برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 5

مسئلے

گزشتہ بابوں میں ہم نے ادوار میں مختلف مقامات پر دباو اور رو حاصل کرنے کے چند ترکیب دیکھے۔ایسا کرتے ہوئے ہم نے چند حقائق کا استعمال کیا جنہیں یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

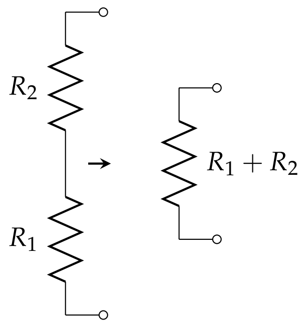
5.1 مساوی دور

آپ جانتے ہیں کہ سلسلہ وار مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے ان کی رو حاصل کی جا سکتی ہے۔اسی طرح متوازی مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے ان پر دباو حاصل کیا جا سکتا ہے۔یہ عمل شکل 5.1 میں دکھائے گئے ہیں۔اسی طرح سلسلہ وار منبع دباو کا مساوی اور متوازی منبع رو کا مساوی بالترتیب شکل-ج اور شکل-د میں دکھائے گئے ہیں۔یاد رہے کہ دو یا دو سے زیادہ منبع رو کو صرف اور صرف اس صورت سلسلہ وار جوڑا جا سکتا ہے جب تمام کی رو برابر ہو اور تمام ایک ہی سمت میں ہوں۔اسی طرح دو یا دو سے زیادہ منبع دباو کو صرف اور صرف اس صورت متوازی جوڑا جا سکتا ہے جب تمام منبع کی دباو برابر اور سمت ایک ہو۔

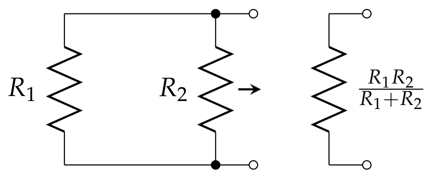
5.2 مسئلہ خطیّت

برقی ادوار میں دباو اور رو درکار متغیرات ہیں۔ اس کتاب میں صرف ایسے ادوار پر غور کیا جائے گا جن میں دباو اور رو کا تعلق خطی[1] ہے۔انہیں خطی ادوار کہا جاتا ہے۔ خطی ادوار میں ایک متغیرہ کو n گنا کرنے سے دوسرے متغیرات بھی

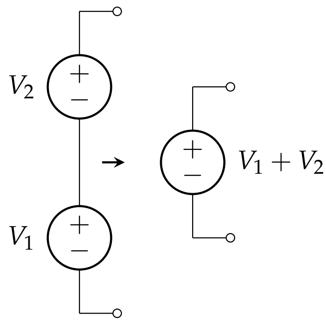
[1] linear



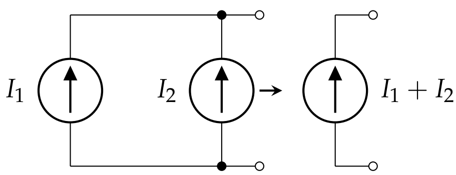
(ا)سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت



(ب)متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت۔

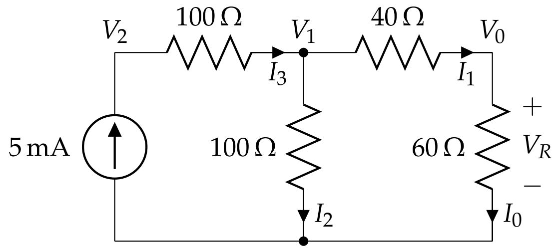


(ج)سلسلہ وار منبع دباو کا مساوی منبع۔



(د)متوازی منبع رو کا مساوی منبع۔

شکل 5.1: مساوی ادوار کی مثال۔



شکل 5.2: مثال 5.1 کا دور۔

n گنا ہو جاتے ہیں۔ آئیں خطیت کی خاصیت سے دور حل کرنا دیکھیں۔

مثال 5.1: شکل 5.2 میں $60\,\Omega$ پر دباو معلوم کریں۔

حل: ہم اس دور کو با آسانی قوانین کرخوف سے حل کر سکتے ہیں۔ آئیں اس دور کو خطیت کی خاصیت کی مدد سے حل کریں۔ اس ترکیب میں ہم درکار دباو کو $1\,\mathrm{V}$ تصور کرتے ہوئے منبع رو کی قیمت دریافت کریں گے۔ اس کے بعد خطیت کو استعمال کرتے ہوئے منبع رو کی اصل قیمت کے مطابقت سے درکار دباو حاصل کی جائے گی۔

یوں $V_R = 1\,\mathrm{V}$ تصور کرتے ہوئے

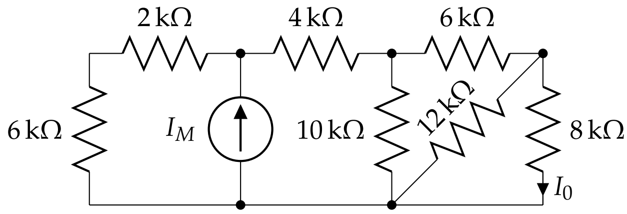
$$V_0 = 1\,\mathrm{V}$$
$$I_0 = \frac{V_0}{60} = \frac{1}{60}\,\mathrm{A}$$
$$I_1 = I_0 = \frac{1}{60}\,\mathrm{A}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے

$$V_1 - V_0 = 40 \times \frac{1}{60} = \frac{2}{3}\,\mathrm{V}$$

یعنی

$$V_1 = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}\,\mathrm{V}$$



شکل 5.3: مشق 5.1 کا دور۔

حاصل ہوتا ہے۔ قانون اوہم کا دوبارہ استعمال کرنے سے

$$I_2 = \frac{\frac{5}{3}}{100} = \frac{1}{60}\,\mathrm{A}$$

ملتا ہے لہٰذا

$$I_3 = I_1 + I_2 = \frac{1}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1}{30}\,\mathrm{A}$$

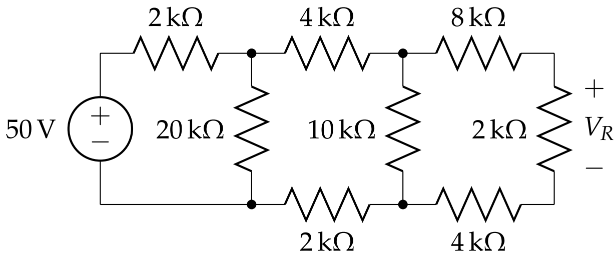
ہو گا۔ یوں $V_R = 1\,\mathrm{V}$ تصور کرتے ہوئے منبع کی رو $\frac{1}{30}\,\mathrm{A}$ متوقع ہے۔

اب ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر منبع کی رو $\frac{1}{30}\,\mathrm{A}$ ہو تب $V_R = 1\,\mathrm{V}$ ہو گا لہٰذا خطیت کے اصول کو استعمال کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ منبع کی رو $5\,\mathrm{mA}$ ہونے کی صورت میں V_R کی قیمت

$$\frac{0.005 \times 1}{\frac{1}{30}} = 0.15\,\mathrm{V}$$

ہو گی۔

مشق 5.1: شکل 5.3 میں $I_0 = 10\,\mathrm{mA}$ تصور کرتے ہوئے I_M حاصل کریں۔ اب $I_M = 20\,\mathrm{mA}$ کی صورت میں خطیت کے استعمال سے I_0 معلوم کریں۔



شکل 5.4: مشق 5.2 کا دور۔

مشق 5.2: شکل 5.4 میں $V_R = 2\,\mathrm{V}$ تصور کرتے ہوئے منبع دباو کی قیمت دریافت کریں۔ خطیت کے استعمال سے منبع دباو کی اصل قیمت پر V_R دریافت کریں۔

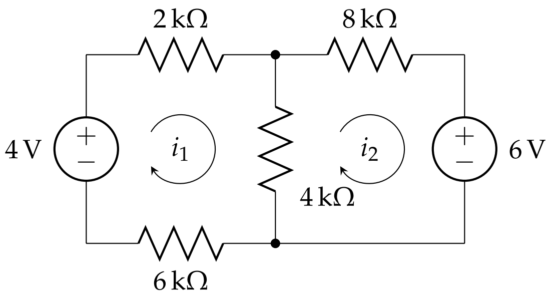
5.3 مسئلہ نفاذ

متعدد منبع کی صورت میں ہر منبع کا انفرادی اثر دیکھنے کی خاطر شکل 5.5-الف کو مثال بناتے ہیں۔ دونوں منبع کا مجموعی اثر دیکھنے کی خاطر دونوں منبع کی موجودگی میں اس دور کو حل کرتے ہیں۔ دو خانوں کے مساوات لکھتے ہیں۔

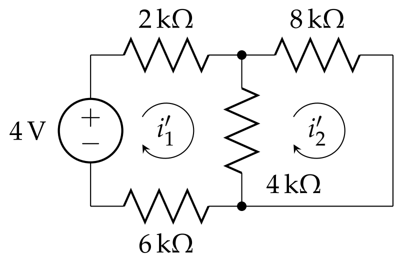
$$\begin{aligned}
-4 + 2000i_1 + 4000(i_1 - i_2) + 6000i_1 &= 0\\
4000(i_2 - i_1) + 8000i_2 + 6 &= 0
\end{aligned}$$

ان کا حل درج ذیل ہے۔

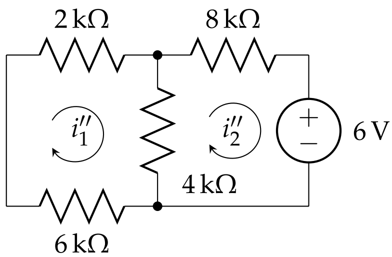
$$\begin{aligned}
i_1 &= \frac{3}{16}\,\mathrm{mA}\\
i_2 &= -\frac{7}{16}\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$



(الف) دو عدد انفرادی منبع کا مجموعی اثر۔



(ب) بائیں منبع کا اثر دیکھتے وقت دائیں منبع کے اثر کو ختم کیا گیا ہے۔



(پ) دائیں منبع کا اثر دیکھتے وقت بائیں منبع کے اثر کو ختم کیا گیا ہے۔

شکل 5.5: مجموعی اثر انفرادی اثرات کا مجموعہ ہے۔

انفرادی منبع سے دور میں مختلف مقامات پر نافذ دباو اور رو دریافت کرنے کی خاطر باری باری ایک ایک منبع کے علاوہ بقایا تمام منبع کے اثر کو ختم کرتے ہوئے دور کو حل کیا جاتا ہے۔ منبع دباو کا اثر ختم کرنے کی خاطر اس کو قصر دور کیا جاتا ہے جبکہ منبع رو کے اثر کو ختم کرنے کی خاطر اس کو کھلے دور کیا جاتا ہے۔

آئیں انفرادی منبع کی نافذ رو دریافت کریں۔ یوں $4\,\mathrm{V}$ منبع کی نافذ رو حاصل کرتے وقت $6\,\mathrm{V}$ کی منبع کو قصر دور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے شکل 5.5-ب حاصل ہوتا ہے جس کے مساوات

$$\begin{aligned}
-4 + 2000i_1' + 4000(i_1' - i_2') + 6000i_1' &= 0 \\
4000(i_2' - i_1') + 8000i_2' &= 0
\end{aligned}$$

اور حل درج ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned}
i_1' &= \frac{3}{8}\,\mathrm{mA} \\
i_2' &= \frac{1}{8}\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$

اسی طرح $6\,\mathrm{V}$ منبع کی نافذ رو حاصل کرنے کی خاطر $4\,\mathrm{V}$ منبع کو قصر دور کیا جاتا ہے۔ ایسا شکل 5.5-پ میں دکھایا گیا ہے جس کے مساوات

$$\begin{aligned}
2000i_1'' + 4000(i_1'' - i_2'') + 6000i_1'' &= 0 \\
4000(i_2'' - i_1'') + 8000i_2'' + 6 &= 0
\end{aligned}$$

اور حل درج ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned}
i_1'' &= -\frac{3}{16}\,\mathrm{mA} \\
i_2'' &= -\frac{9}{16}\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ انفرادی منبع کی نافذ رو کا مجموعہ تمام منبع کی مجموعی نافذ رو کے برابر ہے۔

$$\begin{aligned}
i_1 &= i_1' + i_1'' \\
i_2 &= i_2' + i_2''
\end{aligned}$$

اس حقیقت کو **مسئلہ نفاذ**[2] کہا جاتا ہے جسے درج ذیل طریقے سے بیان کیا جا سکتا ہے۔

[2] superposition

مسئلہ نفاذ کے تحت کسی بھی خطی دور، جس میں متعدد غیر تابع منبع دباو اور غیر تابع منبع رو پائے جاتے ہوں، میں کسی بھی مقام پر نافذ دباو (رو)، تمام منبع کے انفرادی نافذ کردہ قیمتوں کے مجموعے کے برابر ہو گا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ہر منبع، دور میں یوں دباو اور رو نافذ کرتا ہے جیسے دور میں کوئی دوسرا منبع پایا ہی نا جاتا ہو۔

مسئلہ نفاذ کا عمومی ثبوت پیش کرتے ہیں۔ صفحہ 147 پر مساوات 3.40 متعدد منبع دباو استعمال کرنے والے دور کی عمومی مساوات ہے جسے یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} & \cdots - R_{1m} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} & \cdots - R_{2m} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} & \cdots - R_{3m} \\ \vdots & & & \\ -R_{m1} & -R_{m2} & -R_{m3} & \cdots R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

اس مساوات میں مزاحمتی قالب کا دارومدار صرف اور صرف مزاحمتوں پر ہے۔ دور میں موجود منبع دباو کا اس قالب پر کوئی اثر نہیں ہے۔ اس قالبی مساوات $\mathbf{RI} = \mathbf{V}$ کا حل $\mathbf{I} = \mathbf{R^{-1}V}$ ہے۔ چونکہ مزاحمتی قالب $\mathbf{R}$ کے اجزاء صرف اور صرف دور کے مزاحمتوں پر مبنی ہے لہٰذا اس کے ریاضی معکوس $\mathbf{R^{-1}}$ کے اجزاء بھی صرف مزاحمتوں پر مبنی ہوں گے۔ ریاضی معکوس کے قالب کو درج ذیل عمومی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\mathbf{R^{-1}} = \begin{bmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} & \cdots - g_{1m} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} & \cdots - g_{2m} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{33} & \cdots - g_{3m} \\ \vdots & & & \\ -g_{m1} & -g_{m2} & -g_{m3} & \cdots g_{mm} \end{bmatrix}$$

یوں حل درج ذیل ہو گا

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} & \cdots - g_{1m} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} & \cdots - g_{2m} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{33} & \cdots - g_{3m} \\ \vdots & & & \\ -g_{m1} & -g_{m2} & -g_{m3} & \cdots g_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

جس سے i_1 لکھتے ہیں۔

$$i_1 = g_{11}v_1 - g_{12}v_2 - g_{13}v_3 - \cdots - g_{1m}v_m \tag{5.2}$$

اگر v_1 کے علاوہ تمام منبع دباو کو قصر دور کیا جائے تب ان کی قیمت $0\,\mathrm{V}$ پُر کرتے ہوئے مساوات 5.2 سے

$$i'_1 = g_{11}v_1$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہ صرف اور صرف v_1 کی نافذ رو ہے۔اسی طرح v_2 کے علاوہ تمام منبع کو قصر دور کرنے سے $i''_1 = -g_{12}v_2$ نافذ ہوتی ہے۔اسی طرح بقایا منبع دباو کی نافذ رو بھی حاصل کی جا سکتی ہیں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام منبع کی انفرادی نافذ رو کا مجموعہ مساوات 5.2 دیتی ہے۔

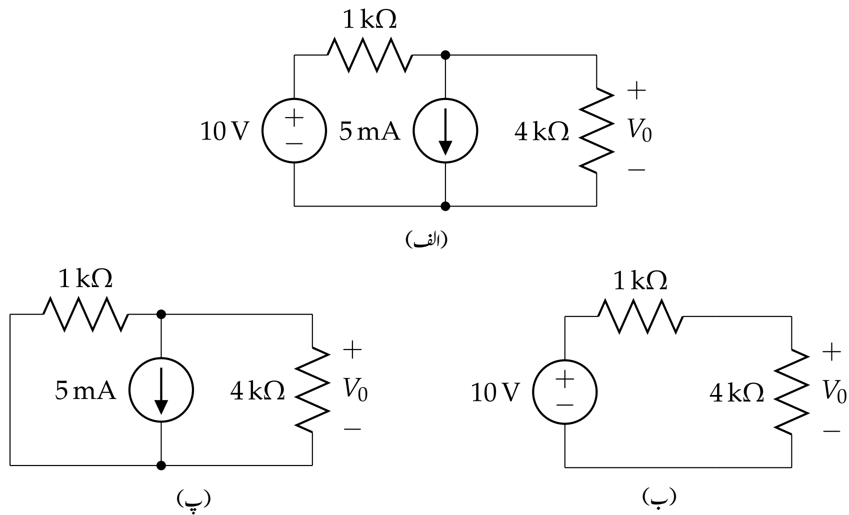
مساوات 5.1 ان ادوار کو ظاہر کرتی ہے جن میں صرف منبع دباو پائے جاتے ہوں۔آپ اسی ترکیب کو استعمال کرتے ہوئے منبع رو کے اثرات کو بھی شامل کر سکتے ہیں۔

مسئلہ نفاذ ان ادوار پر بھی لاگو ہوتا ہے جن میں تابع منبع پائے جاتے ہوں البتہ تابع منبع دباو کو قصر دور اور تابع منبع رو کو کھلے دور نہیں کیا جاتا۔ آئیں مسئلہ نفاذ کا استعمال چند مثالوں کی مدد سے سیکھیں۔

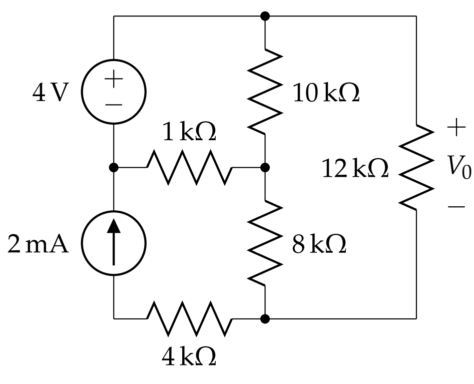
مثال 5.2: شکل 5.6 میں منبع دباو اور منبع رو کے انفرادی نافذ دباو حاصل کرتے ہوئے کل V_0 حاصل کریں۔

مثال 5.3: شکل 5.7 میں منبع دباو اور منبع رو کو باری باری لیتے ہوئے $12\,\mathrm{k\Omega}$ پر نافذ دباو حاصل کرتے ہوئے دونوں منبع کی موجودگی میں کل دباو حاصل کریں۔

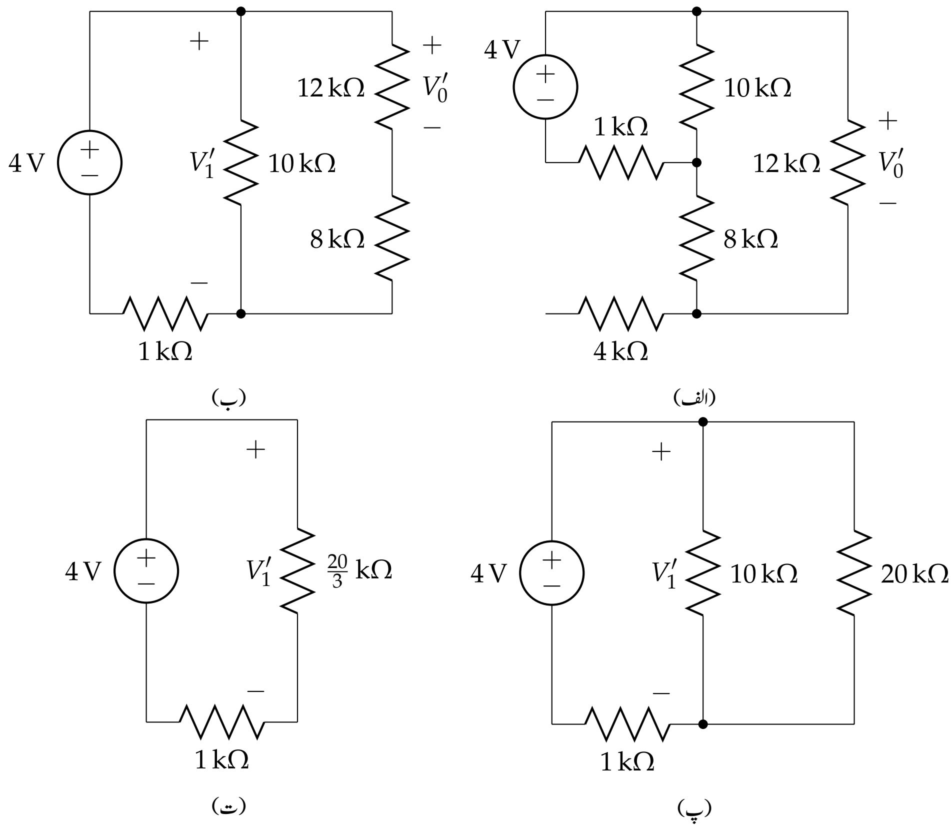
حل: شکل 5.8-الف میں منبع رو کو کھلے دور کیا گیا ہے تا کہ منبع دباو سے پیدا دباو کا حصہ دریافت کریں۔ شکل 5.8-ب میں شکل کو قدر مختلف صورت دی گئی ہے۔چونکہ $4\,\mathrm{k\Omega}$ کا ایک سرا کہیں نہیں جڑا لہٰذا اس کا بقایا دور پر کوئی اثر نہیں ہو گا اور اسی لئے اس کو شکل-ب میں نہیں دکھایا گیا ہے۔



شکل 5.6: مثال 5.2 کا دور۔



شکل 5.7: مثال 5.3 کا دور۔



شکل 5.8: منبع دباو کا حصہ معلوم کرتے ہیں۔

شکل-ب میں $12\,\mathrm{k\Omega}$ اور $8\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت $20\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا۔ شکل-پ میں ایسا دکھایا گیا ہے۔ شکل-پ میں $20\,\mathrm{k\Omega}$ اور $10\,\mathrm{k\Omega}$ متوازی جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت $= \frac{20\,\mathrm{k\Omega}\times 10\,\mathrm{k\Omega}}{20\,\mathrm{k\Omega}+10\,\mathrm{k\Omega}}$ $\frac{20}{3}\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا جسے شکل-ت میں دکھایا گیا ہے جہاں سے تقسیم دباو کے کلیے سے

$$V_1' = 4\left(\frac{\frac{20}{3}\,\mathrm{k\Omega}}{1\,\mathrm{k\Omega}+\frac{20}{3}\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{80}{23}\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ شکل-ب کو دیکھتے ہوئے تقسیم دباو کے کلیے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_0' = \frac{80}{23}\left(\frac{12\,\mathrm{k\Omega}}{12\,\mathrm{k\Omega}+8\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{48}{23}\,\mathrm{V}$$

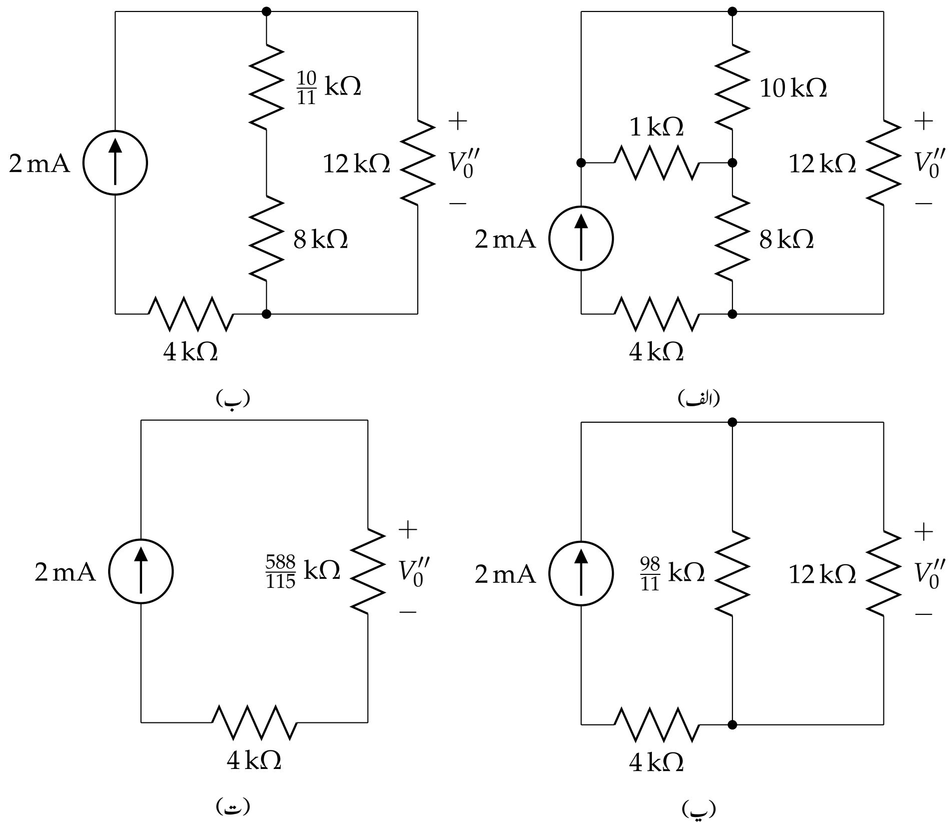
آئیں اب منبع دباو کو قصر دور کرتے ہوئے حل کریں۔ شکل 5.9-الف میں منبع دباو کو قصر دور کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $1\,\mathrm{k\Omega}$ اور $10\,\mathrm{k\Omega}$ متوازی جڑے ہیں لہٰذا ان کی جگہ $\frac{1\,\mathrm{k\Omega}\times 10\,\mathrm{k\Omega}}{1\,\mathrm{k\Omega}+10\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{10}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ نسب کیا جا سکتا ہے۔ ایسا ہی شکل-ب میں کیا گیا ہے جہاں $\frac{10}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ اور $8\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کی جگہ شکل-پ میں $\frac{98}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ نسب کیا گیا ہے۔ شکل-ت میں متوازی جڑے $\frac{98}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ اور $12\,\mathrm{k\Omega}$ کی جگہ $\frac{588}{115}\,\mathrm{k\Omega}$ نسب کیا گیا ہے۔ اس شکل سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$V_0'' = \frac{588}{115}\,\mathrm{k\Omega}\times 2\,\mathrm{mA} = \frac{1176}{115}\,\mathrm{V}$$

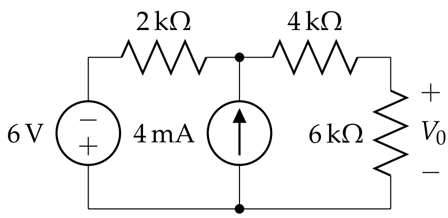
یوں دونوں منبع کی موجودگی میں جواب درج ذیل ہو گا۔

$$V_0 = V_0' + V_0'' = 12\frac{36}{115}\,\mathrm{V}$$

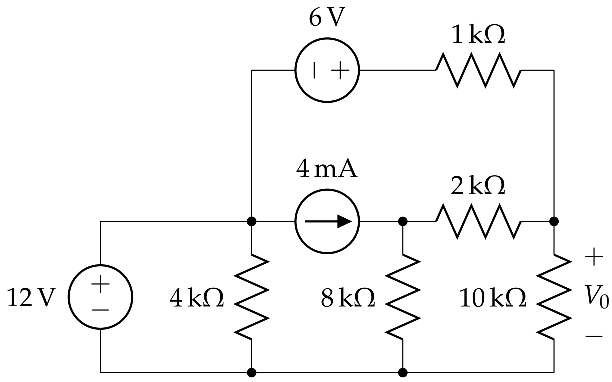
مسئلہ نفاذ سے متعدد منبع استعمال کرنے والے ادوار حل کرتے ہوئے ضروری نہیں کہ تمام منبع کے انفرادی نافذ حصوں کو علیحدہ علیحدہ جانا جائے۔ یوں بھی ممکن ہے کہ منبع کے گروہ بناتے ہوئے باری باری ایک ایک گروہ کے مجموعی نافذ دباو یا رو دیکھیں جائیں اور آخر میں تمام کا مجموعہ لیا جائے۔ مسئلہ نفاذ سے دور میں کسی بھی مقام پر نافذ دباو یا نافذ رو حاصل کیا جا سکتا ہے البتہ اس مسئلے کا اطلاق طاقت دریافت کرنے کے لئے نہیں کیا جا سکتا۔ آپ جانتے ہیں کہ مزاحمت میں طاقت کو $\frac{V^2}{T}$ یا I^2R لکھا جا سکتا ہے جو غیر خطی تعلق ہیں لہٰذا طاقت کو مسئلہ نفاذ کی مدد سے حاصل نہیں کیا جا سکتا۔



شکل 5.9: منبع دباو کو قصر دور کیا گیا ہے۔



شکل 5.10: مشق 5.3 کا دور۔

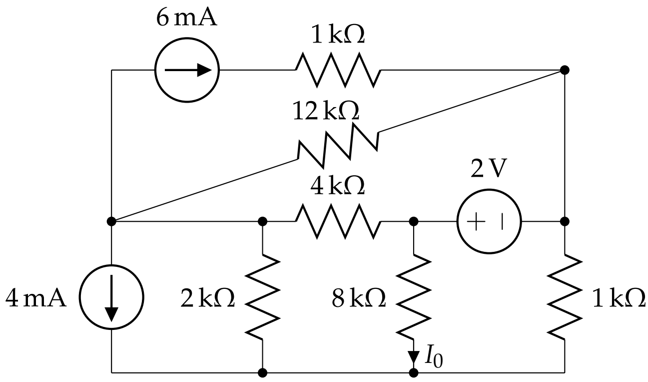


شکل 5.11: مشق 5.4 کا دور۔

مشق 5.3: شکل 5.10 میں باری باری ایک ایک منبع کا نافذ دباو معلوم کرتے ہوئے V_0 دریافت کریں۔

مشق 5.4: شکل 5.11 میں مسئلہ نفاذ کی مدد سے V_0 دریافت کریں۔

مشق 5.5: شکل 5.12 کو مسئلہ نفاذ سے حل کرتے ہوئے I_0 دریافت کریں۔



شکل 5.12: مشق 5.5 کا دور۔

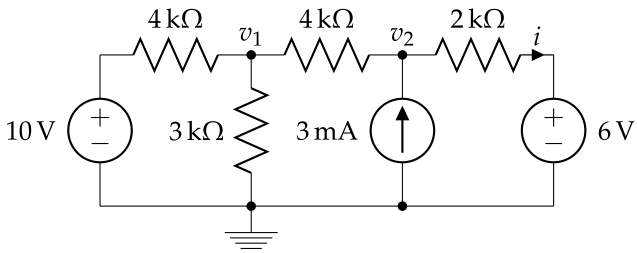
مشق 5.6: شکل 5.13 میں $6\,\mathrm{V}$ منبع کے اثر کو ختم کرتے ہوئے $10\,\mathrm{V}$ اور $3\,\mathrm{mA}$ منبع کا مجموعی نافذ رو i' حاصل کریں۔اب اکیلے $6\,\mathrm{V}$ منبع کا اسی مزاحمت میں نافذ رو i'' دریافت کریں۔دونوں جوابات سے تینوں منبع سے پیدا مجموعی رو $i = i' + i''$ دریافت کریں۔

جوابات: شکل 5.13-ب سے $i' = \frac{25}{9}\,\mathrm{mA}$ اور شکل 5.13-پ سے $i'' = -\frac{7}{9}\,\mathrm{mA}$ حاصل ہوتا ہے۔یوں شکل-الف میں $i = 2\,\mathrm{mA}$ حاصل ہوتا ہے۔

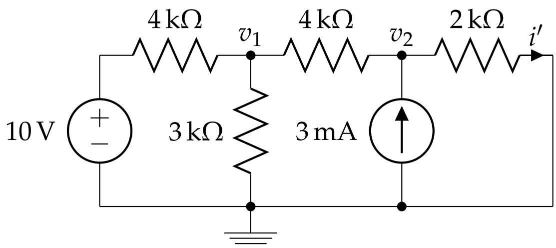
5.4 مساوی ادوار

شکل 5.14 میں دو عدد ادوار نقطہ دار لکیر میں بند دکھائے گئے ہیں۔تصور کریں کہ نقطہ دار لکیر بند ڈبے کو ظاہر کرتی ہے جس کے اندر دیکھنا ممکن نہیں ہے۔ہم بند ڈبے سے باہر نکلتی برقی سروں پر مختلف مزاحمت یا ادوار نسب کرتے ہوئے معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ ان کے اندر کیا نسب ہے۔

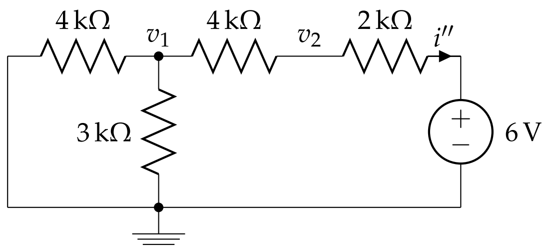
مثال 5.4: شکل 5.14-الف اور شکل 5.14-ب کے برقی سروں پر $8\,\mathrm{k\Omega}$ مزاحمت نسب کرتے ہوئے برقی سروں پر دباو اور رو حاصل کریں۔بند ڈبے کو نہیں دکھایا گیا تا کہ شکل صاف ستھری نظر آئے۔



(الف)

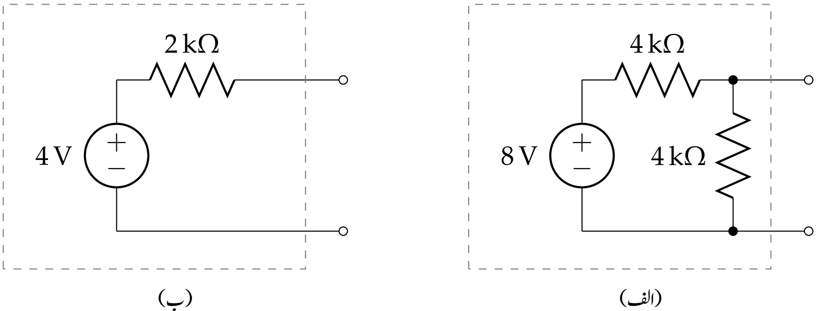


(ب)

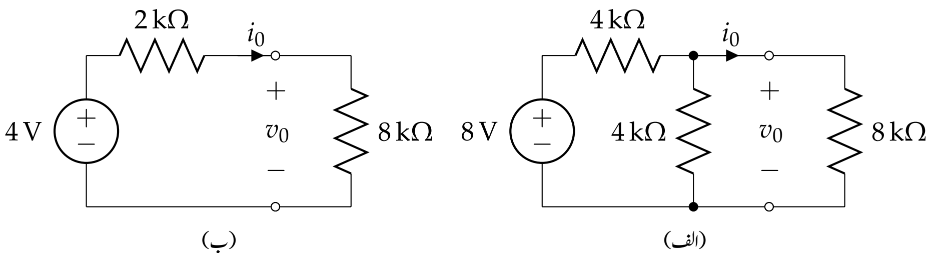


(پ)

شکل 5.13: مشق 5.6 کا دور۔



شکل 5.14: مساوی ادوار۔



شکل 5.15: مثال 5.4 کے ادوار۔

حل: شکل 5.15 میں صورت حال دکھایا گیا ہے جہاں v_0 اور i_0 مطلوب ہیں۔ شکل 5.15-الف میں $4\,\mathrm{k\Omega} \parallel 8\,\mathrm{k\Omega} = \frac{8}{3}\,\mathrm{k\Omega}$ لیتے ہوئے تقسیم دباو کے کلیے سے

$$v_0 = 8\left(\frac{\frac{8}{3}\,\mathrm{k\Omega}}{\frac{8}{3}\,\mathrm{k\Omega} + 4\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{16}{5}\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے اور یوں

$$i_0 = \frac{v_0}{8\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{\frac{16}{5}}{8000} = \frac{2}{5}\,\mathrm{mA}$$

ہو گی۔ شکل 5.15-ب کو دیکھ کر درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v_0 = \frac{4 \times 8000}{4000 + 8000} = \frac{16}{5}\,\mathrm{V}$$
$$i_0 = \frac{4}{2000 + 8000} = \frac{2}{5}\,\mathrm{mA}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ شکل-الف اور شکل-ب دونوں سے یکساں جوابات حاصل ہوتے ہیں۔آئیں مزید تجربے کرتے ہوئے دیکھیں کہ بند ڈبوں میں کیا پایا جاتا ہے۔

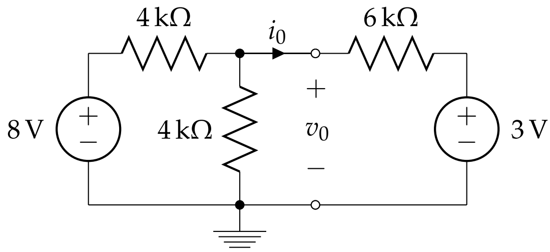
مثال 5.5: شکل 5.14 کے برقی سروں پر سلسلہ وار جڑے منبع دباو اور مزاحمت نسب کرتے ہوئے شکل 5.16 میں دکھایا گیا ہے۔انہیں حل کریں۔

حل: نچلی جوڑ کو زمین چنتے ہوئے بالائی جوڑ پر دباو v_0 لکھی جائے گی۔یوں شکل 5.16-الف کے بالائی جوڑ پر درج ذیل کرخوف مساوات رو لکھی جا سکتی ہے

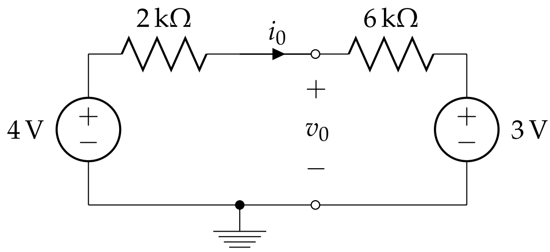
$$\frac{v_0 - 8}{4000} + \frac{v_0}{4000} + \frac{v_0 - 3}{6000} = 0$$

جسے حل کرنے سے

$$v_0 = \frac{15}{4}\,\mathrm{V}$$



(الف)



(ب)

شکل 5.16: مثال 5.5 کے ادوار۔

حاصل ہوتا ہے اور یوں

$$i_0 = \frac{v_0 - 3}{6000} = \frac{\frac{15}{4} - 3}{6000} = \frac{1}{8}\,\mathrm{mA}$$

ہو گی۔ آئیں اب شکل 5.16-ب کو حل کرتے ہیں۔ بالائی جوڑ پر کرخوف مساوات رو

$$\frac{v_0 - 4}{2000} + \frac{v_0 - 3}{6000} = 0$$

سے

$$v_0 = \frac{15}{4}\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ قانون اوہم سے رو درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$i_0 = \frac{4 - 3}{2000 + 6000} = \frac{1}{8}\,\mathrm{mA}$$

مندرجہ بالا دو مثالوں کے تجربات سے گمان ہوتا ہے کہ شکل 5.14 کے دونوں بند ڈبوں میں یکساں ادوار پائے جاتے ہیں۔ دیکھا یہ گیا ہے کہ دونوں بند ڈبوں کے بیرونی برقی سروں پر یکساں دور نسب کرنے سے بالکل یکساں جوابات حاصل ہوتے ہیں۔ یہ ایک دلچسپ صورت حال ہے۔ایسی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ شکل 5.14-الف اور شکل 5.14-ب **مساوی ادوار**[3] ہیں۔مزید یہ کہ شکل-الف کا دور، خطی ہونے کی صورت میں، جتنا بھی پیچیدہ کیوں نہ ہو، اس کا مساوی دور ایک عدد منبع اور ایک عدد مزاحمت سلسلہ وار جوڑنے سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔

مساوی ادوار صرف اور صرف برقی سروں پر یکساں جوابات دیتے ہیں۔اس حقیقت کو سمجھنے کی خاطر شکل 5.14 میں برقی سرے کھلے رکھتے ہوئے دونوں ادوار میں طاقت کا ضیاع دریافت کرتے ہیں۔ شکل-الف میں طاقت کا ضیاع

$$\frac{8^2}{4000+4000} = 8\,\mathrm{mW}$$

ہے جبکہ شکل-ب میں طاقت کا ضیاع $0\,\mathrm{W}$ ہے۔مساوی ادوار کے اندرونی متغیرات عموماً یکساں نہیں ہوتے۔

اگلے حصے میں تھونن مساوی دور اور نارٹن مساوی دور پر غور کیا جائے گا۔ان پر غور کرتے ہوئے مسئلہ تبادلہ منبع بھی اخذ کیا جائے گا۔

5.5 مسئلہ تھونن، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ تبادلہ منبع

شکل 5.17-الف کے تین جوڑ پر کرخوف مساوات رو لکھتے

$$\begin{aligned}
\frac{v_1-10}{4000}+\frac{v_1}{3000}+\frac{v_1-v_2}{4000} &= 0\\
\frac{v_2-v_1}{4000}-0.003+\frac{v_2-v_3}{2000} &= 0\\
\frac{v_3-v_2}{2000}+\frac{v_3}{6000}+\frac{v_3+2}{8000} &= 0
\end{aligned}$$

ہوئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
v_1 &= 6\,\mathrm{V}\\
v_2 &= 10\,\mathrm{V}\\
v_3 &= 6\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

---

[3] equivalent circuit

دباو جوڑ جانتے ہوئے تمام شاخوں کی رو دریافت کی جا سکتی ہے۔آئیں اس دور کو نقطہ دار لکیر پر دو ٹکڑوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ شکل 5.17-ب میں بائیں حصے کو دکھایا گیا ہے جہاں جوڑ v_3 پر $6\,\mathrm{V}$ منبع دباو نسب کیا گیا ہے۔اس کو حل کرنے کی خاطر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھتے ہیں

$$\begin{aligned}
\frac{v_1-10}{4000}+\frac{v_1}{3000}+\frac{v_1-v_2}{4000}&=0\\
\frac{v_2-v_1}{4000}-0.003+\frac{v_2-6}{2000}&=0
\end{aligned}$$

جنہیں حل کرتے ہوئے ایک بار دوبارہ

$$\begin{aligned}
v_1&=6\,\mathrm{V}\\
v_2&=10\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں۔آپ نے دیکھا کہ شکل-ب کے دباو جوڑ بالکل تبدیل نہیں ہوئے لہٰذا اس میں تمام مقامات پر رو بھی وہی ہو گی جو شکل-الف میں تھی۔

شکل 5.17-الف میں نقطہ دار لکیر کے بائیں حصے پر لکیر کے دائیں جانب دور کا اثر صرف اور صرف جوڑ v_3 کے ذریعہ ہوتا ہے۔یوں جیسا شکل-ب میں کیا گیا، اگر جوڑ v_3 پر دباو اسی قیمت پر رکھا جائے جو لکیر کے دائیں جانب دور کے نسب کرنے سے حاصل ہوتا ہے، تب لکیر کے بائیں جانب دور کے متغیرات جوں کے توں رہتے ہیں۔

شکل 5.17-ب میں رو i کو مسئلہ نفاذ سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔آپ مشق 5.6 میں اس دور کو مسئلہ نفاذ کی مدد سے حل کر چکے ہیں۔اسی مشق کے شکل 5.13-پ میں بقایا منبع کے اثر کو ختم کرتے ہوئے $6\,\mathrm{V}$ کو صرف مزاحمت نظر آتے ہیں۔آئیں شکل-پ میں دیے دور کا مساوی مزاحمت حاصل کرتے ہیں۔منبع سے دور ترین نقطے سے شروع کرتے ہیں جہاں چار کلو اوہم اور تین کلو اوہم متوازی $4\,\mathrm{k\Omega}\parallel 3\,\mathrm{k\Omega}$ جڑے ہیں۔متوازی جڑے مزاحمت از خود سلسلہ وار جڑے $2\,\mathrm{k\Omega}$ اور $4\,\mathrm{k\Omega}$ کے ساتھ سلسلہ وار پائے جاتے ہیں لہٰذا ان تمام کا مجموعی مساوی مزاحمت

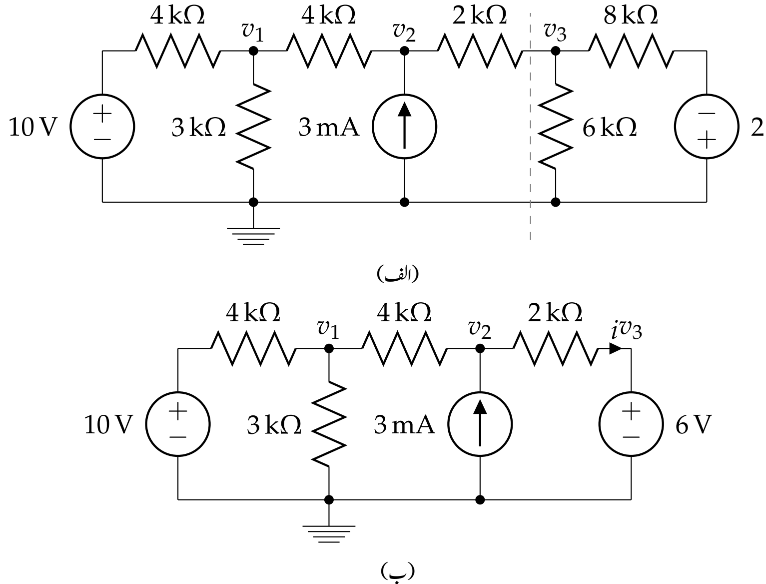
$$R_{\text{تھونن}}=\left(4\,\mathrm{k\Omega}\parallel 3\,\mathrm{k\Omega}\right)+\left(2\,\mathrm{k\Omega}+4\,\mathrm{k\Omega}\right)=\frac{54}{7}\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا جسے **تھونن مزاحمت**[4] کہتے ہیں۔

آئیں ان حقائق کو سامنے رکھتے ہوئے **مسئلہ تھونن**[5] اور **مسئلہ نارٹن**[6] سیکھیں۔ساتھ ہی ساتھ **مسئلہ تبادلہ منبع**[7] پر بھی غور کیا جائے گا۔مسئلہ تھونن کہتا ہے کہ کسی بھی خطی دور کو سلسلہ وار جڑے ایک عدد منبع اور ایک عدد مزاحمت سے

---

[4] Thevenin Resistance
[5] Thevenin theorem
[6] Norton theorem
[7] Source Transformation theorem



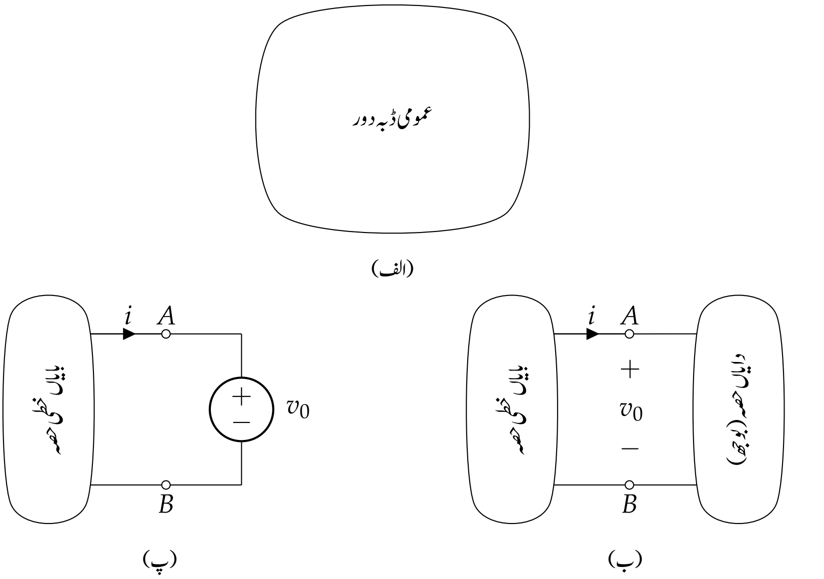
شکل 5.17: مسئلہ تھونن سمجھنے کا دور۔

ظاہر کیا جا سکتا ہے۔اس دور کو مساوی تھونن دور کہا جائے گا۔اسی طرح مسئلہ نارٹن کہتا ہے کہ کسی بھی خطی دور کو متوازی جڑے ایک عدد منبع رو اور ایک عدد مزاحمت سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔اس دور کو مساوی نارٹن دور کہا جائے گا۔

شکل 5.18-الف میں عمومی ڈبہ دور دکھایا گیا ہے۔اس کو دو حصوں میں تقسیم کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتا ہے۔شکل-ب میں بائیں حصے کے مساوی تھونن دور اور مساوی نارٹن دور حاصل کیے جائیں گے۔بایاں حصہ خطی ہونا ضروری ہے۔دایاں حصہ خطی یا غیر خطی ہو سکتا ہے۔دائیں حصے کو برقی بوجھ تصور کیا جائے گا۔یہ حصے دو تاروں سے آپس میں جڑے ہیں۔ان تاروں کے مابین v_0 دباو پایا جاتا ہے جبکہ بوجھ کو رو i مہیا کی جاتی ہے۔اگر شکل-ب میں بائیں ڈبے دور کی جگہ اس کا مساوی تھونن دور یا مساوی نارٹن دور نسب کرنے سے v_0 اور i کی قیمتوں پر فرق نہیں پڑے تب دائیں ڈبے کی نقطہ نظر سے دور میں کوئی تبدیلی رو نما نہیں ہوئی ہے لہٰذا اس کے لئے بایاں ڈبے کا دور اور مساوی تھونن (یا مساوی نارٹن) دور یک برابر ہیں۔

شکل-الف میں تابع منبع کی موجودگی میں ڈبے دور کو اس طرح دو ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے گا کہ تابع منبع اور اسے قابو کرنے والا متغیر ایک ہی ڈبے کا حصہ بنیں۔تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کو حل کرنا اگلے حصے میں سکھایا جائے گا۔

شکل-پ میں دائیں حصے کی جگہ منبع دباو نسب کیا گیا ہے جس کا دباو v_0 ہے۔



شکل 5.18: مسئلہ تھونن کا عمومی دور۔

شکل 5.18-پ میں i کو مسئلہ نفاذ کی مدد سے دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ پہلا حصہ i' کو ڈبہ دور کے اندرونی منبع نافذ کرتے ہیں جبکہ دوسرا حصہ i'' کو بیرونی منبع v_0 نافذ کرتا ہے۔ جیسا شکل 5.19-الف میں دکھایا گیا ہے، i' حاصل کرتے وقت بیرونی منبع کو قصر دور کیا جاتا ہے لہٰذا اس رو کو $i_{\text{قصر}}$ کہا جائے گا۔

$$i' = i_{\text{قصر}} \tag{5.3}$$

اسی طرح جیسا شکل 5.19-ب میں دکھایا گیا ہے، i'' حاصل کرتے وقت ڈبہ دور کے تمام اندرونی منبع کے اثر کو ختم کیا جاتا ہے۔ ڈبہ دور کے تمام اندرونی منبع کو صفر کرنے سے بیرونی منبع v_0 کو ڈبہ دور کے اندرونی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت $R_{\text{تھونن}}$ نظر آئے گا لہٰذا رو درج ذیل ہو گی۔

$$i'' = \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}} \tag{5.4}$$

شکل 5.19-الف اور شکل 5.19-ب میں رو کی سمتوں کو دیکھتے ہوئے $i = i' - i''$ لکھا جا سکتا ہے۔

$$i = i_{\text{قصر}} - \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}} \qquad \text{مسئلہ نارٹن} \tag{5.5}$$

لکھا جا سکتا ہے۔

مساوات 5.5 عمومی مساوات ہے جس میں $i_{\text{قصر}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ صرف بائیں ڈبہ دور پر منحصر ہیں جبکہ v_0 اور i پر دایاں ڈبہ دور بھی اثر انداز ہوتا ہے۔یوں اگر شکل 5.18-ب میں بائیں ڈبہ دور تبدیل نہ کیا جائے تب $i_{\text{قصر}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ اٹل قیمتیں ہوں گی جبکہ v_0 اور i متغیرات ہوں گے جو دائیں ڈبہ دور پر منحصر ہوں گے۔چونکہ مساوات 5.5 عمومی مساوات ہے لہٰذا یہ ہر ممکنہ صورت حال کے لئے درست ہو گی۔یوں دائیں ڈبہ دور کھلا دور ہونے کی صورت میں بھی یہی مساوات کار آمد ہو گی۔اگر دائیں ڈبہ دور کو کھلا دور تصور کیا جائے تب

$$
\begin{aligned}
i &= 0 \\
v_0 &= v_{\text{کھلا}}
\end{aligned} \tag{5.6}
$$

ہوں گے۔شکل 5.20 میں کھلے دور کی صورت حال دکھائی گئی ہے۔اس طرح مساوات 5.5 میں مساوات 5.6 پُر کرتے ہوئے

$$0 = i_{\text{قصر}} - \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}}$$

یعنی

$$i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} \qquad \text{مسئلہ تبادلہ منبع} \tag{5.7}$$

یا

$$v_{\text{کھلا}} = i_{\text{قصر}} R_{\text{تھونن}} \qquad \text{مسئلہ تبادلہ منبع} \tag{5.8}$$

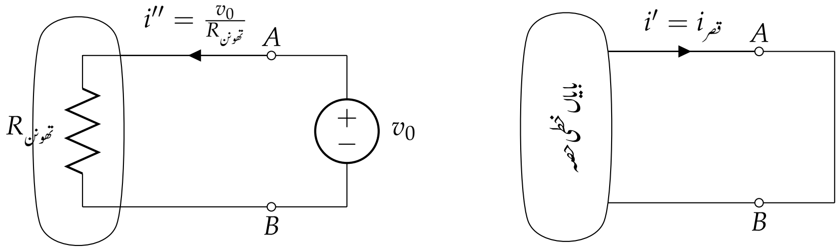
حاصل ہوتا ہے۔مساوات 5.7 کو مساوات 5.5 میں پُر کرنے سے

$$i = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} - \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}}$$

یعنی

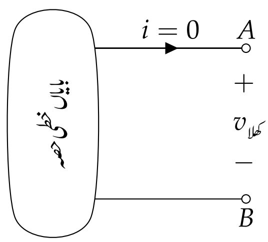
$$v_0 = v_{\text{کھلا}} - iR_{\text{تھونن}} \qquad \text{مسئلہ تھونن} \tag{5.9}$$

حاصل ہوتا ہے۔

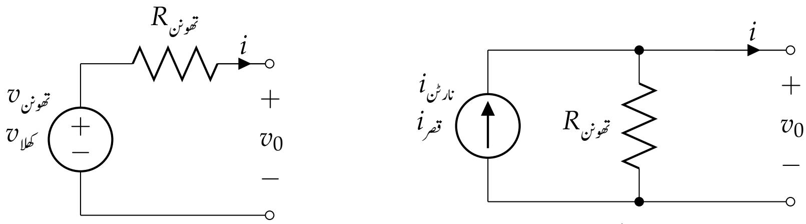


(الف) (ب)

شکل 5.19: رو کو مسئلہ نفاذ سے دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔



شکل 5.20: کھلے دور سروں پر صفر رو اور تھونن دباو پائی جاتی ہے۔



(الف) نارٹن مساوی دور۔ (ب) تھونن مساوی دور۔

شکل 5.21: تھونن اور نارٹن مساوی ادوار۔

مساوات 5.5 **مسئلہ نارٹن**[9][8] بیان کرتی ہے جسے شکل 5.21-الف میں دکھایا گیا ہے جبکہ مساوات 5.9 **مسئلہ تھونن**[11][10] بیان کرتی ہے جسے شکل 5.21-ب میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 5.7 **مسئلہ تبادلہ منبع**[12] بیان کرتی ہے۔

شکل 5.21-الف کی کرخوف مساوات دباو اور شکل 5.21-ب کے بالائی جوڑ پر کرخوف مساوات رو درج ذیل ہیں۔

$$v_0 = v_{\text{کھلا}} - iR_{\text{تھونن}}$$
$$i = i_{\text{قصر}} - \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}}$$

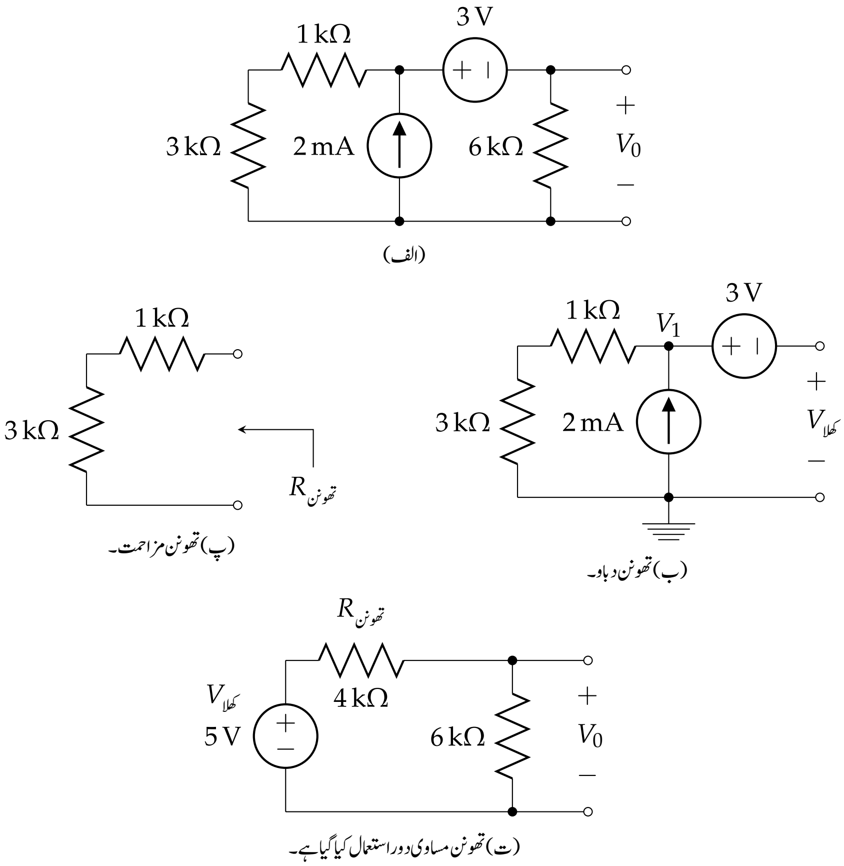
ان کا مساوات 5.5 اور مساوات 5.6 سے موازنہ کرنے سے صاف ظاہر ہے کہ شکل 5.21-الف اور شکل 5.21-ب انہیں مساوات کو ظاہر کرتے ہیں۔

یوں کسی بھی دور کو شکل 5.21-الف کا تھونن مساوی دور یا شکل 5.21-ب کا نارٹن مساوی دور ظاہر کر سکتا ہے۔ نارٹن مساوی دور میں منبع رو کو $i_{\text{نارٹن}}$ یعنی **نارٹن رو**[13] بھی پکارا جاتا ہے۔ اسی طرح تھونن مساوی دور میں منبع دباو کو $v_{\text{تھونن}}$ یعنی **تھونن دباو**[14] بھی پکارا جاتا ہے۔

مساوات 5.7 یا مساوات 5.8 یعنی مسئلہ تبادلہ منبع کی مدد سے تھونن دور سے نارٹن دور اور نارٹن دور سے تھونن دور حاصل ہوتا ہے۔

---

[8] ایڈورڈ لوری نارٹن اور ہنس فرڈیناناڈ میئر نے اس مسئلے کو علیحدہ علیحدہ 1926 میں اخذ کیا۔
[9] Norton Theorem
[10] لیوں شارلس تھونن نے 1883 میں اور ہرمن لڈوگ فرڈیناناڈ ون ہلم ہولٹز نے 1853 میں اس مسئلے کو علیحدہ علیحدہ اخذ کیا۔
[11] Thevenin Theorem
[12] Source Transformation Theorem
[13] norton current
[14] thevenin voltage



شکل 5.22: مثال 5.6 کا دور۔

آئیں ان مسئلوں کا استعمال مثالوں کو حل کرتے ہوئے دیکھیں۔

مثال 5.6: شکل 5.22-الف میں مسئلہ تھونن استعمال کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔

حل: اس دور کو حل کرنے کی خاطر ہم $6\,\mathrm{k\Omega}$ کے علاوہ بقایا دور کا تھونن مساوی دور حاصل کرتے ہیں۔ یوں $6\,\mathrm{k\Omega}$ کو بوجھ تصور کیا جائے گا۔ شکل-ب میں بوجھ کو ہٹاتے ہوئے بقایا دور دکھایا گیا ہے جس کا تھونن مساوی دور درکار ہے۔ اس

دور کے کھلے سروں پر $V_{\text{کھلا}}$ پایا جاتا ہے۔ نچلی جوڑ کو زمین تصور کرتے ہوئے بالائی جوڑ V_1 پر دباو دریافت کرتے ہیں۔ منبع رو کی پوری رو بائیں خانے میں گھڑی کی الٹ گھومتی ہے لہٰذا

$$V_1 = 2\,\text{mA}\,(3\,\text{k}\Omega + 1\,\text{k}\Omega) = 8\,\text{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں

$$V_{\text{کھلا}} = V_1 - 3\,\text{V} = 5\,\text{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ آئیں اب تھونن مزاحمت حاصل کریں۔

دور میں منبع دباو کو قصر دور اور منبع رو کو کھلے دور کرتے ہوئے شکل-پ حاصل ہوتا ہے جہاں سے

$$R_{\text{تھونن}} = 4\,\text{k}\Omega$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں شکل-ب کی جگہ اس کا مساوی تھونن دور نسب کرتے ہوئے شکل-الف کی جگہ شکل-ت حاصل ہوتا ہے جسے دیکھتے ہوئے تقسیم دباو کے کلیے سے بوجھ پر دباو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

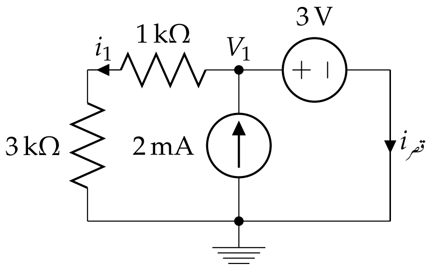
$$V_0 = 5\left(\frac{6\,\text{k}\Omega}{6\,\text{k}\Omega + 4\,\text{k}\Omega}\right) = 3\,\text{V} \tag{5.10}$$

مثال 5.7: شکل 5.22-الف میں مسئلہ نارٹن استعمال کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔

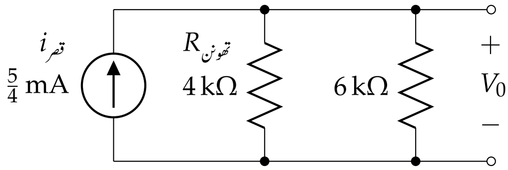
حل: گزشتہ مثال کی طرح دور کو دو ٹکڑوں میں تقسیم کیا جاتا ہے لہٰذا شکل 5.22-الف میں $6\,\text{k}\Omega$ کو بوجھ سمجھتے ہوئے بقایا دور، جسے شکل 5.22-ب میں دکھایا گیا ہے، کا نارٹن مساوی دور حاصل کیا جائے گا۔

نارٹن مساوی دور میں $R_{\text{تھونن}}$ کے ساتھ ساتھ $i_{\text{قصر}}$ بھی درکار ہے۔ تھونن مزاحمت کو گزشتہ مثال میں حاصل کیا گیا ہے لہٰذا صرف قصر دور رو معلوم کرنا باقی ہے۔ شکل 5.22-ب کو قصر دور کرتے ہوئے شکل 5.23-الف میں دکھایا گیا ہے جس سے $i_{\text{قصر}}$ حاصل کرتے ہیں۔ دور کو دیکھتے ہوئے

$$V_1 = 3\,\text{V}$$



(الف) قصر دور رو۔



(ب) نارٹن مساوی دور استعمال کیا گیا ہے

شکل 5.23: مثال 5.7 کا دور۔

اور یوں

$$i_1 = \frac{3\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{k\Omega} + 3\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{3}{4}\,\mathrm{mA}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ بالائی جوڑ V_1 پر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$i_{قصر} = 2\,\mathrm{mA} - \frac{3}{4}\,\mathrm{mA} = \frac{5}{4}\,\mathrm{mA}$$

نارٹن دور کے متغیرات استعمال کرتے ہوئے شکل 5.23-ب حاصل ہوتا ہے جہاں منبع رو کے متوازی مزاحمتوں کا مساوی

$$4\,\mathrm{k\Omega} \parallel 6\,\mathrm{k\Omega} = \frac{12}{5}\,\mathrm{k\Omega}$$

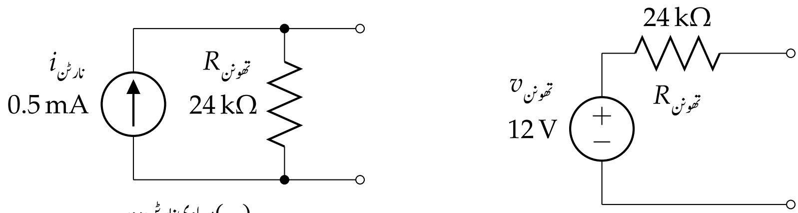
ہے جس میں $\frac{5}{4}\,\mathrm{mA}$ گزرنے سے دباو

$$V_0 = \frac{5}{4}\,\mathrm{mA} \times \frac{12}{5}\,\mathrm{k\Omega} = 3\,\mathrm{V}$$

پیدا ہو گا۔

اس مثال میں i کو مساوات 5.8 یعنی مسئلہ تبادلہ منبع سے بھی حاصل کیا جا سکتا تھا یعنی

$$i_{قصر} = \frac{v_{کھلا}}{R_{تھونن}} = \frac{5\,\mathrm{V}}{4\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{5}{4}\,\mathrm{mA}$$



(الف) تھونن دور۔

(ب) مساوی نارٹن دور۔

شکل 5.24: مثال 5.8 کا مساوی تھونن دور۔

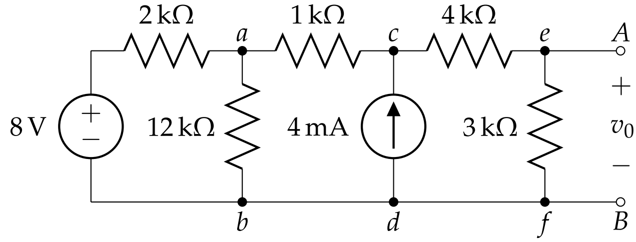
مثال 5.8: شکل 5.24-الف میں ایک دور کا مساوی تھونن دور دیا گیا ہے۔اس دور کا مساوی نارٹن دور حاصل کریں۔

حل: تھونن دور سے نارٹن دور یا نارٹن دور سے تھونن دور کے حصول میں مساوات 5.8 اہم کردار ادا کرتی ہے۔اس مساوات کی مدد سے تھونن دور کے متغیرات $v_{\text{کھلا}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ سے نارٹن دور میں استعمال ہونے والا متغیر $i_{\text{قصر}}$ حاصل کیا جا سکتا ہے۔اسی طرح اسی مساوات کی مدد سے نارٹن دور میں استعمال ہونے والے متغیرات $i_{\text{قصر}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ سے تھونن دور کا متغیر $v_{\text{کھلا}}$ حاصل کیا جا سکتا ہے۔دونوں ادوار میں $R_{\text{تھونن}}$ کی قیمت یکساں ہے۔

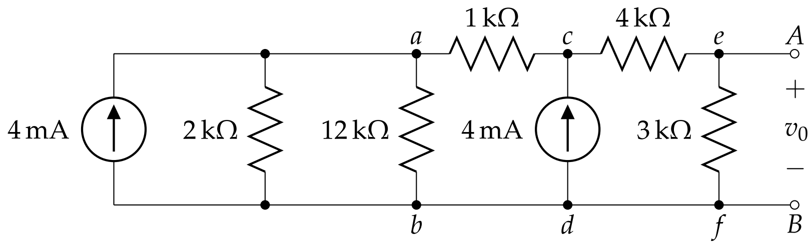
مساوات 5.8 استعمال کرتے ہوئے

$$i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} = \frac{12\,\text{V}}{24\,\text{k}\Omega} = 0.5\,\text{mA}$$

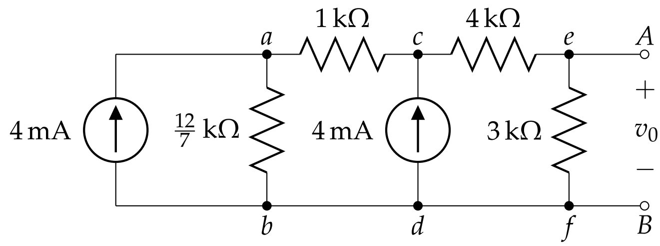
حاصل ہوتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے شکل 5.24-ب کا مساوی نارٹن دور حاصل ہوتا ہے۔



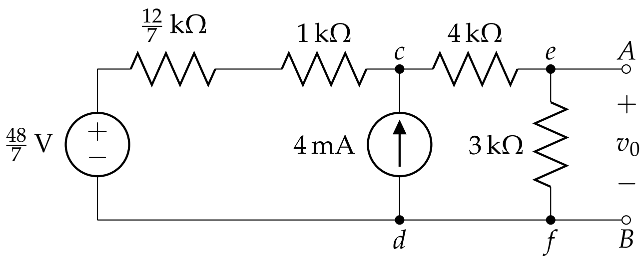
(الف)



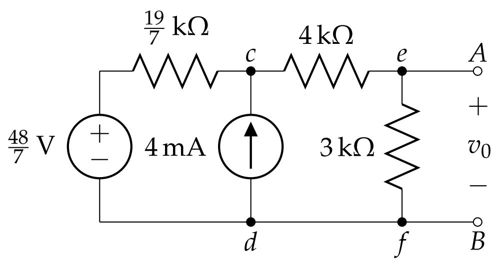
(ب)



(پ)



(ت)



(ٹ)

شکل 5.25: مثال 5.9 کا دور۔

مثال 5.9: شکل 5.25-الف میں $3\,\text{k}\Omega$ کو بوجھ تصور کریں۔ بار بار تھونن سے نارٹن اور نارٹن سے تھونن مساوی دور حاصل کرتے ہوئے بقایا دور کا تھونن مساوی حاصل کرتے ہوئے بوجھ پر دباو حاصل کریں۔

حل: شکل 5.25 کے بائیں سر سے شروع کرتے ہیں جہاں $8\,\text{V}$ اور $2\,\text{k}\Omega$ کو تھونن مساوی دور تصور کیا جا سکتا ہے۔اس دور کے سروں کو a اور b تصور کیا جا سکتا ہے۔یوں $v_{\text{تھونن}} = 8\,\text{V}$ اور $R_{\text{تھونن}} = 2\,\text{k}\Omega$ لیتے ہوئے مساوات 5.7 کی مدد سے

$$i_{\text{نارٹن}} = \frac{8\,\text{V}}{2\,\text{k}\Omega} = 4\,\text{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔نقطہ a اور b کے بائیں جانب تھونن دور کی جگہ یوں مساوی نارٹن دور نسب کیا جا سکتا ہے۔شکل-ب میں ایسا ہی کیا ہوا دکھایا گیا ہے جہاں $2\,\text{k}\Omega$ اور $12\,\text{k}\Omega$ متوازی مزاحمتوں کا مساوی $\frac{2\,\text{k}\Omega \times 12\,\text{k}\Omega}{2\,\text{k}\Omega + 12\,\text{k}\Omega} = \frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ ہو گا۔ شکل-پ میں متوازی مزاحمتوں کی جگہ $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ کو دکھایا گیا ہے۔

شکل-پ میں $4\,\text{mA}$ کو $i_{\text{نارٹن}}$ اور $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ کو $R_{\text{تھونن}}$ تصور کیا جا سکتا ہے۔ان دو اجزاء کے نارٹن دور کا مساوی تھونن دور حاصل کرنے کی خاطر مساوات 5.7 کی مدد سے

$$v_{\text{تھونن}} = i_{\text{نارٹن}} R_{\text{تھونن}} = 4\,\text{mA} \times \frac{12}{7}\,\text{k}\Omega = \frac{48}{7}\,\text{V}$$

حاصل کیا جاتا ہے۔ شکل-پ میں $4\,\text{mA}$ اور $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ کے نارٹن دور کی جگہ $\frac{48}{7}\,\text{V}$ اور $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ کا تھونن دور نسب کرنے سے شکل-ت حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ت میں سلسلہ وار جڑے $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ اور $1\,\text{k}\Omega$ کی جگہ ان کا مساوی $\frac{19}{7}\,\text{k}\Omega$ نسب کرنے سے شکل-ٹ حاصل ہوتا ہے۔

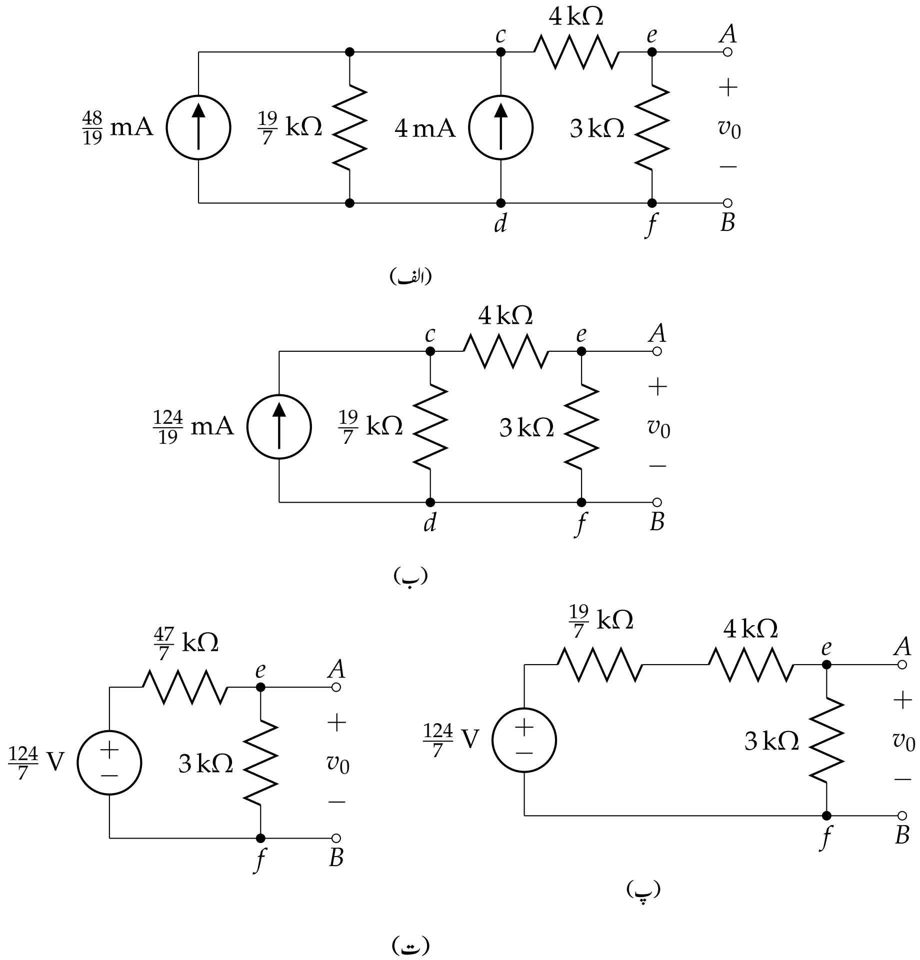
شکل-ٹ میں $\frac{19}{7}\,\text{k}\Omega$ اور $\frac{48}{7}\,\text{V}$ مل کر تھونن دور بناتے ہیں جن کی جگہ نارٹن دور نسب کرنے کی غرض سے

$$i_{\text{نارٹن}} = \frac{v_{\text{تھونن}}}{R_{\text{تھونن}}} = \frac{\frac{48}{7}\,\text{V}}{\frac{19}{7}\,\text{k}\Omega} = \frac{48}{19}\,\text{mA}$$

حاصل کرتے ہیں۔ شکل 5.26-الف میں حاصل دور دکھایا گیا ہے جہاں $\frac{48}{19}\,\text{mA}$ اور $4\,\text{mA}$ متوازی جڑے منبع ہیں جن کا مجموعہ

$$\frac{48}{19}\,\text{mA} + 4\,\text{mA} = \frac{124}{19}\,\text{mA}$$

کے برابر ہے۔ شکل 5.26-ب میں متوازی منبع کی جگہ ان کی مجموعی قیمت کا منبع نسب کیا گیا ہے۔



شکل 5.26: مثال 5.9 حل کرتے ہوئے حاصل کئے گئے ادوار۔

شکل 5.26-ب میں $\frac{124}{19}\,\mathrm{mA}$ اور $\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}$ نارٹن دور کی جگہ ان کا مساوی تھونن دور نسب کرنے سے شکل-پ حاصل ہوتا ہے جس میں $\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}$ اور $4\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں جن کا مساوی $\frac{47}{7}\,\mathrm{k\Omega}$ ہے۔ شکل 5.26-ت میں یہی مساوی مزاحمت دکھایا گیا ہے۔

شکل-ت میں $3\,\mathrm{k\Omega}$ بوجھ ہے جبکہ بقایا تھونن مساوی ہے۔ تقسیم دباو سے بوجھ پر دباو درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_0 = \frac{124}{7}\left(\frac{3\,\mathrm{k\Omega}}{3\,\mathrm{k\Omega}+\frac{47}{7}\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{93}{17}\,\mathrm{V}$$

مثال 5.10: گزشتہ مثال کا تھونن دور دوبارہ حاصل کرتے ہیں۔اس مرتبہ دور کو ایسی جگہوں پر ٹکڑے کرتے ہوئے حل کرتے ہیں کہ جواب جلد حاصل ہو۔ شکل 5.27 میں دور کو دوبارہ پیش کیا گیا ہے۔

حل: دور کو cd پر توڑ کر شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔یوں cd پر مساوی دور حاصل کیا جائے گا۔ شکل-ب میں v_{ab} اور v_{cd} برابر ہیں۔یوں

$$v_{\text{کھلا}} = v_{cd} = v_{ab} = \frac{8\times 12000}{12000+2000} = \frac{48}{7}\,\mathrm{V}$$

ہو گا اور cd سے دیکھتے ہوئے تھونن مزاحمت

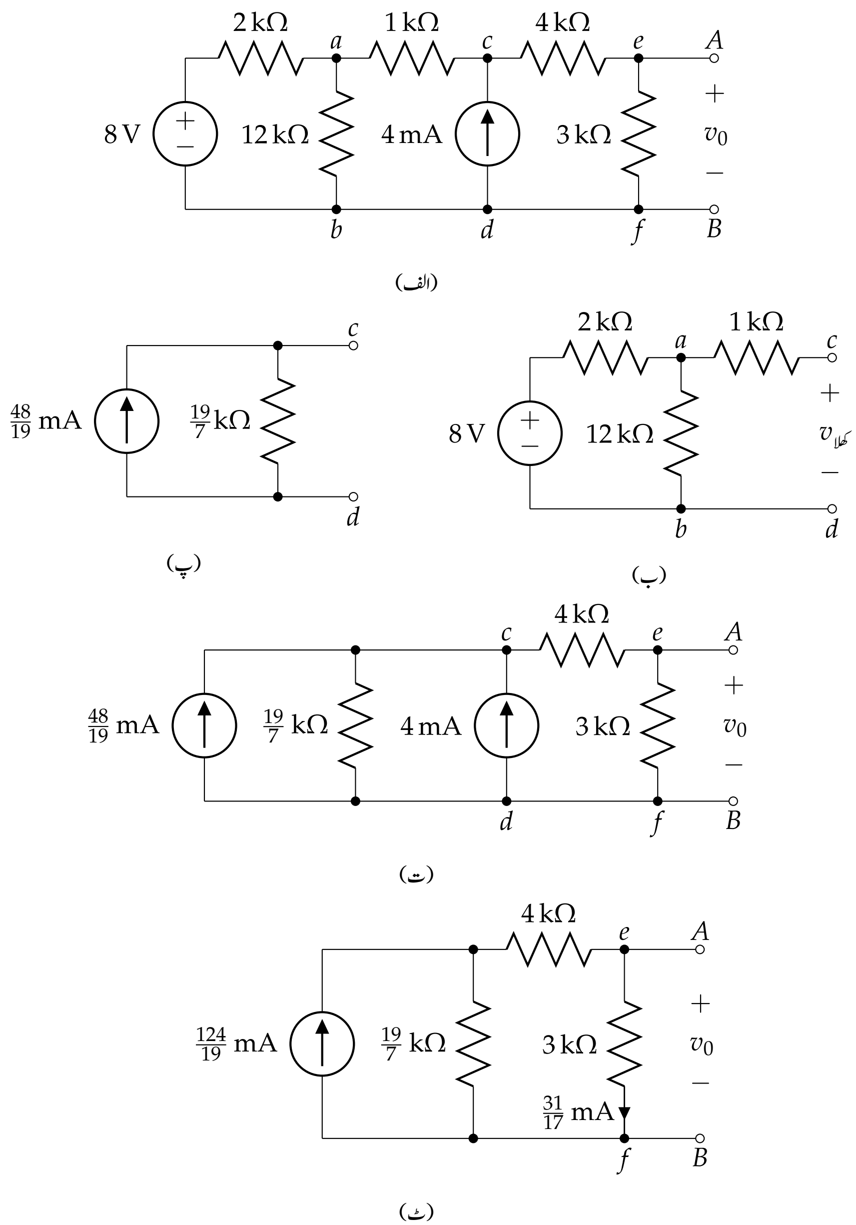
$$\frac{2000\times 12000}{2000+12000} + 1000 = \frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا۔ان قیمتوں کو استعمال کرتے ہوئے مساوات 5.7 سے

$$i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} = \frac{\frac{48}{7}}{\frac{19}{7}} = \frac{48}{19}\,\mathrm{mA}$$

ملتا ہے۔یوں شکل-ب کا مساوی نارٹن دور شکل-پ حاصل ہوتا ہے جسے شکل-الف میں cd کے بائیں جانب دور کی جگہ نسب کرنے سے شکل-ت ملتا ہے۔ شکل-ت میں دو عدد منبع رو متوازی جڑی ہیں جن کی جگہ ایک عدد

$$\frac{48}{19}\,\mathrm{mA} + 4\,\mathrm{mA} = \frac{124}{19}\,\mathrm{mA}$$



شکل 5.27: مثال 5.10 حل کرتے ہوئے حاصل کئے گئے ادوار۔

$8\,\mathrm{mA}$ کی منبع نسب کی جا سکتی ہے جس سے شکل-ٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ٹ میں سلسلہ وار جڑے $4\,\mathrm{k\Omega}$ اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ از خود $\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}$ کے متوازی ہے۔ یوں سلسلہ وار مزاحمتوں میں رو کو تقسیم رو کے کلیے سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\frac{124}{19}\,\mathrm{mA}\left(\frac{\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}}{\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}+4\,\mathrm{k\Omega}+3\,\mathrm{k\Omega}}\right)=\frac{31}{17}\,\mathrm{mA}$$

جسے شکل 5.27-ٹ میں دکھایا گیا ہے۔ تین کلو بوجھ پر دباو درج ذیل ہے۔

$$v_{\text{کھلا}}=\frac{31}{17}\,\mathrm{mA}\times 3\,\mathrm{k\Omega}=\frac{93}{17}\,\mathrm{V}$$

آخر میں مسئلہ اتنا سادہ بن چکا تھا کہ تقسیم رو اور اوہم کے قانون سے دباو حاصل کیا گیا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بوجھ پر دباو جلد حاصل ہوا لہٰذا مسئلے کو دیکھ کر فیصلہ کریں کہ کہاں سے دور کو ٹکڑے کرتے ہوئے حل کرنا ہے۔

مثال 5.11: شکل 5.28-الف میں مسئلہ نارٹن کی مدد سے V_0 حاصل کریں۔

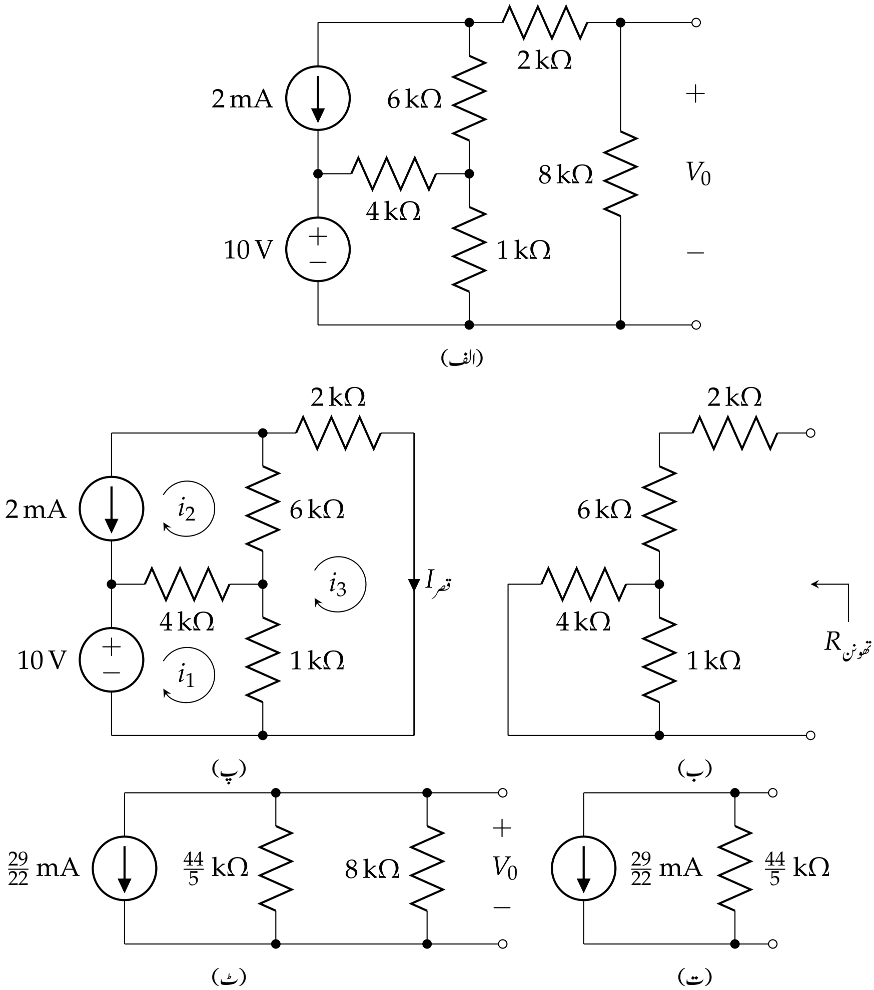
حل: آٹھ کلو اوہم کی مزاحمت کو بوجھ تصور کرتے ہوئے بقایا دور کا نارٹن مساوی حاصل کرتے ہیں۔ بوجھ کو بقایا دور سے علیحدہ کرتے ہوئے تھونن مزاحمت حاصل کرنے کی خاطر منبع رو کو کھلے دور اور منبع دباو کو قصر دور کرتے ہوئے شکل 5.28-ب حاصل ہوتا ہے۔ اس کو دیکھ کر

$$R_{\text{تھونن}}=\frac{4\,\mathrm{k\Omega}\times 1\,\mathrm{k\Omega}}{4\,\mathrm{k\Omega}+1\,\mathrm{k\Omega}}+6\,\mathrm{k\Omega}+2\,\mathrm{k\Omega}=\frac{44}{5}\,\mathrm{k\Omega}$$

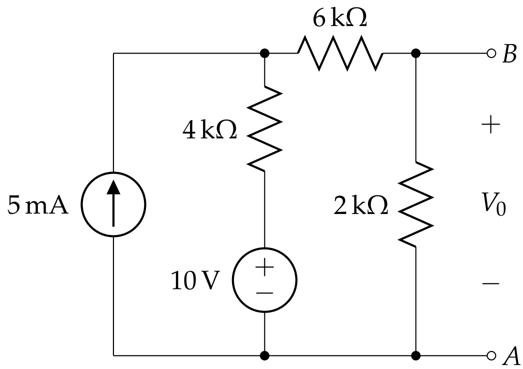
لکھا جا سکتا ہے۔

قصر دور رو یعنی نارٹن رو حاصل کرنے کی خاطر $8\,\mathrm{k\Omega}$ بوجھ کو قصر دور کرتے ہوئے شکل 5.28-پ حاصل کرتے ہیں جس سے درج ذیل مساوات لکھے جا سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}-10+(4000+1000)i_1-4000i_2-1000i_3&=0\\ i_2&=-0.002\\ -1000i_1-6000i_2+(1000+6000+2000)i_3&=0\end{aligned}$$



شکل 5.28: مثال 5.11 کا دور۔



شکل 5.29: مشق 5.7 کا دور۔

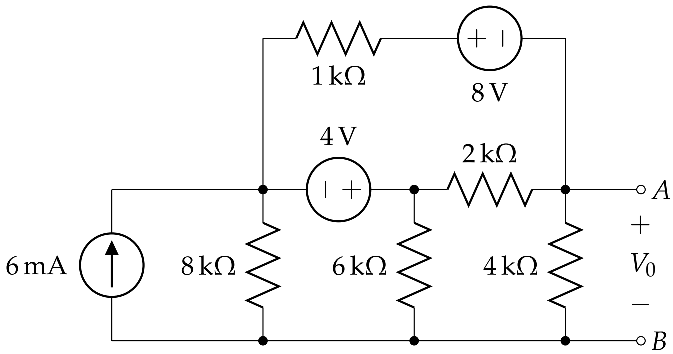
درج بالا مساوات کو حل کرنے سے

$$I_{\text{قصر}} = i_3 = -\frac{29}{22}\,\text{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔ تھونن مزاحمت اور نارٹن رو جانتے ہوئے $8\,\text{k}\Omega$ بوجھ کے علاوہ 5.28-الف کے بقایا دور کا مساوی نارٹن دور شکل 5.28-ت میں دکھایا گیا ہے جہاں نارٹن رو کی قیمت منفی ہونے کی بنا پر اسے الٹ سمت میں دکھایا گیا ہے۔ نارٹن مساوی دور کے ساتھ $8\,\text{k}\Omega$ بوجھ جوڑنے سے شکل-ٹ حاصل ہوتی ہے۔ اس شکل کو دیکھ کر درکار دباو درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$V_0 = -\frac{29}{22}\,\text{mA}\left(\frac{\frac{44}{5}\,\text{k}\Omega \times 8\,\text{k}\Omega}{\frac{44}{5}\,\text{k}\Omega + 8\,\text{k}\Omega}\right) = -\frac{116}{21}\,\text{V}$$

مشق 5.7: شکل 5.29 میں دور دکھایا گیا ہے جسے مسئلہ تھونن سے حل کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔



شکل 5.30: مشق 5.8 کا دور۔

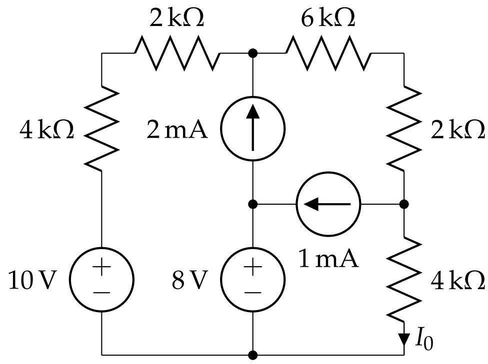
مشق 5.8: شکل 5.30 کو تھونن مساوی دور سے حل کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔

مشق 5.9: مسئلہ نارٹن کی مدد سے شکل 5.31 میں I_0 حاصل کریں۔

حل:

5.6 تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار

صرف تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کا تھونن یا نارٹن مساوی دور صرف $R_{\text{تھونن}}$ ہوتا ہے۔ایسے ادوار میں چونکہ غیر تابع منبع نہیں پایا جاتا لہٰذا یہ از خود طاقت مہیا نہیں کر سکتے اور یوں ان سے تھونن دباو اور نارٹن رو صفر حاصل ہوتی



شکل 5.31: مشق 5.9 کا دور۔

ہیں۔ تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کا تھونن مزاحمت حاصل کرتے ہوئے اندرونی تابع منبع دباو کو قصر دور اور اندرونی تابع منبع رو کو کھلے دور نہیں کیا جاتا۔ ان ادوار کے برقی سروں پر پیمائشی دباو v_p مہیا کرتے ہوئے انہیں سروں پر رو i_p حاصل کی جاتی ہے۔ مزاحمت کی تعریف سے تھونن مزاحمت درج ذیل لکھی جاتی ہے۔

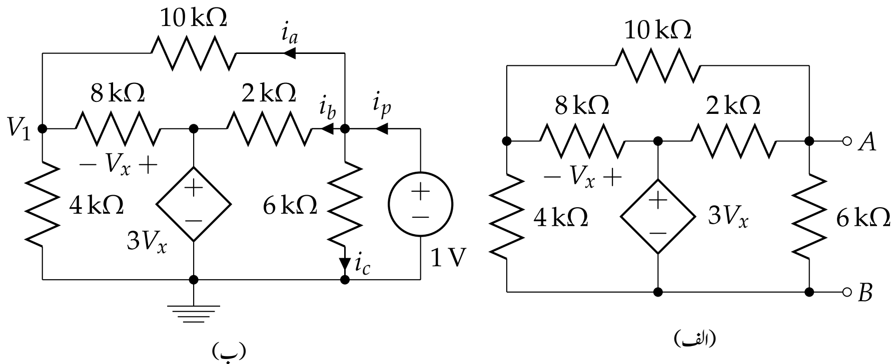
$$R_{\text{تھونن}} = \frac{v_p}{i_p} \tag{5.11}$$

آئیں چند مثال دیکھیں۔

مثال 5.12: شکل 5.32-الف میں تابع منبع دباو پایا جاتا ہے۔ اس دور کا مساوی تھونن دور حاصل کریں۔

حل: شکل 5.32-ب میں برقی سروں AB پر پیمائشی دباو لاگو کرتے ہوئے i_p حاصل کرتے ہیں۔ پیمائشی دباو کی قیمت کچھ بھی چنی جا سکتی ہے۔ ہم نے $v_p = 1\,\text{V}$ چنا ہے۔ نچلی جوڑ کو زمین چنتے ہوئے درج ذیل مساوات لکھے جا سکتے ہیں

$$\frac{V_1}{4\,\text{k}\Omega} + \frac{V_1 - 3V_x}{8\,\text{k}\Omega} + \frac{V_1 - 1}{10\,\text{k}\Omega} = 0$$
$$V_x = 3V_x - V_1$$



شکل 5.32: مثال 5.12 کا دور۔

جن سے

$$
\begin{aligned}
V_1 &= \frac{8}{23}\,\text{V} \\
V_x &= \frac{4}{23}\,\text{V}
\end{aligned}
$$

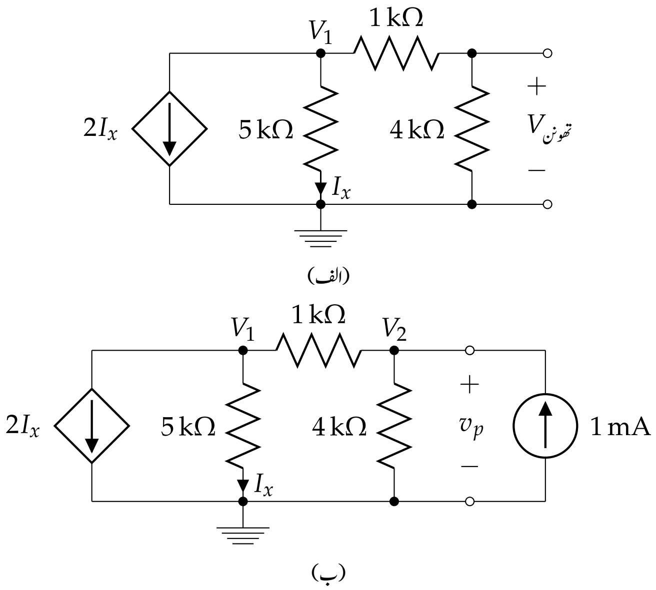
حاصل ہوتے ہیں لہٰذا دور کو دیکھتے ہوئے کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_p &= i_a + i_b + i_c \\
&= \frac{1-\frac{8}{23}}{10000} + \frac{1-3\times\frac{4}{23}}{2000} + \frac{1}{6000} \\
&= \frac{65}{138}\,\text{mA}
\end{aligned}
$$

تھونن مزاحمت درج ذیل ہو گا۔

$$
R_{\text{تھونن}} = \frac{v_p}{i_p} = \frac{138}{65}\,\text{k}\Omega
$$

مثال 5.13: شکل 5.33-الف کا مساوی تھونن دور حاصل کریں۔



شکل 5.33: مثال 5.13 کا دور۔

حل: اس دور میں صرف تابع منبع پایا جاتا ہے اور ہم توقع کرتے ہیں کہ نارٹن رو یا تھونن دباو صفر حاصل ہو گا۔ آئیں دیکھیں کہ آیا ہماری توقع درست ہے۔ شکل 5.33-الف میں نچلے جوڑ کو زمین تصور کرتے ہوئے جوڑ V_1 پر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$2I_x + \frac{V_1}{5000} + \frac{V_1}{1000+4000} = 0$$

جس میں

$$I_x = \frac{V_1}{5000}$$

پُر کرنے سے

$$\frac{2V_1}{5000} + \frac{V_1}{5000} + \frac{V_1}{1000+4000} = 0$$

یعنی

$$V_1 = 0\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ تقسیم دباو کے کلیے سے

$$V_{\text{تھونن}} = \left(\frac{1000}{1000+4000}\right) V_1 = 0\,\text{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ چونکہ تھونن دباو صفر ہے لہٰذا مسئلہ تبادلہ منبع کے تحت نارٹن رو بھی صفر ہو گی۔

دور کی تھونن مزاحمت حاصل کرنے کی خاطر برقی سروں پر بیرونی منبع نسب کرنا ہو گا۔ شکل 5.33-ب میں برقی سروں پر $i_p = 1\,\text{mA}$ کا پیمائشی رو نسب کیا گیا ہے۔ برقی سروں پر پیمائشی دباو v_p جانتے ہوئے تھونن مزاحمت حاصل کی جا سکتی ہے۔

شکل 5.33-ب کے بالائی دو جوڑ پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
2I_x + \frac{V_1}{5000} + \frac{V_1 - V_2}{1000} &= 0\\
\frac{V_2 - V_1}{1000} + \frac{V_2}{4000} - 0.001 &= 0
\end{aligned}$$

ان میں $I_x = \frac{V_1}{5000}$ پُر کرتے اور ترتیب دیتے ہوئے دوبارہ لکھتے ہیں

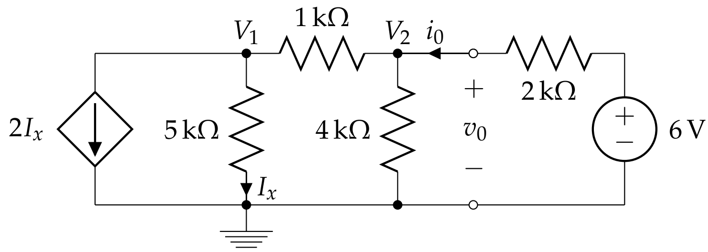
$$\begin{aligned}
8V_1 - 5V_2 &= 0\\
4V_1 - 5V_2 &= -4
\end{aligned}$$

جس سے $V_2 = \frac{8}{5}\,\text{V}$ حاصل ہوتا ہے لہٰذا

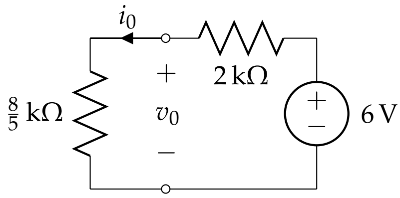
$$v_p = \frac{8}{5}\,\text{V}$$

ہو گا۔ یوں تھونن مزاحمت درج ذیل ہو گی۔

$$R_{\text{تھونن}} = \frac{v_p}{i_p} = \frac{8}{5}\,\text{k}\Omega$$



(الف)



(ب)

شکل 5.34: مثال 5.14 کا دور۔

مثال 5.14: گزشتہ مثال کے دور کو سلسلہ وار جڑے بیرونی منبع اور مزاحمت سے طاقت مہیا کی جاتی ہے۔ شکل 5.34 میں اسے دکھایا گیا ہے۔ برقی سروں پر دباو v_0 اور رو i_0 حاصل کریں۔ اب گزشتہ مثال کے دور کی جگہ اس کا مساوی تھونن دور نسب کرتے ہوئے دوبارہ حل کریں۔

حل: بالائی جوڑوں پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں

$$\begin{aligned}
2I_x + \frac{V_1}{5000} + \frac{V_1 - V_2}{1000} &= 0 \\
\frac{V_2 - V_1}{1000} + \frac{V_2}{4000} + \frac{V_2 - 6}{2000} &= 0
\end{aligned}$$

جن میں $I_x = \frac{V_1}{5000}$ پر کرتے ہوئے اور ترتیب دیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}
8V_1 - 5V_2 &= 0 \\
-4V_1 + 7V_2 &= 12
\end{aligned}$$

انہیں حل کرتے ہوئے

$$V_1 = \frac{5}{3}\,\mathrm{V}$$
$$V_2 = \frac{8}{3}\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتے ہیں لہٰذا

$$v_0 = V_2 = \frac{8}{3}\,\mathrm{V}$$
$$i_0 = \frac{6-\frac{8}{3}}{2000} = \frac{5}{3}\,\mathrm{mA}$$

ہوں گے۔

آئیں اب تھونن مساوی دور کی مدد سے اسی کو دوبارہ حل کریں۔ گزشتہ مثال میں $0\,\mathrm{V} = v_{\text{تھونن}}$ اور $R_{\text{تھونن}} = \frac{8}{5}\,\mathrm{k\Omega}$ حاصل کئے گئے۔ تھونن مساوی دور استعمال کرتے ہوئے شکل 5.34-ب حاصل ہوتا ہے جہاں قانون اوہم کی مدد سے

$$i_0 = \frac{6\,\mathrm{V}}{\frac{8}{5}\,\mathrm{k\Omega} + 2\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{5}{3}\,\mathrm{mA}$$

اور تقسیم دباو کے کلیے سے

$$v_0 = 6\left(\frac{\frac{8}{5}\,\mathrm{k\Omega}}{\frac{8}{5}\,\mathrm{k\Omega} + 2\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{8}{3}\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بیرونی برقی سروں پر اصل دور اور تھونن مساوی دور بالکل یکساں دکھائی دیتے ہیں۔ آپ نے یہ بھی دیکھ لیا ہو گا کہ تھونن دور استعمال کرتے ہوئے جوابات نہایت آسانی سے حاصل ہوتے ہیں۔
