

## برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی  
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد  
khalidyousafzai@comsats.edu.pk



## عنوان

1	بنیاد	1
1	برقی بار، برقی رواور برقی دباو	1.1
6	قانون اوہم	1.2
8	توانائی اور طاقت	1.3
15	برقی پڑے	1.4
15	غیر تابع منبع	1.4.1
17	تابع منبع	1.4.2
27	مزامتی ادوار	2
27	قانون اوہم	2.1
35	قوانین کر خوف	2.2
51	سلسلہ وار جڑے پڑوں میں رو	2.3
52	تقسیم دباو	2.4
55	متعدد سلسلہ وار مزاحمت	2.5
58	سلسلہ وار متعدد منبع دباو اور مزاحمت	2.6
59	متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباو پایا جاتا ہے	2.7
61	تقسیم رو	2.8
68	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت	2.9
73	تخصیص مزاحمت	2.10
76	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل	2.11
84	ستارہ-تکون تبادلہ	2.12
91	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	2.13
101	ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب	3
101	تجزیہ جوڑ	3.1
104	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.2
117	تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.3
123	غیر تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.4

132	تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.5
139	دائری تجزیہ	3.6
140	غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.7
148	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.8
154	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.9
158	دائری ترکیب اور ترکیب جوڑ کا موازنہ	3.10

161	حسابی ایپلیفائر	4
171	کامل حسابی ایپلیفائر	4.1
171	منفی ایپلیفائر	4.2
174	مثبت ایپلیفائر	4.3
176	مستقام کار	4.4
176	منفی کار	4.5
178	جمع کار	4.6
181	متوازن اور غیر متوازن صورت	4.7
185	موازنہ کار	4.8
185	آلاتی ایپلیفائر	4.9

187	مسئلے	5
187	مساوی دور	5.1
187	مسئلہ خطیت	5.2
191	مسئلہ نفاذ	5.3
201	مساوی ادوار	5.4
206	مسئلہ تھون، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ متبادلہ منبع	5.5
225	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	5.6
231	تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں استعمال کرنے والے ادوار	5.7
239	زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ	5.8

247	برق گیر اور امالہ گیر	6
247	برق گیر	6.1
261	امالہ گیر	6.2
270	برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات	6.3
273	سلسلہ وار جڑے برق گیر	6.4
277	متوازی جڑے برق گیر	6.5
281	سلسلہ وار امالہ گیر	6.6
283	متوازی امالہ گیر	6.7
287	حسابی ایپلیفائر کے RC ادوار	6.8
288	تفرق کار	6.9

293	عارضی رد عمل	7
293	تعارف	7.1
293	ایک درجی ادوار	7.2





## باب 7

# عارضی رد عمل

### 7.1 تعارف

ایسے ادوار جن میں امالہ گیر اور (یا) برق گیر پائے جاتے ہوں میں توانائی ذخیرہ کرنے کی صلاحیت ہوتی ہے۔ توانائی ذخیرہ کرنے والے ادوار کا رد عمل منبع طاقت کے علاوہ ذخیرہ توانائی پر بھی منحصر ہوتا ہے۔ ایسے ادوار میں کسی بھی طرح کی تبدیلی سے ذخیرہ توانائی میں تبدیلی رونما ہو سکتی ہے۔ دور میں تبدیلی مثلاً کسی سوئچ کے چالو یا غیر چالو کرنے سے پیدا ہو سکتی ہے۔ ایسی صورت جہاں دور یکساں ایک ہی حالت میں رہے کو برقرار حالت<sup>1</sup> کہتے ہیں۔ تبدیلی کے بعد دور متبادل برقرار حالت اختیار کرتا ہے۔ ایک برقرار حالت سے دوسری برقرار حالت تک پہنچنے کے دوران، دور عارضی حالت<sup>2</sup> میں ہوتا ہے۔

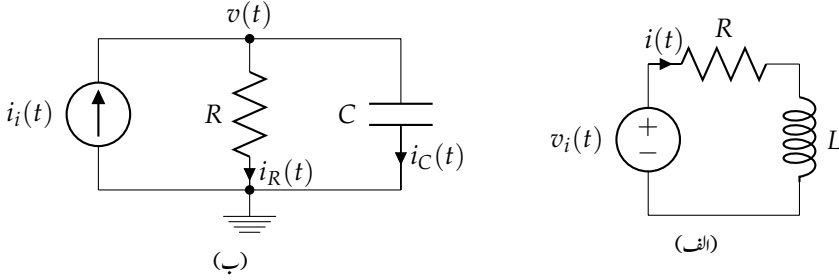
### 7.2 ایک درجی ادوار

وہ ادوار جن میں صرف امالہ گیر توانائی ذخیرہ کرتے ہوں کی کرخوف مساوات ایک درجی تفرقی مساوات<sup>3</sup> ہوتی ہے۔ اسی طرح وہ ادوار جن میں صرف برق گیر توانائی ذخیرہ کرتے ہوں بھی ایک درجی کرخوف مساوات دیتے ہیں۔ اسی لئے انہیں

<sup>1</sup> steady state

<sup>2</sup> transient state

<sup>3</sup> first order differential equation



شکل 7.1: ایک درجی ادوار کی مثالیں۔

ایک درجی ادوار<sup>4</sup> کہتے ہیں۔ اس کے برعکس ایسے ادوار جن میں امالہ گیر اور برق گیر دونوں پائے جاتے ہوں دو درجی تفرقی مساوات<sup>5</sup> دیتے ہیں اور انہیں دو درجی ادوار<sup>6</sup> کہا جاتا ہے۔

شکل 7.1 میں ایک درجی ادوار کی مثالیں دی گئی ہیں۔ آئیں ان کی کرخوف مساوات لکھ کر دیکھیں۔ شکل الف کی مساوات درج ذیل ہے۔

$$(7.1) \quad v(t) = i(t)R + L \frac{di(t)}{dt}$$

اسی طرح شکل ب کی کرخوف مساوات درج ذیل ہے۔

$$(7.2) \quad i_i(t) = \frac{v(t)}{R} + C \frac{dv(t)}{dt}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ درج بالا دونوں مساوات ایک درجی تفرقی مساوات ہیں۔

شکل 7.2 میں دو درجی دور دکھایا گیا ہے جس کی کرخوف مساوات درج ذیل ہے۔

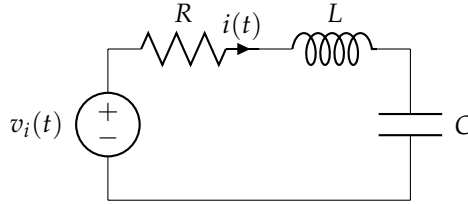
$$v_i(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt$$

اس مساوات میں مکمل کی علامت ختم کرنے سے تفرقی مساوات حاصل ہوگی۔ مکمل کی علامت ختم کرنے کی خاطر اس کا تفرق لیتے ہیں۔

$$(7.3) \quad \frac{dv_i(t)}{dt} = R \frac{di(t)}{dt} + L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{i(t)}{C}$$

first order circuits<sup>4</sup>  
second order differential equations<sup>5</sup>  
second order circuits<sup>6</sup>





شکل 7.2: دودرجی دور۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ امالہ گیر اور برق گیر دونوں کی موجودگی سے دودرجی تفرقی مساوات حاصل ہوتی ہے۔

### 7.2.1 رد عمل کی عمومی مساوات

ایک درجی ادوار کے رد عمل جاننے کی خاطر ان کی تفرقی مساوات حل کی جاتی ہے جس سے دور کے مختلف مقامات پر دباو اور رو حاصل کی جاتی ہے۔ ان ایک درجی مساوات کی عمومی صورت درج ذیل ہوتی ہے

$$(7.4) \quad \frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = g(t)$$

جہاں  $y(t)$  دباو یا رو کو ظاہر کرتی ہے،  $a$  مستقل ہے اور  $g(t)$  تفاعل عملی<sup>7</sup> ہے۔ اس مساوات کا آزاد متغیرہ وقت  $t$  ہے۔ تفرقی مساوات کا ایک بنیادی مسئلہ کہتا ہے کہ مساوات 7.4 کا مکمل حل اس کے فطری رد عمل<sup>8</sup>  $y_f(t)$  اور جبری رد عمل<sup>9</sup>  $y_j(t)$  کا مجموعہ ہے۔ مساوات 7.4 کے کسی بھی حل کو بطور جبری رد عمل لیا جاسکتا ہے جبکہ درج ذیل ہم جنسی مساوات<sup>10</sup>

$$(7.5) \quad \frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = 0$$

کے کسی بھی حل کو فطری رد عمل تصور کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 7.4 میں  $g(t) = 0$  پر کرنے سے ہم جنسی مساوات حاصل ہوتی ہے۔

<sup>7</sup> forcing function

<sup>8</sup> natural response, complementary solution

<sup>9</sup> forced response, particular solution

<sup>10</sup> homogenous equation

آئیں  $g(t) = A$  کی صورت میں مساوات 7.4 کا حل حاصل کریں جہاں  $A$  ایک مستقل ہے۔ یوں ہمیں درج ذیل دو مساوات کے حل درکار ہیں۔

$$(7.6) \quad \frac{dy_j(t)}{dt} + ay_j(t) = A$$

$$(7.7) \quad \frac{dy_f(t)}{dt} + ay_f(t) = 0$$

جبری حل کو قیاس کے ذریعہ حاصل کیا جائے گا۔ جبری حل کو تفاعل عملی اور اس کے تمام ممکنہ تفرق کے مجموعے کے برابر تصور کرتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ چونکہ مستقل کا تفرق  $(\frac{dA}{dt} = 0)$  صفر کے برابر ہے لہذا جبری حل کو مستقل  $K_1$  تصور کرتے ہیں۔

$$(7.8) \quad y_j(t) = K_1$$

اس قیمت کو مساوات 7.6 میں پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$\begin{aligned} \frac{dK_1}{dt} + aK_1 &= A \\ 0 + aK_1 &= A \end{aligned}$$

یعنی

$$(7.9) \quad K_1 = \frac{A}{a}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 7.7 کو ترتیب دیتے ہوئے

$$\frac{dy_f(t)}{y_f(t)} = -a dt$$

لکھا جاسکتا ہے جس کا مکمل

$$\ln y_f(t) = -at + c$$

یعنی

$$(7.10) \quad y_f(t) = K_2 e^{-at}$$

کے برابر ہے جہاں  $c$  مکمل کا مستقل ہے اور  $K_2 = e^c$  کے برابر ہے۔ مساوات 7.9 اور مساوات 7.10 سے مکمل حل درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(7.11) \quad y(t) = \frac{A}{a} + K_2 e^{-at}$$

کسی بھی لمحے پر  $y(t)$  جاننے سے درج بالا مساوات میں نامعلوم مستقل  $K_2$  دریافت کیا جاسکتا ہے۔ درج بالا مساوات کو درج ذیل عمومی حل کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے

$$(7.12) \quad y(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

جہاں  $\tau = \frac{1}{a}$  کے برابر ہے۔

مساوات 7.12 کے مختلف اجزاء کو نام دیے گئے ہیں۔ یوں  $\tau$  وقتی مستقل<sup>11</sup> کہلاتا ہے جبکہ  $K_1$  برقرار حالت حل<sup>12</sup> کہلاتا ہے۔ مساوات 7.12 میں  $t = \infty$  پر کرنے سے برقرار حالت حل حاصل ہوتا ہے۔ یوں کسی بھی تبدیلی کے بہت دیر بعد دور برقرار حالت میں ہو گا یعنی ابدی صورت کو برقرار حالت کہا جاتا ہے۔

شکل 7.3-الف میں مثبت  $a$  کی صورت میں جبری حل دکھایا گیا ہے۔ ابتدائی لمحہ  $t = 0$  پر  $y_j(0) = K_2$  کے برابر ہے جبکہ ایک وقتی مستقل برابر وقت بعد اس کی قیمت  $y_j(\tau) = 0.368K_2$  رہ گئی ہے یعنی  $\tau$  دورانیے میں جبری حل کی قیمت میں 63.2% کمی واقع ہوئی ہے۔ اسی طرح دو وقتی مستقل وقفے کے بعد  $y_j(2\tau) = 0.135K_2$  ہے جو  $y_p(\tau)$  کے 0.368 گنا ہے۔ حقیقت میں کسی بھی لمحہ  $t_1$  پر  $y_j$  کی قیمت میں لمحہ  $t_1 + \tau$  پر 63.2% کمی واقع ہوگی۔ پانچ وقتی مستقل وقفے کے بعد  $y_j(5\tau) = 0.0067K_2$  رہ جاتا ہے جو ابتدائی قیمت کے 0.67% ہے۔

مساوات 7.10 قوت نمائی انخطاطی<sup>13</sup> خط ہے۔ قوت نمائی انخطاطی خط کی ایک خصوصیت یہ ہے کہ ابتدائی لمحے پر اس کا مماس افقی محور کو  $\tau$  پر کاٹتا ہے۔ اس مماس کو شکل 7.3-الف میں  $(0, K_2)$  تا  $(\tau, 0)$  نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ شکل 7.3-ب میں مختلف  $\tau$  کی قیمتوں کے لئے مساوات 7.10 کو کھینچا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کم وقتی مستقل کا خط جلد اختتامی قیمت تک پہنچتا ہے۔ یوں وقتی مستقل کسی بھی دور کے رد عمل کے دورانیے کی ناپ ہے۔

مثال 7.1: شکل 7.4 میں مزاحمت اور بے بار برق گیر سلسلہ وار جڑے ہیں۔ لمحہ  $t = 0$  پر سوئچ<sup>14</sup> چالو کرتے ہوئے انہیں مستقل منبع دباؤ  $V_I$  کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ برق گیر کا دباؤ  $v(t)$  اور رو  $i(t)$  دریافت کریں۔

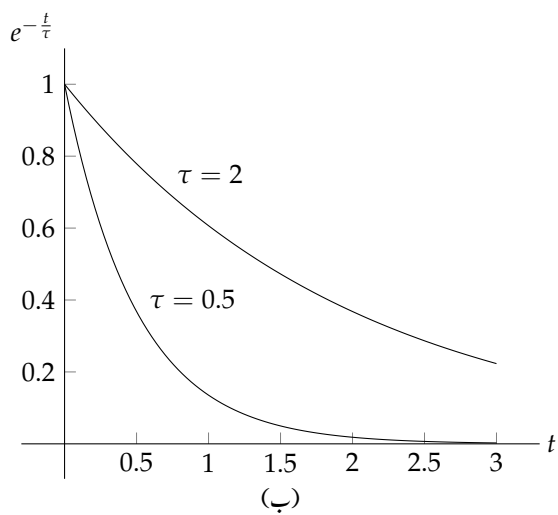
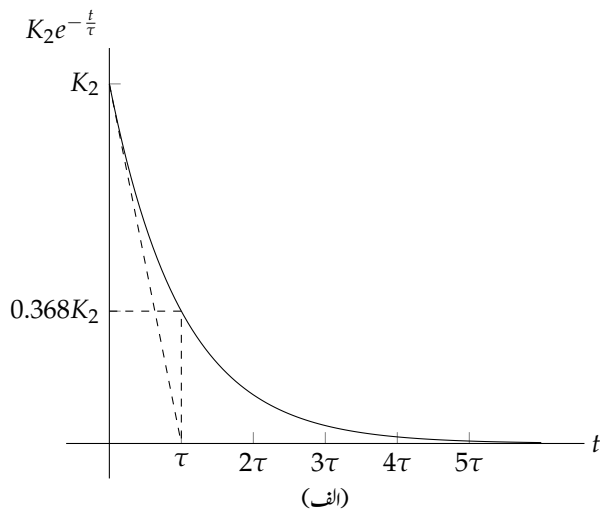
<sup>11</sup> time constant

<sup>12</sup> steady state solution

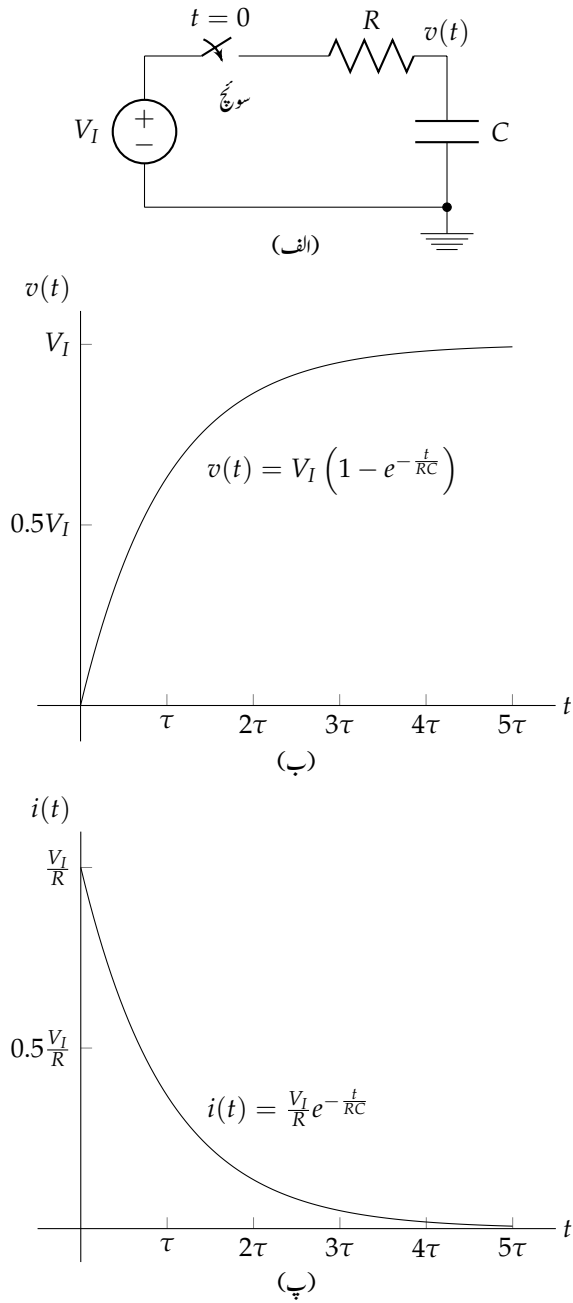
<sup>13</sup> exponential decaying

<sup>14</sup> اس طرز کے سوئچ کا پورا نام ایک قطب ایک چال سوئچ ہے۔

<sup>15</sup> switch, spst, single pole single throw



شکل 7.3: وقتی مستقل



شکل 7.4: مثال 7.1 کا دورہ، دیا اور رو۔

حل: سوئچ چالو کرنے سے پہلے برق گیر بے بار ہے لہذا اس پر دباؤ صفر کے برابر ہے۔ صفحہ 250 پر مساوات 6.11 کے تحت  $v_C(0+) = v_C(0-)$  ہو گا یعنی یوں سوئچ چالو کرنے کے فوراً بعد برق گیر کا دباؤ صفر ہی ہو گا۔ سوئچ چالو کرنے کے بعد دباؤ جوڑ  $v(t)$  کے استعمال سے کر خوف مساوات رو لکھتے ہیں

$$\frac{v(t) - V_I}{R} + C \frac{dv(t)}{dt} = 0$$

جسے ترتیب دیتے ہوئے

$$(7.13) \quad \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{RC} = \frac{V_I}{RC}$$

لکھا جاسکتا ہے جو عمومی مساوات 7.4 کی طرح ہے۔ چونکہ  $V_I$  مستقل قیمت ہے لہذا اس مساوات کا جبری حل

$$v_j(t) = K_1$$

تصور کیا جاسکتا ہے جسے مساوات 7.13 میں پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$\begin{aligned} \frac{dK_1}{dt} + \frac{K_1}{RC} &= \frac{V_I}{RC} \\ 0 + \frac{K_1}{RC} &= \frac{V_I}{RC} \end{aligned}$$

یعنی

$$K_1 = V_I$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں جبری حل درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_j(t) = V_I$$

اس نتیجے کے تحت سوئچ چالو کرنے کے بہت دیر بعد برق گیر پر دباؤ عین منبع دباؤ کے برابر ہو گا۔ شکل کو دیکھتے ہوئے اسی نتیجے تک یوں پہنچا جاسکتا ہے کہ سوئچ چالو کرنے کے بعد دور میں رو کی وجہ سے برق گیر پر بار جمع ہونا شروع ہو جائے گا۔ جب تک برق گیر کا دباؤ منبع کے دباؤ سے کم ہو، مزاحمت پر دباؤ پایا جائے گا لہذا اس میں رو پائی جائے گی۔ یہ رو برق گیر پر جمع بار میں اضافہ کرتی رہے گی۔ عین اس وقت جب برق گیر اور منبع کے دباؤ برابر ہو جائیں، رو کی قیمت صفر ہو جائے گی اور برق گیر کا دباؤ اسی قیمت پر ابد تک برقرار رہے گا۔

آئیں اب فطری حل دریافت کریں۔ فطری حل ہم جنسی مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 7.13 کے دائیں بازو کو صفر کے برابر پُر کرنے سے ہم جنسی مساوات

$$(7.14) \quad \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{RC} = 0$$

حاصل ہوتی ہے۔ اس کو

$$\frac{dv(t)}{v(t)} = -\frac{dt}{RC}$$

لکھتے ہوئے مکمل لینے سے

$$\ln v(t) = -\frac{t}{RC} + c$$

یعنی

$$v_f(t) = K_2 e^{-\frac{t}{RC}}$$

فطری حل حاصل ہوتا ہے۔ جبری اور فطری حل کا مجموعہ مکمل حل ہو گا۔

$$v(t) = V_I + K_2 e^{-\frac{t}{RC}}$$

مکمل حل میں نامعلوم مستقل کو ابتدائی شرائط<sup>16</sup> سے حاصل کرتے ہیں جس کے تحت  $t = 0_+$  پر  $v_C(0_+) = 0$  کی قیمت معلوم ہے۔ ان قیمتوں کو درج بالا مساوات میں پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$0 = V_I + K_2 e^{-\frac{0}{RC}}$$

$$0 = V_I + K_2$$

یعنی

$$K_2 = -V_I$$

حاصل ہوتا ہے۔

جبری حل اور فطری حل کا مجموعہ مکمل حل دیتا ہے

$$\begin{aligned} v(t) &= v_i(t) + v_f(t) \\ &= V_I \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \\ &= V_I \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \end{aligned} \tag{7.15}$$

---

initial conditions<sup>16</sup>

درج بالا مساوات میں وقتی مستقل درج ذیل ہے۔

$$(7.16) \quad \tau = RC$$

یوں  $R$  یا  $C$  بڑھانے سے وقتی مستقل بڑھے گا جس سے دور برقرار صورت زیادہ دیر کے بعد اختیار کرے گا۔  
رو  $i(t)$  کو درج بالا مساوات سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} i(t) &= C \frac{dv(t)}{dt} \\ &= CV_I \left( 0 + \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \right) \\ &= \frac{V_I}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned}$$

یہی رو مزاحمت پر اوہم کے قانون کی مدد سے بھی حاصل کی جاسکتی ہے یعنی

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{V_I - v(t)}{R} \\ &= \frac{V_I}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned}$$

مثال 7.2: شکل 7.5 میں لمحہ  $t = 0$  پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے۔ رو کا خط کھینچیں۔

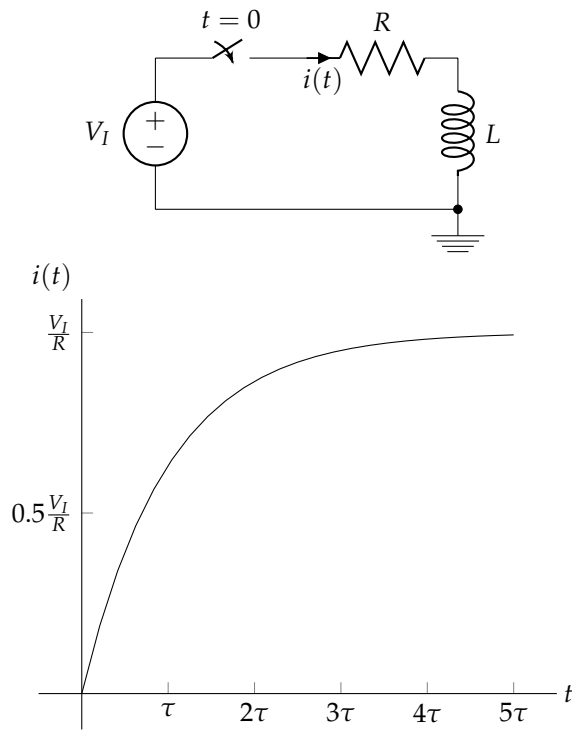
حل: کرخوف مساوات دباؤ

$$V_I = i(t)R + L \frac{di(t)}{dt}$$

کو ترتیب دیتے ہوئے عمومی شکل میں لاتے ہیں

$$(7.17) \quad \frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{V_I}{L}$$





شکل 7.5: مثال 7.2 کے اشکال۔

جس کا جبری حل

$$i_j(t) = K_1$$

ہوگا۔ جبری حل کو عمومی مساوات میں پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$\begin{aligned} \frac{dK_1}{dt} + \frac{R}{L}K_1 &= \frac{V_I}{L} \\ 0 + \frac{R}{L}K_1 &= \frac{V_I}{L} \end{aligned}$$

یعنی

$$K_1 = \frac{V_I}{R}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے جبری حل درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$i_j(t) = \frac{V_I}{R}$$

یہی جواب منطق سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔ چونکہ یک سمتی رو کے لئے امالہ گیر بطور قصر دور کردار ادا کرتا ہے لہذا عارضی دورانیہ گزر جانے کے بعد ہم امالہ گیر کو قصر دور تصور کر سکتے ہیں۔ شکل 7.5 میں امالہ گیر کو قصر دور کرتے ہوئے اوہم کے قانون سے  $i_j(t) = \frac{V_I}{R}$  لکھا جاسکتا ہے۔

فطری حل حاصل کرنے کی خاطر مساوات 7.17 میں دیے گئے عمومی مساوات کا دایاں ہاتھ صفر کے برابر پُر کرتے ہوئے درج ذیل ہم جنسی مساوات حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = 0$$

اس کو ترتیب دیتے ہوئے

$$\frac{di(t)}{i(t)} = -\frac{R}{L} dt$$

تکمل لینے سے

$$\ln i(t) = -\frac{R}{L}t + c$$

یعنی

$$i_f(t) = K_2 e^{-\frac{R}{L}t}$$

حاصل ہوتا ہے۔

جبری اور فطری حل کا مجموعہ مکمل حل دیتا ہے

$$\begin{aligned} i(t) &= i_i(t) + i_f(t) \\ &= \frac{V_I}{R} + K_2 e^{-\frac{R}{L}t} \\ &= \frac{V_I}{R} + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned} \quad (7.18)$$

جہاں وقتی مستقل درج ذیل ہے۔

$$(7.19) \quad \tau = \frac{R}{L}$$

مکمل حل میں نامعلوم مستقل  $K_2$  کو ابتدائی معلومات سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ سوئچ چالو کرنے سے پہلے دور میں رو صفر کے برابر ہے۔ صفحہ 263 پر مساوات 6.21 کے تحت امالہ کی رو بلا جوڑ تفاعل

$$i_L(t_+) = i_L(t_-)$$

ہے لہذا سوئچ چالو کرنے کے فوراً بعد امالہ کی رو وہی ہوگی جو سوئچ چالو کرنے کے فوراً پہلے تھی یعنی لمحہ  $t = 0_+$  پر  $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$  ان معلومات کو مساوات 7.18 میں دیے مکمل حل میں پُر کرنے سے

$$0 = \frac{V_I}{R} + K_2 e^{-\frac{0}{\tau}}$$

یعنی

$$K_2 = -\frac{V_I}{R}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں مکمل حل درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$(7.20) \quad i(t) = \frac{V_I}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

رو کے خط کو شکل 7.5-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 7.3: ازل سے شکل 7.6 میں ایک قطب دو چال سوئچ<sup>17</sup> اسی جگہ پر ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر اس کی جگہ تبدیل کرتے ہوئے  $5 \text{ k}\Omega$  مزاحمت کو زمین کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ برق گیر پر دباؤ دریافت کریں۔

حل: ازل سے دور منبع کے ساتھ جڑا رہا ہے۔ یوں دور برقرار حالت میں ہوگا اور برق گیر کو کھلا دور تصور کیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے شکل-ب حاصل ہوتی ہے جہاں سے تقسیم دباؤ کے کلیے سے برق گیر کا ابتدائی دباؤ درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_C(0_-) = 20 \left( \frac{15 \text{ k}\Omega}{5 \text{ k}\Omega + 15 \text{ k}\Omega} \right) = 15 \text{ V}$$

برق گیر کا دباؤ بلا جوڑ ہے لہذا

$$v_C(0_+) = v_C(0_-) = 15 \text{ V} \quad \text{ابتدائی حالت}$$

ہوگا۔ لمحہ  $t = 0$  کے بعد کی صورت شکل-پ میں دکھائی گئی ہے۔ ہمیں اس شکل میں  $v(t)$  درکار ہے جسے کرخوف مساوات رو کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{v_C(t)}{5000} + \frac{v_C(t)}{15000} + 200 \times 10^{-6} \frac{dv_C(t)}{dt} = 0$$

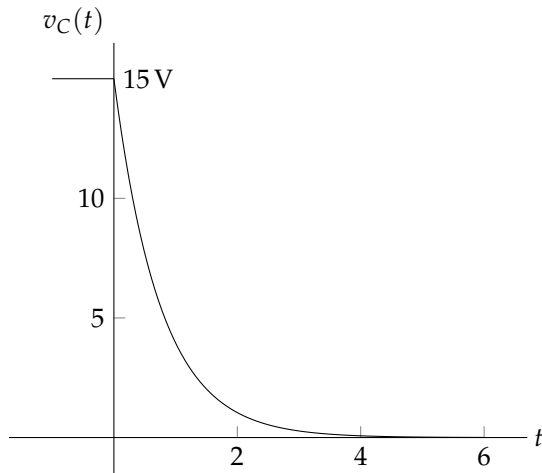
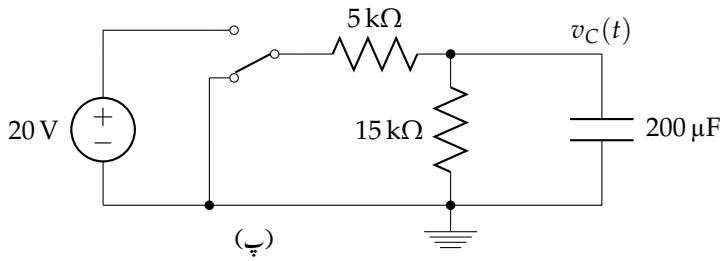
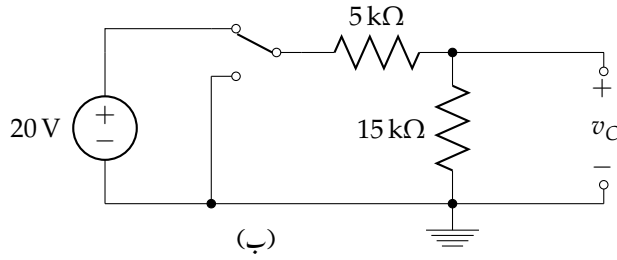
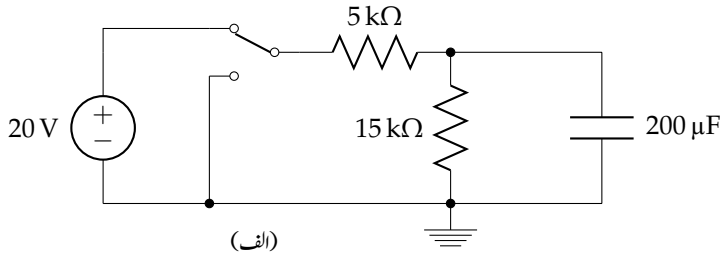
اس ہم جنسی مساوات کو ترتیب دیتے ہوئے

$$\frac{dv_C(t)}{v_C(t)} = -\frac{4}{3} dt$$

لکھا جاسکتا ہے جس کا تکمل

$$\ln v_C(t) = -\frac{4}{3}t + c$$

<sup>17</sup> single pole double throw switch, spdt



شکل 7.6: مثال 7.3 کے اشکال۔

یا

$$v_C(t) = Ke^{-\frac{4}{3}t}$$

کے برابر ہے جہاں تکمیل کے مستقل کو  $c$  یا  $K$  لکھا گیا ہے۔ ابتدائی حالت کی معلومات اس مساوات میں پُر کرتے ہوئے

$$15 = Ke^0$$

سے  $K$  کی قیمت درج ذیل

$$K = 15$$

حاصل ہوتی ہے۔ یوں

$$v_C(t) = 15e^{-\frac{4}{3}t}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں وقتی مستقل  $\tau = \frac{3}{4}$  کے برابر ہے۔ یوں سوئچ چالو کرنے کے 0.75 s بعد برق گیر کا دباؤ ابتدائی قیمت کے 36.8% یعنی  $0.368 \times 15 = 5.52 \text{ V}$  ہو گا۔

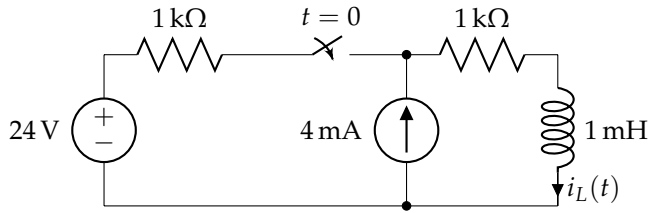
مثال 7.4: ازل سے شکل 7.7 میں سوئچ غیر چالو تھا جسے  $t = 0$  پر چالو کیا جاتا ہے۔ امالہ گیر کی رو  $i_L(t)$  دریافت کریں۔

حل: غیر چالو سوئچ کی صورت میں منبع رو کی تمام رو امالہ گیر سے گزرتی ہے لہذا

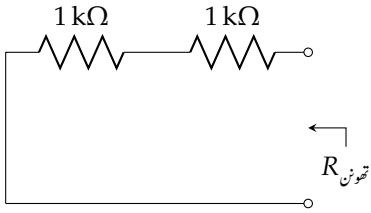
$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = 4 \text{ mA}$$

ہو گا۔ اس دور کو مسئلہ تھونن کی مدد سے حل کرتے ہیں۔ یوں امالہ کو بوجھ تصور کرتے ہوئے بقایا دور کا تھونن مساوی حاصل کرتے ہیں۔ تھونن دباؤ حاصل کرنے کی خاطر بوجھ کو کھلے دور کیا جاتا ہے جس سے شکل 7.7-ب حاصل ہوتی ہے۔ اس شکل میں منبع رو کی تمام رو بائیں مزاحمت اور منبع دباؤ سے گزرے گی لہذا مزاحمت پر 4 V کا دباؤ ہو گا۔ یوں

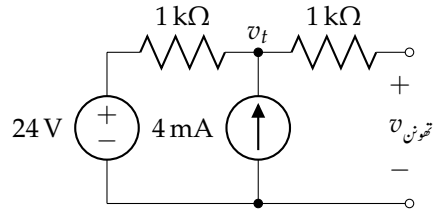
$$v_t = v_{\text{تھونن}} = 24 \text{ V} + 4 \text{ V} = 28 \text{ V}$$



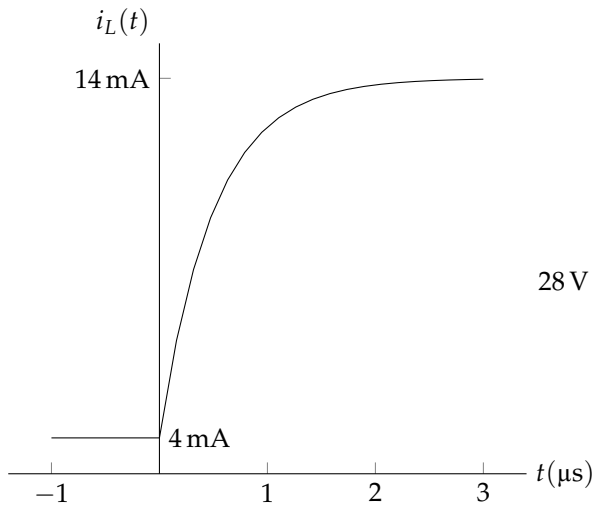
(الف)



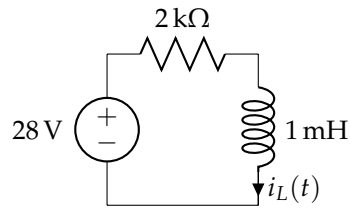
(پ)



(ب)



(ث)



(ت)

شکل 7.7: مثال 7.4 کے اشکال۔

لکھا جاسکتا ہے۔ یاد رہے کہ بالائی دائیں مزاحمت میں رو صفر کے برابر ہے لہذا اس پر دباؤ بھی صفر ہوگا اور یوں  $v_t$  اور تھون  $v$  برابر ہوں گے۔

منبع دباؤ کو قصر دور اور منبع رو کو کھلے دور کرتے ہوئے شکل-پ حاصل ہوتی ہے جسے دیکھتے ہوئے تھون مزاحمت

$$R_{\text{تھون}} = 2 \text{ k}\Omega$$

لکھی جاسکتی ہے۔

تھون مساوی دور استعمال کرتے ہوئے شکل-الف کو شکل-ت کی طرز پر بنایا جاسکتا ہے۔ شکل-ت کی کرخوف مساوات

$$28 = 2000i(t) + 0.001 \frac{di(t)}{dt}$$

کو عمومی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\frac{di(t)}{dt} + 2 \times 10^6 i(t) = 28000$$

اس مساوات کا جبری حل

$$i_j(t) = K_1 = 14 \text{ mA}$$

حاصل ہوتا ہے اور اس کا فطری حل

$$i_f(t) = K_2 e^{-2 \times 10^6 t}$$

ہے۔ یوں امالہ گیر کے رو کا مکمل حل

$$i(t) = 0.014 + K_2 e^{-2 \times 10^6 t}$$

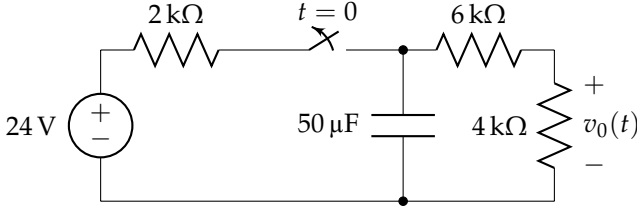
ہے۔ ابتدائی معلومات کو اس مساوات میں حل کرتے ہوئے

$$0.004 = 0.014 + K_2 e^0$$

سے

$$K_2 = -10 \text{ mA}$$





شکل 7.8: مشق 7.1 کا دور۔

حاصل ہوتا ہے۔ یوں مکمل حل درج ذیل ہے۔

$$(7.21) \quad i_L(t) = 0.014 - 0.01e^{-2 \times 10^6 t}$$

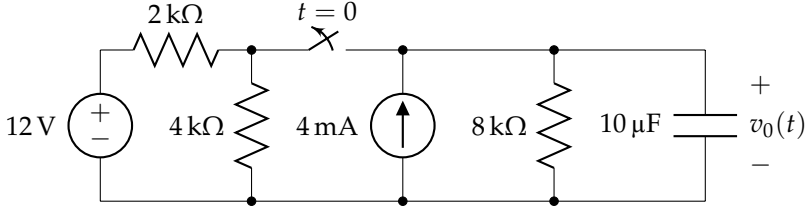
اس مساوات کا وقتی مستقل  $\tau = 0.5 \mu s$  ہے۔ یوں تقریباً  $5\tau = 2.5 \mu s$  میں دور پہلی برقرار حالت سے دوسری برقرار حالت اختیار کر پاتا ہے۔ مساوات 7.21 کو شکل-ٹ میں دکھایا گیا ہے۔

مشق 7.1: شکل 7.8 میں ازل سے چالو سوئچ کو لمحہ  $t = 0$  پر منقطع کیا جاتا ہے۔ برق گیر پر ابتدائی دباؤ دریافت کرتے ہوئے  $v_0(t)$  دریافت کریں۔ اس دور کا وقتی مستقل کیا ہے۔

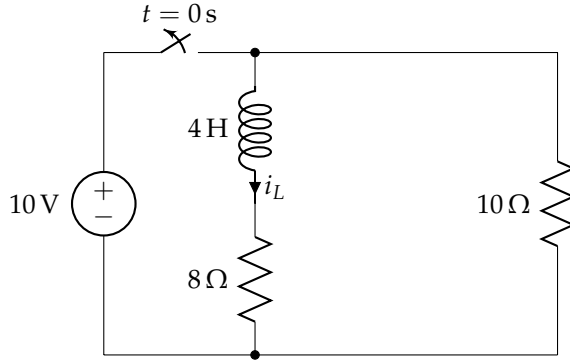
$$\text{جوابات: } \tau = 0.5 \text{ s} , v_0(t) = 8e^{-\frac{t}{0.5}} \text{ V} , v_C(0_+) = 20 \text{ V}$$

مشق 7.2: شکل 7.9 میں ازل سے چالو سوئچ کو لمحہ  $t = 0$  پر منقطع کیا جاتا ہے۔ برق گیر پر ابتدائی دباؤ دریافت کرتے ہوئے  $v_0(t)$  دریافت کریں۔

$$\text{جوابات: } v_0(t) = 32 - \frac{144}{7}e^{-\frac{100t}{7}} \text{ V} , v_0(0_+) = \frac{80}{7} \text{ V}$$



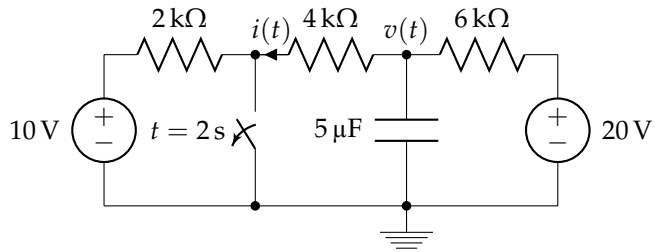
شکل 7.9: مشق 7.2 کا دور۔



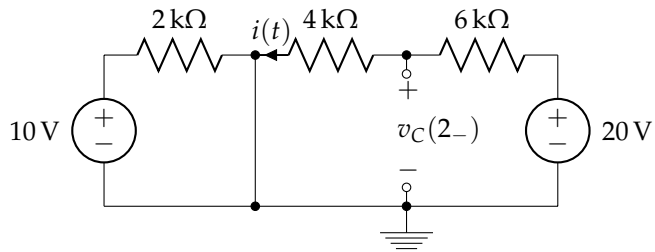
شکل 7.10: مشق 7.3 کا دور۔

مشق 7.3: شکل 7.10 میں ازل سے چالو سوئچ کو لمحہ  $t = 0$  پر منقطع کیا جاتا ہے۔ امالہ گیر میں ابتدائی رو دریافت کرتے ہوئے  $i_L(t)$  دریافت کریں۔ دور کا وقتی مستقل حاصل کریں۔

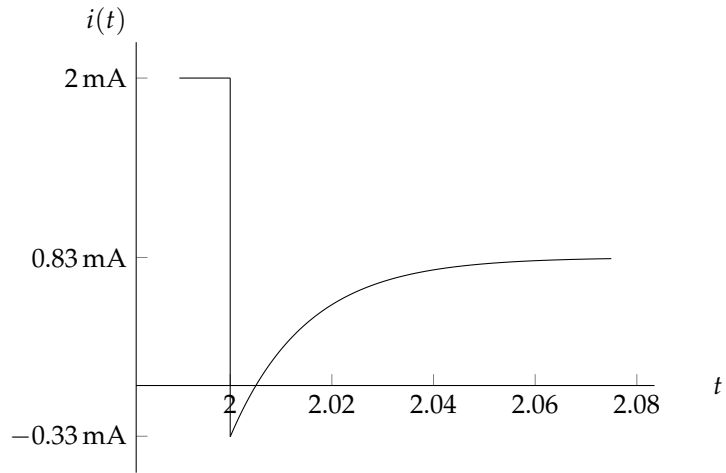
جوابات:  $i_L(t) = 1.25e^{-3000t}$  A ،  $i_L(0_+) = 1.25$  A ،  $\tau = \frac{1}{3}$  ms



(الف)



(ب)



(پ)

شکل 7.11: مثال 7.5 کے اشکال۔

مثال 7.5: شکل 7.11 میں ازل سے چالو سوئچ لمحہ  $t = 2 \text{ s}$  پر منقطع کیا جاتا ہے۔ رو  $i(t)$  دریافت کریں۔

حل: سوئچ منقطع کرنے سے فوراً پہلے کی صورت حال شکل-ب میں دکھائی گئی ہے۔ چونکہ ازل سے سوئچ چالو تھا لہذا دور برقرار حالت میں ہو گا اور یوں برق گیر کو کھلا دور تصور کیا جائے گا۔ شکل-ب کو دیکھ کر

$$i(t < 2 \text{ s}) = \frac{20}{4000 + 6000} = 2 \text{ mA}$$

اور

$$v_C(2_-) = v_C(2_+) = 20 \left( \frac{4000}{4000 + 6000} \right) = 8 \text{ V}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ سوئچ منقطع ہونے کے بعد کی صورت حال شکل-الف میں دی گئی ہے۔ جوڑ  $v(t)$  پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہوئے

$$\frac{v(t) - 10}{2000 + 4000} + 5 \times 10^{-6} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t) - 20}{6000} = 0$$

ترتیب دینے سے

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{200}{3}v(t) = 1000$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس کے جبری اور فطری حل درج ذیل ہیں

$$v_j(t) = K_1 = 15 \text{ V}$$

$$v_f(t) = K_2 e^{-\frac{200}{3}t}$$

جن کا مجموعہ مکمل حل

$$v(t > 2) = 15 + K_2 e^{-\frac{200}{3}t}$$

دیتا ہے۔ ابتدائی معلومات  $v(2_+) = 8 \text{ V}$  لمحہ  $t = 2 \text{ s}$  پر ہم جانتے ہیں جنہیں درج بالا مساوات میں پُر کرتے ہوئے

$$8 = 15 + K_2 e^{-\frac{200}{3} \times 2}$$

$K_2$  کی قیمت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$K_2 = -7e^{\frac{400}{3}}$$

یوں مکمل حل درج ذیل ہو گا۔

$$v(t > 2) = 15 - 7e^{\frac{200}{3}(2-t)}$$

اب شکل-الف کو دیکھ کر

$$\begin{aligned} i(t > 2) &= \frac{v(t > 2) - 10}{6000} \\ &= \frac{5}{6} - \frac{7}{6}e^{\frac{200}{3}(2-t)} \text{ mA} \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے جو درکار مساوات ہے۔ یوں سوئچ منقطع کرنے سے پہلے اور اس کے بعد کے جوابات سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$i(t) = \begin{cases} 2 \text{ mA} & t < 2 \text{ s} \\ \frac{5}{6} - \frac{7}{6}e^{\frac{200}{3}(2-t)} \text{ mA} & t > 2 \text{ s} \end{cases}$$

جسے شکل-پ میں دکھایا گیا ہے جہاں سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سوئچ منقطع کرنے سے پہلے برقرار رو 2 mA تھی جبکہ سوئچ منقطع کرنے کے بعد برقرار حالت میں رو 0.83 mA ہے۔

---

