

# برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی  
کامپیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد  
khalidyousafzai@comsats.edu.pk



# عنوان

1	بنیاد	1
1	برقی بار، برقی رو اور برقی دباؤ	1.1
5	قانون اوہم	1.2
6	توانائی اور طاقت	1.3
11	برقی پوزے	1.4
11	1.4.1 غیر تابع منبع	
13	1.4.2 تابع منبع	
21	مزاحمتی ادوار	2
21	2.1 قانون اوہم	
27	2.2 قوانین کرخوف	
39	2.3 سلسلہ وار جڑے پوزوں میں رو	
40	2.4 تقسیم دباؤ	
42	2.5 متعدد سلسلہ وار مزاحمت	
45	2.6 سلسلہ وار متعدد منبع دباؤ اور مزاحمت	
46	2.7 متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے	
47	2.8 تقسیم رو	
53	2.9 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت	
57	2.10 تخصیص مزاحمت	
59	2.11 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل	
64	2.12 ستارہ-تکون تبادلہ	
69	2.13 تابع منبع استعمال کرتے ادوار	
77	جوڑ اور دائری تجزیہ	3
77	3.1 تجزیہ جوڑ	
79	3.2 غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	





## باب 3

### جوڑ اور دائری تجزیہ

گزشتہ باب میں سادہ ترین ادوار کو کرخوف قوانین سے حل کرنا دکھایا گیا۔ اس باب میں متعدد جوڑ اور متعدد دائروں والے ادوار کو کرخوف قوانین سے حل کرنا دکھایا جائے گا۔ کرخوف قانون رو سے ہر جوڑ پر داخلی اور خارجی رو کے مجموعوں کو برابر کرتے ہوئے دور کے تمام جوڑوں پر دباؤ حاصل کیا جاتا ہے۔ اس کے برعکس کرخوف قانون دباؤ کی مدد سے دور کے ہر دائرے میں دباؤ کے گھٹاؤ کے مجموعے کو دائرے میں دباؤ کے بڑھاؤ کے مجموعے کے برابر پر کرتے ہوئے تمام دائروں کی رو حاصل کی جاتی ہے۔ عموماً دور یا تو کرخوف قانون دباؤ اور یا کرخوف قانون رو سے زیادہ آسانی سے حل ہوتا ہے۔ آسان طریقہ چننا اس باب میں سکھایا جائے گا۔

#### 3.1 تجزیہ جوڑ

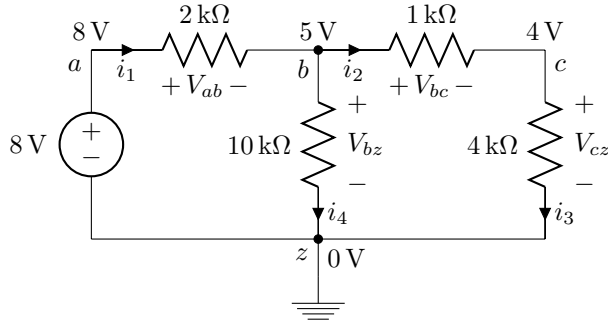
دور کو ترکیب جوڑا سے حل کرتے ہوئے جوڑ کے دباؤ کو نامعلوم متغیرات چننا جاتا ہے۔ کسی ایک جوڑ کو حوالہ چنتے ہوئے بقایا جوڑ کے دباؤ اس جوڑ سے ناپے جاتے ہیں۔ یوں جس جوڑ کو حوالہ چننا گیا ہو، اس کی دباؤ کو صفر وولٹ تصور کیا جاتا ہے اور اس جوڑ کو برقی زمین کہا جاتا ہے۔ عموماً اس جوڑ کو برقی زمین چننا جاتا ہے جس کے ساتھ سب سے زیادہ پرزے جڑے ہوں۔ عموماً آلات کو موصل ڈبوں میں بند رکھا جاتا ہے اور عام طور دور کے برقی زمین کو ڈبے کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ ایسی صورت میں ڈبے کی سطح بھی 0 V پر ہوتی ہے۔

ہم دباؤ جوڑ کے متغیرات کو مثبت تصور کریں گے۔ حقیقی دباؤ کی قیمت زمین کی نسبت سے منفی ہونے کی صورت میں تجزیے سے منفی قیمت حاصل ہوگی۔

آئیں دباؤ جوڑ جاننے کی افادیت کو شکل 3.1 کی مدد سے جانیں۔ اس دور میں  $a$ ،  $b$ ،  $c$  اور  $z$  جوڑ پائے جاتے ہیں۔ ہم نے جوڑ  $z$  کو برقی زمین چننا ہے لہذا اس کی دباؤ 0 V ہے۔ بقایا تین جوڑ کی دباؤ کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ برقی زمین کو علامت سے ظاہر کیا گیا ہے۔

بالائی بائیں مزاحمت پر دباؤ درج ذیل پایا جاتا ہے

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_a - V_b \\ &= 8 - 5 \\ &= 3 \text{ V} \end{aligned}$$



شکل 3.1: دباو جوڑ سے بازو کی رو حاصل کی جا سکتی ہے۔

لہذا قانون اوہم سے مزاحمت میں رو درج ذیل حاصل کی جاتی ہے۔

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{V_{ab}}{2\text{ k}\Omega} \\ &= \frac{3}{2000} \\ &= 1.5\text{ mA} \end{aligned}$$

اسی طرح بالائی دائیں مزاحمت پر دباو درج ذیل ہوگا

$$\begin{aligned} V_{bc} &= V_b - V_c \\ &= 5 - 4 \\ &= 1\text{ V} \end{aligned}$$

جس سے رو

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{V_{bc}}{1\text{ k}\Omega} \\ &= \frac{1}{1000} \\ &= 1\text{ mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتی ہے۔ درمیانے مزاحمت پر دباو اور اس کی رو درج ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned} V_{bz} &= V_b - V_z \\ &= 5 - 0 \\ &= 5\text{ V} \\ i_4 &= \frac{V_{bz}}{10\text{ k}\Omega} \\ &= \frac{5}{10000} \\ &= 0.5\text{ mA} \end{aligned}$$

چونکہ 1 kΩ اور 4 kΩ سلسلہ وار جڑے ہیں لہذا 4 kΩ میں بھی 1 mA رو پائی جائے گی۔ آپ اسی قیمت کو دباو جوڑ سے بھی حاصل کر سکتے

ہیں یعنی

$$\begin{aligned}
 V_{cz} &= V_c - V_z \\
 &= 4 - 0 \\
 &= 4 \text{ V} \\
 i_3 &= \frac{V_{cz}}{4 \text{ k}\Omega} \\
 &= \frac{4}{4000} \\
 &= 1 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

یہاں اتمنان کر لیں کہ تمام جوڑوں پر آمدی رو اور خارجی رو برابر ہوں۔ جوڑ  $b$  پر آمدی رو  $1.5 \text{ mA}$  ہے جو خارجی رو کے مجموعے  $1 \text{ mA} + 0.5 \text{ mA}$  کے عین برابر ہے۔ اسی طرح جوڑ  $c$  پر آمدی اور خارجی رو  $1 \text{ mA}$  ہیں۔ جوڑ  $a$  پر کرخوف قانون رو سے منبع دباؤ کے مثبت سرے سے خارجی رو  $1.5 \text{ mA}$  حاصل ہوتی ہے۔

کسی بھی دو جوڑ  $m$  اور  $n$  کے مابین جڑی مزاحمت  $R_{mn}$  کی رو  $i_R$  قانون اوہم

$$(3.1) \quad i_R = \frac{v_m - v_n}{R_{mn}}$$

سے حاصل کی جاتی ہے۔

اب جب ہم دباؤ جوڑ کی افادیت جان چکے ہیں انہیں ترکیب جوڑ پر غور کریں۔ اگر دور میں  $J$  جوڑ پائے جاتے ہوں تب ہمیں  $J$  دباؤ دریافت کرنے ہوں گے۔ کسی ایک جوڑ کو زمین چنتے ہوئے اس کی دباؤ  $0 \text{ V}$  تصور کی جاتی ہے۔ یوں بقایا  $J - 1$  جوڑ کی دباؤ کو نامعلوم متغیرات تصور کیا جاتا ہے۔ ان  $J - 1$  جوڑ پر کرخوف قانون رو کا اطلاق کرتے ہوئے  $J - 1$  مساوات لکھے جاتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ  $J - 1$  متغیرات معلوم کرنے کی خاطر  $J - 1$  ہمزاد مساوات درکار ہیں۔ یوں ان  $J - 1$  ہمزاد مساوات کے حل سے تمام نامعلوم دباؤ جوڑ حاصل ہوتے ہیں۔ کسی بھی جوڑ پر کرخوف کی مساوات لکھتے ہوئے جوڑ سے منسلک تمام بازو کی رو کو مساوات 3.1 کی طرز پر لکھا جاتا ہے۔ یوں مزاحمت جانتے ہوئے، رو کو نامعلوم دباؤ کی صورت میں لکھا جاتا ہے۔ اس طرح کرخوف قانون رو کی مساوات میں صرف نامعلوم دباؤ بطور متغیرات پائے جائیں گے۔

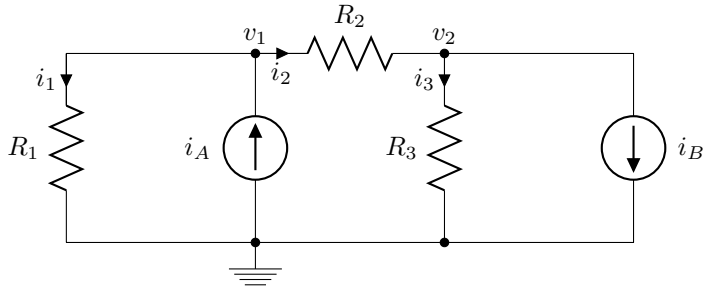
یاد رہے کہ برقی دباؤ دو نقطوں کے مابین ہوتا ہے۔ کسی نقطے کی حتمی دباؤ کوئی معنی نہیں رکھتی۔ جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہوئے جوڑ کا دباؤ زمین کے حوالے سے ناپا جاتا ہے۔ یوں شکل 3.1 میں جوڑ  $a$  کا دباؤ جوڑ  $z$  کے حوالے سے  $8 \text{ V}$  ہے اور جوڑ  $b$  کا دباؤ جوڑ  $z$  کے حوالے سے  $5 \text{ V}$  ہے۔ اس کے برعکس جوڑ  $b$  کے حوالے سے جوڑ  $a$  کا دباؤ  $3 \text{ V}$  ہے جبکہ جوڑ  $a$  کے حوالے سے جوڑ  $c$  کا دباؤ  $4 \text{ V}$  اور جوڑ  $z$  کا دباؤ  $8 \text{ V}$  ہے۔

انہیں ترکیب جوڑ کو چند مثالوں کی مدد سے سیکھیں۔ ہم آسان ترین مثال سے شروع کرتے ہوئے بتدریج مشکل مثال پیش کریں گے۔

### 3.2 غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار

شکل 3.2 میں تین جوڑ والا دور دکھایا گیا ہے جن میں نچلے جوڑ کو زمین چننا گیا ہے۔ بقایا دو جوڑ کے نامعلوم برقی دباؤ کو متغیرات  $v_1$  اور  $v_2$  ظاہر کرتے ہیں۔ ہم تمام شاخوں میں رو کی سمت چنتے ہیں۔ یوں  $i_1$  کو بالائی بائیں جوڑ سے زمین کی جانب رواں چننا گیا ہے۔ اسی طرح  $i_2$  کو بالائی بائیں جوڑ سے بالائی دائیں جوڑ کی جانب رواں چننا گیا ہے جبکہ  $i_3$  کو بالائی دائیں جوڑ سے زمین کی طرف رواں چننا گیا ہے۔





شکل 3.2: تین جوڑ والا دور۔

بالائی بائیں جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہیں۔ جوڑ سے خارجی رو کو مثبت اور داخلی رو کو منفی لکھتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.2) \quad i_1 - i_A + i_2 = 0$$

قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے اسے یوں

$$\frac{v_1}{R_1} - i_A + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = 0$$

یا

$$(3.3) \quad \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_1 - \left( \frac{1}{R_2} \right) v_2 = i_A$$

لکھا جاسکتا ہے۔ بالائی دائیں جوڑ کے لئے

$$(3.4) \quad -i_2 + i_3 + i_B = 0$$

اور

$$- \left( \frac{v_1 - v_2}{R_2} \right) + \frac{v_2}{R_3} + i_B = 0$$

یعنی

$$(3.5) \quad - \left( \frac{1}{R_2} \right) v_1 + \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) v_2 = -i_B$$

لکھا جائے گا۔ نچلے جوڑ یعنی برقی زمین پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$(3.6) \quad -i_1 + i_A - i_3 - i_B = 0$$

مساوات 3.2 اور مساوات 3.4 کے مجموعے کو منفی ایک سے ضرب دینے سے مساوات 3.6 حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 3.2، مساوات 3.4 اور مساوات 3.6 میں کسی بھی دو مساواتوں سے تیسری مساوات حاصل کی جاسکتی ہے۔ یوں ان میں صرف دو عدد مساوات آزاد مساوات ہیں جبکہ تیسری مساوات تابع مساوات ہے۔ شکل 3.2 کے دور میں کل تین عدد جوڑ ہیں۔ آپ نے دیکھا کہ اس دور سے صرف دو عدد آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں یعنی  $J = 3$  کی صورت میں  $J - 1 = 2$  آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

مساوات 3.3 اور مساوات 3.5 کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$(3.7) \quad \begin{aligned} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_1 - \left( \frac{1}{R_2} \right) v_2 &= i_A \\ - \left( \frac{1}{R_2} \right) v_1 + \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) v_2 &= -i_B \end{aligned}$$

مثال 3.1: شکل 3.2 میں  $i_A = 2 \text{ mA}$  ،  $i_B = 5 \text{ mA}$  ،  $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$  ،  $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$  اور  $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$  ہیں۔ تمام جوڑ پر دباؤ حاصل کریں۔

حل: مساوات 3.7 میں قیمتیں پُر کرتے ہیں

$$(3.8) \quad \begin{aligned} \left( \frac{1}{4000} + \frac{1}{6000} \right) v_1 - \frac{v_2}{6000} &= 0.002 \\ -\frac{v_1}{4000} + \left( \frac{1}{4000} + \frac{1}{2000} \right) v_2 &= -0.005 \end{aligned}$$

ان ہمزاہ مساوات کو حل کرنے سے

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{32}{13} \text{ V} \\ v_2 &= -\frac{76}{13} \text{ V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔

مساوات 3.7 کو قالبی مساوات<sup>2</sup> کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(3.9) \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix}$$

قالبی مساوات میں

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \\ \mathbf{V} &= \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix} \end{aligned}$$

لیتے ہوئے اسے یوں لکھا جاسکتا ہے

$$\mathbf{GV} = \mathbf{I}$$

جس سے

$$\mathbf{V} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{I}$$

حاصل ہوتا ہے لہذا

$$(3.10) \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix}$$

لکھا جائے گا۔

مثال 3.2: درج بالا مثال کو مساوات 3.10 کی مدد سے حل کریں۔

حل: مساوات 3.10 میں دی معلومات پر کرتے ہوئے لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2400} & -\frac{1}{6000} \\ -\frac{1}{4000} & \frac{3}{4000} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.005 \end{bmatrix}$$

قالب  $G$  کا ریاضی معکوس  $G^{-1}$  حاصل کرنے کی خاطر  $G$  کا شریک قالب شریک  $G$

$$G_{\text{شریک}} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4000} & \frac{1}{6000} \\ \frac{1}{4000} & \frac{1}{2400} \end{bmatrix}$$

اور قالب کی حتمی قیمت

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2400} & -\frac{1}{6000} \\ -\frac{1}{4000} & \frac{3}{4000} \end{vmatrix} = \left( \frac{1}{2400} \right) \left( \frac{3}{4000} \right) - \left( -\frac{1}{6000} \right) \left( -\frac{1}{4000} \right) \\ = \frac{13}{48 \times 10^6}$$

درکار ہوں گے۔ یوں

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} &= \frac{48 \times 10^6}{13} \begin{bmatrix} \frac{3}{4000} & \frac{1}{6000} \\ \frac{1}{4000} & \frac{1}{2400} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.005 \end{bmatrix} \\ &= \frac{48 \times 10^{-6}}{13} \begin{bmatrix} \frac{2 \times 10^{-6}}{3} \\ -\frac{19 \times 10^{-3}}{12} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{32}{13} \\ -\frac{76}{13} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں یعنی  $v_1 = \frac{32}{13} \text{ V}$  اور  $v_2 = -\frac{76}{13} \text{ V}$  ہیں۔