

برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

1	بنیاد	1
1	برقی بار، برقی رواور برقی دباو	1.1
6	قانون اوہم	1.2
8	توانائی اور طاقت	1.3
15	برقی پڑے	1.4
15	غیر تابع منبع	1.4.1
17	تابع منبع	1.4.2
27	مزا حتمی ادوار	2
27	قانون اوہم	2.1
35	قوانین کر خوف	2.2
51	سلسلہ وار جڑے پڑوں میں رو	2.3
52	تقسیم دباو	2.4
56	متعدد سلسلہ وار مزاحمت	2.5
59	سلسلہ وار متعدد منبع دباو اور مزاحمت	2.6
61	متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباو پایا جاتا ہے	2.7
61	تقسیم رو	2.8
69	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت	2.9
74	تخصیص مزاحمت	2.10
77	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل	2.11
85	ستارہ-تکون تبادلہ	2.12
92	تابع منبع استعمال کرتے ادوار	2.13
101	جوڑ اور دائری تجزیہ	3
101	تجزیہ جوڑ	3.1
104	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.2
117	تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.3
122	غیر تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.4

132	تابع منبع دباوا استعمال کرنے والے ادوار	3.5
139	دائرہ کی تجزیہ	3.6
140	غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.7
148	غیر تابع منبع روا استعمال کرنے والے ادوار	3.8
154	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.9

باب 3

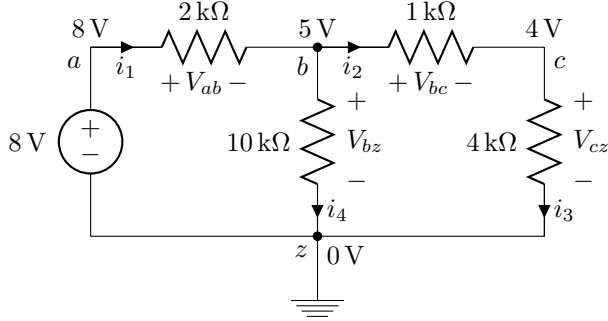
جوڑ اور دائری تجزیہ

گزشتہ باب میں سادہ ترین ادوار کو کرخوف قوانین سے حل کرنا دکھایا گیا۔ اس باب میں متعدد جوڑ اور متعدد دائروں والے ادوار کو کرخوف قوانین سے حل کرنا دکھایا جائے گا۔ کرخوف قانون رو سے ہر جوڑ پر داخلی اور خارجی رو کے مجموعوں کو برابر پر کرتے ہوئے دور کے تمام جوڑوں پر دباؤ حاصل کیا جاتا ہے۔ اس کے برعکس کرخوف قانون دباؤ کی مدد سے دور کے ہر دائرے میں دباؤ کے گھٹاؤ کے مجموعے کو دائرے میں دباؤ کے بڑھاؤ کے مجموعے کے برابر پر کرتے ہوئے تمام دائروں کی رو حاصل کی جاتی ہے۔ عموماً دور یا تو کرخوف قانون دباؤ اور یا کرخوف قانون رو سے زیادہ آسانی سے حل ہوتا ہے۔ آسان طریقہ چننا اس باب میں سکھایا جائے گا۔

3.1 تجزیہ جوڑ

دور کو ترکیب جوڑ¹ سے حل کرتے ہوئے جوڑ کے دباؤ کو نامعلوم متغیرات چننا جاتا ہے۔ کسی ایک جوڑ کو حوالہ چنتے ہوئے بقایا جوڑ کے دباؤ اس جوڑ سے ناپے جاتے ہیں۔ یوں جس جوڑ کو حوالہ چننا گیا ہو، اس کی دباؤ کو صفر وولٹ تصور کیا جاتا ہے اور اس جوڑ کو بقی زمین کہا جاتا ہے۔ عموماً اس جوڑ کو برقی زمین چننا جاتا ہے جس کے ساتھ سب سے زیادہ پرزے جڑے ہوں۔ عموماً آلات کو موصل ڈبوں میں بند رکھا جاتا ہے اور عام طور دور کے برقی زمین کو ڈبے کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ ایسی صورت میں ڈبے کی سطح بھی 0V پر ہوتی ہے۔

¹ nodal analysis



شکل 3.1: دباؤ جوڑ سے بازو کی رو حاصل کی جاسکتی ہے۔

ہم دباؤ جوڑ کے متغیرات کو مثبت تصور کریں گے۔ حقیقی دباؤ کی قیمت زمین کی نسبت سے منفی ہونے کی صورت میں تجزیے سے منفی قیمت حاصل ہوگی۔

آئیں دباؤ جوڑ جاننے کی افادیت کو شکل 3.1 کی مدد سے جانیں۔ اس دور میں a ، b ، c اور z جوڑ پائے جاتے ہیں۔ ہم نے جوڑ z کو برقی زمین چننا ہے لہذا اس کی دباؤ $0V$ ہے۔ بقایا تین جوڑ کی دباؤ کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ برقی زمین کو علامت سے ظاہر کیا گیا ہے۔

بالائی بائیں مزاحمت پر دباؤ درج ذیل پایا جاتا ہے

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_a - V_b \\ &= 8 - 5 \\ &= 3V \end{aligned}$$

لہذا قانون اوہم سے مزاحمت میں رو درج ذیل حاصل کی جاتی ہے۔

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{V_{ab}}{2k\Omega} \\ &= \frac{3}{2000} \\ &= 1.5mA \end{aligned}$$

اسی طرح بالائی دائیں مزاحمت پر دباؤ درج ذیل ہوگا

$$\begin{aligned} V_{bc} &= V_b - V_c \\ &= 5 - 4 \\ &= 1V \end{aligned}$$

جس سے رو

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{V_{bc}}{1 \text{ k}\Omega} \\ &= \frac{1}{1000} \\ &= 1 \text{ mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتی ہے۔ درمیانے مزاحمت پر دباؤ اور اس کی رو درج ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned} V_{bz} &= V_b - V_z \\ &= 5 - 0 \\ &= 5 \text{ V} \\ i_4 &= \frac{V_{bz}}{10 \text{ k}\Omega} \\ &= \frac{5}{10000} \\ &= 0.5 \text{ mA} \end{aligned}$$

چونکہ $1 \text{ k}\Omega$ اور $4 \text{ k}\Omega$ سلسلہ وار جڑے ہیں لہذا $4 \text{ k}\Omega$ میں بھی 1 mA رو پائی جائے گی۔ آپ اسی قیمت کو دباؤ جوڑ سے بھی حاصل کر سکتے ہیں یعنی

$$\begin{aligned} V_{cz} &= V_c - V_z \\ &= 4 - 0 \\ &= 4 \text{ V} \\ i_3 &= \frac{V_{cz}}{4 \text{ k}\Omega} \\ &= \frac{4}{4000} \\ &= 1 \text{ mA} \end{aligned}$$

یہاں اطمینان کر لیں کہ تمام جوڑوں پر آمدی رو اور خارجی رو برابر ہوں۔ جوڑ b پر آمدی رو 1.5 mA ہے جو خارجی رو کے مجموعے $1 \text{ mA} + 0.5 \text{ mA}$ کے عین برابر ہے۔ اسی طرح جوڑ c پر آمدی اور خارجی رو 1 mA ہیں۔ جوڑ a پر کرنوف قانون رو سے منبع دباؤ کے مثبت سرے سے خارجی رو 1.5 mA حاصل ہوتی ہے۔

کسی بھی دو جوڑ m اور n کے مابین جڑی مزاحمت R_{mn} کی رو i_R قانون اوہم

$$(3.1) \quad i_R = \frac{v_m - v_n}{R_{mn}}$$

سے حاصل کی جاتی ہے۔

اب جب ہم دباؤ جوڑ کی افادیت جان چکے ہیں انہیں ترکیب جوڑ پر غور کریں۔ اگر دور میں J جوڑ پائے جاتے ہوں تب ہمیں J دباؤ دریافت کرنے ہوں گے۔ کسی ایک جوڑ کو زمین چنتے ہوئے اس کی دباؤ $0V$ تصور کی جاتی ہے۔ یوں بقایا $J - 1$ جوڑ کی دباؤ کو نامعلوم متغیرات تصور کیا جاتا ہے۔ ان $J - 1$ جوڑ پر کرخوف قانون رو کا اطلاق کرتے ہوئے $J - 1$ مساوات لکھے جاتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ $J - 1$ متغیرات معلوم کرنے کی خاطر $J - 1$ ہمزاد مساوات درکار ہیں۔ یوں ان $J - 1$ ہمزاد مساوات کے حل سے تمام نامعلوم دباؤ جوڑ حاصل ہوتے ہیں۔ کسی بھی جوڑ پر کرخوف کی مساوات لکھتے ہوئے جوڑ سے منسلک تمام بازو کی رو کو مساوات 3.1 کی طرز پر لکھا جاتا ہے۔ یوں مزاحمت جانتے ہوئے، رو کو نامعلوم دباؤ کی صورت میں لکھا جاتا ہے۔ اس طرح کرخوف قانون رو کی مساوات میں صرف نامعلوم دباؤ بطور متغیرات پائے جائیں گے۔

یاد رہے کہ برقی دباؤ دو نقطوں کے مابین ہوتا ہے۔ کسی نقطے کی حتمی دباؤ کوئی معنی نہیں رکھتی۔ جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہوئے جوڑ کا دباؤ زمین کے حوالے سے ناپا جاتا ہے۔ یوں شکل 3.1 میں جوڑ a کا دباؤ جوڑ z کے حوالے سے $8V$ ہے اور جوڑ b کا دباؤ جوڑ z کے حوالے سے $5V$ ہے۔ اس کے برعکس جوڑ b کے حوالے سے جوڑ a کا دباؤ $3V$ ہے جبکہ جوڑ a کے حوالے سے جوڑ c کا دباؤ $4V$ اور جوڑ z کا دباؤ $8V$ ہے۔

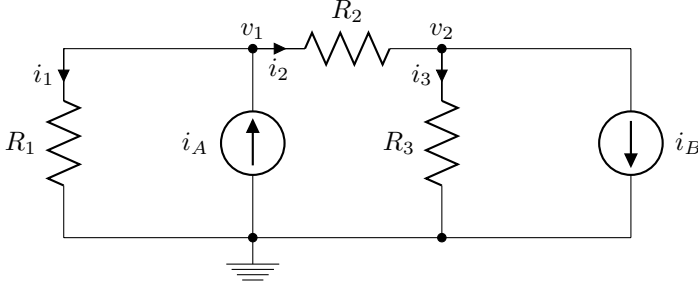
انہیں ترکیب جوڑ کو چند مثالوں کی مدد سے سیکھیں۔ ہم آسان ترین مثال سے شروع کرتے ہوئے بتدریج مشکل مثال پیش کریں گے۔

3.2 غیر تابع منبع روا استعمال کرنے والے ادوار

شکل 3.2 میں تین جوڑ والا دور دکھایا گیا ہے جن میں نچلے جوڑ کو زمین چننا گیا ہے۔ بقایا دو جوڑ کے نامعلوم برقی دباؤ کو متغیرات v_1 اور v_2 ظاہر کرتے ہیں۔ ہم تمام شاخوں میں رو کی سمت چنتے ہیں۔ یوں i_1 کو بالائی بائیں جوڑ سے زمین کی جانب رواں چننا گیا ہے۔ اسی طرح i_2 کو بالائی بائیں جوڑ سے بالائی دائیں جوڑ کی جانب رواں چننا گیا ہے جبکہ i_3 کو بالائی دائیں جوڑ سے زمین کی طرف رواں چننا گیا ہے۔

بالائی بائیں جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہیں۔ جوڑ سے خارجی رو کو مثبت اور داخلی رو کو منفی لکھتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.2) \quad i_1 - i_A + i_2 = 0$$



شکل 3.2: تین جوڑ والا دور۔

قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے اسے یوں

$$\frac{v_1}{R_1} - i_A + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = 0$$

یا

$$(3.3) \quad \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} = i_A$$

لکھا جاسکتا ہے۔ بالائی دائیں جوڑ کے لئے

$$(3.4) \quad -i_2 + i_3 + i_B = 0$$

اور

$$-\left(\frac{v_1 - v_2}{R_2} \right) + \frac{v_2}{R_3} + i_B = 0$$

یعنی

$$(3.5) \quad -\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) v_2 = -i_B$$

لکھا جائے گا۔ نچلے جوڑ یعنی برقی زمین پر کرخوف قانون روکی مساوات لکھتے ہیں۔

$$(3.6) \quad -i_1 + i_A - i_3 - i_B = 0$$

مساوات 3.2 اور مساوات 3.4 کے مجموعے کو منفی ایک سے ضرب دینے سے مساوات 3.6 حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 3.2، مساوات 3.4 اور مساوات 3.6 میں کسی بھی دو مساواتوں سے تیسری مساوات حاصل کی جاسکتی ہے۔ یوں ان میں

صرف دو عدد مساوات آزاد مساوات ہیں جبکہ تیسری مساوات تابع مساوات ہے۔ شکل 3.2 کے دور میں کل تین عدد جوڑ ہیں۔ آپ نے دیکھا کہ اس دور سے صرف دو عدد آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں یعنی $J = 3$ کی صورت میں $J - 1 = 2$ آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

مساوات 3.3 اور مساوات 3.5 کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$(3.7) \quad \begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} &= i_A \\ -\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) v_2 &= -i_B \end{aligned}$$

مثال 3.1: شکل 3.2 میں $i_A = 2 \text{ mA}$ ، $i_B = 5 \text{ mA}$ ، $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$ ، $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$ اور $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$ ہیں۔ تمام جوڑ پر دباؤ اور تمام شاخوں میں رو حاصل کریں۔

حل: مساوات 3.7 میں قیمتیں پُر کرتے ہیں

$$(3.8) \quad \begin{aligned} \left(\frac{1}{4000} + \frac{1}{6000} \right) v_1 - \frac{v_2}{6000} &= 0.002 \\ -\frac{v_1}{6000} + \left(\frac{1}{6000} + \frac{1}{2000} \right) v_2 &= -0.005 \end{aligned}$$

ان ہمزاد مساوات کو حل کرنے سے

$$\begin{aligned} v_1 &= 2 \text{ V} \\ v_2 &= -7 \text{ V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ دباؤ جوڑ جانتے ہوئے شاخوں کی رو قانون اوہم سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{v_1}{R_1} = \frac{2}{4000} = 0.5 \text{ mA} \\ i_2 &= \frac{v_1 - v_2}{R_2} = \frac{2 - (-7)}{6000} = 1.5 \text{ mA} \\ i_3 &= \frac{v_2}{R_3} = \frac{-7}{2000} = -3.5 \text{ mA} \end{aligned}$$

مساوات 3.7 کو قلابی مساوات² کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(3.9) \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix}$$

قالبی مساوات میں

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix}$$

لیتے ہوئے اسے یوں لکھا جاسکتا ہے

$$\mathbf{GV} = \mathbf{I}$$

جس سے

$$\mathbf{V} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{I}$$

حاصل ہوتا ہے لہذا

$$(3.10) \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix}$$

لکھا جائے گا۔

آج کل کمپیوٹر کا زمانہ ہے۔ کمپیوٹر کی مدد سے قلابی مساوات نہایت آسانی سے حل کئے جاسکتے ہیں۔ آپ سے التماس ہے کہ کمپیوٹر پر قلابی مساوات حل کرنا سیکھیں۔

مثال 3.2: درج بالا مثال میں تمام دباؤ جوڑ کو مساوات 3.10 کی مدد سے حل کریں۔

حل: مساوات 3.10 میں دی معلومات پر کرتے ہوئے لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2400} & -\frac{1}{6000} \\ -\frac{1}{6000} & \frac{1}{1500} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.005 \end{bmatrix}$$

قالب G کا ریاضی معکوس G^{-1} حاصل کرنے کی خاطر G کا شریک قالب شریک G

$$G_{\text{شریک}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1500} & \frac{1}{6000} \\ \frac{1}{6000} & \frac{1}{2400} \end{bmatrix}$$

اور قالب کی حتمی قیمت

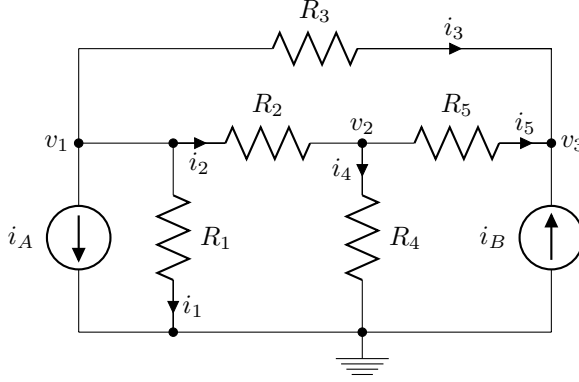
$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2400} & -\frac{1}{6000} \\ -\frac{1}{6000} & \frac{1}{1500} \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{2400} \right) \left(\frac{1}{1500} \right) - \left(-\frac{1}{6000} \right) \left(-\frac{1}{6000} \right) \\ = \frac{1}{4 \times 10^6}$$

درکار ہوں گے۔ یوں

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = 4 \times 10^6 \begin{bmatrix} \frac{1}{1500} & \frac{1}{6000} \\ \frac{1}{6000} & \frac{1}{2400} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.005 \end{bmatrix} \\ = 4 \times 10^6 \begin{bmatrix} 0.5 \times 10^{-6} \\ -1.75 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}$$

حاصل ہوتے ہیں یعنی $v_1 = 2V$ اور $v_2 = -7V$ ہیں۔

آئیں شکل 3.3 کے کرخوف قانون رو کے مساوات لکھیں۔ دور کے تمام شاخوں میں رو کی سمتیں چننی گئی ہیں۔ نچلے جوڑ کو زمین چننا گیا ہے اور یہی حقیقت زمین کی علامت سے ظاہر کی گئی ہے۔ دور میں کل چار ($J = 4$) عدد جوڑ ہیں لہذا



شکل 3.3: چار جوڑ کے دور سے تین عدد آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

اس سے تین $(J - 1 = 3)$ عدد آزاد مساوات حاصل کئے جائیں گے۔ پہلی جوڑ پر کرخوف قانون روا استعمال کرتے ہوئے

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_A = 0$$

لکھا جائے گا جہاں جوڑ سے خارج رو کو مثبت لکھا گیا ہے۔ انفرادی شاخ کی رو کو قانون اوہم سے پُر کرتے ہوئے

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} + \frac{v_1 - v_3}{R_3} + i_A = 0$$

یعنی

$$(3.11) \quad \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} = -i_A$$

حاصل ہوتا ہے۔ دوسرے جوڑ سے

$$-i_2 + i_4 + i_5 = 0$$

یعنی

$$-\left(\frac{v_1 - v_2}{R_2} \right) + \frac{v_2}{R_4} + \frac{v_2 - v_3}{R_5} = 0$$

یا

$$(3.12) \quad -\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) v_2 - \frac{v_3}{R_5} = 0$$

حاصل ہوتا ہے۔ تیسری جوڑ سے

$$-i_3 - i_5 - i_B = 0$$

یعنی

$$-\left(\frac{v_1 - v_3}{R_3}\right) - \left(\frac{v_2 - v_3}{R_5}\right) - i_B = 0$$

یا

$$(3.13) \quad -\frac{v_1}{R_3} - \frac{v_2}{R_5} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right) v_3 = i_B$$

حاصل ہوتا ہے۔

مساوات 3.11، مساوات 3.12 اور مساوات 3.13 کو اکٹھے لکھتے ہوئے

$$(3.14) \quad \begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} &= -i_A \\ -\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) v_2 - \frac{v_3}{R_5} &= 0 \\ -\frac{v_1}{R_3} - \frac{v_2}{R_5} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right) v_3 &= i_B \end{aligned}$$

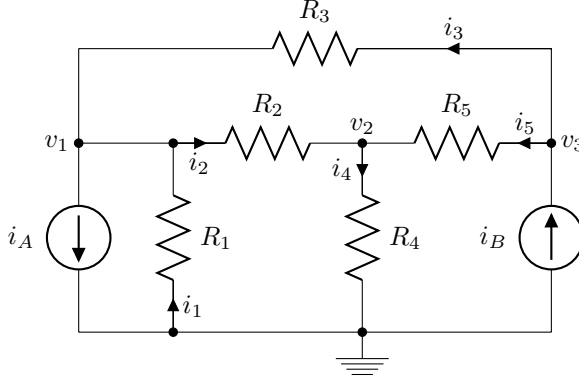
قابلی مساوات کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(3.15) \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} \\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_A \\ 0 \\ i_B \end{bmatrix}$$

مندرجہ بالا مساوات کا دایاں بازو منبع رو سے جوڑ میں داخل رو دیتی ہے جبکہ اس کا بایاں بازو جوڑ سے خارجی رو دیتی ہے۔

شکل 3.3 کو دوبارہ شکل 3.4 میں پیش کیا گیا ہے جہاں i_1 ، i_3 اور i_5 کی سمتیں گزشتہ سمتوں کے الٹ چنی گئی ہیں۔ تین جوڑ کے مساوات درج ذیل لکھے جائیں گے۔

$$\begin{aligned} i_A - i_1 + i_2 - i_3 &= 0 \\ -i_2 + i_4 - i_5 &= 0 \\ i_3 + i_5 - i_B &= 0 \end{aligned}$$



شکل 3.4: مزاحمتوں اور آزاد منبع رو کی قالمی مساوات رو کی چنی چنی ستوں پر منحصر نہیں۔

شانخوں کی رو قانون اوہم سے پُر کرتے ہوئے درج بالا کو یوں لکھا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} i_A - \left(\frac{0 - v_1}{R_1} \right) + \frac{v_1 - v_2}{R_2} - \left(\frac{v_3 - v_1}{R_3} \right) &= 0 \\ - \left(\frac{v_1 - v_2}{R_2} \right) + \frac{v_2}{R_4} - \left(\frac{v_3 - v_2}{R_5} \right) &= 0 \\ \frac{v_3 - v_1}{R_3} + \frac{v_3 - v_2}{R_5} - i_B &= 0 \end{aligned}$$

جنہیں ترتیب دینے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

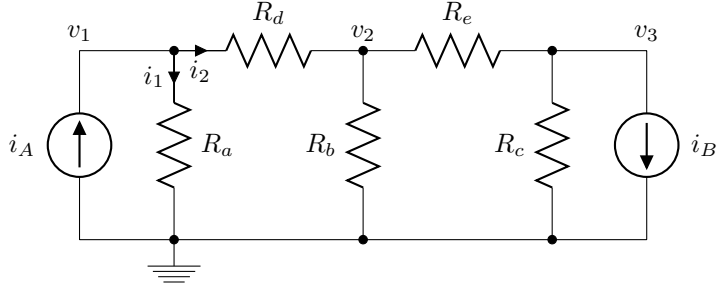
$$(3.16) \quad \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} = -i_A$$

$$(3.17) \quad -\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) v_2 - \frac{v_3}{R_5} = 0$$

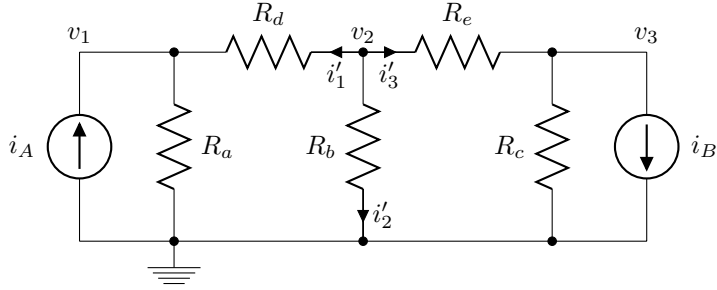
$$(3.18) \quad -\frac{v_1}{R_3} - \frac{v_2}{R_5} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) v_3 = i_B$$

اس کو قالمی مساوات کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(3.19) \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} \\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_A \\ 0 \\ i_B \end{bmatrix}$$



(الف)



(ب)

شکل 3.5: تمام جوڑ پر مزاحمتی شاخوں میں رو کی سمت جوڑ سے خارج ہوتی تصور کر سکتے ہیں۔

مساوات 3.15 اور مساوات 3.19 بالکل یکساں ہیں۔ یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ قابلی مساوات کا دائرہ مدار شاخوں میں رو کی چٹنی گئی سمتوں پر منحصر نہیں ہوتا۔ اس کتاب میں اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے ہم جوڑ پر کر خوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہوئے مزاحمتی شاخوں میں رو کی سمت جوڑ سے خارج ہوتی تصور کریں گے۔ آئیں اس ترکیب کو شکل 3.5 کی مدد سے سمجھیں۔

شکل 3.5-الف میں پہلے جوڑ پر تمام مزاحمتی شاخوں کی رو خارجی تصور کرتے ہوئے کر خوف قانون رو کے تحت خارجی رو کا مجموعہ داخلی رو کے مجموعے کے برابر پُر کرنے سے

$$(3.20) \quad i_1 + i_2 = i_A$$

یعنی

$$(3.21) \quad \frac{v_1}{R_a} + \frac{v_a - v_b}{R_d} = i_A$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل 3.5-ب میں دوسرے جوڑ پر تمام مزاحمتی رو کی سمت خارجی تصور کی گئی ہیں یوں

$$(3.22) \quad i'_1 + i'_2 + i'_3 = 0$$

یعنی

$$(3.23) \quad \frac{v_2 - v_1}{R_d} + \frac{v_2}{R_b} + \frac{v_2 - v_3}{R_e} = 0$$

لکھا جاسکتا ہے۔ تیسرے جوڑ پر یہی ترکیب استعمال کرتے ہیں۔ ہر جوڑ پر رو کی سمت شکل پر دکھانا ضروری نہیں ہے لہذا تیسرے جوڑ پر i'_1 اور i'_2 دکھانا ضروری نہیں ہے۔ ساتھ ہی ساتھ ہر مرتبہ مساوات 3.20 اور مساوات 3.22 کے طرز پر مساوات لکھنے کی بھی ضرورت نہیں ہے بلکہ دل ہی دل میں جوڑ پر تمام مزاحمتی شاخوں کی رو خارجی تصور کرتے ہوئے سیدھ و سیدھ مساوات 3.21 اور مساوات 3.23 کے طرز پر مساوات لکھے جاسکتے ہیں۔ تیسرے جوڑ پر ایسا ہی کرتے ہوئے درج ذیل مساوات لکھی جاسکتی ہے۔

$$(3.24) \quad \frac{v_3 - v_2}{R_e} + \frac{v_3}{R_c} + i_B = 0$$

اس کتاب میں ہم مساوات 3.24 کی طرح جوڑ پر کر خوف قانون رو کے مساوات لکھیں گے۔

مساوات 3.19 اور مساوات 3.15 میں قالبِ موصلیت G^3 کے بالائی بائیں کونے سے نچلے دائیں کونے تک ترچھی لکیر کے بالائی اور پٹلی اطراف پر یکساں رکن پائے جاتے ہیں۔ ایسا اتفاقی طور پر نہیں ہے بلکہ مزاحمتوں اور آزاد منبع رو پر مبنی کسی بھی دور کے G قالب کو تشاکل صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔ آئیں ان قالبوں پر مزید غور کریں۔

شکل 3.4 میں پہلے جوڑ کی دباو v_1 ، دوسرے جوڑ کی دباو v_2 اور تیسرے جوڑ کی دباو v_3 ہے۔ قالب میں بالائی یعنی پہلے صف کے رکن مساوات 3.16 سے حاصل کئے گئے۔ یہ مساوات پہلی جوڑ سے حاصل کی گئی ہے۔ اس جوڑ پر مزاحمت R_1 ، R_2 اور R_3 جڑے ہیں۔ ان مزاحمتوں کو متوازی جڑا تصور کرتے ہوئے مساوی مزاحمت R_{m1}

$$\frac{1}{R_{m1}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں $\frac{1}{R_{m1}}$ کو مساوی متوازی موصلیت G_{m1} کہا جاتا ہے۔ یوں قالب کے پہلے صف کا پہلا (بایاں) رکن پہلے جوڑ سے جڑے تمام مزاحمتوں کا مساوی متوازی موصلیت $\frac{1}{R_{m1}}$ ہے۔ اسی صف کا دوسرا رکن پہلے جوڑ

اور دوسرے جوڑ کے مابین جڑے مزاحمت کی موصلیت کا منفی $-\frac{1}{R_2}$ کے برابر ہے۔ اسی طرح پہلے صف کا تیسرا رکن، پہلے جوڑ اور تیسرے جوڑ کے مابین جڑے موصلیت کے منفی $-\frac{1}{R_3}$ کے برابر ہے۔ قالب کے دوسرے صف کے ارکان مساوات 3.17 سے حاصل کئے گئے۔ اس صف کا پہلا رکن پہلے اور دوسرے جوڑ کے مابین مساوی متوازی موصلیت کے منفی $-\frac{1}{R_2}$ کے برابر ہے۔ صف کا دوسرا رکن دوسرے جوڑ پر تمام مزاحمتوں کا مساوی متوازی موصلیت $\frac{1}{R_{m2}}$

$$\frac{1}{R_{m2}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

ہے جبکہ صف کا تیسرا رکن دوسرے اور تیسرے جوڑ کے مابین موصلیت کے منفی $-\frac{1}{R_3}$ کے برابر ہے۔ قالب کا تیسرا صف بھی اسی طرح حاصل کیا جاسکتا ہے۔ قالبی مساوات میں دائیں ہاتھ قالب دو⁴ کے ارکان بالترتیب پہلے، دوسرے اور تیسرے جوڑ پر جڑے منبع رو سے جوڑ میں داخل ہوتی رو ہے۔ منبع رو کی غیر موجودگی میں قالب کے رکن کو صفر لکھا جاتا ہے۔ کسی بھی جوڑ پر ایک سے زیادہ منبع رو کی صورت میں جوڑ پر مجموعی داخلی رو، قالب کی رکن ہوگی۔ پہلی جوڑ پر منبع کی رو i_A ہے جو جوڑ سے خارجی جانب ہے لہذا اسے قالب رو میں $-i_A$ لکھا گیا ہے۔ دوسرے جوڑ پر کوئی منبع رو نسب نہیں لہذا قالب کا دوسرا رکن صفر ہے۔ تیسرے جوڑ پر منبع i_B کی رو جوڑ میں داخل ہوتی ہے لہذا قالب رو کا تیسرا رکن i_B ہے۔

ان معلومات کی مدد سے مزاحمت اور منبع رو پر مبنی $J + 1$ جوڑ کے دور کی قالبی مساوات دور کو دیکھ کر درج ذیل صورت میں لکھی جاسکتی ہے

$$(3.25) \quad \begin{bmatrix} +G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1J} \\ -G_{21} & +G_{22} & -G_{23} & \cdots & -G_{2J} \\ -G_{31} & -G_{32} & +G_{33} & \cdots & -G_{3J} \\ \vdots & & & & \\ -G_{J1} & -G_{J2} & -G_{J3} & \cdots & +G_{JJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_J \end{bmatrix}$$

جہاں G_{nm} سے مراد جوڑ n کے ساتھ منسلک تمام مزاحمتوں کی مساوی متوازی موصلیت جبکہ G_{nm} سے مراد جوڑ n اور m کے مابین مزاحمت کی موصلیت ہے۔ یہ مساوات لکھتے ہوئے جوڑ $J + 1$ کو زمین چننا گیا ہے۔ اگر جوڑ n اور جوڑ m کے مابین مزاحمت R_{nm} جڑی ہو تب جوڑ m اور جوڑ n کے مابین بھی یہی مزاحمت جڑی ہوگی لہذا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ

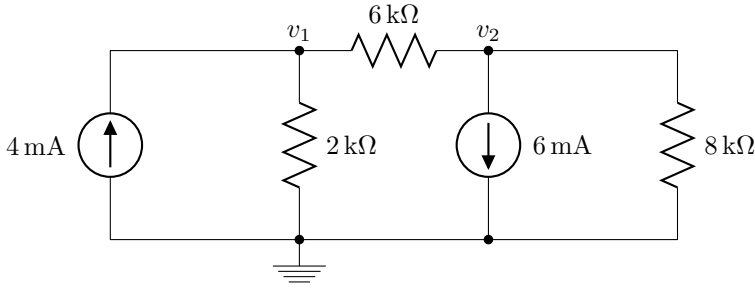
$$(3.26) \quad G_{nm} = G_{mn}$$

ہوگا اور یوں مساوات 3.25 کو درج ذیل صورت میں لکھا جاسکتا ہے

$$(3.27) \quad \begin{bmatrix} +G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1J} \\ -G_{12} & +G_{22} & -G_{23} & \cdots & -G_{2J} \\ -G_{13} & -G_{23} & +G_{33} & \cdots & -G_{3J} \\ \vdots & & & & \\ -G_{1J} & -G_{2J} & -G_{3J} & \cdots & +G_{JJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_J \end{bmatrix}$$

جس میں G کا قالب تشاکل ہے۔

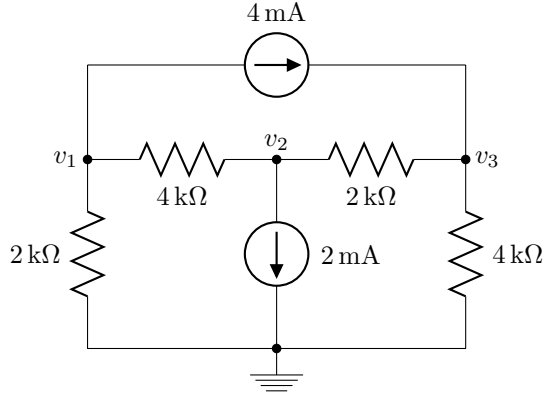
مشق 3.1: شکل 3.6 میں v_1 اور v_2 پر کرخوف قانون رو کے مساوات لکھتے ہوئے دور کی قالبی مساوات حاصل کریں۔ قالبی مساوات حل کرتے ہوئے نامعلوم دباو دریافت کریں۔



شکل 3.6: مشق 3.1 کا دور۔

جوابات: $v_2 = -20 \text{ V}$ ، $v_1 = 1 \text{ V}$

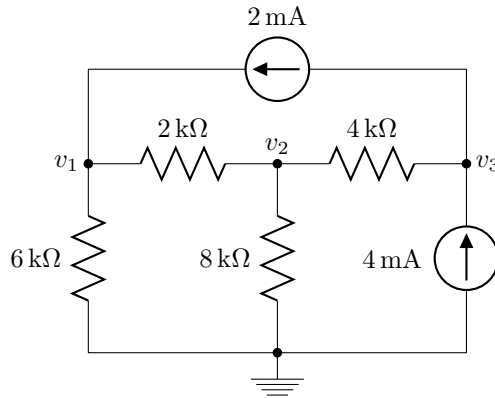
مشق 3.2: شکل 3.7 کی قالبی مساوات لکھتے ہوئے نامعلوم دباو حاصل کریں۔



شکل 3.7: مشق 3.2 کا دور۔

جوابات: $v_3 = 4\text{ V}$ ، $v_2 = -2\text{ V}$ ، $v_1 = -6\text{ V}$

مشق 3.3: شکل 3.8 کی قلابی مساوات لکھتے ہوئے نامعلوم دباؤ حاصل کریں۔



شکل 3.8: مشق 3.3 کا دور۔

جوابات: $v_3 = 22\text{ V}$ ، $v_2 = 14\text{ V}$ ، $v_1 = 13.5\text{ V}$

3.3 تابع منبع روا استعمال کرنے والے ادوار

گزشتہ حصے میں ہم نے دیکھا کہ غیر تابع منبع روا اور مزاحمتوں کے ادوار سے تشاکل قالب موصلیت حاصل ہوتے ہیں۔ شکل 3.9 میں تابع منبع روا استعمال کی گئی ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ اس کا G قالب غیر تشاکل ہو گا۔ اس دور کے تین جوڑوں سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} -\beta i_0 + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} &= 0 \\ \frac{v_2 - v_1}{R_2} - i_A + \frac{v_2 - v_3}{R_4} &= 0 \\ \frac{v_3}{R_3} + \beta i_0 + \frac{v_3 - v_2}{R_4} &= 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

جہاں

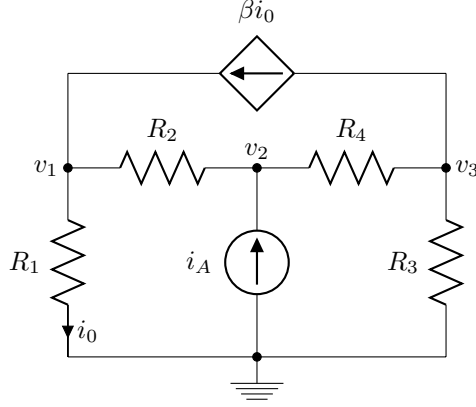
$$i_0 = \frac{v_1}{R_1} \quad (3.29)$$

کے برابر ہے۔ مساوات 3.28 میں مساوات 3.29 پُر کرتے اور ترتیب دیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{\beta}{R_1} \right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} &= 0 \\ -\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) v_2 - \frac{v_3}{R_4} &= i_A \\ \frac{\beta}{R_1} v_1 - \frac{v_2}{R_4} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) v_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

جسے قالبی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{\beta}{R_1} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ \frac{\beta}{R_1} & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ i_A \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$



شکل 3.9: تابع منبع رو سے غیر تشاکل قالب موصلیت حاصل ہوتا ہے۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ G قالب غیر تشاکل ہے۔

مثال 3.3: شکل 3.9 میں تمام جوڑ پر برقی دباؤ حاصل کریں۔ معلومات درج ذیل ہیں۔

$$R_1 = 2 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 4 \text{ k}\Omega, \quad R_3 = 1 \text{ k}\Omega, \quad R_4 = 2 \text{ k}\Omega, \quad i_A = 10 \text{ mA}, \quad \beta = 4$$

حل: درج بالا معلومات کو مساوات 3.31 میں پُر کرتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2000} + \frac{1}{4000} - \frac{4}{2000} & -\frac{1}{4000} & 0 \\ -\frac{1}{4000} & \frac{1}{4000} + \frac{1}{2000} & -\frac{1}{2000} \\ \frac{\beta}{2000} & -\frac{1}{2000} & \frac{1}{1000} + \frac{1}{2000} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \\ 0 \end{bmatrix}$$

اس قالبی مساوات کو حل کرتے ہوئے اور یاتینوں ہمزاد مساوات کو کسی بھی طریقے سے حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$v_1 = -4 \text{ V}$$

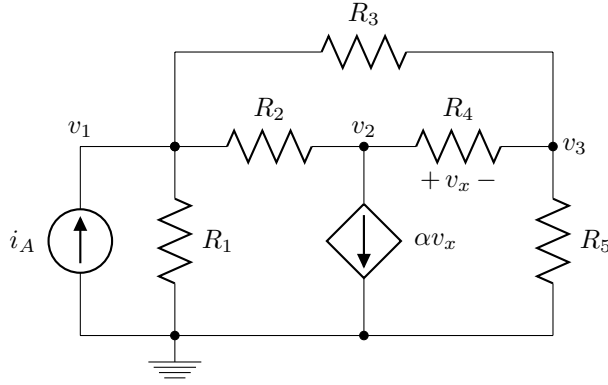
$$v_2 = 20 \text{ V}$$

$$v_3 = 12 \text{ V}$$

مثال 3.4: شکل 3.10 میں تمام نامعلوم دباؤ حاصل کریں۔ دیگر معلومات درج ذیل ہیں۔

$$R_1 = 4 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 8 \text{ k}\Omega, \quad R_3 = 12 \text{ k}\Omega, \quad R_4 = 6 \text{ k}\Omega, \quad R_5 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$i_A = 1 \text{ mA}, \quad \alpha = 0.002$$



شکل 3.10: مثال 3.4 کا دور۔

حل: تمام جوڑ پر خارجی رو تصور کرتے ہوئے مساوات لکھتے ہیں۔

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} + \frac{v_1 - v_3}{R_3} = i_A$$

$$\frac{v_2 - v_1}{R_2} + \alpha v_x + \frac{v_2 - v_3}{R_4} = 0$$

$$\frac{v_3 - v_1}{R_3} + \frac{v_3 - v_2}{R_4} + \frac{v_3}{R_5} = 0$$

اس میں $v_x = v_2 - v_3$ پُر کرتے اور مساوات کے اجزاء کو ترتیب دیتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} &= i_A \\ -\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \alpha + \frac{1}{R_4} \right) v_2 - \left(\alpha + \frac{1}{R_4} \right) v_3 &= 0 \\ -\frac{v_1}{R_3} - \frac{v_2}{R_4} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) v_3 &= 0 \end{aligned}$$

دی گئی معلومات پُر کرتے ہیں

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4000} + \frac{1}{8000} + \frac{1}{12000} \right) v_1 - \frac{v_2}{8000} - \frac{v_3}{12000} &= 0.001 \\ -\frac{v_1}{8000} + \left(\frac{1}{8000} + 0.002 + \frac{1}{6000} \right) v_2 - \left(0.002 + \frac{1}{6000} \right) v_3 &= 0 \\ -\frac{v_1}{12000} - \frac{v_2}{6000} + \left(\frac{1}{12000} + \frac{1}{6000} + \frac{1}{2000} \right) v_3 &= 0 \end{aligned}$$

تینوں ہمزاد مساواتوں کو 1000 سے ضرب دیتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} \frac{11v_1}{24} - \frac{v_2}{8} - \frac{v_3}{12} &= 1 \\ -\frac{v_1}{8} + \frac{55v_2}{24} - \frac{13v_3}{6} &= 0 \\ -\frac{v_1}{12} - \frac{v_2}{6} + \frac{3v_3}{4} &= 0 \end{aligned}$$

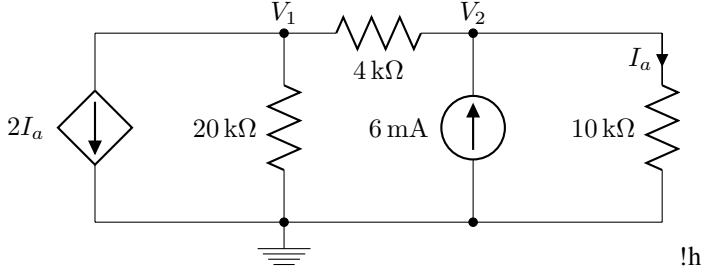
انہیں حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$v_1 = 2.38 \text{ V}$$

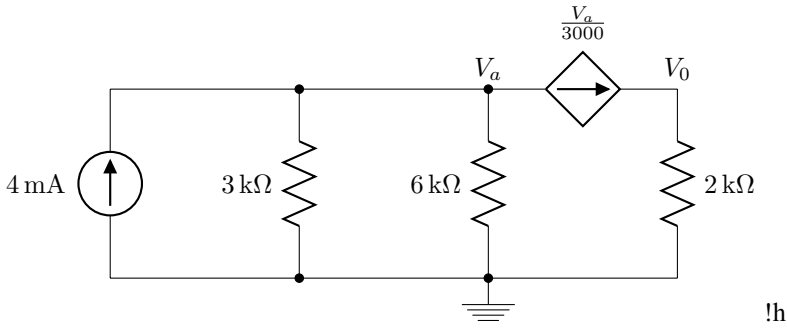
$$v_2 = 0.48 \text{ V}$$

$$v_3 = 0.37 \text{ V}$$

مشق 3.4: شکل 3.11 میں نامعلوم دباؤ جوڑ V_1 اور V_2 دریافت کریں۔



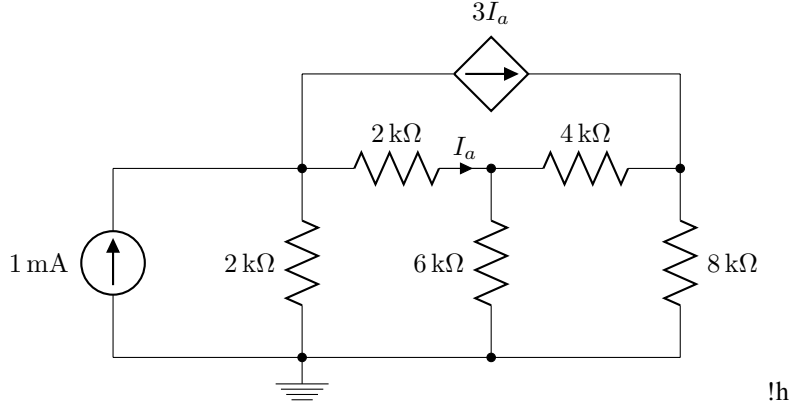
شکل 3.11: مشق 3.4 کا دور۔



شکل 3.12: مشق 3.5 کا دور۔

مشق 3.5: شکل 3.12 میں نا معلوم دباؤ جوڑ V_0 دریافت کریں۔

مشق 3.6: شکل 3.13 میں نا معلوم دباؤ جوڑ V_0 دریافت کریں۔



شکل 3.13: مشق 3.6 کا دور۔

3.4 غیر تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار

گزشتہ حصوں کی طرح اس حصے کو بھی سادہ ترین مثال سے شروع کرتے ہیں۔ بعد میں بتدریج مشکل مثال پیش کئے جائیں گے۔ سب سے پہلے ایک مثال کی مدد سے ایسے دور پر غور کرتے ہیں جس میں غیر تابع منبع دباو کا ایک سرا برقی زمین کے ساتھ جڑا ہو۔ ایسے ادوار نسبتاً آسانی سے حل ہوتے ہیں۔

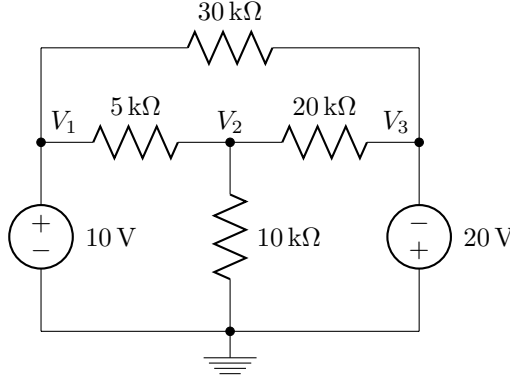
مثال 3.5: شکل 3.14- الف کے دور میں دو عدد غیر تابع منبع دباو استعمال کئے گئے ہیں۔ دونوں منبع زمین کے ساتھ جڑے ہیں۔ بالائی بائیں جوڑ 10 V منبع دباو کے مثبت سرے کے ساتھ جڑا ہے جبکہ بالائی دایاں جوڑ 20 V منبع دباو کے منفی سرے کے ساتھ جڑا ہے لہذا

$$V_1 = 10 \text{ V}$$

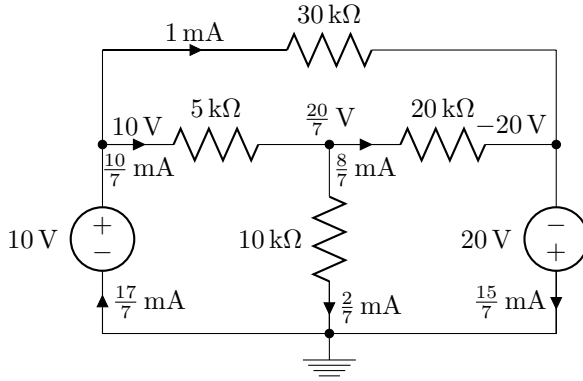
$$V_2 = -20 \text{ V}$$

ہیں۔ بالائی درمیانے جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مدد سے

$$\frac{V_2 - 10}{5000} + \frac{V_2}{10000} + \frac{V_2 - (-20)}{20000} = 0$$



(الف)



(ب)

شکل 3.14: مثال 3.5 کا دور۔

لکھا جاسکتا ہے جس سے

$$V_2 = \frac{20}{7} \text{ V}$$

حاصل ہوتا ہے۔

دباو جوڑ جانے کے بعد تمام پرزوں میں رو دریافت کی جاسکتی ہے۔ یوں بالترتیب $5 \text{ k}\Omega$ ، $10 \text{ k}\Omega$ ، $20 \text{ k}\Omega$ اور

30 kΩ کے مزاحمتوں میں اوہم کے قانون سے درج ذیل رو حاصل ہوتے ہیں

$$\begin{aligned}\frac{V_1 - V_2}{5000} &= \frac{10 - \frac{20}{7}}{5000} = \frac{10}{7} \text{ mA} \\ \frac{V_2}{10000} &= \frac{\frac{20}{7}}{10000} = \frac{2}{7} \text{ mA} \\ \frac{V_2 - V_3}{20000} &= \frac{\frac{20}{7} - (-20)}{20000} = \frac{8}{7} \text{ mA} \\ \frac{V_1 - V_3}{30000} &= \frac{10 - (-20)}{30000} = 1 \text{ mA}\end{aligned}$$

جہاں تمام رو کی سمتیں بائیں سے دائیں جانب ہیں۔ جوڑ V_1 پر کرخوف قانون رو سے 10 V منبع کی خارجی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$I_{10V} = \frac{10}{7} \text{ mA} + 1 \text{ mA} = \frac{17}{7} \text{ mA}$$

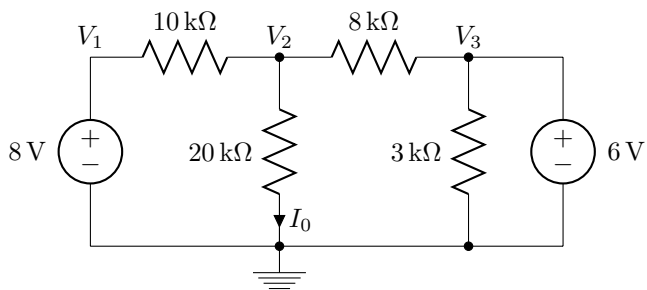
اسی طرح دائیں منبع دباؤ کے منفی سرے پر داخلی رو یا مثبت سرے سے خارجی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$I_{20V} = \frac{8}{7} \text{ mA} + 1 \text{ mA} = \frac{15}{7} \text{ mA}$$

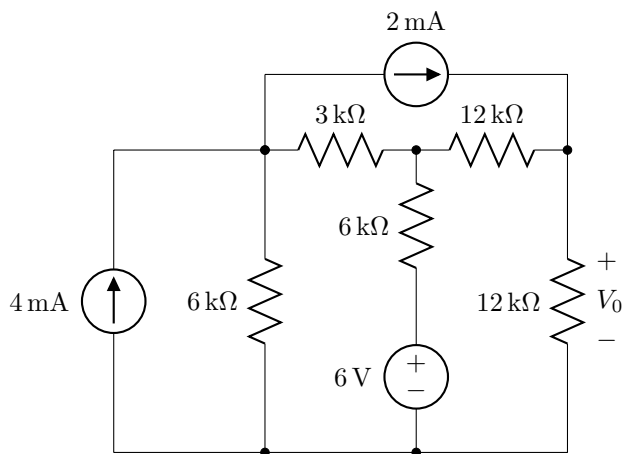
حاصل کردہ تمام رو کو شکل 3.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مشق 3.7: شکل 3.15 میں I_0 حاصل کریں۔

مشق 3.8: شکل 3.16 میں V_0 دریافت کریں۔ یاد رہے کہ آپ کسی بھی جوڑ کو برقی زمین چن سکتے ہیں۔



شکل 3.15: مشق 3.7 کا دور۔



شکل 3.16: مشق 3.8 کا دور۔

آئیں اب ایسے دور کو حل کریں جس میں منبع دباؤ برقی زمین سے ہٹ کر دو جوڑوں کے درمیان جڑا ہو۔

مثال 3.6: شکل 3.17 میں 10 V کا منبع دباؤ زمین سے ہٹ کر دو جوڑوں کے درمیان نسب ہے۔ گزشتہ تمام مثالوں میں جوڑ پر رو یا تو منبع رو سے اخذ کی جاسکتی تھیں اور یا انہیں مزاحمتی شاخ پر قانون اوہم لاگو کرتے ہوئے اخذ کیا جاسکتا تھا۔ موجودہ شکل میں جوڑ V_1 اور V_2 کے درمیان نہ تو منبع رو نسب ہے اور نہ ہی مزاحمت لہذا گزشتہ ترکیب یہاں قابل استعمال نہیں ہیں۔ آپ سے گزارش ہے کہ یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ دس وولٹ منبع دباؤ کی رو گزشتہ ترکیبوں سے دریافت نہیں کی جاسکتی۔

اب منبع دباؤ کی رو ہم نہ تو جانتے ہیں اور نہ ہی اسے کسی مساوات سے ظاہر کر سکتے ہیں لہذا جوڑ V_1 اور V_2 پر کرخوف قانون رو کے مساوات لکھنا ممکن نہیں ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ I متغیرات معلوم کرنے کی خاطر I ہمزاد مساوات درکار ہیں۔ آئیں دیکھیں کہ جوڑ V_1 اور V_2 پر کرخوف قانون رو نہ لکھ پانے کے باوجود ہم اتنی تعداد میں مساوات کس طرح لکھ پائیں گے۔

شکل 3.17-الف کو دیکھ کر

$$(3.32) \quad V_2 - V_1 = 10$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس کے علاوہ اسی شکل میں دکھائے شاخوں کے برقی روا استعمال کرتے ہوئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(3.33) \quad -8\text{ mA} + I_1 + I_m = 0$$

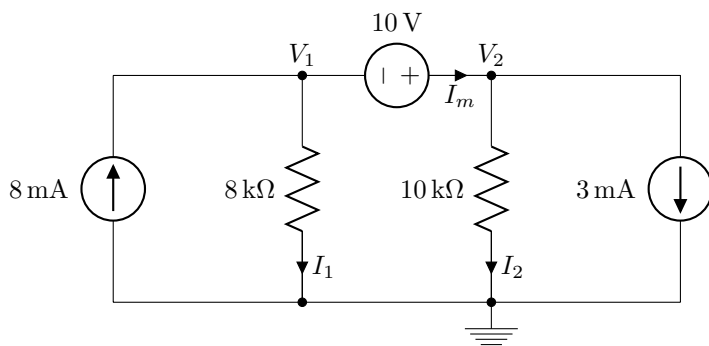
$$(3.34) \quad -I_m + I_2 + 3\text{ mA} = 0$$

مساوات 3.33 اور مساوات 3.34 کے مجموعہ

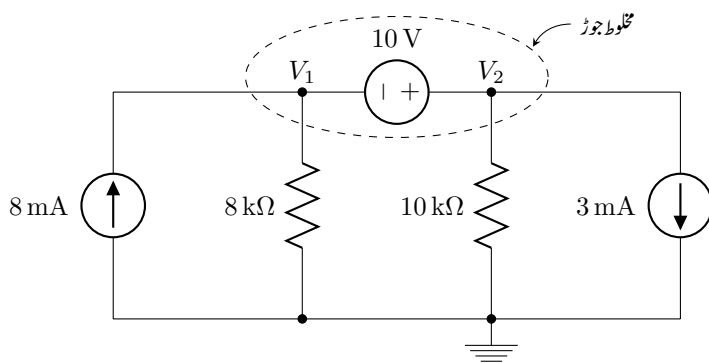
$$(3.35) \quad -5\text{ mA} + I_1 + I_2 = 0$$

میں قانون اوہم کے استعمال سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.36) \quad -8\text{ mA} + \frac{V_1}{8\text{ k}\Omega} + \frac{V_2}{10\text{ k}\Omega} + 3\text{ mA} = 0$$



(الف)



(ب)

شکل 3.17: مثال 3.6 کا دور۔

مساوات 3.32 اور مساوات 3.36 درکار ہمزاد مساوات ہیں جنہیں حل کرنے سے

$$V_1 = 240 \text{ V}$$

$$V_2 = 250 \text{ V}$$

حاصل ہوتے ہیں۔

ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ کسی بھی جوڑ پر کرخوف قانون رو لکھتے ہوئے تمام مزاحمتی شاخوں میں رو کی سمت خارجی تصور کی جا سکتی ہے۔ یہاں اس بات کا خیال رکھنا ضروری ہے کہ دو جوڑوں کے مابین نسب منبع دباؤ کی رو کو دونوں جوڑوں پر خارجی تصور نہیں کیا جاسکتا۔ منبع دباؤ کے رو کی کوئی بھی سمت چننے کے بعد دونوں جوڑوں پر کرخوف قانون رو لکھتے ہوئے منبع دباؤ کے رو کی سمت چنی گئی سمت ہی تصور کی جائے گی۔

مساوات 3.36 کے حصول میں ہمیں مساوات 3.33، مساوات 3.34 اور مساوات 3.35 بھی لکھنے پڑھ گئے۔ آئیں ان اضافی مساوات کے لکھنے سے چھٹکارا حاصل کریں۔

شکل 3.17-ب میں زمین سے ہٹ کر دو جوڑوں کے مابین نسب منبع دباؤ کے گرد نقطہ دار دائرہ کھینچا گیا ہے۔ اس بند دائرے کو مخلوط جوڑ⁵ کہا جاتا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ کرخوف قانون رو بند دائرے پر بھی لاگو ہوتا ہے لہذا اس بند دائرے میں مجموعی داخلی رو اور مجموعی خارجی رو برابر ہوں گے۔ شکل-ب میں مخلوط جوڑ سے تمام مزاحمتی شاخوں کے رو کی سمت خارجی تصور کرتے ہوئے

$$(3.37) \quad -8 \text{ mA} + \frac{V_1}{8 \text{ k}\Omega} + \frac{V_2}{10 \text{ k}\Omega} + 3 \text{ mA} = 0$$

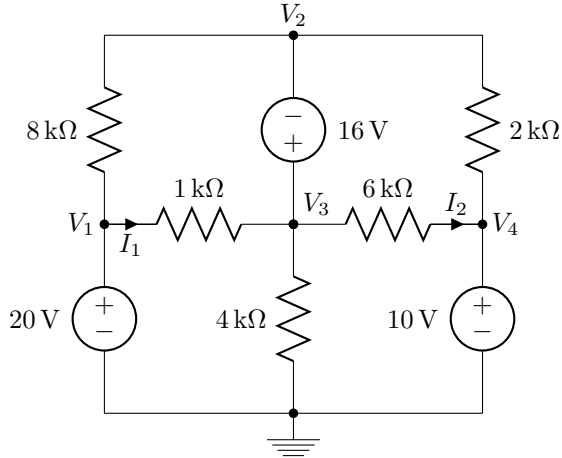
لکھا جاسکتا ہے جو مساوات 3.36 ہی ہے۔ یاد رہے کہ دور حل کرنے کی خاطر مخلوط جوڑ کے دونوں جانب دباؤ کا تعلق

$$(3.38) \quad V_2 - V_1 = 10$$

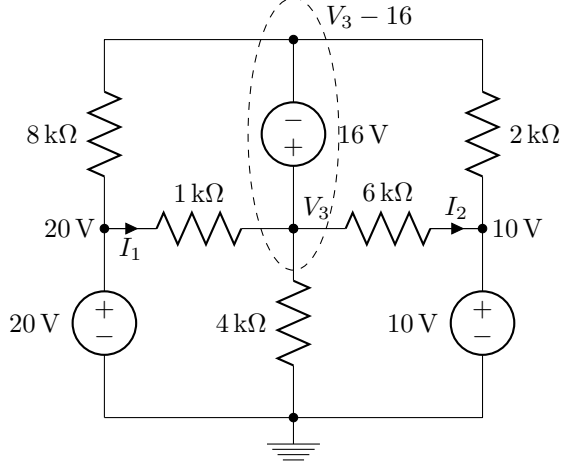
بھی درکار ہے۔

مثال 3.7: شکل 3.18-الف میں I_1 اور I_2 دریافت کریں۔

super node⁵



(الف)



(ب)

شکل 3.18: مثال 3.6 کا دورہ

حل: شکل 3.18-ب میں مخلوط جوڑ کو نقطہ دار دائرے میں گھیرا گیا ہے۔ ساتھ ہی ساتھ مخلوط جوڑ کے سروں کے مابین دباؤ کے تعلق

$$V_3 - V_2 = 16$$

کو استعمال کرتے ہوئے بالائی جوڑ کے دباؤ کو نچلے جوڑ کے دباؤ کی صورت میں

$$V_2 = V_3 - 16$$

لکھا گیا ہے۔ ہم بالائی جوڑ کے دباؤ کو V_2 ہی لکھتے ہوئے نچلے جوڑ کے دباؤ کو $V_3 = V_2 + 16$ لکھ سکتے تھے۔ شکل 3.18-ب کو دیکھ کر درج ذیل بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$V_1 = 20 \text{ V}$$

$$V_4 = 10 \text{ V}$$

یوں صرف V_3 نامعلوم دباؤ ہے۔ کرخوف قانون رو استعمال کرتے ہوئے مخلوط جوڑ یعنی نقطہ دار دائرے کے لئے

$$\frac{(V_3 - 16) - 20}{8 \text{ k}\Omega} + \frac{(V_3 - 16) - 10}{2 \text{ k}\Omega} + \frac{V_3 - 20}{1 \text{ k}\Omega} + \frac{V_3 - 10}{6 \text{ k}\Omega} + \frac{V_3}{4 \text{ k}\Omega} = 0$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں تمام رو کی سمت خارجی چننی گئی ہے۔ اس سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

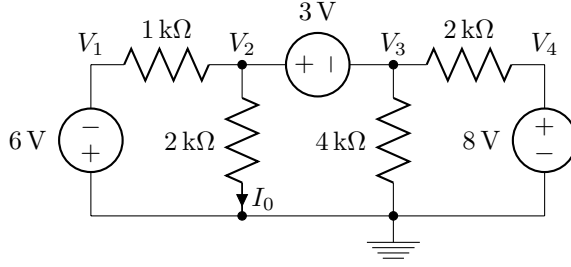
$$V_3 = 20 \text{ V}$$

یوں درکار رو درج ذیل ہیں۔

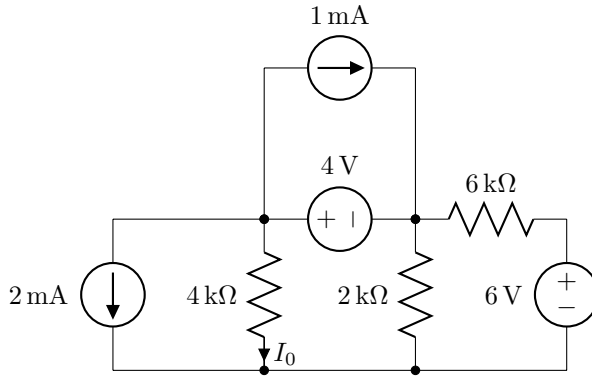
$$I_1 = \frac{V_1 - V_3}{1 \text{ k}\Omega} = \frac{20 - 20}{1 \text{ k}\Omega} = 0 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_3 - V_4}{6 \text{ k}\Omega} = \frac{20 - 10}{6 \text{ k}\Omega} = \frac{5}{3} \text{ mA}$$

مشق 3.9: شکل 3.19 میں I_0 دریافت کریں۔

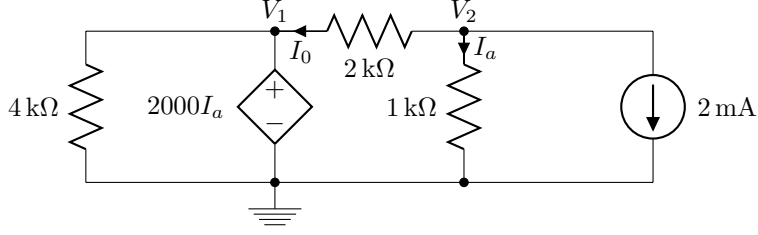


شکل 3.19: مشق 3.9 کا دور۔



شکل 3.20: مشق 3.10 کا دور۔

جواب: $\frac{49}{18} \text{ mA}$ مشق 3.10: شکل 3.20 میں I_0 دریافت کریں۔جواب: $\frac{5}{11} \text{ mA}$



شکل 3.21: مثال 3.8 کا دور۔

3.5 تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار

تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کو بھی مندرجہ بالا طریقوں سے حل کیا جاتا ہے۔ انہیں چند مثال دیکھیں۔

مثال 3.8: شکل 3.21 میں I_0 حاصل کریں۔

حل: چونکہ جوڑ V_1 تابع منبع دباو سے جڑا ہے لہذا

$$V_1 = 2000I_a$$

ہوگا جہاں

$$I_a = \frac{V_2}{1 \text{ k}\Omega}$$

ہے۔ جوڑ V_2 پر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$2 \text{ mA} + \frac{V_2 - V_1}{2 \text{ k}\Omega} + I_a = 0$$

انہیں حل کرنے سے

$$V_2 = -4 \text{ V}$$

$$V_1 = -8 \text{ V}$$

$$I_a = -4 \text{ mA}$$

حاصل ہوتے ہیں لہذا

$$I_0 = \frac{(-4) - (-8)}{2 \text{ k}\Omega} = 2 \text{ mA}$$

ہوگی۔

مثال 3.9: شکل 3.22 میں تابع منبع مخلوط جوڑ کے مابین نسب ہے۔ اس دور میں V_0 حاصل کریں۔

حل: شکل 3.22-ب میں جوڑ V_1 ، V_2 ، V_3 اور V_4 کی نشاندہی کی گئی ہے۔ مخلوط جوڑ کے نچلے سرے پر V_1 دباؤ کی بدولت اس کے بالائی سرے پر $V_1 + 3V_a$ دباؤ لکھا گیا ہے۔ مخلوط جوڑ پر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$\frac{V_1 + 3V_a}{4000} - 0.002 + \frac{V_1}{2000} + \frac{V_1 - V_2}{6000} = 0$$

اسی طرح $V_4 = 5 \text{ V}$ لیتے ہوئے بالترتیب V_2 اور V_3 جوڑ کے لئے کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں۔

$$\frac{V_2 - V_1}{6000} + 0.001 + \frac{V_2 - V_3}{1000} = 0$$

$$0.002 + \frac{V_3 - V_2}{1000} + \frac{V_3 - 5}{8000} = 0$$

مخلوط جوڑ کے مساوات میں $V_a = V_1$ پر کرتے ہوئے مندرجہ بالا تین مساوات کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$10V_1 - V_2 = 12$$

$$-V_1 + 7V_2 - 6V_3 = -6$$

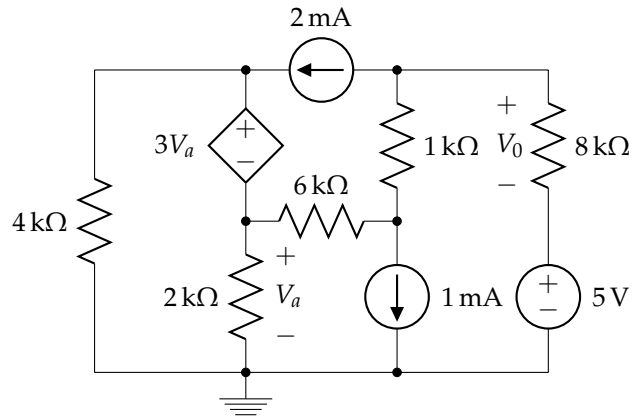
$$-8V_2 + 9V_3 = -11$$

ان تین ہمزاد مساوات کو حل کرنے سے

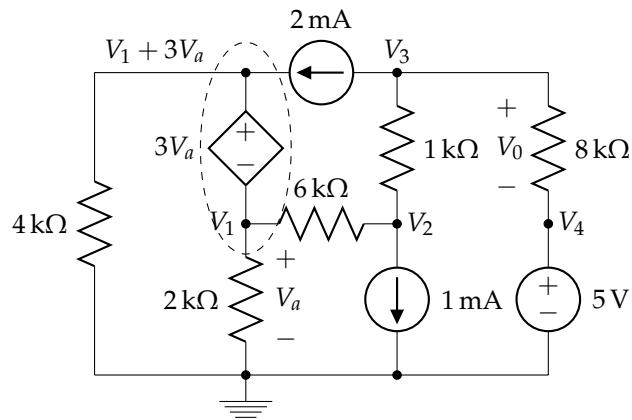
$$V_1 = \frac{20}{47} \text{ V}$$

$$V_2 = -\frac{364}{47} \text{ V}$$

$$V_3 = -\frac{381}{47} \text{ V}$$



(الف)



(ب)

شکل 3.22: مثال 3.9 کا دورہ

حاصل ہوتا ہے۔ یوں

$$V_0 = V_3 - V_4 = -\frac{616}{47} V$$

ہو گا۔

مثال 3.10: شکل 3.23-الف میں I_0 دریافت کریں۔

حل: شکل 3.23-ب میں نچلے جوڑ کو زمین چنتے ہوئے بقایا جوڑوں کی نشاندہی کی گئی ہے۔ مخلوط جوڑوں کو نقطہ دار چکور سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ آپ مخلوط جوڑ کو پہچان سکتے ہیں۔ مخلوط جوڑ کے نچلے بائیں اور دائیں سروں کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$V_4 - V_2 = 3V_b$$

$$V_5 - V_2 = 4$$

جن سے

$$V_4 = V_2 + 3V_b$$

$$V_5 = V_2 + 4$$

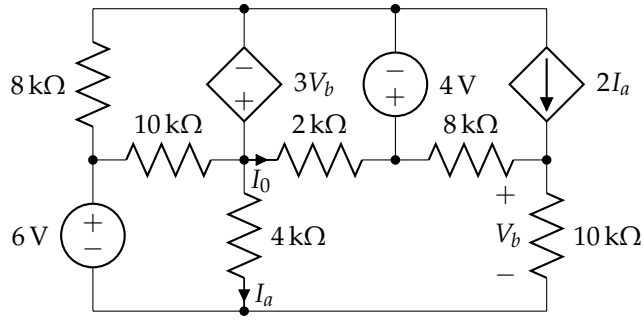
حاصل ہوتا ہے۔ شکل کو دیکھتے ہوئے

$$V_1 = 6$$

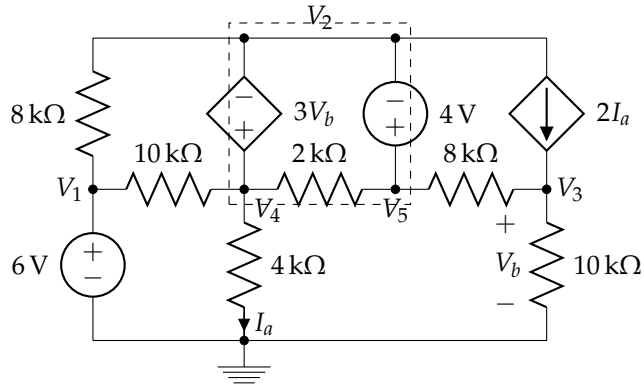
بھی لکھا جاسکتا ہے۔ جوڑ V_2 اور V_3 کے کرخوف مساوات رو بالترتیب لکھتے ہیں جہاں V_2 کی مساوات درحقیقت مخلوط جوڑ کی مساوات رو ہے۔

$$\frac{V_2 - 6}{8000} + \frac{(V_2 + 3V_b) - 6}{10000} + \frac{(V_2 + 3V_b)}{4000} + \frac{(V_2 + 4) - V_3}{8000} + 2I_a = 0$$

$$-2I_a + \frac{V_3 - (V_2 + 4)}{8000} + \frac{V_3}{10000} = 0$$



(الف)



(ب)

شکل 3.23: مثال 3.10 کا دورہ

مندرجہ بالا دو مساوات میں درج ذیل پر کرتے

$$V_b = V_3$$

$$I_a = \frac{V_2 + 3V_b}{4000} = \frac{V_2 + 3V_3}{4000}$$

ہوئے

$$\frac{V_2 - 6}{8000} + \frac{(V_2 + 3V_3) - 6}{10000} + \frac{(V_2 + 3V_3)}{4000} + \frac{(V_2 + 4) - V_3}{8000} + 2 \left(\frac{V_2 + 3V_3}{4000} \right) = 0$$

$$-2 \left(\frac{V_2 + 3V_3}{4000} \right) + \frac{V_3 - (V_2 + 4)}{8000} + \frac{V_3}{10000} = 0$$

یعنی

$$44V_2 + 97V_3 = 34$$

$$50V_2 + 102V_3 = -40$$

حاصل ہوتے ہیں جنہیں حل کرنے سے درج ذیل ملتے ہیں۔

$$V_2 = -\frac{3674}{181} \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{1730}{181} \text{ V}$$

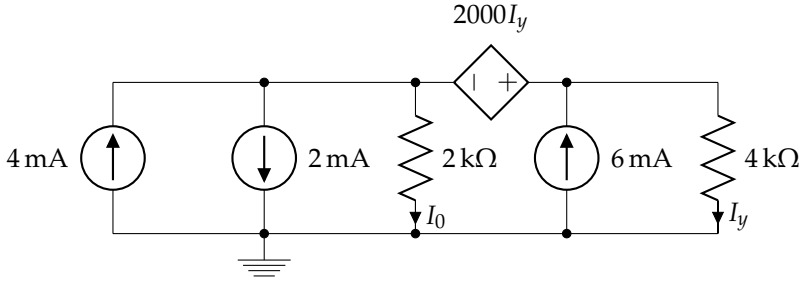
یوں

$$I_0 = \frac{V_4 - V_5}{2000} = \frac{149}{12} \text{ mA}$$

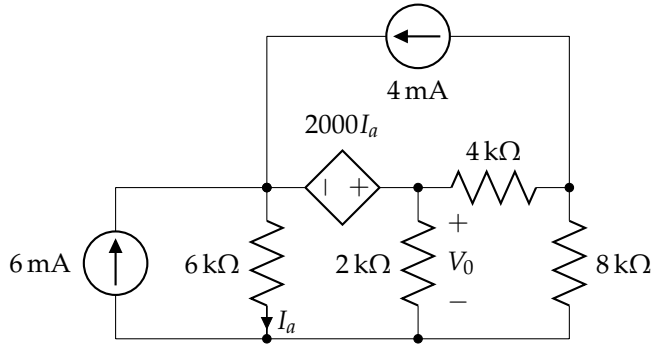
حاصل ہوتی ہے۔

مشق 3.11: شکل 3.24 میں I_0 حاصل کریں۔

جواب: 4 mA



شکل 3.24: مشق 3.11 کا دور۔



شکل 3.25: مشق 3.12 کا دور۔

مشق 3.12: شکل 3.25 میں V_0 حاصل کریں۔

جواب: $\frac{176}{17} \text{ V}$

3.6 دائری تجزیہ

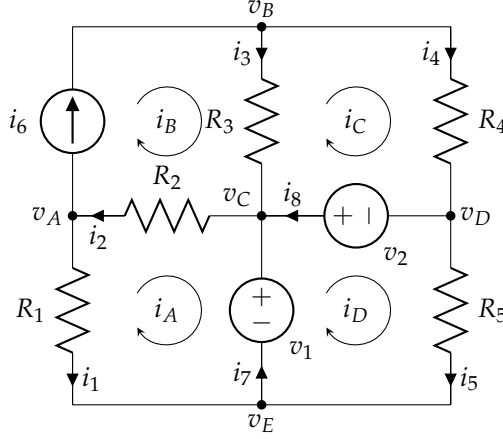
تجزیہ جوڑ میں نامعلوم متغیرات دباو جوڑ تھے جنہیں کرخوف قانون رو کی مدد سے حاصل کیا گیا۔ جوڑ کے دباو جاننے کے بعد شاخوں کی رو کو قانون اوہم سے حاصل کیا گیا۔ اس کے برعکس دائری ترکیب⁶ میں کرخوف قانون دباو کی مدد سے دائری دو⁷ دریافت کئے جاتے ہیں۔ دائری رو جانتے ہوئے کسی بھی شاخ کا دباو قانون اوہم سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ ایسا دور جس میں J جوڑ اور S شاخ پائے جاتے ہوں سے $S - J + 1$ آزاد مساوات بذریعہ کرخوف قانون دباو حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ شکل 3.26 کو مثال بناتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ اس میں $J = 5$ اور $S = 8$ ہیں لہذا اس سے $8 - 5 + 1 = 4$ آزاد مساوات حاصل کئے جاسکتے ہیں جن سے دائری رو i_A ، i_B ، i_C اور i_D حاصل ہوں گے۔ دائری رو جانتے ہوئے شاخوں کی رو درج ذیل لکھی جاسکتی ہیں۔

$$\begin{aligned} i_1 &= -i_A \\ i_2 &= i_B - i_A \\ i_3 &= i_B - i_C \\ i_4 &= i_C \\ i_5 &= i_D \\ i_6 &= i_B \\ i_7 &= i_D - i_A \end{aligned}$$

اس کتاب میں صرف سطحی ادوار⁸ پر غور کیا جائے گا۔ سطحی دور سے مراد ایسا دور ہے جسے کاغذ پر یوں بنایا جاسکتا ہو کہ کوئی تار دوسری تار کو نہ کاٹے۔ سطحی ادوار میں دائروں کی نشاندہی نسبتاً آسان ہوتی ہے۔ دائری ترکیب میں دائری رو یوں چنی جاتی ہیں کہ تمام شاخوں سے کم از کم ایک دائری رو گزرے، مزید یہ کہ ہر دائری رو کم از کم ایک ایسے شاخ سے گزرے جس سے کوئی دوسری دائری رو نہ گزرتی ہو۔

آئیں دائری ترکیب کو چند مثالوں کی مدد سے سمجھیں۔

⁶ loop analysis
⁷ loop current
⁸ planar circuits



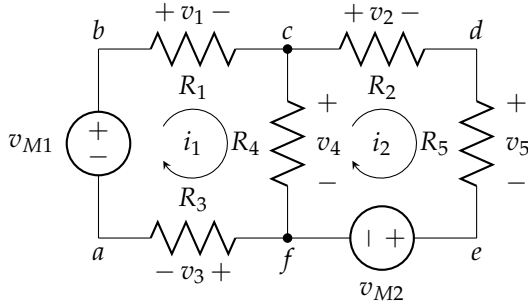
شکل 3.26: دائری ترکیب کی مثال۔

3.7 غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار

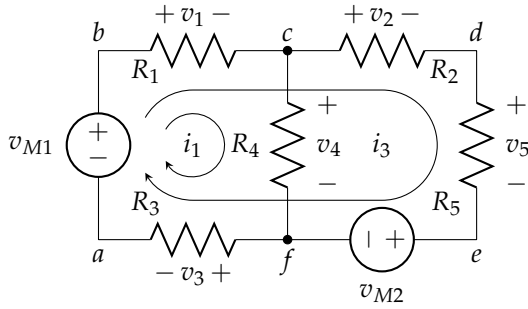
شکل 3.27 میں دو عدد غیر تابع منبع دباؤ استعمال کئے گئے ہیں۔ اس دور میں سات شاخ اور چھ جوڑ ہیں لہذا دور میں تمام نا معلوم دائری رو دریافت کرنے کی خاطر $2 = 7 - 6 + 1$ غیر تابع مساوات درکار ہیں جنہیں کرخوف قانون دباؤ سے حاصل کیا جائے گا۔ چونکہ دو عدد دائری رو درکار ہیں لہذا ہم دو عدد دائرے چنتے ہیں۔ ہم ان دائروں کو مختلف انداز میں چن سکتے ہیں۔ یوں ہم پہلا دائرہ $abcfa$ اور دوسرا دائرہ $cdefc$ چن سکتے ہیں۔ ایسا کرتے ہوئے دائری رو i_1 اور i_2 ہوں گے جنہیں شکل 3.27-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں ہم نے دونوں دائری رو کو گھڑی کی سمت تصور کیا ہے۔ حقیقت میں آپ دونوں رو کو گھڑی کے الٹ بھی تصور کر سکتے ہیں اور ایسا بھی کر سکتے ہیں کہ ایک دائری رو گھڑی کی سمت اور دوسری رو گھڑی کے الٹ تصور کی جائے۔ ترکیب جوڑ کی طرح یہاں بھی اگر حقیقت میں کسی رو کی سمت تصور کردہ سمت کے الٹ ہو تو ایسی صورت میں رو کی قیمت منفی حاصل ہوگی۔ اس کتاب میں ہم دائری رو کو گھڑی کی سمت ہی تصور کریں گے۔ اسی طرح ہم دو عدد دائرے یوں بھی چن سکتے ہیں کہ پہلا دائرہ $abcfa$ اور دوسرا دائرہ $abdea$ لیں جن سے شکل 3.27-ب میں دکھائے دائری رو ملتے ہیں۔ ہم باری باری شکل 3.27-الف اور شکل 3.27-ب کو حل کرتے ہیں۔

شکل 3.27-الف میں دونوں دائروں پر کرخوف قانون دباؤ سے درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned} -v_{M1} + v_1 + v_4 + v_3 &= 0 \\ -v_4 + v_2 + v_5 + v_{M2} &= 0 \end{aligned} \quad (3.39)$$



(الف)



(ب)

شکل 3.27: غیر تابع منبع دہاوا استعمال کرنے والا ادوار۔

قانون اوہم سے دباوشاخ درج ذیل لکھے جاسکتے ہیں

$$v_1 = i_1 R_1$$

$$v_2 = i_2 R_2$$

$$v_3 = i_1 R_3$$

$$v_4 = (i_1 - i_2) R_4$$

$$v_5 = i_2 R_5$$

جنہیں مساوات 3.39 میں پر کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned} i_1(R_1 + R_3 + R_4) - i_2 R_4 &= v_{M1} \\ -i_1 R_4 + i_2(R_2 + R_4 + R_5) &= -v_{M2} \end{aligned}$$

اس کو قالبی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(3.40) \quad \begin{bmatrix} R_1 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ -R_4 & R_2 + R_4 + R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{M1} \\ -v_{M2} \end{bmatrix}$$

شکل 3.26 یا شکل 3.27-الف بالکل ماہی گیر کے جال کی مانند ہیں جسے مچھلیاں پکڑنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ ان اشکال میں ہر خانے میں دائری رو چھنی گئی ہے۔ اس کے برعکس شکل 3.27-ب میں i_3 کو یوں چٹنا گیا ہے کہ یہ i_1 کو بھی لپیٹتی ہے۔ اس کتاب میں انفرادی خانے کی رو ہی چھتے ہوئے ادوار حل کئے جائیں گے۔

مثال 3.11: شکل 3.28-الف میں دائری رودریافت کرتے ہوئے تمام شاخوں کی رواور دباو حاصل کریں۔

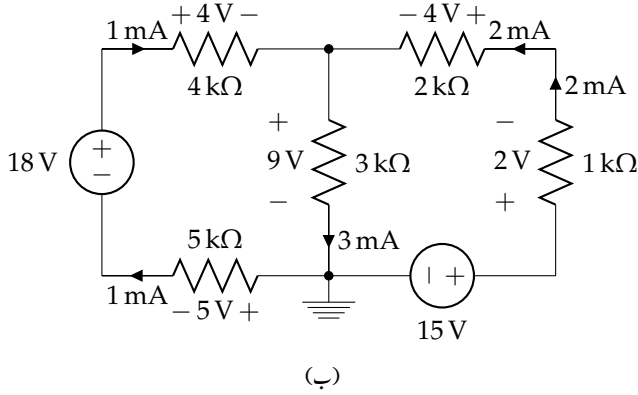
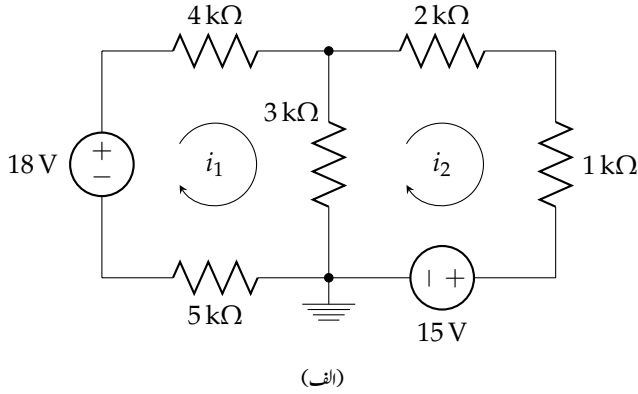
حل: کرخوف قانون دباو کی مدد سے بالترتیب بائیں اور دائیں خانوں کے لئے درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} -18 + 4000i_1 + 3000(i_1 - i_2) + 5000i_1 &= \\ 3000(i_2 - i_1) + 2000i_2 + 1000i_2 + 15 &= 0 \end{aligned}$$

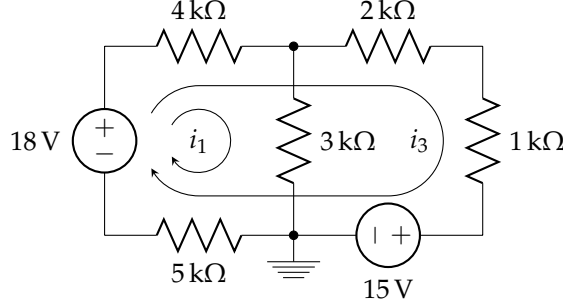
انہیں ترتیب دیتے ہوئے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$12000i_1 - 3000i_2 = 18$$

$$-3000i_1 + 6000i_2 = -15$$



شکل 3.28: غیر متابع منبع دباو استعمال کرنے والا دور کی مثال۔



شکل 3.29: ہر خانے کی علیحدہ رو تصور نہیں کرتے ہوئے حل کرتے ہیں۔

کسی بھی ترکیب سے ان ہمزا مساوات کو حل کیا جاسکتا ہے۔ حاصل جوابات درج ذیل ہیں۔

$$i_1 = 1 \text{ mA}$$

$$i_2 = -2 \text{ mA}$$

چونکہ i_2 کی قیمت منفی ہے لہذا حقیقت میں دائیں خانے میں رو کی سمت چھنی گئی سمت کے الٹ ہے۔ ان قیمتوں کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی مزاحمت کا دباؤ قانون اوہم سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ تمام مزاحمتوں کے دباؤ شکل-ب میں دکھائے گئے ہیں۔ امید کی جاتی ہے کہ آپ انہیں حاصل کر پائیں گے۔

مثال 3.12: شکل 3.29 کو حل کرتے ہوئے تمام شاخوں کی رو دریافت کریں۔

حل: بائیں خانے کے لئے کرخوف قانون دباؤ سے

$$-18 + 4000(i_1 + i_2) + 3000i_1 + 5000(i_1 + i_2) = 0$$

لکھا جاسکتا ہے۔ بیرونی دائرے کے لئے درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$-18 + 4000(i_1 + i_2) + 2000i_2 + 1000i_2 + 15 + 5000(i_1 + i_2) = 0$$

ان میں رو کو ترتیب سے لکھتے ہیں۔

$$12000i_1 + 9000i_2 = 18$$

$$9000i_1 + 12000i_2 = 3$$

ان ہمزاد مساوات کو حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتی ہیں۔

$$i_1 = 3 \text{ mA}$$

$$i_2 = -2 \text{ mA}$$

آپ گزشتہ مثال کے جوابات کے ساتھ موازنہ کر سکتے ہیں مثلاً بالائی $4 \text{ k}\Omega$ میں $3 \text{ mA} - 2 \text{ mA} = 1 \text{ mA}$ اور درمیانے $3 \text{ k}\Omega$ میں 3 mA رو پائے جاتے ہیں۔

مندرجہ بالا دو مثالوں میں ایک ہی دور میں دو مختلف طرز کے رو چنتے ہوئے حل کیا گیا۔ دونوں حاصل جواب یکساں حاصل ہوئے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ حاصل جواب چنتی گئی رو پر منحصر نہیں ہے۔

مثال 3.13: شکل 3.30 کے کرخوف مساوات دباؤ کو قلابی صورت میں لکھیں۔

حل: ہم بالترتیب i_A, i_B, i_C اور i_D کو استعمال کرتے ہوئے درج ذیل مساوات لکھ سکتے ہیں۔

$$i_A R_1 + (i_A - i_B) R_2 + v_B = 0$$

$$-v_A + (i_B - i_C) R_3 + (i_B - i_A) R_2 = 0$$

$$(i_C - i_B) R_3 + i_C R_4 - v_C = 0$$

$$-v_B + v_C + i_D R_5 = 0$$

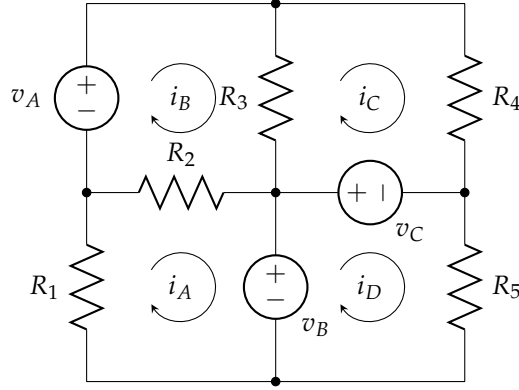
انہیں ترتیب دیتے ہوئے دوبارہ لکھتے ہوئے

$$i_A (R_1 + R_2) - i_B R_2 = -v_B$$

$$-i_A R_2 + i_B (R_2 + R_3) - i_C R_3 = v_A$$

$$-i_B R_3 + i_C (R_3 + R_4) = v_C$$

$$i_D R_5 = v_B - v_C$$



شکل 3.30: دائری ترکیب کی مثال۔

قالبی صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & 0 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 & -R_3 & 0 \\ 0 & -R_3 & R_3 + R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_B \\ v_A \\ v_C \\ v_B - v_C \end{bmatrix}$$

مندرجہ بالا قالبی مساوات میں پہلی صف (یعنی بالائی صف) کا پہلا جزو (یعنی بائیں جزو) ان مزاحمتوں کا مجموعہ ہے جن سے i_A گزرتی ہے یعنی $R_1 + R_2$ جبکہ اسی پہلی صف کا دوسرا جزو ان مزاحمتوں کے مجموعے کا منفی ہے جن سے i_A اور i_B دونوں گزرتی ہیں۔ اسی طرح تیسرا جزو i_A اور i_C کا مشترکہ مزاحمتوں کا منفی ہے۔ چونکہ موجودہ دور میں ایسا کوئی مزاحمت نہیں پایا جاتا جن سے i_A اور i_C دونوں گزرتی ہوں لہذا یہ جزو صفر کے برابر ہے۔ اسی طرح پہلی صف کا چوتھا جزو i_A اور i_D کے مشترکہ مزاحمتوں کے مجموعے کا منفی کے برابر ہے جو موجودہ دور میں صفر کے برابر ہے۔ قالب کے دوسرے صف کا پہلا جزو i_B اور i_A کے مشترکہ مزاحمتوں کے مجموعے کا منفی ہے۔ دوسرے صف کا دوسرا جزو ان مزاحمتوں کا مجموعہ ہے جن سے i_B گزرتی ہے جبکہ صف کا تیسرا جزو i_B اور i_C کے مشترکہ مزاحمتوں کے مجموعے کا منفی ہے۔ اسی ترکیب سے تیسرا صف i_C کے مطابق اور چوتھا صف i_D کے مطابق لکھا جاتا ہے۔ قالبی مساوات کا دائیں ہاتھ بالترتیب i_A ، i_B ، i_C اور i_D کی سمت میں گھومتے ہوئے منبع دباؤ کے مجموعی دباؤ میں اضافے کے برابر ہے۔ چونکہ i_A کی سمت میں گھومتے ہوئے صرف منبع v_B سے گزرا جاتا ہے اور گھومنے کی سمت

میں منبع کا دباؤ گھٹتا ہے لہذا قالبی مساوات کے بائیں ہاتھ پہلا جزو $-v_B$ لکھا جائے گا۔ آپ سے گزارش ہے کہ یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ آپ قالبی مساوات کے تمام اجزاء یوں لکھ سکتے ہیں۔

اگر تمام خانوں میں، ایک ہی سمت میں گھومتی انفرادی دائری رو تصور کی جائے تب عمومی قالبی مساوات درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(3.41) \quad \begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} & \cdots & -R_{1m} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} & \cdots & -R_{2m} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} & \cdots & -R_{3m} \\ \vdots & & & & \\ -R_{m1} & -R_{m2} & -R_{m3} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

اس عمومی قالبی مساوات میں بائیں ہاتھ مزاحمتی قالب کے بالائی بائیں کونے سے چلی دائیں کونے تک ترجیحی لکیر پر پائے جانے والے اجزاء مثبت ہیں جبکہ بقایا تمام منفی ہیں۔ اس مساوات میں R_{11} سے مراد ان مزاحمتوں کا مجموعہ ہے جن سے i_1 گزرتی ہے جبکہ R_{12} ان مزاحمتوں کا مجموعہ ہے جن سے i_1 اور i_2 دونوں گزرتی ہیں۔ تمام خانوں میں رو کی سمت یکساں ہونے کی صورت میں دو پڑوسی خانوں کے مشترک شاخ میں پڑوسی روالٹ سمت میں پائی جاتی ہے۔

مثال 3.14: شکل 3.31 میں نامعلوم رو حاصل کریں۔

حل: ہمیں شکل کو دیکھ کر قالبی مساوات لکھیں۔

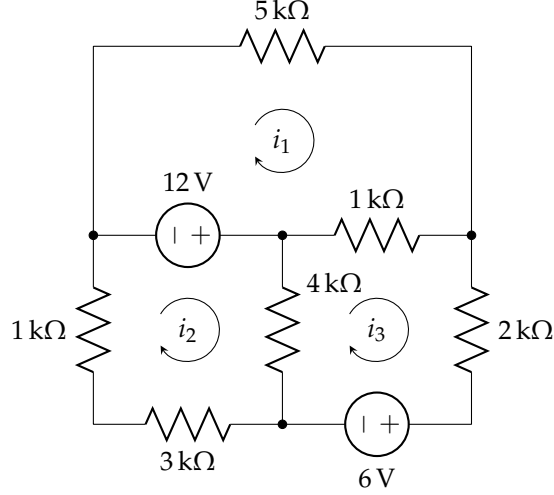
$$\begin{bmatrix} 5 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega & 0 & -1 \text{ k}\Omega \\ 0 & 3 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega & -4 \text{ k}\Omega \\ -4 \text{ k}\Omega & -1 \text{ k}\Omega & 4 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \text{ V} \\ 12 \text{ V} \\ -6 \text{ V} \end{bmatrix}$$

اسے یوں لکھتے ہوئے

$$\begin{bmatrix} 6000 & 0 & -1000 \\ 0 & 8000 & -4000 \\ -4000 & -1000 & 7000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 12 \\ -6 \end{bmatrix}$$

یہ عمومی قالبی مساوات

$$\mathbf{RI} = \mathbf{V}$$



شکل 3.31: مثال 3.14 کا دور۔

ہے جس کا حل

$$\mathbf{I} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{V}$$

ہے۔ قلابی مساوات کو حل کرنے سے دائری رو درج ذیل حاصل ہوتی ہیں۔

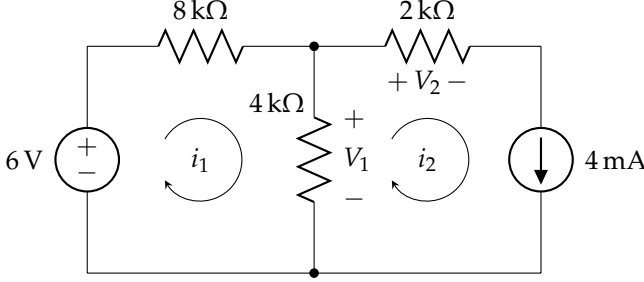
$$i_1 = -\frac{33}{14} \text{ mA}$$

$$i_2 = \frac{3}{7} \text{ mA}$$

$$i_3 = \frac{15}{7} \text{ mA}$$

3.8 غیر تابع منبع روا استعمال کرنے والے ادوار

منبع دبا کی موجودگی سے ترکیب جوڑ کا استعمال نسبتاً آسان ہو جاتا ہے۔ بالکل اسی طرح منبع رو کی موجودگی سے دائری ترکیب کا استعمال نسبتاً آسان ہو جاتا ہے۔ آئیں یہ حقیقت چند مثال حل کرتے ہوئے دیکھیں۔



شکل 3.32: منبع رو سے دائری ترکیب نسبتاً آسان ہو جاتی ہے۔

مثال 3.15: شکل 3.32 میں V_1 اور V_2 دائری ترکیب استعمال کرتے ہوئے حاصل کریں۔

حل: ایسا معلوم ہوتا ہے کہ دو عدد نامعلوم دائری رو i_1 اور i_2 پائے جاتے ہیں۔ حقیقت میں i_2 منبع رو سے گزرتی ہے لہذا اس کی قیمت کا تعین منبع رو ہی کرتی ہے یعنی

$$i_2 = 4 \text{ mA}$$

ہے۔ اس طرح بغیر حل کئے قانون اوہم کی مدد سے

$$V_2 = 2000i_2 = 8 \text{ V}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ بائیں خانے سے درج ذیل لکھا جاتا ہے

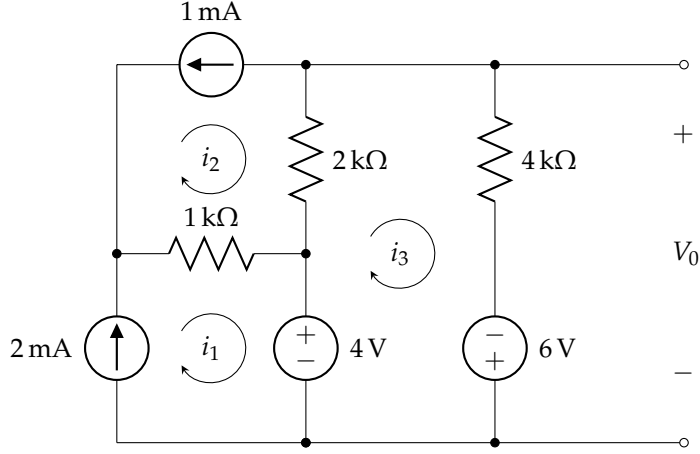
$$-6 + 8000i_1 + 4000(i_1 - i_2) = 0$$

جس میں $i_2 = 4 \text{ mA}$ پُر کرتے ہوئے

$$i_1 = \frac{11}{6} \text{ mA}$$

اور

$$V_1 = 4000(i_1 - i_2) = -\frac{26}{3} \text{ V}$$



شکل 3.33: زیادہ منبع رو سے دائری ترکیب زیادہ آسان ہو سکتی ہے۔

حاصل ہوتے ہیں۔

آپ نے دیکھا کہ ایک عدد منبع رو کی وجہ سے نامعلوم رو کی تعداد دو عدد سے کم ہر کر ایک عدد رہ گئی۔

مثال 3.16: شکل 3.33 میں V_0 دریافت کریں۔

حل: چونکہ i_1 اور i_2 منبع رو سے گزرتی ہیں لہذا ان کی قیمت لازمی طور پر انہیں منبع کی رو کے برابر ہوں گی۔ یاد رہے کہ منبع رو سے کسی اور قیمت کی رو نہیں گزر سکتی۔ یہی منبع رو کی تعریف ہے۔ یوں

$$i_1 = 2 \text{ mA}$$

$$i_2 = -1 \text{ mA}$$

ہوں گے۔ یوں دور کو حل کرنے کی خاطر صرف ایک عدد مساوات دباو درکار ہے جسے i_3 کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$-4 + 2000(i_3 - i_2) + 4000i_3 - 6 = 0$$

اس میں $i_2 = -1 \text{ mA}$ پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$i_3 = \frac{4}{3} \text{ mA}$$

یوں شکل کو دیکھ کر درکار دباؤ لکھا جاسکتا ہے۔

$$V_0 = 4000i_3 - 6 = -\frac{2}{3} \text{ V}$$

مثال 3.17: شکل 3.34 میں I_0 حاصل کریں۔

حل: یہاں i_2 منبع رو سے گزرتی ہے لہذا

$$i_2 = 4 \text{ mA}$$

ہوگی۔ ہم اگر i_2 کو استعمال کرتے ہوئے کر خوف قانون دباؤ لکھنا چاہیں تو 6 mA منبع سے گزرتے ہوئے دباؤ کی قیمت جاننے کا ہمارے پاس کوئی طریقہ موجود نہیں ہے۔ یہ مسئلہ i_3 کی صورت میں بھی درپیش ہے۔ ہاں ہم دیکھتے ہیں کہ اس منبع رو سے 6 mA رو بھی گزر سکتی ہے لہذا

$$(3.42) \quad i_3 - i_1 = 6 \text{ mA}$$

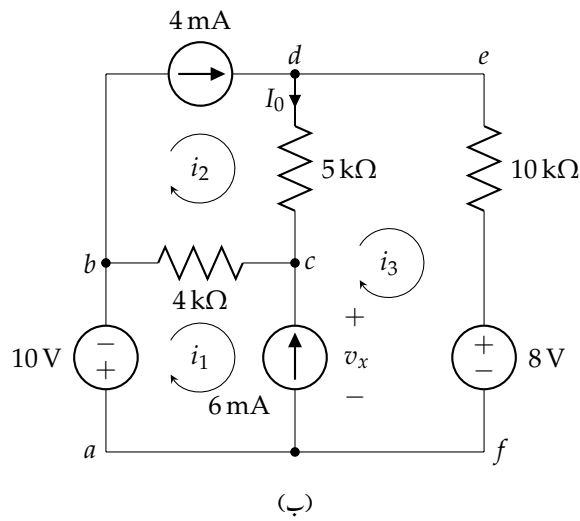
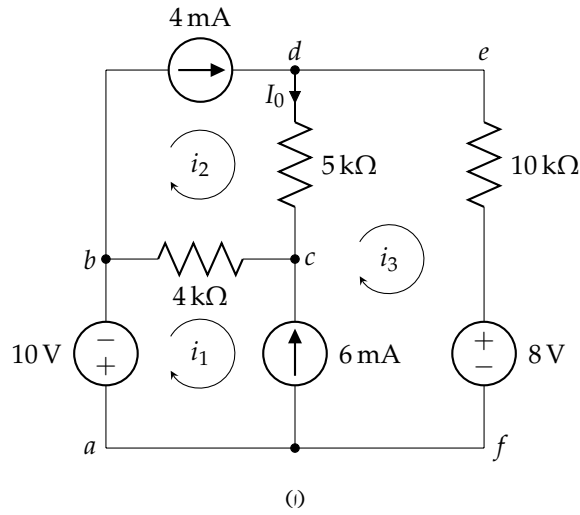
ہوگا۔ چونکہ i_2 ہم پہلے ہی حاصل کر چکے ہیں لہذا i_1 اور i_3 جاننے کے لئے دو عدد ہمزا مساوات درکار ہیں۔ مساوات 3.42 پہلی مساوات ہے۔ دوسری مساوات راہ $abcdefa$ پر کر خوف قانون دباؤ سے لکھتے ہیں۔

$$(3.43) \quad 10 + 4000(i_1 - 4 \text{ mA}) + 5000(i_3 - 4 \text{ mA}) + 10000i_3 + 8 = 0$$

مندرجہ بالا دو ہمزا مساوات حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$i_1 = -\frac{72}{19} \text{ mA}$$

$$i_3 = \frac{42}{19} \text{ mA}$$



شکل 3.34: مثال 3.17 کا دورہ

درکار روا حاصل کرتے ہیں۔

$$I_0 = i_2 - i_3 = \frac{34}{19} \text{ mA}$$

آئیں مساوات 3.43 کو اس طرح حاصل کرنا سیکھیں کہ راہ $abcdefa$ چننے کی ضرورت نہ ہو۔ چونکہ 6 mA منبع روا کا دباؤنا معلوم ہے لہذا اسے v_x متغیرہ سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ شکل 3.34-ب میں ایسا دکھایا گیا ہے۔ اسی شکل سے i_1 اور i_3 خانوں کے کر خوف قانون دباؤ سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

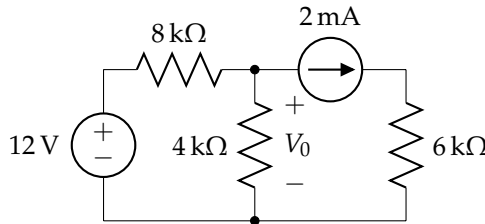
$$\begin{aligned} 10 + 4000(i_1 - 4 \text{ mA}) + v_x &= 0 \\ -v_x + 5000(i_3 - 4 \text{ mA}) + 10000i_3 + 8 &= 0 \end{aligned}$$

ان مساوات کا مجموعہ لینے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

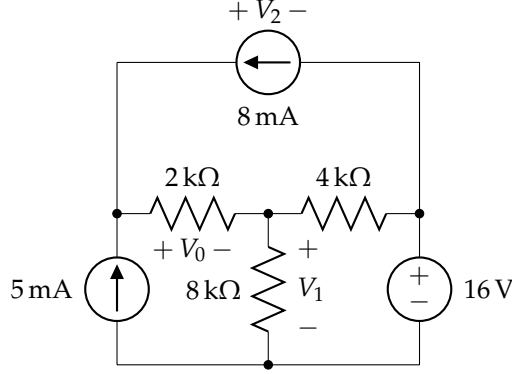
$$(3.44) \quad 10 + 4000(i_1 - 4 \text{ mA}) + 5000(i_3 - 4 \text{ mA}) + 10000i_3 + 8 = 0$$

مساوات 3.44 کا مساوات 3.43 کے ساتھ موازنہ کریں۔ دونوں بالکل یکساں ہیں۔

مشق 3.13: شکل 3.35 میں V_0 کو دائری ترکیب سے حاصل کریں۔



شکل 3.35: مشق 3.13 کا دور۔



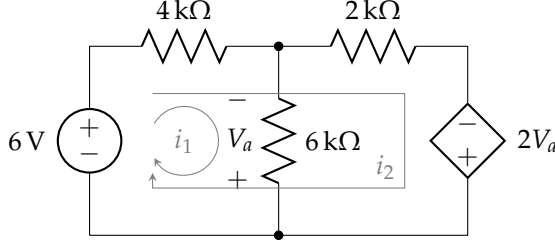
شکل 3.36: مشق 3.14 کا دور۔

مشق 3.14: شکل 3.36 میں V_0 ، V_1 اور V_2 حاصل کریں۔

جوابات: 26 V ، $\frac{136}{3}\text{ V}$ ، $\frac{166}{3}\text{ V}$

3.9 تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار

کرخوف کے مساوات کے نقطہ نظر سے تابع منبع اور آزاد منبع میں کوئی فرق نہیں پایا جاتا۔ البتہ تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کو حل کرتے ہوئے تابع منبع کی قابو مساوات⁹ بھی درکار ہوتی ہے۔ آئیں چند مثالوں کی مدد سے ایسے ادوار حل کرنا دیکھیں۔ آسان ترین مثال سے شروع کرتے ہوئے بتدریج مشکل مثال حل کرتے ہیں۔



شکل 3.37: مثال 3.18 کا دور

مثال 3.18: شکل 3.37 میں V_a دریافت کریں۔

حل: کرخوف مساوات لکھتے ہیں۔

$$-6 + 4000(i_1 + i_2) - V_a = 0$$

$$-6 + 4000(i_1 + i_2) + 2000i_2 - 2V_a = 0$$

ان میں تابع منبع دباؤ کی قابو مساوات

$$V_a = -6000i_1$$

پُر کرتے ہوئے ترتیب دیتے ہیں۔

$$10000i_1 + 4000i_2 = 6$$

$$16000i_1 + 6000i_2 = 6$$

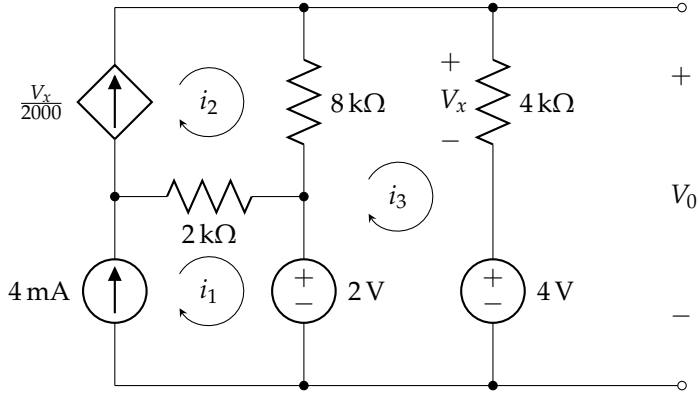
ان ہمزاد مساوات کا حل درج ذیل ہے۔

$$i_1 = -3 \text{ mA}$$

$$i_2 = 9 \text{ mA}$$

یوں درکار دباؤ درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_a = -6000(-0.003) = 18 \text{ V}$$



شکل 3.38: مثال 3.19 کا دور۔

مثال 3.19: شکل 3.38 میں V_0 دریافت کریں۔

حل: چونکہ i_1 اور i_2 منبع رو سے گزرتی ہیں لہذا ان کی قیمت منبع رو کے برابر ہی ہوگی۔

$$i_1 = 4 \text{ mA}$$

$$i_2 = \frac{V_x}{2000}$$

دائیں خانے کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$-2 + 8000 \left(i_3 - \frac{V_x}{2000} \right) + 4000i_3 + 4 = 0$$

اس میں تابع منبع کی قابو مساوات

$$V_x = 4000i_3$$

پُر کرتے

$$-2 + 8000 \left(i_3 - \frac{4000i_3}{2000} \right) + 4000i_3 + 4 = 0$$

control equation⁹

ہوئے حل کرنے سے

$$i_3 = 0.5 \text{ mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں درکار دباؤ درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_0 = 4000i_3 + 4 = 6 \text{ V}$$
