

برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

1	بنیاد	1
1	برقی بار، برقی رو اور برقی دباؤ	1.1
6	قانون اوہم	1.2
8	توانائی اور طاقت	1.3
15	برقی پڑے	1.4
15	غیر تابع منبع	1.4.1
17	تابع منبع	1.4.2
27	مزا جتنی ادوار	2
27	قانون اوہم	2.1
35	قوانین کرخوف	2.2
51	سلسلہ وار جڑے پڑوں میں رو	2.3
52	تقسیم دباؤ	2.4
55	متعدد سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت	2.5
58	سلسلہ وار متعدد منبع دباؤ اور مزاحمت	2.6
59	متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے	2.7
61	تقسیم رو اور متعدد متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت	2.8
68	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت	2.9
73	تخصیص مزاحمت	2.10
76	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل	2.11
84	ستارہ-تکون تبادلہ	2.12
91	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	2.13
101	ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب	3
101	تجزیہ جوڑ	3.1
104	غیر تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار	3.2
117	تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار	3.3
123	غیر تابع منبع دباؤ استعمال کرنے والے ادوار	3.4

132	تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.5
139	دائری تجزیہ	3.6
140	غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.7
148	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.8
154	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.9
158	دائری ترکیب اور ترکیب جوڑ کا موازنہ	3.10

161	حسابی ایپلیفائر	4
171	کامل حسابی ایپلیفائر	4.1
171	منفی ایپلیفائر	4.2
174	مثبت ایپلیفائر	4.3
176	مستقام کار	4.4
176	منفی کار	4.5
178	جمع کار	4.6
181	متوازن اور غیر متوازن صورت	4.7
185	موازنہ کار	4.8
185	آلاتی ایپلیفائر	4.9

187	مسئلے	5
187	مساوی دور	5.1
187	مسئلہ خطیت	5.2
191	مسئلہ نفاذ	5.3
201	مساوی ادوار	5.4
206	مسئلہ تھون، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ متبادلہ منبع	5.5
225	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	5.6
231	تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں استعمال کرنے والے ادوار	5.7
239	زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ	5.8

247	برق گیر اور امالہ گیر	6
247	برق گیر	6.1
261	امالہ گیر	6.2
270	برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات	6.3
273	سلسلہ وار جڑے برق گیر	6.4
277	متوازی جڑے برق گیر	6.5
281	سلسلہ وار امالہ گیر	6.6
283	متوازی امالہ گیر	6.7
287	حسابی ایپلیفائر کے RC ادوار	6.8
288	تفرق کار	6.9

293	عارضی رد عمل	7
293	تعارف	7.1
293	ایک درجی ادوار	7.2

295	7.2.1 رد عمل کی عمومی مساوات
321	7.3 دھڑکن
328	7.4 دو درجی ادوار

359	8 برقرار حالت بدلتی رو
359	8.1 مخلوط اعداد
364	8.2 سائن نمائندگی
373	8.3 سائن نماد اور مخلوط جبری تفاعل
381	8.4 دوری سمتیہ
386	8.5 مزاحمت، امالہ گیر اور برق گیر کے انفرادی دوری سمتیہ تعلق
396	8.6 برقی رکاوٹ اور برقی فراوانی
409	8.7 دوری سمتیہ کے اشکال
419	8.8 کرخوف مساوات
424	8.9 تجزیاتی تراکیب

443	9 برقرار برقی طاقت
443	9.1 لمبائی طاقت
446	9.2 اوسط طاقت
453	9.3 زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ
463	9.4 موثر قیمت
472	9.5 جزو طاقت
476	9.6 مخلوط طاقت
484	9.7 جزو طاقت کی درنگی
489	9.8 برقی جھٹکا
491	9.9 نم زمین
492	9.10 ایک دور کا نظام
497	9.11 حفاظتی تدابیر

499	10 مقناطیسی جڑے ادوار
499	10.1 مشترکہ امالہ
517	10.2 مشترکہ امالہ میں توانائی کا ذخیرہ
523	10.3 کامل ٹرانسفارمر

باب 10

مقناطیسی جرے ادوار

10.1 مشترکہ امالہ

شکل 10.1-الف میں N چکر کا چلھا¹ مقناطیسی مادے سے بنائے گئے قالب² پر لپیٹا گیا دکھایا گیا ہے۔ اس لچھے میں i رو گزر رہی ہے۔ ایکمیٹر کے قانون کے تحت رو کے گزرنے سے مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے۔ یوں رو کے گزرنے سے لچھے میں ϕ مقناطیسی بہاو³ پیدا ہوتا ہے جسے ہلکی سیاہی میں نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔

لچھے میں رو کی سمت اور مقناطیسی بہاو کی سمت کے تعلق پر غور کریں۔ ان کا تعلق دائیں ہاتھ کا قانون کہلاتا ہے۔ دائیں ہاتھ کا قانون درج ذیل ہے۔

اگر لچھے کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ ہاتھ کی چار انگلیاں رو کی سمت میں پئیے جائیں تب اسی ہاتھ کا انگوٹھا بہاو کی سمت دے گا۔

مقناطیسی بہاو کو کسی مخصوص خطے میں رکھنے کی خاطر مقناطیسی قالب استعمال کیا جاتا ہے۔ مقناطیسی بہاو کے لئے مقناطیسی مادے سے گزرنے والے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے لہذا شکل 10.1-الف میں بہاو قالب کے اندر ہی رہتے ہوئے گھڑی کے سونیوں

coil¹
core²
magnetic flux³

کے گھومنے کی سمت میں گھومتا ہے۔ یوں مقناطیسی بہاؤ ϕ لچھے کے تمام چکروں کے اندر سے گزرتا ہے۔ لچھے کا ارتباط بہاؤ λ درج ذیل ہے۔

$$(10.1) \quad \lambda = N\phi$$

اس کتاب میں صرف خطی نظام پر غور کیا گیا ہے۔ خطی صورت میں ارتباط بہاؤ اور رو کا تعلق درج ذیل ہے

$$(10.2) \quad \lambda = Li$$

جہاں مساوات کے مستقل L کو خود امالہ⁵ یا امالہ کہتے ہیں۔ باب 6 میں امالہ پر غور کیا گیا ہے۔ درج بالا دو مساوات کو ملاتے ہوئے بہاؤ اور رو کا تعلق ملتا ہے۔

$$(10.3) \quad \phi = \frac{Li}{N}$$

قانون فیراڈے کے تحت بدلتی ارتباط بہاؤ لچھے میں امالی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

$$(10.4) \quad v = \frac{d\lambda}{dt}$$

مساوات 10.2 کو درج بالا مساوات میں پر کرتے ہیں۔

$$v = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt}$$

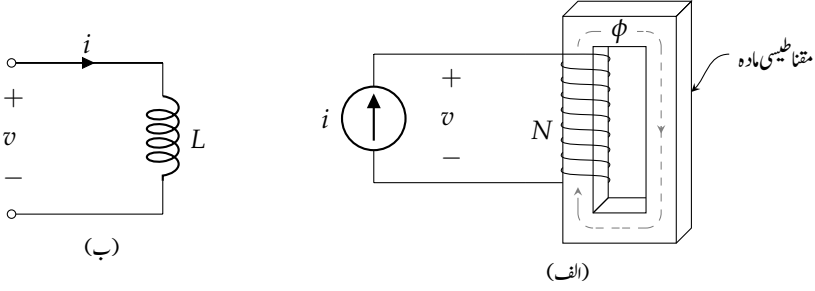
مستقل امالہ کی صورت میں اس مساوات سے امالہ کی جانی پہچانی درج ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے۔

$$(10.5) \quad v = L \frac{di}{dt}$$

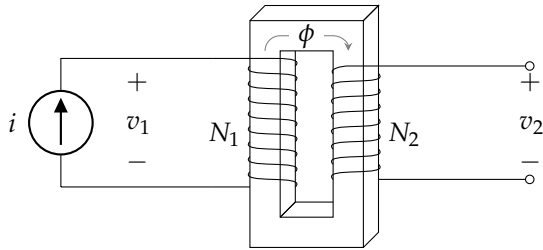
اس کتاب میں مستقل امالہ پر ہی غور کیا جائے گا۔ شکل 10.1-ب میں اس امالہ کو دکھایا گیا ہے۔ یہاں غور کریں کہ مزاحمت کی طرح امالہ کے دباؤ اور رو بھی انفعالی رائج سمت کے تحت ہیں۔ یوں امالہ میں رو مثبت دباؤ والے سر سے داخلی ہوتی ہے۔ مساوات 10.5 کہتا ہے کہ بدلتی رو کے گزرنے سے امالہ میں دباؤ پیدا ہوتا ہے۔

شکل 10.1-الف میں موجود لچھے کے قریب دوسرا لچھا رکھنے سے شکل 10.2 حاصل ہوتا ہے۔ دوسرے لچھے میں رو نہیں گزر رہی ہے۔ پہلے لچھے کا ارتباط بہاؤ درج ذیل ہے۔

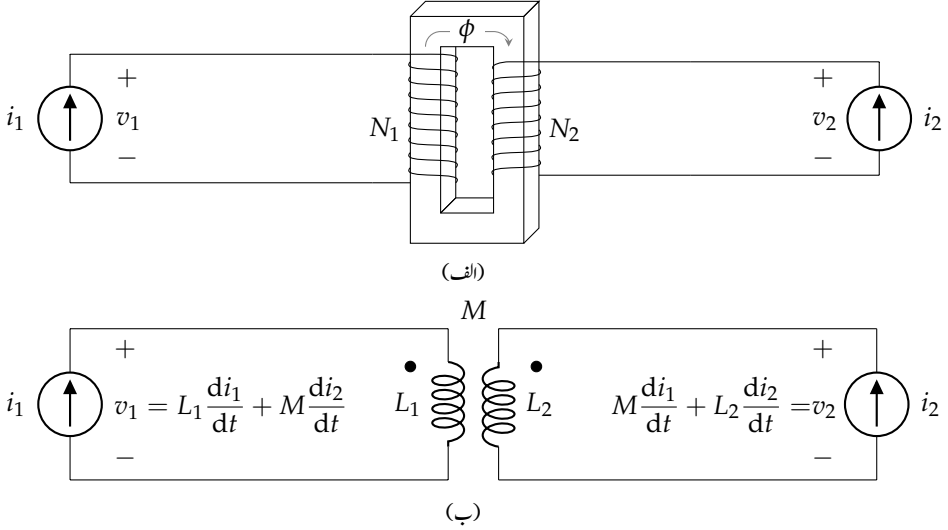
$$(10.6) \quad \lambda_1 = N_1\phi = L_1i_1$$



شکل 10.1: خود امالہ کی تعریف۔



شکل 10.2: لچھے مقناطیسی میدان کے ذریعے رابطے میں ہیں۔



شکل 10.3: قالب میں لچھوں کے بہاؤ ایک ہی سمت میں ہیں۔

بدلتی رو کی صورت میں ارتباط بہاؤ بھی وقت کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ بدلتا ارتباط بہاؤ پہلے لچھے میں دباؤ $v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt}$ پیدا کرے گا۔ متعدد لچھوں کی صورت میں L_1 کو خود امالہ⁶ کہا جاتا ہے۔

دوسرے لچھے کا ارتباط بہاؤ $\lambda_2 = N_2\phi$ ہے جو دوسرے لچھے میں قانون فیراڈے کے تحت درج ذیل دباؤ پیدا کرے گا۔

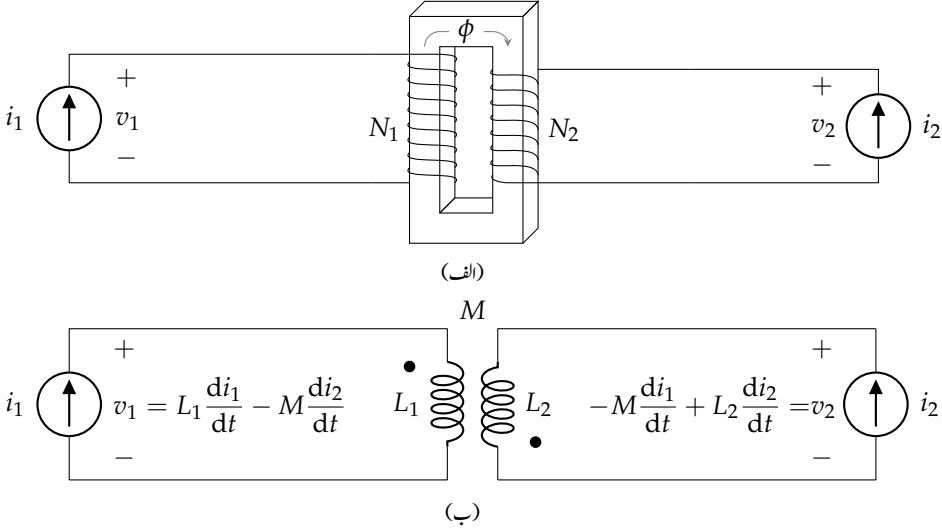
$$(10.7) \quad v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{d}{dt} (N_2\phi) = \frac{d}{dt} \left(N_2 \frac{L_1 i_1}{N_1} \right) = \frac{N_2}{N_1} L_1 \frac{di_1}{dt} = L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

دوسرے لچھے کا دباؤ پہلے لچھے کی رو کے وقتی تفرق کے راست تناسب ہے۔ راست تناسب کے مستقل L_{21} کو دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ⁷ کہا جاتا ہے جسے ہینری H میں ناپا جاتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ یہ لچھے آپ میں مقناطیسی میدان کے ذریعہ رابطے میں ہیں۔ یوں ان لچھوں کو مربوط لچھے⁸ کہا جاتا ہے۔ شکل 10.3-الف میں دونوں لچھوں کو انفرادی منبع سے رو فراہم کی گئی ہے۔ دونوں لچھوں پر باری باری غور کریں۔ ان کی روادور قالب کے گرد لچھے کے چکروں کی سمت کو دیکھیں۔ انفرادی لچھے کی رو گھڑی کی سمت میں گھومتی بہاؤ پیدا کرتی ہے۔ اس طرح دونوں رول کر مقناطیسی بہاؤ ϕ

⁶ self inductance

⁷ mutual inductance

⁸ coupled coils



شکل 10.4: قالب میں لچھوں کے بہاؤ آپس میں الٹ سمت ہیں۔

پیدا کرتی ہیں۔ یوں لچھوں کی ارتباط بہاؤ درج ذیل ہوگی۔

$$(10.8) \quad \lambda_1 = L_1 i_1 + L_{12} i_2$$

$$(10.9) \quad \lambda_2 = L_{21} i_1 + L_2 i_2$$

فیراڈے کے قانون کے تحت لچھوں کے دہاؤ حاصل کرتے ہیں۔

$$(10.10) \quad v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$(10.11) \quad v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

ان مساوات میں $L_{12} = L_{21} = M$ کے برابر ہے جہاں مشترکہ امالہ کو M سے ظاہر کیا گیا ہے۔ لچھے کے دہاؤ کے دو اجزاء ہیں۔ پہلا جزو لچھے کی اپنی رو کی بنا ہے اور یہ خود جزو کہلاتا ہے۔ دوسرا جزو قریبی لچھے کی رو کے بنا ہے اور یہ مشترک جزو کہلاتا ہے۔

شکل 10.3- ب میں مربوط لچھوں کو ظاہر کرنا دکھایا گیا ہے۔ لچھوں کے انفرادی خود امالہ کو L_1 اور L_2 سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ ان کے مابین مشترکہ امالہ کو M سے ظاہر کیا گیا ہے۔

شکل 10.4- الف میں قالب کے گرد، دائیں لچھے کے چکر الٹائے گئے ہیں۔ یوں قالب میں بائیں لچھے کا بہاؤ گھڑی کی سمت میں گھومتا ہے جبکہ دائیں لچھے کا بہاؤ گھڑی کی الٹ سمت میں گھومتا ہے لہذا کل بہاؤ ϕ حاصل کرنے کی خاطر بائیں لچھے کے بہاؤ سے دائیں لچھے کا بہاؤ منفی کرنا ہو گا۔ اس طرح لچھوں کی ارتباط بہاؤ

$$(10.12) \quad \lambda_1 = L_1 i_1 - M i_2$$

$$(10.13) \quad \lambda_2 = -M i_1 + L_2 i_2$$

لکھی جائے گی اور ان کے دباؤ درج ذیل لکھے جائیں گے۔

$$(10.14) \quad v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

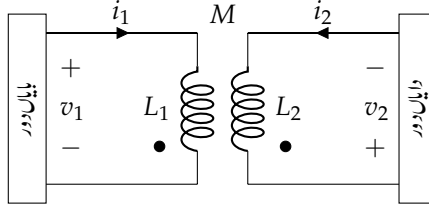
$$(10.15) \quad v_2 = -M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

شکل 10.3- الف میں دونوں لچھوں کی انفرادی بہاؤ کا مجموعہ قالب میں کل بہاؤ دیتا ہے جبکہ شکل 10.4- الف میں بائیں لچھے کے بہاؤ سے دائیں لچھے کا بہاؤ تفریق کرنے سے قالب میں کل بہاؤ ϕ حاصل ہوتا ہے۔ لچھوں میں رو کی سمت، قالب کے گرد چکر کی سمت اور قالب میں بہاؤ کی سمت کو نہایت عمدگی سے نقطوں کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ شکل 10.3- ب اور شکل 10.4- ب میں ان نقطوں کا استعمال دکھایا گیا ہے۔

انفرادی لچھے کی رو اور دباؤ کو انفعالی رائج سمت کے تحت چنیں۔ دونوں لچھوں میں نقطوں والے سر سے رو داخل ہونے کی صورت میں دباؤ کا مشترک جزو مثبت لکھا جاتا ہے جبکہ ایک لچھے کی رو نقطے والے سر اور دوسرے لچھے کی رو بے نقطے والے سر سے داخل ہونے کی صورت میں مشترک دباؤ منفی لکھا جاتا ہے۔ دونوں رو بے نقطے سروں سے داخل ہونے کی صورت میں مشترک دباؤ مثبت لکھا جائے گا۔ دباؤ کا خود جزو تمام صورتوں میں انفعالی رائج سمت کے تحت مثبت لکھا جاتا ہے۔ یوں شکل 10.3 میں مساوات 10.10 اور مساوات 10.11 دباؤ دیں گے جبکہ شکل 10.4 میں مساوات 10.14 اور مساوات 10.15 دباؤ دیں گے۔

مشترک امالہ کے کرخوف مساوات دباؤ نسبتاً زیادہ آسانی سے لکھے جاتے ہیں۔

مثال 10.1: شکل 10.5 میں دیے دور کے دونوں اطراف کے دباؤ کے مساوات لکھیں۔



شکل 10.5: مثال 10.1 کا دور۔

حل: بائیں جانب v_1 اور i_1 عین انفعالی رانج سمت کے تحت لکھے گئے ہیں۔ یوں دباؤ کا خود جزو مثبت لکھا جائے گا۔ دونوں لچھوں میں رو بے نقطے سروں سے داخل ہوتی ہے لہذا دباؤ کا مشترک جزو مثبت لکھا جائے گا۔ یوں بائیں جانب کر خوف کی مساوات درج ذیل ہوگی۔

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

دائیں جانب v_2 اور i_2 انفعالی رانج سمت کے تحت نہیں چننے گئے ہیں۔ یوں دباؤ کے اجزاء لکھتے ہوئے اس کا خیال رکھا جائے گا۔ دوسرے لچھے کی مساوات درج ذیل

$$-v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

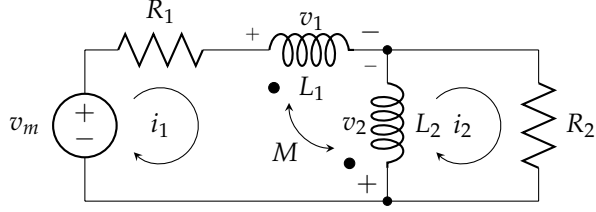
یعنی

$$v_2 = -M \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt}$$

لکھی جائے گی۔

مثال 10.2: شکل 10.6 کے دور کے کر خوف مساوات دباؤ لکھیں۔

حل: مشترکہ امالہ کے انفرادی دباؤ کی نشاندہی v_1 اور v_2 سے کی گئی ہے جنہیں بالترتیب i_1 اور i_2 کو دیکھتے ہوئے انفعالی رانج سمت کے تحت چننا گیا ہے۔ امالہ L_1 کے دباؤ کے دو اجزاء ہیں۔ اس کے خود جزو $L_1 \frac{di_1}{dt}$ ہے۔ امالہ L_2



شکل 10.6: مثال 10.2 کا دور۔

میں رو امالہ L_1 کے دباؤ کا مشترک جزو دیتی ہے۔ امالہ L_2 کے نقطے والے سر سے کل داخلی ہونے والی رو $i_2 - i_1$ لکھی جاسکتی ہے جو L_1 کے نقطے والے سر پر مثبت دباؤ پیدا کرتی ہے۔ یوں L_1 کا مشترک جزو $M \frac{d}{dt}(i_2 - i_1)$ ہے۔ اس طرح پہلے امالہ کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(10.16) \quad v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{d}{dt}(i_2 - i_1)$$

امالہ L_2 کا خود جزو $L_2 \frac{d}{dt}(i_2 - i_1)$ ہے۔ امالہ L_1 کے نقطے والے سر سے i_1 داخل ہوتا ہے جو امالہ L_2 کے نقطے والے سر پر مثبت دباؤ پیدا کرے گا۔ یوں L_2 کے دباؤ کا مشترک جزو $M \frac{di_1}{dt}$ ہو گا۔ یوں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(10.17) \quad v_2 = L_2 \frac{d}{dt}(i_2 - i_1) + M \frac{di_1}{dt}$$

اب دور کو دیکھتے ہوئے کرخوف مساوات لکھتے ہیں۔

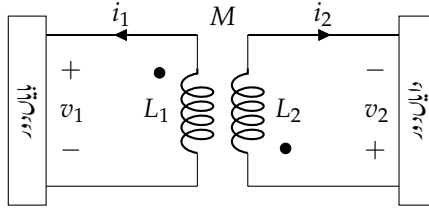
$$(10.18) \quad v_m = i_1 R_1 + v_1 - v_2$$

$$(10.19) \quad 0 = v_2 + i_2 R_2$$

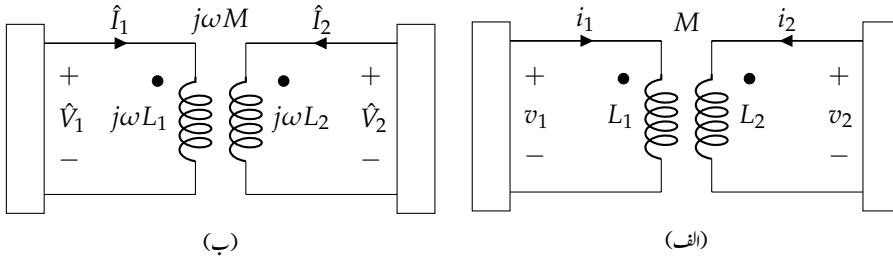
ان میں مساوات 10.16 اور مساوات 10.17 پر کرتے ہوئے جواب لکھتے ہیں۔

$$(10.20) \quad v_m = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{d}{dt}(i_2 - i_1) - L_2 \frac{d}{dt}(i_2 - i_1) - M \frac{di_1}{dt}$$

$$(10.21) \quad 0 = L_2 \frac{d}{dt}(i_2 - i_1) + M \frac{di_1}{dt} + i_2 R_2$$



شکل 10.7: مشق 10.1 کا دور۔



شکل 10.8: وقتی دائرہ کار سے تعدوی دائرہ کار کا حصول۔

مشق 10.1: شکل 10.7 میں دیے دور کے دونوں اطراف کے دباؤ لکھیں۔

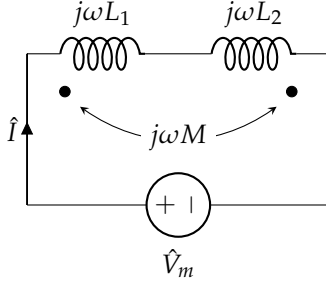
$$\text{جوابات: } v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}, \quad v_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

شکل 10.8-الف میں وقتی دائرہ کار کا دور جبکہ شکل-ب میں اسی کو تعدوی دائرہ کار کی صورت میں دکھایا گیا ہے۔ شکل-ب کے کرخوف مساوات درج ذیل ہیں۔

$$\hat{V}_1 = j\omega L_1 \hat{I}_1 + j\omega M \hat{I}_2$$

$$\hat{V}_2 = j\omega M \hat{I}_1 + j\omega L_2 \hat{I}_2$$

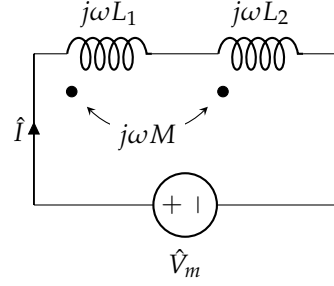
$$L_{\text{مساوی}} = L_1 + L_2 - 2M$$



(ب)

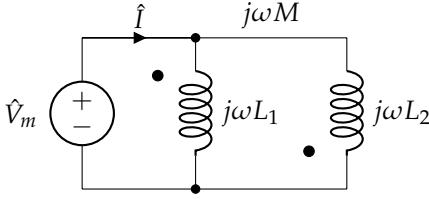
$$L_{\text{مساوی}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

$$L_{\text{مساوی}} = L_1 + L_2 + 2M$$

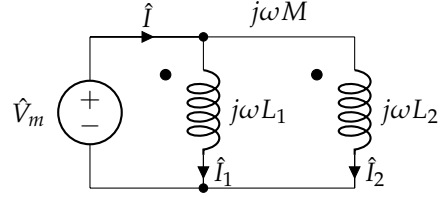


(الف)

$$L_{\text{مساوی}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$



(ت)



(پ)

شکل 10.9: دو مربوط لچھوں کے چار ممکنہ ادوار اور ان کا مساوی امالہ۔

مثال 10.3: دو عدد مربوط لچھے چار مختلف طریقوں سے آپس میں جوڑے جاسکتے ہیں جنہیں شکل 10.9 میں دکھایا گیا ہے۔ چاروں صورتوں میں ان کا مساوی امالہ حاصل کریں۔ شکل میں ان مساوی امالہ $L_{\text{مساوی}}$ کو بھی لکھا گیا ہے۔

حل: شکل 10.9-الف کو دیکھتے ہوئے کر خوف مساوات دباؤ لکھتے ہیں

$$\begin{aligned} \hat{V}_m &= j\omega L_1 \hat{I} + j\omega M \hat{I} + j\omega L_2 \hat{I} + j\omega M \hat{I} \\ &= j\omega \hat{I} (L_1 + L_2 + 2M) \\ &= j\omega \hat{I} L_{\text{مساوی}} \end{aligned}$$

جہاں آخری قدم پر قوسین میں بند جزو کو مساوی امالہ مساوی L کہا گیا ہے۔

$$(10.22) \quad L_{\text{مساوی}} = L_1 + L_2 + 2M$$

شکل 10.9-ب کو دیکھتے ہوئے کرخوف مساوات دہاؤ لکھتے ہیں

$$\begin{aligned} \hat{V}_m &= j\omega L_1 \hat{I} - j\omega M \hat{I} + j\omega L_2 \hat{I} - j\omega M \hat{I} \\ &= j\omega \hat{I} (L_1 + L_2 - 2M) \\ &= j\omega \hat{I} L_{\text{مساوی}} \end{aligned}$$

جہاں آخری قدم پر قوسین میں بند جزو کو مساوی امالہ مساوی L کہا گیا ہے۔

$$(10.23) \quad L_{\text{مساوی}} = L_1 + L_2 - 2M$$

شکل 10.9-پ کو دیکھتے ہوئے دونوں لچھوں کے مساوات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \hat{V}_m &= j\omega L_1 \hat{I}_1 + j\omega M \hat{I}_2 \\ \hat{V}_m &= j\omega L_2 \hat{I}_2 + j\omega M \hat{I}_1 \end{aligned}$$

ان دو عدد ہمزاد مساوات کو حل کرتے ہوئے درج ذیل ملتا ہے۔

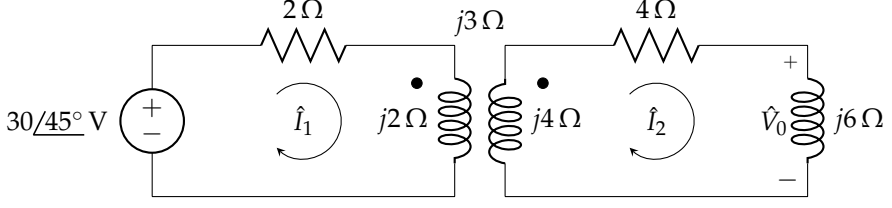
$$\begin{aligned} \hat{I}_1 &= \frac{\hat{V}_m (L_2 - M)}{j\omega (L_1 L_2 - M^2)} \\ \hat{I}_2 &= \frac{\hat{V}_m (L_1 - M)}{j\omega (L_1 L_2 - M^2)} \end{aligned}$$

کرخوف مساوات رو سے $\hat{I} = \hat{I}_1 + \hat{I}_2$ لکھا جاسکتا ہے جس میں درج بالا حاصل شدہ نتائج پر کرتے ہوئے ترتیب دیتے ہیں

$$\begin{aligned} \hat{I} &= \hat{I}_1 + \hat{I}_2 \\ &= \frac{\hat{V}_m (L_1 + L_2 - M)}{j\omega (L_1 L_2 - M^2)} \\ &= \frac{\hat{V}_m}{j\omega L_{\text{مساوی}}} \end{aligned}$$

جہاں آخری قدم پر مساوی امالہ کی نشاندہی کی گئی ہے یعنی

$$(10.24) \quad L_{\text{مساوی}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$



شکل 10.10: مثال 10.4 کا دور۔

مشق 10.2: شکل 10.9-ت میں دیے دور کا مساوی امالہ دریافت کریں۔

جواب:

$$(10.25) \quad L_{\text{مساوی}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

مثال 10.4: شکل 10.10 میں \hat{V}_0 دریافت کریں۔

حل: کرخوف مساوات لکھتے ہیں۔

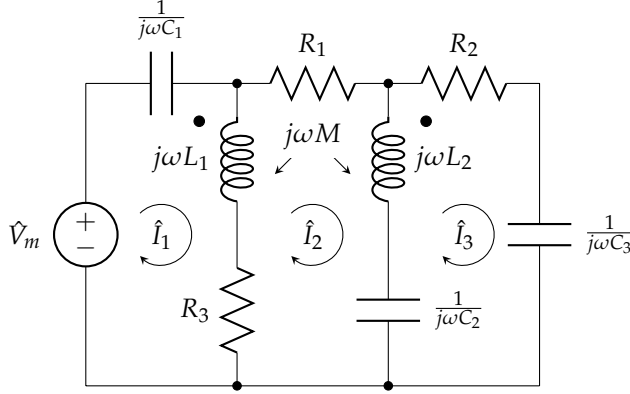
$$30\angle 45^\circ = (2 + j2)\hat{I}_1 - j3\hat{I}_2$$

$$0 = -j3\hat{I}_1 + (j4 + 4 + j6)\hat{I}_2$$

ان ہمزاو مساوات کو حل کرنے سے درج ذیل ملتا ہے۔

$$\hat{I}_1 = 11.474\angle 17.08^\circ \text{ A}$$

$$\hat{I}_2 = 3.196\angle 38.88^\circ \text{ A}$$



شکل 10.11: مثال 10.5 کا دور۔

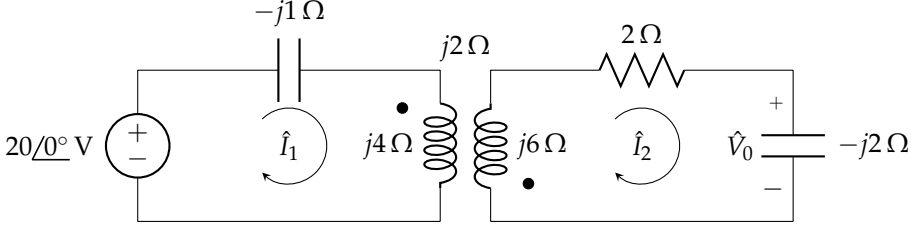
رو I_2 کو استعمال کرتے ہوئے خارجی دباؤ حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_0 = (j6)(\hat{I}_2) = (6/\underline{90^\circ})(3.196/\underline{38.88^\circ}) = 19.176/\underline{128.88^\circ} \text{ V}$$

مثال 10.5: شکل 10.11 کر دائری کرخوف مساوات لکھیں۔ بعض اوقات دور میں دو عدد سے زیادہ مربوط امالہ موجود ہوتے ہیں۔ ایسی صورت میں تیر کے لکیروں سے دو دو امالہ کی نشاندہی کی جاتی ہے۔ اس شکل میں L_1 اور L_2 کے تعلق $j\omega M$ کی نشاندہی کی گئی ہے۔

حل: کرخوف مساوات لکھتے ہوئے محتاط اور چوکس رہیں۔ تین خانوں کے مساوات درج ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned} \hat{V}_m &= \frac{\hat{I}_1}{j\omega C_1} + j\omega L_1(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) + R_3(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) + j\omega M(\hat{I}_2 - \hat{I}_3) \\ 0 &= R_3(\hat{I}_2 - \hat{I}_1) + j\omega L_1(\hat{I}_2 - \hat{I}_1) + R_1\hat{I}_2 + j\omega L_2(\hat{I}_2 - \hat{I}_3) \\ &\quad + \frac{1}{j\omega C_2}(\hat{I}_2 - \hat{I}_3) - j\omega M(\hat{I}_2 - \hat{I}_3) + j\omega M(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) \\ 0 &= \frac{\hat{I}_3}{j\omega C_3} + j\omega L_2(\hat{I}_3 - \hat{I}_2) + R_2\hat{I}_3 + \frac{\hat{I}_3}{j\omega C_3} - j\omega M(\hat{I}_1 - \hat{I}_2) \end{aligned}$$



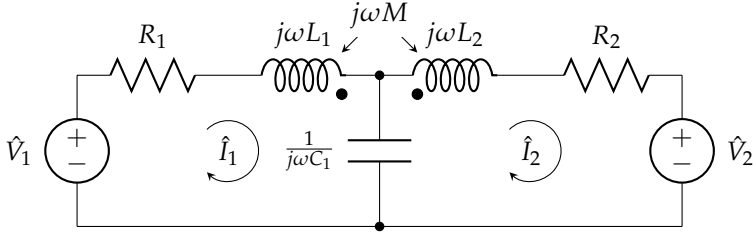
شکل 10.12: مشق 10.3 کا دور۔

انہیں ترتیب دیتے ہوئے دوبارہ لکھتے ہیں۔ ترتیب دینے سے متناکل مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_1 + R_3 \right) \hat{I}_1 - (j\omega L_2 + R_3 - j\omega M) \hat{I}_2 - j\omega M \hat{I}_3 &= \hat{V}_m \\ - (j\omega L_1 + R_3 - j\omega M) \hat{I}_1 + \left(R_3 + j\omega L_1 + R_1 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} - 2j\omega M \right) \hat{I}_2 \\ &- \left(\frac{1}{j\omega C_2 + j\omega L_2 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_3}} - j\omega M \right) \hat{I}_3 = 0 \\ -j\omega M \hat{I}_1 - \left(j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} - j\omega M \right) \hat{I}_2 + \left(\frac{1}{j\omega C_2} + j\omega L_2 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_3} \right) \hat{I}_3 &= 0 \end{aligned}$$

مشق 10.3: شکل 10.12 میں \hat{I}_1 ، \hat{I}_2 اور \hat{V}_0 دریافت کریں۔

جوابات: $\hat{V}_0 = 8\angle 36.9^\circ \text{ V}$ ، $\hat{I}_2 = 4\angle 126.9^\circ \text{ A}$ ، $\hat{I}_1 = 8.9\angle -79.7^\circ \text{ A}$



شکل 10.13: مشق 10.4 کا دورہ۔

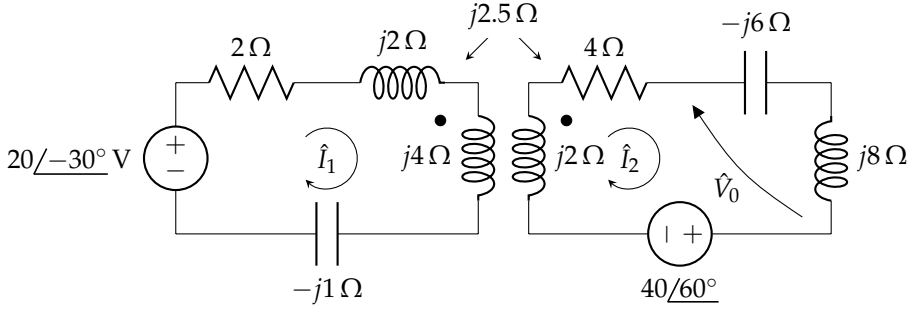
مشق 10.4: شکل 10.13 کے کرنوف مساوات لکھیں۔

جوابات:

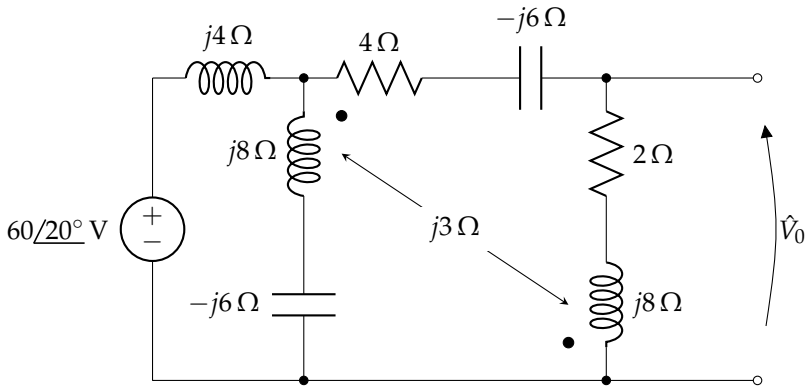
$$\begin{aligned} \left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) \hat{I}_1 - \left(\frac{1}{j\omega C_1} + j\omega M \right) \hat{I}_2 &= \hat{V}_1 \\ - \left(\frac{1}{j\omega C_1} + j\omega M \right) \hat{I}_1 + \left(\frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_2 + R_2 \right) \hat{I}_2 &= -\hat{V}_2 \end{aligned}$$

مشق 10.5: شکل 10.14 میں \hat{I}_1 اور \hat{I}_2 معلوم کرتے ہوئے \hat{V}_0 دریافت کریں جہاں تیر والے لکیر سے ان نقطوں کی نشاندہی کی گئی ہے جن کے مابین دباؤ درکار ہے۔ تیر والا سر مثبت دباؤ کے مقام کی نشاندہی کرتا ہے۔ یوں $j8 \Omega$ امالہ کا نچلی سراحوالہ لیتے ہوئے $-j6 \Omega$ برق گیر کے بائیں سر پر دباؤ حاصل کرنا درکار ہے۔

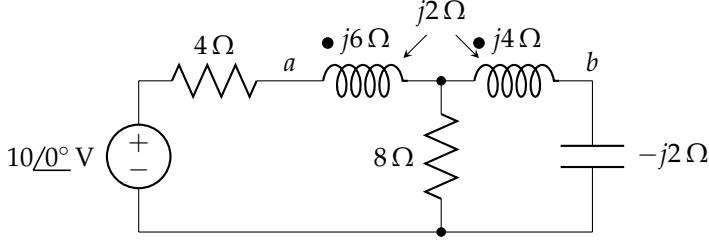
جوابات: $14.15 / -50.1^\circ \text{ V}$ ، $7.08 / 219.9^\circ \text{ A}$ ، $6.89 / 252.3^\circ \text{ A}$



شکل 10.14: مشق 10.5 کا دور۔



شکل 10.15: مشق 10.6 کا دور۔



شکل 10.16: مشق 10.7 کا دور۔

مشق 10.6: شکل 10.15 میں بائیں اور دائیں دائروں کی رو حاصل کرتے ہوئے \hat{V}_0 دریافت کریں۔ دباؤ حاصل کرتے ہوئے دباؤ کا مشترک جزو شامل کرنا مت بھولیں۔

جوابات: $31.4/83.55^\circ \text{ V}$ ، $5.97/-24.2^\circ \text{ A}$ ، $13.9/-55.2^\circ \text{ A}$

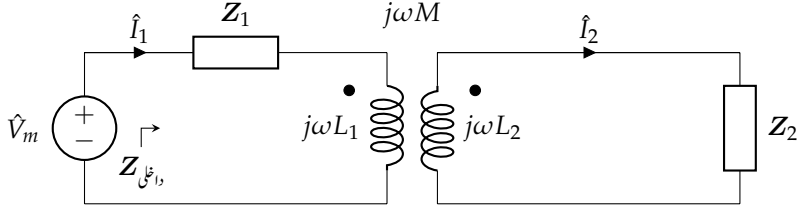
مشق 10.7: شکل 10.16 میں \hat{V}_{ab} دریافت کریں۔ دونوں امالہ کے دباؤ کے مشترک جزو شامل کرنا مت بھولیں۔

جواب: $10.5/15^\circ \text{ V}$

مثال 10.6: شکل 10.17 میں منبع دباؤ کو نظر آنے والا داخلی رکاوٹ $Z_{\text{اغل}}$ دریافت کریں۔

حل: رو \hat{I}_1 دریافت کرتے ہوئے رکاوٹ کو $\frac{\hat{V}_m}{\hat{I}_1}$ سے حاصل کیا جائے گا۔ دونوں دائروں کے کرنوف مساوات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_m &= (Z_1 + j\omega L_1)\hat{I}_1 - j\omega M\hat{I}_2 \\ 0 &= -j\omega M\hat{I}_1 + (j\omega L_2 + Z_2)\hat{I}_2\end{aligned}$$



شکل 10.17: مثال 10.6 کا دور۔

ءوسرى مساوات سے \hat{I}_2 حاصل كرتے هوءے

$$\hat{I}_2 = \frac{j\omega M}{j\omega L_2 + Z_2} \hat{I}_1$$

اس كو بائىں ءائرے كى كرخوف مساوات ميں ٱر كرتے هئى

$$\hat{V}_m = (Z_1 + j\omega L_1) \hat{I}_1 - j\omega M \frac{j\omega M}{j\omega L_2 + Z_2} \hat{I}_1$$

جهاں سے ءاغلى ركاوٹ ءرج ذيل لكهى جاسكى هے۔

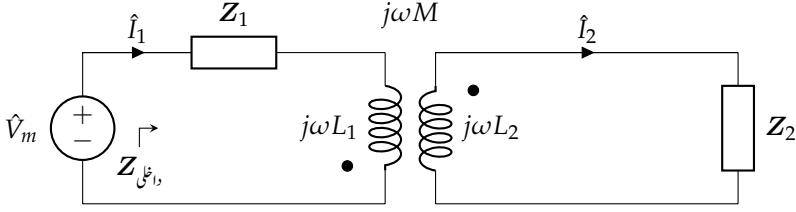
$$Z_{\text{داغلى}} = \frac{\hat{V}_m}{\hat{I}_1} = Z_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z_2}$$

مشق 10.8: ءرج بالا مثال كے ءور ميں مشتركه اماله ٱر ايك نقطے كا مقام تبءيل كرتے هوءے شكل 10.18 حاصل كىا گىا هے۔ اس ميں منبع ءباو كو نظر آنے والا ءاغلى ركاوٹ $Z_{\text{داغلى}}$ ءر يافت كريں۔

جواب:

$$Z_{\text{داغلى}} = \frac{\hat{V}_m}{\hat{I}_1} = Z_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z_2}$$

آٱ نے ءيكها كه اس ءور ميں نقطے كا مقام تبءيل كرنے سے ءاغلى ركاوٹ تبءيل نهئى هوتا۔



شکل 10.18: مشق 10.8 کا دورہ۔

مشق 10.9: شکل 10.16 میں منبع دباؤ کو کیا رکاوٹ نظر آتا ہے۔

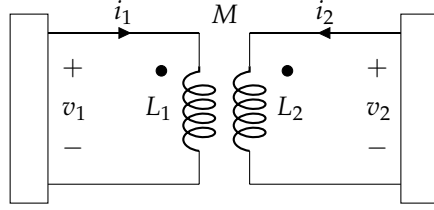
جواب: $5.88 + j11.53 \Omega$

10.2 مشترکہ امالہ میں توانائی کا ذخیرہ

شکل 10.19 کو دیکھیے۔ رو مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے۔ رو کی غیر موجودگی میں اس دور میں مقناطیسی بہاؤ نہیں پایا جائے گا۔ یوں اس میں ذخیرہ مقناطیسی توانائی بھی صفر کے برابر ہوگی۔ اب تصور کریں کہ دایاں لچھا کھلے سر رکھتے ہوئے بائیں لچھے کی رو t_1 دورانیے میں I_1 کردی جاتی ہے۔ اس دورانیے کے دوران بائیں لچھے کو درج ذیل توانائی فراہم کی جائے گی۔

$$\int_0^{t_1} v_1(t) i_1(t) dt = \int_0^{t_1} \left[L_1 \frac{di_1(t)}{dt} \right] i_1(t) dt = \int_0^{I_1} L_1 i_1 di_1 = \frac{L_1 I_1^2}{2}$$

اس دوران دائیں لچھے کی رو صفر کے برابر ہے لہذا t_1 کے دوران دائیں لچھے کو کوئی توانائی فراہم نہیں کی جاتی۔ اب فرض کریں کہ بائیں لچھے کی رو اسی قیمت پر رکھی جاتی ہے جبکہ دائیں لچھے کی رو t_1 تا t_2 بڑھا کر I_2 کردی جاتی ہے۔ چونکہ



شکل 10.19: مشترکہ امالہ میں ذخیرہ توانائی۔

t_1 تا t_2 بائیں لچھے کی رو تبدیل نہیں ہو رہی ہے لہذا دائیں لچھے کے دباؤ میں مشترک جزو صفر کے برابر ہو گا۔ یوں دائیں لچھے کا دباؤ $v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt}$ لکھا جائے گا۔ اس طرح دائیں لچھے کو درج ذیل توانائی فراہم کی جاتی ہے۔

$$\int_{t_1}^{t_2} v_2(t) i_2(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \right] i_2(t) dt = \int_0^{I_2} L_2 i_2 di_2 = \frac{L_2 I_2^2}{2}$$

اسی دورانیے (t_1 تا t_2) میں چونکہ دائیں لچھے کی رو تبدیل ہو رہی ہے (جبکہ $i_1 = I_1$ مستقل ہے) لہذا بائیں لچھے کے دباؤ میں مشترک جزو پایا جائے گا اور یوں اس کا دباؤ درج ذیل لکھا جائے گا

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = M \frac{di_2}{dt}$$

جہاں i_1 مستقل ہونے کی وجہ سے $\frac{di_1}{dt} = 0$ ہے۔ یوں t_1 تا t_2 کے دوران بائیں لچھے کو درج ذیل توانائی مہیا کی جاتی ہے۔

$$\int_{t_1}^{t_2} v_1(t) i_1(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[M \frac{di_2(t)}{dt} \right] I_1 dt = \int_0^{I_2} M I_1 di_2 = M I_1 I_2$$

ان تینوں جوابات کا مجموعہ لمحہ t_2 تک مشترکہ امالہ کو فراہم کی گئی توانائی دیتا ہے۔

$$(10.26) \quad w = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + M I_1 I_2$$

اگر ایک لچھے پر نقطے کا مقام تبدیل کرتے ہوئے جواب حاصل کیا جائے تب درج ذیل جواب حاصل ہوتا ہے۔

$$(10.27) \quad w = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} - M I_1 I_2$$

آپ نے دیکھا کہ ذخیرہ توانائی کا دار و مدار روپر ہے تاکہ t_1 اور t_2 پر۔ یوں کسی لمحے لچکوں کی رو $i_1(t)$ اور $i_2(t)$ لکھتے ہوئے اس لمحے ذخیرہ توانائی کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(10.28) \quad w(t) = \frac{L_1 i_1^2(t)}{2} + \frac{L_2 i_2^2(t)}{2} \mp M i_1(t) i_2(t)$$

چونکہ مشترکہ امالہ غیر عامل پرزہ ہے لہذا یہ توانائی پیدا نہیں کرتا۔ یوں اس کی توانائی کبھی بھی منفی نہیں ہو سکتی۔ یوں درج بالا مساوات میں غیر ضروری معلومات نہ لکھتے ہوئے درج ذیل لکھتے ہیں

$$(10.29) \quad w(t) = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} \mp M i_1 i_2$$

جس میں $\frac{M^2 i_1^2}{2L_2}$ جمع اور منفی کر کے ترتیب دیتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(10.30) \quad w = \frac{1}{2} \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) i_1^2 + \frac{L_2}{2} \left(i_2 + \frac{M}{L_2 i_1} \right)^2$$

درج بالا مساوات کا دوسرا جزو مربع ہے لہذا یہ ہر صورت مثبت ہوگا۔ چونکہ غیر عامل مشترکہ امالہ کی توانائی مثبت ہے لہذا اس مساوات کا پہلا جزو بھی مثبت ہوگا جس سے درج ذیل شرط حاصل ہوتا ہے۔

$$(10.31) \quad M \leq \sqrt{L_1 L_2}$$

یہ مساوات مشترکہ امالہ کی زیادہ سے زیادہ قیمت کا حد بیان کرتا ہے۔ یوں مشترکہ امالہ صفر تا $\sqrt{L_1 L_2}$ ممکن ہے۔

$$(10.32) \quad 0 \leq M \leq \sqrt{L_1 L_2}$$

کسی بھی مشترکہ امالہ کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

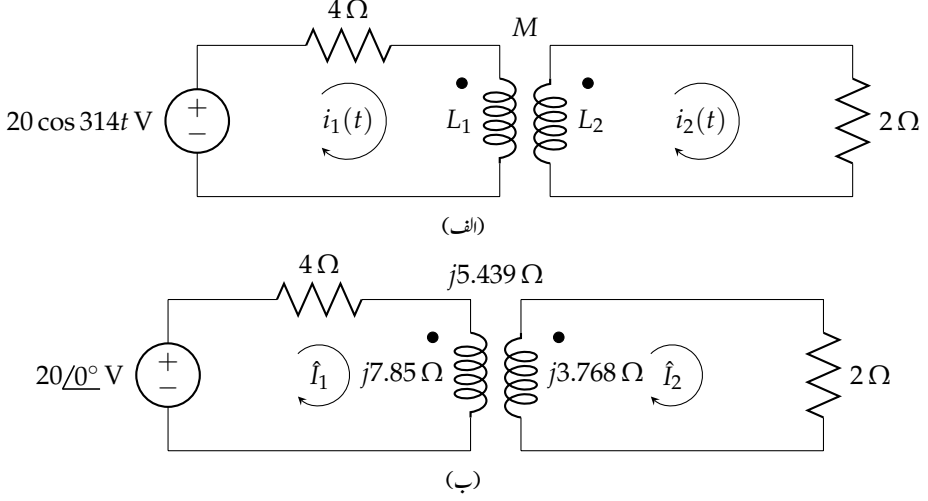
$$(10.33) \quad M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

جہاں k کو ارتباطی مستقل⁹ کہتے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ارتباطی مستقل صفر تا اکائی ممکن ہے۔

$$(10.34) \quad 0 \leq k \leq 1$$

ارتباطی مستقل کی تعریف درج ذیل مساوات دیتی ہے۔

$$(10.35) \quad k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$



شکل 10.20: مثال 10.7 کا دور۔

ارتباطی مستقل یہ بتلاتا ہے کہ ایک لچھے کی کتنی بہاؤ دوسرے لچھے کے اندر سے گزرتی ہے۔ اس باب کے شروع میں مشترکہ امالہ کے اشکال بناتے ہوئے ہم نے مقناطیسی قالب استعمال کیا۔ مقناطیسی قالب کے استعمال سے ایک لچھے کی تقریباً تمام بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزاری جاسکتی ہے۔ ایسی صورت میں $k \approx 1$ ہوگا۔ اس کے برعکس ایک دونوں سے دور، قالب سے نہ جوڑے گئے لچھوں کی صورت میں $k = 0$ ہوگا چونکہ ایک لچھے کا بہاؤ دوسرے لچھے تک نہیں پہنچ پائے گا۔ ارتباطی مستقل کی قیمت زیادہ ($k \geq 0.5$) ہونے کی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ لچھوں کا رابطہ مضبوط¹⁰ ہے جبکہ $k < 0.5$ کی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ لچھوں کا رابطہ کمزور¹¹ ہے۔

مثال 10.7: شکل 10.20-الف میں $L_1 = 25 \text{ mH}$ ، $L_2 = 12 \text{ mH}$ اور $k = 1$ ہیں۔ لمحہ $t = 6.2 \text{ ms}$ پر مشترکہ امالہ میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

حل: منبع دباؤ سے تعدد $\omega = 314 \text{ rad s}^{-1}$ اور مساوات 10.33 سے مشترکہ امالہ

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 1\sqrt{(0.025)(0.012)} = 17.321 \text{ mH}$$

¹⁰ strongly coupled
¹¹ weakly coupled

لیتے ہوئے شکل-ب میں تعددی دائرہ کار میں دور کو دوبارہ دکھایا گیا ہے جہاں درج ذیل قیمتیں استعمال کی گئی ہیں۔

$$\begin{aligned} j\omega L_1 &= j(314)(0.025) = j7.85 \Omega \\ j\omega L_2 &= j(314)(0.012) = j3.768 \Omega \\ j\omega M &= j(314)(0.017321) = j5.439 \Omega \end{aligned}$$

دونوں دائروں کے کرخوف مساوات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} 20/\underline{0^\circ} &= (4 + j7.85)\hat{I}_1 - j5.439\hat{I}_2 \\ 0 &= -j5.439\hat{I}_1 + (2 + j3.768)\hat{I}_2 \end{aligned}$$

ان میں سے دوسری مساوات سے \hat{I}_2 لیتے ہوئے پہلی میں پر کرتے

$$20/\underline{0^\circ} = (4 + j7.85)\hat{I}_1 - j5.439 \left(\frac{j5.439}{2 + j3.768} \right) \hat{I}_1$$

ہوئے \hat{I}_1 حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_1 = \frac{20}{7.251 + j1.725} = 2.610 - j0.621 = 2.683/\underline{-13.38^\circ} \text{ A}$$

اسی طرح \hat{I}_2 درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\hat{I}_2 = \left(\frac{j5.439}{2 + j3.768} \right) \hat{I}_1 = 3.421/\underline{14.57^\circ} \text{ A}$$

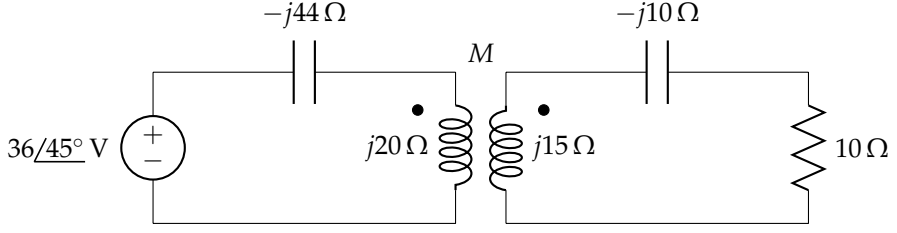
حاصل شدہ رو کو وقتی دائرہ کار میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} i_1(t) &= 2.683 \cos(314t - 13.38^\circ) \text{ A} \\ i_2(t) &= 3.421 \cos(314t + 14.57^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

لحہ $t = 6.2 \text{ ms}$ پر رو کی قیمتیں حاصل کرتے ہیں۔ ایسا کرتے ہوئے زاویہ ہٹاؤ کو ریڈیئن میں لکھا جائے گا۔

$$i_1(t = 6.2 \text{ ms}) = I_1 = 2.683 \cos \left[(314)(0.0062) - 13.38 \left(\frac{\pi}{180} \right) \right] = 2.487 \text{ A}$$

$$i_2(t = 6.2 \text{ ms}) = I_2 = 3.421 \cos \left[(314)(0.0062) + 14.57 \left(\frac{\pi}{180} \right) \right] = 2.199 \text{ A}$$



شکل 10.21: مشق 10.10 کا دور۔

لحہ 6.2 ms پر روکی قیمتیں جاننے کے بعد مساوات 10.27 سے ذخیرہ توانائی حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 w(t = 6.2 \text{ ms}) &= \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + M I_1 I_2 \\
 &= \frac{(0.025)(2.487)^2}{2} + \frac{(0.012)(2.199)^2}{2} + 0.0173(2.487)(2.199) \\
 &= 0.201 \text{ J}
 \end{aligned}$$

مشق 10.10: شکل 10.21 میں تعدد 50 Hz اور $k = 0.6$ ہیں۔ لحہ $t = 5.5 \text{ ms}$ پر مشترکہ امالہ میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

جواب: 24.4 mJ

10.3 کامل ٹرانسفارمر

شکل 10.22- الف کو دیکھیے جہاں دو لچھوں کو مقناطیسی قالب پر لپیٹا گیا ہے۔ یہ روزمرہ میں استعمال ہونے والا ٹرانسفارمر ہے۔ شکل میں دباؤ اور رو کی سمتیں یوں چننی گئی ہیں کہ بائیں لچھے کو بائیں دور سے طاقت مہیا کی جا رہی ہے جبکہ دایاں لچھا دائیں ہاتھ کے دور کو طاقت فراہم کرتا ہے۔ دایاں لچھا N_1 چکر پر مشتمل ہے اور اور یہ قالب میں گھڑی کے سوئیوں کے گھومنے کی سمت میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_1 پیدا کرتا ہے۔ دایاں لچھا N_2 چکر پر مشتمل ہے اور اور یہ قالب میں گھڑی کے سوئیوں کے گھومنے کی سمت کے الٹ سمت میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_2 پیدا کرتا ہے۔ یوں قالب میں گھڑی کے سوئیوں کے گھومنے کی سمت میں کل مقناطیسی بہاؤ $\phi = \phi_1 - \phi_2$ پایا جائے گا۔ لچھوں کو یہی بہاؤ ϕ نظر آتی ہے جو لچھوں میں درج ذیل دباؤ پیدا کرتی ہے۔

$$(10.36) \quad v_1(t) = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$(10.37) \quad v_2(t) = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

مساوات 10.36 کو مساوات 10.37 سے تقسیم کرنے سے

$$\frac{v_1(t)}{v_2(t)} = \frac{N_1 \frac{d\phi}{dt}}{N_2 \frac{d\phi}{dt}}$$

یعنی درج ذیل تبادلہ دباؤ¹² کی مساوات ملتی ہے۔

$$(10.38) \quad \frac{v_1(t)}{v_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{تبادلہ دباؤ}$$

قانون اینمپیئر کے تحت قالب کے گرد درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$\oint H \cdot dl = i_{\text{گھیرا}} = N_1 i_1 - N_2 i_2$$

جہاں تکمیل کو قالب کے اندر گھومتے ہوئے حاصل کیا جاتا ہے جبکہ H قالب کے اندر مقناطیسی شدت¹³ ہے۔ مقناطیسی قالب میں H کی قیمت قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ یوں H کا تکمیل بھی قابل نظر انداز ہوتا ہے۔ درج بالا مساوات میں تکمیل کو صفر کے برابر پر کرنے سے

$$(10.39) \quad N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

voltage transformation¹²
magnetic field intensity¹³

یعنی درج ذیل تبادله رو¹⁴ کی مساوات ملتی ہے۔

$$(10.40) \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{تبادله رو}$$

تبادله رو کی مساوات سے ظاہر ہے کہ کم چکر والے لچھے میں زیادہ چکر والے لچھے کی نسبت زیادہ رو پائی جاتی ہے۔ یوں کم چکر والے لچھے کے لئے زیادہ موٹی تار استعمال کی جائے گی۔

مساوات 10.39 کو $\frac{v_1}{N_1}$ سے ضرب دینے سے

$$(10.41) \quad v_1 i_1 - \frac{N_2}{N_1} v_1 i_2 = 0$$

ملتا ہے جس میں مساوات 10.38 سے $\frac{N_2}{N_1} v_1 = v_2$ پر کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(10.42) \quad v_1 i_1 = v_2 i_2$$

یہ مساوات کہتا ہے کہ کامل ٹرانسفارمر وہی طاقت دائیں ہاتھ کے دور کو فراہم کرتا ہے جو اسے بائیں ہاتھ کے دور سے ملتا ہے۔ اس حقیقت کو یوں بھی بیان کیا جاسکتا ہے کہ کامل ٹرانسفارمر میں طاقت کا ضیاع صفر ہے۔

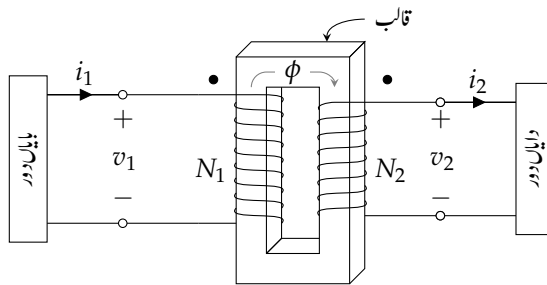
شکل 10.22-ب میں کامل ٹرانسفارمر کی علامت دکھائی گئی ہے جہاں لچھوں کے درمیان افقی لکیریں مقناطیسی قالب کو ظاہر کرتی ہیں۔ بالائی جانب لچھوں کے چکروں کی نسبت $(N_1 : N_2)$ لکھی گئی ہے۔ ہم جلد دیکھیں گے کہ ٹرانسفارمر استعمال کرنے والے ادوار میں ٹرانسفارمر کے لچھوں کی امالہ L_1 اور L_2 جاننا ضروری نہیں ہوتا۔ اسی طرح لچھوں کی مشترکہ امالہ M جاننا بھی درکار نہیں ہوتا۔ یہی وجہ ہے کہ ان معلومات کا ذکر ٹرانسفارمر کی علامت پر نہیں کیا گیا ہے۔ اس شکل میں ٹرانسفارمر کی علامت پر دونوں جانب کی روا اور دباو بھی دکھائے گئے ہیں۔

شکل 10.23-الف میں ٹرانسفارمر کے دائیں ہاتھ بوجھ Z_L لدا ہے۔ دائیں جانب کے دباو اور رو کا تعلق درج ذیل ہے۔

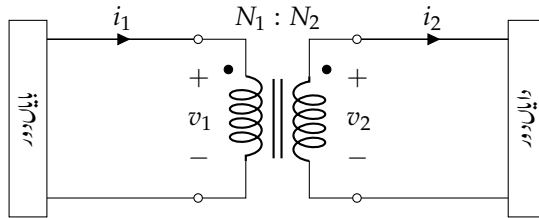
$$(10.43) \quad Z_L = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2}$$

یوں $\hat{V}_2 = 20/30^\circ \text{ V}$ اور $\hat{I}_2 = 2/45^\circ \text{ A}$ کی صورت میں ٹرانسفارمر کے دائیں لچھے کو $10/-15^\circ \Omega$ رکاوٹ نظر آئے گی۔ اسی طرح بائیں جانب کے دور کو رکاوٹ Z'_L نظر آئے گی

$$(10.44) \quad Z'_L = \frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1}$$

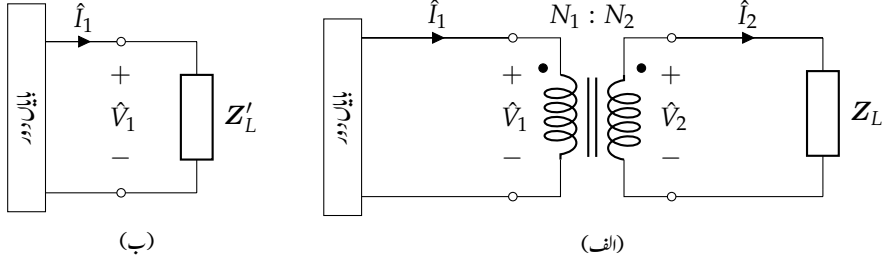


(الف) کامل ٹرانسفارمر کی بناوٹ۔



(ب) کامل ٹرانسفارمر کی علامت۔

شکل 10.22: کامل ٹرانسفارمر۔



شکل 10.23: متبادلہ بوجھ۔

جسے مساوات 10.38 اور مساوات 10.40 کی مدد سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$Z'_L = \frac{\frac{N_1}{N_2} \hat{V}_2}{\frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2}$$

مساوات 10.43 کو استعمال کرتے ہوئے ٹرانسفارمر پر لدے رکاوٹ Z_L اور بائیں جانب دور کو نظر آنے والی رکاوٹ Z'_L کا تعلق ملتا ہے جسے متبادلہ رکاوٹ¹⁵ کی مساوات کہتے ہیں۔

$$(10.45) \quad Z'_L = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_L \quad \text{متبادلہ رکاوٹ}$$

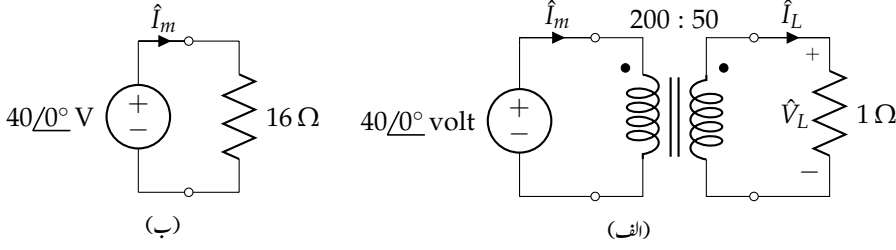
یوں جیسا شکل 10.23-ب میں دکھایا گیا ہے، بائیں ہاتھ کے دور کو ٹرانسفارمر بمع بوجھ Z_L کی جگہ متبادل بوجھ Z'_L نظر آتا ہے۔

مثال 10.8: شکل 10.24 میں تمام دباؤ اور رو حاصل کریں۔ ٹرانسفارمر کے دائیں لچھے کو کتنی مزاحمت نظر آتی ہے۔ منبع کو کتنی مزاحمت نظر آتی ہے۔ مساوات 10.38 کے تحت زیادہ چکر والی جانب پر زیادہ دباؤ پایا جاتا ہے۔ زیادہ چکروں والی جانب کو ٹرانسفارمر کی زیادہ دباؤ والی جانب¹⁶ کہا جاتا ہے جبکہ کم چکروں والی جانب کو ٹرانسفارمر کی کم دباؤ والی جانب¹⁷ کہا جاتا ہے۔

حل: ٹرانسفارمر کے چکروں کی تناسب 200 : 50 سے ٹرانسفارمر کی کم دباؤ جانب دباؤ حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_L = (40 \angle 0^\circ) \left(\frac{50}{200} \right) = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$$

impedance transformation¹⁵
high voltage side, high tension side, HT¹⁶
low voltage side, low tension side, LT¹⁷



شکل 10.24: مثال 10.8 کا دور۔

بوجھ کا دباو جانتے ہوئے اس کی رو حاصل کرتے ہیں

$$\hat{I}_L = \frac{\hat{V}_L}{Z_L} = \frac{10\angle 0^\circ}{1} = 10\angle 0^\circ \text{ A}$$

جس سے منبع کی رو، یعنی زیادہ دباو والی جانب کی رو، حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$\hat{I}_m = \left(\frac{N_2}{N_1} \right) \hat{I}_L = \left(\frac{50}{200} \right) (10\angle 0^\circ) = 2.5\angle 0^\circ \text{ A}$$

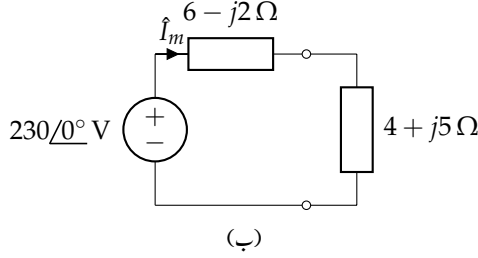
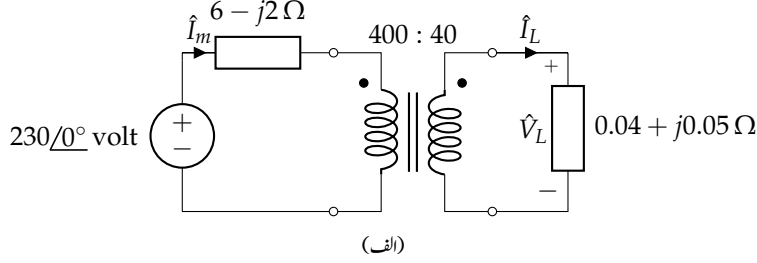
جیسا شکل 10.24-ب میں دکھایا گیا ہے، منبع کو ٹرانسفارمر بمع بوجھ، متبادل مزاحمت Z'_L نظر آتا ہے

$$Z'_L = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_L = \left(\frac{200}{50} \right)^2 (1 \Omega) = 16 \Omega$$

جس سے منبع کی رو حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$\hat{I}_m = \frac{40\angle 0^\circ}{16} = 2.5\angle 0^\circ \text{ A}$$

مثال 10.9: شکل 10.25-الف میں تمام اجزاء کو ٹرانسفارمر کے بائیں جانب منتقل کرتے ہوئے منبع کی رو حاصل کریں۔ اس رو سے بوجھ کی رو حاصل کریں۔ ٹرانسفارمر کے ایک لچھے پر منبع سے طاقت فراہم کی جاتی ہے جبکہ ٹرانسفارمر اسی طاقت



شکل 10.25: مثال 10.9 کا دور۔

کو دوسرے لچھے پر بیرونی جڑے دور کو فراہم کرتا ہے۔ ٹرانسفارمر کو جس لچھے پر منبع سے طاقت فراہم کی جاتی ہے اس کو ٹرانسفارمر کا داخلی چلھا یا ابتدائی چلھا¹⁸ کہا جاتا ہے اور ٹرانسفارمر کے اس ہاتھ کو داخلی ہاتھ¹⁹ یا ابتدائی جانب²⁰ کہا جاتا ہے۔ جو لچھا بقایا دور کو طاقت فراہم کرتا ہے اس کو خارجی چلھا یا ثانوی چلھا²¹ کہا جاتا ہے جبکہ ٹرانسفارمر کے اس ہاتھ کو خارجی ہاتھ²² یا ثانوی جانب²³ کہا جاتا ہے۔ یوں شکل 10.25 میں ٹرانسفارمر کے بائیں جانب کو داخلی جانب یا زیادہ دباؤ والا ہاتھ یا ابتدائی ہاتھ پکارا جاسکتا ہے جبکہ ٹرانسفارمر کے دائیں جانب کو خارجی جانب یا کم دباؤ والا جانب یا ثانوی جان پکارا جاسکتا ہے۔ یہاں یہ جاننا ضروری ہے کہ ٹرانسفارمر کے کسی بھی لچھے پر طاقت مہیا کرتے ہوئے دوسرے لچھے سے طاقت حاصل کی جاسکتی ہے لہذا ان اصطلاحات کو استعمال کرتے ہوئے ذرہ خیال رکھنا ضروری ہے۔ ادوار بناتے ہوئے داخلی لچھے کو عموماً بائیں جانب دکھایا جاتا ہے۔

primary coil¹⁸input side¹⁹primary side²⁰secondary coil²¹output side²²secondary side²³

حل: چکروں کی تناسب سے متبادل رکاوٹ حاصل کرتے ہیں۔

$$Z'_L = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_L = \left(\frac{400}{40}\right)^2 (0.04 + j0.05) = 4 + j5 \Omega$$

ٹرانسفارمر اور بوجھ کی جگہ متبادل رکاوٹ نسب کرتے ہوئے شکل 10.25-ب ملتا ہے جہاں سے منبع کی رو حاصل کی جا سکتی ہے۔

$$\hat{I}_m = \frac{230/0^\circ}{6 - j2 + 4 + j5} = 22/-16.7^\circ \text{ A}$$

ٹرانسفارمر کی بوجھ جانب رو درج ذیل ہوگی۔

$$\hat{I}_L = \left(\frac{400}{40}\right) \hat{I}_m = \left(\frac{400}{40}\right) (22/-16.7^\circ) = 220/-16.7^\circ \text{ A}$$

مثال 10.10: شکل 10.25 میں تمام معلومات کو ثانوی جانب منتقل کرتے ہوئے بوجھ کی رو اور دباؤ دریافت کریں۔

حل: تبادلہ کئے گئی قیمتوں پر (') کی علامت استعمال کی جاتی ہے۔ ابتدائی جانب لاگو دباؤ کو ثانوی جانب منتقل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

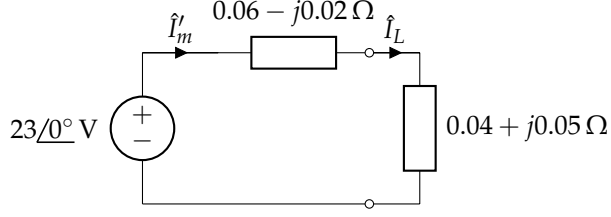
$$\hat{V}'_m = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_m = \frac{40}{400} (230/0^\circ) = 23/0^\circ \text{ V}$$

اسی طرح ابتدائی جانب رکاوٹ کو ثانوی جانب منتقل کرتے ہوئے درج ذیل رکاوٹ ملتی ہے۔

$$Z' = \frac{40^2}{400^2} (6 - j2) = 0.06 - j0.02 \Omega$$

ان معلومات کو استعمال کرتے ہوئے شکل 10.26 حاصل ہوتا ہے جس سے بوجھ کی رو لکھتے ہیں۔

$$\hat{I}_L = \frac{23/0^\circ}{0.06 - j0.02 + 0.04 + j0.05} = 220/-16.7^\circ \text{ A}$$



شکل 10.26: مثال 10.10 کا دور جس میں تمام معلومات ثانوی جانب منتقل کی گئی ہیں۔

بوچھ کا دباؤ تقسیم دباؤ سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_L = 23\angle 0^\circ \left(\frac{0.04 + j0.05}{0.06 - j0.02 + 0.04 + j0.05} \right) = 14.1\angle 34.64^\circ \text{ V}$$

اسی جواب کو قانون اوہم سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے یعنی

$$\hat{V}_L = \hat{I}_L Z_L = (220\angle -16.7^\circ)(0.04 + j0.05) = 14.1\angle 34.64^\circ \text{ V}$$

ابتدائی رو کو متبادلہ رو کی مساوات سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_m = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_L = \frac{40}{400} (220\angle -16.7^\circ) = 22\angle -16.7^\circ \text{ A}$$