

# برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@comsats.edu.pk

تاریخ درستی: 12 مئی 2020

# عنوان

ix

دیباچہ

1	بنیادی حقائق	1
1	1.1 بنیادی اکائیاں	1
1	1.2 غیر سمتی	1
2	1.3 سمتیہ	2
3	1.4 محدود	3
3	1.4.1 کارتیسی محدودی نظام	3
5	1.4.2 تکلی محدودی نظام	5
7	1.5 سمتیہ رقبہ	7
9	1.6 رقبہ عمودی تراش	9
10	1.7 برقی اور مقناطیسی میدان	10
10	1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت	10
11	1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت	11

11	سطحی اور حجمی کشافت	1.8
11	سطحی کشافت	1.8.1
12	حجمی کشافت	1.9
13	صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ	1.10
13	صلیبی ضرب	1.10.1
15	نقطی ضرب	1.10.2
18	تفرق اور جزوی تفرق	1.11
18	خطی مکمل	1.12
19	سطحی مکمل	1.13
20	دوری سمتیہ	1.14
25	مقناطیسی ادوار	2
25	مزامت اور پنکچا ہٹ	2.1
26	کشافتِ برقی رد اور برقی میدان کی شدت	2.2
28	برقی ادوار	2.3
30	مقناطیسی دور حصہ اول	2.4
32	کشافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت	2.5
34	مقناطیسی دور حصہ دوم	2.6
38	خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی	2.7
45	مقناطیسی مادہ کے خواص	2.8
49	بیجان شدہ لچھا	2.9

55	3	ٹرانسفارمر
56	3.1	ٹرانسفارمر کی اہمیت
59	3.2	ٹرانسفارمر کے اقسام
59	3.3	امالی برقی دباؤ
61	3.4	ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع
64	3.5	تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص
68	3.6	ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر
69	3.7	ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب
70	3.8	رکاوٹ کا تبادلہ
75	3.9	ٹرانسفارمر کا وولٹ-کمپیئر
77	3.10	ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار
77	3.10.1	لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا
79	3.10.2	رستا امالہ
80	3.10.3	ثانوی برقی رد اور قالب کے اثرات
81	3.10.4	ثانوی لچھے کا امالی برقی دباؤ
81	3.10.5	ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات
83	3.10.6	رکاوٹ کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ
85	3.10.7	ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار
86	3.11	کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ
87	3.11.1	کھلا دور معائنہ
89	3.11.2	کسر دور معائنہ
93	3.12	تین دوری ٹرانسفارمر
101	3.13	ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر

103	4	برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ
103	4.1	مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ . . . . .
109	4.2	تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام . . . . .
115	4.3	توانائی اور ہم-توانائی . . . . .
119	4.4	متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام . . . . .
127	5	گھومتے مشین کے بنیادی اصول
127	5.1	قانون فیراڈے . . . . .
128	5.2	معاصر مشین . . . . .
138	5.3	محرک برقی دباؤ . . . . .
141	5.4	پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ . . . . .
143	5.4.1	بدلتا رووالے مشین . . . . .
151	5.5	مقناطیسی دباؤ کی گھومتی امواج . . . . .
151	5.5.1	ایک دور کی لپٹی مشین . . . . .
153	5.5.2	تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ . . . . .
157	5.5.3	تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجزیہ . . . . .
161	5.6	محرک برقی دباؤ . . . . .
161	5.6.1	بدلتا رو برقی جزیئر . . . . .
166	5.6.2	یک سمت رو برقی جزیئر . . . . .
167	5.7	ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ . . . . .
168	5.7.1	میکانی قوت مروڑ بذریعہ ترکیب توانائی . . . . .
170	5.7.2	میکانی قوت مروڑ بذریعہ مقناطیسی بہاؤ . . . . .

177	6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین
178 . . . . .	6.1 متعدد دوری معاصر مشین
181 . . . . .	6.2 معاصر مشین کے امالہ
182 . . . . .	6.2.1 خود امالہ
183 . . . . .	6.2.2 مشترکہ امالہ
185 . . . . .	6.2.3 معاصر امالہ
187 . . . . .	6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ
189 . . . . .	6.4 برقی طاقت کی منتقلی
193 . . . . .	6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خواص
193 . . . . .	6.5.1 معاصر جزیر: برقی بوجھ بالقابل $I_m$ کے خط
194 . . . . .	6.5.2 معاصر موٹر: $I_a$ بالقابل $I_m$ کے خط
197 . . . . .	6.6 کھلا دور اور کسر دور معائنہ
197 . . . . .	6.6.1 کھلا دور معائنہ
198 . . . . .	6.6.2 کسر دور معائنہ

- 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج . . . . . 210
- 7.2 مشین کا سر کا داور گھومتی امواج پر تبصرہ . . . . . 210
- 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ . . . . . 213
- 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ . . . . . 213
- 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج . . . . . 217
- 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے . . . . . 218
- 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور . . . . . 219
- 7.8 مساوی برقی دور پر غور . . . . . 224
- 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھون دور یا ریاضی نمونہ . . . . . 228
- 7.10 پنجرہ نما امالی موٹر . . . . . 234
- 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ . . . . . 235
- 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ . . . . . 235
- 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ . . . . . 237

- 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی . . . . . 243
- 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل . . . . . 245
- 8.2 یک سمت جزیرہ کار برقی دباؤ . . . . . 250
- 8.3 قوت مروڑ . . . . . 252
- 8.4 بیرونی پیمان اور خود پیمان یک سمت جزیرہ . . . . . 253
- 8.5 یک سمت مشین کی کارکردگی کے خط . . . . . 258
- 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمتقابل برقی بوجھ . . . . . 258
- 8.5.2 رفتار بالمتقابل قوت مروڑ . . . . . 260



## دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کر سکتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی اصطلاحات کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

یہ کتاب Ubuntu استعمال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دی گئی۔ یہ کتاب خطِ جمیل نوری نستعلیق میں لکھی گئی ہے۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں الیکٹریکل انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری برقیاتی پتہ

khalidyousafzai@comsats.edu.pk

پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

میں یہاں عائشہ فاروق اور ان کے والد فاروق اعظم کا شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے اس کتاب کو بار بار پڑھا اور مجھے مجبور کرتے رہے کہ میں اپنی اردو بہتر کروں۔ میں ڈاکٹر نعمان جعفری کا نہایت مشکور ہوں جنہوں نے کتاب کی تکنیکی اصطلاح کرنے میں مدد کی۔ حرا خان اور ان کی والدہ عزرا برلاس نے مل کے کتاب کو درست کرنے میں مدد کی۔ یہاں میں اپنے شاگرد فیصل خان کا بھی شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے تکنیکی اصطلاحات چننے میں میری مدد کی۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

## باب 1

# بنیادی حقائق

اس کتاب میں مستعمل حقائق کو اس باب میں اکٹھے کرنے کی کوشش کی گئی ہے۔ توقع کی جاتی ہے کہ یوں کتاب پڑھتے وقت اصل مضمون پر توجہ رکھنا زیادہ آسان ہو گا۔

### 1.1 بنیادی اکائیاں

اس کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی<sup>1</sup> استعمال کیا گیا ہے جس میں کمیت<sup>2</sup> کی اکائی کلوگرام، لمبائی کی اکائی میٹر اور وقت کی اکائی سیکنڈ ہے۔

### 1.2 غیر سمتی

وہ متغیر جس کی مقدار (مطلق قیمت) اس کو مکمل طور پر بیان کرتی ہو غیر سمتی<sup>3</sup> متغیر کہلاتا ہے۔ اس کتاب میں غیر سمتی متغیر کو سادہ طرز کی لکھائی میں انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے حروف یعنی  $a, b, \alpha, \dots$  یا بڑے حروف یعنی  $A, B, \Psi, \dots$  سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً برقی رو کو  $i$  یا  $I$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

---

International System Of Units, SI<sup>1</sup>  
mass<sup>2</sup>  
scalar<sup>3</sup>



شکل 1.1: کارتیسی محدود

## 1.3 سمتیہ

وہ متغیر جس کو مکمل طور پر بیان کرنے کے لئے اس کی مقدار (طول یا مطلق قیمت) اور سمت جاننا ضروری ہو، سمتیہ<sup>4</sup> کہلاتا ہے۔ سمتیہ کو انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے یا بڑے حروف، جن کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو، سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً قوت کو  $F$  سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں شکل 1.1 سے رجوع کرنا بہتر ہو گا۔ وہ سمتیہ جس کا طول ایک کے برابر ہو، اکائی سمتیہ<sup>5</sup> کہلائے گا۔ اس کتاب میں اکائی سمتیہ کو انگریزی زبان کے پہلے حرف کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا جائے گا، مثلاً اکائی سمتیہ  $a_x, a_y, a_z$  خلاء کی تین عمودی سمتیات کو ظاہر کرتے ہیں۔  $a_x$  لکھتے ہوئے، زیر نوشت میں  $x$ ، اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ خلاء کی  $x$  سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر کسی سمتیہ کا طول اور اس کی سمت کو علیحدہ علیحدہ لکھنا ہو تو اس کے طول کو ظاہر کرنے کے لئے سادہ طرز کی لکھائی میں وہی حرف استعمال کیا جائے گا جو اس سمتیہ کو ظاہر کرنے کے لئے، موٹے طرز کی لکھائی میں، استعمال کیا گیا ہو۔ یعنی سمتیہ  $F$  کے طول کو  $F$  سے ظاہر کیا جائے گا۔ شکل میں سمتیہ  $F$  کا طول  $F$ ، چار کے برابر ہے۔ اگر کسی سمتیہ کی سمت میں ایک اکائی سمتیہ بنایا جائے تو یہ اکائی سمتیہ اس سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسے پہلے ذکر ہوا ہے ایسے اکائی سمتیہ کو انگریزی کے پہلے حرف، جس کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو سے ظاہر کیا جائے گا یعنی سمتیہ  $F$  کی سمت کو  $a_F$  سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں، زیر نوشت میں  $F$ ، اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ  $F$  کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 1.1 میں قوت  $F$  کا رخ دائیں ہے لہذا  $a_F$  اور  $a_x$  برابر ہوں گے۔

vector<sup>4</sup>  
unit vector<sup>5</sup>



شکل 1.2: دائیں ہاتھ کا نظام۔

## 1.4 محدود

ایسا طریقہ جس کے ذریعہ کسی نقطہ کا مقام متعین کیا جاسکے محدود کہلاتا ہے۔

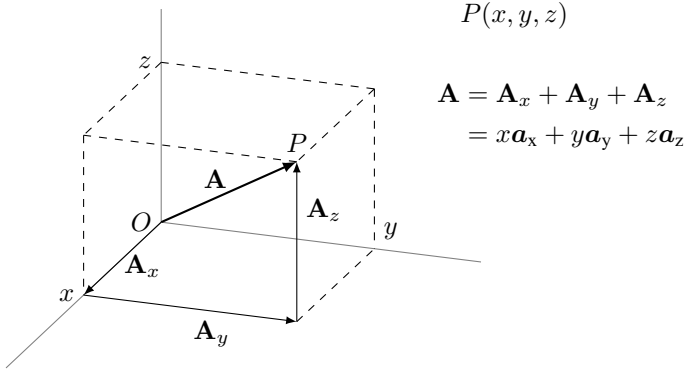
خلاء تین بعدی (تین طرفہ) <sup>6</sup> ہے لہذا کسی ایک نقطہ کے مقام کو تین محدود کی مدد سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح خلاء میں سمتیہ کو تین عمودی اکائی سمتیوں کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔ اب ہم ایسے چند محدود کے نظام دیکھتے ہیں۔

### 1.4.1 کارتیسی محدودی نظام

شکل 1.1 میں خلاء کی دو سمتوں کو اکائی سمتیات  $a_x$  اور  $a_y$  سے ظاہر کیا گیا ہے جو آپس میں عمودی ہیں، یعنی، ان کے بیچ  $90^\circ$  زاویہ ہے۔ خلاء تین بعدی ہے لہذا اسے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیات <sup>7</sup> سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان سمتوں کے رخ، طول (لمبائیوں) کو  $x, y, z$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ ان سے بخوبی واقف ہیں۔

دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ  $90^\circ$  زاویہ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی  $a_x$  اور بڑی انگلی  $a_y$  کے رخ ہوں تب انگوٹھا  $a_z$  کے رخ ہوگا (شکل 1.2)۔ اسی لئے تین اکائی سمتیات کا یہ نظام دائیں ہاتھ کا نظام <sup>8</sup> کہلاتا ہے۔

<sup>6</sup> three dimensional  
<sup>7</sup> orthonormal vectors  
<sup>8</sup> right handed coordinate system



شکل 1.3: کارتیسی محدود نظام میں ایک سمتیہ۔

مبدأ سے نقطہ  $P(x, y, z)$  تک سمتیہ  $A$  کو شکل 1.3 میں دکھایا گیا ہے جس کو کارتیسی محدود<sup>9</sup> میں تین سمتیات کی مدد سے

$$(1.1) \quad A = A_x + A_y + A_z$$

یا

$$(1.2) \quad A = x a_x + y a_y + z a_z$$

لکھا جاسکتا ہے۔

کارتیسی محدود نظام میں متغیر  $z$  صفر رکھتے ہوئے  $x, y$  تبدیل کرنے سے سطح  $xy$  ملتی ہے۔ یوں شکل 1.3 میں  $P(2, 4, 3)$  لے کر، سطح  $xy$  کو زمین تصور کرتے ہوئے، ڈبے کی بالائی سطح پر  $z = 3$  جبکہ  $x$  کی قیمت صفر تا تین اور  $y$  کی قیمت صفر تا چار ہوگی۔ اس طرح اس ڈبے کی بالائی سطح درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(1.3) \quad \text{ڈبے کی بالائی سطح} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ z = 3 \end{cases}$$

متغیر  $z$  کو صفر اور تین کے درمیان ہر ممکن قیمت پر رکھ کر  $x$  کو صفر اور دو جبکہ  $y$  کو صفر اور چار کے درمیان تبدیل کرنے سے شکل 1.3 میں دکھائے گئے ڈبے کا حجم حاصل ہوگا، لہذا اس ڈبے کا حجم درج ذیل لکھا

<sup>9</sup> cartesian coordinates



شکل 1.4: نلکی محدودی نظام

جائے گا۔

$$(1.4) \quad \text{ڈبے کا حجم} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ 0 < z < 3 \end{cases}$$

## 1.4.2 نلکی محدودی نظام

مبدأ سے نقطہ  $P(x, y, z)$  تک سمتیہ  $A$  کو شکل 1.4 میں دکھایا گیا ہے جس کو دو سمتیات کی مدد سے

$$(1.5) \quad A = \rho + A_z$$

یا

$$(1.6) \quad A = \rho a_\rho + z a_z$$

لکھا جاسکتا ہے۔ سمتیہ  $a_\rho$  سطح  $xy$  میں پایا جاتا ہے۔ شکل 1.4 کو دیکھتے ہوئے

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta$$

لکھ کر نقطہ  $P(x, y, z)$  کو متغیرات  $x, y, z$  کے بجائے متغیرات  $\rho, \theta, z$  کی مدد سے  $P(\rho, \theta, z)$  لکھا جاسکتا ہے۔ یوں خلاء میں کسی بھی نقطہ کو اس کے تین متغیرات  $\rho, \theta, z$  سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

وہ نظام جس میں متغیرات  $\rho, \theta, z$  کسی نقطہ کو متعین کرتے ہوں نلکے محدود<sup>10</sup> کہلاتا ہے۔ یہاں شکل 1.5 سے

cylindrical coordinates<sup>10</sup>



شکل 1.5: نکی نما محدودی تعریف

رجوع کریں۔ نکی محدودی نظام کے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیات  $a_\rho$ ,  $a_\theta$ ,  $a_z$  ہیں۔ یہ نظام بھی دائیں ہاتھ کا نظام ہے لہذا دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ  $90^\circ$  پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی  $a_\rho$  اور بڑی انگلی  $a_\theta$  کے رخ ہوں تب انگوٹھا  $a_z$  کے رخ ہو گا۔

سطح  $xy$  میں مبدا پر، محدود  $x$  کے ساتھ  $\theta$  زاویہ پر اکائی سمتیہ  $a_\rho$  ہو گا۔ سطح  $xy$  میں مبدا پر اکائی سمتیہ  $a_\rho$  کے عمودی، بڑھتے  $\theta$  رخ، اکائی سمتیہ  $a_\theta$  ہو گا۔ کارتیسی محدودی نظام کا اکائی سمتیہ  $a_z$  ہی نکی محدود کا اکائی سمتیہ  $a_z$  ہے۔

واضح رہے کہ نکی محدود کے نظام میں  $a_\rho$  اور  $a_\theta$  کی سمتیں ہر نقطہ پر مختلف ہیں جیسا کہ شکل 1.6 میں دکھایا گیا ہے۔

مستوی  $xy$  میں (یعنی  $z = 0$  لیتے ہوئے) مبدا پر مستقل رداس  $\rho = \rho_0$  کے سمتیہ کو صفر زاویہ پر رکھ کر زاویہ بتدریج  $2\pi$  تک بڑھانے سے سمتیہ کی چونچ مستوی  $xy$  میں ایک دائرہ پر چلتی ہے (شکل 1.7)۔ اب اس سمتیہ کے متغیر  $z$  کو تبدیل کرنے سے، مثلاً ہر  $\theta$  پر  $z$  کو صفر تا تین کرنے سے، یہ سمتیہ ایک نکی بنائے گی۔ اسی وجہ سے اس نظام کو نکی محدود کہتے ہیں۔ سمتیہ کے تینوں متغیرہ تبدیل کرنے سے نکی کا حجم ملے گا۔ اگلی تین





شکل 1.6: ٹکلی محدود میں اکائی سمتیات  $a_\rho$  اور  $a_\theta$  ہر نقطہ پر مختلف ہیں۔

مساوات ان حقائق کو پیش کرتی ہیں۔

$$(1.7) \quad \text{دائرہ} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(1.8) \quad \text{ٹکلی نما سطح} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

$$(1.9) \quad \text{ٹکلی کا حجم} = \begin{cases} 0 < \rho < \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

## 1.5 سمتیہ رقبہ

سطح پر کھڑا اکائی سمتیہ سطح کا رخ دیتا ہے (شکل 1.8)۔ چونکہ کسی بھی سطح کے دو اطراف ہوتے ہیں لہذا اس کے دو مخالف رخ بیان کیے جاسکتے ہیں۔ عموماً مسئلہ کو مد نظر رکھتے ہوئے ان میں سے ایک رخ کو سطح کا رخ تصور کیا جاتا



شکل 1.7: ٹکلی محدود میں دائرہ اور ٹکلی



$$\mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = w l \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A2} = w h \mathbf{a}_y$$

شکل 1.8: سمتیہ رقبہ کا تعارف

ہے۔ البتہ بند سطح، مثلاً گیند، کے بیرونی رخ کو ہی سطح کا رخ تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 1.8 میں بالائی سطح  $A_1$  کا رقبہ  $A_1$  ہے اور اس کا رخ  $\mathbf{a}_z$  ہے لہذا  $\mathbf{A}_1$  سمتیہ کا طول  $A_1$  اور رخ  $\mathbf{a}_z$  ہو گا:

$$A_1 = w l$$

$$\mathbf{a}_{A1} = \mathbf{a}_z$$

یوں بالائی سطح کا سمتی رقبہ درج ذیل ہو گا۔

$$(1.10) \quad \mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = w l \mathbf{a}_z$$

اسی طرح دائیں سطح  $A_2$  سمتیہ کا طول  $A_2$  اور اس کا رخ  $\mathbf{a}_{A2}$  ہے

$$A_2 = w h$$

$$\mathbf{a}_{A2} = \mathbf{a}_y$$

لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(1.11) \quad \mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A1} = w h \mathbf{a}_y$$



شکل 1.9: رقبہ عمودی تراش

نچلی سطح کا رقبہ  $A_3 = wl$  اور اس کا رخ  $a_z$  کے مخالف ہے لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(1.12) \quad \mathbf{A}_3 = A_3 \mathbf{a}_{A3} = wl(-\mathbf{a}_z) = -wl\mathbf{a}_z$$

دھیان رہے کہ رقبہ کی مقدار ہر صورت مثبت ہو گی البتہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔ یہ بات کسی بھی سمتیہ کے لئے درست ہے لہذا کسی بھی سمتیہ کا طول ہر صورت مثبت ہی ہو گا جبکہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔

## 1.6 رقبہ عمودی تراش

سلاخ کی لمبائی کے ساتھ زاویہ قائمہ پر کٹائی کو **عمودی تراش**<sup>11</sup> کہتے ہیں اور عمودی تراش کے رقبہ کو **رقبہ عمودی تراش**<sup>12</sup> کہتے ہیں۔ شکل 1.9 میں سلاخ کی لمبائی  $a_y$  رخ ہے اور رقبہ عمودی تراش  $A$  کی مقدار  $A$  ہے

$$(1.13) \quad A = wh$$

لہذا رقبہ عمودی تراش کا رخ  $a_y$  ہو گا:

$$(1.14) \quad \mathbf{a}_A = \mathbf{a}_y$$

شکل 1.9 میں اکائی سمتیات  $a_y$  اور  $a_z$  دکھائے گئے ہیں جن کے ابتدائی نقاط پر گول دائرہ میں بند ایک نقطہ دکھایا گیا ہے۔ گول دائرہ میں بند نقطہ صفحہ کے عمودی (کتاب سے باہر) رخ  $a_x$  ظاہر کرتا ہے جس کے مخالف رخ (صفحہ کے عمودی اندر) کو گول دائرہ میں بند صلیب کی نشان سے ظاہر کیا جائے گا۔

<sup>11</sup> cross section  
<sup>12</sup> cross sectional area

## 1.7 برقی اور مقناطیسی میدان

## 1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت

کولمب کے قانون<sup>13</sup> کے تحت برقی بار<sup>14</sup> سے لدے جسموں کے درمیان قوت کشش<sup>15</sup> یا قوت دفع<sup>16</sup> ان اجسام پر بار<sup>17</sup> کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور باہمی فاصلہ کے مربع کے بالعکس متناسب ہوتی ہے۔ یوں بار  $q_1$  اور  $q_2$  جن کے درمیان فاصلہ  $r$  ہو کے بیچ قوت  $F$  درج ذیل ہو گا جہاں  $\epsilon$ <sup>18</sup> برقی مستقل ہے۔

$$(1.15) \quad F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2}$$

ایک برقی بار کے قریب دوسرا برقی بار لانے سے (پہلے اور) دوسرے برقی بار پر کشش یا دفع کی قوت عمل کرے گی جس کا تعین قانون کولمب سے ہوتا ہے۔ دوسرے برقی بار کو پہلے برقی بار سے آہستہ آہستہ دور کرنے سے قوت کشش یا دفع بتدریج کم ہوتی ہے جو ایک خاص فاصلے کے بعد تقریباً صفر ہو جاتی ہے اور دوسرا بار پہلے بار کے حلقہ اثر سے باہر ہو جاتا ہے۔ یہ حلقہ برقی میدان<sup>19</sup> کہلاتا ہے۔ برقی میدان کسی ایک بار یا متعدد باروں کی وجہ سے ہو سکتا ہے۔

تعریف: کسی بار کے برقی میدان سے مراد بار کے ارد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا برقی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

□

برقی میدان میں اکائی مثبت بار پر قوت اس مقام پر برقی میدان<sup>20</sup> کی شدت<sup>19</sup> ( $E$  کی مطلق قیمت) دیگا جبکہ اکائی بار پر قوت کا رخ برقی میدان کا رخ دیگا۔ برقی میدان کی شدت کی اکائی  $\text{N/C}$  ہے۔

<sup>13</sup> Coulomb's law<sup>14</sup> electric charge<sup>15</sup> attractive force<sup>16</sup> repulsive force<sup>17</sup> charge<sup>18</sup> electric constant, electric permittivity<sup>19</sup> electric field intensity<sup>20</sup> V/m

قانون کولمب (مساوات 1.15) سے  $Q$  بار کے برقی میدان کی شدت کی مطلق قیامت حاصل کرتے ہیں۔ بار  $Q$  اور اکائی بار (ایک کولمب بار) کے بیچ قوت کشش یا قوت دفع

$$(1.16) \quad F = \frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

نیوٹن ہوگی۔ یہی برقی میدان کی شدت کی مطلق قیمت ہوگی:

$$(1.17) \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

دو باروں کے مابین قوت کشش یا قوت دفع کا رخ ان کے درمیان کھینچی گئی سیدھی لکیر پر ہوگا۔

### 1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت<sup>21</sup> بالترتیب بالکل برقی میدان اور برقی میدان کی شدت کی طرح ہیں۔

تعریف: کسی مقناطیس کے مقناطیسی میدان سے مراد مقناطیس کے ارد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا مقناطیسی اثر محسوس کیا جاتا ہو۔

□

## 1.8 سطحی اور حجمی کثافت

### 1.8.1 سطحی کثافت

اکائی رقبہ کی سطح پر کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی سطحی کثافت<sup>22</sup> کہتے ہیں۔ یوں رقبہ  $A$  پر کسی چیز کی کل مقدار  $\phi$  ہونے کی صورت میں اس کی اوسط سطحی کثافت  $B_{\text{سطح}}$  درج ذیل ہوگی۔

$$(1.18) \quad B_{\text{سطح}} = \frac{\phi}{A}$$

<sup>21</sup> magnetic field intensity  
<sup>22</sup> surface density

اس مساوات سے

$$(1.19) \quad \phi = B_{\text{اوسط}} A$$

لکھا جاسکتا ہے جو کسی سطح پر ایک متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت معلوم ہونے کی صورت میں سطح پر متغیرہ کی کل مقدار دیتی ہے۔

غیر یکساں متغیرہ کی صورت میں سطحی کثافت جگہ جگہ مختلف ہوگی۔ ایسی صورت میں اتنے چھوٹے رقبے پر، جس میں متغیرہ کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، سطحی کثافت

$$(1.20) \quad B = \frac{\Delta \phi}{\Delta A}$$

ہوگی جہاں  $\Delta A$  چھوٹا رقبہ اور  $\Delta \phi$  اس رقبے پر متغیرہ کی چھوٹی مقدار ہے۔ اس چھوٹے رقبہ کو نقطہ مانند کرنے سے نقطہ کثافت

$$(1.21) \quad B = \frac{d\phi}{dA}$$

حاصل ہوگی جس کو

$$(1.22) \quad d\phi = B dA$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ یوں نقطہ کثافت جانتے ہوئے ایک نقطہ کے چھوٹے رقبہ پر متغیرہ کی کل (چھوٹی) مقدار معلوم کی جاسکتی ہے۔

یوں ایک برقی تار جس کا رقبہ عمودی تراش  $A$  اور جس میں برقی رو  $I$  کی اوسط کثافت برقی رو درج ذیل ہوگی۔

$$(1.23) \quad \rho_{\text{اوسط}} = \frac{I}{A}$$

## 1.9 حجمی کثافت

اکائی حجم میں کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی حجمی کثافت کہتے ہیں۔ یوں اگر کسی چیز کا حجم  $H$  اور اس کی کمیت  $m$  ہو تب اس کی اوسط (کمیتی) حجمی کثافت درج ذیل ہوگی۔

$$(1.24) \quad \rho_{\text{اوسط}} = \frac{m}{H}$$

غیر یکساں کمیت کی صورت میں حجم میں مختلف مقامات پر کمیت مختلف ہو گا۔ ایسی صورت میں اتنا چھوٹا حجم لیتے ہوئے جس میں کمیت کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، حجمی کثافت درج ذیل ہو گی۔

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta H} \quad (1.25)$$

اس چھوٹے حجم کو نقطہ مانند بنانے سے درج ذیل نقطہ حجمی کثافت لکھی جاسکتی ہے۔

$$\rho = \frac{dm}{dH} \quad (1.26)$$

یوں

$$dm = \rho dH \quad (1.27)$$

ہو گا لہذا نقطہ حجمی کثافت جانتے ہوئے ایک چھوٹے حجم کی (چھوٹی) کمیت حاصل کی جاسکتی ہے۔

## 1.10 صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ

دو غیر سمتی متغیرات کا حاصل ضرب غیر سمتی متغیر ہوتا ہے جبکہ دو سمتیات کا حاصل ضرب سمتی یا غیر سمتی ہو سکتا ہے۔ ان دو اقسام کے ضرب پر یہاں غور کیا جائے گا۔

### 1.10.1 صلیبی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا ضرب جو سمتی متغیر دیتا ہو صلیبی ضرب<sup>23</sup> کہلاتا اور درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$C = A \times B \quad (1.28)$$

صلیبی ضرب میں ضرب کے نشان کو صلیب کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا اس کو صلیبی ضرب کہتے ہیں۔

حاصل ضرب سمتیہ  $C$  کی مقدار

$$(1.29) \quad \begin{aligned} C = |C| &= |A||B| \sin \theta_{AB} \\ &= AB \sin \theta_{AB} \end{aligned}$$

ہے جہاں  $\theta_{AB}$  ان کے مابین زاویہ ہے۔ اس حاصل سمتیہ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل کی جاتی ہے۔ یوں دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ  $90^\circ$  زاویہ پر رکھتے ہوئے، شہادت کی انگلی کو سمتیہ A اور بڑی انگلی کو B کے رخ رکھنے سے انگوٹھا C کا رخ دیگا۔

مثال 1.1: درج ذیل ضرب صلیبی حاصل کریں۔

$$\begin{aligned} & \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z \quad \bullet \\ & \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x \quad \bullet \end{aligned}$$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے لہذا درج ذیل ہوں گے۔

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_x \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_y \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z = (1)(1) \sin 90 (-\mathbf{a}_y) = -\mathbf{a}_y \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 90 (-\mathbf{a}_x) = -\mathbf{a}_x \quad \bullet$$

• چونکہ دونوں سمتیات کے رخ ایک جیسے ہیں لہذا ان کے مابین زاویہ صفر ہو گا۔ صفر زاویہ کا سائن بھی صفر ہوتا ہے،  $\sin 0 = 0$ ۔ یوں ان دو سمتیات کا ضرب صلیبی صفر ہو گا۔  

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 0 = 0$$

$$\mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\theta \quad \bullet$$



□

مثال 1.2: شکل 1.10 میں چار نیوٹن کی قوت  $F$  محور سے تین میٹر کی سمتی فاصلہ  $L$  پر لاگو ہے جس کی تفصیل شکل میں دی گئی ہے۔ اس قوت کی قوت مروڑ حاصل کریں۔ حل: قوت مروڑ  $T$  کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$(1.30) \quad T = L \times F$$

کار تینی نظام میں یہ سمتی فاصلہ

$$(1.31) \quad L = L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y$$

ہو گا لہذا

$$\begin{aligned} T &= (L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y) \times F \mathbf{a}_y \\ &= L \sin \theta \mathbf{a}_x \times F \mathbf{a}_y - L \cos \theta \mathbf{a}_y \times F \mathbf{a}_y \\ &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

ہو گا جہاں پچھلی مثال کی مدد سے  $\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z$  اور  $\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = 0$  لئے گئے ہیں۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$T = LF \sin \theta \mathbf{a}_z = 12 \sin \theta \mathbf{a}_z \quad \text{N m}$$

اس مثال میں  $\theta_{LF} = 180^\circ - \theta$  ہے۔ چونکہ کسی بھی زاویہ  $\alpha$  کے لئے  $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$  ہوتا ہے لہذا اس قوت مروڑ کو درج ذیل بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} T &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \\ &= LF \sin \theta_{LF} \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

یہی جواب ضرب صلیبی کی تعریف یعنی مساوات 1.29 اور دائیں ہاتھ کے قانون کی مدد سے زیادہ آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔ □

## 1.10.2 نقطی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا حاصل ضرب جو غیر سمتی متغیر ہو نقطی ضرب<sup>24</sup> کہلاتا ہے جو درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$(1.32) \quad C = A \cdot B$$

dot product<sup>24</sup>



شکل 1.10: کارتیسی نظام میں قوت مرد کا حل

نقطی ضرب میں ضرب کے نشان کو نقطہ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا پر اس کا نام نقطی ضرب ہے۔

نقطی ضرب کی مقدار درج ذیل ہوگی

$$\begin{aligned}
 C &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \\
 &= |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta_{AB} \\
 &= AB \cos \theta_{AB}
 \end{aligned}
 \tag{1.33}$$

جہاں  $\theta_{AB}$  ان سمتیات کے بیچ زاویہ ہے۔

مثال 1.3: مندرجہ ذیل نقطی ضرب حاصل کریں۔

$$\begin{aligned}
 &\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z \quad \bullet \\
 &\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta \quad \bullet
 \end{aligned}$$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک (1) کے برابر ہوتا ہے:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y &= (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z &= (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet
 \end{aligned}$$



شکل 1.11: کار تیزی نظام میں کام

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet$$

□

مثال 1.4: شکل 1.11 میں قوت  $F$  ایک بوجھ کو دھکیل رہی ہے۔ سمتی فاصلہ  $L$  طے کرنے پر قوت کتنا کام کر چکی ہو گی۔

حل: کام  $W$  کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{L} \quad (1.34)$$

کار تیزی نظام میں سمتی فاصلہ

$$\mathbf{L} = L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y \quad (1.35)$$

ہو گا۔ یوں درج ذیل ہو گا

$$\begin{aligned} W &= (F \mathbf{a}_x) \cdot (L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x) + FL \sin \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta \end{aligned} \quad (1.36)$$

جہاں پچھلی مثال کی مدد سے  $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = 1$  اور  $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = 0$  لیے گئے ہیں۔ یہی جواب نقطی ضرب کی تعریف، مساوات 1.33، سے با آسانی حاصل ہوتا ہے۔

□

## 1.11 تفرق اور جزوی تفرق

مساوات 1.37 میں ایک تفاعل کا تفرق<sup>25</sup> دیا گیا ہے، جس میں  $B_0$  ایک مستقل ہے، جبکہ مساوات 1.38 میں ایک تفاعل کا جزوی تفرق<sup>26</sup> دیا گیا ہے۔

$$(1.37) \quad \begin{aligned} B(\theta) &= B_0 \cos \theta \\ \frac{dB}{d\theta} &= -B_0 \sin \theta \end{aligned}$$

$$(1.38) \quad \partial W(x, \lambda) = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial \lambda} d\lambda$$

## 1.12 خطی تکرار

مساوات 1.39 میں ایک تفاعل  $B(\theta)$  دیا گیا ہے جسے شکل 1.12 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول موج  $2\pi$  ریڈین ہے۔

$$(1.39) \quad B(\theta) = B_0 \cos \theta$$

ہم  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$  پر اس تفاعل کی اوسط قیمت تلاش کرتے ہیں۔

$$(1.40) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{B_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

اسی طرح ہم  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$  پر تفاعل کے مربع،  $B^2$ ، کی اوسط تلاش کرتے ہیں۔

$$(1.41) \quad \begin{aligned} B_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{2} \end{aligned}$$

differentiation<sup>25</sup>  
partial differentiation<sup>26</sup>  
wavelength<sup>27</sup>



شکل 1.12: کوسائن موج

تفاعل کے مربع کی اوسط کا جذر نہایت اہم قیمت ہے جو تفاعل کی موثر<sup>28</sup> قیمت کہلاتی ہے اور جسے  $B_{\text{موثر}}$  لکھا جاتا ہے۔

$$(1.42) \quad B_{\text{موثر}} = \sqrt{B_{\text{اوسط}}^2} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}$$

یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے جو آپ کو زبانی یاد ہونا چاہئے۔ یہ مساوات ہر سائن نما تفاعل کے لئے درست ہے۔ کسی بھی متغیرہ کے مربع کی اوسط کا جذر اس متغیرہ کی موثر<sup>29</sup> قیمت کہلاتی ہے۔

### 1.13 سطحی مکمل

فرض کریں شکل 1.13 میں نلکی کے بیرونی سطح پر سطحی کثافت،  $B$ ، کی قیمت مساوات 1.39 دیتی ہے۔ ہم آدھے بیرونی سطح، زاویہ  $-\pi/2$  تا  $\pi/2$  کے بیچ اس کی کل مقدار  $\phi$  معلوم کرتے ہیں۔ اس سطح میں نلکی کے سر شامل نہیں ہیں۔

ہم نلکی کے بیرونی سطح پر خطہ  $abcd$  لیتے ہیں جس کی چوڑائی  $\rho \Delta\theta$ ، لمبائی  $l$  اور رقبہ  $\Delta A$  ہے۔  $\Delta\theta$  کو نہایت کم کرتے ہوئے رقبہ  $dA = \rho l d\theta$  حاصل ہو گا۔ اس سطح پر  $B$  کی مقدار محوری لمبائی کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی ہے۔ سطح  $dA$  پر  $d\phi = B dA$  اور کل  $\phi$  درج ذیل ہو گا۔

<sup>28</sup>rms, root mean square  
<sup>29</sup>effective



شکل 1.13: نیکی کی بیرونی سطح پر متغیرہ کا مکمل کل مقدار دے گی۔

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (B_0 \cos \theta)(\rho l d\theta) \\
 &= B_0 l \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = 2B_0 l \rho
 \end{aligned}
 \tag{1.43}$$

مساوات 1.43 میں نچلا حد  $(-\pi/2 - \alpha)$  اور بالائی کا حد  $(\pi/2 - \alpha)$  لینے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\phi(\alpha) = B_0 l \rho \int_{-\pi/2 - \alpha}^{\pi/2 - \alpha} \cos \theta d\theta = 2B_0 l \rho \cos \alpha
 \tag{1.44}$$

نیکی کے بیرونی نصف سطح پر  $\phi(\alpha)$  کی عمومی قیمت مساوات 1.44 دیتی جو  $\alpha$  پر منحصر ہے۔ یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ مساوات 1.44 میں  $\alpha = 0$  پر کرنے سے مساوات 1.43 حاصل ہوتا ہے۔

## 1.14 دوری سمتیہ

سائن نما امواج جن کی تعدد معین ہو کو دوری سمتیہ سے ظاہر کرنا مفید ثابت ہوتا ہے۔ مساوات یولر<sup>30</sup>

$$A_0 e^{\mp j(\omega t + \phi)} = A_0 \cos(\omega t + \phi) \mp j \sin(\omega t + \phi)
 \tag{1.45}$$

Euler's equation<sup>30</sup>



شکل 1.14: دوری سمتیہ

کی مدد سے کوسائن موج درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(1.46) \quad A_0 \cos(\omega t + \phi) = \frac{A_0}{2} (e^{j(\omega t + \phi)} - e^{-j(\omega t + \phi)})$$

اس سے ثابت ہوتا ہے کہ کوسائن موج دراصل دو مخلوط اعداد کا مجموعہ ہے۔ مساوات پولر ایک مخلوط عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کے دو جزو ہیں۔ اس کا ایک جزو حقیقی عدد ہے اور اس کا دوسرا جزو فرضی عدد ہے۔ اس کا حقیقی جزو کوسائن موج کو ظاہر کرتا ہے۔ لہذا ایک کوسائن موج  $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$  یا  $A_0 e^{-j(\omega t + \phi)}$  کا حقیقی جزو ہوتا ہے۔ رسمی طور پر سائن نما امواج کو  $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$  سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کو مختصراً  $A_0 e^{j\phi}$  یا  $A_0 \angle \phi$  لکھا جاتا ہے جو دوری سمتیہ<sup>31</sup> کہلاتا ہے۔ دوری سمتیہ کا طول  $A_0$  اور افقی کثیر کے ساتھ زاویہ  $\phi$  ہے۔

دوری سمتیہ استعمال کرتے وقت آپ کو یہ ذہن میں رکھنا ہو گا کہ یہ درحقیقت ایک کوسائن موج ہے جس کا جیٹہ  $A_0$ ، زاویائی فاصلہ  $\phi$  اور زاویائی تعدد  $\omega$  ہے۔

اس کتاب میں دوری سمتیات کو سادہ طرز لکھائی میں انگریزی کے بڑے حروف جن پر ٹوپی کا نشان ہو سے ظاہر کیا جائے گا، یعنی  $\hat{V}$ ،  $\hat{I}$  وغیرہ اور ان کے طول کو بغیر ٹوپی کے نشان کے اسی حرف سے ظاہر کیا جائے گا۔ یوں برقی

<sup>31</sup> phasor

دباؤ  $v = 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$  کے لئے درج ذیل درست ہو گا۔

$$\begin{aligned} v &= 20 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) \\ \hat{V} &= 20e^{j\frac{\pi}{3}} \\ (1.47) \quad \hat{V} &= 20 \angle \frac{\pi}{3} \\ V &= 20 \end{aligned}$$

اس مساوات میں پہلا جزو ایک عام کوسائن موج ہے جس کو دوسرے جزو میں دوری سمتیہ کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ تیسرا اس دوری سمتیہ کا طول اور چوتھا اس کا زاویہ بتلا رہا ہے۔

دوری سمتیات کو عام سمتیات کی طرح ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس مساوات میں  $\hat{V}$  کا طول 20 اور افقی لکیر سے زاویہ  $\frac{\pi}{3}$  ریڈیئن ہے۔ زاویہ کو افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ناپا جاتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے رخ منفی زاویہ ہو گا۔ شکل 1.14 میں اس  $\hat{V}$  کے علاوہ چند دوسرے دوری سمتیات بھی دکھائے گئے ہیں۔

برقی ادوار میں عموماً برقی دباؤ  $\hat{V}$  کی نسبت سے برقی رو  $\hat{I}$  کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ شکل 1.14 میں  $\hat{I}_1$  تیس درجہ برقی دباؤ سے آگے ہے جبکہ  $\hat{I}_2$  پینتالیس درجہ برقی دباؤ کے پیچھے ہے۔ ہم کہتے ہیں  $\hat{I}_1$  تیس درجہ پیش زاویہ<sup>32</sup> جبکہ  $\hat{I}_2$  پینتالیس درجہ تاخیر زاویہ<sup>33</sup> پر ہے۔ یوں  $\hat{I}_1$  پیش رو جبکہ  $\hat{I}_2$  تاخیر رو کہلاتے ہیں۔ دو دوری سمتیات کے بیچ زاویے کو زاویائی فرق<sup>34</sup> کہتے ہیں لہذا  $\hat{I}_1$  اور  $\hat{I}_2$  میں  $75^\circ$  زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔ یہاں دھیان رہے کہ شکل 1.14 میں  $45^\circ$  مثبت لکھا گیا ہے۔ چونکہ یہ افقی لکیر سے زاویہ ناپنے کے الٹ رخ ہے لہذا یہ ایک منفی زاویہ ہے۔

اگر  $v = V_0 \cos \omega t$  اور  $i = I_0 \cos(\omega t + \theta)$  ہوں، جہاں  $V_0$  اور  $I_0$  موثر قیمتیں ہیں، تب برقی طاقت  $p = V_0 I_0 \cos \theta$  ہو گا جہاں  $\cos \theta$  کو جزو طاقت<sup>35</sup> اور  $\theta$  کو زاویہ جزو طاقت<sup>36</sup> کہتے ہیں۔ اسی طرح تاخیر زاویہ کی صورت میں  $\cos \theta$  کو تاخیر جزو طاقت<sup>37</sup> اور پیش زاویہ کی صورت میں  $\cos \theta$  کو پیش جزو طاقت<sup>38</sup> کہتے ہیں۔

آئیں دوری سمتیات استعمال کرتے ہوئے ایک سادہ برقی دور حل کرتے ہیں۔ یوں دوری سمتیات سے وابستگی پیدا ہوگی اور ان کا استعمال بھی سیکھ لیں گے۔

leading angle<sup>32</sup>

lagging angle<sup>33</sup>

phase difference<sup>34</sup>

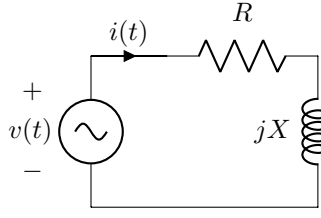
power factor<sup>35</sup>

power factor angle<sup>36</sup>

lagging power factor<sup>37</sup>

leading power factor<sup>38</sup>





$$Z = R + jX$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\phi_Z = \tan^{-1} \frac{X}{R}$$

$$v(t) = V_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = \frac{V_0}{|Z|} \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)$$

$$= I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)$$

شکل 1.15: دوری سمتیہ کی مدد سے  $RL$  دور کا حل۔

شکل 1.15 ایک سادہ  $R - L$  یکے دور<sup>39</sup> برقی دور ہے جس پر درج ذیل دباؤ لاگو کیا جاتا ہے۔

$$(1.48) \quad v(t) = V_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$$\hat{V} = V_0 \angle \alpha$$

دوری سمتیہ کی استعمال سے ہم برقی رو  $\hat{I}$  معلوم کرتے ہیں

$$(1.49) \quad \hat{I} = \frac{\hat{V}}{R + jX} = \frac{V_0 \angle \alpha}{|Z| \angle \phi_Z}$$

$$= \frac{V_0}{|Z|} \angle \alpha - \phi_Z = I_0 \angle \alpha - \phi_Z$$

جہاں  $\phi_Z = \tan^{-1} \frac{X}{R}$  رکاوٹ کا زاویہ اور  $I_0 = \frac{V_0}{|Z|}$  ہیں۔ یوں برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$(1.50) \quad i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)$$

اس دور میں تاخیر زاویہ  $\phi_Z$  کے برابر ہے۔



## باب 2

### مقناطیسی ادوار

#### 2.1 مزاحمت اور ہچکچاہٹ

شکل 2.1 میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے جس کی لمبائی کے رخ مزاحمت<sup>1</sup>

$$(2.1) \quad R = \frac{l}{\sigma A}$$

ہوگی جہاں  $\sigma$  موصلیت<sup>2</sup> اور  $A = wh$  رقبہ عمودی تراش ہے۔ اس سلاخ کی ہچکچاہٹ<sup>3</sup>  $\Re$  درج ذیل ہے جہاں  $\mu$



شکل 2.1: مزاحمت اور ہچکچاہٹ

resistance<sup>1</sup>  
conductivity<sup>2</sup>

مقناطیسی مستقل<sup>4</sup> کہلاتا ہے۔

$$(2.2) \quad \mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A}$$

مقناطیسی مستقل  $\mu$  کو عموماً خلاء کی مقناطیسی مستقل  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$  کی نسبت سے لکھا جاتا ہے یعنی

$$(2.3) \quad \mu = \mu_r \mu_0$$

جہاں  $\mu_r$  جو مقناطیسی مستقل کہلاتا ہے۔ ہیکچاہٹ کی اکائی ایمپیئر۔ چرلف ویبر ہے جس کی وضاحت جلد کی جائے گی۔

مثال 2.1: شکل 2.1 میں دی گئی سلاخ کی ہیکچاہٹ معلوم کریں جہاں  $\mu_r = 2000$ ،  $l = 10 \text{ cm}$ ،  $h = 3 \text{ cm}$  اور  $w = 2.5 \text{ cm}$  ہیں۔

حل:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &= \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \\ &= \frac{10 \times 10^{-2}}{2000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} \\ &= 53\,044 \text{ A} \cdot \text{turns/Wb} \end{aligned}$$

□

## 2.2 کثافتِ برقی رواور برقی میدان کی شدت

شکل 2.2 میں ایک موصل سلاخ کے سروں پر برقی دباؤ  $v$  لاگو کیا گیا ہے۔ سلاخ میں برقی رو  $i$  اوہم کے قانون<sup>5</sup> سے حاصل ہوگی۔

$$(2.4) \quad i = \frac{v}{R}$$

<sup>3</sup> reluctance  
<sup>4</sup> permeability, magnetic constant  
<sup>5</sup> Ohm's law



$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

$$i = \frac{v}{R} = v \left( \frac{\sigma A}{l} \right)$$

$$\frac{i}{A} = \sigma \frac{v}{l}$$

$$J = \sigma E$$

شکل 2.2: کثافت برقی رد اور برقی دباؤ کی شدت

درج بالا مساوات کو مساوات 2.1 کی مدد سے

$$(2.5) \quad i = v \left( \frac{\sigma A}{l} \right)$$

یعنی

$$(2.6) \quad \frac{i}{A} = \sigma \left( \frac{v}{l} \right)$$

یا

$$(2.7) \quad J = \sigma E$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں  $J$  اور  $E$  کی تعریفات درج ذیل ہیں۔

$$(2.8) \quad J = \frac{i}{A}$$

$$(2.9) \quad E = \frac{v}{l}$$

شکل 2.2 میں سمتیہ  $J$  کی مطلق قیمت  $J$  اور سمتیہ  $E$  کی مطلق قیمت  $E$  لیتے ہوئے مساوات 2.7 کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(2.10) \quad J = \sigma E$$

جو قانون اوہم کی دوسری روپ ہے۔  $J$  اور  $E$  دونوں کا رخ  $a_y$  ہے۔

شکل 2.2 سے ظاہر ہے کہ برقی رو  $i$  سلاخ کی رقبہ عمودی تراش  $A$  سے گزرتی ہے لہذا مساوات 2.8 کے تحت  $J$ ، کثافت برقی رو<sup>6</sup> ہو گی۔ اسی طرح مساوات 2.9 سے واضح ہے کہ  $E$  برقی دباؤ فی اکائی لمبائی کو ظاہر کرتی ہے لہذا  $E$  کو برقی میدان<sup>7</sup> کہتے ہیں<sup>7</sup> یا (جہاں متن سے مقناطیسی میدان واضح ہو) مختصراً میدان<sup>8</sup> کہتے ہیں۔

بالکل اسی طرح کی مساواتیں مقناطیسی متغیرات کے لئے حصہ 2.5 میں لکھی جائیں گی۔

### 2.3 برقی ادوار

برقی دور میں برقی دباؤ<sup>8</sup>  $v$  کی وجہ سے برقی رو<sup>10</sup>  $i$  پیدا ہوتی ہے۔ تانبا<sup>12</sup> کی موصلیت  $\sigma = 5.9 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$  ہے جو بہت بڑی مقدار ہے۔ موصلیت کی اکائی  $\frac{\text{S}}{\text{m}}$  ہے۔ تانبا کی موصلیت کی مقدار بہت بڑی ہونے کی بنا اس سے بنی تار کی مزاحمت<sup>13</sup>  $R_{\text{ہر}}$  عموماً قابل نظر انداز ہو گی۔ تار میں برقی رو  $i$  گزرنے سے تار کے سروں کے بیچ برقی دباؤ  $\Delta v = i R_{\text{ہر}}$  پیدا ہو گا جس کو  $0 \rightarrow R_{\text{ہر}}$  کی بنا نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں تانبے کی تار میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو رد کیا جاسکتا ہے یعنی  $\Delta v \rightarrow 0$  لے سکتے ہیں۔

شکل 2.3-الف میں ایک ایسا ہی برقی دور دکھایا گیا ہے جس میں تانبے کی تار کی مزاحمت کو اکٹھے کر کے ایک ہی جگہ  $R_{\text{ہر}}$  دکھایا گیا ہے۔ اس دور کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.11) \quad v = \Delta v + v_L$$

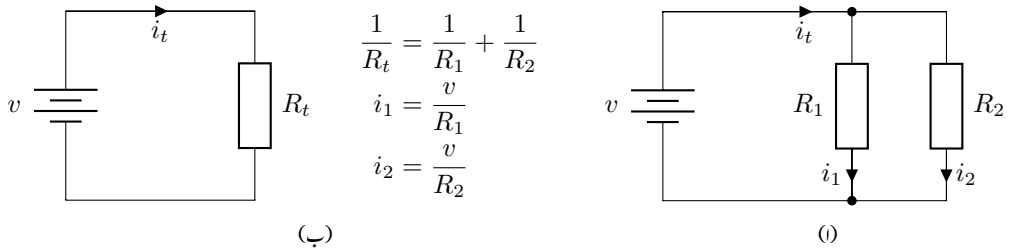
تار میں برقی گھٹاؤ  $\Delta v$  نظر انداز کرتے ہوئے

$$(2.12) \quad v = v_L$$

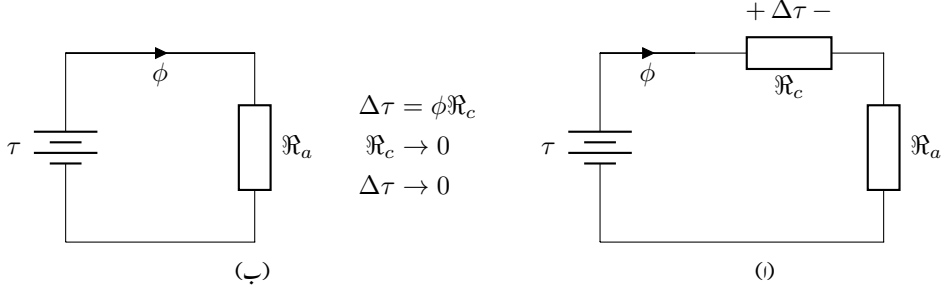
حاصل ہوتا ہے۔ اس کا مطلب ہوا کہ تار میں برقی دباؤ کا گھٹاؤ قابل نظر انداز ہونے کی صورت میں لاگو برقی دباؤ جوں کا توں مزاحمت  $R_L$  تک پہنچتا ہے۔ برقی ادوار حل کرتے ہوئے یہی حقیقت بروئے کار لاتے ہوئے تار میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ شکل 2.3-الف میں ایسا کرنے سے شکل 2.3-ب حاصل ہوتا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ برقی تار کو اس غرض سے استعمال کیا جاتا ہے کہ لاگو برقی دباؤ کو مقام استعمال تک بغیر گھٹائے پہنچایا جائے۔



شکل 2.3: برقی ادوار میں برقی تار کی مزاحمت کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔



شکل 2.4: کم مزاحمتی راہ میں برقی رو کی مقدار زیادہ ہوگی۔



شکل 2.5: مقناطیسی دور

شکل 2.4 میں دوسری مثال دی گئی ہے۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ برقی رو اس راہ زیادہ ہوگی جس کی مزاحمت کم ہو۔ یوں  $R_1 < R_2$  کی صورت میں  $i_1 > i_2$  ہو گا۔

## 2.4 مقناطیسی دور حصہ اول

مقناطیسی ادوار بالکل برقی ادوار کی طرح ہوتے ہیں۔ بس ان میں برقی دباؤ  $v$  کی جگہ مقناطیسی دباؤ  $\tau$ <sup>14</sup>، برقی رو  $i$  کی جگہ مقناطیسی بہاؤ  $\phi$ <sup>15</sup> اور مزاحمت  $R$  کی جگہ ہچکچاہٹ  $\mathcal{R}$ <sup>16</sup> پائے جاتے ہیں۔ یوں بالکل برقی ادوار کی طرح مقناطیسی ادوار بنائے جاسکتے ہیں۔ ایسا ایک مقناطیسی دور شکل 2.5-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی کوشش یہی ہے کہ مقناطیسی دباؤ  $\tau$  بغیر گھٹائے ہچکچاہٹ  $\mathcal{R}_a$  تک پہنچائی جائے۔ عموماً  $\mathcal{R}_a$  خلائی درز کی اور  $\mathcal{R}_c$  مقناطیسی قالب کی ہچکچاہٹ ہوتی ہے۔ یوں  $\mathcal{R}_c$  قابل نظر انداز ہونے کی صورت میں شکل 2.5-ب حاصل ہو گا جس میں مقناطیسی

<sup>6</sup> current density<sup>7</sup> electric field intensity<sup>8</sup> electric voltage<sup>9</sup> برقی دباؤ کی اکائی وولٹ ہے جو الٹی کے ایسا نڈر وولٹا کے نام ہے جنہوں نے برقی تیزی ایجاد کی۔<sup>10</sup> electric current<sup>11</sup> برقی رو کی اکائی ایمپیئر ہے جو فرانس کے انڈر میر ایمپیئر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار ہے۔<sup>12</sup> copper<sup>13</sup> مزاحمت کی اکائی اوہم ہے جو جرمنی کے چارلس سائنن اوہم کے نام ہے جنہوں نے قانون اوہم دریافت کیا۔<sup>14</sup> magnetomotive force, mmf<sup>15</sup> flux<sup>16</sup> reluctance



بہاؤ  $\phi$ ، بالکل اوہم کے قانون کی طرح، درج ذیل مساوات سے حاصل ہو گا۔

$$(2.13) \quad \tau = \phi \mathcal{R}_a$$

جہاں  $\mathcal{R}_c$  قابل نظر انداز ہو وہاں، سلسلہ وار مزاحمتوں کی طرح، دو سلسلہ وار ہچکچاہٹوں کا مجموعی ہچکچاہٹ  $\mathcal{R}_s$  استعمال کر کے برقی رو حاصل ہو گی۔

$$(2.14) \quad \mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c$$

$$(2.15) \quad \tau = \phi \mathcal{R}_s$$

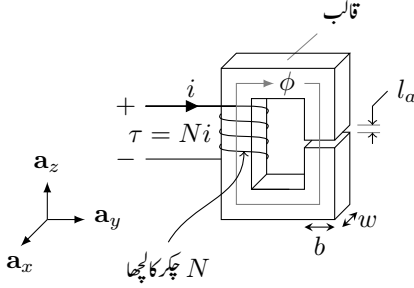
برقی دور کی طرح، مقناطیسی دباؤ کو کم ہچکچاہٹ کی راہ استعمال کرتے ہوئے مقام ضرورت تک پہنچایا جاتا ہے۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کی قیمت مقناطیسی مستقل  $\mu$  پر منحصر ہے۔ مقناطیسی مستقل کی اکائی ہینری فی میٹر  $\frac{H}{m}$  ہے۔  $\mu$  کو عموماً  $\mu = \mu_r \mu_0$  لکھا جاتا ہے جہاں  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  ہینری فی میٹر کے برابر ہے اور  $\mu_r$  کو جو مقناطیسی مستقل<sup>17</sup> کہتے ہیں۔ لوہا، کچھ دھاتیں اور چند جدید مصنوعی مواد ایسی ہیں جن کی  $\mu_r$  کی قیمت 2000 اور 80000 کے بیچ پائی جاتی ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کو ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کے لئے ان ہی مقناطیسی مواد کو استعمال کیا جاتا ہے۔

بد قسمتی سے مقناطیسی مواد کے  $\mu$  کی قیمت اتنی زیادہ نہیں ہوتی ہے کہ ان سے بنی سلاخ کی ہچکچاہٹ ہر موقع پر قابل نظر انداز ہو۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کم سے کم کرنے کی خاطر رقبہ عمودی تراش کو زیادہ سے زیادہ اور لمبائی کو کم سے کم کرنا ہو گا۔ یوں مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے کے لئے باریک تار نہیں بلکہ خاصا زیادہ رقبہ عمودی تراش کا مقناطیسی راستہ درکار ہوتا ہے۔

مقناطیسی مشین، مثلاً موٹر اور ٹرانسفارمر، کا بیشتر حصہ مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے والے ان مقناطیسی مواد پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایسے مشینوں کے قلب میں عموماً یہی مقناطیسی مادہ پایا جاتا ہے لہذا ایسا مواد مقناطیسی قالب<sup>18</sup> کہلاتا ہے (شکل 2.6)۔

برقی مشینوں میں مستعمل مقناطیسی قالب لوہے کی باریک چادر یا پتری<sup>19</sup> تہہ در تہہ رکھ کر بنائی جاتی ہے۔ مقناطیسی قالب کے بارے میں مزید معلومات حصہ 2.8 میں فراہم کی جائے گی۔

relative permeability, relative magnetic constant<sup>17</sup>  
magnetic core<sup>18</sup>  
laminations<sup>19</sup>



$$H_a = \frac{\tau}{l_a} \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$l_a \ll w$$

$$l_a \ll b$$

شکل 2.6: کثافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت۔

## 2.5 کثافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت

حصہ 2.2 میں برقی دور کی مثال دی گئی۔ یہاں شکل 2.6 میں دکھائے گئے مقناطیسی دور پر غور کرتے ہیں۔ مقناطیسی قالب کی  $\mu_r = \infty$  تصور کرتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ یوں قالب کی ہچکچاہٹ  $\mathcal{R}_c$  صفر ہو گی۔ حصہ 2.2 میں تانبا کی تار کی طرح یہاں مقناطیسی قالب کو مقناطیسی دباؤ  $\tau$  ایک مقام سے دوسری مقام تک منتقل کرنے کے لئے استعمال کیا گیا ہے۔ شکل 2.6 میں مقناطیسی دباؤ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ  $\mathcal{R}_a$  تک پہنچایا گیا ہے۔ یہاں  $\mathcal{R}_c$  کو نظر انداز کرتے ہوئے کل ہچکچاہٹ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ کے برابر تصور کیا جاسکتا ہے:

$$(2.16) \quad \mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a}$$

خلائی درز کی لمبائی  $l_a$  قالب کے رقبہ عمودی تراش کے اضلاع  $b$  اور  $w$  سے بہت کم ہونے کی صورت میں، یعنی  $l_a \ll w$  اور  $l_a \ll b$ ، خلائی درز کے رقبہ عمودی تراش  $A_a$  کو قالب کے رقبہ عمودی تراش  $\mathcal{R}_c$  کے برابر تصور کیا جاسکتا ہے:

$$(2.17) \quad A_a = A_c = wb$$

اس کتاب میں جہاں بتلایا نہ گیا ہو وہاں  $l_a \ll w$  اور  $l_a \ll b$  تصور کرتے ہوئے  $A_a = A_c$  لیا جائے گا۔

مقناطیسی دباؤ  $\tau$  کی تعریف درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(2.18) \quad \tau = Ni$$

یوں برقی تار کے چکر ضرب تار میں برقی رو کو مقناطیسی دباؤ کہتے ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کی اکائی ایمپیئر-چکر<sup>20</sup> ہے۔ حصہ 2.2 کی طرح ہم مساوات 2.15 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(2.19) \quad \phi_a = \frac{\tau}{\mathcal{R}_a}$$

مقناطیسی بہاؤ کی اکائی<sup>21</sup> ویبر<sup>22</sup> اور ہچکچا ہٹ کی اکائی ایمپیئر-چکر فی ویبر<sup>23</sup> ہے۔ اس سلسلہ وار دور کے خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ  $\phi_a$  اور قالب میں مقناطیسی بہاؤ  $\phi_c$  ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ درج بالا مساوات کو مساوات 2.2 کی مدد سے

$$\phi_a = \tau \left( \frac{\mu_0 A_a}{l_a} \right)$$

یا

$$(2.20) \quad \frac{\phi_a}{A_a} = \mu_0 \left( \frac{\tau}{l_a} \right)$$

لکھ سکتے ہیں جہاں درز کی نشاندہی زیر نوشت میں  $a$  لکھ کر کی گئی ہے۔ اس مساوات میں بائیں ہاتھ مقناطیسی بہاؤ فی اکائی رقبہ کو کثافتِ مقناطیسی بہاؤ<sup>24</sup>  $B_a$  اور دائیں ہاتھ مقناطیسی دباؤ فی اکائی لمبائی کو مقناطیسی میدان<sup>25</sup> کے شدت<sup>25</sup>  $H_a$  لکھا جا سکتا ہے:

$$(2.21) \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$(2.22) \quad H_a = \frac{\tau}{l_a}$$

کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی اکائی ویبر فی مربع میٹر ہے جس کو ٹسلا<sup>26</sup> کا نام دیا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت کی اکائی ایمپیئر فی میٹر<sup>27</sup> ہے۔ یوں مساوات 2.20 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(2.23) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

جہاں متن سے واضح ہو کہ مقناطیسی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں مقناطیسی میدان کی شدت کو مختصراً میدان<sup>28</sup> کے شدت کہا جاتا ہے۔

<sup>20</sup> ampere-turn

<sup>21</sup> Weber

<sup>22</sup> یہ اکائی جرمنی کے ولیم اڈورڈ ویبر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار رہا ہے

<sup>23</sup> ampere-turn per weber

<sup>24</sup> magnetic flux density

<sup>25</sup> magnetic field intensity

<sup>26</sup> Tesla: یہ اکائی سربیا کے نیکولا ٹسلا کے نام ہے جنہوں نے بدلتار و برقی طاقت عام کرنے میں اہم کردار ادا کیا۔

<sup>27</sup> ampere per meter

<sup>28</sup> field intensity

شکل 2.6 میں خلائی درز میں مقناطیسی بہاو کا رخ اکائی سمتیہ  $a_z$  کا مخالف ہے لہذا کثافتِ مقناطیسی بہاو  $B_a = B_a a_z -$  لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ اکائی سمتیہ  $a_z$  کی مخالف رخ دباؤ ڈال رہا ہے لہذا مقناطیسی دباؤ کی شدت  $H_a = -H_a a_z$  جائے گی۔ اس طرح درج بالا مساوات کو درج ذیل سمتی روپ میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.24) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

خلاء کی جگہ کوئی دوسرا مادہ ہونے کی صورت میں یہ مساوات درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(2.25) \quad B = \mu H$$

مثال 2.2: شکل 2.6 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو 0.1 ٹسلا درکار ہے۔ قالب کی  $\mu_r = \infty$  ہے، خلائی درز کی لمبائی 1 ملی میٹر اور قالب کے گرد برقی تار کے چکر 100 ہیں۔ درکار برقی رو  $i$  تلاش کریں۔  
حل: مساوات 2.13 سے

$$\begin{aligned} \tau &= \phi \Re \\ Ni &= \phi \left( \frac{l}{\mu_0 A} \right) \\ \frac{\phi}{A} &= B = \frac{Ni\mu_0}{l} \end{aligned}$$

لکھ کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\begin{aligned} 0.1 &= \frac{100 \times i \times 4\pi 10^{-7}}{0.001} \\ i &= \frac{0.1 \times 0.001}{100 \times 4\pi 10^{-7}} = 0.79567 \text{ A} \end{aligned}$$

□

$i = 0.79567 \text{ A}$  برقی رو خلائی درز میں  $B = 0.1 \text{ T}$  کثافتِ مقناطیسی بہاو پیدا کرے گا۔

## 2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم

شکل 2.7 میں ایک سادہ مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے جس میں قالب کے مقناطیسی مستقل کو محدود تصور کرتے ہیں۔ مقناطیسی دباؤ  $\tau = Ni$  مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاو  $\phi_c$  پیدا کرتا ہے۔ قالب کا رقبہ عمودی تراش  $A_c$  ہر



شکل 2.7: سادہ مقناطیسی دور۔

مقام پر یکساں ہے اور قالب کی اوسط لمبائی  $l_c$  ہے۔ قالب میں مقناطیسی بہاو کا رخ فلیمنگ کے دایاں ہاتھ قانون<sup>29</sup> کے دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اس قانون کو دو طریقوں سے بیان کیا جاسکتا ہے۔

- اگر ایک لچھے کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ ہاتھ کی چار انگلیاں لچھے میں برقی رو کے رخ لپٹی ہوں تب انگوٹھا اُس مقناطیسی بہاو کے رخ ہو گا جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آیا ہو۔
- اگر ایک تار جس میں برقی رو کا گزر ہو کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ انگوٹھا برقی رو کے رخ ہو تب باقی چار انگلیاں اُس مقناطیسی بہاو کے رخ لپٹی ہوں گی جو اس برقی رو کی وجہ سے پیدا ہو گا۔

ان دو بیانات میں پہلا بیان لچھے میں مقناطیسی بہاو کا رخ معلوم کرنے کے لئے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے جبکہ سیدھی تار کے گرد مقناطیسی بہاو کا رخ دوسرے بیان سے زیادہ آسانی سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

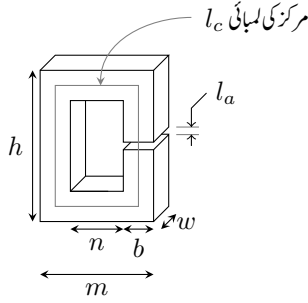
قالب میں مقناطیسی بہاو گھڑی کے رخ ہے۔ مقناطیسی بہاو  $\phi$  کو شکل 2.7 میں ہلکی سیاہی کے تیر دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ قالب کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c}$$

لکھتے ہوئے مقناطیسی بہاو

$$\phi_c = \frac{\tau}{\mathcal{R}_c} = Ni \left( \frac{\mu_c A_c}{l_c} \right)$$

<sup>29</sup>Fleming's right hand rule



$$A_a = A_c = bw$$

$$b = \frac{m - n}{2}$$

$$l_c = 2(h + n) - l_a$$

شکل 2.8: خلائی درز اور قالب کے ہچکچاہٹ۔

ہو گا۔ یوں تمام نا معلوم متغیرات حاصل ہو چکے۔

مثال 2.3: شکل 2.8 میں ایک مقناطیسی قالب دکھایا گیا ہے جس کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$(2.26) \quad \text{قالب} = \begin{cases} h = 20 \text{ cm} & m = 10 \text{ cm} \\ n = 8 \text{ cm} & w = 2 \text{ cm} \\ l_a = 1 \text{ mm} & \mu_r = 40000 \end{cases}$$

قالب اور خلائی درز کی ہچکچاہٹیں تلاش کریں۔

حل:

$$b = \frac{m - n}{2} = \frac{0.1 - 0.08}{2} = 0.01 \text{ m}$$

$$A_a = A_c = bw = 0.01 \times 0.02 = 0.0002 \text{ m}^2$$

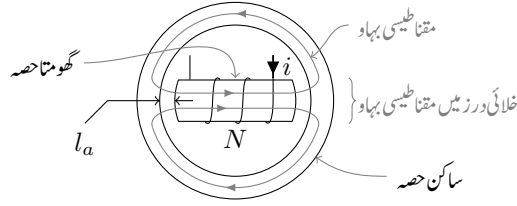
$$l_c = 2(h + n) - l_a = 2(0.2 + 0.08) - 0.001 = 0.559 \text{ m}$$

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0.559}{40000 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 55598 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{0.001}{4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 3978358 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

قالب کی لمبائی خلائی درز کی لمبائی سے 559 گنا زیادہ ہونے کے باوجود خلائی درز کی ہچکچاہٹ قالب کی ہچکچاہٹ سے 71 گنا زیادہ ہے۔ یوں  $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$  ہو گا۔

□



شکل 2.9: سادہ گھومنے والا مشین

مثال 2.4: شکل 2.9 سے رجوع کریں۔ خلائی درز 5 ملی میٹر لمبا ہے اور گھومتے حصہ پر 1000 چکر ہیں۔ خلائی درز میں 0.95 T کثافتِ برقی بہاؤ حاصل کرنے کی خاطر درکار برقی رو معلوم کریں۔

حل: اس شکل میں گھومتے مشین، مثلاً موٹر، کی ایک سادہ صورت دکھائی گئی ہے۔ ایسی مشینوں کا بیرونی حصہ ساکن رہتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا ساکن حصہ<sup>30</sup> کہتے ہیں۔ ساکن حصے کے اندر مشین کا گھومتا حصہ پایا جاتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا گھومتا حصہ<sup>31</sup> کہتے ہیں۔ اس مثال میں ان دونوں حصوں (قالب) کا  $\mu_r = \infty$  تصور کیا گیا ہے لہذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہوگی۔ مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاهی کی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کی ایک مکمل چکر کے دوران مقناطیسی بہاؤ دو خلائی درزوں سے گزرتا ہے۔ یہ دو خلائی درز ہر لحاظ سے ایک دوسرے جیسے ہیں لہذا ان دونوں خلائی درز کی ہچکچاہٹ بھی ایک دوسرے کے برابر ہوگی۔ مزید دونوں خلائی درزوں کی ہچکچاہٹ سلسلہ وار ہیں۔ شکل 2.9 میں مقناطیسی بہاؤ کو گھومتے حصہ، ساکن حصہ اور دو خلائی درزوں سے گزرتا ہوا دکھایا گیا ہے۔ خلائی درز کی لمبائی  $l_a$ ، قالب کے رقبہ  $A_c$  کی اضلاع سے بہت کم ہے لہذا خلائی درز کا عمودی رقبہ تراش  $A_a$  گھومتے حصہ کے رقبہ تراش کے برابر تصور کیا جائے گا۔

یوں  $A_a = A_c$  لیتے ہوئے ایک خلائی درز کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{l_a}{\mu_0 A_c}$$

اور دو سلسلہ وار خلائی درزوں کی کل ہچکچاہٹ درج ذیل ہوگی۔

$$\mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a + \mathcal{R}_a = \frac{2l_a}{\mu_0 A_c}$$

stator<sup>30</sup>  
rotor<sup>31</sup>

خلائی درز میں مقناطیسی بہاو  $\phi_a$  اور کشافتِ مقناطیسی بہاو  $B_a$  درج ذیل ہوں گے۔

$$\phi_a = \frac{\tau}{\mathfrak{R}_s} = (Ni) \left( \frac{\mu_0 A_c}{2l_a} \right)$$

$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} = \frac{\mu_0 Ni}{2l_a}$$

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$0.95 = \frac{4\pi 10^{-7} \times 1000 \times i}{2 \times 0.005}$$

$$i = \frac{0.95 \times 2 \times 0.005}{4\pi 10^{-7} \times 1000} = 7.56 \text{ A}$$

□

روایتی موٹروں اور جزیٹروں کی خلاء میں تقریباً ایک ٹسلا کشافتِ برقی بہاو ہوتی ہے۔

## 2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی

مقناطیسی بہاو کی وقت کے ساتھ تبدیلی برقی دباؤ کو جنم دیتی ہے۔ لہذا شکل 2.10-1 کے قالب میں مقناطیسی بہاو  $\phi$  کی تبدیل کی بنا لچھے میں برقی دباؤ  $e$  پیدا ہو گا جو لچھے کے سروں پر نمودار ہو گا۔ اس طرح پیدا ہونے والی برقی دباؤ کو امالہ برقی دباؤ<sup>32</sup> کہتے ہیں۔ قانون فیروئے<sup>33</sup> کے تحت<sup>34</sup> درج ذیل ہو گا (جہاں دائیں ہاتھ منفی کی علامت نہیں لکھی گئی ہے چونکہ ہمیں صرف دباؤ کی مطلق قیمت سے غرض ہے)۔

$$(2.27) \quad e = N \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial t}$$

امالی برقی دباؤ کو منبع برقی دباؤ تصور کریں۔

امالی برقی دباؤ کا رخ تعین کرنے کی خاطر لچھے کے سروں کو کمر دور<sup>35</sup> کریں۔ لچھے میں پیدا برقی رو اس رخ ہو گا جو مقناطیسی بہاو کی تبدیلی کو روکے۔

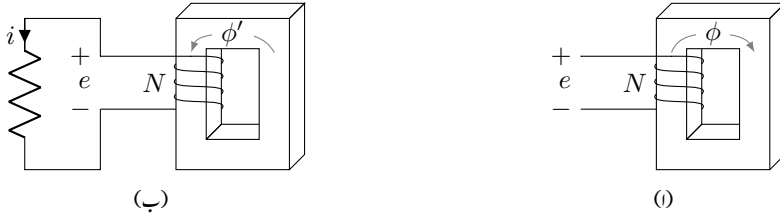
<sup>32</sup> induced voltage

<sup>33</sup> Faraday's law

<sup>34</sup> ہاگل فیروئے انگلستانی سائنسدان تھے جنہوں نے محرک برقی دباؤ دریافت کی

<sup>35</sup> short circuit





شکل 2.10: قالب میں مقناطیسی بہاو کی تبدیلی لچھے میں برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔

فرض کریں شکل 2.10-1 میں بہاو  $\phi$  گھڑی کی سوئیوں کے گھومنے کے رخ ہے اور بہاو کی مقدار بڑھ رہی ہے۔ بہاو کی تبدیلی کا مخالف بہاو  $\phi'$  پیدا کرنے کی خاطر لچھے کا بالائی سر مثبت ہو گا۔ شکل 2.10-2 میں لچھے کے سروں کے سچے مزاحمت نسب کیا گیا ہے۔ لچھے کو منع دباؤ تصور کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مزاحمت میں رو کا رخ قالب میں گھڑی کے مخالف رخ بہاو  $\phi'$  پیدا کرے گا۔

قالب میں مقناطیسی بہاو  $\phi$ ، قالب پر پیٹے گئے لچھے کے تمام پکڑوں  $N$  کے اندر سے گزرتا ہے۔  $N\phi$  کو لچھے کا ارتباط بہاو  $\lambda$ <sup>36</sup> کہتے ہیں جس کی اکائی ویبر۔ پیکر<sup>37</sup> ہے۔

$$\lambda = N\phi \quad (2.28)$$

جن مقناطیسی ادوار میں مقناطیسی مستقل  $\mu$  کو اٹل مقدار تصور کیا جاسکے یا جن میں خلائی درز کی ہچکچاہٹ قالب کی ہچکچاہٹ سے بہت زیادہ ہو،  $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ، ان میں لچھے کی امالہ  $L$ <sup>38</sup> کی تعریف درج ذیل مساوات دیتی ہے۔

$$L = \frac{\lambda}{i} \quad (2.29)$$

امالہ کی اکائی ویبر۔ پیکر فی ایمپیئر ہے جس کو ہیزل<sup>39</sup>  $H$  کا نام دیا گیا ہے۔ مساوات 2.29 میں  $\lambda = N\phi$  ،  $\phi = B_c A_c$  اور  $\phi = \frac{Ni}{\mathcal{R}}$  پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا

$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NB_c A_c}{i} = \frac{N^2 \mu_0 A_a}{l_a} \quad (2.30)$$

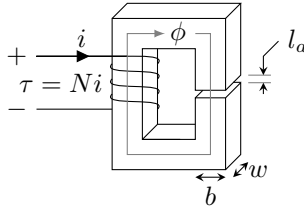
flux linkage<sup>36</sup>

weber-turn<sup>37</sup>

inductance<sup>38</sup>

Henry<sup>39</sup>

<sup>40</sup> امریکی سائنسدان جوزف ہیزلی جنہوں نے مانگل فیوڈ سے علیحدہ طور پر محرک برقی دباؤ دریافت کی



شکل 2.11: امالہ (مثال 2.5)

جہاں قالب کا رقبہ عمودی تراش  $A_c$  اور درز کا رقبہ عمودی تراش  $A_a$  ایک دوسرے کے برابر لیے گئے ہیں۔

مثال 2.5: شکل 2.11 میں  $b = 5 \text{ cm}$ ,  $w = 4 \text{ cm}$ ,  $l_a = 3 \text{ mm}$  جبکہ لچھے کے 1000 چکر اور قالب کی اوسط لمبائی  $l_c = 30 \text{ cm}$  ہے۔ درج ذیل دو صورتوں میں لچھے کی امالہ تلاش کریں۔

• قالب کا  $\mu_r = \infty$  ہے۔

• قالب کا  $\mu_r = 500$  ہے۔

حل: (i) قالب کے  $\mu_r = \infty$  کی بنا قالب کی ہچکچاہٹ قابل نظر انداز ہو گی لہذا امالہ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{N^2 \mu_0 w b}{l_a} \\ &= \frac{1000^2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05}{0.003} \\ &= 0.838 \text{ H} \end{aligned}$$

(ب)  $\mu_r = 500$  کی صورت میں قالب کی ہچکچاہٹ قابل نظر انداز نہیں ہو گی۔ خلاء اور قالب کی ہچکچاہٹ دریافت کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_a &= \frac{l_a}{\mu_0 w b} = \frac{0.003}{4\pi \times 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 1193507 \text{ A} \cdot \text{t/Wb} \\ \mathcal{R}_c &= \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 w b} = \frac{0.3}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 238701 \text{ A} \cdot \text{t/Wb} \end{aligned}$$

یوں بہاؤ، ارتباط اور امالہ درج ذیل ہوں گے۔

$$\phi = \frac{Ni}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c}$$

$$\lambda = N\phi = \frac{N^2 i}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c} = \frac{1000^2}{1\,193\,507 + 238\,701} = 0.698\text{ H}$$

□

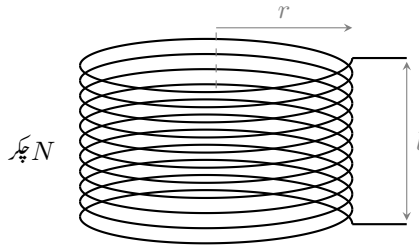
مثال 2.6: شکل 2.12 میں ایک پیچدار لچھا<sup>41</sup> دکھایا گیا ہے جس کی جسامت درج ذیل ہے۔

$$N = 11, r = 0.49\text{ m}, l = 0.94\text{ m}$$

پیچدار لچھے کے اندر مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  کا بیشتر حصہ محوری رخ ہوتا ہے۔ لچھے کے باہر یہی بہاؤ پوری کائنات سے گزرتے ہوئے واپس لچھے میں داخل ہوتا ہے۔ چونکہ پوری کائنات کا رقبہ عمودی تراش  $A$  لامتناہی ہے لہذا لچھے کے باہر کشافیت مقناطیسی بہاؤ  $B = \frac{\phi}{A}$  کی مقدار قابل نظر انداز ہوگی۔ لچھے کے اندر محوری رخ مقناطیسی شدت درج ذیل ہوگی۔

$$H = \frac{Ni}{l}$$

اس لچھے کی خود امالہ حاصل کریں۔



شکل 2.12: پیچدار لچھا

حل:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 N i}{l}$$

$$\phi = B \pi r^2 = \frac{\mu_0 N i \pi r^2}{l}$$

$$\lambda = N \phi = \frac{\mu_0 N^2 i \pi r^2}{l}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

$N$ ،  $r$  اور  $l$  کی قیمتیں پر کرتے ہوئے درج ذیل امالہ حاصل ہو گا<sup>42</sup>۔

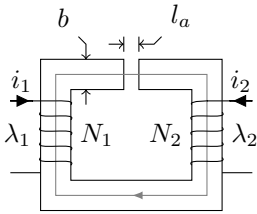
$$L = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times \pi \times 0.49^2}{0.94} = 122 \mu\text{H}$$

□

شکل 2.13 میں دو لچھوں کا ایک مقناطیسی دور دکھایا گیا ہے۔ ایک لچھے کے چکر  $N_1$  اور اس میں برقی رو  $i_1$  ہے، دوسرا لچھا  $N_2$  چکر کا ہے اور اس میں برقی رو  $i_2$  ہے۔ دونوں لچھوں میں مثبت برقی رو قالب میں ایک جیسے رخ مقناطیسی دباؤ پیدا کرتے ہیں۔ اگر قالب کا  $\mathcal{R}_c$  قابل نظر انداز ہو تب مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  درج ذیل ہو گا۔

$$(2.31) \quad \phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

دونوں لچھوں کا مجموعی مقناطیسی دباؤ،  $N_1 i_1 + N_2 i_2$ ، مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  پیدا کرتا ہے۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا پہلے لچھے



مونائی =  $b$   
گہرائی =  $w$

$$A_a = A_c = bw$$

$$\lambda_1 = N_1 \phi$$

$$\lambda_2 = N_2 \phi$$

$$\phi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c}$$

شکل 2.13: دو لچھے والا مقناطیسی دور۔

<sup>42</sup> یہ چپقار لچھا میں نے 3000 گلوگرام لوہا پکھلانے والی بجلی میں استعمال کیا ہے۔

کے ساتھ ارتباط

$$(2.32) \quad \lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2$$

یعنی

$$(2.33) \quad \lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

ہے جہاں  $L_{11}$  اور  $L_{12}$  سے مراد درج ذیل ہے۔

$$(2.34) \quad L_{11} = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(2.35) \quad L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$L_{11}$  پہلے لچھے کا خود امالہ<sup>43</sup> ہے اور  $L_{11} i_1$  اس لچھے کے اپنے برقی رو  $i_1$  سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے جسے خود ارتباط بہاؤ<sup>44</sup> کہتے ہیں۔  $L_{12}$  ان دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ<sup>45</sup> ہے اور  $L_{12} i_2$  لچھا-1 کے ساتھ  $i_2$  سے پیدا بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے جسے مشترکہ ارتباط بہاؤ<sup>46</sup> کہتے ہیں۔ بالکل اسی طرح ہم دوسرے لچھے کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں

$$(2.36) \quad \begin{aligned} \lambda_2 &= N_2 \phi = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2 \\ &= L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \end{aligned}$$

جہاں  $L_{21}$  اور  $L_{22}$  سے مراد درج ذیل ہے۔

$$(2.37) \quad L_{22} = N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(2.38) \quad L_{21} = L_{12} = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$L_{22}$  لچھا-2 کا خود امالہ اور  $L_{21} = L_{12}$  دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ ہے۔ امالہ کا تصور اس وقت کارآمد ہوتا ہے جب مقناطیسی مستقل  $\mu$  کو اٹل تصور کرنا ممکن ہو۔

---

self inductance<sup>43</sup>  
self flux linkage<sup>44</sup>  
mutual inductance<sup>45</sup>  
mutual flux linkage<sup>46</sup>

مساوات 2.29 کو مساوات 2.27 میں پر کرتے ہیں۔

$$(2.39) \quad e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\partial (Li)}{\partial t}$$

اگر امالہ کی قیمت اٹل ہو، جیسا کہ ساکن مشینوں میں ہوتا ہے، تب ہمیں امالہ کی جانی پہچانی مساوات

$$(2.40) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t}$$

ملتی ہے۔ اگر امالہ بھی تبدیل ہو، جیسا کہ موٹروں اور جنریٹروں میں ہوتا ہے، تب درج ذیل ہو گا۔

$$(2.41) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t} + i \frac{\partial L}{\partial t}$$

توانائی<sup>47</sup> کی اکائی جاول<sup>48</sup> J<sup>49</sup> ہے اور طاقت<sup>50</sup> کی اکائی<sup>51</sup> جاول فی سیکنڈ ہے جس کو واٹ<sup>52</sup> W کا نام دیا گیا ہے۔

اس کتاب میں توانائی یا کام کو W سے ظاہر کیا جائے گا اگرچہ طاقت کی اکائی واٹ W کے لئے بھی یہی علامت استعمال ہوتی ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ متن سے اصل مطلب جاننا ممکن ہو گا۔

وقت t کے ساتھ توانائی W کی تبدیلی کی شرح کو طاقت<sup>50</sup> p کہتے ہیں۔ یوں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.42) \quad p = \frac{dW}{dt} = ie = i \frac{d\lambda}{dt}$$

مقناطیسی دور میں لمحہ t<sub>1</sub> تا t<sub>2</sub> مقناطیسی توانائی کی تبدیلی کو مکمل کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے:

$$(2.43) \quad \Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$$

ایک لچھے کا مقناطیسی دور، جس میں امالہ کی قیمت اٹل ہو، کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.44) \quad \Delta W = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} d\lambda = \frac{1}{2L} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)$$

<sup>47</sup>energy

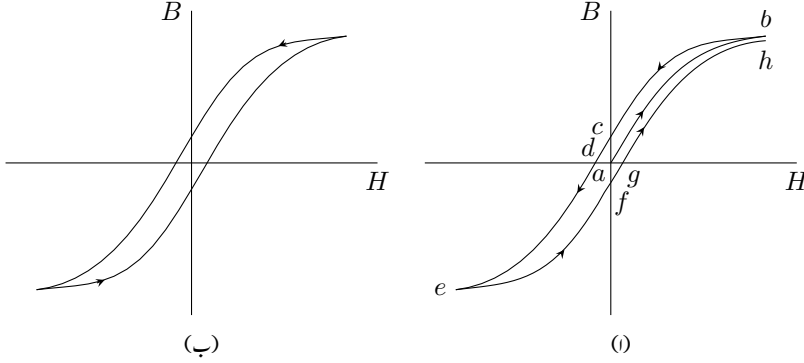
<sup>48</sup>Joule

<sup>49</sup>49 تیسویں پریسٹوٹ جاول انگلستانی سائنسدان جنہوں نے حرارت اور میکانیکی کام کا رشتہ دریافت کیا

<sup>50</sup>power

<sup>51</sup>51-کالمبیز کے جیمزوات جنہوں نے بجارات پر چلنے والے انجن پر کام کیا

<sup>52</sup>Watt



شکل 2.14:  $B - H$  خطوط یا مقناطیسی چال کے دائرے۔

یوں  $t_1$  پر  $\lambda_1 = 0$  تصور کرتے ہوئے کسی بھی  $\lambda$  پر مقناطیسی توانائی درج ذیل ہو گی۔

$$(2.45) \quad \Delta W = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{Li^2}{2}$$

## 2.8 مقناطیسی مادہ کے خواص

قالب کے استعمال سے دو فوائد حاصل ہوتے ہیں۔ قالب کے استعمال سے کم مقناطیسی دباؤ، زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے اور مقناطیسی بہاؤ کو پسند کی راہ پر رہنے کا پابند بنایا جاسکتا ہے۔ ایک دوری ٹرانسفارمر میں قالب کے استعمال سے مقناطیسی بہاؤ کو اس طرح پابند کیا جاتا ہے کہ تمام لچھوں میں یکساں بہاؤ پایا جاتا ہو۔ موٹروں میں قالب کے استعمال سے مقناطیسی بہاؤ کو یوں پابند کیا جاتا ہے کہ زیادہ سے زیادہ قوت پیدا ہو جبکہ جنریٹروں میں زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ حاصل کرنے کی نیت سے بہاؤ کو پابند کیا جاتا ہے۔

مقناطیسی مواد کی  $B$  اور  $H$  کا تعلق ترسیم کی صورت میں پیش کیا جاتا ہے۔ لوہا نما مقناطیسی مادے کی  $B - H$  ترسیم شکل 2.14-الف میں دکھائی گئی ہے۔ ایک لوہا نما مقناطیسی مادہ جس میں مقناطیسی اثر نہیں پایا جاتا ہو کو نقطہ  $a$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس نقطہ پر درج ذیل ہوں گے۔

$$(2.46) \quad \begin{aligned} H_a &= 0 \\ B_a &= 0 \end{aligned}$$

اس مادہ کو لچھے میں رکھ کر اس پر مقناطیسی دباؤ لاگو کیا جاسکتا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت  $H$  لاگو کرنے سے لوہا نما مقناطیسی مادے میں کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B$  پیدا ہوگی۔ میدان شدت بڑھانے سے کثافت مقناطیسی بہاؤ بھی بڑھے گی۔ اس عمل کو نقطہ  $a$  سے ابتدا کرتے ہوئے ایک تیردار قوس سے دکھایا گیا ہے۔ میدان شدت کو نقطہ  $b$  تک بڑھایا گیا ہے جہاں  $H_b$  اور  $B_b$  ہوں گے۔

نقطہ  $b$  تک پہنچنے کے بعد میدان شدت کم کرتے ہوئے دیکھا گیا ہے کہ واپسی قوس ایک مختلف راستہ اختیار کرتا ہے۔ یوں نقطہ  $b$  سے میدان شدت کم کرتے ہوئے صفر کرنے سے لوہا نما مادہ کی کثافت مقناطیسی بہاؤ کم ہو کر نقطہ  $c$  پر آن پہنچتی ہے۔ نقطہ  $b$  سے نقطہ  $c$  تک تیردار قوس اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔ نقطہ  $c$  پر بیرونی میدان شدت صفر ہے لیکن لوہا نما مادے کی کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں ہے۔ یہ مادہ ایک مقناطیس بن گیا ہے جس کی کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B_c$  ہے۔ اس مقدار کو بقایا کثافت مقناطیسی بہاؤ<sup>53</sup> کہتے ہیں۔ مصنوعی مقناطیس اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

نقطہ  $c$  سے میدان شدت منفی رخ بڑھانے سے  $B$  کم ہوتے ہوئے آخر کار ایک مرتبہ دوبارہ صفر ہو جائے گی۔ اس نقطہ کو  $d$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسیت ختم کرنے کے لئے درکار میدان شدت کی مقدار  $|H_d|$  کو مقناطیسیت ختم کرنے والی شدت یا مختصراً خاتم شدت<sup>54</sup> کہتے ہیں۔

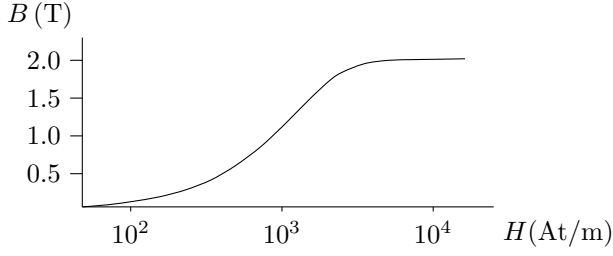
منفی رخ میدان شدت مزید بڑھانے سے نقطہ  $e$  حاصل ہو گا۔ اس کے بعد منفی رخ کی میدان شدت کی مطلق قیمت کم کرنے سے نقطہ  $f$  حاصل ہو گا جہاں میدان شدت صفر ہونے کے باوجود کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں ہے۔ اس نقطہ پر لوہا نما مادہ الٹ رخ مقناطیس بن چکا ہے اور  $B_f$  بقایا کثافت مقناطیسی بہاؤ ہے۔ اسی طرح اس رخ مقناطیسیت ختم کرنے کی شدت  $|H_g|$  ہے۔ میدان شدت بڑھاتے ہوئے نقطہ  $b$  کی بجائے نقطہ  $h$  پہنچا جاتا ہے۔

برقی شدت کو متواتر اسی طرح پہلے ایک رخ اور پھر مخالف (دوسری) رخ ایک خاص حد تک پہنچانے سے آخر کار  $B-H$  منحنی کا ایک بند دائرہ حاصل ہو گا جسے شکل 2.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس دائرہ پر گھڑی کے مخالف رخ سفر ہو گا۔ شکل 2.14-ب کو مقناطیسی چال کا دائرہ<sup>55</sup> کہتے ہیں۔

مختلف  $H$  کے لئے شکل 2.14-ب حاصل کر کے ایک ہی کاغذ پر کھینچنے کے بعد ان تمام کے  $b$  نقطے جوڑنے سے شکل 2.15 میں دکھائی گئی  $B-H$  ترسیم حاصل ہوگی۔ ٹرانسفارمر میں استعمال ہونے والی 0.3048 ملی میٹر موٹی  $M5$  قالبی پتہ کی  $B-H$  ترسیم شکل 2.15 میں دکھائی گئی ہے۔ اس ترسیم میں موجود مواد جدول 2.1

magnetic flux/residual<sup>53</sup>  
coercivity<sup>54</sup>  
hysteresis loop<sup>55</sup>





شکل 2.15:  $M5:2.15$  فولاد کی  $0.3048$  ملی میٹر موٹی پٹری کی ترسیم۔ میدان شدت کا پیمانہ لاگ ہے۔

میں بھی دیا گیا ہے۔ عموماً مقناطیسی مسائل حل کرتے ہوئے شکل 2.14 کی جگہ شکل 2.15 طرز کی ترسیم استعمال کی جاتی ہے۔ دھیان رہے کہ اس ترسیم میں  $H$  کا پیمانہ لاگ<sup>56</sup> ہے۔

لہذا مقناطیسی مادے پر لاگو مقناطیسی شدت بڑھانے سے کثافتِ مقناطیسی بہاو بڑھنے کی شرح بتدریج کم ہوتی جاتی ہے حتیٰ کہ آخر کار یہ شرح خلاء کی شرح  $\mu_0$  کے برابر ہو جاتی ہے:

$$(2.47) \quad \frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu_0$$

اس اثر کو سیرامیٹ<sup>57</sup> کہتے ہیں جو شکل 2.15 میں واضح ہے۔

شکل 2.14 سے واضح ہے کہ  $H$  کی کسی بھی قیمت پر  $B$  کے دو ممکنہ قیمتیں ہوں گی۔ بڑھتے مقناطیسی بہاو کی صورت میں ترسیم میں نیچے سے اوپر جانے والی منحنی  $B$  اور  $H$  کا تعلق پیش کرے گی جبکہ گھٹے ہوئے مقناطیسی بہاو کی صورت میں اوپر سے نیچے جانے والی منحنی اس تعلق کو پیش کرے گی۔ چونکہ  $\mu = B/H$  ہے لہذا  $B$  کی مقدار تبدیل ہونے سے  $\mu$  کی قیمت بھی تبدیل ہوگی۔ باوجود اس کے ہم مقناطیسی ادوار میں  $\mu$  کو ایک مستقل تصور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے عموماً نتائج پر زیادہ اثر انداز نہیں ہوتا۔

مثال 2.7: شکل 2.15 یا اس کے مساوی جدول 2.1 میں دی گئی مواد استعمال کرتے ہوئے شکل 2.6 کی خلاء میں ایک ٹسلا اور دو ٹسلا کثافتِ مقناطیسی بہاو حاصل کرنے کے لئے درکار برقی رو معلوم کریں۔ درج ذیل معلومات استعمال کریں۔ قالب اور خلاء کا رقبہ عمودی تراش ایک دوسرے جتنا لیں۔

$$b = 5 \text{ cm}, w = 4 \text{ cm}, l_a = 3 \text{ mm}, l_c = 30 \text{ cm}, N = 1000$$

<sup>56</sup> log  
<sup>57</sup> saturation

حل: ایک ٹسلا کے لئے۔

جدول 2.1 کے تحت قالب میں 1 ٹسلا کے لئے قالب کو 11.22 ایمپیئر-چکر فی میٹر قیمت کی شدت  $H$  درکار ہو گی۔ یوں 30 سم لمبے قالب کو  $3.366 = 0.3 \times 11.22$  ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔

خلاء کو درج ذیل ایمپیئر-چکر فی میٹر شدت درکار ہے۔

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} = 795\,671$$

یوں 3 ملی میٹر خلاء کو  $0.003 \times 795\,671 = 2387$  ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ اس طرح کل ایمپیئر-چکر  $3.366 + 2387 = 2390.366$  ہیں جن سے درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$i = \frac{2390.366}{1000} = 2.39 \text{ A}$$

حل: دو ٹسلا کے لئے۔

جدول 2.1 کے تحت قالب میں 2 ٹسلا کثافت کے لئے قالب کو 10000 ایمپیئر-چکر فی میٹر  $H$  درکار ہو گی۔ یوں 30 سم قالب کو  $3000 = 0.3 \times 10000$  ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{2}{4\pi 10^{-7}} = 1\,591\,342$$

ایمپیئر-چکر فی میٹر درکار ہیں لہذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو  $0.003 \times 1\,591\,342 = 4774$  ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ یوں کل ایمپیئر-چکر  $3000 + 4774 = 7774$  ہیں جن سے درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$i = \frac{7774}{1000} = 7.774 \text{ A}$$

□

اس مثال میں مقناطیسی سیرابیت واضح ہے۔

$B$	$H$	$B$	$H$	$B$	$H$	$B$	$H$	$B$	$H$	$B$	$H$
0.000	0	0.700	9	1.480	30	1.720	200	1.852	1000	1.998	9000
0.040	2	0.835	10	1.540	40	1.752	300	1.900	2000	2.000	10000
0.095	3	1.000	11.22	1.580	50	1.780	400	1.936	3000	2.020	20000
0.160	4	1.100	12.59	1.601	60	1.800	500	1.952	4000	2.040	30000
0.240	5	1.200	14.96	1.626	70	1.810	600	1.968	5000	2.048	40000
0.330	6	1.300	17.78	1.640	80	1.824	700	1.975	6000	2.060	50000
0.440	7	1.340	20	1.655	90	1.835	800	1.980	7000	2.070	60000
0.560	8	1.400	23.77	1.662	100	1.846	900	1.985	8000	2.080	70000

جدول 2.1: مقناطیسی بہاؤ بالقابل شدت

## 2.9 ہیجان شدہ لچھا

بدلتا رو بجلی میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ عموماً سائن نما ہوتے ہیں جن کا وقت کے ساتھ تعلق  $\sin \omega t$  یا  $\cos \omega t$  ہو گا۔ اس حصہ میں بدلتا رو سے لچھا ہیجان کرنا اور اس سے نمودار ہونے والی برقی توانائی کے ضیاع پر تذکرہ کیا جائے گا۔ قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ

$$(2.48) \quad B = B_0 \sin \omega t$$

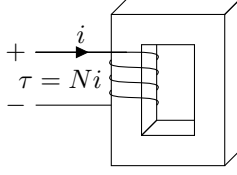
کی صورت میں قالب میں درج ذیل بدلتا مقناطیسی بہاؤ  $\varphi$  پیدا ہو گا۔

$$(2.49) \quad \varphi = A_c B = A_c B_0 \sin \omega t = \phi_0 \sin \omega t$$

اس مساوات میں مقناطیسی بہاؤ کا حیظ  $\phi_0$ ، کثافت مقناطیسی بہاؤ کا حیظ  $B_0$ ، قالب کا رقبہ عمودی تراش  $A_c$  (جو ہر مقام پر یکساں ہے)، زاویائی تعدد  $\omega = 2\pi f$  اور تعدد  $f$  ہے۔

فیراڈے کے قانون (مساوات 2.27) کے تحت یہ مقناطیسی بہاؤ لچھے میں  $e(t)$  الہ برقی دباؤ<sup>58</sup> پیدا کرے گا

$$(2.50) \quad \begin{aligned} e(t) &= \frac{\partial \lambda}{\partial t} \\ &= \omega N \phi_0 \cos \omega t \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= E_0 \cos \omega t \end{aligned}$$



شکل 2.16: سادہ مقناطیسی دور (مثال 2.8)۔

جس کا حیثہ درج ذیل ہو گا۔

$$(2.51) \quad E_0 = \omega N \phi_0 = 2\pi f N A_c B_0$$

ہم بدلتے رو مقداروں کے مربع کی اوسط کے جذر میں دلچسپی رکھتے ہیں جو ان مقداروں کی موثر<sup>59</sup> قیمت ہوتی ہے۔ جیسا صفحہ 19 پر مساوات 1.42 میں دیکھا گیا، سائن نما موج کی موثر قیمت موج کے حیثہ کی  $1/\sqrt{2}$  گنتا ہو گی لہذا امالی برقی دباؤ کی موثر قیمت  $E_{rms}$  درج ذیل ہو گی۔

$$(2.52) \quad E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N A_c B_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N A_c B_0$$

یہ مساوات بہت اہم ہے جس کو ہم بار بار استعمال کریں گے۔ بدلتے برقی دباؤ یا بدلتے برقی رو کی قیمت سے مراد ان کی موثر قیمت ہو گی۔ پاکستان میں گھریلو برقی دباؤ کی موثر قیمت 220 وولٹ ہے۔ اس سائن نما برقی دباؤ کی چوٹی  $\sqrt{2} \times 220 = 311$  وولٹ ہو گی۔

مثال 2.8: شکل 2.16 میں لچھے کے 27 چکر ہیں۔ قالب کی لمبائی 30 سم جبکہ اس کا رقبہ عمودی تراش 229.253 مربع سم ہے۔ لچھے کو گھریلو 220 وولٹ موثر برقی دباؤ سے ہیجان کیا جاتا ہے۔ جدول 2.1 کی مدد سے مختلف برقی دباؤ پر محرک برقی رو معلوم کریں اور اس کا خط کھینچیں۔

حل: گھریلو برقی دباؤ 50 ہرٹز کی سائن نما موج ہو گی۔

$$(2.53) \quad v = \sqrt{2} \times 220 \cos(2\pi 50t)$$

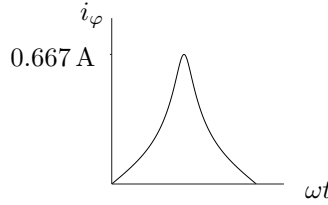
مساوات 2.52 کی مدد سے ہم کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی چوٹی حاصل کرتے ہیں۔

$$(2.54) \quad B_0 = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 27 \times 0.0229253} = 1.601 \text{ T}$$

<sup>59</sup>root mean square, rms

$\omega t$	$B$	$H$	$0.3H$	$i_\phi = \frac{0.3H}{27}$	$\omega t$	$B$	$H$	$0.3H$	$i_\phi = \frac{0.3H}{27}$
0.675	1.000	11.22	3.366	0.125	0.000	0.000	0	0.000	0.000
0.757	1.100	12.59	3.777	0.140	0.025	0.040	2	0.600	0.022
0.847	1.200	14.96	4.488	0.166	0.059	0.095	3	0.900	0.033
0.948	1.300	17.78	5.334	0.198	0.100	0.160	4	1.200	0.044
0.992	1.340	20	6.000	0.222	0.150	0.240	5	1.500	0.056
1.064	1.400	23.77	7.131	0.264	0.208	0.330	6	1.800	0.067
1.180	1.480	30	9.000	0.333	0.278	0.440	7	2.100	0.078
1.294	1.540	40	12.000	0.444	0.357	0.560	8	2.400	0.089
1.409	1.580	50	15.000	0.556	0.453	0.700	9	2.700	0.100
1.571	1.601	60	18.000	0.667	0.549	0.835	10	3.000	0.111

جدول 2.2: محرک برقی رو



شکل 2.17:  $M5$  پٹری کے قالب میں 1.6 ٹسلا تک ہیجان پیدا کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو۔

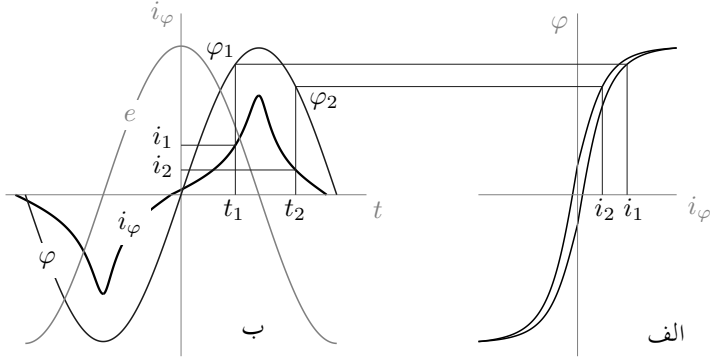
یوں قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کا حیثہ 1.601 ہو گا اور قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

(2.55)

$$B = 1.601 \sin \omega t$$

ہم جدول کی مدد سے 0 اور 1.601 ٹسلا کے بیچ مختلف قیمتوں پر درکار محرک برقی رو  $i_\phi$  معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ ہم مختلف  $B$  پر جدول 2.1 سے قالب کی  $H$  حاصل کریں گے جو ایک میٹر لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیرسز۔ چکر ہوں گے۔ اس سے 30 سم لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیرسز۔ چکر کر معلوم کر کے برقی رو حاصل کریں گے۔

جدول 2.2 مختلف کثافتِ مقناطیسی بہاو کے لئے درکار محرک برقی رو دیتی ہے۔ جدول میں ہر  $B$  کی قیمت پر  $\omega t$  مساوات 2.55 کی مدد سے حاصل کی گئی ہے۔  $\omega t$  بالقابل محرک برقی رو کا خط شکل 2.17 میں دیا گیا ہے۔ □



شکل 2.18: ہیجان انگیز برقی رو۔

برقی لچھے میں برقی دباؤ سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ ہیجان شدہ لچھا میں گزرتے برقی رو  $i_\phi$  کی بنا قالب میں مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو گا۔ اس برقی رو  $i_\phi$  کو ہیجان انگیز برقی رو<sup>60</sup> کہتے ہیں۔

مثال 2.8 میں ہیجان انگیز برقی رو معلوم کی گئی جسے شکل 2.17 میں دکھایا گیا۔ اسے حاصل کرتے وقت مقناطیسی چال<sup>61</sup> کو نظر انداز کیا گیا۔ شکل 2.18 میں ہیجان انگیز برقی رو  $i_\phi$  دکھائی گئی ہے جو مقناطیسی چال کو مد نظر رکھ کر حاصل کی گئی ہے۔ اس کو سمجھنا ضروری ہے۔

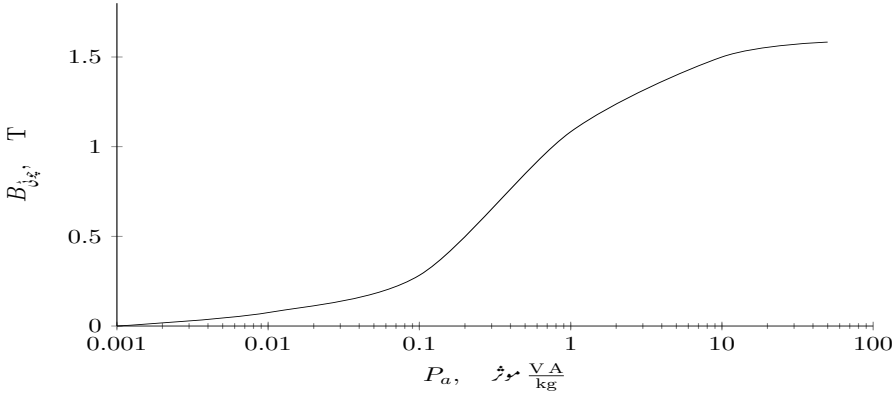
شکل 2.18-الف میں مقناطیسی چال کا دائرہ دکھایا گیا ہے۔ درج ذیل تعلقات کی بنا مقناطیسی چال کے خط کو  $i_\phi - \phi$  کا خط لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} Hl &= Ni \\ \phi &= BA_c \end{aligned} \quad (2.56)$$

قالب میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  کو شکل 2.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔ سائن نما مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ لمحہ  $t_1$  پر اس کی قیمت  $\phi_1$  ہوگی۔ مقناطیسی بہاؤ  $\phi_1$  حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو  $i_1$  شکل-الف سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ اسی ہیجان انگیز برقی رو کو شکل-ب میں لمحہ  $t_1$  پر دکھایا گیا ہے۔

دھیان رہے کہ لمحہ  $t_1$  پر مقناطیسی بہاؤ بڑھ رہا ہے لہذا مقناطیسی چال کے خط کا درست حصہ استعمال کرنا ضروری ہے۔ شکل 2.18-الف میں  $i_\phi - \phi$  کے خط میں گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے یوں نیچے سے اوپر

<sup>60</sup>excitation current  
<sup>61</sup>hysteresis



شکل 2.19: پچاس ہرٹز پر 0.3 ملی میٹر موٹی پٹری کے لئے درکار موثر وولٹ-ایمپیر فی کلو گرام قالب

جاتا ہوا حصہ استعمال کیا گیا ہے۔ شکل 2.14-ب میں تیر کے نشان مقناطیسی بہاو بڑھنے (نیچے سے اوپر) اور گٹھنے (اوپر سے نیچے) والے حصوں کی نشاندہی کرتے ہیں۔

لحہ  $t_2$  پر مقناطیسی بہاو گھٹ رہا ہے۔ اس لحہ پر مقناطیسی بہاو  $\varphi_2$  ہے اور اسے حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو  $i_2$  ہے۔

اسی طرح مختلف لمحات پر درکار ہیجان انگیز برقی رو حاصل کرنے سے شکل 2.18-ب کا  $i_\varphi$  خط ملتا ہے جو غیر سائن نما ہے۔

آپ جانتے ہیں کہ  $\varphi = \phi_0 \sin \omega t$  کی صورت میں برقی دباؤ  $e = N \frac{d\varphi}{dt} = N \phi_0 \omega \cos \omega t$  ہو گا۔ شکل 2.18-ب میں اس برقی دباؤ کو بھی دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ برقی دباؤ سے مقناطیسی بہاو  $90^\circ$  تاخیر سے ہے۔

قالب میں  $B = B_0 \sin \omega t$  کی صورت میں  $H$  اور  $i_\varphi$  غیر سائن نما ہوں گے جن کی موثر قیمتوں  $H_{c,rms}$  اور  $i_{\varphi,rms}$  کا تعلق درج ذیل ہو گا۔

$$(2.57) \quad N i_{\varphi,rms} = l_c H_{c,rms}$$

مساوات 2.52 اور مساوات 2.57 سے درج ذیل حاصل ہو گا

$$(2.58) \quad E_{rms} i_{\varphi,rms} = \sqrt{2} \pi f B_0 H_{c,rms} A_c l_c$$

جہاں  $A_{cl_c}$  قالب کا حجم ہے۔ یوں  $A_{cl_c}$  حجم کے قالب کو  $B_0$  کثافتِ مقناطیسی بہاؤ تک پہنچانے کے لئے درکار  $E_{rms} i_{\phi, rms}$  مساوات 2.58 دے گی۔ ایک مقناطیسی قالب جس کا حجم  $A_{cl_c}$  اور میکانی کثافت  $\rho_c$  ہو، کی کمیت  $m_c = \rho_c A_{cl_c}$  ہوگی لہذا ایک کلوگرام قالب کے لئے مساوات 2.58 کو درج ذیل روپ میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.59) \quad P_a = \frac{E_{rms} i_{\phi, rms}}{m_c} = \frac{\sqrt{2}\pi f}{\rho_c} B_0 H_{c, rms}$$

دیکھا جائے تو کسی ایک تعدد  $f$  پر  $P_a$  کی قیمت صرف قالب اور اس میں  $B_0$  یعنی  $B$  چٹنی پر منحصر ہے، چونکہ  $H_{c, rms}$  خود  $B_0$  پر منحصر ہے۔ یہی وجہ ہے کہ قالب بنانے والے اکائی کمیت کے قالب میں مختلف چٹنی  $B$  پیدا کرنے کے لئے درکار  $E_{rms} i_{\phi, rms}$  کی  $B_0$  بالقابل  $P_a$  ترسیم مہیا کرتے ہیں۔ قالب کی 0.3 ملی میٹر موٹی پٹری کے لئے ایسی ترسیم شکل 2.19 میں دکھایا گیا ہے۔



## باب 3

### ٹرانسفارمر

ٹرانسفارمر وہ آلہ ہے جو بدلتا برقی دباؤ کو تبدیل کرتا ہے۔ یہ دو یا دو سے زیادہ لچھوں پر مشتمل ہوتا ہے جو مقناطیسی قالب<sup>1</sup> پر لپٹے ہوتے ہیں۔ یہ لچھے عموماً آپس میں جڑے ہوئے نہیں ہوتے۔ شکل 3.1-الف میں ٹرانسفارمر کی علامت دکھائی گئی ہے۔ دو لچھوں کے درمیان متوازی لکیریں مقناطیسی قالب کو ظاہر کرتی ہیں۔

دستیاب برقی دباؤ<sup>2</sup> پر ٹرانسفارمر کے ایک لچھے کو برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے اور باقی لچھوں سے مختلف برقی دباؤ پر یہی برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ جس لچھے پر برقی دباؤ لاگو کیا جائے اسے ابتدائی لچھا<sup>3</sup> کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو ابتدائی جانب<sup>4</sup> کہتے ہیں۔ اسی طرح جس لچھے (لچھوں) سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے اسے (انہیں) ثانوی لچھا<sup>5</sup> (لچھے) کہتے ہیں اور اس جانب کو ثانوی جانب<sup>6</sup> کہتے ہیں۔ ایسا شکل 3.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔ ٹرانسفارمر کی علامت میں ابتدائی جانب کو بائیں طرف اور ثانوی جانب کو دائیں طرف دکھایا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر عموماً صرف دو لچھوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔ اس کتاب میں مقناطیسی قالب پر لپٹے ہوئے دو لچھوں کے قوی ٹرانسفارمر پر تبصرہ کیا جائے گا۔

<sup>1</sup>magnetic core

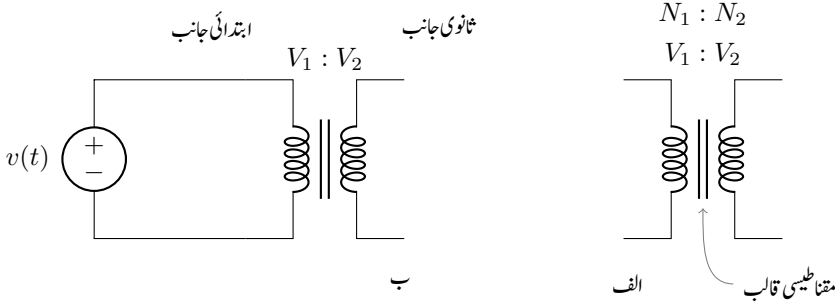
<sup>2</sup>بدلتا برقی دباؤ کی علامت میں مثبت اور منفی نشان وقت صفر پر برقی دباؤ کی مثبت اور منفی سرے ظاہر کرتے ہیں۔

<sup>3</sup>primary coil

<sup>4</sup>primary side

<sup>5</sup>secondary coil

<sup>6</sup>secondary side



شکل 3.1: ٹرانسفارمر کی علامت۔

ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کے لچھے کو کم برقی دباؤ کا لچھا<sup>7</sup> کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں جبکہ ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کے لچھے کو زیادہ برقی دباؤ کا لچھا<sup>8</sup> کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو زیادہ برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں۔

یوں اگر ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ جانب برقی دباؤ لاگو کیا جائے اور زیادہ برقی دباؤ جانب سے برقی دباؤ حاصل کیا جائے تو ٹرانسفارمر کی کم برقی دباؤ جانب کو ابتدائی جانب کہیں گے اور اس کی زیادہ برقی دباؤ جانب کو ثانوی جانب کہیں گے۔

### 3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت

بدلتے رو کی برقی طاقت ایک مقام سے دوسرے مقام با آسانی اور نہایت کم برقی طاقت کی ضیاع سے منتقل کی جا سکتی ہے۔ یہی اس کی مقبولیت کا راز ہے۔ ٹرانسفارمر کے تبادلہ برقی دباؤ<sup>9</sup> کی خصوصیت ایسا کرنے میں کلیدی کردہر ادا کرتی ہے جسے درج ذیل مثال کی مدد سے سمجھتے ہیں۔

مثال 3.1: شکل 3.2 سے رجوع کریں۔ برقی دباؤ اور برقی رو کی حاصل ضرب برقی طاقت ہوتی ہے:

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

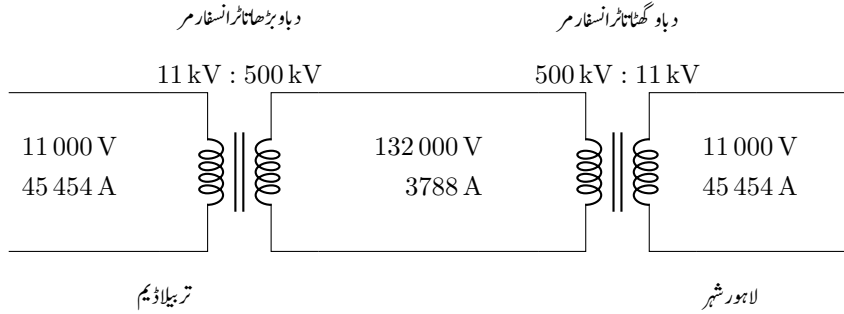
تصور کریں کہ تربیلا ڈیم سے 500 MW برقی طاقت لاہور<sup>10</sup> شہر کے گھریلو صارفین کو 220 وولٹ پر مہیا کرنی

<sup>7</sup> low voltage coil

<sup>8</sup> high voltage coil

<sup>9</sup> voltage transformation property

<sup>10</sup> ضلع صوابی میں بھی لاہور ایک تحصیل ہے لیکن اس شہر کو اتنی طاقت نہیں درکار



شکل 3.2: برقی طاقت کی منتقلی۔

ہے۔ اگر ہم اس طاقت کو 220 وولٹ پر ہی منتقل کرنا چاہیں تب برقی رو

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{220} = 2\,272\,727\text{ A}$$

ہوگی۔ برقی تار میں کثافتِ برقی رو  $J_{au}$  تقریباً 5 ایمپیر فی مربع ملی میٹر  $J_{au} = 5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$  ممکن ہوتی ہے۔ یہ ایک محفوظ کثافتِ برقی رو ہے۔ اگر برقی تار میں اس سے زیادہ برقی رو گزاری جائے تو اس کی مزاحمت میں برقی طاقت کے ضیاع سے یہ گرم ہو کر پگھل سکتی ہے۔ اس طرح صفحہ 12 پر مساوات 1.23 سے برقی تار کا رقبہ عمودی تراش

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{2\,272\,727}{5} = 454\,545\text{ mm}^2$$

ہو گا۔ گول تار تصور کریں تو اس کا رداس درج ذیل ہو گا۔

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{454\,545}{\pi}} = 380\text{ mm} = 0.38\text{ m}$$

اتنی موٹی برقی تار کہیں نہیں پائی جاتی ہے<sup>11</sup>۔ اگر یہ تار المونیم کی بنی ہو جس کی کثافت  $\rho_v = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ہوتی ہے تب ایک میٹر لمبی تار کی کمیت

$$m = 2700 \times \pi \times 0.38^2 \times 1 = 1224\text{ kg}$$

یعنی 1.2 ٹن ہوگی۔ المونیم اتنی مہنگی ہے کہ اس صورت میں اتنی برقی طاقت کو لاہور پہنچانا ممکن نہیں ہو گا<sup>12</sup>۔

<sup>11</sup> آپ مائیں یا نہ مائیں، آپ نے بھی اتنی موٹی برقی تار کبھی نہیں دیکھی ہوگی۔

<sup>12</sup> آج کل لاہور میں بجلی کی معطلی اس وجہ سے نہیں ہے۔

آئیں اب ٹرانسفارمر استعمال کر کے دیکھتے ہیں۔ ڈیم پر ایک ٹرانسفارمر نسب کر کے برقی دباؤ کو بڑھا کر 132 000 وولٹ یعنی 132 کلو وولٹ کیا جاتا ہے۔ یوں برقی رو درج ذیل ہوگا

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{132\,000} = 3788 \text{ A}$$

جس کے لئے درکار برقی تار

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{3788}{5} = 758 \text{ mm}^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{1667}{\pi}} = 15.5 \text{ mm}$$

□

صرف 15.5 ملی میٹر رداس کی ہوگی۔

اس مثال میں اگر تربیلا ڈیم میں نسب جنریٹر 11000 وولٹ برقی دباؤ پیدا کر رہا ہو تو تربیلا ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو 11000 وولٹ سے بڑھا کر 132 کلو وولٹ کرے گا جبکہ لاہور شہر میں نسب ٹرانسفارمر 132 کلو وولٹ کو واپس 11000 وولٹ کرے گا۔

اسی مثال کو بڑھاتے ہیں۔ شہر میں 220 وولٹ کی بجائے 11000 وولٹ صارف کے قریب پہنچا کر محلہ میں نسب ٹرانسفارمر کی مدد سے 11000 وولٹ کو مزید گھٹا کر 220 وولٹ کیا جائے گا جو صارف کو فراہم کیے جائیں گے۔

شکل 3.2 میں ڈیم سے شہر تک کا نظام دکھایا گیا ہے جہاں ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ بڑھاتا ٹرانسفارمر<sup>13</sup> اور لاہور میں نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ گھٹاتا ٹرانسفارمر<sup>14</sup> کہا گیا ہے۔

برقی طاقت عموماً 11 کلو وولٹ اور 25 کلو وولٹ کے مابین پیدا کی جاتی ہے۔ اس کی منتقلی 110 کلو وولٹ اور 1000 کلو وولٹ کے بیچ کی جاتی ہے جبکہ اس کا استعمال 1000 وولٹ سے کم پر کیا جاتا ہے۔

## 3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام

گھروں اور کارخانوں کو برقی طاقت فراہم کرنے والے ٹرانسفارمر مقناطیسی قالب پر لپیٹے جاتے ہیں۔ یہ عموماً تین دوری<sup>15</sup> ہوتے ہیں جنہیں لوہے کے قالب والے تین مرحلہ قوی ٹرانسفارمر<sup>16</sup> کہتے ہیں۔

نہایت چھوٹے ٹرانسفارمر عموماً لوہے کے قالب پر بنائے جاتے ہیں اور یکے دوری<sup>17</sup> ہوتے ہیں۔ یہ گھریلو استعمال کے برقی مشین، مثلاً موبائل چارجر، وغیرہ میں نسب ہوتے ہیں اور 220 وولٹ سے برقی دباؤ مزید گھٹاتے ہیں۔

برقی دباؤ کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو دباؤ کے ٹرانسفارمر<sup>18</sup> کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی برقی دباؤ کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ اسی طرح برقی رو کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو رو کے ٹرانسفارمر<sup>19</sup> کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی رو کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ویسے تو ہر ٹرانسفارمر کسی تناسب سے برقی دباؤ یا برقی رو کم یا زیادہ کرتا ہے لیکن جیسا پہلے ذکر کیا گیا، ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر میں کم اور زیادہ کرنے کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر کی برقی سکت<sup>20</sup> نہایت کم<sup>21</sup> ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کے لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ خلاء کے ذریعہ بھی ممکن ہے۔ انہیں خلائی قالب ٹرانسفارمر<sup>22</sup> کہتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر ذرائع ابلاغ<sup>23</sup> کے ادوار، یعنی ریڈیو، ٹی وی وغیرہ میں پائے جاتے ہیں۔ ان ٹرانسفارمر کی علامت شکل 3.3 میں دکھائی گئی ہے جس میں قالب ظاہر کرنے والی متوازی لکیریں نہیں پائی جاتی ہیں۔

## 3.3 امالی برقی دباؤ

اس حصے کا بنیادی مقصد بیرونی برقی دباؤ  $v$  اور اندرونی امالی برقی دباؤ  $e$  میں فرق واضح کرنا اور ان سے متعلق تکنیکی اصطلاحات کا تعارف ہے۔

three phase<sup>15</sup>iron core, three phase power transformer<sup>16</sup>single phase<sup>17</sup>potential transformer<sup>18</sup>current transformer<sup>19</sup>electrical rating<sup>20</sup>یہ عموماً تقریباً پچیس وولٹ۔ ایکسپریس سکت رکھتے ہیں۔<sup>21</sup>air core transformer<sup>22</sup>communication transformer<sup>23</sup>



شکل 3.3: خلائی ٹرانسفارمر کی علامت۔

شکل 3.4: بیرونی برقی دباؤ اور اندرونی امالی برقی دباؤ میں فرق۔

شکل 3.4 میں بے بوجھ <sup>24</sup> ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے، یعنی اس کا ثانوی لچھا کھلے دور رکھا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے کی مزاحمت  $R_1$  ہے جس کو بیرونی جزو دکھایا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے پر  $v_1$  برقی دباؤ لاگو کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز <sup>25</sup> برقی رو  $i_\phi$  گزرے گا۔ اس ہیجان انگیز برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ  $N_1 i_\phi$  قالب میں مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  پیدا کے گا۔ یہ بدلتا مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں امالی برقی دباؤ  $e_1$  پیدا کرتا ہے جسے درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(3.1) \quad e_1 = -\frac{d\lambda}{dt} = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

اس مساوات میں

- $\lambda$  ابتدائی لچھے کی مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے،
- $\phi$  مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاؤ جو دونوں لچھوں میں سے گزرتی ہے،
- $N_1$  ابتدائی لچھے کے چکر ہیں۔

ابتدائی لچھے کی مزاحمت  $R_1$  صفر نہ ہونے کی صورت میں کرخوف کے قانون برائے برقی دباؤ کے تحت درج ذیل ہو گا۔

$$(3.2) \quad v_1 = i_\phi R_1 + e_1$$

<sup>24</sup> unloaded  
<sup>25</sup> excitation current

شکل 3.4 میں اس مزاحمت کو بطور بیرونی جزو، ٹرانسفارمر کے باہر، دکھایا گیا ہے۔ اس لچھے کی رستا متعاملہ بھی ہوگی جسے نظر انداز کیا گیا ہے۔ عموماً طاقت کے ٹرانسفارمر اور موٹروں میں  $i_{\varphi} R_{l1}$  کی قیمت  $e_1$  اور  $v_1$  کی قیمتوں سے بہت کم ہوتی ہے لہذا اسے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.3) \quad v_1 = e_1 = -N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

مساوات 3.2 سے ثابت ہوتا ہے کہ بیرونی لاگو برقی دباؤ  $v_1$  اور اندرونی امالی برقی دباؤ  $e_1$  دو علیحدہ برقی دباؤ ہیں۔ یہ بات سمجھ لینا بہت ضروری ہے۔ مساوات 3.3 کے تحت  $v_1$  اور  $e_1$  کی مطلق قیمتیں (تقریباً) ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں<sup>26</sup>۔ مساوات 3.3 میں دائیں ہاتھ منفی کی علامت پائی جاتی ہے۔ (ہمیں عموماً برقی دباؤ کی مطلق قیمت درکار ہوتی ہے تاکہ اس کی علامت لہذا اس کتاب میں مساوات 3.3 طرز کی مساواتوں میں دائیں ہاتھ منفی کی علامت عموماً نہیں لکھی گئی ہے۔)

لچھا یتجاہز<sup>27</sup> کرنے سے مراد اس پر بیرونی برقی دباؤ لاگو کرنا ہے جبکہ لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ کو یتجاہز انگیز برقی دباؤ<sup>28</sup> کہتے ہیں۔ لچھے کو یتجاہز شدہ لچھا<sup>29</sup> جبکہ اس میں رواں برقی رو کو یتجاہز انگیز برقی رو<sup>30</sup> کہتے ہیں۔

لچھے میں گزرتی مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی سے برقی دباؤ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ ٹرانسفارمر میں ساکن لچھا سے برقی دباؤ حاصل کیا جاتا ہے۔ ساکن لچھا سے حاصل برقی دباؤ کو امالہ برقی دباؤ<sup>31</sup> کہتے ہیں۔ برقی دباؤ کا حصول مقناطیسی میدان میں لچھے کی حرکت سے بھی ممکن ہے۔ ایسے برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ<sup>32</sup> کہتے ہیں۔ یاد رہے ان برقی دباؤ میں کسی قسم کا فرق نہیں ہوتا۔ انہیں مختلف نام صرف پہچان کی خاطر دئے جاتے ہیں۔

### 3.4 ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع

جہاں مقناطیسی قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ ثانوی لچھوں میں فائدہ مند برقی دباؤ پیدا کرتا ہے وہاں یہ مقناطیسی قالب میں نقصان دہ برقی دباؤ کو بھی جنم دیتا ہے جس سے مقناطیسی قالب میں بھنور نما برقی رو<sup>33</sup> پیدا ہوتا ہے۔ بھنور نما برقی

<sup>26</sup> جس سے غلط فہمی پیدا ہوتی ہے کہ یہ ایک ہی برقی دباؤ کے دو مختلف نام ہیں۔

<sup>27</sup> excite

<sup>28</sup> excitation voltage

<sup>29</sup> excited coil

<sup>30</sup> excitation current

<sup>31</sup> induced voltage

<sup>32</sup> electromotive force, emf

<sup>33</sup> eddy currents



شکل 3.5: قالبی پتری کے اشکال اور ان کو تہہ در تہہ رکھنے کا طریقہ۔

رو مقناطیسی قالب میں برقی طاقت کے ضیاع کا سبب بنتا ہے جسے بھنور نما برقی رو کا ضیاع<sup>34</sup> یا مختصر آ قالبی ضیاع<sup>35</sup> کہتے ہیں۔ قالبی ضیاع کو کم سے کم کرنے کے لئے مقناطیسی قالب کو باریک لوہے کی پتیا<sup>36</sup> تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ ان پتروں پر غیر موصل روغن<sup>37</sup> کی تہہ لگائی جاتی ہے تاکہ بھنور نما برقی رو کو روکا جاسکے۔ آپ دیکھیں گے کہ برقی مشین کا قالب عموماً اسی طرح بنایا جاتا ہے۔ شکل 2.15 اور جدول 2.1 میں 0.3048 ملی میٹر موٹی M5 قالبی پتری کا  $B - H$  مواد دیا گیا ہے۔

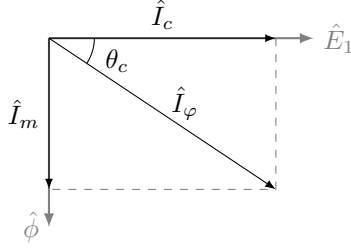
شکل 3.5-الف میں قالبی پتروں کے دو اشکال دکھائے گئے ہیں۔ ان کی صورت کی وجہ سے انہیں ایکے اور تین<sup>38</sup> پتری کہتے ہیں۔ شکل 3.5-ب میں ایک پتروں اور تین پتروں کو دو طرح آپس میں رکھا گیا ہے۔ ان دو طریقوں سے انہیں تہہ در تہہ رکھا جاتا ہے۔ لہذا اگر پہلی تہہ میں ایک دائیں جانب اور تین بائیں جانب رکھا جائے تو اس کے اوپر دوسری تہہ میں ایک کو بائیں جانب اور تین کو دائیں جانب رکھا جائے گا۔ تیسری تہہ میں پھر ایک کو دائیں اور تین کو بائیں جانب رکھا جائے گا، وغیرہ۔ اسی طرح انہیں جوڑ کر شکل 3.5-پ میں دکھایا گیا قالب حاصل کیا جاتا ہے۔

ہیجان انگیز برقی رو بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر میں یکساں ہوتا ہے۔ جیسا کہ پہلے بھی ذکر کیا گیا ہے، قوی ٹرانسفارمر اور موٹروں میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہوتے ہیں جبکہ ان میں ہیجان انگیز برقی رو غیر سائن نما ہوتا ہے۔ یوں اگر

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \varphi &= \phi_0 \sin \omega t = \phi_0 \cos (\omega t - 90^\circ) \\ \hat{\varphi} &= \phi_0 / -90^\circ \end{aligned}$$

eddy current loss<sup>34</sup>  
core loss<sup>35</sup>  
laminations<sup>36</sup>  
enamel<sup>37</sup>  
 $E, I$ <sup>38</sup>





شکل 3.6: مختلف دوری سمتیوں کے زاویے۔

ہو تب

$$(3.5) \quad e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} = \omega N_1 \phi_0 \cos \omega t$$

$$\hat{E}_1 = \omega N_1 \phi_0 / 0$$

ہو<sup>39</sup> گ۔ یہاں  $\phi_0$  مقناطیسی بہاو کے جیٹہ کو ظاہر کرتی ہے اور  $\omega$  زاویائی تعداد ارتعاش یعنی  $2\pi f$  کو ظاہر کرتی ہے جہاں  $f$  تعداد ارتعاش ہے جسے ہر ٹز Hz میں ناپا جاتا ہے۔ جیسا شکل 3.6 میں دکھایا گیا ہے  $\hat{E}_1$  اور  $\hat{\phi}$  کے بیچ  $90^\circ$  کا زاویہ ہو گا۔  $e_1$  برقی دباؤ کی موثر قیمت  $E_{rms}$

$$(3.6) \quad E_{rms} = \frac{\omega N_1 \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \phi_0$$

ہے جس سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.7) \quad \phi_0 = \frac{E_{rms}}{4.44 f N_1 \phi_0}$$

یہاں رکھ کر دوبارہ نظر ثانی کرتے ہیں۔ اگر ایک لچھے پر  $E_{rms}$  موثر برقی دباؤ لاگو کیا جائے تو یہ لچھا اتنا ہیجان انگیز برقی رو  $i_\phi$  گزرنے دیتا ہے جس سے نمودار ہونے والا مقناطیسی بہاو مساوات 3.7 میں دیے گئے مقناطیسی بہاو  $\phi_0$  کے برابر ہو۔ یہ حقیقت نہ صرف ٹرانسفارمر بلکہ کسی بھی مقناطیسی دور کے لئے درست اور لازم ہے۔

غیر سائن نما ہیجان انگیز برقی رو  $i_\phi$  کو فوریر تسلسل<sup>40</sup> سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.8) \quad i_\phi = \sum_n (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

<sup>39</sup> اس مساوات میں اور اس کے بعد پوری کتاب میں امالی برقی دباؤ کے ساتھ منفی علامت نہیں لگائی گئی ہے۔

<sup>40</sup> Fourier series

اس تسلسل میں  $(a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t)$  کو بنیادی جزو<sup>41</sup> جبکہ باقی حصہ کو موسیقائی جزو<sup>42</sup> کہتے ہیں۔ بنیادی جزو میں  $a_1 \cos \omega t$ ، مقناطیسی بہاو سے وجود میں آنے والے امالی برقی دباؤ،  $e_1$  (مساوات 3.5) کے ہم قدم ہے اور دونوں ایک ساتھ بڑھتے اور گھٹتے ہیں جبکہ  $e_1$  کے لحاظ سے  $b_1 \sin \omega t$  نوے درجہ تاخیری زاویہ پر رہتا ہے۔ قالب میں مختلف وجوہات کی بنا برقی طاقت کی ضائع، کو  $a_1 \cos \omega t$  ظاہر کرتی ہے۔ اسی لئے اس جزو کو جزو قالبی ضیاع<sup>43</sup> کہتے ہیں۔ ہیجان انگیز برقی رو  $i_\phi$  سے  $a_1 \cos \omega t$  منفی کر کے مقناطیس بنانے والا برقی رو یا مقناطیسی برقی رو<sup>44</sup> حاصل ہو گا۔ تسلسل کی تیسری موسیقائی جزو سب سے زیادہ اہم ہے۔ قوی ٹرانسفارمر میں تیسرا موسیقائی جزو عموماً کل ہیجان انگیز برقی رو کا 40 فی صد ہوتا ہے۔

ماسوائے جب ہیجان انگیز برقی رو کے اثرات پر غور کیا جا رہا ہو، ہم ہیجان انگیز برقی رو کے غیر سائن نما ہونے کو نظر انداز کرتے ہیں۔ قوی ٹرانسفارمر کا ہیجان انگیز برقی رو اس کے کل برقی رو<sup>45</sup> کا تقریباً 5 فی صد ہوتا ہے لہذا اس کا اثر بہت کم ہوتا ہے۔ یوں ہم ہیجان انگیز برقی رو کو سائن نما تصور کر کے اس کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس فرضی سائن نما ہیجان انگیز برقی رو<sup>46</sup>  $\hat{I}_\phi$  کی موثر قیمت  $I_{\phi, rms}$ ، اصل ہیجان انگیز برقی رو کی موثر قیمت کے برابر رکھی جاتی ہے جبکہ اس کا زاویہ  $\theta_c$  یوں رکھا جاتا ہے کہ اس سے حاصل برقی ضیاع اصل برقی ضیاع کے برابر ہو۔ شکل 3.6 کی مدد سے یہ بات سمجھنی زیادہ آسان ہے۔ قالبی ضیاع  $p_c$  ہونے کی صورت میں  $\theta_c$  کی قیمت یوں منتخب کی جائے گی کہ درج ذیل مساوات درست ہو۔

$$(3.9) \quad p_c = E_{rms} I_{\phi, rms} \cos \theta_c$$

$\hat{I}_\phi$  دباؤ  $\hat{E}_1$  سے  $\theta_c$  تاخیری ہو گا۔

### 3.5 تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص

ہم شکل 3.7 کی مدد سے ٹرانسفارمر کا مطالعہ کرتے ہیں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ ابتدائی لچھا  $N_1$  اور ثانوی لچھا  $N_2$  چکر کا ہے اور دونوں لچھوں کی مزاحمتیں صفر ہیں۔ ہم مزید فرض کرتے ہیں کہ پورا مقناطیسی بہاو قالب میں رہتا اور

<sup>41</sup> fundamental component

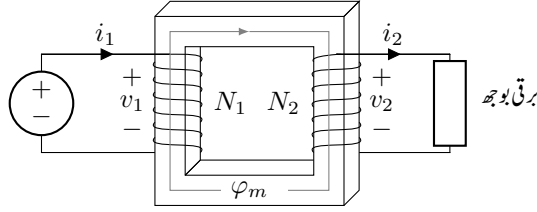
<sup>42</sup> harmonic components

<sup>43</sup> core loss component

<sup>44</sup> magnetizing current

<sup>45</sup> کل برقی رو سے مراد وہ برقی رو ہے جو کل برقی بوجھ لادنے سے حاصل ہوتا ہے۔

<sup>46</sup> یعنی بدلتا برقی رو  $i_\phi$  کو اب دوری سمتیہ کی مدد سے  $\hat{I}_\phi$  لکھتے ہیں



شکل 3.7: کامل بوجھ بردار ٹرانسفارمر۔

دونوں لچھوں سے گزرتا ہے، قالب میں برقی توانائی ضائع نہیں ہوتی اور قالب کا مقناطیسی مستقل اتنا بڑا ہے کہ ہیجان انگیز برقی رو قابل نظر انداز ہے۔ برقی رو  $i_1$  اور  $i_2$  کے رخ یوں رکھے گئے ہیں کہ ان سے پیدا مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں۔ اصل ٹرانسفارمر ان باتوں پر تقریباً پورا اترتا ہے۔ ایسے ٹرانسفارمر کو کامل ٹرانسفارمر<sup>47</sup> کہتے ہیں۔

کامل ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے پر بدلتا برقی دباؤ  $v_1$  لاگو کرنے سے قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ  $\phi_m$  پیدا ہو گا جو ابتدائی لچھے میں، لاگو برقی دباؤ  $v_1$  کے برابر، امالی برقی دباؤ  $e_1$  پیدا کرتا ہے۔

$$(3.10) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$$

یہی مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرے گا اور اس میں  $e_2$  امالی برقی دباؤ پیدا کرے گا جو ثانوی سروں پر برقی دباؤ  $v_2$  کی صورت میں نمودار ہو گا۔

$$(3.11) \quad v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

مساوات 3.10 کو مساوات 3.11 سے تقسیم کرتے ہوئے درج ذیل رشتہ حاصل ہوتا ہے

$$(3.12) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1 \frac{d\phi_m}{dt}}{N_2 \frac{d\phi_m}{dt}} = \frac{N_1}{N_2}$$

جس کے تحت کامل ٹرانسفارمر دونوں لچھوں کے چکروں کی نسبت سے تبادلہ برقی دباؤ<sup>48</sup> کرتا ہے۔

کامل ٹرانسفارمر میں طاقت کا ضیاع نہیں ہوتا ہے لہذا اس کو ابتدائی جانب جتنی برقی طاقت فراہم کی جائے وہ اتنی برقی طاقت ثانوی جانب دے گا:

$$(3.13) \quad p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

ideal transformer<sup>47</sup>  
voltage transformation<sup>48</sup>

درج بالا مساوات سے

$$(3.14) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

لکھا جاسکتا ہے جس کو مساوات 3.12 کے ساتھ ملا کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.15) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

مساوات 3.15 ٹرانسفارمر کی متبادلہ برقی دباؤ اور متبادلہ برقی رو<sup>49</sup> کی خاصیت پیش کرتی ہے جسے عموماً دو حصوں میں یوں لکھا جاتا ہے:

$$(3.16) \quad \begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{N_1}{N_2} & \text{متبادلہ برقی دباؤ} \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{N_2}{N_1} & \text{متبادلہ برقی رو} \end{aligned}$$

اس مساوات کا پہلی جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ دونوں اطراف چکروں کا راست تناسب ہو گا جبکہ مساوات کا دوسری جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کے دونوں اطراف برقی رو چکروں کا بالعکس تناسب ہو گا۔

مثال 3.2: شکل 3.7 میں درج ذیل لیتے ہوئے ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ اور برقی رو معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \hat{V}_1 &= 220\angle 0 \\ N_1 : N_2 &= 220 : 22 \\ Z &= R = 10 \Omega \end{aligned}$$

حل: ابتدائی جانب برقی دباؤ 220 وولٹ دیا گیا ہے۔ ہم ثانوی جانب برقی دباؤ کو مساوات 3.16 کے پہلی جزو کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 220\angle 0 = 22\angle 0$$

ثانوی دباؤ 22 وولٹ ہے جو ابتدائی دباؤ کے ہم قدم ہے۔ ثانوی برقی دباؤ 10 اوہم کی مزاحمت میں برقی رو پیدا کرے گا جسے اوہم کے قانون سے حاصل کرتے ہیں:

$$\hat{I}_2 = \frac{22\angle 0}{10} = 2.2\angle 0$$

ثانوی رو 2.2 امپیئر ہے۔ ابتدائی رو مساوات 3.16 کے دوسری جزو سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2 = \frac{22}{220} \times 2.2/0 = 0.22/0$$

□

اس مثال کے نتائج ایک جگہ لکھ کر ان پر غور کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_1 = 220/0, \quad \hat{V}_2 = 22/0, \quad \hat{I}_1 = 0.22/0, \quad \hat{I}_2 = 2.2/0$$

ابتدائی دباؤ ثانوی دباؤ کے دس گنا ہے جبکہ برقی رو میں قصہ الٹ ہے۔ ثانوی رو ابتدائی رو کے دس گنا ہے۔ طاقت دونوں اطراف برابر ہے۔ یہاں رک کر اس بات کو اچھی طرح سمجھ لیں کہ جس جانب برقی دباؤ زیادہ ہوتا ہے اس جانب برقی رو کم ہو گا۔ یوں زیادہ دباؤ لچھا کے چکر زیادہ ہوں گے اور اس لچھے میں نسبتاً باریک برقی تار استعمال ہو گی جبکہ کم دباؤ لچھا کم چکر کا ہو گا اور اس میں نسبتاً موٹی برقی تار استعمال ہو گی۔ موٹی تار زیادہ رو گزارنے کی سکت رکھتی ہے۔

مثال 3.3: صفحہ 72 پر شکل 3.10-الف میں رکاوٹ  $Z_2$  کو بدلتے برقی دباؤ  $\hat{V}_1$  کے ساتھ ایک ٹرانسفارمر کے ذریعہ جوڑا گیا ہے۔ درج ذیل معلومات کی روشنی میں رکاوٹ میں برقی رو اور طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔

$$\hat{V}_1 = 110/0, \quad Z_2 = R + jX = 3 + j2, \quad N_1 : N_2 = 220 : 22$$

حل: ٹرانسفارمر کی متبادلہ برقی دباؤ کی خاصیت کے تحت ابتدائی 110 وولٹ دباؤ ثانوی جانب درج ذیل دباؤ  $\hat{V}_s$  دے گا۔

$$\hat{V}_s = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 110/0 = 11/0$$

یوں ثانوی رو

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_s}{Z} = \frac{11/0}{3 + j2} = 3.05/-33.69^\circ$$

اور رکاوٹ میں برقی طاقت کا ضیاع  $p_z$  درج ذیل ہو گا۔

$$p_z = I_2^2 R = 3.05^2 \times 3 = 27.9 \text{ W}$$

□



شکل 3.8: متبادلہ رو کی خاصیت۔

### 3.6 ثنائی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر

شکل 3.8 میں ابتدائی لچھے کی تار کی مزاحمت کو  $R$  سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ ثنائی جانب بوجھ  $Z$  ہے۔ فرض کریں ہم  $Z$  اتار کر ٹرانسفارمر کے ثنائی سرے کھلے دور کرتے ہیں۔ بے بوجھ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب بدلتا برقی دباؤ  $v_1$  لچھے میں ہیمجان انگیز برقی رو  $i_\phi$  پیدا کرے گا جس کا مقناطیسی دباؤ  $N_1 i_\phi$  قالب میں گھڑی کے رخ مقناطیسی بہاؤ  $\varphi_m$  پیدا کرے گا۔ بہاؤ  $\varphi_m$  ابتدائی لچھے میں  $e_1$  امالی برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

$$(3.17) \quad e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

ابتدائی رو، فراہم کردہ دباؤ اور ابتدا امالی دباؤ کا تعلق قانون اہم سے لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.18) \quad i_\phi = \frac{v_1 - e_1}{R}$$

اب ہم ثنائی جانب برقی بوجھ  $Z$  لادتے ہیں۔ بوجھ بردار ٹرانسفارمر<sup>51</sup> کے ثنائی جانب برقی رو  $i_2$  رواں ہو گا جس کی وجہ سے  $N_2 i_2$  مقناطیسی دباؤ وجود میں آئے گا۔ یہ مقناطیسی دباؤ قالب میں گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی بہاؤ  $\varphi_2$  پیدا کرے گا۔ یوں قالب میں مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہو کر (گھٹ کر)  $\varphi_m = \varphi_2$  اور ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ گھٹ کر  $e_2$  ہو جائے گا۔ مساوات 3.18 کے تحت امالی دباؤ گھٹنے کی وجہ سے ابتدائی رو بڑھے گا۔

آپ نے دیکھا کہ ثنائی جانب کا رو قالب میں مقناطیسی بہاؤ تبدیل کر کے ابتدائی لچھے کو بوجھ کے بارے میں خبردار کرتا ہے۔

<sup>50</sup>  $\varphi_m$  کو یہاں کہا گیا ہے۔  
loaded transformer<sup>51</sup>

آئیں  $R$  کی قیمت کو نظر انداز کرتے ہوئے بے بار ٹرانسفارمر سے شروع کر کے اس عمل کو زیادہ باریکی سے دیکھیں۔ ٹرانسفارمر کو  $v_1$  فراہم کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز رو  $i_\varphi$  پیدا ہو گا جو قالب پر  $N_1 i_\varphi$  مقناطیسی دباؤ مسلط کر کے اس میں گھڑی کے رخ بہاؤ  $\varphi_m$  پیدا کرے گا۔ یہ بہاؤ لچھے میں امالی دباؤ  $e_1$  پیدا کرتا ہے۔ ابتدائی لچھے کی مزاحمت نظر انداز کرتے ہوئے  $v_1 = e_1$  ہو گا لہذا مساوات 3.17 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(3.19) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

اب ٹرانسفارمر پر  $Z$  بوجھ ڈالتے ہیں۔ اس بوجھ کی بنا ثانوی لچھے میں  $i_2$  رو پیدا ہو گا جو قالب پر گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی دباؤ  $N_2 i_2$  مسلط کر کے اس میں گھڑی کے مخالف رخ بہاؤ  $\varphi_2$  پیدا کرے گا۔ اگر  $\varphi_2$  کا کچھ نہ کیا جائے تب قالب میں کل مقناطیسی بہاؤ گھٹ کر  $\varphi_m - \varphi_2$  ہو جائے گا اور ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ گھٹ جائے گا۔ مساوات 3.19 کے تحت یہ ایک ناممکن صورت حال ہے چونکہ  $e_1$  کو ہر صورت  $v_1$  کے برابر ہونا ہو گا (یاد رہے  $v_1$  کی قیمت جوں کی توں ہے)۔ لہذا  $\varphi_2$  کے اثر کو ختم کرنے کے لئے ابتدائی لچھے میں برقی رو  $i_1$  نمودار ہو گا جس سے پیدا مقناطیسی دباؤ  $N_1 i_1$  مقناطیسی دباؤ  $N_2 i_2$  کے اثر کو ختم کر دے گا۔ یوں  $N_1 i_1$  اور  $N_2 i_2$  کا مجموعی مقناطیسی دباؤ صفر ہو گا۔

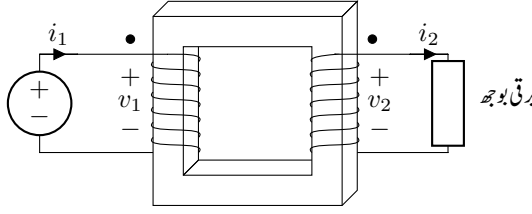
$$(3.20) \quad N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

درج بالا مساوات میں دونوں دباؤ ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہذا ان کا مجموعہ درحقیقت ان کے فرق کے برابر ہو گا۔ مقناطیسی دباؤ  $N_1 i_1$  اور  $N_2 i_2$  قالب میں ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہذا یہ ایک دوسرے کے اثر کو مکمل طور پر ختم کرتے ہیں۔ یوں بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر دونوں میں مقناطیسی بہاؤ  $\varphi_m$  کے برابر ہو گا۔ مساوات 3.20 سے تبادلہ رو کا کلیہ اخذ کیا جاسکتا ہے:

$$(3.21) \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

### 3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب

شکل 3.9 میں جس لمحہ پر ابتدائی لچھے کا بالائی سر مثبت برقی دباؤ پر ہو، اس لمحہ پر ثانوی لچھے کا بالائی سر مثبت دباؤ پر ہے۔ اس حقیقت کو لچھوں پر نقطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں نقطہ سروں پر دباؤ ہم قدم ہوں گے۔



شکل 3.9: ٹرانسفارمر کی علامت میں نقطوں کا مفہوم۔

مزید ابتدائی لچھے کے نقطی سر سے مثبت برقی رو لچھے میں داخل جبکہ ثانوی لچھے کے نقطی سر سے مثبت برقی رو لچھے سے خارج ہوگی۔

### 3.8 رکاوٹ کا متبادلہ

اس حصہ میں کامل ٹرانسفارمر میں رکاوٹ کے متبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ شکل 3.10-الف میں ایک ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس کی ابتدائی جانب سائن نما برقی دباؤ  $\hat{V}_1 = V_1/\theta$  لاگو کیا گیا ہے۔ یہاں دوری سمتیہ استعمال کئے جائیں گے۔ ٹرانسفارمر پر نقطے ہم قدم سروں کی نشاندہی کرتے ہیں۔

جیسے اوپر ذکر ہوا، برقی دباؤ  $\hat{V}_1$  اور آپس میں ہم قدم ہیں اور اسی طرح برقی رو  $\hat{I}_1$  اور آپس میں ہم قدم ہیں۔ مساوات 3.12 اور مساوات 3.21 کو دوری سمتیہ کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \hat{V}_2 \\ \hat{I}_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \hat{I}_2\end{aligned}\quad (3.22)$$

خارجی دباؤ، رو اور رکاوٹ کا تعلق قانون اہم سے لکھتے ہیں۔

$$\hat{Z}_2 = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = |Z_2|/\theta_z \quad (3.23)$$

مساوات 3.22 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جہاں آخری قدم پر رکاوٹ کی قیمت پر کی گئی ہے۔

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \quad (3.24)$$



یوں داخلی رو درج ذیل ہو گا۔

$$(3.25) \quad \hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{(N_1/N_2)^2 Z_2}$$

شکل 3.10-ب میں  $\hat{V}_1$  درج ذیل قیمت کے رکاوٹ  $Z'_2$  کو فراہم کیا گیا ہے۔

$$(3.26) \quad Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2$$

آپ تسلی کر لیں کہ اس دور میں بھی  $\hat{V}_1$  کا برقی رو مساوات 3.25 دیتی ہے۔

مساوات 3.25 سے نسبت  $\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1}$  لکھتے ہیں جو شکل 3.10-ب کے تحت  $Z'_2$  کے برابر ہے۔

$$(3.27) \quad \frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2$$

دونوں ادوار سے  $\hat{V}_1$  کی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

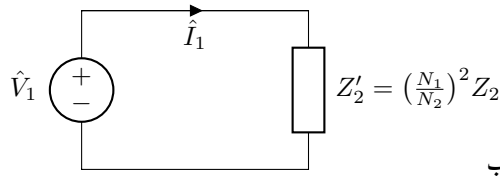
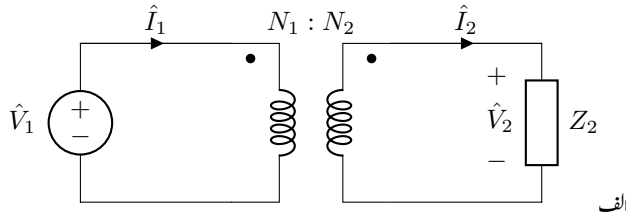
$$(3.28) \quad p = \hat{V}_1 \cdot \hat{I}_1 = \frac{V_1^2 \cos \theta_z}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 |Z_2|}$$

یوں حساب کرنے کے نقطہ نظر سے ہم  $\hat{V}_1$  کو مساوات 3.26 میں دی گئی قیمت کے رکاوٹ  $Z'_2$  پر لاگو کرتے ہوئے  $\hat{V}_1$  کا برقی رو اور طاقت جان سکتے ہیں۔

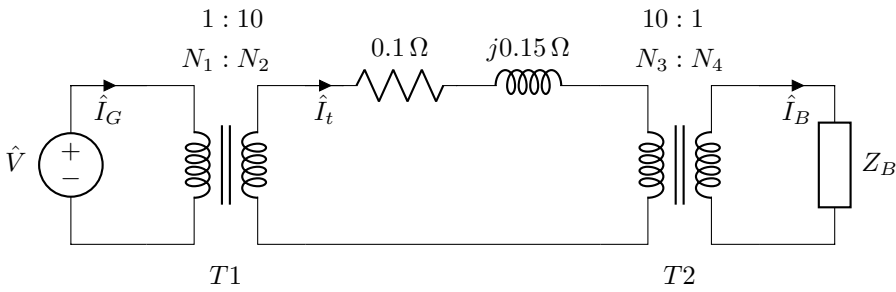
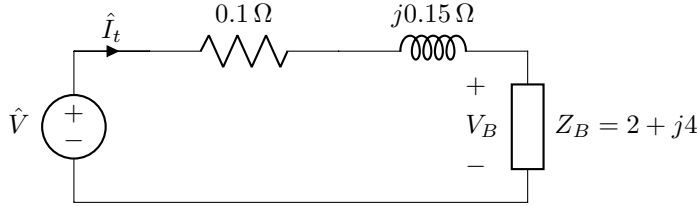
منبع  $\hat{V}_1$  کو شکل 3.10-الف اور ب میں کوئی فرق نظر نہیں آتا ہے۔ اس کے ساتھ ٹرانسفارمر کے ذریعہ  $Z_2$  جوڑنا یا بغیر ٹرانسفارمر  $Z'_2$  جوڑنا ایک برابر ہے۔ ٹرانسفارمر  $Z_2$  کو یوں تبدیل کرتا ہے کہ  $\hat{V}_1$  کو رکاوٹ  $Z'_2$  نظر آتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی اس خاصیت کو تبادلہ رکاوٹ<sup>52</sup> کی خاصیت کہتے ہیں جس کو درج ذیل مساوات بیان کرتی ہے۔

$$(3.29) \quad Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2$$

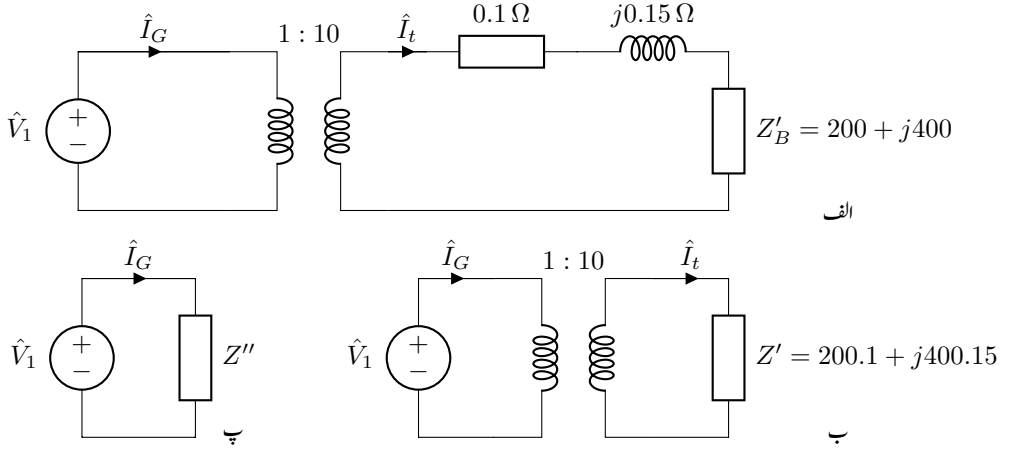
ہم حساب کرنے کی خاطر رکاوٹ کو ٹرانسفارمر کی ایک جانب سے دوسری جانب منتقل کر سکتے ہیں۔



شکل 3.10: ٹرانسفارمر کی خاصیت متبادلہ رکاوٹ۔



شکل 3.11: برقی طاقت کی منتقلی۔



شکل 3.12: ٹرانسفارمر قدم با قدم حل کرنے کا طریقہ۔

مثال 3.4: شکل 3.11-الف میں رکاوٹ  $Z_B$  کا برقی بوجھ ایک جزیئر پر لدا ہے۔ بوجھ تک برقی طاقت دو برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کیا گیا ہے۔ ان تاروں کا مجموعہ رکاوٹ  $Z_t$  ہے۔

شکل-ب میں جزیئر کے قریب نسب برقی دباؤ بڑھانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا بڑھاتا ہے اور برقی بوجھ کے قریب نسب برقی دباؤ گھٹانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا گھٹاتا ہے۔ دونوں ٹرانسفارمرز کے بیچ تاروں کا مجموعہ رکاوٹ  $Z_t$  ہے جبکہ باقی مستعمل تاروں کی رکاوٹ قابل نظر انداز ہے۔ دونوں اشکال میں

$$Z_B = 2 + j4, \quad Z_t = 0.1 + j0.15, \quad \hat{V} = 415 \angle 0$$

لیتے ہوئے

- برقی بوجھ پر برقی دباؤ معلوم کریں،
- برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع معلوم کریں۔

حل الف:

$$\begin{aligned}\hat{I}_t &= \frac{\hat{V}}{Z_t + Z_B} = \frac{415/0}{0.1 + j0.15 + 2 + j4} \\ &= \frac{415/0}{2.1 + j4.15} = 89.23/-63.159^\circ \\ &= 40.3 - j79.6\end{aligned}$$

یوں رکاوٹ پر برقی دباؤ

$$\begin{aligned}\hat{V}_B &= \hat{I}_B Z_B = (40.3 - j79.6)(2 + j4) \\ &= 399 + j2 = 399/0.287^\circ\end{aligned}$$

اور برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 89.23^2 \times 0.1 = 796 \text{ W}$$

حل ب: شکل 3.11 اور شکل 3.12 سے رجوع کریں۔ شکل 3.11 میں ٹرانسفارمر  $T_2$  کے ثانوی رکاوٹ کو مساوات 3.26 کی مدد سے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہیں۔

$$Z'_B = \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 Z_B = \left(\frac{10}{1}\right)^2 (2 + j4) = 200 + j400$$

یوں شکل 3.12-الف حاصل ہوتا ہے جس میں برقی تار کا رکاوٹ اور متبادلہ شدہ رکاوٹ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ان کے مجموعہ کو  $Z'$

$$Z' = Z_t + Z'_B = 0.1 + j0.15 + 200 + j400 = 200.1 + j400.15$$

لکھتے ہوئے شکل 3.12-ب حاصل ہوتا ہے۔ ایک مرتبہ دوبارہ مساوات 3.26 استعمال کرتے ہوئے  $Z'$  کو ٹرانسفارمر کے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہوئے

$$Z'' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z' = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (200.1 + j400.15) = 2.001 + j4.0015$$

شکل 3.12-پ حاصل ہو گا جس سے جنریٹر کا برقی رد درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}_G = \frac{\hat{V}}{Z''} = \frac{415/0}{2.001 + j4.0015} = 92.76/-63.432^\circ$$

شکل 3.12-ب میں جزیٹر کا برقی رو جانتے ہوئے متبادلہ برقی رو سے  $\hat{I}_t$  حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_t = \left( \frac{N_1}{N_2} \right) \hat{I}_G = \left( \frac{1}{10} \right) 92.76 \angle -63.432^\circ = 9.276 \angle -63.432^\circ$$

یوں برقی تار میں طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 9.276^2 \times 0.1 = 8.6 \text{ W}$$

اسی طرح شکل 3.11 میں  $\hat{I}_t$  جانتے ہوئے متبادلہ برقی رو سے

$$\begin{aligned} \hat{I}_B &= \left( \frac{N_3}{N_4} \right) \hat{I}_t = \left( \frac{10}{1} \right) 9.276 \angle -63.432^\circ \\ &= 92.76 \angle -63.432^\circ = 41.5 - j82.9 \end{aligned}$$

حاصل کیا جاسکتا ہے۔ رکاوٹ پر برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{V}_B = \hat{I}_B Z_B = (41.5 - j82.9) (2 + j4) = 414 + j0.2$$

بغیر ٹرانسفارمر استعمال کیے برقی تاروں میں طاقت کا ضیاع 796 واٹ جبکہ ٹرانسفارمر استعمال کرتے ہوئے صرف 8.6 واٹ یعنی 92 گنا کم ہے۔ اسی میں ٹرانسفارمر کی مقبولیت کا راز ہے۔ □

### 3.9 ٹرانسفارمر کا وولٹ-ایکمیٹر

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ لچھوں کے چکروں پر منحصر ہوتا ہے۔ ٹرانسفارمر ایک مخصوص برقی دباؤ اور برقی رو کے لئے بنایا جاتا ہے۔ ٹرانسفارمر بناوٹی برقی دباؤ  $V_1 : V_2$  سے کم برقی دباؤ پر بھی استعمال کیا جاسکتا ہے اگرچہ عموماً اسے بناوٹی برقی دباؤ پر ہی چلایا جاتا ہے۔ اسی طرح ٹرانسفارمر بناوٹی برقی رو  $I_1 : I_2$  سے کم برقی رو پر بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔ حقیقی استعمال میں ٹرانسفارمر کا برقی رو عموماً بناوٹی قیمت سے کم ہوتا ہے۔

ٹرانسفارمر کی ایک جانب کے برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب دوسری جانب کے برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب کا برابر ہوتا ہے۔

$$(3.30) \quad V_1 I_1 = V_2 I_2$$

برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب،  $V_1 I_1$  یا  $V_2 I_2$ ، کو ٹرانسفارمر کا وولٹ ضرب ایمپیئر یا مختصراً وولٹ-ایمپیئر<sup>53</sup> کہتے ہیں<sup>54</sup> جو ٹرانسفارمر کے برقی سکت کا ناپ ہے۔ ٹرانسفارمر اور دیگر برقی مشین، مثلاً موٹر اور جنریٹر جو ٹرانسفارمر کے بنیادی اصولوں پر کام کرتے ہیں، پر نسب معلوماتی تختی پر ان کا سکت، بناوٹی برقی دباؤ اور بناوٹی تعداد لکھا جاتا ہے۔ یوں ٹرانسفارمر کا وولٹ-ایمپیئر درج ذیل ہو گا۔

$$(3.31) \quad \text{وولٹ-ایمپیئر} = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

مثال 3.5: ایک 25000 وولٹ-ایمپیئر اور 220 : 11000 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کی جانب 11000 وولٹ لاگو ہیں۔

- اس کی ثانوی جانب زیادہ سے زیادہ کتنا برقی بوجھ ڈالا جاسکتا ہے؟
- زیادہ سے زیادہ برقی بوجھ پر ٹرانسفارمر کا ابتدائی برقی رو حاصل کریں۔

حل: اس ٹرانسفارمر کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$25 \text{ kV A}, \quad 11000 : 220 \text{ V}$$

تبادلہ برقی دباؤ کی مساوات سے ثانوی برقی دباؤ 220 وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ ثانوی یعنی کم برقی دباؤ جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو مساوات 3.31 سے حاصل ہو گا۔

$$I_2 = \frac{25000}{220} = 113.636 \text{ A}$$

اسی طرح ابتدائی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو اسی مساوات سے حاصل ہو گا۔

$$I_1 = \frac{25000}{11000} = 2.27 \text{ A}$$

□

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب لچھوں میں استعمال برقی تار کی موٹائی یوں رکھی جاتی ہے کہ ان میں کثافت برقی  $J$ ،<sup>55</sup> یکساں ہو۔ لچھوں کی مزاحمت میں برقی رو گزرنے سے برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جس سے تار گرم ہوتی

<sup>53</sup> volt-ampere, VA

<sup>54</sup> وولٹ-ایمپیئر کو عموماً کلو وولٹ-ایمپیئر یعنی kV A میں بیان کیا جاتا ہے۔

<sup>55</sup> 1000 kV A ٹرانسفارمر کی لچھوں میں کثافت برقی رو تقریباً  $3 \text{ A/mm}^2$  رکھی جاتی ہے

ہے۔ ٹرانسفارمر کے برقی رو کی حد لچھوں کی گرمائش پر منحصر ہوتی ہے۔ تار کی زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کو محفوظ حد کے اندر رکھا جاتا ہے۔ زیادہ درجہ حرارت سے تار پر لگا روغن خراب ہو گا اور تار کا ایک چکر دوسرے چکر کے ساتھ کسر دور ہو گا۔ ایسا ہونے سے ٹرانسفارمر جل کر خراب ہو جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر کا قالب اور لچھے غیر موصل تیل سے بھری ٹینکی میں ڈبو کر رکھے جاتے ہیں۔ اس تیل کو ٹرانسفارمر تیل<sup>56</sup> کہتے ہیں۔ یہ تیل برقی لچھوں کی حرارت کم کرنے اور (غیر موصل ہونے کی بنا) مختلف برقی دباؤ کے حصوں کو برقی طور پر جدا رکھنے میں مدد دیتا ہے۔ ٹرانسفارمر تیل تقریباً  $80^{\circ}\text{C}$  پر خراب ہونا شروع ہوتا ہے اور ہر  $8^{\circ}\text{C}$  اضافی درجہ حرارت پر اس کی زندگی آدھی رہ جاتی ہے۔ یوں اگر  $80^{\circ}\text{C}$  پر تیل کی کارآمد زندگی  $x$  سال ہو تب  $88^{\circ}\text{C}$  پر  $x/2$  سال اور  $96^{\circ}\text{C}$  پر صرف  $x/4$  سال ہو گی۔

ٹرانسفارمر تیل گرم ہو کر پھیلتا ہے جس کی بنا اس کی کثافت کم ہوتی ہے۔ یوں ٹینکی میں گرم تیل اوپر اور ٹھنڈا تیل نیچے مسلسل منتقل ہو گا۔ گرم تیل کو ٹھنڈا کرنے کے لئے ٹینکی کے ساتھ بہت سارے پائپ منسلک کئے جاتے<sup>57</sup> جن میں گرم تیل اوپر سے داخل ہوتا ہے۔ پائپ کا سطحی رقبہ زیادہ ہونے کی بنا ہوا اسے جلد ٹھنڈا کرتی ہے، اس میں تیل کا درجہ حرارت گھٹتا اور کثافت بڑھتی ہے۔ ٹھنڈا تیل پائپ میں نیچے حرکت کرتے ہوئے دوبارہ ٹینکی میں داخل ہوتا ہے۔

### 3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار

#### 3.10.1 لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے کی مزاحمت  $R_1$  پر حصہ 3.3، مساوات 3.2 میں بات کی گئی جہاں مزاحمت کو لچھے سے باہر سلسلہ وار جڑا دکھایا گیا تھا۔ انہیں دیکھیں ہم حساب کی خاطر کیسے مزاحمت کو لچھے سے علیحدہ کر سکتے ہیں۔

شکل 3.13- الف میں ایک لچھے پر بدلتا برقی دباؤ لاگو کیا گیا ہے۔ اگر لچھے کی برقی تار کو چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تب ہر ٹکڑے کی ایک چھوٹی مزاحمت  $\Delta R$  اور ایک چھوٹا متعاملہ  $j \Delta X$  ہو گا۔ تار کا ایسا ایک



شکل 3.13: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ۔

ٹکڑا شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ لچھا ان سب ٹکڑوں کے سلسلہ وار جڑنے سے بنتا ہے لہذا شکل-الف کو ہم شکل-پ کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں لچھے کے  $n$  ٹکڑے کیے گئے ہیں۔

اس دور کی مساوات

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + j\Delta X_1 + \Delta R_2 + j\Delta X_2 + \cdots \Delta R_n + j\Delta X_n) \\ &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n) + \hat{I}_1 (j\Delta X_1 + j\Delta X_2 + \cdots j\Delta X_n)\end{aligned}$$

ہے جس میں

$$\begin{aligned}R &= \Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n \\ X &= \Delta X_1 + \Delta X_2 + \cdots \Delta X_n\end{aligned}$$

لکھ کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.32) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R + jX)$$

شکل 3.14 سے بھی مساوات 3.32 لکھی جاسکتی ہے۔ یوں حساب کی خاطر لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ علیحدہ کیے جاسکتے ہیں۔

transformer oil<sup>56</sup>

<sup>57</sup> والیڈاکے ٹرانسفارمر کا بیرونی حصہ انہیں پائپوں پر مشتمل ہوتا ہے۔





شکل 3.14: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کی علیحدگی۔

## 3.10.2 رستا امالہ

یہاں تک ہم کامل ٹرانسفارمر پر بحث کرتے رہے ہیں۔ اب ہم ٹرانسفارمر میں ان عناصر کا ذکر کرتے ہیں جن کی وجہ سے ٹرانسفارمر غیر کامل ہوتا ہے۔ بہت سی جگہوں پر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت ان عناصر کو مد نظر رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ ان عناصر کے اثرات کو شامل کرنے کے لئے ہم ٹرانسفارمر کا مساوی دور بناتے ہیں۔

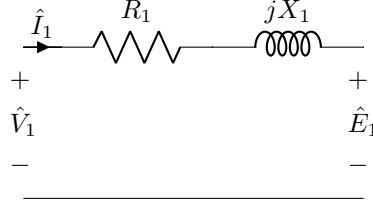
ابتدائی لچھے کے مقناطیسی بہاو کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ پہلا حصہ وہ جو قالب سے گزر کر ابتدائی اور ثانوی لچھے دونوں کے اندر سے گزرتا ہے۔ یہ مشترکہ مقناطیسی بہاو ہے۔ دوسرا حصہ وہ جو صرف ابتدائی لچھے سے گزرتا ہے اور زیادہ تر قالب کے باہر خلاء میں رہتا ہے۔ اس کو رستا مقناطیسی بہاو<sup>58</sup> کہتے ہیں۔ چونکہ ہوا کا مقناطیسی مستقل  $\mu_0$  اٹل ہے لہذا یہاں ہچکچاہٹ بھی اٹل ہوگی۔ یوں رستا مقناطیسی بہاو ابتدائی لچھے کے برقی رو کا راست متناسب ہوگا۔

رستا امالہ کے اثر کو بالکل لچھے کی مزاحمت کی طرح لچھے سے باہر رستا امالہ  $L_1$ <sup>59</sup> یا رستا متعاملہ  $X_1 = 2\pi f L_1$ <sup>60</sup> سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے میں برقی رو  $\hat{I}_1$  گزرنے سے رستا متعاملہ میں  $\hat{V}_{X1} = j \hat{I}_1 X_1$  برقی دباؤ اور لچھے کے تار کی مزاحمت میں  $\hat{V}_{R1} = \hat{I}_1 R_1$  برقی دباؤ گھٹتا ہے۔

جیسا شکل 3.15 میں دکھایا گیا ہے، ابتدائی لچھے پر لاگو دباؤ  $\hat{V}_1$ ، مزاحمت  $R_1$  اور متعاملہ  $X_1$  میں گھٹاؤ اور ابتدائی امالی دباؤ  $\hat{E}_1$  کا مجموعہ ہوگا۔

leakage magnetic flux<sup>58</sup>  
leakage inductance<sup>59</sup>  
leakage reactance<sup>60</sup>



شکل 3.15: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ اول۔

### 3.10.3 ثانوی برقی رو اور قالب کے اثرات

قالب میں دونوں لچھوں کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ان کے مجموعی مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ اس حقیقت کو ایک مختلف اور بہتر انداز میں بیان کیا جاسکتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ ابتدائی برقی رو کو دو شرائط مطمئن کرنے ہوں گے۔ اول اسے قالب میں ہیجانی مقناطیسی بہاؤ وجود میں لانا ہو گا اور دوم اسے ثانوی لچھے کے پیدا کردہ مقناطیسی بہاؤ کو ختم کرنا ہو گا۔ لہذا ابتدائی برقی رو کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ ایک حصہ  $i_{\phi}$  جو ہیجانی مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے اور دوسرا  $\hat{I}_2'$  جو ثانوی لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا اثر ختم کرتا ہے۔ یوں  $\hat{I}_2'$  درج ذیل ہو گا۔

$$(3.33) \quad \hat{I}_2' = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2$$

ثانوی لچھے کے مقناطیسی بہاؤ کے اثر کو ختم کرنے پر حصہ 3.6 میں غور کیا گیا ہے۔

اگرچہ برقی رو  $i_{\phi}$  غیر سائن نما ہوتا ہے ہم اسے سائن نما  $\hat{I}_{\phi}$  تصور کر کے دو حصوں،  $\hat{I}_c$  اور  $\hat{I}_m$ ، میں تقسیم کرتے ہیں۔

$$(3.34) \quad \hat{I}_{\phi} = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

مذکورہ بالا مساوات میں برقی رو کو دوری سمتیات کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ ان میں  $\hat{I}_c$  ابتدائی لچھے کے امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_1$  کا ہم قدم ہے اور قالب میں برقی توانائی کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے جبکہ  $\hat{I}_m$  وہ حصہ ہے جو  $\hat{E}_1$  سے نوے درجہ تاخیر<sup>61</sup> زاویہ پر رہتا اور لچھے میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے۔

شکل 3.16 میں  $R_c$  اور  $jX_m$  بالترتیب برقی رو  $\hat{I}_c$  اور  $\hat{I}_m$  کے اثرات کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیے گئے ہیں۔ مزاحمت  $R_c$  کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ اس میں برقی طاقت کا ضیاع اصل قالبی ضیاع کے برابر

<sup>61</sup>lagging



شکل 3.16: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ دوم۔

ہو یعنی  $p_c = E_{1,rms}^2 / R_c$  یوں  $R_c = E_{1,rms}^2 / p_c$  ہو گا۔ اسی طرح  $jX_m$  کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ  $\hat{I}_m = \hat{E}_1 / jX_m$  ہو۔  $R_c$  اور  $jX_m$  کی مقدار اصل برقی دباؤ اور تعدد پر حاصل کئے جاتے ہیں۔

#### 3.10.4 ثنائی لچھے کا امالی برقی دباؤ

قالب میں مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ثنائی لچھے میں امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_2$  پیدا کرے گا۔ چونکہ یہی مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں  $\hat{E}_1$  امالی پیدا کرتا ہے لہذا درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.35) \quad \frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

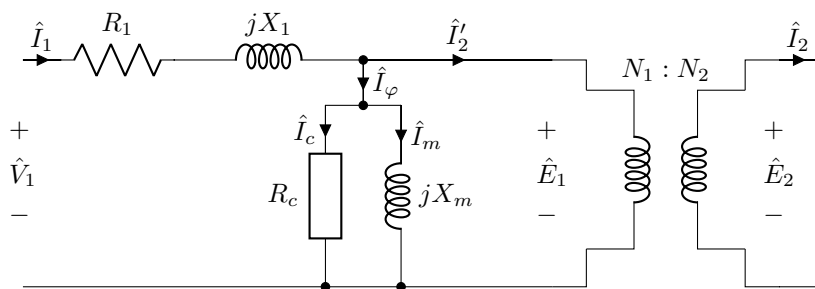
مساوات 3.34 اور مساوات 3.35 کو ایک کامل ٹرانسفارمر سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جسے شکل 3.17 میں دکھایا گیا ہے۔

#### 3.10.5 ثنائی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات

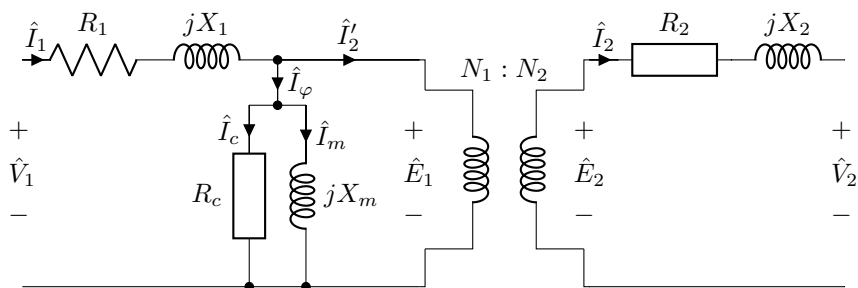
ثنائی لچھے میں امالی دباؤ  $\hat{E}_2$  پیدا ہو گا۔ ابتدائی لچھے کی طرح، ثنائی لچھے کی مزاحمت  $R_2$  اور متعاملہ  $jX_2$  ہوں گے جن میں ثنائی برقی رو  $\hat{I}_2$  کی بنا برقی دباؤ گھٹے گا۔ یوں ثنائی لچھے کے سروں پر برقی دباؤ  $\hat{V}_2$  قدر کم ہو گا:

$$(3.36) \quad \hat{V}_2 = \hat{E}_2 - \hat{I}_2 R_2 - j \hat{I}_2 X_2$$

یوں حاصل ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور یا ریاضی نمونہ<sup>62</sup> شکل 3.18 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.17: ترانسفارمر مساوی دور، حصہ ٹوم۔



شکل 3.18: ترانسفارمر مکمل مساوی دور پاریاضی نمونہ۔



شکل 3.19: ثنائی جانب رکاوٹ کا ابتدائی جانب متبادلہ کیا گیا ہے۔



شکل 3.20: ابتدائی جانب رکاوٹ کا ثنائی جانب متبادلہ کیا گیا ہے۔

## 3.10.6 رکاوٹ کا ابتدائی ثنائی جانب متبادلہ

شکل 3.18 میں تمام اجزاء کا متبادلہ ابتدائی یا ثنائی جانب کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے کامل ٹرانسفارمر کو مساوی دور کی بائیں یا دائیں جانب رکھا جاسکتا ہے۔ شکل 3.19 میں ثنائی رکاوٹ کو ابتدائی جانب منتقل کیا گیا ہے جبکہ شکل 3.20 میں ابتدائی رکاوٹوں کا متبادلہ ثنائی جانب کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 3.20 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مساوی ادوار میں کامل ٹرانسفارمر عموماً دکھایا نہیں جاتا ہے۔

متبادلہ شدہ رکاوٹ  $Z$  کو  $Z'$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں متبادلہ شدہ  $R_2$  کو  $R'_2$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ایسا دور استعمال کرتے وقت یاد رکھنا ہو گا کہ مساوی دور میں اجزاء کس جانب منتقل کیے گئے ہیں۔

مثال 3.6: ایک 50 کلو وولٹ-ایمپیر اور 220 : 2200 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کی زیادہ برقی دباؤ جانب رستار رکاوٹ  $Z_1 = 0.9 + j1.2$  اوہم، کم برقی دباؤ جانب رستار رکاوٹ  $Z_2 = 0.0089 + j0.011$  اوہم

،  $R_c = 6.4 \text{ k}\Omega$  اور  $X_m = 47 \text{ k}\Omega$  ہیں۔ اس کے لئے شکل 3.19 اور شکل 3.20 میں استعمال ہونے والے اجزاء معلوم کریں۔

حل الف: معلومات:

$$50 \text{ kV A}, \quad 50 \text{ Hz}, \quad 2200 : 220 \text{ V}$$

ٹرانسفارمر کے برقی دباؤ سے لچھوں کے چکر کا تناسب حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{2200}{220} = \frac{10}{1}$$

زیادہ برقی دباؤ جانب تبادلہ شدہ اجزاء درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} R'_2 + jX'_2 &= \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 (R_2 + jX_2) \\ &= \left( \frac{10}{1} \right)^2 (0.0089 + j0.011) \\ &= 0.89 + j1.1 \end{aligned}$$

مساوی دور میں باقی رکاوٹ پہلے سے زیادہ برقی دباؤ جانب ہیں لہذا یہ تبدیل نہیں ہوں گے۔ یوں شکل 3.19 کے جزو حاصل ہوئے۔

حل ب: مساوی دور کے اجزاء کا تبادلہ کم دباؤ جانب کرتے ہیں۔

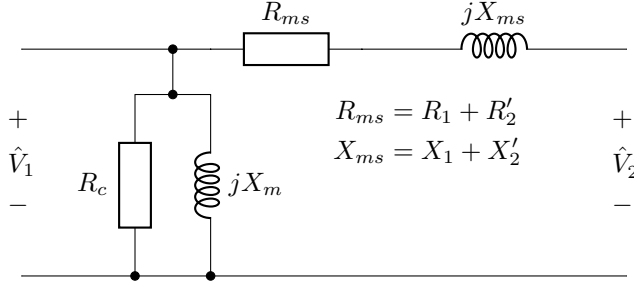
$$\begin{aligned} R'_1 + jX'_1 &= \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 (R_1 + jX_1) \\ &= \left( \frac{1}{10} \right)^2 (0.9 + j1.2) \\ &= 0.009 + j0.012 \end{aligned}$$

اسی طرح درج ذیل حاصل ہوں گے

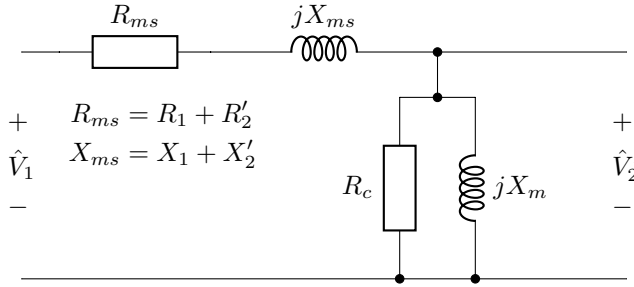
$$\begin{aligned} R'_c &= \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 R_c = 64 \\ X'_m &= \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 X_m = 470 \end{aligned}$$

□

جبکہ  $Z_2$  پہلے سے کم برقی دباؤ جانب ہے لہذا اس کی قیمت تبدیل نہیں ہوگی۔



شکل 3.21:  $R_c$  اور  $jX_m$  کو بائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



شکل 3.22:  $R_c$  اور  $jX_m$  کو دائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔

### 3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار

ایک انجینئر ٹرانسفارمر استعمال وقت حساب کی خاطر شکل 3.19 یا شکل 3.20 کے ادوار استعمال کر سکتا ہے۔ یہ ادوار حقیقی ٹرانسفارمر کی بہت اچھی عکاسی کرتے ہیں۔ البتہ جہاں بہت صحیح جوابات مطلوب نہ ہوں وہاں ان ادوار کی سادہ اشکال بھی استعمال کی جاسکتی ہیں۔ اس حصہ میں ہم ایسے سادہ مساوی ادوار حاصل کرتے ہیں۔

شکل 3.19 میں  $R_c$  اور  $X_m$  کو  $R_1 + jX_1$  کے بائیں منتقل کرنے سے شکل 3.21 اور  $R'_2 + jX'_2$  کے دائیں منتقل کرنے سے شکل 3.22 حاصل ہوتے ہیں۔ چونکہ  $\hat{I}_\phi$  کی مقدار نہایت کم<sup>63</sup> ہوتی ہے لہذا ایسا کرنے سے نتائج پر خاص فرق نہیں پڑتا ہے۔

شکل 3.21 اور شکل 3.22 میں سلسلہ وار جڑے  $R_1$  اور  $R'_2$  کو  $R_{ms}$  جبکہ سلسلہ وار جڑے  $X_1$  اور  $X'_2$  کو  $X_{ms}$  لکھا گیا ہے۔ اسی قسم کے ادوار شکل 3.20 سے بھی حاصل ہوتے ہیں۔

<sup>63</sup>  $\hat{I}_\phi$  ٹرانسفارمر کے کل برقی بوجھ کا صرف دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔



شکل 3.23: ٹرانسفارمر کے سادہ مساوی ادوار۔

شکل 3.19 میں  $R_c$  اور  $X_m$  رکاوٹ  $R_1 + jX_1$  اور  $R_2' + jX_2'$  کے بیچ ہیں۔ ایسا دور حل کرنا مشکل ہوتا ہے۔ اس کے برعکس شکل 3.21 اور شکل 3.22 میں یہ اجزاء باقی دور کے بائیں یا دائیں ہاتھ ہیں اور ایسے ادوار کا حل نسبتاً زیادہ آسان ہوتا ہے۔

مزید سادہ دور حاصل کرنے کی خاطر  $I_\phi$  کو صفر تصور کر کے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں مساوی دور میں  $R_c$  اور  $jX_m$  کو کھلے دور تصور کرتے ہوئے دور سے ہٹایا جاسکتا ہے۔ شکل 3.23-الف میں ایسا کیا گیا ہے۔ اس دور میں قالب کے اثرات کو مکمل طور پر نظر انداز کیا گیا ہے۔

بیشتر وقت اس سے بھی کم درستی کے نتائج مطلوب ہوتے ہیں۔ یوں  $X_{ms} \gg R_{ms}$  کی بنا پر  $R_{ms}$  کو نظر انداز کرتے ہوئے شکل 3.23-ب حاصل کیا گیا ہے۔ اس شکل میں  $X_{ms}$  کو بھی نظر انداز کرنے سے کامل ٹرانسفارمر حاصل ہو گا جو  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$  پر پورا اترتا ہے۔

### 3.11 کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ

گزشتہ حصہ میں ٹرانسفارمر کے مساوی ادوار پر بات کی گئی۔ ان مساوی ادوار کے اجزاء ٹرانسفارمر کے دو معائنوں سے حاصل کئے جاسکتے ہیں جنہیں کھلا دور معائنہ اور کسر دور معائنہ کہتے ہیں۔ اس حصہ میں ان معائنوں پر غور کیا گیا ہے۔



## 3.11.1 کھلا دور معائنہ

کھلا دور معائنہ<sup>64</sup>، جیسا کہ نام سے واضح ہے، ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سروں کو آزاد رکھ کر کیا جاتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کی بناوٹی<sup>65</sup> برقی دباؤ اور تعدد یا ان کے قریب قیمتوں پر کیا جاتا ہے۔ اگرچہ ٹرانسفارمر کے کسی بھی جانب لچھے پر کھلے دور معائنہ سرانجام دیا جاسکتا ہے، حقیقت میں ایسا کم برقی دباؤ لچھے پر کرنا زیادہ آسان اور کم خطرناک ہوتا ہے۔ یہ بات ایک مثال سے بہتر سمجھ آئے گی۔

مثال کے طور پر ہم 25 kV A، 220 V، 11000 : 50 Hz ایک دوری ٹرانسفارمر کا معائنہ کرنا چاہتے ہیں۔ یہ معائنہ گیارہ ہزار لچھے پر کرتے ہوئے گیارہ ہزار وولٹ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال ہو گا جبکہ دو سو بیس برقی دباؤ لچھے پر معائنہ کرنے سے دو سو بیس وولٹ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال کرنا ہو گا۔ دونوں صورتوں میں تعدد 50 Hz کے لگ بھگ رکھا جائے گی۔ 11 kV برقی دباؤ پر کام کرنا نہایت خطرناک ثابت ہو سکتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ کھلا دور معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کیا جاتا ہے۔

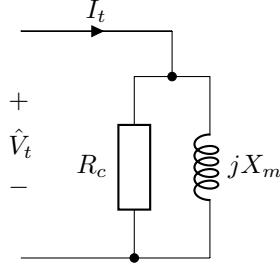
کھلے دور معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے پر بناوٹی برقی دباؤ یا اس کا قریب دباؤ  $V_t$  لاگو کر کے کھلا دور برقی طاقت  $p_t$  اور کھلا دور برقی رو  $I_t$  ناپا جاتا ہے۔ بناوٹی برقی دباؤ کے قریب دباؤ پر معائنہ کرنے سے بہتر نتائج حاصل ہوں گے۔ ٹرانسفارمر کی دوسری جانب لچھے کے سرے چونکہ آزاد رکھے جاتے ہیں لہذا اس میں برقی رو صفر ہو گا۔ اس طرح ناپا گیا برقی رو صرف ہیجان انگیز برقی رو  $I_\phi$  ہو گا۔ ہیجان انگیز برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی رو کا دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔

یاد رہے  $\hat{V}_t = V_t / \phi_v$  اور  $\hat{I}_t = I_t / \phi_i$  ہوں گے۔ برقی دباؤ اور رو کی بات کرتے ہوئے ہم ان کی مطلق قیمتوں،  $V_t$  اور  $I_t$ ، کی بات کرتے ہیں۔

شکل 3.19 میں بائیں ہاتھ کو کم برقی دباؤ والا جانب تصور کریں۔ یوں  $V_t$  مقام  $V_1$  پر فراہم کیا جائے گا جبکہ پیمائشی رو غیر سمتی<sup>66</sup>  $I_1$  ہو گا۔ خارجی لچھا کھلا دور ہونے کی بنا  $I_2$  صفر ہو گا لہذا  $I_1$  درحقیقت  $\hat{I}_\phi$  کی مطلق قیمت کے برابر ہو گا۔

$$I_t = I_1 = I_\phi$$

open circuit test<sup>64</sup>  
design<sup>65</sup>  
scalar<sup>66</sup>



شکل 3.24: کھلے سرے معائنہ۔

اتنی کم برقی رو سے لچھے کے رکاوٹ میں بہت کم برقی دباؤ گھٹتا ہے لہذا اسے نظر انداز کیا جاتا ہے:

$$V_{R1} = I_t R_1 = I_\phi R_1 \approx 0$$

$$V_{X1} = I_1 X_1 = I_\phi X_1 \approx 0$$

یوں جیسا شکل 3.19 سے ظاہر ہے  $R_c$  اور  $X_m$  پر تقریباً  $V_t$  برقی دباؤ پایا جائے گا۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 3.24 حاصل ہوتا ہے۔ شکل 3.21 سے شکل 3.24 کا حصول زیادہ آسان ہے۔

برقی طاقت کا ضیاع صرف مزاحمت میں ممکن ہے لہذا  $p_t$  صرف  $R_c$  میں ضائع ہو گا۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = \frac{V_t^2}{R_c}$$

اس سے ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو  $R_c$  حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.37) \quad R_c = \frac{V_t^2}{p_t}$$

درج ذیل کی بنا

$$Z_t = \frac{\hat{V}_t}{\hat{I}_t} = \frac{V_t / \phi_v}{I_t / \phi_i} = \frac{V_t}{I_t} \angle \phi_v - \phi_i$$

فراہم کردہ دباؤ اور پیمائشی رو کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

اب شکل 3.24 سے درج ذیل واضح ہے

$$\frac{1}{Z_t} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m}$$

لہذا

$$Z_t = \frac{jR_c X_m}{R_c + jX_m}$$

$$|Z_t| = \frac{R_c X_m}{\sqrt{R_c^2 + X_m^2}}$$

ہو گا۔ یوں ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو  $X_m$  حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.38) \quad X_m = \frac{R_c |Z_t|}{\sqrt{R_c^2 - |Z_t|^2}}$$

مساوات 3.37 سے  $R_c$  اور مساوات 3.38 سے  $X_m$  کی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں۔

یاد رہے حاصل کردہ  $R_c$  اور  $X_m$  ٹرانسفارمر کے پیمائشی جانب کے لئے درست ہوں گے۔ متبادلہ رکاوٹ سے دوسری جانب کی قیمتیں حاصل کی جاسکتی ہیں۔

### 3.11.2 کسر دور معائنہ

کسر دور معائنہ بھی کھلے دور معائنہ کی طرح ٹرانسفارمر کے کسی بھی طرف ممکن ہے لیکن حقیقت میں اسے زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کرنا آسان ہوتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رو یا اس کے قریب رو پر کیا جاتا ہے۔

کھلے دور معائنہ میں مستعمل ٹرانسفارمر کی بات آگے بڑھاتے ہوئے زیادہ برقی دباؤ لچھے کا بناوٹی رو 2.2727 A اور کم دباؤ لچھے کا بناوٹی رو 113.63 A ہے۔ کسر دور معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کرتے ہوئے 113.63 A جبکہ زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کرتے ہوئے 2.2727 A درکار ہوں گے۔ حقیقت میں 2.2727 A پر معائنہ زیادہ آسان ہو گا۔

اس معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے کے سروں کو آپس میں جوڑ کر کسر دور کیا جاتا ہے جبکہ زیادہ برقی دباؤ لچھے پر لچھے کے بناوٹی دباؤ کا دو سے بارہ فی صد دباؤ  $V_t$  لاگو کر کے اس لچھے کا برقی رو  $I_t$  اور فراہم کردہ طاقت  $p_t$  ناپا جاتا



شکل 3.25: کسر دور معائنہ۔

ہے جنہیں بالترتیب کسر دور رو اور کسر دور طاقت کہتے ہیں۔ کسر دور لچھے میں گزرتے برقی رو کا عکس دوسری جانب موجود ہو گا۔ یہ برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رو کے لگ بھگ ہوتا ہے۔

چونکہ یہ معائنہ بہت کم برقی دباؤ پر سرانجام دیا جاتا ہے لہذا ہیجان انگیز برقی رو کو مکمل طور پر نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس معائنہ کا دور شکل 3.25 میں دکھایا گیا ہے جہاں ہیجان انگیز رو کو نظر انداز کرتے ہوئے  $R_c$  اور  $H_m$  کو کھلے دور کیا گیا ہے۔ کسر دور معائنہ میں شکل 3.20 کے بائیں ہاتھ کو کم برقی دباؤ جانب تصور کرتے ہوئے  $V_t$  کو  $V_2$  کی جگہ لاگو کرنا ہو گا۔

برقی طاقت صرف مزاحمت میں ضائع ہو سکتا ہے لہذا شکل 3.25 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$p_t = I_t^2 R_{ms}$$

یوں ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو  $R_{ms}$  حاصل ہوتا ہے۔

(3.39)

$$R_{ms} = \frac{p_t}{I_t^2}$$

کسر دور برقی رو اور کسر برقی دباؤ سے

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

جبکہ شکل 3.25 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$Z_t = R_{ms} + jX_{ms}$$

$$|Z_t| = \sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}$$

یوں  $R_{ms}$  کی قیمت مساوات 3.39 سے جانتے ہوئے  $X_{ms}$  حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.40) \quad X_{ms} = \sqrt{|Z_t|^2 - R_{ms}^2}$$

مساوات 3.39 کل مزاحمت دیتا ہے البتہ اس سے  $R_1$  یا  $R_2$  حاصل نہیں کیا جاسکتا۔ اسی طرح مساوات 3.40 سے  $X_1$  اور  $X_2$  علیحدہ نہیں کئے جاسکتے۔ کسر دور معائنہ سے اتنی ہی معلومات حاصل کرنا ممکن ہے جو حقیقت میں کافی ثابت ہوتا ہے۔ جہاں ان اجزاء کی علیحدہ علیحدہ قیمتیں درکار ہوں وہاں درج ذیل تصور کیا جاسکتا ہے

$$R'_1 = R_2 = \frac{R_{ms}}{2}$$

$$X'_1 = X_2 = \frac{X_{ms}}{2}$$

ٹرانسفارمر معائنے اسی مقام پر کیے جاتے ہیں جہاں ٹرانسفارمر نسب ہو۔ یوں وہی برقی دباؤ استعمال کرنا ہوگا جو وہاں موجود ہو۔ ہاں ضروری ہے کہ کسر دور معائنہ میں ٹرانسفارمر کو ڈیزائن برقی دباؤ کا دو سے بارہ فی صد دیا جائے۔ مثلاً  $220 \text{ V} : 11000 \text{ V}$  ٹرانسفارمر کا کھلا دور معائنہ  $220 \text{ V} \times \frac{2}{100} = 11000 \text{ V}$  اور  $1320 \text{ V} = 11000 \text{ V} \times \frac{12}{100}$  کے بیچ دباؤ پر کیا جاسکتا ہے۔ چونکہ ہمارے ہاں  $220 \text{ V}$  اور  $440 \text{ V}$  عام پائے جاتے ہیں لہذا ہم  $220 \text{ V}$  یا  $440 \text{ V}$  ہی استعمال کریں گے۔ اسی طرح دستیاب  $220 \text{ V}$  استعمال کرتے ہوئے کھلا دور معائنہ سرانجام دیا جاسکتا ہے۔

یاد رہے کہ ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سرے آپس میں جوڑ کر، یعنی کسر دور کر کے، دوسری جانب لچھے پر کسی بھی صورت اس جانب کی پوری برقی دباؤ لاگو نہیں کیجیے گا۔ ایسا کرنا شدید خطرناک اور جان لیوا ثابت ہو سکتا ہے۔

یاد رہے کہ ان معائنوں سے حاصل مساوی دور کے اجزاء اسی جانب کے لئے درست ہوں گے جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔ ان کی قیمتیں دوسری جانب تبادلہ رکاوٹ سے حاصل کی جاسکتی ہیں۔

مثال 3.7: ایک 25 کلو وولٹ-ایمپیئر،  $220 : 11000 \text{ V}$  وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والے ٹرانسفارمر کے کھلے دور اور کسر دور معائنے کیے جاتے ہیں جن کے نتائج درج ذیل ہیں۔ ٹرانسفارمر مساوی دور کے اجزاء تلاش کریں۔

• کھلا دور معائنہ میں کم برقی دباؤ جانب  $220 \text{ V}$  لاگو کیا جاتا ہے۔ اسی جانب برقی رو  $39.64 \text{ A}$  اور طاقت کا ضیاع  $600 \text{ W}$  ناپے جاتے ہیں۔

- کسر دور معائنہ میں زیادہ برقی دباؤ جانب 440 V لگو کیا جاتا ہے۔ اسی جانب برقی رو 2.27 A اور طاقت کا ضیاع 560 W ناپے جاتے ہیں۔

حل کھلا دور:

$$|Z_t| = \frac{220}{39.64} = 5.55 \Omega$$

$$R_c = \frac{220^2}{600} = 80.67 \Omega$$

$$X_m = \frac{80.67 \times 5.55}{\sqrt{80.67^2 - 5.55^2}} = 5.56 \Omega$$

حل کسر دور:

$$Z_t = \frac{440}{2.27} = 193.83 \Omega$$

$$R_{ms} = \frac{560}{2 \times 2.27^2} = 108.68 \Omega$$

$$X_{ms} = \sqrt{193.83^2 - 108.68^2} = 160 \Omega$$

$R_{ms}$  اور  $X_{ms}$  کو کم برقی دباؤ جانب منتقل کرتے ہوئے

$$\left( \frac{220}{11000} \right)^2 \times 108.68 = 43.47 \text{ m}\Omega$$

$$\left( \frac{220}{11000} \right)^2 \times 160 = 64 \text{ m}\Omega$$

یعنی

$$R_1 = R_2' = \frac{43.47 \text{ m}\Omega}{2} = 21.7 \text{ m}\Omega$$

$$X_1 = X_2' = \frac{64 \text{ m}\Omega}{2} = 32 \text{ m}\Omega$$

□

حاصل ہو گا۔ ان نتائج سے حاصل کم برقی دباؤ جانب مساوی دور شکل 3.26 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.26: کھلے دور اور کسر دور معائنہ سے کم برقی دباؤ جانب مساوی دور۔



شکل 3.27: ایک ہی قالب پر تین ٹرانسفارمر۔

### 3.12 تین دوری ٹرانسفارمر

اب تک ہم ایک دوری<sup>67</sup> ٹرانسفارمر پر غور کرتے رہے ہیں۔ حقیقت میں برقی طاقت کی منتقلی میں عموماً تین دوری<sup>68</sup> ٹرانسفارمر استعمال ہوتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر یکساں تین عدد یک دوری ٹرانسفارمر اکٹھے رکھ کر بنایا جاسکتا ہے۔ یوں ایک ٹرانسفارمر خراب ہونے کی صورت میں اس کو ہٹا کر ٹھیک کرنے کے دوران باقی دو ٹرانسفارمر استعمال کئے جاسکتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر بنانے کا اس سے بہتر طریقہ شکل 3.27 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک ہی مقناطیسی قالب پر تینوں ٹرانسفارمر کے لچھے لپیٹے گئے ہیں۔ اس شکل میں  $\hat{V}_{i1}$  پہلے ٹرانسفارمر کا ابتدائی لچھا اور  $\hat{V}_{s1}$  اس کا ثانوی لچھا ہے۔ اس طرح کے تین دوری ٹرانسفارمر سستے، ہلکے اور چھوٹے ہونے کی وجہ سے عام ہو گئے ہیں اور آپ کو روزمرہ زندگی میں یہی نظر آئیں گے۔ ان میں برقی ضیاع بھی نسبتاً کم ہوتا ہے۔

شکل 3.28- الف میں تین ٹرانسفارمر دکھائے گئے ہیں۔ ان ٹرانسفارمروں کے ابتدائی لچھے آپس میں دو طریقوں

single phase<sup>67</sup>  
three phase<sup>68</sup>

سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ ایک کو ستارہ نما جوڑ  $Y^{69}$  اور دوسرے کو ٹکونی جوڑ  $\Delta^{70}$  کہتے ہیں۔ اسی طرح ان ٹرانسفارمرز کے ثانوی لچھے بھی انہیں دو طریقوں سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ یوں انہیں درج ذیل چار مختلف طریقوں سے جوڑا جاسکتا ہے۔

• ستارہ: ٹکونی  $Y : \Delta$

• ستارہ: ستارہ  $Y : Y$

• ٹکونی: ٹکونی  $\Delta : \Delta$

• ٹکونی: ستارہ  $\Delta : Y$

شکل 3.28 میں  $Y : \Delta$  ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس میں بائیں ہاتھ  $Y$  اور دایاں ہاتھ  $\Delta$  جڑا ہے۔ یوں  $Y : \Delta$  لکھتے ہوئے  $Y$  کو بائیں اور  $\Delta$  کو دائیں لکھا جاتا ہے۔ جیسا پہلے ذکر ہو چکا ہے ہم اشکال میں ٹرانسفارمر کے ابتدائی طرف بائیں جانب رکھتے ہیں لہذا  $Y$  ابتدائی اور  $\Delta$  ثانوی طرف ہے۔ رواں گئی سے پڑھتے ہوئے ابتدائی کو پہلے اور ثانوی کو بعد میں پڑھا جاتا ہے لہذا اس کو  $Y : \Delta$  لکھ کر ستارہ-ٹکونی پڑھیں گے۔

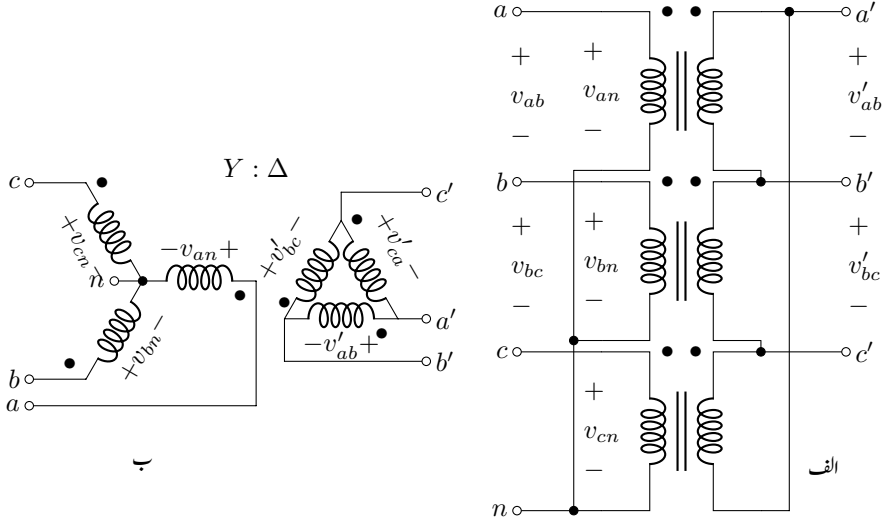
شکل 3.28-الف میں تین ٹرانسفارمرز کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما جوڑا گیا ہے جبکہ ان کی ثانوی لچھوں کو ٹکونی جوڑا گیا ہے۔ شکل-ب میں تینوں ٹرانسفارمرز کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح ثانوی لچھوں کو ٹکونی دکھایا گیا ہے۔ ان اشکال کی وجہ سے اس طرز کے جوڑ کو ستارہ نما جوڑ اور ٹکونی جوڑ کہتے ہیں۔

ایسا شکل بناتے ہوئے ہر ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی لچھے کو ایک ہی زاویہ پر دکھایا جاتا ہے۔ یوں شکل 3.28-الف میں بالائی ٹرانسفارمر، جس کے ابتدائی سرے  $an$  اور ثانوی سرے  $a'n'$  ہیں، کو شکل 3.28-ب میں صفر زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ تین مرحلہ ٹرانسفارمرز کو اس طرح کی علامتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان میں قالب نہیں دکھایا جاتا۔

ٹرانسفارمر کے جوڑ بیان کرتے وقت بائیں جوڑ کو پہلے اور دائیں جوڑ کو بعد میں پکارتے ہیں۔ یوں شکل 3.28-ب میں ٹرانسفارمر کو ستارہ-ٹکونی جڑا ٹرانسفارمر یا مختصراً ستارہ-ٹکونی ٹرانسفارمر کہیں گے۔ اسی طرح ابتدائی جانب کو بائیں اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔ یوں اس شکل میں ابتدائی جانب ستارہ نما ہے جبکہ ثانوی جانب ٹکونی ہے۔

<sup>69</sup>star connected  
<sup>70</sup>delta connected





شکل 3.28: تین دوری ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر

ستارہ نما سے چار برقی تاریں نکلتی ہیں۔ ان میں مشترک تار  $n$  کو عموماً ٹرانسفارمر کے نزدیک زمین میں گہرائی تک دھنسا جاتا ہے۔ اس تار کو زمین تار<sup>71</sup> یا صرف زمین<sup>72</sup> کہتے ہیں۔ عام فہم میں اسے ٹھنڈی تار<sup>73</sup> کہتے ہیں۔ باقی تین تاریں  $a, b, c$  گرم تار<sup>74</sup> کہلاتے ہیں۔

ٹرانسفارمر کے لچھے پر برقی دباؤ کو یکے دوری برقی دباؤ پر عمل<sup>75</sup>  $\hat{V}$  کہتے ہیں اور لچھے میں برقی رو کو یکے دوری برقی رو یا کرنٹ<sup>76</sup>  $\hat{I}$  کہتے ہیں۔ جبکہ ٹرانسفارمر سے باہر نکلتی کسی دو گرم تاروں کے بیچ برقی دباؤ کو تار کا برقی دباؤ<sup>77</sup>  $\hat{V}$  کہتے ہیں اور کسی بھی گرم تار میں برقی رو کو تار کا برقی رو<sup>78</sup>  $\hat{I}$  کہتے ہیں۔ زمینی تار میں برقی رو کو زمینی برقی رو<sup>79</sup>  $\hat{I}$  کہتے ہیں۔

ground<sup>71</sup>  
ground, earth, neutral<sup>72</sup>  
neutral<sup>73</sup>  
live wires<sup>74</sup>  
phase voltage<sup>75</sup>  
phase current<sup>76</sup>  
line to line voltage<sup>77</sup>  
line current<sup>78</sup>  
ground current<sup>79</sup>

ستارہ Y جانب یک دوری مقداروں اور تار کے مقداروں کا تعلق درج ذیل ہو گا۔

$$(3.41) \quad \begin{aligned} V_{\text{تار}} &= \sqrt{3} V_{\text{یکرملہ}} \\ I_{\text{تار}} &= I_{\text{یکرملہ}} \end{aligned}$$

تکوئی  $\Delta$  جانب یک دوری اور تار کی مقداروں کا تعلق درج ہے۔

$$(3.42) \quad \begin{aligned} V_{\text{تار}} &= V_{\text{یکرملہ}} \\ I_{\text{تار}} &= \sqrt{3} I_{\text{یکرملہ}} \end{aligned}$$

مساوات 3.41 اور مساوات 3.42 دوری سمتیہ کے رشتے نہیں بلکہ غیر سمتی مطلق قیمتوں کے رشتے دیتی ہیں۔ ان رشتوں کو شکل 3.29 میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 3.41 اور مساوات 3.42 سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.43) \quad V_{\text{تار}} I_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یکرملہ}} I_{\text{یکرملہ}}$$

یک دوری ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر یکرملہ  $V_{\text{یکرملہ}} I_{\text{یکرملہ}}$  ہوتے ہیں اور ایسے تین ٹرانسفارمر مل کر ایک عدد تین دوری ٹرانسفارمر بناتے ہیں لہذا تین مرحلہ ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر تین گنا ذیل ہوں گے۔

$$(3.44) \quad 3V_{\text{یکرملہ}} I_{\text{یکرملہ}} = 3 \times \frac{V_{\text{تار}} I_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} V_{\text{تار}} I_{\text{تار}}$$

یہ مساوات تین دوری ادوار میں کثرت سے استعمال ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر جس طرح بھی جوڑے جائیں وہ اپنی بنیادی کارکردگی تبدیل نہیں کرتے ہیں لہذا انہیں ستارہ نما یا تکوئی جوڑنے کے بعد بھی ان میں ہر ایک ٹرانسفارمر انفرادی طور پر صفحہ 66 پر دئے مساوات 3.16 اور صفحہ 71 پر دئے مساوات 3.26 پر پورا اترے گا۔ انہیں استعمال کر کے شکل 3.29 میں دیے گئے ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی جانب کی یک دوری اور تار کی مقداروں کے رشتے حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ اس شکل میں  $a = N_1/N_2$  ہے جہاں  $N_1 : N_2$  ان میں ایک دوری ٹرانسفارمر کے چکر کا تناسب ہے۔ تین دوری ٹرانسفارمر پر لگی تختی پر دونوں جانب تار کے برقی دباؤ کا تناسب لکھا جاتا ہے۔

شکل 3.29 میں ستارہ-تکوئی ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کا تناسب

$$(3.45) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \sqrt{3} a = \sqrt{3} \left( \frac{N_1}{N_2} \right)$$



شکل 3.29: ابتدائی اور ثانوی جانب تار اور یک دوری مقداروں کے رشتے۔

جکبہ ستارہ-ستارہ کا

$$(3.46) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)$$

تکونی-ستارہ کا

$$(3.47) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{N_1}{N_2} \right)$$

اور تکونی-تکونی کا درج ذیل ہو گا۔

$$(3.48) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)$$

مثال 3.8: یک دوری تین یکساں ٹرانسفارمرز کو ستارہ-تکونی  $\Delta$ : Y جوڑ کر تین دوری ٹرانسفارمر بنایا گیا ہے۔ یک دوری ٹرانسفارمر کی برقی سکے<sup>80</sup> درج ذیل ہے:

$$50 \text{ kV A}, \quad 6350 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب 11000 وولٹ تین دوری دباو تار لاگو کیا گیا۔ اس تین دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب دباو تار معلوم کریں۔

حل: حل کرتے وقت ہم ایک عدد یک دوری ٹرانسفارمر پر نظر رکھیں گے۔ یک دوری ٹرانسفارمر کے چکر کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{6350}{440}$$

مساوات 3.41 سے دباوتار درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_{\text{ابتدائی، تار}} = \sqrt{3} \times 6350 \approx 11000 \text{ V}$$

یک دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب 440 V ہوں گے جس کو مساوات 3.16 کی مدد سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$V_{\text{ثانوی}} = \frac{N_2}{N_1} V_{\text{ابتدائی}} = \frac{440}{6350} \times 6350 = 440 \text{ V}$$

ثانوی جانب تین یک دوری ٹرانسفارمر کو تکنیکی جوڑا گیا ہے۔ یوں مساوات 3.42 کی مدد سے ثانوی دباوتار یہی ہو گا۔ تین دوری ٹرانسفارمر کے دباوتار کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{V_{\text{ابتدائی، تار}}}{V_{\text{ثانوی، تار}}} = \frac{11000}{440}$$

یک دوری ٹرانسفارمر 50 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہے لہذا تین دوری ٹرانسفارمر 150 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہو گا۔ یوں تین دوری ٹرانسفارمر کی سکت<sup>81</sup> درج ذیل ہو گی۔

$$150 \text{ kV A}, \quad 11000 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ٹرانسفارمر تختی<sup>82</sup> پر ٹرانسفارمر کی سکت بیان ہوتی ہے۔ اس تختی پر تین دوری ٹرانسفارمر کے دونوں جانب دباو تار لکھا جاتا ہے نہ کہ لچھوں کے چکر۔

□

ستارہ-ستارہ ٹرانسفارمر میں تین دوری برقی دباو کے بنیادی اجزاء آپس میں 120° زاویائی فاصلے پر جبکہ تیسرے موسیقائی اجزاء آپس میں ہم قدم ہوتے ہیں۔ قالب کی غیر تدریجی خاصیت کی بنا ٹرانسفارمر میں ہر صورت تیسری موسیقائی اجزاء پائے جاتے ہیں۔ تیسری موسیقائی اجزاء ہم قدم ہونے کی وجہ سے جمع ہو کر برقی دباو کا ایک بڑا موج

<sup>81</sup> rating  
<sup>82</sup> name plate



شکل 3.30: ٹرانسفارمر تکنونی متوازن بوجھ کو طاقت فراہم کر رہا ہے۔

پیدا کرتے ہیں جو کبھی کبھار برقی دباؤ کے بنیادی جزو سے بھی زیادہ بڑھا ہوتا ہے۔ اس وجہ سے ستارہ-ستارہ ٹرانسفارمر عام طور استعمال نہیں ہوتا ہے۔

باقی تین قسم جڑے ٹرانسفارمر میں تکنونی جوڑ پایا جاتا ہے جس میں تیسری موسیقیائی اجزاء کی موج گردش رو پیدا کرتی ہے۔ یہ گردش رو تیسری موسیقیائی اجزاء کی موج کے اثر کو ختم کرتا ہے۔

تین دوری ٹرانسفارمر کے متوازن دور حل کرتے وقت ہم تصور کرتے ہیں کہ ٹرانسفارمر ستارہ جڑا ہے۔ یوں ی دوری برقی رو، تار کا برقی رو ہو گا اور یک دوری لاگو برقی دباؤ، یک دوری برقی دباؤ ہو گا۔ اسی طرح ہم اس پر لدے برقی بوجھ کو بھی ستارہ جڑا تصور کرتے ہیں۔ یوں تین دوری دور کی بجائے ہم نسبتاً آسان یک دوری دور حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ انہیں ایک مثال سے اس عمل کو سمجھیں۔

مثال 3.9: شکل 3.30 میں تین دوری  $\Delta : Y$ ، 2000 کلو وولٹ-ایمپیر، 600 : 11000 وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والا کامل ٹرانسفارمر تین دوری متوازن تکنونی بوجھ کو طاقت مہیا کر رہا ہے۔ بوجھ کا ہر حصہ  $0.504 + j0.1917$  کے برابر ہے۔

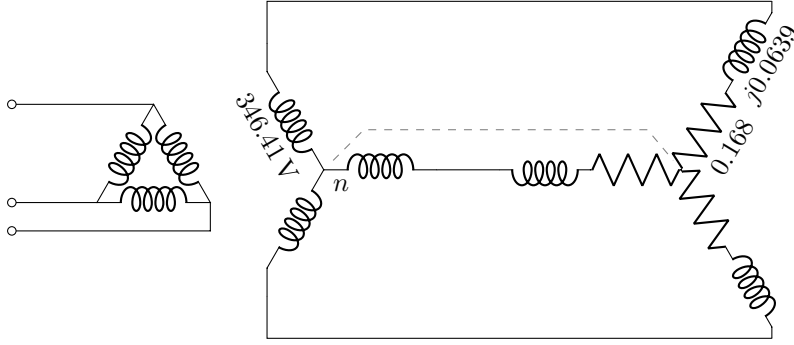
• اس شکل میں تمام برقی رو معلوم کریں۔

• برقی بوجھ<sup>83</sup> کو درکار طاقت معلوم کریں۔

حل: پہلے تکنونی بوجھ کو ستارہ بوجھ میں تبدیل کرتے ہیں:

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3} = \frac{0.504 + j0.1917}{3} = 0.168 + j0.0639$$

electrical load<sup>83</sup>



شکل 3.31: ٹکنونی بوجھ کو مساوی ستارہ بوجھ میں تبدیل کیا گیا ہے۔

ستارہ بوجھ کو شکل 3.31 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک برقی تار جسے نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے کو ٹرانسفارمر کی زمینی نقطہ سے بوجھ کے مشترکہ سرے کے درمیان جڑا دکھایا گیا ہے۔ متوازن دور میں اس تار میں برقی رو صفر ہو گا۔ حل کرنے کی نیت سے ہم اس متوازن دور سے یک دوری حصہ لے کر حل کرتے ہیں۔

مساوی ستارہ بوجھ میں برقی رو

$$I = \frac{346.41}{0.168 + j0.0639} = 1927.262 \angle -20.825^\circ$$

اور یک دوری طاقت درج ذیل ہو گی۔

$$p = 346.41 \times 1927.262 \times \cos(-20.825^\circ) = 624\,007 \text{ W}$$

کل طاقت تین گنا ہو گی یعنی 1872 kW جس بوجھ کا جزو طاقت <sup>84</sup> درج ذیل ہو گا۔

$$\cos(-20.825^\circ) = 0.93467$$

ٹکنونی بوجھ میں برقی رو  $\frac{1927.262}{\sqrt{3}} = 1112.7$  ایمپیئر ہو گا۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب برقی تاروں میں برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\left( \frac{600}{11000} \right) \times 1927.262 = 105.12 \text{ A}$$

□

اس مثال میں جزو طاقت 0.93467 ہے۔ اس کتاب کے لکھتے وقت پاکستان میں اگر صنعتی کارخانوں کی برقی بوجھ کی جزو طاقت 0.9 سے کم ہو جائے تو برقی طاقت فراہم کرنے والا ادارہ (واپڈا) جرمانہ نافذ کرتا ہے۔

### 3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر

ہم دیکھ چکے ہیں کہ اگر ٹرانسفارمر کے قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہو یعنی  $B = B_0 \sin \omega t$  تو اس کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v = e &= N \frac{\partial \phi}{\partial t} = N A_c \frac{\partial B}{\partial t} \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= V_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

یعنی

$$(3.49) \quad B_0 = \frac{V_0}{\omega N A_c}$$

یہ مساوات برقرار چالو<sup>85</sup> ٹرانسفارمر کے لئے درست ہے۔

تصور کریں کہ ایک ٹرانسفارمر کو چالو کیا جا رہا ہے۔ چالو ہونے سے پہلے قالب میں مقناطیسی بہاؤ صفر ہے اور جس لمحہ اسے چالو کیا جائے اس لمحہ بھی یہ صفر ہی رہتا ہے۔

جس لمحہ ٹرانسفارمر کو چالو کیا جائے اس لمحہ لاگو برقی دباؤ

$$v = V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

ہے۔ اگر  $\theta = \pi/2$  یہ لمحہ ہو تو آدھے دور<sup>86</sup> کے بعد قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{N A_c} \int_0^{\pi/\omega} V_0 \cos(\omega t + \pi/2) dt \\ &= \frac{V_0}{\omega N A_c} \sin(\omega t + \pi/2)_0^{\pi/\omega} \\ &= - \left( \frac{2V_0}{\omega N A_c} \right) \end{aligned}$$

<sup>85</sup> steady state  
<sup>86</sup> time period

یعنی کثافتِ مقناطیسی بہاو کا طول معمول سے دگنا ہو گا۔ اگر یہی حساب  $\theta = 0$  لمحہ کے لئے کیا جائے تو زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو بالکل مساوات 3.49 کے عین مطابق ہو گا۔ ان دو زاویوں کے مابین زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو ان دو حدوں کے درمیان رہتا ہے۔

قالب کی  $B - H$  خط غیر بتدریج بڑھتا ہے۔ لہذا  $B$  دگنا کرنے کی خاطر  $H$  کو کئی گنا بڑھانا ہو گا جو لچھے میں محرک برقی رو بڑھانے سے ہوتا ہے<sup>87</sup>۔ یہاں صفحہ 51 پر دکھائے شکل 2.17 سے رجوع کریں۔ قومی ٹرانسفارمرز میں ہیبانی کثافتِ مقناطیسی بہاو کی چوٹی  $1.3 \leq B_0 \leq 1$  ہوتی ہے۔ ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ یوں کثافتِ مقناطیسی بہاو 2 سے 2.6 ٹسلا تک ہو سکتی ہے جس کے لئے درکار ہیبان انگیز برقی رو نہایت زیادہ ہو گی۔

<sup>87</sup> 2000 کلودولٹ - انسپیکٹر ٹرانسفارمر سے چالو کرتے وقت تھر تھراہٹ کی آواز آتی ہے



## باب 4

### برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رو یا مقناطیسی بہاو کی مدد سے برقی توانائی کو میکانی توانائی یا میکانی توانائی کو برقی توانائی میں مختلف مشین تبدیل کرتے ہیں۔ پینکشی آلات، لاؤڈ سپیکر، مائکروفون، وغیرہ نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں جبکہ ریپلے<sup>1</sup>، برقی مقناطیس، وغیرہ، قوت پیدا کرتے ہیں۔ کئی مشین، جن میں برقی موٹر اور جزیئر شامل ہیں، ایک قسم کی توانائی کو لگاتار دوسری قسم کی توانائی میں تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاو کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ برقی رو کی مدد سے بھی توانائی کا تبادلہ سمجھا جاسکتا ہے جس کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

اس باب میں ہم وہ اہم تراکیب سیکھیں گے جو انجینیری مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوں گے۔

#### 4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ

برقی میدان  $E$  میں برقی بار  $q$  پر درج ذیل قوت اثر انداز ہوگی۔

$$F = qE \quad (4.1)$$

relay<sup>1</sup>



شکل 4.1: اگر دائیں ہاتھ کی شہادت کی انگلی  $v$  اور بڑی انگلی  $B$  کے رخ ہوں تب انگوٹھا مثبت بار پر  $F$  کا رخ دیگا۔

مثبت برقی بار پر قوت برقی شدت  $E$  کے رخ ہوگی جبکہ منفی بار پر قوت  $E$  کے مخالف رخ ہوگی۔

مقتناطیسی میدان میں متحرک بار  $q$ ، جس کی سمت رفتار  $v$  ہو، پر درج ذیل قوت اثر انداز ہوگی۔

$$(4.2) \quad F = q(v \times B)$$

مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون<sup>3</sup> دیگا۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ  $90^\circ$  زاویہ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی  $v$  اور بڑی انگلی  $B$  کے رخ ہوں تب انگوٹھا  $F$  کے رخ ہوگا (شکل 4.1)۔ منفی بار پر قوت مخالف رخ ہوگی۔ یہاں سمتی رفتار  $q$  اور  $B$  کے بیچ ہے۔

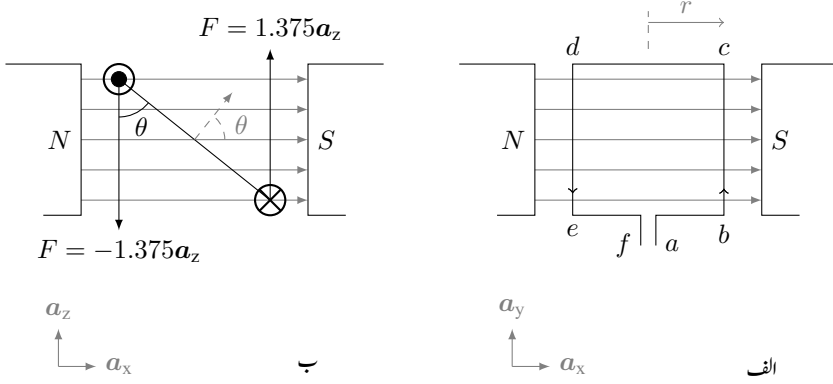
برقی اور مقتناطیسی (دونوں) میدان میں حرکت پذیر بار پر قوت مساوات 4.1 اور مساوات 4.2 کے مجموعہ سے حاصل ہوگی جس کو مساوات لورینز<sup>4</sup> کہتے ہیں۔

$$(4.3) \quad F = q(E + v \times B) \quad \text{مساوات لورینز}$$

مساوات 4.2 میں  $v = dL/dt$  لکھ کر درج ذیل حاصل ہوگا جہاں آخری قدم پر  $i = q/dt$  لکھا گیا ہے۔

$$(4.4) \quad \begin{aligned} F &= q \left( \frac{dL}{dt} \times B \right) \\ &= \frac{q}{dt} (dL \times B) \\ &= i (dL \times B) \end{aligned}$$

velocity<sup>2</sup>  
right hand rule<sup>3</sup>  
Lorenz equation<sup>4</sup>



شکل 4.2: ایک چکر کے لچھے پر قوت اور قوت مردوڑ

مثال 4.1: شکل 4.2 میں ایک لچھا مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کا رداس 15 سم، محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیر ہے۔ کثافت مقناطیسی بہاؤ کو نقطہ دار نوکیلی لکیروں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کے رخ دکھایا گیا ہے۔ اگر کثافت مقناطیسی بہاؤ 0.55 ٹسلا ہو تب

• لچھے کے اطراف پر قوت دریافت کریں اور

• لچھے پر قوت مردوڑ  $\tau$  دریافت کریں۔

حل: شکل-الف اور ب میں کارتیسی اکائی سمتیات دکھائے گئے ہیں۔ برقی تار کے سروں کو نظر انداز کرتے ہوئے اسے ایک بند مستطیل تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل-الف میں برقی رو کے رخ تار کے اطراف کی لمبائیاں درج ذیل ہوں گی جبکہ  $B = B_0 a_x$  ہو گا۔

$$L_{bc} = l a_y$$

$$L_{cd} = -2r a_x$$

$$L_{de} = -l a_y$$

$$L_{eb} = 2r a_x$$

یوں مساوات 4.2 کے تحت ان اطراف پر قوت (نیوٹن) درج ذیل ہو گی۔

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{bc} &= i (\mathbf{L}_{bc} \times B_0 \mathbf{a}_x) \\
 &= 5 (0.5 \mathbf{a}_y \times 0.55 \mathbf{a}_x) \\
 &= -1.375 \mathbf{a}_z \\
 \mathbf{F}_{cd} &= 5 (-0.3 \mathbf{a}_x \times 0.55 \mathbf{a}_x) \\
 &= 0 \\
 \mathbf{F}_{de} &= 5 (-0.5 \mathbf{a}_y \times 0.55 \mathbf{a}_x) \\
 &= 1.375 \mathbf{a}_z \\
 \mathbf{F}_{ea} &= 0
 \end{aligned}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ صرف محوری اطراف پر قوتیں پائی جاتی ہیں جنہیں شکل 4.2-ب میں دکھایا گیا ہے۔ محوری اطراف پر اثر انداز قوت، مروڑ پیدا کرتی ہیں جس کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل ہو گا۔ مستطیل تار پر قوت مروڑ (نیوٹن میٹر) درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \tau &= -1.375 \times 2 \times 0.15 \times \sin \theta \mathbf{a}_y \\
 &= -0.4125 \sin \theta \mathbf{a}_y
 \end{aligned}$$

□

مساوات 4.1 تا مساوات 4.3 کا استعمال صرف سادہ ترین صورتوں میں ممکن ہوتا ہے۔ حقیقی مشینوں میں ان مساوات سے قوت تعین کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ آئیں ایک ایسی ترکیب سیکھتے ہیں جس سے ہم مختلف مشینوں میں پائی جانی والی قوتیں تعین کر سکیں۔ اس ترکیب ہم توانائی کا طریقہ کہتے ہیں جو توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔

گھومتی برقی مشین عموماً دو لچھوں پر مشتمل ہوتی ہیں۔ ان میں ایک لچھا مشین کے ساکن حصہ پر لپٹا ہوتا ہے جس کی بنا یہ ساکن رہتا ہے اور ساکن لچھا<sup>5</sup> کہلاتا ہے۔ دوسرا لچھا مشین کے گھومنے والے حصہ پر لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ اس کو گھومتا لچھا<sup>6</sup> کہتے ہیں۔ ان لچھوں کو دو عدد مقناطیس تصور کرتے ہوئے ایسی مشینوں کی کارکردگی باآسانی سمجھی جاسکتی ہے۔

جس طرح دو مقناطیس اگر قریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال  $N$  دوسرے کے جنوب  $S$  کی سمت ہو۔

stator coil<sup>5</sup>  
rotor coil<sup>6</sup>



شکل 4.3: برقی توانائی سے میکانیکی توانائی کے تبادلہ کا نظام۔

موٹر کے دو لچھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ ایک مقناطیس کے شمال  $N$  اور دوسرے کے جنوب  $S$  کے بیچ قوت کشش پائی جاتی ہے۔ ساکن لچھے کا مقناطیسی بہاؤ گھومتے لچھے کے مقناطیسی بہاؤ سے کچھ آگے رہ کر اسے کھینچ کر کام کرتا ہے۔ جزیئر میں اس کے برعکس گھومتا لچھا، ساکن لچھے پر کام کرتے ہوئے اس میں برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

توانائی کے طریقے کو شکل 4.3 کی مدد سے سمجھا جاسکتا ہے۔ یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ مانند دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس کو یہ میکانیکی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے متغیرات  $e$  اور  $i$  ہیں جبکہ میکانیکی توانائی کے متغیرات فاصلہ  $x$  اور میدانی قوت  $F_m$  ہیں۔ اس شکل میں بائیں یعنی ابتدائی یا اولین جانب  $i$  کا رخ باہر سے اندر ہے جبکہ دائیں یعنی ثانوی جانب  $F_m$  کا رخ اندر سے باہر رخ ہے۔ یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل 3.7 کی مانند ہے۔

جہاں نظام میں توانائی کے ضیاع کو ذخیرہ توانائی سے علیحدہ کرنا ممکن ہو وہاں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 4.4 میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں لچھا برقی نظام اور حرکی حصہ میکانیکی نظام کو ظاہر کرتے ہیں اور لچھے میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی مزاحمت  $R$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔

توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جاسکتی ہے اور نا ہی اسے تباہ کیا جاسکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ یوں نظام کو فراہم برقی توانائی  $\partial W_{\text{برقی}}$  کا ایک حصہ میکانیکی توانائی  $\partial W_{\text{میکانی}}$  میں تبدیل ہو گا جبکہ اس کا دوسرا حصہ، مقناطیسی  $\partial W_{\text{مقناطیسی}}$ ، مقناطیسی میدان میں ذخیرہ ہو گا اور باقی حصہ، ضائع  $\partial W_{\text{ضائع}}$ ، مختلف طریقوں سے ضائع ہو گیا جو ہمارے کسی کام نہ آ سکے گا:

$$(4.5) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}}$$

<sup>7</sup> میدانی قوت  $F_m$  میں چھوٹی کھائی میں لفظ میدانی کو ظاہر کر رہا ہے۔



شکل 4.4: قوت پیدا کرنے والا آلہ۔

برقی توانائی کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے

$$(4.6) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}}$$

لکھا جاسکتا ہے جس کو  $\partial t$  سے تقسیم کر کے

$$(4.7) \quad \frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقناطیسی}}}{\partial t}$$

لکھا جاسکتا ہے جو توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتی ہے۔ اس مساوات کے بائیں ہاتھ برقی طاقت کو  $ei$  اور دائیں ہاتھ میکانیکی حصہ میں  $F_m \partial x = \partial W_{\text{میکانی}}$  لکھ کر

$$(4.8) \quad ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

حاصل ہو گا جہاں  $W_{\text{مقناطیسی}}$  کو  $W_m$  لکھا گیا ہے۔ مساوات 2.27 استعمال کرتے ہوئے اس کو

$$(4.9) \quad i \frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

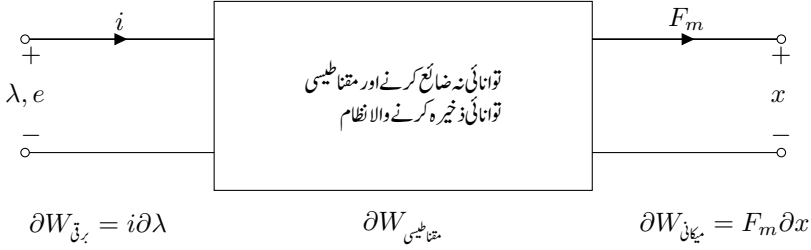
لکھا جاسکتا ہے۔ دونوں اطراف کو  $\partial t$  سے ضرب دے کر ترتیب نو کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.10) \quad \partial W_m = i \partial \lambda - F_m \partial x$$

مساوات 4.10 توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ اس مساوات کو استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لورینز کے قانون<sup>8</sup> سے ہی پیدا ہوتی ہے۔ مساوات 4.10 میں برقی متغیرات  $i$  اور  $e$  کی بجائے  $\lambda$  اور  $\lambda$  ہیں۔ لہذا شکل 4.3 کو شکل 4.5 کی طرح بھی بنایا جاسکتا ہے۔

کسی بھی تفاعل<sup>9</sup>  $z(x, y)$  کا کل تفرق درج ذیل ہو گا جہاں  $\frac{\partial z}{\partial x}$  لیتے ہوئے  $y$  کو مستقل تصور کیا جاتا ہے

Lorenz equation<sup>8</sup>  
function<sup>9</sup>



شکل 4.5: توانائی کی قسم تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

اور  $\frac{\partial z}{\partial y}$  لیتے ہوئے  $x$  کو مستقل تصور کیا جاتا ہے۔

$$(4.11) \quad \partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

اسی طرح  $W_m(x, \lambda)$  کا کل تفرق

$$(4.12) \quad \partial W_m(x, \lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda$$

ہو گا جس کا موازنہ مساوات 4.10 کے ساتھ کر کے درج ذیل اخذ کیا جاسکتا ہے جہاں ایک متغیر کے ساتھ جزوی تفرق لیتے وقت دوسرے متغیر کو صریحاً مستقل ظاہر کیا گیا ہے۔

$$(4.13) \quad F_m(x, \lambda) = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$$

$$(4.14) \quad i(x, \lambda) = \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{x_0}$$

مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی  $W_m(x, \lambda)$  دریافت کر کے مساوات 4.13 کی استعمال سے قوت دریافت کی جاسکتی ہے۔ اگلے حصہ میں مقناطیسی توانائی کا حصول سکھایا جائے گا۔

## 4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل 4.4 میں ایک لچھے کا سادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ میکانیکی نظام میں حرکی حصہ کی کمیت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔ جہاں اس کمیت کا اثر جاننا ضروری ہو وہاں اس کو ایک بیرونی کمیت تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح تبادلہ توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہوتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والی مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔ عموماً حرکت تب ممکن ہو گی جب مقناطیسی قالب میں قابل تبدیل خلاء موجود ہو۔ قالب میں خلاء کی موجودگی کی بناء عام طور پر  $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$  ہو گا اور ایسا مقناطیسی دور حل کرتے ہوئے  $\mathcal{R}_c$  کو نظر انداز کیا جائے گا۔ یوں، جیسا مساوات 2.19 میں دیا گیا ہے، مقناطیسی دباؤ  $\tau$  اور مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  براہ راست متناسب ہوں گے۔ ایسی صورت میں مساوات 2.29 میں امالہ  $L$  شکل 4.4 میں خلاء کی لمبائی  $x$  پر منحصر ہو گی لہذا اس مساوات کو درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$(4.15) \quad \lambda = L(x)i$$

شکل 4.4 میں قوت  $F_m$  کے رخ طے ہونے والا فاصلہ  $x$  ہے۔ یوں میکانیکی کام  $F_m dx = \partial W_{\text{میکانی}}$  ہو گا جبکہ فراہم برقی توانائی  $i d\lambda = \partial W_{\text{برقی}}$  ہو گی۔ یوں شکل 4.4 کو مساوات 4.10 ظاہر کرتی ہے۔ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی  $W_m$  کو مساوات 4.10 کا مکمل<sup>10</sup> لے کر حاصل کرتے ہیں۔

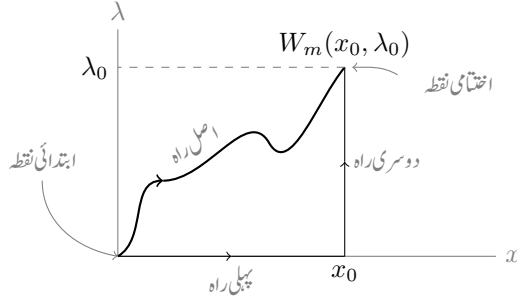
$$(4.16) \quad \int \partial W_m(x, \lambda) = \int i(x, \lambda) d\lambda - \int F_m(x, \lambda) dx$$

اس مکمل کا حصول شکل 4.6 سے واضح ہو گا۔ ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی فراہم نہیں کی گئی ہے۔ یوں نظام میں برقی رو صفر ہو گی جس کی بناء مقناطیسی بہاؤ اور ارتباط بہاؤ بھی صفر ہوں گے لہذا مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی صفر ہو گی۔ کسی بھی مقناطیس کی قوت کشش اس کی مقناطیسی بہاؤ پر منحصر ہوتی ہے لہذا صفر مقناطیسی بہاؤ کی بناء اس نظام میں قوت کشش صفر ہو گا اور یوں اس میں حرکت بھی صفر ہو گا۔ اس طرح ابتدائی نقطے پر درج ذیل ہوں گے۔

$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ابتدائی نقطہ شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے۔ اب لچھے کو برقی توانائی فراہم کی جاتی ہے۔ لچھے میں برقی رو کی بناء قوت اور حرکت پیدا ہو گی۔ آخر کار نظام اختتامی نقطے پر پہنچے گا۔ اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پر  $x = x_0$  اور  $\lambda = \lambda_0$  ہیں اور مقناطیسی میدان میں توانائی  $W_m(x_0, \lambda_0)$  ہے۔ ابتدائی نقطے سے اختتامی نقطے تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھایا جاتا ہے کہ  $\lambda$  اور  $x$  شکل 4.6 میں موٹی لکیر (اصل راستے) پر رہیں۔ آخری نقطہ پر مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی  $W_m(x_0, \lambda_0)$  جانے کے لئے اصل راستے پر مساوات 4.16 کا مکمل حاصل کرنا ہو گا جو ایک مشکل کام ہے۔ اس راہ پر مکمل کی بجائے ہم متبادل راستہ اختیار کرتے ہیں۔





شکل 4.6: مقناطیسی میدان میں توانائی۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقناطیسی میدان ایک قدامت پسند میدان<sup>11</sup> ہے جس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے  $x_0$  اور  $\lambda_0$  کی مقدار پر منحصر ہوگی<sup>12</sup>۔ چونکہ توانائی کا دارومدار راہ پر منحصر نہیں ہے لہذا توانائی کے حصول کے مکمل میں ہم من پسند راستہ اختیار کرتے ہیں۔ ہم مکمل لیتے ہوئے شکل 4.6 میں ابتدائی نقطہ سے پہلی راہ چل کر فاصلہ  $x_0$  طے کر کے دوسری راہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ  $(x_0, \lambda_0)$  تک پہنچتے ہیں۔ یوں مساوات 4.16 کو دو مکملات کا مجموعہ لکھا جائے گا۔ ایک مکمل نقطہ  $(0, 0)$  سے نقطہ  $(x_0, 0)$  تک اور دوسرا یہاں سے نقطہ  $(x_0, \lambda_0)$  تک لیا جائے گا:

$$(4.17) \quad \int_{\text{اصلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x, \lambda)$$

اس مساوات کے دائیں ہاتھ مکملات کو باری باری دیکھتے ہیں۔ پہلی راہ مکمل کو مساوات 4.16 کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$(4.18) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx$$

جیسا شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے، پہلی راہ پر  $\lambda = 0$  ہے۔ مساوات 4.18 میں اس بات کو برقی رو  $i(x, 0)$  اور قوت  $F_m(x, 0)$  لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ ابتدائی اور اختتامی نقطوں پر  $\lambda$  صفر ہے لہذا  $\int_0^0 i(x, 0) d\lambda = 0$  ہو گا۔ ایسے مکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے جس کا ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک دوسرے کے برابر ہوں۔

<sup>11</sup> conservative field<sup>12</sup> تجزیاتی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے۔ اسی لئے اگر کیت  $m$  کو کسی بھی راستے  $h$  کی بلندی تک لے جایا جائے تو اس کی خفی توانائی  $mgh$  ہوگی۔

پہلی راہ پر  $\lambda = 0$  ہونے کی بنا اس راہ پر مقناطیسی بہاؤ بھی صفر ہو گا لہذا اس راہ پر مقناطیسی اثر نہیں پایا جائے گا اور قوت  $F_m$  صفر ہو گا۔ ہم جانتے ہیں کہ صفر کا مکمل صفر ہوتا ہے لہذا  $\int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$  ہو گا۔ یوں پہلی راہ پر کا مکمل (مساوات 4.18) صفر ہو گا:

$$(4.19) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, 0) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$$

مساوات 4.17 میں دوسری راہ کا مکمل

$$(4.20) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x_0, \lambda) = \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx$$

ہو گا۔ دوسری راہ پر  $x = x_0$  ہے لہذا مساوات 4.20 میں دائیں ہاتھ دوسرے مکمل کا ابتدائی نقطہ  $x_0$  اور اختتامی نقطہ بھی  $x_0$  ہو گا جس کی بنا قوت کا مکمل صفر ہو گا:

$$(4.21) \quad \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx = 0$$

آخر میں مساوات 4.20 کے دائیں ہاتھ، برقی رو کا مکمل حل کرنا باقی ہے۔ مساوات 4.15 استعمال کرتے ہوئے اسے حل کرتے ہیں۔

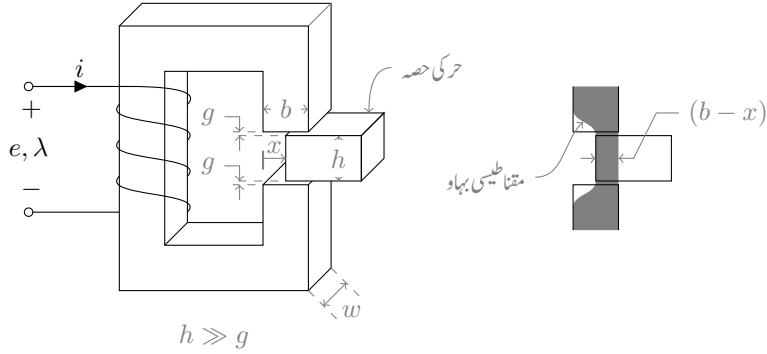
$$(4.22) \quad \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda = \frac{1}{L(x_0)} \int_0^{\lambda_0} \lambda d\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

مساوات 4.20، مساوات 4.21 اور مساوات 4.22 کے نتائج استعمال کرتے ہوئے مساوات 4.17 میں دیے مکمل کا حل لکھتے ہیں:

$$W(x_0, \lambda_0) = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

اس مساوات میں اختتامی نقطہ کو عمومی نقطہ  $(x, \lambda)$  لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا جو مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات ہے۔

$$(4.23) \quad W(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$$



شکل 4.7: حرکت اور توانائی۔

مساوات 4.23 کی مدد سے مساوات 4.13 کے ذریعہ قوت  $F_m(x, \lambda)$  اور مساوات 4.14 کے ذریعہ برقی رو  $i(x, \lambda)$  کا حساب اب ممکن ہے۔

مثال 4.2: شکل 4.7 میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکی اور ساکن حصوں کے بیچ خلائی درز  $g$  موجود ہے۔ اگر  $N = 500$ ،  $g = 1 \text{ mm}$ ،  $b = 0.2 \text{ m}$ ،  $w = 0.4 \text{ m}$  اور  $i = 30 \text{ A}$  ہوں تب اس خلائی درز میں توانائی  $W_m$  کیا ہو گی؟

حل: چونکہ  $h \gg g$  ہے لہذا ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ بالائی بازو سے نچلے بازو تک پہنچنے کے لئے حرکی حصہ سے گزرے گا (شکل 4.7)۔ یوں ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو خلائی درز کے قریب مڑ کر حرکی حصے میں سے گزرے گا۔ توانائی کے کلیہ  $W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$  میں  $\lambda = L(x)i$  پر کرنے سے  $W_m(x, i) = \frac{1}{2} L(x) i^2$  لکھا جاسکتا ہے جہاں  $L = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g}$  اور  $A_g = w(b-x)$  ہیں۔ یوں

$$(4.24) \quad W_m(x, i) = \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu_0 w (b-x)}{2g} i^2$$

ہو گا جس میں دی گئی معلومات پر کرنے سے درج ذیل توانائی حاصل ہو گی (جس کی اکائی جاول ہے)۔

$$\begin{aligned} W_m(x, i) &= \frac{1}{2} \times \frac{500^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.4(0.2-x)}{2 \times 0.001} \times 30^2 \\ &= 28278(0.2-x) \end{aligned}$$

□

مثال 4.3: شکل 4.7 میں توانائی کے طریقہ سے قوت  $F_m$  دریافت کریں۔

حل: مساوات 4.13 کہتی ہے کہ  $F_m = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$  ہو گا جہاں توانائی کے متغیرات  $x$  اور  $\lambda$  ہیں۔

مثال 4.2 میں مساوات 4.24 حاصل کی جو توانائی کا کلیہ ہے۔ ایسا کرتے ہوئے  $\lambda$  کی جگہ  $\lambda = L(x)i$  پر کیا گیا جس کی بنا مساوات 4.24 میں  $W_m$  کے متغیرات  $x$  اور  $\lambda$  کی بجائے  $x$  اور  $i$  ہیں۔ قوت کے حصول کے لئے مساوات 4.24 استعمال نہیں کیا جاسکتا ہے۔ ہمیں توانائی کے درست متغیرات درکار ہوں گے تاکہ توانائی  $W_m(x, \lambda)$  ہو (آپ مساوات 4.24 کا تفرق لے کر تسلی کر لیں کہ اس سے درست قوت حاصل نہیں ہوتا ہے)۔ درست طریقہ درج ذیل ہے۔

$$(4.25) \quad W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2 \left( \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g} \right)} = \frac{g\lambda^2}{N^2 \mu_0 w(b-x)}$$

مساوات 4.25 اور مساوات 4.13 مل کر درج ذیل دیتی ہیں۔

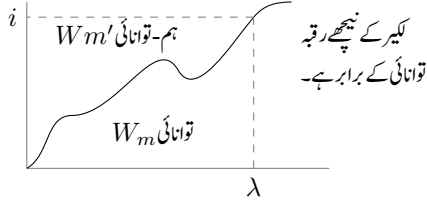
$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \\ &= - \frac{g\lambda^2}{N^2 \mu_0 w(b-x)^2} \end{aligned}$$

تفرق لینے کے بعد  $\lambda$  کی جگہ  $Li$  پر کیا جاسکتا ہے۔ یوں قوت

$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{gL^2 i^2}{N^2 \mu_0 w(b-x)^2} \\ &= - \frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} \\ &= -28278 \end{aligned}$$

نیوٹن حاصل ہوتی ہے۔ قوت کی علامت منفی ہے جس کے تحت قوت گھٹتے  $x$  رخ ہو گی۔ یوں حرکی حصہ بائیں رخ کھینچا جائے گا۔

□



شکل 4.8: ہم-توانائی کی تعریف۔

## 4.3 توانائی اور ہم-توانائی

شکل 4.8 میں  $\lambda$  اور  $i$  کے مابین ترسیم دکھایا گیا ہے۔ اس لکیر کے نیچے رقبہ ہم-توانائی  $W_m$  تصور کریں۔ اس ترسیم پر کوئی ایک نقطہ  $(\lambda, i)$  لے کر ایک لکیر نیچے اور دوسری بائیں کھینچ کر ایک مستطیل مکمل کیا گیا ہے جس کا رقبہ  $\lambda i$  ہے۔ مستطیل کے رقبہ سے توانائی  $W_m$  منفی کرنے سے حاصل رقبہ ہم-توانائی  $W'_m$ <sup>13</sup> کہلاتا ہے۔

$$(4.26) \quad W'_m = \lambda i - W_m$$

ہم-توانائی کے جزوی فرق

$$\begin{aligned} \partial W'_m &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m \end{aligned}$$

میں مساوات 4.10 کا استعمال

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

یعنی

$$(4.27) \quad \partial W'_m = \lambda \partial i + F_m \partial x$$

دیگا۔

یہاں بھی مساوات 4.11 تا مساوات 4.14 کی طرح کسی بھی تفاعل  $z(x, y)$  کا جزوی فرق

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

ہو گا لہذا ہم-توانائی  $W'_m(x, i)$  کا جزوی فرق درج ذیل ہو گا۔

$$(4.28) \quad \partial W'_m(x, i) = \frac{\partial W'_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W'_m}{\partial i} di$$

مساوات 4.28 کا مساوات 4.27 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.29) \quad \lambda = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial i} \right|_{x_0}$$

اور

$$(4.30) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{i_0}$$

مساوات 4.30 قوت دریافت کرنے کا دوسرا کلیہ دیتی ہے۔ مساوات 4.30 میں ہم-توانائی جبکہ مساوات 4.13 میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔

توانائی کے طریقہ کی طرح مساوات 4.29 سے درج ذیل مکمل لکھا جاسکتا ہے۔

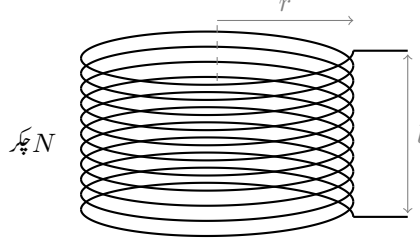
$$(4.31) \quad W'_m(i_0, x_0) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x_0) di$$

جن نظام میں  $\lambda$  اور  $i$  کا تعلق تغیر راست ہو، جس کو مساوات 2.29 بیان کرتی ہو، ان کے لئے درج بالا مکمل کا حل درج ذیل ہو گا جہاں  $x_0, i_0$  کی بجائے عمومی متغیرات  $i$  اور  $x$  لکھے گئے ہیں۔

$$(4.32) \quad W'_m(i, x) = \int_0^i L(x)i di = \frac{L(x)i^2}{2}$$

بعض مسائل میں توانائی اور بعض میں ہم-توانائی کا استعمال زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.9 میں ایک پیچدار لچھا دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی  $l$ ، رداس  $r$  اور چکر  $N$  ہیں۔ پیچدار لچھے کے مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ محوری رخ لچھے کے اندر رہتا ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاو کو نظر انداز کرتے ہوئے لچھے کے اندر محوری لمبائی رخ میدان شدت  $H \approx NI/l$  ہو گی۔



شکل 4.9: پیچدار لچھا۔

موصول دھات کو امالی برقی توانائی سے پگھلانے کے لئے پیچدار لچھا استعمال کیا جاتا ہے۔ میں 100 تا 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی امالی برقی بھٹیائے<sup>14</sup> بناتا رہا جو بالترتیب 500 تا 1200 ہرٹز پر کام کرتی اور 100 سے 3000 کلو گرام لوہا پگھلاتی ہیں۔

امالی بھٹی کے پیچدار لچھے کے اندر غیر موصل پیالے میں دھات کے ٹکڑے ڈال کر لچھے میں بدلتا رو گزاری جاتی ہے جو دھات میں بھنور نما امالی برقی رو پیدا کرتی ہے۔ بھنور نما رو دھات کو گرم کر کے پگھلاتی ہے۔ امالی برقی بھٹی میں لوہے کو 1650 ڈگری ٹمسنہ<sup>15</sup> تک گرم کیا جاتا ہے۔

پیچدار لچھے میں برقی رو  $I_0$  کی بنا لچھے پر رداسی رخ میکانی دباؤ یعنی قوت فی مربع رقبہ پیدا ہو گا۔ میری 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے کی بھٹی کے پیچدار لچھے کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000 \text{ A}, \quad l = 0.94 \text{ m}, \quad r = 0.49 \text{ m}$$

اس پر رداسی رخ میکانی دباؤ (نیوٹن فی مربع میٹر) حاصل کریں۔

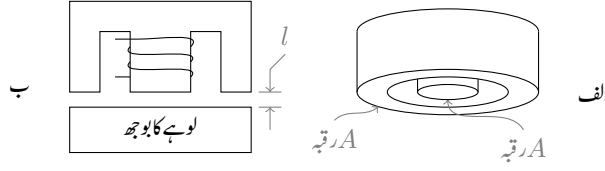
حل: ہم-توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

$$W'_m(r, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l}$$

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l}$$

<sup>14</sup> high frequency, induction furnaces  
<sup>15</sup> Celsius, Centigrade



شکل 4.10: برقی مقناطیس۔

اس قوت کی علامت مثبت ہے لہذا یہ رداسی رخ باہر جانب ہو گا۔ لچھے کو نکلی تصور کریں جس کی گول سطح کا رقبہ  $A = 2\pi rl$  ہو گا۔ یوں میکانیکی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}$$

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times 10\,000^2}{2 \times 0.94^2} = 8605 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

□

مثال 4.5: 2700 کلو واٹ امالی بھٹی یومیہ 70 ٹن<sup>16</sup> لوہا پگھلاتی<sup>17</sup> ہے۔ اتنے وزن کی منتقلی کے لئے برقی مقناطیس استعمال کیا جاتا ہے۔ شکل 4.10 میں ایک ایسا برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 300, \quad A = 0.8 \text{ m}^2, \quad I = 30 \text{ A}$$

برقی مقناطیس اور لوہے کے بیچ اوسط فاصلہ 2.5 سنٹی میٹر لیں۔ یہ برقی مقناطیس کتنی کیت کا لوہا اٹھا سکتا ہے؟

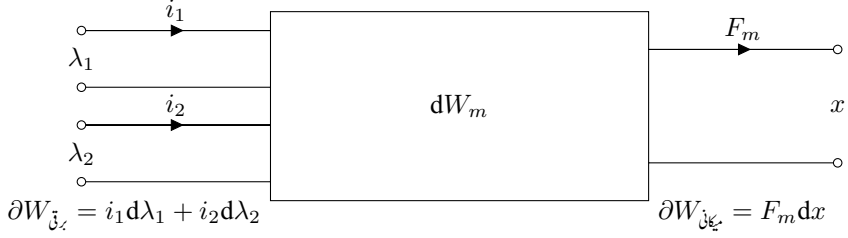
حل:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 N^2 A}{2l} \\ W'_m(l, i) &= \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l} \\ F &= \frac{\partial W'_m}{\partial l} = -\frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l^2} = -\frac{4\pi 10^{-7} \times 300^2 \times 0.8 \times 30^2}{4 \times 0.0254^2} = -31\,558 \text{ N} \end{aligned}$$

<sup>16</sup> ہزار کلو گرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔

<sup>17</sup> یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔





شکل 4.11: دو لچھوں کا نظام۔

قوت کی علامت منفی ہے۔ یوں یہ مقناطیس اور لوہے کے بیچ فاصلہ کم کرنے کی کوشش کرتی ہے۔ یہ مقناطیس  
 □  $\frac{31558}{9.8} = 3220 \text{ kg}$  کیت اٹھا سکتا ہے۔

مثال 4.6: مثال 4.3 کو ہم توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: مساوات 4.32 سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2 \mu_0 w (b-x)i^2}{4g}$$

لکھ کر مساوات 4.30 سے درج ذیل قوت حاصل ہوتی ہے۔

$$F_m = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = -\frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} = -28278 \text{ N}$$

□

#### 4.4 متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام

اب تک ایک لچھے کے نظام پر غور کیا گیا۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام پر غور کیا جائے گا۔ متعدد  
 لچھوں کا نظام بھی ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل 4.11 میں ایک لچھے کا برقی رو  $i_1$  اور دوسرے

لچھے کا برقی رو  $i_2$  ہے۔ اس نظام کے لئے درج ذیل لکھنا ممکن ہے جہاں  $W_m$  ذخیرہ توانائی کو ظاہر کرتی ہے۔

$$(4.33) \quad \partial W_{\text{برقی}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$(4.34) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے درج ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے جس میں  $\partial W_{\text{میکانی}} = F_m dx$  لکھا گیا ہے۔

$$(4.35) \quad i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 = F_m dx + \partial W_m$$

اس کی ترتیب نو درج ذیل دیگی۔

$$(4.36) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - F_m dx$$

اب بالکل مساوات 4.12 کی طرح درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.37) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx$$

مساوات 4.36 اور 4.37 کے موازنہ سے درج ذیل تعلقات اخذ ہوتے ہیں۔

$$(4.38) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, x}$$

$$(4.39) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, x}$$

$$(4.40) \quad F_m = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

ان مساوات کا استعمال تب ممکن ہو گا جب ہمیں توانائی  $W_m$  معلوم ہو لہذا ہم پہلے توانائی دریافت کرتے ہیں۔

شکل 4.11 میں لچھوں کو یوں طاقت دی جاتی ہے کہ  $\lambda_1$  اور  $\lambda_2$  صفر سے بالترتیب  $\lambda_{10}$  اور  $\lambda_{20}$  تک پہنچتے ہیں اور ساتھ ہی  $x$  صفر سے تبدیل ہو کر  $x_0$  ہوتا ہے۔ اس عمل کو شکل 4.12 میں موٹی لکیر سے بطور "اصل راہ" دکھایا گیا ہے۔ مساوات 4.17 کی طرح ذخیرہ توانائی کے مکمل کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.41) \quad \int_{\text{اصل راہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m + \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m$$



شکل 4.12: دو لچھوں کے نظام میں مقناطیسی میدان میں توانائی۔

ہم دائیں ہاتھ تکملات کو باری باری حل کرتے ہیں۔

پہلی راہ پر  $\lambda_1$  اور  $\lambda_2$  صفر رہتے ہیں جبکہ  $x$  کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت  $x_0$  ہے۔ یوں پہلی راہ پر تکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.42) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m dx$$

کسی بھی تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک دوسرے جیسا ہونے کی صورت میں تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ، پہلے دو تکملات صفر ہوں گے:

$$(4.43) \quad \int_0^0 i_1 d\lambda_1 = \int_0^0 i_2 d\lambda_2 = 0$$

پہلی راہ پر  $\lambda_1$  اور  $\lambda_2$  صفر ہیں، یعنی، دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہذا مقناطیسی بہاؤ اور قوت  $F_m$  صفر ہوں گے۔ یوں مساوات 4.42 میں قوت کا تکمل صفر ہو گا۔

$$(4.44) \quad \int_0^{x_0} F_m dx = \int_0^{x_0} 0 dx = 0 \quad (\text{صفر کا تکمل صفر ہوتا ہے})$$

مساوات 4.43 اور مساوات 4.44 کے نتائج کے تحت پہلی راہ پر تکمل صفر ہو گا۔

$$(4.45) \quad \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = 0$$

دوسری راہ پر  $\lambda_1$  کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت  $\lambda_{10}$  ہے،  $\lambda_2$  صفر رہتا ہے جبکہ  $x$  کی قیمت  $x_0$  رہتی ہے۔ یوں دوسری راہ پر مکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.46) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

مکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں مکمل کی صفر ہوتی ہے لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$\int_0^0 i_2 d\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

یوں مساوات 4.46 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(4.47) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1$$

یہاں مساوات 2.33، 2.36 اور 2.38 کی ضرورت پیش آئے گی لہذا جنہیں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(4.48) \quad \lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$(4.49) \quad \lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

$$(4.50) \quad L_{12} = L_{21}$$

مساوات 4.48 اور مساوات 4.48 کو  $i_1$  اور  $i_2$  کے لئے حل کے

$$(4.51) \quad i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}$$

$$(4.52) \quad i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D}$$

حاصل ہو گا جہاں  $D$  درج ذیل ہے۔

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$$

مساوات 4.47 میں مساوات 4.51 پر کر کے، دوسری راہ پر  $\lambda_2$  صفر لے کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\int_0^{\lambda_{10}} \left( \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \right) d\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D} \int_0^{\lambda_{10}} \lambda_1 d\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

یوں دوسری راہ پر مکمل کی قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$(4.53) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

تیسری راہ پر  $\lambda_1$  کی قیمت  $\lambda_{10}$  اور  $x$  کی قیمت  $x_0$  پر برقرار رہتی ہے جبکہ  $\lambda_2$  کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت  $\lambda_{20}$  ہے۔ یوں تیسری راہ پر مکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.54) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

مکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں مکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ پہلا اور تیسرا مکمل صفر ہو گا:

$$(4.55) \quad \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

مساوات 4.52 کی استعمال سے مساوات 4.54 کا باقی حصہ حل کرتے ہیں۔

$$(4.56) \quad \begin{aligned} \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{20}} \left( \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D} \right) d\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D} \end{aligned}$$

مساوات 4.55 اور مساوات 4.56 کی نتائج سے تیسری راہ کا مکمل درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.57) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

مساوات 4.45، 4.53 اور 4.57 کو جمع کر کے مساوات 4.41 کا درج ذیل حل حاصل ہو گا جہاں  $\lambda_{10}$ ،  $\lambda_{20}$ ،  $x_0$  کی جگہ عمومی متغیرات  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$ ،  $x$  لکھے گئے ہیں۔

$$(4.58) \quad W_m(x, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$

ہم۔ توانائی سے حل کرتے ہوئے جزوی فرق

$$(4.59) \quad \partial W'_m(x, i_1, i_2) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + F_m dx$$

جبکہ  $\lambda_1$  ،  $\lambda_2$  اور  $F_m$  کی مساواتیں درج ذیل ہوں گی۔

$$(4.60) \quad \lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_1} \right|_{x, i_2}$$

$$(4.61) \quad \lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_2} \right|_{x, i_1}$$

$$(4.62) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2}$$

مساوات 4.58 کی مقابل ہم۔ توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$(4.63) \quad W'_m(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2} L_{11}(x) i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}(x) i_2^2 + L_{12}(x) i_1 i_2$$

ہم۔ توانائی سے قوت کا حصول درج ذیل مساوات سے ہو گا۔

$$(4.64) \quad F_m = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}(x)}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}(x)}{dx} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}(x)}{dx}$$

مثال 4.7: شکل 4.11 میں میکانیکی کام کو  $T_m d\theta = \partial W_{\text{میکانی}}$  لکھ کر توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: توانائی کی مساوات

$$\partial W_{\text{تبی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

میں

$$\partial W_{\text{تبی}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

اور  $T_m d\theta = \partial W_{\text{میکانی}}$  پر کر کے ترتیب نو سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.65) \quad \partial W_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_m d\theta$$

$W_m$  کے جزوی فرق

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} d\theta$$

کا مساوات 4.65 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل اخذ کیا جاسکتا ہے۔

$$(4.66) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta}$$

$$(4.67) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta}$$

$$(4.68) \quad T_m = - \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

مساوات 4.65 عین مساوات 4.36 کی مانند ہے۔ مساوات 4.65 حل کرنے کا ایک ایک قدم مساوات 4.36 حل کرنے کی طرح ہے، بس فاصلہ  $x$  کی جگہ زاویہ  $\theta$  آئے گا۔ یوں جواب میں میدانی توانائی کے متغیرات  $\lambda_1, \lambda_2, \theta$  ہوں گے:

$$(4.69) \quad W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$

اسی طرح ہم توانائی کے لئے درج ذیل ہوں گے۔

$$(4.70) \quad \partial W'_m(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_m d\theta$$

$$(4.71) \quad \lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \right|_{i_2, \theta}$$

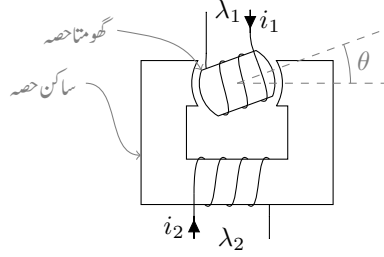
$$\lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \right|_{i_1, \theta}$$

$$T_m = \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2}$$

ہم توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$(4.72) \quad W'_m(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + L_{12}i_1i_2$$

□



شکل 4.13: دو لچھوں کے نظام میں قوت مروڑ۔

مثال 4.8: شکل 4.13 میں دو لچھوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے زاویہ  $\theta$  ناپا جاتا ہے۔ لچھوں کی خود امالہ اور مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$L_{11} = 20 + 30 \cos 2\theta$$

$$L_{22} = (20 + 30 \cos 2\theta) \times 10^{-3}$$

$$L_{12} = 0.15 \cos \theta$$

برقی رو  $i_1 = 0.02 \text{ A}$ ,  $i_2 = 5 \text{ A}$  پر قوت مروڑ  $T_m$  معلوم کریں۔

حل: مساوات 4.72 ہم-توانائی دیتی ہے۔

$$W'_m = \frac{1}{2}(20 + 30 \cos 2\theta)i_1^2 + \frac{1}{2}(20 + 30 \cos 2\theta)(10^{-3})i_2^2 + (0.15 \cos \theta)i_1 i_2$$

مساوات 4.71 کا آخری جزو قوت مروڑ دیتی ہے۔

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} = -30i_1^2 \sin 2\theta - 30 \times 10^{-3}i_2^2 \sin 2\theta - 0.15i_1 i_2 \sin \theta \\ &= -0.012 \sin 2\theta - 0.75 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \\ &= -0.762 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \end{aligned}$$

قوت مروڑ کی علامت منفی ہے لہذا یہ زاویہ میں تبدیلی کی مخالفت کرے گا۔ یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں (مثبت  $\theta$ ) تو یہ نظام زاویہ کم کرنے کے رخ قوت مروڑ (منفی  $T_m$ ) پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم (منفی  $\theta$ ) کرنے کی کوشش کریں تو یہ نظام زاویہ بڑھانے کے رخ قوت مروڑ (مثبت  $T_m$ ) پیدا کرے گا۔ سادہ زبان میں گھومتا حصہ افقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔

□



## باب 5

# گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشینوں کے بنیادی اصولوں پر غور کیا جائے گا۔ ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

### 5.1 قانون فیراڈے

قانون فیراڈے<sup>1</sup> کے تحت جب بھی کسی لچھے کا ارتباط بہاؤ  $\lambda$  وقت کے ساتھ تبدیل ہو، اس لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہو گا:

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = N \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (5.1)$$

چونکہ ہمیں برقی دباؤ کی قیمت ناکہ اس کے  $\mp$  سے دلچسپی ہے لہذا اس مساوات میں منفی کی علامت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

گھومتے مشین میں ارتباط بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے پیدا کی جاسکتی ہے۔ مثلاً لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھما کر یا ساکن لچھے میں مقناطیس گھما کر، وغیرہ وغیرہ۔

---

<sup>1</sup> Faraday's law

ان برقی مشینوں میں لچھے مقناطیسی قالب<sup>2</sup> پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ بڑھایا جاتا ہے۔ مزید قالب کی شکل تبدیل کر کے مقناطیسی بہاؤ کو ضرورت کے مقام پر پہنچایا جاتا ہے۔

ان مشینوں کے قالب میں مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہذا قالب میں بھنور نما برقی رو<sup>3</sup> پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر باریک لوہے کی پٹری<sup>4</sup> تہہ در تہہ رکھ قالب بنایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا، ٹرانسفارمر کا قالب بھی اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

## 5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں معاصر برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے۔ اس کے قالب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ مقناطیس کا مقام اس کے میکانیکی زاویہ  $\theta_m$  سے بتلائی جاتی ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف زاویہ  $\theta_m$  ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے، فی سیکنڈ  $n$  مکمل چکر کاٹتا ہو تب ہم کہتے ہیں کہ اس مقناطیس کے گھومنے کا تعدد  $n$  ہرٹز<sup>5</sup> ہے۔ اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس  $60n$  چکر فی منٹ<sup>6</sup> کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر  $360^\circ$  زاویہ یا  $2\pi$  ریڈیئن<sup>7</sup> پر مشتمل ہوتا ہے لہذا گھومنے کی اس رفتار کو  $2\pi n$  ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہہ سکتے ہیں۔ یوں اگر مقناطیس  $f$  ہرٹز کی رفتار سے گھوم رہا ہو تب یہ  $2\pi f$  ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے گا جس کو  $\omega$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$(5.2) \quad \omega = 2\pi f$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار کو عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں بیان کیا جائے گا۔

شکل 5.1 میں مشین کے دو مقناطیسی قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطبی مشین کہتے ہیں۔ ساکن قالب میں، اندر کی جانب دو شکاف ہیں، جن میں  $N$  چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو  $a$  اور  $a'$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لچھے کی بنا

<sup>2</sup>magnetic core

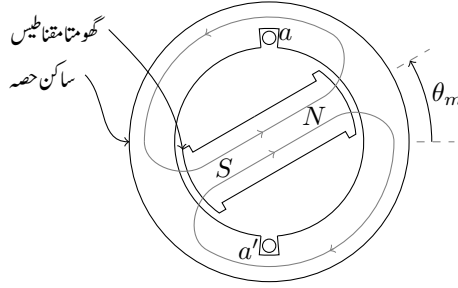
<sup>3</sup>eddy currents

<sup>4</sup>laminations

<sup>5</sup>Hertz

<sup>6</sup>rounds per minute, rpm

<sup>7</sup>radians



شکل 5.1: دو قطب، یک دوری معاصر جزیئر۔

اس مشین کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ چونکہ یہ لچھا جزیئر کے ساکن حصہ پر پایا جاتا ہے لہذا یہ لچھا بھی ساکن ہو گا جس کی بنا اسے ساکن لچھا<sup>8</sup> کہتے ہیں۔

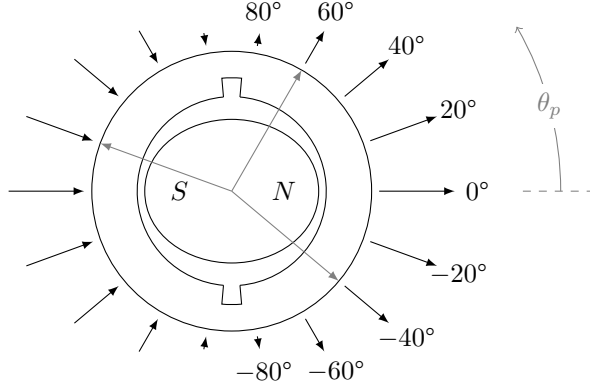
مقناطیس کا مقناطیسی بہاؤ شمالی قطب<sup>9</sup> N سے خارج ہو کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول قالب میں سے گزر کر، دوسرے خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، مقناطیس کے جنوبی قطب<sup>10</sup> S میں داخل ہو گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ یہ مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔ شکل 5.1 میں مقناطیس سیدھی سلاح کی مانند دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.2 میں مقناطیس تقریباً گول ہے اور اس کے محور کا زاویہ  $\theta_m$  صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن قالب کے بیچ صفر زاویہ،  $\theta = 0^\circ$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ،  $\theta = 90^\circ$ ، پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز پر ہچکچاہٹ کم ہو گی جبکہ زیادہ خلائی درز پر ہچکچاہٹ زیادہ ہو گی لہذا  $\theta = 0^\circ$  پر خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزرے گا جبکہ  $\theta = 90^\circ$  پر کم بہاؤ گزرے گا۔ خلائی درز کی لمبائی یوں تبدیل کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاؤ مقناطیس سے قالب میں عمودی زاویہ پر داخل ہوتا ہے۔ اگر خلائی درز میں B سائن نما ہو

$$(5.3) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

تب کثافت مقناطیسی بہاؤ B صفر زاویہ  $\theta_p = 0^\circ$  پر زیادہ سے زیادہ اور نوے زاویہ،  $\theta_p = 90^\circ$ ، پر صفر ہو گی اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ  $\theta_p$  کے ساتھ تبدیل ہو گا۔  $\theta_p$  کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کے مخالف

stator coil<sup>8</sup>  
north pole<sup>9</sup>  
south pole<sup>10</sup>



شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور زاویہ کا تبدیلی۔

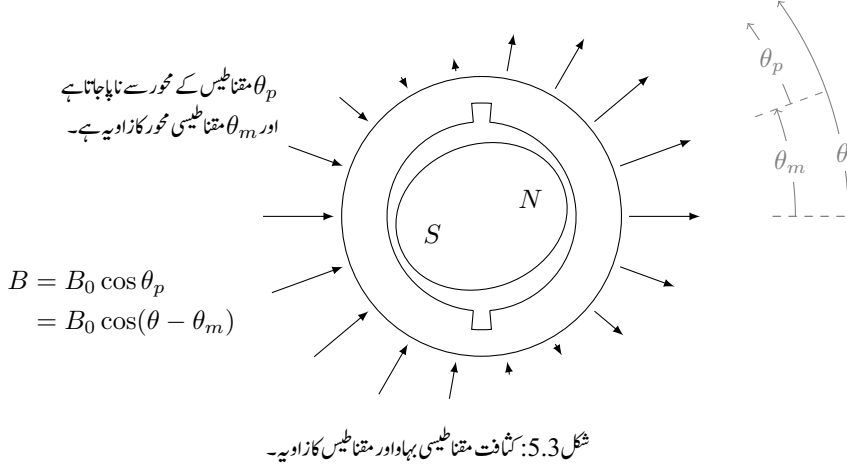
رخ ناپا جاتا ہے۔ شکل 5.2 میں ساکن حصے کے باہر نوکیلی لکیروں کی لمبائی سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت اور لکیروں کے رخ سے بہاؤ کا رخ دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے  $40^\circ$ ،  $60^\circ$  اور  $160^\circ$  زاویوں پر رداسی رخ دکھایا گیا ہے۔ زاویات  $40^\circ$  اور  $60^\circ$  پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ  $160^\circ$  پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ کے مخالف ہے۔ یوں شکل 5.2 میں آدھے درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ باقی آدھے میں مخالف رداسی رخ ہو گا۔ خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ  $B$  اور  $\theta_p$  کا ترسیم سائن نما ہو گا۔ شکل 5.3 میں مقناطیس دوسرے زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ یاد رہے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت مقناطیس کے شمالی قطب پر زیادہ سے زیادہ ہو گی اور شمالی قطب پر کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ ہو گی۔ شکل 5.3 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ  $B$ ، زاویے  $\theta_p$  اور  $\theta_m$  دکھائے گئے ہیں جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos \theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned} \quad (5.4)$$

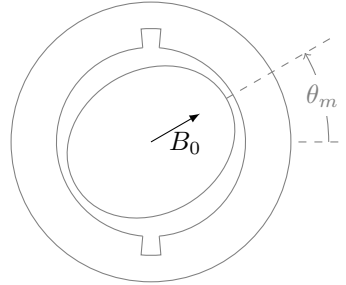
یوں درج ذیل ہو گا۔

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \quad (5.5)$$

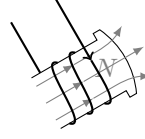
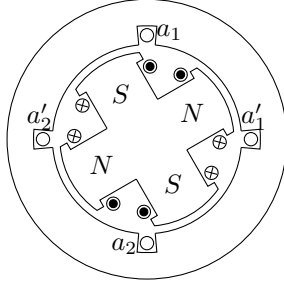
شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس کا سائن نما مقناطیسی دباؤ پیش کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 5.4 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مقناطیسی دباؤ کو عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کا حیثہ اور سمتیہ کا رخ مقناطیس کے شمال کو ظاہر کرتا ہے۔



سائن نما مقناطیسی دباؤ  
 کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے  
 جس کا طول  $B_0$  اور اس کا  
 رخ چوٹی کا زاویہ دیتا ہے۔



شکل 5.4: مقناطیسی دباؤ کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



شکل 5.5: چار قطب یک دوری معاصر جزیئر۔

شکل 5.3 میں مقناطیس کو لمحہ  $t_1$ ، زاویہ  $\theta_m(t_1)$  پر دکھایا گیا ہے جہاں ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ  $\lambda_\theta$  ہے۔ اگر مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار  $\omega_0$  سے گھوم رہا ہو تب ساکن لچھے میں اس لمحہ پر برقی دباؤ  $e(t)$  پیدا ہو گا:

$$(5.6) \quad e(t) = \frac{d\lambda_\theta}{dt}$$

آدھے چکر،  $\pi$  ریڈین گھومنے کے، بعد مقناطیسی قطبین آپس میں جگہیں تبدیل کرتے ہیں، لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ الٹ ہو گا، لچھے میں ارتباط بہاؤ  $\lambda_\theta -$  اور اس میں امالی برقی دباؤ  $e(t) -$  ہو گا۔ ایک مکمل چکر بعد مقناطیس دوبارہ اسی مقام پر ہو گا جو شکل 5.3 میں دکھایا گیا ہے، ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ دوبارہ  $\lambda_\theta$  اور اس میں امالی برقی دباؤ  $e(t)$  ہو گا۔ یوں جب بھی مقناطیس  $\theta_m = 2\pi$  میکانی زاویہ طے کرے، امالی برقی دباؤ کے برقی زاویہ میں  $\theta_e = 2\pi$  تبدیلی رونما ہوگی لہذا دو قطب، ایک لچھے کی مشین میں میکانی زاویہ  $\theta_m$  اور برقی زاویہ  $\theta_e$  ایک دوسرے کے برابر ہوں گے:

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس  $f_m$  چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہو تب لچھے میں امالی برقی دباؤ  $e(t)$  بھی ایک سیکنڈ میں  $f_m$  مکمل چکر کاٹے گا لہذا  $e(t)$  کے تعدد  $f_e$ <sup>11</sup> کی قیمت  $f_m$  ہر ٹز<sup>12</sup> ہو گی۔

$$f_e = f_m$$

اس مشین میں میکانی زاویہ  $\theta_m$  اور برقی زاویہ  $\theta_e$  وقت کے ساتھ تبدیل ہونے کے باوجود آپس میں ایک تناسب رکھتے ہیں لہذا ایسے مشین کو معاصر مشین<sup>13</sup> کہتے ہیں۔ یہاں یہ تناسب ایک کے برابر ہے۔

<sup>11</sup> frequency

<sup>12</sup> Hertz

<sup>13</sup> synchronous machine

شکل 5.5 میں چار قطب، یک دوری معاصر جزیئر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشینوں میں عموماً مقناطیس جبکہ بڑے مشینوں میں برقی مقناطیس<sup>14</sup> استعمال ہوتے ہیں۔ اس شکل میں برقی مقناطیس استعمال کیے گئے ہیں۔ دو سے زائد قطبین والے مشینوں میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ قطب تصور کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس حوالہ قطب کو  $\theta_m$  پر دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب  $(\theta_m + \pi)$  زاویہ پر ہے۔

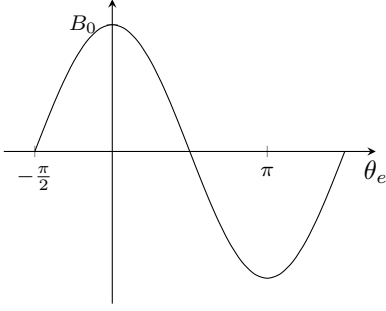
جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں مقناطیس کے چار قطبین ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ یک دوری آلات میں مقناطیسی قطبین کے جوڑوں کی تعداد اور ساکن لچھوں کی تعداد ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہے۔ شکل 5.5 میں مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑی قطبین ہیں، لہذا اس مشین کے ساکن حصہ پر دو ساکن لچھے ہوں ہیں۔ ایک لچھے کو  $a_1$  سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو  $a_2$  سے۔ لچھے  $a_1$  کو قالب میں موجود دو شکاف  $a_1$  اور  $a_1'$  میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح  $a_2$  لچھے کو دو شکاف  $a_2$  اور  $a_2'$  میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ دونوں لچھوں کو سلسلہ وار<sup>15</sup> جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جزیئر سے حاصل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کا دگنا ہو گا۔ یک دوری آلات میں قالب کو مقناطیس کے قطبین کی تعداد کے برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے مشین کا ہر ساکن لچھا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل 5.5 میں چار قطبین ہیں لہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیرتا ہے۔

ساکن اور حرکی لچھوں کی کارکردگی ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہے۔ اس کی وضاحت کرتے ہیں۔

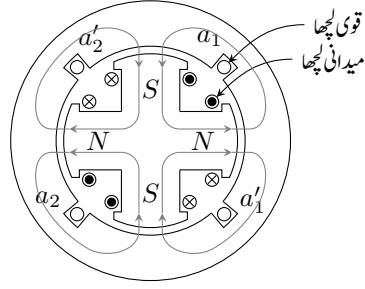
جیسا پہلے بھی ذکر کیا گیا چھوٹی گھومتی مشینوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں برقی مقناطیس میدان فراہم کرتا ہے۔ اگرچہ اب تک کی اشکال میں مقناطیس کو گھومتا حصہ دکھایا گیا ہے، حقیقت میں مقناطیس کسی مشین میں گھومتا اور کسی میں ساکن ہو گا۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والے اس لچھے کو میدان لچھا<sup>16</sup> کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا<sup>17</sup> کہتے ہیں۔ برقی جزیئر کے قوی لچھے سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے ضیاع کے علاوہ تمام برقی طاقت قوی لچھے کو فراہم کی جاتی ہے۔

شکل 5.6 میں گھومتے اور ساکن حصہ کے بیچ خلائی درز میں شمالی قطب سے مقناطیسی بہاؤ باہر نکل کر قالب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب پر مقناطیسی بہاؤ قالب سے نکل کر جنوبی قطب میں داخل ہوتا ہے۔ شکل 5.6 میں

electromagnet<sup>14</sup>  
series connected<sup>15</sup>  
field coil<sup>16</sup>  
armature coil<sup>17</sup>



شکل 5.7: سائن نما کشافِ مقناطیسی بہاؤ۔



شکل 5.6: چار قطب، دو لچھے مشین میں مقناطیسی بہاؤ۔

اس مقناطیسی بہاؤ کی کثافت کو دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاؤ کا رخ دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گا۔ ان مشینوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں  $B$  سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس پر آگے غور کیا جائے گا۔ اگر تصور کر لیا جائے کہ  $B$  سائن نما ہے تب خلائی درز میں  $B$  کی مطلق قیمت شکل 5.7 کی طرح ہو گی جہاں  $\theta_e$  برقی زاویہ ہے۔

$P$  قطبی مقناطیس کے معاصر مشین کے لئے لکھ درج ذیل ہو گا۔

$$(5.7) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

$$(5.8) \quad f_e = \frac{P}{2} f_m$$

یہاں برقی اور میکانی تعدد کا تناسب 2 ہے۔

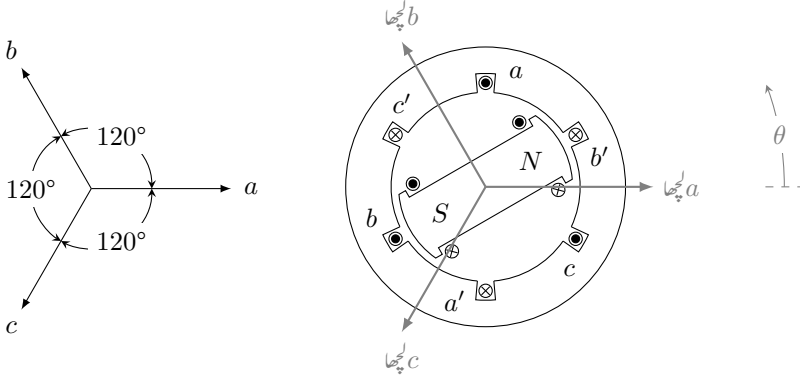
مثال 5.1: پاکستان میں گھریلو اور صنعتی صارفین کو 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے۔ یوں ہمارے ہاں  $f_e = 50$  ہو گا۔

• اگر برقی طاقت دو قطبی جنریٹر سے حاصل کی جائے تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟۔

• اگر جنریٹر کے بیس قطب ہوں تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟

حل:





شکل 5.8: دو قطب، تین دوری معاصر مشین۔

- مساوات 5.8 کے تحت دو قطبی،  $P = 2$ ، جزیئر کا میکانی رفتار  $f_m = \frac{2}{2}(50) = 50$  چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ<sup>18</sup> ہو گا۔
- بیس قطبی،  $P = 20$ ، جزیئر کا میکانی رفتار  $f_m = \frac{2}{20}(50) = 5$  چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ ہو گا۔

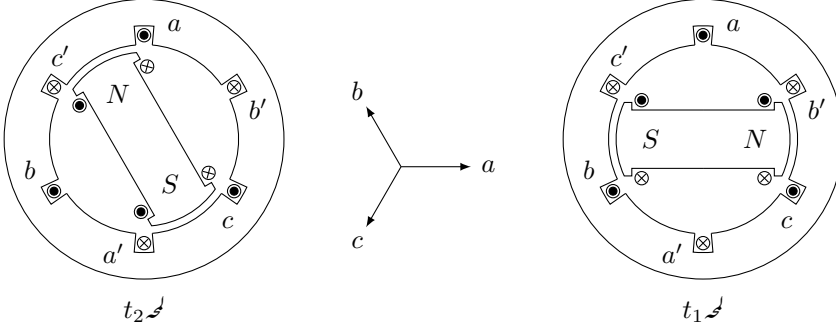
□

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جزیئر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جزیئر سست رفتار جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہذا پانی سے چلنے والے جزیئر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر عموماً دو قطب کے ہوتے ہیں۔

شکل 5.8 میں دو قطب تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ ان میں ایک لچھا  $a$  ہے جو قالب میں شگاف  $a$  اور  $a'$  میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تب یہ بالکل شکل 5.1 میں دیا گیا مشین ہی تھا۔ البتہ دیے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

لچھے کا رخ درج ذیل طریقہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

<sup>18</sup>rpm, rounds per minute



شکل 5.9: دو قطب تین دوری مشین۔

- دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کے رخ لپیٹیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کا رخ دے گا۔

شکل 5.8 میں لچھا  $a$  کا برقی رو شگاف  $a$  میں، کتاب کے صفحہ کو عمودی، باہر رخ جبکہ  $a'$  میں اس کے مخالف اندر رخ تصور کرتے ہوئے لچھا  $a$  کا رخ تیر دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اس رخ کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ یوں لچھا  $a$  صفر زاویہ پر لپیٹا گیا ہے، یعنی  $\theta_a = 0^\circ$  ہے۔ باقی لچھوں کے زاویات لچھا  $a$  کے رخ سے، گھڑی کے مخالف رخ نامے جاتے ہیں۔

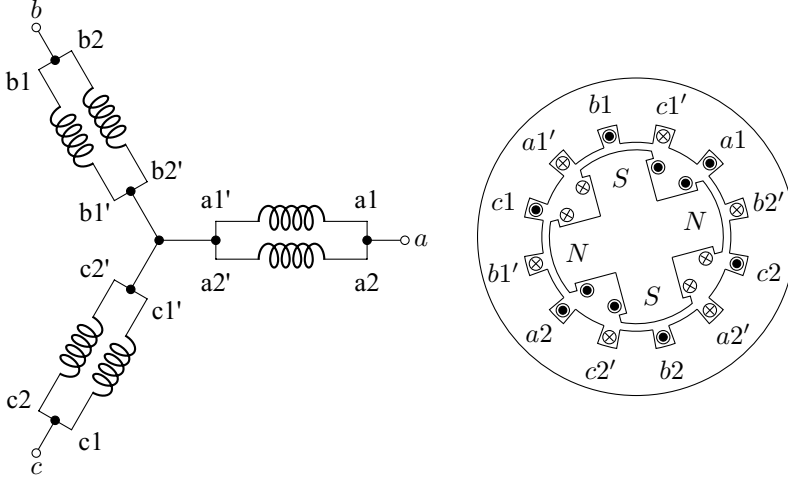
شکل 5.8 میں لچھا  $b$  کو شگاف  $b$  اور  $b'$  میں رکھا گیا ہے اور لچھا  $c$  کو شگاف  $c$  اور  $c'$  میں رکھا گیا ہے۔ مزید لچھا  $b$  کو  $120^\circ$  زاویہ اور لچھا  $c$  کو  $240^\circ$  زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یوں  $\theta_b = 120^\circ$  اور  $\theta_c = 240^\circ$  ہوں گے۔

شکل 5.9 میں اگر لمحہ  $t_1$  پر لچھا  $a$  کا ارتباط بہاو  $\lambda_a(t_1)$  ہو تب لمحہ  $t_2$  پر، جب مقتناطیس  $120^\circ$  زاویہ طے کر لے، لچھا  $b$  کا ارتباط بہاو  $\lambda_b(t_2)$  ہو گا۔ لمحہ  $t_2$  پر مقتناطیس اور لچھا  $b$  ایک دوسرے کے لحاظ سے بالکل اسی طرح نظر آتے ہیں جیسے  $t_1$  پر مقتناطیس اور لچھا  $a$  ایک دوسرے کے لحاظ سے نظر آتے تھے۔ یوں لمحہ  $t_2$  پر لچھا  $b$  کا ارتباط بہاو اتنا ہی ہو گا جتنا لمحہ  $t_1$  پر لچھا  $a$  کا ارتباط بہاو تھا:

$$(5.9) \quad \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

اسی طرح لمحہ  $t_3$  پر، جب مقتناطیس مزید  $120^\circ$  زاویہ طے کر لے، لچھا  $c$  کا ارتباط بہاو  $\lambda_c(t_3)$  ہو گا جو  $\lambda_a(t_1)$  کے برابر ہو گا۔ یوں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.10) \quad \lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$



شکل 5.10: چار قطب، تین دوری معاصر مشین۔

ان لمحات پر لچھوں کے امالی برقی دباو

$$(5.11) \quad e_a(t_1) = \frac{d\lambda_a(t_1)}{dt}$$

$$(5.12) \quad e_b(t_2) = \frac{d\lambda_b(t_2)}{dt}$$

$$(5.13) \quad e_c(t_3) = \frac{d\lambda_c(t_3)}{dt}$$

ہوں گے۔ مساوات 5.10 کی روشنی میں درج ذیل ہو گا۔

$$(5.14) \quad e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3)$$

اگر شکل 5.9 میں صرف لچھا  $a$  پایا جاتا تب یہ بالکل شکل 5.1 کی طرح ہوتا اور اگر ایسی صورت میں مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار  $\omega_0$  سے گھمایا جاتا تب، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھا  $a$  میں سائن نما برقی دباو پیدا ہوتا۔ شکل 5.9 میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں ہے۔ یوں اگر شکل 5.9 میں مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تب تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباو پیدا ہو گا البتہ مساوات 5.14 کے تحت یہ برقی دباو آپس میں  $120^\circ$  زاویہ پر ہوں گے۔

شکل 5.10 میں چار قطب، تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمالی اور جنوبی قطبین باری باری پائے جاتے ہیں اور  $180^\circ$  میکانی زاویہ میں شمال اور قریبی جنوب قطب کی ایک جوڑی پائی جاتی ہے۔ یہی میکانی زاویہ  $360^\circ$  برقی زاویہ کے برابر ہو گا۔ شکل 5.8 میں ساکن حصہ کے  $360^\circ$  برقی زاویہ کے احاطہ میں تین دوری لچھے نسب ہیں جن کی اطراف کی ترتیب، گھڑی کے مخالف رخ چلتے ہوئے،  $a, c', b, a', c$  اور  $b'$  ہے۔ شکل 5.10 میں دو قطبین کے احاطہ،  $180^\circ$  میکانی زاویہ (یا  $360^\circ$  برقی زاویہ)، میں بالکل اسی طرح تین دوری لچھوں کے اطراف کی ترتیب  $a_1, c_1', b_1, a_1', c_1$  اور  $c_1'$  ہے۔ باقی دو قطبین کے احاطے میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو  $a_2, c_2', b_2, a_2', c_2$  اور  $c_2'$  نظر آئیں گے۔ کسی بھی لمحہ  $a_1$  اور  $a_2$  لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباؤ پیدا ہو گا۔ تین دوری دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دوری برقی دباؤ حاصل کا جاتا ہے۔ شکل 5.10 میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں  $a$  لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔

### 5.3 محرک برقی دباؤ

قانون لورینز<sup>19</sup> کے تحت مقناطیسی میدان  $B$  میں سمتی رفتار  $v$  سے حرکت پذیر برقی بار  $q$  درج ذیل قوت  $F$  محسوس کرے گا۔

$$F = q(v \times B) \quad (5.15)$$

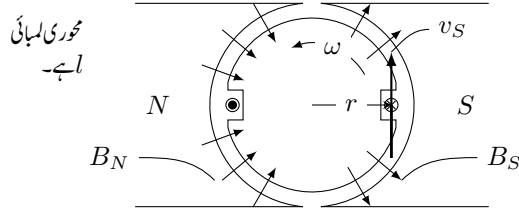
یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی میدان کے لحاظ سے برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہذا  $F$  کو ساکن مقناطیسی میدان میں برقی بار کی سمتی رفتار تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس قوت کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جاتا ہے۔

مقناطیسی میدان میں ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک، جن کے بیچ ہٹاؤ  $l$  ہے، برقی بار  $q$  منتقل کرنے کے لئے درکار کام  $W$  ہو گا:

$$W = F \cdot l = q(v \times B) \cdot l \quad (5.16)$$

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے بیچ برقی دباؤ<sup>21</sup> کہتے ہیں جس کی اکائی وولٹ<sup>22</sup>  $V$  ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے بیچ درج ذیل برقی دباؤ ہو گا۔

$$e = \frac{W}{q} = (v \times B) \cdot l \quad \text{وولٹ} \quad (5.17)$$



شکل 5.11: ایک چکر کا لچھا متناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

حرکت کی مدد سے یوں حاصل برقی دباو کو محرک برقی دباو<sup>23</sup> کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے حاصل برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کا برقی دباو بھی محرک برقی دباو کہلائے گا۔

شکل 5.11 میں گھڑی کے مخالف رخ گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔ بائیں خلاء میں لچھا کی تار کے قطع پر غور کریں۔ مساوات 5.15 کے تحت بائیں قطع میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کے عمودی باہر رخ قوت پیدا ہوگی جبکہ اس قطع میں موجود منفی برقی بار پر اس کے مخالف رخ قوت پیدا ہوگی۔ مساوات 5.17 کے تحت اس قطع کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی برقی دباو پر ہوگا۔

ہم گھومتے حصہ کی محور پر نیکی محدود قائم کرتے ہیں۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے خلاء میں  $B$  رداسی رخ جبکہ شمالی قطب کے سامنے خلاء میں  $B$  رداس کے مخالف رخ ہوگا۔ جنوبی قطب کے سامنے شکاف میں برقی تار  $l_S$  کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v_S &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_S &= B a_r \\ l_S &= l a_z \end{aligned} \quad (5.18)$$

یوں جنوبی قطب کے سامنے تار کے قطع میں درج ذیل محرک برقی دباو پیدا ہوگا۔

$$\begin{aligned} e &= (v \times B) \cdot l \\ &= \omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= \omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l \end{aligned} \quad (5.19)$$

Lorentz law<sup>19</sup>  
charge<sup>20</sup>  
potential difference, voltage<sup>21</sup>  
volt<sup>22</sup>  
electromotive force, emf<sup>23</sup>

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ  $a_z$  لیا گیا۔ اس مساوات میں برقی دباؤ منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سر تار پر  $-a_z$  رخ ہے یعنی تار کا نچلا سرا مثبت اور بالائی سرا منفی ہے۔ اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس رو کا رخ  $-a_z$  یعنی صفحہ کو عمودی اندر رخ ہو گا جسے شکل 5.11 میں شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v_N &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_N &= -B a_r \\ l_N &= l a_z \end{aligned} \quad (5.20)$$

یوں اس قطع میں درج ذیل دباؤ ہو گا۔

$$\begin{aligned} e_N &= (v_N \times B_N) \cdot l_N \\ &= -\omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= \omega r B l \end{aligned} \quad (5.21)$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ  $a_z$  لیا گیا ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سر تار پر  $a_z$  رخ ہو گا یعنی تار کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی ہو گا۔ اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس کا رخ  $a_z$  یعنی صفحہ کو عمودی باہر رخ ہو گا جسے شکل 5.11 میں شگاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دونوں تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان تاروں کے نچلے سر ایک دوسرے کے ساتھ سلسلہ وار جڑے ہیں جس کو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔ یوں اس لچھے کے بالائی، نظر آنے والے، سروں پر کل برقی دباؤ  $e$  ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباؤ کا مجموعہ ہو گا:

$$\begin{aligned} e &= 2rlB\omega \\ &= AB\omega \end{aligned} \quad (5.22)$$

یہاں لچھے کا رقبہ  $A = 2rl$  ہے۔ اگر ایک چکر سے اتنا برقی دباؤ حاصل ہو تب  $N$  چکر کے لچھے سے درج ذیل دباؤ حاصل ہو گا جہاں  $\phi = AB$  مقناطیسی بہاؤ ہے۔

$$\begin{aligned} e &= \omega NAB \\ &= 2\pi f NAB \\ &= 2\pi f N\phi \end{aligned} \quad (5.23)$$

گھومتی مشینوں کی خلائی درز میں  $B$  اور  $v$  ہر لمحہ ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔ مساوات 5.17 کے تحت مستقل زاویائی رفتار اور محوری لمبائی کی صورت میں پیدا کردہ برقی دباؤ ہر لمحہ  $B$  کا براہ راست متناسب ہو گا۔ خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے  $B$  کی صورت میں گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباؤ بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ یوں جس شکل کا برقی دباؤ درکار ہو اسی شکل کی کثافت مقناطیسی دباؤ خلائی درز میں پیدا کرنی ہو گی۔ سائن نما برقی دباؤ پیدا کرنے کے لئے خلائی درز میں سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ درکار ہو گی۔

اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت  $B$  پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔

#### 5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ

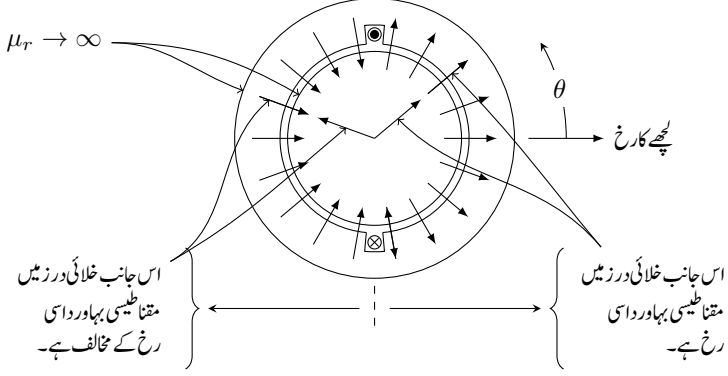
ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں کچھ<sup>24</sup> لچھے دکھائے گئے۔ مزید ان مشینوں میں گھومتے حصے پر موجود مقناطیس کے ابھرے قطب<sup>25</sup> تھے۔ عموماً حقیقی مشینوں کے ہموار قطب<sup>26</sup> اور پھیلے لچھے<sup>27</sup> ہوتے ہیں جن کی بنا ساکن اور گھومتے حصوں کے بیچ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباؤ اور سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنا ممکن ہوتا ہے۔

شکل 5.12 میں ایک کچھ لچھا دکھایا گیا ہے جہاں مشین کے گھومتے حصے کا عمودی تراش گول صورت کا ہے۔ متحرک اور ساکن قالب کا  $\mu_r \rightarrow \infty$  ہے۔ لچھے کا مقناطیسی دباؤ  $\tau = Ni$ ، مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  پیدا کرتا ہے جس کو ہلکی سپاہی کی لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرتا ہوا لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتا ہے لہذا درج ذیل ہو گا۔

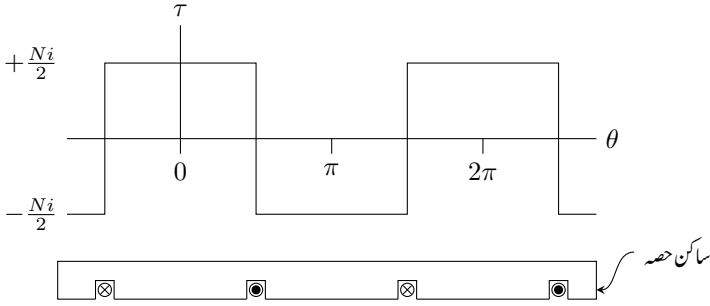
$$(5.24) \quad \tau = Ni = 2Hl_a$$

یوں ساکن لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا آدھا حصہ ایک خلائی درز اور آدھا حصہ دوسرے خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے۔ مزید آدھے خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ) رداسی رخ اور باقی خلائی درز میں رداس کے

non-distributed coils<sup>24</sup>  
salient poles<sup>25</sup>  
non-salient poles<sup>26</sup>  
distributed winding<sup>27</sup>



شکل 5.12: ساکن لچھا پچھ ہے۔



شکل 5.13: گچھ لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ۔



مخالف رخ ہے۔ ہم رداسی رخ کو مثبت تصور کرتے ہیں۔ چونکہ مقناطیسی بہاؤ (اور مقناطیسی دباؤ)  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  کے درمیان رداسی رخ ہے لہذا اسے مثبت تصور کیا جائے گا جبکہ باقی حصہ پر مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ) رداس کے مخالف رخ ہے لہذا اسے منفی تصور کیا جائے گا۔ شکل 5.13 میں خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ وقفہ  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  کے خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ  $\tau_a$  لچھے کے مقناطیسی دباؤ  $\tau$  کا آدھا ہے اور اس کا رخ مثبت ہے جبکہ وقفہ  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$  کے خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا آدھا اور منفی رخ ہے۔ یاد رہے مقناطیسی دباؤ کا رخ رداسی رخ کے حوالہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

## 5.4.1 بدلتا رو والے مشین

بدلتا رو (اے سی) مشین بناتے وقت کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہو۔ سائن نما مقناطیسی دباؤ کے حصول کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے سائن نما مقناطیسی دباؤ کیسے حاصل ہوتا ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

فوریر تسلسل<sup>28</sup> کے تحت ہم کسی بھی تفاعل<sup>29</sup>  $f(\theta_p)$  کو درج ذیل صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.25) \quad f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p)$$

تفاعل کا دوری عرصہ<sup>30</sup>  $T$  ہونے کی صورت میں فوریر تسلسل کے عددی سر درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.26) \quad \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) d\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p d\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p d\theta_p \end{aligned}$$

مثال 5.2: شکل 5.13 میں دیے گئے مقناطیسی دباؤ کا

Fourier series<sup>28</sup>  
function<sup>29</sup>  
time period<sup>30</sup>

- فوریر تسلسل حاصل کریں،
- تیسری موسیقائی جزو<sup>31</sup> اور بنیادی جزو<sup>32</sup> کا تناسب معلوم کریں۔

حل:

- مساوات 5.26 کی مدد سے

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/2} \left( -\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left( \frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} \left( -\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p \right] \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[ \left( -\frac{Ni}{2} \right) \left( -\frac{\pi}{2} + \pi \right) + \left( \frac{Ni}{2} \right) \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \left( -\frac{Ni}{2} \right) \left( \pi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

اور درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[ -\frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} + \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= \frac{Ni}{2n\pi} \left[ \sin \frac{n\pi}{2} + 2 \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\
 &= \left( \frac{4}{n\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2}
 \end{aligned}$$

اس مساوات میں  $n$  کی قیمت ایک، دو، تین لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \left( \frac{4}{\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right), \quad a_3 = - \left( \frac{4}{3\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right), \quad a_5 = \left( \frac{4}{5\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right) \\
 a_2 &= a_4 = a_6 = 0
 \end{aligned}$$

<sup>31</sup> third harmonic component  
<sup>32</sup> fundamental component

اسی طرح درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[ \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} - \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

• ان نتائج کا یکجا کرتے ہیں:

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{\left( \frac{4}{3\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right)}{\left( \frac{4}{\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right)} = \frac{1}{3}$$

□

یوں تیسرا موسیقائی جزو بنیادی جزو کا تیسرا حصہ یعنی 33.33 فی صد ہو گا۔

مثال 5.2 میں حاصل کردہ  $a_1, a_2, \dots$  استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ  $\tau$  کا فوریر تسلسل لکھتے ہیں۔

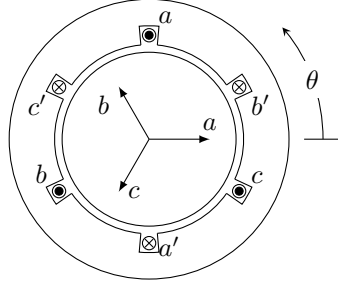
$$(5.27) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p - \frac{4}{3\pi} \frac{Ni}{2} \cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi} \frac{Ni}{2} \cos 5\theta_p + \dots$$

مثال 5.2 کے مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جاسکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے حقیقی مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء قابل نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے مساوات 5.27 سے

$$(5.28) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p = \tau_0 \cos \theta_p$$

لکھتے ہیں جہاں  $\tau_0$  درج ذیل ہے۔

$$(5.29) \quad \tau_0 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$



شکل 5.14: تین دور لچھے۔

خلائی درج میں  $\tau$ ،  $H$  اور  $B$  ایک دوسرے کے برائے راست متناسب ہوتے ہیں۔ یوں مساوات 5.28 کے تحت شکل 5.12 کا لچھے اور شکل 5.2 میں صفر زاویہ پر سلاخ نما مقناطیس یکساں  $\tau$  (اور  $B$ ) دیں گے۔ اسی طرح اگر شکل 5.12 کا لچھا زاویہ  $\theta_m$  پر ہوتا تب ہمیں شکل 5.3 میں موجود مقناطیس کے نتائج حاصل ہوتے۔ شکل 5.14 میں تین لچھے آپس میں  $120^\circ$  زاویہ پر دکھائے گئے ہیں۔ ہم مساوات 5.64 کی طرح اس شکل میں لچھا  $a$  کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

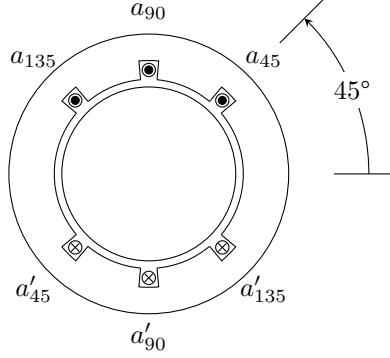
$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{pa} \\
 \theta_{pa} &= \theta - \theta_{ma} = \theta - 0^\circ \\
 \tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta
 \end{aligned}
 \quad (5.30)$$

اسی طرح لچھا  $b$  اور  $c$  جو بالترتیب  $\theta_{mb} = 120^\circ$  اور  $\theta_{mc} = 240^\circ$  زاویہ پر ہیں کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{pb} \\
 \theta_{pb} &= \theta - \theta_{mb} = \theta - 120^\circ \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{mb}) = \tau_0 \cos(\theta - 120^\circ)
 \end{aligned}
 \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{pc} \\
 \theta_{pc} &= \theta - \theta_{mc} = \theta - 240^\circ \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{mc}) = \tau_0 \cos(\theta - 240^\circ) = \tau_0 \cos(\theta + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \quad (5.32)$$

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہر گز نہیں لگتا لیکن مساوات 5.27 ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض نظر کا دھوکا ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اگر ہم کسی طرح مساوات 5.27 میں پہلے رکن کے علاوہ باقی تمام ارکان کو صفر کر سکیں تب ہمیں سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو گا۔



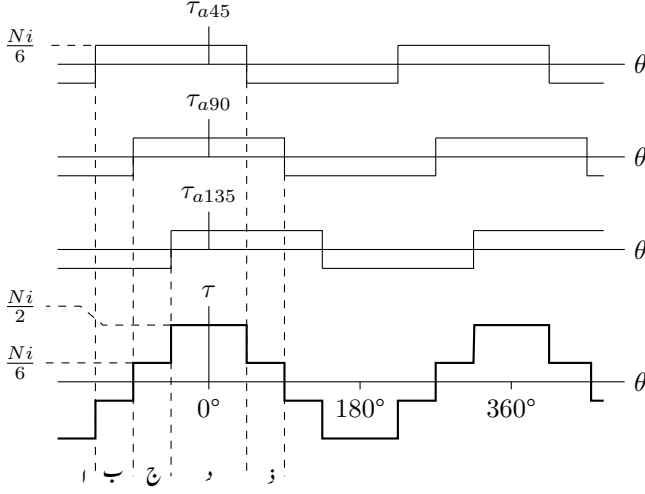
شکل 5.15: پھیلا لچھا۔

شکل 5.12 کے  $N$  چکر لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کرتے ہوئے شکل 5.15 حاصل کیا گیا ہے جہاں ہر چھوٹا لچھا  $\frac{N}{3}$  چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا<sup>33</sup> جاتا ہے لہذا ان میں ایک جیسا برقی رو  $i$  گزرے گا۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا ہے۔ پہلے لچھے کو شگاف  $a_{45}$  اور  $a'_{45}$  میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شگاف  $a_{90}$  اور  $a'_{90}$  میں اور تیسرے لچھے کو شگاف  $a_{135}$  اور  $a'_{135}$  میں رکھا گیا ہے۔

شگافوں کے ایک جوڑا کو ایک ہی طرح کے نام دیے گئے ہیں، البتہ ایک شگاف کو  $a$  اور دوسرے کو  $a'$  نام دیا گیا ہے۔ یوں شگافوں کا پہلے جوڑا  $a_{45}$  اور  $a'_{45}$  ہے۔ شگاف کا نام شگاف کے زاویہ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔ یوں شگاف  $a_{45}$  درحقیقت  $45^\circ$  زاویہ پر ہے، شگاف  $a_{90}$  نوے درجہ زاویہ پر اور شگاف  $a_{135}$  ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔ اسی طرح  $a'_{45}$  شگاف  $a_{45}$  کا جوڑا ہے۔

تمام لچھے  $\frac{N}{3}$  چکر کے ہیں اور تمام لچھوں میں برقی رو  $i$  ایک دوسرے جیسا ہے۔ شکل 5.15 کے پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباو بالمقابل زاویہ کا ترسیم شکل 5.16 میں موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ سب سے اوپر لچھا  $a_{45}$  کے مقناطیسی دباو کی ترسیم ہے جو شکل 5.13 کی ترسیم کی طرح لیکن صفر زاویہ سے  $-45^\circ$  ہٹ کر ہے۔ دوسری ترسیم لچھا  $a_{90}$  کی ہے جو ہو بہو شکل 5.13 کی طرح ہے جبکہ تیسری ترسیم لچھا  $a_{135}$  کی ہے جو صفر زاویہ سے  $+45^\circ$  ہٹ کر ہے۔ ان تینوں ترسیمات کا انفرادی طول  $\frac{Ni}{6}$  ہے۔

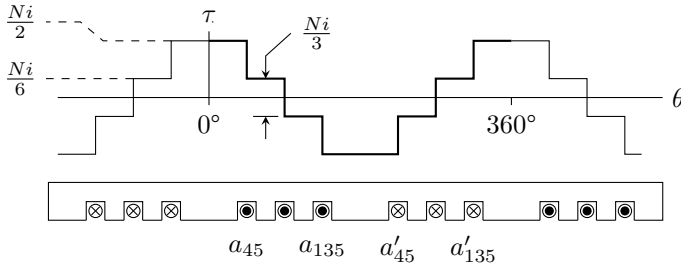
ترسیمات  $\tau_{a_{45}}$ ،  $\tau_{a_{90}}$  اور  $\tau_{a_{135}}$  سے کل مقناطیسی دباو کی ترسیم  $\tau$  حاصل کرنا سیکھتے ہیں۔ شکل 5.16 میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ سب سے بائیں پہلی لکیر کی بائیں طرف خطہ کو "1" کہا گیا ہے۔ اس



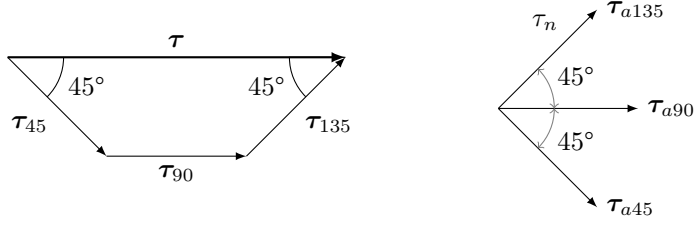
شکل 5.16: پھیلے لچے کا کل مقناطیسی دباؤ۔

خطہ میں ترسیمات  $\tau_{a45}$ ،  $\tau_{a90}$  اور  $\tau_{a135}$  کی انفرادی قیمتیں  $-\frac{Ni}{6}$  ہیں لہذا ان کا مجموعہ  $-\frac{Ni}{2}$  ہو گا۔ یوں خطہ "ا" میں کل مقناطیسی دباؤ  $\tau$  کی ترسیم کی قیمت  $-\frac{Ni}{2}$  ہو گی۔ اسی طرح خطہ "ب" میں  $\tau_{a45}$  کی قیمت  $+\frac{Ni}{6}$ ،  $\tau_{a90}$  کی  $-\frac{Ni}{6}$  اور  $\tau_{a135}$  کی بھی  $-\frac{Ni}{6}$  ہے۔ ان کا مجموعہ  $-\frac{Ni}{6}$  ہے جو کل مقناطیسی دباؤ  $\tau$  ہو گا۔ خطہ "ج" میں بالائی تینوں ترسیمات کی قیمتیں بالترتیب  $+\frac{Ni}{6}$ ،  $+\frac{Ni}{6}$  اور  $-\frac{Ni}{6}$  ہیں جن کا مجموعہ  $+\frac{Ni}{6}$  کل مقناطیسی دباؤ ہو گا۔ اسی طرح آپ پوری ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

شکل 5.16 کی  $\tau$  کو شکل 5.17 میں دوبارہ پیش کیا ہے۔ شکل 5.17 پھیلے لچے اور شکل 5.13 گچھ لچے



شکل 5.17: پھیلے لچے کا مقناطیسی دباؤ۔



شکل 5.18: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاؤ۔

کے دباؤ کی ترسیمات ہیں۔ شکل 5.13 کے لحاظ سے شکل 5.17 کی صورت سائن نما کے زیادہ قریب ہے۔ فوریز تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔ شگافوں کے مقامات اور ان میں لچھوں کے چکر یوں رکھے جا سکتے ہیں کہ ان کے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی ترسیم کی صورت سائن نما کی زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پر مقناطیسی دباؤ نہیں بناتے لہذا ان سے حاصل کل مقناطیسی دباؤ کا حیثہ (اتنے ہی چکر کے) ایک گچھ لچھے کے حیثہ سے کم ہوتا ہے۔ مساوات 5.29 میں اس اثر کو شامل کرنے کے لئے جزو متعارف کیا جاتا ہے  $k_w$

$$\begin{aligned} \tau_0 &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{2}{2} \\ \tau_a &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{2}{2} \cos \theta = \tau_0 \cos \theta \end{aligned} \quad (5.33)$$

جہاں  $k_w$  جزو پھیلاؤ<sup>34</sup> کہلاتا ہے۔ جزو پھیلاؤ کی قیمت اکائی سے کم ہوتی ہے۔

$$0 < k_w < 1 \quad (5.34)$$

مثال 5.3: شکل 5.15 کے پھیلے لچھے کا  $k_w$  تلاش کریں۔

حل: شکل 5.18 سے رجوع کریں۔ شکل 5.15 کے تین چھوٹے لچھے ایک جیسا مقناطیسی دباؤ  $\tau_n = \frac{4 ni}{\pi} \frac{2}{2}$  پیدا کرتے ہیں البتہ ان کے رخ مختلف ہیں۔ یہاں ایک لچھا  $\frac{N}{3}$  چکر کا ہے لہذا  $n = \frac{N}{3}$  ہو گا۔ ہم تینوں مقناطیسی دباؤ کے دوری سمتیات کا مجموعہ لے کر مقناطیسی دباؤ  $\tau$  معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142 \tau_n \end{aligned}$$

winding factor<sup>34</sup>

یوں درج ذیل ہو گا

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = \frac{2.4142}{3} \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

□

لہذا  $k_w = 0.8047$  کے برابر ہے۔

مثال 5.4: تین دوری، 50 ہرٹز، ستارہ جڑے جزیئر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاؤ  $k_{w,m} = 0.9$  جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاؤ  $k_{w,q} = 0.833$  ہے۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور لمبائی  $l = 2.828$  میٹر ہے۔ خلائی درز کی لمبائی  $l_k = 0.04$  میٹر ہے۔ میدانی لچھے میں 1000 ایمپیسر برقی رو کی صورت میں درج ذیل تلاش کریں۔

- میدانی مقناطیسی دباؤ کی زیادہ سے زیادہ قیمت۔
- خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ۔
- ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ۔
- متحرک تار پر برقی دباؤ۔

حل:

$$\tau_0 = k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m}$$

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54 \text{ T}$$

$$\phi_0 = 2B_0 l r = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.28915 \text{ Wb}$$

•

$$\begin{aligned} E_{rms} &= 4.44 f k_{w,q} N_q \phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85 \text{ V} \end{aligned}$$



یوں ستارہ جڑی جزیرے کی تار کا برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11\,000\text{ V}$$

□

ہم سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقامات یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ مقصد پورا ہو۔ شکل 5.17 میں صفر زاویہ کے دونوں اطراف مقناطیسی دباؤ کی ترسیم ایک جیسے گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ مثلاً جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباؤ  $\frac{Ni}{3}$  گھٹتا ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر دباؤ مزید  $\frac{Ni}{3}$  گھٹتا ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقامات کا فیصلہ فوریر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فوریر تسلسل میں موسیقائی جزو کم سے کم اور بنیادی جزو زیادہ سے زیادہ رکھا جاتا ہے۔

سائن لچھوں کی طرح متحرک لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو۔

## 5.5 مقناطیسی دباؤ کی گھومتی امواج

گھومتے مشین کے لچھوں کو برقی دباؤ فراہم کیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

### 5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین

مساوات 5.33 میں ایک لچھے کا مقناطیسی دباؤ

$$(5.35) \quad \tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta$$

دیا گیا ہے جو سائن نما برقی رو

$$(5.36) \quad i_a = I_0 \cos \omega t$$

کی صورت میں

$$(5.37) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos \theta \cos \omega t = \tau_0 \cos \theta \cos \omega t$$

مقناطیسی دباؤ دے گا جہاں  $\tau_0$  درج ذیل ہے اور لچھا کے برقی رو کو  $i_a$  کہا گیا ہے۔

$$(5.38) \quad \tau_0 = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \frac{2}{2}$$

مساوات 5.37 کہتی ہے کہ مقناطیسی دباؤ زاویہ  $\theta$  اور لمحہ  $t$  کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ مساوات 5.37 کو کلیہ

$$(5.39) \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

کی مدد سے دو ٹکڑوں

$$(5.40) \quad \tau_a = \tau_0 \left[ \frac{\cos(\theta + \omega t) + \cos(\theta - \omega t)}{2} \right] = \tau_a^- + \tau_a^+$$

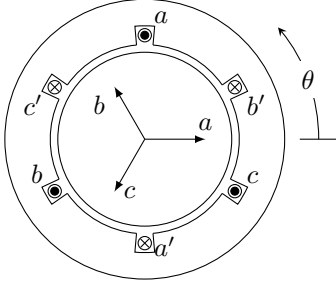
میں تقسیم کیا جا سکتا ہے جہاں  $\tau_a^-$  اور  $\tau_a^+$  درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.41) \quad \tau_a^- = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta + \omega t)$$

$$(5.42) \quad \tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

مساوات 5.40 کہتی ہے کہ مقناطیسی دباؤ دو آپس میں مخالف رخ گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موجوں کا مجموعہ ہے۔ اس کا پہلا جزو  $\tau_a^-$  زاویہ  $\theta$  گھٹنے کے رخ، یعنی گھڑی کے رخ، گھومتا ہے جبکہ اس کا دوسرا جزو  $\tau_a^+$  گھڑی کے مخالف رخ، زاویہ بڑھنے کے رخ، گھومتا ہے۔

ایک دور کی لپٹی مشینوں میں گھومتے مقناطیسی دباؤ کی امواج میں سے کسی ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔ اس طرح ایک ہی رخ مقناطیسی دباؤ گھومتا ملے گا جو بالکل ایک گھومتے ہوئے مقناطیس کی مانند ہوگا۔ تین دوری مشینوں میں ایسا کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہوگا۔



$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}$$

شکل 5.19: تین دور کی لپٹی مشین۔

### 5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل 5.19 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات 5.30، 5.31 اور 5.32 میں ایسے تین لچھوں کے فوریزر تسلسل کے بنیادی اجزاء دیے گئے ہیں جن میں جزو پھیلاؤ  $k_x$  شامل کر کے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a i_a}{2} \cos \theta \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b i_b}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c i_c}{2} \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.43}$$

ان لچھوں میں بالترتیب تین دوری برقی رو

$$\begin{aligned}i_a &= I_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.44}$$

لینے سے مساوات 5.43 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos \theta \cos(\omega t + \alpha) \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.45}$$

تینوں لچھوں کے چکر ایک دوسرے کے برابر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

لیتے ہوئے مساوات 5.39 کی استعمال سے

$$(5.46) \quad \begin{aligned} \tau_a &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ \tau_b &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ \tau_c &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \end{aligned}$$

لکھے جاسکتے ہیں جہاں  $\tau_0$  درج ذیل ہے۔

$$(5.47) \quad \tau_0 = k_w \frac{4 N I_0}{\pi \cdot 2}$$

کل مقناطیسی دباؤ  $\tau$  ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم درج ذیل ثابت کرتے ہیں۔

$$\cos \gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

ہم کلیات

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

میں  $\alpha = \gamma$  اور  $\beta = 240^\circ$  لے کر

$$\begin{aligned} \cos(\gamma + 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ - \sin \gamma \sin 240^\circ \\ \cos(\gamma - 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ + \sin \gamma \sin 240^\circ \end{aligned}$$

حاصل کرتے ہیں جن میں  $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$  اور  $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  پر کر کے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\begin{aligned} \cos(\gamma + 240^\circ) &= -\frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma \\ \cos(\gamma - 240^\circ) &= -\frac{1}{2} \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma \end{aligned}$$

ان مساوات کو  $\cos \gamma$  کے ساتھ جمع کرنے سے صفر حاصل ہو گا۔

$$\cos \gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

لئے اس مساوات کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.48) \quad \cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0$$

اب مساوات 5.46 میں دئے  $\tau_a$ ،  $\tau_b$  اور  $\tau_c$  کو جمع کر کے مساوات 5.48 کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$(5.49) \quad \tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t - \alpha)$$

مساوات 5.49 کہتی ہے کہ کل مقناطیسی دباؤ کا حیثہ کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے حیثہ کا  $\frac{3}{2}$  گنا ہوگا۔ مزید مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کے مخالف رخ گھومے گی۔ یوں تین لچھوں کو  $120^\circ$  زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دوری برقی رو، جو آپس میں  $120^\circ$  پر ہوں، سے ہیجان کرنے سے مقناطیسی دباؤ کی واحد ایک موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ کسی دو برقی رو کو آپس میں تبدیل کرنے سے مقناطیسی موج کا رخ تبدیل ہوتا ہے۔

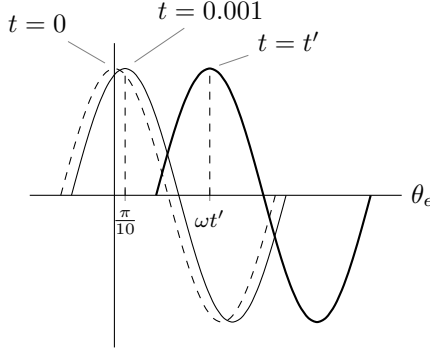
مساوات 5.49 ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے جس میں ہم برقی رو کا تعدد 50 Hz اور اپنی آسانی کے لئے  $\alpha$  کو صفر لیتے ہیں۔ یوں اس موج کی چوٹی کا تعین تفاعل  $\cos(\theta - \omega t)$  کرے گا۔ تفاعل  $\cos(\theta - \omega t)$  کی چوٹی پر نظر رکھیں۔ تفاعل  $\cos(\theta - \omega t)$  کی چوٹی اکائی ہے جو  $\theta - \omega t = 0$  پر پائی جاتی ہے۔

ابتدائی لمحہ  $t = 0$  پر  $\cos(\theta - \omega t)$  کی چوٹی  $(\theta - \omega t) = 0$  پر ہوگی جس کو  $t = 0$  کے لئے حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \theta - \omega t &= 0 \\ \theta - \omega \times 0 &= 0 \\ \theta &= 0 \end{aligned}$$

یوں موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہوگی جسے شکل 5.20 میں نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ہم کچھ وقفہ، مثلاً  $t = 0.001$  سیکنڈ، بعد اس چوٹی پر دوبارہ نظر ڈالتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \theta - \omega t &= 0 \\ \theta - 0.001\omega &= 0 \\ \theta &= 0.001\omega \\ &= 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 \\ &= 0.3142 \text{ rad} \end{aligned}$$



شکل 5.20: حرکت کرتی موج۔

اب یہ چوٹی 0.3142 یا  $\frac{\pi}{10}$  برقی ریڈین یعنی  $18^\circ$  برقی زاویہ پر ہے جسے شکل 5.20 میں باریک ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کے مخالف رخ، یعنی زاویہ بڑھنے کے رخ، گھوم گئی ہے۔ اسی طرح لمحہ  $t = 0.002$  پر چوٹی  $36^\circ$  برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ عمومی لمحہ  $t'$  پر چوٹی کا مقام  $\theta - \omega t' = 0$  سے درج ذیل حاصل ہو گا جسے موٹی ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

$$(5.50) \quad \theta = \omega t'$$

مساوات 5.50 کہتی ہے کہ چوٹی کا مقام تعین کرنے والا زاویہ وقت کے ساتھ بتدریج بڑھتا ہے۔ اس مساوات سے ایک مکمل  $2\pi$  برقی زاویہ چکر کا دورانیہ  $T$  حاصل کرتے ہیں۔

$$(5.51) \quad T = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

یاد رہے  $f$  برقی رو کی تعدد ہے۔ یوں 50 ہرٹز برقی رو کی صورت میں مقناطیسی دباؤ کی موج ہر  $0.02 = \frac{1}{50}$  سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر لہذا ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر مکمل کرے گی۔

دو قطبی مشینوں میں مساوات 5.7

$$(5.52) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

کے تحت برقی زاویہ  $\theta_e$  اور میکانی زاویہ  $\theta_m$  ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ یوں دو قطبی مشینوں کی بات کرتے ہوئے مساوات 5.51 کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج  $f$  برقی یا میکانی چکر مکمل کرے گی جہاں  $f$

برقی رو کی تعدد ہے۔  $P$  قطبی مشینوں کے مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں  $f$  مقناطیسی چکر یعنی  $\frac{2}{P}f$  میکانیکی شکر مکمل کرے گی۔

برقی رو کی تعدد کو  $f_e$ ، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو  $\theta_e$ ، میکانیکی زاویہ کو  $\theta_m$  اور مقناطیسی دباؤ کی موج کی زاویائی رفتار کو  $\omega_e$  یا  $\omega_m$  سے ظاہر کرتے ہوئے درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}\omega_m &= \frac{2}{P}\omega_e \quad \text{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P}f_e \quad \text{Hz} \\ n &= \frac{120f_e}{P} \quad \text{چکر فی سیکنڈ}\end{aligned}\tag{5.53}$$

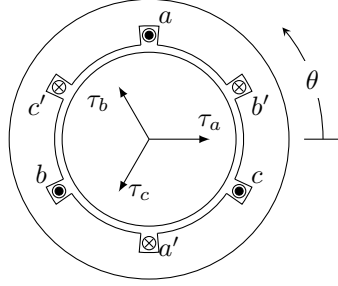
مقناطیسی موج کی برقی معاصر زاویائی رفتار  $\omega_e$  برقی زاویہ فی سیکنڈ اور میکانیکی معاصر زاویائی رفتار  $\omega_m$  میکانیکی زاویہ فی سیکنڈ ہوگی۔ اسی طرح موج کی برقی معاصر رفتار  $f_e$  برقی ہرٹز اور میکانیکی معاصر رفتار  $f_m$  میکانیکی ہرٹز ہوگی۔ برقی معاصر رفتار  $f_e$  ہرٹز ہونے سے مراد ہے کہ ایک سیکنڈ میں موج  $f_e$  برقی چکر کا فاصلہ طے کرتی ہے جو دو قطب کا یعنی  $2\pi$  ریڈیئن کا میکانیکی زاویہ ہے۔ اسی طرح میکانیکی معاصر رفتار  $f_m$  ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ موج ایک سیکنڈ میں  $f_m$  میکانیکی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ ایک میکانیکی چکر روز مرہ زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں  $n$ ، میکانیکی چکر فی منٹ<sup>36</sup> کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات 5.53 معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ  $q$  دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے  $\frac{2\pi}{q}$  برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں برقی رو  $q$  دوری ہو میں، تین دوری مشین کی طرح، ایک ہی رخ گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا ہو گی۔ مزید، اس موج کا حیثہ کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے حیثہ کا  $\frac{q}{2}$  گنا ہو گا اور اس کی زاویائی رفتار  $\omega_e = 2\pi f$  برقی ریڈیئن فی سیکنڈ ہوگی۔

### 5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجزیہ

شکل 5.21 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے جس میں مثبت برقی رو کے رخ دکھائے گئے ہیں۔ یوں  $a$  شکاف میں برقی رو کا رخ صفحہ سے عمودی باہر کو ہے جسے نقطہ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح  $a'$  شکاف میں برقی رو کا رخ

<sup>35</sup>synchronous speed  
<sup>36</sup>rpm, rounds per minute



شکل 5.21: تین دور کی لپٹی مشین میں مثبت برقی روادوران سے حاصل مقناطیسی دباؤ کے رخ۔

صفحہ میں عمودی اندر کو ہے اور جسے صلیب کے نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں شگاف  $a$  اور  $a'$  میں مثبت برقی رو کا مقناطیسی دباؤ  $\tau_a$  صفر زاویہ پر ہو گا جو عین لچھا  $a$  کا رخ ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

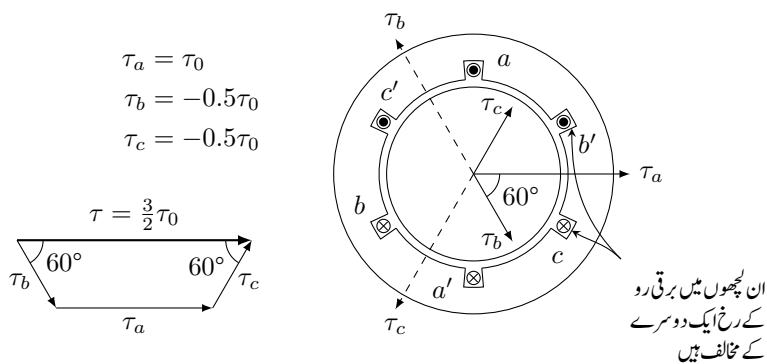
اب اگر لچھا  $a$  میں برقی رو منفی ہو تب برقی رو مثبت رخ کے مخالف ہو گا، یعنی اب برقی رو کا رخ شگاف  $a$  میں صفحہ کے عمودی اندر اور شگاف  $a'$  میں صفحہ کے عمودی باہر ہو گا۔ یوں منفی برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ بھی لچھا  $a$  کے رخ کا مخالف ہو گا۔ آپ نے دیکھا کہ برقی رو منفی ہونے سے مقناطیسی دباؤ کا رخ الٹ ہو جاتا ہے۔ شکل 5.21 میں لچھوں کے برقی رو اور مقناطیسی دباؤ درج ذیل ہیں جبکہ ان کے مثبت رخ شکل میں دیے گئے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos \omega t \\
 i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \quad (5.54)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_a}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\
 \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_b}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_c}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \quad (5.55)$$

ہم مختلف لمحات پر ان کی قیمتوں تلاش کرتے ہیں اور ان کا مجموعی مقناطیسی دباؤ حاصل کرتے ہیں۔





لمحہ  $t = 0$  پر ان درج بالا مساوات سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

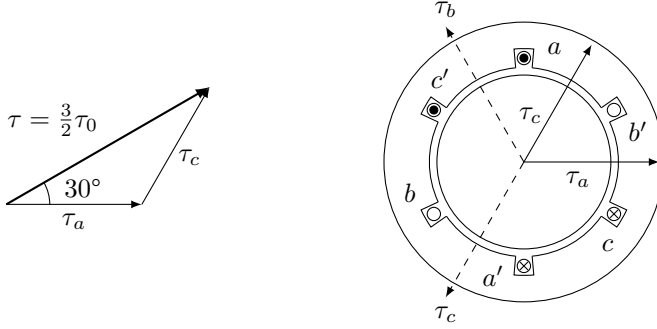
$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\ i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5I_0 \\ i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5I_0 \end{aligned} \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5\tau_0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5\tau_0
 \end{aligned}
 \tag{5.57}$$

یہاں رکھ کر ذرا غور کریں۔ لمحہ  $t = 0$  پر  $i_a$  مثبت جبکہ  $i_b$  اور  $i_c$  منفی ہیں۔ یوں  $i_a$  کا رخ وہی ہو گا جسے شکل 5.21 کی  $a$  اور  $a'$  شگافوں میں نقطے اور صلیب سے دکھایا گیا ہیں جبکہ  $i_b$  اور  $i_c$  کے رخ شکل میں دیے گئے رخ کے مخالف ہوں گے۔ لمحہ  $t = 0$  پر تینوں برقی رو کے درست رخ اور تینوں مقناطیسی دباؤ شکل 5.22 میں دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباؤ با آسانی بذریعہ ترسیم (شکل 5.22)، مجموعہ سمتیات سے یا الجبرا کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_a &= \tau_0 \mathbf{a}_x \\ \boldsymbol{\tau}_b &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x - \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y] \\ \boldsymbol{\tau}_c &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x + \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y] \end{aligned} \quad (5.58)$$



شکل 5.23: لمحہ  $30^\circ$  پر  $t_1$  برقی رد اور مقناطیسی دباؤ۔

ان کا مجموعہ درج ذیل ہو گا۔

$$(5.59) \quad \tau = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3}{2}\tau_0 a_x$$

لمحہ  $t = 0$  پر کل مقناطیسی دباؤ ایک لمحے کے مقناطیسی دباؤ کا ڈیڑھ گنا اور صفر زاویہ پر ہے۔

اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ وقفہ بعد لمحہ  $t_1$  پر دوبارہ مقناطیسی دباؤ تلاش کرتے ہیں۔ مساوات 5.54 اور مساوات 5.55 میں متغیر  $t$  کی بجائے  $\omega t$  کا استعمال زیادہ آسان ہے لہذا ہم لمحہ  $t_1$  یوں منتخب کرتے ہیں کہ  $\omega t_1 = 30^\circ$  ایسا کرنے سے درج ذیل حاصل ہو گا جنہیں شکل 5.23 میں دکھایا گیا ہے۔

$$(5.60) \quad \begin{aligned} i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\ i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\ i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \end{aligned}$$

$$(5.61) \quad \begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \end{aligned}$$

کل مقناطیسی دباؤ کا طول  $\tau$  اور زاویہ نکلون سے حاصل کرتے ہیں۔

$$(5.62) \quad \tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2}\tau_0$$

تکون کے دو اطراف کی لمبائیاں ایک دوسرے کے برابر اور ان کے بیچ زاویہ  $60^\circ$  ہے لہذا مقناطیسی دباو کا زاویہ افقی لکیر سے  $30^\circ$  ہو گا۔

کل مقناطیسی دباو جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب گھڑی کے مخالف رخ گھوم کر  $30^\circ$  زاویہ پر ہے۔ اسی طرح لمحہ  $40^\circ$  پر حل کرنے سے زاویہ  $45^\circ$  پر کل مقناطیسی دباو  $\frac{3}{2}T_0$  حاصل ہو گا۔ عمومی لمحہ  $t$ ، جس پر  $\omega t = \theta^\circ$  ہو، زاویہ  $\theta^\circ$  پر کل مقناطیسی دباو  $\frac{3}{2}T_0$  پیدا کرتا ہے۔

## 5.6 محرک برقی دباو

یہاں محرک برقی دباو<sup>37</sup> کو ایک دوسرے نقطہ نظر سے پیش کرتے ہیں۔

### 5.6.1 بدلتا دبرقی جنریٹر

شکل 5.24 میں ایک بنیادی بدلتا دبرقی جنریٹر<sup>38</sup> دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B$  پیدا ہوتا ہے:

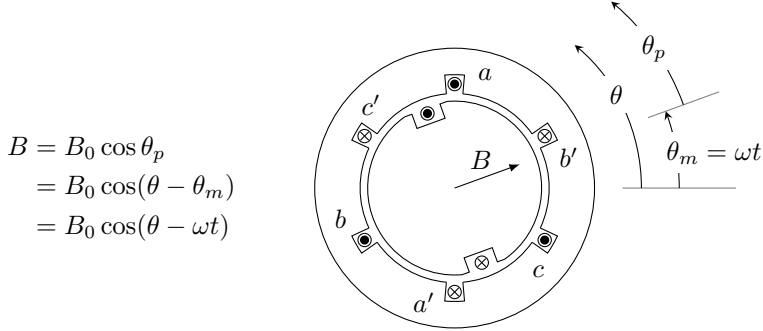
$$(5.63) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

یہ مقناطیس  $\omega$  زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ ابتدائی لمحہ  $t = 0$  پر اس مقناطیس کو لچھا  $a$  کے رخ، یعنی ہلکی سیاہی کی افقی لکیر پر تصور کریں۔ یوں لمحہ  $t$  پر یہ گھوم کر زاویہ  $\theta_m = \omega t$  پر ہو گا۔ اس طرح درج بالا مساوات درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

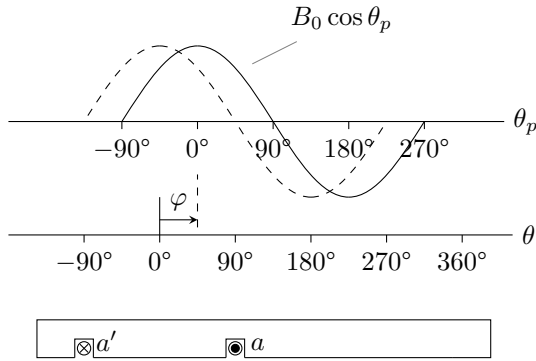
$$(5.64) \quad \begin{aligned} B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega t) \end{aligned}$$

شکل 5.25 میں  $B$  کو زاویہ  $\theta$  اور  $\theta_p$  کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے اور ساتھ ہی لچھا  $a$  دکھایا گیا ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر، جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور لچھا  $a$  کا محور ایک رخ ہیں، نقطہ دار لکیر سے  $B$  دکھایا گیا ہے جبکہ عمومی لمحہ

<sup>37</sup> ابتدا میں حرکت سے پیدا ہونے والے دباو کو محرک برقی دباو کہتے تھے۔ اب روايتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔  
<sup>38</sup> ac generator



شکل 5.24: بنیادی بدلتار و جزیرہ۔



شکل 5.25: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاؤ۔

$t$  پر  $B$  کو ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ چونکہ  $B$  کی چوٹی ہر صورت  $\theta_p = 0^\circ$  پر ہوگی لہذا ترسیم میں محور  $\theta_p$  پر دکھائے گئے زاویات  $90^\circ$  تا  $270^\circ$  عمومی لمحہ  $t$  کے لئے درست ہیں تاکہ  $t = 0^\circ$  کے لئے لمحہ  $t = 0$  پر  $B$  کی چوٹی عین  $\theta = 0^\circ$  پر ہوگی۔ عمومی لمحہ  $t$  پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے بیچ  $\vartheta$  زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار  $\omega$  پر منحصر ہوگا۔

$$(5.65) \quad \vartheta = \omega t$$

لمحہ  $t = 0$  پر لچھا  $a$  میں مقناطیسی بہاؤ زیادہ سے زیادہ ہوگا۔ خلائی درز باریک ہونے کی بنا درز کا اندرونی اور بیرونی رداس تقریباً ایک دوسرے جیسا ہوں گے۔ برقی مقناطیس کے گھومنے کے محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ  $\rho$  اور برقی مقناطیس کی محوری لمبائی  $l$ <sup>39</sup> ہونے کی صورت میں لچھے میں مقناطیسی بہاؤ وہی ہوگا جو خلائی درز میں  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  کے بیچ ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر لچھا  $a$  سے گزرتا بہاؤ تلاش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p)(l\rho d\theta_p) \\ (5.66) \quad &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= 2B_0 l \rho \\ &= \phi_0 \end{aligned}$$

آخری قدم پر  $\phi_a(0)$  کو  $\phi_0$  کہا گیا ہے۔ یہی حساب لمحہ  $t$  پر درج ذیل ہوگا جہاں آخری قدم پر  $\vartheta = \omega t$  لیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p)(l\rho d\theta_p) \\ (5.67) \quad &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\ &= 2B_0 l \rho \cos \vartheta \\ &= 2B_0 l \rho \cos \omega t \end{aligned}$$

اسی بہاو کو درج ذیل طریقہ سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.68) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= B_0 l\rho \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اس مرتبہ مکمل زاویہ  $\theta$  کے ساتھ کیا گیا ہے۔ مساوات 5.66 کی مدد سے  $\phi_a(t)$  کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.69) \quad \phi_a(t) = 2B_0 l\rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t$$

مساوات 5.68 کی طرح  $b$  اور  $c$  لچھوں کے مقناطیسی بہاو کی مساواتیں بھی حاصل کی جاسکتی ہیں۔ شکل 5.24 میں زاویہ  $-\frac{\pi}{2}$  سے  $+\frac{\pi}{2}$  تک کا مقناطیسی بہاو لچھا  $a$  میں گزرتا ہے۔ اس لئے  $\phi_a(t)$  معلوم کرنے کے لئے مساوات 5.68 میں مکمل کے حد یہی رکھے گئے تھے۔ یوں لچھا  $b$  کے مکمل کے حد  $+\frac{\pi}{6}$  اور  $+\frac{7\pi}{6}$  جبکہ  $c$  کے حد  $+\frac{5\pi}{6}$  اور  $+\frac{11\pi}{6}$  ہوں گے۔ تمام زاویات ریڈیئن میں دیے گئے ہیں۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.70) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[ \sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned}
 \phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.71) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[ \sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

ایک لچھا کے  $N$  چکر تصور کرتے ہوئے تینوں لچھوں میں پیدا برقی دباو معلوم کرتے ہیں۔ لچھوں میں ارتباط بہاؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
 (5.72) \quad \lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں  $\frac{2\pi}{3}$  ریڈیئن کو  $120^\circ$  لکھا گیا ہے۔ لچھوں میں پیدا امالی برقی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \frac{d\lambda_a}{dt} = -\omega N\phi_0 \sin \omega t \\
 (5.73) \quad e_b(t) &= \frac{d\lambda_b}{dt} = -\omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\
 e_c(t) &= \frac{d\lambda_c}{dt} = -\omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات کو

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 90^\circ) \\
 (5.74) \quad e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 30^\circ) \\
 e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 210^\circ)
 \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے جو آپس میں  $120^\circ$  زاویہ پر تین دوری محرک برقی دباو کو ظاہر کرتی ہیں۔ ان سب کے حیطے  $E_0$  ایک دوسرے جتنے ہیں

$$(5.75) \quad E_0 = \omega N\phi_0$$

لہذا تینوں برقی دباؤ کی موثر قیمت<sup>40</sup> درج ذیل ہو گی۔

$$(5.76) \quad E_{\text{موثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \phi_0$$

چونکہ  $\phi = BA$  ہوتا ہے لہذا مساوات 5.76 صفحہ 50 پر دی گئی مساوات 2.52 کی طرح ہے۔

مساوات 5.74 سائن نما برقی دباؤ کو ظاہر کرتی ہے۔ اگرچہ اسے یہ تصور کر کے حاصل کیا گیا کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ صرف برقی مقناطیس کی وجہ سے ہے تاہم برقی دباؤ کا اس سے کوئی تعلق نہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کس طرح وجود میں آیا اور یہ مساوات ان حالات کے لئے بھی درست ہے جہاں خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ جزیئر کے ساکن حصہ میں پیدا ہوئی ہو یا ساکن اور حرکت پذیر دونوں حصوں میں پیدا ہوئی ہو۔

مساوات 5.76 ہمیں ایک گچھ لچھے میں پیدا برقی دباؤ دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تب اس کے مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباؤ ہم قدم نہیں ہوں گے لہذا ان سب کا مجموعی برقی دباؤ ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے کچھ کم ہو گا۔ یوں پھیلے لچھے کے لئے یہ مساوات درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(5.77) \quad E_{\text{موثر}} = 4.44 k_w f N \phi_0$$

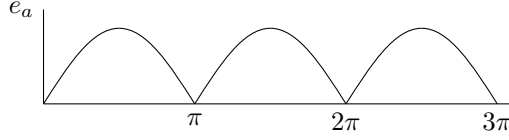
تین دوری برقی جزیئروں کے  $k_w$  کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں یک دوری برقی دباؤ دیتی ہے۔ تین دوری برقی جزیئروں میں ایسے تین لچھوں کے جوڑے ہوتے ہیں اور ان کو  $Y$  یعنی ستارہ یا  $\Delta$  یعنی ٹکونی جوڑا جاتا ہے۔

## 5.6.2 یک سمت رو برقی جزیئر

ہر گھومنے والا برقی جزیئر بنیادی طور پر بدلتا رو جزیئر ہوتا ہے۔ البتہ جہاں یک سمت برقی دباؤ<sup>41</sup> کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتا برقی دباؤ کو یک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ جزیئر کے باہر برقیاتی سمٹے<sup>42</sup> کار یا جزیئر کے اندر میکانی سمٹے<sup>43</sup> کار نسب کر کے بدلتا دباؤ سے یک سمت دباؤ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 5.73 کے  $e_a$  کو یک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کرنے سے شکل 5.26 حاصل ہو گا۔

<sup>40</sup>rms  
DC voltage<sup>41</sup>  
rectifier<sup>42</sup>  
commutator<sup>43</sup>





شکل 5.26: ایک دوری یک سمت برقی دباؤ۔

مثال 5.5: شکل 5.26 میں یک سمت برقی دباؤ دکھایا گیا ہے۔ اس یک سمت برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

حل:

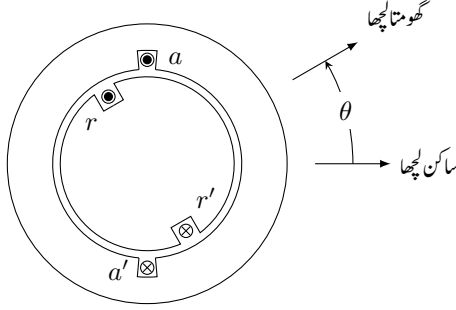
$$E_{\text{avg}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

□

یک سمت جزیر پر باب 8 میں غور کیا جائے گا۔

## 5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصہ میں کامل مشین میں قوتے مروڑ<sup>44</sup> کے حصول کے دو ترکیب پر غور کیا جائے گا۔ ایک ترکیب میں مشین کو دو مقناطیس تصور کر کے ان مقناطیسوں کے بیچ قوت کشش، قوت دفع اور قوت مروڑ حاصل کیے جائیں گے جبکہ دوسری ترکیب میں مشین کے ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ تصور کر کے (باب چار کی طرح) توانائی اور ہم-توانائی سے ان کا حساب لگایا جائے گا۔ پہلے توانائی کی ترکیب پر غور کرتے ہیں۔



شکل 5.27: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

### 5.7.1 میکانیکی قوت مروڑ بذریعہ ترکیب توانائی

یہاں یک دوری مشین پر غور کیا جائے گا جس سے حاصل نتائج با آسانی زیادہ دور کی مشینوں پر لاگو کیے جاسکتے ہیں۔ شکل 5.27 میں یک دوری کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس مشین کے دو لچھوں کے بیچ کوئی زاویہ ہو گا جسے  $\theta$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر مقام پر یکساں ہے لہذا ابھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ مزید قالب کا جزو مقناطیس مستقل لامتناہی ( $\mu_r \rightarrow \infty$ ) تصور کیا گیا ہے لہذا لچھوں کا امالہ صرف خلائی درز کے مقناطیسی مستقل  $\mu_0$ <sup>45</sup> پر منحصر ہو گا۔

اس طرح ساکن لچھے کا امالہ  $L_{aa}$  اور گھومے لچھے کا امالہ  $L_{rr}$  مستقل ہوں گے جبکہ ان کا مشترکہ امالہ  $L_{ar}(\theta)$  زاویہ  $\theta$  پر منحصر ہو گا۔ جس لمحہ  $\theta = 0$  یا  $\theta = \pm 2\pi$  ہو اس لمحہ ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے اور ان کا مشترکہ امالہ زیادہ سے زیادہ ہو گا جسے  $L_{ar0}$  سے ظاہر کیا جائے گا۔ جس لمحہ  $\theta = \pm 180^\circ$  ہو اس لمحہ دوبارہ ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے لیکن اس بار اس کا رخ الٹ ہوتا ہے لہذا ان کا مشترکہ امالہ منفی ہو گا،  $-L_{ar0}$ ، جبکہ  $\theta = \pm 90^\circ$  پر ان کا مشترکہ امالہ صفر ہو گا۔ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ سائن نما

$$(5.78) \quad L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta$$

تصور کرتے ہوئے ساکن اور گھومتے لچھوں کے ارتباط بہاؤ درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.79) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ar}(\theta)i_r = L_{aa}i_a + L_{ar0} \cos(\theta)i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta)i_a + L_{rr}i_r = L_{ar0} \cos(\theta)i_a + L_{rr}i_r \end{aligned}$$

<sup>45</sup>magnetic constant, permeability

ساکن لچھے کی مزاحمت  $R_a$  اور گھومتے لچھے کی مزاحمت  $R_r$  لیتے ہوئے ان لچھوں کے سروں پر قانون کرخوف سے برقی دباؤ درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.80) \quad \begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = i_a R_a + L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_r}{dt} - L_{ar0} i_r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = i_r R_r + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_a}{dt} - L_{ar0} i_a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + L_{rr} \frac{di_r}{dt} \end{aligned}$$

یہاں  $\theta$  برقی زاویہ ہے جس کی وقت کے ساتھ تبدیلی،  $\omega$  دے گی۔

$$(5.81) \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

میکانی قوت مروڑ بذریعہ ہم-توانائی حاصل کی جاسکتی ہے۔ ہم-توانائی صفحہ 125 پر مساوات 4.72 سے حاصل ہو گی۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(5.82) \quad W'_m = \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{ar0} i_a i_r \cos \theta$$

اس سے میکانی قوت مروڑ  $T_m$  حاصل کرتے ہیں۔

$$(5.83) \quad T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta_m}$$

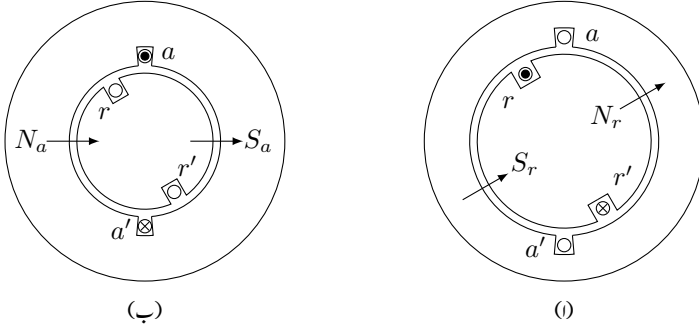
چونکہ  $P$  قطب مشینوں کے لئے درج ذیل ہوتا ہے

$$(5.84) \quad \theta = \frac{P}{2} \theta_m$$

لہذا ہمیں مساوات 5.83 سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(5.85) \quad T_m = -\frac{P}{2} L_{ar0} i_a i_r \sin \left( \frac{P}{2} \theta_m \right)$$

اس مساوات میں قوت مروڑ  $T_m$  کی علامت منفی ہے۔ یوں جس لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کے بیچ زاویہ مثبت ہو، اس لمحہ پر ان لچھوں کے بیچ قوت مروڑ منفی ہو گا۔ قوت مروڑ دونوں مقناطیسی بہاؤ کو ایک رخ میں رکھنے کی کوشش کرتا ہے۔



شکل 5.28: لچھوں کے قطبین۔

## 5.7.2 میکانیکی قوت مروڑ بذریعہ مقناطیسی بہاؤ

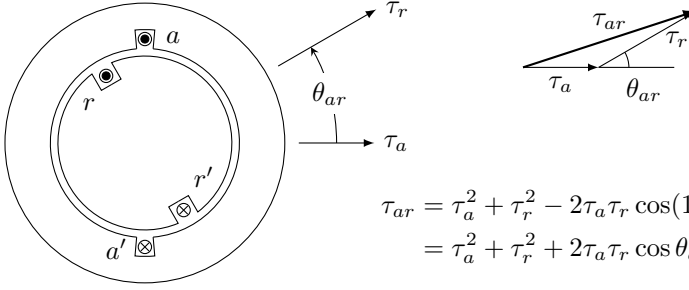
شکل 5.28-ا میں دو قطبی یک دوری مشین کے صرف گھومتے لچھے میں برقی رو پایا جاتا ہے۔ مشین کا گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین دکھائے گئے ہیں۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاؤ تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے لہذا تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔

شکل 5.28-ب میں صرف ساکن لچھے میں برقی رو پایا جاتا ہے۔ ساکن حصہ سے مقناطیسی بہاؤ خارج ہو کر خلائی درز سے ہوتا ہوا گھومتے حصہ میں داخل ہوتا ہے لہذا یہی اس کا شمالی قطب ہو گا۔ یہاں ساکن حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کا محور تیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اگرچہ شکل 5.28 میں کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں، درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ سائن-نما ہیں اور تیر کے نشان ان مقناطیسی دباؤ کی امواج کی چوٹیوں کو ظاہر کرتے ہیں۔

شکل 5.29 میں دونوں لچھوں کو برقی رو فراہم کی گئی ہے۔ دونوں لچھوں کے مخالف قطبین کے بیچ قوت کشش پایا جائے گا جس کی بنا دونوں لچھے ایک ہی رخ ہونے کی کوشش کریں گے۔

واضح رہے کہ دونوں لچھے (مقناطیس) کوشش کریں گے کہ  $\theta_{ar}$  صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانیکی قوت مروڑ  $\theta_{ar}$  کے مخالف رخ ہو گا۔ یہی مساوات 5.85 کہتی ہے۔



شکل 5.29: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباؤ۔

لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کو مقناطیسی محور کے رخ  $\tau_a$  اور  $\tau_r$  سے ظاہر کیا گیا ہے جہاں  $\tau_a$  اور  $\tau_r$  سائن نما مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں کے برابر ہیں۔ خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ  $\tau_{ar}$  ان کا مجموعہ ہو گا جس کا طول  $\tau_{ar}$  کلیہ کو سائن<sup>46</sup> سے حاصل ہو گا:

$$(5.86) \quad \begin{aligned} \tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \end{aligned}$$

خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ  $\tau_{ar}$  درج ذیل مقناطیسی شدت  $H_{ar}$  پیدا کرے گا جہاں  $l_g$  کلائی درز کی لمبائی ہے۔

$$(5.87) \quad \tau_{ar} = H_{ar} l_g$$

$H_{ar}$  مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ خلاء میں جس مقام پر مقناطیسی شدت  $H$  ہو وہاں مقناطیسی ہم-توانائی کی کثافت  $\frac{\mu_0}{2} H^2$  ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کی کثافت، درز میں  $H^2$  کی اوسط کو  $\frac{\mu_0}{2}$  سے

ضرب کر کے حاصل ہو گا۔ کسی بھی سائن نما موج  $H = H_0 \cos \theta$  کے  $H^2$  کا اوسط  $H_{\text{avg}}^2$  حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned}
 H_{\text{avg}}^2 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 d\theta \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2 \cos^2 \theta d\theta \\
 &= \frac{H_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\
 &= \frac{H_0^2}{\pi} \left[ \theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= \frac{H_0^2}{2}
 \end{aligned}
 \tag{5.88}$$

یوں خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کی کثافت  $\frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2}$  ہو گی۔ خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کو خلاء کے حجم سے ضرب کر کے درز میں کل ہم-توانائی  $W'_m$  حاصل ہو گی:

$$W'_m = \frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \tau_{ar}^2
 \tag{5.89}$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی  $l_g$  اور دھرے<sup>47</sup> کے رخ محوری لمبائی<sup>48</sup>  $l$  ہے۔ محور سے خلائی درز کا اوسط رداسی فاصلہ  $r$  ہے۔ مزید  $r \gg l_g$  تصور کیا گیا ہے جس کی بنا درز میں رداسی رخ، کثافت مقناطیسی بہاو کی تبدیلی نظر انداز کی جاسکتی ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات 5.86 کی مدد سے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \left( \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a \tau_r \cos \theta_{ar} \right)
 \tag{5.90}$$

یوں میکانی قوت مروڑ درج ذیل ہو گا۔

$$T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}
 \tag{5.91}$$

مساوات 5.91 میں قوت مروڑ دو قطبی مشین کے لئے حاصل کی گئی۔  $P$  قطبی مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کی میکانی قوت مروڑ دیتی ہے لہذا  $P$  قطبی مشین کی قوت مروڑ  $\frac{P}{2}$  گنا ہو گی:

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}
 \tag{5.92}$$

مساوات 5.92 ایک اہم مساوات ہے جس کے مطابق مشین کی میکانی قوت مروڑ، ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں اور دونوں کے بیچ برقی زاویہ  $\theta_{ar}$  کے ساکن کی راست تناسب ہوگی۔ منفی میکانی قوت مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ  $\theta_{ar}$  کے مخالف رخ ہوگی یعنی میکانی قوت مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی کوشش کرے گی۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک دوسرے کے برابر لیکن مخالف رخ میکانی قوت مروڑ ہوگی البتہ ساکن حصے کی قوت مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہوگی جبکہ گھومتے حصے کی میکانی قوت مروڑ اس حصہ کو متحرک کرتی ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ لچھے کے برقی رو کا راست تناسب ہے لہذا  $\tau_a$  اور  $i_a$  آپس میں راست تناسب ہوں گے جبکہ  $\tau_r$  اور  $i_r$  آپس میں راست تناسب ہوں گے۔ یوں ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات 5.85 اور 5.92 ایک دوسرے جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل ایک جیسے ہیں۔

شکل 5.30 میں دوبارہ ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل-ا کی ٹکون  $\Delta AEC$  اور  $\Delta BEC$  میں  $CE$  مشترک ہے جو درج ذیل ہوگا۔

$$(5.93) \quad CE = \tau_r \sin \theta_{ar} = \tau_a \sin \theta_a$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.92 کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.94) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اسی طرح شکل 5.30-ب کی ٹکون  $\Delta MWQ$  اور  $\Delta SWQ$  میں  $WQ$  مشترک ہے جو درج ذیل ہوگا۔

$$(5.95) \quad WQ = \tau_a \sin \theta_{ar} = \tau_r \sin \theta_r$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.92 کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

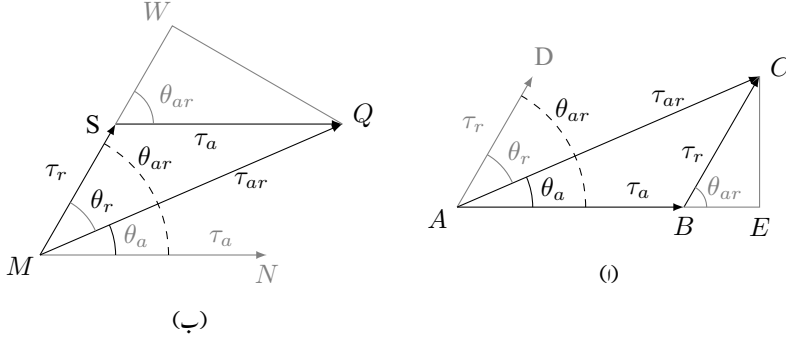
$$(5.96) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

مساوات 5.92، مساوات 5.94 اور مساوات 5.96 کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$(5.97) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

$$(5.97) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$



شکل 5.30: مقناطیسی بہاؤ اور ان کے زاویے۔

ان مساوات سے واضح ہے کہ میکانی قوت مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے بیچ زاویہ کی صورت میں، یا کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ، کل مقناطیسی دباؤ اور ان کے بیچ زاویہ کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکانی قوت مروڑ دو مقناطیسی دباؤ کی آپس میں رد عمل کی وجہ سے پیدا اور مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ آپس میں تعلق رکھتے ہیں جنہیں مختلف طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ  $\tau_{ar}$  اور درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B_{ar}$  کا تعلق

$$(5.98) \quad B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g}$$

استعمال کر کے مساوات 5.97 کے آخری جزو کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.99) \quad T_m = -\frac{P}{2} \pi r l \tau_r B_{ar} \sin \theta_r$$

مقناطیسی مشینوں کی قابل مقناطیسی مستقل  $\mu$  کی محدود قیمت کی بنا قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک ٹلا تک ہی بڑھائی جاسکتی ہے۔ مشین کی بناوٹ کے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا ہو گا۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جاسکتا ہے جہاں تک لچھے کو ٹھنڈا رکھنا ممکن ہو۔ یوں مقناطیسی



دباؤ کو ایک حد سے نیچے رکھنا ہو گا۔ مساوات 5.99 میں  $B_{ar}$  اور  $\tau_r$  دونوں صریحاً موجود ہیں لہذا مشین کی بناوٹ کے نقطہ نظر سے یہ ایک اہم مساوات ہے۔

مساوات 5.99 کی دوسری اہم صورت دیکھتے ہیں۔ قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B_{اوسط}$  اور قطب کے رقبہ  $A_P$

$$(5.100) \quad B_{اوسط} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos \theta \, d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

$$(5.101) \quad A_P = \frac{2\pi r l}{P}$$

کا حاصل ضرب قطب پر مقناطیسی بہاؤ  $\phi_P$  ہوتا ہے لہذا

$$(5.102) \quad \phi_P = \frac{2B_0}{\pi} \frac{2\pi r l}{P}$$

اور

$$(5.103) \quad T_m = -\frac{\pi}{2} \left( \frac{P}{2} \right)^2 \phi_{ar} \tau_r \sin \theta_r$$

ہوں گے۔ مساوات 5.103 معاصر مشینوں کے لئے بہت کار آمد ہے۔



## باب 6

### یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

معاصر مشین وہ گھومنے والی مشین ہے جو ایک مقررہ رفتار سے گھومتی ہے۔ یہ رفتار فراہم کردہ برقی دباؤ کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

کسی جزیئر پر بوجھ تبدیل کرنے یا اسے میکانی طاقت فراہم کرنے والے کی رفتار تبدیل کرنے کے چند ہی لمحات میں جزیئر نئی صورت حال کے مطابق دوبارہ برقرار صورت اختیار کر لیتا ہے۔ اس برقرار چالو حال میں اس کی رفتار، برقی دباؤ، برقی رو، درجہ حرارت وغیرہ تبدیل نہیں ہوتے ہیں۔ اسی طرح موٹر پر بوجھ تبدیل کرنے سے موٹر کی درکار طاقت اور برقی رو تبدیل ہوں گے۔ بوجھ تبدیل ہونے سے قبل موٹر ایک مستقل برقی رو حاصل کرتی اور ایک مستقل درجہ حرارت پر رہتی ہے۔ بوجھ تبدیل ہونے کے چند ہی لمحات میں موٹر دوبارہ ایک نئی برقرار چالو صورت اختیار کرتی ہے جہاں اس کا برقی رو ایک نئی قیمت پر برقرار رہتا ہے اور اس کا درجہ حرارت بھی ایک نئی قیمت اختیار کرتا ہے۔ دو مختلف برقرار چالو، یکساں صورتوں کے درمیان چند لمحات کے لئے مشین عارضی حال<sup>1</sup> میں ہوتی ہے۔ اس باب میں یکساں حال<sup>2</sup>، برقرار چالو معاصر مشین پر تبصرہ کیا جائے گا۔

معاصر مشین کے قوی لچھے عموماً ساکن جبکہ میدانی لچھے معاصر رفتار سے گھومتے ہیں۔ قوی لچھوں کا رو میدانی لچھوں کے رو کی نسبت بہت زیادہ ہوتا ہے اور اسے سرک چھلوں کے ذریعہ گزارنا مشکل ہوتا ہے لہذا قوی لچھوں کو ساکن رکھا جاتا ہے جبکہ میدانی لچھوں کو گھمایا جاتا ہے۔

<sup>1</sup> transient state  
<sup>2</sup> steady state

ہم دیکھ چکے ہیں کہ تین دوری ساکن لچھوں میں متوازن تین دوری برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں۔ اس گھومتے موج کی رفتار کو معاصر رفتار<sup>3</sup> کہتے ہیں۔ معاصر مشین کا گھومتا حصہ اسی رفتار سے گھومتا ہے۔

معاصر مشین کے میدانی لچھے کو یک سمت برقی رو درکار ہوتا ہے جو سرک چھلوں کے ذریعہ اس تک باہر سے پہنچانا جاتا ہے یا مشین کے دھرے پر نسب ایک چھوٹے یک سمت جزیئر سے اسے فراہم کیا جاتا ہے۔

میدانی لچھا ایک میدانی مقناطیسی دباؤ پیدا کرتا ہے جو اس لچھے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔ یوں معاصر مشین کے گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ساکن لچھوں کے مقناطیسی دباؤ معاصر رفتار سے گھومتے ہیں۔ اسی لئے انہیں معاصر مشین<sup>4</sup> کہتے ہیں۔

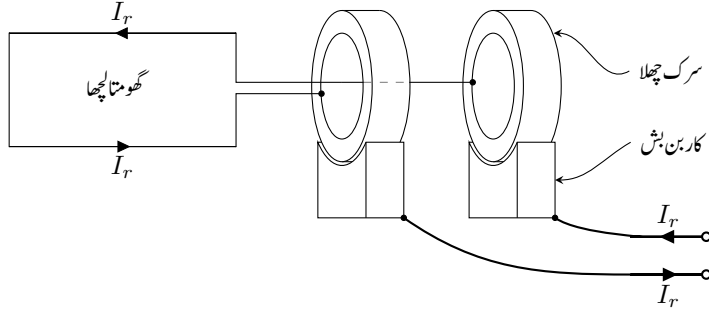
## 6.1 متعدد دوری معاصر مشین

معاصر مشین عموماً تین دوری ہوتے ہیں۔ تین دوری ساکن قوی لچھے خلائی درز میں  $120^\circ$  برقی زاویہ پر نسب ہوتے ہیں جبکہ میدانی لچھے گھومتے حصے پر نسب ہوتے ہیں اور ان میں یک سمت برقی رو ہوتا ہے۔

اگر مشین کے گھومتے حصے کو بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جائے تو یہ مشین ایک معاصر جزیئر کے طور پر کام کرتی ہے اور اس کے تین دوری ساکن قوی لچھوں میں تین دوری برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے جس کا برقی تعدد گھومنے کی رفتار پر منحصر ہوتا ہے۔ اس کے برعکس اگر مشین کے تین دوری ساکن قوی لچھوں کو تین دوری برقی طاقت مہیا کی جائے تو یہ مشین ایک معاصر موٹر کے طور پر کام کرتی ہے جو معاصر رفتار سے گھومتی ہے۔ مشین کی کل برقی قوت کے چند فی صد برابر برقی قوت میدان لچھے کو درکار ہوتی ہے۔

گھومتے لچھے تک برقی دباؤ مختلف طریقوں سے پہنچایا جاتا ہے۔ شکل 6.1 میں گھومتے لچھے تک موصل سرک<sup>4</sup> چھلے کی مدد سے یک سمت برقی رو پہنچانے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ یہ سرک چھلے اسی دھرے پر نسب ہوتے ہیں جس پر گھومتا لچھا نسب ہوتا ہے اور دونوں لچھے کے ساتھ ساتھ ایک ہی رفتار سے گھومتے ہیں۔

synchronous speed<sup>3</sup>  
slip rings<sup>4</sup>



شکل 6.1: کاربن بَش اور سُرک چھلوں سے گھومتے لچھے تک برقی رو پہنچایا گیا ہے۔

کاربن کے ساکن بَش، اسپرنگ کی مدد سے، سُرک چھلوں کے بیرونی سطح کے ساتھ دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ جب مشین چلتی ہے، کاربن بَش ان سُرک چھلوں پر سرکتے ہیں۔ اسپرنگ کا دباؤ ان کا برقی جوڑ مضبوط رکھتا ہے تاکہ ان کے بیچ چنگاریاں نہ نکلیں۔ کاربن بَش کے ساتھ برقی تار لگی ہے۔ ایک سمت برقی رو  $I_r$ ، کاربن بَش<sup>5</sup> اور سُرک چھلوں سے ہوتا ہوا، گھومتے لچھے تک پہنچتا ہے۔

بڑی معاصر مشینوں میں میدانی یک سمت رو عموماً بدلتا رو چھوٹے جزیئر سے حاصل کیا جاتا ہے جو معاصر مشین کے دھرے پر نسب ہوتا ہے اور دھرے کے ساتھ گھومتا ہے چھوٹے جزیئر کے برقی دباؤ کو دھرے پر نسب برقیاتی سمت کار کی مدد سے یک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں سُرک چھلے کی ضرورت پیش نہیں آتی ہے۔ سُرک چھلے بوجہ رگڑ خراب ہوتے ہیں جس کی وجہ سے معاصر مشین کی مرمت درکار ہوتی ہے جو ایک مہنگا کام ہے۔

اُبھرے قطب<sup>6</sup> مشین، پانی سے چلنے والے سست رفتار جزیئر اور عام استعمال کی موٹروں کے لئے موزوں ہیں جبکہ ہموار قطب<sup>7</sup> مشین، تیز رفتار دو یا چار قطبی ٹربائن جزیئروں کے لئے موزوں ہیں۔

ایک (بڑے) مملکت کو درکار برقی توانائی کسی ایک جزیئر سے دینا ممکن نہیں ہوتا ہے بلکہ چند درجن سے لیکر کئی سو جزیئر بیک وقت یہ فرغہ سرانجام دیتے ہیں۔ ایک سے زیادہ جزیئر استعمال کرنا فائدہ مند ثابت ہوتا ہے۔ اول، برقی توانائی کی ضرورت کے مطابق جزیئر چالو کئے جاسکتے ہیں۔ دوم، جزیئروں کو ان مقامات کے قریب نسب کیا جاسکتا ہے جہاں جہاں برقی توانائی درکار ہو۔ کسی بھی اس طرح کے بڑے نظام میں ایک جزیئر کی حیثیت بہت کم ہو

carbon bush<sup>5</sup>  
salient poles<sup>6</sup>  
non-salient poles<sup>7</sup>

جاتی ہے۔ ایک جزیئر چالو یا بند کرنے سے پورے نظام پر کوئی خاص فرق نہیں پڑتا۔ اس صورت میں ہم اس نظام کو ایک مقررہ برقی دباؤ اور ایک مقررہ برقی تعدد کا نظام تصور کر سکتے ہیں۔ معاصر جزیئر کے کئی اہم پہلو با آسانی سمجھے جاسکتے ہیں اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ یہ ایک ایسے نظام سے جوڑا گیا ہے۔

مساوات 5.103 معاصر مشین کی قوت مروڑ دیتی ہے۔ اس مساوات کے مطابق برقی قوت مروڑ، مشین میں موجود عمل کرنے والے مقناطیسی دباؤ کو ایک دوسرے کی سیدھ میں لانے کی کوشش کرتی ہے۔ برقرار چالو مشین کی برقی قوت مروڑ اور اس کے دھرے پر لاگو میکانی قوت مروڑ ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں۔ جب مشین ایک جزیئر کی حیثیت سے استعمال ہو تب میکانی طاقت دھرے کو گھماتا ہے اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ کل مقناطیسی دباؤ سے گھومنے کے رخ آگے ہوتا ہے۔ مساوات 5.103 سے حاصل قوت مروڑ ایسی صورت میں گھومنے کو روکنے کی کوشش کرتا ہے۔ میکانی طاقت چلتے پانی، ایندھن سے چلتے انجن، وغیرہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ اسی طرح اگر مشین ایک موٹر کی حیثیت سے استعمال ہو، تب صورت اس کے بالکل الٹ ہو گی۔

کل مقناطیسی بہاؤ  $\phi_{ar}$  اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ  $T_r$  تبدیل نہ ہونے کی صورت میں مساوات 5.103 کے مطابق مشین کی قوت مروڑ  $\sin \theta_r$  کے ساتھ تبدیل ہو گی۔ اگر زاویہ  $\theta_r$  صفر ہو تب قوت مروڑ بھی صفر ہو گی۔ اب تصور کریں کہ یہی مشین ایک موٹر کے طور پر استعمال ہو رہی ہے۔ جیسے جیسے موٹر پر لدا میکانی بوجھ بڑھایا جاتا ہے ویسے ویسے اس کے دھرے پر میکانی قوت مروڑ بڑھے گی۔ موٹر کو برابر کی برقی قوت مروڑ پیدا کرنے کے لئے، موٹر کو یہ زاویہ کو بڑھانا ہو گا۔ یہاں یہ سمجھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر وقت معاصر رفتار سے گھومتا ہے مساوائے ایک لمحہ کے لئے جس کے دوران موٹر آہستہ ہو کر زاویہ کو ضرورت کے مطابق درست کرتی ہے۔ یعنی موٹر کا زاویہ  $\theta_r$  ہر وقت میکانی قوت مروڑ کا تعقب<sup>8</sup> کرتا ہے۔

موٹر پر لدا میکانی بوجھ بتدریج بڑھانے سے ایک لمحہ آئے گا جب زاویہ  $\theta_r$  نوے درجہ،  $\frac{\pi}{2}$  ریڈین، تک پہنچتا ہے۔ اس لمحہ موٹر اپنی انتہائی قوت مروڑ<sup>9</sup> پیدا کرے گی۔ موٹر کسی بھی صورت میں اس سے زیادہ قوت مروڑ پیدا نہیں کر سکتی ہے لہذا بوجھ مزید بڑھانے سے موٹر رکھ جائے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ موٹر نے غیر معاصر<sup>10</sup> صورت اختیار کر لی ہے۔ مساوات 5.103 سے ظاہر ہے کہ کل مقناطیسی بہاؤ یا گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ بڑھا کر موٹر کی انتہائی قوت مروڑ بڑھائی جاسکتی ہے۔

hunting<sup>8</sup>  
pull out torque<sup>9</sup>  
lost synchronism<sup>10</sup>

یہی صورت اگر مشین برقی جزیئر کے طور پر استعمال کی جائے سامنے آتی ہے۔ جب بھی مشین غیر معاصر صورت اختیار کرے، اسے جلد خود کار دور شکل<sup>11</sup> کی مدد سے برقی بھم رسانی سے الگ کر دیا جاتا ہے۔

ہم نے دیکھا کہ ایک معاصر موٹر صرف اور صرف معاصر رفتار سے ہی گھوم سکتی ہے اور صرف اسی رفتار پر گھوم کر قوت مروڑ پیدا کر سکتی ہے لہذا ساکن معاصر موٹر کو چالو کرنے کی کوشش ناکام ہوگی۔ معاصر موٹر کو پہلے کسی دوسرے طریقے سے معاصر رفتار تک لایا جاتا ہے اور اس کے بعد اسے چالو کیا جاتا ہے۔ ایسا عموماً ایک چھوٹی امالہ موٹر<sup>12</sup> کی مدد سے کیا جاتا ہے جو بے بوجھ معاصر موٹر کو معاصر رفتار تک پہنچاتی ہے جس کے بعد معاصر موٹر کو چالو کیا جاتا ہے۔ ایسی امالہ موٹر عموماً معاصر موٹر کے دھرے پر نسب ہوتی ہے۔

## 6.2 معاصر مشین کے امالہ

ہم تصور کرتے ہیں کہ مشین دو قطب اور تین دوری ہے اور اس کے لچھے ستارہ نما جڑے ہیں۔ اس طرح لچھوں میں برقی رو، تار برقی رو<sup>13</sup> ہی ہوگا اور ان پر لاگو برقی دباؤ، یک دوری برقی دباؤ ہوگا۔ ایسا کرنے سے مسئلے پر غور کرنا آسان اور نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

شکل 6.2 میں ایک ایسی تین دوری دو قطبی معاصر مشین دکھائی گئی ہے۔ اس کا گھومتا حصہ نکلی نما ہے۔ اس کو دو قطبی مشین یا  $P$  قطبی مشین کے دو قطب کا حصہ سمجھا جاسکتا ہے۔

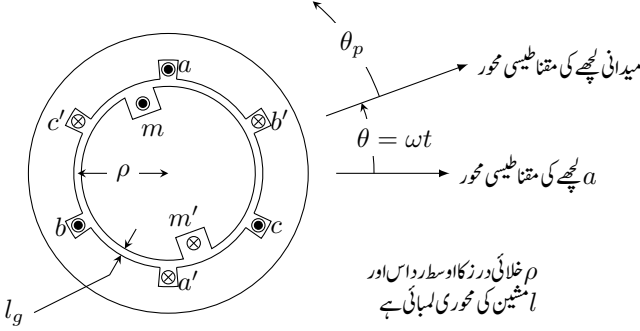
اگرچہ یہاں کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں، حقیقت میں پھیلے لچھے استعمال ہوں گے لہذا انہیں پھیلے لچھے تصور کریں۔ اس طرح ہر لچھا ساکن نما برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جس کی چوٹی لچھے کی مقناطیسی محور کے رخ ہوگی۔ چونکہ معاصر مشین کے گھومتے لچھے میں یک سمت رو ہوتا ہے لہذا، جیسا شکل 6.2 میں دکھایا گیا ہے، اس لچھے کا مقناطیسی دباؤ ہر لمحہ گھومتے حصہ کی مقناطیسی محور کے رخ ہوگا۔ گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ گھومتے حصہ کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومے گا۔

فرض کریں کہ یہ مشین معاصر رفتار  $\omega$  سے گھوم رہی ہے۔ یوں اگر لمحہ  $t = 0$  پر دور  $a$  اور گھومتے لچھے کی مقناطیسی محور کے رخ ایک دوسرے جیسے ہوں تب کسی بھی لمحہ  $t$  پر ان کے بیچ زاویہ  $\theta = \omega t$  ہوگا۔ امالہ کا حساب

circuit breaker<sup>11</sup>

induction motor<sup>12</sup>

line current<sup>13</sup>



شکل 6.2: تین دوری، دو قطبی معاصر مشین۔

کرنے کے لئے شکل 6.2 سے رجوع کریں جہاں محیط پر خلائی درز یکساں ہے۔ رداسی رخ خلائی درز کی لمبائی  $l_g$  ہے۔ ساکن حصے میں شگافوں کے اثر کو نظر انداز کریں۔ محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ  $\rho$  ہے اور مشین کی محوری لمبائی (دھرے کے رخ)  $l$  ہے۔

کسی بھی لچھے کے خود امالہ کا حساب کرتے وقت باقی تمام لچھوں کو نظر انداز کریں۔ یوں باقی تمام لچھوں میں برقی رو صفر تصور کریں، یعنی ان لچھوں کے سرے آزاد رکھیں۔ کسی ایک لچھے کے خود امالہ کو پیا سے ناپتے وقت بھی باقی تمام لچھوں کے سرے آزاد رکھیں جائیں گے۔

### 6.2.1 خود امالہ

گھومتے یا ساکن لچھے کا خود امالہ  $L$  زاویہ  $\theta$  پر منحصر نہیں ہوتا ہے۔ ان میں سے کسی بھی لچھے کی مقناطیسی دہاو  $\tau$

$$(6.1) \quad \tau = k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p$$

سے خلائی درز میں درج ذیل کثافت مقناطیسی بہاو  $B$  پیدا ہوگی۔

$$(6.2) \quad B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{\tau}{l_g} = \mu_0 k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2l_g} \cos \theta_p$$



یہ مساوات زاویہ  $\theta_p$  کے ساتھ کشافیت مقناطیسی دہاو  $B$  کا تعلق پیش کرتی ہے۔ لچھا کے ایک قطب پر کل مقناطیسی بہاو  $\phi$  اس مساوات کا سطحی مکمل<sup>14</sup> دے گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B l \rho d\theta_p \\
 (6.3) \quad &= \mu_0 k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i}{2 l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \theta_p d\theta_p \\
 &= \frac{4 \mu_0 k_w N i l \rho}{\pi l_g}
 \end{aligned}$$

ایک لچھے کا خود امالہ  $L$ ، مساوات 2.29 میں جزو پھیلاؤ  $k_w$  کا اثر شامل کرتے ہوئے حاصل کرتے ہیں۔

$$(6.4) \quad L = \frac{\lambda}{i} = \frac{k_w N \phi}{i} = \frac{4 \mu_0 k_w^2 N^2 l \rho}{\pi l_g}$$

یہ مساوات شکل 6.2 میں تینوں قوی لچھوں کا خود امالہ

$$(6.5) \quad L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0} = \frac{4 \mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

اور میدانی لچھے کا خود امالہ دیتی ہے۔

$$(6.6) \quad L_{mm0} = \frac{4 \mu_0 k_{wm}^2 N_m^2 l \rho}{\pi l_g}$$

## 6.2.2 مشترکہ امالہ

اب ہم دو لچھوں کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ تصور کریں صرف گھومتا لچھا مقناطیسی بہاو پیدا کر رہا ہے۔ ہم بہاو کے اس حصہ سے، جو  $a$  لچھا سے گزرتا ہے، گھومتے لچھا اور  $a$  لچھا کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ شکل 6.2

<sup>14</sup>surface integral

میں گھومتے اور  $a$  لچھا کے بیچ زاویہ  $\theta$  ہے۔ ایسی صورت میں  $(-\frac{\pi}{2} - \theta) < \theta_p < (\frac{\pi}{2} - \theta)$  کے بیچ بہاؤ،  $a$  لچھا سے گزرے گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا حساب مساوات 6.3 میں مکمل کے حد تبدیل کر کے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \phi_{am} &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} B l \rho d\theta_p \\
 (6.7) \quad &= \mu_0 k_{wm} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} \cos \theta_p d\theta_p \\
 &= \frac{4\mu_0 k_{wm} N_m i_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta
 \end{aligned}$$

یوں گھومتے لچھا اور  $a$  لچھا کا مشترکہ امالہ

$$(6.8) \quad L_{am} = \frac{\lambda_{am}}{i_m} = \frac{k_{wa} N_a \phi_{am}}{i_m} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta$$

یا

$$(6.9) \quad L_{am} = L_{am0} \cos \theta$$

ہو گا جہاں

$$(6.10) \quad L_{am0} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g}$$

ہے اور  $\theta = \omega t$  گھومنے کی رفتار پر منحصر ہو گا۔ اگرچہ مساوات 6.9 ایک گھومتے اور ایک ساکن لچھے کے لئے حاصل کی گئی ہے، درحقیقت یہ شکل 6.2 میں کسی بھی دو لچھوں کے لئے درست ہے۔ دونوں ساکن لچھے ساکن یا دونوں متحرک لینے سے بھی یہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔ یوں دو ساکن یکساں لچھے، مثلاً  $a$  اور  $b$  جن کے بیچ  $120^\circ$  زاویہ ہے، کا مشترکہ امالہ

$$(6.11) \quad L_{ab} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wb} N_a N_b l \rho}{\pi l_g} \cos 120^\circ = -\frac{2\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

ہو گا جہاں یکسانیت کی بدولت  $k_{wb} = k_{wa}$  اور  $N_b = N_a$  لئے گئے ہیں۔ اگر تینوں ساکن لچھے بالکل یکساں ہوں تب درج بالا مساوات اور مساوات 6.5 کی مدد سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(6.12) \quad L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{L_{aa0}}{2}$$

## 6.2.3 معاصر امالہ

مشین پر لاگو برقی دباؤ کو مشین کے لچھوں کا خود امالہ، مشترکہ امالہ اور لچھوں کے برقی رو کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہم پہلے لچھوں کی ارتباط بہاؤ  $\lambda$  کو ان کے امالہ اور ان کے برقی رو کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \\ \lambda_b &= L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bm}I_m \\ \lambda_c &= L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cm}I_m \\ \lambda_m &= L_{ma}i_a + L_{mb}i_b + L_{mc}i_c + L_{mm}I_m\end{aligned}\quad (6.13)$$

ان مساوات میں ساکن لچھوں کا بدلتا رو چھوٹے حروف  $i_a, i_b, i_c$  جبکہ گھومتے میدانی لچھے کا ایک سمت رو بڑے حرف  $I_m$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ان چار مساوات میں سے ہم کسی ایک کو حل کرتے ہیں۔ چونکہ چاروں مساوات ایک طرح کی ہیں لہذا باقی بھی اسی طرح حل ہوں گی۔ ہم ان میں پہلی مساوات منتخب کرتے ہیں:

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \quad (6.14)$$

مساوات 6.5 لچھا  $a$  کا خود امالہ دیتی ہے اور اس کو حاصل کرتے ہوئے تصور کیا گیا کہ لچھے کا پورا مقناطیسی بہاؤ خلائی درز سے گزرتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا اور مقناطیسی بہاؤ کا کچھ حصہ خلائی درز سے گزر کر دوسری جانب نہیں پہنچ پاتا۔ مقناطیسی بہاؤ کا یہ حصہ رستا امالہ  $L_{al}$ <sup>15</sup> پیدا کرتا ہے جو ٹرانسفارمر کے رستا امالہ کی طرح ہوتا ہے۔ یوں لچھے کا کل خود امالہ  $L_{aa}$  دو حصوں پر مشتمل ہو گا:

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{al} \quad (6.15)$$

ہم مساوات 6.5، مساوات 6.9، مساوات 6.12 اور مساوات 6.15 کی مدد سے مساوات 6.14 کو درج ذیل صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}i_b - \frac{L_{aa0}}{2}i_c + L_{am0}I_m \cos \omega t \\ &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}(i_b + i_c) + L_{am0}I_m \cos \omega t\end{aligned}\quad (6.16)$$

اب تین دوری برقی رو کا مجموعہ صفر ہوتا ہے

$$(6.17) \quad i_a + i_b + i_c = 0$$

لہذا مساوات 6.16 میں اس کو استعمال کرتے ہوئے

$$(6.18) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al}) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} (-i_a) + L_{am0} I_m \cos \omega t \\ &= \left( \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al} \right) i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t \\ &= L_s i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t \end{aligned}$$

حاصل ہو گا جہاں

$$(6.19) \quad L_s = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al}$$

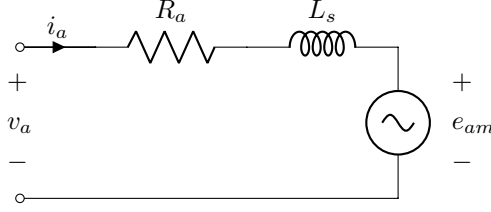
کو معاصر امالہ<sup>16</sup> کہتے ہیں۔

مساوات 6.19 اور مساوات 5.49 پر ایک مرتبہ دوبارہ غور کریں۔ یہ دونوں ایک دوسرے جیسے ہیں۔ وہاں کل گھومتا مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا  $\frac{3}{2}$  گنا تھا اور یہاں معاصر امالہ ایک لچھے کے امالہ کا  $\frac{3}{2}$  گنا ہے۔ یہ دو مساوات ایک ہی حقیقت کے دو پہلو ہیں۔

معاصر امالہ تین حصوں پر مشتمل ہے۔ پہلا حصہ  $L_{aa0}$  ہے جو  $a$  لچھے کا خود امالہ ہے۔ دوسرا حصہ  $\frac{L_{aa0}}{2}$ ، لچھا  $a$  کا باقی دو لچھوں کے ساتھ اس صورت مشترکہ امالہ ہے جب مشین میں تین دوری متوازن برقی رو ہو۔ تیسرا حصہ  $L_{al}$ ، لچھا  $a$  کا رستا امالہ ہے۔ یوں متوازن برقی رو کی صورت میں معاصر امالہ، مشین کے ایک لچھے کا ظاہری امالہ ہوتا ہے۔

مثال 6.1: ایک معاصر جزیئر کا ایک دوری کل خود امالہ 2.2 mH اور رستا امالہ 0.2 mH ہے۔ اس مشین کی دو قوی لچھوں کا مشترکہ امالہ اور مشین کا معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: چونکہ  $L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$  ہوتا ہے لہذا  $L_{aa0} = 2 \text{ mH}$  ہو گا۔ مساوات 6.12 کی مدد سے  $L_{ab} = -1 \text{ mH}$  اور مساوات 6.19 کی مدد سے  $L_s = 3.2 \text{ mH}$  ہو گا۔ □



شکل 6.3: معاصر موٹر کا مساوی دور یاریاضی نمونہ۔

### 6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یاریاضی نمونہ

لچھا  $a$  پر لاگو برقی دباؤ لچھے کی مزاحمت  $R_a$  میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ اور  $\lambda_a$  کے برقی دباؤ کے برابر ہو گا

$$\begin{aligned}
 v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \\
 (6.20) \quad &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} - \omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{am}
 \end{aligned}$$

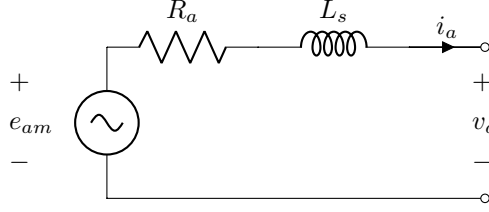
جہاں

$$\begin{aligned}
 e_{am} &= -\omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 (6.21) \quad &= \omega L_{am0} I_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned}$$

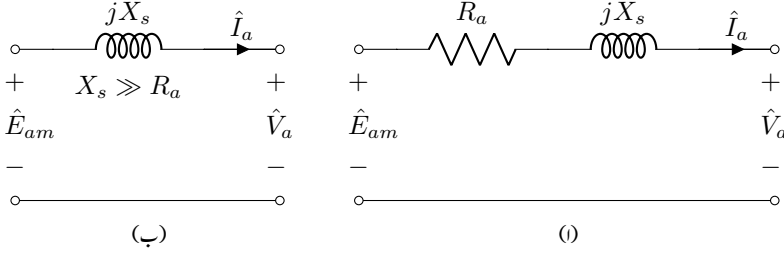
نیچانے برقی دباؤ یا اندرونی پیدا برقی دباؤ کہلاتا ہے جو گھومتے لچھے سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ اس کی موثر قیمت  $E_{am,rms}$  مساوات 1.42 سے حاصل ہو گی۔

$$(6.22) \quad E_{am,rms} = \frac{\omega L_{am0} I_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f L_{am0} I_m$$

مساوات 6.20 کو ایک برقی دور سے ظاہر کیا جا سکتا ہے جسے شکل 6.3 میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی برقی دور میں لاگو برقی دباؤ کے مثبت سر سے (مثبت) رو خارج ہوتا ہے۔ یوں اس شکل میں برقی رو  $i_a$  لاگو برقی دباؤ  $v_a$  کے مثبت سر سے خارج ہوتا ہے۔ شکل 6.3 ایک موٹر کو ظاہر کرتی ہے جہاں موٹر کے مثبت سروں پر برقی رو داخل ہوتا ہے۔ اگر موٹر کی بجائے ایک معاصر جزیئر کی بات ہوتی تب جزیئر برقی دباؤ پیدا کرتا اور برقی رو اس جزیئر کے مثبت سر



شکل 6.4: معاصر جزیئر کا مساوی دور پار یا ضعی نمونہ۔



شکل 6.5: معاصر جزیئر کے مساوی ادوار۔

سے خارج ہوتا اور ہمیں شکل 6.3 کی بجائے شکل 6.4 حاصل ہوتا۔ شکل 6.4 سے جزیئر کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$(6.23) \quad e_{am} = i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + v_a$$

دھیان رہے کہ جزیئر کے مساوی دور میں برقی رو کا مثبت رخ، موٹر کے مساوی دور میں برقی رو کے مثبت رخ کا الٹ ہے۔ مساوات 6.23 کی دوری سمتیہ روپ

$$(6.24) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s + \hat{V}_a$$

ہو گی جس کو شکل 6.5-1 میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.2: دو قطب، 50 ہرٹز کا ایک معاصر جزیئر 40 ایمپیئر میدان برقی رو پر 2100 وولٹ ایک دوری موٹر برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔ اس مشین کے قوی اور میدان لچھوں کا مشترکہ امالہ تلاش کریں۔

حل: مساوات 6.22 سے  $L_{am}$  حاصل کرتے ہیں۔

$$(6.25) \quad L_{am} = \frac{\sqrt{2} E_{am}}{\omega I_m} = \frac{\sqrt{2} \times 2100}{2 \times \pi \times 50 \times 40} = 0.2363 \text{ H}$$

□

## 6.4 برقی طاقت کی منتقلی

شکل 3.23 ٹرانسفارمر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) اور شکل 6.5 معاصر جزیئر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) ہے۔ دونوں ایک دوسرے جیسے ہیں، لہذا مندرجہ ذیل بیان دونوں کے لئے درست ہو گا، اگرچہ یہاں ہمیں صرف معاصر مشینوں سے دلچسپی ہے۔

معاصر مشینوں میں عموماً  $X_s$  کی قیمت  $R_a$  کی قیمت سے سو یا دو سو گنا زیادہ ہو گی۔ یوں  $X_s \gg R_a$  ہو گا اور  $R_a$  کو رد کرنا ممکن ہو گا۔ یوں شکل 6.5-1 سے شکل 6.5-6 ب حاصل ہو گا اور مساوات 6.24 درج ذیل صورت اختیار کرے گی۔

$$(6.26) \quad \hat{E}_{am} = j\hat{I}_a X_s + \hat{V}_a$$

شکل 6.5-ب کو ایک لمحہ کے لئے ایک سادہ برقی دور تصور کریں جہاں ایک متعاملہ  $jX_s$  کو بائیں  $\hat{E}_{am}$  اور دائیں  $\hat{V}_a$  برقی دباؤ فراہم کی گئی ہے۔ اس برقی دور میں برقی طاقت کی منتقلی پر غور کرتے ہیں۔

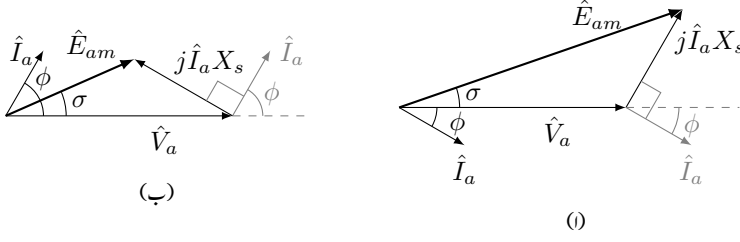
شکل 6.5-ب کی دوری سمتیہ صورت (مساوات 6.26) کو شکل 6.6 میں دکھایا گیا ہے۔ شکل 6.6-1 میں  $\hat{V}_a$  کے لحاظ سے  $\hat{I}_a$  زاویہ  $\phi$  پیچھے جبکہ شکل 6.6-ب میں  $\phi$  آگے ہے۔ زاویات افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ناپے جاتے ہیں لہذا شکل 6.6-1 میں  $\phi$  منفی اور  $\sigma$  مثبت ہیں جبکہ شکل 6.6-ب میں دونوں زاویات مثبت ہیں۔

شکل 6.5-ب میں طاقت  $p_v$  بائیں سے دائیں منتقل ہو رہی ہے:

$$(6.27) \quad p_v = V_a I_a \cos \phi$$

شکل 6.6-1 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(6.28) \quad \begin{aligned} \hat{I}_a = I_a / \underline{\phi} &= \frac{\hat{E}_{am} - \hat{V}_a}{jX_s} \\ &= \frac{E_{am} \angle \sigma - V_a \angle 0}{X_s \angle \frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{E_{am}}{X_s} \angle \sigma - \frac{\pi}{2} - \frac{V_a}{X_s} \angle -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$



شکل 6.6: معاصر جزیرہ کا دوری سمتیہ۔

کسی بھی دوری سمتیہ کو حقیقی افقی جزو اور فرضی عمودی جزو کا مجموعہ تصور کیا جاسکتا ہے۔ شکل 6.6 سے واضح ہے کہ درج بالا مساوات میں  $\hat{I}_a$  کا حقیقی جزو  $\hat{V}_a$  کا ہم قدم ہے۔ یوں

$$\begin{aligned} I_a \cos \phi &= \frac{E_{am}}{X_s} \cos \left( \sigma - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{V_a}{X_s} \cos \left( -\frac{\pi}{2} \right) \\ (6.29) \quad &= \frac{E_{am}}{X_s} \sin \sigma \end{aligned}$$

ہوگا جس کو مساوات 6.27 کے ساتھ ملا کر درج ذیل ملتا ہے۔

$$(6.30) \quad p_v = \frac{V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

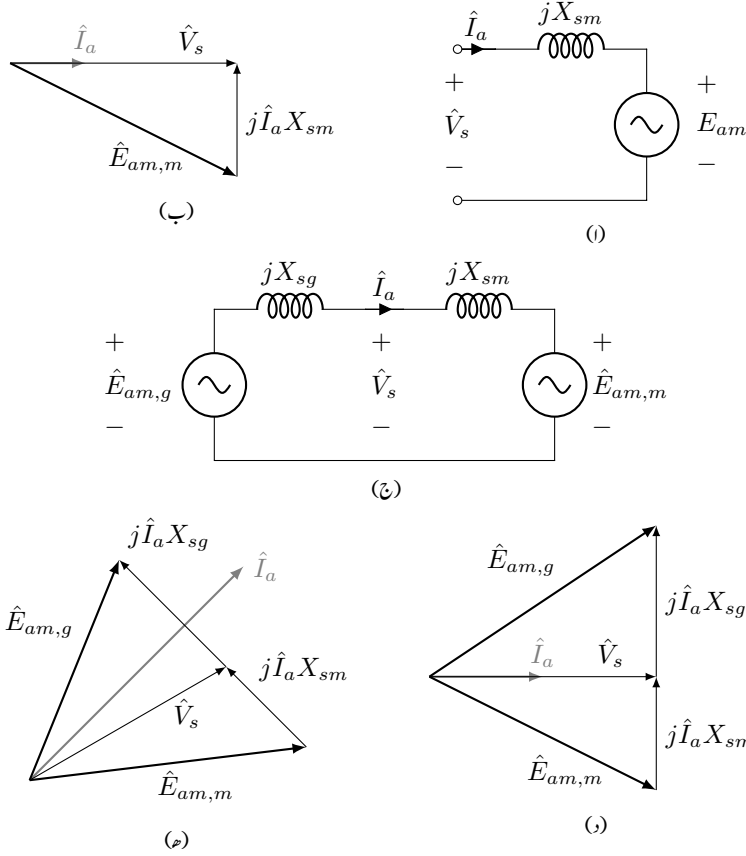
تین دوری معاصر مشین کے لئے اس مساوات کو تین سے ضرب دیں گے:

$$(6.31) \quad p_v = \frac{3V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

مساوات 6.31 طاقت بالمتقابل زاویہ<sup>17</sup> کا قانون پیش کرتی ہے۔ اٹل  $V_a$  کی صورت میں جزیرہ  $E_{am}$  یا (اور)  $\sigma$  بڑھا کر طاقت بڑھا سکتا ہے۔ گھومتے لچھے میں برقی رو بڑھا کر  $E_{am}$  بڑھایا جاتا ہے جو ایک حد تک کرنا ممکن ہوگا۔ لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہونے سے لچھا گرم ہوگا جس کو خطرناک حد تک پہنچنے نہیں دیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح  $\sigma$  کو نوے زاویہ تک بڑھایا جاسکتا ہے جس پر، کسی مخصوص  $E_{am}$  کے لئے، جزیرہ زیادہ سے زیادہ طاقت مہیا کرتا ہے:

$$(6.32) \quad p_{v, \text{انتہا}} = \frac{3V_a E_{am}}{X_s}$$





شکل 6.7: معاصر جزیر معاصر موٹر چلا رہی ہے۔

حقیقت میں جنریٹر کی بناوٹ یوں کی جاتی ہے کہ زیادہ سے زیادہ قابل استعمال طاقت نوے درجے سے کافی کم زاویہ پر ممکن ہو۔ نوے درجے پر جنریٹر کو قابو رکھنا مشکل ہوتا ہے۔

مثال 6.3: ایک 50 قبطی، ستارہ، تین دوری 50 ہرٹز، 2300 وولٹ دباوتار پر چلنے والی 1800 کلو وولٹ-ایمپیئر معاصر مشین کا ایک دوری معاصر امالہ 2.1 اوہم ہے۔

• مشین کے برقی سروں پر 2300 وولٹ دباوتار مہیا کیا جاتا ہے جبکہ اس کا میدانی برقی رواتار کھا جاتا ہے کہ

پورے بوجھ پر مشین کا جزو طاقت ایک کے برابر ہو۔ اس مشین سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جاسکتی ہے؟

- اس موٹر کو 2 قطبی، 3000 چکر فی منٹ، تین دوری، ستارہ، 2300 وولٹ دباوتار پیدا کرنے والا 2200 کلو وولٹ-کمپیٹر کے معاصر جزئیٹر سے چلایا جاتا ہے جس کا ایک دوری معاصر امالہ 2.3 اوہم ہے۔ موٹر پر اس کا پورا برقی بوجھ لاد کر جزئیٹر کو معاصر رفتار پر چلاتے ہوئے دونوں مشینوں کے میدانی برقی رو تبدیل کیے جاتے ہیں حتیٰ کہ موٹر ایک جزو طاقت پر چلنے لگے۔ دونوں مشینوں کا میدانی برقی رو یہاں برقرار رکھ کر موٹر پر بوجھ آہستہ آہستہ بڑھایا جاتا ہے۔ اس صورت میں موٹر سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جاسکتی ہے اور اس کی سروں پر دباوتار کتنا ہوگا؟

حل:

- شکل 6.7-1 اور 6.7-6 ب سے رجوع کریں۔ ایک دوری برقی دباو اور کل برقی رو درج ذیل ہوں گے۔

$$\frac{2300}{\sqrt{3}} = 1327.9 \text{ V}$$

$$\frac{1800000}{\sqrt{3} \times 2300} = 451.84 \text{ A}$$

یوں درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \hat{E}_{am,m} &= \hat{V}_a - j\hat{I}_a X_{s,m} \\ &= 1327.9/0^\circ - j451.84/0^\circ \times 2.1 \\ &= 1327.9 - j948.864 \\ &= 1632/-35.548^\circ \end{aligned}$$

مساوات 6.32 سے ایک دوری زیادہ سے زیادہ برقی طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$p_{اِتہا} = \frac{1327.9 \times 1632}{2.1} = 1031968 \text{ W}$$

اس طرح تین دوری زیادہ سے زیادہ طاقت 3095904 واٹ ہوگی۔ 50 ہرٹز اور 50 قطب سے مشین کی معاصر میکانی رفتار مساوات 5.53 کی مدد سے دو چکر فی سیکنڈ حاصل ہوتی ہے یعنی  $f_m = 2$ ۔ یوں مشین سے درج ذیل زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$T_{اِتہا} = \frac{p_{اِتہا}}{2\pi f_m} = \frac{3095904}{2 \times \pi \times 2} = 246364 \text{ N m}$$

- شکل 6.7-ج سے رجوع کریں۔ پہلا جزو کی طرح یہاں بھی موٹر کے برقی سروں پر دباؤ تار 2300 وولٹ اور محرک برقی دباؤ 1632 وولٹ ہوں گے۔ جزیٹر کا محرک برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\hat{E}_{am,g} &= \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_{s,g} \\ &= 1327.9/0^\circ + j451.84/0^\circ \times 2.3 \\ &= 1327.9 + j1039.233 \\ &= 1686/38.047^\circ\end{aligned}$$

یہ صورت شکل 6.7-د میں دکھائی گئی ہے۔

معاصر موٹر اس وقت زیادہ سے زیادہ طاقت پیدا کرے گی جب  $\hat{E}_{am,g}$  اور  $\hat{E}_{am,m}$  آپس میں  $90^\circ$  زاویہ پر ہوں جیسا شکل 6.7-ھ میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں مساوات 6.32 میں ایک معاصر امالہ کی بجائے موٹر اور جزیٹر کے سلسلہ وار جڑے امالہ ہوں گے اور دو برقی دباؤ اب موٹر اور جزیٹر کے محرک برقی دباؤ ہوں گے۔ یوں موٹر کی یک دوری زیادہ سے زیادہ طاقت درج ذیل ہو گی۔

$$p_{\text{تہا}} = \frac{1686 \times 1632}{2.3 + 2.1} = 625\,352 \text{ W}$$

اس طرح تین دوری طاقت 1 876 056 واٹ اور زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$T_{\text{تہا}} = \frac{1876056}{2 \times \pi \times 2} = 149\,291 \text{ N m}$$

□

## 6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خواص

### 6.5.1 معاصر جزیٹر: برقی بوجھ بالقابل $I_m$ کے خط

شکل 6.5-ب کی دوری سمتیہ مساوات

$$(6.33) \quad \hat{E}_{am} = \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_s$$

میں  $\hat{I}_a = I_a / \phi$  لیتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(6.34) \quad E_{am} / \sigma = V_a / 0 + I_a X_s / \frac{\pi}{2} + \phi$$

جس کو بطور مخلوط عدد<sup>18</sup>

$$\begin{aligned} E_{am} \cos \sigma + j E_{am} \sin \sigma &= V_a \cos 0 + j V_a \sin 0 + I_a X_s \cos \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) + j I_a X_s \sin \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= E_{am,x} + j E_{am,y} \end{aligned}$$

لکھ سکتے ہیں۔ اس سے  $|\hat{E}_{am}|$  یعنی  $E_{am}$  حاصل کرتے ہیں۔

$$(6.35) \quad \begin{aligned} |\hat{E}_{am}| &= E_{am} = \sqrt{E_{am,x}^2 + E_{am,y}^2} \\ &= \sqrt{V_a^2 + (I_a X_s)^2 + 2 V_a I_a X_s \sin \phi} \end{aligned}$$

جزیئر کے سروں پر  $V_a$  اٹل رکھتے ہوئے مختلف  $\phi$  کے لئے  $E_{am}$  بالمقابل  $I_a$  کے خط شکل 6.8 میں دکھائے گئے ہیں۔ یہ خطوط مساوات 6.35 دیتی ہے۔ چونکہ  $E_{am}$  اور  $I_m$  راست متناسب ہیں اور کسی مخصوص جزو طاقت اور معین  $V_a$  کے لئے جزیئر کی طاقت  $I_a$  کے راست متناسب ہوتی ہے لہذا یہی ترسیمات  $I_m$  بالمقابل جزیئر کی طاقت کو بھی ظاہر کرتی ہیں۔

## 6.5.2 معاصر موٹر: $I_a$ بالمقابل $I_m$ کے خط

معاصر موٹر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) شکل 6.3 اور دوری سمتیہ شکل 6.9 میں دکھایا گیا ہے۔ مزاحمت نظر انداز کر کے اس کی مساوات لکھتے ہیں۔

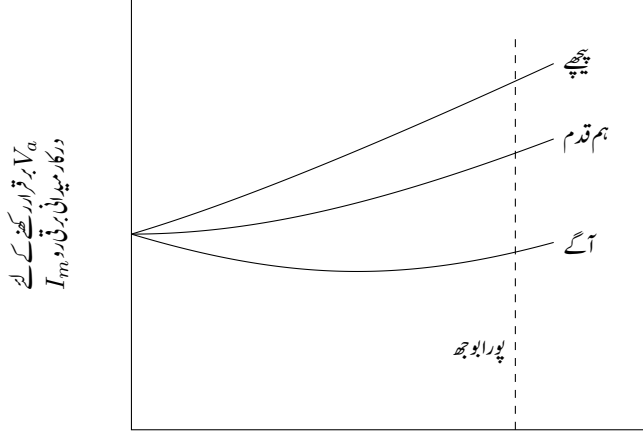
$$(6.36) \quad \begin{aligned} \hat{V}_a &= \hat{E}_{am} + j \hat{I}_a X_s \\ V_a / 0 &= E_{am} / \sigma + j I_a / \phi X_s \\ &= E_{am} / \sigma + I_a X_s / \frac{\pi}{2} + \phi \end{aligned}$$

اس مساوات میں موٹر پر لاگو برقی دباؤ  $\hat{V}_a$  کے حوالہ سے زاویات کی پیمائش کی گئی ہے لہذا  $\hat{V}_a$  کا زاویہ صفر ہو گا۔ یاد رہے کہ مثبت زاویہ کی پیمائش افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ہو گی لہذا پیش زاویہ<sup>19</sup> مثبت اور تاخیر زاویہ<sup>20</sup>

<sup>18</sup> complex number

<sup>19</sup> leading angle

<sup>20</sup> lagging angle



برقی یا قوی لچھے کا برقی دباؤ  $I_a$

شکل 6.8: جنرٹر: برقی بوجھ بالمتقابل  $I_m$  کے خط

منفی ہو گا۔ اس مساوات سے امالی دباؤ  $E_{am}$  حاصل کرتے ہیں۔

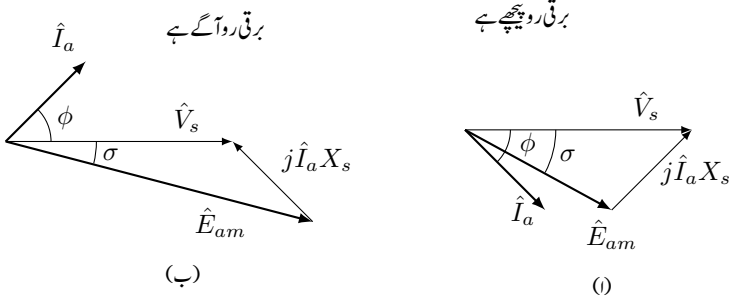
$$\begin{aligned} E_{am}/\sigma &= V_a/0 - I_a X_s / \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a - I_a X_s \cos \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) - j I_a X_s \sin \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a + I_a X_s \sin \phi - j I_a X_s \cos \phi \end{aligned}$$

یوں  $|E_{am}|$  درج ذیل ہو گا۔

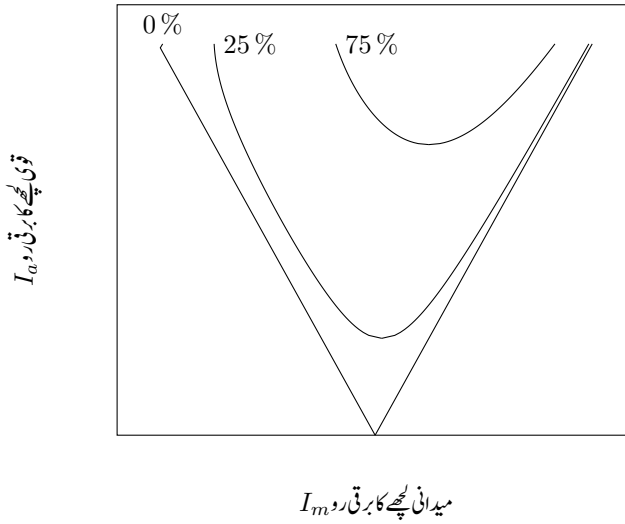
$$\begin{aligned} |E_{am}| &= \sqrt{(V_a + I_a X_s \sin \phi)^2 + (I_a X_s \cos \phi)^2} \\ (6.37) \quad &= \sqrt{V_a^2 + I_a^2 X_s^2 + 2V_a I_a X_s \sin \phi} \end{aligned}$$

موٹر پر لاگو برقی دباؤ اور اس پر میکانی بوجھ کو 0%، 25% اور 75% پر رکھ کر، موٹر کے  $E_{am}$  بالمتقابل  $I_a$  خطوط، مساوات 6.37 سے شکل 6.10 میں ترسیم کیے گئے ہیں۔ چونکہ امالی دباؤ  $I_m$  کا راست متناسب ہوتا ہے لہذا یہی موٹر کے  $I_m$  بالمتقابل  $I_a$  خطوط بھی ہوں گے۔ ان میں سے ہر خط ایک معین میکانی بوجھ  $p$  کے لئے ہے جہاں  $p$  درج ذیل ہو گا۔

$$(6.38) \quad p = V_a I_a \cos \phi$$



شکل 6.9: موٹر کا دوری سمتیہ۔

شکل 6.10: موٹر کی  $I_m$  بالقابل  $I_a$  ترسیم۔

اس مساوات کے تحت  $p$  اور  $V_a$  تبدیل کیے بغیر جزو طاقت تبدیل کر کے  $I_a$  تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ شکل 6.10 حصول میں مساوت 6.37 کو مساوت 6.38 کی مدد سے ترسیم کیا جاتا ہے۔ مخصوص  $V_a$  اور  $p$  کے لئے مختلف  $I_a$  پر مساوت 6.38 سے  $\phi$  حاصل کیا جاتا ہے۔ اس کے بعد ہر انفرادی  $I_a$  اور مطابقتی  $\phi$  کو مساوت 6.37 میں پر کر کے  $E_{am}$  حاصل کیا جاتا ہے۔ مخصوص  $p$  کے لئے  $E_{am}$  بالمقابل  $I_a$  ترسیم کیے جاتے ہیں۔ شکل 6.10 میں 0% ، 25% اور 75% طاقت کے لئے ترسیمات پیش کی گئی ہیں۔

موٹر کے خطوط سے واضح ہے کہ  $I_m$  تبدیل کر کے موٹر کا جزو طاقت تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ یوں موٹر کو پیش زاویہ یا تاخیر زاویہ پر چلایا جاسکتا ہے۔ موٹر کو پیش زاویہ چلا کر بطور ایک برقی گھیر<sup>21</sup> استعمال کیا جاسکتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں کیا جاتا ہے چونکہ معاصر موٹر سے برقی گھیر زیادہ سستا دستیاب ہوتا ہے۔

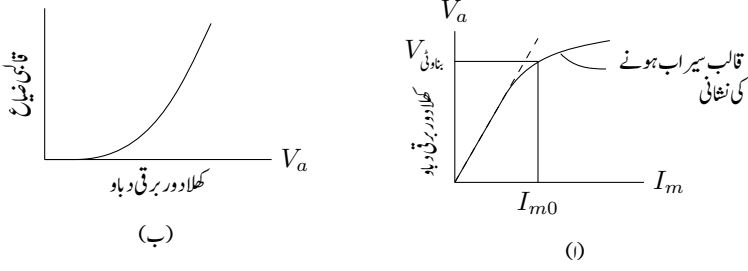
## 6.6 کھلا دور اور کسر دور معائنہ

معاصر مشین کا مساوی دور بنانے کے لئے مساوی دور کے اجزاء جاننا لازم ہے جنہیں دو قسم کے معائنوں سے معلوم کیا جاتا ہے۔ انہیں کھلا دور معائنہ اور کسر دور معائنہ کہتے ہیں۔ ان معائنوں سے قالب کے سیرابیت کے اثرات بھی اجاگر ہوتے ہیں۔ اسی قسم کے معائنے ٹرانسفارمر کے بھی کیے جاتے ہیں جہاں کھلا دور معائنہ ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی دباؤ جبکہ کسر دور معائنہ بناوٹی برقی رو پر کیا جاتا ہے۔ یہاں بھی ایسا کیا جائے گا۔

### 6.6.1 کھلا دور معائنہ

معاصر مشین کے برقی سرے کھلا رکھ کر، مشین کو معاصر رفتار پر گھماتے ہوئے مختلف  $I_m$  پر پیدا برقی دباؤ  $V_a$  مشین کے سروں پر ناپا جاتا ہے۔ ان کی رو  $I_m$  بالمقابل دباؤ  $V_a$  ترسیم شکل 6.11-1 میں دی گیا ہے۔ یہ ترسیم مشین کی کھلا دور خاصیت ظاہر کرتی ہے۔ یہ ترسیم مشین بنانے والے بھی مہیا کر سکتے ہیں۔

اس کتاب کے حصہ 2.8 میں بتایا گیا کہ قالب پر لاگو مقناطیسی دباؤ بڑھانے سے قالب میں مقناطیسی بہاؤ بڑھتا ہے البتہ جلد ہی قالب سیراب ہو جاتا ہے۔ یہ اثر شکل-1 میں ترسیم کے جھکاؤ سے واضح ہے۔ قالب سیراب نہ ہونے



شکل 6.11: کھلا دور خط اور قالبی ضیاع۔

کی صورت میں ترسیم نقطہ دار سیدھی لکیر کی پیروی کرتی۔ مشین کا بناوٹی برقی دباؤ اور اس کے حصول کے لئے درکار رو  $I_{m0}$  بھی دکھائے گئے ہیں۔

کھلا دور معائنہ کے دوران دھرے پر میکانی طاقت  $p_1$  کی پیمائش بے بوجھ مشین کا ضیاع طاقت دے گی۔ اس کا بیشتر حصہ رگڑی ضیاع، کچھ قالبی ضیاع اور کچھ گھومتے لچھے کا ضیاع ہو گا۔ یاد رہے گھومتے لچھے کو عموماً دھرے پر نسب یک سمت جزیئر برقی توانائی فراہم کرتا ہے جس کو از خود طاقت محرک<sup>22</sup> فراہم کرتا ہے۔ رگڑی ضیاع کا مشین پر لدے بوجھ سے کوئی خاص تعلق نہیں پایا جاتا ہے لہذا بے بوجھ مشین اور بوجھ بردار مشین کا رگڑی ضیاع ایک جیسا تصور کیا جاتا ہے۔

رو  $I_m$  صفر رکھتے ہوئے دوبارہ دھرے پر میکانی طاقت  $p_2$  کی پیمائش صرف رگڑی ضیاع دے گا۔ ان پیمائشوں کا فرق  $(p_1 - p_2)$  قالبی ضیاع اور گھومتے لچھے کا برقی ضیاع ہو گا۔ گھومتے لچھے میں برقی ضیاع بہت کم ہوتا ہے اور اس کو عموماً قالب کے ضیاع کا حصہ تصور کیا جاتا ہے۔ یوں پیمائش کردہ قالبی ضیاع کی ترسیم شکل 6.11-ب میں دی گئی ہے۔

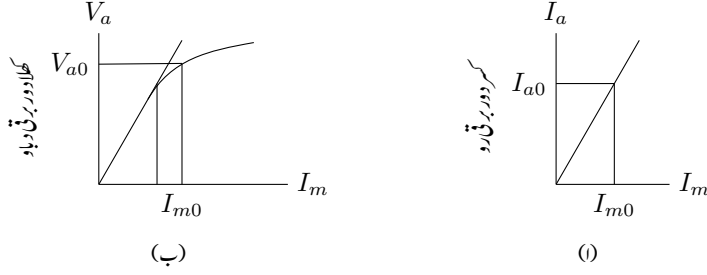
## 6.6.2 کسر دور معائنہ

معاصر مشین کو معاصر رفتار پر بطور جزیئر چلاتے ہوئے ساکن لچھا کسر دور کر کے مختلف  $I_m$  پر کسر دور برقی  $I_a$  ناپی جاتی ہے۔ ان کی ترسیم شکل 6.12-ا میں دی گئی ہے جو خط کسر دور مشین کی خاصیت دکھاتی ہے۔

<sup>21</sup>capacitor

<sup>22</sup>گھومتے لچھے کو توانائی یک سمت جزیئر مہیا کرتا ہے اور اس جزیئر کو دھرے سے توانائی موصول ہوتی ہے۔





شکل 6.12: کسر دور خط اور کھلے دور خط۔

کسر دور معائنہ کے دوران دھیان رہے کہ  $I_a$  خطرناک حد تک بڑھ نہ جائے۔ جزیئر کے بناوٹی  $I_a$  یا اس سے دگنی قیمت سے رو کو کم رکھا جاتا ہے۔ ایسا نہ کرنے سے مشین گرم ہو کر تباہ ہو سکتی ہے۔

کسر دور مشین میں بناوٹی برقی دباؤ کے دس سے پندرہ فی صد برقی دباؤ پر مشین میں سونی صد برقی رو پایا جاتا ہے۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے خلائی درز میں اسی تناسب سے کم مقناطیسی بہاؤ درکار ہو گا۔

شکل 6.5-1 میں جزیئر کا مساوی برقی دور دکھایا گیا ہے جسے شکل 6.13 میں کسر دور دکھایا گیا ہے۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

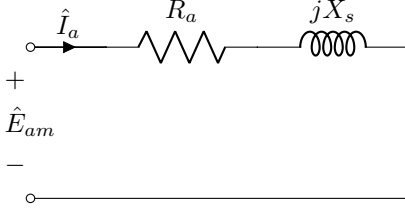
$$(6.39) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s$$

$X_s \gg R_a$  کی بنا مزاحمت  $R_a$  نظر انداز کر کے اس مساوات سے معاصر امالہ حاصل ہو گا۔

$$(6.40) \quad X_s = \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|} = \frac{E_{am}}{I_a}$$

مساوات 6.40 میں  $\hat{I}_a$  کسر دور مشین کا برقی رو اور  $\hat{E}_{am}$  اسی حال میں مشین کے ایک دور کا امالی دباؤ ہے۔ کھلے دور مشین میں  $\hat{I}_a$  صفر ہوتا ہے۔ مساوات 6.33 سے واضح ہے کہ  $\hat{I}_a$  صفر ہونے کی صورت میں  $\hat{V}_a$  اور  $\hat{E}_{am}$  برابر ہوں گے۔ یوں کسی معین  $I_{m0}$  پر شکل 6.12-1 سے  $I_{a0}$  اور شکل 6.12-ب سے  $V_{a0}$  پڑھ کر  $X_s$  کی قیمت حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$(6.41) \quad X_s = \frac{V_{a0}}{I_{a0}}$$



$$\begin{aligned}\hat{E}_{am} &= \hat{I}_a R_a + j\hat{I}_a X_s \\ &\approx j\hat{I}_a X_s \quad X_s \gg R_a \\ X_s &= \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|}\end{aligned}$$

شکل 6.13: معاصر امالہ۔

معاصر امالہ کو عموماً مشین کے پورے (ہناوٹی) برقی دباؤ پر معلوم کیا جاتا ہے تاکہ قالب کی سیرابیت کے اثرات کو بھی شامل ہو۔

مشین کو ستارہ نما تصور کر کے اس کا ایک دوری  $X_s$  حاصل کیا جاتا ہے۔ یوں اگر معائنہ میں مشین کا تار برقی دباؤ<sup>23</sup> ناپا گیا ہو تب ضروری ہے کہ اس کو  $\sqrt{3}$  سے تقسیم کر کے یک دوری دباؤ حاصل کر کے مساوات 6.40 میں استعمال کیا جائے گا۔

$$(6.42) \quad V_{یکدوری} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}}$$

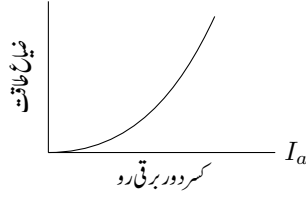
مثال 6.4: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر، ستارہ، 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کا کھلا دور اور کسر دور معائنہ کیا گیا۔ حاصل نتائج درج ذیل ہیں۔

- کھلا دور معائنہ:  $V_{\pi} = 415 \text{ V}$  اور  $I_m = 3.2 \text{ A}$  ہیں۔
- کسر دور معائنہ: جس لمحہ قوی لچھے کا برقی رو 104 A تھا اس لمحہ میدانی لچھے کا برقی رو 2.48 A تھا اور جس لمحہ قوی لچھے کا برقی رو 126 A تھا اس لمحہ میدانی لچھے کا برقی رو 3.2 A تھا۔

اس مشین کا معاصر امالہ تلاش کریں۔

حل: یک دوری برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$V_{یکدوری} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}} = \frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$$



شکل 6.14: کسر دور معاصر مشین میں ضیاع طاقت۔

کھلا دور مشین پر 239.6 وولٹ کے لئے 3.2 ایمپیئر میدانی برقی رو درکار ہو گا جبکہ 3.2 ایمپیئر میدانی برقی رو پر کسر دور برقی رو 126 ایمپیئر ہو گا لہذا ایک دوری معاصر امالہ درج ذیل ہو گا۔

$$X_s = \frac{239.6}{126} = 1.901 \Omega$$

□

کسر دور معائنہ کے دوران دھرے پر لاگو میکانی طاقت  $p_3$  کی پیمائش سے کسر دور مشین کا کل ضیاع حاصل ہو گا۔  $p_3$  ناپتے وقت کسر دور برقی رو  $I_{a,3}$  بھی ناپ لیں۔ اس ضیاع کا کچھ حصہ قابلی ضیاع، کچھ دونوں لچھوں میں برقی ضیاع اور کچھ رگڑی (میکانی) ضیاع ہو گا۔ شکل 6.14 میں ضیاع طاقت بالمقابل کسر دور برقی رو دکھایا گیا ہے۔

ضیاع  $p_3$  سے، کھلا دور معائنہ میں حاصل، رگڑی ضیاع  $p_2$  منفی کرنے سے لچھوں کا ضیاع اور قابلی ضیاع حاصل ہو گا۔ جیسا پہلے ذکر کیا گیا، صرف دس تا بیس فی صد بناوٹی برقی دباؤ پر کسر دور مشین میں بناوٹی رو پایا جائے گا۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے درکار مقناطیسی بہاؤ اتنا ہی کم ہو گا۔ اتنے کم مقناطیسی بہاؤ پر قابلی ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ مزید، کسر دور معاصر مشین کے گھومتے لچھے کا برقی ضیاع ساکن لچھے کے برقی ضیاع سے بہت کم ہو گا لہذا گھومتے لچھے کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں  $(p_3 - p_2)$  کو ساکن لچھے کا برقی ضیاع تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں درج ذیل ہو گا

$$p_3 - p_2 = I_{a,3}^2 R_a$$

جس سے معاصر مشین کی مساوی مزاحمت حاصل ہو گی۔

$$(6.43) \quad R_a = \frac{p_3 - p_2}{I_{a,3}^2}$$

مثال 6.5: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر، 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کے پورے (بناوٹی) برقی رو پر کل کسر دور طاقت کا ضیاع 2.2 کلو واٹ ہے۔ اس مشین کی یک دوری موثر مزاحمت حاصل کریں۔

حل: یک دوری ضیاع  $733.33 \text{ W} = \frac{2200}{3}$  ہے۔ مشین کے پوری برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{75000}{\sqrt{3}V_L} = 104.34 \text{ A}$$

یوں مشین کی موثر مزاحمت درج ذیل ہو گی۔

$$R_a = \frac{733.33}{104.34^2} = 0.067 \Omega$$

□

مثال 6.6: شکل 6.15 میں 500 وولٹ، 50 ہرٹز، 4 قطب، ستارہ، معاصر جنریٹر کا کھلے دور خط دکھایا گیا ہے۔ اس جنریٹر کا معاصر امالہ 0.1 اوہم اور قوی لچھے کی مزاحمت 0.01 اوہم ہے۔ پورے برقی بوجھ، 0.92 تاخیری جزو طاقت<sup>24</sup> پر جنریٹر 1000 ایمپیئر فراہم کرتا ہے۔ پورے بوجھ پر رگڑی ضیاع اور لچھے کی مزاحمت میں ضیاع کا مجموعہ 30 کلو واٹ جبکہ قابل ضیاع 25 کلو واٹ ہے۔

• جنریٹر کی رفتار معلوم کریں۔

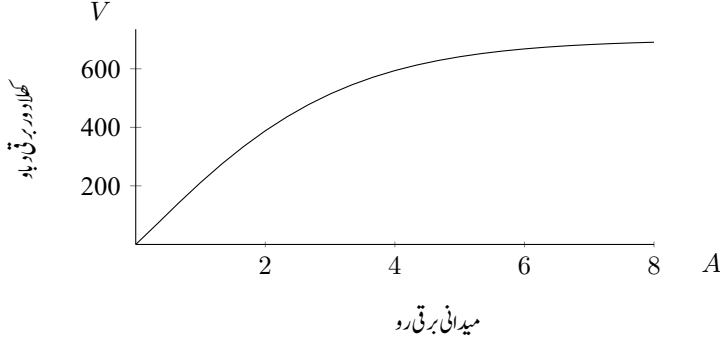
• بے بوجھ جنریٹر کی سروں پر 500 وولٹ برقی دباؤ کتنے میدانی برقی رو پر حاصل ہو گا؟

• اگر جنریٹر پر 0.92 تاخیری جزو طاقت، 1000 ایمپیئر کا برقی بوجھ لادا جائے تب جنریٹر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنا میدانی برقی رو درکار ہو گا؟

• جنریٹر پورے بوجھ پر کتنی طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ اس کو محرک کتنی میکانیکی طاقت فراہم کر رہا ہے۔ ان دو سے جنریٹر کی فی صد کارگزار<sup>25</sup> تلاش کریں۔

• اگر جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر کتنا برقی دباؤ ہو گا؟

• اگر جنریٹر پر 1000 ایمپیئر 0.92 پیش جزو طاقت کا بوجھ لادا جائے تو جنریٹر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنا میدانی برقی رو درکار ہو گا؟



شکل 6.15: کھلا دور خط۔

- ان 1000 ایمپیر تاخیری جزو طاقت اور پیش جزو طاقت بوجھوں میں کونسا بوجھ زیادہ میدانی برقی رو پر حاصل ہو گا؟ جزیئر کس بوجھ سے زیادہ گرم ہو گا؟

حل:

- $f_e = \frac{P}{2} f_m$  سے  $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$  چکر فی سیکنڈ یا  $25 \times 60 = 1500$  چکر فی منٹ حاصل ہوتا ہے۔

- شکل 6.15 سے 500 وولٹ کے لئے درکار میدانی برقی رو تقریباً 2.86 ایمپیر پڑھا جاتا ہے۔

- ستارہ برقی دباؤ کے تعلق  $V_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یدوری}} = 289$  سے  $V_{\text{یدوری}} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 289$  وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ ستارہ جوڑ میں یک دوری برقی رو اور تار برقی رو برابر ہوتے ہیں۔ جزو طاقت کو ستارہ یک دوری برقی دباؤ کے نسبت سے بیان کیا جاتا ہے۔ چونکہ  $\cos^{-1} 0.92 = 23.07^\circ$  ہے لہذا اگر برقی سروں پر دباؤ  $289/0^\circ$  لکھا جائے تب تاخیری دوری برقی رو  $1000/-23.07^\circ$  لکھا جائے گا۔ یوں شکل 6.4 یا مساوات 6.24 سے اندرونی پیدا یک دوری برقی دباؤ

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/-23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\ &= 349/14.6^\circ \end{aligned}$$

حاصل ہو گا جس سے اندرونی پیداوار برقی دباؤ  $604 = 349 \times \sqrt{3}$  وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنے دباؤ کے لئے 4.1 A میدانی برقی رو پڑھا جاتا ہے۔

• جنریٹر اس صورت میں

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{3} \hat{V}_a \cdot \hat{I}_a \\ &= \sqrt{3} \times 500 \times 1000 \times 0.92 \\ &= 796\,743 \text{ W} \end{aligned}$$

فراہم کر رہا ہے جبکہ محرک

$$p_m = 796.743 + 30 + 25 = 851.74 \text{ kW}$$

فراہم کر رہا ہے لہذا اس جنریٹر کی کارگزاری  $\eta = \frac{796.743}{851.74} \times 100 = 93.54\%$  ہے۔

• جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹانے کے لمحہ پر جنریٹر کے برقی سروں پر 604 وولٹ برقی دباؤ ہو گا۔

• پیش جزو طاقت کی صورت میں

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\ &= 276/20.32^\circ \end{aligned}$$

ہو گا جس سے اندرونی پیداوار برقی دباؤ  $478 = 276 \times \sqrt{3}$  وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنے دباؤ کے لئے 2.7 A میدانی برقی رو درکار ہو گا۔

• تاخیری جزو طاقت کے بوجھ پر جنریٹر کو زیادہ میدانی برقی رو درکار ہے۔ میدانی لمحے کی مزاحمت میں اس کی وجہ سے زیادہ برقی طاقت ضائع ہو گی اور جنریٹر زیادہ گرم ہو گا۔

□

مثال 6.7: ایک 415 وولٹ، 40 کلو وولٹ-ایمپیر، ستارہ، 0.8 جزو طاقت، 50 ہرٹز پر چلنے والی معاصر موٹر کا معاصر امالہ 2.2 اوہم ہے جبکہ اس کی مزاحمت قابل نظر انداز ہے۔ اس کی رگڑ اور لچھوں کی مزاحمت میں طاقت کا ضیاع ایک کلو واٹ جبکہ قابلی ضیاع 800 واٹ ہے۔ یہ موٹر 12.2 کلو واٹ میکانیکی بوجھ سے لدی ہے اور یہ 0.8 پیش جزو طاقت پر چل رہی ہے۔ یاد رہے کہ معاصر امالہ مشین کو ستارہ نما تصور کرتے ہوئے حاصل کیا جاتا ہے۔

- اس کا دوری سمتیہ بنائیں۔ تار کا برقی رو  $\hat{I}_t$  اور قوی لچھے کا برقی رو  $\hat{I}_a$  حاصل کریں۔ موٹر کا اندرونی ہجانی برقی دباؤ  $\hat{E}_a$  حاصل کریں۔
- میدانی برقی رو کو بغیر تبدیل کئے، میکانی بوجھ آہستہ آہستہ بڑھا کر دگنا کیا جاتا ہے۔ اس صورت میں موٹر کا رد عمل دوری سمتیہ سے واضح کریں۔
- اس دگنے میکانی بوجھ پر قوی لچھے کا برقی رو، تار کا برقی رو اور موٹر کا اندرونی ہجانی برقی دباؤ حاصل کریں۔ موٹر کا جزو طاقت بھی حاصل کریں۔

حل:

- ستارہ جڑی موٹر کے سروں پر یک دوری برقی دباؤ  $239.6 \text{ V} = \frac{415}{\sqrt{3}}$  ہو گا جسے صفر زاویہ پر تصور کرتے ہوئے برقی رو کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ یوں  $\hat{V}_{sa} = 239.6/0^\circ$  لکھا جائے گا۔ جزو طاقت 0.8 زاویہ  $36.87^\circ$  کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں تار برقی رو کا پیشہ زاویہ یہی ہو گا۔ موٹر کو مہیا برقی طاقت اس کی میکانی طاقت اور طاقت کے ضیاع کے برابر ہو گی

$$12\,200 \text{ W} + 1000 \text{ W} + 800 \text{ W} = 14\,000 \text{ W}$$

جس کے لئے درکار تار کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{P}{\sqrt{3} V_t \cos \theta} \\ &= \frac{14\,000}{\sqrt{3} \times 415 \times 0.8} \\ &= 24.346 \text{ A} \end{aligned}$$

ستارہ جڑی موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو تار کے برقی رو کے برابر ہو گا۔ یوں برقی رو کا زاویہ شامل کرتے ہوئے اسے

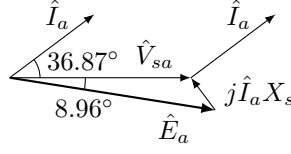
$$\hat{I}_a = \hat{I}_t = 24.346/36.87^\circ$$

لکھا جاسکتا ہے۔

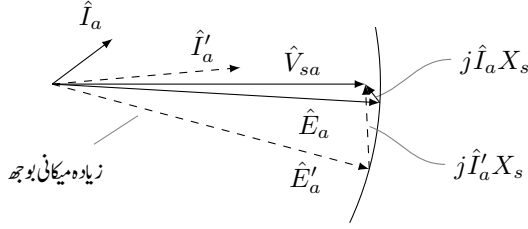
موٹر کا اندرونی یک دوری ہجانی برقی دباؤ موٹر کے مساوی دور شکل 6.3 کی مدد سے درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} - j X_s \hat{I}_a \\ &= 239.6/0^\circ - j 2.2 \times 24.346/36.87^\circ \\ &= 276/-8.96^\circ \end{aligned}$$

اس تمام صورت حال کو شکل 6.16 میں دوری سمتیات کی مدد سے دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.16: بوجھ بردار معاصر موٹر۔



شکل 6.17: بوجھ بڑھنے کا اثر۔

- میکانیکی بوجھ بڑھنے سے موٹر کو زیادہ برقی طاقت درکار ہوگی۔ یہ اس صورت ممکن ہو گا جب موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو بڑھ سکے۔ میدانی برقی رو معین ہونے کی وجہ سے موٹر کے اندرونی بیجانی برقی دباؤ  $\hat{E}_a$  کی مطلق قیمت تبدیل نہیں ہو سکتی البتہ اس کا زاویہ تبدیل ہو سکتا ہے۔ موٹر  $\hat{E}_a$  کی مطلق قیمت تبدیل کئے بغیر برقی سروں پر لاگو برقی دباؤ  $\hat{V}_a$  اور  $\hat{E}_a$  کے بیچ زاویہ بڑھا کر قوی لچھے کا برقی رو اور یوں حاصل برقی طاقت بڑھائے گا۔ ایسا شکل 6.17 میں دکھایا گیا ہے جہاں  $\hat{E}_a$  دوری سمتیہ کی نوک گول دائرہ پر رہتی ہے۔ یوں اس کا طول تبدیل نہیں ہوتا۔ زاویہ بڑھنے سے  $|j\hat{I}_a X_s|$  بڑھتا ہے۔ چونکہ  $X_s$  نہیں بڑھ رہا لہذا درحقیقت قوی لچھے کا برقی رو بڑھ گیا ہے۔ زیادہ بوجھ کی صورت حال کو نقطہ دار دکھایا گیا ہے۔

- دگنی میکانیکی بوجھ پر موٹر کو کل  $26200 + 800 + 1000 = 28000$  واٹ یا 26.2 کلو واٹ برقی طاقت درکار ہے۔ مساوات 6.30 کی مدد سے درج ذیل ہو گا۔

$$\sigma = \sin^{-1} \left( \frac{pX_s}{3V_a E_a} \right) = \sin^{-1} \left( \frac{26200 \times 2.2}{3 \times 239.6 \times 276} \right) = 16.89^\circ$$



یوں موٹر کا اندرونی ہیجانی برقی دباؤ  $276/-16.89^\circ$  ہو گا اور قوی لچھے کا برقی رد درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a - \hat{E}_a}{jX_s} \\ &= \frac{239/0^\circ - 276/-16.89^\circ}{j2.2} \\ &= 38/17.4^\circ\end{aligned}$$

ستارہ جوڑ کی وجہ سے  $\hat{I}_t$  بھی اتنا ہی ہو گا۔ پیش جزو طاقت  $\cos 17.4^\circ = 0.954$  ہے۔

□



## باب 7

### امالی مشین

قوی برقیات<sup>1</sup> کی میدان میں ترقی کی بنا امالی موٹروں کی رفتار پر قابو رکھنا ممکن ہوا اور یوں ان موٹروں نے کارخانوں میں ایک سمت رو موٹروں کی جگہ لینا شروع کیا۔ اس سے پہلے جہاں بھی موٹر کی رفتار اہم ہوتی وہاں ایک سمت رو موٹر استعمال ہوتی جن کی رفتار پر قابو رکھنا نہایت آسان ہوتا ہے۔ پچاس سال پہلے ترقی یافتہ ممالک میں ایک سمت موٹر کی جگہ امالی موٹروں نے لینا شروع کیا۔ آج میں یہی تبدیلی پاکستان میں دیکھ رہا ہوں۔ امالی موٹروں کی مضبوطی اور دیر پا کام کرنے کی صلاحیت مثالی ہے۔ قوی الیکٹرانکس نے ان کی رفتار کو قابو کر کے بلا مقابلہ بنا دیا۔

امالی موٹر ٹرانسفارمر کی دوسری صورت ہے یا یوں کہنا بہتر ہو گا کہ یہ ایک ایسا ٹرانسفارمر ہے جس کا ثانوی لچھا حرکت بھی کرتا ہے۔ یوں امالی موٹر کے ساکن لچھے ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے اور موٹر کے گھومتے لچھے ٹرانسفارمر کے ثانوی لچھے تصور کیے جاسکتے ہیں۔ موٹر کے ساکن لچھوں کو بیرونی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے جبکہ خلاء میں گھومتے مقناطیسی موج سے پیدا گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ ان لچھوں کو طاقت فراہم کرتا ہے۔ اسی کی بنا ان کو امالی موٹر<sup>2</sup> کہتے ہیں

اس باب کا مقصد امالی موٹر کے مساوی دور (ریاضی نمونہ)<sup>3</sup> کا حصول اور موٹر کی خواص پر غور کرنا ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ ان کا مساوی دور ٹرانسفارمر کے مساوی دور کی طرح ہو گا۔

---

power electronics<sup>1</sup>  
induction motor<sup>2</sup>  
mathematical model<sup>3</sup>

ہم فرض کریں گے کہ موٹر دو قطبی، تین دوری، ستارہ جڑا ہے۔ اس طرح یک دوری لچھوں کا برقی رو، تار برقی رو ہو گا اور ان پر لاگو برقی دباؤ، یک دوری برقی دباؤ ہو گا۔ ایسا کرنے سے مسئلے پر غور کرنا آسان ہو گا جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے کارآمد ہو گا۔

## 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج

امالی مشین کے ساکن لچھے بالکل معاصر مشین کے ساکن لچھوں کی طرح ہوتے ہیں۔ مزید گھومتے حصہ اور ساکن لچھوں کے قطبین کی تعداد ایک جیسی ہو گی۔ ساکن لچھوں کو متوازن تین دوری برقی رو سے پہچان کرنے سے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی ایک موج پیدا ہو گی۔ مساوات 5.49 اس موج کو ظاہر کرتی ہے جبکہ مساوات 5.53 اس کی معاصر رفتار دیتی ہے۔ یہ دونوں مساوات یہاں یاد دہیانی کے لئے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔ یہاں ساکن لچھوں میں برقی رو کی تعدد  $\omega_e$  لکھی گئی ہے اور  $\alpha$  صفر لیا گیا ہے۔

$$\tau_s^+(\theta, t) = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega_e t) \quad (7.1)$$

$$f_m = \frac{2}{P} f_e$$

## 7.2 مشین کا سرکاو اور گھومتی امواج پر تبصرہ

ہم دو قطب کے مشین پر غور کر رہے ہیں جو  $P$  قطبی مشین کے لئے بھی درست ہے۔ ساکن لچھوں میں تین دوری برقی رو کی تعدد  $f_e$  ہے۔ مساوات 5.53 کہتی ہے کہ دو قطبی مشین میں موج کی معاصر رفتار بھی  $f_e$  چکر فی سیکنڈ ہو گی۔ اب تصور کریں مشین کا گھومتا حصہ،  $f$  میکانی چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے موج کے رخ گھوم رہا ہے جہاں  $f < f_e$  ہے۔ ایسی صورت میں ہر سیکنڈ گھومتا حصہ مقناطیسی بہاؤ کی موج سے پیچھے سرک جائے گا۔ اس سرکنے کو موج کی معاصر رفتار کی نسبت سے درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$s = \frac{f_s - f}{f_s} = \frac{f_e - f}{f_e} \quad (7.2)$$

یہاں  $s$  مشین کے سرکاوڈ کی ناپ ہے۔ اس مساوات سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(7.3) \quad \begin{aligned} f &= f_s(1-s) = f_e(1-s) \\ \omega &= \omega_s(1-s) = \omega_e(1-s) \quad (\text{دونوں اطراف کو } 2\pi \text{ سے ضرب کیا گیا}) \end{aligned}$$

یہاں غور کیجیے گا۔ مقناطیسی بہاو کی موج  $f_e$  تعدد سے گھوم رہی ہے جبکہ گھومتے لچھے کی تعدد  $f$  ہے۔ گھومتے لچھا کے حوالہ سے مقناطیسی بہاو کی موج  $(f_e - f)$  رفتار سے گھوم رہی ہے، یعنی، گھومتے لچھے کو ساکن تصور کرنے سے گھومتے مقناطیسی بہاو کی موج  $(f_e - f)$  اضافی رفتار سے گھومتی نظر آئے گی۔ یوں گھومتے لچھا میں امالی برقی دباؤ کی تعدد بھی  $(f_e - f)$  ہو گی۔ مساوات 7.3 کی مدد سے اس امالی برقی دباؤ کی تعدد  $f_r$  درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(7.4) \quad f_r = f_e - f = f_e - f_e(1-s) = sf_e$$

مشین بطور امالی موٹر استعمال کرنے کے لئے گھومتے لچھے کسر دور کیے جائیں گے۔ ان کسر دور لچھوں میں برقی رو کی تعدد  $sf_e$  اور رو کی قیمت لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ اور لچھوں کی رکاوٹ پر منحصر ہو گی۔ لچھوں کی رکاوٹ برقی رو کی تعدد پر منحصر ہو گی۔

ساکن موٹر جب چالو کی جائے تو اس کا سرکاوڈ  $s$  اکائی ( $s = 1$ ) ہو گا لہذا گھومتے لچھوں میں برقی رو کی تعدد  $f_e$  ہو گی۔ گھومتے لچھوں میں  $f_e$  تعدد کا برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرے گا جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسا ساکن لچھوں میں برقی رو سے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج وجود میں آتی ہے۔ یوں موٹر چالو کرنے کے لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی امواج ایک جیسی رفتار سے گھومتی ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کی یہ امواج دو گھومتے مقناطیسوں کی طرح کوشش کرتی ہیں کہ ان کے بیچ زاویہ صفر ہو۔ یوں موٹر قوت سے مروڑ پیدا کرتی ہے جسے مساوات 5.92 میں پیش کیا گیا ہے۔ اگر موٹر کے دھرے پر لدے بوجھ کو مشین کی پیدا کردہ قوت مروڑ گھا سکے تو مشین گھومے گی۔ اس کی رفتار تیز ہو کر ایک برقرار حد تک پہنچ جائے گی۔ امالی موٹر کی رفتار کبھی بھی معاصر رفتار تک نہیں پہنچ سکتی چونکہ اس رفتار پر اس کے گھومتے لچھوں کی نسبت سے ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن ہو گی اور گھومتے لچھوں میں کوئی امالی برقی دباؤ پیدا نہیں ہو گا۔

جب موٹر چل پڑتی ہے تو اس کے گھومتے لچھوں کے برقی رو کی تعدد  $sf_e$  ہو گی۔ معاصر رفتار، برقی رو کی تعدد کے برابر ہونے کی بنا ان برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج گھومتے لچھے کے حوالہ سے  $sf_e$  رفتار سے گھومے

گی۔ اب گھومتا لچھا از خود کسی رفتار  $f$  سے گھوم رہا ہو گا لہذا یہ موج در حقیقت خلاء میں  $(f + sf_e)$  رفتار سے گھومے گی۔ مساوات 7.4 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جو ایک اہم نتیجہ ہے۔

$$(7.5) \quad f + sf_e = f + f_e - f = f_e$$

یہ مساوات کہتی ہے کہ موٹر جس رفتار سے بھی گھوم رہی ہو، گھومتے لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔

مثال 7.1: ایک چار قطب، ستارہ، 50 ہرٹز، 415 وولٹ پر چلنے والی امالی موٹر 15 کلو واٹ کی (پوری) بناوٹی بوجھ پر پانچ فی صد سرکاو پر چلتی ہے۔

- اس موٹر کی معاصر رفتار کتنی گی؟
- پورے بوجھ پر اس کی رفتار کتنی ہو گی؟
- پورے بوجھ پر گھومتے لچھے میں برقی تعداد کتنی ہو گی؟
- پورے بوجھ سے لدے موٹر کی دھرے پر قوت مروڑ کتنی ہو گی؟

حل:

- مساوات 7.1 کی مدد سے معاصر رفتار  $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$  چکر فی سیکنڈ یا  $25 \times 60 = 1500$  چکر فی منٹ ہو گی۔
- پورے بوجھ سے لدی موٹر پانچ فی صد سرکاو پر چلتی ہے لہذا اس کی رفتار معاصر رفتار سے کم ہو گی۔ موٹر کی رفتار مساوات 7.3 کی مدد سے  $f = 25(1 - 0.05) = 23.75$  چکر فی سیکنڈ یا 1425 چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔
- گھومتے لچھے کی برقی تعداد  $f_r = 0.05 \times 50 = 2.5$  ہرٹز ہو گی۔
- اس کے دھرے پر قوت مروڑ  $T_m = \frac{p}{\omega_m} = \frac{15000}{2 \times \pi \times 23.75} = 100.5 \text{ N m}$  ہو گی۔

□

## 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ

مساوات 7.1 کا پہلا جزو ساکن لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ مقناطیسی دباؤ مشین کی خلائی درز میں مقناطیسی شدت  $H^+(\theta)$  پیدا کرے گی جس سے درز میں کثافت مقناطیس بہاؤ  $B^+(\theta)$  پیدا ہو گا۔ خلائی درز کی رداسی رخ لمبائی  $l_g$  لیتے ہوئے درج ذیل ہو گا

$$\begin{aligned} B^+(\theta) &= \mu_0 H^+(\theta) = \mu_0 \frac{\tau^+(\theta)}{l_g} \\ (7.6) \quad &= \frac{3\mu_0 \tau_0}{2l_g} \cos(\theta - \omega_e t) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega_e t) \end{aligned}$$

جو بالکل مساوات 5.4 کی طرح ہے۔ یوں مساوات 5.74 مقناطیسی موج  $B^+(\theta)$  کی ساکن لچھوں میں پیدا کردہ امالی برقی دباؤ کو ظاہر کرے گی۔ اس مساوات کو یہاں دوبارہ پیش کیا جاتا ہے

$$\begin{aligned} e_{as}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t - 90^\circ) = E_s \cos(\omega_t - 90^\circ) \\ (7.7) \quad e_{bs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 150^\circ) = E_s \cos(\omega_t + 150^\circ) \\ e_{cs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 30^\circ) = E_s \cos(\omega_t + 30^\circ) \end{aligned}$$

جہاں  $N_s$  ساکن لچھے کے چکر اور  $E_s$  درج ذیل ہے۔

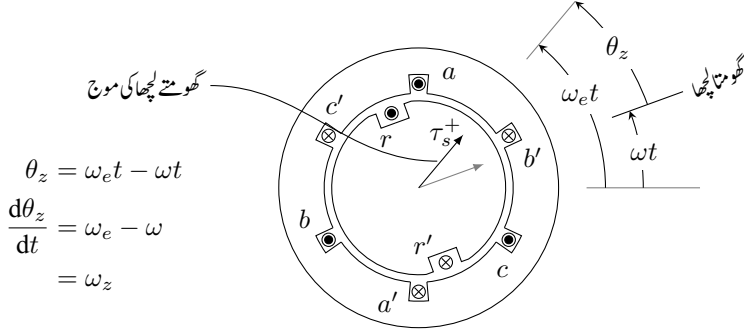
$$(7.8) \quad E_s = \omega_e N_s \phi_0$$

یہاں  $e_{as}(t)$  لکھتے ہوئے زیر نوشت میں  $a$ ، دور  $a$  کو ظاہر کرتا ہے اور  $s$ ، ساکن<sup>6</sup> کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ساکن  $a$  لچھے کا امالی برقی دباؤ ہے۔ امالی موٹر کے دور  $a$  کی بات آگے بڑھاتے ہیں۔ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج اس لچھے میں امالی برقی دباؤ  $e_{as}(t)$  پیدا کرتی ہے۔

## 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ

مساوات 7.1 کا پہلا جزو، ساکن لچھوں کی پیدا کردہ، گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتا ہے۔ اس موج کی چوٹی<sup>7</sup> اس مقام پر ہو گی جہاں  $(\theta - \omega_e t)$  صفر کے برابر ہو۔ یوں لمحہ صفر پر اس کی چوٹی صفر زاویہ پر ہو گی اور لمحہ

<sup>6</sup> لفظ ساکن میں حرف س کے آواز کو  $s$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔  
<sup>7</sup> peak



شکل 7.1: امالی موٹر اور اس کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موجیں۔

$t$  پر اس موج کی چوٹی زاویہ  $\omega_e t$  پر ہوگی۔ ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کا زاویہ کسی بھی نقطہ کے حوالے سے ناپا جاسکتا ہے۔ اس کتاب میں ساکن لچھا  $a$  کو صفر زاویہ تصور کیا گیا ہے۔ یوں شکل 7.1 میں نقطہ دار افقی لکیر سے زاویہ ناپا جائے گا۔ اس شکل میں ایک امالی موٹر دکھائی گئی ہے جس کے ساکن لچھے تین دوری ہیں۔

گھومتے لچھے بھی بالکل اسی طرح ہوتے ہیں اگرچہ شکل 7.1 میں صرف ایک ہی گھومتا لچھا دکھایا گیا ہے۔ مشین  $f$  زاویائی رفتار سے گھوم رہی ہے۔ تصور کریں کہ لمحہ صفر یعنی  $t = 0$  پر گھومتے حصہ کا  $a$  لچھا صفر زاویہ پر ہے، یعنی یہ نقطہ دار افقی لکیر پر ہے۔ مزید تصور کریں کہ اس لمحہ ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج بھی اسی افقی لکیر پر ہے۔ اب کچھ دیر بعد لمحہ  $t$  پر یہ موج زاویہ  $\omega_e t$  پر ہوگی۔ اتنی دیر میں گھومتا حصہ گھوم کر زاویہ  $\omega t$  تک پہنچے گا جہاں  $\omega = 2\pi f$  مشین کی زاویائی میکانی رفتار ہے۔ یہ سب شکل 7.1 میں دکھایا گیا ہے۔ لہذا لمحہ  $t$  پر موج اور گھومتے لچھے کے بیچ زاویہ  $\theta_z$  درج ذیل ہوگا۔

$$(7.9) \quad \theta_z = \omega_e t - \omega t$$

اگرچہ مقناطیسی موج نے  $\omega_e t$  زاویہ طے کیا لیکن گھومتے لچھے کے حوالے سے اس نے صرف زاویہ  $(\omega_e t - \omega t)$  طے کیا۔ گھومتے لچھے کے حوالے سے موج کی اضافی<sup>8</sup> زاویائی رفتار<sup>9</sup>  $\omega_z$  درج ذیل ہوگی

$$(7.10) \quad \omega_z = \frac{d\theta_z}{dt} = \omega_e - \omega$$

جس کو مساوات 7.4 کی مدد سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.11) \quad \omega_z = 2\pi(f_e - f) = 2\pi s f_e = s\omega_e$$

<sup>8</sup>  $\omega_z$  لکھتے ہوئے زیر نوشت میں  $z$ ، لفظ اضافی کے حرف ض کی آواز کو ظاہر کرتا ہے۔  
<sup>9</sup> relative angular speed



یہ مساوات کہتی ہے کہ گھومتے لچھے کے حوالے سے مقناطیسی موج کی رفتار سرکاو  $s$  پر منحصر ہوگی۔ البتہ اس موج کا جیٹ تبدیل نہیں ہوا۔ یوں مساوات 7.6 گھومتے لچھے کے حوالے سے درج ذیل صورت اختیار کرے گی۔

$$(7.12) \quad B_{s,rz}^+(\theta, t) = B_0 \cos(\theta - \omega_z t) = B_0 \cos(\theta - s\omega_e t)$$

$B_{s,rz}^+$  میں + کا نشان گھڑی کے مخالف رخ گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں  $s, rz$  اس بات کی یاد دہیانی کرتا ہے کہ یہ موج ساکن لچھوں کی وجہ سے وجود میں آئی اور اسے گھومتے یعنی رواں لچھوں کے حوالے سے دیکھی جا رہی ہے۔ مزید، اس مساوات کی تعدد اضافی تعدد  $s\omega_e$  کے برابر ہے۔

یوں گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ مساوات 7.7 کی طرح ہوں گے لیکن ان میں تعدد  $\omega_z = s\omega_e t$  ہو گا:<sup>11</sup>

$$(7.13) \quad \begin{aligned} e_{arz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t - 90^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t - 90^\circ) \\ e_{brz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 150^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 150^\circ) \\ e_{crz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 30^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 30^\circ) \end{aligned}$$

ان مساوات میں  $N_r$  گھومتے لچھے کے چکر ہیں اور  $E_r$  درج ذیل ہے۔

$$(7.14) \quad E_r = \omega_e N_r \phi_0$$

اب تصور کریں گھومتے لچھوں کو کسر دور کر دیا جاتا ہے۔ امالی برقی دباؤ گھومتے لچھوں میں برقی رو  $i_{arz}$ <sup>12</sup>، وغیرہ، پیدا کرے گا جس کا تعدد  $s\omega_e$  ہو گا۔ بالکل ساکن لچھے کی طرح، گھومتے لچھے کی مزاحمت  $R_r$ <sup>13</sup> اور اس کا امالہ  $L_r$  ہو گا جس کی متعاملیت  $j s\omega_e L_r$  درج ذیل ہو گی۔

$$(7.15) \quad j s\omega_e L_r = j sX_r$$

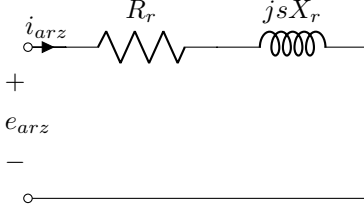
یہاں  $jX_r$  کو  $j\omega_e L_r$  یعنی  $jX_r$  لکھا گیا ہے جو ساکن لچھا (جس کا سرکاو اکائی ہو گا) کی متعاملیت ہے۔ گھومتے لچھے کا برقی رو  $i_{arz}$  شکل 7.2 سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں گھومتے لچھے کا امالی برقی دباؤ  $e_{arz}(t)$  مساوات 7.13 دیتی ہے۔

<sup>10</sup> لفظ ساکن کے س کو ظاہر کرتا ہے،  $\omega_e$  لفظ رواں کے ر کو ظاہر کرتا ہے اور  $j$  لفظ اضافی کے ض کو ظاہر کرتا ہے۔

<sup>11</sup>  $e_{arz}$  میں دور  $a$  ہے۔ گھومتے لچھے کو  $r$  اور اضافی کو  $z$  ظاہر کرتا ہے۔

<sup>12</sup> یہاں  $r$  گھومتے لچھے کو ظاہر کرتا ہے اور  $z$  اس بات کی یاد دہیانی کرتا ہے کہ اس برقی رو کا تعدد، اضافی تعدد ہے۔

<sup>13</sup> ٹرانسفارمر کی اصطلاح میں ثانوی لچھے کو زیر نوشت میں 2 سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں اسے  $r$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



$$Z_r = R_r + j s X_r$$

$$\phi_z = \tan^{-1} \frac{s X_r}{R_r}$$

$$\hat{I}_{arz} = \frac{\hat{E}_{arz}}{Z_r}$$

$$\begin{aligned} i_{arz}(t) &= \frac{s E_r}{|Z|} \cos(s \omega_e t - 90^\circ - \phi_z) \\ &= I_{0r} \cos(s \omega_e t - 90^\circ - \phi_z) \end{aligned}$$

شکل 7.2: گھومتے لچھا کا مساوی دور اور اس میں اضافی تعدد کا رو۔

شکل 7.2 بالکل شکل 1.15 کی طرح ہے لہذا مساوات 1.50 سے برقی رو حاصل کیے جاسکتے ہیں:

(7.16)

$$i_{arz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t - 90^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t + \theta_0)$$

$$i_{brz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t + 150^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t - 120^\circ + \theta_0)$$

$$i_{crz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t + 30^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t + 120^\circ + \theta_0)$$

یہ تین دوری برقی رو ہیں جو آپس میں  $120^\circ$  زاویہ رکھتے ہیں۔ یہاں  $\phi_z$  رکاوٹ کا زاویہ<sup>14</sup> ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ اسے آپ مقناطیسی بہاؤ نہیں سمجھیں گے۔ درج بالا مساوات میں درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} \theta_0 &= -90 - \phi_z \\ (7.17) \quad I_{0r} &= \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \end{aligned}$$

شکل 7.2 سے واضح ہے کہ ایک گھومتے لچھے کی مزاحمت میں

$$(7.18) \quad p_r = I_{0r}^2 R_r$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا۔ یہ طاقت حرارت میں تبدیل ہو کر مزاحمت کو گرم کرے گی۔

<sup>14</sup> تکنیکی دنیا میں رکاوٹ کے زاویہ کے لئے  $\phi_z$  استعمال ہوتا ہے۔ یہاں یہی کیا گیا ہے۔

## 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج

ہم جانتے ہیں کہ ساکن تین دوری لچھوں میں  $f_e$  تعدد کے برقی رو گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جو ساکن لچھے کے حوالے سے  $f_e$  معاصر زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔ اسی طرح گھومتے تین دوری لچھوں میں  $sf_e$  تعدد کے برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج  $\tau_{rz}^+$  پیدا کرتے ہیں جو گھومتے لچھے کے حوالے سے  $sf_e$  زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔

$$(7.19) \quad \tau_{rz}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos(\theta - s\omega_e t - \theta_0)$$

یہاں  $I_{0r}$  اور  $\theta_0$  مساوات 7.17 میں دیے گئے ہیں۔ گھومتا لچھا از خود  $f$  زاویائی رفتار سے گھوم رہا ہو گا لہذا اس کی پیدا کردہ موج خلائی درز میں  $(f + sf_e)$  زاویائی رفتار سے گھومے گی۔ اس رفتار کو مساوات 7.3 کی مدد سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

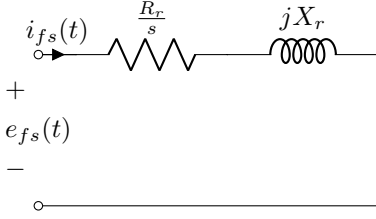
$$(7.20) \quad f + sf_e = f_e(1 - s) + sf_e = f_e$$

یوں گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی موج کو ساکن لچھوں کے حوالے سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.21) \quad \tau_{r,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

$\tau_{r,s}^+$  میں + کا نشان گھڑی کے مخالف رخ گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں  $r, s$  اس بات کی وضاحت کرتا ہے کہ یہ موج گھومتے لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا ہے مگر اسے ساکن لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔

یہاں ذرا رک کر غور کرتے ہیں۔ مساوات 7.21 کے مطابق گھومتا لچھا خود جس رفتار سے بھی گھوم رہا ہو، اس کی پیدا کردہ موج ساکن لچھے کی پیدا کردہ موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔ یوں مشین میں دو امواج ایک ہی معاصر رفتار سے گھوم رہی ہوں گی۔ مساوات 5.91 کہتی ہے کہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجیں قوت مروڑ پیدا کرتی ہیں جو امواج کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہو گی۔ امالی مشین میں موجود دو مقناطیسی امواج قوت مروڑ پیدا کرتی ہیں جس کی قیمت ان امواج کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہو گی۔ امالی موٹر، لدے بوجھ کے مطابق امواج کے بیچ زاویہ رکھ کر درکار قوت مروڑ پیدا کرتی ہے۔



$$Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

$$\phi_{fZ} = \tan^{-1} \left( \frac{X_r}{\frac{R_r}{s}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \frac{sX_r}{R_r}$$

شکل 7.3: گھومتے لچھوں کی جگہ فرضی ساکن لچھے کا دور۔

## 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے

اب دوبارہ اصل موضوع پر آتے ہیں۔ اگر گھومتے لچھوں کی جگہ  $N_r$  چکر کے تین دوری فرضی ساکن لچھے ہوں تب مساوات 7.7 کی طرح ان میں امالی برقی دباؤ پیدا ہوں گے:<sup>15</sup>

$$(7.22) \quad \begin{aligned} e_{afs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t - 90^\circ) = E_r \cos(\omega_e t - 90^\circ) \\ e_{bfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 150^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 150^\circ) \\ e_{cfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 30^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 30^\circ) \end{aligned}$$

مزید فرض کریں ان فرضی ساکن لچھوں کی مزاحمت  $\frac{R_r}{s}$  اور متعاملیت  $jX_r$  ہیں:

$$(7.23) \quad Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

اگر ان فرضی ساکن لچھوں پر مساوات 7.22 کے برقی دباؤ لاگو کیے جائیں جیسا شکل 7.3 میں دکھایا گیا ہے تب ان

<sup>15</sup> ان مساوات میں زیر نوشت میں  $f$  لفظ فرضی کے ف کو ظاہر کرتا ہے۔

میں درج ذیل برقی رو ہوں گے۔

(7.24)

$$\begin{aligned} i_{afs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i_{bfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i_{cfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 300^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$

یہاں مساوات 7.17 استعمال کی گئی ہے۔ دھیان رہے کہ ان مساوات میں رکاوٹ کا زاویہ  $\phi_{fZ}$  وہی ہے جو گھومتے لچھے کا تھا:

$$(7.25) \quad \phi_{fZ} = \tan^{-1} \frac{X}{\left(\frac{R}{s}\right)} = \tan^{-1} \frac{sX}{R} = \phi_Z$$

ان رو کا تعدد  $\omega_e$  اور پیدا کردہ گھومتا مقناطیسی موج درج ذیل ہو گا جو ہو بہو گھومتے لچھے کی موج  $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$  ہے۔

$$(7.26) \quad \tau_{f,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{or}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

## 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور

ہم ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے کا برقی دور پہلے بنا چکے ہیں جہاں لچھے کی مزاحمت  $R_1$  اور رستا متعاملیت  $jX_1$  تھی۔ ٹرانسفارمر کے قالب میں وقت کے ساتھ بدلتا مقناطیسی بہاؤ اس لچھے میں امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_1$  پیدا کرتا ہے۔ یوں

$$(7.27) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R_1 + jX_1) + \hat{E}_1$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں  $\hat{V}_1$  ابتدائی لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ امالی موٹر کے ساکن لچھے کے لئے بھی یہی مساوات حاصل ہو گی۔



$\hat{I}_c$  منفی کر کے مقناطیسی جڑو حاصل ہو گا جس کو  $\hat{I}_m$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ بنیادی جزو کے لحاظ سے مقناطیسی جزو تاخیری اور باقی سارے ہارمونی اجزاء کا مجموعہ ہو گا۔ یہ قالب میں مقناطیسی بہاؤ  $\varphi_s$  پیدا کرتا ہے۔

$$(7.30) \quad \hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

امالی موٹر کے مساوی دور میں  $\hat{I}_c$  کو مزاحمت  $R_c$  سے اور  $\hat{I}_m$  کو  $X_\varphi$  سے یوں ظاہر کیا جاتا ہے کہ چلتی موٹر میں، متوقع برقی تعدد اور امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_s$  پر،  $R_c$  میں  $I_c$  اور  $X_m$  میں  $I_m$  برقی رو حاصل ہو:

$$(7.31) \quad R_c = \frac{\hat{E}_s}{\hat{I}_c} = \frac{E_s}{I_c}$$

$$X_\varphi = \frac{\left| \hat{E}_s \right|}{\left| \hat{I}_m \right|} = \frac{E_s}{I_m}$$

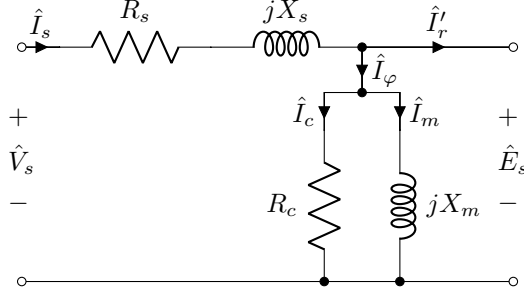
مقناطیسی دباؤ کی موج  $\tau_s^+(\theta, t)$  گھومتے لچھے میں بھی امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔ مساوات 7.29 میں اگر رکاوٹ میں برقی دباؤ کے گٹھنے کو نظر انداز کیا جائے تب لاگو بیرونی برقی دباؤ اور لچھے کا اندرونی امالی برقی دباؤ ہر حالت میں ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ اب تصور کریں کہ گھومتے لچھے کسر دور کر دیے جاتے ہیں۔ ایسا کرتے ہی ان میں برقی رو گزرنے لگے گئیں جو مقناطیسی دباؤ کی موج  $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$  جو مساوات 7.21 میں دی گئی ہے، پیدا کریں گے۔ اس موج سے ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_s$  تبدیل ہو گا لہذا امالی برقی دباؤ اور لاگو برقی دباؤ ایک دوسرے کے برابر نہیں رہیں گے۔ یہ ایک نامکنہ صورت حال ہے۔

ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ، لاگو برقی دباؤ کے برابر تب رہے گا جب قالب میں مقناطیسی دباؤ تبدیل نہ ہو۔ مشین کے قالب میں مقناطیسی دباؤ برقرار یوں رہتا ہے کہ ساکن لچھے، مقناطیسی دباؤ  $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$  کی متضاد، مقناطیسی دباؤ کی ایک موج پیدا کرتے ہیں جو  $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$  کے اثر کو مکمل طور پر ختم کر دیتی ہے۔ یہ موج پیدا کرنے کے لئے ساکن لچھوں میں برقی رو  $\hat{I}_\varphi$  سے بڑھ کر  $(\hat{I}_\varphi + \hat{I}_r)$  ہو جاتی ہے جہاں اضافی برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$(7.32) \quad \begin{aligned} i'_{ar}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i'_{br}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i'_{cr}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$

یہ اضافی برقی رو درج ذیل موج پیدا کرتے ہیں۔

$$(7.33) \quad \tau_{(r)}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_s I'_{or}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$



شکل 7.5: مساوی دوراضافی برقی رو کے ساتھ۔

ساکن لچھوں میں اضافی برقی رونے ہر لمحہ گھومتے لچھوں کے برقی رو کے اثر کو ختم کرنا ہے لہذا یہ دونوں برقی رو ہم قدم<sup>20</sup> ہوں گے۔ چونکہ درج بالا مساوات اور مساوات 7.21 برابر ہیں لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(7.34) \quad N_s I'_{0r} = N_r I_{0r}$$

مساوات 7.17 استعمال کرتے ہوئے یوں درج ذیل ہو گا۔

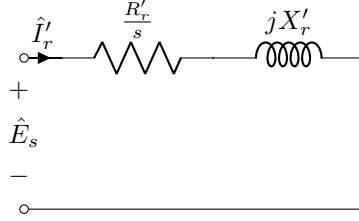
$$(7.35) \quad I'_{0r} = \left( \frac{N_r}{N_s} \right) I_{0r} = \left( \frac{N_r}{N_s} \right) \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}}$$

آپ نے دیکھا کہ گھومتے لچھے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جن کے ذریعہ ساکن لچھوں کو معلوم ہوتا ہے کہ موٹر پر بوجھ لدا ہے اور وہ اس کے مطابق لاگو برقی دباؤ سے برقی رو لیتی ہیں۔ یہاں تک امالی موٹر کا مساوی برقی دور شکل 7.5 میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں ذرہ شکل 7.6 سے رجوع کریں جہاں

$$(7.36) \quad R'_r = \left( \frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_r$$

$$X'_r = \left( \frac{N_s}{N_r} \right)^2 X_r$$





$$R'_r = \left( \frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_r$$

$$X'_r = \left( \frac{N_s}{N_r} \right)^2 X_r$$

$$i'_a(t) = \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(s\omega_e t - \theta_0 - \phi_z)$$

شکل 7.6: گھومتے لچھے کا ایک مساوی دور۔

پراساکن لچھوں کا امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_s$  لاگو ہے لہذا برقی رو درج ذیل ہوں گے۔

$$(7.37) \quad \begin{aligned} i'_a(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_z) \\ i'_b(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_z) \\ i'_c(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_z) \end{aligned}$$

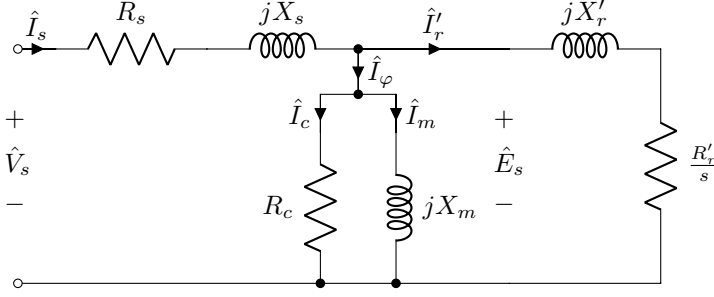
ان سب کے حیطے ایک دوسرے کے برابر ہیں۔ اس حیطہ کو

$$(7.38) \quad \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} = \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{\left( \frac{N_s}{N_r} \right)^2 (R_r^2 + s^2 X_r^2)}} = \left( \frac{N_r}{N_s} \right) I_{0r} = I'_{0r}$$

لکھ کر مساوات 7.37 کو درج ذیل صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.39) \quad \begin{aligned} i'_a(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_z) \\ i'_b(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_z) \\ i'_c(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_z) \end{aligned}$$

یہ مساوات بالکل مساوات 7.32 کی طرح ہے۔ یوں شکل 7.5 میں ساکن لچھوں کے امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_s$  کے متوازی شکل 7.6 جوڑنے سے ساکن لچھوں میں اضافی برقی رو اتنا ہی ہوگا جتنا اصل موٹر میں گھومتے لچھوں کی بنا ہوگا۔ شکل 7.7 میں ایسا کرتے ہوئے امالی موٹر کا مساوی برقی دور حاصل کیا گیا ہے جو امالی موٹر کی صحیح عکاسی کرتا ہے۔



شکل 7.7: امالی موٹر کا مساوی برقی دور۔

## 7.8 مساوی برقی دور پر غور

ایک گھومتے لچھے میں برقی طاقت کے ضیاع کو مساوات 7.18 ظاہر کرتی ہے۔ مساوات 7.36 اور 7.38 کی مدد سے اسے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.40) \quad p_{\text{ضیاع}} = I_{0r}^2 R_r = \left( \frac{N_s^2}{N_r^2} I_{0r}^2 \right) \left( \frac{N_r^2}{N_s^2} R_r \right) = I_{0r}'^2 R_r'$$

شکل 7.7 کے گھومتے لچھے کو کل

$$(7.41) \quad p_r = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s}$$

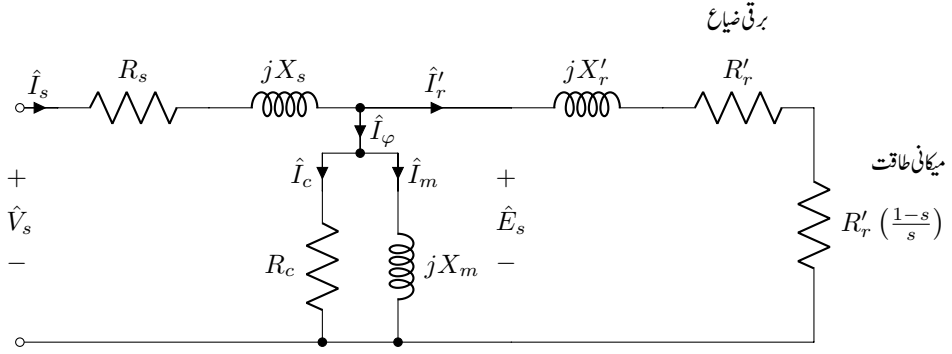
برقی طاقت دی جاتی ہے جس میں سے ضیاع  $p_{\text{ضیاع}}$  گھومتے لچھے کی مزاحمت میں ضائع ہو جاتی ہے اور باقی بطور میکانیکی طاقت مشین کے دھرے پر دستیاب ہوتی ہے:

$$(7.42) \quad p = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} - I_{0r}'^2 R_r' = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} (1 - s) = p_r (1 - s)$$

تین دوری مشین جس میں تین لچھے ہوتے ہیں تین گنا میکانیکی طاقت فراہم کرے گی:

$$(7.43) \quad p_{\text{میکانی}} = 3 I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} (1 - s) = 3 p_r (1 - s)$$

مساوات 7.43 کہتی ہے کہ ساکن موٹر، جس کا سرکاو اکائی ہو گا، کوئی میکانیکی طاقت فراہم نہیں کرتی ہے بلکہ وہ تمام برقی توانائی جو گھومتے حصہ کو ملتی ہے ضائع ہو کر اس حصہ کو گرم کرتی ہے جس سے موٹر جلنے کا امکان ہوتا ہے۔



شکل 7.8: امالی موٹر کا دوسرا مساوی برقی دور۔

آپ اس مساوات سے دیکھ سکتے ہیں کہ امالی موٹر کا سرکاو صفر کے قریب رہنا چاہئے ورنہ یہ ناقابل قبول (اور ناقابل برداشت) حد تک برقی توانائی ضائع کرے گی۔ ہم امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل 7.8 کی طرح بھی تفصیل دے سکتے ہیں جس میں شکل 7.7 کی مزاحمت  $\frac{R'_r}{s}$  کو دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے:

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r + R'_r \left( \frac{1-s}{s} \right)$$

یوں شکل 7.7 میں مزاحمت  $R'_r$  میں برقی طاقت کا ضیاع  $I_{0r}^2 R'_r$  گھومتے لچھے کا ضیاع جبکہ مزاحمت  $R'_r \left(\frac{1-s}{s}\right)$  میں برقی طاقت کا ضیاع  $I_{0r}^2 R'_r \left(\frac{1-s}{s}\right)$  دراصل میکانیکی طاقت ہو گا۔ یاد رہے کہ تین دوری مشین کے لئے ان نتائج کو تین سے ضرب دینا ہو گا۔

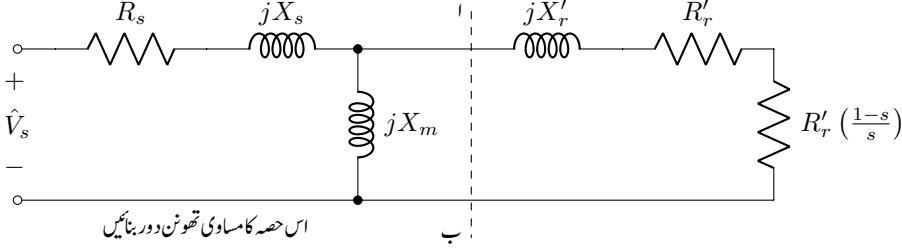
میکانی طاقت سے مراد قوت مروڑ ضرب میکانیکی زاویائی رفتار ہے۔ امالی موٹر کی میکانیکی زاویائی رفتار مساوات 7.3 دیتی ہے جبکہ مساوات 5.53 میں میکانیکی معاصر رفتار  $\omega_{sm}$  دیتی ہے۔ یوں میکانیکی طاقت

$$(7.44) \quad p = T_m \omega = T_m \times 2\pi f = T_m \times 2\pi(1-s)f_s = T_m(1-s)\omega_{sm}$$

اور قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$(7.45) \quad T_m = \frac{p}{(1-s)\omega_{sm}} = \frac{3I_{0r}^2 R'_r}{\omega_{sm} s}$$

اصل موٹر میں رگڑ، قابلی ضیاع، لچھوں میں ضیاع اور دیگر وجوہات کی بنا، دھرے پر طاقت یا قوت مروڑ ان سے کم ہو گی۔



شکل 7.9: امالی موٹر کا سادہ دور۔ قابلی ضیاع کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور میں  $R_c$  اور  $X_m$  کو نظر انداز کیا گیا تھا۔ امالی موٹر میں ایسا کرنا ممکن نہیں ہوتا چونکہ موٹروں میں خلائی درز ہوتی ہے جس میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنے کے لئے بہت زیادہ مقناطیسی دباؤ درکار ہوتی ہے۔ بے بوجھ امالی موٹر کو بناؤنی برقی روکاتیں سے پچاس فی صد برقی رو، قالب کو ہجان کرنے کے لئے درکار ہوتا ہے۔ مزید، خلائی درز کی وجہ سے اس کی رستا امالہ بھی زیادہ ہوتا ہے اور اسے نظر انداز کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ البتہ مساوی دور میں  $R_c$  کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے جیسے شکل 7.9 میں کیا گیا ہے۔ اس شکل میں نقطہ دار لکیر کی بائیں جانب کا مساوی تھونن دور بنایا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے امالی موٹر پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اب ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔

مثال 7.2: ستارہ، چھ قطبی، پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی 15 کلو واٹ امالی موٹر کے مساوی دور کے اجزاء درج ذیل ہیں۔

$$R_s = 0.5 \Omega, \quad R_r' = 0.31 \Omega, \quad X_s = 0.9 \Omega, \quad X_r' = 0.34 \Omega, \quad X_m = 0.22 \Omega$$

موٹر میں رگڑ سے طاقت کا ضیاع 600 واٹ ہے۔ قابلی ضیاع کو اسی کا حصہ تصور کیا گیا ہے۔ اس کو اٹل تصور کیا جائے۔ یہ موٹر درکار وولٹ اور تعداد پر دو فی صد سرکاو پر چل رہی ہے۔ اس حالت میں موٹر کی رفتار، اس کے دھرے پر پیدا قوت مروڑ اور طاقت، اس کے ساکن لچھے کا برقی رو اور اس کی فی صد کارگزاری حاصل کریں۔

حل: موٹر کی معاصر رفتار  $f_m = \frac{2}{6} \times 50 = 16.66$  سیکنڈ یا  $16.66 \times 60 = 1000$  چکر فی منٹ ہو گی۔ دو فی صد سرکاو پر موٹر کی رفتار  $f = 16.66 \times (1 - 0.02) = 16.33$  چکر فی سیکنڈ یا  $16.33 \times 60 = 979.8$  چکر فی منٹ ہو گی۔

شکل 7.9 میں دائیں جانب

$$jX_r' + R_r' + R_r' \frac{1-s}{s} = jX_r' + \frac{R_r'}{s} = j0.34 + \frac{0.31}{0.02} = j0.34 + 15.5$$

اور  $jX_m$  متوازی جڑے ہیں جن کی مساوی رکاوٹ درج ذیل ہوگی۔

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{15.5 + j0.34} + \frac{1}{j22}$$

$$Z = 10.147 + j7.375 = R + jX$$

موٹر پر لاگو یک دوری برقی دباؤ  $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$  وولٹ ہے۔ یوں ساکن لچھے کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}_s = \frac{\hat{V}_s}{R_s + jX_s + Z}$$

$$= \frac{239.6}{0.5 + j0.99 + 10.147 + j7.375}$$

$$= 17.6956 / -38.155^\circ$$

اس موٹر کے گھومتے حصہ کو وہی طاقت منتقل ہوگی جو رکاوٹ  $Z$  کو منتقل ہوگی۔ یوں مساوات 7.41 درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$p = I_{or}^2 \frac{R_r'}{s} = I_s^2 R = 17.6956^2 \times 10.147 = 3177.37 \text{ W}$$

تین دور کے لئے  $3 \times 3177.37 = 9532$  واٹ ہوگی۔ مساوات 7.43 موٹر کی اندرونی میکانی طاقت دیتی ہے:

$$p_{\text{میکانی}} = 9532 \times (1 - 0.02) = 9341 \text{ W}$$

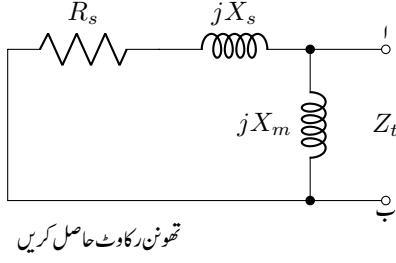
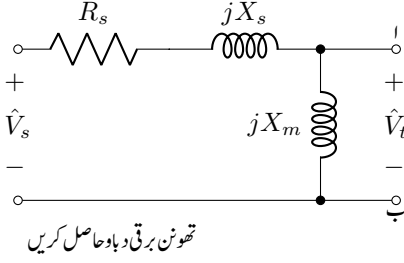
اس سے طاقت کا ضیاع منفی کرنے سے موٹر کے دھرے پر میکانی طاقت  $9341 - 600 = 8741$  واٹ حاصل ہوتی ہے لہذا دھرے پر قوت مروڑ درج ذیل ہوگی۔

$$T = \frac{8741}{2 \times \pi \times 16.33} = 85.1 \text{ N m}$$

موٹر کو کل مہیا برقی طاقت  $\sqrt{3} \times 415 \times 17.6956 \times \cos(-38.155) = 10001.97$  واٹ ہوگی۔

□

یوں اس موٹر کی کارگزاری  $\frac{8741}{10001.97} \times 100 = 87.39\%$  ہوگی۔



شکل 7.10: تھونن رکاوٹ اور تھونن برقی دباو حاصل کرنے کے ادوار۔

## 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھونن دور یا ریاضی نمونہ

مسئلہ تھونن<sup>21</sup> کے مطابق کسی بھی سادہ خطی برقی دور<sup>22</sup> کو اس کے دو برقی سروں کے مابین ایک رکاوٹ اور ایک برقی دباؤ کی مساوی سلسلہ وار دور سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اس مساوی دور کو مساوی تھونن دور کہتے ہیں جبکہ اس مساوی تھونن دور کی رکاوٹ کو تھونن رکاوٹ اور برقی دباؤ کو تھونن برقی دباؤ کہتے ہیں۔

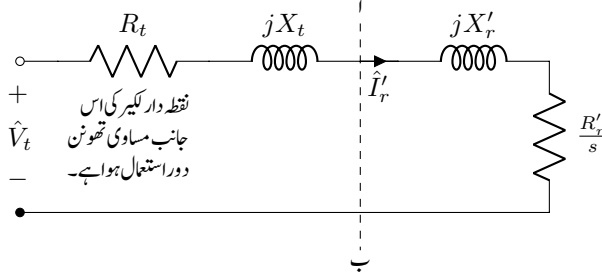
برقی دور کے دو برقی سروں کے بیچ تھونن رکاوٹ حاصل کرنے کے لئے برقی دور کے تمام اندرونی برقی دباؤ کسر دور کر کے ان دو برقی سروں کے بیچ رکاوٹ معلوم کی جاتی ہے۔ یہی رکاوٹ، تھونن رکاوٹ ہوگی۔ انہیں برقی سروں پر تھونن برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے دیے گئے برقی دور کے تمام اندرونی برقی دباؤ برقرار رکھ کر ان دو سروں پر برقی دباؤ معلوم کیا جاتا ہے۔ یہی برقی دباؤ درحقیقت تھونن برقی دباؤ ہوگا۔ بعض اوقات ہم ایک برقی دور کے ایک خاص حصے کا مساوی تھونن دور بنانا چاہتے ہیں۔ ایسا کرتے وقت باقی برقی دور کو اس حصے سے مکمل طور پر منقطع کر کے درکار حصہ کا تھونن مساوی دور حاصل کیا جاتا ہے۔ شکل 7.10 سے ا اور ب کے بیچ مساوی تھونن رکاوٹ  $Z_t$  اور تھونن برقی دباؤ  $V_t$  درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$Z_t = \frac{(R_s + jX_s) jX_m}{R_s + jX_s + jX_m} = R_t + jX_t \quad (7.46)$$

$$\hat{V}_t = \frac{jX_m \hat{V}_s}{R_s + jX_s + jX_m} = V_t / \theta_t$$

کسی بھی مخلوط عدد<sup>23</sup> کی طرح  $Z_t$  کو ایک حقیقی عدد  $R_t$  اور ایک فرضی عدد  $jX_t$  کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔ یہی اس

<sup>21</sup>Thevenin theorem  
<sup>22</sup>linear circuit



شکل 7.11: تھونن دور استعمال کرنے کے بعد امالی موٹر کا مساوی دور۔

مساوات میں کیا گیا ہے۔

ہم یوں امالی موٹر کے مساوی برقی دور کو شکل 7.11 کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں سے دوری سمتیہ کی استعمال سے مندرجہ ذیل برقی رو  $\hat{I}'_r$  حاصل ہوتا ہے۔

$$\hat{I}'_r = \frac{\hat{V}_t}{R_t + jX_t + \frac{R'_r}{s} + jX'_r}$$

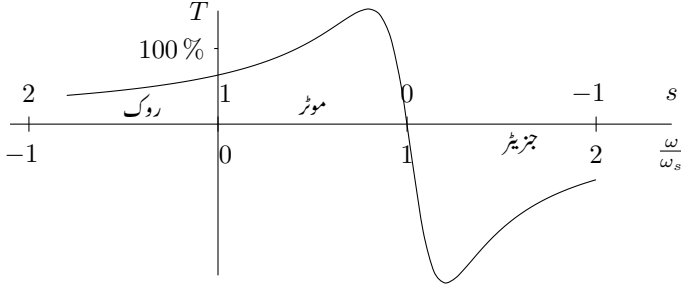
$$(7.47) \quad |\hat{I}'_r| = I'_r = \frac{V_t}{\sqrt{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$

چونکہ  $I'_r$  کی قیمت پر  $\hat{V}_t$  کے زاویے کا کوئی اثر نہیں لہذا مساوی تھونن دور میں  $\hat{V}_t$  کی جگہ  $V/0$  استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اس کتاب میں ایسا ہی کیا جائے گا۔

مساوات 7.45 اور مساوات 7.47 سے تین دوری مشین کی قوت مروڑ حاصل کرتے ہیں۔

$$T = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2}$$

$$(7.48) \quad = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\frac{R'^2_r}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}$$



شکل 7.12: امالی موٹر کی قوت مروڑ بالمتقابل سرکاو۔

اس مساوات کو شکل 7.12 میں دکھایا گیا ہے جہاں موٹر کی رفتار کو معاصر رفتار کی نسبت سے دکھایا گیا ہے۔ موٹر از خود گھومتے مقناطیسی موج کے رخ گھومتی ہے اور اس کی رفتار معاصر رفتار سے کم رہتی ہے۔ زیادہ سرکاو پر موٹر کی کارگزاری خراب ہو جاتی ہے۔ اسی لئے لگاتار استعمال میں موٹر تقریباً پانچ فی صد سے کم سرکاو پر چلائی جاتی ہے بلکہ ان کی بناوٹ یوں کی جاتی ہے کہ امالی موٹر اپنی بناوٹی طاقت تقریباً پانچ فی صد سے کم سرکاو پر مہیا کرتی ہو۔

اگر موٹر کو زبردستی ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی موج کے رخ معاصر رفتار سے زیادہ رفتار پر گھمایا جائے تو یہ ایک جزیئر کے طور پر کام کرنے شروع ہو جائے گی۔ ایسا کرنے کے لئے بیرونی میکانی طاقت درکار ہوگی۔ اگرچہ امالی مشین عام طور پر بطور جزیئر استعمال نہیں ہوتی البتہ ہوا سے برقی طاقت کی پیداوار میں انہیں بطور جزیئر استعمال کیا جانے لگا ہے۔

شکل 7.12 میں منفی رفتار بھی دکھائی گئی ہے جہاں سرکاو کی قیمت اکائی سے زیادہ ہے۔ موٹر کو ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کے مخالف رخ گھمانے سے ایسا ہو گا۔ چلتی موٹر کو جلد ساکن کرنے کے لئے ایسا کیا جاتا ہے۔ تین دوری موٹر پر لاگو کسی دو برقی دباؤ کو آپس میں تبدیل کرنے سے موٹر کے ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی موج یکدم مخالف رخ گھومنا شروع ہو جاتی ہے جبکہ موٹر ابھی پہلے رخ گھوم رہی ہوتی ہے۔ اس طرح موٹر جلد آہستہ ہوتی ہے اور جیسے ہی موٹر رک کر دوسرے رخ گھومنا چاہتی ہے اس پر لاگو برقی دباؤ منقطع کر دیا جاتا ہے۔ امالی موٹر یوں ریل گاڑی میں عموماً بطور روک<sup>24</sup> (بریک) استعمال کی جاتی ہے۔

امالی مشین  $s < 0$  کی صورت میں بطور جزیئر،  $0 < s < 1$  کی صورت میں بطور موٹر اور  $s > 1$  کی صورت میں بطور روک کام کرتی ہے۔



امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ مساوات 7.48 سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ قوت مروڑ اسی لمحہ زیادہ سے زیادہ ہوگی جب گھومتے حصے کو زیادہ سے زیادہ طاقت میسر ہو۔ زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کے مسئلہ<sup>25</sup> کے مطابق مزاحمت  $\frac{R'_r}{s}$  میں طاقت کا ضیاع اس صورت زیادہ سے زیادہ ہوگا جب (شکل 7.11 میں) اس کی قیمت باقی سلسلہ وار جڑی اجزاء کی قیمت کے برابر ہو:

$$(7.49) \quad \frac{R'_r}{s} = |R_t + jX_t + jX'_r| = \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}$$

اس مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرکاو  $s_z$  حاصل ہوگا۔

$$(7.50) \quad s_z = \frac{R'_r}{\sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$

مساوات 7.48 کی نسب نما میں  $R_t^2 + (X_t + X'_r)^2$  کی جگہ مساوات 7.49 کا مربع استعمال کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ  $T_z$  حاصل ہوگی:

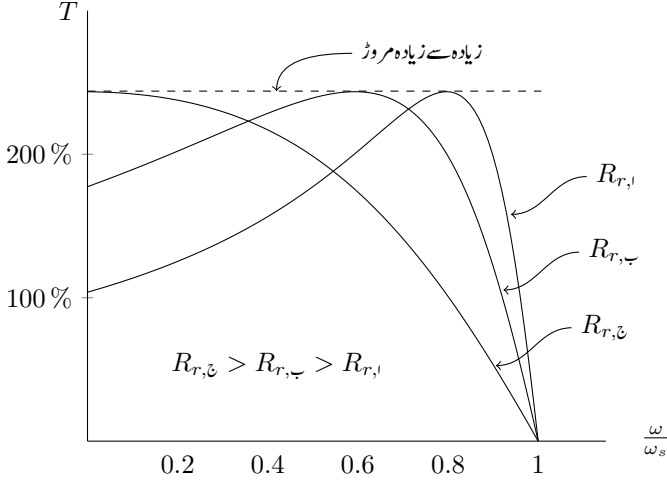
$$(7.51) \quad \begin{aligned} T_z &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left( \frac{R'_r}{s} \right)}{\frac{R_t'^2}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + \frac{R_t'^2}{s^2}} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left( R_t + \frac{R'_r}{s} \right)} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left( R_t + \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2} \right)} \end{aligned}$$

درج بالا کے حصول میں آخری قدم پر مساوات 7.49 کا استعمال دوبارہ کیا گیا۔

اس مساوات کے مطابق امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ اس کے گھومتے لچھوں کی مزاحمت پر منحصر نہیں ہوگی۔ یہ ایک اہم معلومات ہے جسے استعمال کر کے امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ درکار رفتار پر حاصل کی جاسکتی ہے۔ آئیں دیکھتے ہیں کہ ایسا کس طرح کیا جاتا ہے۔

امالی موٹر کے گھومتے لچھوں کے برقی سروں کو سرکے پھلوں<sup>26</sup> کے ذریعہ باہر نکالا جاتا ہے<sup>27</sup> جہاں ان کے ساتھ سلسلہ وار بیرونی مزاحمت جوڑی جاتی ہے۔ اس طرح گھومتے لچھوں کی کل مزاحمت بڑھ کر  $R_r + R_{بیرونی}$  ہو جاتی

maximum power theorem<sup>25</sup>  
slip rings<sup>26</sup>  
شکل کے نمونے پر۔<sup>27</sup>



شکل 7.13: بیرونی مزاحمت کا قوت مروڑ بالقابل سرکاو کے خطوط پر اثرات۔

ہے۔ ایسا کرنے سے مساوات 7.49 کے مطابق زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ نسبتاً زیادہ سرکاو یعنی کم زاویائی رفتار پر حاصل ہوگی۔ شکل 7.13 کے مطابق مزاحمت  $R_{r,c}$  استعمال کرتے ہوئے ساکن موٹر چالو ہوتے وقت زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ دے گی۔ اس طرح بوجھ بردار موٹر ساکن حالت سے ہی زیادہ بوجھ اٹھانے کے قابل ہوگی۔ بیرونی مزاحمت استعمال کیے بغیر یا کم بیرونی مزاحمت، مثلاً  $R_{r,i}$ ، استعمال کرتے ہوئے ساکن موٹی کی قوت مروڑ نسبتاً بہت کم ہوگی۔ چونکہ زیادہ سرکاو پر موٹر کی کارگزاری خراب ہوتی ہے لہذا اس طرح موٹر کو زیادہ دیر نہیں چلایا جاتا اور جیسے ہی اس کی رفتار بڑھ جاتی ہے، اس سے بیرونی مزاحمتیں منقطع کر کے گھومتے لچھوں کے برقی سرے کسر دور کر دیے جاتے ہیں۔

مثال 7.3: صفحہ 226 پر مثال 7.2 میں دی گئی امالی موٹر استعمال کریں اور رگڑ سے طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کریں۔

- اگر موٹر درکار وولٹ اور تعداد پر تین فی صد سرکاو پر چل رہی ہو تب ساکن لچھے میں گھومتے لچھے کے حصہ کا برقی رو  $I_r'$  اور مشین کی اندرونی میکانیکی طاقت اور قوت مروڑ حاصل کریں۔
- موٹر کی زیادہ سے زیادہ اندرونی پیدا قوت مروڑ اور اس قوت مروڑ پر موٹر کی رفتار حاصل کریں۔
- موٹر چالو ہونے کے لمحہ پر قوت مروڑ اور اس لمحہ پر  $I_r'$  حاصل کریں۔

حل:

- یک دوری برقی دباؤ  $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$  استعمال کرتے ہوئے مساوات 7.46 کی مدد سے درج ذیل ہو گا۔

$$Z_t = \frac{(0.5 + j0.99) j22}{0.5 + j0.99 + j22} = 0.4576 + j0.9573$$

$$\hat{V}_t = \frac{j22 \times 239.6 \angle 0^\circ}{0.5 + j0.99 + j22} = 229.2 \angle 1.246^\circ$$

- مساوات 7.47 میں تین فی صد سرکاو پر  $\frac{R'_s}{s} = 10.3333$  استعمال کرتے ہوئے درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}'_r = \frac{229.2 \angle 1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 10.3333 + j0.34} = 21.1 \angle -5.6^\circ$$

$$I'_r = |\hat{I}'_r| = 21.1 \text{ A}$$

یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ مندرجہ بالا مساوات میں  $229.2 \angle 1.246^\circ$  کی جگہ  $229.2 \angle 0^\circ$  استعمال کرنے سے  $I'_r$  کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی ہے۔

مساوات 7.43 اور 7.44 کی مدد سے طاقت اور قوت مروڑ حاصل کرتے ہیں۔

$$p_m = \frac{3 \times 21.1^2 \times 0.31}{0.03} \times (1 - 0.03) = 13387.46 \text{ W}$$

$$T = \frac{13387.46}{(1 - 0.03) \times 2 \times \pi \times 16.66} = 131.83 \text{ N m}$$

- مساوات 7.50 زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرکاو درج ذیل دیتی ہے۔

$$s_z = \frac{0.31}{\sqrt{0.4576^2 + (0.9573 + 0.34)^2}} = 0.1638$$

یوں موٹر کی رفتار  $1000 \times (1 - 0.1638) = 836.2$  چکر فی منٹ ہو گی۔

- چالو کرتے لمحہ پر سرکاو اکائی ہو گا لہذا  $\frac{R'_s}{s} = 0.31$  اور یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}'_r = \frac{229.2 \angle 1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 0.31 + j0.34} = 152.07 \angle -58.14^\circ$$

$$I'_r = 152 \text{ A}$$

اس لمحہ قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$T = \frac{3 \times 152.07^2 \times 0.31}{2 \times \pi \times 16.66} = 205 \text{ N m}$$

□

مثال 7.4: دو قطب، ستارہ، پچاس ہرٹز پر چلنے والی تین دوری امالی موٹر 2975 چکر فی منٹ کی رفتار پر بارہ کلوواٹ کی میکانی بوجھ سے لدی ہے۔ موٹر کا سرکاو اور دھرے پر قوت مروڑ حاصل کریں۔

حل: معاصر رفتار  $50 = \frac{2}{2} \times 50 = 50$  یا  $f_e = \frac{2}{P}$  چکر فی سیکنڈ یا  $3000 = 50 \times 60$  چکر فی منٹ ہے۔ یوں سرکاو  $s = \frac{3000 - 2975}{3000} = 0.00833$  یا  $s = 0.833$  فی صد ہو گا۔ موٹر کی رفتار  $\frac{2975}{60} = 49.5833$  چکر فی سیکنڈ ہے لہذا اس کے دھرے پر قوت مروڑ  $38 \text{ N m} = \frac{12000}{2 \times \pi \times 49.58}$  ہو گی۔

□

## 7.10 پنجرہ نما امالی موٹر

گھومتے لچھوں کی ساخت پر ذرا غور کرتے ہیں۔ گھومتے لچھوں کے  $N_r$  چکر ہوتے ہیں جہاں  $N_r$  کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔ سادہ ترین صورت میں  $N_r$  ایک کے برابر ہو سکتا ہے یعنی ایک ہی چکر کا گھومتا لچھا۔ اب بجائے اس کے کہ قالب میں لچھوں کے لئے شکاف بنائے جائیں اور ہر شکاف میں تانبے کی تار کا ایک چکر لپٹا جائے ہم یوں بھی کر سکتے ہیں کہ ہر شکاف میں سیدھا تانبے کا ایک سلاخ رکھ دیں اور اس طرح کے سب سلاخوں کی ایک جانب کے سروں کو تانبے کی ایک دائرہ نما سلاخ سے کسر دور کر دیں اور اسی طرح دوسری جانب کے تمام سروں کو بھی ایک تانبے کی دائرہ نما سلاخ سے کسر دور کر دیں۔ یوں تانبے کی سلاخوں کا پنجرہ حاصل ہو گا۔ اسی لئے ایسی امالی موٹر کو پنجرہ نما امالی موٹر<sup>28</sup> کہتے ہیں۔

حقیقت میں شکافوں میں پگھلا تانبا یا سلور<sup>29</sup> ڈالا جاتا ہے جو ٹھنڈا ہو کر ٹھوس ہو جاتا ہے اور قالب کو بھکڑ لیتا ہے۔ دونوں اطراف کے دائرہ نما کسر دور کرنے والے چھلے بھی اسی طرح اور اسی وقت ڈھالے جاتے ہیں۔ یوں ایک مضبوط گھومتا حصہ حاصل ہوتا ہے۔ اسی مضبوطی کی وجہ سے پنجرہ نما امالی موٹر بہت مقبول ہوئی ہے۔ ایسی موٹریں سالوں تک بغیر دیکھ بھال کام کرتی ہیں اور روز مرہ زندگی میں ہر جگہ پائی جاتی ہیں۔ گھروں میں پانی کے پمپ اور پتکھے انہیں سے چلتے ہیں۔

squirrel cage<sup>28</sup>  
copper, aluminium<sup>29</sup>

## 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ

امالی موٹر کی کارکردگی دو معائنوں سے معلوم کی جاتی ہے جن سے موٹر کے مساوی دور کے اجزاء بھی حاصل کئے جاتے ہیں۔ ہم تین دوری امالی موٹر کی مثال سے ان معائنوں پر بحث کرتے ہیں۔

## 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ

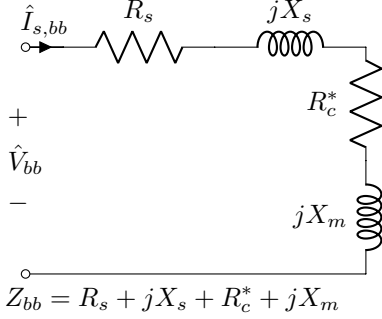
یہ معائنہ بالکل ٹرانسفارمر کے بے بوجھ معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں موٹر کے ہیجان انگیز برقی رو اور بے بوجھ موٹر میں طاقت کے ضیاع کی معلومات حاصل ہوتی ہیں۔

اس میں بے بوجھ امالی موٹر پر یکساں تین دوری برقی دباؤ  $V_{bb}^{30}$  لاگو کر کے بے بوجھ موٹر کی برقی طاقت کا ضیاع  $p_{bb}$  اور اس کے ساکن لچھے کا ہیجان انگیز برقی رو  $I_{s,bb}$  ناپا جاتا ہے۔ یہ معائنہ امالی موٹر کے بناؤی برقی دباؤ اور برقی تعدد پر سرانجام دیا جاتا ہے۔

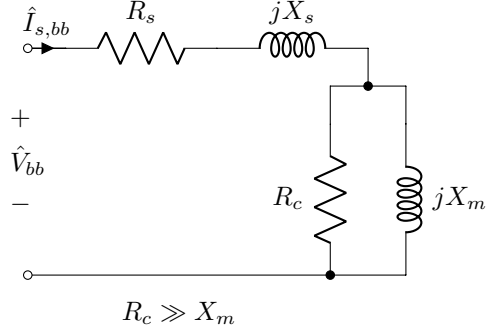
بے بوجھ امالی موٹر صرف اتنی قوت مروڑ پیدا کرتی ہے جتنی رگڑ اور دیگر ضیاع طاقت کی وجہ سے درکار ہو۔ اتنی کم قوت مروڑ بہت کم سرکاؤ پر حاصل ہوگی۔ مساوات 7.47 سے ظاہر ہے کہ بہت کم سرکاؤ پر  $I_r$  بھی نہایت کم ہو گا اور اس سے گھومتے لچھوں میں برقی طاقت کا ضیاع قابل نظر انداز ہو گا۔ اسی بات کو صفحہ 224 پر شکل 7.7 کی مدد سے بھی سمجھا جاسکتا ہے جہاں واضح ہے کہ بہت کم سرکاؤ پر مزاحمت  $\frac{R'_s}{s}$  کی قیمت بہت زیادہ ہوگی اور اس کو کھلا دور سمجھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے شکل 7.14-ا ملتی ہے۔

شکل 7.14-ا کے متوازی اجزاء  $R_c$  اور  $X_m$  کی جگہ مساوی سلسلہ وار جڑے اجزاء پر کرنے سے شکل 7.14-ب حاصل ہوگی۔ کسی بھی امالی موٹر کی  $R_c$  کی قیمت اس کی  $X_m$  کی قیمت سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔ متوازی دور کی

<sup>30</sup>  $V_{bb}$  لکھتے ہوئے لفظ بے بوجھ کے پہلے حروف ب اور ب کو زیر نوشت میں bb سے ظاہر کیا گیا ہے۔



(ب)



(i)

شکل 7.14: بے بوجھ امالی موٹر کا معائنہ۔

رکاوٹ  $Z_m$  سے مساوی سلسلہ وار رکاوٹ  $Z_s$  حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \\
 &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \frac{R_c - jX_m}{R_c - jX_m} \\
 &= \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2 + X_m^2} \\
 &\approx \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2} \quad \text{چونکہ } R_c \gg X_m \\
 &= jX_m + \frac{X_m^2}{R_c} = jX_m + R_c^* = Z_s
 \end{aligned}
 \tag{7.52}$$

بے بوجھ ٹرانسفارمر میں ابتدائی لچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاتا ہے۔ بے بوجھ امالی موٹروں کا ہیجان انگیز برقی رو کافی زیادہ ہوتا ہے لہذا ان کے ساکن لچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔ بے بوجھ امالی موٹر کی  $p_{bb}$  سے تین ساکن لچھوں کا برقی ضیاع منفی کر کے میکانیکی ضیاع طاقت حاصل ہوگا:

$$p_{\text{ضیاع}} = p_{bb} - 3I_{s,bb}^2 R_s
 \tag{7.53}$$

میکانیکی طاقت کا ضیاع بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر کے لئے ایک جیسا تصور کیا جاتا ہے۔

شکل 7.14- ب سے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 R_{bb} &= \frac{p_{bb}}{3I_{s,bb}^2} \\
 Z_{bb} &= \frac{V_{bb}}{I_{s,bb}} \\
 X_{bb} &= \sqrt{|Z_{bb}|^2 - R_{bb}^2} \\
 X_{bb} &= X_s + X_m
 \end{aligned}
 \tag{7.54}$$

یوں اس معائنہ سے موٹر کی بے بوجھ متعلات  $X_{bb}$  حاصل ہوتی ہے۔ اگر کسی طرح ساکن لچھے کی متعلات  $X_s$  معلوم ہو تب اس مساوات سے  $X_m$  حاصل کی جاسکتی ہے۔ اگلے معائنہ میں ہم  $X_s$  کا اندازہ لگاسکیں گے۔

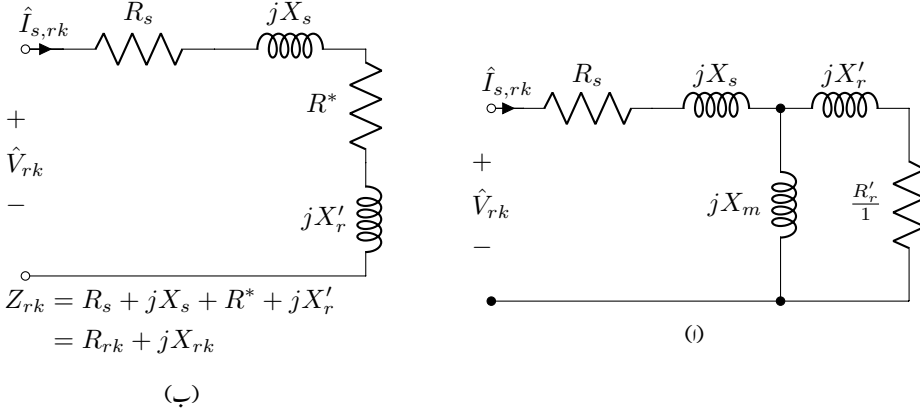
### 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے کسر دور معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں مشین کے رستا مالوں کی معلومات حاصل ہوتی ہے۔ البتہ امالی موٹر کا مسئلہ ذرا زیادہ پیچیدہ ہے۔ امالی موٹر کے رستا مالہ گھومتے لچھوں میں برقی تعدد اور قالب کے سیراب ہونے پر منحصر ہوتے ہیں۔

اس معائنہ میں امالی موٹر کے گھومتے حصہ کو حرکت کرنے سے زبردستی روک دیا جاتا ہے جبکہ ساکن لچھوں پر بیرونی برقی دباؤ  $V_{rk}$  لاگو کر کے برقی طاقت  $p_{rk}$  اور ساکن لچھوں کے برقی رو  $I_{s,rk}$  ناپے جاتے ہیں۔ اصولی طور پر یہ معائنہ ان حالات کو مد نظر رکھ کر کیا جاتا ہے جن پر موٹر کی معلومات درکار ہوں۔

ساکن موٹر چالو کرنے کے لمحہ پر موٹر کا سرکاو اکائی ہوتا ہے اور اس کے گھومتے لچھوں میں روز مرہ تعدد  $f_e$  کے برقی رو  $I_{t=0}^{31}$  ہوں گے، لہذا اگر اس لمحہ کے نتائج درکار ہوں تب موٹر کے ساکن لچھوں پر روز مرہ تعدد،  $f_e$  کا اتنا برقی دباؤ لاگو کیا جائے گا جتنے سے اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو  $I_{t=0}$  پیدا ہو۔ اسی طرح اگر برقرار چالو حالت میں بوجھ بردار موٹر کے نتائج درکار ہوں جب موٹر کا سرکاو  $s$  اور اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو  $I_{t \rightarrow \infty}^{32}$  ہوتے ہیں تب معائنہ میں  $s f_e$  تعدد کے برقی دباؤ استعمال کیے جائیں گے اور اس کی قیمت اتنی رکھی جائے گی جتنی سے گھومتے لچھوں میں  $I_{t \rightarrow \infty}$  برقی رو وجود میں آئے۔ تقریباً  $20 \text{ kV A}$  سے چھوٹی موٹروں میں برقی تعدد کے اثرات قابل نظر انداز ہوتے ہیں لہذا ان کا معائنہ  $f_e$  تعدد کے برقی دباؤ پر ہی کیا جاتا ہے۔

<sup>31</sup> اس لمحہ کے برقی رو کو چھوٹی لکھائی میں وقت صفر سے منسلک کیا گیا ہے یعنی  $t = 0$   
<sup>32</sup> زیر نوشت میں  $\infty \rightarrow$  اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ موٹر کافی دیر سے چالو ہے اور یہ ایک برقرار قار تک پہنچ گئی ہے۔



شکل 7.15: ر کے امالی موٹر کا معائنہ۔

یہاں صفحہ 224 کے شکل 7.7 کو ر کے (ساکن) موٹر کے معائنہ کے نقطہ نظر سے دوبارہ دیکھتے ہیں۔ ر کے (ساکن) موٹر کا سرکاو اکائی ہوتا ہے۔ مزید، اس معائنہ میں لاگو برقی دباو برقرار چالو موٹر پر لاگو برقی دباو سے خاصا کم ہوتا ہے۔ اتنے کم لاگو برقی دباو پر قابلی ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ شکل میں  $R_c$  کو کھلے دور کرنا قابلی ضیاع کو نظر انداز کرنے کے مترادف ہے۔ ایسا کرنے سے شکل 7.15-ا ملتا ہے۔ چونکہ  $s = 1$  ہے لہذا اس شکل میں  $\frac{R_r'}{s}$  کو  $R_r'$  لیا گیا ہے۔

شکل 7.15-ا میں  $jX_m$  اور  $(R_r' + jX_r')$  متوازی جڑے ہیں جن کی جگہ ان کی مساوی سلسلہ وار رکاوٹ پر کرنے سے شکل 7.15-ب حاصل ہوگی۔ متوازی رکاوٹ  $Z_m$  کی مساوی سلسلہ وار رکاوٹ  $Z_s$  حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{jX_m(R_r' + jX_r')}{R_r' + j(X_m + X_r')} \\
 &= \left( \frac{jX_m R_r' - X_m X_r'}{R_r' + j(X_m + X_r')} \right) \left( \frac{R_r' - j(X_m + X_r')}{R_r' - j(X_m + X_r')} \right) \\
 (7.55) \quad &= \frac{jX_m R_r'^2 + X_m R_r'(X_m + X_r') - X_m X_r' R_r' + jX_m X_r'(X_m + X_r')}{R_r'^2 + (X_m + X_r')^2} \\
 &= \frac{X_m^2 R_r'}{R_r'^2 + (X_m + X_r')^2} + \frac{j(X_m R_r'^2 + X_m^2 X_r' + X_m X_r'^2)}{R_r'^2 + (X_m + X_r')^2} \\
 &= R_s^* + jX_s^* = Z_s
 \end{aligned}$$



ان مساوات میں  $X_m \gg R'_r$  اور  $X_m \gg X'_r$  لینے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(7.56) \quad R_s^* \approx R'_r \left( \frac{X_m}{X_m + X'_r} \right)^2$$

$$(7.57) \quad X_s^* \approx \frac{X_m R_r'^2}{X_m^2} + \frac{X_m^2 X'_r}{X_m^2} + \frac{X_m X_r'^2}{X_m^2} \approx X'_r$$

اس معائنہ میں پیمائش کی گئی قیمتوں اور شکل 7.15-ب سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(7.58) \quad \begin{aligned} Z_{rk} &= \frac{V_{rk}}{I_{s,rk}} \\ R_{rk} &= \frac{p_{rk}}{3I_{s,rk}^2} \\ X_{rk} &= \sqrt{|Z_{rk}|^2 - R_{rk}^2} \end{aligned}$$

اس مساوات کے پہلے جزو میں پیمائشی برقی دباؤ اور برقی رو سے رکاوٹ حاصل کی گئی ہے۔ اس طرح دوسرے جزو میں مزاحمت اور تیسرے میں متعاملیت کا حساب لگایا گیا ہے۔

شکل 7.15-ب سے درج ذیل واضح ہے۔

$$(7.59) \quad X_{rk} = X_s + X'_r$$

امالی مشین مختلف خواص کے بنائے جاتے ہیں۔ عام آدمی کی آسانی کے لئے ایسی مشینوں کی درجہ بندی کی جاتی ہے۔ جدول 7.1 میں پنجرہ نما امالی موٹر کی مختلف اقسام  $A, B, C, D$  اور ایسی مشین جن کا گھومتا حصہ لچھے پر مشتمل ہو، کی رستا متعاملیت  $X_{rk}$  کو ساکن اور گھومتے لچھوں میں تقسیم کرنا دکھایا گیا ہے۔ اس جدول کے مطابق، گھومتے لچھے والی مشین میں ساکن اور گھومتی متعاملیت ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں۔ شکل 7.15-ب میں  $R_{rk} = R^* + R_s$  ہے لہذا ساکن لچھے کی مزاحمت  $R_s$  مزاحمت  $R^*$  کی مدد سے ناپ کر درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

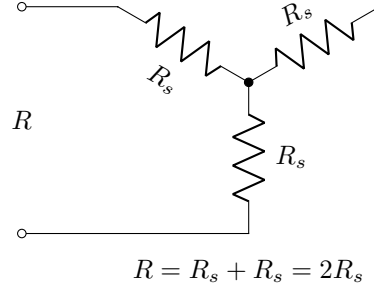
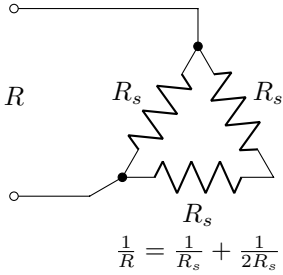
$$(7.60) \quad R^* = R_{rk} - R_s$$

اب  $R'_r$  کو مساوات 7.56 سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں  $X_m$  بے بوجھ امالی موٹر کے معائنہ میں حاصل کی جاتی ہے۔

مزاحمت پیمائی کی مدد سے ساکن لچھے کی مزاحمت ناپتے وقت یہ جاننا ضروری ہے کہ موٹر ستارہ یا ٹکونی جڑی ہے۔ شکل 7.16 میں لچھے کو دونوں طرح جڑا دکھایا گیا ہے۔ اگر یک دوری مزاحمت  $R_s$  ہو تب ستارہ جڑی موٹر کے لئے مزاحمت پیمائی  $2R_s$  مزاحمت دے گا جبکہ ٹکونی جڑی موٹر کے لئے یہ  $\frac{2}{3}R_s$  مزاحمت دے گا۔

گھومتا حصہ	خاصیت	$X_s$	$X'_r$
لپٹا ہوا	کارکردگی گھومتے حصے کی مزاحمت پر منحصر	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ A	عمومی ابتدائی قوت مروڑ، عمومی ابتدائی رو	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ B	عمومی ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو	$0.4X_{rk}$	$0.6X_{rk}$
بناوٹ C	زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو	$0.3X_{rk}$	$0.7X_{rk}$
بناوٹ D	زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، زیادہ سرکاو	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$

جدول 7.1: متعاملیت کی ساکن اور گھومتے حصوں میں تقسیم۔



شکل 7.16: ستارہ اور ٹکونی جڑی موٹروں کی ساکن لچھوں کی مزاحمت کا مزاحمت پیک کی مدد سے حصول۔

مثال 7.5: ستارہ، چار قطب، پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی موٹر کے معائنہ کئے جاتے ہیں۔ موٹر کی بناوٹ درجہ بندی A کے مطابق ہے۔ مزاحمت پیکسی بھی دو برقی سروں کے بیچ 0.55 اوہم جواب دیتا ہے۔ بے بوجھ معائنہ 50 Hz اور 415 V پر کرتے ہوئے برقی رو 4.1 A اور طاقت کا ضیاع 906 W ناپا جاتا ہے۔ جامد موٹر معائنہ 15 Hz اور 50 V پر کرتے ہوئے برقی رو 13.91 A اور طاقت کا ضیاع 850 W ناپا جاتا ہے۔ اس موٹر کا مساوی برقی دور بنائیں اور پانچ فی صد سرکاو پر اس کی اندرونی میکانی طاقت حاصل کریں۔

حل: مزاحمت پیکسی کے جواب سے ستارہ موٹر کے ساکن لچھے کی مزاحمت  $R_s = \frac{0.55}{2} = 0.275 \Omega$  حاصل ہوتی ہے۔ بے بوجھ معائنہ میں یک دوری برقی دباؤ  $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$  ہے جس سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$R_{bb} = \frac{906}{3 \times 4.1^2} = 17.965 \Omega$$

$$|Z_B| = \frac{239.6}{4.1} = 58.439 \Omega$$

$$X_{bb} = \sqrt{58.439^2 - 17.965^2} = 55.609 \Omega = X_s + X_m$$

رکے موٹر معائنہ کے نتائج سے  $X_s$  حاصل کرنے کے بعد  $X_m$  حاصل ہو گی۔

ساکن لچھے کی مزاحمت میں اس برقی رو پر کل

$$3I_{bb}^2 R_s = 3 \times 4.1^2 \times 0.275 = 13.87 \text{ W}$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا لہذا رگڑ اور دیگر ضیاع طاقت  $906 - 13.86 = 892$  واٹ ہو گا۔

رکے موٹر معائنہ میں یک دوری برقی دباؤ  $\frac{50}{\sqrt{3}} = 28.9$  وولٹ ہیں۔ یوں درج ذیل حاصل ہوں گے۔

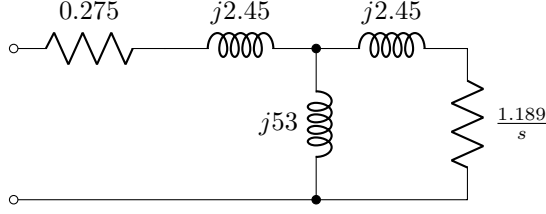
$$R_{rk} = \frac{850}{3 \times 13.91^2} = 1.464 \Omega$$

$$|Z_{rk}| = \frac{28.9}{13.91} = 2.07 \Omega$$

$$X_{rk,15} = \sqrt{2.07^2 - 1.464^2} = 1.46 \Omega$$

اس معائنہ میں برقی تعدد 15 ہرٹز تھی لہذا 50 ہرٹز پر متعاملیت درج ذیل ہو گی۔

$$X_{rk,50} = \frac{50}{15} \times X_{rk,15} \approx 4.9 \Omega$$



شکل 7.17: امالی موٹر کا مساوی برقی دور۔

درجہ بندی A کی امالی موٹر میں یہ متعاملت ساکن اور گھومتے لچھے میں ایک جیسی تقسیم ہو گی:

$$X_s = X'_r = \frac{4.9}{2} = 2.45 \Omega$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$X_m = X_{bb} - X_s = 55.609 - 2.45 = 53 \Omega$$

چونکہ  $R_s = 0.275$  اوہم ہے لہذا

$$R'_r = R_{rk} - R_s = 1.464 - 0.275 = 1.189 \Omega$$

ہو گا۔ مساوی برقی دور شکل 7.17 میں دکھایا گیا ہے۔

پانچ فی صد سرکاو پر اندرونی میکانی طاقت کی خاطر بائیں جانب کا تھونن مساوی دور استعمال کرتے ہوئے درج ذیل ہو گا۔

$$V_t = 229/0.2833^\circ$$

$$Z_t = 0.251 + j2.343$$

$$|\hat{I}'_r| = 11.8 \text{ A}$$

$$p_m = \frac{3 \times 11.8^2 \times 0.974 \times (1 - 0.05)}{0.05} = 7730 \text{ W}$$

□

## باب 8

### یک سمت رو مشین

یکے سمت رو مشین<sup>1</sup> یک سمت رو<sup>1</sup> برقی طاقت پیدا کرتی ہیں یا ایک سمت رو برقی طاقت سے چلتی ہیں۔ یک سمت رو موٹروں کی اہمیت بتدریج کم ہو رہی ہے اور ان کی جگہ امالی موٹر لے رہے ہیں جن کی رفتار قوی برقیات<sup>2</sup> سے قابو کی جاتی ہے۔ موجودہ دور میں گاڑیوں کے یک سمت جزیئر بھی دراصل سادہ بدلتا رو جزیئر ہوتے ہیں جن کے اندر نسب ڈایوڈ<sup>3</sup> بدلتا محرک برقی دباؤ کو یک سمت محرک برقی دباؤ میں تبدیل کرتے ہیں۔

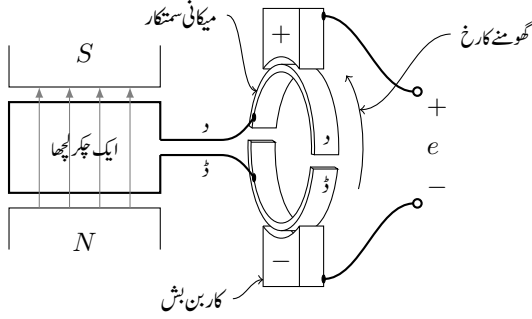
اس باب میں دو قطب کے یک سمت مشینوں کا مطالعہ کیا جائے گا۔ میکانی سمت کار والے یک سمت مشینوں میں میدانی لچھا ساکن جبکہ قوی لچھا گھومتا ہے۔

#### 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی

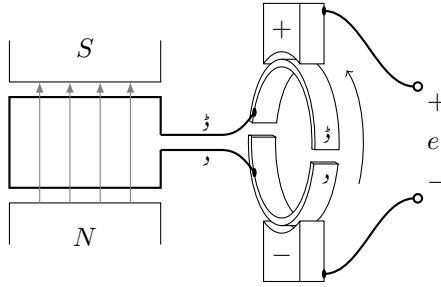
جزیئر بنیادی طور پر بدلتا برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔ یک سمت جزیئر کے اندر نسب میکانی سمت کار<sup>4</sup> میکانی طریقہ سے بدلتا دباؤ کو یک سمت دباؤ میں تبدیل کر کے برقی سروں پر فراہم کرتا ہے۔

---

dc, direct current<sup>1</sup>  
power electronics<sup>2</sup>  
diode<sup>3</sup>  
commutator<sup>4</sup>



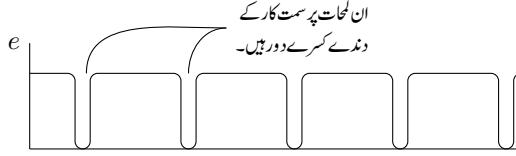
شکل 8.1: میکانی سمت کار۔



شکل 8.2: آدھے چکر کے بعد بھی بالائی بٹن مثبت ہی ہے۔

میکانی سمت کار کو شکل 8.1 میں دکھایا گیا ہے جہاں جنریٹر کے قوی لچھے کو ایک چکر کا دکھایا گیا ہے اگرچہ حقیقت میں ایسا نہیں ہو گا۔ قوی لچھے کے برقی سروں کو د اور ڈ سے ظاہر کیا گیا ہے جو سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ قوی لچھا اور سمت کار ایک ہی دھرے پر نسب ہوتے ہیں لہذا دونوں ایک ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ تصور کریں کہ دونوں خلاف گھڑی مقتطیسی میدان میں گھوم رہے ہیں۔ مقتطیسی میدان افقی سطح میں  $N$  سے  $S$  رخ ہو گا جسے نوکدار لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ سمت کار کے ساتھ ساکن کاربن بٹن، اسپرنگ کی مدد سے دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ ان کاربن بٹنوں سے برقی دباؤ کو جنریٹر کے باہر منتقل کیا جاتا ہے۔ بٹنوں کو مثبت علامت  $+$  اور منفی علامت  $-$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دکھائے گئے لمحے پر لچھے میں پیدا برقی دباؤ  $e$  کی وجہ سے لچھے کا سر د مثبت اور ڈ منفی ہے۔ یوں سمت کار کا حصہ د مثبت اور حصہ ڈ منفی ہوں گے لہذا کاربن کا  $+$  علامت والا بٹن مثبت اور  $-$  علامت والا بٹن منفی ہو گا۔ یوں بیرونی بالائی تار مثبت اور چلی تار منفی ہوں گے۔ آدھا چکر بعد، جیسا شکل 8.2 میں دکھایا گیا ہے، خلائی درز میں لچھا کے د



شکل 8.3: دو دندی سمت کار سے حاصل یک سمت برقی دباؤ۔

اور ڈاٹراف آپس میں جگہیں تبدیل کر چکے ہوں گے۔ لچھا کے د اور ڈاٹراف اب بھی سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ لچھے پر برقی دباؤ الٹ ہے اور اس کا سر د منفی اور ڈ مثبت ہیں۔ یہاں سمت کار کی کارکردگی پر نظر رکھیں۔ اب بھی کاربن کا + علامت والا بش مثبت اور - علامت والا بش منفی ہے۔ یوں جزیئر کے بیرونی برقی سروں پر اب بھی بالائی سر مثبت اور نچلا سر منفی ہے۔ سمت کار کے دانتوں کے مابین برقی دباؤ ہوتا ہے لہذا ان کو غیر موصل کی مدد سے ایک دوسرے اور دھڑے سے دور رکھا جاتا ہے۔

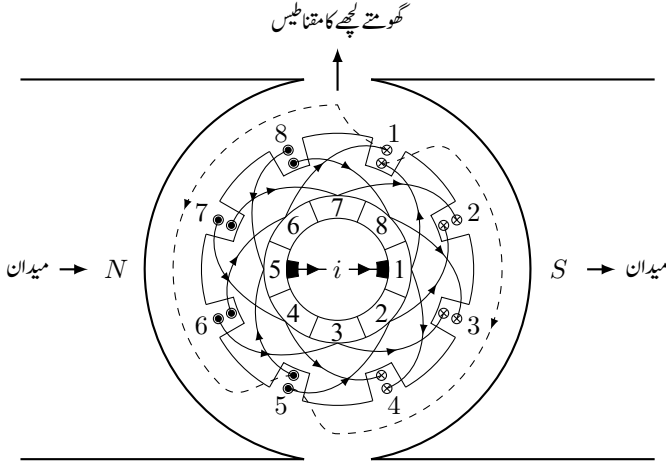
گھومتے وقت ایک ایسا لمحہ آتا ہے جب سمت کار کے دانتوں کو کاربن بش کسر دور کرتے ہیں۔ کاربن بش محیط پر اس طرح رکھے جاتے ہیں کہ جس لمحہ لچھے میں برقی دباؤ مثبت سے منفی یا منفی سے مثبت ہونا چاہے اسی لمحہ کاربن کے بش لچھے کو کسر دور کرتے ہوں۔ چونکہ اس لمحہ لچھے پر محرک دباؤ صفر ہوتا ہے لہذا اسے کسر دور کرنے سے کوئی نقصان نہیں ہوتا ہے۔ یوں حاصل برقی دباؤ شکل 8.3 میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں دو دندی سمت کار اور دو مقناطیسی قطب کے درمیان گھومتا ہوا ایک قوی لچھا دکھایا گیا ہے۔ حقیقت میں جزیئر کے متعدد قطبین ہوں گے اور فی قطب سمت کار کے کئی دندے ہوں گے۔ چھوٹی مشینوں میں مقناطیس ہی مقناطیسی میدان فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں مقناطیسی میدان ساکن میدانی لچھے فراہم کرتے ہیں۔ دونوں اقسام کی مشینوں کے لچھے تقسیم شدہ ہوتے ہیں۔

اب ہم زیادہ دندوں کے ایک سمت کار کو دیکھتے ہیں۔

### 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل

پچھلے حصہ میں سمت کار کی بنیادی کارکردگی پر غور کیا گیا۔ اس حصہ میں اس پر تفصیلی بات کی جائے گی۔ شکل 8.4 میں امالی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں اندر کو سمت کار ہے جس کے دندوں کو گنتی لگائی گئی ہے۔ سمت کار کی



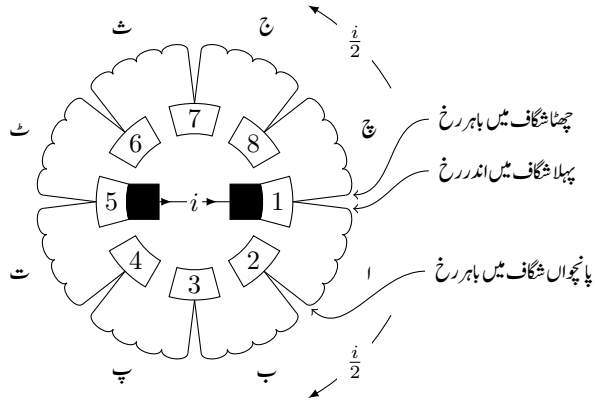
شکل 8.4: کاربن بش سیتکار کے دندوں کو کسر دور نہیں کر رہا ہے۔

اندر جانب دو عدد کاربن بش ہیں جن سے حاصل بیرون برقی رو  $i$  ہے۔ شگافوں کو بھی گنتی لگائی گئی ہے۔ جزیئر کے دو قطب اور آٹھ شگاف ہیں۔ اس طرح اگر ایک شگاف ایک قطب کے سامنے ہو تو تین شگاف چھوڑ کر موجود شگاف دوسرے قطب کے سامنے ہو گا۔ ہم کہتے ہیں کہ ایسے دو شگاف "ایک قطب فاصلہ" پر ہیں۔ یوں شگاف 1 اور 5 ایک دوسرے سے ایک قطب کے فاصلے پر ہیں جبکہ شگاف 2 اور 6 ایک دوسرے سے ایک قطب کے فاصلے پر ہیں۔

جیسا شکل 8.2 میں دکھایا گیا، اگر لچھے کا ایک طرف شمالی قطب کے سامنے ہو تب اس کا دوسرا طرف، ایک قطب فاصلہ پر، جنوبی قطب کے سامنے ہو گا۔ لچھوں کو شگافوں میں رکھا جاتا ہے۔ یوں شکل 8.4 میں اگر ایک لچھے کا ایک طرف شگاف 1 میں ہو تب اس کا دوسرا طرف، ایک قطب فاصلہ پر، شگاف 5 میں ہو گا۔ حقیقت میں ہر شگاف میں دو لچھے رکھے جاتے ہیں۔ ایک لچھے کو شگاف میں محور کے قریب اور دوسرے کو شگاف میں محور سے دور رکھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے کے لئے ہمیں دو مختلف جسامت کے لچھے تیار کرنے ہوں گے۔ محور کے قریب رکھا گیا لچھا جسامت میں چھوٹا جبکہ محور سے دور لچھا بڑا ہو گا۔ لچھوں کو پہلے تیار کر کے بعد میں شگافوں میں رکھا جاتا ہے۔ اس سے بہتر ترکیب موجود ہے جو حقیقت میں استعمال ہوتی ہے۔

بہتر ترکیب میں ایک لچھے کے ایک طرف کو ایک شگاف میں محور کے قریب اور، ایک قطب فاصلہ پر، دوسرے شگاف میں محور کے دور رکھا جاتا ہے۔ دوسرے لچھے کو انہیں شگافوں میں باقی دو مقامات پر رکھا جاتا ہے۔ یوں دونوں لچھوں کی جسامت ایک دوسرے جیسے ہو گی اور ان میں اتنی ڈھیل ہو گی کہ انہیں شگافوں میں با آسانی رکھا جاسکے۔

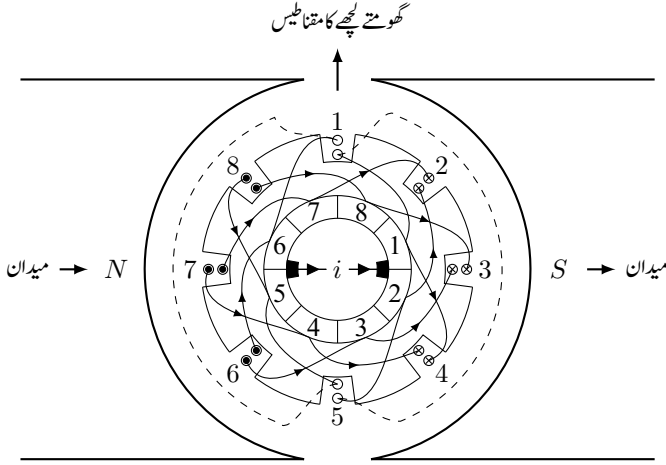




شکل 8.5: سمت کار سے جڑے لچھے۔

اب شکل 8.4 کو تفصیل سے سمجھتے ہیں۔ شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو کے رخ نقطہ اور صلیب سے ظاہر کئے گئے ہیں۔ نقطہ کا نشان، صفحہ سے عمودی باہر رخ رو کو ظاہر کرتا ہے جبکہ صلیب کا نشان اس کے مخالف رخ رو کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں پہلا (1) شگاف میں برقی رو عمودی صفحہ کے اندر رخ ہے۔

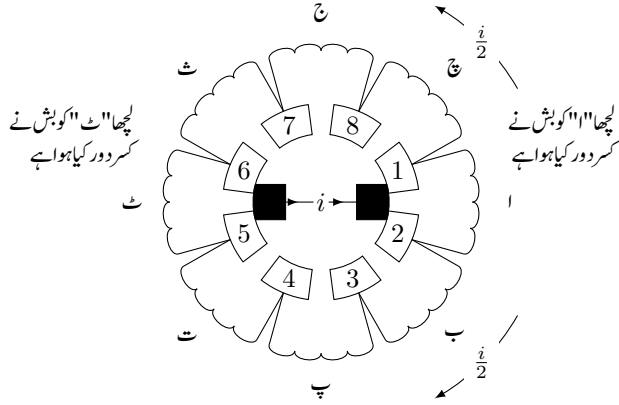
شکل 8.4 میں مشین کا عمودی تراش دکھایا گیا ہے۔ مشین کا محور کتاب کے صفحہ کو عمودی ہو گا۔ ہمیں مشین کا (قریبی، بالائی) "سامنے" طرف نظر آ رہا ہے جبکہ (ہم سے دور) "پچلا" طرف ہمیں نظر نہیں آ رہا ہے۔ "سامنے" طرف کی تاروں کو ٹھوس جبکہ "نچلے" طرف (نظر نہ آنے والے) تاروں کو نقطہ دار دکھایا گیا ہے۔ ہر شگاف میں دو لچھے دکھائے گئے ہیں جن میں سے ایک مشین کی محور کے قریب "اندر" جانب اور دوسرا محور سے دور "باہر" جانب ہے۔ پہلے (1) شگاف میں "اندر" جانب موجود لچھا، سمت کار کے پہلے دانت سے جڑا ہے۔ اس جوڑ کو موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ شگاف 1 کے "نچلے" طرف سے نکل کر یہ لچھا شگاف 5 میں "نچلے" طرف سے داخل ہوتا ہے۔ اس بات کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح دو عدد لچھے شگاف 2 اور 6 میں پائے جاتے ہیں۔ ان میں ایک لچھا شگاف 2 میں "اندر" جانب اور شگاف 6 میں "باہر" جانب ہے جبکہ دوسرا لچھا دوسرے شگاف میں "باہر" جانب اور چھٹے شگاف میں "اندر" جانب ہے۔ نقطہ دار لکیریں صرف پہلی اور پانچویں شگافوں کے لئے دکھائی گئی ہیں۔ آپ خود باقی شگافوں کے لئے انہیں بنا سکتے ہیں۔ ہر لچھے کا ایک طرف شگاف میں "اندر" جانب اور دوسرا طرف ایک قطب دور شگاف میں "باہر" جانب ہو گا۔ سمت کار کا پہلا (1) دانت چوتھے (4) شگاف کے "باہر" جانب موجود لچھے سے بھی جڑا ہے۔ آپ یہاں رکھ کر شکل 8.5 کی مدد سے مشین میں برقی رو کے رخ سمجھیں اور تسلی کر لیں کہ یہ درست دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل میں لچھوں کو ا، ب، پ، وغیرہ سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ سمت کار کے دندوں کو گنتی لگائی گئی ہے۔ کاربن کے بش پہلے اور پانچویں دانت سے جڑے دکھائے گئے ہیں۔



شکل 8.6: کاربن بش سمت کار کے دندوں کو کسر دور کر رہا ہے۔

شکل 8.5 میں کاربن بش سے برقی رو سمت کار کے پہلے دانت سے ہوتا ہوا دو برابر حصوں میں تقسیم ہو کر دو یکساں متوازی راستوں گزرتا ہے۔ ایک راستہ سلسلہ وار جڑے ا، ب، پ اور ت لچھوں سے بنتا ہے جبکہ دوسرا راستہ سلسلہ وار جڑے ٹ، ث، ج اور چ لچھوں سے بنتا ہے۔ یہ دو عدد سلسلہ وار راستے آپس میں متوازی جڑے ہیں۔ برقی رو کے رخ نقطہ دار نوک دار لکیروں سے ظاہر کیے گئے ہیں۔ دو متوازی راستوں سے گزرتا برقی رو ایک مرتبہ دوبارہ مل کر ایک ہو جاتا ہے اور سمت کار کے پانچویں دانت سے جڑے کاربن بش کے ذریعہ مشین سے باہر نکل جاتا ہے۔ گھومتے حصہ کے شگافوں میں موجود لچھوں کا برقی رو، مقناطیسی دباؤ پیدا کرے گا جو ساکن مقناطیسی دباؤ کو عمودی ہو گا جیسا شکل 8.4 میں دکھایا گیا ہے۔ گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کا رخ جاننے کے لئے شکل 8.4 کے شگافوں میں برقی رو پر نظر رکھیں۔ بائیں جانب چار شگافوں میں رو صفحہ سے باہر جبکہ دائیں جانب چار شگافوں میں رو صفحہ کے اندر رخ ہے۔ دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو انہیں کے رخ گھمانے سے انگوٹھا میدان کا رخ دے گا۔ آپس میں قائمہ مقناطیسی دباؤ دھرے پر گھڑی وار قوت مروڑ پیدا کریں گے۔ یوں اگر مشین موٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو تب یہ گھڑی وار گھومے گی اور کاربن بش پر ایسا بیرونی یک سمت برقی دباؤ لاگو ہو گا جو دکھائے گئے برقی رو پیدا کرتا ہو۔

اب تصور کریں کہ مشین ایک جزیئر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہے جس کو خلاف گھڑی بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جا رہا ہے۔ سمت کار کے آدھے دانت کے برابر حرکت کے بعد جزیئر شکل 8.6 میں دکھائے گئے حالت میں ہو گا جہاں دایاں کاربن بش سمت کار کے پہلے اور دوسرے دانت کو کسر دور جبکہ بایاں کاربن بش پانچویں اور



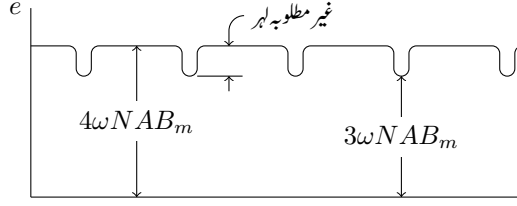
شکل 8.7: کاربن بش دو دندوں کو کسر دور کر رہے ہیں۔

چھٹے دانت کو کسر دور کرتے ہیں۔ یوں پہلے اور پانچویں شگافوں کے لچھے کسر دور ہوں گے جبکہ باقی شگافوں کے لچھوں میں حسب معمول برقی رو ہو گا جو پہلے کی طرح اب بھی ساکن لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کے عمودی مقناطیسی دباؤ پیدا کریں گے۔ آپ گھومتے لچھوں کے میدان کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے جان سکتے ہیں۔ بائیں جانب تین شگافوں میں رو صفحہ سے باہر جبکہ دائیں جانب تین شگافوں میں صفحہ کے اندر رخ ہے۔ دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو انہیں کے رخ گھمائیں۔ انگوٹھا میدان کا رک دے گا۔ اس لمحہ کی وضاحت شکل 8.7 میں کی گئی ہے۔

مشین جب سمت کار کے ایک دانت کے برابر حرکت مکمل کر لے تو کاربن بش دوسرے اور چھٹے دانت سے جڑ جائیں گے۔ پہلے اور پانچویں شگافوں میں برقی رو کا رخ پہلے کے مخالف ہو جائے گا جبکہ باقی شگافوں میں برقی رو کے رخ برقرار رہیں گے۔ گھومتے لچھوں کا برقی دباؤ اب بھی اسی رخ ہو گا۔

جبکہ دورانیہ کے لئے کاربن بش دو لچھوں کو کسر دور کرتے ہیں اتنے وقت میں ان لچھوں میں برقی رو کا رخ الٹ ہو جاتا ہے۔ کوشش کی جاتی ہے کہ اس دوران برقی رو وقت کے ساتھ بتدریج تبدیل ہو۔ ایسا نہ ہونے سے کاربن بش سے چنگاریاں نکلتی ہیں جن سے بش جلد ناکارہ ہو جاتے ہیں۔ جزیئر کے کسر دور لچھوں میں پیدا برقی دباؤ، کسر دور لچھوں میں گھومتا ناکارہ برقی رو پیدا کرتا ہے جو ہمارے کسی کام کا نہیں ہوتا ہے۔ لچھے اور کاربن بش کی مزاحمت اس ناکارہ رو کی قیمت تعین کرتے ہیں۔

حقیقت میں یک سمت جزیئر میں فی قطب درجن دانت کا سمت کار استعمال ہو گا اور اگر مشین بہت چھوٹی نہ ہو تو اس میں دو سے زیادہ قطب ہوں گے۔



شکل 8.8: آٹھ دندی میکانی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ۔

## 8.2 ایک سمت جنریٹر کا برقی دباؤ

گزشتہ حصہ کے شکل 8.5 میں ا، ب، پ اور ت لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ اسی طرح ٹ، ث، ج اور چ لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ حصہ 5.3 میں مساوات 5.23 یک لچھی ایک سمت جنریٹر کا محرک برقی دباؤ  $e_1$  دیتی ہے۔ اسے یہاں یاد دہیانی کے لئے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(8.1) \quad e_1 = \omega N \phi_m = \omega N A B_m$$

خلائی درز میں یکساں  $B_m$  کی صورت میں تمام لچھوں میں ایک جیسا محرک برقی دباؤ پیدا ہو گا۔ یوں شکل 8.4 میں دکھائے لمحہ پر (شکل 8.5 سے رجوع کریں) جنریٹر کا کل محرک برقی دباؤ  $e$ ، ایک لچھے کے محرک برقی دباؤ کا چار گنا ہو گا

$$(8.2) \quad \begin{aligned} e &= e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \\ &= e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \\ &= 4\omega N A B_m \end{aligned}$$

جبکہ شکل 8.6 میں دکھائے گئے لمحہ پر  $e$  صرف تین لچھوں کے محرک برقی دباؤ کا مجموعہ ہو گا (شکل 8.7 سے رجوع کریں):

$$(8.3) \quad \begin{aligned} e &= e_1 + e_2 + e_3 \\ &= e_1 + e_2 + e_3 \\ &= 3\omega N A B_m \end{aligned}$$

شکل 8.8 میں آٹھ دندی میکانی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ دکھایا گیا ہے جہاں ایک سمت برقی دباؤ پر سوار غیر مطلوبہ لہر نظر آ رہی ہیں۔ اگر جنریٹر کے ایک جوڑی قطبین پر  $n$  لچھے ہوں تب شکل 8.5 کی طرح یہ دو  $\frac{n}{2}$  سلسلہ

وار لچھوں جتنا محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا۔

$$(8.4) \quad e = \frac{n}{2} \omega N \phi_m = \frac{n}{2} \omega N A B_m$$

اس صورت میں غیر مطلوبہ لہر کل یک سمت برقی دباؤ کی تقریباً

$$(8.5) \quad \frac{\omega N \phi_m}{\frac{n}{2} \omega N \phi_m} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100$$

نی صد ہو گی۔ یوں فی قطب دندوں کی تعداد بڑھانے سے زیادہ ہموار برقی دباؤ حاصل ہو گا اور غیر مطلوبہ لہر قابل نظر انداز ہو گی۔

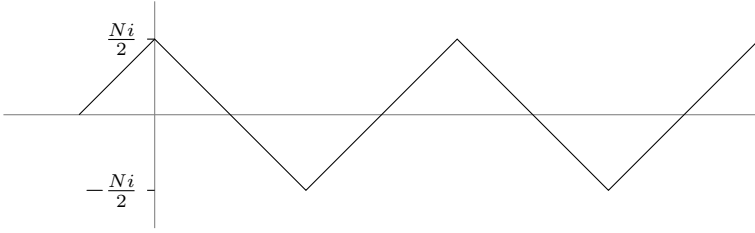
تصور کریں کہ شکل 8.4 کی مشین کی خلائی درز میں  $B_m$  غیر یکساں ہے۔ اب لچھوں میں محرک برقی دباؤ مساوات 8.1 کے تحت مختلف زاویوں پر مختلف ہو گا۔ اس طرح مشین سے حاصل کل برقی دباؤ چار سلسلہ وار لچھوں کے مختلف محرک برقی دباؤ کا مجموعہ

$$(8.6) \quad e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$$

ہو گا جہاں  $e_1, e_2, \dots$  مختلف لچھوں کے محرک برقی دباؤ ہیں۔

شکل 8.4 میں گھومتے حصہ کو ایک دندان کے برابر حرکت دینے سے دوبارہ یہی شکل حاصل ہو گا لہذا ایک دندان حرکت کے بعد حاصل برقی دباؤ بھی دوبارہ وہی ہو گا۔ میکانی سمت کار کے فی قطب دندوں کی تعداد بڑھانے سے ایک دندان کے برابر حرکت بہت چھوٹی ہو گی لہذا خلائی درز میں ہمواری کے ساتھ تبدیل ہوتے کشاف متناطیسی بہاؤ کی صورت میں اتنی کم حرکت کے احاطے میں  $B_m$  کی قیمت میں تبدیلی قابل نظر انداز ہو گی اور  $B_m$  کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں اگر لچھا ایک دندان کے احاطے میں حرکت کرے تو اس میں محرک برقی دباؤ تبدیل نہیں ہو گا۔ یعنی جس لچھے کا محرک برقی دباؤ  $e_1$  ہو اس لچھے کا محرک برقی دباؤ ایک دندان احاطے میں یہی رہے گا۔ یوں اگرچہ  $e_1, e_2, \dots$  ایک دوسرے سے مختلف ہو سکتے ہیں لیکن ان میں سے ہر ایک کی ایک مستقل قیمت ہو گی، لہذا مساوات 8.6 میں دیا گیا محرک برقی دباؤ (جو ان مستقل قیمتوں کا مجموعہ ہو گا) بھی ایک مستقل ہو گا۔

ہم نے دیکھا کہ خلائی درز میں ہمواری کے ساتھ تبدیل ہوتے  $B_m$  کی صورت میں جزیئر سے معیاری یک سمت محرک برقی دباؤ حاصل ہو گا۔ بدلتا رو جزیئر میں  $B_m$  سائن نما رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ نہایت چھوٹی یک سمت مشینوں کے خلائی درز میں  $B_m$  یکساں رکھا جاتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں اسے ہمواری کے ساتھ تبدیل کیا جاتا ہے۔ جیسا اوپر ذکر ہوا عملاً میکانی سمت کار کے دندوں تک لچھوں کے سروں کی رسائی ممکن تب ہوتی ہے جب ہر شکاف میں دو لچھے



شکل 8.9: آری دندوں نمائندگی مقناطیسی دباؤ۔

رکھے جائیں۔ خلائی درز میں اس طرح رکھے گئے لچھوں کا مقناطیسی دباؤ آری کے دندوں کی مانند ہوتا ہے، جسے شکل 8.9 میں دکھایا گیا ہے۔

متعدد قطبین مشین میں شمالی اور جنوبی قطبین کے ایک جوڑے کا پیدا کردہ یک سمت برقی دباؤ مساوات 8.4 دے گی جہاں  $n$  قطبین کے ایک جوڑے پر میکانیکی سمت کار کے دندوں کی تعداد ہے۔ قطبین کے زیادہ جوڑیوں سے حاصل یک سمت برقی دباؤ کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑا جاسکتا ہے۔

### 8.3 قوت مروڑ

یک سمت مشینوں کا امالی برقی دباؤ اور قوت مروڑ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کی صورت پر منحصر نہیں ہوتا ہے۔ اپنی سہولت کے لئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما تصور کرتے ہیں۔

قوی لچھے کے آری دندان نما مقناطیسی دباؤ (شکل 8.9) کا بنیادی فوریر جزو<sup>5</sup> درج ذیل ہو گا۔

$$(8.7) \quad \tau_q = \frac{8}{\pi^2} \frac{NI}{2}$$

یک سمت مشین میں ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ آپس میں عمودی ہوتے ہیں لہذا ان میں قوت مروڑ مساوات 5.103 کی طرح درج ذیل ہو گا۔

$$(8.8) \quad T = -\frac{\pi}{2} \left( \frac{P}{2} \right)^2 \phi_m \tau_q$$

<sup>5</sup> fundamental Fourier component

مثال 8.1: دو قطب، بارہ دندی میکانی سمت کار کے ایک سمت جزئیٹر میں ہر قوی لچھا بیس چکر کا ہے۔ ایک لچھے سے گزرتا مقناطیسی بہاؤ 0.0442 وپر ہے۔ جزئیٹر 3600 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔

- جزئیٹر کے ایک سمت برقی دباؤ میں غیر مطلوبہ لہر کل برقی دباؤ کا کتنا فی صد ہو گا؟
- ایک سمت برقی دباؤ حاصل کریں۔

حل:

- مساوات 8.5 سے غیر مطلوبہ لہر  $\frac{2}{12} \times 100 = 16.66$  فی صد حاصل ہوتا ہے۔
- جزئیٹر کی رفتار  $\frac{3600}{60} = 60$  ہرٹز ہے یوں مساوات 8.4 سے ایک سمت برقی دباؤ درج ذیل حاصل ہو گا۔

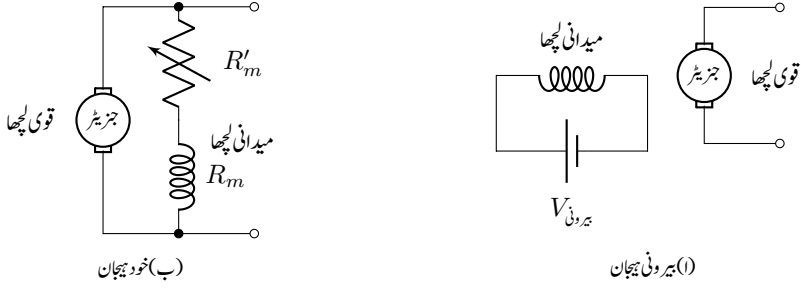
$$e = \frac{12}{2} \times 2 \times \pi \times 60 \times 20 \times 0.0442 = 1999.82 \text{ V}$$

□

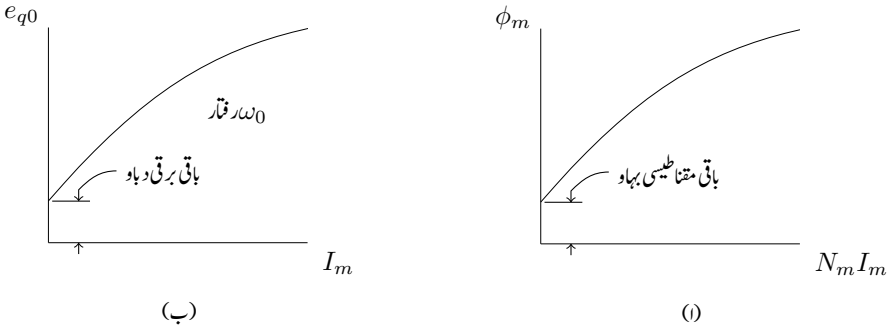
#### 8.4 بیرونی ہیجان اور خود ہیجان ایک سمت جزئیٹر

بیرونی ہیجان<sup>6</sup> ایک سمت جزئیٹر کے میدانی لچھے کو بیرونی ایک سمت برقی دباؤ مہیا کا جاتا ہے جبکہ خود ہیجان<sup>7</sup> ایک سمت جزئیٹر کے میدانی لچھے کو جزئیٹر کا اپنا محرک برقی دباؤ مہیا کیا جاتا ہے۔ ایک سمت جزئیٹر کی کارکردگی اس کو ہیجان کرنے کے طریقے پر منحصر ہوتی ہے۔

شکل 8.10-1 میں قوی لچھے<sup>8</sup> اور میدانی لچھے<sup>9</sup> کو آپس میں عمودی بنایا گیا ہے۔ یوں یاد رہتا ہے کہ ان لچھوں کے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ آپس میں عمودی ہیں۔ یہاں قوی لچھے کی صورت میکانی سمت کار کی طرح بنائی گئی ہے۔



شکل 8.10: سیر دنی بیجان اور خود بیجان ایک سمت جزیر۔



شکل 8.11: میدانی برقی رو سے محرک برقی دباؤ کا بوجھ کیا جاتا ہے۔



میدانی اور قوی لچھوں کے مقناطیسی دباؤ آپس میں عمودی ہیں جس سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ ایک لچھے کا برقی دباؤ دوسرے لچھے کے برقی دباؤ پر اثر انداز نہیں ہو گا۔ یوں مقناطیسی قالب کے کسی ایک رخ سیرابیت، اس رخ کے عمودی دوسرے رخ کی سیرابیت پر اثر انداز نہیں ہو گی۔

شکل 8.10-1 میں بیرونی بھجان مشین کے میدانی لچھے کو بیرونی یک سمت برقی طاقت مہیا کی گئی ہے۔ میدانی لچھے کا برقی رو تبدیل کر کے میدانی مقناطیسی دباؤ  $\tau_m$ ، میدانی مقناطیسی بہاؤ  $\phi_m$  اور کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B_m$  تبدیل کئے جاسکتے ہیں۔ یوں جزیئر کا محرک برقی دباؤ مساوات 8.1 کے تحت تبدیل کیا جاسکتا ہے یا موٹر کی قوت مروڑ مساوات 8.8 کے تحت تبدیل کی جاسکتی ہے۔

برقی رو کے بڑھنے سے قالب کی سیرابیت شکل 8.11 میں واضح ہے۔ قالبی سیرابیت کی بنا برقی رو بڑھاتے ہوئے ابتدائی طور محرک برقی دباؤ اور میدانی لچھے کا برقی رو راست تناسب ہوں گے جبکہ زیادہ برقی رو پر ایسا نہیں ہو گا۔ شکل-ب کی ترسیم مشین کے کھلے سر معائنہ سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ شکل-ب میں محرک برقی دباؤ کو  $e$  کی بجائے  $e_{q0}$  لکھ کر یاد دہیائی کرائی گئی ہے یہ دباؤ قوی لچھے سے ایک معین رفتار  $\omega_0$  پر حاصل کیا گیا ہے۔ کسی دوسری رفتار  $\omega$  پر محرک برقی دباؤ  $e_q$  کے حصول کے لئے مساوات 8.4 کی مدد سے

$$(8.9) \quad \frac{e_q}{e_{q0}} = \frac{\frac{n}{2}\omega NAB_m}{\frac{n}{2}\omega_0 NAB_m} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

لکھ کر

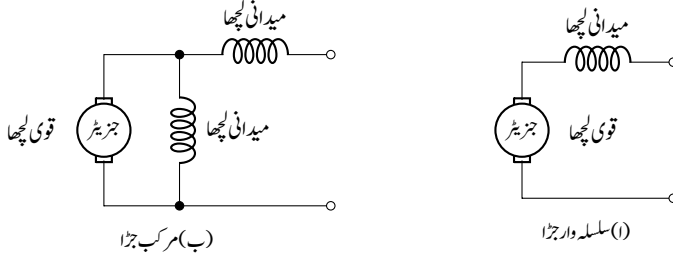
$$(8.10) \quad e_q = \frac{\omega}{\omega_0} e_{q0}$$

یا

$$(8.11) \quad e_q = \frac{rpm}{rpm_0} e_{q0}$$

حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں رفتار کو چکر فی منٹ  $^{10}$  میں (بھی) لیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ یہ مساوات صرف اس صورت درست ہوں گے جب مقناطیسی میدان تبدیل نہ ہو۔

separately excited<sup>6</sup>  
self excited<sup>7</sup>  
armature coil<sup>8</sup>  
field coil<sup>9</sup>  
rpm, rounds per minute<sup>10</sup>



شکل 8.12: سلسلہ وار اور مرکب جڑا خود ہیجان جزیئر۔

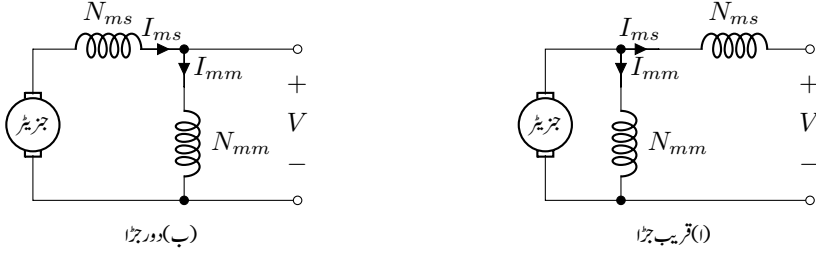
شکل 8.10-ب میں خود ہیجان مشین دکھائی گئی ہے جس کے میدانی اور قوی لچھے متوازی جڑے ہیں۔ اس طرح جڑے جزیئر کو خود ہیجان متوازی جڑا<sup>11</sup> جزیئر کہتے ہیں۔ میدانی لچھے کے ساتھ ایک مزاحمت سلسلہ وار جڑی ہے۔ اس مزاحمت کو تبدیل کر کے میدانی برقی رو تبدیل کیا جاتا ہے جس سے، بالکل بیرونی ہیجان مشین کی طرح، جزیئر کا محرک برقی دباؤ یا موٹر کی قوت مروڑ تبدیل کی جاتی ہے۔ ایک بار ہیجان ہونے کے بعد مقناطیسی قالب میں باقی مقناطیسی بہاؤ رہتا ہے جیسا شکل 8.11-ا میں دکھایا گیا ہے۔ یوں میدانی لچھا ہیجان کئے بغیر جزیئر کچھ محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا<sup>12</sup>۔ شکل-ب میں صفر میدانی برقی رو پر باقی برقی دباؤ دکھایا گیا ہے۔

خود ہیجان جزیئر ساکن حال سے چالو کر ابتدائی طور پر باقی محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا جو میدانی لچھے میں برقی رو پیدا کر کے مقناطیسی میدان پیدا کرتے ہوئے مشین کو ذرا زیادہ ہیجان کرتا ہے۔ یوں مشین کا محرک برقی دباؤ بھی کچھ بڑھ جائے گا۔ اس طرح کرتے کرتے جزیئر جلد پورا محرک برقی دباؤ پیدا کرنا شروع کرتا ہے۔ یہ سب اسی دوران ہوتا ہے جس میں مشین کی رفتار بڑھ رہی ہوتی ہے۔

شکل 8.12 میں خود ہیجان جزیئر کے دو مزید اقسام دکھائے گئے ہیں۔ ایک خود ہیجان سلسلہ وار جڑا جزیئر اور دوسرا خود ہیجان مرکب جزیئر ہے۔ سلسلہ وار جڑے جزیئر میں میدانی اور قوی لچھے سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔ مرکب جزیئر میں میدانی لچھا دو حصوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایک حصہ قوی لچھے کے متوازی اور دوسرا سلسلہ وار جڑا ہوتا ہے۔ مزید، متوازی حصہ قوی لچھے کے قریب ہو سکتا ہے یا سلسلہ وار لچھے کی دوسری جانب، دور جڑا ہو سکتا ہے۔ پہلی صورت میں اسے قریب جڑا مرکب جزیئر اور دوسری صورت میں دور جڑا مرکب جزیئر کہیں گے۔ شکل 8.13 میں مرکب جزیئر کے دونوں اشکال دکھائے گئے ہیں۔

<sup>11</sup> parallel connected

<sup>12</sup> آپ ٹیمک سوچ رہے ہیں۔ جزیئر بنانے کے کارخانہ میں قالب کو پہلی مرتبہ مقناطیس بنانا پڑتا ہے۔



شکل 8.13: مرکب قریب جڑا اور مرکب دور جڑا خود بیجان جہز

یک سمت موٹر بھی اسی طرح پکارے جاتے ہیں۔ یعنی شکل 8.10 کی طرح جڑی دو موٹروں کو بیرونی بیجان موٹر اور خود بیجان متوازی جڑی موٹر کہیں گے۔ موٹر میں قوی لچھے کا برقی رو جہز کے برقی رو کا مخالف رخ ہو گا۔

تمام اقسام کے یک سمت جہز کا میدانی مقناطیسی دباؤ، جہز کے میدانی لچھے کے چکر ضرب برقی رو کے برابر ہو گا:

$$(8.12) \quad \tau = N_m I_m$$

شکل 8.10 میں خود بیجان متوازی جڑے جہز کے میدانی لچھے میں برقی رو، اس لچھے کی مزاحمت اور اس کے ساتھ جڑی مزاحمت کے مجموعہ  $R = R_m + R'_m$  پر منحصر ہو گا یعنی  $I_m = \frac{V}{R}$  لہذا خود بیجان متوازی جڑی جہز کے لئے مساوات 8.12 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

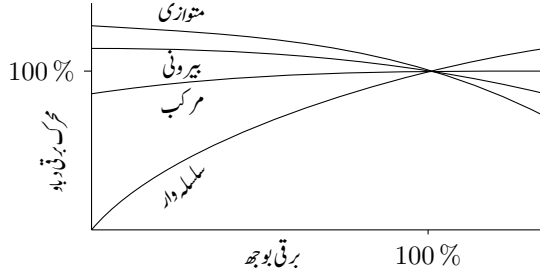
$$(8.13) \quad \tau_{m,m} = \frac{I_m V}{R_m + R'_m}$$

سلسلہ وار جڑا جہز میں میدانی برقی رو جہز کے قوی لچھے کا برقی رو ہو گا لہذا سلسلہ وار جہز کے لئے مساوات 8.12 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(8.14) \quad \tau_{m,s} = N_m I_q$$

شکل 8.13 کے مرکب جہز میں میدانی مقناطیسی دباؤ کے دو حصے ہیں۔ اس میں  $N_{mm}$  چکر کے متوازی جڑے میدانی لچھے میں برقی رو  $I_{mm}$  اور  $N_{ms}$  چکر کے سلسلہ وار جڑے میدانی لچھے میں برقی رو  $I_{ms}$  ہے لہذا اس جہز کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$(8.15) \quad \tau_{m,mk} = N_{ms} I_{ms} + N_{mm} I_{mm}$$



شکل 8.14: یک سمت جزیٹر کی حرک برقی دباؤ بمقابلہ برقی بوجھ کے خط۔

## 8.5 یک سمت مشین کی کارکردگی کے خط

### 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ

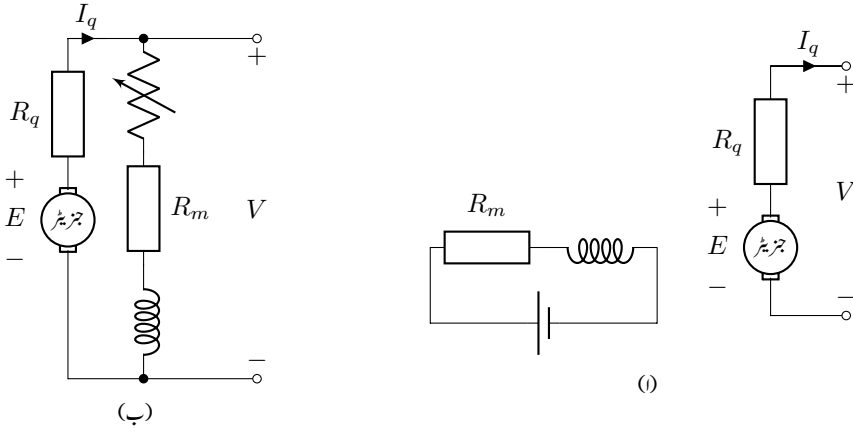
مختلف اقسام کے یک سمت جزیٹروں کے برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ خطوط شکل 8.14 میں دکھائے گئے ہیں جہاں مستقل گھومتی رفتار تصور کی گئی ہے۔ دھرے پر لاگو بیرونی میکانی طاقت جزیٹر کی قوت مروڑ کے خلاف جزیٹر کو گھماتی ہے۔

ان خطوط کو سمجھنے کی خاطر پہلے بیرونی ہیجان جزیٹر پر غور کرتے ہیں جس کا مساوی برقی دور شکل 8.15-1 میں دیا گیا ہے۔ بیرونی ہیجان جزیٹر پر برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی مزاحمت  $R_q^{13}$  میں برقی رو  $I_q$  کی بنا اس مزاحمت میں برقی دباؤ گھٹتا ہے۔ یوں جزیٹر سے حاصل برقی دباؤ  $V$ ، جزیٹر کے اندرونی محرک برقی دباؤ  $E_q$  سے کچھ کم ہو گا:

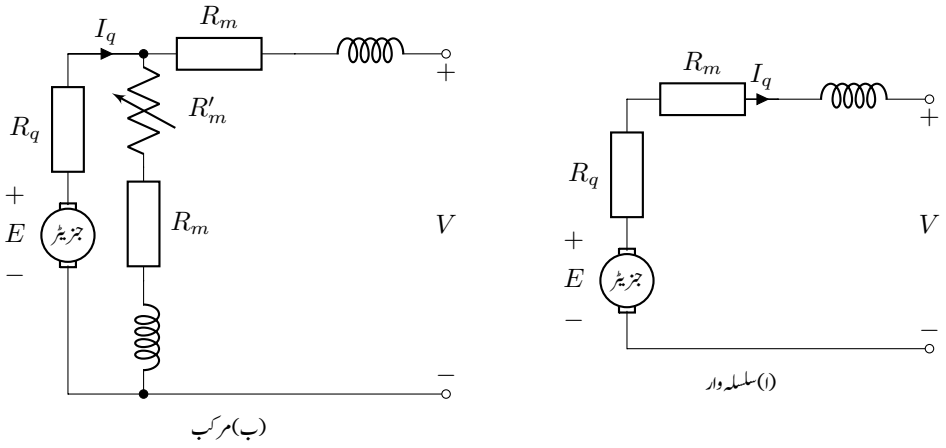
$$(8.16) \quad V = E_q - I_q R_q$$

برقی بوجھ  $I_q$  بڑھانے سے جزیٹر سے حاصل برقی دباؤ مزید کم ہو گا۔ بیرونی ہیجان جزیٹر کا خط بھی رجحان ظاہر کرتا ہے۔ حقیقت میں دیگر وجوہات بھی اثر انداز ہوتے ہیں جن کی بنا یہ خط سیدھا نہیں بلکہ جھکا ہوتا ہے۔

متوازی جڑی جزیٹر کے خط کا بھی یہی رجحان ہے۔ متوازی جڑی جزیٹر پر بھی برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی مزاحمت میں برقی دباؤ گھٹتا ہے۔ یوں اس کے میدان لچھے پر لاگو برقی دباؤ بھی کم ہو جاتا ہے جس سے میدانی لچھے



شکل 8.15: بیرونی بیجان، متوازی جڑے جزیئر کا مساوی برقی دور۔



شکل 8.16: سلسلہ وار اور مرکب جزیئر کے مساوی برقی دور۔

میں برقی رو گھٹتا ہے۔ اس سے محرک برقی دباؤ مزید کم ہوتا ہے۔ یوں متوازی جڑے جنریٹر کے برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ خط کی ڈھلوان بیرونی ہیجان جنریٹر کی خط سے زیادہ ہوگی۔

شکل 8.16 میں سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کے مساوی برقی ادوار دکھائے گئے ہیں۔ سلسلہ وار جڑے جنریٹر کے میدانی لچھے میں لدے بوجھ کا برقی رو گزرتا ہے۔ اس طرح بوجھ بڑھانے سے میدانی مقناطیسی دباؤ بڑھ کر محرک برقی دباؤ بڑھاتا ہے۔ سلسلہ وار جڑے جنریٹر کا خط یہی دکھا رہا ہے۔ سلسلہ وار جڑے جنریٹر عموماً استعمال نہیں ہوتے چونکہ ان سے حاصل برقی دباؤ، بوجھ کے ساتھ بہت زیادہ تبدیل ہوتا ہے۔

مرکب جڑے جنریٹر کی کارکردگی سلسلہ وار اور متوازی جڑا جنریٹر کے بیچ ہے۔ مرکب جنریٹر میں بوجھ بڑھانے سے قوی لچھے کی وجہ سے حاصل برقی دباؤ میں کمی کو میدانی لچھے کا بڑھتا مقناطیسی دباؤ پورا کرتا ہے۔ یوں مرکب جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ، لدے بوجھ کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتا ہے۔

بیرونی ہیجان، متوازی اور مرکب جڑے جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ کو متوازی جڑی لچھے کے برقی رو سے وسیع حدود تک تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

قوی لچھا برقی بوجھ کو درکار برقی رو فراہم کرتا ہے لہذا یہ موٹی موصل تار کا بنا اور عموماً کم چکر کا ہوتا ہے۔ سلسلہ وار جنریٹر کے میدانی لچھے سے مشین کا پورا برقی رو گزرتا ہے لہذا یہ بھی موٹی موصل تار کا بنا ہوتا ہے۔ باقی مشینوں کے میدانی لچھوں میں پورے برقی بوجھ کا چند فی صد برقی رو گزرتا ہے لہذا یہ باریک موصل تار کے بنائے اور عموماً زیادہ چکر کے ہوتے ہیں۔

## 8.5.2 رفتار بالمقابل قوت مروڑ

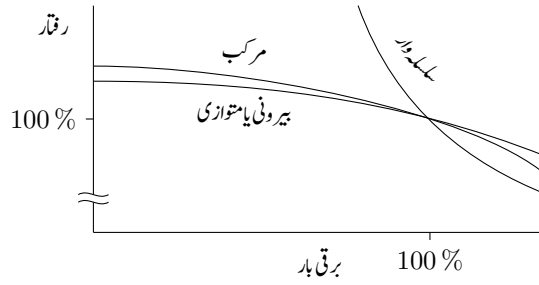
یہاں بھی شکل 8.15 اور شکل 8.16 سے رجوع کریں البتہ ان اشکال میں برقی رو کے رخ الٹ کر دیں۔ یک سمت موٹر بھی جنریٹر کی طرح مختلف طریقوں سے جڑے جاتے ہیں۔ موٹر کو معین بیرونی برقی دباؤ دی جاتی ہے جہاں سے یہ برقی رو حاصل کرتا ہے۔ برقی رو باہر سے قوی لچھے میں داخل ہوتا ہے لہذا ان کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$V = E_q + I_q R_q$$

$$I_q = \frac{V - E_q}{R_q}$$

(8.17)

<sup>13</sup> علامت Rq کے زبرنوشت میں لفظ قوی کے پہلی حرف ق کو ظاہر کرتی ہے۔



شکل 8.17: یک سمت موٹر کے میکانیکی بوجھ بالمتقابل رقرار خطوط۔

بیرونی ہیجان اور متوازی جڑی موٹروں میں میدانی لچھے کو برقرار معین بیرونی برقی دباؤ فراہم کیا جاتا ہے لہذا میدانی مقناطیسی بہاؤ پر میکانیکی بوجھ کا کوئی اثر نہیں ہوتا ہے۔ بڑھتا میکانیکی بوجھ اٹھانے کی خاطر، مساوات 8.8 کے تحت، قوی لچھے کا مقناطیسی بہاؤ بڑھنا ہو گا۔ یہ تب ممکن ہو گا جب قوی لچھے میں برقی رو بڑھے۔ مساوات 8.17 سے ہم دیکھتے ہیں کہ قوی لچھے کا محرک برقی دباؤ  $E_q$  گٹھنے سے ہی ایسا ممکن ہو گا۔  $E_q$  موٹر کی رقرار پر منحصر ہے لہذا موٹر کی رقرار کم ہو جائے گی۔ یوں جیسا شکل 8.17 میں یہ دکھایا گیا ہے میکانیکی بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رقرار کم ہوتی ہے۔

متوازی جڑی یا بیرونی ہیجان موٹر تقریباً مستقل رقرار برقرار رکھتی ہے۔ اس کی رقرار بے بوجھ حالت سے پوری طرح بوجھ بردار حالت تک تقریباً پانچ فی صد گٹھتی ہے۔ ان موٹروں کی رقرار نہایت آسانی سے میدانی لچھے کا برقی رو تبدیل کر کے تبدیل کی جاتی ہے۔ میدانی لچھے کے ساتھ سلسلہ وار جڑی مزاحمت تبدیلی کر کے میدانی لچھے کا برقی رو تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں ان کی رقرار وسیع حدود کے بیچ تبدیل کرنا ممکن ہوتا ہے۔ موٹر پر لاگو بیرونی برقی دباؤ تبدیل کر کے بھی رقرار قابو کی جاسکتی ہے۔ ایسا عموماً قوی برقیات کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

ساکن حال سے چالو کرتے ہوئے لمحہ کی قوت مروڑ اور زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ، ان موٹروں کے قوی لچھے تک برقی رو پہنچانے کی صلاحیت پر منحصر ہوتی ہے جو از خود میکانیکی سمت کار پر منحصر ہو گا۔

سلسلہ وار جڑی موٹر پر میکانیکی بوجھ بڑھانے سے قوی اور میدانی لچھوں میں برقی رو بڑھتا ہے جس کی بنا میدانی مقناطیسی بہاؤ بڑھے گا اور، مساوات 8.17 کے تحت  $V$  اور  $R_q$  اٹل ہونے کی بنا،  $E_q$  کو کم ہونا ہو گا جو موٹر کی رقرار گٹھنے سے ہو گا۔ بوجھ بڑھانے سے ان موٹر کی رقرار کافی زیادہ کم ہوتی ہے۔ ایسے موٹر ان مقامات پر بہتر ثابت ہوتے ہیں جہاں زیادہ قوت مروڑ درکار ہو۔ بڑھتی قوت مروڑ کے ساتھ ان کی رقرار کم ہونے کی وجہ سے درکار برقی طاقت، قوت مروڑ کے ساتھ زیادہ تبدیل نہیں ہوتی۔

یہاں اس بات کا ذکر ضروری ہے کہ بے بوجھ سلسلہ وار جڑی موٹر کی رفتار خطرناک حد تک بڑھ سکتی ہے۔ ایسے موٹر کو استعمال کرتے وقت اس بات کا خاص خیال رکھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر لمحہ بوجھ بردار رہے۔

ساکن موٹر چالو کرتے وقت  $I_q$  زیادہ ہو گا لہذا زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو گا۔ یوں چالو کرتے وقت موٹر کی قوت مروڑ خاصی زیادہ ہوگی۔ یہ ایک اچھی خوبی ہے جس کی بنا بوجھ بردار ساکن موٹر کو چالو کرنا آسان ہوتا ہے۔

مرکب موٹروں میں ان دو اقسام کی موٹروں کے خواص پائے جاتے ہیں۔ جہاں بوجھ بردار موٹر چالو کرنا ضروری ہو لیکن رفتار میں سلسلہ وار موٹر جتنی تبدیلی منظور نہ ہو وہاں مرکب موٹر کارآمد ثابت ہوتے ہیں۔

مثال 8.2: ایک 75 کلو واٹ، 415 وولٹ اور 1200 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلنے والی متوازی جڑی ایک سمت موٹر کے قوی لچھے کی مزاحمت 0.072 اوہم اور میدان لچھے کی مزاحمت 83.2 اوہم ہے۔ بوجھ بردار موٹر 1123 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلتے ہوئے 112 ایمپیر لے رہی ہے۔

- میدانی برقی رو اور قوی لچھے کا برقی رو حاصل کریں۔
- موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ حاصل کریں۔
- اگر میدان لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے لیکن قوی لچھے کا برقی رو تبدیل نہ ہو تب موٹر کی رفتار کتنی ہوگی؟ قالب کی سیرایت کو نظر انداز کریں۔

حل:

- شکل 8.18 سے رجوع کریں۔ 415 وولٹ پر میدان لچھے کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

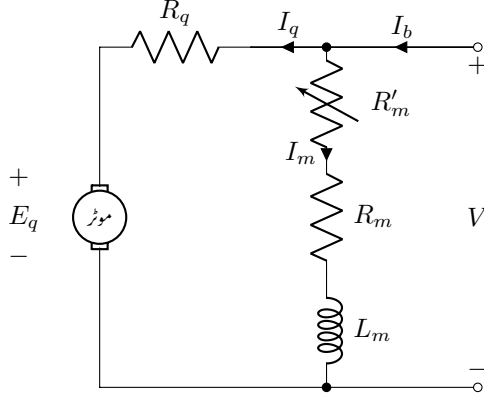
$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{83.2} = 4.988 \text{ A}$$

یوں قوی لچھے کا برقی رو  $I_q = I_b - I_m = 112 - 4.988 = 107.012 \text{ A}$  ہو گا۔

- ایک سمت موٹر کا اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$





شکل 8.18: یک سمت موٹر کی مثال۔

- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے تب  $I_m$  درج ذیل ہو گا۔

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{100.2} = 4.1417 \text{ A}$$

- اگر قوی لچھے کا برقی رو 107.012 امپیر ہی رکھا جائے تب اندرونی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

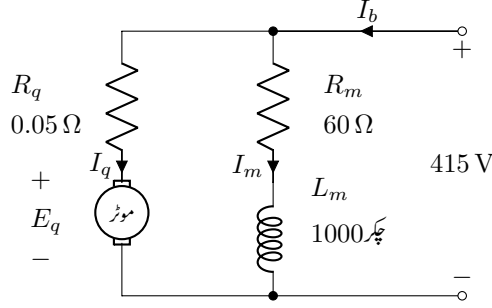
$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

- مساوات 8.4 کی مدد سے چونکہ اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوا لیکن مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوا ہے لہذا موٹر کی رفتار تبدیل ہو گی۔ ان دو مقناطیسی بہاؤ اور رفتاروں پر مساوات 8.9 کی طرح درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\frac{E_{q1}}{E_{q2}} = \frac{\frac{n}{2} \omega_1 N \phi_{m1}}{\frac{n}{2} \omega_2 N \phi_{m2}}$$

- اب چونکہ  $E_{q1} = E_{q2}$  ہے لہذا  $\omega_1 \phi_{m1} = \omega_2 \phi_{m2}$  ہو گا۔ قلبی سیرابیت نظر انداز کرتے ہوئے مقناطیسی بہاؤ، میدانی دباؤ پر منحصر ہو گا جو از خود میدانی برقی رو پر منحصر ہو گا لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{rpm_1}{rpm_2} = \frac{\phi_{m2}}{\phi_{m1}} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}$$



شکل 8.19: متوازی جڑی موٹر کی مثال۔

یوں نئی رفتار

$$rpm_2 = \frac{I_{m1}}{I_{m2}} \times rpm_1 = \frac{4.988}{4.1417} \times 1123 = 1352.47$$

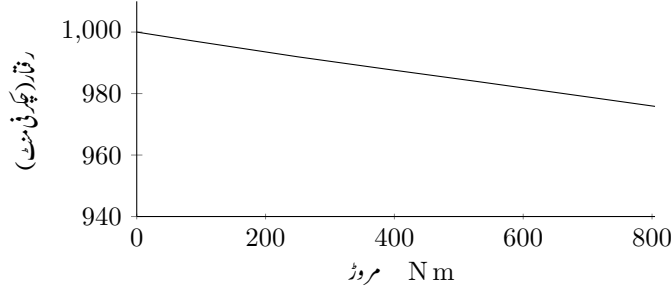
چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔ اس مثال میں ہم دیکھتے ہیں کہ میدانی برقی رو کم کرنے سے موٹر کی رفتار بڑھتی ہے۔

□

مثال 8.3: ایک 60 کلو واٹ، 415 وولٹ، 1000 چکر فی منٹ متوازی جڑی ایک سمت موٹر کی قوی لچھے کی مزاحمت 0.05 اوہم اور میدانی لچھے کی 60 اوہم ہے۔ بے بوجھ موٹر کی رفتار 1000 چکر فی منٹ ہے۔ میدانی لچھا 1000 چکر کا ہے۔

- جب یہ موٹر 70 ایمپیر لے رہی ہو اس وقت اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 140 ایمپیر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 210 ایمپیر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- اس موٹر کی رفتار بالمقابل قوت مروڑ ترسیم کریں۔

حل:



شکل 8.20: رفتار بالقابل قوت مروڑ۔

- شکل 8.19 میں موٹر دکھائی گئی ہے۔ متوازی میدانی لچھے کے برقی رو پر بوجھ کا کوئی اثر نہیں ہو گا۔ لہذا میدانی مقناطیسی بہاو بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر میں ایک جیسا ہو گا۔ بے باریک سمت موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو  $I_q$  قابل نظر انداز ہوتا ہے۔ اس طرح مساوات 8.17 اور مساوات 8.11 سے درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 0 \times R_q = 415 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V}{R_m} = \frac{415}{60} = 6.916 \text{ A}$$

یوں 415 وولٹ محرک برقی دباؤ پر 1000 چکر فی منٹ یا 16.66 چکر فی سیکنڈ رفتار حاصل ہو گا۔ 70 ایمپیرر برقی بوجھ پر بھی  $I_m = 6.916 \text{ A}$  ہو گا جبکہ  $I_q$  درج ذیل ہو گا۔

$$I_q = I_b - I_m = 70 - 6.916 = 63.086 \text{ A}$$

مساوات 8.17 سے

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 63.086 \times 0.05 = 411.8458 \text{ V}$$

اور مساوات 8.11 سے رفتار (چکر فی منٹ) حاصل کرتے ہیں۔

$$rpm = \frac{e_q}{e_{q0}} rpm_0 = \frac{411.8458}{415} \times 1000 = 991.95$$

- آئیں ان تمام کو  $I_b = 140 \text{ A}$  کے لئے حاصل کریں۔

$$I_q = I_b - I_m = 140 - 6.916 = 133.084 \text{ A}$$

$$E_q = 415 - 133.084 \times 0.05 = 408.3458 \text{ V}$$

$$rpm = \frac{408.3458}{415} \times 1000 = 983.96$$

• یہاں  $I_b = 210 \text{ A}$  ہے لہذا درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} I_q &= I_b - I_m = 210 - 6.916 = 203.084 \text{ A} \\ E_q &= 415 - 203.084 \times 0.05 = 404.8458 \text{ V} \\ rpm &= \frac{404.8458}{415} \times 1000 = 975.83 \end{aligned}$$

• موٹر میں ضیاع طاقت کو نظر انداز کرتے ہوئے میکانی طاقت فراہم کردہ برقی طاقت کے برابر ہوگی:

$$(8.18) \quad e_q I_q = T \omega$$

یوں پچھلے جزو سے حاصل جوابات کی مدد سے بے بوجھ موٹر کی قوت مروڑ صفر ہوگی یعنی  $T_0 = 0 \text{ N m}$  جبکہ 70 ایمپیر پر قوت مروڑ کی قیمت درج ذیل ہوگی۔

$$T_{70} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{411.8458 \times 63.086}{2 \times \pi \times 16.5325} = 250 \text{ N m}$$

یہاں 991.95 چکر فی منٹ کی رفتار کو 16.5325 ہرٹز لکھا گیا ہے۔ اسی طرح درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} T_{140} &= \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{408.3458 \times 133.084}{2 \times \pi \times 16.399} = 527 \text{ N m} \\ T_{210} &= \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{404.8458 \times 203.084}{2 \times \pi \times 16.26} = 805 \text{ N m} \end{aligned}$$

یہ نتائج شکل 8.20 میں ترسیم کئے گئے ہیں۔

□

- earth, 97
- eddy current loss, 64
- eddy currents, 63, 130
- electric field
  - intensity, 12
- electrical rating, 61
- electromagnet, 135
- electromotive force, 63, 141
- electronics
  - power, 211
- emf, 141
- enamel, 64
- energy, 46
  - co, 117
- Euler, 22
- excitation current, 54, 62, 63
- excitation voltage, 63
- excite, 63
- excited coil, 63
  
- Faraday's law, 40, 129
- field coil, 135, 255
- flux, 32
- Fourier series, 65, 145
- frequency, 134
- fundamental, 146
- fundamental component, 66
  
- generator
  - ac, 163
- ground current, 97
- ground wire, 97
  
- ampere-turn, 35
- armature coil, 135, 255
  
- capacitor, 199
- carbon bush, 181
- cartesian system, 6
- charge, 12, 140
- circuit breaker, 183
- coercivity, 48
- coil
  - high voltage, 58
  - low voltage, 58
  - primary, 57
  - secondary, 57
- commutator, 168, 245
- conductivity, 27
- conservative field, 113
- core, 57, 130
- core loss, 64
- core loss component, 66
- Coulomb's law, 12
- cross product, 15
- cross section, 11
- current
  - transformation, 68
- cylindrical coordinates, 7
  
- delta connected, 96
- differentiation, 20
- dot product, 17
  
- E,I, 64

Ohm's law, 28  
 open circuit test, 89  
 orthonormal, 5  
  
 parallel connected, 258  
 permeability, 28  
     relative, 28  
 phase current, 97  
 phase difference, 24  
 phase voltage, 97  
 phasor, 23  
 pole  
     non-salient, 143  
     salient, 143  
 power, 46  
 power factor, 24  
     lagging, 24  
     leading, 24  
 power factor angle, 24  
 power-angle law, 192  
 primary  
     side, 57  
  
 rating, 99, 100  
 rectifier, 168  
 relative permeability, 28  
 relay, 105  
 reluctance, 27  
 residual magnetic flux, 48  
 resistance, 27  
 rms, 21, 52, 168  
 rotor, 39  
 rotor coil, 108  
 rpm, 159  
  
 saturation, 49  
 scalar, 3  
 self excited, 255  
 self flux linkage, 45  
 self inductance, 45  
 separately excited, 255  
 side

harmonic, 146  
 harmonic components, 66  
 Henry, 41  
 hunting, 182  
 hysteresis loop, 48  
  
 impedance transformation, 73  
 induced voltage, 40, 51, 63  
 inductance, 41  
     leakage, 187  
 induction  
     motor, 211  
  
 Joule, 46  
  
 lagging, 24  
 laminations, 33, 64, 130  
 leading, 24  
 leakage inductance, 81  
 leakage reactance, 81  
 line current, 97  
 line voltage, 97  
 linear circuit, 230  
 load, 101  
 Lorentz law, 140  
 Lorenz equation, 106  
  
 magnetic constant, 28  
 magnetic core, 33  
 magnetic field  
     intensity, 13, 35  
 magnetic flux  
     density, 35  
     leakage, 81  
 magnetizing current, 66  
 mmf, 32  
 model, 83, 211  
 mutual flux linkage, 45  
 mutual inductance, 45  
  
 name plate, 100  
 non-salient poles, 181

unit vector, 4

VA, 78

vector, 4

volt, 140

volt-ampere, 78

voltage, 140

DC, 168

transformation, 67

Watt, 46

Weber, 35

winding

distributed, 143

winding factor, 151

secondary, 57

single phase, 25, 61

slip, 213

slip rings, 180, 233

squirrel cage, 236

star connected, 96

stator, 39

stator coil, 108, 131

steady state, 179

step down transformer, 60

step up transformer, 60

surface density, 13

synchronous, 134

synchronous inductance, 188

synchronous speed, 159, 180

Tesla, 35

theorem

maximum power transfer, 233

Thevenin theorem, 230

three phase, 61, 95

time period, 103, 145

torque, 169, 213

pull out, 182

transformer

air core, 61

communication, 61

ideal, 67

oil, 79

transient state, 179

بھنور نما برقی رو، 130  
بے بوجھ، 62

پتری، 130، 33  
پتریاں، 64  
پیش زاویہ، 24

تاخیری، 82  
تاخیری زاویہ، 24  
تار کا برقی دباؤ، 97  
تار کا برقی رو، 97  
تانا، 30  
تبادلہ

رکاوٹ، 73  
تختی، 100  
تعدد، 134  
تعقب، 182  
تفرق، 20  
جزوی، 20  
تکونی جوڑ، 96  
توانائی، 46

ہمہ، 117  
تین دوری، 95، 61

ٹرانسفارمر

برقی دباؤ والا، 61  
بوجھ بردار، 70  
تیل، 79  
خلائی قالب، 61  
دباؤ بڑھاتا، 60  
دباؤ گھٹاتا، 60  
ذرائع ابلاغ، 61  
رووالا، 61  
کامل، 67

ٹسلا، 35

ٹھنڈی تار، 97

ٹائوی جانب، 57

چاول، 46  
جزو

پھیلاؤ، 151

ابتدائی

جانب، 57  
لچھا، 57

ارتباط بہاؤ، 41

اضائی

زاویائی رفتار، 216

اکائی سمتیہ، 4  
امالی

برقی دباؤ، 51

امالہ، 41

رستا، 187

امالی برقی دباؤ، 63، 40

ایک، تین پتریاں، 64

ایمپیسر۔ چکر، 35

بار، 140

برقرار چالو، 179، 103

برقی گھیر، 199

برقیات

قوی، 211

برقی بار، 140، 12

برقی دباؤ، 140، 30

تبادلہ، 67، 58

محرک، 141

بیجانی، 189

یک سمت، 168

برقی رو، 30

بھنور نما، 130

تبادلہ، 68

بیجان انگیز، 54

برقی سکت، 61

برقی میدان، 12

شدت، 30، 12

بش، 181

بناوٹ، 89

بنیادی جزو، 146، 66

بوجھ، 101

بھتی، 119

بھنور نما

برقی رو، 63

ضیاع، 64



- جزو طاقت، 24  
پیش، 24  
تاخیری، 24  
جزیر  
بدلتارو، 163  
جوڑ  
تکوئی، 96  
ستارہ نما، 96  
چکر فی منٹ، 130  
چوٹی، 215  
حال  
عارضی، 179  
یکساں، 179  
خطی  
برقی دور، 230  
خودار تہا بہاد، 45  
خودامالہ، 45  
داخلی ہیجان  
سلسلہ وار، 258  
متوازی، 258  
مرکب، 258  
دور جزا مرکب، 258  
دور شکن، 183  
دوری سمتیہ، 190، 23  
دوری عرصہ، 145، 103  
رستا  
امالہ، 81  
متعاملہ، 81  
رستا متعاملیت، 221  
رفقار  
اضافی زوایائی، 216  
روغن، 64  
روک، 232  
ریاضی نمونہ، 211، 83  
رسلے، 105  
زوایائی فرق، 24  
زاویہ جزو طاقت، 24  
زمین، 97  
زمینی برقی رو، 97  
زمینی تار، 97  
ساکن حصہ، 39  
ساکن لچھا، 108، 131  
ستارہ نما جوڑ، 96  
سرکاو، 213  
سرک چھلے، 180، 233  
سطحی عمل، 185  
سطحی کثافت، 13  
سکت، 100، 99  
سلسلہ وار، 149  
سمت کار، 245  
برقیاتی، 168  
میکانی، 168  
سمتیہ، 4  
عمودی اکائی، 5  
سمتی رفتار، 106  
سیرابیت، 49  
ضرب  
نقطہ، 17  
ضرب صلیبی، 15  
طاقت، 46  
طاقت بالمتقابل زاویہ، 192  
طول موج، 20  
عمودی تراش، 11  
رقبہ، 11  
غیر سمتی، 3  
غیر معاصر، 182  
فوریز، 254  
فوریز سلسل، 145، 65  
فیراڈے  
قانون، 129، 40  
قالب، 130

- قالبی ضیاع، 64  
جزو، 66  
قانون  
اوہم، 28  
کولمب، 12  
لورینز، 140  
قدامت پسند میدان، 113  
قریب جڑا مرکب، 258  
قطب  
ایہرے، 143، 181  
ہموار، 143، 181  
قوت مروڑ، 169، 213  
انتہائی، 182  
قوی برقیات، 245  
قوی لچھے، 255  
کاربن بش، 181  
کارگزاری، 204  
کشافت  
برقی رو، 30  
کشافت مقناطیسی بہاو  
بقایا، 48  
کسر دور، 40  
گرم تار، 97  
گھومتا حصہ، 39  
گھومتا لچھا، 108  
لچھا  
ابتدائی، 57  
پھیلے، 143  
پتھچدار، 43  
ثانوی، 57  
رخ، 137  
زیادہ برقی دباؤ، 58  
ساکن، 108  
قوی، 135  
کم برقی دباؤ، 58  
گھومتا، 108  
میدانی، 135  
محدود  
کار تیس، 6  
نگلی، 7  
محرک برقی دباؤ، 63  
محوری  
لمبائی، 165  
مخلوط عدد، 196  
مرکب جزئیہ، 258  
مزاحمت، 27  
مزاحمت پتیا، 241  
مساوات لورینز، 106  
مسئلہ  
تھون، 230  
زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی، 233  
مشیر کہ ارتباط امالہ، 45  
مشیر کہ امالہ، 45  
معاصر، 134  
مشین، 180  
معاصر امالہ، 188  
معاصر رفتار، 159، 180  
معائنہ  
کھلا دور، 89  
مقناطیس  
برقی، 135  
چال کا دائرہ، 48  
خاتم شدت، 48  
مقناطیسی برقی رو، 66  
مقناطیسی بہاو، 32  
رستا، 81  
کشافت، 35  
مقناطیسی چال، 54  
مقناطیسی دباؤ، 32  
رخ، 145  
مقناطیسی قالب، 33، 57  
مقناطیسی مستقل، 28، 170  
جزو، 28، 33  
مقناطیسی میدان  
شدت، 13، 35  
موٹر  
امالی، 211

ہیجان انگیز  
برقی دباؤ، 63  
برقی رو، 63  
ہیجان انگیز برقی رو، 62  
ہیجانی برقی دباؤ، 189  
یک دوری، 25، 61  
یک دوری برقی دباؤ، 97  
یک دوری برقی رو، 97  
یک سمت رو  
مشین، 245  
یو لرمساوات، 22

پنجرہ نما، 236  
موثر، 21، 52  
موثر قیمت، 168  
موسیقیائی جزو، 146، 66  
موصلیت، 27  
میدانی لچھے، 255  
واٹ، 46  
وولٹ، 140  
وولٹ-ایمپیر، 78  
ویبر، 35  
ویبر-پھر، 41  
ہچکچاہٹ، 27، 32  
ہیجان، 63  
بیرونی، 255  
خود، 255  
لچھا، 63