

برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

1	بنیاد	1
1	برقی بار، برقی رو اور برقی دباؤ	1.1
6	قانون اوہم	1.2
8	توانائی اور طاقت	1.3
15	برقی پڑے	1.4
15	غیر تابع منبع	1.4.1
17	تابع منبع	1.4.2
27	مزا جتنی ادوار	2
27	قانون اوہم	2.1
35	قوانین کرخوف	2.2
51	سلسلہ وار جڑے پڑوں میں رو	2.3
52	تقسیم دباؤ	2.4
55	متعدد سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت	2.5
58	سلسلہ وار متعدد منبع دباؤ اور مزاحمت	2.6
59	متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے	2.7
61	تقسیم رو اور متعدد متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت	2.8
68	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت	2.9
73	تخصیص مزاحمت	2.10
76	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل	2.11
84	ستارہ-تکون تبادلہ	2.12
91	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	2.13
101	ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب	3
101	تجزیہ جوڑ	3.1
104	غیر تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار	3.2
117	تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار	3.3
123	غیر تابع منبع دباؤ استعمال کرنے والے ادوار	3.4

132	تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.5
139	دائری تجزیہ	3.6
140	غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.7
148	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.8
154	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.9
158	دائری ترکیب اور ترکیب جوڑ کا موازنہ	3.10
161	حسابی ایپلیفائر	4
171	کامل حسابی ایپلیفائر	4.1
171	منفی ایپلیفائر	4.2
174	مثبت ایپلیفائر	4.3
176	مستقام کار	4.4
176	منفی کار	4.5
178	جمع کار	4.6
181	متوازن اور غیر متوازن صورت	4.7
185	موازنہ کار	4.8
185	آلاتی ایپلیفائر	4.9
187	مسئلے	5
187	مساوی دور	5.1
187	مسئلہ خطیت	5.2
191	مسئلہ نفاذ	5.3
201	مساوی ادوار	5.4
206	مسئلہ تھون، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ متبادلہ منبع	5.5
225	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	5.6
231	تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں استعمال کرنے والے ادوار	5.7
239	زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ	5.8
247	برق گیر اور امالہ گیر	6
247	برق گیر	6.1
261	امالہ گیر	6.2
270	برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات	6.3
273	سلسلہ وار جڑے برق گیر	6.4
277	متوازی جڑے برق گیر	6.5
281	سلسلہ وار امالہ گیر	6.6
283	متوازی امالہ گیر	6.7
287	حسابی ایپلیفائر کے RC ادوار	6.8
288	تفرق کار	6.9
293	عارضی رد عمل	7
293	تعارف	7.1
293	ایک درجی ادوار	7.2

295	7.2.1 رد عمل کی عمومی مساوات
321	7.3 دھڑکن
328	7.4 دو درجی ادوار
359	8 برقرار حالت بدلتی رو
359	8.1 مخلوط اعداد
364	8.2 سائن نما تفاعل
373	8.3 سائن نما اور مخلوط جبری تفاعل
381	8.4 دوری سمتیہ
386	8.5 مزاحمت، امالہ گیر اور برقی گیر کے انفرادی دوری سمتی تعلق
396	8.6 برقی رکاوٹ اور برقی فراوانی
409	8.7 دوری سمتیت کے اشکال
419	8.8 کر خوف مساوات
424	8.9 تجزیاتی تراکیب
443	9 برقرار برقی طاقت
443	9.1 لمبائی طاقت
446	9.2 اوسط طاقت
453	9.3 زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ
463	9.4 موثر قیمت
472	9.5 جزو طاقت
476	9.6 مخلوط طاقت
484	9.7 جزو طاقت کی درستی
489	9.8 برقی چھٹکا
491	9.9 نم زمین
492	9.10 ایک دور کا نظام
497	9.11 حفاظتی تدابیر
499	10 مقناطیسی جڑے ادوار
499	10.1 مشترکہ امالہ
517	10.2 مشترکہ امالہ میں توانائی کا ذخیرہ
523	10.3 کامل ٹرانسفارمر
547	11 تین دوری نظام
547	11.1 تین دوری ستارہ دیاو
553	11.2 ستارہ ستارہ (YY) جوڑ
561	11.3 تین دوری ٹکونی (Δ) دیاو
566	11.4 ٹکونی بوجھ
571	11.5 طاقت کے کلیات
580	11.6 جزو طاقت کی درستی

585	تعدوی رد عمل	12
596	جال	12.1
598	صفر اور قطب	12.2
600	سائن نما تعدوی تجزیہ	12.3
600	یوڈا خطوط	12.3.1

باب 12

تعددی رد عمل

گزشتہ بابوں میں ہم RLC ادوار کو حل کر چکے ہیں جہاں تعدد غیر متغیر تھی۔ اس باب میں تعدد تبدیل کرتے ہوئے ادوار کا رد عمل بالمقابل تعدد دیکھا جائے گا۔ آئیں شروع میں سادہ ترین پرزوں کا تعددی رد عمل دیکھیں۔ سادہ ترین پرزے مزاحمت، امالہ اور برق گیر ہیں۔ تعددی رد عمل دیکھتے ہوئے سائن نما اشارات زیر استعمال لائے جائیں گے۔

شکل 12.1- الف میں مزاحمت دکھایا گیا ہے۔ مزاحمت کی رکاوٹ درج ذیل ہے۔

$$(12.1) \quad Z_R = R/0^\circ$$

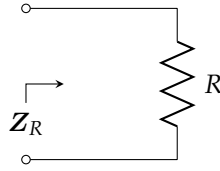
یوں مزاحمت کی رکاوٹ پر تعدد ω کا کوئی اثر نہیں پایا جاتا۔ مزاحمت کے رکاوٹ کی حتمی قیمت $|Z_R|$ تمام تعدد پر R کے برابر ہے جبکہ اس کا زاویائی ہٹاؤ $\angle Z_R$ تمام تعدد پر صفر درجے رہتا ہے۔ یہ حقائق شکل 12.1-ب اور شکل 12.1-پ میں دکھائے گئے ہیں۔

امالہ گیر کو شکل 12.2- الف میں دکھایا گیا ہے۔ امالہ گیر کی رکاوٹ درج ذیل ہے۔

$$(12.2) \quad Z_L = j\omega L = \omega L/90^\circ$$

اس طرح امالہ گیر کے رکاوٹ کی حتمی قیمت تعدد بڑھانے سے بڑھتی ہے۔ رکاوٹ کی مقدار کا تعدد کے ساتھ راست تنابلی رشتہ ہے۔

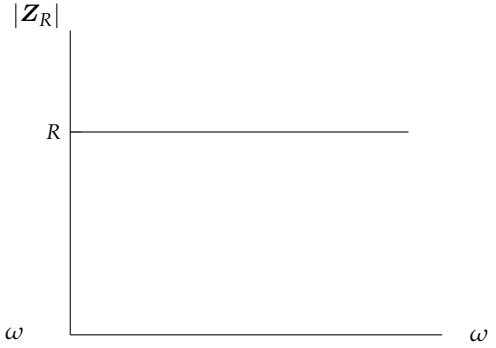
$$(12.3) \quad |Z_L| = \omega L$$



(الف) مزاحمت کی رکاوٹ۔

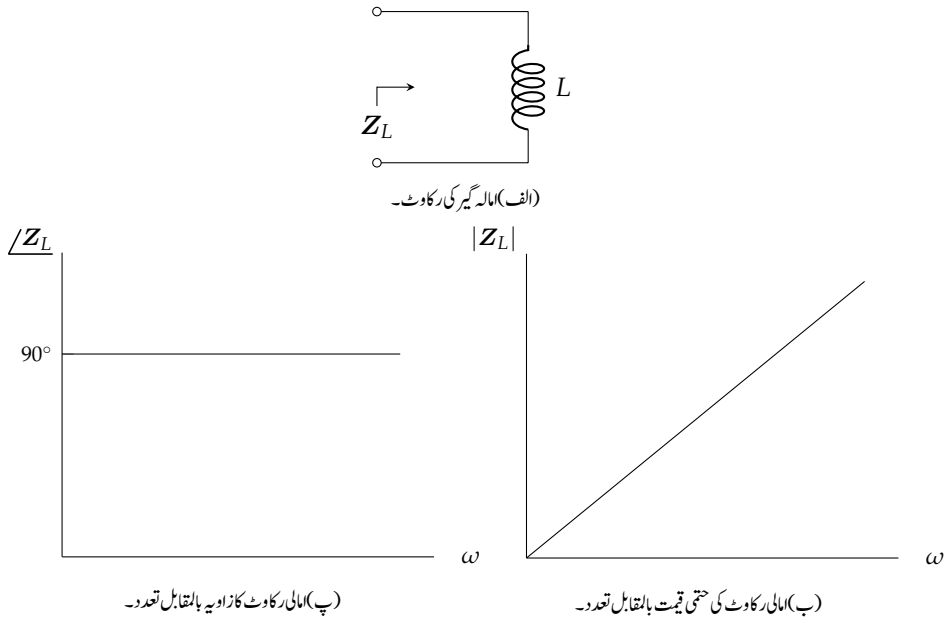


(پ) مزاحمتی رکاوٹ کا زاویہ بالمقابل تعدد۔



(ب) مزاحمتی رکاوٹ کی حتمی قیمت بالمقابل تعدد۔

شکل 12.1: مزاحمتی رکاوٹ کا تعدد رد عمل۔



شکل 12.2: امالی رکاوٹ کا تعدد رد عمل۔

صفر تعدد پر امالہ گیر کی رکاوٹ 0Ω ہو جاتی ہے اور یہ قصر دور خاصیت رکھتا ہے جبکہ لامتناہی تعدد پر رکاوٹ کی مقدار لامتناہی ہو جاتی ہے اور امالہ گیر بطور کھلا دور عمل کرتا ہے۔ امالی رکاوٹ کا زاویہ تمام تعدد پر 90° رہتا ہے۔

$$\angle Z_L = 90^\circ \quad (12.4)$$

شکل 12.2-ب اور شکل 12.2-پ میں ان تہائیک کو دکھایا گیا ہے۔

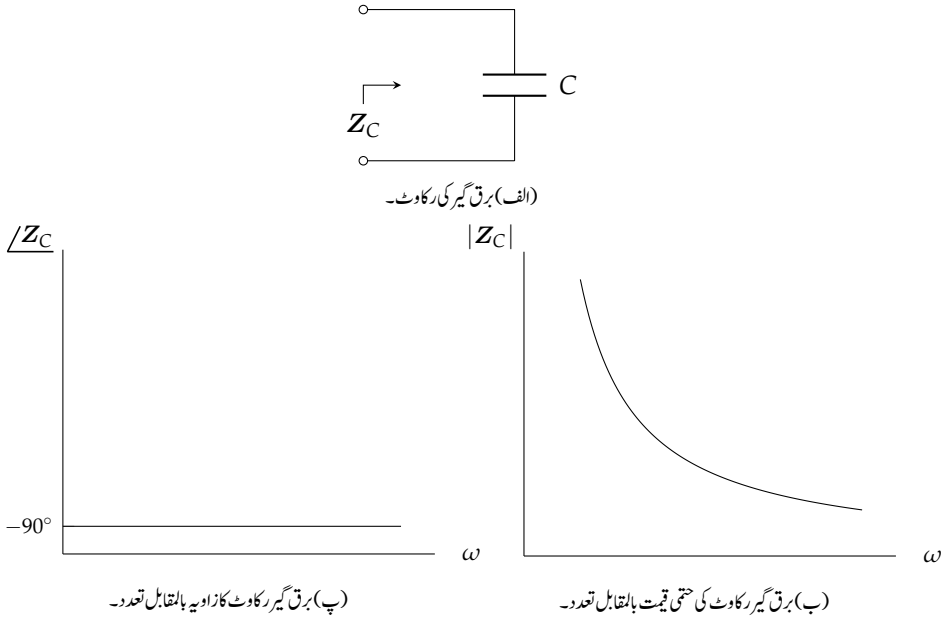
برق گیر کو شکل 12.3-الف میں دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کی رکاوٹ درج ذیل ہے۔

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ \quad (12.5)$$

اس طرح برق گیر کے رکاوٹ کی مقدار کا تعدد کے ساتھ بالعکس متناسب کا رشتہ ہے جبکہ اس کا زاویہ تمام تعدد پر -90° رہتا ہے۔

$$|Z_C| = \frac{1}{\omega C} \quad (12.6)$$

$$\angle Z_C = -90^\circ \quad (12.7)$$



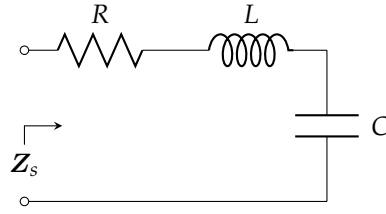
شکل 12.3: برق گیر رکاوٹ کا تعدد رد عمل۔

ان تعلقات کو شکل 12.3-ب اور شکل 12.3-پ میں دکھایا گیا ہے۔ صفر تعدد پر برق گیر کی رکاوٹ لامتناہی ہو جاتی ہے لہذا یہ بطور کھلا دور عمل کرتا ہے جبکہ لامتناہی تعدد پر رکاوٹ کی مقدار صفر ہو جاتی ہے اور یہ قصر دور کردار ادا کرتا ہے۔ سادہ ترین پرزوں کو نپٹانے کے بعد ذرہ مشکل ادوار دیکھتے ہیں۔ شکل میں مزاحمت، امالہ گیر اور برق گیر سلسلہ وار جڑے دکھائے گئے ہیں۔ ان کی کل رکاوٹ Z_s لکھتے ہیں

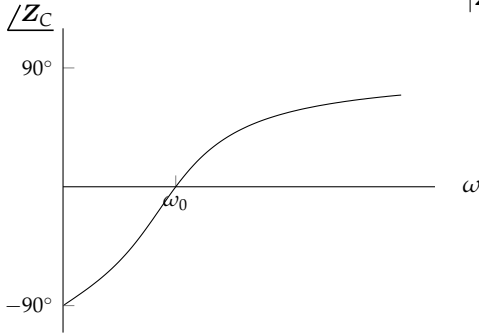
$$\begin{aligned} Z_s &= Z_R + Z_L + Z_C \\ &= R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \\ &= R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \end{aligned}$$

اس تفاعل کو شکل 12.4-ب اور شکل 12.4-پ میں دکھایا گیا ہے۔

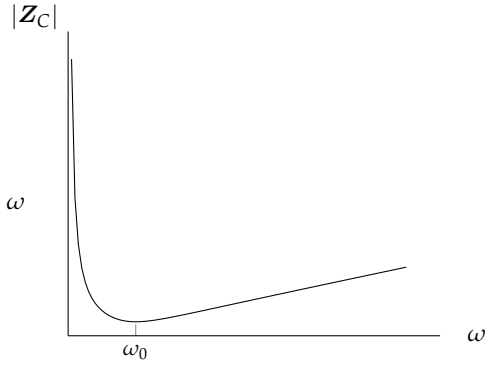
مثال 12.1: شکل 12.5-الف میں مزاحمت پر دبا و حاصل کریں۔ اس کے مقدار بالمقابل تعدد اور زاویہ بالمقابل تعدد کے



(الف) سلسلہ وار دور۔



(پ) زاویہ بالمقابل تعدد۔



(ب) مقدار بالمقابل تعدد۔

شکل 12.4: سلسلہ وار جڑے مزاحمت، امالہ گیر اور برق گیر کا تعدد رد عمل۔

خط کھینچیں۔

حل: دور سے مزاحمت کا دباؤ درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$\hat{V}_R = \frac{(4)(20/0^\circ)}{4 + j(2\pi f 0.15 - \frac{1}{2\pi f 0.004})}$$

جو مخلوط تفاعل ہے۔ اس کی حتمی مقدار \hat{V}_R بالمقابل تعدد f کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس ترسیم میں دونوں محور کی پیمائش لاگ¹ میں ہے۔ اس طرز کے ترسیم کو لاگ لاگ² ترسیم کہا جاتا ہے۔ مقدار بالمقابل تعدد کے خط عموماً لاگ لاگ محور پر دکھائے جاتے ہیں۔ زاویہ دباؤ $\angle \hat{V}_R$ بالمقابل تعدد کو شکل-پ میں نیم لاگ³ محور پر دکھایا گیا ہے۔ کم تعدد پر دباؤ کا زاویہ $+90^\circ$ جبکہ بلند تعدد پر زاویہ -90° ہے۔

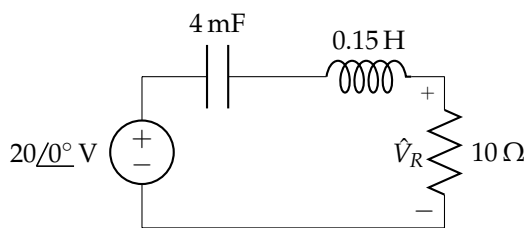
یہاں لاگ لاگ اور نیم لاگ محور پر قیمتیں پڑھنا سیکھ لیں چونکہ اس باب میں انہیں کا استعمال ہو گا۔ یوں شکل 12.5-ب میں حتمی مقدار کی چوٹی 10^1 یعنی دس ہرٹز پر پائی جاتی ہے۔ یہ چوٹی 10^1 یعنی دس وولٹ کو ظاہر کرتی ہے۔ اسی طرح 10^2 Hz یعنی سو ہرٹز پر دباؤ تقریباً 1.6 V ہے۔

سمعی⁴ اشارات کو عددی صورت⁵ میں تبدیل کرتے ہوئے کمپیوٹر میں ذخیرہ کیا جاتا ہے۔ انہیں کو دوبارہ مماثل صورت⁶ میں تبدیل کرتے ہوئے سنا جاسکتا ہے۔ آئیں ان اشارات پر ایک مثال دیکھیں۔

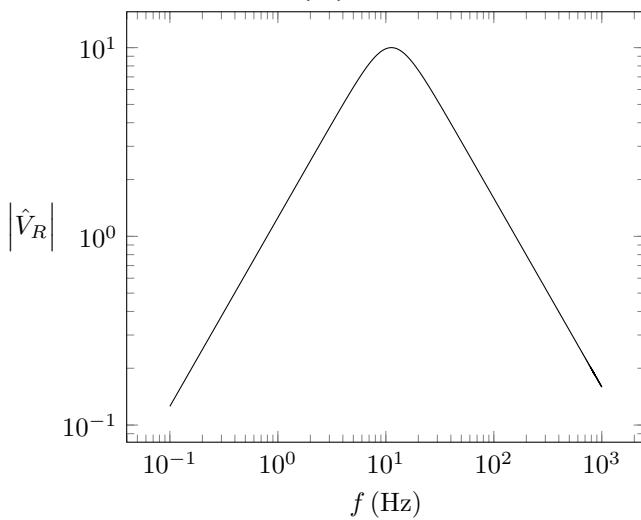
کمپیوٹر سے حاصل موسیقی کے مماثل اشارات کی چوٹی 1.5 V ہے۔ ہم چاہتے ہیں کہ سمعی دباؤ ایمپلیفائر⁷ استعمال کرتے ہوئے 8Ω کے سپیکر⁸ کو 10 W طاقت فراہم کی جائے۔ ان حقائق سے ایمپلیفائر کے داخلی مماثل اشارہ کی موثر قیمت حاصل کرتے ہیں۔

$$v_m = \frac{1.5}{\sqrt{2}} = 1.061 \text{ V rms}$$

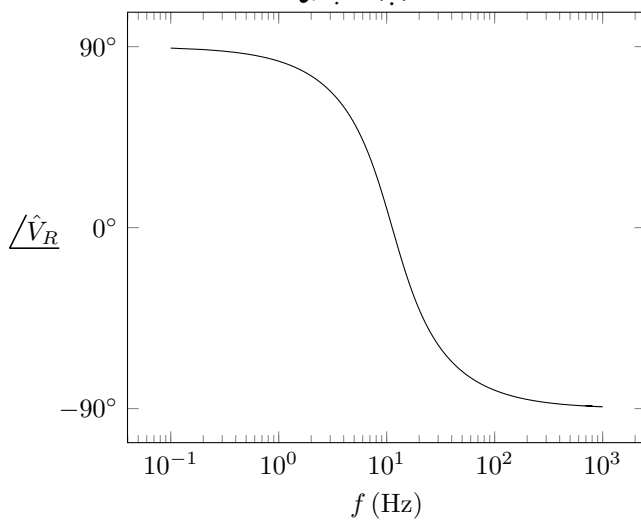
log¹
log-log²
semilog³
audio⁴
digital form⁵
analog form⁶
voltage amplifier⁷
loud speaker⁸



(الف)



(ب) مقدار بالمقابل تعدد کا خط۔



(پ) زاویہ بالمقابل تعدد کا خط۔

شکل 12.5: مثال 12.1 کا دور۔

طاقت کے لیے $P = \frac{V_{rms}^2}{R}$ سے آٹھ اوہم کے سپیکر کو دس واٹ طاقت کے لئے درکار موثر دباؤ حاصل کرتے ہیں۔

$$v_0 = \sqrt{(10)(8)} = 8.944 \text{ V rms}$$

یوں ایمپلیفائر کی درکار افزائش دباؤ درج ذیل ہے۔

$$A_v = \frac{v_0}{v_m} = \frac{8.944}{1.061} = 8.43 \text{ V V}^{-1}$$

شکل 12.6- الف میں ایمپلیفائر اور سپیکر دکھائے گئے ہیں جہاں v_m کمپیوٹر سے حاصل ممال سمعی اشارہ ہے اور $A_v = 10.53 \text{ V V}^{-1}$ - انسان 20 Hz تا 20 kHz کے سمعی اشارات سن سکتا ہے لہذا ہمارے ایمپلیفائر کو اس تعددی پٹی کے اشارات کا حیطہ بڑھانا ہوگا۔ حیطہ بڑھاتے ہوئے اصل آواز کی خاصیت تبدیل نہیں ہونی چاہیے۔ اگر پوری تعددی پٹی پر ایمپلیفائر کی افزائش کی قیمت یکساں ہو تب آواز کی خاصیت برقرار رہے گی۔ یوں ہم چاہیں گے 20 Hz تا 20 kHz پر ایمپلیفائر کی افزائش 8.43 V V^{-1} رہے۔ ایمپلیفائر کے افزائش بالمقابل تعددی خط کو شکل-پ میں دکھایا گیا ہے۔

برق گیر کی رکاوٹ $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$ لکھی جاتی ہے جس میں $j\omega = s$ پر کرتے ہوئے $Z_C = \frac{1}{sC}$ لکھا جاسکتا ہے۔ ایسا ہی کرتے ہوئے ایمپلیفائر کو دوبارہ شکل-پ میں دکھایا گیا ہے۔ آپ میں سے کچھ طلبہ s کو پہچان گئے ہوں گے۔ یہ لاپلاس بدل¹⁰ کا متغیر ہے۔

آئیں شکل-ب کو حل کریں۔ داخلی جانب بالائی جوڑ پر کر خوف مساوات رو لکھتے ہیں

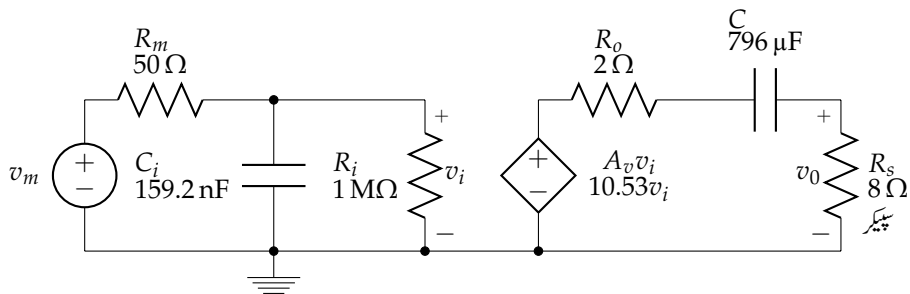
$$\frac{v_i - v_m}{R_m} + sC_i v_i + \frac{v_i}{R_i} = 0$$

جس کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

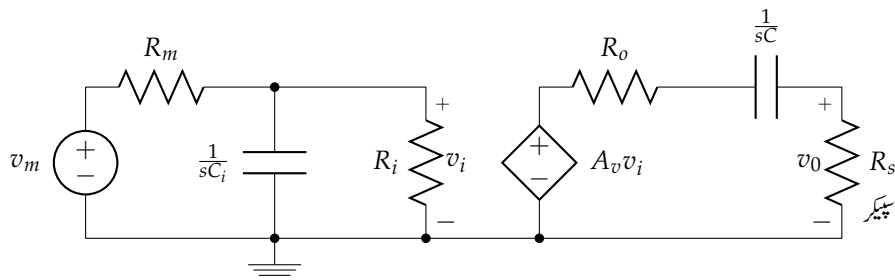
$$v_i \left(\frac{1}{R_m} + sC_i + \frac{1}{R_i} \right) = \frac{v_m}{R_m}$$

اس میں قوسین کے اندر مزاحمتوں کو قریب قریب لکھتے ہوئے v_i کے لئے حل کرتے ہیں۔

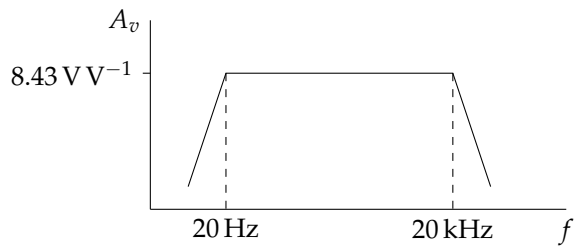
$$v_i = \frac{v_m}{R_m \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i} + sC_i \right)}$$



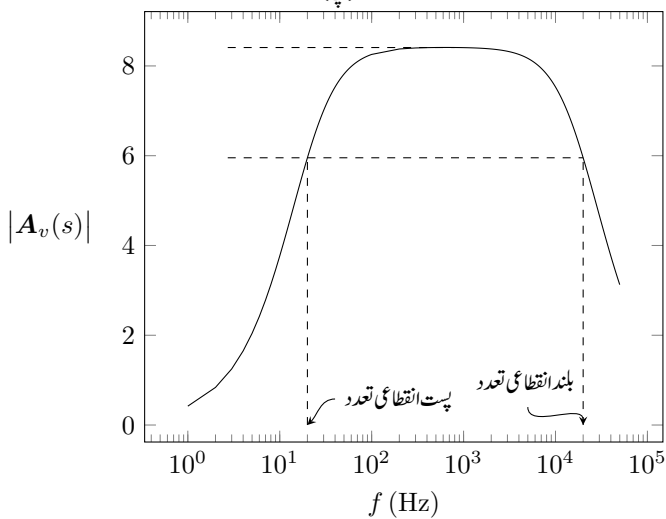
(الف)



(ب)



(پ)



(ت) ایسیپلیٹار کی افزائش بالمقابل تعددی خط۔

شکل 12.6: ایسیپلیٹار اور اس کی افزائش بالمقابل تعددی خط۔

شکل 12.6-ب کے دائیں جانب تقسیم دباؤ کے کلیے سے v_0 لکھتے ہیں۔

$$v_0 = \frac{A_v v_i R_s}{R_o + R_s + \frac{1}{sC}}$$

اس میں v_i کی قیمت پر کرتے ہیں

$$\begin{aligned} v_0 &= \left(\frac{A_v R_s}{R_o + R_s + \frac{1}{sC}} \right) \frac{v_m}{R_m \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i} + sC_i \right)} \\ &= \left[\frac{sC R_s A_v}{1 + sC(R_o + R_s)} \right] \frac{v_m}{R_m \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i} \right) \left(1 + \frac{sC_i}{\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i}} \right)} \\ &= \frac{R_s A_v v_m}{R_m \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i} \right)} \left[\frac{sC}{1 + sC(R_o + R_s)} \right] \frac{1}{\left(1 + \frac{sC_i}{\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i}} \right)} \end{aligned}$$

جہاں دوسری قدم پر دائیں بچی توسین سے $\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i}$ باہر نکالا گیا اور تیسری قدم پر اسی کو پہلی توسین کا حصہ بنایا گیا۔ اس مساوات میں

$$\begin{aligned} \omega_{p1} &= \frac{1}{C(R_o + R_s)} \\ \omega_{p2} &= \frac{1}{C_i} \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i} \right) \end{aligned}$$

لکھتے ہوئے درج ذیل صاف ستھرا مساوات حاصل ہوتا ہے جہاں ω_{p1} اور ω_{p2} مساوات کے قطب¹¹ کہلاتے ہیں اور انہیں تعدد کی اکائی یعنی ہرٹز Hz یا ریڈین فی سیکنڈ rad s^{-1} میں ناپا جاتا ہے۔

$$(12.8) \quad A_v(s) = \frac{v_0}{v_m} = \frac{R_s A_v}{R_m \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i} \right)} \frac{sC}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}} \right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}} \right)}$$

شکل-الف میں دی گئی مزاحمتوں اور برق گیروں کی قیمتیں استعمال کرتے ہوئے درج ذیل ملتا ہے۔

$$\begin{aligned}\omega_{p1} &= \frac{1}{796 \times 10^{-6}(2+8)} = 125.63 \text{ rad s}^{-1} \\ \omega_{p2} &= \frac{1}{159.2 \times 10^{-9} \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{1000000} \right)} = 125.634 \text{ krad s}^{-1} \\ \frac{R_s A_v}{R_m \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_i} \right)} &= \frac{8 \times 10.53}{50 \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{1000000} \right)} \approx 84.2\end{aligned}$$

یوں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(12.9) \quad A_v(s) = 84.2 \frac{sC}{\left(1 + \frac{s}{125.63}\right) \left(1 + \frac{s}{125634}\right)}$$

آئیں اس میں واپس $s = j\omega = j2\pi f$ پر کرتے ہیں۔

$$(12.10) \quad \begin{aligned}A_v(s) &= 84.2 \frac{j2\pi f \times 796 \times 10^{-6}}{\left(1 + \frac{j2\pi f}{125.63}\right) \left(1 + \frac{j2\pi f}{125634}\right)} \\ &= \frac{j0.421f}{\left(1 + \frac{jf}{20}\right) \left(1 + \frac{jf}{20000}\right)}\end{aligned}$$

اس کے حتمی قیمت $|A_v(s)|$ بالمقابل تعدد f کو شکل 12.6-ت میں دکھایا گیا ہے۔

$$|A_v(s)| = \frac{0.421f}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{20}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{f}{20000}\right)^2}}$$

شکل-ب میں 20 Hz کو پست انقطاعی تعدد¹² اور 20 kHz کو بلند انقطاعی تعدد¹³ کہتے ہیں۔ انہیں خط کے کونے کی تعدد¹⁴ بھی کہا جاتا ہے۔

شکل 12.6-ت میں انقطاعی تعدد کے مابین درمیانی تعدد خطے¹⁵ میں ایمپلیفائر کی افزائش 8.41 V V^{-1} ہے جو ہمیں درکار تھی۔ اس کو درمیانی تعدد پر افزائش کہتے ہیں۔ البتہ انقطاعی تعدد کے قریب ایمپلیفائر کی افزائش گھٹ جاتی

¹² low cut-off frequency
¹³ high cut-off frequency
¹⁴ corner frequencies
¹⁵ mid-frequency range

ہے۔ یوں پست اور بلند انقطاعی تعدد پر افزائش 5.95 V V^{-1} ہے۔ جس تعدد پر افزائش کی قیمت درمیانی تعدد کے افزائش کے $\frac{1}{\sqrt{2}}$ گنا رہ جاتی ہے اس کو انقطاعی تعدد کہتے ہیں۔ چونکہ طاقت $P = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R}$ کے برابر ہے لہذا دباؤ کی قیمت $\frac{1}{\sqrt{2}}$ گنا ہو جانے سے طاقت کی قیمت نصف ہو جاتی ہے۔ یوں انقطاعی تعدد اس تعدد کو کہتے ہیں جس پر اشارے کی طاقت نصف رہ جاتی ہے۔ ہمارے ایمپلیفائر کی درمیانی تعدد پر افزائش 8.41 V V^{-1} ہے۔ اس کا $\frac{1}{\sqrt{2}}$ گنا $8.4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 5.95 \text{ V V}^{-1}$ ہے۔

حقیقت میں پرزوں کی قیمتیں یوں رکھی جائیں گی کہ پست انقطاعی تعدد 20 Hz سے کئی گنا کم ہو اور اسی طرح بلند انقطاعی تعدد 20 kHz سے کئی گنا زیادہ ہو۔ یوں حقیقی ایمپلیفائر میں آپ انقطاعی تعدد کو 2 Hz اور 200 kHz رکھیں گے تاکہ پوری تعددی پیٹی پر ایمپلیفائر سے درکار افزائش میسر ہو۔

مساوات 12.10 میں درمیانی تعددی پیٹی پر انقطاعی تعدد سے دور تعدد

$$20 \text{ Hz} \ll f \ll 20 \text{ 000 Hz}$$

کی صورت میں $1 \ll \frac{f}{20000}$ اور $\frac{f}{20} \gg 1$ ہو گا۔ یوں مساوات 12.10 کے بائیں قوسین میں $1 + \frac{jf}{20} = \frac{jf}{20}$ اور دائیں قوسین میں $1 + \frac{jf}{20000} = 1$ لکھتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جو درمیانی تعدد پر افزائش ہے۔

$$A_v(s) \approx \frac{j0.421f}{\left(\frac{jf}{20}\right)(1)} = 8.42 \quad (20 \text{ Hz} \ll f \ll 20 \text{ kHz})$$

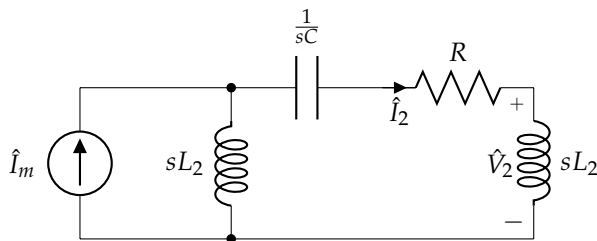
12.1 جال

کسی بھی دور میں متعدد پرزے اور تار پائے جاتے ہیں جسے پرزوں اور تاروں کا جال تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں دور کو بوقی جال یا صرف جال¹⁶ بھی کہا جاتا ہے۔ گزشتہ حصے میں ایمپلیفائر کی افزائش دباؤ $A_v(s)$ کی بات کی گئی جو جال کے مختلف تفاعل $H(s)$ میں سے ایک ہے۔ جال میں کسی مقام پر رد عمل اور داخلی اشارے کی تناسب کو $H(s)$ لکھا جاتا ہے۔ چونکہ جال میں عموماً رد عمل کو اس مقام پر نہیں ناپا جاتا جس پر داخلی اشارہ لاگو کیا گیا ہو لہذا $H(s)$ کو تبدیلی تفاعل¹⁷ کہا جاتا ہے۔ داخلی اشارہ دباؤ یا رد عمل بھی دباؤ یا رد عمل کی صورت میں ممکن ہے لہذا تبدیلی تفاعل کے چار اقسام ممکنہ پائے جاتے ہیں جنہیں جدول 12.1 میں پیش کیا گیا ہے۔

¹⁶ network transfer function
¹⁷

جدول 12.1: حبال کے تبادلہ تفاعل

علامت	تبادلہ تفاعل	خارجی	داخلی
$A_v(s)$	افزائش دباؤ	دباؤ	دباؤ
$A_i(s)$	افزائش رو	رو	رو
$A_g(s)$	موصول نما افزائش	رو	دباؤ
$A_r(s)$	دباؤ نما افزائش	دباؤ	رو



شکل 12.7: مثال 12.2 کا دورہ۔

مثال 12.2: شکل 12.7 میں تبادلہ تفاعل $A_i(s) = \frac{\hat{I}_2}{\hat{I}_m}$ اور $A_r(s) = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_m}$ حاصل کریں۔

حل: تقسیم رو کے کلیے سے درج ذیل لکھتے ہیں

$$\hat{I}_2 = \frac{sL_1 \hat{I}_m}{sL_1 + \frac{1}{sC} + R + sL_2}$$

جس سے افزائش رو کی تفاعل لکھتے ہیں۔

$$A_i(s) = \frac{\hat{I}_2}{\hat{I}_m} = \frac{s^2 L_1 C}{s^2 (L_1 + L_2) C + sRC + 1}$$

رو \hat{I}_2 جانتے ہوئے \hat{V}_2 لکھتے ہیں

$$\begin{aligned} \hat{V}_2 &= sL_2 \hat{I}_2 \\ &= \frac{s^3 L_1 L_2 C \hat{I}_m}{s^2 (L_1 + L_2) C + sRC + 1} \end{aligned}$$

جس سے مزاحمت نما افزائش لکھتے ہیں۔

$$A_r(s) = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_m} = \frac{s^3 L_1 L_2 C}{s^2 (L_1 + L_2) C + sRC + 1}$$

12.2 صفر اور قطب

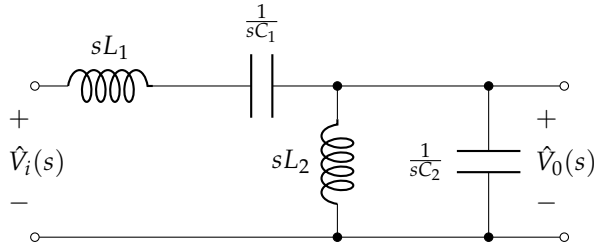
درج بالا مثال میں ہم نے دیکھا کہ تبدیلی تفاعل کو دو سلسلوں کا تناسب $\frac{A(s)}{B(s)}$ لکھا جاسکتا ہے جن کا متغیر s ہے۔ چونکہ ادوار میں پرزوں کی قیمت اور تابع یا غیر تابع منبع کی قیمت حقیقی اعداد ہوتے ہیں لہذا ان سلسلوں کے سر حقیقی اعداد ہوں گے۔ یوں کسی بھی جال کا تبدیلی تفاعل درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(12.11) \quad H(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

جہاں شمار کنندہ کثیر رکنی m درجے کا ہے جبکہ نسب نما کثیر رکنی n درجے کا ہے۔ مساوات 12.11 کو بذریعہ تجزی درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(12.12) \quad H(s) = \frac{K_0(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)}$$

یہاں غور کریں کہ اگر $s = -z_1$ ہو تب $H(s) = 0$ ہو گا۔ اسی طرح اگر $s = -z_2$ یا $s = -z_3$ ہو تو $H(s) = 0$ ہو گا۔ یہی وجہ ہے کہ $-z_1$ تا $-z_m$ تفاعل کے صفر¹⁸ کہلاتے ہیں۔ اس کے برعکس اگر $s = -p_1$ ہو یا $s = -p_2$ ہو تب $H(s)$ کی قیمت لامتناہی ہو گی۔ اسی لئے $-p_1$ تا $-p_n$ تفاعل کے قطب¹⁹ کہلاتے ہیں۔ تفاعل کے صفر اور قطب مخلوط اعداد ہو سکتے ہیں۔ مخلوط اعداد کی صورت میں ان کی جوڑیاں پائی جاتی ہیں جہاں جوڑی کے دونوں اعداد ایک دوسرے کے جوڑی دار مخلوط اعداد ہوتے ہیں۔ ایسی جوڑی کے قوسین ضرب کرنے سے حقیقی سروالے کثیر رکنی دیتے ہیں جو ادوار کو ظاہر کر سکتے ہیں۔ مساوات 12.12 کسی بھی خطی اور وقت کے ساتھ نہ بدلنے والے نظام کے تبدیلی تفاعل لکھنے کا انتہائی اہم طریقہ ہے چونکہ اس کے قطبین کو دیکھ کر تفاعل کی خاصیت کے بارے میں جانا جاسکتا ہے۔ ایسے نظام کے تبدیلی تفاعل کو عموماً اسی صورت میں لکھا جاتا ہے۔



شکل 12.8: مثال 12.3 کا دور۔

مشق 12.1: شکل 12.6-الف کا تبادلی تفاعل مساوات 12.9 میں دیا گیا ہے۔ اس کے صفر، قطب اور K_0 دریافت کریں۔

جوابات: $-z_1 = 0 \text{ Hz}$ ، $-p_1 = -20 \text{ Hz}$ ، $-p_2 = -20 \text{ kHz}$ ، $K_0 = 1.06 \times 10^6$

مشق 12.2: شکل 12.6-الف میں داخلی اشارے کو درپیش رکاوٹ دریافت کریں۔

جواب: $R_m + \frac{R_i}{1+sR_iC_i}$

مشق 12.3: شکل 12.8 میں تبادلی تفاعل $\frac{\hat{V}_0(s)}{\hat{V}_i(s)}$ حاصل کریں۔

جواب:

$$\frac{\hat{V}_0(s)}{\hat{V}_i(s)} = \frac{s^2 L_2 C_1}{s^4 L_1 L_2 C_1 C_2 + s^2 (L_1 C_1 + L_2 C_2 + L_2 C_1) + 1}$$

12.3 سائن نما تعددی تجزیہ

بعض اوقات ہم جال کو کسی مخصوص تعدد پر چلاتے ہیں۔ اس کی مثال 50 Hz پر چلنے والا واپڈا کا نظام ہے۔ اس کے برعکس کئی ادوار بدلتی تعدد پر استعمال کئے جاتے ہیں۔ سمعی ایمپلیفائر ایسا دور ہے جو 20 Hz تا 20 kHz کے تعدد پر چلایا جاتا ہے۔ ہم یہاں ادوار کی کارکردگی بالمقابل تعدد میں دلچسپی رکھتے ہیں۔ تبدلی تفاعل مخلوط عدد ہے لہذا اس کو زاویائی طرز میں لکھا جاسکتا ہے

$$(12.13) \quad H(\omega) = |H(\omega)| e^{j\phi(\omega)}$$

جہاں حتمی مقدار کا تفاعل $|H(\omega)|$ اور زاویائی تفاعل $\phi(\omega)$ دونوں تعدد پر منحصر ہیں۔ حتمی مقدار بالمقابل تعدد کے خط کو مقداری خصلت²⁰ اور زاویہ بالمقابل تعدد کے خط کو زاویائی خصلت²¹ کہتے ہیں۔

12.3.1 بوڈا خطوط

افقی محور پر $\log_{10} \omega$ اور عمودی محور پر $20 \log_{10} |H(\omega)|$ رکھنے سے مقداری بوڈا خط²² ملتا²³ ہے۔ تبدلی تفاعل کو دیکھ کر بوڈا خط کھینچا جاتا ہے۔ یہی بوڈا خطوط کی مقبولیت کی وجہ ہے۔ تعدد تابع²⁴ ادوار مثلاً ایمپلیفائر، فلٹر وغیرہ کے تجزیے اور تخلیق میں بوڈا خطوط نہایت اہم ثابت ہوتے ہیں۔ مقداری بوڈا خط کے عمودی محور کی پیمائش ڈیسی بیل²⁵ dB میں کی جاتی ہے۔ ڈیسی بیل کو بنیادی طور پر آواز کے طاقت کی تناسب ناپنے کے لئے استعمال کیا جاتا تھا جہاں دو طاقتوں کے تناسب کے لاگ $\log_{10} \frac{P_2}{P_1}$ کو بیل²⁶ میں ناپا جاتا تھا۔ جیسے ایک میٹر 1 m میں دس ڈیسی میٹر 10 dm ہوتے ہیں، اسی طرح ایک بیل میں دس ڈیسی بیل ہوتے ہیں لہذا ڈیسی بیل کا کلیہ درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$(12.14) \quad 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = \text{ڈیسی بیل میں طاقت کے تناسب کی پیمائش}$$

²⁰ magnitude characteristic

²¹ phase characteristic

²² Bode plots

²³ میٹرک واڈ بوڈا نے اس طرز کو دریافت کیا۔

²⁴ frequency dependent

²⁵ decibel

²⁶ Bell

اگر دونوں طاقت یکساں قیمت کے مزاحمت R کو مہیا کی جائے تب $P = I^2 R$ اور $P = \frac{V^2}{R}$ استعمال کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(12.15) \quad \begin{aligned} \text{ڈیسی نیل میں طاقت کے تناسب کی پیمائش} &= 10 \log_{10} \frac{|\hat{I}_2|^2 R}{|\hat{I}_1|^2 R} = 20 \log_{10} \frac{|\hat{I}_2|}{|\hat{I}_1|} \\ \text{ڈیسی نیل میں طاقت کے تناسب کی پیمائش} &= 10 \log_{10} \frac{|\hat{V}_2|^2 / R}{|\hat{V}_1|^2 / R} = 20 \log_{10} \frac{|\hat{V}_2|}{|\hat{V}_1|} \end{aligned}$$

مساوات 12.15 میں دیے ڈیسی نیل کے کلیے اتنے مقبول ہوئے ہیں کہ غیر یکساں مزاحمت کی صورت میں بھی دباؤ کی تناسب یارو کی تناسب کو انہیں کلیوں سے ڈیسی نیل میں ناپا جاتا ہے۔

مشق 12.4: ایک ایمپلیفائر کو 10 mW طاقت کا داخلی اشارہ فراہم کیا جاتا ہے جبکہ ایمپلیفائر خارجی جانب سپیکر کو 15 W طاقت فراہم کرتا ہے۔ ایمپلیفائر کی افزائش طاقت A_p کو ڈیسی نیل میں حاصل کریں۔

$$\text{جواب: } A_p = 31.76 \text{ dB}$$

مشق 12.5: ایک ایمپلیفائر کی افزائش دباؤ $A_v = 22 \text{ V V}^{-1}$ ہے۔ اس کی افزائش دباؤ کو ڈیسی نیل میں لکھیں۔

$$\text{جواب: } A_v = 26.85 \text{ dB}$$

مشق 12.6: سلسلہ وار جڑے 414Ω اور 1000Ω مزاحمتوں کو $\hat{V}_i = 100 \text{ V rms}$ کا داخلی اشارہ مہیا کیا جاتا ہے جبکہ $1 \text{ k}\Omega$ پر خارجی اشارہ \hat{V}_0 ناپا جاتا ہے۔ جال کی افزائش دباؤ کو ڈیسی نیل میں دریافت کریں۔

جواب: خارجی دباؤ $\hat{V}_0 = \frac{100 \times 1000}{1000 + 414} = 70.72 \text{ V rms}$ ہے جو داخلی دباؤ کے 0.7072 گنا ہے۔ دباؤ کی قیمت 0.7072 گنا ہونے سے طاقت کی قیمت 0.5 گنا رہ جاتی ہے جو -3 dB کے برابر ہے۔

بوڈا مقداری خط کھینچنا چند مثالوں سے سیکھتے ہیں۔ پہلی مثال میں تبدیلی تفاعل درج ذیل لیتے ہیں جس میں ایک عدد صفر پایا جاتا ہے۔

$$(12.16) \quad H(\omega) = K_0(j\omega + z_1)$$

اس کو ترتیب دیتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جہاں دوسری قدم پر $K_0 z_1 = K'_0$ لکھا گیا ہے۔

$$(12.17) \quad \begin{aligned} H(\omega) &= K_0 z_1 \left(1 + j \frac{\omega}{z_1} \right) \\ &= K'_0 \left(1 + j \frac{\omega}{z_1} \right) \end{aligned}$$

اس کی حتمی قیمت

$$(12.18) \quad |H(\omega)| = K'_0 \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{z_1^2}}$$

کا $20 \log_{10} |H(\omega)|$ لیتے ہیں

$$20 \log_{10} |H(\omega)| = 20 \log_{10} K'_0 + 20 \log_{10} \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{z_1^2}}$$

جس میں $\log_{10} xy = \log_{10} x + \log_{10} y$ کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(12.19) \quad 20 \log_{10} |H(\omega)| = 20 \log_{10} K'_0 + 20 \log_{10} \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{z_1^2}}$$

مساوات 12.19 پر غور کریں۔ اس کا پہلا جزو ایک مستقل ہے جو تعدد پر منحصر نہیں ہے۔ اس کو شکل 12.9-الف میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات کے دوسرے جزو کو دو مختلف تعدد کے پیٹوں پر دیکھتے ہیں۔ اگر تعدد کی قیمت z_1 سے بہت کم ہو

یعنی $\omega \ll z_1$ تب $\frac{\omega^2}{z_1^2} \ll 1$ ہوگا لہذا دوسرے جزو میں $\frac{\omega^2}{z_1^2}$ کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے دوسرا جزو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جہاں $\log_{10} 1 = 0$ کا استعمال کیا گیا ہے۔

$$20 \log_{10} \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{z_1^2}} \approx 20 \log_{10} \sqrt{1 + 0} = 0 \text{ dB}$$

شکل 12.9-الف میں z_1 سے بہت کم تعدد پر دوسرا جزو 0 dB کے برابر ہوگا۔ نقطہ a پر $\omega = \frac{z_1}{100}$ ہے لہذا اس نقطے پر دوسرا جزو صفر ڈیسی بیل دکھایا گیا ہے۔ اس نقطے کی نشاندہی دائرے سے کی گئی ہے۔ اسی طرح نقطہ b پر $\omega = \frac{z_1}{10}$ ہے لہذا یہاں بھی دوسرا جزو صفر ڈیسی بیل کے برابر ہے۔

آئیں اب مساوات 12.19 کے دوسرے جزو کو z_1 سے بہت زیادہ تعدد پر دیکھیں۔ اگر $\omega \gg z_1$ ہو تب اس جزو میں $\frac{\omega^2}{z_1^2} \gg 1$ ہوگا لہذا اس کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$20 \log_{10} \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{z_1^2}} \approx 20 \log_{10} \sqrt{\frac{\omega^2}{z_1^2}} = 20 \log_{10} \frac{\omega}{z_1}$$

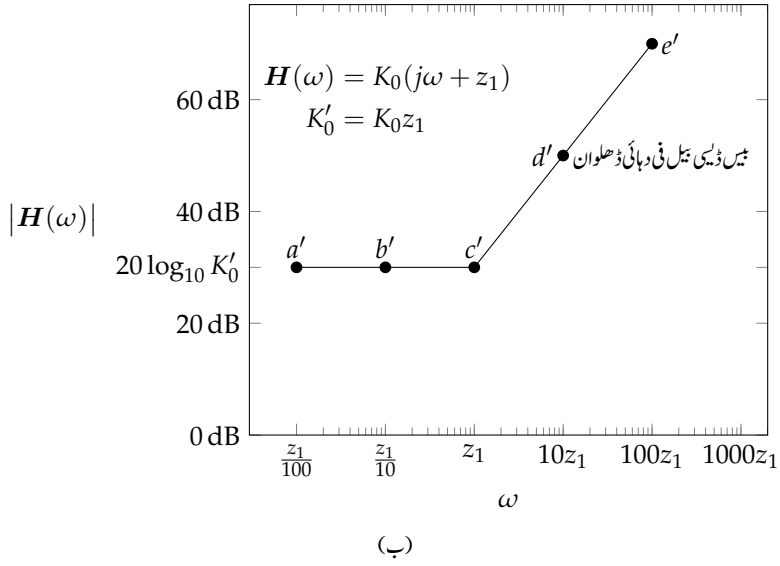
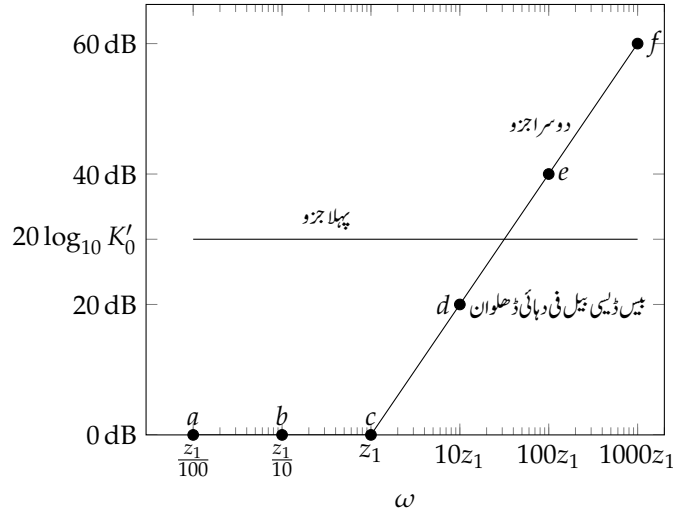
جس کی قیمت $\omega = z_1$ پر

$$20 \log_{10} \frac{\omega}{z_1} = 20 \log_{10} \frac{z_1}{z_1} = 20 \log_{10} 1 = 0 \text{ dB}$$

اور $\omega = 10z_1$ پر

$$20 \log_{10} \frac{\omega}{z_1} = 20 \log_{10} \frac{10z_1}{z_1} = 20 \log_{10} 10 = 20 \text{ dB}$$

حاصل ہوتی ہے۔ ان قیمتوں کو شکل 12.9-الف میں نقطہ c اور d ظاہر کرتی ہیں۔ اسی طرح $\omega = 100z_1$ پر اس جزو کی قیمتیں 40 dB اور 60 dB حاصل ہوتی ہیں جنہیں شکل میں نقطہ e اور f ظاہر کرتے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $\omega = z_1$ سے سیدھا خط نکلتا ہے جس کی قیمت $10z_1$ تعدد پر بڑھ کر 20 dB ہو جاتی ہے۔ یوں نقطہ c پر تعدد z_1 کے برابر ہے اور مساوات 12.19 کے دوسرے جزو کی قیمت 0 dB ہے۔ تعدد دس گنا یعنی $\omega = 10z_1$ کرنے سے اس جزو کی قیمت 20 dB ہو جاتی ہے جسے نقطہ d ظاہر کرتا ہے۔ تعدد مزید دس گنا بڑھانے $\omega = 100z_1$ سے اس جزو کی قیمت مزید 20 dB بڑھ کر 40 dB ہو جاتی ہے جس سے نقطہ e حاصل ہوتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ $\omega = z_1$ تعدد سے شروع ہوتے اس خط کی ڈھلوان بیس ڈیسی بیل فی دہائی کے برابر ہے۔



شکل 12.9: ایک عدد صفر والے تبادلی تعامل کا مقداری بوڈا خط۔

مساوات 12.19 کے اجزاء کا مجموعہ لیتے ہوئے شکل 12.9-ب حاصل ہوتا ہے۔ شکل-الف میں $\omega = \frac{z_1}{100}$ تعدد پر پہلا جزو $20 \log_{10} K'_0$ اور دوسرا جزو 0 dB کے برابر ہے لہذا ان کا مجموعہ $20 \log_{10} K'_0$ کے برابر ہو گا جسے شکل-ب میں نقطہ a' دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح بقایا تعدد پر مجموعہ لیتے ہوئے b' ، c' ، d' اور e' نقطے حاصل کئے جاتے ہیں۔

شکل 12.9-ب کو دیکھتے ہوئے درج بالا تمام قسے کا انچوڑ یہ ہے۔ صفر تعدد سے z_1 تعدد تک مساوات 12.17 کے تبدلی تفاعل کی مقدار $20 \log_{10} K'_0$ رہتی ہے جبکہ z_1 تعدد سے اس کی مقدار بیس ڈیسی بیل فی دہائی بڑھنے شروع ہو جاتی ہے اور مسلسل اسی شرح سے بڑھتی ہے۔ یوں مساوات 12.19 سے K'_0 اور z_1 حاصل کرتے ہوئے مقداری بوڈاخط کھینچا جاسکتا ہے۔

آئیں اب درج ذیل تبدلی تفاعل لیتے ہیں جس میں ایک قطب پایا جاتا ہے۔

$$(12.20) \quad H(\omega) = \frac{K_0}{j\omega + p_1}$$

اس کو ترتیب دے کر لکھتے ہیں جہاں $K'_0 = \frac{K_0}{p_1}$ لکھا گیا ہے۔

$$(12.21) \quad H(\omega) = \frac{K_0}{p_1 \left(1 + j\frac{\omega}{p_1}\right)} = \frac{K'_0}{1 + j\frac{\omega}{p_1}}$$

اس کی حتمی قیمت حاصل کرتے ہیں

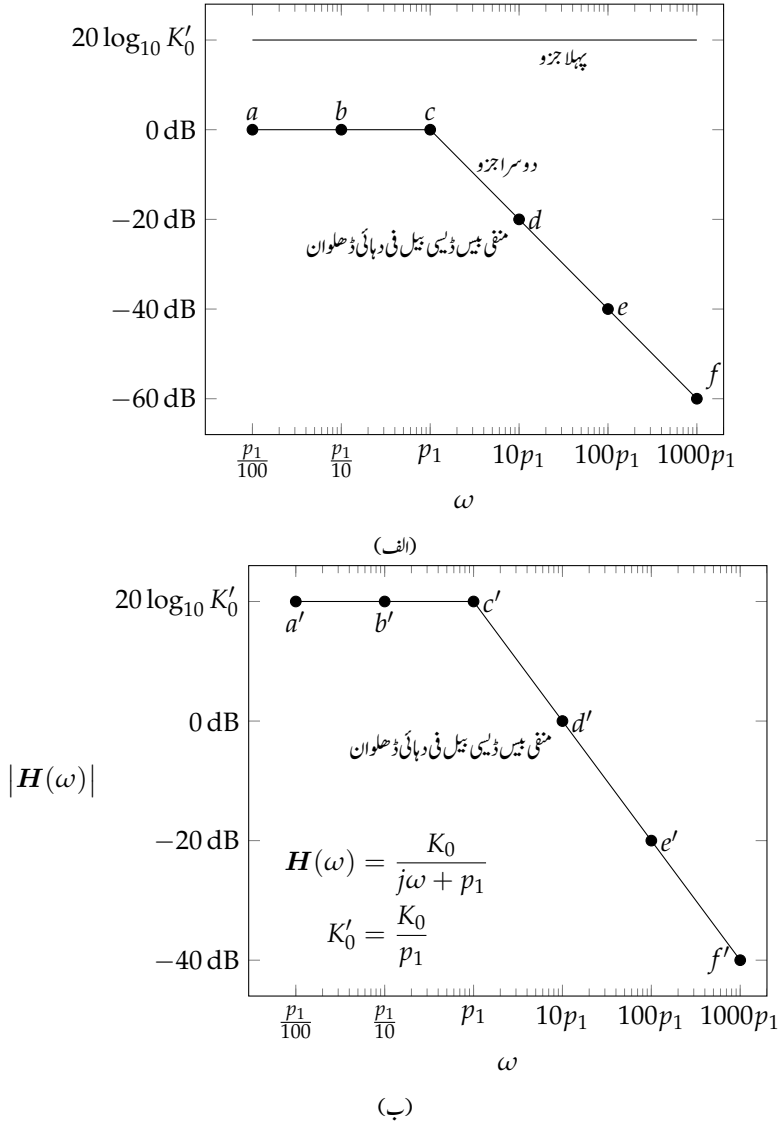
$$(12.22) \quad |H(\omega)| = \frac{K'_0}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{p_1^2}}}$$

جس کو $20 \log_{10} |H(\omega)|$ صورت میں لکھتے ہیں

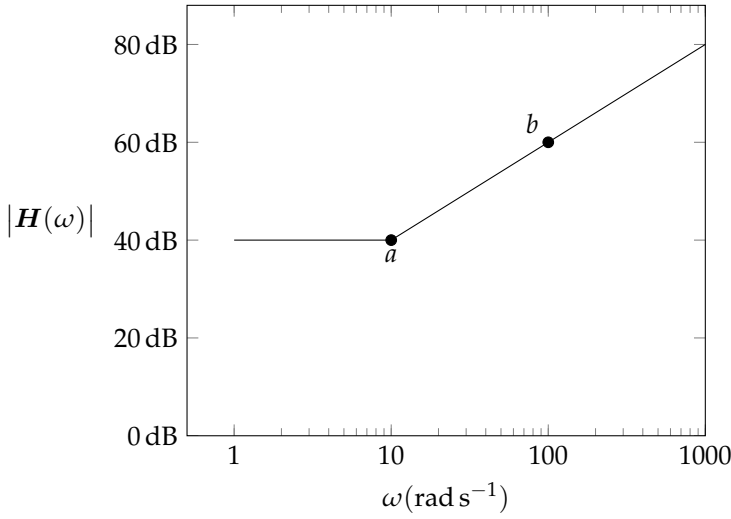
$$(12.23) \quad 20 \log_{10} |H(\omega)| = 20 \log_{10} K'_0 - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{p_1^2}}$$

جہاں $\log_{10} \frac{x}{y} = \log_{10} x - \log_{10} y$ کا استعمال کیا گیا ہے۔

مساوات 12.23 کے دو اجزاء پائے جاتے ہیں جنہیں شکل 12.10-الف میں دکھایا گیا ہے جبکہ ان کے مجموعے کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ p_1 سے کم تعدد پر تبدلی تفاعل کی حتمی قیمت $20 \log_{10} K'_0$ رہتی ہے جبکہ p_1 تعدد سے شروع ہو کر اس کی قیمت مسلسل منفی بیس ڈیسی بیل فی دہائی تبدیل ہوتی ہے۔



شکل 12.10: ایک عدد قطب والے تبادلی تفاعل کا مقداری بودا خط۔



شکل 12.11: مثال 12.3 کا دور۔

مثال 12.3: تبدیلی تفاعل $H(\omega) = 10(j\omega + 10)$ کا بوڈا خط کھینچیں۔

حل: اس کو ترتیب دیتے ہوئے لکھتے ہیں۔

$$H(\omega) = 100 \left(1 + j \frac{\omega}{10} \right)$$

یوں نیم لاگ محور پر خط کھینچتے ہوئے 10 rad s^{-1} سے کم تعدد پر تفاعل کی حتمی قیمت $20 \log_{10} 100 = 40 \text{ dB}$ ہوگی جبکہ اس تعدد سے زیادہ تعدد پر حتمی قیمت بتدریج بیس ڈیسی بیل فی دہائی بڑھے گی۔ ان نتائج کو شکل 12.11 میں دکھایا گیا ہے۔ نقطہ a پر تعدد 10 radian/s اور تفاعل کی حتمی قیمت 40 dB ہے۔ تعدد کو دس گنا کرنے سے $\omega = 100 \text{ rad s}^{-1}$ حاصل ہوتا ہے جس پر تفاعل کی حتمی مقدار بڑھ کر $40 \text{ dB} + 20 \text{ dB} = 60 \text{ dB}$ ہو جاتی ہے جسے نقطہ b سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ان دو نقطوں سے گزرتی سیدھی خط کھینچی گئی ہے جس کی ڈھلوان بیس ڈیسی بیل فی دہائی ہوگی۔

مثال 12.4: تبادلہ تفاعل $H(\omega) = \frac{1000(j\omega+100)}{j\omega+10000}$ کا مقدار بوجھ خط کھینچیں۔
