برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 11

تین دوری نظام

11.1 تین دوری ستارہ دباو

اب تک بدلتی رو طاقت کی بات کرتے ہوئے ایک عدد منبع دباو کی بات کی جاتی رہی۔ حقیقت میں بدلتی رو طاقت کی پیداوار اور ترسیل تین دوری نظام سے کی جاتی ہے۔ شکل 11.1 میں تین دوری نظام دکھایا گیا ہے جہاں تین عدد منبع استعمال کئے گئے ہیں جو آپس میں $120°$ زاویائی فاصلہ رکھتے ہیں۔ تمام دباو کے حیطے یک برابر ہونے کی صورت میں اس کو **متوازن تین دوری نظام**[1] کہا جاتا ہے۔ دکھائے گئے متوازن نظام کے دباو درج ذیل ہیں جن کے دوری سمتیات کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= 230\underline{/0^\circ}\,\text{Vrms}\\
\hat{V}_{bn} &= 230\underline{/-120^\circ}\,\text{Vrms}\\
\hat{V}_{cn} &= 230\underline{/-240^\circ}\,\text{Vrms}\\
&= 230\underline{/120^\circ}\,\text{Vrms}
\end{aligned}
\tag{11.1}
$$

انہیں کو وقتی دائرہ کار میں درج ذیل لکھا جائے گا۔ شکل-پ میں انہیں دکھایا گیا ہے۔

$$
\begin{aligned}
v_{an}(t) &= 230\sqrt{2}\cos\omega t\,\text{V}\\
v_{bn}(t) &= 230\sqrt{2}\cos(\omega t-120^\circ)\,\text{V}\\
v_{cn}(t) &= 230\sqrt{2}\cos(\omega t+120^\circ)\,\text{V}
\end{aligned}
\tag{11.2}
$$

[1] balanced three phase system

متوازن بوجھ کی صورت میں تینوں رو کے حیطے اور زاویے بھی برابر ہوں گے لہٰذا انہیں درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$
\begin{aligned}
i_{an}(t) &= I_0 \cos(\omega t - \theta)\,\mathrm{A} \\
i_{bn}(t) &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ - \theta)\,\mathrm{A} \\
i_{cn}(t) &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ - \theta)\,\mathrm{A}
\end{aligned} \tag{11.3}
$$

مساوات 11.2 کے تینوں دباو کو عمومی شکل میں لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
v_{an}(t) &= V_0 \cos \omega t\,\mathrm{V} \\
v_{bn}(t) &= V_0 \cos(\omega t - 120^\circ)\,\mathrm{V} \\
v_{cn}(t) &= V_0 \cos(\omega t + 120^\circ)\,\mathrm{V}
\end{aligned} \tag{11.4}
$$

شکل 11.1 میں n تا a کے دباو $\hat{V}_{an}$ کو شاخ کا دباو یا **دوری دباو**[2] کہا جاتا ہے۔اسی طرح n تا b کے دباو $\hat{V}_{bn}$ اور n تا c کے دباو $\hat{V}_{cn}$ بھی دوری دباو ہیں۔آئیں اس شکل سے b تا a دباو دریافت کریں جسے **دباو تار**[3] کہا جاتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{ab} &= \hat{V}_{an} - \hat{V}_{bn} \\
&= V_0\underline{/0^\circ} - V_0\underline{/-120^\circ} \\
&= V_0 - V_0\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\
&= V_0\left(\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\
&= \sqrt{3}V_0\underline{/30^\circ}
\end{aligned}
$$

یہی جواب شکل 11.2-الف میں ترسیمی طریقے سے حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں تکون سے درج ذیل لکھتے

$$
V_{ab}^2 = V_0^2 + V_0^2 - 2V_0^2 \cos 120^\circ
$$

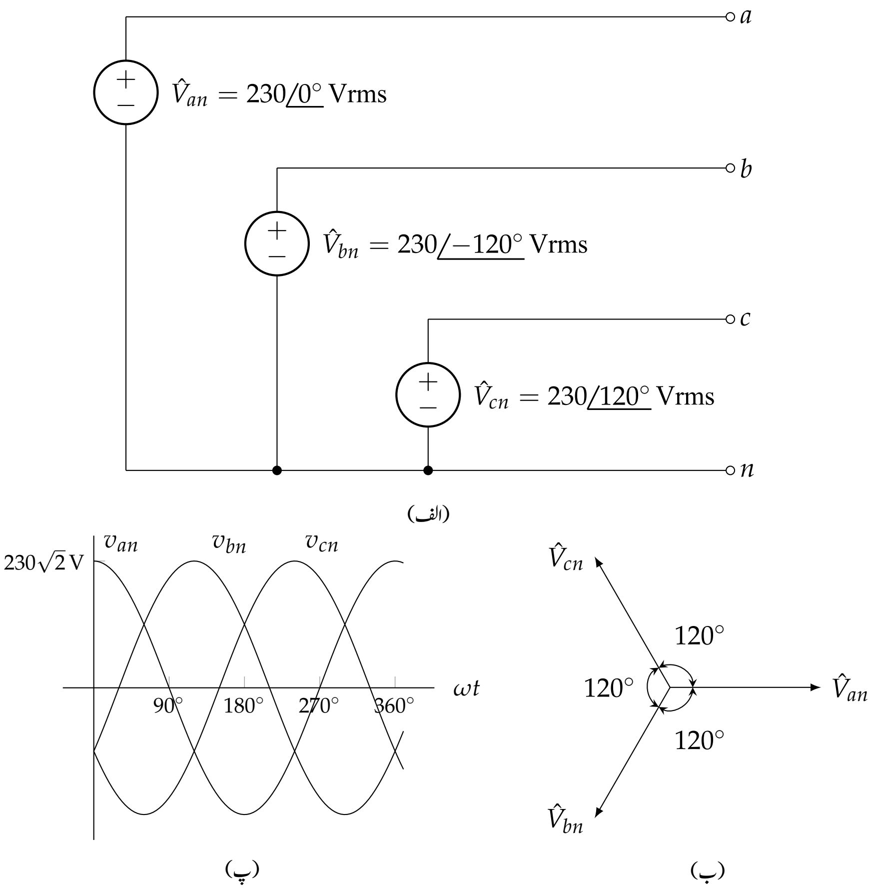
ہوئے

$$
V_{ab} = \sqrt{3}V_0 \tag{11.5}
$$

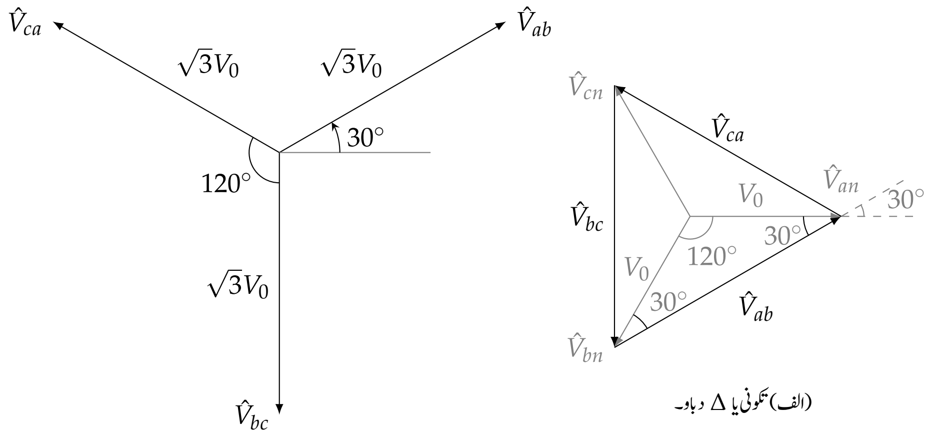
ملتا ہے اور زاویہ شکل سے 30° پڑھا جا سکتا ہے لہٰذا $\hat{V}_{ab} = \sqrt{3}V_0\underline{/30^\circ}$ ہو گا۔

چونکہ V_0 دور کا دباو ہے جبکہ $\sqrt{3}V_0$ تار کا دباو ہے لہٰذا درج بالا مساوات کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
V_{\text{تار}} = \sqrt{3}V_{\text{دور}} \tag{11.6}
$$



شکل 11.1: تین دوری نظام۔



(الف) تکونی یا Δ دباو۔

(ب) ستارہ یا Y دباو۔

شکل 11.2: دوری دباو اور دباو تار کا تعلق۔

یوں ہم تین دوری دباو تار لکھ سکتے ہیں جنہیں شکل 11.2-ب میں دکھایا گیا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{ab} &= \sqrt{3}V_0\underline{/30°} \\
\hat{V}_{ca} &= \sqrt{3}V_0\underline{/150°} \\
\hat{V}_{bc} &= \sqrt{3}V_0\underline{/-90°}
\end{aligned}
\tag{11.7}
$$

تین دوری دباو تار بھی آپس میں $120°$ زاویے پر پائے جاتے ہیں۔

شکل 11.1-ب میں v_{bn} کو v_{an} سے $120°$ پیچھے اور v_{cn} کو v_{bn} سے $120°$ پیچھے دکھایا گیا ہے لہٰذا اس نظام کی ترتیب abc ہے۔ تین دوری نظام میں عموماً a ، b ، c اور n لئے مختلف رنگ کے تار استعمال کئے جاتے ہیں۔ ہمارے ہاں لال، پیلا، نیلا اور کالا رنگ استعمال ہوتا ہے۔

---

[2] phase voltage
[3] line to line voltage

مثال 11.1: درج ذیل مساوات کو ثابت کریں۔

$$\cos\alpha + \cos(\alpha + 120°) + \cos(\alpha - 120°) = 0 \tag{11.8}$$
$$\cos\alpha + \cos(\alpha - 240°) + \cos(\alpha + 240°) = 0 \tag{11.9}$$

حل: مساوات 11.8 میں دوسرے اور تیسرے اجزاء کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\cos(\alpha + 120°) = \cos\alpha\cos 120° - \sin\alpha\sin 120° = -\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$$
$$\cos(\alpha - 120°) = \cos\alpha\cos 120° + \sin\alpha\sin 120° = -\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$$

یوں تینوں اجزاء کا مجموعہ درج ذیل ہے۔

$$(\cos\alpha) + (-\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha) + (-\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha) = 0$$

آئیں اب مساوات 11.9 کو ثابت کریں۔ مساوات کے دوسرے جزو میں $\cos(\alpha - 240°) = \cos(\alpha + 120°)$ استعمال کرتے ہوئے اور تیسرے جزو میں $\cos(\alpha + 240°) = \cos(\alpha - 120°)$ استعمال کرتے ہوئے مساوات 11.8 ملتا ہے جسے ہم ثابت کر چکے ہیں۔

مشق 11.1: متوازن abc ترتیب کے تین دوری ستارہ دباو میں $\hat{V}_{an} = 230\underline{/30°}\,\text{V rms}$ ہے۔ باقی دو موثر ستارہ دباو حاصل کرتے ہوئے موثر دباو تار بھی حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{bn} = 230\underline{/150°}\,\text{V rms}$ ، $\hat{V}_{cn} = -90\underline{/30°}\,\text{V rms}$ ، $\hat{V}_{ab} = 398.4\underline{/60°}\,\text{V rms}$ ، $\hat{V}_{bc} = 398.4\underline{/-60°}\,\text{V rms}$ ، $\hat{V}_{ca} = 398.4\underline{/180°}\,\text{V rms}$

مشق 11.2: متوازن تین دوری abc ستارہ نظام میں $\hat{V}_{ab} = 415\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ہے۔ دباو تار کا تکون شکل 11.2-الف کے طرز پر کھینچیں۔ ترسیمی طریقے سے موثر ستارہ دوری دباو حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{an} = 239.4\underline{/-30^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{bn} = 239.4\underline{/-150^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ، $\hat{V}_{cn} = 239.4\underline{/90^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$

تین دوری نظام میں علیحدہ علیحدہ دور کے لمحاتی طاقت لکھتے ہیں

$$
\begin{aligned}
p_a(t) &= v_{an}i_{an} \\
&= V_0 I_0 \cos\omega t \cos(\omega t - \theta) \\
&= \frac{V_0 I_0}{2}[\cos\theta + \cos(2\omega t - \theta)] \\
p_b(t) &= v_{bn}i_{bn} \\
&= V_0 I_0 \cos(\omega t - 120^\circ)\cos(\omega t - 120^\circ - \theta) \\
&= \frac{V_0 I_0}{2}[\cos\theta + \cos(2\omega t - \theta - 240^\circ)] \\
p_c(t) &= v_{cn}i_{cn} \\
&= V_0 I_0 \cos(\omega t + 120^\circ)\cos(\omega t + 120^\circ - \theta) \\
&= \frac{V_0 I_0}{2}[\cos\theta + \cos(2\omega t - \theta + 240^\circ)]
\end{aligned}
$$

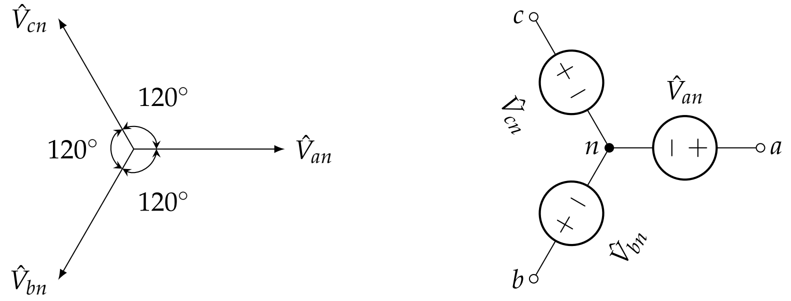
جہاں $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)]$ کا استعمال کیا گیا ہے۔ یوں مکمل نظام کا لمحاتی طاقت $p(t)$ درج بالا کا مجموعہ ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
p(t) &= p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) \\
&= \frac{V_0 I_0}{2}[3\cos\theta + \cos(2\omega t - \theta) + \cos(2\omega t - \theta - 240^\circ) + \cos(2\omega t - \theta + 240^\circ)]
\end{aligned}
$$

درج بالا مساوات میں $2\omega t - \theta = \alpha$ لکھتے ہوئے اور مساوات 11.9 استعمال کرتے ہوئے آخری تین اجزاء کے مجموعے کو صفر کے برابر لکھا جا سکتا ہے۔ یوں لمحاتی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$
p(t) = \frac{3V_0 I_0}{2}\cos\theta = 3V_{\mathrm{rms}} I_{\mathrm{rms}} \cos\theta\,\mathrm{W} \tag{11.10}
$$

آپ مساوات 11.10 کا $p_a(t) = \frac{V_0 I_0}{2}[\cos\theta + \cos(2\omega t - \theta)]$ کے ساتھ موازنہ کریں جو دگنی تعدد یعنی 2ω کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تین دوری نظام میں لمحاتی طاقت برقرار رہتا ہے۔ یہ انتہائی اہم نتیجہ ہے۔ تین دور کا موٹر برقرار میکانی قوت پیدا کرے گا لہٰذا اس میں تھرتھراہٹ کم سے کم ہو گی جو میکانی خرابی کی وجہ بنتی ہے۔



(ب) (الف)

شکل 11.3: ستارہ (Y) جوڑ۔

11.2 ستارہ ستارہ (YY) جوڑ

مساوات 11.2 میں لمحہ $t = 0$ پر v_{an} کی چوٹی پائی جاتی ہے۔ہم کہتے ہیں کہ v_{an} کا زاویائی ہٹاو صفر کے برابر ہے۔اگر v_{an} کا زاویائی ہٹاو θ ہو تب تین دوری نظام کے دوری سمتیات درج ذیل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= 230\underline{/\theta}\,\text{Vrms}\\
\hat{V}_{bn} &= 230\underline{/\theta - 120^\circ}\,\text{Vrms}\\
\hat{V}_{cn} &= 230\underline{/\theta - 240^\circ}\,\text{Vrms}
\end{aligned}
\tag{11.11}
$$

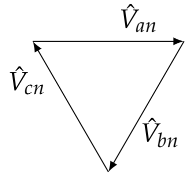
ایسی صورت میں شکل 11.1-ب کے تینوں دوری سمتیات θ زاویہ گھوم جائیں گے۔تین دوری abc نظام کی بات کرتے ہوئے ہم v_{an} کا زاویہ ہٹاو صفر کے برابر لیں گے تاکہ بار بار زاویہ ہٹاو کا تعین نہ کرنا پڑے۔

شکل 11.1-الف کے تین دوری abc نظام کو شکل 11.3-الف میں ستارہ جڑا[4] دکھایا گیا ہے۔ساتھ ہی شکل-ب میں دوری سمتیات دکھائے گئے ہیں جو ستارہ شکل بناتے ہیں۔تین دوری نظام کو اس طرح کاغذ پر بناتے ہوئے مکمل معلومات بغیر لکھے دی جاتی ہے۔یوں شکل 11.1-الف سے ظاہر ہے کہ v_{an} کا زاویہ ہٹاو صفر کے برابر ہے اور v_{bn} اس سے 120° پیچھے ہے۔یوں ظاہر ہے کہ اس نظام کی ترتیب abc ہے۔ساتھ ہی آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تینوں دباو کے حیطے برابر ہیں۔تینوں دباو کو نقطہ n سے ناپا جاتا ہے۔ستارہ جوڑ کو Y [5] جوڑ بھی کہتے ہیں۔

[4] star connected, Y connected

[5] ستارہ جوڑ کی شکل حرف Y سے مشابہت رکھتا ہے۔اسی لئے اس کو Y جوڑ بھی کہتے ہیں۔

$$\hat{V}_{an} + \hat{V}_{bn} + \hat{V}_{cn} = 0$$



شکل 11.4: تین دوری نظام کے تینوں دباو کا مجموعہ صفر کے برابر ہے۔

دوری سمتیات کا مجموعہ حاصل کرتے وقت ایک دوری سمتیہ کی نوک کے ساتھ دوسری دوری سمتیہ کی دم ملائی جاتی ہے۔اس ترکیب کو استعمال کرتے ہوئے شکل 11.4 میں ترسیمی طریقے سے درج ذیل مساوات ثابت کی گئی ہے۔

$$\hat{V}_{an} + \hat{V}_{bn} + \hat{V}_{cn} = 0 \tag{11.12}$$

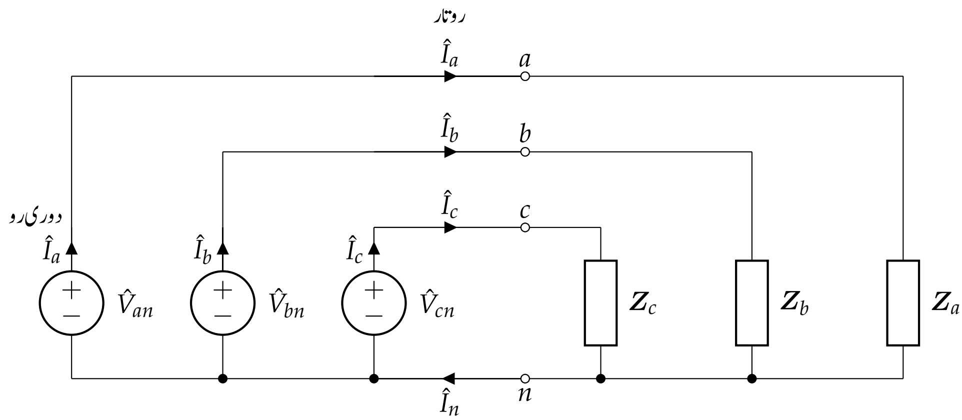
شکل 11.5-الف میں تین دوری نظام کے تینوں منبع پر بوجھ لدا دکھایا گیا ہے۔اسی کو شکل-ب میں ستارہ صورت میں دکھایا گیا ہے۔ منبع اور بوجھ دونوں ستارہ جڑے ہیں اور انہیں جوڑنے میں چار عدد تار استعمال کئے گئے ہیں لہٰذا اس نظام کو **چار تار، ستارہ ستارہ**[6] نظام یا YY نظام کہا جاتا ہے۔شاخ a پر نظر ڈالتے ہوئے معلوم ہوتا ہے کہ منبع $\hat{V}_{an}$ کی دوری رو $\hat{I}_a$ ہی منبع سے بوجھ تک تار میں پائے جانے والی رو تار $\hat{I}_a$ ہے۔یوں ستارہ ستارہ نظام کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے جہاں مساوات 11.6 کو دوبارہ پیش کیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} I_{\text{تار}} &= I_{\text{دوری}} \\ V_{\text{تار}} &= \sqrt{3} V_{\text{دوری}} \end{aligned} \qquad \text{ستارہ ستارہ نظام میں دوری اور تار کے متغیرات کے تعلق} \tag{11.13}$$

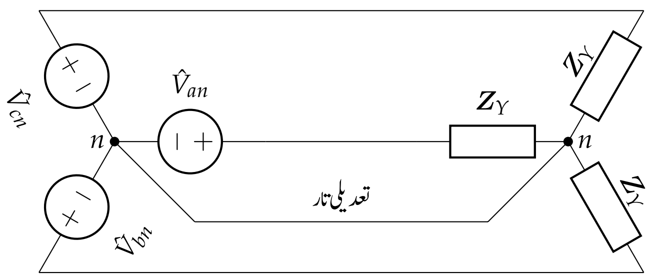
متوازن ستارہ بوجھ کی صورت میں $\boldsymbol{Z}_a = \boldsymbol{Z}_b = \boldsymbol{Z}_c = \boldsymbol{Z}_Y$ ہو گا۔ایسی صورت میں شکل 11.5-الف میں تین دوری رو درج ذیل ہوں گی جہاں $\hat{V}_a$ کا زاویہ ہٹاو صفر لیا گیا ہے اور $\frac{V_0}{Z_Y}$ کو I_0 لکھا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} \hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a}{\boldsymbol{Z}_Y} = \frac{V_0 \angle 0^\circ}{Z_Y \angle \theta_z} = \frac{V_0}{Z_Y} \angle -\theta_z = I_0 \angle -\theta_z \\ \hat{I}_b &= \frac{\hat{V}_b}{\boldsymbol{Z}_Y} = \frac{V_0 \angle -120^\circ}{Z_Y \angle \theta_z} = \frac{V_0}{Z_Y} \angle -120^\circ - \theta_z = I_0 \angle -120^\circ - \theta_z \\ \hat{I}_c &= \frac{\hat{V}_c}{\boldsymbol{Z}_Y} = \frac{V_0 \angle 120^\circ}{Z_Y \angle \theta_z} = \frac{V_0}{Z_Y} \angle 120^\circ - \theta_z = I_0 \angle 120^\circ - \theta_z \end{aligned} \tag{11.14}$$

[6] four-wire, star-star

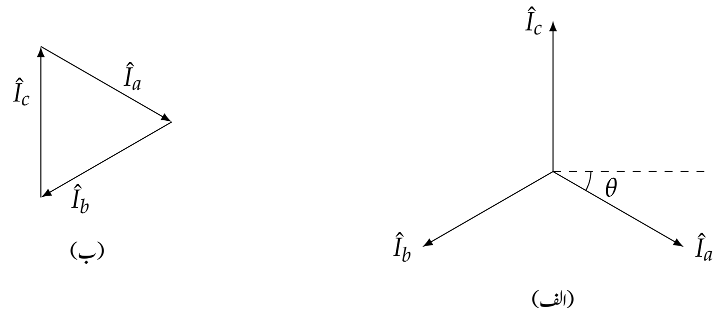


(الف)



(ب)

شکل 11.5: متوازن چار تار، ستارہ ستارہ (YY) نظام۔



شکل 11.6: متوازن منبع اور متوازن بوجھ کی صورت میں تعدیلی رو صفر ہو گی۔

شکل 11.5-الف میں منبعوں کے جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مدد سے تعدیلی تار میں رو $\hat{I}_n$ کی مساوات لکھتے ہیں

$$\hat{I}_n = \hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c$$

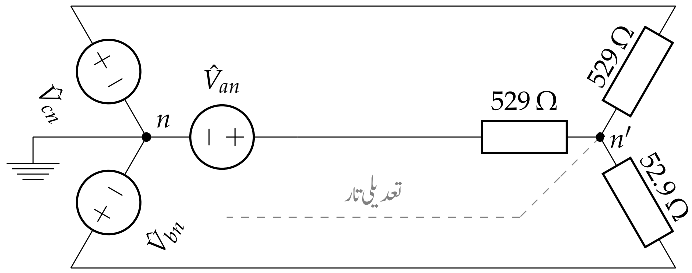
جس میں مساوات 11.14 پر کرتے ہوئے ثابت ہوتا ہے کہ $\hat{I}_n$ صفر کے برابر ہے۔

$$\hat{I}_n = \hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = 0 \qquad \text{متوازن ستارہ ستارہ میں تعدیلی رو صفر ہے} \tag{11.15}$$

شکل 11.6 میں پیچھے جزو طاقت کی صورت میں ستارہ رو اور ان کا مجموعہ دکھایا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ متوازن ستارہ منبع اور متوازن ستارہ بوجھ کی صورت میں تعدیلی رو صفر ہو گی لہٰذا تعدیلی تار اتارنے سے نظام پر کوئی اثر نہیں ہو گا۔ ہاں اگر ایک بوجھ یا ایک منبع کی قیمت تبدیل کر دی جائے تب اس شاخ کی رو تبدیل ہو جائے گی اور یوں تینوں شاخوں کی رو کا مجموعہ صفر نہ رہ پائے گا لہٰذا غیر متوازن صورت میں تعدیلی رو پائی جائے گی۔ تعدیلی تار نہ استعمال کرنے سے تین تار، **ستارہ ستارہ**[7] نظام حاصل ہوتا ہے۔جیسا مثال 11.2 میں دکھایا گیا ہے، غیر متوازن تین تار، ستارہ ستارہ نظام میں بوجھ کے تینوں شاخوں پر مختلف دباو پائے جائیں گے لہٰذا غیر متوازن نظام میں تعدیلی تار کا استعمال کرنا نہایت اہم ہے۔

متوازن ستارہ ستارہ نظام میں تینوں رو کی قیمت برابر ہوتی ہے جبکہ ان میں زاویائی فاصلہ $120°$ پایا جاتا ہے۔یوں ہم صرف ایک منبع اور اس کے بوجھ کو حل کرتے ہوئے تمام جوابات اخذ کر سکتے ہیں۔اس نظام میں تینوں تار کی رکاوٹ بھی برابر ہوتی ہے لہٰذا تار کی رکاوٹ کے اثرات شامل کرتے ہوئے بھی صرف ایک دور حل کرنا پڑتا ہے۔چونکہ متوازن ستارہ ستارہ نظام کے تعدیلی تار میں رو صفر رہتی ہے لہٰذا اس تار کی رکاوٹ کا نظام میں دباو اور رو پر کوئی اثر نہیں ہوتا لہٰذا تعدیلی تار کی رکاوٹ غیر اہم ہے۔یوں تعدیلی تار کی رکاوٹ کچھ بھی تصور کی جا سکتی ہے۔ہم تعدیلی تار کی رکاوٹ صفر تصور کریں گے۔

[7] three-wire, star-star



شکل 11.7: مثال 11.2 کا دور۔

مثال 11.2: گھریلو صارفین کو تعدیلی تار اور ایک زندہ تار کے ذریعہ طاقت فراہم کیا جاتا ہے۔یوں ایک ہی محلے میں کچھ گھرانوں کو $\hat{V}_{an}$ فراہم کیا جائے گا، کچھ کو $\hat{V}_{bn}$ اور کچھ گھرانوں کو $\hat{V}_{cn}$ فراہم کیا جائے گا۔یوں اوسطاً ترسیلی نظام کو متوازن صورت حال نظر آتی ہے۔ حقیقت میں گھریلو بوجھ غیر متوازن بوجھ ہے لہٰذا اس کو تعدیلی تار سے جوڑنا ضروری ہے۔آئیں دیکھیں کہ ایسا نہ کرنے کے کیا نتائج ہو سکتے ہیں۔

ٹرانسفارمر کے قریب تعدیلی تار کو زمین میں نمی کی گہرائی تک دھنسا جاتا ہے لہٰذا تعدیلی تار ٹھنڈی تار بھی کہلاتی ہے۔بعض اوقات تعدیلی تار کہیں سے ٹوٹ جاتی ہے۔ شکل 11.7 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے جہاں ایک گھرانے نے $1\,\mathrm{kW}$ کا پمپ چالو کیا ہوا ہے جبکہ بقایا دو گھرانوں نے ایک ایک عدد $100\,\mathrm{W}$ کا بلب روشن کیا ہو ہے۔پمپ کو $52.9\,\Omega$ سے اور بلب کو $529\,\Omega$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔دوری موثر دباو $230\,\mathrm{V\,rms}$ ہے۔گھروں میں تعدیلی تار یعنی نقطہ n' پر دباو دریافت کرتے ہوئے بلب پر دباو حاصل کریں۔

حل: نقطہ n' پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں۔اس نقطے سے رو کو نکلتا ہوا لیا گیا ہے۔

$$\frac{\hat{V}_n' - \hat{V}_{an}}{52.9} + \frac{\hat{V}_n' - \hat{V}_{bn}}{529} + \frac{\hat{V}_n' - \hat{V}_{cn}}{529} = 0$$

اس میں منبع کے دباو پر کرتے ہوئے

$$\frac{\hat{V}_n' - 230\underline{/0^\circ}}{52.9} + \frac{\hat{V}_n' - 230\underline{/-120^\circ}}{529} + \frac{\hat{V}_n - 230\underline{/120^\circ}}{529} = 0$$

حل کرتے ہیں۔

$$\hat{V}'_n = 172.5\underline{/-120^\circ}\,\text{V rms}$$

یہاں غور کریں۔عام حالت میں تعدیلی تار پر صفر وولٹ کا دباو ہوتا ہے۔اسی لئے اس کو ٹھنڈی تار کہتے ہیں۔یہاں تعدیلی نقطے پر $172.5\,\text{V rms}$ کا خطرناک دباو پایا جاتا ہے۔آئیں اب بلب پر دباو دیکھیں۔

منبع $\hat{V}_{an}$ کے ساتھ جڑے بلب پر درج ذیل دباو ہو گا۔

$$230\underline{/0^\circ} - 172.5\underline{/-120^\circ} = 349.8\underline{/25^\circ}\,\text{V rms}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $230\,\text{V rms}$ پر چلنے والا بلب $349.8\,\text{V rms}$ کا تاب نہ لاتے ہوئے جھلس[8] جائے گا۔

مثال 11.3: متوازن تین دوری ستارہ ستارہ abc نظام میں موثر دوری دباو $230\,\text{V rms}$ ہے جبکہ تار اور بوجھ کے رکاوٹ بالترتیب $0.5 + j1\,\Omega$ اور $15 + j12\,\Omega$ ہیں۔تمام دباو بوجھ اور تار کی رو دریافت کریں۔

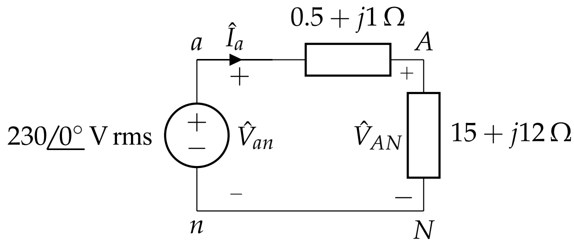
حل:شاخ a کو صفر زاویے پر رکھتے ہوئے تین منبع کے دباو لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= 230\underline{/0^\circ}\,\text{V rms}\\
\hat{V}_{bn} &= 230\underline{/-120^\circ}\,\text{V rms}\\
\hat{V}_{acn} &= 230\underline{/120^\circ}\,\text{V rms}
\end{aligned}$$

ستارہ ستارہ نظام کے ایک شاخ کو شکل 11.8 میں دکھایا گیا ہے جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}_a &= \frac{230\underline{/0^\circ}}{0.5 + j1 + 15 + j12} = 11.37\underline{/-40^\circ}\,\text{A rms}\\
\hat{V}_{AN} &= \left(\frac{15 + j12}{0.5 + j1 + 15 + j12}\right) 230\underline{/0^\circ} = 218.4\underline{/-1.3^\circ}\,\text{V rms}
\end{aligned}$$

[8] یہ گھرانے خوش قسمت ہیں۔بلب کی جگہ قیمتی کمپیوٹر یا ٹیلی ویژن بھی ہو سکتا تھا۔



شکل 11.8: مثال 11.3 کا دور۔

ان جوابات کو 120° ہٹا دیتے ہوئے بقایا جوابات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}_b &= 11.37\underline{/-120^\circ - 40^\circ} = 11.37\underline{/-160^\circ}\,\mathrm{A\,rms}\\
\hat{I}_c &= 11.37\underline{/+120^\circ - 40^\circ} = 11.37\underline{/80^\circ}\,\mathrm{A\,rms}\\
\hat{V}_{BN} &= 218.4\underline{/-120^\circ - 1.3^\circ} = 218.4\underline{/-121.3^\circ}\,\mathrm{V\,rms}\\
\hat{V}_{CN} &= 218.4\underline{/+120^\circ - 1.3^\circ} = 218.4\underline{/118.7^\circ}\,\mathrm{V\,rms}
\end{aligned}$$

مشق 11.3: متوازن abc ستارہ جڑے منبع میں $\hat{V}_{an} = 100\underline{/180^\circ}\,\mathrm{V}$ ہے۔ دباو تار حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{ab} = 173.2\underline{/-150^\circ}\,\mathrm{V}$ ، $\hat{V}_{ca} = 173.2\underline{/-30^\circ}\,\mathrm{V}$ ، $\hat{V}_{bc} = 173.2\underline{/90^\circ}\,\mathrm{V}$

مشق 11.4: متوازن abc ستارہ جڑے منبع میں $\hat{V}_{ab} = 180\underline{/150^\circ}\,\mathrm{V}$ ہے۔ دوری دباو حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{an} = 86.6\underline{/90^\circ}\,\mathrm{V}$ ، $\hat{V}_{bn} = 86.6\underline{/-30^\circ}\,\mathrm{V}$ ، $\hat{V}_{cn} = 86.6\underline{/-150^\circ}\,\mathrm{V}$

مشق 11.5: ستارہ ستارہ abc ترتیب کے نظام میں بوجھ پر دباو $\hat{V}_{AN} = 220\underline{/-15.6^\circ}\,\text{V rms}$ ہے۔ستارہ بوجھ کے ایک دور کی رکاوٹ $4 + j2\,\Omega$ اور تار کی رکاوٹ $1 + j1.5\,\Omega$ ہے۔ستارہ منبع کی دوری دباو حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{V}_{an} = 300\underline{/-7.2^\circ}\,\text{V rms}$ ، $\hat{V}_{bn} = 300\underline{/-127.2^\circ}\,\text{V rms}$ ، $\hat{V}_{cn} = 300\underline{/112.8^\circ}\,\text{V rms}$

مشق 11.6: متوازن ستارہ بوجھ کے ایک دور کی رکاوٹ $0.2 - j0.12\,\Omega$ ہے۔اس کو متوازن ستارہ منبع سے طاقت فراہم کی جاتی ہے جس کا دباو دور $110\,\text{V rms}$ ہے۔نظام کی ترتیب abc ہے۔دور a کا زاویہ ہٹاو صفر لیتے ہوئے تار کی رو دریافت کریں۔

جوابات: $\hat{I}_a = 471\underline{/31^\circ}\,\text{A rms}$ ، $\hat{I}_b = 471\underline{/-89^\circ}\,\text{A rms}$ ، $\hat{I}_c = 471\underline{/151^\circ}\,\text{A rms}$

مشق 11.7: متوازن ستارہ ستارہ نظام میں تاروں میں کل ضیاع $962\,\text{W}$ ہے۔بوجھ کا دوری دباو $v_{AN} = 240\underline{/38^\circ}\,\text{V rms}$ جبکہ اس کا آگے جزو طاقت 0.69 ہے۔تار کی رکاوٹ $1.2 + j1.5\,\Omega$ ہے۔بوجھ کی دوری رکاوٹ دریافت کریں۔

جواب: $10.13 - j10.63\,\Omega$

11.3 تین دوری تکونی (Δ) دباو

شکل 11.9-الف میں تین عدد منبع کو تین تاروں کے مابین تکونی[9] جوڑا گیا ہے۔ مساوات 11.6 دباو تار اور دوری دباو کا تعلق دیتا ہے۔ یوں اگر شکل-الف کے تکونی جڑے منبع کے دباو

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{ab} &= V_L\underline{/0^\circ} \\
\hat{V}_{bc} &= V_L\underline{/-120^\circ} \\
\hat{V}_{ca} &= V_L\underline{/+120^\circ}
\end{aligned} \tag{11.16}
$$

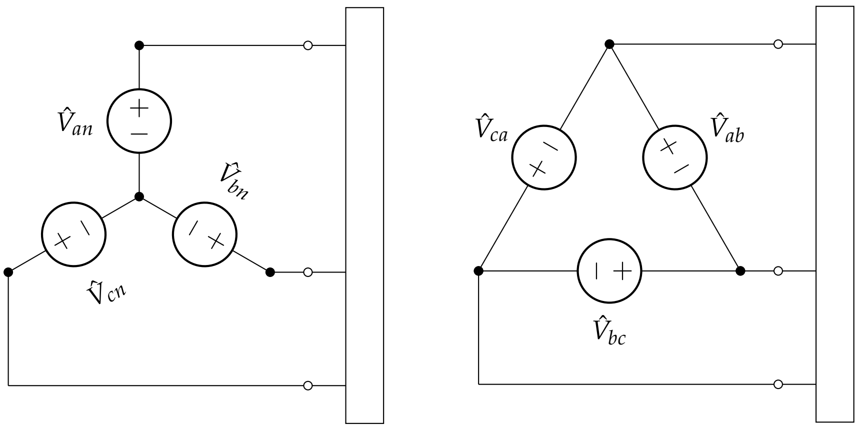
ہوں جہاں V_L دباو تار کا حیطہ ہے تب شکل-ب میں دکھائے گئے ان کے مساوی ستارہ منبع درج ذیل ہوں گے جہاں ستارہ جڑے منبع کے دباو کا حیطہ V_p لکھا گیا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}}\underline{/-30^\circ} = V_p\underline{/-30^\circ} \\
\hat{V}_{bn} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}}\underline{/-150^\circ} = V_p\underline{/-150^\circ} \\
\hat{V}_{cn} &= \frac{V_L}{\sqrt{3}}\underline{/-270^\circ} = V_p\underline{/90^\circ}
\end{aligned} \tag{11.17}
$$

یوں جہاں بھی تکونی منبع نسب ہو، اس کی جگہ مساوی ستارہ منبع نسب کرتے ہوئے دور کو ستارہ منبع کے تمام طریقوں سے حل کیا جا سکتا ہے۔ آئیں اس پر ایک مثال دیکھیں۔

کسی بھی تین عدد منبع کے منفی سر آپس میں جوڑنے سے ستارہ منبع حاصل ہو گا۔ تین عدد منبع کو تکونی جوڑتے وقت چوکس رہنا ضروری ہے۔ تکونی جوڑ میں ایک منبع کا منفی سر دوسرے منبع کے مثبت سر سے جڑتا ہے۔ شکل 11.10-الف میں تین متوازن بدلتی رو منبع کو تکونی جوڑا گیا ہے۔ یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ تین متوازی بدلتی رو منبع کو سلسلہ وار جوڑتے ہوئے ابتدائی سر a' اور اختتامی سر a کے مابین صفر وولٹ دباو پایا جاتا ہے لہٰذا انہیں آپس میں جوڑا کر تکونی منبع حاصل کیا جاتا ہے۔ یہاں یہ تسلی بھی کر لیں کہ V_L دباو کے یک سمتی منبع کی صورت میں a' اور a کے مابین تین گنا دباو $(3V_L)$ پایا جائے گا لہٰذا انہیں کسی بھی صورت آپس میں نہیں جوڑا جا سکتا ہے۔ یہاں یہ بھی تسلی کر لیں کہ تینوں منبع کے دباو کی حتمی قیمت بالکل برابر ہونا ضروری ہے اور ان میں 120° زاویائی فرق بھی لازم ہے۔ آپ یہ بھی دیکھ سکتے ہیں کہ تکونی منبع میں کسی ایک منبع کے الٹ جڑنے سے خطرناک نتائج رو نما ہو سکتے ہیں۔

---
[9] delta connected, Δ



شکل 11.9: ستارہ اور تکونی دباو۔

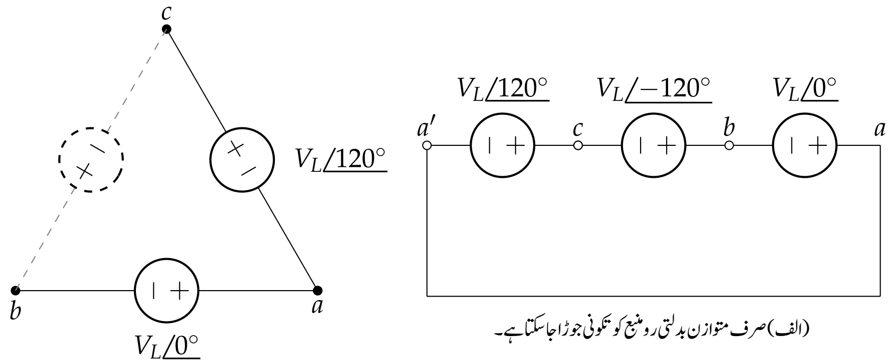
تکونی منبع میں ایک دلچسپ بات یہ ہے کہ اس میں سے کسی ایک منبع کے ہٹانے سے دباو تار تبدیل نہیں ہوتے۔ شکل 11.10-ب میں نقطہ دار لکیر سے دکھائے گئے منبع کو ہٹاتے ہوئے تسلی کر لیں کہ تینوں دباو تار تبدیل نہیں ہوتے۔ شکل-ب میں کھلا تکون[10] دکھایا گیا ہے۔ چونکہ طاقت کی فراہمی منبع سے ہوتی ہے لہٰذا کھلا تکون پورے تکونی منبع کے $\frac{2}{3}$ گنا طاقت فراہم کرے گا۔

مشق 11.8: شکل 11.10-الف میں ثابت کریں کہ a تا a' دباو صفر کے برابر ہے۔

مشق 11.9: شکل 11.10-ب میں منبع $\hat{V}_{bc}$ نہیں پایا جاتا ہے۔ بقایا دو منبع کے دباو سے نقطہ c تا b دباو $\hat{V}_{bc}$ حاصل کریں۔

---

[10] open delta



(ب) کھلا تکون۔

(الف) صرف متوازن بدلتی رو منبع کو تکونی جوڑا جا سکتا ہے۔

شکل 11.10: تکونی منبع دباو۔

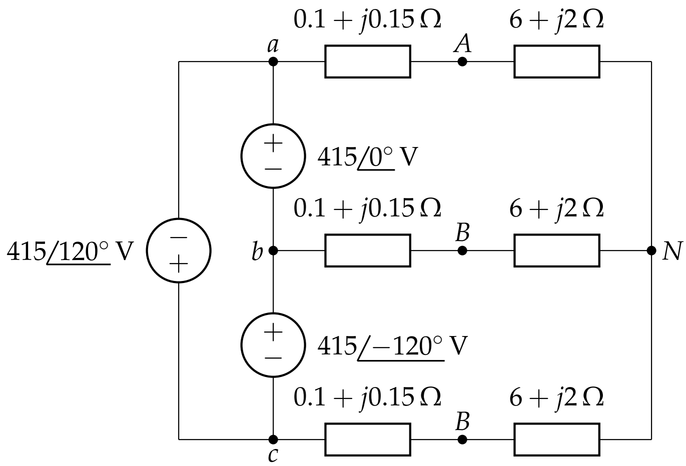
مثال 11.4: شکل 11.11-الف میں تکونی منبع کی جگہ مساوی ستارہ منبع نسب کرتے ہوئے تار کی رو اور بوجھ پر دباو حاصل کریں۔

حل: شکل-ب میں تکونی منبع کا مساوی ستارہ منبع استعمال کرتے ہوئے ایک شاخ دکھایا گیا ہے جس سے درج ذیل حاصل کیا جا سکتا ہے۔

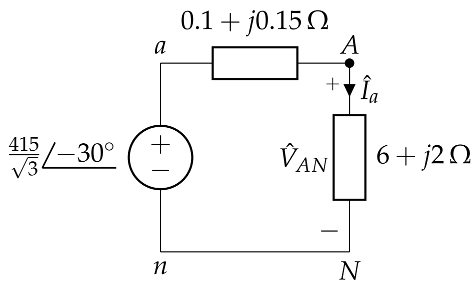
$$\hat{I}_a = \frac{\frac{415}{\sqrt{3}}\angle -30^\circ}{0.1 + j0.15 + 6 + j2} = 37\angle -49^\circ \,\mathrm{A}$$

$$\hat{V}_{AN} = \frac{415}{\sqrt{3}}\angle -30^\circ \left(\frac{6 + j2}{0.1 + j0.15 + 6 + j2}\right) = 234\angle -31^\circ \,\mathrm{V}$$

یوں بوجھ پر دباو تار $\sqrt{3}(234) = 405\,\mathrm{V}$ ہو گا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ منبع پر دباو تار کی قیمت بوجھ پر دباو تار سے زیادہ ہے لہٰذا دباو کی بات کرتے وقت مقام کی وضاحت ضروری ہے۔

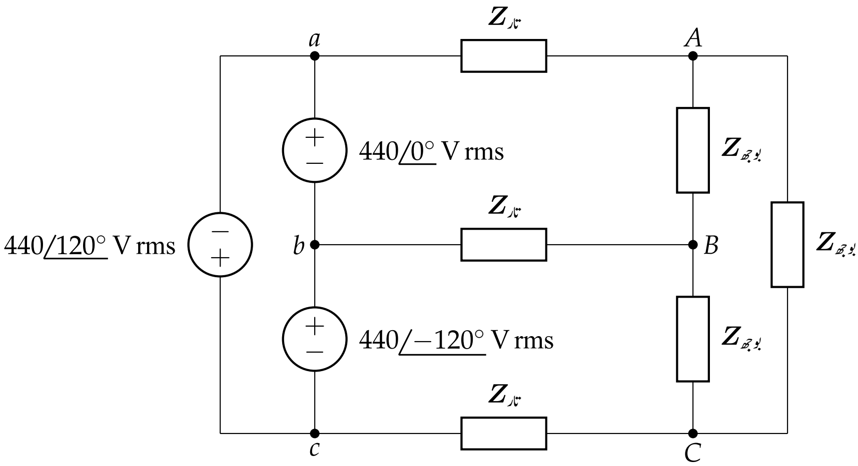


(الف) تکونی منبع پر ستارہ بوجھ لدا ہے۔



(ب) تکونی منبع کا مساوی ستارہ منبع نسب کرتے ہوئے ایک شاخ دکھایا گیا ہے۔

شکل 11.11: مثال 11.4 کا دور۔



شکل 11.12: مشق 11.11 کا تکون تکون ΔΔ دور۔

مشق 11.10: شکل 11.11 میں تار کی رکاوٹ $0.8 + j1\,\Omega$ اور بوجھ کی دوری رکاوٹ $14 - j6\,\Omega$ جبکہ تکونی منبع کا دباو $\hat{V}_{ab} = 66\angle 0^\circ\,\text{V}$ لیتے ہوئے بوجھ کی رو اور دوری دباو حاصل کریں۔

جوابات: $\hat{I}_a = 2.4\angle -11^\circ\,\text{A}$ ، $\hat{V}_{AN} = 37\angle -35^\circ\,\text{V}$

مشق 11.11: شکل 11.12 میں $Z_{\text{تار}} = 0.4 + j0.2\,\Omega$ اور $Z_{\text{بوجھ}} = 12 + j4\,\Omega$ ہیں۔ بوجھ پر موثر دباو تار دریافت کریں۔

جواب: $V_L = 398\,\text{V rms}$

11.4 تکونی بوجھ

شکل 11.13 میں ستارہ منبع کے ساتھ تکونی بوجھ جوڑا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تکونی بوجھ یا تکونی منبع کی صورت میں تعدیلی تار استعمال نہیں کیا جا سکتا ہے لہٰذا یہ تین تار کا نظام ہو گا۔بوجھ کے ایک شاخ پر دباو تار پایا جاتا ہے۔یوں اگر ستارہ دباو درج ذیل ہوں

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{an} &= V_p\underline{/0^\circ} \\
\hat{V}_{bn} &= V_p\underline{/-120^\circ} \\
\hat{V}_{cn} &= V_p\underline{/+120^\circ}
\end{aligned}
$$

تب دباو تار درج ذیل ہوں گے جہاں تار کی رکاوٹ نہ ہونے کی وجہ سے منبع اور بوجھ پر برابر دباو تار پایا جاتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{ab} &= \sqrt{3}V_p\underline{/30^\circ} = V_L\underline{/30^\circ} = \hat{V}_{AB} \\
\hat{V}_{bc} &= \sqrt{3}V_p\underline{/-90^\circ} = V_L\underline{/-90^\circ} = \hat{V}_{BC} \\
\hat{V}_{ca} &= \sqrt{3}V_p\underline{/-210^\circ} = V_L\underline{/150^\circ} = \hat{V}_{CA}
\end{aligned}
$$

شکل 11.13 کو دیکھ کر

$$
\begin{aligned}
\hat{I}_{AB} &= \frac{\hat{V}_{AB}}{\boldsymbol{Z}_\Delta} = \frac{V_L\underline{/30^\circ}}{Z\underline{/\theta_z}} = I_0\underline{/30^\circ - \theta_z} \\
\hat{I}_{BC} &= \frac{\hat{V}_{BC}}{\boldsymbol{Z}_\Delta} = \frac{V_L\underline{/-90^\circ}}{Z\underline{/\theta_z}} = I_0\underline{/-90^\circ - \theta_z} \\
\hat{I}_{CA} &= \frac{\hat{V}_{CA}}{\boldsymbol{Z}_\Delta} = \frac{V_L\underline{/150^\circ}}{Z\underline{/\theta_z}} = I_0\underline{/150^\circ - \theta_z}
\end{aligned}
$$

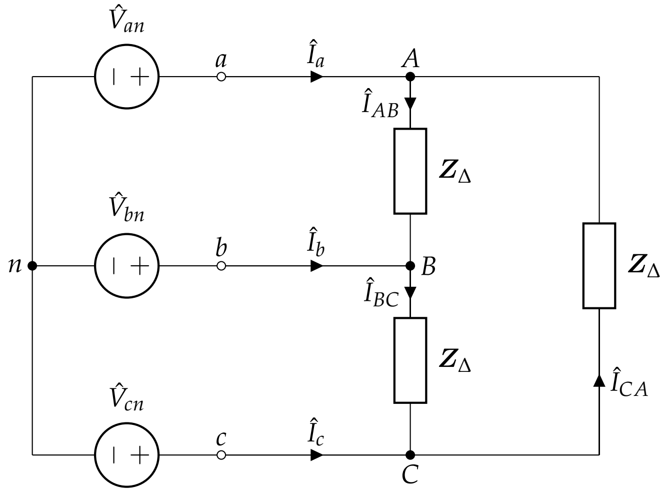
لکھا جا سکتا ہے جہاں $\boldsymbol{Z}_\Delta = Z\underline{/\theta_z}$ ہے اور مساوات میں $\frac{V_L}{Z} = I_0$ لکھا گیا ہے۔درج بالا رو آپس میں 120° زاویائی فاصلے پر پائے جاتے ہیں جبکہ تینوں رو کی حتمی قیمت برابر ہے۔ تکونی بوجھ کی رو کو شکل 11.14 میں دکھایا گیا ہے۔

درج بالا حاصل کردہ بوجھ کی رو استعمال کرتے ہوئے تار کی رو حاصل کرتے ہیں۔ شکل 11.13 کو دیکھ کر کرخوف مساوات رو سے درج ذیل لکھتے ہیں

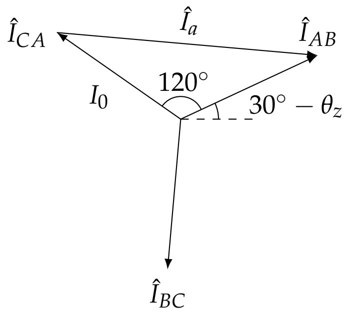
$$
\hat{I}_a = \hat{I}_{AB} - \hat{I}_{CA}
$$

جسے شکل 11.14 میں ترسیمی طریقے سے حل کرنا دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں دکھائے گئے تکون کا زاویہ 120° اور اس کے دونوں اطراف I_0 کے برابر ہیں۔یوں تار کے رو کا حیطہ کوسائن کے کلیے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$
I_a = \sqrt{I_0^2 + I_0^2 - 2I_0^2\cos 120^\circ} = \sqrt{3}I_0
$$



شکل 11.13: تین تار، ستارہ تکونی نظام۔



شکل 11.14: تکونی بوجھ کی رو سے تار کی رو کا حصول۔

جبکہ اس کا زاویہ $-\theta_z$ ہے لہٰذا تار کی رو $\hat{I}_a = \sqrt{3}I_0\underline{/-\theta_z}$ ہے۔بقایا دو تاروں کی رو بھی اسی طرح حاصل کی جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}_a &= \sqrt{3}I_0\underline{/-\theta_z} \\
\hat{I}_b &= \sqrt{3}I_0\underline{/-120^\circ - \theta_z} \\
\hat{I}_c &= \sqrt{3}I_0\underline{/+120^\circ - \theta_z}
\end{aligned} \tag{11.18}$$

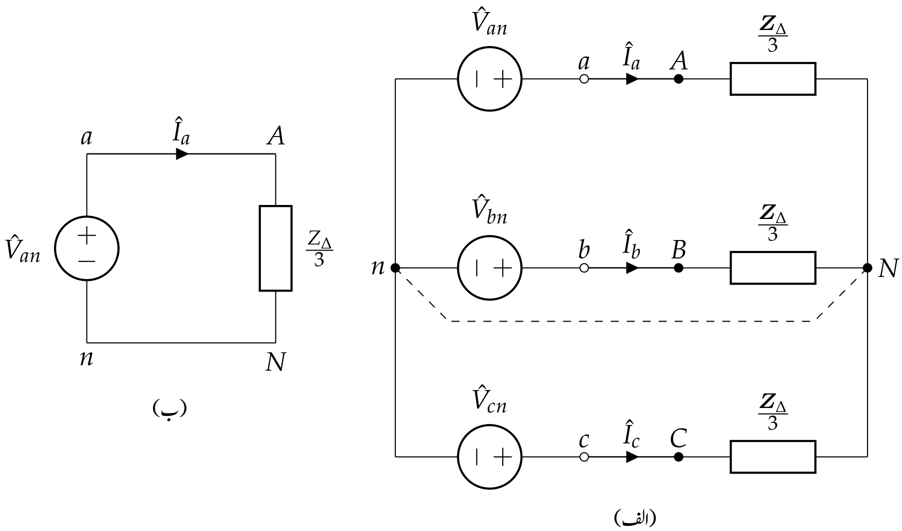
شکل 11.13 میں تکونی بوجھ کی جگہ اس کا مساوی ستارہ بوجھ نسب کرنے سے شکل 11.15-الف حاصل ہوتا ہے۔صفحہ 84 پر ستارہ-تکون تبادلہ پر غور کیا گیا ہے جہاں مساوات 2.62 متوازن تکونی مزاحمتی بوجھ کا مساوی ستارہ بوجھ دیتا ہے۔یہی مساوات متوازن رکاوٹی بوجھ کے لئے بھی قابل استعمال ہے لہٰذا متوازن تکونی بوجھ کا مساوی ستارہ بوجھ $\frac{Z_\Delta}{3}$ ہے۔تکونی جوڑ میں تعدیلی نقطہ N نہیں پایا جاتا ہے۔شکل 11.15-الف میں مساوی ستارہ بوجھ کا تعدیلی نقطہ N دکھایا گیا ہے جسے ستارہ منبع کے تعدیلی نقطہ n کے ساتھ سے جوڑا گیا ہے۔تعدیلی تار کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ہم جانتے ہیں کہ متوازن نظام میں تعدیلی تار میں رو صفر کے برابر ہوتی ہے اور اس کو استعمال کرنے یا نہ کرنے سے جوابات پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔موجودہ دور میں تعدیلی تار کے استعمال سے دور کو حل کرنے میں مدد ملتی ہے لہٰذا اس کو استعمال کیا گیا ہے۔شکل-ب میں ستارہ ستارہ دور کی ایک شاخ دکھائی گئی ہے جس سے تار کی رو لکھتے ہیں

$$\begin{aligned}
\hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_{an}}{\frac{Z_\Delta}{3}} \\
&= \frac{3V_p\underline{/0^\circ}}{Z\underline{/\theta_z}} \\
&= \frac{\sqrt{3}V_L\underline{/-\theta_z}}{Z} \\
&= \sqrt{3}I_0\underline{/-\theta_z}
\end{aligned}$$

جہاں $V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$ اور $\frac{V_L}{Z} = I_0$ کا استعمال کیا گیا ہے۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تکونی بوجھ کا مساوی ستارہ بوجھ استعمال کرنے سے دور حل کرنے میں مدد ملتی ہے۔یہی وجہ ہے کہ تین دوری نظام کو حل کرتے ہوئے پہلے ستارہ ستارہ دور حاصل کیا جاتا ہے۔اس ستارہ ستارہ دور کو حل کیا جاتا ہے اور آخر میں درکار جوابات ستارہ تکونی تبادلہ سے حاصل کئے جاتے ہیں۔

مثال 11.5: متوازی تکونی بوجھ کے ایک شاخ کی رکاوٹ $5 + j3\,\Omega$ ہے۔اس پر متوازن دباو تار لاگو کی جاتی ہے۔بوجھ کے تمام شاخوں کی رو اور تمام تاروں کی رو دریافت کریں۔ستارہ منبع کے ایک شاخ کا دباو $\hat{V}_{an} = 240\underline{/42^\circ}\,\text{V}$ ہے۔



شکل 11.15: تکونی بوجھ کی جگہ مساوی ستارہ بوجھ نسب کیا گیا ہے۔

حل: دباو تار درج ذیل ہیں جہاں تار کی رکاوٹ نہ ہونے کی وجہ سے منبع اور بوجھ کے دباو تار برابر ہیں۔

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{ab} &= \sqrt{3}240\underline{/72^\circ} = \hat{V}_{AB} \\
\hat{V}_{bc} &= \sqrt{3}240\underline{/-48^\circ} = \hat{V}_{BC} \\
\hat{V}_{ca} &= \sqrt{3}240\underline{/192^\circ} = \hat{V}_{CA}
\end{aligned}$$

یوں بوجھ کے شاخوں کی رو درج ذیل ہو گی۔

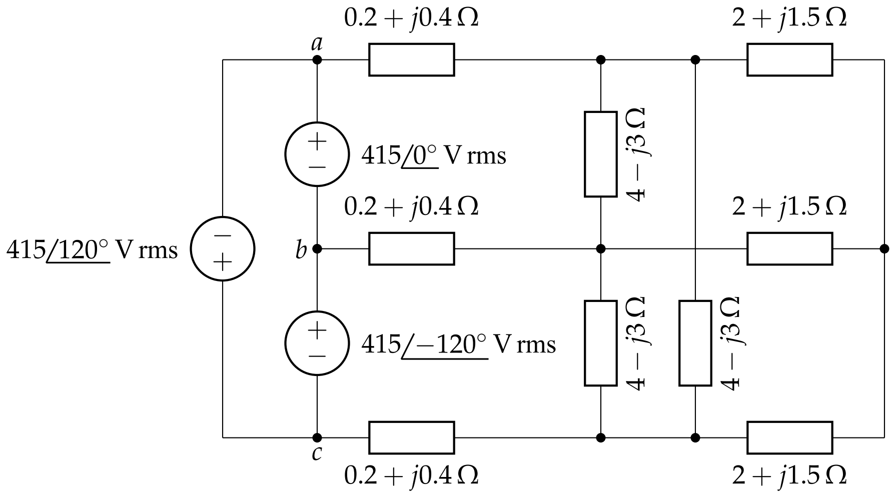
$$\hat{I}_{AB} = \frac{\hat{V}_{AB}}{5+j3} = 71.3\underline{/41^\circ}\,\mathrm{A}$$

بقایا دو شاخوں کی رو $\mp 120^\circ$ زاویائی فاصلے پر ہو گی یعنی

$$\begin{aligned}
\hat{I}_{BA} &= 71.3\underline{/-79^\circ}\,\mathrm{A} \\
\hat{I}_{CA} &= 71.3\underline{/161^\circ}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

تار کی رو حاصل کرنے کی خاطر ستارہ بوجھ استعمال کرتے ہیں۔

$$\boldsymbol{Z}_Y = \frac{\boldsymbol{Z}_\Delta}{3} = \frac{5+j3}{3} = \frac{5}{3} + j1\,\Omega$$



شکل 11.16: مشق 11.12 کا دور۔

یوں تار کی رو درج ذیل ہو گی۔

$$\hat{I}_a = \frac{\hat{V}_{an}}{\boldsymbol{Z}_Y} = \frac{240\angle 42^\circ}{\frac{5}{3} + j1} = 123.5\angle 11^\circ\ \text{A}$$

بقایا دو تاروں کی رو $\mp 120^\circ$ زاویائی فاصلے پر ہوں گی۔

$$\hat{I}_b = 123.5\angle -109^\circ\ \text{A}$$
$$\hat{I}_c = 123.5\angle 131^\circ\ \text{A}$$

مشق 11.12: شکل 11.16 میں تکونی منبع کے ساتھ $4 - j3\,\Omega$ کا تکونی بوجھ اور $2 + j1.5\,\Omega$ کا ستارہ بوجھ متوازی جڑے ہیں۔تار کی رو دریافت کریں۔

جوابات: $\hat{I}_a = 166.5\underline{/-38.7^\circ}\,\mathrm{A\,rms}$ ، $\hat{I}_b = 166.5\underline{/-158.7^\circ}\,\mathrm{A\,rms}$ ، $\hat{I}_c = 166.5\underline{/81.3^\circ}\,\mathrm{A\,rms}$

11.5 طاقت کے کلیات

چاہے بوجھ ستارہ جڑا ہو یا تکونی، فی دور حقیقی طاقت اور متعاملی طاقت درج ذیل ہوں گے جہاں V_p موثر دوری دباو، I_p موثر دوری رو اور θ ان کے مابین زاویہ یعنی زاویہ رکاوٹ θ_z ہیں۔

$$
\begin{aligned}
P_p &= V_p I_p \cos\theta \\
Q_p &= V_p I_p \sin\theta
\end{aligned}
\tag{11.19}
$$

ستارہ جڑے نظام میں $V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$ اور $I_p = I_L$ جبکہ تکونی نظام میں $V_p = V_L$ اور $I_p = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$ لکھے جا سکتے ہیں جہاں V_L دباو تار اور I_L رو تار ہیں۔ اس طرح مساوات 11.20 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

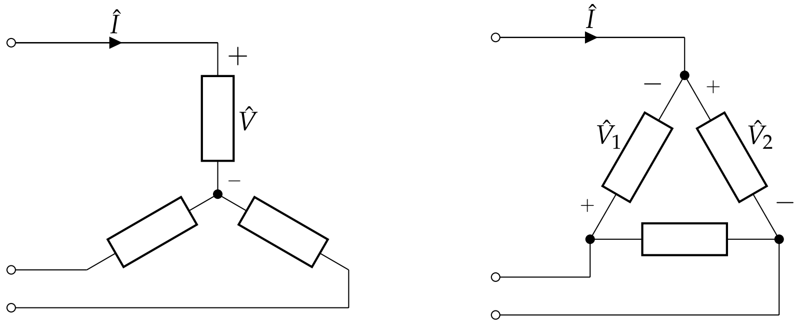
$$
\begin{aligned}
P_p &= \frac{V_L I_L}{\sqrt{3}} \cos\theta \\
Q_p &= \frac{V_L I_L}{\sqrt{3}} \sin\theta
\end{aligned}
\tag{11.20}
$$

جس سے تینوں دور کی کل طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے جہاں یاد رہے کہ θ درحقیقت کسی ایک شاخ کے بوجھ کا زاویہ θ_z ہے۔

$$
\begin{aligned}
P_T &= 3P_p = \sqrt{3} V_L I_L \cos\theta \\
Q_T &= 3Q_p = \sqrt{3} V_L I_L \sin\theta
\end{aligned}
\tag{11.21}
$$

یوں مخلوط طاقت کی حتمی قیمت اور زاویہ درج ذیل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
S_T &= \sqrt{P_T^2 + Q_Y^2} \\
&= \sqrt{3} V_L I_L \\
\underline{/\mathbf{S_T}} &= \theta
\end{aligned}
\tag{11.22}
$$



(ب) دباو اور رو کا زاویہ فرضی ستارہ دباو اور تار کی رو کے مابین ناپا جاتا ہے۔ (الف)

شکل 11.17: تین دوری نظام میں جزو طاقت۔

مثال 11.6: شکل 11.17-الف میں تکونی بوجھ دکھایا گیا ہے۔ جزو طاقت کے لئے دباو اور رو کے مابین زاویائی فرق جاننا ضروری ہے۔ رو $\hat{I}$ کا زاویہ دباو $\hat{V}_1$ سے ناپا جائے گا کہ دباو $\hat{V}_2$ سے ناپا جائے گا؟

حل: تار کی رو کا زاویہ ان دونوں دباو سے نہیں ناپا جاتا بلکہ ستارہ دباو کے ساتھ ناپا جاتا ہے۔ شکل-ب میں درست ستارہ شاخ کی نشاندہی کی گئی ہے۔ تکونی بوجھ کی صورت میں فرضی ستارہ دباو دریافت کرتے ہوئے صحیح زاویہ ناپا جاتا ہے۔ یاد رہے کہ جزو طاقت کا زاویہ حقیقت میں بوجھ کے رکاوٹ کا زاویہ ہے۔

مثال 11.7: ایک ستارہ تکونی نظام میں بوجھ کا امالی زاویہ 34° اور دباو تار $400\,\mathrm{V\,rms}$ ہیں۔ بوجھ کا حقیقی طاقت $3\,\mathrm{kW}$ ہے۔ ہمیں تار کی رو اور تکونی بوجھ کی رکاوٹ درکار ہے۔

حل: مساوات 11.21 سے رو تار حاصل کرتے ہیں۔

$$I_L = \frac{P_T}{\sqrt{3}V_L\cos\theta} = \frac{3000}{\sqrt{3}400\cos 34^\circ} = 5.2231\,\mathrm{A\,rms}$$

یوں تکونی بوجھ کی شاخ میں درج ذیل رو پائی جائے گی۔

$$I_\Delta = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{5.2231}{\sqrt{3}} = 3.0156\,\text{A rms}$$

اس طرح تکونی بوجھ کی ایک شاخ کے رکاوٹ کی حتمی قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$|\boldsymbol{Z}_\Delta| = \frac{V_L}{I_\Delta} = \frac{400}{3.0156} = 132.64\,\Omega$$

چونکہ امالی بوجھ کا زاویہ $34°$ ہے لہٰذا بوجھ کی رکاوٹ درج ذیل ہو گی۔

$$\boldsymbol{Z}_\Delta = 132.64\underline{/34°} = 110 + j74\,\Omega$$

مثال 11.8: ستارہ ستارہ نظام میں منبع کا دوری دباو $200\,\text{V rms}$ ہے۔ تار کی رکاوٹ $0.5 + j0.8\,\Omega$ اور بوجھ کے ایک شاخ کی رکاوٹ $10 + j4\,\Omega$ ہے۔ بوجھ کے ایک شاخ پر حقیقی اور متعاملی طاقت دریافت کریں۔ منبع کی کل حقیقی، متعاملی اور مخلوط طاقت دریافت کریں۔

حل: ہم حزب معمول $\hat{V}_{an} = 200\underline{/0°}\,\text{rms}$ لیتے ہیں۔ تار کی رو اور بوجھ کا دوری دباو حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_a = \frac{200\underline{/0°}}{0.5 + j0.8 + 10 + j4} = 17.323\underline{/-24.567°}\,\text{rms}$$
$$\hat{V}_{AN} = 200\underline{/0°}\left(\frac{10 + j4}{0.5 + j0.8 + 10 + j4}\right) = 186.578\underline{/-2.766°}\,\text{rms}$$

یوں بوجھ کے ایک شاخ کی مخلوط طاقت

$$\boldsymbol{S}_{\text{بوجھ}} = \hat{V}_{AN}\hat{I}_a^* = (186.578\underline{/-2.766°})(17.323\underline{/-24.567°}) = 3000 + j1200\,\text{V A}$$

ہے یعنی بوجھ کے ایک شاخ کا حقیقی طاقت $3\,\text{kW}$ اور متعاملی طاقت $1.2\,\text{kvar}$ ہیں۔

منبع کے ایک شاخ پر مخلوط طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$\boldsymbol{S}_{\text{منبع}} = \hat{V}_{an}\hat{I}_a^* = (200\underline{/0^\circ})(17.323\underline{/-24.567^\circ}) = 3151 + j1400\,\mathrm{V\,A}$$

اس طرح منبع کا کل حقیقی طاقت $9.453\,\mathrm{kW}$ ، کل متعاملی طاقت $4.2\,\mathrm{kvar}$ اور کل ظاہری طاقت $10.344\,\mathrm{kV\,A}$ ہے۔

مثال 11.9: تین دوری abc منبع سے درج ذیل بوجھ کو طاقت فراہم کی جاتی ہے۔

- پہلا بوجھ: $15\,\mathrm{kW}$ امالی طاقت جس کا جزو طاقت 0.83 ہے۔
- دوسرا بوجھ: $6\,\mathrm{kW}$ مزاحمت بوجھ۔
- تیسرا بوجھ: $10\,\mathrm{kV\,A}$ برق گیر بوجھ جس کا جزو طاقت 0.92 ہے۔

بوجھ پر دباو تار $425\,\mathrm{V\,rms}$ ہے۔تار کی رو دریافت کریں اور تمام بوجھ کا مجموعی جزو طاقت حاصل کریں۔

حل: دی گئی معلومات سے مخلوط طاقت لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{S}_1 &= 15000 + j1080\\
\boldsymbol{S}_2 &= 6000\\
\boldsymbol{S}_3 &= 9200 - j3919
\end{aligned}$$

اس سے کل مخلوط طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{S} &= 30200 + j6161\\
&= 30822\underline{/11.53^\circ}\,\mathrm{V\,A}
\end{aligned}$$

یوں کل بوجھ کا امالی جزو طاقت اور رو تار درج ذیل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
\text{pf} &= \cos(11.53°) = 0.98 \\
I_L &= \frac{|\boldsymbol{S}|}{\sqrt{3}V_L} \\
&= \frac{30822}{425\sqrt{3}} \\
&= 41.87\,\text{A rms}
\end{aligned}
$$

مثال 11.10: مثال 11.9 میں تار کی رکاوٹ $0.06 + j0.08\,\Omega$ لیتے ہوئے منبع پر دباو تار اور جزو طاقت حاصل کریں۔

حل: تینوں ترسیلی تار کی کل مخلوط طاقت دریافت کرتے ہیں۔

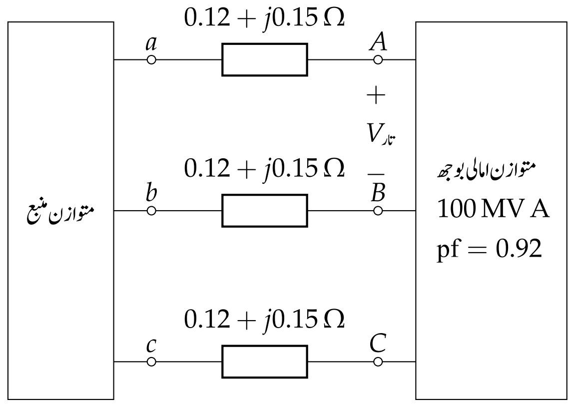
$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{S}_{\text{تار}} &= 3I_L^2\boldsymbol{Z}_{\text{تار}} \\
&= 3(41.87^2)(0.06 + j0.08) \\
&= 315.557 + j420.743
\end{aligned}
$$

یوں منبع کی مخلوط طاقت حاصل کی جا سکتی ہے۔

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{S}_{\text{منبع}} &= \boldsymbol{S}_{\text{بوجھ}} + \boldsymbol{S}_{\text{تار}} \\
&= 30200 + j6161 + 315.557 + j420.743 \\
&= 31\,217\underline{/12.17°}
\end{aligned}
$$

منبع پر دباو تار حاصل کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
V_{L\text{منبع}} &= \frac{S_{\text{منبع}}}{\sqrt{3}I_L} \\
&= \frac{31\,217}{\sqrt{3}(41.87)} \\
&= 430\,\text{V rms}
\end{aligned}
$$



شکل 11.18: مثال 11.11 کا دور۔

منبع کے مخلوط طاقت کے زاویے سے امالی جزو طاقت لکھتے ہیں۔

$$\mathrm{pf} = \cos 12.17^\circ = 0.977$$

مثال 11.11: شکل 11.18 میں متوازن تین دوری نظام دکھایا گیا ہے۔ تار میں کل ضیاع کو بوجھ پر $11\,\mathrm{kV\,rms}$ دباو تار اور $133\,\mathrm{kV\,rms}$ دباو تار کی صورت میں دریافت کریں۔

حل: پہلے $11\,\mathrm{kV\,rms}$ پر رو تار اور تار میں ضیاع دریافت کرتے ہیں۔

$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3}V_L} = \frac{100\times 10^6}{\sqrt{3}(11\,000)} = 5248\,\mathrm{A\,rms}$$
$$P_{\text{تار}} = 3I_L^2R_{\text{تار}} = 3(5248^2)(0.12) = 9.91\,\mathrm{MW}$$

اب $133\,\mathrm{kV\,rms}$ پر رو تار اور تار میں ضیاع دریافت کرتے ہیں۔

$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3}V_L} = \frac{100\times 10^6}{\sqrt{3}(133\,000)} = 434\,\mathrm{A\,rms}$$
$$P_{\text{تار}} = 3I_L^2R_{\text{تار}} = 3(434^2)(0.12) = 68\,\mathrm{kW}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ زیادہ دباو پر طاقت کی ترسیل انتہائی زیادہ سود مند ثابت ہوتی ہے۔یہی وجہ ہے کہ طاقت کی ترسیل زیادہ سے زیادہ ممکنہ دباو پر کی جاتی ہے۔

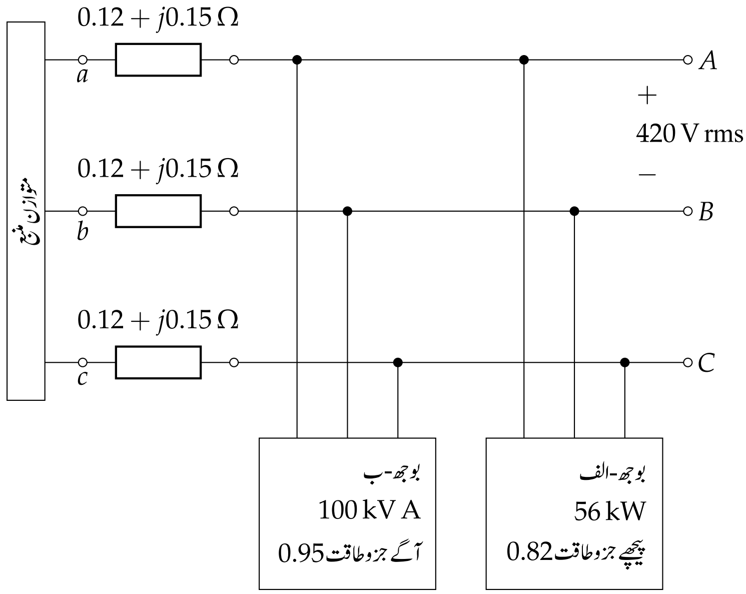
ہمارے ملک پاکستان میں برقی طاقت کا بیشتر حصہ پانی کے ڈیم سے حاصل کیا جاتا ہے۔یہ ڈیم عموماً شہروں سے دور پائے جاتے ہیں۔ڈیم پر نسب **دباو بڑھاتا ٹرانسفارمر**[11] پیدا کردہ طاقت کے دباو تار کو بڑھا کر 133 kV rms یا اس سے بھی زیادہ کرتا ہے۔ترسیل کے بعد شہر میں **دباو گھٹاتا ٹرانسفارمر**[12] دباو تار کو گھٹا کر 11 kV rms کرتا ہے۔شہر کے اندر طاقت کی ترسیل 11 kV rms کے نسبتاً کم دباو پر ہوتی ہے۔آپ کے گھر کے قریب دباو گھٹاتا ٹرانسفارمر 400 V rms دباو تار پیدا کرتا ہے جو آپ کو مہیا کا جاتا ہے۔

مشق 11.13: ستارہ ستارہ نظام میں بوجھ کو کل 42 kW طاقت 0.86 امالی جزو طاقت پر فراہم کی جا رہی ہے۔بوجھ پر دباو تار 440 V rms ہے۔بوجھ کے ایک شاخ کی رکاوٹ دریافت کریں۔

جواب: $3.96\underline{/30.68^\circ}\,\Omega$

مشق 11.14: ستارہ ستارہ نظام 55 kV A ، امالی جزو طاقت 0.64 اور 22 kV A ، امالی جزو طاقت 0.78 کے بوجھوں کو طاقت فراہم کرتا ہے۔بوجھ پر دباو تار 560 V rms ہے۔تار کی رو دریافت کریں۔

جواب: 79 A rms



شکل 11.19: مشق 11.15 کا دور۔

مشق 11.15: شکل 11.19 میں روتار اور طاقت منبع دریافت کریں۔

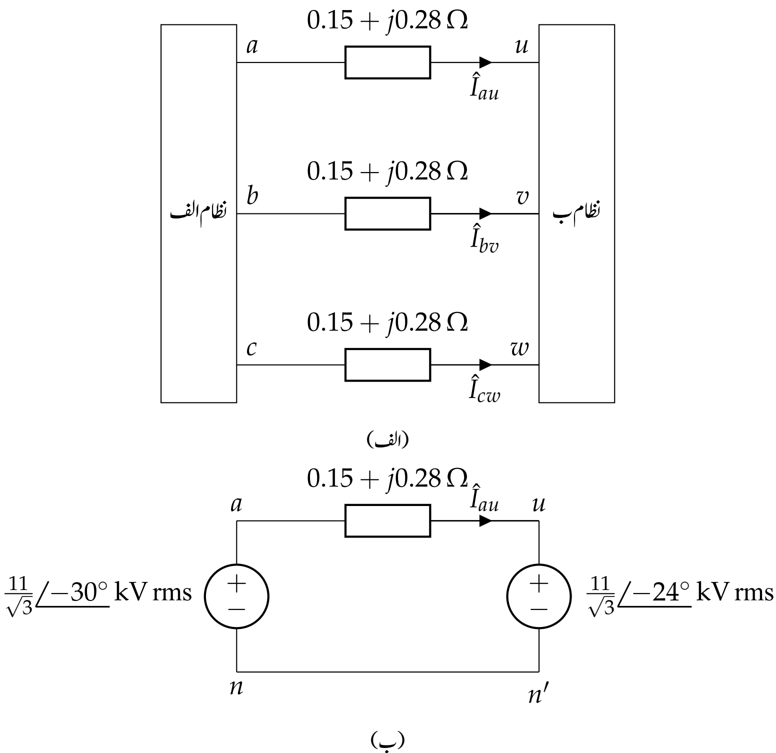
جوابات: 468.8 V rms ، 0.987 پیچھے۔

مثال 11.12: کسی بھی ملک میں متعدد جنریٹر متوازی جوڑتے ہوئے پورے ملک کو طاقت فراہم کی جاتی ہے۔ان جنریٹروں کی تعداد سیکڑوں یا ہزاروں میں ہو سکتی ہے اور ان کے درمیان فاصلہ سیکڑوں کلو میٹر ہو سکتا ہے۔پاکستان میں تمام ڈیم اور دیگر جنریٹر قومی ترسیلی نظام سے جڑے ہیں۔تمام جنریٹروں کی تعدد ٹھیک 50 Hz ہونا لازم ہے۔اس قومی نظام اور کسی ایک جنریٹر کے مابین زاویائی فرق سے طاقت کے بہاو کی سمت قابو کی جاتی ہے۔

شکل 11.20 میں $\hat{V}_{ab} = 11000\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ اور $\hat{V}_{mn} = 11000\underline{/6^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ہیں۔طاقت کا بہاو کس جانب کو ہے؟

---

[11] step up transformer
[12] step down transformer



شکل 11.20: مثال 11.12 کا دور۔

حل: آپ دیکھ سکتے ہیں کہ دونوں نظام کے دباو کے حیطے برابر ہیں۔ شکل-ب میں ستارہ ستارہ کا ایک شاخ دکھایا گیا ہے جس سے رو لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\hat{I}_{au} &= \frac{\hat{V}_{an} - \hat{V}_{un'}}{0.01 + j0.02} \\
&= \frac{\frac{11000}{\sqrt{3}}\angle{-30^\circ} - \frac{11000}{\sqrt{3}}\angle{-24^\circ}}{0.15 + j0.28} \\
&= 2093\angle{181.18^\circ}\,\text{A}
\end{aligned}
$$

یوں نظام-ب کو درج ذیل کل اوسط طاقت فراہم کی جا رہی ہے۔

$$
\begin{aligned}
P_{\text{ب}} &= \sqrt{3}V_{uv}I_{au}\cos(\theta_{V_{un'}-\theta_{I_{au}}}) \\
&= \sqrt{3}(11000)(2093)\cos(-24^\circ - 181.18^\circ) \\
&= -36.1\,\text{MW}
\end{aligned}
$$

منفی جواب کا مطلب ہے کہ نظام-ب درحقیقت طاقت پیدا کر رہا ہے اور نظام-الف طاقت جذب کر رہا ہے۔ نظام-الف کو فراہم طاقت حاصل کرنے کی خاطر رو کی سمت الٹاتے ہیں۔

$$
\hat{I}_{ua} = -\hat{I}_{au} = 2093\angle{1.18^\circ}\,\text{A}
$$

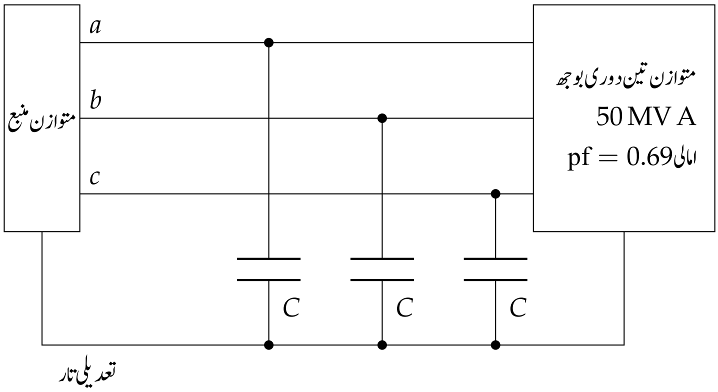
یوں طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
P_{\text{الف}} &= \sqrt{3}V_{ab}I_{ua}\cos(\theta_{V_{an}-\theta_{I_{ua}}}) \\
&= \sqrt{3}(11000)(2093)\cos(-30^\circ - 1.18^\circ) \\
&= 34.11\,\text{MW}
\end{aligned}
$$

دونوں نظام کے طاقت میں فرق ترسیلی تاروں کے ضیاع کی بدولت ہے۔

11.6 جزو طاقت کی درستگی

یک دوری نظام کا جزو طاقت بہتر کرنے پر حصہ 9.7 میں غور کیا گیا۔ تین دوری نظام کا جزو طاقت بالکل اسی طرح درست کیا جاتا ہے البتہ تین دوری نظام میں تین عدد برق گیر استعمال کئے جائیں گے۔ جزو طاقت درست کرنے والے برق گیر کو تکونی یا ستارہ نما بوجھ کے متوازی جوڑا جا سکتا ہے۔



شکل 11.21: مثال 11.13 کا دور۔

صفحہ 487 پر مساوات 9.54 جزو طاقت درست کرنے کے لئے درکار برق گیر دیتا ہے جہاں $\boldsymbol{S}_C$ کو شکل 9.30-پ سے حاصل کیا جاتا ہے۔

$$\boldsymbol{S}_C = -j\omega C V_{\text{rms}}^2$$

درج بالا مساوات میں $\hat{V}_{\text{rms}}$ انفرادی برق گیر پر لاگو دباو ہے۔

جزو طاقت کے درستگی کے لئے دستیاب برق گیر کی گنجائش kvar میں بتلائی جاتی ہے۔ساتھ ہی استعمال کی تعدد اور موثر دباو بھی بتلایا جاتا ہے۔ہمارے ہاں 50 Hz درکار تعدد ہے۔

جزو طاقت بہتر بنانے والے برق گیر کو بوجھ کے قریب نسب کیا جاتا ہے نہ کہ منبع کے قریب۔ جزو طاقت بہتر کرنے سے درکار مخلوط طاقت کی قیمت گھٹتی ہے۔یوں تار میں رو کی قیمت گھٹتی ہے لہٰذا تار میں طاقت کا ضیاع بھی کم ہوتا ہے۔اسی طرح جنریٹر سے بوجھ تک ترسیل کے راستے میں آنے والے ٹرانسفارمروں میں بھی رو گھٹنے سے طاقت کا ضیاع کم ہوتا ہے۔جنریٹر میں بھی رو کی قیمت گھٹنے سے طاقت کا ضیاع کم ہوتا ہے۔

مثال 11.13: شکل 11.21 میں متوازن، abc نظام دکھایا گیا ہے جس میں موثر دباو تار 11 kV rms اور تعدد 50 Hz ہے۔جزو طاقت 0.97 آگے کرنے کی خاطر درکار برق گیر C کی گنجائش دریافت کریں۔

حل: یک دوری نظام کی طرح حل کرتے ہوئے پہلے $S_{\text{پرانا}}$ اور $S_{\text{نیا}}$ حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} S_{\text{پرانا}} &= 50\underline{/\cos^{-1} 0.69}\,\mathrm{MV\,A} \\ &= 50\underline{/46.37^\circ}\,\mathrm{MV\,A} \\ &= 34.5 + j36.19\,\mathrm{MV\,A} \end{aligned}$$

نیا زاویہ $-acos0.97 = -14.07^\circ$ کے برابر ہے لہٰذا

$$\begin{aligned} S_{\text{نیا}} &= 34.5 - j34.5\tan(-14.07^\circ)\,\mathrm{MV\,A} \\ &= 34.5 - j8.66\,\mathrm{MV\,A} \end{aligned}$$

ہو گا۔اس طرح درکار برق گیر کی مخلوط طاقت درج ذیل ہو گی

$$S_{\text{نیا}} - S_{\text{پرانا}} = -j44.84\,\mathrm{MV\,A}$$

جو $-j\omega C' V_{\mathrm{rms}}^2$ کے برابر ہو گا جہاں C' کل برق گیر ہے اور $V_{\mathrm{rms}} = \frac{11\,\mathrm{kV\,rms}}{\sqrt{3}}$ ہے لہٰذا

$$\begin{aligned} C' &= \frac{-j44.84\,\mathrm{MV\,A}}{-j2\pi 50\left(\frac{11000}{\sqrt{3}}\right)^2} \\ &= 3.54\,\mathrm{mF} \end{aligned}$$

ہو گا۔یوں شکل 11.21 میں برق گیر کی قیمت درج ذیل ہو گی

$$C = \frac{C'}{3} = 1.18\,\mathrm{mF}$$

لہٰذا تین عدد برق گیر ستارہ جوڑے جائیں گے جہاں ایک کی متعاملی استعداد تقریباً $15\,\mathrm{Mvar}$ ہو گی۔

مشق 11.16: مثال 11.13 میں 0.97 امالی جزو طاقت حاصل کرنے کی خاطر C کی قیمت دریافت کریں۔

جواب: $C = 725\,\mathrm{\mu F}$

مشق 11.17: مثال 11.13 میں برق گیر کو ستارہ کی بجائے تکونی نسب کرتے ہوئے 0.97 امالی جزو طاقت حاصل کیا جاتا ہے۔ برق گیر C کی گنجائش دریافت کریں۔

جواب: تکونی جڑے برق گیر کا ایک شاخ اب بھی تقریباً $15\,\mathrm{Mvar}$ کا ہو گا البتہ $C = 242\,\mathrm{\mu F}$ ہو گا۔
