

برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامپیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

| | | |
|----|---|-----|
| 1 | بنیاد | 1 |
| 1 | برقی بار، برقی رو اور برقی دباؤ | 1.1 |
| 5 | قانون اوہم | 1.2 |
| 6 | توانائی اور طاقت | 1.3 |
| 11 | برقی پوزے | 1.4 |
| 11 | 1.4.1 غیر تابع منبع | |
| 13 | 1.4.2 تابع منبع | |
| 21 | مزاحمتی ادوار | 2 |
| 21 | 2.1 قانون اوہم | |
| 27 | 2.2 قوانین کرجاف | |
| 39 | 2.3 سلسلہ وار جڑے پوزوں میں رو | |
| 40 | 2.4 تقسیم دباؤ | |
| 42 | 2.5 متعدد سلسلہ وار مزاحمت | |
| 45 | 2.6 سلسلہ وار متعدد منبع دباؤ اور مزاحمت | |
| 46 | 2.7 متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے | |
| 47 | 2.8 تقسیم رو | |
| 53 | 2.9 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت | |
| 57 | 2.10 تخصیص مزاحمت | |
| 59 | 2.11 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل | |
| 65 | 2.12 ستارہ-تکون تبادلہ | |
| 70 | 2.13 تابع منبع استعمال کرتے ادوار | |

باب 1

بنیاد

اس کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی¹ استعمال کی گئی ہے جس کے چند بنیادی اکائیاں کلوگرام (kg)، میٹر (m)، سیکنڈ (s) اور کیلون (K) ہیں۔ ان اکائیوں کے ساتھ عموماً شکل 1.1 میں دکھائے گئے ضریبے استعمال کئے جاتے ہیں جن سے آپ بخوبی واقف ہیں۔

1.1 برقی بار، برقی رو اور برقی دباؤ

اس کتاب میں برقی بار² اور برقی رو³ کلیدی کردار ادا کریں گے۔ برقی بار کی اصطلاح کو چھوٹا کر کے صرف برق یا صرف بار کی اصطلاح استعمال کی جائے گی جبکہ برقی رو کی اصطلاح کو چھوٹا کر کے دو کی اصطلاح استعمال کی جائے گی۔ برقی بار کے حرکت کو برقی رو کہتے ہیں۔ چونکہ بار کی حرکت سے توانائی ایک مقام سے دوسرے مقام منتقل ہوتی ہے لہذا ہماری دلچسپی کا مرکز برقی رو ہوگی۔

موصل تار کی مدد سے برقی پرزہ جات کو مختلف انداز میں آپس میں جوڑنے سے برقی دور⁴ حاصل ہوتا ہے۔ جیسے پائپ سے پانی کو ایک مقام سے دوسرے مقام تک منتقل کیا جاتا ہے، بالکل اسی طرح برقی دور میں ایک نقطے سے دوسرے نقطے تک بار موصل تار کے ذریعہ پہنچایا جاتا ہے۔ یوں اگر پانی کو بار تصور کیا جائے تو حرکت کرتے پانی کو برقی رو تصور کیا جائے گا جبکہ موصل تار کو پائپ تصور کیا جائے گا۔ برقی ادوار سمجھنے میں یہ مشابہت مددگار ثابت ہوتی ہے۔

کسی بھی نقطے پر برقی رو سے مراد اس نقطے سے فی سیکنڈ گزرتا بار ہے۔ رو اور بار کے تعلق کو تفرقی⁵ صورت میں یوں

$$(1.1) \quad i = \frac{dq}{dt}$$

SI system¹
electric charge²
electric current³
electric circuit⁴
differential form⁵

| | | | | | | | | |
|-------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 10 ⁻¹² | 10 ⁻⁹ | 10 ⁻⁶ | 10 ⁻³ | 10 ⁰ | 10 ³ | 10 ⁶ | 10 ⁹ | 10 ¹² |
| p | n | μ | m | | k | M | G | T |
| pico | nano | micro | milli | | kilo | mega | giga | tera |
| پیکو | نینو | مائیکرو | میلی | | کلو | میگا | گیگا | ٹیرا |

شکل 1.1: بین الاقوامی نظام اکائی کے ضریبے۔



شکل 1.2: برقی رو کو بیان کرنے کے درست طریقے۔

اور تکملہ صورت⁶ میں یوں

$$(1.2) \quad q = \int_{-\infty}^t i \, dt$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں برقی بار کو q سے ظاہر کیا گیا ہے اور برقی رو کو i سے ظاہر کیا گیا ہے۔ بدلتے متغیرات کو انگریزی کے چھوٹے حروف تہجی مثلاً i یا q سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ غیر متغیر مقدار کو انگریزی کے بڑے حروف تہجی سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں غیر متغیر رو کو I اور غیر متغیر بار کو Q سے ظاہر کیا جائے گا۔

بار کی اکائی کو کولمب⁷ کہتے ہیں جسے C کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ رو کی اکائی کو ایمپیئر⁸ کہتے ہیں۔ ایمپیئر کی علامت A ہے۔ اگر تار سے ایک سیکنڈ دورانے میں ایک کولمب کا بار گزر رہا ہو تب تار میں ایک ایمپیئر کی برقی رو پائی جائے گی۔

روایتی طور پر یہ تصور کیا جاتا تھا کہ مثبت بار کے حرکت سے برقی رو پیدا ہوتی ہے۔ اب ہم جانتے ہیں کہ حقیقت میں موصل تار میں مثبت ایٹم ساکن ہوتے ہیں اور آزاد منفی الیکٹران کے حرکت سے رو پیدا ہوتی ہے۔ اس حقیقت کے باوجود، تصور کیا جاتا ہے کہ مثبت بار کی حرکت برقی رو کو جنم دیتی ہے۔ شکل۔ الف میں فی سیکنڈ $3C$ کا بار بائیں سے دائیں جانب منتقل ہو رہا ہے جبکہ شکل۔ ب میں فی سیکنڈ $2C$ کا بار دائیں سے بائیں جانب منتقل ہو رہا ہے۔ یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ برقی رو کی مقدار اور سمت دونوں بیان کرنا ضروری ہیں۔

غیر متغیر برقی رو کو یک سمتی⁹ کہتے ہیں۔ یک سمتی رو کی مقدار وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی۔ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتی برقی رو کو بدلتی رو¹⁰ کہتے ہیں۔ ان دونوں کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ موبائل کی بیٹری یک سمتی رو پیدا کرتی ہے جبکہ گھریلو پنکھا بدلتی رو سے چلتا ہے۔

شکل 1.2-الف میں دور-ت اور دور ٹ کو دو تاروں سے آپس میں جوڑا گیا ہے۔ بالائی تار میں دور ت سے دور ٹ کی جانب تین ایمپیئر کی رو پائی جاتی ہے۔ اس تار پر تیر کا نشان رو کی سمت کو ظاہر کرتا ہے جبکہ تار کے نیچے $3A$ لکھ کر رو کی مقدار بیان کی گئی ہے۔ اب تصور کریں کہ تار پر تیر کا نشان نہیں دیا گیا ہے۔ ایسی صورت میں برقی رو I کو یا تو دور ت سے دور ٹ کی جانب تصور کیا جاسکتا ہے اور یا دور ٹ سے دور ت کی جانب۔ پہلی صورت کو شکل۔ الف میں دکھایا گیا ہے جہاں تار سے ہٹ کر دور ت سے دور ٹ کی جانب تیر سے رو I کو دکھایا گیا ہے۔ چونکہ اصل رو اسی سمت میں ہے لہذا $I = 3A$ لکھا جائے گا۔ دوسری صورت کو شکل۔ ب میں دکھایا گیا ہے جہاں دور ٹ سے دور ت کی جانب تیر کھینچا گیا ہے۔ یوں شکل۔ ب میں برقی رو کی سمت دور ٹ سے دور ت کی جانب لی گئی ہے۔ چونکہ اصل رو کی سمت تصور کردہ سمت کے الٹ ہے لہذا یہاں $I = -3A$ لکھا جائے گا۔ شکل۔ الف اور شکل۔ ب میں دکھائے گئے دونوں طریقے درست ہیں۔

شکل 1.3-الف میں 5Ω کی مزاحمت میں $4A$ کی رو پائی جاتی ہے۔ اس مزاحمت کے دونوں سرے مزید پرزہ جات سے جڑے ہیں جنہیں شکل میں نہیں دکھایا گیا ہے۔ شکل۔ ب تا شکل۔ ٹ میں مزاحمت پر دباؤ اور مزاحمت میں رو کو مختلف طریقوں سے لکھا گیا ہے۔ کسی بھی دو متغیرات کو کل چار انداز

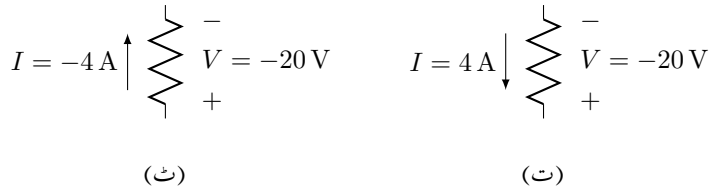
integral form⁶

Coulomb⁷

Ampere⁸

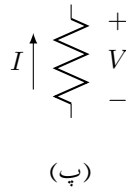
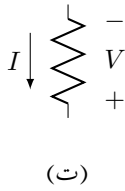
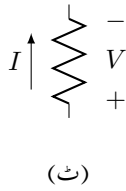
direct current, DC⁹

alternating current, AC¹⁰

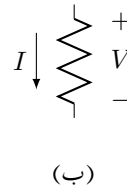


شکل 1.3: مزاحمت کی رو اور دباؤ لکھنے کے چار ممکنہ طریقے۔

انفعالی سمت



انفعالی سمت



شکل 1.4: انفعالی سمت کے ترکیب کی پہچان۔



شکل 1.5: برقی دباؤ میں نقطہ حوالہ کی اہمیت۔

میں لکھا جاسکتا ہے۔ یہی دو عدد متغیرات یعنی دباؤ اور رو کے لئے بھی درست ہے لہذا انہیں لکھنے کے کل چار طریقے ہیں۔ شکل 1.4 میں برقی دباؤ اور برقی رو کے مقدار لکھے بغیر یہی چار طریقے دوبارہ دکھائے گئے ہیں۔ ان میں شکل-ب اور شکل-ٹ کے طرز کو انفعالی سمت کی ترکیب¹¹ کہتے ہیں۔ انفعالی سمت کی ترکیب میں دباؤ V اور رو I کی سمتیں یوں چننی جاتی ہیں کہ برقی پرزے میں رو مثبت سرے سے داخل ہوتی ہے۔ یوں شکل-ب میں مزاحمت کے بالائی سرے کو دباؤ کا مثبت سرا چنا گیا ہے لہذا انفعالی سمت کی ترکیب میں اسی سرے پر مزاحمت میں ہوگی۔ اسی طرح شکل-ٹ میں مزاحمت کا نچلا سرا دباؤ کا مثبت سر ہے لہذا انفعالی سمت کی ترکیب میں اسی سر پر مزاحمت میں رو داخل ہوگی۔ یاد رہے کہ انفعالی سمت کی ترکیب میں اصل برقی رو اور برقی دباؤ کی درست سمتوں کا کوئی کردار نہیں۔ قانونِ اوہم¹² اور طاقت کے حساب میں انفعالی سمت کی ترکیب استعمال کیا جاتا ہے۔

انفعالی سمت کی ترکیب میں برقی پرزے پر دباؤ کی سمت چننے کے بعد رو کی سمت یوں چننی جاتی ہے کہ چنے گئے دباؤ کے مثبت سر سے پرزے میں رو داخل ہو۔

عام زندگی میں اونچائی کو زمین سے ناپا جاتا ہے جہاں زمین کی اونچائی صفر کے برابر لی جاتی ہے۔ یوں اونچائی کے ناپ میں زمین کو نقطہ حوالہ¹³ لیا جاتا ہے۔ شکل 1.5-الف میں سات منزلہ عمارت دکھائی گئی ہے۔ اگر زمین نقطہ ت پر ہو تب نقطہ ن مثبت تین پڑھا جاسکتا ہے۔ اس کے برعکس اگر زمین نقطہ ٹ پر ہو تب نقطہ ن زمین یعنی صفر پر ہے جبکہ زمین نقطہ ٹ پر ہونے کی صورت میں نقطہ ن منفی چار پر ہوگا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ نقطہ ن کی حتمی اونچائی کوئی معنی نہیں رکھتی۔ اونچائی صرف اس صورت میں معنی خیز ہوتی ہے جب نقطہ حوالہ بھی بیان کیا جائے۔ برقی دباؤ بھی بالکل اونچائی کی طرح ناپی جاتی ہے۔ یوں شکل 1.5-ب میں نقطہ ت کے حوالے سے نقطہ ٹ مثبت دو وولٹ $2V$ پر ہے جبکہ نقطہ ٹ کے حوالے سے نقطہ ٹ منفی پانچ وولٹ $-5V$ پر ہے۔ اسی طرح نقطہ ٹ کے حوالے سے نقطہ ت $-2V$ پر اور نقطہ ٹ $5V$ پر ہیں۔ نقطہ ت کے حوالے سے نقطہ ٹ $7V$ پر ہے جبکہ نقطہ ٹ کے حوالے سے نقطہ ت $-7V$ پر ہے۔ یاد رہے کہ نقطہ حوالہ کی برقی دباؤ صفر تصور کی جاتی ہے۔

برقی دباؤ کی قیمت بھی بیان کرتے ہوئے ضروری ہے کہ نقطہ حوالہ بیان کیا جائے۔ برقی دور میں دباؤ کی نشاندہی کرتے ہوئے نقطہ حوالہ کو منفی کی علامت $(-)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ مطلوبہ نقطے کو مثبت علامت $(+)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ شکل 1.6-الف میں یوں نچلی تار نقطہ حوالہ ہے۔ یوں اگر $V_1 = 4V$ ہو تب نچلی تار کی نسبت سے بالائی تار مثبت چار وولٹ پر ہوگا۔ اسی طرح $V_1 = -7V$ کی صورت میں نچلی تار کی نسبت سے بالائی تار منفی سات وولٹ پر ہوگا جس کا مطلب ہے کہ بالائی تار کو حوالہ لیتے ہوئے نچلی تار کی برقی دباؤ مثبت سات وولٹ ہوگی۔ شکل 1.6-ب میں نچلی تار کو a نام دیا گیا ہے جبکہ بالائی تار کو b کہا گیا ہے۔ اس صورت میں نچلی تار کے حوالے سے بالائی تار کی دباؤ کو V_{ba} لکھا جاتا ہے۔ یوں اگر V_{ba} کی قیمت منفی ہو تب بالائی تار کے حوالے سے نچلی تار پر مثبت دباؤ ہوگا۔ برقی دور میں عموماً کسی ایک نقطے کو برقی زمین¹⁴ چنا جاتا ہے۔ یوں مختلف مقامات کے دباؤ بیان کرتے ہوئے ہر مرتبہ برقی زمین کی نشاندہی کرنا ضروری نہیں ہوتا۔ شکل 1.6-پ میں برقی زمین کی علامت استعمال کی گئی ہے۔ برقی زمین کی برقی دباؤ صفر کے برابر لی جاتی ہے۔ جب کسی نقطے کی دباؤ کو برقی زمین کی نسبت سے ناپا جائے تب نقطہ حوالے کا ذکر کرنا ضروری نہیں ہوتا۔ یوں اس شکل میں

passive sign convention¹¹

Ohm's law¹²

reference¹³

electrical ground¹⁴



شکل 1.6: برقی دباؤ کا اظہار۔

بالائی تار کی برقی دباؤ $V_b = 10\text{ V}$ لکھی جاسکتی ہے جہاں زیر نوشت میں نقطہ حوالہ کا ذکر نہیں کیا گیا۔ شکل-پ میں اب بھی $V_{ba} = 10\text{ V}$ یا $V_{ab} = -10\text{ V}$ لکھا جاسکتا ہے۔

1.2 قانونِ اوہم

قانونِ اوہم¹⁵ سے آپ بخوبی واقف ہیں

$$(1.3) \quad V = IR$$

جو مزاحمت کی برقی رو اور مزاحمت کی برقی دباؤ کا تعلق بیان کرتا ہے۔ اس قانون¹⁶ کے استعمال میں دباؤ V اور رو I کو انفعالی سمت کی ترکیب سے چننا جاتا ہے۔ شکل 1.7 میں ایک عدد مزاحمت اور دو عدد منبع دباؤ کا دور دکھایا گیا ہے۔ برقی زمین کے حوالے سے مزاحمت کے بائیں سرے پر 5 V اور دائیں سرے پر 9 V دباؤ پایا جاتا ہے۔ قانونِ اوہم میں مزاحمت کے دو سروں کے مابین برقی دباؤ استعمال کیا جاتا ہے۔ یوں مزاحمت کے ایک سرے کو حوالہ لیتے ہوئے مزاحمت کے دوسرے سرے پر برقی دباؤ لی جاتی ہے۔ شکل-الف میں مزاحمت کا بائیں سرے بطور حوالہ چننا گیا ہے جبکہ مزاحمت کے دائیں سرے پر برقی دباؤ استعمال کی جائے گی۔ یہ حقیقت مزاحمت کے قریب V_R کے بائیں جانب $(-)$ کی علامت اور دائیں جانب $(+)$ کی علامت سے ظاہر کی جاتی ہے۔ یوں انفعالی سمت کی ترکیب کے تحت برقی رو کی سمت دائیں سے بائیں جانب چنی جائے گی۔ شکل-الف میں یوں

$$V_R = 9 - 5 = 4\text{ V}$$

ہو گا جسے اوہم کے قانون میں استعمال کرتے ہوئے

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{4}{8} = 0.5\text{ A}$$

حاصل ہوتا ہے۔ حاصل برقی رو کی قیمت مثبت مقدار ہے جس کا مطلب ہے کہ رو کی سمت وہی ہے جو شکل-الف میں چنی گئی ہے۔

شکل 1.7-ب میں مزاحمت کا دائیں سرے بطور نقطہ حوالہ چننا گیا ہے۔ یوں V_R کے دائیں جانب $(-)$ کی علامت لگائی گئی ہے۔ انفعالی سمت کی ترکیب کے تحت رو کی سمت بائیں سے دائیں کو چنی گئی ہے۔ یہاں

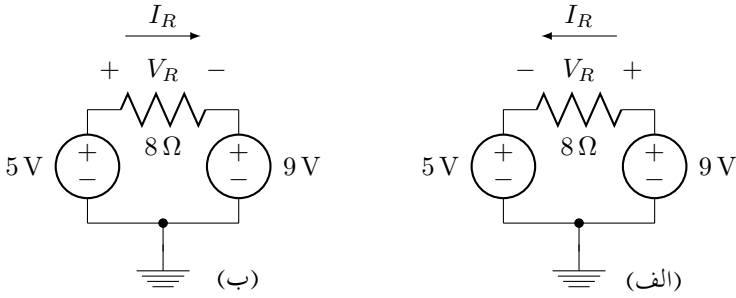
$$V_R = 5 - 9 = -4\text{ V}$$

کے برابر ہے جسے اوہم کے قانون میں استعمال کرتے ہوئے

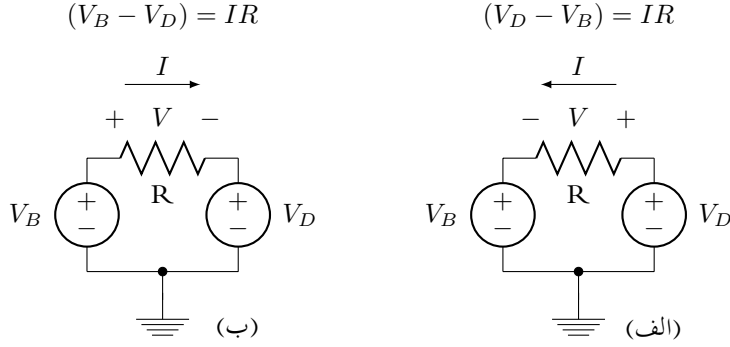
$$I_R = \frac{-4}{8} = -0.5\text{ A}$$

¹⁵ Ohm's law

¹⁶ یہ قانون جرمنی کے جارج سائمن اوہم نے پیش کیا۔



شکل 1.7: قانون اوہم اور انفعالی سمت کی ترکیب۔



شکل 1.8: قانون اوہم کا صحیح استعمال۔

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں V_R کی قیمت منفی حاصل ہوئی جس کا مطلب ہے کہ حقیقت میں مزاحمت پر برقی دباؤ چھنی گئی سمت کے الٹ ہے۔ اسی طرح رو I_R کی قیمت بھی منفی حاصل ہوئی ہے جس کا مطلب ہے کہ حقیقت میں رو چھنی گئی سمت کے الٹ ہے یعنی برقی رو حقیقت میں دائیں سے بائیں جانب کو ہے۔

شکل 1.8 میں قانون اوہم کا صحیح استعمال دکھایا گیا ہے۔

1.3 توانائی اور طاقت

ثقلی میدان¹⁷ میں میکائی بار m پر قوت $F = mg$ عمل کرتا ہے جہاں $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ کے برابر ہے۔ یوں ثقلی میدان کے مخالف m کو h بلندی تک پہنچانے کی خاطر $w = Fh = mgh$ توانائی درکار ہے۔ بالکل اسی طرح برقی میدان¹⁸ E میں برقی بار q پر قوت عمل $F = qE$ کرتا ہے اور برقی میدان کے مخالف h فاصلے تک بار کو منتقل کرنے کی خاطر

$$(1.4) \quad w = qEh$$

توانائی درکار ہے۔ برقی میدان میں ابتدائی نقطے سے اختتامی نقطے تک اکائی برقی بار منتقل کرنے کے لئے درکار توانائی کو ابتدائی نقطے کے حوالے سے اختتامی نقطے کی برقی دباؤ کہا جاتا ہے۔

مثال 1.1: برقی میدان $E = 600 \frac{V}{m}$ میں $0.2 C$ بار قوت کے مخالف $12 mm$ فاصلہ دور منتقل کیا جاتا ہے۔ درکار توانائی حاصل کریں۔ ابتدائی نقطہ i اور اختتامی نقطہ k کے مابین برقی دباؤ حاصل کریں۔

حل: درکار توانائی

$$w = 0.2 \times 600 \times 0.012 = 1.44 J$$

کے برابر ہے جبکہ برقی دباؤ

$$V_{ki} = \frac{1.44}{0.2} = 7.2 V$$

کے برابر ہے۔

مساوات 1.4 کی تفرقی صورت

$$dw = Eh dq$$

لکھی جاسکتی ہے جو چھوٹی برقی بار dq کو منتقل کرنے کے لئے درکار توانائی dw دیتی ہے۔ یوں اکائی بار کو منتقل کرنے کی خاطر $\frac{dw}{dq}$ توانائی درکار ہو گی جسے برقی دباؤ v کہتے ہیں یعنی

$$v = \frac{dw}{dq} \quad (1.5)$$

لکھی جاسکتی ہے۔

مساوات 1.5 کو مساوات 1.1 سے ضرب دینے سے

$$v \times i = \frac{dw}{dq} \times \frac{dq}{dt} = \frac{dw}{dt} = p \quad (1.6)$$

حاصل ہوتا ہے جو طاقت p ¹⁹ کو ظاہر کرتا ہے۔ فی سیکنڈ درکار توانائی کو طاقت کہتے ہیں۔ طاقت کی اکائی واٹ W ²⁰ ہے۔ مندرجہ بالا مساوات کی مکمل صورت درج ذیل ہے۔

$$w = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{t_1}^{t_2} vi dt \quad (1.7)$$

آئیں ان معلومات کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 1.9 پر غور کریں جہاں $10 V$ کی منبع برقی دباؤ 21 کے ساتھ 5Ω کی برقی مزاحمت²² جوڑی گئی ہے۔ اس دور میں برقی رو کو منبع پیدا کرتی ہے لہذا منبع کو فعال پرزہ²³ جبکہ مزاحمت کو انفعال پرزہ²⁴ کہا جاتا ہے۔ انفعالی سمت کی ترکیب کا نام اسی حقیقت سے نکلا ہے کہ اس ترکیب کے استعمال سے انفعالی پرزہ جات پر مثبت طاقت حاصل ہوتا ہے۔

power¹⁹

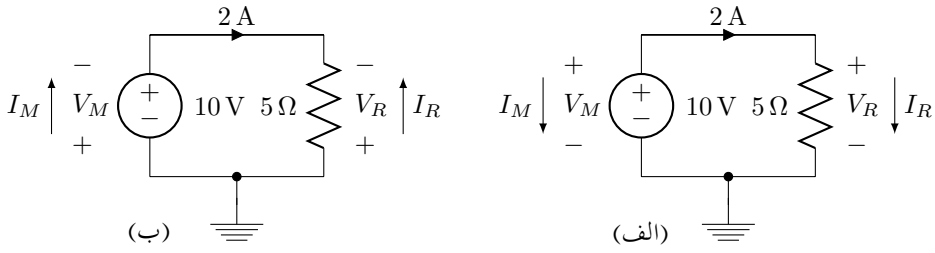
watt²⁰

voltage source²¹

electrical resistance²²

active component²³

passive component²⁴



شکل 1.9: طاقت کی پیداوار اور طاقت کا ضیاع۔

قانون اوہم²⁵ کے تحت شکل 1.9 کے دور میں سمت گھڑی²⁶ 2 A کی برقی رو پائی جائے گی جسے دور میں بالائی تار پر تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔ دور میں 2 A برقی رو سے مراد یہ ہے کہ دور میں کسی بھی نقطے پر اگر دیکھا جائے تو اس نقطے سے فی سیکنڈ 2 C بار گزرے گا۔ اس دور میں پچی تار کے حوالے سے بالائی تار پر مثبت دس ولٹ کی دباؤ ہے۔ یوں مزاحمت کے بالائی یعنی مثبت سرے سے مزاحمت کے نچلے یعنی منفی سرے کی جانب فی سیکنڈ دو کولمب بار منتقل ہوتا ہے۔ یہ بالکل ایسا ہی ہے جیسے ثقلی میدان میں بلند مقام سے میکانی بار گر رہا ہو۔ دو کولمب کا بار دس ولٹ نیچے گرتے ہوئے 20 J کی مخفی توانائی²⁷ کھوئے گا جو حرارتی توانائی²⁹ میں تبدیل ہو کر مزاحمت کو گرم کرے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ مزاحمت میں فی سیکنڈ توانائی کا ضیاع³⁰ 20 J ہے یا کہ مزاحمت میں طاقتی ضیاع³¹ 20 W ہے۔ مزاحمت میں طاقت کے ضیاع کو حرارتی ضیاع³² اور مزاحمتی ضیاع³³ بھی کہتے ہیں۔

انفعالی سمت کی ترکیب استعمال کرتے ہوئے ہم شکل 1.9-الف میں منبع کی دباؤ کو V_M اور مزاحمت کی دباؤ کو V_R چننے کے بعد ان کے مثبت سر سے منفی سر کی جانب رو کی سمت چنتے ہیں۔ یوں حاصل منبع کی برقی رو I_M اور مزاحمت کی برقی رو I_R کو شکل-الف میں دکھایا گیا ہے۔ شکل-کو دیکھتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$V_M = 10 \text{ V}$$

$$V_R = 10 \text{ V}$$

$$I_M = -2 \text{ A}$$

$$I_R = 2 \text{ A}$$

ان قیمتوں کو مساوات 1.6 میں پر کرتے ہوئے منبع اور مزاحمت کی طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$P_M = 10 \times (-2) = -20 \text{ W} \quad \text{طاقت کی منفی قیمت، طاقت کی پیداوار کو ظاہر کرتی ہے}$$

$$P_R = 10 \times 2 = 20 \text{ W} \quad \text{طاقت کی مثبت قیمت، طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتی ہے}$$

یہاں غیر متغیر طاقت کو بڑھے حروف تہجی میں P_M اور P_R لکھا گیا۔ مزاحمت کی طاقت مثبت مقدار حاصل ہوئی ہے جبکہ منبع کی طاقت منفی مقدار ہے۔ یوں مساوات 1.6 سے حاصل مثبت مقدار طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتی ہے جبکہ منفی مقدار طاقت کی پیداوار کو ظاہر کرتی ہے۔

شکل 1.9 میں برقی دباؤ کے سمت الٹ چننے گئے جس کی وجہ سے رو کی سمتیں بھی الٹ کر دی گئی ہیں۔ یوں

$$V_M = -10 \text{ V}$$

$$V_R = -10 \text{ V}$$

$$I_M = 2 \text{ A}$$

$$I_R = -2 \text{ A}$$

²⁵Ohm's law

²⁶clockwise

²⁷potential energy

²⁸مخفی توانائی کی اصطلاح مخفی توانائی سے حاصل کی گئی ہے۔

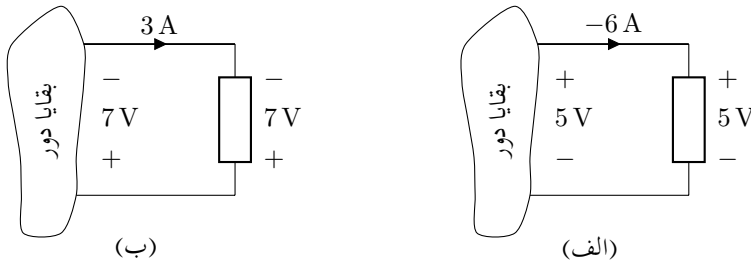
²⁹thermal energy

³⁰loss

³¹power loss

³²thermal loss

³³resistive loss



شکل 1.10: فعال اور انفعال پرزے کی مثال۔

لکھے جائیں گے جن سے دوبارہ

$$P_M = (-10) \times 2 = -20 \text{ W}$$

طاقت کی منفی قیمت، طاقت کی پیداوار کو ظاہر کرتی ہے

$$P_R = (-10) \times (-2) = 20 \text{ W}$$

طاقت کی مثبت قیمت، طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتی ہے

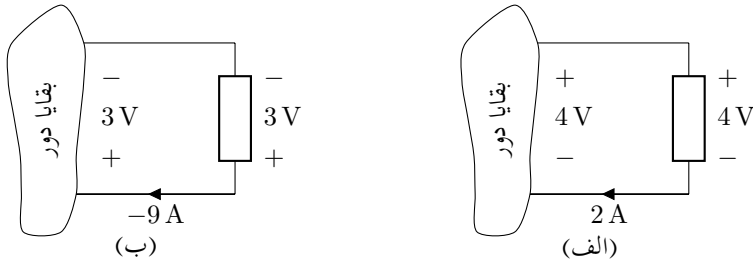
حاصل ہوتے ہیں۔

مثال 1.2: شکل 1.10 میں دو ادوار دکھائے گئے ہیں۔ دریافت کریں کہ آیا بیرونی پرزہ بقایا دور کو طاقت فراہم کرتا ہے یا کہ اس سے طاقت حاصل کرتا ہے۔ طاقت کی قیمت بھی دریافت کریں۔

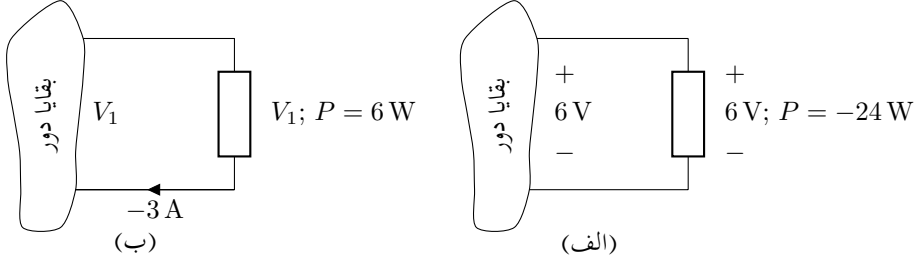
حل: شکل-الف میں برقی رو کی قیمت منفی لکھی گئی ہے جس کا مطلب ہے کہ حقیقت میں رو تیر کے نشان کے الٹ سمت میں ہے۔ رو کی سمت الٹ تصور کرتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ بقایا دور کے مثبت سرے پر رو اندر داخل ہوتی ہے۔ یوں بقایا دور انفعال ہے۔ بیرونی پرزے کے مثبت سرے سے حقیقی رو خارج ہوتی ہے لہذا یہ فعال پرزہ ہے۔ یوں بیرونی پرزہ طاقت فراہم کرتا ہے جبکہ بقایا دور میں طاقت خرچ ہوتا ہے۔ یہی نتائج انفعال سمت کے ترکیب سے یوں حاصل ہوتی ہے۔ بیرونی پرزے کے برقی دباؤ کو دیکھتے ہوئے رو کی دکھائی گئی سمت ہی استعمال کی جائے گی۔ یوں بیرونی پرزے کی طاقت $P = 5 \times (-6) = -30 \text{ W}$ ہے جو طاقت کی پیداوار ہے۔ بقایا دور میں رو کی انفعال سمت دکھائے گئے سمت کے الٹ ہے لہذا طاقت $P = 5 \times 6 = 30 \text{ W}$ حاصل ہوتا ہے جو طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتا ہے۔ آپ نے دیکھا کہ بیرونی پرزہ 30 W طاقت پیدا کرتا ہے جبکہ بقایا دور اتنی ہی طاقت استعمال کرتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں قانون بقا³⁴ کارآمد ہے۔ کسی بھی دور میں توانائی کی پیداوار اور خرچ برابر ہوتے ہیں۔

شکل-ب میں رو نجلی تار میں دائیں سے بائیں طرف رواں ہے۔ یوں بیرونی پرزے کے مثبت سرے سے رو خارج ہوتی ہے جبکہ بقایا دور کے مثبت سرے میں رو داخل ہوتی ہے۔ یوں بیرونی پرزہ فعال اور بقایا دور انفعال ہے۔ بیرونی پرزے کی طاقت $P = 7 \times (-3) = -21 \text{ W}$ ہے جو طاقت کی پیداوار ہے جبکہ بقایا دور کی طاقت $P = 7 \times 3 = 21 \text{ W}$ ہے جو طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتی ہے۔

مشق 1.1: شکل 1.11 میں بیرونی پرزے کی طاقت حاصل کریں۔



شکل 1.11: فعال اور انفعال پرزے کی مشق۔



شکل 1.12: طاقت اور ایک متغیرہ دیا گیا ہے۔ دوسرا دریافت کرنا ہے۔

جوابات: (الف) 8 W؛ (ب) 27 W

مثال 1.3: شکل 1.12-الف میں برقی رو کی مقدار اور سمت حاصل کریں جبکہ شکل-ب میں برقی دباؤ اور اس کا مثبت سرادریافت کریں۔

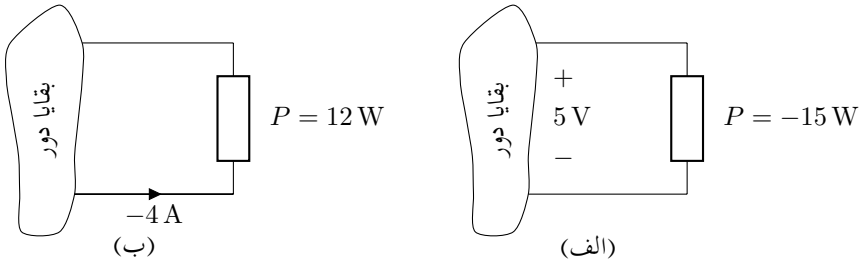
حل: شکل-الف میں بیرونی پرزے کی طاقت منفی ہے۔ یوں بیرونی پرزہ طاقت پیدا کرتا ہے لہذا اس کے مثبت سرے سے رو خارج ہوگی یعنی دور میں گھڑی کے الٹ سمت میں رو پائی جائے گی۔ رو کی قیمت 4 A ہوگی۔

شکل-ب میں بیرونی پرزے کی طاقت مثبت ہے لہذا اس میں طاقت کا ضیاع ہوگا اور برقی رو مثبت سرے سے پرزے میں داخل ہوگی۔ دور میں گھڑی کی سمت میں منفی رو دکھائی گئی ہے لہذا حقیقت میں رو گھڑی کی الٹ سمت ہے۔ حقیقی رو کو گھڑی کے الٹ سمت تصور کرتے ہوئے بیرونی پرزے کا نچلا سرا مثبت ہوگا اور برقی دباؤ کی قیمت 2 V ہوگی۔

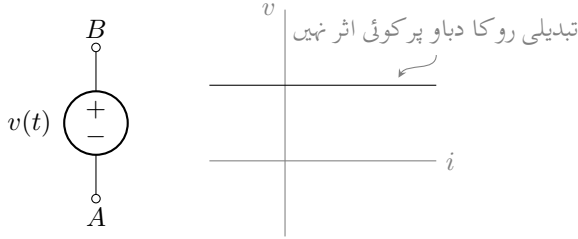
مشق 1.2: شکل 1.13 میں نامعلوم متغیرہ دریافت کریں۔

حل: (الف) گھڑی کے الٹ 3 A؛ (ب) بالائی تار مثبت ہے جبکہ دباؤ 3 V ہے۔

آخر میں دوبارہ اس حقیقت کی نشاندہی کرتے ہیں کہ کسی بھی برقی دور میں پیداوار طاقت اور طاقت کا ضیاع برابر ہوں گے۔



شکل 1.13: طاقت اور ایک متغیرہ دیا گیا ہے۔ دوسرا دریافت کریں۔



شکل 1.14: غیر تابع منبع دباؤ اور اس کا $v - i$ خط۔

1.4 برقی پرزے

برقی پرزوں کو دو اقسام میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ وہ پرزے جو طاقت پیدا کرتے ہیں فعال پرزے³⁵ کہلاتے ہیں جبکہ طاقت ضائع کرنے والے پرزوں کو انفعال پرزے³⁶ کہتے ہیں۔ جزیئر اور بیڑی فعال پرزوں کی مثال ہے جبکہ مزاحمت، امالہ گیر³⁷ اور برق گیر³⁸ انفعال پرزے ہیں۔ فعال پرزوں پر اس باب میں غور کیا جائے گا جبکہ انفعال پرزوں پر اگلے باب میں تفصیلاً غور کیا جائے گا۔

1.4.1 غیر تابع منبع

غیر تابع منبع دباؤ³⁹ سے مراد ایسی منبع ہے جو، منبع میں سے گزرتی رو کے قطع نظر، اپنے دوسروں کے درمیان مخصوص برقی دباؤ برقرار رکھتا ہے۔ غیر تابع منبع دباؤ کی علامت کو شکل 1.14 میں دکھایا گیا ہے جہاں نقطہ A کے حوالے سے نقطہ B پر $v(t)$ برقی دباؤ برقرار رہتا ہے۔ شکل میں غیر تابع منبع دباؤ کا دباؤ بالمقابل رو $v - i$ خط بھی دکھایا گیا ہے۔ اس خط کے مطابق برقی دباؤ کی قیمت پر برقی رو کا کوئی اثر نہیں پایا جاتا۔

شکل 1.15 میں غیر تابع منبع دو⁴⁰ کی علامت اور رو بالمقابل دباؤ $v - i$ خط دکھایا گیا ہے۔ غیر تابع منبع رو سے مراد ایسی منبع ہے جو، منبع پر دباؤ کے قطع نظر، مخصوص برقی رو برقرار رکھتا ہے۔ غیر تابع منبع رو کے دباؤ بالمقابل رو خط کے تحت منبع پر برقی دباؤ کے تبدیلی کا منبع کی رو پر کوئی اثر نہیں پایا جاتا۔ رو میں مثبت رو کی سمت کو تیر کے نشان سے دکھایا جاتا ہے۔

عام استعمال میں منبع بقایا دور کو طاقت فراہم کرتی ہے۔ شکل 1.13-ب میں اگر بیرونی پرزہ منبع ہو تب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ منبع کو بھی طاقت فراہم کی جا سکتی ہے۔

³⁵ active components

³⁶ passive components

³⁷ inductor

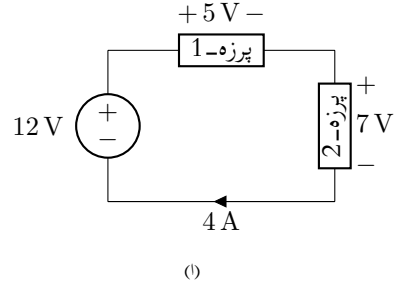
³⁸ capacitor

³⁹ independent voltage source

⁴⁰ independent current source



شکل 1.15: غیر تابع منبع رو اور اس کا $v - i$ خط۔



شکل 1.16: طاقت کا حساب۔

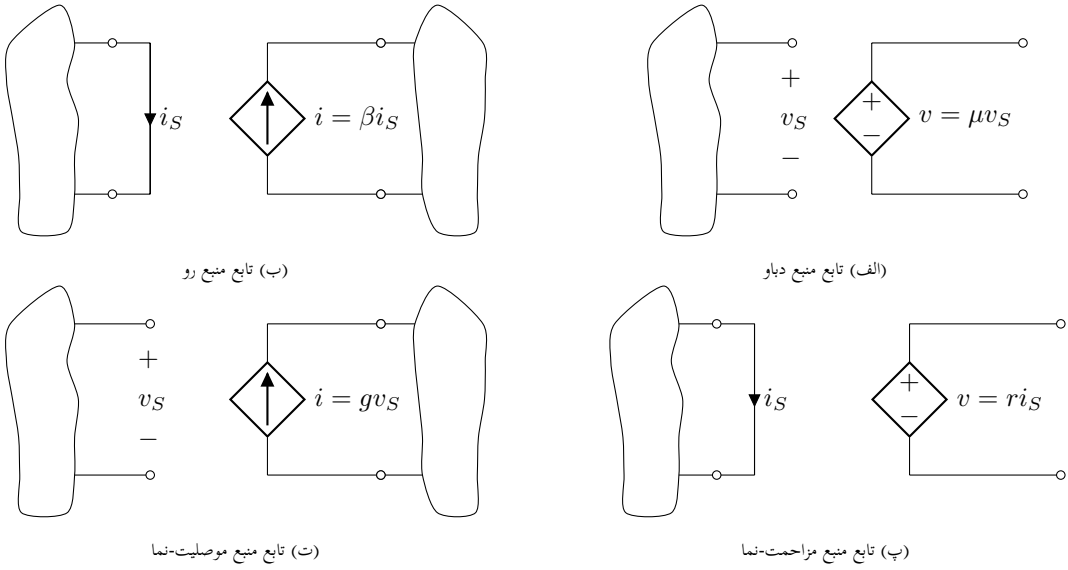
منبع محدود صلاحیت کا حامل ہے۔ اگرچہ ہم توقع کرتے ہیں کہ منبع دباؤ کسی بھی قیمت کی برقی رو فراہم کرتے ہوئے پیدا کردہ برقی دباؤ برقرار رکھے گا، حقیقت میں کوئی بھی منبع کسی محدود رو کی حد تک ایسا کر پاتا ہے۔

مثال 1.4: شکل 1.16-الف میں تینوں پرزوں کی طاقت دریافت کریں۔ (اشارہ: سلسلہ وار جڑے پرزوں میں یکساں رو پائی جاتی ہے۔)

حل: منبع کے مثبت سر سے رو خارج ہو رہی ہے لہذا یہ پرزہ طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ بقایا دو پرزوں کے مثبت سر سے رو پرزے میں داخل ہوتی ہے لہذا ان دونوں پرزوں میں طاقت ضائع ہوتا ہے۔ منبع کی طاقت $12 \times (-4) = -48 \text{ W}$ ہے جبکہ پرزہ-1 کی طاقت $5 \times 4 = 20 \text{ W}$ اور پرزہ-2 کی طاقت $7 \times 4 = 28 \text{ W}$ ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ طاقت کی ضیاع $20 \text{ W} + 28 \text{ W} = 48 \text{ W}$ عین طاقت کی پیداوار کے برابر ہے۔

مشق 1.3: شکل 1.16-ب میں تینوں پرزوں کی طاقت حاصل کریں۔

جوابات: منبع رو کی طاقت -16 W ہے۔ پرزہ-1 کی طاقت 20 W ہے۔ پرزہ-2 بھی منبع ہے اور اس کی طاقت -4 W ہے۔



شکل 1.17: تابع منبع کے چار اقسام۔

1.4.2 تابع منبع

غیر تابع منبع دباو کی پیدا کردہ دباو کا انحصار منبع سے گزرتی رو پر بالکل نہیں ہوتا۔ اسی طرح غیر تابع منبع رو کی پیدا کردہ رو کا انحصار منبع پر دباو پر بالکل نہیں ہوتا۔ اس کے برعکس تابع منبع دباو⁴¹ کی پیدا کردہ دباو، دور میں کسی مخصوص مقام کی رو یا دباو پر منحصر ہوتا ہے۔ اسی طرح تابع منبع رو⁴² کی پیدا کردہ رو، دور میں کسی مخصوص مقام کی رو یا دباو پر منحصر ہوتا ہے۔ تابع منبع برقیات کی میدان میں کلیدی کردار ادا کرتے ہیں جہاں برقیاتی پرزہ جات مثلاً دو جوڑ ٹرانزسٹر⁴³ یا میدانی ٹرانزسٹر⁴⁴ کے ریاضی نمونے⁴⁵ تابع منبع سے بنائے جاتے ہیں۔ متعدد ٹرانزسٹر پر مبنی برقیاتی ادوار کا حسابی حل انہیں ریاضی نمونوں کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے۔

غیر تابع منبع کو گول دائرے سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ تابع منبع کو ہیرا شکل سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ شکل 1.17 میں چار اقسام کے تابع منبع دکھائے گئے ہیں۔ شکل-الف میں تابع منبع دباو⁴⁶ کی پیدا کردہ دباو کا انحصار بائیں جانب کے دباو v_S پر ہے۔ یوں v_S ضابط دباو⁴⁷ کہلاتا ہے۔ یہ منبع μv_S دباو پیدا کرتا ہے۔ شکل-ب میں تابع منبع رو⁴⁸ کو i_S قابو کرتا ہے۔ ان دو اقسام کے منبع کے مستقل μ اور β بے بعد⁴⁹ مقدار ہیں۔ شکل-پ میں i_S رو پیدا کردہ دباو کو قابو کرتی ہے۔ اس منبع کے مستقل r کا بعد⁵⁰ $\frac{V}{A}$ ہے جو عین مزاحمت کی بعد ہے۔ اسی لئے اس منبع کو تابع منبع مزاحمت-نما⁵¹ کہا جاتا ہے۔ شکل-ت میں تابع منبع موصلیت-نما⁵² کی پیدا کردہ رو کا انحصار v_S پر ہے۔ اس منبع کے مستقل g کا بعد $\frac{A}{V}$ ہے جو موصلیت کی بھی بعد ہے۔

مثال 1.5: شکل 1.18-الف میں خارجی دباو اور شکل-ب میں خارجی رو دریافت کریں۔

⁴¹ dependent voltage source

⁴² dependent current source

⁴³ bipolar transistor, BJT

⁴⁴ MOSFET

⁴⁵ mathematical model

⁴⁶ dependent voltage source

⁴⁷ control voltage

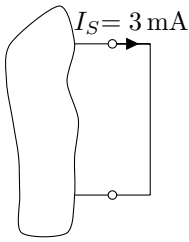
⁴⁸ depended current source

⁴⁹ dimensionless

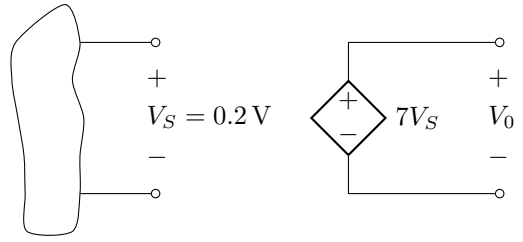
⁵⁰ dimension

⁵¹ dependent transresistance source

⁵² dependent transconductance source

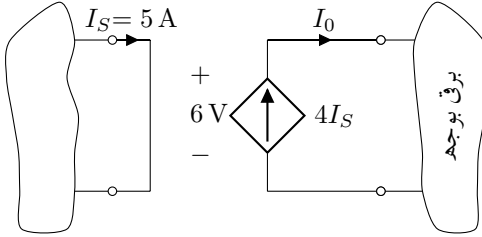


(ب) تابع منبع رو کی مثال

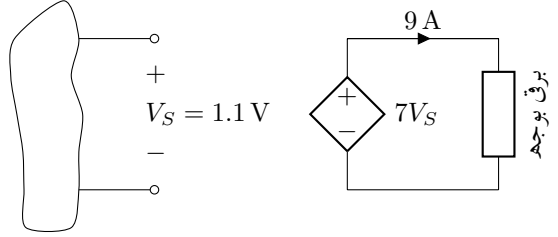


(الف) تابع منبع دباو کی مثال

شکل 1.18: تابع منبع دباو اور تابع منبع رو کے استعمال کی مثال۔



(ب) تابع منبع رو کی مشق



(الف) تابع منبع دباو کی مشق

شکل 1.19: تابع منبع دباو اور تابع منبع رو کے استعمال کی مشق۔

حل: شکل-الف میں ضابطہ دباو 0.2 V اور منبع کا مستقل 7 ہے۔ یوں پیدا کردہ دباو $0.2 \times 7 = 1.4 \text{ V}$ ہو گا۔ شکل-ب میں ضابطہ رو 3 mA اور منبع کا مستقل 12 ہے۔ یوں پیدا کردہ رو $0.003 \times 12 = 36 \text{ mA}$ ہو گی۔

اس مثال میں تابع منبع دباو داخلی دباو کو 7 گنا بڑھاتا ہے گویا منبع بطور ایمپلیفائر دباو⁵³ کردار ادا کرتا ہے اور اس ایمپلیفائر کی افزائش دباو⁵⁴ 7 ہے۔ اسی طرح شکل-ب میں تابع منبع رو داخلی رو کو 12 گنا بڑھا کر خارج کیا، گویا یہ منبع بطور ایمپلیفائر رو⁵⁵ کردار ادا کرتا ہے اور اس ایمپلیفائر کی افزائش رو⁵⁶ کی قیمت 12 ہے۔

شکل 1.17-پ بالکل اسی طرح داخلی ضابطہ رو کی نسبت سے برقی دباو خارج کرتے ہوئے بطور ایمپلیفائر مزاحمت۔⁵⁷ نما کردار ادا کرتا ہے جہاں منبع کا مستقل افزائش مزاحمت۔⁵⁸ نما کہلاتا ہے۔ شکل 1.17-ت بطور ایمپلیفائر موصلیت۔⁵⁹ نما کام کرتا ہے اور اس کے مستقل کو افزائش موصلیت۔⁶⁰ نما کہتے ہیں۔

مشق 1.4: شکل 1.19 میں برقی بوجھ کی طاقت دریافت کریں۔

voltage amplifier⁵³

voltage gain⁵⁴

current amplifier⁵⁵

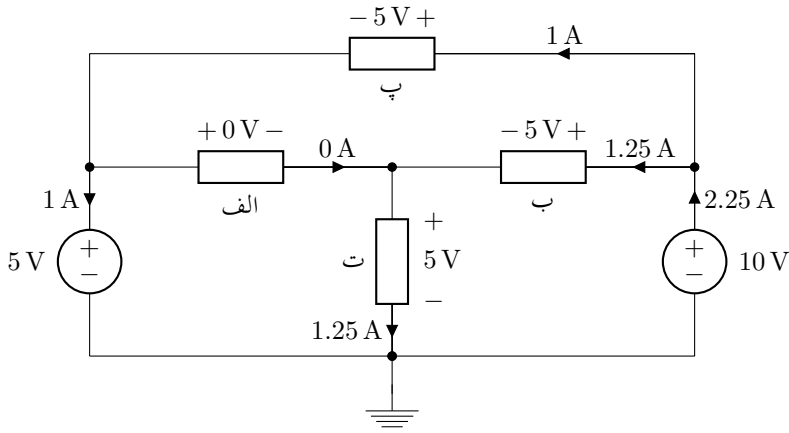
current gain⁵⁶

transresistance amplifier⁵⁷

transresistance gain⁵⁸

transconductance amplifier⁵⁹

transconductance gain⁶⁰



شکل 1.20: مثال 1.6 کا دور۔

جوابات: (الف): 69.3 W، (ب): 120 W

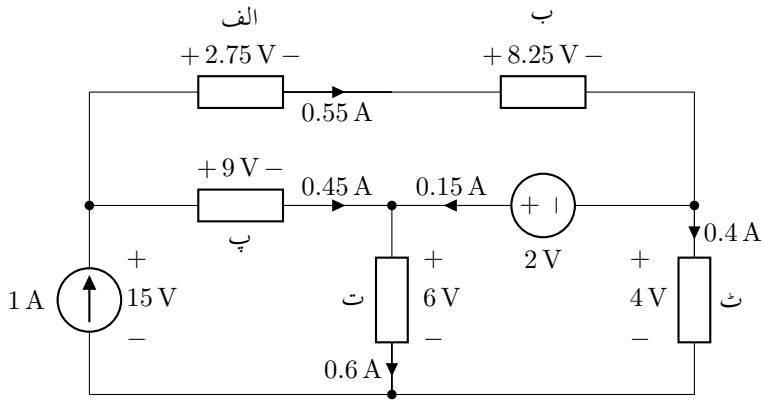
مثال 1.6: شکل 1.20 میں تمام پروزہ جات کی طاقت دریافت کریں۔

حل: بوجھ-الف میں برقی رو صفر ہے اور اس کے دونوں سروں کے مابین دباؤ بھی صفر ہے لہذا اس کی طاقت $0 \times 0 = 0 \text{ W}$ ہے۔ بوجھ-ب کی طاقت $5 \times 1.25 = 6.25 \text{ W}$ ہے۔ بوجھ-پ کی طاقت $5 \times 1 = 5 \text{ W}$ اور بوجھ-ت کی طاقت $5 \times 1.25 = 6.25 \text{ W}$ ہے۔ بائیں منبع کی طاقت $5 \times 1 = 5 \text{ W}$ جبکہ دائیں منبع کی طاقت $10 \times (-2.25) = -22.5 \text{ W}$ ہے۔

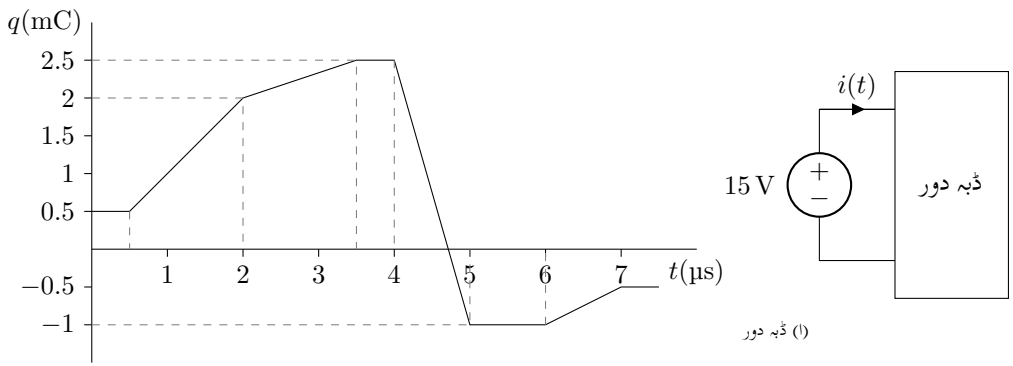
کل طاقت کا ضیاع $0 + 6.26 + 5 + 6.25 + 5 = 22.5 \text{ W}$ ہے۔ دایاں منبع تمام طاقت پیدا کرتا ہے جبکہ بائیں منبع کو از خود طاقت درکار ہے۔

مشق 1.5: شکل 1.21 کے تمام پروزوں میں طاقت حاصل کریں۔ کیا طاقت کی پیداوار اور اس کا ضیاع برابر ہیں۔

جوابات: بالترتیب الف تا ت: 1.5125 W، 4.5375 W، 4.05 W، 3.6 W، 1.6 W؛ منبع دباؤ کی طاقت -0.3 W اور منبع رو کی طاقت -15 W ہے۔ دور میں کل طاقت کی پیداوار 15.3 W ہے۔ اتنی ہی طاقت پیدا بھی ہوتی ہے لہذا دونوں برابر ہیں۔

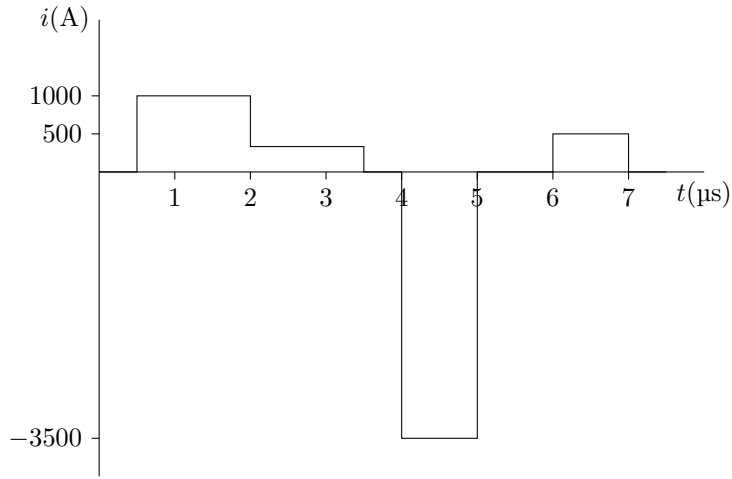


شکل 1.21: طاقت کے حصول کی مشق۔



(ب) بار بالمقابل وقت کا خط۔

شکل 1.22: مثال 1.7 کا شکل۔



شکل 1.23: برقی رو مثال 1.7

مثال 1.7: شکل 1.22-الف میں ڈبہ دور دکھایا گیا ہے جس میں برقی بار بھری جا رہی ہے۔ برقی بار بالمتقابل وقت کا خط شکل-ب میں دیا گیا ہے۔ اس خط سے برقی رو بالمتقابل وقت کا خط حاصل کریں۔

حل: وقت $t = 0$ تا $t = 0.5 \mu\text{s}$ تک برقی بار بلا تبدیل ہوئے 0.5 mC رہتا ہے لہذا $\Delta q = 0$ ہے اور یوں اس دورانیے میں

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{0 \text{ C}}{0.5 \mu\text{s}} = 0 \text{ A} \quad (0 < t < 0.5 \mu\text{s})$$

ہوگا۔ وقت $t = 0.5 \mu\text{s}$ تا $t = 2 \mu\text{s}$ کے دوران برقی بار 0.5 mC سے تبدیل ہو کر 2 mC ہو جاتا ہے لہذا اس دورانیے کے لئے

$$i = \frac{2 \text{ mC} - 0.5 \text{ mC}}{2 \mu\text{s} - 0.5 \mu\text{s}} = 1000 \text{ A} \quad (0.5 \mu\text{s} < t < 2 \mu\text{s})$$

ہوگا۔ اسی طرح بقایا دورانیوں میں

$$i = \frac{2.5 \text{ mC} - 2 \text{ mC}}{3.5 \mu\text{s} - 2 \mu\text{s}} = 333.33 \text{ A} \quad (2 \mu\text{s} < t < 3.5 \mu\text{s})$$

$$i = \frac{2.5 \text{ mC} - 2.5 \text{ mC}}{4 \mu\text{s} - 3.5 \mu\text{s}} = 0 \text{ A} \quad (3.5 \mu\text{s} < t < 4 \mu\text{s})$$

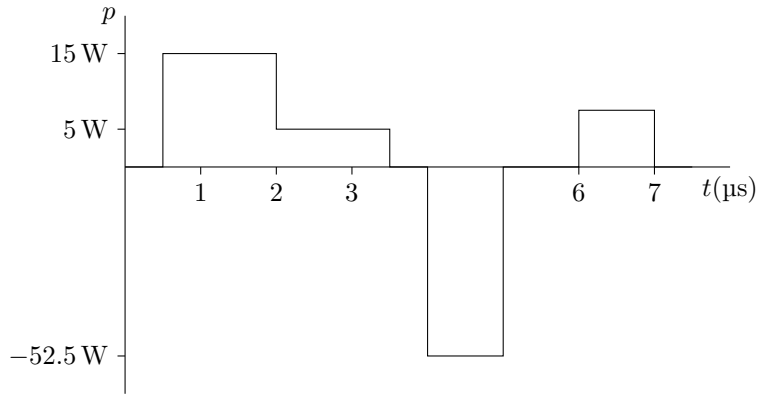
$$i = \frac{-1 \text{ mC} - 2.5 \text{ mC}}{5 \mu\text{s} - 4 \mu\text{s}} = -3500 \text{ A} \quad (4 \mu\text{s} < t < 5 \mu\text{s})$$

$$i = \frac{-1 \text{ mC} - (-1 \text{ mC})}{6 \mu\text{s} - 5 \mu\text{s}} = 0 \text{ A} \quad (5 \mu\text{s} < t < 6 \mu\text{s})$$

$$i = \frac{-0.5 \text{ mC} - (-1 \text{ mC})}{7 \mu\text{s} - 6 \mu\text{s}} = 500 \text{ A} \quad (6 \mu\text{s} < t < 7 \mu\text{s})$$

$$i = 0 \text{ A} \quad (7 \mu\text{s} < t)$$

اور اس کے بعد $i = 0 \text{ A}$ ہے۔ ان نتائج کو شکل 1.23 میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بار نہ بدلنے کی صورت میں رو صفر ہوتی ہے۔ بڑھتے بار کی صورت میں مثبت رو اور گھٹتے بار کی صورت میں منفی رو پائی جاتی ہے۔



شکل 1.24: طاقت بالمقابل وقت

مثال 1.8: مندرجہ بالا مثال میں طاقت بالمقابل وقت حاصل کریں۔

حل: طاقت $p = vi$ ہوتا ہے۔ شکل 1.22-الف سے دباؤ کی قیمت 15 V ملتی ہے جبکہ شکل 1.23 سے رو کی قیمت مختلف دورانیے کے لئے حاصل کی جاسکتی ہے۔ یوں مختلف دورانیے کے طاقت درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 p &= 15 \times 0 = 0 \text{ W} & (0 < t < 0.5 \mu\text{s}) \\
 p &= 15 \times 1000 = 15 \text{ kW} & (0.5 \mu\text{s} < t < 2 \mu\text{s}) \\
 p &= 15 \times 333.33 = 5 \text{ kW} & (2 \mu\text{s} < t < 3.5 \mu\text{s}) \\
 p &= 15 \times 0 = 0 \text{ W} & (3.5 \mu\text{s} < t < 4 \mu\text{s}) \\
 p &= 15 \times (-3500) = -52.5 \text{ kW} & (4 \mu\text{s} < t < 5 \mu\text{s}) \\
 p &= 15 \times 0 = 0 \text{ W} & (5 \mu\text{s} < t < 6 \mu\text{s}) \\
 p &= 15 \times 500 = 7.5 \text{ kW} & (6 \mu\text{s} < t < 7 \mu\text{s}) \\
 p &= 15 \times 0 = 0 \text{ W} & (7 \mu\text{s} < t)
 \end{aligned}$$

ان جوابات کو شکل 1.24 میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 1.9: آج کل کمپیوٹر⁶¹ کا زمانہ ہے اور یو-ایس-بی⁶² یعنی عمومی سلسلہ وار پھاٹک کا استعمال عام ہے۔ کسی بھی کمپیوٹر یا عددی دور⁶³ کو عددی مواد⁶⁴ جن برقی تاروں کے ذریعہ فراہم کیا جاتا ہے وہ کمپیوٹر یا عددی دور کے داخلی پھاٹک⁶⁵ کہلاتے ہیں اور جن تاروں کے ذریعہ کمپیوٹر یا عددی دور سے عددی مواد حاصل کیا جاتا ہے، کمپیوٹر یا عددی دور کے خارجی پھاٹک⁶⁶ کہلاتے ہیں۔ عمومی سلسلہ وار پھاٹک (یو-ایس-بی) پر کمپیوٹر عددی مواد حاصل

computer⁶¹
 USB Universal Serial Port⁶²
 digital circuit⁶³
 digital data⁶⁴
 input port⁶⁵
 output port⁶⁶

بھی کر سکتا ہے اور خارج بھی کر سکتا ہے۔ یوں یہ داخلی۔ خارجی پھانک⁶⁷ ہے۔ اس پھانک کی مدد سے کمپیوٹر کے ساتھ بیرونی آلات مثلاً موبائل فون، عددی کیمرہ وغیرہ جوڑے جاسکتے ہیں۔ یہ پھانک بیرونی آلات کو برقی طاقت فراہم کرنے کی صلاحیت بھی رکھتا ہے۔ یہ پھانک چار عدد برقی تاروں پر مشتمل ہے جن میں دو تار عددی مواد کے ترسیل اور دو تار برقی طاقت کی فراہمی کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔ یہ پھانک عام حالت میں 100 mA برقی رو فراہم کر سکتا ہے جبکہ سافٹ ویئر کے ذریعہ پھانک سے برقی رو کی فراہمی 500 mA تک بڑھائی جاسکتی ہے۔

یو۔ ایس۔ بی پھانک استعمال کرتے ہوئے موبائل کی بے بار⁶⁸ بیٹری میں بار بھرا جاتا ہے۔ بیٹری کی استعداد 1700 mA h ہے۔ الف) بیٹری کی استعداد کو لمب C میں حاصل کریں۔ ب) اگر پھانک 100 mA رو فراہم کر رہا ہو تب بیٹری کو مکمل بھرنے میں کتنی دیر لگے گی۔

حل: الف) مکمل بھری بیٹری میں کل بار ہی بیٹری کی استعداد ہوتی ہے۔ بیٹری کی استعداد کو کو لمب C کی بجائے Ah میں بیان کیا جاتا ہے۔ دی گئی بیٹری کی استعداد

$$Q = I \times t = 1700 \times 10^{-3} \times 3600 = 6120 \text{ C}$$

ہے جہاں ایک گھنٹہ 3600 سیکنڈ کے برابر ہے۔

ب) یوں 100 mA کی رو سے بیٹری بھرنے میں

$$t = \frac{6120}{100 \times 10^{-3}} = 61200 \text{ s} = 17 \text{ h}$$

سترہ گھنٹے درکار ہوں گے۔

باب 2

مزاحمتی ادوار

2.1 قانون اوہم

شکل 2.1-الف میں کارتیسی محدود¹ پر سیدھے خطوط دکھائے گئے ہیں۔ بالائی خط کی مساوات $y = m_1x + c_1$ ہے جہاں خط کی ڈھلوان² m_1 ہے جبکہ خط y محدود کو c_1 پر کاٹتا ہے۔ نیچے خط کی ڈھلوان m_2 ہے جبکہ یہ محدود کے مرکز $(0,0)$ سے گزرتی ہے لہذا یہ خط y محدود کو 0 پر کاٹتی ہے اور یوں اس کی مساوات $y = m_2x$ ہے۔

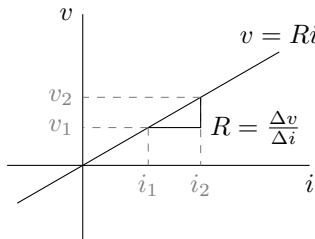
مزاحمت کے دوسروں کے مابین مختلف برقی دباؤ v لاگو کرتے ہوئے برقی رو i ناپی گئی۔ برقی دباؤ کو عمودی محدود اور برقی رو کو افقی محدود پر رکھتے ہوئے ان کے تعلق کو شکل 2.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس خط کو مزاحمت کی دباؤ بالمقابل دو خط کہا جاتا ہے۔ شکل-ب کا شکل-الف کی نیچے خط کے ساتھ موازنہ کرتے ہوئے اس خط کو

$$(2.1) \quad v = Ri \quad \text{قانون اوہم}$$

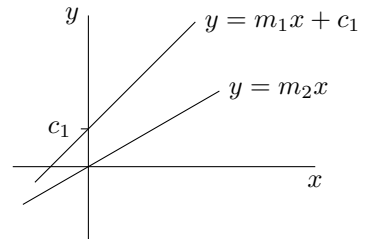
لکھا جاسکتا ہے جہاں خط کی ڈھلوان کو R لکھا اور برقی مزاحمت³ یا صرف مزاحمت پکارا جاتا ہے۔ اس مساوات کو قانون اوہم⁴ کہتے ہیں۔ شکل-ب میں مزاحمت R کو بطور ڈھلوان دکھایا گیا ہے۔

$$(2.2) \quad R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} = \frac{\Delta v}{\Delta i} \quad \text{مزاحمت کی تعریف}$$

Cartesian coordinates¹
slope²
electrical resistance³
Ohm's law⁴

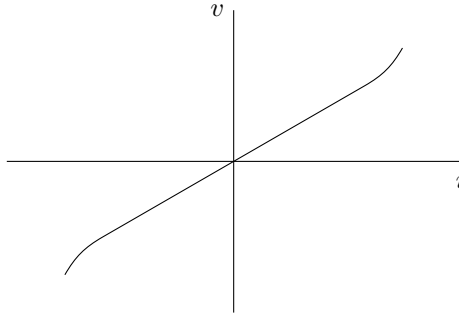


(ب) مزاحمت کے برقی دباؤ بالمقابل دو خط اور اوہم کا قانون۔

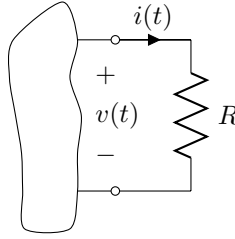


(ا) سیدھے خطوط اور ان کی ریاضی مساوات۔

شکل 2.1: قانون اوہم دراصل سیدھے خط کی مساوات ہے۔



شکل 2.2: غیر خطی دباؤ بالمقابل رو کی تعلق۔



شکل 2.3: اوہم کا قانون اور مزاحمتی ضیاع۔

شکل 2.1-ب میں دباؤ اور رو راست تناسب کا تعلق رکھتے ہیں۔ راست تناسبی تعلق کو خطی⁵ تعلق کہا جاتا ہے۔ اگرچہ اس کتاب میں مزاحمت کو خطی پرزہ⁶ ہی تصور کیا جائے گا، یہ جاننا ضروری ہے کہ کئی نہایت اہم اقسام کے پرزے غیر خطی مزاحمت کی خاصیت رکھتے ہیں۔ عام استعمال میں 220 V پر جلنے والا بلب غیر خطی مزاحمت کی مثال ہے۔ اس بلب کے $v - i$ تعلق کو شکل 2.2 میں دکھایا گیا ہے۔

وقت کے ساتھ بدلتا دباؤ اور بدلتی رو کی صورت میں قانون اوہم

$$(2.3) \quad v(t) = Ri(t)$$

لکھا جائے گا جہاں وقت t کے ساتھ بدلتے برقی دباؤ اور بدلتی برقی رو کو چھوٹے حروف میں لکھا گیا ہے۔ مساوات 2.3 سے مزاحمت کا بُعد $\frac{V}{A}$ حاصل ہوتا ہے جسے اوہم⁷ پکارا اور Ω سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں اگر کسی مزاحمت پر 10 V کا برقی دباؤ لگو کرنے سے مزاحمت میں 5 A کی رو گزرے تب مزاحمت کی قیمت $R = \frac{10}{5} = 2 \Omega$ ہوگی۔

شکل 2.3 میں برقی دور کے ساتھ مزاحمت R جڑی ہے۔ مزاحمت کی دباؤ $v(t)$ اور رو $i(t)$ ہیں۔ صفحہ 7 پر مساوات 1.6 کے تحت اس مزاحمت میں طاقت کا ضیاع

$$p(t) = v(t)i(t)$$

ہوگا۔ اس مساوات میں برقی دباؤ $v(t)$ میں قانون اوہم پُر کرتے ہوئے

$$p(t) = Ri(t) \times i(t) = Ri^2(t)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح طاقتی ضیاع کی مساوات میں $i(t)$ کی جگہ قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے

$$p(t) = v(t) \times \frac{v(t)}{R} = \frac{v^2(t)}{R}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مندرجہ بالا تین مساوات کو اکٹھے لکھتے ہیں۔

$$(2.4) \quad p(t) = v(t)i(t) = Ri^2(t) = \frac{v^2(t)}{R} \quad \text{مزاحمتی ضیاع}$$

درج بالا مساوات مزاحمت کی طاقت دیتی ہے۔ یہ طاقت حرارتی توانائی میں تبدیل ہوتی ہے جس سے مزاحمت کا درجہ حرارت بڑھتا ہے۔

مزاحمت کے علاوہ موصلیت⁸ G بھی بہت مقبول ہے جہاں

$$(2.5) \quad G = \frac{1}{R}$$

کے برابر ہے۔ موصلیت کی اکائی سیمنز⁹ S ہے جہاں

$$(2.6) \quad 1S = 1 \frac{A}{V}$$

کے برابر ہے۔ مساوات 2.5 کے استعمال سے اوہم کے قانون کو

$$(2.7) \quad i(t) = Gv(t)$$

اور مزاحمت کی طاقت کو

$$(2.8) \quad p(t) = Gv^2(t) = \frac{i^2(t)}{G}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

مثال 2.1: ایک عدد مزاحمت پر $20V$ لاگو کرنے سے مزاحمت میں $4A$ پیدا ہوتی ہے۔ اس کی موصلیت دریافت کریں۔

حل: مساوات 2.7 کی مدد سے

$$G = \frac{i}{v} = \frac{4}{20} = 0.2S$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہی جواب، اوہم کے قانون سے $R = \frac{20}{4} = 5\Omega$ لکھتے اور $G = \frac{1}{R} = 0.2S$ سے بھی حاصل ہوتا ہے۔

شکل 2.4- الف میں برقی دور کے ساتھ متغیر مزاحمت¹⁰ جڑا دکھایا گیا ہے۔ مزاحمت پر ترچھا تیر کھینچ کر متغیر مزاحمت کو ظاہر کیا جاتا ہے۔ اگر متغیر مزاحمت کی قیمت کم کرتے کرتے صفر کر دی جائے تو کسی بھی رو $i(t)$ کی صورت میں مزاحمت پر لاگو برقی دباؤ، قانون اوہم کے تحت $v = i(t) \times 0 = 0V$ ہو گا۔ یہ صورت حال شکل-ب میں دکھائی گئی ہے اور اس صورت کو قصور دور¹¹ کہتے ہیں۔ دو نقطوں کو موصل تار سے جوڑ کر قصور دور کیا جاتا ہے۔ اس کے برعکس اگر متغیر مزاحمت کی قیمت لامحدود کر دی جائے تب کسی بھی دباؤ $v(t)$ پر، قانون اوہم کے تحت $i = \frac{v(t)}{\infty} = 0A$ ہو گی۔ ایسی صورت، جسے کھلا دور¹² کہتے ہیں کو شکل-پ میں دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی دو نقطوں کو کھلا دور کرنے کا مطلب یہ ہے کہ ان نقطوں کے مابین مزاحمت لامحدود کر دی جائے۔ قصور دور پر ہر صورت صفر دباؤ پایا جاتا ہے جبکہ کھلا دور پر ہر صورت صفر رو پائی جاتی ہے۔

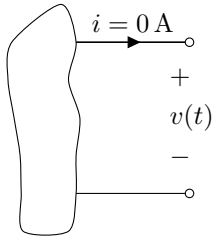
⁸ conductance

⁹ Siemens

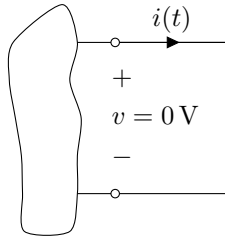
¹⁰ variable resistor

¹¹ short circuit

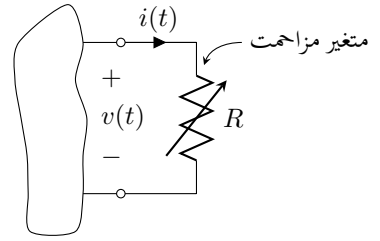
¹² open circuit



(پ) کھلا دور



(ب) قصر دور



(الف) متغیر مزاحمت

شکل 2.4: قصر دور اور کھلا دور۔

مثال 2.2: شکل 2.5-الف میں رو اور مزاحمتی طاقت دریافت کریں۔

حل: قانون اوہم سے مزاحمت میں رو

$$i = \frac{12}{3} = 4 \text{ A}$$

حاصل ہوتی ہے اور یوں مزاحمتی طاقت درج ذیل ہو گا۔

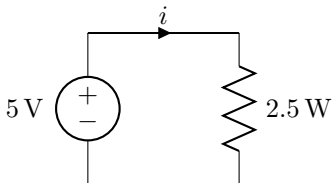
$$p = v \times i = 12 \times 4 = 48 \text{ W}$$

یہی جواب مساوات 2.4 میں دئے دیگر کلیات سے بھی حاصل ہو گا یعنی

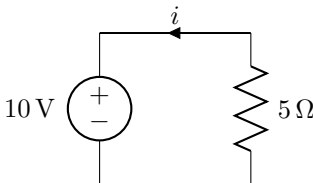
$$p = \frac{v^2(t)}{R} = \frac{12^2}{3} = 48 \text{ W}$$

$$p = i^2(t)R = 4^2 \times 3 = 48 \text{ W}$$

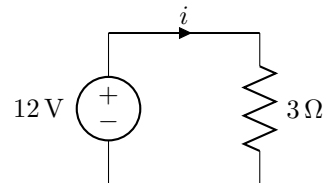
مثال 2.3: شکل 2.5-ب میں رو اور مزاحمتی طاقت دریافت کریں۔



(پ)



(ب)



(الف)

شکل 2.5: مزاحمتی ادوار مثال 2.2 تا مثال 2.4

حل: مزاحمت کا بالائی سرا مثبت ہے لہذا اس میں رو کی سمت اوپر سے نیچے ہوگی جو دکھلائے گئی سمت کے الٹ ہے۔ اس طرح دی گئی سمت میں رو کی قیمت منفی ہوگی یعنی

$$i = -\frac{10}{5} = -2 \text{ A}$$

جبکہ مزاحمت طاقت درج ذیل ہوگا۔

$$p = i^2 R = 20 \text{ W}$$

مثال 2.4: شکل 2.5-پ میں رو اور مزاحمتی دریافت کریں۔

حل: دور میں طاقت کی پیداوار اور ضیاع برابر لیتے ہوئے طاقت کی مساوات $p = vi$ سے منبع کی رو حاصل کرتے ہیں۔

$$i = \frac{p}{v} = \frac{2.5}{5} = 0.5 \text{ A}$$

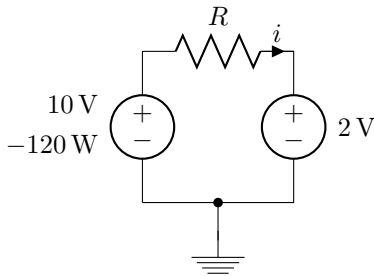
اوہم کے قانون سے مزاحمت کی قیمت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$R = \frac{v}{i} = \frac{5}{0.5} = 10 \Omega$$

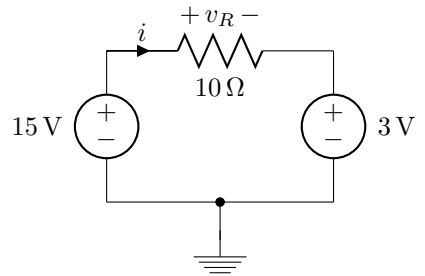
مثال 2.5: شکل 2.6-الف میں مزاحمت کی رو اور طاقت دریافت کریں۔

حل: قانون اوہم میں مزاحمت کا دباؤ $v_R = 15 \text{ V} - 3 \text{ V} = 12 \text{ V}$ لیتے ہوئے رو حاصل کرتے ہیں۔

$$i = \frac{v_R}{R} = \frac{12}{10} = 1.2 \text{ A}$$



(ب)



(الف)

شکل 2.6: مزاحمتی ادوار مثال 2.5 تا مثال 2.6

اسی طرح مزاحمت کی دباو 12 V لیتے ہوئے اس کی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$p = vi = 12 \times 1.2 = 14.4 \text{ W}$$

یہی جواب مساوات 2.4 میں دئے دیگر کلیات سے بھی حاصل کرتے ہیں۔

$$p = i^2 R = 1.2^2 \times 10 = 14.4 \text{ W}$$

$$p = \frac{v_R^2}{R} = \frac{12^2}{10} = 14.4 \text{ W}$$

مثال 2.6: شکل 2.6-ب میں مزاحمت میں رو اور طاقت دریافت کریں۔ دائیں منبع کی طاقت بھی دریافت کریں۔

حل: بائیں منبع کی طاقت اور دباو دیے گئے جس سے منبع کی مثبت سر سے خارج ہوتی رو کی قیمت 12 A حاصل ہوتی ہے۔ مزاحمت کی دباو 8 V ہے لہذا اس کی مزاحمت

$$R = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Omega$$

ہو گی۔ اس طرح مزاحمت کی طاقت

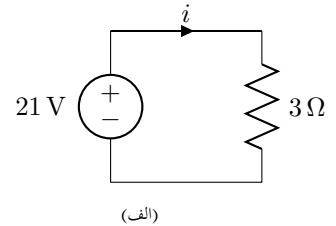
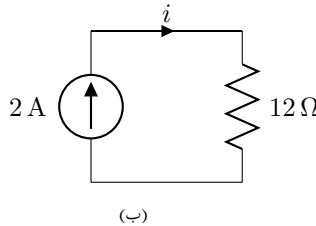
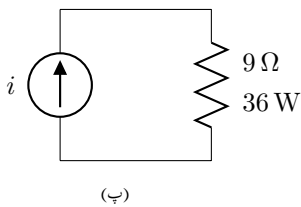
$$p = vi = 8 \times 12 = 96 \text{ W}$$

ہو گا۔ دائیں منبع کو طاقت فراہم کی جا رہی ہے جس کی قیمت درج ذیل ہے۔

$$p = vi = 2 \times 12 = 24 \text{ W}$$

یوں کل $96 + 24 = 120 \text{ W}$ طاقت فراہم کی جا رہی ہے جو طاقت کی پیداوار کے عین برابر ہے۔

مشق 2.1: شکل 2.7-الف میں مزاحمت کی رو اور طاقت حاصل کریں۔ منبع کی طاقت بھی حاصل کریں۔



$$p = -127 \text{ W} , p = 127 \text{ W} , i = 7 \text{ A}$$

مشق 2.2: شکل 2.7-ب میں مزاحمت کا دباؤ اور طاقت حاصل کریں۔ منبع کی طاقت بھی دریافت کریں۔

$$p = -48 \text{ W} , p = 48 \text{ W} , v = 24 \text{ V}$$

مشق 2.3: شکل 2.7-پ میں مزاحمت کی رو اور دباؤ حاصل کریں۔ منبع کی طاقت دریافت کریں۔

$$p = -36 \text{ W} , v = 18 \text{ V} , i = 2 \text{ A}$$

2.2 قوانین کرچاف

اوہم کے قانون سے ایک مزاحمت اور ایک منبع پر مبنی دور آسانی سے حل ہوتا ہے البتہ زیادہ پریزوں پر مبنی دور حل کرتے ہوئے اس کا استعمال قدر مشکل ہوتا ہے۔ زیادہ پریزہ جات کے ادوار قوانین کرچاف^{13 14} کی مدد سے نہایت آسانی کے ساتھ حل ہوتے ہیں۔ برقی دور میں برقی پریزوں کو موصل تاروں سے آپس میں جوڑا جاتا ہے۔ موصل تار کی مزاحمت کو صفر اور ہم تصور کیا جاتا ہے لہذا ان میں طاقت کا ضیاع صفر ہوگا۔ یوں طاقت کی پیداوار اور ضیاع صرف برقی پریزوں میں ممکن ہے۔

اس سے پہلے کہ ہم کرچاف کے قوانین پر غور کریں، ہم کچھ اصطلاحات مثلاً جوڑ¹⁵، دائرہ¹⁶ اور شاخ¹⁷ جاننے کی کوشش کرتے ہیں۔ شکل 2.8-الف میں مزاحمت R_2 ، R_3 اور منبع V_1 نقطہ j_0 پر جڑے ہیں۔ اس نقطے کو جوڑ j_0 کہا جائے گا۔ اسی شکل میں جوڑ j_1 ، j_2 اور j_3 بھی دکھائے گئے ہیں۔ شکل 2.8-ب میں اسی شکل کو قدر مختلف طریقے سے دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی ان جوڑوں کی نشاندہی کی گئی ہے۔ کسی بھی دو یا دو سے زیادہ پریزوں کو جوڑنے والے موصل تار کو جوڑ تصور کیا جاتا ہے۔ یوں شکل-الف میں جوڑ j_0 نقطہ مانند ہے جبکہ شکل-ب میں خلی پوری تار جوڑ j_0 ہے۔ جوڑ کو ظاہر کرنے والی تار کی لمبائی کچھ بھی ہو سکتی ہے۔

کسی بھی دور میں متعدد راستے ممکن ہیں۔ شکل 2.8 میں جوڑ j_1 سے مزاحمت R_4 کے راستے جوڑ j_3 تک پہنچا جاسکتا ہے جہاں سے منبع $i_1(t)$ کے راستے جوڑ j_1 اور پھر مزاحمت R_1 کے راستے واپس جوڑ j_1 تک پہنچا جاسکتا ہے۔ ایسا بند راستہ جو ابتدائی جوڑ پر ہی اختتام پذیر ہو بند راستہ کہلاتا

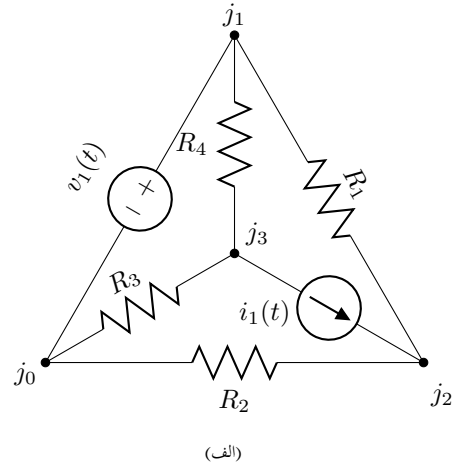
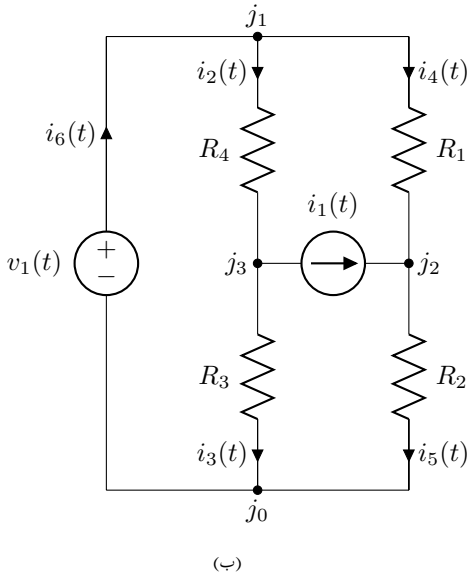
¹³ Kirchoff's laws

¹⁴ جرمنی کے گسٹاف روبرٹ کرچاف نے ان قوانین کو 1845ء پیش کیا۔

¹⁵ node

¹⁶ loop

¹⁷ branch



شکل 2.8: جوڑ اور دائرے۔

ہے۔ ایسا بند راستہ جس پر کسی بھی جوڑ سے صرف ایک مرتبہ گزرا جائے دائرہ¹⁸ کہلاتا ہے۔ اس طرح R_1 ، $i_1(t)$ اور R_4 دائرہ ہے۔ اسی طرح R_1 ، R_2 ، R_3 اور R_4 بھی دائرہ ہے۔ دائرے کی ایک اور مثال $v_1(t)$ ، R_4 ، $i_1(t)$ اور R_2 ہے۔ اس کے برعکس R_4 ، $i_1(t)$ ، R_2 ، R_3 اور R_1 دائرہ نہیں ہے چونکہ اس میں جوڑ j_2 اور جوڑ j_3 سے دو مرتبہ گزرا گیا۔

برقی دور میں ہر برقی پرزے کو شاخ¹⁹ کہتے ہیں۔ شکل 2.8 میں کل چھ (6) شاخ ہیں۔ جوڑ j_3 پر تین شاخ یعنی R_4 ، R_3 اور $i_1(t)$ جڑتے ہیں۔ جوڑ j_0 پر تین شاخ $v_1(t)$ ، R_2 اور R_3 جڑتے ہیں۔ انہیں اب قوانین کرچاف کی بات کریں۔

کرچاف کا قانون برائے برقی رو کہتا ہے کہ کسی بھی جوڑ پر داخلی برقی رو کا مجموعہ خارجی برقی رو کے مجموعے کے عین برابر ہوتا ہے۔

کرچاف کے قانون برائے برقی رو کو کرچاف قانون رو کہا جائے گا۔ اس قانون کو کسی بھی جوڑ کے لئے یوں

$$(2.9) \quad \sum i_{داخلی} = \sum i_{خارجی} \quad \text{کرچاف قانون رو}$$

لکھا جاتا ہے۔ شکل 2.8-ب میں جوڑ j_0 پر درج بالا مساوات سے

$$(2.10) \quad i_3(t) + i_5(t) = i_6(t) \quad \text{جوڑ } j_0$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح بقایا جوڑوں پر کرچاف قانون رو سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں جہاں مساوی علامت (=) کے بائیں جانب داخلی رو کا مجموعہ اور دائیں جانب خارجی رو کا مجموعہ ہے۔

$$(2.11) \quad i_6(t) = i_2(t) + i_4(t) \quad \text{جوڑ } j_1$$

$$(2.12) \quad i_1(t) + i_4(t) = i_5(t) \quad \text{جوڑ } j_2$$

$$(2.13) \quad i_2(t) = i_1(t) + i_3(t) \quad \text{جوڑ } j_3$$

اگر جوڑ پر تمام رو کی سمت خارجی تصور کی جائے تب قانون کرچاف برائے دو²⁰ کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جہاں $i_s(t)$ شاخ s میں جوڑ سے خارج رو ہے اور جوڑ کے ساتھ جڑے شاخوں کی تعداد N ہے۔

$$(2.14) \quad \sum_{s=1}^N i_s(t) = 0 \quad \text{کرچاف قانونِ رو}$$

اگر جوڑ پر تمام رو کی سمت داخلی تصور کی جائے تب قانون کرچاف برائے دو کو درج بالا لکھا جاسکتا ہے جہاں $i_s(t)$ شاخ s میں جوڑ پر داخل رو ہے۔

مساوات 2.14 کو استعمال کرتے ہوئے شکل 2.8-ب کے لئے درج ذیل لکھا جائے گا جہاں خارجی رو مثبت اور داخلی رو منفی لکھے گئے ہیں۔

$$(2.15) \quad i_6(t) - i_3(t) - i_5(t) = 0 \quad \text{جوڑ } j_0$$

$$(2.16) \quad i_2(t) + i_4(t) - i_6(t) = 0$$

$$(2.17) \quad i_5(t) - i_1(t) - i_4(t) = 0$$

$$(2.18) \quad i_1(t) + i_3(t) - i_2(t) = 0$$

مساوات 2.10 تا 2.13 کو مساوات 2.9 سے حاصل کیا گیا جبکہ مساوات 2.15 تا 2.18 کو مساوات 2.14 سے حاصل کیا گیا۔ مساوات 2.10 میں داخلی رو یعنی $i_3(t)$ اور $i_5(t)$ کو مساوی نشان (=) کی دوسری جانب منتقل کرنے سے مساوات 2.15 حاصل ہوتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات 2.9 اور مساوات 2.14 عین برابر ہیں۔

مساوات 2.16، مساوات 2.17 اور مساوات 2.18 کو جمع کرنے کے بعد منفی ایک (−1) سے ضرب دینے سے مساوات 2.15 حاصل ہوتا ہے۔ یوں مندرجہ بالا چار ہمزاہ مساوات²¹ میں صرف تین عدد مساوات غیر تابع²² مساوات ہیں۔ ان میں کسی بھی تین مساوات کے استعمال سے چوتھی مساوات حاصل کی جاسکتی ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ دو آزاد متغیرات حاصل کرنے کی خاطر دو عدد غیر تابع مساوات درکار ہوتے ہیں۔ یوں آزاد متغیرات x اور y مندرجہ ذیل ہمزاہ مساوات میں سے کسی بھی دو مساوات کو بیک وقت حل کرنے سے حاصل کرنا ممکن ہے۔ ان میں کسی بھی دو عدد مساوات کو غیر تابع تصور کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی جاسکتی ہے لہذا تیسری تابع مساوات ہے جو کوئی نئی معلومات فراہم نہیں کرتی۔ تابع مساوات غیر ضروری مساوات ہوتی ہے جسے لکھنے کی ضرورت نہیں ہے۔

$$x + y = 3$$

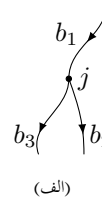
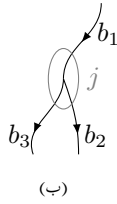
$$x - y = 1$$

$$x - 3y = -1$$

جس برقی دور میں کل J عدد جوڑ پائے جاتے ہوں، اس میں $J - 1$ غیر تابع مساوات حاصل ہوتے ہیں لہذا کسی بھی ایک جوڑ کے بغیر بقایا تمام پر جوڑ پر مساوات کئے جاتے ہیں۔

کرچاف قانونِ رو کے استعمال میں اصل رو کی سمت کو نہیں دیکھا جاتا بلکہ صرف متغیرات $i_1(t)$ ، $i_2(2)$ ، $i_3(t)$ ، ... کی سمت کو دیکھتے ہوئے مساوات لکھی جاتی ہے۔ یوں شکل 2.8-ب میں جوڑ j_2 پر $i_1(t)$ کو داخلی تصور کیا جائے گا اگرچہ $i_1(t) = -3A$ کی صورت میں رو حقیقت میں دکھائی گئی سمت کے الٹ ہوگی۔

کرچاف قانونِ رو عمومی مساوات ہے جسے ہم روزمرہ زندگی میں برقی رو کی بجائے مختلف چیزوں پر لاگو کرتے ہیں۔ شکل 2.9-الف میں ایک گڈریا پورے دن بکریاں چرانے کے بعد انہیں شام کو پہاڑی سے نیچے ایک پگڈنڈی پر اتار رہا ہے۔ گڈریا اپنی بکریوں کو خیر خیریت سے دکھائی گئے راستے سے نیچے اتار



شکل 2.9: کرچاف قانون رو کو بکریوں پر بھی لاگو کیا جا سکتا ہے۔

پتا ہے۔ نقطہ j سے نیچے دو پگنڈیاں ہیں۔ اگر بالائی پگنڈی پر b_1 بکریاں اترتے گئی جائیں تو آپ یقین کر سکتے ہیں کہ چلی دو پگنڈیوں پر کل اتنی ہی بکریاں اترے گی یعنی $b_1 = b_2 + b_3$ ہو گا۔ تار میں کسی بھی مقام سے فی سیکنڈ گزرتی برقی بار کو برقی رو کہتے ہیں۔ یوں برقی رو کی بات کرتے ہوئے ہم حقیقت میں برقی بار کی بات کرتے ہیں۔ تار میں برقی بار کا وجود الیکٹران پر ہے جس کی تعداد نانو کم ہوتی ہے اور نا ہی بڑھتی ہے۔ اسی لئے بالکل پگنڈی پر چلتی بکریوں کی طرح تار میں چلتے الیکٹران کی تعداد بھی برقرار رہتی ہے اور کسی جوڑ پر آمدی الیکٹران کی تعداد اس جوڑ سے خارج ہوتے الیکٹران کے برابر ہوگی۔ طبعیات کے اصولوں کے تحت کسی بھی جوڑ پر برقی بار کا انبار نہیں جمع ہوتا۔²³

کرچاف قانون رو کسی بھی بند سطح کے لئے درست ہے۔ شکل 2.9-ب میں ہلکی سیاہی میں بند سطح میں داخل بکریوں کی تعداد سطح سے خارج بکریوں کے برابر ہوگی۔ اس شکل میں بند سطح کو جوڑ j تصور کیا جاسکتا ہے۔

مثال 2.7: شکل 2.10-الف میں نامعلوم رو دریافت کریں۔

حل: جوڑ j_2 پر داخلی رو $5\text{ mA} + 2\text{ mA}$ ہے جو خارجی رو i_4 کے برابر ہوگی یعنی

$$i_4 = 5\text{ mA} + 2\text{ mA} = 7\text{ mA}$$

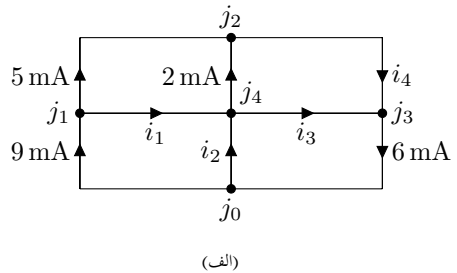
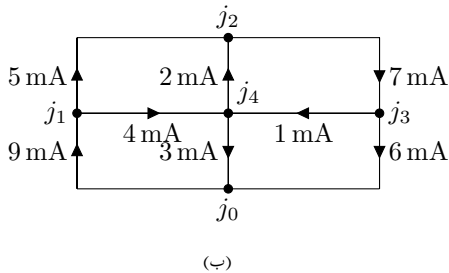
جوڑ j_3 پر داخلی رو کا مجموعہ $i_4 + i_3$ ہے جو خارجی 6 mA کے برابر ہو گا۔ یوں درج بالا حاصل کردہ i_4 کی قیمت پُر کرتے ہوئے

$$7\text{ mA} + i_3 = 6\text{ mA}$$

سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$i_3 = -1\text{ mA}$$

²³ میں امید کرتا ہوں کہ میری شاگردہ فرحانہ مشتاق کی طرح آپ کو بھی گڈریا کی مثال سے کرچاف قانون رو کی سمجھ آگئی ہو گی۔



شکل 2.10: کرچاف قانون رو کی مثال۔

جو منفی قیمت ہے۔ منفی i_3 کا مطلب ہے کہ حقیقت میں رو دکھائی گئی سمت کے الٹ ہے۔ شکل 2.10-ب میں حقیقی سمت دکھائی گئی ہے۔ یوں حقیقت میں جوڑ j_3 سے جوڑ j_4 کی جانب 1 mA رو پائی جاتی ہے۔ جوڑ j_0 پر داخلی رو 6 mA ہے جبکہ خارجی رو کا مجموعہ $i_2 + 9 \text{ mA}$ ہے لہذا

$$9 \text{ mA} + i_2 = 6 \text{ mA}$$

ہو گا جس سے

$$i_2 = -3 \text{ mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں حقیقت میں جوڑ j_4 سے جوڑ j_0 کی جانب 3 mA رو پائی جائے گی۔ جوڑ j_1 پر داخلی رو 9 mA ہے جبکہ خارجی رو کا مجموعہ $i_1 + 5 \text{ mA}$ ہے۔ یوں

$$9 \text{ mA} = i_1 + 5 \text{ mA}$$

لکھا کر

$$i_1 = 4 \text{ mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-الف میں جوڑ j_4 پر

$$i_1 + i_2 = i_3 + 2 \text{ mA}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ہم $i_3 = -1 \text{ mA}$ اور $i_2 = -3 \text{ mA}$ پہلے حاصل کر چکے ہیں۔ یہ قیمتیں پُر کرتے ہوئے

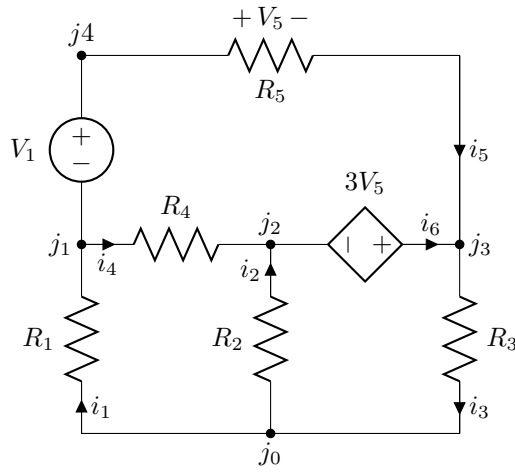
$$\begin{aligned} i_1 &= i_3 + 2 \text{ mA} - i_2 \\ &= -1 \text{ mA} + 2 \text{ mA} - (-3 \text{ mA}) \\ &= 4 \text{ mA} \end{aligned}$$

ہی حاصل ہوتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کرچاف قانون رو لکھتے ہوئے i_1 ، i_2 ، i_3 ، ... کے دکھائے گئے سمتوں سے ہی انہیں داخلی یا خارجی رو گنا جاتا ہے۔

مثال 2.8: شکل 2.11 میں تمام جوڑ پر کرچاف قانون رو کی مساوات لکھیں۔

حل: جوڑ j_0 تا جوڑ j_4 بالترتیب مساوات لکھتے ہیں۔ خارجی رو کو مثبت تصور کیا گیا ہے۔

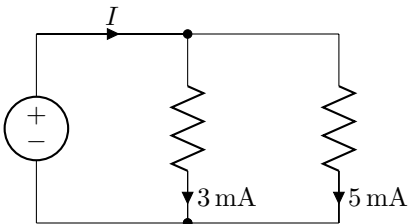
$$\begin{aligned} i_1 + i_2 - i_3 &= 0 \\ i_4 + i_5 - i_1 &= 0 \\ i_6 - i_2 - i_4 &= 0 \\ i_3 - i_5 - i_6 &= 0 \\ i_5 &= i_5 \end{aligned}$$



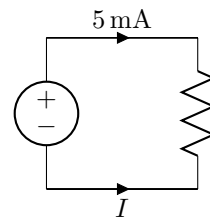
شکل 2.11: کرچاف قانون رو کی دوسری مثال۔

مشق 2.4: شکل 2.12 میں I دریافت کریں۔

جواب: (الف): $I = -5 \text{ mA}$ ، (ب): $I = 8 \text{ mA}$



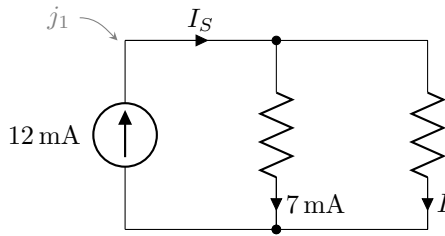
(ب)



(الف)

شکل 2.12: کرچاف قانون رو کا پہلا مشق۔

مشق 2.5: شکل 2.13 میں I_S اور I حاصل کریں۔



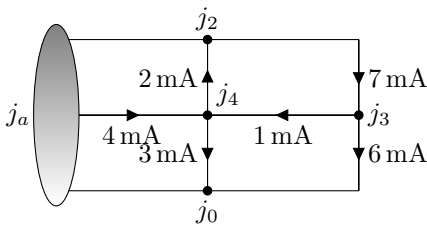
شکل 2.13: مشق 2.5 کی شکل۔

جوابات: $I_S = 12 \text{ mA}$ ، $I = 5 \text{ mA}$ ؛ برقی رو I_S حاصل کرنے کی خاطر نقطہ j_1 کو جوڑ تصور کریں۔

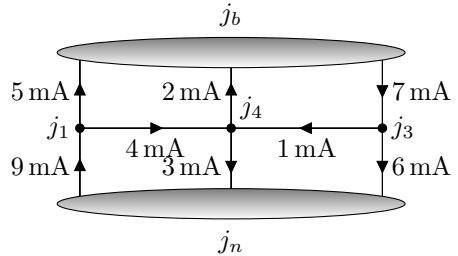
مثال 2.9: شکل 2.10-ب میں کسی بھی جگہ بند سطح کھینچ کر دیکھا جاسکتا ہے کہ کرچاف قانونِ رو بند سطح پر لاگو ہوتا ہے۔ شکل 2.14-الف میں ایسا ہی کیا گیا ہے۔ بالائی اور نچلی سطح کے داخلی اور خارجی رو دریافت کریں۔

حل: بالائی سطح کو جوڑ تصور کیا جاسکتا ہے۔ شکل میں اس جوڑ کو j_b کہا گیا ہے۔ بالائی سطح پر مجموعی داخلی رو $5 \text{ mA} + 2 \text{ mA}$ ہے۔ اس سے 7 mA رو خارج ہوتی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ داخلی اور خارجی رو برابر ہیں۔

نچلی سطح پر داخلی رو $3 \text{ mA} + 6 \text{ mA}$ ہے اور خارجی رو 9 mA ہے۔ اس سطح پر بھی داخلی اور خارجی رو برابر ہیں۔ نچلی سطح کو جوڑ j_n کہا گیا ہے۔



(ب)



(الف)

شکل 2.14: کرچاف قانونِ رو بر بند سطح پر لاگو ہوتا ہے۔

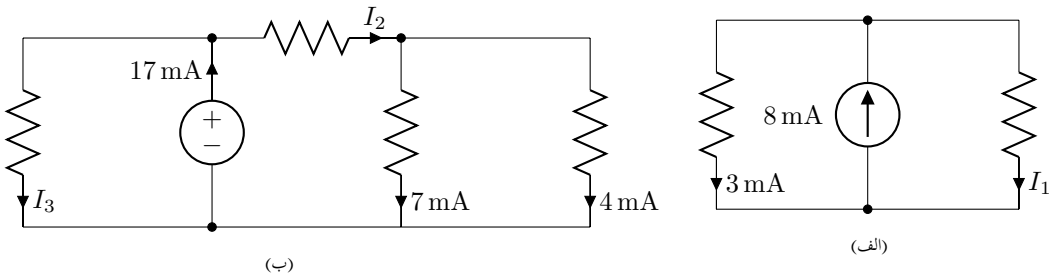
آپ شکل 2.10-ب پر کسی بھی جگہ پر بند سطح کھینچ کر دیکھ سکتے ہیں کہ اس سطح پر داخلی رو عین سطح سے خارجی رو کے برابر ہوگی۔

مشق 2.6: شکل 2.14-ب میں بند سطح کی داخلی اور خارجی رو حاصل کریں۔

جوابات: داخلی رو 9 mA ہے اور خارجی رو بھی 9 mA ہے۔

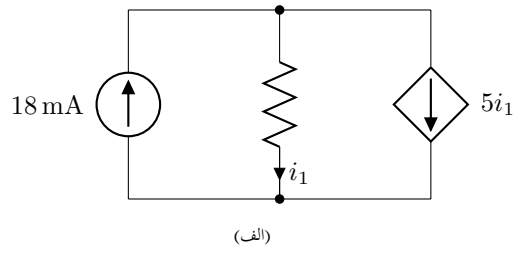
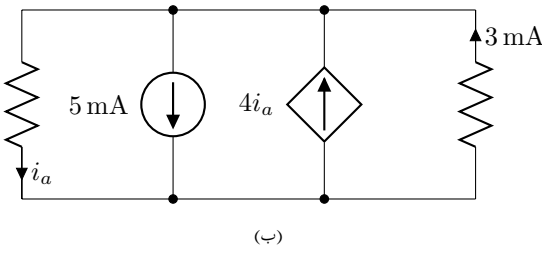
مشق 2.7: شکل 2.15 میں نامعلوم رو دریافت کریں۔

جواب: $I_1 = 5 \text{ mA}$ ، $I_2 = 11 \text{ mA}$ اور $I_3 = 6 \text{ mA}$



شکل 2.15: مشق 2.7 میں استعمال ہونے والا دور۔

مشق 2.8: شکل 2.16-الف میں i_1 اور شکل-ب میں i_a دریافت کریں۔



شکل 2.16: مشق 2.8 میں استعمال ہونے والا دور۔

جوابات: $i_a = \frac{2}{3} \text{ mA}$ ، $i_1 = 3 \text{ mA}$

کرچاف کا دوسرا قانون، کرچاف قانون برائے برقی دباؤ ہے۔ اس قانون کو عموماً کرچاف قانون دباؤ²⁴ کہا جاتا ہے۔

کرچاف قانون دباؤ کہتا ہے کہ کسی بھی بند راہ پر بڑھتے برقی دباؤ کا مجموعہ، گھٹتے برقی دباؤ کے مجموعے کے عین برابر ہوگا۔

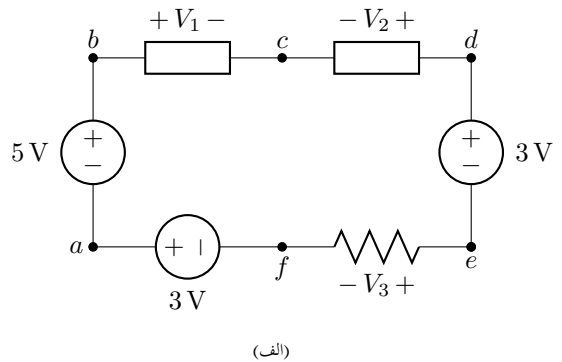
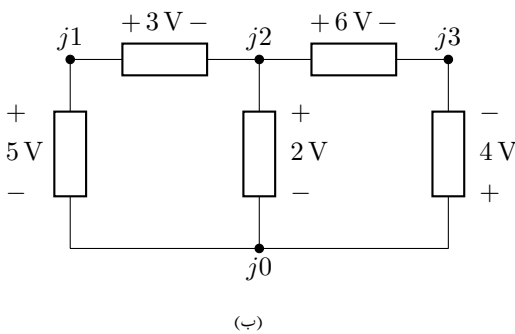
شکل 2.17-الف میں جوڑ $j0$ سے برقی دور میں گھڑی کے سمت گھومتے ہوئے بڑھتے دباؤ کا مجموعہ

$$\text{بڑھتا دباؤ} = 5 + V_2 + 3$$

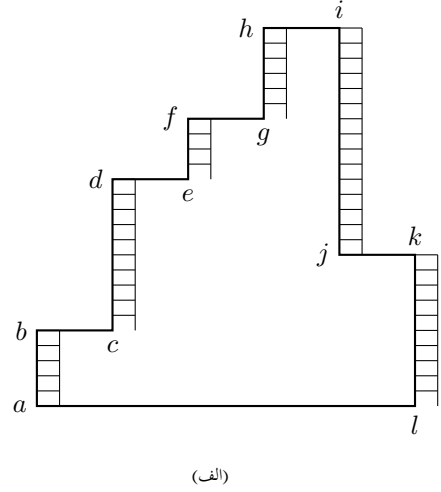
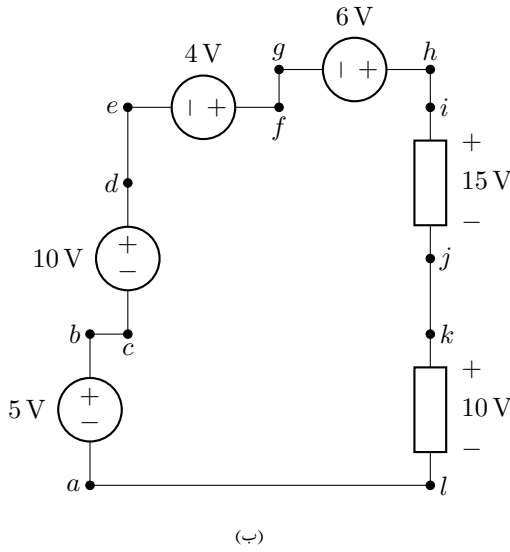
حاصل ہوتا ہے جبکہ گھٹتے دباؤ کا مجموعہ

$$\text{گھٹتا دباؤ} = V_1 + 3 + V_3$$

Kirchoff's voltage law, KVL²⁴



شکل 2.17: کرچاف قانون دباؤ۔



شکل 2.18: کرچاف قانون دباو اور بلندی۔

حاصل ہوتا ہے۔ کرچاف قانون دباو کے تحت یہ قیمتیں برابر ہیں یعنی

$$5 + V_2 + 3 = V_1 + 3 + V_3$$

ہو گا۔ اس مساوات کو یوں

$$(2.19) \quad 5 + V_2 + 3 - V_1 - 3 - V_3 = 0$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ یوں کرچاف قانون دباو کو

$$(2.20) \quad \sum_{b=1}^B V_b = \sum_{g=1}^G V_g \quad \text{کرچاف قانون دباو}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں بند دائرے میں بڑھتے دباو کی تعداد B اور گھٹتے دباو کی تعداد G ہے۔

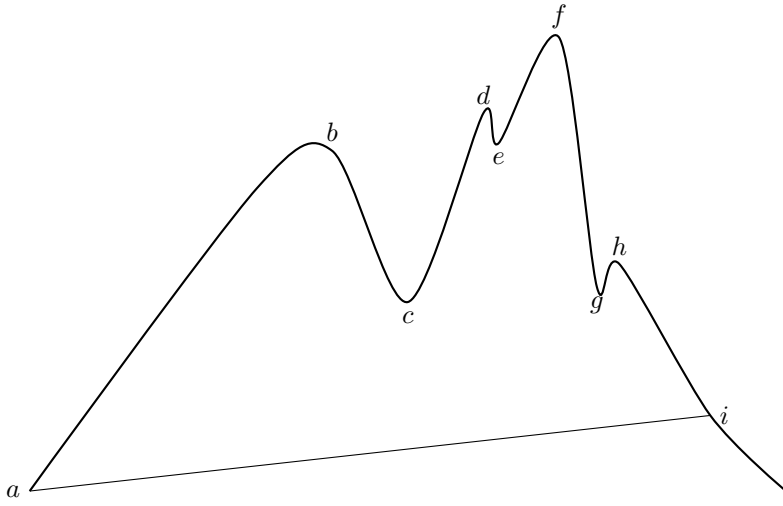
شکل 2.17-الف میں بڑھتے دباو کو مثبت اور گھٹتے دباو کو منفی لکھتے ہوئے مجموعہ حاصل کرنے سے عین مساوات 2.19 حاصل ہوتا ہے لہذا کرچاف قانون دباو کو درج ذیل مساوات کی صورت میں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.21) \quad \sum_{s=1}^S V_s = 0 \quad \text{کرچاف قانون دباو}$$

اس مساوات میں اگر بڑھتے دباو کو مثبت لکھا جائے تب گھٹتے دباو کو منفی لکھا جائے گا اور اگر گھٹتے دباو کو مثبت لکھا جائے تب بڑھتے دباو کو منفی لکھا جائے گا۔

شکل 2.9 میں کرچاف قانون رو کو پہاڑی سے اترتی بکریوں کی مدد سے سمجھایا گیا۔ آئیں کرچاف قانون دباو کو شکل 2.18 کی مدد سے سمجھیں۔

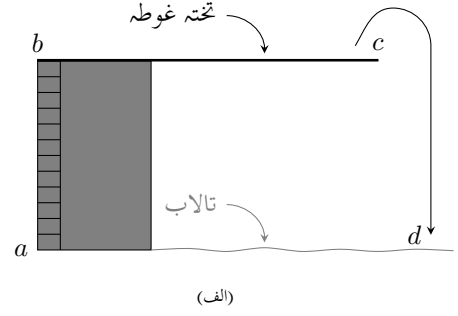
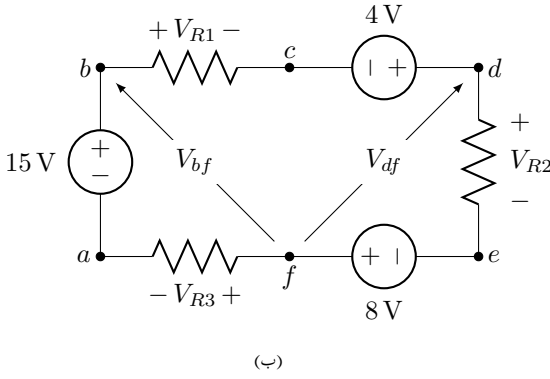
شکل 2.18-الف میں ایک عمارت کا بیرونی خاکہ دکھایا گیا ہے۔ عمارت کے بائیں طرف سیڑھی کو استعمال کرتے ہوئے پہلی منزل b تک پہنچنا ممکن ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ a سے پانچ سیڑھی بلندی پر b واقع ہے۔ یوں a سے b تک پہنچنے پر آپ پانچ سیڑھی بلندی اختیار کریں گے۔ اس حقیقت کو ریاضیاتی طور پر $B_{ba} = 5$ لکھا جاتا ہے۔ پہلی منزل کی چھت b تا c ہے یوں b سے c تک چلنے میں آپ کی بلندی جوں کی توں



شکل 2.19: کرچاف قانون دباو اور پہاڑی پر چرتی بکریاں۔

رہے گی۔ اسی طرح d تک پہنچنے کی خاطر مزید دس سیڑھیاں چڑھنی ہو گی یعنی $B_{dc} = 10$ ۔ یوں a سے d کی اونچائی پندرہ سیڑھی ہے۔ ان حقائق کو ریاضیاتی طور پر $B_{da} = B_{ba} + B_{dc} + B_{fe} + B_{hg}$ لکھا جائے گا۔ اسی طرح a سے h تک $B_{ha} = B_{ba} + B_{dc} + B_{fe} + B_{hg}$ ہو گا۔ اب i سے j پہنچنے کے لئے پندرہ سیڑھی اترنا ہو گا یعنی $B_{ja} = B_{ba} + B_{dc} + B_{fe} + B_{hg} - B_{ij}$ جس میں قیمتیں پر کرتے ہوئے $B_{ja} = 5 + 10 + 4 + 6 - 15 = 10$ حاصل ہوتا ہے۔ اب j تک پہنچنے کے لئے ضروری نہیں کہ عمارت کے بائیں جانب سے ہی ہم سیڑھیاں چڑھنے شروع ہو جائیں۔ ہم عمارت کے دائیں جانب سیڑھی استعمال کرتے ہوئے a سے k چڑھ سکتے ہیں جہاں سے $B_{ka} = 10$ حاصل ہوتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ a سے j کی اونچائی کا انحصار اس پر بالکل نہیں کہ ہم کس راستے پر چلتے ہوئے اس بلندی کو ناپیں۔ اگر عمارت کے بائیں جانب نقطہ a سے شروع ہو کر تمام سیڑھیاں استعمال کرتے ہوئے واپس نقطہ a پہنچا جائے تو ہم کل پچیس سیڑھیاں بلندی تک پہنچنے کے بعد اتنا ہی واپس اتر چکے ہوں گے۔ اس حقیقت کو $B_{ba} + B_{dc} + B_{fe} + B_{hg} - B_{ij} - B_{kl} = 0$ لکھا جاسکتا ہے جس کے تحت کسی بھی بند راہ پر چلنے سے جتنا اوپر چلا جائے اتنا ہی نیچے چلنا ہو گا۔ یہی کچھ شکل 2.19 سے بھی دیکھا جاسکتا ہے جہاں فرحاند پورا دن بکریاں چرانے کے بعد واپس ابتدائی نقطہ a پہنچتی ہے۔ اگر پورے راستے پر ہر قدم اونچائی ناپی جائے تو جواب صفر ہی حاصل ہو گا۔

شکل 2.18-الف کا مساوی برقی دور شکل 2.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔ شکل 2.18-الف میں b تا c بلندی برقرار رہتی ہے۔ شکل 2.18-ب میں b تا c برقی دباو برقرار رہتا ہے۔ شکل 2.18-الف میں d تا e بلندی برقرار رہتی ہے۔ شکل 2.18-ب میں d تا e برقی دباو برقرار رہتا ہے۔ شکل 2.18-الف میں برقرار بلندی کو افقی دکھایا جاتا ہے جبکہ بلندی میں تبدیلی کو عمودی دکھایا جاتا ہے۔ شکل 2.18-ب میں برقرار برقی دباو کو تار ظاہر کرتی ہے اور ایسی تار کو جواز²⁵ کہا جاتا ہے۔ شکل 2.18-ب میں $V_{ba} = 5V$ لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح $V_{dc} = 10V$ اور $V_{da} = V_{ba} + V_{dc}$ لکھا جائے گا۔ اسی طرح $V_{ja} = V_{ba} + V_{dc} + V_{fe} + V_{hg} - V_{ij}$ سے $V_{ja} = 10V$ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 2.18-ب میں a سے شروع ہو کر گھڑی کی سمت میں پورا چکر کاٹتے ہوئے $V_{ba} + V_{dc} + V_{fe} + V_{hg} - V_{ij} - V_{kl} = 0$ لکھا جاسکتا ہے جہاں بڑھتے دباو کو مثبت لکھا گیا ہے۔ اسی طرح j سے شروع ہو کر گھڑی کے الٹ چلتے ہوئے $V_{ij} - V_{hg} - V_{fe} - V_{dc} - V_{ba} + V_{kl} = 0$ لکھا جاسکتا ہے۔ اگر ہم گھٹتے دباو کو مثبت لکھیں تب j سے شروع ہو کر گھڑی کے الٹ چلتے ہوئے $-V_{ij} + V_{hg} + V_{fe} + V_{dc} + V_{ba} - V_{kl} = 0$ لکھا جائے گا۔ عام زندگی میں برقرار بلندی افقی سطح کو ظاہر کرتی ہے لہذا شکل 2.18-الف میں افقی لکیر برقرار بلندی کو ظاہر کرتی ہے۔ برقی دور میں برقرار دباو کو افقی لکیر سے ظاہر کرنے کی کوئی روایت نہیں۔ یوں شکل 2.18-ب میں افقی لکیر $b - c$ اور عمودی لکیر $d - e$ برقرار دباو کو ظاہر کرتے ہیں۔ برقی دور میں موصل تار پر دباو تبدیل نہیں ہوتی لہذا تار ہی برقرار دباو کو ظاہر کرتی ہے۔



شکل 2.20: کرچاف قانون دباؤ کے استعمال میں بند دائرہ فرضی ہو سکتا ہے۔

کرچاف قانون دباؤ کے استعمال بند دائرے پر ہوتا ہے۔ ایسا بند دائرہ فرضی بھی ہو سکتا ہے۔ آئیں ایسی ایک مثال دیکھیں۔ شہروں میں پانی کے تالاب پر عموماً غوطہ لگانے کی خاطر اونچائی پر تختہ نسب ہوتا ہے جہاں سے غوطہ خور قلابازیاں کھاتا ہوا پانی تک پہنچتا ہے۔ شکل 2.20-الف میں ایسا ہی تختہ غوطہ²⁶ دکھایا گیا ہے جس تک بائیں جانب نسب سیڑھی کے ذریعہ پہنچا جاسکتا ہے۔ اس سیڑھی کو استعمال کرتے ہوئے غوطہ خور a سے b تک چڑھتا ہے۔ یہاں سے وہ دوڑ لگاتا ہوا c پہنچ کر ہوا میں قلابازیاں کھاتا ہوا نیچے تالاب میں ڈبکی لگاتا ہے۔ شکل میں تیر کی لکیر غوطہ خور کے گرنے کو دکھاتی ہے۔ اب a سے b اور یہاں سے c تک حقیقی راہ پائی جاتی ہے جس پر غوطہ خور چلتا ہے لیکن c سے d تک کوئی سیڑھی نہیں ہے۔ یہ بس خلاء میں فرضی راہ ہے جس پر غوطہ خور نیچے اترتا ہے جس کے بعد وہ واپس a تک لوٹتے ہوئے بند دائرے پر چال قدمی پوری کرتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بارہ سیڑھیاں چڑھنے کے بعد غوطہ خور بارہ²⁷ سیڑھی ہی نیچے گرتا ہے۔

آئیں اب یہی کچھ برقی دور میں بھی دیکھیں۔ ایسا شکل 2.20-ب کی مدد سے دیکھتے ہیں۔ گھٹے دباؤ کو مثبت لکھتے ہوئے، a سے گھڑی کی سمت چل کر ایک چکر کے بعد $-15 + V_{R1} - 4 + V_{R2} - 8 + V_{R3} = 0$ لکھا جاسکتا ہے جس سے

$$V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 15 + 4 + 8$$

حاصل ہوتا ہے۔ ایسا حقیقی راہ پر کیا گیا۔ آئیں اب f سے a اور یہاں سے b کے بعد فرضی راہ پر واپس f پہنچیں۔ فرضی راہ کو نوک دار لکیر سے دکھایا گیا ہے جہاں تیر کا نشان مثبت سرے کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں

$$V_{R3} - 15 + V_{bf} = 0$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں گھٹے دباؤ کو مثبت لکھا گیا ہے۔ اس سے

$$V_{bf} = 15 - V_{R3}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں اگر $V_{R3} = 7V$ ہو تب $V_{bf} = 8V$ ہو گا۔ یہاں بتلاتا چلوں کہ اس کتاب میں گھٹے دباؤ کو ہی مثبت لکھا جائے گا۔ ایسا لکھنے میں آپ کو شروع میں کچھ دقت ہو سکتی ہے۔ اسی طرح دیگر فرضی بند دائروں پر مندرجہ ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$V_{R3} - 15 + V_{R1} - 4 + V_{df} = 0$$

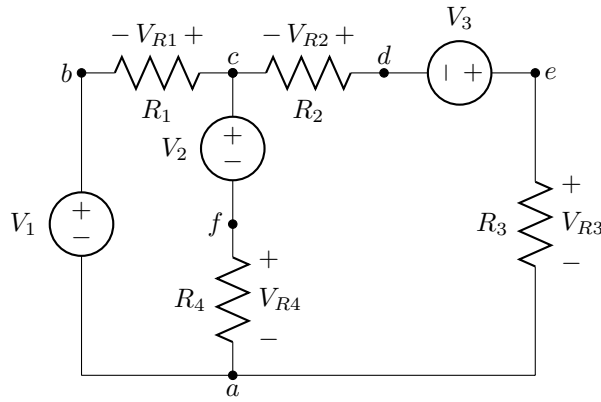
$$8 - V_{R2} + V_{df} = 0$$

$$-V_{bf} + V_{R1} - 4 + V_{df} = 0$$

جہاں پہلی اور دوسری مساوات میں گھڑی کی سمت جبکہ دوسری مساوات میں الٹ سمت چلا گیا ہے۔ یوں اگر $V_{R1} = 9V$ ، $V_{R2} = 11V$ اور $V_{R3} = 7V$ ہوں تب $V_{df} = 3V$ اور $V_{bf} = 8V$ ہوں گے۔

²⁶diving board

²⁷جی مجھے معلوم ہے کہ غوطہ خور اوپر چھلانگ لگا کر بارہ سیڑھی سے زیادہ بلندی سے گرتا ہے۔ مجھے امید ہے کہ آپ تمام گفتگو کی اصل مقصد سمجھ گئے ہوں گے۔



شکل 2.21: تابع اور غیر تابع مساوات۔

شکل 2.21 میں کرفاف قانون دباوا استعمال کرتے ہوئے کل تین عدد مساوات لکھنا ممکن ہے۔ یہ مساوات بائیں بند دائرہ $abcfa$ ، دائیں بند دائرہ $afcdea$ اور بیرونی بند دائرہ $abcdea$ پر لکھے جائیں گے جنہیں یہاں پیش کرتے ہیں۔

$$(2.22) \quad -V_1 - V_{R1} + V_2 + V_{R4} = 0$$

$$(2.23) \quad -V_{R4} - V_2 - V_{R2} - V_3 + V_{R3} = 0$$

$$(2.24) \quad -V_1 - V_{R1} - V_{R2} - V_3 + V_{R3} = 0$$

مساوات 2.22 اور مساوات 2.23 کو آپس میں جمع کرنے سے مساوات 2.24 حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح مساوات 2.23 سے مساوات 2.24 منفی کرنے سے مساوات 2.22 حاصل ہوتا ہے۔ یوں ان میں سے کسی بھی دو مساوات سے تیسری مساوات حاصل کی جاسکتی ہے۔ ایسی صورت میں دو عدد مساوات کو غیر تابع مساوات کہتے ہیں جبکہ ان سے حاصل تیسری مساوات تابع مساوات²⁸ کہلاتی ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ دو آزاد متغیرات حاصل کرنے کی خاطر دو عدد غیر تابع مساوات درکار ہوتے ہیں۔ یوں آزاد متغیرات x اور y مندرجہ ذیل ہمزاد مساوات میں سے کسی بھی دو مساوات کو بیک وقت حل کرنے سے حاصل کرنا ممکن ہے۔ ان میں کسی بھی دو عدد مساوات کو غیر تابع تصور کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی جاسکتی ہے لہذا تیسری تابع مساوات ہے جو کوئی نئی معلومات فراہم نہیں کرتی۔ تابع مساوات غیر ضروری مساوات ہوتی ہے جسے لکھنے کی ضرورت نہیں ہے۔

$$x + y = 3$$

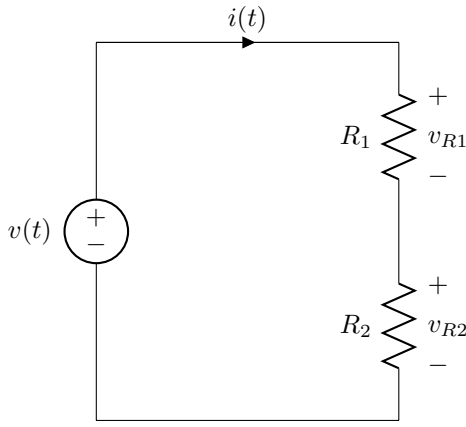
$$x - y = -1$$

$$3x + y = 5$$

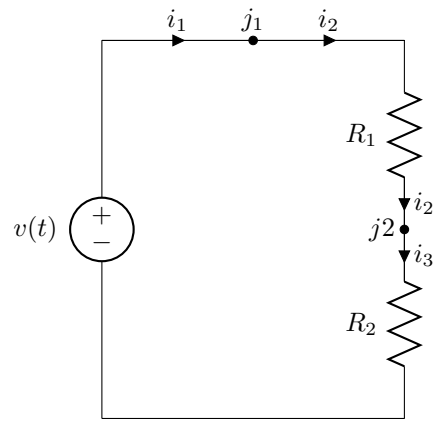
شکل 2.21 صرف دو عدد غیر تابع مساوات مہیا کرتا ہے لہذا اگرچہ ہم اس دور کے لئے تین مساوات لکھ سکتے ہیں لیکن ایسا کرنے کی کوئی ضرورت نہیں۔ کسی بھی دور میں مساوات لکھنے سے پہلے بند دائرے چنے جاتے ہیں۔ بند دائرے یوں چنیں کہ دور میں نسب تمام اجزاء کسی نہ کسی دائرے کا حصہ بنے۔ یوں کم سے کم تعداد کے بند دائرے چنے سے کم سے کم مساوات حاصل ہوں گے۔ کم تعداد کے مساوات حل کرنا نسبتاً زیادہ آسان ہوتا ہے۔

2.3 سلسلہ وار جڑے پرزوں میں رو

کرفاف کے قوانین جاننے کے بعد آپس انہیں چند سادہ ادوار پر لاگو کرتے ہوئے کچھ کارآمد نتائج حاصل کریں۔ شکل 2.22-الف میں منبع دباو $v(t)$ کے ساتھ دو عدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔ منبع اور R_1 آپس میں جوڑ j_1 پر ملتے ہیں۔ منبع کی رو i_1 اور مزاحمت میں داخل ہوتی رو کو i_2 تصور کرتے ہوئے جوڑ j_1 پر کرفاف قانون رولاگو کرتے ہوئے $i_1 = i_2$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں منبع اور مزاحمت R_1 میں بالکل برابر رو پائی جاتی ہے۔ یہی



(ب)



(الف)

شکل 2.22: سلسلہ وار جڑے مزاحمت میں دباؤ کی تقسیم۔

ترکیب مزاحمت R_1 اور مزاحمت R_2 کے جوڑ j_2 پر لاگو کرتے ہوئے $i_2 = i_3$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں اگر $i_1 = 3 \text{ mA}$ ہوتی تب i_2 اور i_3 بھی 3 mA ہوتے اور یہ برقی رو دور میں گھڑی کی سمت گھومتی۔ اس حقیقت کو یوں بہتر بیان کیا جاسکتا ہے کہ سلسلہ وار جڑے پرزوں میں یکساں برقی رو پائی جاتی ہے۔

2.4 تقسیم دباؤ

گزشتہ حصے میں ہم نے دیکھا کہ سلسلہ وار دور میں ہر مقام پر یکساں رو پائی جاتی ہے۔ اسی سلسلہ وار دور کو شکل 2.22-ب میں دوبارہ پیش کیا گیا ہے جہاں دور کی رو کو $i(t)$ لکھا گیا ہے۔ شکل-ب کے لئے کرچاف قانون دباؤ سے

$$(2.25) \quad v(t) = v_{R1} + v_{R2}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ کسی بھی مزاحمت میں گزرتی رو اور مزاحمت کے سروں کے مابین دباؤ کا تعلق قانون اوہم دیتا ہے۔ یوں مزاحمت R_1 اور R_2 پر درج ذیل دباؤ ہوگا۔

$$(2.26) \quad \begin{aligned} v_{R1} &= i(t)R_1 \\ v_{R2} &= i(t)R_2 \end{aligned}$$

مساوات 2.26 کو مساوات 2.25 میں پر کرتے ہوئے

$$(2.27) \quad v(t) = i(t)R_1 + i(t)R_2$$

رو کے لئے حل کرتے ہیں۔

$$(2.28) \quad i(t) = \frac{v(t)}{R_1 + R_2}$$

مساوات 2.26 اور مساوات 2.28 کی مدد سے مزاحمت R_1 اور R_2 کی دباؤ حاصل کی جاسکتی ہے۔ مزاحمت R_1 کا دباؤ

$$\begin{aligned} v_{R1} &= i(t)R_1 \\ &= \left[\frac{v(t)}{R_1 + R_2} \right] R_1 \end{aligned}$$

یا

$$(2.29) \quad v_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v(t)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح مزاحمت R_2 کا دباؤ درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(2.30) \quad v_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v(t)$$

مساوات 2.29 اور مساوات 2.30 تقسیم دباؤ کے مساوات ہیں۔ ان کی افادیت ایک مثال کی مدد سے سمجھیں۔

مثال 2.10: شکل 2.22 میں $v(t) = 15 \text{ V}$ ہے جبکہ مزاحمت $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ اور $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$ ہیں۔ دونوں مزاحمت کے دباؤ حاصل کریں۔ منبع اور مزاحمتوں کی طاقت دریافت کریں۔

مساوات 2.29 سے

$$v_{R1} = \frac{15 \times 1000}{1000 + 2000} = 5 \text{ V}$$

اور مساوات 2.30 سے

$$v_{R2} = \frac{15 \times 2000}{1000 + 2000} = 10 \text{ V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہی جوابات یوں بھی حاصل کئے جاسکتے ہیں کہ پہلے مساوات 2.28 سے رو

$$i(t) = \frac{15}{1000 + 2000} = 5 \text{ mA}$$

حاصل کریں اور پھر قانون اوہم سے

$$v_{R1} = i(t)R_1 = 5 \times 10^{-3} \times 1000 = 5 \text{ V}$$

$$v_{R2} = i(t)R_2 = 5 \times 10^{-3} \times 2000 = 10 \text{ V}$$

لکھیں۔ منبع کی طاقت

$$p_{\text{منبع}} = 15 \times (-5 \times 10^{-3}) = -75 \text{ mW}$$

جبکہ R_1 کی طاقت

$$p_{R1} = 5 \times 5 \times 10^{-3} = 25 \text{ mW}$$

اور R_2 کی طاقت

$$p_{R2} = 10 \times 5 \times 10^{-3} = 50 \text{ mW}$$

حاصل ہوتی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ طاقت کی پیداوار اور ضیاع برابر ہیں۔

مزاحمت کی طاقت مساوات 2.4 میں دئے دیگر کلیات سے بھی حاصل کر کے دیکھتے ہیں۔

$$p_{R1} = i^2(t)R_1 = (5 \times 10^{-3})^2 \times 1000 = 25 \text{ mW}$$

$$p_{R1} = \frac{v_{R1}^2}{R_1} = \frac{5^2}{1000} = 25 \text{ mW}$$

$$p_{R2} = i^2(t)R_2 = (5 \times 10^{-3})^2 \times 2000 = 50 \text{ mW}$$

$$p_{R2} = \frac{v_{R2}^2}{R_2} = \frac{10^2}{2000} = 50 \text{ mW}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سلسلہ وار مزاحمت جوڑنے سے داخلی دباؤ کو مختلف قیمتوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ دو سے زیادہ مزاحمت سلسلہ وار جوڑتے ہوئے داخلی دباؤ کو زیادہ حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ تقسیم دباؤ کے مساوات کے تحت داخلی دباؤ سلسلہ وار جڑے مزاحمت پر مزاحمت کی قیمت کے نسبت سے تقسیم ہوتے ہیں۔ مندرجہ بالا مثال میں آپ نے دیکھا کہ تقسیم دباؤ کی مساوات سے مزاحمت کا دباؤ حاصل کرتے ہوئے برقی رو کا حصول درکار نہیں ہوتا۔ آپ نے یہ بھی دیکھ لیا ہو گا کہ زیادہ قیمت کی مزاحمت پر زیادہ دباؤ پیدا ہوتی ہے اور اس میں طاقت کا ضیاع بھی زیادہ ہوتا ہے۔

مشق 2.9: شکل 2.22 میں $v(t) = 10 \text{ V}$ ہے جبکہ مزاحمت $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ ہے۔ مزاحمت R_2 پر 6 V درکار ہیں۔ اس مزاحمت کی قیمت حاصل کریں اور اس میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔ منبع کی پیدا کردہ طاقت بھی دریافت کریں۔ اگر R_2 کی قیمت $2 \text{ k}\Omega$ ہوتی تب R_2 کی دباؤ اور طاقت کے علاوہ منبع کی پیدا کردہ طاقت کیا ہوتی۔

جواب: $R_2 = 3 \text{ k}\Omega$ ، 12 mW ، -20 mW ، 5 V ، 12.5 mW ، -25 mW

اس مشق سے ظاہر ہے کہ کل سلسلہ وار مزاحمت کی قیمت کم کرنے سے پیدا کردہ طاقت اور مزاحمت میں طاقت کا ضیاع بڑھتا ہے۔

2.5 متعدد سلسلہ وار مزاحمت

شکل 2.23-الف میں متعدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔ تمام سلسلہ وار جڑے پر زوں میں یکساں رو $i(t)$ پائی جاتی ہے۔ کرچاف قانون دباؤ سے

$$v(t) = v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} + \dots + v_{Rn} \quad (2.31)$$

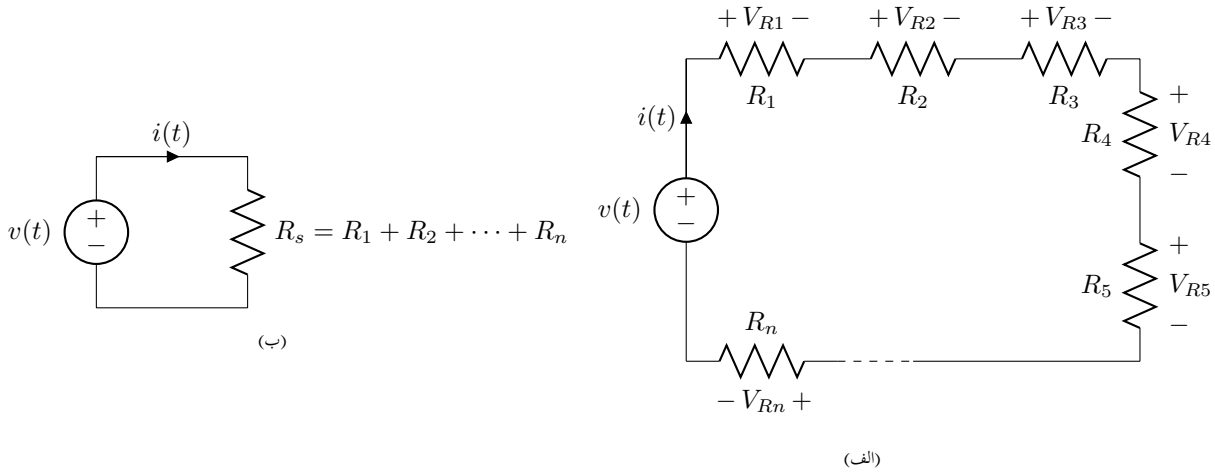
لکھتے ہیں جہاں قانون اوہم سے

$$v_{R1} = i(t)R_1$$

$$v_{R2} = i(t)R_2$$

$$\vdots$$

$$v_{Rn} = i(t)R_n$$



شکل 2.23: متعدد سلسلہ وار مزاحمت اور تقسیم دباؤ۔

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں

$$v(t) = i(t)R_1 + i(t)R_2 + \dots + i(t)R_n$$

یا

$$(2.32) \quad v(t) = i(t) [R_1 + R_2 + \dots + R_n]$$

حاصل ہوتا ہے جس میں

$$(2.33) \quad R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad \text{متعدد سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت}$$

لکھتے ہوئے

$$(2.34) \quad v(t) = i(t)R_s$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 2.32 اور مساوات 2.34، شکل 2.23-ب پر بھی پوری اترتے ہیں۔ یوں شکل 2.23-الف اور شکل 2.23-ب مساوی اشکال ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ متعدد سلسلہ وار جڑے مزاحمت کی جگہ ان کا مجموعی مزاحمت نسب کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 2.33 متعدد سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت R_s دیتی ہے۔

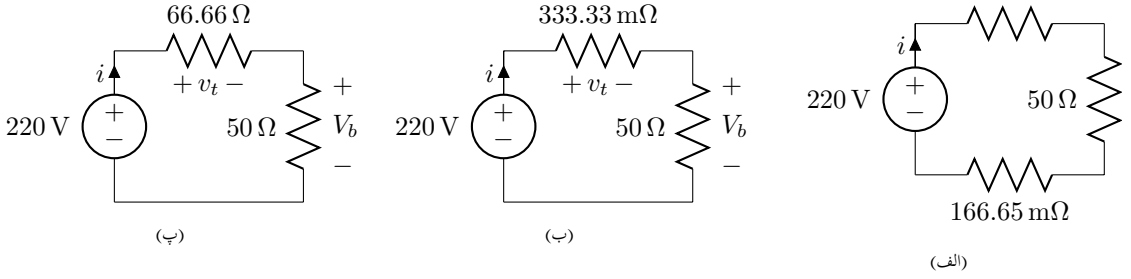
مثال 2.11: شکل 2.23-الف میں چار عدد مزاحمت نسب ہیں جن کی قیمتیں 100Ω ، 50Ω ، 120Ω اور 30Ω ہیں۔ منبع دباؤ $9V$ پیدا کرتا ہے۔ دور میں رو در یافت کریں۔ پچاس اوہم مزاحمت پر دباؤ بھی حاصل کریں۔

حل: مجموعی مزاحمت کی قیمت

$$R_s = 100 + 50 + 120 + 30 = 300\Omega$$

ہے۔ یوں قانون اوہم اور شکل-ب سے

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_s} = \frac{9}{300} = 30\text{mA}$$



شکل 2.24: برقی بوجھ کو بذریعہ تار طاقت فراہم کی جا رہی ہے۔

حاصل ہوتا ہے۔ پچاس اوہم مزاحمت پر دباؤ قانون اوہم سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_{50\Omega} = i(t)R = 30 \times 10^{-3} \times 50 = 1.5 \text{ V}$$

مثال 2.12: ایک ملی میٹر قطر کے المونیم تار کی مزاحمت 33.33Ω فی کلومیٹر ہے۔ اس تار کو استعمال کرتے ہوئے 220 V منبع دباؤ سے 50Ω کے مزاحمتی بوجھ کو طاقت فراہم کی جاتی ہے۔ منبع اور بوجھ کے درمیان 5 m کا فاصلہ ہونے کی صورت میں مزاحمت میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔ اگر یہ فاصلہ 1 km ہوتا تب جواب کیا ہوتا؟

حل: منبع کے مثبت اور منفی سروں کو بوجھ کے دو سروں کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ چونکہ ایک کلومیٹر تار کی مزاحمت 33.33Ω ہے لہذا پانچ میٹر تار کی مزاحمت $166.65 \text{ m}\Omega$ ہوگی۔ صورت حال شکل 2.24-الف میں دکھائی گئی ہے۔ بالائی اور نیچلی تار سلسلہ وار جڑے ہیں لہذا ان کے مزاحمت آپس میں جمع کئے جاسکتے ہیں۔ ایسا کرتے ہوئے مسئلے کو شکل 2.24-ب کے طرز پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ ادوار کے اشکال بناتے ہوئے عموماً ایسا ہی کرتے ہوئے تار کی مجموعی مزاحمت کو بالائی تار پر ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ نیچلی تار کی مزاحمت صفر تصور کی جاتی ہے۔ دور میں رو

$$i = \frac{220}{50 + 0.16665} = 4.3854 \text{ A}$$

اور بوجھ میں طاقت کا ضیاع

$$p = i^2 R = 4.3854^2 \times 50 = 962 \text{ W}$$

ہے۔ یہاں غور کریں کہ تار کی مزاحمت بوجھ کی مزاحمت سے بہت کم ہے۔ ایسی صورت میں تار کی مزاحمت کو رد کیا جاسکتا ہے اور تار کو کامل موصل تصور کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے تار کی مزاحمت کو 0Ω تصور کرتے ہوئے جوابات

$$i = \frac{220}{50 + 0} = 4.4 \text{ A}$$

$$p = 4.4^2 \times 50 = 968 \text{ W}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ ان دو جوابات میں صرف

$$\left| \frac{962 - 968}{962} \right| \times 100 = 0.62 \%$$

فرق پایا جاتا ہے جسے رد کیا جاسکتا ہے۔ اس کے برعکس منبع اور تار کے درمیان ایک کلو میٹر فاصلے کی صورت میں صورت حال شکل-پ ظاہر کرتی ہے جہاں سے

$$i = \frac{220}{50 + 66.66} = 1.8858 \text{ A}$$

$$p = 1.8858^2 \times 50 = 179 \text{ W}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یہاں تار کی مزاحمت کو رد نہیں کیا جاسکتا اور اس کے اثرات کو مد نظر رکھنا ضروری ہے۔

2.6 سلسلہ وار متعدد منبع دباؤ اور مزاحمت

شکل 2.25-الف میں متعدد منبع دباؤ اور متعدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔ سلسلہ وار دور میں یکساں رو $i(t)$ پائی جائے گی۔ دور میں گھڑی کی سمت گھومتے اور گھٹے دباؤ کو مثبت لکھتے ہوئے

$$(2.35) \quad v_1(t) - v_2(t) + v_{R1} + v_{R2} - v_3(t) + v_{R3} + v_{R4} + \dots + v_k(t) + v_{Rn} = 0$$

لکھا جاسکتا ہے۔ منبع دباؤ کو ایک جانب اور مزاحمتی دباؤ کو دوسری جانب لکھتے ہوئے اسے درج ذیل صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.36) \quad -v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots - v_k(t) = v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} + v_{R4} + \dots + v_{Rn}$$

قانون اوہم کی مدد سے $v_{R1} = i(t)R_1$ وغیرہ لکھتے ہوئے

$$(2.37) \quad -v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots - v_k(t) = i(t)R_1 + i(t)R_2 + i(t)R_3 + i(t)R_4 + \dots + i(t)R_n$$

$$= i(t) [R_1 + R_2 + \dots + R_n]$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات میں

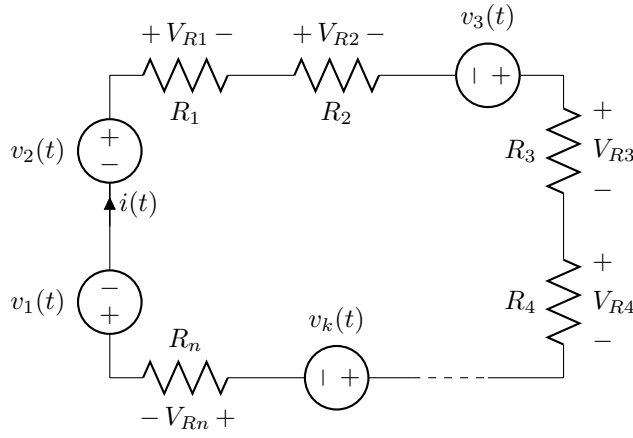
$$(2.38) \quad -v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots - v_k(t) = v_s(t)$$

$$(2.39) \quad R_1 + R_2 + \dots + R_n = R_s$$

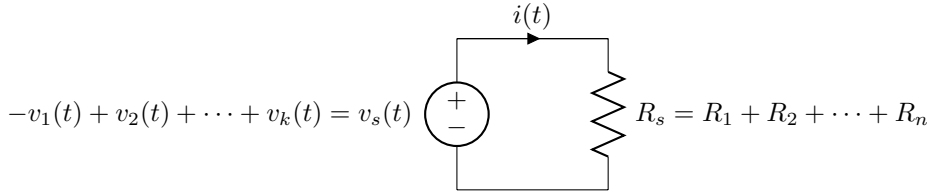
لکھنے سے

$$(2.40) \quad v_s(t) = i(t)R_s$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات سے حاصل دور کو شکل 2.25-ب میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام سلسلہ وار جڑے مزاحمت کی جگہ ان کا مجموعہ نسب کیا جاسکتا ہے اور اسی طرح تمام سلسلہ وار جڑے منبع کی جگہ ان کا مجموعہ نسب کیا جاسکتا ہے۔ جیسا شکل 2.25-ب میں دکھایا گیا ہے، منبع کا مجموعہ حاصل کرتے وقت بڑھتے دباؤ کو مثبت اور گھٹتے دباؤ کو منفی لیا جاتا ہے۔ یوں مساوات 2.40 میں مساوی نشان (=) کے بائیں جانب بڑھتے دباؤ کا مجموعہ اور نشان کے دائیں جانب گھٹتے دباؤ کا مجموعہ ہے۔ اس مساوات سے دور کی رو $i(t)$ حاصل کی جاسکتی ہے۔

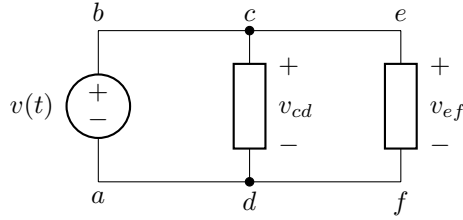


(الف)



(ب)

شکل 2.25: متعدد منبع اور متعدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔



شکل 2.26: متوازی جڑے پریزوں پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے

2.7 متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے

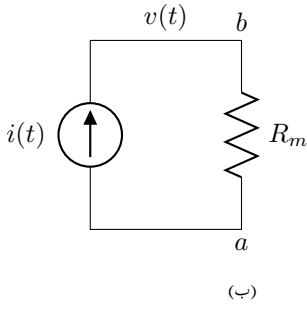
شکل 2.26-الف میں منبع دباؤ کے متوازی دو عدد برقی پریزے جڑے دکھائے گئے ہیں۔ بند دائرہ $abcda$ پر کرچاف قانون دباؤ سے

$$(2.41) \quad v(t) = v_{cd}$$

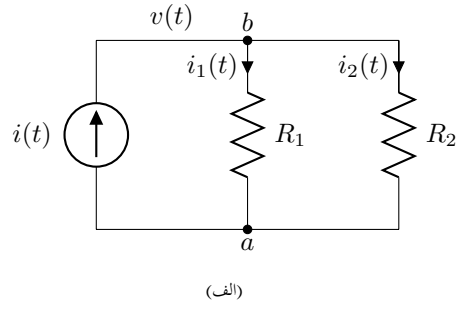
حاصل ہوتا ہے جبکہ بند دائرہ $abefa$ پر کرچاف قانون دباؤ سے

$$(2.42) \quad v(t) = v_{ef}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں دونوں برقی پریزوں پر $v(t)$ دباؤ پایا جاتا ہے۔ اس مثال میں مزید پریزے متوازی جوڑتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام متوازی جڑے پریزوں پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے۔



$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



شکل 2.27: متوازی جڑے مزاحمت کا مساوی مزاحمت۔

2.8 تقسیم رو

شکل 2.27-الف میں منبع رو $i(t)$ کے متوازی دو عدد مزاحمت جڑے ہیں۔ رو $i(t)$ متوازی جڑے مزاحمت سے گزرتی ہے جس سے اوہم کے قانون کے تحت مزاحمت پر دباؤ $v(t)$ پیدا ہوگا۔ مزاحمت R_1 میں رو $i_1(t)$ اور مزاحمت R_2 میں رو $i_2(t)$ پائی جائے گی۔ جوڑ b پر کرچاف قانون رو لکھتے ہیں۔

$$(2.43) \quad i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

مزاحمتوں کے لئے قانون اوہم سے

$$(2.44) \quad i_1(t) = \frac{v(t)}{R_1}$$

$$(2.45) \quad i_2(t) = \frac{v(t)}{R_2}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ درج بالا تین مساوات کے ملاپ سے

$$(2.46) \quad \begin{aligned} i(t) &= \frac{v(t)}{R_1} + \frac{v(t)}{R_2} \\ &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v(t) \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں قوسین میں بند قیمت کو

$$(2.47) \quad \frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

لکھتے ہوئے

$$(2.48) \quad i(t) = \frac{v(t)}{R_m}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ شکل 2.27-ب سے یہی مساوات لکھی جاسکتی ہے۔ متوازی جڑے مزاحمتوں کی مساوی مزاحمت مساوات 2.47 سے حاصل ہوتی ہے۔

مساوات 2.44 کے پہلی مساوات کو مساوات 2.44 سے تقسیم کرتے ہوئے

$$\frac{i_1(t)}{i(t)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

یا

$$(2.49) \quad i_1(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i(t)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح مساوات 2.44 کے دوسری مساوات کو مساوات 2.44 سے تقسیم کرتے ہوئے

$$(2.50) \quad i_2(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i(t)$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 2.49 اور مساوات 2.50 تقسیم رو کے مساوات ہیں۔

مساوات 2.47 سے دو عدد متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

$$(2.51) \quad R_m = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

حاصل کیا جاسکتا ہے۔

مثال 2.13: شکل 2.27 میں $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ ، $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$ اور $i(t) = 8 \text{ mA}$ ہیں۔ مزاحمت R_1 اور مزاحمت R_2 میں رو دریافت کریں۔ کل متوازی مزاحمت دریافت کریں۔ مزاحمت R_1 اور R_2 میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔ منبع کی طاقت بھی حاصل کریں۔

حل: مساوات 2.49 سے

$$i_1(t) = \left(\frac{6000}{2000 + 6000} \right) \times 8 \times 10^{-3} = 6 \text{ mA}$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ مساوات 2.50 سے

$$i_2(t) = \left(\frac{2000}{2000 + 6000} \right) \times 8 \times 10^{-3} = 2 \text{ mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہی جواب بالائی جوڑ پر کرچاف قانون رو

$$8 \text{ mA} = 6 \text{ mA} + i_2(t)$$

یعنی

$$i_2(2) = 8 \text{ mA} - 6 \text{ mA} = 2 \text{ mA}$$

سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔ کل متوازی مزاحمت

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{6000} = \frac{1}{1500}$$

سے

$$R_m = 1.5 \text{ k}\Omega$$

حاصل ہوتا ہے۔ مزاحمت R_1 میں طاقت کا ضیاع

$$p_{R1} = i_1(t)^2 R_1 = (6 \times 10^{-3})^2 \times 2000 = 72 \text{ mW}$$

ہے۔ اسی طرح مزاحمت R_2 کی طاقت

$$p_{R2} = i_2(t)^2 R_2 = (2 \times 10^{-3})^2 \times 6000 = 24 \text{ mW}$$

ہے۔ منبع کی طاقت حاصل کرنے کے لئے منبع کا دباؤ جاننا ضروری ہے۔ مساوات 2.48 سے منبع کا دباؤ

$$v(t) = i(t) R_m = 8 \times 10^{-3} \times 1500 = 12 \text{ V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں منبع کی طاقت درج ذیل ہوگی جو دونوں مزاحمت کے مجموعی طاقت کے عین برابر ہے۔

$$p_{\text{منبع}} = v(t) i(t) = 12 \times 8 \times 10^{-3} = 96 \text{ mW}$$

اس مثال سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ متوازی جڑے مزاحمتوں میں کم قیمت کے مزاحمت میں زیادہ رو پائی جاتی ہے۔ آپ کو یاد ہوگا کہ سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں میں تقسیم دباؤ کے تحت زیادہ قیمت کے مزاحمت پر زیادہ دباؤ پایا جاتا ہے۔

دو سے زیادہ تعداد میں متوازی جڑے مزاحمتوں کو بالکل اسی طرح حل کیا جاسکتا ہے۔ یوں شکل 2.28-الف سے

$$\begin{aligned} i(t) &= i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_n(t) \\ i_1(t) &= \frac{v(t)}{R_1} \\ i_2(t) &= \frac{v(t)}{R_2} \\ i_3(t) &= \frac{v(t)}{R_3} \\ &\vdots \\ i_N(t) &= \frac{v(t)}{R_N} \end{aligned}$$

یا

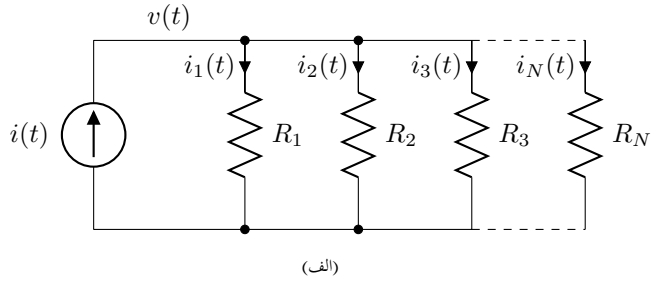
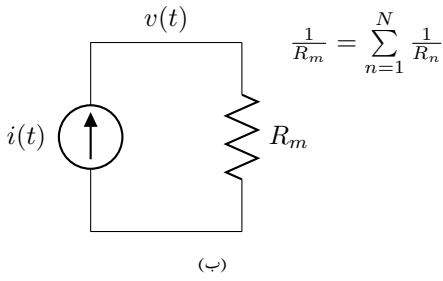
$$(2.52) \quad i(t) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N} \right) v(t)$$

حاصل ہوتا ہے جس میں

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_m} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N} \quad \text{متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت} \\ (2.53) \quad &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{R_n} \end{aligned}$$

پر کرنے سے

$$(2.54) \quad i(t) = \frac{v(t)}{R_m}$$



شکل 2.28: متعدد متوازی جڑے مزاحمت کا مساوی مزاحمت۔

لکھا جاسکتا ہے۔ شکل 2.28-ب سے بھی یہی مساوات حاصل ہوتی ہے لہذا شکل-الف اور شکل-ب مساوی ادوار ہیں۔ مساوات 2.53 متعدد متوازی جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت R_m دیتی ہے۔

مثال 2.14: شکل 2.28-الف میں تین عدد مزاحمت استعمال ہوتے ہیں۔ ان کی قیمتیں $2\text{ k}\Omega$ ، $4\text{ k}\Omega$ اور $5\text{ k}\Omega$ ہیں۔ منبع رو 15 mA ہے۔ مساوی متوازی مزاحمت R_m حاصل کریں۔ دباؤ $v(t)$ حاصل کرتے ہوئے تمام مزاحمتوں میں رو حاصل کریں۔ منبع کی طاقت اور مزاحمتوں میں طاقت کا ضیاع بھی دریافت کریں۔

جوابات: مساوی مزاحمت پہلے حاصل کرتے ہیں۔ مساوات 2.53 سے

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{4000} + \frac{1}{5000} = \frac{19}{20000}$$

یعنی

$$R_m = \frac{20}{19} \text{ k}\Omega$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل 2.28-ب سے

$$v(t) = 15 \times 10^{-3} \times \frac{20000}{19} \approx 15.7895 \text{ V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں شکل-الف سے رو درج ذیل حاصل ہوتے ہیں جہاں سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)$ عین منبع کی رو کے برابر ہے۔

$$i_1(t) = \frac{15.7895}{2000} = 7.89 \text{ mA}$$

$$i_2(t) = \frac{15.7895}{4000} = 3.95 \text{ mA}$$

$$i_3(t) = \frac{15.7895}{5000} = 3.16 \text{ mA}$$

منبع کی طاقت

$$p_{\text{منبع}} = 15.7895 \times (-15 \times 10^{-3}) = -236.8 \text{ mW}$$

جبکہ مزاحمتوں کی طاقت

$$p_{2k\Omega} = 15.7895 \times 7.89 \times 10^{-3} = 124.58 \text{ mW}$$

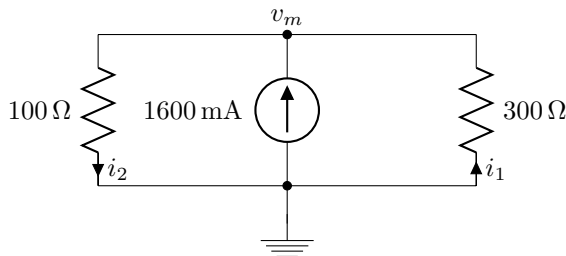
$$p_{4k\Omega} = 15.7895 \times 3.95 \times 10^{-3} = 62.37 \text{ mW}$$

$$p_{5k\Omega} = 15.7895 \times 3.16 \times 10^{-3} = 49.89 \text{ mW}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ پیدا کردہ طاقت اور طاقت کا ضیاع برابر ہیں۔ متوازی جڑے مزاحمتوں میں زیادہ قیمت کے مزاحمت میں کم برقی رو پائی جاتی ہے اور اس میں طاقت کا ضیاع بھی کم ہوتا ہے۔

مشق 2.10: شکل 2.29 میں i_1 ، i_2 ، R_m اور v_m دریافت کریں۔

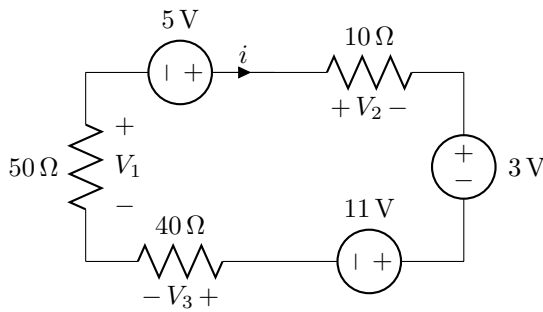
جوابات: $v_m = 120 \text{ V}$ ، $R_m = 75 \Omega$ ، $i_2 = 1200 \text{ mA}$ ، $i_1 = -400 \text{ mA}$



شکل 2.29: تقسیم رو کی مشق۔

مشق 2.11: شکل 2.30 میں R_s ، i ، v_1 ، v_2 ، اور v_3 دریافت کریں۔ تین وولٹ اور پانچ وولٹ منبع کی طاقت دریافت کریں۔

جوابات: $R_s = 100 \Omega$ ، $i = -90 \text{ mA}$ ، $v_1 = 4.5 \text{ V}$ ، $v_2 = -0.9 \text{ V}$ ، $v_3 = -3.6 \text{ V}$ ، $p_{3V} = -0.27 \text{ W}$ ، $p_{5V} = 0.45 \text{ W}$



شکل 2.30: تقسیم دباؤ کی مشق۔

2.9 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت

ہم جانتے ہیں کہ سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

$$(2.55) \quad R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

ہوتا ہے جبکہ متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

$$(2.56) \quad \frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

ہے۔ آئیں ان کلیات کو استعمال کرتے ہوئے مختلف انداز میں جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت حاصل کریں۔ ایسا کرنے کی خاطر شکل 2.31 میں کو مثال بناتے ہوئے A اور B کے مابین مزاحمت R_{AB} حاصل کرتے ہیں۔

اگر آپ FGH کو دیکھیں تو یہاں $3\text{ k}\Omega$ اور $1\text{ k}\Omega$ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ دو مزاحمت تب سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں جب دوسری مزاحمت میں وہی رو گزرے جو پہلی میں گزرتی ہو۔ ایسے مزاحمتوں کا ایک سرا آپس میں جڑا ہوتا ہے جبکہ ان کا دوسرا سرا آپس میں نہیں جڑا ہوتا۔ یوں $1\text{ k}\Omega$ کا دایاں سرا اور $3\text{ k}\Omega$ کا نچلا سرا H پر آپس میں جڑے ہیں جبکہ $1\text{ k}\Omega$ کا باایاں سرا اور $3\text{ k}\Omega$ کا بالائی سرا آپس میں نہیں جڑے ہیں۔ یوں ان مزاحمتوں کا مجموعی مزاحمت مساوات 2.55 سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$R_{FGH} = 3000 + 1000 = 4\text{ k}\Omega$$

ان سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت R_{FGH} نسب کرتے ہوئے شکل 2.32 حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں F اور G نقطوں کے مابین $6\text{ k}\Omega$ اور $4\text{ k}\Omega$ متوازی جڑے ہیں۔ متوازی جڑے مزاحمتوں پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے۔ یوں ان متوازی جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت مساوات 2.56 سے حاصل ہو گا یعنی

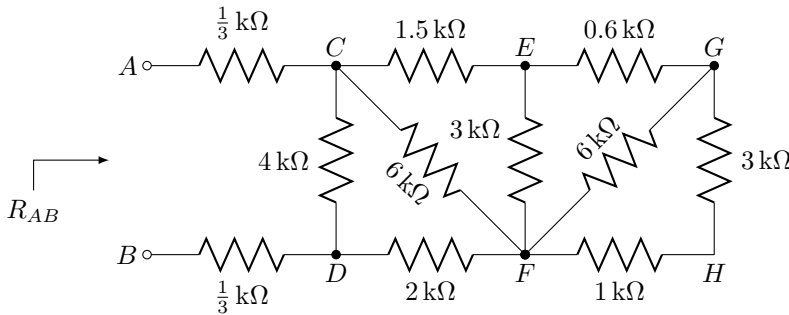
$$\frac{1}{R_{FG}} = \frac{1}{6000} + \frac{1}{4000} = \frac{1}{2400}$$

یا

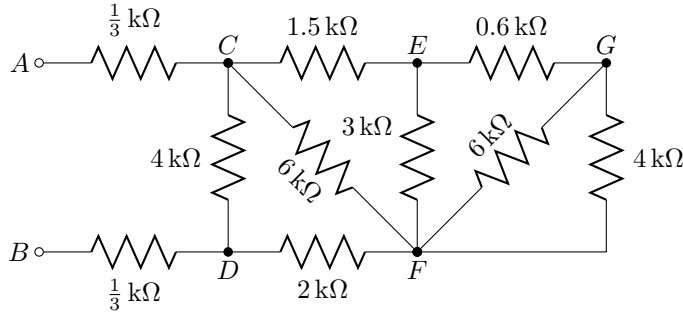
$$R_{FG} = 2.4\text{ k}\Omega$$

نقطہ F اور نقطہ G کے درمیان مساوی مزاحمت نسب کرنے سے شکل 2.33 حاصل ہوتا ہے۔ اب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ EGF پر $0.6\text{ k}\Omega$ اور $2.4\text{ k}\Omega$ سلسلہ وار جڑے ہیں جن کا مساوی مزاحمت

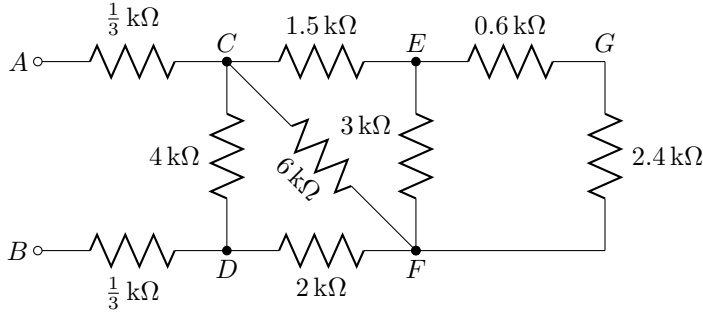
$$R_{EGF} = 600 + 2400 = 3\text{ k}\Omega$$



شکل 2.31: سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت۔



شکل 2.32



شکل 2.33

ہوگا۔

R_{EGF} کے استعمال سے شکل 2.34 حاصل ہوتا ہے جس میں E اور F کے درمیان دو عدد $3\text{ k}\Omega$ مزاحمت متوازی جڑے ہیں جن کا مساوی مزاحمت

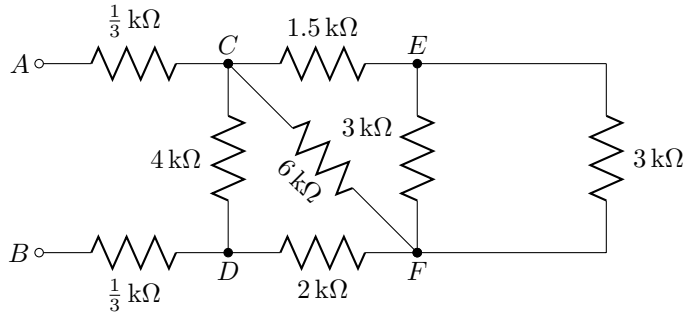
$$\frac{1}{R_{EF}} = \frac{1}{3000} + \frac{1}{3000} = \frac{1}{1500}$$

یعنی

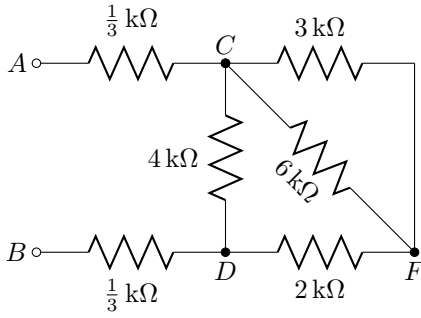
$$R_{EF} = 1.5\text{ k}\Omega$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں شکل 2.35-الف حاصل ہوتا ہے۔ اسی طریقے سے آگے بڑھتے ہوئے آخر کار شکل 2.35-ب حاصل ہوتا ہے جس سے R_{AB} درج ذیل حاصل ہوتا ہے

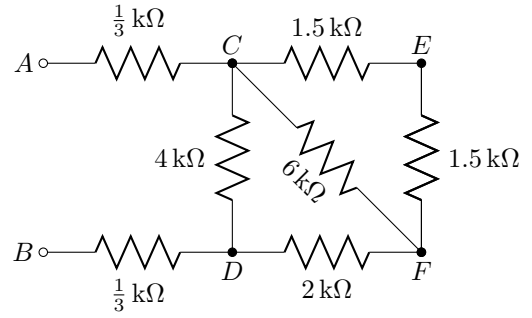
$$R_{AB} = 2\frac{2}{3}\text{ k}\Omega$$



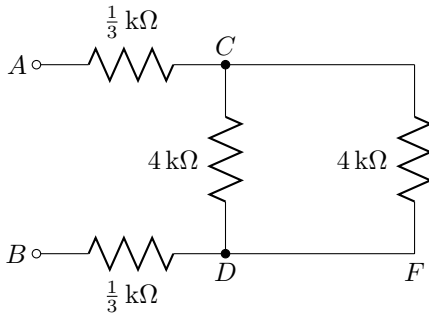
شکل 2.34



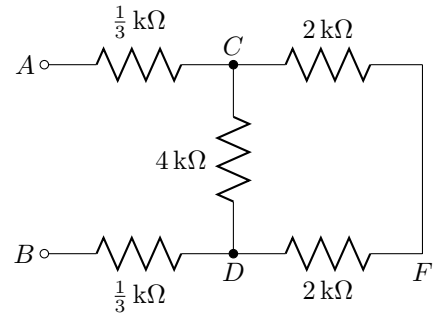
(ب)



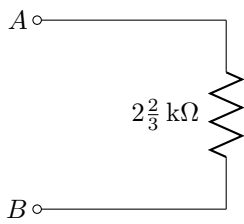
(الف)



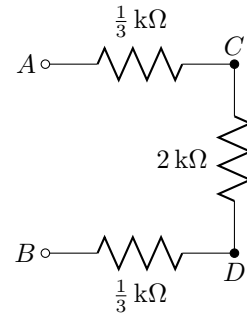
(ت)



(پ)

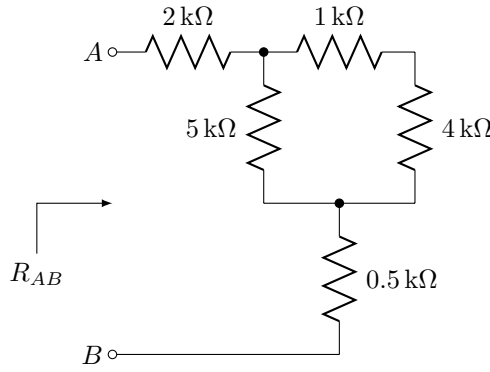


(ث)



(ث)

شکل 2.35



شکل 2.36: متعدد سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت کا دور۔

یوں شکل 2.31 کو حل کرتے کرتے آخر کار شکل 2.35-ث حاصل کیا گیا جو مساوی مزاحمت دیتا ہے۔

مشق 2.12: شکل 2.36 میں R_{AB} دریافت کریں۔

جواب: $R_{AB} = 5 \text{ k}\Omega$

متعدد سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت حاصل کرتے وقت درج ذیل طریقہ کار اختیار کیا جاتا ہے۔

• داخلی برقی سروں سے دور ترین مزاحمت سے شروع کریں۔

• دو عدد سلسلہ وار مزاحمت کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت $R_s = R_1 + R_2$ نسب کریں۔ جس جوڑ پر سلسلہ وار مزاحمت آپس میں جڑے ہوں اس جوڑ پر کوئی تیسرا پرزہ نہیں جڑا ہو سکتا۔ یوں پہلے مزاحمت سے گزرتی رو دوسری مزاحمت سے بھی گزرتی ہے۔ اگر جوڑ پر تیسرا پرزہ بھی نسب ہو تب مزاحمتوں کو سلسلہ وار جڑا تصور نہیں کیا جاسکتا۔

• دو عدد متوازی جڑے مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت $R_m = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ نسب کریں۔ جن دو جوڑ کے ساتھ پہلا مزاحمت جڑا ہوتا ہے اگر انہیں جوڑ کے ساتھ دوسرا مزاحمت بھی جڑا ہو تب ان مزاحمتوں کو متوازی جڑا تصور کیا جاتا ہے۔ متوازی مزاحمتوں پر برابر دباؤ پایا جاتا ہے۔

• متواتر سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے دور کے داخلی سروں تک پہنچ کر پورے دور کا مساوی مزاحمت حاصل کریں۔

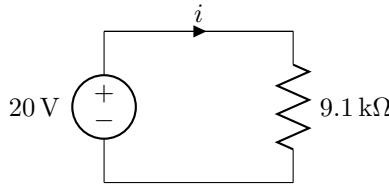
جدول 2.1: مزاحمت کے معیاری قیمتیں۔ قیمتوں میں 5% خلل ممکن ہے۔

| | | | | | | |
|--------|--------|-------|--------|-------|------|-------|
| 1.0 MΩ | 100 kΩ | 10 kΩ | 1.0 kΩ | 100 Ω | 10 Ω | 1.0 Ω |
| 1.1 MΩ | 110 kΩ | 11 kΩ | 1.1 kΩ | 110 Ω | 11 Ω | 1.1 Ω |
| 1.2 MΩ | 120 kΩ | 12 kΩ | 1.2 kΩ | 120 Ω | 12 Ω | 1.2 Ω |
| 1.3 MΩ | 130 kΩ | 13 kΩ | 1.3 kΩ | 130 Ω | 13 Ω | 1.3 Ω |
| 1.5 MΩ | 150 kΩ | 15 kΩ | 1.5 kΩ | 150 Ω | 15 Ω | 1.5 Ω |
| 1.6 MΩ | 160 kΩ | 16 kΩ | 1.6 kΩ | 160 Ω | 16 Ω | 1.6 Ω |
| 1.8 MΩ | 180 kΩ | 18 kΩ | 1.8 kΩ | 180 Ω | 18 Ω | 1.8 Ω |
| 2.0 MΩ | 200 kΩ | 20 kΩ | 2.0 kΩ | 200 Ω | 20 Ω | 2.0 Ω |
| 2.2 MΩ | 220 kΩ | 22 kΩ | 2.2 kΩ | 220 Ω | 22 Ω | 2.2 Ω |
| 2.4 MΩ | 240 kΩ | 24 kΩ | 2.4 kΩ | 240 Ω | 24 Ω | 2.4 Ω |
| 2.7 MΩ | 270 kΩ | 27 kΩ | 2.7 kΩ | 270 Ω | 27 Ω | 2.7 Ω |
| 3.0 MΩ | 300 kΩ | 30 kΩ | 3.0 kΩ | 300 Ω | 30 Ω | 3.0 Ω |
| 3.3 MΩ | 330 kΩ | 33 kΩ | 3.3 kΩ | 330 Ω | 33 Ω | 3.3 Ω |
| 3.6 MΩ | 360 kΩ | 36 kΩ | 3.6 kΩ | 360 Ω | 36 Ω | 3.6 Ω |
| 3.9 MΩ | 390 kΩ | 39 kΩ | 3.9 kΩ | 390 Ω | 39 Ω | 3.9 Ω |
| 4.3 MΩ | 430 kΩ | 43 kΩ | 4.3 kΩ | 430 Ω | 43 Ω | 4.3 Ω |
| 4.7 MΩ | 470 kΩ | 47 kΩ | 4.7 kΩ | 470 Ω | 47 Ω | 4.7 Ω |
| 5.1 MΩ | 510 kΩ | 51 kΩ | 5.1 kΩ | 510 Ω | 51 Ω | 5.1 Ω |
| 5.6 MΩ | 560 kΩ | 56 kΩ | 5.6 kΩ | 560 Ω | 56 Ω | 5.6 Ω |
| 6.2 MΩ | 620 kΩ | 62 kΩ | 6.2 kΩ | 620 Ω | 62 Ω | 6.2 Ω |
| 6.8 MΩ | 680 kΩ | 68 kΩ | 6.8 kΩ | 680 Ω | 68 Ω | 6.8 Ω |
| 7.5 MΩ | 750 kΩ | 75 kΩ | 7.5 kΩ | 750 Ω | 75 Ω | 7.5 Ω |
| 8.2 MΩ | 820 kΩ | 82 kΩ | 8.2 kΩ | 820 Ω | 82 Ω | 8.2 Ω |
| 9.1 MΩ | 910 kΩ | 91 kΩ | 9.1 kΩ | 910 Ω | 91 Ω | 9.1 Ω |

2.10. تخصیص مزاحمت

جدول 2.1 مزاحمت کی وہ مخصوص قیمتیں دیتا ہے جو عام دستیاب ہیں۔ مزاحمت کی قیمت کے علاوہ اس کی طاقتی استعداد²⁹ اور قیمت میں خلل³⁰ بھی جاننا ضروری ہے۔ اس جدول میں دئے تمام مزاحمتوں کی قیمتوں میں 5% مزاحمتی خلل ممکن ہے۔ یوں انہیں 5% مزاحمت کہتے ہیں۔ مزاحمت کی طاقتی استعداد عموماً 0.25 W ، 0.5 W ، 1 W ، 2 W وغیرہ ہوتی ہے۔ اس کے علاوہ زیادہ طاقت کے مخصوص مزاحمت بھی دستیاب ہیں۔

مزاحمت میں طاقت کا ضیاع حرارتی توانائی میں تبدیل ہوتا ہے جس سے مزاحمت کی درجہ حرارت بڑھتی ہے۔ دو اجسام کے مابین ایصال حرارت³¹ یا اتصال حرارت³² کا دار و مدار ان کے درجہ حرارت میں فرق پر منحصر ہے۔ دو اجسام کے درجہ حرارت میں فرق بڑھانے سے ان کے مابین ایصال حرارت یا اتصال حرارت بڑھتی ہے۔ مزاحمت میں طاقت کے ضیاع سے مزاحمت کا درجہ حرارت ارد گرد کے ماحول سے بڑھ جاتا ہے۔ ایصال حرارت اور اتصال حرارت سے مزاحمت کی حرارتی توانائی ارد گرد کے ماحول کو منتقل ہوتی ہے۔ جس درجہ حرارت پر مزاحمت کی طاقتی ضیاع اور مزاحمت سے انتقال حرارت برابر ہوں، مزاحمت کا درجہ حرارت اسی حتمی قیمت پر جا رکھتا ہے۔ ہر شے کسی مخصوص درجہ حرارت پر تباہ ہوتا ہے۔ یہی مزاحمت کے لئے بھی درست ہے لہذا یہ ضروری ہے کہ اس کا درجہ حرارت اتنا نہ بڑھ جائے کہ مزاحمت جل کر راکھ ہو جائے۔ طاقتی استعداد سے مراد وہ طاقت ہے جس پر مزاحمت محفوظ رہ سکتا ہے۔ اگر طاقتی ضیاع مزاحمت کے طاقتی استعداد سے بڑھ جائے تو مزاحمت جل کر تباہ ہو جاتا ہے۔



شکل 2.37: مزاحمت کی قیمت میں خلل اور طاقت کے ضیاع کی مثال۔

مثال 2.15: شکل 2.37 میں 5% مزاحمت استعمال کیا گیا ہے۔ دور میں کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ رو دریافت کریں۔ دونوں صورتوں میں مزاحمتی ضیاع بھی حاصل کریں۔

حل: مزاحمت کی قیمت $9.1 \text{ k}\Omega$ ہے۔ اس قیمت کو علامتی قیمت³³ کہتے ہیں۔ مزاحمت کی حقیقی قیمت اس سے 5% کم یا زیادہ ممکن ہے۔ یوں اس مزاحمت کی کم سے کم قیمت

$$R_{\text{کمتر}} = (1 - 0.05) \times 9100 = 8.645 \text{ k}\Omega$$

اور زیادہ سے زیادہ قیمت

$$R_{\text{بلندتر}} = (1 + 0.05) \times 9100 = 9.555 \text{ k}\Omega$$

ہو سکتی ہے۔ مزاحمت کی اصل قیمت ان حدود کے درمیان رہے گی۔ یوں کمتر اور بلند تر درج ذیل ہوں گے۔

$$i_{\text{کمتر}} = \frac{20}{9555} = 2.093 \text{ mA}$$

$$i_{\text{بلندتر}} = \frac{20}{8645} = 2.313 \text{ mA}$$

مزاحمت میں کمتر اور بلند تر طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$p_{\text{کمتر}} = 20 \times 2.093 \times 10^{-3} = 41.86 \text{ mW}$$

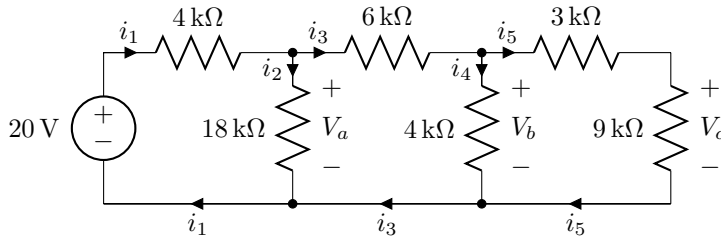
$$p_{\text{بلندتر}} = 20 \times 2.313 \times 10^{-3} = 46.26 \text{ mW}$$

مزاحمت میں طاقت کا ضیاع 42 mW تا 46 mW ممکن ہے۔ یوں 0.25 W کی مزاحمت یہاں استعمال کی جاسکتی ہے جو 250 mW کی طاقتی ضیاع کو برداشت کرنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔

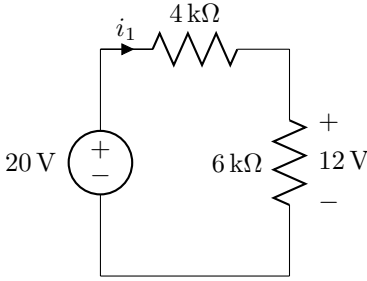
مندرجہ بالا مثال میں اگر مزاحمت کی قیمت 100Ω ہوتی تب رو کی علامتی قیمت $\frac{20}{100} = 0.2 \text{ A}$ ہوتی اور مزاحمت ضیاع 4 W ہوتا۔ مزاحمت کی استعداد 0.25 W ہونے کی صورت میں مزاحمت تاب نہ لاتے ہوئے جل کر راکھ ہو جائے گا۔ یوں ایسی صورت میں 4 W سے زیادہ طاقتی استعداد³⁴ کا مزاحمت استعمال کرنا ضروری ہے۔

typical value³³

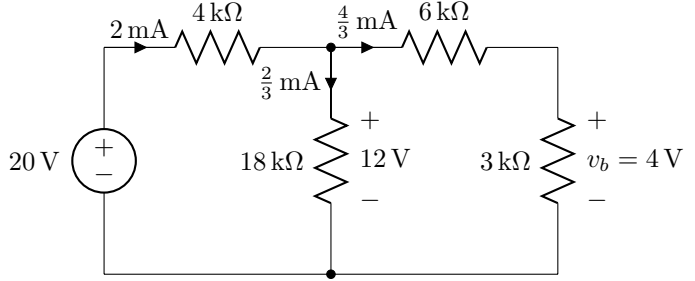
³⁴ میں متوقع طاقتی ضیاع کی دگنا قیمت کے طاقتی استعداد کا مزاحمت استعمال کرتا ہوں۔



(الف)



(پ)



(ب)

شکل 2.38: سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے دور کی مثال۔

2.11 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل

قانون اوہم اور کرچاف کے قوانین کو بطور تجرباتی آلات استعمال کرتے ہوئے برقی ادوار حل کئے جاتے ہیں۔ اب تک ہم سادہ ترین ادوار حل کرتے رہے ہیں۔ اس حصے میں سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں پر مبنی بڑے ادوار حل کرنا دیکھتے ہیں۔

مثال 2.16: شکل 2.38-الف کے دور میں تمام نامعلوم دباؤ اور رو در یافت کریں۔

حل: ہم منبع سے دور ترین مزاحمت سے شروع کرتے ہوئے سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت پر کرتے ہوئے آخر کار شکل 2.38-پ تک پہنچتے ہیں جہاں سے i_1 اور v_a کیا جاسکتا ہے۔ ان قیمتوں کو کرچاف کے قوانین اور قانون اوہم کے ساتھ استعمال کرتے ہوئے مزید نامعلوم متغیرات حاصل کئے جائیں گے۔ انہیں یہ عمل قدم با قدم دیکھیں۔

شکل-الف میں منبع سے دور ترین $9\text{ k}\Omega$ اور $3\text{ k}\Omega$ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ان کا مساوی مزاحمت $9\text{ k}\Omega + 3\text{ k}\Omega = 12\text{ k}\Omega$ ہے جو $4\text{ k}\Omega$ کے متوازی ہے۔ یوں ان کا مساوی مزاحمت $\frac{4\text{ k}\Omega \times 12\text{ k}\Omega}{4\text{ k}\Omega + 12\text{ k}\Omega} = 3\text{ k}\Omega$ ہو گا جسے شکل-ب میں استعمال کیا گیا ہے۔ شکل-ب میں $6\text{ k}\Omega$ اور $3\text{ k}\Omega$ کا مساوی $9\text{ k}\Omega$ ہے جو از خود $18\text{ k}\Omega$ کے متوازی ہے۔ یوں ان کا مساوی $6\text{ k}\Omega$ ہو گا جس کے استعمال سے شکل-پ حاصل ہوتا ہے۔

شکل 2.38-پ میں

$$i_1 = \frac{20}{4000 + 6000} = 2\text{ mA}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے قانون اوہم کے تحت

$$v_a = i_1 \times 6\text{ k}\Omega = 12\text{ V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں ان قیمتوں کو دکھایا گیا ہے جہاں سے ظاہر ہے کہ $18\text{ k}\Omega$ مزاحمت پر 12 V دباؤ ہے لہذا اس کی رو

$$i_2 = \frac{v_a}{18\text{ k}\Omega} = \frac{12}{18000} = \frac{2}{3}\text{ mA}$$

ہوگی۔ شکل-الف میں قانون رو سے

$$i_1 = i_2 + i_3$$

لکھتے ہوئے

$$\begin{aligned} i_3 &= i_1 - i_2 \\ &= 2\text{ mA} - \frac{2}{3}\text{ mA} \\ &= \frac{4}{3}\text{ mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں i_3 کے استعمال سے

$$\begin{aligned} v_b &= i_3 \times 3\text{ k}\Omega \\ &= \frac{4}{3} \times 10^{-3} \times 3000 \\ &= 4\text{ V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اب شکل-الف میں v_b جانتے ہوئے i_4 حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} i_4 &= \frac{v_b}{4\text{ k}\Omega} \\ &= \frac{4}{4000} \\ &= 1\text{ mA} \end{aligned}$$

قانون رو سے

$$i_3 = i_4 + i_5$$

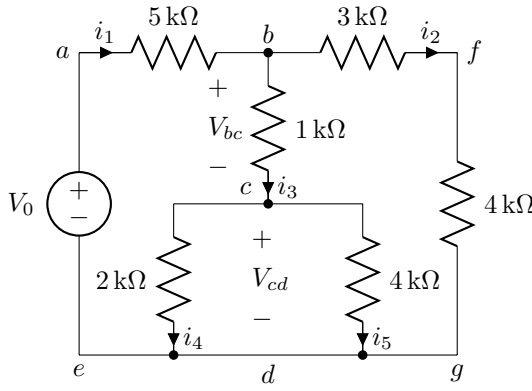
لکھتے ہوئے

$$\begin{aligned} i_5 &= i_3 - i_4 \\ &= \frac{4}{3}\text{ mA} - 1\text{ mA} \\ &= \frac{1}{3}\text{ mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے قانون اوہم سے

$$\begin{aligned} v_c &= i_5 \times 9\text{ k}\Omega \\ &= \frac{1}{3} \times 10^{-3} \times 9000 \\ &= 3\text{ V} \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے۔



شکل 2.39: سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کا دور۔

مثال 2.17: شکل 2.39 میں $i_5 = 2 \text{ mA}$ ہونے کی صورت میں تمام نامعلوم متغیرات دریافت کریں۔

حل: یہ مثال گزشتہ مثال کے الٹ ہے۔ یہاں دور میں کسی ایک مقام کے رو (یاد دہاؤ) سے منبع کی دہاؤ اور دیگر متغیرات دریافت کیے جائیں گے۔ دی معلومات سے قانون اوہم کے ذریعہ

$$\begin{aligned} v_{cd} &= i_5 \times 4 \text{ k}\Omega \\ &= 2 \times 10^{-3} \times 4000 \\ &= 8 \text{ V} \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے قانون اوہم کی مدد سے

$$\begin{aligned} i_4 &= \frac{v_{cd}}{2 \text{ k}\Omega} \\ &= \frac{8}{2000} \\ &= 4 \text{ mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ کرچاف قانون رو

$$\begin{aligned} i_3 &= i_4 + i_5 \\ &= 4 \text{ mA} + 2 \text{ mA} \\ &= 6 \text{ mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں قانون اوہم سے

$$\begin{aligned} v_{bc} &= i_3 \times 1 \text{ k}\Omega \\ &= 6 \times 10^{-3} \times 1000 \\ &= 6 \text{ V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ دائرہ $dc b f g$ پر کرچاف قانون دہاؤ

$$V_{cd} + V_{bc} = i_2 \times 3 \text{ k}\Omega + i_2 \times 4 \text{ k}\Omega$$

لکھا جائے گا جس سے

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{V_{cd} + V_{bc}}{3 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega} \\ &= \frac{8 + 6}{3000 + 4000} \\ &= 2 \text{ mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ کرچاف قانون رو سے

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3 \\ &= 2 \text{ mA} + 6 \text{ mA} \\ &= 8 \text{ mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جسے قانون اوہم میں استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} V_{ab} &= i_1 \times 5 \text{ k}\Omega \\ &= 8 \times 10^{-3} \times 5000 \\ &= 40 \text{ V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں V_{ab} نقطہ b کے حوالے سے نقطہ a پر دباؤ ہے۔ دائرہ $abcd$ پر کرچاف قانون دباؤ

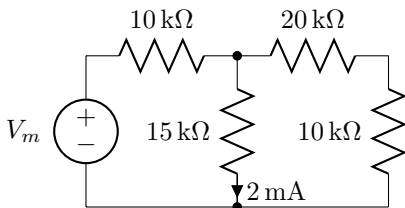
$$V_0 = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd}$$

لکھا جائے گا جس سے منبع کا دباؤ

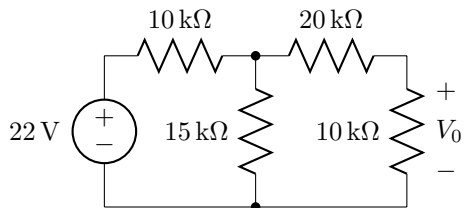
$$\begin{aligned} V_0 &= 40 + 6 + 8 \\ &= 54 \text{ V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔

مشق 2.13: شکل 2.40-الف میں V_0 دریافت کریں۔

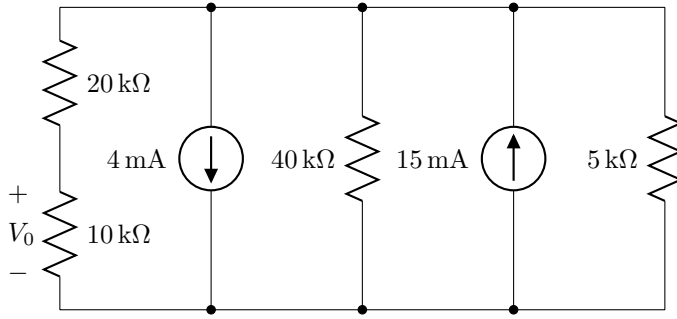


(ب)



(الف)

شکل 2.40: دور برائے مشق 2.13 اور مشق 2.14



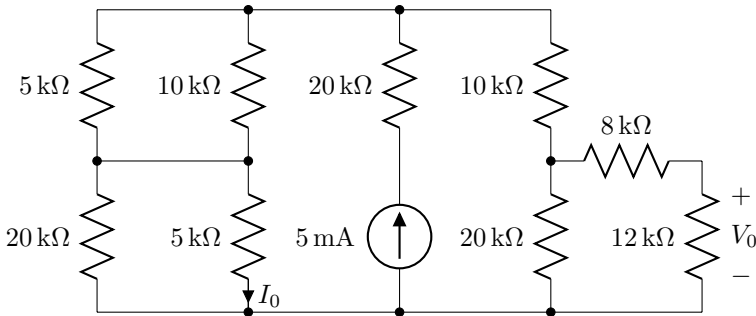
شکل 2.41: دور برائے مشق 2.15

مشق 2.14: شکل 2.40-ب میں V_m دریافت کریں۔

جواب: 5.1 mA

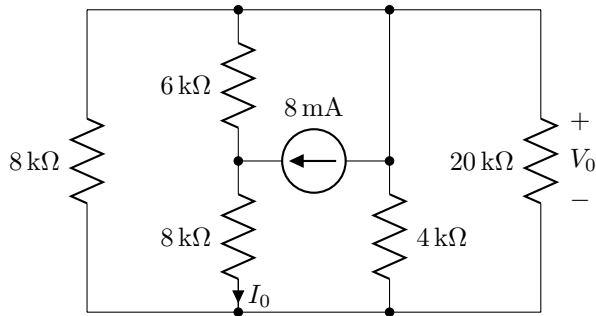
مشق 2.15: شکل 2.41 میں V_0 دریافت کریں۔

مشق 2.16: شکل 2.42 میں V_0 اور I_0 دریافت کریں۔



شکل 2.42: دور برائے مشق 2.16

مشق 2.17: شکل 2.43 میں V_0 اور I_0 دریافت کریں۔



شکل 2.43: دور برائے مشق 2.17

2.12. ستارہ-تکون تبادلہ

ہم نے اب تک ایسے ادوار دیکھے جن میں سلسلہ وار مزاحمتوں اور متوازی مزاحمتوں کی جگہ مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے سادہ دور حاصل کیا گیا۔ اس حصے میں جس ترکیب پر غور کیا جائے گا، اس کی اہمیت شکل 2.44 سے واضح ہوگی۔ آپ اس دور میں i حاصل کرنے کی کوشش کریں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس میں کوئی بھی دو مزاحمت سلسلہ وار یا متوازی نہیں جڑے لہذا اس دور کی سادہ صورت گزشتہ ترکیب سے حاصل نہیں کی جاسکتی۔ کیا اچھا ہوتا اگر ایسی صورت میں دور کے کچھ حصے کی جگہ متبادل دور نسب کرتے ہوئے اسے قابل حل بنانا ممکن ہوتا۔ خوش قسمتی سے ایسا کرنا ممکن ہے۔ اس ترکیب کو ستارہ-تکونی تبادلہ³⁵ یا $\Delta - Y$ تبادلہ کہتے ہیں۔ آئیں ستارہ-تکون تبادلہ کے ترکیب پر غور کریں۔

شکل 2.45-الف میں تین مزاحمت تکونی کی شکل Δ میں جڑے ہیں جبکہ شکل-ب میں تین مزاحمت ستارہ کی شکل Y میں جڑے ہیں۔ ہم ستارہ مزاحمت کی جگہ تکونی مزاحمت یا تکونی مزاحمت کی جگہ ستارہ مزاحمت اس صورت نسب کر سکتے ہیں جب اس تبدیلی سے بقایا دور پر کوئی اثر نہ پڑے۔ یوں اگر کسی دور میں تین نقطوں a ، b اور c کے درمیان تکونی مزاحمت (ستارہ مزاحمت) جڑے ہوں تب انہیں تین نقطوں پر مبدل ستارہ مزاحمت (تکونی مزاحمت) نسب کرنے سے بقایا دور میں کسی بھی مقام پر دباؤ اور رو میں تبدیلی رونما نہیں ہونی چاہیے۔ ایسا تب ممکن ہوگا کہ ان تین نقطوں پر بھی دباؤ اور رو میں کوئی تبدیلی نہ پیدا ہو یعنی $a - b$ اور $a - c$ اور $b - c$ کے درمیان مزاحمت میں تبدیلی نہیں پیدا ہونی چاہیے۔

ستارہ-تکونی تبادلہ abc کے ساتھ کسی بھی دور کے لئے کارآمد ہونا چاہیے۔ یوں یہ تبادلہ اس صورت بھی کارآمد ہونا ضروری ہے جب a اور b دور کے ساتھ منسلک ہوں جبکہ c آزاد ہو اور کہیں نہ جڑا ہو۔ ایسی صورت میں شکل 2.45-الف سے $a - c$ کی مزاحمت درج ذیل حاصل ہوتی ہے

$$R_{ab} = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

جبکہ شکل 2.45-ب سے $a - c$ کی مزاحمت

$$R_{ab} = R_a + R_b$$

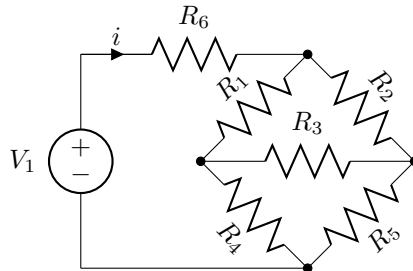
حاصل ہوتی ہے۔ مندرجہ بالا دونوں قیمت برابر ہونا ضروری ہے یعنی

$$(2.57) \quad R_{ab} = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_a + R_b$$

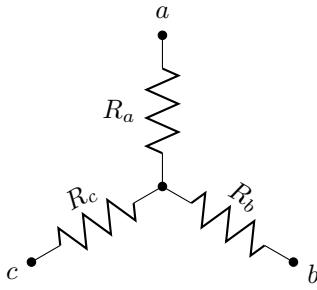
اسی طرح اگر b کہیں بھی نہ جڑا ہو تب دونوں اشکال سے $a - c$ کی مزاحمت برابر پر کرنے سے

$$(2.58) \quad R_{ac} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_a + R_c$$

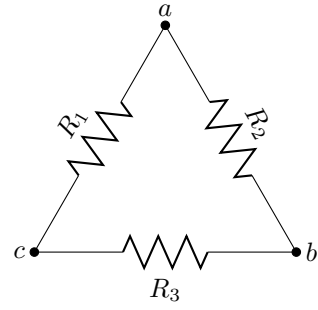
wye-delta transformation³⁵



شکل 2.44: اس دور کو سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کی طرح حل نہیں کیا جا سکتا۔



(ب) ستارہ مزاحمت



(الف) ٹکونی مزاحمت

شکل 2.45: ستارہ-ٹکونی مبدل

حاصل ہوتا ہے۔ اگر a کہیں بھی نہ جڑا ہو تب دونوں اشکال سے $b - c$ کی مزاحمت برابر پر کرنے سے

$$(2.59) \quad R_{bc} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_b + R_c$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 2.57، مساوات 2.58 اور مساوات 2.59 تین عدد مساوات ہیں جنہیں R_a ، R_b اور R_c کے لئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

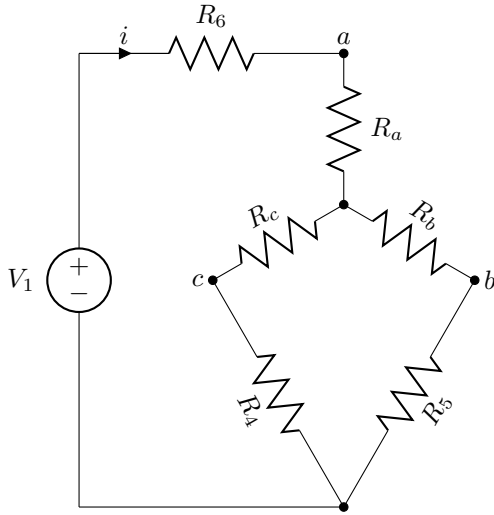
$$(2.60) \quad \begin{aligned} R_a &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_b &= \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_c &= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \end{aligned}$$

اسی طرح مساوات 2.57 تا مساوات 2.59 کو R_1 ، R_2 اور R_3 کے لئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

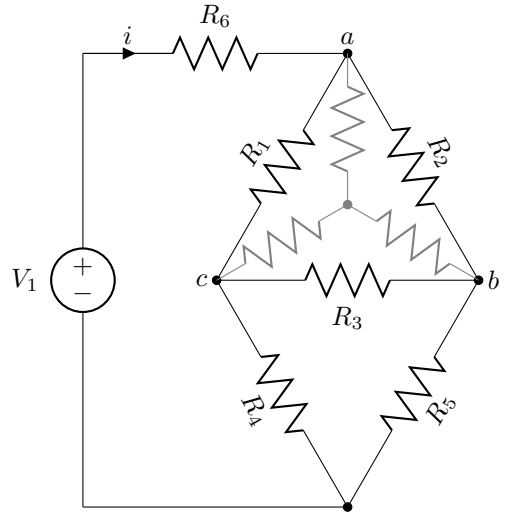
$$(2.61) \quad \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c R_c R_a}{R_b} \\ R_2 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c R_c R_a}{R_c} \\ R_3 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c R_c R_a}{R_a} \end{aligned}$$

مساوات 2.60 ٹکونی مزاحمت سے ستارہ مزاحمت کی قیمتیں دیتا ہے جبکہ مساوات 2.61 ستارہ مزاحمت سے ٹکونی مزاحمت کی قیمتیں دیتا ہے۔

مشق 2.18: مساوات 2.60 حاصل کریں۔



(ب) تکون کی جگہ ستارہ نسب کرنے سے دور قابل حل ہو گیا ہے۔



(الف) بالائی تکون کی جگہ ستارہ نسب کیا جا رہا ہے۔ ستارہ کو ہلکی سیاہی میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 2.46: تکون-ستارہ تبادلہ۔

مشق 2.19: مساوات 2.61 حاصل کریں۔

شکل 2.44 کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔ اسے شکل 2.46-الف میں دوبارہ دکھایا گیا ہے جہاں تکون abc کی نشاندہی کرتے ہوئے R_1 ، R_2 اور R_3 کا مبدل ستارہ ہلکی سیاہی میں دکھایا گیا ہے۔ شکل 2.46-ب میں تکون کی جگہ ستارہ نسب دکھایا گیا ہے جہاں سے واضح ہے کہ نیا دور قابل حل ہے۔ نئی شکل میں مزاحمت R_a ، R_b اور R_c ستارہ جڑے ہیں۔

مثال 2.18: شکل 2.44 میں i حاصل کریں۔ دیگر معلومات درج ذیل ہیں۔

$$V_1 = 16 \text{ V}, \quad R_1 = 10 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 15 \text{ k}\Omega, \quad R_3 = 5 \text{ k}\Omega, \quad R_4 = \frac{1}{3} \text{ k}\Omega, \quad R_5 = \frac{1}{2} \text{ k}\Omega, \quad R_6 = 1.8 \text{ k}\Omega$$

حل: مساوات 2.60 کی مدد سے ستارہ مزاحمت حاصل کرتے ہیں۔

$$R_a = \frac{10000 \times 15000}{10000 + 15000 + 5000} = 5 \text{ k}\Omega$$

$$R_b = \frac{15000 \times 5000}{10000 + 15000 + 5000} = \frac{5}{2} \text{ k}\Omega$$

$$R_c = \frac{10000 \times 5000}{10000 + 15000 + 5000} = \frac{5}{3} \text{ k}\Omega$$

ان قیمتوں کو شکل 2.46-ب میں پُر کرتے ہیں۔ اب R_c اور R_4 سلسلہ وار جڑے ہیں لہذا ان کا مساوی مزاحمت

$$R_{c4} = \frac{5}{3} \text{ k}\Omega + \frac{1}{3} \text{ k}\Omega = 2 \text{ k}\Omega$$

ہو گا۔ اسی طرح R_b اور R_5 سلسلہ وار جڑے ہیں جن کا مساوی مزاحمت

$$R_{b5} = \frac{5}{2} \text{ k}\Omega + \frac{1}{2} \text{ k}\Omega = 3 \text{ k}\Omega$$

ہے۔ یہ دو عدد مساوی مزاحمت آپس میں متوازی جڑے ہیں لہذا ان کا مساوی مزاحمت

$$R_m = \frac{2000 \times 3000}{2000 + 3000} = 1.2 \text{ k}\Omega$$

ہو گا جو R_a اور R_6 کے ساتھ سلسلہ وار ہے لہذا برقی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned} i &= \frac{V_1}{R_6 + R_a + R_m} \\ &= \frac{16}{1800 + 5000 + 1200} \\ &= 2 \text{ mA} \end{aligned}$$

مساوات 2.60 اور مساوات 2.61 عمومی مساوات ہیں۔ متوازن تکتون میں $R_1 = R_2 = R_3$ ہو گا۔ ایسی صورت میں مساوات 2.60 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

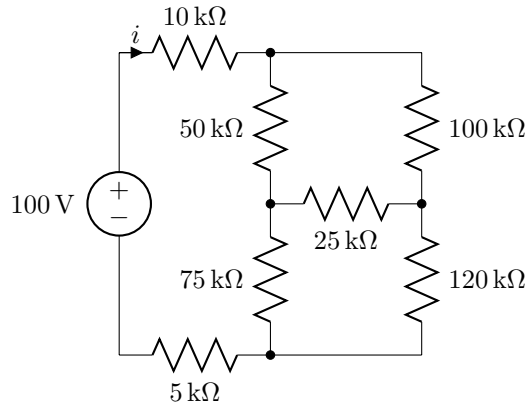
$$(2.62) \quad R_Y = \frac{R_\Delta}{3}$$

اسی طرح متوازن ستارے میں $R_a = R_b = R_c$ ہو گا۔ ایسی صورت میں مساوات 2.61 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$(2.63) \quad R_\Delta = 3R_Y$$

مشق 2.20: شکل 2.47 میں تکتون۔ ستارہ مبدل کی مدد سے i دریافت کریں۔

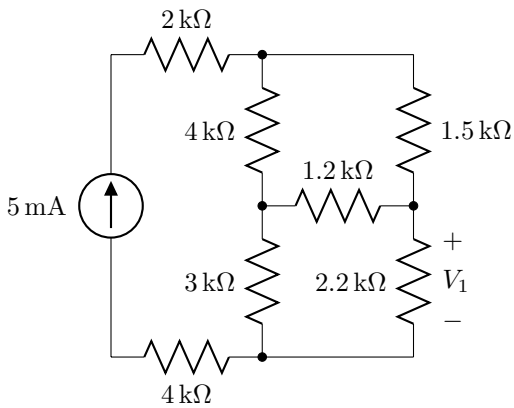
جواب: 1.05778 mA



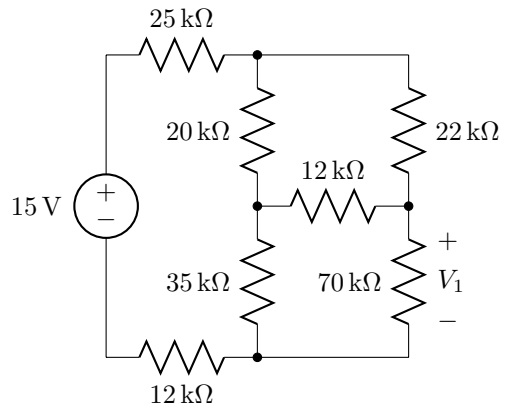
شکل 2.47: مشق 2.20 کا دور۔

مشق 2.21: شکل 2.48-الف میں تکون-ستارہ مبدل کی مدد سے V_1 دریافت کریں۔

جواب: 5.103 V



(ب)



(الف)

شکل 2.48: مشق 2.21 اور مشق 2.22 کا دور۔

مشق 2.22: شکل 2.48-ب میں تگن-ستارہ مبدل کی مدد سے V_1 دریافت کریں۔

جواب: 6.609 V

2.13 تابع منبع استعمال کرتے ادوار