برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 5

مسئلے

گزشتہ بابوں میں ہم نے ادوار میں مختلف مقامات پر دباو اور رو حاصل کرنے کے چند ترکیب دیکھے۔ایسا کرتے ہوئے ہم نے چند حقائق کا استعمال کیا جنہیں یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

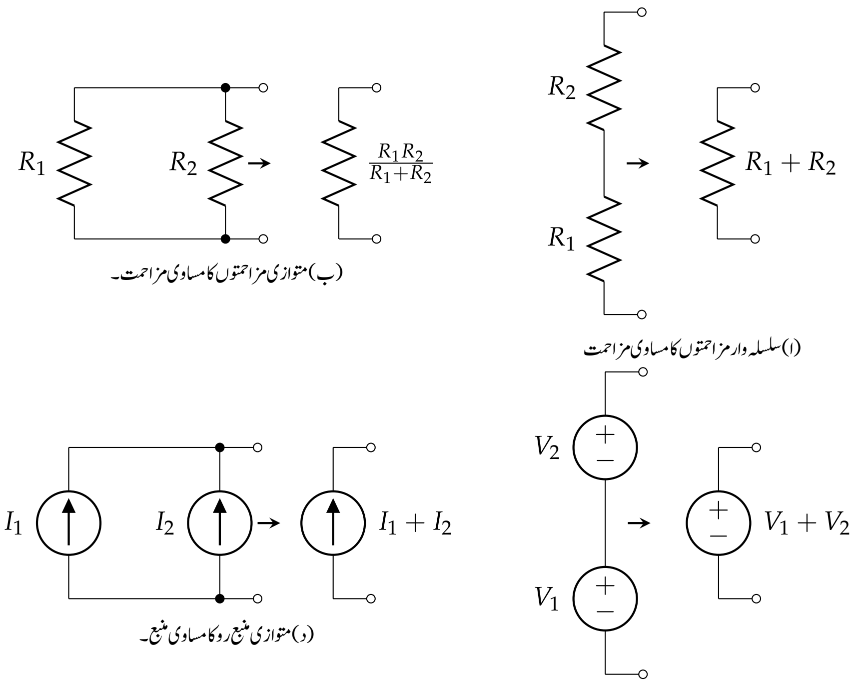
5.1 مساوی دور

آپ جانتے ہیں کہ سلسلہ وار مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے ان کی رو حاصل کی جا سکتی ہے۔اسی طرح متوازی مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے ان پر دباو حاصل کیا جا سکتا ہے۔یہ عمل شکل 5.1 میں دکھائے گئے ہیں۔اسی طرح سلسلہ وار منبع دباو کا مساوی اور متوازی منبع رو کا مساوی بالترتیب شکل-ج اور شکل-د میں دکھائے گئے ہیں۔یاد رہے کہ دو یا دو سے زیادہ منبع رو کو صرف اور صرف اس صورت سلسلہ وار جوڑا جا سکتا ہے جب تمام کی رو برابر ہو اور تمام ایک ہی سمت میں ہوں۔اسی طرح دو یا دو سے زیادہ منبع دباو کو صرف اور صرف اس صورت متوازی جوڑا جا سکتا ہے جب تمام منبع کی دباو برابر اور سمت ایک ہو۔

5.2 مسئلہ خطیّت

برقی ادوار میں دباو اور رو درکار متغیرات ہیں۔اس کتاب میں صرف ایسے ادوار پر غور کیا جائے گا جن میں دباو اور رو کا تعلق خطی[1] ہے۔انہیں خطی ادوار کہا جاتا ہے۔خطی ادوار میں ایک متغیرہ کو n گنا کرنے سے دوسرے متغیرات بھی

[1] linear



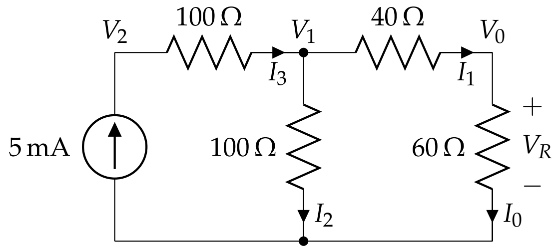
(ا) سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

(ب) متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت۔

(ج) سلسلہ وار منبع دباو کا مساوی منبع۔

(د) متوازی منبع رو کا مساوی منبع۔

شکل 5.1: مساوی ادوار کی مثال۔



شکل 5.2: مثال 5.1 کا دور۔

n گنا ہو جاتے ہیں۔آئیں خطیت کی خاصیت سے دور حل کرنا دیکھیں۔

مثال 5.1: شکل 5.2 میں $60\,\Omega$ پر دباو معلوم کریں۔

حل:ہم اس دور کو با آسانی قوانین کرخوف سے حل کر سکتے ہیں۔آئیں اس دور کو خطیت کی خاصیت کی مدد سے حل کریں۔اس ترکیب میں ہم درکار دباو کو $1\,\text{V}$ تصور کرتے ہوئے منبع رو کی قیمت دریافت کریں گے۔اس کے بعد خطیت کو استعمال کرتے ہوئے منبع رو کی اصل قیمت کے مطابقت سے درکار دباو حاصل کی جائے گی۔

یوں $V_R = 1\,\text{V}$ تصور کرتے ہوئے

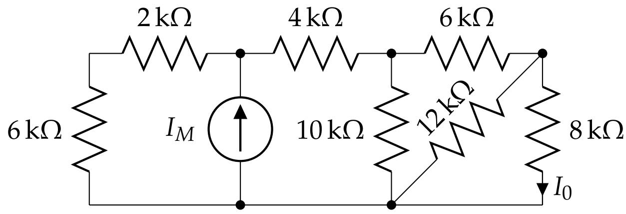
$$
\begin{aligned}
V_0 &= 1\,\text{V} \\
I_0 &= \frac{V_0}{60} = \frac{1}{60}\,\text{A} \\
I_1 &= I_0 = \frac{1}{60}\,\text{A}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتے ہیں۔قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے

$$
V_1 - V_0 = 40 \times \frac{1}{60} = \frac{2}{3}\,\text{V}
$$

یعنی

$$
V_1 = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}\,\text{V}
$$



شکل 5.3: مشق 5.1 کا دور۔

حاصل ہوتا ہے۔ قانون اوہم کا دوبارہ استعمال کرنے سے

$$I_2 = \frac{\frac{5}{3}}{100} = \frac{1}{60}\,\mathrm{A}$$

ملتا ہے لہٰذا

$$I_3 = I_1 + I_2 = \frac{1}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1}{30}\,\mathrm{A}$$

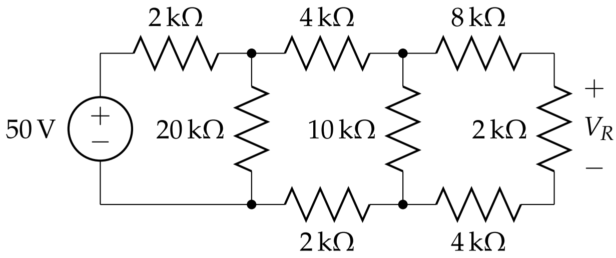
ہو گا۔ یوں $V_R = 1\,\mathrm{V}$ تصور کرتے ہوئے منبع کی رو $\frac{1}{30}\,\mathrm{A}$ متوقع ہے۔

اب ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر منبع کی رو $\frac{1}{30}\,\mathrm{A}$ ہو تب $V_R = 1\,\mathrm{V}$ ہو گا لہٰذا خطیت کے اصول کو استعمال کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ منبع کی رو $5\,\mathrm{mA}$ ہونے کی صورت میں V_R کی قیمت

$$\frac{0.005 \times 1}{\frac{1}{30}} = 0.15\,\mathrm{V}$$

ہو گی۔

مشق 5.1: شکل 5.3 میں $I_0 = 10\,\mathrm{mA}$ تصور کرتے ہوئے I_M حاصل کریں۔ اب $I_M = 20\,\mathrm{mA}$ کی صورت میں خطیت کے استعمال سے I_0 معلوم کریں۔



شکل 5.4: مشق 5.2 کا دور۔

مشق 5.2: شکل 5.4 میں $V_R = 2\,\mathrm{V}$ تصور کرتے ہوئے منبع دباو کی قیمت دریافت کریں۔خطیت کے استعمال سے منبع دباو کی اصل قیمت پر V_R دریافت کریں۔

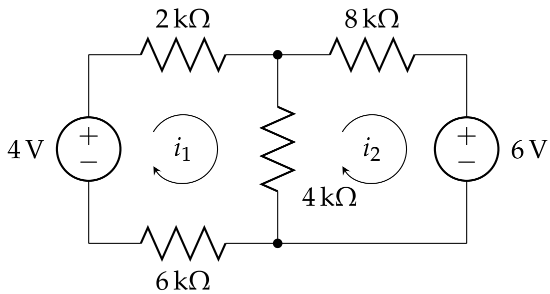
5.3 مسئلہ نفاذ

متعدد منبع کی صورت میں ہر منبع کا انفرادی اثر دیکھنے کی خاطر شکل 5.5-الف کو مثال بناتے ہیں۔ دونوں منبع کا مجموعی اثر دیکھنے کی خاطر دونوں منبع کی موجودگی میں اس دور کو حل کرتے ہیں۔دو خانوں کے مساوات لکھتے ہیں۔

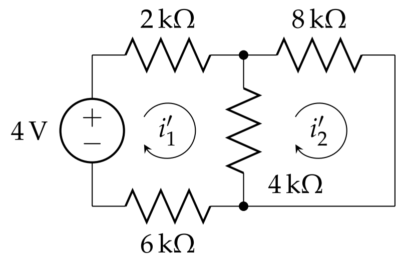
$$\begin{aligned} -4 + 2000i_1 + 4000(i_1 - i_2) + 6000i_1 &= 0 \\ 4000(i_2 - i_1) + 8000i_2 + 6 &= 0 \end{aligned}$$

ان کا حل درج ذیل ہے۔

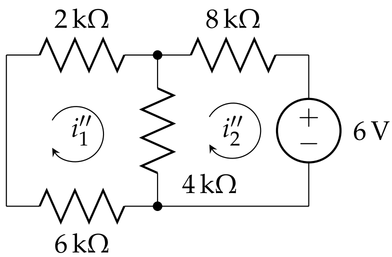
$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{3}{16}\,\mathrm{mA} \\ i_2 &= -\frac{7}{16}\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$



(الف) دو عدد انفرادی منبع کا مجموعی اثر۔



(ب) بائیں منبع کا اثر دیکھتے وقت دائیں منبع کے اثر کو ختم کیا گیا ہے۔



(پ) دائیں منبع کا اثر دیکھتے وقت بائیں منبع کے اثر کو ختم کیا گیا ہے۔

شکل 5.5: مجموعی اثر انفرادی اثرات کا مجموعہ ہے۔

انفرادی منبع سے دور میں مختلف مقامات پر نافذ دباو اور رو دریافت کرنے کی خاطر باری باری ایک ایک منبع کے علاوہ بقایا تمام منبع کے اثر کو ختم کرتے ہوئے دور کو حل کیا جاتا ہے۔ منبع دباو کا اثر ختم کرنے کی خاطر اس کو قصر دور کیا جاتا ہے جبکہ منبع رو کے اثر کو ختم کرنے کی خاطر اس کو کھلے دور کیا جاتا ہے۔

آئیں انفرادی منبع کی نافذ رو دریافت کریں۔یوں 4 V منبع کی نافذ رو حاصل کرتے وقت 6 V کی منبع کو قصر دور کرتے ہیں۔ایسا کرنے سے شکل 5.5-ب حاصل ہوتا ہے جس کے مساوات

$$
\begin{aligned}
-4 + 2000i_1' + 4000(i_1' - i_2') + 6000i_1' &= 0 \\
4000(i_2' - i_1') + 8000i_2' &= 0
\end{aligned}
$$

اور حل درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
i_1' &= \frac{3}{8}\,\text{mA} \\
i_2' &= \frac{1}{8}\,\text{mA}
\end{aligned}
$$

اسی طرح 6 V منبع کی نافذ رو حاصل کرنے کی خاطر 4 V منبع کو قصر دور کیا جاتا ہے۔ایسا شکل 5.5-پ میں دکھایا گیا ہے جس کے مساوات

$$
\begin{aligned}
2000i_1'' + 4000(i_1'' - i_2'') + 6000i_1'' &= 0 \\
4000(i_2'' - i_1'') + 8000i_2'' + 6 &= 0
\end{aligned}
$$

اور حل درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
i_1'' &= -\frac{3}{16}\,\text{mA} \\
i_2'' &= -\frac{9}{16}\,\text{mA}
\end{aligned}
$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ انفرادی منبع کی نافذ رو کا مجموعہ تمام منبع کی مجموعی نافذ رو کے برابر ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_1 &= i_1' + i_1'' \\
i_2 &= i_2' + i_2''
\end{aligned}
$$

اس حقیقت کو **مسئلہ نفاذ**[2] کہا جاتا ہے جسے درج ذیل طریقے سے بیان کیا جا سکتا ہے۔

[2] superposition

مسئلہ نفاذ کے تحت کسی بھی خطی دور، جس میں متعدد غیر تابع منبع دباو اور غیر تابع منبع رو پائے جاتے ہوں، میں کسی بھی مقام پر نافذ دباو (رو)، تمام منبع کے انفرادی نافذ کردہ قیمتوں کے مجموعے کے برابر ہو گا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ہر منبع، دور میں یوں دباو اور رو نافذ کرتا ہے جیسے دور میں کوئی دوسرا منبع پایا ہی نا جاتا ہو۔

مسئلہ نفاذ کا عمومی ثبوت پیش کرتے ہیں۔ صفحہ 147 پر مساوات 3.40 متعدد منبع دباو استعمال کرنے والے دور کی عمومی مساوات ہے جسے یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} & \cdots - R_{1m} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} & \cdots - R_{2m} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} & \cdots - R_{3m} \\ \vdots & & & \\ -R_{m1} & -R_{m2} & -R_{m3} & \cdots R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

اس مساوات میں مزاحمتی قالب کا دارومدار صرف اور صرف مزاحمتوں پر ہے۔ دور میں موجود منبع دباو کا اس قالب پر کوئی اثر نہیں ہے۔ اس قالبی مساوات $\mathbf{RI} = \mathbf{V}$ کا حل $\mathbf{I} = \mathbf{R^{-1}V}$ ہے۔ چونکہ مزاحمتی قالب $\mathbf{R}$ کے اجزاء صرف اور صرف دور کے مزاحمتوں پر مبنی ہے لہٰذا اس کے ریاضی معکوس $\mathbf{R^{-1}}$ کے اجزاء بھی صرف مزاحمتوں پر مبنی ہوں گے۔ ریاضی معکوس کے قالب کو درج ذیل عمومی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\mathbf{R^{-1}} = \begin{bmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} & \cdots - g_{1m} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} & \cdots - g_{2m} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{33} & \cdots - g_{3m} \\ \vdots & & & \\ -g_{m1} & -g_{m2} & -g_{m3} & \cdots g_{mm} \end{bmatrix}$$

یوں حل درج ذیل ہو گا

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} & \cdots - g_{1m} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} & \cdots - g_{2m} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{33} & \cdots - g_{3m} \\ \vdots & & & \\ -g_{m1} & -g_{m2} & -g_{m3} & \cdots g_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

جس سے i_1 لکھتے ہیں۔

$$i_1 = g_{11}v_1 - g_{12}v_2 - g_{13}v_3 - \cdots - g_{1m}v_m \tag{5.2}$$

اگر v_1 کے علاوہ تمام منبع دباو کو قصر دور کیا جائے تب ان کی قیمت $0\,\mathrm{V}$ پُر کرتے ہوئے مساوات 5.2 سے

$$i_1' = g_{11}v_1$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہ صرف اور صرف v_1 کی نافذ رو ہے۔اسی طرح v_2 کے علاوہ تمام منبع کو قصر دور کرنے سے $i_1'' = -g_{12}v_2$ نافذ ہوتی ہے۔اسی طرح بقایا منبع دباو کی نافذ رو بھی حاصل کی جا سکتی ہیں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام منبع کی انفرادی نافذ رو کا مجموعہ مساوات 5.2 دیتی ہے۔

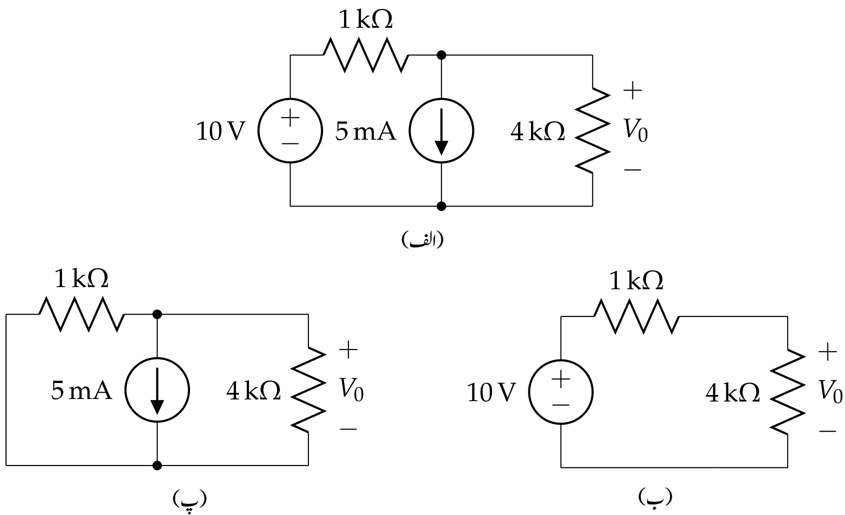
مساوات 5.1 ان ادوار کو ظاہر کرتی ہے جن میں صرف منبع دباو پائے جاتے ہوں۔آپ اسی ترکیب کو استعمال کرتے ہوئے منبع رو کے اثرات کو بھی شامل کر سکتے ہیں۔

مسئلہ نفاذ ان ادوار پر بھی لاگو ہوتا ہے جن میں تابع منبع پائے جاتے ہوں البتہ تابع منبع دباو کو قصر دور اور تابع منبع رو کو کھلے دور نہیں کیا جاتا۔ آئیں مسئلہ نفاذ کا استعمال چند مثالوں کی مدد سے سیکھیں۔

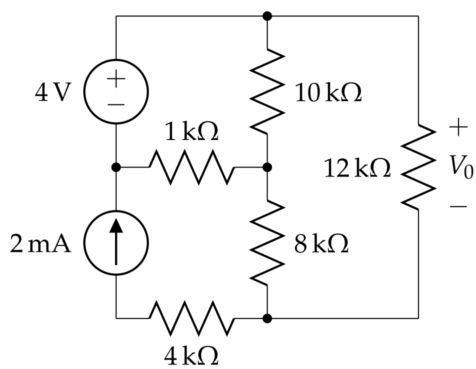
مثال 5.2: شکل 5.6 میں منبع دباو اور منبع رو کے انفرادی نافذ دباو حاصل کرتے ہوئے کل V_0 حاصل کریں۔

مثال 5.3: شکل 5.7 میں منبع دباو اور منبع رو کو باری باری لیتے ہوئے $12\,\mathrm{k\Omega}$ پر نافذ دباو حاصل کرتے ہوئے دونوں منبع کی موجودگی میں کل دباو حاصل کریں۔

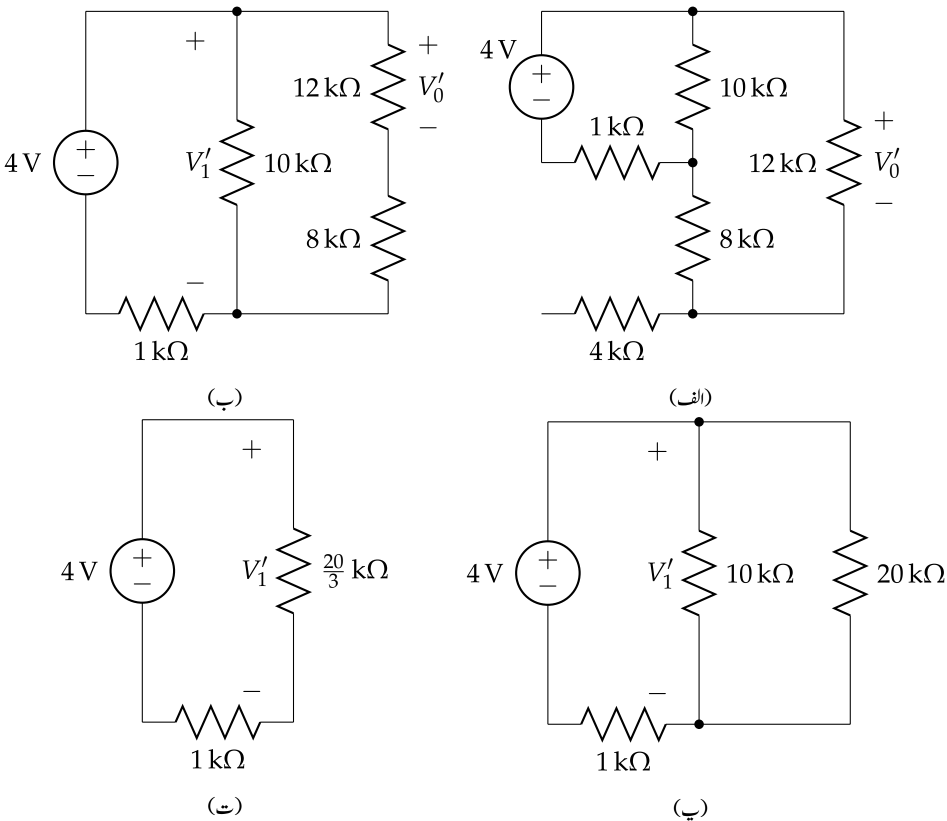
حل: شکل 5.8-الف میں منبع رو کو کھلے دور کیا گیا ہے تا کہ منبع دباو سے پیدا دباو کا حصہ دریافت کریں۔ شکل 5.8-ب میں شکل کو قدر مختلف صورت دی گئی ہے۔چونکہ $4\,\mathrm{k\Omega}$ کا ایک سرا کہیں نہیں جڑا لہٰذا اس کا بقایا دور پر کوئی اثر نہیں ہو گا اور اسی لئے اس کو شکل-ب میں نہیں دکھایا گیا ہے۔



شکل 5.6: مثال 5.2 کا دور۔



شکل 5.7: مثال 5.3 کا دور۔



شکل 5.8: منبع دباو کا حصہ معلوم کرتے ہیں۔

شکل-ب میں $12\,\mathrm{k\Omega}$ اور $8\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت $20\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا۔ شکل-پ میں ایسا دکھایا گیا ہے۔ شکل-پ میں $20\,\mathrm{k\Omega}$ اور $10\,\mathrm{k\Omega}$ متوازی جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت $\frac{20\,\mathrm{k\Omega}\times 10\,\mathrm{k\Omega}}{20\,\mathrm{k\Omega}+10\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{20}{3}\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا جسے شکل-ت میں دکھایا گیا ہے جہاں سے تقسیم دباو کے کلیے سے

$$V_1' = 4\left(\frac{\frac{20}{3}\,\mathrm{k\Omega}}{1\,\mathrm{k\Omega}+\frac{20}{3}\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{80}{23}\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ شکل-ب کو دیکھتے ہوئے تقسیم دباو کے کلیے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_0' = \frac{80}{23}\left(\frac{12\,\mathrm{k\Omega}}{12\,\mathrm{k\Omega}+8\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{48}{23}\,\mathrm{V}$$

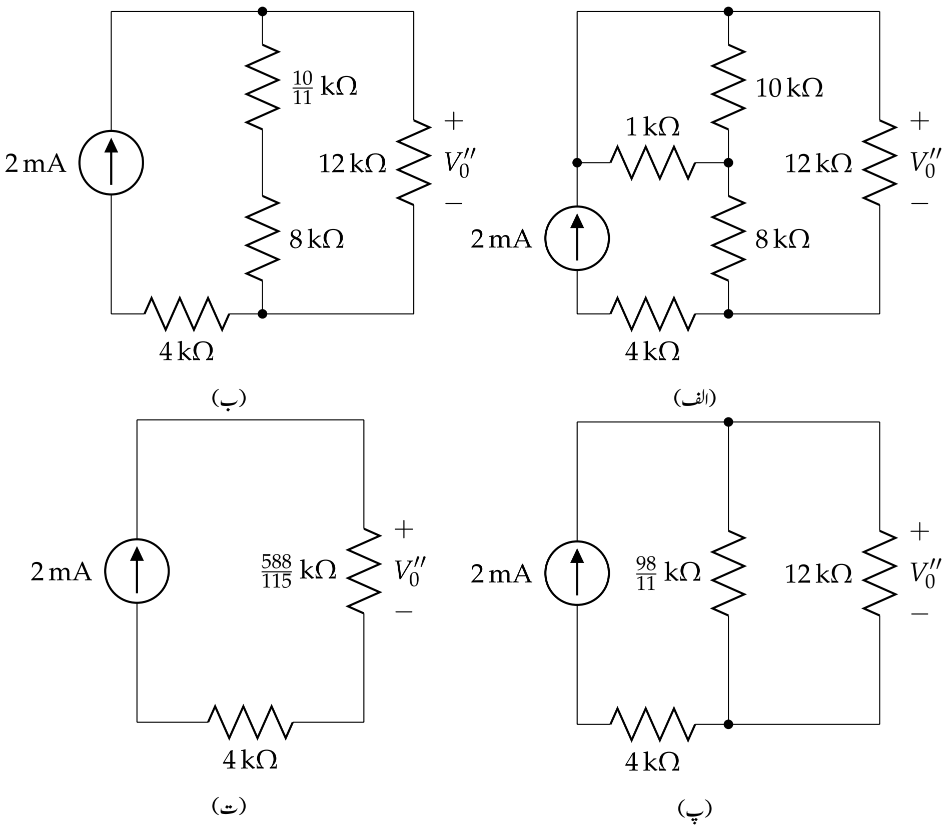
آئیں اب منبع دباو کو قصر دور کرتے ہوئے حل کریں۔ شکل 5.9-الف میں منبع دباو کو قصر دور کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $1\,\mathrm{k\Omega}$ اور $10\,\mathrm{k\Omega}$ متوازی جڑے ہیں لہٰذا ان کی جگہ $\frac{10}{11}\,\mathrm{k\Omega} = \frac{1\,\mathrm{k\Omega}\times 10\,\mathrm{k\Omega}}{1\,\mathrm{k\Omega}+10\,\mathrm{k\Omega}}$ نسب کیا جا سکتا ہے۔ ایسا ہی شکل-ب میں کیا گیا ہے جہاں $\frac{10}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ اور $8\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کی جگہ شکل-پ میں $\frac{98}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ نسب کیا گیا ہے۔ شکل-ت میں متوازی جڑے $\frac{98}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ اور $12\,\mathrm{k\Omega}$ کی جگہ $\frac{588}{115}\,\mathrm{k\Omega}$ نسب کیا گیا ہے۔ اس شکل سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$V_0'' = \frac{588}{115}\,\mathrm{k\Omega}\times 2\,\mathrm{mA} = \frac{1176}{115}\,\mathrm{V}$$

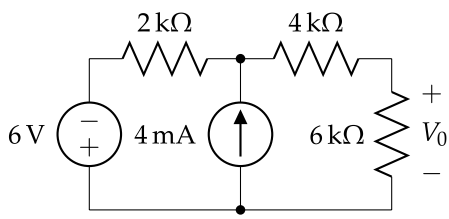
یوں دونوں منبع کی موجودگی میں جواب درج ذیل ہو گا۔

$$V_0 = V_0' + V_0'' = 12\frac{36}{115}\,\mathrm{V}$$

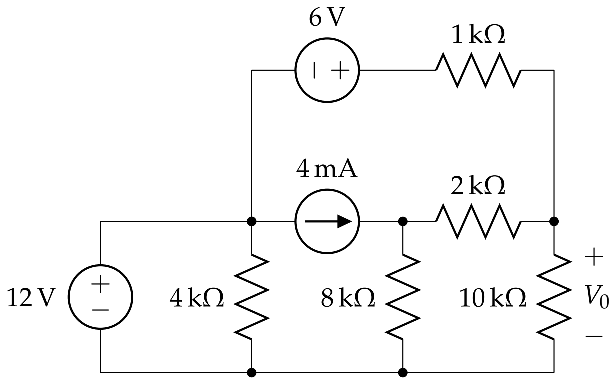
مسئلہ نفاذ سے متعدد منبع استعمال کرنے والے ادوار حل کرتے ہوئے ضروری نہیں کہ تمام منبع کے انفرادی نافذ حصوں کو علیحدہ علیحدہ جانا جائے۔ یوں بھی ممکن ہے کہ منبع کے گروہ بناتے ہوئے باری باری ایک ایک گروہ کے مجموعی نافذ دباو یا رو دیکھیں جائیں اور آخر میں تمام کا مجموعہ لیا جائے۔ مسئلہ نفاذ سے دور میں کسی بھی مقام پر نافذ دباو یا نافذ رو حاصل کیا جا سکتا ہے البتہ اس مسئلے کا اطلاق طاقت دریافت کرنے کے لئے نہیں کیا جا سکتا۔ آپ جانتے ہیں کہ مزاحمت میں طاقت کو $\frac{V^2}{T}$ یا I^2R لکھا جا سکتا ہے جو غیر خطی تعلق ہیں لہٰذا طاقت کو مسئلہ نفاذ کی مدد سے حاصل نہیں کیا جا سکتا۔



شکل 5.9: منبع دباو کو قصر دور کیا گیا ہے۔



شکل 5.10: مشق 5.3 کا دور۔

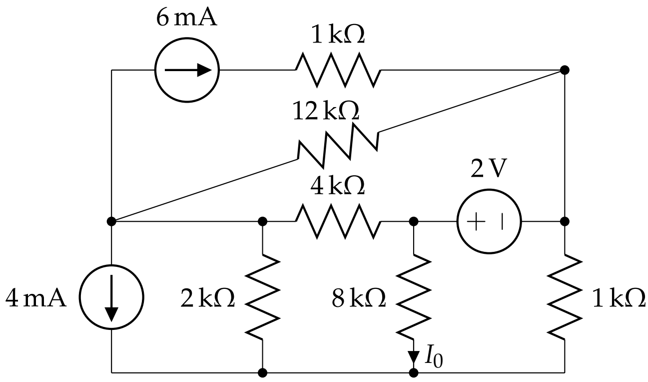


شکل 5.11: مشق 5.4 کا دور۔

مشق 5.3: شکل 5.10 میں باری باری ایک ایک منبع کا نافذ دباو معلوم کرتے ہوئے V_0 دریافت کریں۔

مشق 5.4: شکل 5.11 میں مسئلہ نفاذ کی مدد سے V_0 دریافت کریں۔

مشق 5.5: شکل 5.12 کو مسئلہ نفاذ سے حل کرتے ہوئے I_0 دریافت کریں۔



شکل 5.12: مشق 5.5 کا دور۔

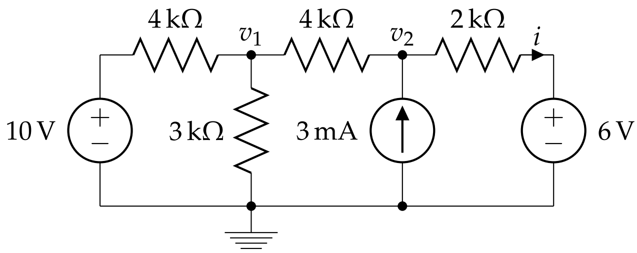
مشق 5.6: شکل 5.13 میں 6 V منبع کے اثر کو ختم کرتے ہوئے 10 V اور 3 mA منبع کا مجموعی نافذ رو i' حاصل کریں۔ اب اکیلے 6 V منبع کا اسی مزاحمت میں نافذ رو i'' دریافت کریں۔ دونوں جوابات سے تینوں منبع سے پیدا مجموعی رو $i = i' + i''$ دریافت کریں۔

جوابات: شکل 5.13-ب سے $i' = \frac{25}{9}\,\mathrm{mA}$ اور شکل 5.13-پ سے $i'' = -\frac{7}{9}\,\mathrm{mA}$ حاصل ہوتا ہے۔ یوں شکل-الف میں $i = 2\,\mathrm{mA}$ حاصل ہوتا ہے۔

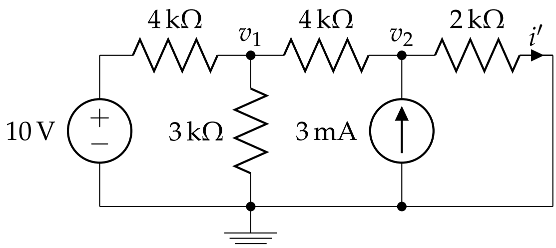
5.4 مسئلہ تھونن اور مسئلہ نارٹن

شکل 5.14-الف کے تین جوڑ پر کرخوف مساوات رو لکھتے

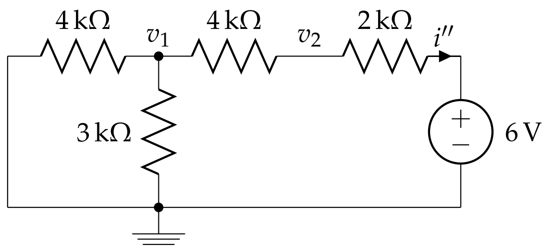
$$
\begin{aligned}
\frac{v_1 - 10}{4000} + \frac{v_1}{3000} + \frac{v_1 - v_2}{4000} &= 0\\
\frac{v_2 - v_1}{4000} - 0.003 + \frac{v_2 - v_3}{2000} &= 0\\
\frac{v_3 - v_2}{2000} + \frac{v_3}{6000} + \frac{v_3 + 2}{8000} &= 0
\end{aligned}
$$



(الف)



(ب)



(پ)

شکل 5.13: مشق 5.6 کا دور۔

ہوئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
v_1 &= 6\,\mathrm{V}\\
v_2 &= 10\,\mathrm{V}\\
v_3 &= 6\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

دباو جوڑ جانتے ہوئے تمام شاخوں کی رو دریافت کی جا سکتی ہے۔آئیں اس دور کو نقطہ دار لکیر پر دو ٹکڑوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ شکل 5.14-ب میں بائیں حصے کو دکھایا گیا ہے جہاں جوڑ v_3 پر $6\,\mathrm{V}$ منبع دباو نسب کیا گیا ہے۔اس کو حل کرنے کی خاطر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھتے ہیں

$$
\begin{aligned}
\frac{v_1-10}{4000}+\frac{v_1}{3000}+\frac{v_1-v_2}{4000}&=0\\
\frac{v_2-v_1}{4000}-0.003+\frac{v_2-6}{2000}&=0
\end{aligned}
$$

جنہیں حل کرتے ہوئے ایک بار دوبارہ

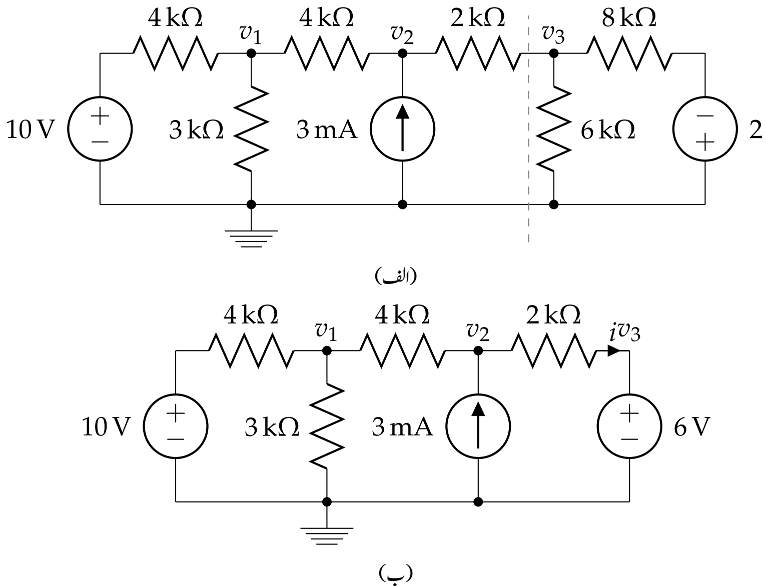
$$
\begin{aligned}
v_1 &= 6\,\mathrm{V}\\
v_2 &= 10\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتے ہیں۔آپ نے دیکھا کہ شکل-ب کے دباو جوڑ بالکل تبدیل نہیں ہوئے لہٰذا اس میں تمام مقامات پر رو بھی وہی ہو گی جو شکل-الف میں تھی۔

شکل 5.14-الف میں نقطہ دار لکیر کے بائیں حصے پر لکیر کے دائیں جانب دور کا اثر صرف اور صرف جوڑ v_3 کے ذریعہ ہوتا ہے۔یوں جیسا شکل-ب میں کیا گیا، اگر جوڑ v_3 پر دباو اسی قیمت پر رکھا جائے جو لکیر کے دائیں جانب دور کے نسب کرنے سے حاصل ہوتا ہے، تب لکیر کے بائیں جانب دور کے متغیرات جوں کے توں رہتے ہیں۔

شکل 5.14-ب میں رو i کو مسئلہ نفاذ سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔آپ مشق 5.6 میں اس دور کو مسئلہ نفاذ کی مدد سے حل کر چکے ہیں۔اسی مشق کے شکل 5.13-پ میں بقایا منبع کے اثر کو ختم کرتے ہوئے $6\,\mathrm{V}$ کو صرف مزاحمت نظر آتے ہیں۔آئیں شکل-پ میں دیے دور کا مساوی مزاحمت حاصل کرتے ہیں۔ منبع سے دور ترین نقطے سے شروع کرتے ہیں جہاں چار کلو اوہم اور تین کلو اوہم متوازی $4\,\mathrm{k\Omega} \parallel 3\,\mathrm{k\Omega}$ جڑے ہیں۔متوازی جڑے مزاحمت از خود سلسلہ وار جڑے $2\,\mathrm{k\Omega}$ اور $4\,\mathrm{k\Omega}$ کے ساتھ سلسلہ وار پائے جاتے ہیں لہٰذا ان تمام کا مجموعی مساوی مزاحمت

$$
R_{\text{تھونن}} = \left(4\,\mathrm{k\Omega}\parallel 3\,\mathrm{k\Omega}\right)+\left(2\,\mathrm{k\Omega}+4\,\mathrm{k\Omega}\right)=\frac{54}{7}\,\mathrm{k\Omega}
$$



شکل 5.14: مسئلہ تھونن سمجھنے کا دور۔

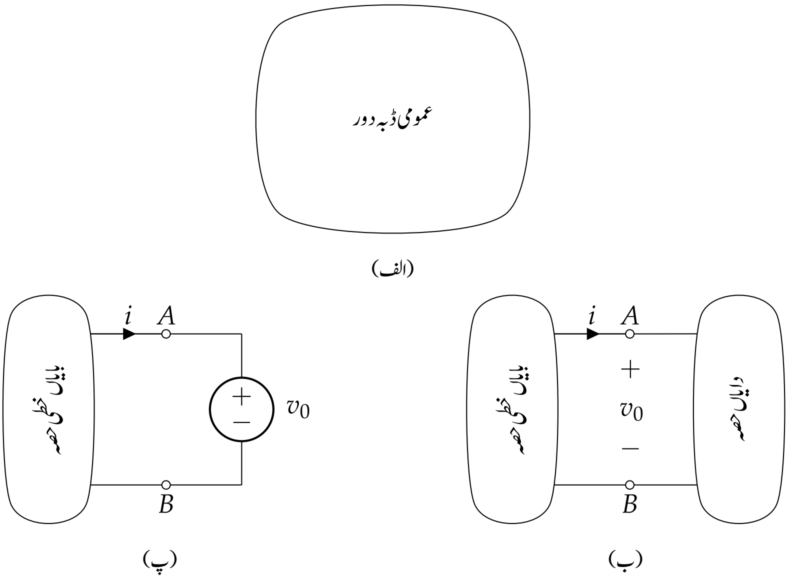
ہو گا جسے تھونن مزاحمت[3] کہتے ہیں۔

آئیں ان حقائق کو سامنے رکھتے ہوئے مسئلہ تھونن[4] سیکھیں۔ شکل 5.15-الف میں عمومی ڈبہ دور دکھایا گیا ہے۔اس کو دو حصوں میں تقسیم کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتا ہے۔شکل-ب میں بائیں حصے کا مساوی تھونن دور حاصل کیا جائے گا۔بایاں حصہ خطی ہونا ضروری ہے۔دایاں حصہ خطی یا غیر خطی ہو سکتا ہے۔یہ حصے دو تاروں سے آپس میں جڑے ہیں۔ان تاروں کے مابین v_0 دباو پایا جاتا ہے۔شکل-پ میں دائیں حصے کی جگہ منبع دباو نسب کیا گیا ہے جس کا دباو v_0 ہے۔

شکل 5.15-پ میں i کو مسئلہ نفاذ کی مدد سے دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ پہلا حصہ i' ڈبہ دور کے اندر منبع نافذ کرتے ہیں جبکہ دوسرا حصہ i'' بیرونی منبع v_0 نافذ کرتا ہے۔جیسا شکل 5.16-الف میں دکھایا گیا ہے، i' حاصل کرتے وقت بیرونی منبع کو قصر دور کیا جاتا ہے لہٰذا اس رو کو $i_{\text{قصر}}$ کہا جاتا ہے۔

$$i' = i_{\text{قصر}} \tag{5.3}$$

[3] Thevenin resistance
[4] Thevenin theorem



شکل 5.15: مسئلہ تھونن کا عمومی دور۔

اسی طرح جیسا شکل 5.16-ب میں دکھایا گیا ہے، i'' حاصل کرتے وقت ڈبہ دور کے تمام اندرونی منبع کے اثر کو ختم کیا جاتا ہے۔ڈبہ دور کے تمام اندرونی منبع کو صفر کرنے سے بیرونی منبع v_0 کو ڈبہ دور کے اندرونی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت $R_{\text{تھونن}}$ نظر آئے گا لہٰذا رو درج ذیل ہو گی۔

$$i'' = \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}} \tag{5.4}$$

شکل 5.16-الف اور شکل 5.16-ب میں رو کی سمتوں کو دیکھتے ہوئے $i = i' - i''$ لکھا جا سکتا ہے۔

$$i = i_{\text{قصر}} - \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}} \qquad \text{مسئلہ نارٹن} \tag{5.5}$$

لکھا جا سکتا ہے۔

مساوات 5.5 عمومی مساوات ہے جس میں $i_{\text{قصر}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ صرف بائیں ڈبہ دور پر منحصر ہیں جبکہ v_0 اور i پر دایاں ڈبہ دور بھی اثر انداز ہوتا ہے۔یوں اگر شکل 5.15-ب میں بائیں ڈبہ دور تبدیل نہ کیا جائے تب $i_{\text{قصر}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ اٹل قیمتیں ہوں گی جبکہ v_0 اور i متغیرات ہوں گے جو دائیں ڈبہ دور پر منحصر ہوں گے۔چونکہ مساوات 5.5 عمومی

مساوات ہے لہٰذا یہ ہر ممکنہ صورت حال کے لئے درست ہو گی۔یوں دائیں ڈبہ دور کھلا دور ہونے کی صورت میں بھی یہی مساوات کارآمد ہو گی۔اگر دائیں ڈبہ دور کو کھلا دور تصور کیا جائے تب

$$\begin{aligned} i &= 0 \\ v_0 &= v_{\text{کھلا}} \end{aligned} \tag{5.6}$$

ہوں گے۔شکل 5.17 میں کھلے دور کی صورت حال دکھائی گئی ہے۔اس طرح مساوات 5.5 میں مساوات 5.6 پُر کرتے ہوئے

$$0 = i_{\text{قصر}} - \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}}$$

یعنی

$$i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} \tag{5.7}$$

یا

$$v_{\text{کھلا}} = i_{\text{قصر}} R_{\text{تھونن}} \tag{5.8}$$

حاصل ہوتا ہے۔مساوات 5.7 کو مساوات 5.5 میں پُر کرنے سے

$$i = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} - \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}}$$

یعنی

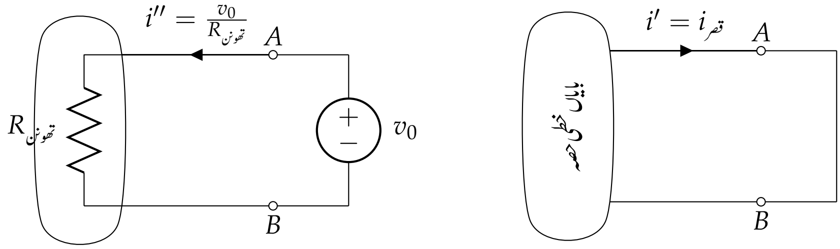
$$v_0 = v_{\text{کھلا}} - iR_{\text{تھونن}} \qquad \text{مسئلہ تھونن} \tag{5.9}$$

حاصل ہوتا ہے۔

مساوات 5.5 مسئلہ نارٹن بیان کرتی ہے جسے شکل 5.18-الف میں دکھایا گیا ہے جبکہ مساوات 5.9 مسئلہ تھونن بیان کرتی ہے جسے شکل 5.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔

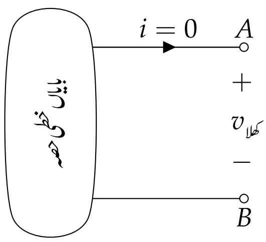
شکل 5.18-الف کی کرخوف مساوات دباو اور شکل 5.18-ب کے بالائی جوڑ پر کرخوف مساوات رو درج ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned} v_0 &= v_{\text{کھلا}} - iR_{\text{تھونن}} \\ i &= i_{\text{قصر}} - \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}} \end{aligned}$$

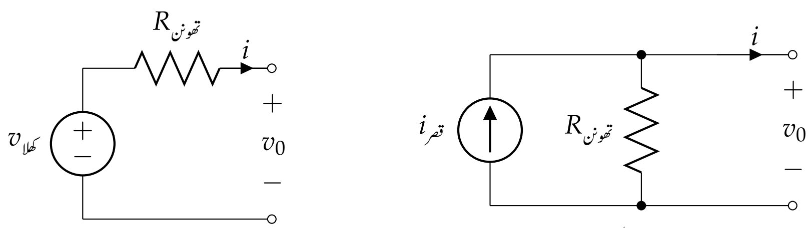


(ب) (الف)

شکل 5.16: رو کو مسئلہ نفاذ سے دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔



شکل 5.17: کھلا دور سروں پر صفر رو اور کھلے دور دباو پائی جاتی ہے۔



(ب) تھونن مساوی دور۔ (الف) نارٹن مساوی دور۔

شکل 5.18: تھونن اور نارٹن مساوی ادوار۔

ان کا مساوات 5.5 اور مساوات 5.6 سے موازنہ کرنے سے صاف ظاہر ہے کہ شکل 5.18-الف اور شکل 5.18-ب انہیں مساوات کو ظاہر کرتے ہیں۔

یوں کسی بھی دور کو شکل 5.18-الف کا تھونن مساوی دور یا شکل 5.18-ب کا نارٹن مساوی دور ظاہر کر سکتا ہے۔

آئیں ان کا استعمال مثالوں کو حل کرتے ہوئے دیکھیں۔

مثال 5.4: شکل 5.19-الف میں مسئلہ تھونن استعمال کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔

حل: اس دور کو حل کرنے کی خاطر ہم $6\,\mathrm{k\Omega}$ کے علاوہ بقایا دور کا تھونن مساوی دور حاصل کرتے ہیں۔ شکل-ب میں مزاحمت کو ہٹاتے ہوئے بقایا دور دکھایا گیا ہے جس کا تھونن مساوی دور درکار ہے۔ اس دور کے کھلے سروں پر $V_{\text{کھلا}}$ پایا جاتا ہے۔ نچلی جوڑ کو زمین تصور کرتے ہوئے بالائی جوڑ V_1 پر دباو دریافت کرتے ہیں۔ منبع رو کی پوری رو بائیں خانے میں گھڑی کی الٹ گھومتی ہے لہٰذا

$$V_1 = 2\,\mathrm{mA}\,(3\,\mathrm{k\Omega} + 1\,\mathrm{k\Omega}) = 8\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں

$$V_{\text{کھلا}} = V_1 - 3\,\mathrm{V} = 5\,\mathrm{V}$$

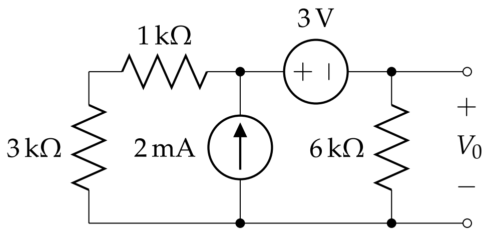
حاصل ہوتا ہے۔ آئیں اب تھونن مزاحمت حاصل کریں۔

دور میں منبع دباو کو قصر دور اور منبع رو کو کھلے دور کرتے ہوئے شکل-پ حاصل ہوتا ہے جہاں سے

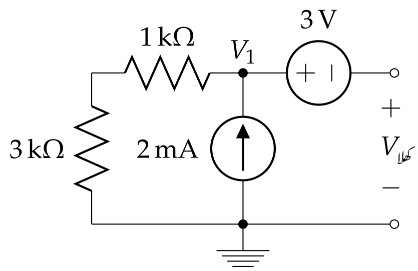
$$R_{\text{تھونن}} = 4\,\mathrm{k\Omega}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ شکل-ت سے تقسیم دباو کے کلیے سے خارجی دباو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

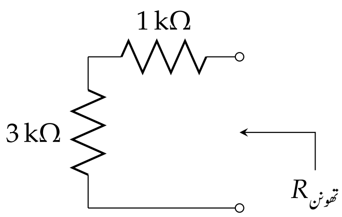
$$V_0 = 5\left(\frac{6\,\mathrm{k\Omega}}{6\,\mathrm{k\Omega} + 4\,\mathrm{k\Omega}}\right) = 3\,\mathrm{V} \tag{5.10}$$



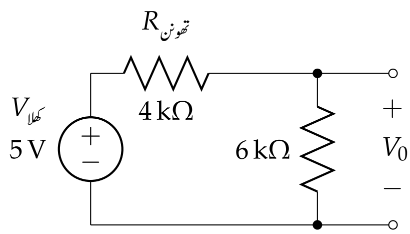
(الف)



(ب) کھلے دور دباو۔

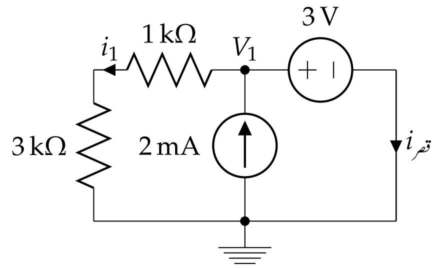


(پ) تھونن مزاحمت۔

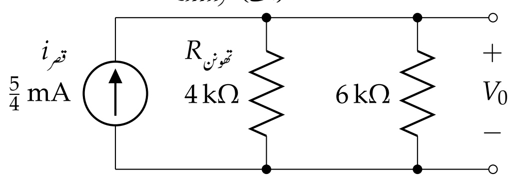


(ت) تھونن مساوی دور استعمال کیا گیا ہے۔

شکل 5.19: مثال 5.4 کا دور۔



(الف) قصر دور رو۔



(ب) نارٹن مساوی دور استعمال کیا گیا ہے

شکل 5.20: مثال 5.5 کا دور۔

مثال 5.5: شکل 5.19-الف میں مسئلہ نارٹن استعمال کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔

حل: نارٹن مساوی دور میں $R_{\text{تھونن}}$ کے ساتھ ساتھ $i_{\text{قصر}}$ بھی درکار ہے۔ تھونن مزاحمت کو گزشتہ مثال میں حاصل کیا گیا ہے لہٰذا صرف قصر دور رو معلوم کرنا باقی ہے۔ شکل 5.20-الف میں دور کو قصر دور کیا دکھایا گیا ہے جس سے $i_{\text{قصر}}$ حاصل کیا جا سکتا ہے۔ دور کو دیکھتے ہوئے

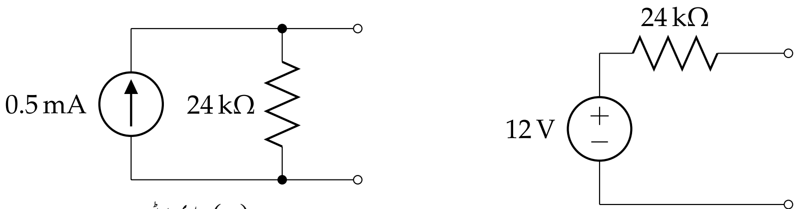
$$V_1 = 3\,\text{V}$$

اور یوں

$$i_1 = \frac{3\,\text{V}}{1\,\text{k}\Omega + 3\,\text{k}\Omega} = \frac{3}{4}\,\text{mA}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ بالائی جوڑ V_1 پر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$i_{\text{قصر}} = 2\,\text{mA} - \frac{3}{4}\,\text{mA} = \frac{5}{4}\,\text{mA}$$



(ب) مساوی نارٹن دور۔

(الف) تھونن دور۔

شکل 5.21: مثال 5.6 کا مساوی تھونن دور۔

نارٹن دور کے متغیرات استعمال کرتے ہوئے شکل 5.20-ب حاصل ہوتا ہے جہاں منبع رو کے متوازی مزاحمتوں کا مساوی

$$4\,\text{k}\Omega \parallel 6\,\text{k}\Omega = \frac{12}{5}\,\text{k}\Omega$$

ہے جس میں $\frac{5}{4}\,\text{mA}$ گزرنے سے دباو

$$V_0 = \frac{5}{4}\,\text{mA} \times \frac{12}{5}\,\text{k}\Omega = 3\,\text{V}$$

پیدا ہو گا۔

اس مثال میں i کو مساوات 5.8 سے بھی حاصل کیا جا سکتا تھا یعنی

$$i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} = \frac{5\,\text{V}}{4\,\text{k}\Omega} = \frac{5}{4}\,\text{mA}$$

مثال 5.6: شکل 5.21-الف میں ایک دور کا مساوی تھونن دور دیا گیا ہے۔اس دور کا مساوی نارٹن دور حاصل کریں۔

حل: تھونن دور سے نارٹن دور یا نارٹن دور سے تھونن دور کے حصول میں مساوات 5.8 اہم کردار ادا کرتی ہے۔اس مساوات کی مدد سے تھونن دور کے متغیرات $v_{\text{کھلا}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ سے نارٹن دور میں استعمال ہونے والا متغیر $i_{\text{قصر}}$ حاصل

کیا جا سکتا ہے۔اسی طرح اسی مساوات کی مدد سے نارٹن دور میں استعمال ہونے والے متغیرات $i_{\text{قصر}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ سے تھونن دور کا متغیر $v_{\text{کھلا}}$ حاصل کیا جا سکتا ہے۔دونوں ادوار میں $R_{\text{تھونن}}$ کی قیمت یکساں ہے۔

مساوات 5.8 استعمال کرتے ہوئے

$$i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} = \frac{12\,\text{V}}{24\,\text{k}\Omega} = 0.5\,\text{mA}$$

حاصل ہوتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے شکل 5.21-ب کا مساوی نارٹن دور حاصل ہوتا ہے۔