برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 11

تین دوری نظام

11.1 تین دوری ستارہ دباو

اب تک بدلتی رو طاقت کی بات کرتے ہوئے ایک عدد منبع دباو کی بات کی جاتی رہی۔ حقیقت میں بدلتی رو طاقت کی پیداوار اور ترسیل تین دوری نظام سے کی جاتی ہے۔ شکل 11.1 میں تین دوری نظام دکھایا گیا ہے جہاں تین عدد منبع استعمال کئے گئے ہیں جو آپس میں $120°$ زاویائی فاصلہ رکھتے ہیں۔ تمام دباو کے حیطے یک برابر ہونے کی صورت میں اس کو **متوازن تین دوری نظام**[1] کہا جاتا ہے۔ دکھائے گئے متوازن نظام کے دباو درج ذیل ہیں جن کے دوری سمتیات کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= 230\underline{/0^\circ}\,\text{Vrms}\\
\hat{V}_{bn} &= 230\underline{/-120^\circ}\,\text{Vrms}\\
\hat{V}_{cn} &= 230\underline{/-240^\circ}\,\text{Vrms}\\
&= 230\underline{/120^\circ}\,\text{Vrms}
\end{aligned} \tag{11.1}$$

انہیں کو وقتی دائرہ کار میں درج ذیل لکھا جائے گا۔ شکل-پ میں انہیں دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
v_{an}(t) &= 230\sqrt{2}\cos\omega t\,\text{V}\\
v_{bn}(t) &= 230\sqrt{2}\cos(\omega t-120^\circ)\,\text{V}\\
v_{cn}(t) &= 230\sqrt{2}\cos(\omega t+120^\circ)\,\text{V}
\end{aligned} \tag{11.2}$$

---

[1] balanced three phase system

متوازن بوجھ کی صورت میں تینوں رو کے حیطے اور زاویے بھی برابر ہوں گے لہٰذا انہیں درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$
\begin{aligned}
i_{an}(t) &= I_0 \cos(\omega t - \theta) \,\mathrm{A} \\
i_{bn}(t) &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ - \theta) \,\mathrm{A} \\
i_{cn}(t) &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ - \theta) \,\mathrm{A}
\end{aligned}
\tag{11.3}
$$

مساوات 11.2 کے تینوں دباو کو عمومی شکل میں لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
v_{an}(t) &= V_0 \cos \omega t \,\mathrm{V} \\
v_{bn}(t) &= V_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \,\mathrm{V} \\
v_{cn}(t) &= V_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \,\mathrm{V}
\end{aligned}
\tag{11.4}
$$

شکل 11.1 میں n تا a کے دباو $\hat{V}_{an}$ کو شاخ کا دباو یا **دوری دباو**[2] کہا جاتا ہے۔اسی طرح n تا b کے دباو $\hat{V}_{bn}$ اور n تا c کے دباو $\hat{V}_{cn}$ بھی دوری دباو ہیں۔آئیں اس شکل سے b تا a دباو دریافت کریں جسے **دباو تار**[3] کہا جاتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{ab} &= \hat{V}_{an} - \hat{V}_{bn} \\
&= V_0\underline{/0^\circ} - V_0\underline{/-120^\circ} \\
&= V_0 - V_0 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\
&= V_0 \left(\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\
&= \sqrt{3} V_0\underline{/30^\circ}
\end{aligned}
$$

یہی جواب شکل 11.2-الف میں ترسیمی طریقے سے حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں تکون سے درج ذیل لکھتے

$$
V_{ab}^2 = V_0^2 + V_0^2 - 2V_0^2 \cos 120^\circ
$$

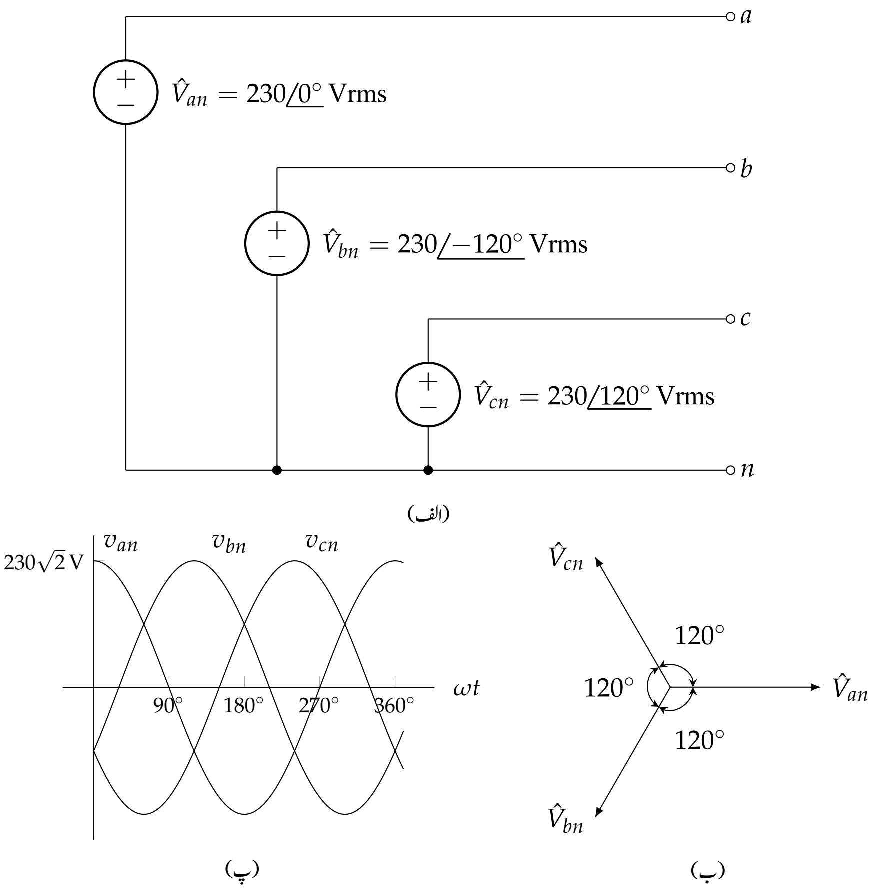
ہوئے

$$
V_{ab} = \sqrt{3} V_0 \tag{11.5}
$$

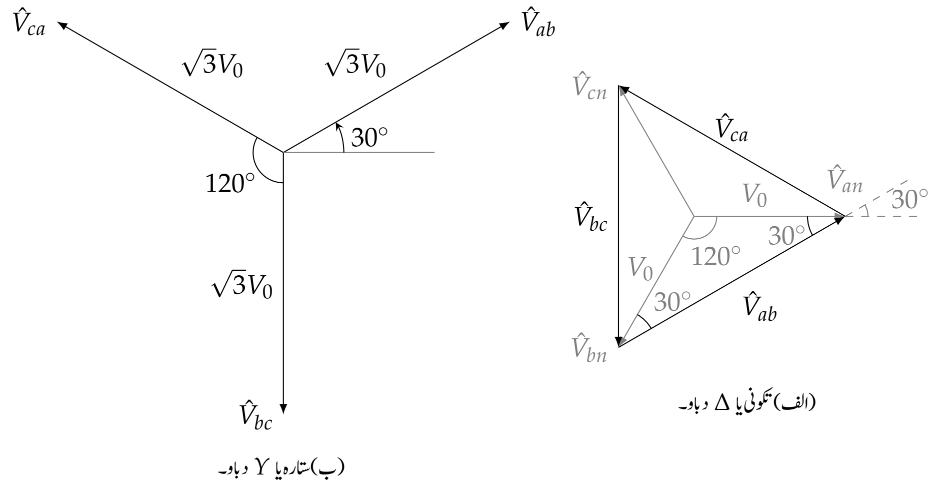
ملتا ہے اور زاویہ شکل سے 30° پڑھا جا سکتا ہے لہٰذا $\hat{V}_{ab} = \sqrt{3}V_0\underline{/30^\circ}$ ہو گا۔

چونکہ V_0 دور کا دباو ہے جبکہ $\sqrt{3}V_0$ تار کا دباو ہے لہٰذا درج بالا مساوات کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
V_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{دور}} \tag{11.6}
$$



شکل 11.1: تین دوری نظام۔



شکل 11.2: دوری دباو اور دباو تار کا تعلق۔

یوں ہم تین دوری دباو تار لکھ سکتے ہیں جنہیں شکل 11.2-ب میں دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_{ab} &= \sqrt{3}V_0\underline{/30°}\\ \hat{V}_{ca} &= \sqrt{3}V_0\underline{/150°}\\ \hat{V}_{bc} &= \sqrt{3}V_0\underline{/-90°}\end{aligned} \tag{11.7}$$

تین دوری دباو تار بھی آپس میں $120°$ زاویے پر پائے جاتے ہیں۔

شکل 11.1-ب میں v_{bn} کو v_{an} سے $120°$ پیچھے اور v_{cn} کو v_{bn} سے $120°$ پیچھے دکھایا گیا ہے لہٰذا اس نظام کی ترتیب abc ہے۔

phase voltage[2]
line to line voltage[3]

مثال 11.1: درج ذیل مساوات کو ثابت کریں۔

$$\cos\alpha + \cos(\alpha + 120^\circ) + \cos(\alpha - 120^\circ) = 0 \tag{11.8}$$

$$\cos\alpha + \cos(\alpha - 240^\circ) + \cos(\alpha + 240^\circ) = 0 \tag{11.9}$$

حل: مساوات 11.8 میں دوسرے اور تیسرے اجزاء کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\cos(\alpha + 120^\circ) = \cos\alpha\cos 120^\circ - \sin\alpha\sin 120^\circ = -\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$$
$$\cos(\alpha - 120^\circ) = \cos\alpha\cos 120^\circ + \sin\alpha\sin 120^\circ = -\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$$

یوں تینوں اجزاء کا مجموعہ درج ذیل ہے۔

$$(\cos\alpha) + (-\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha) + (-\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha) = 0$$

آئیں اب مساوات 11.9 کو ثابت کریں۔ مساوات کے دوسرے جزو میں $\cos(\alpha - 240^\circ) = \cos(\alpha + 120^\circ)$ استعمال کرتے ہوئے اور تیسرے جزو میں $\cos(\alpha + 240^\circ) = \cos(\alpha - 120^\circ)$ استعمال کرتے ہوئے مساوات 11.8 ملتا ہے جسے ہم ثابت کر چکے ہیں۔

مشق 11.1: متوازن abc ترتیب کے تین دوری ستارہ دباو میں $\hat{V}_{an} = 230\underline{/30^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ہے۔ باقی دو موثر ستارہ دباو حاصل کرتے ہوئے موثر دباو تار بھی حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{bn} = 230\underline{/150^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{cn} = -90\underline{/30^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{ab} = 398.4\underline{/60^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{ca} = 398.4\underline{/180^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{bc} = 398.4\underline{/-60^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$

مشق 11.2: متوازن تین دوری abc ستارہ نظام میں $\hat{V}_{ab} = 415\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ہے۔ دباو تار کا تکون شکل 11.2-الف کے طرز پر کھینچیں۔ ترسیمی طریقے سے موثر ستارہ دوری دباو حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{an} = 239.4\underline{/-30^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{bn} = 239.4\underline{/-150^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{cn} = 239.4\underline{/90^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$

تین دوری نظام میں علیحدہ علیحدہ دور کے لمحاتی طاقت لکھتے ہیں

$$\begin{aligned}
p_a(t) &= v_{an}i_{an}\\
&= V_0I_0\cos\omega t\cos(\omega t-\theta)\\
&= \frac{V_0I_0}{2}[\cos\theta+\cos(2\omega t-\theta)]\\
p_b(t) &= v_{bn}i_{bn}\\
&= V_0I_0\cos(\omega t-120^\circ)\cos(\omega t-120^\circ-\theta)\\
&= \frac{V_0I_0}{2}[\cos\theta+\cos(2\omega t-\theta-240^\circ)]\\
p_c(t) &= v_{cn}i_{cn}\\
&= V_0I_0\cos(\omega t+120^\circ)\cos(\omega t+120^\circ-\theta)\\
&= \frac{V_0I_0}{2}[\cos\theta+\cos(2\omega t-\theta+240^\circ)]
\end{aligned}$$

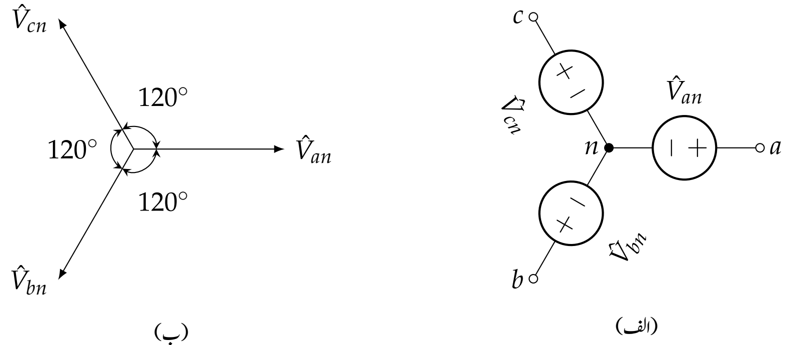
جہاں $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)]$ کا استعمال کیا گیا ہے۔ یوں مکمل نظام کا لمحاتی طاقت $p(t)$ درج بالا کا مجموعہ ہو گا۔

$$\begin{aligned}
p(t) &= p_a(t)+p_b(t)+p_c(t)\\
&= \frac{V_0I_0}{2}[3\cos\theta+\cos(2\omega t-\theta)+\cos(2\omega t-\theta-240^\circ)+\cos(2\omega t-\theta+240^\circ)]
\end{aligned}$$

درج بالا مساوات میں $2\omega t-\theta=\alpha$ لکھتے ہوئے اور مساوات 11.9 استعمال کرتے ہوئے آخری تین اجزاء کے مجموعے کو صفر کے برابر لکھا جا سکتا ہے۔ یوں لمحاتی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$p(t) = \frac{3V_0I_0}{2}\cos\theta = 3V_{\mathrm{rms}}I_{\mathrm{rms}}\cos\theta\,\mathrm{W} \tag{11.10}$$

آپ مساوات 11.10 کا $p_a(t) = \frac{V_0I_0}{2}[\cos\theta+\cos(2\omega t-\theta)]$ کے ساتھ موازنہ کریں جو دگنی تعدد یعنی 2ω کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تین دوری نظام میں لمحاتی طاقت برقرار رہتا ہے۔ یہ انتہائی اہم نتیجہ ہے۔ تین دور کا موٹر برقرار میکانی قوت پیدا کرے گا لہٰذا اس میں ترتراہٹ کم سے کم ہو گی جو میکانی خرابی کی وجہ بنتی ہے۔



شکل 11.3: ستارہ (Y) جوڑ۔

11.2 ستارہ ستارہ (YY) جوڑ

مساوات 11.2 میں لمحہ $t = 0$ پر v_{an} کی چوٹی پائی جاتی ہے۔ہم کہتے ہیں کہ v_{an} کا زاویائی ہٹاو صفر کے برابر ہے۔اگر v_{an} کا زاویائی ہٹاو θ ہو تب تین دوری نظام کے دوری سمتیات درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= 230\underline{/\theta}\,\text{Vrms}\\
\hat{V}_{bn} &= 230\underline{/\theta - 120^\circ}\,\text{Vrms}\\
\hat{V}_{cn} &= 230\underline{/\theta - 240^\circ}\,\text{Vrms}
\end{aligned} \tag{11.11}$$

ایسی صورت میں شکل 11.1-ب کے تینوں دوری سمتیات θ زاویہ گھوم جائیں گے۔ تین دوری abc نظام کی بات کرتے ہوئے ہم v_{an} کا زاویہ ہٹاو صفر کے برابر لیں گے تا کہ بار بار اس کا ذکر نہ کرنا پڑے۔

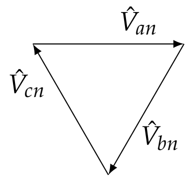
شکل 11.1-الف کے تین دوری abc نظام کو شکل 11.3-الف میں ستارہ جڑا[4] دکھایا گیا ہے۔ساتھ ہی شکل-ب میں دوری سمتیات دکھائے گئے ہیں جو ستارہ شکل بناتے ہیں۔ تین دوری نظام کو اس طرح کاغذ پر بناتے ہوئے مکمل معلومات بغیر لکھے دی جاتی ہے۔یوں شکل 11.1-الف سے ظاہر ہے کہ v_{an} کا زاویہ ہٹاو صفر کے برابر ہے اور v_{bn} اس سے 120° پیچھے ہے۔یوں ظاہر ہے کہ اس نظام کی ترتیب abc ہے۔ساتھ ہی آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تینوں دباو کے حیطے برابر ہیں۔تینوں دباو کو نقطہ n سے ناپا جاتا ہے۔ستارہ جوڑ کو Y [5] جوڑ بھی کہتے ہیں۔

---

[4] star connected, Y connected

[5] ستارہ جوڑ کی شکل حرف Y سے مشابہت رکھتا ہے۔اسی لئے اس کو Y جوڑ بھی کہتے ہیں۔

$$\hat{V}_{an}+\hat{V}_{bn}+\hat{V}_{cn}=0$$



شکل 11.4: تین دوری نظام کے تینوں دباو کا مجموعہ صفر کے برابر ہے۔

دوری سمتیات کا مجموعہ حاصل کرتے وقت ایک دوری سمتیہ کی نوک کے ساتھ دوسری دوری سمتیہ کی دم ملائی جاتی ہے۔اس ترکیب کو استعمال کرتے ہوئے شکل 11.4 میں ترسیمی طریقے سے درج ذیل مساوات ثابت کی گئی ہے۔

$$\hat{V}_{an}+\hat{V}_{bn}+\hat{V}_{cn}=0 \tag{11.12}$$

شکل 11.5-الف میں تین دوری نظام کے تینوں منبع پر بوجھ لدا دکھایا گیا ہے۔اسی کو شکل-ب میں ستارہ صورت میں دکھایا گیا ہے۔ منبع اور بوجھ دونوں ستارہ جڑے ہیں لہٰذا اس نظام کو **ستارہ ستارہ**[6] نظام یا YY نظام کہا جاتا ہے۔شاخ a پر نظر ڈالتے ہوئے معلوم ہوتا ہے کہ منبع $\hat{V}_{an}$ کی دوری رو $\hat{I}_a$ ہی منبع سے بوجھ تک تار میں پائے جانے والی رو تار $\hat{I}_a$ ہے۔یوں ستارہ ستارہ نظام کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے جہاں مساوات 11.6 کو دوبارہ پیش کیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} I_{\text{تار}} &= I_{\text{دوری}} \\ V_{\text{تار}} &= \sqrt{3}V_{\text{دوری}} \end{aligned} \qquad \text{ستارہ ستارہ نظام میں دوری اور تار کے متغیرات کے تعلق} \tag{11.13}$$

متوازن ستارہ بوجھ کی صورت میں $\boldsymbol{Z}_a=\boldsymbol{Z}_b=\boldsymbol{Z}_c=\boldsymbol{Z}_Y$ ہو گا۔ایسی صورت میں شکل 11.5-الف میں تین دوری رو درج ذیل ہوں گی جہاں $\hat{V}_a$ کا زاویہ ہٹا و صفر لیا گیا ہے اور $\frac{V_0}{Z_Y}$ کو I_0 لکھا گیا ہے۔

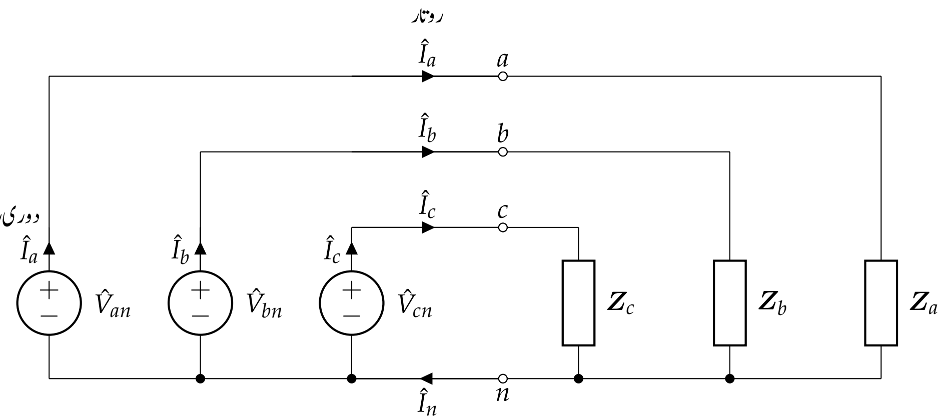
$$\begin{aligned} \hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a}{\boldsymbol{Z}_Y}=\frac{V_0\underline{/0^\circ}}{Z_Y\underline{/\theta_z}}=\frac{V_0}{Z_Y}\underline{/-\theta_z}=I_0\underline{/-\theta_z} \\ \hat{I}_b &= \frac{\hat{V}_b}{\boldsymbol{Z}_Y}=\frac{V_0\underline{/-120^\circ}}{Z_Y\underline{/\theta_z}}=\frac{V_0}{Z_Y}\underline{/-120^\circ-\theta_z}=I_0\underline{/-120^\circ-\theta_z} \\ \hat{I}_c &= \frac{\hat{V}_c}{\boldsymbol{Z}_Y}=\frac{V_0\underline{/120^\circ}}{Z_Y\underline{/\theta_z}}=\frac{V_0}{Z_Y}\underline{/120^\circ-\theta_z}=I_0\underline{/120^\circ-\theta_z} \end{aligned} \tag{11.14}$$

شکل 11.5-الف میں منبعوں کے جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مدد سے تعدیلی تار میں رو $\hat{I}_n$ کی مساوات لکھتے ہیں

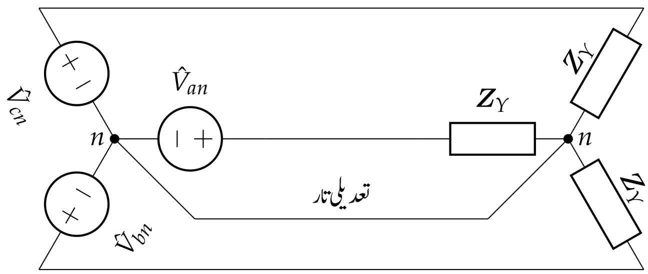
$$\hat{I}_n=\hat{I}_a+\hat{I}_b+\hat{I}_c$$

---

[6] star-star, YY

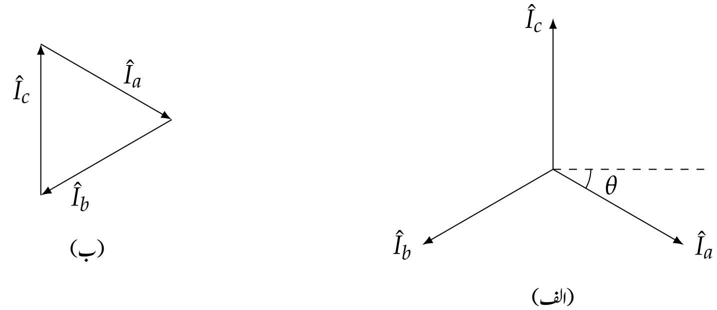


(الف)



(ب)

شکل 11.5: متوازن ستارہ ستارہ (YY) نظام۔



شکل 11.6: متوازن منبع اور متوازن بوجھ کی صورت میں تعدیلی رو صفر ہو گی۔

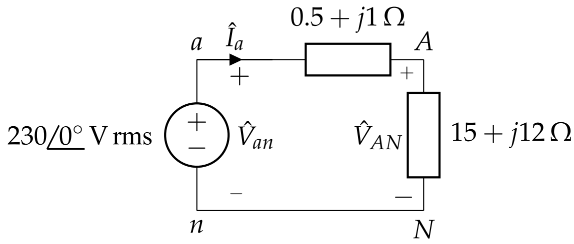
جس میں مساوات 11.14 پر کرتے ہوئے ثابت ہوتا ہے کہ $\hat{I}_n$ صفر کے برابر ہے۔

$$\hat{I}_n = \hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = 0 \quad \text{متوازن ستارہ ستارہ میں تعدیلی رو صفر ہے} \tag{11.15}$$

شکل 11.6 میں پیچھے جزو طاقت کی صورت میں ستارہ رو اور ان کا مجموعہ دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ متوازن ستارہ منبع اور متوازن ستارہ بوجھ کی صورت میں تعدیلی رو صفر ہو گی لہٰذا تعدیلی تار اتارنے سے نظام پر کوئی اثر نہیں ہو گا۔ ہاں اگر ایک بوجھ یا ایک منبع کی قیمت تبدیل کر دی جائے تب اس شاخ کی رو تبدیل ہو جائے گی اور یوں تینوں شاخوں کی رو کا مجموعہ صفر نہ رہ پائے گا لہٰذا غیر متوازن صورت میں تعدیلی رو پائی جائے گی۔

متوازن ستارہ ستارہ نظام میں تینوں رو کی قیمت برابر ہوتی ہے جبکہ ان میں زاویائی فاصلہ $120°$ پایا جاتا ہے۔ یوں ہم صرف ایک منبع اور اس کے بوجھ کو حل کرتے ہوئے تمام جوابات اخذ کر سکتے ہیں۔ اس نظام میں تینوں تار کی رکاوٹ بھی برابر ہوتی ہے لہٰذا تار کی رکاوٹ کے اثرات شامل کرتے ہوئے بھی صرف ایک دور حل کرنا پڑتا ہے۔ چونکہ متوازن ستارہ ستارہ نظام کے تعدیلی تار میں رو صفر رہتی ہے لہٰذا اس تار کی رکاوٹ کا نظام میں دباو اور رو پر کوئی اثر نہیں ہوتا لہٰذا تعدیلی تار کی رکاوٹ غیر اہم ہے۔ یوں تعدیلی تار کی رکاوٹ کچھ بھی تصور کی جا سکتی ہے۔ ہم تعدیلی تار کی رکاوٹ صفر تصور کریں گے۔

مثال 11.2: متوازن تین دوری ستارہ ستارہ abc نظام میں موثر دوری دباو $230\,\mathrm{V\,rms}$ ہے جبکہ تار اور بوجھ کے رکاوٹ بالترتیب $0.5 + j1\,\Omega$ اور $15 + j12\,\Omega$ ہیں۔ تمام دباو بوجھ اور تار کی رو دریافت کریں۔



شکل 11.7: مثال 11.2 کا دور۔

حل: شاخ a کو صفر زاویے پر رکھتے ہوئے تین منبع کے دباو لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= 230\angle 0^\circ\,\mathrm{V\,rms}\\
\hat{V}_{bn} &= 230\angle -120^\circ\,\mathrm{V\,rms}\\
\hat{V}_{acn} &= 230\angle 120^\circ\,\mathrm{V\,rms}
\end{aligned}$$

ستارہ ستارہ نظام کے ایک شاخ کو شکل 11.7 میں دکھایا گیا ہے جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}_a &= \frac{230\angle 0^\circ}{0.5+j1+15+j12} = 11.37\angle -40^\circ\,\mathrm{A\,rms}\\
\hat{V}_{AN} &= \left(\frac{15+j12}{0.5+j1+15+j12}\right)230\angle 0^\circ = 218.4\angle -1.3^\circ\,\mathrm{V\,rms}
\end{aligned}$$

ان جوابات کو 120° ہٹا دیتے ہوئے بقایا جوابات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}_b &= 11.37\angle -120^\circ - 40^\circ = 11.37\angle -160^\circ\,\mathrm{A\,rms}\\
\hat{I}_c &= 11.37\angle +120^\circ - 40^\circ = 11.37\angle 80^\circ\,\mathrm{A\,rms}\\
\hat{V}_{BN} &= 218.4\angle -120^\circ - 1.3^\circ = 218.4\angle -121.3^\circ\,\mathrm{V\,rms}\\
\hat{V}_{CN} &= 218.4\angle +120^\circ - 1.3^\circ = 218.4\angle 118.7^\circ\,\mathrm{V\,rms}
\end{aligned}$$

مشق 11.3: متوازن abc ستارہ جڑے منبع میں $\hat{V}_{an} = 100\angle 180^\circ\,\mathrm{V}$ ہے۔ دباو تار حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{ab} = 173.2\angle -150^\circ\,\mathrm{V}$ ، $\hat{V}_{ca} = 173.2\angle -30^\circ\,\mathrm{V}$ ، $\hat{V}_{bc} = 173.2\angle 90^\circ\,\mathrm{V}$

مشق 11.4: متوازن abc ستارہ جڑے منبع میں $\hat{V}_{ab} = 180\angle 150^\circ\,\mathrm{V}$ ہے۔ دوری دباو حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{an} = 86.6\angle 90^\circ\,\mathrm{V}$ ، $\hat{V}_{bn} = 86.6\angle -30^\circ\,\mathrm{V}$ ، $\hat{V}_{cn} = 86.6\angle -150^\circ\,\mathrm{V}$

مشق 11.5: ستارہ ستارہ abc ترتیب کے نظام میں بوجھ پر دباو $\hat{V}_{AN} = 220\angle -15.6^\circ\,\mathrm{V\,rms}$ ہے۔ ستارہ بوجھ کے ایک دور کی رکاوٹ $4 + j2\,\Omega$ اور تار کی رکاوٹ $1 + j1.5\,\Omega$ ہے۔ ستارہ منبع کی دوری دباو حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{an} = 300\angle -7.2^\circ\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{bn} = 300\angle -127.2^\circ\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{cn} = 300\angle 112.8^\circ\,\mathrm{V\,rms}$

مشق 11.6: متوازن ستارہ بوجھ کے ایک دور کی رکاوٹ $0.2 - j0.12\,\Omega$ ہے۔ اس کو متوازن ستارہ منبع سے طاقت فراہم کی جاتی ہے جس کا دباو دور $110\,\mathrm{V\,rms}$ ہے۔ نظام کی ترتیب abc ہے۔ دور a کا زاویہ ہٹاو صفر لیتے ہوئے تار کی رو دریافت کریں۔

جوابات: $\hat{I}_a = 471\angle 31^\circ\,\mathrm{A\,rms}$ ، $\hat{I}_b = 471\angle -89^\circ\,\mathrm{A\,rms}$ ، $\hat{I}_c = 471\angle 151^\circ\,\mathrm{A\,rms}$

مشق 11.7: متوازن ستارہ ستارہ نظام میں تاروں میں کل ضیاع $962\,\mathrm{W}$ ہے۔ بوجھ کا دوری دباو $v_{AN} = 240\underline{/38^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ جبکہ اس کا آگے جزو طاقت 0.69 ہے۔ تار کی رکاوٹ $1.2 + j1.5\,\Omega$ ہے۔ بوجھ کی دوری رکاوٹ دریافت کریں۔

جواب: $10.13 - j10.63\,\Omega$

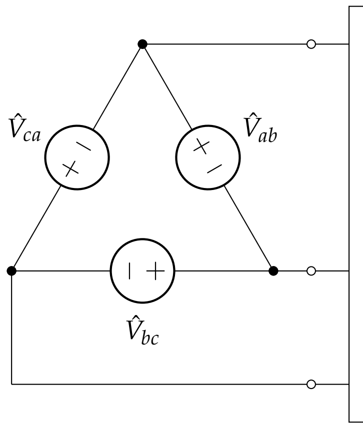
11.3 تین دوری تکونی (Δ) دباو

شکل 11.8-الف میں تین عدد منبع کو تین تاروں کے مابین تکونی[7] جوڑا گیا ہے۔ مساوات 11.6 دباو تار اور دوری دباو کا تعلق دیتا ہے۔ یوں اگر شکل-الف کے تکونی جڑے منبع کے دباو

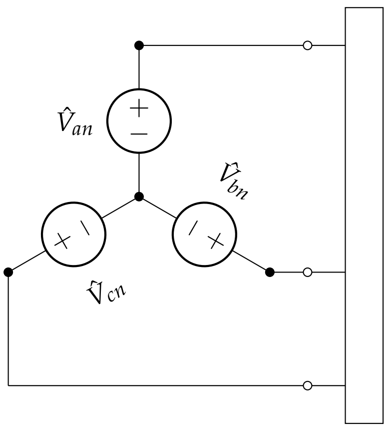
$$\begin{aligned}
\hat{V}_{ab} &= V_L\underline{/0^\circ}\\
\hat{V}_{bc} &= V_L\underline{/-120^\circ}\\
\hat{V}_{ca} &= V_L\underline{/+120^\circ}
\end{aligned} \tag{11.16}$$

ہوں جہاں V_L دباو تار کا حیطہ ہے تب شکل-ب میں دکھائے گئے ان کے مساوی ستارہ منبع درج ذیل ہوں گے جہاں ستارہ جڑے منبع کے دباو کا حیطہ V_p لکھا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}}\underline{/-30^\circ} = V_p\underline{/-30^\circ}\\
\hat{V}_{bn} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}}\underline{/-150^\circ} = V_p\underline{/-150^\circ}\\
\hat{V}_{cn} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}}\underline{/-270^\circ} = V_p\underline{/90^\circ}
\end{aligned} \tag{11.17}$$



(الف) تکون Δ



(ب) ستارہ Y

شکل 11.8: ستارہ اور تکونی دباو۔

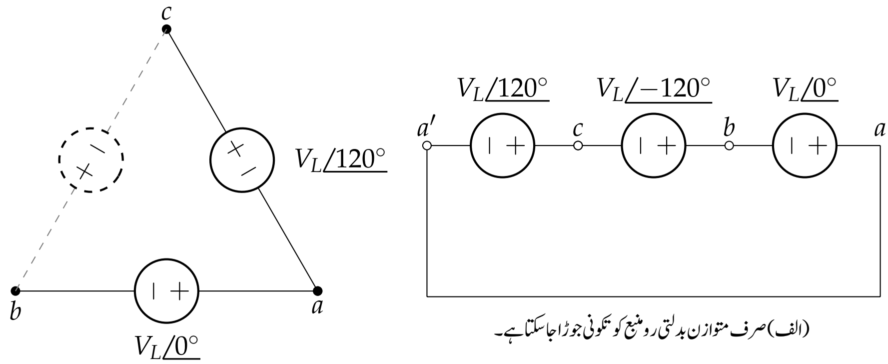
یوں جہاں بھی تکونی منبع نسب ہو، اس کی جگہ مساوی ستارہ منبع نسب کرتے ہوئے دور کو ستارہ منبع کے تمام طریقوں سے حل کیا جا سکتا ہے۔ آئیں اس پر ایک مثال دیکھیں۔

کسی بھی تین عدد منبع کے منفی سر آپس میں جوڑنے سے ستارہ منبع حاصل ہو گا۔ تین عدد منبع کو تکونی جوڑتے وقت چوکس رہنا ضروری ہے۔ تکونی جوڑ میں ایک منبع کا منفی سر دوسرے منبع کے مثبت سر سے جڑتا ہے۔ شکل 11.9-الف میں تین متوازن بدلتی رو منبع کو تکونی جوڑا گیا ہے۔ یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ تین متوازی بدلتی رو منبع کو سلسلہ وار جوڑتے ہوئے ابتدائی سر a' اور اختتامی سر a کے مابین صفر وولٹ دباو پایا جاتا ہے لہٰذا انہیں آپس میں جوڑا کر تکونی منبع حاصل کیا جاتا ہے۔ یہاں یہ تسلی بھی کر لیں کہ V_L دباو کے یک سمتی منبع کی صورت میں a' اور a کے مابین تین گنا دباو ($3V_L$) پایا جائے گا لہٰذا انہیں کسی بھی صورت آپس میں نہیں جوڑا جا سکتا ہے۔ یہاں یہ بھی تسلی کر لیں کہ تینوں منبع کے دباو کی حتمی قیمت بالکل برابر ہونا ضروری ہے اور ان میں $120°$ زاویائی فرق بھی لازم ہے۔ آپ یہ بھی دیکھ سکتے ہیں کہ تکونی منبع میں کسی ایک منبع کے الٹ جڑنے سے خطرناک نتائج رو نما ہو سکتے ہیں۔

تکونی منبع میں ایک دلچسپ بات یہ ہے کہ اس میں سے کسی ایک منبع کے ہٹانے سے دباو تار تبدیل نہیں ہوتے۔ شکل 11.9-ب میں نقطہ دار لکیر سے دکھائے گئے منبع کو ہٹاتے ہوئے تسلی کر لیں کہ تینوں دباو تار تبدیل نہیں ہوتے۔ شکل-ب میں کھلا تکون[8] دکھایا گیا ہے۔ چونکہ طاقت کی فراہمی منبع سے ہوتی ہے لہٰذا کھلا تکون پورے تکونی منبع کے $\frac{2}{3}$ گنا طاقت فراہم کرے گا۔

---

[7] delta connected, Δ
[8] open delta



(الف) صرف متوازن بدلتی رو منبع کو تکونی جوڑا جا سکتا ہے۔

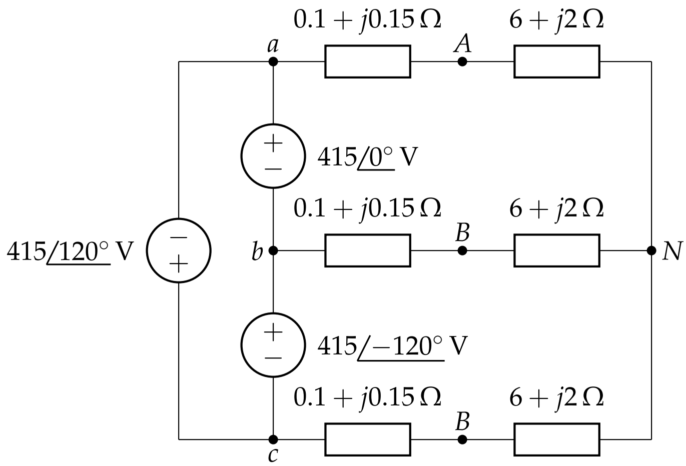
(ب) کھلا تکون۔

شکل 11.9: تکونی منبع دباو۔

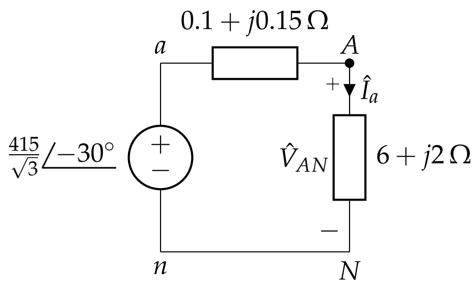
مشق 11.8: شکل 11.9-الف میں ثابت کریں کہ a' تا a دباو صفر کے برابر ہے۔

مشق 11.9: شکل 11.9-ب میں منبع $\hat{V}_{bc}$ نہیں پایا جاتا ہے۔بقایا دو منبع کے دباو سے نقطہ c تا b دباو $\hat{V}_{bc}$ حاصل کریں۔

مثال 11.3: شکل 11.10-الف میں تکونی منبع کی جگہ مساوی ستارہ منبع نسب کرتے ہوئے تار کی رو اور بوجھ پر دباو حاصل کریں۔



(الف) تکونی منبع پر ستارہ بوجھ لدا ہے۔



(ب) تکونی منبع کا مساوی ستارہ منبع نسب کرتے ہوئے ایک شاخ دکھایا گیا ہے۔

شکل 11.10: مثال 11.3 کا دور۔

حل: شکل-ب میں تکونی منبع کا مساوی ستارہ منبع استعمال کرتے ہوئے ایک شاخ دکھایا گیا ہے جس سے درج ذیل حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$\hat{I}_a = \frac{\frac{415}{\sqrt{3}}\underline{/-30^\circ}}{0.1 + j0.15 + 6 + j2} = 37\underline{/-49^\circ}\,\mathrm{A}$$

$$\hat{V}_{AN} = \frac{415}{\sqrt{3}}\underline{/-30^\circ}\left(\frac{6 + j2}{0.1 + j0.15 + 6 + j2}\right) = 234\underline{/-31^\circ}\,\mathrm{V}$$

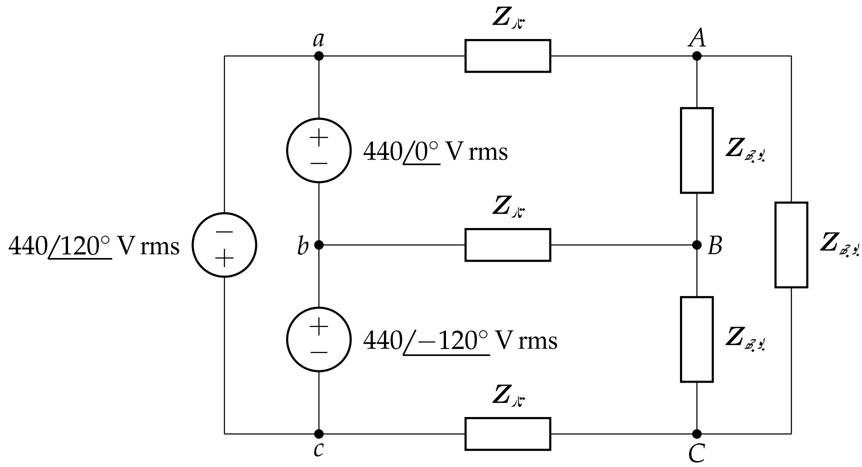
یوں بوجھ پر دباو تار $\sqrt{3}(234) = 405\,\mathrm{V}$ ہو گا۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ منبع پر دباو تار کی قیمت بوجھ پر دباو تار سے زیادہ ہے لہٰذا دباو کی بات کرتے وقت مقام کی وضاحت ضروری ہے۔

مشق 11.10: شکل 11.10 میں تار کی رکاوٹ $0.8 + j1\,\Omega$ اور بوجھ کی دوری رکاوٹ $14 - j6\,\Omega$ جبکہ تکونی منبع کا دباو $\hat{V}_{ab} = 66\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V}$ لیتے ہوئے بوجھ کی رو اور دوری دباو حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{I}_a = 2.4\underline{/-11^\circ}\,\mathrm{A}$ ، $\hat{V}_{AN} = 37\underline{/-35^\circ}\,\mathrm{V}$

مشق 11.11: شکل 11.11 میں $Z_{\text{تار}} = 0.4 + j0.2\,\Omega$ اور $Z_{\text{بوجھ}} = 12 + j4\,\Omega$ ہیں۔ بوجھ پر موثر دباو تار دریافت کریں۔

جواب: $V_L = 398\,\mathrm{V\,rms}$



شکل 11.11: مشق 11.11 کا تکون تکون $\Delta\Delta$ دور۔

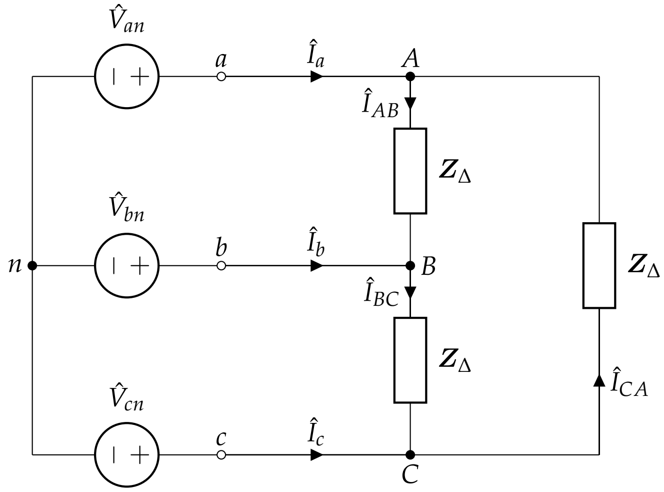
11.4 تکونی بوجھ

شکل 11.12 میں ستارہ منبع کے ساتھ تکونی بوجھ جوڑا گیا ہے۔بوجھ کے ایک شاخ پر دباو تار پایا جاتا ہے۔یوں اگر ستارہ دباو درج ذیل ہوں

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= V_p\angle 0^\circ \\
\hat{V}_{bn} &= V_p\angle -120^\circ \\
\hat{V}_{cn} &= V_p\angle +120^\circ
\end{aligned}
$$

تب دباو تار درج ذیل ہوں گے جہاں تار کی رکاوٹ نہ ہونے کی وجہ سے منبع اور بوجھ پر برابر دباو تار پایا جاتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{ab} &= \sqrt{3}V_p\angle 30^\circ = V_L\angle 30^\circ = \hat{V}_{AB} \\
\hat{V}_{bc} &= \sqrt{3}V_p\angle -90^\circ = V_L\angle -90^\circ = \hat{V}_{BC} \\
\hat{V}_{ca} &= \sqrt{3}V_p\angle -210^\circ = V_L\angle 150^\circ = \hat{V}_{CA}
\end{aligned}
$$



شکل 11.12: ستارہ تکونی نظام۔

شکل 11.12 کو دیکھ کر

$$\hat{I}_{AB} = \frac{\hat{V}_{AB}}{\boldsymbol{Z}_\Delta} = \frac{V_L\angle 30^\circ}{Z\angle\theta_z} = I_0\angle 30^\circ - \theta_z$$
$$\hat{I}_{BC} = \frac{\hat{V}_{BC}}{\boldsymbol{Z}_\Delta} = \frac{V_L\angle -90^\circ}{Z\angle\theta_z} = I_0\angle -90^\circ - \theta_z$$
$$\hat{I}_{CA} = \frac{\hat{V}_{CA}}{\boldsymbol{Z}_\Delta} = \frac{V_L\angle 150^\circ}{Z\angle\theta_z} = I_0\angle 150^\circ - \theta_z$$

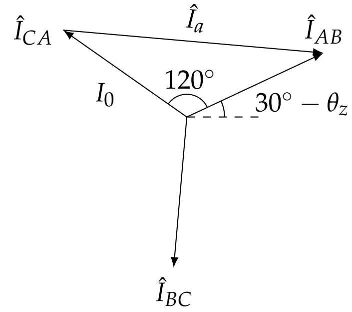
لکھا جا سکتا ہے جہاں $\boldsymbol{Z}_\Delta = Z\angle\theta_z$ ہے اور مساوات میں $\frac{V_L}{Z} = I_0$ لکھا گیا ہے۔درج بالا رو آپس میں 120° زاویائی فاصلے پر پائے جاتے ہیں جبکہ تینوں رو کی حتمی قیمت برابر ہے۔ تکونی بوجھ کی رو کو شکل 11.13 میں دکھایا گیا ہے۔

درج بالا حاصل کردہ بوجھ کی رو استعمال کرتے ہوئے تار کی رو حاصل کرتے ہیں۔ شکل 11.12 کو دیکھ کر کرخوف مساوات رو سے درج ذیل لکھتے ہیں

$$\hat{I}_a = \hat{I}_{AB} - \hat{I}_{CA}$$

جسے شکل 11.13 میں ترسیمی طریقے سے حل کرنا دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں دکھائے گئے تکون کا زاویہ 120° اور اس کے دونوں اطراف I_0 کے برابر ہیں۔یوں تار کے رو کا حیطہ کوسائن کے کلیے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$I_a = \sqrt{I_0^2 + I_0^2 - 2I_0^2\cos 120^\circ} = \sqrt{3}I_0$$

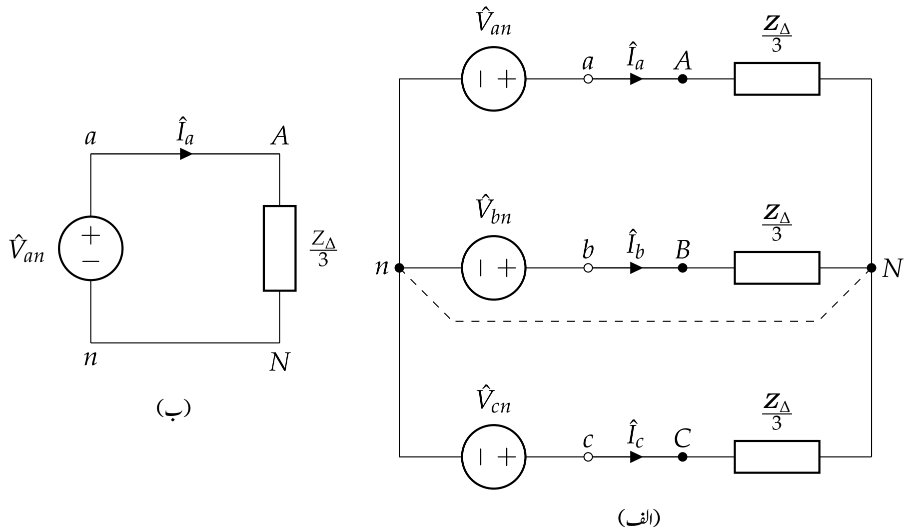


شکل 11.13: تکونی بوجھ کی رو سے تار کی رو کا حصول۔

جبکہ اس کا زاویہ $-\theta_z$ ہے لہٰذا تار کی رو $\hat{I}_a = \sqrt{3}I_0\underline{/-\theta_z}$ ہے۔بقایا دو تاروں کی رو بھی اسی طرح حاصل کی جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{I}_a &= \sqrt{3}I_0\underline{/-\theta_z}\\
\hat{I}_b &= \sqrt{3}I_0\underline{/-120^\circ - \theta_z}\\
\hat{I}_c &= \sqrt{3}I_0\underline{/+120^\circ - \theta_z}
\end{aligned} \tag{11.18}
$$

شکل 11.12 میں تکونی بوجھ کی جگہ اس کا مساوی ستارہ بوجھ نسب کرنے سے شکل 11.14-الف حاصل ہوتا ہے۔ صفحہ 84 پر ستارہ-تکون تبادلہ پر غور کیا گیا ہے جہاں مساوات 2.62 متوازن تکونی مزاحمتی بوجھ کا مساوی ستارہ بوجھ دیتا ہے۔یہی مساوات متوازن رکاوٹی بوجھ کے لئے بھی قابل استعمال ہے لہٰذا متوازن تکونی بوجھ کا مساوی ستارہ بوجھ $\frac{Z_\Delta}{3}$ ہے۔ تکونی جوڑ میں تعدیلی نقطہ N نہیں پایا جاتا ہے۔ شکل 11.14-الف میں مساوی ستارہ بوجھ کا تعدیلی نقطہ N دکھایا گیا ہے جسے ستارہ منبع کے تعدیلی نقطہ n کے ساتھ سے جوڑا گیا ہے۔تعدیلی تار کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ہم جانتے ہیں کہ متوازن نظام میں تعدیلی تار میں رو صفر کے برابر ہوتی ہے اور اس کو استعمال کرنے یا نہ کرنے سے جوابات پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔موجودہ دور میں تعدیلی تار کے استعمال سے دور کو حل کرنے میں مدد ملتی ہے لہٰذا اس کو استعمال کیا گیا ہے۔ شکل-ب



شکل 11.14: تکونی بوجھ کی جگہ مساوی ستارہ بوجھ نسب کیا گیا ہے۔

میں ستارہ ستارہ دور کی ایک شاخ دکھائی گئی ہے جس سے تار کی رو لکھتے ہیں

$$
\begin{aligned}
\hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_{an}}{\frac{Z_\Delta}{3}} \\
&= \frac{3V_p\angle 0^\circ}{Z\angle\theta_z} \\
&= \frac{\sqrt{3}V_L\angle -\theta_z}{Z} \\
&= \sqrt{3}I_0\angle -\theta_z
\end{aligned}
$$

جہاں $V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$ اور $\frac{V_L}{Z} = I_0$ کا استعمال کیا گیا ہے۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تکونی بوجھ کا مساوی ستارہ بوجھ استعمال کرنے سے دور حل کرنے میں مدد ملتی ہے۔یہی وجہ ہے کہ تین دوری نظام کو حل کرتے ہوئے پہلے ستارہ ستارہ دور حاصل کیا جاتا ہے۔اس ستارہ ستارہ دور کو حل کیا جاتا ہے اور آخر میں درکار جوابات ستارہ تکونی تبادلہ سے حاصل کئے جاتے ہیں۔

مثال 11.4: متوازی تکونی بوجھ کے ایک شاخ کی رکاوٹ $5 + j3\,\Omega$ ہے۔اس پر متوازن دباو تار لاگو کی جاتی ہے۔بوجھ کے تمام شاخوں کی رو اور تمام تاروں کی رو دریافت کریں۔ستارہ منبع کے ایک شاخ کا دباو $\hat{V}_{an} = 240\underline{/42^\circ}\,\mathrm{V}$ ہے۔

حل: دباو تار درج ذیل ہیں جہاں تار کی رکاوٹ نہ ہونے کی وجہ سے منبع اور بوجھ کے دباو تار برابر ہیں۔

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{ab} &= \sqrt{3}240\underline{/72^\circ} = \hat{V}_{AB}\\
\hat{V}_{bc} &= \sqrt{3}240\underline{/-48^\circ} = \hat{V}_{BC}\\
\hat{V}_{ca} &= \sqrt{3}240\underline{/192^\circ} = \hat{V}_{CA}
\end{aligned}$$

یوں بوجھ کے شاخوں کی رو درج ذیل ہو گی۔

$$\hat{I}_{AB} = \frac{\hat{V}_{AB}}{5 + j3} = 71.3\underline{/41^\circ}\,\mathrm{A}$$

بقایا دو شاخوں کی رو $\mp 120^\circ$ زاویائی فاصلے پر ہو گی یعنی

$$\begin{aligned}
\hat{I}_{BA} &= 71.3\underline{/-79^\circ}\,\mathrm{A}\\
\hat{I}_{CA} &= 71.3\underline{/161^\circ}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

تار کی رو حاصل کرنے کی خاطر ستارہ بوجھ استعمال کرتے ہیں۔

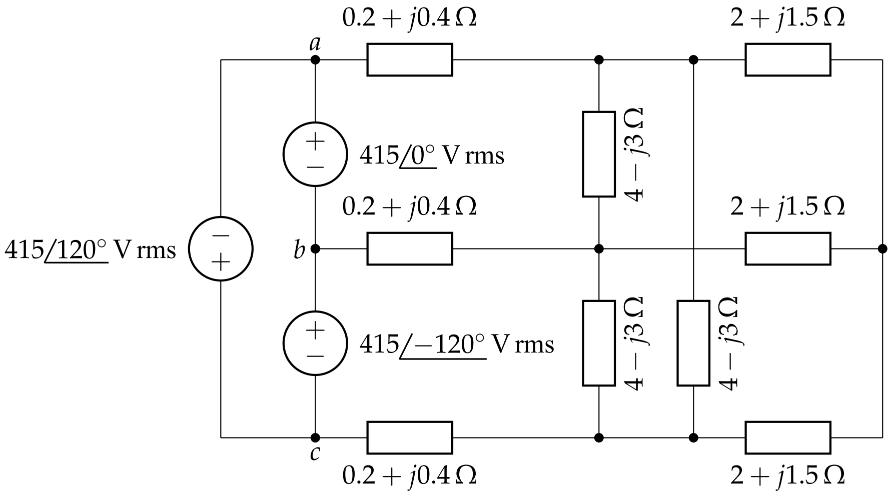
$$\boldsymbol{Z}_Y = \frac{\boldsymbol{Z}_\Delta}{3} = \frac{5 + j3}{3} = \frac{5}{3} + j1\,\Omega$$

یوں تار کی رو درج ذیل ہو گی۔

$$\hat{I}_a = \frac{\hat{V}_{an}}{\boldsymbol{Z}_Y} = \frac{240\underline{/42^\circ}}{\frac{5}{3} + j1} = 123.5\underline{/11^\circ}\,\mathrm{A}$$

بقایا دو تاروں کی رو $\mp 120^\circ$ زاویائی فاصلے پر ہوں گی۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}_b &= 123.5\underline{/-109^\circ}\,\mathrm{A}\\
\hat{I}_c &= 123.5\underline{/131^\circ}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$



شکل 11.15: مشق 11.12 کا دور۔

مشق 11.12: شکل 11.15 میں تکونی منبع کے ساتھ $4-j3\,\Omega$ کا تکونی بوجھ اور $2+j1.5\,\Omega$ کا ستارہ بوجھ متوازی جڑے ہیں۔ تار کی رو دریافت کریں۔

جوابات: $\hat{I}_a = 166.5\underline{/-38.7^\circ}\,\text{A rms}$ ، $\hat{I}_b = 166.5\underline{/-158.7^\circ}\,\text{A rms}$ ، $\hat{I}_c = 166.5\underline{/81.3^\circ}\,\text{A rms}$

11.5 طاقتی تعلقات