برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 9

برقرار برقی طاقت

9.1 لمحاتی طاقت

شکل 9.1 میں بوجھ Z کو بدلتی رو منبع طاقت فراہم کرتا ہے۔اس عمومی دور کے برقرار دباو اور برقرار رو درج ذیل لکھے جا سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \phi_v) \\ i(t) &= I_0 \cos(\omega t + \phi_i) \end{aligned} \tag{9.1}$$

یوں کسی بھی لمحہ بوجھ کو منتقل طاقت درج ذیل ہو گا

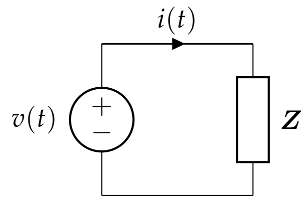
$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) \\ &= V_0 I_0 \cos(\omega t + \phi_v) \cos(\omega t + \phi_i) \end{aligned} \tag{9.2}$$

جس میں

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{2} \tag{9.3}$$

استعمال کرتے ہوئے

$$p(t) = \frac{V_0 I_0}{2}\left[\cos(\phi_v-\phi_i)+\cos(2\omega t+\phi_v+\phi_i)\right] \tag{9.4}$$



شکل 9.1: بدلتی رو دور۔

ملتا ہے جہاں $\alpha = \omega t + \phi_v$ اور $\beta = \omega t + \phi_i$ لئے گئے ہیں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ لمحاتی طاقت دو اجزاء کا مجموعہ ہے۔پہلا جزو مستقل طاقت ہے جو وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتا جبکہ دوسرا جزو دگنی تعدد کا بدلتی رو طاقت ہے۔

مثال 9.1: شکل 9.1 میں برقرار دباو $v(t) = 15\cos(100t + 45^\circ)\,\mathrm{V}$ اور $Z = 5\underline{/20^\circ}\,\Omega$ ہیں۔بوجھ کو منتقل لمحاتی طاقت دریافت کریں۔

حل: دوری سمتیات استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}\hat{I} &= \frac{15\underline{/45^\circ}}{5\underline{/20^\circ}}\\ &= 3\underline{/25^\circ}\,\mathrm{A}\end{aligned}$$

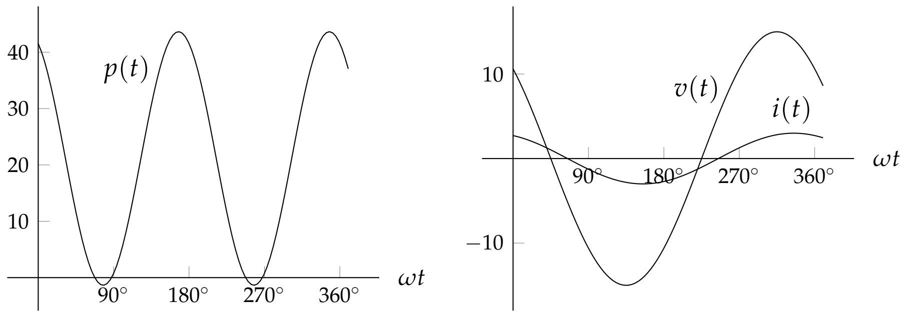
یعنی

$$i(t) = 3\cos(100t + 25^\circ)\,\mathrm{A}$$

لکھا جا سکتا ہے۔یوں مساوات 9.4 سے لمحاتی طاقت درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$\begin{aligned}p(t) &= 22.5\left[\cos 20^\circ + \cos(200t + 70^\circ)\right]\\ &= 21.143 + 22.5\cos(200t + 70^\circ)\,\mathrm{W}\end{aligned}$$

دباو، رو اور طاقت کے خط شکل 9.2 میں دکھائے گئے ہیں۔درج بالا مساوات میں $21.143\,\mathrm{W}$ مستقل طاقت ہے جو وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتا جبکہ $22.5\cos(200t + 70^\circ)\,\mathrm{W}$ بدلتی رو طاقت ہے جس کی تعدد $200\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ ہے۔



شکل 9.2: مثال 9.1 کے اشکال۔

مثال 9.2: شکل 9.1 میں $v(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi_v)\,\mathrm{V}$ اور $\boldsymbol{Z} = Z_0 \underline{/\phi_z}\,\Omega$ ہیں۔ رو دریافت کریں۔

حل: دوری سمتیات استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}\hat{I} &= \frac{V_0 \underline{/\phi_v}}{Z_0 \underline{/\phi_z}}\\ &= \frac{V_0}{Z_0} \underline{/\phi_v - \phi_z}\end{aligned}$$

لکھا جا سکتا ہے جس سے وقتی دائرہ کار میں رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$i(t) = \frac{V_0}{Z_0} \cos(\omega t + \phi_v - \phi_z) \tag{9.5}$$

مساوات 9.1 میں دیے عمومی رو کے ساتھ موازنہ کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ϕ_i درحقیقت میں $\phi_v - \phi_z$ کے برابر ہے جسے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\phi_v - \phi_i = \phi_z \tag{9.6}$$

9.2 اوسط طاقت

دہراتے تفاعل (مثلاً سائن نما تفاعل) کے ایک دوری عرصے پر تکمل کو دوری عرصے سے تقسیم کرنے سے تفاعل کی اوسط قیمت حاصل ہوتی ہے۔ یوں مساوات 9.1 میں دیے دباو اور رو کی صورت میں بوجھ کو منتقل اوسط طاقت درج ذیل ہو گی

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)\,\mathrm{d}t \\
&= \frac{V_0 I_0}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\omega t+\phi_v)\cos(\omega t+\phi_i)\,\mathrm{d}t
\end{aligned} \tag{9.7}
$$

جہاں t_0 کوئی بھی لمحہ ہو سکتا ہے جبکہ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ دباو یا رو کا دوری عرصہ ہے۔ حقیقت میں ہم ایک دوری عرصے کی بجائے n مکمل دوری عرصے پر تکمل لیتے ہوئے n دوری عرصے سے تقسیم کرتے ہوئے بھی اوسط قیمت حاصل کر سکتے ہیں۔ یوں اوسط طاقت درج ذیل بھی لکھی جا سکتی ہے۔

$$
P = \frac{V_0 I_0}{nT}\int_{t_0}^{t_0+nT} \cos(\omega t+\phi_v)\cos(\omega t+\phi_i)\,\mathrm{d}t \tag{9.8}
$$

مساوات 9.4 کی مدد سے مساوات 9.7 درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{V_0 I_0}{2T}\int_{t_0}^{t_0+T} \left[\cos(\phi_v-\phi_i)+\cos(2\omega t+\phi_v+\phi_i)\right]\mathrm{d}t \\
&= \frac{V_0 I_0}{2T}\int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\phi_v-\phi_i)\,\mathrm{d}t + \frac{V_0 I_0}{2T}\int_{t_0}^{t_0+T} \cos(2\omega t+\phi_v+\phi_i)\,\mathrm{d}t
\end{aligned} \tag{9.9}
$$

درج بالا تکمل کے دو اجزاء کو باری باری حل کرتے ہیں۔ پہلا جزو مستقل ہے لہٰذا اس کو تکمل کے باہر لکھتے ہوئے حل کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\frac{V_0 I_0}{2T}\int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\phi_v-\phi_i)\,\mathrm{d}t &= \frac{V_0 I_0}{2T}\cos(\phi_v-\phi_i)\int_{t_0}^{t_0+T}\mathrm{d}t \\
&= \frac{V_0 I_0}{2T}\cos(\phi_v-\phi_i)t\Big|_{t_0}^{t_0+T} \\
&= \frac{V_0 I_0}{2}\cos(\phi_v-\phi_i)
\end{aligned}
$$

اب مساوات 9.9 کے دوسرے جزو کو حل کرتے ہیں

$$
\begin{aligned}
\frac{V_0 I_0}{2T}\int_{t_0}^{t_0+T} \cos(2\omega t+\phi_v+\phi_i)\,\mathrm{d}t &= \frac{V_0 I_0}{2T}\frac{\sin(2\omega t+\phi_v+\phi_i)}{2\omega}\Big|_{t_0}^{t_0+T} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

جہاں $\sin\alpha = \sin(\alpha + T)$ کا استعمال کیا گیا ہے۔یوں مساوات 9.9 سے درج ذیل اوسط طاقت حاصل ہوتا ہے۔

$$P = \frac{V_0 I_0}{2}\cos(\phi_v - \phi_i) \tag{9.10}$$

چونکہ $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$ کے برابر ہے لہٰذا درج بالا مساوات میں کوسائن کا دلیل $\phi_v - \phi_i$ یا $\phi_i - \phi_v$ لکھا جا سکتا ہے۔مساوات 9.6 کو استعمال کرتے ہوئے درج بالا مساوات کو دوبارہ لکھتے ہیں۔

$$P = \frac{V_0 I_0}{2}\cos\phi_z \tag{9.11}$$

خالص مزاحمتی رکاوٹ $\boldsymbol{Z} = R\underline{/0^\circ}$ کا زاویہ ہٹاو 0° ہوتا ہے لہٰذا $\cos 0^\circ = 1$ لیتے ہوئے مزاحمتی بوجھ کا طاقت

$$P_{\text{مزاحمتی}} = \frac{V_0 I_0}{2} \tag{9.12}$$

ہو گا جہاں V_0 سے مراد مزاحمت کے دباو کا حیطہ ہے۔قانون اوہم سے درج بالا کو درج ذیل صورتوں میں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$P_{\text{مزاحمتی}} = \frac{I_0^2 R}{2} \tag{9.13}$$

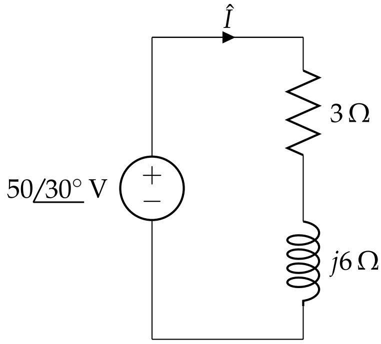
$$P_{\text{مزاحمتی}} = \frac{V_0^2}{2R} \tag{9.14}$$

درج بالا تینوں مساوات کا یک سمتی رو میں مزاحمتی ضیاع کے مساوات کے ساتھ موازنہ کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ موجودہ تینوں مساوات کے نسب نما میں دو (2) کا اضافی عدد پایا جاتا ہے جس پر حصہ 9.4 میں تبصرہ کیا جائے گا۔

امالی متعاملیت کی رکاوٹ $\boldsymbol{Z}_L = X_L\underline{/90^\circ}$ جبکہ برق گیر متعاملیت کی رکاوٹ $\boldsymbol{Z}_C = X_C\underline{/-90^\circ}$ ہوتی ہے۔چونکہ $\cos(\mp 90^\circ) = 0$ ہوتا ہے لہٰذا غیر مزاحمتی رکاوٹ کی طاقت صفر ہو گی۔

$$P_{\text{متعاملی}} = 0 \tag{9.15}$$

چونکہ خالص متعامل پرزوں کو صفر اوسط طاقت منتقل ہوتی ہے لہٰذا انہیں بے ضیاع پرزے[1] کہتے ہیں۔دور کا متعامل حصہ، دوری عرصے کے کچھ حصے میں دور سے طاقت حاصل کرتے ہوئے ذخیرہ کرتا ہے جبکہ دوری عرصے کے کسی دوسرے حصے میں اسی طاقت کو دور کو واپس کرتا ہے۔



شکل 9.3: مثال 9.3 کا دور۔

مثال 9.3: شکل 9.3 میں رکاوٹ کی اوسط طاقت دریافت کریں۔

حل: رو درج ذیل ہے۔

$$\hat{I} = \frac{50\angle 30^\circ}{3+j6} = \frac{50\angle 30^\circ}{3+j6} = \frac{50\angle 30^\circ}{\sqrt{45}\angle 63.435^\circ} = 7.454\angle -33.435^\circ\ \text{A}$$

یوں

$$\begin{aligned}P &= \frac{V_0 I_0}{2}\cos(\phi_v - \phi_i)\\ &= \frac{(50)(7.454)}{2}\cos[30^\circ - (-33.435^\circ)]\\ &= 83.34\,\text{W}\end{aligned}$$

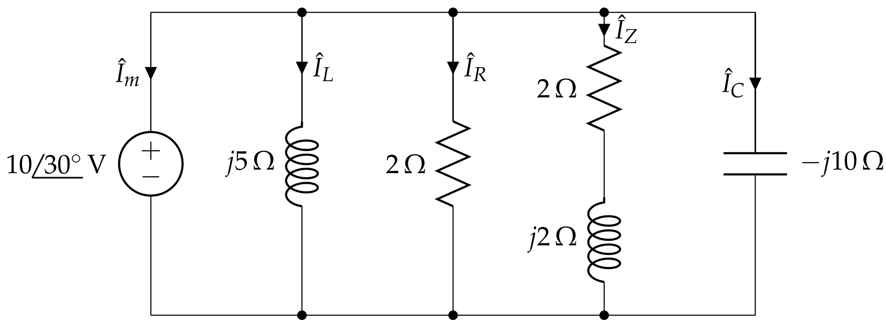
ہو گا۔ چونکہ طاقت صرف مزاحمت میں ضائع ہوتی ہے لہٰذا یہی جواب مساوات 9.12 سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں V_0 سے مراد مزاحمت کے دباو کا حیطہ ہے۔ تقسیم دباو سے مزاحمت کا دباو درج ذیل ہے

$$\hat{V}_R = \left(\frac{3}{3+j6}\right)50\angle 30^\circ = 22.361\angle -33.435^\circ$$

جس سے مزاحمت کا اوسط طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$P = \frac{V_0 I_0}{2} = \frac{(22.361)(7.454)}{2} = 83.34\,\text{W}$$

[1] lossless components



شکل 9.4: مثال 9.4 کا دور۔

اسی طرح مساوات 9.13 اور مساوات 9.14 بھی استعمال کیے جا سکتے ہیں

$$P = \frac{I_0^2 R}{2} = \frac{(7.454^2)(3)}{2} = 83.34\,\mathrm{W}$$
$$P = \frac{V_0^2}{2R} = \frac{(22.361^2)}{(2)(3)} = 83.34\,\mathrm{W}$$

مثال 9.4: شکل 9.4 میں منبع دباو کا اوسط طاقت حاصل کریں۔ دور کے بقایا پرزوں کا اوسط طاقت بھی دریافت کریں۔

حل: پہلے تمام رو دریافت کرتے ہیں۔ شکل میں دباو کو دیکھتے ہوئے انفعالی رائج رو کے تحت رو کی سمتیں چنی گئی ہیں۔

$$\hat{I}_L = \frac{10\angle 30^\circ}{j5} = \frac{10\angle 30^\circ}{5\angle 90^\circ} = 2\angle -60^\circ$$
$$\hat{I}_R = \frac{10\angle 30^\circ}{2} = \frac{10\angle 30^\circ}{2\angle 0^\circ} = 5\angle 30^\circ$$
$$\hat{I}_Z = \frac{10\angle 30^\circ}{2+j2} = \frac{10\angle 30^\circ}{\sqrt{8}\angle 45^\circ} = \frac{5}{\sqrt{2}}\angle -15^\circ$$
$$\hat{I}_C = \frac{10\angle 30^\circ}{-j10} = \frac{10\angle 30^\circ}{10\angle -90^\circ} = 1\angle 120^\circ$$
$$\hat{I}_m = -\left[\hat{I}_L + \hat{I}_R + \hat{I}_Z + \hat{I}_C\right] = 8.27647\angle -175.01689^\circ$$

یوں انفرادی شاخوں کے اوسط طاقت مساوات 9.10 یا مساوات 9.11 سے درج ذیل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
P_L &= \frac{(30)(2)}{2}\cos(90^\circ) && = 0\,\mathrm{W}\\
P_R &= \frac{(30)(5)}{2}\cos(0^\circ) && = 75\,\mathrm{W}\\
P_Z &= \frac{(30)(\frac{5}{\sqrt{2}})}{2}\cos(45^\circ) && = 37.5\,\mathrm{W}\\
P_C &= \frac{(30)(1)}{2}\cos(90^\circ) && = 0\,\mathrm{W}\\
P_m &= \frac{(30)(8.27647)}{2}\cos[(30^\circ + 175.01689^\circ)] && = -112.5\,\mathrm{W}
\end{aligned}
$$

مثبت جواب طاقت کا ضیاع ہے جبکہ منفی جواب طاقت کی پیداوار ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ منبع کی طاقتی پیداوار $112.5\,\mathrm{W}$ ہے جو دور میں طاقت کے ضیاع

$$P_L + P_R + P_Z + P_C = 0 + 75 + 37.5 + 0 = 112.5\,\mathrm{W}$$

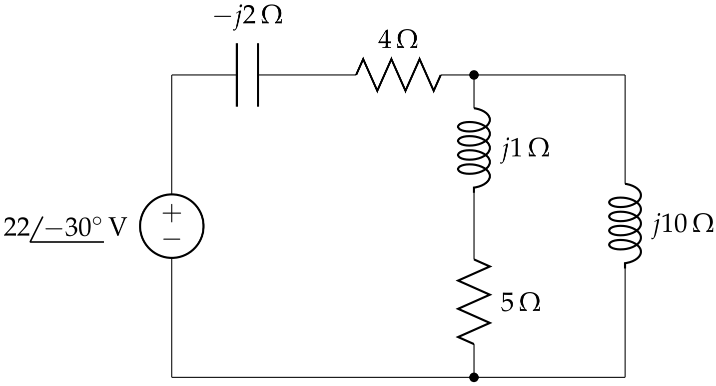
کے عین برابر ہے۔

مشق 9.1: شکل 9.5 کے تمام مزاحمتوں میں ضائع ہونے والا اوسط طاقت دریافت کریں۔

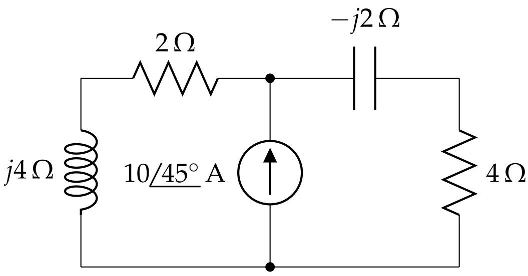
جوابات: $P_{4\,\Omega} = 17.491\,\mathrm{W}$ ، $P_{5\,\Omega} = 14.975\,\mathrm{W}$

مشق 9.2: شکل 9.6 کے تمام مزاحمتوں میں ضائع ہونے والا اوسط طاقت دریافت کریں۔

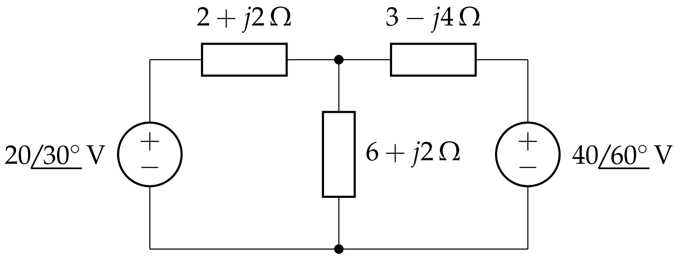
جوابات: $P_{2\,\Omega} = 50\,\mathrm{W}$ ، $P_{4\,\Omega} = 100\,\mathrm{W}$



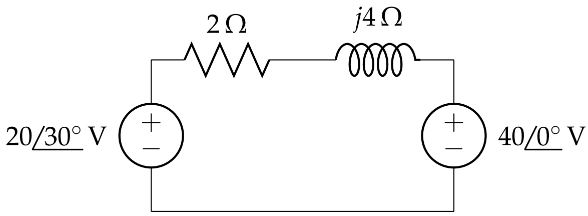
شکل 9.5: مشق 9.1 کا دور۔



شکل 9.6: مشق 9.2 کا دور۔



شکل 9.7: مشق 9.3 کا دور۔



شکل 9.8: مشق 9.4 کا دور۔

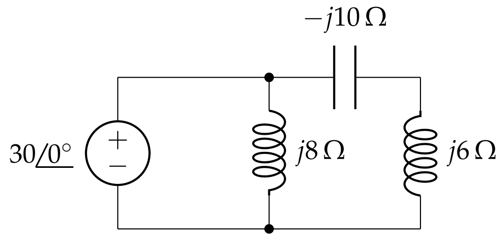
مشق 9.3: شکل 9.7 کے تمام مزاحمتوں میں ضائع ہونے والا اوسط طاقت دریافت کریں۔

جوابات: $P_{2\,\Omega} = 22.72\,\text{W}$ ، $P_{3\,\Omega} = 5.71\,\text{W}$ ، $P_{6\,\Omega} = 11.42\,\text{W}$

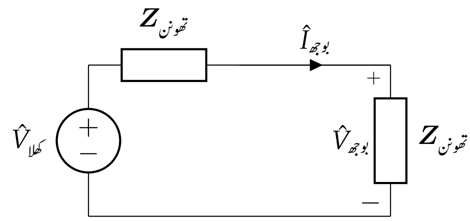
ایک سے زیادہ منبع کی صورت میں آپ کسی بھی ترکیب کو استعمال کرتے ہوئے شاخوں کی رو اور جوڑ کے دباو حاصل کرتے ہوئے طاقت دریافت کر سکتے ہیں۔البتہ یاد رہے کہ ترکیب نفاذ سے طاقت کا تخمینہ نہیں لگایا جا سکتا چونکہ طاقت مربع دباو (یا مربع رو) کا تعلق رکھتا ہے جو غیر خطی تعلق ہے۔

مشق 9.4: شکل 9.8 میں اوسط طاقت کی پیداوار اور ضیاع معلوم کریں۔

$P_{20\underline{/30^\circ}} = -25.36\,\text{W}$ ، $P_{40\underline{/0^\circ}} = -5.36\,\text{W}$ ، $P_{2\,\Omega} = 30.72\,\text{W}$



شکل 9.9: مشق 9.5 کا دور۔



شکل 9.10: زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ۔

مشق 9.5: شکل 9.9 میں اوسط طاقت کی پیداوار اور ضیاع معلوم کریں۔

جواب: اوسط طاقت کی پیداوار اور طاقت کا ضیاع صفر واٹ ہیں۔

9.3 زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ

یک سمتی رو ادوار میں ہم زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کے مسئلے پر ہم حصہ 5.8 میں غور کر چکے ہیں۔ آئیں بدلتی رو کی صورت میں اسی مسئلے پر دوبارہ غور کریں۔

کسی بھی دور کا تھونن مساوی حاصل کیا جا سکتا ہے۔ شکل 9.10 میں تھونن مساوی دور کے ساتھ بوجھ جوڑا گیا ہے جہاں تھونن دباو کو $\hat{V}_{\text{کھلا}}$ کہا گیا ہے۔ ہم جاننا چاہتے ہیں کہ بوجھ کو کس صورت میں زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل ہو گا۔

شکل کو دیکھ کر درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\hat{I}_{\text{بوجھ}} = \frac{\hat{V}_{\text{کھلا}}}{\boldsymbol{Z}_{\text{تھونن}} + \boldsymbol{Z}_{\text{بوجھ}}} \tag{9.16}$$

جہاں

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{\text{تھونن}} &= R_{\text{تھونن}} + jX_{\text{تھونن}} \\
\boldsymbol{Z}_{\text{بوجھ}} &= R_{\text{بوجھ}} + jX_{\text{بوجھ}} \\
\hat{V}_{\text{کھلا}} &= V_{\text{کھلا}} \underline{/\phi_{\text{کھلا}}}
\end{aligned}$$

ہیں۔ درج بالا میں امالی رکاوٹ کی صورت میں X کی قیمت مثبت ہو گی جبکہ برق گیر رکاوٹ کی صورت میں اس کی قیمت منفی ہو گی۔ یوں مساوات 9.16 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\hat{I}_{\text{بوجھ}} = \frac{V_{\text{کھلا}} \underline{/\phi_{\text{کھلا}}}}{R_{\text{تھونن}} + jX_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}} + jX_{\text{بوجھ}}}$$

جس کی حتمی قیمت درج ذیل ہے۔

$$I_{\text{بوجھ}} = \frac{V_{\text{کھلا}}}{\sqrt{(R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}})^2 + (X_{\text{تھونن}} + X_{\text{بوجھ}})^2}}$$

بوجھ کو منتقل اوسط طاقت مساوات 9.13 کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
P_{\text{بوجھ}} &= \frac{1}{2} I_{\text{بوجھ}}^2 R_{\text{بوجھ}} \\
&= \frac{\frac{1}{2} V_{\text{کھلا}}^2 R_{\text{بوجھ}}}{(R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}})^2 + (X_{\text{تھونن}} + X_{\text{بوجھ}})^2}
\end{aligned} \tag{9.17}$$

ہم جانتے ہیں کہ X میں طاقت ضائع نہیں ہوتا لہٰذا اس کو اوسطاً صفر طاقت منتقل ہوتا ہے۔ درج بالا مساوات میں کسر کے نسب نما میں $X_{\text{بوجھ}} + X_{\text{تھونن}}$ کی قیمت کم سے کم کرتے ہوئے طاقت بڑھائی جا سکتی ہے۔ درج ذیل صورت میں اس قیمت کو صفر بنایا جا سکتا ہے۔

$$X_{\text{بوجھ}} = -X_{\text{تھونن}} \qquad \text{بوجھ کو زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کا پہلا شرط} \tag{9.18}$$

مساوات 9.18 کے شرط پر پورا اترتے ہوئے مساوات 9.17 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$P_{\text{بوجھ}} = \frac{V_{\text{کھلا}}^2 R_{\text{بوجھ}}}{2(R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}})^2} \tag{9.19}$$

آئیں جانتے ہیں کہ کس قیمت کے $R_{\text{بوجھ}}$ کو زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل ہو گی۔ یہ جاننے کے لئے درج بالا مساوات کے تفرق کو صفر کے برابر پُر کرتے ہوئے $R_{\text{بوجھ}}$ کی درکار قیمت حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{\mathrm{d}P_{\text{بوجھ}}}{\mathrm{d}R_{\text{بوجھ}}} = \frac{V_{\text{بوجھ}}^2 \left(R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}}\right)^2 - 2V_{\text{بوجھ}}^2 R_{\text{بوجھ}} \left(R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}}\right)}{2\left(R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}}\right)^4} = 0$$

اس سے

$$R_{\text{بوجھ}} = R_{\text{تھونن}} \qquad \text{بوجھ کو زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کا دوسرا شرط} \tag{9.20}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس نتیجے کے تحت بوجھ کو اس صورت زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل ہو گی جب بوجھ کی مزاحمت دور کے تھونن مزاحمت کے برابر ہو۔ مساوات 9.18 اور مساوات 9.20 کو استعمال کرتے ہوئے، بوجھ کو زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل ہونے کی شرط کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} R_{\text{بوجھ}} + jX_{\text{بوجھ}} &= R_{\text{تھونن}} - jX_{\text{تھونن}} \\ \boldsymbol{Z}_{\text{بوجھ}} &= \boldsymbol{Z}_{\text{تھونن}}^* \end{aligned} \tag{9.21}$$

مساوات 9.21 کی صورت میں زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت درج ذیل حاصل ہو گی۔

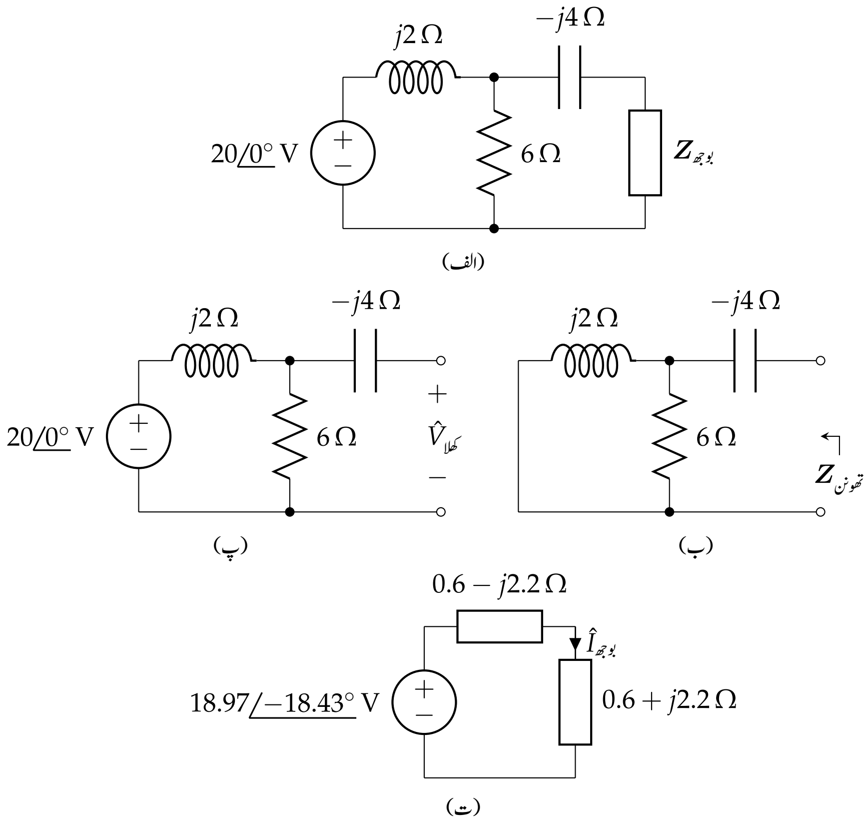
$$P_{\text{بلند تر}} = \frac{V_{\text{کھلا}}^2}{8R_{\text{بوجھ}}} \tag{9.22}$$

آخر میں یہ بھی بتلاتا چلوں کہ مزاحمتی بوجھ $(X_L = 0)$ کی صورت میں مساوات 9.17 کے تفرق کو صفر

$$\frac{\mathrm{d}P_{\text{بوجھ}}}{\mathrm{d}R_{\text{بوجھ}}} = 0$$

کے برابر پر کرنے سے درج ذیل ملتا ہے۔

$$R_{\text{بوجھ}} = \sqrt{R_{\text{تھونن}}^2 + X_{\text{تھونن}}^2} \tag{9.23}$$



شکل 9.11: مثال 9.5 کا دور۔

مثال 9.5: شکل 9.11 میں بوجھ کے رکاوٹ کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر بوجھ کو زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل ہو گا۔اس طاقت کی قیمت بھی دریافت کریں۔

حل: سب سے پہلے بوجھ کو ہٹاتے ہوئے بقایا دور کا تھونن مساوی حاصل کرنا ہو گا۔ شکل-ب میں منبع دباو کو قصر دور کیا گیا ہے تا کہ تھونن مزاحمت حاصل کی جا سکے۔اسی طرح شکل-پ میں کھلے دور دباو کی نشاندہی کی گئی ہے۔ شکل-ب تھونن

رکاوٹ لکھتے ہیں۔

$$Z_{\text{تھونن}} = -j4 + \frac{(6)(j2)}{6+j2} = \frac{3}{5} - j\frac{11}{5}\,\Omega$$

یوں بوجھ کو زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کے لئے ضروری ہے کہ بوجھ کی رکاوٹ درج ذیل ہو۔

$$Z_{\text{بوجھ}} = \frac{3}{5} + j\frac{11}{5}\,\Omega$$

شکل-پ میں برق گیر میں صفر رو ہے لہٰذا اس پر دباو بھی صفر ہو گا۔اس طرح مزاحمت پر دباو ہی تھونن دباو ہے جسے تقسیم دباو کے کلیے سے لکھتے ہیں۔

$$\hat{V}_{\text{کھلا}} = \left(\frac{6}{6+j2}\right)(20\underline{/0^\circ}) = 18.97\underline{/-18.43^\circ}\,\text{V}$$

شکل-ت میں تھونن مساوی دور کو بوجھ کے ساتھ جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں سے رو حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{I}_{\text{بوجھ}} &= \frac{18.97\underline{/-18.43^\circ}}{\frac{3}{5} - j\frac{11}{5} + \frac{3}{5} + j\frac{11}{5}}\\ &= 15.81\underline{/-18.43^\circ}\,\text{A}\end{aligned}$$

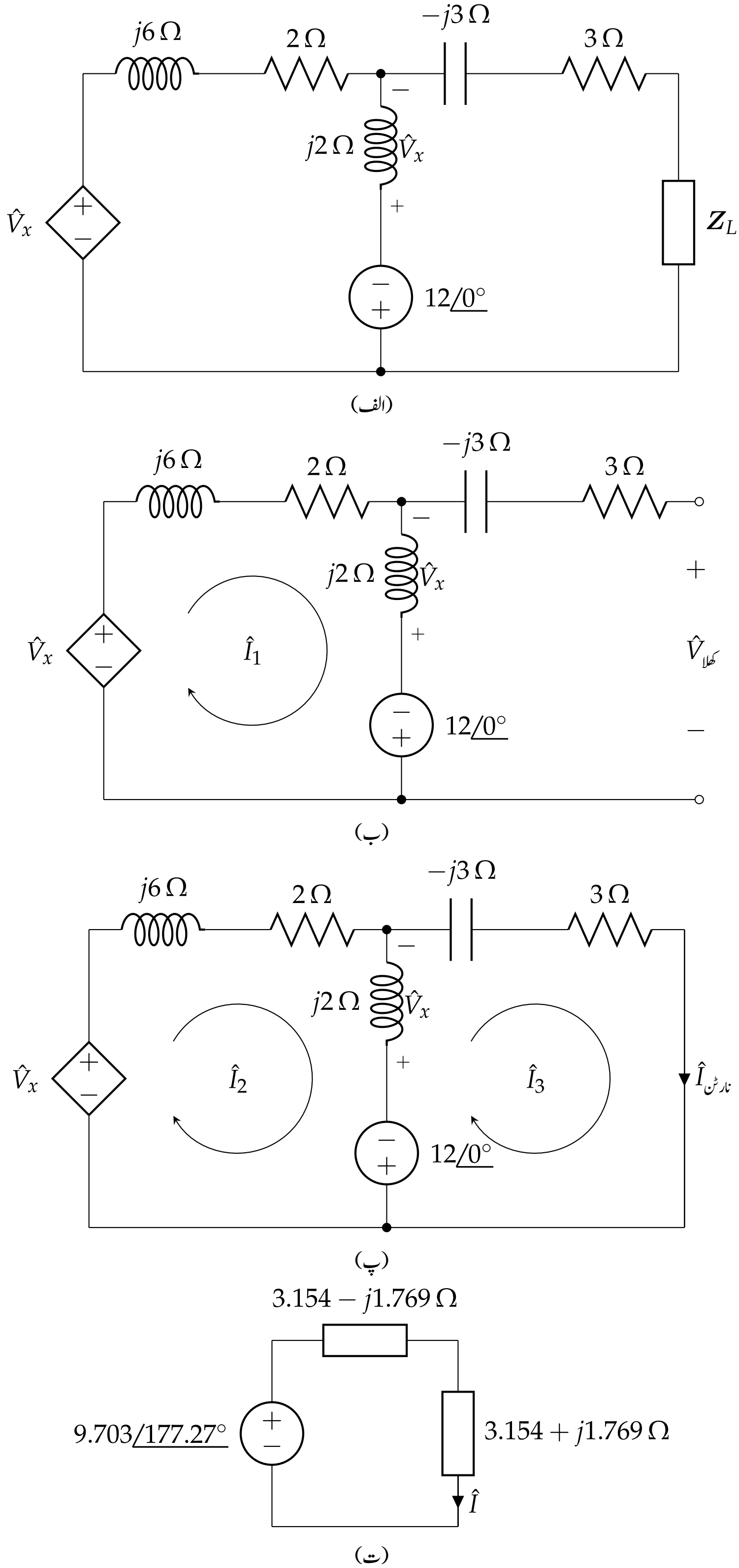
یوں بوجھ کو منتقل اوسط طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$P_{\text{بوجھ}} = \frac{(15.81^2)(0.6)}{2} = 74.99\,\text{W}$$

مثال 9.6: شکل 9.12 میں بوجھ کے رکاوٹ Z_L کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر اس کو زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل ہو گا۔اس طاقت کو تخمینہ بھی لگائیں۔

حل: بوجھ کے ساتھ جڑے دور کا تھونن مساوی حاصل کرتے ہیں۔شکل-ب سے نارٹن دباو $\hat{V}_{\text{کھلا}}$ حاصل ہو گا۔شکل-ب کے بائیں دائرے کی مساوات لکھتے ہیں

$$\hat{V}_x + 12\underline{/0^\circ} = \hat{I}_1(j6 + 2 + j2)$$



شکل 9.12: مثال 9.6 کا دور۔

جہاں

$$\hat{V}_x = -j2\hat{I}_1$$

کے برابر ہے۔ درج بالا دو مساوات کو حل کرنے سے درج ذیل ملتا ہے۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}_1 &= \frac{12\underline{/0^\circ}}{2+j10} \\
&= \frac{3}{13} - j\frac{15}{13} \\
&= 1.17669\underline{/-78.69^\circ}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

یوں تھونن دباو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{\text{کھلا}} &= (j2)(\hat{I}_1) - 12\underline{/0^\circ} \\
&= 9.703\underline{/177.27^\circ}\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

شکل-پ سے نارٹن رو دریافت کرتے ہیں۔ دونوں دائروں کے کرخوف مساوات اور $\hat{V}_x$ کی مساوات لکھتے ہیں

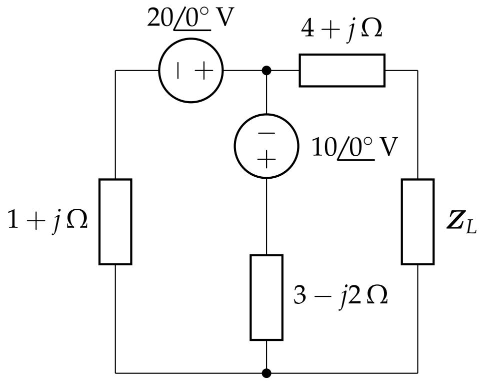
$$\begin{aligned}
\hat{V}_x + 12 &= \hat{I}_2(j6 + 2 + j2) - \hat{I}_3(j2) \\
12 + \hat{I}_3(j2 - j3 + 3) - \hat{I}_2(j2) &= 0 \\
\hat{V}_x &= (\hat{I}_3 - \hat{I}_2)(j2)
\end{aligned}$$

درج بالا تین ہمزاد مساوات کو $\hat{I}_3$ کے لئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}_3 = \hat{I}_{\text{نارٹن}} &= -\frac{12}{5} - j\frac{6}{5} \\
&= 2.683\underline{/-153.435^\circ}\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

تھونن دباو اور نارٹن رو سے تھونن رکاوٹ حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{\text{تھونن}} &= \frac{\hat{V}_{\text{کھلا}}}{\hat{I}_{\text{نارٹن}}} \\
&= \frac{9.703\underline{/177.27^\circ}}{2.683\underline{/-153.435^\circ}} \\
&= 3.616\underline{/-29.291^\circ} \\
&= 3.154 - j1.769\,\Omega
\end{aligned}$$



شکل 9.13: مشق 9.6 کا دور۔

بوجھ کو زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل کرنے کی خاطر بوجھ کے رکاوٹ کی درکار قیمت $Z_{\text{بوجھ}} = 3.154 + j1.769\,\Omega$ ہے۔ شکل-ت میں تھونن دور کے ساتھ بوجھ جڑا ہوا دکھایا گیا ہے جہاں سے بوجھ کی رو حاصل کرتے ہیں۔

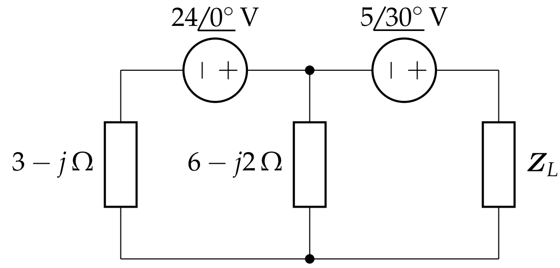
$$\hat{I} = \frac{9.703\underline{/177.27^\circ}}{3.154 - j1.769 + 3.154 + j1.769} = 1.538\underline{/177.27^\circ}\,\text{A}$$

یوں بوجھ کو درج ذیل اوسط طاقت منتقل ہو گا۔

$$P_{\text{بلند تر}} = \frac{(1.538^2)(3.154)}{2} = 3.73\,\text{W}$$

مشق 9.6: شکل 9.13 میں بوجھ Z_L کے رکاوٹ کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر بوجھ کو زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل ہو گا۔ زیادہ سے زیادہ منتقل اوسط طاقت کی قیمت بھی دریافت کریں۔

جوابات: $Z_L = 5.1 - j1.53\,\Omega$ ، $7.18\,\text{W}$



شکل 9.14: مشق 9.7 کا دور۔

مشق 9.7: شکل 9.14 میں بوجھ Z_L کے رکاوٹ کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر بوجھ کو زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل ہو گا۔ زیادہ سے زیادہ منتقل اوسط طاقت کی قیمت بھی دریافت کریں۔

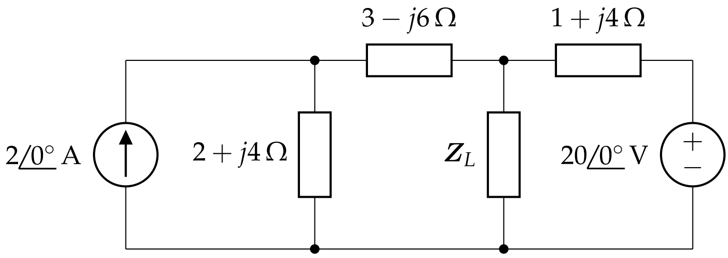
جوابات: $Z_L = 2 + j\frac{2}{3}\,\Omega$ ، $26.2\,\text{W}$

مشق 9.8: شکل 9.15 میں بوجھ Z_L کے رکاوٹ کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر بوجھ کو زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل ہو گا۔ زیادہ سے زیادہ منتقل اوسط طاقت کی قیمت بھی دریافت کریں۔

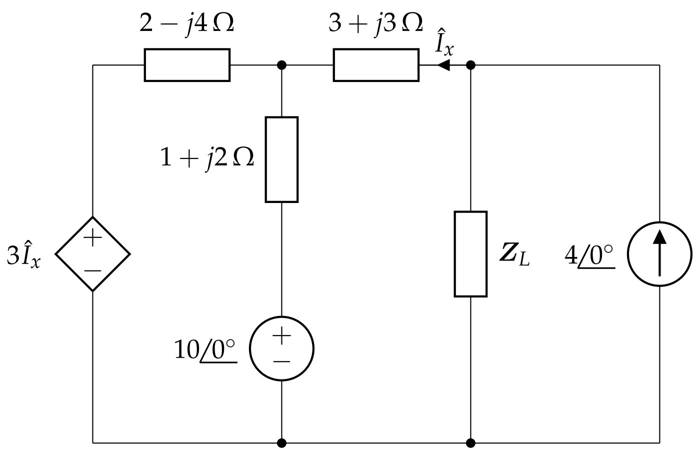
جوابات: $Z_L = 2.85 - j2.05\,\Omega$ ، $5.96\,\text{W}$

مشق 9.9: شکل 9.16 میں بوجھ Z_L کے رکاوٹ کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر بوجھ کو زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل ہو گا۔ زیادہ سے زیادہ منتقل اوسط طاقت کی قیمت بھی دریافت کریں۔

جوابات: $Z_L = 5.077j6.385\,\Omega$ ، $33.03\,\text{W}$



شکل 9.15: مشق 9.8 کا دور۔



شکل 9.16: مشق 9.9 کا دور۔

9.4 موثر قیمت

یک سمتی رو ادوار پر ہم تفصیلاً غور کر چکے ہیں جہاں ہم نے دیکھا کہ مزاحمت R میں یک سمتی رو I کے گزرنے سے مزاحمت میں I^2R طاقت کا ضیاع ہوتا ہے۔یک سمتی رو کی مقدار تبدیل نہیں ہوتی لہٰذا مزاحمت کو ہر لمحہ برقرار I^2R طاقت فراہم ہوتا ہے۔ غیر تغیر طاقت کا اوسط بھی I^2R ہو گا۔اس کے برعکس سائن نما رو کی صورت میں مزاحمت کو منتقل طاقت لمحہ بالمحہ تبدیل ہوتا ہے۔یوں $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$ A کی صورت میں لمحہ $t = 0$ پر مزاحمتی طاقت زیادہ سے زیادہ ہو گا جبکہ $t = \frac{\pi}{2\omega}$ پر مزاحمتی طاقت صفر کے برابر ہو گا۔اسی اتار چڑھاو کی وجہ سے سائن نما رو کی صورت میں مزاحمت کو منتقل اوسط طاقت $\frac{I_0^2 R}{2}$ حاصل ہوتا ہے۔یوں I_0 حیطے کی سائن نما رو مزاحمت کو $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ قیمت کے یک سمتی رو برابر طاقت فراہم کرتا ہے۔ہم کہہ سکتے ہیں کہ I_0 حیطے کی سائن نما رو کی موثر قیمت $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ہے۔اسی طرح کسی بھی شکل کی دہراتی ہوئی رو کی موثر قیمت $I_{\text{موثر}}$ سے مراد وہ یک سمتی رو ہے جو مزاحمت کو اس دہراتی ہوئی رو کے طاقت کے برابر طاقت منتقل کرتی ہو۔

ہم جانتے ہیں کہ رو $i(t)$ مزاحمت R کو $i^2(t)R$ لمحاتی طاقت منتقل کرتی ہے۔اگر اس رو کا دوری عرصہ T ہو تب مزاحمت کو اوسطاً

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) R \,\mathrm{d}t \tag{9.24}$$

طاقت منتقل ہو گا۔ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ $I_{\text{موثر}}$ یک سمتی رو اسی مزاحمت کو درج ذیل طاقت منتقل کرتی ہے۔

$$P = I_{\text{موثر}}^2 R \tag{9.25}$$

اگر مزاحمت کو دونوں رو ایک برابر طاقت منتقل کرتی ہوں تب درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$I_{\text{موثر}}^2 R = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) R \,\mathrm{d}t$$

جس سے

$$I_{\text{موثر}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) \,\mathrm{d}t} \tag{9.26}$$

حاصل ہوتا ہے۔مساوات 9.26 موثر رو $I_{\text{موثر}}$ کی تعریف ہے۔

موثر دباو کو بھی اسی طرح حاصل کیا جا سکتا ہے۔مزاحمت R کے متوازی دباو $v(t)$ نسب کرنے سے مزاحمت کو لحاتی طور پر $\frac{v^2(t)}{R}$ طاقت منتقل ہو گا۔اگر دباو کا دوری عرصہ T ہو تب مزاحمت کو اوسطاً

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{v^2(t)}{R}\,\mathrm{d}t \tag{9.27}$$

طاقت منتقل ہو گا۔اسی مزاحمت کو یک سمتی دباو $V_{\text{موثر}}$ اوسطاً درج ذیل طاقت فراہم کرتا ہے۔

$$P = \frac{V_{\text{موثر}}^2}{R} \tag{9.28}$$

دونوں طاقت برابر ہونے کی صورت میں موثر دباو کی مساوات درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$V_{\text{موثر}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t)\,\mathrm{d}t} \tag{9.29}$$

آئیں ان مساوات کی مدد سے چند امواج کی موثر قیمتیں دریافت کریں۔درج بالا مساوات سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سائن نما موج کی موثر قیمت حاصل کرنے کی خاطر مربع حیطہ کی اوسط کا جذر لیا جاتا ہے۔دباو اور رو کے موثر قیمتوں کو عموماً V_{rms} اور I_{rms} لکھا جاتا ہے۔آخر میں یاد رہے کہ جذر کا مثبت جواب موثر قیمت لیا جاتا ہے۔

مثال 9.7: بدلتی رو $i(t) = I_0\cos(\omega t + \phi)$ کی موثر قیمت I_{rms} دریافت کریں۔

حل: اس موج کا دوری عرصہ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ہے۔مساوات 9.26 سے رو کی موثر قیمت حاصل کرتے ہیں۔فی الحال جذر کی نشان سے چھٹکارا حاصل کرنے کی خاطر مساوات کا مربع لکھتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔

$$I_{\mathrm{rms}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T I_0^2\cos^2(\omega t + \phi)\,\mathrm{d}t$$

یہاں $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$ کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$I_{\mathrm{rms}}^2 = \frac{I_0^2}{T}\int_0^T \frac{1}{2}\,\mathrm{d}t + \frac{I_0^2}{T}\int_0^T \frac{\cos 2(\omega t + \phi)}{2}\,\mathrm{d}t$$

جس میں دوسرا تکمل صفر کے برابر ہے۔پہلا تکمل حل کرتے ہوئے

$$I_{\mathrm{rms}}^2 = \frac{I_0^2}{T}\frac{1}{2}t\bigg|_0^T$$

یعنی

$$I_{\text{rms}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \tag{9.30}$$

لکھا جا سکتا ہے۔چونکہ $\sin(\omega t + \phi) = \cos(\omega t + \phi - 90°)$ لکھا جا سکتا ہے لہٰذا سائن موج کی موثر قیمت بھی درج بالا ہو گی۔اسی طرح V_0 حیطے کے سائن نما دباو کی موثر قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \tag{9.31}$$

مشق 9.10: درج بالا مثال میں دوسرے تکمل کو حل کرتے ہوئے ثابت کریں کہ یہ صفر کے برابر ہے۔

مثال 9.8: ہمارے ملک پاکستان میں $50\,\text{Hz}$ تعدد اور $220\,\text{V}$ تا $240\,\text{V}$ موثر قیمت کا سائن نما برقی دباو گھریلو صارفین کو مہیا کا جاتا ہے۔دباو کا حیطہ دریافت کرتے ہوئے موج کی مساوات لکھیں۔

حل: دباو کی موثر قیمت کو $230\,\text{V}$ لیتے ہوئے مساوات 9.31 سے حیطہ حاصل کرتے ہیں۔

$$V_0 = 230\sqrt{2} = 325\,\text{V} \tag{9.32}$$

یوں موج کی مساوات درج ذیل ہے۔

$$v(t) = 230\sqrt{2}\cos(2\pi 50 t)\,\text{V} \tag{9.33}$$

اب تک ہم دباو یا رو کا حیطہ لیتے ہوئے ان کے دوری سمتیات لکھتے رہے ہیں مثلاً $\hat{V} = V_0\angle\phi^\circ\,\mathrm{V}$ دوری سمتیہ V_0 حیطے اور ϕ زاویہ ہٹاو کے کوسائن دباو کو ظاہر کرتا ہے۔ہم دوری سمتیات کو موثر قیمت کی صورت میں بھی لکھ سکتے ہیں۔یوں $\hat{V}_{\mathrm{rms}} = 230\angle\phi\,\mathrm{V}$ میں $230\,\mathrm{V}$ دباو کے موثر قیمت کو ظاہر کرتی ہے جبکہ $\hat{V} = 325\angle\phi\,\mathrm{V}$ میں $325\,\mathrm{V}$ دباو کا حیطہ ہے۔ تسلی کر لیں کہ یہ دونوں دوری سمتیات ایک ہی دباو کو ظاہر کرتی ہیں۔

دباو یا رو کی قیمتیں مختلف انداز میں بیان کی جا سکتی ہیں۔مثلاً مساوات 9.33 میں دباو کی چوٹی V_{p} یا مثبت اور منفی چوٹیوں کے درمیان قیمت V_{pp} اور یا پھر دباو کی موثر قیمت V_{rms} بیان کی جا سکتی ہے۔یوں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
V_{\mathrm{p}} &= 325\,\mathrm{V}\\
V_{\mathrm{pp}} &= 650\,\mathrm{V}\\
V_{\mathrm{rms}} &= 230\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

بدلتی رو مشینوں کی دباو اور رو کی عموماً موثر قیمتیں بیان کی جاتی ہیں۔یوں $230\,\mathrm{V}$ پر چلنے والا گھریلو پنکھا درحقیقت $230\,\mathrm{V}$ کے موثر دباو پر چلے گا۔اس کتاب میں موثر قیمتیں استعمال کرتے ہوئے دباو اور رو کے ساتھ موثر یا rms لکھا جائے گا۔

سائن نما دباو اور سائن نما رو کی صورت میں مساوات 9.10 اوسط طاقت دیتی ہے۔اس مساوات کو یہاں دوبارہ پیش کرتے ہوئے ترتیب دیتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
P &= \frac{V_0 I_0}{2}\cos(\phi_v - \phi_i)\\
&= \frac{V_0}{\sqrt{2}}\frac{I_0}{\sqrt{2}}\cos(\phi_v - \phi_i)
\end{aligned}$$

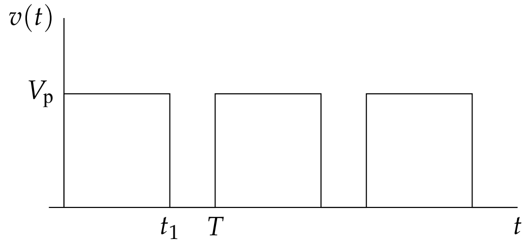
چونکہ $\frac{V_0}{\sqrt{2}}$ اور $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ بالترتیب موثر دباو V_{rms} اور موثر رو I_{rms} ہیں لہٰذا درج بالا مساوات کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$P = V_{\mathrm{rms}} I_{\mathrm{rms}} \cos(\phi_v - \phi_i) \tag{9.34}$$

اسی طرح مزاحمتی بوجھ کی صورت میں اوسط طاقت کے مساوات کو ترتیب دیتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$P = \frac{I_0^2 R}{2} = I_{\mathrm{rms}}^2 R \tag{9.35}$$

$$P = \frac{V_0^2}{2R} = \frac{V_{\mathrm{rms}}^2}{R} \tag{9.36}$$



شکل 9.17: مثال 9.9 کا دور۔

جو ہو بہو یک سمتی مساوات کی طرح ہیں۔یہی حقیقت موثر قیمت کی مقبولیت کی وجہ بنی ہے۔

مثال 9.9: شکل 9.17 میں دیے دباو کی موثر قیمت دریافت کریں۔اگر $D = 50\,\%$ اور $V_p = 60\,\mathrm{V}$ ہوں تب یہ دباو $200\,\Omega$ مزاحمت کو کتنی طاقت مہیا کر سکتا ہے اور مزاحمت کی موثر رو کیا ہو گی۔

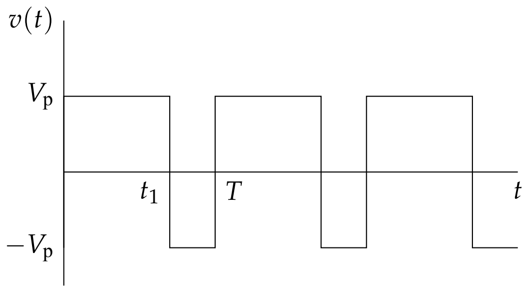
حل: یہاں دوری عرصہ T ہے جس میں t_1 مدت کے لئے دباو پایا جاتا ہے جبکہ $T - t_1$ مدت کے لئے دباو صفر کے برابر رہتا ہے۔یوں فعال عرصہ $D = \frac{t_1}{T}$ ہے۔مساوات 9.29 استعمال کرتے ہوئے

$$
\begin{aligned}
V_{\text{موثر}} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,\mathrm{d}t} \\
&= \sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{t_1} V_p^2\,\mathrm{d}t + \int_{t_1}^{T} 0^2\,\mathrm{d}t\right]} \\
&= V_p\sqrt{\frac{t_1}{T}} \\
&= V_p\sqrt{D}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتا ہے۔فعال عرصے کی قیمت $0 < D < 1$ ممکن ہے جس سے V_{rms} کی قیمت 0 تا V_p ممکن ہے۔

دی گئی معلومات کے مطابق موثر دباو درج ذیل ہے

$$V_{rms} = 60\sqrt{0.5} = 42.4264\,\mathrm{V}$$



شکل 9.18: مثال 9.10 کا دور۔

جسے $200\,\Omega$ کے متوازی لاگو کرنے سے مزاحمت کو درج ذیل طاقت مہیا ہو گی۔

$$P = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} = \frac{42.4264^2}{200} = 9\,\text{W}$$

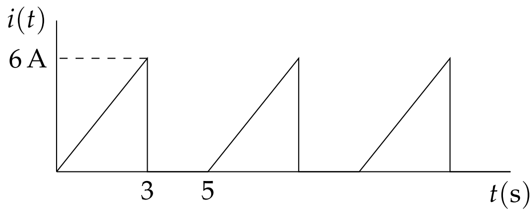
مزاحمت کی موثر رو درج ذیل ہو گی۔

$$I_{\text{rms}} = \frac{V_{\text{rms}}}{R} = \frac{42.4264}{200} = 0.212\,\text{A}$$

مثال 9.10: شکل 9.18 میں D کی قیمت $30\,\%$ ، $50\,\%$ اور $70\,\%$ کی صورت میں دباو کی موثر قیمت اور اوسط قیمت دریافت کریں جہاں $V_p = 10\,\text{V}$ ہے۔

حل: موثر قیمت حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
V_{\text{موثر}} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,\mathrm{d}t} \\
&= \sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{t_1} V_p^2\,\mathrm{d}t + \int_{t_1}^{T} (-V_p)^2\,\mathrm{d}t\right]} \\
&= V_p\sqrt{\frac{t_1}{T} + \frac{T-t_1}{T}} \\
&= V_p
\end{aligned}$$



شکل 9.19: مثال 9.11 کا دور۔

یوں دی گئی تینوں فعال عرصوں کے لئے موثر دباو $10\,\mathrm{V}$ حاصل ہوتا ہے۔

آئیں اب اوسط دباو حاصل کریں۔

$$
\begin{aligned}
V_{\text{اوسط}} &= \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,\mathrm{d}t \\
&= \frac{1}{T}\left[\int_0^{t_1} V_{\mathrm{p}}\,\mathrm{d}t + \int_{t_1}^{T} (-V_{\mathrm{p}})\,\mathrm{d}t\right] \\
&= V_{\mathrm{p}}\left(\frac{2t_1 - T}{T}\right) \\
&= V_{\mathrm{p}}(2D-1)
\end{aligned}
$$

فعال عرصے کی دی گئی قیمتوں پر اوسط دباو درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
V_{\text{اوسط}}(D=0.3) &= 10\left[2(0.3)-1\right] = -4\,\mathrm{V} \\
V_{\text{اوسط}}(D=0.5) &= 10\left[2(0.5)-1\right] = 0\,\mathrm{V} \\
V_{\text{اوسط}}(D=0.7) &= 10\left[2(0.7)-1\right] = 4\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

مثال 9.11: شکل 9.19 میں رو کی موثر قیمت دریافت کریں۔

حل: یہاں دباو مسلسل تبدیل ہو رہا ہے لٰہذا اس کے خط کی مساوات درکار ہو گی۔ دباو کا سیدھا خط $(0,0)$ تا $(3,6)$ خطی تفاعل ہے جس کی شرح ڈھال درج ذیل ہے۔

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-0}{3-0} = 2$$

کارتیسی محدد پر $(0,0)$ سے گزرتے m شرح ڈھال کے خط کی مساوات $y = mx$ لکھی جاتی ہے لٰہذا دباو کے خط کی مساوات درج ذیل ہے۔

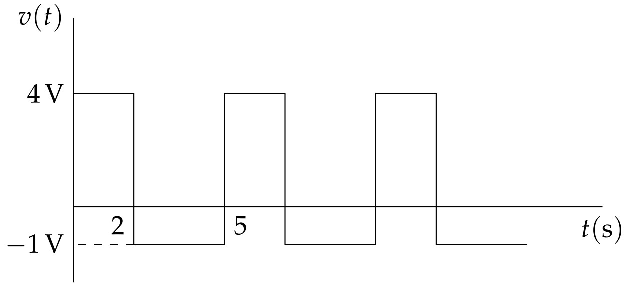
$$v(t) = 2t$$

موثر دباو درج ذیل ہے۔

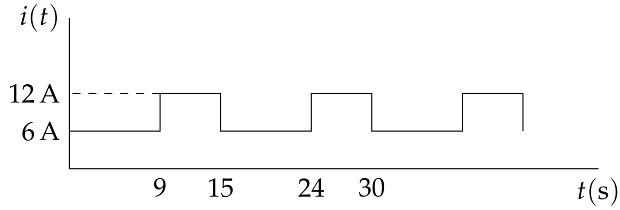
$$\begin{aligned}
v_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,\mathrm{d}t} \\
&= \sqrt{\frac{1}{5}\left[\int_0^3 (2t)^2\,\mathrm{d}t + \int_3^5 0^2\,\mathrm{d}t\right]} \\
&= \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{4}{3}\right)t^3\Big|_0^3} \\
&= 2.68\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

مشق 9.11: شکل 9.20 میں دیے دباو کی موثر قیمت دریافت کریں۔

جواب: $\sqrt{7}\,\mathrm{V}$



شکل 9.20: مشق 9.11 کا دور۔



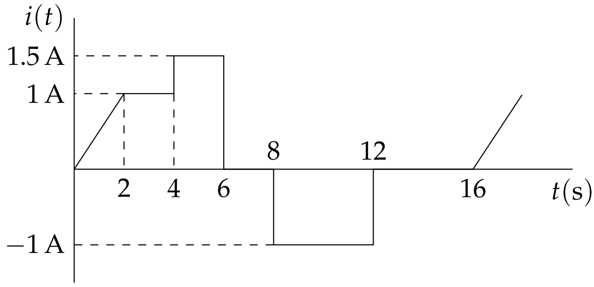
شکل 9.21: مشق 9.12 کا دور۔

مشق 9.12: شکل 9.21 میں $3\,\Omega$ مزاحمت کی رو دکھائی گئی ہے۔ مزاحمت میں اوسط طاقت کا ضیاع حاصل کریں۔

جواب: $237.6\,\mathrm{W}$

مشق 9.13: شکل 9.22 میں $7\,\Omega$ مزاحمت کی رو دکھائی گئی ہے۔ مزاحمت میں اوسط طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔

جواب: $4.885\,\mathrm{W}$



شکل 9.22: مشق 9.13 کا دور۔

9.5 جزو طاقت

مساوات 9.34 اوسط طاقت دیتی ہے۔

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\phi_v - \phi_i) \tag{9.37}$$

اس مساوات میں $V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$ کے حاصل ضرب کو **ظاہری طاقت**[2] کہا جاتا ہے جبکہ P کو **حقیقی طاقت**[3] کہا جاتا ہے۔ ظاہری طاقت کو وولٹ-ایمپیئر $\mathrm{V\,A}$ میں ناپا جاتا ہے جبکہ حقیقی طاقت کو واٹ W میں ناپا جاتا ہے۔ یاد رہے کہ $\cos(\phi_v - \phi_i)$ بے بعد مقدار ہے لہٰذا حقیقی طاقت کا بعد بھی حقیقت میں وولٹ-ایمپیئر $\mathrm{V\,A}$ ہی ہے جسے واٹ W کا خصوصی نام دیا گیا ہے۔ حقیقی طاقت اور ظاہری طاقت میں فرق ظاہر کرنے اور انہیں پہچاننے کی خاطر ان کی اکائیوں کو علیحدہ علیحدہ نام دیے گئے ہیں۔

حقیقی طاقت اور ظاہری طاقت کی شرح کو **جزو طاقت**[4] pf کہا جاتا ہے۔ درج بالا مساوات کی مدد سے جزو طاقت کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\text{جزو طاقت} = \mathrm{pf} = \frac{P}{V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}} = \cos(\phi_v - \phi_i) \tag{9.38}$$

جہاں

$$\cos(\phi_v - \phi_i) = \cos\phi_z \tag{9.39}$$

---

[2] apparent power
[3] real power
[4] power factor, pf

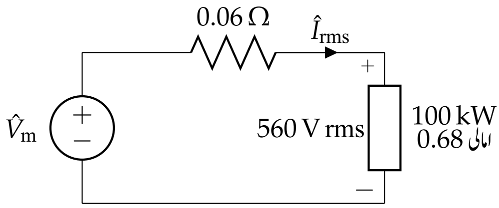
کے برابر ہے۔زاویہ $\phi_v - \phi_i$ درحقیقت بوجھ کے رکاوٹ کا زاویہ ہٹاو ϕ_z ہے اور اسے **زاویہ جزو طاقت**[5] کہا جاتا ہے۔چونکہ $\cos(\phi_v - \phi_i) = \cos(\phi_i - \phi_v)$ کے برابر ہے لہٰذا جزو طاقت کو امالی بوجھ کی صورت میں **امالی جزو طاقت**[6] یا **پیچھے جزو طاقت**[7] کہا جاتا ہے جبکہ برق گیر بوجھ کی صورت میں اس کو **برق گیر جزو طاقت**[8] یا **آگے جزو طاقت**[9] کہا جاتا ہے۔اسی طرح امالی بوجھ کی صورت میں زاویہ جزو طاقت کو **امالی زاویہ جزو طاقت** یا **پیچھے زاویہ جزو طاقت** کہا جاتا ہے جبکہ برق گیر بوجھ کی صورت میں اس کو **برق گیر زاویہ جزو طاقت** یا **آگے زاویہ جزو طاقت** کہا جاتا ہے۔

مزاحمتی بوجھ کا $\phi_z = 0°$ ہوتا ہے لہٰذا مزاحمتی بوجھ کا جزو طاقت $\cos\phi_z = 1$ ہو گا۔امالہ گیر کا $\phi_z = 90°$ ہے لہٰذا اس کا $\cos\phi_z = 0$ ہے۔برق گیر کا $\phi_z = -90°$ ہے لہٰذا اس کا $\cos\phi_z = 0$ ہے۔مزاحمت اور امالہ گیر پر مبنی دور کے رکاوٹ کا زاویہ $0°$ تا $90°$ ممکن ہے لہٰذا ایسے دور کا امالی جزو طاقت 1 تا 0 ممکن ہے۔اسی طرح برق گیر اور مزاحمت پر مبنی دور کے رکاوٹ کا زاویہ $0°$ تا $-90°$ ممکن ہے لہٰذا ایسے دور کا برق گیر جزو طاقت 1 تا 0 ممکن ہے۔مزاحمت، امالہ اور برق گیر پر مبنی دور کے رکاوٹ کا زاویہ $-90°$ سے $0°$ تا $90°$ ممکن ہے لہٰذا ایسے دور کا جزو طاقت تینوں اقسام کا ممکن ہے۔

آگے زاویہ اور پیچھے زاویہ سے مراد دباو کے لحاظ سے رو کا زاویہ ہے۔چونکہ امالی دور میں دباو سے رو پیچھے رہتی ہے لہٰذا ایسے ادوار **پیچھے ادوار** کہلاتے ہیں اور ان کا زاویہ اور جزو طاقت بھی پیچھے کہلاتے ہیں۔اس کے برعکس برق گیر دور میں دباو سے رو آگے رہتی ہے لہٰذا ان ادوار کو **آگے ادوار** کہتے ہیں اور ان کا زاویہ اور جزو طاقت بھی آگے کہلاتے ہیں۔یوں امالی بوجھ $Z_L = 2 + j6$ کا زاویہ $\tan^{-1}\frac{6}{2} = 71.57°$ اور پیچھے جزو طاقت $\cos 71.57° = 0.316$ ہے۔اسی طرح برق گیر بوجھ $Z_C = 3 - j4$ کا زاویہ $\tan^{-1}\left(-\frac{4}{3}\right) = -53.13°$ اور آگے جزو طاقت $\cos(-53.13°) = 0.6$ ہے۔

مثال 9.12: ایک صنعت کو $560\,\mathrm{V\,rms}$ پر $100\,\mathrm{kW}$ طاقت مہیا کیا جاتا ہے۔صنعتی بوجھ کا جزو طاقت 0.68 امالی ہے۔برقی طاقت کو منبع سے بوجھ تک **ترسیلی تاروں**[10][11] کے ذریعہ پہنچایا جاتا ہے۔ترسیلی تار کی مزاحمت $0.06\,\Omega$ ہے۔ترسیلی تار میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔منبع طاقت کتنا طاقت پیدا کرے گا۔اگر صنعتی بوجھ کا جزو طاقت 0.95 امالی کر دیا جائے تب جوابات کیا ہوں گے۔

[5] power factor angle
[6] inductive power factor
[7] lagging power factor
[8] capacitive power factor
[9] leading power factor
[10] transmission lines
[11] پاکستان میں بجلی کے کھمبوں پر ترسیلی تار آپ نے ضرور دیکھے ہوں گے۔ڈیم میں موجود بجلی گھر سے صارف تک طاقت انہیں ترسیلی تاروں کے ذریعہ پہنچتا ہے۔



شکل 9.23: اکائی جزو طاقت بہترین ہے۔

حل: شکل 9.23 میں صورت حال دکھائی گئی ہے۔ مساوات 9.34 سے رو حاصل کرتے ہیں جہاں $\cos(\phi_v - \phi_i)$ جزو طاقت ہے۔

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \frac{P}{V_{\text{rms}}\cos(\phi_v - \phi_i)} \\ &= \frac{100\,000}{(560)(0.68)} \\ &= 263\,\text{A rms} \end{aligned}$$

تار کی مزاحمت میں ضائع ہونے والے طاقت کا حساب کرتے ہیں۔

$$P_{\text{تار}} = (263^2)(0.06) = 4.138\,\text{W}$$

یوں منبع کو درج ذیل طاقت فراہم کرنا ہو گا

$$P_{\text{منبع}} = 100\,\text{kW} + 4.138\,\text{kW} = 104.138\,\text{kW}$$

جس میں سے $4.138\,\text{kW}$ مسلسل ضائع ہو رہا ہے۔

اس کے برعکس 0.95 امالی جزو طاقت کی صورت میں درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \frac{100\,000}{(560)(0.95)} = 188\,\text{A} \\ P_{\text{تار}} &= (188^2)(0.06) = 2.12\,\text{W} \\ P_{\text{منبع}} &= 100\,\text{kW} + 2.12\,\text{W} = 102.12\,\text{kW} \end{aligned}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ صرف جزو طاقت تبدیل کرنے سے طاقت کا ضیاع $4.138\,\text{kW}$ سے کم ہو کر $2.12\,\text{kW}$ ہو گیا ہے۔

آپ نے مثال 9.12 میں دیکھا کہ جزو طاقت کی تبدیلی سے ترسیلی تاروں میں طاقت کے ضیاع تبدیل ہوتا ہے۔ مساوات 9.34 سے ظاہر ہے کہ جزو طاقت کی قیمت بڑھانے سے رو کی قیمت کم ہوتی ہے۔ جزو طاقت کی زیادہ سے زیادہ قیمت اکائی ہے۔ یوں اکائی جزو طاقت پر کم سے کم رو درکار ہو گی۔ کم سے کم رو کی صورت میں ترسیلی تاروں میں طاقت کا ضیاع کم سے کم ہو گا۔ ی

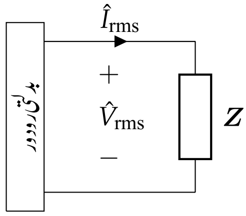
ہاں رک کر تسلی کر لیں کہ مثال 9.12 میں 0.68 آگے جزو طاقت پر بھی $I_{\text{rms}} = 263\,\text{A}$ ہو گا لہٰذا مسائل اتنے ہی بُرے ہوں گے جتنے 0.68 پیچھے جزو طاقت پر ہیں۔

بجلی کا میٹر صارف کے ہاں نسب ہوتا ہے جو خرچ کیے توانائی کا حساب رکھتا ہے۔ یہ میٹر ترسیلی تاروں میں ضائع توانائی کو نہیں ناپ سکتا۔ برقی طاقت کے پیدا کار صنعت کو صارف کی درکار طاقت کے ساتھ ساتھ ترسیلی تاروں میں ضائع ہونے والا طاقت بھی پیدا کرنا پڑتا ہے لہٰذا ان کی دلچسپی اس بات میں ہو گی کہ ترسیلی تاروں میں طاقت کا ضیاع کم سے کم ہو۔ یہی وجہ ہے کہ پیدا کار صنعت کوشش کرتی ہے کہ صارف کو مجبور کرے کہ اس کا جزو طاقت اکائی کے قریب ترین ہو۔ اگر صارف اپنے جزو طاقت پر قابو نہیں پاتا تو پیدا کار اس پر جرمانہ عائد کرتا ہے۔ اس کتاب کے لکھتے وقت پاکستان میں 0.9 سے کم جزو طاقت کی صورت میں صارف صنعت پر جرمانہ عائد کیا جاتا ہے البتہ گھریلو صارفین پر فی الحال کم جزو طاقت کی صورت میں کوئی جرمانہ عائد نہیں کیا جاتا۔ عموماً صنعتوں میں بوجھ کا بیشتر حصہ مختلف اقسام کے موٹر پر مبنی ہوتا ہے جو امالی بوجھ ہے۔ یہی وجہ ہے کہ جب بھی صنعتی بوجھ کی بات کی جائے تو امالی بوجھ کی بات کی جاتی ہے۔

حصہ 9.7 میں جزو طاقت پر قابو پانے پر غور کیا جائے گا۔

مشق 9.14: ایک صنعت کو 50 Hz تعدد اور 480 V rms دباو پر 60 kW طاقت $0.2\,\Omega$ مزاحمت کے ترسیلی تاروں کے ذریعہ فراہم کیا جاتا ہے۔ صارف اپنا جزو طاقت 0.64 امالی سے بہتر کرتے ہوئے 0.98 امالی کر دیتا ہے۔ طاقت میں بچت دریافت کریں۔

جواب: 4.376 kW



شکل 9.24: طاقت کے اقسام پر غور کے لئے دور۔

9.6 مخلوط طاقت

برقرار حال بدلتی رو طاقت پر غور کرنے کے لئے **مخلوط طاقت**[12] کا جاننا ضروری ہے لہٰذا اس حصے میں مخلوط طاقت پر بحث کی جائے گی۔

شکل 9.24 میں عمومی دور دکھایا گیا ہے جہاں درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_{\text{rms}} &= V_{\text{rms}}\underline{/\phi_v} = V_{\text{حقیقی}} + jV_{\text{خیالی}} \\
\hat{I}_{\text{rms}} &= I_{\text{rms}}\underline{/\phi_i} = I_{\text{حقیقی}} + jI_{\text{خیالی}} \\
\boldsymbol{Z} &= Z\underline{/\phi_z} = R + jX
\end{aligned}
$$

رو $\hat{I}^*_{\text{rms}}$ سے مراد $\hat{I}_{\text{rms}}$ کا جوڑی دار مخلوط ہے۔

$$\hat{I}^*_{\text{rms}} = I_{\text{rms}}\underline{/-\phi_i} = I_{\text{حقیقی}} - jI_{\text{خیالی}}$$

مخلوط طاقت $\boldsymbol{S}$ کی تعریف

$$\boldsymbol{S} = \hat{V}_{\text{rms}}\hat{I}^*_{\text{rms}} \tag{9.40}$$

ہے جس میں دباو اور رو کی قیمتیں پر کرتے ہوئے

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{S} &= V_{\text{rms}}\underline{/\phi_v}\, I_{\text{rms}}\underline{/-\phi_i} \\
&= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}\underline{/\phi_v - \phi_i} \\
&= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\phi_v - \phi_i) + jV_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\phi_v - \phi_i)
\end{aligned} \tag{9.41}
$$

---

[12] complex power

ملتا ہے جہاں $\phi_v - \phi_i = \phi_z$ کے برابر ہے۔مساوات 9.41 کا حقیقی جزو در حقیقت حقیقی اوسط طاقت P ہے جبکہ اس کے خیالی جزو Q کو **متعاملی طاقت**[13] یا **تربیعی طاقت**[14] کہا جاتا ہے۔یوں مخلوط طاقت کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\boldsymbol{S} = P + jQ \tag{9.42}$$

جہاں

$$P = \boldsymbol{S}|_{\text{حقیقی}} = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\phi_v - \phi_i) \tag{9.43}$$

$$Q = \boldsymbol{S}|_{\text{خیالی}} = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\phi_v - \phi_i) \tag{9.44}$$

ہیں۔مساوات 9.41 سے ظاہر ہے کہ مخلوط طاقت کے حیطے کو ہم ظاہری طاقت کہتے ہیں جبکہ مخلوط طاقت کے زاویہ کو ہم زاویہ جزو طاقت کہتے ہیں۔ مخلوط طاقت کو ظاہری طاقت کی طرح وولٹ-ایمپیئر V A میں ناپا جاتا ہے، حقیقی طاقت کو واٹ W میں ناپا جاتا ہے جبکہ متعاملی طاقت Q کو، شناخت کی خاطر، متعاملی وولٹ-ایمپیئر var میں ناپا جاتا ہے۔یاد رہے کہ ان تمام اقسام کے طاقتوں کا بعد وولٹ-ایمپیئر V A ہی ہے۔

مثال 9.13: رو $\hat{I}_{\text{rms}} = I_h + jI_k$ کی مقدار I_{rms} حاصل کریں۔رو $\hat{I}^*_{\text{rms}} = I_h - jI_k$ کی مقدار بھی حاصل کریں۔ان رو کا حاصل ضرب دریافت کریں۔

حل: دی گئی رو کی مقداریں درج ذیل ہیں۔

$$\left|\hat{I}_{\text{rms}}\right| = \sqrt{I_h^2 + I_k^2} = I_{\text{rms}}$$
$$\left|\hat{I}^*_{\text{rms}}\right| = \sqrt{I_h^2 + (-I_k)^2} = I_{\text{rms}}$$

دونوں کا حاصل ضرب درج ذیل ہے۔

$$\hat{I}_{\text{rms}} \hat{I}^*_{\text{rms}} = (I_h + jI_k)(I_h - jI_k) = I_h^2 + I_k^2 = I_{\text{rms}}^2 \tag{9.45}$$

---

[13] reactive power
[14] quadrature power

آئیں مساوات 9.43 اور مساوات 9.44 پر مزاحمت، امالہ اور برق گیر کے نقطہ نظر سے مزید غور کریں۔ مزاحمت کا $\phi_v - \phi_i = 0^\circ$ ہے لہٰذا اس کے $\cos(\phi_v - \phi_i) = 1$ اور $\sin(\phi_v - \phi_i) = 0$ ہیں۔ یوں مزاحمت حقیقی طاقت جذب $(P > 0)$ کرتا ہے جبکہ یہ متعاملی طاقت کو جذب نہیں کرتا لہٰذا $Q = 0$ ہے۔ امالہ کا $\phi_v - \phi_i = 90^\circ$ لہٰذا

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos 90^\circ = 0 \tag{9.46}$$

$$Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin 90^\circ > 0 \tag{9.47}$$

ہیں۔ امالہ گیر متعاملی طاقت کو جذب کرتا ہے جبکہ یہ حقیقی طاقت کو جذب نہیں کرتا۔ برق گیر کا $\phi_v - \phi_i = -90^\circ$ لہٰذا

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(-90^\circ) = 0 \tag{9.48}$$

$$Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(-90^\circ) < 0 \tag{9.49}$$

ہیں۔ برق گیر حقیقی طاقت جذب نہیں کرتا جبکہ یہ متعاملی طاقت مہیا کرتا ہے۔

ہم نے دیکھا کہ مزاحمت حقیقی طاقت جذب کرتا ہے جبکہ امالہ گیر اور برق گیر بالترتیب متعاملی طاقت جذب اور مہیا کرتے ہیں۔ ان پرزوں میں بنیادی فرق یہ ہے کہ مزاحمت میں طاقت ضائع ہوتا ہے جبکہ امالہ گیر اور برق گیر طاقت ذخیرہ کرتے ہوئے اسے دور کو واپس منتقل کرنے کی صلاحیت رکھتے ہیں۔ ان حقائق سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ متعاملی طاقت کا تعلق طاقت ذخیرہ کرنے سے ہے۔

آئیں مساوات 9.40 میں $\hat{V}_{\text{rms}} = \hat{I}_{\text{rms}} \boldsymbol{Z}$ پر کریں

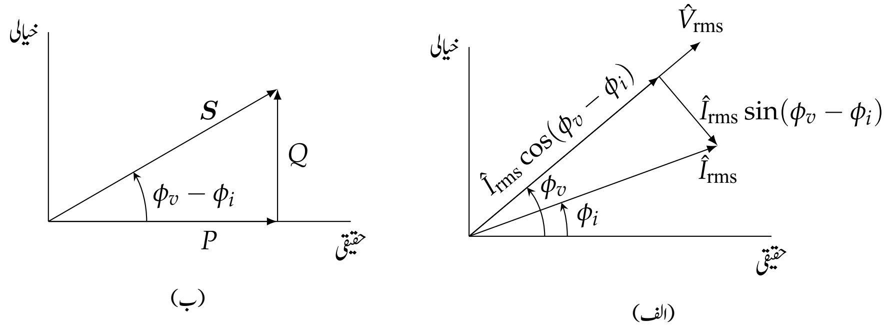
$$\boldsymbol{S} = \hat{V}_{\text{rms}} \hat{I}^*_{\text{rms}} = \hat{I}_{\text{rms}} \boldsymbol{Z} \hat{I}^*_{\text{rms}} = I^2_{\text{rms}} \boldsymbol{Z} = I^2_{\text{rms}}(R + jX) = P + jQ \tag{9.50}$$

جہاں مساوات 9.45 اور مساوات 9.42 کا سہارا لیا گیا ہے۔ اسی طرح مساوات 9.40 میں دباو کی بجائے رو کے لئے پر کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\boldsymbol{S} = \hat{V}_{\text{rms}} \left(\frac{\hat{V}_{\text{rms}}}{\boldsymbol{Z}} \right)^* = \frac{V^2_{\text{rms}}}{\boldsymbol{Z}^*} = V^2_{\text{rms}} \boldsymbol{Y}^* = V^2_{\text{rms}}(B + jG)^* = P + jQ \tag{9.51}$$

اس مساوات کے تحت جوڑی دار مخلوط فراوانی کو دباو کی موثر قیمت سے ضرب دیتے ہوئے فراوانی کی طاقت حاصل کی جا سکتی ہے۔ یہ وہ طاقت ہے جو فراوانی جذب کرتا ہے۔ یوں اگر شکل 9.24 میں برق گیر بطور بوجھ $\boldsymbol{Z}$ نسب ہوتا تب فراوانی $j\omega C$ کے برابر ہوتی جسے درج بالا مساوات میں پر کرتے ہوئے

$$\boldsymbol{S} = V^2_{\text{rms}}(j\omega C)^* = -j\omega C V^2_{\text{rms}} \tag{9.52}$$



شکل 9.25: طاقتی تعلق۔

ملتا ہے۔آپ نے دیکھا کہ مخلوط طاقت کی قیمت منفی ہے۔یوں برق گیر متعاملی طاقت فراہم کرتا ہے۔

شکل 9.25 طاقت کے تعلقات پر مزید روشنی ڈالتا ہے۔شکل-الف کے تحت رو کو دو ٹکڑوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔پہلا ٹکڑا $\hat{V}_{\text{rms}}$ کے ہم زاویہ ہے جبکہ دوسرا ٹکڑا دباو کے ساتھ $90°$ کا زاویہ بناتا ہے۔مساوات 9.43 کے تحت دباو اور اس کے ہم زاویہ رو مل کر حقیقی طاقت P پیدا کرتے ہیں۔اسی طرح مساوات 9.44 کے تحت دباو اور دباو کے عمودی رو مل کر متعاملی طاقت Q پیدا کرتے ہیں۔انہیں دو مساوات سے درج ذیل تعلق بھی حاصل ہوتا ہے

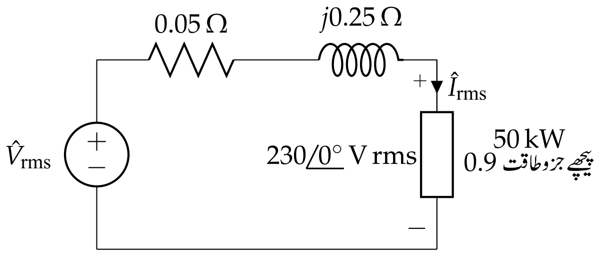
$$\tan(\phi_v - \phi_i) = \frac{Q}{P} \tag{9.53}$$

جس کو شکل-ب کے **طاقتی تکون**[15] سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔ شکل-ب امالی بوجھ کے لئے دکھایا گیا ہے جہاں $\phi_v - \phi_i > 0$ ہے۔چونکہ زاویہ افقی محور سے گھڑی کی گردش کے الٹ جانب گھومتے ہوئے ناپا جاتا ہے لہٰذا مثبت زاویہ حقیقی محور سے اوپر کو ہو گا۔یوں امالی بوجھ کا Q مثبت ہے۔برق گیر بوجھ کی صورت میں $\phi_v - \phi_i < 0$ ہو گا لہٰذا S کا خط حقیقی محور سے نیچے کو ہو گا لہٰذا Q کی قیمت منفی ہو گی۔مزاحمتی بوجھ کی صورت میں $\phi_v - \phi_i = 0$ ہو گا لہٰذا S کا خط عین حقیقی محور پر ہو گا لہٰذا مخلوط طاقت اور حقیقی طاقت برابر ہوں گے جبکہ متعاملی طاقت صفر ہو گا۔

آخر میں بتلاتا چلوں کہ دور میں حقیقی طاقت کی طرح مخلوط طاقت پر بھی بقائے توانائی کا قانون لاگو ہوتا ہے۔

---

[15] power triangle



شکل 9.26: مثال 9.14 کا دور۔

مثال 9.14: امالی بوجھ کو 50 kW طاقت فراہم کی جا رہی ہے۔ بوجھ پر موثر دباو 230 V ، تعدد 50 Hz اور پیچھے جزو طاقت 0.9 ہے۔ ترسیلی تاروں کی رکاوٹ $\boldsymbol{Z}_{\text{تار}} = 0.05 + j0.25\,\Omega$ ہے۔ منبع طاقت پر دباو، جزو طاقت اور طاقت کا تخمینہ لگائیں۔

حل: دور کو شکل 9.26 میں دکھایا گیا ہے جہاں ترسیلی تار کی رکاوٹ صرف بالائی تار پر دکھائی گئی ہے۔ حقیقت میں بالائی اور نچلی تار کی رکاوٹیں سلسلہ وار جڑی ہیں۔ ان کا مجموعہ کل رکاوٹ ہے جسے عموماً ایک تار پر دکھایا جاتا ہے۔

بوجھ کے دباو کو حوالہ دوری سمتیہ لیتے ہوئے اس کا زاویہ صفر چنا گیا ہے۔ مخلوط طاقت

$$S = \frac{P}{\text{pf}} = \frac{50\,000}{0.9} = 55\,556\,\text{V A}$$

ہے جبکہ بوجھ پر $\phi_v - \phi_i = \cos^{-1}(0.9) = 25.84°$ ہے لہٰذا بوجھ پر

$$\boldsymbol{S}_L = 55\,556\underline{/25.84°} = 50\,000 + j24\,216\,\text{V A}$$

ہو گا۔ چونکہ $\boldsymbol{S}_L = \hat{V}_{\text{rms}}\hat{I}^*_{\text{rms}}$ ہو لہٰذا

$$\hat{I}_{L,\text{rms}} = \left(\frac{55\,556\underline{/25.84°}}{230\underline{/0°}}\right)^* = 241.55\underline{/-25.84°}\,\text{A rms}$$

تار میں مخلوط طاقت کا ضیاع

$$\boldsymbol{S}_{\text{تار}} = I^2_{L,\text{rms}}\boldsymbol{Z}_{\text{تار}} = 241.55^2(0.05 + j0.25) = 2917 + j14\,586\,\text{V A}$$

ہے۔ بقائے توانائی کے تحت یوں منبع طاقت پر مخلوط طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}_{\text{منبع}} &= \boldsymbol{S}_L + \boldsymbol{S}_{\text{تار}}\\ &= 50\,000 + j24\,216 + 2917 + j14\,586\\ &= 52\,917 + j38\,802\\ &= 65\,619\underline{/36.25°}\,\text{V A}\end{aligned}$$

اس طرح منبع کا دباو

$$V_{\text{rms}} = \frac{\left|S_{\text{منبع}}\right|}{I_{L,\text{rms}}} = \frac{65\,619}{241.55} = 272\,\text{V}$$

اور منبع پر پیچھے جزو طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$\text{pf} = \cos 36.25^\circ = 0.806$$

آئیں اسی کو دوبارہ کرخوف مساوات سے حل کریں۔ پیچھے جزو طاقت 0.9 سے رو کا زاویہ حاصل کرتے ہیں جہاں امالی بوجھ کی وجہ سے زاویہ منفی ہو گا۔

$$\phi_i = \cos^{-1} 0.9 = -25.84^\circ$$

بوجھ کی رو حاصل کرتے ہیں۔

$$I_{\text{rms}} = \frac{P}{V_{\text{rms}} \cos \phi_i} = \frac{50\,000}{(230)(0.9)} = 241.55\,\text{A}$$

یوں $\hat{I}_{\text{rms}} = 241.55\underline{/-25.84^\circ}$ ہو گا۔ شکل کو دیکھتے ہوئے کرخوف کی مساوات سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_{\text{rms}} &= 230\underline{/0^\circ} + (241.55\underline{/-25.84^\circ})(0.05 + j0.25)\\ &= 272\underline{/10.41^\circ}\,\text{V}\end{aligned}$$

یوں منبع طاقت پر دباو سے رو

$$10.41^\circ - (-25.84^\circ) = 36.25^\circ$$

پیچھے ہے لہٰذا منبع پر پیچھے جزو طاقت $\cos(36.25^\circ) = 0.806$ ہو گا۔

مثال 9.15: گزشتہ مثال کے شکل 9.26 میں بقایا تمام معلومات وہی ہیں البتہ بوجھ پر جزو طاقت پیچھے کی بجائے آگے ہے۔ منبع طاقت کا دباو حاصل کریں۔

حل: گزشتہ مثال میں عین ہمارے توقع کے مطابق منبع طاقت کا دباو، بوجھ کے دباو سے زیادہ تھا۔ یک سمتی ادوار میں ہم یہی توقع کرتے ہیں کہ زیادہ دباو کے نقطے سے طاقت کم دباو کے نقطے کو فراہم ہوتا ہے۔ اس مثال میں ہم دیکھیں گے کہ کبھی کبھار ہمارے توقعات غلط ثابت ہوتی ہیں۔

اس مسئلے کو کرخوف مساوات سے حل کرتے ہیں۔ آگے جزو طاقت 0.9 سے رو کا زاویہ حاصل کرتے ہیں۔ آگے جزو طاقت برق گیر بوجھ کی نشاندہی کرتا ہے لہٰذا بوجھ کے رکاوٹ کا زاویہ مثبت ہو گا۔

$$\phi_i = \cos^{-1} 0.9 = 25.84^\circ$$

بوجھ کی رو حاصل کرتے ہیں۔

$$I_{\text{rms}} = \frac{P}{V_{\text{rms}} \cos \phi_i} = \frac{50\,000}{(230)(0.9)} = 241.55\,\text{A}$$

یوں $\hat{I}_{\text{rms}} = 241.55\underline{/25.84^\circ}$ ہو گا۔ شکل کو دیکھتے ہوئے کرخوف کی مساوات سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_{\text{rms}} &= 230\underline{/0^\circ} + (241.55\underline{/25.84^\circ})(0.05 + j0.25)\\ &= 223\underline{/15.53^\circ}\,\text{V}\end{aligned}$$

یوں منبع طاقت پر دباو سے رو

$$(25.84^\circ) - 15.53^\circ = 10.31^\circ$$

آگے ہے لہٰذا منبع پر آگے جزو طاقت $\cos(-10.31^\circ) = 0.98$ ہو گا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بوجھ پر موثر دباو 230 V ہے جبکہ منبع طاقت کا موثر دباو 223 V ہے جو کہ بوجھ کے دباو سے کم ہے۔

مشق 9.15: شکل 9.26 میں بقایا تمام معلومات وہی ہیں البتہ آگے جزو طاقت 0.8 ہے۔ منبع طاقت کا موثر دباو اور جزو طاقت حاصل کریں۔ منبع کتنا طاقت پیدا کر رہا ہے۔

جوابات: 210 V rms ، آگے $\text{pf} = 0.94$ ، 53.69 kW

مشق 9.16: ایک صنعتی بوجھ کو $30\,\mathrm{kW}$ طاقت 0.82 پیچھے جزو طاقت پر درکار ہے۔ بوجھ پر موثر دباو $230\,\mathrm{V}$ اور تعدد $50\,\mathrm{Hz}$ ہے۔ منبع سے صنعت تک طاقت کو ترسیلی تاروں کے ذریعہ پہنچایا جاتا ہے۔ ان ترسیلی تاروں کی رکاوٹ $Z_{\text{تار}} = 0.08 + j0.3\,\Omega$ ہے۔ ترسیلی تاروں میں حقیقی اور متعاملی طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔ ترسیلی تار کے داخلی سر پر درکار حقیقی اور متعاملی طاقت دریافت کریں۔

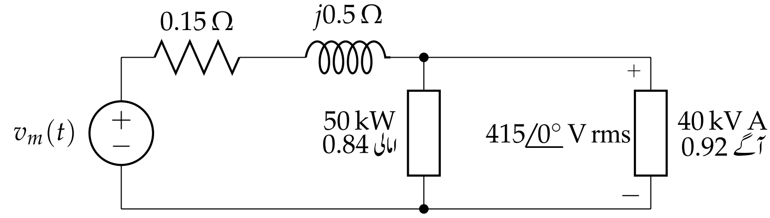
جوابات: $P_{\text{تار}} = 2024\,\mathrm{W}$ ، $Q_{\text{تار}} = 7590\,\mathrm{var}$ ، $P_{\text{منبع}} = 32\,\mathrm{kW}$ ، $Q_{\text{منبع}} = 28.53\,\mathrm{kvar}$

مشق 9.17: صنعتی بوجھ کو 0.86 امالی جزو طاقت پر $25\,\mathrm{kW}$ طاقت $230\,\mathrm{V\,rms}$ اور $50\,\mathrm{Hz}$ تعدد پر فراہم کی جا رہی ہے۔ ترسیلی تار کی رکاوٹ $Z_{\text{تار}} = 0.1 + j0.2\,\Omega$ ہے۔ تاروں کے داخلی سروں پر موثر دباو اور جزو طاقت دریافت کریں۔

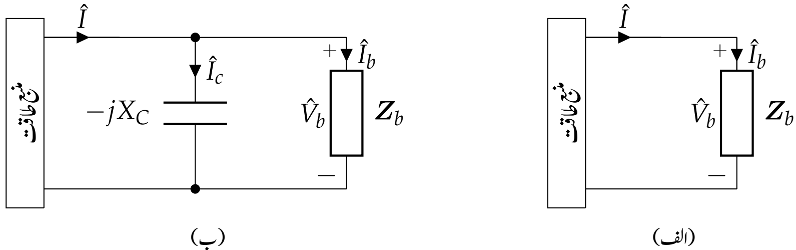
جوابات: $254\underline{/3.4^\circ}\,\mathrm{V\,rms}$ ، 0.83 امالی

مشق 9.18: شکل 9.27 میں منبع طاقت کا دباو اور جزو طاقت دریافت کریں۔

جوابات: $v_m(t) = 674\cos(100\pi t + 11.9^\circ)\,\mathrm{V}$ ، امالی 0.922



شکل 9.27: مشق 9.18 کا دور۔



شکل 9.28: جزو طاقت کی درستگی۔

9.7 جزو طاقت کی درستگی

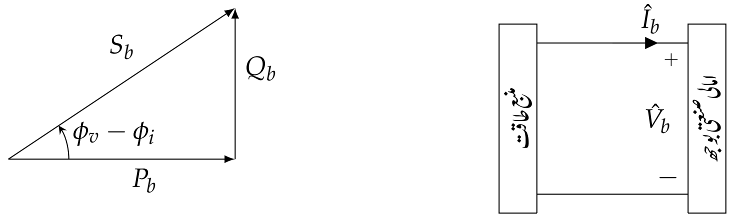
آپ نے مثال 9.12 میں دیکھا کہ جزو طاقت نہایت اہم معلومات فراہم کرتا ہے۔ ایک مثال کے بعد جو طاقت کی درستگی پر غور کریں گے۔

مثال 9.16: شکل 9.28-الف میں منبع طاقت پر $Z_b = 2_j2\,\Omega$ کا بوجھ لدا ہوا ہے۔ شکل-ب میں بوجھ کے متوازی $Z_c = -j5\,\Omega$ جوڑا گیا ہے۔ دونوں اشکال میں جزو طاقت دریافت کریں۔ حل: شکل-الف میں بوجھ کی رکاوٹ کو زاویائی صورت میں لکھتے ہوئے

$$Z_b = 2 + j2 = \sqrt{8}\underline{/45^\circ}$$

امالی جزو طاقت لکھتے ہیں۔

$$\text{pf} = \cos 45^\circ = 0.7071$$



(ب) (الف)

شکل 9.29: صنعتی بوجھ کا طاقتی تکون۔

شکل-ب میں کل رکاوٹ لکھتے ہیں

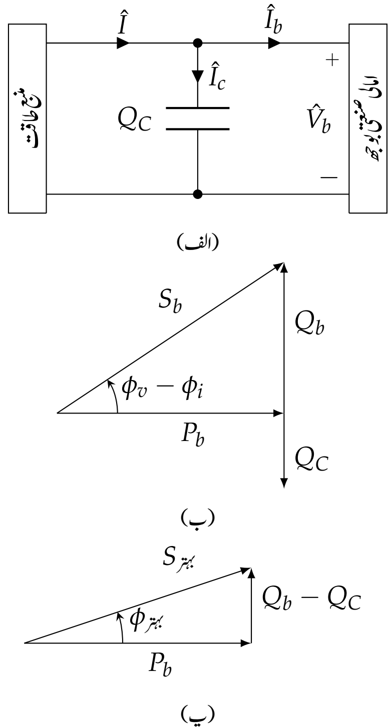
$$\begin{aligned} \boldsymbol{Z} &= \frac{-j5(2+j2)}{-j5+2+j2} \\ &= \frac{50}{13} + j\frac{10}{13} \\ &= 3.922\underline{/11.31^\circ} \end{aligned}$$

جس سے امالی جزو طاقت درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{pf} = \cos 11.31^\circ = 0.981$$

درج بالا مثال میں آپ نے دیکھا کہ امالی بوجھ کے متوازی برق گیر جوڑنے سے جزو طاقت میں بہتری پیدا ہوتی ہے۔ جیسا ہم پہلے بھی بتلا چکے ہیں، صنعتی بوجھ عموماً امالی جزو طاقت رکھتا ہے۔ شکل 9.29 میں عمومی صورت حال دکھائی گئی ہے جہاں صنعتی بوجھ پر $\hat{V}_{\text{rms}}$ دباو مسلط کیا گیا ہے۔ صنعتی بوجھ منبع طاقت سے $\hat{I}_{\text{rms}}$ رو لیتا ہے۔ شکل-ب میں طاقتی تکون دکھایا گیا ہے۔ زاویہ $\phi_v - \phi_i$ کم کرتے ہوئے جزو طاقت بہتر بنایا جا سکتا ہے۔ شکل-ب سے واضح ہے کہ Q کو برقرار رکھتے ہوئے P کے بڑھانے سے یہ زاویہ کم کیا جا سکتا ہے۔ اس کے برعکس P کو برقرار رکھتے ہوئے Q کم کرنے سے بھی اس زاویے کو کم کیا جا سکتا ہے۔ آئیں دونوں ممکنات پر غور کریں۔

کوئی بھی صنعت حقیقی طاقت P استعمال کرتے ہوئے کام سرانجام دیتی ہے۔ کوئی بھی صنعت قائم کرنے سے پہلے اس کی پیداوار طے کی جاتی ہے۔ اس پیداوار کو حاصل کرنے کے لئے درکار مشین نسب کئے جاتے ہیں۔ غیر ضروری طور پر



شکل 9.30: درستگی جزو طاقت کے اشکال۔

P بڑھانے سے مراد، ضرورت سے زیادہ بڑی مشینیں نسب کرنا ہے، جس سے صنعت قائم کرنے کا خرچہ بڑھتا ہے۔ جزو طاقت بہتر کرنے کا یہ انتہائی مہنگا طریقہ ہو گا جسے کبھی بھی نہیں اپنایا جاتا۔ ساتھ ہی ساتھ زیادہ پیداوار کے لئے زیادہ سرمایہ درکار ہو گا۔

آئیں اب Q کم کرتے ہیں۔ جیسا درج بالا مثال میں دکھایا گیا، امالی بوجھ کے متوازی برق گیر جوڑنے سے Q کو کم کیا جا سکتا ہے۔ برق گیر کی قیمت صنعتی مشینوں کی نسبت بہت کم ہوتی ہے لہٰذا جزو طاقت کو برق گیر سے ہی بہتر بنایا جاتا ہے۔ شکل 9.30-الف میں صنعتی بوجھ کے متوازی برق گیر نسب کیا گیا ہے۔ شکل-ب میں بوجھ کا طاقتی تکون دکھایا گیا ہے جس میں برق گیر متعاملی طاقت بھی دکھائی گئی ہے۔ شکل-پ میں منبع طاقت کو درپیش صنعتی بوجھ اور برق گیر متعاملی طاقت کا کل طاقتی تکون دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ Q کم ہونے سے طاقتی تکون کا زاویہ کم اور جزو طاقت بہتر ہو گا۔

مساوات 9.52 کے تحت برق گیر کا متعاملی طاقت درج ذیل ہے۔

$$\boldsymbol{S}_C = -j\omega C V_{\text{rms}}^2$$

کسی بھی جزو طاقت کے حصول کے لئے $\boldsymbol{S}_C$ کو شکل 9.30-پ سے حاصل کا جا سکتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے درج بالا مساوات سے درکار C حاصل کیا جا سکتا ہے۔ جزو طاقت قابو کرنے کے لئے برق گیر کی استعداد عموماً متعاملی وولٹ-ایمپیئر var میں ہی بیان کی جاتی ہے۔یوں 50 Hz ، 440 V rms پر استعمال ہونے والے 822 µF برق گیر کو 50 kvar کا برق گیر کہا جائے گا۔

مثال 9.17: ایک صنعت 1200 V rms ، 50 Hz اور 0.7 امالی جزو طاقت پر 1000 kW طاقت خرچ کرتا ہے۔پاکستان میں 0.9 جزو طاقت سے کم جزو طاقت پر صنعت پر جرمانہ عائد ہوتا ہے لہٰذا صنعت کار اپنی جزو طاقت کو 0.9 کرنا چاہتا ہے۔اس کو درکار برق گیر کا تخمینہ لگائیں۔

حل: شکل 9.30 کے طاقتی تکون سے صنعتی بوجھ کا مخلوط طاقت دریافت کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{S} &= \frac{P}{\text{pf}} \underline{/\cos^{-1}\text{pf}} \\
&= \frac{1\,000\,000}{0.7} \underline{/\cos^{-1} 0.7} \\
&= 1.429 \underline{/45.573^\circ} \\
&= 1 + j1.021\,\text{MV A}
\end{aligned}$$

ہم حقیقی طاقت تبدیل کئے بغیر 0.9 جزو طاقت درکار ہے جس پر مخلوط طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{S}_{\text{بہتر}} &= \frac{P}{\text{pf}} \underline{/\cos^{-1}\text{pf}} \\
&= \frac{1\,000\,000}{0.9} \underline{/\cos^{-1} 0.9} \\
&= 1.111 \underline{/25.842^\circ} \\
&= 1 + j0.482\,\text{MV A}
\end{aligned}$$

ان نتائج سے درکار متعاملی طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$Q_c = 1.021\,\text{Mvar} - 0.482\,\text{Mvar} = 0.539\,\text{Mvar}$$

اس طرح $50\,\text{kvar}$ استعداد کے برق گیر استعمال کرتے ہوئے $\frac{539\,\text{kvar}}{50\,\text{kvar}} = 10.78$ عدد برق گیر درکار ہوں گے۔ جزو طاقت بہتر بنانے والے برق گیر مختلف اکائیوں میں دستیاب ہیں۔یوں $50\,\text{kvar}$ کے اکائی میں دستیاب گیارہ عدد برق گیر نسب کیے جائیں گے۔

اگرچہ صنعت کار زیادہ برق گیر نسب کرتے ہوئے اکائی جزو طاقت بھی حاصل کر سکتا ہے لیکن اس کو ایسا کرنے سے کوئی اضافی فائدہ نہیں ہو گا۔ جرمانہ صرف 0.9 جزو طاقت سے کم پر عائد ہوتا ہے۔ جزو طاقت کو 0.9 سے بہت بہتر کرنے پر توانائی کی قیمت میں چھوٹ نہیں ملتی لہٰذا صنعت کار اضافی خرچہ نہیں کرے گا۔

مثال 9.18: پاکستان کی سب سے بڑی صنعت کپاس سے روئی کا دھاگا بناتی ہے۔ایسی ایک صنعت کا جزو طاقت 0.84 امالی اور حقیقی طاقت $200\,\text{kW}$ تھا جب نیا قانون نافذ ہوا جس کے تحت کم سے کم جزو طاقت 0.9 مقرر کیا گیا۔اس صنعت کو کتنا برق گیر نسب کرنا پڑا۔

حل: شکل 9.30 کے طاقتی تکون سے گزشتہ متعاملی طاقت حاصل کرتے ہیں۔ جزو طاقت سے طاقتی تکون کا زاویہ $\cos^{-1} 0.84 = 32.86^\circ$ حاصل ہوتا ہے لہٰذا

$$Q_b = 200\,000 \tan 32.86^\circ = 129\,\text{kvar}$$

ہو گا۔نئے قانون کے تحت $\cos^{-1} 0.9 = 25.84^\circ$ اور درکار Q درج ذیل ہے۔

$$Q_{\text{بہتر}} = 200\,000 \tan 25.84^\circ = 97\,\text{kvar}$$

یوں صنعت کار کو $129\,\text{kvar} - 97\,\text{kvar} = 32\,\text{kvar}$ درکار ہے۔

مشق 9.19: مثال 9.17 کے صنعت کار زیادہ محتاط ہیں۔وہ جزو طاقت کو 0.7 سے بہتر کرتے ہوئے 0.95 امالی کرنا چاہتے ہیں۔انہیں درکار متعاملی طاقت دریافت کریں۔انہیں $50\,\text{kvar}$ اکائی کے کتنے برق گیر نسب کرنے ہوں گے؟

جواب: $690\,\text{kvar}$ ، 14 عدد

9.8 برقی جھٹکا

برقی دباو اور طاقت کے بارے میں علم حاصل کرتے وقت ضروری ہے کہ ان سے لاحق خطرات اور ان خطرات سے بچنے کے حفاظتی اقدامات اور تدابیر پر بھی غور کیا جائے۔

میں چھوٹا بچہ تھا جب مجھے پہلی مرتبہ بجلی کا جھٹکا لگا۔آپ میں سے بیشتر طلباء بھی اس کٹھن تجربے سے گزر چکے ہوں گے۔کسی بھی دو مختلف اجسام کے رگڑ سے ساکن دباو پیدا ہوتا ہے۔اونی بنیان اتارنے سے بنیان اور آپ کے جسم کے مابین $20\,\mathrm{kV}$ تا $40\,\mathrm{kV}$ کا ساکن دباو پیدا ہو سکتا ہے۔آپ نے اندھیرے میں اونی بنیان اتارتے ہوئے شعلے ضرور دیکھے ہوں گے جو اسی ساکن دباو کی وجہ سے پیدا ہوتے ہیں۔آپ کو ساکن دباو کے جھٹکے بھی لگے ہوں گے جن سے جسم میں $40\,\mathrm{A}$ تک کی رو گزر سکتی ہے۔جسم میں رو گزرنے سے بجلی کا جھٹکا محسوس ہوتا ہے۔رو گزرنے سے پٹھے کھینچ جاتے ہیں۔

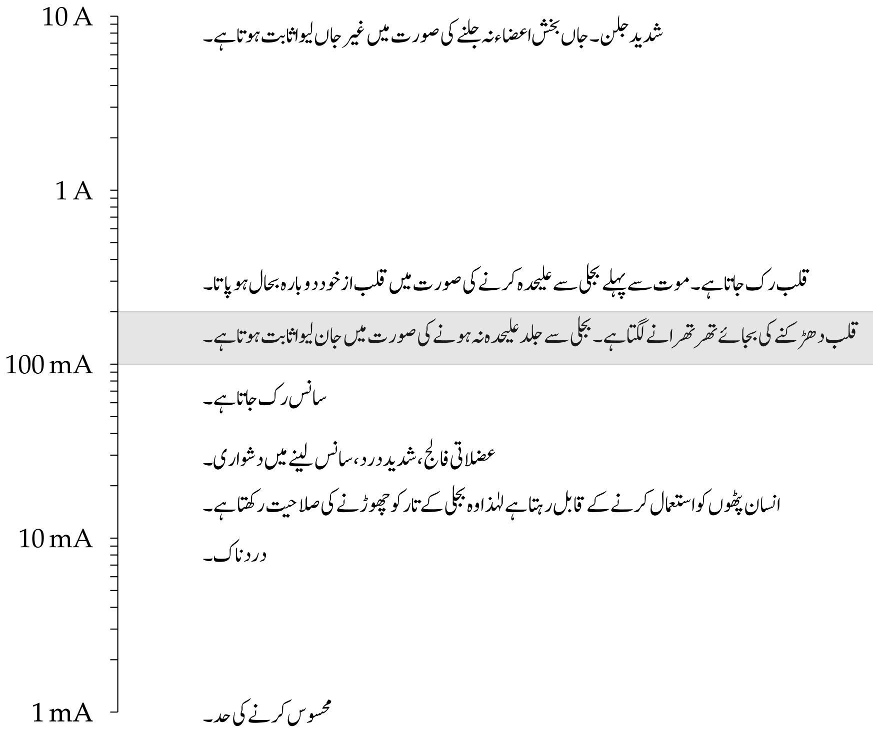
انسانی جلد مردہ خلیوں سے بنی ہے۔خشک جلد کی مزاحمت $100\,\mathrm{k\Omega\,cm^{-2}}$ تا $300\,\mathrm{k\Omega\,cm^{-2}}$ ہوتی ہے جبکہ مکمل نم جلد کی مزاحمت سو گنا کم ہو کر $1\,\mathrm{k\Omega\,cm^{-2}}$ تا $3\,\mathrm{k\Omega\,cm^{-2}}$ رہ جاتی ہے۔انسانی جلد $230\,\mathrm{V\,rms}$ دباو برداشت نہیں کر سکتی اور اس میں یکدم چھید پڑ جاتا ہے البتہ $120\,\mathrm{V\,rms}$ پر خشک جلد اہم ثابت ہو سکتی ہے۔

انسانی جسم تقریباً $1\,\mathrm{kHz}$ تک کے تعدد تک مزاحمتی خاصیت رکھتا ہے جبکہ اس سے زیادہ تعدد پر یہ RC دور کی خاصیت رکھتا ہے۔ہم $50\,\mathrm{Hz}$ کے بدلتی رو میں دلچسپی رکھتے ہیں لہٰذا اسی تعدد پر بات کی جائے گی۔دو ہاتھوں کے مابین تقریباً $2330\,\Omega$ جبکہ ایک طرف کے ہاتھ اور دوسری طرف کے پیر کے مابین $1130\,\Omega$ کا مزاحمت پایا جاتا ہے۔مکمل نم جلد پر موصل لعاب دار مادہ ملنے کے بعد انسانی جسم کی مزاحمت ناپی گئی۔

شکل 9.31 برقی جھٹکے[16] کی تفصیل بیان کرتا ہے۔ہماری زبان $0.45\,\mathrm{mA}$ کو محسوس کر سکتی ہے جبکہ ہماری جلد تقریباً $1.086\,\mathrm{mA}$ کو محسوس کرنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔ہم $8\,\mathrm{mA}$ پر شدید درد محسوس کرتے ہیں۔خواتین بے خطر $6\,\mathrm{mA}$ اور مرد $9\,\mathrm{mA}$ کی رو برقرار برداشت کر سکتے ہیں۔

جسم میں تقریباً $16\,\mathrm{mA}$ سے زیادہ رو گزرنے سے پٹھے کھینچ جاتے ہیں۔انگلیاں مٹھی کی شکل اختیار کر لیتی ہیں۔انگلیاں جس چیز کے گرد لپٹ جائیں، انسان اس چیز کو چھوڑنے کی صلاحیت نہیں رکھتا۔عام طور ہم کہتے ہیں کہ بجلی کی تار نے انسان کو پکڑ لیا ہے۔خواتین تقریباً $10.5\,\mathrm{mA}$ اور مرد تقریباً $16\,\mathrm{mA}$ کی رو تک اپنے پٹھوں کو استعمال کرنے کی

[16] یہ نتائج چارلس ڈلزئیل Charles F Dalziel نے حاصل کئے۔



شکل 9.31: برقی جھٹکا۔

صلاحیت رکھ پاتے ہیں اور وہ اپنے مٹھی کھول سکتے ہیں۔ کبھی بھی اپنے ہاتھ سے پکڑ کر کسی کو بجلی سے بچانے کی کوشش نہ کریں۔ بجلی منقطع کرنا ہی درست طریقہ ہے۔

خواتین کے پٹھے 15 mA پر اور مرد کے پٹھے 23 mA پر مفلوج ہو جاتے ہیں۔رو سانس کے پٹھوں تک پہنچ جاتی ہے لہٰذا سانس لینے میں دشواری پیدا ہوتی ہے۔سانس 65 mA پر مکمل بند ہو جاتا ہے۔

100 mA تا 200 mA کی رو انتہائی خطرناک ثابت ہوتی ہے۔ قلب کے دھڑکن کا خود کار نظام درہم برہم ہو جاتا ہے اور قلب تھرتھراہٹ کا شکار ہو جاتا ہے۔ بجلی جلد منقطع نہ ہونے کی صورت میں جان لیوا ثابت ہوتا ہے۔ بجلی منقطع ہونے کی صورت میں بھی عموماً طبّی امداد کے بغیر قلب دوبارہ از خود دھڑکنا شروع نہیں کر پاتا۔

300 mA پر قلب رک جاتا ہے۔ جان ضائع ہونے سے پہلے بجلی منقطع ہونے کی صورت میں قلب از خود دوبارہ دھڑکن شروع کر پاتا ہے۔

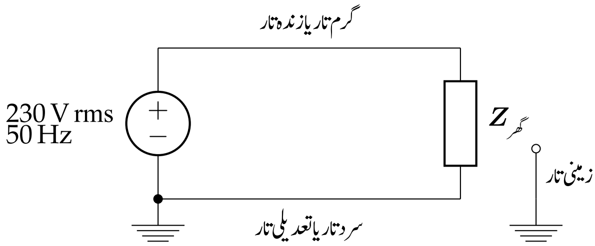
زیادہ رو پر مزاحمتی ضیاع کی بنا پر رو کے راستے میں آنے والے اعضاء گرم ہو کر جل جاتے ہیں۔اگر جاں بخش اعضاء میں رو نہ گزرے تب غیر جان لیوا ثابت ہوتا ہے۔

9.9 ایک دور کا نظام

گھریلو صارفین کو عموماً ایک دور طاقت مہیا کی جاتی ہے۔ایک دور نظام کو شکل 9.32 میں دکھایا گیا ہے جہاں منبع دباو کو واپڈا[17] کا ٹرانسفارمر تصور کیا جائے۔

منبع کے دو تاروں کے مابین 50 Hz ، 230 V پایا جاتا ہے۔ منبع کے قریب ایک موصل تار کو زمین میں اتنی گہرائی تک دھنسا جاتا ہے کہ وہاں پورا سال مسلسل نمی پائی جاتی ہو۔ زمین میں دھنسے تار کو منبع کے ایک تار کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ منبع کی اس تار کو عام فہم میں **سرد تار**[18]، **ٹھنڈی تار** یا **تعدیلی تار**[19] کہا جاتا ہے۔ منبع کی دوسری تار عام فہم میں **گرم تار**[20] یا **زندہ تار**[21] کہلاتی ہے۔

WAPDA[17]
cold wire[18]
neutral wire[19]
hot wire[20]
live wire[21]



شکل 9.32: ایک دور کا نظام۔

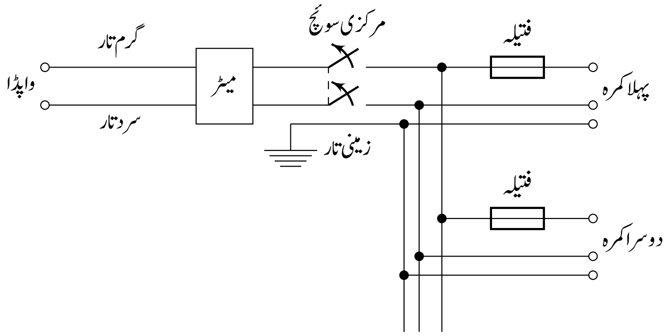
گھر پر ایک عدد موصل تار کو زمین میں اتنی گہرائی تک دھنسا جاتا ہے کہ وہاں پورا سال مسلسل نمی پائی جاتی ہو۔ اس تار کو **برقی زمین**[22] یا **زمینی تار** کہا جاتا ہے۔ بجلی کے **ساکٹوں**[23] میں تین سوراخ ہوتے ہیں جو گرم تار، سرد تار اور زمینی تار کے ساتھ جڑے ہوتے ہیں۔ گھر میں کئی مشین استعمال ہوتے ہیں۔ ان میں استری، ڈنڈے کا پنکھا، پانی کا پمپ، فریج، کپڑے دھونے کی مشین اور مویشیوں کا چارا کاٹنے کی مشین شامل ہیں۔ بجلی کے جھٹکے سے ہلاک ہونے سے بچنے کے لئے ضروری ہے کہ ایسے تمام مشینوں کا بیرونی موصل حصہ زمینی تار کے ساتھ جوڑا جائے۔

شکل 9.33 میں گھریلو تار بندی کا نقشہ دکھایا گیا ہے۔ گھر میں واپڈا کی تاریں داخل ہوتے ہی میٹر کو جاتی ہیں۔ میٹر سے نکل کر تاریں مرکزی سوئچ کو جاتی ہیں جو گرم اور سرد دونوں تاروں کو گھریلو تاروں سے مکمل طور پر منقطع کر سکتا ہے۔ اس شکل میں ہر کمرے کو علیحدہ علیحدہ تین عدد تار جاتے دکھائے گئے ہیں۔ ان میں گرم تار پر فتیلہ نسب ہے جو قصر دور کی صورت میں پگھل کر برقی رو کو منقطع کرتا ہے۔ حقیقت میں ہر کمرے کو تین نسبتاً کم قطر کے تار چھوٹی بوجھ کو طاقت فراہم کرتے ہیں اور تین عدد زیادہ قطر کی تار بڑی بوجھ کو طاقت فراہم کرتے ہیں۔ چھوٹے بوجھ سے مراد بلب اور پنکھا ہیں جبکہ بڑے بوجھ سے مراد فریج اور موٹر ہیں۔ فتیلے کی جگہ **خود کار منقطع کار**[24] بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ جدید تار بندی میں ایسے خود کار منقطع کار استعمال کئے جاتے ہیں جو گرم تار اور سرد تار کی رو میں فرق ناپتے ہوئے یہ معلوم کر سکتے ہیں کہ کسی کو بجلی کا جھٹکا لگ رہا ہے۔ جھٹکے کی صورت میں یہ یکدم منقطع ہو کر صارف کی حفاظت کرتے ہیں۔ انہیں **زمینی نقص منقطع کار**[25] کہا جاتا ہے۔

صارف کے عمارت میں نسب برقی میٹر، خرچ کی گئی توانائی کو ناپ کر اس کا حساب رکھتا ہے۔ ایک مثال دیکھ کر آگے بڑھتے ہیں۔

---

[22] electrical earth, earth
[23] socket
[24] automatic circuit breaker
[25] ground fault circuit interrupter, GFCI



شکل 9.33: گھریلو تار بندی کا نقشہ۔

مد	استعداد (واٹ)	تعداد	وقت (گھنٹے)
بلب	100	3	4
پنکھے	75	3	24
پانی کا پمپ	500	1	1
چارے کی مشین	1000	1	1
فریج	450	1	12
استری	1000	1	0.5
کپڑے دھونے کی مشین	140	1	0.25

جدول 9.1: طاقت کا استعمال بالمقابل دورانیہ۔

مثال 9.19: عموماً گھرانوں میں برقی طاقت کا استعمال روزانہ دہرایا جاتا ہے۔ ایسے ہی ایک چھوٹے گھرانے میں روزانہ طاقت کا استعمال جدول 9.1 میں دیا گیا ہے۔ روزانہ خرچ کی گئی توانائی حاصل کرتے ہوئے ایک مہینے (تیس دن) میں خرچ کی گئی توانائی دریافت کریں۔

حل: ایک گھنٹے میں 3600 سیکنڈ ہوتے ہیں۔ یوں روزانہ خرچ ہونے والی توانائی درج ذیل ہے۔

$$
\begin{aligned}
\text{بلب} &= 100 \times 3 \times 4 \times 3600 = 4\,320\,000\,\mathrm{J}\\
\text{پنکھے} &= 75 \times 3 \times 24 \times 3600 = 19\,440\,000\,\mathrm{J}\\
\text{پمپ} &= 500 \times 1 \times 1 \times 3600 = 1\,800\,000\,\mathrm{J}\\
\text{مشین} &= 1000 \times 1 \times 1 \times 3600 = 3\,600\,000\,\mathrm{J}\\
\text{فریج} &= 450 \times 1 \times 12 \times 3600 = 19\,440\,000\,\mathrm{J}\\
\text{استری} &= 1000 \times 1 \times 0.5 \times 3600 = 1\,800\,000\,\mathrm{J}\\
\text{دھلائی} &= 140 \times 1 \times 0.25 \times 3600 = 126\,000\,\mathrm{J}
\end{aligned}
$$

ان کا مجموعہ 50.526 MJ ہے جس سے مہینے میں خرچ ہونے والی توانائی درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$50.526\,\mathrm{MJ} \times 30 \approx 1.52\,\mathrm{GJ}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس گھرانے کا بیشتر خرچہ پنکھوں اور فریج کی وجہ سے ہے۔

مثال 9.20: ایک کلو واٹ پر چلنے والا مشین ایک گھنٹے میں کتنی توانائی خرچ کرتا ہے۔

حل:

$$\text{توانائی} = 1000 \times 3600 = 3.6\,\mathrm{MJ}$$

مثال 9.19 میں آپ نے دیکھا کہ چھوٹے گھرانے کی توانائی کا تخمینہ لگاتے ہوئے بھی ہمیں بڑے بڑے اعداد کا سامنہ پڑا جس سے ثابت ہوتا ہے کہ توانائی کی اکائی جاول J انتہائی چھوٹی اکائی ہے۔ مثال 9.20 میں ایک کلو واٹ مشین کی ایک

گھنٹے کی توانائی حاصل کی گئی۔بل تیار کرتے وقت اسی مقدار کو اکائی تصور کیا جاتا ہے۔یوں گھریلو اور صنعتی صارفین کے توانائی کا خرچ **کلو واٹ گھنٹوں**[26] kWh میں ناپا جاتا ہے۔توانائی کا نرخ اسی اکائی کے لئے بیان کیا جاتا ہے۔

$$1\,\mathrm{kW\,h} = 3.6\,\mathrm{MJ} \quad \text{توانائی کی اکائی} \tag{9.54}$$

مثال 9.19 کے صارف کے ماہوار بل میں درج ذیل درج ہو گا۔

$$\frac{1.52\,\mathrm{GJ}}{3.6\,\mathrm{MJ}} = 422.2\,\mathrm{kW\,h}$$

اب فرض کریں کہ توانائی کی قیمت دس روپے فی کلو واٹ گھنٹہ ہے تب اس گھرانے کا ماہوار بل 4222 روپے ہو گا۔

[26] kilowatt-hour, kWh