہوں۔ عددی برقیات میں ادوار کی ایک اہم قسم ایسی ہے، جو مداحل تبدیل ہونے کے باوجود، مخارج کو اپنے حال میں برقرار رکھ سکتی ہے۔ اس قسم کے ادوار پلٹے کار کہلاتے ہیں، جن کے دو متضاد مخارج ہوں گے۔

پلٹے کار ایک شنائی ہندسہ (ایک بٹ) ذخیرہ کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے، لہذا اس کو حافظہ<sup>۳</sup> کے طور استعمال کیا جاسکتا ہے۔ پلٹے کار استعمال کرتے ہوئے گنتے کار<sup>۵</sup>، وغیرہ تشکیل دیے جاتے ہیں۔ اس باب میں پلٹے کار اور اس پر مبنی معاصر ادوار پر غور کیا جائے گا۔ معاصر ادوار وہ ادوار ہیں جن کے تمام حصے قدم ملا کر چلتے ہیں۔

positive logic system<sup>۱</sup>  
negative logic system<sup>۲</sup>  
flip flop<sup>۴</sup>  
memory<sup>۳</sup>  
counter<sup>۵</sup>



شکل ۶.۱: کنارہ چڑھائی اور کنارہ اترائی

## ۶.۱ گیٹوں کے اوقات کار

شنائی ادوار کی کارکردگی پر تبصرہ کرنے سے پہلے چند تکنیکی اصطلاحات جاننا ضروری ہے۔ شکل ۶.۱ میں گیٹ کا محارج بلند ہو کر دوبارہ پست ہوتا دکھایا گیا، جہاں (وقت  $t$  کے ساتھ دائیں رخ چلتے ہوئے) پہلے کنارے کو کنارہ چڑھائی<sup>۱</sup> یا مثبت کنارہ<sup>۲</sup>، جبکہ دوسرے کو کنارہ اترائی<sup>۳</sup> یا منفی کنارہ<sup>۴</sup> کہا گیا۔ محارج کا حال یکدم تبدیل ہوتا دکھایا گیا، جو درست نہیں۔

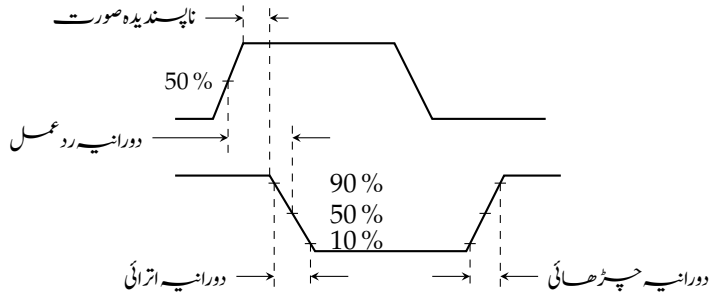
برقیاتی گیٹ نہایت نچست ہوتے ہیں، جو محارج کو پست سے بلند یا بلند سے پست بہت کم دورانیوں میں کرتے ہیں۔ یہ دورانیے کم ضرور، لیکن صفر نہیں ہوتے۔ برقی اشارہ، روشنی کی رفتار سے بھی سفر کرتے ہوئے، داخلی پنیاسے خارجی پنیے تک، متبادل پیا وقت میں پہنچے گا۔ منفی گیٹ مشال بنا کر حقیقی دورانیوں پر غور کرتے ہیں (جو باقی گیٹوں کے لئے بھی درست ہوگا)۔ اشکال پر غور کے دوران یاد رکھیں، وقت بائیں سے دائیں رخ ہوگا، اور تمام معلومات اس حقیقت کو ذہن میں رکھتے ہوئے پیش کی جائیں گی۔

شکل ۶.۲ میں منفی گیٹ کا مداحل (بالائی ترسیم) اور محارج (نچلی ترسیم) ایک وقت دکھائے گئے ہیں، جہاں دورانیوں کو بڑھا چڑھا کر پیش کیا گیا ہے۔

بلند سے پست حال پہنچنے کے دورانیہ کو دورانیہ اترائی<sup>۵</sup> اور پست سے بلند پہنچنے کے دورانیہ کو دورانیہ چڑھائی<sup>۶</sup> کہتے ہیں۔ ان دورانیوں کی پیمائش کی وضاحت شکل میں کی گئی ہے۔ داخلی برقی اشارہ بھی کسی گیٹ سے آتا ہوگا، لہذا یہ بھی پست سے بلند یا بلند سے پست ہونے میں وقت گزارے گا۔

مداحل تبدیل ہوتے ہی محارج تبدیل نہیں ہو جاتا، بلکہ کچھ دیر یوں محسوس ہوتا ہے جیسے مداحل کا محارج پر کوئی اثر نہیں۔ مداحل کے کنارہ چڑھائی پر غور کریں۔ مداحل کے بلند ہونے کے باوجود، محارج کچھ دیر بلند رہتا ہے۔ یہ نا متابل قبول صورت حال ہے، جس پر عددی ادوار کے تفکیک کے دوران نظر رکھنی ضروری ہے۔ مداحل بلند ہونے کے کچھ وقفہ بعد محارج نیا حال اختیار کرتا ہے۔ اس وقفہ کو دورانیہ رد عمل<sup>۷</sup> کہتے ہیں۔ دورانیہ رد عمل ناپنے کی

- rising edge<sup>۱</sup>
- positive going edge<sup>۲</sup>
- falling edge<sup>۳</sup>
- negative going edge<sup>۴</sup>
- fall time<sup>۵</sup>
- rise time<sup>۶</sup>
- propagation delay<sup>۷</sup>



شکل ۶.۲: مخفی گیٹ کے دورانیے

وضاحت شکل میں کی گئی ہے۔ برقیاتی گیٹوں کے دورانیہ اترائی، دورانیہ چپڑھائی، اور دورانیہ رد عمل، عموماً، چند نینوسیکنڈ ہوں گے۔

کارخانے میں گیٹ سازی کے دوران، اجزاء میں معمولی سے معمولی منرق کی بنا (ایک قسم کے دو) گیٹوں کے دورانیے کبھی ایک جیسے نہیں ہوں گے۔ ان میں  $10^{-9}$  سیکنڈ کا نہیں تو  $10^{-12}$  سیکنڈ کا منرق ضرور ہوگا، جو عمر رسیدگی کے ساتھ اور استعمال کے حالات (درجہ حرارت، نمی، دباؤ، وغیرہ) سے تبدیل ہوں گے۔

مشق ۶.۱: انٹرینٹ سے  $74xx$  اور  $74Hxx$  سلسلہ کے دورانیوں میں منرق دریافت کریں۔

## ۶.۲ پلٹ کار

شکل ۳.۶ میں ایچ آر<sup>۱۳</sup> پلٹ کار کا دور اور جدول پیش ہیں۔ پلٹ کار کو، روایتاً، مداحخل کے نام<sup>۱۴</sup> سے پکارا جاتا ہے، جو یہاں لاطینی حروف ”ایس“<sup>۱۵</sup> اور ”آر“<sup>۱۶</sup> ہیں۔ پلٹ کار کے دو متضاد مخارج ہوں گے، جنہیں  $Q$  اور  $\bar{Q}$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں، اگر مخارج  $Q$  کی قیمت 1 ہو، تب مخارج  $\bar{Q}$  کی قیمت 0 ہوگی، اور اگر  $Q = 0$  ہو تب  $\bar{Q} = 1$  ہوگا۔

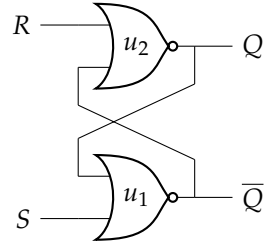
شکل ۳.۶ میں متمم جمع گیٹ  $u_1$  کا مخارج، متمم جمع گیٹ  $u_2$  کا ایک مداحخل، اور  $u_2$  کا مخارج،  $u_1$  کا ایک مداحخل ہے۔ متمم جمع  $u_1$  کے مخارج پر نظر رکھیں؛ یہ مخارج،  $u_2$  کا ایک مداحخل ہے، لہذا اس کے مخارج پر

Set-Reset Flip Flop, (SR FF)<sup>۱۷</sup>

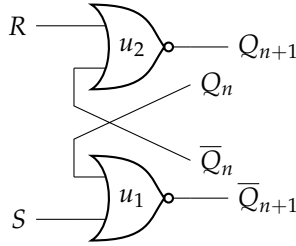
<sup>۱۳</sup> پلٹ کار کے مداحخل انگریزی الفاظ Set اور Reset کے سرحرف S اور R ہیں۔

<sup>۱۵</sup> S  
<sup>۱۶</sup> R

S	R	$Q_{n+1}$	$\bar{Q}_{n+1}$	
0	0	$Q_n$	$\bar{Q}_n$	برقرار حال
0	1	0	1	پست حال
1	0	1	0	بلند حال
1	1	?	?	ممنوع حال



شکل ۶.۳: بلند فعال مداحصل ایس آر پلٹ کار



شکل ۶.۴: موجودہ مخارج سے اگلے مخارج کا حصول۔

اثر انداز ہوگا؛ لیکن  $u_2$  کا مخارج  $u_1$  کا ایک مداحصل ہے، جو  $u_1$  کے مخارج پر اثر انداز ہوگا؛ یوں  $u_1$  کا مخارج، خود پر اثر انداز ہوگا! اس عمل کو بازری<sup>۱۷</sup> کہتے ہیں۔

ایسا اشارہ، مثلاً  $\bar{Q}$ ، جو خود پر اثر انداز ہو بازری<sup>۱۸</sup> اشارہ کہلاتا ہے۔

یہاں  $Q$  اور  $\bar{Q}$  دونوں بطور بازری اشارات استعمال کیے گئے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ  $Q$  کی قیمت جاننے کے لئے  $\bar{Q}$  کی قیمت معلوم ہونا ضروری ہے، لیکن  $\bar{Q}$  کی قیمت صرف اس صورت معلوم ہو سکتی ہے جب  $Q$  کی قیمت معلوم ہو! آئیں اس پلٹ کار کا جدول حاصل کریں۔

ہم پلٹ کار کے ( $n$  قدم گزرنے کے بعد) موجودہ مخارج کو  $Q_n$  اور  $\bar{Q}_n$  لکھتے ہیں۔ اب (بازری) مداحصل  $Q_n$ ،  $\bar{Q}_n$  اور سادہ مداحصل  $S$ ،  $R$  کو دیکھتے ہوئے ( $n+1$  واں قدم گزرنے کے بعد) متوقع مخارج حاصل کرتے ہیں، جنہیں ہم  $Q_{n+1}$  اور  $\bar{Q}_{n+1}$  لکھتے ہیں۔ اس کی تصوراتی صورت شکل ۶.۴ میں پیش ہے۔

شکل ۶.۴ میں بالائی گیٹ ( $u_2$ ) کے اگلے مخارج  $Q_{n+1}$  کو موجودہ مداحصل  $R$  اور  $\bar{Q}$  کے روپ میں لکھتے ہیں۔

$$(۶.۱) \quad Q_{n+1} = R + \bar{Q}_n$$

جیسا آپ نے شکل ۶.۴ میں دیکھا، گیٹ کا مخارج، دورانیہ رد عمل گزرنے کے بعد، مداحصل کے تحت حال

جدول ۶.۱: لیس آر پلٹ کار (ساوات ۳.۶ اور ساوات ۴.۶)

S	R	$Q_n$	$\overline{Q}_{n+1}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

(ب)

S	R	$Q_n$	$Q_{n+1}$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

(ا)

اختیار کرتا ہے۔ یوں موجودہ  $\overline{Q}_n$  اور مداحسل  $R$  جب نئی قیمت اختیار کریں، گیٹ کچھ دیر بعد نئی قیمت  $Q_{n+1}$  اختیار کرتا ہے۔

نچلی گیٹ ( $u_1$ ) کے محارج کی مساوات درج ذیل ہوگی۔ یہ گیٹ بھی مداحسل تبدیل ہونے کے کچھ دیر بعد محارج تبدیل کرے گا۔

$$(۶.۲) \quad \overline{Q}_{n+1} = \overline{S + Q_n}$$

بالائی گیٹ کی خارجی مساوات حاصل کرنے کی غرض سے مساوات ۳.۶ کو مساوات ۱.۶ میں ڈال کر مسئلہ ڈی مارگن سے حل کرتے ہیں۔

$$(۶.۳) \quad \begin{aligned} Q_{n+1} &= \overline{R + (\overline{S + Q_n})} \\ &= \overline{\overline{R}(\overline{S + Q_n})} \\ &= \overline{\overline{R}(S + Q_n)} \end{aligned}$$

مساوات ۳.۶ میں دائیں ہاتھ کے تین متغیرات  $S$ ،  $R$ ، اور  $Q_n$  کو آزاد متغیرات تصور کر کے تابع متغیر  $Q_{n+1}$  کو جدول ۶.۱-الف میں پیش کیا گیا ہے۔ (متغیر  $R$  مساوات میں  $\overline{R}$  کے روپ میں موجود ہے۔)

اسی طرح شکل ۴.۶ میں نچلی گیٹ کی خارجی مساوات حاصل کرنے کی غرض سے مساوات ۱.۶ کو مساوات ۲.۶ میں ڈال کر مسئلہ ڈی مارگن سے حل کرتے ہیں۔

$$(۶.۴) \quad \begin{aligned} \overline{Q}_{n+1} &= \overline{S + (\overline{R + Q_n})} \\ &= \overline{\overline{S}(R + \overline{Q_n})} \\ &= \overline{\overline{S}(R + \overline{Q_n})} \end{aligned}$$

۳.۶ مساوت میں متغیرات  $S$ ،  $R$ ، اور  $Q_n$  آزاد متغیرات تصور کر کے تابع متغیر  $\bar{Q}_{n+1}$  کو جدول ۱.۶-ب میں پیش کیا گیا ہے۔ (متغیر  $S$  اور  $Q_n$  مساوات میں بالترتیب  $\bar{S}$  اور  $Q_n$  کے روپ میں موجود ہیں۔)

جدول ۱.۶-الف اور ب کو  $S$  اور  $R$  کی قیمتوں کے لحاظ سے چار حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ پہلے حصے میں  $S = 0$  اور  $R = 0$  ہے، جبکہ  $Q_{n+1}$  کی قیمت  $Q_n$  کے برابر ہے۔ ہم کہتے ہیں، مداحل  $S = 0$  اور  $R = 0$  کی صورت میں ایس آر پلٹ کار ”برقرار حال“ ہوگا۔ جدول-ب میں  $\bar{Q}_{n+1}$  کی قیمت، جدول-الف میں  $Q_{n+1}$  کی قیمت کی متمم ہے۔ ہم چاہتے بھی یہی ہیں (کہ پلٹ کار کے دو مخارج آپس میں متضاد ہوں)۔

دوسرے حصے میں  $S = 0$  اور  $R = 1$  ہے، جبکہ  $Q_{n+1}$  پست ہوگا۔ ہم کہتے ہیں، ان مداحل کے لئے ایس آر پلٹ کار ”پست حال“ ہوگا۔ یہاں بھی (جدول-الف اور ب کے تحت) نئے مخارج ایک دوسرے کے متضاد ہیں۔

تیسرے حصے میں  $S = 1$  اور  $R = 0$  ہے، جبکہ پلٹ کار ”بلند حال“ ہے۔

چوتھے حصے میں  $S = 1$  اور  $R = 1$  ہے، جبکہ جدول کے تحت  $Q_{n+1}$  اور  $\bar{Q}_{n+1}$  دونوں پست ہیں، جو ہم نہیں چاہتے، ہم کہتے ہیں پلٹ کار ”ممنوع حال“ (میں) ہے۔ پلٹ کار کی صحیح کارکردگی کے لئے یہ مداحل ”ممنوعہ“ قرار دیے جاتے ہیں۔ یوں  $S$  اور  $R$  اکٹھے بلند نہیں کیے جاتے۔

ان حقائق کو شکل ۳.۶ کے جدول میں پیش کیا گیا (جو پلٹ کار کا جدول لکھنے کا درست طریقہ ہے)، جہاں آخری صف میں ؟ لکھ کر واضح کیا جاتا ہے کہ ان صف کے مداحل استعمال نہ کیے جائیں۔

ایس آر پلٹ کار کے کارکردگی

SR	$Q_{n+1}$	
	$Q_n$	برقرار حال
00	$Q_n$	برقرار حال
01	0	پست حال
10	1	بلند حال
11	?	ممنوع حال

پلٹ کار کی بات کرتے وقت  $Q$  کی قیمت کو پلٹ کار کا حال<sup>۱۹</sup> کہتے ہیں۔ یوں  $Q = 1$  کی صورت میں پلٹ کار بلند حال<sup>۲۰</sup> یا صادق حال<sup>۲۱</sup>، جبکہ  $Q = 0$  کی صورت میں پست حال<sup>۲۲</sup> یا کاذب حال<sup>۲۳</sup> کہلائے گا۔

جدول سے ظاہر ہے کہ جب  $S$  بلند ہو، پلٹ کار بلند حال اختیار کرتا ہے۔ یوں، مداحل  $S$ ، بلند صورت میں فعال<sup>۲۴</sup> ہوگا۔ وہ مداحل جو بلند صورت میں فعال ہو، بلند فعال<sup>۲۵</sup> مداحل کہلاتا ہے۔ وہ مداحل جو پست صورت میں فعال ہو، پست فعال<sup>۲۶</sup> کہلاتا ہے۔ جب بلند فعال مداحل، پست ہو، مثلاً،  $S = 0$ ، ہم کہتے ہیں یہ غیر

state<sup>۱۹</sup>  
high state<sup>۲۰</sup>  
true state<sup>۲۱</sup>  
low state<sup>۲۲</sup>  
false state<sup>۲۳</sup>  
active<sup>۲۴</sup>  
active high<sup>۲۵</sup>  
active low<sup>۲۶</sup>

**فعال<sup>۲۷</sup> (حال میں) ہے۔** یوں اس پلٹ کار کا بہتر نام **بلند فعال مدخل** **الیز آر پلٹے** کار ہو گا۔

پلٹ کار خود اس صورت فعال کہلاتا ہے جب  $Q = 1$  ہو۔ پست فعال مدخل اور محارج ( $\bar{Q}$ ) کے نام پر لکیر کھینچ کر اس کی پست فعال حیثیت واضح کی جاتی ہے؛ مزید، پلٹ کار کی علامت میں پست فعال (مدخل اور محارج) بنیوں پر گول دائرہ لگایا جاتا ہے، جو ان کا پست فعال پن ظاہر کرتا ہے (شکل ۶.۶ دیکھیں)۔

پلٹ کار کے دونوں مدخل عام طور غیر فعال رکھے جائیں گے؛ یوں موجودہ پلٹ کار کے مدخل پست رکھے جائیں گے۔ پلٹ کار بلند (صادق) حال کرنے کے لئے S اشارہ ایک لمحہ کے لئے بلند (فعال) کر کے والپس پست (غیر فعال) کیا جاتا ہے۔ پہلے سے بلند حال پلٹ کار، اسی حال میں رہے گا، جبکہ پست پلٹ کار، اشارہ ملتے ہی بلند حال اختیار کرے گا۔

اسی طرح پلٹ کار کاذب (پست) حال کرنے کے لئے R اشارہ لمحاتی فعال کیا جاتا ہے۔

مدخل S کو فعال<sup>۲۸</sup> کار<sup>۲۹</sup> مدخل جبکہ R کو غیر فعال<sup>۳۰</sup> مدخل کہہ سکتے ہیں۔

آپ نے دیکھا، پلٹ کار درحقیقت مدخل کا (بلند یا پست) حال محفوظ کرتا ہے۔ یوں اگر مدخل اشارہ لمحاتی فعال ہونے کے بعد غیر فعال ہو جائے، پلٹ کار (اگلے نئے اشارے تک) اس کا حال محفوظ رکھتا ہے۔

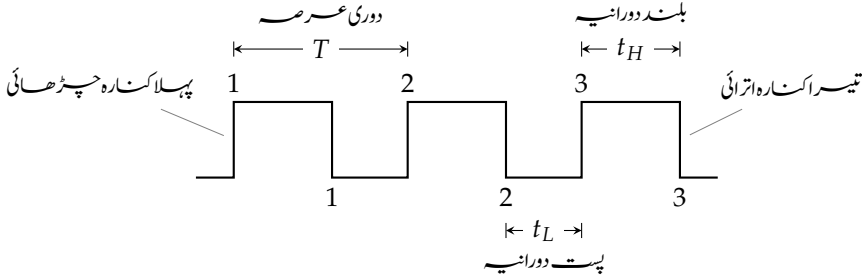
## ۶.۳. ساعت

عددی ادوار کی ایک قسم جو ہم عصر<sup>۳۱</sup> ادوار کہلاتے ہیں کو، عموماً، مقررہ دورانیے کا مسلسل دہر اتاداخلی اشارہ درکار ہوگا، جو ساعت<sup>۳۲</sup> کہلاتا ہے۔ ساعت اشارہ شکل ۶.۷ میں پیش ہے۔ اگرچہ اس طرح کی اشکال میں دورانیہ چپڑھائی اور دورانیہ اترائی نہیں دکھائے جاتے، امید کی جاتی ہے کہ آپ ان کی موجودگی ہر وقت ذہن میں رکھیں گے۔

ہم عصر عددی دور، مہیا کردہ ساعت کے تعدد<sup>۳۳</sup> کی رفتار سے چلتا ہے، اور اس کے مختلف حصے، ساعت کے کنارہ اترائی یا کنارہ چپڑھائی پر بیک وقت حال تبدیل کرتے ہیں۔ گویا، ہم عصر دور ساعت کے ساتھ قدم ملا کر چلتا ہے۔

شکل ۶.۷ میں اوپر جانب کنارہ چپڑھائی کی گنتی، جبکہ نیچے جانب کنارہ اترائی کی گنتی دی گئی ہے۔ ساتھ ہی، دور<sup>۳۴</sup> عرصہ<sup>۳۵</sup>، بلند دورانیہ<sup>۳۶</sup> اور پڑھتے دورانیہ<sup>۳۷</sup> کی بھی وضاحت کی گئی ہے، جنہیں بالترتیب  $T$ ،  $t_H$ ، اور  $t_L$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں  $T = t_H + t_L$  ہو گا۔ ساعت کے بلند اور پست دورانیے برابر بھی ہو سکتے ہیں۔ ہمیشہ کی

inactive<sup>۲۷</sup>  
set input<sup>۲۸</sup>  
reset or clear input<sup>۲۹</sup>  
synchronous<sup>۳۰</sup>  
clock<sup>۳۱</sup>  
frequency<sup>۳۲</sup>  
time period<sup>۳۳</sup>  
high time, ON time<sup>۳۴</sup>  
low time, OFF time<sup>۳۵</sup>



شکل ۶.۵: ساعت

طرح، تعدد  $f$  اور دوری عرصہ  $T$  کا تعلق درج ذیل ہے، جہاں  $T$  کی اکائی "سیکنڈ" اور  $f$  کی اکائی ہرٹز<sup>۳۶</sup> ہے

$$f = \frac{1}{T}$$

ساعتی اشارہ مختصر اُسامعت پر کارا جاتا ہے۔ ساعت سے مراد متواتر تبدیل ہوتا اشارہ، یا اس کا بلند، یا پست دورانیہ، یا چپڑھائی یا اترائی کنارہ ہوگا۔ متن سے اس کا مطلوب مطلب واضح ہوگا۔ جہاں غلط فہمی کا امکان ہو، وہاں وضاحت کی جائے گی۔

ساعت کی بات کرتے ہوئے عموماً ساعت کی دھڑکن<sup>۳۷</sup> (جس کو مختصر اُدھڑکن کہتے ہیں) کا ذکر ہوگا، جہاں دھڑکن سے مراد ساعت کا بلند حصہ ہوگا۔ یہ اصطلاح کسی بھی اشارے کے لئے استعمال کی جاسکتی ہے جہاں اس سے مراد مستطیل باریک (کم دورانیہ) اشارہ ہوگا۔ بلند دھڑکن کے علاوہ پست دھڑکن اور منفی دھڑکن بھی ہو سکتے ہیں۔

## ۶.۴ متم ضرب گیٹ ایس آر پلٹ کار

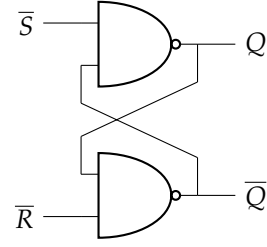
شکل ۶.۶ میں متم ضرب گیٹ پر مبنی پستے فعال مدخل ایس آر پلٹ کار<sup>۳۸</sup> دکھایا گیا ہے۔ شکل ۶.۷ میں بلند فعال مدخل اور پست فعال مدخل ایس آر پلٹ کار کی علامتیں پیش ہیں۔ پست فعال اشارات، کے نام پر لکیر ( $\bar{Q}$ ،  $\bar{S}$ ) اور ان کے پینوں پر گول دائرے ان کے پست فعال پن ظاہر کرتے ہیں۔

پلٹ کار کے محارج  $Q$  اور  $\bar{Q}$  آپس میں متضاد (الٹ) حال رہتے ہیں۔ انہیں اس پلٹ کار کی کارکردگی، دوسرے نقطہ نظر سے دیکھیں۔

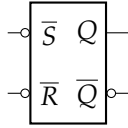
<sup>۳۶</sup>Hertz, Hz  
<sup>۳۷</sup>pulse  
<sup>۳۸</sup>active low inputs SR flip flop



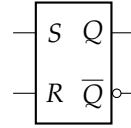
$\bar{S}$	$\bar{R}$	$Q_{n+1}$	$\bar{Q}_{n+1}$	
0	0	?	?	منوع حال
0	1	1	0	بلند حال
1	0	0	1	پست حال
1	1	$Q_n$	$\bar{Q}_n$	بر تدرار حال



شکل ۶.۶: پست فعال مداحل ایس آر پلٹ کار



(ب) پست فعال مداحل ایس آر پلٹ کار



(ا) بلند فعال مداحل ایس آر پلٹ کار

شکل ۶.۷: ایس آر پلٹ کار کی دو علامتیں

## ۶.۴.۱ غیر فعال مداحل پلٹ کار، حال بر تدرار رکھتا ہے

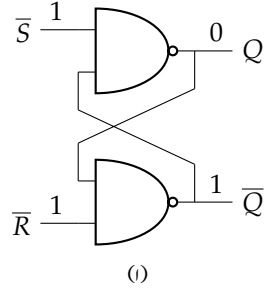
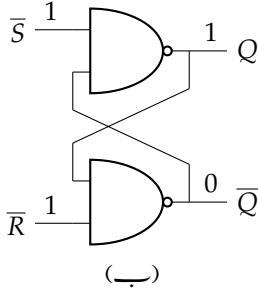
منرض کریں پہلے ایس آر پلٹ کار کے مداحل غیر فعال ہیں، یعنی  $Q = 0$ ،  $\bar{Q} = 1$ ،  $\bar{S} = 1$  اور  $\bar{R} = 1$  ہیں (شکل ۸.۶-الف)۔ یوں، بالائی متعم ضرب گیٹ کے مداحل 1 اور 1 ہیں، لہذا اس کا مداحل 0 ہوگا، جو پہلے سے ہے۔ اسی طرح نیچے متعم ضرب گیٹ کے مداحل 0 اور 1 ہیں، لہذا اس کا مداحل 1 ہوگا، جو پہلے سے ہے۔

منرض کریں بلند پلٹ کار کے مداحل غیر فعال ہیں، یعنی  $Q = 1$ ،  $\bar{Q} = 0$ ،  $\bar{S} = 1$  اور  $\bar{R} = 1$  ہیں (شکل ۸.۶-ب)۔ یوں بالائی متعم ضرب گیٹ کے مداحل 1 اور 0 ہیں، لہذا اس کا مداحل 1 ہوگا، جو پہلے سے ہے۔ اسی طرح نیچے متعم ضرب گیٹ کے مداحل 1 اور 1 ہیں، لہذا اس کا مداحل 0 ہوگا، جو پہلے سے ہے۔

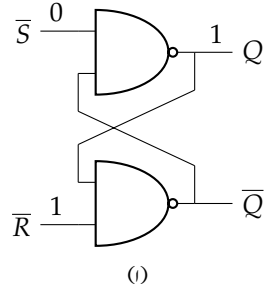
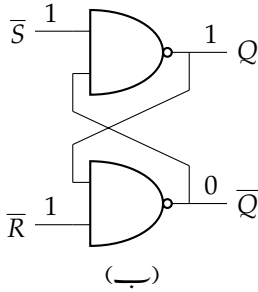
شکل ۸.۶ کی دونوں صورتوں پر غور کرنے سے معلوم ہوا کہ غیر فعال مداحل کے صورتے میں پلٹ کار اپنا حال برقرار رکھتا ہے۔ شکل ۶.۶ میں جدول کی آخری صف اس حقیقت کو بیان کرتی ہے، جہاں (اگلا حال)  $Q_{n+1}$  موجودہ  $Q_n$  کے برابر ہوگا۔

## ۶.۴.۲ مداحل S فعال کرنے سے پلٹ کار بلند حال اختیار کرتا ہے

تصور کریں ایس آر پلٹ کار کا مداحل  $\bar{S}$ ، ایک لمحہ فعال کرنے کے بعد دوبارہ غیر فعال کیا جاتا ہے، یعنی لمحاتی طور  $\bar{S} = 0$  کیا جاتا ہے۔ شکل ۹.۶-الف میں وہ لمحہ پیش ہے جب  $\bar{S} = 0$  (فعال) ہے۔ بالائی متعم ضرب گیٹ کا کوئی مداحل پست ہونے کی صورت میں اس کا مداحل بلند ہوگا، لہذا  $\bar{S} = 0$  کی صورت میں بالائی گیٹ کا مداحل بلند ہوگا، جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے (پلٹ کار کے دونوں گیٹوں کی گزشتہ قیمتیں اس حقیقت پر



شکل ۶.۸: غیر فعال مداحصل کی صورت میں پلٹ کار اپنا حال برقرار رکھتی ہے۔



شکل ۶.۹: ایک لمحے کے لئے S-bar فعال کیا گیا ہے۔

اثر انداز نہیں ہوں گی۔ یوں نچلے گیٹ کے دونوں مداحصل بلند، لہذا مخارج پرست  $\bar{Q} = 0$  ہوگا۔ مداحصل واپس غیر فعال  $\bar{S} = 1$  کرنے سے شکل-ب ملتی ہے، لہذا پلٹ کار کا حال ( $Q = 1$  اور  $\bar{Q} = 0$ ) برقرار رہے گا۔ یوں مداحصل  $\bar{S}$  فعال کرنے سے ایس آر پلٹے کار بلند حال اختیار کرتا ہے۔

۶.۴.۳ مداحصل  $\bar{R}$  فعال کرنے سے پلٹ کار پرست حال اختیار کرتا ہے

درج ذیل مشق میں آپ سے یہی ثابت کرنے کی درخواست کی گئی ہے۔

مشق ۶.۲: ثابت کریں کہ  $\bar{S} = 1$  رکھتے ہوئے، لمحائی طور  $\bar{R} = 0$  کرنے سے ایس آر پلٹے کار پرست حال اختیار کرتا ہے۔

## ۶.۴.۳ حال دوڑ

ایس آر پلٹ کار کے دونوں مداحصل بیک وقت پست کرنے کی اجازت نہیں، چونکہ ایسی صورت میں پلٹ کار غیر یقینی حال اختیار کرتا ہے۔ دیکھتے ہیں، ایسا کیوں ہوگا۔

شکل ۶.۶ پر نظر رکھتے ہوئے آگے بڑھیں۔ تصور کریں پلٹ کار کے دونوں مداحصل بیک وقت پست (فعال) کرنے کے بعد دوبارہ بلند (غیر فعال) کیے جاتے ہیں۔ ایسا کرنے کے بعد ہم جاننا چاہتے ہیں پلٹ کار کس حال ہوگا۔

دونوں مداحصل بیک وقت پست کرنے سے (بالائی اور نچلے متم ضرب گیٹ کے مخارج بلند ہوں گے، لہذا) پلٹ کار کے دونوں مخارج بیک وقت بلند ہوں گے، جو ناقابل قبول صورت ہے: پلٹ کار کے مخارج Q اور  $\bar{Q}$  کا آپس میں متضاد رہنا ضروری ہے۔

دونوں مداحصل بیک وقت یکدم واپس بلند کرنے سے گیٹوں کے مخارج (یکدم حال تبدیل نہیں کرتے، صفحہ ۱۳۵ پر شکل ۲.۶ دیکھیں، بلکہ) نئے حال کی طرف روانہ ہوتے ہیں، لیکن، جب تک ان کے مخارج نئے حال اختیار نہیں کرتے، دونوں گیٹوں کے دونوں مداحصل بلند ہوں گے (مثلاً  $\bar{S}$  بلند کر دیا گیا ہے، اور فی الحال  $\bar{Q}$  نئے حال تک نہیں پہنچا، لہذا اب بھی بلند ہے؛ یوں بالائی گیٹ کے دونوں مداحصل بلند ہیں)۔ دونوں گیٹ، پست حال کی طرف گامزن ہوں گے۔ گیٹوں کے دورانیوں میں مشرق (جو وقت اور حالات کے ساتھ تبدیل ہو سکتے ہیں) کی بنا، ایک گیٹ (جو ہم نہیں جاننے کوٹ ہوگا) نئے پست حال تک، دوسرے گیٹ سے پہلے پہنچ کر (دوسرے گیٹ کا مداحصل ہونے کی وجہ سے) دوسرے گیٹ کو بلند رہنے پر مجبور کرے گا۔ یوں اگرچہ پلٹ کار کے دونوں مداحصل غیر فعال کرنے سے پلٹ کار کے مخارج آپس میں تضاد ہیں، تاہم، ہم جاننے سے متاثر ہیں آیا پلٹ کار بلند یا پست حال ہوگا۔ ایس آر پلٹ کار کے دونوں مداحصل فعال کرنے کے بعد دوبارہ بیک وقت غیر فعال کرنے سے پلٹ کار کا حال، متم ضرب گیٹوں کے پست حال تک پہنچنے کے دوڑ پر منحصر ہے۔ اسی لئے اس کو محاطے دوڑ<sup>۳</sup> کہتے ہیں۔ ہم پلٹ کار کو حالت دوڑ میں ڈالنے سے گریز کرتے ہیں۔ حالت دوڑ پر حصہ ۳.۱.۱۱ میں تفصیل سے غور کیا جائے گا۔

شکل ۱۰.۶ میں پیش جدول کی پہلے صف میں پلٹ کار بلند ( $Q = 1$ ) اور مداحصل غیر فعال ہیں۔ صف در صف نیچے چلتے ہوئے دیکھیں، مداحصل تبدیل کرنے سے پلٹ کار کیا حال اختیار کرتا ہے۔ (مداحصل کسی خاص ترتیب سے نہیں، بلکہ پلٹ کار کی کارکردگی کی ایک مثال دیکھنے کی غرض سے تبدیل کیے گئے۔)

مثبت منطقی نظام استعمال کرتے ہوئے، (1) کو 5V، جبکہ (0) کو 0V سے ظاہر کیا جائے گا۔ یوں مداحصل ایس کی فعال صورت  $\bar{S} = 0$  کو 0V، جبکہ غیر فعال صورت  $\bar{S} = 1$  کو 5V سے ظاہر کیا جائے گا۔ اسی طرح  $Q = 0$  کو 0V اور  $Q = 1$  کو 5V سے ظاہر کیا جائے گا۔ ایسا کرتے ہوئے شکل ۱۰.۶ میں پیش جدول سے اسی شکل میں پیش ترسیات حاصل ہوں گی، جہاں موازنہ کے لئے  $\bar{Q}$  بھی پیش ہے۔

## ۶.۵ زیادہ مداحصل پلٹ کار

پلٹ کار کے مداحصل دو سے زیادہ ہو سکتے ہیں، جیسا شکل ۱۱.۶ میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بلند کار مداحصل کی تعداد دو ہے، جنہیں  $\bar{S}_a$  اور  $\bar{S}_b$  کہا گیا ہے، جبکہ پست کار مداحصل ایک ہے۔ عام طور تینوں مداحصل بلند (غیر فعال) رکھے جائیں گے۔ پلٹ کار بلند حال کرنے کی خاطر  $\bar{S}_a$  یا  $\bar{S}_b$  یا دونوں کو ایک لمحہ کے لئے پست

حالت	$\bar{S}$	$\bar{R}$	Q
بند	1	1	1
بند رہے گا	0	1	1
برقرار	1	1	1
بند رہے گا	0	1	1
پست	1	0	0
پست رہے گا	1	0	0
برقرار	1	1	0
پست رہے گا	1	0	0
برقرار	1	1	0
برقرار	1	1	0
بند	0	1	1
برقرار	1	1	1

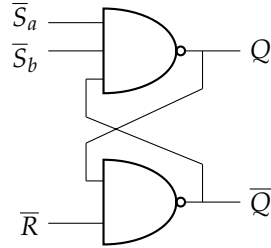
شکل ۶.۱۰: ایس آر پلٹ کار کے استعمال کا جدول اور ترتیبات۔

(فعال) کیا جائے گا، جبکہ پلٹ کار پست حال کرنے کی خاطر  $\bar{R}$  ایک لمحہ کے لئے فعال کیا جائے گا۔ حال دوڑ سے بچنے کے لئے ضروری ہے کہ  $\bar{R}$  کے ساتھ باقی دو مداحل میں سے کوئی ایک (یادوںوں) اکٹھے فعال نہ کیا جائے۔

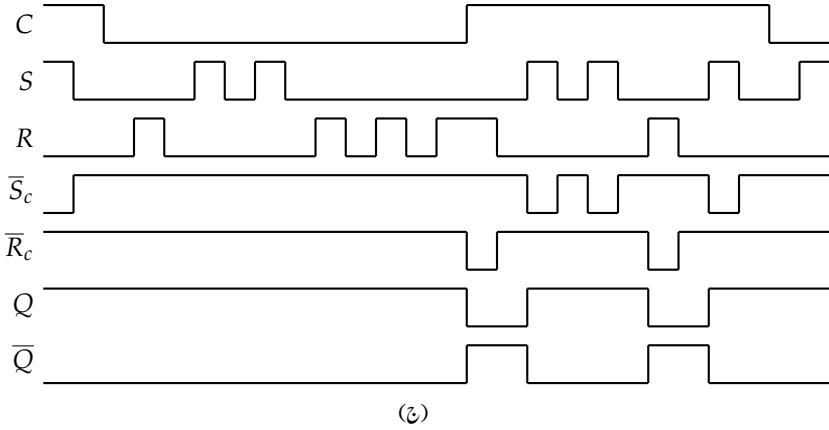
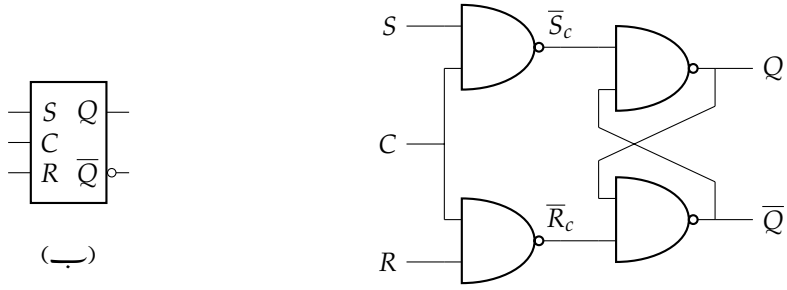
## ۶.۶ قابل محبازو معذور پلٹ کار

شکل ۶.۱۰ کی ترتیبات سے واضح ہے، مداحل تبدیل کرتے ہی پلٹ کار نیا حال اختیار کرتا ہے۔ اس حصہ میں ایسی پلٹ کار پر غور کیا جائے گا جس کے مداحل کو پلٹ کار کے حال پر اثر انداز ہونے سے روکا جاسکتا ہو۔ شکل ۶.۱۱ الف پر غور کریں جہاں دو متمم ضرب گیٹ کے اضافہ سے قابل واپس پلٹ کار حاصل کیا گیا، جس کے (بند فعال)

$\bar{S}_a$	$\bar{S}_b$	$\bar{R}$	$Q_{n+1}$	$\bar{Q}_{n+1}$
0	0	0	?	?
0	0	1	1	0
0	1	0	?	?
0	1	1	1	0
1	0	0	?	?
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	$Q_n$	$\bar{Q}_n$



شکل ۶.۱۱: زیادہ مداحل ایس آر پلٹ کار



شکل ۶.۱۲: مجاز و معذور بلند فعال مداحصل ایس آر پلٹ کار

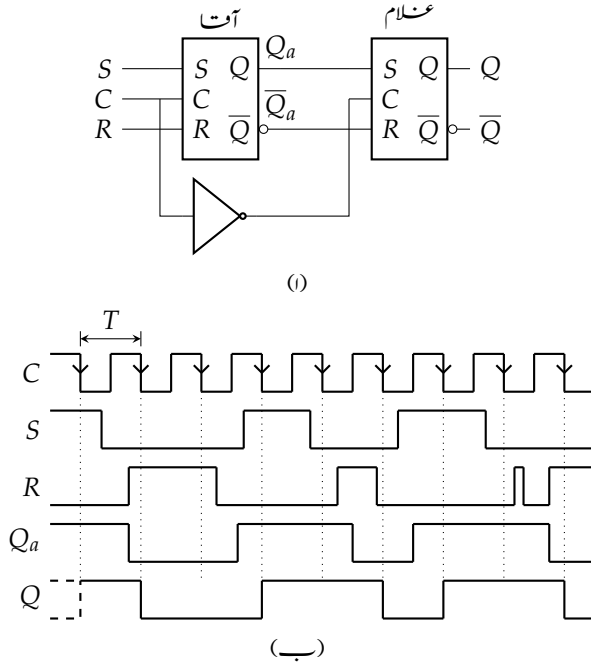
مداحصل S اور R ہیں، جنہیں عام طور غیر فعال (پست) رکھا جاتا ہے۔ پلٹ کار کی علامت شکل-ب بھی پیش ہے۔

اضافی گیٹ کے مختار ج کو  $\bar{S}_C$  اور  $\bar{R}_C$  کہا گیا، جبکہ گیٹوں کو فتابوکار اشارہ C مضراہم کیا گیا۔ مجاز و معذور بنانے والافتابوکار اشارہ C پست (معذور) کرنے سے S اور R مداحصل معذور ہوتے ہیں،  $\bar{S}_C$  اور  $\bar{R}_C$  بلند رہتے ہیں، اور پلٹ کار اپنا حال برقرار رکھتی ہے۔ فتابوکار اشارہ بلند (مجاز) کرنے سے پلٹ کار کے مداحصل S اور R مجاز ہو کر پلٹ کار کے حال پر اثر انداز ہوتے ہیں۔

شکل-ج میں مجاز و معذور فتابوکار اشارہ C کی کارکردگی واضح کی گئی۔ جب تک یہ اشارہ پست (معذور) رہے،  $\bar{S}_C$  اور  $\bar{R}_C$  بلند ہیں۔ اشارہ C بلند کرنے کے بعد S اور R پلٹ کار کا حال تبدیل کرنے کے قابل ہیں۔ یہ پلٹ کار مجاز و معذور بلند فعال مداحصل ایس آر پلٹے کار کہلاتا ہے۔

بعض اوقات، پلٹ کار کے عمومی مداحصل استعمال کیے بغیر، ہم پلٹ کار کا حال خود تعین کرنا چاہتے ہیں۔ عموماً، پلٹ کار کا ابتدائی حال منتخب کرنے کے لئے ایسا کرنا درکار ہوگا۔ شکل ۶.۱۳ میں دو مزید مداحصل،  $\bar{A}$  اور  $\bar{B}$ ،





شکل ۶.۱۳: ساعت کے کنارہ اترائی پر عمل کار آفت اعلاام پلٹ کار

جدول ۶.۲: کنارہ اترائی پر عمل کار آفت غلام پلٹ کار

C	S	R	$Q_{n+1}$	$\overline{Q}_{n+1}$
0	x	x	$Q_n$	$\overline{Q}_n$
1	x	x	$Q_n$	$\overline{Q}_n$
↓	0	0	$Q_n$	$\overline{Q}_n$
↓	0	1	0	1
↓	1	0	1	0
↓	1	1	?	?

پلٹ کار کو پہلی مرتبہ برقی طاقت مندرام کرنے سے، حال دوڑ پیدا ہوگی جس کے اختتام پر پلٹ کار بلند یا پست ہوگا۔ شکل میں پہلے کنارہ اترائی سے قبل Q مبہم دکھایا گیا ہے (سایہ دار حصہ)، جو اس حقیقت کو ظاہر کرتا ہے۔ ساعت کے اول کنارہ اترائی پر فعال S کے تحت آفت غلام پلٹ کار یقینی طور پر بلند حال اختیار کرتا ہے۔ (شکل ۱۳.۶ میں اٹھ بیٹھتے ابوالشارات اس طرح مبہم صورت سے نمٹنے کے لئے ہیں۔)

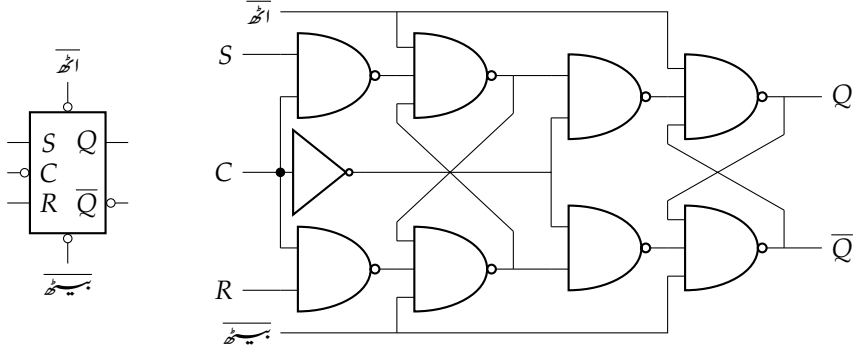
شکل ۱۳.۶ میں ساعت کے آٹھویں کنارہ اترائی کے بعد پست ساعت کے دوران R بلند ہو کر واپس پست ہوتا ہے، جو آفت غلام پلٹ کار کو پست کرنے میں ہرگز کامیاب نہیں ہوگا۔ پلٹ کار کو بلند یا پست کرنے کے لئے، ضروری ہے کہ داخلی اشارات S اور R کسی مخصوص دورانیے سے زیادہ وقت کے لئے فعال ہوں۔ داخلی اشارہ اس صورت کو رد ادا کرتا ہے، جب بلند ساعت اس کا عکس محفوظ کر لے۔ ساعت کے پست دورانیہ  $t_L$  (شکل ۵.۶) سے زیادہ دیر فعال رہنے والا مداحخل اشارہ، ساعت کے کنارہ اترائی کے فوراً بعد فعال ہونے کی صورت میں بھی ساعت کی آگلی بلندی تک فعال رہے گا، لہذا آفت غلام پلٹ کار اس پر ضرور عمل کرے گا۔ البتہ، ایسی صورت میں عین ممکن ہے، کنارہ اترائی پر کوئی مداحخل فعال نہ ہو (شکل ۱۳.۶ میں چھٹا کنارہ اترائی دیکھیں)، لہذا، عین کنارہ اترائی کے لمحہ موجود مداحخل کا حال محفوظ کرنے کے لئے ضروری ہے کہ مداحخل کم از کم ایک دوری عرصہ (T) دورانیے کے لئے فعال رہے (تسلی کر لیں، اگر یقین نہیں)۔ حصہ ۹.۶ میں ایسی پلٹ کار پیش کیا جائے گا، جس کے مداحخل پر کم از کم ایک دوری عرصہ فعال رہنے کی شرط مسلط نہیں۔

جدول ۲.۶ میں کنارہ اترائی پر عمل کار آفت غلام پلٹ کار پیش ہے، جہاں ساعت کے کنارہ اترائی پر پلٹ کار (نیا) حال اختیار کرتا ہے۔ بلند اور پست ساعت کے دوران، پلٹ کار حال برقرار رکھتا ہے۔

بعض اوقات، پلٹ کار کا حال، کنارہ ساعت کا انتظار کیے بغیر، تبدیل کرنا درکار ہوگا۔ شکل ۱۵.۶ میں (درکار مقامات پر تین مداحخل متم ضرب گیٹ استعمال کرتے ہوئے) آفت غلام پلٹ کار میں پست فعال مداحخل اٹھ اور بیٹھ کا اضافہ کر کے ایسی پلٹ کار تشکیل دیا گیا ہے۔ (برقی تاروں کی تعداد بہت بڑھ گئی ہے۔ بہتر ہوگا صفحہ ۳۵ پر شکل ۱۱.۳ ایک مرتبہ دوبارہ دیکھیں)۔ عام طوراً انہیں غیر فعال رکھا جائے گا، البتہ، جب ضرورت پیش آئے، انہیں استعمال کرتے ہوئے، ساعت کے کنارہ اترائی کا انتظار کیے بغیر، پلٹ کار کا حال مرضی کے مطابق منتخب کیا جاسکے گا۔

شکل میں منفی کنارے پر عمل کرنے، اور اٹھ بیٹھ صلاحیت کے، آقا غلام پلٹ کار کی علامت بھی پیش ہے، جہاں





شکل ۶.۱۵: اٹھ بیٹھ صلاحیت رکھنے اور منفی کنارے پر عمل کرنے والا آفت اعلام پلٹ کار

ساعت (C) پر گول دائرہ منفی، اور نکلون کنارے کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں اس سے مسرہ ”ساعت کے منفی کنارے پر عمل پیرا ہونا“ کیا جائے گا۔

## ۶.۸ ڈی پلٹ کار

### ۶.۸.۱ آفت اعلام پلٹ کار سے حاصل کردہ ڈی پلٹ کار

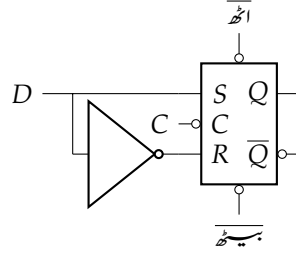
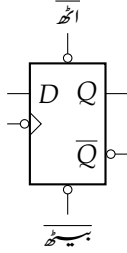
آفت اعلام پلٹ کار کے ساتھ منفی گیٹ منسلک کر کے ڈی پلٹے کار<sup>۳۳</sup> حاصل کیا جاتا ہے، جو شکل ۶.۶ میں پیش ہے۔ پلٹ کار کی علامت میں C واضح طور نہیں لکھا گیا، چونکہ علامت پر داخلی جانب گول دائرہ اور نکلون ساعت کے منفی کنارہ کو ظاہر کرتے ہیں (مثبت کنارہ، صرف نکلون سے ظاہر کیا جاتا ہے)۔ مداحل D پر کم از کم ایک دوری عرصہ (T) بلند یا پست رہنے کی شرط ملط ہے۔

پلٹ کار کی کارکردگی کا جدول بھی شکل ۶.۶ میں پیش ہے، جس کے تحت، بلند یا پست ساعت کے دوران، مداحل D، پلٹ کار کے حال پر اثر انداز نہیں ہوگا۔ پلٹ کار (صرف) ساعت کے کنارہ اترائی پر D دیکھ کر (نیا) حال اختیار کرتا ہے۔ یوں اس کا نام کنارہ اترائی پر عمل کار ڈی پلٹے کار<sup>۳۵</sup> ہوگا۔ ساعت کو منفی گیٹ سے گزار کر کنارہ چڑھائی پر عمل کار ڈی پلٹے کار<sup>۳۶</sup> حاصل ہوگا۔

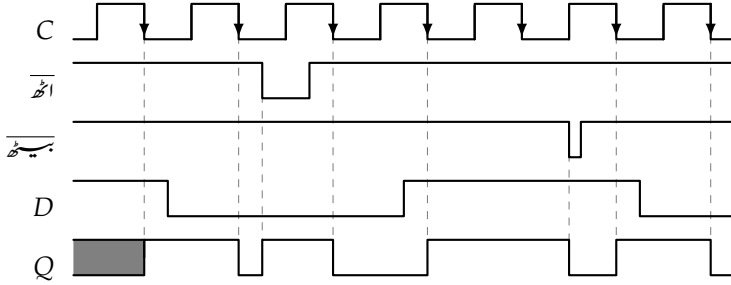
شکل ۶.۷ میں ڈی پلٹ کار کی کارکردگی کی مثال پیش ہے۔ آفت اعلام پلٹ کار کے R مداحل سے چھٹکارا حاصل کرنے کی بدولت، ڈی پلٹ کار کسی صورت ”حال دوڑ“ سے دوچار نہیں ہوگا۔ ساعت کے اول کنارہ اترائی سے قبل، پلٹ کار کا حال مبہم ہے، جس کو سیاہ کر کے (بلند و پست دونوں) دکھایا گیا ہے۔

DF<sup>۳۴</sup>  
negative edge triggered, D flip flop<sup>۳۵</sup>  
positive edge triggered, D flip flop<sup>۳۶</sup>

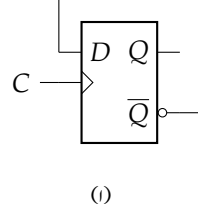
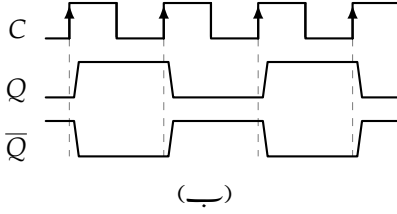
C	D	$Q_{n+1}$
0	x	$Q_n$
1	x	$Q_n$
↓	0	0
↓	1	1



شکل ۶.۱۶: آؤت علام سے حاصل ڈی پلٹ کار



شکل ۶.۱۷: کنارہ اترائی پر عمل کار ڈی پلٹ کار کی کارکردگی کی مثال



شکل ۶.۱۸: تعدد دوے تقسیم کیا گیا

شکل ۶.۱۸ میں کنارہ چڑھائی پر عمل کارڈی پلٹ کار کا  $\bar{Q}$  مداحخل  $D$  سے جوڑ کر، پلٹ کار کو ساعت  $(C)$  منراہم کی گئی۔ شکل-ب میں ساعت کے اول کنارہ چڑھائی پر توجہ دیں۔ یہاں  $\bar{Q} = 1$  ہے، لہذا  $D$  بلند ہوگا اور ساعت کے کنارہ چڑھائی پر پلٹ کار اس کا عکس محفوظ کرتے ہوئے بلند حال اختیار کرتی ہے۔ پلٹ کار کا مخارج  $\bar{Q}$  کچھ دیر بعد نیا حال  $\bar{Q} = 0$  اختیار کرے گا، لیکن اس وقت تک ساعت کا کنارہ گزر چکا ہوگا۔ ساعت کے اگلے کنارہ چڑھائی پر  $\bar{Q} = 0$  دیکھ کر پلٹ کار پست ہوگا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ  $Q$  (یا  $\bar{Q}$ ) کا تعدد ساعت کے تعدد کا نصف ہے۔

کنارہ اترائی پر عمل کار پلٹ کار کے استعمال میں اس بات کو یقینی بنانا ضروری ہے کہ مداحخل، ساعت کے کنارہ اترائی کے دوران، تبدیل نہ ہو۔ حقیقتاً، کنارہ اترائی کے آغاز سے چند لمحات قبل سے لے کر، کنارہ گزرنے کے چند لمحات بعد تک، مداحخل  $D$  کا برقرار ایک حال میں رہنا ضروری ہے۔ ان لمحات کو بالستریب دورانیہ تیاری<sup>۷</sup> اور دورانیہ ٹھیراؤ<sup>۸</sup> کہتے ہیں۔ دورانیہ تیاری اور دورانیہ ٹھیراؤ کی معلومات پلٹ کار کے تحقیق کار مہیا کرتے ہیں۔ کنارہ چڑھائی پر عمل کار پلٹ کار کی صورت میں مداحخل کو دوران چڑھائی تبدیل نہیں ہونے دیا جاتا۔

## ۶.۹ ڈی پلٹ کار

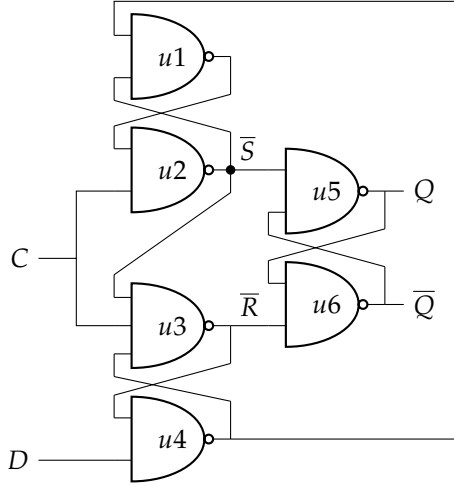
گزشتہ حصہ میں آفت اعلاام پلٹ کار سے ڈی پلٹ کار حاصل کیا گیا، جس کے مداحخل پر، کم از کم ایک دوری عرصہ دورانیہ کے لئے حال برقرار رکھنے کی شرط مسلط ہے۔ شکل ۶.۱۹ میں نسبتاً بہتر، (کنارہ چڑھائی پر عمل کار) ڈی پلٹ کار پیش ہے، جو واقعہً، ساعت کے کنارہ چڑھائی پر (نیا) حال اختیار کرتا ہے، اور جو وسیع پیمانہ مخلوط ادوار<sup>۹</sup> میں باکشرت مستعمل ہے۔

اس پلٹ کار کی بناوٹ میں تین ایس آر پلٹ کار مستعمل ہیں۔ گیٹ  $u1$ ،  $u2$  ایک ایس آر، گیٹ  $u3$ ،  $u4$  دوسرا، اور گیٹ  $u5$ ،  $u6$  تیسرا ایس آر پلٹ کار تشکیل دیتے ہیں۔ تیسرا ایس آر پلٹ کار خارجی ہے جو  $\bar{S}$  اور  $\bar{R}$  کے مطابق مخارج  $Q$  اور  $\bar{Q}$  منراہم کرتا ہے۔ برقرار حال کے لئے  $\bar{S} = 1$  اور  $\bar{R} = 1$  درکار ہے،  $\bar{S} = 0$  اور  $\bar{R} = 1$  بلند حال، جبکہ  $\bar{S} = 1$  اور  $\bar{R} = 0$  پست حال دے گا، اور  $\bar{S} = 0$  اور  $\bar{R} = 0$  ممنوع ہے۔ مداحخل  $\bar{S}$  اور  $\bar{R}$  باقی دو ایس آر پلٹ کار پر منحصر ہیں، جنہیں بیرونی اشارات  $D$  (مواد) اور  $C$  (ساعت)

setup time<sup>۷</sup>

hold time<sup>۸</sup>

very large scale integration (VLSI)<sup>۹</sup>

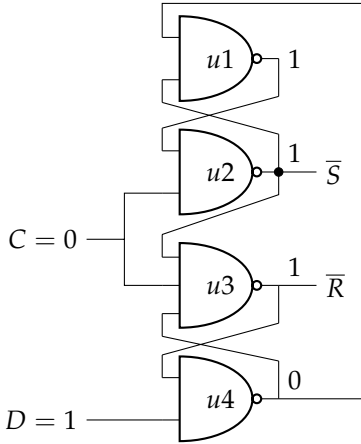


شکل ۶.۱۹: کنسارہ چپڑھائی پر عمل کارڈی پلٹ کار

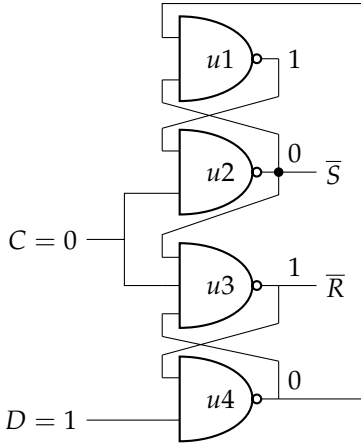
تعیین کرتے ہے۔

شکل ۶.۲۰ میں دور کی کارکردگی کی وضاحت کی گئی ہے، جہاں صرف گیٹ  $u1$  تا  $u4$  کو دکھاتے ہوئے تمام (چپار) ممکنہ صورتیں پیش کی گئی ہیں۔ گیٹ  $u2$  اور  $u3$  کے محارج  $\bar{S}$  اور  $\bar{R}$  شکل ۶.۱۹ کے گیٹ  $u5$  اور  $u6$  کے ساتھ جڑے ہیں، جو ڈی پلٹ کار کے محارج  $Q$  اور  $\bar{Q}$  مہیا کرتے ہیں۔ شکل ۶.۲۰ الف اور ب میں پست ساعت  $(C = 0)$  کی صورت میں  $D = 0$  اور  $D = 1$  کے لئے گیٹوں کے شمائی محارج پیش ہیں۔ دونوں اشکال میں  $C = 0$  کی بدولت  $u2$  اور  $u3$  کے محارج،  $D$  کی قیمت سے قطع نظر، بلند ہوں گے، لہذا  $\bar{S} = 1$  اور  $\bar{R} = 1$  ہوگا، جس کے تحت  $u5$ ،  $u6$  (پر مبنی تیسرا) پلٹ کار بر مقرر حال ہوگا۔ جب  $D = 0$  ہو،  $u4$  کا محارج 1 ہوگا، جو  $u2$  کے بلند محارج کے ساتھ مل کر  $u1$  کا محارج 0 کرے گا۔ جب  $D = 1$  ہو، (چونکہ  $u3$  بلند ہے لہذا)  $u4$  پست (0) ہوگا، جس کی بنا پر  $u1$  بلند (1) ہوگا۔ ساعت 0 کی صورت میں، جو  $D$  سے قطع نظر ڈی پلٹ کار بر مقرر حال رکھتا ہے، یہی دو ممکنات پائے جاتے ہیں۔

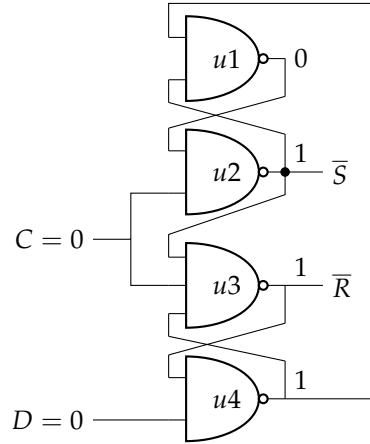
کنسارہ چپڑھائی سے قبل ایک غیر مبہم وقت کے لئے، جو دورانیہ تیاری کہلاتا ہے، مداحل  $D$  کی قیمت لازماً مستقل رکھنی ہوگی۔ دورانیہ تیاری گیٹ  $u1$  اور  $u4$  کے دورانیہ رد عمل کا مجموعہ ہے، چونکہ  $D$  میں تبدیلی ان گیٹوں کے محارج پر اثر انداز ہوتی ہے۔ اب فرض کریں دورانیہ تیاری میں  $D$  تبدیل نہیں ہوتا، جبکہ ساعت (پست حال سے) بلند (1) ہوتا ہے۔ یہ صورت شکل ۶.۲۰ ج اور د میں پیش ہے۔ اگر  $C = 1$  ہونے کے لمحے پر  $D = 0$  ہو، تب  $\bar{S} = 1$  رہتا ہے، جبکہ  $\bar{R}$  تبدیل ہو کر 0 ہو جائے گا (شکل ج-۱۹ میں) ڈی پلٹ کار کا محارج  $Q$  پست (0) حال اختیار کرے گا۔ اب اگر  $C = 1$  (یعنی بلند حال) کے دوران،  $D$  کی قیمت تبدیل ہو، ( $\bar{R}$  کی بدولت جو 0 ہے)  $u4$  بلند (1) رہے گا۔ گیٹ  $u4$  صرف اس وقت حال تبدیل کر سکتا ہے جب ساعت دوبارہ پست (0) ہو؛ لیکن اس وقت  $\bar{S}$  اور  $\bar{R}$  دونوں 1 ہوں گے، اور ڈی پلٹ کار بر مقرر حال ہو گا۔ البتہ، ساعت کے کنسارہ چپڑھائی کے بعد ایک غیر مبہم دورانیہ کے لئے، جو دورانیہ ٹھیراؤ کہلاتا ہے،  $D$



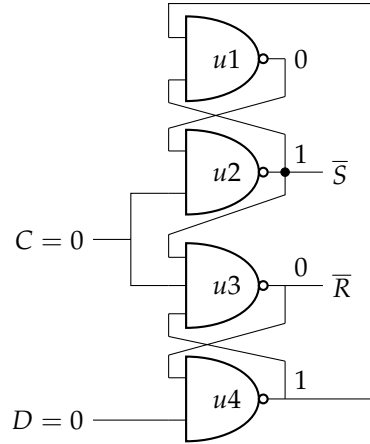
(ب) پلٹ مواد، پلٹ ساعت



(د) پلٹ مواد، پلٹ ساعت



(i) پلٹ مواد، پلٹ ساعت



(ج) پلٹ مواد، پلٹ ساعت

شکل ۶.۲۰: کنسارہ چپڑھائی پر عمل کارڈی پلٹ کار کی کارکردگی۔

کی قیمت تبدیل نہیں ہونی چاہیے۔ دورانیہ ٹھیسراؤ گیٹ  $u3$  کے دورانیہ رد عمل کے برابر ہے، چونکہ  $D$  کی قیمت سے قطع نظر،  $u4$  کا معارج 1 پر رکھنے کے لئے  $\bar{R}$  کا 0 ہونا لازمی ہے۔

اگر  $C = 1$  ہونے کے لئے  $D = 1$  ہو، تب  $\bar{S}$  تبدیل ہو کر 0 ہوگا، جبکہ  $R$  کی قیمت 1 رہے گی (شکل-د)، جس کی بنا پر (شکل ۱۹.۶ میں) ڈی پلٹ کار کا معارج  $Q$  بلند (1) ہوگا۔ بلند ساعت ( $C = 1$ ) کے دوران،  $D$  کی تبدیلی  $\bar{S}$  اور  $\bar{R}$  پر اثر انداز نہیں ہوگی، چونکہ  $\bar{S}$  پست (0) ہے جو  $u1$  کو 1 رکھے گا۔ جب  $C$  واپس 0 ہو،  $\bar{S}$  اور  $\bar{R}$  دونوں 1 حال اختیار کر کے  $Q$  برقرار رکھیں گے۔

خلاصہ کچھ یوں ہے۔ ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر  $D$  کی قیمت  $Q$  کو متاثر ہوتی ہے۔ بلند ساعت کے دوران  $D$  میں تبدیلیاں  $Q$  پر اثر انداز نہیں ہوتیں۔ مزید، ساعت کا کنارہ اترائی اور پست ساعت،  $Q$  پر اثر انداز نہیں ہوتے۔

اشارہ  $D = 0$  گیٹ  $u4$  اور  $u1$  سے گزر کر  $u1$  کو پست کرتا ہے، جو  $u2$  کو بلند کیے رکھتا ہے۔ یوں ساعت کے کنارہ چپڑھائی سے ( $u4$  اور  $u1$  کے مجموعی دورانیہ رد عمل کے برابر وقفہ) دورانیہ تیاری کے برابر وقت قبل، ضروری ہے کہ  $D$  کی قیمت مستقل صورت اختیار کر لے۔ اسی طرح  $\bar{R} = 0$  جو ( $D$  کی قیمت سے قطع نظر)  $u4$  کو بلند کیے رکھتا ہے، کے لئے ضروری ہے کہ  $D$  کی قیمت کنارہ چپڑھائی کے بعد دورانیہ ٹھیسراؤ ( $u3$  جو  $u3$  کے دورانیہ رد عمل کے برابر ہے) کے لئے تبدیل نہ ہو۔

آفت اعلام پلٹ کار کی طرح، کنارہ پر عمل کار پلٹ کار، ترتیبی ادوار میں بازی کے مسائل سے چھٹکارا دیتا ہے۔ اس قسم کا ڈی پلٹ کار استعمال کرتے وقت دورانیہ تیاری اور دورانیہ ٹھیسراؤ پر توجہ دینی ہوگی۔

ترتیبی ادوار میں مختلف پلٹ کار استعمال کرتے وقت، اس بات کو یقینی بنائیں کہ تمام پلٹ کار بیک وقت (یعنی تمام پلٹ کار ساعت کے کنارہ اترائی پر یا تمام پلٹ کار کنارہ چپڑھائی پر) حال تبدیل کرتے ہوں۔ وہ پلٹ کار جو منتخب کنارہ کے مخالف کنارے پر حال تبدیل کرتے ہوں، کی ساعت نفی گیٹ سے گزار کر، منتخب کنارے کے ہم عصر بنایا جاسکتا ہے۔

مشق ۶.۳: انٹرنیٹ سے ڈی پلٹ کار کے معلوماتی صفحات اتاریں۔ (i) اس مخلوط دور میں کتنے ڈی پلٹ کار ہیں؟ (ب) یہ پلٹ کار ساعت کے کس کنارے پر عمل کار ہے؟

## ۶.۱۰ جے کے پلٹ کار

ڈی پلٹ کار استعمال کر کے مختلف اقسام کے پلٹ کار تفصیل دیے جاسکتے ہیں، جن میں جے کے پلٹے کار<sup>۵۰</sup> اور ٹی پلٹے کار<sup>۵۱</sup> بہت مقبول ہیں۔ ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر عمل کار جے کے پلٹ کار کی بناوٹ شکل ۲۱.۶

میں، اور کارکردگی جدول ۳.۶-ب میں پیش ہے۔ کنارہ اترائی پر عمل کار جے کے پلٹ کار بھی پایا جاتا ہے۔

شکل میں مداحصل  $D$  ذیل ہوگا، جہاں پلٹ کار کے موجودہ محارج  $Q_n$  اور  $\bar{Q}_n$  لکھے گئے ہیں۔

$$(۶.۶) \quad D = J\bar{Q}_n + \bar{K}Q_n$$

ساعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی پر ڈی پلٹ کار اس مداحصل کے تحت حال اختیار کرتا ہے، لہذا جے کے پلٹ کار کی کارکردگی کی مساوات درج ذیل ہوگی، جہاں موجودہ محارج  $Q_n$  اور اگلا  $Q_{n+1}$  ہے۔

$$(۶.۷) \quad Q_{n+1} = J\bar{Q}_n + \bar{K}Q_n$$

مساوات ۶.۶ کو جدول ۳.۶-الف میں پیش کیا گیا ہے۔ جدول کی پہلی صف میں پلٹ کار کا موجودہ حال  $Q_n = 0$ ، اور مداحصل  $J = 0$  اور  $K = 0$  ہیں، لہذا مساوات ۶.۶ کے تحت  $D = 0$  ہوگا۔ یوں ساعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی پر پلٹ کار پست حال اختیار کرتے ہوئے موجودہ حال برقرار رکھتا ہے۔ جدول کی دوسری صف میں موجودہ حال  $Q_n = 1$  جبکہ مداحصل  $J = 0$  اور  $K = 0$  ہیں، جن سے  $D = 1$  حاصل ہوگا، لہذا ساعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی پر پلٹ کار بلند حال اختیار کرتے ہوئے موجودہ حال برقرار رکھتا ہے۔

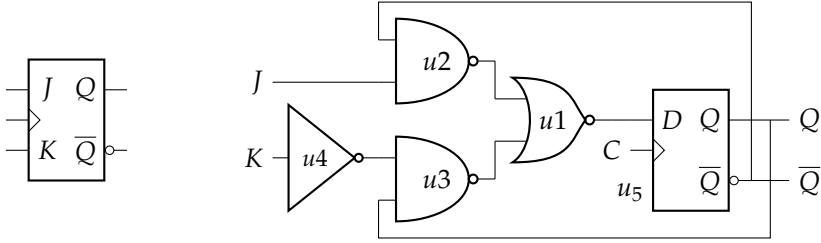
آپ نے دیکھا کہ  $K = 0$ ،  $J = 0$  کی صورت میں پلٹ کار برقرار حال ( $Q_{n+1} = Q_n$ ) ہوگا۔ جدول کے اضافی خانے میں یہ معلومات درج کی گئی ہے۔ تسلی کر لیں (اگلے مشق میں ایسا کرنے کو کہا گیا ہے) کہ جدول میں  $D$  اور  $Q_{n+1}$  کی تمام معلومات مساوات ۶.۶ کے عین مطابق ہیں۔ اس جدول کی بہتر صورت جدول-ب ہے، جہاں غیر ضروری معلومات روپوش کی گئی، اور کنارہ چپڑھائی کی معلومات منراہم کی گئی۔

جے کے پلٹ کار کے کارکردگی درج ذیل ہے۔

$JK$	$Q_{n+1}$	
00	$Q_n$	برقرار حال
01	0	پست حال
10	1	بلند حال
11	$\bar{Q}_n$	متمم حال

اس مساوات کی پہلی تین صورتوں میں،  $J$  اور  $K$  بالترتیب  $S$  اور  $R$  مداحصل کا کردار ادا کرتے ہیں، یعنی فعال  $J$ ، پلٹ کار کو (ساعت کے عمل کار کنارہ پر) بلند حال، اور فعال  $K$  اسے پست حال کرتا ہے۔ البتہ یہاں دونوں مداحصل فعال ہونے کی اجازت ہے، جو حال متمم کرتے ہیں۔ دونوں مداحصل غیر فعال ہونے کی صورت میں پلٹ کار موجودہ حال برقرار رکھتا ہے۔

مشق ۶.۴: جدول ۳.۶-الف اور ب کی تصدیق کریں۔



شکل ۶.۲۱: جے کے پلٹ کار کی بساؤٹ اور علامت۔

جدول ۶.۳: کنسارہ چپڑھائی پر عمل کار جے کے پلٹ کار

(ب)

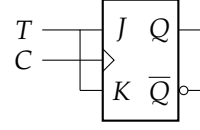
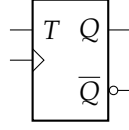
C	J	K	$Q_{n+1}$
↑	0	0	$Q_n$
↑	0	1	0
↑	1	0	1
↑	1	1	$\bar{Q}_n$

(i)

J	K	$Q_n$	D	$Q_{n+1}$
0	0	0	0	$Q_n$
0	0	1	1	
0	1	0	0	0
0	1	1	0	
1	0	0	1	1
1	0	1	1	
1	1	0	1	$\bar{Q}_n$
1	1	1	0	



C	T	$Q_{n+1}$
0	x	$Q_n$
1	x	$Q_n$
↑	0	$\overline{Q_n}$
↑	1	$\overline{Q_n}$



شکل ۶.۲۲: ٹی پلٹ کار کی مساوات اور علامت

۶.۱۰.۱ ٹی پلٹ کار

جے کے پلٹ کار کے دونوں مداحل آپس میں جوڑنے سے ٹی پلٹے کار<sup>۵۲</sup> حاصل ہوگا، جو شکل ۲۲.۶ میں بج علامت اور جدول پیش ہے۔

پست مداحل ( $T = 0$ ) کی صورت میں ٹی پلٹ کار برقرار حال رہے گا، جبکہ بلند مداحل ( $T = 1$ ) کی صورت میں ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر متم حال اختیار کرے گی۔ یوں بلند  $T$  کی صورت میں بلند پلٹ کار اگلے کنارہ چپڑھائی پر پست ہوگا، جبکہ پست پلٹ کار اگلے کنارہ چپڑھائی پر بلند ہوگا۔

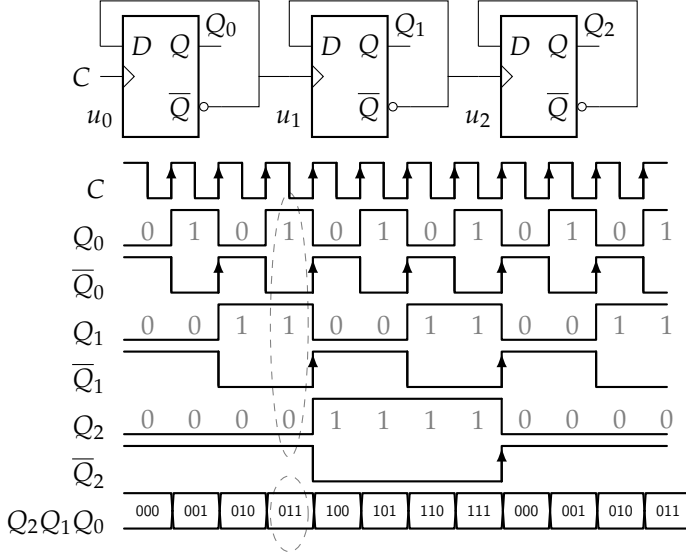
ٹی پلٹ کار کی مساوات، جے کے پلٹ کار کی مساوات ۷.۶ سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 Q_{n+1} &= J\overline{Q_n} + \overline{K}Q_n \\
 &= T\overline{Q_n} + \overline{T}Q_n \\
 &= T \oplus Q_n
 \end{aligned}
 \tag{۶.۹}$$

مساوات کے حصول میں  $J$  اور  $K$  دونوں کی جگہ  $T$  استعمال کیا گیا۔

مشق ۶.۵: ٹی پلٹ کار کے جدول کی تصدیق کریں۔

مشق ۶.۶: انٹرنیٹ سے 74xx اور 40xx سلسلہ میں جے کے اور ٹی پلٹ کار تلاش کریں۔



شکل ۶.۲۳: تین ہندسی شنائی گنت کار

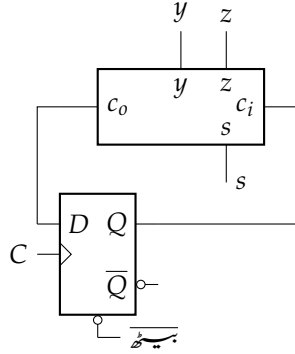
## ۶.۱۱ شنائی گنت کار

شکل ۶.۱۸ میں پیش دور تین مرتبہ استعمال کر کے شکل ۶.۲۳ حاصل ہو گا۔ بائیں جانب سے اول پلٹ کار ( $u_0$ ) کا مخرج  $Q_0$ ، دوم پلٹ کار کا مخرج  $Q_1$  اور  $u_2$  کا مخرج  $Q_2$  پکارا گیا ہے۔

پلٹ کار  $u_0$  ساعت ( $C$ ) کا تعدد 2 سے تقسیم کرتا ہے۔ اس کے دونوں مخرج شکل میں پیش ہیں، جو ساعت کے کنارہ چڑھائی پر حال تبدیل کرتے ہیں، اور جن کا تعدد  $C$  کے تعدد کا نصف ہے۔ اشارہ  $\overline{Q_0}$  پلٹ کار  $u_1$  کو بطور ساعت مہیا کیا گیا ہے، جس کو  $u_1$  دو سے تقسیم کرتا ہے۔ یوں  $Q_1$  کا تعدد  $C$  کے تعدد سے 4 گنا کم ہو گا۔ پلٹ کار  $u_1$  کا مخرج  $\overline{Q_1}$ ، تیسرے پلٹ کار کی ساعت ہے جو اسے 2 سے تقسیم کرے گا، لہذا  $Q_2$  کا تعدد  $C$  کے تعدد سے 8 گنا کم ہو گا۔

پلٹ کار کے مخرج، شنائی عدد کے تین ہندسے تصور کر کے،  $Q_2Q_1Q_0$  روپ میں لکھیں۔ شکل ۶.۲۳ کے آخری صف میں یہ عدد پیش ہے، جہاں تینوں پلٹ کار ابتدائی طور پر 0 تصور کیے گئے۔ نقطہ دار گھیرے میں  $Q_0 = 1$  (بند)،  $Q_1 = 1$  (بند)، اور  $Q_2 = 0$  (پرست) ہیں جنہیں  $Q_2Q_1Q_0 = 011$  لکھا پیش کیا گیا ہے، جو اعشاری تین کے برابر ہے۔ یہ دور ساعت کا کنارہ چڑھائی، (تین ہندسی شنائی عدد کے روپ میں) گنتا ہے، جس کی بنا پر اس کا نام **تین ہندسی شنائی گنت کار** <sup>۵۳</sup> ہے۔

گنت کار صفر ( $000_2$ ) تا سات ( $111_2$ ) (یعنی آٹھ،  $2^3$ ، کنارے) گنتی کرنے کے بعد دوبارہ صفر ( $000_2$ )



شکل ۶.۲۳: سلسلہ وار شنائی جمع کار

سے شروع کرتا ہے۔ ساعت C کی بجائے گنت کار کو کوئی بھی عددی اشارہ گنتی کے لئے مندر اہم کیا جاسکتا ہے۔ گنت کار اشارے کے کنارہ چپڑھائی کی گنتی کر کے نتیجہ مہیا کرے گا۔

ڈی پلٹ کار کی تعداد 4 کر کے، سولہ ( $2^4 = 16$ ) کنارے گنتی کے متبادل گنت کار بنایا جاسکتا ہے جو مندر (0000<sub>2</sub>) تا پندرہ (1111<sub>2</sub>) گنتی کرے گا۔ یوں n پلٹ کار پر مشتمل شنائی گنت کار  $2^n$  کنارے گنتی کے متبادل ہو گا۔

## ۶.۱۲ سلسلہ وار شنائی جمع کار

شکل ۶.۲۳ میں مکمل جمع کار ( $u_1$ ) اور ڈی پلٹ کار ( $u_2$ ) کی مدد سے اصطلاحاً سلسلہ وار شنائی جمع کار<sup>۵۴</sup> تشکیل دیا گیا ہے (مکمل جمع کار کی ڈب علامت کو یوں بنایا گیا ہے کہ دور میں صفائی پیدا ہو)۔ مکمل جمع کار کو جمع کرنے والے دو شنائی اعداد x اور y سلسلہ وار مندر اہم کئے جاتے ہیں۔ کمتر ترتیبی بٹ سے شروع کر کے ساعت کے ہر کنارہ چپڑھائی پر دونوں اعداد کے اگلے بٹ مندر اہم کئے جاتے ہیں۔ کسی بھی قدم پر ڈی پلٹ کار حاصل جمع (یعنی مکمل جمع کا خارجی حاصل) ذخیرہ کر کے اگلے قدم پر مکمل جمع کو بطور داخلی حاصل مہیا کرتا ہے۔ مجموعہ کے حصول سے قبل ڈی پلٹ کار زبردستی پست کیا جاتا ہے تاکہ پہلا داخلی حاصل مندر ہو۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ s پر سلسلہ وار دونوں شنائی اعداد کا مجموعہ خارج ہو گا۔

اس باب کے آخر میں آپ سے گزارش کی جائے گی کہ سلسلہ وار شنائی جمع کار استعمال کرتے ہوئے دو شنائی اعداد جمع کریں۔

## ۶.۱۳ معاصر ترتیبی ادوار کا تجزیہ

ساعت پر عمل کار، پلسٹ کار پر مبنی ادوار معاصر ترتیبی ادوار<sup>۵۵</sup> کہلاتے ہیں، جو پلسٹ کار کے موجودہ حال اور مداحصل دیکھ کر نئے حال اختیار کرتے ہیں۔ معاصر ترتیبی ادوار، عموماً، کنارہ ساعت کے ساتھ قدم ملا کر چلتے ہیں۔ ہم زیادہ تر کنارہ ساعت پر عمل کار ترتیبی ادوار پر تبصرہ کریں گے (جو مستن سے واضح ہوگا)۔ معاصر ترتیبی ادوار میں ترکیبی حصے کا موجود ہونا لازم نہیں۔

کنارہ پر عمل کار معاصر ترتیبی ادوار کنارہ ساعت پر نیا حال اختیار کرتے ہیں۔ موجودہ حال نے حال پر اثر انداز ہو سکتا ہے، لہذا نئے حال دریافت کرتے وقت موجودہ حال (کو بھی) مداحصل تصور کریں۔ ترکیبی ادوار کی طرح ترتیبی ادوار کا جدول، جو حال کا جدول<sup>۵۶</sup> کہلاتا ہے، نئے حال دریافت کرنے میں مددگار ثابت ہوگا۔ نیا حال مساوات<sup>۵۷</sup> سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔ دونوں طریقوں پر غور مثالوں کی مدد سے کرتے ہیں۔

## ۶.۱۳.۱ مساوات حال

دور کے موجودہ حال اور موجودہ مداحصل کے روپ میں، مساوات حال دور کے اگلے حال بیان کرتی ہیں۔ کنارہ ساعت پر دور اگلے (نئے) حال اختیار کرتا ہے۔ یوں، ساعت کے  $n$  کنارے گزرنے کے بعد حال کو موجودہ حال تصور کر کے، اس کے لئے اشاریہ  $n$  استعمال کرتے ہوئے، مثلاً  $Q(n)$ ، اگلا حال  $Q(n+1)$  ہوگا۔

شکل ۲۵.۶ مثال بنا کر آگے بڑھتے ہیں، جہاں کنارہ چپڑھائی پر عمل کار ڈی پلسٹ کار مستعمل ہیں۔ موجودہ مداحصل  $x(n)$  جبکہ موجودہ مخارج  $Q_0(n)$  اور  $Q_1(n)$  ہیں۔ ان تینوں کو مداحصل تصور کر کے  $D_0$  کی ترکیبی مساوات لکھتے ہیں۔ ضرب گیٹ  $u_4$  کا مخارج  $xQ_0$  اور  $u_5$  کا  $x\bar{Q}_1$  ہے، جو متمم جمع  $u_3$  کے مداحصل ہیں، لہذا (بالائی پلسٹ کار کا مداحصل)  $D_0$  جو  $u_3$  کا مخارج ہے، ان کے منطقی جمع کا متمم ہوگا۔

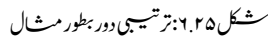
$$D_0(n) = \overline{x(n)Q_0(n) + x(n)\bar{Q}_1(n)}$$

اس مساوات میں ہر جزو کے ساتھ  $(n)$  چسپاں کر کے واضح کیا گیا کہ یہ موجودہ متغیرات ہیں۔ ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر  $u_1$  اس مساوات کے مطابق اگلا حال اختیار کرے گا۔ یوں، نیا حال  $Q_0(n+1)$  درج ذیل ہوگا۔

$$(۶.۱۰) \quad Q_0(n+1) = \overline{x(n)Q_0(n) + x(n)\bar{Q}_1(n)}$$

اسی طرح متمم ضرب  $u_6$  کے مداحصل  $\bar{Q}_0$ ،  $Q_1$  لہذا مخارج  $\bar{Q}_0Q_1$  ہوگا، جو پلسٹ کار  $u_2$  کا مداحصل  $D_1$  ہے۔ یوں اس پلسٹ کار کا اگلا حال درج ذیل ہوگا۔

$$(۶.۱۱) \quad Q_1(n+1) = \overline{\bar{Q}_0(n)Q_1(n)}$$



(4.12)

$$y(n) = x(n) + \overline{Q}_0(n) + \overline{Q}_1(n)$$

$$Q_0 = \overline{xQ_0 + x\overline{Q}_1}$$

(4.13)

$$Q_1 = \overline{\overline{Q_0} Q_1}$$

$$y = x + \overline{Q_0} + \overline{Q_1}$$

## ۶.۱۳.۲ حال کا جدول

معاصر حال جدول میں لکھے جاسکتے ہیں۔ شکل ۲۵.۶ کی مثال آگے بڑھانے ہوئے مساوات ۱۳.۶ کے جدول لکھتے ہیں۔ موجودہ مداحل  $(x)$  اور موجودہ حال  $(Q_0, Q_1)$  آزاد متغیرات، جبکہ اگلے محارج اور حال تابع متغیرات تصور کریں۔ یوں  $x(n), Q_0(n), Q_1(n)$  آزاد متغیر تصور کر کے ان کی تمام ترتیب  $(2000)$  تا  $1112$  لکھیں۔ مساوات ۱۳.۶ کے ہر ترتیب کے مطابقتی اگلے حال  $Q_0(n+1), Q_1(n+1)$ ، اور اگلے محارج  $y(n)$  حاصل کر کے جدول میں درج کریں۔ یوں جدول ۲۶.۱ حاصل ہوگا، جو **حالیہ جدول** کا <sup>۵۸</sup> کہا جاتا ہے۔

جدول ۶.۴: حال کا جدول (برائے مساوات ۶.۱۳)

موجودہ حال	اگلا حال		موجودہ مخارج	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
$Q_1 Q_0$	$Q_1 Q_0$	$Q_1 Q_0$	$y$	$y$
00	11	10	0	0
01	11	10	0	0
10	01	01	0	0
11	11	10	1	0

## ۶.۱۳.۳ حال کا خاکہ

حال کے جدول میں موجود معلومات کا خاکہ بنایا جاسکتا ہے جو **حال کا خاکہ** کہلاتا ہے۔ جدول ۶.۴ کا حال کا خاکہ شکل ۶.۶ میں پیش ہے۔

حال کے خاکہ میں دور کا حال گول دائروں سے ظاہر کیا جاتا ہے، جبکہ موجودہ حال سے اگلے حال منتقلی تیردار لکیر سے ظاہر کی جاتی ہے، جس کی دم موجودہ حال پر اور سر اگلے حال پر رکھا جاتا ہے۔ تیردار لکیر پر دو اعداد لکھے جاتے ہیں، جن کے بیچ ترچھی لکیر کھینچی جاتی ہے۔ وہ داخلی قیمت جو انتقال کا سبب بنتی ہے، ترچھی لکیر کے اوپر اور موجودہ مخارج نیچے لکھا جاتا ہے۔

شکل ۶.۶ کے ترتیبی دور میں دو پلسٹ کار مستعمل ہیں، جن کا حال  $Q_1 Q_0$  لکھ کر 00، 01، 10، اور 11 ممکن حال ہیں۔ حال 00 سے 10 انتقال کی تیردار لکیر پر 1/0 لکھا گیا ہے، جس کے تحت انتقال  $x = 1$  کی بدولت پیش آیا اور  $y = 0$  ہے۔

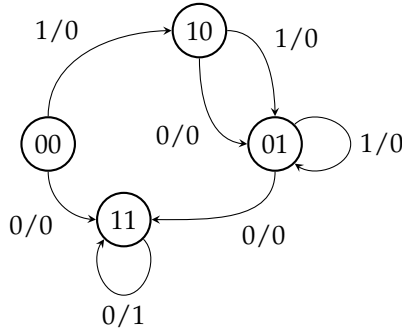
حال کا خاکہ دیکھ کر کئی حقائق باآسانی واضح ہوں گے۔ مثلاً، خاکہ دیکھ کر واضح ہے کہ یہ دور کسی دوسرے حال سے 00 منتقل نہیں ہوگا؛ حال 10 سے یہ اگلے قدم میں 01 منتقل ہوگا، جس کے بعد جب تک  $x = 1$  رہے حال تبدیل نہیں ہوگا اور  $x = 0$  کرنے سے حال 11 حاصل ہوگا، جس سے نکلنے کا کوئی راستہ موجود نہیں۔

حال کا خاکہ اور حال کا جدول ایک ہی معلومات دو مختلف طریقوں سے پیش کرتے ہیں۔ دونوں میں پیش معلومات ہر طرح یکساں ہے۔

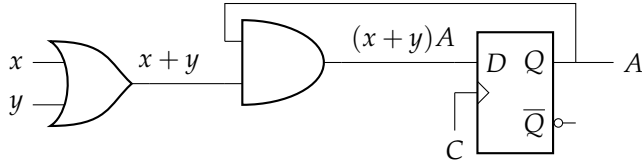
## ۶.۱۳.۴ ڈی پلسٹ کار پر مبنی ترتیبی دور

ترتیبی ادوار کے حل کی مزید مثالوں پر غور کرتے ہیں۔ پہلی مثال ڈی پلسٹ کار پر مبنی ہے جو شکل ۶.۷ میں پیش ہے۔ دور میں ایک پلسٹ کار پایا جاتا ہے جس کا مخارج  $A$  لکھ کر، مداحصل  $A(x + y)$  ہوگا۔

ساعت کے کنارہ چڑھائی پر ڈی پلسٹ کار مداحصل کے تحت نیا حال اختیار کرتا ہے، لہذا اگلے حال کی



شکل ۶.۲۶: حال کا حنا کہ (برائے شکل ۶.۲۵)



شکل ۶.۲۷: ڈی پلٹ کار پر مبنی ترتیبی دور۔

مساوات درج ذیل ہوگی

$$A(n+1) = A(n)(x(n) + y(n))$$

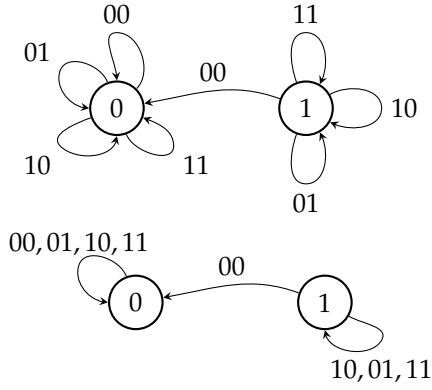
جس کی سادہ صورت ذیل ہے۔

$$A = A(x + y)$$

اس مساوات کے نتائج شکل ۶.۲۸ میں جدول میں پیش ہیں۔ حال کا حنا کہ اور اس کا سادہ روپ (نچلا حنا کہ) بھی شکل پیش ہیں۔ پلٹ کار کے حال 0 اور 1 دائروں میں رکھے گئے ہیں، جبکہ ان کے بیچ انتقال تیردار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ تیردار لکیروں پر مداحل  $xy$  کی موجودہ قیمتیں لکھی گئی ہیں۔ ایک ہی حال میں رہنے کے تمام امکانات کو اکٹھا بھی لکھا جا سکتا ہے، جیسے نچلے حنا کہ میں کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ حال 1 سے 0 اس وقت انتقال ہوگا جب مداحل 00 ہو۔ باقی تمام حال میں پلٹ کار موجودہ حال برقرار رکھتا ہے۔ مزید، حال 0 سے حال 1 منتقلی کا کوئی راستہ موجود نہیں۔

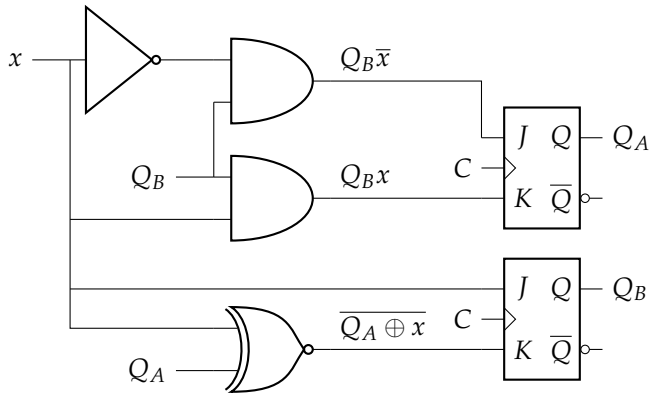
۶.۱۳.۵ جے کے پلٹ کار پر مبنی ترتیبی دور

شکل ۶.۲۹ میں جے کے پلٹ کار پر مبنی ترتیبی دور پیش ہے۔ بلا پلٹ کار کا حال  $Q_A$  اور مداحل  $J_A$ ،  $K_A$  ہیں، جبکہ زیریں پلٹ کار کا حال  $Q_B$  اور مداحل  $J_B$ ،  $K_B$  ہیں۔



موجودہ			اگلا
A	x	y	A
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

شکل ۶.۲۸: حال کا جدول اور حال کا خاکہ (برائے شکل ۶.۲۷)



شکل ۶.۲۹: جے کے پلاٹ کار پر مبنی ترتیبی دور



دور میں متمم بلاشرکت جمع گیٹ کا ایک مداحل  $Q_A$  ہے جو بالائی پلٹ کار کا موجودہ حال ہے۔ پلٹ کار کے مخارج سے گیٹ کے مداحل تک تارکھینچنے کی بجائے دونوں کا نام  $(Q_A)$  رکھا گیا ہے۔ جب بھی دو معتمامات کا ایک نام رکھا جائے، انہیں آپس میں برقی طور حبڑا تصور کریں۔ یوں، دونوں ضرب گیٹ کا ایک ایک مداحل زیریں پلٹ کار کے مخارج سے حبڑا ہے۔

مداحل کی مساوات ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned} J_A &= \bar{x}Q_B \\ K_A &= xQ_B \\ J_B &= x \\ K_B &= \overline{x \oplus Q_A} \end{aligned} \quad (۶.۱۴)$$

ان مساوات سے جدول ۵.۶ حاصل ہوگا، جس سے اضافی مواد نکال کر حال کا جدول حاصل ہوگا (شکل ۶.۳۰)۔ حال کے جدول سے حاصل حال کا حنا کہ بھی شکل میں پیش ہے۔

مساوات ۱۳.۶ سے جدول ۵.۶ لکھتے ہوئے موجودہ حال  $Q_A$ ، اور مداحل  $x$  کی تمام مکانات  $000_2$  تا  $111_2$  لکھیں (جدول میں بائیں ہاتھ تین قطاریں)۔ ہر صف کے لئے پلٹ کار کے مطابق موجودہ مداحل  $J_A$ ،  $K_A$ ،  $J_B$ ، اور  $K_B$  مساوات ۱۴.۶ سے حاصل کریں۔ یوں پہلی صف کے لئے، جہاں موجودہ قیمتیں  $Q_A = 0$ ،  $Q_B = 0$ ، اور  $x = 0$  ہیں، درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} J_A &= \bar{x}Q_B = \bar{0} \cdot 0 = 1 \cdot 0 = 0 \\ K_A &= xQ_B = 0 \cdot 0 = 0 \\ J_B &= x = 0 \\ K_B &= \overline{x \oplus Q_A} = \overline{0 \oplus 0} = \bar{0} = 1 \end{aligned}$$

انہیں جدول کی پہلی صف میں درج کریں۔ پلٹ کار کے موجودہ مداحل جانتے ہوئے سمعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی پر اگلے حال مساوات ۶.۱۴  $Q(n+1) = J\bar{Q}_n + \bar{K}Q_n$  یا مساوات ۸.۶ سے

$$\begin{aligned} Q_A &= J_A\bar{Q}_A + \bar{K}_AQ_A = 0 \cdot \bar{0} + \bar{0} \cdot 0 = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 0 + 0 = 0 \\ Q_B &= J_B\bar{Q}_B + \bar{K}_BQ_B = 0 \cdot \bar{0} + \bar{1} \cdot 0 = \end{aligned}$$

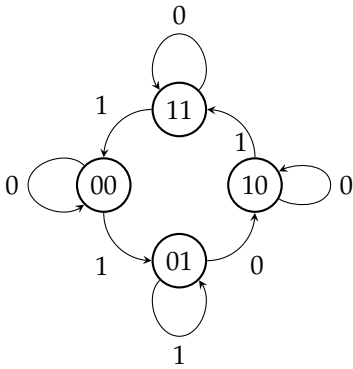
حاصل کر کے جدول کی پہلی صف میں درج کریں۔ باقی صف کے لئے مواد حاصل کے جدول بھریں۔ آپ  $J$  اور  $K$  کی مساوات استعمال کر کے بھی  $Q$  تلاش کر سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} Q_A(n+1) &= J_A\bar{Q}_A + \bar{K}_AQ_A = (\bar{x}Q_B)\bar{Q}_A + (\overline{xQ_B})Q_A \\ Q_B(n+1) &= J_B\bar{Q}_B + \bar{K}_BQ_B = x\bar{Q}_B + (\overline{x \oplus Q_A})Q_B \end{aligned}$$

حال کے حنا کہ (شکل ۶.۳۰) پر توجہ دیں۔ حال 00 سے 01 اور یہاں سے 10 اور اس کے بعد 11 حبا حبا سکتا ہے، جس کے بعد دوبارہ 00 سے پوری کہانی شروع ہوگی۔ یہ 00 تا 11 شبانی گنت کار معلوم ہوتا ہے۔ ماسوائے

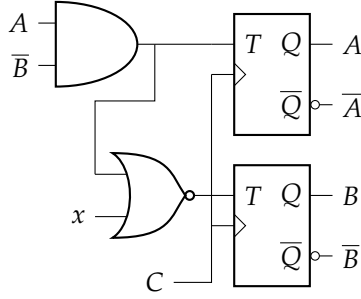
جدول ۶.۵: جے کے پلٹ کار دور کی مساوات ۶.۱۳ سے حاصل جدول

اگلے حال			پلٹ کار کے مداحل				موجودہ مداحل اور حال		
$Q_A$	$Q_B$		$J_A$	$K_A$	$J_B$	$K_B$	$Q_A$	$Q_B$	$x$
0	0		0	0	0	1	0	0	0
0	0		0	0	1	0	0	1	1
0	1		1	0	0	1	1	0	0
0	1		0	1	1	0	0	1	1
1	0		0	0	0	0	1	0	0
1	0		0	0	1	1	1	1	1
1	1		1	0	0	0	1	1	0
1	1		0	1	1	1	0	0	1



موجودہ حال	اگلے حال	
	$x = 0$	$x = 1$
$Q_A Q_B$	$Q_A Q_B$	$Q_A Q_B$
00	00	01
01	10	01
10	10	11
11	11	00

شکل ۶.۳۰: حال کا جدول اور حال کا خاکہ کے برائے شکل ۶.۲۹



شکل ۶.۱۳.۱: ٹی پلٹ کار پر مبنی ترتیبی دور

حال 11 کے، ہر مرتبہ  $x$  تبدیل کرنے سے حال تبدیل ہوگا۔ یوں 00 میں جب تک  $x = 0$  رہے، دور اسی حال میں رہتا ہے، البتہ  $x$  بلند کرنے سے 01 حال حاصل ہوگا، جہاں اس وقت تک رہا جائے گا جب تک  $x = 1$  رہے۔

#### ۶.۱۳.۶ ٹی پلٹ کار کی مدد سے ترتیبی دور کا جائزہ

شکل ۶.۱۳.۱ میں ٹی پلٹ کار پر مبنی دور پیش ہے۔ پلٹ کار کے حال  $A$  اور  $B$  سے ظاہر کیے گئے ہیں۔ یوں پہلے پلٹ کار کا مداحل  $T_A$  اور دوسرے کا  $T_B$  ہے۔ پلٹ کار کا اگلا حال مساوات ۶.۱۳.۶ سے ملتا ہے جسے یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$Q_{n+1} = T \oplus Q_n$$

موجودہ ضرورت کے تحت مساوات سے درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned} A_{n+1} &= T_A \oplus A = T_A \bar{A} + \bar{T}_A A \\ B_{n+1} &= T_B \oplus B = T_B \bar{B} + \bar{T}_B B \end{aligned} \quad (۶.۱۵)$$

پلٹ کار کے مداحل کی مساوات شکل ۶.۱۳.۶ سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} T_A &= A\bar{B} \\ T_B &= \overline{A\bar{B} + x} \end{aligned}$$

ان مساوات کو مساوات ۶.۱۳.۶ میں ڈالنے سے پلٹ کار کے حال کی مساواتیں حاصل ہوں گی:

$$\begin{aligned} A_{n+1} &= (A\bar{B}) \oplus A \\ B_{n+1} &= (\overline{A\bar{B} + x}) \oplus B \end{aligned}$$

جدول ۶.۶: ٹی پلسٹ کار دور (شکل ۳۱.۶) کا حاصل کا جدول

(۱)

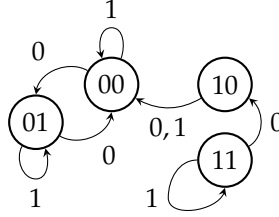
(ب)			مدا حاصل					
			اگلا حال			مدا حاصل		
موجودہ			A	B	x	A	B	T <sub>A</sub> T <sub>B</sub>
AB	اگلا حال		0	0	0	0	1	0 1
	x = 0 x = 1		0	0	1	0	0	0 0
AB	AB	AB	0	1	0	0	0	0 1
	AB	AB	0	1	1	0	1	0 0
00	01	00	1	0	0	0	0	1 0
01	00	01	1	0	1	0	0	1 0
10	00	00	1	1	0	1	0	0 1
11	10	11	1	1	1	1	1	0 0

جن سے جدول ۶.۶-الف ملتا ہے۔ مدا حاصل x اور موجودہ حال A اور B کو پہلی تین قطاروں میں لکھا گیا ہے۔ ان کی تمام ترتیب (000<sub>2</sub> تا 111<sub>2</sub>) پہلی تین قطاروں میں بھر کر، ہر صف کے لئے مطابقتی موجودہ مدا حاصل حاصل کیے جاتے ہیں، جنہیں دائیں قطاروں میں لکھا گیا ہے۔ موجودہ مدا حاصل سے ساعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی پر اگلے حال حاصل ہوں گے۔ جدول ۶.۶-الف سے جدول-ب لکھا جاسکتا ہے، جو حال کا جدول کہلاتا ہے۔

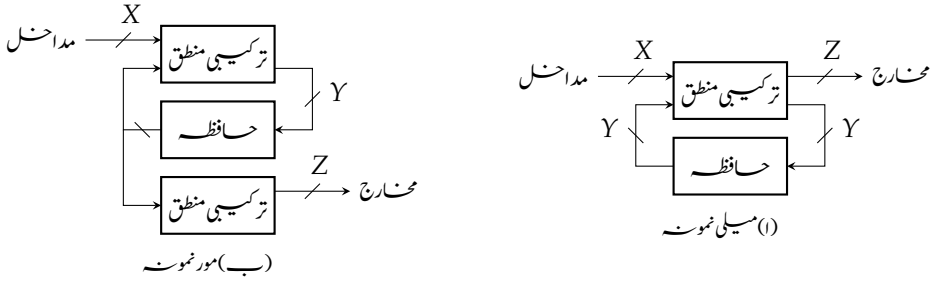
حال کے جدول کے مواد کو حال کے حنا کے صورت میں شکل ۳۲.۶ میں پیش کیا گیا ہے۔ جدول ۶.۶-ب میں AB کو ساتھ ساتھ لکھ کر ایک حال تصور کریں۔ یوں 00، 01، 10، اور 11 حال ممکن ہیں۔ حال کے حنا کے میں حال کو گول دائرہ میں لکھا جاتا ہے، اور ایک حال سے دوسرے حال (یا اسی حال) انتقال کو تیسرے دار لکیر سے ظاہر کیا جاتا ہے، جن پر آزاد مدا حاصل (x) کی وہ قیمت درج کی جاتی ہے، جو انتقال کا سبب بنتی ہے۔ مثلاً، جدول-ب کی پہلی صف میں موجودہ حال 00 ہے؛ اب x = 1 کی صورت میں دور اسی حال (00) میں رہتا ہے، جس کو حال کے حنا کے میں 00 حال سے ابتدا اور اختتام کرنے والی تیسرے دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے، جس پر 1 لکھا گیا ہے؛ البتہ x = 0 کی صورت میں دور حال 01 اختیار کرتا ہے، جس کو 00 سے 01 جانے والی تیسرے دار لکیر ظاہر کرتی ہے، جس پر 0 لکھا گیا ہے۔

## ۶.۱۴ میلی اور موری نمونہ

ترتیبی دور میں مدا حاصل، محارج اور اندرونی حال پائے جاتے ہیں۔ ترتیبی ادوار کے دو نمونے پائے جاتے ہیں، جنہیں میلی نمونہ<sup>۶۰</sup> اور موری نمونہ<sup>۶۱</sup> کہتے ہیں۔ میلی نمونہ میں محارج کا دار و مدار موجودہ مدا حاصل اور موجودہ اندرونی حال پر، جبکہ موری نمونہ میں صرف موجودہ حال پر ہوگا۔ یہ دو نمونے شکل ۳۳.۶ میں پیش ہیں۔



شکل ۶.۳۲: حال کا خاکہ برائے شکل ۶.۱۳ اور جدول ۶.۶



شکل ۶.۳۳: مور اور میلی نمونے

ان اشکال میں مداحل تیر دار لکیر پر ترجیحی لکیر کھینچ کر X لکھا گیا ہے، جو مداحل شنائی ہندسوں (بٹ) کی تعداد بیان کرتا ہے۔ یوں  $X = 8$  کی صورت میں ایک ایک بٹ کے آٹھ مداحل ہوں گے۔ حافظہ کے مداحل اور محارج کی تعداد برابر ہوگی، لہذا اس کے مداحل (یا محارج) پر Y لکھنے کے بعد محارج (یا مداحل) پر صرف ترجیحی لکیر کھینچنا کافی ہوگا۔

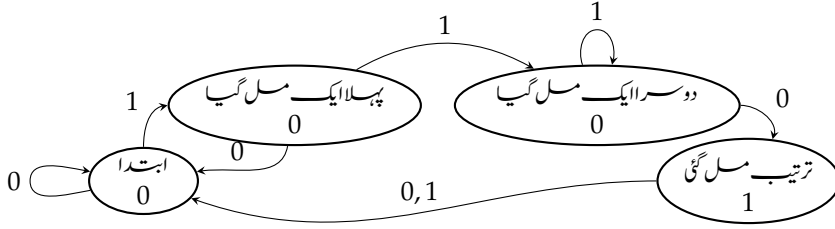
#### ۶.۱۴.۱ حال اور ان کی مقرری

حصہ ۳.۱۳.۶ میں حال کے خاکہ پر غور کیا گیا۔ ان خاکوں میں پلٹ کار کے محارج کی بجائے دیگر ناموں سے حال ظاہر کر کے حال کا خاکہ سمجھنا آسان بنایا جاسکتا ہے (درج ذیل مثال دیکھیں)۔

مثال ۶.۱: ایسے ایک مداحل، ایک محارج معاصر ترتیبی دور کا حال کا خاکہ تیار کریں، جو  $110_2$  مداحل کے حصول پر 1 خارج کرتا ہو۔ بلند رتی بٹ پہلا بٹ تصور کریں۔ ایسے دور کو ترتیبی **شناخت** کہتے ہیں۔

حل: شکل ۶.۳۴ میں حال کا خاکہ پیش ہے، جسے دیکھ کر دور کی کارکردگی سمجھنا آسان ہے۔ دائرے میں حال کا نام، اور نام کے نیچے 0 یا 1 موجودہ محارج ظاہر کرتا ہے۔

□



شکل ۶.۳۴: حال کو الفاظ سے پکار کر حنا کہ بہتر سمجھ آتا ہے (مثال ۱.۶)

### ۶.۱۵ معاصر ترتیبی ادوار کی بناوٹ

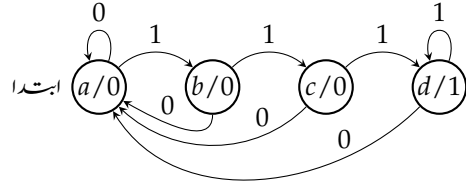
گزشتہ حصے میں مختلف اقسام کے پلسٹ کار استعمال کر کے معاصر ترتیبی ادوار تشکیل دیے گئے۔ ان ادوار کے حصول کا بانسابطہ طریقہ کار درج ذیل ہے۔

۱. مسئلہ کے بیان سے حال کا حنا کہ تیار کریں۔
۲. درکار حال کی تعداد کم کریں۔
۳. ہر حال (کو ظاہر کرنے) کی منفرد شنائی قیمت منتخب کریں۔
۴. حال کا جدول حاصل کریں۔
۵. پلسٹ کار (کی قسم) کا انتخاب کریں۔
۶. پلسٹ کار کی داخلی اور حنا رجبی سادہ ترین مساوات حاصل کریں۔
۷. ان مساوات سے معاصر ترتیبی دور تشکیل دیں۔

مثال ۶.۲: ایسا معاصر ترتیب شناس تشکیل دیں جو تین متواتر 1 مداحل کے حصول پر 1 حنا رجب کرے۔

حل: ترتیب شناس کی کارکردگی کے بیان سے شکل ۶.۳۵ کا حال کا حنا کہ کھینچا جاتا ہے۔ گول دائروں میں ترتیبی لکیر سے اوپر حال کا نام اور نیچے حنا رجب کی قیمت لکھی گئی ہے۔ شناس کا ابتدائی حال  $a$  اور حنا رجب پست (0) ہے۔ پہلی 1 کی حصول کے بعد حال  $b$  اور حنا رجب پست ہوگا۔ دوسری 1 کے بعد حال  $c$  اور حنا رجب پست، تیسری 1 کے بعد حال  $d$  اور حنا رجب بلند ہوگا۔ مزید 1 ملنے سے شناس حال  $d$  میں رہتے ہوئے حنا رجب بلند رکھتا ہے۔ کسی بھی موقع پر 0 کا حصول، شناس کو واپس ابتدائی حال  $a$  منتقل کرتا ہے۔ حال کے حنا کہ سے حاصل جدول، شکل ۶.۳۵ میں پیش ہے، جس میں بائیں ہاتھ موجودہ مداحل اور موجودہ حال، جبکہ دائیں ہاتھ اگلا حال اور موجودہ حنا رجب درج ہیں۔

موجودہ مداحل حال		اگلا محارج حال	
a	0	a	0
a	1	b	0
b	0	a	0
b	1	c	0
c	0	a	0
c	1	d	0
d	0	a	1
d	1	d	1



شکل ۶.۳۵: ترتیب شناس کا حال کا خاکہ (مثال ۲.۶)

حال کے خاکہ سے واضح ہے کہ حال کی تعداد چار ہے، جنہیں دوپٹ کا شنائی عدد دظاہر کر سکتا ہے۔

$$a = 00$$

$$b = 01$$

$$c = 10$$

$$d = 11$$

(۶.۱۶)

(آپ کوئی دوسری انتخاب کر سکتے ہیں۔ مشق ۶.۶ دیکھیں۔) دوپٹ کے لئے دو پلٹ کار درکار ہوں گے۔ ہم ڈی پلٹ کار منتخب کر کے، ان کے محارج A اور B، اور مداحل  $D_A$  اور  $D_B$  لکھتے ہیں۔

شنائی علامت استعمال کرتے ہوئے شکل ۶.۳۵ میں پیش جدول دوبارہ جدول ۶.۶ میں پیش کیا گیا ہے، جس سے ڈی پلٹ کار کی درج ذیل مساوات اخذ ہوتی ہیں۔

$$A(n+1) = D_A(A, B, x) = \sum (3, 5, 7)$$

$$B(n+1) = D_B(A, B, x) = \sum (1, 5, 7)$$

$$y(A, B, x) = \sum (6, 7)$$

جدول ۶.۶ سے شکل ۶.۳۶ کے کارنائف نقشے بنا کر درج ذیل سادہ مساوات حاصل ہوتی ہیں، جن سے شکل ۶.۳۷ حاصل ہوگا۔

$$D_A = Ax + Bx$$

$$D_B = Ax + \overline{B}x$$

$$y = AB$$

ترتیب شناس ابتدائی پست حال میں، سیٹھ اشارہ کی مدد سے لایا جاتا ہے، جو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔

جدول ۶.۷: ترتیب شناس کا حال کا جدول

موجودہ			اگلا		موجودہ
A	B	x	A	B	y
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

AB	x	
	0	1
00	0	0
01	0	0
11	1	1
10	0	0

$y = AB$

AB	x	
	0	1
00	0	1
01	0	0
11	0	1
10	0	1

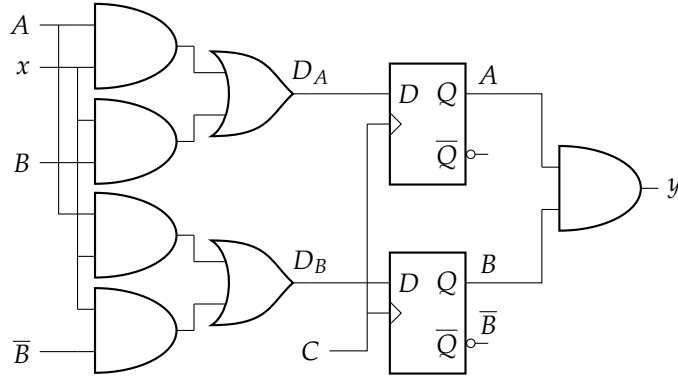
$D_B = xA + x\bar{B}$

AB	x	
	0	1
00	0	0
01	0	1
11	0	1
10	0	1

$D_A = xA + xB$

شکل ۶.۳۶: کارنائف نقشے برائے مثال ۶.۶





شکل ۶.۳: ترتیب شناس (مثال ۶.۲)

□

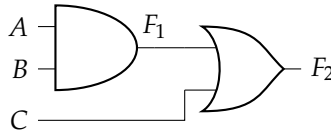
مشق ۶.۷: مساوات ۶.۶ میں حال کے اظہار کا ایک انتخاب دکھایا گیا ہے۔ آپ کوئی دوسرا انتخاب کر سکتے ہیں، مثلاً  $a = 01$ ،  $b = 10$ ،  $c = 11$ ، اور  $d = 00$  جس سے دوسرا دور حاصل ہو گا۔ یہ دور حاصل کریں۔

### سوالات

سوال ۶.۱: ثابت کریں جے کے پلٹ کے محسار  $\bar{Q}_{n+1}$  کی مساوات درج ذیل ہے۔

$$\bar{Q}_{n+1} = \bar{J}\bar{Q} + KQ$$

سوال ۶.۲: شکل میں ضرب گیٹ کا دورانیہ رد عمل 10 نینو سیکنڈ جبکہ جمع گیٹ کا 15 نینو سیکنڈ ہے۔ تینوں مداحل بیک وقت تبدیل کیے جاتے ہیں۔ کتنی دیر بعد محسار  $F_1$  اور  $F_2$  مستحکم حال میں ہوں گے؟

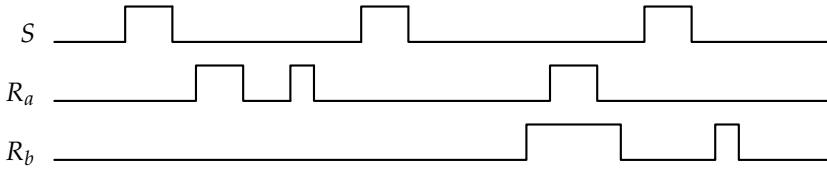


جواب: 10 ns ، 25 ns

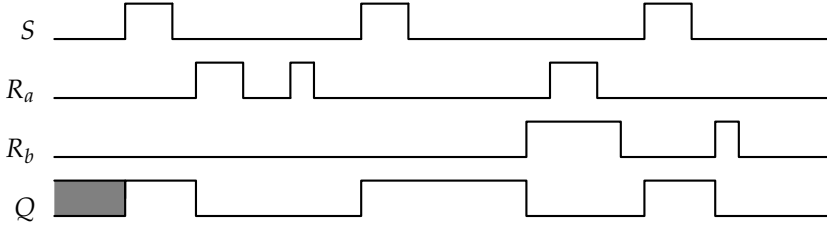
سوال ۶.۳: ایک کمپیوٹر 2 GHz ساعتی اشارے سے چلتا ہے۔ یہ اشارہ تیس فی صد وقت بلند رہتا ہے جبکہ اس کا دورانیہ اترائی پانچ فی صد اور دورانیہ چڑھائی پانچ فی صد وقت لیتے ہیں۔ ساعتی اشارے کا دوری عرصہ، دورانیہ چڑھائی اور پست دورانیہ حاصل کریں۔

جواب:  $3 \times 10^{-10}$  s ،  $2.5 \times 10^{-11}$  s ،  $5 \times 10^{-10}$  s

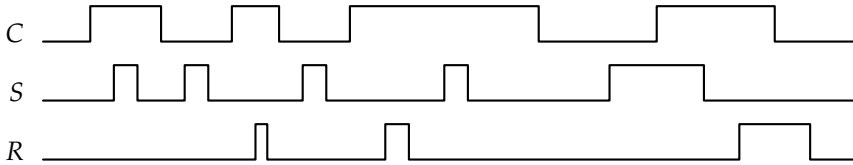
سوال ۶.۴: جمع متمم گیٹ پر مسبئی متعدد (بلند فعال) مداحل ایس آر پلاٹ کے مداحل ترسیم کیے گئے ہیں۔ اس کا محضارج ترسیم کریں۔



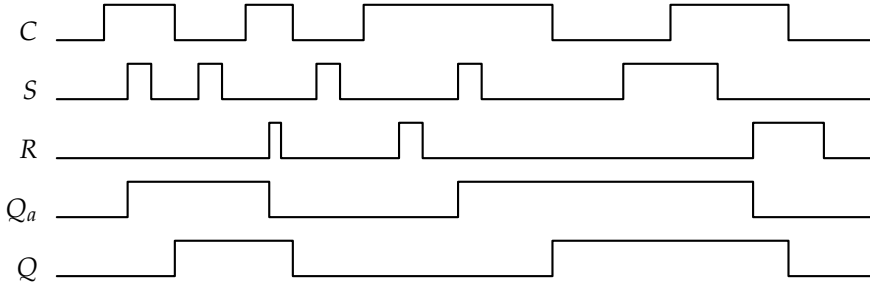
جواب:



سوال ۶.۵: آفت و غلام پلاٹ کے مداحل ترسیم کیے گئے ہیں۔ آفت محضارج  $Q_a$  اور غلام محضارج  $Q$  ترسیم کریں۔



جواب:



سوال ۶.۶: شکل ۶.۶ میں سلسلہ وار شناختی جمع کار پیش ہے۔ اسے استعمال کرتے ہوئے  $10110011_2$  اور  $001110011_2$  متدم باقدم جمع کریں۔ ہر قدم پر تمام معتمات پر متغیرات دریافت کریں۔

سوال ۶.۷: ایک ترتیبی دور جس کے مداخل  $x$  اور  $y$  جبکہ مخارج  $z$  ہے میں دو ڈی پلٹ،  $A$  اور  $B$  متعمل ہیں۔ دور کی مساوات درج ذیل ہیں۔ یاد رہے ہم  $A(t+1)$  کو اگلا حال جبکہ  $A(t)$  کو موجودہ حال یا بازاری اشارہ تصور کر سکتے ہیں۔

$$A(t+1) = \bar{x}y + xA(t)$$

$$B(t+1) = \bar{x}B(t) + xA(t)$$

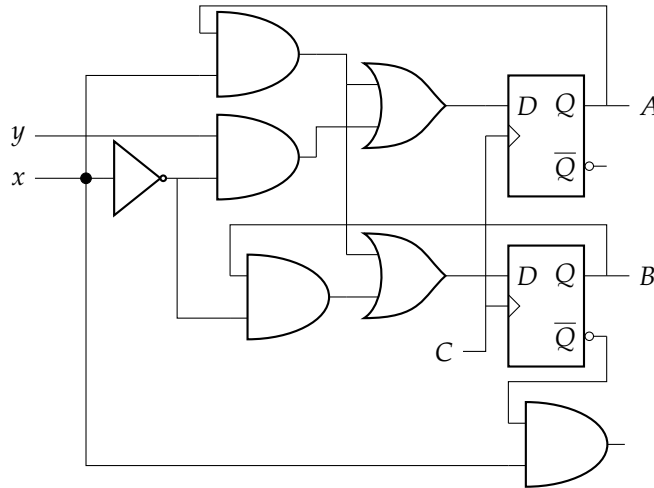
$$z(t) = x\bar{B}(t)$$

۱. ترتیبی دور بنائیں۔

ب. ان مساوات سے حال کا جدول حاصل کریں۔

ج. حال کے جدول سے حال کا خاکہ حاصل کریں۔

جواب:



AB	x=1		x=0	
	y = 1	y = 0	y = 1	y = 0
00	00	00	10	00
01	00	00	11	01
10	11	11	10	00
11	11	11	11	01

سوال ۶.۸: مداحصل  $x$  اور دو جے کے پلسٹ،  $A$  اور  $B$ ، پر مبنی ترتیبی دور درج ذیل مساوات پر پورا اترتا ہے۔

$$J_A = \bar{B}$$

$$K_A = x$$

$$J_B = A$$

$$K_B = x$$

ا. ان سے حال کی مساوات  $A(t+1)$  اور  $B(t+1)$  حاصل کریں۔

ب. ان مساوات سے حال کا خاکہ بنائیں۔

جواب:

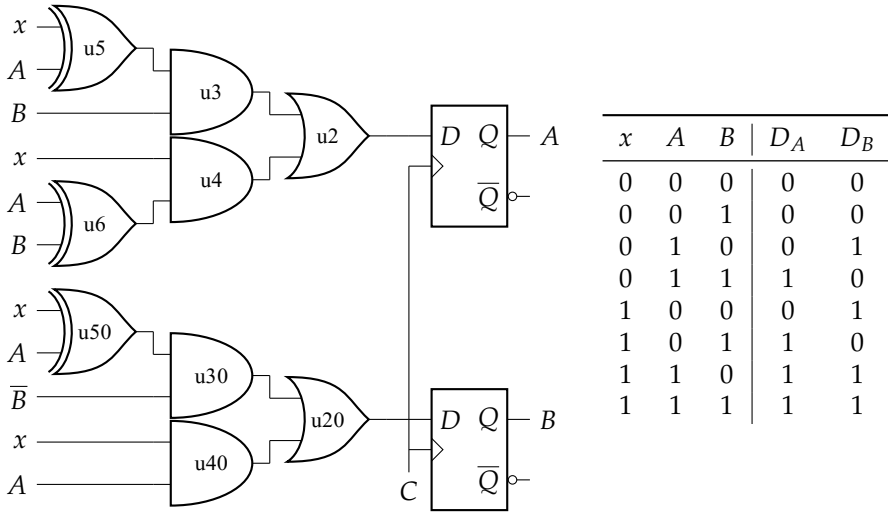
$$A(t+1) = \bar{B}\bar{A} + \bar{x}A$$

$$B(t+1) = A\bar{B} + xB$$

موجودہ حال AB	اگلا حال	
	x = 1	x = 0
00	10	10
01	00	01
10	01	11
11	00	11

سوال ۶.۹: دو ڈی پلسٹ،  $A$  اور  $B$ ، استعمال کر کے مداحصل  $x$  کا ترتیبی دور تخلیق دیں جو بالترتیب 00، 01، 10، اور 11 حال اختیار کر سکتا ہو۔ بلند مداحصل کی صورت میں بڑھتی گنتی اور پست مداحصل کی صورت میں گھٹتی گنتی حاصل کرنی ہے۔ بڑھتی گنتی کی صورت میں 11 کو پہنچنے کے بعد بلند مداحصل کی صورت میں دور اسی حال میں رہنا چاہیے۔ گھٹتی گنتی کرتے ہوئے 00 کو پہنچنے کے بعد پست مداحصل کی صورت میں دور 00 میں رہنا چاہیے۔

جواب:



سوال ۶.۱۰: گزشتہ سوال میں مداحل  $e$  کا اضافہ کریں۔ بلند  $e$  کی صورت میں دور جوں کا توں چلتا ہو جبکہ پتہ  $e$  کی صورت میں دور اپنا حال برقرار رکھتا ہو۔

جواب: ساعت  $C$  کو ضرب گیٹ سے گزاریں۔ ضرب گیٹ کا دوسرا مداحل  $e$  ہوگا۔

سوال ۶.۱۱: پچھلے سوال میں مداحل کی تعداد میں مزید اضافہ کرتے ہوئے مداحل  $s$  کا اضافہ کریں۔ مداحل  $s$  بلند کرنے سے دور کو حال 00 اختیار کر لینا چاہیے جبکہ پتہ  $s$  کی صورت میں دور کو پہلے کی طرح کام کرنا چاہیے۔

جواب: دونوں ڈی پلٹ کے بلند فعال زبردستی پلٹے مداحل کو  $s$  منراہم کریں۔



## باب ۷

## دفتر

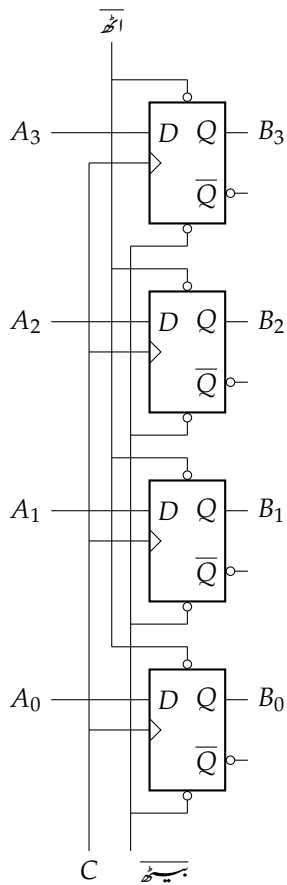
ایک پلٹ کار ایک شنائی ہند سے (ہٹ) کی معلومات ذخیرہ کر سکتا ہے۔ آٹھ ہٹ معلومات ذخیرہ کرنے کے لئے آٹھ پلٹ کار درکار ہوں گے۔ دفتر اے سراد وہ دور ہے جو معلومات ذخیرہ، اور ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کی صلاحیت رکھتا ہو۔ یوں،  $n$  ہٹ دفتر سے مراد  $n$  پلٹ کار پر مبنی وہ دور ہوگا، جو  $n$  ہٹ ذخیرہ اور منتقل کر کے معلومات کے انتقال کا انداز (سلسلہ وار یا متوازی) دور کے ترکیبی حصہ پر منحصر ہوگا۔

سادہ ترین چار ہٹ دفتر شکل ۷.۱ میں پیش ہے۔ شکل -الف میں مداخل  $A$  جبکہ مخارج  $B$  ہے۔ مداخل کے چار ہٹ  $A_0$ ،  $A_1$ ،  $A_2$ ، اور  $A_3$ ، جبکہ مخارج کے چار ہٹ  $B_0$ ،  $B_1$ ،  $B_2$ ، اور  $B_3$  ہیں۔

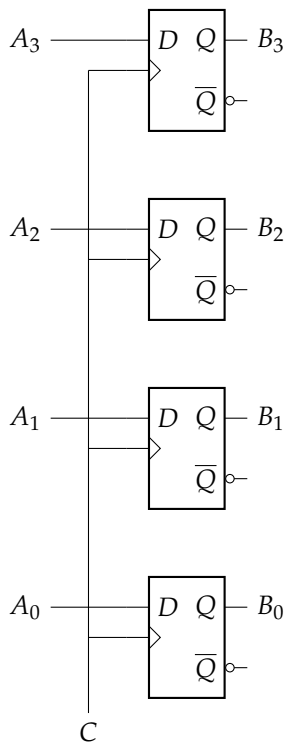
ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر داخلی چار ہٹ پلٹ کار کو منتقل ہو جاتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں دفتر میں مواد کا اندراج ہو گیا، یا مواد دفتر میں درج ہو گیا، یا مواد دفتر میں لکھ لیا گیا۔ ساعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی تک یہ چار ہٹ معلومات دفتر میں محفوظ، اور مخارج پر دستیاب ہوگی۔

شکل ۷.۱-ب میں بلند اور پست صلاحیت کا پلٹ کار استعمال کیا گیا۔ یوں، ساعت کے کنارہ چپڑھائی کا انتظار کیے بغیر، تمام خارجی ہٹ زبردستی بلند یا پست کیے جاسکتے ہیں۔ زبردستی پست کرنے سے دفتر صاف ہو کر  $0000_2$ ، جبکہ زبردستی بلند کرنے سے  $1111_2$  خراج کرتا ہے۔

اس دور میں پلٹ کار کی تعداد  $n$  کر کے  $n$  ہٹ دفتر تشکیل دیا جاسکتا ہے۔ ہر ہٹ کا متم بھی دفتر کے مخارج سے دستیاب ہوگا۔ یوں  $B_0$  کا متم  $\bar{B}_0$  مطابقتی پلٹ کار کے  $\bar{Q}$  سے دستیاب ہوگا۔



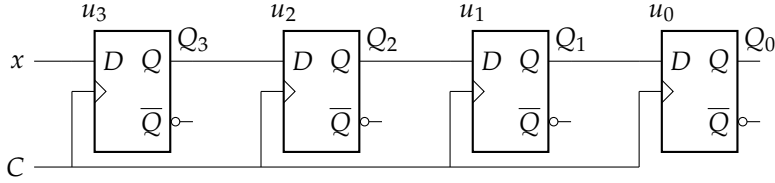
(ب)



(i)

شکل ۱.۷: چار بیت دفتر





شکل ۷.۲: دائیں انتقال دفتر

## ۷.۱ سلسلہ وار دفتر

## ۷.۱.۱ دائیں انتقال دفتر

شکل ۷.۲ میں (سلسلہ وار) دائیں انتقال دفتر پیش ہے، جہاں (متواتر) ایک پلٹ کار کا محارج، دوسرے کامد اخل ہے، اور شنائی مواد،  $x$ ، بائیں (جانب) سے مہیا کیا گیا ہے۔ شکل میں زبردستی پست پن نہیں دکھایا گیا تا کہ اصل مضمون پر توجہ رہے، تاہم تصور کریں ساعت کے پہلے کنارہ چڑھائی سے قبل، تمام پلٹ کار زبردستی پست کیے گئے۔

ساعت کے پہلے کنارہ چڑھائی پر  $u_0$  کو  $Q_1 = 0$ ،  $u_1$  کو  $Q_2 = 0$ ،  $u_2$  کو  $Q_3 = 0$ ، اور  $u_4$  کو  $x = 1$  مواد منراہم ہے، جنہیں پلٹ کار، ساعت کے کنارہ چڑھائی پر، محارج منتقل کرتے ہیں۔ یوں پہلے کنارہ چڑھائی گزرنے کے بعد  $Q_0 = 0$ ،  $Q_1 = 0$ ،  $Q_2 = 0$ ، اور  $Q_3 = 1$  ہوگا۔ یاد رہے، ساعت کے کنارہ چڑھائی کے دوران، پلٹ کار گزشتہ حال میں رہتا ہے، اور نیا مواد کنارہ گزرنے کے بعد محارج کو پہنچتا ہے۔ آپ نے دیکھا، یہ دور، مواد کی دائیں رخ نقل مکانی کرتا ہے، جس کی وجہ سے اس کو دائیں انتقال دفتر کہتے ہیں۔

ساعت کے دوسرے کنارہ چڑھائی کے وقت،  $u_0$  کو  $Q_1 = 0$ ،  $u_1$  کو  $Q_2 = 0$ ،  $u_2$  کو  $Q_3 = 1$ ، اور  $u_4$  کو  $x$  (جو 0 یا 1 ہوگا) مواد منراہم ہے، لہذا ساعت کا دوسرا کنارہ چڑھائی گزرنے کے بعد  $Q_0 = 0$ ،  $Q_1 = 0$ ،  $Q_2 = 1$ ، اور  $Q_3 = x$  ہوگا۔

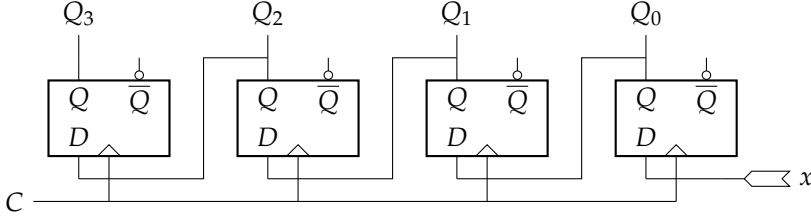
دور کو سلسلہ وار منراہم بائیں سے مواد، سلسلہ وار دائیں پلٹ کے محارج  $Q_0$  سے اسی ترتیب میں حاصل کیا جا سکتا ہے۔

## ۷.۱.۲ بائیں انتقال دفتر

شکل ۷.۳ میں (سلسلہ وار) بائیں انتقال دفتر دکھایا گیا ہے، جو مواد کی بائیں نقل مکانی کرتا ہے۔ اس کی بناوٹ بالکل دائیں انتقال دفتر کی طرح ہے۔ منرق صرف اتنا ہے، بائیں انتقال دفتر میں دایاں پلٹ کار کا محارج پڑوسی دایاں پلٹ کار کامد اخل ہے۔

ساعت کے کنارہ چڑھائی پر دایاں پلٹ کار منراہم کردہ مواد  $x$  کی نقل حاصل کر کے  $Q_0$  پر محارج کرتا ہے۔

shift right register<sup>r</sup>  
shift left register<sup>r</sup>



شکل ۷.۳: بائیں انتقال دفتر

اگلے کنارہ پر یہ مواد  $Q_1$  کو منتقل ہوگا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہاں مواد دائیں سے منراہم کیا گیا ہے، جو دور میں سے گزرتے ہوئے بائیں منتقل ہوگا۔

### ۷.۱.۳ دائیں و بائیں انتقال دفتر

شکل ۷.۴ میں (سلسلہ وار) بائیں و دائیں انتقال دفتر پیش ہے جو مواد کی بائیں یا دائیں نقل مکانی کی صلاحیت رکھتا ہے۔ محتاج  $Q_2$  پلٹ کار کے مداحل  $D$  اور اس سے منسلک جمع گیٹ اور (دو) ضرب گیٹ پر توجہ رکھیں۔ و تابو اشارہ (بائیں / دائیں) بلند ہونے کی صورت میں، دایاں ضرب گیٹ معذور جبکہ بایاں محباز ہو کر، جمع گیٹ تک  $Q_3$  پہنچاتے ہیں جو  $D$  پر دستیاب اور ساعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی پر پلٹ کار میں درج ہو کر بطور  $Q_2$  خارج ہوگا۔ یوں مواد  $Q_3$  سے  $Q_2$  یعنی دائیں منتقل ہوا۔ اس کے برعکس و تابو اشارہ پرست ہونے کی صورت میں، دایاں ضرب گیٹ محباز اور بایاں معذور ہو کر، جمع گیٹ تک  $Q_1$  پر موجود مواد پہنچاتے ہیں، جو آخر کار  $Q_2$  پہنچتا ہے، اور یوں مواد بائیں منتقل ہوتا ہے۔

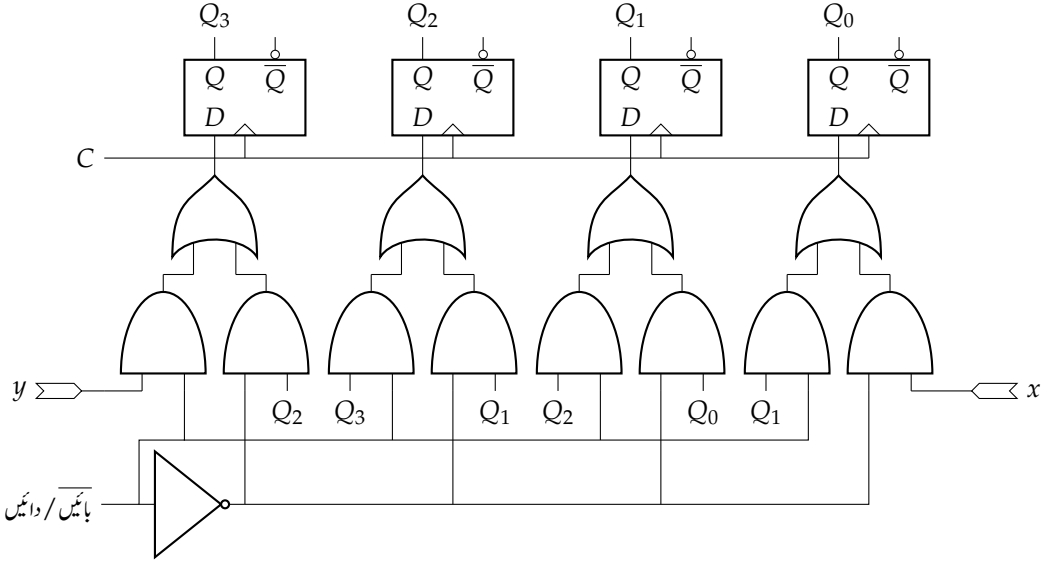
بائیں ترین پلٹ کار کو بیرونی مواد  $y$  جبکہ دائیں ترین کو  $x$  منراہم کیا گیا ہے۔ و تابو اشارہ ان میں سے ایک منتخب کرتا ہے جو مطلوب سمت (دائیں یا بائیں) منتقل ہوگا۔

بائیں نقل مکانی کے دوران  $x$  پر میسر مواد ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر  $Q_0$  پہنچتا ہے۔ اگلے کنارہ پر یہی مواد  $Q_1$ ، اس سے اگلے پر  $Q_2$  اور آخر میں  $Q_3$  پہنچتا ہے۔ دائیں نقل مکانی کی صورت میں  $y$  پر موجود مواد الٹ رخ  $Q_3$  سے نقل مکانی کرتا ہے۔

### ۷.۲ متوازی بھرائی دفتر

بعض اوقات، دفتر میں بیک وقت مواد چپڑھانے کی ضرورت پیش آتی ہے۔ شکل ۷.۵ میں دائیں انتقال، متوازی بھرائی دفتر پیش ہے، جس میں متوازی مواد بیک وقت چپڑھانا ممکن ہے۔ یہ مختصر متوازی دائیں انتقال دفتر کہلاتا ہے۔

پلٹ کار کو جمع گیٹ معلومات منراہم کرتا ہے جس کو دو ضرب گیٹ مواد منراہم کرتے ہیں۔ و تابو اشارہ



شکل ۷.۳: بائیں و دائیں انتقال دفتر

متوازی بھرائی عام طور غیر فعال (بند) رکھا جاتا ہے۔ یوں دایاں ضرب گیٹ معذور جبکہ بایاں گیٹ محباز ہو کر، بائیں پلٹ کار کا محسار ج، جمع گیٹ کے راستے پلٹ کار کو منسراہم کرتا ہے، جو ساعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی پر پلٹ کار میں درج ہوگا۔

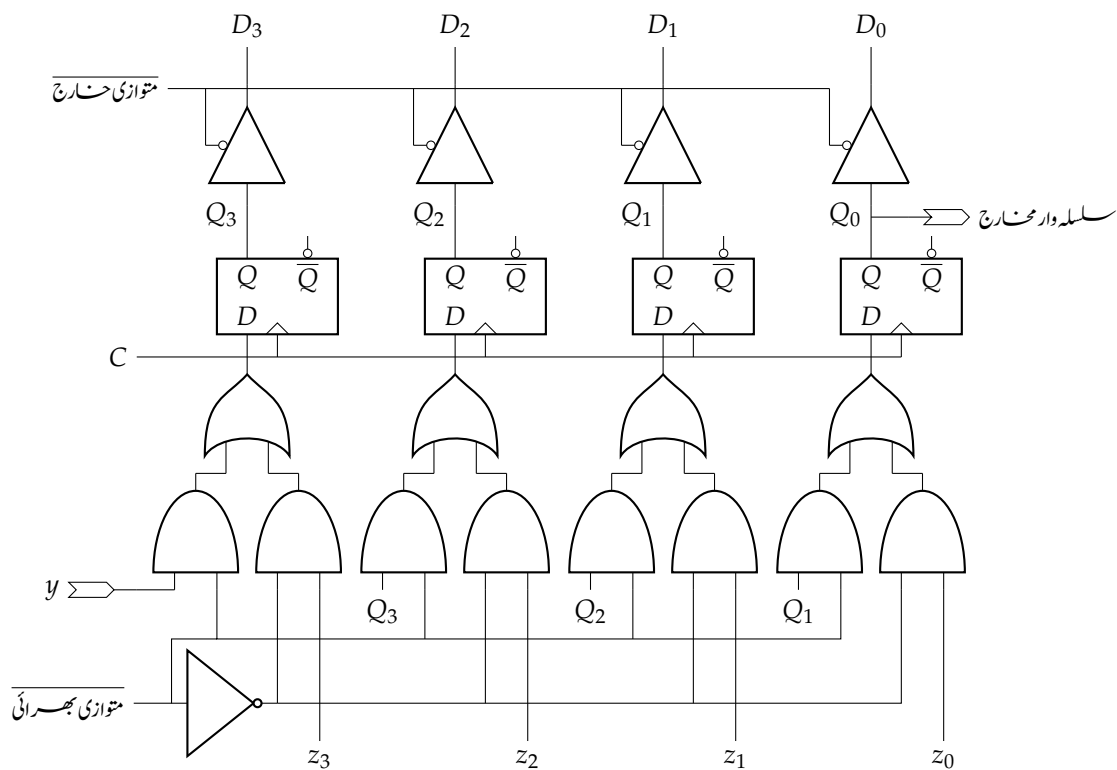
مواد  $z_0$  تا  $z_3$  پلٹ کار میں چپڑھانے کے لئے متوازی بھرائی پست کیا جاتا ہے۔ یوں پلٹ کار کو مواد منسراہم کرنے والا بایاں ضرب گیٹ معذور جبکہ دایاں محباز ہوگا۔ محباز گیٹ متوازی مواد کو جمع گیٹ کے راستے پلٹ کار تک پہنچاتا ہے۔

یوں پلٹ کار میں مواد سلسلہ وار ( $y$ ) یا متوازی ( $z_0$  تا  $z_3$ ) بھرا جاسکتا ہے۔

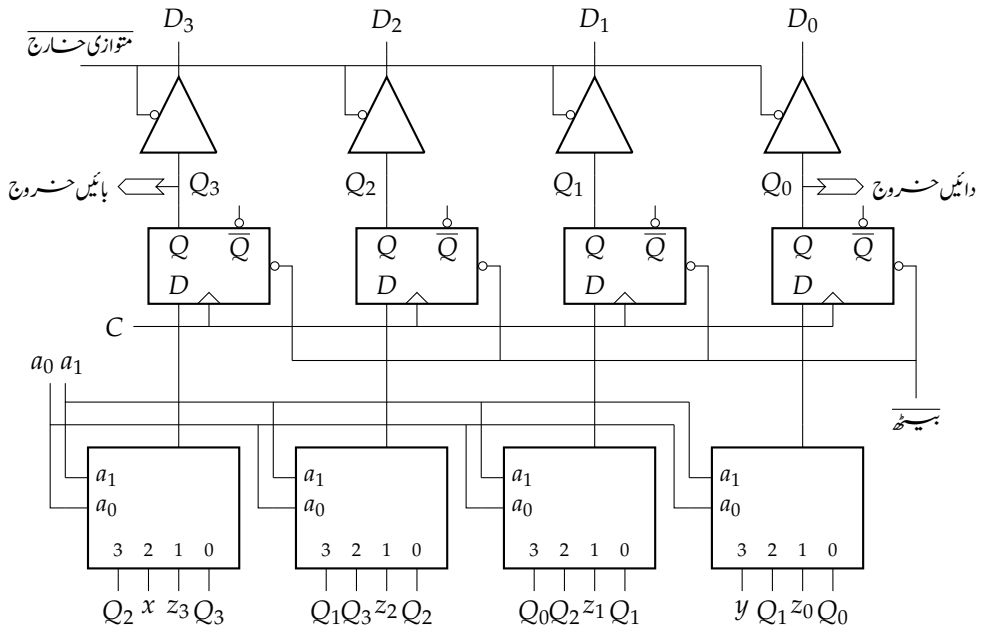
شکل میں پلٹ کار کا محسار ج، محباز و معذور صلاحیت مستحکم کار سے منسلک کیا گیا ہے۔ فتا بو اشارہ متوازی محسار ج پست کر کے پلٹ کار کا مواد  $Q_0$  تا  $Q_3$  بطور  $D_0$  تا  $D_3$  حاصل کیا جاسکتا ہے۔ فتا بو اشارہ معذور (بند) ہونے کی صورت میں مستحکم کار کا محسار ج بند رکاوٹ حال میں ہوگا۔

## ۷.۳ عالمگیر انتقال دفتر

ہم مختلف صلاحیت کے دفاتر پر غور کر چکے، جن کی خوبیاں ایک دور میں سمجھنی جاسکتی ہیں۔ ایسا ایک عالمگیر انتقال دفتر شکل ۷.۴ میں پیش ہے۔



شکل ۷.۵: متوازی داین انتقال دفتر



شکل ۷.۶: چاپرنت، عملگر انتقال دفتر

بائیں انتقال کے دوران مواد  $y$  پر سلسلہ وار داخل<sup>۱</sup> ہو کر آخر کار بائیں خروج<sup>۲</sup> سے سلسلہ وار خارج<sup>۳</sup> ہوگا، جبکہ دائیں انتقال کے دوران مواد  $x$  سے سلسلہ وار داخل ہو کر آخر کار دائیں خروج سے سلسلہ وار خارج ہوگا۔

شکل ۷.۶ میں چار یکساں حصے ہیں، جن کی کارکردگی ایک جیسی ہے۔ دایاں حصہ پر غور کرتے ہیں۔

پلٹ کار کے ساتھ چار سے ایک منتخب کنندہ جوڑا گیا ہے۔ پتہ کے دوپٹ  $a_0$  اور  $a_1$  مداحصل میں سے ایک چن کر خارجی پن پہنچاتے ہیں۔ مداحصل کا انتخاب درج ذیل جدول کے تحت ہوگا۔

$a_1$	$a_0$	$D_0$
0	0	$Q_0$ سال برقرار
0	1	$z_0$ متوازی داخل
1	0	$Q_1$ دائیں انتقال
1	1	$y$ بائیں انتقال

پتہ 002 مواد  $Q_0$  منتخب کر کے پلٹ کار کے مداحصل پر مہیا کرتا ہے جو اگلے کنارہ ساعت پر پلٹ کار کے خارجی پن پر خارج ہوگا۔ یوں دفتر اپنا حال برقرار رکھے گا (اور مواد دائیں یا بائیں منتقل نہیں ہوگا)۔

پتہ 012 مواد  $z_0$  پلٹ کار کو مہیا کرے گا جو ساعت کے اگلے کنارہ ساعت پر پلٹ کار کے خارجی پن پر نمودار ہوگا۔ چونکہ  $z_0$  متوازی مہیا کردہ مواد ہے لہذا متوازی مواد دفتر میں چپڑھے گا۔

پتہ 102 پلٹ کار کو  $Q_1$  مہیا کرے گا۔ یوں موجودہ  $Q_1$  ساعت کے اگلے کنارے پر بطور  $Q_0$  نمودار ہوگا۔ یعنی دفتر مواد دائیں منتقل کرے گا۔

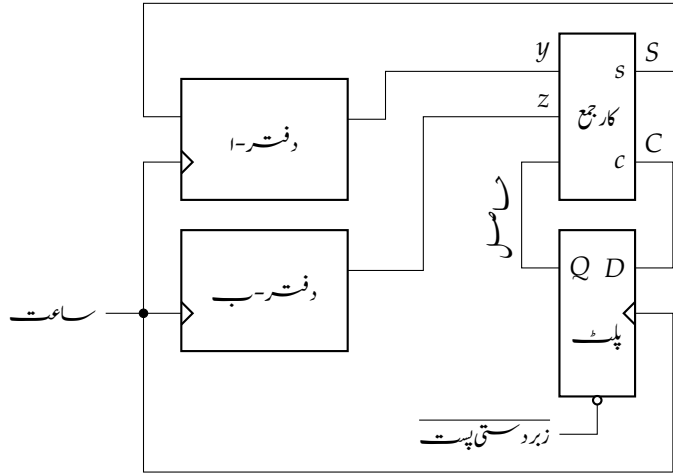
پتہ 112 سلسلہ وار مہیا کردہ مواد  $y$  منتخب کرے گا جو ساعت کے اگلے کنارہ پر بطور  $Q_0$  نمودار ہوگا۔ یوں دفتر مواد بائیں منتقل کرے گا۔

مذکورہ بالا تجزیہ باقی تین حصوں پر لاگو کر کے عالم گیر دفتر کی کارکردگی جدول میں پیش کرتے ہیں۔

$a_1$	$a_0$	$D_3$	$D_2$	$D_1$	$D_0$
0	0	$Q_3$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$ سال برقرار
0	1	$z_3$	$z_2$	$z_1$	$z_0$ متوازی داخل
1	0	$x$	$Q_3$	$Q_2$	$Q_1$ دائیں انتقال
1	1	$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$	$y$ بائیں انتقال

مشق ۷.۱: اسٹریٹ سے عالم گیر انتقال دفتر 74194 کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔ یہ کتنے پٹ کا عالم گیر انتقال دفتر ہے؟

serial in<sup>۱</sup>  
output<sup>۲</sup>  
serial out<sup>۳</sup>



شکل ۷.۷: متعدد ہٹ سلسلہ وار شنائی جمع کار

## ۷.۴ سلسلہ وار شنائی جمع کار

صفحہ ۱۵۹ پر شکل ۲۴.۶ میں سلسلہ وار شنائی جمع کار پیش ہے جس کو استعمال کر کے شکل ۷.۷ میں پیش متعدد ہٹ سلسلہ وار شنائی جمع کار حاصل کیا گیا۔ یہاں  $n$  ہٹ متوازی دائیں انتقال دفتر (۱ اور ب) متعمل ہیں۔

ساعت کے پہلے کنارے سے قبل (یعنی مجموعہ لینے سے قبل)، دفتر-۱ میں شنائی عدد  $y$ ، دفتر-۲ میں شنائی عدد  $z$  متوازی منتقل کیے جاتے ہیں اور زبردستی پست اشارہ لمحاتی پست کر کے ڈی پلٹ کار پست کیا جاتا ہے (تاکہ مکمل جمع کار کا داخلی حاصل 0 ہو)۔ شکل میں متوازی چڑھائی نہیں دکھائی گئی تاکہ اصل موضوع پر توجہ رہے۔

مکمل جمع کار ان دو شنائی اعداد کے کم تر ترتیبی ہٹ اور داخلی حاصل 0 جمع کر کے جمع  $s_0$  اور خارجی حاصل  $c_1$  خارج کرتا ہے۔ ساعت کے پہلے کنارے پر  $c_1$  کو ڈی پلٹ کار محفوظ کر کے اگلے شنائی ہٹ کی جمع کے دوران مکمل جمع کار کو بطور داخلی حاصل منراہم کرتا ہے جبکہ دفتر-۱ اور دفتر-۲ اگلے شنائی ہٹ منراہم کرتے ہیں۔ جمع  $s_0$  شکل میں دفتر-۱ کو سلسلہ وار مدخل کے طور میں کیا گیا ہے۔ یوں جیسے جیسے دفتر شنائی عدد  $y$  دائیں جانب خارج کرتا ہے ویسے ویسے اس کی جگہ دو اعداد کا مجموعہ جگہ لیتا ہے۔ ساعت کے  $n$  کنارے گزرنے کے بعد دو شنائی اعداد کا مجموعہ دفتر-۱ میں محفوظ ہو گا جہاں سے اسے متوازی پڑھا جاسکتا ہے جبکہ مجموعے کا آخری حاصل مکمل جمع کار کے خارج  $c$  سے پڑھا جاسکتا ہے۔

## سوالات

سوال ۷.۱: چار ہٹ سلسلہ وار دائیں منتقل دفتر میں ابتدائی شنائی مواد 1011 موجود ہے۔ دفتر کا محارج اسی دفتر کو بطور مداحل مہیا کیا جاتا ہے۔ سات ساعت کے کنارے گزرنے کے بعد دفتر میں کیا عدد ہوگا؟

جواب: 0111

سوال ۷.۲: گزشتہ سوال میں دائیں منتقل دفتر کے بجائے بائیں منتقل دفتر استعمال کرتے ہوئے جواب معلوم کریں۔

جواب: 1101

سوال ۷.۳: گزشتہ دو سوالات میں ساعت کے ہر کنارے پر دفتر میں شنائی عدد معلوم کریں۔

سوال ۷.۴: آٹھ ہٹ سلسلہ وار دائیں منتقل دفتر کا محارج چار ہٹ سلسلہ وار دائیں منتقل دفتر کو بطور مداحل فراہم کیا جاتا ہے۔ آٹھ ہٹ دفتر میں ابتدائی مواد 10110110 پایا جاتا ہے اور اسے 1010 (کتر ہٹ سے آغاز کر کے) فراہم کیا جاتا ہے۔ ساعت کے چار کنارے گزرنے کے بعد ان دفتر میں کیا اعداد پائے جائیں گے؟

جواب: 0110، 10101010

سوال ۷.۵: گزشتہ سوال میں بائیں منتقل دفتر استعمال کرتے ہوئے جواب حاصل کریں۔ چار ہٹ مداحل کا بلند تر ہٹ پہلے فراہم کیا جاتا ہے۔

جواب: 1011، 01101010

سوال ۷.۶: آٹھ ہٹ کے دو عدد بائیں انتقال دفتر استعمال کرتے ہوئے سولہ ہٹ کا بائیں انتقال دفتر حاصل کریں۔ سوال ۷.۷: شکل ۷.۷ میں سلسلہ وار شنائی جمع کار دکھایا گیا ہے۔ آٹھ ہٹ دفتر میں 11001010 اور آٹھ ہٹ دفتر میں 11100001 پایا جاتا ہے۔ تصور کریں زبردستی پست لمحاتی پست کرنے کے بعد ساعت کے آٹھ کنارے گزرتے ہیں۔ ساعت کا ہر کنارہ گزرنے کے بعد دفتر میں کیا مواد موجود ہوگا؟

جواب: پہلے کنارے کے بعد دفتر میں 11100101 ہوگا۔ آخری کنارے کے بعد  $C = 1$  اور دفتر میں 10101011 ہوگا۔

سوال ۷.۸: سلسلہ وار شنائی جمع کار سے سلسلہ وار شنائی منفی کار حاصل کریں۔ منفی کردہ عدد کا مکملہ دفتر میں متوازی لکھنا بھی دکھائیں۔



## باب ۸

### گنت کار

شنائی گنت کار آپ دیکھ چکے ہیں۔ گنت کار کا بنیادی مقصد داخلی برقی اشارے کی گنتی کرنا ہے۔ برقی اشارہ اسے بطور ساعت یا سادہ مداحل کے طور پر مہیا کیا جاتا ہے۔

وہ دفتر جس کے خارجی برقی اشارات شنائی گنتی کے تحت ترتیب وار حال تبدیل کرتے ہوں **ثنائی گنتے کار** کہلاتا ہے۔ وہ دفتر جس کے خارجی اشارات اعشاری گنتی کے تحت ترتیب وار حال تبدیل کرتے ہوں **اعشاری گنتے کار** کہلاتا ہے۔

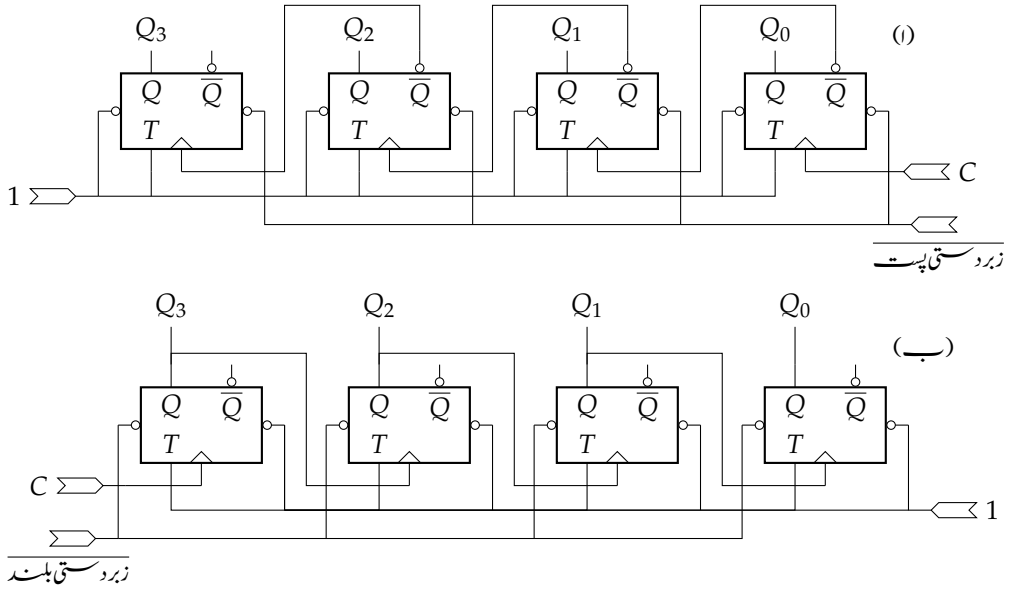
ان کے علاوہ، کوئی بھی دور جو کسی متعین ترتیب کے تحت متواتر حال تبدیل کرتا ہو گنت کار کہلائے گا۔ گنت کار ادوار پر اس باب میں غور کیا جائے گا۔

#### ۸.۱ شنائی گنت کار

چار بت شنائی سیدھی گنتی  $0000_2$  تا  $1111_2$  ممکن ہے۔ اسی طرح الٹی گنتی  $1111_2$  سے شروع ہو کر  $0000_2$  پر ختم ہوگی۔ دونوں صورتوں میں گنتی پوری ہونے کے بعد عموماً دوبارہ نئے سرے سے شروع کی جاتی ہے۔ شکل ۱.۸-الف میں چار بتے **ثنائی سیدھا گنتے کار**<sup>۱</sup> اور شکل-ب میں چار بتے **ثنائی الٹے گنتے کار**<sup>۲</sup> پیش ہیں۔ ان کی بناوٹ ملتی جلتی ہے۔

**ثنائی گنتے کار**<sup>۳</sup> آپ پہلے بھی دیکھ چکے ہیں۔ سیدھے گنتے کار میں زبردستی بلند کو بلند (1) یعنی غیر فعال رکھا جاتا ہے۔ گنتی شروع کرنے سے قبل زبردستی پست کو لمحاتی پست (0) کر کے گنتی (کی ابتدائی قیمت)

electrical signal<sup>۱</sup>  
four bit binary up counter<sup>۲</sup>  
four bit binary down counter<sup>۳</sup>  
binary counter<sup>۴</sup>



شکل ۸.۱: (ا) سیدھا گنت کار؛ (ب) الٹ گنت کار۔

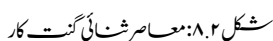
0000<sub>2</sub> کی جاتی ہے۔ گنتی کے دوران کسی بھی وقت زبردستی پست اشارہ پست کر کے گنتی دوبارہ صفر سے شروع کی جاسکتی ہے۔

الٹے گنتی کار میں زبردستی پست کو غیر فعال رکھا جاتا ہے جبکہ زبردستی بلند اشارے کو گنتی شروع کرنے سے قبل لمباتی فعال کر کے گنتی 1111<sub>2</sub> سے شروع کی جاتی ہے۔ گنتی کے دوران کسی بھی وقت اس اشارے کو پست کر کے گنتی دوبارہ 1111<sub>2</sub> سے شروع کی جاسکتی ہے۔

سیدھے گنت کار کو مثال بناتے ہوئے ایک اہم صورت حال پر غور کرتے ہیں۔ شکل میں بیاں ترین پلٹ، ساعت کے (ہر) کنارہ چپڑھائی پر حال تبدیل کرتا ہے۔ ساعت کے کنارہ چپڑھائی کے کچھ دیر بعد  $\bar{Q}_3$  حال تبدیل کرے گا۔ اس دوران  $\bar{Q}_3$  کو پلٹ کا دورانیہ رد عمل کہتے ہیں۔ یوں اگلے پلٹ کو، جسے  $\bar{Q}_3$  بطور ساعت منراہم کیا گیا ہے، حال تبدیل کرنے کا خبر اصل ساعت (کے کنارہ چپڑھائی) سے کچھ دیر بعد پہنچتا ہے۔ اس پلٹ کو بھی محارج ( $\bar{Q}_2$ ) تبدیل کرنے کے لئے پلٹ کے دوران  $\bar{Q}_3$  رد عمل جتنا وقت درکار ہوگا۔ اسی طرح اس سے اگلے پلٹ کو، جسے  $\bar{Q}_2$  بطور ساعت منراہم کیا گیا ہے، حال تبدیل کرنے کا اشارہ، اصل ساعت (کے کنارہ چپڑھائی) سے دوران  $\bar{Q}_2$  رد عمل کے دگنے وقت کے برابر تاخیر سے ملے گا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں اس دور میں تمام پلٹوں کے محارج بیک وقت تبدیل نہیں ہوں گے بلکہ محارج کی تبدیلی بائیں پلٹ سے شروع ہوتی ہے اور بدستور دائیں جانب بڑھتی ہے۔ محارج کی تبدیلی اس دور میں لہر کی طرح گزرتی

propagation time<sup>۵</sup>



## ۸.۲ معاصر گنت کار

۸.۲.۱ معاصر شنائی گنت کار

جدول ۱.۸ میں موجودہ حالہ کی قطار میں تین بڑے شنائی گنتی لکھی گئی ہے جو کسی بھی لمحے پلٹ کا موجودہ حال پیش کرتی

ripple counter<sup>۶</sup>

binary ripple counter

three bit synchronous counter<sup>^</sup>

جدول ۸.۱: معاصر شائنی گنت کار کے حال

مداخل			اگلا حال			موجودہ حال		
$T_2$	$T_1$	$T_0$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$
0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	1

جدول ۸.۲: ٹی پلٹ کی کارکردگی

$$\begin{array}{c|c} T & Q_{n+1} \\ \hline 0 & Q_n \\ 1 & \bar{Q}_n \end{array}$$

ہے۔ موجودہ حال استعمال کرتے ہوئے باقی جدول حاصل ہو گا۔ جدول کی پہلی صف پر غور کریں جہاں موجودہ گنتی یا موجودہ حال  $000_2$  ہے۔ ہم چاہتے ہیں کہ اگلا عدد  $001_2$  ہو، لہذا اگلے حال کی پہلی صف میں ہم  $001_2$  لکھتے ہیں۔ آخری صف میں موجودہ حال  $111_2$  ہے۔ تین بٹ استعمال کرتے ہوئے یہیں تک گنتی ممکن ہے۔ اس آخری گنتی تک پہنچ کر ہم دوبارہ  $000_2$  سے گنتی شروع کرتے ہی، لہذا آخری صف میں اگلا حال  $000_2$  ہو گا۔ یوں موجودہ حال کی دوسری صف درحقیقت اگلے حال کی پہلی صف ہوگی۔ اسی طرح موجودہ حال کی تیسری صف اگلے حال کی دوسری صف ہوگی، اور موجودہ حال کی پہلی صف اگلے حال کی آخری صف ہوگی۔

پہلی صف کے مستر تہی بٹ  $Q_0$  پر غور کرتے ہیں۔ اس بٹ کی موجودہ قیمت کو موجودہ حال  $Q_0$  ظاہر کرتا ہے جو 0 ہے جبکہ اس کی اگلی قیمت اگلا حال  $Q_0$  ظاہر کرتا ہے جو 1 ہے۔ ٹی پلٹ استعمال کرتے ہوئے ساعت کے کنارہ چڑھائی پر پلٹ کا حال 0 سے 1 کرنے کی خاطر پلٹ کے مخارج  $T_0$  کو بلند کرنا ہو گا۔ یہ معلومات جدول ۲.۸ سے حاصل کی گئی۔ یوں جدول میں مدخل کا خانہ بنا کر اس کی پہلی صف میں  $T_0$  کی قیمت 1 لکھتے ہیں۔

اسی (پہلی) صف میں اگلے بٹ  $Q_1$  پر غور کرتے ہیں۔ اس بٹ کی موجودہ قیمت 0 ہے اور اس کی اگلی قیمت بھی 0 ہے، لہذا ساعت کے اگلے کنارے پر ہم نہیں چاہتے کہ یہ پلٹ اپنا حال تبدیل کرے۔ یوں اس پلٹ کے مدخل  $T_1$  کو پست رکھنا ہو گا۔ اس طرح  $T_1$  کے خانے میں 0 لکھا جائے گا۔ اسی طرز پر تمام صفوں کے تمام مدخل کے لئے جدول کے خانے پُر کیے گئے ہیں۔

دور بنانے کے لئے جدول ۸.۱ میں مدخل کی قطار استعمال ہوگی جس سے مجموعہ ارکان ضرب کی ترکیب سے درج

		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_2$	0			1	
	1			1	

$T_2 = Q_1 Q_0$

		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_2$	0		1	1	
	1		1	1	

$T_1 = Q_0$

		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_2$	0	1	1	1	1
	1	1	1	1	1

$T_0 = 1$

شکل ۸.۳: تین بٹ معاصر گنت کار کی سادہ مساواتیں

ذیل مساوات لکھے جاسکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 T_0 &= 1 \\
 T_1 &= \overline{Q_2} \overline{Q_1} Q_0 + \overline{Q_2} Q_1 Q_0 + Q_2 \overline{Q_1} Q_0 + Q_2 Q_1 Q_0 \\
 T_2 &= \overline{Q_2} Q_1 Q_0 + Q_2 Q_1 Q_0
 \end{aligned}
 \tag{۸.۱}$$

یہ مساوات موجودہ حال کی قیمتیں مد نظر رکھ کر لکھی گئی ہیں۔ جدول ۸.۱ میں موجود مواد سے شکل ۸.۳ میں پیش

کار نافع تقشوں کی مدد سے درج ذیل سادہ مساواتیں حاصل کی گئی ہیں۔

$$\begin{aligned} T_0 &= 1 \\ T_1 &= Q_0 \\ T_2 &= Q_1 Q_0 \end{aligned} \quad (۸.۲)$$

شکل ۲.۸ میں تین پلٹوں کو مساوات ۲.۸ سے حاصل برقی اشارات بطور مداحصل منراہم کر کے نتیجے بڑے معاصر ثنائی گنتے کار حاصل کیا گیا ہے۔

جدول ۸.۸ دیکھ کر بھی مساوات ۲.۸ حاصل کی جاسکتی ہیں۔ اس جدول پر غور کرنے سے دیکھا جاسکتا ہے کہ  $Q_0$  ہر ساعت کے کنارے پر تبدیل ہوتا ہے۔  $T_0$  پر 1 مہیا کرنے سے یہی حاصل ہوگا (جو مساوات ۲.۸ کا پہلا اجزو ہے)۔ جدول میں جب بھی  $Q_0$  کی قیمت 1 ہو، اگلی ساعت کے کنارے پر  $Q_1$  کی قیمت تبدیل ہوتی ہے، جو  $T_1$  کو  $Q_0$  منراہم کرنے سے حاصل ہوگا (یہ درج بالا مساوات کا دوسرا اجزو ہے)۔ اسی طرح جدول میں جب بھی  $Q_0$  اور  $Q_1$  کی قیمتیں بیک وقت 1 ہوں، اگلی ساعت کے کنارے پر  $Q_2$  کی قیمت تبدیل ہوتی ہے۔ یوں  $T_2$  کو  $Q_1 Q_0$  منراہم کرنا ہوگا (درج بالا مساوات کا تیسرا اجزو)۔ متعدد پٹ ثنائی گنتی پر غور کرنے سے دیکھا جاسکتا ہے کہ کوئی بھی مخارج، ساعت کے اگلے کنارے، تب حال تبدیل کرتا ہے جب اس سے کمتر تمام مخارج کی قیمتیں بیک وقت 1 ہوں۔ یوں چار بڑے معاصر ثنائی گنتے کار  $10$  کے لئے درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} T_0 &= 1 \\ T_1 &= Q_0 \\ T_2 &= Q_1 Q_0 \\ T_3 &= Q_2 Q_1 Q_0 \end{aligned} \quad (۸.۳)$$

### ۸.۲.۲ ثنائی مسر موز اعشاری معاصر گنت کار

گزشتہ حصے میں تین پٹ ثنائی گنت کار پر غور کیا گیا، جو  $2^{000}$  تا  $2^{111}$  گنتی کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔ چار پٹ ثنائی گنت کار  $2^{0000}$  تا  $2^{1111}$  ثنائی گنتی کر سکتا ہے۔ چار پٹ ثنائی گنت کار کو  $2^{0000}$  تا  $2^{1001}$  گنتی کرنے کا پابند بنانے سے ثنائی مسر موز اعشاری گنتے کار<sup>۹</sup> حاصل ہوگا، جس پر اس حصے میں غور کیا جائے گا۔

جدول ۳.۸ میں ثنائی مسر موز اعشاری گنت کار کے حال پیش ہیں۔ جدول میں مخارج  $y$  کی قطار کا اضافہ کیا گیا ہے۔ مخارج  $y$  مندر سے نو تک گنتی پوری ہونے پر ساعت کے ایک دوری عرصہ<sup>۱۰</sup> کے لئے بلند ہوتا ہے۔ ہم آگے دیکھیں گے کہ  $y$  استعمال کرتے ہوئے متعدد اعشاری ہندسوں کے گنت کار تخلیق دیے جاتے ہیں۔

<sup>۹</sup> three bit synchronous binary counter

<sup>۱۰</sup> four bit synchronous binary counter

<sup>۱۱</sup> BCD decimal counter

<sup>۱۲</sup> time period

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_3Q_2$	00			1	
	01			1	
	11			$d$	$d$
	10	$d$	$d$	$d$	$d$

$$T_2 = Q_1Q_0$$

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_3Q_2$	00				
	01			1	
	11		1	$d$	$d$
	10	$d$	$d$	$d$	$d$

$$T_3 = Q_3Q_0 + Q_2Q_1Q_0$$

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_3Q_2$	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	1	1	$d$	$d$
	10	$d$	$d$	$d$	$d$

$$T_0 = 1$$

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_3Q_2$	00		1	1	
	01		1	1	
	11			$d$	$d$
	10	$d$	$d$	$d$	$d$

$$T_1 = \bar{Q}_3Q_0$$

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_3Q_2$	00				
	01				
	11		1	$d$	$d$
	10	$d$	$d$	$d$	$d$

$$y = Q_3Q_0$$

جدول ۸.۳: ثنائی سرموز اعشاری گنت کار کے حال

موجودہ حال				اگلا حال				مخرج	مداحصل			
$Q_3$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$	$Q_3$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$	$y$	$T_3$	$T_2$	$T_1$	$T_0$
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1

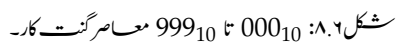
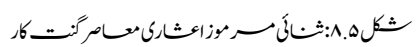
اس جدول میں  $1010_2$  تا  $1111_2$  ترتیب استعمال نہیں ہوتے، لہذا اکارتانف نقشوں کی مدد سے پلٹوں کے مداحصل  $T_0$  تا  $T_3$  اور مخرج  $y$  کی سادہ مساوات حاصل کرتے وقت انہیں **غیر ضروری حال** تصور کیا جاتا ہے۔ شکل ۸.۴ میں درج ذیل سادہ مساوات حاصل کرنا دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 T_0 &= 1 \\
 T_1 &= \overline{Q_3}Q_0 \\
 T_2 &= Q_1Q_0 \\
 T_3 &= Q_3Q_0 + Q_2Q_1Q_0 \\
 y &= Q_3Q_0
 \end{aligned}
 \tag{۸.۴}$$

ان مساوات سے حاصل دور شکل ۵.۸ میں پیش ہے، جہاں تمام پلٹ کے مداحصل پر اضافی ضرب گیٹ نصب کر کے گنتی شروع اور روکنے کی اضافی صلاحیت بھی پیدا کی گئی ہے۔ ان اضافی ضرب گیٹوں کو برقی اشارہ **گنت** مہیا کیا گیا ہے۔ یہ اشارہ بلند ہونے کی صورت میں دور گنتی کرتا ہے اور اشارہ پست ہونے کی صورت میں گنتی روکتا ہے۔

شکل ۶.۸ میں تین درجی دور بنایا گیا ہے جو  $000_{10}$  تا  $999_{10}$  گنتی کرتا ہے۔ اسے بنانے کی خاطر تین عدد **ثنائی سرموز اعشاری گنتے کار** (شکل ۵.۸) استعمال کیے گئے۔ اسی طرح مزید درجہ جات جوڑ کر درکار ہندسوں کا گنت کار بنایا جاتا ہے۔ اکائیوں کی گنتی  $9_{10}$  کو پہنچنے پر اکائی گنت کار بلند  $y$  مخرج کرتا ہے جو دہائی گنت کار کے **گنت** مداحصل کو منہاں کیا گیا ہے۔ یوں ساعت کے اگلے کنارے پر دہائی کی گنتی میں 1 کا اضافہ ہوگا۔ اسی طرح  $99_{10}$  کو پہنچنے پر سینکڑا گنت کار کا **گنت** مداحصل بلند ہوگا اور اگلے کنارہ ساعت پر سینکڑا کی گنتی میں 1 کا اضافہ ہوگا۔





اس دور کی کار کردگی کچھ یوں ہے۔ گنتی شروع کرنے سے قبل زبردستی پست کو لمبائی پست کر کے گنتی  $000_{10}$  کر دی جاتی ہے۔ ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر اکائی ہندسے کی گنتی بتدریج بڑھتی ہے؛ اکائی درجے کا محارج  $y$  پست رہتا ہے جو دہائی اور سینکڑا کی گنتی روک کر رکھتا ہے۔ گنتی  $009_{10}$  تک پہنچنے ہی اکائی درجہ کا محارج  $y$  ایک دوری عرصہ کے لئے بلند ہو گا۔ یوں اگلے ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر اکائی درجہ کا ہندسہ  $9_{10}$  سے  $0_{10}$  ہو جائے گا، جبکہ دہائی درجہ کا ہندسہ  $0_{10}$  سے بڑھ کر  $1_{10}$  ہو جائے گا اور اسی وقت اکائی کا محارج  $y$  واپس پست حال اختیار کرے گا۔ یوں اس سے اگلے ساعت کے کنارے پر صرف اکائی درجہ کی گنتی چالو رہتی ہے جبکہ دہائی اور سینکڑا کی گنتی رکی رہتی ہے۔ اسی طرح  $099_{10}$  کے بعد اکائی اور دہائی درجہ کے محارج  $y$  بلند ہوتے ہیں جس کی وجہ سے اگلے ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر سینکڑا  $0_{10}$  سے بڑھ کر  $1_{10}$  ہو جائے گا جبکہ اکائی اور دہائی درجہ  $9_{10}$  سے  $0_{10}$  ہو جائیں گے اور ساتھ ہی ان کے محارج  $y$  دوبارہ پست ہو جائیں گے۔

مشق ۸.۱: انٹرنیٹ سے 7493 اور 4516 کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔ انہیں استعمال کرتے ہوئے متعدد گنت کار تحقیق دیں۔

### ۸.۳ دیگر گنت کار

#### ۸.۳.۱ متغیر لمبائی گنت کار

چارپٹ شنائی گنت کار  $0000_2$  تا  $1111_2$  گنتی کرتا ہے۔ متوازی دخول استعمال کر کے اس کو دو اعداد کے بیچ گنتی کرنے پر مجبور کیا جاسکتا ہے۔ ایسے گنت کار کو ہم متغیر لمبائی گنتی کار  $^3$  کہیں گے۔ جس عدد سے گنتی کا آغاز کرنا ہو وہ عدد دور کو متوازی منراہم کیا جاتا ہے اور جہاں گنتی کا اختتام کرنا ہو وہاں پہنچ کر دور کو مجبور کیا جاتا ہے کہ وہ دوبارہ متوازی منراہم کر دہ عدد داخل کر کے گنتی از سرے نو شروع کرے۔

چارپٹ معاصر شنائی گنت کار مثال بناتے ہوئے  $0110_2$  سے  $1100_2$  تک گنتی کرنے والا گنت کار بناتے ہیں، جو شکل ۸.۷ میں پیش ہے۔ نقطہ دار مستطیل میں مساوات ۲.۸ سے حاصل دور دکھایا گیا ہے، البتہ یہاں ہر پلٹ کے ساتھ اضافی دو ضرب گیٹ اور ایک جمع گیٹ جوڑ کر متوازی دخول کی صلاحیت پیدا کی گئی ہے۔

اس دور میں ابتدائی عدد، جس کو  $A_3A_2A_1A_0$  سے ظاہر کیا گیا ہے اور جس کی قیمت  $0110_2$  ہے، متوازی داخل کیا جاتا ہے۔ اختتامی عدد  $1100_2$  ہے۔ ایک ضرب متمم دور دو جمع گیٹ پر مشتمل دور اختتامی عدد کو پہچان کر نفی گیٹ کا مد داخل پست کرتا ہے اور یوں ساعت کے اگلے کنارے پر  $0110_2$  دور میں متوازی داخل ہو گا۔ اس طرح گنت کار  $0110_2$  اور  $1100_2$  کے بیچ گنتی کرتا ہے۔



جدول ۸.۴: بے ترتیب گنت کار، برائے مشق ۲.۸

موجودہ حال		
$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$
1	0	1
0	1	1
1	1	0
0	1	0
1	0	0
0	0	0
0	0	1

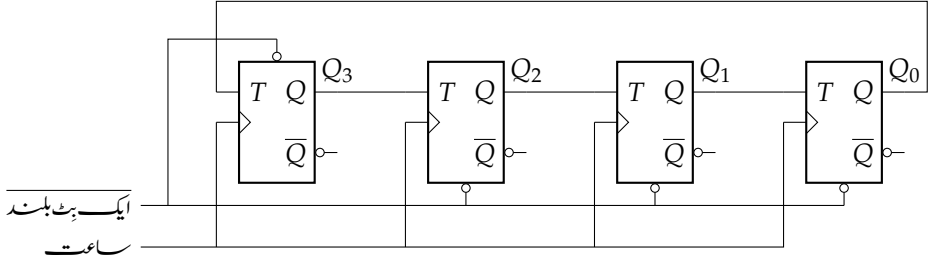
دور میں  $0110_2$  پہلی مرتبہ داخل کرنے کا طریقہ نہیں دکھایا گیا۔

### ۸.۳.۲ بے ترتیب گنت کار

معاصر شنائی گنت کار پر بحرث کے دوران جدول ۸.۴ پیش کیا گیا۔ اس جدول کے موجودہ حال خانوں میں  $000_2$ ،  $001_2$ ،  $011_2$ ، وغیرہ پڑ کر کے باقی جدول حاصل کیا گیا۔ یوں حاصل گنت کار  $000_2$  سے بتدریج بڑھتے ہوئے  $111_2$  تک گنتا ہے۔

یہ ضروری نہیں کہ گنت کار عام فہم گنتی کی ترتیب میں ہی گنتے۔ موجودہ حال صفوں میں کوئی بھی ترتیب لکھی جا سکتی ہے۔ فقط اتنا خیال رکھنا ضروری ہے کہ ہر صف میں منفرد عدد دکھائے۔ باقی جدول ان اندراج کے مطابق پورا کرنے سے ایسا گنت کار حاصل ہو گا جو موجودہ حال صفوں میں لکھے گئے اعداد کے مطابق گنتی کرے گا۔ ہم اس کو بے ترتیب گنتے کار پکار سکتے ہیں۔

مشق ۸.۲: ایسا بے ترتیب گنتے کار تخلیق دیں جو جدول ۸.۴ میں پیش اعداد کی ترتیب کے مطابق گنتا ہو۔ یہ گنت کار  $101_2$  سے آغاز کرے گا۔ پہلی ساعت پر  $011_2$  اور دوسری ساعت پر  $110_2$  دے گا اور  $001_2$  تک پہنچنے کے بعد دوبارہ  $101_2$  سے گنتا شروع کرے گا۔



شکل ۸.۸: چھلا گنت کار

جدول ۸.۵: چار بٹ چھلا گنت کار

موجودہ حال				اگلا حال				مداخل			
Q <sub>3</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>0</sub>
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0

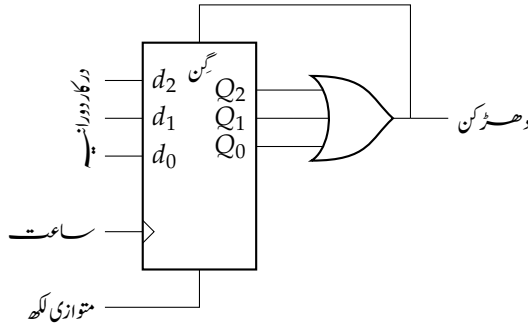
## ۸.۳.۳ چھلا گنت کار

$n$  بٹ چھلا گنت کار کے محارج میں ایک ہی بلند بٹ گھومتا ہے، باقی تمام بٹ پست رہتے ہیں۔ ایک ہی بلند بٹ کو ساعت کے کنارے پر ایک پلسٹ سے دوسرے پلسٹ منتقل کیا جاتا ہے۔ شکل ۸.۸ میں چار بٹ چھلا گنت کار پیش ہے، جبکہ جدول ۸.۵ میں اس کی گنتی پیش کی گئی ہے۔ آغاز میں ایک بٹ بلند اشارہ لمحاتی پست کر کے Q<sub>3</sub> بلند جبکہ Q<sub>0</sub>، Q<sub>1</sub>، اور Q<sub>2</sub> پست کیے جاتے ہیں۔ ساعت کے پہلے کنارے پر Q<sub>3</sub> کا مواد Q<sub>2</sub> منتقل ہوگا۔ یوں اب Q<sub>2</sub> بلند جبکہ باقی بٹ پست ہوں گے۔ باب کے آخر میں آپ سے گزارش کی جائے گی کہ ایسا چھلا گنت کار تخلیق دیں جو بلند بٹ کو مخالف رخ (Q<sub>0</sub> سے Q<sub>1</sub> جانب) گھماتا ہو۔ چار بٹ چھلا گنت کار میں چار متغیرات پائے جاتے ہیں جن کی سولہ منفرد ترتیب (0000<sub>2</sub> تا 1111<sub>2</sub>) ممکن ہیں۔ جدول ۸.۵ میں صرف وہ صورتیں دکھائی گئی ہیں جو حقیقت پائی جاتی ہیں۔ باقی صورتیں (مثلاً 1011 یا 0101) غیر دلچسپ ہیں جنہیں کارنانف نقشوں میں  $d$  درج کیا جائے گا۔ شکل ۹.۸ میں مداخل T<sub>3</sub> کے لئے جدول سے کارنانف نقشہ پُر کیا گیا ہے، جہاں سے  $T_3 = Q_0$  حاصل کیا گیا ہے۔ چھلا گنت کار میں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بائیں ترین پلسٹ کا مداخل T<sub>3</sub>، دائیں ترین پلسٹ کے محارج Q<sub>0</sub> سے حاصل کیا گیا ہے۔

$Q_3Q_2$	$Q_1Q_0$			
	00	01	11	10
00	$d$	1	$d$	0
01	0	$d$	$d$	$d$
11	$d$	$d$	$d$	$d$
10	0	$d$	$d$	$d$

$T_3 = Q_0$

شکل ۸.۹: چھلا گنت کار کے مداحصل  $T_3$  کا حصول۔



شکل ۸.۱۰: دھڑکن پیدا کار

### ۸.۳.۴ دھڑکن پیدا کار

بعض اوقات ہمیں مقررہ دورانیہ کا بلند یا پست اشارہ درکار ہوتا ہے۔ تین بٹ کا معاصر ثنائی الٹ گنت کار استعمال کرتے ہوئے ایسا دور تشکیل دیتے ہیں۔ اس دور کو ہم دھڑکن پیدا کار<sup>۱۵</sup> کہیں گے۔

تین بٹ الٹ گنت کار  $111_2$  تا  $000_2$  دہراتا ہے۔ شکل ۸.۱۰ میں متوازی دخول صلاحیت رکھنے والا تین بٹ الٹ گنت کار استعمال کیا گیا ہے جو اس دوران گنتی کرے گا جب مداحصل گنتی بلند ہو۔ اس دور کو تین بٹ بطور درکار دورانیہ منراہم کیے جاتے ہیں، جو متوازی لکھ مداحصل لہجائی بلند کرنے سے گنت کار میں لکھ جاتے ہیں۔ جب تک گنت کار کے تینوں خارجی بٹ بیک وقت پست<sup>۱۶</sup> نہ ہوں جمع گیٹ بلند رہتا ہے لہذا گنت کار الٹ

<sup>۱۵</sup> pulse generator

<sup>۱۶</sup> یہ دور لرزش کا شکار ہو سکتا ہے جس سے بچنے کی بات ہم یہاں نہیں کرتے۔ باب ۱۱ میں لرزش پر تفصیلاً غور کیا جائے گا۔

گنتی جاری رکھے گا۔ جیسے ہی گنت کار 0002 کو پہنچتا ہے، جمع گیٹ کا مندرجہ پست ہوگا اور گنت کار گنتی روک دے گا۔ یوں تین بٹ میں پیش درکار دورانیہ کے لئے دھڑکنے بند رہتا ہے۔

### سوالات

سوال ۸.۱: چار بٹ معاصر سیدھا گنت کار کی موجودہ گنتی  $0101_2$  ہے۔ ساعت کے کتنے کناروں بعد  $0000_2$  ہوگا؟  
جواب: گیارہ کناروں بعد۔

سوال ۸.۲: سولہ بٹ معاصر گنت کار کی موجودہ گنتی  $3FA7_{16}$  ہے۔ ساعت کے کتنے کنارے گزرنے کے بعد  $0000_{16}$  ہوگا؟ (۱) تصور کریں یہ سیدھا گنت کار ہے۔ (ب) تصور کریں یہ الٹ گنت کار ہے۔  
جواب: (۱)  $49241_{10}$ ، (ب)  $16295_{10}$

سوال ۸.۳: چار بٹ شنائی لہریا گنت کار استعمال کر کے شنائی سرموز اشاری گنت کار بنایا جاسکتا ہے۔ پس امتحان کرنا ہوگا کہ  $1010_2$  پر پہنچ کر گنتی فوراً زبردستی  $0000_2$  کی جائے۔ زبردستی پست صلاحیت رکھنے والی پلٹ استعمال کرتے ہوئے دور تخلیق دیں۔

سوال ۸.۴: ڈی پلٹ استعمال کرتے ہوئے چار بٹ معاصر شنائی گنت کار تشکیل دیں۔  
سوال ۸.۵: جے کے پلٹ استعمال کر کے ایسا معاصر گنت کار تشکیل دیں جو 0، 2، 3، اور 7 کا گردان کرے۔ جدول لکھ کر سے شروع کریں۔ گنت کار میں زبردستی پست کامداحصل رکھیں تاکہ 0 سے گردان شروع کی جائے۔

جواب:

موجودہ گنتی			اگلی گنتی		
$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	d	d	d
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	d	d	d
1	0	1	d	d	d
1	1	0	d	d	d
1	1	1	0	0	0

سوال ۸.۶: ٹی پلٹ استعمال کرتے ہوئے ایسا چار بٹ شنائی معاصر گنت کار تشکیل دیں جو صفر ( $0000_2$ ) سے چودہ ( $1110_2$ ) تک جفت گنتی کے بعد ایک ( $0001_2$ ) سے پندرہ ( $1111_2$ ) تک طاق گنتی کرے اور اس ترتیب کو دہراتا رہے۔ ابتدا  $0000_2$  سے کریں۔

سوال ۸.۷: ایسا چار بٹ چملا گنت کار تخلیق دیں جو بلند بٹ کو  $Q_0$  سے  $Q_1$  رخ گھماتا ہو۔

سوال ۸.۸: شکل ۸.۱۰ میں دھڑکن پیدا کار (دورانیہ پیدا کار) دکھایا گیا ہے۔ ساعت کا تعدد 10 MHz اور درکار دورانیہ 500 ns ہے۔ درکار دورانیہ کے تین بٹ کیا ہوں گے؟

جواب: 110<sub>2</sub>

سوال ۸.۹: کارٹائف نقشے استعمال کر کے مساوات ۸.۳ حاصل کریں۔ گنت کار کے جدول سے ابتدا کریں۔

سوال ۸.۱۰: جے کے پلسٹ استعمال کرتے ہوئے مساوات ۸.۳ کی متبادل مساوات کیا ہوں گی؟



## باب ۹

# حافظ

ایک پلٹ ایک **ثنائی** ہندسہ معلومات (مواد) ذخیرہ کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔ ثنائی ہندسے کو پلٹ<sup>۱</sup> بھی کہتے ہیں۔ یوں ایک پلٹ ایک ثنائی ہندسہ **حافظ**<sup>۲</sup> کے طور پر کام کر سکتا ہے۔ آٹھ پلٹ جوڑ کر آٹھ ثنائی ہندسہ حافظہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح  $n$  پلٹ سے  $n$  پلٹ کا حافظہ بنایا جاسکتا ہے۔ آٹھ ثنائی پلٹ کو ایک **ہشتی** عدد یا ایک **بائٹ**<sup>۳</sup> کہتے ہیں۔ حافظہ میں رکھے گئے مواد کو **لفظ**<sup>۴</sup> کہتے ہیں۔ حافظہ میں الفاظ کی لمبائی قطعی ہوتی ہے۔ یوں آٹھ پلٹ لفظ ایک بائٹ پر مشتمل ہوگا جبکہ سولہ پلٹ لفظ دو بائٹ پر مشتمل ہوگا۔ کمپیوٹر میں موجود کل حافظہ کی پیمائش بائٹ میں بیان کی جاتی ہے۔ یوں دو سو الفاظ کا حافظہ جس میں ہر لفظ ایک بائٹ پر مشتمل ہو دو سو بائٹ حافظہ کہلائے گا۔ حافظہ میں مواد داخل کرنے کو مواد **لکھنا**<sup>۵</sup> یا حافظہ **لکھنا** کہتے ہیں جبکہ حافظہ سے مواد کے حصول کو مواد **پڑھنا**<sup>۶</sup> یا حافظہ **پڑھنا** کہتے ہیں۔ اس باب میں انہیں قسم کے برقیاتی حافظہ پر غور کیا جائے گا۔

حافظوں کی دو اہم قسمیں ہیں۔ حافظہ کی پہلی قسم، جو **عارضی حافظہ** کہلاتا ہے، میں معلومات اس وقت تک محفوظ رہتی ہے جتنی دیر حافظے کو درکار برقی طاقت مہیا کی جائے۔ کسی بھی وقت، عارضی حافظے میں کسی بھی مقام پر معلومات لکھی یا اس مقام سے معلومات پڑھی جاسکتی ہے۔ معلومات کا، حافظہ میں کسی بھی مقام پر لکھنے یا اس سے پڑھنے میں درکار وقت تمام مقامات کے لئے تقریباً برابر ہوگا۔ اس دورانیہ کو **حافظ کا دورانیہ** یا مختصر **دورانیہ** **رسائی**<sup>۸</sup> کہتے ہیں۔

bit<sup>1</sup>  
memory<sup>2</sup>  
byte<sup>3</sup>  
word<sup>4</sup>  
write<sup>5</sup>  
read<sup>6</sup>  
random access memory, RAM<sup>7</sup>  
access time<sup>8</sup>

جدول ۹.۱: حافظے سے مواد مٹانے کا مفہوم

1111 1111	1011 0101
1111 1111	0000 0000
1111 1111	1111 1111
1111 1111	0110 0110

(ب) مواد سے خالی حافظے

(۱) مواد سے بھرا حافظے

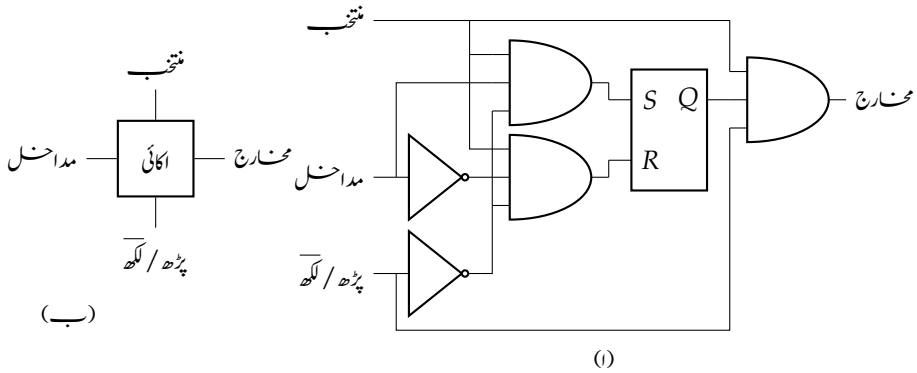
دوسری قسم کا حافظے، جو **پچھتے حافظے** کہلاتا ہے، میں برقی طاقت کی عدم موجودگی میں بھی مواد محفوظ رہتا ہے تاہم اس سے معلومات پڑھنے کی خاطر حافظے کو درکار برقی طاقت فراہم کرنا لازم ہے۔ پخت حافظے سے معلومات کسی بھی وقت کسی بھی مقام سے پڑھی جاسکتی ہے۔ حافظے کے تمام مقامات سے مواد پڑھنے کے لئے درکار وقت، جو حافظے کا دورانیہ **رسائی** کہلاتا ہے، تقریباً ایک جیسا ہوگا۔ عام استعمال میں پخت حافظے سے معلومات صرف پڑھی جاتی ہے۔ پخت حافظوں کی مختلف اقسام میں معلومات محفوظ کرنے کے طریقے ایک دوسرے سے مختلف ہوں گے۔ ایک قسم کے پخت حافظے میں معلومات صرف اور صرف ایک مرتبہ لکھی جاسکتی ہے، لہذا اسے صرف ایک مرتبہ معلومات کی لکھائی کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اس کو ایک مرتبہ قابل لکھائی پخت حافظے<sup>۱۰</sup> کہتے ہیں۔ دوسری قسم کی پخت حافظے میں معلومات بار بار لکھی جاسکتی ہے تاہم ایسا کرنے سے پہلے اس سے پرانی معلومات مٹانی ضروری ہے۔ جدید پخت حافظے سے معلومات برق کی مدد سے مٹائی جاتی ہے۔ ایسے پخت حافظے کو **برقی مٹا پخت حافظے**<sup>۱۱</sup> کہتے ہیں۔ شروع میں پخت حافظے کی ایک قسم کو شعاع سے مٹایا جاتا تھا۔ اس کو **شعاع مٹا پخت حافظے**<sup>۱۲</sup> کہتے ہیں۔

کاغذ پر لکھائی کو مٹانے سے صاف ستھرا کاغذ ملتا ہے۔ پلٹ ہر صورت بلند یا پست حال ہوتا ہے لہذا اس سے مواد کاغذ کی طرح نہیں مٹایا جاسکتا۔ لکھائی سے صاف حافظے سے مراد وہ حافظے ہوگا جس کے تمام بٹ بلند (1) ہوں۔ جدول ۹.۱ میں آٹھ بٹ لمبائی کے چار لفظ حافظے استعمال کرتے ہوئے مواد سے بھرے اور خالی حافظے کی وضاحت کی گئی ہے۔ یقیناً، حافظے کے تمام بٹ پر 1 لکھنا اور حافظے سے مواد مٹانا ایک جیسا ہوگا۔

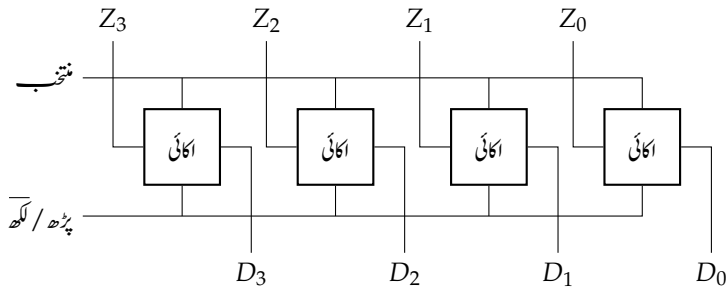
## ۹.۱ عارضی حافظے

اس حصے میں عارضی حافظے کی بناوٹ پر غور کیا جائے گا۔ ایک بٹ حافظے بنیادی طور پر ایک پلٹ ہوگا، جس میں مواد لکھنے اور پڑھنے کی صلاحیت موجود ہوگی۔ حافظے عموماً کثیر تعداد بٹوں پر مشتمل ہوگا لہذا حافظے میں ہر پلٹ تک، لکھنے اور پڑھنے کی خاطر، رسائی ضروری ہے۔ شکل ۹.۱ میں **ثنائی عارضی حافظے** کے

<sup>۹</sup> ROM, read only memory  
<sup>۱۰</sup> one time programmable read only memory, OTP  
<sup>۱۱</sup> electrically erasable read only memory, EEROM, E<sup>2</sup>PROM  
<sup>۱۲</sup> UV erasable read only memory, UV erasable ROM



شکل ۹.۱: اکائی حافظہ



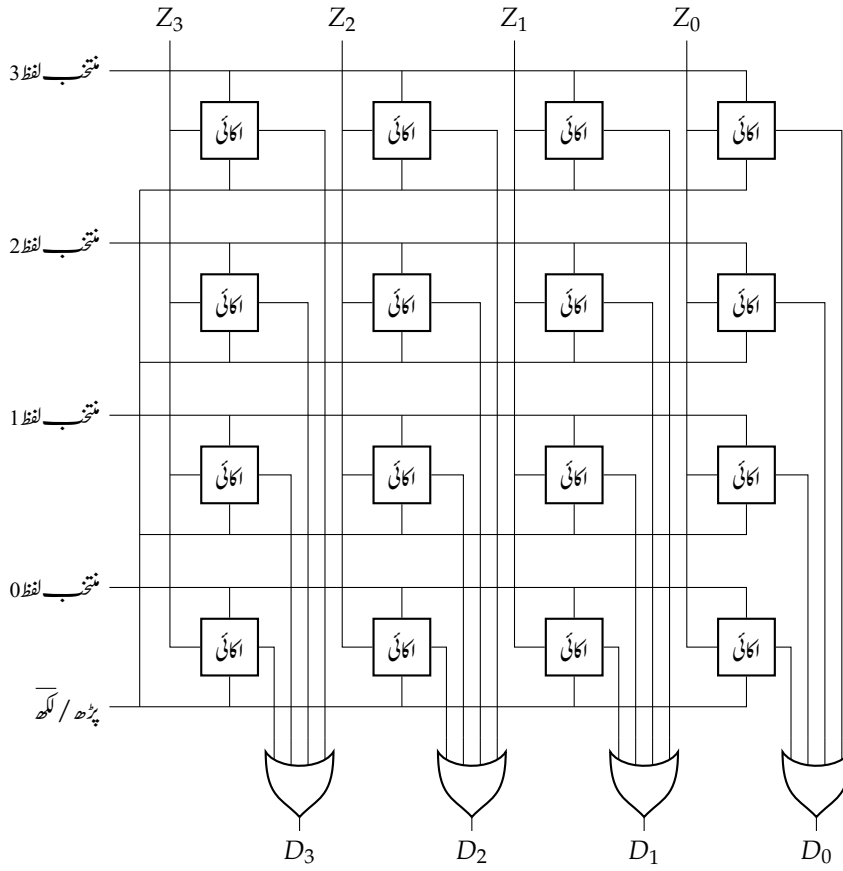
شکل ۹.۲: ایک لفظ حافظہ

اکانہ<sup>۳</sup>، جس کو مختصراً اکانہ حافظہ<sup>۴</sup> کہتے ہیں، کی بناوٹ اور علامت پیش ہے، جہاں مواد ذخیرہ کرنے کے لئے ایس آر پلٹ استعمال کیا گیا ہے۔ حقیقت میں کئی طریقے متبادل ہیں جن پر بعد میں غور کیا جائے گا۔

اکائی حفاظت سے رجوع کے لئے اس کا نتیجہ اشارہ بلند کیا جاتا ہے اور مواد لکھنے کی خاطر ساتھ ہی پڑھ / لکھ  
پست کر کے داخلی مواد مبرا اہم کیا جاتا ہے جبکہ مواد پڑھنے کی خاطر پڑھ / لکھ بلند کر کے مواد پڑھ جاتا ہے۔

متعدد ہٹ حافظہ اس اکائی حافظہ کی مدد سے حاصل ہو گا۔ شکل ۲.۹ میں چار ہٹ لفظ کا حافظہ پیش ہے جہاں تمام اکائی حافظوں کے ”منتخب“ فتاوے اسی طرح کے ایک ساتھ اور ”پڑھ / لکھ“ ایک ساتھ جوڑے گئے ہیں۔ یوں لفظ کے چاروں ہٹ بیک وقت منتخب ہوتے ہیں اور اس میں مواد Z بیک وقت لکھا جاسکتا ہے، یا ذخیرہ مواد بیک وقت D سے پڑھا جاسکتا ہے۔

binary memory cell<sup>13</sup>  
unit memory<sup>13</sup>



شکل ۹.۳: چار لفظ عارضی حافظ

## جدول ۹.۲: عارضی حافظے کا استعمال

عمل	$A_0$	$A_1$	پڑھ / لکھ	محاز
بلند رکاوٹی حال	×	×	×	0
لفظ 0 کے مقام پر لکھ	0	0	0	1
لفظ 1 کے مقام پر لکھ	1	0	0	1
لفظ 2 کے مقام پر لکھ	0	1	0	1
لفظ 3 کے مقام پر لکھ	1	1	0	1
لفظ 0 کے مقام سے پڑھ	0	0	1	1
لفظ 1 کے مقام سے پڑھ	1	0	1	1
لفظ 2 کے مقام سے پڑھ	0	1	1	1
لفظ 3 کے مقام سے پڑھ	1	1	1	1

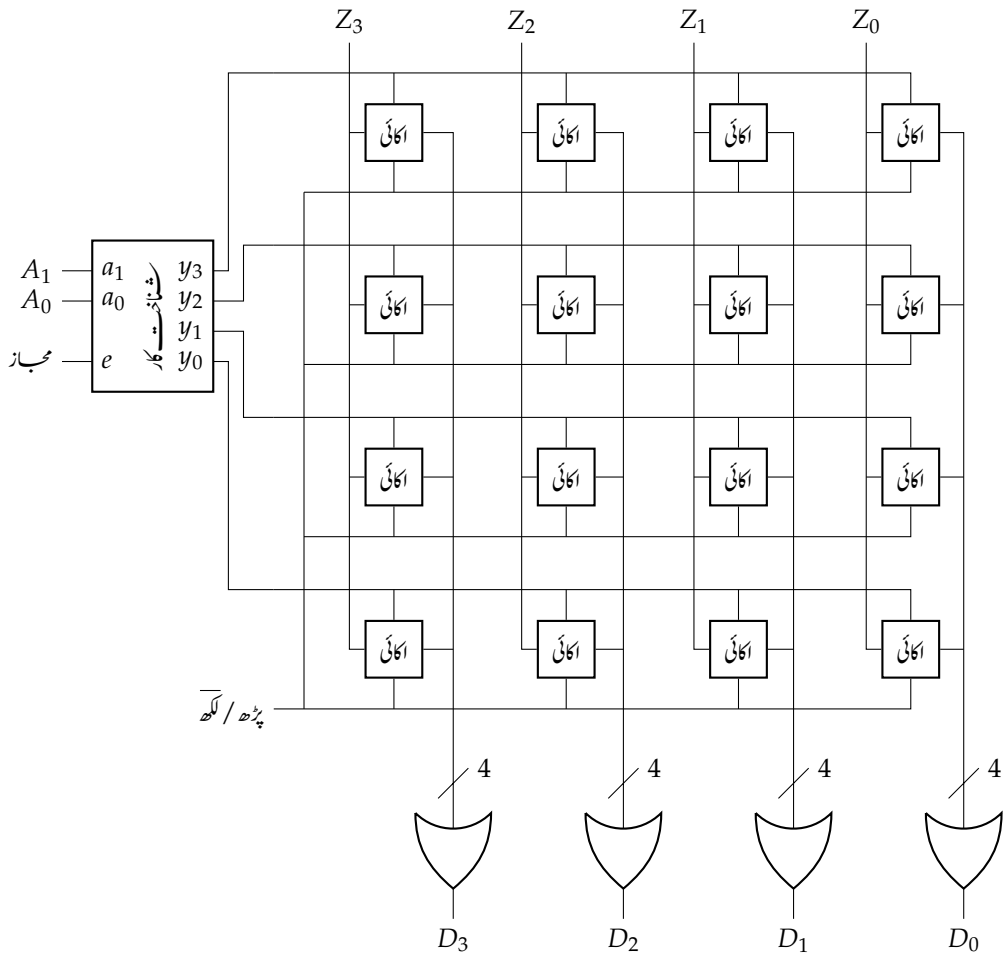
اس طرح کے کئی الفاظ جوڑ کر متعدد لفظ حافظہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ شکل ۳.۹ میں چار الفاظ جوڑ کر چار لفظ حافظہ تخلیق کیا گیا ہے۔

متعدد لفظ حافظہ کی تمام اکائیوں کا ”منتخب“ اشارہ عام صورت پرست رہتا ہے۔ یوں حافظہ کے کسی بھی لفظ تک رسائی ممکن نہیں ہوگی۔ حافظہ میں مواد لکھنے کی خاطر مواد Z داخلی راستے مندرجہ ذیل کے پڑھ / لکھ پرست رکھ کر مطلوبہ مقام کا ”منتخب“ اشارہ بلند کیا جاتا ہے۔ یوں مواد مطلوبہ مقام پر لکھا جاتا ہے۔ فرض کریں ہم اعشاری تین  $(3_{10})$  کے شنائی سرموز اعشاری  $0011_2$  کو حافظہ کے لفظ 2 کے مقام پر لکھنا چاہتے ہیں۔ ہم مداحل پر  $0011_2$  مہیا کر کے پڑھ / لکھ پرست رکھ کر ”منتخب لفظ 2“ اشارہ بلند کریں گے۔ ایسا کرنے سے شکل ۳.۹ میں لفظ 2 پر  $0011_2$  لکھا جائے گا۔ یاد رہے کہ اس دوران باقی ”منتخب“ اشارے پرست رہیں گے۔ اسی لفظ کو پڑھنے کے لئے ہم پڑھ / لکھ بلند رکھ کر لفظ 2 کا ”منتخب“ بلند کریں گے۔ ایسا کرنے سے مخارج D پر  $0011_2$  خارج ہوگا جہاں سے اسے پڑھا جاسکتا ہے۔

حقیقی حافظہ میں الفاظ تک رسائی پتہ کے ذریعے کی جاتی ہے۔ چار لفظ حافظہ میں الفاظ تک رسائی، دوپٹ پتہ استعمال کرتے ہوئے دو سے چار شناخت کار کی مدد سے ممکن ہے۔ شکل ۳.۹ میں یہ عمل پیش کیا گیا ہے جہاں  $A_0$ ، اور  $A_1$  پتہ بٹ ہیں۔ پتہ کو دیکھ کر شناخت کار مطلوبہ مخارج بلند کر کے لفظ کا مقام منتخب کرتا ہے۔

عارضی حافظہ کا استعمال جدول ۲.۹ میں دکھایا گیا ہے۔ مجاز پرست ہونے کی صورت میں حافظہ بلند رکاوٹی حال اختیار کر کے بیرونی ادوار سے مکمل منقطع ہوگا۔

شکل ۳.۹ میں چار بٹ جمع گیٹ کی ایک نئی علامت استعمال کی گئی ہے۔ گیٹ کا ایک مداحل دکھایا گیا ہے جس پر چھوٹی ترچھی لکیر کے ساتھ 4 لکھ کر اس بات کی وضاحت کی گئی ہے کہ دراصل یہ چار داخلی جمع گیٹ



شکل ۹.۴: چهار لفظ عارضی حافظه کا بہتر خاکہ

ہے۔ اس طرح کی علامت میں گیٹ کے مداحل علیحدہ علیحدہ نہیں دکھائے جاتے بلکہ تمام مداحل ایک داخلی تار سے ظاہر کیے جاتے ہیں۔ یوں دور کا نقشہ کاغذ پر کھینچتے ہوئے تاروں کے نجوم سے نجات حاصل ہوتی ہے اور دور صاف ستھرا نظر آتا ہے۔ یاد رہے کہ ایسا صرف دور صاف ستھرا نظر آنے کے لئے کیا جاتا ہے۔ یوں حافظہ کے گزشتہ دو اشکال ایک ہی دور بنانے کے دو طریقے ہیں۔

اسی طرح پر متعدد لفظ حافظے کی علامت بھی بنائی جاتی ہے۔ دس بٹ پتہ سے  $2^{10} = 1024_{10}$  یعنی تقریباً ایک ہزار مقامات تک رسائی ممکن ہے۔ کمپیوٹر کی دنیا میں کلو (ہزار) سے مراد  $1024_{10}$  لیا جاتا ہے۔ یوں دو کلو سے مراد  $2048_{10}$  ہوگا۔

شکل ۵.۹ میں منظم کار کے استعمال پر غور کریں۔ مجاز اور پڑھ / لکھ دونوں بلند ہونے کی صورت میں حافظہ میں ذخیرہ مواد  $D$  پر خارج ہوگا جبکہ محباز بلند اور پڑھ / لکھ پست ہونے کی صورت میں  $D$  پر مہیا مواد حافظہ میں لکھا جائے گا۔ یوں  $D$  بطور مداحل و خارج کام کرتا ہے۔ شکل ۴.۹ میں مداحل  $Z$  کے لئے چار اور خارج  $D$  کے لئے چار بیٹوں کی ضرورت تھی۔ یہاں شکل ۵.۹ میں صرف چار بیٹوں کی ضرورت ہوگی۔

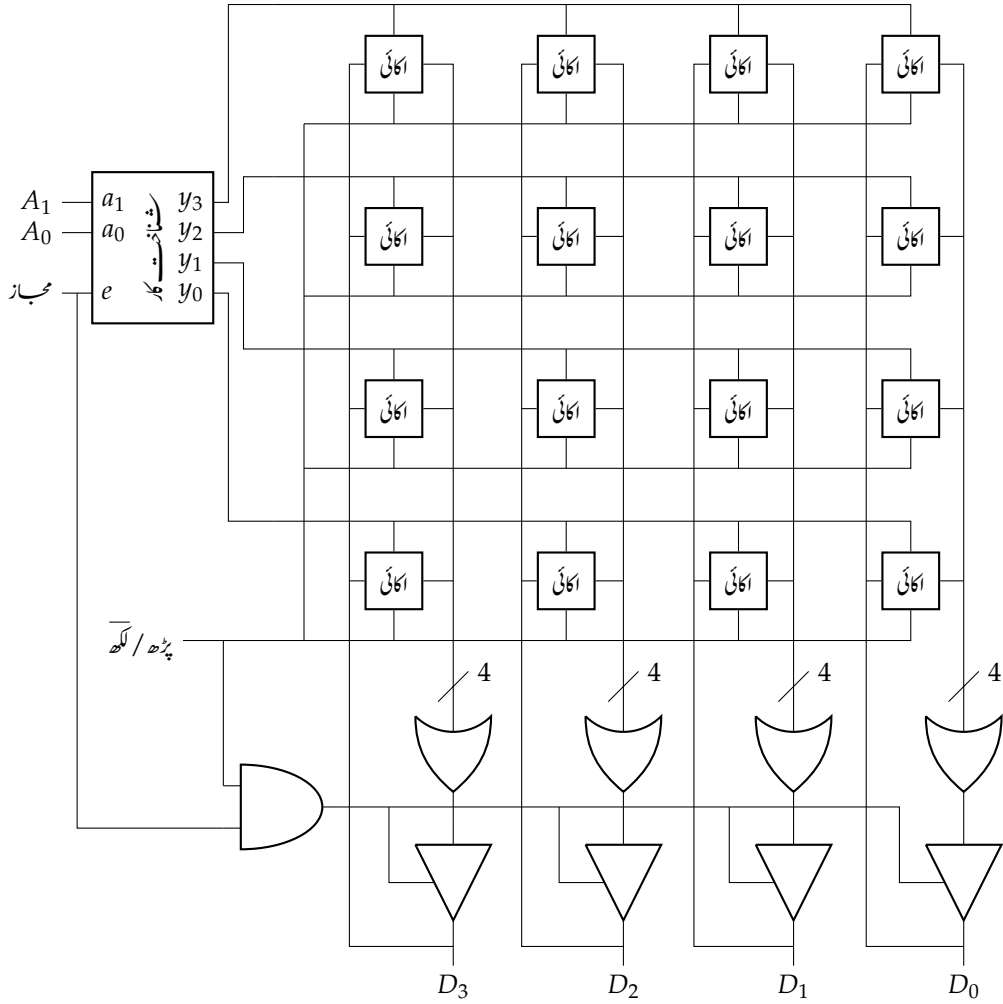
جدید عارضی حافظوں میں کثیر تعداد کے الفاظ ذخیرہ کرنے کی گنجائش ہوتی ہے۔ شکل ۶.۹-۱ میں چار لفظ حافظے کے مخلوط دور<sup>۱۶</sup> کی علامت دکھائی گئی ہے جہاں لفظ کے چار داخلی و خارجی بیٹوں کو  $D$  کی بجائے  $I/O$  کہا گیا ہے۔ شکل-ب میں مجاز کی جگہ محباز استعمال کیا گیا ہے، جو شکل-ا کے محباز مداحل پر غنی گیٹ نصب کرنے سے حاصل ہوگا؛ مزید پڑھ / لکھ کو مختصراً لکھ پکار کر اور پڑھ پر گول دائرہ ڈال کر اس کا پستے فعال<sup>۱۷</sup> ہے۔ ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں لکھ پست ہونے کی صورت میں حافظے میں مواد لکھا اور بلند صورت میں حافظے سے مواد پڑھا جاتا ہے۔

شکل-ج میں بارہ بٹ پتہ، ایک بائٹ لفظ عارضی حافظے کی علامت دکھائی گئی ہے۔ بارہ بٹ پتہ  $2^{12} = 4096_{10}$  بٹ تک رسائی ممکن بناتا ہے لہذا یہ چار کلو بائٹ عارضی حافظے کی علامت ہے۔ اس مخلوط دور میں بیدار مداحل<sup>۱۸</sup> کا اضافہ کیا گیا ہے جو پستے فعال ہے۔ اس پر اب بات کرتے ہیں۔

مخلوط دور میں متعدد گیٹ پائے جاتے ہیں اور جدید برقیاتی آلات کئی مخلوط ادوار پر مشتمل ہوتے ہیں۔ یہ سب برقی طاقت سے چلتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں برقی طاقت انہیں بیدار رکھتی ہے۔ برقیاتی آلات عموماً بیٹری سے برقی طاقت حاصل کرتے ہیں۔ درکار برقی طاقت کم کرنے سے بیٹری زیادہ دیر کا کام دے رہتی ہے۔

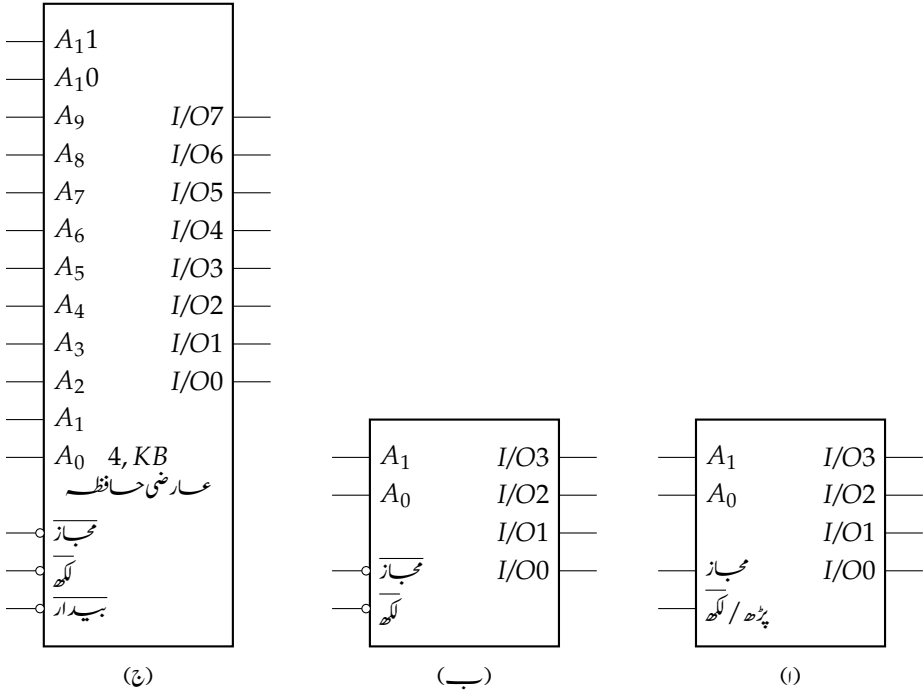
برقیاتی آلات میں مختلف مخلوط ادوار کی ضرورت مختلف لمحات پر ہوگی۔ ان لمحات کے علاوہ انہیں بیدار رکھنے سے بلا ضرورت برقی توانائی ضائع ہوگی۔ غیر مستعمل مخلوط ادوار کی برقی طاقت منقطع نہیں کی جاسکتی ہے۔ عارضی حافظے کی مثال ایسے ہوئے ہم جانتے ہیں کہ برقی طاقت نہ ملنے پر ان میں مواد محفوظ نہیں رہتا، البتہ یہ ممکن ہے کہ عارضی حافظے کو صرف اتنی برقی طاقت مہیا کی جائے کہ یہ صرف مواد محفوظ رکھنے کے قابل ہو، یعنی اسے نڈھال سی کیفیت میں ڈالا جاسکتا ہے۔ عارضی حافظے کے مخلوط دور میں بیدار مداحل اس مقصد کے لئے

integrated circuit, IC<sup>۱۶</sup>  
active low<sup>۱۷</sup>  
CS, chip select<sup>۱۸</sup>



شکل ۹.۵: مشترک داخلی و خارجی راه کاپار لفظ عارضی حافظ





شکل ۹.۶: عارضی حافظوں کے مخلوط ادوار کی علامتیں

1023	1000 0001
1022	0010 1001
1021	0011 1010
1020	1000 1101
⋮	⋮
3	1011 0001
2	1110 1001
1	0000 1010
0	1011 1101

(ب)

پتہ	مواد
11	1001
10	1101
01	0000
00	0110

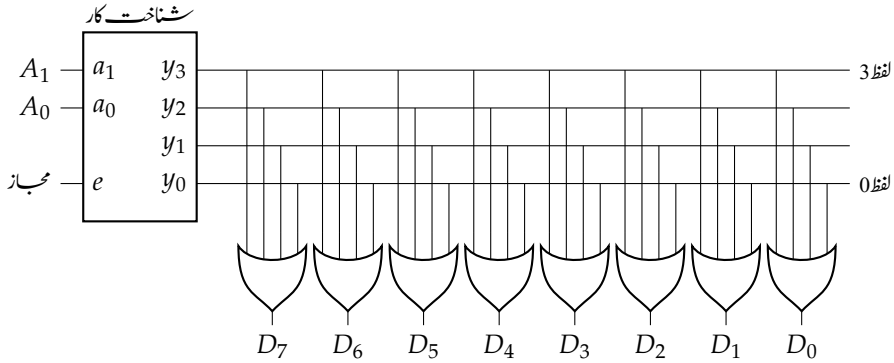
(i)

شکل ۹.۷: حافظ کی تصوراتی تصویر

مہیا کیا گیا ہے۔ جس لمحے پر مخلوط دور کی ضرورت ہو، بیدار پست (فعال) کر کے اسے جگایا جاتا ہے اور استعمال کے بعد فوراً دوبارہ نڈھال کر دیا جاتا ہے۔ نڈھال صورت میں مخلوط دور بیرونی دنیا سے، دو طرف مستحکم کار کی مدد سے، مکمل طور پر منقطع رہتا ہے اور اس میں نہ کچھ لکھا جاسکتا ہے اور نہ ہی اس سے کچھ پڑھا جاسکتا ہے۔ نڈھال حال میں حافظہ کمتر برقی توانائی صرف کرتا ہے۔ عام طور شناخت کار کی مدد سے بیدار کیے جانے والے مخلوط دور کی شناخت کی جاتی ہے۔

چار لفظ حافظہ کی تصوراتی تصویر شکل ۹.۷-۱ میں دکھائی گئی ہے جہاں دو پتہ اور چار پٹ مواد شنائی روپ میں دکھائے گئے ہیں۔ شکل-ب میں ایک کلو بائٹ حافظے کی تصوراتی تصویر پیش ہے جہاں مواد کو شنائی جبکہ پتہ کو اعشاری روپ میں دکھایا گیا ہے۔ چار لفظ حافظہ کا پہلا لفظ مقام  $00_2$  اور آخری مقام  $11_2$  پر پایا جاتا ہے۔ اسی طرح ایک کلو بائٹ حافظہ میں پہلا لفظ مقام  $0_{10}$  اور آخری مقام  $1023_{10}$  ہے۔ چار پٹ حافظہ میں پہلا لفظ  $0110_2$  اور آخری  $1001_2$  ہے۔ ایک کلو بائٹ حافظہ میں مقام  $1021_{10}$  پر مواد  $00111010_2$  درج ہے۔

مشق ۹.۱: عارضی حافظہ 6116 کے معلوماتی صفحات سے اس کی استعداد ”کلو بائٹ“ میں معلوم کریں۔



شکل ۹.۸: چار بائٹ پخت حافظہ کی اندرونی ساخت

## ۹.۲ پخت حافظہ

پخت حافظے سے مراد وہ حافظہ ہے جس میں مواد برقی طاقت کی عدم موجودگی میں بھی محفوظ رہتا ہو۔ پخت حافظہ کا بنیادی استعمال وہاں ہوگا جہاں مواد تبدیل نہ ہو۔

عارضی حافظے کی طرح پخت حافظہ بھی مختلف لمبائی کے الفاظ پر مشتمل ہوگا۔ لفظوں تک رسائی پخت کے ذریعہ ہوگی؛  $n$  بٹ پخت کے پخت حافظہ میں  $2^n$  لفظ ہوں گے۔

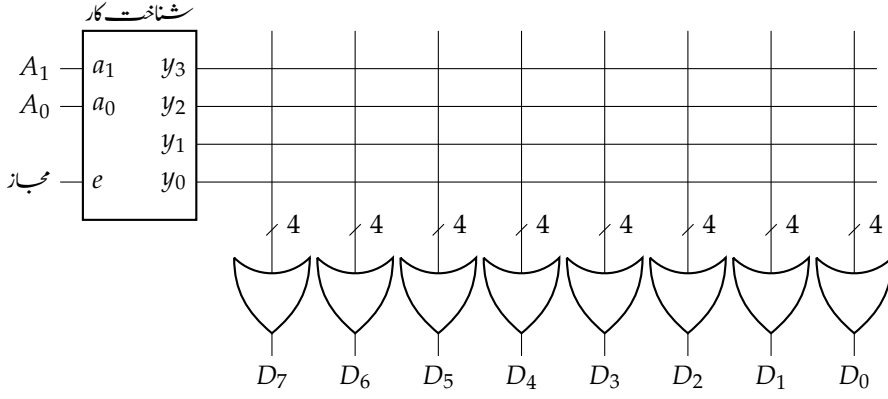
بائٹ لمبائی چار لفظ پخت حافظے کی اندرونی ساخت شکل ۸.۹ میں دکھائی گئی ہے جس کی بہتر صورت شکل ۹.۹ پیش کرتی ہے، جہاں چار داخلی جمع گیٹ کی صاف شکل استعمال کی گئی ہے۔ متحمل دو سے چار شناخت کار، پخت کے دو بٹ سے چار مقدمات تک رسائی ممکن بناتا ہے۔ یوں چار الفاظ تک رسائی ممکن ہوگی۔

شکل ۸.۹ میں بالکل نیا غیر استعمال شدہ پخت حافظہ دکھایا گیا ہے۔ پخت 002 کی صورت میں دو سے چار شناخت کار  $y_0$  بلند کر کے لفظ 0 چنے گا۔ تمام جمع گیٹ بلند ہوں گے اور  $D$  پر  $11111111_2$  خارج ہوگا۔ پخت 012 لفظ 1 چنے گا اور  $D$  پر  $11111111_2$  خارج ہوگا۔ آپ تسلی کر لیں کہ چاروں پخت پر یہی مواد ملتا ہے۔ کسی بھی نئے غیر استعمال شدہ پخت حافظے کے ہر لفظ کے تمام بٹ بلند (1) ہوں گے۔

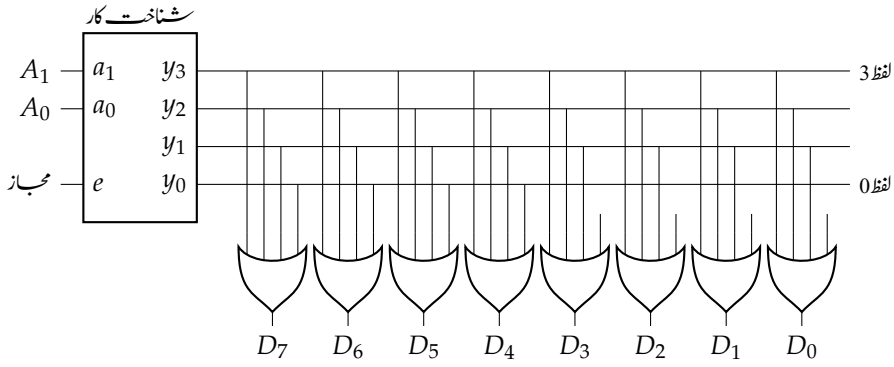
آپ نے دیکھا کہ بلند  $y_0$  کی صورت میں تمام جمع گیٹ کو یہی بلند اشارہ ملتا ہے اور یوں تمام جمع گیٹ کے محارج بلند ہوں گے۔ جمع گیٹ سے  $y_0$  کا جوڑ منقطع کرنے سے  $y_0$  جمع گیٹ تک نہیں پہنچے گا۔ شکل ۱۰.۹ میں دائیں چار جمع گیٹ  $y_0$  سے منقطع ہیں لہذا  $y_0$  بلند کر کے لفظ 0 پڑھنے سے  $D$  پر  $11110000_2$  ملتا ہے۔ یہاں ایک بات ذہن نشین کریں: ایسے اشکال میں جمع گیٹ کا منقطع مداحل جمع گیٹ کے محارج پر اثر انداز نہیں ہوگا۔

امید کی جاتی ہے آپ پخت حافظہ میں لکھائی کا عمل بخوبی سمجھ گئے ہوں گے۔ پخت حافظے میں جوڑوں کو توڑ کر مواد لکھا جاتا ہے۔ اس قسم حافظہ میں ہر جوڑ دراصل ایک برقی فٹیلہ<sup>۹</sup> (فیوز) ہوتا ہے۔ فٹیلے کی استعداد سے

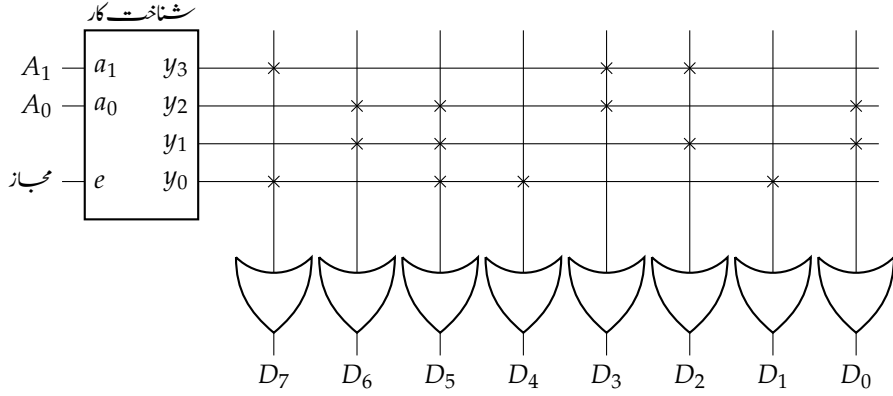
electric fuse<sup>۹</sup>



شکل ۹.۹: چار بانہ پخت حافظ کی اندرونی ساخت



شکل ۹.۱۰: پخت حافظ میں لکھائی



(۱)

پتہ	مواد
00	1011 0010
01	0110 0101
10	0110 1001
11	1000 1100

(ب)

شکل ۹.۱۱: پخت حافظہ میں لکھا گیا مواد

زیادہ برقی رو فنیلے سے گزار کر اسے پگھلا کر جوڑ منقطع کیا جاتا ہے۔

حافظہ میں لکھا مواد شکل ۹.۹ کی طرح جدول میں لکھا جاتا ہے۔ اس جدول میں باری باری ایک لفظ کو دیکھتے ہوئے جس پتہ کے معتام پر 0 ہو، حافظہ کے اندر اس لفظ کے اس پتہ کا جوڑ تباہ کیا جاتا ہے۔

شکل ۹.۱۱-۱ میں غیر تباہ شدہ جوڑ صلیبی نشان (×) سے ظاہر کیے گئے ہیں۔ اس حافظہ میں لکھا مواد شکل-ب میں پیش ہے۔

اب تک چار لفظ حافظہ پر بات کی گئی جس کی وجہ سے 4 داخلی جمع گیر استعمال کیے گئے۔ ایک لفظ 8 پتہ ہونے کی وجہ سے کل 8 جمع گیر استعمال کیے گئے۔ یوں ان حافظوں میں کل  $8 \times 4$  یعنی بتیس (32) جوڑ یا فنیلے ہوں گے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ  $n$  پتہ کے حافظے میں  $2^n$  لفظ ہوں گے لہذا ایسے حافظے میں  $2^n$  داخلی جمع گیر ہوں گے۔ اگر حافظہ کا ایک لفظ  $m$  پتہ ہو تب جمع گیروں کی تعداد  $m$  ہوگی۔ یوں حافظے میں جوڑوں کی تعداد  $m \times 2^n$  ہوگی۔

شمار متناہتہ حافظہ میں بار بار لکھائی ممکن ہے۔ ان میں جوڑ، برقی فنیلے سے نہیں بنائے جاتے بلکہ ان جوڑ کو ایک

سوچئے ۲۰ تصور کریں جنہیں مخصوص طریقے سے برقی طاقت کے ذریعے منقطع کیا جاتا ہے۔ منقطع جوڑوں کو دوبارہ جوڑنے کی خاطر حافظے کو شعاع میں کچھ دیر رکھا جاتا ہے۔

جدید برقی مٹا ہینتہ حافظوں میں بار بار لکھائی ممکن ہے۔ ان حافظوں میں لکھائی برقی دباؤ سے کی جاتی ہے اور اسے صاف بھی برقی دباؤ سے کیا جاتا ہے۔

پختہ حافظہ میں لکھائی مخلوط ادوار برنامہ نویس<sup>۲۱</sup> کی مدد سے کی جاتی ہے۔

## ۹.۳ حافظہ کی استعداد بڑھانے کی ترکیب

عارضی حافظوں (کے مخلوط ادوار) کے فتابو مداحل عموماً بیدار، محباز اور پڑھ / لکھ جبکہ پختہ حافظوں کے بیدار اور محباز ہوں گے۔ اس جے میں ہم تصور کرتے ہیں کہ حافظوں کے فتابو اشارات صرف بیدار اور پڑھ / لکھ ہیں جنہیں استعمال کرتے ہوئے ایک سے زیادہ حافظے آپس میں جوڑنا دکھایا جائے گا۔ حقیقت میں عموماً بیدار کے علاوہ تمام حافظوں کے ایک جیسے فتابو مداحل ایک ساتھ جوڑے جاتے ہیں۔ یوں تمام حافظوں کے محباز مداحل اکٹھے جوڑے جائیں گے اور اسی طرح تمام کے پڑھ / لکھ ایک ساتھ جوڑے جائیں گے۔

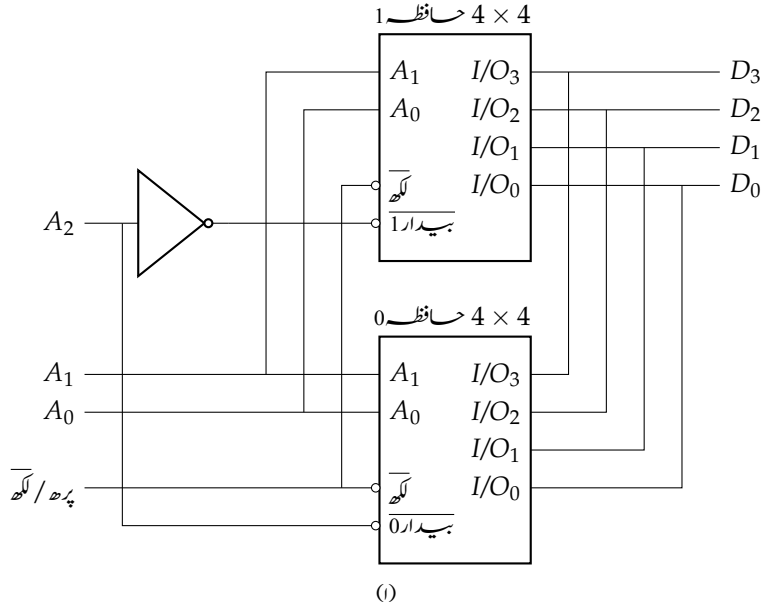
### ۹.۳.۱ دو عدد $4 \times 4$ حافظے سلسلہ وار جوڑ کر ایک عدد $8 \times 4$ حافظہ کا حصول

کبھی کبھار درکار استعداد کا حافظہ میسر نہیں ہوگا۔ ایسی صورت میں ایک سے زیادہ حافظے اکٹھے جوڑ کر درکار بائرنڈ ذخیرہ کرنا ممکن بنایا جاتا ہے۔ شکل ۱۲.۹-۱ میں  $4 \times 4$  کے دو حافظے جوڑ کر دگنی استعداد کا  $8 \times 4$  حافظہ (شکل-ب) حاصل کیا گیا۔ چھوٹے حافظوں کو حافظہ 0 اور حافظہ 1 کہا گیا ہے۔ شکل-۱ میں ایک جیسے پتہ بٹ ساتھ ساتھ جوڑے گئے ہیں یعنی حافظہ 0 کا  $A_0$  حافظہ 1 کے  $A_0$  سے جوڑا گیا ہے، اور حافظہ 0 کا  $A_1$  حافظہ 1 کے  $A_1$  سے جوڑا گیا ہے۔ اسی طرح ایک جیسے مواد بٹ ساتھ ساتھ جوڑے گئے ہیں یعنی حافظہ 0 کے  $D_0, D_1, D_2, D_3$  بالترتیب حافظہ 1 کے  $D_0, D_1, D_2, D_3$  سے جوڑے گئے ہیں۔ البتہ حافظہ 0 کا بیدار مداحل (جسے بیدار 0 کہا گیا ہے) سیدھا  $A_2$  کے ساتھ ملایا گیا ہے جبکہ حافظہ 1 کا بیدار مداحل (جسے بیدار 1 کہا گیا ہے) خفی گیٹ کے ذریعہ  $A_2$  سے جوڑا گیا ہے۔ حافظہ 0، حافظہ 1، اور خفی گیٹ کو ہم ایک بڑا حافظہ تصور کر سکتے ہیں جس کی علامت شکل-ب میں پیش ہے۔

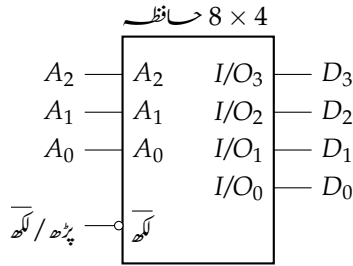
شکل ۱۳.۹-۱ میں تین پتہ بٹ کی تمام ترتیب دی گئی ہیں۔ (شکل ۱۱.۹ دیکھتے ہوئے آگے پڑھیں)۔ پست  $A_2$  سے مراد پست بیدار 0 اور بلند بیدار 1 ہوگا جس سے حافظہ 0 حباگ اٹھتا ہے اور حافظہ 1 نڈھال رہتا ہے۔ اسی طرح بلند  $A_2$  سے بیدار 0 بلند اور بیدار 1 پست ہوگا جس سے حافظہ 0 نڈھال اور حافظہ 1 حباگ اٹھے گا۔

یوں پست  $A_2$  کی صورت میں پتہ کے باقی دو بٹ  $A_0$  اور  $A_1$  حافظہ 0 کے مختلف مقامات تک رسائی ممکن بنائیں گے۔ پتہ 0002 حافظہ 0 کے منصرویں مقام اور پتہ 0112 حافظہ 0 کے تیسرے مقام تک رسائی دیتا ہے۔

اسی طرح بلند  $A_2$  کی صورت میں پتہ کے باقی دو بٹ  $A_0$  اور  $A_1$  حافظہ 1 کے مختلف مقامات تک



(۱)



(ب)

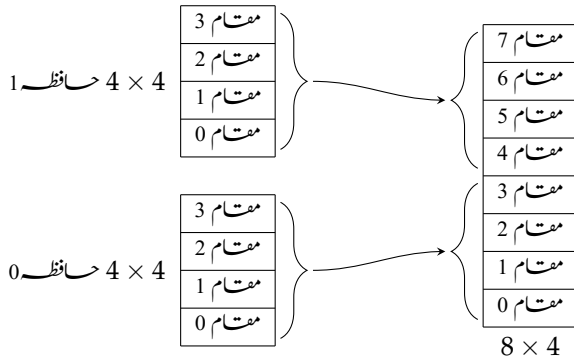
شکل ۹.۱۲: دو حافظے جوڑ کر بڑے حافظے کا حصول

	$A_2$	$A_1$	$A_0$	
حافظ 0 کا مقام 0	0	0	0	
	0	0	1	
	0	1	0	
	0	1	1	
حافظ 1 کا مقام 0	1	0	0	
	1	0	1	
	1	1	0	
	1	1	1	

حافظ 0 بیدار ہے

حافظ 1 بیدار ہے

(i)



(ب)

شکل ۹.۱۳: کل حافظ میں چھوٹے حافظوں کا مقام



جدول ۹.۳: جدول برائے شکل ۱۳.۹

$A_5$	$A_4$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_0$	$A_5A_4A_3A_2A_1A_0$
0	0	1	1	1	0	000000 – 001111
0	1	1	1	0	1	010000 – 011111
1	0	1	0	1	1	100000 – 101111
1	1	0	1	1	1	110000 – 111111

رسانی ممکن بنائیں گے۔ پتہ  $000_2$  حافظہ 1 کے ضروریوں اور پتہ  $011_2$  حافظہ 1 کے تیسرے مقام تک رسانی دیتا ہے۔

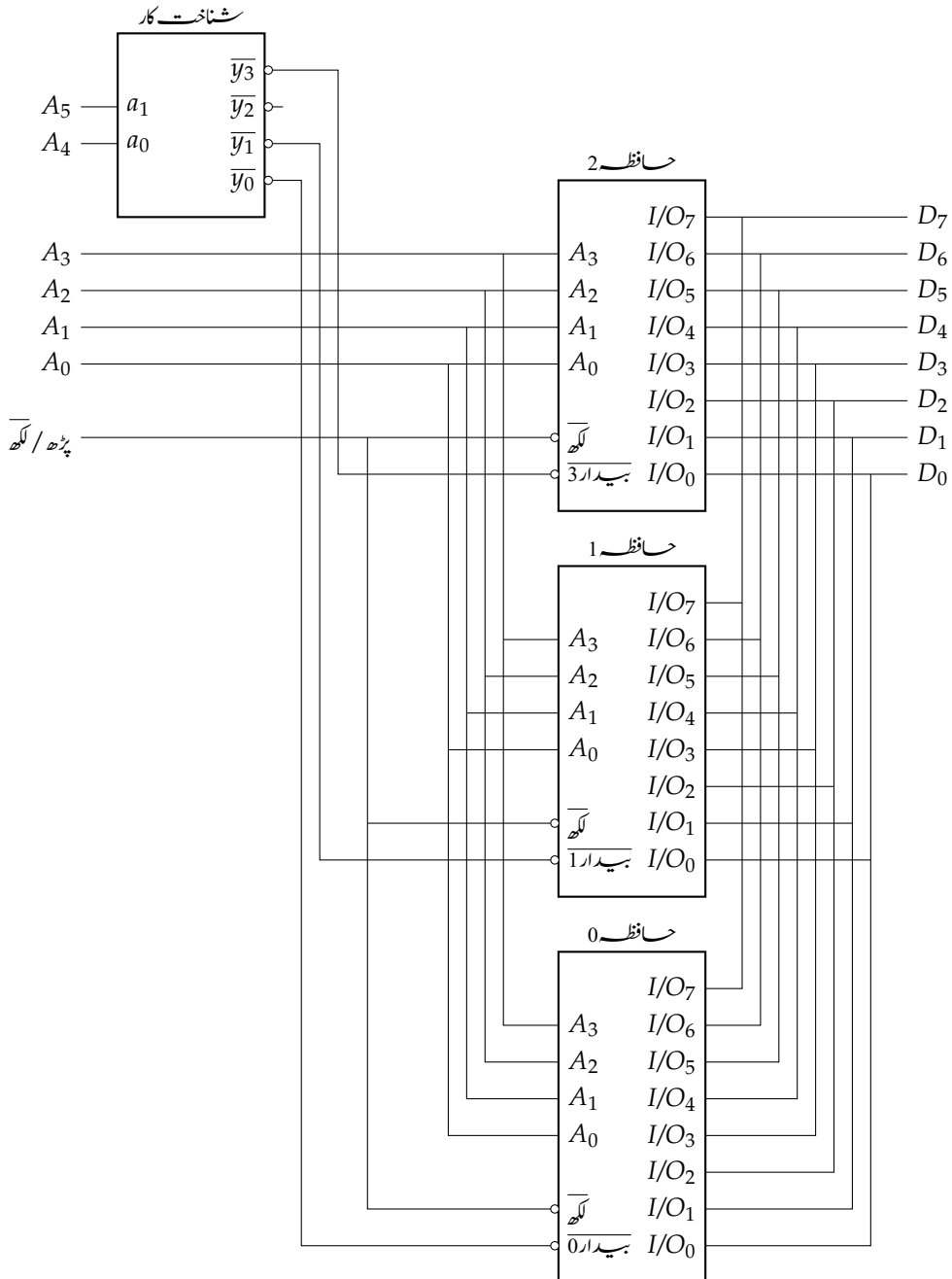
گزشتہ دو نشر پاروں کا خلاصہ درج ذیل ہے۔ چار لفظ کے دو حافظے مسل کر آٹھ لفظ حافظہ کے طور پر کام کرتے ہیں۔ الفاظ کی لمبائی جوں کی توں چار بٹ رہتی ہے۔ اس طرح پتہ  $000_2$  کل حافظے کے ضروریوں مقام تک رسانی دیتا ہے، پتہ  $011_2$  کل حافظے کے تیسرے، پتہ  $100_2$  کل حافظہ کے چوتھے اور پتہ  $111_2$  ساتویں مقام تک رسانی دیتا ہے۔ یوں دو عدد حافظے جوڑ کر ایک عدد حافظہ حاصل کیا جاسکتا ہے اور ان کی اندرونی ساخت پر ہر وقت غور کرنے کی ضرورت نہیں۔ شکل ۱۱.۹-ب میں اس حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ان دو حافظوں کا منظمی گیٹ کو بطور ایک  $4 \times 8$  حافظہ دکھایا گیا ہے جس کے تین پتہ بٹ اور چار مواد بٹ ہیں۔ شکل ۱۳.۹-ب میں تین بٹ پتہ کی نسبت سے دونوں حافظوں کے مقامات دکھائے گئے ہیں، جہاں سے واضح ہے کہ دو چھوٹے حافظوں کو پتہ کے لحاظ سے علیحدہ علیحدہ مقامات پر رکھا گیا ہے اور حافظہ 0 کے آخری لفظ سے اگلے مقام پر حافظہ 1 کا منظر وال لفظ پایا جاتا ہے۔ یوں پتہ کے لحاظ سے ان دو حافظوں کو سلسلہ وار ترتیب رکھا گیا ہے۔ دو یا دو سے زیادہ حافظے جوڑتے وقت اس طرح کی تصوراتی شکل ذہن میں بنایا کریں۔

مذکورہ بالا میں  $4 \times 4$  استعداد کے حافظے استعمال کیے گئے جنہیں دو پتہ بٹ  $A_0$  اور  $A_1$  درکار تھے۔ ان دو بٹ کو استعمال کر کے بیدار حافظے کے مختلف مقامات تک رسانی حاصل کی جاتی ہے جبکہ اگلا پتہ بٹ  $A_2$  استعمال کر کے ان حافظوں کو پتہ کے لحاظ سے مختلف مقامات پر رکھا گیا۔ یہی طریقہ کار زیادہ استعداد کے حافظوں کے ساتھ بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔ یوں دو عدد دس پتہ بٹ کے حافظے جوڑتے وقت  $A_0$  تا  $A_9$  بیدار حافظہ کے مختلف مقامات تک رسانی دیں گے جبکہ  $A_{10}$  انہیں جداگانہ بیدار کرے گا۔

## ۹.۳.۲ تین $8 \times 16$ حافظے سلسلہ وار جوڑ کر ایک $8 \times 48$ حافظے کا حصول

شکل ۱۳.۹ میں پست خارج شناخت کار استعمال کر کے تین  $8 \times 16$  حافظے (حافظہ 0، حافظہ 1، حافظہ 2) سلسلہ وار جوڑے گئے ہیں۔ تین حافظوں کے ایک جیسے پتہ بٹ ساتھ ساتھ جوڑے گئے ہیں۔ یوں تینوں کے  $A_0$  ایک ساتھ جڑے ہیں، وغیرہ۔ اسی طرح ایک جیسے مواد بٹ ساتھ ساتھ جوڑے گئے ہیں، لہذا تینوں  $D_0$  ایک ساتھ جڑے ہیں، وغیرہ۔ تاہم ان کے بیدار مداحل علیحدہ علیحدہ رکھے گئے ہیں تاکہ کسی ایک وقت پر صرف ایک حافظے کا بیدار فعال (پست) کر کے  $A_0$  تا  $A_3$  کے ذریعہ اس ایک حافظے کے سولہ مقامات تک رسانی حاصل کی جاسکے۔

شناخت کار کو پتہ بٹ  $A_4$  اور  $A_5$  بطور مداحل مندرجہ ذیل کے پتہ بٹ  $\bar{y}_0$ ،  $\bar{y}_1$ ،  $\bar{y}_2$ ، اور  $\bar{y}_3$  ہیں، جو مطلوب حافظے کی شناخت کرتے ہیں۔ شناخت کار کا نام یہیں سے نکلا ہے۔



شکل ۹.۱۴: حافظے جوڑنے کا عمومی طریقہ

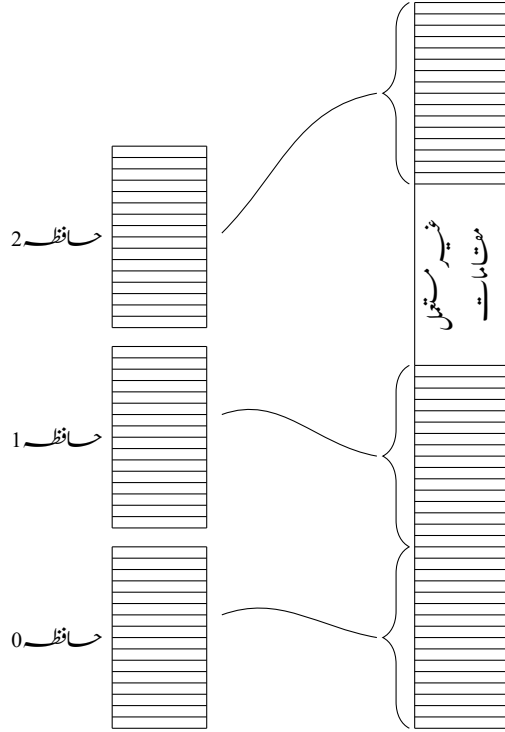
جیسا آپ جانتے ہیں، شناخت کار کے مداحصل کی ہر ترتیب ایک منفرد مخارج چنتی ہے۔ جدول ۳.۹ شناخت کار کے مخارج دیتا ہے۔ اس جدول میں دائیں جانب ایک اضافی قطار بنائی گئی ہے۔ آئیں اس جدول پر غور کرتے ہیں۔ پست  $A_4$  اور پست  $A_5$  کی صورت میں  $\bar{y}_0$  پست ہو گا جو حافظہ 0 کے بیدار 0 کے ساتھ جڑا ہے۔ یوں  $A_5A_4 = 00$  حافظہ 0 کی شناخت کر کے اسے بیدار کرتا ہے۔  $A_5A_4 = 00$  رکھتے ہوئے باقی چار پست بٹ آزادانہ طور پر بلند یا پست کیے جاسکتے ہیں یعنی  $A_3A_2A_1A_0$  کی قیمت  $0000_2$  تا  $1111_2$  ہو سکتی ہے جو حافظہ 0 کے سولہ مقامات تک رسائی ممکن بناتا ہے۔ حافظہ 0 کے تمام مقامات تک رسائی کے لئے یوں پست بٹ  $A_5A_4A_3A_2A_1A_0$  کی قیمت  $000000_2$  تا  $001111_2$  ہوگی۔ جدول کی دائیں قطار میں یہ حدود درج ہیں اور شکل ۱۵.۹ میں نچلے سولہ خانے ان مقامات کو ظاہر کرتے ہیں۔ حافظہ 0 کا آخری مقام کل حافظہ کے مقام  $001111_2$  پر پایا جاتا ہے۔

بلند  $A_4$  اور پست  $A_5$  کی صورت میں  $\bar{y}_1$  پست ہو گا جو بیدار 1 سے جڑا ہے۔ یوں  $A_5A_4 = 01$  حافظہ 1 کی شناخت کر کے اسے بیدار کرتا ہے۔  $A_5A_4 = 01$  رکھتے ہوئے باقی چار پست بٹ آزادانہ طور پر بلند یا پست کیے جاسکتے ہیں یعنی  $A_3A_2A_1A_0$  کی قیمت  $0000_2$  تا  $1111_2$  ہو سکتی ہے، جو حافظہ 1 کے سولہ مقامات تک رسائی دیتا ہے۔ حافظہ 1 کے مختلف مقامات تک رسائی کے لئے  $A_5A_4A_3A_2A_1A_0$  کی قیمت  $010000_2$  تا  $011111_2$  ہوگی۔ جدول کی دائیں قطار میں یہ حدود درج ہیں۔ شکل ۱۵.۹ میں نیچے سے سولہ خانے چھوڑ کر اگلے سولہ خانے ان مقامات کو ظاہر کرتے ہیں۔ جیسا پہلے ذکر کیا گیا، حافظہ 0 کا آخری مقام کل حافظہ کے مقام  $001111_2$  پر پایا جاتا ہے جبکہ حافظہ 1 کا منبرواں مقام اس سے اگلے مقام یعنی  $010000_2$  پر پایا جاتا ہے۔ شکل ۱۵.۹ سے ظاہر ہے جہاں حافظہ 0 کا اختتام ہے وہیں سے حافظہ 1 کی شروعات ہوتی ہے۔

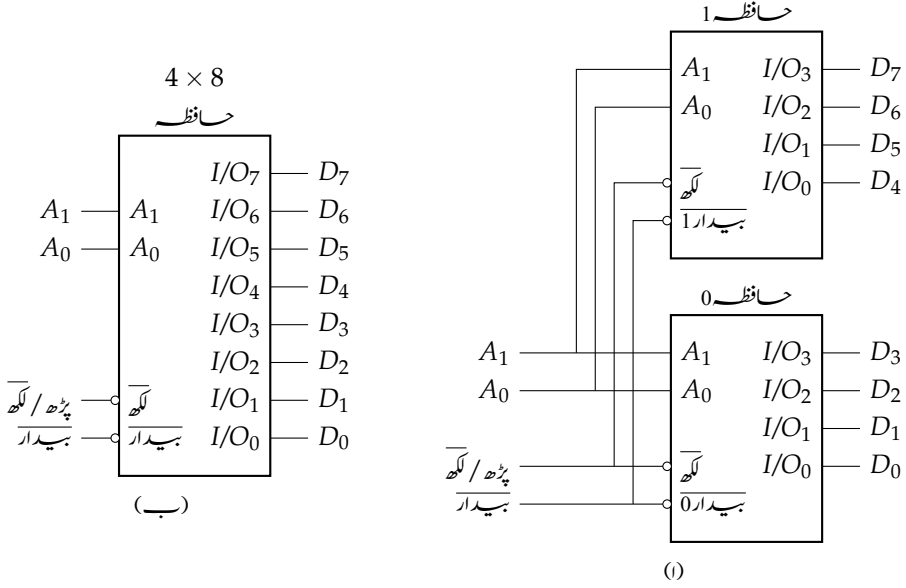
پست  $A_4$  اور بلند  $A_5$  پست  $\bar{y}_2$  دے گا جو کہ کسی بھی حافظہ کے ساتھ نہیں جڑا یوں  $A_5A_4 = 10$  کسی بھی حافظہ کی شناخت نہیں کرتے لہذا باقی چار پست بٹ کی قیمتیں  $0000_2$  تا  $1111_2$  کرنے سے کسی بھی حافظہ کی کسی بھی مقام تک رسائی نہیں ہوگی۔ یوں پست  $100000_2$  تا  $101111_2$  حافظہ کے کسی بھی مقام تک رسائی نہیں دیں گے لہذا اس خطے میں نہ مواد لکھا جاسکتا ہے اور نہ ہی اس خطے سے مواد پڑھا جاسکتا ہے۔ جدول کی دائیں قطار میں یہ حدود درج ہیں۔ شکل ۱۵.۹ میں انہیں غیر متعلق مقامات لکھ کر ظاہر کیا گیا ہے۔

بلند  $A_4$  اور بلند  $A_5$  پست  $\bar{y}_3$  دے کر حافظہ 3 کو بیدار کرتا ہے۔  $A_5A_4 = 11$  رکھتے ہوئے باقی چار پست بٹ کی قیمتیں  $0000_2$  تا  $1111_2$  کرنے حافظہ 3 کے سولہ مقامات تک رسائی ہوگی۔ یوں  $A_5A_4A_3A_2A_1A_0$  کی قیمت  $110000_2$  تا  $111111_2$  کرنے سے حافظہ 3 کے سولہ مقامات تک رسائی ہوگی۔ جدول کی دائیں قطار میں یہ حدود درج ہیں۔ شکل ۱۵.۹ میں بالائی سولہ خانے ان مقامات کو ظاہر کرتے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جہاں حوالی مقامات کا اختتام ہوتا ہے وہیں سے حافظہ 3 شروع ہوتا ہے۔

یہاں کل چھ پست بٹ  $A_0$  تا  $A_5$  استعمال کیے گئے جو چونسٹھ ( $2^6 = 64$ ) مقامات تک رسائی دے سکتے ہیں۔ ہم نے سولہ سولہ لفظ کے تین حافظے استعمال کرتے ہوئے اڑتالیس ( $16 \times 3 = 48$ ) مقامات استعمال کیے جبکہ سولہ ( $64 - 48 = 16$ ) مقامات (غالب مقامات) کا استعمال نہیں کیا گیا۔ اگرچہ ان تین حافظوں کو سلسلہ وار جوڑا گیا ہے، تاہم ان میں صرف حافظہ 0 اور حافظہ 1 متفریب متفریب ہیں جبکہ حافظہ 3 دور رکھا گیا ہے۔ ہم سولہ لفظ کا مزید ایک حافظہ شناخت کار کے ساتھ جوڑ کر تمام چونسٹھ مقامات بروئے کار لاسکتے ہیں۔



شکل ۹.۱۵: متعل اور غیر متعل مقامات (برائے شکل ۹.۱۴)



شکل ۹.۱۶: حافظوں کو متوازی جوڑ کر لفظ کی لمبائی بڑھائی گئی ہے۔

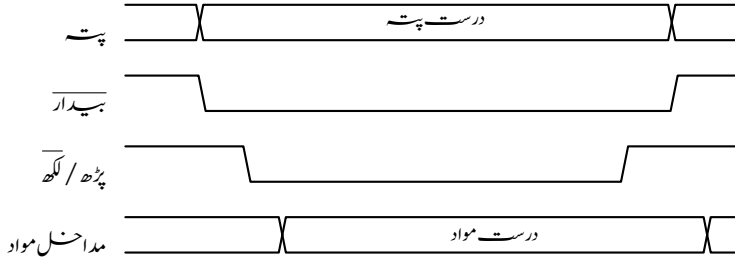
### ۹.۳.۳ دو 4x4 حافظے متوازی جوڑ کر 4x8 حافظے کا حصول

شکل ۹.۱۶-۱ میں دو 4x4 حافظے متوازی جوڑ کر ایک 4x8 حافظے حاصل کیا گیا ہے۔ دونوں حافظے بیک وقت بیدار ہوتے ہیں اور پتے کے دو بٹ A<sub>0</sub> اور A<sub>1</sub> دونوں حافظوں کے چار مقام تک رسائی دیتے ہیں۔ حافظہ 0 کے مواد کو D<sub>0</sub> تا D<sub>3</sub> جبکہ حافظہ 1 کے مواد کو D<sub>4</sub> تا D<sub>7</sub> تصور کر کے ان (D<sub>0</sub> تا D<sub>7</sub>) آٹھ بٹوں کو ایک بائٹ تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح متوازی جوڑے دو حافظوں کو 4x8 استعداد کا ایک حافظے تصور کیا جاسکتا ہے جسے شکل-ب میں تصوراتی شکل دی گئی ہے۔

### ۹.۴ حافظے کے اوقات کار

حافظے عموماً خرد عامل کار<sup>۲۲</sup> (مائکروپراسیسر) کے ساتھ منسلک استعمال کیا جاتا ہے۔ عام طور پر مخلوط ادوار کوئی مخصوص کام سرانجام دینے کے لئے تخلیق کیے جاتے ہیں۔ خرد عامل کار ان سے مختلف نوعیت کا مخلوط دور ہے جو احکامات<sup>۲۳</sup> پر چلتا ہے۔ ان احکامات کو تبدیل کر کے مائکروپراسیسر سے مختلف کام لیے جاسکتے ہیں۔ یہ احکامات (پہلے سے) پننت حافظے میں لکھے جاتے ہیں جہاں سے مائکروپراسیسر انہیں پڑھ کر ان کی تعیل کرتا ہے۔ مائکروپراسیسر کے ساتھ عموماً عارضی حافظے منسلک کیا جاتا ہے جہاں یہ عارضی مواد لکھ کر ذخیرہ کر سکتا ہے، جسے

microprocessor<sup>۲۲</sup>  
commands<sup>۲۳</sup>

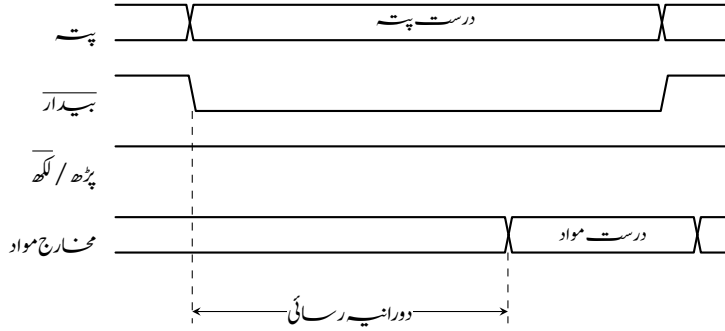


شکل ۹.۱: حافظہ میں مواد لکھنے کا عمل

مائیکروپراسیسر بعد میں پڑھ سکتا ہے۔ مختلف صنعت کاروں کے تخلیق کردہ حنرد عامل کار کے اپنے اپنے مخصوص احکامات ہوں گے جنہیں یہ سمجھ سکتا ہے اور جن پر یہ عمل کر سکتا ہے۔ کسی بھی مائیکروپراسیسر کے تمام احکامات کو اس مائیکروپراسیسر کی مادری زبان<sup>۲۲</sup> کہتے ہیں جبکہ کسی ایک حکم کو ہدایت<sup>۲۵</sup> کہتے ہیں۔

حنرد عامل کار بیرونی حبڑے مخلوط ادوار کے ساتھ گفتگو بذریعہ پتہ، مواد اور فتاویٰ اشارات کرتا ہے۔ شکل ۹.۱ میں حنرد عامل کار بیرونی حبڑے عارضی حافظے گفتگو کر رہا ہے۔ اس گفتگو کا مقصد حافظہ میں مواد لکھنا ہے۔ گفتگو کا آغاز اس وقت ہوتا ہے جب حنرد عامل کار درکار عارضی حافظے کا پتہ خارج کرتا ہے۔ اس پتے کے چند ہندسے عارضی حافظہ کی نشاندہی (بذریعہ شناخت کار) کرتے ہیں اور باقی حافظہ میں لکھنے کے مقام کی نشاندہی کرتے ہیں۔ شناخت کار چند ہی لمحوں میں پتے (کے چند نشانی ہندسوں) سے درکار عارضی حافظے کے مخلوط دور کی شناخت کر کے اسے بیدار کرتا ہے۔ شکل میں بیدار مداحصل کا ”پتہ“ ہونا اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔ حنرد عامل کار خارجی فتاویٰ اشارہ پڑھ / لکھ پتہ کر کے حافظہ کو خبردار کرتا ہے کہ حنرد عامل کار حافظہ میں مواد لکھنا چاہتا ہے اور ساتھ ہی اس مواد کو خارج کرتا ہے۔ اس مواد کو درست<sup>۲۴</sup> مواد لکھ کر ظاہر کیا گیا ہے۔ حافظہ اس مواد کو پڑھ / لکھ اشارے کے کنارہ چپڑھائی پر مطلوب مقام پر (جس کی نشاندہی باقی پتہ بٹ کرتے ہیں) محفوظ کرتا ہے۔ حنرد عامل کار کسی بھی ایسے عمل کے دوران پتہ برقرار رکھتا ہے۔ یاد رہے، پڑھ / لکھ کے کنارہ چپڑھائی سے قبل درست مواد مہیا کر دیا جاتا ہے جو کنارہ گزرنے کے بعد چند لمحات تک برقرار رہتا ہے۔ پتے کی تبدیلی کو دو لکیریوں کی آپس میں جگہ بدلنے سے ظاہر کیا گیا ہے۔

شکل ۹.۱۸ میں حنرد عامل کار حافظہ سے مواد پڑھنا چاہتا ہے۔ اس گفتگو میں حنرد عامل کار پڑھ / لکھ بلندرکھ کر پتہ خارج کرتا ہے۔ اس پتے کے چند ہندسے عارضی حافظہ کی اور باقی حافظہ سے مواد پڑھنے کے مقام کی نشاندہی کرتے ہیں۔ شناخت کار چند ہی لمحوں میں (پتے کے چند ہندسوں سے) حافظہ کی نشاندہی کر کے اسے خبردار کرتا ہے کہ حنرد عامل کار حافظہ سے مواد پڑھنا چاہتا ہے۔ حافظہ بیدار ہوتے ہی اس کوشش میں لگ جاتا ہے کہ درکار مقام سے مواد حاصل کر کے حنرد عامل کار کے حوالے کرے۔ ایسا کرنے



شکل ۹.۱۸: حافظے سے مواد پڑھنے کا عمل

کے لئے حافظے کو کچھ وقت درکار ہوگا جسے حافظہ کا دورانیہ رسائی<sup>۲۶</sup> کہتے ہیں۔ حافظہ مطلوب مقام سے مواد حاصل کر کے خارج کرتا ہے۔ اس مواد کو ”درست مواد“ کہا گیا ہے۔ حشر د عامل کار مواد کو درست پتے کے انتظام (یعنی بیدار کے کنارہ چپڑھائی) پر پڑھتا ہے۔ حشر د عامل کار اس مواد کو پڑھنے کے بعد اگلا ہدایت پخت حافظے سے پڑھ کر اس کی تعیل کرتا ہے۔

مشق ۹.۲: انٹرنیٹ سے عارضی حافظہ 6116، 74189، اور پخت حافظہ 2732 کے دورانیہ رسائی معلوم کریں۔

مثال ۹.۱: شکل ۹.۹ میں 74189 حافظہ کا دور پتیش کیا گیا ہے۔ کسی بھی مخلوط دور کی طرح، اس حافظہ کو استعمال کرنے کے لئے ضروری ہے کہ اس کو برقی طاقت فراہم کی جائے، جو پتیا 8 اور 16 پر فراہم کرنی ہوگی؛ پتیا 8 کے لحاظ سے 16 پر مثبت پانچ وولٹ دینا ہوگا؛ یوں پتیا 8 برقی زمین ہوگی۔

اس حافظہ کی ایک خاص بات یہ ہے کہ اس کے مخارج کا ہرٹ، حافظہ میں لکھے گئے پٹ کا متم ہوگا۔ یوں اگر مقام 0000 پر مواد 1011 لکھا جائے تو اس مقام سے 0100 پڑھا جائے گا۔ اس حافظہ میں جو بھی معلومات لکھنی ہو، ہرٹ کا متم لکھیں۔

### حافظے کے مختلف مقامات تک رسائی

حافظے کے چار پتے ہٹ ( $A_0$  تا  $A_3$ ) ہیں جو  $16_{10}$  مقامات تک رسائی دیں گے۔ ان مقامات تک رسائی سوئچ  $a_0$  تا  $a_3$  استعمال کر کے ہوگی۔ شکل ۹.۹ میں یہ سوئچ منقطع (کھڑے) دکھائے گئے ہیں۔ پتے کا کھڑا

<sup>۲۶</sup> access time





سوئچ بلند ہٹ (1) ظاہر کرتا ہے۔ غیر منقطع (ٹیچ) سوئچ پست ہٹ (0) ظاہر کرتا ہے۔ دکھائی گئی شکل میں پست 11112 ہے۔

### مواد کی تیاری

داخلی مواد کے ہٹ  $D_0$  تا  $D_3$  ہیں لہذا حافظہ میں چار ہٹ مواد ذخیرہ ہو سکتا ہے۔ حنا رجبی مواد کے ہٹ  $\overline{O}_0$  تا  $\overline{O}_3$  ہیں، جن پر گول دائرہ یاد دہانی کرائی جاتی ہے کہ یہاں سے حاصل مواد کا ہر ہٹ، داخل کردہ (لکھے گئے) ہٹ کا متمم ہوگا۔ سوئچ  $d_0$  تا  $d_3$  لکھی جانی والی معلومات دیتے ہیں۔ ہر ایک سوئچ ایک ہٹ کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر ہم چاہتے ہیں کہ حافظہ کے کسی مقام سے 1100<sub>2</sub> پڑھا جائے، ہم اس مقام پر 0011<sub>2</sub> لکھیں گے جو  $d_0$  اور  $d_1$  منقطع جبکہ  $d_2$  اور  $d_3$  غیر منقطع کرنے سے ملتا ہے۔ آپ نے دیکھا کہ کھڑا سوئچ بلند ہٹ لکھے گا اور جو حافظہ سے پڑھتے وقت 0 دیگا۔

### حافظہ کی برنامه نویسی

حافظہ کی برنامه نویسی (جس سے مراد حافظہ میں مواد لکھنا ہے) کے لئے  $S_2$  سوئچ برقی زمین سے جوڑ کر (جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے) مخلوط دور کا بیدار پست (فعال) کیا جاتا ہے۔ سوئچ  $S_1$  بٹھانے سے لکھ مداحل پست (فعال) ہوگا اور داخلی مواد (جس کا ہر ہٹ درکار مواد کے مطابق ہٹ کا متمم ہے) حافظہ میں داخل ہوگا۔ سوئچ  $S_1$  کھڑا کرنے سے لکھ بلند ہو کر حافظہ میں مواد محفوظ کرتا ہے۔ اس کے بعد  $S_1$  کھڑا کیا جاسکتا ہے۔  
فرض کریں ہم درج ذیل محفوظ کرنا چاہتے ہیں۔

پست	مواد
0000	1111
0001	1110
0010	1101
0011	1000

سوئچ  $S_2$  کو زمینی (برنامہ نویسی کے) مقام پر رکھنے سے آغاز کریں۔ مقام 0000 پر 1111 لکھنے کے لئے پست اور مواد کے سوئچ درج ذیل رکھیں، جہاں ”ب“ سے مراد سوئچ بٹھانا اور ”ک“ سے مراد سوئچ کھڑا رکھنا ہے۔

مواد				پست			
$d_3$	$d_2$	$d_1$	$d_0$	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$
ک	ک	ک	ک	ب	ب	ب	ب

ہم پست سوئچ کو  $a_3a_2a_1a_0$  اور مواد سوئچ  $d_3d_2d_1d_0$  لکھتے ہیں۔

اب  $S_1$  سوئچ کو بٹھانے سے مقام 0000 پر مواد 1111 نقل ہوگا۔ یہ سوئچ منقطع (کھڑا) کرنے سے مواد حافظہ میں محفوظ ہوگا۔ جب تک سوئچ  $S_1$  بیٹھا رہے، مواد سوئچ تبدیل کرنے سے حافظہ میں نقل کردہ مواد بھی تبدیل ہوگا: سوئچ کھڑا کرنے کے بعد مواد سوئچ کی تبدیلی کا حافظہ میں لکھے گئے مواد پر اثر نہیں ہوگا۔ اسی طرح بیٹھے  $S_1$  کے دوران پست سوئچ تبدیل کرنے سے نقل کا مقام تبدیل ہوگا۔ یوں جس لئے  $S_1$  کھڑا ہوگا اس لئے پست سوئچ حافظہ میں مقام اور مواد سوئچ لکھا گیا مواد تعین کرتے ہیں۔ گویا لکھ اشارہ کے کنارہ چپڑھائی پر حافظہ میں مواد لکھا جاتا

ہے۔ سوچ  $S_1$  منقطع (کھڑا) کرنے سے پڑھ / لکھ بلند ہو کر حافظہ کو ”پڑھ“ حالت میں ڈالتا ہے۔ ہم اب کسی دوسرے مقام (یا سی مقام) پر کوئی دوسرا (یا یہی) مواد لکھنے کے لئے تیار ہیں۔

اگلے مقام 0001 پر 1110 لکھنے کے لئے سوچ درج ذیل حالت میں ڈالیں۔ (یاد رہے  $S_2$  زمین سے جڑا ہے۔)

پت                      مواد  
ک   ب   ب   ب   ک   ک   ک   ک   ب

سوچ  $S_1$  کو بٹھا کر دوبارہ کھڑا کرنے سے مقام 0001 پر مواد 1110 لکھا جائے گا۔ اسی طرح چلتے ہوئے حافظہ میں باقی مواد لکھا جائے گا۔

### حافظہ سے مواد کا حصول

سوچ  $S_1$  کو کھڑا کر کے حافظہ سے مواد پڑھا جاسکتا ہے۔ پت سوچ کے ذریعہ مطلوب مقام کا پت حافظہ کو مہیا کر کے بیدار پست کرنے سے حافظہ  $\bar{O}_0$  تا  $\bar{O}_3$  پر مواد برآمد کرے گا۔ یاد رہے (اس مخصوص حافظہ کے) برآمدی مواد کا ہر بٹ لکھے گئے مطابقتی بٹ کا متمم ہو گا۔ ہم حافظہ میں لکھائی کے دوران  $S_2$  کو زمین کے ساتھ جوڑ کر رکھتے ہیں جبکہ اس سے مواد پڑھنے کے لئے اشارہ  $\bar{E}_R$  استعمال کرتے ہیں۔ یوں جب مواد پڑھنا ہو  $\bar{E}_R$  پست کیا جائے گا اور جب حافظہ غیر متعمل ہو، یہ اشارہ بلند رکھا جائے گا۔ □

## ۹.۵ پختہ حافظہ سے ترکیبی ادوار کا حصول

اس کتاب کے حصہ ۴.۵ میں شناخت کار کے ساتھ ایک جمع گیٹ استعمال کر کے تفاعل کا حصول دکھایا گیا۔  $n$  بٹ پت والے شناخت کار کے  $2^n$  مخارج دراصل پت بٹوں کے تمام ممکنہ مجموعہ ارکان ضربے ہوتے ہیں۔ ہر تفاعل کو مجموعہ ارکان ضرب کے روپ میں لکھ کر اسے شناخت کار کے مطلوبہ مخارج اور ایک جمع گیٹ سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$m$  بٹ لفظ پختہ حافظہ میں شناخت کار اور  $m$  جمع گیٹ موجود ہوتے ہیں لہذا اس کو  $m$  تفاعل کے حصول کے لئے تشکیل دیا جاسکتا ہے۔ یوں شکل ۱۱.۹ (صفحہ ۲۱۷) کو درج ذیل آٹھ تفاعل (اگرچہ  $D_6$  تفاعل  $D_0$

دہراتا ہے) حاصل کرنے والا دور تصور کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} D_7 &= \sum (0, 3) \\ D_6 &= \sum (1, 2) \\ D_5 &= \sum (1, 2, 3) \\ D_4 &= \sum (3) \\ D_3 &= \sum (0, 1) \\ D_2 &= \sum (0, 2) \\ D_1 &= \sum (3) \\ D_0 &= \sum (1, 2) \end{aligned} \quad (9.1)$$

ان تفاعل کو ایک مختلف نقطہ نظر سے دیکھتے ہیں۔ کمر دوہٹ  $D_0$  اور  $D_1$  کو ایک ساتھ  $D_1 D_0$  دیکھیں تو یہ مداحل  $A_0$  اور  $A_1$  جمع کرنے والا نصف جمع کار ہے۔ اسی طرح  $D_2$  دراصل  $\bar{A}_0$  اور  $D_3$  دراصل  $\bar{A}_1$  ہے۔ اسی طرح  $D_4$  دراصل دونوں مداحل کا منطقی ضرب ہے جبکہ  $D_5$  ان کا منطقی جمع،  $D_6$  بلا شرکت جمع اور  $D_7$  ان کا مکمل بلا شرکت جمع ہے۔

## سوالات

سوال ۹.۱: مختلف جسامت کے حافظوں میں پتہ بٹ کی اعشاری تعداد (i) 4، (ب) 16، اور (ج) 32 ہے۔ ان حافظوں میں الفاظ ذخیرہ کرنے کے مقصد کے لیے کتنے ہوں گے؟

جواب: (i) 16، (ب) 65536، (ج) 4294967296

سوال ۹.۲: حافظہ کی جسامت عموماً  $N \times D$  لکھی اور پکاری جاتی ہے، جہاں  $N$  حافظہ میں الفاظ کی تعداد اور  $D$  ایک لفظ میں بتوں کی تعداد ہے۔ یوں (i)  $64K \times 8$ ، (ب)  $16K \times 4$ ، (ج)  $256K \times 8$ ، اور (د)  $1G \times 32$  حافظوں میں پتہ پن اور مواد پن کتنے ہوں گے؟ (یاد رہے ایک گلوبائٹ سے مراد 1024 بائٹ ہے۔)

جواب: (i) سولہ پتہ اور آٹھ مواد پتہ، (ج) اٹھارہ پتہ اور آٹھ مواد پتہ۔

سوال ۹.۳: حافظہ کے  $50293_{10}$  پتہ پر  $172_{10}$  مواد لکھا ہے۔ اس تک رسائی کے لیے سولہ پتہ کیا ہوگا اور اس مقام سے کیا آٹھ پتہ مواد پڑھا جائے گا؟

جواب: پتہ: 1010111001، مواد: 1100010001

سوال ۹.۴: چار عدد  $2K \times 8$  حافظہ اور ایک عدد  $4 \times 2$  شناخت کار کی مدد سے  $8K \times 8$  حافظہ حاصل کریں۔

سوال ۹.۵: دو عدد  $256K \times 8$  حافظے استعمال کر کے  $256K \times 16$  حافظہ حاصل کریں۔

سوال ۹.۶: چار پتہ اور آٹھ مواد بٹ حافظہ استعمال کر کے نو کا پہاڑا حاصل کرنا ہے۔ حافظہ کو شنائی مرموز اعشاری روپ میں 0 تا 9 اعشاری عدد بطور پتہ مقرر کیا جائے گا۔ حافظہ نے مواد پتہ پر جواب

ثنائی سرموز اعشاری روپ میں پیش کرنا ہے۔ مثلاً، اگر اسے دو ( $0010_2$ ) منراہم کیا جائے تو یہ اٹھارہ ( $00011000_2$ ) خارج کرے۔ (ا) حافظہ میں لکھا مواد جدول کی شکل میں لکھیں۔ (ب) حافظہ میں کتنے مقام غیر مستعمل ہوں گے؟

جواب: چھ مقام غیر مستعمل ہوں گے۔

مقام	مواد
0000	0000 0000
0001	0000 1001
0010	0001 1000
0011	0010 0111
0100	0011 0110
0101	0100 0101
0110	0101 0100
0111	0110 0011
1000	0111 0010
1001	1000 0001

سوال ۹.۷: چار بٹ ثنائی عدد میں 1 کی تعداد جاننا مقصود ہے۔ اس کام کے لئے  $4 \times 16$  حافظہ استعمال کیا جاتا ہے۔ حافظہ کو ثنائی عدد بطور پتہ مہیا کیا جاتا ہے۔ حافظہ نے اس عدد میں 1 کی تعداد بطور مواد خارج کرنا ہے۔ یوں اگر 1011 منراہم کیا جائے تو  $0011_2$  وصول ہوگا۔ حافظہ میں لکھا گیا مواد جدول میں لکھیں۔

جواب:

اکتیاں	عد
0000	0000
0001	0001
0010	0001
0011	0010
0100	0001
0101	0010
0110	0010
0111	0011
1000	0001
1001	0010
1010	0010
1011	0011
1100	0010
1101	0011
1110	0011
1111	0100

سوال ۹.۸: انٹرنیٹ سے (ا) 2708، (ب) 2732، (ج) 2764، (د) 27256، (ه) 6116، اور (و) 62256 حافظوں کے معلوماتی صفحات حاصل کر کے ان کی قسم (یعنی پخت یا عارضی)، جامت اور دورانیہ رسائی دریافت کریں۔ (یہ حافظے مختلف دورانیہ رسائی کی صلاحیت کے لئے دستیاب ہیں۔)



## باب ۱۰

# قابل تشکیل ترکیبی منطقی ادوار

پختہ حافظہ استعمال کرتے ہوئے تفاعل کا حصول گزشتہ باب میں دکھایا گیا۔  $m$  پختہ پختہ حافظہ میں تمام ممکن  $2^m$  ارکان ضرب موجود ہوتے ہیں جنہیں جمع گیٹوں سے جوڑ کر درکار تفاعل حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ پختہ حافظہ قابل تشکیل ترکیبی منطقی ادوار<sup>۱</sup>، جن پر یہاں غور کیا جائے گا، کی ایک قسم ہے۔

قابل تشکیل ترکیبی منطقی ادوار کی پہلی قسم قابل تشکیل جمع ترکیبی منطقی ادوار<sup>۲</sup> ہے، جن میں پہلا صنف ضرب گیٹ اور دوسرا جمع گیٹ کا ہوتا ہے اور جو مجموعہ ارکان ضرب کی صورت میں تفاعل دیتے ہیں۔ ضرب گیٹوں کی صنف میں داخلی برقی جوڑا مل جبکہ دوسری صنف کے جمع گیٹوں کے داخلی برقی جوڑا قابل تشکیل ہوتے ہیں۔ پختہ حافظہ اس قسم میں شمار ہوتا ہے۔

قابل تشکیل ترکیبی منطقی ادوار کی دوسری قسم قابل تشکیل ضرب ترکیبی منطقی ادوار<sup>۳</sup> ہے، جن میں پہلا صنف ضرب گیٹ اور دوسرا جمع گیٹ کا ہوتا ہے اور جو مجموعہ ارکان ضرب کی صورت میں تفاعل دیتے ہیں۔ پہلی صنف کے ضرب گیٹوں کے داخلی برقی جوڑا قابل تشکیل جبکہ دوسری صنف کے جمع گیٹوں کے داخلی برقی جوڑا مل ہوتے ہیں۔

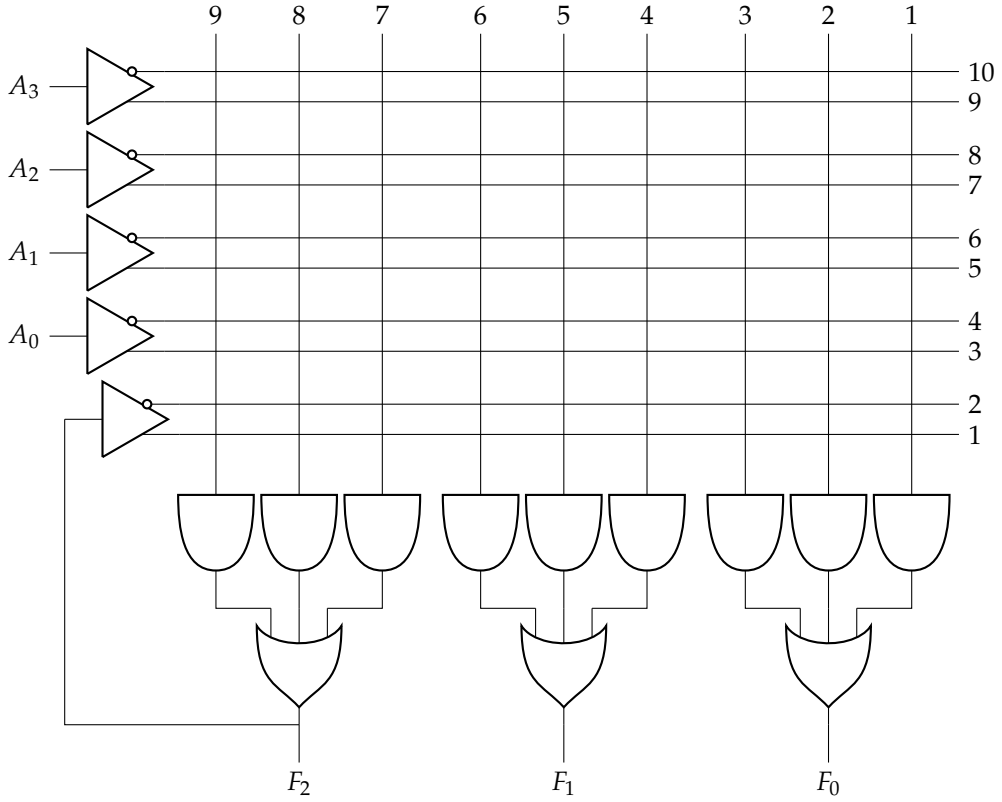
تیسری اور سب سے زیادہ چمک دار قابل تشکیل ترکیبی منطقی ادوار کی قسم میں پہلی صنف کے ضرب گیٹوں کے داخلی جوڑا اور دوسری صنف کے جمع گیٹوں کے داخلی جوڑا دونوں قابل تشکیل ہوتے ہیں۔ انہیں قابل تشکیل ضرب و جمع ترکیبی منطقی ادوار<sup>۴</sup> کہتے ہیں۔

<sup>۱</sup>programmable logic devices (PLDs)

<sup>۲</sup>programmable array logic (PAL)

<sup>۳</sup>programmable logic array (PLA)

<sup>۴</sup>CPLD, complex programmable logic devices



شکل ۱۰.۱: متابل تشکیل ضرب جو ڈوالے ترکیبی دور کی عمومی ساخت

مذکورہ بالا ادوار پروگرامر<sup>۵</sup> (مخلوط دور برنامہ نویس) سے تشکیل دیے جاتے ہیں۔

### ۱۰.۰.۱ متابل تشکیل ضرب ترکیبی منطقی ادوار

متابل تشکیل ضرب ترکیبی منطقی ادوار کی عمومی ساخت شکل ۱۰.۱ میں دکھائی گئی ہے جہاں دور کے چار مداحل اور تین مخارج ہیں۔ ان ادوار میں عموماً کئی مخارج اشارے بھی بطور مداحل استعمال کیے جاتے ہیں جیسے یہاں  $F_2$  استعمال کیا گیا ہے۔

دکھائے گئے دور کے تین یکاں حصے ہیں۔ ہر حصے میں دس مداحل تین ضرب گیٹ ہیں جو تین مداحل ایک جمع گیٹ کو جاتے ہیں۔ ضرب گیٹ کے مداحل متابل تشکیل جبکہ جمع گیٹ کے مداحل اٹل ہیں۔ دور کے کُل چار



مداخلہ ہیں جنہیں مستحکم کار سے گزار کر ان کے متم بھی ضرب گیٹ کو مہیا کیے گئے ہیں۔ اس دور میں 10 داخلہ کُل 9 جمع گیٹ ہیں لہذا اس میں  $9 \times 10 = 90$  فٹبے ہوں گے۔

عام دستیاب ادوار میں مداخلہ اور مخرج کی تعداد اس سے زیادہ ہوگی، مثلاً ان میں سولہ مداخلہ، آٹھ مخرج اور آٹھ یکاں اندرونی حصے ہو سکتے ہیں جن میں ہر حصہ آٹھ ضرب اور ایک جمع گیٹ پر مشتمل ہوگا۔ مزید مخرجی اشاروں پر مستحکم کار نصب ہو سکتے ہیں جنہیں بلند رکاوٹی حال کیا جاسکتا ہے۔

آئیں اس دور کو استعمال کرتے ہوئے درج ذیل تفاعل حاصل کرتے ہیں جو ارکان ضرب کے روپ میں دیے گئے ہیں۔

$$\begin{aligned} F_0(A, B, C, D) &= \sum(4, 5, 10, 14) \\ F_1(A, B, C, D) &= \sum(0, 1, 5, 7, 9, 13, 14, 15) \\ F_2(A, B, C, D) &= \sum(0, 1, 5, 7, 14, 15) \end{aligned} \quad (10.1)$$

کارنانف نقشہ جات سے ان تفاعل کا درج ذیل سادہ روپ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} F_0 &= \overline{ABC} + AC\overline{D} \\ F_1 &= \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BD + ABC + A\overline{B}C = F_2 + A\overline{B}C \\ F_2 &= \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BD + ABC \end{aligned} \quad (10.2)$$

ان مساواتوں میں کوئی بھی ضربی رکن تین سے زیادہ مداخلہ پر مشتمل نہیں لہذا درج بالا تفاعلات کو شکل ۱۰.۱۰ میں پیش متابل تشکیل ترکیبی منطقی دور استعمال کر کے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ شکل ۱۰.۱۰ میں درج بالا تفاعلات کا دور دکھایا گیا ہے جہاں سلم جوڑ صلیبی نشان سے ظاہر کیے گئے ہیں۔ باقی جوڑ منقطع کیے گئے ہیں۔

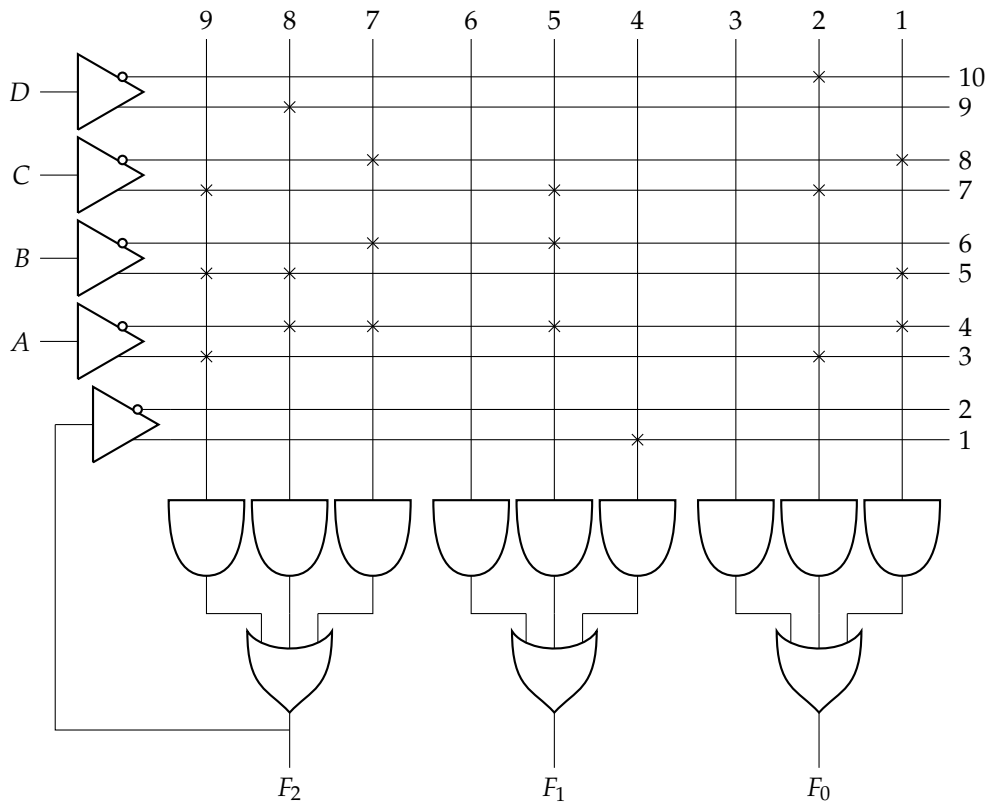
## ۱۰.۰.۲ متابل تشکیل ضرب و جمع ترکیبی منطقی ادوار

ان ادوار میں بھی پہلی صف ضرب گیٹ اور دوسری صف جمع گیٹوں کی ہوتی ہے البتہ ان میں ضرب گیٹوں اور جمع گیٹوں کے تمام جوڑ متابل تشکیل ہوتے ہیں۔ یوں استعمال کے نکتہ نظر سے یہ نہایت پکڑ دار ہوتے ہیں۔

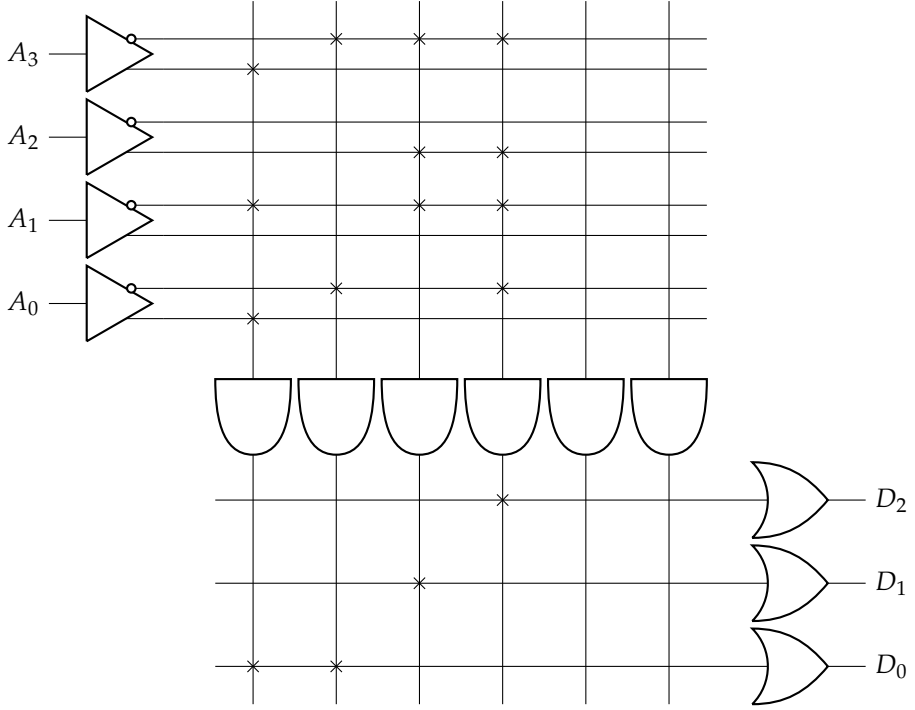
شکل ۱۰.۱۰ میں متابل تشکیل ضرب و جمع ترکیبی منطقی دور دکھایا گیا ہے۔ اس دور میں تمام ضرب گیٹوں کے داخلہ جوڑ اور تمام جمع گیٹوں کے داخلہ جوڑ متابل تشکیل ہیں۔ اس دور میں آٹھ داخلہ ضرب گیٹ اور چھ داخلہ تین جمع گیٹ ہیں۔ یوں اس میں کُل جوڑ 66 ہوں گے۔

اس شکل میں درج ذیل تین تفاعل حاصل کیے گئے ہیں جہاں صلیبی نشان سلامت جوڑ کو ظاہر کرتے ہیں۔ ان تفاعل کے حصول میں چار ضرب گیٹ اور تینوں جمع گیٹ کی ضرورت پیش آئی، جبکہ دو ضرب گیٹ زیر استعمال نہیں آئے۔

$$\begin{aligned} D_2 &= \overline{A_0}\overline{A_1}A_2\overline{A_3} \\ D_1 &= \overline{A_1}A_2\overline{A_3} \\ D_0 &= A_0\overline{A_1}A_3 + \overline{A_0}\overline{A_3} \end{aligned} \quad (10.3)$$



شکل ۱۰.۲: تین تفسعات کا حصول



شکل ۱۰.۳: چھ ضرب اور تین جمع گیٹ پر مشتمل تابل تفکیک ضرب و جمع منطقی ترکیبی دور

یہاں دکھایا گیا قابل تشکیل ضرب و جمع ترکیبی منطقی دور صرف سمجھانے کی خاطر ہے۔ حقیقی ادوار میں کئی گنا زیادہ مداحصل، محارج، اور گیٹ ہوں گے۔ شنائی تفاعل کی سادہ ترین صورت حاصل کر کے اسے مخلوط دور میں ڈالا جاتا ہے۔ سادہ ترین روپ کا حصول، جو عموماً ایک مشکل کام ہوگا، کمپیوٹر کے ذریعے کیا جاتا ہے۔ منقطع ہونے والے فنتیوں کی معلومات بھی کمپیوٹر منسراہم کرتا ہے۔ فنتیے مخلوط ادوار کا پروگرامر منقطع کرتا ہے۔

جیاحص ۱۳.۳ میں ذکر کیا گیا، ضرب و جمع دور کو ضرب متمم و ضرب متمم سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح ضرب متمم گیٹ کے تمام مداحصل ایک ساتھ جوڑنے سے نفی گیٹ حاصل ہوتا ہے۔ اسی لئے حقیقتاً قابل تشکیل ادوار صرف ضرب متمم گیٹ سے بنائے جاتے ہیں۔ شکل ۱۰.۱۰ میں تمام ضرب، جمع اور نفی گیٹ کی جگہ ضرب متمم نسب کرنے سے ایسا دور حاصل ہوگا۔ ایسا دور قابل تشکیل ضرب متمم و ضرب متمم منطقی دور کہلائے گا۔

### ۱۰.۱ قابل تشکیل ترتیبی ادوار

جیاس باب کی شروع میں ذکر ہوا، وسیع پیمانے کے مخلوط ادوار<sup>۲</sup> ترتیبی بناوٹ رکھتے ہیں۔ قابل تشکیل ترکیبی ادوار کے ساتھ پلاٹ منسلک کر کے قابل تشکیل ترتیبی ادوار حاصل کیے جاتے ہیں۔ اس طرح کے یکاں کئی حصے ایک مخلوط دور پر میں ڈال کر پیچیدہ قابل تشکیل ترتیبی ادوار بنائے جاتے ہیں۔ ان ادوار میں تمام انفرادی حصوں کے مابین، قابل تشکیل ترکیبی ادوار کی طرح، برقی جوڑوں (فنتیوں) کا جال بچھایا جاتا ہے، اور بیرونی مداحصل کے ساتھ ساتھ دور کے محارج بطور مداحصل استعمال کیے جاسکتے ہیں۔

انتہائی وسیع پیمانے کے مخلوط ادوار<sup>۸</sup> کی بناوٹ صف در صف گیٹوں پر مبنی ہوتی ہے۔ ایسے جدید مخلوط ادوار میں گیٹوں کی تعداد اربوں میں ہوتی ہے۔

انتہائی وسیع پیمانے کے مخلوط ادوار کا ذکر کرتے ہوئے مور کی پیشین گوئی کا ذکر کرنا لازم ہے جنہوں نے ۱۹۶۵ میں پیشین گوئی کی کہ مخلوط ادوار میں گیٹوں کی تعداد ہر دو سال میں دگنی ہوگی۔ یہ پیشین گوئی جسے مور کا قانون<sup>۹</sup> کہتے ہیں اب تک درست ثابت ہوتا آ رہا ہے۔

انتہائی وسیع پیمانے کے مخلوط دور تشکیل دینے کی خاطر تفاعل میں مستعمل گیٹ اور ان کے بیچ جوڑ کی معلومات مخلوط دور تیار کرنے والے صنعت کار کو منسراہم کیا جاتا ہے۔ مخلوط دور بناتے وقت اس معلومات کے تحت گیٹوں کے بیچ درکار جوڑ بنا دیے جاتے ہیں۔ کبھی کبھار صنعت کار صارف کے ضرورت کے مطابق مخلوط دور تیار کرتا ہے۔ ایسے تیار کیے جانے والے ادوار کو خصوصی استعمال کے مخلوط ادوار<sup>۱۰</sup> کہتے ہیں۔

اس سلسلہ کی آخری قسم موقع پر قابل تشکیل گیٹے صف<sup>۱۱</sup> ہے جو دراصل انتہائی وسیع پیمانے کے مخلوط ادوار کی وہ قسم

large scale integration (LSI)<sup>۲</sup>

complex PLD (CPLD)<sup>۴</sup>

very large scale integration (VLSI)<sup>۸</sup>

Moore's law<sup>۹</sup>

application specific integrated circuit (ASIC)<sup>۱۰</sup>

field programmable gate array (FPGA)<sup>۱۱</sup>

ہے جسے صرف خود تشکیل دے سکتا ہے۔ انہیں بار بار تشکیل دیا جاسکتا ہے۔ ان ادوار میں گیٹ، پلسٹ، شناخت کار، عارضی حافظہ اور اس قسم کے دیگر ادوار پائے جاتے ہیں۔ موقع پر قابل تشکیل گیٹ صف استعمال کرنے کی خاطر کمپیوٹر کا بھرپور استعمال کیا جاتا ہے۔ کمپیوٹر کے مدد سے تیار کرنے کی خاطر کئی کمپیوٹر پروگرام استعمال کیے جاسکتے ہیں۔

مشق ۱۰.۱: انٹرنیٹ سے EPM7032 مخلوط دور کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔ (i) اس میں کتنے یکساں جے ہیں؟ (ب) کیا ہر جے میں پلسٹ بھی پایا جاتا ہے؟

### سوالات

سوال ۱۰.۱: تین کے پہاڑے کا حصول۔ قابل تشکیل ضرب منطقی دور استعمال کر کے ایسا دور تخلیق دیں جس کا مداحل شنائی عدد  $A_3A_2A_1A_0$  اور محارج عدد کا تین گنا ہو۔

سوال ۱۰.۲: قابل تشکیل ضرب منطقی دور سے نصف جمع کار کا حصول۔ ایسا دور تخلیق دیں جو شنائی عدد  $A_3A_2A_1A_0$  اور  $A_7A_6A_5A_4$  جمع کرتا ہو۔

سوال ۱۰.۳: قابل تشکیل ضرب منطقی دور سے مکمل جمع کار کا حصول۔ ایسا دور تخلیق دیں جو شنائی اعداد  $A_3A_2A_1A_0$ ،  $A_7A_6A_5A_4$  اور حاصل  $A_8$  جمع کر کے  $D_5D_4D_3D_2D_1D_0$  حارج کرتا ہو۔

سوال ۱۰.۴: قابل تشکیل ضرب متمم و ضرب متمم منطقی دور استعمال کر کے مساوات ۱۰.۳ کا دور تخلیق دیں۔

سوال ۱۰.۵: قابل تشکیل ضرب متمم و ضرب متمم منطقی دور استعمال کرتے ہوئے ایسا دور تخلیق دیں جو شنائی مسر موز اعشاری اعداد  $A_3A_2A_1A_0$  اور  $A_7A_6A_5A_4$  کا شنائی مسر موز حاصل ضرب حارج کرتا ہو۔



## باب ۱۱

### غیر معاصر ترتیبی ادوار

وسیع پیمانہ عددی ادوار عموماً معاصر ادوار کے طرز پر بنائے جاتے ہیں۔ ان کے اگلے حال مکمل طور پر موجودہ حال سے حاصل ہوتے ہیں۔ حال صرف ساعت کے کنارے پر تبدیل ہوتے ہیں اور باقی اوقات کے لئے انہیں غیر متغیر تصور کیا جاسکتا ہے۔ ساعت کے کنارے سے چند لمحات قبل تا چند لمحات بعد تک تمام حال کا پائیدار ہونا یقینی بنایا جاتا ہے۔ یوں کنارہ ساعت پر معلوم حال پائے جاتے ہیں جن سے اگلے پر یقین حاصل ہوتے ہیں۔

اس کے برعکس غیر معاصر ادوار کے حال کسی لمحہ تبدیل ہو سکتے ہیں جس سے حالت دوڑ اور دیگر مسائل کھڑے ہوتے ہیں جن پر اس باب میں غور کیا جائے گا۔

غیر معاصر ادوار کی اپنی ایک اہمیت ہے۔ یہ ساعت کے کنارے کا انتظار کیے بغیر اشارہ کو رد عمل کر سکتے ہیں۔ عموماً کسی بھی عددی دور میں کچھ حصہ معاصر اور کچھ غیر معاصر ہوگا۔

شکل ۱۱۔۱ میں نہایت سادہ دور دکھایا گیا ہے جس کو سرسری نظر سے دیکھ کر یوں محسوس ہوتا ہے کہ ضرب گیت کا مخارج کبھی بلند نہیں ہو سکتا۔ غور کرنے سے ثابت ہوتا ہے کہ مسئلہ اتنا سادہ نہیں۔ جب بھی مداحل  $A$  حال تبدیل کرے اس کے چند لمحوں بعد منفی گیت کا مخارج حال تبدیل کرے گا۔ یہ تاخیر منفی گیت کے دورانیہ رد عمل کی بدولت ہے۔ شکل میں  $A$  اور  $\bar{A}$  کے خط کھینچے ہوئے یہ تاخیر بڑھا چڑھا کر دکھائی گئی ہے۔ اگر ضرب گیت کا دورانیہ رد عمل صفر ہوتا تب ضرب گیت کا مخارج ان دو مداحل کے مطابق حال  $Y_0$  اختیار کرتا۔ حقیقتاً ضرب گیت کو بھی رد عمل کے لئے چند لمحات درکار ہوں گے لہذا ضرب گیت کا مخارج  $Y$  ہوگا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں ضرب گیت کا مخارج غیر مطلوب طور پر، منفی گیت کے دورانیہ رد عمل کے برابر دورانیہ کے لئے، بلند ہوگا۔ اس طرح کے، غیر مطلوب نہایت کم دورانیہ کے لئے، حال کی تبدیلی کو برقی لڑش یا مختصراً

delay<sup>۱</sup>





لرزش<sup>۲</sup> کہتے ہیں۔ برقی لرزش مثبت یا منفی ہو سکتی ہے لہذا موجودہ لرزش کو مثبت لرزش کہیں گے۔ لرزش نہایت کم دورانیے کی دھڑکن تصور کی جاسکتی ہے، تاہم لرزش کی اصطلاح عموماً غنیر مطلوب دھڑکن کے لئے استعمال کی جاتی ہے اور ان سے معاصر ادوار کو پاک رکھا جاتا ہے۔

لرزش کی وجہ سے ادوار عبوری حالت<sup>۳</sup> اختیار کرتے ہیں۔ اس باب میں عبوری حال پر تفصیلاً بحث ہوگی۔

آپ نے دیکھا کہ ضرب گیٹ تک اشارہ  $\bar{A}$  پہنچنے میں تاخیر کی بدولت لرزش پیدا ہوئی۔ تاخیر کی مزید ایک مثال دیکھتے ہیں۔

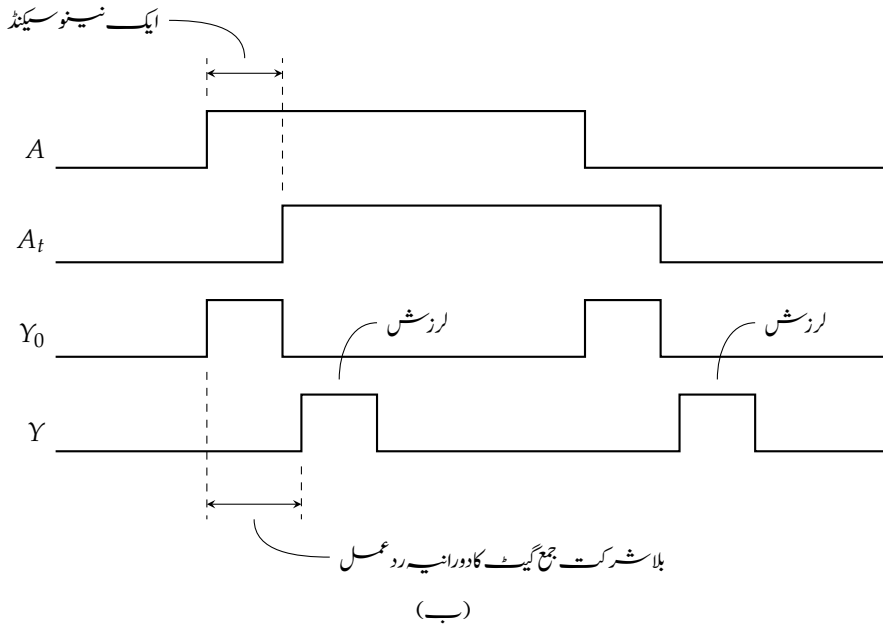
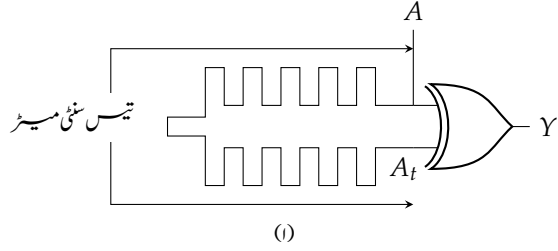
برقی تار میں برقی دباؤ کی رفتار تقریباً حلاء<sup>۴</sup> میں روشنی کی رفتار کے برابر ہوتی ہے۔ یوں ایک نینوسیکنڈ میں برقی دباؤ تقریباً  $0.3 = 10^{-9} \times 3 \times 10^8$  میٹر یعنی 30 سنی میٹر فاصلہ طے کرتا ہے۔ آئیے دیکھتے ہیں اگر پچھلی مثال تبدیل کر کے نفی گیٹ کی جگہ 30 سنی میٹر برقی تار لگائی جائے اور ضرب گیٹ کی جگہ بلاشرکت جمع گیٹ نصب کیا جائے تو دور کار د عمل کیا ہوگا (شکل ۲.۱۱ دیکھیں)۔

اشارہ A گیٹ کے ایک داخلی پن پر مہیا کیا گیا ہے جبکہ یہی اشارہ تیس سنی میٹر برقی تار سے گزار کر دوسرے داخلی پن پر مہیا کیا گیا ہے جہاں (تاخیر سے پہنچنے والے) اشارے کو  $A_t$  کہا گیا ہے۔ تار کو بل دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں اشارہ  $A_t$  گیٹ کے دوسرے پن تک (تار میں ترسیل کے بعد) تاخیر سے پہنچتا ہے۔ اشارہ A بلند یا پست ہونے کے ایک نینوسیکنڈ بعد اشارہ  $A_t$  بلند یا پست ہوگا۔ گیٹ کا دورانیہ رد عمل نظر انداز کرتے ہوئے گیٹ کا محارج  $Y_0$  ہوگا۔ گیٹ کا دورانیہ رد عمل مد نظر رکھتے ہوئے محارج Y ہوگا۔ گیٹ کے محارجی اشارے میں دو بلند برقی لرزشیں دیکھنے کو ملتی ہیں جن کے دورانیے برقی تار میں تاخیر کے برابر ہیں۔ یوں اشارے کی راہ میں تاخیر، حافظہ کی طرح، معلومات لمحاتی طور پر یاد رکھنے کی صلاحیت رکھتی ہیں۔

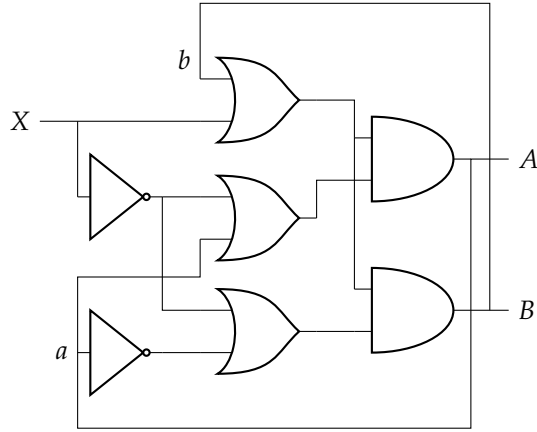
آپ نے دیکھا مختلف طرز کی تاخیر دور میں لرزشیں پیدا کرتی ہیں۔ جہاں بازار سہ اشارہ ۵ تاخیر سے پہنچ کر محارج تبدیل کرتا ہو وہاں دوران تاخیر محارج اور تاخیر کے بعد محارج مختلف ہوں گے جس سے نا پائیدار حالت<sup>۵</sup> پیدا ہوگی۔

جب بھی ایک سے زیادہ اشارے بیک وقت تبدیل ہوں، گیٹ اور برقی تاروں میں نا قابل معلوم تاخیر کی بدولت، ان کے اثرات حبا ننت تقریباً ناممکن ہوگا۔ اس مسئلے سے بچنے کی حنا طر غنیر معاصر ادوار درج ذیل دو شرائط کے تحت بنائے جاتے ہیں: (۱) ایک وقت پر صرف ایک اشارہ تبدیل ہو؛ (ب) اشاروں کی تبدیلی کے درمیان اتنا وقفہ دیا جائے کہ تاخیر کے باوجود دور پائیدار حال اختیار کرتا ہو۔ ان شرائط کے تحت چلنے کو بنیادی طریقے کار کے تحت چلتا کہتے ہیں۔

glitch<sup>۲</sup>  
transition state<sup>۳</sup>  
ہے۔ سیکنڈ فی میٹر  $3 \times 10^8$  رفتار کی روشنی میں حلاء<sup>۴</sup>  
feedback signal<sup>۵</sup>  
unstable condition<sup>۱</sup>  
fundamental mode<sup>۶</sup>



شکل ۱۱.۲: دو برقی تاروں کی لمبائی میں فرق کی بدولت پیدا ہونے والی لرزشیں۔



شکل ۱۱.۳: غیر معاصر دور۔

## ۱۱.۱. تجزیہ

غیر معاصر ترتیبی ادوار<sup>۸</sup> سے مراد ایسے ادوار ہیں جن میں (i) بغیر ساعت والے پلٹ پائے جوائیں اور یا (ب) ان میں ایک یا ایک سے زیادہ مخارج بطور باز سی اشارات استعمال ہوں۔ جیسے اوپر ذکر کیا گیا، مختلف نوعیت کی تاخیر کی بنا پر باز سی اشارات لحاظی طور پر حافظہ کی صلاحیت رکھتے ہیں۔

جب خارجی اشارہ، مثلاً  $D$ ، بطور داخلی اشارہ استعمال ہو کر اپنی ہی قیمت ( $D$ ) تعین کرنے میں کردار ادا کرتا ہو، یہ باز سی اشارہ کہلاتا ہے۔

اس حصہ میں بغیر پلٹ ادوار پر غور کیا جائے گا۔ پلٹ والے دور پر اگلے حصہ میں غور کیا جائے گا۔

### ۱۱.۱.۱ عبوری جدول

غیر معاصر ترتیبی ادوار پر غور ان کے عبوری جدول<sup>۹</sup> کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ یہ طریقہ شکل ۱۱.۳ میں دیے گئے دور کی مدد سے کیے جاتے ہیں۔

پلٹ کی غیر موجودگی کے باوجود اس کو ترتیبی دور اس لئے کہیں گے کہ خارجی اشارے  $A$  اور  $B$  بطور باز سی اشارات<sup>۱۰</sup>،  $a$  اور  $b$ ، استعمال کیے گئے ہیں۔ دور سے خارجی حال کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} A &= (b + x) \cdot (a + \bar{x}) \\ B &= (b + x) \cdot (\bar{a} + \bar{x}) \end{aligned} \quad (11.1)$$

<sup>۸</sup> asynchronous combinational circuit  
<sup>۹</sup> feedback signal  
<sup>۱۰</sup> transition table  
<sup>۱۱</sup> feedback signals

جدول ۱۱.۱: دور کا بولین جدول۔

$a$	$b$	$x$	$A$	$B$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

مساوات حاصل کرتے وقت بازاری اشاروں کو عام مداحل تصور کریں۔ یوں  $x$  کو بیرونی مداحل جبکہ  $a$  اور  $b$  کو اندرونی مداحل تصور کریں۔ ان مساوات میں  $a$  اور  $b$  موجودہ **مخارج** جبکہ  $A$  اور  $B$  اگلے **مخارج** ہیں۔ ان مساوات سے جدول ۱۱.۱ حاصل ہوگا جس سے عبوری جدول کا حصول شکل ۱۱.۳ میں دکھایا گیا ہے۔

جدول ۱۱.۱ میں پیش حال کے متغیرات  $A$  اور  $B$  کی معلومات کو علیحدہ علیحدہ کارناف نقشوں کی طرز پر لکھا گیا ہے جس سے عبوری جدول کے حصول میں آسانی پیدا ہوتی ہے۔ کارناف نقشوں کی بائیں جانب قطار کی صورت میں اندرونی مداحل  $ab$  کی قیمتیں جبکہ اوپر جانب صف کی صورت میں بیرونی مداحل  $x$  کی قیمتیں لکھی جاتی ہیں۔

**عبوری جدول** میں  $A$  اور  $B$  کی قیمتیں ساتھ ساتھ  $AB$  لکھی جاتی ہیں۔ کارناف نقشوں کی آخری صف کی دائیں قطاروں میں  $A$  کی قیمت 1 جبکہ  $B$  کی قیمت 0 ہے۔ عبوری جدول کی نچلی صف اور دائیں قطار کے مطابق حنائے میں ان قیمتوں کو ساتھ ساتھ 10 لکھا گیا ہے۔ اس عمل کی وضاحت تیسرے لکیروں سے کی گئی ہے۔

عبوری جدول میں صف در صف چلتے ہوئے جب بھی صف میں موجودہ مخارج  $ab$  اور اگلے مخارج  $AB$  کی قیمت یکساں ہو، وہاں  $AB$  کی قیمت دائرے میں بند کریں۔ یوں عبوری جدول کی پہلی صف میں (جدول سے باہر بائیں جانب)  $ab$  کی قیمت 00 ہے؛ اسی صف اور بائیں قطار میں  $AB$  کی قیمت بھی 00 ہے لہذا اس قیمت کو دائرے میں بند کیا گیا ہے۔ دائرہ میں بند حال پائیدار (مستحکم) جبکہ باقی ناپائیدار یعنی عبوری <sup>۱۳</sup> ہوں گے۔

شکل ۱۱.۵ پر نظر رکھ کر عبوری جدول کے استعمال پر غور کرتے ہیں۔ جدول کی  $ab = 00$  صف اور  $x = 0$  قطار میں واقع حنائے کو ابتدائی خانہ <sup>۱۴</sup> کہا گیا ہے، جس میں  $ab = 00$  اور  $x = 0$  کی صورت میں  $AB$  کی قیمت درج ہے۔ مندرجہ کریں ابتدائی حنائے دور کا ابتدائی حال ظاہر کرتا ہے۔

اب اگر  $ab = 00$  رکھتے ہوئے بیرونی مداحل  $x$  کی قیمت 0 سے 1 کر دی جائے تو عبوری جدول کے مطابق  $AB$  کی قیمت 00 سے 01 ہو جائے گی۔ یوں موجودہ حال  $ab$  اور اگلے حال  $AB$  کی قیمتیں مختلف ہوں گی جو عبوری

<sup>۱۲</sup> state variables

<sup>۱۳</sup> transient state

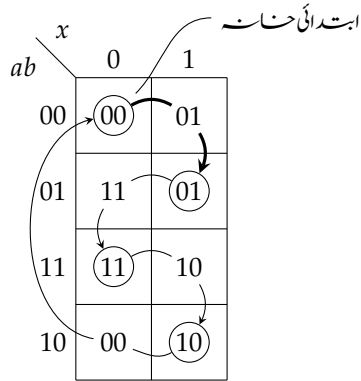
<sup>۱۴</sup> کسی بھی مستحکم حال حنائے کو ابتدائی حنائے منتخب کیا جاسکتا ہے۔

		عسبوری جدول		کارٹاف نقشہ برائے A		کارٹاف نقشہ برائے B	
ab	x	0	1	ab	x	0	1
00		00	01	00		0	0
01		11	01	01		1	0
11		11	10	11		1	1
10		00	10	10		0	1

$$A = (b + x)(a + \bar{x})$$

$$B = (b + x)(\bar{a} + \bar{x})$$

شکل ۱۱.۴: عسبوری جدول کا حصول۔



شکل ۱۱.۵: عسبوری جدول کا استعمال۔

حال کی نشانی ہے اور جس میں دور زیادہ دیر نہیں رہ سکتا۔ برقی تاروں میں تاخیر کے بعد  $ab$  کی قیمت 01 ہو جائے گی جبکہ  $x$  اپنی (نئی) قیمت (1) برقرار رکھے گا۔ یوں دور تاخیر کے بعد عبوری جدول کی  $x = 1$  قطار اور  $ab = 01$  صف پر پائے جانے والے خانے تک پہنچے گا جہاں  $AB$  اور  $ab$  دونوں کی قیمت 01 ہے، جو مستحکم حال کو ظاہر کرتا ہے (اور اسی لئے دائرے میں بند دکھایا گیا ہے)۔ اس پورے مرحلہ کو، جسے ہم ”پہلا قدم“ کہتے ہیں (وضاحت کی خاطر) موٹی تیر دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے جو عبوری خانے (عبوری حال 01) سے گزر کر مستحکم خانے (مستحکم حال 01) پر اختتام پذیر ہوتا ہے۔

مستحکم (پائیدار) حال سے ابتدا کرتے ہوئے  $x$  کی قیمت تبدیل کرنے سے دور کچھ لمحوں کے لئے عبوری حال اختیار کر گیا۔ یہ صورت زیادہ دیر برقرار نہیں رہی۔ تاروں میں تاخیر کے بعد بازاری اشارے تبدیل ہوئے اور دور دوبارہ مستحکم حال اختیار کر گیا۔ عموماً ادوار کا عمل اسی طرح ہوگا۔

اسی طرح  $ab = 01$  رکھتے ہوئے  $x$  کی قیمت 1 سے 0 کرنے سے عبوری جدول کے مطابق دور  $x = 0$  قطار اور  $ab = 01$  صف کے خانے میں درج حال  $AB = 11$  اختیار کرے گا۔ اس مرتبہ بھی  $AB$  اور  $ab$  مختلف ہیں (جو عبوری حال کو ظاہر کرتا ہے) لہذا دور اس سے نکلنے کی کوشش کرے گا۔ برقی تاروں میں تاخیر کے بعد  $AB$  کی نئی قیمتوں کی خبر  $ab$  کے مقام تک پہنچے گی لہذا  $ab$  کی قیمت بھی 11 ہو جائے گی۔ یوں دور  $x = 0$  قطار اور  $ab = 11$  صف میں درج (دائرے میں بند) مستحکم حال  $AB = 11$  اختیار کرے گا۔ تیر دار لکیر مستحکم حال 01 سے آغاز کرتے ہوئے عبوری حال 11 سے گزر کر مستحکم حال (11) پر اختتام پذیر ہوگا۔ اسی طرح چلتے ہوئے  $x$  کی قیمت بار بار تبدیل کرنے سے دور بالترتیب 00، 01، 11، اور 10 مستحکم حال اختیار کرے گا، جس کے بعد یہ دوبارہ مستحکم حال 00 پہنچ کر نئے سرے سے اس ترتیب کو دہرائے گا۔ شکل میں تیر دار لکیروں سے یہ مراحل دکھائے گئے ہیں۔

دور کا حال  $AB$  کی بجائے  $ABx$  لکھا جاتا ہے۔ یوں 000، 011، 110، اور 101 مستحکم حال جبکہ 001، 010، 111، اور 100 عبوری حال ہیں۔

عبوری جدول کی ہر صف میں، عموماً، کم از کم ایک مستحکم حال ضرور پایا جاتا ہے۔ ایسا نہ ہونے کی صورت میں اس صف میں پہنچ کر دور عبوری حال اختیار کرے گا۔

عبوری جدول حاصل کرنے کا طریقہ کار یہاں بیان کرتے ہیں۔

• دور میں تمام بازار سے اشارے اور بازار سے دائروں<sup>۱۵</sup> کی نشاندہی کریں۔

• کسی بھی ترتیب سے بازاری دائروں کے محارج کی شناخت  $A$ ،  $B$ ،  $C$ ، وغیرہ جبکہ اسی ترتیب سے ان کے بازاری اشارات کی شناخت  $a$ ،  $b$ ،  $c$ ، وغیرہ سے کریں۔

• بیرونی اور اندرونی مداحل کی صورت میں تمام محارج کے پولین تقاطع حاصل کریں۔

• ان تقاطع کے کارٹائف نقشے بنائیں۔

		x	
		0	1
ab	a	(a)	b
	b	d	(b)
	d	(d)	c
	c	a	(c)

بہاؤ کا جدول

$$\begin{aligned} 00 &= a \\ 01 &= b \\ 10 &= c \\ 11 &= d \end{aligned}$$

		x	
		0	1
ab	00	(00)	01
	01	11	(01)
	11	(11)	10
	10	00	(10)

عسبوری جدول

شکل ۱۱.۶: عسبوری جدول سے بہاؤ کے جدول کا حصول۔

- تمام کارٹائف نقشوں کو ایک عسبوری جدول میں یکجا کریں۔ عسبوری جدول کے خانوں میں  $ABC \dots$  قیمتیں جبکہ جدول کے بائیں جانب ہر صف میں  $abc \dots$  قیمتیں اسی ترتیب سے لکھیں۔
- جہاں  $ABC \dots$  اور اسی صف میں  $abc \dots$  کی قیمت یکساں ہو، وہاں  $ABC \dots$  کو دائرے میں بند کریں۔

عسبوری جدول کے حصول کے بعد بیرونی مداحل تبدیل کر کے دور کے عسبوری حال پر غور کیا جاسکتا ہے۔

### ۱۱.۱.۲ بہاؤ کا جدول

شکل ۱۱.۳ میں عسبوری جدول لکھتے ہوئے خانوں میں بولین طرز پر حال درج کیے گئے۔ دو مخارج کی صورت میں چار حال (00، 01، 10، اور 11) ممکن ہیں جنہیں نام بھی دیے جاسکتے ہیں۔ مثلاً حال 00 کو حال  $a$  پکارا جاسکتا ہے۔ اسی طرح 01 کو حال  $b$ ، 10 کو حال  $c$ ، اور 11 کو حال  $d$  نام دیے جاسکتے ہیں۔ عسبوری جدول میں یہ نام استعمال کر کے، شکل ۱۱.۶ میں پیش، بہاؤ کا جدول<sup>۱۶</sup> حاصل ہوگا۔

شکل ۱۱.۶ میں پیش بہاؤ کے جدول کی ہر صف میں صرف ایک مستحکم حال پایا جاتا ہے۔ پہلی صف میں صرف 000 اور دوسری صف میں صرف 011 مستحکم حال پائے جاتے ہیں۔ ایسا جدول جس کی ہر صف میں صرف ایک مستحکم حال پایا جاتا ہو **بہاؤ کا جدول** کہلاتا ہے۔

شکل ۱۱.۷ میں ایک ایسا بہاؤ کا جدول پیش کیا گیا ہے جس کی صفوں میں ایک سے زیادہ مستحکم حال پائے جاتے ہیں۔ مثلاً، پہلی صف میں مستحکم حال 000، 011، اور 010 ہیں۔ ایسے جدول کو **غیر اولیٰ بہاؤ کا جدول**<sup>۱۸</sup> کہلاتا ہے۔

<sup>۱۶</sup> flow table

<sup>۱۷</sup> primitive flow table

<sup>۱۸</sup> non primitive flow table

		$x_1x_0$			
		00	01	11	10
$y$	$a$	0	1	0	0
	$b$	0	1	1	1

عسبوری جدول

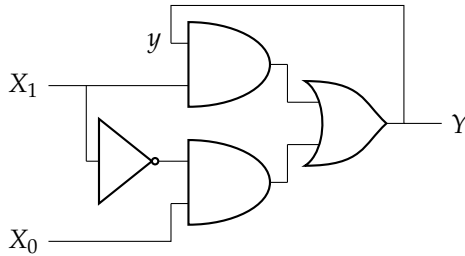
$$a = 0$$

$$b = 1$$

		$x_1x_0$			
		00	01	11	10
$y$	$a$	$a$	$b$	$a$	$a$
	$b$	$a$	$b$	$b$	$b$

غیر اولین ہسا کا جدول

شکل ۷۔ ۱۱: غیر اولین ہسا کے جدول سے عسبوری جدول کا حصول۔



شکل ۸۔ ۱۱: غیر اولین ہسا کے جدول سے حاصل دور۔

کہتے ہیں۔

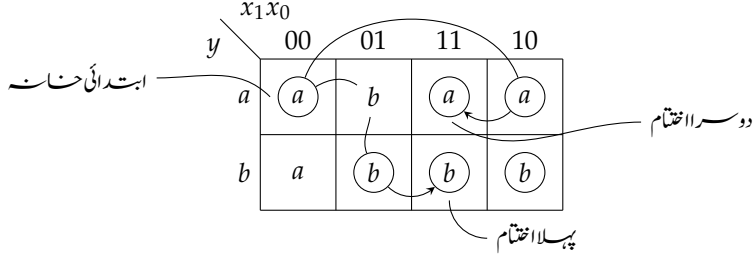
ہسا کے جدول سے دور حاصل کرنے کے لئے پہلے عسبوری جدول حاصل کیا جاتا ہے۔ ہسا کے جدول کے دو صف ہیں لہذا دور کے دو حال ہوں گے۔ دو ممکنہ صورتوں کو ایک بٹ عدد ظاہر کر سکتا ہے۔ یوں حال  $a$  کو 0 اور حال  $b$  کو 1 لکھ کر عسبوری جدول حاصل کرتے ہیں، جو شکل ۱۱۔۷ میں دکھایا گیا ہے۔ دور کے اگلے محسار  $y$  کو  $Y$  اور موجودہ محسار  $y$  کو  $y$  سے ظاہر کر کے عسبوری جدول سے  $Y$  (نقطہ دار مستطیلوں سے گروہ بندی کر کے) کا تقف عمل حاصل کرتے ہیں۔

$$(11.2) \quad Y = \bar{x}_1x_0 + x_1y$$

اس تقف عمل کا دور شکل ۱۱۔۸ میں پیش ہے۔

شکل ۱۱۔۷ میں پیش ہسا کے جدول کے استعمال پر شکل ۱۱۔۹ کی مدد سے غور کرتے ہیں۔ منرض کریں بیرونی مداحل  $x_1x_0$  کی قیمت 00 ہے، یعنی  $x = 00$ ، اور دور حال  $a$  میں ہے۔ اگر  $x_1$  تبدیل کیے بغیر  $x_0$  کی قیمت 1 کر دی جائے، یعنی  $x = 01$  کر دی جائے، تو عسبوری جدول کے مطابق دور چند لمحوں کے لئے عسبوری حال  $b$  اختیار کرنے کے بعد مستحکم حال  $b$  اختیار کرے گا۔ اب اگر  $x_0$  کی قیمت 1 رکھتے ہوئے  $x_1$  کی قیمت بھی 1 کر دی جائے، یعنی  $x = 11$  کر دی جائے، تو حال  $b$  برقرار رہے گا۔ اس کو پہلا اختتام کہا گیا ہے۔ ابتدائی خانے سے پہلے اختتام تک پہنچنے کا عمل دو تیر دار لکیریوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ پہلی تیر دار لکیر مستحکم حال  $a$  سے آغاز





شکل ۱۱.۹: دو مختلف ترتیب سے مداحصل تبدیل کیے گئے۔

کر کے عبوری حال  $b$  سے گزر کر مستحکم حال (b) پہنچتی ہے۔ دوسری تیسرے وار لکیر مستحکم حال  $b$  سے آغاز کر کے پہلے اختتامی مستحکم حال  $b$  پہنچتی ہے۔

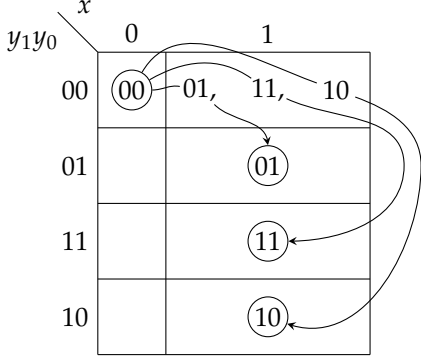
اس کے برعکس، ابتدائی خانے سے آغاز کرتے ہوئے  $x_1$  برقرار اور  $x_0$  تبدیل کرنے کی بجائے ہم  $x_0$  کی قیمت 0 رکھتے ہوئے  $x_1$  کی قیمت 1 کرتے ہیں، یعنی  $x = 10$  کرتے ہیں۔ بہاؤ کے جدول کے مطابق حال  $a$  برقرار رہے گا۔ اب اگر  $x_0$  کی قیمت بھی 1 کر دی جائے، یعنی  $x = 11$  کر دی جائے، تو اختتامی حال برقرار  $a$  رہے گا۔ اس کو دوسرا اختتام کہا گیا ہے۔

آپ نے دیکھا اختتامی حال بیرونی مداحصل کی تبدیلی کی ترتیب پر منحصر ہے۔ اس مثال میں ابتدائی بیرونی مداحصل 00 جبکہ اختتامی بیرونی مداحصل 11 ہیں۔ یاد رہے بنیادی طریقہ کار کی شرائط کے تحت، (دور کی درست کارکردگی کے لئے ضروری ہے کہ) ایک سے زیادہ بیرونی مداحصل بیک وقت تبدیل نہ کیے جائیں۔ یوں 00 سے آغاز کر کے ہم سیدھا 11 نہیں کر سکتے۔ ایسا کرنے سے (نا قابل معلوم تاخیر کی بنا پر) درست اختتامی حال جاننا ممکن ہوگا۔

### ۱۱.۱.۳ حالت دوڑ

حالت دوڑ<sup>۱۹</sup> کا تذکرہ ایس آر پلٹ پر تبصرے کے دوران کیا گیا۔ اس حصے میں اس پر تفصیلاً گفتگو کی جائے گی۔ حالت دوڑ اس صورت کو کہتے ہیں جب بیرونی اشارے کی تبدیلی ایک سے زیادہ حال تبدیل کرتا ہو۔ نا معلوم تاخیر کی بنا پر حال کی تبدیلی مکمل طور پر جاننا ممکن نہیں ہوگا۔ مثلاً، فرض کریں دو حال دور کا موجودہ مستحکم حال 00 ہے اور بیرونی مداحصل تبدیلی کرنے سے دونوں حال تبدیل ہوتے ہیں، اور دور آخر کار 11 مستحکم حال اختیار کرتا ہے۔ پہلی بازری راہ کی تاخیر دوسری بازری راہ کی تاخیر سے کم ہونے کی صورت میں دور مستحکم حال 00 سے عبوری حال 10 اور آخر کار مستحکم حال 11 اختیار کرے گا جبکہ دوسری راہ کی تاخیر پہلی راہ کی تاخیر سے کم ہونے کی صورت میں دور عبوری حال 01 سے گزر کر مستحکم حال 11 تک پہنچے گا۔ آپ نے دیکھا کہ (نامعلوم تاخیر کی بنا پر) حال تبدیل ہونے کی ترتیب جاننا ممکن نہیں۔

<sup>۱۹</sup> race condition



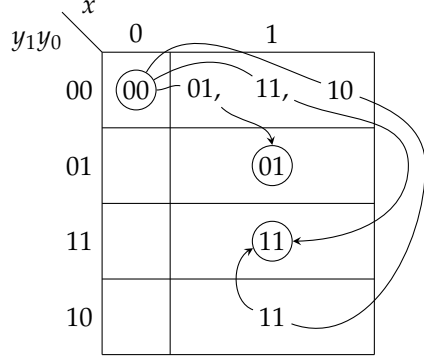
ممکنہ تبادلہ حال

00 → 01 → 01

00 → 11 → 11

00 → 10 → 10

شکل ۱۱.۱: بحیرانی دوڑ کی دوسری مثال



ممکنہ تبادلہ حال

00 → 01 → 01

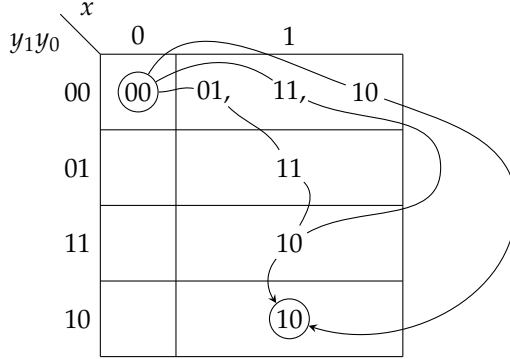
00 → 11 → 11

00 → 10 → 11 → 11

شکل ۱۱.۱۰: بحیرانی دوڑ کی ایک مثال۔

جب عبوری حال کی تبدیلی کی ترتیب اختتامی حال متعین کرنے میں کردار ادا کرتی ہو اور دور دور مختلف اختتامی مستحکم حال اختیار کرنے کی صلاحیت رکھتا ہو وہاں دوڑ کو **بحیرانی دوڑ** کہیں گے۔ سودمند استعمال کے لئے ضروری ہے کہ دور میں بحیرانی دوڑ کی صورت پیدا نہ ہوتی ہو۔ جہاں عبوری حال کی تبدیلی کی ترتیب اختتامی مستحکم حال پر اثر انداز نہ ہوتی ہو وہاں دوڑ کو **غیر بحیرانی دوڑ** کہیں گے۔

شکل ۱۱.۱۰ میں بحیرانی دوڑ کی ایک مثال دکھائی گئی ہے جہاں بیرونی مداحصل  $x$  اور بازاری اشارات  $y_0$ ، اور  $y_1$  (یعنی محارج  $Y_0$  اور  $Y_1$ ) ہیں۔ حال کو **مکمل حال**  $Y_1 Y_0 x$  لکھتے ہوئے حال 000 سے آغاز کر کے بیرونی مداحصل 0 سے 1 کرنے سے دور اختتامی حال کی جانب دوڑ لگائے گا۔ نامعلوم تاخیر کی بنا پر ہم نہیں جانتے دور تین ممکنہ حال 011، 111، اور 101 میں سے کس حال کو پہلے پہنچے گا۔ یہ تینوں عبوری حال پہلی صف میں دکھائے گئے ہیں۔ عبوری حال 011 پہلے پہنچنے کی صورت میں دور یہاں سے ہوتے ہوئے اختتامی مستحکم حال 011 اختیار کرے گا، جس کو دوسری صف میں دائرے میں بند دکھایا گیا ہے۔ اگر دونوں بازاری راہ میں مائل تاخیر برابر ہوں، دور پہلے عبوری حال 111 پہنچے گا اور یہاں سے ہوتے ہوئے اختتامی مستحکم حال 111 اختیار کرے گا، جس کو تیسری صف میں دائرہ میں بند دکھایا گیا ہے۔ تیسری صورت میں دور عبوری حال 101 پہلے پہنچتا ہے جہاں سے یہ آخری صف کی جانب رواں ہوگا، لیکن آخری صف از خود عبوری حال ہے لہذا دور اس عبوری حال سے بھی گزر کر آخر کار تیسری صف کے اختتامی مستحکم حال 111 پہنچے گا۔ اس مثال میں دو اختتامی حال ممکن ہیں۔ یہ دریافت کرنا ناممکن ہے کہ دور ان میں سے کس اختتامی حال کو پہنچے گا۔ شکل میں بائیں جانب  $x = 0$



ممکنہ تبادلہ حال

$00 \rightarrow 01 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 10$

$00 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 10$

$00 \rightarrow 10 \rightarrow 10$

شکل ۱۱.۱۲: غیر بحیرانی دوڑ کی ایک مثال

کی قطار اس لئے حتمی رکھی گئی ہے کہ ہم صرف  $x = 0$  سے  $x = 1$  کرتے ہوئے دور پر غور کر رہے ہیں جس میں بائیں قطار کے اندر احبات درکار نہیں۔

شکل ۱۱.۱۱ میں بحرانی دوڑ کی دوسری مثال پیش ہے جہاں تین اختتامی حال ممکن ہیں۔ مکمل مستحکم حال  $Y_1 Y_0 x = 000$  سے آغاز کرتے ہوئے بیرونی مداحل  $x$  کی قیمت 1 کرنے سے دور اختتامی حال کی طرف دوڑ لگائے گا۔ بالکل اوپر مثال کی طرح، تین ممکنہ عبوری حال ممکن ہیں۔ ایک عبوری حال 011 ہے جہاں سے یہ دوسری صف میں دکھائے اختتامی مستحکم حال 011 پہنچے گا۔ دوسرا عبوری حال 111 ہے جہاں سے یہ تیسری صف کے اختتامی مستحکم حال 111 پہنچے گا اور تیسرا عبوری حال 101 ہے جہاں سے یہ آخری صف میں اختتامی مستحکم حال 101 پہنچے گا۔ نامعلوم تاخیر کی بنا پر یہ جاننا ممکن نہیں کہ دور حقیقت میں کس اختتامی حال کو پہنچے گا۔

اب غیر بحیرانی دوڑ کی ایک مثال دیکھتے ہیں جو شکل ۱۲.۱۱ میں دکھائی گئی ہے۔ اس مثال میں  $Y_1 Y_0 x = 000$  سے آغاز کرتے ہوئے تین عبوری حال ممکن ہیں۔ ایک عبوری حال 011 ہے جہاں سے دور دوسری صف کے عبوری حال 111 اور اس کے بعد تیسری صف کے عبوری حال 101 سے گزر کر آخر کار چوتھی صف کے اختتامی مستحکم حال 101 پہنچے گا۔ دوسرا عبوری حال 111 ہے جہاں سے دور تیسری صف کے عبوری حال 101 سے ہوتے ہوئے آخر کار آخری صف کے اختتامی مستحکم حال 101 پہنچے گا۔ تیسرا عبوری حال 101 ہے جہاں سے گزر کر دور آخری صف کے اختتامی مستحکم حال 101 پہنچے گا۔

$y_1y_0$	$x$	
	0	1
00	(00)	10
01		(01)
11		(11)
10		11

تبادلہ حال  
 $00 \rightarrow 10 \rightarrow 11$   
 (ب)

$y_1y_0$	$x$	
	0	1
00	(00)	10
01		(01)
11		01
10		11

تبادلہ حال  
 $00 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 01$   
 (۱)

شکل ۱۱.۱۳: پھیرے

اس مثال میں اگرچہ تین مختلف ممکنات موجود ہیں تاہم اختتامی مستحکم حال سب کا ایک ہے لہذا یہ غیر بحرانی دوڑ ہوگی۔

مخصوص اور منفرد عبوری حال سے گزر کر اختتامی مستحکم حال اختیار کرنے کو پھیرا<sup>۲۲</sup> لگانا کہتے ہیں۔ اس کی مثال شکل ۱۱.۱۳ میں دی گئی ہے۔ ان اشکال میں حالت دوڑ نہیں پائی جاتی چونکہ ایک وقت میں صرف ایک مختارج حال تبدیل کرتا ہے، البتہ اختتامی حال تک پہنچنے کی خاطر دور کو مخصوص اور منفرد عبوری حال سے گزرنا ہوگا۔

شکل - الف میں مستحکم حال 00 سے آغاز کرتے ہوئے عبوری حال 10 کے بعد عبوری حال 11 سے گزر کر اختتامی مستحکم حال 01 پہنچا گیا۔ شکل - ب میں مستحکم حال 00 سے آغاز کرتے ہوئے عبوری حال 10 کے راستے اختتامی مستحکم حال 11 اختیار کیا گیا۔

۱۱.۱.۴ توازن اور ارتعاش

ایسا دور جو پھیرے لگاتے ہوئے کسی بھی اختتامی مستحکم حال تک نہ پہنچ پائے غیر مستحکم دور<sup>۲۳</sup> کہلاتا ہے۔ شکل ۱۱.۱۴ میں اس کی مثال دکھائی گئی ہے جہاں بیرونی مداخلت 1 کرنے سے دور مستحکم حال تک پہنچنے بغیر عبوری حال سے عبوری حال منتقل ہوگا۔ ایسے ادوار بطور مر تعیش<sup>۲۴</sup> استعمال کیے جاتے ہیں۔ ادوار کو کبھی بھی غیر مستحکم نہیں ہونے دیا جاتا ماسوائے جب انہیں بطور مر تعیش استعمال کرنا مقصد ہو۔

اس مر تعیش کی کارکردگی پر غور کرتے ہیں۔ جدول میں بیرونی مختارج  $Y_0$  اور  $Y_1$  کو ایک ساتھ ملا کر  $Y_1Y_0$

cycle<sup>۲۲</sup>  
 unstable circuit<sup>۲۲</sup>  
 oscillator<sup>۲۴</sup>

		$x$	
		0	1
$y_1y_0$	00	00	01
	01		11
	11		01
	10		01

01 → 11 → 01
ارتعاش

شکل ۱۱.۱۴: مارتعاش

لکھا جاتا ہے۔ انہیں بیرونی مخارج سے بالترتیب ازری اشارات  $y_0$  اور  $y_1$  حاصل کیے گئے ہیں، جنہیں جدول کے بائیں جانب قطار میں ایک ساتھ ملا کر  $y_1y_0$  لکھا گیا ہے۔ فرض کریں  $x = 0$  رکھتے ہوئے (جہاں  $x$  بیرونی مداحصل ہے)، ہم مستحکم حال 00 سے آغاز کرتے ہیں جو دائرہ میں بند دکھایا گیا ہے۔ جدول کے تحت حال  $Y_1Y_0 = 00$  ہوگا اور  $y_1y_0 = 00$  ہوگا۔ اب ہم مستقل طور پر  $x = 1$  کرتے ہیں، جس سے حال پہلی (بالائی) صف میں رہتے ہوئے دائیں قطار منتقل ہوگا جہاں حال  $Y_1Y_0 = 01$  ہے۔ یوں  $Y_1Y_0 = 01$  اور  $y_1y_0 = 00$  ہوں گے جو غیر مستحکم یعنی عبوری حال کی نشاندہی ہے (مستحکم حال کی صورت میں حال اور بازری اشارات ایک جیسے ہوں گے)۔ غیر مستحکم حال جدول میں غیر دائرہ بند ہیں۔

بیرونی مداحصل بلند رہنے کی صورت میں ہم جدول کی دائیں قطار میں رہتے ہیں۔ کچھ تاخیر کے بعد بازری اشارات تک حال  $Y_1Y_0 = 01$  کی خبر پہنچتی ہے لہذا ان تاخیر کے بعد  $y_1y_0 = 01$  ہوگا۔ لیکن جدول کے تحت  $x = 1$  کی قطار اور  $y_1y_0 = 01$  کی صف میں حال  $Y_1Y_0 = 11$  پایا جاتا ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ اب بھی حال  $Y_1Y_0 = 11$  اور بازری اشارات  $y_1y_0 = 01$  ایک دوسرے سے مختلف ہیں۔ یوں ہم اب بھی عبوری حال میں ہیں، جس میں دور زیادہ دیر نہیں ٹہر سکتا۔

چند لمحوں کی تاخیر کے بعد بازری اشارات تک اس حال کی خبر پہنچتی ہے اور  $y_1y_0 = 11$  ہوگا۔ لیکن  $x = 1$  کی قطار اور  $y_1y_0 = 11$  کی صف میں حال  $Y_1Y_0 = 01$  ہے جو عبوری ہے۔ چند لمحوں بعد بازری اشارات بھی  $y_1y_0 = 01$  ہوں گے لیکن ہم دیکھ چکے کہ وہاں سے دور جلد واپس حال 11 منتقل ہوگا۔ یوں اس جدول کے تحت چلتا ہوا دور حال  $Y_1Y_0 = 01$  اور  $Y_1Y_0 = 11$  کے بیچ ارتعاش کرے گا۔

		مداخل $x_1x_0$			
$f_1f_0$	حالت	00	01	11	10
00	$a$	(a)	$b$	$c$	$c$
01	$b$	$a$	(b)	$c$	$d$
10	$c$	$a$	$b$	(c)	(c)
11	$d$	(d)	$b$	$c$	(d)

(ب)

		مداخل $x_1x_0$			
$f_1f_0$	حالت	00	01	11	10
00	$a$	(a)	$b$	$c$	$c$
01	$b$	$a$	(b)	$c$	$d$
11	$c$	$a$	$b$	(c)	(c)
10	$d$	(d)	$b$	$c$	(d)

(ا)

شکل ۱۱.۱۵: حالات کے متغیرات کا تقرر

## ۱۱.۲ حالت دوڑ سے پاک شنائی علامتوں کا تقرر

حالات دوڑ کی صورت۔ اس وقت پیدا ہوگی ہے جب ایک سے زیادہ مخارج بیک وقت حال تبدیل کرنے کی کوشش کریں۔ بحرانی دوڑ کی صورت میں ادوار قابل استعمال نہیں رہتے۔ اس حصے میں بحرانی دوڑ کے حنا تھے پر غور کیا جائے گا۔ یاد رہے (بنیادی طریقہ کار پر چلنے کے تحت) ایک وقت پر غیر معاصر دور کا صرف ایک مداخل تبدیل ہو سکتا ہے، لہذا یہ حصہ پڑھتے ہوئے ایک سے زیادہ مداخل کی تبدیلی کی منکرمت کریں۔

جن ادوار میں ایک وقت پر صرف ایک مخارج حال تبدیل کرنے کی کوشش کرتا ہو، وہ حالات دوڑ سے دوچار نہیں ہوتے۔ اس حقیقت کو بروئے کار لاتے ہوئے حالات دوڑ ختم کی جاتی ہے۔

عبوری جدول کے حصول کے بعد اس میں درج حال کو شنائی علامتیں تعین کی جاتی ہیں۔ جن حالات کے مابین عبوری جدول میں تبادلہ پایا جاتا ہو، ان حالات کو ہمماہیہ شنائی علامتیں مختص کرنے سے بحرانی دوڑ سے پاک دور حاصل ہوگا۔ دواہیہ شنائی اعداد ہمماہیہ اعداد<sup>۲۱</sup> کہلاتے ہیں جن میں صرف ایک ہندسے کا فرق ہو۔ یوں 1010 اور 1110 ہماہیہ اعداد ہیں چونکہ ان میں صرف ایک ہٹ مختلف ہے۔ اسی طرح 1110 اور 0110 آپس میں ہماہیہ ہیں جبکہ 1010 اور 0110 آپس میں ہماہیہ نہیں۔

اس ترکیب کو شکل ۱۱.۱۵-۱ میں دی مثال کی مدد سے دیکھتے ہیں جس میں چار صف ہیں۔ یوں دو ہٹ **حالت** کا متغیر  $f_1f_0$  اس کے چار ممکنہ حال بیان کر سکتا ہے۔ ہم حال  $a$  کے لئے  $f = 00$ ، حال  $b$  کے لئے  $f = 01$ ، حال  $c$  کے لئے  $f = 11$ ، اور حال  $d$  کے لئے  $f = 10$  حال کے متغیر منتخب کر کے دیکھتے ہیں کیا نتائج رونما ہوتے ہیں۔

پہلی صف میں  $x$  کی قیمت 00 سے 01 کرنے سے حال تبدیل ہو کر  $a$  سے  $b$  ہوگا، لہذا حال کا متغیر  $f$  تبدیل ہو کر 00 سے 01 ہوگا۔ چونکہ حال کے متغیر کا صرف ایک ہٹ تبدیل ہوا لہذا حالات دوڑ پیدا نہیں ہو

<sup>۲۱</sup> adjacent numbers

		مد اخل $x_1x_0$			
$f_3f_2f_1f_0$	حال	00	01	11	10
0001	$a$	(a)	$b$	$c$	$c$
0010	$b$	$a$	(b)	$c$	$d$
0100	$c$	$a$	$b$	(c)	(c)
1000	$d$	(d)	$b$	$c$	(d)

شکل ۱۱.۱۶: حالات دوڑ سے پاک حال کے متغیرات کا تقصر

گی۔ اس کے برعکس، پہلی صف میں  $x$  کی قیمت 00 سے 10 کرنے سے حال تبدیل ہو کر  $a$  سے  $c$  ہوگا لہذا  $f$  کی قیمت 00 سے تبدیل ہو کر 11 ہوگی۔ چونکہ  $f$  کے دوہندے بیک وقت تبدیل ہونے کی کوشش کرتے ہیں لہذا حالت دوڑ پیدا ہوگی۔ یوں دوہندے حال کا متغیر تقصر کرنے سے حالت دوڑ پیدا ہوگی۔ ایسی صورت میں دو سے زیادہ ہندے حال کا متغیر استعمال کر کے دیکھا جاتا ہے کہ آیا حالات دوڑ سے چھٹکارا ممکن ہے۔

کبھی کبھار چار صف عبوری جدول میں دوہندے حال کا متغیر یوں تقصر کرنا ممکن ہوگا کہ حالات دوڑ پیدا نہ ہو۔

شکل ۱۱.۱۵-ب میں حال کے متغیر کی ترتیب بدل کر حالات دوڑ سے بچنے کی (ناکام) کوشش کی گئی ہے۔ یہاں  $a$ ،  $b$ ،  $c$  اور  $d$  کے لئے بالترتیب  $f = 00$ ،  $f = 01$ ،  $f = 10$ ، اور  $f = 11$  مختص کیے گئے۔ پہلی صف میں  $a$  سے  $b$  کرنے سے  $f$  کی قیمت 00 سے تبدیل ہو کر 01، جبکہ  $a$  سے  $c$  کرنے سے  $f$  کی قیمت 00 سے 10 ہوگی۔ دونوں صورتوں میں  $f$  کا صرف ایک ہندے تبدیل ہوگا، لہذا پہلی صف میں حالات دوڑ پیدا نہیں ہوگا۔ البتہ دوسری صف میں  $x$  کی قیمت 01 سے 11 کرنے سے حال تبدیل ہو کر  $b$  سے  $c$  ہوگا اور یوں  $f$  کی قیمت 01 سے 10 ہوگی۔ حال کے متغیر کے دوہندے کی تبدیلی سے سراسر حالات دوڑ ہے۔

مذکورہ بالا دو مثالوں سے ظاہر ہے کہ موجودہ مسئلے میں دوہندے حال کا متغیر مختص کرنے سے حالات دوڑ سے نجات حاصل کرنا ممکن نہیں۔ ایسی صورت میں حالات دوڑ سے پاک حال کا متغیر منتخب کرنے کے لئے ہم ایک بلند ہندے تقریر کا طریقہ استعمال کرتے ہیں، جس کا استعمال نہایت آسان ہے۔ آئیے اسی مثال پر اسے استعمال کرتے ہیں۔

شکل ۱۱.۱۶ میں حال کا متغیر چار ہندے رکھا گیا ہے اور اس میں ایک وقت پر صرف ایک ہندے بلند ہے۔ یوں حال  $a$ ،  $b$ ،  $c$  اور  $d$  کے لئے حال کے متغیر بالترتیب 0001، 0010، 0100، اور 1000 مقرر کیے گئے۔

شکل ۱۱.۱۶ میں جدول کی پہلی صف میں مد اخل کی قیمت 00 سے 01 کرنے سے دور حال  $a$  سے حال

		مداخل $x_1x_0$			
$f_3f_2f_1f_0$	حال	00	01	11	10
0001	$a$	$a$	$e$	$c$	$c$
0010	$b$	$a$	$b$	$c$	$d$
0100	$c$	$a$	$b$	$c$	$c$
1000	$d$	$d$	$b$	$c$	$d$
0011	$e$	—	$b$	—	—

شکل ۱۱.۱: عبوری حال سے حالت دوڑ کا خاتمہ

$b$  منتقل ہوتا ہے۔ یوں حال کا متغیر 0001 سے 0010 ہو گا اور اس میں دو بٹ کی تبدیلی حالت دوڑ پیدا کرے گی۔ اس سے بچنے کے لئے جدول میں ایک نیا عبوری حال،  $e$ ، شامل کیا جاتا ہے۔ حال  $a$  سے  $b$  پہنچنے کے لئے اس عبوری حال سے گزرنا لازمی بنایا جاتا ہے۔ عبوری حال  $e$  کے لئے حال کا متغیر یوں مقرر کیا جاتا ہے کہ یہ  $a$  اور  $b$  دونوں کا ہم سایہ عدد ہو۔ ایسا عدد 0011 ہے۔ یوں  $e$  کے لئے حال کا متغیر 0011 مقرر کیا جاتا ہے اور جدول کو تبدیل کر کے  $x = 01$  کی قطار کے حال  $a$  کی صف میں  $b$  کی بجائے  $e$  لکھا جاتا ہے جبکہ اسی قطار میں حال  $e$  کی صف میں  $b$  لکھا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے جدول تبدیل ہو کر شکل ۱۱.۱ اختیار کرتا ہے۔

اب پہلی صف میں مداخل 00 سے 01 کرنے سے دور حال  $a$  سے عبوری حال  $e$  اختیار کرتے ہوئے آخر کار اختتامی مستحکم حال  $b$  پہنچتا ہے۔ اس عمل کو تیسر دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس پورے عمل میں ہر قدم پر حال کے متغیر کا صرف ایک بٹ تبدیل ہوتا ہے لہذا احالت دوڑ پیدا نہیں ہوگی۔ عبوری حال  $e$  کی صف میں باقی خانے خالی رکھے گئے ہیں۔ ان میں سے کچھ خانے زیر استعمال آئیں گے اور کچھ نہیں۔ استعمال میں نہ آنے والے خانے خالی رکھے جاتے ہیں اور ان خانوں کی قیمت غیر ضروری<sup>۲۸</sup> ہوگی۔

اس کے برعکس، پہلی صف میں مداخل 00 سے 10 کرنے سے شکل ۱۱.۱ میں حال  $a$  سے حال  $c$  حاصل ہو گا۔ حال کا متغیر 0001 سے تبدیل ہو کر 0100 ہونا چاہیے گا۔ البتہ ایسا کرنے سے حالت دوڑ پیدا ہوگی، جس سے ہم مذکورہ بالا طریقے سے چھٹکارا حاصل کرتے ہیں۔

اس حالت دوڑ سے بچنے کے لئے جدول میں عبوری حال،  $f$ ، شامل کیا جاتا ہے اور حال  $a$  سے عبوری حال  $f$  کے ذریعہ حال  $c$  پہنچا جاتا ہے۔ عبوری حال  $f$  کے لئے حال کا متغیر یوں مقرر کیا جاتا ہے کہ یہ  $a$  اور  $c$  دونوں کا ہم سایہ عدد ہو۔ ایسا عدد 0101 ہے۔ یوں  $f$  کے لئے حال کا متغیر 0101 مقرر کیا جاتا ہے اور جدول کو تبدیل کر کے  $x = 10$  کی قطار میں حال  $a$  کی صف  $c$  کو تبدیل کر کے  $f$  لکھا جاتا ہے جبکہ اسی قطار میں حال  $f$  کی صف میں  $c$  لکھا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے شکل ۱۱.۱ ملتا ہے۔

<sup>۲۸</sup>don't care



		مد داخل $x_1x_0$			
$f_3f_2f_1f_0$	حال	00	01	11	10
0001	$a$	(a)	$e$	$f$	$f$
0010	$b$	$a$	(b)	$c$	$d$
0100	$c$	$a$	$b$	(c)	(c)
1000	$d$	(d)	$b$	$c$	(d)
0011	$e$	—	$b$	—	—
0101	$f$	—	—	$c$	$c$

شکل ۱۱.۱۸: عبوری حال سے حالت دوڑ کا خاتمہ

یہی طریقہ کار تمام حنائوں کے لئے دہرایا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے شکل ۱۹.۱۱ حاصل ہوگا۔ آپ سے گزارش کی جاتی ہے کہ یہ جدول خود حاصل کریں۔ تسلی کر لیں کہ اس جدول میں کسی بھی حال سے دوسرے حال تک پہنچنے میں حالت دوڑ پیدا نہیں ہوتی۔

### ۱۱.۳. عبوری جدول کی مدد سے پلٹ کا تجزیہ

عبوری جدول استعمال کر کے اس حصے میں پلٹ کا تجزیہ کیا جائے گا۔ چند مثالوں کے بعد حصہ ۱۱.۳ میں اس طریقہ کار پر قدم بہ قدم غور کیا جائے گا۔

#### ۱۱.۳.۱ ایس آر پلٹ

عبوری جدول استعمال کر کے ایس آر پلٹ پر غور کرتے ہیں۔ شکل ۱۱.۲۰-۱ میں ایس آر پلٹ اور شکل-ب میں اسی کو بطور بازار سے دور پیش کیا گیا ہے جہاں بازار سے اشارہ  $q$  کی پہچان آسان ہے۔ شکل-ب سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

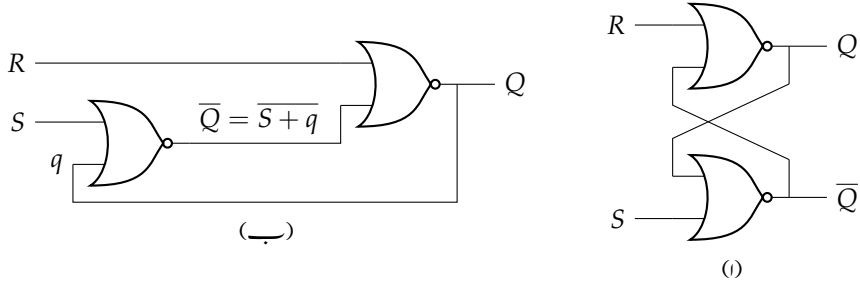
$$Q = \overline{R + S + q}$$

$$= \overline{RS} + \overline{R}q$$

حال کے متغیر  $Q$  کو بطور بازار سے اشارہ  $q$  استعمال کیا گیا ہے۔ یوں حال کا متغیر  $Q$ ، اندرونی مد داخل  $q$  جبکہ بیرونی مد داخل  $S$  اور  $R$  ہیں۔ انہیں استعمال کرتے ہوئے (درج بالا مساوات کی مدد سے) شکل-ج میں پیش عبوری جدول حاصل کی گئی جہاں جدول کے اندر  $Q$  کی قیمت درج ہے۔ آئیے اس پلٹ کا تجزیہ اس کے عبوری جدول کی مدد سے کریں۔ پلٹ کا جدول صداقت مندرجہ ذیل ہے۔

		مداخل $x_1x_0$			
$f_3f_2f_1f_0$	حال	00	01	11	10
0001	$a$	(a)	$b', e$	$\phi, f$	$\phi, f$
0010	$b$	$\phi, e$	(b)	$c$	$d$
0100	$c$	$\phi, f$	$b', g$	(c)	(c)
1000	$d$	(d)	$b', h$	$\phi, i$	(d)
0011	$e$	$a$	$b$	—	—
0101	$f$	$a$	—	$c$	$c$
0110	$g$	—	$b$	$c$	—
1010	$h$	—	$b$	—	$d$
1100	$i$	—	—	$c$	—

شکل ۱۱.۱۹: حالات دوڑے مکمل پاک حال کے متغیرات کا تقرر



(ب)

	SR			
q	00	01	11	10
0	(0)	(0)	(0)	1
1	(1)	0	0	(1)

(ج)

شکل ۱۱.۲۰: ایس آر پلٹ

S	R	$Q_{n+1}$	$\bar{Q}_{n+1}$
0	0	$Q_n$	$\bar{Q}_n$
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

جدول سے ظاہر ہے کہ جمع متمم گیٹ پر مبنی ایس آر پلٹ استعمال کرتے ہوئے دونوں مداحخل بیک وقت بلند کرنے کی اجازت نہیں۔ دونوں مداحخل بیک وقت بلند کرنے سے پلٹ کے محسار ج  $Q$  اور  $\bar{Q}$  بیک وقت پست ہوں گے جبکہ ہر صورت ان کا آپس میں متضاد رہنا ضروری ہے۔ درج ذیل مساوات پر پورا اترنے سے یہ شرط پوری ہوگی۔

(۱۱.۳)

$$S \cdot R = 0$$

شکل ۱۱.۲۱ پر نظر رکھ کر آگے پڑھیں۔ عبوری جدول کی  $SR = 01$  قطار اور  $q = 0$  صف میں مستحکم حال پایا جاتا ہے جہاں حال کا متغیر پست ( $Q = 0$ ) ہے۔ عبوری جدول کے تحت  $SR = 00$  کرنے سے حال کا متغیر پست رہے گا۔ شکل الف میں تیردار لکیر اس عمل کو ظاہر کرتی ہے۔

اسی طرح  $SR = 10$  کی صورت میں پلٹ کا بلند مستحکم حال  $q = 1$  کی صف میں پایا جاتا ہے۔ عبوری

q	SR			
	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	0	0	1

(ب)

q	SR			
	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	0	0	1

(ا)

شکل ۱۱.۲۱: ایس آر پلٹ کا استعمال

جدول کے مطابق  $SR = 00$  کرنے سے پلٹ بلند حال میں رہے گا، جو شکل-ب میں تیردار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ یہ دونوں اعمال پلٹ کے بولین جدول سے بھی واضح ہیں۔

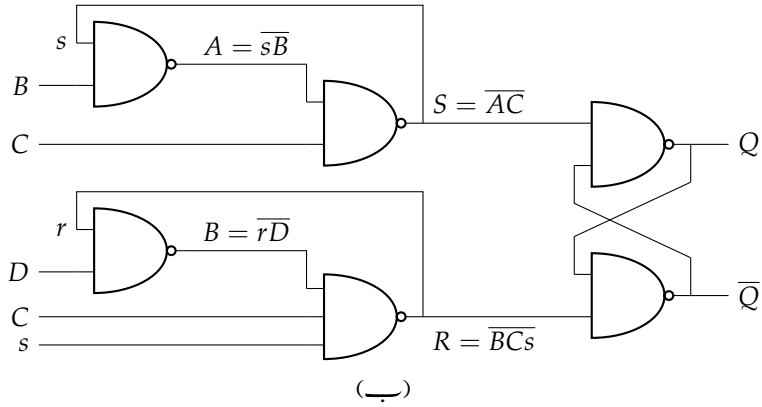
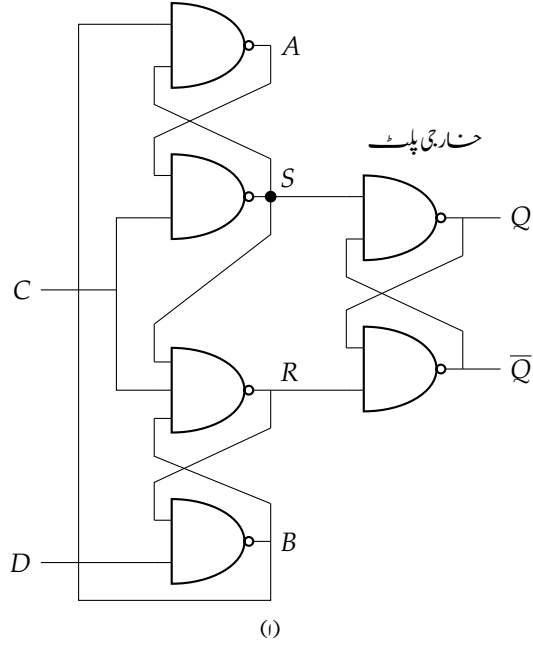
اب دیکھتے ہیں  $SR = 11$  سے آغاز کرتے ہوئے  $SR = 00$  کرنے سے کیا صورت پیدا ہوتی ہے۔ یاد رہے ان ادوار کو بنیادی طریقہ کار کے تحت چلایا جاتا ہے جہاں ایک سے زیادہ بیرونی مداحل تبدیل کرنے کی اجازت نہیں۔ بہر حال پھر بھی دیکھتے ہیں کہ ایسا کرنے سے کیا مسائل کھڑے ہوتے ہیں۔ بولین جدول کے مطابق  $SR = 00$  کرنے سے قبل  $Q$  اور  $\bar{Q}$  دونوں پست ہوں گے تاکہ آپس میں متضاد جبکہ کسی بھی پلٹ کے لئے لازم ہے کہ اس کے دونوں مختار جہز وقت متضاد حال ہوں۔ ساتھ ہی، عبوری جدول کے تحت اگر  $S$  پہلے پست حال اختیار کر لے تو اختتامی حال 0 ہوگا جبکہ اگر  $R$  پہلے پست ہو تب اختتامی حال 1 ہوگا۔ چونکہ قبل از وقت یہ جاننا ممکن نہیں کہ  $S$  یا  $R$  پہلے پست ہوگا لہذا اختتامی حال جاننا ممکن نہیں۔ دور کا یوں استعمال غیر یقینی صورت پیدا کرے گا۔

### ۱۱.۳.۲ ساعت کے کنارہ پر چلتا ہوا ڈی پلٹ

شکل ۱۱.۳.۱-۲ میں ڈی پلٹ دکھایا گیا ہے جو ساعت کے کنارہ پر چلتا ہے۔ ڈی پلٹ میں اندرونی بازری دور پلٹا جاتا ہے جس کے اندرونی حال کے متغیرات  $S$  اور  $R$  جبکہ بازری اشارات  $s$  اور  $r$  ہیں<sup>۲۹</sup>۔ شکل-ب میں ڈی پلٹ کو بازری دور کے طرز پر بنایا گیا ہے تاکہ بازری اشارات  $s$  اور  $r$  کی پہچان آسان ہو۔

اس دور میں  $S$  اور  $R$  حال کے متغیرات،  $s$  اور  $r$  بازری اشارات، جبکہ  $C$  اور  $D$  بیرونی مداحل

<sup>۲۹</sup> اس کتاب میں ضرب منہم گیٹ پر مبنی ایس آر پلٹ کے مداحل عموماً  $\bar{S}$  اور  $\bar{R}$  لکھے گئے ہیں۔ یہاں  $S$  اور  $R$  لکھا گیا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ اس سے پریشانی پیدا نہیں ہوگی۔



شکل ۱۱.۳۲: ڈی پلٹ بطور بازرسی دور

ہیں۔ یوں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 A &= \overline{sB} \\
 B &= \overline{Dr} \\
 S &= \overline{AC} = \overline{A} + \overline{C} = \overline{sB} + \overline{C} = sB + \overline{C} = s(\overline{rD}) + \overline{C} \\
 &= s(\overline{r} + \overline{D}) + \overline{C} \\
 R &= \overline{BCs} = \overline{B} + \overline{C} + \overline{s} = \overline{Dr} + \overline{C} + \overline{s} \\
 &= Dr + \overline{C} + \overline{s}
 \end{aligned}
 \tag{۱۱.۴}$$

ان مساوات سے حاصل  $S$  اور  $R$  کے بولین جدول کو کارٹائف نقشہ جات کے طرز پر شکل ۱۱-۲۳ اور شکل ۱۱-۲۴ میں لکھ کر شکل ۱۱-۲۵ کا عبوری جدول حاصل کیا گیا۔ مکمل حال  $srCD$  کی صورت میں لکھے ہوئے اس جدول پر غور کرتے ہیں۔

منرض کریں جس لمحے پلٹ کو برقی طاقت مہیا کر کے زندہ کیا جاتا ہے اس لمحے ساعت،  $C$ ، اور بیرونی مداحسل،  $D$ ، دونوں پست ہیں۔ عبوری جدول کے مطابق دور  $CD = 00$  کی قطار میں ہوگا۔ اس قطار میں پہلا خانہ 0000، دوسرا خانہ 0100، اور چوتھا خانہ 1000 عبوری حال کے متغیر ظاہر کرتے ہیں۔ ان خانوں میں عبوری حال  $SR = 11$  ہے۔ تیسرا خانہ 1100، مستحکم حال  $SR = 11$  ظاہر کرتا ہے۔ اگر برقی طاقت کی منراہی کے لمحے تاخیر ایسی ہوں کہ دور ان تین عبوری خانوں میں سے کسی ایک میں داخل ہو تو وہ یہاں سے جلد  $sr = 11$  کی صف پینچ کر مستحکم حال اختیار کرے گا۔ اگر زندہ ہونے ہی دور سیدھا 1100 خانے میں داخل ہو تب وہ یہی رہے گا۔

اس کے برعکس برقی طاقت مہیا کرنے کے لمحے اگر  $C = 1$  اور  $D = 1$  ہو تب عبوری جدول کے مطابق دور 0111 یا 1011 مستحکم حال پینچ کر یہی رہے گا، جبکہ  $C = 1$  اور  $D = 0$  کی صورت میں دور 0110 یا 1010 حال میں ہوگا۔

پست ساعت کی صورت میں حال کے متغیر  $SR$  کی قیمت 11 رہتی ہے۔ عبوری جدول میں  $CD = 00$  اور  $CD = 01$  کی دو قطاریں اس حقیقت کو ظاہر کرتی ہیں جہاں تمام  $SR$  کی قیمت 11 ہے۔ ہم جاننے ہیں ایس آر پلٹ کے دونوں مداحسل بلند ہونے کی صورت میں پلٹ اپنا حال برقرار رکھتی ہے۔ یوں شکل ۱۱-۲۲ میں خداجی پلٹ اپنا حال برقرار رکھے گی۔

پست ساعت،  $C = 0$ ، اور پست  $D$  کی صورت میں مستحکم حال کا متغیر  $SR$  حاصل کرنے کی خاطر ہم عبوری جدول کی  $CD = 00$  قطار میں دیکھتے ہیں جہاں ہمیں مکمل حال  $srCD = 1100$  بطور مستحکم حال ملتا ہے۔ جدول کے اس خانے میں  $a$  لکھ کر اسے احبا کر کیا گیا ہے۔ یہاں  $SR = 11$  کی بدولت خداجی پلٹ اپنا حال برقرار رکھے گی۔

پست ساعت اور بلند  $D$  کی صورت میں  $CD = 01$  کی قطار میں مستحکم حال 1101 پایا جاتا ہے

sr	CD			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	0	0
11	1	1	0	1
10	1	1	1	1

$$S = s(\bar{r} + \bar{D}) + \bar{C}$$

(ب)

sr	CD			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	0
10	1	1	0	0

$$R = rD + \bar{C} + \bar{s}$$

(۱)

sr	CD			
	00	01	11	10
00	11	11	$x$ 01	$x$ 01
01	$u$ 11	$v$ 11	$n$ (01)	$q$ (01)
11	$a$ (11)	$b$ (11)	$k$ 01	$e$ 10
10	$p$ 11	$j$ 11	$i$ (10)	$m$ (10)

(ج)

شکل ۱۱.۲۳: ڈی پلٹ کے عبوری جدول کا حصول اور استعمال

جہاں  $SR = 11$  ہے اور یوں خارجی پلٹ اپنا حال برقرار رکھے گی۔ جدول کے اس خانے میں  $b$  لکھ کر اسے احبا گر کیا گیا ہے۔

فرض کریں دور مستحکم حال 1100، یعنی خانہ  $a$ ، میں ہے جب بیرونی مداخلت  $C$  بلند ہوتا ہے۔ بیرونی مداخلت  $C$  جس لمحہ 0 سے 1 ہوتا ہے اس لمحے کو ساعت کا کنارہ چڑھائی<sup>۳۱</sup> کہتے ہیں۔ یوں  $D = 0$  کی صورت میں ساعت کے کنارہ چڑھائی پر دور خانہ  $a$  کی صف میں رہتے ہوئے،  $CD = 00$  سے  $CD = 10$  کی قطار میں داخل ہو کر عبوری حال 1110 اختیار کرتا ہے۔ اس عبوری حال کو خانہ  $e$  کہا گیا ہے، جہاں سے دور جلد اختتامی مستحکم حال 1010 پہنچے گا جس کو خانہ  $m$  ظاہر کرتا ہے۔ حال 1010 میں حال کا متغیر  $SR = 10$  ہے۔ خارجی پلٹ  $SR = 10$  کی صورت میں پست حال اختیار کرے گی لہذا  $Q = 0$  ہو جائے گا۔ اس قدم کو خانہ  $a$  سے خانہ  $e$  کے راستے خانہ  $m$  تک تیسر دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلاصہ یہ ہے کہ  $D = 0$  کی صورت میں ساعت کے کنارہ چڑھائی پر  $Q = 0$  ہو جائے گا یعنی ڈی پلٹ پست حال اختیار کرے گی۔

اس پورے عمل پر دوبارہ غور کرتے ہیں۔ ساعت کے کنارہ چڑھائی آتے ہی دور عبوری حال 1110 سے گزر کر مستحکم حال 1010 اختیار کرتا ہے۔ ان دونوں حال میں  $SR = 10$  رہتا ہے اور یوں عبوری حال سے گزرتے ہوئے لرزش پیدا نہیں ہوگی۔ آگے پڑھتے ہوئے تسلی کر لیں کہ ہر قدم پر کسی بھی عبوری حال سے گزرتے وقت  $SR$  کی قیمت وہی ہوگی جو اس قدم کے اختتامی حال میں ہوگی۔ یوں ان لمحات پر لرزش سے کسی قسم کی غنیر یقینی صورت پیدا نہیں ہوگی۔

اسی طرح مکمل حال  $srCD = 1101$  میں موجود دور، ساعت کے کنارہ چڑھائی پر، عبوری حال 1111 سے گزر کر مستحکم حال 0111 اختیار کرے گا۔ اس قدم کو خانہ  $b$  سے خانہ  $k$  کے راستے خانہ  $n$  تک تیسر دار لکیر ظاہر کرتی ہے۔ یہ قدم بلند بیرونی مداخلت  $D = 1$  اور ساعت کے کنارہ چڑھائی پر  $SR = 01$  کی صورت میں ہونے والا عمل ہے جس سے داخلی پلٹ بلند ہو کر ڈی پلٹ کا محارج بلند ( $Q = 1$ ) کرتا ہے۔

ساعت کے کنارہ اترائی پر ہونے والے عمل کو تیسر دار لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ انہیں آپ خود سمجھ سکتے ہیں۔ یہ دونوں لکیریں یہ حقیقت واضح کرتی ہیں کہ ساعت کے کنارہ اترائی پر عبوری حال اور اختتامی مستحکم حال دونوں میں  $SR = 11$  ہوگا لہذا بیرونی پلٹ اپنا حال برقرار رکھے گی اور یوں ساعت کے کنارہ اترائی پر ڈی پلٹ کے حال میں کسی قسم کی تبدیلی رونمائی نہیں ہوگی۔

ایک آخری بات۔ اس پلٹ کے حوالے سے کرتے ہیں۔ شکل ۲۲.۱۱ میں  $R$  پیدا کرنے والے ضرب متمم گیٹ کو  $S$  بطور داخلی اشارہ مہیا کیا گیا ہے، جس کی بدولت  $S$  اور  $R$  کسی صورت بیک وقت پست نہیں ہو سکتے۔ یاد رہے کہ  $S$  اور  $R$  دونوں بیک وقت پست ہونے سے بیرونی پلٹ کے دونوں محارج بلند ہو جائیں گے جو کہ ناممکن قبول صورت ہوگی۔ یوں عبوری جدول میں 0010 اور 0011 کے خانے کوئی معنی نہیں رکھتے۔ ان خانوں کو  $x$  لکھ کر احبا گر کیا گیا ہے۔



## ۱۱.۳.۳ ایس آر پلٹوں پر مبہنی غیر معاصر ادوار کا قدم با قدم تجزیہ

مذکورہ بالا مثالوں میں استعمال کیے گئے طریقہ کار کو یہاں بیان کرتے ہیں۔ پلٹ کے اپنے بازاری اشارات کو نظر انداز کرتے ہیں۔

• تمام پلٹوں کے مخارج کو  $Y_i$  سے ظاہر کریں جہاں  $i = 0, 1, 2, \dots$  ہے۔ مخارج سے حاصل بازاری اشارے کو اس مخارج کا  $i$  استعمال کرتے ہوئے  $y_i$  لکھیں۔ یوں  $Y_3$  سے حاصل بازاری اشارہ  $y_3$  کہلائے گا۔

• تمام پلٹوں کے  $S_i$  اور  $R_i$  مداحل کی مساوات حاصل کریں۔

• جمع متمم گیٹ پر مبہنی ایس آر پلٹ کے لئے تسلی کر لیں کہ  $SR = 0$  ہے جبکہ ضرب متمم گیٹ پر مبہنی ایس آر پلٹ کے لئے  $\bar{S} \bar{R} = 0$  ہونا ضروری ہے۔ ایسا ہونے کی صورت میں پلٹ غلط نتائج دے سکتا ہے۔

•  $S_i$  اور  $R_i$  دیکھ کر تمام پلٹ کے  $Y_i$  حاصل کریں۔

• ہر  $Y_i$  کو کارنائف نقشے کے طرز پر لکھیں۔ ان نقشوں کی بائیں جانب قطار میں بازاری اشارات  $y$  جبکہ نقشوں کے اوپر صف میں بیرونی مداحل  $x$  لکھیں جہاں  $y$  سے مراد  $y_3 y_2 y_1 y_0 \dots$  جبکہ  $x$  سے مراد  $x_3 x_2 x_1 x_0 \dots$  ہے۔

• ان نقشوں کو عبوری جدول میں یکجا کریں۔ ان نقشوں کے خانوں میں  $Y$  لکھیں، جہاں  $Y$  سے مراد  $Y_3 Y_2 Y_1 Y_0 \dots$  ہے۔

• وہ خانے جن میں  $Y = y$  ہو، مستحکم حال ظاہر کرتے ہیں۔ انہیں دائرہ میں بند کریں۔ یوں عبوری جدول حاصل ہوگا۔



## باب ۱۲

# سادہ ترین کمپیوٹر

اس باب میں کمپیوٹر کی سادہ ترین ساخت پر غور کیا جائے گا۔ سادہ ہونے کے باوجود اس میں کئی اعلیٰ تصورات شامل ہیں۔ اس باب کو پڑھنے اور سمجھنے کے بعد آپ جدید کمپیوٹر کی بناؤٹ سمجھ پائیں گے۔

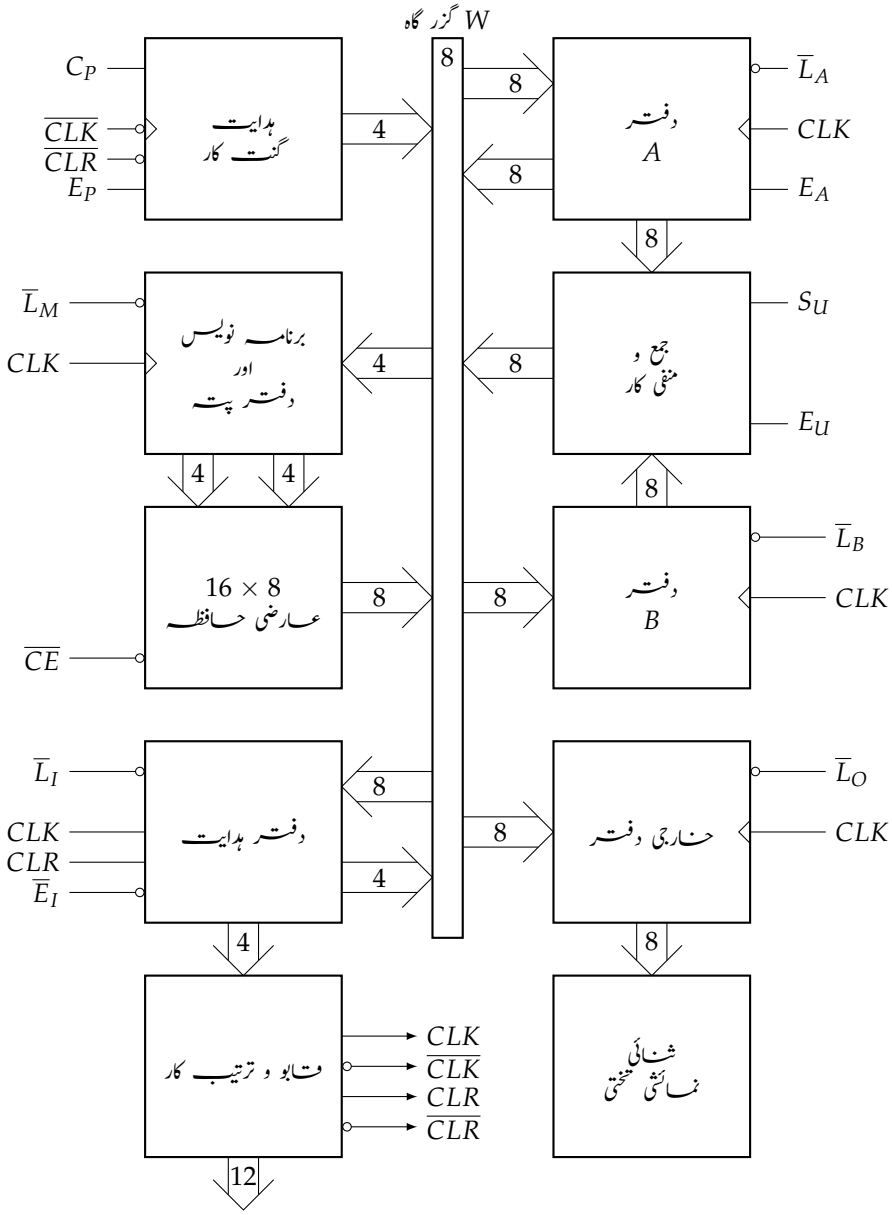
### ۱۲.۱ بناؤٹ

سادہ کمپیوٹر کی بناؤٹ شکل ۱.۱۲ میں پیش ہے۔ یہ ایک مکمل کمپیوٹر ہے۔ دفاتر کے وہ حنروج جو آٹھ بٹ گزر گاہ سے جڑے ہیں، سہ حالہ<sup>۱</sup> ہیں؛ جو مواد کی منظم ترسیل ممکن بناتا ہے۔ آٹھ بٹ گزر گاہ سے مراد آٹھ برقی تاریں ہیں جو ذیلی ادوار (مشاافاظظ، جمع و منفی کار) کے مابین مواد کی ترسیل ممکن بناتے ہیں۔ دفاتر کے باقی حنروج دو حالہ<sup>۲</sup> ہیں؛ یہ حنروج ان ڈب ادوار کو مسلسل معلومات (مواد، پتہ، شمار وغیرہ) فراہم کرتے ہیں جن سے یہ منسلک ہیں۔

سادہ ترین کمپیوٹر کے مختلف حصے واضح کرنے کی عنرض سے شکل ۱.۱۲ بنایا گیا ہے۔ اسی لئے تمام فتابو اشارات ایک ڈب جسے قلابو مرکز<sup>۳</sup> کہتے ہیں، تمام داخلی اور حنارجی ادوار ایک ڈب جسے دخول و خروج مرکز<sup>۴</sup> کہتے ہیں، وغیرہ، میں نہیں رکھے گئے ہیں۔

شکل ۱.۱۲ میں پیش کئی دفاتر آپ پہلے سے جانتے ہیں۔ ہر ڈب کی مختصر خصوصیات بیان کرتے ہیں؛ ان پر تفصیلی گفتگو بعد میں کی جائے گی۔

tri-state<sup>۱</sup>  
two-state<sup>۲</sup>  
control unit<sup>۳</sup>  
input-output unit<sup>۴</sup>



$$C_P E_P \overline{L}_M \overline{CE} \overline{L}_I \overline{E}_I \overline{L}_A E_A S_U E_U \overline{L}_B \overline{L}_O$$

شکل ۱۲.۱: سادہ ترین کمپیوٹر کی بناوٹ

### ہدایت گنت کار

حافظہ کے شروع میں برنامہ<sup>۵</sup> (پروگرام) رکھا جاتا ہے۔ پہلا ہدایت شنائی پتہ 0000 پر، دوسرا ہدایت پتہ 0001، اور تیسرا ہدایت 0010 پر ہوگا۔ ہدایت گنتے کار<sup>۶</sup>، جو تباو مسرکز کا حصہ ہے، 0000 تا 1111 گردان کرتا ہے۔ اس کا کام حافظہ کو وہ پتہ فراہم کرنا ہے جس سے اگلا ہدایت پڑھ کر عمل میں لایا جائے گا۔ یہ کام درج ذیل طریقے سے سرانجام ہوگا۔

کمپیوٹر کی ہر دوڑ سے قبل ہدایت گنت کار 0000 کر دیا جاتا ہے۔ جب کمپیوٹر کی دوڑ شروع ہوتی ہے ہدایت گنت کار حافظہ کو پتہ 0000 فراہم کرتا ہے۔ اس کے بعد ہدایت گنت کار ایک قدم بڑھا کر 0001 کر دیا جاتا ہے۔ پہلا ہدایت (مقام 0000 سے) پڑھ کر اس پر عمل کیا جاتا ہے، جس کے بعد ہدایت گنت کار حافظہ کو پتہ 0001 بھیجتا ہے اور ہدایت گنت کار ایک قدم بڑھا کر 0010 کر دیا جاتا ہے۔ دوسرا ہدایت پڑھنے اور اس پر عمل کرنے کے بعد ہدایت گنت کار حافظہ کو 0010 پتہ بھیجتا ہے۔ اس طرح، ہدایت گنت کار ہر وقت اگلی ہدایت پر نظر جمائے رکھتا ہے۔

گویا ہدایت گنت کار اس شخص کی طرح ہے جو ہدایت کی فہرست کی طرف اشارہ کرتے ہوئے کہتا ہے یہ کام پہلے کریں، یہ کام دوسرے نمبر پر کریں، یہ تیسرے نمبر پر کریں، وغیرہ۔ اسی لئے ہدایت گنت کار بعض اوقات اشارہ گر کہلاتا ہے؛ یہ حافظہ میں اس مقام کی طرف اشارہ کرتا ہے جہاں کوئی اہم معلومات درج ہوگی۔

### برنامہ نویس اور دفتر پتہ

ہدایت گنت کار کے نیچے برنامہ نویس اور دفتر پتہ کا ڈب ہے۔ شکل ۲.۱۲ میں برنامہ نویس پیش ہے (صفحہ ۲۲۸ پر شکل ۱۹.۹ سمجھیں) جس کے ذریعے سوئچوں کی مدد سے عارضی حافظہ کو 4 پتہ اور 8 مواد پتہ فراہم کر کے بھرا جاتا ہے۔ یاد رہے کمپیوٹر کی (بامقصد) دوڑ سے قبل عارضی حافظہ میں برنامہ لکھنا لازمی ہے۔ یہ دور جو

حافظہ کے پتہ کا دفتر (دفتر پتہ) اس کمپیوٹر کے عارضی حافظے کا حصہ ہے۔ کمپیوٹر کی دوڑ کے دوران، ہدایت گنت کار میں موجود پتہ اس (دفتر پتہ) میں نقل کیا جاتا ہے۔ دفتر پتہ چند لمحوں بعد یہ پتہ عارضی حافظہ کو فراہم کرتا ہے، جہاں سے اگلی ہدایت پڑھی جاتی ہے۔

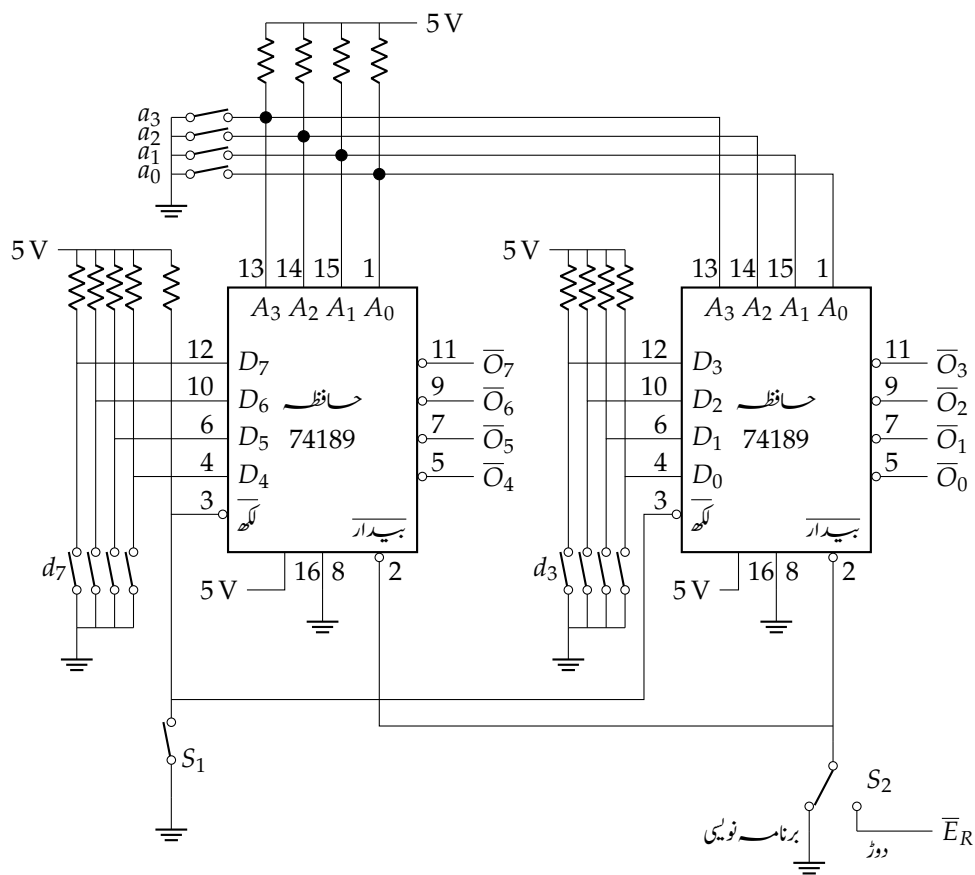
### عارضی حافظہ

کمپیوٹر کی دوڑ سے قبل  $8 \times 16$  عارضی حافظہ میں ہدایت اور درکار مواد لکھا جاتا ہے۔ کمپیوٹر کی دوڑ کے دوران، حافظہ کو دفتر پتہ 4 پتہ فراہم کرتا ہے؛ جہاں سے ہدایت یا مواد پڑھ کر W گزرگاہ پر رکھ دیا جاتا ہے جسے کمپیوٹر کا کوئی دوسرا حصہ استعمال کر سکتا ہے۔ عارضی حافظہ کے محتارج  $O_0$  تا  $O_7$  آٹھ برقی تاروں کے ذریعے کمپیوٹر کے باقی حصوں کے ساتھ جبراً ہے۔ ان آٹھ تاروں کو W گزرگاہ کہتے ہیں۔

<sup>۵</sup> program

<sup>۱</sup> program counter

<sup>۶</sup> pointer



شکل ۱۲.۲: برنامہ نویسی

## دفتربدایت

فتابو سرکز کا ایک **دفتربدایت**<sup>۸</sup> ہے۔ حافظے سے بدایت پڑھنے کی حناطر کمپیوٹر جو عمل سرانجام دیتا ہے اس کو بدایت پڑھ **عمل**<sup>۹</sup> کہتے ہیں۔ حافظے کے حناطب معتام پر موجود بدایت (یا مواد) کو یہ عمل W گزرگاہ پر رکھتا ہے۔ ساتھ ہی ساعت کے اگلے مثبت کنارے پر دفتربدایت بھرائی کے لئے تیار کر دیا جاتا ہے۔

دفتربدایت میں موجود معلومات کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ خچیلے (زیریں) چارہٹ سہ حالی حنارج ہے جو بوقت ضرورت W گزرگاہ پر ڈال دیا جاتا ہے جبکہ بالا چارہٹ دو حالی حنارج ہے جو سیدھا فابو ترتیب کار کو مہیا کیا جاتا ہے۔

## فتابو ترتیب کار

کمپیوٹر کی ہر دوڑے قبل بدایت گنت کار کو  $\overline{CLR}$  اور دفتربدایت کو CLR اشارہ بھیجا جاتا ہے، جو بدایت گنت کار 0000 کرتا ہے اور دفتربدایت میں موجود بدایت زائل کرتا ہے۔

تمام مستحکم کار دفتربو ساعتی اشارہ CLK بھیجا جاتا ہے جو کمپیوٹر کے مختلف اعمال ہم قدم کرتے ہوئے یقینی بناتا ہے کہ سب کچھ اپنے اپنے وقت پر ہو۔ دوسرے لفظوں میں، دفتربو ساعتی اشارہ CLK کا تبادلہ مشترک ساعت CLK کے مثبت کنارے پر ہو۔ دھیان رہے، بدایت گنت کار کو  $\overline{CLK}$  اشارہ بھی منراہم کیا گیا ہے۔

فتابو ترتیب کار 12 ہٹ لفظ حنارج کرتا ہے جو باقی کمپیوٹر کو فابو کرتا ہے۔ وہ 12 برقی تار جن پر یہ لفظ ترسیل ہوتا ہے **قالبو گزرگاہ**<sup>۱۰</sup> کہلاتا ہے۔

بارہ ہٹ فابو لفظ درج ذیل ہے۔

$$\text{فتابو} = C_P E_P \bar{L}_M \bar{C}\bar{E} \bar{L}_I \bar{E}_I \bar{L}_A E_A S_U E_U \bar{L}_B \bar{L}_O$$

ساعت CLK کے اگلے مثبت کنارے پر دفتربو ساعتی اشارہ اس لفظ کے تحت ہوگا۔ مثلاً، بلند  $E_P$  اور پست  $\bar{L}_M$  کی صورت میں ساعت کے اگلے مثبت کنارے پر بدایت گنت کار کی معلومات دفتربو ساعتی اشارہ میں نقل ہو گی۔ اسی طرح، پست  $\bar{C}\bar{E}$  اور پست  $\bar{L}_A$  کی صورت میں ساعت کے اگلے مثبت کنارے پر دفتربو ساعتی اشارہ میں عارضی حافظے کا حناطب لفظ نقل ہوگا۔ انتقال مواد کی وقتیہ ترسیلات پر غور (جس سے ہم حنا پائیں گے یہ انتقال کیسے اور کب ہوں گے) بعد میں کیا جائے گا۔

## دفتربو A

کمپیوٹر کی دوڑ کے دوران حاصل نتائج دفتربو A میں ذخیرہ کیے جاتے ہیں۔ شکل ۱۲.۱۲ میں A کے دو حنارج دکھائے گئے ہیں۔ اس کا دو حالی حنارج سیدھا جمع و منفی کار کو جاتا ہے۔ تین حالی حنارج W گزرگاہ کو جاتا ہے۔ یوں A کا آٹھ ہٹ لفظ جمع و منفی کار کو مسلسل منراہم ہوگا؛ یہی لفظ بلند  $E_A$  کی صورت میں W گزرگاہ پر بھی ڈالا جائے گا۔

<sup>۸</sup> instruction register  
<sup>۹</sup> memory read operation  
<sup>۱۰</sup> control bus

### جمع و منفی کار

یہاں تسملہ 2 کا جمع و منفی کار مستعمل ہے۔ پست  $S_U$  کی صورت میں شکل ۱۲.۱ میں جمع و منفی کار کا محسارن درج ذیل ہوگا۔

$$S = A + B$$

بلند  $S_U$  کی صورت میں جمع و منفی کار درج ذیل دیگا جہاں  $B'$  سے مراد  $B$  کا اس 2 تسملہ ہے۔ (یاد رہے، 2 کا تسملہ علامت تبدیل کرنے کے مترادف ہے۔)

$$S = A + B'$$

جمع و منفی کار غیر معاصر ہے (یعنی اس کی کارکردگی ساعت پر منحصر نہیں)؛ یوں جیسے ہی داخلہ الفاظ تبدیل ہوں، اس کا محسارن تبدیل ہوگا۔ بلند  $E_U$  کی صورت میں یہ محسارن  $W$  گزرگا پر ڈالا جائے گا۔

### دفتر $B$

دفتر  $B$  حالی اعمال میں استعمال کیا جاتا ہے۔ پست  $L_B$  کی صورت میں ساعت کے ثبت کنارے پر  $W$  گزرگا پر موجود لفظ  $B$  میں نقل ہوگا۔ دفتر  $B$  کا دو حالی محسارن مسلسل جمع و منفی کار کو منراہم کیا جاتا ہے۔ یہ عدد  $A$  میں موجود عدد کے ساتھ جمع یا اس سے منفی ہوگا۔

### حسارچی دفتر

کسی بھی مسئلے کو حل کرنے کے بعد حاصل نتیجہ دفتر  $A$  میں ہوگا۔ یہ نتیجہ بیرونی دنیا کو بتانا مقصود ہو گا۔ یہ کام خارجہ دفتر کے سپرد ہے۔ بلند  $E_A$  اور پست  $L_O$  کی صورت میں ساعت کے اگلے ثبت کنارے پر  $A$  میں موجود معلومات حسارچی دفتر میں نقل کی جاتی ہے۔

چونکہ حسارچی دفتر کے ذریعہ مواد کمپیوٹر سے باہر منتقل ہوتا ہے لہذا اسے عموماً خارجہ روزانہ<sup>۱۲</sup> بھی کہتے ہیں۔ حسارچی روزانہ ملاچہ ادوار<sup>۱۳</sup> سے منسلک ہوگا جو بیرونی آلات مثلاً پرنٹر<sup>۱۴</sup>، سات کلی نمائشی تختی، کمپیوٹر کاشیشہ، وغیرہ چلاتے ہیں۔

### شانی نمائشی تختی

شانی نمائشی تختی آٹھ نوری ڈایوڈ<sup>۱۵</sup> پر مبسنی ہے۔ حسارچی روزانہ کے ہر بت کے ساتھ ایک نوری ڈایوڈ منسلک ہے۔ یوں شانی نمائشی تختی پر حسارچی دفتر میں موجود معلومات شانی روپ میں نظر آئے گی۔

### خلاصہ

اس کمپیوٹر کا فتا بو مرکز ہدایت گنت کار، ہدایت دفتر، اور فتا بو و ترتیب کار (جو فتا بو لفظ، ساعت  $CLK$ ، اور زائل اشارہ  $CLR$  پیدا کرتا ہے) پر مشتمل ہے۔ کمپیوٹر کا حبابی مرکز<sup>۱۶</sup> دفتر  $A$ ، دفتر  $B$ ، اور جمع و منفی کار پر مشتمل

output register<sup>۱۱</sup>  
output port<sup>۱۲</sup>  
interface circuits<sup>۱۳</sup>  
printer<sup>۱۴</sup>  
LED<sup>۱۵</sup>  
arithmetic logic unit, ALU<sup>۱۶</sup>



ہے۔ کمپیوٹر کا حافظہ دفتر پتہ اور  $16 \times 8$  عارضی حافظہ پر مشتمل ہے۔ درآمدی سوئچ، خارجی ریزون، اور شنائی نمائندگی سختی مسل کرد خول و خسروچ سرکردیتے ہیں۔

## ۱۲.۲ ہدایات کی فہرست

کمپیوٹر کی بامقصد دوڑے قبل اس کے حافظہ میں ہدایات قدم با قدم بھرنا لازم ہے۔ البتہ، ایسا کرنے سے پہلے آپ کو یہ ہدایات جاننی ہوگی۔ ان ہدایات سے مراد وہ اعمال ہیں جو یہ کمپیوٹر سرانجام دے سکتا ہے۔ اس کمپیوٹر کی ہدایات کی فہرست پر اب غور کرتے ہیں۔ ہدایت کا مجموعہ کمپیوٹر کی مادر **زبان** کہلاتی ہے۔

### نقل الف

حافظہ کے مقام  $0000_2$  پر موجود معلومات کو ہم  $R_0$  کہتے ہیں، مقام  $0001_2$  پر  $R_1$  ہوگا، وغیرہ۔ یوں  $R_0$  مقام  $0H$  پر محفوظ ہے،  $R_1$  پتہ  $1H$  پر،  $R_2$  پتہ  $2H$  پر، وغیرہ، جہاں  $0H$  سے مراد  $0_{16}$  ہے۔ اس اس 16 اعداد کے آخر میں زیر نوشتہ 16 لکھنے کی بجائے ہم عدد کے آخر میں  $H$  لکھتے ہیں۔

**نقل الف**۔ اس کمپیوٹر کی ایک ہدایت ہے جو کہتی ہے دفتر الف میں مواد نقل کریں۔ پوری ہدایت میں اس مواد کا اس سولہ پتہ بھی دیا جاتا ہے جو دفتر الف میں بھرا جائے گا، لہذا مکمل ہدایت درج ذیل ہے جو جدول ۱.۱۲ میں پیش ہے۔

### نقل الف پتہ

یوں ”نقل الف  $8H$ “ کہتی ہے کہ عارضی حافظہ کے پتہ  $8H$  پر درج معلومات کو دفتر الف میں نقل کریں۔ اس ہدایت پر عمل کرنے کے بعد دفتر الف میں اور حافظہ کے مقام  $8H$  پر ایک جیسا مواد پایا جائے گا۔ یوں درج ذیل صورت میں

$$R_8 = 1111\ 0000$$

جو کہتی ہے مقام  $R_8$  پر شنائی معلومات 1111 0000 محفوظ ہے، ذیل ہدایت

### نقل الف $8H$

پر عمل کرنے کے بعد درج ذیل ہوگا۔

$$= 1111\ 0000 \text{ الف}$$

آپ نے دیکھا یہ ہدایت دفتر الف میں معلومات نقل کرتے ہوئے حافظہ میں درج معلومات پر اثر انداز نہیں ہوتی۔

اسی طرح ”نقل الف  $AH$ “ مقام  $10_{10}$  سے دفتر الف میں معلومات نقل کرے گی، اور ”نقل الف  $FH$ “ مقام  $F_{16}$  سے معلومات دفتر الف میں نقل کرے گی۔

جمع

کمپیوٹر کی یہ ہدایت دو اعداد جمع کرنے کو کہتی ہے۔ پہلا عدد دفتر الف میں ہوگا جبکہ دوسرے عدد کا پتہ مکمل ہدایت میں شامل ہوگا؛ نتیجہ دفتر الف میں محفوظ ہوگا، لہذا دفتر الف میں پہلے سے موجود مواد زائل ہوگا۔ یوں اگر دفتر الف میں  $2_{10}$  اور حافظہ کے مقام  $9H$  پر  $3_{10}$  ہو:

$$\text{الف} = 0000\ 0010$$

$$R_9 = 0000\ 0011$$

تب ذیل ہدایت

جمع  $9H$

پر عمل کرنے کے لئے درج ذیل اقدام پر عمل کرنا ہوگا۔ پہلے قدم پر، دفتر ب میں  $R_9$  ڈالاجائے گا:

$$\text{ب} = 0000\ 0011$$

جس کے فوراً بعد جمع و منفی کار الف اور ب کا مجموعہ

$$\text{مجموعہ} = 0000\ 0101$$

معلوم کرتا ہے۔ دوسرے قدم پر، یہ مجموعہ دفتر الف میں ڈالاجاتا ہے۔

$$\text{الف} = 0000\ 0101$$

جب بھی ”جمع“ کی ہدایت پر عمل کیا جائے درج بالا اقدام اٹھانے ہوں گے؛ دیے گئے پتہ سے مواد دفتر ب میں ڈال کر جمع و منفی کار سے مجموعہ حاصل کرنے کے بعد نتیجہ دفتر الف میں ڈالاجاتا ہے۔ چونکہ دفتر الف میں پہلے سے موجود مواد کے اوپر نیا مواد (حاصل جمع) لکھاجاتا ہے لہذا دفتر الف کا پرانا مواد زائل ہوگا۔ اسی طرح چونکہ دفتر ب میں دیے گئے پتے کا مواد ڈالا گیا جاتا ہے لہذا دفتر ب کا پرانا مواد بھی زائل ہوگا۔ اس طرح ”جمع  $9H$ “ پر عمل کرنے سے دفتر الف کا مواد اور  $R_9$  کا مجموعہ دفتر الف میں حاصل ہوگا۔ ”جمع  $FH$ “ پر عمل کے بعد دفتر الف میں  $R_F$  اور دفتر الف کا مجموعہ پایا جائے گا۔

منفی

دو اعداد منفی کرنے کے لئے کمپیوٹر کی ہدایت منفی ہے جو دفتر الف میں موجود عدد دے دیا گیا عدد منفی کر کے نتیجہ دفتر الف میں دے گی۔ مکمل ہدایت میں منفی ہونے والے عدد کے مقام کا پتہ بھی شامل ہوگا۔

منفی پتہ

یوں ”منفی  $CH$ “ کا مطلب ہے دفتر الف میں موجود مواد سے حافظہ کے مقام  $CH$  پر موجود مواد  $R_C$  منفی کر کے نتیجہ دفتر الف میں ڈالیں۔

جدول ۱۲.۱: کمپیوٹر کی مادری زبان کی ہدایت

عمل	ہدایت
دفتر الف میں حافظے مواد نقل کریں	نقل الف پتہ
دفتر الف کے ساتھ حافظے کا مواد جمع کریں	جمع پتہ
دفتر الف سے حافظے کا مواد منفی کریں	منفی پتہ
دفتر الف کا مواد رجحان رجی دفتر میں ڈالیں	برآمد
کام کرنا روک دیں	رک

مثال کی خاطر فرض کریں دفتر الف میں اعشاری 7 اور حافظے کے معتم  $CH$  پر اعشاری 3 پایا جاتا ہے۔

$$\text{الف} = 0000\ 0111$$

$$R_C = 0000\ 0011$$

”منفی  $CH$ “ پر عمل درج ذیل اقدام اٹھانے سے ہوگا۔ پہلے قدم پر، دفتر ب میں  $R_C$  ڈالا گیا جاتا ہے:

$$\text{ب} = 0000\ 0011$$

جس کے فوراً بعد جمع و منفی کار دفتر الف اور ب کا منفرق:

$$\text{منفرق} = 0000\ 0100$$

معلوم کرتا ہے۔ دوسرے قدم پر یہ منفرق دفتر الف میں ڈالا جاتا ہے۔

$$\text{الف} = 0000\ 0100$$

منفی کی تمام ہدایت پر عمل درج بالا اقدام کے ذریعہ ہوگا؛ دیے گئے پتہ پر موجود مواد حافظے سے دفتر ب میں ڈال کر جمع و منفی کار کو مہیا کیا جاتا ہے جو فوراً ان کا منفرق معلوم کرتا ہے۔ یہ منفرق دفتر الف میں ڈالا جاتا ہے۔ یوں ”منفی  $CH$ “ پر عمل کرتے ہوئے  $R_C$  کو دفتر الف سے منفی کر کے نتیجہ دفتر الف میں ڈالا جائے گا۔ ”منفی  $EH$ “ معتم  $EH$  پر موجود مواد  $R_E$  کو دفتر الف سے منفی کر کے نتیجہ دفتر الف میں ڈالتا ہے۔

برآمد

کمپیوٹر کی ہدایت برآمد کہتی ہے دفتر الف کا مواد رجحان رجی دفتر میں ڈالیں۔ اس ہدایت پر عمل کرنے کے بعد دفتر الف کا مواد کمپیوٹر سے باہر دستیاب ہوگا جہاں سے آپ نتیجہ دیکھ سکتے ہیں۔

اس ہدایت پر عمل کرنے کے لئے حافظے سے رجوع کرنے کی ضرورت نہیں لہذا اس ہدایت میں پتہ درکار نہیں ہے۔

## رک

یہ ہدایت، جو برنامے کی آخری ہدایت ہوگی، کمپیوٹر کو مزید ہدایات پر عمل کرنے سے روکتی ہے۔ یہ ہدایت، جملہ مکمل ہونے کے بعد (جملے کے آخر میں) ختمہ<sup>۱۸</sup> کے مترادف ہے۔ ہر برنامے کے آخر میں یہ ہدایت ضروری ہے؛ ورنہ کمپیوٹر بے باق دوڑتا رہے گا اور بے مقصد (اور غلط) نتائج فراہم کرتا رہے گا۔

رک کی ہدایت از خود مکمل ہے۔ اس پر عمل کرنے کی خاطر حافظے سے رجوع کرنے کی ضرورت نہیں لہذا اس ہدایت میں پتے کی شمولیت نہیں ہوگی۔

## حافظے سے رجوع کرنے والے راجع ہدایات

نقل الف، جمع، اور منفی کی ہدایات حافظے سے رجوع کرتی ہیں لہذا یہ راجع ہدایت<sup>۱۹</sup> کہلاتی ہیں۔ اس کے برعکس برآمد اور رک حافظے سے رجوع نہیں کرتی ہیں لہذا یہ ہدایات غیر راجع ہیں۔

## 8080 اور 8085

وسیع پیمانے پر استعمال ہونے والا پہلا خردو عامل کار<sup>۲۰</sup> (مائیکروپراسیسر) 8080 تھا۔ اس کی کل 72 ہدایات ہیں۔ اس خردو عامل کار 8085 ہے جو انہیں ہدایات پر چلتا ہے۔ اس باب کے سادہ ترین کمپیوٹر کو حقیقتاً فعال استعمال بنانے کی غرض سے ہم اس کی ہدایات کو 8080/8085 کی ہدایت کے ہم آہنگ بناتے ہیں۔ دوسرے لفظوں میں نقل، جمع، منفی، برآمد، اور رک 8080/8085 کے بھی ہدایات ہیں۔

مثال ۱۲.۱: سادہ ترین کمپیوٹر کا ایک برنامہ پیش ہے۔

پتہ	ہدایت
0H	نقل 9H
1H	جمع AH
2H	جمع BH
3H	منفی CH
4H	برآمد
5H	رک

حافظے میں برنامے سے اوپر درج ذیل مواد پایا جاتا ہے۔

<sup>۱۸</sup>fullstop  
<sup>۱۹</sup>memory-reference instructions  
<sup>۲۰</sup>microprocessor

پست	مواد
6H	FFH
7H	FFH
8H	FFH
9H	01H
AH	02H
BH	03H
CH	04H
DH	FFH
EH	FFH
FH	FFH

یہ ہدایات کیسے کریں گے؟

حل: برنامه خفے حافظه میں 0H تا 5H مقامات پر رکھا گیا ہے۔ پہلی ہدایت حافظہ کے مقام 9H سے مواد 01H دفتر الف میں نقل کرتی ہے۔

$$01H = \text{الف}$$

دوسری ہدایت مقام AH کا مواد دفتر الف کے ساتھ جمع کر کے نتیجہ دفتر الف میں ڈالتی ہے۔

$$01H + 02H = 03H = \text{الف}$$

تیسری ہدایت حافظہ کے مقام BH کے مواد کو دفتر الف (جس میں اس وقت 03H موجود ہے) کے ساتھ جمع کر کے نتیجہ دفتر الف منتقل کرتی ہے۔

$$03H + 03H = 06H = \text{الف}$$

چوتھی ہدایت مقام CH کے مواد کو دفتر الف سے منفی کر کے نتیجہ دفتر الف میں ڈالتی ہے۔

$$06H - 04H = 02H = \text{الف}$$

پانچویں ہدایت دفتر الف کے مواد کو خارجی دفتر میں منتقل کرتی ہے۔ خارجی دفتر کے ساتھ شنائی نمائش سختی منسلک ہے جس پر یہ مواد شنائی روپ میں نظر آئے گا۔ یوں نوری ڈیوڈ راج ذیل دکھائیں گے۔

0000 0010

□

آخری ہدایت رک ہے جو کمپیوٹر کو مزید ہدایات پر عمل کرنے سے روکتی ہے۔

## ۱۲.۳ کمپیوٹر کی برنامه نویسی

کمپیوٹر کے حافظہ میں ہدایات اور مواد بھرنے کے لئے ہمیں ایسی زبان استعمال کرنی ہوگی جو کمپیوٹر سمجھ سکے۔ جدول ۱۲.۲ میں کمپیوٹر کے رموز<sup>۱</sup> پیش ہیں۔ یوں ”نقل الف“ کی ہدایت کے لئے کمپیوٹر 0000 کاشنئی رمز استعمال کرتا

<sup>۱</sup>operation codes, op codes

جدول ۱۲.۲: سادہ ترین کمپیوٹر کے رموز

ہدایت	رمز
نقل	0000
جمع	0001
منفی	0010
برآمد	1110
رک	1111

ہے۔ ”جمع“ کے لئے 0001، ”منفی“ کے لئے 0010، ”برآمد“ کے لئے 1110، اور ”رک“ کے لئے 1111 استعمال ہوگا۔

جیسا پہلے ذکر کیا گیا، (صفحہ ۲۲۷ پر مثال ۱.۹ دیکھیں) برنامہ نویس (شکل ۲.۱۲) سوئچ کے ذریعہ حافظہ میں معلومات ڈالتا ہے۔ ان سوئچ کو یوں استعمال کیا گیا ہے کہ منقطع (کھڑا) سوئچ 1 اور غیر منقطع (بیٹھا یا چالو) سوئچ 0 دیتا ہے۔ برنامہ نویسی کے دوران سوئچ  $d_4$  تا  $d_7$  ہدایت کے رموز کے مطابق رکھے جاتے ہیں جبکہ  $d_0$  تا  $d_3$  ہدایت کے باقی زیر عمل<sup>۲۲</sup> حصے کے مطابق رکھے جاتے ہیں۔

مثلاً، مندرجہ کریں ہم درج ذیل ہدایت حافظہ میں بھرنے چاہتے ہیں۔

پتہ	ہدایت
0H	نقل FH
1H	جمع EH
2H	رک

سب سے پہلے ایک ایک ہدایت کاشنائی روپ حاصل کرتے ہیں۔

0000 1111	=	FH	نقل
0001 1110	=	EH	جمع
1111 xxxx	=		رک

پہلی ہدایت ”نقل FH“ ہے جس کے دو حصے ہیں۔ اس کا پہلا حصہ ہدایت ”نقل“ ہے جس کاشنائی رمز 0000 ہے؛ اس کا دوسرا حصہ FH ہے جو اس مقام کا پتہ ہے جہاں سے مواد لیا جائے گا۔ یہ ہدایت کا زیر عمل<sup>۲۳</sup> حصہ ہے۔ اس پتے کاشنائی مثال 1111 ہے۔ یوں ”جمع FH“ کی جگہ ان کے کاشنائی مثال جوڑ کر 0000 1111 حاصل کیا گیا ہے۔ دوسری ہدایت میں جمع کا رمز 0001 اور زیر عمل حصہ EH کاشنائی مثال 1110 ہے۔ ان کو ساتھ ساتھ لکھ کر 0001 1110 حاصل کیا گیا ہے۔ آخری ہدایت میں رک کا رمز 1111 ہے جبکہ اس کا کوئی زیر عمل حصہ نہیں پایا جاتا، لہذا زیر عمل حصہ غیر مطلوب ہے جس

میں کچھ بھی لکھا جاسکتا ہے۔ اس غیر مطلوب حصہ کو xxxx سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں 1111 xxxx حاصل کیا گیا ہے۔

اب  $S_2$  کو بٹھا کر (زمین سے جوڑ کر) پتہ اور مواد کے سوئچ قدم با قدم درج ذیل رکھیں، جہاں ”ک“ سے مراد کھڑا یعنی منقطع سوئچ ہے جو 1 کو ظاہر کرتا ہے، ”ب“ سے مراد بیٹھا یا غیر منقطع (چالو) سوئچ ہے کو 0 دیکھا، اور ”x“ سے مراد یہ کہ سوئچ کسی بھی حالت میں (منقطع یا غیر منقطع) ہو سکتا ہے۔

پتہ	مواد
ب ب ب ب	ک ک ک ک ب ب ب ب
ک ب ب ب	ب ک ک ک ب ب ب ب
ب ک ب ب	ک ک ک ک x x x x

ہر قدم پر پتہ اور مواد سوئچ مطلوب حالت میں رکھ کر  $S_1$  کو بٹھا کر دوبارہ کھڑا کریں۔ تینوں پتہ پر مواد لکھنے کے بعد  $S_2$  کو کھڑا کریں۔ حافظہ کے ابتدائی تین مقامات پر اب درج ذیل پایا جائے گا۔

پتہ	مواد
0000	1111
0001	1110
0010	1111 xxxx

آپ نے دیکھا کہ ہم کمپیوٹر کی مادری زبان میں اردو کے الفاظ مثلاً ”نفتل“، اور ”جمع“ استعمال کر کے کمپیوٹر کو ہدایات جاری کرتے ہیں۔ کمپیوٹر از خود ”شائی زبان“ سمجھتا ہے جو مشینی زبان<sup>۲۴</sup> کہلاتی ہے۔ مشینی زبان میں 0 اور 1 سے الفاظ بنائے جاتے ہیں۔ درج ذیل مثال ان زبانوں میں منرق احبا گر کرتا ہے۔

مثال ۱۲.۲: گزشتہ مثال میں دیے گئے برنامے کا ترجمہ مشینی زبان میں کریں۔

حل: مثال ۱۲.۱ کا برنامہ جو مادری زبان میں ہے ذیل ہے۔

پتہ	ہدایات
0H	نفتل 9H
1H	جمع AH
2H	جمع BH
3H	منفی CH
4H	برآمد
5H	رک

اس کا ترجمہ مشینی زبان میں کرتے ہیں۔

پتہ	ہدایت
0000	1001
0001	1010
0010	1011
0011	1100
0100	xxxx
0101	xxxx

اس شناختی برنامہ میں ہدایت کے چار بلند تر ترتیبی بٹ ”عمل“ کو ظاہر کرتے ہیں جبکہ چار کم تر ترتیبی بٹ ”پتہ“ مندرجہ ذیل کے ہیں۔ بعض اوقات ہم چار بلند تر ترتیبی بٹ کو جو ہدایت<sup>۲۵</sup> اور چار کم تر ترتیبی بٹ کو جو پتہ<sup>۲۶</sup> کہتے ہیں۔

$$\underbrace{XXXX}_{\text{جس پتہ}} \underbrace{YYYY}_{\text{جس ہدایت}} = \text{ہدایت}$$

□

مثال ۱۲.۳: درج ذیل حساب کرنے کے لئے کمپیوٹر کا برنامہ لکھیں۔ تمام اعداد اعشاری ہیں۔

$$16 + 20 + 24 - 32$$

حل: گزشتہ مثال کا برنامہ لے کر حافظہ کے مقام 9H تا CH میں بالترتیب مواد 16، 20، 24، اور 32 کے اساس سولہ مماثل لکھ کر درج ذیل مطلوبہ برنامہ حاصل ہو گا۔ (اعشاری 16 کا اساس سولہ مماثل 10H ہے۔)



پت	ہدایت
0H	نفسل 9H
1H	جمع AH
2H	جمع BH
3H	منفی CH
4H	برآمد
5H	رک
6H	XX
7H	XX
8H	XX
9H	10H
AH	14H
BH	18H
CH	20H
DH	XX
EH	XX
FH	XX

اس کا ترجمہ مشینی زبان میں کرتے ہیں۔

پت	ہدایت
0000	0000 1001
0001	0001 1010
0010	0001 1011
0011	0010 1100
0100	1110 xxxx
0101	1111 xxxx
0110	xxxx xxxx
0111	xxxx xxxx
1000	xxxx xxxx
1001	0001 0000
1010	0001 0100
1011	0001 1000
1100	0010 0000
1101	xxxx xxxx
1110	xxxx xxxx
1111	xxxx xxxx

یاد رہے برنامے کی پہلی ہدایت حافظہ کے معتام 0000 سے پڑھی جاتی ہے، دوسری معتام 0001 سے پڑھی جاتی ہے، وغیرہ، لہذا برنامہ زیریں حافظہ میں اور مواد بالا میں رکھا گیا ہے۔ غیر متعلقہ مقامات میں معلومات کو xxxx xxxx دکھایا گیا ہے۔

□

مثال ۱۲.۴: درج بالا مثال میں حاصل شدہ برنامہ کو اس سولہ کے روپ میں لکھیں۔ شائع روپ کی بجائے ہم عموماً برنامے کا اس سولہ روپ استعمال کرتے ہیں۔  
حل:

پت	ہدایت
0H	09H
1H	1AH
2H	1BH
3H	2CH
4H	EXH
5H	FXH
6H	XXH
7H	XXH
8H	XXH
9H	10H
AH	14H
BH	18H
CH	20H
DH	XXH
EH	XXH
FH	XXH

اس سولہ میں لکھی گئی زبان بھی مشینی زبان کہلاتی ہے۔

مشینی زبان میں منی عدد کا اس 2 تکملہ استعمال کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر، 03H - کی بجائے FDH حافظہ میں ڈالا جائے گا۔  
□

## ۱۲.۴ بازیابی پھیرا

کمپیوٹر کی خود کار کردگی کا دار و مدار ”فتابو مرکز“ پر ہے۔ حافظہ سے باری باری ایک ہدایت اٹھانے اور اس پر عمل کرنے کے احکامات فتابو مرکز جاری کرتا ہے۔ ہدایت اٹھانے اور اس پر عمل کرنے کے دوران کمپیوٹر مختلف وقتیہ حالت<sup>۲۷</sup> (T حال) سے گزرتا ہے، جس میں دفاتر کا مواد تبدیل ہوتا ہے۔ انہیں وقتیہ حال پر غور کریں۔

### چھلا گنت کار

اس کمپیوٹر میں چھلا گنت کار مستعمل ہے جو شکل ۱۲.۳ میں پیش ہے۔ مخلوط دور 74107 میں دو عدد بے کے پلٹ کار پائے جاتے ہیں لہذا تین مخلوط دور استعمال کیے گئے۔ اس مخلوط دور میں زبردستی پت کا مداحل موجود ہے، تاہم اس میں زبردستی بلند کا مداحل موجود نہیں۔ استعمال سے پہلا ایک مرتبہ چھلا گنت کار

<sup>۲۷</sup> timing states

کو ابتدائی حال میں لانا ضروری ہے جس میں صرف ایک مخارج بلند ہو۔ زبردستی پست مداحل پلٹ کے مخارج پس کرتا ہے جبکہ ہمیں ایک مخارج بلند چاہیے۔ اسی لئے بائیں ترین پلٹ باقی سے مختلف طریقے سے استعمال کیا گیا ہے۔ پست حال میں اس کا  $\bar{Q}$  بلند ہوگا جو ساعت کے کنارہ اترائی پر اگلی پلٹ کو منتقل ہوگا۔

شکل ۳.۱۲۔ ب میں گنت کار کی ڈبہ شکل جبکہ شکل-د میں ساعت اور وقتیہ ترسیمات پیش ہیں۔ چھلا گنت کار کا مخارج درج ذیل ہے۔

$$T = T_6 T_5 T_4 T_3 T_2 T_1$$

کمپیوٹر کی دوڑ کے آغاز میں چھلا لفظ درج ذیل ہوگا۔

$$T = 000001$$

یک بعد دیگرے ساعت کی دھڑکن ذیل چھلا الفاظ پیدا کرتا ہے۔

$$T = 000010$$

$$T = 000100$$

$$T = 001000$$

$$T = 010000$$

$$T = 100000$$

اس کے بعد چھلا گنت کار 000001 پہنچتا ہے اور دوبارہ چکر کاٹنا شروع کرتا ہے۔ یہ عمل مسلسل چلتا ہے۔ ہر ایک چھلا لفظ ایک  $T$  پھیلا اظہار کرتا ہے۔

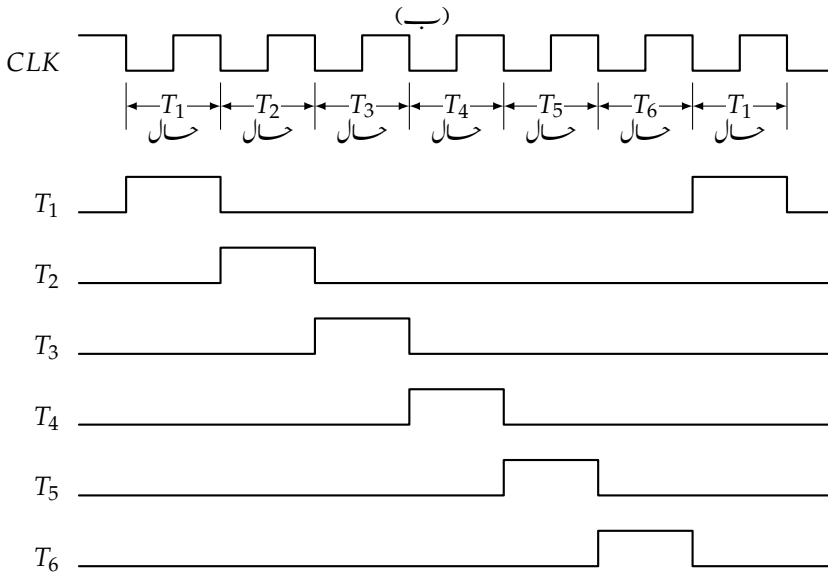
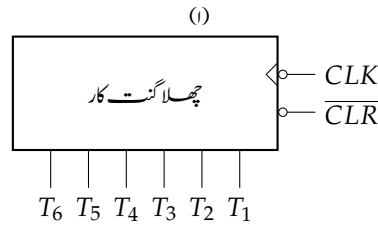
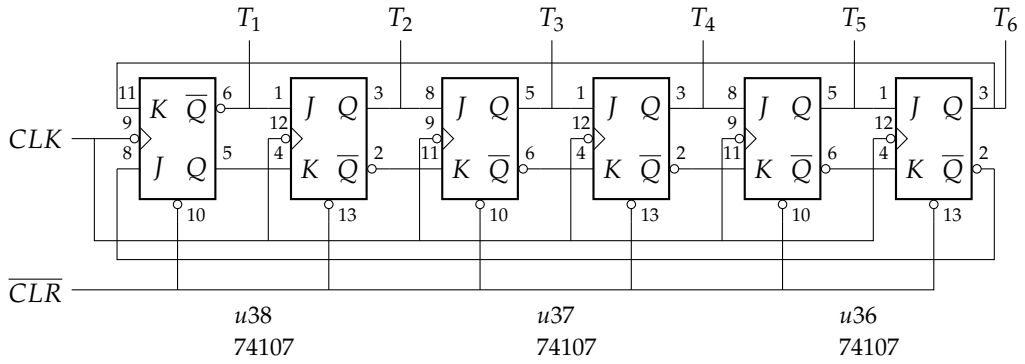
شکل-ج میں وقتیہ ترسیمات پیش ہیں۔ ابتدائی  $T_1$  حال کا آغاز ساعت کے پہلے کنارہ اترائی پر اور اختتام اگلے کنارہ اترائی پر ہوگا۔ اس  $T$  حال میں چھلا گنت کار کا  $T_1$  بٹ بلند رہے گا۔

اگلے حال میں  $T_2$  بلند ہوگا؛ اس سے اگلے میں  $T_3$ ؛ اس کے بعد  $T_4$ ؛ وغیرہ۔ جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں چھلا گنت کار چھ  $T$  حال پیدا کرتا ہے۔ ان چھ  $T$  حال کے دوران (ہر) ایک ہدایت اٹھایا جاتا ہے اور اس پر عمل کیا جاتا ہے۔

جیسا دکھایا گیا ہے، ساعت کا کنارہ چپڑھائی نصف  $T$  حال گزرنے کے بعد (یعنی وسط میں) آتا ہے۔ یہ ایک اہم حقیقت ہے جس پر جلد روشنی ڈالی جائے گی۔

## پست حال

برنامہ گنت کار سے حافظہ کو پست  $T_1$  حال کے دوران منتقل ہوتا ہے، لہذا یہ پست  $T_1$  کہلاتا ہے۔ شکل ۳.۱۲۔ الف میں کمپیوٹر کے وہ حصے گہری سیابی سے احبا گریے گئے ہیں جو  $T_1$  حال کے دوران فعال ہیں (غیر فعال حصے ہلکی سیابی میں دکھائے گئے ہیں؛ مزید، ڈبہ ادوار کے مختصر نام لکھ گئے ہیں)۔



(ج)

شکل ۱۲.۳: (۱) چھلا گنت کار، (ب) ڈبہ شکل، (ج) ساعت، اور وقت تیز تر سیات۔

پتہ حال کے دوران  $E_P$  اور  $\bar{L}_M$  فعال جبکہ باقی تمام بٹ غیر فعال ہوں گے۔ یوں اس حال کے دوران متابو و ترتیب کار درج ذیل متابولفظ خارج کرتا ہے۔

$$\begin{aligned} \text{متابو} &= C_P E_P \bar{L}_M \bar{C} \bar{E} \quad \bar{L}_I \bar{E}_I \bar{L}_A E_A \quad S_U E_U \bar{L}_B \bar{L}_O \\ &= 0 \ 1 \ 0 \ 1 \quad 1 \ 1 \ 1 \ 0 \quad 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{aligned}$$

بڑھوتری حال

شکل ۱۲۔۴۔ب میں کمپیوٹر کے وہ حصے احباگر کیے گئے ہیں جو  $T_2$  حال کے دوران فعال ہیں۔ اس حال میں گنت کار کا شمار (گنتی) ایک قدم بڑھایا جاتا ہے لہذا اس کو **بڑھوتری حال**<sup>۲۹</sup> کہتے ہیں۔ بڑھوتری حال کے دوران متابو و ترتیب کار درج ذیل متابولفظ خارج کرتا ہے۔

$$\begin{aligned} \text{متابو} &= C_P E_P \bar{L}_M \bar{C} \bar{E} \quad \bar{L}_I \bar{E}_I \bar{L}_A E_A \quad S_U E_U \bar{L}_B \bar{L}_O \\ &= 1 \ 0 \ 1 \ 1 \quad 1 \ 1 \ 1 \ 0 \quad 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{aligned}$$

جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں  $C_P$  فعال ہوگا۔

حافظہ حال

حافظہ سے ہدایت دفتر کو  $T_3$  حال کے دوران ہدایت منتقل کی جاتی ہے۔ یہ ہدایت منراہم کردہ پتہ کے معتام سے پڑھی جاتی ہے۔ اس حال کے دوران فعال حصے شکل ۱۲۔۴۔ج میں دکھائے گئے ہیں۔ اس حال میں صرف  $\bar{C} \bar{E}$  اور  $\bar{L}_I$  متابو بٹ فعال ہوں گے۔ اس حال کے دوران متابو و ترتیب کار درج ذیل متابولفظ خارج کرتا ہے۔

$$\begin{aligned} \text{متابو} &= C_P E_P \bar{L}_M \bar{C} \bar{E} \quad \bar{L}_I \bar{E}_I \bar{L}_A E_A \quad S_U E_U \bar{L}_B \bar{L}_O \\ &= 0 \ 0 \ 1 \ 0 \quad 0 \ 1 \ 1 \ 0 \quad 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{aligned}$$

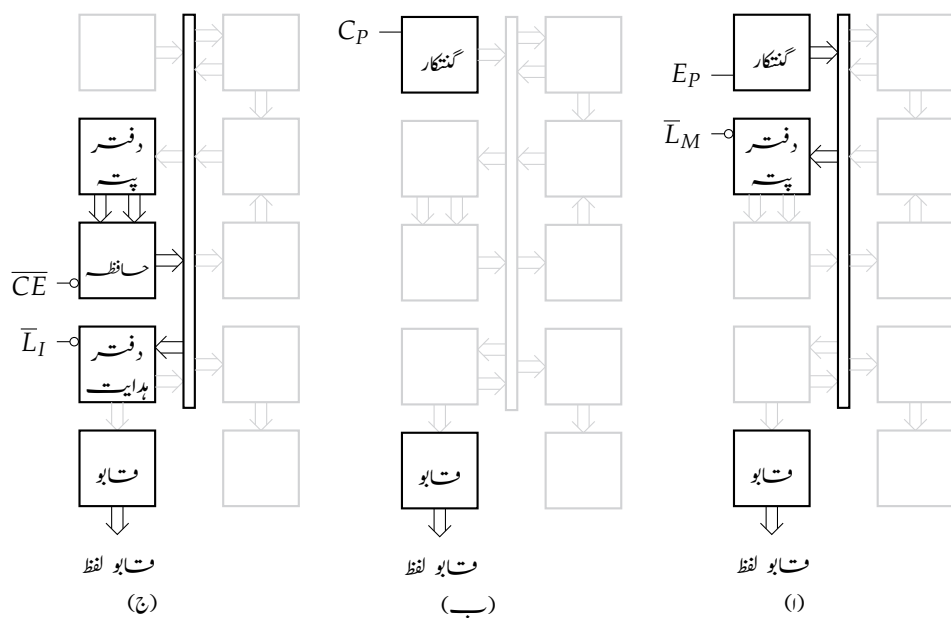
بازیابی پھیرا

پتہ حال، بڑھوتری حال، اور حافظہ حال مل کر **بازیابی پھیرا**<sup>۳۰</sup> دیتے ہیں۔ پتہ حال کے دوران  $E_P$  اور  $\bar{L}_M$  فعال ہوں گے؛ یوں برنامه گنت کار  $W$  گزرگاہ کے ذریعہ دفتر پتہ کو تیار کرتا ہے۔ جیسا شکل ۱۲۔۴۔ج میں دکھایا گیا، ساعت کا مثبت کنارہ نصف پتہ حال گزرنے کے بعد (یعنی پتہ حال کے وسط میں) آتا ہے؛ اور یوں گنت کار کی معلومات دفتر پتہ میں درج کرتا ہے۔

بڑھوتری حال کے دوران صرف  $C_P$  متابو بٹ فعال ہوگا۔ یہ بٹ برنامه گنت کار کو ساعت کے مثبت کنارہ گنتی کی اجازت دیتا ہے۔ بڑھوتری حال کے وسط میں ساعت کا مثبت کنارہ آنے گا، جو برنامه گنت کار کی گنتی میں 1 کا اضافہ کرے گا۔

حافظہ حال کے دوران  $\bar{C} \bar{E}$  اور  $\bar{L}_I$  فعال ہوں گے۔ یوں، حافظہ کے معتام پتہ پر موجود لفظ کی رسائی،  $W$  گزرگاہ کے ذریعہ، دفتر ہدایت تک ہوگی۔ حافظہ حال کے وسط میں ساعت کا آنے والا مثبت کنارہ دفتر ہدایت میں یہ لفظ درج کرتا ہے۔

increment state<sup>۲۹</sup>  
fetch cycle<sup>۳۰</sup>



شکل ۱۲.۳: بازیابی پهنای: (ا)  $T_1$  حال: (ب)  $T_2$  حال: (ج)  $T_3$  حال.

## ۱۲.۵ تعمیلی پھیرا

اگلے تین حال ( $T_4$ ،  $T_5$ ، اور  $T_6$ ) کمپیوٹر کا تعمیل پھیرا<sup>۳۱</sup> کہلاتے ہیں۔ تعمیلی پھیرا کے دوران دفناتر میں معلومات کا انتقال اس ہدایت پر منحصر ہے جس کی تعمیل کی جا رہی ہو۔ مثلاً، ”قتل  $9H$ “ کی تعمیل کے دوران دفناتر میں معلومات کا انتقال ”جمع  $BH$ “ کی تعمیل کے دوران دفناتر میں معلومات کے انتقال سے مختلف ہوگا۔ آئیں اب مختلف ہدایات کی تعمیل کے لئے ”فتابو طریقہ کار“ پر غور کریں۔

## طریق نقل

اس گفتگو کو آگے بڑھانے کے لئے فرض کریں دفتر ہدایت میں قتل  $9H$  بھرا گیا ہے۔

$$0000\ 1001 = \text{دفتر ہدایت}$$

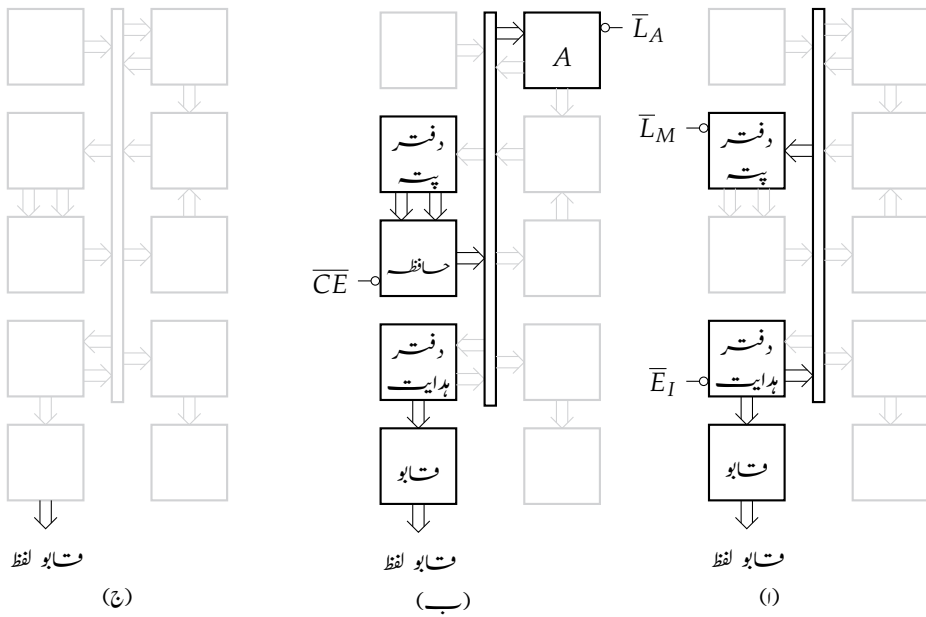
حبز و ہدایت 0000 فتابو ترتیب کار کو  $T_4$  حال کے دوران جاتا ہے، جہاں اس کی رمز کشائی ہوگی؛ حبز و پتہ 1001 دفتر پتہ میں ڈالا جاتا ہے۔ شکل ۵.۱۲-الف میں  $T_4$  حال کے دوران فعال حصے احبا گر کیے گئے ہیں۔ جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں،  $\bar{E}_I$  اور  $\bar{L}_M$  فعال ہیں، جبکہ باقی تمام فتابوٹ غیر فعال ہیں۔

دوران  $T_5$  حال،  $\bar{C}\bar{E}$  اور  $\bar{L}_A$  پتہ ہوں گے۔ یوں ساعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی پر حافظہ کے مقام پتہ سے مواد کا لفظ دفتر الف میں نقل ہوگا (شکل ۵.۱۲-ب دیکھیں)۔

$T_6$  فارغ حال<sup>۳۲</sup> ہے۔ اس (تیسرے تعمیلی) حال کے دوران تمام دفناتر غیر فعال ہیں (شکل ۵.۱۲-ج دیکھیں)۔ یوں فتابو و ترتیب کار ایسا فتابو لفظ خارج کرتا ہے جس کے تمام پتہ غیر فعال ہوں گے۔ فارغ حال میں کوئی کام سر انجام نہیں ہوگا۔

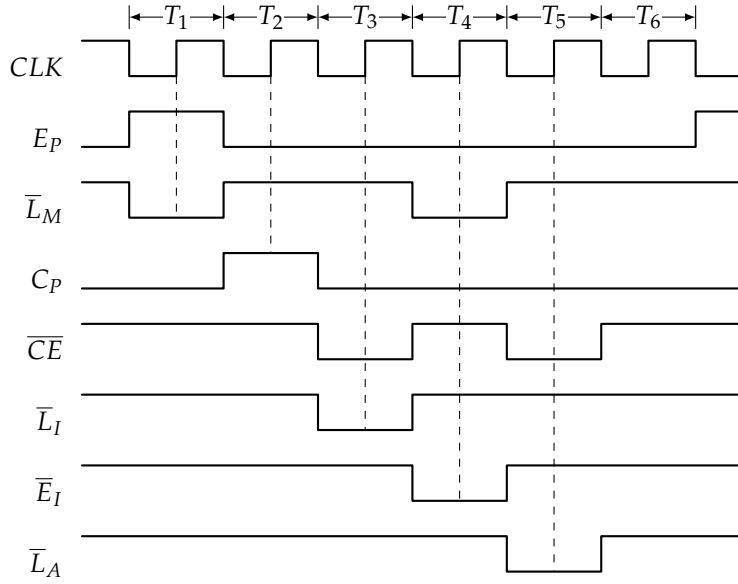
شکل ۶.۱۲ میں بازیابی اور نقل طریق کی وقتیہ ترسیات پیش ہیں۔  $T_1$  حال کے دوران  $E_P$  اور  $\bar{L}_M$  فعال ہیں؛ اس حال کے وسط میں ساعت کا آنے والا کنارہ چپڑھائی، دفتر پتہ میں برنامہ گنت کار سے پتہ منتقل کرتا ہے۔  $T_2$  حال کے دوران  $C_P$  فعال ہے لہذا ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر برنامہ گنت کار کی گنتی میں 1 کا اضافہ ہوگا۔  $T_3$  حال کے دوران  $\bar{C}\bar{E}$  اور  $\bar{L}_I$  فعال ہیں؛ ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر دفتر ہدایت میں، پتہ کی نشاندہی پر حافظہ کے مطلوبہ (نشان زد) مقام سے، لفظ بھرا جائے گا۔ ”قتل“ کی ہدایت پر عمل درآمد  $T_4$  حال سے شروع ہوگی، جہاں  $\bar{L}_M$  اور  $\bar{E}_I$  فعال ہیں؛ دفتر ہدایت میں موجود حبز و پتہ، ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر، دفتر پتہ میں منتقل ہوگا۔  $T_5$  حال کے دوران  $\bar{C}\bar{E}$  اور  $\bar{L}_A$  فعال ہیں؛ دفتر الف میں، ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر، حافظہ کے مطلوبہ مقام سے مواد کا لفظ بھرا جائے گا۔ ”قتل“ ہدایت میں  $T_6$  حال کچھ نہیں کرتا۔ ہم کہتے ہیں یہ فارغ حال ہے۔

<sup>۳۱</sup> execution cycle  
<sup>۳۲</sup> nop, no operation



شکل ۱۲.۵: طریق نقل: (۱)  $T_4$  حال؛ (ب)  $T_5$  حال؛ (ج)  $T_6$  حال۔





شکل ۱۲.۶: بازیابی اور نقل کی وقتیہ ترتیبات۔

### طریق جمع

فرض کریں بازیابی پھیرا کے اختتام پر دفتر ہدایت میں ”جمع BH“ پایا جاتا ہے۔

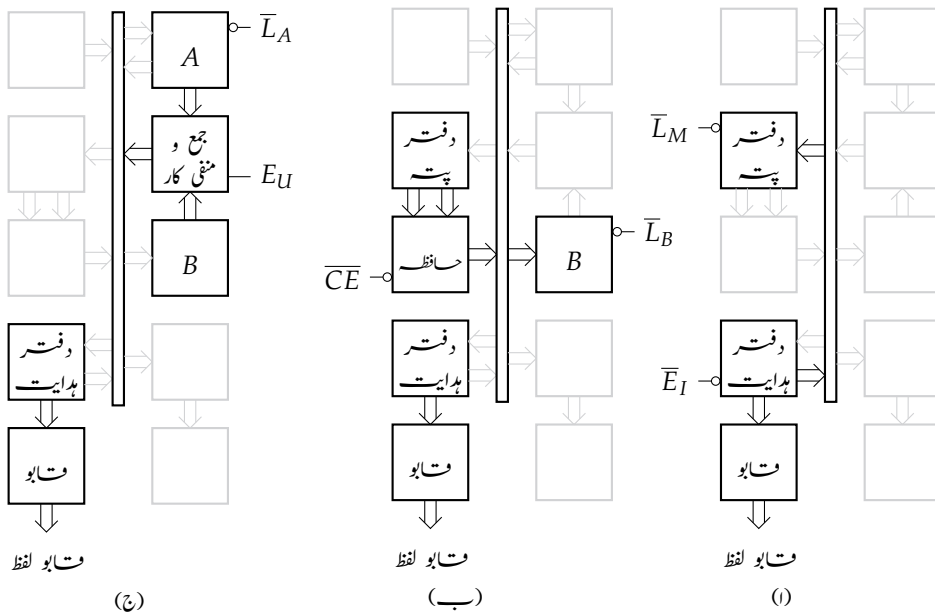
$$0001\ 1011 = \text{دفتر ہدایت}$$

دوران  $T_4$  حال متابو و ترتیب کار کو حبزو ہدایت اور دفتر پستہ کو حبزو پستہ جائے گا (شکل ۱۲.۷-الف دیکھیں)۔ اس حال کے دوران  $\bar{E}_I$  اور  $\bar{L}_M$  فعال ہوں گے۔

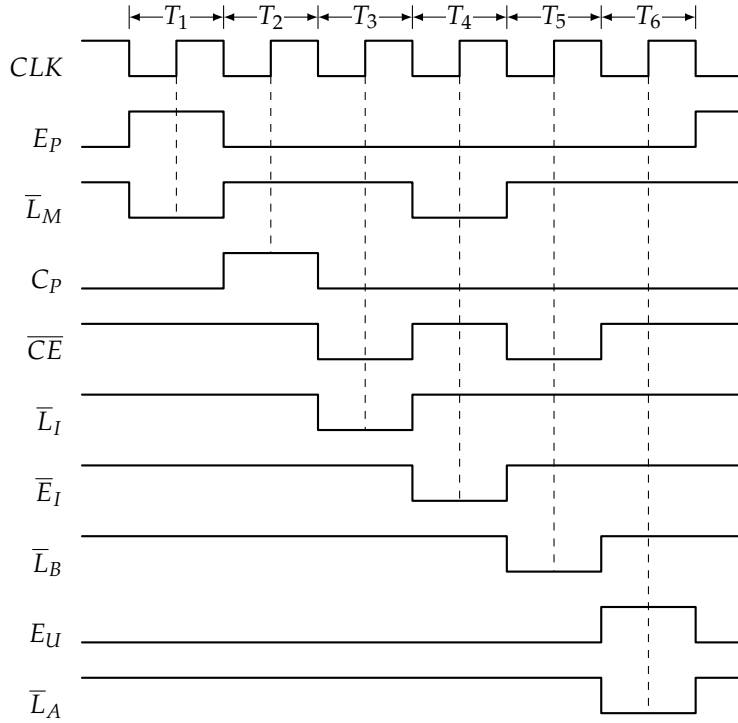
$T_5$  حال کے دوران متابو پستہ  $\bar{C}_E$  اور  $\bar{L}_B$  فعال ہوں گے۔ یوں پستہ کی نشاندہی کے مقام پر لفظ حافظہ سے دفتر  $B$  میں لکھا جاسکتا ہے (شکل ۱۲.۷-ب)۔ ہمیشہ کی طرح، اس حال کے وسط میں آنے والے ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر مواد دفتر  $B$  میں منتقل ہوگا۔

$T_6$  حال کے دوران،  $E_U$  اور  $\bar{L}_A$  فعال ہوں گے؛ لہذا دفتر  $A$  تک جمع و منفی کار کا محارج پہنچے گا (شکل ۱۲.۷-ج)۔ اس حال کے وسط میں جمع و منفی کار کا محارج دفتر  $A$  منتقل ہوگا۔

اتفاق سے، دورانیہ تیاری اور دورانیہ رد عمل کی بدولت دفتر  $A$  حالت دوڑ سے دوچار نہیں ہوتا۔ شکل 6c.10 میں ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر دفتر  $A$  کا مواد تبدیل ہوگا، جس کی وجہ سے جمع و منفی کار کا محارج تبدیل ہو گا۔ یہ نیا مواد دفتر  $A$  کے مدخل تک پہنچتا ہے، تاہم یہ مواد ساعت کے کنارہ چپڑھائی کے دو تاخیر بعد میں پہنچے گا (پہلی تاخیر دفتر  $A$  اور دوسری تاخیر جمع و منفی کار کی بدولت ہوگی)۔ اس وقت تک دفتر  $A$



شکل ۱۲.۷: طریقی جمع و منفی: (ا)  $T_4$  حال؛ (ب)  $T_5$  حال؛ (ج)  $T_6$  حال.

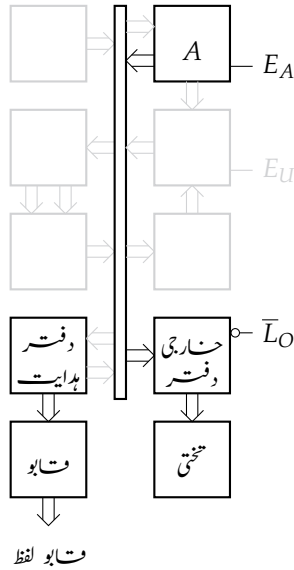


شکل ۱۲.۸: بازیابی اور جمع وقتیہ ترتیبات۔

میں مواد لکھنے کا لمحہ گزر چکا ہوگا۔ یوں دفتر A حالت دوڑ (جس میں ساعت کے ایک ہی کنارے پر ایک سے زیادہ مرتبہ مواد بھرا جاتا ہو) سے دوچار نہیں ہوگا۔

شکل ۱۲.۸ میں بازیابی اور ”طریق جمع“ کی وقتیہ ترتیبات پیش ہیں۔ طریق بازیابی ہمیشہ کی طرح  $T_1$  حال میں دفتر پتہ میں برنامہ گنت کار کا مواد منتقل کرتا ہے؛  $T_2$  حال میں گنت کار کی گنتی میں ایک کا اضافہ کیا جاتا ہے؛  $T_3$  حال میں دفتر ہدایت کو، پتہ کی نشاندہی پر، حافظے سے ہدایت منتقل کی جاتی ہے۔

$T_4$  حال کے دوران،  $\bar{E}_I$  اور  $\bar{L}_M$  فعال ہوں گے؛ ساعت کے اگلے کنارہ چپڑھائی پر، دفتر پتہ کو دفتر ہدایت سے جزو پتہ منتقل ہوگا۔  $T_5$  حال کے دوران،  $\bar{C}_E$  اور  $\bar{L}_B$  فعال ہوں گے؛ لہذا ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر دفتر B میں پتہ کی نشاندہی پر حافظے سے لفظ منتقل ہوگا۔  $T_6$  حال کے دوران،  $E_U$  اور  $\bar{L}_A$  فعال ہوں گے؛ دفتر A میں، ساعت کے کنارہ چپڑھائی پر، جمع و منفی کار کا حاصل نتیجہ منتقل ہوگا۔



شکل ۱۲.۹: برآمد ہدایت کے دوران  $T_4$  حال۔

### طریق منفی

طریق منفی اور طریق جمع ملتے جلتے ہیں۔ شکل ۱۲.۷-الف اور ب میں طریق منفی کے لئے  $T_4$  اور  $T_5$  حال کے دوران فعال حصے دکھائے گئے ہیں۔  $T_6$  حال کے دوران شکل ۱۲.۷-ج کے مجموع منفی حصے کو بلند  $S_U$  بھیجا جاتا ہے۔ وقتیہ ترسیم شکل ۱۲.۸ سے تقریباً مکمل مماثلت رکھتی ہے۔  $T_1$  تا  $T_5$  حال کے دوران پست  $S_U$  اور  $T_6$  حال کے دوران بلند  $S_U$  تصور کریں۔

### طریق برآمد

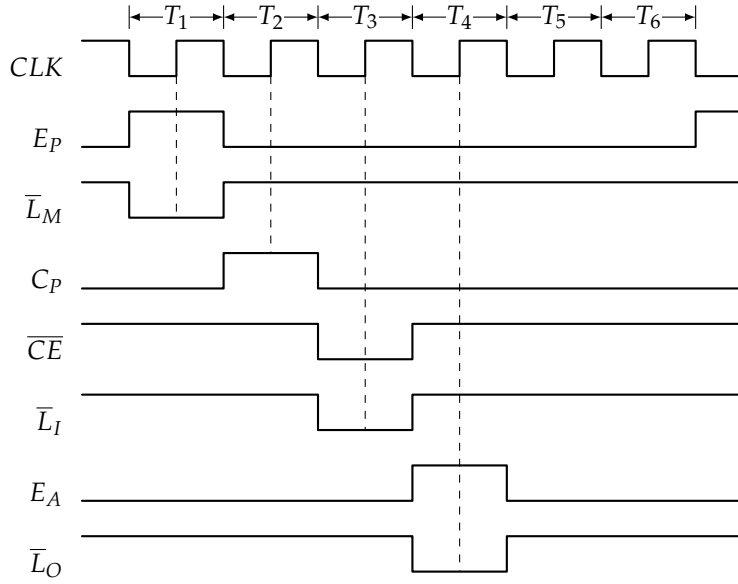
معرض کریں بازیابی پھیرا کے آخر میں دفتر ہدایت میں برآمد کی ہدایت موجود ہو۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$1110xxxx = \text{دفتر ہدایت}$$

مٹابو و ترتیب کار کو رمز کشائی کے لئے جزو ہدایت بھیجا جاتا ہے۔ رمز کشائی کے بعد مٹابو و ترتیب کار خارجی دفتر میں دفتر  $A$  کا مواد منتقل کرنے کے لئے مٹابو لفظ جاری کرتا ہے۔

برآمد کی ہدایت کے دوران فعال حصے شکل ۱۲.۹ میں پیش ہیں۔ چونکہ  $E_A$  اور  $\bar{L}_O$  فعال ہیں، لہذا اسمت کے اگلے کنارہ چڑھائی پر دفتر  $A$  کی معلومات خارجی دفتر میں،  $T_4$  حال کے دوران، منتقل ہوگی۔  $T_5$  اور  $T_6$  حال نارغ ہیں۔

شکل ۱۲.۱۰ میں بازیابی اور برآمد وقتیہ ترسیمات پیش ہیں۔ بازیابی حال ہمیشہ کی طرح پست حال، بڑھوتری حال،



شکل ۱۲.۱۰: بازیابی اور برآمد وقت تہ ترسیات۔

اور حافظہ حال پر مشتمل ہو گا۔  $T_4$  حال کے دوران،  $E_A$  اور  $\bar{L}_O$  فعال ہوں گے؛ لہذا ساعت کے اگلے کنارہ چڑھائی پر دفتر  $A$  کی معلومات خارجی دفتر کو منتقل ہوگی۔

رک

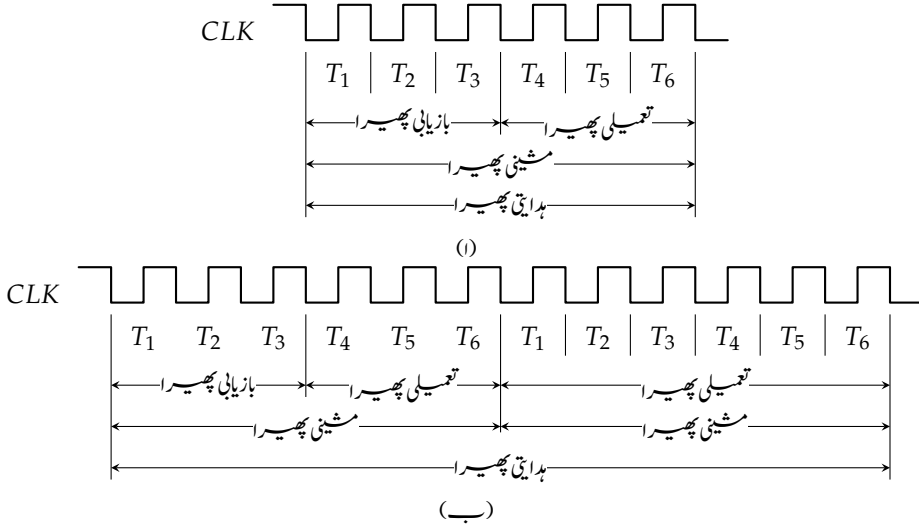
رک کی ہدایت پر عمل در آمد کے دوران کسی دفتر کی ضرورت پیش نہیں آتی، لہذا اس کے لئے طریق متابو در کار نہیں ہوگا۔ جب دفتر ہدایت میں درج ذیل موجود ہو

$$\text{دفتر ہدایت} = 1111xxxx$$

حبز و ہدایت 1111 متابو و ترتیب کار کو مواد پر عمل نہ کرنے کا اشارہ کرتا ہے۔ متابو و ترتیب کار ساعت (جس کے دور پر کچھ دیر میں غور کیا جائے گا) روک کر کمپیوٹر کو مزید کام کرنے سے روک لیتا ہے۔

مشینی پھیلا اور ہدایتی پھیلا

اس سادہ کمپیوٹر کے چھ  $T$  حال ہیں، جن میں سے تین بازیابی اور تین تعمیلی ہیں۔ ان چھ حال کو **مشینی پھیلا** کہتے ہیں (شکل ۱۱.۱۲-الف دیکھیں)۔ ایک مشینی پھیلا میں ایک ہدایت کی بازیابی اور تعمیلی کی جاتی ہے۔ اس



شکل ۱۲.۱۱: (ا) ہدایتی پھیرا؛ (ب) دو مشینی پھیروں پر مشبنی ہدایتی پھیرا۔

سادہ ترین کمپیوٹر کی ساعت کا تعدد 1 kHz ہے، لہذا اس کا دوری عرصہ 1 ms ہو گا۔ یوں ہر مشبنی پھیرا 6 ms لیگا۔

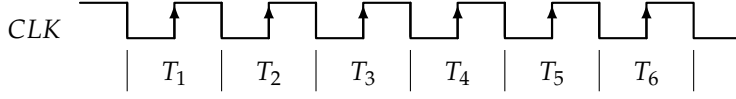
کئی کمپیوٹر میں ہدایت کی بازیابی اور تعیل کرنا ایک سے زائد مشبنی پھیروں میں ممکن ہو گا۔ شکل ۱۲.۱۱-ب میں دو مشبنی پھیروں کی ہدایت کا وقتیہ ترسیم پیش ہے۔ اولین تین  $T$  حال بازیابی پھیرا دیتے ہیں؛ تاہم تعیلی پھیرے کو اگلے نو  $T$  حال درکار ہیں۔ دو مشبنی پھیرے کی ہدایت زیادہ پیچیدہ ہوگی جس کی تعیل کے لئے انسانی  $T$  حال درکار ہوں گے۔

ایک ہدایت کی بازیابی اور تعیل کے لئے درکار  $T$  حال کو ہدایتی پھیروں میں ۳۳ کہتے ہیں۔ اس سادہ ترین کمپیوٹر میں ہدایتی پھیرا ۱۱ اور مشبنی پھیرا ایک برابر ہیں، جبکہ شکل ۱۲.۱۱-ب میں ہدایتی پھیرا دو مشبنی پھیروں کے برابر ہے۔

8080 اور 8085 کے ہدایتی پھیرے ایک سے پانچ مشبنی پھیروں کے برابر ہو سکتے ہیں۔

مثال ۱۲.۵: 8080/8085 کا معلوماتی کتابچہ کہتا ہے ”نفل“ کی ہدایت کی بازیابی اور تعیل کے لئے تیرہ  $T$  حال درکار ہوں گے۔ اگر کمپیوٹر کی ساعت کا تعدد 2.5 MHz ہو، اس ہدایت کو کتنا وقت درکار ہوگا؟  
حل: ساعت کا دوری عرصہ درج ذیل ہوگا۔

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.5 \text{ MHz}} = 400 \text{ ns}$$



شکل ۱۲.۱۲: ساعت کا کنارہ چپڑھائی T حال کے وسط میں پایا جاتا ہے۔

چونکہ ہر ایک T حال کو 400 ns درکار ہیں اور ”نقل“ کی ہدایت کی بازیابی اور تعمیل تیرہ T حال میں ممکن ہے لہذا اس ہدایت کو درج ذیل وقت درکار ہوگا۔

$$13 \times 400 \text{ ns} = 5.2 \mu\text{s}$$

□

مثال ۱۲.۶: شکل ۱۲.۱۲ میں سادہ کمپیوٹر کے چھ T حال دکھائے گئے ہیں۔ ساعت کا (تیر دار) کنارہ چپڑھائی نصف حال گزر کر آتا ہے۔ ایسا کیوں ہے؟

حل: جدید کمپیوٹر کی طرح اس کمپیوٹر میں مواد کا تبادلہ بذریعہ W گزرگاہ ہوتا ہے۔ تاہم دفتر کی بغیر مسئلہ بھرائی اس صورت ممکن ہوگی جب دورانیہ تیاری اور دورانیہ ٹھیراؤ مطمئن ہوں۔ نصف دوری عرصہ انتظار کر کے دفتر میں بھرائی، دورانیہ تیاری کو مطمئن کرتا ہے؛ بھرائی کے بعد نصف دوری عرصہ انتظار، دورانیہ ٹھیراؤ کو مطمئن کرتا ہے۔ اسی لئے ساعت کا کنارہ چپڑھائی T حال کے عین وسط میں رکھا جاتا ہے (شکل ۱۲.۱۲)۔

نصف دوری عرصہ انتظار کرنے کی دوسری وجہ بھی ہے۔ مواد ترسیل کرنے والے دفتر کا ”محبز“ اشارہ فعال کرنے سے W گزرگاہ پر مواد ایک دم ڈلتا ہے۔ غیر مطلوبہ برقی گنجائش اور تاروں کے امالہ کی بدولت گزرگاہ تاروں میں برقی دباؤ کی درست سطح کے حصول میں وقت درکار ہوتا ہے۔ دوسرے لفظوں میں W گزرگاہ پر عبوری حال پیدا ہوگا؛ بوقت بھرائی درست مواد یقینی بنانے کے لئے ضروری ہے کہ اعبوری حال کے اختتام کا انتظار کیا جائے۔ □

## ۱۲.۶ خردبرنامہ

ہم جلد اس سادہ کمپیوٹر کے دوری نقشہ پر غور کریں گے، لیکن اس سے قبل بہتر ہوگا ہم اس کی ہدایات کی تعمیل کو ایک جدول میں، جسے خردبرنامہ<sup>۳۵</sup> کہتے ہیں، یکجا کریں۔

### خردہدایات

ہر ایک T حال کے دوران فتاویٰ و ترتیب کار ایک فتاویٰ لفظ خارج کرتا ہے۔ یہ لفظ کمپیوٹر کے باقی حصوں کو بتاتا ہے کہ ان نے کیا کام سرانجام دینا ہے۔ چونکہ یہ لفظ مواد پر عمل کا ایک چھوٹا قدم پیدا کرتا ہے لہذا یہ خردہدایت<sup>۳۶</sup>

<sup>۳۵</sup> microprogram  
<sup>۳۶</sup> microinstruction

جدول ۱۲.۳: نقل ہدایت تین خنرد ہدایات پر مشتمل ہے۔

کلاں	حال	$S_U E_U \bar{L}_B \bar{L}_O$	$\bar{L}_I \bar{E}_I \bar{L}_A E_A$	$\bar{C}_P E_P \bar{L}_M \bar{C}_E$	فعال
نقل	$T_4$	0 0 1 1	1 0 1 0	0 0 0 1	$\bar{L}_M, \bar{E}_I$
	$T_5$	0 0 1 1	1 1 0 0	0 0 1 0	$\bar{C}_E, \bar{L}_A$
	$T_6$	0 0 1 1	1 1 1 0	0 0 1 1	کوئی نہیں

جدول ۱۲.۵: سادہ کمپیوٹر کا خنرد برنامہ

کلاں	حال	فتابولفظ	فعال
نقل	$T_4$	1A3H	$\bar{L}_M, \bar{E}_I$
	$T_5$	2C3H	$\bar{C}_E, \bar{L}_A$
	$T_6$	3E3H	کوئی نہیں
جمع	$T_4$	1A3H	$\bar{L}_M, \bar{E}_I$
	$T_5$	2E1H	$\bar{C}_E, \bar{L}_B$
	$T_6$	3C7H	$\bar{L}_A, E_U$
منفی	$T_4$	1A3H	$\bar{L}_M, \bar{E}_I$
	$T_5$	2E1H	$\bar{C}_E, \bar{L}_B$
	$T_6$	3CFH	$\bar{L}_A, S_U, E_U$
برآمد	$T_4$	3F2H	$E_A, \bar{L}_O$
	$T_5$	3E3H	کوئی نہیں
	$T_6$	3E3H	کوئی نہیں

جدول ۱۲.۴: نقل ہدایت کی اساس سولہ خنرد ہدایات۔

کلاں	حال	فتابولفظ	فعال
نقل	$T_4$	1A3H	$\bar{L}_M, \bar{E}_I$
	$T_5$	2C3H	$\bar{C}_E, \bar{L}_A$
	$T_6$	3E3H	کوئی نہیں

کہلاتا ہے۔ شکل ۱۲.۱ کو دیکھتے ہوئے فتابول ترتیب کارے باقی ادوار کو مسلسل خنرد ہدایات جاری ہونا ہم تصور کر سکتے ہیں۔

### کلاں ہدایات

برنامے کی ہدایات (نقل، جمع، منفی، وغیرہ) کو بعض اوقات **کلاں ہدایات** <sup>۳۷</sup> کہتے ہیں تاکہ ان میں اور خنرد ہدایات میں تمیز ہو۔ سادہ ترین کمپیوٹر کی ہر ایک کلاں ہدایت تین خنرد ہدایات پر مشتمل ہے۔ مثلاً، نقل کی کلاں ہدایت جدول ۳.۱۲ میں پیش تین خنرد ہدایات پر مشتمل ہے۔ آسان بنانے کی عرض سے ہم خنرد ہدایات کو اساس سولہ میں لکھتے ہیں (جدول ۱۲.۴ دیکھیں)۔

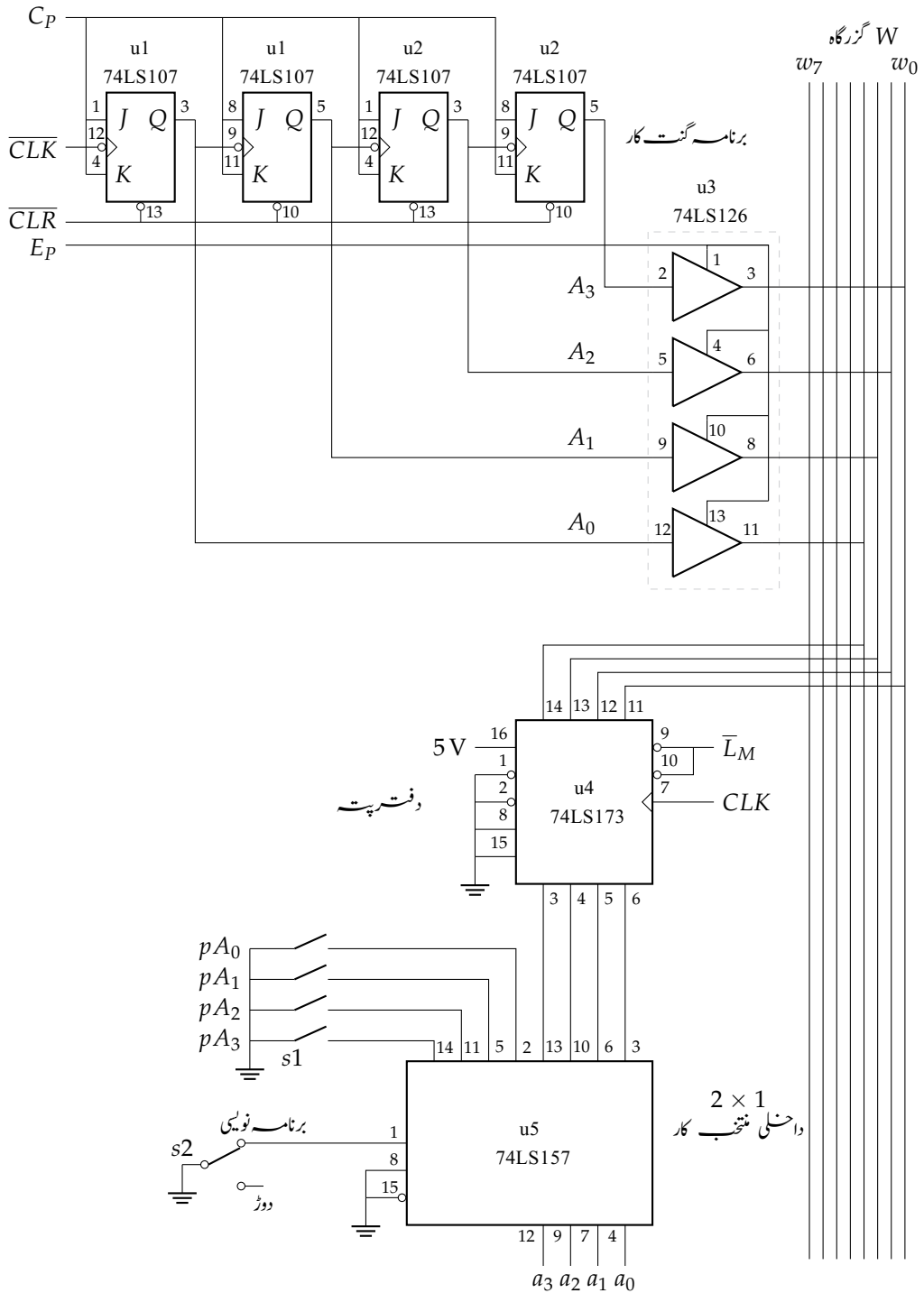
جدول ۵.۱۲ میں سادہ کمپیوٹر کا خنرد برنامہ پیش ہے، جس میں ہر کلاں ہدایت اور اس کی تعمیل کے لئے درکار خنرد ہدایات دیے گئے ہیں۔ یہ جدول سادہ کمپیوٹر کے طریق تعمیل کا خلاصہ ہے۔ زیادہ جدید ہدایات کے لئے بھی ایسا جدول لکھا جاسکتا ہے۔



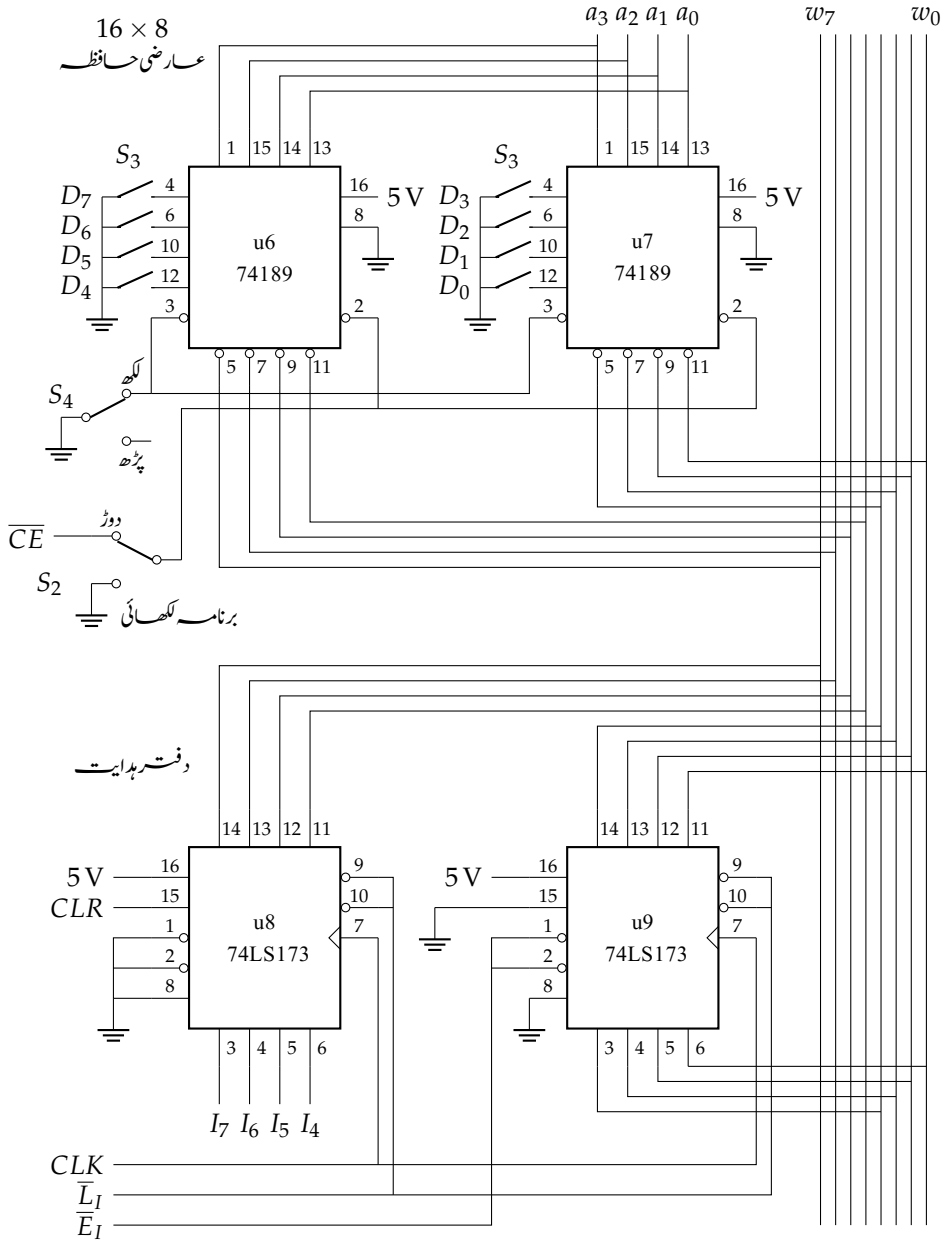
## ۱۲.۷ سادہ کمپیوٹر کا نقشہ دور

اس حصے میں سادہ کمپیوٹر کے مکمل نقشہ دور پر غور کیا جائے گا۔ شکل ۱۳.۱۲ تا شکل 15.10 میں تمام مخلوط ادوار، برقی تاریں، اور اشارات دکھائے گئے ہیں۔ آگے پڑھتے ہوئے ان اشکال سے رجوع کریں۔

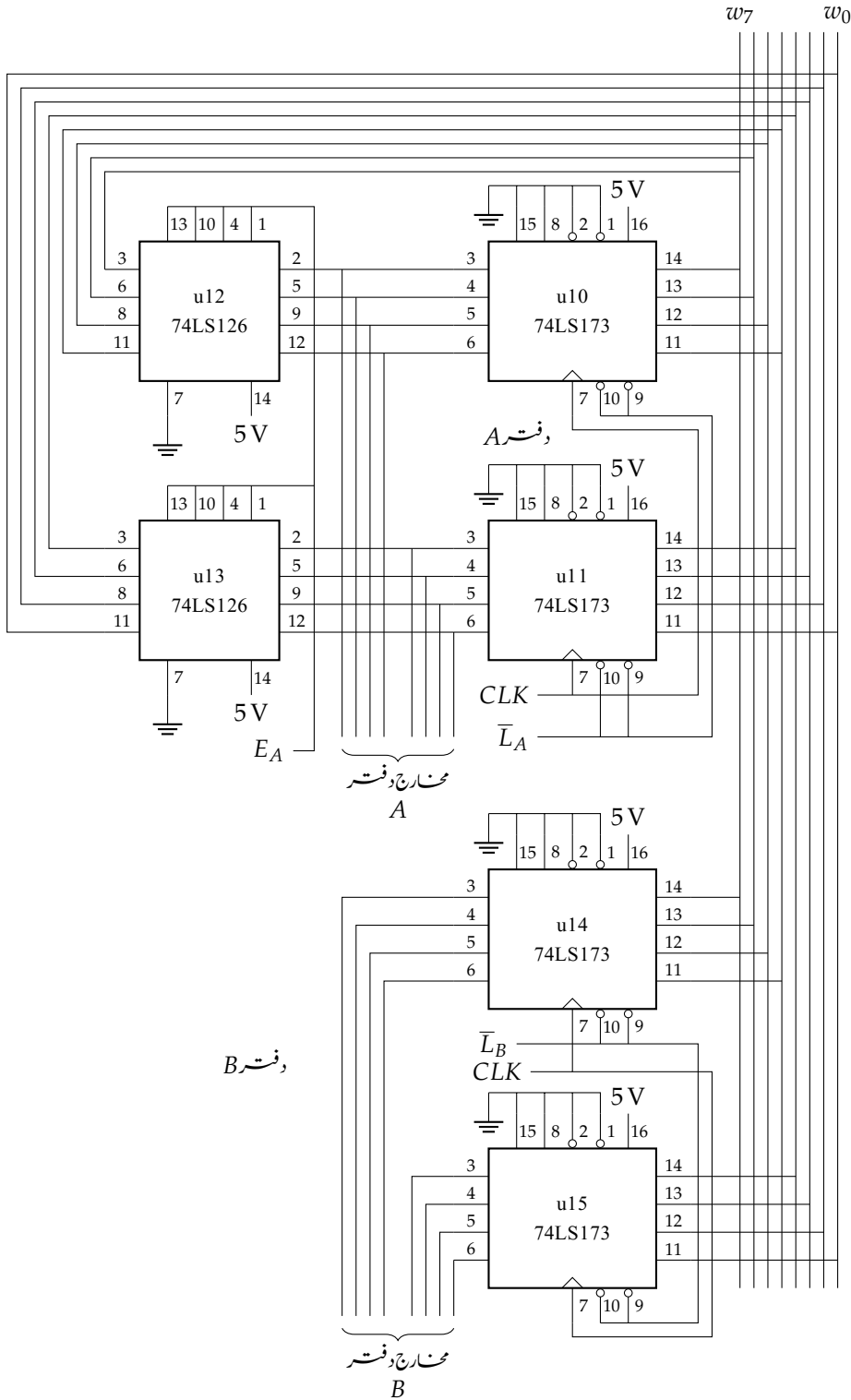
برنامہ گنت کار



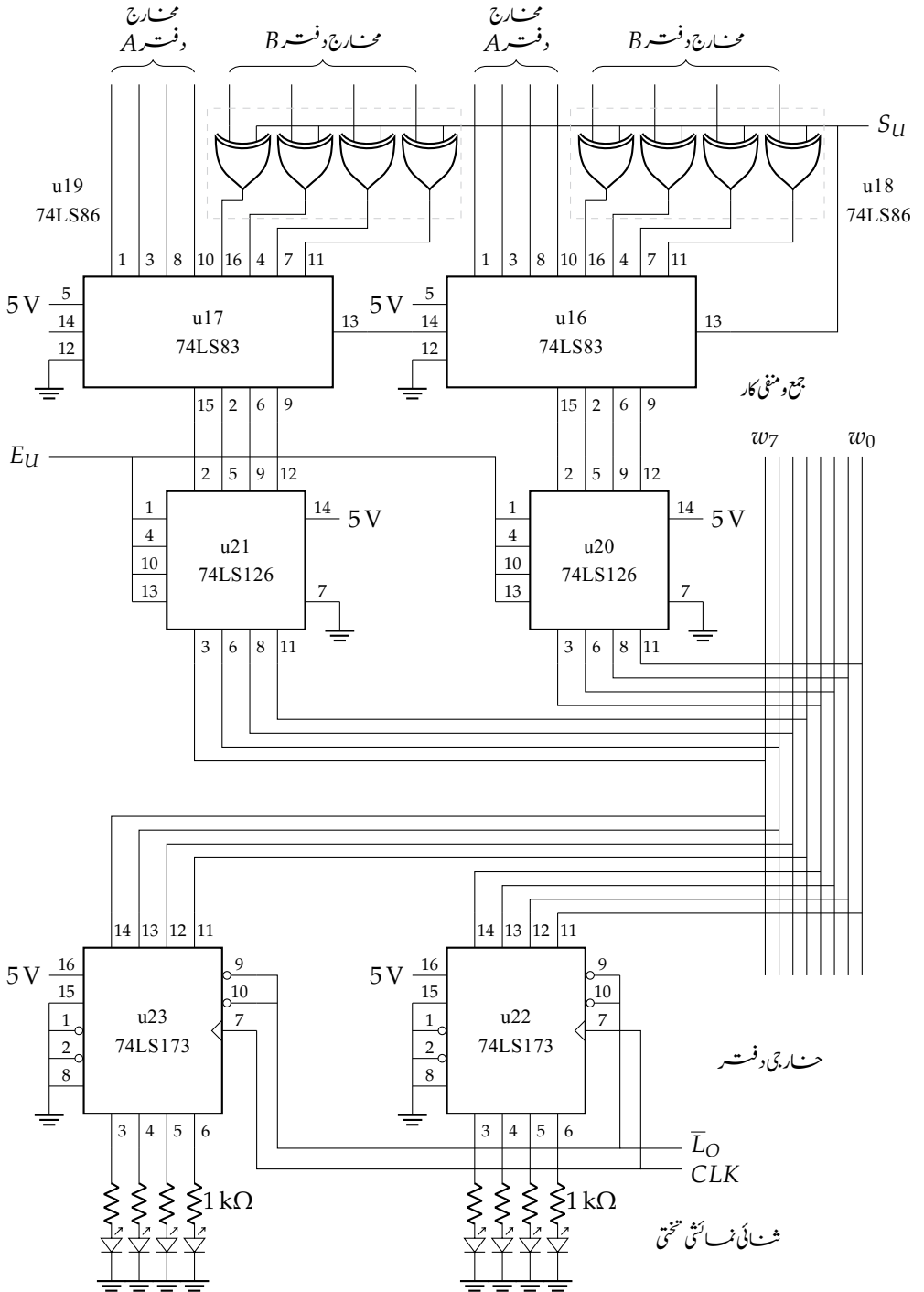
شکل ۱۳. برنامه گنت کار



شکل ۱۲.۱۳: حافظه اورد دسترسی



شکل ۱۲.۱۵: دفتر الف اور جمع و منفی کار



شکل ۱۲.۱۶: جمع و منفی کار اور خارجی دفتر



جوابات

