برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 1

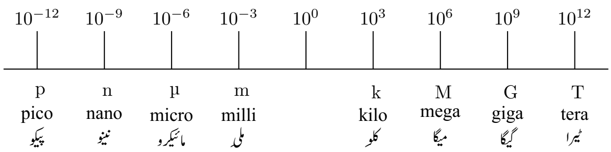
بنیاد

اس کتاب میں **بین الاقوامی نظام اکائی**[1] استعمال کی گئی ہے جس کے چند بنیادی اکائیاں کلو گرام (kg)، میٹر (m)، سیکنڈ (s) اور کیلون (K) ہیں۔ان اکائیوں کے ساتھ عموماً شکل 1.1 میں دکھائے گئے ضربیے استعمال کئے جاتے ہیں جن سے آپ بخوبی واقف ہیں۔

1.1 برقی بار، برقی رو اور برقی دباو

اس کتاب میں **برقی بار**[2] اور **برقی رو**[3] کلیدی کردار ادا کریں گے۔ برقی بار کی اصطلاح کو چھوٹا کر کے صرف **برق** یا صرف **بار** کی اصطلاح استعمال کی جائے گی جبکہ برقی رو کی اصطلاح کو چھوٹا کر کے **رو** کی اصطلاح استعمال کی جائے گی۔ برقی بار کے

[1] SI system
[2] electric charge
[3] electric current



شکل 1.1: بین الاقوامی نظام اکائی کے ضربیے۔

حرکت کو برقی رو کہتے ہیں۔چونکہ بار کی حرکت سے توانائی ایک مقام سے دوسرے مقام منتقل ہوتی ہے لہذا ہماری دلچسپی کا مرکز برقی رو ہو گی۔

موصل تار کی مدد سے برقی پرزہ جات کو مختلف انداز میں آپس میں جوڑنے سے **برقی دور**[4] حاصل ہوتا ہے۔جیسے پائپ سے پانی کو ایک مقام سے دوسرے مقام تک منتقل کیا جاتا ہے، بالکل اسی طرح برقی دور میں ایک نقطے سے دوسرے نقطے تک بار موصل تار کے ذریعہ پہنچایا جاتا ہے۔یوں اگر پانی کو بار تصور کیا جائے تو حرکت کرتے پانی کو برقی رو تصور کیا جائے گا جبکہ موصل تار کو پائپ تصور کیا جائے گا۔ برقی ادوار سمجھنے میں یہ مشابہت مددگار ثابت ہوتی ہے۔

کسی بھی نقطے پر برقی رو سے مراد اس نقطے سے فی سیکنڈ گزرتا بار ہے۔رو اور بار کے تعلق کو **تفرقی**[5] صورت میں یوں

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{1.1}$$

اور **تکملہ صورت**[6] میں یوں

$$q = \int_{-\infty}^{t} i \,\mathrm{d}t \tag{1.2}$$

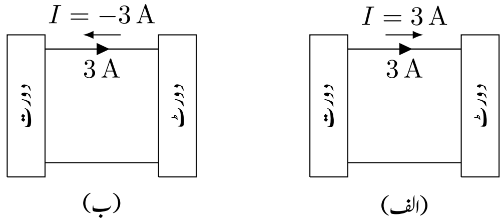
لکھا جا سکتا ہے جہاں برقی بار کو q سے ظاہر کیا گیا ہے اور برقی رو کو i سے ظاہر کیا گیا ہے۔بدلتے متغیرات کو انگریزی کے چھوٹے حروف تہجی مثلاً i یا q سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ غیر متغیر مقدار کو انگریزی کے بڑے حروف تہجی سے ظاہر کیا جاتا ہے۔یوں غیر متغیر رو کو I اور غیر متغیر بار کو Q سے ظاہر کیا جائے گا۔

بار کی اکائی کو **کولمب**[7] کہتے ہیں جسے C کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ رو کی اکائی کو **ایمپیئر**[8] کہتے ہیں۔ایمپیئر کی علامت A ہے۔اگر تار سے ایک سیکنڈ دورانیے میں ایک کولمب کا بار گزر رہا ہو تب تار میں ایک ایمپیئر کی برقی رو پائی جائے گی۔

روایتی طور پر یہ تصور کیا جاتا تھا کہ مثبت بار کے حرکت سے برقی رو پیدا ہوتی ہے۔اب ہم جانتے ہیں کہ حقیقت میں موصل تار میں مثبت ایٹم ساکن ہوتے ہیں اور آزاد منفی الیکٹران کے حرکت سے رو پیدا ہوتی ہے۔اس حقیقت کے باوجود، تصور کیا جاتا ہے کہ مثبت بار کی حرکت برقی رو کو جنم دیتی ہے۔شکل-الف میں فی سیکنڈ $3\,\mathrm{C}$ کا بار بائیں سے دائیں جانب منتقل ہو رہا ہے جبکہ شکل-ب میں فی سیکنڈ $2\,\mathrm{C}$ کا بار دائیں سے بائیں جانب منتقل ہو رہا ہے۔یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ برقی رو کی مقدار اور سمت دونوں بیان کرنا ضروری ہیں۔

غیر متغیر برقی رو کو **یک سمتی رو**[9] کہتے ہیں۔یک سمتی رو کی مقدار وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی۔وقت کے ساتھ

[4] electric circuit
[5] differential form
[6] integral form
[7] Coulomb
[8] Ampere
[9] direct current, DC



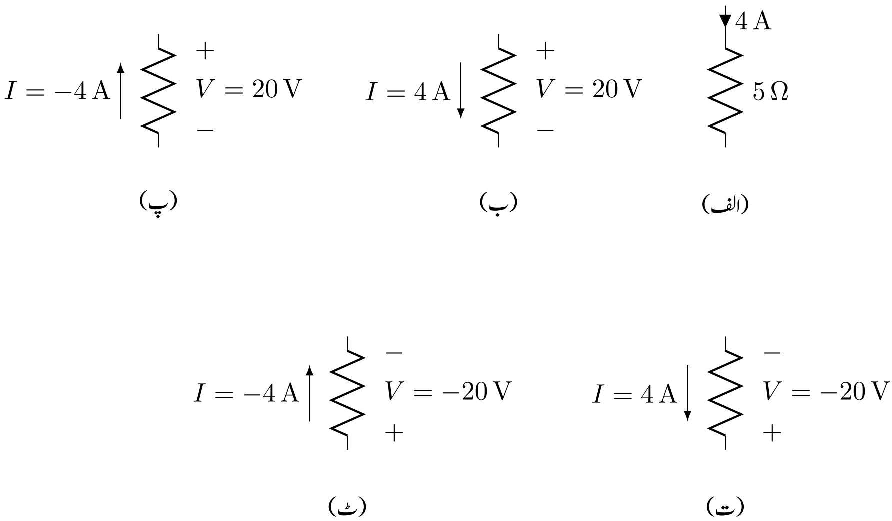
شکل 1.2: برقی رو کو بیان کرنے کے درست طریقے۔

تبدیل ہوتی برقی رو کو بدلتی رو[10] کہتے ہیں۔ ان دونوں کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ موبائل کی بیٹری یک سمتی رو پیدا کرتی ہے جبکہ گھریلو پنکھا بدلتی رو سے چلتا ہے۔

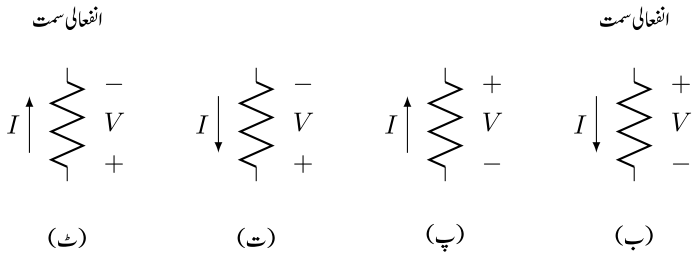
شکل 1.2-الف میں دور-ت اور دور ٹ کو دو تاروں سے آپس میں جوڑا گیا ہے۔ بالائی تار میں دور ت سے دور ٹ کی جانب تین ایمپیئر کی رو پائی جاتی ہے۔ اس تار پر تیر کا نشان رو کی سمت کو ظاہر کرتا ہے جبکہ تار کے نیچے $3\,\text{A}$ لکھ کر رو کی مقدار بیان کی گئی ہے۔ اب تصور کریں کہ تار پر تیر کا نشان نہیں دیا گیا ہے۔ ایسی صورت میں برقی رو I کو یا تو دور ت سے دور ٹ کی جانب تصور کیا جا سکتا ہے اور یا دور ٹ سے دور ت کی جانب۔ پہلی صورت کو شکل-الف میں دکھایا گیا ہے جہاں تار سے ہٹ کر دور ت سے دور ٹ کی جانب تیر سے رو I کو دکھایا گیا ہے۔ چونکہ اصل رو اسی سمت میں ہے لہٰذا $I = 3\,\text{A}$ لکھا جائے گا۔ دوسری صورت کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے جہاں دور ٹ سے دور ت کی جانب تیر کھینچا گیا ہے۔ یوں شکل-ب میں برقی رو کی سمت دور ٹ سے دور ت کی جانب لی گئی ہے۔ چونکہ اصل رو کی سمت تصور کردہ سمت کے الٹ ہے لہٰذا یہاں $I = -3\,\text{A}$ لکھا جائے گا۔ شکل-الف اور شکل-ب میں دکھائے گئے دونوں طریقے درست ہیں۔

شکل 1.3-الف میں $5\,\Omega$ کی مزاحمت میں $4\,\text{A}$ کی رو پائی جاتی ہے۔ اس مزاحمت کے دونوں سرے مزید پرزہ جات سے جڑے ہیں جنہیں شکل میں نہیں دکھایا گیا ہے۔ شکل-ب تا شکل-ٹ میں مزاحمت پر دباو اور مزاحمت میں رو کو مختلف طریقوں سے لکھا گیا ہے۔ کسی بھی دو متغیرات کو کل چار انداز میں لکھا جا سکتا ہے۔ یہی دو عدد متغیرات یعنی دباو اور رو کے لئے بھی درست ہے لہٰذا انہیں لکھنے کے کل چار طریقے ہیں۔ شکل 1.4 میں برقی دباو اور برقی رو کے مقدار لکھے بغیر یہی چار طریقے دوبارہ دکھائے گئے ہیں۔ ان میں شکل-ب اور شکل-ٹ کے طرز کو **انفعالی سمت کی ترکیب**[11] کہتے ہیں۔ انفعالی سمت کی ترکیب میں دباو V اور رو I کی سمتیں یوں چنی جاتی ہیں کہ برقی پرزے میں رو مثبت سرے سے داخل ہوتی ہے۔ یوں شکل-ب میں مزاحمت کے بالائی سرے کو دباو کا مثبت سرا چنا گیا ہے لہٰذا انفعالی سمت کی ترکیب میں اسی سرے پر رو مزاحمت میں ہو گی۔ اسی طرح شکل-ٹ میں مزاحمت کا نچلا سرا دباو کا مثبت سر ہے لہٰذا انفعالی سمت کی ترکیب میں

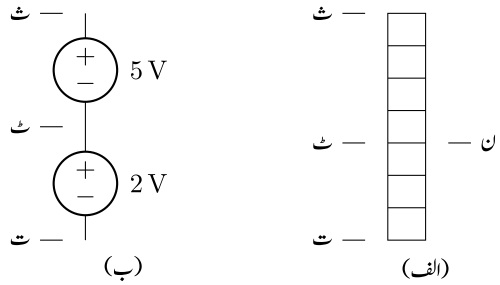
[10] alternating current, AC
[11] passive sign convention



شکل 1.3: مزاحمت کی رو اور دباو لکھنے کے چار ممکنہ طریقے۔



شکل 1.4: انفعالی سمت کے ترکیب کی پہچان۔



شکل 1.5: برقی دباو میں نقطہ حوالہ کی اہمیت۔

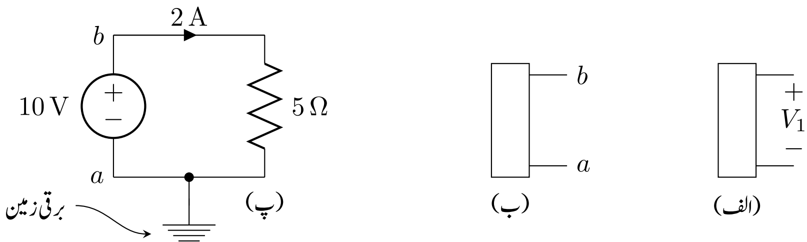
اسی سر پر مزاحمت میں رو داخل ہو گی۔ یاد رہے کہ انفعالی سمت کی ترکیب میں اصل برقی رو اور برقی دباو کی درست سمتوں کا کوئی کردار نہیں۔ قانونِ اوہم[12] اور طاقت کے حساب میں انفعالی سمت کی ترکیب استعمال کیا جاتا ہے۔

انفعالی سمت کی ترکیب میں برقی پرزے پر دباو کی سمت چننے کے بعد رو کی سمت یوں چننی جاتی ہے کہ چنے گئے دباو کے مثبت سر سے پرزے میں رو داخل ہو۔

عام زندگی میں اونچائی کو زمین سے ناپا جاتا ہے جہاں زمین کی اونچائی صفر کے برابر لی جاتی ہے۔ یوں اونچائی کے ناپ میں زمین کو نقطہ حوالہ[13] لیا جاتا ہے۔ شکل 1.5-الف میں سات منزلہ عمارت دکھائی گئی ہے۔ اگر زمین نقطہ ت پر ہو تب نقطہ ن مثبت تین پڑھا جا سکتا ہے۔ اس کے برعکس اگر زمین نقطہ ٹ پر ہو تب نقطہ ن زمین یعنی صفر پر ہے جبکہ زمین نقطہ ث پر ہونے کی صورت میں نقطہ ن منفی چار پر ہو گا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ نقطہ ن کی حتمی اونچائی کوئی معنی نہیں رکھتی۔ اونچائی صرف اس صورت میں معنی خیز ہوتی ہے جب نقطہ حوالہ بھی بیان کیا جائے۔ برقی دباو بھی بالکل اونچائی کی طرح ناپی جاتی ہے۔ یوں شکل 1.5-ب میں نقطہ ت کے حوالے سے نقطہ ٹ مثبت دو وولٹ $2\,\mathrm{V}$ پر ہے جبکہ نقطہ ث کے حوالے سے نقطہ ٹ منفی پانچ وولٹ $-5\,\mathrm{V}$ پر ہے۔ اسی طرح نقطہ ٹ کے حوالے سے نقطہ ت $-2\,\mathrm{V}$ پر اور نقطہ ث $5\,\mathrm{V}$ پر ہیں۔ نقطہ ت کے حوالے سے نقطہ ث $7\,\mathrm{V}$ پر ہے جبکہ نقطہ ث کے حوالے سے نقطہ ت $-7\,\mathrm{V}$ پر ہے۔ یاد رہے کہ نقطہ حوالہ کی برقی دباو صفر تصور کی جاتی ہے۔

برقی دباو کی قیمت بھی بیان کرتے ہوئے ضروری ہے کہ نقطہ حوالہ بیان کیا جائے۔ برقی دور میں دباو کی نشاندہی کرتے ہوئے نقطہ حوالہ کو منفی کی علامت $(-)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ مطلوبہ نقطے کو مثبت علامت $(+)$ سے ظاہر کیا

[12] Ohm's law
[13] reference



شکل 1.6: برقی دباو کا اظہار۔

جاتا ہے۔ شکل 1.6-الف میں یوں نچلی تار نقطہ حوالہ ہے۔ یوں اگر $V_1 = 4\,\mathrm{V}$ ہو تب نچلی تار کی نسبت سے بالائی تار مثبت چار وولٹ پر ہو گا۔ اسی طرح $V_1 = -7\,\mathrm{V}$ کی صورت میں نچلی تار کی نسبت سے بالائی تار منفی سات وولٹ پر ہو گا جس کا مطلب ہے کہ بالائی تار کو حوالہ لیتے ہوئے نچلی تار کی برقی دباو مثبت سات وولٹ ہو گی۔ شکل 1.6-ب میں نچلی تار کو a نام دیا گیا ہے جبکہ بالائی تار کو b کہا گیا ہے۔ اس صورت میں نچلی تار کے حوالے سے بالائی تار کی دباو کو V_{ba} لکھا جاتا ہے۔ یوں اگر V_{ba} کی قیمت منفی ہو تب بالائی تار کے حوالے سے نچلی تار پر مثبت دباو ہو گا۔ برقی دور میں عموماً کسی ایک نقطے کو برقی زمین[14] چننا جاتا ہے۔ یوں مختلف مقامات کے دباو بیان کرتے ہوئے ہر مرتبہ برقی زمین کی نشاندہی کرنا ضروری نہیں ہوتا۔ شکل 1.6-پ میں برقی زمین کی علامت استعمال کی گئی ہے۔ برقی زمین کی برقی دباو صفر کے برابر لی جاتی ہے۔ جب کسی نقطے کی دباو کو برقی زمین کی نسبت سے ناپا جائے تب نقطہ حوالے کا ذکر کرنا ضروری نہیں ہوتا۔ یوں اس شکل میں بالائی تار کی برقی دباو $V_b = 10\,\mathrm{V}$ لکھی جا سکتی ہے جہاں زیر نوشت میں نقطہ حوالہ کا ذکر نہیں کیا گیا۔ شکل-پ میں اب بھی $V_{ba} = 10\,\mathrm{V}$ یا $V_{ab} = -10\,\mathrm{V}$ لکھا جا سکتا ہے۔

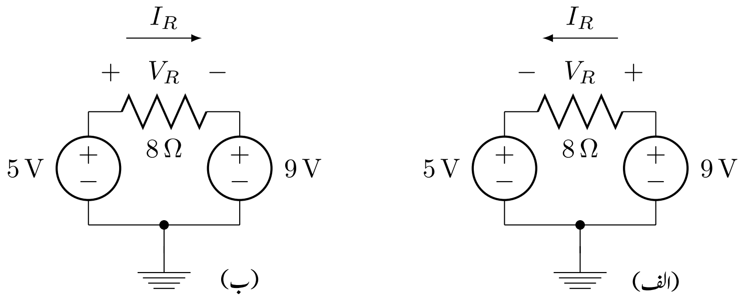
1.2 قانونِ اوہم

قانونِ اوہم[15] سے آپ بخوبی واقف ہیں

$$V = IR \tag{1.3}$$

جو مزاحمت کی برقی رو اور مزاحمت کی برقی دباو کا تعلق بیان کرتا ہے۔ اس قانون[16] کے استعمال میں دباو V اور رو I کو انفعالی سمت کی ترکیب سے چننا جاتا ہے۔ شکل 1.7 میں ایک عدد مزاحمت اور دو عدد منبع دباو کا دور دکھایا گیا ہے۔ برقی

[14] electrical ground
[15] Ohm's law
[16] یہ قانون جرمنی کے جارج سائمن اوہم نے پیش کیا۔



شکل 1.7: قانونِ اوہم اور انفعالی سمت کی ترکیب۔

زمین کے حوالے سے مزاحمت کے بائیں سرے پر $5\,\mathrm{V}$ اور دائیں سرے پر $9\,\mathrm{V}$ دباو پایا جاتا ہے۔ قانون اوہم میں مزاحمت کے دو سروں کے مابین برقی دباو استعمال کیا جاتا ہے۔ یوں مزاحمت کے ایک سرے کو حوالہ لیتے ہوئے مزاحمت کے دوسرے سرے پر برقی دباو لی جاتی ہے۔ شکل-الف میں مزاحمت کا بایاں سرا بطور حوالہ چنا گیا ہے جبکہ مزاحمت کے دائیں سرے پر برقی دباو استعمال کی جائے گی۔ یہ حقیقت مزاحمت کے قریب V_R کے بائیں جانب $(-)$ کی علامت اور دائیں جانب $(+)$ کی علامت سے ظاہر کی جاتی ہے۔ یوں انفعالی سمت کی ترکیب کے تحت برقی رو کی سمت دائیں سے بائیں جانب چننی جائے گی۔ شکل-الف میں یوں

$$V_R = 9 - 5 = 4\,\mathrm{V}$$

ہو گا جسے اوہم کے قانون میں استعمال کرتے ہوئے

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{4}{8} = 0.5\,\mathrm{A}$$

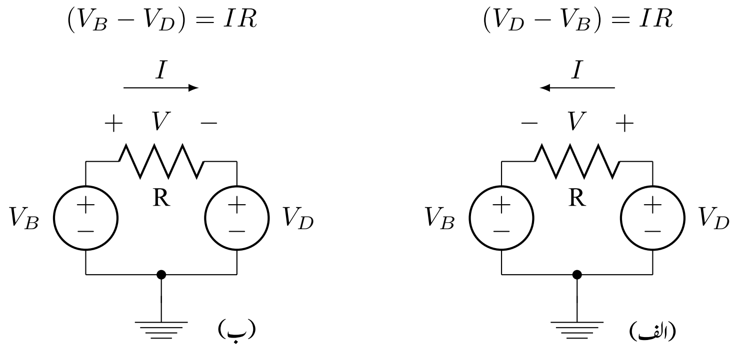
حاصل ہوتا ہے۔ حاصل برقی رو کی قیمت مثبت مقدار ہے جس کا مطلب ہے کہ رو کی سمت وہی ہے جو شکل-الف میں چننی گئی ہے۔

شکل 1.7-ب میں مزاحمت کا دایاں سرا بطور نقطہ حوالہ چنا گیا ہے۔ یوں V_R کے دائیں جانب $(-)$ کی علامت لگائی گئی ہے۔ انفعالی سمت کی ترکیب کے تحت رو کی سمت بائیں سے دائیں کو چننی گئی ہے۔ یہاں

$$V_R = 5 - 9 = -4\,\mathrm{V}$$

کے برابر ہے جسے اوہم کے قانون میں استعمال کرتے ہوئے

$$I_R = \frac{-4}{8} = -0.5\,\mathrm{A}$$



شکل 1.8: قانونِ اوہم کا صحیح استعمال۔

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں V_R کی قیمت منفی حاصل ہوئی جس کا مطلب ہے کہ حقیقت میں مزاحمت پر برقی دباو چننی گئی سمت کے الٹ ہے۔ اسی طرح رو I_R کی قیمت بھی منفی حاصل ہوئی ہے جس کا مطلب ہے کہ حقیقت میں رو چننی گئی سمت کے الٹ ہے یعنی برقی رو حقیقت میں دائیں سے بائیں جانب کو ہے۔

شکل 1.8 میں قانون اوہم کا صحیح استعمال دکھایا گیا ہے۔

1.3 توانائی اور طاقت

ثقلی میدان[17] میں میکانی بار m پر قوت $F = mg$ عمل کرتا ہے جہاں $g = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ کے برابر ہے۔ یوں ثقلی میدان کے مخالف m کو h بلندی تک پہنچانے کی خاطر $w = Fh = mgh$ توانائی درکار ہے۔ بالکل اسی طرح **برقی میدان**[18] E میں برقی بار q پر $F = qE$ قوت عمل کرتا ہے اور برقی میدان کے مخالف h فاصلے تک بار کو منتقل کرنے کی خاطر

$$w = qEh \tag{1.4}$$

توانائی درکار ہے۔ برقی میدان میں ابتدائی نقطے سے اختتامی نقطے تک اکائی برقی بار منتقل کرنے کے لئے درکار توانائی کو ابتدائی نقطے کے حوالے سے اختتامی نقطے کی برقی دباو کہا جاتا ہے۔

---

gravitational field[17]
electric field[18]

مثال 1.1: برقی میدان $E = 600\,\mathrm{V\,m^{-1}}$ میں $0.2\,\mathrm{C}$ بار قوت کے مخالف $12\,\mathrm{mm}$ فاصلہ دُور منتقل کیا جاتا ہے۔درکار توانائی حاصل کریں۔ابتدائی نقطہ i اور اختتامی نقطہ k کے مابین برقی دباو حاصل کریں۔

حل:درکار توانائی

$$w = 0.2 \times 600 \times 0.012 = 1.44\,\mathrm{J}$$

کے برابر ہے جبکہ برقی دباو

$$V_{ki} = \frac{1.44}{0.2} = 7.2\,\mathrm{V}$$

کے برابر ہے۔

مساوات 1.4 کی تفرقی صورت

$$\mathrm{d}w = Eh\,\mathrm{d}q$$

لکھی جا سکتی ہے جو چھوٹی برقی بار $\mathrm{d}q$ کو منتقل کرنے کے لئے درکار توانائی $\mathrm{d}w$ دیتی ہے۔یوں اکائی بار کو منتقل کرنے کی خاطر $\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}q}$ توانائی درکار ہو گی جسے برقی دباو v کہتے ہیں یعنی

$$v = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}q} \tag{1.5}$$

لکھی جا سکتی ہے۔

مساوات 1.5 کو مساوات 1.1 سے ضرب دینے سے

$$v \times i = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}q} \times \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t} = p \tag{1.6}$$

حاصل ہوتا ہے جو **طاقت**[19] p کو ظاہر کرتا ہے۔فی سیکنڈ درکار توانائی کو طاقت کہتے ہیں۔طاقت کی اکائی **واٹ**[20] W ہے۔مندرجہ بالا مساوات کی تکملہ صورت درج ذیل ہے۔

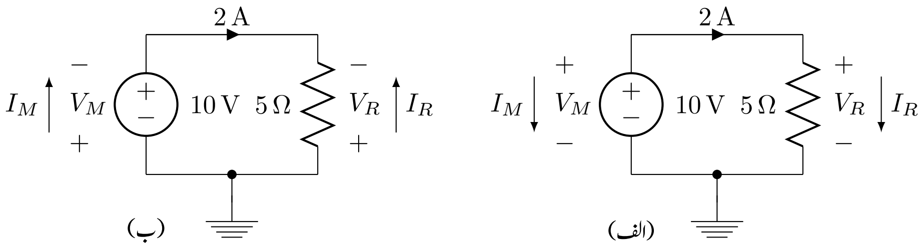
$$w = \int_{t_1}^{t_2} p \, \mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} vi \, \mathrm{d}t \tag{1.7}$$

آئیں ان معلومات کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 1.9 پر غور کریں جہاں $10\,\mathrm{V}$ کی **منبع برقی دباو**[21] کے ساتھ $5\,\Omega$ کی **برقی مزاحمت**[22] جوڑی گئی ہے۔اس دور میں برقی رو کو منبع پیدا کرتی ہے لہٰذا منبع کو **فعال پرزہ**[23] جبکہ مزاحمت کو **انفعال پرزہ**[24] کہا جاتا ہے۔**انفعالی سمت کی ترکیب** کا نام اسی حقیقت سے نکلا ہے کہ اس ترکیب کے استعمال سے انفعالی پرزہ جات پر مثبت طاقت حاصل ہوتا ہے۔

قانون اوہم[25] کے تحت شکل 1.9 کے دور میں **سمت گھڑی**[26] $2\,\mathrm{A}$ کی برقی رو پائی جائے گی جسے دور میں بالائی تار پر تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔دور میں $2\,\mathrm{A}$ برقی رو سے مراد یہ ہے کہ دور میں کسی بھی نقطے پر اگر دیکھا جائے تو اس نقطے سے فی سیکنڈ $2\,\mathrm{C}$ بار گزرے گا۔ اس دور میں نچلی تار کے حوالے سے بالائی تار پر مثبت دس وولٹ کی دباو ہے۔یوں مزاحمت کے بالائی یعنی مثبت سرے سے مزاحمت کے نچلے یعنی منفی سرے کی جانب فی سیکنڈ دو کولمب بار منتقل ہوتا ہے۔یہ بالکل ایسا ہی ہے جیسے ثقلی میدان میں بلند مقام سے میکانی بار گر رہا ہو۔دو کولمب کا بار دس وولٹ نیچے گرتے ہوئے $20\,\mathrm{J}$ کی **مخفی توانائی**[27] کھوئے[28] گا جو **حرارتی توانائی**[29] میں تبدیل ہو کر مزاحمت کو گرم کرے گی۔ہم کہتے ہیں کہ مزاحمت میں فی سیکنڈ توانائی کا **ضیاع**[30] $20\,\mathrm{J}$ ہے یا کہ مزاحمت میں **طاقتی ضیاع**[31] $20\,\mathrm{W}$ ہے۔مزاحمت میں طاقت کے ضیاع کو **حرارتی ضیاع**[32] اور **مزاحمتی ضیاع**[33] بھی کہتے ہیں۔

---

[19] power
[20] watt
[21] voltage source
[22] electrical resistance
[23] active component
[24] passive component
[25] Ohm's law
[26] clockwise
[27] potential energy
[28] مخفی توانائی کی اصطلاح خفیہ توانائی سے حاصل کی گئی ہے۔
[29] thermal energy
[30] loss
[31] power loss
[32] thermal loss
[33] resistive loss



شکل 1.9: طاقت کی پیداوار اور طاقت کا ضیاع۔

انفعالی سمت کی ترکیب استعمال کرتے ہوئے ہم شکل 1.9-الف میں منبع کی دباو کو V_M اور مزاحمت کی دباو کو VR چننے کے بعد ان دباو کے مثبت سر سے منفی سر کی جانب رو کی سمت چنتے ہیں۔یوں حاصل منبع کی برقی رو I_M اور مزاحمت کی برقی رو I_R کو شکل-الف میں دکھایا گیا ہے۔شکل- کو دیکھتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
V_M &= 10\,\mathrm{V}\\
V_R &= 10\,\mathrm{V}\\
I_M &= -2\,\mathrm{A}\\
I_R &= 2\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

ان قیمتوں کو مساوات 1.6 میں پر کرتے ہوئے منبع اور مزاحمت کی طاقت حاصل کرتے ہیں۔

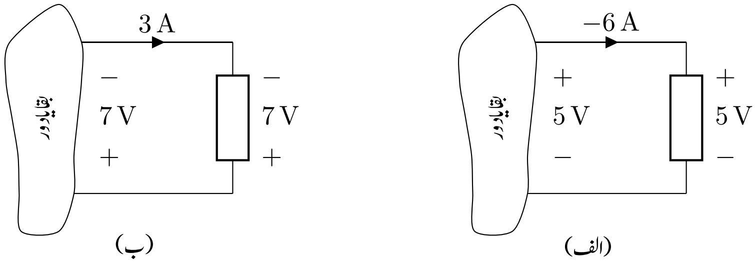
$$P_M = 10 \times (-2) = -20\,\mathrm{W}$$ طاقت کی منفی قیمت، طاقت کی پیداوار کو ظاہر کرتی ہے

$$P_R = 10 \times 2 = 20\,\mathrm{W}$$ طاقت کی مثبت قیمت، طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتی ہے

یہاں غیر متغیر طاقت کو بڑھے حروف تہجی میں P_M اور P_R لکھا گیا۔مزاحمت کی طاقت مثبت مقدار حاصل ہوئی ہے جبکہ منبع کی طاقت منفی مقدار ہے۔یوں مساوات 1.6 سے حاصل مثبت مقدار طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتی ہے جبکہ منفی مقدار طاقت کی پیداوار کو ظاہر کرتی ہے۔

شکل 1.9 میں برقی دباو کے سمت الٹ چننے گئے جس کی وجہ سے رو کی سمتیں بھی الٹ کر دی گئی ہیں۔یوں

$$
\begin{aligned}
V_M &= -10\,\mathrm{V}\\
V_R &= -10\,\mathrm{V}\\
I_M &= 2\,\mathrm{A}\\
I_R &= -2\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$



شکل 1.10: فعال اور انفعال پرزے کی مثال۔

لکھے جائیں گے جن سے دوبارہ

$$P_M = (-10) \times 2 = -20\,\mathrm{W} \quad \text{طاقت کی منفی قیمت، طاقت کی پیداوار کو ظاہر کرتی ہے}$$

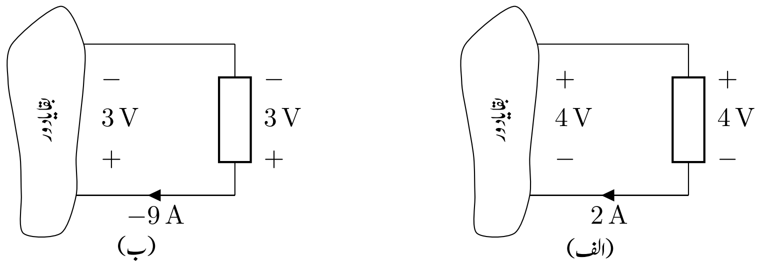
$$P_R = (-10) \times (-2) = 20\,\mathrm{W} \quad \text{طاقت کی مثبت قیمت، طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتی ہے}$$

حاصل ہوتے ہیں۔

مثال 1.2: شکل 1.10 میں دو ادوار دکھائے گئے ہیں۔ دریافت کریں کہ آیا بیرونی پرزہ بقایا دور کو طاقت فراہم کرتا ہے یا کہ اس سے طاقت حاصل کرتا ہے۔ طاقت کی قیمت بھی دریافت کریں۔

حل: شکل-الف میں برقی رو کی قیمت منفی لکھی گئی ہے جس کا مطلب ہے کہ حقیقت میں رو تیر کے نشان کے الٹ سمت میں ہے۔ رو کی سمت الٹ تصور کرتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ بقایا دور کے مثبت سرے پر رو اندر داخل ہوتی ہے۔ یوں بقایا دور انفعال ہے۔ بیرونی پرزے کے مثبت سرے سے حقیقی رو خارج ہوتی ہے لہٰذا یہ فعال پرزہ ہے۔ یوں بیرونی پرزہ طاقت فراہم کرتا ہے جبکہ بقایا دور میں طاقت خرچ ہوتا ہے۔ یہی نتائج انفعال سمت کے ترکیب سے یوں حاصل ہوتی ہے۔ بیرونی پرزے کے برقی دباو کو دیکھتے ہوئے رو کی دکھائی گئی سمت ہی استعمال کی جائے گی۔ یوں بیرونی پرزے کی طاقت $P = 5 \times (-6) = -30\,\mathrm{W}$ ہے جو طاقت کی پیداوار ہے۔ بقایا دور میں رو کی انفعال سمت دکھائے گئے سمت کے الٹ ہے لہٰذا طاقت $P = 5 \times 6 = 30\,\mathrm{W}$ حاصل ہوتا ہے جو طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتا ہے۔ آپ نے دیکھا کہ بیرونی پرزہ $30\,\mathrm{W}$ طاقت پیدا کرتا ہے جبکہ بقایا دور اتنی ہی طاقت استعمال کرتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں قانونِ بقا[34] کار آمد ہے۔ کسی بھی دور میں توانائی کی پیداوار اور خرچ برابر ہوتے ہیں۔

[34] law of conservation of energy



شکل 1.11: فعال اور انفعال پرزے کی مشق۔

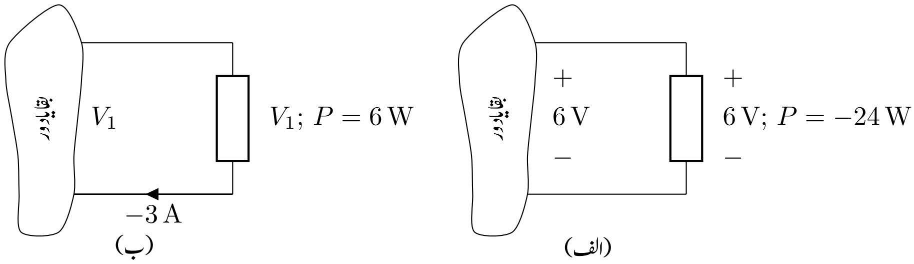
شکل-ب میں رو نچلی تار میں دائیں سے بائیں طرف رواں ہے۔یوں بیرونی پرزے کے مثبت سرے سے رو خارج ہوتی ہے جبکہ بقایادور کے مثبت سرے میں رو داخل ہوتی ہے۔یوں بیرونی پرزہ فعال اور بقایادور انفعال ہے۔بیرونی پرزے کی طاقت $P = 7 \times (-3) = -21\,\mathrm{W}$ ہے جو طاقت کی پیداوار ہے جبکہ بقایادور کی طاقت $P = 7 \times 3 = 21\,\mathrm{W}$ ہے جو طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتی ہے۔

مشق 1.1: شکل 1.11 میں بیرونی پرزے کی طاقت حاصل کریں۔

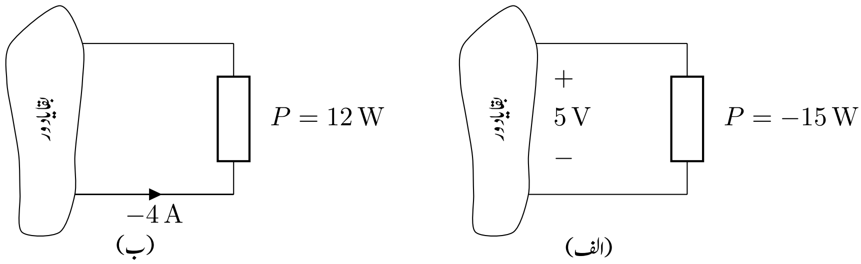
جوابات: (الف) $8\,\mathrm{W}$ ؛ (ب) $27\,\mathrm{W}$

مثال 1.3: شکل 1.12-الف میں برقی رو کی مقدار اور سمت حاصل کریں جبکہ شکل-ب میں برقی دباو اور اس کا مثبت سرا دریافت کریں۔

حل: شکل-الف میں بیرونی پرزے کی طاقت منفی ہے۔یوں بیرونی پرزہ طاقت پیدا کرتا ہے لہٰذا اس کے مثبت سرے سے رو خارج ہو گی یعنی دور میں گھڑی کے الٹ سمت میں رو پائی جائے گی۔رو کی قیمت $4\,\mathrm{A}$ ہو گی۔



شکل 1.12: طاقت اور ایک متغیرہ دیا گیا ہے۔ دوسرا دریافت کرنا ہے۔



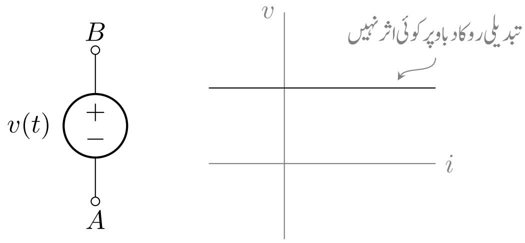
شکل 1.13: طاقت اور ایک متغیرہ دیا گیا ہے۔ دوسرا دریافت کریں۔

شکل-ب میں بیرونی پرزے کی طاقت مثبت ہے لہٰذا اس میں طاقت کا ضیاع ہو گا اور برقی رو مثبت سرے سے پرزے میں داخل ہو گی۔ دور میں گھڑی کی سمت میں منفی رو دکھائی گئی ہے لہٰذا حقیقت میں رو گھڑی کی الٹ سمت ہے۔ حقیقی رو کو گھڑی کے الٹ سمت تصور کرتے ہوئے بیرونی پرزے کا نچلا سرا مثبت ہو گا اور برقی دباو کی قیمت $2\,\mathrm{V}$ ہو گی۔

مشق 1.2: شکل 1.13 میں نامعلوم متغیرہ دریافت کریں۔

حل: (الف) گھڑی کے الٹ $3\,\mathrm{A}$ ؛ (ب) بالائی تار مثبت ہے جبکہ دباو $3\,\mathrm{V}$ ہے۔

آخر میں دوبارہ اس حقیقت کی نشاندہی کرتے ہیں کہ کسی بھی برقی دور میں پیداوار طاقت اور طاقت کا ضیاع برابر ہوں گے۔



شکل 1.14: غیر تابع منبع دباو اور اس کا $v - i$ خط۔

1.4 برقی پرزے

برقی پرزوں کو دو اقسام میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ وہ پرزے جو طاقت پیدا کرتے ہیں **فعال پرزے**[35] کہلاتے ہیں جبکہ طاقت ضائع کرنے والے پرزوں کو **انفعال پرزے**[36] کہتے ہیں۔ جنریٹر اور بیٹری فعال پرزوں کی مثال ہے جبکہ مزاحمت، امالہ گیر[37] اور برق گیر[38] انفعال پرزے ہیں۔

فعال پرزوں پر اس باب میں غور کیا جائے گا جبکہ انفعال پرزوں پر اگلے باب میں تفصیلاً غور کیا جائے گا۔

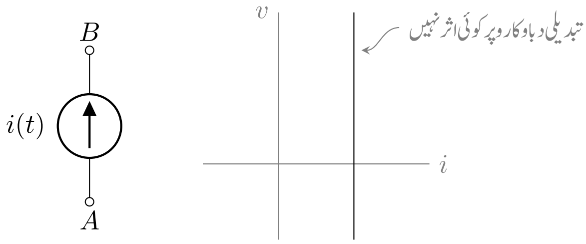
1.4.1 غیر تابع منبع

غیر تابع منبع دباو[39] سے مراد ایسی منبع ہے جو، منبع میں سے گزرتی رو کے قطع نظر، اپنے دو سروں کے درمیان مخصوص برقی دباو برقرار رکھتا ہے۔ غیر تابع منبع دباو کی علامت کو شکل 1.14 میں دکھایا گیا ہے جہاں نقطہ A کے حوالے سے نقطہ B پر $v(t)$ برقی دباو برقرار رہتا ہے۔ شکل میں غیر تابع منبع دباو کا دباو بالمقابل رو $v - i$ خط بھی دکھایا گیا ہے۔ اس خط کے مطابق برقی دباو کی قیمت پر برقی رو کا کوئی اثر نہیں پایا جاتا۔

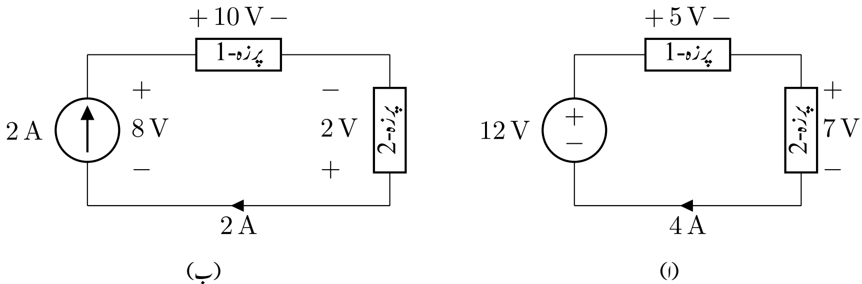
شکل 1.15 میں **غیر تابع منبع رو**[40] کی علامت اور رو بالمقابل دباو $v - i$ خط دکھایا گیا ہے۔ غیر تابع منبع رو سے مراد ایسی منبع ہے جو، منبع پر دباو کے قطع نظر، مخصوص برقی رو برقرار رکھتا ہے۔ غیر تابع منبع رو کے دباو بالمقابل رو خط کے تحت منبع پر برقی دباو کے تبدیلی کا منبع کی رو پر کوئی اثر نہیں پایا جاتا۔ منبع رو میں مثبت رو کی سمت کو تیر کے نشان سے دکھایا جاتا ہے۔

---

[35] active components
[36] passive components
[37] inductor
[38] capacitor
[39] independent voltage source
[40] independent current source



شکل 1.15: غیر تابع منبع رو اور اس کا $i - v$ خط۔



شکل 1.16: طاقت کا حساب۔

عام استعمال میں منبع بقایا دور کو طاقت فراہم کرتی ہے۔ شکل 1.13-ب میں اگر بیرونی پرزہ منبع ہو تب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ منبع کو بھی طاقت فراہم کی جا سکتی ہے۔

منبع محدود صلاحیت کا حامل ہے۔ اگرچہ ہم توقع کرتے ہیں کہ منبع دباو کسی بھی قیمت کی برقی رو فراہم کرتے ہوئے پیدا کردہ برقی دباو برقرار رکھے گا، حقیقت میں کوئی بھی منبع کسی محدود رو کی حد تک ایسا کر پاتا ہے۔

مثال 1.4: شکل 1.16-الف میں تینوں پرزوں کی طاقت دریافت کریں۔ (اشارہ: سلسلہ وار جڑے پرزوں میں یکساں رو پائی جاتی ہے۔)

حل: منبع کے مثبت سر سے رو خارج ہو رہی ہے لہٰذا یہ پرزہ طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ بقایا دو پرزوں کے مثبت سر سے رو پرزے میں داخل ہوتی ہے لہٰذا ان دونوں پرزوں میں طاقت ضائع ہوتا ہے۔ منبع کی طاقت $12 \times (-4) = -48\,\mathrm{W}$

ہے جبکہ پرزہ-1 کی طاقت $5 \times 4 = 20\,\text{W}$ اور پرزہ-2 کی طاقت $7 \times 4 = 28\,\text{W}$ ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ طاقت کی ضیاع $20\,\text{W} + 28\,\text{W} = 48\,\text{W}$ عین طاقت کی پیداوار کے برابر ہے۔

مشق 1.3: شکل 1.16-ب میں تینوں پرزوں کی طاقت حاصل کریں۔

جوابات: منبع رو کی طاقت $-16\,\text{W}$ ہے۔پرزہ-1 کی طاقت $20\,\text{W}$ ہے۔پرزہ-2 بھی منبع ہے اور اس کی طاقت $-4\,\text{W}$ ہے۔

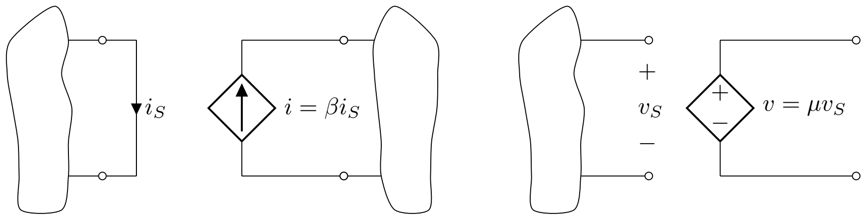
1.4.2 تابع منبع

غیر تابع منبع دباو کی پیدا کردہ دباو کا انحصار منبع سے گزرتی رو پر بالکل نہیں ہوتا۔اسی طرح غیر تابع منبع رو کی پیدا کردہ رو کا انحصار منبع پر دباو پر بالکل نہیں ہوتا۔اس کے برعکس **تابع منبع دباو**[41] کی پیدا کردہ دباو، دور میں کسی مخصوص مقام کی رو یا دباو پر منحصر ہوتا ہے۔اسی طرح **تابع منبع رو**[42] کی پیدا کردہ رو، دور میں کسی مخصوص مقام کی رو یا دباو پر منحصر ہوتا ہے۔تابع منبع برقیات کی میدان میں کلیدی کردار ادا کرتے ہیں جہاں برقیاتی پرزہ جات مثلاً **دو جوڑ ٹرانزسٹر**[43] یا **میدانی ٹرانزسٹر**[44] کے **ریاضی نمونے**[45] تابع منبع سے بنائے جاتے ہیں۔متعدد ٹرانزسٹر پر مبنی برقیاتی ادوار کا حسابی حل انہیں ریاضی نمونوں کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے۔

غیر تابع منبع کو گول دائرے سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ تابع منبع کو ہیرا شکل سے ظاہر کیا جاتا ہے۔شکل 1.17 میں چار اقسام کے تابع منبع دکھائے گئے ہیں۔شکل-الف میں **تابع منبع دباو**[46] کی پیدا کردہ دباو کا انحصار بائیں جانب کے دباو v_S پر

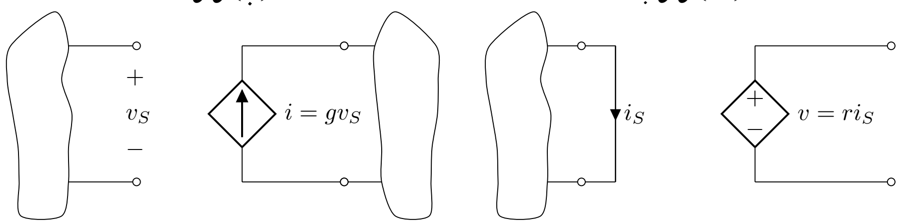
---

dependent voltage source[41]
dependent current source[42]
bipolar transistor, BJT[43]
MOSFET[44]
mathematical model[45]
dependent voltage source[46]



(ب) تابع منبع رو

(الف) تابع منبع دباو



(ت) تابع منبع موصلیت-نما

(پ) تابع منبع مزاحمت-نما

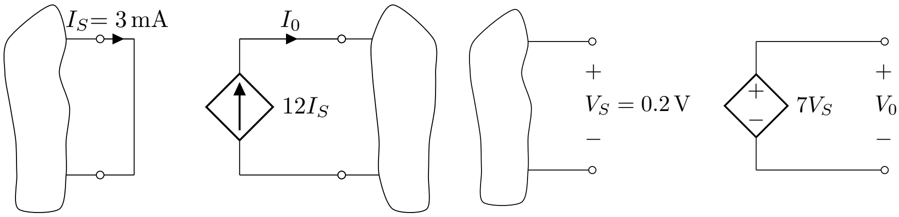
شکل 1.17: تابع منبع کے چار اقسام۔

ہے۔یوں v_S **ضابط دباو**[47] کہلاتا ہے۔یہ منبع μv_S دباو پیدا کرتا ہے۔شکل-ب میں **تابع منبع رو**[48] کو i_S قابو کرتا ہے۔ان دو اقسام کے منبع کے مستقل μ اور β **بے بُعد**[49] مقدار ہیں۔شکل-پ میں i_s رو پیدا کردہ دباو کو قابو کرتی ہے۔اس منبع کے مستقل r کا **بُعد**[50] $\mathrm{V\,A^{-1}}$ ہے جو عین مزاحمت کی بُعد ہے۔اسی لئے اس منبع کو **تابع منبع مزاحمت-نما**[51] کہا جاتا ہے۔شکل-ت میں **تابع منبع موصلیت-نما**[52] کی پیدا کردہ رو کا انحصار v_S پر ہے۔اس منبع کے مستقل g کا بُعد $\mathrm{A\,V^{-1}}$ ہے جو موصلیت کی بھی بُعد ہے۔

مثال 1.5: شکل 1.18-الف میں خارجی دباو اور شکل-ب میں خارجی رو دریافت کریں۔

حل: شکل-الف میں ضابط دباو $0.2\,\mathrm{V}$ اور منبع کا مستقل 7 ہے۔یوں پیدا کردہ دباو $0.2 \times 7 = 1.4\,\mathrm{V}$ ہو گا۔شکل-ب میں ضابط رو $3\,\mathrm{mA}$ اور منبع کا مستقل 12 ہے۔یوں پیدا کردہ رو $0.003 \times 12 = 36\,\mathrm{mA}$ ہو گی۔

[47] control voltage
[48] depended current source
[49] dimensionless
[50] dimension
[51] dependent transresistance source
[52] dependent transconductance source



شکل 1.18: تابع منبع دباو اور تابع منبع رو کے استعمال کی مثال۔

اس مثال میں تابع منبع دباو داخلی دباو کو 7 گنا بڑھاتا ہے گویا منبع بطور **ایمپلیفائر دباو**[53] کردار ادا کرتا ہے اور اس ایمپلیفائر کی **افزائش دباو**[54] 7 ہے۔ اسی طرح شکل-ب میں تابع منبع رو نے داخلی رو کو 12 گنا بڑھا کر خارج کیا، گویا یہ منبع بطور **ایمپلیفائر رو**[55] کردار ادا کرتا ہے اور اس ایمپلیفائر کی **افزائش رو**[56] کی قیمت 12 ہے۔

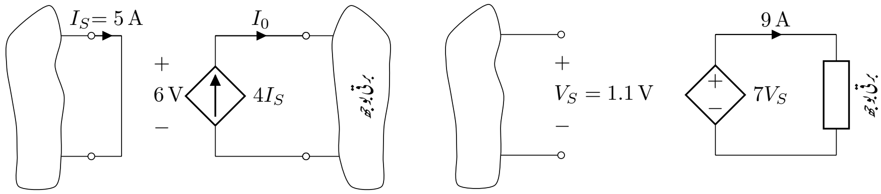
شکل 1.17-پ بالکل اسی طرح داخلی ضابط رو کی نسبت سے برقی دباو خارج کرتے ہوئے بطور **ایمپلیفائر مزاحمت۔نما**[57] کردار ادا کرتا ہے جہاں منبع کا مستقل **افزائش مزاحمت۔نما**[58] کہلاتا ہے۔ شکل 1.17-ت بطور **ایمپلیفائر موصلیت۔نما**[59] کام کرتا ہے اور اس کے مستقل کو **افزائش موصلیت۔نما**[60] کہتے ہیں۔

مشق 1.4: شکل 1.19 میں برقی بوجھ کی طاقت دریافت کریں۔

جوابات: (الف): 69.3 W، (ب) 120 W

---

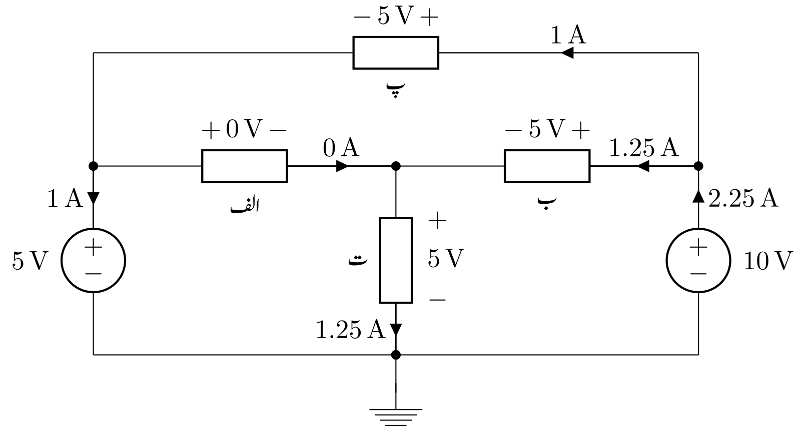
[53] voltage amplifier
[54] voltage gain
[55] current amplifier
[56] current gain
[57] transresistance amplifier
[58] transresistance gain
[59] transconductance amplifier
[60] transconductance gain



(ب) تابع منبع رو کی مشق

(الف) تابع منبع دباو کی مشق

شکل 1.19: تابع منبع دباو اور تابع منبع رو کے استعمال کی مشق۔

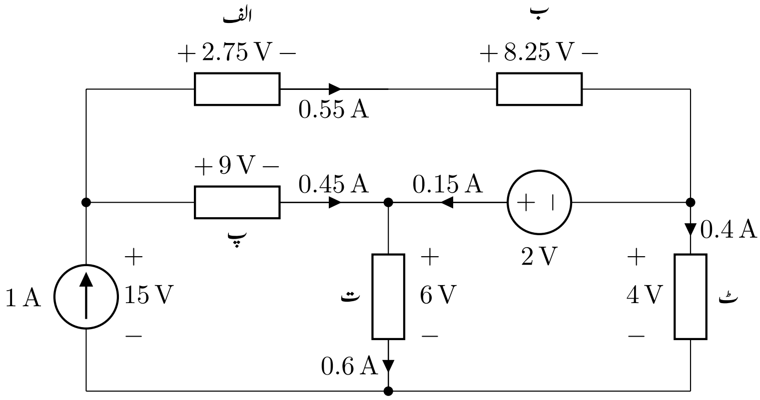


شکل 1.20: مثال 1.6 کا دور۔

مثال 1.6: شکل 1.20 میں تمام پرزہ جات کی طاقت دریافت کریں۔

حل: بوجھ-الف میں برقی رو صفر ہے اور اس کے دونوں سروں کے مابین دباو بھی صفر ہے لہٰذا اس کی طاقت $0 \times 0 = 0\,\mathrm{W}$ ہے۔ بوجھ-ب کی طاقت $5 \times 1.25 = 6.25\,\mathrm{W}$ ہے۔ بوجھ-پ کی طاقت $5 \times 1 = 5\,\mathrm{W}$ اور بوجھ-ت کی طاقت $5 \times 1.25 = 6.25\,\mathrm{W}$ ہے۔ بائیں منبع کی طاقت $5 \times 1 = 5\,\mathrm{W}$ جبکہ دائیں منبع کی طاقت $10 \times (-2.25) = -22.5\,\mathrm{W}$ ہے۔

کل طاقت کا ضیاع $0 + 6.26 + 5 + 6.25 + 5 = 22.5\,\mathrm{W}$ ہے۔ دایاں منبع تمام طاقت پیدا کرتا ہے جبکہ بائیں منبع کو از خود طاقت درکار ہے۔

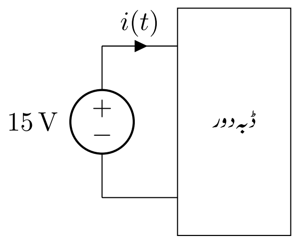


شکل 1.21: طاقت کے حصول کی مشق۔

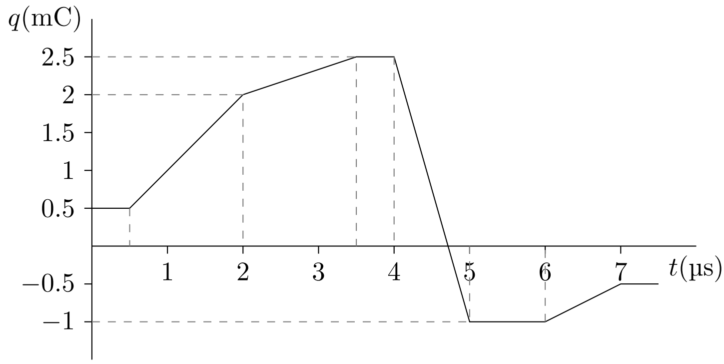
مشق 1.5: شکل 1.21 کے تمام پرزوں میں طاقت حاصل کریں۔ کیا طاقت کی پیداوار اور اس کا ضیاع برابر ہیں۔

جوابات: بالترتیب الف تا ٹ: 1.5125 W ، 4.5375 W ، 4.05 W ، 3.6 W ، 1.6 W ؛ منبع دباو کی طاقت −0.3 W اور منبع رو کی طاقت −15 W ہے۔ دور میں کل طاقت کی پیداوار 15.3 W ہے۔ اتنی ہی طاقت پیدا بھی ہوتی ہے لٰہذا دونوں برابر ہیں۔

مثال 1.7: شکل 1.22-الف میں ڈبہ دور دکھایا گیا ہے جس میں برقی بار بھری جا رہی ہے۔ برقی بار بالمقابل وقت کا خط شکل-ب میں دیا گیا ہے۔ اس خط سے برقی رو بالمقابل وقت کا خط حاصل کریں۔



(ا) ڈبہ دور



(ب) بار بالمقابل وقت کا خط۔

شکل 1.22: مثال 1.7 کا شکل۔

حل: وقت $t = 0$ تا $t = 0.5\,\mu\text{s}$ تک برقی بار بلا تبدیل ہوئے $0.5\,\text{mC}$ رہتا ہے لہٰذا $\Delta q = 0$ ہے اور یوں اس دورانیے میں

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{0\,\text{C}}{0.5\,\mu\text{s}} = 0\,\text{A} \qquad (0 < t < 0.5\,\mu\text{s})$$

ہو گا۔وقت $t = 0.5\,\mu\text{s}$ تا $t = 2\,\mu\text{s}$ کے دوران برقی بار $0.5\,\text{mC}$ سے تبدیل ہو کر $2\,\text{mC}$ ہو جاتا ہے لہٰذا اس دورانیے کے لئے

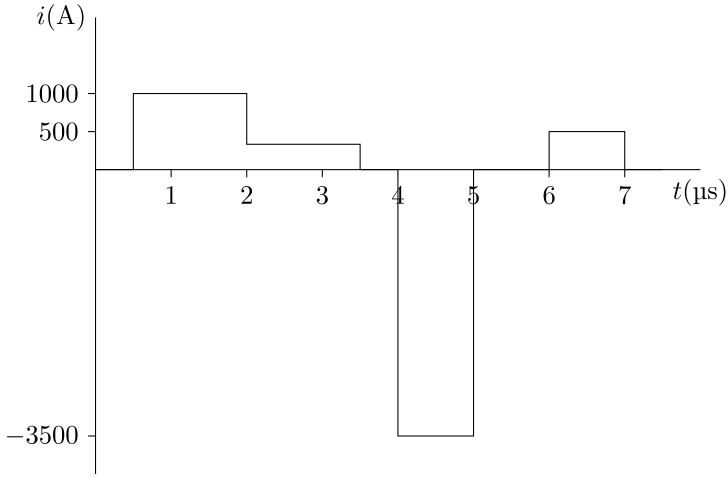
$$i = \frac{2\,\text{mC} - 0.5\,\text{mC}}{2\,\mu\text{s} - 0.5\,\mu\text{s}} = 1000\,\text{A} \qquad (0.5\,\mu\text{s} < t < 2\,\mu\text{s})$$

ہو گا۔اسی طرح بقایا دورانیوں میں

$$\begin{aligned}
i &= \frac{2.5\,\text{mC} - 2\,\text{mC}}{3.5\,\mu\text{s} - 2\,\mu\text{s}} = 333.33\,\text{A} \qquad (2\,\mu\text{s} < t < 3.5\,\mu\text{s}) \\
i &= \frac{2.5\,\text{mC} - 2.5\,\text{mC}}{4\,\mu\text{s} - 3.5\,\mu\text{s}} = 0\,\text{A} \qquad (3.5\,\mu\text{s} < t < 4\,\mu\text{s}) \\
i &= \frac{-1\,\text{mC} - 2.5\,\text{mC}}{5\,\mu\text{s} - 4\,\mu\text{s}} = -3500\,\text{A} \qquad (4\,\mu\text{s} < t < 5\,\mu\text{s}) \\
i &\frac{-1\,\text{mC} - (-1\,\text{mC})}{6\,\mu\text{s} - 5\,\mu\text{s}} = 0\,\text{A} \qquad (5\,\mu\text{s} < t < 6\,\mu\text{s}) \\
i &= \frac{-0.5\,\text{mC} - (-1\,\text{mC})}{7\,\mu\text{s} - 6\,\mu\text{s}} = 500\,\text{A} \qquad (6\,\mu\text{s} < t < 7\,\mu\text{s}) \\
i &= 0\,\text{A} \qquad (7\,\mu\text{s} < t)
\end{aligned}$$

اور اس کے بعد $i = 0\,\text{A}$ ہے۔ان نتائج کو شکل 1.23 میں دکھایا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بار نہ بدلنے کی صورت میں رو صفر ہوتی ہے۔بڑھتے بار کی صورت میں مثبت رو اور گھٹتے بار کی صورت میں منفی رو پائی جاتی ہے۔

مثال 1.8: مندرجہ بالا مثال میں طاقت بالمقابل وقت حاصل کریں۔

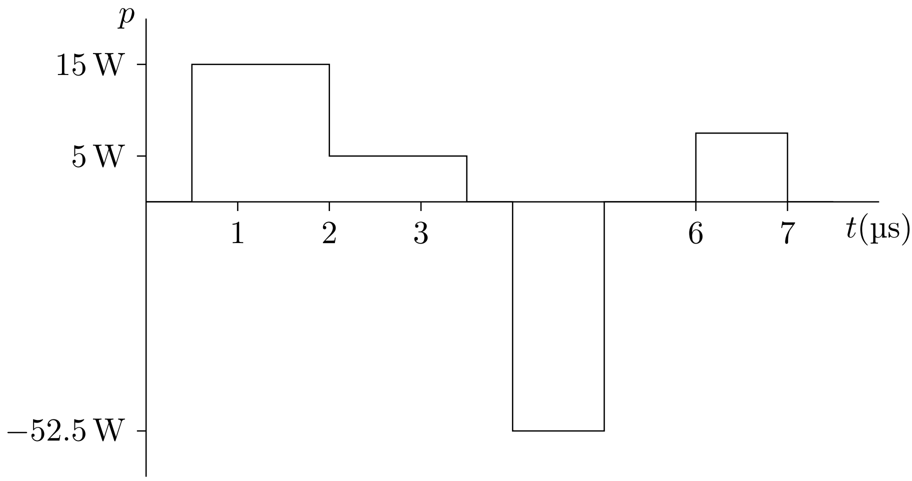


شکل 1.23: برقی رو مثال 1.7

حل: طاقت $p = vi$ ہوتا ہے۔ شکل 1.22-الف سے دباو کی قیمت $15\,\mathrm{V}$ ملتی ہے جبکہ شکل 1.23 سے رو کی قیمت مختلف دورانیے کے لئے حاصل کی جا سکتی ہے۔ یوں مختلف دورانیے کے طاقت درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
p &= 15 \times 0 = 0\,\mathrm{W} && (0 < t < 0.5\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 1000 = 15\,\mathrm{kW} && (0.5\,\mu\mathrm{s} < t < 2\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 333.33 = 5\,\mathrm{kW} && (2\,\mu\mathrm{s} < t < 3.5\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 0 = 0\,\mathrm{W} && (3.5\,\mu\mathrm{s} < t < 4\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times (-3500) = -52.5\,\mathrm{kW} && (4\,\mu\mathrm{s} < t < 5\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 0 = 0\,\mathrm{W} && (5\,\mu\mathrm{s} < t < 6\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 500 = 7.5\,\mathrm{kW} && (6\,\mu\mathrm{s} < t < 7\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 0 = 0\,\mathrm{W} && (7\,\mu\mathrm{s} < t)
\end{aligned}
$$

ان جوابات کو شکل 1.24 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 1.24: طاقت بالمقابل وقت

مثال 1.9: آج کل کمپیوٹر[61] کا زمانہ ہے اور یو-ایس-بی[62] یعنی **عمومی سلسلہ وار پھاٹک** کا استعمال عام ہے۔ کسی بھی کمپیوٹر یا **عددی دور**[63] کو **عددی مواد**[64] جن برقی تاروں کے ذریعہ فراہم کیا جاتا ہے وہ کمپیوٹر یا عددی دور کے **داخلی پھاٹک**[65] کہلاتے ہیں اور جن تاروں کے ذریعہ کمپیوٹر یا عددی دور سے عددی مواد حاصل کیا جاتا ہے، کمپیوٹر یا عددی دور کے **خارجی پھاٹک**[66] کہلاتے ہیں۔ عمومی سلسلہ وار پھاٹک (یو-ایس-بی) پر کمپیوٹر عددی مواد حاصل بھی کر سکتا ہے اور خارج بھی کر سکتا ہے۔ یوں یہ **داخلی-خارجی پھاٹک**[67] ہے۔ اس پھاٹک کی مدد سے کمپیوٹر کے ساتھ بیرونی آلات مثلاً موبائل فون، عددی کیمرہ وغیرہ جوڑے جا سکتے ہیں۔ یہ پھاٹک بیرونی آلات کو برقی طاقت فراہم کرنے کی صلاحیت بھی رکھتا ہے۔ یہ پھاٹک چار عدد برقی تاروں پر مشتمل ہے جن میں دو تار عددی مواد کے ترسیل اور دو تار برقی طاقت کی فراہمی کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔ یہ پھاٹک عام حالت میں 100 mA برقی رو فراہم کر سکتا ہے جبکہ سافٹ ویئر کے ذریعہ پھاٹک سے برقی رو کی فراہمی 500 mA تک بڑھائی جا سکتی ہے۔

یو-ایس-بی پھاٹک استعمال کرتے ہوئے موبائل کی بے بار[68] بیٹری میں بار بھرا جاتا ہے۔ بیٹری کی استعداد 1700 mA h

computer[61]
USB Universal Serial Port[62]
digital circuit[63]
digital data[64]
input port[65]
output port[66]
input-output port[67]
discharged[68]

ہے۔الف) بیٹری کی استعداد کولمب C میں حاصل کریں۔ ب) اگر پھاٹک 100 mA رو فراہم کر رہا ہو تب بیٹری کو مکمل بھرنے میں کتنی دیر لگے گی۔

حل:الف) مکمل بھری بیٹری میں کل بار ہی بیٹری کی استعداد ہوتی ہے۔بیٹری کی استعداد کو کولمب C کی بجائے Ah میں بیان کیا جاتا ہے۔دی گئی بیٹری کی استعداد

$$Q = I \times t = 1700 \times 10^{-3} \times 3600 = 6120\,\mathrm{C}$$

ہے جہاں ایک گھنٹہ 3600 سیکنڈ کے برابر ہے۔

ب) یوں 100 mA کی رو سے بیٹری بھرنے میں

$$t = \frac{6120}{100 \times 10^{-3}} = 61\,200\,\mathrm{s} = 17\,\mathrm{h}$$

سترہ گھنٹے درکار ہوں گے۔

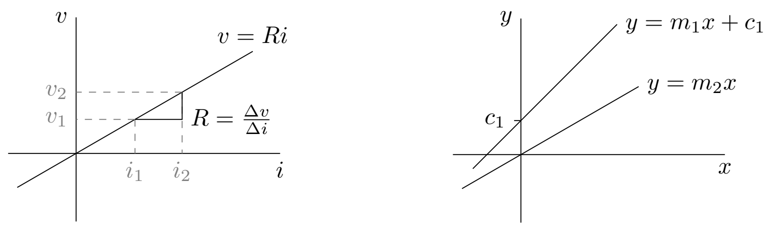
باب 2

مزاحمتی ادوار

2.1 قانون اوہم

شکل 2.1-الف میں **کارتیسی محدد**[1] پر سیدھے خطوط دکھائے گئے ہیں۔ بالائی خط کی مساوات $y = m_1x + c_1$ ہے جہاں خط کی **ڈھلوان**[2] m_1 ہے جبکہ خط y محدد کو c_1 پر کاٹتا ہے۔ نچلی خط کی ڈھلوان m_2 ہے جبکہ یہ محدد کے مرکز $(0,0)$ سے گزرتی ہے لہٰذا یہ خط y محدد کو 0 پر کاٹتی ہے اور یوں اس کی مساوات $y = m_2x$ ہے۔

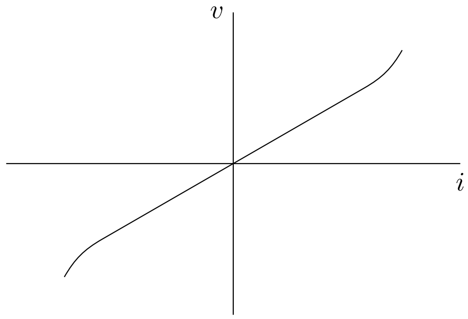
[1] Cartesian coordinates
[2] slope



(ب) مزاحمت کے برقی دباو بالمقابل رو خط اور اوہم کا قانون۔

(ا) سیدھے خطوط اور ان کی ریاضی مساوات۔

شکل 2.1: قانون اوہم دراصل سیدھے خط کی مساوات ہے۔



شکل 2.2: غیر خطی دباو بالمقابل رو کی تعلق۔

مزاحمت کے دو سروں کے مابین مختلف برقی دباو v نافذ کرتے ہوئے برقی رو i ناپی گئی۔ برقی دباو کو عمودی محدد اور برقی رو کو افقی محدد پر رکھتے ہوئے ان کے تعلق کو شکل 2.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔اس خط کو مزاحمت کی **دباو بالمقابل رو خط** کہا جاتا ہے۔شکل-ب کا شکل-الف کی نچلی خط کے ساتھ موازنہ کرتے ہوئے اس خط کو

$$v = Ri \qquad \text{قانون اوہم} \tag{2.1}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں خط کی ڈھلوان کو R لکھا اور **برقی مزاحمت**[3] یا صرف **مزاحمت** پکارا جاتا ہے۔اس مساوات کو **قانون اوہم**[4] کہتے ہیں۔شکل-ب میں مزاحمت R کو بطور ڈھلوان دکھایا گیا ہے۔

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} = \frac{\Delta v}{\Delta i} \qquad \text{مزاحمت کی تعریف} \tag{2.2}$$

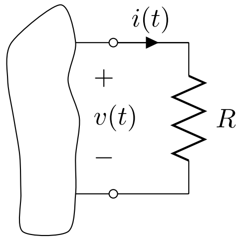
شکل 2.1-ب میں دباو اور رو راست تناسب کا تعلق رکھتے ہیں۔راست تناسبی تعلق کو **خطی**[5] تعلق کہا جاتا ہے۔اگرچہ اس کتاب میں مزاحمت کو **خطی پرزہ**[6] ہی تصور کیا جائے گا، یہ جاننا ضروری ہے کہ کئی نہایت اہم اقسام کے پرزے غیر خطی مزاحمت کی خاصیت رکھتے ہیں۔عام استعمال میں 220 V پر جلنے والا بلب غیر خطی مزاحمت کی مثال ہے۔اس بلب کے $v - i$ تعلق کو شکل 2.2 میں دکھایا گیا ہے۔

وقت کے ساتھ بدلتا دباو اور بدلتی رو کی صورت میں قانون اوہم

$$v(t) = Ri(t) \tag{2.3}$$

---

[3] electrical resistance
[4] Ohm's law
[5] linear
[6] linear component



شکل 2.3: اوہم کا قانون اور مزاحمتی ضیاع۔

لکھا جائے گا جہاں وقت t کے ساتھ بدلتے برقی دباو اور بدلتی برقی رو کو چھوٹے حروف میں لکھا گیا ہے۔ مساوات 2.3 سے مزاحمت کا بُعد $\mathrm{V\,A^{-1}}$ حاصل ہوتا ہے جسے اوہم[7] پکارا اور Ω سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں اگر کسی مزاحمت پر $10\,\mathrm{V}$ کا برقی دباو لاگو کرنے سے مزاحمت میں $5\,\mathrm{A}$ کی رو گزرے تب مزاحمت کی قیمت $2\,\Omega = \frac{10}{5} = R$ ہو گی۔

شکل 2.3 میں برقی دور کے ساتھ مزاحمت R جڑی ہے۔ مزاحمت کی دباو $v(t)$ اور رو $i(t)$ ہیں۔ صفحہ 9 پر مساوات 1.6 کے تحت اس مزاحمت میں طاقت کا ضیاع

$$p(t) = v(t)i(t)$$

ہو گا۔ اس مساوات میں برقی دباو $v(t)$ میں قانون اوہم پُر کرتے ہوئے

$$p(t) = Ri(t) \times i(t) = Ri^2(t)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح طاقتی ضیاع کی مساوات میں $i(t)$ کی جگہ قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے

$$p(t) = v(t) \times \frac{v(t)}{R} = \frac{v^2(t)}{R}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مندرجہ بالا تین مساوات کو اکٹھے لکھتے ہیں۔

$$p(t) = v(t)i(t) = Ri^2(t) = \frac{v^2(t)}{R} \qquad \text{مزاحمتی ضیاع} \tag{2.4}$$

درج بالا مساوات مزاحمت کی طاقت دیتی ہے۔ یہ طاقت حرارتی توانائی میں تبدیل ہوتی ہے جس سے مزاحمت کا درجہ حرارت بڑھتا ہے۔

[7] Ohm

مزاحمت کے علاوہ موصلیت[8] G بھی بہت مقبول ہے جہاں

$$G=\frac{1}{R} \tag{2.5}$$

کے برابر ہے۔ موصلیت کی اکائی سیمنز[9] S ہے جہاں

$$1\,\mathrm{S}=1\,\mathrm{A\,V^{-1}} \tag{2.6}$$

کے برابر ہے۔ مساوات 2.5 کے استعمال سے اوہم کے قانون کو

$$i(t)=Gv(t) \tag{2.7}$$

اور مزاحمت کی طاقت کو

$$p(t)=Gv^2(t)=\frac{i^2(t)}{G} \tag{2.8}$$

لکھا جا سکتا ہے۔

مثال 2.1: ایک عدد مزاحمت پر $20\,\mathrm{V}$ لاگو کرنے سے مزاحمت میں $4\,\mathrm{A}$ پیدا ہوتی ہے۔ اس کی موصلیت دریافت کریں۔

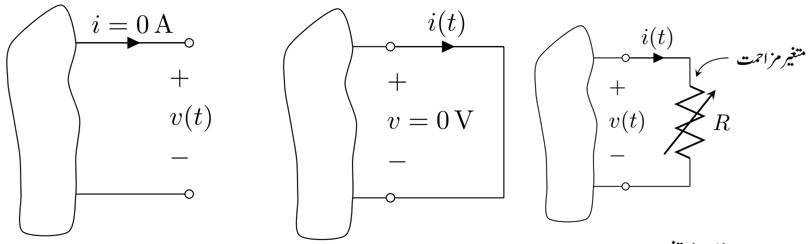
حل: مساوات 2.7 کی مدد سے

$$G=\frac{i}{v}=\frac{4}{20}=0.2\,\mathrm{S}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہی جواب، اوہم کے قانون سے $R=\frac{20}{4}=5\,\Omega$ لکھتے اور $G=\frac{1}{R}=0.2\,\mathrm{S}$ سے بھی حاصل ہوتا ہے۔

شکل 2.4-الف میں برقی دور کے ساتھ متغیر مزاحمت[10] جڑا دکھایا گیا ہے۔ مزاحمت پر ترچھا تیر کھینچ کر متغیر مزاحمت کو ظاہر کیا جاتا ہے۔ اگر متغیر مزاحمت کی قیمت کم کرتے کرتے صفر کر دی جائے تو کسی بھی رو $i(t)$ کی صورت میں مزاحمت

[8] conductance
[9] Siemens
[10] variable resistor



شکل 2.4: قصر دور اور کھلا دور۔

پر لاگو برقی دباو، قانون اوہم کے تحت $v = i(t) \times 0 = 0\,\mathrm{V}$ ہو گا۔ یہ صورت حال شکل-ب میں دکھائی گئی ہے اور اس صورت کو **قصر دور**[11] کہتے ہیں۔ دو نقطوں کو موصل تار سے جوڑ کر قصر دور کیا جاتا ہے۔اس کے برعکس اگر متغیر مزاحمت کی قیمت لامحدود کر دی جائے تب کسی بھی دباو $v(t)$ پر، قانون اوہم کے تحت $i = \frac{v(t)}{\infty} = 0\,\mathrm{A}$ ہو گی۔ایسی صورت، جسے **کھلا دور**[12] کہتے ہیں کو شکل-پ میں دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی دو نقطوں کو کھلا دور کرنے کا مطلب یہ ہے کہ ان نقطوں کے مابین مزاحمت لامحدود کر دی جائے۔ قصر دور پر ہر صورت صفر دباو پایا جاتا ہے جبکہ کھلا دور پر ہر صورت صفر رو پائی جاتی ہے۔

مثال 2.2: شکل 2.5-الف میں رو اور مزاحمتی طاقت دریافت کریں۔

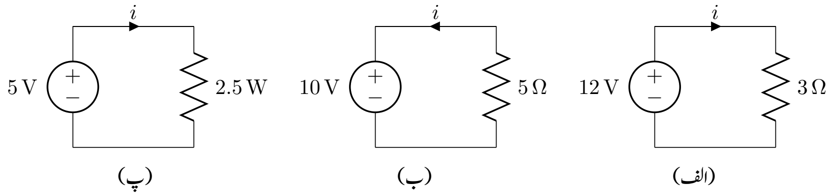
حل: قانون اوہم سے مزاحمت میں رو

$$i = \frac{12}{3} = 4\,\mathrm{A}$$

حاصل ہوتی ہے اور یوں مزاحمتی طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$p = v \times i = 12 \times 4 = 48\,\mathrm{W}$$

[11] short circuit
[12] open circuit



شکل 2.5: مزاحمتی ادوار مثال 2.2 تا مثال 2.4

یہی جواب مساوات 2.4 میں دیئے دیگر کلیات سے بھی حاصل ہو گا یعنی

$$p = \frac{v^2(t)}{R} = \frac{12^2}{3} = 48\,\mathrm{W}$$
$$p = i^2(t)R = 4^2 \times 3 = 48\,\mathrm{W}$$

مثال 2.3: شکل 2.5-ب میں رو اور مزاحمتی طاقت دریافت کریں۔

حل: مزاحمت کا بالائی سرا مثبت ہے لہٰذا اس میں رو کی سمت اوپر سے نیچے ہو گی جو دکھلائے گئی سمت کے الٹ ہے۔ اس طرح دی گئی سمت میں رو کی قیمت منفی ہو گی یعنی

$$i = -\frac{10}{5} = -2\,\mathrm{A}$$

جبکہ مزاحمت طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$p = i^2R = 20\,\mathrm{W}$$

مثال 2.4: شکل 2.5-پ میں رو اور مزاحمتی دریافت کریں۔

حل: دور میں طاقت کی پیداوار اور ضیاع برابر لیتے ہوئے طاقت کی مساوات $p = vi$ سے منبع کی رو حاصل کرتے ہیں۔

$$i = \frac{p}{v} = \frac{2.5}{5} = 0.5\,\mathrm{A}$$

اوہم کے قانون سے مزاحمت کی قیمت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$R = \frac{v}{i} = \frac{5}{0.5} = 10\,\Omega$$

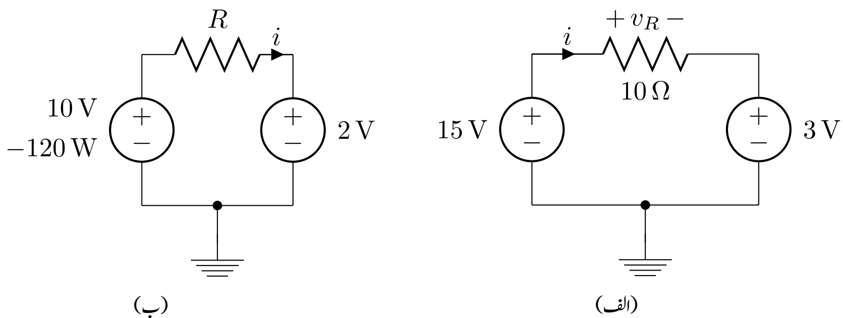
مثال 2.5: شکل 2.6-الف میں مزاحمت کی رو اور طاقت دریافت کریں۔

حل: قانون اوہم میں مزاحمت کا دباو $v_R = 15\,\mathrm{V} - 3\,\mathrm{V} = 12\,\mathrm{V}$ لیتے ہوئے رو حاصل کرتے ہیں۔

$$i = \frac{v_R}{R} = \frac{12}{10} = 1.2\,\mathrm{A}$$

اسی طرح مزاحمت کی دباو $12\,\mathrm{V}$ لیتے ہوئے اس کی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$p = vi = 12 \times 1.2 = 14.4\,\mathrm{W}$$



شکل 2.6: مزاحمتی ادوار مثال 2.5 تا مثال 2.6

یہی جواب مساوات 2.4 میں دئے دیگر کلیات سے بھی حاصل کرتے ہیں۔

$$p = i^2 R = 1.2^2 \times 10 = 14.4\,\mathrm{W}$$
$$p = \frac{v_R^2}{R} = \frac{12^2}{10} = 14.4\,\mathrm{W}$$

مثال 2.6: شکل 2.6-ب میں مزاحمت میں رو اور طاقت دریافت کریں۔دائیں منبع کی طاقت بھی دریافت کریں۔

حل: بائیں منبع کی طاقت اور دباو دیے گئے جس سے منبع کی مثبت سر سے خارج ہوتی رو کی قیمت $12\,\mathrm{A}$ حاصل ہوتی ہے۔مزاحمت کی دباو $8\,\mathrm{V}$ ہے لہٰذا اس کی مزاحمت

$$R = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}\,\Omega$$

ہو گی۔اس طرح مزاحمت کی طاقت

$$p = vi = 8 \times 12 = 96\,\mathrm{W}$$

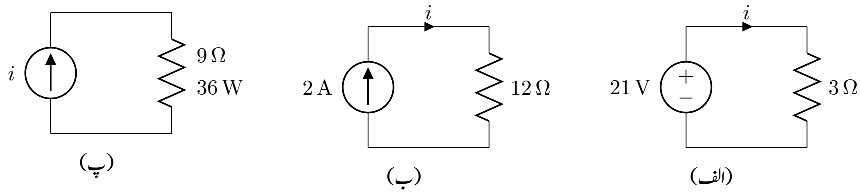
ہو گا۔دائیں منبع کو طاقت فراہم کی جا رہی ہے جس کی قیمت درج ذیل ہے۔

$$p = vi = 2 \times 12 = 24\,\mathrm{W}$$

یوں کل $96 + 24 = 120\,\mathrm{W}$ طاقت فراہم کی جا رہی ہے جو طاقت کی پیداوار کے عین برابر ہے۔

مشق 2.1: شکل 2.7-الف میں مزاحمت کی رو اور طاقت حاصل کریں۔منبع کی طاقت بھی حاصل کریں۔

جوابات: $i = 7\,\mathrm{A}$ ، $p = 127\,\mathrm{W}$ ، $p = -127\,\mathrm{W}$



شکل 2.7: مزاحمتی ادوار مشق 2.1 تا مشق 2.3

مشق 2.2: شکل 2.7-ب میں مزاحمت کا دباو اور طاقت حاصل کریں۔ منبع کی طاقت بھی دریافت کریں۔

جوابات: $v = 24\,\mathrm{V}$ ، $p = 48\,\mathrm{W}$ ، $p = -48\,\mathrm{W}$

مشق 2.3: شکل 2.7-پ میں مزاحمت کی رو اور دباو حاصل کریں۔ منبع کی طاقت دریافت کریں۔

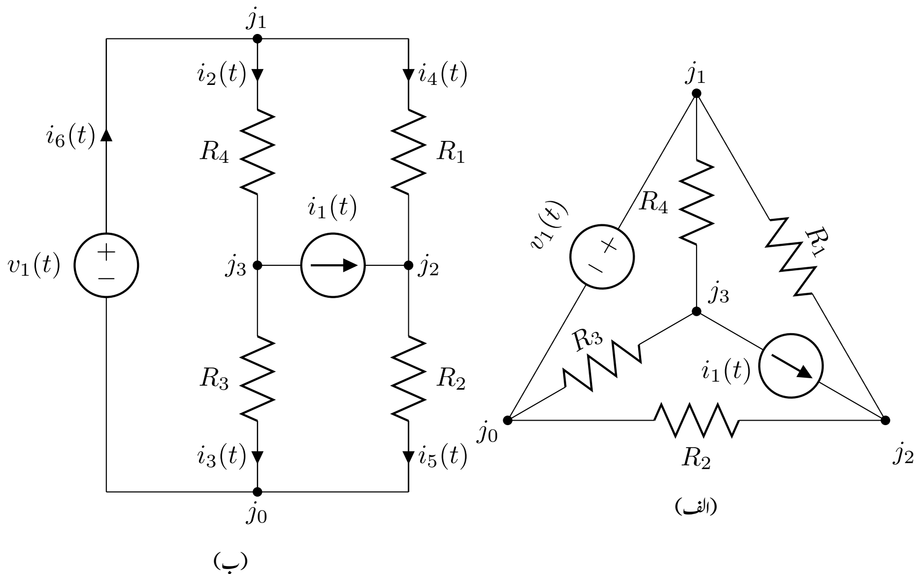
جوابات: $i = 2\,\mathrm{A}$ ، $v = 18\,\mathrm{V}$ ، $p = -36\,\mathrm{W}$

2.2 قوانین کرخوف

اوہم کے قانون سے ایک مزاحمت اور ایک منبع پر مبنی دور آسانی سے حل ہوتا ہے البتہ زیادہ پرزوں پر مبنی دور حل کرتے ہوئے اس کا استعمال قدر مشکل ہوتا ہے۔ زیادہ پرزہ جات کے ادوار قوانین کرخوف[13] [14] کی مدد سے نہایت آسانی کے ساتھ حل ہوتے ہیں۔ برقی دور میں برقی پرزوں کو موصل تاروں سے آپس میں جوڑا جاتا ہے۔ موصل تار کی مزاحمت کو صفر اوہم تصور کیا جاتا ہے لہٰذا ان میں طاقت کا ضیاع صفر ہو گا۔ یوں طاقت کی پیداوار اور ضیاع صرف برقی پرزوں میں ممکن ہے۔

[13] Kirchoff's laws

[14] جرمنی کے گستاف روبرٹ کرخوف نے ان قوانین کو 1845 میں پیش کیا۔



شکل 2.8: جوڑ اور دائرے۔

اس سے پہلے کہ ہم کرخوف کے قوانین پر غور کریں، ہم کچھ اصطلاحات مثلاً جوڑ[15]، دائرہ[16] اور شاخ[17] جاننے کی کوشش کرتے ہیں۔ شکل 2.8-الف میں مزاحمت R_2 ، R_3 اور منبع V_1 نقطہ j_0 پر جڑے ہیں۔اس نقطے کو جوڑ j_0 کہا جائے گا۔اسی شکل میں جوڑ j_1 ، j_2 اور j_3 بھی دکھائے گئے ہیں۔ شکل 2.8-ب میں اسی شکل کو قدر مختلف طریقے سے دکھایا گیا ہے۔یہاں بھی ان جوڑوں کی نشاندہی کی گئی ہے۔کسی بھی دو یا دو سے زیادہ پرزوں کو جوڑنے والے موصل تار کو جوڑ تصور کیا جاتا ہے۔یوں شکل-الف میں جوڑ j_0 نقطہ مانند ہے جبکہ شکل-ب میں نچلی پوری تار جوڑ j_0 ہے۔جوڑ کو ظاہر کرنے والی تار کی لمبائی کچھ بھی ہو سکتی ہے۔

کسی بھی دور میں متعدد راستے ممکن ہیں۔ شکل 2.8 میں جوڑ j_1 سے مزاحمت R_4 کے راستے جوڑ j_3 تک پہنچا جا سکتا ہے جہاں سے منبع $i_1(t)$ کے راستے جوڑ j_1 اور پھر مزاحمت R_1 کے راستے واپس جوڑ j_1 تک پہنچا جا سکتا ہے۔ایسا بند راستہ جو ابتدائی جوڑ پر ہی اختتام پذیر ہو **بند راستہ** کہلاتا ہے۔ایسا بند راستہ جس پر کسی بھی جوڑ سے صرف ایک مرتبہ گزرا جائے **دائرہ**[18] کہلاتا ہے۔اس طرح R_1 ، $i_1(t)$ اور R_4 **دائرہ** ہے۔اسی طرح R_1 ، R_2 ، R_3 اور R_4

node[15]
loop[16]
branch[17]
loop[18]

بھی دائرہ ہے۔دائرے کی ایک اور مثال $v_1(t)$ ، R_4 ، $i_1(t)$ اور R_2 ہے۔اس کے برعکس R_4 ، $i_1(t)$ ، R_2 ، R_3 ، $i_1(t)$ اور R_1 دائرہ نہیں ہے چونکہ اس میں جوڑ j_2 اور جوڑ j_3 سے دو مرتبہ گزرا گیا۔

برقی دور میں ہر برقی پرزے کو شاخ[19] کہتے ہیں۔ شکل 2.8 میں کل چھ (6) شاخ ہیں۔جوڑ j_3 پر تین شاخ یعنی R_4 ، R_3 اور $i_1(t)$ جڑتے ہیں۔جوڑ j_0 پر تین شاخ $v_1(t)$ ، R_2 اور R_3 جڑتے ہیں۔آئیں اب **قوانین کرخوف** کی بات کریں۔

کرخوف کا قانون برائے برقی رو کہتا ہے کہ کسی بھی جوڑ پر داخلی برقی رو کا مجموعہ خارجی برقی رو کے مجموعے کے عین برابر ہوتا ہے۔

کرخوف کے قانون برائے برقی رو کو **کرخوف قانونِ رو** کہا جائے گا۔اس قانون کو کسی بھی جوڑ کے لئے یوں

$$\sum i_{\text{داخلی}} = \sum i_{\text{خارجی}} \qquad \text{کرخوف قانونِ رو} \tag{2.9}$$

لکھا جاتا ہے۔شکل 2.8-ب میں جوڑ j_0 پر درج بالا مساوات سے

$$i_3(t) + i_5(t) = i_6(t) \qquad \text{جوڑ}\ j_0 \tag{2.10}$$

حاصل ہوتا ہے۔اسی طرح بقایا جوڑوں پر کرخوف قانونِ رو سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں جہاں مساوی علامت $(=)$ کے بائیں جانب داخلی رو کا مجموعہ اور دائیں جانب خارجی رو کا مجموعہ ہے۔

$$i_6(t) = i_2(t) + i_4(t) \qquad \text{جوڑ}\ j_1 \tag{2.11}$$
$$i_1(t) + i_4(t) = i_5(t) \qquad \text{جوڑ}\ j_2 \tag{2.12}$$
$$i_2(t) = i_1(t) + i_3(t) \qquad \text{جوڑ}\ j_3 \tag{2.13}$$

اگر جوڑ پر تمام رو کی سمت خارجی تصور کی جائے تب **کرخوف قانون رو**[20] کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے جہاں $i_s(t)$ شاخ s میں جوڑ سے خارج رو ہے اور جوڑ کے ساتھ جڑے شاخوں کی تعداد N ہے۔

$$\sum_{s=1}^{N} i_s(t) = 0 \qquad \text{کرخوف قانونِ رو} \tag{2.14}$$

---

[19] branch
[20] Kirchoff's Current Law, KCL

اگر جوڑ پر تمام رو کی سمت داخلی تصور کی جائے تب بھی کرخوف قانون رو کو درج بالا لکھا جا سکتا ہے جہاں $i_s(t)$ شاخ s میں جوڑ پر داخل رو ہے۔

مساوات 2.14 کو استعمال کرتے ہوئے شکل 2.8-ب کے لئے درج ذیل لکھا جائے گا جہاں خارجی رو مثبت اور داخلی رو منفی لکھے گئے ہیں۔

$$i_6(t) - i_3(t) - i_5(t) = 0 \qquad \text{جوڑ } j_0 \tag{2.15}$$
$$i_2(t) + i_4(t) - i_6(t) = 0 \tag{2.16}$$
$$i_5(t) - i_1(t) - i_4(t) = 0 \tag{2.17}$$
$$i_1(t) + i_3(t) - i_2(t) = 0 \tag{2.18}$$

مساوات 2.10 تا مساوات 2.13 کو مساوات 2.9 سے حاصل کیا گیا جبکہ مساوات 2.15 تا مساوات 2.18 کو مساوات 2.14 سے حاصل کیا گیا۔ مساوات 2.10 میں داخلی رو یعنی $i_3(t)$ اور $i_5(t)$ کو مساوی نشان $(=)$ کی دوسری جانب منتقل کرنے سے مساوات 2.15 حاصل ہوتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات 2.9 اور مساوات 2.14 عین برابر ہیں۔

مساوات 2.16، مساوات 2.17 اور مساوات 2.18 کو جمع کرنے کے بعد منفی ایک (-1) سے ضرب دینے سے مساوات 2.15 حاصل ہوتا ہے۔ یوں مندرجہ بالا چار **ہمزاد مساوات**[21] میں صرف تین عدد مساوات **غیر تابع**[22] مساوات ہیں۔ ان میں کسی بھی تین مساوات کے استعمال سے چوتھی مساوات حاصل کی جا سکتی ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ دو آزاد متغیرات حاصل کرنے کی خاطر دو عدد غیر تابع مساوات درکار ہوتے ہیں۔ یوں آزاد متغیرات x اور y مندرجہ ذیل ہمزاد مساوات میں سے کسی بھی دو مساوات کو بیک وقت حل کرنے سے حاصل کرنا ممکن ہے۔ ان میں کسی بھی دو عدد مساوات کو غیر تابع تصور کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے لہٰذا تیسری تابع مساوات ہے جو کوئی نئی معلومات فراہم نہیں کرتی۔ تابع مساوات غیر ضروری مساوات ہوتی ہے جسے لکھنے کی ضرورت نہیں ہے۔

$$\begin{aligned} x + y &= 3 \\ x - y &= 1 \\ x - 3y &= -1 \end{aligned}$$

جس برقی دور میں کل J عدد جوڑ پائے جاتے ہوں، اس میں $J - 1$ غیر تابع مساوات حاصل ہوتے ہیں لہٰذا کسی بھی ایک جوڑ کے بغیر بقایا تمام پر جوڑ پر مساوات کئے جاتے ہیں۔

کرخوف قانونِ رو کے استعمال میں اصل رو کی سمت کو نہیں دیکھا جاتا بلکہ صرف متغیرات $i_1(t)$ ، $i_2(2)$ ، $i_3(t)$ ، . . . کی سمت کو دیکھتے ہوئے مساوات لکھی جاتی ہے۔ یوں شکل 2.8-ب میں جوڑ j_2 پر $i_1(t)$ کو داخلی تصور کیا جائے گا اگرچہ $i_1(t) = -3\,\mathrm{A}$ کی صورت میں رو حقیقت میں دکھائی گئی سمت کے الٹ ہو گی۔

---

[21] simultaneous equations
[22] independent equations

شکل 2.9: کرخوف قانونِ رو کو بکریوں پر بھی لاگو کیا جا سکتا ہے۔

کرخوف قانونِ رو عمومی مساوات ہے جسے ہم روزمرہ زندگی میں برقی رو کی بجائے مختلف چیزوں پر لاگو کرتے ہیں۔ شکل 2.9-الف میں ایک گڈریا پورے دن بکریاں چرانے کے بعد انہیں شام کو پہاڑی سے نیچے ایک پگڈنڈی پر اتار رہا ہے۔ گڈریا اپنی بکریوں کو خیر خیریت سے دکھائی گئے راستے سے نیچے اتار پاتا ہے۔ نقطہ j سے نیچے دو پگڈنڈیاں ہیں۔ اگر بالائی پگڈنڈی پر b_1 بکریاں اترتے گنی جائیں تو آپ یقین کر سکتے ہیں کہ نچلی دو پگڈنڈیوں پر کل اتنی ہی بکریاں اترے گی یعنی $b_1 = b_2 + b_3$ ہو گا۔ تار میں کسی بھی مقام سے فی سیکنڈ گزرتی برقی بار کو برقی رو کہتے ہیں۔ یوں برقی رو کی بات کرتے ہوئے ہم حقیقت میں برقی بار کی بات کرتے ہیں۔ تار میں برقی بار کا وجود الیکٹران پر ہے جس کی تعداد نا تو کم ہوتی ہے اور نا ہی بڑھتی ہے۔ اسی لئے بالکل پگڈنڈی پر چلتی بکریوں کی طرح تار میں چلتے الیکٹران کی تعداد بھی برقرار رہتی ہے اور کسی جوڑ پر آمدی الیکٹران کی تعداد اس جوڑ سے خارج ہوتے الیکٹران کے برابر ہو گی۔ طبیعیات کے اصولوں کے تحت کسی بھی جوڑ پر برقی بار کا انبار نہیں جمع ہوتا۔[23]

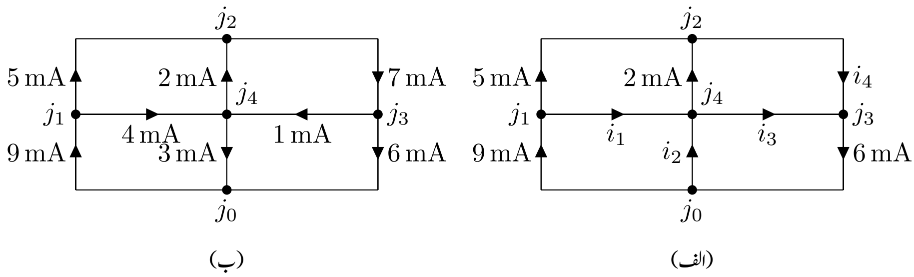
کرخوف قانونِ رو کسی بھی بند سطح کے لئے درست ہے۔ شکل 2.9-ب میں ہلکی سیاہی میں بند سطح میں داخل بکریوں کی تعداد سطح سے خارج بکریوں کے برابر ہو گی۔ اس شکل میں بند سطح کو جوڑ j تصور کیا جا سکتا ہے۔

مثال 2.7: شکل 2.10-الف میں نامعلوم رو دریافت کریں۔

حل: جوڑ j_2 پر داخلی رو $2\,\mathrm{mA} + 5\,\mathrm{mA}$ ہے جو خارجی رو i_4 کے برابر ہو گی یعنی

$$i_4 = 5\,\mathrm{mA} + 2\,\mathrm{mA} = 7\,\mathrm{mA}$$

[23] میں امید کرتا ہوں کہ میری شاگردہ فرحانہ مشتاق کی طرح آپ کو بھی گڈریا کی مثال سے کرخوف قانونِ رو کی سمجھ آگئی ہو گی۔



شکل 2.10: کرخوف قانون رو کی مثال۔

جوڑ j_3 پر داخلی رو کا مجموعہ $i_4 + i_3$ ہے جو خارجی $6\,\text{mA}$ کے برابر ہو گا۔یوں درج بالا حاصل کردہ i_4 کی قیمت پُر کرتے ہوئے

$$7\,\text{mA} + i_3 = 6\,\text{mA}$$

سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$i_3 = -1\,\text{mA}$$

جو منفی قیمت ہے۔ منفی i_3 کا مطلب ہے کہ حقیقت میں رو دکھائی گئی سمت کے الٹ ہے۔ شکل 2.10-ب میں حقیقی سمت دکھائی گئی ہے۔یوں حقیقت میں جوڑ j_3 سے جوڑ j_4 کی جانب $1\,\text{mA}$ رو پائی جاتی ہے۔جوڑ j_0 پر داخلی رو $6\,\text{mA}$ ہے جبکہ خارجی رو کا مجموعہ $i_2 + 9\,\text{mA}$ ہے لہٰذا

$$9\,\text{mA} + i_2 = 6\,\text{mA}$$

ہو گا جس سے

$$i_2 = -3\,\text{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں حقیقت میں جوڑ j_4 سے جوڑ j_0 کی جانب $3\,\text{mA}$ رو پائی جائے گی۔جوڑ j_1 پر داخلی رو $9\,\text{mA}$ ہے جبکہ خارجی رو کا مجموعہ $i_1 + 5\,\text{mA}$ ہے۔یوں

$$9\,\text{mA} = i_1 + 5\,\text{mA}$$

لکھ کر

$$i_1 = 4\,\text{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-الف میں جوڑ j_4 پر

$$i_1 + i_2 = i_3 + 2\,\mathrm{mA}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ ہم $i_3 = -1\,\mathrm{mA}$ اور $i_2 = -3\,\mathrm{mA}$ پہلے حاصل کر چکے ہیں۔ یہ قیمتیں پُر کرتے ہوئے

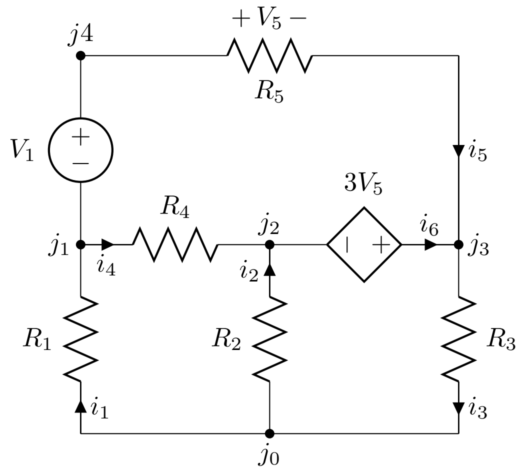
$$\begin{aligned} i_1 &= i_3 + 2\,\mathrm{mA} - i_2 \\ &= -1\,\mathrm{mA} + 2\,\mathrm{mA} - (-3\,\mathrm{mA}) \\ &= 4\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

ہی حاصل ہوتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کرخوف قانونِ رو لکھتے ہوئے i_1 ، i_2 ، i_3 ، $\cdots$ کے دکھائے گئے سمتوں سے ہی انہیں داخلی یا خارجی رو گنا جاتا ہے۔

مثال 2.8: شکل 2.11 میں تمام جوڑ پر کرخوف قانونِ رو کی مساوات لکھیں۔

حل: جوڑ j_0 تا جوڑ j_4 بالترتیب مساوات لکھتے ہیں۔ خارجی رو کو مثبت تصور کیا گیا ہے۔

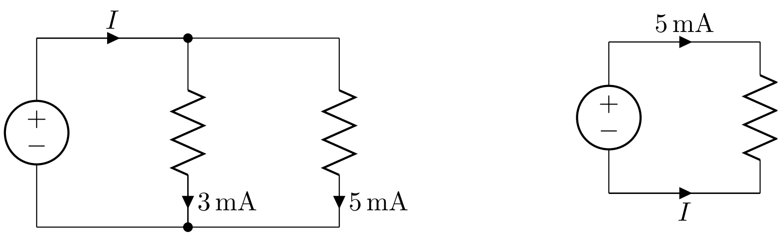
$$\begin{aligned} i_1 + i_2 - i_3 &= 0 \\ i_4 + i_5 - i_1 &= 0 \\ i_6 - i_2 - i_4 &= 0 \\ i_3 - i_5 - i_6 &= 0 \\ i_5 &= i_5 \end{aligned}$$



شکل 2.11: کرخوف قانون رو کی دوسری مثال۔

مشق 2.4: شکل 2.12 میں I دریافت کریں۔

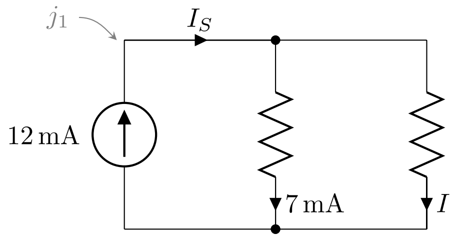
جواب: (الف): $I = -5\,\mathrm{mA}$ ، (ب): $I = 8\,\mathrm{mA}$



(ب) (الف)

شکل 2.12: کرخوف قانونِ رو کا پہلا مشق۔

مشق 2.5: شکل 2.13 میں I_S اور I حاصل کریں۔



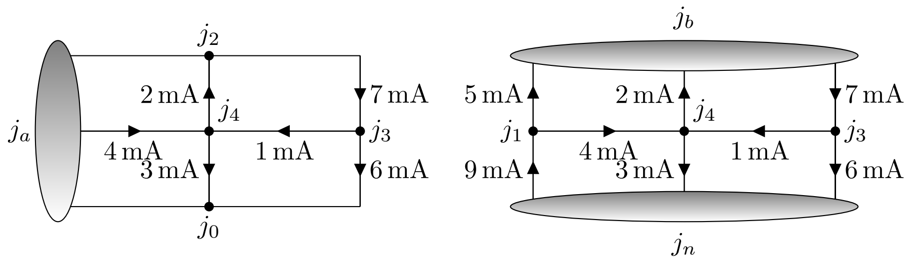
شکل 2.13: مشق 2.5 کی شکل۔

جوابات: $I_S = 12\,\mathrm{mA}$ ، $I = 5\,\mathrm{mA}$ ؛ برقی رو I_S حاصل کرنے کی خاطر نقطہ j_1 کو جوڑ تصور کریں۔

مثال 2.9: شکل 2.10-ب میں کسی بھی جگہ بند سطح کھینچ کر دیکھا جا سکتا ہے کہ کرخوف قانونِ رو بند سطح پر لاگو ہوتا ہے۔ شکل 2.14-الف میں ایسا ہی کیا گیا ہے۔ بالائی اور نچلی سطح کے داخلی اور خارجی رو دریافت کریں۔

حل: بالائی سطح کو جوڑ تصور کیا جا سکتا ہے۔ شکل میں اس جوڑ کو j_b کہا گیا ہے۔ بالائی سطح پر مجموعی داخلی رو $5\,\mathrm{mA} + 2\,\mathrm{mA}$ ہے۔ اس سے $7\,\mathrm{mA}$ رو خارج ہوتی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ داخلی اور خارجی رو برابر ہیں۔

نچلی سطح پر داخلی رو $3\,\mathrm{mA} + 6\,\mathrm{mA}$ ہے اور خارجی رو $9\,\mathrm{mA}$ ہے۔ اس سطح پر بھی داخلی اور خارجی رو برابر ہیں۔ نچلی سطح کو جوڑ j_n کہا گیا ہے۔



(ب) (الف)

شکل 2.14: کرخوف قانونِ رو ہر بند سطح پر لاگو ہوتا ہے۔

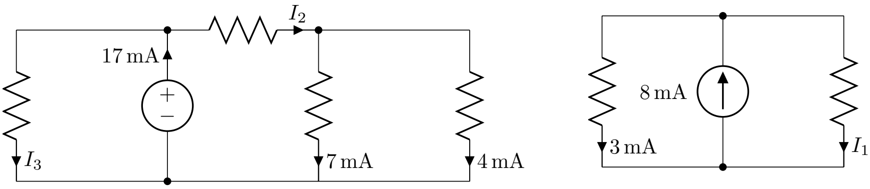
آپ شکل 2.10-ب پر کسی بھی جگہ پر بند سطح کھینچ کر دیکھ سکتے ہیں کہ اس سطح پر داخلی رو عین سطح سے خارجی رو کے برابر ہو گی۔

مشق 2.6: شکل 2.14-ب میں بند سطح کی داخلی اور خارجی رو حاصل کریں۔

جوابات: داخلی رو $9\,\mathrm{mA}$ ہے اور خارجی رو بھی $9\,\mathrm{mA}$ ہے۔

مشق 2.7: شکل 2.15 میں نامعلوم رو دریافت کریں۔

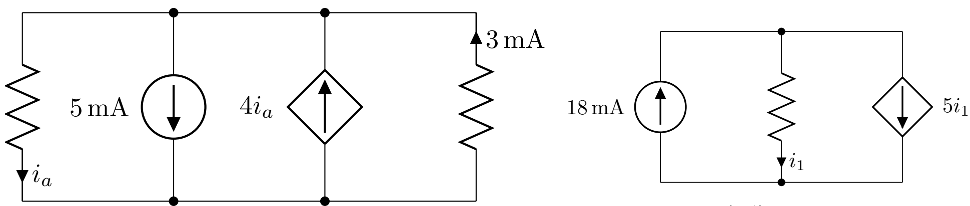
جواب: $I_1 = 5\,\mathrm{mA}$ ، $I_2 = 11\,\mathrm{mA}$ اور $I_3 = 6\,\mathrm{mA}$



(ب) (الف)

شکل 2.15: مشق 2.7 میں استعمال ہونے والا دور۔

مشق 2.8: شکل 2.16-الف میں i_1 اور شکل-ب میں i_a دریافت کریں۔



(ب) (الف)

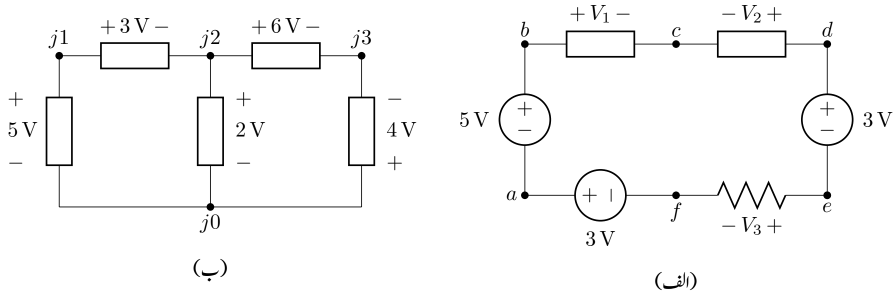
شکل 2.16: مشق 2.8 میں استعمال ہونے والا دور۔

جوابات: $i_1 = 3\,\mathrm{mA}$ ، $i_a = \frac{2}{3}\,\mathrm{mA}$

کرخوف کا دوسرا قانون، **کرخوف قانون برائے برقی دباو** ہے۔اس قانون کو عموماً **کرخوف قانون دباو**[24] کہا جاتا ہے۔

کرخوف قانونِ دباو کہتا ہے کہ کسی بھی بند راہ پر بڑھتے برقی دباو کا مجموعہ، گھٹتے برقی دباو کے مجموعے کے عین برابر ہو گا۔

[24] Kirchoff's voltage law, KVL



شکل 2.17: کرخوف قانونِ دباو۔

شکل 2.17-الف میں جوڑ $j0$ سے برقی دور میں گھڑی کے سمت گھومتے ہوئے بڑھتے دباو کا مجموعہ

$$\text{بڑھتا دباو} = 5 + V_2 + 3$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ گھٹتے دباو کا مجموعہ

$$\text{گھٹتا دباو} = V_1 + 3 + V_3$$

حاصل ہوتا ہے۔ کرخوف قانون دباو کے تحت یہ قیمتیں برابر ہیں یعنی

$$5 + V_2 + 3 = V_1 + 3 + V_3$$

ہو گا۔ اس مساوات کو یوں

$$5 + V_2 + 3 - V_1 - 3 - V_3 = 0 \tag{2.19}$$

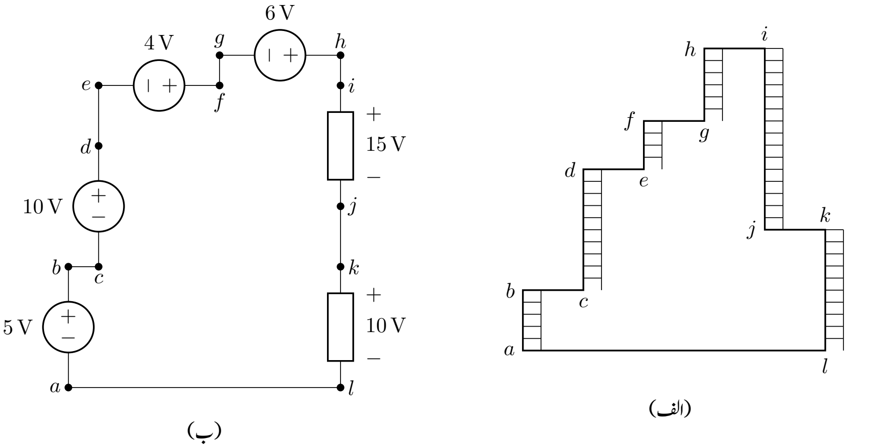
بھی لکھا جا سکتا ہے۔ یوں کرخوف قانون دباو کو

$$\sum_{b=1}^{B} V_b = \sum_{g=1}^{G} V_g \qquad \text{کرخوف قانونِ دباو} \tag{2.20}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں بند دائرے میں بڑھتے دباو کی تعداد B اور گھٹتے دباو کی تعداد G ہے۔

شکل 2.17-الف میں بڑھتے دباو کو مثبت اور گھٹتے دباو کو منفی لکھتے ہوئے مجموعہ حاصل کرنے سے عین مساوات 2.19 حاصل ہوتا ہے لہٰذا کرخوف قانون دباو کو درج ذیل مساوات کی صورت میں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\sum_{s=1}^{S} V_s = 0 \qquad \text{کرخوف قانونِ دباو} \tag{2.21}$$

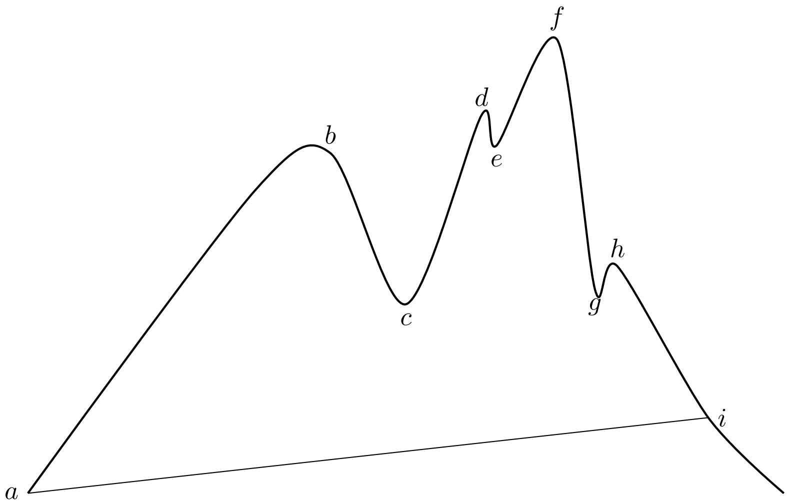


شکل 2.18: کرخوف قانون دباو اور بلندی۔

اس مساوات میں اگر بڑھتے دباو کو مثبت لکھا جائے تب گھٹتے دباو کو منفی لکھا جائے گا اور اگر گھٹتے دباو کو مثبت لکھا جائے تب بڑھتے دباو کو منفی لکھا جائے گا۔

شکل 2.9 میں کرخوف قانونِ رو کو پہاڑی سے اترتی بکریوں کی مدد سے سمجھایا گیا۔آئیں کرخوف قانون دباو کو شکل 2.18 کی مدد سے سمجھیں۔

شکل 2.18-الف میں ایک عمارت کا بیرونی خاکہ دکھایا گیا ہے۔عمارت کے بائیں طرف سیڑھی کو استعمال کرتے ہوئے پہلی منزل b تک پہنچنا ممکن ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ a سے پانچ سیڑھی بلندی پر b واقع ہے۔یوں a سے b تک پہنچنے پر آپ پانچ سیڑھی بلندی اختیار کریں گے۔اس حقیقت کو ریاضیاتی طور پر $B_{ba}=5$ لکھا جاتا ہے۔پہلی منزل کی چھت b تا c ہے یوں b سے c تک چلنے میں آپ کی بلندی جوں کی توں رہے گی۔اسی طرح d تک پہنچنے کی خاطر مزید دس سیڑھیاں چڑھنی ہو گی یعنی $B_{dc}=10$ ۔یوں a سے d کی اونچائی پندرہ سیڑھی ہے۔ان حقائق کو ریاضیاتی طور پر $B_{da}=B_{ba}+B_{dc}$ لکھا جائے گا۔اسی طرح a سے h تک $B_{ha}=B_{ba}+B_{dc}+B_{fe}+B_{hg}$ ہو گا۔اب i سے j پہنچنے کے لئے پندرہ سیڑھی اترنا ہو گا یعنی $B_{ja}=B_{ba}+B_{dc}+B_{fe}+B_{hg}-B_{ij}$ جس میں قیمتیں پر کرتے ہوئے $B_{ja}=5+10+4+6-15=10$ حاصل ہوتا ہے۔اب j تک پہنچنے کے لئے ضروری نہیں کہ عمارت کے بائیں جانب سے ہی ہم سیڑھیاں چڑھنے شروع ہو جائیں۔ہم عمارت کے دائیں جانب سیڑھی استعمال کرتے ہوئے a سے k چڑھ سکتے ہیں جہاں سے $B_{ka}=10$ حاصل ہوتا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ a سے j کی اونچائی کا انحصار اس پر بالکل نہیں کہ ہم کس راستے پر چلتے ہوئے اس بلندی کو ناپیں۔اگر عمارت

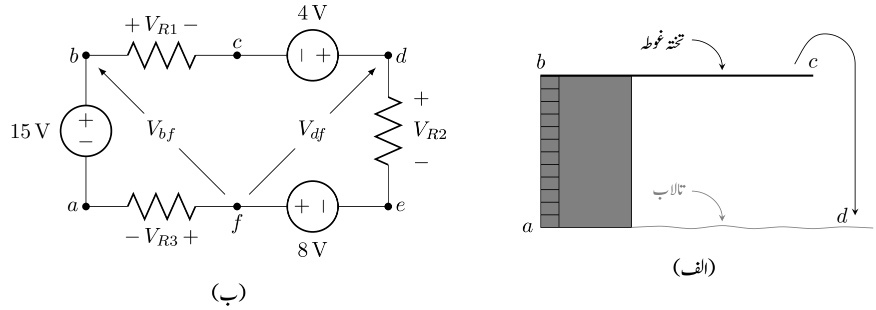


شکل 2.19: کرخوف قانونِ دباو اور پہاڑی پر چرتی بکریاں۔

کے بائیں جانب نقطہ a سے شروع ہو کر تمام سیڑھیاں استعمال کرتے ہوئے واپس نقطہ a پہنچا جائے تو ہم کل پچیس سیڑھیاں بلندی تک پہنچنے کے بعد اتنا ہی واپس اتر چکے ہوں گے۔اس حقیقت کو $B_{ba}+B_{dc}+B_{fe}+B_{hg}-B_{ij}-B_{kl}=0$ لکھا جا سکتا ہے جس کے تحت کسی بھی بند راہ پر چلنے سے جتنا اوپر چلا جائے اتنا ہی نیچے چلنا ہو گا۔یہی کچھ شکل 2.19 سے بھی دیکھا جا سکتا ہے جہاں فرحانہ پورا دن بکریاں چرانے کے بعد واپس ابتدائی نقطہ a پہنچتی ہے۔اگر پورے راستے پر ہر قدم اونچائی ناپی جائے تو جواب صفر ہی حاصل ہو گا۔

شکل 2.18-الف کا مساوی برقی دور شکل 2.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔شکل 2.18-الف میں b تا c بلندی برقرار رہتی ہے۔شکل 2.18-ب میں b تا c برقی دباو برقرار رہتا ہے۔اسی طرح شکل-الف میں d تا e بلندی برقرار رہتی ہے۔شکل 2.18-ب میں d تا e برقی دباو برقرار رہتا ہے۔شکل-الف میں برقرار بلندی کو افقی دکھایا جاتا ہے جبکہ بلندی میں تبدیلی کو عمودی دکھایا جاتا ہے۔شکل-ب میں برقرار برقی دباو کو تار ظاہر کرتی ہے اور ایسی تار کو جوڑ[25] کہا جاتا ہے۔شکل-ب میں $V_{ba}=5\,\mathrm{V}$ لکھا جا سکتا ہے۔اسی طرح $V_{dc}=10\,\mathrm{V}$ اور $V_{da}=V_{ba}+V_{dc}$ لکھا جائے گا۔اسی طرح $V_{ja}=V_{ba}+V_{dc}+V_{fe}+V_{hg}-V_{ij}$ سے $V_{ja}=10\,\mathrm{V}$ حاصل ہوتا ہے۔شکل-ب میں a سے شروع ہو کر گھڑی کی سمت میں پورا چکر کاٹتے ہوئے $V_{ba}+V_{dc}+V_{fe}+V_{hg}-V_{ij}-V_{kl}=0$ لکھا جا سکتا ہے جہاں بڑھتے دباو کو مثبت لکھا گیا ہے۔اسی طرح j سے شروع ہو کر گھڑی کے الٹ چلتے ہوئے $-V_{ij}$

[25] node



شکل 2.20: کرخوف قانون دباو کے استعمال میں بند دائرہ فرضی ہو سکتا ہے۔

$V_{hg} - V_{fe} - V_{dc} - V_{ba} + V_{kl} = 0$ لکھا جا سکتا ہے۔ اگر ہم گھٹتے دباو کو مثبت لکھیں تب j سے شروع ہو کر گھڑی کے الٹ چلتے ہوئے $-V_{ij} + V_{hg} + V_{fe} + V_{dc} + V_{ba} - V_{kl} = 0$ لکھا جائے گا۔ عام زندگی میں برقرار بلندی افقی سطح کو ظاہر کرتی ہے لہٰذا شکل 2.18-الف میں افقی لکیر برقرار بلندی کو ظاہر کرتی ہے۔ برقی دور میں برقرار دباو کو افقی لکیر سے ظاہر کرنے کی کوئی روایت نہیں۔ یوں شکل 2.18-ب میں افقی لکیر $b-c$ اور عمودی لکیر $d-e$ برقرار دباو کو ظاہر کرتے ہیں۔ برقی دور میں موصل تار پر دباو تبدیل نہیں ہوتی لہٰذا تار ہی برقرار دباو کو ظاہر کرتی ہے۔

کرخوف قانون دباو کے استعمال بند دائرے پر ہوتا ہے۔ ایسا بند دائرہ فرضی بھی ہو سکتا ہے۔ آئیں ایسی ایک مثال دیکھیں۔ شہروں میں پانی کے تالاب پر عموماً غوطہ لگانے کی خاطر اونچائی پر تختہ نسب ہوتا ہے جہاں سے غوطہ خور قلابازیاں کھاتا ہوا پانی تک پہنچتا ہے۔ شکل 2.20-الف میں ایسا ہی تختہ غوطہ[26] دکھایا گیا ہے جس تک بائیں جانب نسب سیڑھی کے ذریعہ پہنچا جا سکتا ہے۔ اس سیڑھی کو استعمال کرتے ہوئے غوطہ خور a سے b تک چڑھتا ہے۔ یہاں سے وہ دوڑ لگاتا ہوا c پہنچ کر ہوا میں قلابازیاں کھاتا ہوا نیچے تالاب میں ڈبکی لگاتا ہے۔ شکل میں تیر کی لکیر غوطہ خور کے گرنے کو دکھاتی ہے۔ اب a سے b اور یہاں سے c تک حقیقی راہ پائی جاتی ہے جس پر غوطہ خور چلتا ہے لیکن c سے d تک کوئی سیڑھی نہیں ہے۔ یہ بس خلاء میں فرضی راہ ہے جس پر غوطہ خور نیچے اترتا ہے جس کے بعد وہ واپس a تک لوٹتے ہوئے بند دائرے پر چال قدمی پوری کرتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بارہ سیڑھیاں چڑنے کے بعد غوطہ خور بارہ[27] سیڑھی ہی نیچے گرتا ہے۔

آئیں اب یہی کچھ برقی دور میں بھی دیکھیں۔ ایسا شکل 2.20-ب کی مدد سے دیکھتے ہیں۔ گھٹتے دباو کو مثبت لکھتے ہوئے، a سے گھڑی کی سمت چل کر ایک چکر کے بعد $-15 + V_{R1} - 4 + V_{R2} - 8 + V_{R3} = 0$ لکھا جا سکتا ہے جس

[26] diving board

[27] جی مجھے معلوم ہے کہ غوطہ خور اوپر چھلانگ لگا کر بارہ سیڑھی سے زیادہ بلندی سے گرتا ہے۔ مجھے امید ہے کہ آپ تمام گفتگو کی اصل مقصد سمجھ گئے ہوں گے۔

سے

$$V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 15 + 4 + 8$$

حاصل ہوتا ہے۔ایسا حقیقی راہ پر کیا گیا۔آئیں اب f سے a اور یہاں سے b کے بعد فرضی راہ پر واپس f پہنچیں۔فرضی راہ کو نوک دار لکیر سے دکھایا گیا ہے جہاں تیر کا نشان مثبت سرے کو ظاہر کرتی ہے۔یوں

$$V_{R3} - 15 + V_{bf} = 0$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں گھٹتے دباو کو مثبت لکھا گیا ہے۔اس سے

$$V_{bf} = 15 - V_{R3}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں اگر $V_{R3} = 7\,\mathrm{V}$ ہو تب $V_{bf} = 8\,\mathrm{V}$ ہو گا۔ یہاں بتلاتا چلوں کہ اس کتاب میں گھٹتے دباو کو ہی مثبت لکھا جائے گا۔ایسا لکھنے میں آپ کو شروع میں کچھ دقت ہو سکتی ہے۔اسی طرح دیگر فرضی بند دائروں پر مندرجہ ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\begin{aligned}
V_{R3} - 15 + V_{R1} - 4 + V_{df} &= 0\\
8 - V_{R2} + V_{df} &= 0\\
-V_{bf} + V_{R1} - 4 + V_{df} &= 0
\end{aligned}$$

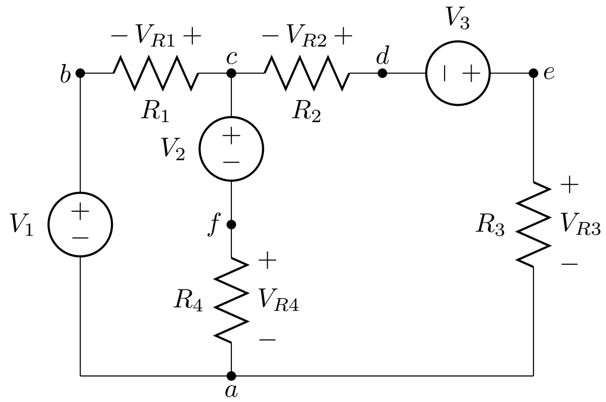
جہاں پہلی اور دوسری مساوات میں گھڑی کی سمت جبکہ دوسری مساوات میں گھڑی کی الٹ سمت چلا گیا ہے۔یوں اگر $V_{R1} = 9\,\mathrm{V}$ ، $V_{R2} = 11\,\mathrm{V}$ اور $V_{R3} = 7\,\mathrm{V}$ ہوں تب $V_{df} = 3\,\mathrm{V}$ اور $V_{bf} = 8\,\mathrm{V}$ ہوں گے۔

شکل 2.21 میں کرخوف قانون دباو استعمال کرتے ہوئے کل تین عدد مساوات لکھنا ممکن ہے۔یہ مساوات بائیں بند دائرہ $abcfa$ ، دائیں بند دائرہ $afcdea$ اور بیرونی بند دائرہ $abcdea$ پر لکھے جائیں گے جنہیں یہاں پیش کرتے ہیں۔

$$-V_1 - V_{R1} + V_2 + V_{R4} = 0 \tag{2.22}$$
$$-V_{R4} - V_2 - V_{R2} - V_3 + V_{R3} = 0 \tag{2.23}$$
$$-V_1 - V_{R1} - V_{R2} - V_3 + V_{R3} = 0 \tag{2.24}$$

مساوات 2.22 اور مساوات 2.23 کو آپس میں جمع کرنے سے مساوات 2.24 حاصل ہوتا ہے۔اسی طرح مساوات 2.23 سے مساوات 2.24 منفی کرنے سے مساوات 2.22 حاصل ہوتا ہے۔یوں ان میں سے کسی بھی دو مساوات سے تیسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے۔ایسی صورت میں دو عدد مساوات کو **غیر تابع مساوات** کہتے ہیں جبکہ ان سے حاصل تیسری مساوات **تابع مساوات**[28] کہلاتی ہے۔آپ جانتے ہیں کہ دو آزاد متغیرات حاصل کرنے کی خاطر دو عدد غیر تابع مساوات

[28] dependent equation



شکل 2.21: تابع اور غیر تابع مساوات۔

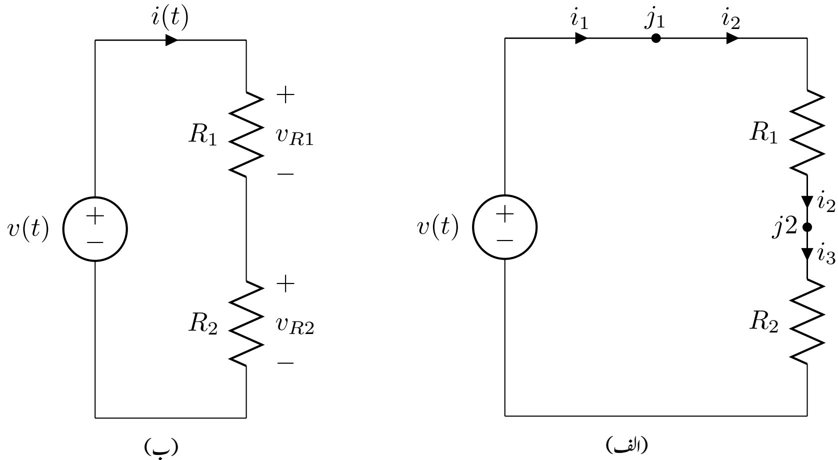
درکار ہوتے ہیں۔یوں آزاد متغیرات x اور y مندرجہ ذیل ہمزاد مساوات میں سے کسی بھی دو مساوات کو بیک وقت حل کرنے سے حاصل کرنا ممکن ہے۔ان میں کسی بھی دو عدد مساوات کو غیر تابع تصور کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی جاسکتی ہے لہٰذا تیسری تابع مساوات ہے جو کوئی نئی معلومات فراہم نہیں کرتی۔تابع مساوات غیر ضروری مساوات ہوتی ہے جسے لکھنے کی ضرورت نہیں ہے۔

$$
\begin{aligned}
x+y&=3\\
x-y&=-1\\
3x+y&=5
\end{aligned}
$$

شکل 2.21 صرف دو عدد غیر تابع مساوات مہیا کرتا ہے لہٰذا اگرچہ ہم اس دور کے لئے تین مساوات لکھ سکتے ہیں لیکن ایسا کرنے کی کوئی ضرورت نہیں۔کسی بھی دور میں مساوات لکھنے سے پہلے بند دائرے چننے جاتے ہیں۔بند دائرے یوں چنیں کہ دور میں نسب تمام اجزاء کسی نہ کسی دائرے کا حصہ بنے۔یوں کم سے کم تعداد کے بند دائرے چننے سے کم سے کم مساوات حاصل ہوں گے۔کم تعداد کے مساوات حل کرنا نسبتاً زیادہ آسان ہوتا ہے۔

2.3 سلسلہ وار جڑے پرزوں میں رو

کرخوف کے قوانین جاننے کے بعد آئیں انہیں چند سادہ ادوار پر لاگو کرتے ہوئے کچھ کارآمد نتائج حاصل کریں۔شکل 2.22-الف میں منبع دباو $v(t)$ کے ساتھ سلسلہ وار دو عدد مزاحمت جڑے ہیں۔منبع ہر نقطے پر دور میں دباو اور رو نافذ



شکل 2.22: سلسلہ وار جڑے مزاحمت میں دباو کی تقسیم۔

کرتا ہے۔ منبع اور R_1 آپس میں جوڑ j_1 پر ملتے ہیں۔ منبع کی رو i_1 اور مزاحمت میں داخل ہوتی رو کو i_2 تصور کرتے ہوئے جوڑ j_1 پر کرخوف قانون رو لاگو کرتے ہوئے $i_1 = i_2$ لکھا جا سکتا ہے۔ یوں منبع اور مزاحمت R_1 میں بالکل برابر رو پائی جاتی ہے۔ یہی ترکیب مزاحمت R_1 اور مزاحمت R_2 کے جوڑ j_2 پر لاگو کرتے ہوئے $i_2 = i_3$ لکھا جا سکتا ہے۔ یوں اگر $i_1 = 3\,\mathrm{mA}$ ہوتی تب i_2 اور i_3 بھی $3\,\mathrm{mA}$ ہوتے اور یہ برقی رو دور میں گھڑی کی سمت گھومتی۔ اس حقیقت کو یوں بہتر بیان کیا جا سکتا ہے کہ سلسلہ وار پرزوں میں یکساں برقی رو پائی جاتی ہے۔

2.4 تقسیم دباو

گزشتہ حصے میں ہم نے دیکھا کہ سلسلہ وار دور میں ہر مقام پر یکساں رو پائی جاتی ہے۔ اسی سلسلہ وار دور کو شکل 2.22-ب میں دوبارہ پیش کیا گیا ہے جہاں دور کی رو کو $i(t)$ لکھا گیا ہے۔ شکل-ب کے لئے کرخوف قانون دباو سے

$$v(t) = v_{R1} + v_{R2} \tag{2.25}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ کسی بھی مزاحمت میں گزرتی رو اور مزاحمت کے سروں کے مابین دباو کا تعلق قانون اوہم دیتا ہے۔ یوں مزاحمت R_1 اور R_2 پر درج ذیل دباو نافذ ہوں گے۔

$$\begin{aligned} v_{R1} &= i(t)R_1 \\ v_{R2} &= i(t)R_2 \end{aligned} \tag{2.26}$$

مساوات 2.26 کو مساوات 2.25 میں پر کرتے ہوئے

$$v(t) = i(t)R_1 + i(t)R_2 \tag{2.27}$$

رو کے لئے حل کرتے ہیں۔

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_1 + R_2} \tag{2.28}$$

مساوات 2.26 اور مساوات 2.28 کی مدد سے مزاحمت R_1 اور R_2 کی دباو حاصل کی جا سکتی ہے۔مزاحمت R_1 کا دباو

$$\begin{aligned} v_{R1} &= i(t)R_1 \\ &= \left[\frac{v(t)}{R_1 + R_2}\right] R_1 \end{aligned}$$

یا

$$v_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v(t) \tag{2.29}$$

حاصل ہوتا ہے۔اسی طرح مزاحمت R_2 کا دباو درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v(t) \tag{2.30}$$

مساوات 2.29 اور مساوات مساوات 2.30 **تقسیم دباو** کے مساوات ہیں۔آئیں ان کی افادیت ایک مثال کی مدد سے سمجھیں۔

مثال 2.10: شکل 2.22 میں $v(t) = 15\,\mathrm{V}$ ہے جبکہ مزاحمت $R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$ اور $R_2 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ ہیں۔دونوں مزاحمت کے دباو حاصل کریں۔منبع اور مزاحمتوں کی طاقت دریافت کریں۔

مساوات 2.29 سے

$$v_{R1} = \frac{15 \times 1000}{1000 + 2000} = 5\,\mathrm{V}$$

اور مساوات 2.30 سے

$$v_{R2}=\frac{15\times 2000}{1000+2000}=10\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔یہی جوابات یوں بھی حاصل کئے جا سکتے ہیں کہ پہلے مساوات 2.28 سے رو

$$i(t)=\frac{15}{1000+2000}=5\,\mathrm{mA}$$

حاصل کریں اور پھر قانون اوہم سے

$$\begin{aligned}
v_{R1}&=i(t)R_1=5\times 10^{-3}\times 1000=5\,\mathrm{V}\\
v_{R2}&=i(t)R_2=5\times 10^{-3}\times 2000=10\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

لکھیں۔منبع کی طاقت

$$p_{\text{منبع}}=15\times\left(-5\times 10^{-3}\right)=-75\,\mathrm{mW}$$

جبکہ R_1 کی طاقت

$$p_{R1}=5\times 5\times 10^{-3}=25\,\mathrm{mW}$$

اور R_2 کی طاقت

$$p_{R2}=10\times 5\times 10^{-3}=50\,\mathrm{mW}$$

حاصل ہوتی ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ طاقت کی پیداوار اور ضیاع برابر ہیں۔

مزاحمت کی طاقت مساوات 2.4 میں دئے دیگر کلیات سے بھی حاصل کر کے دیکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
p_{R1}&=i^2(t)R_1=\left(5\times 10^{-3}\right)^2\times 1000=25\,\mathrm{mW}\\
p_{R1}&=\frac{v_{R1}^2}{R_1}=\frac{5^2}{1000}=25\,\mathrm{mW}\\
p_{R2}&=i^2(t)R_2=\left(5\times 10^{-3}\right)^2\times 2000=50\,\mathrm{mW}\\
p_{R2}&=\frac{v_{R2}^2}{R_2}=\frac{10^2}{2000}=50\,\mathrm{mW}
\end{aligned}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سلسلہ وار مزاحمت جوڑنے سے داخلی دباو کو مختلف قیمتوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔دو سے زیادہ مزاحمت سلسلہ وار جوڑتے ہوئے داخلی دباو کو زیادہ حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ تقسیم دباو کے مساوات کے تحت داخلی دباو سلسلہ وار جڑے مزاحمت پر مزاحمت کی قیمت کے نسبت سے تقسیم ہوتے ہیں۔مندرجہ بالا مثال میں آپ نے دیکھا کہ تقسیم دباو کی مساوات سے مزاحمت کا دباو حاصل کرتے ہوئے برقی رو کا حصول درکار نہیں ہوتا۔آپ نے یہ بھی دیکھ لیا ہو گا کہ زیادہ قیمت کی مزاحمت پر زیادہ دباو پیدا ہوتی ہے اور اس میں طاقت کا ضیاع بھی زیادہ ہوتا ہے۔

مشق 2.9: شکل 2.22 میں $v(t) = 10\,\mathrm{V}$ ہے جبکہ مزاحمت $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ ہے۔مزاحمت R_2 پر $6\,\mathrm{V}$ درکار ہیں۔اس مزاحمت کی قیمت حاصل کریں اور اس میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔منبع کی پیدا کردہ طاقت بھی دریافت کریں۔اگر R_2 کی قیمت $2\,\mathrm{k\Omega}$ ہوتی تب R_2 کی دباو اور طاقت کے علاوہ منبع کی پیدا کردہ طاقت کیا ہوتی۔

جواب: $R_2 = 3\,\mathrm{k\Omega}$ ، $12\,\mathrm{mW}$ ، $-20\,\mathrm{mW}$ ، $5\,\mathrm{V}$ ، $12.5\,\mathrm{mW}$ ، $-25\,\mathrm{mW}$

اس مشق سے ظاہر ہے کہ کل سلسلہ وار مزاحمت کی قیمت کم کرنے سے پیدا کردہ طاقت اور مزاحمت میں طاقت کا ضیاع بڑھتا ہے۔

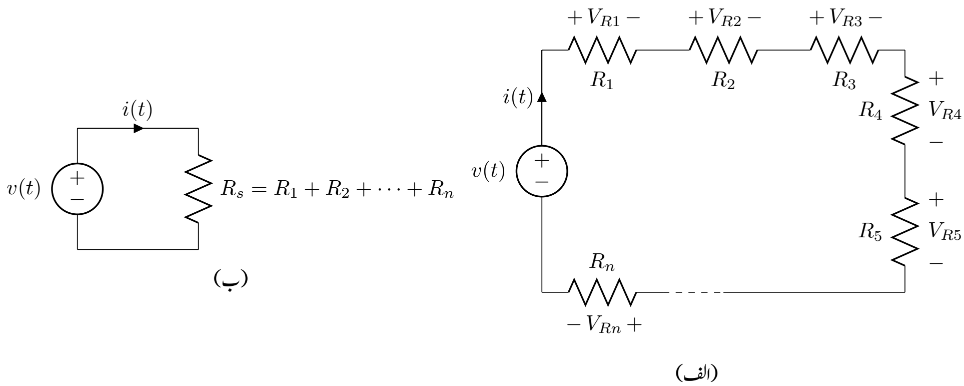
2.5 متعدد سلسلہ وار مزاحمت

شکل 2.23-الف میں متعدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔تمام سلسلہ وار جڑے پرزوں میں یکساں رو $i(t)$ پائی جاتی ہے۔کرخوف قانون دباو سے

$$v(t) = v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} + \cdots + v_{Rn} \tag{2.31}$$

لکھتے ہیں جہاں قانون اوہم سے

$$\begin{aligned} v_{R1} &= i(t)R_1 \\ v_{R2} &= i(t)R_2 \\ &\vdots \\ v_{Rn} &= i(t)R_n \end{aligned}$$



شکل 2.23: متعدد سلسلہ وار مزاحمت اور تقسیم دباو۔

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں

$$v(t) = i(t)R_1 + i(t)R_2 + \cdots + i(t)R_n$$

یا

$$v(t) = i(t)\left[R_1 + R_2 + \cdots + R_n\right] \tag{2.32}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں

$$\text{متعدد سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت} \quad R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n \tag{2.33}$$

لکھتے ہوئے

$$v(t) = i(t)R_s \tag{2.34}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 2.32 اور مساوات 2.34 شکل 2.23-ب پر بھی پوری اترتے ہیں۔ یوں شکل 2.23-الف اور شکل 2.23-ب مساوی اشکال ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ متعدد سلسلہ وار جڑے مزاحمت کی جگہ ان کا مجموعی مزاحمت نسب کیا جا سکتا ہے۔ مساوات 2.33 متعدد سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت R_s دیتی ہے۔

مثال 2.11: شکل 2.23-الف میں چار عدد مزاحمت نسب ہیں جن کی قیمتیں $100\,\Omega$ ، $50\,\Omega$ ، $120\,\Omega$ اور $30\,\Omega$ ہیں۔ منبع دباو $9\,\text{V}$ پیدا کرتا ہے۔ دور میں رو دریافت کریں۔ پچاس اوہم مزاحمت پر دباو بھی حاصل کریں۔

حل: مجموعی مزاحمت کی قیمت

$$R_S = 100 + 50 + 120 + 30 = 300\,\Omega$$

ہے۔یوں قانون اوہم اور شکل-ب سے

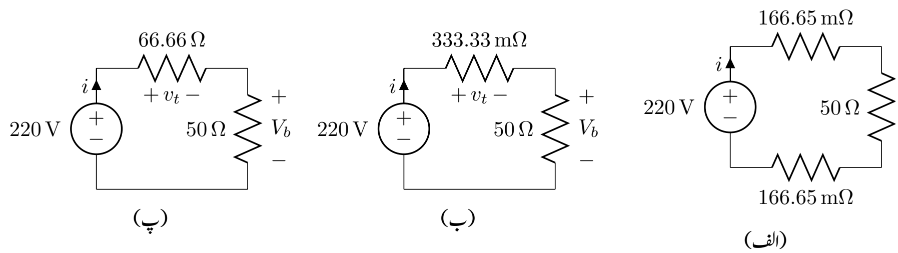
$$i(t) = \frac{v(t)}{R_S} = \frac{9}{300} = 30\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔پچاس اوہم مزاحمت پر دباو قانون اوہم سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_{50\,\Omega} = i(t)R = 30 \times 10^{-3} \times 50 = 1.5\,\mathrm{V}$$

مثال 2.12: ایک ملی میٹر قطر کے المونیم تار کی مزاحمت $33.33\,\Omega$ فی کلومیٹر ہے۔اس تار کو استعمال کرتے ہوئے $220\,\mathrm{V}$ منبع دباو سے $50\,\Omega$ کے مزاحمتی بوجھ کو طاقت فراہم کی جاتی ہے۔منبع اور بوجھ کے درمیان $5\,\mathrm{m}$ کا فاصلہ ہونے کی صورت میں مزاحمت میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔اگر یہ فاصلہ $1\,\mathrm{km}$ ہوتا تب جواب کیا ہوتا؟

حل: منبع کے مثبت اور منفی سروں کو بوجھ کے دو سروں کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔چونکہ ایک کلومیٹر تار کی مزاحمت $33.33\,\Omega$ ہے لہٰذا پانچ میٹر تار کی مزاحمت $166.65\,\mathrm{m\Omega}$ ہو گی۔صورت حال شکل 2.24-الف میں دکھائی گئی ہے۔بالائی اور نچلی تار سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کے مزاحمت آپس میں جمع کئے جا سکتے ہیں۔ایسا کرتے ہوئے مسئلے کو شکل 2.24-ب کے



شکل 2.24: برقی بوجھ کو بذریعہ تار طاقت فراہم کی جا رہی ہے۔

طرز پر ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ادوار کے اشکال بناتے ہوئے عموماً ایسا ہی کرتے ہوئے تار کی مجموعی مزاحمت کو بالائی تار پر ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ نچلی تار کی مزاحمت صفر تصور کی جاتی ہے۔دور میں رو

$$i = \frac{220}{50 + 0.16665} = 4.3854\,\mathrm{A}$$

اور بوجھ میں طاقت کا ضیاع

$$p = i^2 R = 4.3854^2 \times 50 = 962\,\mathrm{W}$$

ہے۔یہاں غور کریں کہ تار کی مزاحمت بوجھ کی مزاحمت سے بہت کم ہے۔ایسی صورت میں تار کی مزاحمت کو رد کیا جا سکتا ہے اور تار کو کامل موصل تصور کیا جا سکتا ہے۔ایسا کرتے ہوئے تار کی مزاحمت کو $0\,\Omega$ تصور کرتے ہوئے جوابات

$$i = \frac{220}{50 + 0} = 4.4\,\mathrm{A}$$
$$p = 4.4^2 \times 50 = 968\,\mathrm{W}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ان دو جوابات میں صرف

$$\left| \frac{962 - 968}{962} \right| \times 100 = 0.62\,\%$$

فرق پایا جاتا ہے جسے رد کیا جا سکتا ہے۔اس کے برعکس منبع اور تار کے درمیان ایک کلومیٹر فاصلے کی صورت میں صورت حال شکل-پ ظاہر کرتی ہے جہاں سے

$$i = \frac{220}{50 + 66.66} = 1.8858\,\mathrm{A}$$
$$p = 1.8858^2 \times 50 = 179\,\mathrm{W}$$

حاصل ہوتے ہیں۔یہاں تار کی مزاحمت کو رد نہیں کیا جا سکتا اور اس کے اثرات کو مد نظر رکھنا ضروری ہے۔

2.6 سلسلہ وار متعدد منبع دباو اور مزاحمت

شکل 2.25-الف میں متعدد منبع دباو اور متعدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔سلسلہ وار دور میں یکساں رو $i(t)$ پائی جائے گی۔دور میں گھڑی کی سمت گھومتے اور گھٹتے دباو کو مثبت لکھتے ہوئے

$$v_1(t) - v_2(t) + v_{R1} + v_{R2} - v_3(t) + v_{R3} + v_{R4} + \cdots + v_k(t) + v_{Rn} = 0 \tag{2.35}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ منبع دباو کو ایک جانب اور مزاحمتی دباو کو دوسری جانب لکھتے ہوئے اسے درج ذیل صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔

$$-v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots - v_k(t) = v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} + v_{R4} + \cdots + v_{Rn} \tag{2.36}$$

قانون اوہم کی مدد سے $v_{R1} = i(t)R_1$ وغیرہ لکھتے ہوئے

$$\begin{aligned} -v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots - v_k(t) &= i(t)R_1 + i(t)R_2 + i(t)R_3 + i(t)R_4 + \cdots + i(t)R_n \\ &= i(t)\left[R_1 + R_2 + \cdots + R_n\right] \end{aligned} \tag{2.37}$$

حاصل ہوتا ہے۔اس مساوات میں

$$-v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots - v_k(t) = v_s(t) \tag{2.38}$$

$$R_1 + R_2 + \cdots + R_n = R_s \tag{2.39}$$

لکھنے سے

$$v_s(t) = i(t)R_s \tag{2.40}$$

حاصل ہوتا ہے۔اس مساوات سے حاصل دور کو شکل 2.25-ب میں دکھایا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام سلسلہ وار جڑے مزاحمت کی جگہ ان کا مجموعہ نسب کیا جا سکتا ہے اور اسی طرح تمام سلسلہ وار جڑے منبع کی جگہ ان کا مجموعہ نسب کیا جا سکتا ہے۔جیسا شکل 2.25-ب میں دکھایا گیا ہے، منبع کا مجموعہ حاصل کرتے وقت بڑھتے دباو کو مثبت اور گھٹتے دباو کو منفی لیا جاتا ہے۔یوں مساوات 2.40 میں مساوی نشان $(=)$ کے بائیں جانب بڑھتے دباو کا مجموعہ اور نشان کے دائیں جانب گھٹتے دباو کا مجموعہ ہے۔اس مساوات سے دور کی رو $i(t)$ حاصل کی جا سکتی ہے۔

2.7 متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباو پایا جاتا ہے

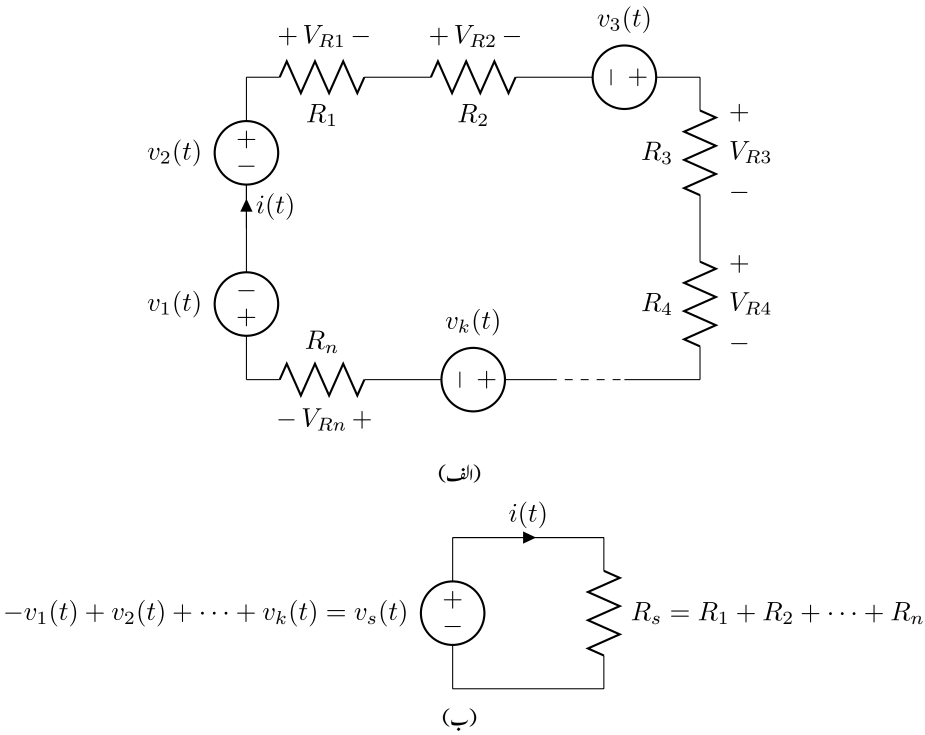
شکل 2.26-الف میں منبع دباو کے متوازی دو عدد برقی پرزے جڑے دکھائے گئے ہیں۔بند دائرہ $abcda$ پر کرخوف قانون دباو سے

$$v(t) = v_{cd} \tag{2.41}$$

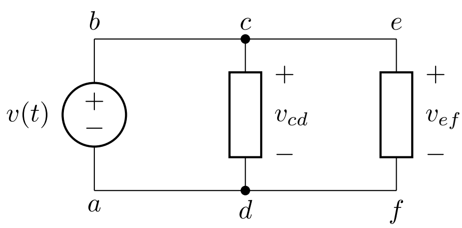
حاصل ہوتا ہے جبکہ بند دائرہ $abefa$ پر کرخوف قانون دباو سے

$$v(t) = v_{ef} \tag{2.42}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں دونوں برقی پرزوں پر $v(t)$ دباو پایا جاتا ہے۔اس مثال میں مزید پرزے متوازی جوڑتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام متوازی جڑے پرزوں پر یکساں دباو پایا جاتا ہے۔



شکل 2.25: متعدد منبع اور متعدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔



شکل 2.26: متوازی جڑے پرزوں پر یکساں دباو پایا جاتا ہے

2.8 تقسیم رو

شکل 2.27-الف میں منبع رو $i(t)$ کے متوازی دو عدد مزاحمت جڑے ہیں۔ رو $i(t)$ متوازی جڑے مزاحمت سے گزرتی ہے جس سے اوہم کے قانون کے تحت مزاحمت پر دباو $v(t)$ پیدا ہو گا۔ مزاحمت R_1 میں رو $i_1(t)$ اور مزاحمت R_2 میں رو $i_2(t)$ پائی جائے گی۔ جوڑ b پر کرخوف قانون رو لکھتے ہیں۔

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) \tag{2.43}$$

مزاحمتوں کے لئے قانون اوہم سے

$$i_1(t) = \frac{v(t)}{R_1} \tag{2.44}$$

$$i_2(t) = \frac{v(t)}{R_2} \tag{2.45}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ درج بالا تین مساوات کے ملاپ سے

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{v(t)}{R_1} + \frac{v(t)}{R_2} \\ &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) v(t) \end{aligned} \tag{2.46}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات میں قوسین میں بند قیمت کو

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{2.47}$$

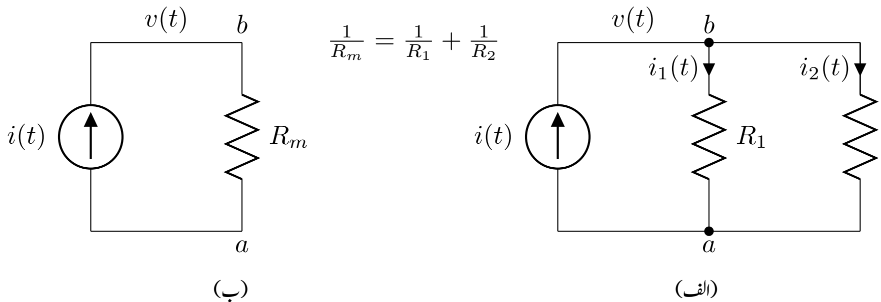
لکھتے ہوئے

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_m} \tag{2.48}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ شکل 2.27-ب سے یہی مساوات لکھی جا سکتی ہے۔ متوازی جڑے مزاحمتوں کی مساوی مزاحمت مساوات 2.47 سے حاصل ہوتی ہے۔

مساوات 2.44 کے پہلی مساوات کو مساوات 2.44 سے تقسیم کرتے ہوئے

$$\frac{i_1(t)}{i(t)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



شکل 2.27: متوازی جڑے مزاحمت کا مساوی مزاحمت۔

یا

$$i_1(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}i(t) \tag{2.49}$$

لکھا جا سکتا ہے۔اسی طرح مساوات 2.44 کے دوسری مساوات کو مساوات 2.44 سے تقسیم کرتے ہوئے

$$i_2(t)=\frac{R_1}{R_1+R_2}i(t) \tag{2.50}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 2.49 اور مساوات 2.50 تقسیم رو کے مساوات ہیں۔

مساوات 2.47 سے دو عدد متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

$$R_m=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \tag{2.51}$$

حاصل کیا جا سکتا ہے۔ مزاحمت R_1 اور R_2 کا آپس میں متوازی ہونے کو $R_1 \parallel R_2$ لکھا جاتا ہے جہاں مزاحمتوں کے درمیان دو عدد متوازی عمودی لکیریں متوازی ہونے کو ظاہر کرتی ہیں۔ یوں درج بالا مساوات کو درج ذیل صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔

$$R_1 \parallel R_2=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

مثال 2.13: شکل 2.27 میں $R_1=2\,\mathrm{k\Omega}$ ، $R_2=6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $i(t)=8\,\mathrm{mA}$ ہیں۔مزاحمت R_1 اور مزاحمت R_2 میں رو دریافت کریں۔ کل متوازی مزاحمت دریافت کریں۔ مزاحمت R_1 اور R_2 میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔ منبع کی طاقت بھی حاصل کریں۔

حل: مساوات 2.49 سے

$$i_1(t)=\left(\frac{6000}{2000+6000}\right)\times 8\times 10^{-3}=6\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ مساوات 2.50 سے

$$i_2(t)=\left(\frac{2000}{2000+6000}\right)\times 8\times 10^{-3}=2\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔یہی جواب بالائی جوڑ پر کرخوف قانون رو

$$8\,\mathrm{mA}=6\,\mathrm{mA}+i_2(t)$$

یعنی

$$i_2(2)=8\,\mathrm{mA}-6\,\mathrm{mA}=2\,\mathrm{mA}$$

سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔کل متوازی مزاحمت

$$\frac{1}{R_m}=\frac{1}{2000}+\frac{1}{6000}=\frac{1}{1500}$$

سے

$$R_m=2\,\mathrm{k\Omega}\parallel 6\,\mathrm{k\Omega}=1.5\,\mathrm{k\Omega}$$

حاصل ہوتا ہے۔مزاحمت R_1 میں طاقت کا ضیاع

$$p_{R1}=i_1(t)^2R_1=(6\times 10^{-3})^2\times 2000=72\,\mathrm{mW}$$

ہے۔اسی طرح مزاحمت R_2 کی طاقت

$$p_{R2}=i_2(t)^2R_2=(2\times 10^{-3})^2\times 6000=24\,\mathrm{mW}$$

ہے۔منبع کی طاقت حاصل کرنے کے لئے منبع کا دباو جاننا ضروری ہے۔مساوات 2.48 سے منبع کا دباو

$$v(t)=i(t)R_m=8\times 10^{-3}\times 1500=12\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں منبع کی طاقت درج ذیل ہو گی جو دونوں مزاحمت کے مجموعی طاقت کے عین برابر ہے۔

$$p_{\text{منبع}}=v(t)i(t)=12\times 8\times 10^{-3}=96\,\mathrm{mW}$$

اس مثال سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ متوازی جڑے مزاحمتوں میں کم قیمت کے مزاحمت میں زیادہ رو پائی جاتی ہے۔آپ کو یاد ہو گا کہ سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں میں تقسیم دباو کے تحت زیادہ قیمت کے مزاحمت پر زیادہ دباو پایا جاتا ہے۔

دو سے زیادہ تعداد میں متوازی جڑے مزاحمتوں کو بالکل اسی طرح حل کیا جا سکتا ہے۔یوں شکل 2.28-الف سے

$$
\begin{aligned}
i(t) &= i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_n(t) \\
i_1(t) &= \frac{v(t)}{R_1} \\
i_2(t) &= \frac{v(t)}{R_2} \\
i_3(t) &= \frac{v(t)}{R_3} \\
&\vdots \\
i_N(t) &= \frac{v(t)}{R_N}
\end{aligned}
$$

یا

$$
i(t) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N}\right) v(t) \tag{2.52}
$$

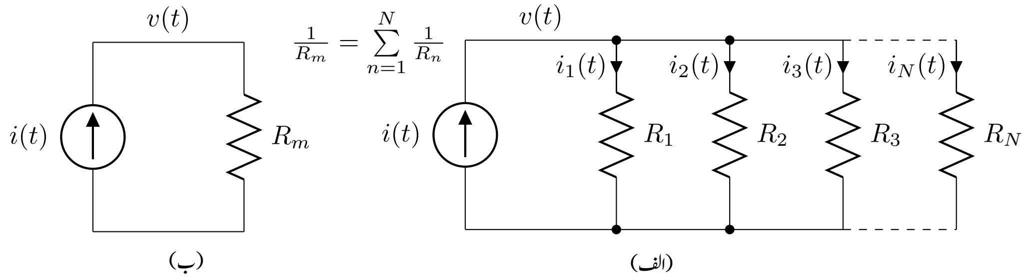
حاصل ہوتا ہے جس میں

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{R_m} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N} \qquad \text{متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت} \\
&= \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}
\end{aligned} \tag{2.53}
$$

پر کرنے سے

$$
i(t) = \frac{v(t)}{R_m} \tag{2.54}
$$

لکھا جا سکتا ہے۔ شکل 2.28-ب سے بھی یہی مساوات حاصل ہوتی ہے لہٰذا شکل-الف اور شکل-ب مساوی ادوار ہیں۔ مساوات 2.53 متعدد متوازی جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت R_m دیتی ہے۔



شکل 2.28: متعدد متوازی جڑے مزاحمت کا مساوی مزاحمت۔

مثال 2.14: شکل 2.28-الف میں تین عدد مزاحمت استعمال ہوتے ہیں۔ان کی قیمتیں $2\,\mathrm{k\Omega}$ ، $4\,\mathrm{k\Omega}$ اور $5\,\mathrm{k\Omega}$ ہیں۔منبع رو $15\,\mathrm{mA}$ ہے۔مساوی متوازی مزاحمت R_m حاصل کریں۔دباو $v(t)$ حاصل کرتے ہوئے تمام مزاحمتوں میں رو حاصل کریں۔منبع کی طاقت اور مزاحمتوں میں طاقت کا ضیاع بھی دریافت کریں۔

جوابات: مساوی مزاحمت پہلے حاصل کرتے ہیں۔مساوات 2.53 سے

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{4000} + \frac{1}{5000} = \frac{19}{20000}$$

یعنی

$$R_m = 2\,\mathrm{k\Omega} \parallel 4\,\mathrm{k\Omega} \parallel 5\,\mathrm{k\Omega} = \frac{20}{19}\,\mathrm{k\Omega}$$

حاصل ہوتا ہے۔شکل 2.28-ب سے

$$v(t) = 15 \times 10^{-3} \times \frac{20000}{19} \approx 15.7895\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں شکل-الف سے رو درج ذیل حاصل ہوتے ہیں جہاں سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $i_1(t) + i_2(t) +$

$i_3(t)$ عین منبع کی رو کے برابر ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_1(t) &= \frac{15.7895}{2000} = 7.89\,\mathrm{mA}\\
i_2(t) &= \frac{15.7895}{4000} = 3.95\,\mathrm{mA}\\
i_3(t) &= \frac{15.7895}{5000} = 3.16\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

منبع کی طاقت

$$
p_{\text{منبع}} = 15.7895 \times (-15 \times 10^{-3}) = -236.8\,\mathrm{mW}
$$

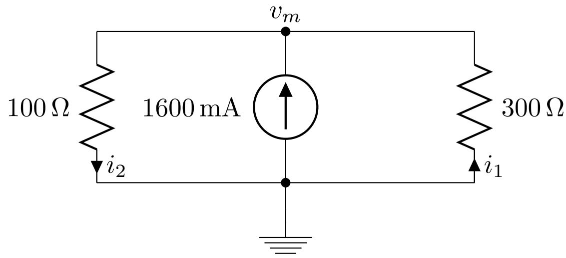
جبکہ مزاحمتوں کی طاقت

$$
\begin{aligned}
p_{2\,\mathrm{k\Omega}} &= 15.7895 \times 7.89 \times 10^{-3} = 124.58\,\mathrm{mW}\\
p_{4\,\mathrm{k\Omega}} &= 15.7895 \times 3.95 \times 10^{-3} = 62.37\,\mathrm{mW}\\
p_{5\,\mathrm{k\Omega}} &= 15.7895 \times 3.16 \times 10^{-3} = 49.89\,\mathrm{mW}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتے ہیں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ پیدا کردہ طاقت اور طاقت کا ضیاع برابر ہیں۔متوازی جڑے مزاحمتوں میں زیادہ قیمت کے مزاحمت میں کم برقی رو پائی جاتی ہے اور اس میں طاقت کا ضیاع بھی کم ہوتا ہے۔

مشق 2.10: شکل 2.29 میں i_1 ، i_2 ، R_m اور v_m دریافت کریں۔

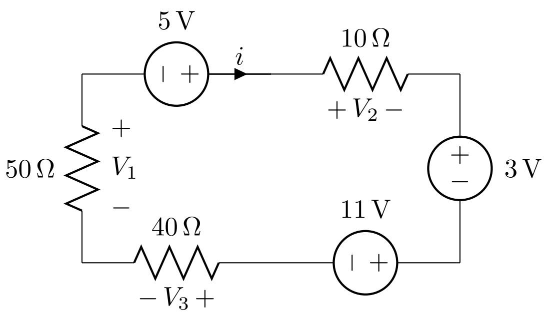
جوابات: $i_1 = -400\,\mathrm{mA}$ ، $i_2 = 1200\,\mathrm{mA}$ ، $R_m = 75\,\Omega$ ، $v_m = 120\,\mathrm{V}$



شکل 2.29: تقسیم رو کی مشق۔

مشق 2.11: شکل 2.30 میں R_s ، i ، v_1 ، v_2 ، اور v_3 دریافت کریں۔ تین وولٹ اور پانچ وولٹ منبع کی طاقت دریافت کریں۔

جوابات: $R_s = 100\,\Omega$ ، $i = -90\,\text{mA}$ ، $v_1 = 4.5\,\text{V}$ ، $v_2 = -0.9\,\text{V}$ ، $v_3 = -3.6\,\text{V}$ ، $p_{3\,\text{V}} = -0.27\,\text{W}$ ، $p_{5\,\text{V}} = 0.45\,\text{W}$



شکل 2.30: تقسیم دباو کی مشق۔

2.9 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت

ہم جانتے ہیں کہ سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_N \tag{2.55}$$

ہوتا ہے جبکہ متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

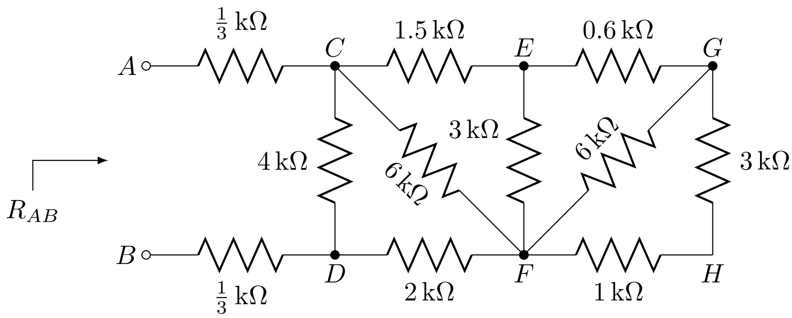
$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N} \tag{2.56}$$

ہے۔آئیں ان کلیات کو استعمال کرتے ہوئے مختلف انداز میں جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت حاصل کریں۔ایسا کرنے کی خاطر شکل 2.31 میں کو مثال بناتے ہوئے A اور B کے مابین مزاحمت R_{AB} حاصل کرتے ہیں۔

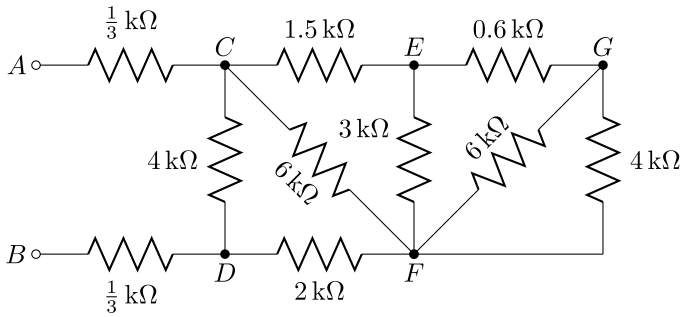
اگر آپ FGH کو دیکھیں تو یہاں $3\,\mathrm{k\Omega}$ اور $1\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں۔دو مزاحمت تب سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں جب دوسری مزاحمت میں وہی رو گزرے جو پہلی میں گزرتی ہو۔ایسے مزاحمتوں کا ایک سرا آپس میں جڑا ہوتا ہے جبکہ ان کا دوسرا سرا آپس میں نہیں جڑا ہوتا۔یوں $1\,\mathrm{k\Omega}$ کا دایاں سرا اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ کا نچلا سرا H پر آپس میں جڑے ہیں جبکہ $1\,\mathrm{k\Omega}$ کا بایاں سرا اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ کا بالائی سرا آپس میں نہیں جڑے ہیں۔یوں ان مزاحمتوں کا مجموعی مزاحمت مساوات 2.55 سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$R_{FGH} = 3000 + 1000 = 4\,\mathrm{k\Omega}$$

ان سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت R_{FGH} نسب کرتے ہوئے شکل 2.32 حاصل ہوتا ہے۔اس شکل میں F اور G نقطوں کے مابین $6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $4\,\mathrm{k\Omega}$ متوازی جڑے ہیں۔متوازی جڑے مزاحمتوں پر یکساں دباو



شکل 2.31: سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت۔



شکل 2.32

پایا جاتا ہے۔ یوں ان متوازی جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت مساوات 2.56 سے حاصل ہو گا یعنی

$$\frac{1}{R_{FG}} = \frac{1}{6000} + \frac{1}{4000} = \frac{1}{2400}$$

یا

$$R_{FG} = 6\,\mathrm{k\Omega} \parallel 4\,\mathrm{k\Omega} = 2.4\,\mathrm{k\Omega}$$

نقطہ F اور نقطہ G کے درمیان مساوی مزاحمت نسب کرنے سے شکل 2.33 حاصل ہوتا ہے۔ اب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ EGF پر $0.6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $2.4\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں جن کا مساوی مزاحمت

$$R_{EGF} = 600 + 2400 = 3\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا۔

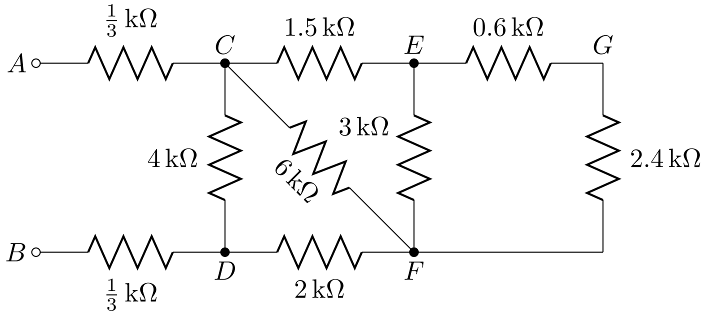
R_{EGF} کے استعمال سے شکل 2.34 حاصل ہوتا ہے جس میں E اور F کے درمیان دو عدد $3\,\mathrm{k\Omega}$ مزاحمت متوازی جڑے ہیں جن کا مساوی مزاحمت

$$\frac{1}{R_{EF}} = \frac{1}{3000} + \frac{1}{3000} = \frac{1}{1500}$$

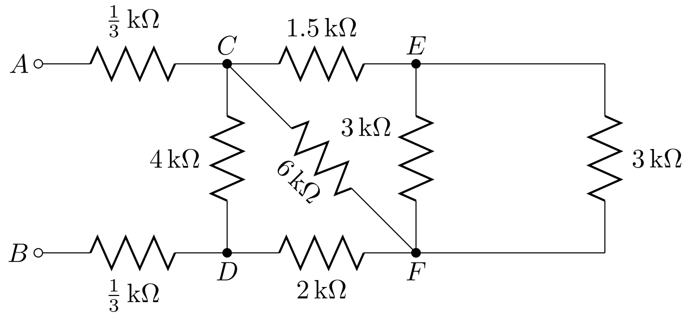
یعنی

$$R_{EF} = 3\,\mathrm{k\Omega} \parallel 3\,\mathrm{k\Omega} = 1.5\,\mathrm{k\Omega}$$

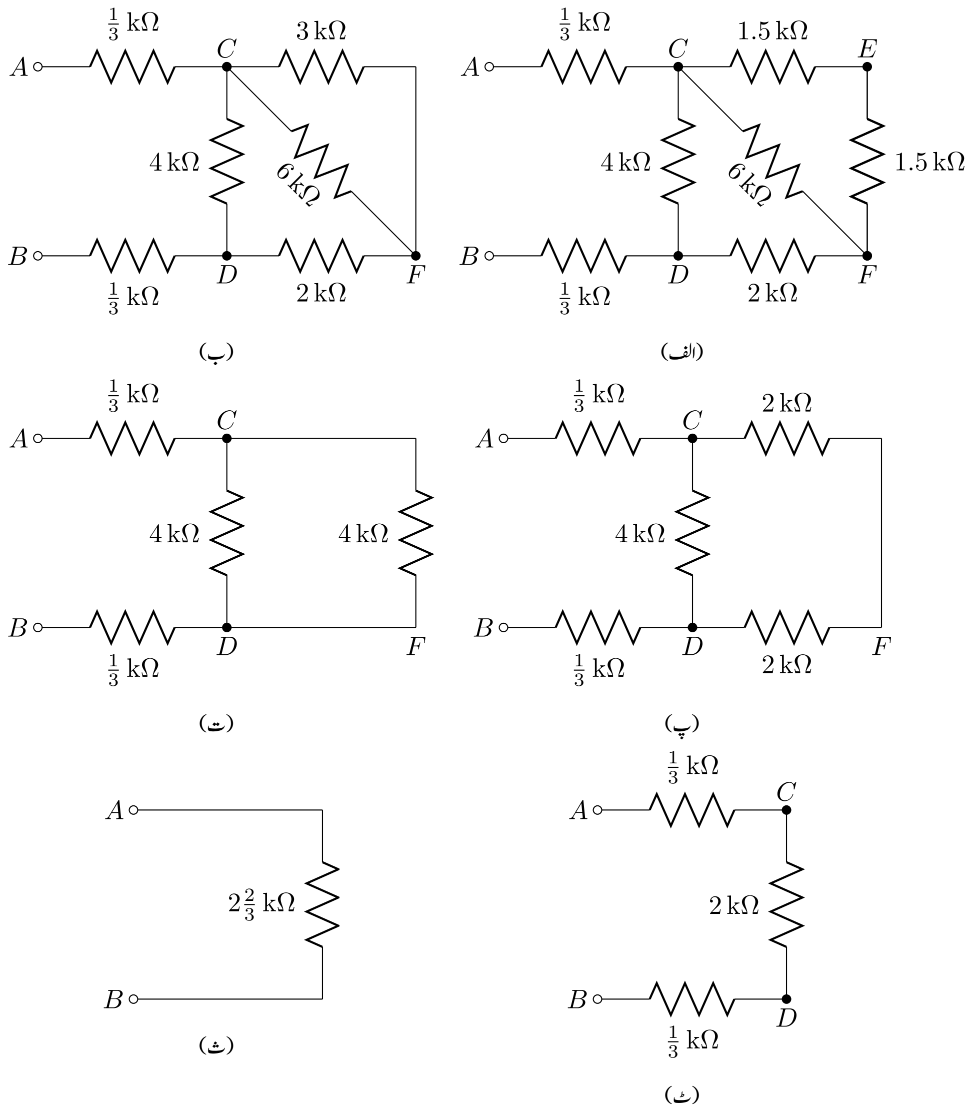
حاصل ہوتا ہے۔ یوں شکل 2.35-الف حاصل ہوتا ہے۔ اسی طریقے سے آگے بڑھتے ہوئے آخر کار شکل 2.35-ٹ



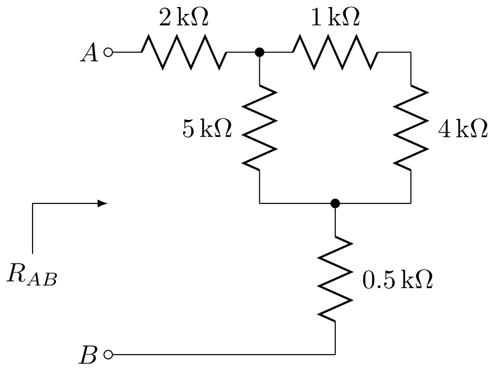
شکل 2.33



شکل 2.34


$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
$1.5\,\mathrm{k\Omega}$
A
C
E
$4\,\mathrm{k\Omega}$
$6\,\mathrm{k\Omega}$
$1.5\,\mathrm{k\Omega}$
B
D
F
$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
$2\,\mathrm{k\Omega}$
(الف)
$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
$3\,\mathrm{k\Omega}$
A
C
$4\,\mathrm{k\Omega}$
$6\,\mathrm{k\Omega}$
B
D
F
$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
$2\,\mathrm{k\Omega}$
(ب)
$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
$2\,\mathrm{k\Omega}$
A
C
$4\,\mathrm{k\Omega}$
B
D
F
$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
$2\,\mathrm{k\Omega}$
(پ)
$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
A
C
$4\,\mathrm{k\Omega}$
$4\,\mathrm{k\Omega}$
B
D
F
$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
(ت)
$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
A
C
$2\,\mathrm{k\Omega}$
B
D
$\frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
(ٹ)
A
$2\frac{2}{3}\,\mathrm{k\Omega}$
B
(ث)

شکل 2.35



شکل 2.36: متعدد سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت کا دور۔

حاصل ہوتا ہے جس سے R_{AB} درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$R_{AB} = 2\frac{2}{3}\,\mathrm{k\Omega}$$

یوں شکل 2.31 کو حل کرتے کرتے آخر کار شکل 2.35-ث حاصل کیا گیا جو مساوی مزاحمت دیتا ہے۔

مشق 2.12: شکل 2.36 میں R_{AB} دریافت کریں۔

جواب: $R_{AB} = 5\,\mathrm{k\Omega}$

متعدد سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت حاصل کرتے وقت درج ذیل طریقہ کار اختیار کیا جاتا ہے۔

- داخلی برقی سروں سے دور ترین مزاحمت سے شروع کریں۔
- دو عدد سلسلہ وار مزاحمت کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت $R_s = R_1 + R_2$ نسب کریں۔ جس جوڑ پر سلسلہ وار مزاحمت آپس میں جڑے ہوں اس جوڑ پر کوئی تیسرا پرزہ نہیں جڑا ہو سکتا۔ یوں پہلے مزاحمت سے گزرتی رو دوسری مزاحمت سے بھی گزرتی ہے۔ اگر جوڑ پر تیسرا پرزہ بھی نسب ہو تب مزاحمتوں کو سلسلہ وار جڑا تصور نہیں کیا جا سکتا۔

- دو عدد متوازی جڑے مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت $R_m = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ نسب کریں۔جن دو جوڑ کے ساتھ پہلا مزاحمت جڑا ہوتا ہے اگر انہیں جوڑ کے ساتھ دوسرا مزاحمت بھی جڑا ہو تب ان مزاحمتوں کو متوازی جڑا تصور کیا جاتا ہے۔ متوازی مزاحمتوں پر برابر دباو پایا جاتا ہے۔

- متواتر سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے دور کے داخلی سروں تک پہنچ کر پورے دور کا مساوی مزاحمت حاصل کریں۔

2.10 تخصیص مزاحمت

جدول 2.1 مزاحمت کی وہ مخصوص قیمتیں دیتا ہے جو عام دستیاب ہیں۔مزاحمت کی قیمت کے علاوہ اس کی **طاقتی استعداد**[29] اور قیمت میں **خلل**[30] بھی جاننا ضروری ہے۔اس جدول میں دئے تمام مزاحمتوں کی قیمتوں میں 5 % مزاحمتی خلل ممکن ہے۔یوں انہیں 5 % مزاحمت کہتے ہیں۔مزاحمت کی طاقتی استعداد عموماً 0.25 W ، 0.5 W ، 1 W ، 2 W وغیرہ ہوتی ہے۔اس کے علاوہ زیادہ طاقت کے مخصوص مزاحمت بھی دستیاب ہیں۔

مزاحمت میں طاقت کا ضیاع حرارتی توانائی میں تبدیل ہوتا ہے جس سے مزاحمت کی درجہ حرارت بڑھتی ہے۔دو اجسام کے مابین **ایصال حرارت**[31] یا **اتصال حرارت**[32] کا دارومدار ان کے درجہ حرارت میں فرق پر منحصر ہے۔دو اجسام کے درجہ حرارت میں فرق بڑھانے سے ان کے مابین ایصال حرارت یا اتصال حرارت بڑھتی ہے۔ مزاحمت میں طاقت کے ضیاع سے مزاحمت کا درجہ حرارت ارد گرد کے ماحول سے بڑھ جاتا ہے۔ایصال حرارت اور اتصال حرارت سے مزاحمت کی حرارتی توانائی ارد گرد کے ماحول کو منتقل ہوتی ہے۔ جس درجہ حرارت پر مزاحمت کی طاقتی ضیاع اور مزاحمت سے انتقال حرارت برابر ہوں، مزاحمت کا درجہ حرارت اسی حتمی قیمت پر جا رکھتا ہے۔ ہر شے کسی مخصوص درجہ حرارت پر تباہ ہوتا ہے۔یہی مزاحمت کے لئے بھی درست ہے لٰہذا یہ ضروری ہے کہ اس کا درجہ حرارت اتنا نہ بڑھ جائے کہ مزاحمت جل کر راکھ ہو جائے۔ طاقتی استعداد سے مراد وہ طاقت ہے جس پر مزاحمت محفوظ رہ سکتا ہے۔اگر طاقتی ضیاع مزاحمت کے طاقتی استعداد سے بڑھ جائے تو مزاحمت جل کر تباہ ہو جاتا ہے۔

---

[29] power rating
[30] tolerance
[31] heat conduction
[32] heat convection

جدول 2.1: مزاحمت کے معیاری قیمتیں۔ قیمتوں میں 5% خلل ممکن ہے۔

1.0 MΩ	100 kΩ	10 kΩ	1.0 kΩ	100 Ω	10 Ω	1.0 Ω
1.1 MΩ	110 kΩ	11 kΩ	1.1 kΩ	110 Ω	11 Ω	1.1 Ω
1.2 MΩ	120 kΩ	12 kΩ	1.2 kΩ	120 Ω	12 Ω	1.2 Ω
1.3 MΩ	130 kΩ	13 kΩ	1.3 kΩ	130 Ω	13 Ω	1.3 Ω
1.5 MΩ	150 kΩ	15 kΩ	1.5 kΩ	150 Ω	15 Ω	1.5 Ω
1.6 MΩ	160 kΩ	16 kΩ	1.6 kΩ	160 Ω	16 Ω	1.6 Ω
1.8 MΩ	180 kΩ	18 kΩ	1.8 kΩ	180 Ω	18 Ω	1.8 Ω
2.0 MΩ	200 kΩ	20 kΩ	2.0 kΩ	200 Ω	20 Ω	2.0 Ω
2.2 MΩ	220 kΩ	22 kΩ	2.2 kΩ	220 Ω	22 Ω	2.2 Ω
2.4 MΩ	240 kΩ	24 kΩ	2.4 kΩ	240 Ω	24 Ω	2.4 Ω
2.7 MΩ	270 kΩ	27 kΩ	2.7 kΩ	270 Ω	27 Ω	2.7 Ω
3.0 MΩ	300 kΩ	30 kΩ	3.0 kΩ	300 Ω	30 Ω	3.0 Ω
3.3 MΩ	330 kΩ	33 kΩ	3.3 kΩ	330 Ω	33 Ω	3.3 Ω
3.6 MΩ	360 kΩ	36 kΩ	3.6 kΩ	360 Ω	36 Ω	3.6 Ω
3.9 MΩ	390 kΩ	39 kΩ	3.9 kΩ	390 Ω	39 Ω	3.9 Ω
4.3 MΩ	430 kΩ	43 kΩ	4.3 kΩ	430 Ω	43 Ω	4.3 Ω
4.7 MΩ	470 kΩ	47 kΩ	4.7 kΩ	470 Ω	47 Ω	4.7 Ω
5.1 MΩ	510 kΩ	51 kΩ	5.1 kΩ	510 Ω	51 Ω	5.1 Ω
5.6 MΩ	560 kΩ	56 kΩ	5.6 kΩ	560 Ω	56 Ω	5.6 Ω
6.2 MΩ	620 kΩ	62 kΩ	6.2 kΩ	620 Ω	62 Ω	6.2 Ω
6.8 MΩ	680 kΩ	68 kΩ	6.8 kΩ	680 Ω	68 Ω	6.8 Ω
7.5 MΩ	750 kΩ	75 kΩ	7.5 kΩ	750 Ω	75 Ω	7.5 Ω
8.2 MΩ	820 kΩ	82 kΩ	8.2 kΩ	820 Ω	82 Ω	8.2 Ω
9.1 MΩ	910 kΩ	91 kΩ	9.1 kΩ	910 Ω	91 Ω	9.1 Ω

مثال 2.15: شکل 2.37 میں $5\,\%$ مزاحمت استعمال کیا گیا ہے۔ دور میں کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ رو دریافت کریں۔ دونوں صورتوں میں مزاحمتی ضیاع بھی حاصل کریں۔

حل: مزاحمت کی قیمت $9.1\,\mathrm{k\Omega}$ ہے۔ اس قیمت کو علامتی قیمت[33] کہتے ہیں۔ مزاحمت کی حقیقی قیمت اس سے $5\,\%$ کم یا زیادہ ممکن ہے۔ یوں اس مزاحمت کی کم سے کم قیمت

$$R_{\text{کمتر}} = (1-0.05)\times 9100 = 8.645\,\mathrm{k\Omega}$$

اور زیادہ سے زیادہ قیمت

$$R_{\text{بلند تر}} = (1+0.05)\times 9100 = 9.555\,\mathrm{k\Omega}$$

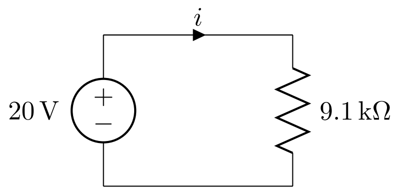
ہو سکتی ہے۔ مزاحمت کی اصل قیمت ان حدود کے درمیان رہے گی۔ یوں کمتر اور بلند تر رو درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} i_{\text{کمتر}} &= \frac{20}{9555} = 2.093\,\mathrm{mA}\\ i_{\text{بلند تر}} &= \frac{20}{8645} = 2.313\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

مزاحمت میں کمتر اور بلند تر طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} p_{\text{کمتر}} &= 20\times 2.093\times 10^{-3} = 41.86\,\mathrm{mW}\\ p_{\text{بلند تر}} &= 20\times 2.313\times 10^{-3} = 46.26\,\mathrm{mW} \end{aligned}$$

[33] typical value



شکل 2.37: مزاحمت کی قیمت میں خلل اور طاقت کے ضیاع کی مثال۔

مزاحمت میں طاقت کا ضیاع $42\,\mathrm{mW}$ تا $46\,\mathrm{mW}$ ممکن ہے۔یوں $0.25\,\mathrm{W}$ کی مزاحمت یہاں استعمال کی جا سکتی ہے جو $250\,\mathrm{mW}$ کی طاقتی ضیاع کو برداشت کرنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔

مندرجہ بالا مثال میں اگر مزاحمت کی قیمت $100\,\Omega$ ہوتی تب رو کی علامتی قیمت $\frac{20}{100} = 0.2\,\mathrm{A}$ ہوتی اور مزاحمت ضیاع $4\,\mathrm{W}$ ہوتا۔مزاحمت کی استعداد $0.25\,\mathrm{W}$ ہونے کی صورت میں مزاحمت تاب نہ لاتے ہوئے جل کر راکھ ہو جائے گا۔یوں ایسی صورت میں $4\,\mathrm{W}$ سے زیادہ طاقتی استعداد[34] کا مزاحمت استعمال کرنا ضروری ہے۔

2.11 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل

قانون اوہم اور کرخوف کے قوانین کو بطور تجزیاتی آلات استعمال کرتے ہوئے برقی ادوار حل کئے جاتے ہیں۔اب تک ہم سادہ ترین ادوار حل کرتے رہے ہیں۔اس حصے میں سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں پر مبنی بڑے ادوار حل کرنا دیکھتے ہیں۔

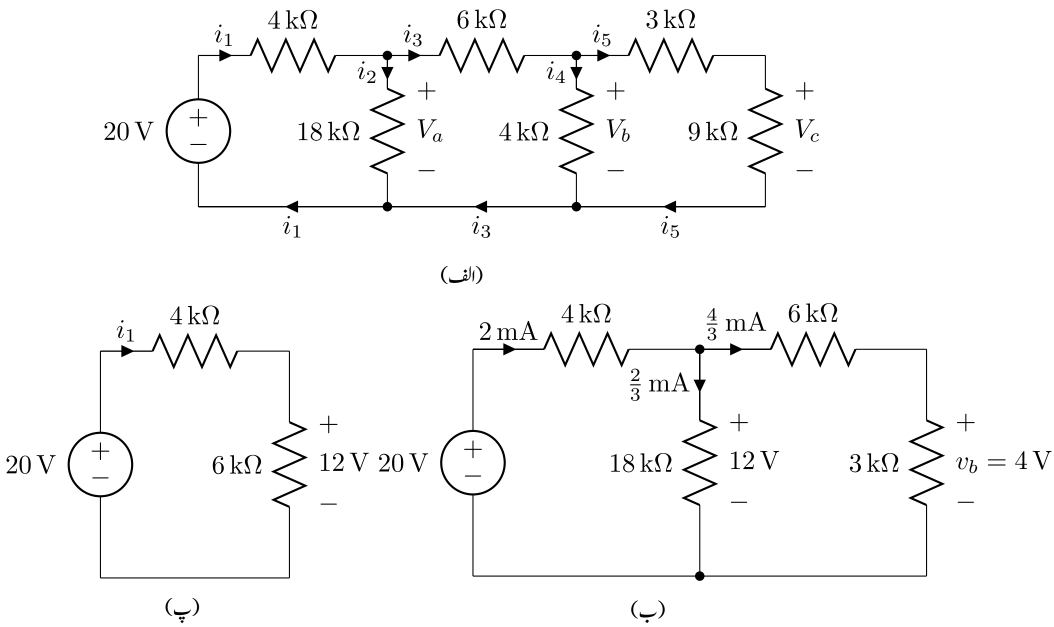
مثال 2.16: شکل 2.38-الف کے دور میں تمام نامعلوم دباو اور رو دریافت کریں۔

حل: ہم منبع سے دور ترین مزاحمت سے شروع کرتے ہوئے سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت پر کرتے ہوئے آخر کار شکل 2.38-پ تک پہنچتے ہیں جہاں سے i_1 اور v_a کیا جا سکتا ہے۔ان قیمتوں کو کرخوف کے قوانین اور قانون اوہم کے ساتھ استعمال کرتے ہوئے مزید نامعلوم متغیرات حاصل کئے جائیں گے۔آئیں یہ عمل قدم با قدم دیکھیں۔

شکل-الف میں منبع سے دور ترین $9\,\mathrm{k\Omega}$ اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ان کا مساوی مزاحمت $= 9\,\mathrm{k\Omega} + 3\,\mathrm{k\Omega}$ $12\,\mathrm{k\Omega}$ ہے جو $4\,\mathrm{k\Omega}$ کے متوازی ہے۔یوں ان کا مساوی مزاحمت $\frac{4\,\mathrm{k\Omega}\times 12\,\mathrm{k\Omega}}{4\,\mathrm{k\Omega}+12\,\mathrm{k\Omega}} = 3\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا جسے شکل-ب میں استعمال کیا گیا ہے۔شکل-ب میں $6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ کا مساوی $9\,\mathrm{k\Omega}$ ہے جو از خود $18\,\mathrm{k\Omega}$ کے متوازی ہے۔یوں ان کا مساوی $6\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا جس کے استعمال سے شکل-پ حاصل ہوتا ہے۔

---

34 میں متوقع طاقتی ضیاع کی دگنا قیمت کے طاقتی استعداد کا مزاحمت استعمال کرتا ہوں۔



شکل 2.38: سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے دور کی مثال۔

شکل 2.38-پ میں

$$i_1 = \frac{20}{4000+6000} = 2\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے قانون اوہم کے تحت

$$v_a = i_1 \times 6\,\mathrm{k\Omega} = 12\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں ان قیمتوں کو دکھایا گیا ہے جہاں سے ظاہر ہے کہ $18\,\mathrm{k\Omega}$ مزاحمت پر $12\,\mathrm{V}$ دباو ہے لہٰذا اس کی رو

$$i_2 = \frac{v_a}{18\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{12}{18000} = \frac{2}{3}\,\mathrm{mA}$$

ہو گی۔ شکل-الف میں قانون رو سے

$$i_1 = i_2 + i_3$$

لکھتے ہوئے

$$\begin{aligned} i_3 &= i_1 - i_2 \\ &= 2\,\mathrm{mA} - \frac{2}{3}\,\mathrm{mA} \\ &= \frac{4}{3}\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں i_3 کے استعمال سے

$$\begin{aligned} v_b &= i_3 \times 3\,\mathrm{k\Omega} \\ &= \frac{4}{3} \times 10^{-3} \times 3000 \\ &= 4\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اب شکل-الف میں v_b جانتے ہوئے i_4 حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} i_4 &= \frac{v_b}{4\,\mathrm{k\Omega}} \\ &= \frac{4}{4000} \\ &= 1\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

قانون رو سے

$$i_3 = i_4 + i_5$$

لکھتے ہوئے

$$\begin{aligned} i_5 &= i_3 - i_4 \\ &= \frac{4}{3}\,\mathrm{mA} - 1\,\mathrm{mA} \\ &= \frac{1}{3}\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے قانون اوہم سے

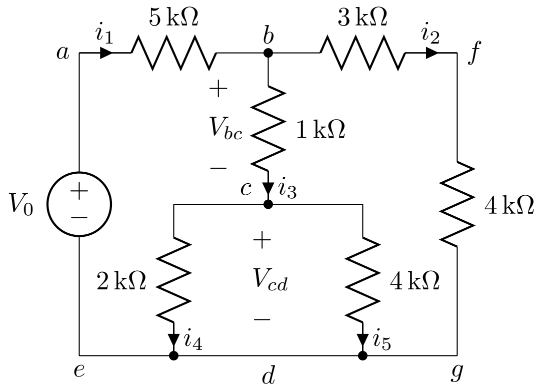
$$\begin{aligned} v_c &= i_5 \times 9\,\mathrm{k\Omega} \\ &= \frac{1}{3} \times 10^{-3} \times 9000 \\ &= 3\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

لکھا جا سکتا ہے۔

مثال 2.17: شکل 2.39 میں $i_5 = 2\,\mathrm{mA}$ ہونے کی صورت میں تمام نامعلوم متغیرات دریافت کریں۔

حل: یہ مثال گزشتہ مثال کے الٹ ہے۔یہاں دور میں کسی ایک مقام کے رو (یا دباو) سے منبع کی دباو اور دیگر متغیرات دریافت کیے جائیں گے۔دی معلومات سے قانون اوہم کے ذریعہ

$$\begin{aligned} v_{cd} &= i_5 \times 4\,\mathrm{k\Omega} \\ &= 2 \times 10^{-3} \times 4000 \\ &= 8\,\mathrm{V} \end{aligned}$$



شکل 2.39: سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کا دور۔

لکھا جا سکتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے قانون اوہم کی مدد سے

$$
\begin{aligned}
i_4 &= \frac{v_{cd}}{2\,\mathrm{k\Omega}}\\
&= \frac{8}{2000}\\
&= 4\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتا ہے۔ کرخوف قانون رو

$$
\begin{aligned}
i_3 &= i_4 + i_5\\
&= 4\,\mathrm{mA} + 2\,\mathrm{mA}\\
&= 6\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں قانون اوہم سے

$$
\begin{aligned}
v_{bc} &= i_3 \times 1\,\mathrm{k\Omega}\\
&= 6 \times 10^{-3} \times 1000\\
&= 6\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتا ہے۔ دائرہ $dcbfg$ پر کرخوف قانون دباو

$$V_{cd} + V_{bc} = i_2 \times 3\,\mathrm{k\Omega} + i_2 \times 4\,\mathrm{k\Omega}$$

لکھا جائے گا جس سے

$$\begin{aligned}
i_2 &= \frac{V_{cd} + V_{bc}}{3\,\mathrm{k\Omega} + 4\,\mathrm{k\Omega}} \\
&= \frac{8+6}{3000+4000} \\
&= 2\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ کرخوف قانون رو سے

$$\begin{aligned}
i_1 &= i_2 + i_3 \\
&= 2\,\mathrm{mA} + 6\,\mathrm{mA} \\
&= 8\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جسے قانون اوہم میں استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}
V_{ab} &= i_1 \times 5\,\mathrm{k\Omega} \\
&= 8 \times 10^{-3} \times 5000 \\
&= 40\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں V_{ab} نقطہ b کے حوالے سے نقطہ a پر دباو ہے۔ دائرہ $eabcd$ پر کرخوف قانون دباو

$$V_0 = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd}$$

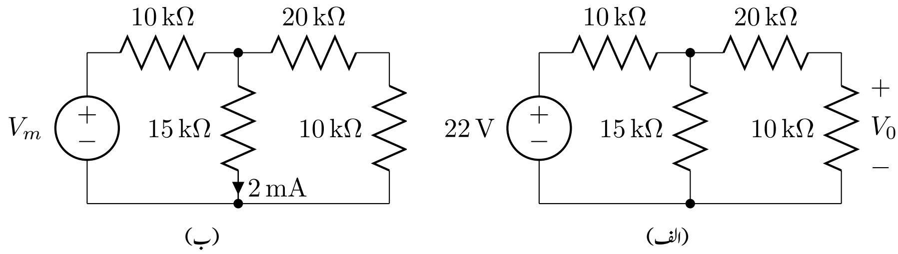
لکھا جائے گا جس سے منبع کا دباو

$$\begin{aligned}
V_0 &= 40 + 6 + 8 \\
&= 54\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔

مشق 2.13: شکل 2.40-الف میں V_0 دریافت کریں۔

جواب: $3.667\,\mathrm{V}$



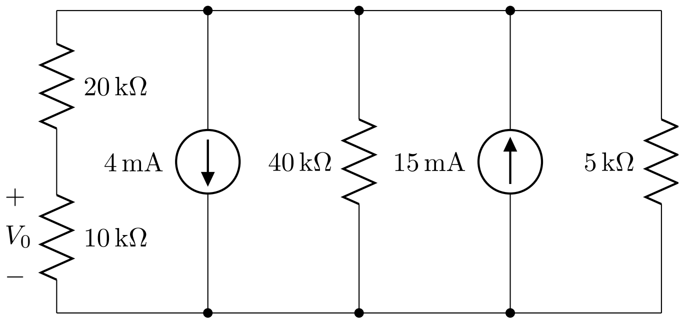
شکل 2.40: دور برائے مشق 2.13 اور مشق 2.14

مشق 2.14: شکل 2.40-ب میں V_m دریافت کریں۔

جواب: 60 V

مشق 2.15: شکل 2.41 میں V_0 دریافت کریں۔

جواب: 14.19 V

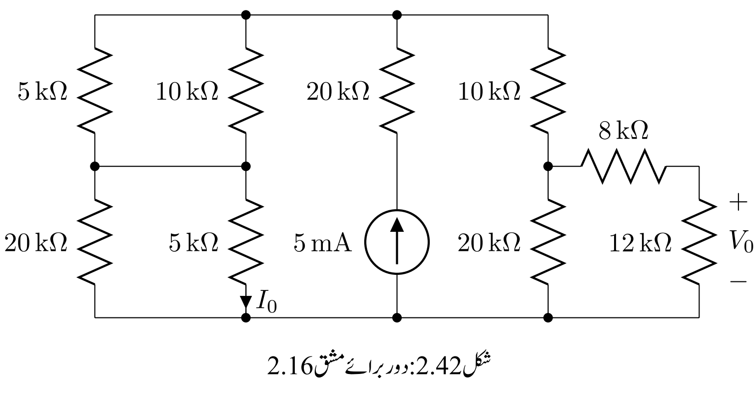


شکل 2.41: دور برائے مشق 2.15

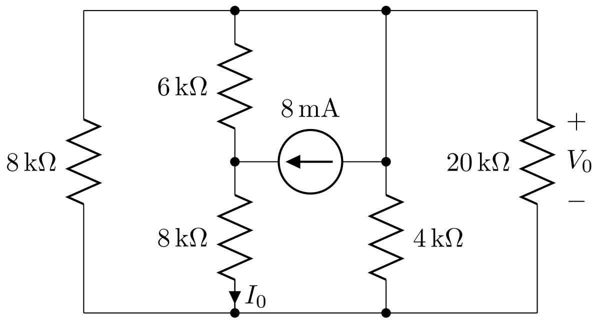
مشق 2.16: شکل 2.42 میں V_0 اور I_0 دریافت کریں۔

جوابات: 8.05 V ، 2.93 mA

مشق 2.17: شکل 2.43 میں V_0 اور I_0 دریافت کریں۔



شکل 2.42: دور برائے مشق 2.16



شکل 2.43: دور برائے مشق 2.17

جوابات: $-6.906\,\text{V}$ ، $2.94\,\text{mA}$

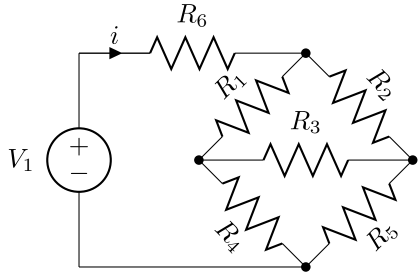
2.12 ستارہ-تکون تبادلہ

ہم نے اب تک ایسے ادوار دیکھے جن میں سلسلہ وار مزاحمتوں اور متوازی مزاحمتوں کی جگہ مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے سادہ دور حاصل کیا گیا۔اس حصے میں جس ترکیب پر غور کیا جائے گا،اس کی اہمیت شکل 2.44 سے واضح ہو گی۔آپ اس دور میں i حاصل کرنے کی کوشش کریں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس میں کوئی بھی دو مزاحمت سلسلہ وار یا متوازی نہیں جڑے لہٰذا اس دور کی سادہ صورت گزشتہ ترکیب سے حاصل نہیں کی جا سکتی۔کیا اچھا ہوتا اگر ایسی صورت میں دور کے کچھ حصے کی جگہ متبادل دور نسب کرتے ہوئے اسے قابل حل بنانا ممکن ہوتا۔خوش قسمتی سے ایسا کرنا ممکن ہے۔اس ترکیب کو **ستارہ۔تکونی تبادلہ**[35] یا $Y-\Delta$ تبادلہ کہتے ہیں۔آئیں ستارہ-تکون تبادلہ کے ترکیب پر غور کریں۔

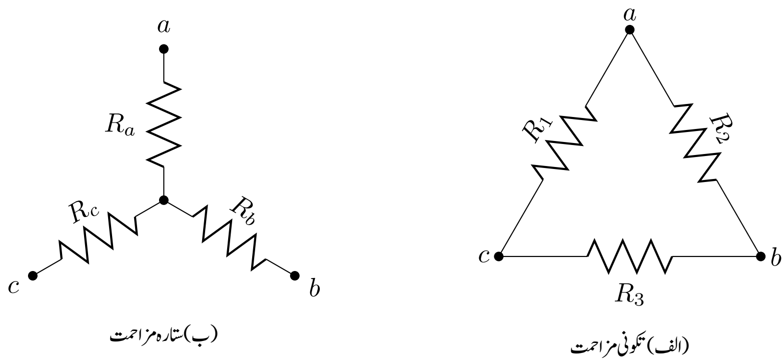
شکل 2.45-الف میں تین مزاحمت تکونی کی شکل Δ میں جڑے ہیں جبکہ شکل-ب میں تین مزاحمت ستارہ کی شکل Y میں جڑے ہیں۔ہم ستارہ مزاحمت کی جگہ تکونی مزاحمت یا تکونی مزاحمت کی جگہ ستارہ مزاحمت اس صورت نسب کر سکتے ہیں جب اس تبدیلی سے بقایا دور پر کوئی اثر نہ پڑے۔یوں اگر کسی دور میں تین نقطوں a ، b اور c کے درمیان تکونی مزاحمت (ستارہ مزاحمت) جڑے ہوں تب انہیں تین نقطوں پر مبدل ستارہ مزاحمت (تکونی مزاحمت) نسب کرنے سے بقایا

---

[35] wye-delta transformation



شکل 2.44: اس دور کو سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کی طرح حل نہیں کیا جا سکتا۔



شکل 2.45: ستارہ-تکون مبدل

دور میں کسی بھی مقام پر دباو اور رو میں تبدیلی رونما نہیں ہونی چاہیے۔ ایسا تب ممکن ہو گا کہ ان تین نقطوں پر بھی دباو اور رو میں کوئی تبدیلی نہ پیدا ہو یعنی $a-b$ اور $a-c$ اور $b-c$ کے درمیان مزاحمت میں تبدیلی نہیں پیدا ہونی چاہیے۔

ستارہ-تکونی تبادلہ abc کے ساتھ کسی بھی دور کے لئے کارآمد ہونا چاہیے۔ یوں یہ تبادلہ اس صورت بھی کارآمد ہونا ضروری ہے جب a اور b دور کے ساتھ منسلک ہوں جبکہ c آزاد ہو اور کہیں نہ جڑا ہو۔ ایسی صورت میں شکل 2.45-الف سے $a-c$ کی مزاحمت درج ذیل حاصل ہوتی ہے

$$R_{ab}=\frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}$$

جبکہ شکل 2.45-ب سے $a-c$ کی مزاحمت

$$R_{ab}=R_a+R_b$$

حاصل ہوتی ہے۔ مندرجہ بالا دونوں قیمت برابر ہونا ضروری ہے یعنی

$$R_{ab} = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_a + R_b \tag{2.57}$$

اسی طرح اگر b کہیں بھی نہ جڑا ہو تب دونوں اشکال سے $a - c$ کی مزاحمت برابر پر کرنے سے

$$R_{ac} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_a + R_c \tag{2.58}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اگر a کہیں بھی نہ جڑا ہو تب دونوں اشکال سے $b - c$ کی مزاحمت برابر پر کرنے سے

$$R_{bc} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_b + R_c \tag{2.59}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 2.57، مساوات 2.58 اور مساوات 2.59 تین عدد مساوات ہیں جنہیں R_a ، R_b اور R_c کے لئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned} R_a &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_b &= \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_c &= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \end{aligned} \tag{2.60}$$

اسی طرح مساوات 2.57 تا مساوات 2.59 کو R_1 ، R_2 اور R_3 کے لئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c R_c R_a}{R_b} \\ R_2 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c R_c R_a}{R_c} \\ R_3 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c R_c R_a}{R_a} \end{aligned} \tag{2.61}$$

مساوات 2.60 تکونی مزاحمت سے ستارہ مزاحمت کی قیمتیں دیتا ہے جبکہ مساوات 2.61 ستارہ مزاحمت سے تکونی مزاحمت کی قیمتیں دیتا ہے۔

مشق 2.18: مساوات 2.60 حاصل کریں۔

مشق 2.19: مساوات 2.61 حاصل کریں۔

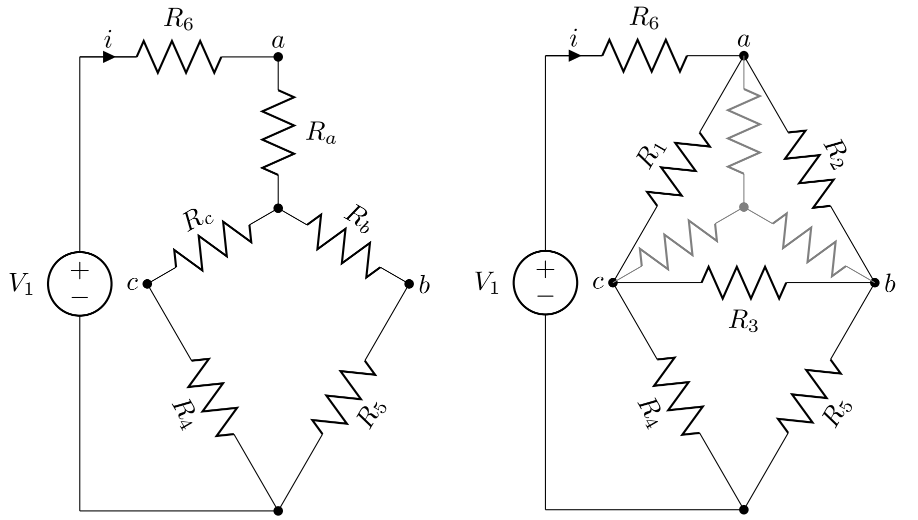
شکل 2.44 کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔اسے شکل 2.46-الف میں دوبارہ دکھایا گیا ہے جہاں تکون abc کی نشاندہی کرتے ہوئے R_1 ، R_2 اور R_3 کا مبدل ستارہ ہلکی سیاہی میں دکھایا گیا ہے۔ شکل 2.46-ب میں تکون کی جگہ ستارہ نسب دکھایا گیا ہے جہاں سے واضح ہے کہ نیا دور قابل حل ہے۔نئی شکل میں مزاحمت R_a ، R_b اور R_c ستارہ جڑے ہیں۔

مثال 2.18: شکل 2.44 میں i حاصل کریں۔دیگر معلومات درج ذیل ہیں۔

$$V_1 = 16\,\mathrm{V}, \quad R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_2 = 15\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_3 = 5\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_4 = \frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_5 = \frac{1}{2}\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_6 = 1.8\,\mathrm{k\Omega}$$

حل: مساوات 2.60 کی مدد سے ستارہ مزاحمت حاصل کرتے ہیں۔

$$R_a = \frac{10000 \times 15000}{10000 + 15000 + 5000} = 5\,\mathrm{k\Omega}$$
$$R_b = \frac{15000 \times 5000}{10000 + 15000 + 5000} = \frac{5}{2}\,\mathrm{k\Omega}$$
$$R_c = \frac{10000 \times 5000}{10000 + 15000 + 5000} = \frac{5}{3}\,\mathrm{k\Omega}$$



(الف) بالائی تکون کی جگہ ستارہ نسب کیا جا رہا ہے۔ ستارہ کو ہلکی سیاہی میں دکھایا گیا ہے۔

(ب) تکون کی جگہ ستارہ نسب کرنے سے دور قابل حل ہو گیا ہے۔

شکل 2.46: تکون-ستارہ تبادلہ۔

ان قیمتوں کو شکل 2.46-ب میں پُر کرتے ہیں۔ اب R_c اور R_4 سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت

$$R_{c4} = \frac{5}{3}\,\mathrm{k\Omega} + \frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega} = 2\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا۔ اسی طرح R_b اور R_5 سلسلہ وار جڑے ہیں جن کا مساوی مزاحمت

$$R_{b5} = \frac{5}{2}\,\mathrm{k\Omega} + \frac{1}{2}\,\mathrm{k\Omega} = 3\,\mathrm{k\Omega}$$

ہے۔ یہ دو عدد مساوی مزاحمت آپس میں متوازی جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت

$$R_m = \frac{2000 \times 3000}{2000 + 3000} = 1.2\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا جو R_a اور R_6 کے ساتھ سلسلہ وار ہے لہٰذا برقی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned}
i &= \frac{V_1}{R_6 + R_a + R_m} \\
&= \frac{16}{1800 + 5000 + 1200} \\
&= 2\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$

مساوات 2.60 اور مساوات 2.61 عمومی مساوات ہیں۔ متوازن تکون میں $R_1 = R_2 = R_3$ ہو گا۔ ایسی صورت میں مساوات 2.60 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

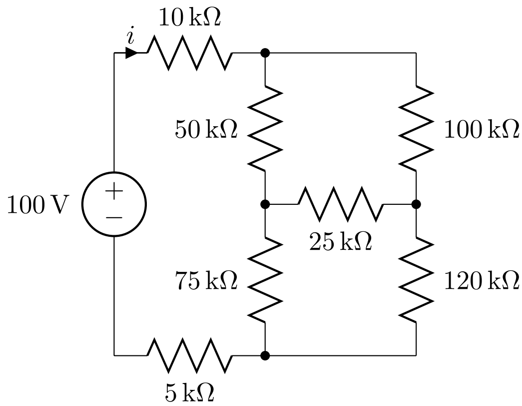
$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} \tag{2.62}$$

اسی طرح متوازن ستارے میں $R_a = R_b = R_c$ ہو گا۔ ایسی صورت میں مساوات 2.61 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$R_\Delta = 3R_Y \tag{2.63}$$

مشق 2.20: شکل 2.47 میں تکون-ستارہ مبدل کی مدد سے i دریافت کریں۔

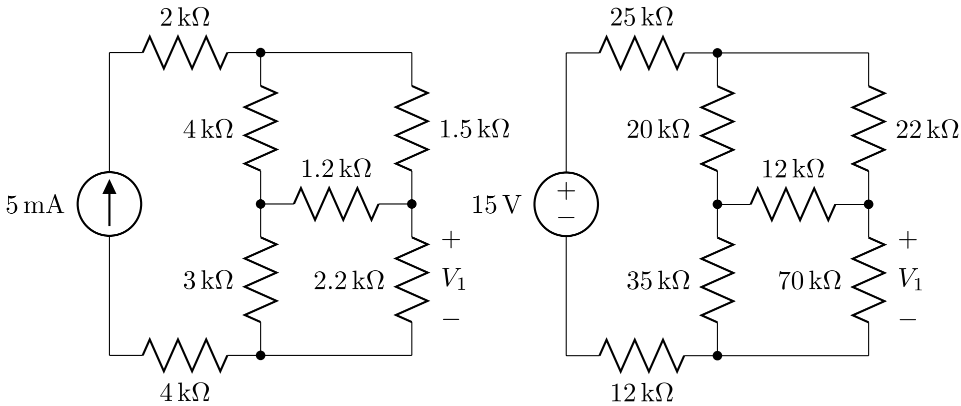
جواب: 1.057 78 mA



شکل 2.47: مشق 2.20 کا دور۔

مشق 2.21: شکل 2.48-الف میں تکون-ستارہ مبدل کی مدد سے V_1 دریافت کریں۔

جواب: $5.103\,\text{V}$



(ب) (الف)

شکل 2.48: مشق 2.21 اور مشق 2.22 کا دور۔

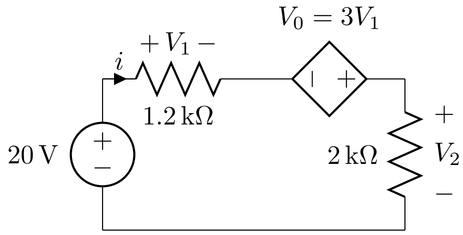
مشق 2.22: شکل 2.48-ب میں تکون-ستارہ مبدل کی مدد سے V_1 دریافت کریں۔

جواب: 6.609 V

2.13 تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار

تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار برقیات[36] کے میدان میں اہم کردار ادا کرتے ہیں جہاں دو جوڑ ٹرانزسٹر[37]، میدانی ٹرانزسٹر[38]، ماسفیٹ[39] وغیرہ کے ریاضی نمونے تابع منبع استعمال کرتے ہوئے بنائے جاتے ہیں۔اس حصے میں تابع منبع استعمال کرنے والے سادہ ترین ادوار پر مثالوں کی مدد سے غور کیا جائے گا۔تابع منبع استعمال کرتے ادوار حل کرنے کی ترکیب مندرجہ ذیل ہے۔

[36] electronics
[37] Bipolar Junction Transistor, BJT
[38] Field Effect Transistor, FET
[39] Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor, MOSFET



شکل 2.49: مثال 2.19 کا دور۔

- تابع منبع کو غیر تابع منبع تصور کرتے ہوئے درکار کرخوف مساوات لکھیں۔
- تابع منبع کی قابو مساوات لکھیں۔
- ان ہمزاد مساوات کو حل کریں۔ یاد رہے کہ مساوات کی تعداد نامعلوم متغیرات کے برابر ہونا ضروری ہے۔

مثال 2.19: شکل 2.49 میں دباو سے قابو منبع دباو استعمال کیا گیا ہے۔ ایسی تابع منبع کو **دباو تابع منبع دباو**[40] کہتے ہیں۔ اس دور میں i اور V_2 دریافت کریں۔

حل: کرخوف قانون دباو سے

$$-20 + 1200i - V_0 + 2000i = 0$$

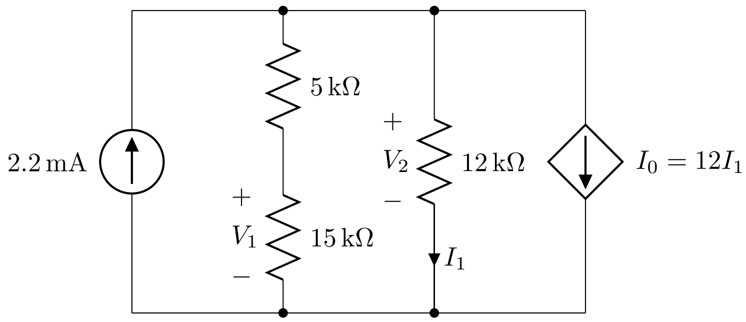
لکھتے ہیں۔ تابع منبع کی قابو مساوات درج ذیل ہے۔

$$V_0 = 3V_1 = 3 \times 1200i$$

مندرجہ بالا دو ہمزاد مساوات کو حل کرنے سے

$$i = -50\,\mathrm{mA}$$

[40] voltage controlled voltage source



شکل 2.50: مثال 2.20 کا دور۔

حاصل ہوتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} V_2 &= 2000 \times (-50 \times 10^{-3}) \\ &= -100\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

ملتا ہے۔

مثال 2.20: شکل 2.50 میں رو تابع منبع رو[41] استعمال کیا گیا ہے۔ اس دور میں V_1 دریافت کریں۔

حل: دباو V_2 استعمال کرتے ہوئے بالائی جوڑ پر کرخوف قانون رو لکھتے ہیں۔

$$-2.2 \times 10^{-3} + \frac{V_2}{5000 + 15000} + \frac{V_2}{12000} + I_0 = 0$$

منبع کی قابو مساوات بھی لکھتے ہیں۔

$$I_0 = 12I_1 = \frac{12 \times V_2}{12000}$$

[41] current controlled current source

مندرجہ بالا دونوں مساواتوں سے درج ذیل

$$-2.2\times10^{-3}+\frac{V_2}{5000+15000}+\frac{V_2}{12000}+\frac{12\times V_2}{12000}=0$$

لکھتے ہوئے

$$V_2=\frac{33}{17}\,\text{V}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے درکار دباو حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}V_1&=\left(\frac{15000}{5000+15000}\right)V_2\\&=\left(\frac{15000}{5000+15000}\right)\times\frac{33}{17}\\&=1.456\,\text{V}\end{aligned}$$

مثال 2.21: دو جوڑ ٹرانزسٹر کے استعمال سے بنائے گئے **ایمٹر مشترک ایمپلیفائر**[42] کا مساوی دور شکل 2.51-الف میں دکھایا گیا ہے۔ مساوی دور کے حصول میں **دباو تابع منبع رو**[43] کا استعمال کیا گیا ہے۔ خارجی اشارہ v_0 اور داخلی اشارہ v_s کی شرح کو **افزائش دباو**[44] A_v کہتے ہیں۔ آئیں $A_v=\frac{v_0}{v_s}$ حاصل کریں۔

حل: خارجی جانب R_C اور R_L متوازی جڑے ہیں جن کی جگہ مساوی مزاحمت R_M نسب کیا جا سکتا ہے۔

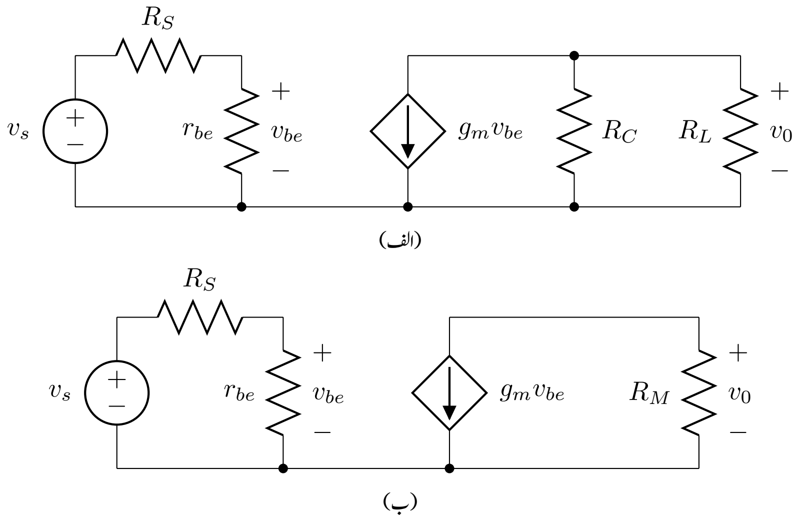
$$R_M=\frac{R_CR_L}{R_C+R_L}$$

ایسا کرنے سے شکل-ب حاصل ہوتا ہے جہاں بائیں دائرے کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v_{be}=\frac{r_{be}v_s}{R_S+r_{be}}$$

---

[42] common emitter amplifier
[43] voltage controlled current source
[44] voltage gain



شکل 2.51: ایمٹر مشترک ایمپلیفائر کا مساوی دور۔

شکل-ب میں دائیں دائرے سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v_0 = -g_m v_{be} R_M$$

درج بالا دونوں مساواتوں کو ملاتے ہوئے

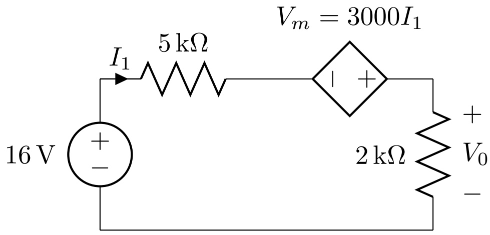
$$v_0 = -g_m \left(\frac{r_{be} v_s}{R_S + r_{be}} \right) R_M$$

حاصل ہوتا ہے جہاں سے افزائش دباو حاصل ہوتی ہے۔

$$A_v = \frac{v_0}{v_s} = -\frac{g_m r_{be} R_M}{R_S + r_{be}}$$

مثال 2.22: شکل 2.52 میں رو تابع منبع دباو[45] کا استعمال دکھایا گیا ہے۔اس دور میں خارجی دباو V_0 حاصل کریں۔

[45] current controlled voltage source



شکل 2.52: روتابع منبع دباو کے استعمال کی مثال۔

حل: کرخوف قانون دباو سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$-16 + 5000I_1 - V_m + 2000I_1 = 0$$

منبع کی قابو مساوات درج ذیل ہے۔

$$V_m = 3000I_1$$

مندرجہ بالا دو مساواتوں کو ملاتے ہوئے

$$-16 + 5000I_1 - 3000I_1 + 2000I_1 = 0$$

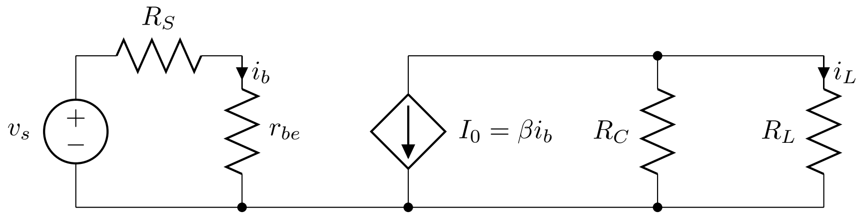
لکھا جا سکتا ہے جس سے

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{16}{4000} \\ &= 4\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

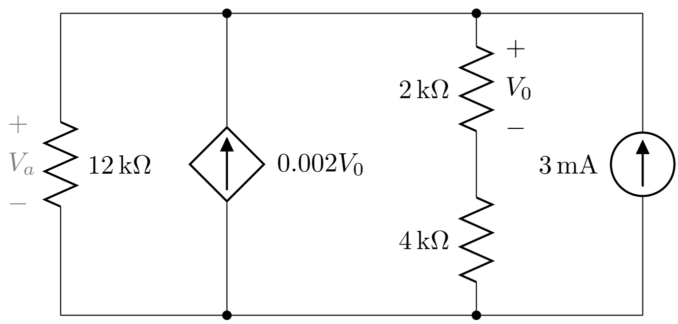
حاصل ہوتا ہے۔ یوں قانون اوہم کی مدد سے خارجی دباو

$$\begin{aligned} V_0 &= 4 \times 10^{-3} \times 2000 \\ &= 8\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔



شکل 2.53: موصلیت نما ایمپلیفائر کا مساوی دور۔



شکل 2.54: مشق 2.24 کا دور۔

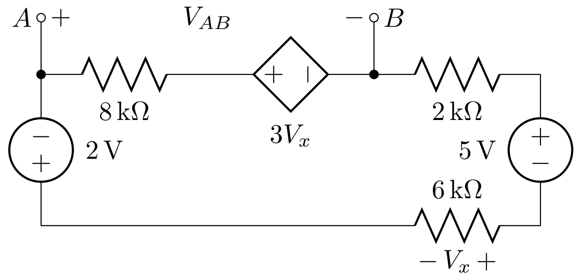
مشق 2.23: شکل 2.53 میں موصلیت نما ایمپلیفائر[46] کا مساوی دور دکھایا گیا ہے۔افزائش موصلیت نما[47] $A_g = \frac{i_L}{v_s}$ کی مساوات حاصل کریں اور $R_S = 100\,\Omega$ ، $r_{be} = 400\,\Omega$ ، $R_C = 18\,\mathrm{k\Omega}$ ، $R_L = 2\,\mathrm{k\Omega}$ اور $\beta = 180$ کی صورت میں افزائش کی قیمت دریافت کریں۔

جواب: $A_g = -\beta\left(\frac{1}{R_S+r_{be}}\right)\left(\frac{R_C}{R_C+R_L}\right)$ ، $-0.324\,\mathrm{A\,V^{-1}}$

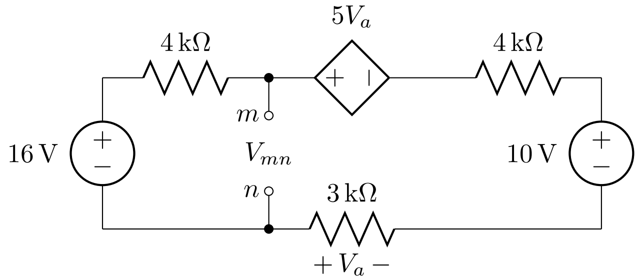
مشق 2.24: شکل 2.54 میں V_0 کی قیمت حاصل کریں۔

---

[46] transconductance amplifier
[47] transconductance gain



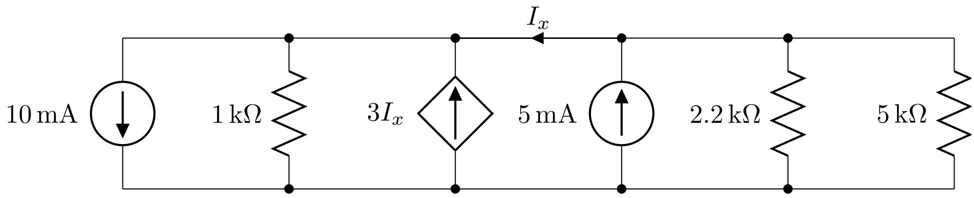
شکل 2.55: مشق 2.25 کا دور۔



شکل 2.56: مشق 2.26 کا دور۔

مشق 2.25: شکل 2.55 میں V_{AB} دریافت کریں۔

مشق 2.26: شکل 2.56 میں V_{mn} دریافت کریں۔



شکل 2.57: مشق 2.27 کا دور۔

مشق 2.27: شکل 2.57 میں I_x دریافت کریں۔

باب 3

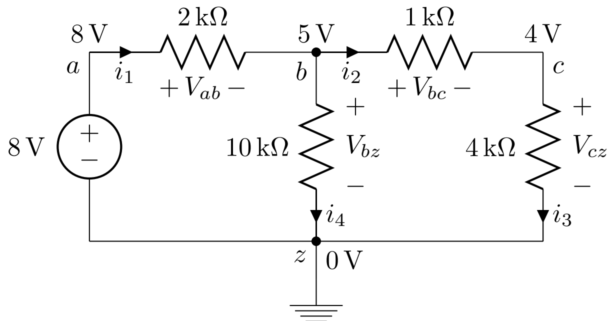
ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب

گزشتہ باب میں سادہ ترین ادوار کو کرخوف قوانین سے حل کرنا دکھایا گیا۔اس باب میں متعدد جوڑ اور متعدد دائروں والے ادوار کو کرخوف قوانین سے حل کرنا دکھایا جائے گا۔ کرخوف قانون رو سے ہر جوڑ پر داخلی اور خارجی رو کے مجموعوں کو برابر پر کرتے ہوئے دور کے تمام جوڑوں پر دباو حاصل کیا جاتا ہے۔اس کے برعکس کرخوف قانون دباو کی مدد سے دور کے ہر دائرے میں دباو کے گھٹاو کے مجموعے کو دائرے میں دباو کے بڑھاو کے مجموعے کے برابر پر کرتے ہوئے تمام دائروں کی رو حاصل کی جاتی ہے۔ عموماً دور یا تو کرخوف قانون دباو اور یا کرخوف قانون رو سے زیادہ آسانی سے حل ہوتا ہے۔آسان طریقہ چننا اس باب میں سکھایا جائے گا۔

3.1 تجزیہ جوڑ

دور کو ترکیب جوڑ[1] سے حل کرتے ہوئے جوڑ کے دباو کو نامعلوم متغیرات چننا جاتا ہے۔کسی ایک جوڑ کو حوالہ چنتے ہوئے بقایا جوڑ کے دباو اس جوڑ سے ناپے جاتے ہیں۔یوں جس جوڑ کو حوالہ چنا گیا ہو، اس کی دباو کو صفر وولٹ تصور کیا جاتا ہے اور اس جوڑ کو برقی زمین کہا جاتا ہے۔ عموماً اس جوڑ کو برقی زمین چنا جاتا ہے جس کے ساتھ سب سے زیادہ پرزے جڑے ہوں۔ عموماً آلات کو موصل ڈبوں میں بند رکھا جاتا ہے اور عام طور دور کے برقی زمین کو ڈبے کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ایسی صورت میں ڈبے کی سطح بھی $0\,\mathrm{V}$ پر ہوتی ہے۔

[1] nodal analysis



شکل 3.1: دباو جوڑ سے بازو کی رو حاصل کی جا سکتی ہے۔

ہم دباو جوڑ کے متغیرات کو مثبت تصور کریں گے۔ حقیقی دباو کی قیمت زمین کی نسبت سے منفی ہونے کی صورت میں تجزیے سے منفی قیمت حاصل ہو گی۔

آئیں دباو جوڑ جاننے کی افادیت کو شکل 3.1 کی مدد سے جانیں۔ اس دور میں a ، b ، c اور z جوڑ پائے جاتے ہیں۔ ہم نے جوڑ z کو برقی زمین چنا ہے لہٰذا اس کی دباو $0\,\mathrm{V}$ ہے۔ بقایا تین جوڑ کی دباو کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ برقی زمین کو علامت سے ظاہر کیا گیا ہے۔

بالائی بائیں مزاحمت پر دباو درج ذیل پایا جاتا ہے

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_a - V_b \\ &= 8 - 5 \\ &= 3\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

لہٰذا قانون اوہم سے مزاحمت میں رو درج ذیل حاصل کی جاتی ہے۔

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{V_{ab}}{2\,\mathrm{k\Omega}} \\ &= \frac{3}{2000} \\ &= 1.5\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

اسی طرح بالائی دائیں مزاحمت پر دباو درج ذیل ہو گا

$$\begin{aligned} V_{bc} &= V_b - V_c \\ &= 5 - 4 \\ &= 1\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

جس سے رو

$$
\begin{aligned}
i_2 &= \frac{V_{bc}}{1\,\mathrm{k\Omega}}\\
&= \frac{1}{1000}\\
&= 1\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتی ہے۔درمیانے مزاحمت پر دباو اور اس کی رو درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
V_{bz} &= V_b - V_z\\
&= 5 - 0\\
&= 5\,\mathrm{V}\\
i_4 &= \frac{V_{bz}}{10\,\mathrm{k\Omega}}\\
&= \frac{5}{10000}\\
&= 0.5\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

چونکہ $1\,\mathrm{k\Omega}$ اور $4\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا $4\,\mathrm{k\Omega}$ میں بھی $1\,\mathrm{mA}$ رو پائی جائے گی۔آپ اسی قیمت کو دباو جوڑ سے بھی حاصل کر سکتے ہیں یعنی

$$
\begin{aligned}
V_{cz} &= V_c - V_z\\
&= 4 - 0\\
&= 4\,\mathrm{V}\\
i_3 &= \frac{V_{cz}}{4\,\mathrm{k\Omega}}\\
&= \frac{4}{4000}\\
&= 1\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

یہاں اطمنان کر لیں کہ تمام جوڑوں پر آمدی رو اور خارجی رو برابر ہوں۔جوڑ b پر آمدی رو $1.5\,\mathrm{mA}$ ہے جو خارجی رو کے مجموعے $1\,\mathrm{mA} + 0.5\,\mathrm{mA}$ کے عین برابر ہے۔اسی طرح جوڑ c پر آمدی اور خارجی رو $1\,\mathrm{mA}$ ہیں۔جوڑ a پر کرخوف قانون رو سے منبع دباو کے مثبت سرے سے خارجی رو $1.5\,\mathrm{mA}$ حاصل ہوتی ہے۔

کسی بھی دو جوڑ m اور n کے مابین جڑی مزاحمت R_{mn} کی رو i_R قانون اوہم

$$
i_R = \frac{v_m - v_n}{R_{mn}} \tag{3.1}
$$

سے حاصل کی جاتی ہے۔

اب جب ہم دباو جوڑ کی افادیت جان چکے ہیں آئیں ترکیب جوڑ پر غور کریں۔ اگر دور میں J جوڑ پائے جاتے ہوں تب ہمیں J دباو دریافت کرنے ہوں گے۔ کسی ایک جوڑ کو زمین چنتے ہوئے اس کی دباو $0\,\mathrm{V}$ تصور کی جاتی ہے۔ یوں بقایا $J-1$ جوڑ کی دباو کو نامعلوم متغیرات تصور کیا جاتا ہے۔ ان $J-1$ جوڑ پر کرخوف قانون رو کا اطلاق کرتے ہوئے $J-1$ مساوات لکھے جاتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں ہیں کہ $J-1$ متغیرات معلوم کرنے کی خاطر $J-1$ ہمزاد مساوات درکار ہیں۔ یوں ان $J-1$ ہمزاد مساوات کے حل سے تمام نامعلوم دباو جوڑ حاصل ہوتے ہیں۔ کسی بھی جوڑ پر کرخوف کی مساوات لکھتے ہوئے جوڑ سے منسلک تمام بازو کی رو کو مساوات 3.1 کی طرز پر لکھا جاتا ہے۔ یوں مزاحمت جانتے ہوئے، رو کو نامعلوم دباو کی صورت میں لکھا جاتا ہے۔ اس طرح کرخوف قانون رو کی مساوات میں صرف نامعلوم دباو بطور متغیرات پائے جائیں گے۔

یاد رہے کہ برقی دباو دو نقطوں کے مابین ہوتا ہے۔ کسی نقطے کی حتمی دباو کوئی معنی نہیں رکھتی۔ جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہوئے جوڑ کا دباو زمین کے حوالے سے ناپا جاتا ہے۔ یوں شکل 3.1 میں جوڑ a کا دباو جوڑ z کے حوالے سے $8\,\mathrm{V}$ ہے اور جوڑ b کا دباو جوڑ z کے حوالے سے $5\,\mathrm{V}$ ہے۔ اس کے برعکس جوڑ b کے حوالے سے جوڑ a کا دباو $3\,\mathrm{V}$ ہے جبکہ جوڑ a کے حوالے سے جوڑ c کا دباو $-4\,\mathrm{V}$ اور جوڑ z کا دباو $-8\,\mathrm{V}$ ہے۔

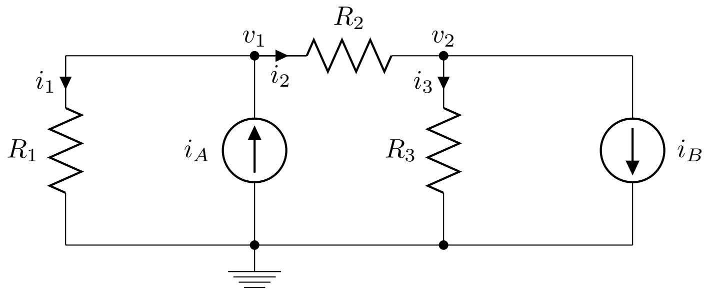
آئیں ترکیب جوڑ کو چند مثالوں کی مدد سے سیکھیں۔ ہم آسان ترین مثال سے شروع کرتے ہوئے بتدریج مشکل مثال پیش کریں گے۔

3.2 غیر تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار

شکل 3.2 میں تین جوڑ والا دور دکھایا گیا ہے جن میں نچلے جوڑ کو زمین چنا گیا ہے۔ بقایا دو جوڑ کے نامعلوم برقی دباو کو متغیرات v_1 اور v_2 ظاہر کرتے ہیں۔ ہم تمام شاخوں میں رو کی سمت چنتے ہیں۔ یوں i_1 کو بالائی بائیں جوڑ سے زمین کی جانب رواں چنا گیا ہے۔ اسی طرح i_2 کو بالائی بائیں جوڑ سے بالائی دائیں جوڑ کی جانب رواں چنا گیا ہے جبکہ i_3 کو بالائی دائیں جوڑ سے زمین کی طرف رواں چنا گیا ہے۔

بالائی بائیں جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہیں۔ جوڑ سے خارجی رو کو مثبت اور داخلی رو کو منفی لکھتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$i_1 - i_A + i_2 = 0 \tag{3.2}$$



شکل 3.2: تین جوڑ والا دور۔

قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے اسے یوں

$$\frac{v_1}{R_1} - i_A + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = 0$$

یا

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} = i_A \tag{3.3}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ بالائی دائیں جوڑ کے لئے

$$-i_2 + i_3 + i_B = 0 \tag{3.4}$$

اور

$$-\left(\frac{v_1 - v_2}{R_2}\right) + \frac{v_2}{R_3} + i_B = 0$$

یعنی

$$-\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v_2 = -i_B \tag{3.5}$$

لکھا جائے گا۔ نچلے جوڑ یعنی برقی زمین پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$-i_1 + i_A - i_3 - i_B = 0 \tag{3.6}$$

مساوات 3.2 اور مساوات 3.4 کے مجموعے کو منفی ایک سے ضرب دینے سے مساوات 3.6 حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 3.2، مساوات 3.4 اور مساوات 3.6 میں کسی بھی دو مساواتوں سے تیسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے۔ یوں ان میں

صرف دو عدد مساوات آزاد مساوات ہیں جبکہ تیسری مساوات تابع مساوات ہے۔ شکل 3.2 کے دور میں کل تین عدد جوڑ ہیں۔ آپ نے دیکھا کہ اس دور سے صرف دو عدد آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں یعنی $J = 3$ کی صورت میں $J - 1 = 2$ آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

مساوات 3.3 اور مساوات 3.5 کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)v_1-\frac{v_2}{R_2}&=i_A\\-\frac{v_1}{R_2}+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)v_2&=-i_B\end{aligned}\tag{3.7}$$

مثال 3.1: شکل 3.2 میں $i_A = 2\,\mathrm{mA}$ ، $i_B = 5\,\mathrm{mA}$ ، $R_1 = 4\,\mathrm{k\Omega}$ ، $R_2 = 6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $R_3 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ ہیں۔ تمام جوڑ پر دباو اور تمام شاخوں میں رو حاصل کریں۔

حل: مساوات 3.7 میں قیمتیں پُر کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{4000}+\frac{1}{6000}\right)v_1-\frac{v_2}{6000}&=0.002\\-\frac{v_1}{6000}+\left(\frac{1}{6000}+\frac{1}{2000}\right)v_2&=-0.005\end{aligned}$$

ان کی سادہ ترین صورت حاصل کرتے اور ترتیب دیتے ہوئے دوبارہ لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}5v_1-2v_2&=24\\-v_1+4v_2&=-30\end{aligned}$$

ان ہمزاد مساوات کو حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے کی خاطر پہلی مساوات سے $v_1 = \frac{24+2v_2}{5}$ لکھتے ہوئے دوسری مساوات میں پُر کر کے

$$-\left(\frac{24+2v_2}{5}\right)+4v_2=-30$$

حل کرتے ہیں۔

$$v_2=-7\,\mathrm{V}$$

اس قیمت کو $v_1 = \frac{24+2v_2}{5}$ میں پُر کرنے سے درج ذیل ملتا ہے۔

$$v_1 = 2\,\mathrm{V}$$

دباو جوڑ جانتے ہوئے شاخوں کی رو قانون اوہم سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
i_1 &= \frac{v_1}{R_1} = \frac{2}{4000} = 0.5\,\mathrm{mA} \\
i_2 &= \frac{v_1 - v_2}{R_2} = \frac{2-(-7)}{6000} = 1.5\,\mathrm{mA} \\
i_3 &= \frac{v_2}{R_3} = \frac{-7}{2000} = -3.5\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$

مساوات 3.7 کو قالبی مساوات[2] کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

قالبی مساوات میں

$$\begin{aligned}
\mathbf{G} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \\
\mathbf{V} &= \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \\
\mathbf{I} &= \begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

لیتے ہوئے اسے یوں لکھا جا سکتا ہے

$$\mathbf{GV} = \mathbf{I}$$

جس سے

$$\mathbf{V} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{I}$$

[2] matrix equation

حاصل ہوتا ہے لہٰذا

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

لکھا جائے گا۔

آج کل کمپیوٹر کا زمانہ ہے۔ کمپیوٹر کی مدد سے قالبی مساوات نہایت آسانی سے حل کئے جا سکتے ہیں۔ آپ سے التماس ہے کہ کمپیوٹر پر قالبی مساوات حل کرنا سیکھیں۔

مثال 3.2: درج بالا مثال میں تمام دباو جوڑ کو مساوات 3.9 کی مدد سے حل کریں۔

حل: مساوات 3.9 میں دی معلومات پر کرتے ہوئے لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2400} & -\frac{1}{6000} \\ -\frac{1}{6000} & \frac{1}{1500} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.005 \end{bmatrix}$$

قالب $\mathbf{G}$ کا ریاضی معکوس[3] $\mathbf{G}^{-1}$ حاصل کرنے کی خاطر $\mathbf{G}$ کا شریک قالب[4] $\mathbf{G}^{\text{شریک}}$

$$\mathbf{G}^{\text{شریک}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1500} & \frac{1}{6000} \\ \frac{1}{6000} & \frac{1}{2400} \end{bmatrix}$$

اور قالب کی حتمی قیمت[5]

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2400} & -\frac{1}{6000} \\ -\frac{1}{6000} & \frac{1}{1500} \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{2400}\right)\left(\frac{1}{1500}\right) - \left(-\frac{1}{6000}\right)\left(-\frac{1}{6000}\right)$$
$$= \frac{1}{4 \times 10^6}$$

---

[3] inverse
[4] transpose matrix
[5] determinant

درکار ہوں گے۔یوں

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = 4 \times 10^6 \begin{bmatrix} \frac{1}{1500} & \frac{1}{6000} \\ \frac{1}{6000} & \frac{1}{2400} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.005 \end{bmatrix}$$
$$= 4 \times 10^6 \begin{bmatrix} 0.5 \times 10^{-6} \\ -1.75 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}$$

حاصل ہوتے ہیں یعنی $v_1 = 2\,\mathrm{V}$ اور $v_2 = -7\,\mathrm{V}$ ہیں۔

آئیں شکل 3.3 کے کرخوف قانون رو کے مساوات لکھیں۔دور کے تمام شاخوں میں رو کی سمتیں چُنی گئی ہیں۔نچلے جوڑ کو زمین چُنا گیا ہے اور یہی حقیقت زمین کی علامت سے ظاہر کی گئی ہے۔دور میں کل چار $(J = 4)$ عدد جوڑ ہیں لہٰذا اس سے تین $(J - 1 = 3)$ عدد آزاد مساوات حاصل کئے جائیں گے۔پہلی جوڑ پر کرخوف قانون رو استعمال کرتے ہوئے

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_A = 0$$

لکھا جائے گا جہاں جوڑ سے خارج رو کو مثبت لکھا گیا ہے۔انفرادی شاخ کی رو کو قانون اوہم سے پُر کرتے ہوئے

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} + \frac{v_1 - v_3}{R_3} + i_A = 0$$

یعنی

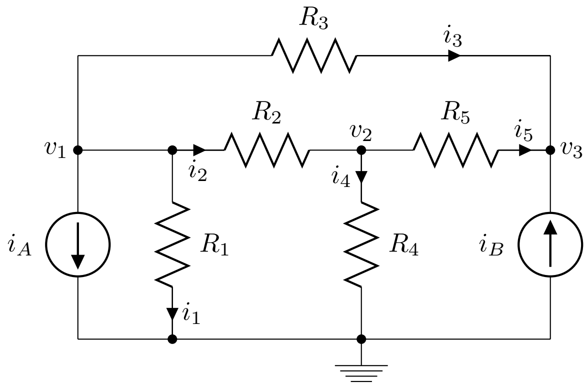
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} = -i_A \tag{3.10}$$

حاصل ہوتا ہے۔دوسرے جوڑ سے

$$-i_2 + i_4 + i_5 = 0$$

یعنی

$$-\left(\frac{v_1 - v_2}{R_2}\right) + \frac{v_2}{R_4} + \frac{v_2 - v_3}{R_5} = 0$$



شکل 3.3: چار جوڑ کے دور سے تین عدد آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

یا

$$-\frac{v_1}{R_2}+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)v_2-\frac{v_3}{R_5}=0 \tag{3.11}$$

حاصل ہوتا ہے۔ تیسری جوڑ سے

$$-i_3-i_5-i_B=0$$

یعنی

$$-\left(\frac{v_1-v_3}{R_3}\right)-\left(\frac{v_2-v_3}{R_5}\right)-i_B=0$$

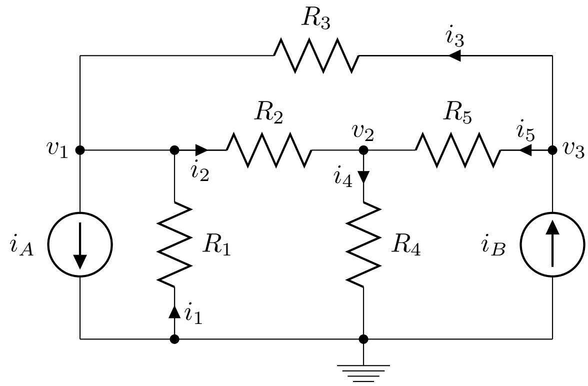
یا

$$-\frac{v_1}{R_3}-\frac{v_2}{R_5}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}\right)v_3=i_B \tag{3.12}$$

حاصل ہوتا ہے۔

مساوات 3.10، مساوات 3.11 اور مساوات 3.12 کو اکٹھے لکھتے ہوئے

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)v_1-\frac{v_2}{R_2}-\frac{v_3}{R_3}&=-i_A\\-\frac{v_1}{R_2}+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)v_2-\frac{v_3}{R_5}&=0\\-\frac{v_1}{R_3}-\frac{v_2}{R_5}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}\right)v_3&=i_B\end{aligned} \tag{3.13}$$



شکل 3.4: مزاحمتوں اور آزاد منبع رو کی قالبی مساوات رو کی چنی سمتوں پر منحصر نہیں۔

قالبی مساوات کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} \\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_A \\ 0 \\ i_B \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

مندرجہ بالا مساوات کا دایاں بازو منبع رو سے جوڑ میں داخل رو دیتی ہے جبکہ اس کا بایاں بازو جوڑ سے خارجی رو دیتی ہے۔

شکل 3.3 کو دوبارہ شکل 3.4 میں پیش کیا گیا ہے جہاں i_1 ، i_3 اور i_5 کی سمتیں گزشتہ سمتوں کے الٹ چنی گئی ہیں۔ تین جوڑ کے مساوات درج ذیل لکھے جائیں گے۔

$$\begin{aligned} i_A - i_1 + i_2 - i_3 &= 0 \\ -i_2 + i_4 - i_5 &= 0 \\ i_3 + i_5 - i_B &= 0 \end{aligned}$$

شاخوں کی رو قانون اوہم سے پُر کرتے ہوئے درج بالا کو یوں لکھا جا سکتا ہے

$$\begin{aligned} i_A - \left(\frac{0-v_1}{R_1}\right) + \frac{v_1-v_2}{R_2} - \left(\frac{v_3-v_1}{R_3}\right) &= 0 \\ -\left(\frac{v_1-v_2}{R_2}\right) + \frac{v_2}{R_4} - \left(\frac{v_3-v_2}{R_5}\right) &= 0 \\ \frac{v_3-v_1}{R_3} + \frac{v_3-v_2}{R_5} - i_B &= 0 \end{aligned}$$

جنہیں ترتیب دینے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)v_1-\frac{v_2}{R_2}-\frac{v_3}{R_3}=-i_A \tag{3.15}$$

$$-\frac{v_1}{R_2}+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)v_2-\frac{v_3}{R_5}=0 \tag{3.16}$$

$$-\frac{v_1}{R_3}-\frac{v_2}{R_5}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}\right)v_3=i_B \tag{3.17}$$

اس کو قالبی مساوات کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3}\\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5}\\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\v_2\\v_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-i_A\\0\\i_B\end{bmatrix} \tag{3.18}$$

مساوات 3.14 اور مساوات 3.18 بالکل یکساں ہیں۔یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ قالبی مساوات کا دارومدار شاخوں میں رو کی چننی گئی سمتوں پر منحصر نہیں ہوتا۔اس کتاب میں اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے ہم جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہوئے مزاحمتی شاخوں میں رو کی سمت جوڑ سے خارج ہوتی تصور کریں گے۔آئیں اس ترکیب کو شکل 3.5 کی مدد سے سمجھیں۔

شکل 3.5-الف میں پہلے جوڑ پر تمام مزاحمتی شاخوں کی رو خارجی تصور کرتے ہوئے کرخوف قانون رو کے تحت خارجی رو کا مجموعہ داخلی رو کے مجموعے کے برابر پُر کرنے سے

$$i_1+i_2=i_A \tag{3.19}$$

یعنی

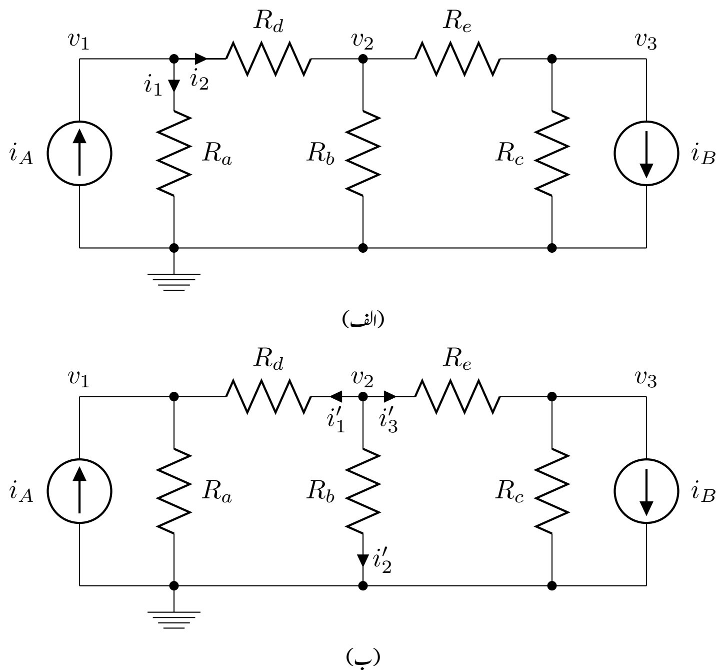
$$\frac{v_1}{R_a}+\frac{v_a-v_b}{R_d}=i_A \tag{3.20}$$

حاصل ہوتا ہے۔شکل 3.5-ب میں دوسرے جوڑ پر تمام مزاحمتی رو کی سمت خارجی تصور کی گئی ہیں یوں

$$i_1'+i_2'+i_3'=0 \tag{3.21}$$

یعنی

$$\frac{v_2-v_1}{R_d}+\frac{v_2}{R_b}+\frac{v_2-v_3}{R_e}=0 \tag{3.22}$$



شکل 3.5: تمام جوڑ پر مزاحمتی شاخوں میں رو کی سمت جوڑ سے خارج ہوتی تصور کر سکتے ہیں۔

لکھا جا سکتا ہے۔ تیسرے جوڑ پر یہی ترکیب استعمال کرتے ہیں۔ ہر جوڑ پر رو کی سمت شکل پر دکھانا ضروری نہیں ہے لہٰذا تیسرے جوڑ پر i_1'' اور i_2'' دکھانا ضروری نہیں ہے۔ ساتھ ہی ساتھ ہر مرتبہ مساوات 3.19 اور مساوات 3.21 کے طرز پر مساوات لکھنے کی بھی ضرورت نہیں ہے بلکہ دل ہی دل میں جوڑ پر تمام مزاحمتی شاخوں کی رو خارجی تصور کرتے ہوئے سیدھ و سیدھ مساوات 3.20 اور مساوات 3.22 کے طرز پر مساوات لکھے جا سکتے ہیں۔ تیسرے جوڑ پر ایسا ہی کرتے ہوئے درج ذیل مساوات لکھی جا سکتی ہے۔

$$\frac{v_3 - v_2}{R_e} + \frac{v_3}{R_c} + i_B = 0 \tag{3.23}$$

اس کتاب میں ہم مساوات 3.23 کی طرح جوڑ پر کرخوف قانون رو کے مساوات لکھیں گے۔

مساوات 3.18 اور مساوات 3.14 میں قالبِ موصلیت[6] $\mathbf{G}$ کے بالائی بائیں کونے سے نچلے دائیں کونے تک ترچھی لکیر کے بالائی اور نچلی اطراف پر یکساں رکن پائے جاتے ہیں۔ ایسا اتفاقی طور پر نہیں ہے بلکہ مزاحمتوں اور آزاد منبع رو پر مبنی کسی بھی دور کے $\mathbf{G}$ قالب کو تشاکل صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔ آئیں ان قالبوں پر مزید غور کریں۔

شکل 3.4 میں پہلے جوڑ کی دباو v_1، دوسرے جوڑ کی دباو v_2 اور تیسرے جوڑ کی دباو v_3 ہے۔ قالب میں بالائی یعنی پہلے صف کے رکن مساوات 3.15 سے حاصل کئے گئے۔ یہ مساوات پہلی جوڑ سے حاصل کی گئی ہے۔ اس جوڑ پر مزاحمت R_1، R_2 اور R_3 جڑے ہیں۔ ان مزاحمتوں کو متوازی جڑا تصور کرتے ہوئے مساوی مزاحمت R_{m1}

$$\frac{1}{R_{m1}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

سے حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں $\frac{1}{R_{m1}}$ کو مساوی متوازی موصلیت G_{m1} کہا جاتا ہے۔ یوں قالب کے پہلے صف کا پہلا (بایاں) رکن پہلے جوڑ سے جڑے تمام مزاحمتوں کا مساوی متوازی موصلیت $\frac{1}{R_{m1}}$ ہے۔ اسی صف کا دوسرا رکن پہلے جوڑ اور دوسرے جوڑ کے مابین جڑے مزاحمت کی موصلیت کا منفی $-\frac{1}{R_2}$ کے برابر ہے۔ اسی طرح پہلے صف کا تیسرا رکن، پہلے جوڑ اور تیسرے جوڑ کے مابین جڑے موصلیت کے منفی $-\frac{1}{R_3}$ کے برابر ہے۔ قالب کے دوسرے صف کے ارکان مساوات 3.16 سے حاصل کئے گئے۔ اس صف کا پہلا رکن پہلے اور دوسرے جوڑ کے مابین مساوی متوازی موصلیت کے منفی $-\frac{1}{R_2}$ کے برابر ہے۔ صف کا دوسرا رکن دوسرے جوڑ پر تمام مزاحمتوں کا مساوی متوازی موصلیت $\frac{1}{R_{m2}}$

$$\frac{1}{R_{m2}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

ہے جبکہ صف کا تیسرا رکن دوسرے اور تیسرے جوڑ کے مابین موصلیت کے منفی $-\frac{1}{R_3}$ کے برابر ہے۔ قالب کا تیسرا صف بھی اسی طرح حاصل کیا جا سکتا ہے۔ قالبی مساوات میں دائیں ہاتھ قالبِ رو[7] کے ارکان بالترتیب پہلے، دوسرے اور

[6] conductance matrix
[7] current matrix

تیسرے جوڑ پر جڑے منبع رو سے جوڑ میں داخل ہوتی رو ہے۔ منبع رو کی غیر موجودگی میں قالب کے رکن کو صفر لکھا جاتا ہے۔ کسی بھی جوڑ پر ایک سے زیادہ منبع رو کی صورت میں جوڑ پر مجموعی داخلی رو، قالب کی رکن ہو گی۔ پہلی جوڑ پر منبع کی رو i_A ہے جو جوڑ سے خارجی جانب ہے لہٰذا اسے قالب رو میں $-i_A$ لکھا گیا ہے۔ دوسرے جوڑ پر کوئی منبع رو نسب نہیں لہٰذا قالب کا دوسرا رکن صفر ہے۔ تیسرے جوڑ پر منبع i_B کی رو جوڑ میں داخل ہوتی ہے لہٰذا قالب رو کا تیسرا رکن i_B ہے۔

ان معلومات کی مدد سے مزاحمت اور منبع رو پر مبنی $J+1$ جوڑ کے دور کی قالبی مساوات دور کو دیکھ کر درج ذیل صورت میں لکھی جا سکتی ہے

$$\begin{bmatrix} +G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1J} \\ -G_{21} & +G_{22} & -G_{23} & \cdots & -G_{2J} \\ -G_{31} & -G_{32} & +G_{33} & \cdots & -G_{3J} \\ \vdots & & & & \\ -G_{J1} & -G_{J2} & -G_{J3} & \cdots & +G_{JJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_J \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

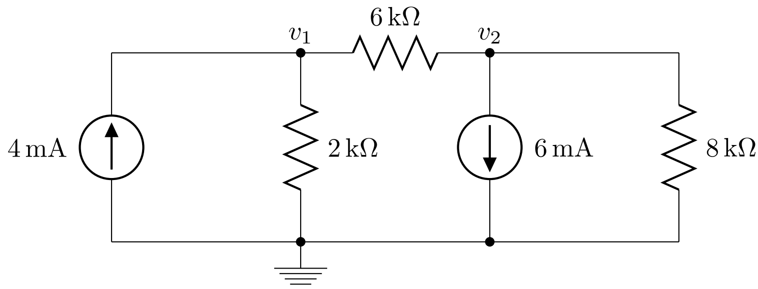
جہاں G_{nn} سے مراد جوڑ n کے ساتھ منسلک تمام مزاحمتوں کی مساوی متوازی موصلیت جبکہ G_{nm} سے مراد جوڑ n اور m کے مابین مزاحمت کی موصلیت ہے۔ یہ مساوات لکھتے ہوئے جوڑ $J+1$ کو زمین چنا گیا ہے۔ اگر جوڑ n اور جوڑ m کے مابین مزاحمت R_{nm} جڑی ہو تب جوڑ m اور جوڑ n کے مابین بھی یہی مزاحمت جڑی ہو گی لہٰذا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ

$$G_{nm} = G_{mn} \tag{3.25}$$

ہو گا اور یوں مساوات 3.24 کو درج ذیل صورت میں لکھا جا سکتا ہے

$$\begin{bmatrix} +G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1J} \\ -G_{12} & +G_{22} & -G_{23} & \cdots & -G_{2J} \\ -G_{13} & -G_{23} & +G_{33} & \cdots & -G_{3J} \\ \vdots & & & & \\ -G_{1J} & -G_{2J} & -G_{3J} & \cdots & +G_{JJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_J \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

جس میں $\mathbf{G}$ کا قالب تشاکل ہے۔



شکل 3.6: مشق 3.1 کا دور۔

مشق 3.1: شکل 3.6 میں v_1 اور v_2 پر کرخوف قانون رو کے مساوات لکھتے ہوئے دور کی قالبی مساوات حاصل کریں۔ قالبی مساوات حل کرتے ہوئے نامعلوم دباو دریافت کریں۔

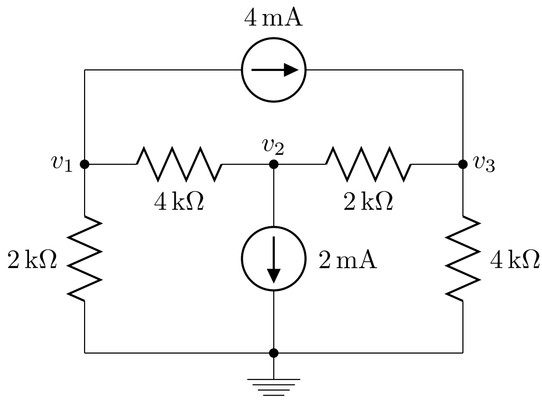
جوابات: $v_1 = 1\,\mathrm{V}$ ، $v_2 = -20\,\mathrm{V}$

مشق 3.2: شکل 3.7 کی قالبی مساوات لکھتے ہوئے نامعلوم دباو حاصل کریں۔

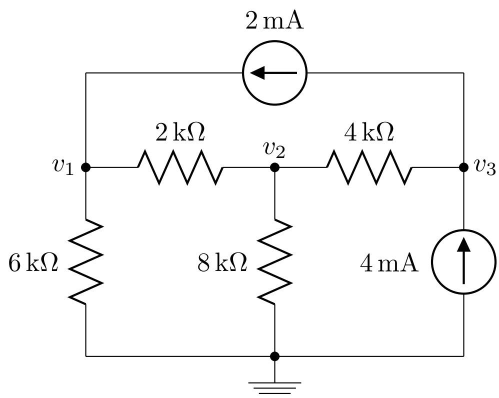
جوابات: $v_1 = -6\,\mathrm{V}$ ، $v_2 = -2\,\mathrm{V}$ ، $v_3 = 4\,\mathrm{V}$

مشق 3.3: شکل 3.8 کی قالبی مساوات لکھتے ہوئے نامعلوم دباو حاصل کریں۔

جوابات: $v_1 = 13.5\,\mathrm{V}$ ، $v_2 = 14\,\mathrm{V}$ ، $v_3 = 22\,\mathrm{V}$



شکل 3.7: مشق 3.2 کا دور۔



شکل 3.8: مشق 3.3 کا دور۔

3.3 تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار

گزشتہ حصے میں ہم نے دیکھا کہ غیر تابع منبع رو اور مزاحمتوں کے ادوار سے تشاکل قالب موصلیت حاصل ہوتے ہے۔ شکل 3.9 میں تابع منبع رو استعمال کی گئی ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ اس کا G قالب غیر تشاکل ہو گا۔ اس دور کے تین جوڑوں

سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$
\begin{aligned}
-\beta i_0 + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} &= 0\\
\frac{v_2 - v_1}{R_2} - i_A + \frac{v_2 - v_3}{R_4} &= 0\\
\frac{v_3}{R_3} + \beta i_0 + \frac{v_3 - v_2}{R_4} &= 0
\end{aligned} \tag{3.27}
$$

جہاں

$$
i_0 = \frac{v_1}{R_1} \tag{3.28}
$$

کے برابر ہے۔ مساوات 3.27 میں مساوات 3.28 پُر کرتے اور ترتیب دیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{\beta}{R_1}\right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} &= 0\\
-\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right) v_2 - \frac{v_3}{R_4} &= i_A\\
\frac{\beta}{R_1} v_1 - \frac{v_2}{R_4} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) v_3 &= 0
\end{aligned} \tag{3.29}
$$

جسے قالبی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$
\begin{bmatrix}
\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{\beta}{R_1} & -\frac{1}{R_2} & 0\\
-\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4}\\
\frac{\beta}{R_1} & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} v_1\\ v_2\\ v_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0\\ i_A\\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.30}
$$

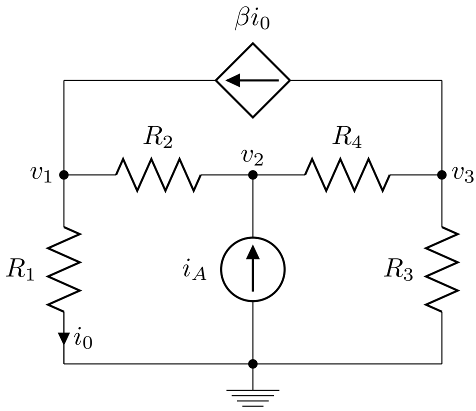
آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $\mathbf{G}$ قالب غیر تشاکل ہے۔

مثال 3.3: شکل 3.9 میں تمام جوڑ پر برقی دباو حاصل کریں۔ معلومات درج ذیل ہیں۔

$$
R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_2 = 4\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_3 = 1\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_4 = 2\,\mathrm{k\Omega}, \quad i_A = 10\,\mathrm{mA}, \quad \beta = 4
$$

حل: درج بالا معلومات کو مساوات 3.30 میں پُر کرتے ہیں۔

$$
\begin{bmatrix}
\frac{1}{2000} + \frac{1}{4000} - \frac{4}{2000} & -\frac{1}{4000} & 0\\
-\frac{1}{4000} & \frac{1}{4000} + \frac{1}{2000} & -\frac{1}{2000}\\
\frac{\beta}{2000} & -\frac{1}{2000} & \frac{1}{1000} + \frac{1}{2000}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} v_1\\ v_2\\ v_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0\\ 0.01\\ 0 \end{bmatrix}
$$



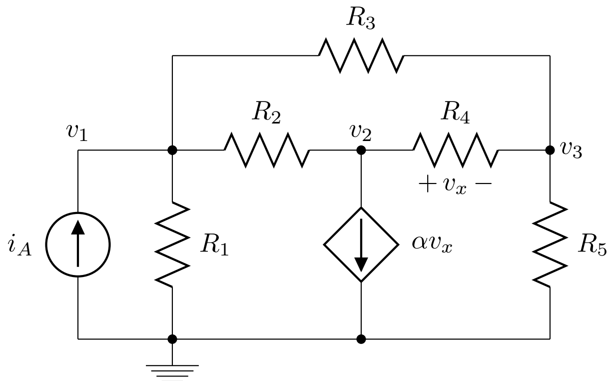
شکل 3.9: تابع منبع رو سے غیر تشاکل قالب موصلیت حاصل ہوتا ہے۔

اس قالبی مساوات کو حل کرتے ہوئے اور یا تینوں ہمزاد مساوات کو کسی بھی طریقے سے حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
v_1 &= -4\,\mathrm{V}\\
v_2 &= 20\,\mathrm{V}\\
v_3 &= 12\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

مثال 3.4: شکل 3.10 میں تمام نامعلوم دباو حاصل کریں۔ دیگر معلومات درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{gathered}
R_1 = 4\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_2 = 8\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_3 = 12\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_4 = 6\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_5 = 2\,\mathrm{k\Omega}\\
i_A = 1\,\mathrm{mA}, \quad \alpha = 0.002
\end{gathered}
$$



شکل 3.10: مثال 3.4 کا دور۔

حل: تمام جوڑ پر خارجی رو تصور کرتے ہوئے مساوات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\frac{v_1}{R_1}+\frac{v_1-v_2}{R_2}+\frac{v_1-v_3}{R_3}&=i_A\\
\frac{v_2-v_1}{R_2}+\alpha v_x+\frac{v_2-v_3}{R_4}&=0\\
\frac{v_3-v_1}{R_3}+\frac{v_3-v_2}{R_4}+\frac{v_3}{R_5}&=0
\end{aligned}$$

اس میں $v_x=v_2-v_3$ پُر کرتے اور مساوات کے اجزاء کو ترتیب دیتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)v_1-\frac{v_2}{R_2}-\frac{v_3}{R_3}&=i_A\\
-\frac{v_1}{R_2}+\left(\frac{1}{R_2}+\alpha+\frac{1}{R_4}\right)v_2-(\alpha+\frac{1}{R_4})v_3&=0\\
-\frac{v_1}{R_3}-\frac{v_2}{R_4}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)v_3&=0
\end{aligned}$$

دی گئی معلومات پُر کرتے ہیں

$$\begin{aligned}
\left(\frac{1}{4000}+\frac{1}{8000}+\frac{1}{12000}\right)v_1-\frac{v_2}{8000}-\frac{v_3}{12000}&=0.001\\
-\frac{v_1}{8000}+\left(\frac{1}{8000}+0.002+\frac{1}{6000}\right)v_2-(0.002+\frac{1}{6000})v_3&=0\\
-\frac{v_1}{12000}-\frac{v_2}{6000}+\left(\frac{1}{12000}+\frac{1}{6000}+\frac{1}{2000}\right)v_3&=0
\end{aligned}$$

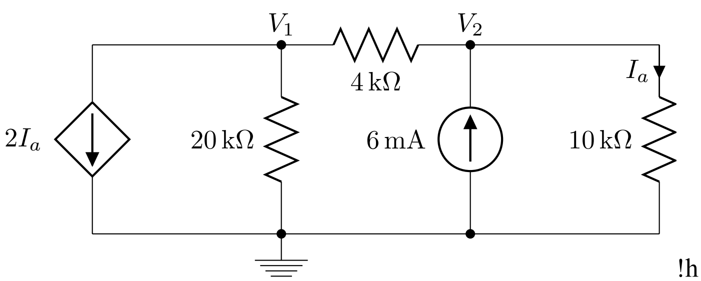
تینوں ہمزاد مساواتوں کو 1000 سے ضرب دیتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}\frac{11v_1}{24}-\frac{v_2}{8}-\frac{v_3}{12}&=1\\-\frac{v_1}{8}+\frac{55v_2}{24}-\frac{13v_3}{6}&=0\\-\frac{v_1}{12}-\frac{v_2}{6}+\frac{3v_3}{4}&=0\end{aligned}$$

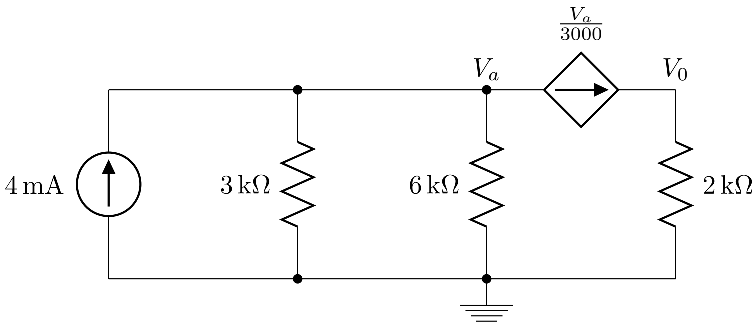
انہیں حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned}v_1&=2.38\,\mathrm{V}\\v_2&=0.48\,\mathrm{V}\\v_3&=0.37\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

مشق 3.4: شکل 3.11 میں نامعلوم دباو جوڑ V_1 اور V_2 دریافت کریں۔

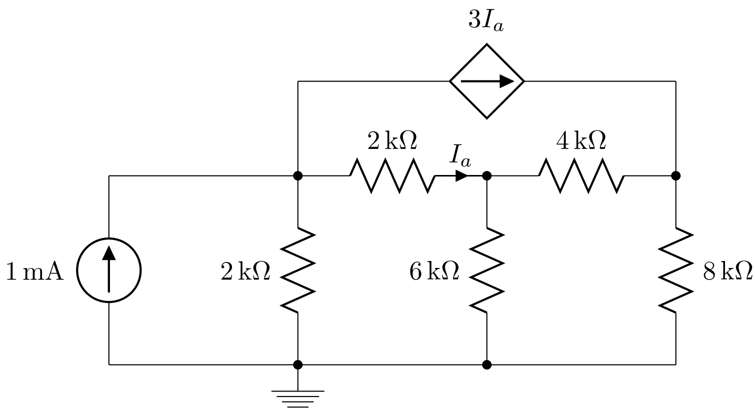


شکل 3.11: مشق 3.4 کا دور۔



!h

شکل 3.12: مشق 3.5 کا دور۔



!h

شکل 3.13: مشق 3.6 کا دور۔

مشق 3.5: شکل 3.12 میں نامعلوم دباو جوڑ V_0 دریافت کریں۔

مشق 3.6: شکل 3.13 میں نامعلوم دباو جوڑ V_0 دریافت کریں۔

3.4 غیر تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار

گزشتہ حصوں کی طرح اس حصے کو بھی سادہ ترین مثال سے شروع کرتے ہیں۔ بعد میں بتدریج مشکل مثال پیش کئے جائیں گے۔ سب سے پہلے ایک مثال کی مدد سے ایسے دور پر غور کرتے ہیں جس میں غیر تابع منبع دباو کا ایک سرا برقی زمین کے ساتھ جڑا ہو۔ ایسے ادوار نسبتاً آسانی سے حل ہوتے ہیں۔

مثال 3.5: شکل 3.14-الف کے دور میں دو عدد غیر تابع منبع دباو استعمال کئے گئے ہیں۔ دونوں منبع زمین کے ساتھ جڑے ہیں۔ بالائی بایاں جوڑ $10\,\mathrm{V}$ منبع دباو کے مثبت سرے کے ساتھ جڑا ہے جبکہ بالائی دایاں جوڑ $20\,\mathrm{V}$ منبع دباو کے منفی سرے کے ساتھ جڑا ہے لہٰذا

$$
\begin{aligned}
V_1 &= 10\,\mathrm{V}\\
V_2 &= -20\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

ہیں۔ بالائی درمیانے جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مدد سے

$$\frac{V_2-10}{5000}+\frac{V_2}{10000}+\frac{V_2-(-20)}{20000}=0$$

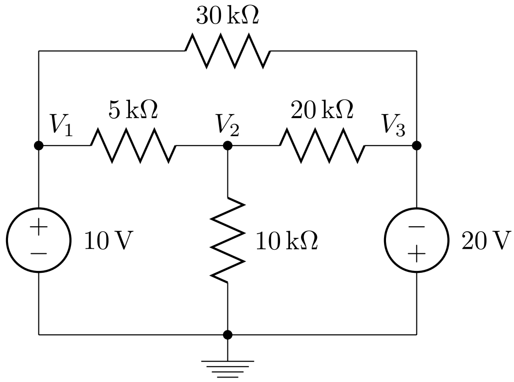
لکھا جا سکتا ہے جس سے

$$V_2=\frac{20}{7}\,\mathrm{V}$$

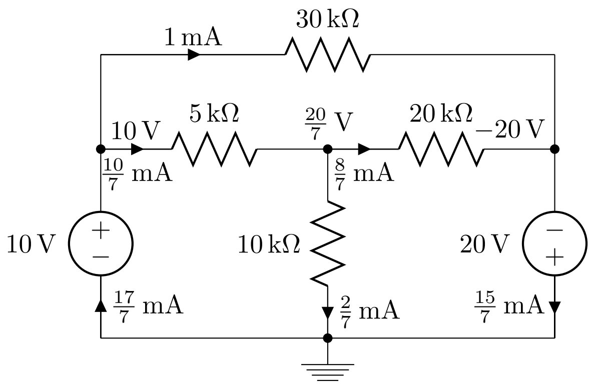
حاصل ہوتا ہے۔

دباو جوڑ جاننے کے بعد تمام پرزوں میں رو دریافت کی جا سکتی ہے۔ یوں بالترتیب $5\,\mathrm{k\Omega}$ ، $10\,\mathrm{k\Omega}$ ، $20\,\mathrm{k\Omega}$ اور $30\,\mathrm{k\Omega}$ کے مزاحمتوں میں اوہم کے قانون سے درج ذیل رو حاصل ہوتے ہیں

$$
\begin{aligned}
\frac{V_1-V_2}{5000}&=\frac{10-\frac{20}{7}}{5000}=\frac{10}{7}\,\mathrm{mA}\\
\frac{V_2}{10000}&=\frac{\frac{20}{7}}{10000}=\frac{2}{7}\,\mathrm{mA}\\
\frac{V_2-V3}{20000}&=\frac{\frac{20}{7}-(-20)}{20000}=\frac{8}{7}\,\mathrm{mA}\\
\frac{V_1-V_3}{30000}&=\frac{10-(-20)}{30000}=1\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

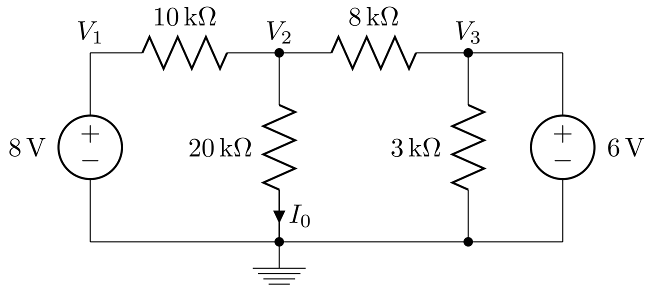


(الف)



(ب)

شکل 3.14: مثال 3.5 کا دور۔



شکل 3.15: مشق 3.7 کا دور۔

جہاں تمام رو کی سمتیں بائیں سے دائیں جانب ہیں۔ جوڑ V_1 پر کرخوف قانون رو سے $10\,\mathrm{V}$ منبع کی خارجی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$I_{10\,\mathrm{V}} = \frac{10}{7}\,\mathrm{mA} + 1\,\mathrm{mA} = \frac{17}{7}\,\mathrm{mA}$$

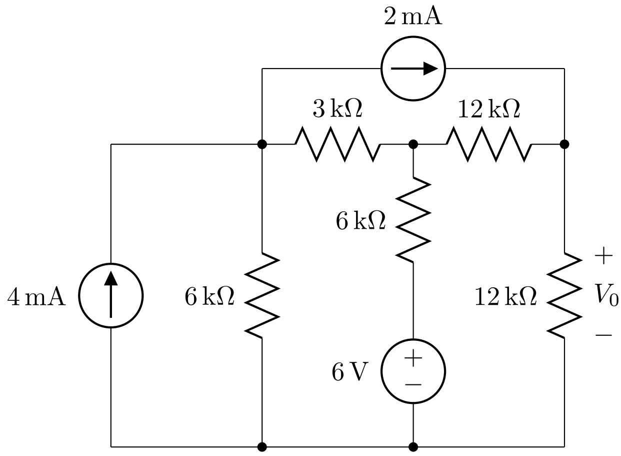
اسی طرح دائیں منبع دباو کے منفی سرے پر داخلی رو یا مثبت سرے سے خارجی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$I_{20\,\mathrm{V}} = \frac{8}{7}\,\mathrm{mA} + 1\,\mathrm{mA} = \frac{15}{7}\,\mathrm{mA}$$

حاصل کردہ تمام رو کو شکل 3.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مشق 3.7: شکل 3.15 میں I_0 حاصل کریں۔

مشق 3.8: شکل 3.16 میں V_0 دریافت کریں۔ یاد رہے کہ آپ کسی بھی جوڑ کو برقی زمین چن سکتے ہیں۔

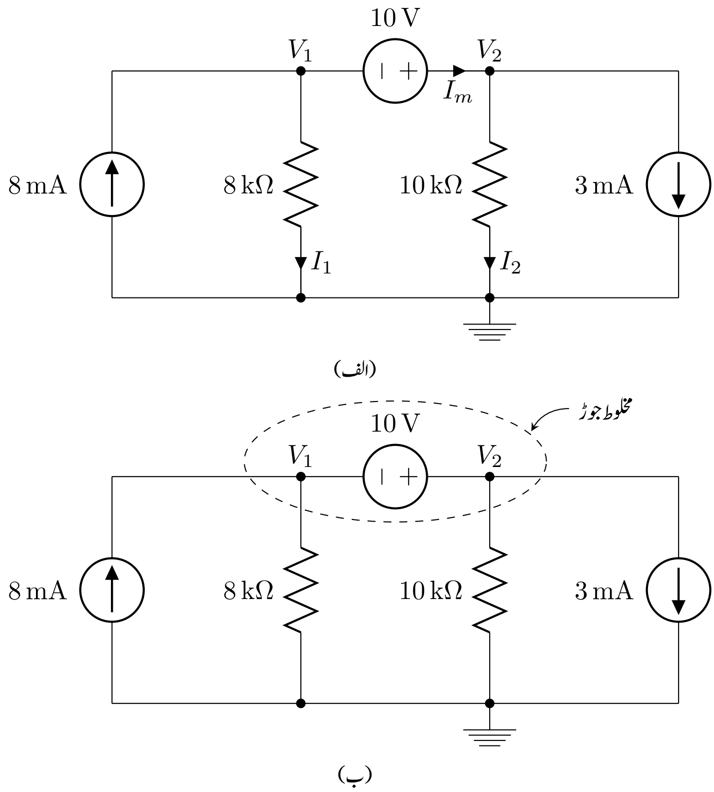


شکل 3.16: مشق 3.8 کا دور۔

آئیں اب ایسے دور کو حل کریں جس میں منبع دباو برقی زمین سے ہٹ کر دو جوڑوں کے درمیان جڑا ہو۔

مثال 3.6: شکل 3.17 میں 10 V کا منبع دباو زمین سے ہٹ کر دو جوڑوں کے درمیان نسب ہے۔ گزشتہ تمام مثالوں میں جوڑ پر رو یا تو منبع رو سے اخذ کی جا سکتیں تھیں اور یا انہیں مزاحمتی شاخ پر قانون اوہم لاگو کرتے ہوئے اخذ کیا جا سکتا تھا۔ موجودہ شکل میں جوڑ V_1 اور V_2 کے درمیان نہ تو منبع رو نسب ہے اور نہ ہی مزاحمت لہٰذا گزشتہ ترکیب یہاں قابل استعمال نہیں ہیں۔ آپ سے گزارش ہے کہ یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ دس وولٹ منبع دباو کی رو گزشتہ ترکیبوں سے دریافت نہیں کی جا سکتی۔

اب منبع دباو کی رو ہم نہ تو جانتے ہیں اور نہ ہی اسے کسی مساوات سے ظاہر کر سکتے ہیں لہٰذا جوڑ V_1 اور V_2 پر کرخوف قانون رو کے مساوات لکھنا ممکن نہیں ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ J متغیرات معلوم کرنے کی خاطر J ہمزاد مساوات درکار ہیں۔ آئیں دیکھیں کہ جوڑ V_1 اور V_2 پر کرخوف قانون رو نہ لکھ پانے کے باوجود ہم اتنی تعداد میں مساوات کس طرح لکھ پائیں گے۔



شکل 3.17: مثال 3.6 کا دور۔

شکل 3.17-الف کو دیکھ کر

$$V_2 - V_1 = 10 \tag{3.31}$$

لکھا جا سکتا ہے۔اس کے علاوہ اسی شکل میں دکھائے شاخوں کے برقی رو استعمال کرتے ہوئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$-8\,\mathrm{mA} + I_1 + I_m = 0 \tag{3.32}$$
$$-I_m + I_2 + 3\,\mathrm{mA} = 0 \tag{3.33}$$

مساوات 3.32 اور مساوات 3.33 کے مجموعہ

$$-5\,\mathrm{mA} + I_1 + I_2 = 0 \tag{3.34}$$

میں قانون اوہم کے استعمال سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$-8\,\mathrm{mA} + \frac{V_1}{8\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{V_2}{10\,\mathrm{k\Omega}} + 3\,\mathrm{mA} = 0 \tag{3.35}$$

مساوات 3.31 اور مساوات 3.35 درکار ہمزاد مساوات ہیں جنہیں حل کرنے سے

$$V_1 = 240\,\mathrm{V}$$
$$V_2 = 250\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتے ہیں۔

ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ کسی بھی جوڑ پر کرخوف قانون رو لکھتے ہوئے تمام مزاحمتی شاخوں میں رو کی سمت خارجی تصور کی جا سکتی ہے۔یہاں اس بات کا خیال رکھنا ضروری ہے کہ دو جوڑوں کے مابین نسب منبع دباو کی رو کو دونوں جوڑوں پر خارجی تصور نہیں کیا جا سکتا۔منبع دباو کے رو کی کوئی بھی سمت چننے کے بعد دونوں جوڑوں پر کرخوف قانون رو لکھتے ہوئے منبع دباو کے رو کی سمت چننی گئی سمت ہی تصور کی جائے گی۔

مساوات 3.35 کے حصول میں ہمیں مساوات 3.32، مساوات 3.33 اور مساوات 3.34 بھی لکھنے پڑھ گئے۔آئیں ان اضافی مساوات کے لکھنے سے چھٹکارا حاصل کریں۔

شکل 3.17-ب میں زمین سے ہٹ کر دو جوڑوں کے مابین نسب منبع دباو کے گرد نقطہ دار دائرہ کھینچا گیا ہے۔اس بند دائرے کو **مخلوط جوڑ**[8] کہا جاتا ہے۔آپ جانتے ہیں کہ کرخوف قانون رو بند دائرے پر بھی لاگو ہوتا ہے لہٰذا اس بند

[8] super node

دائرے میں مجموعی داخلی رو اور مجموعی خارجی رو برابر ہوں گے۔ شکل-ب میں مخلوط جوڑ سے تمام مزاحمتی شاخوں کے رو کی سمت خارجی تصور کرتے ہوئے

$$-8\,\text{mA} + \frac{V_1}{8\,\text{k}\Omega} + \frac{V_2}{10\,\text{k}\Omega} + 3\,\text{mA} = 0 \tag{3.36}$$

لکھا جا سکتا ہے جو مساوات 3.35 ہی ہے۔ یاد رہے کہ دور حل کرنے کی خاطر مخلوط جوڑ کے دونوں جانب دباو کا تعلق

$$V_2 - V_1 = 10 \tag{3.37}$$

بھی درکار ہے۔

مثال 3.7: شکل 3.18-الف میں I_1 اور I_2 دریافت کریں۔

حل: شکل 3.18-ب میں مخلوط جوڑ کو نقطہ دار دائرے میں گھیرا گیا ہے۔ ساتھ ہی ساتھ مخلوط جوڑ کے سروں کے مابین دباو کے تعلق

$$V_3 - V_2 = 16$$

کو استعمال کرتے ہوئے بالائی جوڑ کے دباو کو نچلے جوڑ کے دباو کی صورت میں

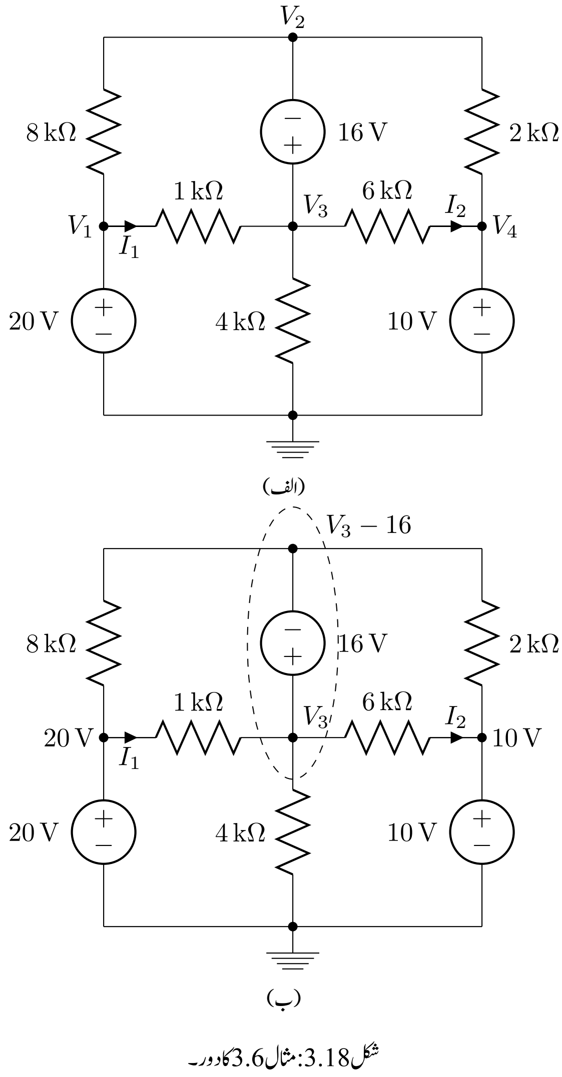
$$V_2 = V_3 - 16$$

لکھا گیا ہے۔ ہم بالائی جوڑ کے دباو کو V_2 ہی لکھتے ہوئے نچلے جوڑ کے دباو کو $V_3 = V_2 + 16$ لکھ سکتے تھے۔ شکل 3.18-ب کو دیکھ کر درج ذیل بھی لکھا جا سکتا ہے۔

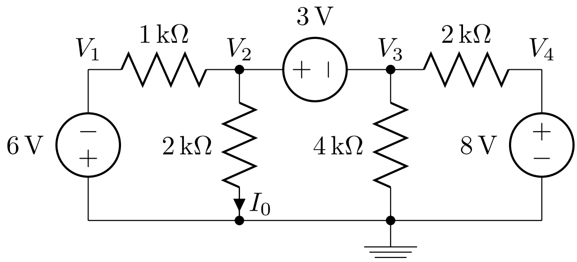
$$V_1 = 20\,\text{V}$$
$$V_4 = 10\,\text{V}$$

یوں صرف V_3 نامعلوم دباو ہے۔ کرخوف قانون رو استعمال کرتے ہوئے مخلوط جوڑ یعنی نقطہ دار دائرے کے لئے

$$\frac{(V_3-16)-20}{8\,\text{k}\Omega} + \frac{(V_3-16)-10}{2\,\text{k}\Omega} + \frac{V_3-20}{1\,\text{k}\Omega} + \frac{V_3-10}{6\,\text{k}\Omega} + \frac{V_3}{4\,\text{k}\Omega} = 0$$



شکل 3.18: مثال 3.6 کا دور۔



شکل 3.19: مشق 3.9 کا دور۔

لکھا جا سکتا ہے جہاں تمام رو کی سمت خارجی چننی گئی ہے۔ اس سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_3 = 20\,\mathrm{V}$$

یوں درکار رو درج ذیل ہیں۔

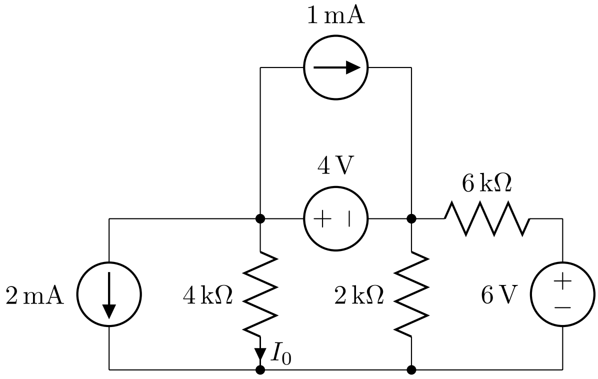
$$I_1 = \frac{V_1 - V_3}{1\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{20-20}{1\,\mathrm{k\Omega}} = 0\,\mathrm{A}$$
$$I_2 = \frac{V_3 - V_4}{6\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{20-10}{6\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{5}{3}\,\mathrm{mA}$$

مشق 3.9: شکل 3.19 میں I_0 دریافت کریں۔

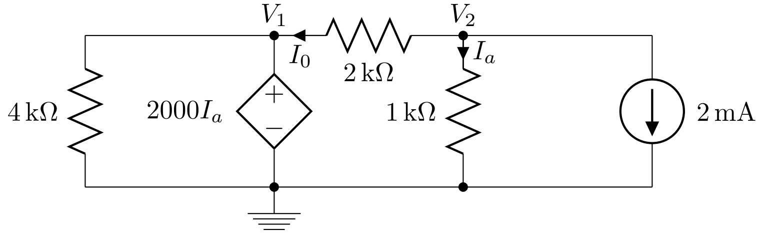
جواب: $\frac{49}{18}\,\mathrm{mA}$

مشق 3.10: شکل 3.20 میں I_0 دریافت کریں۔

جواب: $\frac{5}{11}\,\mathrm{mA}$



شکل 3.20: مشق 3.10 کا دور۔



شکل 3.21: مثال 3.8 کا دور۔

3.5 تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار

تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کو بھی مندرجہ بالا طریقوں سے حل کیا جاتا ہے۔آئیں چند مثال دیکھیں۔

مثال 3.8: شکل 3.21 میں I_0 حاصل کریں۔

حل: چونکہ جوڑ V_1 تابع منبع دباو سے جڑا ہے لہٰذا

$$V_1 = 2000I_a$$

ہو گا جہاں

$$I_a = \frac{V_2}{1\,\mathrm{k\Omega}}$$

ہے۔ جوڑ V_2 پر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$2\,\mathrm{mA} + \frac{V_2 - V_1}{2\,\mathrm{k\Omega}} + I_a = 0$$

انہیں حل کرنے سے

$$\begin{aligned} V_2 &= -4\,\mathrm{V} \\ V_1 &= -8\,\mathrm{V} \\ I_a &= -4\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں لہٰذا

$$I_0 = \frac{(-4) - (-8)}{2\,\mathrm{k\Omega}} = 2\,\mathrm{mA}$$

ہو گی۔

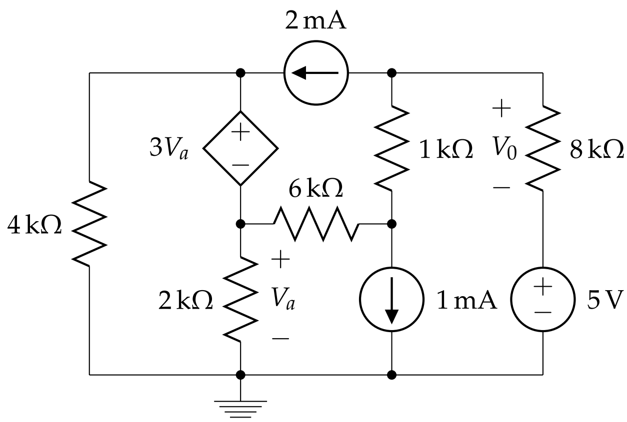
مثال 3.9: شکل 3.22 میں تابع منبع مخلوط جوڑ کے مابین نسب ہے۔ اس دور میں V_0 حاصل کریں۔

حل: شکل 3.22-ب میں جوڑ V_1 ، V_2 ، V_3 اور V_4 کی نشاندہی کی گئی ہے۔ مخلوط جوڑ کے نچلے سرے پر V_1 دباو کی بدولت اس کے بالائی سرے پر $V_1 + 3V_a$ دباو لکھا گیا ہے۔ مخلوط جوڑ پر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھا جائے گا۔

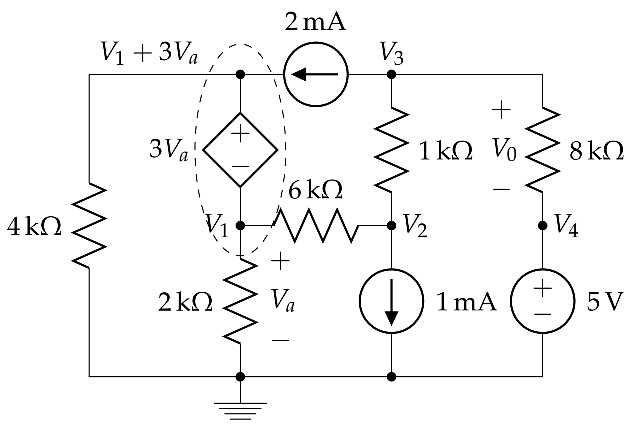
$$\frac{V_1 + 3V_a}{4000} - 0.002 + \frac{V_1}{2000} + \frac{V_1 - V_2}{6000} = 0$$

اسی طرح $V_4 = 5\,\mathrm{V}$ لیتے ہوئے بالترتیب V_2 اور V_3 جوڑ کے لئے کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں۔

$$\frac{V_2 - V_1}{6000} + 0.001 + \frac{V_2 - V_3}{1000} = 0$$
$$0.002 + \frac{V_3 - V_2}{1000} + \frac{V_3 - 5}{8000} = 0$$



(الف)



(ب)

شکل 3.22: مثال 3.9 کا دور۔

مخلوط جوڑ کے مساوات میں $V_a = V_1$ پر کرتے ہوئے مندرجہ بالا تین مساوات کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
10V_1 - V_2 &= 12 \\
-V_1 + 7V_2 - 6V_3 &= -6 \\
-8V_2 + 9V_3 &= -11
\end{aligned}
$$

ان تین ہمزاد مساوات کو حل کرنے سے

$$
\begin{aligned}
V_1 &= \frac{20}{47}\,\mathrm{V} \\
V_2 &= -\frac{364}{47}\,\mathrm{V} \\
V_3 &= -\frac{381}{47}\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں

$$
V_0 = V_3 - V_4 = -\frac{616}{47}\,\mathrm{V}
$$

ہو گا۔

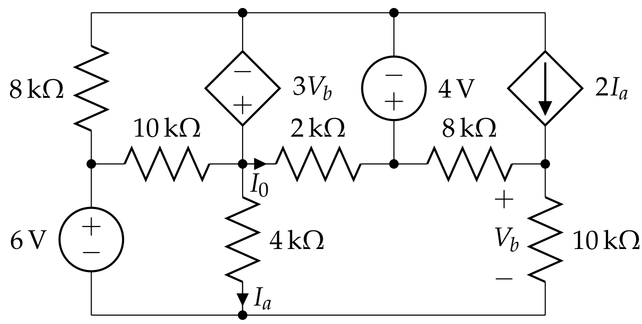
مثال 3.10: شکل 3.23-الف میں I_0 دریافت کریں۔

حل: شکل 3.23-ب میں نچلے جوڑ کو زمین چنتے ہوئے بقایا جوڑوں کی نشاندہی کی گئی ہے۔ مخلوط جوڑوں کو نقطہ دار چکور سے ظاہر کیا گیا ہے۔یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ آپ مخلوط جوڑ کو پہچان سکتے ہیں۔ مخلوط جوڑ کے نچلے بائیں اور دائیں سروں کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

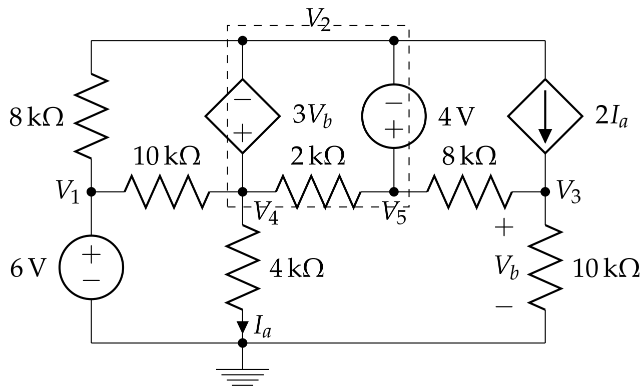
$$
\begin{aligned}
V_4 - V_2 &= 3V_b \\
V_5 - V_2 &= 4
\end{aligned}
$$

جن سے

$$
\begin{aligned}
V_4 &= V_2 + 3V_b \\
V_5 &= V_2 + 4
\end{aligned}
$$



(الف)



(ب)

شکل 3.23: مثال 3.10 کا دور۔

حاصل ہوتا ہے۔ شکل کو دیکھتے ہوئے

$$V_1 = 6$$

بھی لکھا جا سکتا ہے۔ جوڑ V_2 اور V_3 کے کرخوف مساوات رو بالترتیب لکھتے ہیں جہاں V_2 کی مساوات در حقیقت مخلوط جوڑ کی مساوات رو ہے۔

$$\begin{aligned} \frac{V_2-6}{8000} + \frac{(V_2+3V_b)-6}{10000} + \frac{(V_2+3V_b)}{4000} + \frac{(V_2+4)-V_3}{8000} + 2I_a = 0 \\ -2I_a + \frac{V_3-(V_2+4)}{8000} + \frac{V_3}{10000} = 0 \end{aligned}$$

مندرجہ بالا دو مساوات میں درج ذیل پر کرتے

$$\begin{aligned} V_b &= V_3 \\ I_a &= \frac{V_2+3V_b}{4000} = \frac{V_2+3V_3}{4000} \end{aligned}$$

ہوئے

$$\begin{aligned} \frac{V_2-6}{8000} + \frac{(V_2+3V_3)-6}{10000} + \frac{(V_2+3V_3)}{4000} + \frac{(V_2+4)-V_3}{8000} + 2\left(\frac{V_2+3V_3}{4000}\right) = 0 \\ -2\left(\frac{V_2+3V_3}{4000}\right) + \frac{V_3-(V_2+4)}{8000} + \frac{V_3}{10000} = 0 \end{aligned}$$

یعنی

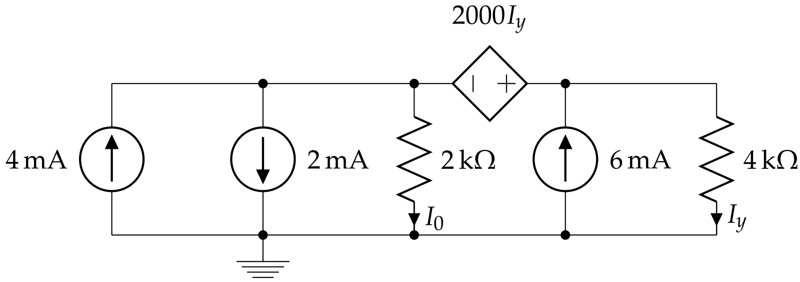
$$\begin{aligned} 44V_2 + 97V_3 &= 34 \\ 50V_2 + 102V_3 &= -40 \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں جنہیں حل کرنے سے درج ذیل ملتے ہیں۔

$$\begin{aligned} V_2 &= -\frac{3674}{181}\,\mathrm{V} \\ V_3 &= \frac{1730}{181}\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

یوں

$$I_0 = \frac{V_4-V_5}{2000} = \frac{149}{12}\,\mathrm{mA}$$



شکل 3.24: مشق 3.11 کا دور۔

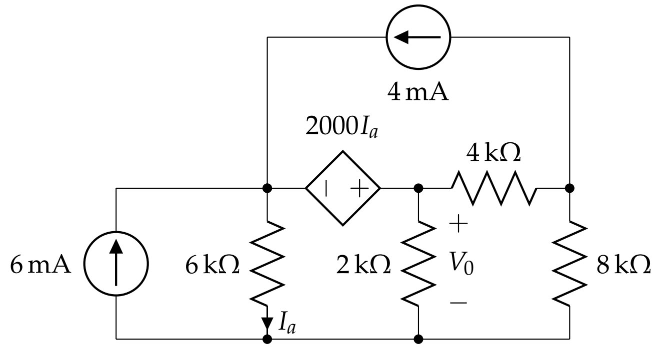
حاصل ہوتی ہے۔

مشق 3.11: شکل 3.24 میں I_0 حاصل کریں۔

جواب: 4 mA

مشق 3.12: شکل 3.25 میں V_0 حاصل کریں۔

جواب: $\frac{176}{17}$ V



شکل 3.25: مشق 3.12 کا دور۔

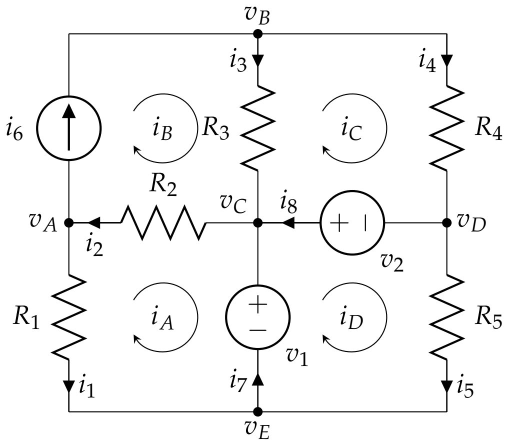
3.6 دائری تجزیہ

تجزیہ جوڑ میں نامعلوم متغیرات دباو جوڑ تھے جنہیں کرخوف قانون رو کی مدد سے حاصل کیا گیا۔جوڑ کے دباو جاننے کے بعد شاخوں کی رو کو قانون اوہم سے حاصل کیا گیا۔اس کے برعکس **دائری ترکیب**[9] میں کرخوف قانون دباو کی مدد سے **دائری رو**[10] دریافت کئے جاتے ہیں۔دائری رو جانتے ہوئے کسی بھی شاخ کا دباو قانون اوہم سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔ایسا دور جس میں J جوڑ اور S شاخ پائے جاتے ہوں سے $S - J + 1$ آزاد مساوات بذریعہ کرخوف قانون دباو حاصل کئے جا سکتے ہیں۔شکل 3.26 کو مثال بناتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ اس میں $J = 5$ اور $S = 8$ ہیں لہٰذا اس سے $8 - 5 + 1 = 4$ آزاد مساوات حاصل کئے جا سکتے ہیں جن سے دائری رو i_A ، i_B ، i_C اور i_D حاصل ہوں گے۔دائری رو جانتے ہوئے شاخوں کی رو درج ذیل لکھی جا سکتی ہیں۔

$$
\begin{aligned}
i_1 &= -i_A \\
i_2 &= i_B - i_A \\
i_3 &= i_B - i_C \\
i_4 &= i_C \\
i_5 &= i_D \\
i_6 &= i_B \\
i_7 &= i_D - i_A
\end{aligned}
$$

---

[9] loop analysis
[10] loop current



شکل 3.26: دائری ترکیب کی مثال۔

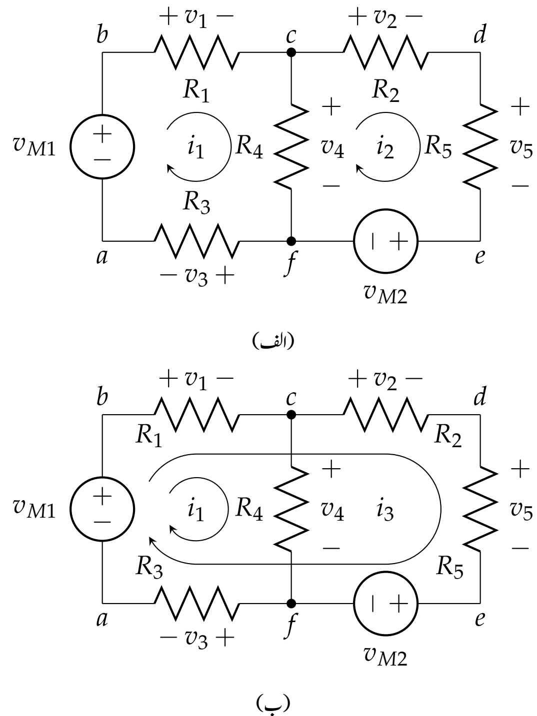
اس کتاب میں صرف **سطحی ادوار**[11] پر غور کیا جائے گا۔ سطحی دور سے مراد ایسا دور ہے جسے کاغذ پر یوں بنایا جا سکتا ہو کہ کوئی تار دوسری تار کو نہ کاٹے۔ سطحی ادوار میں دائروں کی نشاندہی نسبتاً آسان ہوتی ہے۔ دائری ترکیب میں دائری رو یوں چننی جاتی ہیں کہ تمام شاخوں سے کم از کم ایک دائری رو گزرے، مزید یہ کہ ہر دائری رو کم از کم ایک ایسے شاخ سے گزرے جس سے کوئی دوسری دائری رو نہ گزرتی ہو۔

آئیں دائری ترکیب کو چند مثالوں کی مدد سے سمجھیں۔

3.7 غیر تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار

شکل 3.27 میں دو عدد غیر تابع منبع دباو استعمال کئے گئے ہیں۔ اس دور میں سات شاخ اور چھ جوڑ ہیں لہٰذا دور میں تمام نا معلوم دائری رو دریافت کرنے کی خاطر $7 - 6 + 1 = 2$ غیر تابع مساوات درکار ہیں جنہیں کرخوف قانون دباو سے حاصل کیا جائے گا۔ چونکہ دو عدد دائری رو درکار ہیں لہٰذا ہم دو عدد دائرے چنتے ہیں۔ ہم ان دائروں کو مختلف انداز میں چن سکتے ہیں۔ یوں ہم پہلا دائرہ $abcfa$ اور دوسرا دائرہ $cdefc$ چن سکتے ہیں۔ ایسا کرتے ہوئے دائری رو i_1 اور i_2 ہوں گے جنہیں شکل 3.27-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں ہم نے دونوں دائری رو کو گھڑی کی سمت تصور کیا

[11] planar circuits



شکل 3.27: غیر تابع منبع دباو استعمال کرنے والا دور۔

ہے۔ حقیقت میں آپ دونوں رو کو گھڑی کے الٹ بھی تصور کر سکتے ہیں اور ایسا بھی کر سکتے ہیں کہ ایک دائری رو گھڑی کی سمت اور دوسری رو گھڑی کی الٹ تصور کی جائے۔ ترکیب جوڑ کی طرح یہاں بھی اگر حقیقت میں کسی رو کی سمت تصور کردہ سمت کے الٹ ہو تو ایسی صورت میں رو کی قیمت منفی حاصل ہو گی۔ اس کتاب میں ہم دائری رو کو گھڑی کی سمت ہی تصور کریں گے۔ اسی طرح ہم دو عدد دائرے یوں بھی چن سکتے ہیں کہ پہلا دائرہ $abcfa$ اور دوسرا دائرہ $abdea$ لیں جن سے شکل 3.27-ب میں دکھائے دائری رو ملتے ہیں۔ ہم باری باری شکل 3.27-الف اور شکل 3.27-ب کو حل کرتے ہیں۔

شکل 3.27-الف میں دونوں دائروں پر کرخوف قانون دباو سے درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
-v_{M1}+v_1+v_4+v_3&=0\\
-v_4+v_2+v_5+v_{M2}&=0
\end{aligned}
\tag{3.38}
$$

قانون او ہم سے دباو شاخ درج ذیل لکھے جا سکتے ہیں

$$
\begin{aligned}
v_1 &= i_1 R_1\\
v_2 &= i_2 R_2\\
v_3 &= i_1 R_3\\
v_4 &= (i_1 - i_2) R_4\\
v_5 &= i_2 R_5
\end{aligned}
$$

جنہیں مساوات 3.38 میں پر کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_1(R_1 + R_3 + R_4) - i_2 R_4 &= v_{M1}\\
-i_1 R_4 + i_2(R_2 + R_4 + R_5) &= -v_{M2}
\end{aligned}
$$

اس کو قالبی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$
\begin{bmatrix} R_1 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ -R_4 & R_2 + R_4 + R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{M1} \\ -v_{M2} \end{bmatrix} \tag{3.39}
$$

شکل 3.26 یا شکل 3.27-الف بالکل ماہی گیر کے جال کی مانند ہیں جسے مچھلیاں پکڑنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ان اشکال میں ہر خانے میں دائری رو چننی گئی ہے۔اس کے برعکس شکل 3.27-ب میں i_3 کو یوں چنا گیا ہے کہ یہ i_1 کو بھی لپیٹتی ہے۔اس کتاب میں انفرادی خانے کی رو ہی چنتے ہوئے ادوار حل کئے جائیں گے۔

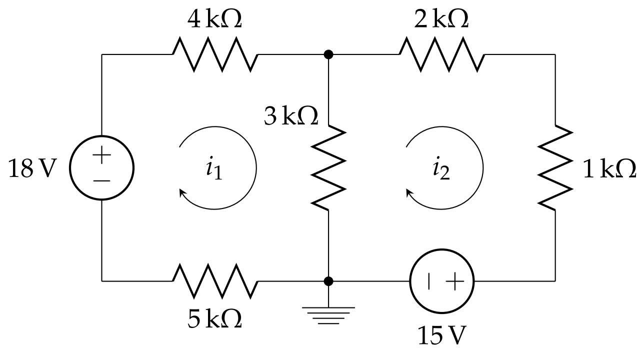
مثال 3.11: شکل 3.28-الف میں دائری رو دریافت کرتے ہوئے تمام شاخوں کی رو اور دباو حاصل کریں۔

حل: کرخوف قانون دباو کی مدد سے بالترتیب بائیں اور دائیں خانوں کے لئے درج ذیل لکھتے ہیں۔

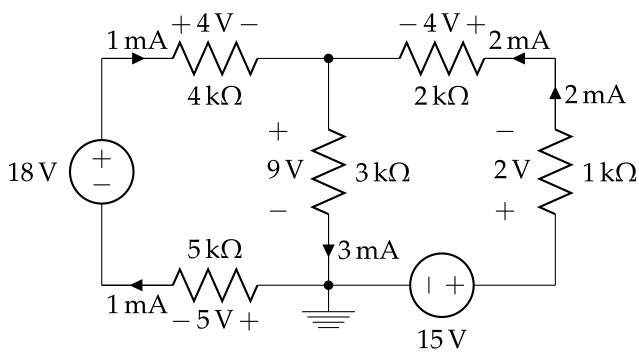
$$
\begin{aligned}
-18 + 4000 i_1 + 3000(i_1 - i_2) + 5000 i_1 &=\\
3000(i_2 - i_1) + 2000 i_2 + 1000 i_2 + 15 &= 0
\end{aligned}
$$

انہیں ترتیب دیتے ہوئے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
12000 i_1 - 3000 i_2 &= 18\\
-3000 i_1 + 6000 i_2 &= -15
\end{aligned}
$$

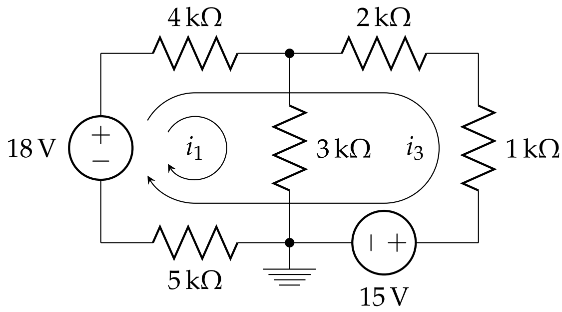


(الف)



(ب)

شکل 3.28: غیر تابع منبع دباو استعمال کرنے والا دور کی مثال۔



شکل 3.29: ہر خانے کی علیحدہ رو تصور نہیں کرتے ہوئے حل کرتے ہیں۔

کسی بھی ترکیب سے ان ہمزاد مساوات کو حل کیا جا سکتا ہے۔ حاصل جوابات درج ذیل ہیں۔

$$i_1 = 1\,\text{mA}$$
$$i_2 = -2\,\text{mA}$$

چونکہ i_2 کی قیمت منفی ہے لہٰذا حقیقت میں دائیں خانے میں رو کی سمت چننی گئی سمت کے الٹ ہے۔ ان قیمتوں کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی مزاحمت کا دباو قانون اوہم سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔ تمام مزاحمتوں کے دباو شکل-ب میں دکھائے گئے ہیں۔ امید کی جاتی ہے کہ آپ انہیں حاصل کر پائیں گے۔

مثال 3.12: شکل 3.29 کو حل کرتے ہوئے تمام شاخوں کی رو دریافت کریں۔

حل: بائیں خانے کے لئے کرخوف قانون دباو سے

$$-18 + 4000(i_1 + i_2) + 3000 i_1 + 5000(i_1 + i_2) = 0$$

لکھا جا سکتا ہے۔ بیرونی دائرے کے لئے درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$-18 + 4000(i_1 + i_2) + 2000 i_2 + 1000 i_2 + 15 + 5000(i_1 + i_2) = 0$$

ان میں رو کو ترتیب سے لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
12000i_1 + 9000i_2 &= 18 \\
9000i_1 + 12000i_2 &= 3
\end{aligned}
$$

ان ہمزاد مساوات کو حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتی ہیں۔

$$
\begin{aligned}
i_1 &= 3\,\mathrm{mA} \\
i_2 &= -2\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

آپ گزشتہ مثال کے جوابات کے ساتھ موازنہ کر سکتے ہیں مثلاً بالائی $4\,\mathrm{k\Omega}$ میں $3\,\mathrm{mA} - 2\,\mathrm{mA} = 1\,\mathrm{mA}$ اور درمیانے $3\,\mathrm{k\Omega}$ میں $3\,\mathrm{mA}$ رو پائے جاتے ہیں۔

مندرجہ بالا دو مثالوں میں ایک ہی دور میں دو مختلف طرز کے رو چنتے ہوئے حل کیا گیا۔دونوں حاصل جواب یکساں حاصل ہوئے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ حاصل جواب چنی گئی رو پر منحصر نہیں ہے۔

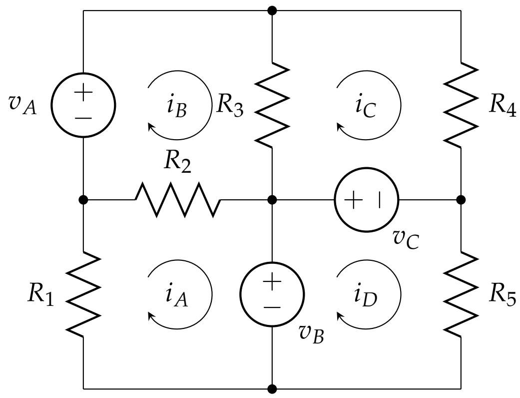
مثال 3.13: شکل 3.30 کے کرخوف مساوات دباو کو قالبی صورت میں لکھیں۔

حل: ہم بالترتیب i_A، i_B، i_C اور i_D کو استعمال کرتے ہوئے درج ذیل مساوات لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
i_A R_1 + (i_A - i_B) R_2 + v_B &= 0 \\
-v_A + (i_B - i_C) R_3 + (i_B - i_A) R_2 &= 0 \\
(i_C - i_B) R_3 + i_C R_4 - v_C &= 0 \\
-v_B + v_C + i_D R_5 &= 0
\end{aligned}
$$

انہیں ترتیب دیتے ہوئے دوبارہ لکھتے ہوئے

$$
\begin{aligned}
i_A (R_1 + R_2) - i_B R_2 &= -v_B \\
-i_A R_2 + i_B (R_2 + R_3) - i_C R_3 &= v_A \\
-i_B R_3 + i_C (R_3 + R_4) &= v_C \\
i_D R_5 &= v_B - v_C
\end{aligned}
$$



شکل 3.30: دائری ترکیب کی مثال۔

قالبی صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 & 0 & 0 \\ -R_2 & R_2+R_3 & -R_3 & 0 \\ 0 & -R_3 & R_3+R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_B \\ v_A \\ v_C \\ v_B - v_C \end{bmatrix}$$

مندرجہ بالا قالبی مساوات میں پہلی صف (یعنی بالائی صف) کا پہلا جزو (یعنی بایاں جزو) ان مزاحمتوں کا مجموعہ ہے جن سے i_A گزرتی ہے یعنی $R_1 + R_2$ جبکہ اسی پہلی صف کا دوسرا جزو ان مزاحمتوں کے مجموعے کا منفی ہے جن سے i_A اور i_B دونوں گزرتی ہیں۔ اسی طرح تیسرا جزو i_A اور i_C کا مشترکہ مزاحمتوں کا منفی ہے۔ چونکہ موجودہ دور میں ایسا کوئی مزاحمت نہیں پایا جاتا جن سے i_A اور i_C دونوں گزرتی ہوں لہٰذا یہ جزو صفر کے برابر ہے۔ اسی طرح پہلی صف کا چوتھا جزو i_A اور i_D کے مشترک مزاحمتوں کے مجموعے کے منفی کے برابر ہے جو موجودہ دور میں صفر کے برابر ہے۔ قالب کے دوسرے صف کا پہلا جزو i_B اور i_A کے مشترکہ مزاحمتوں کے مجموعے کا منفی ہے۔ دوسرے صف کا دوسرا جزو ان مزاحمتوں کا مجموعہ ہے جن سے i_B گزرتی ہے جبکہ صف کا تیسرا جزو i_B اور i_C کے مشترک مزاحمتوں کے مجموعے کا منفی ہے۔ اسی ترکیب سے تیسرا صف i_C کے مطابق اور چوتھا صف i_D کے مطابق لکھا جاتا ہے۔ قالبی مساوات کا دایاں ہاتھ بالترتیب i_A ، i_B ، i_C اور i_D کی سمت میں گھومتے ہوئے منبع دباو کے مجموعی دباو میں اضافے کے برابر ہے۔ چونکہ i_A کی سمت میں گھومتے ہوئے صرف منبع v_B سے گزرا جاتا ہے اور گھومنے کی سمت

میں منبع کا دباو گھٹتا ہے لہٰذا قالبی مساوات کے بائیں ہاتھ پہلا جزو $-v_B$ لکھا جائے گا۔آپ سے گزارش ہے کہ یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ آپ قالبی مساوات کے تمام اجزاء یوں لکھ سکتے ہیں۔

اگر تمام خانوں میں، ایک ہی سمت میں گھومتی انفرادی دائری رو تصور کی جائے تب عمومی قالبی مساوات درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$\begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} & \cdots -R_{1m} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} & \cdots -R_{2m} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} & \cdots -R_{3m} \\ \vdots & & & \\ -R_{m1} & -R_{m2} & -R_{m3} & \cdots R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

اس عمومی قالبی مساوات میں بائیں ہاتھ مزاحمتی قالب کے بالائی بائیں کونے سے نچلی دائیں کونے تک ترچھی لکیر پر پائے جانے والے اجزاء مثبت ہیں جبکہ بقایا تمام منفی ہیں۔اس مساوات میں R_{11} سے مراد ان مزاحمتوں کا مجموعہ ہے جن سے i_1 گزرتی ہے جبکہ R_{12} ان مزاحمتوں کا مجموعہ ہے جن سے i_1 اور i_2 دونوں گزرتی ہیں۔تمام خانوں میں رو کی سمت یکساں ہونے کی صورت میں دو پڑوسی خانوں کے مشترک شاخ میں پڑوسی رو الٹ سمت میں پائی جاتی ہے۔

مثال 3.14: شکل 3.31 میں نامعلوم رو حاصل کریں۔

حل: آئیں شکل کو دیکھ کر قالبی مساوات لکھیں۔

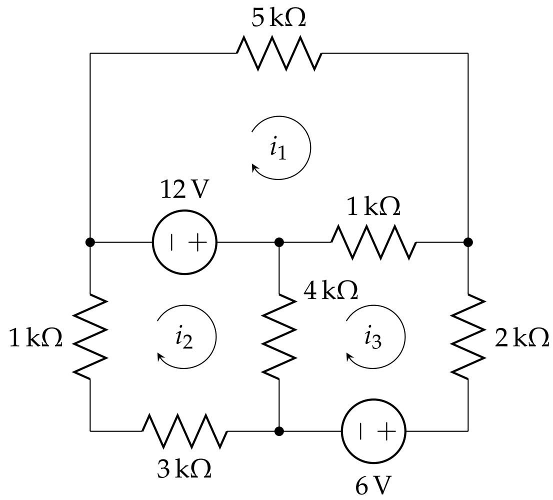
$$\begin{bmatrix} 5\,\mathrm{k\Omega} + 1\,\mathrm{k\Omega} & 0 & -1\,\mathrm{k\Omega} \\ 0 & 3\,\mathrm{k\Omega} + 1\,\mathrm{k\Omega} + 4\,\mathrm{k\Omega} & -4\,\mathrm{k\Omega} \\ -4\,\mathrm{k\Omega} & -1\,\mathrm{k\Omega} & 4\,\mathrm{k\Omega} + 1\,\mathrm{k\Omega} + 2\,\mathrm{k\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12\,\mathrm{V} \\ 12\,\mathrm{V} \\ -6\,\mathrm{V} \end{bmatrix}$$

اسے یوں لکھتے ہوئے

$$\begin{bmatrix} 6000 & 0 & -1000 \\ 0 & 8000 & -4000 \\ -4000 & -1000 & 7000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 12 \\ -6 \end{bmatrix}$$

یہ عمومی قالبی مساوات

$$\mathbf{RI} = \mathbf{V}$$



شکل 3.31: مثال 3.14 کا دور۔

ہے جس کا حل

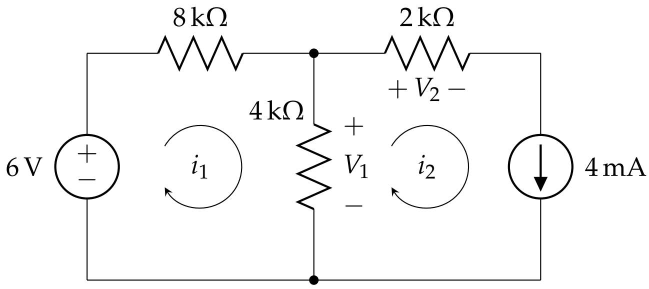
$$\mathbf{I} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{V}$$

ہے۔ قالبی مساوات کو حل کرنے سے دائری رو درج ذیل حاصل ہوتی ہیں۔

$$i_1 = -\frac{33}{14}\,\mathrm{mA}$$
$$i_2 = \frac{3}{7}\,\mathrm{mA}$$
$$i_3 = \frac{15}{7}\,\mathrm{mA}$$

3.8 غیر تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار

منبع دباو کی موجودگی سے ترکیب جوڑ کا استعمال نسبتاً آسان ہو جاتا ہے۔ بالکل اسی طرح منبع رو کی موجودگی سے دائری ترکیب کا استعمال نسبتاً آسان ہو جاتا ہے۔ آئیں یہ حقیقت چند مثال حل کرتے ہوئے دیکھیں۔



شکل 3.32: منبع رو سے دائری ترکیب نسبتاً آسان ہو جاتی ہے۔

مثال 3.15: شکل 3.32 میں V_1 اور V_2 دائری ترکیب استعمال کرتے ہوئے حاصل کریں۔

حل: ایسا معلوم ہوتا ہے کہ دو عدد نا معلوم دائری رو i_1 اور i_2 پائے جاتے ہیں۔ حقیقت میں i_2 منبع رو سے گزرتی ہے لہٰذا اس کی قیمت کا تعین منبع رو ہی کرتی ہے یعنی

$$i_2 = 4\,\mathrm{mA}$$

ہے۔ اس طرح بغیر حل کئے قانون اوہم کی مدد سے

$$V_2 = 2000 i_2 = 8\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ بائیں خانے سے درج ذیل لکھا جاتا ہے

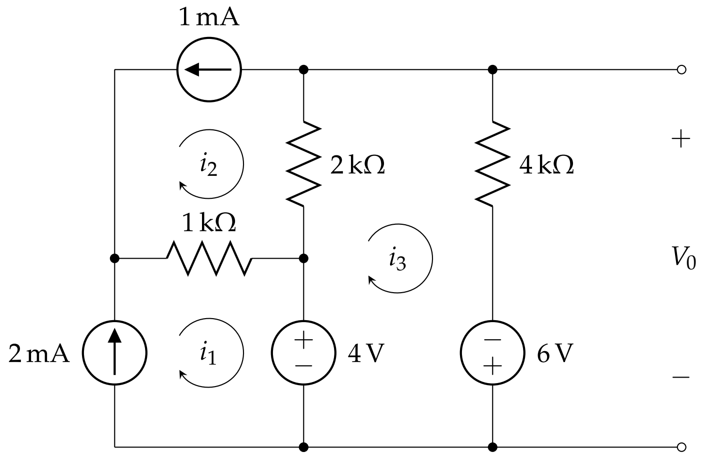
$$-6 + 8000 i_1 + 4000(i_1 - i_2) = 0$$

جس میں $i_2 = 4\,\mathrm{mA}$ پُر کرتے ہوئے

$$i_1 = \frac{11}{6}\,\mathrm{mA}$$

اور

$$V_1 = 4000(i_1 - i_2) = -\frac{26}{3}\,\mathrm{V}$$



شکل 3.33: زیادہ منبع رو سے دائری ترکیب زیادہ آسان ہو سکتی ہے۔

حاصل ہوتے ہیں۔

آپ نے دیکھا کہ ایک عدد منبع رو کی وجہ سے نامعلوم رو کی تعداد دو عدد سے کم ہو کر ایک عدد رہ گئی۔

مثال 3.16: شکل 3.33 میں V_0 دریافت کریں۔

حل: چونکہ i_1 اور i_2 منبع رو سے گزرتی ہیں لہٰذا ان کی قیمت لازمی طور پر انہیں منبع کی رو کے برابر ہوں گی۔ یاد رہے کہ منبع رو سے کسی اور قیمت کی رو نہیں گزر سکتی۔ یہی منبع رو کی تعریف ہے۔ یوں

$$
\begin{aligned}
i_1 &= 2\,\mathrm{mA} \\
i_2 &= -1\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

ہوں گے۔ یوں دور کو حل کرنے کی خاطر صرف ایک عدد مساوات دباو درکار ہے جسے i_3 کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$-4 + 2000(i_3 - i_2) + 4000 i_3 - 6 = 0$$

اس میں $i_2 = -1\,\mathrm{mA}$ پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$i_3 = \frac{4}{3}\,\mathrm{mA}$$

یوں شکل کو دیکھ کر درکار دباو لکھا جا سکتا ہے۔

$$V_0 = 4000 i_3 - 6 = -\frac{2}{3}\,\mathrm{V}$$

مثال 3.17: شکل 3.34 میں I_0 حاصل کریں۔

حل: یہاں i_2 منبع رو سے گزرتی ہے لہٰذا

$$i_2 = 4\,\mathrm{mA}$$

ہو گی۔ ہم اگر i_2 کو استعمال کرتے ہوئے کرخوف قانون دباو لکھنا چاہیں تو $6\,\mathrm{mA}$ منبع سے گزرتے ہوئے دباو کی قیمت جاننے کا ہمارے پاس کوئی طریقہ موجود نہیں ہے۔ یہ مسئلہ i_3 کی صورت میں بھی درپیش ہے۔ ہاں ہم دیکھتے ہیں کہ اس منبع رو سے $6\,\mathrm{mA}$ رو ہی گزر سکتی ہے لہٰذا

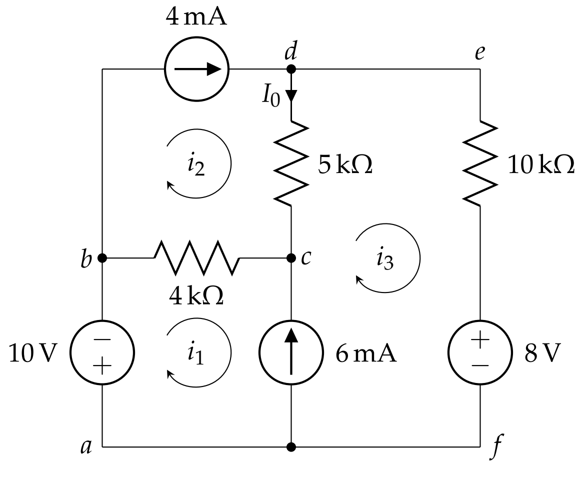
$$i_3 - i_1 = 6\,\mathrm{mA} \tag{3.41}$$

ہو گا۔ چونکہ i_2 ہم پہلے ہی حاصل کر چکے ہیں لہٰذا i_1 اور i_3 جاننے کے لئے دو عدد ہمزاد مساوات درکار ہیں۔ مساوات 3.41 پہلی مساوات ہے۔ دوسری مساوات راہ $abcdefa$ پر کرخوف قانون دباو سے لکھتے ہیں۔

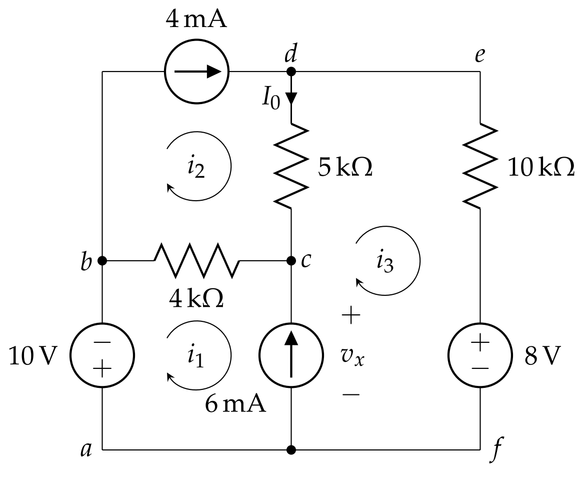
$$10 + 4000(i_1 - 4\,\mathrm{mA}) + 5000(i_3 - 4\,\mathrm{mA}) + 10000 i_3 + 8 = 0 \tag{3.42}$$

مندرجہ بالا دو ہمزاد مساوات حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$i_1 = -\frac{72}{19}\,\mathrm{mA}$$
$$i_3 = \frac{42}{19}\,\mathrm{mA}$$



(ا)



(ب)

شکل 3.34: مثال 3.17 کا دور۔

درکار رو حاصل کرتے ہیں۔

$$I_0 = i_2 - i_3 = \frac{34}{19}\,\mathrm{mA}$$

آئیں مساوات 3.42 کو اس طرح حاصل کرنا سیکھیں کہ راہ $abcdefa$ چننے کی ضرورت نہ ہو۔ چونکہ $6\,\mathrm{mA}$ منبع رو کا دباو نا معلوم ہے لہٰذا اسے v_x متغیرہ سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ شکل 3.34-ب میں ایسا دکھایا گیا ہے۔ اسی شکل سے i_1 اور i_3 خانوں کے کرخوف قانون دباو سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

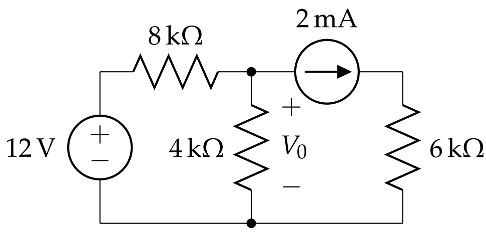
$$\begin{aligned}10 + 4000(i_1 - 4\,\mathrm{mA}) + v_x &= 0\\ -v_x + 5000(i_3 - 4\,\mathrm{mA}) + 10000 i_3 + 8 &= 0\end{aligned}$$

ان مساوات کا مجموعہ لینے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

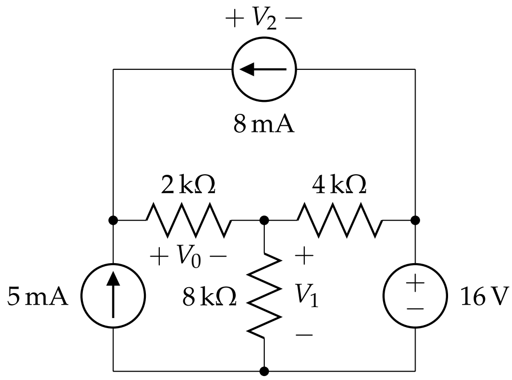
$$10 + 4000(i_1 - 4\,\mathrm{mA}) + 5000(i_3 - 4\,\mathrm{mA}) + 10000 i_3 + 8 = 0 \tag{3.43}$$

مساوات 3.43 کا مساوات 3.42 کے ساتھ موازنہ کریں۔ دونوں بالکل یکساں ہیں۔

مشق 3.13: شکل 3.35 میں V_0 کو دائری ترکیب سے حاصل کریں۔



شکل 3.35: مشق 3.13 کا دور۔



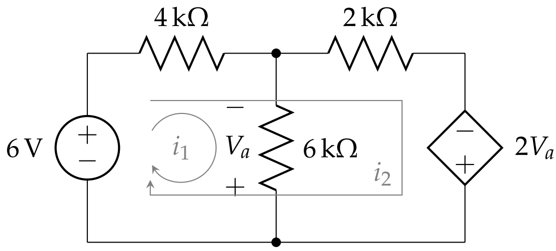
شکل 3.36: مشق 3.14 کا دور۔

مشق 3.14: شکل 3.36 میں V_0 ، V_1 اور V_2 حاصل کریں۔

جوابات: $26\,\mathrm{V}$ ، $\frac{136}{3}\,\mathrm{V}$ ، $\frac{166}{3}\,\mathrm{V}$

3.9 تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار

کرخوف کے مساوات کے نقطہ نظر سے تابع منبع اور آزاد منبع میں کوئی فرق نہیں پایا جاتا۔ البتہ تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کو حل کرتے ہوئے تابع منبع کی **قابو مساوات**[12] بھی درکار ہوتی ہے۔ آئیں چند مثالوں کی مدد سے ایسے ادوار حل کرنا دیکھیں۔ آسان ترین مثال سے شروع کرتے ہوئے بتدریج مشکل مثال حل کرتے ہیں۔



شکل 3.37: مثال 3.18 کا دور۔

مثال 3.18: شکل 3.37 میں V_a دریافت کریں۔

حل: کرخوف مساوات لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
-6 + 4000(i_1 + i_2) - V_a &= 0 \\
-6 + 4000(i_1 + i_2) + 2000 i_2 - 2V_a &= 0
\end{aligned}
$$

ان میں تابع منبع دباو کی قابو مساوات

$$V_a = -6000 i_1$$

پُر کرتے ہوئے ترتیب دیتے ہیں۔

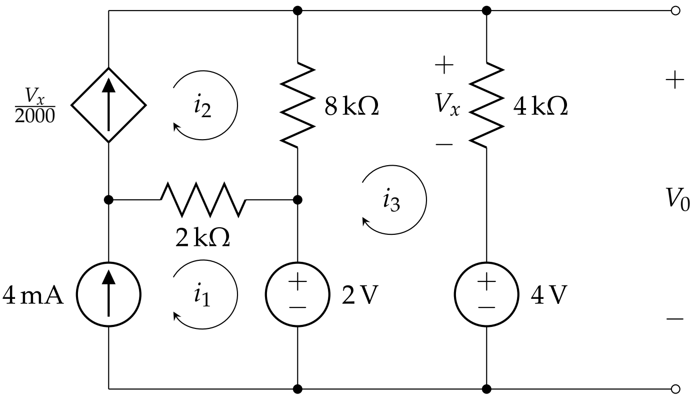
$$
\begin{aligned}
10000 i_1 + 4000 i_2 &= 6 \\
16000 i_1 + 6000 i_2 &= 6
\end{aligned}
$$

ان ہمزاد مساوات کا حل درج ذیل ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_1 &= -3\,\mathrm{mA} \\
i_2 &= 9\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

یوں درکار دباو درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_a = -6000(-0.003) = 18\,\mathrm{V}$$



شکل 3.38: مثال 3.19 کا دور۔

مثال 3.19: شکل 3.38 میں V_0 دریافت کریں۔

حل: چونکہ i_1 اور i_2 منبع رو سے گزرتی ہیں لہٰذا ان کی قیمت منبع رو کے برابر ہی ہو گی۔

$$
\begin{aligned}
i_1 &= 4\,\mathrm{mA} \\
i_2 &= \frac{V_x}{2000}
\end{aligned}
$$

دائیں خانے کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$-2 + 8000\left(i_3 - \frac{V_x}{2000}\right) + 4000i_3 + 4 = 0$$

اس میں تابع منبع کی قابو مساوات

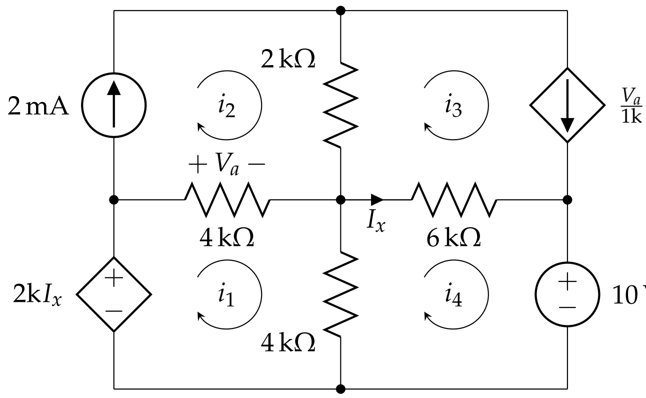
$$V_x = 4000i_3$$

پُر کرتے

$$-2 + 8000\left(i_3 - \frac{4000i_3}{2000}\right) + 4000i_3 + 4 = 0$$

---

[12] control equation



شکل 3.39: مثال 3.20 کا دور۔

ہوئے حل کرنے سے

$$i_3 = 0.5\,\text{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں درکار دباو درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_0 = 4000 i_3 + 4 = 6\,\text{V}$$

مثال 3.20: شکل 3.39 میں تمام خانوں کی رو دریافت کریں۔اس شکل میں رو قابو منبع دباو اور دباو قابو منبع رو استعمال کئے گئے ہیں۔

حل: چار خانوں کے مساوات درج ذیل ہیں

$$\begin{aligned}
-2\text{k}I_x + 4\text{k}(i_1 - i_2) + 4\text{k}(i_1 - i_4) &= 0 \\
i_2 &= \frac{2}{1\text{k}} \\
i_3 &= \frac{V_a}{1\text{k}} \\
4\text{k}(i_4 - i_1) + 6\text{k}(i_4 - i_3) + 10 &= 0
\end{aligned}$$

جن میں

$$
\begin{aligned}
V_a &= 4\text{k}(i_1 - i_2) \\
I_x &= i_4 - i_3
\end{aligned}
$$

پُر کرتے اور ترتیب دیتے ہوئے

$$
\begin{aligned}
4i_1 - 2i_2 + i_3 - 3i_4 &= 0 \\
i_2 &= 0.002 \\
-4i_1 + 4i_2 + i_3 &= 0 \\
-2i_1 - 3i_3 + 5i_4 &= -0.005
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتے ہیں۔انہیں قالبی مساوات کی صورت میں لکھتے ہیں۔

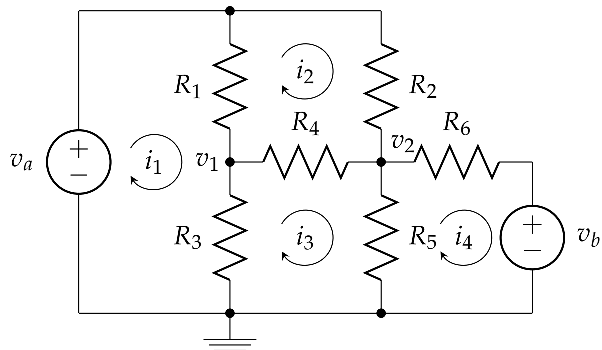
$$
\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 4 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.002 \\ 0 \\ -0.005 \end{bmatrix}
$$

یہ قالبی مساوات $\mathbf{RI} = \mathbf{V}$ کی طرز کی ہے جس کا حل $\mathbf{I} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{V}$ ہے۔یوں خانوں کی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہیں۔

$$
\begin{aligned}
i_1 &= 13.5\,\text{mA} \\
i_1 &= 2\,\text{mA} \\
i_1 &= 46\,\text{mA} \\
i_1 &= 32\,\text{mA}
\end{aligned}
$$

3.10 دائری ترکیب اور ترکیب جوڑ کا موازنہ

عموماً ترکیب جوڑ اور دائری ترکیب سے حاصل مساواتوں کی تعداد برابر نہیں ہوتی۔ کم تعداد کے ہمزاد مساوات حل کرنا نسبتاً آسان ہوتا ہے۔ کسی بھی دور کو حل کرنے سے پہلے دیکھیں کہ کس ترکیب سے کم تعداد کے مساوات حاصل ہوتے ہیں۔



شکل 3.40: اس دور میں ترکیب جوڑ کے مساواتوں کی تعداد کم ہے۔

شکل 3.40 میں چار خانے پائے جاتے ہیں لہٰذا ان خانوں کی رو حاصل کرنے کی خاطر چار عدد ہمزاد مساوات درکار ہوں گے۔ان مساوات کو یہاں پیش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
-v_a + (i_1 - i_2)R_1 + (i_1 - i_3)R_3 &= 0\\
(i_2 - i_1)R_1 + i_2R_2 + (i_2 - i_3)R_4 &= 0\\
(i_3 - i_1)R_3 + (i_3 - i_2)R_4 + (i_3 - i_4)R_5 &= 0\\
(i_4 - i_3)R_5 + i_4R_6 + v_b &= 0
\end{aligned}$$

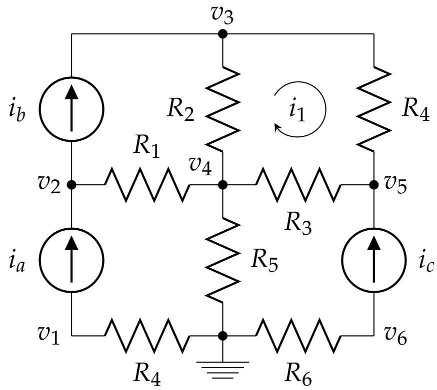
اس کے برعکس اس دور میں نچلا جوڑ برقی زمین اور بالائی جوڑ v_a دباو پر ہے لہٰذا اس میں دو عدد نا معلوم جوڑ v_1 اور v_2 پائے جاتے ہیں جن کے مساوات درج ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned}
\frac{v_1 - v_a}{R_1} + \frac{v_1}{R_3} + \frac{v_1 - v_2}{R_4} &= 0\\
\frac{v_2 - v_a}{R_2} + \frac{v_2}{R_5} + \frac{v_2 - v_b}{R_6} &= 0
\end{aligned}$$

صاف ظاہر ہے کہ شکل 3.40 کو ترکیب جوڑ سے حل کرنا زیادہ آسان ہے۔

آئیں اب شکل 3.41 کو دیکھیں۔یہاں تین خانوں کی رو، ان خانوں میں موجود منبع رو تعین کرتے ہیں لہٰذا ہمیں صرف ایک عدد خانے کی رو i_1 درکار ہے۔دائری ترکیب کی مساوات درج ذیل ہے۔

$$(i_1 - i_b)R_2 + i_1R_4 + (i_1 + i_c)R_3 = 0$$



شکل 3.41: اس دور میں دائری ترکیب کے مساواتوں کی تعداد کم ہے۔

اس کے برعکس درج ذیل چھ جوڑ کے مساوات لکھے جائیں گے۔

$$
\begin{aligned}
\frac{v_1}{R_4} + i_a &= 0 \\
-i_a + i_b + \frac{v_2 - v_4}{R_1} &= 0 \\
-i_b + \frac{v_3 - v_4}{R_2} + \frac{v_3 - v_5}{R_4} &= 0 \\
\frac{v_4 - v_2}{R_1} + \frac{v_4 - v_3}{R_2} + \frac{v_4 - v_5}{R_3} + \frac{v_4}{R_5} &= 0 \\
\frac{v_5 - v_4}{R_3} + \frac{v_5 - v_3}{R_4} - i_c &= 0 \\
\frac{v_6}{R_6} + i_c &= 0
\end{aligned}
$$

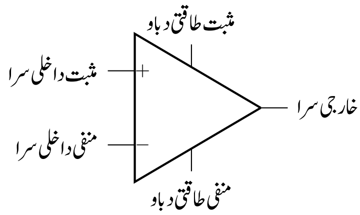
آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کرخوف قانون دباو سے اس دور کو حل کرنے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔

باب 4

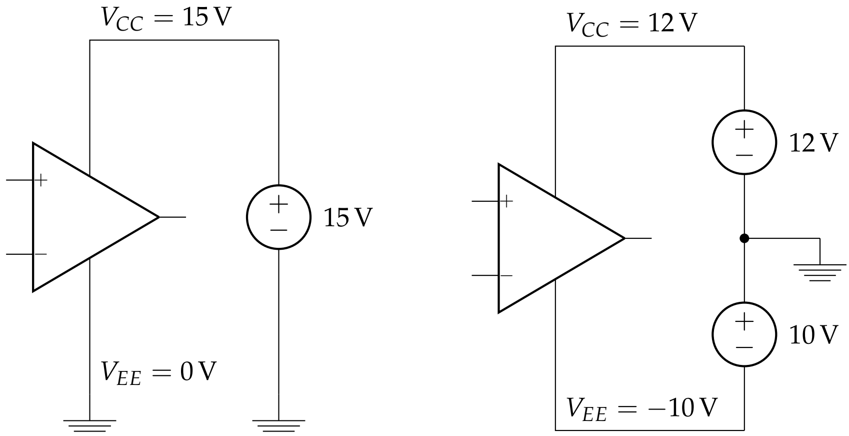
حسابی ایمپلیفائر

شکل 4.1 میں **حسابی ایمپلفائر**[1] کی علامت دکھائی گئی ہے۔حسابی ایمپلیفائر کے دو عدد داخلی سرے (پنیے) ہیں جنہیں **مثبت داخلی سرا**[2] اور **منفی داخلی سرا**[3] کہا جاتا ہے جبکہ اس کا ایک **عدد خارجی سرا** (پنیا) ہے۔اس کے علاوہ دو عدد **طاقتی پنیے**[4] حسابی ایمپلیفائر کو برقی طاقت فراہم کرنے کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں جن میں ایک پر مثبت طاقتی دباو اور دوسرے پر منفی طاقتی دباو فراہم کی جاتی ہے۔حسابی ایمپلیفائر کے ادوار کرخوف کے قوانین سے باآسانی حل ہوتے ہیں۔

operational amplifier, opamp[1]
non-inverting pin[2]
inverting pin[3]
power pins[4]



شکل 4.1: حسابی ایمپلیفائر کی علامت۔



(ا) دو عدد منبع دباو سے طاقت کی فراہمی۔

(ب) ایک عدد منبع دباو سے طاقت کی فراہمی۔

شکل 4.2: حسابی ایمپلیفائر کو طاقت کی فراہمی کے طریقے۔

شکل 4.2-الف میں حسابی ایمپلیفائر کو دو عدد منبع دباو سے طاقت فراہم کی گئی ہے جبکہ شکل-ب میں ایک عدد منبع دباو سے حسابی ایمپلیفائر کو طاقت کی فراہمی کی گئی ہے۔ مثبت طاقتی دباو کو V_{CC} اور منفی طاقتی دباو کو V_{EE} لکھا جاتا ہے۔ شکل-الف میں $V_{CC} = 12\,\text{V}$ اور $V_{EE} = -10\,\text{V}$ ہیں۔ عموماً ادوار میں مثبت اور منفی طاقتی دباو کے حتمی قیمتیں برابر $|V_{CC}| = |V_{EE}|$ ہوتی ہیں۔ حسابی ایمپلیفائر کے داخلی سروں پر **برقی اشارات**[5] فراہم کئے جاتے ہیں۔

حسابی ایمپلیفائر داخلی سروں پر فراہم کردہ اشارات v_k اور v_n میں فرق v_d

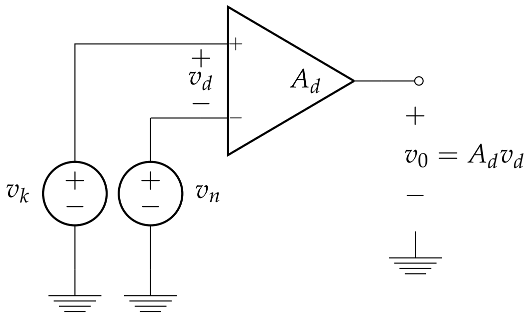
$$v_d = v_k - v_n \tag{4.1}$$

کو A_d گنّا بڑھا کر خارجی پنیا پر خارج کرتا ہے۔

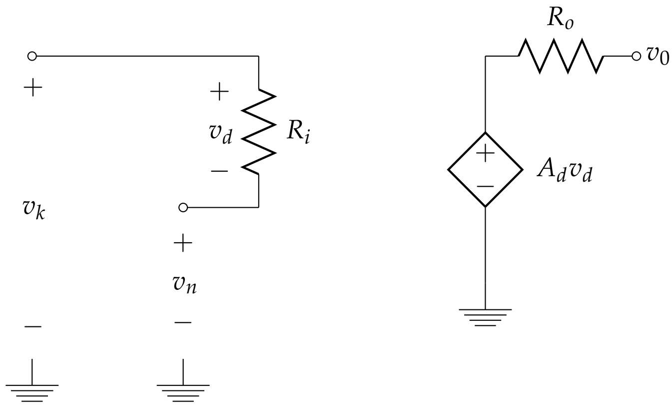
$$v_0 = A_d v_d = A_d(v_k - v_n) \tag{4.2}$$

v_d کو **داخلی تفرقی اشارہ**[6] کہتے ہیں۔ داخلی تفرقی اشارہ بڑھانے کی صلاحیت کو **افزائش**[7] کہتے اور A_d سے ظاہر کرتے ہیں۔ حسابی ایمپلیفائر کے ادوار کے اشکال میں عموماً طاقتی پنیے نہیں دکھائے جاتے تاکہ اشکال صاف ستھرے نظر آئیں۔ شکل 4.3 میں ایسا ہی کرتے ہوئے حسابی ایمپلیفائر کے طاقتی پنیے نہیں دکھائے گئے ہیں۔ شکل 4.4 میں حسابی ایمپلیفائر کے **ریاضی نمونے**[8] کا دور دکھایا گیا ہے جس سے حسابی ایمپلیفائر کی کارکردگی سمجھی جا سکتی ہے۔ اس نمونے سے ظاہر ہے کہ

[5] electrical signals
[6] difference signal
[7] gain
[8] model



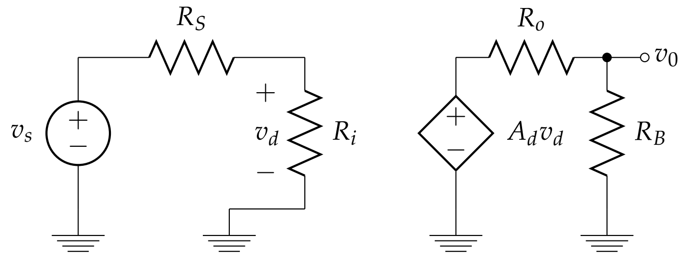
شکل 4.3: حسابی ایمپلیفائر داخلی اشارات کے فرق کو بڑھاتا ہے۔



شکل 4.4: حسابی ایمپلیفائر کا ریاضی نمونہ۔

حسابی ایمپلیفائر کے داخلی سروں پر داخلی رو i_d اور داخلی تفرقی دباو v_d راست تناسب کا تعلق رکھتے ہیں۔یہ حقیقت داخلی پنیوں کے مابین مزاحمت $R_i = \frac{v_d}{i_i}$ ظاہر کرتی ہے۔اسی طرح خارجی جانب بھی مزاحمتی اثر پایا جاتا ہے جسے R_o سے ظاہر کیا گیا ہے۔ آئیں حسابی ایمپلیفائر کا دور، اس کے ریاضی نمونے کی مدد سے حل کریں۔ شکل 4.5 میں حسابی ایمپلیفائر کے داخلی جانب منفی داخلی پنیے پر اشارہ v_s اور مزاحمت R_S سلسلہ وار جوڑے گئے ہیں جبکہ مثبت پنیا کو زمین کے ساتھ جوڑا گیا ہے۔خارجی جانب حسابی ایمپلیفائر پر مزاحمتی بوجھ R_B ڈالا گیا ہے۔داخلی جانب تقسیم دباو سے

$$v_d = \left(\frac{R_i}{R_i + R_S}\right) v_s$$



شکل 4.5: حسابی ایمپلیفائر کا دور۔

لکھا جائے گا۔ خارجی جانب تقسیم دباو سے درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$v_0 = \left(\frac{R_B}{R_B + R_o}\right) A_d v_d$$

مندرجہ بالا دو مساوات کو ملاتے ہوئے

$$\frac{v_0}{v_s} = A_d \left(\frac{R_B}{R_B + R_o}\right) \left(\frac{R_i}{R_i + R_S}\right) = A_v \tag{4.3}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں A_v بوجھ بردار حسابی ایمپلیفائر کی **افزائشِ دباو**[9] کہلاتی ہے۔

مساوات 4.3 میں دونوں قوسین کی قیمت اکائی سے کم ہے لہٰذا A_v کی قیمت A_d سے کم ہو گی۔ زیادہ سے زیادہ A_v حاصل کرنے کی خاطر دونوں قوسین کی قیمت اکائی کے قریب ترین ہونا ضروری ہے۔ ایسا تب ممکن ہو گا جب

$$\begin{aligned} R_i &\gg R_S \\ R_o &\ll R_B \end{aligned} \tag{4.4}$$

ہوں۔

جدول 4.1 میں حسابی ایمپلیفائر کے ریاضی نمونے کے متغیرات کی قیمتوں کے عمومی حدود دیے گئے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ایسے حسابی ایمپلیفائر دستیاب ہیں جن کی افزائش $50\,000\,\mathrm{V\,V^{-1}}$ ہے اور ایسے ایمپلیفائر بھی دستیاب ہیں جن کی افزائش $1\,000\,000\,\mathrm{V\,V^{-1}}$ ہے۔

[9] voltage gain

جدول 4.1: حسابی ایمپلیفائر کے نمونے کے متغیرات کی عمومی قیمتیں۔

$R_0(\Omega)$	$R_i(\Omega)$	$A_d(\mathrm{V\,V^{-1}})$
$2-200$	10^5-10^{12}	$50\,000-1\,000\,000$

مثال 4.1: شکل 4.5 میں $A_d = 100\,000\,\mathrm{V\,V^{-1}}$ ، $R_i = 10^{12}\,\Omega$ ، $R_o = 100\,\Omega$ ، $R_S =$ $50\,\mathrm{k\Omega}$ اور $R_B = 10\,\mathrm{k\Omega}$ ہیں۔ایمپلیفائر کی افزائش دباو A_v حاصل کریں۔

حل: مساوات 4.3 میں دی گئی قیمتیں پُر کرتے ہیں۔

$$A_v = 100\,000\left(\frac{10\,000}{10\,000+100}\right)\left(\frac{10^{12}}{10^{12}+50\,000}\right) = 99\,010\,\mathrm{V\,V^{-1}}$$

حسابی ایمپلیفائر کا خارجی اشارہ کسی بھی صورت مثبت طاقتی دباو V_{CC} سے زیادہ نہیں اور منفی طاقتی دباو V_{EE} سے کم نہیں ہو سکتا۔کئی اقسام کے حسابی ایمپلیفائر کا خارجی اشارہ طاقتی دباو سے چند ملی وولٹ کے فاصلے تک پہنچ پاتا ہے۔عموماً حسابی ایمپلیفائر ایسا کرنے کی صلاحیت نہیں رکھتے اور ان کا خارجی اشارہ مثبت طاقتی دباو سے $1\,\mathrm{V}$ تا $3\,\mathrm{V}$ کم اور منفی طاقتی دباو سے $1\,\mathrm{V}$ تا $3\,\mathrm{V}$ زیادہ ہی رہتا ہے۔

$$V_{CC}-\Delta_+ > v_0 > V_{EE}+\Delta_- \tag{4.5}$$

آئیں اس حقیقت کے اثرات ایک مثال کی مدد سے دیکھیں۔

مثال 4.2: مثال 4.1 میں $v_s = 50\,\mathrm{\mu V}$ ، $v_s = 200\,\mathrm{\mu V}$ ، $v_s = 2\,\mathrm{V}$ اور $v_s = -150\,\mathrm{\mu V}$ کی صورت میں v_0 حاصل کریں۔حسابی ایمپلیفائر کے $\Delta_+ = 1.5\,\mathrm{V}$ اور $\Delta_- = 1.2\,\mathrm{V}$ تصور کریں جبکہ طاقتی دباو $12\,\mathrm{V}$ اور $-12\,\mathrm{V}$ ہیں۔

حل: مساوات 4.5 کے تحت خارجی اشارے کے حدود درج ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned} 12-1.5 &> v_0 > -12+1.2\\ 10.5\,\mathrm{V} &> v_0 > -10.8\,\mathrm{V}\end{aligned} \tag{4.6}$$

گزشتہ مثال میں ہم A_v کی قیمت حاصل کر چکے ہیں۔ چونکہ $A_v = \frac{v_0}{v_s}$ ہوتا ہے لہٰذا $v_s = 50\,\mu\text{V}$ کی صورت میں

$$v_0 = A_v v_s = 99010 \times 50 \times 10^{-6} = 4.95\,\text{V} \qquad (v_s = 50\,\mu\text{V})$$

ہو گا۔ اسی طرح $v_s = 200\,\mu\text{V}$ کی صورت میں جواب

$$v_0 = 99010 \times 200 \times 10^{-6} = 19.8\,\text{V} \qquad \text{(اس جواب کو رد کیا جاتا ہے)}$$

متوقع ہے۔ مساوات 4.6 کے تحت v_0 کی قیمت $10.5\,\text{V}$ سے زیادہ نہیں ہو سکتی۔ ایسی صورت میں حسابی ایمپلیفائر کوشش کرتا ہے کہ اس کا خارجی اشارہ $19.8\,\text{V}$ تک پہنچے لیکن ایسا ممکن نہیں ہے لہٰذا v_0 بڑھتے بڑھتے $10.5\,\text{V}$ پر جا رکتا ہے۔ یوں درست جواب درج ذیل ہے۔

$$v_0 = 10.5\,\text{V} \qquad (v_s = 200\,\mu\text{V})$$

داخلی اشارہ $2\,\text{V}$ ہونے کی صورت میں $v_0 = 198\,\text{kV}$ متوقع ہے جو حسابی ایمپلیفائر کے لئے حاصل کرنا ناممکن ہے لہٰذا اب بھی

$$v_0 = 10.5\,\text{V} \qquad (v_s = 2\,\text{V})$$

ہو گا۔ آخری داخلی اشارے کے لئے $v_0 = 99010 \times (-150 \times 10^{-6}) = -14.9\,\text{V}$ متوقع لیکن ناقابل حصول جواب ہے اور یوں

$$v_0 = -10.8\,\text{V} \qquad (v_s = -150\,\mu\text{V})$$

ہو گا۔

مثال 4.3: گزشتہ مثال میں مختلف داخلی اشارات مہیا کرتے ہوئے حسابی ایمپلیفائر کا خارجی اشارہ حاصل کیا گیا۔ آپ سے گزارش ہے کہ داخلی اشارے کے وہ حدود حاصل کریں جن کے اندر رہتے ہوئے v_0 اور v_s کا تعلق خطی ہو گا۔

حل: ہم دیکھتے ہیں کہ جب تک خارجی اشارہ مساوات 4.5 میں دیے حدود کے اندر رہتا ہے اس وقت تک v_0 اور v_s **خطی تعلق**[10] $A_v = \frac{v_0}{v_s}$ رکھتے ہیں۔ مندرجہ بالا مثال میں بالائی حد

$$v_{s,\text{بلند تر}} = \frac{v_0}{A_d} = \frac{10.5}{99010} = 106\,\mu\text{V}$$

پر اور نچلی حد

$$v_{s,\text{کمتر}} = \frac{v_0}{A_d} = \frac{-10.8}{99010} = -109\,\mu\text{V}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یوں حسابی ایمپلیفائر اس وقت تک داخلی اشارے کو خطی طور پر بڑھاتا ہے جب تک داخلی اشارہ درج ذیل حدود میں رہے۔

$$-109\,\mu\text{V} < v_s < 106\,\mu\text{V}$$

ان حدود میں رہتے ہوئے v_d کے حدود شکل 4.5 سے بذریعہ تقسیم دباو یوں حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v_{d,\text{بلند تر}} &= \frac{R_i v_s}{R_i + R_S} = \frac{10^{12} \times 106\,\mu\text{V}}{10^{12} + 5 \times 10^4} \approx 106\,\mu\text{V} \\ v_{d,\text{کمتر}} &= \frac{10^{12} \times (-109\,\mu\text{V})}{10^{12} + 5 \times 10^4} \approx -109\,\mu\text{V} \end{aligned}$$

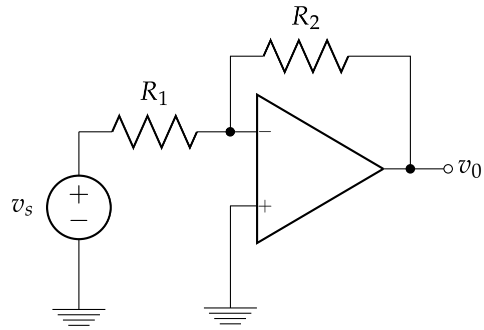
یوں جب تک

$$-109\,\mu\text{V} < v_d < 106\,\mu\text{V} \tag{4.7}$$

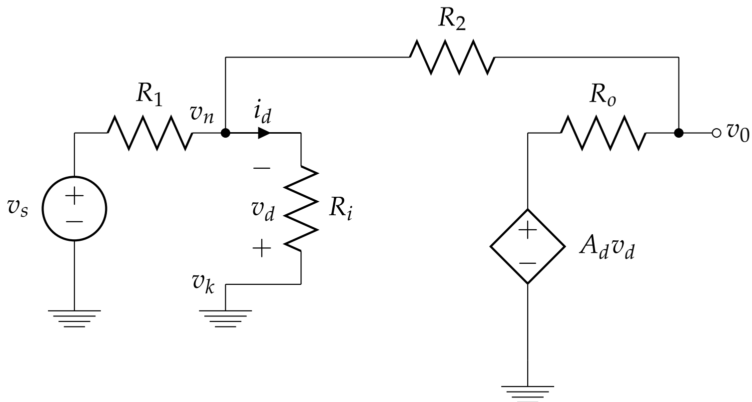
رہے، حسابی ایمپلیفائر خطی رہتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.6 میں حسابی ایمپلیفائر کو یوں پلٹایا گیا ہے کہ اس کا مثبت سرا نیچے اور منفی سرا اوپر ہے۔ اس کی افزائش دباو $A_v = \frac{v_0}{v_s}$ حاصل کریں۔

[10] linear relationship



(ا) منفی ایمپلیفائر کا دور۔



(ب) منفی دور کا مساوی برقی دور۔

شکل 4.6: منفی ایمپلیفائر اور اس کا مساوی دور۔

حل: شکل 4.6-الف میں حسابی ایمپلیفائر کی جگہ اس کا نمونہ نسب کرنے سے شکل-ب حاصل ہوتا ہے جسے کرخوف کے قوانین سے حل کیا جا سکتا ہے۔ شکل-ب ایمپلیفائر کا مساوی دور ہے۔ منفی داخلی پنیے پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں

$$\frac{v_n - v_s}{R_1} + \frac{v_n}{R_i} + \frac{v_n - v_0}{R_2} = 0$$

جسے

$$v_n \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{v_s}{R_1} + \frac{v_o}{R_2}$$

لکھتے ہوئے v_n حاصل کرتے ہیں۔

$$v_n = \frac{\frac{v_s}{R_1} + \frac{v_o}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2}} \tag{4.8}$$

خارجی جوڑ پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں

$$\frac{v_0 - v_n}{R_2} + \frac{v_0 - A_d v_d}{R_o} = 0$$

جس میں $v_d = -v_n$ پُر کرتے اور ترتیب دیتے ہوئے

$$v_0 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o} \right) = v_n \left(\frac{1}{R_2} - \frac{A_d}{R_o} \right)$$

لکھا جا سکتا ہے۔ مساوات 4.8 کی مدد سے اس کو

$$v_0 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o} \right) = \frac{\left(\frac{v_s}{R_1} + \frac{v_o}{R_2} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{A_d}{R_o} \right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2}}$$

یا

$$v_0 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right) = \left(\frac{v_s}{R_1} + \frac{v_o}{R_2} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{A_d}{R_o} \right)$$

یعنی

$$v_0 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{v_0}{R_o} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{A_d}{R_o} \right) = \frac{v_s}{R_1} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{A_d}{R_o} \right)$$

لکھا جا سکتا ہے جس کو حل کرتے ہوئے درج ذیل افزائش دباو A_v ملتی ہے۔

$$\frac{v_0}{v_s} = A_v = \frac{\frac{1}{R_1}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{A_d}{R_o}\right)}{\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_o}\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2}\right) - \frac{1}{R_2}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{A_d}{R_o}\right)}$$

اس کو درج ذیل صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{v_0}{v_s} = A_v = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 - \left[\frac{\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_o}\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_i}+\frac{1}{R_2}\right)}{\left(\frac{1}{R_2}\right)\left(\frac{1}{R_2}-\frac{A_d}{R_o}\right)}\right]} \tag{4.9}$$

مثال 4.4 میں عمومی قیمتیں یعنی

$$R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_2 = 10\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_i = 10^8\,\Omega, \quad R_o = 100\,\Omega, \quad A_d = 10^5\,\mathrm{V\,V^{-1}}$$

پُر کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} A_v &= \frac{-10}{1 - \left[\frac{(0.0101)(0.001101)}{(0.0001)\left(0.0001 - \frac{100000000}{100}\right)}\right]} \\ &= -9.999\,998\,888\,\mathrm{V\,V^{-1}} \end{aligned}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $\frac{A_d}{R_o}$ جزو کے علاوہ تمام قوسین کی قیمتیں انتہائی چھوٹی ہیں۔آپ یہ بھی دیکھ سکتے ہیں کہ A_d کی قیمت زیادہ ہونے کی وجہ سے چکور قوسین کی قیمت تقریباً صفر کے برابر حاصل ہوتی ہے لہٰذا چکور قوسین کی قیمت کو رد کیا جا سکتا ہے اور یوں مساوات 4.9 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$A_v = \frac{v_0}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{4.10}$$

اس مساوات سے افزائش دباو

$$A_v = -\frac{10000}{1000} = -10\,\mathrm{V\,V^{-1}}$$

حاصل ہوتی ہے۔ بالائی دو جوابات تقریباً برابر ہیں جبکہ نچلا جواب انتہائی آسانی سے حاصل ہوا۔آئیں حسابی ایمپلیفائر حل کرنے کا انتہائی آسان طریقہ سیکھیں۔اس طریقے میں کامل حسابی ایمپلیفائر استعمال کیا جاتا ہے لہٰذا پہلے کامل حسابی ایمپلیفائر پر غور کرتے ہیں۔

4.1 کامل حسابی ایمپلیفائر

ہم نے دیکھا کہ حسابی ایمپلیفائر کے داخلی مزاحمت R_i کی قیمت بڑی مقدار ہے۔اسی طرح A_d کی قیمت بھی بڑی مقدار ہے جبکہ R_0 کی قیمت بیرونی لاگو مزاحمتوں کی نسبت سے بہت کم ہے۔**کامل حسابی ایمپلیفائر**[11] میں R_i اور A_d کو لامحدود جبکہ R_0 کو صفر تصور کیا جاتا ہے۔

$$R_i \to \infty \tag{4.11}$$
$$A_d \to \infty \tag{4.12}$$
$$R_o \to 0 \tag{4.13}$$

مثال 4.3 میں ہم نے v_d کے وہ حدود حاصل کئے جن میں رہتے ہوئے v_0 اور v_s کا تعلق خطی ہوتا ہے۔حسابی ایمپلیفائر کو خطی خطے میں ہی چلایا جاتا ہے۔مساوات 4.7 میں یہ حدود دیے گئے ہیں جہاں سے واضح ہے کہ کسی بھی حقیقی دور میں v_d کی حتمی قیمت تقریباً سو ملی وولٹ رہتی ہے جو نہایت کم مقدار ہے۔کامل حسابی ایمپلیفائر میں v_d کو صفر تصور کیا جاتا ہے۔

$$v_d \to 0 \tag{4.14}$$

چونکہ $v_d = v_k - v_n$ کے برابر ہے لہٰذا مندرجہ بالا مساوات کو درج ذیل صورت میں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$v_k = v_n \tag{4.15}$$

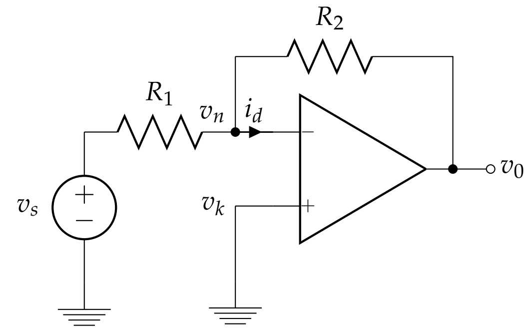
اگر $v_d = 100\,\mu\text{V}$ اور $R_i = 10^{12}\,\Omega$ لیا جائے تو شکل 4.6-ب میں $i_d = \frac{100\,\mu\text{V}}{10^{12}\,\Omega} \approx 0$ حاصل ہوتا ہے۔یوں کامل حسابی ایمپلیفائر کے دونوں داخلی پنیوں پر رو کی قیمت صفر تصور کی جاتی ہے۔

$$i_d = 0 \tag{4.16}$$

4.2 منفی ایمپلیفائر

گزشتہ مثال میں شکل 4.6 کو حل کیا گیا جسے یہاں بطور شکل 4.7 دوبارہ پیش کیا گیا ہے۔کامل حسابی ایمپلیفائر تصور کرتے ہوئے اسے حل کرتے ہیں۔ شکل میں داخلی دباو v_k اور v_n کی نشاندہی کی گئی ہے۔ساتھ ہی ساتھ حسابی ایمپلیفائر کی

[11] ideal opamp



شکل 4.7: منفی ایمپلیفائر۔

داخلی رو i_d بھی ظاہر کی گئی ہے۔ کامل حسابی ایمپلیفائر کے ادوار حل کرتے ہوئے جوڑ v_k اور v_n پر کرخوف مساوات لکھ کر ان سے v_k اور v_n حاصل کریں۔ مساوات 4.15 کے تحت یہ قیمتیں برابر ہونی چاہیں لہٰذا انہیں برابر پُر کرتے ہوئے v_0 کے لئے حل کریں۔ آئیں ایسا ہی کرتے ہیں۔

چونکہ جوڑ v_k زمین کے ساتھ جڑا ہے لہٰذا اس کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$v_k = 0$$

جوڑ v_n پر مساوات 4.16 کے تحت $i_d = 0$ لیتے ہوئے کرخوف قانون رو لکھتے ہیں۔

$$\frac{v_n - v_s}{R_1} + \frac{v_n - v_0}{R_2} = 0$$

چونکہ $v_k = 0$ ہے لہٰذا مساوات 4.15 کے تحت $v_n = 0$ ہو گا۔ یہ قیمت درج بالا مساوات میں پُر کرتے ہیں۔

$$\frac{0 - v_s}{R_1} + \frac{0 - v_0}{R_2} = 0$$

اس کو حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\frac{v_0}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{4.17}$$

مساوات 4.10 سے موازنہ کریں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کامل حسابی ایمپلیفائر تصور کرتے ہوئے جواب نہایت آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔

شکل 4.6 کا دور داخلی اشارہ v_s کو بڑھانے کے ساتھ ساتھ منفی سے ضرب بھی دیتا ہے للٰذا اس دور کو **منفی ایمپلیفائر**[12] کہتے ہیں۔

عموماً $R_2 > R_1$ ہوتا ہے اور یوں خارجی اشارے کا حیطہ داخلی اشارے کے حیطے سے زیادہ ہوتا ہے۔افزائش سے مراد اشارے کا حیطہ بڑھانا ہی ہے البتہ ایسی کوئی وجہ نہیں کہ $R_1 > R_2$ نہ رکھا جا سکے۔ایسا کرنے سے خارجی اشارے کا حیطہ داخلی اشارے کے حیطے سے کم ہو گا۔دونوں صورتوں میں $-\frac{R_2}{R_1}$ کو افزائش ہی کہا جاتا ہے۔

مندرجہ بالا مثال میں افزائش A_v کی مقدار حسابی ایمپلیفائر کے ساتھ بیرونی جڑے مزاحمت R_1 اور R_2 پر منحصر ہے۔حسابی ایمپلیفائر کے متغیرات A_d ، R_i اور R_o کا افزائش پر کوئی اثر نہیں۔اس کا مطلب ہے کہ شکل 4.7 میں حسابی ایمپلیفائر تبدیل کرنے سے افزائش تبدیل نہیں ہوتی۔حسابی ایمپلیفائر کے متغیرات درجہ حرارت، وقت اور دیگر طبعی اثرات کے ساتھ تبدیل ہوتے ہیں جبکہ مزاحمت کی قیمت میں تبدیلی انتہائی کم ہوتی ہے جسے رد کیا جا سکتا ہے۔چونکہ منفی ایمپلیفائر کی افزائش ان متغیرات پر منحصر نہیں للٰذا اس کی افزائش اٹل تصور کی جا سکتی ہے۔اس کتاب میں یہاں سے آگے حسابی ایمپلیفائر کو کامل تصور کرتے ہوئے تمام ادوار حل کئے جائیں گے۔

مثال 4.5: منفی ایمپلیفائر کی افزائش $A_v = -15\,\mathrm{V\,V^{-1}}$ درکار ہے۔مزاحمتوں کی قیمتیں دریافت کریں۔اگر $v_s = -0.2\,\mathrm{V}$ ہو تب v_0 کیا ہو گا۔

حل: منفی ایمپلیفائر کے افزائش کا قلیہ $A_v = -\frac{R_2}{R_1}$ ہے جس سے $R_2 = 15R_1$ لکھا جا سکتا ہے۔ادوار تخلیق کرتے ہوئے عموماً ایسی صورت کا سامنا کرنا پڑتا ہے جہاں قلیات سے تمام متغیرات حاصل کرنا ممکن نہیں ہوتا۔موجودہ مثال بھی ایسی ہے۔ایسی صورت میں کسی ایک متغیرہ یا ایک سے زیادہ متغیرات کے قیمتیں چننی جاتی ہیں جس کے بعد بقایا متغیرات کو قلیات سے حاصل کیا جاتا ہے۔عموماً متغیرات چنتے وقت دیگر ضروریات کو مد نظر رکھا جاتا ہے۔

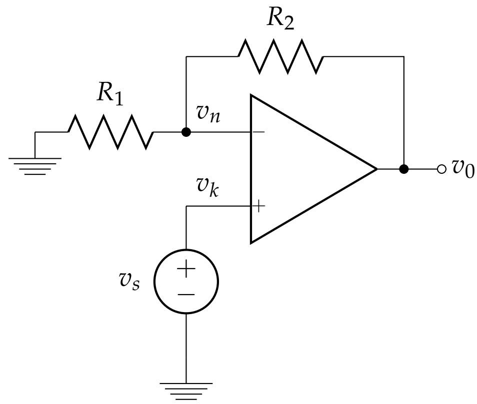
حسابی ایمپلیفائر کے ادوار میں مزاحمتوں کی قیمت $1\,\mathrm{k\Omega}$ تا $100\,\mathrm{k\Omega}$ رکھتے ہوئے ٹھیک ادوار بنتے ہیں للٰذا ہم

$$R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$$

چن سکتے ہیں جس سے $R_2 = 15\,\mathrm{k\Omega}$ حاصل ہوتا ہے۔

---

[12] inverting amplifier



شکل 4.8: مثبت ایمپلیفائر۔

دیے گئے اشارے کی صورت میں خارجی اشارہ

$$v_0 = A_v v_s = -15 \times (-0.2) = 3\,\mathrm{V}$$

ہو گا۔

4.3 مثبت ایمپلیفائر

مثبت ایمپلیفائر[13] کو شکل 4.8 میں دکھایا گیا ہے۔اس کی افزائش $\frac{v_0}{v_s}$ حاصل کرتے ہیں۔

مثبت داخلی پنیا کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$v_k = v_s \tag{4.18}$$

منفی داخلی پنیا پر $i_d = 0$ لیتے ہوئے کرخوف مساوات رو لکھ

$$\frac{v_n}{R_1} + \frac{v_n - v_0}{R_2} = 0$$

[13] non-inverting amplifier

کر v_n کے لئے حل کرتے ہیں۔

$$v_n = \frac{\frac{v_0}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \tag{4.19}$$

مساوات 4.18 اور مساوات 4.19 میں حاصل کردہ v_k اور v_n کی قیمتیں برابر پُر کرتے ہیں۔

$$v_s = \frac{\frac{v_0}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

اس کو $\frac{v_0}{v_s}$ کے لئے حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$A_v = \frac{v_0}{v_s} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \tag{4.20}$$

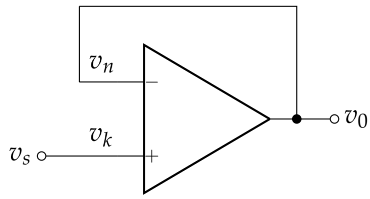
مثال 4.6: مثبت ایمپلیفائر میں $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ اور $R_2 = 8\,\mathrm{k\Omega}$ ہیں جبکہ $v_s = 0.5\sin 100t$ ہے۔ خارجی اشارہ حاصل کریں۔

حل: افزائش

$$A_v = 1 + \frac{8000}{2000} = 5\,\mathrm{V\,V^{-1}}$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ خارجی اشارہ درج ذیل ہو گا۔

$$v_0 = A_v v_s = 5 \times 0.5\sin 100t = 2.5\sin 100t \quad (\mathrm{V})$$



شکل 4.9: مستحکم کار۔

4.4 مستحکم کار

شکل 4.8 میں $R_1 = \infty$ اور $R_2 = 0$ پُر کرنے سے شکل 4.9 حاصل ہوتا ہے اور مساوات 4.20 سے

$$A_v = \frac{v_0}{v_s} = 1 + \frac{0}{\infty} = 1$$

یعنی

$$v_0 = v_s \tag{4.21}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل 4.9 **مستحکم کار**[14] کہلاتا ہے۔ مساوات 4.21 حاصل کرنے کی دوسری منطق یہ ہے کہ چونکہ $v_k = v_s$ ہے لہٰذا v_n بھی v_s کے برابر ہو گا۔ اب v_n اور v_0 ایک ہی جوڑ کے دو نام ہیں لہٰذا

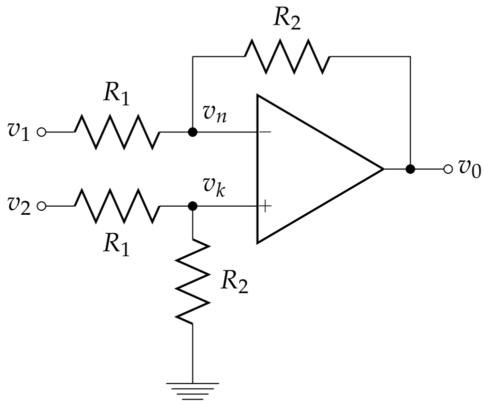
$$v_0 = v_s \tag{4.22}$$

ہو گا۔

4.5 منفی کار

شکل 4.10 میں R_1 دو جگہ نسب ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ دونوں جگہ پر R_1 قیمت کے مزاحمت نسب ہیں۔ اسی طرح دو جگہوں پر R_2 نسب ہے جس کا مطلب ہے کہ ان جگہوں پر R_2 قیمت کے مزاحمت نسب ہیں۔ مثبت اور منفی داخلی

buffer[14]



شکل 4.10: منفی کار۔

پنیوں کے کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں۔

$$\frac{v_n - v_1}{R_1} + \frac{v_n - v_0}{R_2} = 0$$
$$\frac{v_k - v_2}{R_1} + \frac{v_k}{R_2} = 0$$

ان سے v_n اور v_k حاصل کرتے ہیں۔

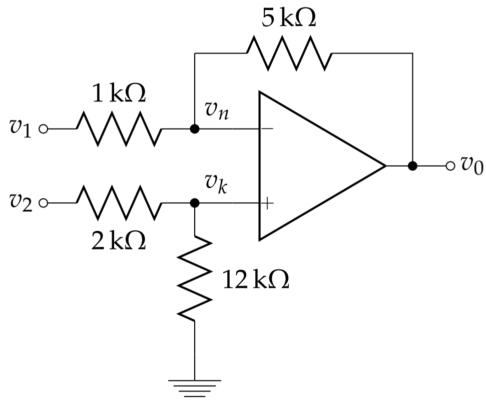
$$v_n = \frac{\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_0}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$
$$v_k = \frac{\frac{v_2}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

v_n اور v_k کو برابر پُر کرتے ہیں۔

$$\frac{\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_0}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{v_2}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

مساوی نشان کے دونوں اطراف کسر کے نچلے حصے برابر ہونے کی وجہ سے کٹ جاتے ہیں۔بقایا مساوات کو v_0 کے لئے حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_0 = \frac{R_2}{R_1}(v_2 - v_1) \tag{4.23}$$



شکل 4.11: مشق 4.1 کا دور۔

اس مساوات میں $R_1 = R_2$ کی صورت میں خارجی اشارہ داخلی اشارات کے فرق کے برابر ہے۔ اسی لئے اس دور کو منفی کار[15] کہتے ہیں۔ بیرونی مزاحمت برابر نہ ہونے کی صورت میں داخلی اشارات کے فرق کو $\frac{R_2}{R_1}$ گنا بڑھایا بھی جاتا ہے۔

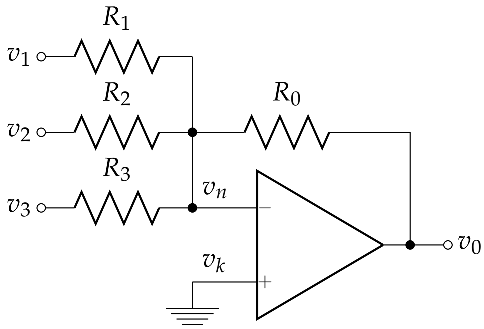
مشق 4.1: شکل 4.11 میں v_0 کی مساوات دریافت کریں۔ خارجی اشارہ $v_1 = -0.15\,\mathrm{V}$ اور $v_2 = 0.7\cos 50t$ کی صورت میں کیا ہو گی؟

جوابات: $v_0 = -5v_1 + \frac{36v_2}{7}$ ، $v_0 = \frac{3}{4} + 3.6\cos 50t$

4.6 جمع کار

جمع کار[16] کو شکل 4.12 میں دکھایا گیا ہے۔ داخلی پنیوں پر مساوات لکھتے ہیں۔

[15] subtractor
[16] adder



شکل 4.12: جمع کار۔

$$v_k = 0$$
$$\frac{v_n - v_1}{R_1} + \frac{v_n - v_2}{R_2} + \frac{v_n - v_3}{R_3} + \frac{v_n - v_0}{R_0} = 0$$

چونکہ $v_k = 0$ ہے لہٰذا $v_n = 0$ ہو گا۔یہ قیمت مندرجہ بالا مساوات میں پر کرتے ہیں۔

$$\frac{0 - v_1}{R_1} + \frac{0 - v_2}{R_2} + \frac{0 - v_3}{R_3} + \frac{0 - v_0}{R_0} = 0$$

اسے v_0 کے لئے حل کرتے ہیں۔

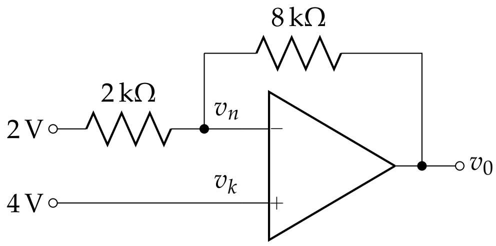
$$v_0 = -R_0 \left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \right) \tag{4.24}$$

اگر تمام بیرانی مزاحمتوں کی قیمتیں برابر ہوں یعنی اگر $R_1 = R_2 = R_3 = R_0$ ہو تب مندرجہ بالا مساوات درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$v_0 = -\left(v_1 + v_2 + v_3\right) \tag{4.25}$$

اس مساوات کے تحت خارجی اشارہ تمام داخلی اشارات کے مجموعے کے منفی برابر ہے۔اسی لئے اس دور کو جمع کار کہتے ہیں۔بیرونی مزاحمتیں برابر نہ ہونے کی صورت میں داخلی اشارات کے قدر[17] مختلف تصور کرتے ہوئے ان کا مجموعہ لیا جاتا ہے۔یوں پہلے اشارے کی قدر $\frac{R_0}{R_1}$ لی گئی ہے جبکہ دوسرے اشارے کی قدر $\frac{R_0}{R_2}$ لی گئی ہے۔شکل 4.12 میں مزید داخلی اشارات شامل کئے جا سکتے ہیں۔

[17] weightage



شکل 4.13: مثال 4.7 کا دور۔

مثال 4.7: شکل 4.13 میں v_0 دریافت کریں۔

حل: جوڑ v_n پر کرخوف مساوات لکھتے ہیں۔

$$\frac{v_n-2}{2000}+\frac{v_n-v_0}{8000}=0$$

جس سے

$$v_n=\frac{8+v_0}{5}$$

حاصل ہوتا ہے۔ جوڑ v_k کے لئے

$$v_k=5$$

لکھا جا سکتا ہے۔ دونوں جوڑ کی قیمتیں برابر پُر کرتے ہیں۔

$$\frac{8+v_0}{5}=5$$

اس سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_0=17\,\mathrm{V}$$

اگر مثبت طاقتی دباو اس قیمت سے زیادہ ہو تب یہی جواب درست ہو گا۔

4.7 متوازن اور غیر متوازن صورت

حسابی ایمپلیفائر **مخلوط دور**[18] ہے جس میں متعدد مزاحمت اور ٹرانزسٹر[19] پائے جاتے ہیں۔ٹرانزسٹر کے بارے میں آپ **برقیات**[20] کی کتاب میں پڑھیں گے۔

برقی اشارہ موصل تار میں تقریباً روشنی کی رفتار سے سفر کرتا ہے۔یوں ٹرانزسٹر کا داخلی اشارہ تبدیل ہونے کا اثر ٹرانزسٹر کے خارجی اشارے پر کچھ دیر بعد ہوتا ہے، اگرچہ یہ دورانیہ انتہائی کم ہوتا ہے۔حسابی ایمپلیفائر میں متعدد ٹرانزسٹر پائے جاتے ہیں لہٰذا حسابی ایمپلیفائر کے داخلی اشارے کے تبدیل ہونے کا اثر خارجی اشارے پر کچھ دیر بعد رونما ہو گا۔اسی طرح خارجی اشارہ کسی ایک قیمت سے دوسری قیمت کے دباو تک پہنچتے ہوئے کچھ وقت لیتا ہے۔شکل 4.14 میں مثبت ایمپلیفائر کے داخلی اشارے کو یک دم[21] تبدیل ہوتا دکھایا گیا ہے۔مثبت ایمپلیفائر کی قلیہ افزائش

$$A_v = 1 + \frac{R_2}{R_1} \tag{4.26}$$

سے $A_v = 2\,\mathrm{V\,V^{-1}}$ حاصل ہوتا ہے۔شکل میں خارجی اشارہ بھی دکھایا گیا ہے جہاں خارجی اشارہ تبدیل ہونے کے دورانیے کو بڑھا چڑھا کر پیش کیا گیا ہے۔حقیقت میں یہ دورانیہ چند مائیکرو سیکنڈ کا ہوتا ہے۔

آئیں شکل 4.14 پر تفصیلاً غور کریں۔منفی جوڑ پر کرخوف مساوات رو

$$\frac{v_n}{R_1} + \frac{v_n - v_0}{R_2} = 0$$

یعنی

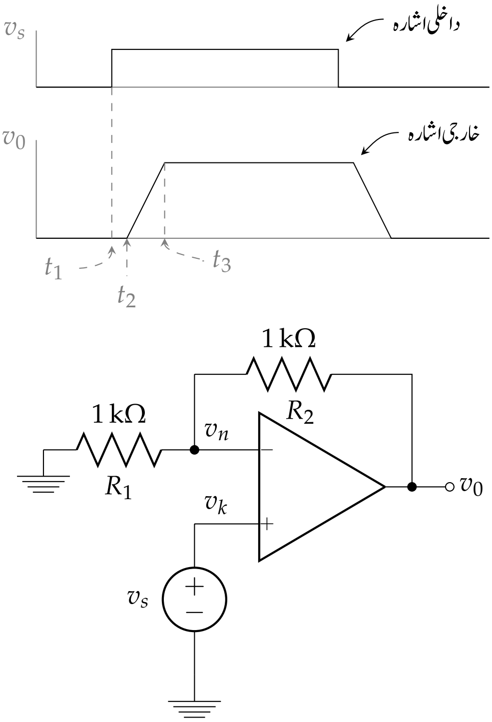
$$v_n = \frac{R_1 v_0}{R_1 + R_2} \tag{4.27}$$

ہے۔یہی مساوات شکل کو دیکھ کر تقسیم دباو کے قلیے سے بھی لکھی جا سکتی ہے۔

وقت $t = 0$ پر داخلی اشارہ $0\,\mathrm{V}$ ہے اور یوں مساوات 4.26 کے تحت $v_0 = 0\,\mathrm{V}$ ہو گا۔مساوات 4.27 میں $v_0 = 0\,\mathrm{V}$ پُر کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $v_n = 0\,\mathrm{V}$ ہے لہٰذا v_k اور v_n برابر ہیں۔

---

[18] integrated circuit, IC
[19] transistor
[20] electronics
[21] آپ یہاں سوال کر سکتے ہیں کہ اگر خارجی اشارہ یکدم تبدیل نہیں ہو سکتا تب داخلی اشارہ کس طرح یک دم تبدیل ہو سکتا ہے۔فی الحال بس فرض کریں کہ ایسا ہے۔



شکل 4.14: متوازن دور کی مثال۔

لمحہ t_1 پر داخلی اشارہ تبدیل ہو کر $1\,\mathrm{V}$ ہو جاتا ہے۔ابتدائی طور پر داخلی اشارے کا اثر خارجی اشارے پر نہیں ہو گا للہٰذا t_1 سے t_2 تک $v_0 = 0\,\mathrm{V}$ ہی رہے گا۔مساوات 4.27 میں $v_0 = 0\,\mathrm{V}$ پُر کرنے سے $v_n = 0\,\mathrm{V}$ حاصل ہوتا ہے جبکہ $v_k = v_s = 1\,\mathrm{V}$ ہے۔یوں t_1 تا t_2 دورانیے میں v_k اور v_n برابر نہیں ہیں۔اس طرح $v_d = v_k - v_n = 1\,\mathrm{V}$ ہو گا۔تفرقی داخلی اشارہ v_d مثبت ہونے کی وجہ سے حسابی ایمپلیفائر خارجی اشارے کو مثبت طاقتی دباو کی جانب بڑھانا شروع کرتا ہے۔یہ رد عمل خارجی اشارے پر لمحہ t_2 پر نمودار ہونا شروع ہوتا ہے۔لمحہ t_3 پر خارجی اشارہ $2\,\mathrm{V}$ پر پہنچتا ہے۔یوں t_3 پر مساوات 4.27 کے تحت

$$v_n = \frac{1000 \times 2}{1000 + 1000} = 1\,\mathrm{V}$$

ہو گا۔یوں ایک مرتبہ پھر $v_k = v_n$ یعنی $v_d = 0\,\mathrm{V}$ ہو گا۔داخلی تفرقی اشارہ صفر ہوتے ہی حسابی ایمپلیفائر خارجی اشارہ تبدیل کرنا روک دیتا ہے۔یوں $v_0 = 2\,\mathrm{V}$ پر برقرار رہتا ہے۔

آئیں دیکھیں کہ اگر کسی وجہ سے v_0 کی قیمت درکار قیمت ($2\,\mathrm{V}$) سے مختلف ہو تب حسابی ایمپلیفائر کا رد عمل کیا ہو گا۔فرض کریں کہ کسی طرح $v_0 = 2.2\,\mathrm{V}$ ہو جائے۔ایسی صورت میں مساوات 4.27 کے تحت

$$v_n = \frac{1000 \times 2.2}{1000 + 1000} = 1.1\,\mathrm{V}$$

ہو گا جبکہ $v_k = 1\,\mathrm{V}$ ہے للہٰذا $v_d = -0.1\,\mathrm{V}$ ہو گا جس کی وجہ سے حسابی ایمپلیفائر خارجی اشارے کو منفی طاقتی دباو کی جانب لے جانا شروع کرے گا یعنی v_0 کی قیمت $2.2\,\mathrm{V}$ سے گھٹنے شروع ہو جائے گی۔ہم دیکھتے ہیں کہ $v_k = 1\,\mathrm{V}$ کی صورت میں حسابی ایمپلیفائر کسی بھی صورت v_0 کی قیمت $2\,\mathrm{V}$ سے زیادہ برداشت نہیں کرتا۔اسی طرح v_0 کی قیمت $2\,\mathrm{V}$ سے کم ہونے کی صورت حال دیکھتے ہیں۔فرض کریں کہ $v_0 = 1.8\,\mathrm{V}$ ہو جائے تب مساوات 4.27 کے تحت

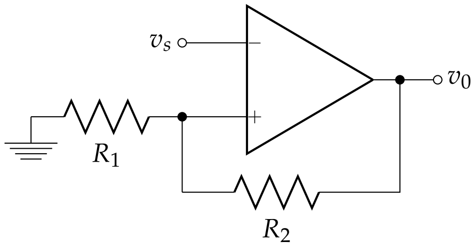
$$v_n = \frac{1000 \times 1.8}{1000 + 1000} = 0.9\,\mathrm{V}$$

اور $v_d = 1 - 0.9 = 0.1\,\mathrm{V}$ ہو گا اور یوں حسابی ایمپلیفائر کا خارجی اشارہ v_0 مثبت طاقتی دباو کی جانب بڑھے گا۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ حسابی ایمپلیفائر کا خارجی اشارہ عین $2\,\mathrm{V}$ پر آ رکتا ہے۔

مندرجہ بالا تبصرے سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مثبت ایمپلیفائر کا خارجی اشارہ مساوات 4.26 اور v_s کی قیمت سے تعین ہوتا ہے۔آپ نے دیکھا کہ خارجی اشارہ درکار قیمت پر ہی ٹھہرتا ہے۔اس خاصیت کو متوازن[22] صورت کہتے ہیں۔

---

[22] stable



شکل 4.15: غیر متوازن دور کی مثال۔

آئیں اب شکل 4.15 میں دکھائے دور پر غور کرتے ہیں۔ فرض کریں کہ $R_1 = R_2 = 1\,\mathrm{k\Omega}$ اور $v_s = 1\,\mathrm{V}$ ہیں۔ اگر $v_0 = 2\,\mathrm{V}$ ہو تب منفی داخلی جوڑ پر کرخوف مساوات رو

$$v_k = \frac{R_1 v_n}{R_1 + R_2} \tag{4.28}$$

سے $v_n = 1\,\mathrm{V}$ اور یوں $v_d = 0\,\mathrm{V}$ حاصل ہوتا ہے۔ ایسا معلوم ہوتا ہے کہ یہی صحیح جواب ہے۔ آئیں v_0 کی قیمت میں تبدیلی کے اثرات دیکھیں۔ فرض کریں کہ $v_0 = 2.2\,\mathrm{V}$ ہو جاتا ہے۔ ایسی صورت میں درج بالا مساوات کے تحت

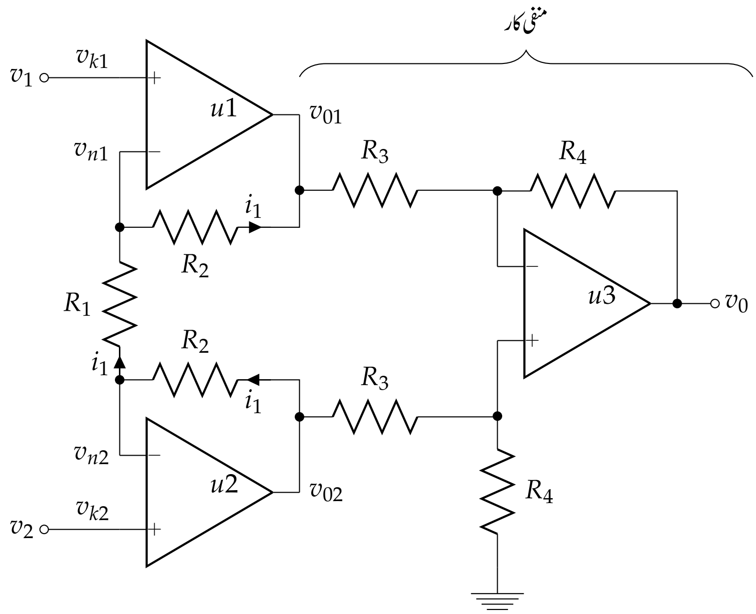
$$v_k = \frac{1000 \times 2.2}{1000 + 1000} = 1.1\,\mathrm{V}$$

اور $v_d = v_k - v_n = 1.1 - 1 = 0.1\,\mathrm{V}$ ہو گا۔ یوں خارجی اشارہ بڑھنے شروع ہو گا لیکن خارجی اشارہ جتنا بڑھتا ہے v_k اور v_d کی قیمتیں اتنی ہی زیادہ ہوتی چلی جاتی ہیں۔ آخر کار $v_0 = V_{CC} - \Delta_+$ تک پہنچ کر رک جائے گا اور یہیں رکا رہے گا۔ اس کے برعکس v_0 کی قیمت دو وولٹ سے کم ہونے کی صورت میں v_d منفی ہو گا لہٰذا خارجی اشارہ منفی جانب چل پڑیگا اور آخر کار $V_{EE} + \Delta_-$ پر جا رکے گا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ قوانین کرخوف سے شکل 4.15 کا حاصل جواب (یعنی $v_0 = 2\,\mathrm{V}$) غیر متوازن[23] صورت کو ظاہر کرتی ہے جو برقرار نہیں رہ سکتی۔ یوں حسابی ایمپلیفائر کے ادوار حل کرتے ہوئے دور کا متوازن یا غیر متوازن ہونے پر غور ضروری ہے۔ اس کتاب میں ہم صرف متوازن ادوار پر غور کریں گے جو قوانین کرخوف سے قابل حل ہوں گے۔

---

[23] unstable



شکل 4.16: آلاتی ایمپلیفائر۔

4.8 موازنہ کار

حسابی ایمپلیفائر کی ایک مخصوص صورت کو موازنہ کار[24] کہتے ہیں۔ لکھنا باقی ہے

4.9 آلاتی ایمپلیفائر

آلاتی ایمپلیفائر کو شکل 4.16 میں دکھایا گیا ہے۔ باریک اور حساس اشارات کی افزائش کے لئے اسے استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کی کارکردگی پر غور کرتے ہیں۔

چونکہ $v_{k2} = v_2$ ہے لہٰذا $v_{n2} = v_2$ ہو گا۔ اسی طرح $v_{k1} = v_1$ کی بنا $v_{n1} = v_1$ ہو گا۔ اس طرح مزاحمت R_1 پر دباو

$$v_{n2} - v_{n1} = v_2 - v_1$$

[24] comparator

ہو گا جس سے اس کی رو قانون اوہم سے

$$i_1 = \frac{v_2 - v_1}{R_1} \tag{4.29}$$

لکھی جا سکتی ہے۔حسابی ایمپلیفائر کی داخلی رو صفر لیتے ہوئے صاف ظاہر ہے کہ i_1 نچلی اور بالائی مزاحمت R_2 سے گزرے گی۔یوں بالائی اور نچلی R_2 کے دو سروں کے مابین دباو

$$\begin{aligned} v_{n1} - v_{01} &= v_1 - v_{01} = i_1 R_2 \\ v_{02} - v_{n2} &= v_{02} - v_2 = i_1 R_2 \end{aligned}$$

ہو گا جس سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$v_{01} = v_1 - i_1 R_2 \tag{4.30}$$

$$v_{02} = v_2 + i_1 R_2 \tag{4.31}$$

شکل 4.16 میں R_3 ، R_4 اور حسابی ایمپلیفائر $u3$ منفی کار کا دور ہے جس کی مساوات درج ذیل ہے۔

$$v_0 = \frac{R_4}{R_3}(v_{02} - v_{01})$$

اس میں مساوات 4.29 اور مساوات 4.30 استعمال کرتے ہوئے آلاتی ایمپلیفائر کی مساوات ملتی ہے۔

$$v_0 = \frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)(v_2 - v_1) \qquad \text{آلاتی ایمپلیفائر کی مساوات} \tag{4.32}$$

باب 5

مسئلے

گزشتہ بابوں میں ہم نے ادوار میں مختلف مقامات پر دباو اور رو حاصل کرنے کے چند ترکیب دیکھے۔ایسا کرتے ہوئے ہم نے چند حقائق کا استعمال کیا جنہیں یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

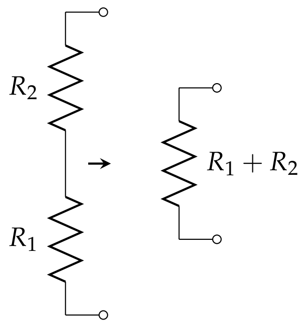
5.1 مساوی دور

آپ جانتے ہیں کہ سلسلہ وار مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے ان کی رو حاصل کی جا سکتی ہے۔اسی طرح متوازی مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے ان پر دباو حاصل کیا جا سکتا ہے۔یہ عمل شکل 5.1 میں دکھائے گئے ہیں۔اسی طرح سلسلہ وار منبع دباو کا مساوی اور متوازی منبع رو کا مساوی بالترتیب شکل-ج اور شکل-د میں دکھائے گئے ہیں۔یاد رہے کہ دو یا دو سے زیادہ منبع رو کو صرف اور صرف اس صورت سلسلہ وار جوڑا جا سکتا ہے جب تمام کی رو برابر ہو اور تمام ایک ہی سمت میں ہوں۔اسی طرح دو یا دو سے زیادہ منبع دباو کو صرف اور صرف اس صورت متوازی جوڑا جا سکتا ہے جب تمام منبع کی دباو برابر اور سمت ایک ہو۔

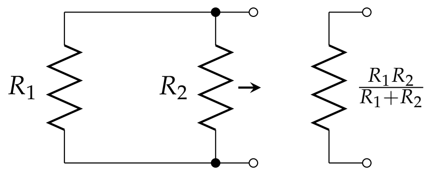
5.2 مسئلہ خطیّت

برقی ادوار میں دباو اور رو درکار متغیرات ہیں۔اس کتاب میں صرف ایسے ادوار پر غور کیا جائے گا جن میں دباو اور رو کا تعلق خطی[1] ہے۔انہیں خطی ادوار کہا جاتا ہے۔خطی ادوار میں ایک متغیرہ کو n گنا کرنے سے دوسرے متغیرات بھی

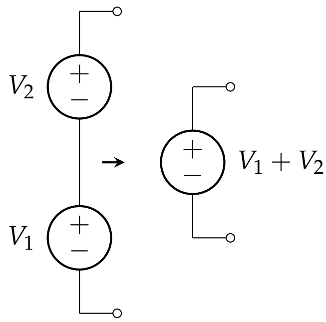
linear[1]



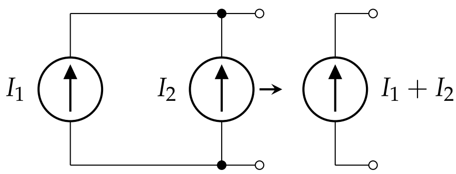
(ا) سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت



(ب) متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت۔

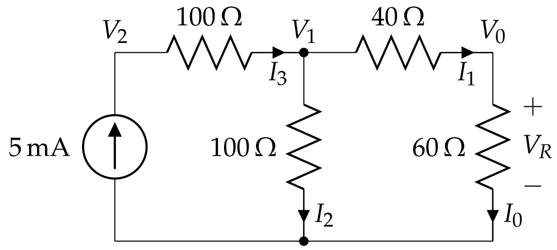


(ج) سلسلہ وار منبع دباو کا مساوی منبع۔



(د) متوازی منبع رو کا مساوی منبع۔

شکل 5.1: مساوی ادوار کی مثال۔



شکل 5.2: مثال 5.1 کا دور۔

n گنا ہو جاتے ہیں۔ آئیں خطیت کی خاصیت سے دور حل کرنا دیکھیں۔

مثال 5.1: شکل 5.2 میں $60\,\Omega$ پر دباو معلوم کریں۔

حل: ہم اس دور کو با آسانی قوانین کرخوف سے حل کر سکتے ہیں۔ آئیں اس دور کو خطیت کی خاصیت کی مدد سے حل کریں۔ اس ترکیب میں ہم درکار دباو کو $1\,\text{V}$ تصور کرتے ہوئے منبع رو کی قیمت دریافت کریں گے۔ اس کے بعد خطیت کو استعمال کرتے ہوئے منبع رو کی اصل قیمت کے مطابقت سے درکار دباو حاصل کی جائے گی۔

یوں $V_R = 1\,\text{V}$ تصور کرتے ہوئے

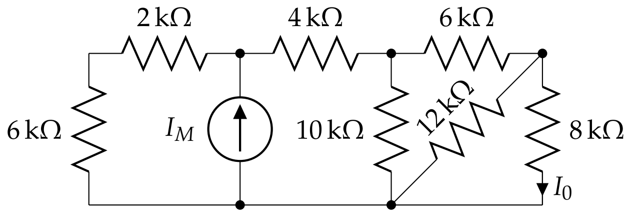
$$
\begin{aligned}
V_0 &= 1\,\text{V} \\
I_0 &= \frac{V_0}{60} = \frac{1}{60}\,\text{A} \\
I_1 &= I_0 = \frac{1}{60}\,\text{A}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتے ہیں۔ قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے

$$V_1 - V_0 = 40 \times \frac{1}{60} = \frac{2}{3}\,\text{V}$$

یعنی

$$V_1 = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}\,\text{V}$$



شکل 5.3: مشق 5.1 کا دور۔

حاصل ہوتا ہے۔ قانون اوہم کا دوبارہ استعمال کرنے سے

$$I_2 = \frac{\frac{5}{3}}{100} = \frac{1}{60}\,\mathrm{A}$$

ملتا ہے لہٰذا

$$I_3 = I_1 + I_2 = \frac{1}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1}{30}\,\mathrm{A}$$

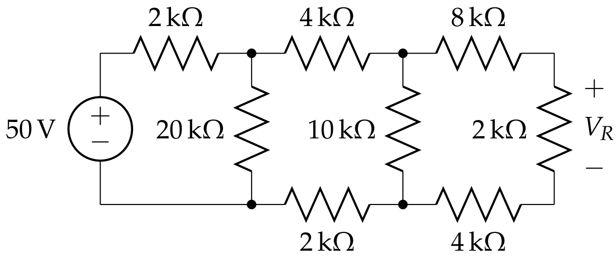
ہو گا۔ یوں $V_R = 1\,\mathrm{V}$ تصور کرتے ہوئے منبع کی رو $\frac{1}{30}\,\mathrm{A}$ متوقع ہے۔

اب ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر منبع کی رو $\frac{1}{30}\,\mathrm{A}$ ہو تب $V_R = 1\,\mathrm{V}$ ہو گا لہٰذا خطیت کے اصول کو استعمال کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ منبع کی رو $5\,\mathrm{mA}$ ہونے کی صورت میں V_R کی قیمت

$$\frac{0.005 \times 1}{\frac{1}{30}} = 0.15\,\mathrm{V}$$

ہو گی۔

مشق 5.1: شکل 5.3 میں $I_0 = 10\,\mathrm{mA}$ تصور کرتے ہوئے I_M حاصل کریں۔ اب $I_M = 20\,\mathrm{mA}$ کی صورت میں خطیت کے استعمال سے I_0 معلوم کریں۔



شکل 5.4: مشق 5.2 کا دور۔

مشق 5.2: شکل 5.4 میں $V_R = 2\,\mathrm{V}$ تصور کرتے ہوئے منبع دباو کی قیمت دریافت کریں۔خطیت کے استعمال سے منبع دباو کی اصل قیمت پر V_R دریافت کریں۔

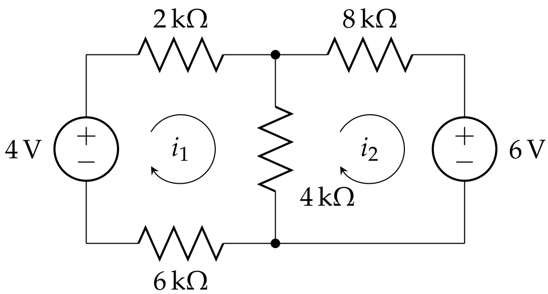
5.3 مسئلہ نفاذ

متعدد منبع کی صورت میں ہر منبع کا انفرادی اثر دیکھنے کی خاطر شکل 5.5-الف کو مثال بناتے ہیں۔ دونوں منبع کا مجموعی اثر دیکھنے کی خاطر دونوں منبع کی موجودگی میں اس دور کو حل کرتے ہیں۔دو خانوں کے مساوات لکھتے ہیں۔

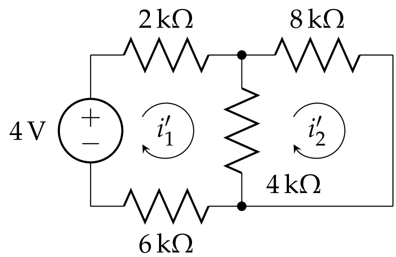
$$\begin{aligned}
-4 + 2000i_1 + 4000(i_1 - i_2) + 6000i_1 &= 0 \\
4000(i_2 - i_1) + 8000i_2 + 6 &= 0
\end{aligned}$$

ان کا حل درج ذیل ہے۔

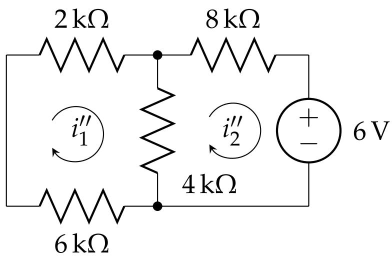
$$\begin{aligned}
i_1 &= \frac{3}{16}\,\mathrm{mA} \\
i_2 &= -\frac{7}{16}\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$



(الف) دو عدد انفرادی منبع کا مجموعی اثر۔



(ب) بائیں منبع کا اثر دیکھتے وقت دائیں منبع کے اثر کو ختم کیا گیا ہے۔



(پ) دائیں منبع کا اثر دیکھتے وقت بائیں منبع کے اثر کو ختم کیا گیا ہے۔

شکل 5.5: مجموعی اثر انفرادی اثرات کا مجموعہ ہے۔

انفرادی منبع سے دور میں مختلف مقامات پر نافذ دباو اور رو دریافت کرنے کی خاطر باری باری ایک ایک منبع کے علاوہ بقایا تمام منبع کے اثر کو ختم کرتے ہوئے دور کو حل کیا جاتا ہے۔ منبع دباو کا اثر ختم کرنے کی خاطر اس کو قصر دور کیا جاتا ہے جبکہ منبع رو کے اثر کو ختم کرنے کی خاطر اس کو کھلے دور کیا جاتا ہے۔

آئیں انفرادی منبع کی نافذ رو دریافت کریں۔ یوں $4\,\mathrm{V}$ منبع کی نافذ رو حاصل کرتے وقت $6\,\mathrm{V}$ کی منبع کو قصر دور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے شکل 5.5-ب حاصل ہوتا ہے جس کے مساوات

$$
\begin{aligned}
-4+2000i_1'+4000(i_1'-i_2')+6000i_1' &= 0\\
4000(i_2'-i_1')+8000i_2' &= 0
\end{aligned}
$$

اور حل درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
i_1' &= \frac{3}{8}\,\mathrm{mA}\\
i_2' &= \frac{1}{8}\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

اسی طرح $6\,\mathrm{V}$ منبع کی نافذ رو حاصل کرنے کی خاطر $4\,\mathrm{V}$ منبع کو قصر دور کیا جاتا ہے۔ ایسا شکل 5.5-پ میں دکھایا گیا ہے جس کے مساوات

$$
\begin{aligned}
2000i_1''+4000(i_1''-i_2'')+6000i_1'' &= 0\\
4000(i_2''-i_1'')+8000i_2''+6 &= 0
\end{aligned}
$$

اور حل درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
i_1'' &= -\frac{3}{16}\,\mathrm{mA}\\
i_2'' &= -\frac{9}{16}\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ انفرادی منبع کی نافذ رو کا مجموعہ تمام منبع کی مجموعی نافذ رو کے برابر ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_1 &= i_1'+i_1''\\
i_2 &= i_2'+i_2''
\end{aligned}
$$

اس حقیقت کو مسئلہ نفاذ[2] کہا جاتا ہے جسے درج ذیل طریقے سے بیان کیا جا سکتا ہے۔

[2] superposition

مسئلہ نفاذ کے تحت کسی بھی خطی دور، جس میں متعدد غیر تابع منبع دباو اور غیر تابع منبع رو پائے جاتے ہوں، میں کسی بھی مقام پر نافذ دباو (رو)، تمام منبع کے انفرادی نافذ کردہ قیمتوں کے مجموعے کے برابر ہو گا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ہر منبع، دور میں یوں دباو اور رو نافذ کرتا ہے جیسے دور میں کوئی دوسرا منبع پایا ہی نا جاتا ہو۔

مسئلہ نفاذ کا عمومی ثبوت پیش کرتے ہیں۔ صفحہ 147 پر مساوات 3.40 متعدد منبع دباو استعمال کرنے والے دور کی عمومی مساوات ہے جسے یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} & \cdots - R_{1m} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} & \cdots - R_{2m} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} & \cdots - R_{3m} \\ \vdots & & & \\ -R_{m1} & -R_{m2} & -R_{m3} & \cdots R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

اس مساوات میں مزاحمتی قالب کا دارومدار صرف اور صرف مزاحمتوں پر ہے۔ دور میں موجود منبع دباو کا اس قالب پر کوئی اثر نہیں ہے۔ اس قالبی مساوات $\mathbf{RI} = \mathbf{V}$ کا حل $\mathbf{I} = \mathbf{R^{-1}V}$ ہے۔ چونکہ مزاحمتی قالب $\mathbf{R}$ کے اجزاء صرف اور صرف دور کے مزاحمتوں پر مبنی ہے لہٰذا اس کے ریاضی معکوس $\mathbf{R^{-1}}$ کے اجزاء بھی صرف مزاحمتوں پر مبنی ہوں گے۔ ریاضی معکوس کے قالب کو درج ذیل عمومی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\mathbf{R^{-1}} = \begin{bmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} & \cdots - g_{1m} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} & \cdots - g_{2m} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{33} & \cdots - g_{3m} \\ \vdots & & & \\ -g_{m1} & -g_{m2} & -g_{m3} & \cdots g_{mm} \end{bmatrix}$$

یوں حل درج ذیل ہو گا

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} & \cdots - g_{1m} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} & \cdots - g_{2m} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{33} & \cdots - g_{3m} \\ \vdots & & & \\ -g_{m1} & -g_{m2} & -g_{m3} & \cdots g_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

جس سے i_1 لکھتے ہیں۔

$$i_1 = g_{11}v_1 - g_{12}v_2 - g_{13}v_3 - \cdots - g_{1m}v_m \tag{5.2}$$

اگر v_1 کے علاوہ تمام منبع دباو کو قصر دور کیا جائے تب ان کی قیمت $0\,\mathrm{V}$ پُر کرتے ہوئے مساوات 5.2 سے

$$i_1' = g_{11} v_1$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہ صرف اور صرف v_1 کی نافذ رو ہے۔اسی طرح v_2 کے علاوہ تمام منبع کو قصر دور کرنے سے $i_1'' = -g_{12} v_2$ نافذ ہوتی ہے۔اسی طرح بقایا منبع دباو کی نافذ رو بھی حاصل کی جا سکتی ہیں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام منبع کی انفرادی نافذ رو کا مجموعہ مساوات 5.2 دیتی ہے۔

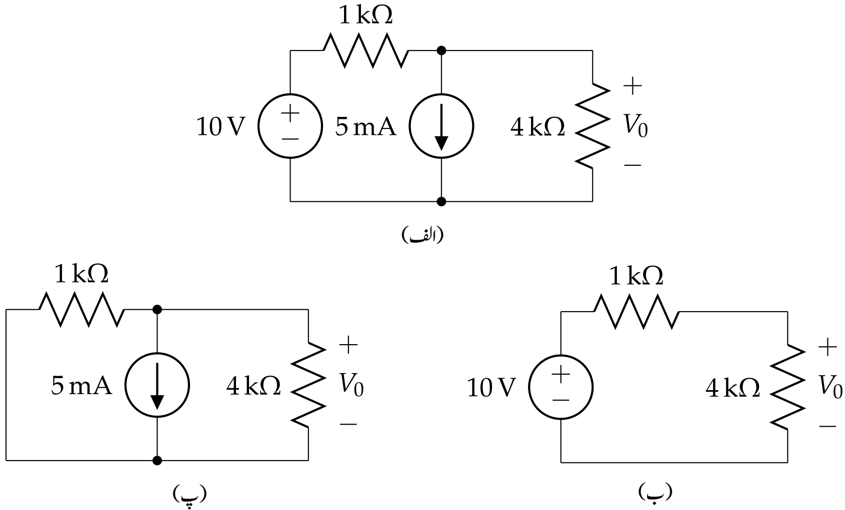
مساوات 5.1 ان ادوار کو ظاہر کرتی ہے جن میں صرف منبع دباو پائے جاتے ہوں۔آپ اسی ترکیب کو استعمال کرتے ہوئے منبع رو کے اثرات کو بھی شامل کر سکتے ہیں۔

مسئلہ نفاذ ان ادوار پر بھی لاگو ہوتا ہے جن میں تابع منبع پائے جاتے ہوں البتہ تابع منبع دباو کو قصر دور اور تابع منبع رو کو کھلے دور نہیں کیا جاتا۔ آئیں مسئلہ نفاذ کا استعمال چند مثالوں کی مدد سے سیکھیں۔

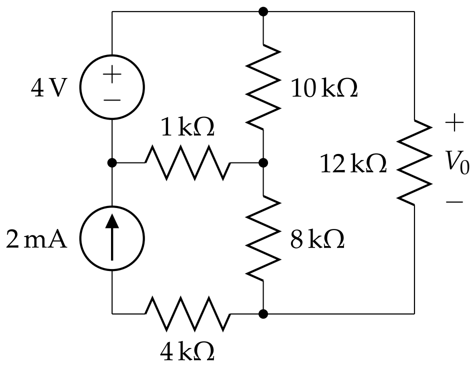
مثال 5.2: شکل 5.6 میں منبع دباو اور منبع رو کے انفرادی نافذ دباو حاصل کرتے ہوئے کل V_0 حاصل کریں۔

مثال 5.3: شکل 5.7 میں منبع دباو اور منبع رو کو باری باری لیتے ہوئے $12\,\mathrm{k\Omega}$ پر نافذ دباو حاصل کرتے ہوئے دونوں منبع کی موجودگی میں کل دباو حاصل کریں۔

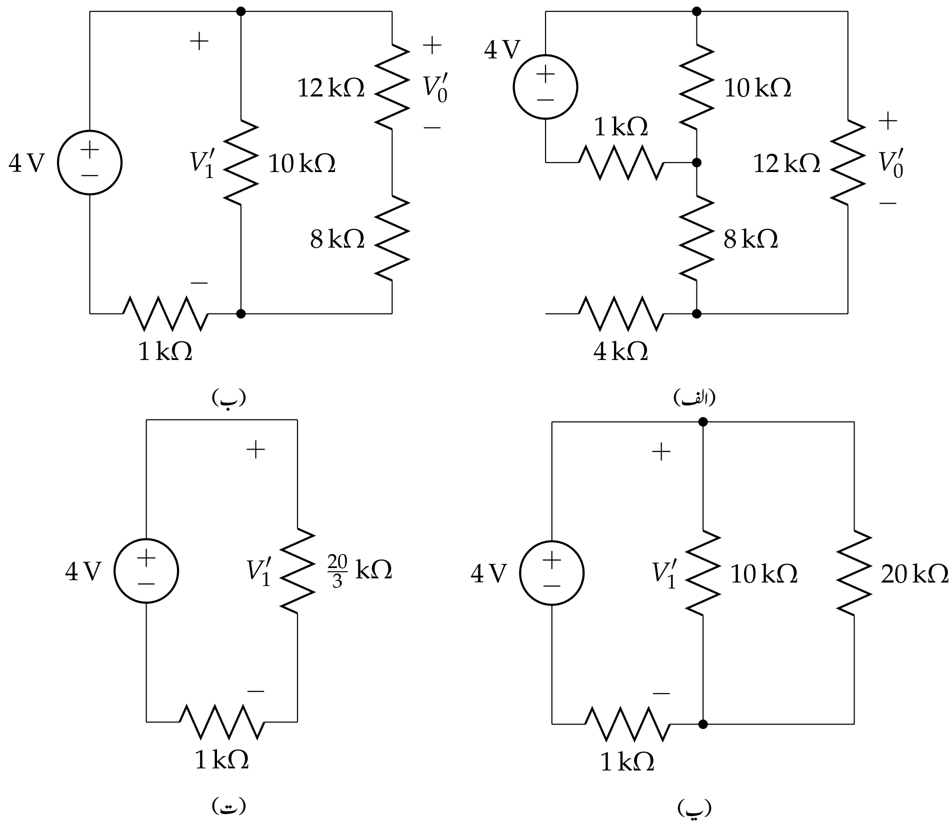
حل: شکل 5.8-الف میں منبع رو کو کھلے دور کیا گیا ہے تاکہ منبع دباو سے پیدا دباو کا حصہ دریافت کریں۔ شکل 5.8-ب میں شکل کو قدر مختلف صورت دی گئی ہے۔چونکہ $4\,\mathrm{k\Omega}$ کا ایک سرا کہیں نہیں جڑا لہٰذا اس کا بقایا دور پر کوئی اثر نہیں ہو گا اور اسی لئے اس کو شکل-ب میں نہیں دکھایا گیا ہے۔



شکل 5.6: مثال 5.2 کا دور۔



شکل 5.7: مثال 5.3 کا دور۔



شکل 5.8: منبع دباو کا حصہ معلوم کرتے ہیں۔

شکل-ب میں $12\,\mathrm{k\Omega}$ اور $8\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت $20\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا۔ شکل-پ میں ایسا دکھایا گیا ہے۔ شکل-پ میں $20\,\mathrm{k\Omega}$ اور $10\,\mathrm{k\Omega}$ متوازی جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت $\frac{20\,\mathrm{k\Omega}\times10\,\mathrm{k\Omega}}{20\,\mathrm{k\Omega}+10\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{20}{3}\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا جسے شکل-ت میں دکھایا گیا ہے جہاں سے تقسیم دباو کے کلیے سے

$$V_1' = 4\left(\frac{\frac{20}{3}\,\mathrm{k\Omega}}{1\,\mathrm{k\Omega}+\frac{20}{3}\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{80}{23}\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ شکل-ب کو دیکھتے ہوئے تقسیم دباو کے کلیے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_0' = \frac{80}{23}\left(\frac{12\,\mathrm{k\Omega}}{12\,\mathrm{k\Omega}+8\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{48}{23}\,\mathrm{V}$$

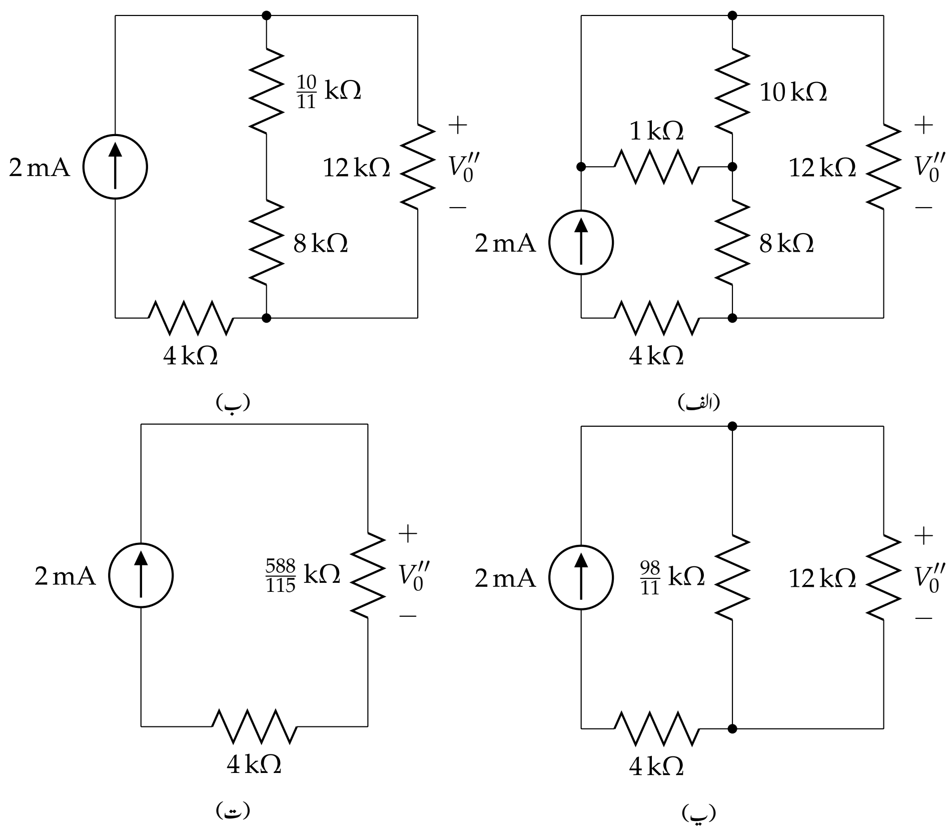
آئیں اب منبع دباو کو قصر دور کرتے ہوئے حل کریں۔ شکل 5.9-الف میں منبع دباو کو قصر دور کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $1\,\mathrm{k\Omega}$ اور $10\,\mathrm{k\Omega}$ متوازی جڑے ہیں لہٰذا ان کی جگہ $\frac{1\,\mathrm{k\Omega}\times10\,\mathrm{k\Omega}}{1\,\mathrm{k\Omega}+10\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{10}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ نسب کیا جا سکتا ہے۔ ایسا ہی شکل-ب میں کیا گیا ہے جہاں $\frac{10}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ اور $8\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کی جگہ شکل-پ میں $\frac{98}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ نسب کیا گیا ہے۔ شکل-ت میں متوازی جڑے $\frac{98}{11}\,\mathrm{k\Omega}$ اور $12\,\mathrm{k\Omega}$ کی جگہ $\frac{588}{115}\,\mathrm{k\Omega}$ نسب کیا گیا ہے۔ اس شکل سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$V_0'' = \frac{588}{115}\,\mathrm{k\Omega}\times 2\,\mathrm{mA} = \frac{1176}{115}\,\mathrm{V}$$

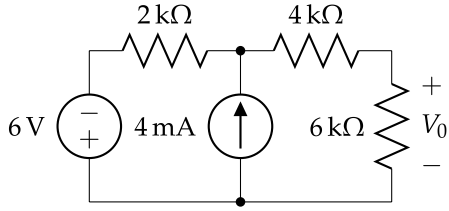
یوں دونوں منبع کی موجودگی میں جواب درج ذیل ہو گا۔

$$V_0 = V_0' + V_0'' = 12\frac{36}{115}\,\mathrm{V}$$

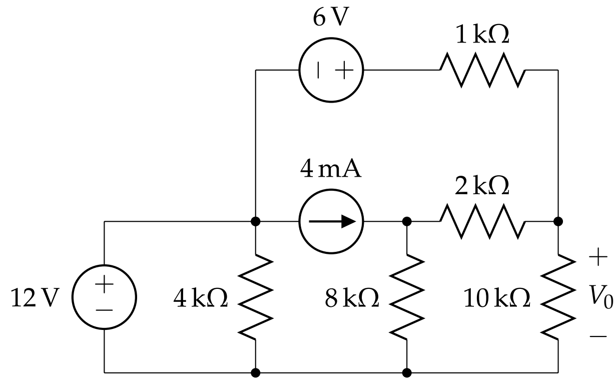
مسئلہ نفاذ سے متعدد منبع استعمال کرنے والے ادوار حل کرتے ہوئے ضروری نہیں کہ تمام منبع کے انفرادی نافذ حصوں کو علیحدہ علیحدہ جانا جائے۔ یوں بھی ممکن ہے کہ منبع کے گروہ بناتے ہوئے باری باری ایک ایک گروہ کے مجموعی نافذ دباو یا رو دیکھیں جائیں اور آخر میں تمام کا مجموعہ لیا جائے۔ مسئلہ نفاذ سے دور میں کسی بھی مقام پر نافذ دباو یا نافذ رو حاصل کیا جا سکتا ہے البتہ اس مسئلے کا اطلاق طاقت دریافت کرنے کے لئے نہیں کیا جا سکتا۔ آپ جانتے ہیں کہ مزاحمت میں طاقت کو $\frac{V^2}{T}$ یا I^2R لکھا جا سکتا ہے جو غیر خطی تعلق ہیں لہٰذا طاقت کو مسئلہ نفاذ کی مدد سے حاصل نہیں کیا جا سکتا۔



شکل 5.9: منبع دباو کو قصر دور کیا گیا ہے۔



شکل 5.10: مشق 5.3 کا دور۔

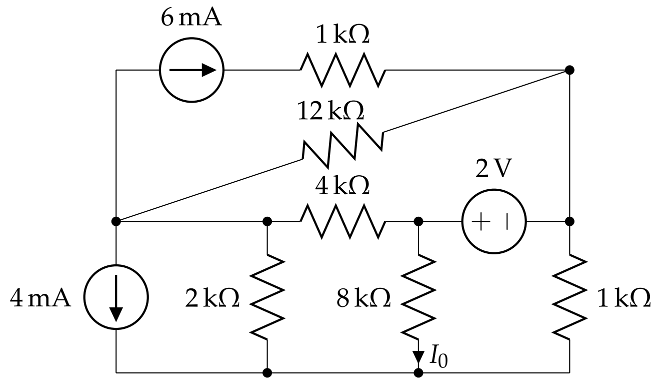


شکل 5.11: مشق 5.4 کا دور۔

مشق 5.3: شکل 5.10 میں باری باری ایک ایک منبع کا نافذ دباو معلوم کرتے ہوئے V_0 دریافت کریں۔

مشق 5.4: شکل 5.11 میں مسئلہ نفاذ کی مدد سے V_0 دریافت کریں۔

مشق 5.5: شکل 5.12 کو مسئلہ نفاذ سے حل کرتے ہوئے I_0 دریافت کریں۔



شکل 5.12: مشق 5.5 کا دور۔

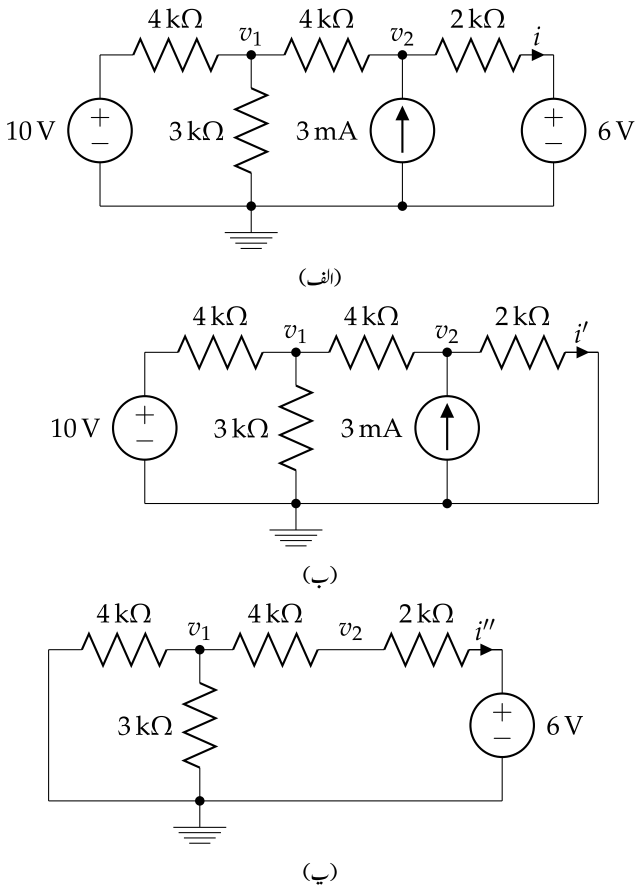
مشق 5.6: شکل 5.13 میں $6\,\mathrm{V}$ منبع کے اثر کو ختم کرتے ہوئے $10\,\mathrm{V}$ اور $3\,\mathrm{mA}$ منبع کا مجموعی نافذ رو i' حاصل کریں۔ اب اکیلے $6\,\mathrm{V}$ منبع کا اسی مزاحمت میں نافذ رو i'' دریافت کریں۔ دونوں جوابات سے تینوں منبع سے پیدا مجموعی رو $i = i' + i''$ دریافت کریں۔

جوابات: شکل 5.13-ب سے $i' = \frac{25}{9}\,\mathrm{mA}$ اور شکل 5.13-پ سے $i'' = -\frac{7}{9}\,\mathrm{mA}$ حاصل ہوتا ہے۔ یوں شکل-الف میں $i = 2\,\mathrm{mA}$ حاصل ہوتا ہے۔

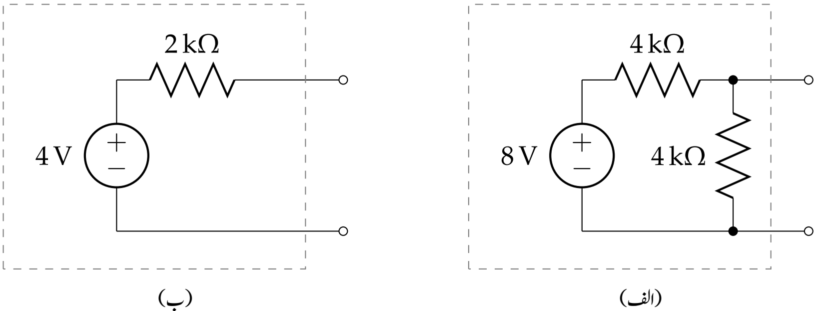
5.4 مساوی ادوار

شکل 5.14 میں دو عدد ادوار نقطہ دار لکیر میں بند دکھائے گئے ہیں۔ تصور کریں کہ نقطہ دار لکیر بند ڈبے کو ظاہر کرتی ہے جس کے اندر دیکھنا ممکن نہیں ہے۔ ہم بند ڈبے سے باہر نکلتی برقی سروں پر مختلف مزاحمت یا ادوار نسب کرتے ہوئے معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ ان کے اندر کیا نسب ہے۔

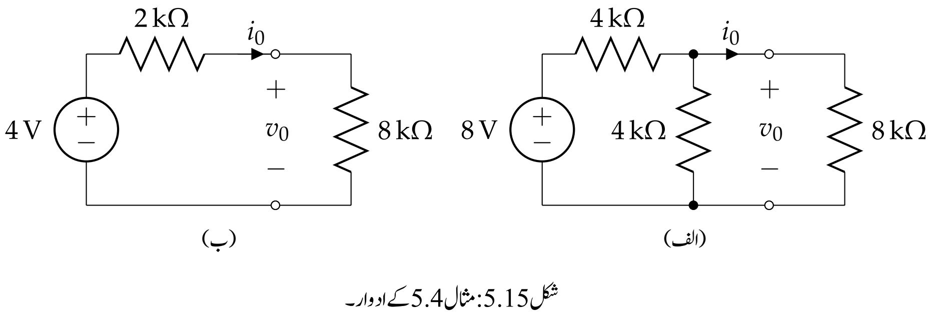
مثال 5.4: شکل 5.14-الف اور شکل 5.14-ب کے برقی سروں پر $8\,\mathrm{k\Omega}$ مزاحمت نسب کرتے ہوئے برقی سروں پر دباو اور رو حاصل کریں۔ بند ڈبے کو نہیں دکھایا گیا تا کہ شکل صاف ستھری نظر آئے۔



شکل 5.13: مشق 5.6 کا دور۔



شکل 5.14: مساوی ادوار۔



شکل 5.15: مثال 5.4 کے ادوار۔

حل: شکل 5.15 میں صورت حال دکھایا گیا ہے جہاں v_0 اور i_0 مطلوب ہیں۔ شکل 5.15-الف میں $4\,\mathrm{k\Omega} \parallel 8\,\mathrm{k\Omega} = \frac{8}{3}\,\mathrm{k\Omega}$ لیتے ہوئے تقسیم دباو کے کلیے سے

$$v_0 = 8\left(\frac{\frac{8}{3}\,\mathrm{k\Omega}}{\frac{8}{3}\,\mathrm{k\Omega} + 4\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{16}{5}\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے اور یوں

$$i_0 = \frac{v_0}{8\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{\frac{16}{5}}{8000} = \frac{2}{5}\,\mathrm{mA}$$

ہو گی۔ شکل 5.15-ب کو دیکھ کر درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} v_0 &= \frac{4 \times 8000}{4000 + 8000} = \frac{16}{5}\,\mathrm{V} \\ i_0 &= \frac{4}{2000 + 8000} = \frac{2}{5}\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ شکل-الف اور شکل-ب دونوں سے یکساں جوابات حاصل ہوتے ہیں۔آئیں مزید تجربے کرتے ہوئے دیکھیں کہ بند ڈبوں میں کیا پایا جاتا ہے۔

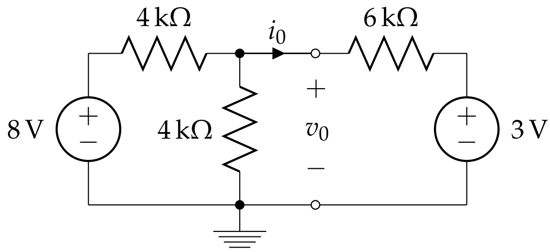
مثال 5.5: شکل 5.14 کے برقی سروں پر سلسلہ وار جڑے منبع دباو اور مزاحمت نسب کرتے ہوئے شکل 5.16 میں دکھایا گیا ہے۔انہیں حل کریں۔

حل: نچلی جوڑ کو زمین چنتے ہوئے بالائی جوڑ پر دباو v_0 لکھی جائے گی۔یوں شکل 5.16-الف کے بالائی جوڑ پر درج ذیل کرخوف مساوات رو لکھی جا سکتی ہے

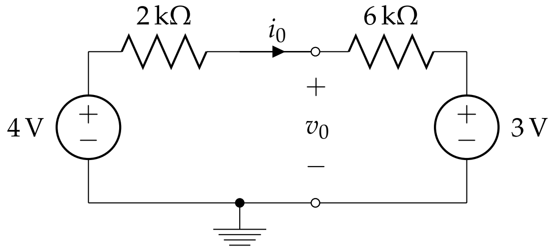
$$\frac{v_0 - 8}{4000} + \frac{v_0}{4000} + \frac{v_0 - 3}{6000} = 0$$

جسے حل کرنے سے

$$v_0 = \frac{15}{4}\,\mathrm{V}$$



(الف)



(ب)

شکل 5.16: مثال 5.5 کے ادوار۔

حاصل ہوتا ہے اور یوں

$$i_0 = \frac{v_0 - 3}{6000} = \frac{\frac{15}{4} - 3}{6000} = \frac{1}{8}\,\text{mA}$$

ہو گی۔ آئیں اب شکل 5.16-ب کو حل کرتے ہیں۔ بالائی جوڑ پر کرخوف مساوات رو

$$\frac{v_0 - 4}{2000} + \frac{v_0 - 3}{6000} = 0$$

سے

$$v_0 = \frac{15}{4}\,\text{V}$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ قانون اوہم سے رو درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$i_0 = \frac{4 - 3}{2000 + 6000} = \frac{1}{8}\,\text{mA}$$

مندرجہ بالا دو مثالوں کے تجربات سے گمان ہوتا ہے کہ شکل 5.14 کے دونوں بند ڈبوں میں یکساں ادوار پائے جاتے ہیں۔ دیکھا یہ گیا ہے کہ دونوں بند ڈبوں کے بیرونی برقی سروں پر یکساں دور نسب کرنے سے بالکل یکساں جوابات حاصل ہوتے ہیں۔ یہ ایک دلچسپ صورت حال ہے۔ایسی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ شکل 5.14-الف اور شکل 5.14-ب **مساوی ادوار**[3] ہیں۔مزید یہ کہ شکل-الف کا دور، خطی ہونے کی صورت میں، جتنا بھی پیچیدہ کیوں نہ ہو، اس کا مساوی دور ایک عدد منبع اور ایک عدد مزاحمت سلسلہ وار جوڑنے سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔

مساوی ادوار صرف اور صرف برقی سروں پر یکساں جوابات دیتے ہیں۔اس حقیقت کو سمجھنے کی خاطر شکل 5.14 میں برقی سرے کھلے رکھتے ہوئے دونوں ادوار میں طاقت کا ضیاع دریافت کرتے ہیں۔ شکل-الف میں طاقت کا ضیاع

$$\frac{8^2}{4000+4000} = 8\,\mathrm{mW}$$

ہے جبکہ شکل-ب میں طاقت کا ضیاع $0\,\mathrm{W}$ ہے۔مساوی ادوار کے اندرونی متغیرات عموماً یکساں نہیں ہوتے۔

اگلے حصے میں **تھونن مساوی دور** اور **نارٹن مساوی دور** پر غور کیا جائے گا۔ان پر غور کرتے ہوئے **مسئلہ تبادلہ منبع** بھی اخذ کیا جائے گا۔

5.5 مسئلہ تھونن، مسئلہ نارٹن اور مسئلہ تبادلہ منبع

شکل 5.17-الف کے تین جوڑ پر کرخوف مساوات رو لکھتے

$$\begin{aligned}
\frac{v_1-10}{4000}+\frac{v_1}{3000}+\frac{v_1-v_2}{4000}&=0\\
\frac{v_2-v_1}{4000}-0.003+\frac{v_2-v_3}{2000}&=0\\
\frac{v_3-v_2}{2000}+\frac{v_3}{6000}+\frac{v_3+2}{8000}&=0
\end{aligned}$$

ہوئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
v_1&=6\,\mathrm{V}\\
v_2&=10\,\mathrm{V}\\
v_3&=6\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

[3] equivalent circuit

دباو جوڑ جانتے ہوئے تمام شاخوں کی رو دریافت کی جا سکتی ہے۔آئیں اس دور کو نقطہ دار لکیر پر دو ٹکڑوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ شکل 5.17-ب میں بائیں حصے کو دکھایا گیا ہے جہاں جوڑ v_3 پر $6\,\mathrm{V}$ منبع دباو نسب کیا گیا ہے۔اس کو حل کرنے کی خاطر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھتے ہیں

$$\begin{aligned}\frac{v_1-10}{4000}+\frac{v_1}{3000}+\frac{v_1-v_2}{4000}&=0\\ \frac{v_2-v_1}{4000}-0.003+\frac{v_2-6}{2000}&=0\end{aligned}$$

جنہیں حل کرتے ہوئے ایک بار دوبارہ

$$\begin{aligned}v_1&=6\,\mathrm{V}\\ v_2&=10\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں۔آپ نے دیکھا کہ شکل-ب کے دباو جوڑ بالکل تبدیل نہیں ہوئے لہٰذا اس میں تمام مقامات پر رو بھی وہی ہو گی جو شکل-الف میں تھی۔

شکل 5.17-الف میں نقطہ دار لکیر کے بائیں حصے پر لکیر کے دائیں جانب دور کا اثر صرف اور صرف جوڑ v_3 کے ذریعہ ہوتا ہے۔یوں جیسا شکل-ب میں کیا گیا، اگر جوڑ v_3 پر دباو اسی قیمت پر رکھا جائے جو لکیر کے دائیں جانب دور کے نسب کرنے سے حاصل ہوتا ہے، تب لکیر کے بائیں جانب دور کے متغیرات جوں کے توں رہتے ہیں۔

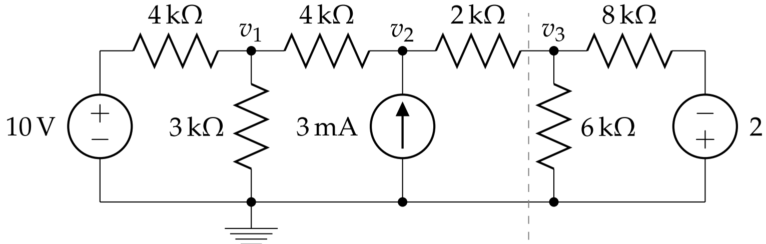
شکل 5.17-ب میں رو i کو مسئلہ نفاذ سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔آپ مشق 5.6 میں اس دور کو مسئلہ نفاذ کی مدد سے حل کر چکے ہیں۔اسی مشق کے شکل 5.13-پ میں بقایا منبع کے اثر کو ختم کرتے ہوئے $6\,\mathrm{V}$ کو صرف مزاحمت نظر آتے ہیں۔آئیں شکل-پ میں دیے دور کا مساوی مزاحمت حاصل کرتے ہیں۔منبع سے دور ترین نقطے سے شروع کرتے ہیں جہاں چار کلو اوہم اور تین کلو اوہم متوازی $4\,\mathrm{k\Omega} \parallel 3\,\mathrm{k\Omega}$ جڑے ہیں۔متوازی جڑے مزاحمت از خود سلسلہ وار جڑے $2\,\mathrm{k\Omega}$ اور $4\,\mathrm{k\Omega}$ کے ساتھ سلسلہ وار پائے جاتے ہیں لہٰذا ان تمام کا مجموعی مساوی مزاحمت

$$R_{\text{تھونن}}=\left(4\,\mathrm{k\Omega}\parallel 3\,\mathrm{k\Omega}\right)+\left(2\,\mathrm{k\Omega}+4\,\mathrm{k\Omega}\right)=\frac{54}{7}\,\mathrm{k\Omega}$$

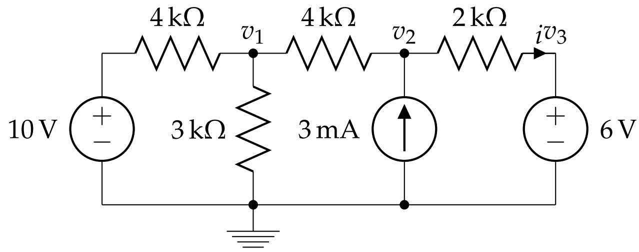
ہو گا جسے **تھونن مزاحمت**[4] کہتے ہیں۔

آئیں ان حقائق کو سامنے رکھتے ہوئے **مسئلہ تھونن**[5] اور **مسئلہ نارٹن**[6] سیکھیں۔ساتھ ہی ساتھ **مسئلہ تبادلہ منبع**[7] پر بھی غور کیا جائے گا۔مسئلہ تھونن کہتا ہے کہ کسی بھی خطی دور کو سلسلہ وار جڑے ایک عدد منبع اور ایک عدد مزاحمت سے

[4] Thevenin Resistance
[5] Thevenin theorem
[6] Norton theorem
[7] Source Transformation theorem



(الف)



(ب)

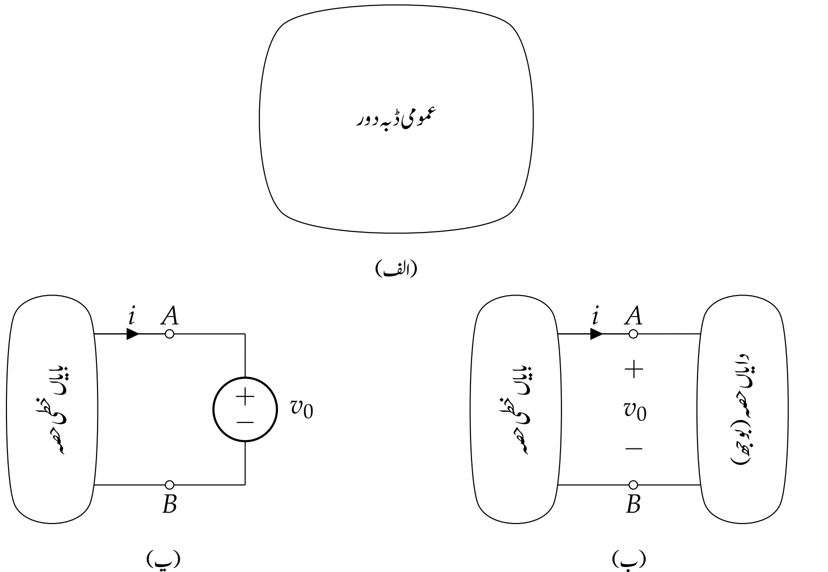
شکل 5.17: مسئلہ تھونن سمجھنے کا دور۔

ظاہر کیا جا سکتا ہے۔اس دور کو مساوی تھونن دور کہا جائے گا۔اسی طرح مسئلہ نارٹن کہتا ہے کہ کسی بھی خطی دور کو متوازی جڑے ایک عدد منبع رو اور ایک عدد مزاحمت سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔اس دور کو مساوی نارٹن دور کہا جائے گا۔

شکل 5.18-الف میں عمومی ڈبہ دور دکھایا گیا ہے۔اس کو دو حصوں میں تقسیم کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتا ہے۔شکل-ب میں بائیں حصے کے مساوی تھونن دور اور مساوی نارٹن دور حاصل کیے جائیں گے۔بایاں حصہ خطی ہونا ضروری ہے۔دایاں حصہ خطی یا غیر خطی ہو سکتا ہے۔دائیں حصے کو برقی بوجھ تصور کیا جائے گا۔یہ حصے دو تاروں سے آپس میں جڑے ہیں۔ان تاروں کے مابین v_0 دباو پایا جاتا ہے جبکہ بوجھ کو رو i مہیا کی جاتی ہے۔اگر شکل-ب میں بائیں ڈبے دور کی جگہ اس کا مساوی تھونن دور یا مساوی نارٹن دور نسب کرنے سے v_0 اور i کی قیمتوں پر فرق نہیں پڑے تب دائیں ڈبے کی نقطہ نظر سے دور میں کوئی تبدیلی رونما نہیں ہوئی ہے لہٰذا اس کے لئے بایاں ڈبے کا دور اور مساوی تھونن (یا مساوی نارٹن) دور یک برابر ہیں۔

شکل-الف میں تابع منبع کی موجودگی میں ڈبے دور کو اس طرح دو ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے گا کہ تابع منبع اور اسے قابو کرنے والا متغیر ایک ہی ڈبے کا حصہ بنیں۔تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کو حل کرنا اگلے حصے میں سکھایا جائے گا۔

شکل-پ میں دائیں حصے کی جگہ منبع دباو نسب کیا گیا ہے جس کا دباو v_0 ہے۔



شکل 5.18: مسئلہ تھونن کا عمومی دور۔

شکل 5.18-پ میں i کو مسئلہ نفاذ کی مدد سے دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ پہلا حصہ i' کو ڈبہ دور کے اندرونی منبع نافذ کرتے ہیں جبکہ دوسرا حصہ i'' کو بیرونی منبع v_0 نافذ کرتا ہے۔ جیسا شکل 5.19-الف میں دکھایا گیا ہے، i' حاصل کرتے وقت بیرونی منبع کو قصر دور کیا جاتا ہے لہٰذا اس رو کو $i_{\text{قصر}}$ کہا جائے گا۔

$$i' = i_{\text{قصر}} \tag{5.3}$$

اسی طرح جیسا شکل 5.19-ب میں دکھایا گیا ہے، i'' حاصل کرتے وقت ڈبہ دور کے تمام اندرونی منبع کے اثر کو ختم کیا جاتا ہے۔ ڈبہ دور کے تمام اندرونی منبع کو صفر کرنے سے بیرونی منبع v_0 کو ڈبہ دور کے اندرونی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت $R_{\text{تھونن}}$ نظر آئے گا لہٰذا رو درج ذیل ہو گی۔

$$i'' = \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}} \tag{5.4}$$

شکل 5.19-الف اور شکل 5.19-ب میں رو کی سمتوں کو دیکھتے ہوئے $i = i' - i''$ لکھا جا سکتا ہے۔

$$i = i_{\text{قصر}} - \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}} \qquad \text{مسئلہ نارٹن} \tag{5.5}$$

لکھا جا سکتا ہے۔

مساوات 5.5 عمومی مساوات ہے جس میں $i_{\text{قصر}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ صرف بائیں ڈبہ دور پر منحصر ہیں جبکہ v_0 اور i پر دایاں ڈبہ دور بھی اثر انداز ہوتا ہے۔یوں اگر شکل 5.18-ب میں بائیں ڈبہ دور تبدیل نہ کیا جائے تب $i_{\text{قصر}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ اٹل قیمتیں ہوں گی جبکہ v_0 اور i متغیرات ہوں گے جو دائیں ڈبہ دور پر منحصر ہوں گے۔چونکہ مساوات 5.5 عمومی مساوات ہے لہٰذا یہ ہر ممکنہ صورت حال کے لئے درست ہو گی۔یوں دائیں ڈبہ دور کھلا دور ہونے کی صورت میں بھی یہی مساوات کارآمد ہو گی۔اگر دائیں ڈبہ دور کو کھلا دور تصور کیا جائے تب

$$
\begin{aligned}
i &= 0 \\
v_0 &= v_{\text{کھلا}}
\end{aligned}
\tag{5.6}
$$

ہوں گے۔شکل 5.20 میں کھلے دور کی صورت حال دکھائی گئی ہے۔اس طرح مساوات 5.5 میں مساوات 5.6 پُر کرتے ہوئے

$$
0 = i_{\text{قصر}} - \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}}
$$

یعنی

$$
i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} \qquad \text{مسئلہ تبادلہ منبع} \tag{5.7}
$$

یا

$$
v_{\text{کھلا}} = i_{\text{قصر}} R_{\text{تھونن}} \qquad \text{مسئلہ تبادلہ منبع} \tag{5.8}
$$

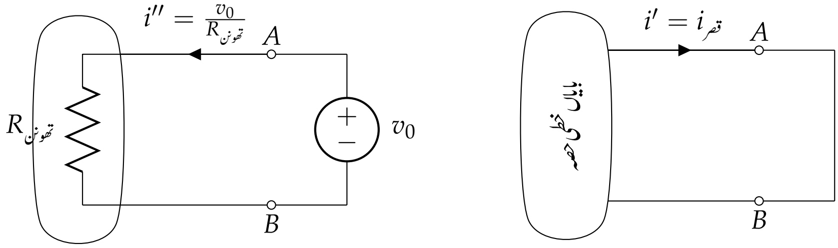
حاصل ہوتا ہے۔مساوات 5.7 کو مساوات 5.5 میں پُر کرنے سے

$$
i = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} - \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}}
$$

یعنی

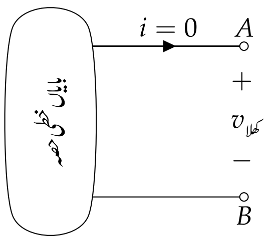
$$
v_0 = v_{\text{کھلا}} - i R_{\text{تھونن}} \qquad \text{مسئلہ تھونن} \tag{5.9}
$$

حاصل ہوتا ہے۔

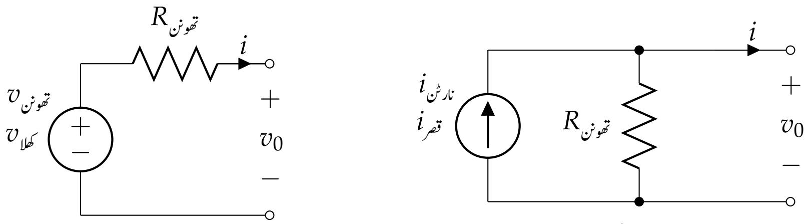


(ب) (الف)

شکل 5.19: رو کو مسئلہ نفاذ سے دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔



شکل 5.20: کھلے دور سروں پر صفر رو اور تھونن دباو پائی جاتی ہے۔



(ب) تھونن مساوی دور۔ (الف) نارٹن مساوی دور۔

شکل 5.21: تھونن اور نارٹن مساوی ادوار۔

مساوات 5.5 **مسئلہ نارٹن**[8][9] بیان کرتی ہے جسے شکل 5.21-الف میں دکھایا گیا ہے جبکہ مساوات 5.9 **مسئلہ تھونن**[10][11] بیان کرتی ہے جسے شکل 5.21-ب میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 5.7 **مسئلہ تبادلہ منبع**[12] بیان کرتی ہے۔

شکل 5.21-الف کی کرخوف مساوات دباو اور شکل 5.21-ب کے بالائی جوڑ پر کرخوف مساوات رو درج ذیل ہیں۔

$$v_0 = v_{\text{کھلا}} - iR_{\text{تھونن}}$$
$$i = i_{\text{قصر}} - \frac{v_0}{R_{\text{تھونن}}}$$

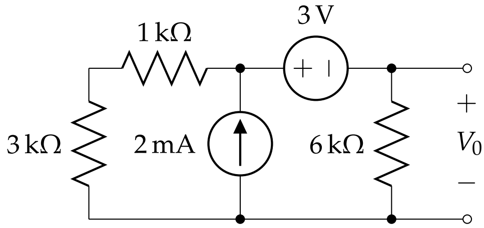
ان کا مساوات 5.5 اور مساوات 5.6 سے موازنہ کرنے سے صاف ظاہر ہے کہ شکل 5.21-الف اور شکل 5.21-ب انہیں مساوات کو ظاہر کرتے ہیں۔

یوں کسی بھی دور کو شکل 5.21-الف کا تھونن مساوی دور یا شکل 5.21-ب کا نارٹن مساوی دور ظاہر کر سکتا ہے۔ نارٹن مساوی دور میں منبع رو کو $i_{\text{نارٹن}}$ یعنی **نارٹن رو**[13] بھی پکارا جاتا ہے۔ اسی طرح تھونن مساوی دور میں منبع دباو کو $v_{\text{تھونن}}$ یعنی **تھونن دباو**[14] بھی پکارا جاتا ہے۔

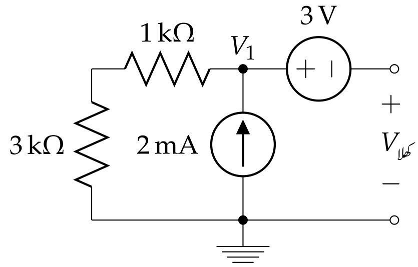
مساوات 5.7 یا مساوات 5.8 یعنی مسئلہ تبادلہ منبع کی مدد سے تھونن دور سے نارٹن دور اور نارٹن دور سے تھونن دور حاصل ہوتا ہے۔

---

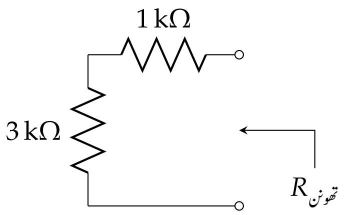
[8] ایڈورڈ لوری نارٹن اور ہنس فرڈینانڈ میئر نے اس مسئلے کو علیحدہ علیحدہ 1926 میں اخذ کیا۔
[9] Norton Theorem
[10] لیوں شارلس تھونن نے 1883 میں اور ہرمن لڈوگ فرڈینانڈ ون ہلم ہولٹز نے 1853 میں اس مسئلے کو علیحدہ علیحدہ اخذ کیا۔
[11] Thevenin Theorem
[12] Source Transformation Theorem
[13] norton current
[14] thevenin voltage



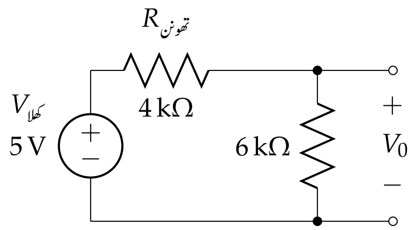
(الف)



(ب) تھونن دباو۔



(پ) تھونن مزاحمت۔



(ت) تھونن مساوی دور استعمال کیا گیا ہے۔

شکل 5.22: مثال 5.6 کا دور۔

آئیں ان مسئلوں کا استعمال مثالوں کو حل کرتے ہوئے دیکھیں۔

مثال 5.6: شکل 5.22-الف میں مسئلہ تھونن استعمال کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔

حل: اس دور کو حل کرنے کی خاطر ہم $6\,\mathrm{k\Omega}$ کے علاوہ بقایا دور کا تھونن مساوی دور حاصل کرتے ہیں۔ یوں $6\,\mathrm{k\Omega}$ کو بوجھ تصور کیا جائے گا۔ شکل-ب میں بوجھ کو ہٹاتے ہوئے بقایا دور دکھایا گیا ہے جس کا تھونن مساوی دور درکار ہے۔ اس

دور کے کھلے سروں پر $V_{\text{کھلا}}$ پایا جاتا ہے۔ نچلی جوڑ کو زمین تصور کرتے ہوئے بالائی جوڑ V_1 پر دباو دریافت کرتے ہیں۔ منبع رو کی پوری رو بائیں خانے میں گھڑی کی الٹ گھومتی ہے لہٰذا

$$V_1 = 2\,\mathrm{mA}\,(3\,\mathrm{k\Omega} + 1\,\mathrm{k\Omega}) = 8\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں

$$V_{\text{کھلا}} = V_1 - 3\,\mathrm{V} = 5\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ آئیں اب تھونن مزاحمت حاصل کریں۔

دور میں منبع دباو کو قصر دور اور منبع رو کو کھلے دور کرتے ہوئے شکل-پ حاصل ہوتا ہے جہاں سے

$$R_{\text{تھونن}} = 4\,\mathrm{k\Omega}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں شکل-ب کی جگہ اس کا مساوی تھونن دور نسب کرتے ہوئے شکل-الف کی جگہ شکل-ت حاصل ہوتا ہے جسے دیکھتے ہوئے تقسیم دباو کے کلیے سے بوجھ پر دباو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

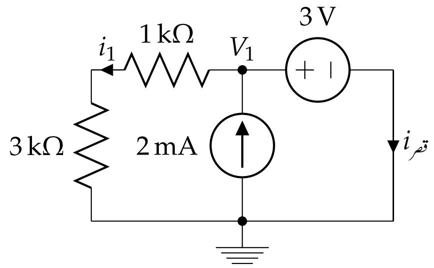
$$V_0 = 5\left(\frac{6\,\mathrm{k\Omega}}{6\,\mathrm{k\Omega} + 4\,\mathrm{k\Omega}}\right) = 3\,\mathrm{V} \tag{5.10}$$

مثال 5.7: شکل 5.22-الف میں مسئلہ نارٹن استعمال کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔

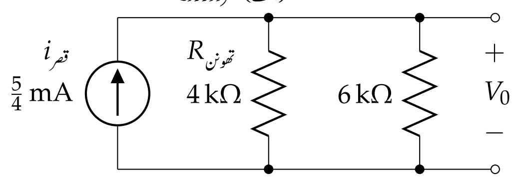
حل: گزشتہ مثال کی طرح دور کو دو ٹکڑوں میں تقسیم کیا جاتا ہے لہٰذا شکل 5.22-الف میں $6\,\mathrm{k\Omega}$ کو بوجھ سمجھتے ہوئے بقایا دور، جسے شکل 5.22-ب میں دکھایا گیا ہے، کا نارٹن مساوی دور حاصل کیا جائے گا۔

نارٹن مساوی دور میں $R_{\text{تھونن}}$ کے ساتھ ساتھ $i_{\text{قصر}}$ بھی درکار ہے۔ تھونن مزاحمت کو گزشتہ مثال میں حاصل کیا گیا ہے لہٰذا صرف قصر دور رو معلوم کرنا باقی ہے۔ شکل 5.22-ب کو قصر دور کرتے ہوئے شکل 5.23-الف میں دکھایا گیا ہے جس سے $i_{\text{قصر}}$ حاصل کرتے ہیں۔ دور کو دیکھتے ہوئے

$$V_1 = 3\,\mathrm{V}$$



(الف) قصر دور رو۔



(ب) نارٹن مساوی دور استعمال کیا گیا ہے

شکل 5.23: مثال 5.7 کا دور۔

اور یوں

$$i_1 = \frac{3\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{k\Omega} + 3\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{3}{4}\,\mathrm{mA}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ بالائی جوڑ V_1 پر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$i_{\text{قصر}} = 2\,\mathrm{mA} - \frac{3}{4}\,\mathrm{mA} = \frac{5}{4}\,\mathrm{mA}$$

نارٹن دور کے متغیرات استعمال کرتے ہوئے شکل 5.23-ب حاصل ہوتا ہے جہاں منبع رو کے متوازی مزاحمتوں کا مساوی

$$4\,\mathrm{k\Omega} \parallel 6\,\mathrm{k\Omega} = \frac{12}{5}\,\mathrm{k\Omega}$$

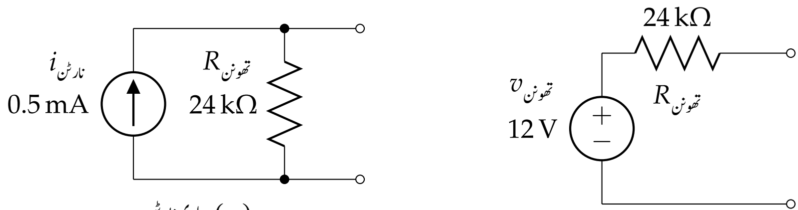
ہے جس میں $\frac{5}{4}\,\mathrm{mA}$ گزرنے سے دباو

$$V_0 = \frac{5}{4}\,\mathrm{mA} \times \frac{12}{5}\,\mathrm{k\Omega} = 3\,\mathrm{V}$$

پیدا ہو گا۔

اس مثال میں i کو مساوات 5.8 یعنی مسئلہ تبادلہ منبع سے بھی حاصل کیا جا سکتا تھا یعنی

$$i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} = \frac{5\,\mathrm{V}}{4\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{5}{4}\,\mathrm{mA}$$



(ب) مساوی نارٹن دور۔

(الف) تھونن دور۔

شکل 5.24: مثال 5.8 کا مساوی تھونن دور۔

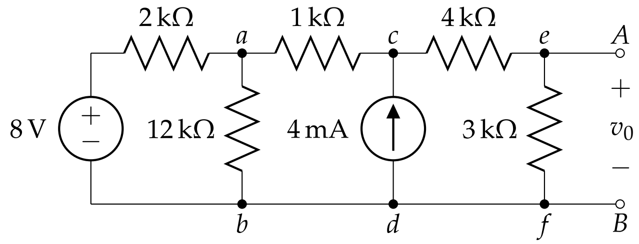
مثال 5.8: شکل 5.24-الف میں ایک دور کا مساوی تھونن دور دیا گیا ہے۔اس دور کا مساوی نارٹن دور حاصل کریں۔

حل: تھونن دور سے نارٹن دور یا نارٹن دور سے تھونن دور کے حصول میں مساوات 5.8 اہم کردار ادا کرتی ہے۔اس مساوات کی مدد سے تھونن دور کے متغیرات $v_{\text{کھلا}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ سے نارٹن دور میں استعمال ہونے والا متغیر $i_{\text{قصر}}$ حاصل کیا جا سکتا ہے۔اسی طرح اسی مساوات کی مدد سے نارٹن دور میں استعمال ہونے والے متغیرات $i_{\text{قصر}}$ اور $R_{\text{تھونن}}$ سے تھونن دور کا متغیر $v_{\text{کھلا}}$ حاصل کیا جا سکتا ہے۔دونوں ادوار میں $R_{\text{تھونن}}$ کی قیمت یکساں ہے۔

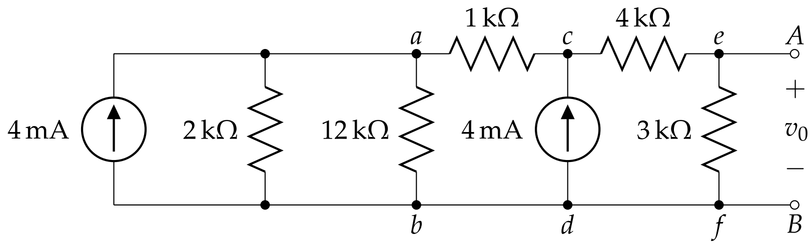
مساوات 5.8 استعمال کرتے ہوئے

$$i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} = \frac{12\,\mathrm{V}}{24\,\mathrm{k\Omega}} = 0.5\,\mathrm{mA}$$

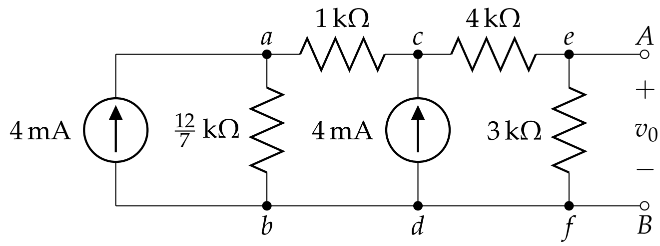
حاصل ہوتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے شکل 5.24-ب کا مساوی نارٹن دور حاصل ہوتا ہے۔



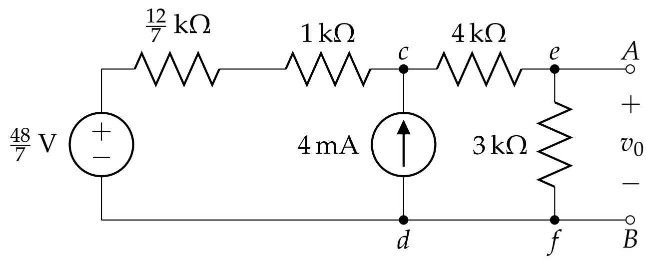
(الف)



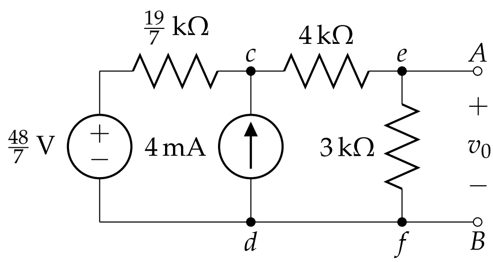
(ب)



(پ)



(ت)



(ٹ)

شکل 5.25: مثال 5.9 کا دور۔

مثال 5.9: شکل 5.25-الف میں $3\,\text{k}\Omega$ کو بوجھ تصور کریں۔ بار بار تھونن سے نارٹن اور نارٹن سے تھونن مساوی دور حاصل کرتے ہوئے بقایا دور کا تھونن مساوی حاصل کرتے ہوئے بوجھ پر دباو حاصل کریں۔

حل: شکل 5.25 کے بائیں سر سے شروع کرتے ہیں جہاں $8\,\text{V}$ اور $2\,\text{k}\Omega$ کو تھونن مساوی دور تصور کیا جا سکتا ہے۔اس دور کے سروں کو a اور b تصور کیا جا سکتا ہے۔یوں $v_{\text{تھونن}} = 8\,\text{V}$ اور $R_{\text{تھونن}} = 2\,\text{k}\Omega$ لیتے ہوئے مساوات 5.7 کی مدد سے

$$i_{\text{نارٹن}} = \frac{8\,\text{V}}{2\,\text{k}\Omega} = 4\,\text{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔نقطہ a اور b کے بائیں جانب تھونن دور کی جگہ یوں مساوی نارٹن دور نسب کیا جا سکتا ہے۔شکل-ب میں ایسا ہی کیا ہوا دکھایا گیا ہے جہاں $2\,\text{k}\Omega$ اور $12\,\text{k}\Omega$ متوازی مزاحمتوں کا مساوی $\frac{2\,\text{k}\Omega\times 12\,\text{k}\Omega}{2\,\text{k}\Omega+12\,\text{k}\Omega} = \frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ ہو گا۔ شکل-پ میں متوازی مزاحمتوں کی جگہ $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ کو دکھایا گیا ہے۔

شکل-پ میں $4\,\text{mA}$ کو $i_{\text{نارٹن}}$ اور $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ کو $R_{\text{تھونن}}$ تصور کیا جا سکتا ہے۔ان دو اجزاء کے نارٹن دور کا مساوی تھونن دور حاصل کرنے کی خاطر مساوات 5.7 کی مدد سے

$$v_{\text{تھونن}} = i_{\text{نارٹن}} R_{\text{تھونن}} = 4\,\text{mA} \times \frac{12}{7}\,\text{k}\Omega = \frac{48}{7}\,\text{V}$$

حاصل کیا جاتا ہے۔ شکل-پ میں $4\,\text{mA}$ اور $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ کے نارٹن دور کی جگہ $\frac{48}{7}\,\text{V}$ اور $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ کا تھونن دور نسب کرنے سے شکل-ت حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ت میں سلسلہ وار جڑے $\frac{12}{7}\,\text{k}\Omega$ اور $1\,\text{k}\Omega$ کی جگہ ان کا مساوی $\frac{19}{7}\,\text{k}\Omega$ نسب کرنے سے شکل-ٹ حاصل ہوتا ہے۔

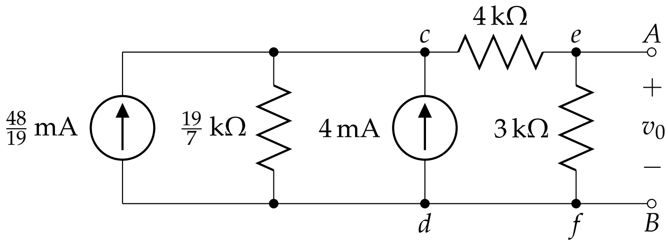
شکل-ٹ میں $\frac{19}{7}\,\text{k}\Omega$ اور $\frac{48}{7}\,\text{V}$ مل کر تھونن دور بناتے ہیں جن کی جگہ نارٹن دور نسب کرنے کی غرض سے

$$i_{\text{نارٹن}} = \frac{v_{\text{تھونن}}}{R_{\text{تھونن}}} = \frac{\frac{48}{7}\,\text{V}}{\frac{19}{7}\,\text{k}\Omega} = \frac{48}{19}\,\text{mA}$$

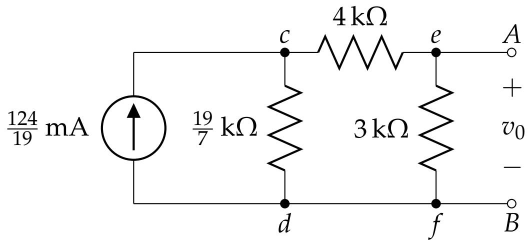
حاصل کرتے ہیں۔ شکل 5.26-الف میں حاصل دور دکھایا گیا ہے جہاں $\frac{48}{19}\,\text{mA}$ اور $4\,\text{mA}$ متوازی جڑے منبع ہیں جن کا مجموعہ

$$\frac{48}{19}\,\text{mA} + 4\,\text{mA} = \frac{124}{19}\,\text{mA}$$

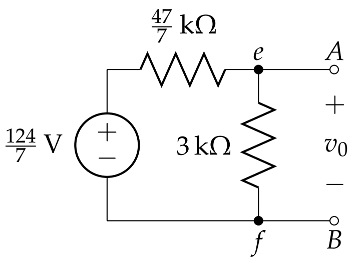
کے برابر ہے۔ شکل 5.26-ب میں متوازی منبع کی جگہ ان کی مجموعی قیمت کا منبع نسب کیا گیا ہے۔

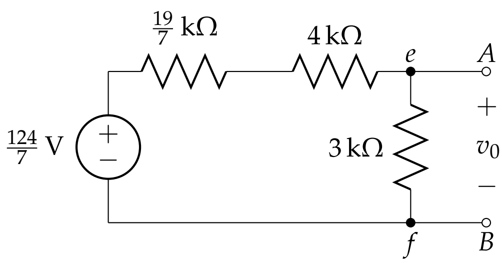


(الف)



(ب)





(پ)

(ت)

شکل 5.26: مثال 5.9 حل کرتے ہوئے حاصل کئے گئے ادوار۔

شکل 5.26-ب میں $\frac{124}{19}\,\mathrm{mA}$ اور $\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}$ نارٹن دور کی جگہ ان کا مساوی تھونن دور نسب کرنے سے شکل-پ حاصل ہوتا ہے جس میں $\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}$ اور $4\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں جن کا مساوی $\frac{47}{7}\,\mathrm{k\Omega}$ ہے۔ شکل 5.26-ت میں یہی مساوی مزاحمت دکھایا گیا ہے۔

شکل-ت میں $3\,\mathrm{k\Omega}$ بوجھ ہے جبکہ بقایا تھونن مساوی ہے۔ تقسیم دباو سے بوجھ پر دباو درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_0 = \frac{124}{7}\left(\frac{3\,\mathrm{k\Omega}}{3\,\mathrm{k\Omega}+\frac{47}{7}\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{93}{17}\,\mathrm{V}$$

مثال 5.10: گزشتہ مثال کا تھونن دور دوبارہ حاصل کرتے ہیں۔اس مرتبہ دور کو ایسی جگہوں پر ٹکڑے کرتے ہوئے حل کرتے ہیں کہ جواب جلد حاصل ہو۔ شکل 5.27 میں دور کو دوبارہ پیش کیا گیا ہے۔

حل: دور کو cd پر توڑ کر شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔یوں cd پر مساوی دور حاصل کیا جائے گا۔ شکل-ب میں v_{ab} اور v_{cd} برابر ہیں۔یوں

$$v_{\text{کھلا}} = v_{cd} = v_{ab} = \frac{8\times 12000}{12000+2000} = \frac{48}{7}\,\mathrm{V}$$

ہو گا اور cd سے دیکھتے ہوئے تھونن مزاحمت

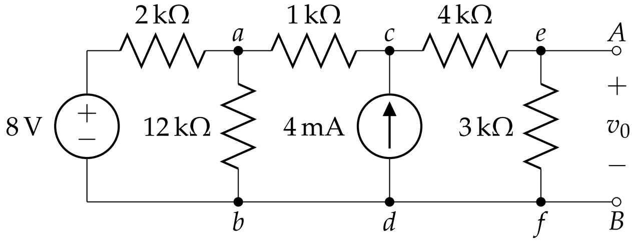
$$\frac{2000\times 12000}{2000+12000}+1000 = \frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا۔ان قیمتوں کو استعمال کرتے ہوئے مساوات 5.7 سے

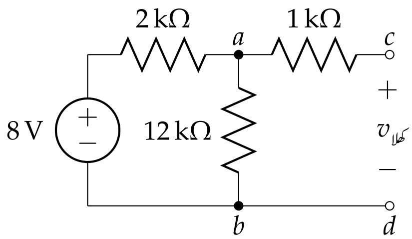
$$i_{\text{قصر}} = \frac{v_{\text{کھلا}}}{R_{\text{تھونن}}} = \frac{\frac{48}{7}}{\frac{19}{7}} = \frac{48}{19}\,\mathrm{mA}$$

ملتا ہے۔یوں شکل-ب کا مساوی نارٹن دور شکل-پ حاصل ہوتا ہے جسے شکل-الف میں cd کے بائیں جانب دور کی جگہ نسب کرنے سے شکل-ت ملتا ہے۔ شکل-ت میں دو عدد منبع رو متوازی جڑی ہیں جن کی جگہ ایک عدد

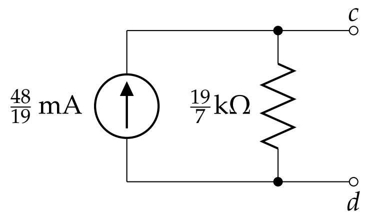
$$\frac{48}{19}\,\mathrm{mA}+4\,\mathrm{mA} = \frac{124}{19}\,\mathrm{mA}$$



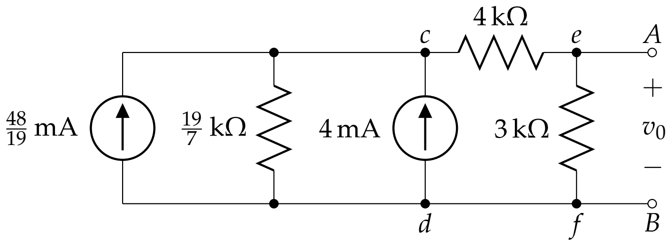
(الف)



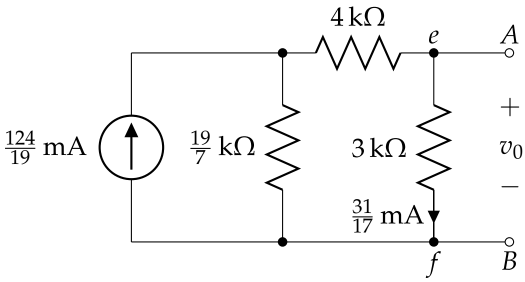
(ب)



(پ)



(ت)



(ٹ)

شکل 5.27: مثال 5.10 حل کرتے ہوئے حاصل کئے گئے ادوار۔

$8\,\mathrm{mA}$ کی منبع نسب کی جا سکتی ہے جس سے شکل-ٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ٹ میں سلسلہ وار جڑے $4\,\mathrm{k\Omega}$ اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ از خود $\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}$ کے متوازی ہے۔ یوں سلسلہ وار مزاحمتوں میں رو کو تقسیم رو کے کلیے سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\frac{124}{19}\,\mathrm{mA}\left(\frac{\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}}{\frac{19}{7}\,\mathrm{k\Omega}+4\,\mathrm{k\Omega}+3\,\mathrm{k\Omega}}\right)=\frac{31}{17}\,\mathrm{mA}$$

جسے شکل 5.27-ٹ میں دکھایا گیا ہے۔ تین کلو بوجھ پر دباو درج ذیل ہے۔

$$v_{\text{کھلا}}=\frac{31}{17}\,\mathrm{mA}\times 3\,\mathrm{k\Omega}=\frac{93}{17}\,\mathrm{V}$$

آخر میں مسئلہ اتنا سادہ بن چکا تھا کہ تقسیم رو اور اوہم کے قانون سے دباو حاصل کیا گیا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بوجھ پر دباو جلد حاصل ہوا لہٰذا مسئلے کو دیکھ کر فیصلہ کریں کہ کہاں سے دور کو ٹکڑے کرتے ہوئے حل کرنا ہے۔

مثال 5.11: شکل 5.28-الف میں مسئلہ نارٹن کی مدد سے V_0 حاصل کریں۔

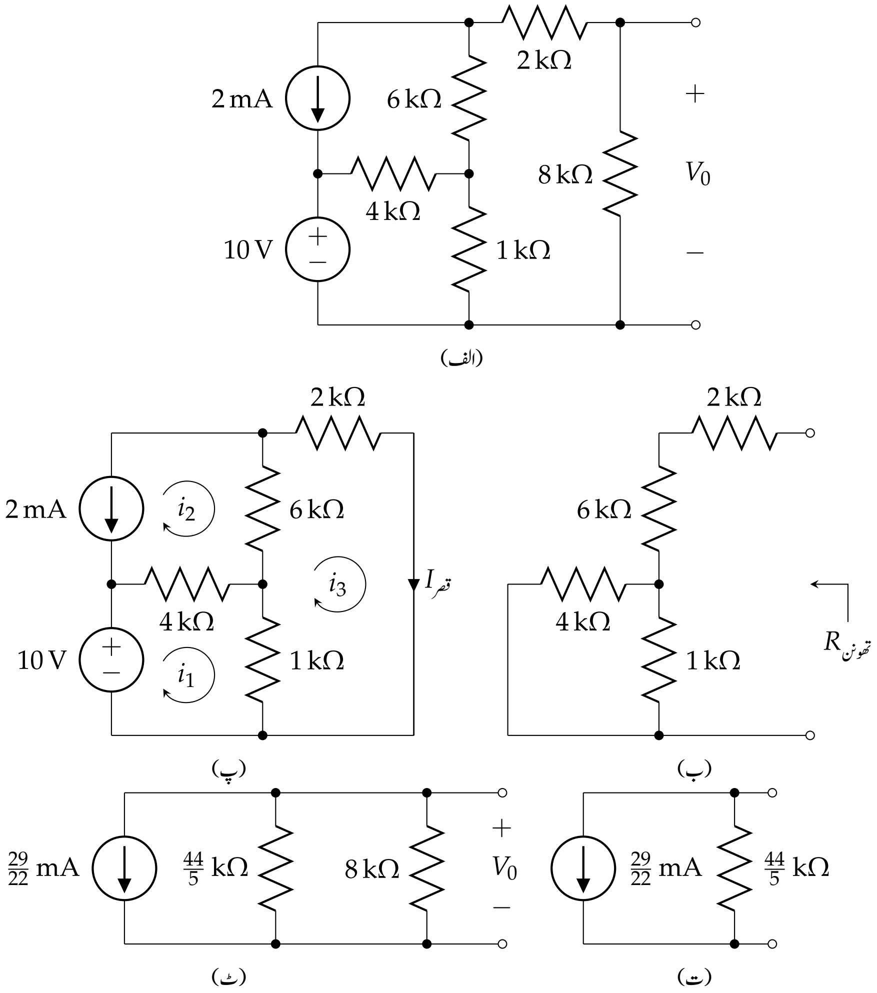
حل: آٹھ کلو اوہم کی مزاحمت کو بوجھ تصور کرتے ہوئے بقایا دور کا نارٹن مساوی حاصل کرتے ہیں۔ بوجھ کو بقایا دور سے علیحدہ کرتے ہوئے تھونن مزاحمت حاصل کرنے کی خاطر منبع رو کو کھلے دور اور منبع دباو کو قصر دور کرتے ہوئے شکل 5.28-ب حاصل ہوتا ہے۔ اس کو دیکھ کر

$$R_{\text{تھونن}}=\frac{4\,\mathrm{k\Omega}\times 1\,\mathrm{k\Omega}}{4\,\mathrm{k\Omega}+1\,\mathrm{k\Omega}}+6\,\mathrm{k\Omega}+2\,\mathrm{k\Omega}=\frac{44}{5}\,\mathrm{k\Omega}$$

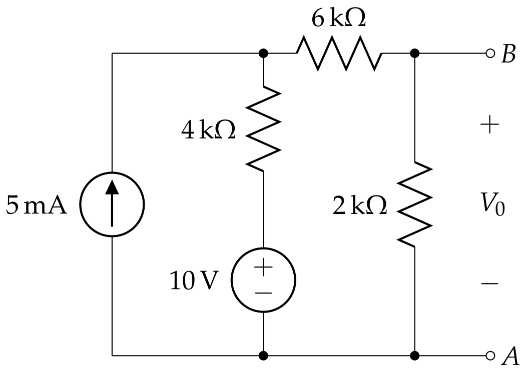
لکھا جا سکتا ہے۔

قصر دور رو یعنی نارٹن رو حاصل کرنے کی خاطر $8\,\mathrm{k\Omega}$ بوجھ کو قصر دور کرتے ہوئے شکل 5.28-پ حاصل کرتے ہیں جس سے درج ذیل مساوات لکھے جا سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}-10+(4000+1000)i_1-4000i_2-1000i_3&=0\\ i_2&=-0.002\\ -1000i_1-6000i_2+(1000+6000+2000)i_3&=0\end{aligned}$$



شکل 5.28: مثال 5.11 کا دور۔



شکل 5.29: مشق 5.7 کا دور۔

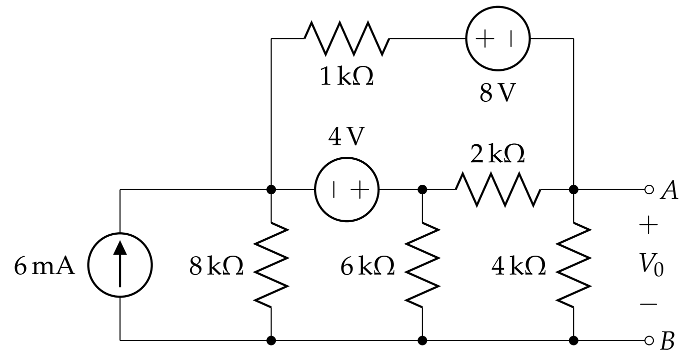
درج بالا مساوات کو حل کرنے سے

$$I_{\text{قصر}} = i_3 = -\frac{29}{22}\,\text{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔ تھونن مزاحمت اور نارٹن رو جانتے ہوئے $8\,\text{k}\Omega$ بوجھ کے علاوہ 5.28-الف کے بقایا دور کا مساوی نارٹن دور شکل 5.28-ت میں دکھایا گیا ہے جہاں نارٹن رو کی قیمت منفی ہونے کی بنا پر اسے الٹ سمت میں دکھایا گیا ہے۔ نارٹن مساوی دور کے ساتھ $8\,\text{k}\Omega$ بوجھ جوڑنے سے شکل-ٹ حاصل ہوتی ہے۔ اس شکل کو دیکھ کر درکار دباو درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$V_0 = -\frac{29}{22}\,\text{mA}\left(\frac{\frac{44}{5}\,\text{k}\Omega \times 8\,\text{k}\Omega}{\frac{44}{5}\,\text{k}\Omega + 8\,\text{k}\Omega}\right) = -\frac{116}{21}\,\text{V}$$

مشق 5.7: شکل 5.29 میں دور دکھایا گیا ہے جسے مسئلہ تھونن سے حل کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔



شکل 5.30: مشق 5.8 کا دور۔

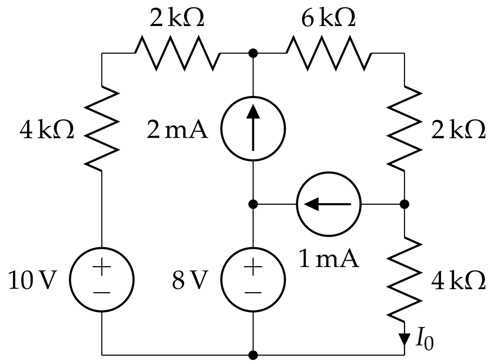
مشق 5.8: شکل 5.30 کو تھونن مساوی دور سے حل کرتے ہوئے V_0 حاصل کریں۔

مشق 5.9: مسئلہ نارٹن کی مدد سے شکل 5.31 میں I_0 حاصل کریں۔

حل:

5.6 تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار

صرف تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کا تھونن یا نارٹن مساوی دور صرف $R_{\text{تھونن}}$ ہوتا ہے۔ایسے ادوار میں چونکہ غیر تابع منبع نہیں پایا جاتا لہٰذا یہ از خود طاقت مہیا نہیں کر سکتے اور یوں ان سے تھونن دباو اور نارٹن رو صفر حاصل ہوتی



شکل 5.31: مشق 5.9 کا دور۔

ہیں۔تابع منبع استعمال کرنے والے ادوار کا تھونن مزاحمت حاصل کرتے ہوئے اندرونی تابع منبع دباو کو قصر دور اور اندرونی تابع منبع رو کو کھلے دور نہیں کیا جاتا۔ان ادوار کے برقی سروں پر پیمائشی دباو v_p مہیا کرتے ہوئے انہیں سروں پر رو i_p حاصل کی جاتی ہے۔مزاحمت کی تعریف سے تھونن مزاحمت درج ذیل لکھی جاتی ہے۔

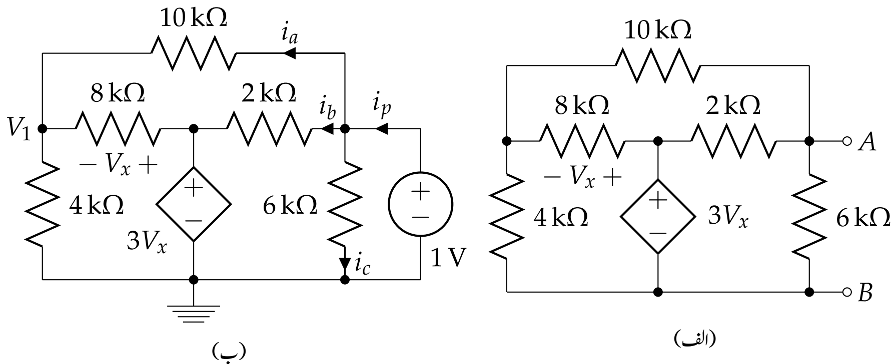
$$R_{\text{تھونن}} = \frac{v_p}{i_p} \tag{5.11}$$

آئیں چند مثال دیکھیں۔

مثال 5.12: شکل 5.32-الف میں تابع منبع دباو پایا جاتا ہے۔اس دور کا مساوی تھونن دور حاصل کریں۔

حل: شکل 5.32-ب میں برقی سروں AB پر پیمائشی دباو لاگو کرتے ہوئے i_p حاصل کرتے ہیں۔پیمائشی دباو کی قیمت کچھ بھی چنی جا سکتی ہے۔ہم نے $v_p = 1\,\mathrm{V}$ چنا ہے۔نچلی جوڑ کو زمین چنتے ہوئے درج ذیل مساوات لکھے جا سکتے ہیں

$$\frac{V_1}{4\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{V_1 - 3V_x}{8\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{V_1 - 1}{10\,\mathrm{k\Omega}} = 0$$
$$V_x = 3V_x - V_1$$



شکل 5.32: مثال 5.12 کا دور۔

جن سے

$$V_1 = \frac{8}{23}\,\mathrm{V}$$
$$V_x = \frac{4}{23}\,\mathrm{V}$$

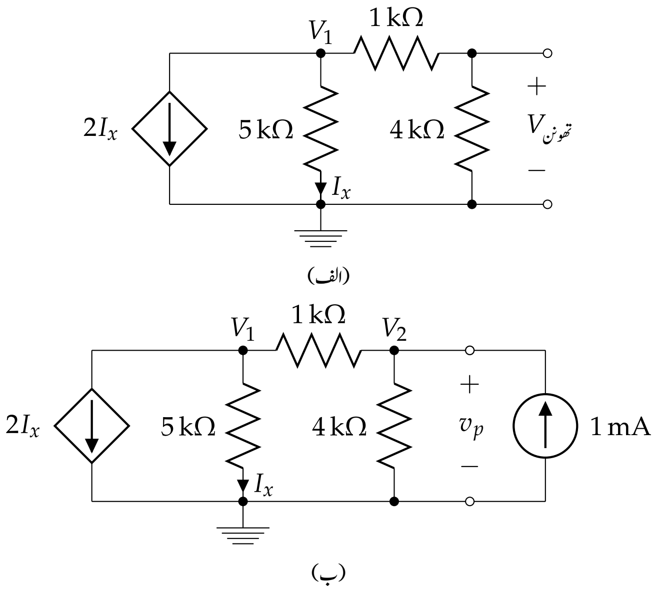
حاصل ہوتے ہیں لہٰذا دور کو دیکھتے ہوئے کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} i_p &= i_a + i_b + i_c \\ &= \frac{1-\frac{8}{23}}{10000} + \frac{1-3\times\frac{4}{23}}{2000} + \frac{1}{6000} \\ &= \frac{65}{138}\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

تھونن مزاحمت درج ذیل ہو گا۔

$$R_{\text{تھونن}} = \frac{v_p}{i_p} = \frac{138}{65}\,\mathrm{k\Omega}$$

مثال 5.13: شکل 5.33-الف کا مساوی تھونن دور حاصل کریں۔



شکل 5.33: مثال 5.13 کا دور۔

حل: اس دور میں صرف تابع منبع پایا جاتا ہے اور ہم توقع کرتے ہیں کہ نارٹن رو یا تھونن دباو صفر حاصل ہو گا۔ آئیں دیکھیں کہ آیا ہماری توقع درست ہے۔ شکل 5.33-الف میں نچلے جوڑ کو زمین تصور کرتے ہوئے جوڑ V_1 پر کرخوف قانون رو سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$2I_x + \frac{V_1}{5000} + \frac{V_1}{1000+4000} = 0$$

جس میں

$$I_x = \frac{V_1}{5000}$$

پُر کرنے سے

$$\frac{2V_1}{5000} + \frac{V_1}{5000} + \frac{V_1}{1000+4000} = 0$$

یعنی

$$V_1 = 0\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ تقسیم دباو کے کلیے سے

$$V_{\text{تھونن}} = \left(\frac{1000}{1000+4000}\right) V_1 = 0\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ چونکہ تھونن دباو صفر ہے لہٰذا مسئلہ تبادلہ منبع کے تحت نارٹن رو بھی صفر ہو گی۔

دور کی تھونن مزاحمت حاصل کرنے کی خاطر برقی سروں پر بیرونی منبع نسب کرنا ہو گا۔ شکل 5.33-ب میں برقی سروں پر $i_p = 1\,\mathrm{mA}$ کا پیمائشی رو نسب کیا گیا ہے۔ برقی سروں پر پیمائشی دباو v_p جانتے ہوئے تھونن مزاحمت حاصل کی جا سکتی ہے۔

شکل 5.33-ب کے بالائی دو جوڑ پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
2I_x + \frac{V_1}{5000} + \frac{V_1 - V_2}{1000} &= 0\\
\frac{V_2 - V_1}{1000} + \frac{V_2}{4000} - 0.001 &= 0
\end{aligned}$$

ان میں $I_x = \frac{V_1}{5000}$ پُر کرتے اور ترتیب دیتے ہوئے دوبارہ لکھتے ہیں

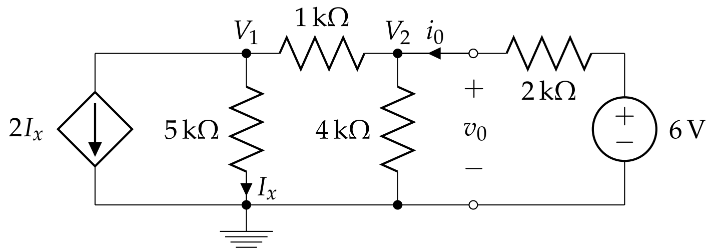
$$\begin{aligned}
8V_1 - 5V_2 &= 0\\
4V_1 - 5V_2 &= -4
\end{aligned}$$

جس سے $V_2 = \frac{8}{5}\,\mathrm{V}$ حاصل ہوتا ہے لہٰذا

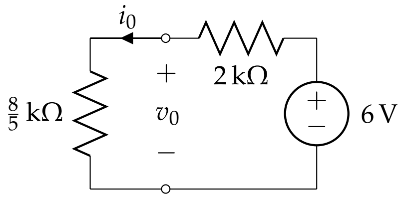
$$v_p = \frac{8}{5}\,\mathrm{V}$$

ہو گا۔ یوں تھونن مزاحمت درج ذیل ہو گا۔

$$R_{\text{تھونن}} = \frac{v_p}{i_p} = \frac{8}{5}\,\mathrm{k\Omega}$$



(الف)



(ب)

شکل 5.34: مثال 5.14 کا دور۔

مثال 5.14: گزشتہ مثال کے دور کو سلسلہ وار جڑے بیرونی منبع اور مزاحمت سے طاقت مہیا کی جاتی ہے۔ شکل 5.34 میں اسے دکھایا گیا ہے۔ برقی سروں پر دباو v_0 اور رو i_0 حاصل کریں۔ اب گزشتہ مثال کے دور کی جگہ اس کا مساوی تھونن دور نسب کرتے ہوئے دوبارہ حل کریں۔

حل: بالائی جوڑوں پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں

$$
\begin{aligned}
2I_x + \frac{V_1}{5000} + \frac{V_1 - V_2}{1000} &= 0 \\
\frac{V_2 - V_1}{1000} + \frac{V_2}{4000} + \frac{V_2 - 6}{2000} &= 0
\end{aligned}
$$

جن میں $I_x = \frac{V_1}{5000}$ پر کرتے ہوئے اور ترتیب دیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
8V_1 - 5V_2 &= 0 \\
-4V_1 + 7V_2 &= 12
\end{aligned}
$$

انہیں حل کرتے ہوئے

$$V_1 = \frac{5}{3}\,\mathrm{V}$$
$$V_2 = \frac{8}{3}\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتے ہیں للہذا

$$v_0 = V_2 = \frac{8}{3}\,\mathrm{V}$$
$$i_0 = \frac{6-\frac{8}{3}}{2000} = \frac{5}{3}\,\mathrm{mA}$$

ہوں گے۔

آئیں اب تھونن مساوی دور کی مدد سے اسی کو دوبارہ حل کریں۔ گزشتہ مثال میں $v_{\text{تھونن}} = 0\,\mathrm{V}$ اور $R_{\text{تھونن}} = \frac{8}{5}\,\mathrm{k\Omega}$ حاصل کئے گئے۔ تھونن مساوی دور استعمال کرتے ہوئے شکل 5.34-ب حاصل ہوتا ہے جہاں قانون اوہم کی مدد سے

$$i_0 = \frac{6\,\mathrm{V}}{\frac{8}{5}\,\mathrm{k\Omega} + 2\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{5}{3}\,\mathrm{mA}$$

اور تقسیم دباو کے کلیے سے

$$v_0 = 6\left(\frac{\frac{8}{5}\,\mathrm{k\Omega}}{\frac{8}{5}\,\mathrm{k\Omega} + 2\,\mathrm{k\Omega}}\right) = \frac{8}{3}\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بیرونی برقی سروں پر اصل دور اور تھونن مساوی دور بالکل یکساں دکھائی دیتے ہیں۔ آپ نے یہ بھی دیکھ لیا ہو گا کہ تھونن دور استعمال کرتے ہوئے جوابات نہایت آسانی سے حاصل ہوتے ہیں۔

5.7 تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں استعمال کرنے والے ادوار

ان ادوار میں $v_{\text{کھلا}}$ اور $i_{\text{قصر}}$ حاصل کرتے ہوئے $R_{\text{تھونن}}$ حاصل کیا جاتا ہے۔ یاد رہے کہ دور کو دو ٹکڑوں میں تقسیم کرتے ہوئے تابع منبع اور اس کا قابو متغیر علیحدہ نہیں کئے جا سکتے ہیں۔

آئیں چند مثال دیکھیں۔

مثال 5.15: شکل 5.35 میں V_0 کو مسئلہ تھونن سے حاصل کریں۔

حل: دور کے ٹکڑے کرتے ہوئے تھونن مساوی دور حاصل کرتے ہیں۔ یاد رہے کہ تابع منبع اور اس کا قابو متغیر کو علیحدہ نہیں کیا جا سکتا ہے لہٰذا قابو منبع رو اور $8\,\mathrm{k\Omega}$ مزاحمت کو علیحدہ نہیں کیا جا سکتا ہے۔ یوں دور کو ٹکڑے کرتے ہوئے، برقی سروں سے دور ترین نقطے سے شروع کرتے ہوئے کم از کم اتنے اجزاء شامل کئے جائیں گے کہ قابو منبع سے لے کر تابع متغیر تک تمام اس میں موجود ہوں۔ شکل 5.35-ب میں ایسا ٹکڑا دکھایا گیا ہے جہاں قابو متغیر کو I'_x کہا گیا ہے۔ بالائی مخلوط جوڑ پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں

$$4I'_x+\frac{V_{\text{کھلا}}-6}{4000}+\frac{V_{\text{کھلا}}}{8000}=0$$

جس میں $I'_x=\frac{V_{\text{کھلا}}}{8000}$ پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$V_{\text{کھلا}}=\frac{12}{7}\,\mathrm{V}$$

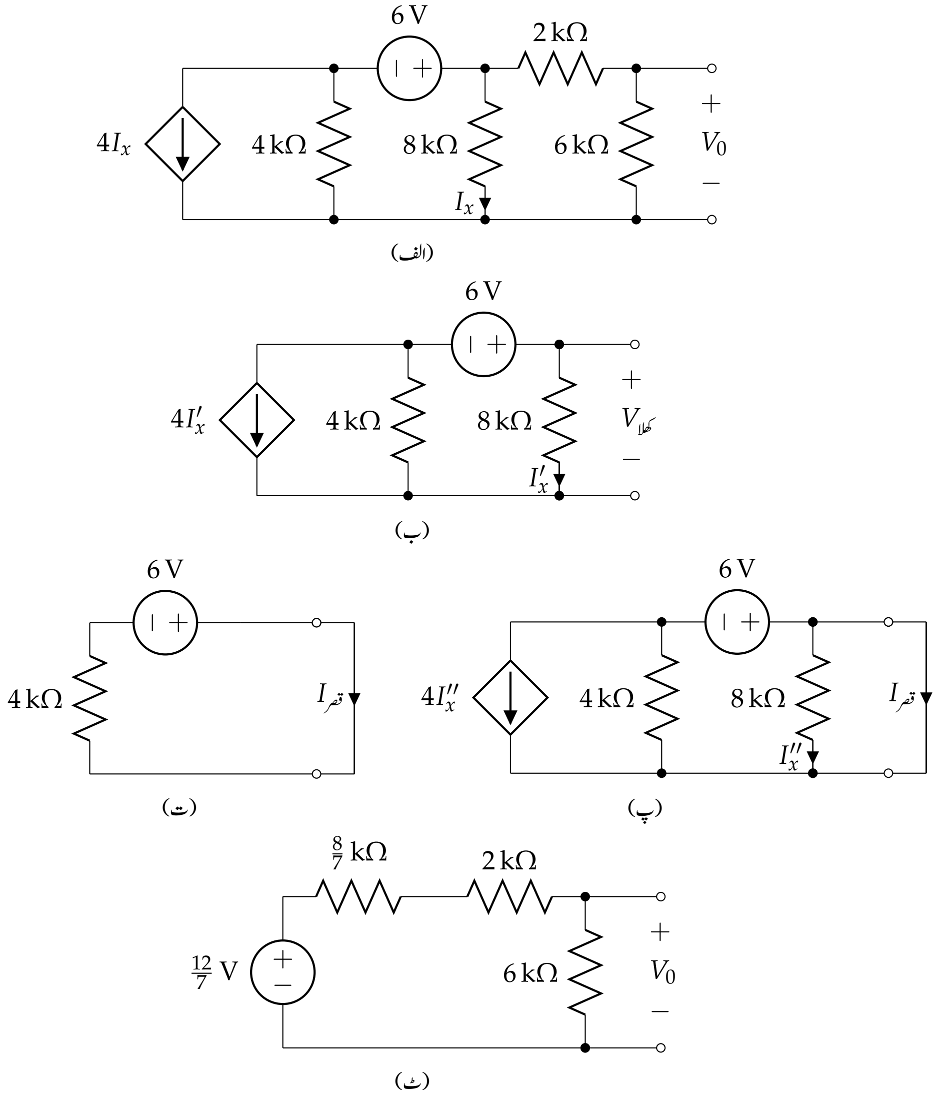
حاصل ہوتا ہے۔

شکل 5.35-ب میں قصر دور رو حاصل کرنے کی خاطر اس کے برقی سروں کو قصر دور کرتے ہوئے شکل-پ حاصل کیا جاتا ہے جس میں $I''_x=0$ کی بنا پر قابو منبع کی رو بھی صفر ہو گی۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 5.35-ت حاصل ہوتا ہے جسے دیکھ کر

$$I_{\text{قصر}}=\frac{6}{4000}=\frac{3}{2}\,\mathrm{mA}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ تھونن دباو اور نارٹن رو استعمال کرتے ہوئے تھونن مزاحمت درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$R_{\text{تھونن}}=\frac{V_{\text{کھلا}}}{I_{\text{قصر}}}=\frac{\frac{12}{7}\,\mathrm{V}}{\frac{3}{2}\,\mathrm{mA}}=\frac{8}{7}\,\mathrm{k\Omega}$$



شکل 5.35: مثال 5.15 کا دور۔

شکل 5.35-ب کی جگہ تھونن مساوی دور نسب کرتے ہوئے شکل-الف سے شکل-ٹ حاصل ہوتا ہے جس سے تقسیم دباو کے کلیے سے

$$V_0=\frac{\frac{12}{7}\,\mathrm{V}}{\frac{8}{7}\,\mathrm{k\Omega}+2\,\mathrm{k\Omega}+6\,\mathrm{k\Omega}}=\frac{3}{16}\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔

مثال 5.16: شکل 5.36 میں مسئلہ تھونن کی مدد سے V_0 حاصل کریں۔

حل: خارجی $8\,\mathrm{k\Omega}$ مزاحمت کو بوجھ تصور کرتے ہوئے بقایا دور جسے شکل 5.36-ب میں دکھایا گیا ہے کا تھونن مساوی حاصل کرتے ہیں۔ بالائی خانے کو دیکھ کر

$$i_2=-0.004$$

لہٰذا

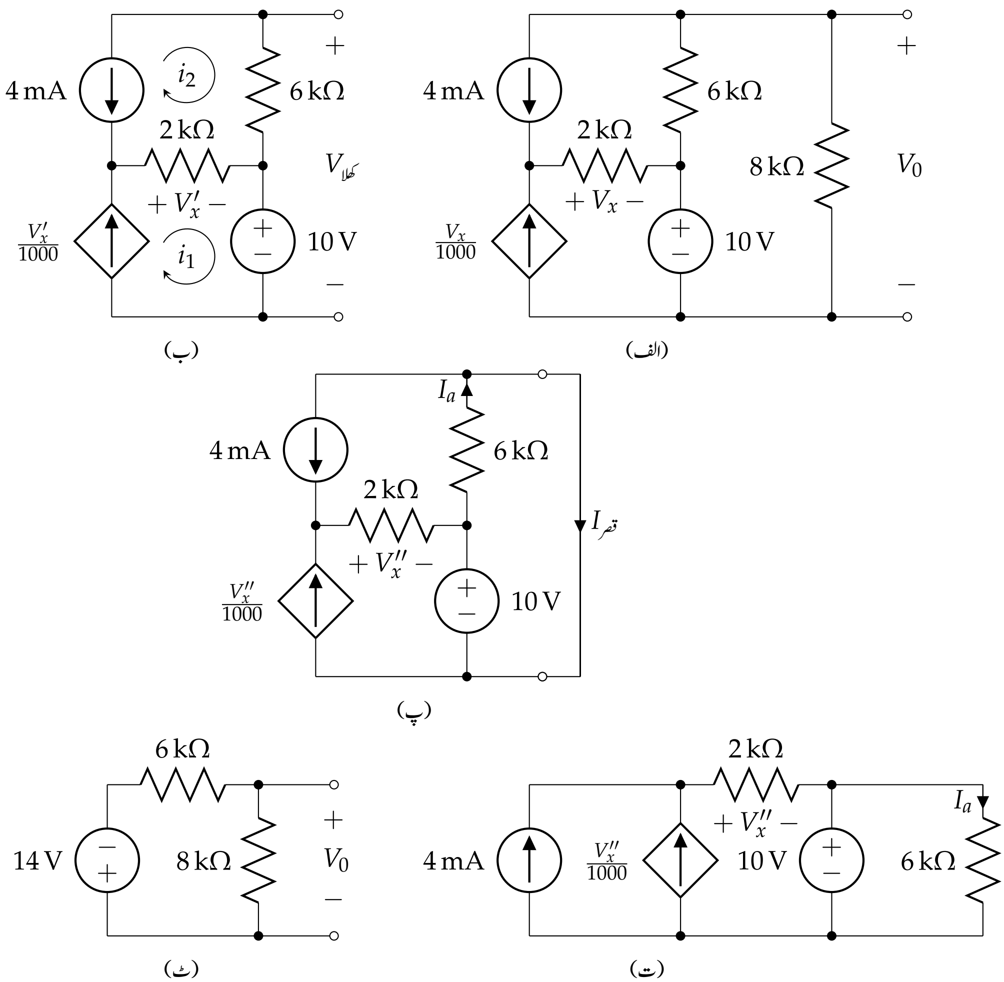
$$V_{\text{کھلا}}=6000i_2+10=6000(-0.004)+10=-14\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ تابع منبع کی موجودگی کی بنا پر تھونن مزاحمت حاصل کرنے کی خاطر قصر دور رو درکار ہو گی۔ شکل 5.36-ب کے برقی سر قصر دور کرتے ہوئے شکل-پ حاصل ہوتا ہے جسے شکل-ت کی طرز پر بنایا جا سکتا ہے۔ شکل-ت میں $I_{\text{قصر}}$ کی نشاندہی کرنا قدر مشکل کام ہے البتہ اس سے I_a نہایت آسانی سے

$$I_a=\frac{10\,\mathrm{V}}{6\,\mathrm{k\Omega}}=\frac{5}{3}\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتی ہے۔ شکل 5.36-پ سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$I_{\text{قصر}}=I_a-4\,\mathrm{mA}=\frac{5}{3}\,\mathrm{mA}-4\,\mathrm{mA}=-\frac{7}{3}\,\mathrm{mA}$$



شکل 5.36: مثال 5.16 کا دور۔

ان معلومات کو استعمال کرتے ہوئے

$$R_{\text{تھونن}} = \frac{V_{\text{کھلا}}}{I_{\text{قصر}}} = \frac{-14\,\mathrm{V}}{-\frac{7}{3}\,\mathrm{mA}} = 6\,\mathrm{k\Omega}$$

حاصل ہوتا ہے جن کی مدد سے شکل-ب کا تھونن مساوی دور حاصل کیا جا سکتا ہے جسے شکل-الف میں پُر کرنے سے شکل-ٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ٹ سے تقسیم دباو کے کلیے سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$V_0 = -14\left(\frac{8\,\mathrm{k\Omega}}{8\,\mathrm{k\Omega}+6\,\mathrm{k\Omega}}\right) = -8\,\mathrm{V}$$

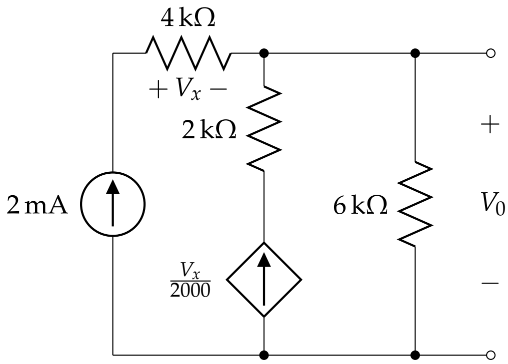
تھونن ادوار حل کرنے کا قدم با قدم طریقہ

برقی بوجھ کو ہٹا کر کھلے سروں کے مابین دباو $V_{\text{کھلا}}$ حاصل کریں۔ تھونن دباو حاصل کرتے وقت ادوار حل کرنے کے تمام طریقے بروئے کار لائے جا سکتے ہیں۔

کھلے سروں کے مابین تھونن مزاحمت حاصل کریں۔ یہ مزاحمت حاصل کرتے وقت تین اقسام کے ادوار کا سامنا کرنا پڑ سکتا ہے۔ پہلی قسم کے ادوار میں صرف غیر تابع منبع استعمال کیا جاتا ہے۔ ان ادوار میں منبع دباو کو قصر دور اور منبع رو کو کھلے دور کرتے ہوئے تھونن مزاحمت حاصل کی جاتی ہے۔ دوسری قسم کے ادوار میں صرف تابع منبع پائے جاتے ہیں۔ ان ادوار کے برقی سروں پر پیمائشی منبع دباو یا پیمائشی منبع رو نسب کرتے ہوئے برقی سروں پر دباو اور رو حاصل کی جاتی ہے۔ برقی سروں کی دباو تقسیم رو سے تھونن مزاحمت حاصل ہوتی ہے۔ تیسری قسم کے ادوار میں تابع منبع اور غیر تابع منبع دونوں پائے جاتے ہیں۔ ان اقسام کے ادوار میں برقی سروں کو آپس میں قصر دور کرتے ہوئے قصر دور رو حاصل کی جاتی ہے۔ کھلے دور دباو تقسیم قصر دور رو کی شرح تھونن مزاحمت دیتی ہے۔

سلسلہ وار جڑے کھلے دور دباو $V_{\text{کھلا}}$ اور تھونن مزاحمت $R_{\text{تھونن}}$ کے ساتھ بوجھ جوڑتے ہوئے بوجھ پر دباو اور اس کی رو حاصل کی جاتی ہے۔

مسئلہ نارٹن کے استعمال میں بالکل اسی طرح چلتے ہوئے آخری قدم پر متوازی جڑے قصر دور رو $I_{\text{قصر}}$ اور تھونن مزاحمت $R_{\text{تھونن}}$ کے ساتھ بوجھ جوڑتے ہوئے بوجھ کی دباو اور رو حاصل کی جاتی ہیں۔

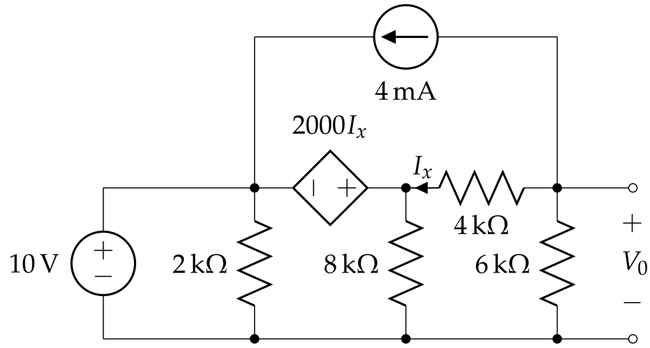


شکل 5.37: مشق 5.10 کا دور۔

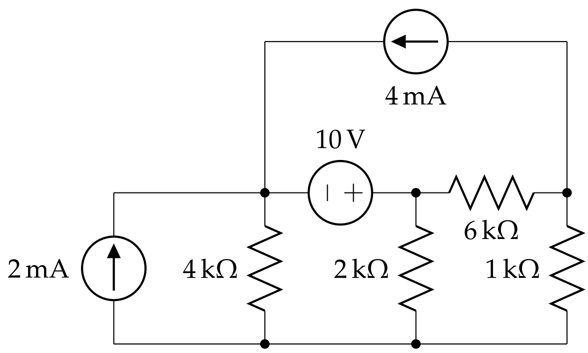
مشق 5.10: شکل 5.37 میں مسئلہ تھونن کی مدد سے V_0 حاصل کریں۔

مشق 5.11: شکل 5.38 میں مسئلہ تھونن کی مدد سے V_0 حاصل کریں۔

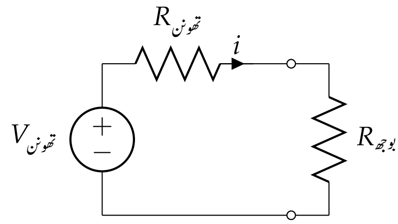
مشق 5.12: شکل 5.39 میں مسئلہ تھونن کی مدد سے منبع دباو کی فراہم کردہ طاقت حاصل کریں۔



شکل 5.38: مشق 5.11 کا دور۔



شکل 5.39: مشق 5.12 کا دور۔



شکل 5.40: بوجھ کو طاقت کی منتقلی۔

5.8 زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کا مسئلہ

کسی بھی دور کے برقی سروں پر بوجھ لادنے سے بوجھ میں طاقت منتقل ہوتی ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ہر ممکنہ دور کا تھونن مساوی دور حاصل کیا جا سکتا ہے لہٰذا اس مسئلے کو شکل 5.40 سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ اس شکل میں بوجھ کو

$$P_{\text{بوجھ}} = i^2 R_{\text{بوجھ}} = \left(\frac{V_{\text{تھونن}}}{R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}}}\right)^2 R_{\text{بوجھ}}$$

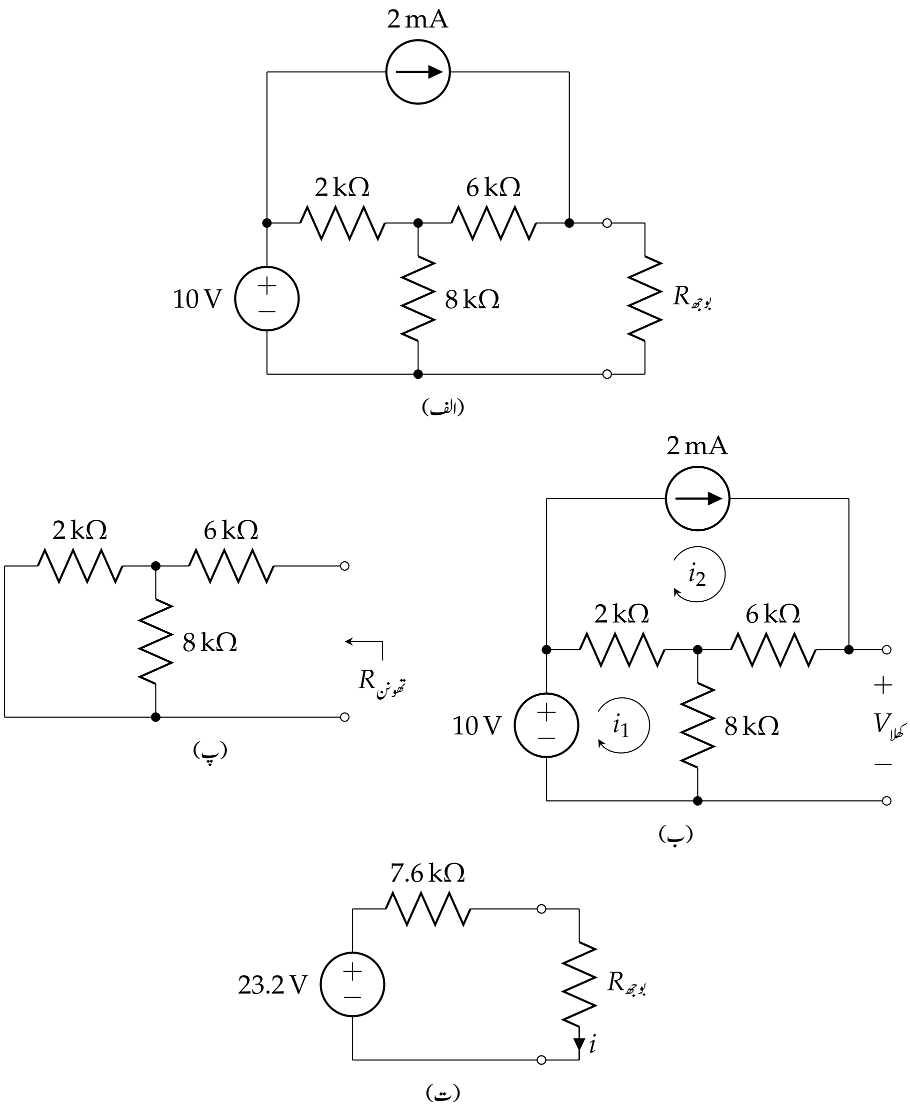
طاقت منتقل ہو گی۔ آئیں جانتے ہیں کہ کس قیمت کے $R_{\text{بوجھ}}$ کو زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل ہو گی۔ یہ جاننے کے لئے درج بالا مساوات کے تفرق کو صفر کے برابر پُر کرتے ہوئے $R_{\text{بوجھ}}$ کی درکار قیمت حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{\mathrm{d}P_{\text{بوجھ}}}{\mathrm{d}R_{\text{بوجھ}}} = \frac{V^2_{\text{تھونن}}\left(R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}}\right)^2 - 2V^2_{\text{تھونن}} R_{\text{تھونن}}\left(R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}}\right)}{\left(R_{\text{تھونن}} + R_{\text{بوجھ}}\right)^4} = 0$$

اس سے

$$R_{\text{بوجھ}} = R_{\text{تھونن}} \qquad \text{بوجھ کو زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کا شرط} \tag{5.12}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس نتیجے کے تحت بوجھ کو اس صورت زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل ہو گی جب بوجھ کی مزاحمت دور کے تھونن مزاحمت کے برابر ہو۔



شکل 5.41: مثال 5.17 کا دور۔

مثال 5.17: شکل 5.41 میں مزاحمت بوجھ کی وہ قیمت دریافت کریں جس میں زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل ہو گی۔اس طاقت کا تخمینہ لگائیں۔مزاحمت بوجھ کی قیمت 10 % کم اور زیادہ ہونے کی صورت میں اسے کتنی طاقت منتقل ہوتی ہے۔

حل: بوجھ کے علاوہ بقایا دور کا تھونن مساوی حاصل کرتے ہیں۔ تھونن دباو کی خاطر بوجھ کو ہٹاتے ہوئے شکل 5.41-ب سے $V_{\text{کھلا}}$ حاصل کرتے ہیں۔ شکل-ب سے

$$
\begin{aligned}
-10 + 2000(i_1 - i_2) + 8000 i_1 &= 0 \\
i_2 &= 0.002
\end{aligned}
$$

لکھے جا سکتے ہیں جنہیں حل کرنے سے

$$i_1 = \frac{7}{5}\,\text{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں تھونن دباو درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_{\text{کھلا}} = 8000 i_1 + 6000 i_2 = 23.2\,\text{V}$$

تھونن مزاحمت حاصل کرنے کی خاطر منبع دباو کو قصر دور اور منبع رو کو کھلا دور کرتے ہوئے شکل-پ حاصل کیا گیا جہاں سے

$$R_{\text{تھونن}} = 2\,\text{k}\Omega \parallel 8\,\text{k}\Omega + 6\,\text{k}\Omega = 7.6\,\text{k}\Omega$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی اس صورت ہو گی جب

$$R_{\text{بوجھ}} = 7.6\,\text{k}\Omega$$

ہو۔ تھونن مزاحمت اور تھونن دباو کو استعمال کرتے ہوئے تھونن مساوی دور حاصل ہوتا ہے جس کے ساتھ بوجھ جوڑ کر شکل-ت حاصل ہوتا ہے۔بوجھ کے مزاحمت کو تھونن مزاحمت کے برابر لیتے ہوئے

$$i = \frac{23.2}{7600 + 7600} = 1.5263\,\text{mA}$$

اور

$$P_{\text{بوجھ}} = i^2 R_{\text{تھونن}} = \left(1.5263 \times 10^{-3}\right)^2 \times 7600 = 17.7\,\text{mW}$$

حاصل ہوتا ہے۔

آئیں بوجھ کی مزاحمت کم اور زیادہ کرتے ہوئے منتقل طاقت حاصل کریں۔ بوجھ کی مزاحمت دس فی صد کم کرنے سے

$$R'_{\text{بوجھ}} = 6.84\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا جس سے

$$i = \frac{23.2}{7600 + 6840} = 1.606\,65\,\mathrm{mA}$$

اور

$$P'_{\text{بوجھ}} = i^2 R'_{\text{بوجھ}} = \left(1.60665 \times 10^{-3}\right)^2 \times 6840 = 17.65\,\mathrm{mW}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح بوجھ کی مزاحمت دس فی صد بڑھانے سے

$$R''_{\text{بوجھ}} = 8.36\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا جس سے

$$i = \frac{23.2}{7600 + 8360} = 1.4536\,\mathrm{mA}$$

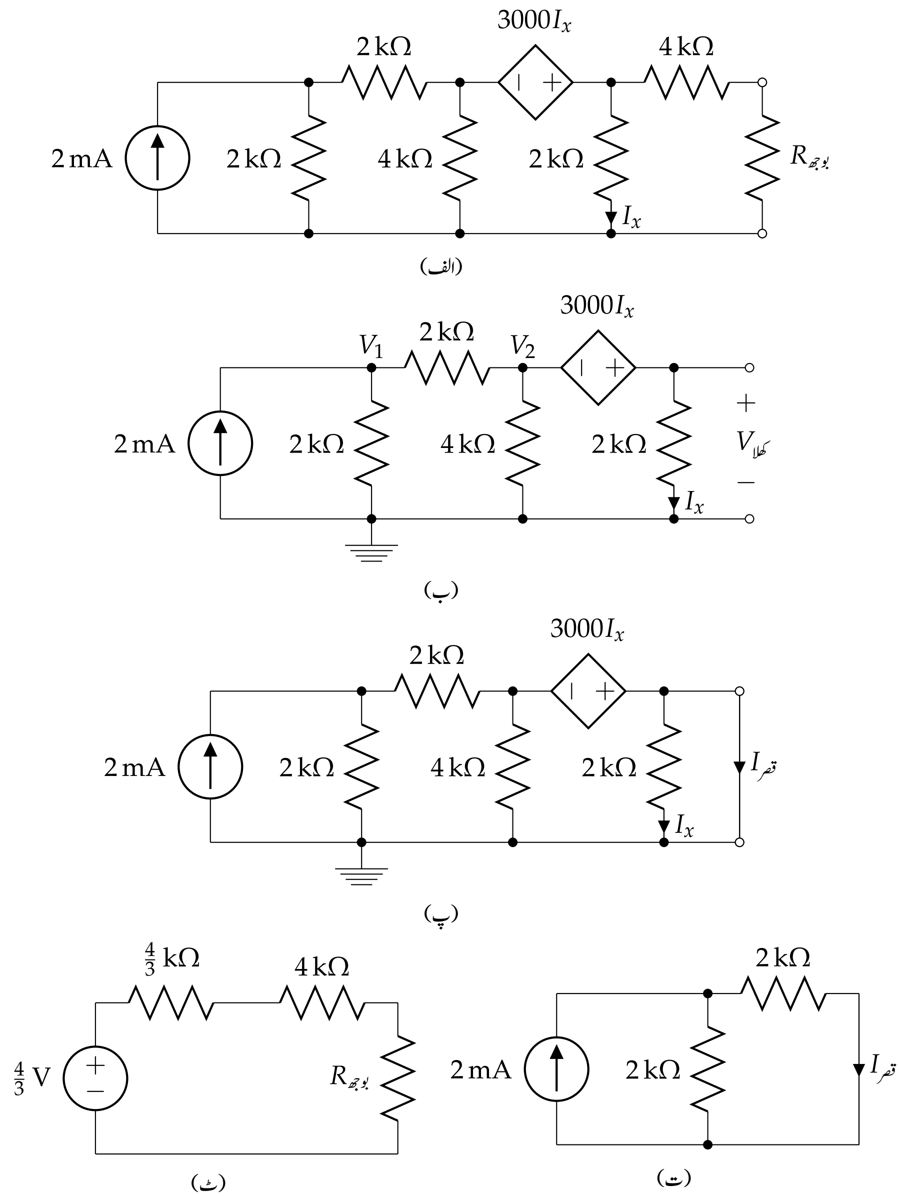
اور

$$P''_{\text{بوجھ}} = i^2 R''_{\text{بوجھ}} = \left(1.4536 \times 10^{-3}\right)^2 \times 8360 = 17.67\,\mathrm{mW}$$

حاصل ہوتا ہے۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بوجھ کی مزاحمت کو $R_{\text{تھونن}}$ سے کم یا زیادہ کرنے سے بوجھ کو منتقل طاقت کم ہو جاتا ہے۔

مثال 5.18: شکل 5.42 میں مزاحمتی بوجھ کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر بوجھ کو زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل ہو گی۔



شکل 5.42: مثال 5.18 کا دور۔

حل:اس دور پر غور کرنے سے ظاہر ہوتا ہے کہ اگر $1\,\mathrm{k\Omega}$ کے بالکل دائیں سے دور کو دو ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تب قصر دور رو نہایت آسانی سے حاصل ہوتی ہے۔ایسا ہی کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتا ہے جس سے $V_{\text{کھلا}}$ حاصل کرتے ہیں۔ نچلی جوڑ کو زمین تصور کرتے ہوئے بالائی سادہ جوڑ اور مخلوط جوڑ پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں۔

$$-0.002 + \frac{V_1}{2000} + \frac{V_1 - V_2}{2000} = 0$$
$$\frac{V_2 - V_1}{2000} + \frac{V_2}{4000} + \frac{V_2 + 3000I_x}{2000} = 0$$

ان میں

$$I_x = \frac{V_2 + 3000I_x}{2000}$$

یعنی

$$I_x = -\frac{V_2}{1000}$$

پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$V_1 = \frac{5}{3}\,\mathrm{V}$$
$$V_2 = 2\frac{2}{3}\,\mathrm{V}$$
$$I_x = \frac{2}{3}\,\mathrm{mV}$$

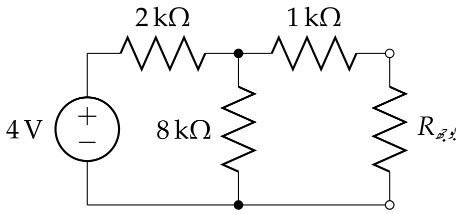
حاصل ہوتا ہے۔یوں

$$V_{\text{کھلا}} = 2000I_x = \frac{4}{3}\,\mathrm{V}$$

ہو گا۔

قصر دور رو حاصل کرنے کی خاطر شکل-ب کے برقی سروں کو آپس میں قصر دور کرتے ہیں۔ایسا کرنے سے شکل-پ حاصل ہوتا ہے۔اس شکل میں دائیں جانب $2\,\mathrm{k\Omega}$ کے متوازی قصر پایا جاتا ہے لہٰذا اس مزاحمت میں صفر رو پائی جائے گی یعنی $I_x = 0$ ہو گا۔اس طرح تابع منبع دباو صفر وولٹ دباو پیدا کرے گا لہٰذا اسے بھی قصر دور تصور کیا جا سکتا ہے۔یوں $4\,\mathrm{k\Omega}$ کے بھی متوازی قصر پایا جائے گا لہٰذا اس میں بھی صفر رو پائی جائے گی۔ان تمام حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل حاصل ہوتا ہے۔ تقسیم رو کے کلیے کو استعمال کرتے ہوئے شکل-ت سے

$$I_{\text{قصر}} = 0.002\left(\frac{2000}{2000 + 2000}\right) = 1\,\mathrm{mA}$$



شکل 5.43: مشق 5.13 کا دور۔

حاصل ہوتا ہے۔ یوں تھونن مزاحمت درج ذیل ہو گا۔

$$R_{\text{تھونن}} = \frac{V_{\text{کھلا}}}{I_{\text{قصر}}} = \frac{\frac{4}{3}\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{mA}} = \frac{4}{3}\,\mathrm{k\Omega}$$

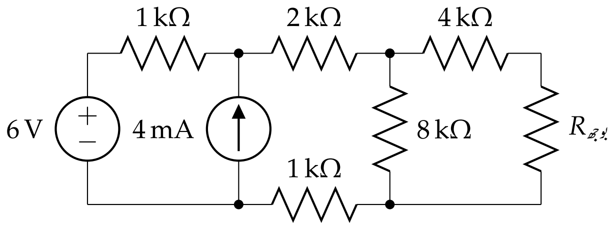
تھونن مزاحمت اور دباو سے تھونن مساوی دور کے ساتھ بقایا پرزے جوڑنے سے شکل-ٹ حاصل ہوتا ہے۔ یاد رہے کہ زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کے لئے ضروری ہے کہ بوجھ کی مزاحمت بقایا تمام دور کے تھونن مزاحمت کے برابر ہو۔ شکل 5.42-ٹ کو دیکھتے ہوئے یوں زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کے لئے درکار مزاحمت

$$R_{\text{بوجھ}} = \frac{4}{3}\,\mathrm{k\Omega} + 4\,\mathrm{k\Omega} = \frac{16}{3}\,\mathrm{k\Omega}$$

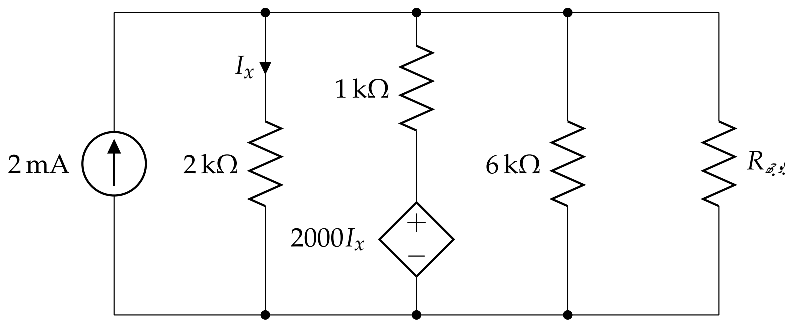
حاصل ہوتا ہے۔

مشق 5.13: شکل 5.43 میں زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کے لئے درکار مزاحمت بوجھ دریافت کریں۔

مشق 5.14: شکل 5.44 میں زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کے لئے درکار مزاحمت بوجھ دریافت کریں۔ زیادہ سے زیادہ منتقل ہونے والی طاقت کی قیمت بھی حاصل کریں۔



شکل 5.44: مشق 5.14 کا دور۔



شکل 5.45: مشق 5.15 کا دور۔

مشق 5.15: شکل 5.45 میں زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کے لئے درکار مزاحمت بوجھ دریافت کریں۔

باب 6

برق گیر اور امالہ گیر

6.1 برق گیر

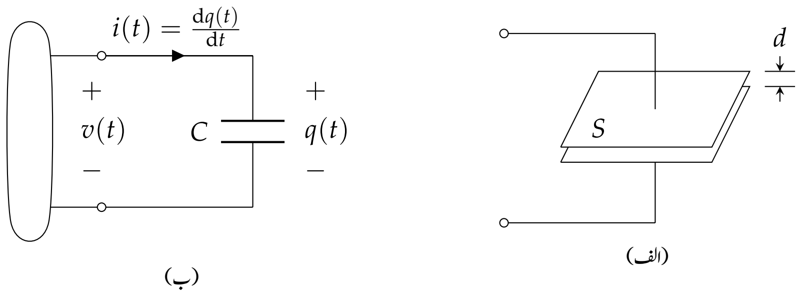
متوازی چادر برق گیر[1] جسے شکل 6.1-الف میں دکھایا گیا ہے کے بارے میں آپ نے چھوٹی جماعتوں میں پڑھا ہو گا۔ خالی خلاء میں دو عدد یکساں، سیدھے متوازی موصل چادر جن کے مابین فاصلہ d ہو اور ایک چادر کا رقبہ S ہو کی برقی گنجائش[2] C درج ذیل مساوات دیتی ہے

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \tag{6.1}$$

جہاں ϵ_0 خالی خلاء کا برقی مستقل[3] ہے جس کی قیمت $8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F\,m^{-1}}$ ہے۔ برقی گنجائش کو کولمب فی وولٹ $\mathrm{C\,V^{-1}}$ یا فیراڈ F میں ناپا جاتا ہے۔ فیراڈ[4] کی اکائی انتہائی بڑی مقدار ہے لہذا برقی گنجائش کو عموماً مائکرو فیراڈ $\mathrm{\mu F}$ اور نینو فیراڈ nF میں ناپا جاتا ہے۔

---

[1] capacitor
[2] capacitance
[3] permitivity, electric constant
[4] فیراڈ کی اکائی انگلستان کے مشہور ماہر طبیعیات مائکل فیراڈے کے نام سے منسوب ہے۔



شکل 6.1: متوازی چادر برق گیر۔

مثال 6.1: متوازی چادر برق گیر میں چادروں کے مابین فاصلہ $0.1\,\mathrm{mm}$ ہے جبکہ اس کی برقی گنجائش $0.1\,\mu\mathrm{F}$ ہے۔ایک چادر کا رقبہ دریافت کریں۔

حل: مساوات 6.1 استعمال کرتے ہوئے

$$S = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{0.1 \times 10^{-6} \times 0.1 \times 10^{-3}}{8.854 \times 10^{-12}} = 1.129\,\mathrm{m}^2$$

حاصل ہوتا ہے۔

شکل 6.1-ب میں برقی گیر کو $v(t)$ منبع دباو کے ساتھ جوڑا گیا ہے جس کی وجہ سے برق گیر کے ایک چادر پر مثبت برقی بار $+q(t)$ اور دوسرے چادر پر منفی برقی بار $-q(t)$ جمع ہوتا ہے جبکہ دونوں چادروں کے مابین دباو $v(t)$ پایا جاتا ہے۔برق گیر کے چادروں پر بار اور ان کے مابین دباو خطی تعلق

$$q(t) = Cv(t) \tag{6.2}$$

رکھتے ہیں جہاں خطی تعلق کے مستقل کو C سے ظاہر اور **برقی گنجائش**[5] کہتے ہیں۔ برقی گنجائش کے نام کو چھوٹا کرتے ہوئے عموماً **گنجائش** کہا جاتا ہے۔وقت کے ساتھ بدلتی بار کو برقی رو کہا جاتا ہے۔یوں برق گیر کے چادروں پر بار کی تبدیلی رو کو جنم دیتی ہے جسے

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{6.3}$$

[5] capacitance

لکھا جا سکتا ہے جیسے شکل 6.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کے مثبت برقی سر پر مثبت رو داخل ہوتی ہے۔ یوں مزاحمت کی طرح برق گیر پر بھی دباو اور رو انفعالی رائج سمت کے تحت ہیں۔ مساوات 6.2 کو استعمال کرتے ہوئے

$$i = \frac{\mathrm{d}(Cv)}{\mathrm{d}t} \tag{6.4}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ مستقل برقی گنجائش کی صورت میں اسے

$$i = C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{6.5}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ مساوات 6.5 کو

$$\mathrm{d}v = \frac{1}{C} i \, \mathrm{d}t$$

لکھ کر تکمل لینے سے

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i \, \mathrm{d}t \tag{6.6}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں $t = -\infty$ پر برق گیر کا دباو $v(-\infty) = 0$ لیا گیا ہے۔ مندرجہ بالا مساوات میں $v(t)$ لکھ کر وقت کو **آزاد متغیر**[6] اور دباو کو **تابع متغیر**[7] کے طور پر لکھا گیا ہے۔ اس مساوات کو دو ٹکڑوں میں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i \, \mathrm{d}t + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i \, \mathrm{d}t \\ &= v(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i \, \mathrm{d}t \end{aligned} \tag{6.7}$$

جہاں وقت $t = -\infty$ تا $t = t_0$ کے دوران برق گیر پر جمع ہونے والے بار کی وجہ سے برق گیر پر وقت $t = t_0$ پر دباو $v(t_0)$ پایا جاتا ہے۔

برق گیر میں ذخیرہ توانائی $w_C(t)$ کو طاقت کے تکمل سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔ برق گیر کو منتقل طاقت $p(t)$ کو

$$p(t) = v(t)i(t) = v(t)C\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} \tag{6.8}$$

---

[6] independent variable
[7] dependent variable

لکھا جا سکتا ہے۔چونکہ $p=\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$ کے برابر ہے لہٰذا برق گیر میں ذخیرہ توانائی کو

$$\begin{aligned} w_C(t) &= \int_{-\infty}^{t} Cv(t)\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t \\ &= C\int_{v(-\infty)}^{v(t)} v(t)\,\mathrm{d}v(t) \\ &= C\frac{v^2(t)}{2}\bigg|_{v(-\infty)}^{v(t)} \end{aligned}$$

یعنی

$$w_C(t)=\frac{Cv^2(t)}{2} \tag{6.9}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں $v(-\infty)=0$ لیا گیا ہے۔مساوات 6.2 کی مدد سے اس مساوات کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$w_C(t)=\frac{q^2(t)}{2C} \tag{6.10}$$

مساوات 6.9 اور مساوات 6.10 برقی گیر میں ذخیرہ مخفی توانائی[8] دیتے ہیں۔یہ وہی توانائی ہے جو برق گیر میں بار بھرتے ہوئے خرچ کی جاتی ہے۔

مساوات 6.5 کے تحت برقی گیر پر دباو کے تبدیلی کی شرح اور رو کا راست تناسب تعلق ہے۔چونکہ یک سمتی دباو تبدیل نہیں ہوتی لہٰذا برق گیر پر یک سمتی دباو کی صورت میں اس میں کوئی رو نہیں گزرے گی۔یوں یک سمتی دباو کی نقطہ نظر سے برق گیر کھلا دور ہے لہٰذا ادوار کے یک سمتی حل کے دوران تمام برق گیروں کو کھلے دور تصور کیا جاتا ہے۔

مساوات 6.8 کے تحت برق گیر کو منتقل طاقت، دباو کی شرح تبدیلی کے راست تناسب ہے۔یوں برق گیر کا دباو فوراً $(\mathrm{d}t\to 0)$ تبدیل کرنے کے لئے لا محدود طاقت درکار ہو گی۔کائنات میں لا محدود طاقت کا منبع نہیں پایا جاتا لہٰذا برق گیر کا دباو فوراً کسی صورت تبدیل نہیں کیا جا سکتا۔اسی حقیقت کی وضاحت مساوات 6.5 کے استعمال سے مثال 6.2 میں کی گئی ہے۔ مساوات 6.5 کے تحت برق گیر کا دباو فوراً تبدیل کرنے کے لئے لا محدود رو درکار ہو گی۔چونکہ لا محدود رو کائنات میں کہیں نہیں پائی جاتی لہٰذا ایسا ممکن نہیں ہے۔یہ ایک اہم نتیجہ ہے جس کے تحت دور میں سوئچ کو چالو سے غیر چالو (یا غیر چالو سے چالو) کرنے کے فوراً بعد دور میں موجود برق گیر کے دباو کی قیمت وہی ہو گی جو سوئچ چالو (یا غیر چالو) کرنے سے پہلے تھی۔اس حقیقت کی مساواتی شکل درج ذیل ہے۔

$$v_C(t_+)=v_C(t_-) \tag{6.11}$$

[8] potential energy

مساوات 6.11 کے تحت برق گیر کا دباو کسی بھی لمحے t کے فوراً بعد t_+ اور اس لمحے کے فوراً پہلے t_- برابر ہوں گے۔ یوں برق گیر کا دباو **بلا جوڑ تفاعل**[9] ہے جس میں **سیڑھی نما**[10] یکدم تبدیلی ممکن نہیں ہے۔

مساوات 6.2 برق گیر کی عمومی مساوات ہے۔ کسی بھی دو موصل جن کے درمیان دباو v اور جن میں مثبت موصل پر $+q$ اور منفی موصل پر $-q$ بار پایا جاتا ہو کی گنجائش مساوات 6.2 دیتی ہے۔ یوں دور کے مختلف موصل حصوں مثلاً مزاحمت، باقی تار، برق گیر وغیرہ کے مابین **غیر مطلوب**[11] برقی گنجائش پائی جائے گی۔ بعض ادوار میں غیر مطلوب برقی گنجائش کو کم سے کم رکھنا ضروری ہوتا ہے جبکہ یک سمتی ادوار میں ان کے کردار کو رد کیا جاتا ہے

مثال 6.2: برق گیر کی دباو $20\,\mathrm{V}$ سے $20.1\,\mathrm{V}$ کرنے کی خاطر منبع رو استعمال کیا جاتا ہے۔ برق گیر کی گنجائش $1\,\mathrm{\mu F}$ ہے۔ تبدیلی کا دورانیہ ایک سیکنڈ، ایک نینو سیکنڈ، ایک فیمٹو سیکنڈ اور صفر سیکنڈ تصور کرتے ہوئے درکار رو کی قیمت حاصل کریں۔ دباو کے تبدیلی کے دوران رو کی قیمت مستقل تصور کریں۔

حل: دورانیہ ایک سیکنڈ تصور کرتے ہوئے مساوات 6.5 کے تحت

$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{1}\right) = 0.1\,\mathrm{\mu A}$$

درکار ہو گی۔ اسی طرح بالترتیب بقایا دورانیوں کے لئے درج ذیل رو حاصل ہوتی ہیں۔

$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{10^{-9}}\right) = 100\,\mathrm{A}$$
$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{10^{-15}}\right) = 10^{8}\,\mathrm{A}$$
$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{0}\right) = \infty\,\mathrm{A} \qquad \text{دباو میں فوراً تبدیلی کے لئے لامحدود رو درکار ہے}$$

---

[9] continuous function
[10] step
[11] stray

مثال 6.3: دو قریبی موصل تاروں پر $300\,\mathrm{nC}$ بار ذخیرہ کرنے سے ان کے مابین $15\,\mathrm{V}$ دباو پیدا ہوتا ہے۔ ان جوڑی موصل کی برقی گنجائش دریافت کریں۔

حل: مساوات 6.2 کے تحت

$$C = \frac{q}{v} = \frac{300 \times 10^{-9}}{15} = 20\,\mathrm{nF}$$

ہو گا۔

مثال 6.4: شکل 6.2 میں $v_1 = 17\,\mathrm{V}$ اور $v_2 = 3\,\mathrm{V}$ کی صورت میں برق گیر پر دباو اور بار دریافت کریں۔

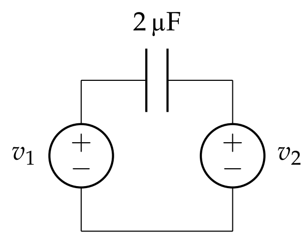
حل: برق گیر پر دباو سے مراد اس کے دو برقی سروں کے مابین دباو ہے۔ برق گیر کے دائیں سر کو برقی زمین تصور کرتے ہوئے برق گیر کا دباو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v_C = 17\,\mathrm{V} - 3\,\mathrm{V} = 14\,\mathrm{V}$$

یوں مساوات 6.2 کے تحت

$$q = (2\,\mathrm{\mu F})\,(14\,\mathrm{V}) = 28\,\mathrm{\mu C}$$

ہو گا۔ اس طرح برق گیر کے بائیں طرف پر $28\,\mathrm{\mu C}$ جبکہ اس کے دائیں طرف پر $-28\,\mathrm{C}$ بار ہو گا۔



شکل 6.2: مثال 6.4 اور مثال 6.5 کا دور۔

مثال 6.5: شکل 6.2 میں $v_1 = 20\,\mathrm{V}$ اور $v_2 = 0.1 \sin 100t\,\mathrm{V}$ ہے۔ برقی رو دریافت کریں۔

حل: برق گیر کے بائیں سر کو زمین تصور کرتے ہیں۔ یوں برق گیر پر دباو v_C درج ذیل ہو گا

$$v_C = 0.1 \sin 100t - 20$$

جبکہ اس میں رو کی مثبت سمت دائیں سے بائیں جانب ہو گی۔ رو کی قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$\begin{aligned} i_C &= C\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} \\ &= (2\,\mu\mathrm{F})\,(0.1 \times 100 \cos 100t) \\ &= 20 \cos 100t\,\mu\mathrm{A} \end{aligned}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ رو کی قیمت، وقت کے ساتھ بدلتے دباو پر منحصر ہے۔ بیس وولٹ کا یک سمتی دباو برق گیر میں رو نہیں پیدا کرتا۔

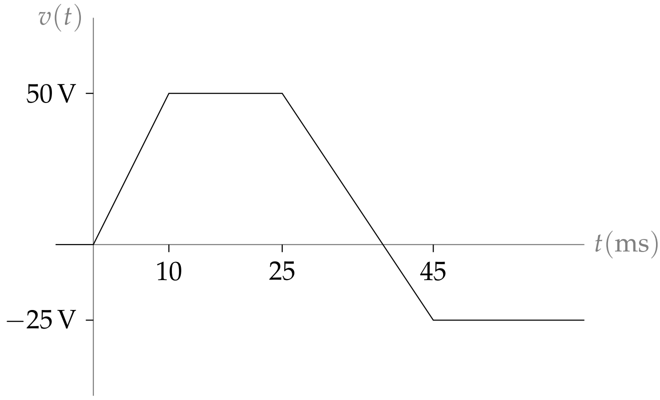
مثال 6.6: شکل میں $2\,\mu\mathrm{F}$ برق گیر پر دباو دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کی رو دریافت کریں۔

حل: دورانیہ $0\,\mathrm{s}$ تا $10\,\mathrm{ms}$ میں دباو مسلسل مستقل شرح

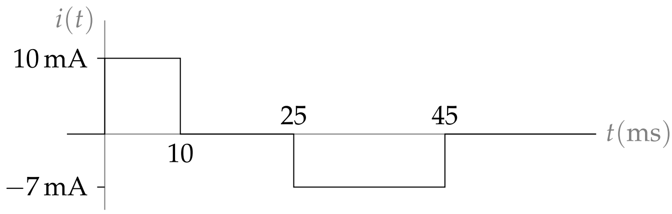
$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50\,\mathrm{V} - 0\,\mathrm{V}}{10\,\mathrm{ms} - 0\,\mathrm{s}} = 5000\,\mathrm{V\,s^{-1}}$$

سے بڑھتا ہے لہٰذا اس دوران دباو بالمقابل وقت کی مساوات

$$v(t) = 5000t \qquad (0 \le t \le 10\,\mathrm{ms})$$



(الف)



(ب)

لکھی جا سکتی ہے۔وقت $10\,\mathrm{ms}$ تا $25\,\mathrm{ms}$ دباو بغیر تبدیل ہوئے مستقل $50\,\mathrm{V}$ پر برقرار رہتا ہے لہٰذا اس دوران دباو کی مساوات درج ذیل ہے۔

$$v(t) = 50 \qquad (10\,\mathrm{ms} \le t \le 25\,\mathrm{ms})$$

اس کے بعد $25\,\mathrm{ms}$ تا $45\,\mathrm{ms}$ کے دوران دباو مستقل شرح

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-25\,\mathrm{V} - 50\,\mathrm{V}}{45\,\mathrm{ms} - 25\,\mathrm{ms}} = -3500\,\mathrm{V\,s^{-1}}$$

سے گھٹتا ہے لہٰذا اس دوران دباو کی مساوات

$$v(t) = -3500t + 75 \qquad (25\,\mathrm{ms} \le t \le 45\,\mathrm{ms})$$

ہو گی۔اس کے بعد دباو برقرار $-25\,\mathrm{V}$ پر رہتا ہے لہٰذا اس کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

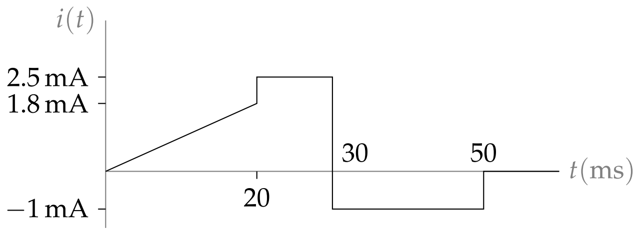
$$v(t) = -25 \qquad (45\,\mathrm{ms} \le t)$$

مساوات 6.5 استعمال کرتے ہوئے ان دورانیوں میں رو حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
i &= 2\times10^{-6}\times5000 = 10\,\mathrm{mA} && (0 \le t \le 10\,\mathrm{ms})\\
i &= 2\times10^{-6}\times0 = 0\,\mathrm{mA} && (10\,\mathrm{ms} \le t \le 25\,\mathrm{ms})\\
i &= 2\times10^{-6}\times(-3500) = -7\,\mathrm{mA} && (25\,\mathrm{ms} \le t \le 45\,\mathrm{ms})\\
i &= 2\times10^{-6}\times0 = 0\,\mathrm{mA} && (45\,\mathrm{ms} \le t)
\end{aligned}$$

رو بالمقابل وقت کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.7: گزشتہ مثال میں لمحہ $t = 10\,\mathrm{ms}$ ، $t = 20\,\mathrm{ms}$ اور $t = 50\,\mathrm{ms}$ پر برق گیر میں ذخیرہ مخفی توانائی دریافت کریں۔



شکل 6.4: (الف)

حل: مساوات 6.9 کے تحت جوابات درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
w_C(10\,\mathrm{ms}) &= \frac{2\times 10^{-6}\times 50^2}{2} = 2.5\,\mathrm{mJ}\\
w_C(20\,\mathrm{ms}) &= \frac{2\times 10^{-6}\times 50^2}{2} = 2.5\,\mathrm{mJ}\\
w_C(50\,\mathrm{ms}) &= \frac{2\times 10^{-6}\times (-25)^2}{2} = 0.625\,\mathrm{mJ}
\end{aligned}
$$

مشق 6.1: برق گیر پر ذخیرہ بار کی قیمت $5\,\mathrm{nC}$ ہے جبکہ اس پر دباو $100\,\mathrm{V}$ ہیں۔ برقی گنجائش دریافت کریں۔

جواب: $5\,\mathrm{pF}$

مثال 6.8: ابتدائی طور پر بے بار $22\,\mathrm{\mu F}$ کے برق گیر کی رو کو شکل 6.4 میں دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کے دباو، طاقت اور ذخیرہ توانائی کے مساوات حاصل کرتے ہوئے خط کھینچیں۔

حل: دورانیہ $t = 0\,\mathrm{s}$ تا $t = 20\,\mathrm{ms}$ میں شرح رو

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{18\,\mathrm{mA} - 0\,\mathrm{mA}}{20\,\mathrm{ms} - 0\,\mathrm{ms}} = 0.9\,\mathrm{A\,s^{-1}}$$

ہے جسے

$$\mathrm{d}i = 0.9\,\mathrm{d}t$$

لکھ کر تکمل لیتے ہوئے رو کی مساوات

$$i = \int_0^t 0.9\,\mathrm{d}t = \left. 0.9t \right|_0^t = 0.9t$$

حاصل ہوتی ہے۔ برق گیر پر ذخیرہ بار دریافت کرنے کی خاطر رو کی مساوات کو

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = 0.9t$$

لکھتے ہوئے تکمل لیتے ہیں۔

$$q = \int_0^t 0.9t\,\mathrm{d}t = \left. 0.45t^2 \right|_0^t = 0.45t^2$$

مساوات 6.2 سے

$$v(t) = \frac{q}{C} = \frac{0.45t^2}{22 \times 10^{-6}} = 20455t^2$$

لکھا جائے گا اور یوں طاقت کی مساوات

$$p = vi = 20455t^2 \times 0.9t = 18410t^3$$

اور ذخیرہ توانائی کی مساوات

$$w_C = \int_0^t p\,\mathrm{d}t = 4603t^4$$

ہو گی۔ ان مساوات سے لمحہ $t = 20\,\mathrm{ms}$ پر

$$\begin{aligned} q(0.02) &= 0.45t^2 = 0.45 \times 0.02^2 = 180\,\mathrm{\mu C} \\ v(0.02) &= 20455t^2 = 20455 \times 0.02^2 = 8.182\,\mathrm{V} \\ w_C(0.02) &= 4603t^4 = 4603 \times 0.02^4 = 737\,\mathrm{\mu J} \end{aligned} \tag{6.12}$$

ہوں گے۔

اسی طرح $20\,\mathrm{ms}$ تا $30\,\mathrm{ms}$ دورانیے کے لئے مساوات 6.12 میں حاصل کی گئی مقداریں ابتدائی مقداریں تصور کی جائیں گی۔اس دورانیے میں

$$i = 2.5\,\mathrm{mA}$$

ہے لہٰذا مساوات 6.7 کے تحت

$$\begin{aligned}
v &= v(0.02) + \frac{1}{C}\int_{0.02}^{t} i\,\mathrm{d}t \\
&= 8.182 + \frac{1}{22\times10^{-6}}\int_{0.02}^{t} 2.5\times10^{-3}\,\mathrm{d}t \\
&= 33.182 + 113.636t
\end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned}
p &= iv = 0.0025(33.182+113.636t) = 0.083 + 0.284t \\
w_C &= \frac{Cv^2}{2} = \frac{22\times10^{-6}}{2}(33.182+113.636t)^2
\end{aligned}$$

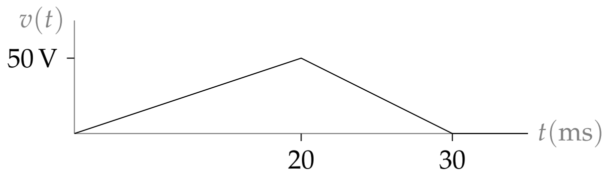
ہوں گے جن سے اس دورانیے کے آخری لمحے پر

$$\begin{aligned}
v(0.03) &= 33.182 + 113.636\times0.03 = 36.591\,\mathrm{V} \\
w_C(0.03) &= \frac{Cv^2}{2} = \frac{22\times10^{-6}\times36.591^2}{2} = 14.73\,\mathrm{mJ}
\end{aligned} \tag{6.13}$$

حاصل ہوتے ہیں۔

شکل 6.4 میں $t = 30\,\mathrm{ms}$ تا $t = 50\,\mathrm{ms}$ کے متغیرات حاصل کرتے ہوئے مساوات 6.13 کی قیمتیں ابتدائی قیمتیں تصور کی جائیں گی۔پہلے دباو کی مساوات حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
v &= v(0.03) + \frac{1}{C}\int_{0.03}^{t} -10^{-3}\,\mathrm{d}t \\
&= 36.591 - \frac{10^{-3}}{22\times10^{-6}}t\Big|_{0.03}^{t} \\
&= 37.955 - 45.455t
\end{aligned}$$



شکل 6.5: دباو کا خط۔

طاقت کی مساوات درج ذیل ہے

$$
\begin{aligned}
p &= iv \\
&= -0.001(37.955 - 45.455t) \\
&= -0.038 + 0.0455t
\end{aligned}
$$

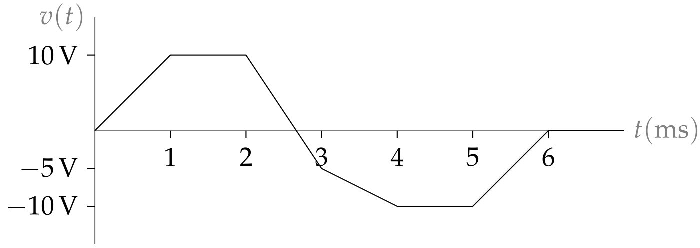
جبکہ ذخیرہ توانائی

$$
\begin{aligned}
w_C &= \frac{Cv^2}{2} \\
&= \frac{22 \times 10^{-6}(37.955 - 45.455t)^2}{2}
\end{aligned}
$$

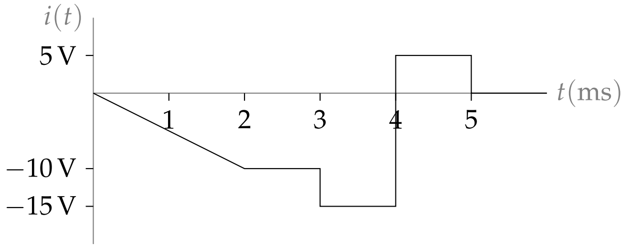
ہے۔ لمحہ 50 ms کے بعد رو صفر کے برابر ہے لہٰذا نہ تو برق گیر کا دباو تبدیل ہو گا اور نہ ہی اس میں ذخیرہ توانائی کی قیمت تبدیل ہو گی۔

مشق 6.2: شکل 6.5 میں 68 µF کے برق گیر کا دباو دیا گیا ہے۔ رو کی شکل کھینچیں۔

مشق 6.3: گزشتہ مثال میں لمحہ $t = 20\,\mathrm{ms}$ پر برقی گیر میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔



شکل 6.6: دباو کا خط۔



شکل 6.7: رو کا خط۔

مشق 6.4: شکل 6.6 میں $2.2\,\mu\mathrm{F}$ کے برق گیر کا دباو دیا گیا ہے۔ رو کی شکل کھینچیں۔ لمحہ $t = 4\,\mathrm{ms}$ پر ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

مشق 6.5: شکل 6.7 میں $100\,\mu\mathrm{F}$ کے برق گیر کی رو دی گئی ہے۔ دباو کا خط کھینچیں۔ لمحہ $t = 3\,\mathrm{ms}$ پر ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

6.2 امالہ گیر

امالہ گیر[12] عموماً موصل تار کے لچھے[13] کی صورت کا ہوتا ہے۔ایسا لچھا کسی مقناطیسی مرکز[14] یا غیر مقناطیسی مرکز[15] پر لپیٹا ہو سکتا ہے۔ مقناطیسی مرکز کے لچھے ٹرانسفارمر[16] اور فلٹر[17] میں استعمال کئے جاتے ہیں جبکہ غیر مقناطیسی مرکز کے لچھے مواصلاتی نظام میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔

تاریخی طور پر پہلے یہ معلوم ہوا کہ رو گزارتی تار کے گرد مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے۔ایسی مقناطیسی میدان اور میدان پیدا کرنے والی رو کے مابین راست تناسبی تعلق پایا جاتا ہے۔اس کے بعد معلوم ہو کہ بدلتا مقناطیسی میدان برقی دباو پیدا کرتا ہے جہاں دباو اور مقناطیسی میدان پیدا کرنے والی رو کی شرح کے مابین راست تناسبی تعلق پایا جاتا ہے۔اسی تعلق کو درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے

$$v = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{6.14}$$

جہاں تناسبی مستقل کو L لکھا اور امالہ[18] پکارا جاتا ہے۔امالہ کی اکائی[19] کو ہینری[20] پکارا اور H سے ظاہر کیا جاتا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ایک وولٹ سیکنڈ فی ایمپیئر $\mathrm{V\,s\,A^{-1}}$ کو ہینری کہا گیا ہے۔

اس مساوات کی تکمل صورت سے رو حاصل ہوتی ہے

$$i = \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{L} v \,\mathrm{d}t \tag{6.15}$$

جہاں ازل $-\infty$ سے لمحہ t تک تکمل لیا گیا ہے۔مستقل قیمت کی امالہ کی صورت میں L کو تکمل کے باہر نکالا جا سکتا ہے۔

$$i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v \,\mathrm{d}t \tag{6.16}$$

[12] inductor
[13] coil
[14] magnetic core
[15] non-magnetic core
[16] transformer
[17] filter
[18] inductance
[19] امالہ کی اکائی امریکی تخلیق کار یوسف ہینری کے نام سے منسوب ہے۔
[20] Henry

اس تکمل کو دو ٹکڑوں میں لکھا جا سکتا ہے

$$
\begin{aligned}
i &= \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t_0} v\,\mathrm{d}t + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v\,\mathrm{d}t \\
&= i(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v\,\mathrm{d}t
\end{aligned} \tag{6.17}
$$

جہاں پہلا ٹکڑا ازل سے t_0 تک اور دوسرا ٹکڑا t_0 سے t حاصل کیا گیا ہے۔ مندرجہ بالا مساوات میں لمحہ t_0 پر امالہ گیر کی رو کو $i(t_0)$ کہا گیا ہے۔

امالہ کو فراہم طاقت سے امالہ کو منتقل توانائی w_L دریافت کی جا سکتی ہے۔

$$
p = vi \tag{6.18}
$$

سے

$$
p = \frac{\mathrm{d}w_L}{\mathrm{d}t} = \left[L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right] i \tag{6.19}
$$

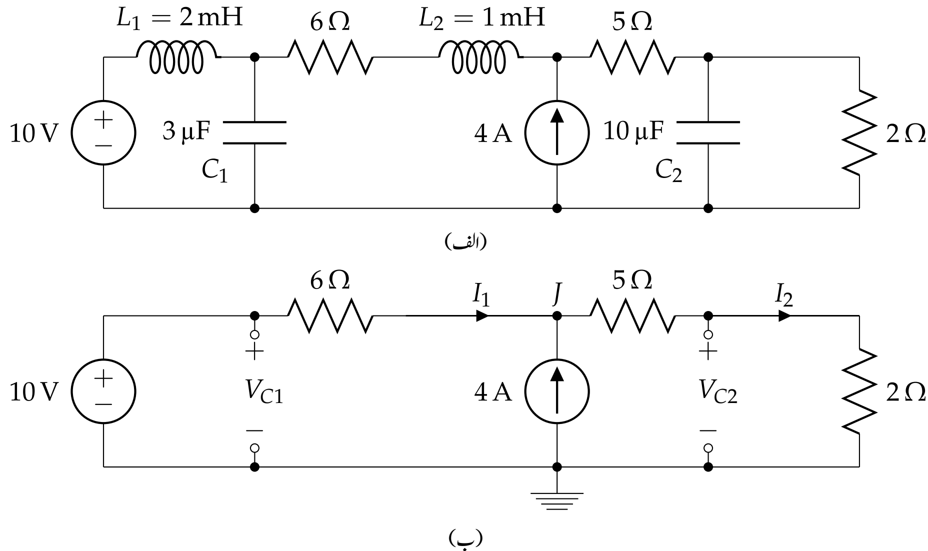
لکھتے ہوئے اور تکمل لینے سے

$$
\begin{aligned}
w_L &= \int_{-\infty}^{t} \left[L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right] i\,\mathrm{d}t \\
&= L\int_{0}^{i} i\,\mathrm{d}i
\end{aligned}
$$

$$
w_L = \frac{Li^2}{2} \tag{6.20}
$$

حاصل ہوتا ہے جہاں وقت کی ابتدا $t = -\infty$ پر $i = 0$ تصور کی گئی ہے۔

تصور کریں کہ ایک دور میں یک سمتی رو پائی جاتی ہو۔ اب یک سمتی رو وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی لہٰذا مساوات 6.14 کے تحت اس دور میں موجود امالہ پر دباو صفر کے برابر ہو گا۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ یک سمتی رو کی نقطہ نظر سے امالہ بطور قصر دور کردار ادا کرتی ہے۔ یوں کسی بھی دور کا یک سمتی تجزیہ کرتے ہوئے دور میں موجود تمام امالہ کو قصر دور تصور کیا جاتا ہے۔



شکل 6.8: مثال 6.9 کا دور۔

امالہ میں فوراً رو تبدیل کرنے کے لئے مساوات 6.19 کے تحت لامحدود طاقت درکار ہو گی۔کائنات میں لامحدود طاقت کا منبع کہیں نہیں پایا جاتا لہٰذا امالہ کی رو کو فوراً تبدیل کرنا ناممکن ہے۔اس حقیقت کی مساواتی صورت درج ذیل ہے۔

$$i_L(t_+) = i_L(t_-) \tag{6.21}$$

مساوات 6.21 کے تحت امالہ گیر کی رو کسی بھی لمحے t کے فوراً بعد t_+ اور اس لمحے کے فوراً پہلے t_- برابر ہوں گے۔یوں امالہ گیر کی رو بلا جوڑ تفاعل[21] ہے جس میں سیڑھی نما یکدم تبدیلی ممکن نہیں ہے۔یہ ایک اہم نتیجہ ہے جس کے تحت دور میں سوئچ کو چالو سے غیر چالو (یا غیر چالو سے چالو) کرنے کے فوراً بعد امالہ میں رو کی قیمت وہی ہو گی جو سوئچ چالو (یا غیر چالو) کرنے سے پہلے تھی۔

مثال 6.9: شکل 6.8 میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

[21] continuous function

حل:اس دور میں صرف یک سمتی منبع پائے جاتے ہیں۔ہم اس حقیقت پر بحث کر چکے ہیں کہ یک سمتی ادوار میں امالہ کو قصر دور اور برق گیر کو کھلا دور تصور کیا جاتا ہے۔ایسا ہی کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتا ہے جسے آپ اپنی پسندیدہ ترکیب سے حل کر سکتے ہیں۔نچلی جوڑ کو زمین لیتے ہوئے جوڑ J پر کرخوف مساوات رو

$$I_1 + 4 = I_2$$

جبکہ بیرونی دائرے پر کرخوف مساوات دباو

$$10 = 6I_1 + (5+2)I_2$$

لکھتے ہیں۔انہیں حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

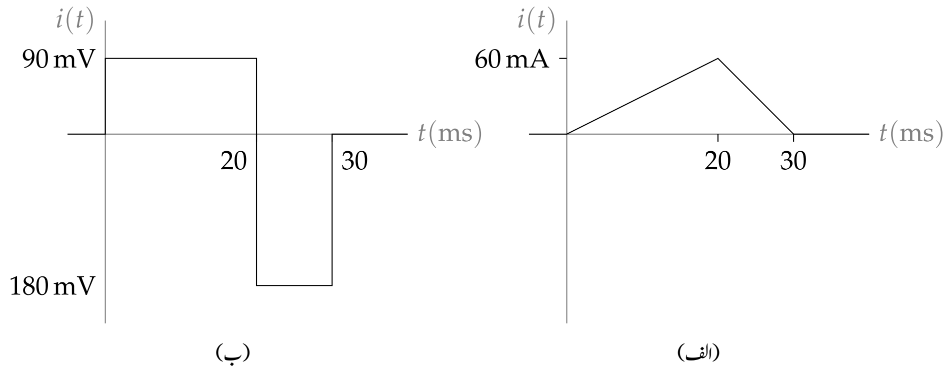
$$\begin{aligned} I_1 &= -\frac{18}{13}\,\mathrm{A} \\ I_2 &= \frac{34}{13}\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

برق گیر C_1 پر دباو شکل کو دیکھ کر لکھی جا سکتی ہے جبکہ C_2 پر دباو کو اوہم کے قانون کی مدد سے لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} V_{C1} &= 10\,\mathrm{V} \\ V_{C2} &= 2 \times \frac{34}{13} = \frac{68}{13}\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

ان حقائق کو استعمال کرتے ہوئے برق گیر اور امالہ میں ذخیرہ توانائی دریافت کر سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} w_{C1} &= \frac{3 \times 10^{-6} \times 10^2}{2} = 0.15\,\mathrm{mJ} \\ w_{C2} &= \frac{10 \times 10^{-6}\left(\frac{68}{13}\right)^2}{2} = 0.14\,\mathrm{mJ} \\ w_{L1} &= \frac{0.002 \times \left(\frac{18}{13}\right)^2}{2} = 1.92\,\mathrm{mJ} \\ w_{L2} &= \frac{0.001 \times \left(\frac{18}{13}\right)^2}{2} = 0.96\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$



شکل 6.9: مثال 6.10 کا دور۔

مثال 6.10: امالہ کی رو کے خط کو شکل 6.9-الف میں دکھایا گیا ہے۔اس کے دباو کا خط کھینچیں۔امالہ کی قیمت 30 mH ہے۔

حل:امالہ گیر کی رو سے امالہ گیر کا دباو مساوات 6.14 کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے۔وقت $t = -\infty$ تا $t = 0$ رو صفر کے برابر ہے لہٰذا

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0}{-\infty - 0} \right) = 0\,\text{V}$$

ہو گا۔اگلا دورانیہ $t = 0$ تا $t = 20\,\text{ms}$ ہے جس میں رو کی قیمت یکساں شرح سے مسلسل بڑھتے ہوئے $i = 0$ سے $i = 60\,\text{mA}$ ہو جاتی ہے لہٰذا اس دوران

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0.06 - 0}{0.02 - 0} \right) = 90\,\text{mV}$$

ہو گا۔دورانیہ $20\,\text{ms}$ تا $30\,\text{ms}$ میں دباو درج ذیل ہو گا۔

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0 - 0.06}{0.03 - 0.02} \right) = -180\,\text{mV}$$

$30\,\text{ms}$ کے بعد رو صفر رہتی ہے لہٰذا

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0}{\infty - 0.03} \right) = 0\,\text{V}$$

ہو گا۔ان نتائج کو شکل 6.9-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.11: امالہ گیر کی رو $i(t) = 5\cos 377t$ جبکہ اس کی امالہ $100\,\mathrm{mH}$ ہے۔امالہ گیر کا دباو اور اس میں ذخیرہ توانائی کی مساوات حاصل کریں۔

حل: مساوات 6.14 سے دباو درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

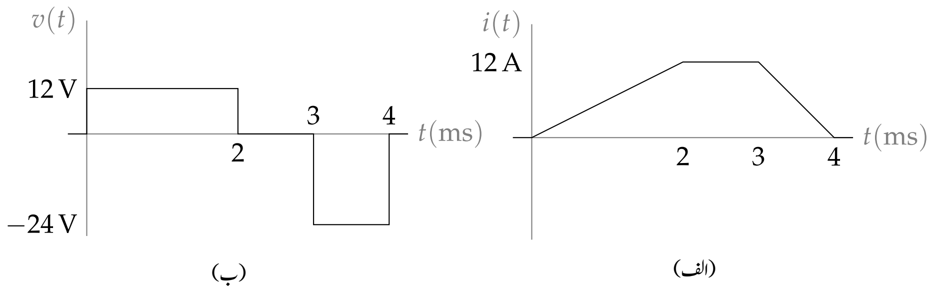
$$\begin{aligned}
v &= L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\\
&= 0.1 \times (-5 \times 377 \sin 377t)\\
&= -188.5 \sin 377t \quad \mathrm{V}
\end{aligned}$$

ذخیرہ توانائی کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
w_L(t) &= \frac{Li^2}{2}\\
&= \frac{0.1 \times (5\cos 377t)^2}{2}\\
&= 1.25 \cos^2 377t \,\mathrm{J}
\end{aligned}$$

مشق 6.6: رو کا خط شکل 6.10 میں دکھایا گیا ہے۔دباو کا خط کھینچیں۔امالہ کی قیمت $2\,\mathrm{H}$ ہے۔

جواب: شکل 6.10-ب میں دباو کا خط دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.10: مشق 6.6 کا دور۔

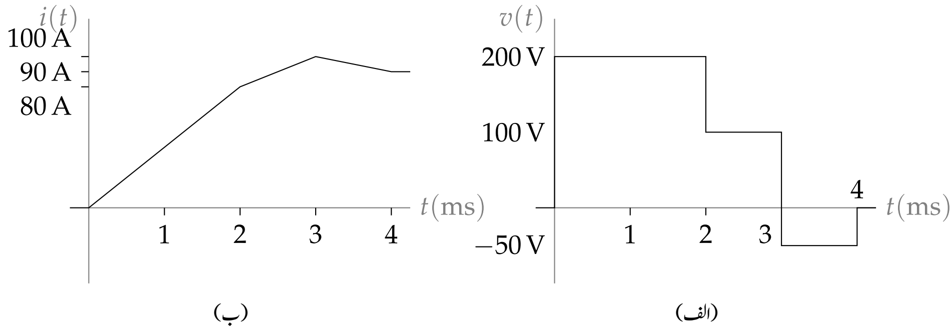
مشق 6.7: گزشتہ مشق میں لمحہ $t = 3.5\,\mathrm{ms}$ پر امالہ گیر میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

جواب: $36\,\mathrm{J}$

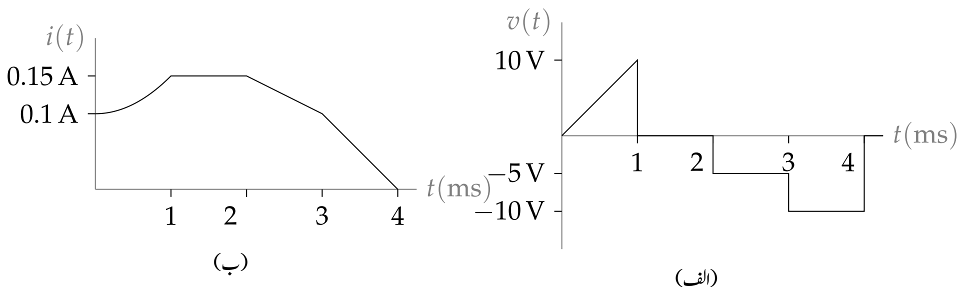
مشق 6.8: پانچ ہینری امالہ گیر کا دباو شکل 6.11-الف میں دکھایا گیا ہے۔رو کا خط کھینچیں۔

جواب: رو کا خط شکل 6.11-ب میں دکھایا گیا ہے۔

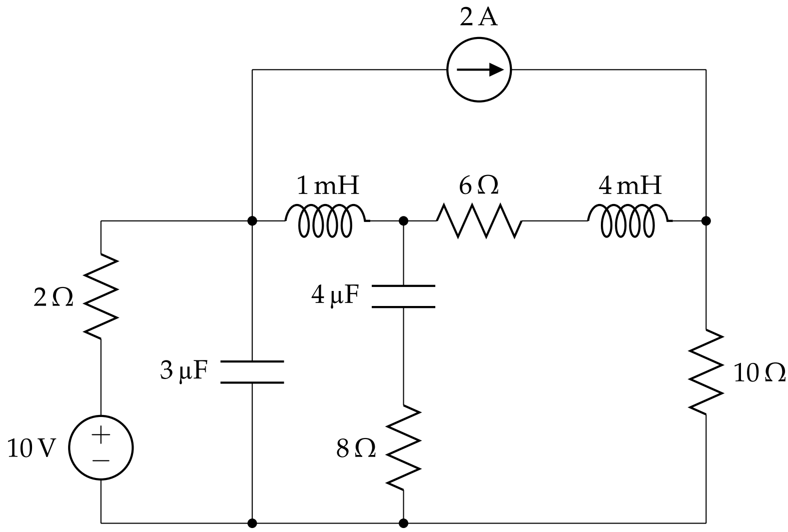
مشق 6.9: امالہ گیر کے دباو کا خط شکل 6.12 میں دکھایا گیا ہے۔لمحہ $t = 0$ پر $i(0) = 0.1\,\mathrm{A}$ کی صورت میں رو کا خط حاصل کریں۔امالہ $0.1\,\mathrm{H}$ کے برابر ہے۔لمحہ $t = 3\,\mathrm{ms}$ پر امالہ گیر میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔



شکل 6.11: مشق 6.8 کا دور۔



شکل 6.12: مشق 6.9 کا دور۔



شکل 6.13: مشق 6.10 کا دور۔

جواب: رو کا خط شکل 6.12 میں دکھایا گیا ہے۔ لمحہ $t = 3\,\mathrm{ms}$ پر $w_L(3\,\mathrm{ms}) = 0.5\,\mathrm{mJ}$ ہے۔

مشق 6.10: شکل 6.13 میں $1\,\mathrm{mH}$ ، $4\,\mathrm{mH}$ ، $3\,\mu\mathrm{F}$ اور $4\,\mu\mathrm{F}$ میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

جوابات: $302\,\mu\mathrm{J}$ ، $0.907\,\mu\mathrm{J}$ ، $85.6\,\mu\mathrm{J}$ ، $114\,\mu\mathrm{J}$

جدول 6.1: معیاری برق گیر کے گنجائش کی قیمتیں۔

μF	μF	μF	μF	μF	μF	μF	pF	pF	pF	pF
10 000	1000	100	10	1.0	0.10	0.010	1000	100	10	1
12 000	1200	120	12	1.2	0.12	0.012	1200	120	12	
15 000	1500	150	15	1.5	0.15	0.015	1500	150	15	1.5
18 000	1800	180	18	1.8	0.18	0.018	1800	180	18	
20 000	2000	200	20	2.0	0.20	0.020	2000	200	20	2
22 000	2200	220	22	2.2	0.22	0.022	2200	220	22	
27 000	2700	270	27	2.7	0.27	0.027	2700	270	27	
33 000	3300	330	33	3.3	0.33	0.330	3300	330	33	3
39 000	3900	390	39	3.9	0.39	0.390	3900	390	39	4
47 000	4700	470	47	3.3	0.47	0.470	4700	470	47	5
51 000	5100	510	51	3.3	0.51	0.510	5100	510	51	6
56 000	5600	560	56	3.3	0.56	0.560	5600	560	56	7
68 000	6800	680	68	3.3	0.68	0.680	6800	680	68	8
82 000	8200	820	82	3.3	0.82	0.820	8200	820	82	9

6.3 برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات

برقی گنجائش، برقی گنجائش کی قیمت میں خلل اور دباو، برق گیر کے اہم خصوصیات ہیں۔ معیاری برق گیر چند pF سے تقریباً 50 mF تک کی قیمتوں میں عام دستیاب ہے۔ان سے کم اور زیادہ قیمتیں بھی دستیاب ہیں۔ یہ برق گیر عموماً 6.3 V تا 500 V تک کے مختلف دباو کے لئے دستیاب ہیں۔زیادہ دباو کے برق گیر بھی دستیاب ہیں۔برق گیر کو اس کی معین دباو سے زیادہ دباو پر ہر گز استعمال نہ کریں چونکہ ایسا کرنے سے برق گیر تباہ ہو سکتا ہے۔برقی گنجائش میں خلل کی عمومی قیمتیں $\mp 5\,\%$ ، $\mp 10\,\%$ اور $\mp 20\,\%$ ہیں۔جدول 6.1 میں معیاری دستیاب برقی گیر کی گنجائش دی گئی ہے۔

امالہ گیر کو موصل تار سے بنایا جاتا ہے لہٰذا نہ چاہتے ہوئے بھی اس کی مزاحمت ہو گی۔ امالہ گیر کے اہم خصوصیات اس کی امالہ اور مزاحمت ہیں۔امالہ گیر 1 nH تا 100 mH کی قیمتوں میں عام دستیاب ہے۔اس سے کم یا زیادہ قیمتیں بھی دستیاب ہیں۔امالہ کی قیمتیں $\mp 5\,\%$ اور $\mp 10\,\%$ کے خلل میں دستیاب ہیں۔جدول 6.2 میں امالہ کی عمومی دستیاب قیمتیں دی گئی ہیں۔

جدول 6.2: امالہ کی عمومی دستیاب قیمتیں۔

mH	mH	mH	μH	μH	μH	nH	nH	nH
100	10	1.0	100	10	1.0	100	10	1
	12	1.2	120	12	1.2	120	12	1.2
	15	1.5	150	15	1.5	150	15	1.5
	18	1.8	180	18	1.8	180	18	1.8
	20	2.0	200	20	2.0	200	20	2
	22	2.2	220	22	2.2	220	22	2.2
	27	2.7	270	27	2.7	270	27	2.7
	33	3.3	330	33	3.3	330	33	3
	39	3.9	390	39	3.9	390	39	4
	47	4.7	470	47	4.7	470	47	5
	51	5.1	510	51	5.1	510	51	6
	56	5.6	560	56	5.6	560	56	7
	68	6.8	680	68	6.8	680	68	8
	82	8.2	820	82	8.2	820	82	9

مثال 6.12: شکل 6.14-الف میں $100\,\mathrm{nF}$ برق گیر کا دباو دکھایا گیا ہے۔ برقی گنجائش میں خلل $\mp 10\,\%$ ممکن ہے۔ کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ گنجائش کی صورت میں رو کے خط حاصل کریں۔ اس برقی گنجائش کو عموماً $100\,\mathrm{nF} \mp 10\,\%$ لکھا جاتا ہے۔

حل: برق گیر کی زیادہ سے زیادہ قیمت دی گئی قیمت سے $10\,\%$ زیادہ ہو سکتی ہے۔ یوں اس کی زیادہ سے زیادہ گنجائش $110\,\mathrm{nF}$ ممکن ہے۔ اس قیمت کے گنجائش کی رو کو شکل 6.14-ب میں دکھایا گیا ہے جہاں پہلے ایک مائیکرو سیکنڈ میں دباو کی تبدیلی کی شرح

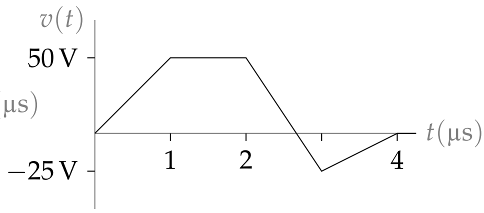
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{50-0}{1\,\mu\mathrm{s} - 0\,\mu\mathrm{s}} = 50\,\mathrm{MV\,s^{-1}}$$

ہونے کی بنا اس دورانیے کی رو

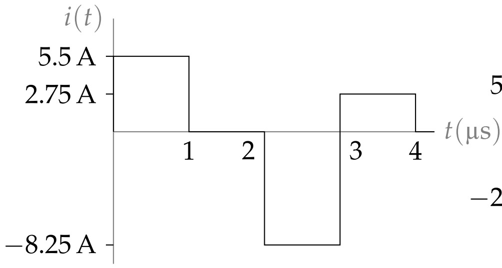
$$i = C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 110 \times 10^{-9} \times 50 \times 10^{6} = 5.5\,\mathrm{A}$$

ہے۔ اگلے ایک مائیکرو سیکنڈ میں دباو تبدیل نہیں ہوتا لہٰذا $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ ہے اور یوں رو بھی صفر کے برابر ہے۔ دورانیہ $t = 2\,\mu\mathrm{s}$ تا $t = 3\,\mu\mathrm{s}$ دباو کی شرح تبدیلی

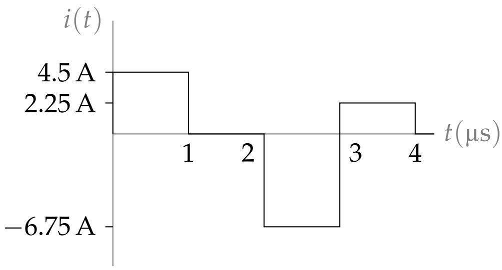
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{-25-50}{3\,\mu\mathrm{s} - 2\,\mu\mathrm{s} - 0\,\mu\mathrm{s}} = -75\,\mathrm{MV\,s^{-1}}$$



(الف) برق گیر کا دباو۔



(ب) 110 nF کی رو۔



(پ) 90 nF کی رو۔

شکل 6.14: مثال 6.12 کا دور۔

ہے لہٰذا رو

$$i = C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 110 \times 10^{-9} \times \left(-75 \times 10^{6}\right) = -8.25\,\mathrm{A}$$

ہو گی۔ دورانیہ $t = 3\,\mathrm{\mu s}$ تا $t = 4\,\mathrm{\mu s}$ دباو کی شرح تبدیلی

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{0-(-25)}{4\,\mathrm{\mu s} - 3\,\mathrm{\mu s} - 0\,\mathrm{\mu s}} = 25\,\mathrm{MV\,s^{-1}}$$

ہے لہٰذا رو

$$i = C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 110 \times 10^{-9} \times 25 \times 10^{6} = 2.75\,\mathrm{A}$$

ہو گی۔

خلل کی قیمت سے برق گیر کی کم سے کم ممکنہ گنجائش $90\,\mathrm{nF}$ حاصل ہوتی ہے۔ دباو کی تبدیلی کی شرح استعمال کرتے ہوئے رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$i = \begin{cases} 90 \times 10^{-9} \times 50 \times 10^{6} = 4.5\,\mathrm{A} & 0\,\mathrm{\mu s} \le t \le 1\,\mathrm{\mu s} \\ 90 \times 10^{-9} \times 0 = 0\,\mathrm{A} & 1\,\mathrm{\mu s} \le t \le 2\,\mathrm{\mu s} \\ 90 \times 10^{-9} \times (-75) \times 10^{6} = -6.75\,\mathrm{A} & 2\,\mathrm{\mu s} \le t \le 3\,\mathrm{\mu s} \\ 90 \times 10^{-9} \times 25 \times 10^{6} = 2.25\,\mathrm{A} & 3\,\mathrm{\mu s} \le t \le 4\,\mathrm{\mu s} \end{cases}$$

6.4 سلسلہ وار جڑے برق گیر

شکل 6.15 میں متعدد برق گیر سلسلہ وار جڑے دکھائے گئے ہیں۔ تمام سلسلہ وار جڑے پرزوں میں رو کی قیمت یکساں ہوتی ہے۔ کرخوف قانون دباو سے اس دور کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots + v_N(t)$$

انفرادی برق گیر کے لئے

$$
\begin{aligned}
v_1(t) &= v_1(t_0) + \frac{1}{C_1}\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t\\
v_2(t) &= v_2(t_0) + \frac{1}{C_2}\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t\\
v_3(t) &= v_3(t_0) + \frac{1}{C_3}\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t\\
&\vdots\\
v_N(t) &= v_N(t_0) + \frac{1}{C_N}\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t
\end{aligned}
$$

لکھا جا سکتا ہے۔ مندرجہ بالا دو مساوات کو ملاتے ہوئے

$$
\begin{aligned}
v(t) = v_1(t_0) + \frac{1}{C_1}\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t + v_2(t_0) + \frac{1}{C_2}\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t + \cdots\\
+ v_N(t_0) + \frac{1}{C_N}\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t
\end{aligned}
$$

یعنی

$$
v(t) \;=\; v_1(t_0) + v_2(t_0) + \cdots + v_N(t_0) + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}\right)\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t
$$

لکھا جا سکتا ہے۔اس مساوات میں

$$
\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_N} \tag{6.22}
$$

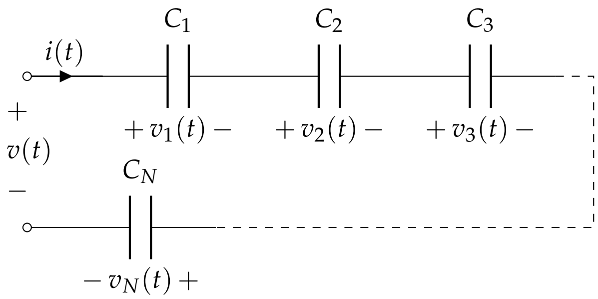
اور

$$
v(t_0) = v_1(t_0) + v_2(t_0) + v_3(t_0) + \cdots + v_N(t_0) \tag{6.23}
$$

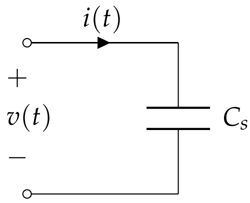
لکھتے ہوئے

$$
v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C_s}\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t \tag{6.24}
$$

حاصل ہوتا ہے جو ایک عدد برقی گیر کی مساوات ہے جسے شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔مساوات 6.22 متعدد سلسلہ وار جڑے برق گیروں کی مساوی برق گنجائش C_s دیتی ہے جبکہ مساوات 6.23 ان کا مساوی ابتدائی دباو دیتی ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سلسلہ وار جڑے برق گیروں کی مساوات متوازی جڑے مزاحمتوں کی مساوات کی طرح ہے۔

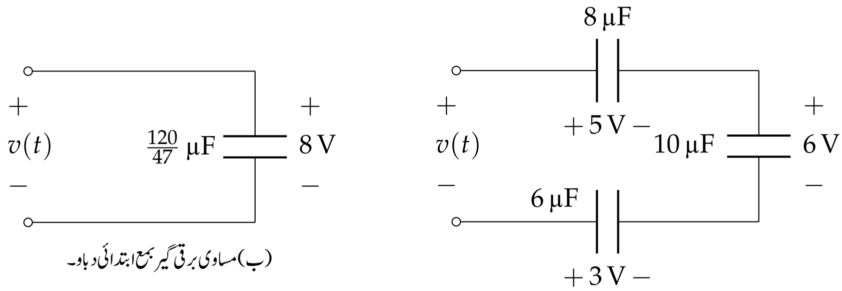


(الف) متعدد سلسلہ وار جڑے برق گیر۔



(ب) متعدد سلسلہ وار جڑے برق گیروں کا مساوی برق گیر۔

شکل 6.15: متعدد سلسلہ وار جڑے برق گیر کی مساوی برق گنجائش کا حصول۔



(الف) سلسلہ وار جڑے برق گیر بمع ابتدائی دباو۔

(ب) مساوی برق گیر بمع ابتدائی دباو۔

شکل 6.16: مثال 6.13 کا دور۔

مثال 6.13: شکل 6.16-الف میں مساوی سلسلہ وار گنجائش اور ان کے انفرادی ابتدائی دباو دکھائے گئے ہیں۔ ان کا مساوی گنجائش اور مساوی ابتدائی دباو حاصل کریں۔

حل: مساوات 6.22 سے

$$\frac{1}{C_s}=\frac{1}{8\,\mu F}+\frac{1}{10\,\mu F}+\frac{1}{6\,\mu F}=\frac{47}{120}\,\mu F$$

لکھتے ہوئے

$$C_s=\frac{120}{47}\,\mu F$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 6.23 سے ابتدائی دباو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$v(t_0)=5+6-3=8\,V$$

شکل 6.16-ب میں مساوی برقی گنجائش اور ابتدائی دباو دکھائے گئے ہیں۔

مثال 6.14: ابتدائی طور پر بے بار، دو عدد برق گیر کو سلسلہ وار جوڑنے کے بعد ان میں $50\,\mathrm{V}$ منبع سے برقی بار بھرا جاتا ہے۔ان میں ایک برق گیر $20\,\mathrm{\mu F}$ گنجائش کا ہے جبکہ دوسرے برق گیر کی گنجائش کے بارے میں ہمیں معلوم نہیں ہے۔نا معلوم برق گیر پر $10\,\mathrm{V}$ جبکہ $20\,\mathrm{\mu F}$ برق گیر پر $40\,\mathrm{V}$ دباو پایا جاتا ہے۔نا معلوم گنجائش دریافت کریں۔

حل: $20\,\mathrm{\mu F}$ پر بار درج ذیل ہے۔

$$q = Cv = (20\,\mathrm{\mu F})\,(40\,\mathrm{V}) = 800\,\mathrm{\mu C}$$

سلسلہ وار جڑے پرزوں میں یکساں رو پائی جاتی ہے لہٰذا دونوں برق گیر پر یکساں بار پایا جاتا ہے۔یوں نا معلوم گنجائش درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$C = \frac{q}{v} = \frac{800\,\mathrm{\mu F}}{10\,\mathrm{V}} = 80\,\mathrm{\mu F}$$

6.5 متوازی جڑے برق گیر

متوازی جڑے برق گیروں کی مساوی گنجائش شکل 6.17-الف سے کرخوف قانون رو کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

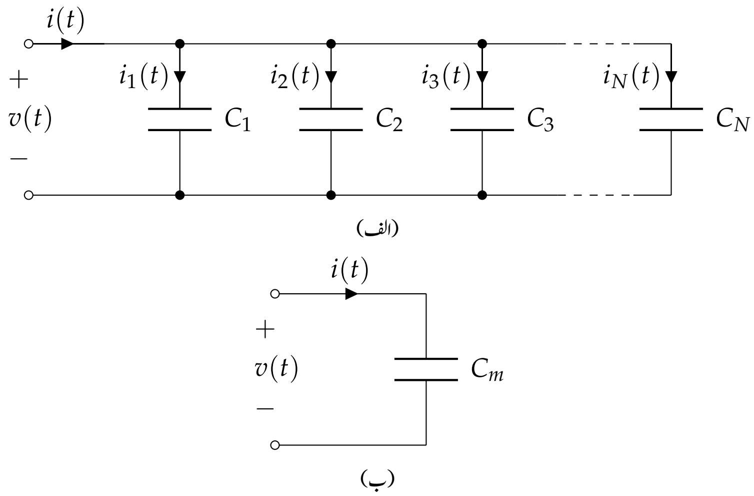
$$\begin{aligned}
i(t) &= i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_N(t) \\
&= C_1 \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} + C_2 \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} + C_3 \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} + \cdots + C_N \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} \\
&= (C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_N)\, \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}$$

اس مساوات میں

$$C_m = \sum_{i=1}^{N} C_i = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_N \tag{6.25}$$

لکھتے ہوئے

$$i(t) = C_m \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} \tag{6.26}$$



شکل 6.17: متوازی جڑے برق گیروں کی مساوی گنجائش۔

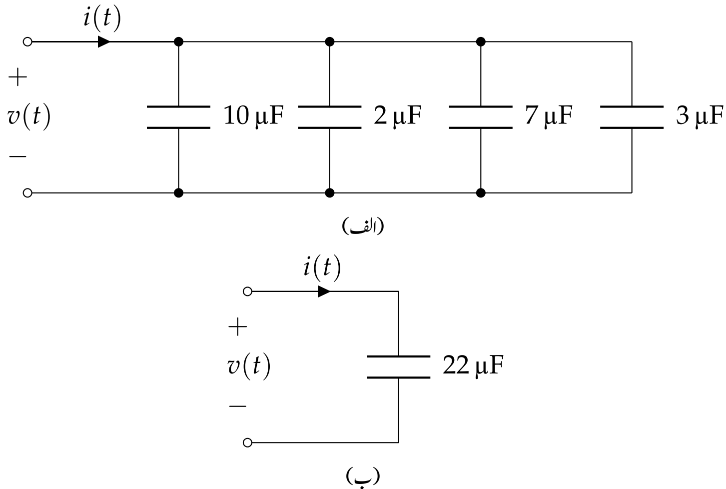
حاصل ہوتا ہے جو ایک عدد برق گیر کی مساوات ہے۔ مساوات 6.25 متعدد متوازی جڑے برق گیروں کی مساوی گنجائش دیتی ہے جو سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کی مساوات کی طرح ہے۔ شکل 6.17-ب میں مساوی برق گیر دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.15: شکل 6.18-الف میں چار عدد برق گیر متوازی جوڑے گئے ہیں۔ ان کی مساوی گنجائش دریافت کریں۔

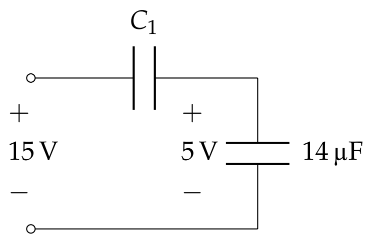
حل: مساوات 6.25 سے متوازی جڑے برق گیروں کی مساوی برقی گنجائش حاصل کرتے ہیں۔

$$C_m = 10\,\mu\text{F} + 2\,\mu\text{F} + 7\,\mu\text{F} + 3\,\mu\text{F} = 22\,\mu\text{F}$$

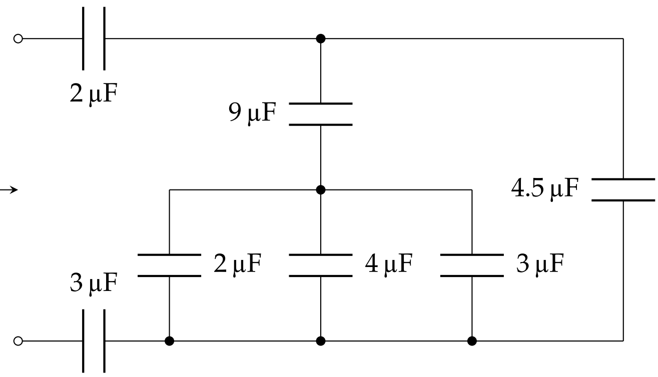
شکل 6.18-ب میں مساوی گنجائش دکھائی گئی ہے۔



شکل 6.18: مثال 6.15 کا دور۔



شکل 6.19: مشق 6.11 کا دور۔



شکل 6.20: مشق 6.12 کا دور۔

مشق 6.11: ابتدائی طور پر بے بار، دو عدد برق گیر سلسلہ وار جوڑے جاتے ہیں۔ لمحہ t پر صورت حال شکل 6.19 میں دکھائی گئی ہے۔ نا معلوم گنجائش دریافت کریں۔

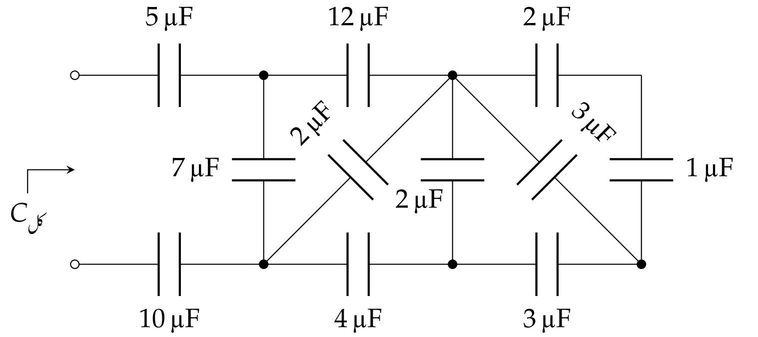
جواب: 7 µF

مشق 6.12: شکل 6.20 میں مساوی گنجائش دریافت کریں۔

جواب: $\frac{18}{17}$ µF

مشق 6.13: شکل 6.21 میں کل گنجائش حاصل کریں۔

جواب: $\frac{5}{2}$ µF



شکل 6.21: مشق 6.13 کا دور۔

6.6 سلسلہ وار امالہ گیر

متعدد سلسلہ وار جڑے امالہ گیر کو شکل 6.22-الف میں دکھایا گیا ہے۔ کرخوف قانون دباو سے

$$\begin{aligned}
v(t) &= v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots + v_N(t)\\
&= L_1\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + L_2\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + L_3\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \cdots + L_N\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\\
&= (L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_N)\,\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}$$

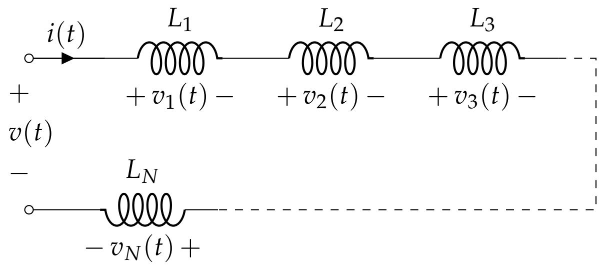
لکھ کر اس میں

$$L_s = \sum_{i=1}^{N} L_i = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_N \tag{6.27}$$

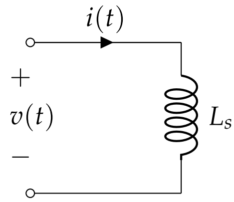
پُر کرنے سے

$$v(t) = L_s\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

حاصل ہوتا ہے جو ایک عدد امالہ گیر کی مساوات ہے جسے شکل 6.22-ب میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 6.27 سلسلہ وار امالہ کی مساوی امالہ دیتی ہے۔ یہ سلسلہ وار مزاحمتوں کی مساوات کی طرح مساوات ہے۔

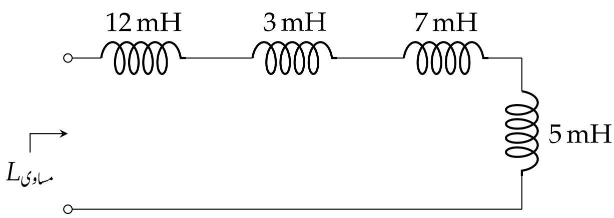


(الف) متعدد سلسلہ وار جڑے امالہ گیر۔



(ب) متعدد سلسلہ وار جڑے امالہ گیروں کی مساوی امالہ۔

شکل 6.22: متعدد سلسلہ وار جڑے امالہ گیر کی مساوی امالہ کا حصول۔



شکل 6.23: مثال 6.16 کا دور۔

مثال 6.16: شکل 6.23 میں مساوی امالہ دریافت کریں۔

جواب: $27\,\mathrm{mH}$

6.7 متوازی امالہ گیر

متوازی جڑے امالہ گیروں کی مساوی امالہ شکل 6.24-الف کی مدد سے حاصل کرتے ہیں جسے دیکھتے ہوئے کرخوف مساوات رو

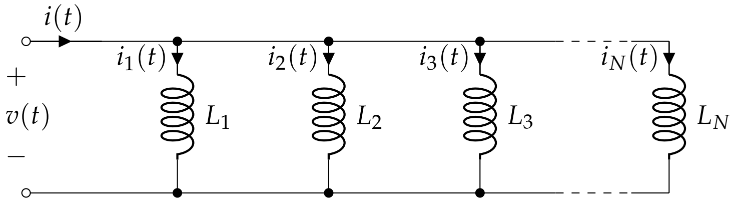
$$i(t) = i_1(t) + i - 2(t) + i_3(t) + \cdots + i_N(t) \tag{6.28}$$

لکھی جا سکتی ہے۔ انفرادی امالہ گیر کے لئے درج ذیل مساوات لکھے جا سکتے ہیں

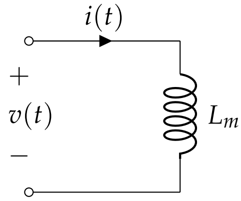
$$\begin{aligned}
i_1(t) &= i_1(t_0) + \frac{1}{L_1}\int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t \\
i_2(t) &= i_2(t_0) + \frac{1}{L_2}\int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t \\
i_3(t) &= i_3(t_0) + \frac{1}{L_3}\int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t \\
&\vdots \\
i_N(t) &= i_N(t_0) + \frac{1}{L_N}\int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t
\end{aligned}$$

جنہیں مساوات 6.28 میں پُر کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}
i(t) = i_1(t_0) + \frac{1}{L_1}\int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t + i_2(t_0) + \frac{1}{L_2}\int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t + \cdots \\
+ i_N(t_0) + \frac{1}{L_N}\int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t
\end{aligned}$$



(الف)



(ب)

شکل 6.24: متوازی جڑے امالہ گیروں کی مساوی امالہ۔

حاصل ہوتا ہے۔اس مساوات کو ترتیب دیتے ہوئے

$$i(t) = i_1(t_0) + i_2(t_0) + \cdots + i_N(t_0) + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}\right) \int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t$$

لکھا جا سکتا ہے جس میں

$$\frac{1}{L_m} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{L_i} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots + \frac{1}{L_N} \tag{6.29}$$

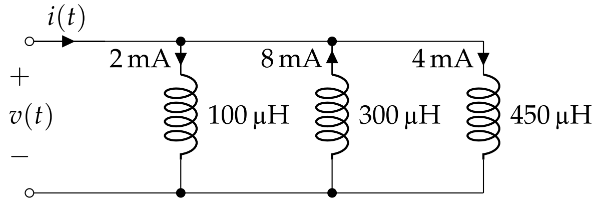
اور

$$i(t_0) = i_1(t_0) + i_2(t_0) + i_3(t_0) + \cdots + i_N(t_0) \tag{6.30}$$

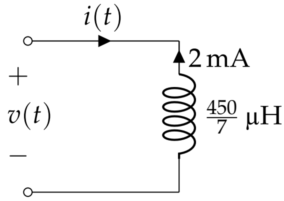
پُر کرنے سے

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L_m} \int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t$$

حاصل ہوتا ہے جو ایک عدد امالہ گیر کی مساوات ہے جسے شکل 6.24-ب میں دکھایا گیا ہے۔مساوات 6.29 متوازی جڑے امالہ گیر کی مساوی امالہ L_m دیتی ہے جبکہ مساوات 6.30 مساوی امالہ میں ابتدائی رو $i(t_0)$ دیتی ہے۔



(الف)



(ب)

شکل 6.25: مثال 6.17 کا دور۔

مثال 6.17: شکل 6.25-الف میں متوازی امالہ گیر اور ان میں ابتدائی رو دی گئی ہیں۔ مساوی امالہ اور اس کی ابتدائی رو دریافت کریں۔

حل: مساوات 6.29 سے

$$\frac{1}{L_m} = \frac{1}{100\,\mu\mathrm{H}} + \frac{1}{300\,\mu\mathrm{H}} + \frac{1}{450\,\mu\mathrm{H}}$$

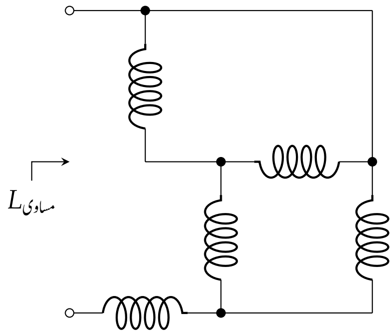
لکھ کر

$$L_m = \frac{450}{7}\,\mu\mathrm{H}$$

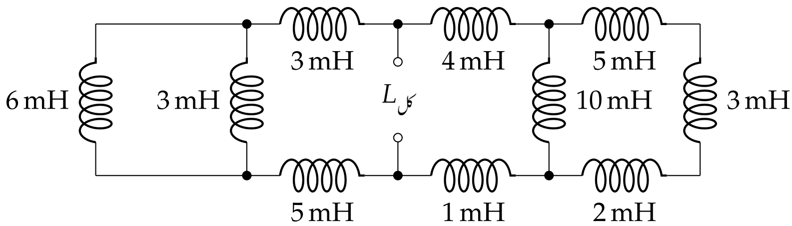
حاصل ہوتی ہے۔ مساوات 6.30 سے ابتدائی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$i(t_0) = 2\,\mathrm{mA} - 8\,\mathrm{mA} + 4\,\mathrm{mA} = -2\,\mathrm{mA}$$

شکل 6.25-ب میں مساوی امالہ بمع ابتدائی رو دکھائی گئی ہے۔ منفی رو $i(t)$ کے الٹ ہے۔



شکل 6.26: مشق 6.14 کا دور۔



شکل 6.27: مشق 6.15 کا دور۔

مشق 6.14: شکل 6.26 میں تمام انفرادی امالہ 12 mH ہیں۔ان کی مساوی امالہ دریافت کریں۔

جواب: $\frac{96}{5}$ mH

مشق 6.15: شکل 6.27 میں کل امالہ دریافت کریں۔

جواب: 5 mH

6.8 حسابی ایمپلیفائر کے RC ادوار

شکل 6.28 میں تکمل کار[22] دکھایا گیا ہے۔ جوڑ v_k زمین کے ساتھ جڑا ہے لٰہذا

$$v_k = 0$$

ہو گا۔ جوڑ v_n پر کرخوف مساوات رو

$$\frac{v_n - v_i}{R} + C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v_n - v_0) = 0$$

لکھتے ہوئے $v_n = v_k = 0$ پُر کرنے سے

$$\frac{0 - v_i}{R} + C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(0 - v_0) = 0$$

یعنی

$$-\frac{v_i}{R} - C\frac{\mathrm{d}v_0}{\mathrm{d}t} = 0$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس کو

$$\mathrm{d}v_0 = -\frac{v_i}{RC}\,\mathrm{d}t$$

لکھ کر تکمل لیتے ہوئے

$$v_0 = -\frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t} v_i\,\mathrm{d}t \tag{6.31}$$

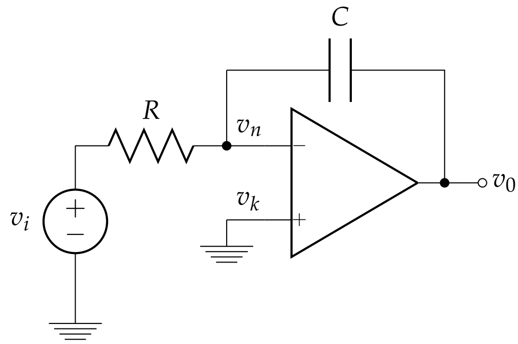
یا

$$v_0 = v(t_0) - \frac{1}{RC}\int_{t_0}^{t} v_i\,\mathrm{d}t \tag{6.32}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات کے تحت v_0 اشارہ v_i کے تکمل کے $\frac{1}{RC}$ گنا ہے۔ اسی لئے اس دور کو تکمل کار کہتے ہیں۔

---

[22] integrator



شکل 6.28: تکمل کار۔

6.9 تفرق کار

شکل 6.29 میں

$$v_k = 0$$

کے برابر ہے۔ جوڑ v_n پر کرخوف مساوات رو

$$C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v_n - v_i) + \frac{v_n - v_0}{R} = 0$$

میں $v_n = v_k = 0$ پُر کرنے سے

$$C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(0 - v_i) + \frac{0 - v_0}{R} = 0$$

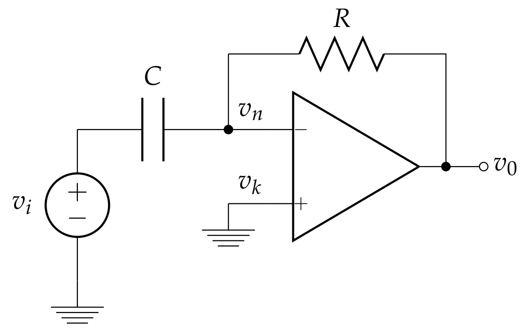
حاصل ہوتا ہے جسے ترتیب دیتے ہوئے

$$v_0 = -RC\frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t} \tag{6.33}$$

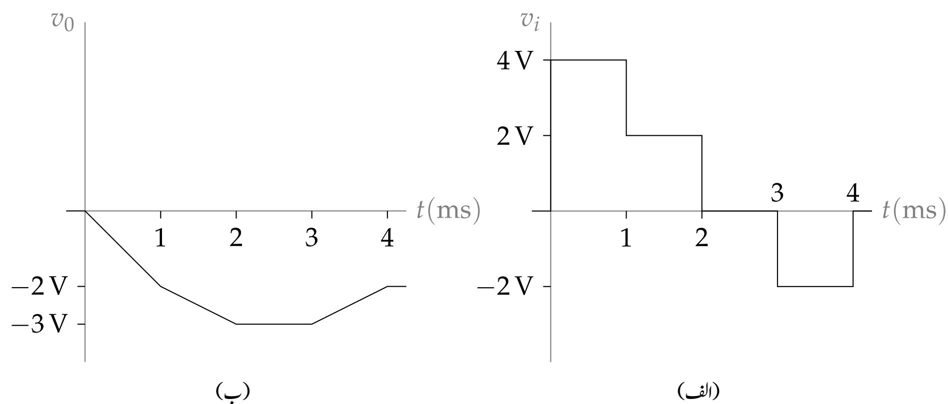
لکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات کے تحت v_0 اشارہ v_i کے تفرق کے $-RC$ گنا ہے۔ اس لئے اس دور کو **تفرق کار**[23] کہتے ہیں۔

مثال 6.18: تکمل کار میں $R = 10\,000\,\mathrm{k\Omega}$ اور $C = 0.2\,\mathrm{\mu F}$ ہیں جبکہ داخلی اشارہ شکل 6.30 میں دیا گیا ہے۔ خارجی اشارہ حاصل کریں۔

[23] differentiator



شکل 6.29: تفرق کار۔



شکل 6.30: مثال 6.18 کا داخلی اشارہ۔

حل: مساوات 6.32 کے تحت

$$
\begin{aligned}
v_0(t) &= v(t_0) - \frac{1}{10\,000 \times 0.2 \times 10^{-6}} \int_{t_0}^{t} v_i \,\mathrm{d}t \\
&= v(t_0) - 500 \int_{t_0}^{t} v_i \,\mathrm{d}t
\end{aligned}
$$

کے برابر ہے۔ لمحہ $t = 0$ سے بالکل پہلے داخلی اشارے کی ابتدائی قیمت $v_i(0_-) = 0\,\mathrm{V}$ ہے جبکہ $t = 0\,\mathrm{ms}$ تا $t = 1\,\mathrm{ms}$ تک $v_i = 2\,\mathrm{V}$ ہے۔ ان قیمتوں کو استعمال کرتے ہوئے

$$
\begin{aligned}
v_0(t) &= 0 - 500 \int_{0}^{t} 4 \,\mathrm{d}t \\
&= -2000t
\end{aligned}
$$

لکھا جا سکتا ہے جو سیدھے خط کی مساوات ہے جس کی ڈھلوان $-2000\,\mathrm{V\,s^{-1}}$ ہے۔ اس دورانیے کے اختتام $t = 1\,\mathrm{ms}$ پر

$$
v_0(1\,\mathrm{ms}) = -2000 \times 10^{-3} = -2\,\mathrm{V}
$$

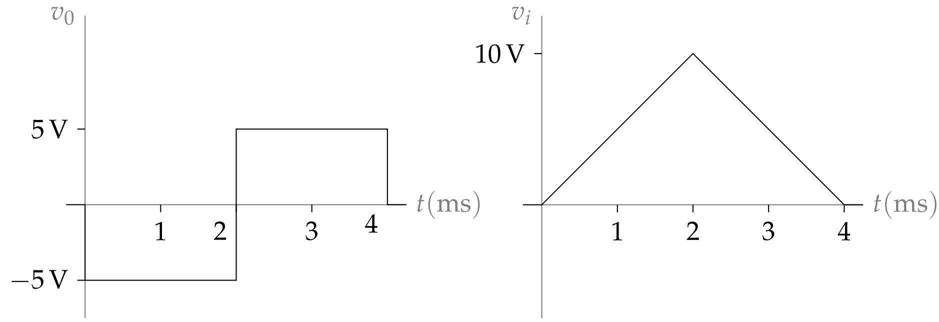
حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.30-ب میں اس خط کو دکھایا گیا ہے۔ اگلے ایک ملی سیکنڈ کی ابتدائی قیمتیں $t_0 = 1\,\mathrm{ms}$ اور $v_0(1\,\mathrm{ms}) = -2\,\mathrm{V}$ ہوں گی لہٰذا مساوات 6.32 درج ذیل لکھا جائے گا

$$
\begin{aligned}
v_0(t) &= -2 - 500 \int_{1\,\mathrm{ms}}^{t} 2 \,\mathrm{d}t \\
&= -2 - 1000(t - 0.001) \\
&= -1 - 1000t
\end{aligned}
$$

جس سے لمحہ $t = 2\,\mathrm{ms}$ پر

$$
v_0(2\,\mathrm{ms}) = -1 - 1000 \times 0.002 = -3\,\mathrm{V}
$$

حاصل ہوتا ہے۔ لمحہ $t = 2\,\mathrm{ms}$ تا $t = 3\,\mathrm{ms}$ داخلی اشارہ صفر کے برابر ہے لہٰذا اس کا تکمل صفر ہو گا۔ یوں خارجی اشارے میں اس دوران کوئی تبدیلی نہیں آئے گی اور یہ $-3\,\mathrm{V}$ پر برقرار رہے گا۔ آخری ایک ملی سیکنڈ میں اسی طرح حل کرتے ہوئے شکل-ب کا آخری حصہ ملتا ہے۔



(ب) (الف)

شکل 6.31: مثال 6.19 کے اشارات۔

مثال 6.19: تفرق کار میں $R = 2\,\mathrm{k\Omega}$ اور $C = 0.5\,\mathrm{\mu F}$ ہیں جبکہ اس کا داخلی اشارہ شکل 6.31-الف میں دیا گیا ہے۔ خارجی اشارہ حاصل کریں۔

حل: شکل 6.31-الف میں چار عدد دورانیے منتخب کیے جا سکتے ہیں جن کے دوران داخلی اشارے کے تفرق درج ذیل ہیں۔

$$\frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t} = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ +5000, & 0 < t < 2\,\mathrm{ms} \\ -5000, & 2\,\mathrm{ms} < t < 4\,\mathrm{ms} \\ 0, & 4\,\mathrm{ms} \end{cases}$$

مساوات 6.33 میں دی گئی قیمتیں پُر کرنے سے

$$v_0 = -0.001\frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں $\frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t}$ کی قیمتیں پُر کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے جس کو شکل 6.31-ب میں دکھایا گیا ہے۔

$$v_0 = \begin{cases} -0.001(0) = 0\,\mathrm{V}, & t < 0 \\ -0.001(5000) = -5\,\mathrm{V}, & 0 < t < 2\,\mathrm{ms} \\ -0.001(-5000) = 5\,\mathrm{V}, & 2\,\mathrm{ms} < t < 4\,\mathrm{ms} \\ -0.001(0) = 0\,\mathrm{V}, & 4\,\mathrm{ms} \end{cases}$$

باب 7

عارضی رد عمل

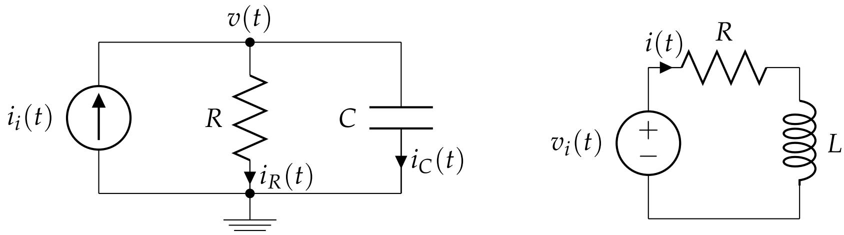
7.1 تعارف

ایسے ادوار جن میں امالہ گیر اور (یا) برق گیر پائے جاتے ہوں میں توانائی ذخیرہ کرنے کی صلاحیت ہوتی ہے۔توانائی ذخیرہ کرنے والے ادوار کا رد عمل منبع طاقت کے علاوہ ذخیرہ توانائی پر بھی منحصر ہوتا ہے۔ایسے ادوار میں کسی بھی طرح کی تبدیلی سے ذخیرہ توانائی میں تبدیلی رونما ہو سکتی ہے۔دور میں تبدیلی مثلاً کسی سوئچ کے چالو یا غیر چالو کرنے سے پیدا ہو سکتی ہے۔ایسی صورت جہاں دور یکساں ایک ہی حالت میں رہے کو **برقرار حالت**[1] کہتے ہیں۔ تبدیلی کے بعد دور متبادل برقرار حالت اختیار کرتا ہے۔ایک برقرار حالت سے دوسری برقرار حالت تک پہنچنے کے دوران، دور **عارضی حالت**[2] میں ہوتا ہے۔

7.2 ایک درجی ادوار

وہ ادوار جن میں صرف امالہ گیر توانائی ذخیرہ کرتے ہوں کی کرخوف مساوات **ایک درجی تفرقی مساوات**[3] ہوتی ہے۔اسی طرح وہ ادوار جن میں صرف برق گیر توانائی ذخیرہ کرتے ہوں بھی ایک درجی کرخوف مساوات دیتے ہیں۔اسی لئے انہیں

[1] steady state
[2] transient state
[3] first order differential equation



(ب) (الف)

شکل 7.1: ایک درجی ادوار کی مثالیں۔

یک درجی ادوار[4] کہتے ہیں۔اس کے برعکس ایسے ادوار جن میں امالہ گیر اور برق گیر دونوں پائے جاتے ہوں **دو درجی تفرقی مساوات**[5] دیتے ہیں اور انہیں **دو درجی ادوار**[6] کہا جاتا ہے۔

شکل 7.1 میں ایک درجی ادوار کی مثالیں دی گئی ہیں۔آئیں ان کی کرخوف مساوات لکھ کر دیکھیں۔شکل-الف کی مساوات درج ذیل ہے۔

$$v(t) = i(t)R + L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} \tag{7.1}$$

اسی طرح شکل-ب کی کرخوف مساوات درج ذیل ہے۔

$$i_i(t) = \frac{v(t)}{R} + C\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} \tag{7.2}$$

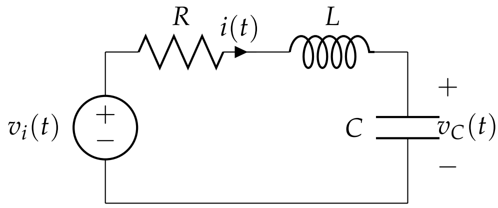
آپ دیکھ سکتے ہیں کہ درج بالا دونوں مساوات ایک درجی تفرقی مساوات ہیں۔

شکل 7.2 میں دو درجی دور دکھایا گیا ہے جس کی کرخوف مساوات درج ذیل ہے جہاں $v_C(0)$ لمحہ $t = 0$ پر برق گیر کا دباو ہے۔

$$\begin{aligned} v_i(t) &= Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t \\ &= Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t + v_C(0) \end{aligned} \tag{7.3}$$

اس **تکمل و تفرقی مساوات**[7] میں تکمل کی علامت ختم کرنے سے **تفرقی مساوات**[8] حاصل ہو گی۔تکمل کی علامت ختم

[4] first order circuits
[5] second order differential equations
[6] second order circuits
[7] integro-differential equation
[8] differential equation



شکل 7.2: دو درجی دور۔

کرنے کی خاطر اس کا تفرق لیتے ہیں۔

$$\frac{\mathrm{d}v_i(t)}{\mathrm{d}t}=R\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}+L\frac{\mathrm{d}^2\,i(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{i(t)}{C} \tag{7.4}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ امالہ گیر اور برق گیر دونوں کی موجودگی سے دو درجی تفرقی مساوات حاصل ہوتی ہے۔

مساوات 7.3 رو $i(t)$ کی تکمل و ترقی مساوات ہے۔اس مساوات میں

$$\begin{aligned}i(t)&=C\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}\\ v_C(t)&=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(t)\,\mathrm{d}t\end{aligned}$$

پُر کرنے سے دباو $v_C(t)$ کی تفرقی مساوات حاصل ہوتی ہے۔

$$v_i(t)=RC\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}+LC\frac{\mathrm{d}^2\,i(t)}{\mathrm{d}t^2}+v_C(t) \tag{7.5}$$

7.2.1 رد عمل کی عمومی مساوات

ایک درجی ادوار کے رد عمل جاننے کی خاطر ان کی تفرقی مساوات حل کی جاتی ہے جس سے دور کے مختلف مقامات پر دباو اور رو حاصل کی جاتی ہے۔ان یک درجی مساوات کی عمومی صورت درج ذیل ہوتی ہے

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+ay(t)=g(t) \tag{7.6}$$

جہاں $y(t)$ دباو یا رو کو ظاہر کرتی ہے، a مستقل ہے اور $g(t)$ **جبری قوت**[9] ہے۔اس مساوات کا آزاد متغیرہ وقت t ہے۔ تفرقی مساوات کا ایک بنیادی مسئلہ کہتا ہے کہ مساوات 7.6 کا مکمل حل اس کے **فطری رد عمل**[10] $y_f(t)$ اور

forcing function[9]
natural response, complementary solution[10]

جبری رد عمل[11] $y_j(t)$ کا مجموعہ ہے۔ مساوات 7.6 کے کسی بھی حل کو بطور جبری رد عمل لیا جا سکتا ہے جبکہ درج ذیل **ہم جنسی مساوات**[12]

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + ay(t) = 0 \tag{7.7}$$

کے کسی بھی حل کو فطری رد عمل تصور کیا جا سکتا ہے۔ مساوات 7.6 میں $g(t) = 0$ پُر کرنے سے ہم جنسی مساوات حاصل ہوتی ہے۔

آئیں $g(t) = A$ کی صورت میں مساوات 7.6 کا حل حاصل کریں جہاں A ایک مستقل ہے۔ یوں ہمیں درج ذیل دو مساوات کے حل درکار ہیں۔

$$\frac{\mathrm{d}y_j(t)}{\mathrm{d}t} + ay_j(t) = A \tag{7.8}$$

$$\frac{\mathrm{d}y_f(t)}{\mathrm{d}t} + ay_f(t) = 0 \tag{7.9}$$

جبری حل کو قیاس کے ذریعہ K_1 تصور کرتے ہیں جہاں K ایک مستقل ہے۔

$$y_j(t) = K_1 \tag{7.10}$$

جبری حل $y_j(t) = K_1$ کو مساوات 7.8 میں پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}K_1}{\mathrm{d}t} + aK_1 &= A\\ 0 + aK_1 &= A\end{aligned}$$

یعنی

$$K_1 = \frac{A}{a} \tag{7.11}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 7.9 کو ترتیب دیتے ہوئے

$$\frac{\mathrm{d}y_f(t)}{y_f(t)} = -a\,\mathrm{d}t$$

---

[11] forced response, particular solution
[12] homogenous equation

لکھا جا سکتا ہے جس کا تکمل

$$\ln y_f(t) = -at + c$$

یعنی

$$y_f(t) = K_2 e^{-at} \tag{7.12}$$

کے برابر ہے جہاں c تکمل کا مستقل ہے اور $K_2 = e^c$ کے برابر ہے۔ مساوات 7.11 اور مساوات 7.12 سے مکمل حل درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$y(t) = \frac{A}{a} + K_2 e^{-at} \tag{7.13}$$

کسی بھی لمحے پر $y(t)$ جاننے سے درج بالا مساوات میں نا معلوم مستقل K_2 دریافت کیا جا سکتا ہے۔ درج بالا مساوات کو درج ذیل عمومی حل کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے

$$y(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{7.14}$$

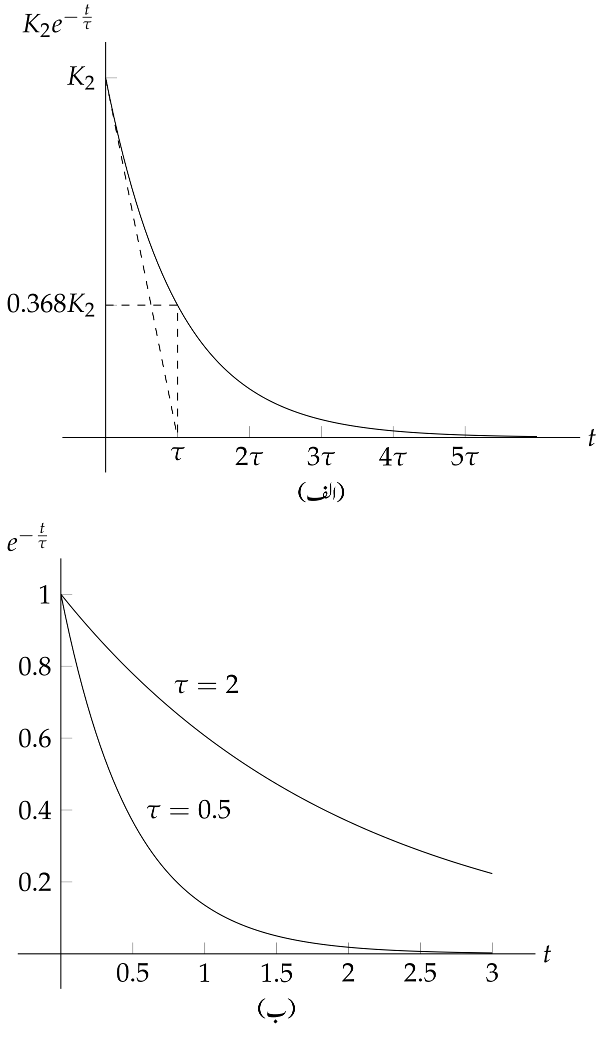
جہاں $\tau = \frac{1}{a}$ کے برابر ہے۔

مساوات 7.14 کے مختلف اجزاء کو نام دیے گئے ہیں۔ یوں τ **وقتی مستقل**[13] کہلاتا ہے جبکہ K_1 **برقرار حالت حل**[14] کہلاتا ہے۔ مساوات 7.14 میں $t = \infty$ پُر کرنے سے برقرار حالت حل حاصل ہوتا ہے۔ یوں کسی بھی تبدیلی کے بہت دیر بعد دور برقرار حالت میں ہو گا یعنی ابدی صورت کو برقرار حالت کہا جاتا ہے۔

شکل 7.3-الف میں مثبت a کی صورت میں جبری حل دکھایا گیا ہے۔ ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر $y_j(0) = K_2$ کے برابر ہے جبکہ ایک وقتی مستقل برابر وقت بعد اس کی قیمت $y_j(\tau) = 0.368K_2$ رہ گئی ہے یعنی τ دورانیے میں جبری حل کی قیمت میں 63.2 % کی واقع ہوئی ہے۔ اسی طرح دو وقتی مستقل وقفے کے بعد $y_j(2\tau) = 0.135K_2$ ہے جو $y_p(\tau)$ کے 0.368 گنا ہے۔ حقیقت میں کسی بھی لمحہ t_1 پر y_j کی قیمت میں لمحہ $t_1 + \tau$ پر 63.2 % کی واقع ہو گی۔ پانچ وقتی مستقل وقفے کے بعد $y_j(5\tau) = 0.0067K_2$ رہ جاتا ہے جو ابتدائی قیمت کے 0.67 % ہے۔

مساوات 7.12 **قوت نمائی انحطاطی**[15] خط ہے۔ قوت نمائی انحطاطی خط کی ایک خصوصیت یہ ہے کہ ابتدائی لمحے پر اس کا مماس افقی محور کو τ پر کاٹتا ہے۔ اس مماس کو شکل 7.3-الف میں $(0, K_2)$ تا $(\tau, 0)$ نقطہ دار لکیر سے دکھایا

[13] time constant
[14] steady state solution
[15] exponential decaying



شکل 7.3: وقتی مستقل

گیا ہے۔ شکل 7.3-ب میں مختلف τ کی قیمتوں کے لئے مساوات 7.12 کو کھینچا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کم وقتی مستقل کا خط جلد اختتامی قیمت تک پہنچتا ہے۔یوں وقتی مستقل کسی بھی دور کے رد عمل کے دورانیے کی ناپ ہے۔

مثال 7.1: شکل 7.4 میں مزاحمت اور بے بار برق گیر سلسلہ وار جڑے ہیں۔لمحہ $t=0$ پر سوئچ[16][17] چالو کرتے ہوئے انہیں مستقل منبع دباو V_I کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔برق گیر کا دباو $v(t)$ اور رو $i(t)$ دریافت کریں۔

حل: سوئچ چالو کرنے سے پہلے برق گیر بے بار ہے لہٰذا اس پر دباو صفر کے برابر ہے۔صفحہ 250 پر مساوات 6.11 کے تحت $v_C(0_+) = v_C(0_-)$ ہو گا یعنی یوں سوئچ چالو کرنے کے فوراً بعد برق گیر کا دباو صفر ہی ہو گا۔سوئچ چالو کرنے کے بعد دباو جوڑ $v(t)$ کے استعمال سے کرخوف مساوات رو لکھتے ہیں

$$\frac{v(t)-V_I}{R}+C\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}=0$$

جسے ترتیب دیتے ہوئے

$$\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{v(t)}{RC}=\frac{V_I}{RC} \tag{7.15}$$

لکھا جا سکتا ہے جو عمومی مساوات 7.6 کی طرح ہے۔چونکہ V_I مستقل قیمت ہے لہٰذا اس مساوات کا جبری حل

$$v_j(t)=K_1$$

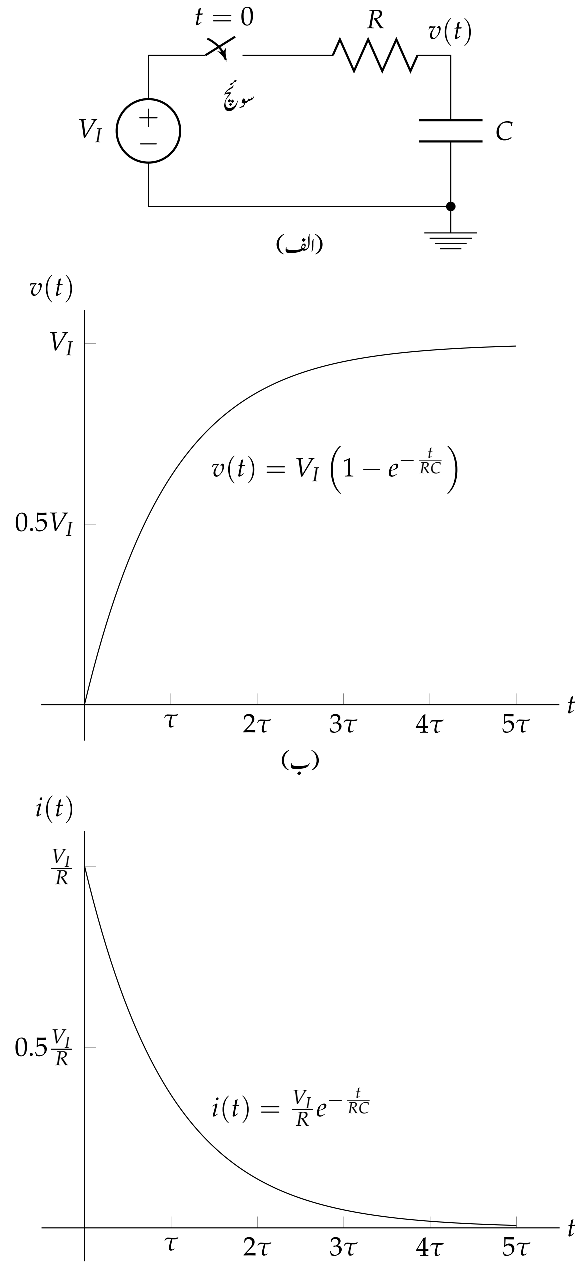
تصور کیا جا سکتا ہے جسے مساوات 7.15 میں پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}K_1}{\mathrm{d}t}+\frac{K_1}{RC}&=\frac{V_I}{RC}\\0+\frac{K_1}{RC}&=\frac{V_I}{RC}\end{aligned}$$

یعنی

$$K_1=V_I$$

[16] اس طرز کے سوئچ کا پورا نام ایک قطب ایک چال سوئچ ہے۔
[17] switch, spst, single pole single throw



شکل 7.4: مثال 7.1 کا دور، دباو اور رو۔

حاصل ہوتا ہے۔یوں جبری حل درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_j(t) = V_I$$

اس نتیجے کے تحت سوئچ چالو کرنے کے بہت دیر بعد برق گیر پر دباو عین منبع دباو کے برابر ہو گا۔ شکل کو دیکھتے ہوئے اسی نتیجے تک یوں پہنچا جا سکتا ہے کہ سوئچ چالو کرنے کے بعد دور میں رو کی وجہ سے برق گیر پر بار جمع ہونا شروع ہو جائے گا۔جب تک برق گیر کا دباو منبع کے دباو سے کم ہو، مزاحمت پر دباو پایا جائے گا لہٰذا اس میں رو پائی جائے گی۔ یہ رو برق گیر پر جمع بار میں اضافہ کرتی رہے گی۔ عین اس وقت جب برق گیر اور منبع کے دباو برابر ہو جائیں، رو کی قیمت صفر ہو جائے گی اور برق گیر کا دباو اسی قیمت پر ابد تک برقرار رہے گا۔

آئیں اب فطری حل دریافت کریں۔ فطری حل ہم جنسی مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 7.15 کے دائیں بازو کو صفر کے برابر پُر کرنے سے ہم جنسی مساوات

$$\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{v(t)}{RC} = 0 \tag{7.16}$$

حاصل ہوتی ہے۔اس کو

$$\frac{\mathrm{d}v(t)}{v(t)} = -\frac{\mathrm{d}t}{RC}$$

لکھتے ہوئے تکمل لینے سے

$$\ln v(t) = -\frac{t}{RC} + c$$

یعنی

$$v_f(t) = K_2 e^{-\frac{t}{RC}}$$

فطری حل حاصل ہوتا ہے۔ جبری اور فطری حل کا مجموعہ مکمل حل ہو گا۔

$$v(t) = V_I + K_2 e^{-\frac{t}{RC}}$$

مکمل حل میں نامعلوم مستقل کو ابتدائی شرائط[18] سے حاصل کرتے ہیں جس کے تحت $t = 0_+$ پر $v_C(0_+) = 0$ کی قیمت معلوم ہے۔ان قیمتوں کو درج بالا مساوات میں پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$0 = V_I + K_2 e^{-\frac{0}{RC}}$$
$$0 = V_I + K_2$$

[18] initial conditions

یعنی

$$K_2 = -V_I$$

حاصل ہوتا ہے۔

جبری حل اور فطری حل کا مجموعہ مکمل حل دیتا ہے

$$\begin{aligned} v(t) &= v_j(t) + v_f(t) \\ &= V_I\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \\ &= V_I\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \end{aligned} \tag{7.17}$$

درج بالا مساوات میں وقتی مستقل درج ذیل ہے۔

$$\tau = RC \tag{7.18}$$

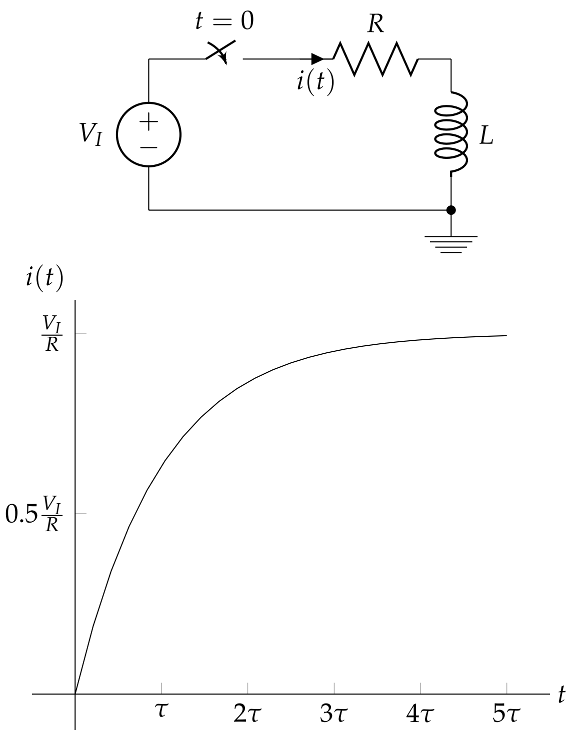
یوں R یا(اور) C بڑھانے سے وقتی مستقل بڑھے گا جس سے دور برقرار صورت زیادہ دیر کے بعد اختیار کرے گا۔

رو $i(t)$ کو درج بالا مساوات سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} i(t) &= C\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} \\ &= CV_I\left(0 + \frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}\right) \\ &= \frac{V_I}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned}$$

یہی رو مزاحمت پر اوہم کے قانون کی مدد سے بھی حاصل کی جا سکتی ہے یعنی

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{V_I - v(t)}{R} \\ &= \frac{V_I}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned}$$



شکل 7.5: مثال 7.2 کے اشکال۔

مثال 7.2: شکل 7.5 میں لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے۔ رو کا خط کھینچیں۔

حل: کرخوف مساوات دباو

$$V_I = i(t)R + L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

کو ترتیب دیتے ہوئے عمومی شکل میں لاتے ہیں

$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{V_I}{L} \tag{7.19}$$

جس کا جبری حل

$$i_j(t) = K_1$$

ہو گا۔ جبری حل کو عمومی مساوات میں پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}K_1}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}K_1 &= \frac{V_I}{L}\\ 0 + \frac{R}{L}K_1 &= \frac{V_I}{L}\end{aligned}$$

یعنی

$$K_1 = \frac{V_I}{R}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے جبری حل درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$i_j(t) = \frac{V_I}{R}$$

یہی جواب منطق سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔ چونکہ یک سمتی رو کے لئے امالہ گیر بطور قصر دور کردار ادا کرتا ہے لٰہذا عارضی دورانیہ گزر جانے کے بعد ہم امالہ گیر کو قصر دور تصور کر سکتے ہیں۔ شکل 7.5 میں امالہ گیر کو قصر دور کرتے ہوئے اوہم کے قانون سے $i_j(t) = \frac{V_I}{R}$ لکھا جا سکتا ہے۔

فطری حل حاصل کرنے کی خاطر مساوات 7.19 میں دیے گئے عمومی مساوات کا دایاں ہاتھ صفر کے برابر پُر کرتے ہوئے درج ذیل ہم جنسی مساوات حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}i(t) = 0$$

اس کو ترتیب دیتے ہوئے

$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{i(t)} = -\frac{R}{L}\,\mathrm{d}t$$

تکمل لینے سے

$$\ln i(t) = -\frac{R}{L}t + c$$

یعنی

$$i_f(t) = K_2 e^{-\frac{R}{L}t}$$

حاصل ہوتا ہے۔

جبری اور فطری حل کا مجموعہ مکمل حل دیتا ہے

$$\begin{aligned} i(t) &= i_j(t) + i_f(t) \\ &= \frac{V_I}{R} + K_2 e^{-\frac{R}{L}t} \\ &= \frac{V_I}{R} + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned} \tag{7.20}$$

جہاں وقتی مستقل درج ذیل ہے۔

$$\tau = \frac{R}{L} \tag{7.21}$$

مکمل حل میں نامعلوم مستقل K_2 کو ابتدائی معلومات سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔ سوئچ چالو کرنے سے پہلے دور میں رو صفر کے برابر ہے۔ صفحہ 263 پر مساوات 6.21 کے تحت امالہ کی رو بلا جوڑ تفاعل

$$i_L(t_+) = i_L(t_-)$$

ہے لہٰذا سوئچ چالو کرنے کے فوراً بعد امالہ کی رو وہی ہو گی جو سوئچ چالو کرنے کے فوراً پہلے تھی یعنی لمحہ $t = 0_+$ پر $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$ ہو گی۔ ان معلومات کو مساوات 7.20 میں دیے مکمل حل میں پُر کرنے سے

$$0 = \frac{V_I}{R} + K_2 e^{-\frac{0}{\tau}}$$

یعنی

$$K_2 = -\frac{V_I}{R}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں مکمل حل درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$i(t) = \frac{V_I}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{7.22}$$

رو کے خط کو شکل 7.5-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 7.3: ازل سے شکل 7.6 میں ایک **قطب دو چال سوئچ**[19] اسی جگہ پر ہے۔لمحہ $t = 0$ پر اس کی جگہ تبدیل کرتے ہوئے $5\,\mathrm{k\Omega}$ مزاحمت کو زمین کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔برق گیر پر دباو دریافت کریں۔

حل: ازل سے دور منبع کے ساتھ جڑا رہا ہے۔یوں دور برقرار حالت میں ہو گا اور برق گیر کو کھلا دور تصور کیا جاتا ہے۔ایسا کرنے سے شکل-ب حاصل ہوتی ہے جہاں سے تقسیم دباو کے کلیے سے برق گیر کا ابتدائی دباو درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_C(0_-) = 20\left(\frac{15\,\mathrm{k\Omega}}{5\,\mathrm{k\Omega} + 15\,\mathrm{k\Omega}}\right) = 15\,\mathrm{V}$$

برق گیر کا دباو بلا جوڑ ہے لہٰذا

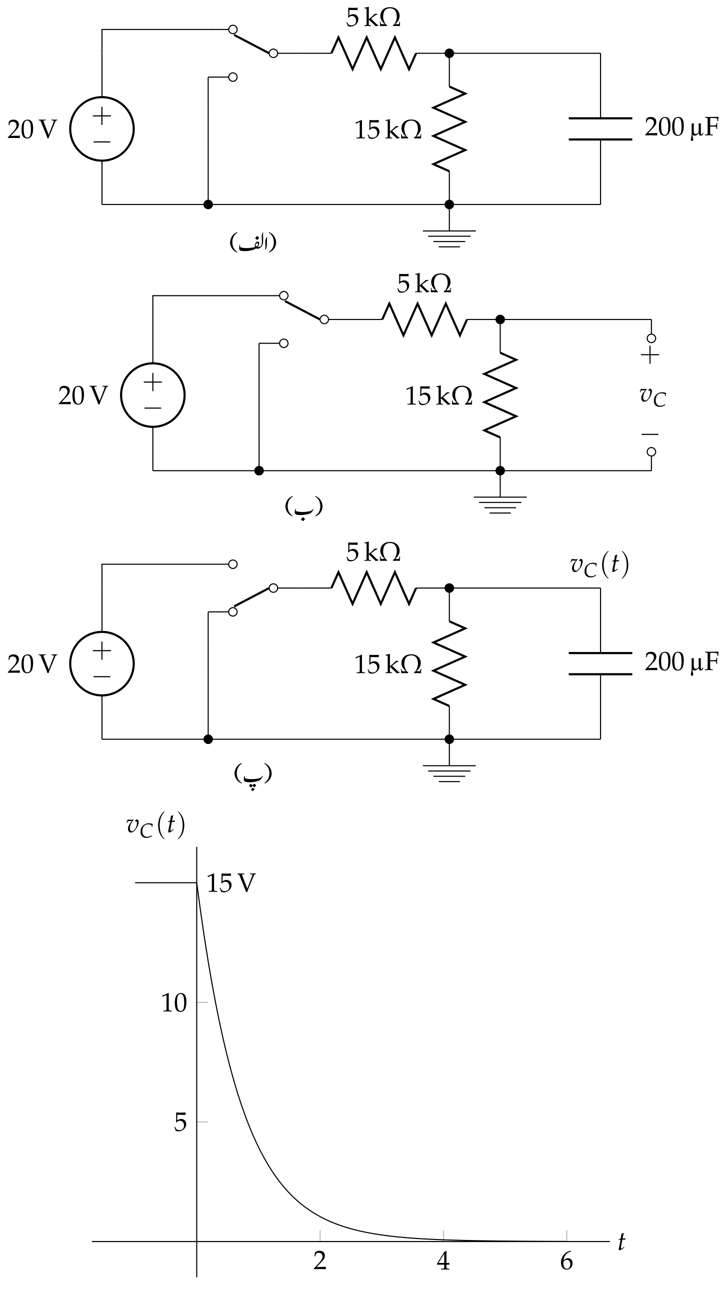
$$v_C(0_+) = v_C(0_-) = 15\,\mathrm{V} \qquad \text{ابتدائی حالت}$$

ہو گا۔لمحہ $t = 0$ کے بعد کی صورت شکل-پ میں دکھائی گئی ہے۔ہمیں اس شکل میں $v(t)$ درکار ہے جسے کرخوف مساوات رو کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{v_C(t)}{5000} + \frac{v_C(t)}{15000} + 200 \times 10^{-6}\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t} = 0$$

---

[19] single pole double throw switch, spdt



شکل 7.6: مثال 7.3 کے اشکال۔

اس ہم جنسی مساوات کو ترتیب دیتے ہوئے

$$\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{v_C(t)} = -\frac{4}{3}\,\mathrm{d}t$$

لکھا جا سکتا ہے جس کا تکمل

$$\ln v_C(t) = -\frac{4}{3}t + c$$

یا

$$v_C(t) = Ke^{-\frac{4}{3}t}$$

کے برابر ہے جہاں تکمل کے مستقل کو c یا K لکھا گیا ہے۔ابتدائی حالت کی معلومات اس مساوات میں پُر کرتے ہوئے

$$15 = Ke^0$$

سے K کی قیمت درج ذیل

$$K = 15$$

حاصل ہوتی ہے۔یوں

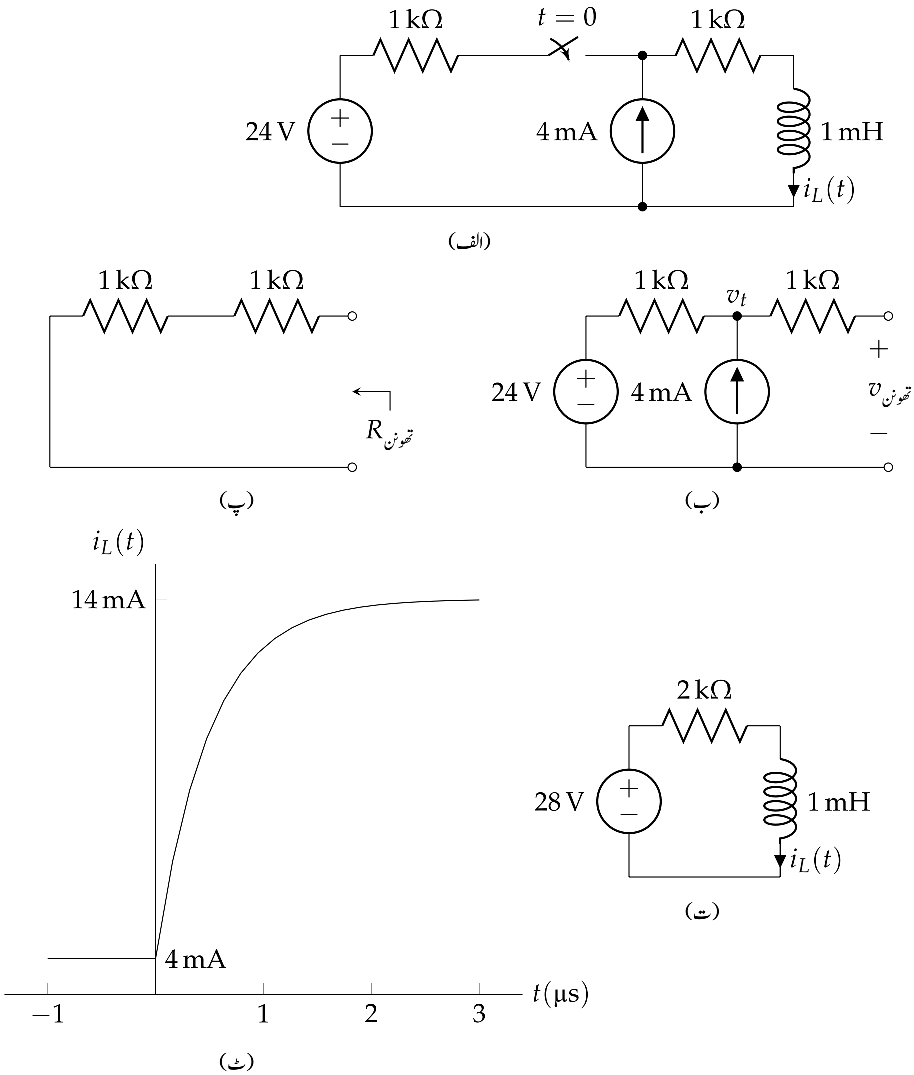
$$v_C(t) = 15e^{-\frac{4}{3}t}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں وقتی مستقل $\tau = \frac{3}{4}$ کے برابر ہے۔یوں سوئچ چالو کرنے کے $0.75\,\mathrm{s}$ بعد برق گیر کا دباو ابتدائی قیمت کے $36.8\,\%$ یعنی $0.368 \times 15 = 5.52\,\mathrm{V}$ ہو گا۔

مثال 7.4: ازل سے شکل 7.7 میں سوئچ غیر چالو تھا جسے $t = 0$ پر چالو کیا جاتا ہے۔امالہ گیر کی رو $i_L(t)$ دریافت کریں۔

حل: غیر چالو سوئچ کی صورت میں منبع رو کی تمام رو امالہ گیر سے گزرتی ہے لہٰذا

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = 4\,\mathrm{mA}$$



شکل 7.7: مثال 7.4 کے اشکال۔

ہو گا۔اس دور کو مسئلہ تھونن کی مدد سے حل کرتے ہیں۔یوں امالہ کو بوجھ تصور کرتے ہوئے بقایا دور کا تھونن مساوی حاصل کرتے ہیں۔ تھونن دباو حاصل کرنے کی خاطر بوجھ کو کھلے دور کیا جاتا ہے جس سے شکل 7.7-ب حاصل ہوتی ہے۔اس شکل میں منبع رو کی تمام رو بائیں مزاحمت اور منبع دباو سے گزرے گی لہٰذا مزاحمت پر $4\,\mathrm{V}$ کا دباو ہو گا۔یوں

$$v_t = v_{\text{تھونن}} = 24\,\mathrm{V} + 4\,\mathrm{V} = 28\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔یاد رہے کہ بالائی دائیں مزاحمت میں رو صفر کے برابر ہے لہٰذا اس پر دباو بھی صفر ہو گا اور یوں v_t اور $v_{\text{تھونن}}$ برابر ہوں گے۔

منبع دباو کو قصر دور اور منبع رو کو کھلے دور کرتے ہوئے شکل-پ حاصل ہوتی ہے جسے دیکھتے ہوئے تھونن مزاحمت

$$R_{\text{تھونن}} = 2\,\mathrm{k\Omega}$$

لکھی جا سکتی ہے۔

تھونن مساوی دور استعمال کرتے ہوئے شکل-الف کو شکل-ت کی طرز پر بنایا جا سکتا ہے۔شکل-ت کی کرخوف مساوات

$$28 = 2000i(t) + 0.001\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

کو عمومی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + 2\times 10^6 i(t) = 28000$$

اس مساوات کا جبری حل

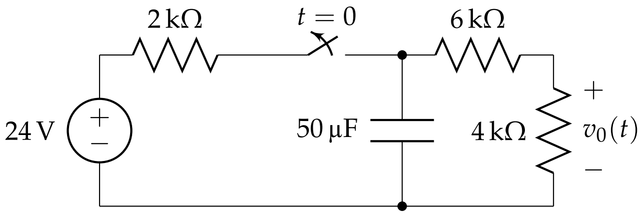
$$i_j(t) = K_1 = 14\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے اور اس کا فطری حل

$$i_f(t) = K_2 e^{-2\times 10^6 t}$$

ہے-یوں امالہ گیر کے رو کا مکمل حل

$$i(t) = 0.014 + K_2 e^{-2\times 10^6 t}$$



شکل 7.8: مشق 7.1 کا دور۔

ہے۔ابتدائی معلومات کو اس مساوات میں حل کرتے ہوئے

$$0.004 = 0.014 + K_2 e^0$$

سے

$$K_2 = -10\,\text{mA}$$

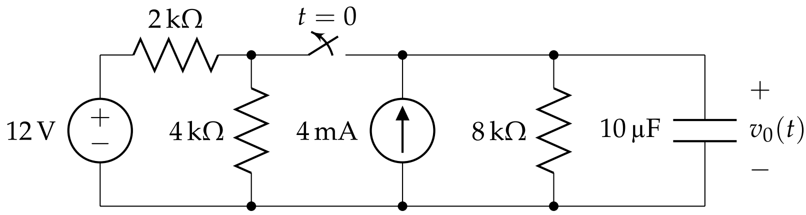
حاصل ہوتا ہے۔یوں مکمل حل درج ذیل ہے۔

$$i_L(t) = 0.014 - 0.01e^{-2\times 10^6 t} \tag{7.23}$$

اس مساوات کا وقتی مستقل $\tau = 0.5\,\mu\text{s}$ ہے۔یوں تقریباً $5\tau = 2.5\,\mu\text{s}$ میں دور پہلی برقرار حالت سے دوسری برقرار حالت اختیار کر پاتا ہے۔مساوات 7.23 کو شکل-ٹ میں دکھایا گیا ہے۔

مشق 7.1: شکل 7.8 میں ازل سے چالو سوئچ کو لمحہ $t = 0$ پر منقطع کیا جاتا ہے۔برق گیر پر ابتدائی دباو دریافت کرتے ہوئے $v_0(t)$ دریافت کریں۔اس دور کا وقتی مستقل کیا ہے۔

جوابات: $v_C(0_+) = 20\,\text{V}$ ، $v_0(t) = 8e^{-\frac{t}{0.5}}\,\text{V}$ ، $\tau = 0.5\,\text{s}$



شکل 7.9: مشق 7.2 کا دور۔

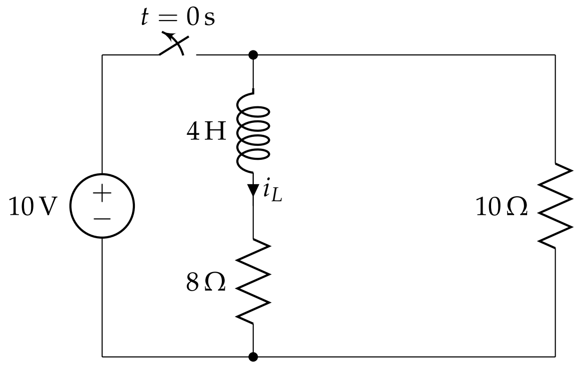
مشق 7.2: شکل 7.9 میں ازل سے چالو سوئچ کو لمحہ $t=0$ پر منقطع کیا جاتا ہے۔ برق گیر پر ابتدائی دباو دریافت کرتے ہوئے $v_0(t)$ دریافت کریں۔

جوابات: $v_0(0_+)=\frac{80}{7}\,\mathrm{V}$ ، $v_0(t)=32-\frac{144}{7}e^{-\frac{100t}{7}}\,\mathrm{V}$

مشق 7.3: شکل 7.10 میں ازل سے چالو سوئچ کو لمحہ $t=0$ پر منقطع کیا جاتا ہے۔ امالہ گیر میں ابتدائی رو دریافت کرتے ہوئے $i_L(t)$ دریافت کریں۔ دور کا وقتی مستقل حاصل کریں۔

جوابات: $i_L(0_+)=1.25\,\mathrm{A}$ ، $i_L(t)=1.25e^{-3000t}\,\mathrm{A}$ ، $\tau=\frac{1}{3}\,\mathrm{ms}$

مثال 7.5: شکل 7.11 میں ازل سے چالو سوئچ لمحہ $t=2\,\mathrm{s}$ پر منقطع کیا جاتا ہے۔ رو $i(t)$ دریافت کریں۔



شکل 7.10: مشق 7.3 کا دور۔

حل: سوئچ منقطع کرنے سے فوراً پہلے کی صورت حال شکل-ب میں دکھائی گئی ہے۔ چونکہ ازل سے سوئچ چالو تھا لہٰذا دور برقرار حالت میں ہو گا اور یوں برق گیر کو کھلا دور تصور کیا جائے گا۔ شکل-ب کو دیکھ کر

$$i(t < 2\,\mathrm{s}) = \frac{20}{4000 + 6000} = 2\,\mathrm{mA}$$

اور

$$v_C(2_-) = v_C(2_+) = 20\left(\frac{4000}{4000 + 6000}\right) = 8\,\mathrm{V}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ سوئچ منقطع ہونے کے بعد کی صورت حال شکل-الف میں دی گئی ہے۔ جوڑ $v(t)$ پر کرخوف مساوات رو لکھتے ہوئے

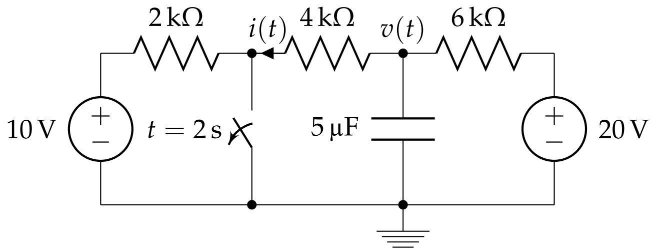
$$\frac{v(t) - 10}{2000 + 4000} + 5 \times 10^{-6}\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{v(t) - 20}{6000} = 0$$

ترتیب دینے سے

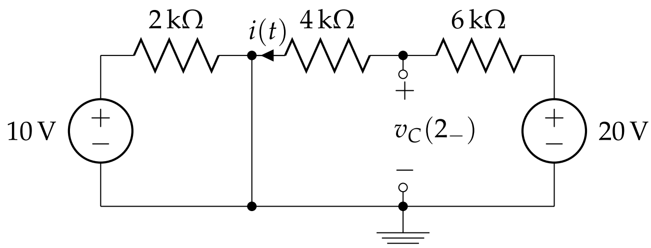
$$\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{200}{3}v(t) = 1000$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس کے جبری اور فطری حل درج ذیل ہیں

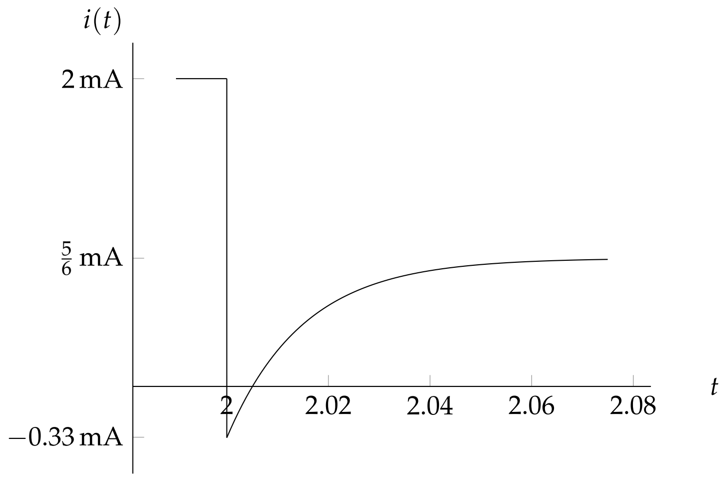
$$v_j(t) = K_1 = 15\,\mathrm{V}$$
$$v_f(t) = K_2 e^{-\frac{200}{3}t}$$



(الف)



(ب)



(پ)

شکل 7.11: مثال 7.5 کے اشکال۔

جن کا مجموعہ مکمل حل

$$v(t>2) = 15 + K_2 e^{-\frac{200}{3}t}$$

دیتا ہے۔ابتدائی معلومات $v(2_+) = 8\,\mathrm{V}$ لمحہ $t = 2\,\mathrm{s}$ پر ہم جانتے ہیں جنہیں درج بالا مساوات میں پُر کرتے ہوئے

$$8 = 15 + K_2 e^{-\frac{200}{3}\times 2}$$

K_2 کی قیمت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$K_2 = -7e^{\frac{400}{3}}$$

یوں مکمل حل درج ذیل ہو گا۔

$$v(t>2) = 15 - 7e^{\frac{200}{3}(2-t)}$$

اب شکل-الف کو دیکھ کر

$$\begin{aligned} i(t>2) &= \frac{v(t>2)-10}{6000} \\ &= \frac{5}{6} - \frac{7}{6}e^{\frac{200}{3}(2-t)}\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

لکھا جا سکتا ہے جو درکار مساوات ہے۔یوں سوئچ منقطع کرنے سے پہلے اور اس کے بعد کے جوابات سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$i(t) = \begin{cases} 2\,\mathrm{mA} & t < 2\,\mathrm{s} \\ \frac{5}{6} - \frac{7}{6}e^{\frac{200}{3}(2-t)}\,\mathrm{mA} & t > 2\,\mathrm{s} \end{cases}$$

جیسے شکل-پ میں دکھایا گیا ہے جہاں سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سوئچ منقطع کرنے سے پہلے برقرار رو $2\,\mathrm{mA}$ تھی جبکہ سوئچ منقطع کرنے کے بعد برقرار حالت $(t \to \infty)$ میں رو $\frac{5}{6}\,\mathrm{mA}$ ہے۔یاد رہے کہ برق گیر کا دباو فوراً تبدیل نہیں ہو سکتا البتہ اس میں رو یک دم تبدیل ہو سکتی ہے۔

وقت $t \to \infty$ پر دور برقرار حالت اختیار کر چکا ہو گا لہٰذا برق گیر کو کھلا دور کرتے ہوئے شکل 7.11-الف سے برقرار حالت رو درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$i(t \to \infty) = \frac{20-10}{2000+4000+6000} = \frac{5}{6}\,\mathrm{mA}$$

مثال 7.6: شکل 7.12-الف میں ازل سے منقطع سوئچ لمحہ $t = 7\,\mathrm{s}$ پر چالو کیا جاتا ہے۔رو $i(t)$ دریافت کریں۔

حل: منقطع سوئچ کی صورت میں دور برقرار حالت میں ہو گا لہٰذا امالہ گیر کو قصر دور تصور کرتے ہوئے شکل-ب حاصل کی گئی ہے۔ تقسیم رو کے کلیے سے

$$i_L(7_-) = i_L(7_+) = 6\left(\frac{4}{4+2}\right) = 4\,\mathrm{A}$$

اور

$$i(t) = 6\,\mathrm{A} - i_L(t) = 6 - 4 = 2\,\mathrm{A} \qquad (t < 7\,\mathrm{s}) \tag{7.24}$$

لکھا جا سکتا ہے۔سوئچ چالو کرنے کے بعد کی صورت حال شکل-پ میں دکھائی گئی ہے جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} i_1 &= 6\,\mathrm{A} \\ 5\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} &+ 4(i_2 - i_1) = 0 \end{aligned}$$

ان مساوات کو ملاتے ہوئے

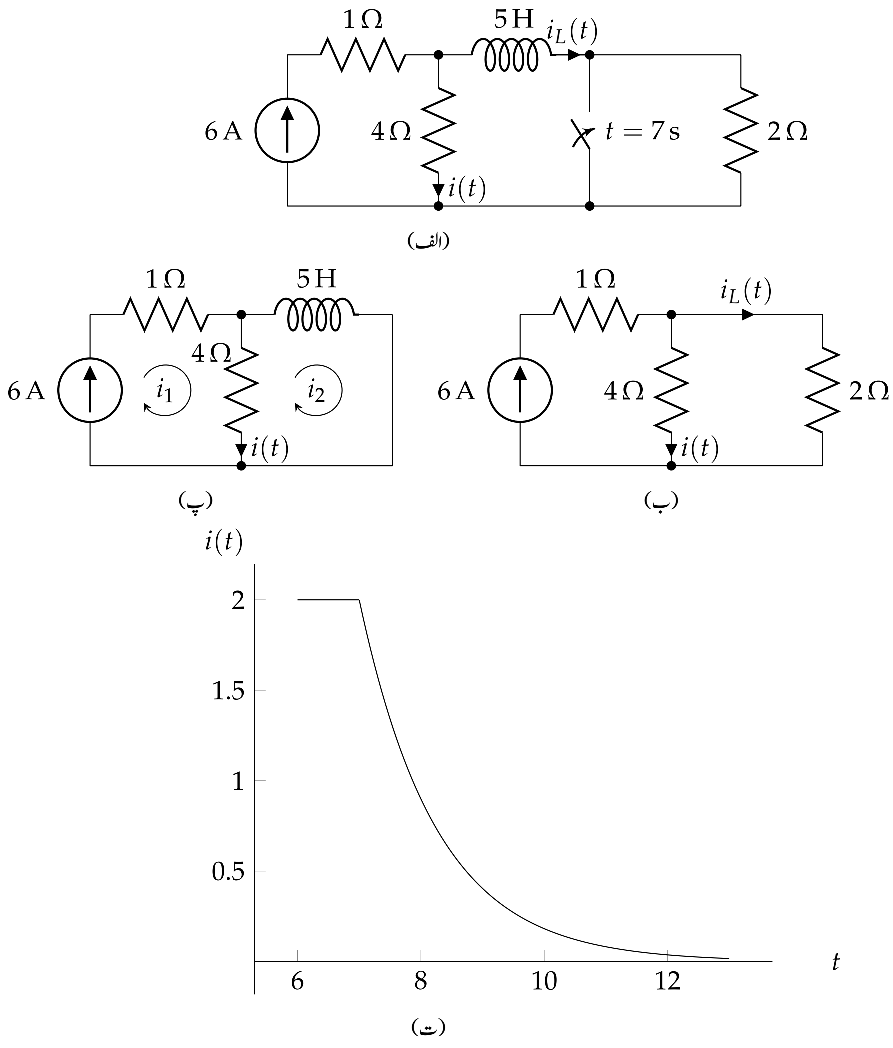
$$5\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + 4(i_2 - 6) = 0$$

یعنی

$$\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + \frac{4}{5}i_2 = \frac{24}{5}$$

حاصل ہوتا ہے جس کا مکمل حل درج ذیل ہے۔

$$i_2 = 6 + K_2 e^{-\frac{4}{5}t}$$



شکل 7.12: مثال 7.6 کے اشکال۔

چونکہ i_2 درحقیقت i_L ہی ہے لہٰذا نامعلوم مستقل K_2 کو ابتدائی معلومات سے حاصل کرتے ہیں۔ درج بالا مساوات میں $t = 7\,\mathrm{s}$ پر $i_L(7_+) = 4\,\mathrm{A}$ پُر کرتے ہوئے

$$4 = 6 + K_2 e^{-\frac{4}{5}\times 7}$$

سے

$$K_2 = -2e^{\frac{4}{5}\times 7}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں سوئچ چالو کرنے کے بعد i_2 کا مکمل حل درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$i_2 = 6 - 2e^{\frac{4}{5}(7-t)}$$

اب شکل-پ کو دیکھتے ہوئے

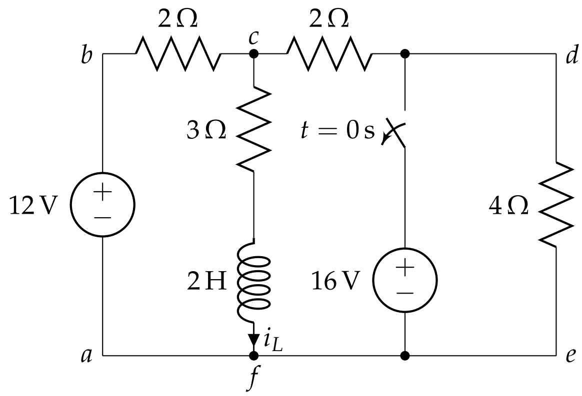
$$\begin{aligned} i(t) &= i_1 - i_2 \\ &= 6 - \left(6 - 2^{\frac{4}{5}(7-t)}\right) \\ &= 2e^{\frac{4}{5}(7-t)} \qquad (t > 7\,\mathrm{s}) \end{aligned}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں ازل سے ابد تک $i(t)$ کو مساوات 7.24 اور درج بالا مساوات پیش کرتے ہیں۔ انہیں اکٹھے لکھتے اور شکل-ت میں پیش کرتے ہیں۔

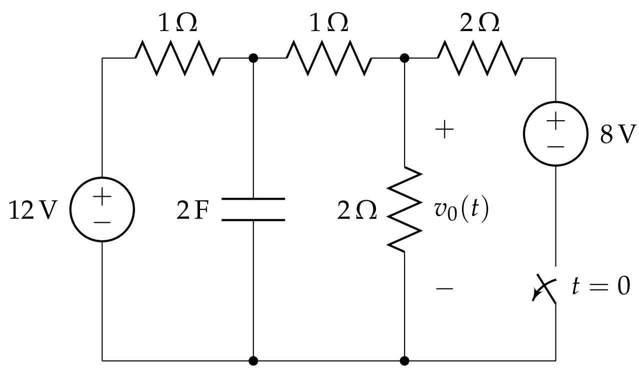
$$i(t) = \begin{cases} 2\,\mathrm{A} & t < 7\,\mathrm{s} \\ 2e^{\frac{4}{5}(7-t)}\,\mathrm{A} & t > 7\,\mathrm{s} \end{cases} \tag{7.25}$$

مشق 7.4: شکل 7.13 میں ابتدائی حالت $i_L(0_+)$ دریافت کریں۔ دائرہ $abcfa$ میں i_1 اور $abdea$ میں i_2 لیتے ہوئے کرخوف مساوات دباو لکھیں۔ ان مساوات سے صرف i_1 پر مبنی مساوات حاصل کریں۔ یوں ازل سے ابد تک i_L دریافت کریں۔

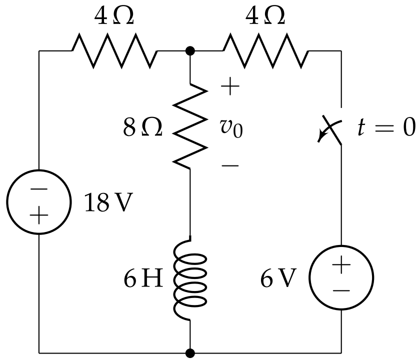
جوابات: $i_L(0_+) = 3.5\,\mathrm{A}$ ، $\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + 2.25 i_1 = 4.5$ ، $i_L(t > 0) = 2 + 1.5e^{-2.25t}\,\mathrm{A}$



شکل 7.13: مشق 7.4 کا دور۔



شکل 7.14: مشق 7.5 کا دور۔



شکل 7.15: مشق 7.6 کا دور۔

مشق 7.5: شکل 7.14 میں $v_0(t)$ حاصل کریں۔

جوابات: $v_0(t) = \frac{24}{5} + \frac{1}{5}e^{-\frac{5}{8}t}\,\mathrm{V}$

مشق 7.6: شکل 7.15 میں سوئچ منقطع کرنے کے بعد v_0 حاصل کریں۔

جوابات: $v_0 = -12 + \frac{9}{2}e^{-2t}\,\mathrm{V}$

7.3 دھڑکن

گزشتہ حصے میں سوئچ کو چالو یا منقطع کرتے ہوئے ادوار میں یکدم تبدیلی پیدا کی گئی۔ فوراً تبدیلی پیدا کرنے والے دو عدد تفاعل نہایت اہم ہیں۔ انہیں **اکائی سیڑھی تفاعل**[20] اور **اکائی جھٹکا تفاعل**[21] کہتے ہیں۔ آئیں اکائی سیڑھی تفاعل پر غور کریں۔

اکائی سیڑھی تفاعل $u(t)$ کی الجبرائی تعریف درج ذیل ہے۔

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \tag{7.26}$$

اکائی سیڑھی تفاعل **بے بعد**[22] ہے جو منفی t کی صورت میں صفر کے برابر جبکہ مثبت t کی صورت میں اکائی کے برابر ہے۔ شکل 7.16-الف میں اکائی سیڑھی تفاعل کو دکھایا گیا ہے۔ اکائی سیڑھی تفاعل کے متغیرہ کو $t - t_0$ لکھتے ہوئے شکل 7.16-ب حاصل ہوتا ہے جو افقی محدد پر t_0 دائیں منتقل اکائی سیڑھی تفاعل $u(t - t_0)$ ہے۔ یہ تفاعل منفی $t - t_0$ کی صورت میں صفر کے برابر ہے جبکہ مثبت $t - t_0$ کی صورت میں یہ اکائی کے برابر ہے۔ اکائی سیڑھی تفاعل کو V_0 وولٹ کی دباؤ سے ضرب دینے سے V_0 وولٹ کا سیڑھی تفاعل حاصل ہو گا جس سے بعد وولٹ V ہے۔ یوں بے بعد سیڑھی تفاعل سے کسی بھی بعد کی سیڑھی تفاعل حاصل کی جا سکتی ہے۔ شکل 7.16-پ میں $Au(t)$ اور شکل 7.16-ت میں $-Au(t - t_0)$ دکھائے گئے ہیں جہاں A از خود مثبت عدد ہے۔

اکائی سیڑھی تفاعل سے مستطیل تفاعل حاصل کیا جا سکتا ہے۔ یہ عمل شکل 7.17 میں دکھایا گیا ہے جہاں $Au(t)$ اور $-Au(t - t_0)$ کا مجموعہ

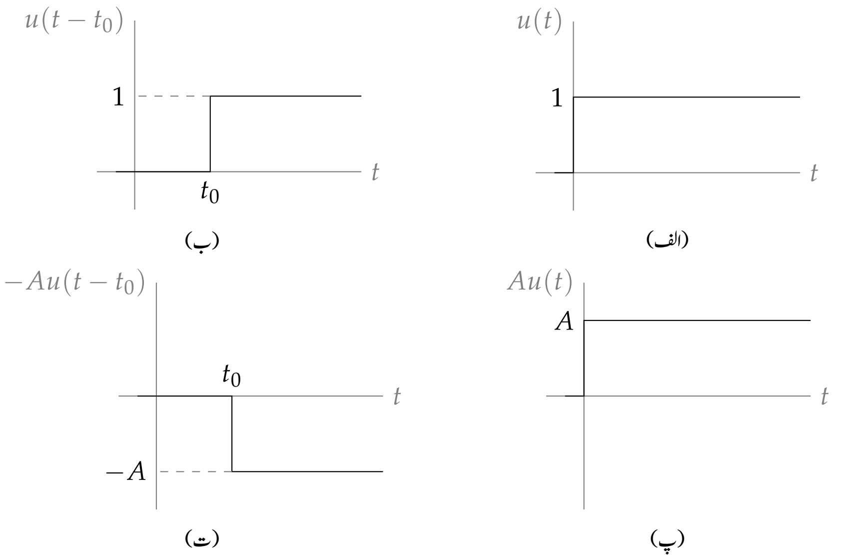
$$f(t) = Au(t) - Au(t - t_0) \tag{7.27}$$

لیتے ہوئے A حیطے کا مستطیل تفاعل حاصل کیا گیا ہے۔

مثال 7.7: اکائی سیڑھی تفاعل کے استعمال سے T طول موج اور V_0 حیطے کی چکور موج حاصل کریں۔

---

[20] unit step function
[21] unit impulse function
[22] dimensionless



شکل 7.16: اکائی سیڑھی تفاعل۔

حل: شکل 7.17 کی طرز پر متعدد مستطیل اشارات سے ایسی موج حاصل کی جا سکتی ہے۔ایسا کرنے کی خاطر متعدد اکائی سیڑھی تفاعل استعمال کی جائیں گی۔درکار تفاعل کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

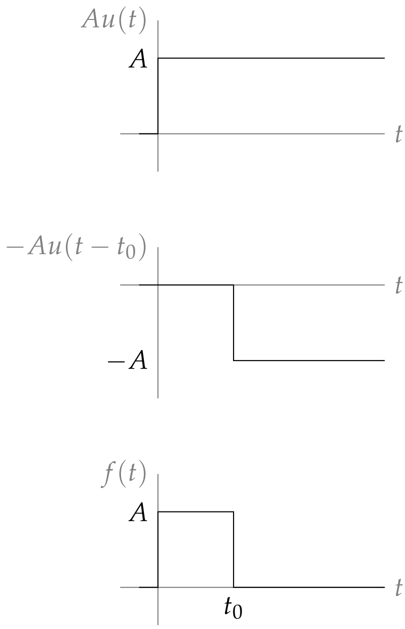
$$v(t) = V_0 \left[u(t) - u(t-0.5T) + u(t-T) - u(t-1.5T) + u(t-2T) - \cdots\right]$$

جسے شکل 7.18-الف میں دکھایا گیا ہے۔

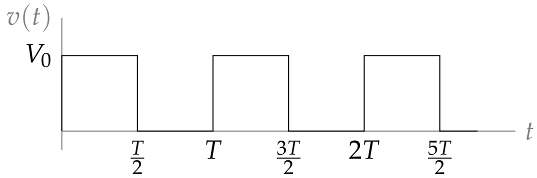
مثال 7.8: اکائی سیڑھی تفاعل سے اوپر جانب بڑھتی سیڑھی تفاعل حاصل کریں۔سیڑھی کی اونچائی 0.5 رکھیں۔

حل: درج بالا مثال میں اجزاء کو بالترتیب جمع اور منفی کیا گیا۔یہاں انہیں صرف جمع کیا جاتا ہے یعنی

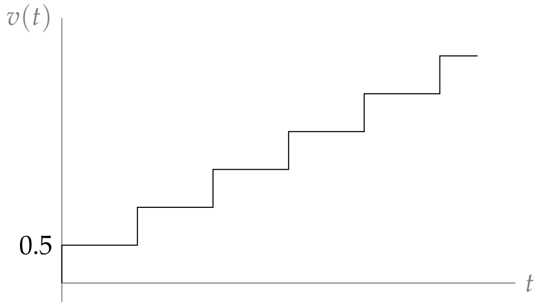
$$v(t) = 0.5 \left[u(t) + u(t-0.5T) + u(t-T) + u(t-1.5T) + u(t-2T) + \cdots\right]$$



شکل 7.17: اکائی سیڑھی تفاعل سے مستطیل تفاعل کا حصول۔



(الف) چکور موج۔



(ب) بڑھتی سیڑھی۔

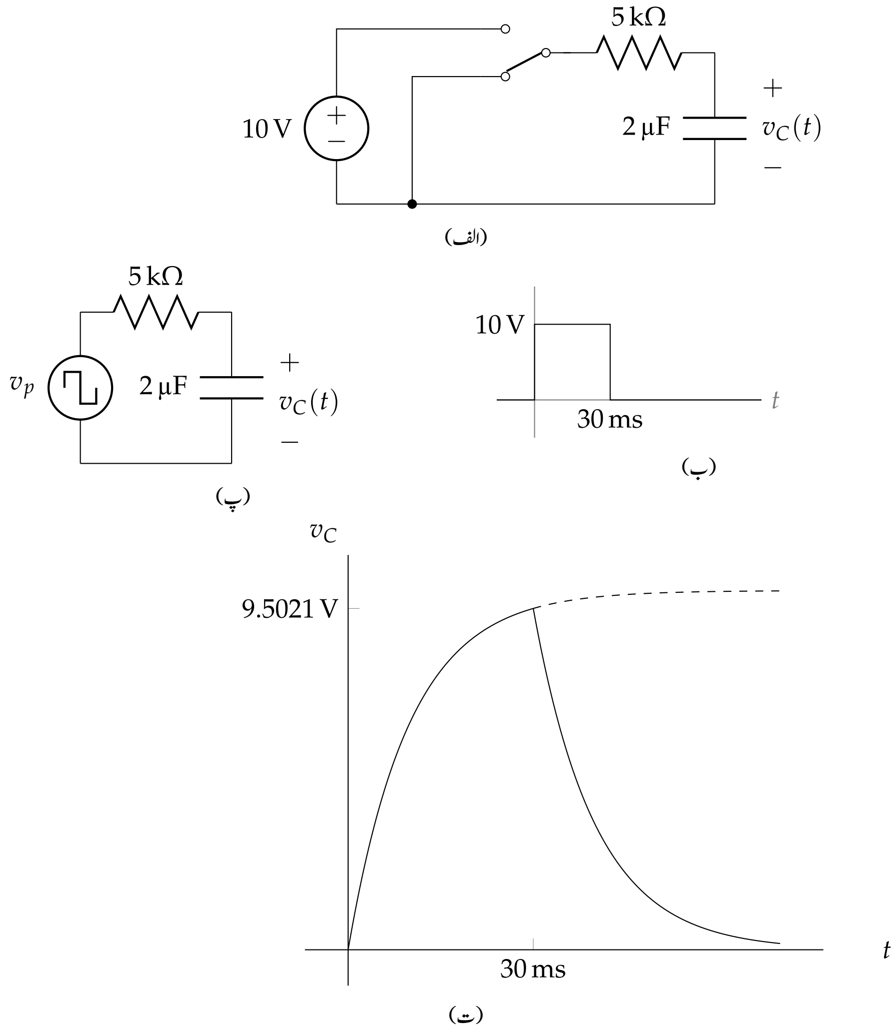
شکل 7.18: اکائی سیڑھی تفاعل سے چکور موج کا حصول۔

جس سے درکار سیڑھی حاصل ہو گی۔ بڑھتی سیڑھی کو شکل 7.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 7.9: شکل 7.19-الف میں ایک قطب دو چال کا سوئچ استعمال کیا گیا ہے جو ازل سے دور کو زمین سے ملایا ہوا ہے۔ لمحہ $t = 0\,\mathrm{s}$ پر سوئچ کو پلٹتے ہوئے دور کو منبع دباو کے ساتھ ملایا جاتا ہے۔ لمحہ $t = 30\,\mathrm{ms}$ پر سوئچ کو واپس اپنی حالت میں لاتے ہوئے دور کو ایک بار پھر زمین کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ دباو $v_C(t)$ حاصل کریں۔

حل: سوئچ کو پلٹ کر واپس کرنے سے دور اور منبع $30\,\mathrm{ms}$ کے لئے جڑتے ہیں۔ یوں دور کو اس دورانیے کے لئے $10\,\mathrm{V}$ ملتا ہے۔ شکل-ب میں اس دباو کو دکھایا گیا ہے۔ شکل-الف میں سوئچ اور منبع دباو کی جگہ مستطیل دباو پیدا کرنے والا منبع v_p نسب کرنے سے شکل-پ حاصل ہوتا ہے جہاں

$$v_p = 10\left[u(t) - u(t - 30\,\mathrm{ms})\right]$$



شکل 7.19: مثال 7.9 کے اشکال۔

کے برابر ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ شکل-پ میں بھی دور کو عین شکل-ب کا دباو مہیا کیا گیا ہے للٰذا ان دونوں ادوار کے حل میں کوئی فرق نہیں ہو گا۔

ازل سے داخلی دباو صفر کے برابر ہونے کی بنا

$$v_C(0_-) = v_C(0_+) = 0\,\mathrm{V}$$

ہو گا۔ دورانیہ $t = 0\,\mathrm{s}$ تا $t = 30\,\mathrm{ms}$ شکل-پ میں داخلی دباو $v_p = 10\,\mathrm{V}$ کے برابر ہے للٰذا کرخوف مساوات رو درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$\frac{v_C - 10}{5000} + 2 \times 10^{-6} \frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} = 0$$

اس کو ترتیب دیتے ہوئے

$$\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} + 100 v_C = 1000$$

لکھا جا سکتا ہے جس کے جبری اور فطری حل درج ذیل ہیں۔

$$v_{C,j} = K_1 = 10$$
$$v_{C,f} = K_2 e^{-100t}$$

یوں مکمل حل درج ذیل لکھا جائے گا

$$v_C(t) = 10 + K_2 e^{-100t} \qquad (0 < t < 30\,\mathrm{ms})$$

جس میں لمحہ $t = 0\,\mathrm{s}$ کے معلومات پُر کرتے

$$0 = 10 + K_2 e^{-100 \times 0}$$

ہوئے نامعلوم متغیر کی قیمت $K_2 = -10$ حاصل ہوتی ہے۔ یوں مکمل حل درج ذیل ہے۔

$$v_C(t) = 10 - 10 e^{-100t} \qquad (0 < t < 30\,\mathrm{ms}) \tag{7.28}$$

لمحہ $t = 30\,\mathrm{ms}$ پر داخلی دباو میں دوبارہ یک دم تبدیلی پائی جاتی ہے للٰذا اس لمحے کے معلومات اگلے دورانیے کے حل کے لئے درکار ہوں گے۔ مساوات 7.28 سے $t = 30\,\mathrm{ms}$ پر $v_C(0.03_-)$ کی قیمت حاصل کرتے ہیں۔

$$v_C(0.03_-) = v_C(0.03_+) = 10 - 10 e^{-100 \times 0.03} = 9.5021\,\mathrm{V}$$

اگلے دورانیے یعنی $30\,\text{ms} < t$ کا حل تلاش کرتے ہیں۔اس دورانیے میں داخلی دباو $v_p = 0\,\text{V}$ کے برابر ہے لہٰذا شکل-پ کا کرخوف مساوات رو درج ذیل ہو گا

$$\frac{v_C - 0}{5000} + 2 \times 10^{-6} \frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} = 0$$

جس کا مکمل حل

$$v_C = K_3 e^{-100t} \qquad (30\,\text{ms} < t)$$

ہے۔اس میں لمحہ $t = 30\,\text{ms}$ پر $V_C(0.03_+)$ پر کرتے ہوئے

$$9.5021 = K_3 e^{-100\times0.03}$$

نا معلوم متغیرہ $K_3 = 190.8554$ حاصل ہوتا ہے لہٰذا مکمل حل درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$v_C = 190.8554 e^{-100t} \qquad (30\,\text{ms} < t) \tag{7.29}$$

مساوات 7.28 اور مساوات 7.29 کو اکٹھے لکھتے ہوئے اس کا خط

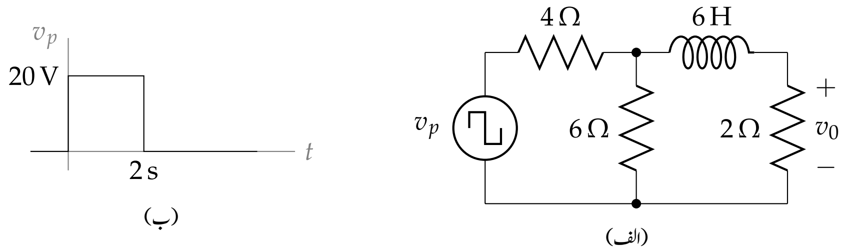
$$v_C = \begin{cases} 10 - 10e^{-100t} & 0 < t < 30\,\text{ms} \\ 190.8554 e^{-100t} & 30\,\text{ms} < t \end{cases} \tag{7.30}$$

شکل-ت میں کھینچتے ہیں۔

اگر لمحہ $t = 30\,\text{ms}$ اور اس کے بعد بھی داخلی دباو $10\,\text{V}$ پر برقرار رہتا تب v_C نقطہ دار لکیر پر چلتے ہوئے $10\,\text{V}$ تک جا پہنچتا۔

مشق 7.7: شکل 7.20-الف کو شکل 7.20-ب کا داخلی دباو مہیا کیا جاتا ہے۔دباو v_0 دریافت کریں۔

جواب: $v_0(t<0) = 0\,\text{V}$ ، $v_0(0<t<2) = \frac{30}{29}\left(1 - e^{-\frac{29}{15}t}\right)$ ،
$v_0(2<t) = 8.78074 e^{-\frac{11}{15}t}$



شکل 7.20: مشق 7.7 کے اشکال۔

7.4 دو درجی ادوار

شکل 7.21-الف میں R ، L اور C متوازی منبع رو $i_S(t)$ کے ساتھ جڑے ہیں جبکہ شکل-ب میں منبع دباو کے ساتھ تینوں پرزے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ شکل-الف کی کرخوف مساوات رو اور شکل-ب کی کرخوف مساوات دباو بالترتیب درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\frac{v(t)}{R}+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t+i_L(t_0)+C\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}&=i_S(t)\\
i(t)R+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t+v_C(t_0)+L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}&=v_S(t)
\end{aligned}
$$

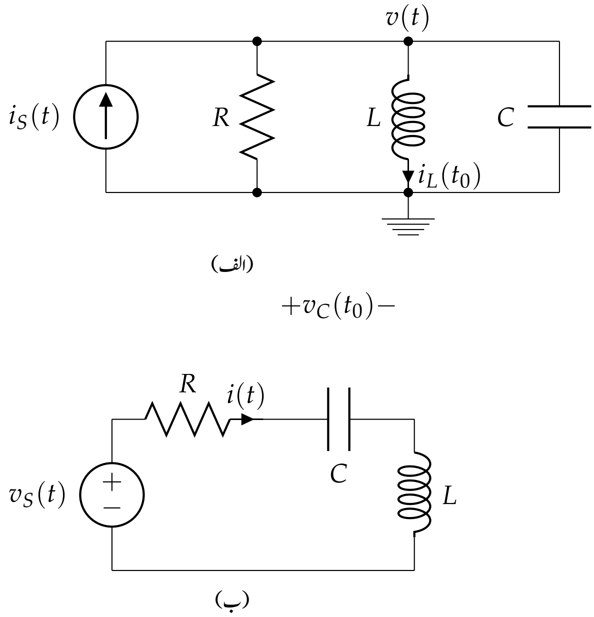
یہ مساوات یکساں صورت رکھتے ہیں لہٰذا ان کا حل بالکل یکساں ہو گا۔ان مساوات کا تفرق لے کر ترتیب دینے سے درج ذیل تفرقی مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
C\frac{\mathrm{d}^2 v(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{v(t)}{L}&=\frac{\mathrm{d}i_S(t)}{\mathrm{d}t}\\
L\frac{\mathrm{d}^2 i(t)}{\mathrm{d}t^2}+R\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{i(t)}{C}&=\frac{\mathrm{d}v_S(t)}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}
$$

آپ نے دیکھا کہ دونوں مساوات میں تفرقی جزو کے عددی سر، مستقل مقدار ہیں۔آئیں مستقل عددی سر کے دو درجی تفرقی مساوات کو حل کرنا سیکھتے ہیں۔

مستقل عددی سر کے دو درجی تفرقی مساوات کی عمومی صورت درج ذیل ہے جہاں دو درجی تفرق کے عددی سر کو اکائی برابر رکھا گیا ہے۔

$$
\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2}+a_1\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+a_2 y(t)=f(t) \tag{7.31}
$$



شکل 7.21: دو درجی ادوار۔

ایک درجی مساوات کے حل کی طرح یہاں بھی اگر مساوات 7.31 کا جبری حل $y_j(t)$ ہو اور درج ذیل ہم جنسی مساوات کا فطری حل $y_f(t)$ ہو

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} + a_1 \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + a_2 y(t) = 0 \tag{7.32}$$

تب مساوات 7.31 کا مکمل حل

$$y(t) = y_j(t) + y_f(t) \tag{7.33}$$

ہو گا۔ یاد رہے کہ کسی بھی تفرقی مساوات میں جبری قوت کو صفر $(f(t) = 0)$ پُر کرنے سے اس کی ہم جنسی مساوات حاصل ہوتی ہے۔ مستقل جبری قوت، یعنی $f(t) = A$ ، کی صورت میں جبری حل بھی مستقل ہو گا جسے K_1 تصور کرتے ہوئے مساوات 7.31 میں پُر کرتے ہوئے

$$y_j(t) = K_1 = \frac{A}{a_2} \tag{7.34}$$

حاصل ہوتا ہے۔

ہم جنسی مساوات میں $a_1 = 2\zeta\omega_0$ اور $a_2 = \omega_0^2$ پُر کرنے سے

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 y(t) = 0 \tag{7.35}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں ω_0 کو **(غیر تقصیری) قدرتی تعدد**[23] اور ζ کو **تقصیری تناسب**[24] کہا جاتا ہے۔ ان کی افادیت جلد سامنے آئے گی۔ مساوات 7.35 ہم جنسی مساوات کی عمومی صورت ہے جو طبیعیات کے دیگر شعبوں میں بھی استعمال کی جاتی ہے۔ اس مساوات کا فطری حل

$$y_f(t) = Ke^{st}$$

تصور کرتے ہیں۔ آئیں اس فطری حل کو ہم جنسی مساوات میں پُر کرتے ہیں۔

$$s^2 Ke^{st} + 2\zeta\omega_0 s Ke^{st} + \omega_0^2 Ke^{st} = 0$$

اس کو Ke^{st} سے تقسیم کرتے ہوئے

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 + \omega_0^2 = 0 \tag{7.36}$$

[23] undamped natural frequency
[24] damping ratio

حاصل ہوتا ہے جسے **امتیازی مساوات**[25] کہتے ہیں۔اس دو درجی امتیازی مساوات کو s کے لئے حل کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} s &= \frac{-2\zeta\omega_0 \mp \sqrt{4\zeta^2\omega_0^2 - 4\omega_0^2}}{2} \\ &= -\zeta\omega_0 \mp \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \end{aligned} \tag{7.37}$$

یعنی

$$\begin{aligned} s_1 &= -\zeta\omega_0 + \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \\ s_2 &= -\zeta\omega_0 - \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \end{aligned} \tag{7.38}$$

ملتے ہیں۔یوں دو فطری حل $K_2 e^{s_1 t}$ اور $K_3 e^{s_2 t}$ ممکن ہیں۔ایسی صورت میں عمومی فطری حل ان کا مجموعہ ہو گا یوں عمومی فطری حل کو

$$y_f(t) = K_2 e^{s_1 t} + K_3 e^{s_2 t} \tag{7.39}$$

جہاں مستقل K_2 اور K_3 کو ابتدائی معلومات مثلاً $y(0)$ اور $\left.\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0}$ سے حاصل کیا جاتا ہے۔

مساوات 7.38 پر غور کرنے سے ظاہر ہوتا ہے کہ s_1 اور s_2 کی قیمتوں کا دارومدار ζ کی قیمت پر ہے۔تین ممکنہ صورتیں پائی جاتی ہیں یعنی $\zeta > 1$ ، $\zeta < 1$ اور $\zeta = 1$ جن سے بالترتیب s_1 اور s_2 کی قیمتیں حقیقی اور مختلف، خیالی اور مختلف اور حقیقی اور برابر حاصل ہوتی ہیں۔آئیں ان تینوں صورتوں پر تفصیلاً غور کریں۔

زیادہ مقصور صورت، $\zeta > 1$

زیادہ مقصور صورت[26] میں s_1 اور s_2 کی قیمتیں حقیقی اور آپس میں مختلف حاصل ہوتی ہیں۔زیادہ مقصور حالت $zeta > 1$ کی صورت میں پائی جاتی ہے۔ایسی صورت میں فطری حل کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$y_f(t) = K_2 e^{-(\zeta\omega_0 - \omega_0\sqrt{\zeta^2-1})t} + K_3 e^{-(\zeta\omega_0 + \omega_0\sqrt{\zeta^2-1})t} \tag{7.40}$$

جو دو عدد، قوت نمائی انحطاطی تفاعل کا مجموعہ ہے۔

---

[25] characteristic equation
[26] over damped condition

کم مقصور صورت، $\zeta < 1$

کم مقصور صورت[27] $\zeta < 1$ میں امتیازی مساوات کے حل، s_1 اور s_2 ، کی قیمتیں خیالی حاصل ہوتی ہیں جنہیں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\begin{aligned} s_1 &= -\zeta\omega_0 + j\omega_0\sqrt{1-\zeta^2} = -\sigma + j\omega_d \\ s_2 &= -\zeta\omega_0 - j\omega_0\sqrt{1-\zeta^2} = -\sigma - j\omega_d \end{aligned} \tag{7.41}$$

جہاں $\zeta\omega_0 = \sigma$ اور $\omega_0\sqrt{1-\zeta^2} = \omega_d$ لکھے گئے ہیں جبکہ $j = \sqrt{-1}$ ہے۔یوں فطری حل

$$\begin{aligned} y_f(t) &= K_2 e^{-\sigma t + j\omega_d t} + K_3 e^{-\sigma t - j\omega_d t} \\ &= e^{-\sigma t}\left[K_2 e^{j\omega_d t} + K_3 e^{-j\omega_d t}\right] \\ &= e^{-\sigma t}\left[K_2(\cos\omega_d t + j\sin\omega_d t) + K_3(\cos\omega_d t - j\sin\omega_d t)\right] \\ &= e^{-\sigma t}\left[(K_2+K_3)\cos\omega_d t + j(K_2-K_3)\sin\omega_d t\right] \end{aligned}$$

یعنی

$$\begin{aligned} y_f(t) &= e^{-\sigma t}\left(c_1\cos\omega_d t + c_2\sin\omega_d t\right) \\ &= e^{-\zeta\omega_0 t}\left[c_1\cos\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}t + c_2\sin\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}t\right] \end{aligned} \tag{7.42}$$

لکھا جائے گا جہاں $K_2 + K_3 = c_1$ اور $j(K_2 - K_3) = c_2$ لکھے گئے ہیں۔فطری حل کے مستقل c_1 اور c_2 کو ابتدائی معلومات سے حاصل کیا جاتا ہے۔

مساوات 7.42 میں

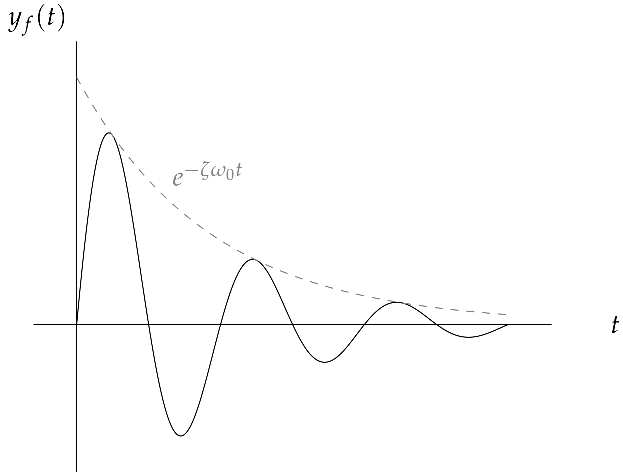
$$\begin{aligned} c_1 &= A\cos\theta \\ c_2 &= A\sin\theta \end{aligned}$$

پُر کرتے ہوئے

$$y_f(t) = e^{-\sigma t}\left(A\cos\theta\cos\omega_d t + A\sin\theta\sin\omega_d t\right)$$

---

[27] under damped condition



شکل 7.22: قصری ارتعاش۔

یعنی

$$y_f(t) = Ae^{-\sigma t}\cos(\omega_d t - \theta) = Ae^{-\zeta\omega_0 t}\cos(\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}t - \theta) \tag{7.43}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ مساوات 7.43 کے مستقل A اور θ ہیں جنہیں ابتدائی معلومات سے حاصل کیا جاتا ہے۔ جیسا شکل 7.22 میں دکھایا گیا ہے، مساوات 7.43 **قصری ارتعاش**[28] کو ظاہر کرتی ہے۔ کم قصری مساوات میں $e^{-\zeta\omega_0 t}$ قصری ارتعاش کے **غلاف**[29] کو ظاہر کرتی ہے جسے شکل میں نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔

فاصل مقصور صورت، $\zeta = 1$

فاصل مقصور صورت $\zeta = 1$ میں

$$s_1 = s_2 = -\zeta\omega_0 \tag{7.44}$$

damped oscillation[28]
envelope[29]

حاصل ہوتے ہیں۔ جب s_1 اور s_2 کی قیمتیں ایک دونوں کے برابر $(s_1 = s_2)$ ہوں تب عمومی فطری حل درج ذیل لکھا جاتا ہے

$$y_f(t) = K_2 e^{-\zeta\omega_0 t} + K_3 t e^{-\zeta\omega_0 t} \tag{7.45}$$

جہاں دوسرے جزو کو t سے ضرب دیا گیا ہے۔ مساوات کے مستقل K_2 اور K_3 کو ابتدائی معلومات سے حاصل کیا جاتا ہے۔

مشق 7.8: سلسلہ وار RLC دور میں $R = 2\,\Omega$ ، $L = 5\,\mathrm{H}$ اور $C = 4\,\mathrm{F}$ ہیں۔ تقصیری تناسب اور غیر تقصیری قدرتی تعدد دریافت کریں۔

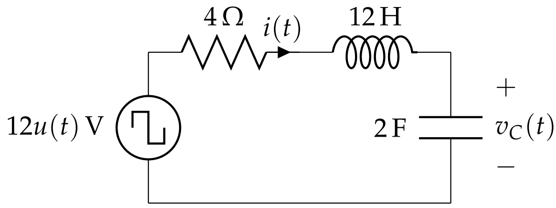
جوابات: $\omega_0 = 0.2236\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ ، $\zeta = 0.8944$

مشق 7.9: متوازی RLC دور میں $R = 2\,\Omega$ ، $L = 5\,\mathrm{H}$ اور $C = 4\,\mathrm{F}$ ہیں۔ تقصیری تناسب اور غیر تقصیری قدرتی تعدد دریافت کریں۔

جوابات: $\omega_0 = 0.2236\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ ، $\zeta = 0.2795$

مشق 7.10: سلسلہ وار RLC دور میں $R = 4\,\Omega$ اور $L = 12\,\mathrm{H}$ ہیں۔ دور کا رد عمل $C = 6\,\mathrm{F}$ ، $C = 3\,\mathrm{F}$ اور $C = 2\,\mathrm{F}$ کی صورت میں کیا ہو گا۔

جوابات: زیادہ قصری، کم قصری اور فاصل قصری۔



شکل 7.23: مثال 7.10 کا دور۔

مثال 7.10: شکل 7.23 میں $v_C(t)$ دریافت کریں جہاں لمحہ $t=0$ پر ابتدائی معلومات $i_L(0)=2\,\mathrm{A}$ اور $v_C(0)=4\,\mathrm{V}$ ہیں۔

حل: دور کی کرخوف مساوات لمحہ $t=0$ کے بعد لکھتے ہیں۔

$$i(t)R+L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(t)\,\mathrm{d}t=12 \tag{7.46}$$

اس میں

$$\begin{aligned}
i(t)&=C\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}\\
v_C&=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(t)\,\mathrm{d}t
\end{aligned}$$

پُر کرتے ہوئے

$$RC\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}+LC\frac{\mathrm{d}^2\,v_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+v_C(t)=12 \tag{7.47}$$

ملتا ہے۔ آئیں مساوات 7.47 کو حل کریں۔

مساوات 7.47 میں دی گئی قیمتیں پُر کرتے ہوئے ترتیب دینے سے درج ذیل ملتا ہے

$$\frac{\mathrm{d}^2\,v_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{3}\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{v_C(t)}{24}=\frac{1}{2} \tag{7.48}$$

جس میں جبری تفاعل کو صفر کے برابر پُر کرنے سے ہم جنسی مساوات

$$\frac{\mathrm{d}^2 v_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{3}\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{v_C(t)}{24}=0 \tag{7.49}$$

حاصل ہوتی ہے۔مساوات 7.48 میں جبری تفاعل ایک مستقل مقدار ہے لٰہذا جبری حل کو مستقل $y_j(t)=K_1$ تصور کرتے ہوئے مساوات 7.48 میں پُر کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2 K_1}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{3}\frac{\mathrm{d}K_1}{\mathrm{d}t}+\frac{K_1}{24}&=\frac{1}{2}\\ 0+0+\frac{K_1}{24}&=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

حل کرنے سے

$$v_{C,j}(t)=K_1=12\,\mathrm{V}$$

ملتا ہے۔یہی جواب شکل 7.23 کو دیکھ کر بھی اخذ کیا جا سکتا ہے جہاں لمحہ $t=0$ کے بہت دیر بعد، برقرار حالت کی صورت میں برق گیر کو کھلا دور تصور کرتے ہوئے صاف ظاہر ہے کہ برق گیر کا دباو عین داخلی دباو کے برابر ہو گا۔

مساوات 7.49 میں دی گئی ہم جنسی مساوات سے درج ذیل امتیازی مساوات حاصل ہوتی ہے

$$s^2+\frac{s}{3}+\frac{1}{24}=0$$

جس سے $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{24}}$ اور $\zeta=\frac{2}{\sqrt{6}}=0.333$ لکھا جا سکتا ہے۔چونکہ $\zeta<1$ ہے لٰہذا یہ کم قصری مساوات ہے۔امتیازی مساوات کے حل درج ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned}s_1&=-\frac{1}{6}-\frac{j}{6\sqrt{2}}\\ s_2&=-\frac{1}{6}+\frac{j}{6\sqrt{2}}\end{aligned}$$

ان قیمتوں کو استعمال کرتے ہوئے مساوات 7.42 کے تحت فطری حل

$$v_{C,f}(t)=e^{-\frac{t}{6}}\left(c_1\cos\frac{t}{9\sqrt{2}}+c_2\sin\frac{t}{9\sqrt{2}}\right)$$

ہے جہاں $\sigma = \omega_0 \zeta = \frac{1}{6}$ اور $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} = \frac{1}{6\sqrt{2}}$ استعمال کئے گئے۔ یوں مکمل حل درج ذیل ہو گا

$$
\begin{aligned}
v_C(t) &= v_{C,j}(t) + v_{C,f}(t) \\
&= 12 + e^{-\frac{t}{6}} \left(c_1 \cos \frac{t}{6\sqrt{2}} + c_2 \sin \frac{t}{6\sqrt{2}} \right)
\end{aligned} \tag{7.50}
$$

جس میں مستقل c_1 اور c_2 معلوم کرنا باقی ہے۔ ابتدائی دباو $v_C(0) = 4\,\mathrm{V}$ کو مکمل حل میں پُر کرنے سے

$$
\begin{aligned}
4 &= 12 + e^{-\frac{0}{6}} \left(c_1 \cos \frac{0}{6\sqrt{2}} + c_2 \sin \frac{0}{6\sqrt{2}} \right) \\
&= 12 + c_1
\end{aligned}
$$

یعنی

$$
c_1 = -8 \tag{7.51}
$$

ملتا ہے۔ ابتدائی رو $i_L(0) = 2\,\mathrm{A}$ کو استعمال کرنے کی خاطر مساوات 7.50 کے دونوں اطراف کو C سے ضرب دیتے ہوئے تفرق لیتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
C \frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t} = &-\frac{C}{6} e^{-\frac{t}{6}} \left(-8 \cos \frac{t}{6\sqrt{2}} + c_2 \sin \frac{t}{6\sqrt{2}} \right) \\
&+ \frac{C}{6\sqrt{2}} e^{-\frac{t}{6}} \left(8 \sin \frac{t}{6\sqrt{2}} + c_2 \cos \frac{t}{6\sqrt{2}} \right)
\end{aligned}
$$

اس میں $C \frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t} = i_C(t)$ کے برابر ہے لہٰذا

$$
\begin{aligned}
i_C(t) = &-\frac{1}{3} e^{-\frac{t}{6}} \left(-8 \cos \frac{t}{6\sqrt{2}} + c_2 \sin \frac{t}{6\sqrt{2}} \right) \\
&+ \frac{\sqrt{2}}{6} e^{-\frac{t}{6}} \left(8 \sin \frac{t}{6\sqrt{2}} + c_2 \cos \frac{t}{6\sqrt{2}} \right)
\end{aligned}
$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں بائیں ہاتھ $i_C(t)$ کے برابر ہے اور دائیں ہاتھ $C = 2$ پُر کیا گیا ہے۔ چونکہ L اور C سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا $i_C(t) = i_L(t)$ ہو گا۔ درج بالا مساوات میں ابتدائی رو $i_L(0) = i_C(0) = 2\,\mathrm{A}$ پُر کرتے

ہوئے

$$2=-\frac{1}{3}e^{-\frac{0}{6}}\left(-8\cos\frac{0}{6\sqrt{2}}+c_2\sin\frac{0}{6\sqrt{2}}\right)+\frac{\sqrt{2}}{6}e^{-\frac{0}{6}}\left(8\sin\frac{0}{6\sqrt{2}}+c_2\cos\frac{0}{6\sqrt{2}}\right)$$

یعنی

$$c_2=-\sqrt{8}$$

ملتا ہے۔ مساوات کے مستقل جانتے ہوئے مکمل حل کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v_C(t)=12+e^{-\frac{t}{6}}\left(-8\cos\frac{t}{9\sqrt{2}}-\sqrt{8}\sin\frac{t}{9\sqrt{2}}\right) \tag{7.52}$$

اس مساوات سے $t=0\,\mathrm{s}$ پر $v_C=4\,\mathrm{V}$ اور $t=\infty$ پر $v_C=12\,\mathrm{V}$ حاصل ہوتا ہے۔ پہلا جواب ابتدائی دباو ہی ہے جبکہ دوسرا جواب ابدی برقرار حالت یعنی جبری حل ہے۔

مثال 7.11: شکل 7.24 میں سوئچ ازل سے دکھائے گئے حالت میں ہے۔ لمحہ $t=0$ پر اس کو پلٹایا جاتا ہے۔ دور کا رد عمل $R_1=15\,\Omega$، $R_2=5\,\Omega$، $L=2\,\mathrm{H}$ اور $C=0.5\,\mathrm{F}$ کی صورت میں معلوم کریں۔

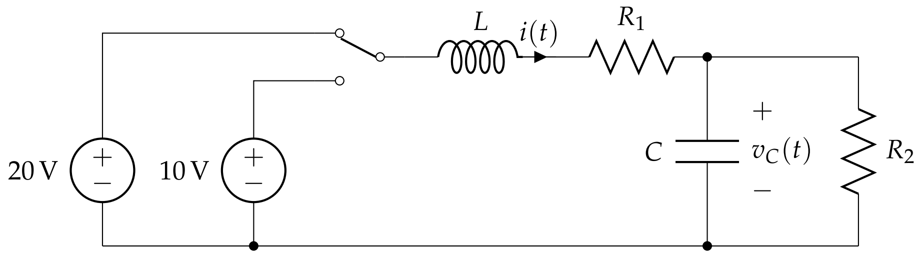
حل: لمحہ $t=0\,\mathrm{s}$ کے بعد دور کے کرخوف مساوات لکھتے ہیں۔

$$L\frac{\mathrm{d}i_(t)}{\mathrm{d}t}+R_1i_(t)+v_C(t)=10$$

$$C\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{v_C(t)}{R_2}=i(t)$$

نچلی مساوات کی رو کو بالائی مساوات میں پُر کرتے ہوئے

$$L\left[C\frac{\mathrm{d}^2v_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{R_2}\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}\right]+R_1\left[C\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{v_C(t)}{R_2}\right]+v_C(t)=10$$



شکل 7.24: مثال 7.11 کا دور۔

یعنی

$$\frac{\mathrm{d}^2 v_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+\left[\frac{1}{R_2C}+\frac{R_1}{L}\right]\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{R_1}{R_2LC}v_C(t)=\frac{10}{LC}$$

ملتا ہے۔ پرزوں کی قیمتیں پُر کرنے سے

$$\frac{\mathrm{d}^2 v_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+7.9\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}+3v_C(t)=10 \tag{7.53}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے $\omega_0=\sqrt{3}$ اور $\zeta=2.28$ ملتے ہیں۔ چونکہ $\zeta>1$ ہے لہٰذا دور زیادہ قصری ہے۔ مستقل جبری قوت کی بنا $v_{C,j}(t)=K_1$ متوقع ہے جسے مندرجہ بالا مساوات میں پُر کرنے سے

$$v_{C,j}=\frac{10}{3}\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 7.53 میں جبری قوت کو صفر پُر کرنے، یعنی دائیں ہاتھ کو صفر کے برابر پُر کرنے، سے درج ذیل ہم جنسی مساوات حاصل ہو گی

$$\frac{\mathrm{d}^2 v_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+7.9\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}+3v_C(t)=0$$

جس کا متوقع حل $v_{C,f}=e^{st}$ ہے۔ متوقع حل کو ہم جنسی مساوات میں پُر کرتے ہوئے

$$s^2e^{st}+7.9se^{st}+3e^{st}=0$$

حاصل ہوتا ہے جس کے دونوں اطراف کو e^{st} سے تقسیم کرنے سے درج ذیل امتیازی مساوات حاصل ہوتی ہے

$$s^2+7.9s+3=0$$

جس کے حل

$$
\begin{aligned}
s_1 &= \frac{-1-\sqrt{7.9^2-4\times 3}}{2} = -7.5\\
s_2 &= \frac{-1+\sqrt{7.9^2-4\times 3}}{2} = -0.4
\end{aligned}
$$

ہیں۔یوں فطری حل درج ذیل ہو گا

$$
v_{C,f} = c_1 e^{-7.5t} + c_2 e^{-0.4t}
$$

اور مکمل حل

$$
\begin{aligned}
v_C(t) &= v_{C,j}(t) + v_{C,f}(t)\\
&= \frac{10}{3} + c_1 e^{-7.5t} + c_2 e^{-0.4t}
\end{aligned} \tag{7.54}
$$

ہو گا۔

مساوات کے مستقل حاصل کرنے کے لئے ابتدائی معلومات درکار ہیں۔لمحہ $t=0$ سے پہلے $20\,\mathrm{V}$ کی منبع دور کو طاقت فراہم کر رہی تھی۔اس برقرار صورت میں برق گیر کو کھلا دور اور امالہ گیر کو قصر دور تصور کرتے ہوئے

$$
\begin{aligned}
v_C(0_-) = v_C(0_+) &= 20\left(\frac{5000}{15000+5000}\right) = 5\,\mathrm{V}\\
i(0_-) = i(0_+) &= \frac{20-v_C}{R_1} = \frac{20-5}{15000} = 1\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

ملتے ہیں۔ابتدائی دباو کو مساوات 7.54 میں پُر کرتے ہوئے

$$
5 = \frac{10}{3} + c_1 e^{-7.5\times 0} + c_2 e^{-0.4\times 0}
$$

یعنی

$$
c_1 + c_2 = \frac{5}{3} \tag{7.55}
$$

ملتا ہے۔

مساوات 7.54 کو C سے ضرب دے کر اس کا تفرق لیتے ہوئے

$$
C\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t} = 0 - 0.5\times 7.5 c_1 e^{-7.5t} - 0.5\times 0.4 c_2 e^{-0.4t}
$$

یعنی

$$i_C(t) = -3.75c_1e^{-7.5t} - 0.2c_2e^{-0.4t}$$

ملتا ہے۔ لمحہ $t = 0_+$ پر برق گیر کی رو درج بالا مساوات سے

$$\begin{aligned} i_C(0_+) &= -3.75c_1e^{-7.5\times0} - 0.2c_2e^{-0.4\times0} \\ &= -3.75c_1 - 0.2c_2 \end{aligned}$$

حاصل ہوتی ہے جبکہ اسی لمحے پر R_2 کی رو درج ذیل ہو گی۔

$$i_{R2}(0_+) = \frac{v_C(0_+)}{R_2} = \frac{5}{5000} = 1\,\text{mA}$$

چونکہ $i_L(t) = i(t)$ ہی ہے لہٰذا کرخوف مساوات رو کے تحت

$$\begin{aligned} i_L(0+) &= i_C(0+) + i_{R2}(0_+) \\ 0.001 &= 0.001 - 3.75c_1 - 0.2c_2 \end{aligned}$$

یعنی

$$c_1 + c_2 = 0 \tag{7.56}$$

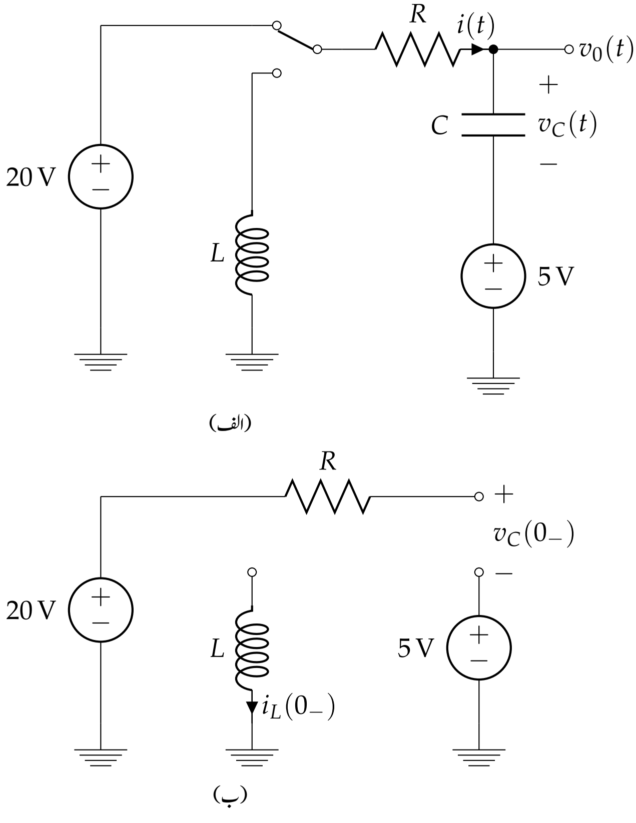
ہو گا۔ مساوت 7.55 اور مساوات 7.56 ہمزاد مساوات کو حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{20}{213} \\ c_2 &= \frac{125}{71} \end{aligned}$$

یوں مکمل حل درج ذیل ہے۔

$$v_C(t) = \frac{10}{3} - \frac{20}{213}e^{-7.5t} + \frac{125}{71}e^{-0.4t} \tag{7.57}$$

یہ مساوات $t = 0_+$ پر متوقع جوابات $v_C(0_+) = 5\,\text{V}$ اور $t = \infty$ پر $v_C(\infty) = \frac{10}{3}\,\text{V}$ دیتی ہے۔



شکل 7.25: مثال 7.12 کا دور۔

مثال 7.12: شکل 7.25 میں لمحہ $t = 0$ پر سوئچ کو امالہ گیر پر لے جایا جاتا ہے۔ $v_0(t)$ دریافت کریں۔ پرزوں کی قیمتیں $R = 20\,\Omega$ ، $C = 0.04\,\mathrm{F}$ اور $L = 4\,\mathrm{H}$ ہیں۔

حل: سوئچ امالہ پر کرنے کے بعد کرخوف مساوات لکھتے ہیں

$$v_C(t) + Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + 5 = 0$$

جہاں

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t}$$

کے برابر ہے۔ درج بالا دو مساوات کو ملاتے ہوئے

$$v_C(t) + RC\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t} + LC\frac{\mathrm{d}^2\,v_C(t)}{\mathrm{d}t^2} + 5 = 0$$

ملتا ہے جسے ترتیب دیتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\frac{\mathrm{d}^2\,v_C(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{v_C(t)}{LC} = -\frac{5}{LC}$$

پرزوں کی قیمتیں پُر کرنے سے

$$\frac{\mathrm{d}^2\,v_C(t)}{\mathrm{d}t^2} + 5\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t} + 6.25v_C(t) = -31.25$$

حاصل ہوتا ہے جس سے $\omega_0 = 2.5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ ، $\zeta = 1$ ، جبری حل

$$v_{C,j} = K_1 = -5\,\mathrm{V}$$

اور ہم جنسی مساوات درج ذیل ملتا ہے۔

$$\frac{\mathrm{d}^2\,v_C(t)}{\mathrm{d}t^2} + 5\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t} + 6.25v_C(t) = 0$$

ہم جنسی مساوات میں e^{st} پُر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل کیا جا سکتا ہے

$$s^2 + 5s + 6.25 = 0 \tag{7.58}$$

جس کا حل درج ذیل ہے۔

$$s_1 = s_2 = -2.5$$

$\zeta = 1$ کے تحت دور فاصل قصری ہے اور $s_1 = s_2$ ہی متوقع تھا۔ فاصل قصری مساوات کا فطری حل درج ذیل ہے۔

$$v_{C,f}(t) = c_1 e^{-2.5t} + c_2 t e^{-2.5t}$$

یوں مکمل حل

$$v_C(t) = -5 + (c_1 + tc_2)e^{-2.5t} \tag{7.59}$$

ہو گا۔ مکمل حل کے مستقل ابتدائی معلومات سے حاصل کی جا سکتی ہیں۔ ابتدائی معلومات سوئچ ہلانے سے پہلے برقرار حال سے ملتی ہیں۔ لمحہ $t = 0$ سے پہلے برقرار صورت میں برق گیر کو کھلا دور تصور کرتے ہوئے شکل-ب ملتا ہے جہاں سے

$$\begin{aligned} v_C(0_-) &= v_C(0_+) = 20 - 5 = 15\,\mathrm{V} \\ i_L(0_-) &= i_L(0_+) = 0\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ مساوات 7.59 میں $t = 0$ پر $v_C(0_+)$ پُر کرنے

$$15 = -5 + (c_1 + 0 \times c_2)e^{-2.5 \times 0}$$

سے

$$c_1 = 20$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 7.59 کو استعمال کرتے ہوئے

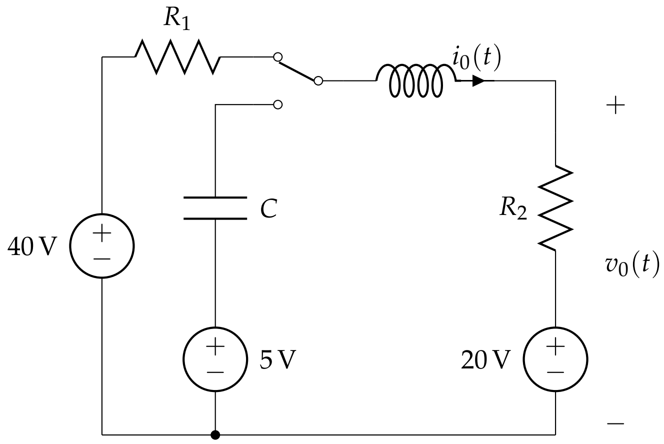
$$\begin{aligned} i(t) &= C\frac{\mathrm{d}v_C(t)}{\mathrm{d}t} \\ &= 0.04 \times (-2.5c_1 + c_2 - 2.5tc_2)e^{-2.5t} \end{aligned}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ لمحہ $t = 0$ کے بعد شکل-الف کو دیکھتے ہوئے $i_L(t) = -i(t)$ لکھا جا سکتا ہے۔ یوں امالہ گیر کی ابتدائی رو سے لمحہ $t = 0_+$ پر $i(0_+) = -i_L(0_+) = 0$ کو درج بالا مساوات میں پُر کرتے

$$= 0.04 \times (-2.5c_1 + c_2 - 2.5 \times 0 \times c_2)e^{-2.5 \times 0}$$

ہوئے

$$c_2 = 50$$



شکل 7.26: مشق 7.11 کا دور۔

ملتا ہے۔ یوں مکمل حل کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

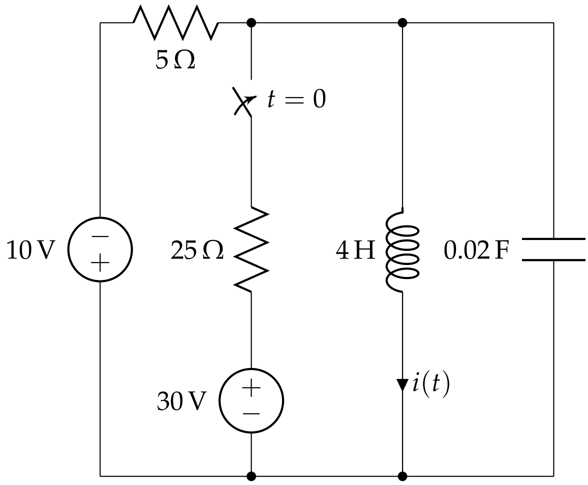
$$
\begin{aligned}
v_C(t) &= v_{C,j}(t) + v_{C,f}(t) \\
&= -5 + (20 + 50t)e^{-2.5t}\,\text{V}
\end{aligned}
$$

ہمیں $v_0(t)$ درکار ہے جسے شکل-الف سے دیکھ کر لکھتے ہیں۔

$$
v_0(t) = 5 + v_C(t) = (20 + 50t)e^{-2.5t}\,\text{V} \tag{7.60}
$$

مشق 7.11: شکل 7.26 میں $v_0(t)$ دریافت کریں۔ پرزوں کی قیمتیں $R_1 = 8\,\Omega$ ، $R_2 = 22\,\Omega$ ، $L = 4\,\text{H}$ اور $C = 0.04\,\text{F}$ ہیں۔

جوابات: $i_0(t) = 2.77e^{-3.8964t} - 2.103e^{-1.6043t}$ ، $v_0(t) = 20 + i_0(t)R_2$



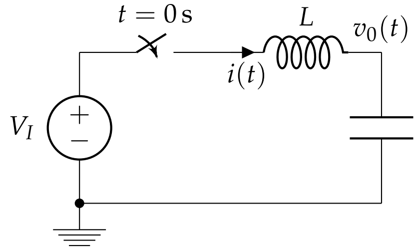
شکل 7.27: مشق 7.12 کا دور۔

مشق 7.12: شکل 7.27 میں سوئچ چالو کرنے کے بعد $i(t)$ دریافت کریں۔

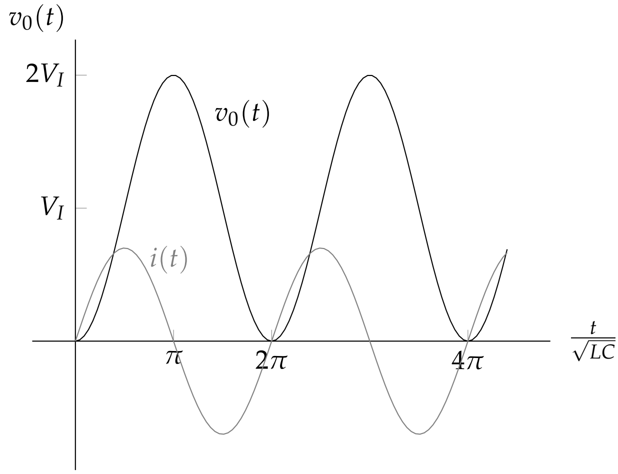
جواب: $i(t) = 3 + 1.3035e^{-17.071t} - 6.035e^{-2.9289t}$

آئیں عارضی رد عمل کے چند دلچسپ مثال دیکھیں۔

مثال 7.13: صفحہ 299 پر مثال 7.1 میں سلسلہ وار جڑے مزاحمت اور بے بار برق گیر کو لمحہ $t = 0$ پر V_I وولٹ کے منبع دباو کے ساتھ جوڑا گیا۔ برق گیر پر دباو صفر وولٹ سے بڑھتے بڑھتے آخر کار V_I تک پہنچتی ہے۔اس دور میں مزاحمت کی قیمت کم کرنے سے ابتدائی رو کی قیمت بڑھتی ہے حتیٰ کہ $R = 0\,\Omega$ کی صورت میں، توقع کے عین مطابق،



(الف)



(ب)

شکل 7.28: مثال 7.13 کا اشکال۔

لامحدود قیمت کی ابتدائی رو حاصل ہوتی ہے۔ حقیقی ادوار میں مزاحمت کو بالکل صفر اوہم کرنا ناممکن ہوتا ہے لہٰذا حقیقت میں لامحدود رو کی بجائے انتہائی زیادہ رو پائی جائے گی جو یا تو سوئچ کو اور یا برق گیر کو تباہ کر دے گی۔

آئیں مزاحمت کی جگہ امالہ گیر نسب کرتے ہوئے صورت حال دیکھیں۔ شکل 7.28-الف میں بے بار برق گیر کے ساتھ امالہ گیر سلسلہ وار جڑا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر انہیں مستقل منبع دباو V_I کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ $v_0(t)$ دریافت کریں۔

حل: سوئچ چالو کرنے سے پہلے برق گیر بے بار ہے لہٰذا اس پر دباو بھی صفر وولٹ ہو گا۔اسی طرح امالہ گیر کی ابتدائی رو

صفر ہے۔

$$
\begin{aligned}
v_C(0_+) &= 0\,\mathrm{V} \\
i_L(0_+) &= 0\,\mathrm{A}
\end{aligned} \tag{7.61}
$$

سوئچ چالو کرنے کے بعد کی کرخوف مساوات لکھتے ہیں۔

$$
L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,\mathrm{d}t + v_C(0_+) = V_I \tag{7.62}
$$

مساوات 7.61 کے ابتدائی معلومات کو استعمال کرتے ہوئے ہم دیگر ابتدائی معلومات درج بالا مساوات سے حاصل کر سکتے ہیں۔ لمحہ $t = 0_+$ یعنی سوئچ چالو کرنے کے فوراً بعد، درج بالا مساوات میں ابتدائی معلومات پُر کرتے ہوئے حل کرنے سے

$$
\begin{aligned}
L\frac{\mathrm{d}i(0_+)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int_0^{0_+} i(t)\,\mathrm{d}t + v_C(0_+) &= V_I \\
L\frac{\mathrm{d}i(0_+)}{\mathrm{d}t} + 0 + 0 + 0 &= V_I
\end{aligned}
$$

یعنی

$$
\frac{\mathrm{d}i(0_+)}{\mathrm{d}t} = \frac{V_I}{L} \tag{7.63}
$$

حاصل ہوتا ہے جو ابتدائی شرح رو ہے۔ یہی جواب، $v_C(0_+) = 0\,\mathrm{V}$ تصور کرتے ہوئے، شکل 7.28 کو دیکھ کر لکھا جا سکتا ہے۔

مساوات 7.62 میں تکمل کا نشان ختم کرنے کی خاطر تفرق لیتے ہوئے

$$
\frac{\mathrm{d}^2\,i(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{i}{LC} = 0
$$

تفرقی مساوات حاصل ہوتی ہے جس سے جبری حل

$$
i_j(t) = K_1 = 0
$$

حاصل ہوتا ہے۔ تفرقی مساوات سے درج ذیل امتیازی مساوات حاصل ہوتی ہے

$$
s^2 + \frac{1}{LC} = 0
$$

جس کے حل درج ذیل ہیں۔

$$s_1 = \frac{j}{\sqrt{LC}}$$
$$s_2 = -\frac{j}{\sqrt{LC}}$$

یوں فطری حل درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
i_f(t) &= Ae^{j\frac{t}{\sqrt{LC}}} + Be^{-j\frac{t}{\sqrt{LC}}} \\
&= (A+B)\cos\frac{t}{\sqrt{LC}} + j(A-B)\sin\frac{t}{\sqrt{LC}} \\
&= c_1\cos\frac{t}{\sqrt{LC}} + c_2\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}
\end{aligned}$$

مکمل حل

$$i(t) = i_j(t) + i_f(t) = c_1\cos\frac{t}{\sqrt{LC}} + c_2\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}$$

ہو گا۔ مساوات کے مستقل ابتدائی معلومات سے حاصل کئے جاتے ہیں۔ لمحہ 0_+ $t = 0_+$ پر $i(0_+) = i_L(0_+) = 0$ پُر کرتے ہوئے $c_1 = 0$ حاصل ہوتا ہے۔ درج بالا مساوات میں $c_1 = 0$ پُر کرتے ہوئے تفرق لیتے ہوئے

$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{c_2}{\sqrt{LC}}\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}$$

ابتدائی $\frac{\mathrm{d}i(0_+)}{\mathrm{d}t}$ پُر کرنے سے

$$\frac{V_I}{L} = \frac{c_2}{\sqrt{LC}}\cos\frac{0}{\sqrt{LC}}$$

مستقل کی قیمت $c_2 = V_1\sqrt{\frac{C}{L}}$ حاصل ہوتی ہے۔ یوں مکمل حل درج ذیل ہے۔

$$i(t) = V_I\sqrt{\frac{C}{L}}\sin\frac{t}{\sqrt{LC}} \tag{7.64}$$

اس مساوات کو استعمال کرتے ہوئے برق گیر پر دباو $v_0(t)$ درج ذیل مساوات

$$v_0 = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,\mathrm{d}t + v_C(0_+)$$

سے

$$v_0 = V_I \left(1 - \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}\right) \tag{7.65}$$

حاصل کرتے ہیں جیسے شکل 7.28-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مساوات 7.65 میں حاصل نتیجہ جسے شکل 7.28-ب میں دکھایا گیا ہے غور طلب ہے۔اس مساوات کے تحت جب بھی برق گیر کو سوئچ کے ذریعے منبع دباو کے ساتھ جوڑا جائے، برق گیر پر منبع دباو کی دگنی چوٹی حاصل ہو گی۔اسی شکل میں ہلکی سیاہی سے مساوات 7.64 کو بھی دکھایا گیا ہے۔دباو کی چوٹی عین اس وقت پائی جاتی ہے جب رو کی قیمت صفر ہو۔

قوی برقیات میں بدلتی رو[30] سے یک سمتی رو[31] بذریعہ سمت کار[32] حاصل کی جاتی ہے۔سمت کار صرف ایک سمت میں رو گزارتا ہے۔یوں عین اس لمحہ جب دور میں رو کی قیمت منفی ہونے کی کوشش کرے، سمت کار رو گزارنا روک دیتا ہے اور برق گیر دگنی دباو پر رہ جاتا ہے۔ قوی برقیات کے میدان میں اس حقیقت کا خاص خیال رکھنا ضروری ہے اور جہاں اس دگنی دباو کی پہنچ ہو، وہاں استعمال کئے گئے پرزوں کی استعداد دگنی دباو سے زیادہ ہونی لازمی ہے۔یوں 100 V کی یک سمتی منبع کے ساتھ کم از کم 200 V پر کام کرنے والا برق گیر استعمال کیا جائے گا۔ یہاں یہ بتلانا بھی ضروری ہے آپ کسی صورت یہ نہ فرض کر لیں کہ چونکہ آپ نے دور میں امالہ نسب نہیں کیا لہٰذا آپ کو اس مسئلے سے واسطہ نہیں ہے چونکہ منبع اور برق گیر کو آپس میں جوڑنے والی تار از خود بطور امالہ گیر کردار ادا کرتی ہے۔ منبع دباو اور برق گیر کو بغیر تار کے آپس میں جوڑنے سے بھی منبع دباو اور برق گیر کی اندرونی لمبائی جس سے رو گزرتی ہے بطور امالہ گیر کردار ادا کرے گی۔مساوات 7.65 سے ظاہر ہے کہ امالہ کی قیمت کم سے کم کرنے سے دباو کی پہلی چوٹی جلد سے جلد حاصل ہوتی ہے اور مساوات 7.64 کے تحت رو کی چوٹی زیادہ سے زیادہ ہوتی ہے۔امالہ گیر کے استعمال سے ابتدائی رو کو قابل قبول حد تک رکھا جاتا ہے۔ قوی برقیات میں ابتدائی رو قابو کرنے کی خاطر امالہ گیر کی جگہ مزاحمت اس لئے استعمال نہیں کیا جاتا کہ مزاحمت طاقت ضائع کرتی ہے جبکہ امالہ گیر طاقت ضائع نہیں کرتی۔

---

[30] alternating current, AC
[31] direct current, DC
[32] rectifier

مثال 7.14: قوی برقیات[33] کے میدان میں برقی طاقت کو قابو کیا جاتا ہے۔یہ طاقت چند واٹ W سے کئی سو میگا واٹ MW تک ہو سکتی ہے۔شکل 7.29-الف میں مزاحمت R_L کو سوئچ کے ذریعہ منبع دباو سے طاقت فراہم کی گئی ہے۔سوئچ کو چالو اور منقطع کرتے ہوئے مزاحمت کو منتقل طاقت قابو کی جاتی ہے۔منبع اور مزاحمت کے درمیان امالہ گیر بھی موجود ہے۔

فرض کریں کہ سوئچ اتنی دیر سے چالو ہے کہ دور برقرار صورت اختیار کئے ہوئے ہے۔یوں امالہ گیر کو قصر دور تصور کرتے ہوئے

$$i_L = \frac{V_I}{R_L} = I_0$$

لکھا جا سکتا ہے۔شکل-ب میں امالہ گیر اور R_m متوازی جڑے دکھائے گئے ہیں جہاں امالہ گیر کی ابتدائی رو I_0 ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایسی صورت میں امالہ گیر کی رو درج ذیل مساوات کے تحت آخر کار صفر ہو جائے گی

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

اور اس دوران اس پر برقی دباو

$$v_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{R}{L}I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

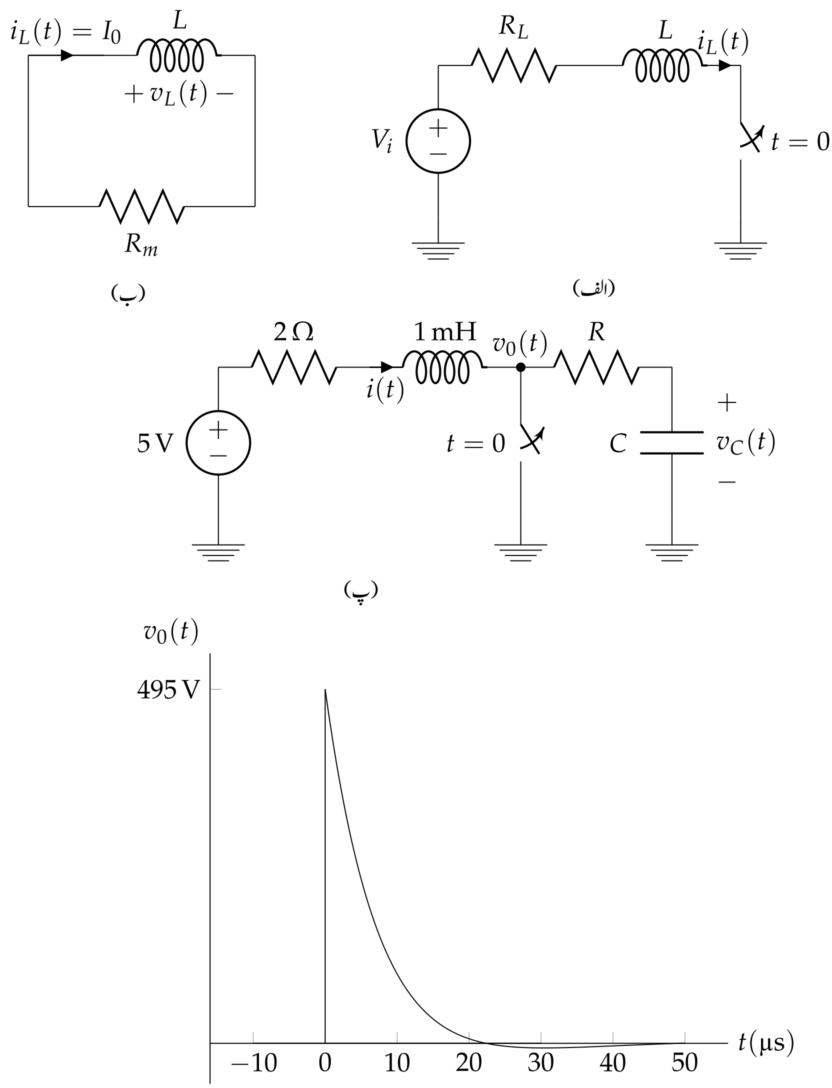
پایا جائے گا۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ امالہ گیر پر دباو منفی ہو گا یعنی برقی دباو شکل-ب میں دکھائے گئے $v_L(t)$ کے الٹ ہو گا۔اب شکل-الف پر دوبارہ غور کریں جہاں سوئچ منقطع ہونے کے بعد امالہ گیر کے متوازی لامحدود قیمت کی مزاحمت پائی جائے گی۔یوں درج بالا مساوات میں دباو کی قیمت منفی اور لامحدود ہو گی۔

$$v_L(t) = -\frac{\infty}{L}I_0 e^{-\frac{\infty}{L}t}$$

امالہ گیر کی رو جلدی سے منقطع کرنے سے پیدا دباو کو امالی **لات**[34] کہتے[35] ہیں۔لامحدود دباو سوئچ پر شعلہ پیدا کرتا ہے جس سے سوئچ جھلس سکتا ہے۔قوی برقیات کے میدان میں کام کرنے والوں کے لئے امالی لات ایک مسلسل درد سر ثابت ہوتا ہے۔

سوئچ پر دباو کی قیمت قابو کرنے سے شعلہ روکا جا سکتا ہے۔دباو کی قیمت تبدیلی رو کی شرح پر منحصر ہے لہٰذا اس شرح کو کم کرتے ہوئے دباو پر قابو پایا جا سکتا ہے۔شکل-پ میں سوئچ کے متوازی RC جوڑے گئے ہیں۔شکل-پ میں سوئچ

[33] power electronics
[34] inductive kick
[35] ایسا معلوم ہوتا ہے جیسے امالہ گیر غصے میں آ کر لات مارتا ہے۔



شکل 7.29: مثال 7.14 کے اشکال۔

منقطع کرنے سے رو یک دم صفر نہیں ہو جاتی بلکہ اس کی سمت RC کی طرف مڑ جاتی ہے لہٰذا امالہ گیر میں رو برقرار رہتی ہے اور لامحدود دباو پیدا ہونے کا جواز ہی نہیں رہتا۔آئیں L ، R اور C کی قیمتیں حاصل کرنا سیکھیں۔

تصور کریں کہ $V_I = 5\,\mathrm{V}$ ، $L = 1\,\mathrm{mH}$ اور $R_L = 2\,\Omega$ ہیں۔یوں برقرار چالو سوئچ میں امالہ گیر کی رو درج ذیل ہو گی جسے سوئچ منقطع کرتے وقت کی ابتدائی رو لیا جاتا ہے۔

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = \frac{5\,\mathrm{V}}{2\,\mathrm{A}} = 2.5\,\mathrm{A}$$

برقرار چالو سوئچ کی صورت میں برق گیر پر دباو صفر ہو گا۔

$$v_C(0_-) = v_C(0_+) = 0\,\mathrm{V}$$

سوئچ منقطع کرنے کے بعد دور سلسلہ وار RLC صورت اختیار کر لیتا ہے جس کی تفرقی مساوات درج ذیل ہے۔

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + (R_L + R)i(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,\mathrm{d}t + v_C(0_+) = 5 \tag{7.66}$$

اس سے امتیازی مساوات حاصل کرتے ہیں۔

$$s^2 + \left(\frac{2+R}{L}\right)s + \frac{1}{LC} = s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$$

ہم $\zeta = 1$ اور $\omega_0 = 100\,\mathrm{krad\,s^{-1}}$ چنتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔یوں

$$C = 0.1\,\mu\mathrm{F}$$
$$R = 198\,\Omega$$

حاصل ہوتا ہے۔

اب سوئچ منقطع کرتے وقت کے دباو پر غور کرتے ہیں۔چونکہ برق گیر کی ابتدائی دباو صفر وولٹ ہے لہٰذا سوئچ منقطع کرنے کے فوراً بعد اس پر $0\,\mathrm{V}$ ہی ہو گا۔اس لمحہ سوئچ پر دباو

$$v_0(0_+) = i(0_+)R + v_C(0_+) = 2.5 * 198 + 0 = 495\,\mathrm{V}$$

ہو گا۔سوئچ کے متوازی RC نسب کرنے سے بے قابو بڑھتے ہوئے دباو پر قابو پاتے ہوئے دباو کو قابل قبول حد تک محدود کیا جاتا ہے۔قوی برقیات کے میدان میں سوئچ کے متوازی RC نسب کرنا لازمی ثابت ہوتا ہے۔دباو کی روک تھام کی خاطر سوئچ کے متوازی RC دور کو **دباو پکڑ**[36] کہتے ہیں۔

[36] snubber

پرزوں کی قیمتیں پُر کرتے ہوئے امتیازی مساوات درج ذیل لکھا جائے گا

$$s^2 + 2 \times 10^5 s + 10^{10} = 0$$

جس کے حل

$$s_1 = s_2 = 100\,000$$

سے فطری حل درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$i_f(t) = c_1 e^{-100000t} + t c_2 e^{-100000t} = i(t)$$

چونکہ جبری حل صفر کے برابر ہے لہٰذا فطری حل ہی مکمل حل $i(t)$ ہے۔ مکمل حل کے مستقل دریافت کرنے کی خاطر ابتدائی $\frac{\mathrm{d}i(0_+)}{\mathrm{d}t}$ درکار ہے جسے مساوات 7.66 میں لمحہ $t = 0_+$ کے معلومات پُر کرنے

$$10^{-3} \left.\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+} + (2 + 198) \times 2.5 + 0 + 0 = 5$$

سے

$$\left.\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+} = -495\,000\,\mathrm{V\,s^{-1}}$$

حاصل کیا جا سکتا ہے۔ مکمل حل میں $i(0_+)$ پُر کرنے سے c_1 کی قیمت حاصل ہوتی ہے۔

$$c_1 = 2.5$$

اسی طرح مکمل حل کے تفرق میں ابتدائی $\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$ پُر کرنے سے

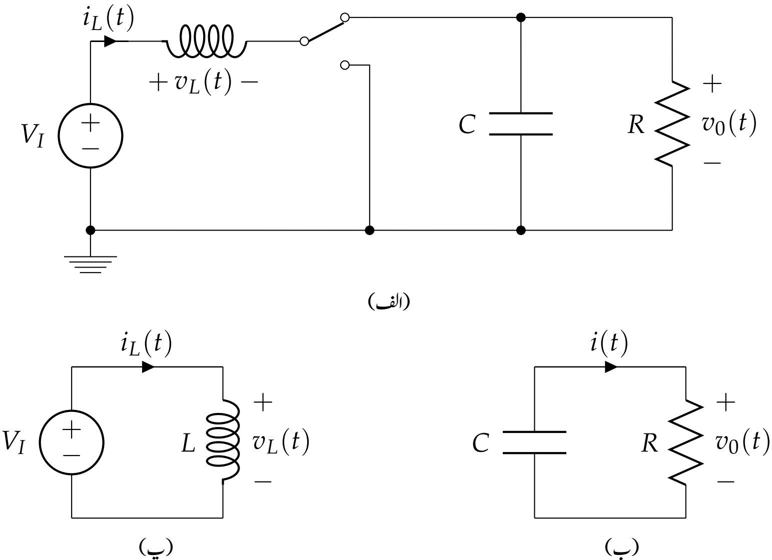
$$c_2 = -245\,000$$

ملتا ہے۔ یوں مکمل حل درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$i(t) = 2.5 e^{-100000t} - 245000 t e^{-100000t}$$

یوں سوئچ پر دباو درج ذیل ہو گا

$$\begin{aligned} v_0(t) &= R i(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,\mathrm{d}t + v_C(0_+) \\ &= 5 + 490 e^{-100000t} - 2.4 \times 10^7 t e^{-100000t} \end{aligned}$$



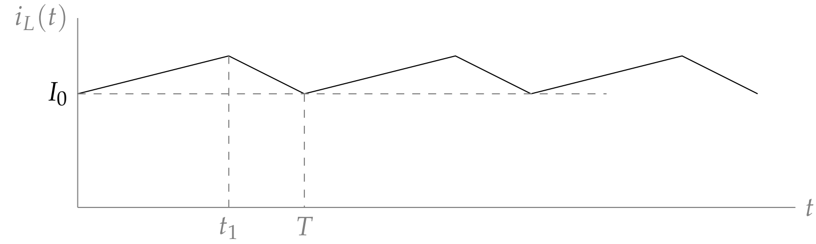
شکل 7.30: مثال 7.15 کے اشکال۔

جیسے شکل 7.29-ت میں دکھایا گیا ہے۔ درج بالا مساوات سے $t=\infty$ پر $v_0 = 5\,\mathrm{V}$ ملتا ہے۔ شکل-ت میں اتنی کم مقدار دکھایا ممکن نہیں ہے۔

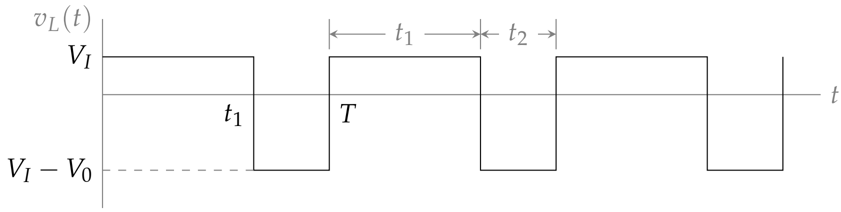
مثال 7.15: شکل 7.30 میں منبع دباو[37] کا نہایت مقبول دور دکھایا گیا ہے۔ آپ یقین کے ساتھ کہہ سکتے ہیں کہ آپ کے کمپیوٹر[38] اور گھر میں موجود ٹی وی[39] کو یہی برقی طاقت مہیا کرتا ہے۔ آئیں اس کی کارکردگی پر غور کریں۔

منبع میں ایک قطب اور دو چال والا سوئچ استعمال کیا گیا ہے۔ یہ سوئچ امالہ گیر کو زمین کے ساتھ t_1 دورانیے کے لئے اور برق گیر کے ساتھ t_2 دورانیے کے لئے جوڑتا ہے۔ یوں سوئچ کا دوری عرصہ $T = t_1 + t_2$ ہے۔ فرض کریں کہ

[37] switching supply
[38] computer
[39] television, TV



(الف)



(ب)

شکل 7.31: مثال 7.15 کے اشکال۔

سوئچ صفر دورانیے[40] میں جوڑ تبدیل کرتا ہے لہٰذا ایسا کبھی بھی نہیں ہو گا کہ امالہ گیر کی رو یک دم روکی جائے۔ دوران t_1 منبع کو دو علیحدہ علیحدہ ادوار تصور کیا جا سکتا ہے جنہیں شکل-ب اور شکل-پ میں دکھایا گیا ہے۔

دوران t_1 امالہ گیر کی رو مسلسل بڑھتی ہے جس سے امالہ گیر میں ذخیرہ توانائی $W = \frac{Li_L^2}{2}$ بڑھتی ہے۔ اس دوران مزاحمت کو برق گیر طاقت فراہم کرتا ہے لہٰذا برق گیر کا دباو مسلسل گھٹتا ہے۔ دوران t_2 امالہ گیر کی رو کا کچھ حصہ برق گیر میں بار بھرتا ہے جبکہ بقایا حصہ مزاحمت سے گزرتا ہے۔ امالہ گیر کی رو یک دم تبدیل نہیں ہو سکتی لہٰذا اس دوران امالہ گیر کی رو بتدریج گھٹتی ہے اور امالہ گیر میں ذخیرہ توانائی برق گیر اور مزاحمت کو منتقل ہوتا ہے۔ دور یہ سلسلہ لگاتار دہراتا ہے۔ یوں t_1 کے دوران امالہ گیر توانائی حاصل کرتے ہوئے t_2 کے دوران اسے برق گیر اور مزاحمت کو منتقل کرتا ہے۔ یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ t_1 کے ابتدا اور t_2 کے اختتام پر امالہ گیر میں رو کی قیمت یکساں طور پر I_0 ہو گی۔ شکل 7.31-الف میں i_L کو دکھایا گیا ہے۔ آئیں دوران t_1 شکل 7.30-ب اور شکل 7.30-پ پر تفصیلاً غور کریں۔

40

دوران t_1 امالہ گیر کے لئے شکل-پ کو دیکھتے ہوئے

$$\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{V_I}{L}$$

یا

$$\begin{aligned}
i_L(t) &= \frac{1}{L}\int_0^{t_1} v_L(t)\,\mathrm{d}t + i_L(0_+) \\
&= \frac{1}{L}\int_0^{t_1} V_I\,\mathrm{d}t + I_0 \\
&= \frac{V_I}{L}t_1 + I_0 \qquad\qquad 0 < t < t_1
\end{aligned} \tag{7.67}$$

لکھا جا سکتا ہے لہٰذا اس دورانیے میں امالہ گیر کی رو بڑھتی ہے۔چونکہ رو اور امالہ گیر میں مقناطیسی توانائی کا تعلق $W = \frac{Li_L(t)^2}{2}$ ہے لہٰذا امالہ گیر کی رو بڑھنے سے اس میں ذخیرہ توانائی بڑھتی ہے۔اسی دوران مزاحمت R کو برق گیر توانائی فراہم کرتا ہے لہٰذا برق گیر کی توانائی بتدریج گھٹتی ہے۔برق گیر کی ابتدائی دباو V_0 لیتے ہوئے

$$v_0(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

لکھا جا سکتا ہے۔حقیقت میں RC وقتی مستقل کی قیمت سوئچ کے دوری عرصہ T سے بہت کم $(RC \ll T)$ ہوتی ہے لہٰذا t_1 کے دوران برق گیر کے دباو میں تبدیلی قابل نظر انداز ہوتی ہے۔یوں برق گیر کے دباو کو مستقل تصور کیا جا سکتا ہے۔

آئیں اب t_2 کے دوران صورت حال پر غور کریں۔ سادہ مساوات کے حصول کی خاطر برق گیر کی دباو کو مستقل مقدار V_0 تصور کرتے ہوئے شکل-ب سے

$$\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{V_I - V_0}{L}$$

لکھا جا سکتا ہے۔دورانیہ t_2 کی ابتدائی رو مساوات 7.67 کی اختتامی رو ہو گی۔یوں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\begin{aligned}
i_L(t) &= \frac{1}{L}\int_{t_1}^{t_1+t_2} v_L(t)\,\mathrm{d}t + \left[\frac{V_I}{L}t_1 + I_0\right] \\
&= \frac{1}{L}\int_{t_1}^{t_1+t_2} (V_I - V_0)\,\mathrm{d}t + \left[\frac{V_I}{L}t_1 + I_0\right] \\
&= \frac{V_I}{L}(t_1+t_2) - \frac{V_0}{L}t_2 + I_0 \qquad\qquad t_1 < t < (t_1+t_2)
\end{aligned} \tag{7.68}$$

جہاں ابتدائی رو کو چکور قوسین میں بند لکھا گیا ہے اور آخری قدم پر نتائج کو ترتیب دیتے ہوئے پیش کیا گیا ہے۔

جیسے شکل 7.31-الف میں دکھایا گیا ہے، لمحہ t_2 کے اختتام پر امالہ گیر کی رو وہی ہو گی جو t_1 کی ابتدا پر ہے۔ اگر t_2 کے اختتام پر رو کی قیمت I_0 سے زیادہ ہو تب امالہ گیر کی رو ہر چکر میں بتدریج بڑھتی رہے گی حتٰی کہ آخر کار یہ امالہ گیر کو تباہ کر دے گی۔ اسی طرح اگر t_2 کے اختتام پر رو کی قیمت I_0 سے کم ہو تب ہر چکر میں رو کی قیمت بتدریج کم ہوتے ہوئے صفر ہو جائے گی۔ منبع دباو کی صحیح کارکردگی کے لئے ضروری ہے کہ t_1 کی ابتدا پر اور t_2 کی اختتام پر رو کی قیمت یک برابر رہے۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے مساوات 7.68 کی اختتامی رو کو I_0 کے برابر پُر کرتے ہوئے حل کرتے ہیں

$$\frac{V_I}{L}(t_1+t_2)-\frac{V_0}{L}t_2+I_0=I_0$$
$$\frac{V_I}{L}T=\frac{V_0}{L}t_2$$

جہاں دوسری قدم پر $t_1+t_2=T$ لکھا گیا ہے۔ یوں درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$V_0=V_I\frac{T}{t_2}=V_0\frac{T}{T-t_1}=\frac{V_0}{1-\frac{t_1}{T}}$$

جس میں

$$D=\frac{t_1}{T} \qquad (0<D<1) \tag{7.69}$$

لکھتے ہوئے

$$V_0=\frac{V_I}{1-D} \tag{7.70}$$

ملتا ہے۔ یہاں غور کریں کہ $t_1<T$ ہے لہٰذا D مثبت ہو گا جبکہ اس کی قیمت صفر تا اکائی $(0<D<1)$ ممکن ہے۔ یوں درج بالا مساوات کے تحت $V_0\geq V_I$ ہو گا یعنی خارجی دباو کی قیمت داخلی دباو سے زیادہ ہو گی۔ اسی لئے اس منبع کو اٹھان منبع[41] کہتے ہیں۔ دوری عرصہ T کو مستقل رکھتے ہوئے V_0 کی قیمت کو D کی مدد سے تبدیل کیا جاتا ہے۔

[41] boost converter