

برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

1	بنیاد	1
1	برقی بار، برقی رواور برقی دباو	1.1
6	قانون اوہم	1.2
8	توانائی اور طاقت	1.3
15	برقی پڑے	1.4
15	غیر تابع منبع	1.4.1
17	تابع منبع	1.4.2
27	مزامتی ادوار	2
27	قانون اوہم	2.1
35	قوانین کر خوف	2.2
51	سلسلہ وار جڑے پڑوں میں رو	2.3
52	تقسیم دباو	2.4
55	متعدد سلسلہ وار مزاحمت	2.5
58	سلسلہ وار متعدد منبع دباو اور مزاحمت	2.6
59	متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباو پایا جاتا ہے	2.7
61	تقسیم رو	2.8
68	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت	2.9
73	تخصیص مزاحمت	2.10
76	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل	2.11
84	ستارہ-تکون تبادلہ	2.12
91	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	2.13
101	ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب	3
101	تجزیہ جوڑ	3.1
104	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.2
117	تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.3
123	غیر تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.4

132	تابع منبع دباوا استعمال کرنے والے ادوار	3.5
139	دائری تجزیہ	3.6
140	غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.7
148	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.8
154	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.9
158	دائری ترکیب اور ترکیب جوڑ کا موازنہ	3.10

161	حسابی ایپلیٹائر	4
171	کامل حسابی ایپلیٹائر	4.1
171	منفی ایپلیٹائر	4.2
174	مثبت ایپلیٹائر	4.3
176	مستقام کار	4.4
176	منفی کار	4.5
178	جمع کار	4.6
181	متوازن اور غیر متوازن صورت	4.7
185	موازنہ کار	4.8
185	آلاتی ایپلیٹائر	4.9

187	مسئلے	5
187	مساوی دور	5.1
187	مسئلہ خطیت	5.2
191	مسئلہ نفاذ	5.3
201	مساوی ادوار	5.4
206	مسئلہ تصون، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ تبادلہ منبع	5.5
225	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	5.6
231	تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں استعمال کرنے والے ادوار	5.7
239	زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ	5.8

247	برق گیر اور امالہ گیر	6
247	برق گیر	6.1
261	امالہ گیر	6.2
269	برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات	6.3
272	سلسلہ وار جڑے برق گیر	6.4
276	متوازی جڑے برق گیر	6.5
280	سلسلہ وار امالہ گیر	6.6
282	متوازی امالہ گیر	6.7
286	حسابی ایپلیٹائر کے RC ادوار	6.8
287	تفرق کار	6.9

293	پہلے اور دوسرے درجے کے عارضی حالات	7
-----	------------------------------------	---

باب 6

برق گیر اور امالہ گیر

6.1 برق گیر

متوازی چادر برق گیر¹ جسے شکل 6.1-الف میں دکھایا گیا ہے کے بارے میں آپ نے چھوٹی جماعتوں میں پڑھا ہو گا۔ خالی خلاء میں دو عدد یکساں، سیدھے متوازی موصل چادر جن کے مابین فاصلہ d ہو اور ایک چادر کا رقبہ S ہو کی برقی گنجائش C ² درج ذیل مساوات دیتی ہے

$$(6.1) \quad C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

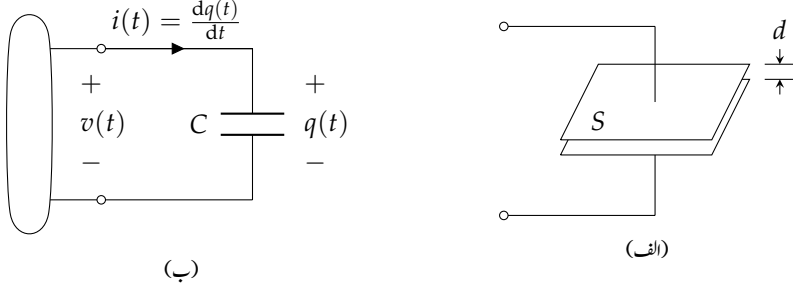
جہاں ϵ_0 خالی خلاء کا برقی مستقل³ ہے جس کی قیمت $8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ ہے۔ برقی گنجائش کو کولمب فی وولٹ $C V^{-1}$ یا فیراڈ F میں ناپا جاتا ہے۔ فیراڈ⁴ کی اکائی انتہائی بڑی مقدار ہے لہذا برقی گنجائش کو عموماً مائیکرو فیراڈ μF اور نینو فیراڈ nF میں ناپا جاتا ہے۔

¹capacitor

²capacitance

³permittivity, electric constant

⁴فیراڈ کی اکائی انگلستان کے مشہور ماہر طبیعیات مائیکل فیراڈے کے نام سے منسوب ہے۔



شکل 6.1: متوازی چادر برقی گیر۔

مثال 6.1: متوازی چادر برقی گیر میں چادروں کے مابین فاصلہ 0.1 mm ہے جبکہ اس کی برقی گنجائش $0.1 \mu\text{F}$ ہے۔ ایک چادر کارقبہ دریافت کریں۔

حل: مساوات 6.1 استعمال کرتے ہوئے

$$S = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{0.1 \times 10^{-6} \times 0.1 \times 10^{-3}}{8.854 \times 10^{-12}} = 1.129 \text{ m}^2$$

حاصل ہوتا ہے۔

شکل 6.1-ب میں برقی گیر کو $v(t)$ منبع دباؤ کے ساتھ جوڑا گیا ہے جس کی وجہ سے برقی گیر کے ایک چادر پر مثبت برقی بار $+q(t)$ اور دوسرے چادر پر منفی برقی بار $-q(t)$ جمع ہوتا ہے جبکہ دونوں چادروں کے مابین دباؤ $v(t)$ پایا جاتا ہے۔ برقی گیر کے چادروں پر بار اور ان کے مابین دباؤ خطی تعلق

$$(6.2) \quad q(t) = Cv(t)$$

رکھتے ہیں جہاں خطی تعلق کے مستقل کو C سے ظاہر اور برقی گنجائش⁵ کہتے ہیں۔ برقی گنجائش کے نام کو چھوٹا کرتے ہوئے عموماً گنجائش کہا جاتا ہے۔ وقت کے ساتھ بدلتی بار کو برقی رو کہا جاتا ہے۔ یوں برقی گیر کے چادروں پر بار کی تبدیلی رو کو جنم دیتی ہے جسے

$$(6.3) \quad i = \frac{dq}{dt}$$

لکھا جاسکتا ہے جسے شکل 6.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کے مثبت برقی سرپر مثبت رو داخل ہوتی ہے۔ یوں مزاحمت کی طرح برق گیر پر بھی دباؤ اور روانہ فعلی رانج سمت کے تحت ہیں۔ مساوات 6.2 کو استعمال کرتے ہوئے

$$(6.4) \quad i = \frac{d(Cv)}{dt}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مستقل برقی گنجائش کی صورت میں اسے

$$(6.5) \quad i = C \frac{dv}{dt}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات 6.5 کو

$$dv = \frac{1}{C} i dt$$

لکھ کر تکمیل لینے سے

$$(6.6) \quad v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt$$

حاصل ہوتا ہے جہاں $t = -\infty$ پر برق گیر کا دباؤ $v(-\infty) = 0$ لیا گیا ہے۔ مندرجہ بالا مساوات میں $v(t)$ لکھ کر وقت کو آزاد متغیر⁶ اور دباؤ کو تابع متغیر⁷ کے طور پر لکھا گیا ہے۔ اس مساوات کو دو ٹکڑوں میں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(6.7) \quad \begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i dt + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt \\ &= v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt \end{aligned}$$

جہاں وقت $t = -\infty$ تا $t = t_0$ کے دوران برق گیر پر جمع ہونے والے بار کی وجہ سے برق گیر پر وقت $t = t_0$ پر دباؤ $v(t_0)$ پایا جاتا ہے۔

برق گیر میں ذخیرہ توانائی $w_C(t)$ کو طاقت کے مکمل سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ برق گیر کو منتقل طاقت $p(t)$ کو

$$(6.8) \quad p(t) = v(t)i(t) = v(t)C \frac{dv(t)}{dt}$$

⁶ independent variable
⁷ dependent variable

لکھا جاسکتا ہے۔ چونکہ $p = \frac{dw}{dt}$ کے برابر ہے لہذا برق گیر میں ذخیرہ توانائی کو

$$\begin{aligned} w_C(t) &= \int_{-\infty}^t C v(t) \frac{dv(t)}{dt} dt \\ &= C \int_{v(-\infty)}^{v(t)} v(t) dv(t) \\ &= C \frac{v^2(t)}{2} \Big|_{v(-\infty)}^{v(t)} \end{aligned}$$

یعنی

$$(6.9) \quad w_C(t) = \frac{C v^2(t)}{2}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں $v(-\infty) = 0$ لیا گیا ہے۔ مساوات 6.2 کی مدد سے اس مساوات کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(6.10) \quad w_C(t) = \frac{q^2(t)}{2C}$$

مساوات 6.9 اور مساوات 6.10 برقی گیر میں ذخیرہ مخفی توانائی⁸ دیتے ہیں۔ یہ وہی توانائی ہے جو برق گیر میں بار بھرتے ہوئے خرچ کی جاتی ہے۔

مساوات 6.5 کے تحت برقی گیر پر دباؤ کے تبدیلی کی شرح اور روکار راست تناسب تعلق ہے۔ چونکہ ایک سمتی دباؤ تبدیل نہیں ہوتی لہذا برق گیر پر ایک سمتی دباؤ کی صورت میں اس میں کوئی رو نہیں گزرے گی۔ یوں ایک سمتی دباؤ کی نقطہ نظر سے برق گیر کھلا دور ہے لہذا ادوار کے ایک سمتی حل کے دوران تمام برق گیروں کو کھلے دور تصور کیا جاتا ہے۔

مساوات 6.8 کے تحت برق گیر کو منتقل طاقت، دباؤ کی شرح تبدیلی کے راست تناسب ہے۔ یوں برق گیر کا دباؤ فوراً تبدیل کرنے کے لئے لامحدود طاقت درکار ہوگی۔ کائنات میں لامحدود طاقت کا منبع نہیں پایا جاتا لہذا برق گیر کا دباؤ فوراً کسی صورت تبدیل نہیں کیا جاسکتا۔ اسی حقیقت کو مساوات 6.5 سے بھی سمجھا جاسکتا ہے جس کے تحت دباؤ فوراً تبدیل کرنے کے لئے لامحدود رو درکار ہوگی۔ چونکہ لامحدود رو کہیں نہیں پائی جاتی لہذا ایسا ممکن نہیں ہے۔ یہ ایک اہم نتیجہ ہے جس کے تحت دور میں سوئچ کو چالو سے غیر چالو (یا غیر چالو سے چالو) کرنے کے فوراً بعد دور میں موجود برق گیر کے دباؤ کی قیمت وہی ہوگی جو سوئچ چالو (یا غیر چالو) کرنے سے پہلے تھی۔ اس حقیقت کو اگلے باب میں استعمال کیا جائے گا۔

مساوات 6.2 برق گیر کی عمومی مساوات ہے۔ کسی بھی دو موصل جن کے درمیان دباؤ v اور جن میں مثبت موصل پر $+q$ اور منفی موصل پر $-q$ بار پایا جاتا ہو کی گنجائش مساوات 6.2 دیتی ہے۔ یوں دور کے مختلف موصل حصوں مثلاً مزاحمت، باقی تار، برق گیر وغیرہ کے مابین غیر مطلوب⁹ برقی گنجائش پائی جائے گی۔ بعض ادوار میں غیر مطلوب برقی گنجائش کو کم سے کم رکھنا ضروری ہوتا ہے جبکہ یک سمتی ادوار میں ان کے کردار کو رد کیا جاتا ہے

مثال 6.2: برق گیر کی دباؤ 20 V سے 20.1 V کرنے کی خاطر منبع روا استعمال کیا جاتا ہے۔ برق گیر کی گنجائش $1\text{ }\mu\text{F}$ ہے۔ تبدیلی کا دورانیہ ایک سیکنڈ، ایک نینو سیکنڈ، ایک فیمنو سیکنڈ اور صفی سیکنڈ تصور کرتے ہوئے درکار رو کی قیمت حاصل کریں۔ دباؤ کے تبدیلی کے دوران رو کی قیمت مستقل تصور کریں۔

حل: دورانیہ ایک سیکنڈ تصور کرتے ہوئے مساوات 6.5 کے تحت

$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{1} \right) = 0.1\text{ }\mu\text{A}$$

درکار ہوگی۔ اسی طرح بالترتیب بقایا دورانیوں کے لئے درج ذیل رو حاصل ہوتی ہیں۔

$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{10^{-9}} \right) = 100\text{ A}$$

$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{10^{-15}} \right) = 10^8\text{ A}$$

$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{0} \right) = \infty\text{ A}$$

مثال 6.3: دو قریبی موصل تاروں پر 300 nC بار ذخیرہ کرنے سے ان کے مابین 15 V دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ ان جوڑی موصل کی برقی گنجائش دریافت کریں۔

حل: مساوات 6.2 کے تحت

$$C = \frac{q}{v} = \frac{300 \times 10^{-9}}{15} = 20 \text{ nF}$$

ہوگا۔

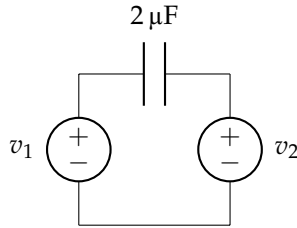
مثال 6.4: شکل 6.2 میں $v_1 = 17 \text{ V}$ اور $v_2 = 3 \text{ V}$ کی صورت میں برق گیر پر دباؤ اور بار دریافت کریں۔
 حل: برق گیر پر دباؤ سے مراد اس کے دو برقی سروں کے مابین دباؤ ہے۔ برق گیر کے دائیں سر کو برقی زمین تصور کرتے ہوئے برق گیر کا دباؤ درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$v_C = 17 \text{ V} - 3 \text{ V} = 14 \text{ V}$$

یوں مساوات 6.2 کے تحت

$$q = (2 \mu\text{F}) (14 \text{ V}) = 28 \mu\text{C}$$

ہوگا۔ اس طرح برق گیر کے بائیں طرف پر $28 \mu\text{C}$ جبکہ اس کے دائیں طرف پر -28 C بار ہوگا۔



شکل 6.2: مثال 6.4 اور مثال 6.5 کا دور۔

مثال 6.5: شکل 6.2 میں $v_1 = 20 \text{ V}$ اور $v_2 = 0.1 \sin 100t \text{ V}$ ہے۔ برقی رو دریافت کریں۔

حل: برق گیر کے بائیں سر کو زمین تصور کرتے ہیں۔ یوں برق گیر پر دباؤ v_C درج ذیل ہوگا

$$v_C = 0.1 \sin 100t - 20$$

جبکہ اس میں رو کی مثبت سمت دائیں سے بائیں جانب ہوگی۔ رو کی قیمت درج ذیل ہوگی۔

$$\begin{aligned} i_C &= C \frac{dv_C}{dt} \\ &= (2 \mu\text{F}) (0.1 \times 100 \cos 100t) \\ &= 20 \cos 100t \mu\text{A} \end{aligned}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ رو کی قیمت، وقت کے ساتھ بدلتے دباؤ پر منحصر ہے۔ بیس ولٹ کا ایک سمتی دباؤ برق گیر میں رو نہیں پیدا کرتا۔

مثال 6.6: شکل میں $2 \mu\text{F}$ برق گیر پر دباؤ دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کی رو دریافت کریں۔

حل: دورانیہ 0 s تا 10 ms میں دباؤ مسلسل مستقل شرح

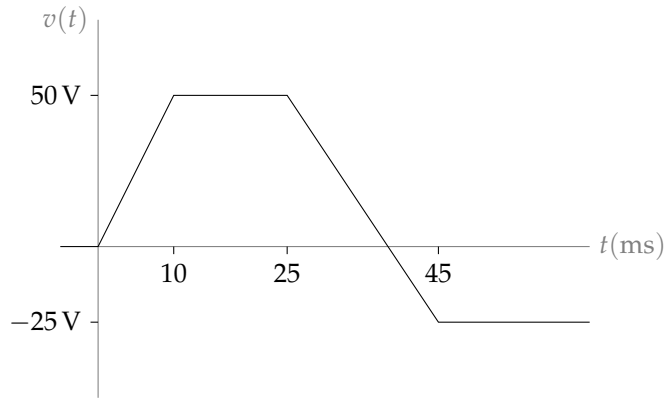
$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50 \text{ V} - 0 \text{ V}}{10 \text{ ms} - 0 \text{ s}} = 5000 \text{ V s}^{-1}$$

سے بڑھتا ہے لہذا اس دوران دباؤ بالقابل وقت کی مساوات

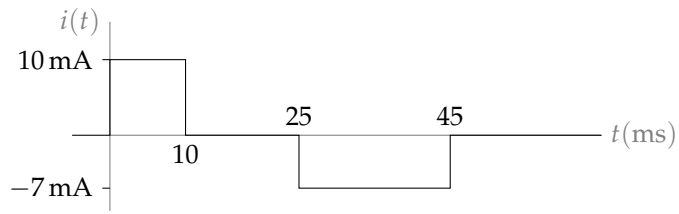
$$v(t) = 5000t \quad (0 \leq t \leq 10 \text{ ms})$$

لکھی جاسکتی ہے۔ وقت 10 ms تا 25 ms دباؤ بغیر تبیل ہوئے مستقل 50 V پر برقرار رہتا ہے لہذا اس دوران دباؤ کی مساوات درج ذیل ہے۔

$$v(t) = 50 \quad (10 \text{ ms} \leq t \leq 25 \text{ ms})$$



(الف)



(ب)

اس کے بعد 25 ms تا 45 ms کے دوران دباؤ مستقل شرح

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-25 \text{ V} - 50 \text{ V}}{45 \text{ ms} - 25 \text{ ms}} = -3500 \text{ V s}^{-1}$$

سے گھٹتا ہے لہذا اس دوران دباؤ کی مساوات

$$v(t) = -3500t + 75 \quad (25 \text{ ms} \leq t \leq 45 \text{ ms})$$

ہوگی۔ اس کے بعد دباؤ برقرار -25 V پر رہتا ہے لہذا اس کی مساوات درج ذیل ہوگی۔

$$v(t) = -25 \quad (45 \text{ ms} \leq t)$$

مساوات 6.5 استعمال کرتے ہوئے ان دورانیوں میں رو حاصل کرتے ہیں۔

$$i = 2 \times 10^{-6} \times 5000 = 10 \text{ mA} \quad (0 \leq t \leq 10 \text{ ms})$$

$$i = 2 \times 10^{-6} \times 0 = 0 \text{ mA} \quad (10 \text{ ms} \leq t \leq 25 \text{ ms})$$

$$i = 2 \times 10^{-6} \times (-3500) = -7 \text{ mA} \quad (25 \text{ ms} \leq t \leq 45 \text{ ms})$$

$$i = 2 \times 10^{-6} \times 0 = 0 \text{ mA} \quad (45 \text{ ms} \leq t)$$

رو بالمتقابل وقت کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔

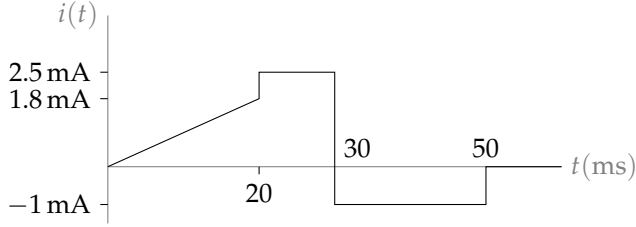
مثال 6.7: گزشتہ مثال میں لمحہ $t = 10 \text{ ms}$ ، $t = 20 \text{ ms}$ اور $t = 50 \text{ ms}$ پر برق گیر میں ذخیرہ مخفی توانائی دریافت کریں۔

حل: مساوات 6.9 کے تحت جوابات درج ذیل ہیں۔

$$w_C(10 \text{ ms}) = \frac{2 \times 10^{-6} \times 50^2}{2} = 2.5 \text{ mJ}$$

$$w_C(20 \text{ ms}) = \frac{2 \times 10^{-6} \times 50^2}{2} = 2.5 \text{ mJ}$$

$$w_C(50 \text{ ms}) = \frac{2 \times 10^{-6} \times (-25)^2}{2} = 0.625 \text{ mJ}$$



شکل 6.4: (الف)

مشق 6.1: برق گیر پر ذخیرہ بار کی قیمت 5 nC ہے جبکہ اس پر دباؤ 100 V ہیں۔ برقی گنجائش دریافت کریں۔

جواب: 5 pF

مثال 6.8: ابتدائی طور پر بے بار 22 μF کے برق گیر کی رو کو شکل 6.4 میں دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کے دباؤ، طاقت اور ذخیرہ توانائی کے مساوات حاصل کرتے ہوئے خط کھینچیں۔

حل: دورانیہ $t = 0$ s تا $t = 20$ ms میں شرح رو

$$\frac{di}{dt} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{18 \text{ mA} - 0 \text{ mA}}{20 \text{ ms} - 0 \text{ ms}} = 0.9 \text{ A s}^{-1}$$

ہے جسے

$$di = 0.9 dt$$

لکھ کر مکمل لیتے ہوئے رو کی مساوات

$$i = \int_0^t 0.9 \, dt = 0.9t \Big|_0^t = 0.9t$$

حاصل ہوتی ہے۔ برق گیر پر ذخیرہ بار دریافت کرنے کی خاطر رو کی مساوات کو

$$i = \frac{dq}{dt} = 0.9t$$

لکھتے ہوئے مکمل لیتے ہیں۔

$$q = \int_0^t 0.9t \, dt = 0.45t^2 \Big|_0^t = 0.45t^2$$

مساوات 6.2 سے

$$v(t) = \frac{q}{C} = \frac{0.45t^2}{22 \times 10^{-6}} = 20455t^2$$

لکھا جائے گا اور یوں طاقت کی مساوات

$$p = vi = 20455t^2 \times 0.9t = 18410t^3$$

اور ذخیرہ توانائی کی مساوات

$$w_C = \int_0^t p \, dt = 4603t^4$$

ہوگی۔ ان مساوات سے لمحہ $t = 20 \, \text{ms}$ پر

$$\begin{aligned} q(0.02) &= 0.45t^2 = 0.45 \times 0.02^2 = 180 \, \mu\text{C} \\ v(0.02) &= 20455t^2 = 20455 \times 0.02^2 = 8.182 \, \text{V} \\ w_C(0.02) &= 4603t^4 = 4603 \times 0.02^4 = 737 \, \mu\text{J} \end{aligned} \quad (6.11)$$

ہوں گے۔

اسی طرح 20 ms تا 30 ms دورانیے کے لئے مساوات 6.11 میں حاصل کی گئی مقداریں ابتدائی مقداریں تصور کی جائیں گی۔ اس دورانیے میں

$$i = 2.5 \, \text{mA}$$

ہے لہذا مساوات 6.7 کے تحت

$$\begin{aligned} v &= v(0.02) + \frac{1}{C} \int_{0.02}^t i \, dt \\ &= 8.182 + \frac{1}{22 \times 10^{-6}} \int_{0.02}^t 2.5 \times 10^{-3} \, dt \\ &= 33.182 + 113.636t \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned} p &= iv = 0.0025(33.182 + 113.636t) = 0.083 + 0.284t \\ w_C &= \frac{Cv^2}{2} = \frac{22 \times 10^{-6}}{2} (33.182 + 113.636t)^2 \end{aligned}$$

ہوں گے جن سے اس دورانیے کے آخری لمحے پر

$$\begin{aligned} v(0.03) &= 33.182 + 113.636 \times 0.03 = 36.591 \, \text{V} \\ w_C(0.03) &= \frac{Cv^2}{2} = \frac{22 \times 10^{-6} \times 36.591^2}{2} = 14.73 \, \text{mJ} \end{aligned} \quad (6.12)$$

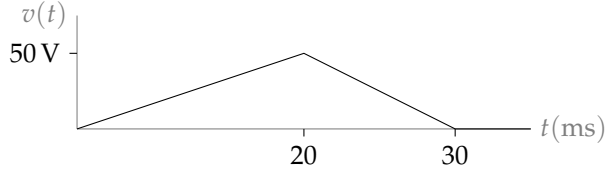
حاصل ہوتے ہیں۔

شکل 6.4 میں $t = 30 \, \text{ms}$ تا $t = 50 \, \text{ms}$ کے متغیرات حاصل کرتے ہوئے مساوات 6.12 کی قیمتیں ابتدائی قیمتیں تصور کی جائیں گی۔ پہلے دباؤ کی مساوات حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v &= v(0.03) + \frac{1}{C} \int_{0.03}^t -10^{-3} \, dt \\ &= 36.591 - \frac{10^{-3}}{22 \times 10^{-6}} t \Big|_{0.03}^t \\ &= 37.955 - 45.455t \end{aligned}$$

طاقت کی مساوات درج ذیل ہے

$$\begin{aligned} p &= iv \\ &= -0.001(37.955 - 45.455t) \\ &= -0.038 + 0.0455t \end{aligned}$$



شکل 6.5: دباؤ کا خط۔

جبکہ ذخیرہ توانائی

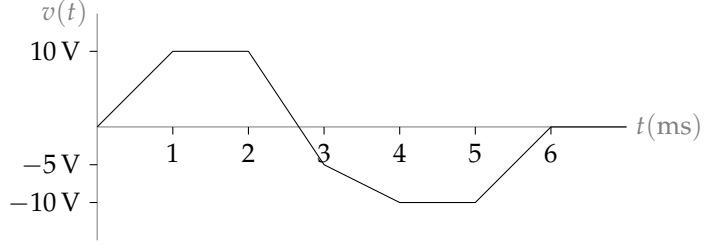
$$w_C = \frac{Cv^2}{2}$$

$$= \frac{22 \times 10^{-6} (37.955 - 45.455t)^2}{2}$$

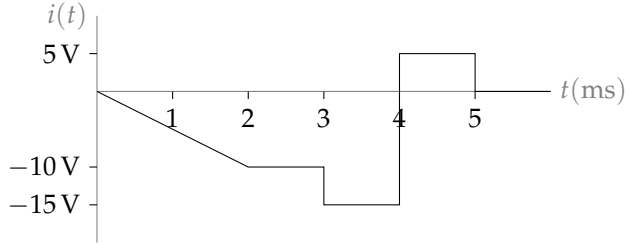
ہے۔ لمحہ 50 ms کے بعد رو صفر کے برابر ہے لہذا نہ تو برق گیر کا دباؤ تبدیل ہوگا اور نہ ہی اس میں ذخیرہ توانائی کی قیمت تبدیل ہوگی۔

مشق 6.2: شکل 6.5 میں $68 \mu F$ کے برق گیر کا دباؤ دیا گیا ہے۔ رو کی شکل کھینچیں۔

مشق 6.3: گزشتہ مثال میں لمحہ $t = 20 \text{ ms}$ پر برقی گیر میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔



شکل 6.6: دباؤ کا خط۔



شکل 6.7: رو کا خط۔

مشق 6.4: شکل 6.6 میں $2.2 \mu\text{F}$ کے برق گیر کا دباؤ دیا گیا ہے۔ رو کی شکل کھینچیں۔ لمحہ $t = 4 \text{ ms}$ پر ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

مشق 6.5: شکل 6.7 میں $100 \mu\text{F}$ کے برق گیر کی رو دی گئی ہے۔ دباؤ کا خط کھینچیں۔ لمحہ $t = 3 \text{ ms}$ پر ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

6.2 امالہ گیسر

امالہ گیسر¹⁰ عموماً موصل تار کے چھوے¹¹ کی صورت کا ہوتا ہے۔ ایسا لچھا کسی مقناطیسی مرکز¹² یا غیر مقناطیسی مرکز¹³ پر لپیٹا ہو سکتا ہے۔ مقناطیسی مرکز کے لچھے ٹرانسفارمر¹⁴ اور فلٹر¹⁵ میں استعمال کئے جاتے ہیں جبکہ غیر مقناطیسی مرکز کے لچھے مواصلاتی نظام میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔

تاریخی طور پر پہلے یہ معلوم ہوا کہ رو گزرتی تار کے گرد مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے۔ ایسی مقناطیسی میدان اور میدان پیدا کرنے والی رو کے مابین راست تناسبی تعلق پایا جاتا ہے۔ اس کے بعد معلوم ہو کہ بدلتا مقناطیسی میدان برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جہاں دباؤ اور مقناطیسی میدان پیدا کرنے والی رو کی شرح کے مابین راست تناسبی تعلق پایا جاتا ہے۔ اسی تعلق کو درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے

$$(6.13) \quad v = L \frac{di}{dt}$$

جہاں تناسبی مستقل کو L لکھا اور امالہ¹⁶ پکارا جاتا ہے۔ امالہ کی اکائی¹⁷ کو ہینری¹⁸ پکارا اور H سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ایک وولٹ سیکنڈ فی امپیر $V s A^{-1}$ کو ہینری کہا گیا ہے۔

اس مساوات کی مکمل صورت سے رو حاصل ہوتی ہے

$$(6.14) \quad i = \int_{-\infty}^t \frac{1}{L} v dt$$

جہاں ازل $-\infty$ سے لمحہ t تک مکمل لیا گیا ہے۔ مستقل قیمت کی امالہ کی صورت میں L کو مکمل کے باہر نکالا جاسکتا ہے۔

$$(6.15) \quad i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v dt$$

¹⁰ inductor¹¹ coil¹² magnetic core¹³ non-magnetic core¹⁴ transformer¹⁵ filter¹⁶ inductance¹⁷ امالہ کی اکائی امریکی تخلیق کار یوسف ہینری کے نام سے منسوب ہے۔¹⁸ Henry

اس تکمیل کو دو ٹکڑوں میں لکھا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} v \, dt + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v \, dt \\ (6.16) \quad &= i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v \, dt \end{aligned}$$

جہاں پہلا ٹکڑا ازل سے t_0 تک اور دوسرا ٹکڑا t_0 سے t حاصل کیا گیا ہے۔ مندرجہ بالا مساوات میں لمحہ t_0 پر امالہ گیس کی رو کو $i(t_0)$ کہا گیا ہے۔

امالہ کو فراہم طاقت سے امالہ کو منتقل توانائی w_L دریافت کی جاسکتی ہے۔

$$(6.17) \quad p = vi$$

سے

$$(6.18) \quad p = \frac{dw_L}{dt} = \left[L \frac{di}{dt} \right] i$$

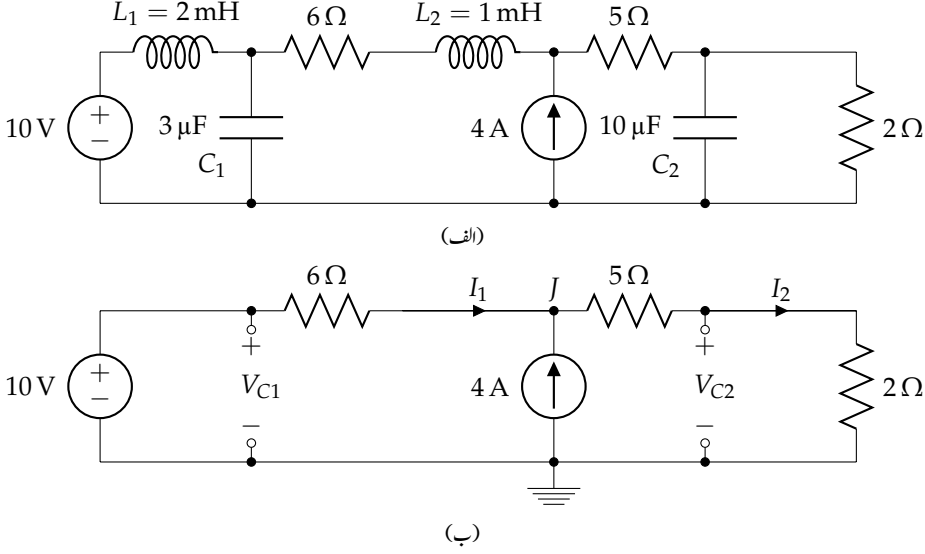
لکھتے ہوئے اور تکمیل لینے سے

$$\begin{aligned} w_L &= \int_{-\infty}^t \left[L \frac{di}{dt} \right] i \, dt \\ &= L \int_0^i i \, di \end{aligned}$$

$$(6.19) \quad w_L = \frac{Li^2}{2}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں وقت کی ابتدا $t = -\infty$ پر $i = 0$ تصور کی گئی ہے۔

تصور کریں کہ ایک دور میں ایک سمتی رو پائی جاتی ہو۔ اب ایک سمتی رو وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی لہذا مساوات 6.13 کے تحت اس دور میں موجود امالہ پر دباؤ صفر کے برابر ہو گا۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک سمتی رو کی نقطہ نظر سے امالہ بطور قصر دور کردار ادا کرتی ہے۔ یوں کسی بھی دور کا ایک سمتی تجزیہ کرتے ہوئے دور میں موجود تمام امالہ کو قصر دور تصور کیا جاتا ہے۔



شکل 6.8: مثال 6.9 کا دور۔

امالہ میں فوراً رو تبدیل کرنے کے لئے مساوات 6.18 کے تحت لامحدود طاقت درکار ہوگی۔ کائنات میں لامحدود طاقت کا منبع کہیں نہیں پایا جاتا لہذا امالہ کی رو کو فوراً تبدیل کرنا ناممکن ہے۔ یہ ایک اہم نتیجہ ہے جس کے تحت دور میں سوئچ کو چالو سے غیر چالو (یا غیر چالو سے چالو) کرنے کے فوراً بعد امالہ میں رو کی قیمت وہی ہوگی جو سوئچ چالو (یا غیر چالو) کرنے سے پہلے تھی۔ اس حقیقت کو اگلے باب میں استعمال کیا جائے گا۔

مثال 6.9: شکل 6.8 میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

حل: اس دور میں صرف ایک سمتی منبع پائے جاتے ہیں۔ ہم اس حقیقت پر بحث کر چکے ہیں کہ یک سمتی ادوار میں امالہ کو قصر دور اور برق گیر کو کھلا دور تصور کیا جاتا ہے۔ ایسا ہی کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتا ہے جسے آپ اپنی پسندیدہ ترکیب سے حل کر سکتے ہیں۔ نچلی جوڑ کو زمین لیتے ہوئے جوڑ J پر کرنوف مساوات رو

$$I_1 + 4 = I_2$$

جبکہ بیرونی دائرے پر کرخوف مساوات دباو

$$10 = 6I_1 + (5 + 2)I_2$$

لکھتے ہیں۔ انہیں حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$I_1 = -\frac{18}{13} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{34}{13} \text{ A}$$

برق گیر C_1 پر دباو شکل کو دیکھ کر لکھی جاسکتی ہے جبکہ C_2 پر دباو کو اوہم کے قانون کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔

$$V_{C1} = 10 \text{ V}$$

$$V_{C2} = 2 \times \frac{34}{13} = \frac{68}{13} \text{ V}$$

ان حقائق کو استعمال کرتے ہوئے برق گیر اور امالہ میں ذخیرہ توانائی دریافت کر سکتے ہیں۔

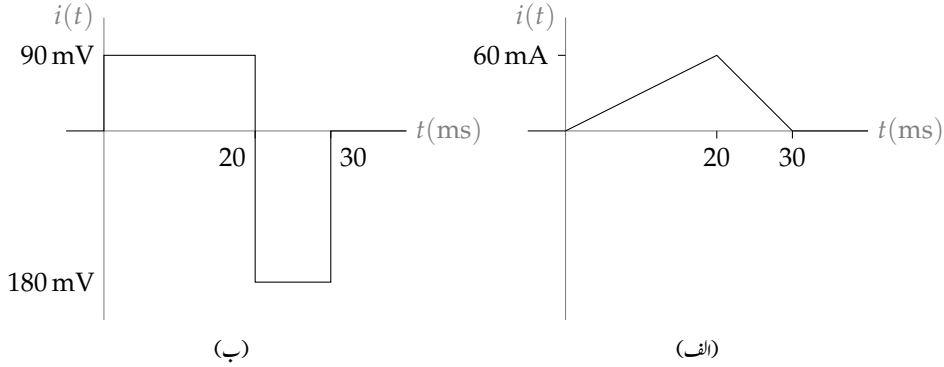
$$w_{C1} = \frac{3 \times 10^{-6} \times 10^2}{2} = 0.15 \text{ mJ}$$

$$w_{C2} = \frac{10 \times 10^{-6} \left(\frac{68}{13}\right)^2}{2} = 0.14 \text{ mJ}$$

$$w_{L1} = \frac{0.002 \times \left(\frac{18}{13}\right)^2}{2} = 1.92 \text{ mJ}$$

$$w_{L2} = \frac{0.001 \times \left(\frac{18}{13}\right)^2}{2} = 0.96 \text{ mJ}$$

مثال 6.10: امالہ کی رو کے خط کو شکل 6.9-الف میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے دباو کا خط کھینچیں۔ امالہ کی قیمت 30 mH ہے۔



شکل 6.9: مثال 6.10 کا دور۔

حل: امالہ گیر کی رو سے امالہ گیر کا دباؤ مساوات 6.13 کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے۔ وقت $t = -\infty$ تا $t = 0$ رو صفر کے برابر ہے لہذا

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0}{-\infty - 0} \right) = 0 \text{ V}$$

ہوگا۔ اگلا دورانیہ $t = 0$ تا $t = 20 \text{ ms}$ ہے جس میں رو کی قیمت یکساں شرح سے مسلسل بڑھتے ہوئے $i = 0$ سے $i = 60 \text{ mA}$ ہو جاتی ہے لہذا اس دوران

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0.06 - 0}{0.02 - 0} \right) = 90 \text{ mV}$$

ہوگا۔ دورانیہ 20 ms تا 30 ms میں دباؤ درج ذیل ہوگا۔

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0 - 0.06}{0.03 - 0.02} \right) = -180 \text{ mV}$$

30 ms کے بعد رو صفر رہتی ہے لہذا

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0}{\infty - 0.03} \right) = 0 \text{ V}$$

ہوگا۔ ان نتائج کو شکل 6.9-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.11: امالہ گیر کی رو $i(t) = 5 \cos 377t$ جبکہ اس کی امالہ 100 mH ہے۔ امالہ گیر کا دباؤ اور اس میں ذخیرہ توانائی کی مساوات حاصل کریں۔

حل: مساوات 6.13 سے دباؤ درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

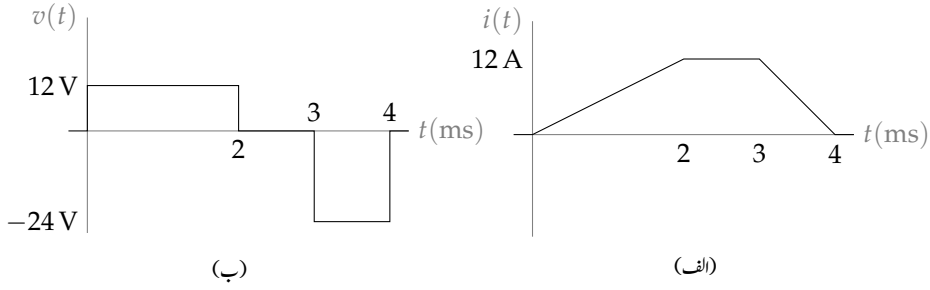
$$\begin{aligned} v &= L \frac{di}{dt} \\ &= 0.1 \times (-5 \times 377 \sin 377t) \\ &= -188.5 \sin 377t \quad \text{V} \end{aligned}$$

ذخیرہ توانائی کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

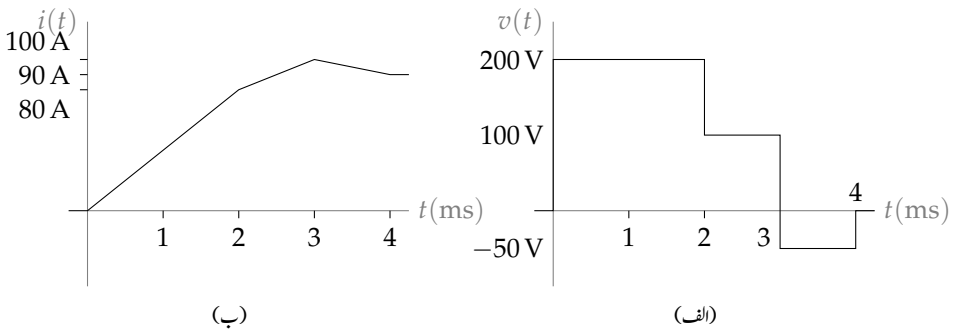
$$\begin{aligned} w_L(t) &= \frac{Li^2}{2} \\ &= \frac{0.1 \times (5 \cos 377t)^2}{2} \\ &= 1.25 \cos^2 377t \text{ J} \end{aligned}$$

مشق 6.6: رو کا خط شکل 6.10 میں دکھایا گیا ہے۔ دباؤ کا خط کھینچیں۔ امالہ کی قیمت 2 H ہے۔

جواب: شکل 6.10-ب میں دباؤ کا خط دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.10: مشق 6.6 کا دور۔



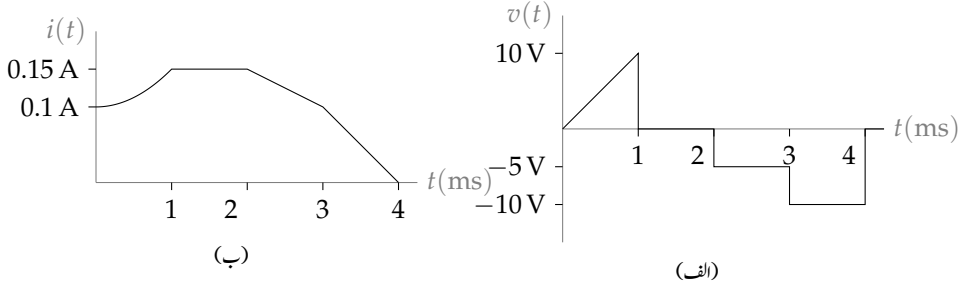
شکل 6.11: مشق 6.8 کا دور۔

مشق 6.7: گزشتہ مشق میں لمحہ $t = 3.5$ ms پر امالہ گیر میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

جواب: 36 J

مشق 6.8: پانچ میٹری امالہ گیر کا دباؤ شکل 6.11-الف میں دکھایا گیا ہے۔ رو کا خط کھینچیں۔

جواب: رو کا خط شکل 6.11-ب میں دکھایا گیا ہے۔



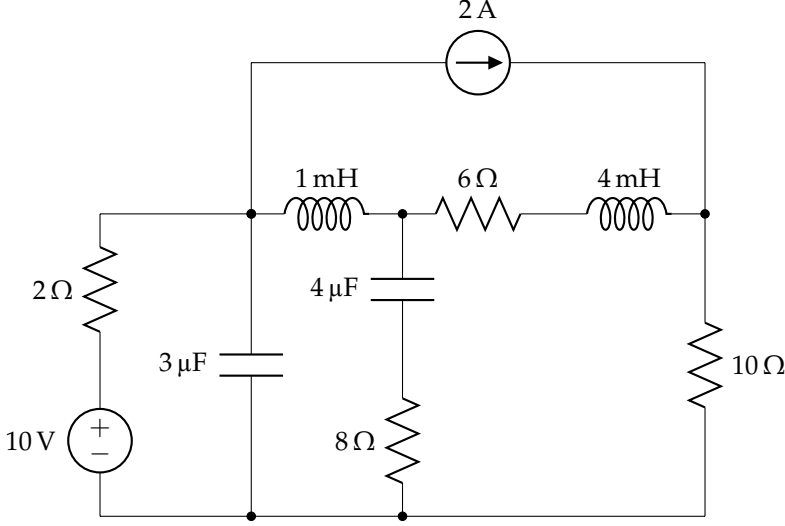
شکل 6.12: مشق 6.9 کا دور۔

مشق 6.9: امالہ گیر کے دباؤ کا خط شکل 6.12 میں دکھایا گیا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر $i(0) = 0.1 \text{ A}$ کی صورت میں رو کا خط حاصل کریں۔ امالہ 0.1 H کے برابر ہے۔ لمحہ $t = 3 \text{ ms}$ پر امالہ گیر میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

جواب: رو کا خط شکل 6.12 میں دکھایا گیا ہے۔ لمحہ $t = 3 \text{ ms}$ پر $w_L(3 \text{ ms}) = 0.5 \text{ mJ}$ ہے۔

مشق 6.10: شکل 6.13 میں 1 mH ، 4 mH ، $3 \mu\text{F}$ اور $4 \mu\text{F}$ میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

جوابات: $302 \mu\text{J}$ ، $0.907 \mu\text{J}$ ، $85.6 \mu\text{J}$ ، $114 \mu\text{J}$



شکل 6.13: مشق 6.10 کا دور۔

6.3 برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات

برقی گنجائش، برقی گنجائش کی قیمت میں خلل اور دباؤ، برق گیر کے اہم خصوصیات ہیں۔ معیاری برق گیر چند pF سے تقریباً 50 mF تک کی قیمتوں میں عام دستیاب ہے۔ ان سے کم اور زیادہ قیمتیں بھی دستیاب ہیں۔ یہ برق گیر عموماً 6.3 V تا 500 V تک کے مختلف دباؤ کے لئے دستیاب ہیں۔ زیادہ دباؤ کے برق گیر بھی دستیاب ہیں۔ برق گیر کو اس کی معین دباؤ سے زیادہ دباؤ پر ہرگز استعمال نہ کریں چونکہ ایسا کرنے سے برق گیر تباہ ہو سکتا ہے۔ برقی گنجائش میں خلل کی عمومی قیمتیں $\pm 5\%$ ، $\pm 10\%$ اور $\pm 20\%$ ہیں۔ جدول 6.1 میں معیاری دستیاب برقی گیر کی گنجائش دی گئی ہے۔

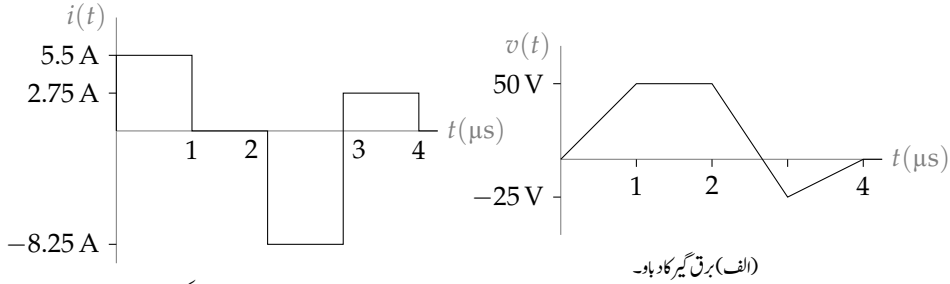
امالہ گیر کو موصل تار سے بنایا جاتا ہے لہذا نہ چاہتے ہوئے بھی اس کی مزاحمت ہوگی۔ امالہ گیر کے اہم خصوصیات اس کی امالہ اور مزاحمت ہیں۔ امالہ گیر 1 nH تا 100 mH کی قیمتوں میں عام دستیاب ہے۔ اس سے کم یا زیادہ قیمتیں بھی دستیاب ہیں۔ امالہ کی قیمتیں $\pm 5\%$ اور $\pm 10\%$ کے خلل میں دستیاب ہیں۔ جدول 6.2 میں امالہ کی عمومی دستیاب قیمتیں دی گئی ہیں۔

جدول 6.1: معیاری برقی گیر کے گنجائش کی قیمتیں۔

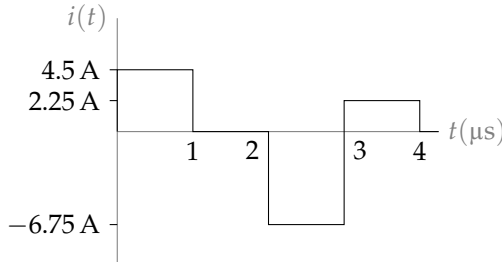
μF	μF	μF	μF	μF	μF	μF	pF	pF	pF	pF
10 000	1000	100	10	1.0	0.10	0.010	1000	100	10	1
12 000	1200	120	12	1.2	0.12	0.012	1200	120	12	
15 000	1500	150	15	1.5	0.15	0.015	1500	150	15	1.5
18 000	1800	180	18	1.8	0.18	0.018	1800	180	18	
20 000	2000	200	20	2.0	0.20	0.020	2000	200	20	2
22 000	2200	220	22	2.2	0.22	0.022	2200	220	22	
27 000	2700	270	27	2.7	0.27	0.027	2700	270	27	
33 000	3300	330	33	3.3	0.33	0.330	3300	330	33	3
39 000	3900	390	39	3.9	0.39	0.390	3900	390	39	4
47 000	4700	470	47	3.3	0.47	0.470	4700	470	47	5
51 000	5100	510	51	3.3	0.51	0.510	5100	510	51	6
56 000	5600	560	56	3.3	0.56	0.560	5600	560	56	7
68 000	6800	680	68	3.3	0.68	0.680	6800	680	68	8
82 000	8200	820	82	3.3	0.82	0.820	8200	820	82	9

جدول 6.2: امالہ کی عمومی دستیاب قیمتیں۔

mH	mH	mH	μH	μH	μH	nH	nH	nH
100	10	1.0	100	10	1.0	100	10	1
	12	1.2	120	12	1.2	120	12	1.2
	15	1.5	150	15	1.5	150	15	1.5
	18	1.8	180	18	1.8	180	18	1.8
	20	2.0	200	20	2.0	200	20	2
	22	2.2	220	22	2.2	220	22	2.2
	27	2.7	270	27	2.7	270	27	2.7
	33	3.3	330	33	3.3	330	33	3
	39	3.9	390	39	3.9	390	39	4
	47	4.7	470	47	4.7	470	47	5
	51	5.1	510	51	5.1	510	51	6
	56	5.6	560	56	5.6	560	56	7
	68	6.8	680	68	6.8	680	68	8
	82	8.2	820	82	8.2	820	82	9



(ب) 110 nF کی رو۔



(پ) 90 nF کی رو۔

شکل 6.14: مثال 6.12 کا دور۔

مثال 6.12: شکل 6.14-الف میں 100 nF برق گیر کا دباؤ دکھایا گیا ہے۔ برقی گنجائش میں خلل $\pm 10\%$ ممکن ہے۔ کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ گنجائش کی صورت میں رو کے خط حاصل کریں۔ اس برقی گنجائش کو عموماً $100 \text{ nF} \pm 10\%$ لکھا جاتا ہے۔

حل: برق گیر کی زیادہ سے زیادہ قیمت دی گئی قیمت سے 10% زیادہ ہو سکتی ہے۔ یوں اس کی زیادہ سے زیادہ گنجائش 110 nF ممکن ہے۔ اس قیمت کے گنجائش کی رو کو شکل 6.14-ب میں دکھایا گیا ہے جہاں پہلے ایک مائیکرو سیکنڈ میں دباؤ کی تبدیلی کی شرح

$$\frac{dv}{dt} = \frac{50 - 0}{1 \mu\text{s} - 0 \mu\text{s}} = 50 \text{ MV s}^{-1}$$

ہونے کی بنا اس دورانیے کی رو

$$i = C \frac{dv}{dt} = 110 \times 10^{-9} \times 50 \times 10^6 = 5.5 \text{ A}$$

ہے۔ اگلے ایک مائیکرو سیکنڈ میں دباؤ تبدیل نہیں ہوتا لہذا $\frac{dv}{dt} = 0$ ہے اور یوں رو بھی صفر کے برابر ہے۔ دورانیہ $t = 2 \mu s$ تا $t = 3 \mu s$ دباؤ کی شرح تبدیلی

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-25 - 50}{3 \mu s - 2 \mu s - 0 \mu s} = -75 \text{ MV s}^{-1}$$

ہے لہذا رو

$$i = C \frac{dv}{dt} = 110 \times 10^{-9} \times (-75 \times 10^6) = -8.25 \text{ A}$$

ہوگی۔ دورانیہ $t = 3 \mu s$ تا $t = 4 \mu s$ دباؤ کی شرح تبدیلی

$$\frac{dv}{dt} = \frac{0 - (-25)}{4 \mu s - 3 \mu s - 0 \mu s} = 25 \text{ MV s}^{-1}$$

ہے لہذا رو

$$i = C \frac{dv}{dt} = 110 \times 10^{-9} \times 25 \times 10^6 = 2.75 \text{ A}$$

ہوگی۔

خلل کی قیمت سے برق گیر کی کم سے کم ممکنہ گنجائش 90 nF حاصل ہوتی ہے۔ دباؤ کی تبدیلی کی شرح استعمال کرتے ہوئے رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$i = \begin{cases} 90 \times 10^{-9} \times 50 \times 10^6 = 4.5 \text{ A} & 0 \mu s \leq t \leq 1 \mu s \\ 90 \times 10^{-9} \times 0 = 0 \text{ A} & 1 \mu s \leq t \leq 2 \mu s \\ 90 \times 10^{-9} \times (-75) \times 10^6 = -6.75 \text{ A} & 2 \mu s \leq t \leq 3 \mu s \\ 90 \times 10^{-9} \times 25 \times 10^6 = 2.25 \text{ A} & 3 \mu s \leq t \leq 4 \mu s \end{cases}$$

6.4 سلسلہ وار جڑے برق گیر

شکل 6.15 میں متعدد برق گیر سلسلہ وار جڑے دکھائے گئے ہیں۔ تمام سلسلہ وار جڑے پوزوں میں رو کی قیمت یکساں ہوتی ہے۔ کر خوف قانون دباؤ سے اس دور کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots + v_N(t)$$

انفرادی برق گیر کے لئے

$$v_1(t) = v_1(t_0) + \frac{1}{C_1} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

$$v_2(t) = v_2(t_0) + \frac{1}{C_2} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

$$v_3(t) = v_3(t_0) + \frac{1}{C_3} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

⋮

$$v_N(t) = v_N(t_0) + \frac{1}{C_N} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مندرجہ بالا دو مساوات کو ملائے ہوئے

$$v(t) = v_1(t_0) + \frac{1}{C_1} \int_{t_0}^t i(t) dt + v_2(t_0) + \frac{1}{C_2} \int_{t_0}^t i(t) dt + \dots + v_N(t_0) + \frac{1}{C_N} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

یعنی

$$v(t) = v_1(t_0) + v_2(t_0) + \dots + v_N(t_0) + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \right) \int_{t_0}^t i(t) dt$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں

$$(6.20) \quad \frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

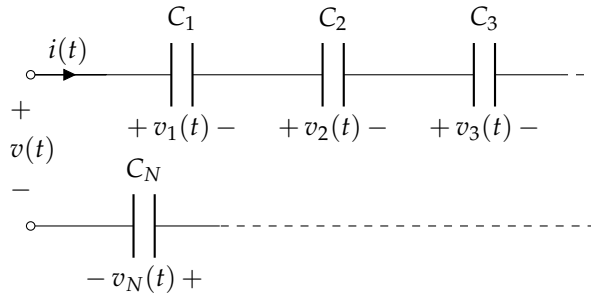
اور

$$(6.21) \quad v(t_0) = v_1(t_0) + v_2(t_0) + v_3(t_0) + \dots + v_N(t_0)$$

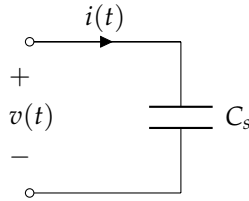
لکھتے ہوئے

$$(6.22) \quad v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C_s} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

حاصل ہوتا ہے جو ایک عدد برقی گیر کی مساوات ہے جسے شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 6.20 متعدد سلسلہ وار جڑے برق گیروں کی مساوی برق گنجائش C_s دیتی ہے جبکہ مساوات 6.21 ان کا مساوی ابتدائی دباؤ دیتی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سلسلہ وار جڑے برق گیروں کی مساوات متوازی جڑے مزاحمتوں کی مساوات کی طرح ہے۔

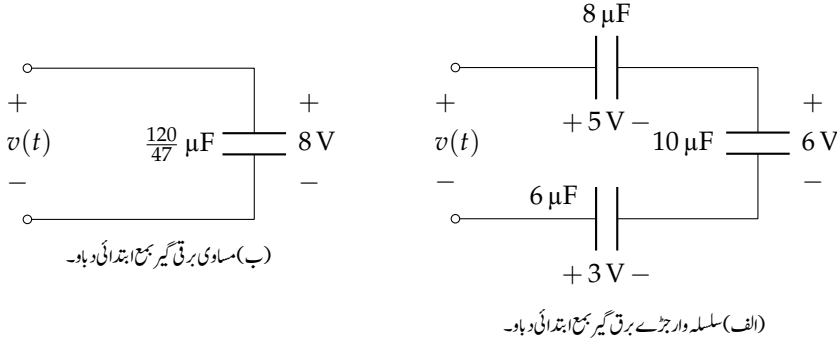


(الف) متعدد سلسلہ وار جڑے برق گیر۔



(ب) متعدد سلسلہ وار جڑے برقی گیروں کا مساوی برق گیر۔

شکل 6.15: متعدد سلسلہ وار جڑے برق گیر کی مساوی برق گنجائش کا حصول۔



شکل 6.16: مثال 6.13 کا دور۔

مثال 6.13: شکل 6.16-الف میں مساوی سلسلہ وار گنجائش اور ان کے انفرادی ابتدائی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ ان کا مساوی گنجائش اور مساوی ابتدائی دباؤ حاصل کریں۔

حل: مساوات 6.20 سے

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{8 \mu\text{F}} + \frac{1}{10 \mu\text{F}} + \frac{1}{6 \mu\text{F}} = \frac{47}{120} \mu\text{F}$$

لکھتے ہوئے

$$C_s = \frac{120}{47} \mu\text{F}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 6.21 سے ابتدائی دباؤ درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$v(t_0) = 5 + 6 - 3 = 8 \text{ V}$$

شکل 6.16-ب میں مساوی برقی گنجائش اور ابتدائی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔

مثال 6.14: ابتدائی طور پر بے بار، دو عدد برق گیر کو سلسلہ وار جوڑنے کے بعد ان میں 50 V منبج سے برقی بار بھرا جاتا ہے۔ ان میں ایک برق گیر $20 \mu\text{F}$ گنجائش کا ہے جبکہ دوسرے برق گیر کی گنجائش کے بارے میں ہمیں معلوم نہیں ہے۔ نامعلوم برق گیر پر 10 V جبکہ $20 \mu\text{F}$ برق گیر پر 40 V دباؤ پایا جاتا ہے۔ نامعلوم گنجائش دریافت کریں۔
حل: $20 \mu\text{F}$ پر بار درج ذیل ہے۔

$$q = Cv = (20 \mu\text{F})(40 \text{ V}) = 800 \mu\text{C}$$

سلسلہ وار جڑے پرزوں میں یکساں روپائی جاتی ہے لہذا دونوں برق گیر پر یکساں بار پایا جاتا ہے۔ یوں نامعلوم گنجائش درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$C = \frac{q}{v} = \frac{800 \mu\text{F}}{10 \text{ V}} = 80 \mu\text{F}$$

6.5 متوازی جڑے برق گیر

متوازی جڑے برق گیروں کی مساوی گنجائش شکل 6.17-الف سے کرنخوف قانون رو کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

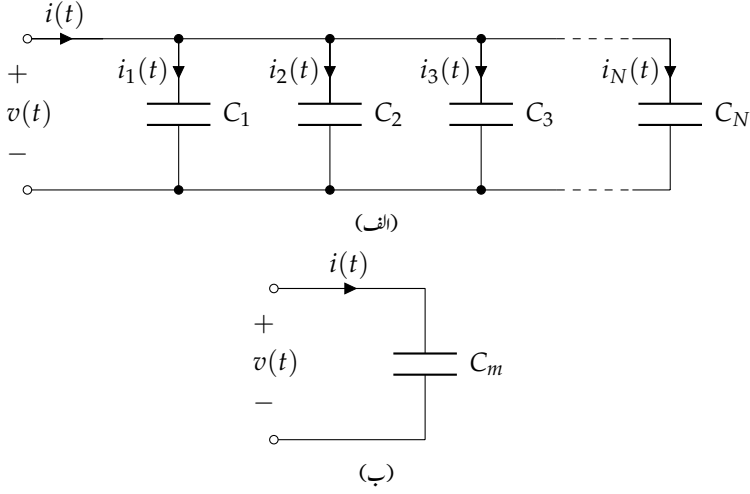
$$\begin{aligned} i(t) &= i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_N(t) \\ &= C_1 \frac{dv(t)}{dt} + C_2 \frac{dv(t)}{dt} + C_3 \frac{dv(t)}{dt} + \cdots + C_N \frac{dv(t)}{dt} \\ &= (C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_N) \frac{dv(t)}{dt} \end{aligned}$$

اس مساوات میں

$$(6.23) \quad C_m = \sum_{i=1}^N C_i = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_N$$

لکھتے ہوئے

$$(6.24) \quad i(t) = C_m \frac{dv(t)}{dt}$$



شکل 6.17: متوازی جڑے برق گیروں کی مساوی گنجائش۔

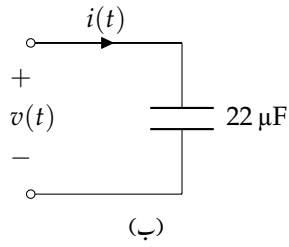
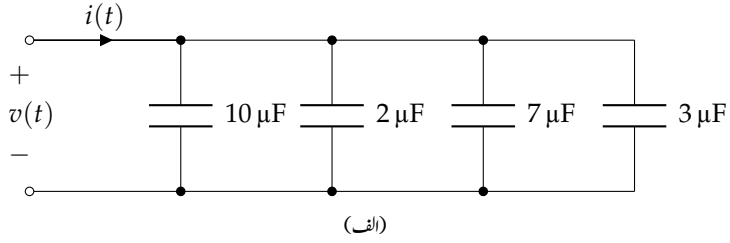
حاصل ہوتا ہے جو ایک عدد برق گیر کی مساوات ہے۔ مساوات 6.23 متعدد متوازی جڑے برق گیروں کی مساوی گنجائش دیتی ہے جو سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کی مساوات کی طرح ہے۔ شکل 6.17-ب میں مساوی برق گیر دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.15: شکل 6.18-الف میں چار عدد برق گیر متوازی جوڑے گئے ہیں۔ ان کی مساوی گنجائش دریافت کریں۔

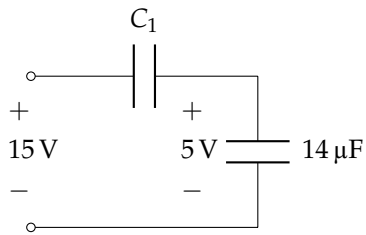
حل: مساوات 6.23 سے متوازی جڑے برق گیروں کی مساوی برقی گنجائش حاصل کرتے ہیں۔

$$C_m = 10 \mu\text{F} + 2 \mu\text{F} + 7 \mu\text{F} + 3 \mu\text{F} = 22 \mu\text{F}$$

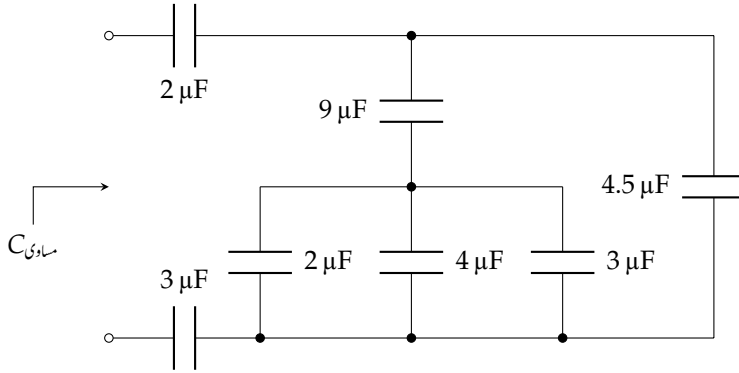
شکل 6.18-ب میں مساوی گنجائش دکھائی گئی ہے۔



شکل 6.18: مثال 6.15 کا دورہ



شکل 6.19: مشق 6.11 کا دورہ



شکل 6.20: مشق 6.12 کا دور۔

مشق 6.11: ابتدائی طور پر بے بار، دو عدد برق گیر سلسلہ وار جوڑے جاتے ہیں۔ لمحہ t پر صورت حال شکل 6.19 میں دکھائی گئی ہے۔ نا معلوم گنجائش دریافت کریں۔

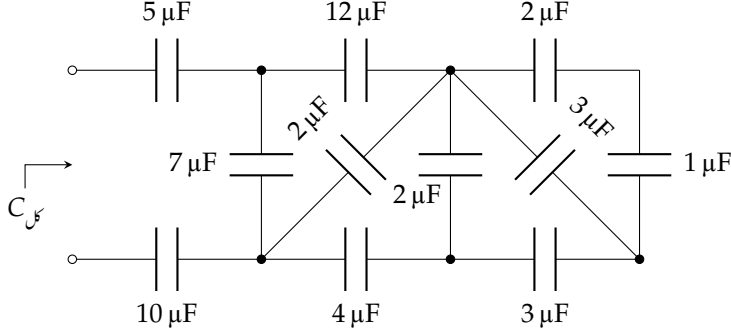
جواب: $7 \mu\text{F}$

مشق 6.12: شکل 6.20 میں مساوی گنجائش دریافت کریں۔

جواب: $\frac{18}{17} \mu\text{F}$

مشق 6.13: شکل 6.21 میں کل گنجائش حاصل کریں۔

جواب: $\frac{5}{2} \mu\text{F}$



شکل 6.21: مشق 6.13 کا دور

6.6 سلسلہ وار امالہ گیر

متعدد سلسلہ وار جڑے امالہ گیر کو شکل 6.22-الف میں دکھایا گیا ہے۔ کرخوف قانون دہا سے

$$\begin{aligned}
 v(t) &= v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots + v_N(t) \\
 &= L_1 \frac{di(t)}{dt} + L_2 \frac{di(t)}{dt} + L_3 \frac{di(t)}{dt} + \cdots + L_N \frac{di(t)}{dt} \\
 &= (L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_N) \frac{di(t)}{dt}
 \end{aligned}$$

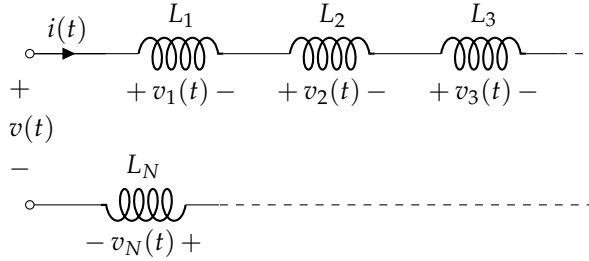
لکھ کر اس میں

$$(6.25) \quad L_s = \sum_{i=1}^N L_i = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_N$$

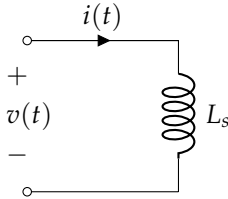
پُر کرنے سے

$$v(t) = L_s \frac{di(t)}{dt}$$

حاصل ہوتا ہے جو ایک عدد امالہ گیر کی مساوات ہے جسے شکل 6.22-ب میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 6.25 سلسلہ وار امالہ کی مساوی امالہ دیتی ہے۔ یہ سلسلہ وار مزاحمتوں کی مساوات کی طرح مساوات ہے۔

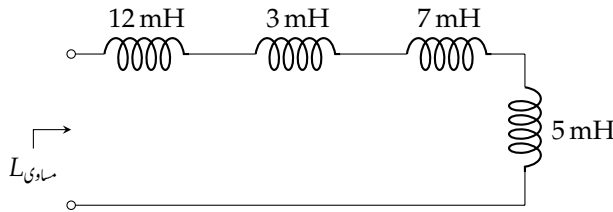


(الف) متعدد سلسلہ وار جڑے امالہ گیر۔



(ب) متعدد سلسلہ وار جڑے امالہ گیروں کی مساوی امالہ۔

شکل 6.22: متعدد سلسلہ وار جڑے امالہ گیر کی مساوی امالہ کا حصول۔



شکل 6.23: مثال 6.16 کا دور۔

مثال 6.16: شکل 6.23 میں مساوی امالہ دریافت کریں۔

جواب: 27 mH

6.7 متوازی امالہ گیر

متوازی جڑے امالہ گیروں کی مساوی امالہ شکل 6.24- الف کی مدد سے حاصل کرتے ہیں جسے دیکھتے ہوئے کر خوف مساوات

$$(6.26) \quad i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_N(t)$$

لکھی جاسکتی ہے۔ انفرادی امالہ گیر کے لئے درج ذیل مساوات لکھے جاسکتے ہیں

$$i_1(t) = i_1(t_0) + \frac{1}{L_1} \int_{t_0}^t v(t) dt$$

$$i_2(t) = i_2(t_0) + \frac{1}{L_2} \int_{t_0}^t v(t) dt$$

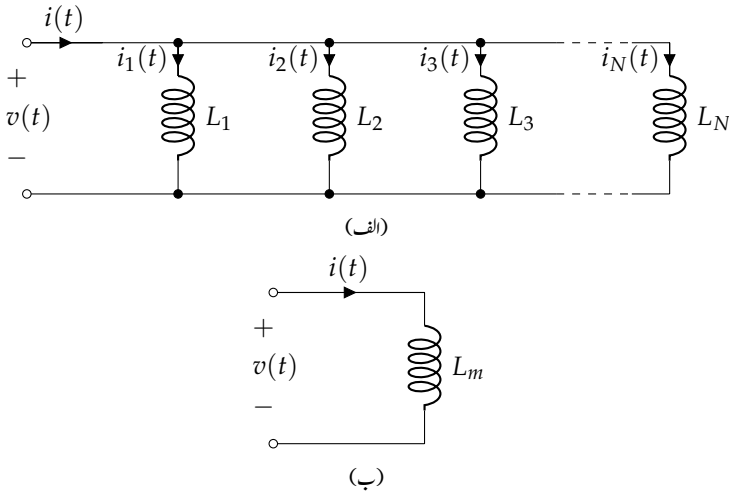
$$i_3(t) = i_3(t_0) + \frac{1}{L_3} \int_{t_0}^t v(t) dt$$

⋮

$$i_N(t) = i_N(t_0) + \frac{1}{L_N} \int_{t_0}^t v(t) dt$$

جنہیں مساوات 6.26 میں پُر کرتے ہوئے

$$i(t) = i_1(t_0) + \frac{1}{L_1} \int_{t_0}^t v(t) dt + i_2(t_0) + \frac{1}{L_2} \int_{t_0}^t v(t) dt + \cdots + i_N(t_0) + \frac{1}{L_N} \int_{t_0}^t v(t) dt$$



شکل 6.24: متوازی جڑے امالہ گیروں کی مساوی امالہ۔

حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو ترتیب دیتے ہوئے

$$i(t) = i_1(t_0) + i_2(t_0) + \cdots + i_N(t_0) + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N} \right) \int_{t_0}^t v(t) dt$$

لکھا جاسکتا ہے جس میں

$$(6.27) \quad \frac{1}{L_m} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{L_i} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots + \frac{1}{L_N}$$

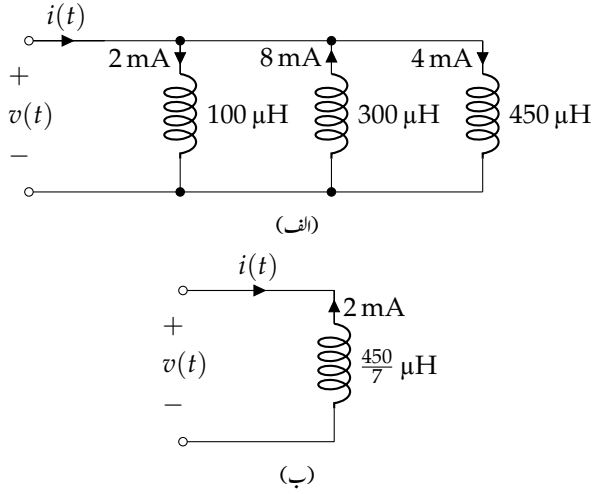
اور

$$(6.28) \quad i(t_0) = i_1(t_0) + i_2(t_0) + i_3(t_0) + \cdots + i_N(t_0)$$

پُر کرنے سے

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L_m} \int_{t_0}^t v(t) dt$$

حاصل ہوتا ہے جو ایک عدد امالہ گیر کی مساوات ہے جسے شکل 6.24-ب میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 6.27 متوازی جڑے امالہ گیر کی مساوی امالہ L_m دیتی ہے جبکہ مساوات 6.28 مساوی امالہ میں ابتدائی رو $i(t_0)$ دیتی ہے۔



شکل 6.25: مثال 6.17 کا دور۔

مثال 6.17: شکل 6.25-الف میں متوازی امالہ گیر اور ان میں ابتدائی رودی گئی ہیں۔ مساوی امالہ اور اس کی ابتدائی رو دریافت کریں۔

حل: مساوات 6.27 سے

$$\frac{1}{L_m} = \frac{1}{100 \mu\text{H}} + \frac{1}{300 \mu\text{H}} + \frac{1}{450 \mu\text{H}}$$

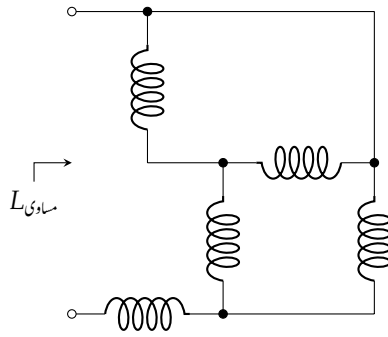
لکھ کر

$$L_m = \frac{450}{7} \mu\text{H}$$

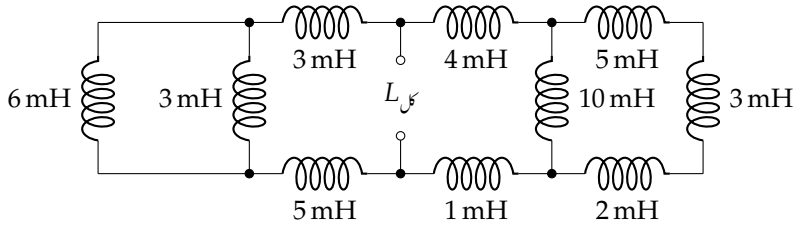
حاصل ہوتی ہے۔ مساوات 6.28 سے ابتدائی رودرج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$i(t_0) = 2 \text{ mA} - 8 \text{ mA} + 4 \text{ mA} = -2 \text{ mA}$$

شکل 6.25-ب میں مساوی امالہ بمع ابتدائی رودکھائی گئی ہے۔ منفی رو $i(t)$ کے الٹ ہے۔



شکل 6.26: مشق 6.14 کا دور۔



شکل 6.27: مشق 6.15 کا دور۔

مشق 6.14: شکل 6.26 میں تمام انفرادی امالہ 12 mH ہیں۔ ان کی مساوی امالہ دریافت کریں۔

جواب: $\frac{96}{5}$ mH

مشق 6.15: شکل 6.27 میں کل امالہ دریافت کریں۔

جواب: 5 mH

6.8 حسابی ایپلیٹائر کے RC ادوار

شکل 6.28 میں تکمیل کار¹⁹ دکھایا گیا ہے۔ جوڑ v_k زمین کے ساتھ جڑا ہے لہذا

$$v_k = 0$$

ہوگا۔ جوڑ v_n پر کر خوف مساوات رو

$$\frac{v_n - v_i}{R} + C \frac{d}{dt}(v_n - v_0) = 0$$

لکھتے ہوئے $v_n = v_k = 0$ پُر کرنے سے

$$\frac{0 - v_i}{R} + C \frac{d}{dt}(0 - v_0) = 0$$

یعنی

$$-\frac{v_i}{R} - C \frac{dv_0}{dt} = 0$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس کو

$$dv_0 = -\frac{v_i}{RC} dt$$

لکھ کر تکمیل لیتے ہوئے

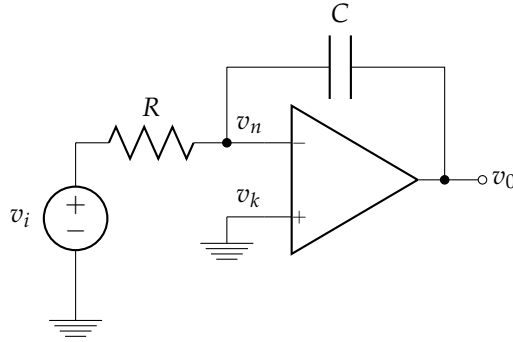
$$(6.29) \quad v_0 = -\frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t v_i dt$$

یا

$$(6.30) \quad v_0 = v(t_0) - \frac{1}{RC} \int_{t_0}^t v_i dt$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات کے تحت v_0 اشارہ v_i کے تکمیل کے $\frac{1}{RC}$ گنا ہے۔ اسی لئے اس دور کو تکمیل کار کہتے ہیں۔

¹⁹integrator



شکل 6.28: مکمل کار۔

6.9 تفریق کار

شکل 6.29 میں

$$v_k = 0$$

کے برابر ہے۔ جوڑ v_n پر کر خوف مساوات رو

$$C \frac{d}{dt}(v_n - v_i) + \frac{v_n - v_0}{R} = 0$$

میں $v_n = v_k = 0$ پُر کرنے سے

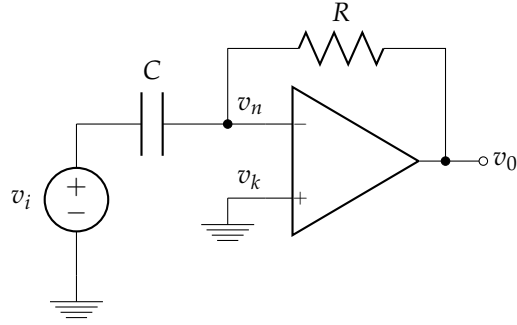
$$C \frac{d}{dt}(0 - v_i) + \frac{0 - v_0}{R} = 0$$

حاصل ہوتا ہے جسے ترتیب دیتے ہوئے

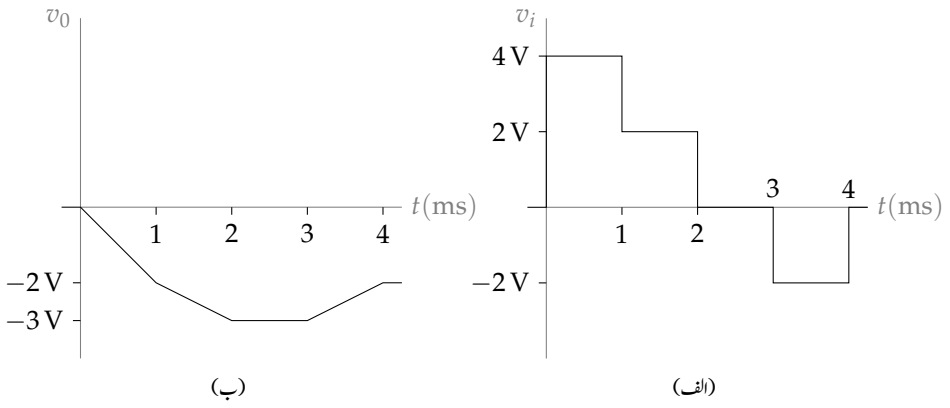
$$(6.31) \quad v_0 = -RC \frac{dv_i}{dt}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات کے تحت v_0 اشارہ v_i کے تفریق کے $-RC$ گنا ہے۔ اس لئے اس دور کو تفریق کار²⁰ کہتے ہیں۔

مثال 6.18: مکمل کار میں $R = 10\,000\text{ k}\Omega$ اور $C = 0.2\text{ }\mu\text{F}$ ہیں جبکہ داخلی اشارہ شکل 6.30 میں دیا گیا ہے۔ خارجی اشارہ حاصل کریں۔



شکل 6.29: تفرق کار۔



شکل 6.30: مثال 6.18 کا داخلی اشارہ۔

حل: مساوات 6.30 کے تحت

$$\begin{aligned} v_0(t) &= v(t_0) - \frac{1}{10\,000 \times 0.2 \times 10^{-6}} \int_{t_0}^t v_i dt \\ &= v(t_0) - 500 \int_{t_0}^t v_i dt \end{aligned}$$

کے برابر ہے۔ لمحہ $t = 0$ سے بالکل پہلے داخلی اشارے کی ابتدائی قیمت $v_i(0_-) = 0\text{ V}$ ہے جبکہ $t = 0\text{ ms}$ تا $t = 1\text{ ms}$ تک $v_i = 2\text{ V}$ ہے۔ ان قیمتوں کو استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} v_0(t) &= 0 - 500 \int_0^t 4 dt \\ &= -2000t \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے جو سیدھے خط کی مساوات ہے جس کی ڈھلوان -2000 V s^{-1} ہے۔ اس دورانیے کے اختتام $t = 1\text{ ms}$ پر

$$v_0(1\text{ ms}) = -2000 \times 10^{-3} = -2\text{ V}$$

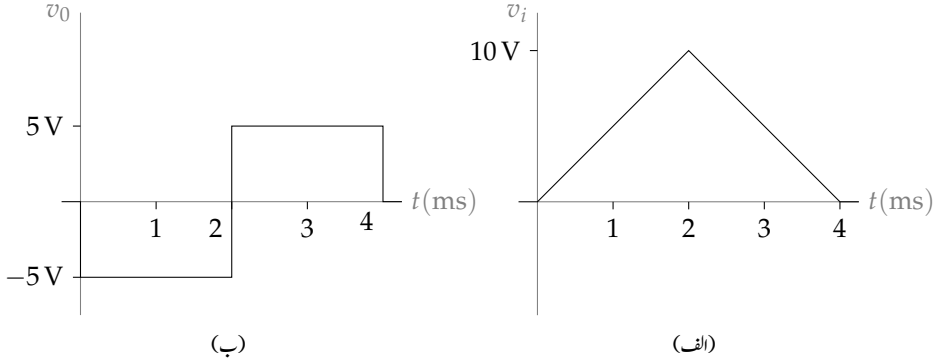
حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.30-ب میں اس خط کو دکھایا گیا ہے۔ اگلے ایک ملی سیکنڈ کی ابتدائی قیمتیں $t_0 = 1\text{ ms}$ اور $v_0(1\text{ ms}) = -2\text{ V}$ ہوں گی لہذا مساوات 6.30 درج ذیل لکھا جائے گا

$$\begin{aligned} v_0(t) &= -2 - 500 \int_{1\text{ ms}}^t 2 dt \\ &= -2 - 1000(t - 0.001) \\ &= -1 - 1000t \end{aligned}$$

جس سے لمحہ $t = 2\text{ ms}$ پر

$$v_0(2\text{ ms}) = -1 - 1000 \times 0.002 = -3\text{ V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ لمحہ $t = 2\text{ ms}$ تا $t = 3\text{ ms}$ داخلی اشارہ صفر کے برابر ہے لہذا اس کا مکمل صفر ہو گا۔ یوں خارجی اشارے میں اس دوران کوئی تبدیلی نہیں آئے گی اور یہ -3 V پر برقرار رہے گا۔ آخری ایک ملی سیکنڈ میں اسی طرح حل کرتے ہوئے شکل-ب کا آخری حصہ ملتا ہے۔



شکل 6.31: مثال 6.19 کے اشارات۔

مثال 6.19: تفرق کار میں $R = 2 \text{ k}\Omega$ اور $C = 0.5 \mu\text{F}$ ہیں جبکہ اس کا داخلی اشارہ شکل 6.31-الف میں دیا گیا ہے۔ خارجی اشارہ حاصل کریں۔

حل: شکل 6.31-الف میں چار عدد دورانیے منتخب کیے جاسکتے ہیں جن کے دوران داخلی اشارے کے تفرق درج ذیل ہیں۔

$$\frac{dv_i}{dt} = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ +5000, & 0 < t < 2 \text{ ms} \\ -5000, & 2 \text{ ms} < t < 4 \text{ ms} \\ 0, & 4 \text{ ms} \end{cases}$$

مساوات 6.31 میں دی گئی قیمتیں پُر کرنے سے

$$v_0 = -0.001 \frac{dv_i}{dt}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں $\frac{dv_i}{dt}$ کی قیمتیں پُر کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے جس کو شکل 6.31-ب میں دکھایا گیا ہے۔

$$v_0 = \begin{cases} -0.001(0) = 0 \text{ V}, & t < 0 \\ -0.001(5000) = -5 \text{ V}, & 0 < t < 2 \text{ ms} \\ -0.001(-5000) = 5 \text{ V}, & 2 \text{ ms} < t < 4 \text{ ms} \\ -0.001(0) = 0 \text{ V}, & 4 \text{ ms} \end{cases}$$

باب 7

پہلے اور دوسرے درجے کے عارضی حالات

