

برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

1	بنیاد	1
1	برقی بار، برقی رواور برقی دباو	1.1
6	قانون اوہم	1.2
8	توانائی اور طاقت	1.3
15	برقی پڑے	1.4
15	غیر تابع منبع	1.4.1
17	تابع منبع	1.4.2
27	مزامتی ادوار	2
27	قانون اوہم	2.1
35	قوانین کر خوف	2.2
51	سلسلہ وار جڑے پڑوں میں رو	2.3
52	تقسیم دباو	2.4
55	متعدد سلسلہ وار مزاحمت	2.5
58	سلسلہ وار متعدد منبع دباو اور مزاحمت	2.6
59	متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباو پایا جاتا ہے	2.7
61	تقسیم رو	2.8
68	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت	2.9
73	تخصیص مزاحمت	2.10
76	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل	2.11
84	ستارہ-تکون تبادلہ	2.12
91	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	2.13
101	ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب	3
101	تجزیہ جوڑ	3.1
104	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.2
117	تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.3
123	غیر تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.4

132	تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.5
139	دائری تجزیہ	3.6
140	غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.7
148	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.8
154	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.9
158	دائری ترکیب اور ترکیب جوڑ کا موازنہ	3.10

161	حسابی ایپلیفائر	4
171	کامل حسابی ایپلیفائر	4.1
171	منفی ایپلیفائر	4.2
174	مثبت ایپلیفائر	4.3
176	مستقام کار	4.4
176	منفی کار	4.5
178	جمع کار	4.6
181	متوازن اور غیر متوازن صورت	4.7
185	موازنہ کار	4.8
185	آلاتی ایپلیفائر	4.9

187	مسئلے	5
187	مساوی دور	5.1
187	مسئلہ خطیت	5.2
191	مسئلہ نفاذ	5.3
201	مساوی ادوار	5.4
206	مسئلہ تھون، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ متبادلہ منبع	5.5
225	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	5.6
231	تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں استعمال کرنے والے ادوار	5.7
239	زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ	5.8

247	برق گیر اور امالہ گیر	6
247	برق گیر	6.1
261	امالہ گیر	6.2
270	برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات	6.3
273	سلسلہ وار جڑے برق گیر	6.4
277	متوازی جڑے برق گیر	6.5
281	سلسلہ وار امالہ گیر	6.6
283	متوازی امالہ گیر	6.7
287	حسابی ایپلیفائر کے RC ادوار	6.8
288	تفرق کار	6.9

293	عارضی رد عمل	7
293	تعارف	7.1
293	ایک درجی ادوار	7.2

295	7.2.1	رد عمل کی عمومی مساوات
321	7.3	دھڑکن
328	7.4	دو درجی ادوار
359	8	برقرار حالت بدلتی رو
359	8.1	سائن نمائندگی

باب 8

برقرار حالت بدلتی رو

8.1 سائن نما تفاعل

سائن نما¹ تفاعل سے مراد سائن تفاعل $\sin \theta$ اور کوسائن تفاعل $\cos \theta$ ہیں۔ شکل 8.1-الف میں رداس A_0 کے گول دائرے پر ایک نقطہ یکساں رفتار کے ساتھ، گھڑی کی گردش کی الٹ سمت میں، حرکت کر رہا ہے۔ یہ دائرہ کارڈیسی محدود² کے مرکز $(0, 0)$ پر پایا جاتا ہے۔ لمحہ t پر زاویہ θ کی قیمت θ کے برابر ہے۔ نقطے سے x محدود پر عمودی کیلر محدود کو $x(t)$ پر نکراتی ہے جبکہ y محدود پر عمودی کیلر $y(t)$ پر نکراتی ہے۔ شکل کو دیکھتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(8.1) \quad y(t) = A_0 \sin \theta$$

جہاں A_0 موج کی چوٹی ہے جسے موج کا محیط³ کہتے ہیں اور θ کو تفاعل کا دلیل⁴ کہتے ہیں۔ اس مساوات میں θ از خود وقت t پر منحصر ہے۔

¹ sinusoidal
² Cartesian coordinates
³ amplitude
⁴ ایک ماہر ریاضی اپنی خیالی دنیا میں کوسائن $\cos \theta$ تفاعل کے ساتھ بحث میں مصروف ہوتا ہے۔ ماہر ریاضی تفاعل کو دلیل کے طور پر صفر پیش کرتا ہے۔ تفاعل اس کا فوراً جواب اکائی $(\cos 0 = 1)$ دیتا ہے۔
⁵ argument

گردش کرتا نقطہ ایک چکر میں 360° درجے کا زاویہ یعنی 2π ریڈیئن طے کرتا ہے۔ ایک چکر کاٹنے کے لئے درکار دورانیے کو دوری عرصہ⁶ کہتے ہیں جسے T سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مشق 8.1: شکل 8.1-الف میں نقطہ ایک چکر 20 ms میں پورا کرتا ہے۔ یہ نقطہ ایک سیکنڈ میں کتنے چکر پورا کرے گا۔ یہ نقطہ ایک سیکنڈ میں کتنے ریڈیئن کا زاویہ طے کرتا ہے۔

جوابات: 50 چکر، $100\pi \text{ rad}$

اگر ایک چکر کاٹنے کے لئے T سیکنڈ کا وقت درکار ہو تب ایک سیکنڈ میں چکروں کی تعداد $\frac{1}{T}$ ہوگی جسے تعدد⁷ کہتے اور f سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$(8.2) \quad f = \frac{1}{T}$$

تعدد کی اکائی ہرٹز⁸ ہے جسے Hz سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ایک چکر 2π ریڈیئن کو کہتے ہیں لہذا f چکر سے مراد $2\pi f$ ریڈیئن کا زاویہ ہے۔ یوں f تعدد پر گردش کرتا نقطہ ایک سیکنڈ میں $2\pi f$ ریڈیئن کا زاویہ طے کرے گا یعنی اس کی زاویائی رفتار⁹ کی قیمت $2\pi f$ ہوگی۔ زاویائی رفتار کو ω سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ اس کی اکائی ریڈیئن فی سیکنڈ rads^{-1} ہے۔

$$(8.3) \quad \omega = 2\pi f$$

زاویائی رفتار ω سے گردش کرتا ہوا نقطہ t سیکنڈ میں $2\pi ft$ ریڈیئن کا زاویہ طے کرے گا۔ یوں اگر $t = 0$ پر نقطہ عین x محدد کے مثبت حصے پر ہو تب لمحہ t پر

$$(8.4) \quad \theta = \omega t = 2\pi ft$$

time period⁶
frequency⁷
Hertz⁸
angular speed⁹

لکھا جائے گا۔ یوں مساوات 8.1 کو

$$\begin{aligned} y(t) &= A_0 \sin 2\pi f t \\ (8.5) \quad &= A_0 \sin \frac{2\pi}{T} t \\ &= A_0 \sin \omega t \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

برقی میدان میں $y(t)$ وقت کے ساتھ بدلتے دباؤ یا وقت کے ساتھ بدلتی رو کو ظاہر کر سکتی ہے۔ مساوات 8.5 میں دیے تفاعل، جسے شکل 8.1-ب میں دکھایا گیا ہے، کا آزاد متغیر وقت t ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ تفاعل ہر T سیکنڈ کے بعد اپنے آپ کو دہراتا ہے۔ اس حقیقت کو ریاضی میں درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$(8.6) \quad y(t + T) = y(t)$$

جس سے مراد یہ ہے کہ تفاعل کی قیمت لمحہ t اور لمحہ $t + T$ پر برابر ہیں۔

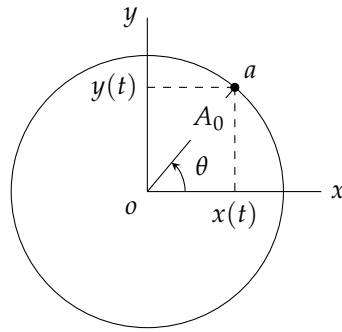
مساوات 8.5 کے خط کو ωt کے ساتھ بھی کھینچا جاسکتا ہے۔ ایسا ہی شکل 8.1-پ میں دکھایا گیا ہے جہاں سے واضح ہے کہ یہ تفاعل ہر 2π ریڈیئن کے بعد اپنے آپ کو دہراتا ہے۔

مشق 8.2: شکل 8.1-الف میں گردش کرتا نقطہ 0.2 s میں 40° کا زاویہ طے کرتا ہے۔ زاویائی رفتار، تعدد اور دوری عرصہ دریافت کریں۔

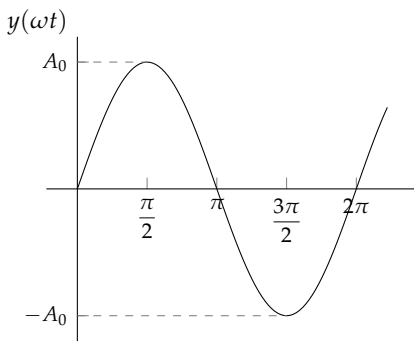
$$\text{جوابات: } T = \frac{5}{9} \text{ s} , f = 1.8 \text{ Hz} , \omega = \frac{10\pi}{9} \text{ rad s}^{-1}$$

شکل 8.2 میں عمومی صورت حال دکھائی گئی ہے جہاں ω زاویائی رفتار سے گردش کرتا نقطہ، لمحہ $t = 0$ پر زاویہ α پر پایا جاتا ہے۔ یہ نقطہ وقت t کے دوران ωt زاویہ طے کرتے ہوئے $\theta = \omega t + \alpha$ پہنچ جائے گا لہذا اس کے لئے

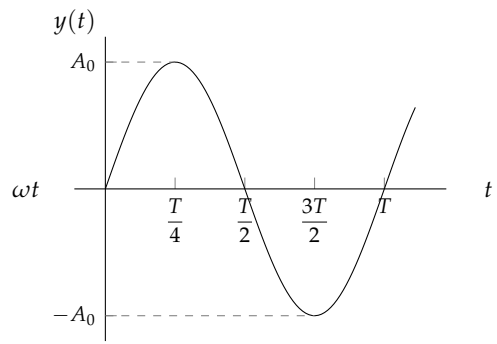
$$(8.7) \quad y(t) = A_0 \sin(\omega t + \alpha)$$



الف

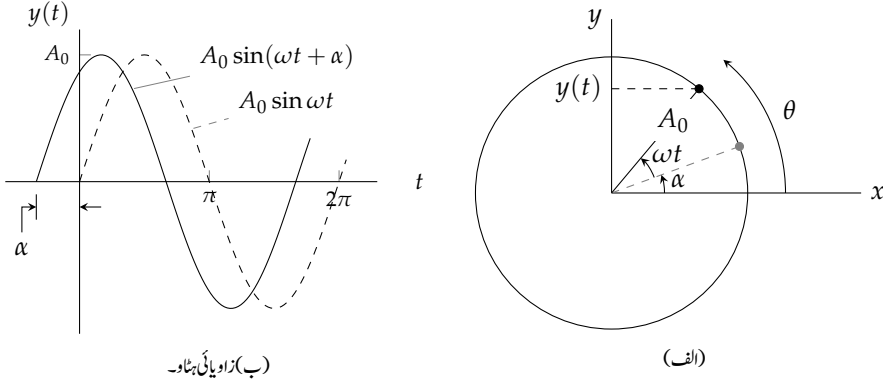


(پ)



(ب)

شکل 8.1: سائن موج۔



شکل 8.2: لمحہ $t = 0$ پر زاویہ α ہے۔

لکھا جاسکتا ہے جہاں α کو زاویائی ہٹاؤ¹⁰ کہتے ہیں۔ اس مساوات کا دلیل $\omega t + \alpha$ ہے۔ شکل 8.2-ب میں مساوات 8.5 اور مساوات 8.7 کو دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ان مساوات میں α زاویائی فرق¹¹ پایا جاتا ہے۔ مساوات 8.5 سے مساوات 8.7 α ریڈین آگے¹² ہے۔ یہ بھی کہا جاسکتا ہے کہ مساوات 8.7 سے مساوات 8.5 α ریڈین پیچھے¹³ ہے۔ ایک ہی تعدد کے دو تفاعل

$$(8.8) \quad \begin{aligned} y_1(t) &= A_{01} \sin(\omega t + \alpha) \\ y_2(t) &= A_{02} \sin(\omega t + \beta) \end{aligned}$$

میں $y_1(t)$ تفاعل $y_2(t)$ سے $\alpha - \beta$ ریڈین آگے ہے۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ $y_2(t)$ تفاعل $y_1(t)$ سے $\beta - \alpha$ ریڈین آگے ہے یا کہ $y_1(t)$ تفاعل $y_2(t)$ سے $\beta - \alpha$ ریڈین پیچھے ہے۔ اگر $\alpha = \beta$ ہو تب تفاعل ہم زاویہ¹⁴ کہلاتے ہیں جبکہ $\alpha \neq \beta$ کی صورت میں تفاعل الگ زاویہ¹⁵ کہلاتے ہیں۔

زاویائی ہٹاؤ کو عموماً درجوں میں بیان کیا جاتا ہے لہذا $\alpha = \frac{\pi}{4}$ کی صورت میں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(8.9) \quad y(t) = A_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = A_0 \sin(\omega t + 45^\circ)$$

phase angle¹⁰
phase difference¹¹
lead¹²
lag¹³
in phase¹⁴
out of phase¹⁵

باضابطہ طور پر چونکہ ωt کی قیمت ریڈیئن میں ہے لہذا α کی قیمت بھی ریڈیئن میں ہونا لازم ہے لہذا تفاعل لکھنے کا صحیح طریقہ $y(t) = A_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ ہی ہے لیکن زاویائی ہٹاو کو درجوں میں لکھنے کی روایت نہایت مقبول ہے لہذا اس کتاب میں بھی اس روایت کو برقرار رکھا جائے گا۔ مساوات 8.9 میں 45° لکھتے ہوئے زیر بالا میں درجے کی علامت ($^\circ$) استعمال کی گئی ہے جبکہ $\frac{\pi}{4}$ پر کوئی علامت نہیں لگائی گئی۔ اسی علامت سے ریڈیئن یا درجوں کی پہچان کی جاتی ہے۔

مثال 8.1: مساوات $y_1(t) = 15 \sin(100t + 60^\circ)$ اور $y_2(t) = 22 \sin(200t + 0.2\pi)$ کی قیمت $t = 25 \text{ ms}$ پر دریافت کریں۔

حل: پہلی تفاعل میں 50° کا زاویائی ہٹاو $\frac{60^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{\pi}{3}$ ریڈیئن کے برابر ہے۔ یوں لمحہ $t = 25 \text{ ms}$ پر

$$y_1(0.025) = 15 \sin\left(100 \times 25 \times 10^{-3} + \frac{\pi}{3}\right) = -5.918619766$$

اور

$$y_2(0.025) = 22 \sin(200 \times 0.025 + 0.2\pi) = -13.39917888$$

حاصل ہوتے ہیں۔

اگرچہ اب تک کی بحث میں ہم نے سائن تفاعل استعمال کیا، ہم اس کی جگہ کو سائن تفاعل بھی استعمال کر سکتے تھے۔ ان دو تفاعل کی صورت بالکل یکساں ہے پس دونوں میں 90° کا زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔

$$(8.10) \quad \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \omega t$$

$$(8.11) \quad \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \omega t$$

سائن نما تفاعل کے دلیل کے ساتھ 2π ریڈیئن یا 360° کا مضرب جمع کرنے سے تفاعل کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی۔

$$(8.12) \quad \cos(\omega t + \alpha + 2\pi n) = \cos(\omega t + \alpha) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$(8.13) \quad \sin(\omega t + \alpha + 2\pi n) = \sin(\omega t + \alpha) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

دو سائنس نما تفاعل میں زاویائی فرق تین شرائط پورا کرنے کے بعد دریافت کیا جاسکتا ہے۔ پہلی شرط یہ ہے کہ دونوں تفاعل کی تعدد برابر ہو۔ دوسری شرط یہ ہے کہ دونوں کو سائنس تفاعل اور یا پھر دونوں کو کوسائنس تفاعل کی صورت میں لکھا جائے۔ تیسری اور آخری شرط یہ ہے کہ دوسری شرط میں لکھے گئے تفاعل کے حیثے مثبت ہوں۔ درج ذیل مماثل ان شرائط کو پورا کرنے میں مدد دیتے ہیں۔

$$(8.14) \quad -\sin(\omega t + \alpha) = \sin(\omega t + \alpha \pm 180^\circ)$$

$$(8.15) \quad -\cos(\omega t + \alpha) = \cos(\omega t + \alpha \pm 180^\circ)$$

ان کے علاوہ درج ذیل مماثل بھی نہایت اہم ثابت ہوتے ہیں۔

$$(8.16) \quad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$(8.17) \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

مثال 8.2: درج ذیل تفاعل کے خط کھینچیں۔

$$v(t) = 1 \cos(\omega t + 60^\circ) \bullet$$

$$v(t) = 1 \cos(\omega t + 240^\circ) \bullet$$

$$v(t) = 1 \cos(\omega t - 300^\circ) \bullet$$

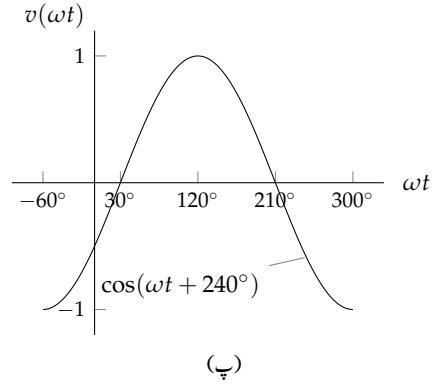
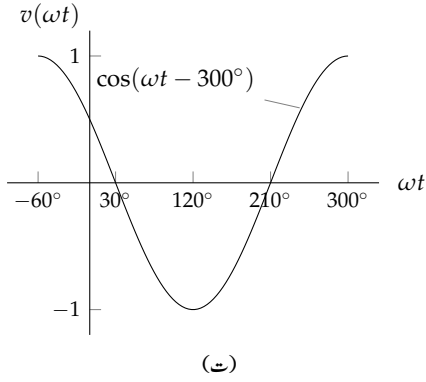
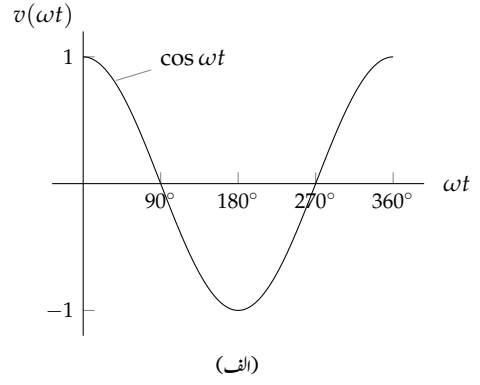
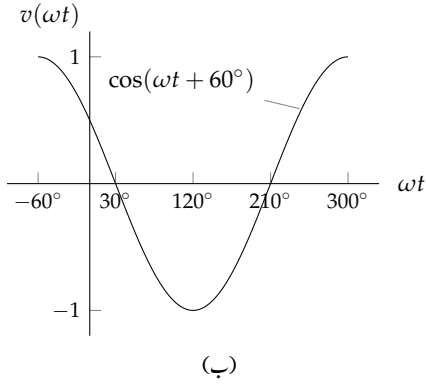
حل: شکل 8.3-الف میں $v(\omega t) = 1 \cos \omega t$ کا خط دکھایا گیا ہے۔ اس کو افقی محور پر 60° درجے بائیں منتقل کرنے سے $v(\omega t) = 1 \cos(\omega t + 60^\circ)$ کا خط حاصل ہوتا ہے جسے شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں

$$v(\omega t) = 1 \cos(\omega t + 240^\circ) = 1 \cos(\omega t + 60^\circ + 180^\circ) = -1 \cos(\omega t + 60^\circ)$$

جہاں مساوات 8.15 کا استعمال کیا گیا ہے۔ درج بالا مساوات کو شکل-پ میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ شکل-ب کا منفی ہے۔ اسی طرح مساوات 8.12 کی مدد سے

$$v(\omega t) = 1 \cos(\omega t - 300^\circ) = 1 \cos(\omega t - 300^\circ + 360^\circ) = 1 \cos(\omega t + 60^\circ)$$

لکھتے ہوئے شکل-ت حاصل ہوتی ہے جو عین شکل-ب ہی ہے۔



شکل 8.3: مثال 8.2 کے خط۔

مثال 8.3: درج ذیل امواج کی تعدد ہر ٹز میں حاصل کریں۔ امواج کے مابین زاویائی فرق دریافت کریں۔ یہ بھی بتلائیں کہ کونسی موج آگے ہے۔

$$\begin{aligned}v_1(\omega t) &= 100 \sin(400t - 30^\circ) \\v_2(\omega t) &= -250 \cos(400t + 0.2\pi)\end{aligned}$$

حل: ان امواج میں $\omega = 400 \text{ rad s}^{-1}$ ہے لہذا

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{400}{2\pi} = 63.66 \text{ Hz}$$

ہو گا۔ زاویائی فرق دریافت کرنے کی خاطر دونوں امواج کو مثبت حیٹے کے کو سائن موج کی صورت میں لکھتے ہیں۔ ساتھ ہی ساتھ ان کے زاویائی ہٹاؤ کو درجوں میں لکھتے ہیں۔ یوں

$$\begin{aligned}v_1(\omega t) &= 100 \sin(400t - 30^\circ) \\&= 100 \cos(400t - 30^\circ - 90^\circ) \\&= 100 \cos(400t - 120^\circ) \\&= 100 \cos(400t + 240^\circ)\end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں آخری قدم پر مساوات 8.12 کا استعمال کیا گیا۔ اسی طرح

$$\begin{aligned}v_2(\omega t) &= -250 \cos(400t + 0.2\pi) \\&= 250 \cos(400t + 0.2\pi + \pi) \\&= 250 \cos(400t + 216^\circ)\end{aligned}$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ ان امواج کے مابین 24° کا زاویائی فرق پایا جاتا ہے اور موج $v_1(\omega t)$ آگے ہے۔

