

## برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی  
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد  
khalidyousafzai@comsats.edu.pk



## عنوان

1	1	بنیاد
1	1.1	برقی بار، برقی رو اور برقی دباؤ . . . . .
6	1.2	قانون اوہم . . . . .
8	1.3	توانائی اور طاقت . . . . .
15	1.4	برقی پڑے . . . . .
15	1.4.1	غیر تابع منبع . . . . .
17	1.4.2	تابع منبع . . . . .
27	2	مزا جہتی ادوار
27	2.1	قانون اوہم . . . . .
35	2.2	قوانین کرخوف . . . . .
51	2.3	سلسلہ وار جڑے پڑوں میں رو . . . . .
52	2.4	تقسیم دباؤ . . . . .
55	2.5	متعدد سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت . . . . .
58	2.6	سلسلہ وار متعدد منبع دباؤ اور مزاحمت . . . . .
59	2.7	متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے . . . . .
61	2.8	تقسیم رو اور متعدد متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت . . . . .
68	2.9	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت . . . . .
73	2.10	تخصیص مزاحمت . . . . .
76	2.11	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل . . . . .
84	2.12	ستارہ-تکون تبادلہ . . . . .
91	2.13	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار . . . . .
101	3	ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب
101	3.1	تجزیہ جوڑ . . . . .
104	3.2	غیر تابع منبع روا استعمال کرنے والے ادوار . . . . .
117	3.3	تابع منبع روا استعمال کرنے والے ادوار . . . . .
123	3.4	غیر تابع منبع دباؤ استعمال کرنے والے ادوار . . . . .

132 . . . . .	تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار . . . . .	3.5
139 . . . . .	دائری تجزیہ . . . . .	3.6
140 . . . . .	غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار . . . . .	3.7
148 . . . . .	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار . . . . .	3.8
154 . . . . .	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار . . . . .	3.9
158 . . . . .	دائری ترکیب اور ترکیب جوڑ کا موازنہ . . . . .	3.10

161	حسابی ایپلیفائر	4
171 . . . . .	کامل حسابی ایپلیفائر	4.1
171 . . . . .	منفی ایپلیفائر	4.2
174 . . . . .	مثبت ایپلیفائر	4.3
176 . . . . .	مستقام کار	4.4
176 . . . . .	منفی کار	4.5
178 . . . . .	جمع کار	4.6
181 . . . . .	متوازن اور غیر متوازن صورت	4.7
185 . . . . .	موازنہ کار	4.8
185 . . . . .	آلاتی ایپلیفائر	4.9

187	مسئلے	5
187 . . . . .	مساوی دور	5.1
187 . . . . .	مسئلہ خطیت	5.2
191 . . . . .	مسئلہ نفاذ	5.3
201 . . . . .	مساوی ادوار	5.4
206 . . . . .	مسئلہ تھون، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ متبادلہ منبع	5.5
225 . . . . .	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	5.6
231 . . . . .	تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں استعمال کرنے والے ادوار	5.7
239 . . . . .	زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ	5.8

247	برق گیر اور امالہ گیر	6
247 . . . . .	برق گیر	6.1
261 . . . . .	امالہ گیر	6.2
270 . . . . .	برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات	6.3
273 . . . . .	سلسلہ وار جڑے برق گیر	6.4
277 . . . . .	متوازی جڑے برق گیر	6.5
281 . . . . .	سلسلہ وار امالہ گیر	6.6
283 . . . . .	متوازی امالہ گیر	6.7
287 . . . . .	حسابی ایپلیفائر کے RC ادوار	6.8
288 . . . . .	تفرق کار	6.9

293	عارضی رد عمل	7
293 . . . . .	تعارف	7.1
293 . . . . .	ایک درجی ادوار	7.2

295	7.2.1 رد عمل کی عمومی مساوات
321	7.3 دھڑکن
328	7.4 دو درجی ادوار
359	8 برقرار حالت بدلتی رو
359	8.1 مخلوط اعداد
364	8.2 سائن نما تفاعل
373	8.3 سائن نما اور مخلوط جبری تفاعل
381	8.4 دوری سمتیہ
386	8.5 مزاحمت، امالہ گیر اور برقی گیر کے انفرادی دوری سمتی تعلق
396	8.6 برقی رکاوٹ اور برقی فراوانی
409	8.7 دوری سمتیت کے اشکال
419	8.8 کر خوف مساوات
424	8.9 تجزیاتی تراکیب
443	9 برقرار برقی طاقت
443	9.1 لمبائی طاقت
446	9.2 اوسط طاقت
453	9.3 زیادہ سے زیادہ اوسط طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ
463	9.4 موثر قیمت
472	9.5 جزو طاقت
476	9.6 مخلوط طاقت
484	9.7 جزو طاقت کی درستی
489	9.8 برقی جھٹکا
491	9.9 نم زمین
492	9.10 ایک دور کا نظام
497	9.11 حفاظتی تدابیر
499	10 مقناطیسی جڑے ادوار
499	10.1 مشترکہ امالہ
517	10.2 مشترکہ امالہ میں توانائی کا ذخیرہ
523	10.3 کامل ٹرانسفارمر
547	11 تین دوری نظام
547	11.1 تین دوری ستارہ دیاو
553	11.2 ستارہ ستارہ (YY) جوڑ
561	11.3 تین دوری ٹکونی (Δ) دیاو
566	11.4 ٹکونی بوجھ
571	11.5 طاقت کے کلیات
580	11.6 جزو طاقت کی درستی

585	12	تعددی رد عمل
596 . . . . .	12.1	جال
598 . . . . .	12.2	صفر اور قطب
601 . . . . .	12.3	سائن نما تعددی تجزیہ
601 . . . . .	12.3.1	یوڈا خطوط
622 . . . . .	12.4	گنگی ادوار
656 . . . . .	12.5	چیلنی
669	13	لاپلاس بدل
669 . . . . .	13.1	تعریف
670 . . . . .	13.2	تفاعل کیتائی
677 . . . . .	13.3	لاپلاس بدل کی جوڑیاں
681 . . . . .	13.4	خواص البدل
686 . . . . .	13.5	الٹ لاپلاس بدل کا حصول
687 . . . . .	13.5.1	جزوی کسری پھیلاؤ
698 . . . . .	13.6	تکمل الجھاؤ
701 . . . . .	13.7	مسئلہ ابتدائی قیمت اور مسئلہ اختتامی قیمت
705	14	ادوار کا حل بذریعہ لاپلاس بدل
705 . . . . .	14.1	ادوار کا حل
707 . . . . .	14.2	پرزوں کے مساوی لاپلاسی ادوار
710 . . . . .	14.3	تجزیاتی تراکیب

## باب 14

### ادوار کا حل بذریعہ لاپلاس بدل

#### 14.1 ادوار کا حل

لاپلاس بدل کا استعمال دیکھنے کی خاطر شکل 14.1 میں  $RL$  دور کو حل کرتے ہوئے  $i(t)$  دریافت کرتے ہیں۔ دور کی کرخوف مساوات لکھتے ہیں۔

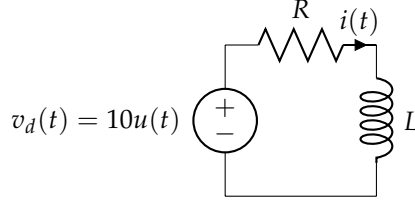
$$v_d(t) = i(t)R + L \frac{di(t)}{dt}$$

اس دور کے فطری حل اور جبری حل کا مجموعہ درکار حل ہو گا۔ لاپلاس بدل سے دور حل کرتے ہوئے مکمل حل ایک ہی بار میں حاصل ہوتا ہے۔ درج بالا مساوات کے دونوں اطراف کا لاپلاس بدل لیتے ہیں۔

$$\mathcal{L}[10u(t)] = R\mathcal{L}[i(t)] + L\mathcal{L}\left[\frac{di(t)}{dt}\right]$$

صفحہ 680 پر جدول 13.1 اور صفحہ 684 پر جدول 13.2 کی مدد لیتے ہیں۔

$$\frac{10}{s} = RI(s) + L[sI(s) - i(0)]$$



شکل 14.1: سلسلہ وار RL دور۔

چونکہ  $i(0) = 0 \text{ A}$  ہے لہذا

$$\frac{10}{s} = RI(s) + sLI(s)$$

یعنی

$$I(s) = \frac{10}{s(sL + R)}$$

یا

$$I(s) = \frac{10}{R} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right)$$

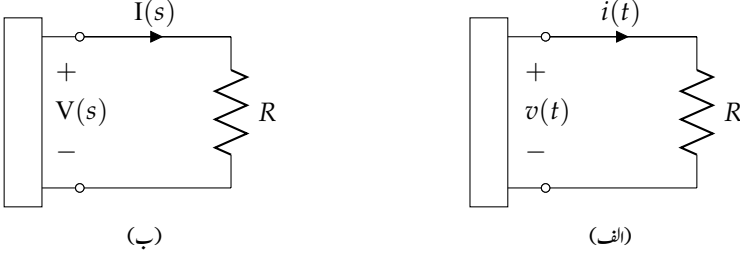
حاصل ہوتا ہے جہاں جزوی کسری پھیلاؤ لکھی گئی ہے۔ درج بالا سے وقتی تعامل لکھتے ہیں۔

$$i(t) = \frac{10}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) u(t)$$

آپ نے دیکھا کہ مکمل حل ایک وقت حاصل ہوتا ہے۔ دور کی ابتدائی معلومات لاپلاس بدل لیتے وقت استعمال کی جاتی ہے۔

جیسا آپ نے دیکھا، لاپلاس بدل سے تفرقی و تکمیلی مساوات الجبرائی مساوات میں تبدیل ہو جاتی ہے جس سے درکار تعامل کا لاپلاس بدل نہایت آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔ حاصل تعامل کا الٹ لاپلاس بدل وقتی تعامل دیتا ہے۔ الٹ لاپلاس بدل جدول کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے۔





شکل 14.2: وقتی اور مخلوط تعددی دائرہ کار میں مزاحمت کا اظہار۔

## 14.2 پروزوں کے مساوی لاپلاسی ادوار

برقی پروزوں کی خصوصیات سے ان کے مساوی لاپلاسی ادوار حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ تمام پروزوں کے دباؤ بالمقابل رو تعلق لکھتے ہوئے انفعالی رانج سمت استعمال کئے گئے ہیں۔ مزاحمت کے دباؤ اور رو کا تعلق

$$(14.1) \quad v(t) = Ri(t)$$

ہے۔ دونوں اطراف کا لاپلاس بدل لیتے ہوئے اس تعلق کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(14.2) \quad V(s) = RI(s)$$

شکل 14.2 میں مزاحمت کے دباؤ بالمقابل کا تعلق وقتی دائرہ کار اور مخلوط تعددی دائرہ کار میں دکھائے گئے ہیں۔

برق گیر کے تعلقات

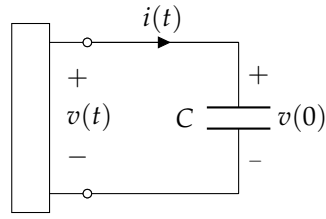
$$(14.3) \quad v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + v(0)$$

$$(14.4) \quad i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

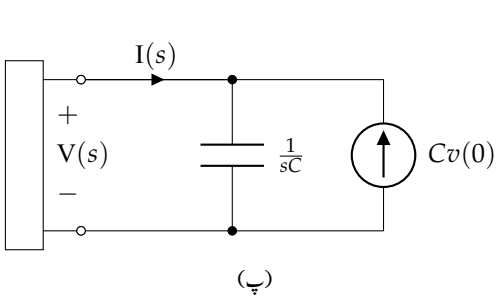
ہیں۔ دونوں اطراف کا لاپلاس بدل لیتے ہوئے مخلوط تعددی دائرہ کار میں تعلقات حاصل ہوتے ہیں جنہیں شکل 14.3 میں دکھایا گیا ہے۔ ابتدائی معومات سے پیدا منبع رو کی سمت اور منبع دباؤ کے قطب پر غور کریں۔ ابتدائی رو کی سمت الٹ کرنے یا ابتدائی دباؤ کے قطب الٹ کرنے سے پیدا منبع رو کی سمت اور منبع دباؤ کے قطب الٹ ہوں گے۔

$$(14.5) \quad V(s) = \frac{I(s)}{sC} + \frac{v(0)}{s}$$

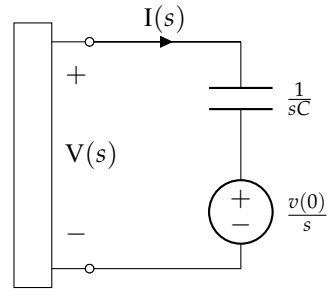
$$(14.6) \quad I(s) = sCV(s) - Cv(0)$$



(الف)

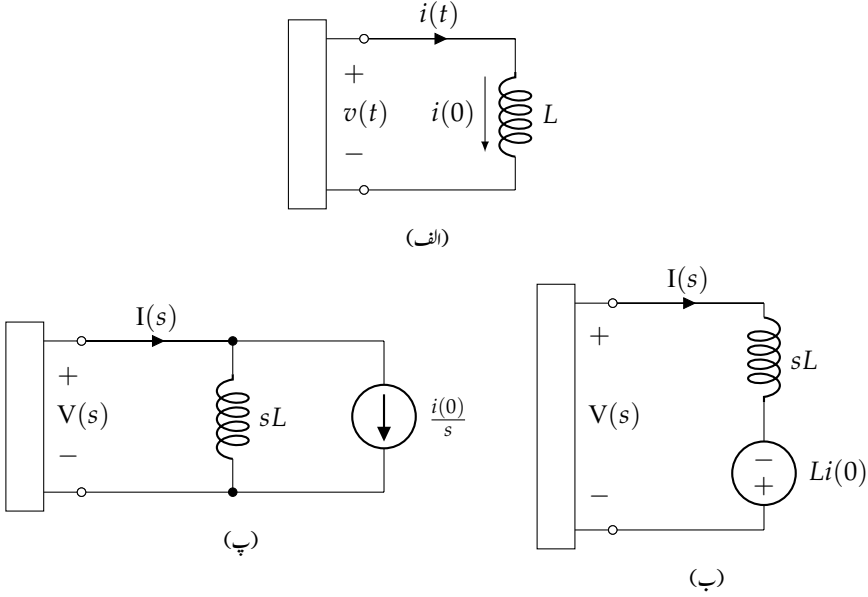


(پ)



(ب)

شکل 14.3: وقتی اور مخلوط تعددی دائرہ کار میں برق گیر کا اظہار۔



شکل 14.4: وقتی اور مخلوط تعددی دائرہ کار میں امالہ گیر کا اظہار۔

امالہ گیر کے تعلقات

$$(14.7) \quad v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$(14.8) \quad i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(t) dt + i(0)$$

ہیں جن سے

$$(14.9) \quad V(s) = sLI(s) - Li(0)$$

$$(14.10) \quad I(s) = \frac{V(s)}{sL} + \frac{i(0)}{s}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ انہیں شکل 14.4 میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی ابتدائی معلومات سے پیدا منبج کا دار و مدار ابتدائی روکی سمت اور ابتدائی دباؤ کے قطب پر ہے۔

شکل میں دکھائے گئے مربوط لچھوں کے تعلق درج ذیل ہیں۔

$$(14.11) \quad v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$(14.12) \quad v_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

یہی مساوات  $s$  دائرہ کار میں درج ذیل لکھے جائیں گے۔

$$(14.13) \quad V_1(s) = sL_1I_1(s) - L_1i_1(0) + sMI_2(s) - Mi_2(0)$$

$$(14.14) \quad V_2(s) = sL_2I_2(s) - L_2i_2(0) + sMI_1(s) - Mi_1(0)$$

تابع اور غیر تابع منبع دباؤ اور منبع رو کو بھی  $s$  دائرہ کار میں ظاہر کیا جاسکتا ہے

$$(14.15) \quad V_1(s) = \mathcal{L}[v_1(t)]$$

$$(14.16) \quad I_2(s) = \mathcal{L}[i_2(t)]$$

اور اگر  $v_1(t) = A_r i_2(t)$  ہو جہاں  $A_r$  افزائش مزاحمت نما ہے تب

$$(14.17) \quad V_1(s) = A_r I_2(s)$$

لکھا جاسکتا ہے۔

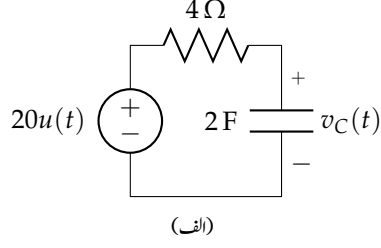
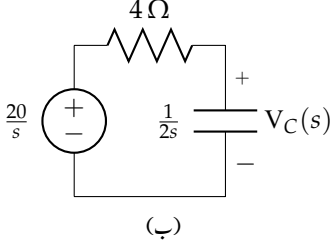
### 14.3 تجزیاتی تراکیب

درج بالا حصے میں ہم نے برقی پروزوں کے  $s$  دائرہ کار میں مساوی ادوار حاصل کئے۔ انہیں استعمال کرتے ہوئے ادوار حل کئے جاسکتے ہیں۔ ایسا کرنے کی خاطر درج ذیل کرنا ہو گا۔

- ابتدائی حالت جاننے کے لئے  $t < 0$  کے لئے دور حل کریں۔ اگر  $t < 0$  میں دور برقرار حالت میں ہو تب برق گیر کو کھلے سر اور امالہ گیر کو قصر دور تصور کرتے ہوئے ابتدائی روا اور ابتدائی دباؤ حاصل کئے جاسکتے ہیں۔

- ابتدائی معلومات شامل کرتے ہوئے تمام پروزوں کی جگہ ان کے مساوی مخلوط تعددی دائرہ کار کے ادوار نسب کریں۔

- کسی بھی ترکیب کو استعمال کرتے ہوئے دور کو حل کریں۔ جوابات  $s$  دائرہ کار میں ہوں گے۔



شکل 14.5: مثال 14.1 کا دور۔

- الٹ لاپلاس بدل لیتے ہوئے وقتی دائرہ کار میں جوابات حاصل کریں۔

مثال 14.1: لاپلاس بدل کی مدد سے شکل 14.5-الف میں  $v_C(t)$  حاصل کریں۔

حل: ابتدائی دباؤ  $v_C(0) = 0V$  ہے۔ تمام پروزوں کی جگہ  $s$  دائرہ کار کے مساوی دور پر کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں تقسیم دباؤ کے کلیے سے برق گیر کا دباؤ لکھتے ہیں۔

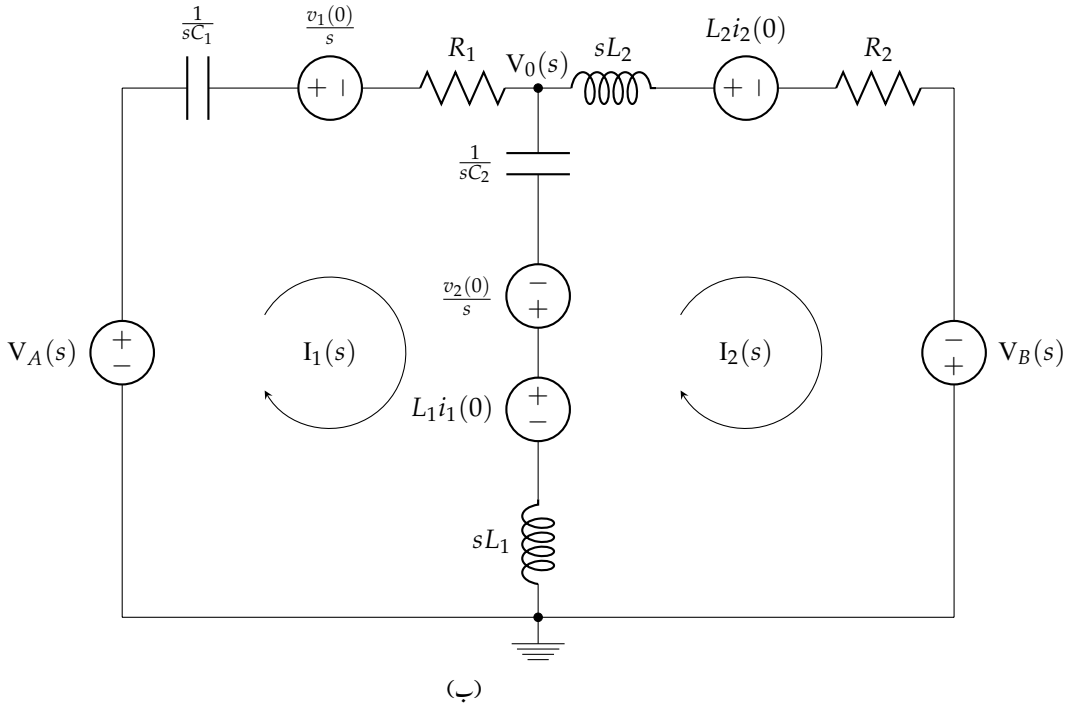
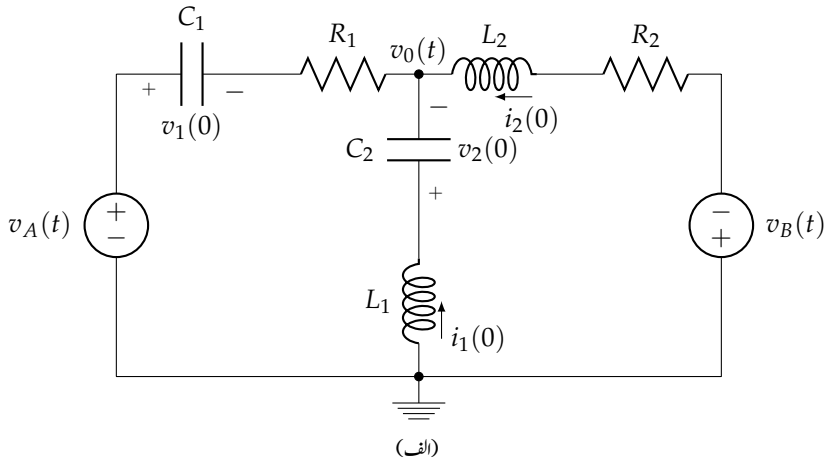
$$V_C(s) = \left( \frac{\frac{1}{2s}}{4 + \frac{1}{2s}} \right) \frac{20}{s}$$

$$= 20 \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{8}} \right)$$

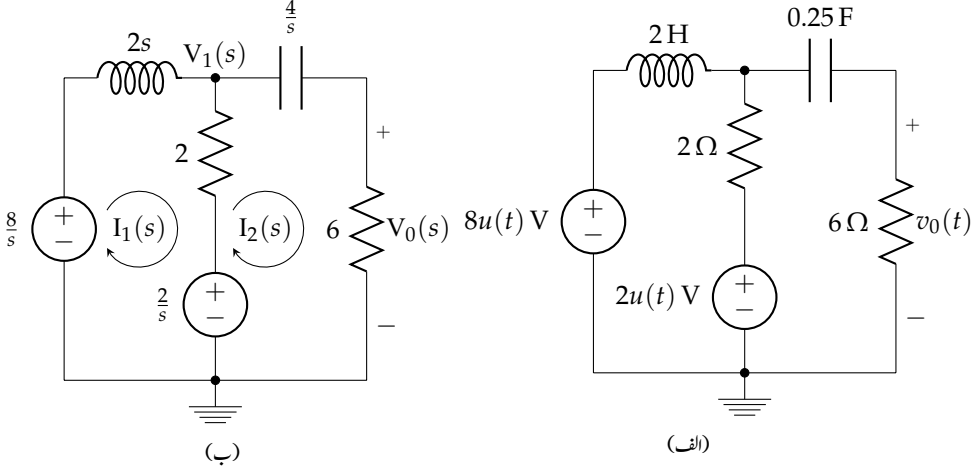
الٹ لاپلاس بدل لیتے ہوئے  $v_C(t)$  حاصل کرتے ہیں۔

$$v_C(t) = 20 \left( 1 - e^{-\frac{t}{8}} \right) u(t)$$

مثال 14.2: شکل 14.6 کے دائری مساوات اور مساوات جوڑ لکھیں۔



شکل 14.6: مثال 14.2 کا دور



شکل 14.7: مثال 14.3 کا دور۔

حل: لاپلاس بدل شکل 14.6-ب میں دکھایا گیا ہے جہاں سے کرنوف دائری مساوات لکھتے ہیں۔

$$I_1(s) \left[ \frac{1}{sC_1} + R_1 + \frac{1}{sC_2} + sL_1 \right] - I_2(s) \left[ \frac{1}{sC_2} + sL_1 \right] = V_A(s) - \frac{v_1(0)}{s} + \frac{v_2(0)}{s} - L_1 i_1(0)$$

$$-I_1(s) \left[ sL_1 + \frac{1}{sC_2} \right] + I_2(s) \left[ sL_1 + \frac{1}{sC_2} + sL_2 + R_2 \right] = V_B(s) + L_1 i_1(0) - \frac{v_2(0)}{s} - L_2 i_2(0)$$

مساوات جوڑ لکھتے ہیں۔

$$\frac{V_0(s) - V_A(s) + \frac{v_1(0)}{s}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} + \frac{V_0(s) + \frac{v_2(0)}{s} - L_1 i_1(0)}{\frac{1}{sC_2} + sL_1} + \frac{V_0(s) - L_2 i_2(0) + V_B(s)}{sL_2 + R_2} = 0$$

مثال 14.3: شکل 14.7-الف میں دور دیا گیا ہے۔ اس کو ہم دائری ترکیب، ترکیب جوڑ، مسئلہ نفاذ، تبادلہ منبع اور مسئلہ تھون کی مدد سے حل کرتے ہیں۔

حل: لاپلاس مساوی شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ ہم جوڑ  $V_1(s)$  کو حاصل کرتے ہوئے  $V_0(s)$  کو تقسیم دباؤ کے کلیے سے حاصل کریں گے۔ مساوات جوڑ لکھتے ہیں

$$\frac{V_1(s) - \frac{8}{s}}{2s} + \frac{V_1(s) - \frac{2}{s}}{2} + \frac{V_1(s)}{6 + \frac{4}{s}} = 0$$

جس سے

$$V_1(s) \left( \frac{1}{2s} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6 + \frac{4}{s}} \right) = \frac{4}{s^2} + \frac{1}{s}$$

یعنی

$$V_1(s) = \frac{2(s+4)(3s+2)}{s(4s^2+5s+2)}$$

حاصل ہوتا ہے۔ تقسیم دباؤ کے کلیے سے  $V_0(s)$  لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} V_0(s) &= \left( \frac{6}{6 + \frac{4}{s}} \right) V_1(s) \\ &= \left( \frac{6s}{6s+4} \right) \left[ \frac{2(s+4)(3s+2)}{s(4s^2+5s+2)} \right] \\ &= \frac{6(s+4)}{4s^2+5s+2} \end{aligned}$$

اس دباؤ کا جزوی کسری پھیلاؤ لکھتے ہوئے وقتی تفاعل حاصل کرنا ہوگا۔ میں یہاں گزارش کروں گا ہوں کہ آپ صفحہ 599 پر مثال 12.3 کو ضرور دیکھیں۔

$$\begin{aligned} V_0(s) &= \frac{6(s+4)}{4(s^2 + \frac{5}{4}s + \frac{1}{2})} \\ &= \frac{6(s+4)}{4(s + \frac{5}{8} + j\frac{\sqrt{7}}{8})(s + \frac{5}{8} - j\frac{\sqrt{7}}{8})} \\ &= \frac{K}{s + \frac{5}{8} + j\frac{\sqrt{7}}{8}} + \frac{K^*}{s + \frac{5}{8} - j\frac{\sqrt{7}}{8}} \end{aligned}$$



مستقل  $K$  اور  $K^*$  حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{6(s+4)}{4(s+\frac{5}{8}-j\frac{\sqrt{7}}{8})} \Big|_{s=-\frac{5}{8}-j\frac{\sqrt{7}}{8}} \\
 &= \frac{3}{4} + j\frac{81}{4\sqrt{7}} \\
 K^* &= \frac{6(s+4)}{4(s+\frac{5}{8}+j\frac{\sqrt{7}}{8})} \Big|_{s=-\frac{5}{8}+j\frac{\sqrt{7}}{8}} \\
 &= \frac{3}{4} - j\frac{81}{4\sqrt{7}}
 \end{aligned}$$

یوں درج ذیل لکھا جائے گا۔

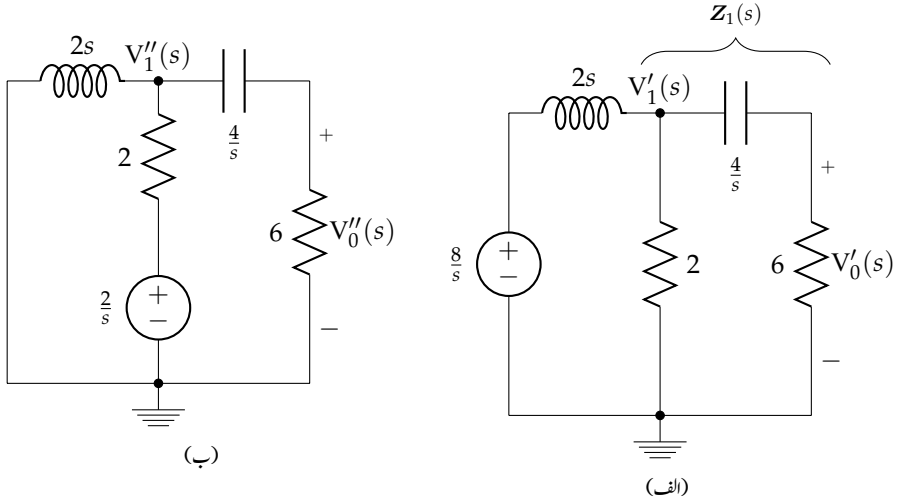
$$V_0(s) = \frac{\frac{3}{4} + j\frac{81}{4\sqrt{7}}}{s + \frac{5}{8} + j\frac{\sqrt{7}}{8}} + \frac{\frac{3}{4} - j\frac{81}{4\sqrt{7}}}{s + \frac{5}{8} - j\frac{\sqrt{7}}{8}}$$

الٹ لاپلاس بدل لیتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 v_0(t) &= \left( \frac{3}{4} + j\frac{81}{4\sqrt{7}} \right) e^{-(\frac{5}{8}+j\frac{\sqrt{7}}{8})t} + \left( \frac{3}{4} - j\frac{81}{4\sqrt{7}} \right) e^{-(\frac{5}{8}-j\frac{\sqrt{7}}{8})t} \\
 &= e^{-\frac{5}{8}t} \left[ \frac{3}{4} \left( e^{-j\frac{\sqrt{7}}{8}t} + e^{j\frac{\sqrt{7}}{8}t} \right) + j\frac{81}{4\sqrt{7}} \left( e^{-j\frac{\sqrt{7}}{8}t} - e^{j\frac{\sqrt{7}}{8}t} \right) \right] \\
 &= \frac{1}{4} e^{-\frac{5}{8}t} \left[ 6 \cos \left( \frac{\sqrt{7}t}{8} \right) + \frac{162}{\sqrt{7}} \sin \left( \frac{\sqrt{7}t}{8} \right) \right] V
 \end{aligned}$$

آئیں یہی جواب دائری ترکیب سے حاصل کریں۔ دائری مساوات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 I_1(s) (2s+2) - 2I_2(s) &= \frac{8}{s} - \frac{2}{s} \\
 -2I_1(s) + I_2(s) \left( 2 + \frac{4}{s} + 6 \right) &= \frac{2}{s}
 \end{aligned}$$



شکل 14.8: مسئلہ نفاذ سے حل کرتے ہوئے باری باری ایک منبع کو نافذ کیا گیا ہے

ان ہمزا مساوات کا حل درج ذیل ہے

$$I_1(s) = \frac{13s + 6}{4s^3 + 5s^2 + 2s}$$

$$I_2(s) = \frac{s + 4}{4s^2 + 5s + 2}$$

جس سے خارجی دباؤ حاصل ہوتا ہے۔

$$V_0(s) = 6I_2(s) = \frac{6(s + 4)}{4s^2 + 5s + 2}$$

مسئلہ نفاذ سے اب اسی دور کو حل کرتے ہیں۔ شکل 14.8 میں باری باری ایک منبع کو لاگو کیا گیا ہے۔ شکل 14.8-الف کو دیکھ کر  $Z_1(s)$  لکھتے ہیں۔

$$Z_1(s) = \frac{2(6 + \frac{4}{s})}{2 + 6 + \frac{4}{s}} = \frac{3s + 2}{2s + 1}$$

یوں تقسیم دباؤ کے کلیے سے  $V_1'(s)$  لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} V_1'(s) &= \left( \frac{Z_1(s)}{2s + Z_1(s)} \right) \frac{8}{s} \\ &= \left( \frac{\frac{3s+2}{2s+1}}{2s + \frac{3s+2}{2s+1}} \right) \frac{8}{s} \\ &= \frac{\frac{8}{s}(3s+2)}{4s^2 + 5s + 2} \end{aligned}$$

تقسیم دباؤ کے کلیے کو دوبارہ استعمال کرتے ہوئے  $V_1'(s)$  سے  $V_0''(s)$  لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} V_0''(s) &= \left( \frac{6}{6 + \frac{4}{s}} \right) V_1'(s) \\ &= \left( \frac{3s}{3s+2} \right) \frac{\frac{8}{s}(3s+2)}{4s^2 + 5s + 2} \\ &= \frac{24}{4s^2 + 5s + 2} \end{aligned}$$

اب شکل 14.8-ب سے دوسرے منبع سے پیدا  $V_0''(s)$  حاصل کرتے ہیں۔ یہاں  $2s$  اور  $(6 + \frac{4}{s})$  متوازی جڑے ہیں جن کے مساوی کو  $Z_2(s)$  کہہ کر حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} Z_2(s) &= \frac{2s(6 + \frac{4}{s})}{2s + 6 + \frac{4}{s}} \\ &= \frac{2s(3s+2)}{s^2 + 3s + 2} \end{aligned}$$

یوں تقسیم دباؤ کے کلیے سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} V_1''(s) &= \left( \frac{Z_2(s)}{2 + Z_2(s)} \right) \frac{2}{s} \\ &= \left( \frac{\frac{2s(3s+2)}{s^2+3s+2}}{2 + \frac{2s(3s+2)}{s^2+3s+2}} \right) \frac{2}{s} \\ &= \frac{2(3s+2)}{4s^2 + 5s + 2} \end{aligned}$$

اور ایک مرتبہ دوبارہ تقسیم دباؤ سے

$$\begin{aligned} V_0''(s) &= \left( \frac{6}{6 + \frac{4}{s}} \right) V_1''(s) \\ &= \left( \frac{3s}{3s + 2} \right) \frac{2(3s + 2)}{4s^2 + 5s + 2} \\ &= \frac{6s}{4s^2 + 5s + 2} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں دونوں منبع کی موجودگی میں  $V_0(s) = V_0'(s) + V_0''(s)$  ہو گا۔

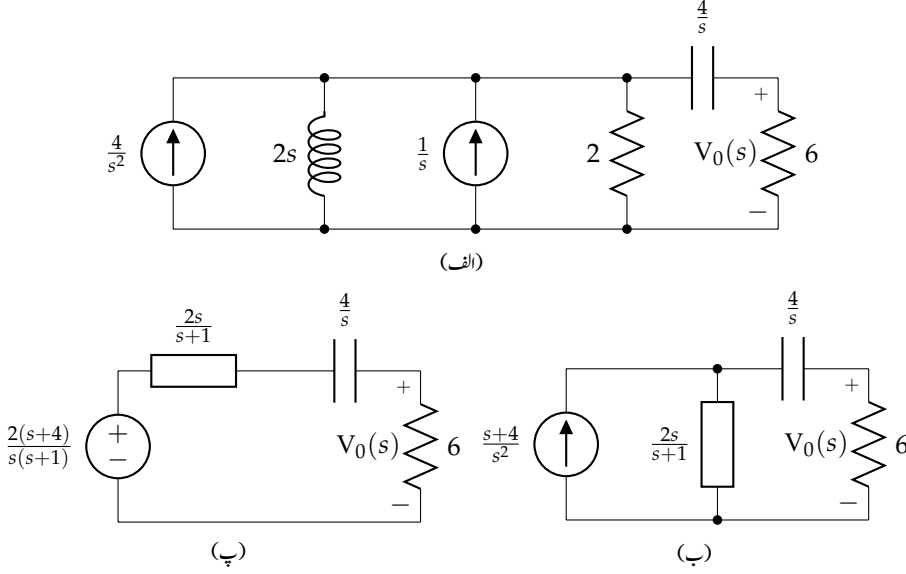
$$\begin{aligned} V_0(s) &= \frac{24}{4s^2 + 5s + 2} + \frac{6s}{4s^2 + 5s + 2} \\ &= \frac{6(s + 4)}{4s^2 + 5s + 2} \end{aligned}$$

آئیں اب شکل 14.7-الف کو تبادلہ منبع سے حل کریں۔ دونوں منبع دباؤ کے مساوی منبع رو نسب کرتے ہوئے شکل 14.9-الف ملتا ہے جہاں منبع دباؤ  $\frac{8}{s}$  اور اس کے سلسلہ وار  $2s$  کو منبع رو  $\frac{4}{s^2} = \frac{8/s}{2s}$  جس کے متوازی  $2s$  جڑا ہے میں تبدیل کیا گیا ہے۔ اسی طرح منبع دباؤ  $\frac{2}{s}$  اور سلسلہ وار  $2$  کو منبع رو  $\frac{1}{s} = \frac{2/s}{2}$  میں تبدیل کیا گیا ہے جس کے متوازی  $2$  نسب ہے۔

شکل 14.9-الف میں متوازی جڑے منبع رو کا مساوی منبع رو  $\frac{s+4}{s^2} = \frac{4}{s^2} + \frac{1}{s}$  ہے۔ اسی طرح منبع کے متوازی  $2$  اور  $2s$  مل کر  $\frac{2(2s)}{2+2s} = \frac{2s}{s+1}$  دیتے ہیں۔ یوں شکل-ب حاصل ہوتا ہے۔

شکل 14.9-ب میں منبع رو  $\frac{s+4}{s^2}$  اور متوازی رکاوٹ  $\frac{2s}{s+1}$  کو سلسلہ وار جڑے منبع دباؤ  $\frac{2(s+4)}{s(s+1)} = \left( \frac{s+4}{s^2} \right) \left( \frac{2s}{s+1} \right)$  اور رکاوٹ  $\frac{2s}{s+1}$  میں تبدیل کرتے ہوئے شکل-پ حاصل ہوتی ہے جس سے تقسیم دباؤ کے کلیے سے  $V_0(s)$  لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} V_0(s) &= \left( \frac{6}{\frac{2s}{s+1} + \frac{4}{s} + 6} \right) \frac{2(s+4)}{s(s+1)} \\ &= \frac{6(s+4)}{4s^2 + 5s + 2} \end{aligned}$$



شکل 14.9: منبع دباؤ کی جگہ منبع رونسب کیا گیا ہے۔

مسئلہ تھون سے حل کرنے کی خاطر شکل 14.7-الف میں سلسلہ وار جڑے  $6\Omega$  اور  $0.25\text{ F}$  کو بوجھ تصور کرتے ہوئے بقایا دور کا تھون مساوی حاصل کرتے ہیں۔ تھون دباؤ شکل 14.10-الف اور تھون رکاوٹ شکل-ب سے حاصل کی جائے گی۔ شکل-الف سے درج ذیل لکھتے

$$I(s) = \frac{\frac{8}{s} - \frac{2}{s}}{2s + 2}$$

$$= \frac{3}{s(s+1)}$$

ہوئے تھون دباؤ حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$V_{\text{تھون}} = \frac{2}{s} + 2I(s)$$

$$= \frac{2}{s} + \frac{6}{s(s+1)}$$

$$= \frac{2(s+4)}{s+1}$$

شکل-ب سے تھونن رکاوٹ حاصل کرتے ہیں۔

$$Z_{\text{تھونن}} = \frac{(2)(2s)}{2 + 2s} \\ = \frac{2s}{s + 1}$$

تھونن دباؤ اور تھونن رکاوٹ استعمال کرتے ہوئے تھونن دور حاصل ہوتا ہے جس کے ساتھ بوجھ جوڑتے ہوئے شکل 14.10-پ حاصل ہوتی ہے جہاں سے تقسیم دباؤ کے کلیے سے  $V_0(s)$  حاصل ہوگا۔

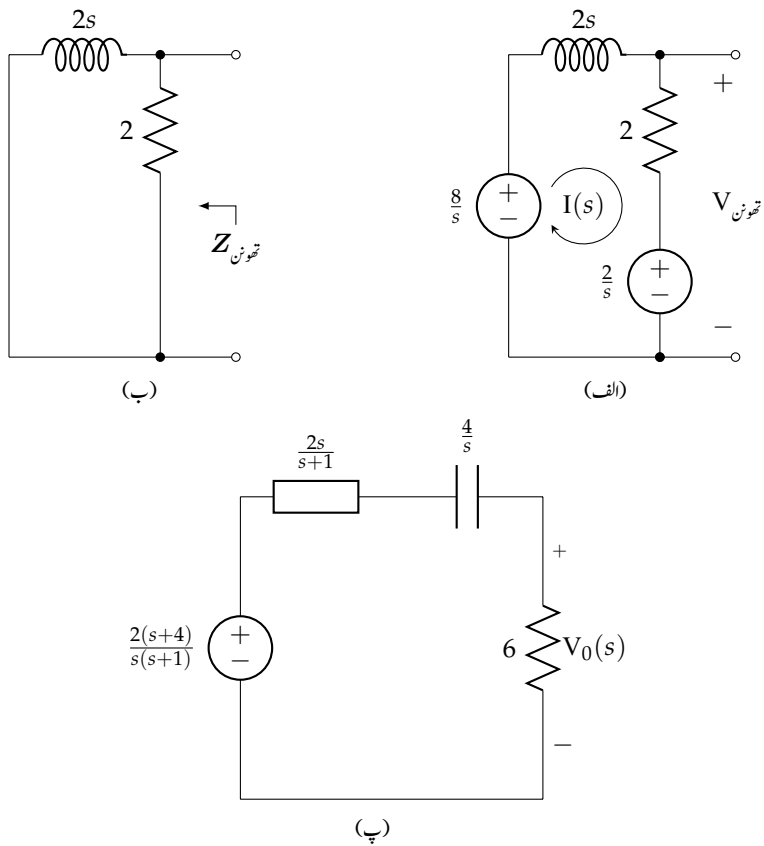
$$V_0(s) = \left( \frac{6}{\frac{2s}{s+1} + \frac{4}{s} + 6} \right) \frac{2(s+4)}{s(s+1)} \\ = \frac{6(s+4)}{4s^2 + 5s + 2}$$

مشق 14.1: شکل 14.7-الف کو مسئلہ نارٹن سے حل کریں۔

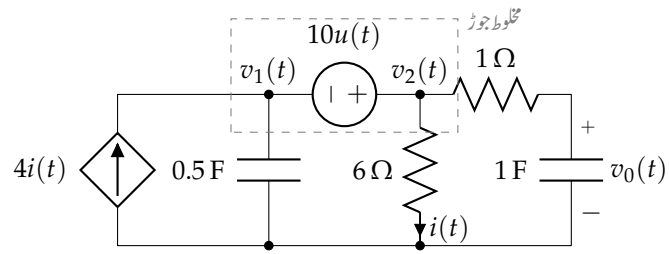
مثال 14.4: شکل 14.11-الف میں  $v_0(t)$  دریافت کریں۔

حل: اگر  $v_2(t)$  معلوم کیا جائے تو  $v_0(t)$  کو تقسیم دباؤ کے کلیے سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اس دور میں مخلوط جوڑ پایا جاتا ہے لہذا مساوات جوڑ کی تعداد کم ہوگی۔ شکل-ب میں لاپلاس بدل دکھایا گیا ہے جس سے کرخوف مساوات جوڑ لکھتے ہیں

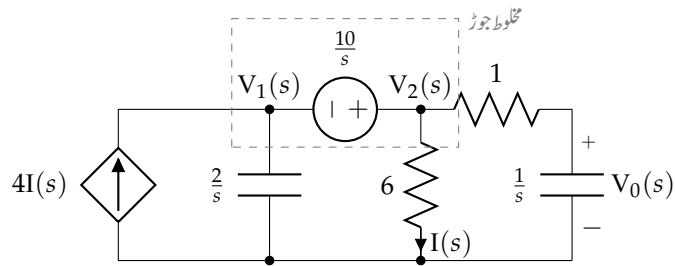
$$\frac{V_2(s)}{6} + \frac{V_2(s)}{1 + \frac{1}{s}} + \frac{V_2(s) - \frac{10}{s}}{\frac{2}{s}} - 4I(s) = 0$$



شکل 14.10: مثال 14.3 کے دور کا تھونن سے حل۔



(الف)



(ب)

شکل 14.11: مثال 14.4 کا دور



جہاں

$$I(s) = \frac{V_2(s)}{6}$$

ہے لہذا

$$\frac{V_2(s)}{6} + \frac{V_2(s)}{1 + \frac{1}{s}} + \frac{V_2(s) - \frac{10}{s}}{\frac{2}{s}} - \frac{4V_2(s)}{6} = 0$$

یعنی

$$\frac{V_2(s)}{6} + \frac{sV_2(s)}{s+1} + \frac{sV_2(s) - 10}{2} - \frac{2V_2(s)}{3} = 0$$

یا

$$V_2(s) = \frac{10(s+1)}{s^2 + 2s - 1}$$

حاصل ہوتا ہے۔ تقسیم دباؤ کے کلیے سے درکار جواب لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} V_0(s) &= V_2(s) \left( \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s}} \right) \\ &= \frac{10(s+1)}{s^2 + 2s - 1} \left( \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s}} \right) \\ &= \frac{10}{s^2 + 2s - 1} \end{aligned}$$

جزوی کسری پھیلاؤ حاصل کرتے ہوئے وقتی دائرہ کار میں دباؤ حاصل ہوگا۔ نسب نما کے جذر  $-1 \mp \sqrt{2}$  ہیں لہذا درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} V_0(s) &= \frac{10}{(s+1-\sqrt{2})(s+1+\sqrt{2})} \\ &= \frac{K_1}{s+1-\sqrt{2}} + \frac{K_2}{s+1+\sqrt{2}} \end{aligned}$$

جس سے

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{10}{s+1+\sqrt{2}} \Big|_{s=-1+\sqrt{2}} \\
 &= \frac{5}{\sqrt{2}} \\
 K_2 &= \frac{10}{s+1-\sqrt{2}} \Big|_{s=-1-\sqrt{2}} \\
 &= -\frac{5}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یوں

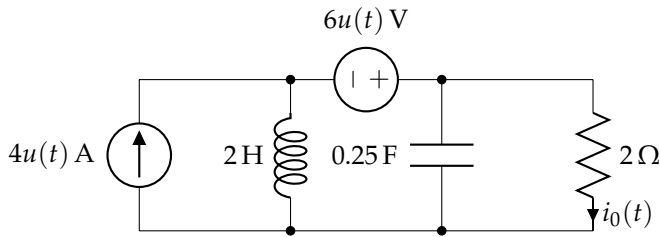
$$V_0(s) = \frac{5}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{s+1-\sqrt{2}} - \frac{1}{s+1+\sqrt{2}} \right)$$

لکھ کر الٹ لاپلاس بدل لیتے ہوئے درکار دباؤ حاصل ہو گا۔

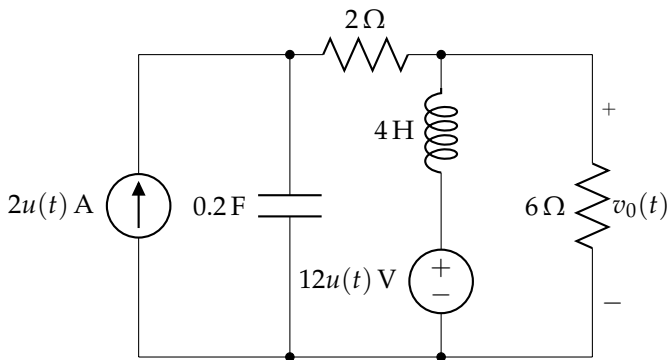
$$\begin{aligned}
 v_0(t) &= \frac{5}{\sqrt{2}} \left[ e^{-(1-\sqrt{2})t} - e^{-(1+\sqrt{2})t} \right] u(t) \\
 &= 5\sqrt{2}e^{-t} \sinh(\sqrt{2}t)u(t) \text{ V}
 \end{aligned}$$

مشق 14.2: شکل 14.12 میں  $i_0(t)$  بذریعہ مساوات جوڑ دریافت کریں۔

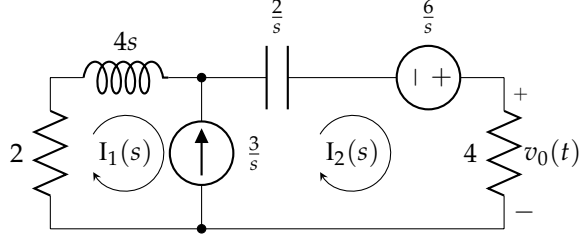
$$i_0(t) = [e^{-t}(5 \sin t - 3 \cos t) + 3]u(t) \text{ A}$$



شکل 14.12: مثال 14.2 کا دورہ



شکل 14.13: مثال 14.3 کا دورہ



شکل 14.14: مثال 14.4 اور مثال 14.5 کا دور۔

مشق 14.3: شکل 14.13 میں  $v_0(t)$  بذریعہ مساوات جوڑ دریافت کریں۔

جواب:  $v_0(t) = \left[ e^{-\frac{t}{2}} \left( 7.24 \sin \frac{\sqrt{11}}{4} t - 12 \cos \frac{\sqrt{11}}{4} t \right) + 12 \right] u(t) \text{ V}$

مشق 14.4: شکل 14.14 میں  $v_0(t)$  بذریعہ دائری مساوات دریافت کریں۔

جواب:  $v_0(t) = 12e^{-\frac{t}{2}} \text{ V}$

مشق 14.5: مسئلہ تھونن کی مدد سے شکل 14.14 میں  $v_0(t)$  حاصل کریں۔

لاپلاس بدل کی مدد سے کچھ ادوار ہم حل کر چکے جن میں ابتدائی رواور دباؤ صفر تھے۔ آئیں اب چند ایسے ادوار دیکھیں جن میں ابتدائی رو یا ابتدائی دباؤ پایا جاتا ہو۔ اس طرز کے ادوار ہم پہلے باب 7 میں حل کر چکے ہیں۔ اس باب کے شروع میں

ابتدائی رو اور ابتدائی دباؤ کو شامل کرتے ہوئے پرزوں کے لاپلاس بدل حاصل کئے گئے نہیں شکل 14.2، شکل 14.3 اور شکل 14.4 میں دکھایا گیا ہے۔ انہیں کو استعمال کرتے ہوئے ادوار حل کئے جائیں گے۔

مثال 14.5: شکل 14.15 میں ازل سے ایک سوئچ منقطع اور ایک سوئچ چالو ہے۔ عین  $t = 0$  s پر چالو سوئچ کو منقطع کر دیا جاتا ہے جبکہ منقطع سوئچ کو چالو کر دیا جاتا ہے۔ لمحہ  $t < 0$  پر دور کو حل کرتے ہوئے ابتدائی دباؤ اور ابتدائی رو حاصل کرتے ہوئے  $t \geq 0$  پر  $i_0(t)$  دریافت کریں۔

حل: لمحہ  $t < 0$  پر برق گیر کو کھلے دور جبکہ امالہ گیر کو قصر دور تصور کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتا ہے جہاں سے امالہ گیر کی ابتدائی رو  $i_L(0)$  اور برق گیر کا ابتدائی دباؤ  $v_C(0)$  حاصل ہوتے ہیں۔

$$i_L(0) = \frac{2}{4} = 0.5 \text{ A}$$

$$v_C(0) = 2 \text{ V}$$

ابتدائی معلومات کو شامل کرتے ہوئے پرزوں کے لاپلاس مساوی دور پر کرنے سے لمحہ  $t \geq 0$  کے لئے شکل حاصل ہوتا ہے۔ مساوات جوڑ لکھتے ہیں

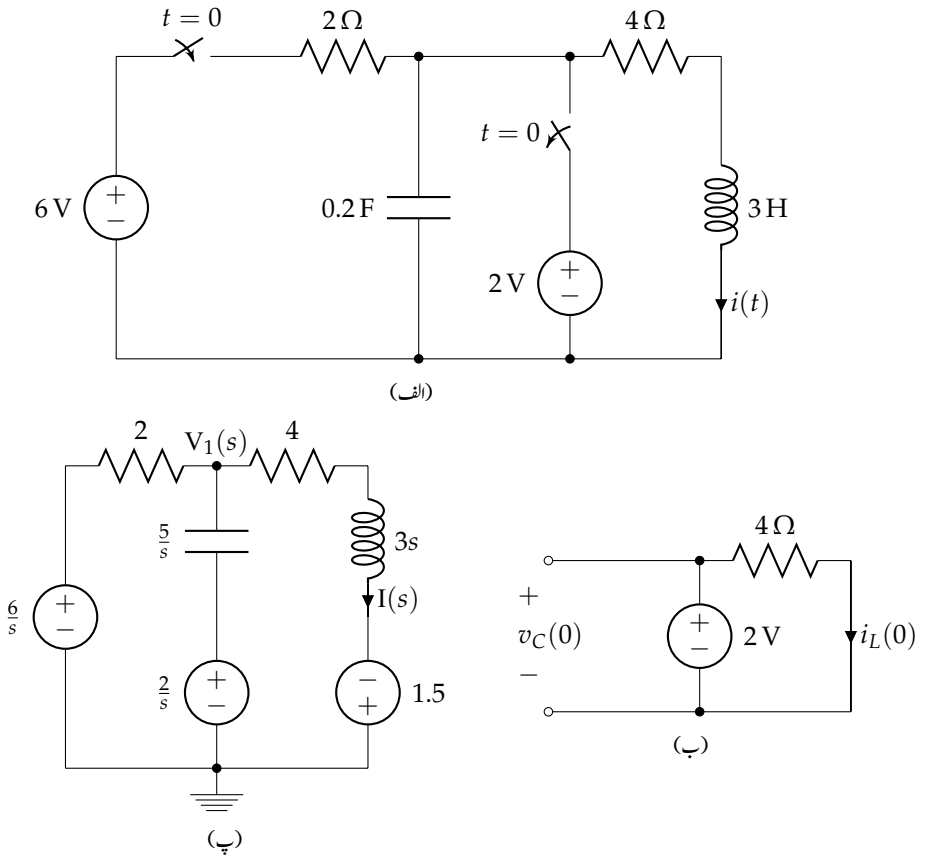
$$\frac{V_1(s) - \frac{6}{s}}{2} + \frac{V_1(s) - \frac{2}{s}}{\frac{5}{s}} + \frac{V_1(s) + 1.5}{3s} = 0$$

جس سے

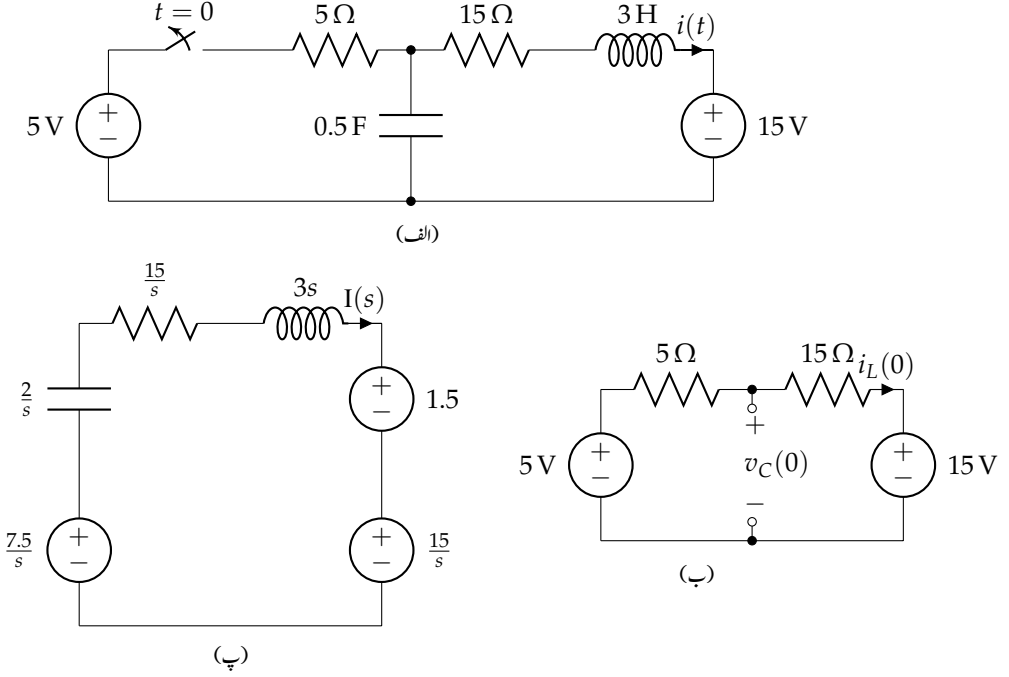
$$V_1(s) = \frac{12s^2 + 91s + 120}{s(6s^2 + 23s + 30)}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں رو درج ذیل ہے

$$\begin{aligned} I(s) &= \frac{V_1(s)}{3s + 4} \\ &= \frac{12s^2 + 91s + 120}{s(s + 4)(6s^2 + 23s + 30)} \end{aligned}$$



شکل 14.15: مثال 14.5 کا دورہ



شکل 14.16: مثال 14.6 کا دور۔

الٹ لاپلاس بدل لیتے ہوئے درج ذیل ملتا ہے۔

$$i(t) = \left[ e^{-\frac{23}{12}t} \left( \frac{44}{\sqrt{191}} \sin \frac{\sqrt{191}t}{12} - 2 \cos \frac{\sqrt{191}t}{12} \right) + 4 \right] u(t) \text{ A}$$

مثال 14.6: شکل 14.16 میں ازل سے چالو سوئچ کو لمحہ پر منقطع کیا جاتا ہے۔ سوئچ منقطع ہونے کے بعد کی رو  $i(t)$  دریافت کریں۔

حل: چالو سوئچ کی صورت میں برق گیر کو کھلا دور اور امالہ گیر کو قصر دور تصور کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتی ہے جہاں سے امالہ گیر کی ابتدائی رو  $i_L(0)$  اور برق گیر کی ابتدائی دباؤ  $v_C(0)$  حاصل کرتے ہیں۔

$$i_L(0) = \frac{10 - 20}{5 + 15} = -0.5 \text{ A}$$

$$v_C(0) = \frac{5 \times 15 + 15 \times 5}{5 + 15} = 7.5 \text{ V}$$

ابتدائی معلومات کو استعمال کرتے ہوئے، سوئچ منقطع ہونے کے بعد کا لاپلاس بدل دور شکل-پ میں دکھایا گیا ہے جہاں سے  $I(s)$  لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} I(s) &= \frac{\frac{7.5}{s} - 1.5 - \frac{15}{s}}{\frac{2}{s} + 15 + 3s} \\ &= \frac{-(s + 5)}{2(s^2 + 5s + \frac{2}{3})} \\ &= \frac{-(s + 5)}{2(s + \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{201}}{6})(s + \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{201}}{6})} \end{aligned}$$

اس کا الٹ لاپلاس بدل لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$i(t) = -e^{-\frac{5}{2}t} \left[ \frac{45}{6\sqrt{201}} \sinh\left(\frac{\sqrt{201}t}{6}\right) + \frac{1}{2} \cosh\left(\frac{\sqrt{201}t}{6}\right) \right] u(t) \text{ A}$$