

برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 6

برق گیر اور امالہ گیر

6.1 برق گیر

متوازی چادر برق گیر¹ جسے شکل 6.1-الف میں دکھایا گیا ہے کے بارے میں آپ نے چھوٹی جماعتوں میں پڑھا ہو گا۔ خالی خلاء میں دو عدد یکساں، سیدھے متوازی موصل چادر جن کے مابین فاصلہ d ہو اور ایک چادر کا رقبہ S ہو کی برقی گنجائش C ² درج ذیل مساوات دیتی ہے

$$(6.1) \quad C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

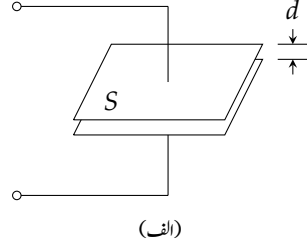
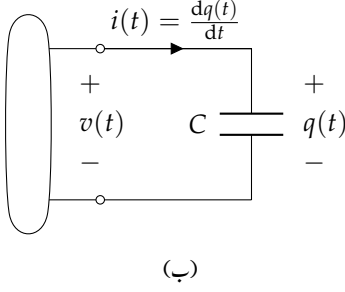
جہاں ϵ_0 خالی خلاء کا برقی مستقل³ ہے جس کی قیمت $8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ ہے۔ برقی گنجائش کو کولمب فی وولٹ $C V^{-1}$ یا فیراڈ F میں ناپا جاتا ہے۔ فیراڈ⁴ کی اکائی انتہائی بڑی مقدار ہے لہذا برقی گنجائش کو عموماً مائیکرو فیراڈ μF اور نینو فیراڈ nF میں ناپا جاتا ہے۔

¹capacitor

²capacitance

³permittivity, electric constant

⁴فیراڈ کی اکائی انگلستان کے مشہور ماہر طبیعیات مائیکل فیراڈے کے نام سے منسوب ہے۔



شکل 6.1: متوازی چادر برقی گیر۔

مثال 6.1: متوازی چادر برقی گیر میں چادروں کے مابین فاصلہ 0.1 mm ہے جبکہ اس کی برقی گنجائش $0.1 \mu\text{F}$ ہے۔ ایک چادر کا رقبہ دریافت کریں۔

حل: مساوات 6.1 استعمال کرتے ہوئے

$$S = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{0.1 \times 10^{-6} \times 0.1 \times 10^{-3}}{8.854 \times 10^{-12}} = 1.129 \text{ m}^2$$

حاصل ہوتا ہے۔

شکل 6.1-ب میں برقی گیر کو $v(t)$ منبع دباؤ کے ساتھ جوڑا گیا ہے جس کی وجہ سے برگ گیر کے ایک چادر پر مثبت برقی بار $+q(t)$ اور دوسرے چادر پر منفی برقی بار $-q(t)$ رونما ہوتا ہے جبکہ دونوں چادروں کے مابین دباؤ $v(t)$ پایا جاتا ہے۔ برقی گیر کے چادروں پر بار اور ان کے مابین دباؤ خطی تعلق

$$q(t) = Cv(t) \quad (6.2)$$

رکھتے ہیں جہاں خطی تعلق کے مستقل کو C سے ظاہر اور برقی گنجائش⁵ کہتے ہیں۔ برقی گنجائش کے نام کو چھوٹا کرتے ہوئے عموماً گنجائش کہا جاتا ہے۔ وقت کے ساتھ بدلتی بار کو برقی رو کہا جاتا ہے۔ یوں برقی گیر کے چادروں پر بار کی تبدیلی رو کو جنم دیتی ہے جسے

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (6.3)$$

لکھا جاسکتا ہے جسے شکل 6.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کے مثبت برقی سرپر مثبت رو داخل ہوتی ہے۔ یوں مزاحمت کی طرح برق گیر پر بھی دباؤ اور روانہ فعلی رانج سمت کے تحت ہیں۔ مساوات 6.2 کو استعمال کرتے ہوئے

$$(6.4) \quad i = \frac{d(Cv)}{dt}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مستقل برقی گنجائش کی صورت میں اسے

$$(6.5) \quad i = C \frac{dv}{dt}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات 6.5 کو

$$dv = \frac{1}{C} i dt$$

لکھ کر تکمیل لینے سے

$$(6.6) \quad v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt$$

حاصل ہوتا ہے جہاں $t = -\infty$ پر برق گیر کا دباؤ $v(-\infty) = 0$ لیا گیا ہے۔ مندرجہ بالا مساوات میں $v(t)$ لکھ کر وقت کو آزاد متغیر⁶ اور دباؤ کو تابع متغیر⁷ کے طور پر لکھا گیا ہے۔ اس مساوات کو دو ٹکڑوں میں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(6.7) \quad \begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i dt + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt \\ &= v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt \end{aligned}$$

جہاں وقت $t = -\infty$ تا $t = t_0$ کے دوران برق گیر پر جمع ہونے والے بار کی وجہ سے برق گیر پر وقت $t = t_0$ پر دباؤ $v(t_0)$ پایا جاتا ہے۔

برق گیر میں ذخیرہ توانائی $w_C(t)$ کو طاقت کے مکمل سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ برق گیر کو منتقل طاقت $p(t)$ کو

$$(6.8) \quad p(t) = v(t)i(t) = v(t)C \frac{dv(t)}{dt}$$

⁶ independent variable
⁷ dependent variable

لکھا جاسکتا ہے۔ چونکہ $p = \frac{dw}{dt}$ کے برابر ہے لہذا برق گیر میں ذخیرہ توانائی کو

$$\begin{aligned} w_C(t) &= \int_{-\infty}^t C v(t) \frac{dv(t)}{dt} dt \\ &= C \int_{v(-\infty)}^{v(t)} v(t) dv(t) \\ &= C \frac{v^2(t)}{2} \Big|_{v(-\infty)}^{v(t)} \end{aligned}$$

یعنی

$$(6.9) \quad w_C(t) = \frac{C v^2(t)}{2}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں $v(-\infty) = 0$ لیا گیا ہے۔ مساوات 6.2 کی مدد سے اس مساوات کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(6.10) \quad w_C(t) = \frac{q^2(t)}{2C}$$

مساوات 6.9 اور مساوات 6.10 برقی گیر میں ذخیرہ مخفی توانائی⁸ دیتے ہیں۔ یہ وہی توانائی ہے جو برق گیر میں بار بھرتے ہوئے خرچ کی جاتی ہے۔

مساوات 6.5 کے تحت برقی گیر پر دباؤ کے تبدیلی کی شرح اور روکار راست تناسب تعلق ہے۔ چونکہ یک سمتی دباؤ تبدیل نہیں ہوتی لہذا برق گیر پر یک سمتی دباؤ کی صورت میں اس میں کوئی رو نہیں گزرے گی۔ یوں یک سمتی دباؤ کی نقطہ نظر سے برق گیر کھلا دور ہے لہذا ادوار کے یک سمتی حل کے دوران تمام برق گیروں کو کھلے دور تصور کیا جاتا ہے۔

مساوات 6.8 کے تحت برق گیر کو منتقل طاقت، دباؤ کی شرح تبدیلی کے راست تناسب ہے۔ یوں برق گیر کا دباؤ فوراً تبدیل کرنے کے لئے لامحدود طاقت درکار ہوگی۔ کائنات میں لامحدود طاقت کا منبع نہیں پایا جاتا لہذا برق گیر کا دباؤ فوراً کسی صورت تبدیل نہیں کیا جاسکتا۔ اسی حقیقت کو مساوات 6.5 سے بھی سمجھا جاسکتا ہے جس کے تحت دباؤ فوراً تبدیل کرنے کے لئے لامحدود رو درکار ہوگی۔ چونکہ لامحدود رو کہیں نہیں پائی جاتی لہذا ایسا ممکن نہیں ہے۔ یہ ایک اہم نتیجہ ہے جس کے تحت دور میں سوئچ کو چالو سے غیر چالو (یا غیر چالو سے چالو) کرنے کے فوراً بعد دور میں موجود برق گیر کے دباؤ کی قیمت وہی ہوگی جو سوئچ چالو (یا غیر چالو) کرنے سے پہلے تھی۔ اس حقیقت کو اگلے باب میں استعمال کیا جائے گا۔

مساوات 6.2 برق گیر کی عمومی مساوات ہے۔ کسی بھی دو موصل جن کے درمیان دباؤ v اور جن میں مثبت موصل پر $+q$ اور منفی موصل پر $-q$ بار پایا جاتا ہو کی گنجائش مساوات 6.2 دیتی ہے۔ یوں دور کے مختلف موصل حصوں مثلاً مزاحمت، باقی تار، برق گیر وغیرہ کے مابین غیر مطلوب⁹ برقی گنجائش پائی جائے گی۔ بعض ادوار میں غیر مطلوب برقی گنجائش کو کم سے کم رکھنا ضروری ہوتا ہے جبکہ یک سمتی ادوار میں ان کے کردار کو رد کیا جاتا ہے

مثال 6.2: برق گیر کی دباؤ 20 V سے 20.1 V کرنے کی خاطر منبع روا استعمال کیا جاتا ہے۔ برق گیر کی گنجائش $1 \mu F$ ہے۔ تبدیلی کا دورانیہ ایک سیکنڈ، ایک نینو سیکنڈ، ایک فیمنو سیکنڈ اور صفر سیکنڈ تصور کرتے ہوئے درکار رو کی قیمت حاصل کریں۔ دباؤ کے تبدیلی کے دوران رو کی قیمت مستقل تصور کریں۔

حل: دورانیہ ایک سیکنڈ تصور کرتے ہوئے مساوات 6.5 کے تحت

$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{1} \right) = 0.1 \mu A$$

درکار ہوگی۔ اسی طرح بالترتیب بقایا دورانیوں کے لئے درج ذیل رو حاصل ہوتی ہیں۔

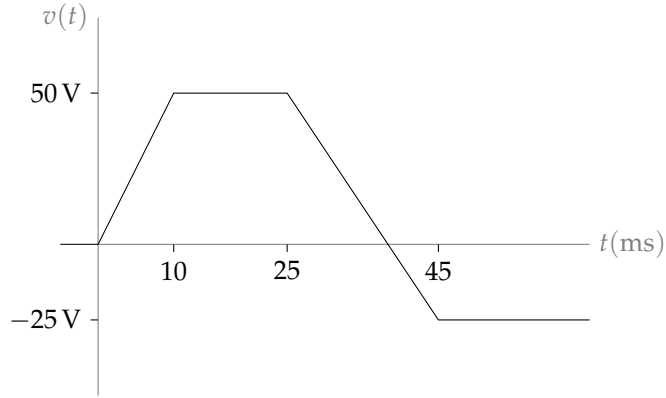
$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{10^{-9}} \right) = 100 A$$

$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{10^{-15}} \right) = 10^8 A$$

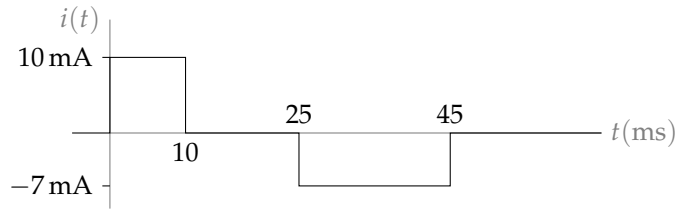
$$i = 10^{-6} \times \left(\frac{20.1 - 20}{0} \right) = \infty A$$

مثال 6.3:

دو قریبی موصل تاروں پر 300 nC بار ذخیرہ کرنے سے ان کے مابین 15 V دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ ان جوڑی موصل کی برقی گنجائش دریافت کریں۔



(الف)



(ب)

حل: مساوات 6.2 کے تحت

$$C = \frac{q}{v} = \frac{300 \times 10^{-9}}{15} = 20 \text{ nF}$$

ہوگا۔

مثال 6.4: شکل میں $2 \mu\text{F}$ برق گیر پر دباؤ دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کی رو دریافت کریں۔

حل: دورانیہ 0 s تا 10 ms میں دباؤ مسلسل مستقل شرح

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50 \text{ V} - 0 \text{ V}}{10 \text{ ms} - 0 \text{ s}} = 5000 \text{ V s}^{-1}$$

سے بڑھتا ہے لہذا اس دوران دباؤ بالمتقابل وقت کی مساوات

$$v(t) = 5000t \quad (0 \leq t \leq 10 \text{ ms})$$

لکھی جاسکتی ہے۔ وقت 10 ms تا 25 ms دباؤ بغیر تبیل ہوئے مستقل 50 V پر برقرار رہتا ہے لہذا اس دوران دباؤ کی مساوات درج ذیل ہے۔

$$v(t) = 50 \quad (10 \text{ ms} \leq t \leq 25 \text{ ms})$$

اس کے بعد 25 ms تا 45 ms کے دوران دباؤ مستقل شرح

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-25 \text{ V} - 50 \text{ V}}{45 \text{ ms} - 25 \text{ ms}} = -3500 \text{ V s}^{-1}$$

سے گھٹتا ہے لہذا اس دوران دباؤ کی مساوات

$$v(t) = -3500t + 75 \quad (25 \text{ ms} \leq t \leq 45 \text{ ms})$$

ہوگی۔ اس کے بعد دباؤ برقرار -25 V پر رہتا ہے لہذا اس کی مساوات درج ذیل ہوگی۔

$$v(t) = -25 \quad (45 \text{ ms} \leq t)$$

مساوات 6.5 استعمال کرتے ہوئے ان دورانیوں میں رو حاصل کرتے ہیں۔

$$i = 2 \times 10^{-6} \times 5000 = 10 \text{ mA} \quad (0 \leq t \leq 10 \text{ ms})$$

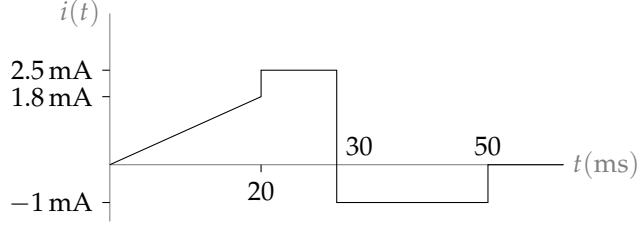
$$i = 2 \times 10^{-6} \times 0 = 0 \text{ mA} \quad (10 \text{ ms} \leq t \leq 25 \text{ ms})$$

$$i = 2 \times 10^{-6} \times (-3500) = -7 \text{ mA} \quad (25 \text{ ms} \leq t \leq 45 \text{ ms})$$

$$i = 2 \times 10^{-6} \times 0 = 0 \text{ mA} \quad (45 \text{ ms} \leq t)$$

رو بالمتقابل وقت کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.5: گزشتہ مثال میں لمحہ $t = 10 \text{ ms}$ ، $t = 20 \text{ ms}$ اور $t = 50 \text{ ms}$ پر برق گیر میں ذخیرہ مخفی توانائی دریافت کریں۔



شکل 6.3: (الف)

حل: مساوات 6.9 کے تحت جوابات درج ذیل ہیں۔

$$w_C(10 \text{ ms}) = \frac{2 \times 10^{-6} \times 50^2}{2} = 2.5 \text{ mJ}$$

$$w_C(20 \text{ ms}) = \frac{2 \times 10^{-6} \times 50^2}{2} = 2.5 \text{ mJ}$$

$$w_C(50 \text{ ms}) = \frac{2 \times 10^{-6} \times (-25)^2}{2} = 0.625 \text{ mJ}$$

مشق 6.1: برق گیر پر ذخیرہ بار کی قیمت 5 nC ہے جبکہ اس پر دباؤ 100 V ہیں۔ برقی گنجائش دریافت کریں۔

جواب: 5 pF

مثال 6.6: ابتدائی طور پر بے بار 22 μF کے برق گیر کی رو کو شکل 6.3 میں دکھایا گیا ہے۔ برق گیر کے دباؤ، طاقت اور ذخیرہ توانائی کے مساوات حاصل کرتے ہوئے خط کھینچیں۔

حل: دورانیہ $t = 0$ s تا $t = 20$ ms میں شرح رو

$$\frac{di}{dt} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{18 \text{ mA} - 0 \text{ mA}}{20 \text{ ms} - 0 \text{ ms}} = 0.9 \text{ A s}^{-1}$$

ہے جسے

$$di = 0.9 dt$$

لکھ کر تکمیل لیتے ہوئے رو کی مساوات

$$i = \int_0^t 0.9 dt = 0.9t \Big|_0^t = 0.9t$$

حاصل ہوتی ہے۔ برق گیر پر ذخیرہ بار دریافت کرنے کی خاطر رو کی مساوات کو

$$i = \frac{dq}{dt} = 0.9t$$

لکھتے ہوئے تکمیل لیتے ہیں۔

$$q = \int_0^t 0.9t dt = 0.45t^2 \Big|_0^t = 0.45t^2$$

مساوات 6.2 سے

$$v(t) = \frac{q}{C} = \frac{0.45t^2}{22 \times 10^{-6}} = 20455t^2$$

لکھا جائے گا اور یوں طاقت کی مساوات

$$p = vi = 20455t^2 \times 0.9t = 18410t^3$$

اور ذخیرہ توانائی کی مساوات

$$w_C = \int_0^t p dt = 4603t^4$$

ہوگی۔ ان مساوات سے لمحہ $t = 20$ ms پر

$$q(0.02) = 0.45t^2 = 0.45 \times 0.02^2 = 180 \mu\text{C}$$

$$v(0.02) = 20455t^2 = 20455 \times 0.02^2 = 8.182 \text{ V}$$

$$w_C(0.02) = 4603t^4 = 4603 \times 0.02^4 = 737 \mu\text{J}$$

(6.11)

ہوں گے۔

اسی طرح 20 ms تا 30 ms دورانیے کے لئے مساوات 6.11 میں حاصل کی گئی مقداریں ابتدائی مقداریں تصور کی جائیں گی۔ اس دورانیے میں

$$i = 2.5 \text{ mA}$$

ہے لہذا مساوات 6.7 کے تحت

$$\begin{aligned} v &= v(0.02) + \frac{1}{C} \int_{0.02}^t i \, dt \\ &= 8.182 + \frac{1}{22 \times 10^{-6}} \int_{0.02}^t 2.5 \times 10^{-3} \, dt \\ &= 33.182 + 113.636t \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned} p &= iv = 0.0025(33.182 + 113.636t) = 0.083 + 0.284t \\ w_C &= \frac{Cv^2}{2} = \frac{22 \times 10^{-6}}{2} (33.182 + 113.636t)^2 \end{aligned}$$

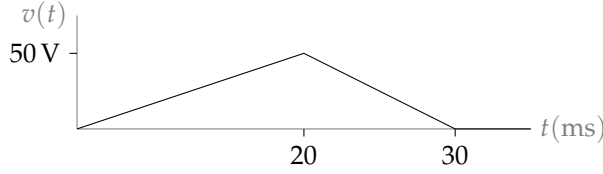
ہوں گے جن سے اس دورانیے کے آخری لمحے پر

$$\begin{aligned} v(0.03) &= 33.182 + 113.636 \times 0.03 = 36.591 \text{ V} \\ w_C(0.03) &= \frac{Cv^2}{2} = \frac{22 \times 10^{-6} \times 36.591^2}{2} = 14.73 \text{ mJ} \end{aligned} \quad (6.12)$$

حاصل ہوتے ہیں۔

شکل 6.3 میں $t = 30 \text{ ms}$ تا $t = 50 \text{ ms}$ کے متغیرات حاصل کرتے ہوئے مساوات 6.12 کی قیمتیں ابتدائی قیمتیں تصور کی جائیں گی۔ پہلے دباؤ کی مساوات حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v &= v(0.03) + \frac{1}{C} \int_{0.03}^t -10^{-3} \, dt \\ &= 36.591 - \frac{10^{-3}}{22 \times 10^{-6}} t \Big|_{0.03}^t \\ &= 37.955 - 45.455t \end{aligned}$$



شکل 6.4: دباؤ کا خط۔

طاقت کی مساوات درج ذیل ہے

$$\begin{aligned} p &= iv \\ &= -0.001(37.955 - 45.455t) \\ &= -0.038 + 0.0455t \end{aligned}$$

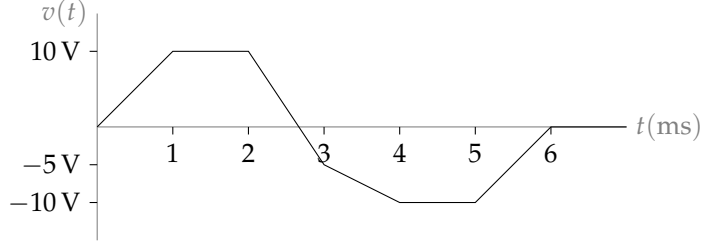
جبکہ ذخیرہ توانائی

$$\begin{aligned} w_C &= \frac{Cv^2}{2} \\ &= \frac{22 \times 10^{-6} (37.955 - 45.455t)^2}{2} \end{aligned}$$

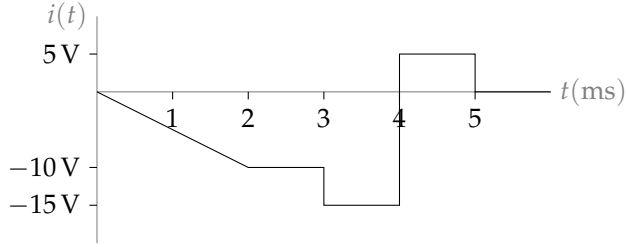
ہے۔ لمحہ 50 ms کے بعد رو صفر کے برابر ہے لہذا نہ تو برق گیر کا دباؤ تبدیل ہو گا اور نہ ہی اس میں ذخیرہ توانائی کی قیمت تبدیل ہو گی۔

مشق 6.2: شکل 6.4 میں $68 \mu\text{F}$ کے برق گیر کا دباؤ دیا گیا ہے۔ رو کی شکل کھینچیں۔

مشق 6.3: گزشتہ مثال میں لمحہ $t = 20 \text{ ms}$ پر برقی گیر میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔



شکل 6.5: دباؤ کا خط۔



شکل 6.6: رو کا خط۔

مشق 6.4: شکل 6.5 میں $2.2 \mu\text{F}$ کے برقی گیر کا دباؤ دیا گیا ہے۔ رو کی شکل کھینچیں۔ لمحہ $t = 4 \text{ ms}$ پر ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

مشق 6.5: شکل 6.6 میں $100 \mu\text{F}$ کے برقی گیر کی رو دی گئی ہے۔ دباؤ کا خط کھینچیں۔ لمحہ $t = 3 \text{ ms}$ پر ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

6.2 امالہ گیسر

امالہ گیسر¹⁰ عموماً موصل تار کے چھوٹے¹¹ کی صورت کا ہوتا ہے۔ ایسا لچھا کسی مقناطیسی مرکز¹² یا غیر مقناطیسی مرکز¹³ پر لپیٹا ہو سکتا ہے۔ مقناطیسی مرکز کے لچھے ٹرانسفارمر¹⁴ اور فلٹر¹⁵ میں استعمال کئے جاتے ہیں جبکہ غیر مقناطیسی مرکز کے لچھے مواصلاتی نظام میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔

تاریخی طور پر پہلے یہ معلوم ہوا کہ رو گزرتی تار کے گرد مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے۔ ایسی مقناطیسی میدان اور میدان پیدا کرنے والی رو کے مابین راست تناسبی تعلق پایا جاتا ہے۔ اس کے بعد معلوم ہو کہ بدلتا مقناطیسی میدان برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جہاں دباؤ اور مقناطیسی میدان پیدا کرنے والی رو کی شرح کے مابین راست تناسبی تعلق پایا جاتا ہے۔ اسی تعلق کو درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے

$$(6.13) \quad v = L \frac{di}{dt}$$

جہاں تناسبی مستقل کو L لکھا اور¹⁶ پکارا جاتا ہے۔ امالہ کی اکائی کو ہینری¹⁷ پکارا اور H سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ہینری ووٹ سیکنڈ فی امپیر¹⁸ $V s A^{-1}$ کے برابر ہے۔

اس مساوات کی مکمل صورت سے رو حاصل ہوتا ہے

$$(6.14) \quad i = \int_{-\infty}^t \frac{1}{L} v dt$$

جہاں وقت کی ابتدا $-\infty$ سے لمحہ t تک مکمل لیا گیا ہے۔ مستقل قیمت کی امالہ کی صورت میں L کو مکمل کے باہر نکالا جاسکتا ہے۔

$$(6.15) \quad i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v dt$$

¹⁰ inductor¹¹ coil¹² magnetic core¹³ non-magnetic core¹⁴ transformer¹⁵ filter¹⁶ inductance¹⁷ امالہ کی اکائی امریکی تخلیق کار یوسف ہینری کے نام سے منسوب ہے۔¹⁸ Henry

اس تکمیل کو دو ٹکڑوں میں لکھا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} v \, dt + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v \, dt \\ (6.16) \quad &= i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v \, dt \end{aligned}$$

جہاں پہلا ٹکڑا ابتدا سے لمحہ t_0 تک اور دوسرا ٹکڑا t_0 سے t حاصل کیا گیا ہے۔ مندرجہ بالا مساوات میں لمحہ t_0 پر امالہ گیر کی رو کو $i(t_0)$ کہا گیا ہے۔

امالہ کو فراہم طاقت سے امالہ کو منتقل توانائی w_L دریافت کی جاسکتی ہے۔

$$(6.17) \quad p = vi$$

سے

$$(6.18) \quad p = \frac{dw_L}{dt} = \left[L \frac{di}{dt} \right] i$$

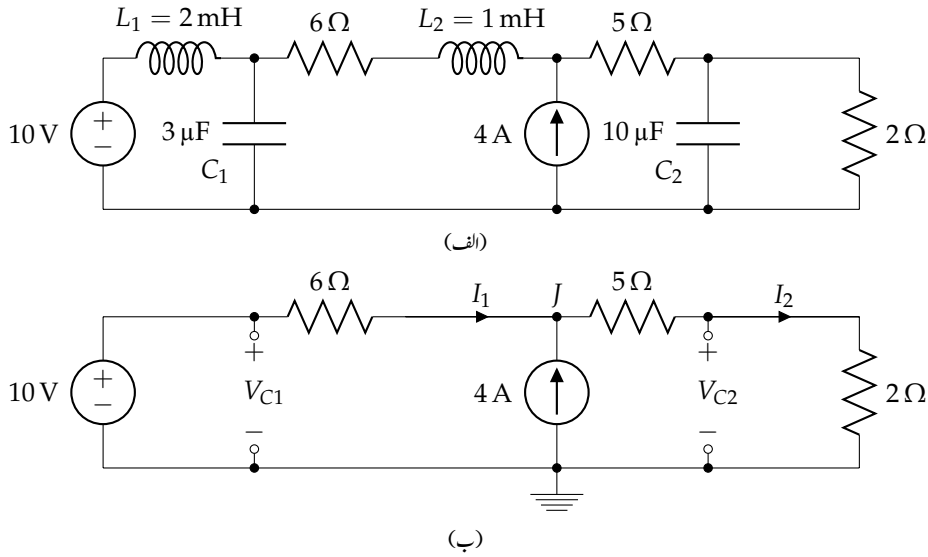
لکھتے ہوئے اور تکمیل لینے سے

$$\begin{aligned} w_L &= \int_{-\infty}^t \left[L \frac{di}{dt} \right] i \, dt \\ &= L \int_0^i i \, di \end{aligned}$$

$$(6.19) \quad w_L = \frac{Li^2}{2}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں وقت کی ابتدا $t = -\infty$ پر $i = 0$ تصور کی گئی ہے۔

تصور کریں کہ ایک دور میں ایک سمتی رو پائی جاتی ہو۔ اب ایک سمتی رو وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی لہذا مساوات 6.13 کے تحت اس دور میں موجود امالہ پر دباؤ صفر کے برابر ہو گا۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک سمتی رو کی نقطہ نظر سے امالہ بطور قصر دور کردار ادا کرتی ہے۔ یوں کسی بھی دور کا ایک سمتی تجزیہ کرتے ہوئے دور میں موجود تمام امالہ کو قصر دور تصور کیا جاتا ہے۔



شکل 6.7: مثال 6.7 کا دور۔

امالہ میں فوراً رو تبدیل کرنے کے لئے مساوات 6.18 کے تحت لامحدود طاقت درکار ہوگی۔ کائنات میں لامحدود طاقت کا منبع کہیں نہیں پایا جاتا لہذا امالہ کی رو کو فوراً تبدیل کرنا ممکن ہے۔ یہ ایک اہم نتیجہ ہے جس کے تحت دور میں سوئچ کو چالو سے غیر چالو (یا غیر چالو سے چالو) کرنے کے فوراً بعد امالہ میں رو کی قیمت وہی ہوگی جو سوئچ چالو (یا غیر چالو) کرنے سے پہلے تھی۔ اس حقیقت کو اگلے باب میں استعمال کیا جائے گا۔

مثال 6.7: شکل 6.7 میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

حل: اس دور میں صرف ایک سمتی منبع پائے جاتے ہیں۔ ہم اس حقیقت پر بحث کر چکے ہیں کہ یک سمتی ادوار میں امالہ کو قصر دور اور برق گیر کو کھلا دور تصور کیا جاتا ہے۔ ایسا ہی کرتے ہوئے شکل-ب حاصل ہوتا ہے جسے آپ اپنی پسندیدہ ترکیب سے حل کر سکتے ہیں۔ نچلی جوڑ کو زمین لیتے ہوئے جوڑ J پر کرخوف مساوات رو

$$I_1 + 4 = I_2$$

جبکہ بیرونی دائرے پر کر خوف مساوات دباو

$$10 = 6I_1 + (5 + 2)I_2$$

لکھتے ہیں۔ انہیں حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$I_1 = -\frac{18}{13} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{34}{13} \text{ A}$$

برق گیر C_1 پر دباو شکل کو دیکھ کر لکھی جاسکتی ہے جبکہ C_2 پر دباو کو اوہم کے قانون کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔

$$V_{C1} = 10 \text{ V}$$

$$V_{C2} = 2 \times \frac{34}{13} = \frac{68}{13} \text{ V}$$

ان تھاق کو استعمال کرتے ہوئے برق گیر اور امالہ میں ذخیرہ توانائی دریافت کر سکتے ہیں۔

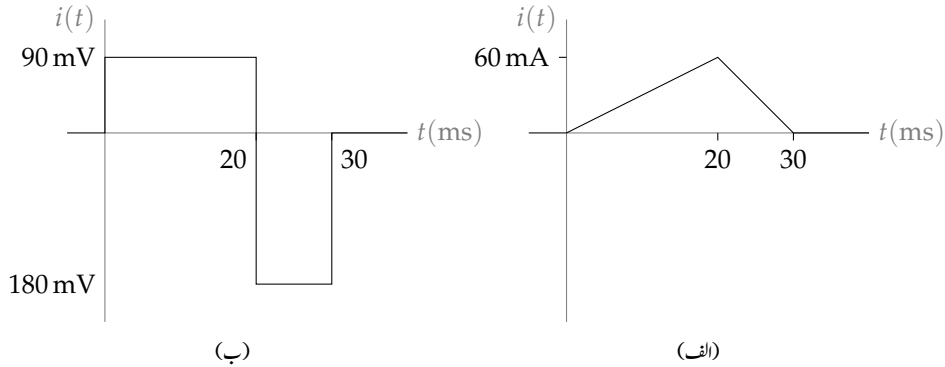
$$w_{C1} = \frac{3 \times 10^{-6} \times 10^2}{2} = 0.15 \text{ mJ}$$

$$w_{C2} = \frac{10 \times 10^{-6} \left(\frac{68}{13}\right)^2}{2} = 0.14 \text{ mJ}$$

$$w_{L1} = \frac{0.002 \times \left(\frac{18}{13}\right)^2}{2} = 1.92 \text{ mJ}$$

$$w_{L2} = \frac{0.001 \times \left(\frac{18}{13}\right)^2}{2} = 0.96 \text{ mJ}$$

مثال 6.8: امالہ کی رو کے خط کو شکل 6.8-الف میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے دباو کا خط کھینچیں۔ امالہ کی قیمت 30 mH ہے۔



شکل 6.8: مثال 6.8 کا دورہ۔

حل: امالہ گیر کی رو سے امالہ گیر کا دباؤ مساوات 6.13 کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے۔ وقت $t = -\infty$ تا $t = 0$ رو صفر کے برابر ہے لہذا

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0}{-\infty - 0} \right) = 0 \text{ V}$$

ہوگا۔ اگلا دورانیہ $t = 0$ تا $t = 20 \text{ ms}$ ہے جس میں رو کی قیمت یکساں شرح سے مسلسل بڑھتے ہوئے $i = 0$ سے $i = 60 \text{ mA}$ ہو جاتی ہے لہذا اس دوران

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0.06 - 0}{0.02 - 0} \right) = 90 \text{ mV}$$

ہوگا۔ دورانیہ 20 ms تا 30 ms میں دباؤ درج ذیل ہوگا۔

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0 - 0.06}{0.03 - 0.02} \right) = -180 \text{ mV}$$

30 ms کے بعد رو صفر رہتی ہے لہذا

$$v = 30 \times 10^{-3} \left(\frac{0}{\infty - 0.03} \right) = 0 \text{ V}$$

ہوگا۔ ان نتائج کو شکل 6.8-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.9: امالہ گیر کی رو $i(t) = 5 \cos 377t$ جبکہ اس کی امالہ 100 mH ہے۔ امالہ گیر کا دباؤ اور اس میں ذخیرہ توانائی کی مساوات حاصل کریں۔

حل: مساوات 6.13 سے دباؤ درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

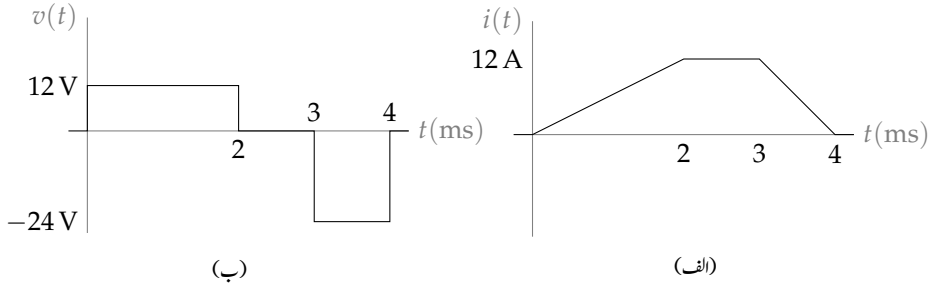
$$\begin{aligned} v &= L \frac{di}{dt} \\ &= 0.1 \times (-5 \times 377 \sin 377t) \\ &= -188.5 \sin 377t \quad \text{V} \end{aligned}$$

ذخیرہ توانائی کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

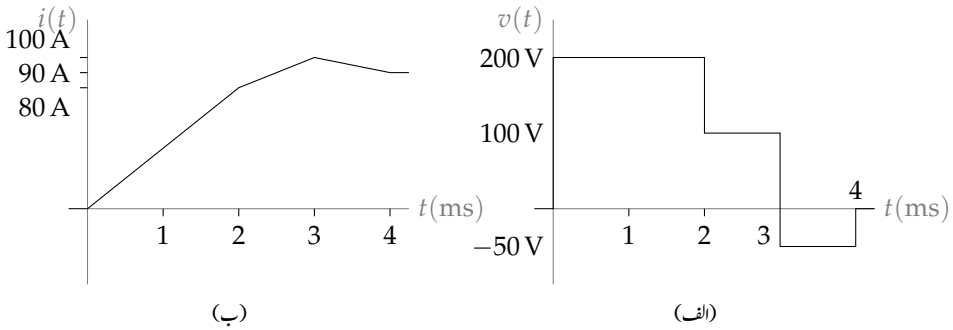
$$\begin{aligned} w_L(t) &= \frac{Li^2}{2} \\ &= \frac{0.1 \times (5 \cos 377t)^2}{2} \\ &= 1.25 \cos^2 377t \text{ J} \end{aligned}$$

مشق 6.6: رو کا خط شکل 6.9 میں دکھایا گیا ہے۔ دباؤ کا خط کھینچیں۔ امالہ کی قیمت 2 H ہے۔

جواب: شکل 6.9-ب میں دباؤ کا خط دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.9: مشق 6.6 کا دورہ۔



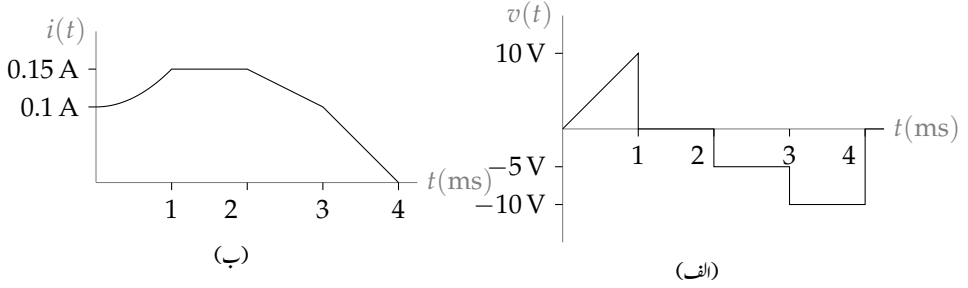
شکل 6.10: مشق 6.8 کا دورہ۔

مشق 6.7: گزشتہ مشق میں لمحہ $t = 3.5$ ms پر امالہ گیر میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

جواب: 36 J

مشق 6.8: پانچ میٹری امالہ گیر کا دباؤ شکل 6.10-الف میں دکھایا گیا ہے۔ رو کا خط کھینچیں۔

جواب: رو کا خط شکل 6.10-ب میں دکھایا گیا ہے۔



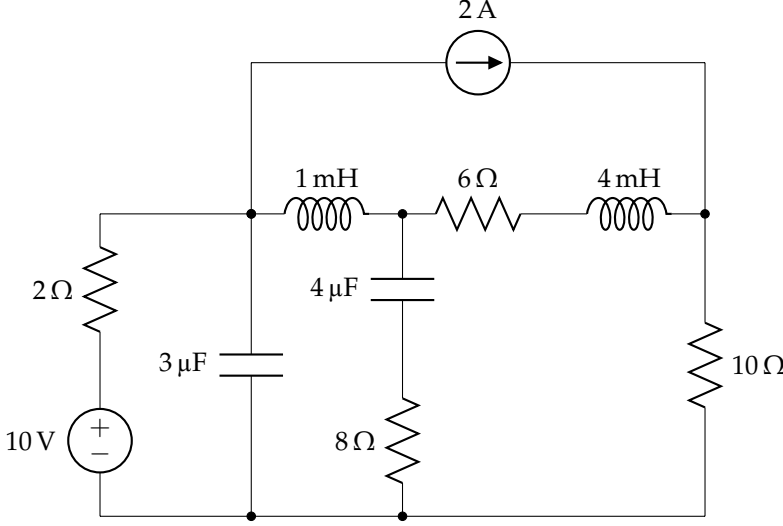
شکل 6.11: مشتق 6.9 کا دور۔

مشتق 6.9: امالہ گیر کے دباؤ کا خط شکل 6.11 میں دکھایا گیا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر $i(0) = 0.1$ A کی صورت میں رو کا خط حاصل کریں۔ امالہ 0.1 H کے برابر ہے۔ لمحہ $t = 3$ ms پر امالہ گیر میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

جواب: رو کا خط شکل 6.11 میں دکھایا گیا ہے۔ لمحہ $t = 3$ ms پر $w_L(3 \text{ ms}) = 0.5 \text{ mJ}$ ہے۔

مشتق 6.10: شکل 6.12 میں 1 mH ، 4 mH ، $3 \mu\text{F}$ اور $4 \mu\text{F}$ میں ذخیرہ توانائی دریافت کریں۔

جوابات: $302 \mu\text{J}$ ، $0.907 \mu\text{J}$ ، $85.6 \mu\text{J}$ ، $114 \mu\text{J}$



شکل 6.12: مشق 6.10 کا دور۔

6.3 برق گیر اور امالہ گیر کے خصوصیات

برقی گنجائش، برقی گنجائش کی قیمت میں خلل اور دباؤ، برق گیر کے اہم خصوصیات ہیں۔ معیاری برق گیر چند pF سے تقریباً 50 mF تک کی قیمتوں میں عام دستیاب ہے۔ ان سے کم اور زیادہ قیمتیں بھی دستیاب ہیں۔ یہ برق گیر عموماً 6.3 V تا 500 V تک کے مختلف دباؤ کے لئے دستیاب ہیں۔ زیادہ دباؤ کے برق گیر بھی دستیاب ہیں۔ برق گیر کو اس کی معین دباؤ سے زیادہ دباؤ پر ہرگز استعمال نہ کریں چونکہ ایسا کرنے سے برق گیر تباہ ہو سکتا ہے۔ برقی گنجائش میں خلل کی عمومی قیمتیں $\pm 5\%$ ، $\pm 10\%$ اور $\pm 20\%$ ہیں۔ جدول 6.1 میں معیاری دستیاب برقی گیر کی گنجائش دی گئی ہے۔

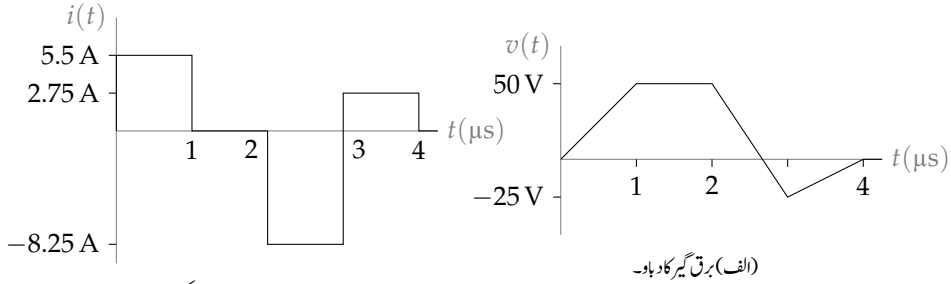
امالہ گیر کو موصل تار سے بنایا جاتا ہے لہذا نہ چاہتے ہوئے بھی اس کی مزاحمت ہوگی۔ امالہ گیر کے اہم خصوصیات اس کی امالہ اور مزاحمت ہیں۔ امالہ گیر 1 nH تا 100 mH کی قیمتوں میں عام دستیاب ہے۔ اس سے کم یا زیادہ قیمتیں بھی دستیاب ہیں۔ امالہ کی قیمتیں $\pm 5\%$ اور $\pm 10\%$ کے خلل میں دستیاب ہیں۔ جدول 6.2 میں امالہ کی عمومی دستیاب قیمتیں دی گئی ہیں۔

جدول 6.1: معیاری برقی گیر کے گنجائش کی قیمتیں۔

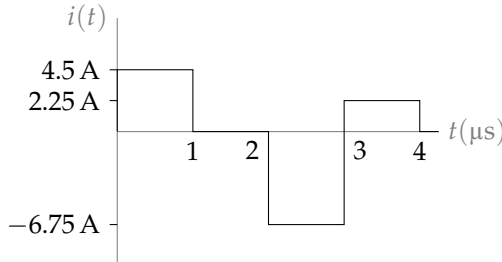
μF	μF	μF	μF	μF	μF	μF	pF	pF	pF	pF
10 000	1000	100	10	1.0	0.10	0.010	1000	100	10	1
12 000	1200	120	12	1.2	0.12	0.012	1200	120	12	
15 000	1500	150	15	1.5	0.15	0.015	1500	150	15	1.5
18 000	1800	180	18	1.8	0.18	0.018	1800	180	18	
20 000	2000	200	20	2.0	0.20	0.020	2000	200	20	2
22 000	2200	220	22	2.2	0.22	0.022	2200	220	22	
27 000	2700	270	27	2.7	0.27	0.027	2700	270	27	
33 000	3300	330	33	3.3	0.33	0.330	3300	330	33	3
39 000	3900	390	39	3.9	0.39	0.390	3900	390	39	4
47 000	4700	470	47	3.3	0.47	0.470	4700	470	47	5
51 000	5100	510	51	3.3	0.51	0.510	5100	510	51	6
56 000	5600	560	56	3.3	0.56	0.560	5600	560	56	7
68 000	6800	680	68	3.3	0.68	0.680	6800	680	68	8
82 000	8200	820	82	3.3	0.82	0.820	8200	820	82	9

جدول 6.2: امالہ کی عمومی دستیاب قیمتیں۔

mH	mH	mH	μH	μH	μH	nH	nH	nH
100	10	1.0	100	10	1.0	100	10	1
	12	1.2	120	12	1.2	120	12	1.2
	15	1.5	150	15	1.5	150	15	1.5
	18	1.8	180	18	1.8	180	18	1.8
	20	2.0	200	20	2.0	200	20	2
	22	2.2	220	22	2.2	220	22	2.2
	27	2.7	270	27	2.7	270	27	2.7
	33	3.3	330	33	3.3	330	33	3
	39	3.9	390	39	3.9	390	39	4
	47	4.7	470	47	4.7	470	47	5
	51	5.1	510	51	5.1	510	51	6
	56	5.6	560	56	5.6	560	56	7
	68	6.8	680	68	6.8	680	68	8
	82	8.2	820	82	8.2	820	82	9



(ب) 110 nF کی رو۔



(پ) 90 nF کی رو۔

شکل 6.13: مثال 6.10 کا دور۔

مثال 6.10: شکل 6.13-الف میں 100 nF برق گیر کا دباؤ دکھایا گیا ہے۔ برقی گنجائش میں خلل $\pm 10\%$ ممکن ہے۔ کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ گنجائش کی صورت میں رو کے خط حاصل کریں۔ اس برقی گنجائش کو عموماً $100 \text{ nF} \pm 10\%$ لکھا جاتا ہے۔

حل: برق گیر کی زیادہ سے زیادہ قیمت دی گئی قیمت سے 10% زیادہ ہو سکتی ہے۔ یوں اس کی زیادہ سے زیادہ گنجائش 110 nF ممکن ہے۔ اس قیمت کے گنجائش کی رو کو شکل 6.13-ب میں دکھایا گیا ہے جہاں پہلے ایک مائیکرو سیکنڈ میں دباؤ کی تبدیلی کی شرح

$$\frac{dv}{dt} = \frac{50 - 0}{1 \mu\text{s} - 0 \mu\text{s}} = 50 \text{ MV s}^{-1}$$

ہونے کی بنا اس دورانیے کی رو

$$i = C \frac{dv}{dt} = 110 \times 10^{-9} \times 50 \times 10^6 = 5.5 \text{ A}$$

ہے۔ اگلے ایک مائیکرو سیکنڈ میں دباؤ تبدیل نہیں ہوتا لہذا $\frac{dv}{dt} = 0$ ہے اور یوں رو بھی صفر کے برابر ہے۔ دورانیہ $t = 2 \mu s$ تا $t = 3 \mu s$ دباؤ کی شرح تبدیلی

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-25 - 50}{3 \mu s - 2 \mu s - 0 \mu s} = -75 \text{ MV s}^{-1}$$

ہے لہذا رو

$$i = C \frac{dv}{dt} = 110 \times 10^{-9} \times (-75 \times 10^6) = -8.25 \text{ A}$$

ہوگی۔ دورانیہ $t = 3 \mu s$ تا $t = 4 \mu s$ دباؤ کی شرح تبدیلی

$$\frac{dv}{dt} = \frac{0 - (-25)}{4 \mu s - 3 \mu s - 0 \mu s} = 25 \text{ MV s}^{-1}$$

ہے لہذا رو

$$i = C \frac{dv}{dt} = 110 \times 10^{-9} \times 25 \times 10^6 = 2.75 \text{ A}$$

ہوگی۔

خلل کی قیمت سے برق گیر کی کم سے کم ممکنہ گنجائش 90 nF حاصل ہوتی ہے۔ دباؤ کی تبدیلی کی شرح استعمال کرتے ہوئے رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$i = \begin{cases} 90 \times 10^{-9} \times 50 \times 10^6 = 4.5 \text{ A} & 0 \mu s \leq t \leq 1 \mu s \\ 90 \times 10^{-9} \times 0 = 0 \text{ A} & 1 \mu s \leq t \leq 2 \mu s \\ 90 \times 10^{-9} \times (-75) \times 10^6 = -6.75 \text{ A} & 2 \mu s \leq t \leq 3 \mu s \\ 90 \times 10^{-9} \times 25 \times 10^6 = 2.25 \text{ A} & 3 \mu s \leq t \leq 4 \mu s \end{cases}$$

6.4 سلسلہ وار جڑے برق گیر

شکل ?? میں متعدد برق گیر سلسلہ وار جڑے دکھائے گئے ہیں۔ تمام سلسلہ وار جڑے پرزوں میں رو کی قیمت یکساں ہوتی ہے۔ کر خوف قانون دباؤ سے اس دور کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots + v_N(t)$$

انفرادی برق گیر کے لئے

$$q(t) = C_1 v_1(t)$$

$$q(t) = C_2 v_2(t)$$

$$q(t) = C_3 v_3(t)$$

⋮

$$q(t) = C_N v_N(t)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں t دورانیے میں رو $i(t)$ ہر برق گیر پر برابر $q(t)$ کا بار جمع کرتی ہے۔ مندرجہ بالا دو مساوات کو ملاتے ہوئے

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{q(t)}{C_1} + \frac{q(t)}{C_2} + \frac{q(t)}{C_3} + \cdots + \frac{q(t)}{C_N} \\ &= q(t) \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_N} \right) \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں

$$(6.20) \quad \frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_N}$$

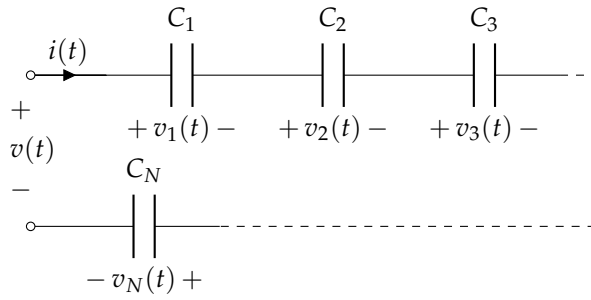
لکھتے ہوئے اسے

$$v(t) = \frac{q(t)}{C_S}$$

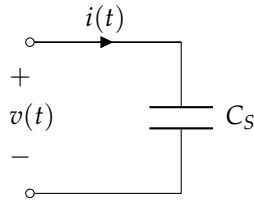
یعنی

$$(6.21) \quad q(t) = C_S v(t)$$

صورت میں لکھا جاسکتا ہے جو ایک عدد برقی گیر کی مساوات ہے۔ مساوات ?? متعدد سلسلہ وار جڑے برق گیروں کا مساوی برق گیر دیتی ہے۔



(الف) متعدد سلسلہ وار چڑے برق گیر۔



(ب) متعدد سلسلہ وار چڑے برقی گیروں کا مساوی برق گیر۔

شکل 6.14: متعدد سلسلہ وار چڑے برق گیر کے مساوی برق گیر کا حصول۔