

برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

1	بنیاد	1
1	برقی بار، برقی رو اور برقی دباؤ	1.1
6	قانون اوہم	1.2
8	توانائی اور طاقت	1.3
15	برقی پڑے	1.4
15	غیر تابع منبع	1.4.1
17	تابع منبع	1.4.2
27	مزا جتنی ادوار	2
27	قانون اوہم	2.1
35	قوانین کرخوف	2.2
51	سلسلہ وار جڑے پڑوں میں رو	2.3
52	تقسیم دباؤ	2.4
55	متعدد سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت	2.5
58	سلسلہ وار متعدد منبع دباؤ اور مزاحمت	2.6
59	متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباؤ پایا جاتا ہے	2.7
61	تقسیم رو اور متعدد متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت	2.8
68	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت	2.9
73	تخصیص مزاحمت	2.10
76	سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل	2.11
84	ستارہ-تکون تبادلہ	2.12
91	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	2.13
101	ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب	3
101	تجزیہ جوڑ	3.1
104	غیر تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار	3.2
117	تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار	3.3
123	غیر تابع منبع دباؤ استعمال کرنے والے ادوار	3.4

132	تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار	3.5
139	دائری تجزیہ	3.6
140	غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.7
148	غیر تابع منبع رواستعمال کرنے والے ادوار	3.8
154	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	3.9
158	دائری ترکیب اور ترکیب جوڑ کا موازنہ	3.10

161	حسابی ایپلیفائر	4
171	کامل حسابی ایپلیفائر	4.1
171	منفی ایپلیفائر	4.2
174	مثبت ایپلیفائر	4.3
176	مستقام کار	4.4
176	منفی کار	4.5
178	جمع کار	4.6
181	متوازن اور غیر متوازن صورت	4.7
185	موازنہ کار	4.8
185	آلاتی ایپلیفائر	4.9

187	مسئلے	5
187	مساوی دور	5.1
187	مسئلہ خطیت	5.2
191	مسئلہ نفاذ	5.3
201	مساوی ادوار	5.4
206	مسئلہ تھون، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ متبادلہ منبع	5.5
225	تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار	5.6
231	تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں استعمال کرنے والے ادوار	5.7
239	زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ	5.8

247	برق گیر اور امالہ گیر	6
247	برق گیر	6.1
261	امالہ گیر	6.2
270	برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات	6.3
273	سلسلہ وار جڑے برق گیر	6.4
277	متوازی جڑے برق گیر	6.5
281	سلسلہ وار امالہ گیر	6.6
283	متوازی امالہ گیر	6.7
287	حسابی ایپلیفائر کے RC ادوار	6.8
288	تفرق کار	6.9

293	عارضی رد عمل	7
293	تعارف	7.1
293	ایک درجی ادوار	7.2

295	7.2.1 رد عمل کی عمومی مساوات	
321	7.3 دھڑکن	
328	7.4 دودرجی ادوار	
359	8 برقرار حالت بدلتی رو	
359	8.1 مخلوط اعداد	
364	8.2 سائن نمائندہ	
373	8.3 سائن نماد اور مخلوط جبری تفاعل	
381	8.4 دوری سمتیہ	
386	8.5 مزاحمت، امالہ گیر اور برق گیر کے انفرادی دوری سمتیہ تعلق	
396	8.6 برقی رکاوٹ اور برقی فراوانی	
409	8.7 دوری سمتیہ کے اشکال	
419	8.8 کرخوف مساوات	
424	8.9 تجزیاتی تراکیب	
443	9 برقرار برقی طاقت	
443	9.1 لمبائی طاقت	
446	9.2 اوسط طاقت	

باب 9

برقرار برقی طاقت

9.1 لمحاتی طاقت

شکل 9.1 میں بوجھ Z کو بدلتی رو منبع طاقت فراہم کرتا ہے۔ اس عمومی دور کے برقرار دباؤ اور برقرار رو درج ذیل لکھے جاسکتے ہیں۔

$$(9.1) \quad \begin{aligned} v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \phi_v) \\ i(t) &= I_0 \cos(\omega t + \phi_i) \end{aligned}$$

یوں کسی بھی لمحہ بوجھ کو منتقل طاقت درج ذیل ہوگا

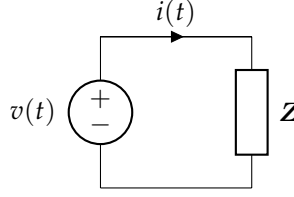
$$(9.2) \quad \begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) \\ &= V_0 I_0 \cos(\omega t + \phi_v) \cos(\omega t + \phi_i) \end{aligned}$$

جس میں

$$(9.3) \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

استعمال کرتے ہوئے

$$(9.4) \quad p(t) = \frac{V_0 I_0}{2} [\cos(\phi_v - \phi_i) + \cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i)]$$



شکل 9.1: بدلتی رو دور۔

ملتا ہے جہاں $\alpha = \omega t + \phi_v$ اور $\beta = \omega t + \phi_i$ لئے گئے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ لحاتی طاقت دو اجزاء کا مجموعہ ہے۔ پہلا جزو مستقل طاقت ہے جو وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتا جبکہ دوسرا جزو دگنی تعدد کا بدلتی رو طاقت ہے۔

مثال 9.1: شکل 9.1 میں برقرار دباؤ $v(t) = 15 \cos(100t + 45^\circ) \text{ V}$ اور $Z = 5 \angle 20^\circ \Omega$ ہیں۔ بوجھ کو منتقل لحاتی طاقت دریافت کریں۔

حل: دوری سمتیات استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} \hat{I} &= \frac{15 \angle 45^\circ}{5 \angle 20^\circ} \\ &= 3 \angle 25^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

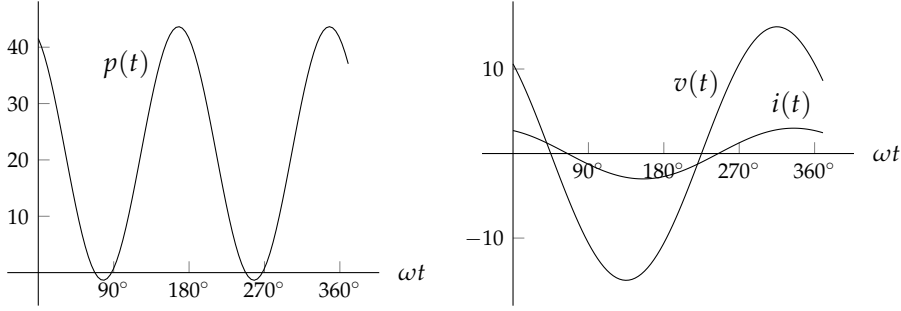
یعنی

$$i(t) = 3 \cos(100t + 25^\circ) \text{ A}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں مساوات 9.4 سے لحاتی طاقت درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$\begin{aligned} p(t) &= 22.5 [\cos 20^\circ + \cos(200t + 70^\circ)] \\ &= 21.143 + 22.5 \cos(200t + 70^\circ) \text{ W} \end{aligned}$$

دباؤ، رو اور طاقت کے خط شکل 9.2 میں دکھائے گئے ہیں۔ درج بالا مساوات میں 21.143 W مستقل طاقت ہے جو وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتا جبکہ $22.5 \cos(200t + 70^\circ) \text{ W}$ بدلتی رو طاقت ہے جس کی تعدد 200 rad s^{-1} ہے۔



شکل 9.2: مثال 9.1 کے اشکال۔

مثال 9.2: شکل 9.1 میں $v(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi_v)$ V اور $Z = Z_0 / \underline{\phi_z} \Omega$ ہیں۔ رو دریافت کریں۔

حل: دوری سمتیات استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} \hat{i} &= \frac{V_0 / \phi_v}{Z_0 / \phi_z} \\ &= \frac{V_0}{Z_0} / \phi_v - \phi_z \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے جس سے وقتی دائرہ کار میں رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$(9.5) \quad i(t) = \frac{V_0}{Z_0} \cos(\omega t + \phi_v - \phi_z)$$

مساوات 9.1 میں دیے عمومی رو کے ساتھ موازنہ کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ϕ_i درحقیقت میں $\phi_v - \phi_z$ کے برابر ہے جسے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(9.6) \quad \phi_v - \phi_i = \phi_z$$

9.2 اوسط طاقت

دہراتے تفاعل (مثلاً سائن نما تفاعل) کے ایک دوری عرصے پر مکمل کو دوری عرصے سے تقسیم کرنے سے تفاعل کی اوسط قیمت حاصل ہوتی ہے۔ یوں مساوات 9.1 میں دیے دباو اور رو کی صورت میں بوجھ کو منتقل اوسط طاقت درج ذیل ہوگی

$$(9.7) \quad P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt$$

$$= \frac{V_0 I_0}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\omega t + \phi_v) \cos(\omega t + \phi_i) dt$$

جہاں t_0 کوئی بھی لمحہ ہو سکتا ہے جبکہ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ دباو یا رو کا دوری عرصہ ہے۔ حقیقت میں ہم ایک دوری عرصے کی بجائے n مکمل دوری عرصے پر مکمل لیتے ہوئے n دوری عرصے سے تقسیم کرتے ہوئے بھی اوسط قیمت حاصل کر سکتے ہیں۔ یوں اوسط طاقت درج ذیل بھی لکھی جاسکتی ہے۔

$$(9.8) \quad P = \frac{V_0 I_0}{nT} \int_{t_0}^{t_0+nT} \cos(\omega t + \phi_v) \cos(\omega t + \phi_i) dt$$

مساوات 9.4 کی مدد سے مساوات 9.7 درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$(9.9) \quad P = \frac{V_0 I_0}{2T} \int_{t_0}^{t_0+T} [\cos(\phi_v - \phi_i) + \cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i)] dt$$

$$= \frac{V_0 I_0}{2T} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\phi_v - \phi_i) dt + \frac{V_0 I_0}{2T} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i) dt$$

درج بالا تکمیل کے دو اجزاء کو باری باری حل کرتے ہیں۔ پہلا جزو مستقل ہے لہذا اس کو تکمیل کے باہر لکھتے ہوئے حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \frac{V_0 I_0}{2T} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\phi_v - \phi_i) dt &= \frac{V_0 I_0}{2T} \cos(\phi_v - \phi_i) \int_{t_0}^{t_0+T} dt \\ &= \frac{V_0 I_0}{2T} \cos(\phi_v - \phi_i) t \Big|_{t_0}^{t_0+T} \\ &= \frac{V_0 I_0}{2} \cos(\phi_v - \phi_i) \end{aligned}$$

اب مساوات 9.9 کے دوسرے جزو کو حل کرتے ہیں

$$\begin{aligned} \frac{V_0 I_0}{2T} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i) dt &= \frac{V_0 I_0}{2T} \frac{\sin(2\omega t + \phi_v + \phi_i)}{2\omega} \Big|_{t_0}^{t_0+T} \\ &= 0 \end{aligned}$$

جہاں $\sin \alpha = \sin(\alpha + T)$ کا استعمال کیا گیا ہے۔ یوں مساوات 9.9 سے درج ذیل اوسط طاقت حاصل ہوتا ہے۔

$$(9.10) \quad P = \frac{V_0 I_0}{2} \cos(\phi_v - \phi_i)$$

چونکہ $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$ کے برابر ہے لہذا درج بالا مساوات میں کوسائن کا دلیل $\phi_i - \phi_v$ یا $\phi_v - \phi_i$ لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات 9.6 کو استعمال کرتے ہوئے درج بالا مساوات کو دوبارہ لکھتے ہیں۔

$$(9.11) \quad P = \frac{V_0 I_0}{2} \cos \phi_z$$

خالص مزاحمتی رکاوٹ $Z = R/0^\circ$ کا زاویہ ہٹاؤ 0° ہوتا ہے لہذا $\cos 0^\circ = 1$ لیتے ہوئے مزاحمتی بوجھ کا طاقت

$$(9.12) \quad P_{\text{مزاحمتی}} = \frac{V_0 I_0}{2}$$

ہوگا جہاں V_0 سے مراد مزاحمت کے دباؤ کا حیطہ ہے۔ قانون اوہم سے درج بالا کو درج ذیل صورتوں میں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$(9.13) \quad P_{\text{مزاحمتی}} = \frac{I_0^2 R}{2}$$

$$(9.14) \quad P_{\text{مزاحمتی}} = \frac{V_0^2}{2R}$$

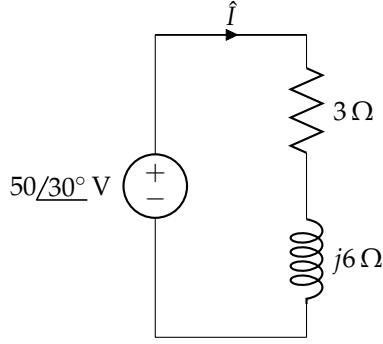
امالی متعاملیت کی رکاوٹ $Z_L = X_L/90^\circ$ جبکہ برق گیر متعاملیت کی رکاوٹ $Z_C = X_C/-90^\circ$ ہوتی ہے۔ چونکہ $\cos(\pm 90^\circ) = 0$ ہوتا ہے لہذا غیر مزاحمتی رکاوٹ کی طاقت صفر ہوگی۔

$$(9.15) \quad P_{\text{متعالی}} = 0$$

چونکہ خالص متعامل پرزوں کو صفر اوسط طاقت منتقل ہوتی ہے لہذا انہیں بے ضیاع پرزے¹ کہتے ہیں۔ دور کا متعامل حصہ، دوری عرصے کے کچھ حصے میں دور سے طاقت حاصل کرتے ہوئے ذخیرہ کرتا ہے جبکہ دوری عرصے کے کسی دوسرے حصے میں اسی طاقت کو دور کو واپس کرتا ہے۔

مثال 9.3: شکل 9.3 میں رکاوٹ کی طاقت دریافت کریں۔

lossless components¹



شکل 9.3: مثال 9.3 کا دور۔

حل: رو درج ذیل ہے۔

$$\hat{I} = \frac{50\angle 30^\circ}{3 + j6} = \frac{50\angle 30^\circ}{\sqrt{45}\angle 63.435^\circ} = 7.454\angle -33.435^\circ \text{ A}$$

یوں

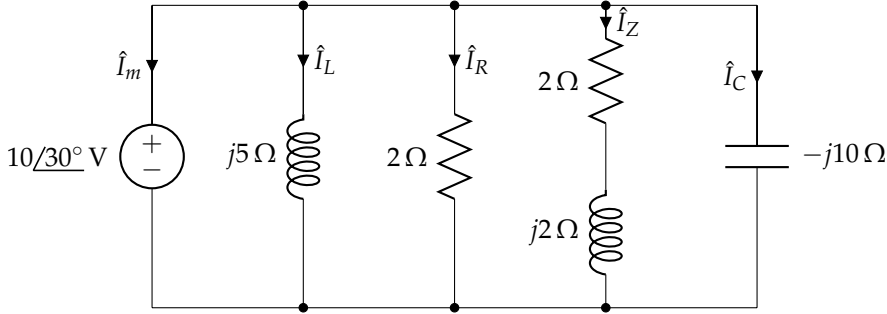
$$\begin{aligned} P &= \frac{V_0 I_0}{2} \cos(\phi_v - \phi_i) \\ &= \frac{(50)(7.454)}{2} \cos[30^\circ - (-33.435^\circ)] \\ &= 83.34 \text{ W} \end{aligned}$$

ہوگا۔ چونکہ طاقت صرف مزاحمت میں ضائع ہوتی ہے لہذا یہی جواب مساوات 9.12 سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں V_0 سے مراد مزاحمت کے دباؤ کا جیٹہ ہے۔ تقسیم دباؤ سے مزاحمت کا دباؤ درج ذیل ہے

$$\hat{V}_R = \left(\frac{3}{3 + j6} \right) 50\angle 30^\circ = 22.361\angle -33.435^\circ$$

جس سے مزاحمت کا طاقت درج ذیل ہوگا۔

$$P = \frac{V_0 I_0}{2} = \frac{(22.361)(7.454)}{2} = 83.34 \text{ W}$$



شکل 9.4: مثال 9.4 کا دور۔

اسی طرح مساوات 9.13 اور مساوات 9.14 بھی استعمال کیے جا سکتے ہیں

$$P = \frac{I_0^2 R}{2} = \frac{(7.454^2)(3)}{2} = 83.34 \text{ W}$$

$$P = \frac{V_0^2}{2R} = \frac{(22.361^2)}{(2)(3)} = 83.34 \text{ W}$$

مثال 9.4: شکل 9.4 میں منبع دباؤ کا طاقت حاصل کریں۔ دور کے بقایا پرزوں کا طاقت بھی دریافت کریں۔

حل: پہلے تمام رو دریافت کرتے ہیں۔ شکل میں دباؤ کو دیکھتے ہوئے افعلی رانج رو کی سمتیں چنی گئی ہیں۔

$$\hat{I}_L = \frac{10\angle 30^\circ}{j5} = \frac{10\angle 30^\circ}{5\angle 90^\circ} = 2\angle -60^\circ$$

$$\hat{I}_R = \frac{10\angle 30^\circ}{2} = \frac{10\angle 30^\circ}{2\angle 0^\circ} = 5\angle 30^\circ$$

$$\hat{I}_Z = \frac{10\angle 30^\circ}{2 + j2} = \frac{10\angle 30^\circ}{\sqrt{8}\angle 45^\circ} = \frac{5}{\sqrt{2}}\angle -15^\circ$$

$$\hat{I}_C = \frac{10\angle 30^\circ}{-j10} = \frac{10\angle 30^\circ}{10\angle -90^\circ} = 1\angle 120^\circ$$

$$\hat{I}_m = -[\hat{I}_L + \hat{I}_R + \hat{I}_Z + \hat{I}_C] = 8.27647\angle -175.01689^\circ$$

یوں انفرادی شاخوں کے طاقت مساوات 9.10 یا مساوات 9.11 سے درج ذیل ہوں گے۔

$$P_L = \frac{(30)(2)}{2} \cos(90^\circ) = 0 \text{ W}$$

$$P_R = \frac{(30)(5)}{2} \cos(0^\circ) = 75 \text{ W}$$

$$P_Z = \frac{(30)(\frac{5}{\sqrt{2}})}{2} \cos(45^\circ) = 37.5 \text{ W}$$

$$P_C = \frac{(30)(1)}{2} \cos(90^\circ) = 0 \text{ W}$$

$$P_m = \frac{(30)(8.27647)}{2} \cos[(30^\circ + 175.01689^\circ)] = -112.5 \text{ W}$$

مثبت جواب طاقت کا ضیاع ہے جبکہ منفی جواب طاقت کی پیداوار ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ منبع کی طاقتی پیداوار 112.5 W ہے جو دور میں طاقت کے ضیاع

$$P_L + P_R + P_Z + P_C = 0 + 75 + 37.5 + 0 = 112.5 \text{ W}$$

کے عین برابر ہے۔