

برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

1	بنیاد	1
1	برقی بار، برقی رو اور برقی دباؤ	1.1
6	قانون اوہم	1.2
8	توانائی اور طاقت	1.3
15	برقی پڑے	1.4
15	غیر تابع منبع	1.4.1
17	تابع منبع	1.4.2
27	مزا جتنی ادوار	2
27	قانون اوہم	2.1
35	قوانین کرخوف	2.2
51	سلسلہ وار جڑے پڑوں میں رو	2.3
52	تقسیم دباؤ	2.4
55	متعدد سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت	2.5
58	سلسلہ وار متعدد منبع دباؤ اور مزاحمت	2.6
59	متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے	2.7
61	تقسیم رو اور متعدد متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت	2.8
68	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت	2.9
73	تخصیص مزاحمت	2.10
76	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل	2.11
84	ستارہ-تکون تبادلہ	2.12
91	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	2.13
101	ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب	3
101	تجزیہ جوڑ	3.1
104	غیر تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار	3.2
117	تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار	3.3
123	غیر تابع منبع دباؤ استعمال کرنے والے ادوار	3.4

132	تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.5
139	دائری تجزیہ	3.6
140	غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.7
148	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.8
154	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.9
158	دائری ترکیب اور ترکیب جوڑ کا موازنہ	3.10

161	حسابی ایپلیفائر	4
171	کامل حسابی ایپلیفائر	4.1
171	منفی ایپلیفائر	4.2
174	مثبت ایپلیفائر	4.3
176	مستقام کار	4.4
176	منفی کار	4.5
178	جمع کار	4.6
181	متوازن اور غیر متوازن صورت	4.7
185	موازنہ کار	4.8
185	آلاتی ایپلیفائر	4.9

187	مسئلے	5
187	مساوی دور	5.1
187	مسئلہ خطیت	5.2
191	مسئلہ نفاذ	5.3
201	مساوی ادوار	5.4
206	مسئلہ تھون، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ متبادلہ منبع	5.5
225	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	5.6
231	تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں استعمال کرنے والے ادوار	5.7
239	زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ	5.8

247	برق گیر اور امالہ گیر	6
247	برق گیر	6.1
261	امالہ گیر	6.2
270	برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات	6.3
273	سلسلہ وار جڑے برق گیر	6.4
277	متوازی جڑے برق گیر	6.5
281	سلسلہ وار امالہ گیر	6.6
283	متوازی امالہ گیر	6.7
287	حسابی ایپلیفائر کے RC ادوار	6.8
288	تفرق کار	6.9

293	عارضی رد عمل	7
293	تعارف	7.1
293	ایک درجی ادوار	7.2

295	7.2.1 رد عمل کی عمومی مساوات
321	7.3 دھڑکن
328	7.4 دو درجی ادوار
359	8 برقرار حالت بدلتی رو
359	8.1 مخلوط اعداد
364	8.2 سائن نما تفاعل
373	8.3 سائن نما اور مخلوط جبری تفاعل
381	8.4 دوری سمتیہ
386	8.5 مزاحمت، امالہ گیر اور برقی گیر کے انفرادی دوری سمتی تعلق
396	8.6 برقی رکاوٹ اور برقی فراوانی
409	8.7 دوری سمتیت کے اشکال
419	8.8 کر خوف مساوات
424	8.9 تجزیاتی تراکیب
443	9 برقرار برقی طاقت
443	9.1 لمبائی طاقت
446	9.2 اوسط طاقت
453	9.3 زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ
463	9.4 موثر قیمت
472	9.5 جزو طاقت
476	9.6 مخلوط طاقت
484	9.7 جزو طاقت کی درستی
489	9.8 برقی چھٹکا
491	9.9 نم زمین
492	9.10 ایک دور کا نظام
497	9.11 حفاظتی تدابیر
499	10 مقناطیسی جڑے ادوار
499	10.1 مشترکہ امالہ
517	10.2 مشترکہ امالہ میں توانائی کا ذخیرہ
523	10.3 کامل ٹرانسفارمر
547	11 تین دوری نظام
547	11.1 تین دوری ستارہ دیاو
553	11.2 ستارہ ستارہ (YY) جوڑ
561	11.3 تین دوری ٹکونی (Δ) دیاو
566	11.4 ٹکونی بوجھ
571	11.5 طاقت کے کلیات
580	11.6 جزو طاقت کی درستی

585	12	تعددی رد عمل
596	12.1	جال
598	12.2	صفر اور قطب
600	12.3	سائن نمائندگی تجزیہ
600	12.3.1	یوڈا خطوط
621	12.4	گمکی ادوار
655	12.5	چیلنی
669	13	لاپلاس بدل
669	13.1	تعریف
670	13.2	تفاعل کیمائی
676	13.3	لاپلاس بدل کی جوڑیاں

باب 13

لاپلاس بدل

13.1 تعریف

کسی تفاعل $f(t)$ کا لاپلاس بدل¹ درج ذیل مساوات دیتا ہے

$$(13.1) \quad \mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

جہاں s مخلوط تعدد² ہے

$$(13.2) \quad s = \sigma + j\omega$$

اور تفاعل $f(t)$ کی قیمت $t < 0$ پر صفر کے برابر ہے۔

$$(13.3) \quad f(t) = 0 \quad t < 0$$

لاپلاس بدل سے ادوار کا حل $t \geq 0$ کے لئے حاصل کیا جاتا ہے جبکہ $t < 0$ کو ابتدائی حالت میں سمایا جاتا ہے۔

کسی تفاعل کا لاپلاس بدل اس صورت پایا جاتا ہے جب تفاعل درج ذیل شرط پر پورا اترتا ہو جہاں σ کوئی مثبت قیمت ہے۔

$$(13.4) \quad \int_0^{\infty} e^{-\sigma t} |f(t)| dt < \infty$$

Laplace transform¹
complex frequency²

لاپلاس بدل کے حصول میں $e^{-\sigma t}$ کے ارتکازی جزو کی بنا کئی ایسے کئی اہم تفاعل کے لاپلاس بدل پائے جاتے ہیں جن کے فوریئر بدل³ نہیں پائے جاتے۔ برقی ادوار میں ایسے تفاعل استعمال کئے جاتے ہیں جن کے لاپلاس بدل پائے جاتے ہوں۔

الٹ لاپلاس بدل⁴ درج ذیل مساوات دیتی ہے

$$(13.5) \quad \mathcal{L}^{-1} [F(s)] = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_1 - j\omega}^{\sigma_1 + j\omega} F(s) e^{st} ds$$

جہاں σ_1 حقیقی ہے اور اس کی قیمت مساوات 13.4 کے σ سے زیادہ ہے یعنی $\sigma_1 > \sigma$ ہے۔

لاپلاس بدل آسانی سے حاصل ہوتا ہے جبکہ الٹ لاپلاس بدل مشکل سے حاصل ہوتا ہے۔ ہم کئی تفاعل کے لاپلاس بدل حاصل کرتے ہوئے انہیں جدول میں جوڑیوں کی صورت میں لکھیں گے اور الٹ بدل کو اسی جدول سے دیکھ کر حاصل کریں گے۔ کسی بھی وقتی تفاعل $f(t)$ کا منفرد لاپلاس بدل $F(s)$ پایا جاتا ہے لہذا دو مختلف وقتی تفاعل $f_1(t)$ اور $f_2(t)$ کے لاپلاس بدل کسی بھی صورت میں یکساں نہیں ہو سکتے ہیں۔ یوں کسی بھی لاپلاس بدل $F(s)$ کو سادہ ترین اجزاء میں تقسیم کرتے ہوئے ان کے الٹ بدل کو جدول سے پڑھا جاتا ہے۔ تمام اجزاء کے الٹ لاپلاس بدل کا مجموعہ درکار وقتی تفاعل ہو گا۔ ہم لاپلاس بدل کو جزوی کسری پھیلاؤ⁵ کے ذریعہ اجزاء میں تقسیم کریں گے۔

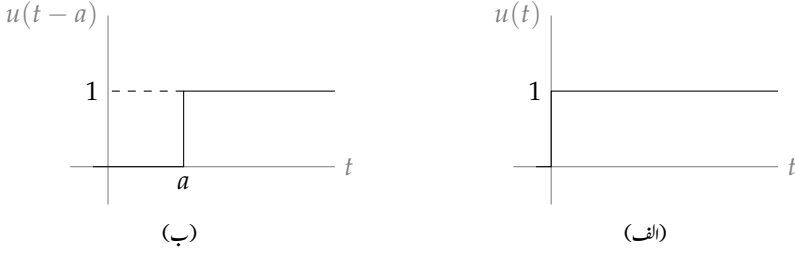
13.2 تفاعل یکتائی

برقی ادوار میں اکائی سیڑھی تفاعل⁶ $u(t)$ اور اکائی جھٹکا تفاعل⁷ $\sigma(t)$ نہایت اہم ہیں۔ ایسے تفاعل جو یا تو خود کہیں غیر متناہی ہوں اور یا ان کا تفرق کہیں غیر متناہی ہو کو یکتائی تفاعل⁸ کہتا ہے۔ اکائی سیڑھی تفاعل اور اکائی جھٹکا تفاعل یکتائی تفاعل ہیں۔ اکائی سیڑھی تفاعل پر صفحہ 321 پر حصہ 7.3 میں ہم غور کر چکے ہیں۔

شکل 13.1- الف میں دکھایا گیا اکائی سیڑھی تفاعل درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$(13.6) \quad u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

Fourier transform³
inverse Laplace transform⁴
partial fraction expansion⁵
unit step function⁶
unit impulse function⁷
singularity function⁸



شکل 13.1: اکائی سیڑھی تعامل۔

اکائی سیڑھی تعامل $u(t)$ ، جیسے باب 7 میں ذکر کیا گیا، لمحہ $t = 0$ s پر سوئچ چالو کرتے ہوئے دور پر 1 V یا 1 A لاگو کرنے کے مترادف ہے۔ آئیں شکل 13.1-الف میں دکھائے گئے اکائی سیڑھی تعامل کا لاپلاس بدل حاصل کریں۔

مثال 13.1: شکل 13.1 کے تعامل کا لاپلاس بدل حاصل کریں۔

حل: مساوات 13.1 کے استعمال سے شکل-الف کا لاپلاس بدل حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}[u(t)] &= \int_0^{\infty} u(t)e^{-st} dt \\
 &= \int_0^{\infty} 1e^{-st} dt \\
 &= \left. \frac{e^{-st}}{-s} \right|_0^{\infty} \\
 &= \frac{e^{-\infty s} - e^{-0s}}{-s} \\
 &= \frac{1}{s} \quad \sigma > 0
 \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں آخری قدم پر $\sigma > 0$ کی بنا $e^{-\infty s} = 0$ لکھا گیا ہے۔ اس طرح اکائی سیڑھی تعامل کا لاپلاس بدل درج ذیل ہے۔

$$(13.7) \quad \mathcal{L}[u(t)] = F(s) = \frac{1}{s}$$

شکل 13.1-ب میں وقت کے لحاظ سے منتقل ہوا اکائی سیڑھی تفاعل دکھایا گیا ہے جس کو وقتی منقولہ اکائی سیڑھی تفاعل⁹ کہتے ہیں۔ انہیں اس کا لاپلاس بدل حاصل کریں۔

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}[u(t-a)] &= \int_0^{\infty} u(t-a)e^{-st} dt \\
 &= \int_0^a 0e^{-st} dt + \int_a^{\infty} 1e^{-st} dt \\
 &= 0 + \left. \frac{e^{-st}}{-s} \right|_a^{\infty} \\
 &= \frac{e^{-as}}{s} \quad \sigma > 0
 \end{aligned}$$

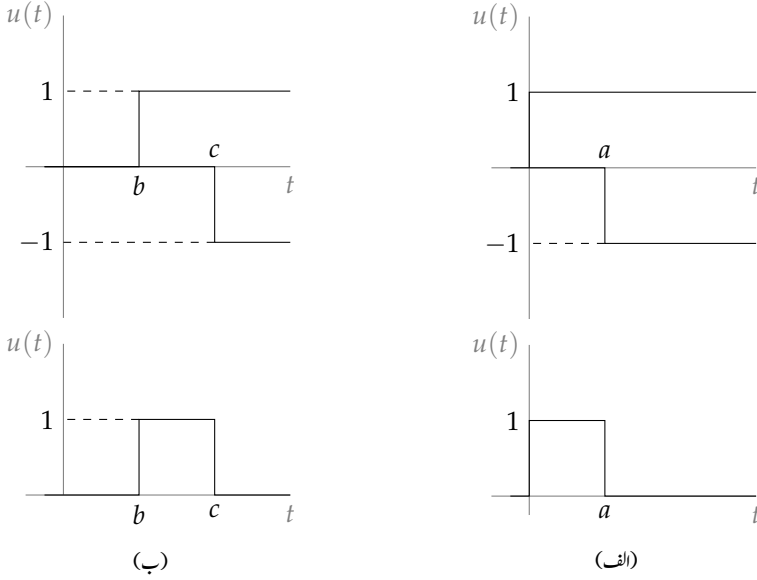
اس طرح وقتی منقولہ اکائی سیڑھی تفاعل کا لاپلاس بدل درج ذیل ہے۔

$$(13.8) \quad \mathcal{L}[u(t-a)] = F(s) = \frac{e^{-as}}{s}$$

مثال 13.2: شکل 13.2-الف میں دو عدد اکائی سیڑھی تفاعل سے دھڑکن کا حصول دکھایا گیا ہے۔ دھڑکن کا لاپلاس بدل حاصل کریں۔ شکل-ب میں وقت کے لحاظ سے منتقل شدہ دھڑکن دکھائی گئی ہے۔ اس کا بھی لاپلاس بدل حاصل کریں۔

حل: شکل 13.2-الف کے دھڑکن کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(13.9) \quad f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 < t < a \\ 0 & t > a \end{cases}$$



شکل 13.2: مثال 13.2 کے اشکال۔

لہذا لاپلاس مکمل درج ذیل ہوگا

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}[f(t)] &= \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \\
 &= \int_0^a 1e^{-st} dt \\
 &= \frac{1 - e^{-as}}{s} \quad \sigma > 0
 \end{aligned}$$

یعنی دھڑکن کا لاپلاس بدل

$$(13.10) \quad \mathcal{L}[f(t)] = \frac{1 - e^{-as}}{s}$$

ہوگا۔ شکل 13.2-ب کے تفاعل کو اکائی سیڑھی تفاعل کا مجموعہ لکھتے ہوئے

$$f(t) = u(t - b) - u(t - c)$$

لاپلاس بدل لکھتے ہیں۔

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[u(t - b)] - \mathcal{L}[u(t - c)]$$

مساوات 13.8 کے استعمال سے درج بالا کو

$$(13.11) \quad \mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \frac{e^{-bs} - e^{-cs}}{s}$$

لکھ سکتے ہیں۔

شکل 13.3-الف کے مستطیل کی چوڑائی a اور لمبائی $\frac{1}{a}$ ہے لہذا اس کا رقبہ $(a \times \frac{1}{a} = 1)$ اکائی کے برابر ہے۔ مستطیل کی چوڑائی لامتناہی کم ($a \rightarrow 0$) کرنے سے اس کی لمبائی لامتناہی بڑھ ($\frac{1}{a} \rightarrow \infty$) جائے گی البتہ اس کا رقبہ اکائی ہی رہے گا۔ ایسا مستطیل جس کی چوڑائی صفر کے قریب تر اور رقبہ اکائی ہو کو اکائی جھٹکا تفاعل¹⁰ تصور کیا جاسکتا ہے۔ لمحہ t_0 پر پائے جانے والے اکائی جھٹکا تفاعل کو $\delta(t - t_0)$ لکھا جاتا ہے جس کو ترسیبی طور پر شکل 13.3-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اکائی جھٹکا تفاعل کو کئی دیگر تفاعل سے بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

اکائی جھٹکا تفاعل کو الجبرائی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(13.12) \quad \begin{aligned} \delta(t - t_0) &= 0 \quad t \neq t_0 \\ \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} \delta(t - t_0) dt &= 1 \quad \epsilon > 0 \end{aligned}$$

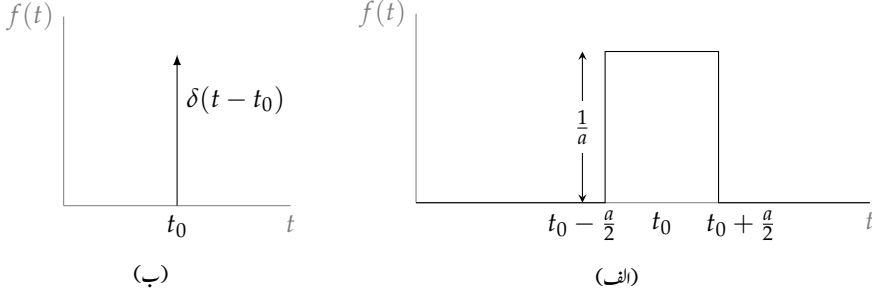
اکائی جھٹکے کی قیمت لمحہ $t = t_0$ پر غیر معین ہے جبکہ اس لمحے کے علاوہ اس کی قیمت صفر کے برابر ہے البتہ جھٹکے کا رقبہ اکائی ہے۔ جھٹکے کے رقبے کو تفاعل کا زور بھی کہتے ہیں۔

اکائی جھٹکا تفاعل کی ایک اہم خاصیت جسے خاصیت غمونہ بندی¹¹ کہتے ہیں کو درج ذیل مکمل سے سمجھا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt &= \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} f(t) \delta(t - t_0) dt \\ &= f(t_0) \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} \delta(t - t_0) dt \\ &= f(t_0) \end{aligned}$$

جہاں $t_0 - \epsilon$ تا $t_0 + \epsilon$ کے علاوہ $\delta(t - t_0) = 0$ ہے لہذا مکمل کے حدود یہی کر دیے گئے ہیں۔ چونکہ $\epsilon \rightarrow 0$ ہے لہذا ان حدود کے مابین کسی بھی تفاعل کی قیمت میں تبدیلی کو نظر انداز کرتے ہوئے تفاعل کی قیمت $f(t_0)$

unit impulse function¹⁰
sampling property¹¹



شکل 13.3: اکائی جھٹکا تفاعل۔

لی جاسکتی ہے۔ غیر تغیر $f(t_0)$ کو مکمل کے باہر لے جایا جاسکتا ہے۔ یوں ہمارے پاس صرف $\delta(t - t_0)$ کا مکمل رہ جاتا ہے جو مساوات 13.12 کے تحت اکائی کے برابر ہے۔ درج بالا مساوات کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جہاں سے واضح ہے کہ اکائی جھٹکا تفاعل $f(t)$ کا نمونہ $t = t_0$ پر حاصل کرتا ہے۔

$$(13.13) \quad \int_{t_1}^{t_2} f(t) \delta(t - t_0) dt = \begin{cases} f(t_0) & t_1 < t_0 < t_2 \\ 0 & t_0 < t_1, t_0 > t_2 \end{cases}$$

اگرچہ حقیقی دنیا میں ہم لمحاتی طور پر لامحدود قیمت کا دباویار و کسی دور پر لاگو نہیں کر سکتے ہیں لہذا حقیقی دنیا میں اکائی جھٹکا تفاعل نہیں پایا جاتا ہے۔ اس کے باوجود یہ ایک اہم تفاعل ہے جس کو استعمال کرتے ہوئے الجبرائی طور پر مختلف اعمال کا مطالعہ ممکن بنایا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر آسانی بجلی کو اکائی جھٹکا تصور کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح آواز کو عددی صورت میں تبدیل کرنے کے عمل پر غور کے لئے اس تفاعل کا سہارا لیا جاتا ہے۔ مماثل سے عددی مبادل کار¹² کی مدد سے مماثل اشارے کو عددی صورت میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ انسانی کان 20 Hz تا 20 kHz تک کی آواز سن سکتا ہے۔ اصول فی کوسٹ¹³ کے تحت کسی بھی اشارے کی مکمل معلومات برقرار رکھنے کی خاطر اشارے کی بلند تر تعدد کی دگنی تعدد پر نمونہ حاصل کرنا ضروری ہے۔ یہی وجہ ہے کہ انسانی آواز کے عددی نمونے 44.1 kHz پر حاصل کئے جاتے ہیں۔

مثال 13.3: اکائی جھٹکا تفاعل کا لاپلاس بدل حاصل کریں۔

analog to digital converter, ADC¹²
Nyquist criterion¹³

حل: لاپلاس مکمل لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[\delta(t - t_0)] &= \int_0^{\infty} \delta(t - t_0) e^{-st} dt \\ &= \int_{t_0 - \epsilon}^{t_0 + \epsilon} \delta(t - t_0) e^{-st} dt \\ &= e^{-st_0} \int_{t_0 - \epsilon}^{t_0 + \epsilon} \delta(t - t_0) dt \\ &= e^{-st_0}\end{aligned}$$

اس جواب کو مساوات 13.13 میں دی گئی خاصیت نمونہ بندی کی مدد سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے یعنی

$$\mathcal{L}[\delta(t - t_0)] = \int_0^{\infty} \delta(t - t_0) e^{-st} dt$$

میں $e^{-st} = f(t)$ تصور کرتے ہوئے خاصیت نمونہ بندی استعمال کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(13.14) \quad \mathcal{L}[\delta(t - t_0)] = F(s) = e^{-st_0}$$

چونکہ $e^{-0s} = 1$ کے برابر ہے لہذا درج بالا سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(13.15) \quad \mathcal{L}[\delta(t)] = F(s) = 1$$

13.3 لاپلاس بدل کی جوڑیاں

آئیں کئی اہم لاپلاس بدل کی جوڑیاں حاصل کریں۔

مثال 13.4: تفاعل $f(t) = 1$ کا لاپلاس بدل حاصل کریں۔

حل: لاپلاس مکمل لکھتے ہوئے حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[1] &= \int_0^{\infty} 1e^{-st} dt \\ &= \left. \frac{e^{-st}}{-s} \right|_0^{\infty} \\ &= \frac{1}{s}\end{aligned}$$

مثال 13.5: تفاعل $f(t) = t$ کا لاپلاس بدل دریافت کریں۔

حل: لاپلاس مکمل استعمال کرتے ہیں۔

$$F(s) = \int_0^{\infty} te^{-st} dt$$

مکمل کو ٹکڑوں میں حاصل کرنے کی خاطر ہم

$$\begin{aligned}u &= t \\ dv &= e^{-st} dt\end{aligned}$$

لیتے ہیں۔ یوں

$$\begin{aligned}du &= dt \\ v &= \int e^{-st} dt = -\frac{e^{-st}}{-s}\end{aligned}$$

ہو گا لہذا

$$\begin{aligned}F(s) &= -\frac{t}{s}e^{-st} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-st}}{s} dt \\ &= \frac{1}{s^2} \quad \sigma > 0\end{aligned}$$

(13.16)

حاصل ہوتا ہے۔

مثال 13.6: تفاعل e^{at} کا لاپلاس بدل حاصل کریں۔

حل:

$$\begin{aligned}
 F(s) &= \int_0^{\infty} e^{at} e^{-st} dt \\
 &= \int_0^{\infty} e^{-(s-a)t} dt \\
 &= \frac{e^{-(s-a)t}}{-(s-a)} \Big|_0^{\infty} \quad \sigma > 0 \\
 &= \frac{1}{s-a}
 \end{aligned}$$

مثال 13.7: تفاعل $\cos \omega t$ کا لاپلاس بدل حاصل کریں۔

حل: کوسائن کو $\frac{e^{+j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$ لکھتے ہوئے لاپلاس مکمل حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 F(s) &= \int_0^{\infty} \frac{e^{+j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} e^{-st} dt \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-(s-j\omega)t} + e^{-(s+j\omega)t}}{2} dt \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{s-j\omega} + \frac{1}{s+j\omega} \right) \quad \sigma > 0 \\
 &= \frac{s}{s^2 + \omega^2}
 \end{aligned}$$

مثال 13.8: تقابل $\sin \omega t$ کا لاپلاس بدل حاصل کریں۔

حل: سائن کو $\frac{e^{+j\omega t} - e^{-j\omega t}}{j2}$ لکھتے ہوئے لاپلاس مکمل حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} F(s) &= \int_0^{\infty} \frac{e^{+j\omega t} - e^{-j\omega t}}{j2} e^{-st} dt \\ &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-(s-j\omega)t} - e^{-(s+j\omega)t}}{j2} dt \\ &= \frac{1}{j2} \left(\frac{1}{s-j\omega} - \frac{1}{s+j\omega} \right) \quad \sigma > 0 \\ &= \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \end{aligned}$$

جدول میں کئی لاپلاس بدل کی جوڑیاں پیش کی گئی ہیں۔

