

برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@comsats.edu.pk

عنوان

ix	دیاچہ
3	1 بنیادی حقائق
3	1.1 بنیادی اکائیاں
3	1.2 غیر سمتی
4	1.3 سمتیہ
5	1.4 محدود
5	1.4.1 کارتیسی محدودی نظام
7	1.4.2 تکلی محدودی نظام
9	1.5 سمتیہ رقبہ
11	1.6 رقبہ عمودی تراش
12	1.7 برقی اور مقناطیسی میدان
12	1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت
13	1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

13	سطحی اور حجمی کشافت	1.8
13	1.8.1 سطحی کشافت	
14	حجمی کشافت	1.9
15	صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ	1.10
15	1.10.1 صلیبی ضرب	
17	1.10.2 نقطی ضرب	
20	1.11 تفرق اور جزوی تفرق	
20	1.12 خطی مکمل	
21	1.13 سطحی مکمل	
22	1.14 دوری سمتیہ	
27	2 مقناطیسی ادوار	
27	2.1 مزاحمت اور پنکچا ہٹ	
28	2.2 کشافستِ برقی رد اور برقی میدان کی شدت	
30	2.3 برقی ادوار	
32	2.4 مقناطیسی دور حصہ اول	
34	2.5 کشافستِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت	
36	2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم	
40	2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی	
47	2.8 مقناطیسی مادہ کے خواص	
51	2.9 ہیبان شدہ لچھا	

57	3	ٹرانسفارمر
58	3.1	ٹرانسفارمر کی اہمیت
61	3.2	ٹرانسفارمر کے اقسام
61	3.3	امالی برقی دباؤ
63	3.4	ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع
66	3.5	تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص
70	3.6	ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر
71	3.7	ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب
72	3.8	رکاوٹ کا تبادلہ
77	3.9	ٹرانسفارمر کا وولٹ-کمپیئر
79	3.10	ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار
79	3.10.1	لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا
81	3.10.2	رستا امالہ
82	3.10.3	ثانوی برقی رد اور قالب کے اثرات
83	3.10.4	ثانوی لچھے کا امالی برقی دباؤ
83	3.10.5	ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات
85	3.10.6	رکاوٹ کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ
87	3.10.7	ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار
88	3.11	کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ
89	3.11.1	کھلا دور معائنہ
91	3.11.2	کسر دور معائنہ
95	3.12	تین دوری ٹرانسفارمر
103	3.13	ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر

105	4	برقی اور میکانیکی توانائی کا باہمی تبادلہ
105	4.1	مقتناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ
111	4.2	تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام
117	4.3	توانائی اور ہمہ توانائی
121	4.4	متعدد لچھوں کا مقتناطیسی نظام
129	5	گھومتے مشین کے بنیادی اصول
129	5.1	قانون فیراڈے
130	5.2	معاصر مشین
140	5.3	محرك برقی دباو
143	5.4	پھیلے لچھے اور سائن نما مقتناطیسی دباو
145	5.4.1	بدلتی رو والے مشین
153	5.5	مقتناطیسی دباو کی گھومتی موجیں
154	5.5.1	ایک دوری کی لپٹی مشین
155	5.5.2	تین دوری کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ
160	5.5.3	تین دوری کی لپٹی مشین کا تریسی تجزیہ
163	5.6	محرك برقی دباو
163	5.6.1	بدلتی رو برقی جزیر
168	5.6.2	ایک سمتی رو برقی جزیر
169	5.7	ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ
170	5.7.1	توانائی کے طریقے سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب
172	5.7.2	مقتناطیسی بہاؤ سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب

179	6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین
180	6.1 متعدد مرحلہ معاصر مشین
183	6.2 معاصر مشین کے امالہ
184	6.2.1 خود امالہ
185	6.2.2 مشترکہ امالہ
187	6.2.3 معاصر امالہ
189	6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ
191	6.4 برقی طاقت کی منتقلی
196	6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات
196	6.5.1 معاصر جزیئر: برقی بوجھ بالمتقابل I_m کے خطوط
197	6.5.2 معاصر موثر: I_a بالمتقابل I_m کے خط
199	6.6 کھلے دور اور کسر دور معائنہ
199	6.6.1 کھلے دور معائنہ
200	6.6.2 کسر دور معائنہ

- 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج 212
- 7.2 مشین کی سرکے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ 212
- 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ 215
- 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ 215
- 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج 219
- 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے 220
- 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور 221
- 7.8 مساوی برقی دور پر غور 226
- 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھون دور یا ریاضی نمونہ 230
- 7.10 پنجرانما امالی موٹر 237
- 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ 237
- 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ 237
- 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ 239

- 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی 245
- 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل 247
- 8.2 یک سمتی جزیئر کی برقی دباؤ 251
- 8.3 قوت مروڑ 253
- 8.4 بیرونی پیمان اور خود پیمان یک سمتی جزیئر 255
- 8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط 259
- 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمتقابل برقی بوجھ 259
- 8.5.2 رفتار بالمتقابل قوت مروڑ 261

دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کر سکتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی اصطلاحات کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

یہ کتاب Ubuntu استعمال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دی گئی۔ یہ کتاب خطِ جمیل نوری نستعلیق میں لکھی گئی ہے۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں الیکٹریکل انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری برقیاتی پتہ

khalidyousafzai@comsats.edu.pk

پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

میں یہاں عائشہ فاروق اور ان کے والد فاروق اعظم کا شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے اس کتاب کو بار بار پڑھا اور مجھے مجبور کرتے رہے کہ میں اپنی اردو بہتر کروں۔ میں ڈاکٹر نعمان جعفری کا نہایت مشکور ہوں جنہوں نے کتاب کی تکنیکی اصطلاح کرنے میں مدد کی۔ حرا خان اور ان کی والدہ عزرا برلاس نے مل کے کتاب کو درست کرنے میں مدد کی۔ یہاں میں اپنے شاگرد فیصل خان کا بھی شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے تکنیکی اصطلاحات چننے میں میری مدد کی۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

1

0.8.3

باب 1

بنیادی حقائق

اس کتاب میں مستعمل حقائق کو اس باب میں اکٹھے کرنے کی کوشش کی گئی ہے۔ توقع کی جاتی ہے کہ یوں کتاب پڑھتے وقت اصل مضمون پر توجہ رکھنا زیادہ آسان ہو گا۔

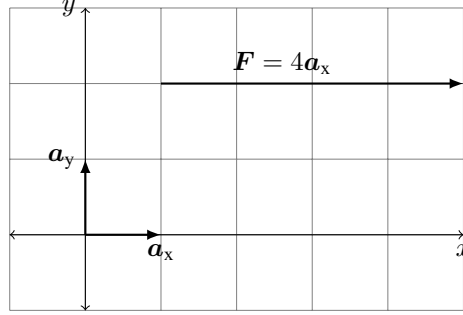
1.1 بنیادی اکائیاں

اس کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی¹ استعمال کیا گیا ہے جس میں کمیت² کی اکائی کلوگرام، لمبائی کی اکائی میٹر اور وقت کی اکائی سیکنڈ ہے۔

1.2 غیر سمتی

وہ متغیر جس کی مقدار (مطلق قیمت) اس کو مکمل طور پر بیان کرتی ہو غیر سمتی³ متغیر کہلاتا ہے۔ اس کتاب میں غیر سمتی متغیر کو سادہ طرز کی لکھائی میں انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے حروف یعنی a, b, α, \dots یا بڑے حروف یعنی A, B, Ψ, \dots سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً برقی رو کو i یا I سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

International System Of Units, SI¹
mass²
scalar³



شکل 1.1.1: کارتیسی محدود

1.3 سمتیہ

وہ متغیر جس کو مکمل طور پر بیان کرنے کے لئے اس کی مقدار (طول یا مطلق قیمت) اور سمت جاننا ضروری ہو، سمتیہ⁴ کہلاتا ہے۔ سمتیہ کو انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے یا بڑے حروف، جن کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو، سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً قوت کو F سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں شکل 1.1 سے رجوع کرنا بہتر ہو گا۔ وہ سمتیہ جس کا طول ایک کے برابر ہو، اکائی سمتیہ⁵ کہلائے گا۔ اس کتاب میں اکائی سمتیہ کو انگریزی زبان کے پہلے حرف کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا جائے گا، مثلاً اکائی سمتیہ a_x, a_y, a_z خلاء کی تین عمودی سمتیات کو ظاہر کرتے ہیں۔ a_x لکھتے ہوئے، زیر نوشت میں x ، اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ خلاء کی x سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر کسی سمتیہ کا طول اور اس کی سمت کو علیحدہ علیحدہ لکھنا ہو تو اس کے طول کو ظاہر کرنے کے لئے سادہ طرز کی لکھائی میں وہی حرف استعمال کیا جائے گا جو اس سمتیہ کو ظاہر کرنے کے لئے، موٹے طرز کی لکھائی میں، استعمال کیا گیا ہو۔ یعنی سمتیہ F کے طول کو F سے ظاہر کیا جائے گا۔ شکل میں سمتیہ F کا طول F ، چار کے برابر ہے۔ اگر کسی سمتیہ کی سمت میں ایک اکائی سمتیہ بنایا جائے تو یہ اکائی سمتیہ اس سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسے پہلے ذکر ہوا ہے ایسے اکائی سمتیہ کو انگریزی کے پہلے حرف، جس کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو سے ظاہر کیا جائے گا یعنی سمتیہ F کی سمت کو a_F سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں، زیر نوشت میں F ، اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ F کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 1.1 میں قوت F کا رخ دائیں ہے لہذا a_F اور a_x برابر ہوں گے۔

vector⁴
unit vector⁵



شکل 1.2: دائیں ہاتھ کا نظام۔

1.4 محدود

ایسا طریقہ جس کے ذریعہ کسی نقطہ کا مقام متعین کیا جاسکے محدود کہلاتا ہے۔

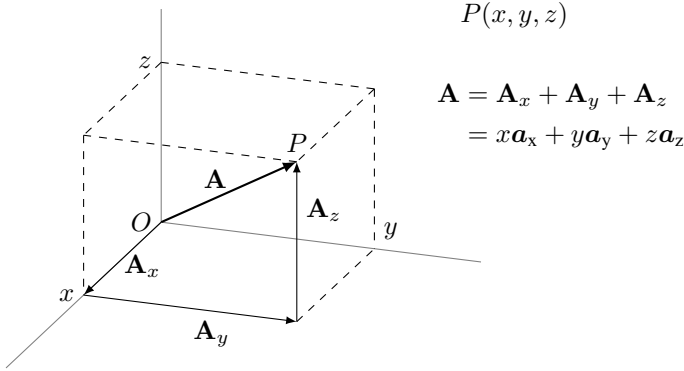
خلاء تین بعدی (تین طرفہ) ⁶ ہے لہذا کسی ایک نقطہ کے مقام کو تین محدود کی مدد سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح خلاء میں سمتیہ کو تین عمودی اکائی سمتیوں کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔ اب ہم ایسے چند محدود کے نظام دیکھتے ہیں۔

1.4.1 کارتیسی محدودی نظام

شکل 1.1 میں خلاء کی دو سمتوں کو اکائی سمتیات a_x اور a_y سے ظاہر کیا گیا ہے جو آپس میں عمودی ہیں، یعنی، ان کے بیچ 90° زاویہ ہے۔ خلاء تین بعدی ہے لہذا اسے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیات ⁷ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان سمتوں کے رخ، طول (لمبائیوں) کو x, y, z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ ان سے بخوبی واقف ہیں۔

دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی a_x اور بڑی انگلی a_y کے رخ ہوں تب انگوٹھا a_z کے رخ ہوگا (شکل 1.2)۔ اسی لئے تین اکائی سمتیات کا یہ نظام دائیں ہاتھ کا نظام ⁸ کہلاتا ہے۔

⁶ three dimensional
⁷ orthonormal vectors
⁸ right handed coordinate system



شکل 1.3: کارتیسی محدود نظام میں ایک سمتیہ۔

مبدأ سے نقطہ $P(x, y, z)$ تک سمتیہ A کو شکل 1.3 میں دکھایا گیا ہے جس کو کارتیسی محدود⁹ میں تین سمتیات کی مدد سے

$$(1.1) \quad A = A_x + A_y + A_z$$

یا

$$(1.2) \quad A = x a_x + y a_y + z a_z$$

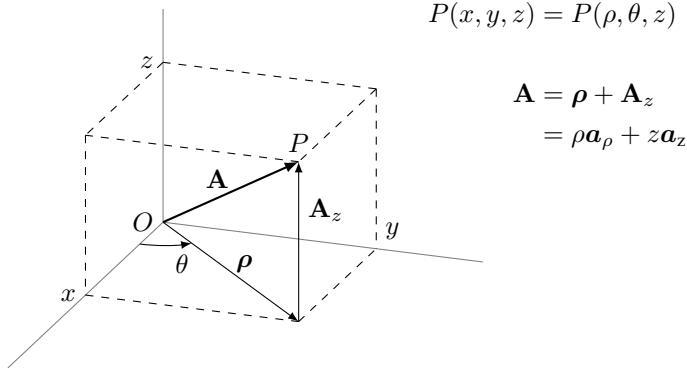
لکھا جاسکتا ہے۔

کارتیسی محدود نظام میں متغیر z صفر رکھتے ہوئے x, y تبدیل کرنے سے سطح xy ملتی ہے۔ یوں شکل 1.3 میں $P(2, 4, 3)$ لے کر، سطح xy کو زمین تصور کرتے ہوئے، ڈبے کی بالائی سطح پر $z = 3$ جبکہ x کی قیمت صفر تا تین اور y کی قیمت صفر تا چار ہوگی۔ اس طرح اس ڈبے کی بالائی سطح درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(1.3) \quad \text{ڈبے کی بالائی سطح} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ z = 3 \end{cases}$$

متغیر z کو صفر اور تین کے درمیان ہر ممکن قیمت پر رکھ کر x کو صفر اور دو جبکہ y کو صفر اور چار کے درمیان تبدیل کرنے سے شکل 1.3 میں دکھائے گئے ڈبے کا حجم حاصل ہوگا، لہذا اس ڈبے کا حجم درج ذیل لکھا

⁹ cartesian coordinates



$$P(x, y, z) = P(\rho, \theta, z)$$

$$\mathbf{A} = \rho + \mathbf{A}_z \\ = \rho \mathbf{a}_\rho + z \mathbf{a}_z$$

شکل 1.4: نلکی محدودی نظام

جائے گا۔

$$(1.4) \quad \text{ڈبے کا حجم} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ 0 < z < 3 \end{cases}$$

1.4.2 نلکی محدودی نظام

مبدأ سے نقطہ $P(x, y, z)$ تک سمتیہ \mathbf{A} کو شکل 1.4 میں دکھایا گیا ہے جس کو دو سمتیات کی مدد سے

$$(1.5) \quad \mathbf{A} = \rho + \mathbf{A}_z$$

یا

$$(1.6) \quad \mathbf{A} = \rho \mathbf{a}_\rho + z \mathbf{a}_z$$

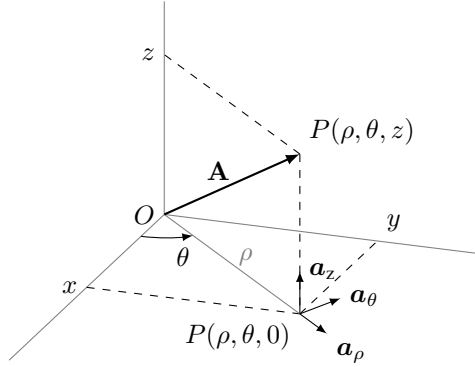
لکھا جاسکتا ہے۔ سمتیہ \mathbf{a}_ρ سطح xy میں پایا جاتا ہے۔ شکل 1.4 کو دیکھتے ہوئے

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta$$

لکھ کر نقطہ $P(x, y, z)$ کو متغیرات x, y, z کے بجائے متغیرات ρ, θ, z کی مدد سے $P(\rho, \theta, z)$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں خلاء میں کسی بھی نقطہ کو اس کے تین متغیرات ρ, θ, z سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

وہ نظام جس میں متغیرات ρ, θ, z کسی نقطہ کو متعین کرتے ہوں نلکی محدود¹⁰ کہلاتا ہے۔ یہاں شکل 1.5 سے

¹⁰cylindrical coordinates



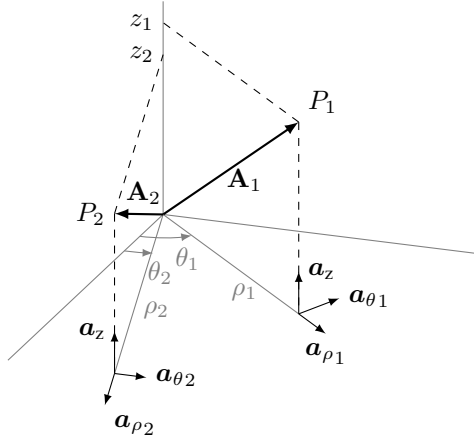
شکل 1.5: نکلے نما محدودی تعریف

رجوع کریں۔ نکلے محدودی نظام کے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیات a_ρ , a_θ , a_z ہیں۔ یہ نظام بھی دائیں ہاتھ کا نظام ہے لہذا دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی a_ρ اور بڑی انگلی a_θ کے رخ ہوں تب انگوٹھا a_z کے رخ ہو گا۔

سطح xy میں مبدا پر، محدود x کے ساتھ θ زاویہ پر اکائی سمتیہ a_ρ ہو گا۔ سطح xy میں مبدا پر اکائی سمتیہ a_ρ کے عمودی، بڑھتے θ رخ، اکائی سمتیہ a_θ ہو گا۔ کارتیسی محدودی نظام کا اکائی سمتیہ a_z ہی نکلے محدود کا اکائی سمتیہ a_z ہے۔

واضح رہے کہ نکلے محدود کے نظام میں a_ρ اور a_θ کی سمتیں ہر نقطہ پر مختلف ہیں جیسا کہ شکل 1.6 میں دکھایا گیا ہے۔

مستوی xy میں (یعنی $z = 0$ لیتے ہوئے) مبدا پر مستقل رداس $\rho = \rho_0$ کے سمتیہ کو صفر زاویہ پر رکھ کر زاویہ بتدریج 2π تک بڑھانے سے سمتیہ کی چونچ مستوی xy میں ایک دائرہ پر چلتی ہے (شکل 1.7)۔ اب اس سمتیہ کے متغیر z کو تبدیل کرنے سے، مثلاً ہر θ پر z کو صفر تا تین کرنے سے، یہ سمتیہ ایک نکلے بنائے گی۔ اسی وجہ سے اس نظام کو نکلے محدود کہتے ہیں۔ سمتیہ کے تینوں متغیرہ تبدیل کرنے سے نکلے کا حجم ملے گا۔ اگلی تین



شکل 1.6: ٹکلی محدود میں اکائی سمتیات a_ρ اور a_θ ہر نقطہ پر مختلف ہیں۔

مساوات ان حقائق کو پیش کرتی ہیں۔

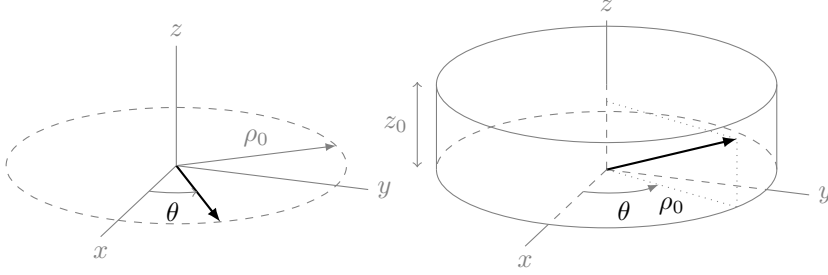
$$(1.7) \quad \text{دائرہ} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(1.8) \quad \text{ٹکلی نما سطح} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

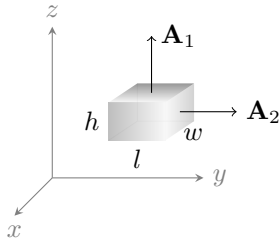
$$(1.9) \quad \text{ٹکلی کا حجم} = \begin{cases} 0 < \rho < \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

1.5 سمتیہ رقبہ

سطح پر کھڑا اکائی سمتیہ سطح کا رخ دیتا ہے (شکل 1.8)۔ چونکہ کسی بھی سطح کے دو اطراف ہوتے ہیں لہذا اس کے دو مخالف رخ بیان کیے جاسکتے ہیں۔ عموماً مسئلہ کو مد نظر رکھتے ہوئے ان میں سے ایک رخ کو سطح کا رخ تصور کیا جاتا



شکل 1.7: ٹکلی محدود میں دائرہ اور ٹکلی



$$\mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = wl \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A2} = wh \mathbf{a}_y$$

شکل 1.8: سمتیہ رقبہ کا تعارف

ہے۔ البتہ بند سطح، مثلاً گیند، کے بیرونی رخ کو ہی سطح کا رخ تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 1.8 میں بالائی سطح A_1 کا رقبہ A_1 ہے اور اس کا رخ \mathbf{a}_z ہے لہذا \mathbf{A}_1 سمتیہ کا طول A_1 اور رخ \mathbf{a}_z ہو گا:

$$A_1 = wl$$

$$\mathbf{a}_{A1} = \mathbf{a}_z$$

یوں بالائی سطح کا سمتی رقبہ درج ذیل ہو گا۔

$$(1.10) \quad \mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = wl \mathbf{a}_z$$

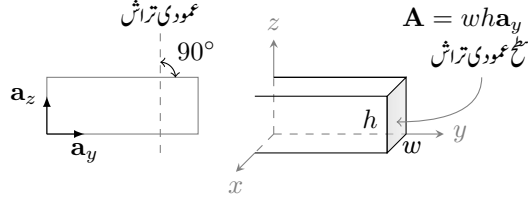
اسی طرح دائیں سطح A_2 سمتیہ کا طول A_2 اور اس کا رخ \mathbf{a}_{A2} ہے

$$A_2 = wh$$

$$\mathbf{a}_{A2} = \mathbf{a}_y$$

لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(1.11) \quad \mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A1} = wh \mathbf{a}_y$$



شکل 1.9: رقبہ عمودی تراش

نچلی سطح کا رقبہ $A_3 = wl$ اور اس کا رخ a_z کے مخالف ہے لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(1.12) \quad \mathbf{A}_3 = A_3 \mathbf{a}_{A3} = wl(-\mathbf{a}_z) = -wl\mathbf{a}_z$$

دھیان رہے کہ رقبہ کی مقدار ہر صورت مثبت ہو گی البتہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔ یہ بات کسی بھی سمتیہ کے لئے درست ہے لہذا کسی بھی سمتیہ کا طول ہر صورت مثبت ہی ہو گا جبکہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔

1.6 رقبہ عمودی تراش

سلاخ کی لمبائی کے ساتھ زاویہ قائمہ پر کٹائی کو **عمودی تراش**¹¹ کہتے ہیں اور عمودی تراش کے رقبہ کو **رقبہ عمودی تراش**¹² کہتے ہیں۔ شکل 1.9 میں سلاخ کی لمبائی a_y رخ ہے اور رقبہ عمودی تراش A کی مقدار A ہے

$$(1.13) \quad A = wh$$

لہذا رقبہ عمودی تراش کا رخ a_y ہو گا:

$$(1.14) \quad \mathbf{a}_A = \mathbf{a}_y$$

شکل 1.9 میں اکائی سمتیات a_y اور a_z دکھائے گئے ہیں جن کے ابتدائی نقاط پر گول دائرہ میں بند ایک نقطہ دکھایا گیا ہے۔ گول دائرہ میں بند نقطہ صفحہ کے عمودی (کتاب سے باہر) رخ a_x ظاہر کرتا ہے جس کے مخالف رخ (صفحہ کے عمودی اندر) کو گول دائرہ میں بند صلیب کی نشان سے ظاہر کیا جائے گا۔

¹¹ cross section
¹² cross sectional area

1.7 برقی اور مقناطیسی میدان

1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت

کولمب کے قانون¹³ کے تحت برقی بار¹⁴ سے لدے جسموں کے درمیان قوت کشش¹⁵ یا قوت دفع¹⁶ ان اجسام پر بار¹⁷ کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور باہمی فاصلہ کے مربع کے بالعکس متناسب ہوتی ہے۔ یوں بار q_1 اور q_2 جن کے درمیان فاصلہ r ہو کے بیچ قوت F درج ذیل ہو گا جہاں ϵ ¹⁸ برقی مستقل ہے۔

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \quad (1.15)$$

ایک برقی بار کے قریب دوسرا برقی بار لانے سے (پہلے اور) دوسرے برقی بار پر کشش یا دفع کی قوت عمل کرے گی جس کا تعین قانون کولمب سے ہوتا ہے۔ دوسرے برقی بار کو پہلے برقی بار سے آہستہ آہستہ دور کرنے سے قوت کشش یا دفع بتدریج کم ہوتی ہے جو ایک خاص فاصلے کے بعد تقریباً صفر ہو جاتی ہے اور دوسرا بار پہلے بار کے حلقہ اثر سے باہر ہو جاتا ہے۔ یہ حلقہ برقی میدان¹⁹ کہلاتا ہے۔ برقی میدان کسی ایک بار یا متعدد باروں کی وجہ سے ہو سکتا ہے۔

تعریف: کسی بار کے برقی میدان سے مراد بار کے ارد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا برقی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

□

برقی میدان میں اکائی مثبت بار پر قوت اس مقام پر برقی میدان²⁰ کی شدت¹⁹ (E کی مطلق قیمت) دیگا جبکہ اکائی بار پر قوت کا رخ برقی میدان کا رخ دیگا۔ برقی میدان کی شدت کی اکائی دولٹن فی میٹر²⁰ ہے۔

¹³ Coulomb's law¹⁴ electric charge¹⁵ attractive force¹⁶ repulsive force¹⁷ charge¹⁸ electric constant, electric permittivity¹⁹ electric field intensity²⁰ V/m

قانون کولمب (مساوات 1.15) سے Q بار کے برقی میدان کی شدت کی مطلق قیامت حاصل کرتے ہیں۔ بار Q اور اکائی بار (ایک کولمب بار) کے بیچ قوت کشش یا قوت دفع

$$(1.16) \quad F = \frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

نیوٹن ہوگی۔ یہی برقی میدان کی شدت کی مطلق قیمت ہوگی:

$$(1.17) \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

دو باروں کے مابین قوت کشش یا قوت دفع کا رخ ان کے درمیان کھینچی گئی سیدھی لکیر پر ہوگا۔

1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت²¹ بالترتیب بالکل برقی میدان اور برقی میدان کی شدت کی طرح ہیں۔

تعریف: کسی مقناطیس کے مقناطیسی میدان سے مراد مقناطیس کے ارد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا مقناطیسی اثر محسوس کیا جاتا ہو۔

□

1.8 سطحی اور حجمی کثافت

1.8.1 سطحی کثافت

اکائی رقبہ کی سطح پر کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی سطحی کثافت²² کہتے ہیں۔ یوں رقبہ A پر کسی چیز کی کل مقدار ϕ ہونے کی صورت میں اس کی اوسط سطحی کثافت $B_{\text{سطح}}$ درج ذیل ہوگی۔

$$(1.18) \quad B_{\text{سطح}} = \frac{\phi}{A}$$

magnetic field intensity²¹
surface density²²

اس مساوات سے

$$(1.19) \quad \phi = B_{\text{اوسط}} A$$

لکھا جاسکتا ہے جو کسی سطح پر ایک متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت معلوم ہونے کی صورت میں سطح پر متغیرہ کی کل مقدار دیتی ہے۔

غیر یکساں متغیرہ کی صورت میں سطحی کثافت جگہ جگہ مختلف ہوگی۔ ایسی صورت میں اتنے چھوٹے رقبے پر، جس میں متغیرہ کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، سطحی کثافت

$$(1.20) \quad B = \frac{\Delta \phi}{\Delta A}$$

ہوگی جہاں ΔA چھوٹا رقبہ اور $\Delta \phi$ اس رقبے پر متغیرہ کی چھوٹی مقدار ہے۔ اس چھوٹے رقبہ کو نقطہ مانند کرنے سے نقطہ کثافت

$$(1.21) \quad B = \frac{d\phi}{dA}$$

حاصل ہوگی جس کو

$$(1.22) \quad d\phi = B dA$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ یوں نقطہ کثافت جانتے ہوئے ایک نقطہ کے چھوٹے رقبہ پر متغیرہ کی کل (چھوٹی) مقدار معلوم کی جاسکتی ہے۔

یوں ایک برقی تار جس کا رقبہ عمودی تراش A اور جس میں برقی رو I کی اوسط کثافت برقی رو درج ذیل ہوگی۔

$$(1.23) \quad \rho_{\text{اوسط}} = \frac{I}{A}$$

1.9 جمعی کثافت

اکائی حجم میں کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی حجم کثافت کہتے ہیں۔ یوں اگر کسی چیز کا حجم H اور اس کی کمیت m ہو تب اس کی اوسط (کمیتی) جمعی کثافت درج ذیل ہوگی۔

$$(1.24) \quad \rho_{\text{اوسط}} = \frac{m}{H}$$

غیر یکساں کمیت کی صورت میں حجم میں مختلف مقامات پر کمیت مختلف ہو گا۔ ایسی صورت میں اتنا چھوٹا حجم لیتے ہوئے جس میں کمیت کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، حجمی کثافت درج ذیل ہو گی۔

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta H} \quad (1.25)$$

اس چھوٹے حجم کو نقطہ مانند بنانے سے درج ذیل نقطہ حجمی کثافت لکھی جاسکتی ہے۔

$$\rho = \frac{dm}{dH} \quad (1.26)$$

یوں

$$dm = \rho dH \quad (1.27)$$

ہو گا لہذا نقطہ حجمی کثافت جانتے ہوئے ایک چھوٹے حجم کی (چھوٹی) کمیت حاصل کی جاسکتی ہے۔

1.10 صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ

دو غیر سمتی متغیرات کا حاصل ضرب غیر سمتی متغیر ہوتا ہے جبکہ دو سمتیات کا حاصل ضرب سمتی یا غیر سمتی ہو سکتا ہے۔ ان دو اقسام کے ضرب پر یہاں غور کیا جائے گا۔

1.10.1 صلیبی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا ضرب جو سمتی متغیر دیتا ہو صلیبی ضرب²³ کہلاتا اور درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$C = A \times B \quad (1.28)$$

صلیبی ضرب میں ضرب کے نشان کو صلیب کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا اس کو صلیبی ضرب کہتے ہیں۔

حاصل ضرب سمتیہ C کی مقدار

$$(1.29) \quad \begin{aligned} C = |C| &= |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \sin \theta_{AB} \\ &= AB \sin \theta_{AB} \end{aligned}$$

ہے جہاں θ_{AB} ان کے مابین زاویہ ہے۔ اس حاصل سمتیہ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل کی جاتی ہے۔ یوں دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھتے ہوئے، شہادت کی انگلی کو سمتیہ \mathbf{A} اور بڑی انگلی کو \mathbf{B} کے رخ رکھنے سے انگوٹھا C کا رخ دیگا۔

مثال 1.1: درج ذیل ضرب صلیبی حاصل کریں۔

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y & \quad \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z & \quad \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x & \quad \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z \quad \bullet \\ \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y & \quad \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y & \quad \mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\theta & \quad \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho \quad \bullet \end{aligned}$$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے لہذا درج ذیل ہوں گے۔

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_x \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_y \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z = (1)(1) \sin 90 (-\mathbf{a}_y) = -\mathbf{a}_y \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 90 (-\mathbf{a}_x) = -\mathbf{a}_x \quad \bullet$$

• چونکہ دونوں سمتیات کے رخ ایک جیسے ہیں لہذا ان کے مابین زاویہ صفر ہو گا۔ صفر زاویہ کا سائن بھی صفر ہوتا ہے، $\sin 0 = 0$ ۔ یوں ان دو سمتیات کا ضرب صلیبی صفر ہو گا۔

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 0 = 0$$

$$\mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\theta \quad \bullet$$

□

مثال 1.2: شکل 1.10 میں چار نیوٹن کی قوت F محور سے تین میٹر کی سمتی فاصلہ L پر لاگو ہے جس کی تفصیل شکل میں دی گئی ہے۔ اس قوت کی قوت مروڑ حاصل کریں۔ حل: قوت مروڑ T کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$(1.30) \quad T = L \times F$$

کار تینیسی نظام میں یہ سمتی فاصلہ

$$(1.31) \quad L = L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y$$

ہو گا لہذا

$$\begin{aligned} T &= (L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y) \times F \mathbf{a}_y \\ &= L \sin \theta \mathbf{a}_x \times F \mathbf{a}_y - L \cos \theta \mathbf{a}_y \times F \mathbf{a}_y \\ &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

ہو گا جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z$ اور $\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = 0$ لئے گئے ہیں۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$T = LF \sin \theta \mathbf{a}_z = 12 \sin \theta \mathbf{a}_z \quad \text{N m}$$

اس مثال میں $\theta_{LF} = 180^\circ - \theta$ ہے۔ چونکہ کسی بھی زاویہ α کے لئے $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ ہوتا ہے لہذا اس قوت مروڑ کو درج ذیل بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} T &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \\ &= LF \sin \theta_{LF} \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

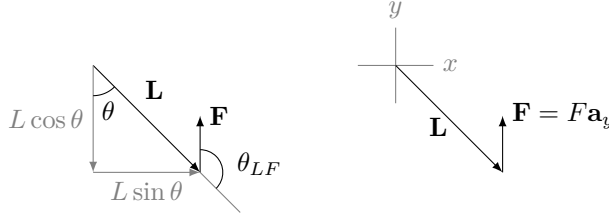
یہی جواب ضرب صلیبی کی تعریف یعنی مساوات 1.29 اور دائیں ہاتھ کے قانون کی مدد سے زیادہ آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔ □

1.10.2 نقطی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا حاصل ضرب جو غیر سمتی متغیر ہو نقطی ضرب²⁴ کہلاتا ہے جو درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$(1.32) \quad C = A \cdot B$$

dot product²⁴



شکل 1.10: کارتیسی نظام میں قوت مرد کا حل

نقطی ضرب میں ضرب کے نشان کو نقطہ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا پر اس کا نام نقطی ضرب ہے۔

نقطی ضرب کی مقدار درج ذیل ہوگی

$$\begin{aligned}
 C &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \\
 &= |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta_{AB} \\
 &= AB \cos \theta_{AB}
 \end{aligned}
 \tag{1.33}$$

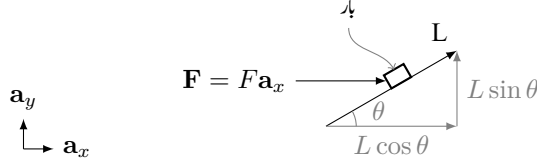
جہاں θ_{AB} ان سمتیات کے بیچ زاویہ ہے۔

مثال 1.3: مندرجہ ذیل نقطی ضرب حاصل کریں۔

$$\begin{aligned}
 &\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z \quad \bullet \\
 &\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta \quad \bullet
 \end{aligned}$$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک (1) کے برابر ہوتا ہے:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y &= (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z &= (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet
 \end{aligned}$$



شکل 1.11: کار تیزی نظام میں کام

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet$$

□

مثال 1.4: شکل 1.11 میں قوت F ایک بوجھ کو دھکیل رہی ہے۔ سمتی فاصلہ L طے کرنے پر قوت کتنا کام کر چکی ہو گی۔

حل: کام W کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$(1.34) \quad W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{L}$$

کار تیزی نظام میں سمتی فاصلہ

$$(1.35) \quad \mathbf{L} = L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y$$

ہو گا۔ یوں درج ذیل ہو گا

$$(1.36) \quad \begin{aligned} W &= (F \mathbf{a}_x) \cdot (L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x) + FL \sin \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta \end{aligned}$$

جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = 1$ اور $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = 0$ لیے گئے ہیں۔ یہی جواب نقطی ضرب کی تعریف، مساوات 1.33، سے با آسانی حاصل ہوتا ہے۔

□

1.11 تفرق اور جزوی تفرق

مساوات 1.37 میں ایک تفاعل کا تفرق²⁵ دیا گیا ہے، جس میں B_0 ایک مستقل ہے، جبکہ مساوات 1.38 میں ایک تفاعل کا جزوی تفرق²⁶ دیا گیا ہے۔

$$(1.37) \quad \begin{aligned} B(\theta) &= B_0 \cos \theta \\ \frac{dB}{d\theta} &= -B_0 \sin \theta \end{aligned}$$

$$(1.38) \quad \partial W(x, \lambda) = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial \lambda} d\lambda$$

1.12 خطی تکرار

مساوات 1.39 میں ایک تفاعل $B(\theta)$ دیا گیا ہے جسے شکل 1.12 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول موج 2π ریڈین ہے۔

$$(1.39) \quad B(\theta) = B_0 \cos \theta$$

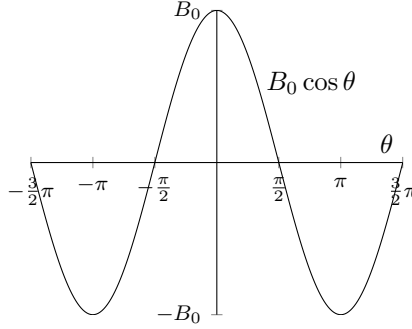
ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ پر اس تفاعل کی اوسط قیمت تلاش کرتے ہیں۔

$$(1.40) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{B_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

اسی طرح ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ پر تفاعل کے مربع، B^2 ، کی اوسط تلاش کرتے ہیں۔

$$(1.41) \quad \begin{aligned} B_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{2} \end{aligned}$$

differentiation²⁵
partial differentiation²⁶
wavelength²⁷



شکل 1.12: کوسائن موج

تفاعل کے مربع کی اوسط کا جذر نہایت اہم قیمت ہے جو تفاعل کی موثر²⁸ قیمت کہلاتی ہے اور جسے $B_{\text{موثر}}$ لکھا جاتا ہے۔

$$(1.42) \quad B_{\text{موثر}} = \sqrt{B_{\text{اوسط}}^2} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}$$

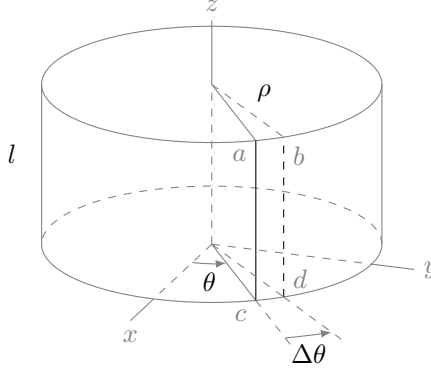
یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے جو آپ کو زبانی یاد ہونا چاہئے۔ یہ مساوات ہر سائن نما تفاعل کے لئے درست ہے۔ کسی بھی متغیرہ کے مربع کی اوسط کا جذر اس متغیرہ کی موثر²⁹ قیمت کہلاتی ہے۔

1.13 سطحی مکمل

فرض کریں شکل 1.13 میں نلکی کے بیرونی سطح پر سطحی کثافت، B ، کی قیمت مساوات 1.39 دیتی ہے۔ ہم آدھے بیرونی سطح، زاویہ $-\pi/2$ تا $\pi/2$ کے بیچ اس کی کل مقدار ϕ معلوم کرتے ہیں۔ اس سطح میں نلکی کے سر شامل نہیں ہیں۔

ہم نلکی کے بیرونی سطح پر خطہ $abcd$ لیتے ہیں جس کی چوڑائی $\rho \Delta\theta$ ، لمبائی l اور رقبہ ΔA ہے۔ $\Delta\theta$ کو نہایت کم کرتے ہوئے رقبہ $dA = \rho l d\theta$ حاصل ہو گا۔ اس سطح پر B کی مقدار محوری لمبائی کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی ہے۔ سطح dA پر $d\phi = B dA$ اور کل ϕ درج ذیل ہو گا۔

²⁸rms, root mean square
²⁹effective



شکل 1.13: نیکی کی بیرونی سطح پر متغیرہ کا مکمل کل مقدار دے گی۔

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (B_0 \cos \theta)(\rho l d\theta) \\
 &= B_0 l \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = 2B_0 l \rho
 \end{aligned}
 \tag{1.43}$$

مساوات 1.43 میں نچلا حد $(-\pi/2 - \alpha)$ اور بالائی کا حد $(\pi/2 - \alpha)$ لینے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\phi(\alpha) = B_0 l \rho \int_{-\pi/2 - \alpha}^{\pi/2 - \alpha} \cos \theta d\theta = 2B_0 l \rho \cos \alpha
 \tag{1.44}$$

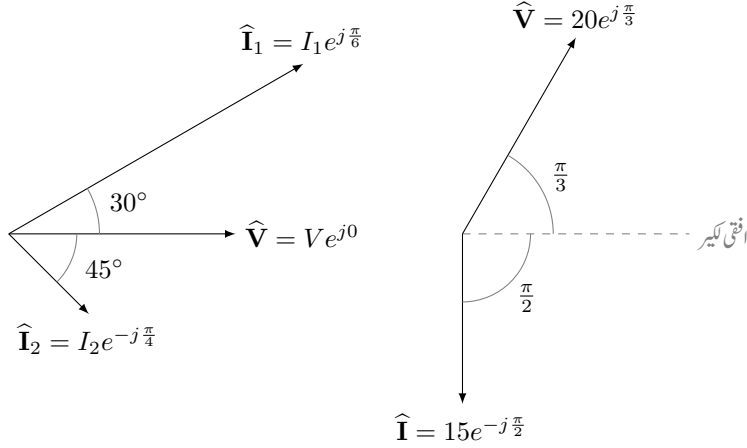
نیکی کے بیرونی نصف سطح پر $\phi(\alpha)$ کی عمومی قیمت مساوات 1.44 دیتی جو α پر منحصر ہے۔ یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ مساوات 1.44 میں $\alpha = 0$ پر کرنے سے مساوات 1.43 حاصل ہوتا ہے۔

1.14 دوری سمتیہ

سائن نما امواج جن کی تعدد معین ہو کو دوری سمتیہ سے ظاہر کرنا مفید ثابت ہوتا ہے۔ مساوات یولر³⁰

$$A_0 e^{\mp j(\omega t + \phi)} = A_0 \cos(\omega t + \phi) \mp j \sin(\omega t + \phi)
 \tag{1.45}$$

Euler's equation³⁰



شکل 1.14: دوری سمتیہ

کی مدد سے کوسائن موج درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(1.46) \quad A_0 \cos(\omega t + \phi) = \frac{A_0}{2} (e^{j(\omega t + \phi)} - e^{-j(\omega t + \phi)})$$

اس سے ثابت ہوتا ہے کہ کوسائن موج دراصل دو مخلوط اعداد کا مجموعہ ہے۔ مساوات پولر ایک مخلوط عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کے دو جزو ہیں۔ اس کا ایک جزو حقیقی عدد ہے اور اس کا دوسرا جزو فرضی عدد ہے۔ اس کا حقیقی جزو کوسائن موج کو ظاہر کرتا ہے۔ لہذا ایک کوسائن موج $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ یا $A_0 e^{-j(\omega t + \phi)}$ کا حقیقی جزو ہوتا ہے۔ رسمی طور پر سائن نما امواج کو $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کو مختصراً $A_0 e^{j\phi}$ یا $A_0 \angle \phi$ لکھا جاتا ہے جو دوری سمتیہ³¹ کہلاتا ہے۔ دوری سمتیہ کا طول A_0 اور افقی کثیر کے ساتھ زاویہ ϕ ہے۔

دوری سمتیہ استعمال کرتے وقت آپ کو یہ ذہن میں رکھنا ہو گا کہ یہ درحقیقت ایک کوسائن موج ہے جس کا جیٹہ A_0 ، زاویائی فاصلہ ϕ اور زاویائی تعدد ω ہے۔

اس کتاب میں دوری سمتیات کو سادہ طرز لکھائی میں انگریزی کے بڑے حروف جن پر ٹوپی کا نشان ہو سے ظاہر کیا جائے گا، یعنی \hat{V} ، \hat{I} وغیرہ اور ان کے طول کو بغیر ٹوپی کے نشان کے اسی حرف سے ظاہر کیا جائے گا۔ یوں برقی

phasor³¹

دباؤ $v = 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$ کے لئے درج ذیل درست ہو گا۔

$$\begin{aligned} v &= 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3}) \\ \hat{V} &= 20e^{j\frac{\pi}{3}} \\ (1.47) \quad \hat{V} &= 20 \angle \frac{\pi}{3} \\ V &= 20 \end{aligned}$$

اس مساوات میں پہلا جزو ایک عام کوسائن موج ہے جس کو دوسرے جزو میں دوری سمتیہ کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ تیسرا اس دوری سمتیہ کا طول اور چوتھا اس کا زاویہ بتلا رہا ہے۔

دوری سمتیات کو عام سمتیات کی طرح ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس مساوات میں \hat{V} کا طول 20 اور افقی لکیر سے زاویہ $\frac{\pi}{3}$ ریڈیئن ہے۔ زاویہ کو افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ناپا جاتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے رخ منفی زاویہ ہو گا۔ شکل 1.14 میں اس \hat{V} کے علاوہ چند دوسرے دوری سمتیات بھی دکھائے گئے ہیں۔

برقی ادوار میں عموماً برقی دباؤ \hat{V} کی نسبت سے برقی رو \hat{I} کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ شکل 1.14 میں \hat{I}_1 تیس درجہ برقی دباؤ سے آگے ہے جبکہ \hat{I}_2 پینتالیس درجہ برقی دباؤ کے پیچھے ہے۔ ہم کہتے ہیں \hat{I}_1 تیس درجہ پیش زاویہ³² جبکہ \hat{I}_2 پینتالیس درجہ تاخیر زاویہ³³ پر ہے۔ یوں \hat{I}_1 پیش رو جبکہ \hat{I}_2 تاخیر رو کہلاتے ہیں۔ دو دوری سمتیات کے بیچ زاویے کو زاویائی فرق³⁴ کہتے ہیں لہذا \hat{I}_1 اور \hat{I}_2 میں 75° زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔ یہاں دھیان رہے کہ شکل 1.14 میں 45° مثبت لکھا گیا ہے۔ چونکہ یہ افقی لکیر سے زاویہ ناپنے کے الٹ رخ ہے لہذا یہ ایک منفی زاویہ ہے۔

اگر $v = V_0 \cos \omega t$ اور $i = I_0 \cos(\omega t + \theta)$ ہوں، جہاں V_0 اور I_0 موثر قیمتیں ہیں، تب برقی طاقت $p = V_0 I_0 \cos \theta$ ہو گا جہاں $\cos \theta$ کو جزو طاقت³⁵ اور θ کو زاویہ جزو طاقت³⁶ کہتے ہیں۔ اسی طرح تاخیر زاویہ کی صورت میں $\cos \theta$ کو تاخیر جزو طاقت³⁷ اور پیش زاویہ کی صورت میں $\cos \theta$ کو پیش جزو طاقت³⁸ کہتے ہیں۔

آئیں دوری سمتیات استعمال کرتے ہوئے ایک سادہ برقی دور حل کرتے ہیں۔ یوں دوری سمتیات سے وابستگی پیدا ہوگی اور ان کا استعمال بھی سیکھ لیں گے۔

leading angle³²

lagging angle³³

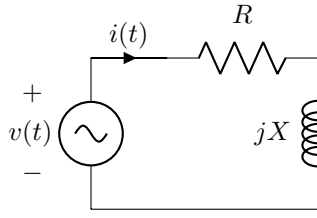
phase difference³⁴

power factor³⁵

power factor angle³⁶

lagging power factor³⁷

leading power factor³⁸



$$\begin{aligned}
 Z &= R + jX \\
 |Z| &= \sqrt{R^2 + X^2} \\
 \phi_Z &= \tan^{-1} \frac{X}{R} \\
 v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
 i(t) &= \frac{V_0}{|Z|} \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z) \\
 &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)
 \end{aligned}$$

شکل 1.15: دوری سمتیہ کی مدد سے RL دور کا حل۔

شکل 1.15 ایک سادہ $R - L$ یکے دور³⁹ برقی دور ہے جس پر درج ذیل دباؤ لاگو کیا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
 \hat{V} &= V_0 \angle \alpha
 \end{aligned}
 \tag{1.48}$$

دوری سمتیہ کی استعمال سے ہم برقی رو \hat{I} معلوم کرتے ہیں

$$\begin{aligned}
 \hat{I} &= \frac{\hat{V}}{R + jX} = \frac{V_0 \angle \alpha}{|Z| \angle \phi_Z} \\
 &= \frac{V_0}{|Z|} \angle \alpha - \phi_Z = I_0 \angle \alpha - \phi_Z
 \end{aligned}
 \tag{1.49}$$

جہاں $\phi_Z = \tan^{-1} \frac{X}{R}$ رکاوٹ کا زاویہ اور $I_0 = \frac{V_0}{|Z|}$ ہیں۔ یوں برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)
 \tag{1.50}$$

اس دور میں تاخیر زاویہ ϕ_Z کے برابر ہے۔

باب 2

مقناطیسی ادوار

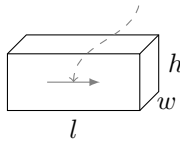
2.1 مزاحمت اور ہچکچاہٹ

شکل 2.1 میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے جس کی لمبائی کے رخ مزاحمت¹

$$(2.1) \quad R = \frac{l}{\sigma A}$$

ہوگی جہاں σ موصلیت² اور $A = wh$ رقبہ عمودی تراش ہے۔ اس سلاخ کی ہچکچاہٹ³ \Re درج ذیل ہے جہاں μ

برقی رویا مقناطیسی بہاد کا رخ



$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

$$\Re = \frac{l}{\mu A}$$

شکل 2.1: مزاحمت اور ہچکچاہٹ

resistance¹
conductivity²

مقناطیسی مستقل⁴ کہلاتا ہے۔

$$(2.2) \quad \mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A}$$

مقناطیسی مستقل μ کو عموماً خلاء کی مقناطیسی مستقل $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ کی نسبت سے لکھا جاتا ہے یعنی

$$(2.3) \quad \mu = \mu_r \mu_0$$

جہاں μ_r جو مقناطیسی مستقل کہلاتا ہے۔ ہچکچاہٹ کی اکائی ایمپیئر-پکرفیویر ہے جس کی وضاحت جلد کی جائے گی۔

مثال 2.1: شکل 2.1 میں دی گئی سلاخ کی ہچکچاہٹ معلوم کریں جہاں $\mu_r = 2000$ ، $l = 10 \text{ cm}$ ، $h = 3 \text{ cm}$ اور $w = 2.5 \text{ cm}$ ہیں۔

حل:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &= \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \\ &= \frac{10 \times 10^{-2}}{2000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} \\ &= 53\,044 \text{ A} \cdot \text{turns/Wb} \end{aligned}$$

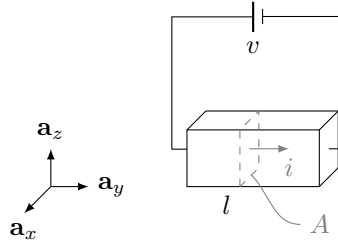
□

2.2 کثافتِ برقی رواور برقی میدان کی شدت

شکل 2.2 میں ایک موصل سلاخ کے سروں پر برقی دباؤ v لاگو کیا گیا ہے۔ سلاخ میں برقی رو i اوہم کے قانون⁵ سے حاصل ہوگی۔

$$(2.4) \quad i = \frac{v}{R}$$

³ reluctance
⁴ permeability, magnetic constant
⁵ Ohm's law



$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

$$i = \frac{v}{R} = v \left(\frac{\sigma A}{l} \right)$$

$$\frac{i}{A} = \sigma \frac{v}{l}$$

$$J = \sigma E$$

شکل 2.2: کثافت برقی رد اور برقی دباؤ کی شدت

درج بالا مساوات کو مساوات 2.1 کی مدد سے

$$(2.5) \quad i = v \left(\frac{\sigma A}{l} \right)$$

یعنی

$$(2.6) \quad \frac{i}{A} = \sigma \left(\frac{v}{l} \right)$$

یا

$$(2.7) \quad J = \sigma E$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں J اور E کی تعریفات درج ذیل ہیں۔

$$(2.8) \quad J = \frac{i}{A}$$

$$(2.9) \quad E = \frac{v}{l}$$

شکل 2.2 میں سمتیہ J کی مطلق قیمت J اور سمتیہ E کی مطلق قیمت E لیتے ہوئے مساوات 2.7 کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(2.10) \quad J = \sigma E$$

جو قانون اوہم کی دوسری روپ ہے۔ J اور E دونوں کا رخ a_y ہے۔

شکل 2.2 سے ظاہر ہے کہ برقی رو i سلاخ کی رقبہ عمودی تراش A سے گزرتی ہے لہذا مساوات 2.8 کے تحت J ، کثافت برقی رو⁶ ہو گی۔ اسی طرح مساوات 2.9 سے واضح ہے کہ E برقی دباؤ فی اکائی لمبائی کو ظاہر کرتی ہے لہذا E کو برقی میدان⁷ کہتے ہیں⁷ یا (جہاں متن سے مقناطیسی میدان واضح ہو) مختصراً میدان⁸ کہتے ہیں۔

بالکل اسی طرح کی مساواتیں مقناطیسی متغیرات کے لئے حصہ 2.5 میں لکھی جائیں گی۔

2.3 برقی ادوار

برقی دور میں برقی دباؤ⁸ v کی وجہ سے برقی رو¹⁰ i پیدا ہوتی ہے۔ تانبا¹² کی موصلیت $\sigma = 5.9 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ہے جو بہت بڑی مقدار ہے۔ موصلیت کی اکائی $\frac{\text{S}}{\text{m}}$ ہے۔ تانبا کی موصلیت کی مقدار بہت بڑی ہونے کی بنا اس سے بنی تار کی مزاحمت¹³ $R_{\text{ہر}}$ عموماً قابل نظر انداز ہو گی۔ تار میں برقی رو i گزرنے سے تار کے سروں کے بیچ برقی دباؤ $\Delta v = i R_{\text{ہر}}$ پیدا ہو گا جس کو $0 \rightarrow R_{\text{ہر}}$ کی بنا نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں تانبے کی تار میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو رد کیا جاسکتا ہے یعنی $\Delta v \rightarrow 0$ لے سکتے ہیں۔

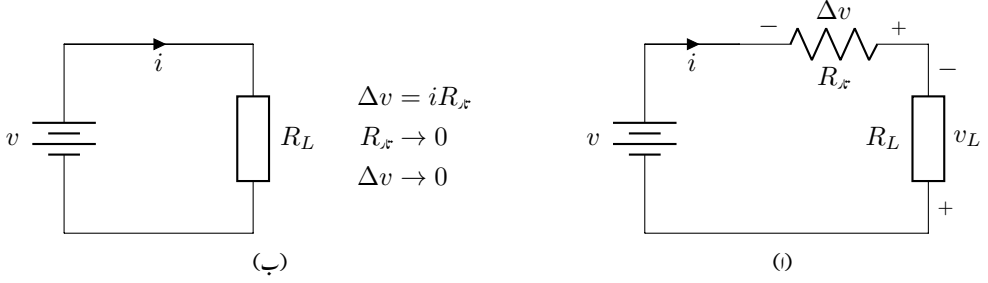
شکل 2.3-الف میں ایک ایسا ہی برقی دور دکھایا گیا ہے جس میں تانبے کی تار کی مزاحمت کو اکٹھے کر کے ایک ہی جگہ $R_{\text{ہر}}$ دکھایا گیا ہے۔ اس دور کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.11) \quad v = \Delta v + v_L$$

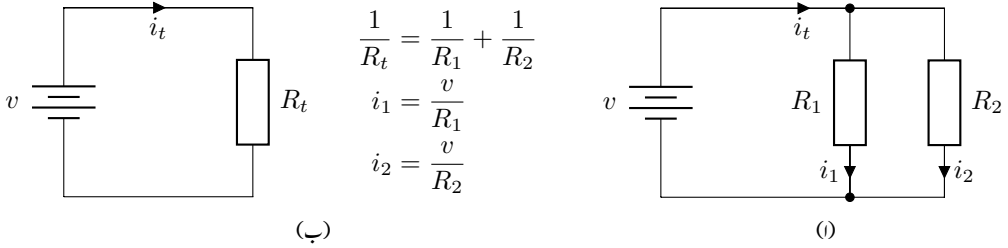
تار میں برقی گھٹاؤ Δv نظر انداز کرتے ہوئے

$$(2.12) \quad v = v_L$$

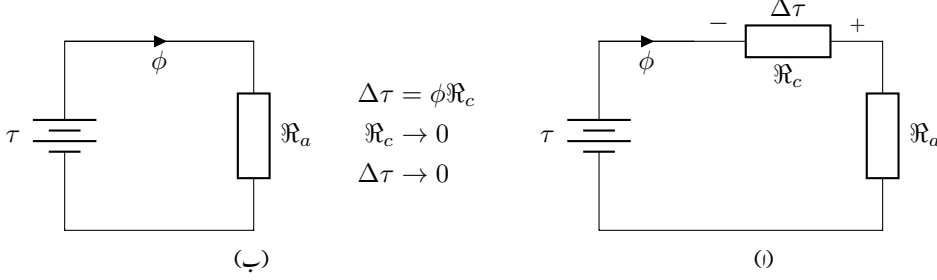
حاصل ہوتا ہے۔ اس کا مطلب ہوا کہ تار میں برقی دباؤ کا گھٹاؤ قابل نظر انداز ہونے کی صورت میں لاگو برقی دباؤ جوں کا توں مزاحمت R_L تک پہنچتا ہے۔ برقی ادوار حل کرتے ہوئے یہی حقیقت بروئے کار لاتے ہوئے تار میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ شکل 2.3-الف میں ایسا کرنے سے شکل 2.3-ب حاصل ہوتا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ برقی تار کو اس غرض سے استعمال کیا جاتا ہے کہ لاگو برقی دباؤ کو مقام استعمال تک بغیر گھٹائے پہنچایا جائے۔



شکل 2.3: برقی ادوار میں برقی تار کی مزاحمت کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔



شکل 2.4: کم مزاحمتی راہ میں برقی رو کی مقدار زیادہ ہوگی۔



شکل 2.5: مقناطیسی دور

شکل 2.4 میں دوسری مثال دی گئی ہے۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ برقی رو اس راہ زیادہ ہوگی جس کی مزاحمت کم ہو۔ یوں $R_1 < R_2$ کی صورت میں $i_1 > i_2$ ہو گا۔

2.4 مقناطیسی دور حصہ اول

مقناطیسی ادوار بالکل برقی ادوار کی طرح ہوتے ہیں۔ بس ان میں برقی دباؤ v کی جگہ مقناطیسی دباؤ τ ¹⁴، برقی رو i کی جگہ مقناطیسی بہاؤ ϕ ¹⁵ اور مزاحمت R کی جگہ ہچکچاہٹ \mathcal{R} ¹⁶ پائے جاتے ہیں۔ یوں بالکل برقی ادوار کی طرح مقناطیسی ادوار بنائے جاسکتے ہیں۔ ایسا ایک مقناطیسی دور شکل 2.5-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی کوشش یہی ہے کہ مقناطیسی دباؤ τ بغیر گھٹائے ہچکچاہٹ \mathcal{R}_a تک پہنچائی جائے۔ عموماً \mathcal{R}_a خلائی درز کی اور \mathcal{R}_c مقناطیسی قالب کی ہچکچاہٹ ہوتی ہے۔ یوں \mathcal{R}_c قابل نظر انداز ہونے کی صورت میں شکل 2.5-ب حاصل ہو گا جس میں مقناطیسی بہاؤ ϕ ، بالکل اوہم کے قانون کی طرح، درج ذیل مساوات سے حاصل ہو گا۔

$$(2.13) \quad \tau = \phi \mathcal{R}_a$$

⁶ current density⁷ electric field intensity⁸ electric voltage⁹ برقی دباؤ کی اکائی ولٹ ہے جو الٹی کے ایسا نذر دود لٹا کے نام ہے جنہوں نے برقی تیزی ایجاد کی۔¹⁰ electric current¹¹ برقی رو کی اکائی ایمپیئر ہے جو فرانس کے انڈر میر ایمپیئر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار ہے۔¹² copper¹³ مزاحمت کی اکائی اوہم ہے جو جرمنی کے جارج سائنن اوہم کے نام ہے جنہوں نے قانون اوہم دریافت کیا۔¹⁴ magnetomotive force, mmf¹⁵ flux¹⁶ reluctance

جہاں \mathcal{R}_c قابل نظر انداز ہو وہاں، سلسلہ وار مزاحمتوں کی طرح، دو سلسلہ وار ہچکچاہٹوں کا مجموعی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_s استعمال کر کے برقی رو حاصل ہوگی۔

$$(2.14) \quad \mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c$$

$$(2.15) \quad \tau = \phi \mathcal{R}_s$$

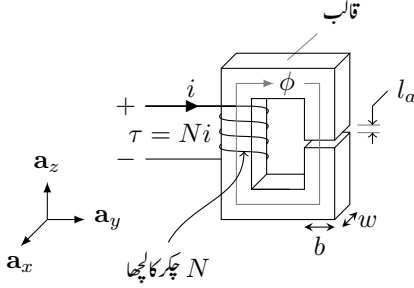
برقی دور کی طرح، مفت طیسی دباؤ کو کم ہچکچاہٹ کی راہ استعمال کرتے ہوئے مقام ضرورت تک پہنچایا جاتا ہے۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کی قیمت مفت طیسی مستقل μ پر منحصر ہے۔ مفت طیسی مستقل کی اکائی ہینری فی میٹر $\frac{H}{m}$ ہے۔ μ کو عموماً $\mu = \mu_r \mu_0$ لکھا جاتا ہے جہاں $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ہینری فی میٹر کے برابر ہے اور μ_r کو جو مفت طیسی مستقل¹⁷ کہتے ہیں۔ لوہا، کچھ دھاتیں اور چند جدید مصنوعی مواد ایسی ہیں جن کی μ_r کی قیمت 2000 اور 80 000 کے بیچ پائی جاتی ہیں۔ مفت طیسی دباؤ کو ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کے لئے ان ہی مفت طیسی مواد کو استعمال کیا جاتا ہے۔

بد قسمتی سے مفت طیسی مواد کے μ کی قیمت اتنی زیادہ نہیں ہوتی ہے کہ ان سے بنی سلاخ کی ہچکچاہٹ ہر موقع پر قابل نظر انداز ہو۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کم سے کم کرنے کی خاطر رقبہ عمودی تراش کو زیادہ سے زیادہ اور لمبائی کو کم سے کم کرنا ہو گا۔ یوں مفت طیسی دباؤ منتقل کرنے کے لئے باریک تار نہیں بلکہ خاصا زیادہ رقبہ عمودی تراش کا مفت طیسی راستہ درکار ہوتا ہے۔

مفت طیسی مشین، مثلاً موٹر اور ٹرانسفارمر، کا بیشتر حصہ مفت طیسی دباؤ منتقل کرنے والے ان مفت طیسی مواد پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایسے مشینوں کے قلب میں عموماً یہی مفت طیسی مادہ پایا جاتا ہے لہذا ایسا مواد مفت طیسی قالب¹⁸ کہلاتا ہے (شکل 2.6)۔

برقی مشینوں میں مستعمل مفت طیسی قالب لوہے کی باریک چادر یا پتري¹⁹ تہہ در تہہ رکھ کر بنائی جاتی ہے۔ مفت طیسی قالب کے بارے میں مزید معلومات حصہ 2.8 میں فراہم کی جائے گی۔

¹⁷relative permeability, relative magnetic constant
¹⁸magnetic core
¹⁹laminations



$$H_a = \frac{\tau}{l_a} \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$l_a \ll w$$

$$l_a \ll b$$

شکل 2.6: کثافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت۔

2.5 کثافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت

حصہ 2.2 میں برقی دور کی مثال دی گئی۔ یہاں شکل 2.6 میں دکھائے گئے مقناطیسی دور پر غور کرتے ہیں۔ مقناطیسی قالب کی $\mu_r = \infty$ تصور کرتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ یوں قالب کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_c صفر ہو گی۔ حصہ 2.2 میں تانبا کی تار کی طرح یہاں مقناطیسی قالب کو مقناطیسی دباؤ τ ایک مقام سے دوسری مقام تک منتقل کرنے کے لئے استعمال کیا گیا ہے۔ شکل 2.6 میں مقناطیسی دباؤ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_a تک پہنچایا گیا ہے۔ یہاں \mathcal{R}_c کو نظر انداز کرتے ہوئے کل ہچکچاہٹ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ کے برابر تصور کیا جاسکتا ہے:

$$(2.16) \quad \mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a}$$

خلائی درز کی لمبائی l_a قالب کے رقبہ عمودی تراش کے اضلاع b اور w سے بہت کم ہونے کی صورت میں، یعنی $l_a \ll w$ اور $l_a \ll b$ ، خلائی درز کے رقبہ عمودی تراش A_a کو قالب کے رقبہ عمودی تراش \mathcal{R}_c کے برابر تصور کیا جاسکتا ہے:

$$(2.17) \quad A_a = A_c = wb$$

اس کتاب میں جہاں بتلایا نہ گیا ہو وہاں $l_a \ll w$ اور $l_a \ll b$ تصور کرتے ہوئے $A_a = A_c$ لیا جائے گا۔

مقناطیسی دباؤ τ کی تعریف درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(2.18) \quad \tau = Ni$$

یوں برقی تار کے چکر ضرب تار میں برقی رو کو مقناطیسی دباؤ کہتے ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کی اکائی ایمپیئر-چکر²⁰ ہے۔ حصہ 2.2 کی طرح ہم مساوات 2.15 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(2.19) \quad \phi_a = \frac{\tau}{\mathcal{R}_a}$$

مقناطیسی بہاؤ کی اکائی²¹ ویبر²² اور ہچکچا ہٹ کی اکائی ایمپیئر-چکر فی ویبر²³ ہے۔ اس سلسلہ وار دور کے خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_a اور قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_c ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ درج بالا مساوات کو مساوات 2.2 کی مدد سے

$$\phi_a = \tau \left(\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \right)$$

یا

$$(2.20) \quad \frac{\phi_a}{A_a} = \mu_0 \left(\frac{\tau}{l_a} \right)$$

لکھ سکتے ہیں جہاں درز کی نشاندہی زیر نوشت میں a لکھ کر کی گئی ہے۔ اس مساوات میں بائیں ہاتھ مقناطیسی بہاؤ فی اکائی رقبہ کو کثافتِ مقناطیسی بہاؤ²⁴ B_a اور دائیں ہاتھ مقناطیسی دباؤ فی اکائی لمبائی کو مقناطیسی میدان²⁵ کے شدت²⁵ H_a لکھا جا سکتا ہے:

$$(2.21) \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$(2.22) \quad H_a = \frac{\tau}{l_a}$$

کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی اکائی ویبر فی مربع میٹر ہے جس کو ٹسلا²⁶ کا نام دیا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت کی اکائی ایمپیئر فی میٹر²⁷ ہے۔ یوں مساوات 2.20 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(2.23) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

جہاں متن سے واضح ہو کہ مقناطیسی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں مقناطیسی میدان کی شدت کو مختصراً میدان²⁸ کے شدت کہا جاتا ہے۔

²⁰ ampere-turn

²¹ Weber

²² یہ اکائی جرمنی کے ولیم اڈورڈ ویبر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار رہا ہے

²³ ampere-turn per weber

²⁴ magnetic flux density

²⁵ magnetic field intensity

²⁶ Tesla: یہ اکائی سربیا کے نیکولا ٹسلا کے نام ہے جنہوں نے برقی رو برقی طاقت عام کرنے میں اہم کردار ادا کیا۔

²⁷ ampere per meter

²⁸ field intensity

شکل 2.6 میں خلائی درز میں مقناطیسی بہاو کا رخ اکائی سمتیہ a_z کا مخالف ہے لہذا کثافتِ مقناطیسی بہاو $B_a = B_a a_z -$ لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ اکائی سمتیہ a_z کی مخالف رخ دباؤ ڈال رہا ہے لہذا مقناطیسی دباؤ کی شدت $H_a = -H_a a_z$ جائے گی۔ اس طرح درج بالا مساوات کو درج ذیل سمتی روپ میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.24) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

خلاء کی جگہ کوئی دوسرا مادہ ہونے کی صورت میں یہ مساوات درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(2.25) \quad B = \mu H$$

مثال 2.2: شکل 2.6 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو 0.1 ٹسلا درکار ہے۔ قالب کی $\mu_r = \infty$ ہے، خلائی درز کی لمبائی 1 ملی میٹر اور قالب کے گرد برقی تار کے چکر 100 ہیں۔ درکار برقی رو i تلاش کریں۔
حل: مساوات 2.13 سے

$$\begin{aligned} \tau &= \phi \Re \\ Ni &= \phi \left(\frac{l}{\mu_0 A} \right) \\ \frac{\phi}{A} &= B = \frac{Ni\mu_0}{l} \end{aligned}$$

لکھ کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

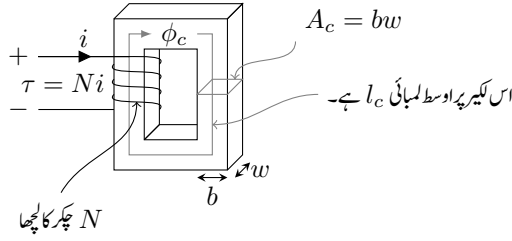
$$\begin{aligned} 0.1 &= \frac{100 \times i \times 4\pi 10^{-7}}{0.001} \\ i &= \frac{0.1 \times 0.001}{100 \times 4\pi 10^{-7}} = 0.79567 \text{ A} \end{aligned}$$

□

$i = 0.79567 \text{ A}$ برقی رو خلائی درز میں $B = 0.1 \text{ T}$ کثافتِ مقناطیسی بہاو پیدا کرے گا۔

2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم

شکل 2.7 میں ایک سادہ مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے جس میں قالب کے مقناطیسی مستقل کو محدود تصور کرتے ہیں۔ مقناطیسی دباؤ $\tau = Ni$ مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاو ϕ_c پیدا کرتا ہے۔ قالب کا رقبہ عمودی تراش A_c ہر



شکل 2.7: سادہ مقناطیسی دور۔

مقام پر یکساں ہے اور قالب کی اوسط لمبائی l_c ہے۔ قالب میں مقناطیسی بہاو کا رخ فلیمنگ کے دایاں ہاتھ قانون²⁹ کے دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اس قانون کو دو طریقوں سے بیان کیا جاسکتا ہے۔

- اگر ایک لچھے کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ ہاتھ کی چار انگلیاں لچھے میں برقی رو کے رخ لپٹی ہوں تب انگوٹھا اُس مقناطیسی بہاو کے رخ ہو گا جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آیا ہو۔
- اگر ایک تار جس میں برقی رو کا گزر ہو کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ انگوٹھا برقی رو کے رخ ہو تب باقی چار انگلیاں اُس مقناطیسی بہاو کے رخ لپٹی ہوں گی جو اس برقی رو کی وجہ سے پیدا ہو گا۔

ان دو بیانات میں پہلا بیان لچھے میں مقناطیسی بہاو کا رخ معلوم کرنے کے لئے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے جبکہ سیدھی تار کے گرد مقناطیسی بہاو کا رخ دوسرے بیان سے زیادہ آسانی سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

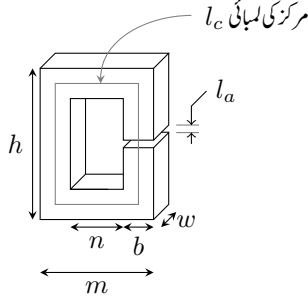
قالب میں مقناطیسی بہاو گھڑی کے رخ ہے۔ مقناطیسی بہاو ϕ کو شکل 2.7 میں ہلکی سیاہی کے تیر دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ قالب کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c}$$

لکھتے ہوئے مقناطیسی بہاو

$$\phi_c = \frac{\tau}{\mathcal{R}_c} = Ni \left(\frac{\mu_c A_c}{l_c} \right)$$

²⁹Fleming's right hand rule



$$A_a = A_c = bw$$

$$b = \frac{m - n}{2}$$

$$l_c = 2(h + n) - l_a$$

شکل 2.8: خلائی درز اور قالب کے ہچکچاہٹ۔

ہو گا۔ یوں تمام نا معلوم متغیرات حاصل ہو چکے۔

مثال 2.3: شکل 2.8 میں ایک مقناطیسی قالب دکھایا گیا ہے جس کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$(2.26) \quad \text{قالب} = \begin{cases} h = 20 \text{ cm} & m = 10 \text{ cm} \\ n = 8 \text{ cm} & w = 2 \text{ cm} \\ l_a = 1 \text{ mm} & \mu_r = 40\,000 \end{cases}$$

قالب اور خلائی درز کی ہچکچاہٹیں تلاش کریں۔

حل:

$$b = \frac{m - n}{2} = \frac{0.1 - 0.08}{2} = 0.01 \text{ m}$$

$$A_a = A_c = bw = 0.01 \times 0.02 = 0.0002 \text{ m}^2$$

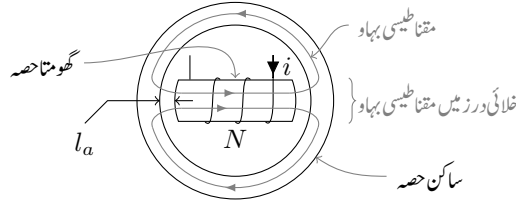
$$l_c = 2(h + n) - l_a = 2(0.2 + 0.08) - 0.001 = 0.559 \text{ m}$$

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0.559}{40000 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 55\,598 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{0.001}{4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 3\,978\,358 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

قالب کی لمبائی خلائی درز کی لمبائی سے 559 گنا زیادہ ہونے کے باوجود خلائی درز کی ہچکچاہٹ قالب کی ہچکچاہٹ سے 71 گنا زیادہ ہے۔ یوں $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ہو گا۔

□



شکل 2.9: سادہ گھومنے والا مشین

مثال 2.4: شکل 2.9 سے رجوع کریں۔ خلائی درز 5 ملی میٹر لمبا ہے اور گھومتے حصہ پر 1000 چکر ہیں۔ خلائی درز میں 0.95 T کثافتِ برقی بہاؤ حاصل کرنے کی خاطر درکار برقی رو معلوم کریں۔

حل: اس شکل میں گھومتے مشین، مثلاً موٹر، کی ایک سادہ صورت دکھائی گئی ہے۔ ایسی مشینوں کا بیرونی حصہ ساکن رہتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا ساکن حصہ³⁰ کہتے ہیں۔ ساکن حصے کے اندر مشین کا گھومتا حصہ پایا جاتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا گھومتا حصہ³¹ کہتے ہیں۔ اس مثال میں ان دونوں حصوں (قالب) کا $\mu_r = \infty$ تصور کیا گیا ہے لہذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہوگی۔ مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیابی کی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کی ایک مکمل چکر کے دوران مقناطیسی بہاؤ دو خلائی درزوں سے گزرتا ہے۔ یہ دو خلائی درز ہر لحاظ سے ایک دوسرے جیسے ہیں لہذا ان دونوں خلائی درز کی ہچکچاہٹ بھی ایک دوسرے کے برابر ہوگی۔ مزید دونوں خلائی درزوں کی ہچکچاہٹ سلسلہ وار ہیں۔ شکل 2.9 میں مقناطیسی بہاؤ کو گھومتے حصہ، ساکن حصہ اور دو خلائی درزوں سے گزرتا ہوا دکھایا گیا ہے۔ خلائی درز کی لمبائی l_a ، قالب کے رقبہ A_c کی اضلاع سے بہت کم ہے لہذا خلائی درز کا عمودی رقبہ تراش A_a گھومتے حصہ کے رقبہ تراش کے برابر تصور کیا جائے گا۔

یوں $A_a = A_c$ لیتے ہوئے ایک خلائی درز کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{l_a}{\mu_0 A_c}$$

اور دو سلسلہ وار خلائی درزوں کی کل ہچکچاہٹ درج ذیل ہوگی۔

$$\mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a + \mathcal{R}_a = \frac{2l_a}{\mu_0 A_c}$$

stator³⁰
rotor³¹

خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_a اور کشافتِ مقناطیسی بہاؤ B_a درج ذیل ہوں گے۔

$$\phi_a = \frac{\tau}{\mathfrak{R}_s} = (Ni) \left(\frac{\mu_0 A_c}{2l_a} \right)$$

$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} = \frac{\mu_0 Ni}{2l_a}$$

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$0.95 = \frac{4\pi 10^{-7} \times 1000 \times i}{2 \times 0.005}$$

$$i = \frac{0.95 \times 2 \times 0.005}{4\pi 10^{-7} \times 1000} = 7.56 \text{ A}$$

□

روایتی موٹروں اور جزیٹروں کی خلاء میں تقریباً ایک ٹسلا کشافتِ برقی بہاؤ ہوتی ہے۔

2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی

مقناطیسی بہاؤ کی وقت کے ساتھ تبدیلی برقی دباؤ کو جنم دیتی ہے۔ لہذا شکل 2.10-1 کے قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ کی تبدیل کی بنا لچھے میں برقی دباؤ e پیدا ہو گا جو لچھے کے سروں پر نمودار ہو گا۔ اس طرح پیدا ہونے والی برقی دباؤ کو امالہ برقی دباؤ³² کہتے ہیں۔ قانون فیرو³³ کے تحت³⁴ درج ذیل ہو گا (جہاں دائیں ہاتھ منفی کی علامت نہیں لکھی گئی ہے چونکہ ہمیں صرف دباؤ کی مطلق قیمت سے غرض ہے)۔

$$(2.27) \quad e = N \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial t}$$

امالی برقی دباؤ کو منبع برقی دباؤ تصور کریں۔

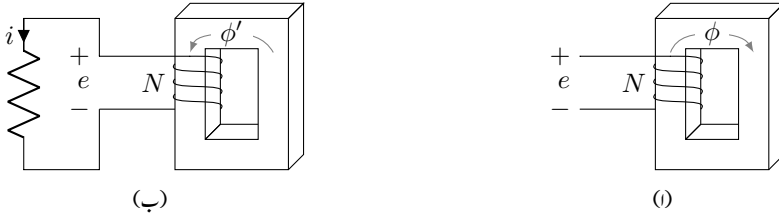
امالی برقی دباؤ کا رخ تعین کرنے کی خاطر لچھے کے سروں کو کمر دور³⁵ کریں۔ لچھے میں پیدا برقی رو اس رخ ہو گا جو مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کو روکے۔

³² induced voltage

³³ Faraday's law

³⁴ ہاگل فیرو³⁴ انگلستانی سائنسدان تھے جنہوں نے محرک برقی دباؤ دریافت کی

³⁵ short circuit



شکل 2.10: قالب میں مقناطیسی بہاو کی تبدیلی لچھے میں برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔

فرض کریں شکل 2.10-ا میں بہاو ϕ گھڑی کی سوئیوں کے گھومنے کے رخ ہے اور بہاو کی مقدار بڑھ رہی ہے۔ بہاو کی تبدیلی کا مخالف بہاو ϕ' پیدا کرنے کی خاطر لچھے کا بالائی سر مثبت ہو گا۔ شکل 2.10-ب میں لچھے کے سروں کے بیچ مزاحمت نسب کیا گیا ہے۔ لچھے کو منع دباؤ تصور کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مزاحمت میں رو کا رخ قالب میں گھڑی کے مخالف رخ بہاو ϕ' پیدا کرے گا۔

قالب میں مقناطیسی بہاو ϕ ، قالب پر لپیٹے گئے لچھے کے تمام پکڑوں N کے اندر سے گزرتا ہے۔ $N\phi$ کو لچھے کا ارتباط بہاو λ ³⁶ کہتے ہیں جس کی اکائی ویبر۔ پیکر³⁷ ہے۔

$$\lambda = N\phi \quad (2.28)$$

جن مقناطیسی ادوار میں مقناطیسی مستقل μ کو اٹل مقدار تصور کیا جاسکے یا جن میں خلائی درز کی ہچکچاہٹ قالب کی ہچکچاہٹ سے بہت زیادہ ہو، $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ، ان میں لچھے کی امالہ L ³⁸ کی تعریف درج ذیل مساوات دیتی ہے۔

$$L = \frac{\lambda}{i} \quad (2.29)$$

امالہ کی اکائی ویبر۔ پیکر فی ایمپیئر ہے جس کو ہیزل³⁹ H کا نام دیا گیا ہے۔ مساوات 2.29 میں $\lambda = N\phi$ ، $\phi = B_c A_c$ اور $\phi = \frac{Ni}{\mathcal{R}}$ پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا

$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NB_c A_c}{i} = \frac{N^2 \mu_0 A_a}{l_a} \quad (2.30)$$

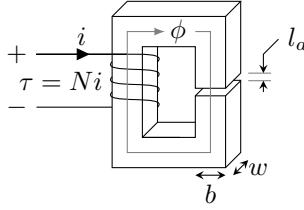
³⁶ flux linkage

³⁷ weber-turn

³⁸ inductance

³⁹ Henry

⁴⁰ امریکی سائنسدان جوزف ہیزلی جنہوں نے مانگل فیوڈ سے علیحدہ طور پر محرک برقی دباؤ دریافت کی



شکل 2.11: امالہ (مثال 2.5)

جہاں قالب کا رقبہ عمودی تراش A_c اور درز کا رقبہ عمودی تراش A_a ایک دوسرے کے برابر لیے گئے ہیں۔

مثال 2.5: شکل 2.11 میں $b = 5 \text{ cm}$, $w = 4 \text{ cm}$, $l_a = 3 \text{ mm}$ جبکہ لچھے کے 1000 چکر اور قالب کی اوسط لمبائی $l_c = 30 \text{ cm}$ ہے۔ درج ذیل دو صورتوں میں لچھے کی امالہ تلاش کریں۔

• قالب کا $\mu_r = \infty$ ہے۔

• قالب کا $\mu_r = 500$ ہے۔

حل: (i) قالب کے $\mu_r = \infty$ کی بنا قالب کی ہچکچاہٹ قابل نظر انداز ہو گی لہذا امالہ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{N^2 \mu_0 w b}{l_a} \\ &= \frac{1000^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05}{0.003} \\ &= 0.838 \text{ H} \end{aligned}$$

(ب) $\mu_r = 500$ کی صورت میں قالب کی ہچکچاہٹ قابل نظر انداز نہیں ہو گی۔ خلاء اور قالب کی ہچکچاہٹ دریافت کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_a &= \frac{l_a}{\mu_0 w b} = \frac{0.003}{4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 1193507 \text{ A} \cdot \text{t/Wb} \\ \mathcal{R}_c &= \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 w b} = \frac{0.3}{500 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 238701 \text{ A} \cdot \text{t/Wb} \end{aligned}$$

یوں بہاؤ، ارتباط اور امالہ درج ذیل ہوں گے۔

$$\phi = \frac{Ni}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c}$$

$$\lambda = N\phi = \frac{N^2 i}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c} = \frac{1000^2}{1\,193\,507 + 238\,701} = 0.698\text{ H}$$

□

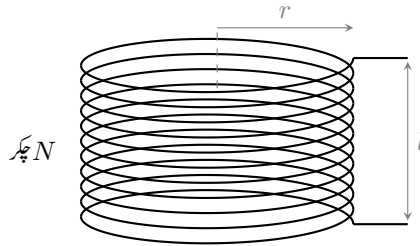
مثال 2.6: شکل 2.12 میں ایک پیچدار لچھا⁴¹ دکھایا گیا ہے جس کی جسامت درج ذیل ہے۔

$$N = 11, r = 0.49\text{ m}, l = 0.94\text{ m}$$

پیچدار لچھے کے اندر مقناطیسی بہاؤ ϕ کا بیشتر حصہ محوری رخ ہوتا ہے۔ لچھے کے باہر یہی بہاؤ پوری کائنات سے گزرتے ہوئے واپس لچھے میں داخل ہوتا ہے۔ چونکہ پوری کائنات کا رقبہ عمودی تراش A لامتناہی ہے لہذا لچھے کے باہر کشافیت مقناطیسی بہاؤ $B = \frac{\phi}{A}$ کی مقدار قابل نظر انداز ہوگی۔ لچھے کے اندر محوری رخ مقناطیسی شدت درج ذیل ہوگی۔

$$H = \frac{Ni}{l}$$

اس لچھے کی خود امالہ حاصل کریں۔



شکل 2.12: پیچدار لچھا

حل:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 N i}{l}$$

$$\phi = B \pi r^2 = \frac{\mu_0 N i \pi r^2}{l}$$

$$\lambda = N \phi = \frac{\mu_0 N^2 i \pi r^2}{l}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

N ، r اور l کی قیمتیں پر کرتے ہوئے درج ذیل امالہ حاصل ہو گا⁴²۔

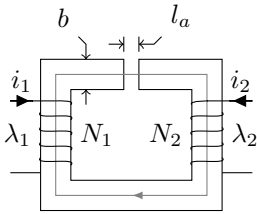
$$L = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times \pi \times 0.49^2}{0.94} = 122 \mu\text{H}$$

□

شکل 2.13 میں دو لچھوں کا ایک مقناطیسی دور دکھایا گیا ہے۔ ایک لچھے کے چکر N_1 اور اس میں برقی رو i_1 ہے، دوسرا لچھا N_2 چکر کا ہے اور اس میں برقی رو i_2 ہے۔ دونوں لچھوں میں مثبت برقی رو قالب میں ایک جیسے رخ مقناطیسی دباؤ پیدا کرتے ہیں۔ اگر قالب کا \mathcal{R}_c قابل نظر انداز ہو تب مقناطیسی بہاؤ ϕ درج ذیل ہو گا۔

$$(2.31) \quad \phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

دونوں لچھوں کا مجموعی مقناطیسی دباؤ، $N_1 i_1 + N_2 i_2$ ، مقناطیسی بہاؤ ϕ پیدا کرتا ہے۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا پہلے لچھے



مونائی = b
گہرائی = w

$$A_a = A_c = bw$$

$$\lambda_1 = N_1 \phi$$

$$\lambda_2 = N_2 \phi$$

$$\phi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c}$$

شکل 2.13: دو لچھے والا مقناطیسی دور۔

⁴² یہ چپواری لچھا میں نے 3000 گلوگرام لوہا پکھلانے والی بجلی میں استعمال کیا ہے۔

کے ساتھ ارتباط

$$(2.32) \quad \lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2$$

یعنی

$$(2.33) \quad \lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

ہے جہاں L_{11} اور L_{12} سے مراد درج ذیل ہے۔

$$(2.34) \quad L_{11} = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(2.35) \quad L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

L_{11} پہلے لچھے کا خود امالہ⁴³ ہے اور $L_{11} i_1$ اس لچھے کے اپنے برقی رو i_1 سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے جسے خود ارتباط بہاؤ⁴⁴ کہتے ہیں۔ L_{12} ان دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ⁴⁵ ہے اور $L_{12} i_2$ لچھا-1 کے ساتھ i_2 سے پیدا بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے جسے مشترکہ ارتباط بہاؤ⁴⁶ کہتے ہیں۔ بالکل اسی طرح ہم دوسرے لچھے کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں

$$(2.36) \quad \begin{aligned} \lambda_2 &= N_2 \phi = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2 \\ &= L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \end{aligned}$$

جہاں L_{21} اور L_{22} سے مراد درج ذیل ہے۔

$$(2.37) \quad L_{22} = N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(2.38) \quad L_{21} = L_{12} = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

L_{22} لچھا-2 کا خود امالہ اور $L_{21} = L_{12}$ دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ ہے۔ امالہ کا تصور اس وقت کارآمد ہوتا ہے جب مقناطیسی مستقل μ کو اٹل تصور کرنا ممکن ہو۔

self inductance⁴³
self flux linkage⁴⁴
mutual inductance⁴⁵
mutual flux linkage⁴⁶

مساوات 2.29 کو مساوات 2.27 میں پر کرتے ہیں۔

$$(2.39) \quad e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\partial (Li)}{\partial t}$$

اگر امالہ کی قیمت اٹل ہو، جیسا کہ ساکن مشینوں میں ہوتا ہے، تب ہمیں امالہ کی جانی پہچانی مساوات

$$(2.40) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t}$$

ملتی ہے۔ اگر امالہ بھی تبدیل ہو، جیسا کہ موٹروں اور جنریٹروں میں ہوتا ہے، تب درج ذیل ہو گا۔

$$(2.41) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t} + i \frac{\partial L}{\partial t}$$

توانائی⁴⁷ کی اکائی جاول⁴⁸ J⁴⁹ ہے اور طاقت⁵⁰ کی اکائی⁵¹ جاول فی سیکنڈ ہے جس کو واٹ⁵² W کا نام دیا گیا ہے۔

اس کتاب میں توانائی یا کام کو W سے ظاہر کیا جائے گا اگرچہ طاقت کی اکائی واٹ W کے لئے بھی یہی علامت استعمال ہوتی ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ متن سے اصل مطلب جاننا ممکن ہو گا۔

وقت t کے ساتھ توانائی W کی تبدیلی کی شرح کو طاقت⁵⁰ p کہتے ہیں۔ یوں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.42) \quad p = \frac{dW}{dt} = ie = i \frac{d\lambda}{dt}$$

مقناطیسی دور میں لمحہ t₁ تا t₂ مقناطیسی توانائی کی تبدیلی کو مکمل کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے:

$$(2.43) \quad \Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$$

ایک لچھے کا مقناطیسی دور، جس میں امالہ کی قیمت اٹل ہو، کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.44) \quad \Delta W = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} d\lambda = \frac{1}{2L} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)$$

⁴⁷energy

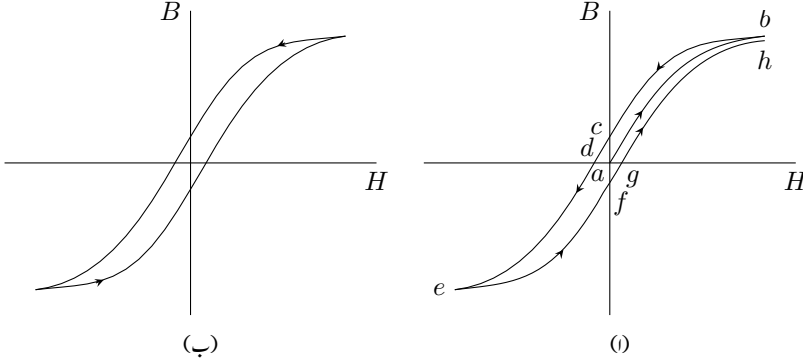
⁴⁸Joule

⁴⁹49 تیسری پریکٹس جاول انگلستانی سائنسدان جنہوں نے حرارت اور میکانیکی کام کا رشتہ دریافت کیا

⁵⁰power

⁵¹51-کالمبیز کے جیمز واٹ جنہوں نے بخارات پر چلنے والے انجن پر کام کیا

⁵²Watt



شکل 2.14: $B - H$ خطوط یا مقناطیسی چال کے دائرے۔

یوں t_1 پر $\lambda_1 = 0$ تصور کرتے ہوئے کسی بھی λ پر مقناطیسی توانائی درج ذیل ہو گی۔

$$(2.45) \quad \Delta W = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{Li^2}{2}$$

2.8 مقناطیسی مادہ کے خواص

قالب کے استعمال سے دو فوائد حاصل ہوتے ہیں۔ قالب کے استعمال سے کم مقناطیسی دباؤ، زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے اور مقناطیسی بہاؤ کو پسند کی راہ پر رہنے کا پابند بنایا جاسکتا ہے۔ ایک دوری ٹرانسفارمر میں قالب کے استعمال سے مقناطیسی بہاؤ کو اس طرح پابند کیا جاتا ہے کہ تمام لچھوں میں یکساں بہاؤ پایا جاتا ہو۔ موٹروں میں قالب کے استعمال سے مقناطیسی بہاؤ کو یوں پابند کیا جاتا ہے کہ زیادہ سے زیادہ قوت پیدا ہو جبکہ جنریٹروں میں زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ حاصل کرنے کی نیت سے بہاؤ کو پابند کیا جاتا ہے۔

مقناطیسی مواد کی B اور H کا تعلق ترسیم کی صورت میں پیش کیا جاتا ہے۔ لوہا نما مقناطیسی مادے کی $B - H$ ترسیم شکل 2.14-الف میں دکھائی گئی ہے۔ ایک لوہا نما مقناطیسی مادہ جس میں مقناطیسی اثر نہیں پایا جاتا ہو کو نقطہ a سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس نقطہ پر درج ذیل ہوں گے۔

$$(2.46) \quad \begin{aligned} H_a &= 0 \\ B_a &= 0 \end{aligned}$$

اس مادہ کو لچھے میں رکھ کر اس پر مقناطیسی دباؤ لاگو کیا جاسکتا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت H لاگو کرنے سے لوہا نما مقناطیسی مادے میں کثافت مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوگی۔ میدان شدت بڑھانے سے کثافت مقناطیسی بہاؤ بھی بڑھے گی۔ اس عمل کو نقطہ a سے ابتدا کرتے ہوئے ایک تیردار قوس سے دکھایا گیا ہے۔ میدان شدت کو نقطہ b تک بڑھایا گیا ہے جہاں H_b اور B_b ہوں گے۔

نقطہ b تک پہنچنے کے بعد میدان شدت کم کرتے ہوئے دیکھا گیا ہے کہ واپسی قوس ایک مختلف راستہ اختیار کرتا ہے۔ یوں نقطہ b سے میدان شدت کم کرتے ہوئے صفر کرنے سے لوہا نما مادہ کی کثافت مقناطیسی بہاؤ کم ہو کر نقطہ c پر آن پہنچتی ہے۔ نقطہ b سے نقطہ c تک تیردار قوس اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔ نقطہ c پر بیرونی میدان شدت صفر ہے لیکن لوہا نما مادے کی کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں ہے۔ یہ مادہ ایک مقناطیس بن گیا ہے جس کی کثافت مقناطیسی بہاؤ B_c ہے۔ اس مقدار کو بقایا کثافت مقناطیسی بہاؤ⁵³ کہتے ہیں۔ مصنوعی مقناطیس اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

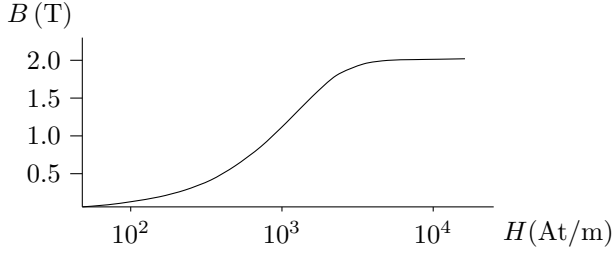
نقطہ c سے میدان شدت منفی رخ بڑھانے سے B کم ہوتے ہوئے آخر کار ایک مرتبہ دوبارہ صفر ہو جائے گی۔ اس نقطہ کو d سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسیت ختم کرنے کے لئے درکار میدان شدت کی مقدار $|H_d|$ کو مقناطیسیت ختم کرنے والی شدت یا مختصراً خاتم شدت⁵⁴ کہتے ہیں۔

منفی رخ میدان شدت مزید بڑھانے سے نقطہ e حاصل ہو گا۔ اس کے بعد منفی رخ کی میدان شدت کی مطلق قیمت کم کرنے سے نقطہ f حاصل ہو گا جہاں میدان شدت صفر ہونے کے باوجود کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں ہے۔ اس نقطہ پر لوہا نما مادہ الٹ رخ مقناطیس بن چکا ہے اور B_f بقایا کثافت مقناطیسی بہاؤ ہے۔ اسی طرح اس رخ مقناطیسیت ختم کرنے کی شدت $|H_g|$ ہے۔ میدان شدت بڑھاتے ہوئے نقطہ b کی بجائے نقطہ h پہنچا جاتا ہے۔

برقی شدت کو متواتر اسی طرح پہلے ایک رخ اور پھر مخالف (دوسری) رخ ایک خاص حد تک پہنچانے سے آخر کار $B-H$ منحنی کا ایک بند دائرہ حاصل ہو گا جسے شکل 2.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس دائرہ پر گھڑی کے مخالف رخ سفر ہو گا۔ شکل 2.14-ب کو مقناطیسی چال کا دائرہ⁵⁵ کہتے ہیں۔

مختلف H کے لئے شکل 2.14-ب حاصل کر کے ایک ہی کاغذ پر کھینچنے کے بعد ان تمام کے b نقطے جوڑنے سے شکل 2.15 میں دکھائی گئی $B-H$ ترسیم حاصل ہوگی۔ ٹرانسفارمرز میں استعمال ہونے والی 0.3048 ملی میٹر موٹی $M5$ قابلی پتری کی $B-H$ ترسیم شکل 2.15 میں دکھائی گئی ہے۔ اس ترسیم میں موجود مواد جدول 2.1

magnetic flux/residual⁵³
coercivity⁵⁴
hysteresis loop⁵⁵



شکل 2.15: $M5:2.15$ فولاد کی 0.3048 ملی میٹر موٹی پٹری کی ترسیم۔ میدان شدت کا پیمانہ لاگ ہے۔

میں بھی دیا گیا ہے۔ عموماً مقناطیسی مسائل حل کرتے ہوئے شکل 2.14 کی جگہ شکل 2.15 طرز کی ترسیم استعمال کی جاتی ہے۔ دھیان رہے کہ اس ترسیم میں H کا پیمانہ لاگ⁵⁶ ہے۔

لہذا مقناطیسی مادے پر لاگو مقناطیسی شدت بڑھانے سے کثافتِ مقناطیسی بہاو بڑھنے کی شرح بتدریج کم ہوتی جاتی ہے حتیٰ کہ آخر کار یہ شرح خلاء کی شرح μ_0 کے برابر ہو جاتی ہے:

$$(2.47) \quad \frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu_0$$

اس اثر کو سیرامیٹ⁵⁷ کہتے ہیں جو شکل 2.15 میں واضح ہے۔

شکل 2.14 سے واضح ہے کہ H کی کسی بھی قیمت پر B کے دو ممکنہ قیمتیں ہوں گی۔ بڑھتے مقناطیسی بہاو کی صورت میں ترسیم میں نیچے سے اوپر جانے والی منحنی B اور H کا تعلق پیش کرے گی جبکہ گھٹے ہوئے مقناطیسی بہاو کی صورت میں اوپر سے نیچے جانے والی منحنی اس تعلق کو پیش کرے گی۔ چونکہ $\mu = B/H$ ہے لہذا B کی مقدار تبدیل ہونے سے μ کی قیمت بھی تبدیل ہوگی۔ باوجود اس کے ہم مقناطیسی ادوار میں μ کو ایک مستقل تصور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے عموماً نتائج پر زیادہ اثر انداز نہیں ہوتا۔

مثال 2.7: شکل 2.15 یا اس کے مساوی جدول 2.1 میں دی گئی مواد استعمال کرتے ہوئے شکل 2.6 کی خلاء میں ایک ٹسلا اور دو ٹسلا کثافتِ مقناطیسی بہاو حاصل کرنے کے لئے درکار برقی رو معلوم کریں۔ درج ذیل معلومات استعمال کریں۔ قالب اور خلاء کا رقبہ عمودی تراش ایک دوسرے جتنا لیں۔

$$b = 5 \text{ cm}, w = 4 \text{ cm}, l_a = 3 \text{ mm}, l_c = 30 \text{ cm}, N = 1000$$

⁵⁶ log
⁵⁷ saturation

حل: ایک ٹسلا کے لئے۔

جدول 2.1 کے تحت قالب میں 1 ٹسلا کے لئے قالب کو 11.22 ایمپیئر-چکر فی میٹر قیمت کی شدت H درکار ہو گی۔ یوں 30 سم لمبے قالب کو $3.366 = 0.3 \times 11.22$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔

خلاء کو درج ذیل ایمپیئر-چکر فی میٹر شدت درکار ہے۔

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} = 795\,671$$

یوں 3 ملی میٹر خلاء کو $0.003 \times 795\,671 = 2387$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ اس طرح کل ایمپیئر-چکر $3.366 + 2387 = 2390.366$ ہیں جن سے درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$i = \frac{2390.366}{1000} = 2.39 \text{ A}$$

حل: دو ٹسلا کے لئے۔

جدول 2.1 کے تحت قالب میں 2 ٹسلا کثافت کے لئے قالب کو 10000 ایمپیئر-چکر فی میٹر H درکار ہو گی۔ یوں 30 سم قالب کو $3000 = 0.3 \times 10000$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{2}{4\pi 10^{-7}} = 1\,591\,342$$

ایمپیئر-چکر فی میٹر درکار ہیں لہذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو $0.003 \times 1\,591\,342 = 4774$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ یوں کل ایمپیئر-چکر $3000 + 4774 = 7774$ ہیں جن سے درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$i = \frac{7774}{1000} = 7.774 \text{ A}$$

□

اس مثال میں مقناطیسی سیرابیت واضح ہے۔

B	H	B	H	B	H	B	H	B	H	B	H
0.000	0	0.700	9	1.480	30	1.720	200	1.852	1000	1.998	9000
0.040	2	0.835	10	1.540	40	1.752	300	1.900	2000	2.000	10000
0.095	3	1.000	11.22	1.580	50	1.780	400	1.936	3000	2.020	20000
0.160	4	1.100	12.59	1.601	60	1.800	500	1.952	4000	2.040	30000
0.240	5	1.200	14.96	1.626	70	1.810	600	1.968	5000	2.048	40000
0.330	6	1.300	17.78	1.640	80	1.824	700	1.975	6000	2.060	50000
0.440	7	1.340	20	1.655	90	1.835	800	1.980	7000	2.070	60000
0.560	8	1.400	23.77	1.662	100	1.846	900	1.985	8000	2.080	70000

جدول 2.1: مقناطیسی بہاؤ بالقابل شدت

2.9 ہیجان شدہ لچھا

بدلتی رو بجلی میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ عموماً سائن نما ہوتے ہیں جن کا وقت کے ساتھ تعلق $\sin \omega t$ یا $\cos \omega t$ ہو گا۔ اس حصہ میں بدلتی رو سے لچھا ہیجان کرنا اور اس سے نمودار ہونے والی برقی توانائی کے ضیاع پر تذکرہ کیا جائے گا۔ قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ

$$(2.48) \quad B = B_0 \sin \omega t$$

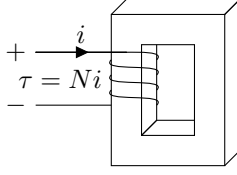
کی صورت میں قالب میں درج ذیل بدلتا مقناطیسی بہاؤ φ پیدا ہو گا۔

$$(2.49) \quad \varphi = A_c B = A_c B_0 \sin \omega t = \phi_0 \sin \omega t$$

اس مساوات میں مقناطیسی بہاؤ کا حیظ ϕ_0 ، کثافت مقناطیسی بہاؤ کا حیظ B_0 ، قالب کا رقبہ عمودی تراش A_c (جو ہر مقام پر یکساں ہے)، زاویائی تعدد $\omega = 2\pi f$ اور تعدد f ہے۔

فیراڈے کے قانون (مساوات 2.27) کے تحت یہ مقناطیسی بہاؤ لچھے میں $e(t)$ الہ برقی دباؤ⁵⁸ پیدا کرے گا

$$\begin{aligned}
 e(t) &= \frac{\partial \lambda}{\partial t} \\
 &= \omega N \phi_0 \cos \omega t \\
 &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\
 &= E_0 \cos \omega t
 \end{aligned}$$



شکل 2.16: سادہ مقناطیسی دور (مثال 2.8)۔

جس کا حیثہ درج ذیل ہو گا۔

$$(2.51) \quad E_0 = \omega N \phi_0 = 2\pi f N A_c B_0$$

ہم بدلتے رو مقداروں کے مربع کی اوسط کے جذر میں دلچسپی رکھتے ہیں جو ان مقداروں کی موثر⁵⁹ قیمت ہوتی ہے۔ جیسا صفحہ 21 پر مساوات 1.42 میں دیکھا گیا، سائن نما موج کی موثر قیمت موج کے حیثہ کی $1/\sqrt{2}$ گنتا ہو گی لہذا امالی برقی دباؤ کی موثر قیمت E_{rms} درج ذیل ہو گی۔

$$(2.52) \quad E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N A_c B_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N A_c B_0$$

یہ مساوات بہت اہم ہے جس کو ہم بار بار استعمال کریں گے۔ بدلتے برقی دباؤ یا بدلتے برقی رو کی قیمت سے مراد ان کی موثر قیمت ہو گی۔ پاکستان میں گھریلو برقی دباؤ کی موثر قیمت 220 وولٹ ہے۔ اس سائن نما برقی دباؤ کی چوٹی $\sqrt{2} \times 220 = 311$ وولٹ ہو گی۔

مثال 2.8: شکل 2.16 میں لچھے کے 27 چکر ہیں۔ قالب کی لمبائی 30 سم جبکہ اس کا رقبہ عمودی تراش 229.253 مربع سم ہے۔ لچھے کو گھریلو 220 وولٹ موثر برقی دباؤ سے ہیجان کیا جاتا ہے۔ جدول 2.1 کی مدد سے مختلف برقی دباؤ پر محرک برقی رو معلوم کریں اور اس کا خط کھینچیں۔

حل: گھریلو برقی دباؤ 50 ہرٹز کی سائن نما موج ہو گی۔

$$(2.53) \quad v = \sqrt{2} \times 220 \cos(2\pi 50t)$$

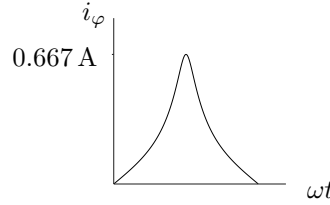
مساوات 2.52 کی مدد سے ہم کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی چوٹی حاصل کرتے ہیں۔

$$(2.54) \quad B_0 = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 27 \times 0.0229253} = 1.601 \text{ T}$$

⁵⁹root mean square, rms

ωt	B	H	$0.3H$	$i_\phi = \frac{0.3H}{27}$	ωt	B	H	$0.3H$	$i_\phi = \frac{0.3H}{27}$
0.675	1.000	11.22	3.366	0.125	0.000	0.000	0	0.000	0.000
0.757	1.100	12.59	3.777	0.140	0.025	0.040	2	0.600	0.022
0.847	1.200	14.96	4.488	0.166	0.059	0.095	3	0.900	0.033
0.948	1.300	17.78	5.334	0.198	0.100	0.160	4	1.200	0.044
0.992	1.340	20	6.000	0.222	0.150	0.240	5	1.500	0.056
1.064	1.400	23.77	7.131	0.264	0.208	0.330	6	1.800	0.067
1.180	1.480	30	9.000	0.333	0.278	0.440	7	2.100	0.078
1.294	1.540	40	12.000	0.444	0.357	0.560	8	2.400	0.089
1.409	1.580	50	15.000	0.556	0.453	0.700	9	2.700	0.100
1.571	1.601	60	18.000	0.667	0.549	0.835	10	3.000	0.111

جدول 2.2: محرک برقی رو



شکل 2.17: $M5$ پٹری کے قالب میں 1.6 ٹسلا تک ہیجان پیدا کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو۔

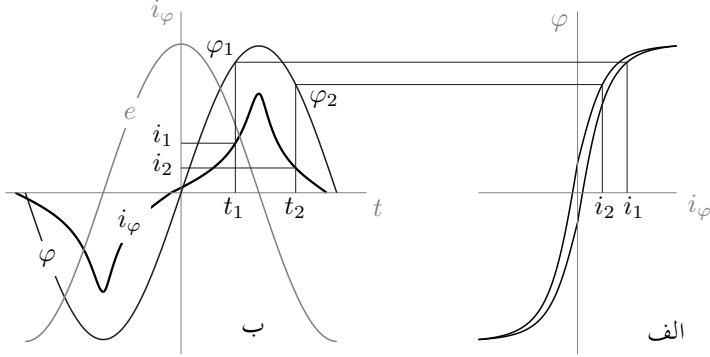
یوں قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کا حیثہ 1.601 ہو گا اور قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

(2.55)

$$B = 1.601 \sin \omega t$$

ہم جدول کی مدد سے 0 اور 1.601 ٹسلا کے بیچ مختلف قیمتوں پر درکار محرک برقی رو i_ϕ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ ہم مختلف B پر جدول 2.1 سے قالب کی H حاصل کریں گے جو ایک میٹر لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیرسز۔ چکر ہوں گے۔ اس سے 30 سم لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیرسز۔ چکر کر معلوم کر کے برقی رو حاصل کریں گے۔

جدول 2.2 مختلف کثافتِ مقناطیسی بہاو کے لئے درکار محرک برقی رو دیتی ہے۔ جدول میں ہر B کی قیمت پر ωt مساوات 2.55 کی مدد سے حاصل کی گئی ہے۔ ωt بالقابل محرک برقی رو کا خط شکل 2.17 میں دیا گیا ہے۔ □



شکل 2.18: ہیجان انگیز برقی رو۔

برقی لچھے میں برقی دباؤ سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ ہیجان شدہ لچھا میں گزرتے برقی رو i_ϕ کی بنا قالب میں مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو گا۔ اس برقی رو i_ϕ کو ہیجان انگیز برقی رو⁶⁰ کہتے ہیں۔

مثال 2.8 میں ہیجان انگیز برقی رو معلوم کی گئی جسے شکل 2.17 میں دکھایا گیا۔ اسے حاصل کرتے وقت مقناطیسی چال⁶¹ کو نظر انداز کیا گیا۔ شکل 2.18 میں ہیجان انگیز برقی رو i_ϕ دکھائی گئی ہے جو مقناطیسی چال کو مد نظر رکھ کر حاصل کی گئی ہے۔ اس کو سمجھنا ضروری ہے۔

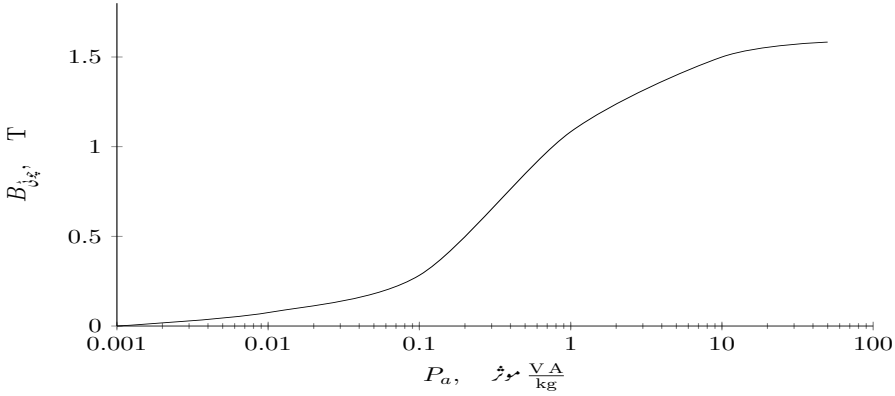
شکل 2.18-الف میں مقناطیسی چال کا دائرہ دکھایا گیا ہے۔ درج ذیل تعلقات کی بنا مقناطیسی چال کے خط کو $i_\phi - \phi$ کا خط لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.56) \quad \begin{aligned} Hl &= Ni \\ \phi &= BA_c \end{aligned}$$

قالب میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ ϕ کو شکل 2.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔ سائن نما مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ لمحہ t_1 پر اس کی قیمت ϕ_1 ہو گی۔ مقناطیسی بہاؤ ϕ_1 حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو i_1 شکل-الف سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ اسی ہیجان انگیز برقی رو کو شکل-ب میں لمحہ t_1 پر دکھایا گیا ہے۔

دھیان رہے کہ لمحہ t_1 پر مقناطیسی بہاؤ بڑھ رہا ہے لہذا مقناطیسی چال کے خط کا درست حصہ استعمال کرنا ضروری ہے۔ شکل 2.18-الف میں $i_\phi - \phi$ کے خط میں گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے یوں نیچے سے اوپر

⁶⁰excitation current
⁶¹hysteresis



شکل 2.19: پچاس ہرٹز پر 0.3 ملی میٹر موٹی پٹری کے لئے درکار موثر وولٹ-ایمپیر فی کلو گرام قالب

جاتا ہوا حصہ استعمال کیا گیا ہے۔ شکل 2.14-ب میں تیر کے نشان مقناطیسی بہاو بڑھنے (نیچے سے اوپر) اور گٹھنے (اوپر سے نیچے) والے حصوں کی نشاندہی کرتے ہیں۔

لحہ t_2 پر مقناطیسی بہاو گھٹ رہا ہے۔ اس لحہ پر مقناطیسی بہاو φ_2 ہے اور اسے حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو i_2 ہے۔

اسی طرح مختلف لمحات پر درکار ہیجان انگیز برقی رو حاصل کرنے سے شکل 2.18-ب کا i_φ خط ملتا ہے جو غیر سائن نما ہے۔

آپ جانتے ہیں کہ $\varphi = \phi_0 \sin \omega t$ کی صورت میں برقی دباؤ $e = N \frac{d\varphi}{dt} = N \phi_0 \omega \cos \omega t$ ہو گا۔ شکل 2.18-ب میں اس برقی دباؤ کو بھی دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ برقی دباؤ سے مقناطیسی بہاو 90° تاخیر سے ہے۔

قالب میں $B = B_0 \sin \omega t$ کی صورت میں H اور i_φ غیر سائن نما ہوں گے جن کی موثر قیمتوں $H_{c,rms}$ اور $i_{\varphi,rms}$ کا تعلق درج ذیل ہو گا۔

$$(2.57) \quad N i_{\varphi,rms} = l_c H_{c,rms}$$

مساوات 2.52 اور مساوات 2.57 سے درج ذیل حاصل ہو گا

$$(2.58) \quad E_{rms} i_{\varphi,rms} = \sqrt{2} \pi f B_0 H_{c,rms} A_c l_c$$

جہاں A_{cl_c} قالب کا حجم ہے۔ یوں A_{cl_c} حجم کے قالب کو B_0 کثافتِ مقناطیسی بہاؤ تک پہنچانے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\phi, rms}$ مساوات 2.58 دے گی۔ ایک مقناطیسی قالب جس کا حجم A_{cl_c} اور میکانی کثافت ρ_c ہو، کی کمیت $m_c = \rho_c A_{cl_c}$ ہوگی لہذا ایک کلوگرام قالب کے لئے مساوات 2.58 کو درج ذیل روپ میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.59) \quad P_a = \frac{E_{rms} i_{\phi, rms}}{m_c} = \frac{\sqrt{2}\pi f}{\rho_c} B_0 H_{c, rms}$$

دیکھا جائے تو کسی ایک تعدد f پر P_a کی قیمت صرف قالب اور اس میں B_0 یعنی B چوٹی پر منحصر ہے، چونکہ $H_{c, rms}$ خود B_0 پر منحصر ہے۔ یہی وجہ ہے کہ قالب بنانے والے اکائی کمیت کے قالب میں مختلف چوٹی B پیدا کرنے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\phi, rms}$ کی B_0 بالقابل P_a ترسیم مہیا کرتے ہیں۔ قالب کی 0.3 ملی میٹر موٹی پٹری کے لئے ایسی ترسیم شکل 2.19 میں دکھایا گیا ہے۔

باب 3

ٹرانسفارمر

ٹرانسفارمر وہ آلہ ہے جو بدلتا برقی دباؤ کو تبدیل کرتا ہے۔ یہ دو یا دو سے زیادہ لچھوں پر مشتمل ہوتا ہے جو مقناطیسی قالب¹ پر لپٹے ہوتے ہیں۔ یہ لچھے عموماً آپس میں جڑے ہوئے نہیں ہوتے۔ شکل 3.1-الف میں ٹرانسفارمر کی علامت دکھائی گئی ہے۔ دو لچھوں کے درمیان متوازی لکیریں مقناطیسی قالب کو ظاہر کرتی ہیں۔

دستیاب برقی دباؤ² پر ٹرانسفارمر کے ایک لچھے کو برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے اور باقی لچھوں سے مختلف برقی دباؤ پر یہی برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ جس لچھے پر برقی دباؤ لاگو کیا جائے اسے ابتدائی لچھا³ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو ابتدائی جانب⁴ کہتے ہیں۔ اسی طرح جس لچھے (لچھوں) سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے اسے (انہیں) ثانوی لچھا⁵ (لچھے) کہتے ہیں اور اس جانب کو ثانوی جانب⁶ کہتے ہیں۔ ایسا شکل 3.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔ ٹرانسفارمر کی علامت میں ابتدائی جانب کو بائیں طرف اور ثانوی جانب کو دائیں طرف دکھایا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر عموماً صرف دو لچھوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔ اس کتاب میں مقناطیسی قالب پر لپٹے ہوئے دو لچھوں کے قوی ٹرانسفارمر پر تبصرہ کیا جائے گا۔

¹ magnetic core

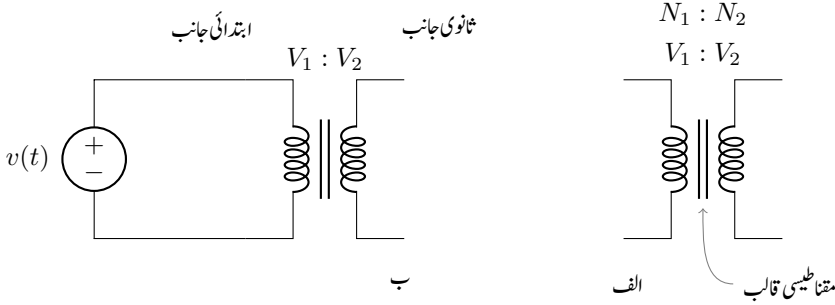
² بدلتی برقی دباؤ کی علامت میں مثبت اور منفی نشان وقت صفر پر برقی دباؤ کی مثبت اور منفی سرے ظاہر کرتے ہیں۔

³ primary coil

⁴ primary side

⁵ secondary coil

⁶ secondary side



شکل 3.1: ٹرانسفارمر کی علامت۔

ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کے لچھے کو کم برقی دباؤ کا لچھا⁷ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں جبکہ ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کے لچھے کو زیادہ برقی دباؤ کا لچھا⁸ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو زیادہ برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں۔

یوں اگر ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ جانب برقی دباؤ لاگو کیا جائے اور زیادہ برقی دباؤ جانب سے برقی دباؤ حاصل کیا جائے تو ٹرانسفارمر کی کم برقی دباؤ جانب کو ابتدائی جانب کہیں گے اور اس کی زیادہ برقی دباؤ جانب کو ثانوی جانب کہیں گے۔

3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت

بدلتے رو کی برقی طاقت ایک مقام سے دوسرے مقام با آسانی اور نہایت کم برقی طاقت کی ضیاع سے منتقل کی جا سکتی ہے۔ یہی اس کی مقبولیت کا راز ہے۔ ٹرانسفارمر کے تبادلہ برقی دباؤ⁹ کی خصوصیت ایسا کرنے میں کلیدی کردہر ادا کرتی ہے جسے درج ذیل مثال کی مدد سے سمجھتے ہیں۔

مثال 3.1: شکل 3.2 سے رجوع کریں۔ برقی دباؤ اور برقی رو کی حاصل ضرب برقی طاقت ہوتی ہے:

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

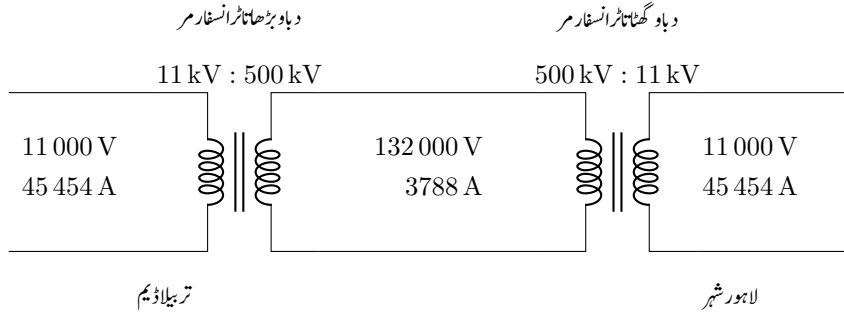
تصور کریں کہ تربیلا ڈیم سے 500 MW برقی طاقت لاہور¹⁰ شہر کے گھریلو صارفین کو 220 وولٹ پر مہیا کرنی

⁷ low voltage coil

⁸ high voltage coil

⁹ voltage transformation property

¹⁰ ضلع صوابی میں بھی لاہور ایک تحصیل ہے لیکن اس شہر کو اتنی طاقت نہیں درکار



شکل 3.2: برقی طاقت کی منتقلی۔

ہے۔ اگر ہم اس طاقت کو 220 وولٹ پر ہی منتقل کرنا چاہیں تب برقی رو

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{220} = 2\,272\,727\text{ A}$$

ہوگی۔ برقی تار میں کثافتِ برقی رو J_{au} تقریباً 5 ایمپیر فی مربع ملی میٹر $J_{au} = 5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ ممکن ہوتی ہے۔ یہ ایک محفوظ کثافتِ برقی رو ہے۔ اگر برقی تار میں اس سے زیادہ برقی رو گزاری جائے تو اس کی مزاحمت میں برقی طاقت کے ضیاع سے یہ گرم ہو کر پگھل سکتی ہے۔ اس طرح صفحہ 14 پر مساوات 1.23 سے برقی تار کا رقبہ عمودی تراش

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{2\,272\,727}{5} = 454\,545\text{ mm}^2$$

ہو گا۔ گول تار تصور کریں تو اس کا رداس درج ذیل ہو گا۔

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{454\,545}{\pi}} = 380\text{ mm} = 0.38\text{ m}$$

اتنی موٹی برقی تار کہیں نہیں پائی جاتی ہے¹¹۔ اگر یہ تار المونیم کی بنی ہو جس کی کثافت $\rho_v = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ہوتی ہے تب ایک میٹر لمبی تار کی کمیت

$$m = 2700 \times \pi \times 0.38^2 \times 1 = 1224\text{ kg}$$

یعنی 1.2 ٹن ہوگی۔ المونیم اتنی مہنگی ہے کہ اس صورت میں اتنی برقی طاقت کو لاہور پہنچانا ممکن نہیں ہو گا¹²۔

¹¹ آپ مائیں یا نہ مائیں، آپ نے بھی اتنی موٹی برقی تار کبھی نہیں دیکھی ہوگی۔

¹² آج کل لاہور میں بجلی کی معطلی اس وجہ سے نہیں ہے۔

آئیں اب ٹرانسفارمر استعمال کر کے دیکھتے ہیں۔ ڈیم پر ایک ٹرانسفارمر نسب کر کے برقی دباؤ کو بڑھا کر 132 000 وولٹ یعنی 132 کلو وولٹ کیا جاتا ہے۔ یوں برقی رو درج ذیل ہوگا

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{132\,000} = 3788 \text{ A}$$

جس کے لئے درکار برقی تار

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{3788}{5} = 758 \text{ mm}^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{1667}{\pi}} = 15.5 \text{ mm}$$

□

صرف 15.5 ملی میٹر رداس کی ہوگی۔

اس مثال میں اگر تربیلا ڈیم میں نسب جنریٹر 11000 وولٹ برقی دباؤ پیدا کر رہا ہو تو تربیلا ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو 11000 وولٹ سے بڑھا کر 132 کلو وولٹ کرے گا جبکہ لاہور شہر میں نسب ٹرانسفارمر 132 کلو وولٹ کو واپس 11000 وولٹ کرے گا۔

اسی مثال کو بڑھاتے ہیں۔ شہر میں 220 وولٹ کی بجائے 11000 وولٹ صارف کے قریب پہنچا کر محلہ میں نسب ٹرانسفارمر کی مدد سے 11000 وولٹ کو مزید گھٹا کر 220 وولٹ کیا جائے گا جو صارف کو فراہم کیے جائیں گے۔

شکل 3.2 میں ڈیم سے شہر تک کا نظام دکھایا گیا ہے جہاں ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ بڑھاتا ٹرانسفارمر¹³ اور لاہور میں نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ گھٹاتا ٹرانسفارمر¹⁴ کہا گیا ہے۔

برقی طاقت عموماً 11 کلو وولٹ اور 25 کلو وولٹ کے مابین پیدا کی جاتی ہے۔ اس کی منتقلی 110 کلو وولٹ اور 1000 کلو وولٹ کے بیچ کی جاتی ہے جبکہ اس کا استعمال 1000 وولٹ سے کم پر کیا جاتا ہے۔

3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام

گھروں اور کارخانوں کو برقی طاقت فراہم کرنے والے ٹرانسفارمر مقناطیسی قالب پر لپیٹے جاتے ہیں۔ یہ عموماً تین دوری¹⁵ ہوتے ہیں جنہیں لوہے کے قالب والے تین مرحلہ قوی ٹرانسفارمر¹⁶ کہتے ہیں۔

نہایت چھوٹے ٹرانسفارمر عموماً لوہے کے قالب پر بنائے جاتے ہیں اور یکے دوری¹⁷ ہوتے ہیں۔ یہ گھریلو استعمال کے برقی مشین، مثلاً موبائل چارجر، وغیرہ میں نسب ہوتے ہیں اور 220 وولٹ سے برقی دباؤ مزید گھٹاتے ہیں۔

برقی دباؤ کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو دباؤ کے ٹرانسفارمر¹⁸ کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی برقی دباؤ کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ اسی طرح برقی رو کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو رو کے ٹرانسفارمر¹⁹ کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی رو کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ویسے تو ہر ٹرانسفارمر کسی تناسب سے برقی دباؤ یا برقی رو کم یا زیادہ کرتا ہے لیکن جیسا پہلے ذکر کیا گیا، ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر میں کم اور زیادہ کرنے کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر کی برقی سکت²⁰ نہایت کم²¹ ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کے لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ خلاء کے ذریعہ بھی ممکن ہے۔ انہیں خلائی قالب ٹرانسفارمر²² کہتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر ذرائع ابلاغ²³ کے ادوار، یعنی ریڈیو، ٹی وی وغیرہ میں پائے جاتے ہیں۔ ان ٹرانسفارمر کی علامت شکل 3.3 میں دکھائی گئی ہے جس میں قالب ظاہر کرنے والی متوازی لکیریں نہیں پائی جاتی ہیں۔

3.3 امالی برقی دباؤ

اس حصے کا بنیادی مقصد بیرونی برقی دباؤ v اور اندرونی امالی برقی دباؤ e میں فرق واضح کرنا اور ان سے متعلق تکنیکی اصطلاحات کا تعارف ہے۔

¹⁵ three phase

¹⁶ iron core, three phase power transformer

¹⁷ single phase

¹⁸ potential transformer

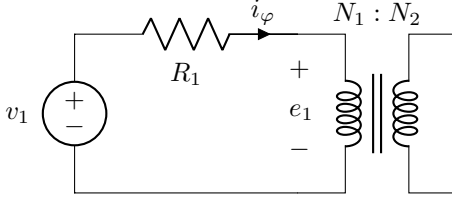
¹⁹ current transformer

²⁰ electrical rating

²¹ یہ عموماً تقریباً پچیس وولٹ۔ ایکسپریس سکت رکھتے ہیں۔

²² air core transformer

²³ communication transformer



شکل 3.3: خلائی ٹرانسفارمر کی علامت۔

شکل 3.4: بیرونی برقی دباؤ اور اندرونی امالی برقی دباؤ میں فرق۔

شکل 3.4 میں بے بوجھ ²⁴ ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے، یعنی اس کا ثانوی لچھا کھلے دور رکھا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 ہے جس کو بیرونی جزو دکھایا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے پر v_1 برقی دباؤ لاگو کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز ²⁵ برقی رو i_ϕ گزرے گا۔ اس ہیجان انگیز برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_\phi$ قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ پیدا کے گا۔ یہ بدلتا مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں امالی برقی دباؤ e_1 پیدا کرتا ہے جسے درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(3.1) \quad e_1 = -\frac{d\lambda}{dt} = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

اس مساوات میں

- λ ابتدائی لچھے کی مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے،
- ϕ مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاؤ جو دونوں لچھوں میں سے گزرتی ہے،
- N_1 ابتدائی لچھے کے چکر ہیں۔

ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 صفر نہ ہونے کی صورت میں کرخوف کے قانون برائے برقی دباؤ کے تحت درج ذیل ہو گا۔

$$(3.2) \quad v_1 = i_\phi R_1 + e_1$$

²⁴ unloaded
²⁵ excitation current

شکل 3.4 میں اس مزاحمت کو بطور بیرونی جزو، ٹرانسفارمر کے باہر، دکھایا گیا ہے۔ اس لچھے کی رستا متعاملہ بھی ہوگی جسے نظر انداز کیا گیا ہے۔ عموماً طاقت کے ٹرانسفارمر اور موٹروں میں $i_{\varphi} R_{l1}$ کی قیمت e_1 اور v_1 کی قیمتوں سے بہت کم ہوتی ہے لہذا اسے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.3) \quad v_1 = e_1 = -N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

مساوات 3.2 سے ثابت ہوتا ہے کہ بیرونی لاگو برقی دباؤ v_1 اور اندرونی امالی برقی دباؤ e_1 دو علیحدہ برقی دباؤ ہیں۔ یہ بات سمجھ لینا بہت ضروری ہے۔ مساوات 3.3 کے تحت v_1 اور e_1 کی مطلق قیمتیں (تقریباً) ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں²⁶۔ مساوات 3.3 میں دائیں ہاتھ منفی کی علامت پائی جاتی ہے۔ (ہمیں عموماً برقی دباؤ کی مطلق قیمت درکار ہوتی ہے تاکہ اس کی علامت لہذا اس کتاب میں مساوات 3.3 طرز کی مساواتوں میں دائیں ہاتھ منفی کی علامت عموماً نہیں لکھی گئی ہے۔)

لچھا یتجاہز²⁷ کرنے سے مراد اس پر بیرونی برقی دباؤ لاگو کرنا ہے جبکہ لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ کو یتجاہز انگیز برقی دباؤ²⁸ کہتے ہیں۔ لچھے کو یتجاہز شدہ لچھا²⁹ جبکہ اس میں رواں برقی رو کو یتجاہز انگیز برقی رو³⁰ کہتے ہیں۔

لچھے میں گزرتی مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی سے برقی دباؤ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ ٹرانسفارمر میں ساکن لچھا سے برقی دباؤ حاصل کیا جاتا ہے۔ ساکن لچھا سے حاصل برقی دباؤ کو امالہ برقی دباؤ³¹ کہتے ہیں۔ برقی دباؤ کا حصول مقناطیسی میدان میں لچھے کی حرکت سے بھی ممکن ہے۔ ایسے برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ³² کہتے ہیں۔ یاد رہے ان برقی دباؤ میں کسی قسم کا فرق نہیں ہوتا۔ انہیں مختلف نام صرف پہچان کی خاطر دئے جاتے ہیں۔

3.4 ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع

جہاں مقناطیسی قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ ثانوی لچھوں میں فائدہ مند برقی دباؤ پیدا کرتا ہے وہاں یہ مقناطیسی قالب میں نقصان دہ برقی دباؤ کو بھی جنم دیتا ہے جس سے مقناطیسی قالب میں بھنور نما برقی رو³³ پیدا ہوتا ہے۔ بھنور نما برقی

²⁶ جس سے غلط فہمی نہیں پیدا ہوتی ہے کہ یہ ایک ہی برقی دباؤ کے دو مختلف نام ہیں۔

²⁷ excite

²⁸ excitation voltage

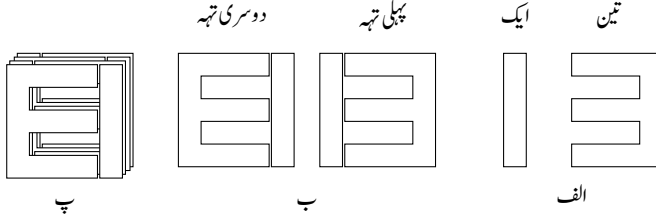
²⁹ excited coil

³⁰ excitation current

³¹ induced voltage

³² electromotive force, emf

³³ eddy currents



شکل 3.5: قالبی پتری کے اشکال اور ان کو تہہ در تہہ رکھنے کا طریقہ۔

رو مقناطیسی قالب میں برقی طاقت کے ضیاع کا سبب بنتا ہے جسے بھنور نما برقی رو کا ضیاع³⁴ یا مختصر آ قالبی ضیاع³⁵ کہتے ہیں۔ قالبی ضیاع کو کم سے کم کرنے کے لئے مقناطیسی قالب کو باریک لوہے کی پتیا³⁶ تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ ان پتروں پر غیر موصل روغن³⁷ کی تہہ لگائی جاتی ہے تاکہ بھنور نما برقی رو کو روکا جاسکے۔ آپ دیکھیں گے کہ برقی مشین کا قالب عموماً اسی طرح بنایا جاتا ہے۔ شکل 2.15 اور جدول 2.1 میں 0.3048 ملی میٹر موٹی M5 قالبی پتری کا $B - H$ مواد دیا گیا ہے۔

شکل 3.5-الف میں قالبی پتروں کے دو اشکال دکھائے گئے ہیں۔ ان کی صورت کی وجہ سے انہیں ایکے اور تین³⁸ پتری کہتے ہیں۔ شکل 3.5-ب میں ایک پتروں اور تین پتروں کو دو طرح آپس میں رکھا گیا ہے۔ ان دو طریقوں سے انہیں تہہ در تہہ رکھا جاتا ہے۔ لہذا اگر پہلی تہہ میں ایک دائیں جانب اور تین بائیں جانب رکھا جائے تو اس کے اوپر دوسری تہہ میں ایک کو بائیں جانب اور تین کو دائیں جانب رکھا جائے گا۔ تیسری تہہ میں پھر ایک کو دائیں اور تین کو بائیں جانب رکھا جائے گا، وغیرہ۔ اسی طرح انہیں جوڑ کر شکل 3.5-پ میں دکھایا گیا قالب حاصل کیا جاتا ہے۔

ہیجان انگیز برقی رو بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر میں یکساں ہوتا ہے۔ جیسا کہ پہلے بھی ذکر کیا گیا ہے، قوی ٹرانسفارمر اور موٹروں میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہوتے ہیں جبکہ ان میں ہیجان انگیز برقی رو غیر سائن نما ہوتا ہے۔ یوں اگر

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \varphi &= \phi_0 \sin \omega t = \phi_0 \cos (\omega t - 90^\circ) \\ \hat{\varphi} &= \phi_0 / -90^\circ \end{aligned}$$

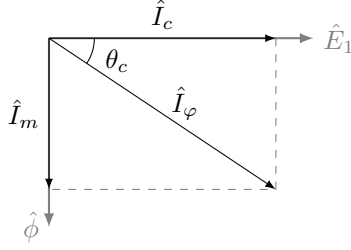
eddy current loss³⁴

core loss³⁵

laminations³⁶

enamel³⁷

E, I ³⁸



شکل 3.6: مختلف دوری سمتیوں کے زاویے۔

ہو تب

$$(3.5) \quad e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} = \omega N_1 \phi_0 \cos \omega t$$

$$\hat{E}_1 = \omega N_1 \phi_0 / 0$$

ہو³⁹ گ۔ یہاں ϕ_0 مقناطیسی بہاو کے جیٹہ کو ظاہر کرتی ہے اور ω زاویائی تعداد ارتعاش یعنی $2\pi f$ کو ظاہر کرتی ہے جہاں f تعداد ارتعاش ہے جسے ہر ٹز Hz میں ناپا جاتا ہے۔ جیسا شکل 3.6 میں دکھایا گیا ہے \hat{E}_1 اور $\hat{\phi}$ کے بیچ 90° کا زاویہ ہو گا۔ e_1 برقی دباؤ کی موثر قیمت E_{rms}

$$(3.6) \quad E_{rms} = \frac{\omega N_1 \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \phi_0$$

ہے جس سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.7) \quad \phi_0 = \frac{E_{rms}}{4.44 f N_1 \phi_0}$$

یہاں رکھ کر دوبارہ نظر ثانی کرتے ہیں۔ اگر ایک لچھے پر E_{rms} موثر برقی دباؤ لاگو کیا جائے تو یہ لچھا اتنا ہیجان انگیز برقی رو i_ϕ گزرنے دیتا ہے جس سے نمودار ہونے والا مقناطیسی بہاو مساوات 3.7 میں دیے گئے مقناطیسی بہاو ϕ_0 کے برابر ہو۔ یہ حقیقت نہ صرف ٹرانسفارمر بلکہ کسی بھی مقناطیسی دور کے لئے درست اور لازم ہے۔

غیر سائن نما ہیجان انگیز برقی رو i_ϕ کو فوریر تسلسل⁴⁰ سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.8) \quad i_\phi = \sum_n (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

³⁹ اس مساوات میں اور اس کے بعد پوری کتاب میں امالی برقی دباؤ کے ساتھ متقی علامت نہیں لگائی گئی ہے۔

⁴⁰ Fourier series

اس تسلسل میں $(a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t)$ کو بنیادی جزو⁴¹ جبکہ باقی حصہ کو موسیقائی جزو⁴² کہتے ہیں۔ بنیادی جزو میں $a_1 \cos \omega t$ ، مقناطیسی بہاو سے وجود میں آنے والے امالی برقی دباؤ، e_1 (مساوات 3.5) کے ہم قدم ہے اور دونوں ایک ساتھ بڑھتے اور گھٹتے ہیں جبکہ e_1 کے لحاظ سے $b_1 \sin \omega t$ نوے درجہ تاخیری زاویہ پر رہتا ہے۔ قالب میں مختلف وجوہات کی بنا برقی طاقت کی ضائع، کو $a_1 \cos \omega t$ ظاہر کرتی ہے۔ اسی لئے اس جزو کو جزو قالبی ضیاع⁴³ کہتے ہیں۔ ہیجان انگیز برقی رو i_ϕ سے $a_1 \cos \omega t$ منفی کر کے مقناطیس بنانے والا برقی رو یا مقناطیسی برقی رو⁴⁴ حاصل ہو گا۔ تسلسل کی تیسری موسیقائی جزو سب سے زیادہ اہم ہے۔ قوی ٹرانسفارمر میں تیسرا موسیقائی جزو عموماً کل ہیجان انگیز برقی رو کا 40 فی صد ہوتا ہے۔

ماسوائے جب ہیجان انگیز برقی رو کے اثرات پر غور کیا جا رہا ہو، ہم ہیجان انگیز برقی رو کے غیر سائن نما ہونے کو نظر انداز کرتے ہیں۔ قوی ٹرانسفارمر کا ہیجان انگیز برقی رو اس کے کل برقی رو⁴⁵ کا تقریباً 5 فی صد ہوتا ہے لہذا اس کا اثر بہت کم ہوتا ہے۔ یوں ہم ہیجان انگیز برقی رو کو سائن نما تصور کر کے اس کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس فرضی سائن نما ہیجان انگیز برقی رو⁴⁶ \hat{I}_ϕ کی موثر قیمت $I_{\phi, rms}$ ، اصل ہیجان انگیز برقی رو کی موثر قیمت کے برابر رکھی جاتی ہے جبکہ اس کا زاویہ θ_c یوں رکھا جاتا ہے کہ اس سے حاصل برقی ضیاع اصل برقی ضیاع کے برابر ہو۔ شکل 3.6 کی مدد سے یہ بات سمجھنی زیادہ آسان ہے۔ قالبی ضیاع p_c ہونے کی صورت میں θ_c کی قیمت یوں منتخب کی جائے گی کہ درج ذیل مساوات درست ہو۔

$$(3.9) \quad p_c = E_{rms} I_{\phi, rms} \cos \theta_c$$

\hat{I}_ϕ دباؤ \hat{E}_1 سے θ_c تاخیری ہو گا۔

3.5 متبادلہ برقی دباؤ اور متبادلہ برقی رو کے خواص

ہم شکل 3.7 کی مدد سے ٹرانسفارمر کا مطالعہ کرتے ہیں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ ابتدائی لچھا N_1 اور ثانوی لچھا N_2 چکر کا ہے اور دونوں لچھوں کی مزاحمتیں صفر ہیں۔ ہم مزید فرض کرتے ہیں کہ پورا مقناطیسی بہاو قالب میں رہتا اور

⁴¹ fundamental component

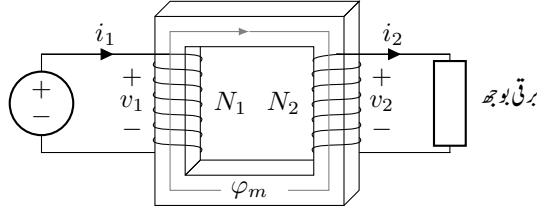
⁴² harmonic components

⁴³ core loss component

⁴⁴ magnetizing current

⁴⁵ کل برقی رو سے مراد وہ برقی رو ہے جو کل برقی بوجھ لادنے سے حاصل ہوتا ہے۔

⁴⁶ یعنی بدلتی برقی رو i_ϕ کو اب دوری سمتیہ کی مدد سے \hat{I}_ϕ لکھتے ہیں



شکل 3.7: کامل بوجھ بردار ٹرانسفارمر۔

دونوں لچھوں سے گزرتا ہے، قالب میں برقی توانائی ضائع نہیں ہوتی اور قالب کا مقناطیسی مستقل اتنا بڑا ہے کہ ہیجان انگیز برقی رو قابل نظر انداز ہے۔ برقی رو i_1 اور i_2 کے رخ یوں رکھے گئے ہیں کہ ان سے پیدا مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں۔ اصل ٹرانسفارمر ان باتوں پر تقریباً پورا اترتا ہے۔ ایسے ٹرانسفارمر کو کامل ٹرانسفارمر⁴⁷ کہتے ہیں۔

کامل ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے پر بدلتا برقی دباؤ v_1 لاگو کرنے سے قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ ϕ_m پیدا ہو گا جو ابتدائی لچھے میں، لاگو برقی دباؤ v_1 کے برابر، امالی برقی دباؤ e_1 پیدا کرتا ہے۔

$$(3.10) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$$

یہی مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرے گا اور اس میں e_2 امالی برقی دباؤ پیدا کرے گا جو ثانوی سروں پر برقی دباؤ v_2 کی صورت میں نمودار ہو گا۔

$$(3.11) \quad v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

مساوات 3.10 کو مساوات 3.11 سے تقسیم کرتے ہوئے درج ذیل رشتہ حاصل ہوتا ہے

$$(3.12) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1 \frac{d\phi_m}{dt}}{N_2 \frac{d\phi_m}{dt}} = \frac{N_1}{N_2}$$

جس کے تحت کامل ٹرانسفارمر دونوں لچھوں کے چکروں کی نسبت سے تبادلہ برقی دباؤ⁴⁸ کرتا ہے۔

کامل ٹرانسفارمر میں طاقت کا ضیاع نہیں ہوتا ہے لہذا اس کو ابتدائی جانب جتنی برقی طاقت فراہم کی جائے وہ اتنی برقی طاقت ثانوی جانب دے گا:

$$(3.13) \quad p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

ideal transformer⁴⁷
voltage transformation⁴⁸

درج بالا مساوات سے

$$(3.14) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

لکھا جاسکتا ہے جس کو مساوات 3.12 کے ساتھ ملا کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.15) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

مساوات 3.15 ٹرانسفارمر کی متبادلہ برقی دباؤ اور متبادلہ برقی رو⁴⁹ کی خاصیت پیش کرتی ہے جسے عموماً دو حصوں میں یوں لکھا جاتا ہے:

$$(3.16) \quad \begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{N_1}{N_2} & \text{متبادلہ برقی دباؤ} \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{N_2}{N_1} & \text{متبادلہ برقی رو} \end{aligned}$$

اس مساوات کا پہلی جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ دونوں اطراف چکروں کا راست تناسب ہو گا جبکہ مساوات کا دوسری جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کے دونوں اطراف برقی رو چکروں کا بالعکس تناسب ہو گا۔

مثال 3.2: شکل 3.7 میں درج ذیل لیتے ہوئے ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ اور برقی رو معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \hat{V}_1 &= 220\angle 0 \\ N_1 : N_2 &= 220 : 22 \\ Z &= R = 10 \Omega \end{aligned}$$

حل: ابتدائی جانب برقی دباؤ 220 وولٹ دیا گیا ہے۔ ہم ثانوی جانب برقی دباؤ کو مساوات 3.16 کے پہلی جزو کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 220\angle 0 = 22\angle 0$$

ثانوی دباؤ 22 وولٹ ہے جو ابتدائی دباؤ کے ہم قدم ہے۔ ثانوی برقی دباؤ 10 اوہم کی مزاحمت میں برقی رو پیدا کرے گا جسے اوہم کے قانون سے حاصل کرتے ہیں:

$$\hat{I}_2 = \frac{22\angle 0}{10} = 2.2\angle 0$$

ثانوی رو 2.2 امپیئر ہے۔ ابتدائی رو مساوات 3.16 کے دوسری جزو سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2 = \frac{22}{220} \times 2.2/0 = 0.22/0$$

□

اس مثال کے نتائج ایک جگہ لکھ کر ان پر غور کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_1 = 220/0, \quad \hat{V}_2 = 22/0, \quad \hat{I}_1 = 0.22/0, \quad \hat{I}_2 = 2.2/0$$

ابتدائی دباؤ ثانوی دباؤ کے دس گنا ہے جبکہ برقی رو میں قصہ الٹ ہے۔ ثانوی رو ابتدائی رو کے دس گنا ہے۔ طاقت دونوں اطراف برابر ہے۔ یہاں رک کر اس بات کو اچھی طرح سمجھ لیں کہ جس جانب برقی دباؤ زیادہ ہوتا ہے اس جانب برقی رو کم ہو گا۔ یوں زیادہ دباؤ لچھا کے چکر زیادہ ہوں گے اور اس لچھے میں نسبتاً باریک برقی تار استعمال ہو گی جبکہ کم دباؤ لچھا کم چکر کا ہو گا اور اس میں نسبتاً موٹی برقی تار استعمال ہو گی۔ موٹی تار زیادہ رو گزارنے کی سکت رکھتی ہے۔

مثال 3.3: صفحہ 74 پر شکل 3.10-الف میں رکاوٹ Z_2 کو بدلتے برقی دباؤ \hat{V}_1 کے ساتھ ایک ٹرانسفارمر کے ذریعہ جوڑا گیا ہے۔ درج ذیل معلومات کی روشنی میں رکاوٹ میں برقی رو اور طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔

$$\hat{V}_1 = 110/0, \quad Z_2 = R + jX = 3 + j2, \quad N_1 : N_2 = 220 : 22$$

حل: ٹرانسفارمر کی متبادلہ برقی دباؤ کی خاصیت کے تحت ابتدائی 110 وولٹ دباؤ ثانوی جانب درج ذیل دباؤ \hat{V}_s دے گا۔

$$\hat{V}_s = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 110/0 = 11/0$$

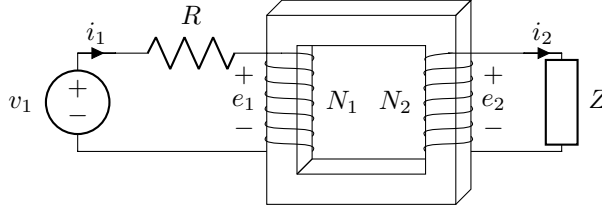
یوں ثانوی رو

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_s}{Z} = \frac{11/0}{3 + j2} = 3.05/-33.69^\circ$$

اور رکاوٹ میں برقی طاقت کا ضیاع p_z درج ذیل ہو گا۔

$$p_z = I_2^2 R = 3.05^2 \times 3 = 27.9 \text{ W}$$

□



شکل 3.8: متبادلہ رو کی خاصیت۔

3.6 ثنائی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر

شکل 3.8 میں ابتدائی لچھے کی تار کی مزاحمت کو R سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ ثنائی جانب بوجھ Z ہے۔ فرض کریں ہم Z تار کو ٹرانسفارمر کے ثنائی سرے کھلے دور کرتے ہیں۔ بے بوجھ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب بدلتا برقی دباؤ v_1 لچھے میں ہیمجان انگیز برقی رو i_ϕ پیدا کرے گا جس کا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_\phi$ قالب میں گھڑی کے رخ مقناطیسی بہاؤ φ_m پیدا کرے گا۔ بہاؤ φ_m ابتدائی لچھے میں e_1 امالی برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

$$(3.17) \quad e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

ابتدائی رو، فراہم کردہ دباؤ اور ابتدا امالی دباؤ کا تعلق قانون اہم سے لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.18) \quad i_\phi = \frac{v_1 - e_1}{R}$$

اب ہم ثنائی جانب برقی بوجھ Z لادتے ہیں۔ بوجھ بردار ٹرانسفارمر⁵¹ کے ثنائی جانب برقی رو i_2 رواں ہو گا جس کی وجہ سے $N_2 i_2$ مقناطیسی دباؤ وجود میں آئے گا۔ یہ مقناطیسی دباؤ قالب میں گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی بہاؤ φ_2 پیدا کرے گا۔ یوں قالب میں مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہو کر (گھٹ کر) $\varphi_m = \varphi_2$ اور ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ گھٹ کر e_2 ہو جائے گا۔ مساوات 3.18 کے تحت امالی دباؤ گھٹنے کی وجہ سے ابتدائی رو بڑھے گا۔

آپ نے دیکھا کہ ثنائی جانب کا رو قالب میں مقناطیسی بہاؤ تبدیل کر کے ابتدائی لچھے کو بوجھ کے بارے میں خبردار کرتا ہے۔

⁵⁰ φ_m کو یہاں کہا گیا ہے۔
loaded transformer⁵¹

آئیں R کی قیمت کو نظر انداز کرتے ہوئے بے بار ٹرانسفارمر سے شروع کر کے اس عمل کو زیادہ باریکی سے دیکھیں۔ ٹرانسفارمر کو v_1 فراہم کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز رو i_φ پیدا ہو گا جو قالب پر $N_1 i_\varphi$ مقناطیسی دباؤ مسلط کر کے اس میں گھڑی کے رخ بہاؤ φ_m پیدا کرے گا۔ یہ بہاؤ لچھے میں امالی دباؤ e_1 پیدا کرتا ہے۔ ابتدائی لچھے کی مزاحمت نظر انداز کرتے ہوئے $v_1 = e_1$ ہو گا لہذا مساوات 3.17 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(3.19) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

اب ٹرانسفارمر پر Z بوجھ ڈالتے ہیں۔ اس بوجھ کی بنا ثانوی لچھے میں i_2 رو پیدا ہو گا جو قالب پر گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی دباؤ $N_2 i_2$ مسلط کر کے اس میں گھڑی کے مخالف رخ بہاؤ φ_2 پیدا کرے گا۔ اگر φ_2 کا کچھ نہ کیا جائے تب قالب میں کل مقناطیسی بہاؤ گھٹ کر $\varphi_m - \varphi_2$ ہو جائے گا اور ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ گھٹ جائے گا۔ مساوات 3.19 کے تحت یہ ایک ناممکن صورت حال ہے چونکہ e_1 کو ہر صورت v_1 کے برابر ہونا ہو گا (یاد رہے v_1 کی قیمت جوں کی توں ہے)۔ لہذا φ_2 کے اثر کو ختم کرنے کے لئے ابتدائی لچھے میں برقی رو i_1 نمودار ہو گا جس سے پیدا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_1$ مقناطیسی دباؤ $N_2 i_2$ کے اثر کو ختم کر دے گا۔ یوں $N_1 i_1$ اور $N_2 i_2$ کا مجموعی مقناطیسی دباؤ صفر ہو گا۔

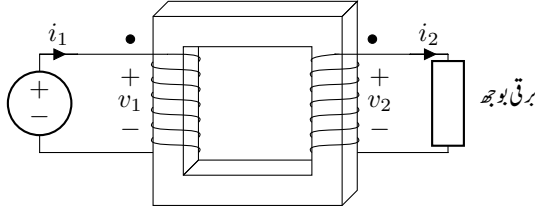
$$(3.20) \quad N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

درج بالا مساوات میں دونوں دباؤ ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہذا ان کا مجموعہ درحقیقت ان کے فرق کے برابر ہو گا۔ مقناطیسی دباؤ $N_1 i_1$ اور $N_2 i_2$ قالب میں ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہذا یہ ایک دوسرے کے اثر کو مکمل طور پر ختم کرتے ہیں۔ یوں بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر دونوں میں مقناطیسی بہاؤ φ_m کے برابر ہو گا۔ مساوات 3.20 سے تبادلہ رو کا کلیہ اخذ کیا جاسکتا ہے:

$$(3.21) \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب

شکل 3.9 میں جس لمحہ پر ابتدائی لچھے کا بالائی سر مثبت برقی دباؤ پر ہو، اس لمحہ پر ثانوی لچھے کا بالائی سر مثبت دباؤ پر ہے۔ اس حقیقت کو لچھوں پر نقطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں نقطہ سروں پر دباؤ ہم قدم ہوں گے۔



شکل 3.9: ٹرانسفارمر کی علامت میں نقطوں کا مفہوم۔

مزید ابتدائی لچھے کے نقطہ سر سے مثبت برقی رو لچھے میں داخل جبکہ ثانوی لچھے کے نقطہ سر سے مثبت برقی رو لچھے سے خارج ہوگی۔

3.8 رکاوٹ کا متبادلہ

اس حصہ میں کامل ٹرانسفارمر میں رکاوٹ کے متبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ شکل 3.10-الف میں ایک ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس کی ابتدائی جانب سائن نما برقی دباؤ $\hat{V}_1 = V_1/\theta$ لاگو کیا گیا ہے۔ یہاں دوری سمتیہ استعمال کئے جائیں گے۔ ٹرانسفارمر پر نقطے ہم قدم سروں کی نشاندہی کرتے ہیں۔

جیسے اوپر ذکر ہوا، برقی دباؤ \hat{V}_1 اور \hat{V}_2 آپس میں ہم قدم ہیں اور اسی طرح برقی رو \hat{I}_1 اور \hat{I}_2 آپس میں ہم قدم ہیں۔ مساوات 3.12 اور مساوات 3.21 کو دوری سمتیہ کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \hat{V}_2 \\ \hat{I}_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \hat{I}_2\end{aligned}\quad (3.22)$$

خارجی دباؤ، رو اور رکاوٹ کا تعلق قانون اہم سے لکھتے ہیں۔

$$\hat{Z}_2 = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = |Z_2| \angle \theta_z \quad (3.23)$$

مساوات 3.22 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جہاں آخری قدم پر رکاوٹ کی قیمت پر کی گئی ہے۔

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \quad (3.24)$$

یوں داخلی رو درج ذیل ہو گا۔

$$(3.25) \quad \hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{(N_1/N_2)^2 Z_2}$$

شکل 3.10-ب میں \hat{V}_1 درج ذیل قیمت کے رکاوٹ Z'_2 کو فراہم کیا گیا ہے۔

$$(3.26) \quad Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

آپ تسلی کر لیں کہ اس دور میں بھی \hat{V}_1 کا برقی رو مساوات 3.25 دیتی ہے۔

مساوات 3.25 سے نسبت $\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1}$ لکھتے ہیں جو شکل 3.10-ب کے تحت Z'_2 کے برابر ہے۔

$$(3.27) \quad \frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

دونوں ادوار سے \hat{V}_1 کی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

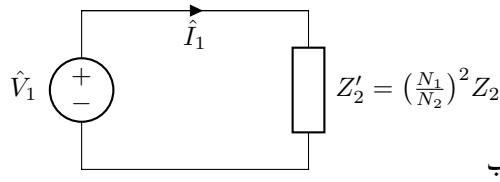
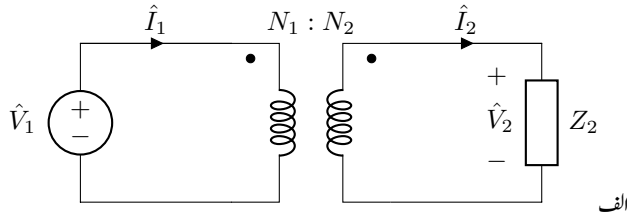
$$(3.28) \quad p = \hat{V}_1 \cdot \hat{I}_1 = \frac{V_1^2 \cos \theta_z}{\left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 |Z_2|}$$

یوں حساب کرنے کے نقطہ نظر سے ہم \hat{V}_1 کو مساوات 3.26 میں دی گئی قیمت کے رکاوٹ Z'_2 پر لاگو کرتے ہوئے \hat{V}_1 کا برقی رو اور طاقت جان سکتے ہیں۔

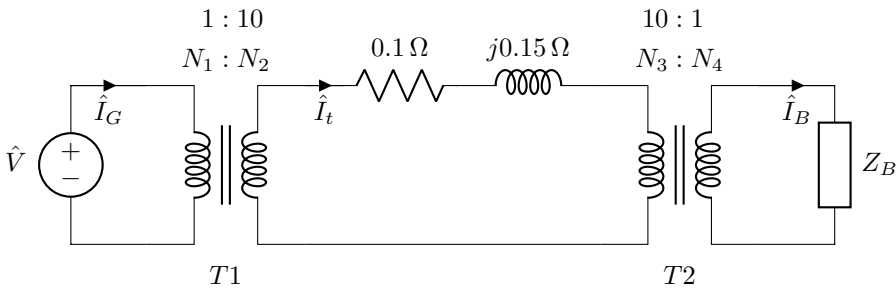
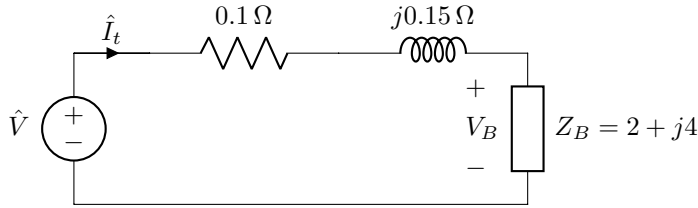
منبع \hat{V}_1 کو شکل 3.10-الف اور ب میں کوئی فرق نظر نہیں آتا ہے۔ اس کے ساتھ ٹرانسفارمر کے ذریعہ Z_2 جوڑنا یا بغیر ٹرانسفارمر Z'_2 جوڑنا ایک برابر ہے۔ ٹرانسفارمر Z_2 کو یوں تبدیل کرتا ہے کہ \hat{V}_1 کو رکاوٹ Z'_2 نظر آتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی اس خاصیت کو تبادلہ رکاوٹ⁵² کی خاصیت کہتے ہیں جس کو درج ذیل مساوات بیان کرتی ہے۔

$$(3.29) \quad Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

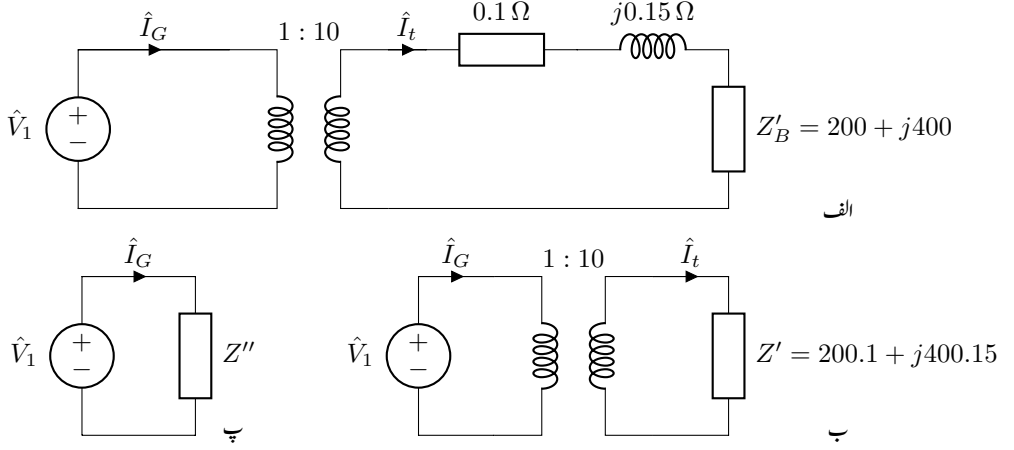
ہم حساب کرنے کی خاطر رکاوٹ کو ٹرانسفارمر کی ایک جانب سے دوسری جانب منتقل کر سکتے ہیں۔



شکل 3.10: ٹرانسفارمر کی خاصیت متبادلہ رکاوٹ۔



شکل 3.11: برقی طاقت کی منتقلی۔



شکل 3.12: ٹرانسفارمر قدم با قدم حل کرنے کا طریقہ۔

مثال 3.4: شکل 3.11-الف میں رکاوٹ Z_B کا برقی بوجھ ایک جزیئر پر لدا ہے۔ بوجھ تک برقی طاقت دو برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کیا گیا ہے۔ ان تاروں کا مجموعہ رکاوٹ Z_t ہے۔

شکل-ب میں جزیئر کے قریب نسب برقی دباؤ بڑھانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا بڑھاتا ہے اور برقی بوجھ کے قریب نسب برقی دباؤ گھٹانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا گھٹاتا ہے۔ دونوں ٹرانسفارمرز کے بیچ تاروں کا مجموعہ رکاوٹ Z_t ہے جبکہ باقی مستعمل تاروں کی رکاوٹ قابل نظر انداز ہے۔ دونوں اشکال میں

$$Z_B = 2 + j4, \quad Z_t = 0.1 + j0.15, \quad \hat{V} = 415 \angle 0$$

لیتے ہوئے

- برقی بوجھ پر برقی دباؤ معلوم کریں،
- برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع معلوم کریں۔

حل الف:

$$\begin{aligned}\hat{I}_t &= \frac{\hat{V}}{Z_t + Z_B} = \frac{415/0}{0.1 + j0.15 + 2 + j4} \\ &= \frac{415/0}{2.1 + j4.15} = 89.23/-63.159^\circ \\ &= 40.3 - j79.6\end{aligned}$$

یوں رکاوٹ پر برقی دباؤ

$$\begin{aligned}\hat{V}_B &= \hat{I}_B Z_B = (40.3 - j79.6)(2 + j4) \\ &= 399 + j2 = 399/0.287^\circ\end{aligned}$$

اور برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 89.23^2 \times 0.1 = 796 \text{ W}$$

حل ب: شکل 3.11 اور شکل 3.12 سے رجوع کریں۔ شکل 3.11 میں ٹرانسفارمر T_2 کے ثانوی رکاوٹ کو مساوات 3.26 کی مدد سے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہیں۔

$$Z'_B = \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 Z_B = \left(\frac{10}{1}\right)^2 (2 + j4) = 200 + j400$$

یوں شکل 3.12-الف حاصل ہوتا ہے جس میں برقی تار کا رکاوٹ اور متبادلہ شدہ رکاوٹ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ان کے مجموعہ کو Z'

$$Z' = Z_t + Z'_B = 0.1 + j0.15 + 200 + j400 = 200.1 + j400.15$$

لکھتے ہوئے شکل 3.12-ب حاصل ہوتا ہے۔ ایک مرتبہ دوبارہ مساوات 3.26 استعمال کرتے ہوئے Z' کو ٹرانسفارمر کے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہوئے

$$Z'' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z' = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (200.1 + j400.15) = 2.001 + j4.0015$$

شکل 3.12-پ حاصل ہو گا جس سے جنریٹر کا برقی رد درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}_G = \frac{\hat{V}}{Z''} = \frac{415/0}{2.001 + j4.0015} = 92.76/-63.432^\circ$$

شکل 3.12-ب میں جزیٹر کا برقی رو جانتے ہوئے متبادلہ برقی رو سے \hat{I}_t حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_t = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \hat{I}_G = \left(\frac{1}{10} \right) 92.76 \angle -63.432^\circ = 9.276 \angle -63.432^\circ$$

یوں برقی تار میں طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 9.276^2 \times 0.1 = 8.6 \text{ W}$$

اسی طرح شکل 3.11 میں \hat{I}_t جانتے ہوئے متبادلہ برقی رو سے

$$\begin{aligned} \hat{I}_B &= \left(\frac{N_3}{N_4} \right) \hat{I}_t = \left(\frac{10}{1} \right) 9.276 \angle -63.432^\circ \\ &= 92.76 \angle -63.432^\circ = 41.5 - j82.9 \end{aligned}$$

حاصل کیا جاسکتا ہے۔ رکاوٹ پر برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{V}_B = \hat{I}_B Z_B = (41.5 - j82.9) (2 + j4) = 414 + j0.2$$

بغیر ٹرانسفارمر استعمال کیے برقی تاروں میں طاقت کا ضیاع 796 واٹ جبکہ ٹرانسفارمر استعمال کرتے ہوئے صرف 8.6 واٹ یعنی 92 گنا کم ہے۔ اسی میں ٹرانسفارمر کی مقبولیت کا راز ہے۔ □

3.9 ٹرانسفارمر کا وولٹ-ایکمیٹر

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ لچھوں کے چکروں پر منحصر ہوتا ہے۔ ٹرانسفارمر ایک مخصوص برقی دباؤ اور برقی رو کے لئے بنایا جاتا ہے۔ ٹرانسفارمر بناوٹی برقی دباؤ $V_1 : V_2$ سے کم برقی دباؤ پر بھی استعمال کیا جاسکتا ہے اگرچہ عموماً اسے بناوٹی برقی دباؤ پر ہی چلایا جاتا ہے۔ اسی طرح ٹرانسفارمر بناوٹی برقی رو $I_1 : I_2$ سے کم برقی رو پر بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔ حقیقی استعمال میں ٹرانسفارمر کا برقی رو عموماً بناوٹی قیمت سے کم ہوتا ہے۔

ٹرانسفارمر کی ایک جانب کے برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب دوسری جانب کے برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب کا برابر ہوتا ہے۔

$$(3.30) \quad V_1 I_1 = V_2 I_2$$

برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب، $V_1 I_1$ یا $V_2 I_2$ ، کو ٹرانسفارمر کا وولٹ ضرب ایمپیئر یا مختصراً وولٹ-ایمپیئر⁵³ کہتے ہیں⁵⁴ جو ٹرانسفارمر کے برقی سکت کا ناپ ہے۔ ٹرانسفارمر اور دیگر برقی مشین، مثلاً موٹر اور جنریٹر جو ٹرانسفارمر کے بنیادی اصولوں پر کام کرتے ہیں، پر نسب معلوماتی تختی پر ان کا سکت، بناوٹی برقی دباؤ اور بناوٹی تعداد لکھا جاتا ہے۔ یوں ٹرانسفارمر کا وولٹ-ایمپیئر درج ذیل ہو گا۔

$$(3.31) \quad \text{وولٹ-ایمپیئر} = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

مثال 3.5: ایک 25000 وولٹ-ایمپیئر اور 220 : 11000 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کی جانب 11000 وولٹ لاگو ہیں۔

- اس کی ثانوی جانب زیادہ سے زیادہ کتنا برقی بوجھ ڈالا جاسکتا ہے؟
- زیادہ سے زیادہ برقی بوجھ پر ٹرانسفارمر کا ابتدائی برقی رو حاصل کریں۔

حل: اس ٹرانسفارمر کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$25 \text{ kV A}, \quad 11000 : 220 \text{ V}$$

تبادلہ برقی دباؤ کی مساوات سے ثانوی برقی دباؤ 220 وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ ثانوی یعنی کم برقی دباؤ جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو مساوات 3.31 سے حاصل ہو گا۔

$$I_2 = \frac{25000}{220} = 113.636 \text{ A}$$

اسی طرح ابتدائی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو اسی مساوات سے حاصل ہو گا۔

$$I_1 = \frac{25000}{11000} = 2.27 \text{ A}$$

□

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب لچھوں میں استعمال برقی تار کی موٹائی یوں رکھی جاتی ہے کہ ان میں کثافت برقی J ،⁵⁵ یکساں ہو۔ لچھوں کی مزاحمت میں برقی رو گزرنے سے برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جس سے تار گرم ہوتی

⁵³ volt-ampere, VA

⁵⁴ وولٹ-ایمپیئر کو عموماً کلو وولٹ-ایمپیئر یعنی kV A میں بیان کیا جاتا ہے۔

⁵⁵ 1000 kV A ٹرانسفارمر کی لچھوں میں کثافت برقی رو تقریباً 3 A/mm^2 رکھی جاتی ہے

ہے۔ ٹرانسفارمر کے برقی رو کی حد لچھوں کی گرمائش پر منحصر ہوتی ہے۔ تار کی زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کو محفوظ حد کے اندر رکھا جاتا ہے۔ زیادہ درجہ حرارت سے تار پر لگا روغن خراب ہو گا اور تار کا ایک چکر دوسرے چکر کے ساتھ کسر دور ہو گا۔ ایسا ہونے سے ٹرانسفارمر جل کر خراب ہو جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر کا قالب اور لچھے غیر موصل تیل سے بھری ٹینکی میں ڈبو کر رکھے جاتے ہیں۔ اس تیل کو ٹرانسفارمر تیل⁵⁶ کہتے ہیں۔ یہ تیل برقی لچھوں کی حرارت کم کرنے اور (غیر موصل ہونے کی بنا) مختلف برقی دباؤ کے حصوں کو برقی طور پر جدا رکھنے میں مدد دیتا ہے۔ ٹرانسفارمر تیل تقریباً 80°C پر خراب ہونا شروع ہوتا ہے اور ہر 8°C اضافی درجہ حرارت پر اس کی زندگی آدھی رہ جاتی ہے۔ یوں اگر 80°C پر تیل کی کارآمد زندگی x سال ہو تب 88°C پر $x/2$ سال اور 96°C پر صرف $x/4$ سال ہو گی۔

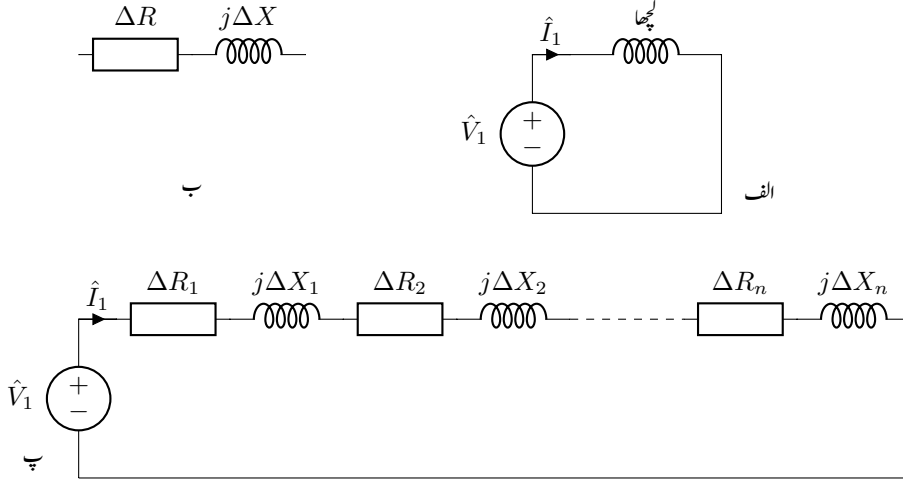
ٹرانسفارمر تیل گرم ہو کر پھیلتا ہے جس کی بنا اس کی کثافت کم ہوتی ہے۔ یوں ٹینکی میں گرم تیل اوپر اور ٹھنڈا تیل نیچے مسلسل منتقل ہو گا۔ گرم تیل کو ٹھنڈا کرنے کے لئے ٹینکی کے ساتھ بہت سارے پائپ منسلک کئے جاتے⁵⁷ جن میں گرم تیل اوپر سے داخل ہوتا ہے۔ پائپ کا سطحی رقبہ زیادہ ہونے کی بنا ہوا اسے جلد ٹھنڈا کرتی ہے، اس میں تیل کا درجہ حرارت گھٹتا اور کثافت بڑھتی ہے۔ ٹھنڈا تیل پائپ میں نیچے حرکت کرتے ہوئے دوبارہ ٹینکی میں داخل ہوتا ہے۔

3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار

3.10.1 لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 پر حصہ 3.3، مساوات 3.2 میں بات کی گئی جہاں مزاحمت کو لچھے سے باہر سلسلہ وار جڑا دکھایا گیا تھا۔ انہیں دیکھیں ہم حساب کی خاطر کیسے مزاحمت کو لچھے سے علیحدہ کر سکتے ہیں۔

شکل 3.13- الف میں ایک لچھے پر بدلتا برقی دباؤ لاگو کیا گیا ہے۔ اگر لچھے کی برقی تار کو چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تب ہر ٹکڑے کی ایک چھوٹی مزاحمت ΔR اور ایک چھوٹا متعاملہ $j \Delta X$ ہو گا۔ تار کا ایسا ایک



شکل 3.13: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ۔

ٹکڑا شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ لچھا ان سب ٹکڑوں کے سلسلہ وار جڑنے سے بنتا ہے لہذا شکل-الف کو ہم شکل-پ کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں لچھے کے n ٹکڑے کیے گئے ہیں۔

اس دور کی مساوات

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + j\Delta X_1 + \Delta R_2 + j\Delta X_2 + \cdots \Delta R_n + j\Delta X_n) \\ &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n) + \hat{I}_1 (j\Delta X_1 + j\Delta X_2 + \cdots j\Delta X_n)\end{aligned}$$

ہے جس میں

$$\begin{aligned}R &= \Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n \\ X &= \Delta X_1 + \Delta X_2 + \cdots \Delta X_n\end{aligned}$$

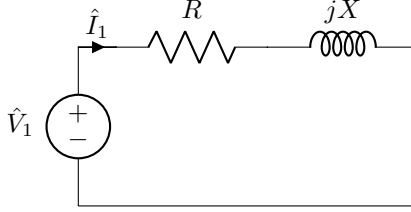
لکھ کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.32) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R + jX)$$

شکل 3.14 سے بھی مساوات 3.32 لکھی جاسکتی ہے۔ یوں حساب کی خاطر لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ علیحدہ کیے جاسکتے ہیں۔

transformer oil⁵⁶

⁵⁷واپڈاکے ٹرانسفارمر کا بیرونی حصہ انہیں پائپوں پر مشتمل ہوتا ہے۔



شکل 3.14: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کی علیحدگی۔

3.10.2 رستا امالہ

یہاں تک ہم کامل ٹرانسفارمر پر بحث کرتے رہے ہیں۔ اب ہم ٹرانسفارمر میں ان عناصر کا ذکر کرتے ہیں جن کی وجہ سے ٹرانسفارمر غیر کامل ہوتا ہے۔ بہت سی جگہوں پر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت ان عناصر کو مد نظر رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ ان عناصر کے اثرات کو شامل کرنے کے لئے ہم ٹرانسفارمر کا مساوی دور بناتے ہیں۔

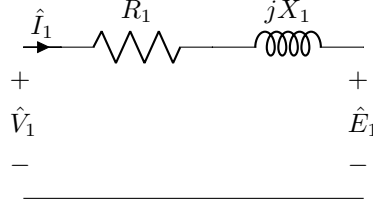
ابتدائی لچھے کے مقناطیسی بہاو کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ پہلا حصہ وہ جو قالب سے گزر کر ابتدائی اور ثانوی لچھے دونوں کے اندر سے گزرتا ہے۔ یہ مشترکہ مقناطیسی بہاو ہے۔ دوسرا حصہ وہ جو صرف ابتدائی لچھے سے گزرتا ہے اور زیادہ تر قالب کے باہر خلاء میں رہتا ہے۔ اس کو رستا مقناطیسی بہاو⁵⁸ کہتے ہیں۔ چونکہ ہوا کا مقناطیسی مستقل μ_0 اٹل ہے لہذا یہاں ہچکچاہٹ بھی اٹل ہوگی۔ یوں رستا مقناطیسی بہاو ابتدائی لچھے کے برقی رو کا راست متناسب ہوگا۔

رستا امالہ کے اثر کو بالکل لچھے کی مزاحمت کی طرح لچھے سے باہر رستا امالہ L_1 ⁵⁹ یا رستا متعاملہ $X_1 = 2\pi f L_1$ ⁶⁰ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے میں برقی رو \hat{I}_1 گزرنے سے رستا متعاملہ میں $\hat{V}_{X1} = j \hat{I}_1 X_1$ برقی دباؤ اور لچھے کے تار کی مزاحمت میں $\hat{V}_{R1} = \hat{I}_1 R_1$ برقی دباؤ گھٹتا ہے۔

جیسا شکل 3.15 میں دکھایا گیا ہے، ابتدائی لچھے پر لاگو دباؤ \hat{V}_1 ، مزاحمت R_1 اور متعاملہ X_1 میں گھٹاؤ اور ابتدائی امالی دباؤ \hat{E}_1 کا مجموعہ ہوگا۔

leakage magnetic flux⁵⁸
leakage inductance⁵⁹
leakage reactance⁶⁰



شکل 3.15: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ اول۔

3.10.3 ثانوی برقی رو اور قالب کے اثرات

قالب میں دونوں لچھوں کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ان کے مجموعی مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ اس حقیقت کو ایک مختلف اور بہتر انداز میں بیان کیا جاسکتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ ابتدائی برقی رو کو دو شرائط مطمئن کرنے ہوں گے۔ اول اسے قالب میں ہیجانی مقناطیسی بہاؤ وجود میں لانا ہو گا اور دوم اسے ثانوی لچھے کے پیدا کردہ مقناطیسی بہاؤ کو ختم کرنا ہو گا۔ لہذا ابتدائی برقی رو کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ ایک حصہ i_{ϕ} جو ہیجانی مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے اور دوسرا \hat{I}_2' جو ثانوی لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا اثر ختم کرتا ہے۔ یوں \hat{I}_2' درج ذیل ہو گا۔

$$(3.33) \quad \hat{I}_2' = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2$$

ثانوی لچھے کے مقناطیسی بہاؤ کے اثر کو ختم کرنے پر حصہ 3.6 میں غور کیا گیا ہے۔

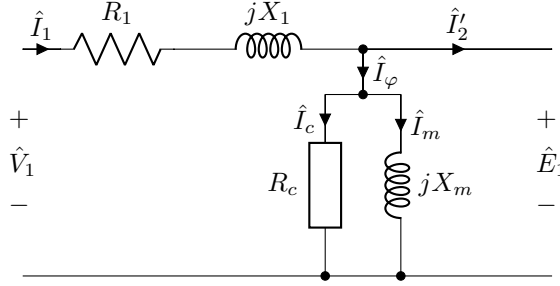
اگرچہ برقی رو i_{ϕ} غیر سائن نما ہوتا ہے ہم اسے سائن نما \hat{I}_{ϕ} تصور کر کے دو حصوں، \hat{I}_c اور \hat{I}_m ، میں تقسیم کرتے ہیں۔

$$(3.34) \quad \hat{I}_{\phi} = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

مذکورہ بالا مساوات میں برقی رو کو دوری سمتیات کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ ان میں \hat{I}_c ابتدائی لچھے کے امالی برقی دباؤ \hat{E}_1 کا ہم قدم ہے اور قالب میں برقی توانائی کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے جبکہ \hat{I}_m وہ حصہ ہے جو \hat{E}_1 سے نوے درجہ تاخیر⁶¹ زاویہ پر رہتا اور لچھے میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے۔

شکل 3.16 میں R_c اور jX_m بالترتیب برقی رو \hat{I}_c اور \hat{I}_m کے اثرات کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیے گئے ہیں۔ مزاحمت R_c کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ اس میں برقی طاقت کا ضیاع اصل قالبی ضیاع کے برابر

⁶¹lagging



شکل 3.16: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ دوم۔

ہو یعنی $p_c = E_{1,rms}^2 / R_c$ یوں $R_c = E_{1,rms}^2 / p_c$ ہو گا۔ اسی طرح jX_m کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ $\hat{I}_m = \hat{E}_1 / jX_m$ ہو۔ R_c اور jX_m کی مقدار اصل برقی دباؤ اور تعدد پر حاصل کئے جاتے ہیں۔

3.10.4 ثنائی لچھے کا امالی برقی دباؤ

قالب میں مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ثنائی لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_2 پیدا کرے گا۔ چونکہ یہی مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں \hat{E}_1 امالی پیدا کرتا ہے لہذا درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.35) \quad \frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

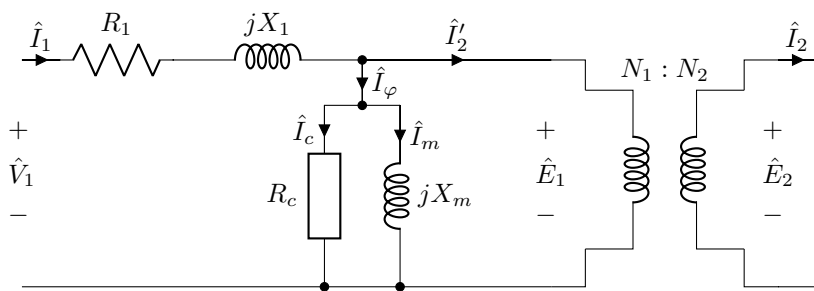
مساوات 3.34 اور مساوات 3.35 کو ایک کامل ٹرانسفارمر سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جسے شکل 3.17 میں دکھایا گیا ہے۔

3.10.5 ثنائی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات

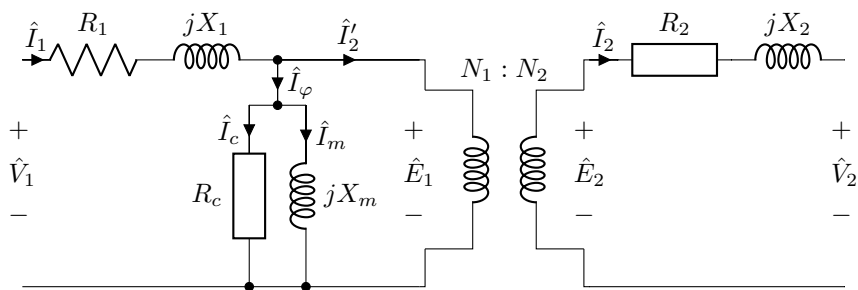
ثنائی لچھے میں امالی دباؤ \hat{E}_2 پیدا ہو گا۔ ابتدائی لچھے کی طرح، ثنائی لچھے کی مزاحمت R_2 اور متعاملہ jX_2 ہوں گے جن میں ثنائی برقی رو \hat{I}_2 کی بنا برقی دباؤ گھٹے گا۔ یوں ثنائی لچھے کے سروں پر برقی دباؤ \hat{V}_2 قدر کم ہو گا:

$$(3.36) \quad \hat{V}_2 = \hat{E}_2 - \hat{I}_2 R_2 - j \hat{I}_2 X_2$$

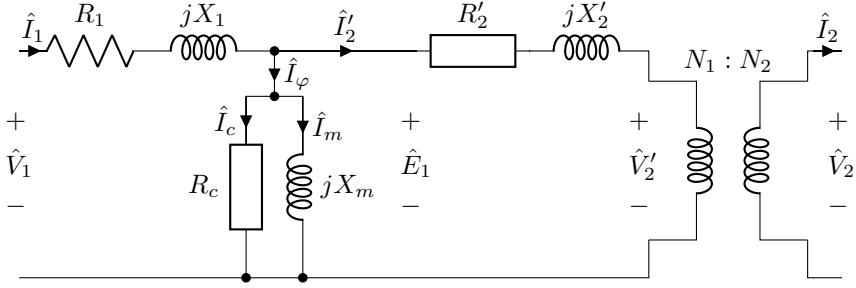
یوں حاصل ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور یا ریاضی نمونہ⁶² شکل 3.18 میں دکھایا گیا ہے۔



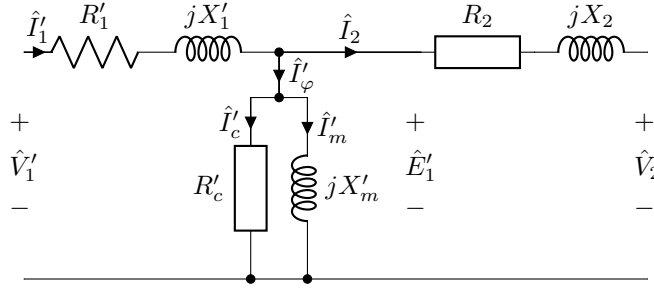
شکل 3.17: ترانسفارمر مساوی دور، حصہ ٹوم۔



شکل 3.18: ترانسفارمر مکمل مساوی دور پاریاضی نمونہ۔



شکل 3.19: ثنائی جانب رکاوٹ کا ابتدائی جانب متبادلہ کیا گیا ہے۔



شکل 3.20: ابتدائی جانب رکاوٹ کا ثنائی جانب متبادلہ کیا گیا ہے۔

3.10.6 رکاوٹ کا ابتدائی ثنائی جانب متبادلہ

شکل 3.18 میں تمام اجزاء کا متبادلہ ابتدائی یا ثنائی جانب کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے کامل ٹرانسفارمر کو مساوی دور کی بائیں یا دائیں جانب رکھا جاسکتا ہے۔ شکل 3.19 میں ثنائی جانب رکاوٹ کو ابتدائی جانب منتقل کیا گیا ہے جبکہ شکل 3.20 میں ابتدائی رکاوٹوں کا متبادلہ ثنائی جانب کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 3.20 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مساوی ادوار میں کامل ٹرانسفارمر عموماً دکھایا نہیں جاتا ہے۔

متبادلہ شدہ رکاوٹ Z کو Z' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں متبادلہ شدہ R_2 کو R'_2 سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ایسا دور استعمال کرتے وقت یاد رکھنا ہو گا کہ مساوی دور میں اجزاء کس جانب منتقل کیے گئے ہیں۔

مثال 3.6: ایک 50 کلو وولٹ-ایمپیر اور 220 : 2200 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کی زیادہ برقی دباؤ جانب رستار رکاوٹ $Z_1 = 0.9 + j1.2$ اوہم، کم برقی دباؤ جانب رستار رکاوٹ $Z_2 = 0.0089 + j0.011$ اوہم

، $R_c = 6.4 \text{ k}\Omega$ اور $X_m = 47 \text{ k}\Omega$ ہیں۔ اس کے لئے شکل 3.19 اور شکل 3.20 میں استعمال ہونے والے اجزاء معلوم کریں۔

حل الف: معلومات:

$$50 \text{ kV A}, \quad 50 \text{ Hz}, \quad 2200 : 220 \text{ V}$$

ٹرانسفارمر کے برقی دباؤ سے لچھوں کے چکر کا تناسب حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{2200}{220} = \frac{10}{1}$$

زیادہ برقی دباؤ جانب تبادلہ شدہ اجزاء درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} R'_2 + jX'_2 &= \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 (R_2 + jX_2) \\ &= \left(\frac{10}{1} \right)^2 (0.0089 + j0.011) \\ &= 0.89 + j1.1 \end{aligned}$$

مساوی دور میں باقی رکاوٹ پہلے سے زیادہ برقی دباؤ جانب ہیں لہذا یہ تبدیل نہیں ہوں گے۔ یوں شکل 3.19 کے جزو حاصل ہوئے۔

حل ب: مساوی دور کے اجزاء کا تبادلہ کم دباؤ جانب کرتے ہیں۔

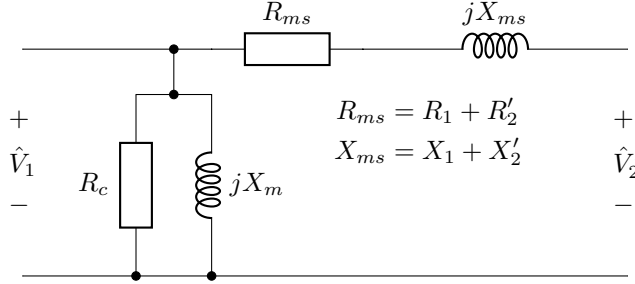
$$\begin{aligned} R'_1 + jX'_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 (R_1 + jX_1) \\ &= \left(\frac{1}{10} \right)^2 (0.9 + j1.2) \\ &= 0.009 + j0.012 \end{aligned}$$

اسی طرح درج ذیل حاصل ہوں گے

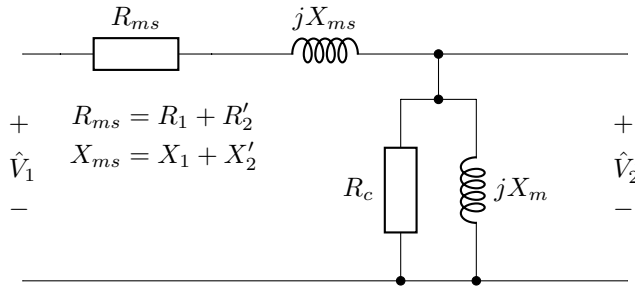
$$\begin{aligned} R'_c &= \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 R_c = 64 \\ X'_m &= \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 X_m = 470 \end{aligned}$$

□

جبکہ Z_2 پہلے سے کم برقی دباؤ جانب ہے لہذا اس کی قیمت تبدیل نہیں ہوگی۔



شکل 3.21: R_c اور jX_m کو بائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



شکل 3.22: R_c اور jX_m کو دائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔

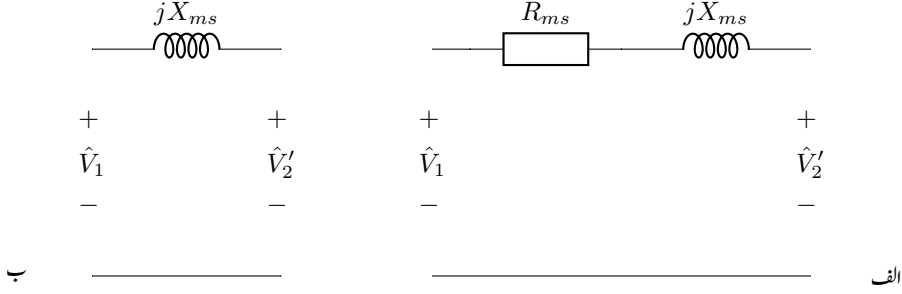
3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار

ایک انجینئر ٹرانسفارمر استعمال وقت حساب کی خاطر شکل 3.19 یا شکل 3.20 کے ادوار استعمال کر سکتا ہے۔ یہ ادوار حقیقی ٹرانسفارمر کی بہت اچھی عکاسی کرتے ہیں۔ البتہ جہاں بہت صحیح جوابات مطلوب نہ ہوں وہاں ان ادوار کی سادہ اشکال بھی استعمال کی جاسکتی ہیں۔ اس حصہ میں ہم ایسے سادہ مساوی ادوار حاصل کرتے ہیں۔

شکل 3.19 میں R_c اور X_m کو $R_1 + jX_1$ کے بائیں منتقل کرنے سے شکل 3.21 اور $R_2' + jX_2'$ کے دائیں منتقل کرنے سے شکل 3.22 حاصل ہوتے ہیں۔ چونکہ \hat{I}_ϕ کی مقدار نہایت کم⁶³ ہوتی ہے لہذا ایسا کرنے سے نتائج پر خاص فرق نہیں پڑتا ہے۔

شکل 3.21 اور شکل 3.22 میں سلسلہ وار جڑے R_1 اور R_2' کو R_{ms} جبکہ سلسلہ وار جڑے X_1 اور X_2' کو X_{ms} لکھا گیا ہے۔ اسی قسم کے ادوار شکل 3.20 سے بھی حاصل ہوتے ہیں۔

⁶³ \hat{I}_ϕ ٹرانسفارمر کے کل برقی بوجھ کا صرف دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔



شکل 3.23: ٹرانسفارمر کے سادہ مساوی ادوار۔

شکل 3.19 میں R_c اور X_m رکاوٹ $R_1 + jX_1$ اور $R_2' + jX_2'$ کے بیچ ہیں۔ ایسا دور حل کرنا مشکل ہوتا ہے۔ اس کے برعکس شکل 3.21 اور شکل 3.22 میں یہ اجزاء باقی دور کے بائیں یا دائیں ہاتھ ہیں اور ایسے ادوار کا حل نسبتاً زیادہ آسان ہوتا ہے۔

مزید سادہ دور حاصل کرنے کی خاطر I_ϕ کو صفر تصور کر کے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں مساوی دور میں R_c اور jX_m کو کھلے دور تصور کرتے ہوئے دور سے ہٹایا جاسکتا ہے۔ شکل 3.23-الف میں ایسا کیا گیا ہے۔ اس دور میں قالب کے اثرات کو مکمل طور پر نظر انداز کیا گیا ہے۔

بیشتر وقت اس سے بھی کم درستگی کے نتائج مطلوب ہوتے ہیں۔ یوں $X_{ms} \gg R_{ms}$ کی بنا پر R_{ms} کو نظر انداز کرتے ہوئے شکل 3.23-ب حاصل کیا گیا ہے۔ اس شکل میں X_{ms} کو بھی نظر انداز کرنے سے کامل ٹرانسفارمر حاصل ہو گا جو $\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$ پر پورا اترتا ہے۔

3.11 کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ

گزشتہ حصہ میں ٹرانسفارمر کے مساوی ادوار پر بات کی گئی۔ ان مساوی ادوار کے اجزاء ٹرانسفارمر کے دو معائنوں سے حاصل کئے جاسکتے ہیں جنہیں کھلا دور معائنہ اور کسر دور معائنہ کہتے ہیں۔ اس حصہ میں ان معائنوں پر غور کیا گیا ہے۔

3.11.1 کھلا دور معائنہ

کھلا دور معائنہ⁶⁴، جیسا کہ نام سے واضح ہے، ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سروں کو آزاد رکھ کر کیا جاتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کی بناوٹی⁶⁵ برقی دباؤ اور تعدد یا ان کے قریب قیمتوں پر کیا جاتا ہے۔ اگرچہ ٹرانسفارمر کے کسی بھی جانب لچھے پر کھلے دور معائنہ سرانجام دیا جاسکتا ہے، حقیقت میں ایسا کم برقی دباؤ لچھے پر کرنا زیادہ آسان اور کم خطرناک ہوتا ہے۔ یہ بات ایک مثال سے بہتر سمجھ آئے گی۔

مثال کے طور پر ہم 25 kV A، 220 V، 11000 : 50 Hz ایک دوری ٹرانسفارمر کا معائنہ کرنا چاہتے ہیں۔ یہ معائنہ گیارہ ہزار لچھے پر کرتے ہوئے گیارہ ہزار وولٹ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال ہو گا جبکہ دو سو بیس برقی دباؤ لچھے پر معائنہ کرنے سے دو سو بیس وولٹ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال کرنا ہو گا۔ دونوں صورتوں میں تعدد 50 Hz کے لگ بھگ رکھا جائے گی۔ 11 kV برقی دباؤ پر کام کرنا نہایت خطرناک ثابت ہو سکتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ کھلا دور معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کیا جاتا ہے۔

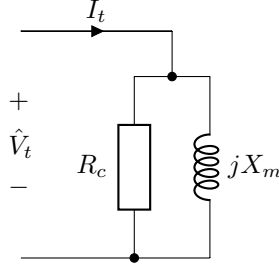
کھلے دور معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے پر بناوٹی برقی دباؤ یا اس کا قریب دباؤ V_t لاگو کر کے کھلا دور برقی طاقت p_t اور کھلا دور برقی رو I_t ناپا جاتا ہے۔ بناوٹی برقی دباؤ کے قریب دباؤ پر معائنہ کرنے سے بہتر نتائج حاصل ہوں گے۔ ٹرانسفارمر کی دوسری جانب لچھے کے سرے چونکہ آزاد رکھے جاتے ہیں لہذا اس میں برقی رو صفر ہو گا۔ اس طرح ناپا گیا برقی رو صرف ہیجان انگیز برقی رو I_ϕ ہو گا۔ ہیجان انگیز برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی رو کا دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔

یاد رہے $\hat{V}_t = V_t / \phi_v$ اور $\hat{I}_t = I_t / \phi_i$ ہوں گے۔ برقی دباؤ اور رو کی بات کرتے ہوئے ہم ان کی مطلق قیمتوں، V_t اور I_t ، کی بات کرتے ہیں۔

شکل 3.19 میں بائیں ہاتھ کو کم برقی دباؤ والا جانب تصور کریں۔ یوں V_t مقام V_1 پر فراہم کیا جائے گا جبکہ پیمائشی رو غیر سمتی⁶⁶ I_1 ہو گا۔ خارجی لچھا کھلا دور ہونے کی بنا I_2 صفر ہو گا لہذا I_1 درحقیقت \hat{I}_ϕ کی مطلق قیمت کے برابر ہو گا۔

$$I_t = I_1 = I_\phi$$

open circuit test⁶⁴
design⁶⁵
scalar⁶⁶



شکل 3.24: کھلے سرے معائنہ۔

اتنی کم برقی رو سے لچھے کے رکاوٹ میں بہت کم برقی دباؤ گھٹتا ہے لہذا اسے نظر انداز کیا جاتا ہے:

$$V_{R1} = I_t R_1 = I_\phi R_1 \approx 0$$

$$V_{X1} = I_1 X_1 = I_\phi X_1 \approx 0$$

یوں جیسا شکل 3.19 سے ظاہر ہے R_c اور X_m پر تقریباً V_t برقی دباؤ پایا جائے گا۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 3.24 حاصل ہوتا ہے۔ شکل 3.21 سے شکل 3.24 کا حصول زیادہ آسان ہے۔

برقی طاقت کا ضیاع صرف مزاحمت میں ممکن ہے لہذا p_t صرف R_c میں ضائع ہو گا۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = \frac{V_t^2}{R_c}$$

اس سے ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو R_c حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.37) \quad R_c = \frac{V_t^2}{p_t}$$

درج ذیل کی بنا

$$Z_t = \frac{\hat{V}_t}{\hat{I}_t} = \frac{V_t / \phi_v}{I_t / \phi_i} = \frac{V_t}{I_t} \angle \phi_v - \phi_i$$

فراہم کردہ دباؤ اور پیمائشی رو کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

اب شکل 3.24 سے درج ذیل واضح ہے

$$\frac{1}{Z_t} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m}$$

لہذا

$$Z_t = \frac{jR_c X_m}{R_c + jX_m}$$

$$|Z_t| = \frac{R_c X_m}{\sqrt{R_c^2 + X_m^2}}$$

ہو گا۔ یوں ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو X_m حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.38) \quad X_m = \frac{R_c |Z_t|}{\sqrt{R_c^2 - |Z_t|^2}}$$

مساوات 3.37 سے R_c اور مساوات 3.38 سے X_m کی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں۔

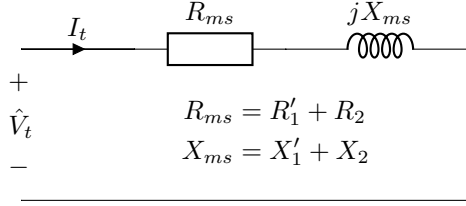
یاد رہے حاصل کردہ R_c اور X_m ٹرانسفارمر کے پیمائشی جانب کے لئے درست ہوں گے۔ متبادلہ رکاوٹ سے دوسری جانب کی قیمتیں حاصل کی جاسکتی ہیں۔

3.11.2 کسر دور معائنہ

کسر دور معائنہ بھی کھلے دور معائنہ کی طرح ٹرانسفارمر کے کسی بھی طرف ممکن ہے لیکن حقیقت میں اسے زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کرنا آسان ہوتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رو یا اس کے قریب رو پر کیا جاتا ہے۔

کھلے دور معائنہ میں مستعمل ٹرانسفارمر کی بات آگے بڑھاتے ہوئے زیادہ برقی دباؤ لچھے کا بناوٹی رو 2.2727 A اور کم دباؤ لچھے کا بناوٹی رو 113.63 A ہے۔ کسر دور معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کرتے ہوئے 113.63 A جبکہ زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کرتے ہوئے 2.2727 A درکار ہوں گے۔ حقیقت میں 2.2727 A پر معائنہ زیادہ آسان ہو گا۔

اس معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے کے سروں کو آپس میں جوڑ کر کسر دور کیا جاتا ہے جبکہ زیادہ برقی دباؤ لچھے پر لچھے کے بناوٹی دباؤ کا دو سے بارہ فی صد دباؤ V_t لاگو کر کے اس لچھے کا برقی رو I_t اور فراہم کردہ طاقت p_t ناپا جاتا



شکل 3.25: کسر دور معائنہ۔

ہے جنہیں بالترتیب کسر دور رو اور کسر دور طاقت کہتے ہیں۔ کسر دور لچھے میں گزرتے برقی رو کا عکس دوسری جانب موجود ہو گا۔ یہ برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رو کے لگ بھگ ہوتا ہے۔

چونکہ یہ معائنہ بہت کم برقی دباؤ پر سرانجام دیا جاتا ہے لہذا ہیجان انگیز برقی رو کو مکمل طور پر نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس معائنہ کا دور شکل 3.25 میں دکھایا گیا ہے جہاں ہیجان انگیز رو کو نظر انداز کرتے ہوئے R_c اور H_m کو کھلے دور کیا گیا ہے۔ کسر دور معائنہ میں شکل 3.20 کے بائیں ہاتھ کو کم برقی دباؤ جانب تصور کرتے ہوئے V_t کو V_2 کی جگہ لاگو کرنا ہو گا۔

برقی طاقت صرف مزاحمت میں ضائع ہو سکتا ہے لہذا شکل 3.25 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$p_t = I_t^2 R_{ms}$$

یوں ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو R_{ms} حاصل ہوتا ہے۔

(3.39)

$$R_{ms} = \frac{p_t}{I_t^2}$$

کسر دور برقی رو اور کسر برقی دباؤ سے

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

جبکہ شکل 3.25 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$Z_t = R_{ms} + jX_{ms}$$

$$|Z_t| = \sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}$$

یوں R_{ms} کی قیمت مساوات 3.39 سے جانتے ہوئے X_{ms} حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.40) \quad X_{ms} = \sqrt{|Z_t|^2 - R_{ms}^2}$$

مساوات 3.39 کل مزاحمت دیتا ہے البتہ اس سے R_1 یا R_2 حاصل نہیں کیا جاسکتا۔ اسی طرح مساوات 3.40 سے X_1 اور X_2 علیحدہ نہیں کئے جاسکتے۔ کسر دور معائنہ سے اتنی ہی معلومات حاصل کرنا ممکن ہے جو حقیقت میں کافی ثابت ہوتا ہے۔ جہاں ان اجزاء کی علیحدہ علیحدہ قیمتیں درکار ہوں وہاں درج ذیل تصور کیا جاسکتا ہے

$$R'_1 = R_2 = \frac{R_{ms}}{2}$$

$$X'_1 = X_2 = \frac{X_{ms}}{2}$$

ٹرانسفارمر معائنے اسی مقام پر کیے جاتے ہیں جہاں ٹرانسفارمر نسب ہو۔ یوں وہی برقی دباؤ استعمال کرنا ہوگا جو وہاں موجود ہو۔ ہاں ضروری ہے کہ کسر دور معائنہ میں ٹرانسفارمر کو ڈیزائن برقی دباؤ کا دو سے بارہ فی صد دیا جائے۔ مثلاً $220 \text{ V} : 11000 \text{ V}$ ٹرانسفارمر کا کھلا دور معائنہ $220 \text{ V} \times \frac{2}{100} = 440 \text{ V}$ اور $11000 \text{ V} \times \frac{12}{100} = 1320 \text{ V}$ کے بیچ دباؤ پر کیا جاسکتا ہے۔ چونکہ ہمارے ہاں 220 V اور 440 V عام پائے جاتے ہیں لہذا ہم 220 V یا 440 V ہی استعمال کریں گے۔ اسی طرح دستیاب 220 V استعمال کرتے ہوئے کھلا دور معائنہ سرانجام دیا جاسکتا ہے۔

یاد رہے کہ ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سرے آپس میں جوڑ کر، یعنی کسر دور کر کے، دوسری جانب لچھے پر کسی بھی صورت اس جانب کی پوری برقی دباؤ لاگو نہیں کیجیے گا۔ ایسا کرنا شدید خطرناک اور جان لیوا ثابت ہو سکتا ہے۔

یاد رہے کہ ان معائنوں سے حاصل مساوی دور کے اجزاء اسی جانب کے لئے درست ہوں گے جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔ ان کی قیمتیں دوسری جانب تبادلہ رکاوٹ سے حاصل کی جاسکتی ہیں۔

مثال 3.7: ایک 25 کلو وولٹ-ایمپیئر، $220 : 11000 \text{ V}$ وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والے ٹرانسفارمر کے کھلے دور اور کسر دور معائنے کیے جاتے ہیں جن کے نتائج درج ذیل ہیں۔ ٹرانسفارمر مساوی دور کے اجزاء تلاش کریں۔

- کھلا دور معائنہ میں کم برقی دباؤ جانب 220 V لاگو کیا جاتا ہے۔ اسی جانب برقی رو 39.64 A اور طاقت کا ضیاع 600 W ناپے جاتے ہیں۔

- کسر دور معائنہ میں زیادہ برقی دباؤ جانب 440 V لگو کیا جاتا ہے۔ اسی جانب برقی رو 2.27 A اور طاقت کا ضیاع 560 W ناپے جاتے ہیں۔

حل کھلا دور:

$$|Z_t| = \frac{220}{39.64} = 5.55 \Omega$$

$$R_c = \frac{220^2}{600} = 80.67 \Omega$$

$$X_m = \frac{80.67 \times 5.55}{\sqrt{80.67^2 - 5.55^2}} = 5.56 \Omega$$

حل کسر دور:

$$Z_t = \frac{440}{2.27} = 193.83 \Omega$$

$$R_{ms} = \frac{560}{2 \times 2.27^2} = 108.68 \Omega$$

$$X_{ms} = \sqrt{193.83^2 - 108.68^2} = 160 \Omega$$

R_{ms} اور X_{ms} کو کم برقی دباؤ جانب منتقل کرتے ہوئے

$$\left(\frac{220}{11000} \right)^2 \times 108.68 = 43.47 \text{ m}\Omega$$

$$\left(\frac{220}{11000} \right)^2 \times 160 = 64 \text{ m}\Omega$$

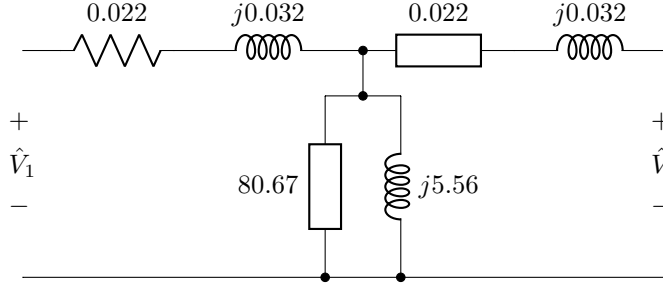
یعنی

$$R_1 = R_2' = \frac{43.47 \text{ m}\Omega}{2} = 21.7 \text{ m}\Omega$$

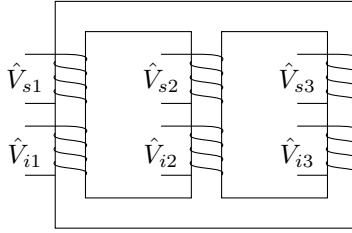
$$X_1 = X_2' = \frac{64 \text{ m}\Omega}{2} = 32 \text{ m}\Omega$$

□

حاصل ہو گا۔ ان نتائج سے حاصل کم برقی دباؤ جانب مساوی دور شکل 3.26 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.26: کھلے دور اور کسر دور معائنہ سے کم برقی دباؤ جانب مساوی دور۔



شکل 3.27: ایک ہی قالب پر تین ٹرانسفارمر۔

3.12 تین دوری ٹرانسفارمر

اب تک ہم ایک دوری⁶⁷ ٹرانسفارمر پر غور کرتے رہے ہیں۔ حقیقت میں برقی طاقت کی منتقلی میں عموماً تین دوری⁶⁸ ٹرانسفارمر استعمال ہوتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر یکساں تین عدد یک دوری ٹرانسفارمر اکٹھے رکھ کر بنایا جاسکتا ہے۔ یوں ایک ٹرانسفارمر خراب ہونے کی صورت میں اس کو ہٹا کر ٹھیک کرنے کے دوران باقی دو ٹرانسفارمر استعمال کئے جاسکتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر بنانے کا اس سے بہتر طریقہ شکل 3.27 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک ہی مقناطیسی قالب پر تینوں ٹرانسفارمر کے لچھے لپیٹے گئے ہیں۔ اس شکل میں \hat{V}_{i1} پہلے ٹرانسفارمر کا ابتدائی لچھا اور \hat{V}_{s1} اس کا ثانوی لچھا ہے۔ اس طرح کے تین دوری ٹرانسفارمر سستے، ہلکے اور چھوٹے ہونے کی وجہ سے عام ہو گئے ہیں اور آپ کو روزمرہ زندگی میں یہی نظر آئیں گے۔ ان میں برقی ضیاع بھی نسبتاً کم ہوتا ہے۔

شکل 3.28- الف میں تین ٹرانسفارمر دکھائے گئے ہیں۔ ان ٹرانسفارمروں کے ابتدائی لچھے آپس میں دو طریقوں

single phase⁶⁷
three phase⁶⁸

سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ ایک کو ستارہ نما جوڑ Y^{69} اور دوسرے کو ٹکونی جوڑ Δ^{70} کہتے ہیں۔ اسی طرح ان ٹرانسفارمرز کے ثانوی لچھے بھی انہیں دو طریقوں سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ یوں انہیں درج ذیل چار مختلف طریقوں سے جوڑا جاسکتا ہے۔

• ستارہ: ٹکونی $Y : \Delta$

• ستارہ: ستارہ $Y : Y$

• ٹکونی: ٹکونی $\Delta : \Delta$

• ٹکونی: ستارہ $\Delta : Y$

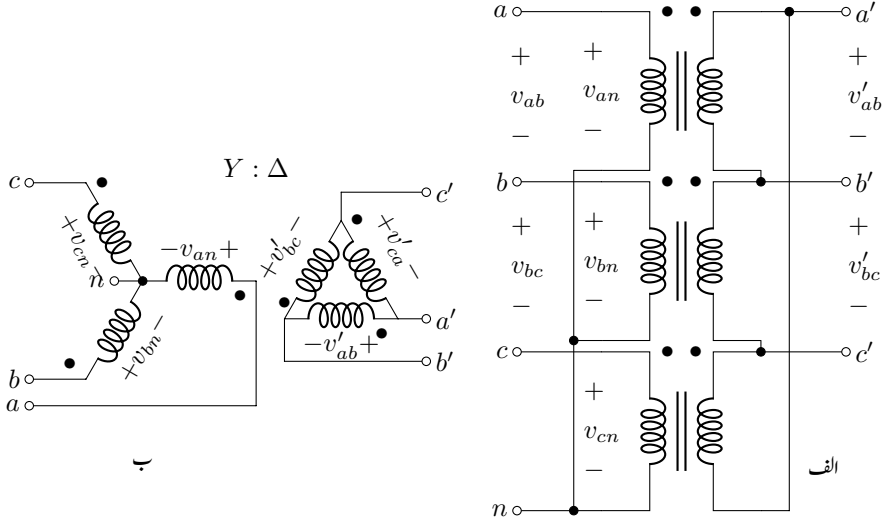
شکل 3.28 میں $Y : \Delta$ ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس میں بائیں ہاتھ Y اور دایاں ہاتھ Δ جڑا ہے۔ یوں $Y : \Delta$ لکھتے ہوئے Y کو بائیں اور Δ کو دائیں لکھا جاتا ہے۔ جیسا پہلے ذکر ہو چکا ہے ہم اشکال میں ٹرانسفارمر کا ابتدائی طرف بائیں جانب رکھتے ہیں لہذا Y ابتدائی اور Δ ثانوی طرف ہے۔ رواجی سے پڑھتے ہوئے ابتدائی کو پہلے اور ثانوی کو بعد میں پڑھا جاتا ہے لہذا اس کو $Y : \Delta$ لکھ کر ستارہ-ٹکونی پڑھیں گے۔

شکل 3.28-الف میں تین ٹرانسفارمرز کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما جوڑا گیا ہے جبکہ ان کی ثانوی لچھوں کو ٹکونی جوڑا گیا ہے۔ شکل-ب میں تینوں ٹرانسفارمرز کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح ثانوی لچھوں کو ٹکونی دکھایا گیا ہے۔ ان اشکال کی وجہ سے اس طرز کے جوڑ کو ستارہ نما جوڑ اور ٹکونی جوڑ کہتے ہیں۔

ایسا شکل بناتے ہوئے ہر ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی لچھے کو ایک ہی زاویہ پر دکھایا جاتا ہے۔ یوں شکل 3.28-الف میں بالائی ٹرانسفارمر، جس کے ابتدائی سرے an اور ثانوی سرے $a'n'$ ہیں، کو شکل 3.28-ب میں صفر زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ تین مرحلہ ٹرانسفارمرز کو اس طرح کی علامتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان میں قالب نہیں دکھایا جاتا۔

ٹرانسفارمر کے جوڑ بیان کرتے وقت بائیں جوڑ کو پہلے اور دائیں جوڑ کو بعد میں پکارتے ہیں۔ یوں شکل 3.28-ب میں ٹرانسفارمر کو ستارہ-ٹکونی جڑا ٹرانسفارمر یا مختصراً ستارہ-ٹکونی ٹرانسفارمر کہیں گے۔ اسی طرح ابتدائی جانب کو بائیں اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔ یوں اس شکل میں ابتدائی جانب ستارہ نما ہے جبکہ ثانوی جانب ٹکونی ہے۔

⁶⁹star connected
⁷⁰delta connected



شکل 3.28: تین دوری ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر

ستارہ نما سے چار برقی تاریں نکلتی ہیں۔ ان میں مشترک تار n کو عموماً ٹرانسفارمر کے نزدیک زمین میں گہرائی تک دھنسا جاتا ہے۔ اس تار کو زمین تار⁷¹ یا صرف زمین⁷² کہتے ہیں۔ عام فہم میں اسے ٹھنڈی تار⁷³ کہتے ہیں۔ باقی تین تاریں a, b, c گرم تار⁷⁴ کہلاتے ہیں۔

ٹرانسفارمر کے لچھے پر برقی دباؤ کو یکے دوری برقی دباؤ پر عمل⁷⁵ \hat{V} کہتے ہیں اور لچھے میں برقی رو کو یکے دوری برقی رو پیکر عمل⁷⁶ \hat{I} کہتے ہیں۔ جبکہ ٹرانسفارمر سے باہر نکلتی کسی دو گرم تاروں کے بیچ برقی دباؤ کو تار کا برقی دباؤ⁷⁷ \hat{V} کہتے ہیں اور کسی بھی گرم تار میں برقی رو کو تار کا برقی رو⁷⁸ \hat{I} کہتے ہیں۔ زمینی تار میں برقی رو کو زمینی برقی رو⁷⁹ \hat{I} کہتے ہیں۔

ground⁷¹
ground, earth, neutral⁷²
neutral⁷³
live wires⁷⁴
phase voltage⁷⁵
phase current⁷⁶
line to line voltage⁷⁷
line current⁷⁸
ground current⁷⁹

ستارہ Y جانب یک دوری مقداروں اور تار کے مقداروں کا تعلق درج ذیل ہو گا۔

$$(3.41) \quad \begin{aligned} V_{\text{تار}} &= \sqrt{3} V_{\text{یکرحلہ}} \\ I_{\text{تار}} &= I_{\text{یکرحلہ}} \end{aligned}$$

تکونی Δ جانب یک دوری اور تار کی مقداروں کا تعلق درج ہے۔

$$(3.42) \quad \begin{aligned} V_{\text{تار}} &= V_{\text{یکرحلہ}} \\ I_{\text{تار}} &= \sqrt{3} I_{\text{یکرحلہ}} \end{aligned}$$

مساوات 3.41 اور مساوات 3.42 دوری سمتیہ کے رشتے نہیں بلکہ غیر سمتی مطلق قیمتوں کے رشتے دیتی ہیں۔ ان رشتوں کو شکل 3.29 میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 3.41 اور مساوات 3.42 سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.43) \quad V_{\text{تار}} I_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یکرحلہ}} I_{\text{یکرحلہ}}$$

یک دوری ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر یکرحلہ $I_{\text{یکرحلہ}} V$ ہوتے ہیں اور ایسے تین ٹرانسفارمر مل کر ایک عدد تین دوری ٹرانسفارمر بناتے ہیں لہذا تین مرحلہ ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر تین گنا ذیل ہوں گے۔

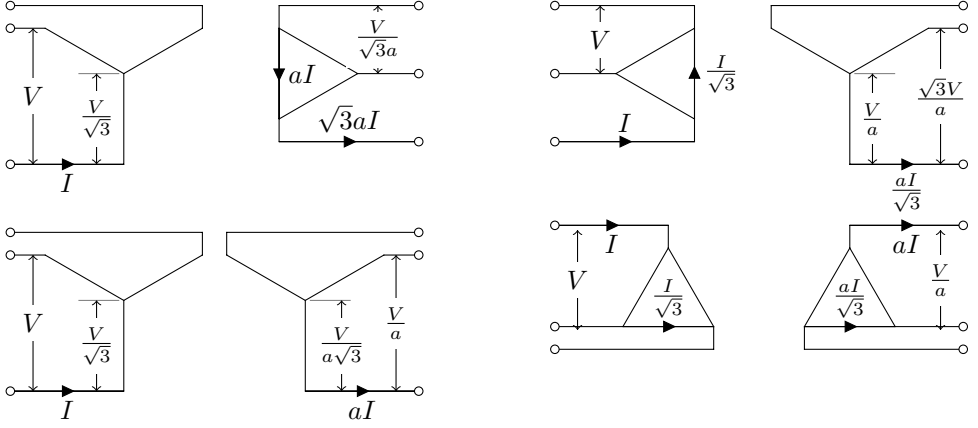
$$(3.44) \quad 3V_{\text{یکرحلہ}} I_{\text{یکرحلہ}} = 3 \times \frac{V_{\text{تار}} I_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} V_{\text{تار}} I_{\text{تار}}$$

یہ مساوات تین دوری ادوار میں کثرت سے استعمال ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر جس طرح بھی جوڑے جائیں وہ اپنی بنیادی کارکردگی تبدیل نہیں کرتے ہیں لہذا انہیں ستارہ نما یا تکونی جوڑنے کے بعد بھی ان میں ہر ایک ٹرانسفارمر انفرادی طور پر صفحہ 68 پر دئے مساوات 3.16 اور صفحہ 73 پر دئے مساوات 3.26 پر پورا اترے گا۔ انہیں استعمال کر کے شکل 3.29 میں دیے گئے ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی جانب کی یک دوری اور تار کی مقداروں کے رشتے حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ اس شکل میں $a = N_1/N_2$ ہے جہاں $N_1 : N_2$ ان میں ایک دوری ٹرانسفارمر کے چکر کا تناسب ہے۔ تین دوری ٹرانسفارمر پر لگی تختی پر دونوں جانب تار کے برقی دباؤ کا تناسب لکھا جاتا ہے۔

شکل 3.29 میں ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کا تناسب

$$(3.45) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \sqrt{3} a = \sqrt{3} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$



شکل 3.29: ابتدائی اور ثانوی جانب تار اور یک دوری مقداروں کے رشتے۔

جکبہ ستارہ-ستارہ کا

$$(3.46) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

تکونی-ستارہ کا

$$(3.47) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

اور تکونی-تکونی کا درج ذیل ہو گا۔

$$(3.48) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

مثال 3.8: یک دوری تین یکساں ٹرانسفارمرز کو ستارہ-تکونی Δ : جوڑ کر تین دوری ٹرانسفارمر بنایا گیا ہے۔ یک دوری ٹرانسفارمر کی برقی سکے⁸⁰ درج ذیل ہے:

$$50 \text{ kV A}, \quad 6350 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب 11000 وولٹ تین دوری دباو تار لاگو کیا گیا۔ اس تین دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب دباو تار معلوم کریں۔

حل: حل کرتے وقت ہم ایک عدد یک دوری ٹرانسفارمر پر نظر رکھیں گے۔ یک دوری ٹرانسفارمر کے چکر کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{6350}{440}$$

مساوات 3.41 سے دباوتار درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_{\text{ابتدائی، تار}} = \sqrt{3} \times 6350 \approx 11000 \text{ V}$$

یک دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب 440 V ہوں گے جس کو مساوات 3.16 کی مدد سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$V_{\text{ثانوی}} = \frac{N_2}{N_1} V_{\text{ابتدائی}} = \frac{440}{6350} \times 6350 = 440 \text{ V}$$

ثانوی جانب تین یک دوری ٹرانسفارمر کو تکنیکی جوڑا گیا ہے۔ یوں مساوات 3.42 کی مدد سے ثانوی دباوتار یہی ہو گا۔ تین دوری ٹرانسفارمر کے دباوتار کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{V_{\text{ابتدائی، تار}}}{V_{\text{ثانوی، تار}}} = \frac{11000}{440}$$

یک دوری ٹرانسفارمر 50 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہے لہذا تین دوری ٹرانسفارمر 150 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہو گا۔ یوں تین دوری ٹرانسفارمر کی سکت⁸¹ درج ذیل ہو گی۔

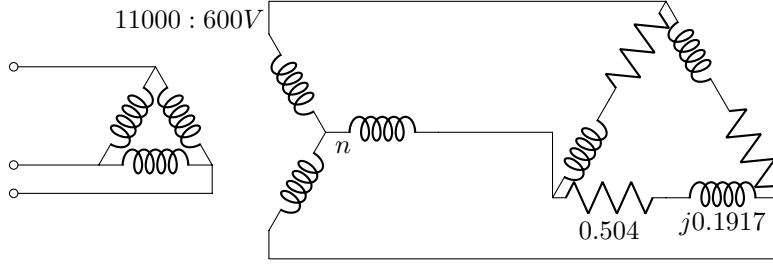
$$150 \text{ kV A}, \quad 11000 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ٹرانسفارمر تختی⁸² پر ٹرانسفارمر کی سکت بیان ہوتی ہے۔ اس تختی پر تین دوری ٹرانسفارمر کے دونوں جانب دباو تار لکھا جاتا ہے نہ کہ لچھوں کے چکر۔

□

ستارہ-ستارہ ٹرانسفارمر میں تین دوری برقی دباو کے بنیادی اجزاء آپس میں 120° زاویائی فاصلے پر جبکہ تیسرے موسیقائی اجزاء آپس میں ہم قدم ہوتے ہیں۔ قالب کی غیر تدریجی خاصیت کی بنا ٹرانسفارمر میں ہر صورت تیسری موسیقائی اجزاء پائے جاتے ہیں۔ تیسری موسیقائی اجزاء ہم قدم ہونے کی وجہ سے جمع ہو کر برقی دباو کا ایک بڑا موج

⁸¹ rating
⁸² name plate



شکل 3.30: ٹرانسفارمر تکنونی متوازن بوجھ کو طاقت فراہم کر رہا ہے۔

پیدا کرتے ہیں جو کبھی کبھار برقی دباؤ کے بنیادی جزو سے بھی زیادہ بڑھا ہوتا ہے۔ اس وجہ سے ستارہ-ستارہ ٹرانسفارمر عام طور استعمال نہیں ہوتا ہے۔

باقی تین قسم جڑے ٹرانسفارمر میں تکنونی جوڑ پایا جاتا ہے جس میں تیسری موسیقیائی اجزاء کی موج گردش رو پیدا کرتی ہے۔ یہ گردش رو تیسری موسیقیائی اجزاء کی موج کے اثر کو ختم کرتا ہے۔

تین دوری ٹرانسفارمر کے متوازن دور حل کرتے وقت ہم تصور کرتے ہیں کہ ٹرانسفارمر ستارہ جڑا ہے۔ یوں ی دوری برقی رو، تار کا برقی رو ہو گا اور یک دوری لاگو برقی دباؤ، یک دوری برقی دباؤ ہو گا۔ اسی طرح ہم اس پر لدے برقی بوجھ کو بھی ستارہ جڑا تصور کرتے ہیں۔ یوں تین دوری دور کی بجائے ہم نسبتاً آسان یک دوری دور حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ انہیں ایک مثال سے اس عمل کو سمجھیں۔

مثال 3.9: شکل 3.30 میں تین دوری $\Delta : Y$ ، 2000 کلو وولٹ-ایمپیر، 11000 : 600 وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والا کامل ٹرانسفارمر تین دوری متوازن تکنونی بوجھ کو طاقت مہیا کر رہا ہے۔ بوجھ کا ہر حصہ $0.504 + j0.1917$ کے برابر ہے۔

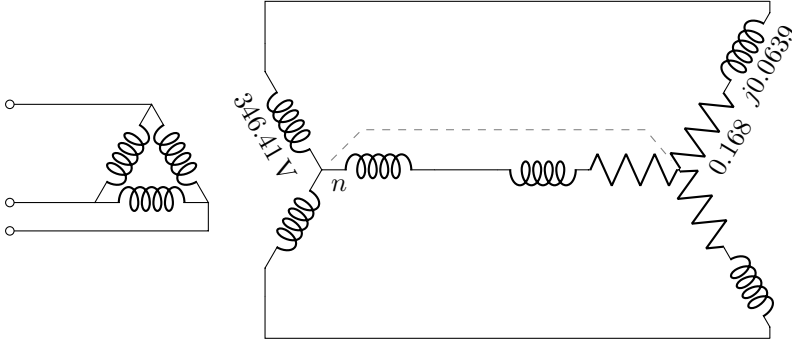
• اس شکل میں تمام برقی رو معلوم کریں۔

• برقی بوجھ⁸³ کو درکار طاقت معلوم کریں۔

حل: پہلے تکنونی بوجھ کو ستارہ بوجھ میں تبدیل کرتے ہیں:

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3} = \frac{0.504 + j0.1917}{3} = 0.168 + j0.0639$$

electrical load⁸³



شکل 3.31: تکتونی بوجھ کو مساوی ستارہ بوجھ میں تبدیل کیا گیا ہے۔

ستارہ بوجھ کو شکل 3.31 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک برقی تار جسے نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے کو ٹرانسفارمر کی زمینی نقطہ سے بوجھ کے مشترکہ سرے کے درمیان جڑا دکھایا گیا ہے۔ متوازن دور میں اس تار میں برقی رو صفر ہو گا۔ حل کرنے کی نیت سے ہم اس متوازن دور سے یک دوری حصہ لے کر حل کرتے ہیں۔

مساوی ستارہ بوجھ میں برقی رو

$$I = \frac{346.41}{0.168 + j0.0639} = 1927.262 \angle -20.825^\circ$$

اور یک دوری طاقت درج ذیل ہوگی۔

$$p = 346.41 \times 1927.262 \times \cos(-20.825^\circ) = 624\,007 \text{ W}$$

کل طاقت تین گنا ہوگی یعنی 1872 kW جس بوجھ کا جزو طاقت⁸⁴ درج ذیل ہوگا۔

$$\cos(-20.825^\circ) = 0.93467$$

تکتونی بوجھ میں برقی رو $\frac{1927.262}{\sqrt{3}} = 1112.7$ ایمپیر ہوگا۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب برقی تاروں میں برقی رو درج ذیل ہوگا۔

$$\left(\frac{600}{11000} \right) \times 1927.262 = 105.12 \text{ A}$$

□

اس مثال میں جزو طاقت 0.93467 ہے۔ اس کتاب کے لکھتے وقت پاکستان میں اگر صنعتی کارخانوں کی برقی بوجھ کی جزو طاقت 0.9 سے کم ہو جائے تو برقی طاقت فراہم کرنے والا ادارہ (واپڈا) جرمانہ نافذ کرتا ہے۔

3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر

ہم دیکھ چکے ہیں کہ اگر ٹرانسفارمر کے قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہو یعنی $B = B_0 \sin \omega t$ تو اس کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v = e &= N \frac{\partial \phi}{\partial t} = N A_c \frac{\partial B}{\partial t} \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= V_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

یعنی

$$(3.49) \quad B_0 = \frac{V_0}{\omega N A_c}$$

یہ مساوات برقرار چالو⁸⁵ ٹرانسفارمر کے لئے درست ہے۔

تصور کریں کہ ایک ٹرانسفارمر کو چالو کیا جا رہا ہے۔ چالو ہونے سے پہلے قالب میں مقناطیسی بہاؤ صفر ہے اور جس لمحہ اسے چالو کیا جائے اس لمحہ بھی یہ صفر ہی رہتا ہے۔

جس لمحہ ٹرانسفارمر کو چالو کیا جائے اس لمحہ لاگو برقی دباؤ

$$v = V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

ہے۔ اگر $\theta = \pi/2$ یہ لمحہ ہو تو آدھے دور⁸⁶ کے بعد قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{N A_c} \int_0^{\pi/\omega} V_0 \cos(\omega t + \pi/2) dt \\ &= \frac{V_0}{\omega N A_c} \sin(\omega t + \pi/2)_0^{\pi/\omega} \\ &= - \left(\frac{2V_0}{\omega N A_c} \right) \end{aligned}$$

⁸⁵ steady state
⁸⁶ time period

یعنی کثافتِ مقناطیسی بہاو کا طول معمول سے دگنا ہو گا۔ اگر یہی حساب $\theta = 0$ لمحہ کے لئے کیا جائے تو زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو بالکل مساوات 3.49 کے عین مطابق ہو گا۔ ان دو زاویوں کے مابین زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو ان دو حدوں کے درمیان رہتا ہے۔

قالب کی $B - H$ خط غیر بتدریج بڑھتا ہے۔ لہذا B دگنا کرنے کی خاطر H کو کئی گنا بڑھانا ہو گا جو لچھے میں محرک برقی رو بڑھانے سے ہوتا ہے⁸⁷۔ یہاں صفحہ 53 پر دکھائے شکل 2.17 سے رجوع کریں۔ قومی ٹرانسفارمرز میں ہیبانی کثافتِ مقناطیسی بہاو کی چوٹی $1.3 \leq B_0 \leq 1$ ہوتی ہے۔ ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ یوں کثافتِ مقناطیسی بہاو 2 سے 2.6 ٹسلا تک ہو سکتی ہے جس کے لئے درکار ہیبان انگیز برقی رو نہایت زیادہ ہو گی۔

⁸⁷ 2000 کلودولٹ - ایسپیئر ٹرانسفارمر سے چالو کرتے وقت تھر تھراپٹ کی آواز آتی ہے

باب 4

برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رو یا مقناطیسی بہاو کی مدد سے برقی توانائی کو میکانی توانائی یا میکانی توانائی کو برقی توانائی میں مختلف مشین تبدیل کرتے ہیں۔ پینکشی آلات، لاؤڈ سپیکر، مائکروفون، وغیرہ نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں جبکہ ریپلے¹، برقی مقناطیس، وغیرہ، قوت پیدا کرتے ہیں۔ کئی مشین، جن میں برقی موٹر اور جزیئر شامل ہیں، ایک قسم کی توانائی کو لگاتار دوسری قسم کی توانائی میں تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاو کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ برقی رو کی مدد سے بھی توانائی کا تبادلہ سمجھا جاسکتا ہے جس کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

اس باب میں ہم وہ اہم تراکیب سیکھیں گے جو انجینیری مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوں گے۔

4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ

برقی میدان E میں برقی بار q پر درج ذیل قوت اثر انداز ہوگی۔

$$F = qE \quad (4.1)$$

relay¹



شکل 4.1: اگر دائیں ہاتھ کی شہادت کی انگلی v اور بڑی انگلی B کے رخ ہوں تب انگوٹھا مثبت بار پر F کا رخ دیگا۔

مثبت برقی بار پر قوت برقی شدت E کے رخ ہوگی جبکہ منفی بار پر قوت E کے مخالف رخ ہوگی۔

مقتناطیسی میدان میں متحرک بار q ، جس کی سمت رفتار v ہو، پر درج ذیل قوت اثر انداز ہوگی۔

$$(4.2) \quad F = q(v \times B)$$

مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون³ دیگا۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی v اور بڑی انگلی B کے رخ ہوں تب انگوٹھا F کے رخ ہوگا (شکل 4.1)۔ منفی بار پر قوت مخالف رخ ہوگی۔ یہاں سمتی رفتار q اور B کے بیچ ہے۔

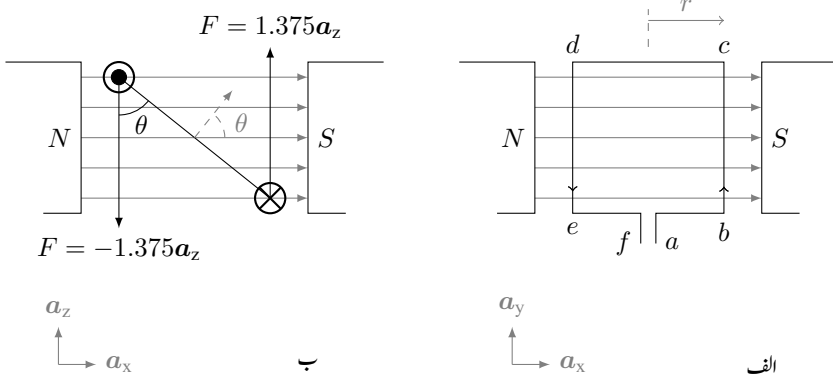
برقی اور مقتناطیسی (دونوں) میدان میں حرکت پذیر بار پر قوت مساوات 4.1 اور مساوات 4.2 کے مجموعہ سے حاصل ہوگی جس کو مساوات لورینز⁴ کہتے ہیں۔

$$(4.3) \quad F = q(E + v \times B) \quad \text{مساوات لورینز}$$

مساوات 4.2 میں $v = dL/dt$ لکھ کر درج ذیل حاصل ہوگا جہاں آخری قدم پر $i = q/dt$ لکھا گیا ہے۔

$$(4.4) \quad \begin{aligned} F &= q \left(\frac{dL}{dt} \times B \right) \\ &= \frac{q}{dt} (dL \times B) \\ &= i (dL \times B) \end{aligned}$$

velocity²
right hand rule³
Lorenz equation⁴



شکل 4.2: ایک چکر کے لچھے پر قوت اور قوت مسرور

مثال 4.1: شکل 4.2 میں ایک لچھا مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کا رداس 15 سم، محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیر ہے۔ کثافت مقناطیسی بہاؤ کو نقطہ دار نوکیلی لکیروں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کے رخ دکھایا گیا ہے۔ اگر کثافت مقناطیسی بہاؤ 0.55 ٹسلا ہو تب

• لچھے کے اطراف پر قوت دریافت کریں اور

• لچھے پر قوت مسرور τ دریافت کریں۔

حل: شکل-الف اور ب میں کارتیسی اکائی سمتیات دکھائے گئے ہیں۔ برقی تار کے سروں کو نظر انداز کرتے ہوئے اسے ایک بند مستطیل تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل-الف میں برقی رو کے رخ تار کے اطراف کی لمبائیاں درج ذیل ہوں گی جبکہ $B = B_0 a_x$ ہو گا۔

$$L_{bc} = l a_y$$

$$L_{cd} = -2r a_x$$

$$L_{de} = -l a_y$$

$$L_{eb} = 2r a_x$$

یوں مساوات 4.2 کے تحت ان اطراف پر قوت (نیوٹن) درج ذیل ہو گی۔

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{bc} &= i (\mathbf{L}_{bc} \times B_0 \mathbf{a}_x) \\
 &= 5 (0.5 \mathbf{a}_y \times 0.55 \mathbf{a}_x) \\
 &= -1.375 \mathbf{a}_z \\
 \mathbf{F}_{cd} &= 5 (-0.3 \mathbf{a}_x \times 0.55 \mathbf{a}_x) \\
 &= 0 \\
 \mathbf{F}_{de} &= 5 (-0.5 \mathbf{a}_y \times 0.55 \mathbf{a}_x) \\
 &= 1.375 \mathbf{a}_z \\
 \mathbf{F}_{ea} &= 0
 \end{aligned}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ صرف محوری اطراف پر قوتیں پائی جاتی ہیں جنہیں شکل 4.2-ب میں دکھایا گیا ہے۔ محوری اطراف پر اثر انداز قوت، مروڑ پیدا کرتی ہیں جس کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل ہو گا۔ مستطیل تار پر قوت مروڑ (نیوٹن میٹر) درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \tau &= -1.375 \times 2 \times 0.15 \times \sin \theta \mathbf{a}_y \\
 &= -0.4125 \sin \theta \mathbf{a}_y
 \end{aligned}$$

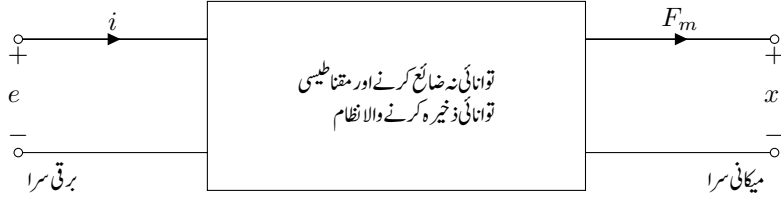
□

مساوات 4.1 تا مساوات 4.3 کا استعمال صرف سادہ ترین صورتوں میں ممکن ہوتا ہے۔ حقیقی مشینوں میں ان مساوات سے قوت تعین کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ آئیں ایک ایسی ترکیب سیکھتے ہیں جس سے ہم مختلف مشینوں میں پائی جانی والی قوتیں تعین کر سکیں۔ اس ترکیب کو توانائی کا طریقہ کہتے ہیں جو توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔

گھومتی برقی مشین عموماً دو لچھوں پر مشتمل ہوتی ہیں۔ ان میں ایک لچھا مشین کے ساکن حصہ پر لپٹا ہوتا ہے جس کی بنا یہ ساکن رہتا ہے اور ساکن لچھا⁵ کہلاتا ہے۔ دوسرا لچھا مشین کے گھومنے والے حصہ پر لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ اس کو گھومتا لچھا⁶ کہتے ہیں۔ ان لچھوں کو دو عدد مقناطیس تصور کرتے ہوئے ایسی مشینوں کی کارکردگی باآسانی سمجھی جاسکتی ہے۔

جس طرح دو مقناطیس اگر قریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال N دوسرے کے جنوب S کی سمت ہو۔

stator coil⁵
rotor coil⁶



شکل 4.3: برقی توانائی سے میکانیکی توانائی کے تبادلہ کا نظام۔

موٹر کے دو لچھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ ایک مقناطیس کے شمال N اور دوسرے کے جنوب S کے بیچ قوت کشش پائی جاتی ہے۔ ساکن لچھے کا مقناطیسی بہاؤ گھومتے لچھے کے مقناطیسی بہاؤ سے کچھ آگے رہ کر اسے کھینچ کر کام کرتا ہے۔ جزیئر میں اس کے برعکس گھومتا لچھا، ساکن لچھے پر کام کرتے ہوئے اس میں برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

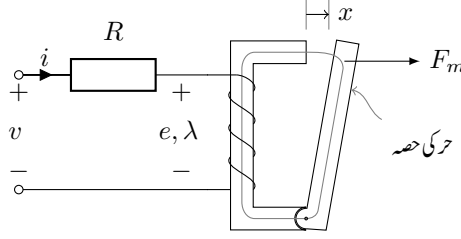
توانائی کے طریقے کو شکل 4.3 کی مدد سے سمجھا جاسکتا ہے۔ یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ مانند دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس کو یہ میکانیکی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے متغیرات e اور i ہیں جبکہ میکانیکی توانائی کے متغیرات فاصلہ x اور میدانی قوت F_m ہیں۔ اس شکل میں بائیں یعنی ابتدائی یا اولین جانب i کا رخ باہر سے اندر ہے جبکہ دائیں یعنی ثانوی جانب F_m کا رخ اندر سے باہر رخ ہے۔ یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل 3.7 کی مانند ہے۔

جہاں نظام میں توانائی کے ضیاع کو ذخیرہ توانائی سے علیحدہ کرنا ممکن ہو وہاں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 4.4 میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں لچھا برقی نظام اور حرکی حصہ میکانیکی نظام کو ظاہر کرتے ہیں اور لچھے میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی مزاحمت R سے ظاہر کیا گیا ہے۔

توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جاسکتی ہے اور نا ہی اسے تباہ کیا جاسکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ یوں نظام کو فراہم برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}}$ کا ایک حصہ میکانیکی توانائی $\partial W_{\text{میکانی}}$ میں تبدیل ہو گا جبکہ اس کا دوسرا حصہ، مقناطیسی $\partial W_{\text{مقناطیسی}}$ ، ذخیرہ ہو گا اور باقی حصہ، ضائع $\partial W_{\text{ضائع}}$ ، مختلف طریقوں سے ضائع ہو گیا جو ہمارے کسی کام نہ آ سکے گا:

$$(4.5) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}}$$

⁷ میدانی قوت F_m میں چھوٹی کھائی میں لفظ میدانی کو ظاہر کر رہا ہے۔



شکل 4.4: قوت پیدا کرنے والا آلہ۔

برقی توانائی کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے

$$(4.6) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}}$$

لکھا جاسکتا ہے جس کو ∂t سے تقسیم کر کے

$$(4.7) \quad \frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقناطیسی}}}{\partial t}$$

لکھا جاسکتا ہے جو توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتی ہے۔ اس مساوات کے بائیں ہاتھ برقی طاقت کو ei اور دائیں ہاتھ میکانیکی حصہ میں $F_m \partial x = \partial W_{\text{میکانی}}$ لکھ کر

$$(4.8) \quad ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

حاصل ہو گا جہاں $W_{\text{مقناطیسی}}$ کو W_m لکھا گیا ہے۔ مساوات 2.27 استعمال کرتے ہوئے اس کو

$$(4.9) \quad i \frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

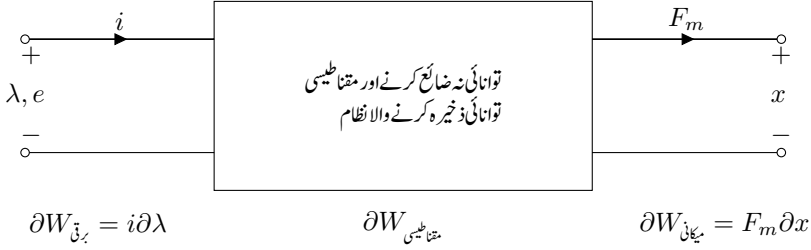
لکھا جاسکتا ہے۔ دونوں اطراف کو ∂t سے ضرب دے کر ترتیب نو کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.10) \quad \partial W_m = i \partial \lambda - F_m \partial x$$

مساوات 4.10 توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ اس مساوات کو استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لورینز کے قانون⁸ سے ہی پیدا ہوتی ہے۔ مساوات 4.10 میں برقی متغیرات i اور e کی بجائے λ اور λ ہیں۔ لہذا شکل 4.3 کو شکل 4.5 کی طرح بھی بنایا جاسکتا ہے۔

کسی بھی تفاعل⁹ $z(x, y)$ کا کل تفرق درج ذیل ہو گا جہاں $\frac{\partial z}{\partial x}$ لیتے ہوئے y کو مستقل تصور کیا جاتا ہے

Lorenz equation⁸
function⁹



شکل 4.5: توانائی کی قسم تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

اور $\frac{\partial z}{\partial y}$ لیتے ہوئے x کو مستقل تصور کیا جاتا ہے۔

$$(4.11) \quad \partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

اسی طرح $W_m(x, \lambda)$ کا کل تفرق

$$(4.12) \quad \partial W_m(x, \lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda$$

ہو گا جس کا موازنہ مساوات 4.10 کے ساتھ کر کے درج ذیل اخذ کیا جاسکتا ہے جہاں ایک متغیر کے ساتھ جزوی تفرق لیتے وقت دوسرے متغیر کو صریحاً مستقل ظاہر کیا گیا ہے۔

$$(4.13) \quad F_m(x, \lambda) = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$$

$$(4.14) \quad i(x, \lambda) = \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{x_0}$$

مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x, \lambda)$ دریافت کر کے مساوات 4.13 کی استعمال سے قوت دریافت کی جاسکتی ہے۔ اگلے حصہ میں مقناطیسی توانائی کا حصول سکھایا جائے گا۔

4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل 4.4 میں ایک لچھے کا سادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ میکانیکی نظام میں حرکی حصہ کی کمیت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔ جہاں اس کمیت کا اثر جاننا ضروری ہو وہاں اس کو ایک بیرونی کمیت تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح تبادلہ توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہوتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والی مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔ عموماً حرکت تب ممکن ہو گی جب مقناطیسی قالب میں قابل تبدیل خلاء موجود ہو۔ قالب میں خلاء کی موجودگی کی بناء عام طور پر $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ہو گا اور ایسا مقناطیسی دور حل کرتے ہوئے \mathcal{R}_c کو نظر انداز کیا جائے گا۔ یوں، جیسا مساوات 2.19 میں دیا گیا ہے، مقناطیسی دباؤ τ اور مقناطیسی بہاؤ ϕ براہ راست متناسب ہوں گے۔ ایسی صورت میں مساوات 2.29 میں امالہ L شکل 4.4 میں خلاء کی لمبائی x پر منحصر ہو گی لہذا اس مساوات کو درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$(4.15) \quad \lambda = L(x)i$$

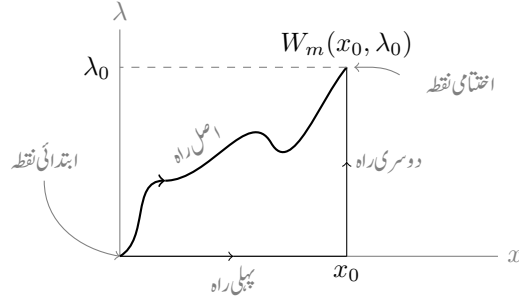
شکل 4.4 میں قوت F_m کے رخ طے ہونے والا فاصلہ x ہے۔ یوں میکانی کام $F_m dx = \partial W_{\text{میکانی}}$ ہو گا جبکہ فراہم برقی توانائی $i d\lambda = \partial W_{\text{برقی}}$ ہو گی۔ یوں شکل 4.4 کو مساوات 4.10 ظاہر کرتی ہے۔ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی W_m کو مساوات 4.10 کا مکمل¹⁰ لے کر حاصل کرتے ہیں۔

$$(4.16) \quad \int \partial W_m(x, \lambda) = \int i(x, \lambda) d\lambda - \int F_m(x, \lambda) dx$$

اس مکمل کا حصول شکل 4.6 سے واضح ہو گا۔ ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی فراہم نہیں کی گئی ہے۔ یوں نظام میں برقی رو صفر ہو گی جس کی بناء مقناطیسی بہاؤ اور ارتباط بہاؤ بھی صفر ہوں گے لہذا مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی صفر ہو گی۔ کسی بھی مقناطیس کی قوت کشش اس کی مقناطیسی بہاؤ پر منحصر ہوتی ہے لہذا صفر مقناطیسی بہاؤ کی بناء اس نظام میں قوت کشش صفر ہو گا اور یوں اس میں حرکت بھی صفر ہو گا۔ اس طرح ابتدائی نقطے پر درج ذیل ہوں گے۔

$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ابتدائی نقطہ شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے۔ اب لچھے کو برقی توانائی فراہم کی جاتی ہے۔ لچھے میں برقی رو کی بناء قوت اور حرکت پیدا ہو گی۔ آخر کار نظام اختتامی نقطے پر پہنچے گا۔ اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پر $x = x_0$ اور $\lambda = \lambda_0$ ہیں اور مقناطیسی میدان میں توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ ہے۔ ابتدائی نقطے سے اختتامی نقطے تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھایا جاتا ہے کہ λ اور x شکل 4.6 میں موٹی لکیر (اصل راستے) پر رہیں۔ آخری نقطہ پر مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ جانے کے لئے اصل راستے پر مساوات 4.16 کا مکمل حاصل کرنا ہو گا جو ایک مشکل کام ہے۔ اس راہ پر مکمل کی بجائے ہم متبادل راستہ اختیار کرتے ہیں۔



شکل 4.6: مقناطیسی میدان میں توانائی۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقناطیسی میدان ایک قدامت پسند میدان¹¹ ہے جس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے x_0 اور λ_0 کی مقدار پر منحصر ہوگی¹²۔ چونکہ توانائی کا دارومدار راہ پر منحصر نہیں ہے لہذا توانائی کے حصول کے مکمل میں ہم من پسند راستہ اختیار کرتے ہیں۔ ہم مکمل لیتے ہوئے شکل 4.6 میں ابتدائی نقطہ سے پہلی راہ چل کر فاصلہ x_0 طے کر کے دوسری راہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ (x_0, λ_0) تک پہنچتے ہیں۔ یوں مساوات 4.16 کو دو مکملات کا مجموعہ لکھا جائے گا۔ ایک مکمل نقطہ $(0, 0)$ سے نقطہ $(x_0, 0)$ تک اور دوسرا یہاں سے نقطہ (x_0, λ_0) تک لیا جائے گا:

$$(4.17) \quad \int_{\text{اصلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x, \lambda)$$

اس مساوات کے دائیں ہاتھ مکملات کو باری باری دیکھتے ہیں۔ پہلی راہ مکمل کو مساوات 4.16 کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$(4.18) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx$$

جیسا شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے، پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہے۔ مساوات 4.18 میں اس بات کو برقی رو $i(x, 0)$ اور قوت $F_m(x, 0)$ لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ ابتدائی اور اختتامی نقطوں پر λ صفر ہے لہذا $\int_0^0 i(x, 0) d\lambda = 0$ ہو گا۔ ایسے مکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے جس کا ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک دوسرے کے برابر ہوں۔

¹¹ conservative field¹² تجزیاتی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے۔ اسی لئے اگر کیت m کو کسی بھی راستے h کی بلندی تک لے جایا جائے تو اس کی خفی توانائی mgh ہوگی۔

پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہونے کی بنا اس راہ پر مقناطیسی بہاؤ بھی صفر ہو گا لہذا اس راہ پر مقناطیسی اثر نہیں پایا جائے گا اور قوت F_m صفر ہو گا۔ ہم جانتے ہیں کہ صفر کا مکمل صفر ہوتا ہے لہذا $\int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$ ہو گا۔ یوں پہلی راہ پر کا مکمل (مساوات 4.18) صفر ہو گا:

$$(4.19) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, 0) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$$

مساوات 4.17 میں دوسری راہ کا مکمل

$$(4.20) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x_0, \lambda) = \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx$$

ہو گا۔ دوسری راہ پر $x = x_0$ ہے لہذا مساوات 4.20 میں دائیں ہاتھ دوسرے مکمل کا ابتدائی نقطہ x_0 اور اختتامی نقطہ بھی x_0 ہو گا جس کی بنا قوت کا مکمل صفر ہو گا:

$$(4.21) \quad \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx = 0$$

آخر میں مساوات 4.20 کے دائیں ہاتھ، برقی رو کا مکمل حل کرنا باقی ہے۔ مساوات 4.15 استعمال کرتے ہوئے اسے حل کرتے ہیں۔

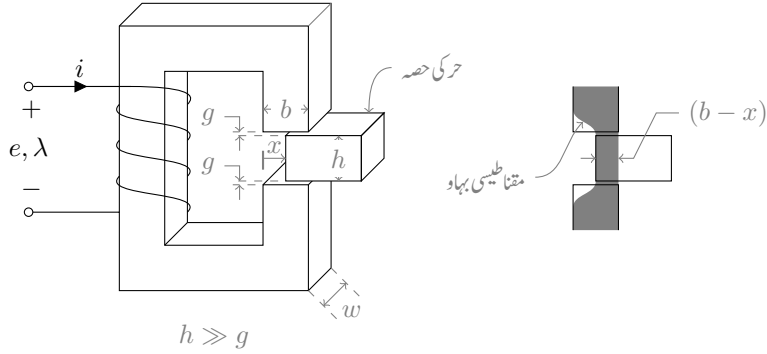
$$(4.22) \quad \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda = \frac{1}{L(x_0)} \int_0^{\lambda_0} \lambda d\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

مساوات 4.20، مساوات 4.21 اور مساوات 4.22 کے نتائج استعمال کرتے ہوئے مساوات 4.17 میں دیے مکمل کا حل لکھتے ہیں:

$$W(x_0, \lambda_0) = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

اس مساوات میں اختتامی نقطہ کو عمومی نقطہ (x, λ) لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا جو مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات ہے۔

$$(4.23) \quad W(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$$



شکل 4.7: حرکت اور توانائی۔

مساوات 4.23 کی مدد سے مساوات 4.13 کے ذریعہ قوت $F_m(x, \lambda)$ اور مساوات 4.14 کے ذریعہ برقی رو $i(x, \lambda)$ کا حساب اب ممکن ہے۔

مثال 4.2: شکل 4.7 میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکی اور ساکن حصوں کے بیچ خلائی درز g موجود ہے۔ اگر $N = 500$, $g = 1 \text{ mm}$, $b = 0.2 \text{ m}$, $w = 0.4 \text{ m}$ اور $i = 30 \text{ A}$ ہوں تب اس خلائی درز میں توانائی W_m کیا ہو گی؟

حل: چونکہ $h \gg g$ ہے لہذا ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ بالائی بازو سے نچلے بازو تک پہنچنے کے لئے حرکی حصہ سے گزرے گا (شکل 4.7)۔ یوں ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو خلائی درز کے قریب مڑ کر حرکی حصے میں سے گزرے گا۔ توانائی کے کلیہ $W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$ میں $\lambda = L(x)i$ پر کرنے سے $W_m(x, i) = \frac{1}{2} L(x) i^2$ لکھا جاسکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g}$ اور $A_g = w(b-x)$ ہیں۔ یوں

$$(4.24) \quad W_m(x, i) = \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu_0 w (b-x)}{2g} i^2$$

ہو گا جس میں دی گئی معلومات پر کرنے سے درج ذیل توانائی حاصل ہو گی (جس کی اکائی جاول ہے)۔

$$\begin{aligned} W_m(x, i) &= \frac{1}{2} \times \frac{500^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.4(0.2-x)}{2 \times 0.001} \times 30^2 \\ &= 28278(0.2-x) \end{aligned}$$

□

مثال 4.3: شکل 4.7 میں توانائی کے طریقہ سے قوت F_m دریافت کریں۔

حل: مساوات 4.13 کہتی ہے کہ $F_m = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$ ہو گا جہاں توانائی کے متغیرات x اور λ ہیں۔

مثال 4.2 میں مساوات 4.24 حاصل کی جو توانائی کا کلیہ ہے۔ ایسا کرتے ہوئے λ کی جگہ $\lambda = L(x)i$ پر کیا گیا جس کی بنا مساوات 4.24 میں W_m کے متغیرات x اور λ کی بجائے x اور i ہیں۔ قوت کے حصول کے لئے مساوات 4.24 استعمال نہیں کیا جاسکتا ہے۔ ہمیں توانائی کے درست متغیرات درکار ہوں گے تاکہ توانائی $W_m(x, \lambda)$ ہو (آپ مساوات 4.24 کا تفرق لے کر تسلی کر لیں کہ اس سے درست قوت حاصل نہیں ہوتا ہے)۔ درست طریقہ درج ذیل ہے۔

$$(4.25) \quad W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2 \left(\frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g} \right)} = \frac{g\lambda^2}{N^2 \mu_0 w(b-x)}$$

مساوات 4.25 اور مساوات 4.13 مل کر درج ذیل دیتی ہیں۔

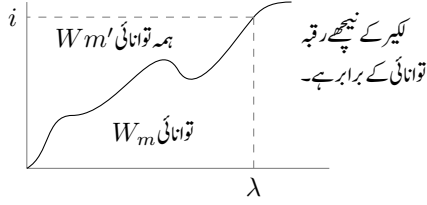
$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \\ &= - \frac{g\lambda^2}{N^2 \mu_0 w(b-x)^2} \end{aligned}$$

تفرق لینے کے بعد λ کی جگہ Li پر کیا جاسکتا ہے۔ یوں قوت

$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{gL^2 i^2}{N^2 \mu_0 w(b-x)^2} \\ &= - \frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} \\ &= -28278 \end{aligned}$$

نیوٹن حاصل ہوتی ہے۔ قوت کی علامت منفی ہے جس کے تحت قوت گھٹتے x رخ ہو گی۔ یوں حرکی حصہ بائیں رخ کھینچا جائے گا۔

□



شکل 4.8: ہمہ توانائی کی تعریف۔

4.3 توانائی اور ہمہ توانائی

شکل 4.8 میں λ اور i کے مابین ترسیم دکھایا گیا ہے۔ اس لکیر کے نیچے رقبہ کو توانائی W_m تصور کریں۔ اس ترسیم پر کوئی ایک نقطہ (λ, i) لے کر ایک لکیر نیچے اور دوسری بائیں کھینچ کر ایک مستطیل مکمل کیا گیا ہے جس کا رقبہ λi ہے۔ مستطیل کے رقبہ سے توانائی W_m منفی کرنے سے حاصل رقبہ ہمہ توانائی W_m' کہلاتا ہے۔

$$(4.26) \quad W_m' = \lambda i - W_m$$

ہمہ توانائی کے جزوی فرق

$$\begin{aligned} \partial W_m' &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m \end{aligned}$$

میں مساوات 4.10 کا استعمال

$$\partial W_m' = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

یعنی

$$(4.27) \quad \partial W_m' = \lambda \partial i + F_m \partial x$$

دیگا۔

یہاں بھی مساوات 4.11 تا مساوات 4.14 کی طرح کسی بھی تفاعل $z(x, y)$ کا جزوی فرق

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

ہو گا لہذا ہمہ توانائی $W'_m(x, i)$ کا جزوی فرق درج ذیل ہو گا۔

$$(4.28) \quad \partial W'_m(x, i) = \frac{\partial W'_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W'_m}{\partial i} di$$

مساوات 4.28 کا مساوات 4.27 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.29) \quad \lambda = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial i} \right|_{x_0}$$

اور

$$(4.30) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{i_0}$$

مساوات 4.30 قوت دریافت کرنے کا دوسرا کلیہ دیتی ہے۔ مساوات 4.30 میں ہمہ توانائی جبکہ مساوات 4.13 میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔

توانائی کے طریقہ کی طرح مساوات 4.29 سے درج ذیل مکمل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.31) \quad W'_m(i_0, x_0) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x_0) di$$

جن نظام میں λ اور i کا تعلق تغیر راست ہو، جس کو مساوات 2.29 بیان کرتی ہو، ان کے لئے درج بالا مکمل کا حل درج ذیل ہو گا جہاں x_0, i_0 کی بجائے عمومی متغیرات i اور x لکھے گئے ہیں۔

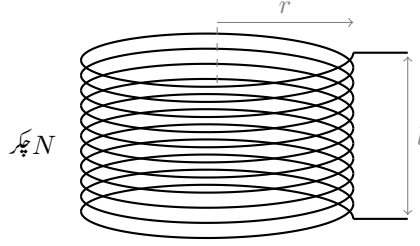
$$(4.32) \quad W'_m(i, x) = \int_0^i L(x)i di = \frac{L(x)i^2}{2}$$

بعض مسائل میں توانائی اور بعض میں ہمہ توانائی کا استعمال زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.9 میں ایک پیچدار لچھا دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی l ، رداس r اور چکر N ہیں۔ پیچدار لچھے کے مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ محوری رخ لچھے کے اندر رہتا ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاو کو نظر انداز کرتے ہوئے لچھے کے اندر محوری لمبائی رخ میدانی شدت $H \approx NI/l$ ہو گی۔

موصول دھات کو امالی برقی توانائی سے پگھلانے کے لئے پیچدار لچھا استعمال کیا جاتا ہے۔ میں 100 تا 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی المیہ برقی بھینا¹⁴ بنتا رہا جو بالترتیب 500 تا 1200 ہرٹز پر کام کرتی اور 100 سے 3000 کلو گرام لوہا پگھلاتی ہیں۔

¹⁴high frequency, induction furnaces



شکل 4.9: پیچدار لچھا۔

امالی بھٹی کے پیچدار لچھے کے اندر غیر موصل پیالے میں دھات کے ٹکڑے ڈال کر لچھے میں بدلتی رو گزاری جاتی ہے جو دھات میں بھنور نما امالی برقی رو پیدا کرتی ہے۔ بھنور نما رو دھات کو گرم کر کے پگھلاتی ہے۔ امالی برقی بھٹی میں لوہے کو 1650 ڈگری ٹمسنس¹⁵ تک گرم کیا جاتا ہے۔

پیچدار لچھے میں برقی رو I_0 کی بنا لچھے پر رداسی رخ میکانی دباؤ یعنی قوت فی مربع رقبہ پیدا ہو گا۔ میری 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے کی بھٹی کے پیچدار لچھے کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000 \text{ A}, \quad l = 0.94 \text{ m}, \quad r = 0.49 \text{ m}$$

اس پر رداسی رخ میکانی دباؤ (نیوٹن فی مربع میٹر) حاصل کریں۔

حل: ہم ہمہ توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

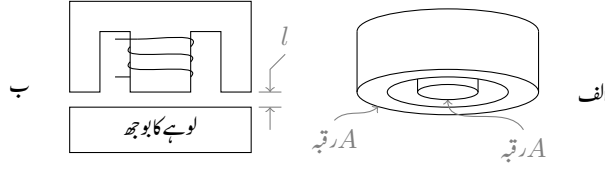
$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

$$W'_m(r, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l}$$

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l}$$

اس قوت کی علامت مثبت ہے لہذا یہ رداسی رخ باہر جانب ہو گا۔ لچھے کو نکلی تصور کریں جس کی گول سطح کا رقبہ $A = 2\pi r l$ ہو گا۔ یوں میکانی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}$$



شکل 4.10: برقی مقناطیس۔

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times 10000^2}{2 \times 0.94^2} = 8605 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

□

مثال 4.5: 2700 کلوواٹ امالی بھی یومیہ 70 ٹن¹⁶ لوہا پگھلاتی¹⁷ ہے۔ اتنے وزن کی منتقلی کے لئے برقی مقناطیس استعمال کیا جاتا ہے۔ شکل 4.10 میں ایک ایسا برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 300, \quad A = 0.8 \text{ m}^2, \quad I = 30 \text{ A}$$

برقی مقناطیس اور لوہے کے بیچ اوسط فاصلہ 2.5 سنٹی میٹر لیں۔ یہ برقی مقناطیس کتنی کیت کا لوہا اٹھا سکتا ہے؟
حل:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2l}$$

$$W'_m(l, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l}$$

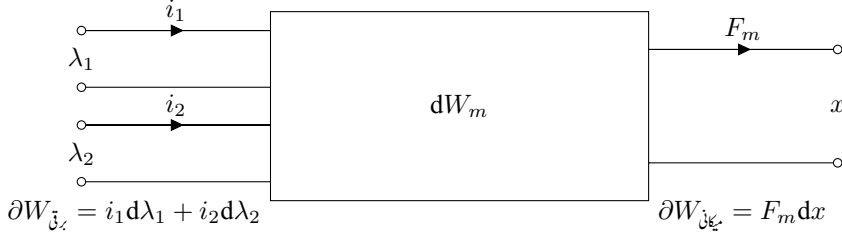
$$F = \frac{\partial W_m}{\partial l} = -\frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l^2} = -\frac{4\pi 10^{-7} \times 300^2 \times 0.8 \times 30^2}{4 \times 0.0254^2} = -31558 \text{ N}$$

قوت کی علامت منفی ہے۔ یوں یہ مقناطیس اور لوہے کے بیچ فاصلہ کم کرنے کی کوشش کرتی ہے۔ یہ مقناطیس
□ $\frac{31558}{9.8} = 3220 \text{ kg}$ کیت اٹھا سکتا ہے۔

مثال 4.6: مثال 4.3 کو ہمہ توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

¹⁶ ہزار کلو گرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔

¹⁷ یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔



شکل 4.11: دو لچھوں کا نظام۔

حل: مساوات 4.32 سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2 \mu_0 w (b-x)i^2}{4g}$$

لکھ کر مساوات 4.30 سے درج ذیل قوت حاصل ہوتی ہے۔

$$F_m = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = -\frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} = -28\,278 \text{ N}$$

□

4.4 متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام

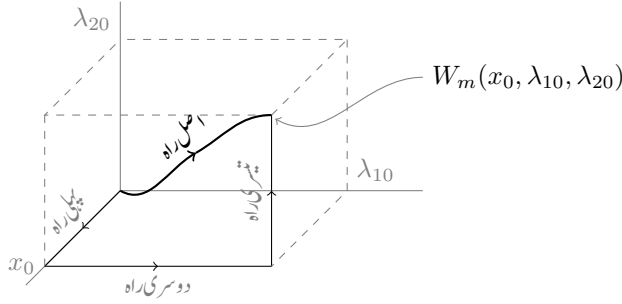
اب تک ایک لچھے کے نظام پر غور کیا گیا۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام پر غور کیا جائے گا۔ متعدد لچھوں کا نظام بھی ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل 4.11 میں ایک لچھے کا برقی رو i_1 اور دوسرے لچھے کا برقی رو i_2 ہے۔ اس نظام کے لئے درج ذیل لکھنا ممکن ہے جہاں W_m ذخیرہ توانائی کو ظاہر کرتی ہے۔

$$(4.33) \quad \partial W_{\text{جی}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$(4.34) \quad \partial W_{\text{جی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے درج ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے جس میں $\partial W_{\text{میکانی}} = F_m dx$ لکھا گیا ہے۔

$$(4.35) \quad i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 = F_m dx + \partial W_m$$



شکل 4.12: دو لچھوں کے نظام میں متناطیسی میدان میں توانائی۔

اس کی ترتیب نو درج ذیل دیگی۔

$$(4.36) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - F_m dx$$

اب بالکل مساوات 4.12 کی طرح درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(4.37) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx$$

مساوات 4.36 اور 4.37 کے موازنہ سے درج ذیل تعلقات اخذ ہوتے ہیں۔

$$(4.38) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, x}$$

$$(4.39) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, x}$$

$$(4.40) \quad F_m = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

ان مساوات کا استعمال تب ممکن ہو گا جب ہمیں توانائی W_m معلوم ہو لہذا ہم پہلے توانائی دریافت کرتے ہیں۔

شکل 4.11 میں لچھوں کو یوں طاقت دی جاتی ہے کہ λ_1 اور λ_2 صفر سے بالترتیب λ_{10} اور λ_{20} تک پہنچتے ہیں اور ساتھ ہی x صفر سے تبدیل ہو کر x_0 ہوتا ہے۔ اس عمل کو شکل 4.12 میں موٹی لکیر سے بطور "اصلی راہ" دکھایا گیا ہے۔ مساوات 4.17 کی طرح ذخیرہ توانائی کے تکمل کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(4.41) \quad \int_{\text{اصلی راہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m + \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m$$

ہم دائیں ہاتھ تکملات کو باری باری حل کرتے ہیں۔

پہلی راہ پر λ_1 اور λ_2 صفر رہتے ہیں جبکہ x کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت x_0 ہے۔ یوں پہلی راہ پر تکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.42) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m dx$$

کسی بھی تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک دوسرے جیسا ہونے کی صورت میں تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ، پہلے دو تکملات صفر ہوں گے:

$$(4.43) \quad \int_0^0 i_1 d\lambda_1 = \int_0^0 i_2 d\lambda_2 = 0$$

پہلی راہ پر λ_1 اور λ_2 صفر ہیں، یعنی، دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہذا مقناطیسی بہاؤ اور قوت F_m صفر ہوں گے۔ یوں مساوات 4.42 میں قوت کا تکمل صفر ہو گا۔

$$(4.44) \quad \int_0^{x_0} F_m dx = \int_0^{x_0} 0 dx = 0 \quad (\text{صفر کا تکمل صفر ہوتا ہے})$$

مساوات 4.43 اور مساوات 4.44 کے نتائج کے تحت پہلی راہ پر تکمل صفر ہو گا۔

$$(4.45) \quad \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = 0$$

دوسری راہ پر λ_1 کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت λ_{10} ہے، λ_2 صفر رہتا ہے جبکہ x کی قیمت x_0 رہتی ہے۔ یوں دوسری راہ پر تکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.46) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$\int_0^0 i_2 d\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

یوں مساوات 4.46 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(4.47) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1$$

یہاں مساوات 2.33، 2.36 اور 2.38 کی ضرورت پیش آئے گی لہذا جنہیں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(4.48) \quad \lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$(4.49) \quad \lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

$$(4.50) \quad L_{12} = L_{21}$$

مساوات 4.48 اور مساوات 4.48 کو i_1 اور i_2 کے لئے حل کے

$$(4.51) \quad i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}$$

$$(4.52) \quad i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D}$$

حاصل ہو گا جہاں D درج ذیل ہے۔

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$$

مساوات 4.47 میں مساوات 4.51 پر کر کے، دوسری راہ پر λ_2 صفر لے کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\int_0^{\lambda_{10}} \left(\frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \right) d\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D} \int_0^{\lambda_{10}} \lambda_1 d\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

یوں دوسری راہ پر مکمل کی قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$(4.53) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

تیسری راہ پر λ_1 کی قیمت λ_{10} اور x کی قیمت x_0 پر برقرار رہتی ہے جبکہ λ_2 کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت λ_{20} ہے۔ یوں تیسری راہ پر مکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.54) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ پہلا اور تیسرا تکمل صفر ہو گا:

$$(4.55) \quad \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

مساوات 4.52 کی استعمال سے مساوات 4.54 کا باقی حصہ حل کرتے ہیں۔

$$(4.56) \quad \begin{aligned} \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{20}} \left(\frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D} \right) d\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}\lambda_{20}}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D} \end{aligned}$$

مساوات 4.55 اور مساوات 4.56 کی نتائج سے تیسری راہ کا تکمل درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.57) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

مساوات 4.45، 4.53 اور 4.57 کو جمع کر کے مساوات 4.41 کا درج ذیل حل حاصل ہو گا جہاں λ_{10} ، λ_{20} ، x_0 کی جگہ عمومی متغیرات x ، λ_2 ، λ_1 لکھے گئے ہیں۔

$$(4.58) \quad W_m(x, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$

ہمہ توانائی سے حل کرتے ہوئے جزوی فرق

$$(4.59) \quad \partial W'_m(x, i_1, i_2) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + F_m dx$$

جبکہ λ_1 ، λ_2 اور F_m کی مساواتیں درج ذیل ہوں گی۔

$$(4.60) \quad \lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_1} \right|_{x, i_2}$$

$$(4.61) \quad \lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_2} \right|_{x, i_1}$$

$$(4.62) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2}$$

مساوات 4.58 کی مقابل ہمہ توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$(4.63) \quad W'_m(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2} L_{11}(x) i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}(x) i_2^2 + L_{12}(x) i_1 i_2$$

ہمہ توانائی سے قوت کا حصول درج ذیل مساوات سے ہو گا۔

$$(4.64) \quad F_m = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}(x)}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}(x)}{dx} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}(x)}{dx}$$

مثال 4.7: شکل 4.11 میں میکانیکی کام کو $T_m d\theta = \partial W_{\text{میکانی}}$ لکھ کر توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: توانائی کی مساوات

$$\partial W_{\text{ج}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

میں

$$\partial W_{\text{ج}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

اور $\partial W_{\text{میکانی}} = T_m d\theta$ پر کر کے ترتیب نو سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.65) \quad \partial W_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_m d\theta$$

W_m کے جزوی فرق

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} d\theta$$

کا مساوات 4.65 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل اخذ کیا جاسکتا ہے۔

$$(4.66) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta}$$

$$(4.67) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta}$$

$$(4.68) \quad T_m = - \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

مساوات 4.65 عین مساوات 4.36 کی مانند ہے۔ مساوات 4.65 حل کرنے کا ایک ایک قدم مساوات 4.36 حل کرنے کی طرح ہے، بس فاصلہ x کی جگہ زاویہ θ آئے گا۔ یوں جواب میں میدانی توانائی کے متغیرات $\lambda_1, \lambda_2, \theta$ ہوں گے:

$$(4.69) \quad W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$

اسی طرح ہمہ توانائی کے لئے درج ذیل ہوں گے۔

$$(4.70) \quad \partial W'_m(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_m d\theta$$

$$(4.71) \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \right|_{i_2, \theta} \\ \lambda_2 &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \right|_{i_1, \theta} \\ T_m &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2} \end{aligned}$$

ہمہ توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$(4.72) \quad W'_m(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + L_{12}i_1i_2$$

□

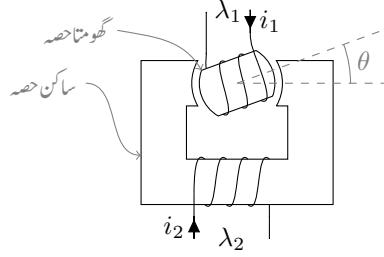
مثال 4.8: شکل 4.13 میں دو لچھوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے زاویہ θ ناپا جاتا ہے۔ لچھوں کی خود امالہ اور مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$L_{11} = 20 + 30 \cos 2\theta$$

$$L_{22} = (20 + 30 \cos 2\theta) \times 10^{-3}$$

$$L_{12} = 0.15 \cos \theta$$

برقی رو $i_1 = 0.02 \text{ A}$, $i_2 = 5 \text{ A}$ پر قوت مروڑ T_m معلوم کریں۔



شکل 4.13: دو لچھوں کے نظام میں قوت مروڑ۔

حل: مساوات 4.72 ہمہ توانائی دیتی ہے۔

$$W'_m = \frac{1}{2}(20 + 30 \cos 2\theta)i_1^2 + \frac{1}{2}(20 + 30 \cos 2\theta)(10^{-3})i_2^2 + (0.15 \cos \theta)i_1 i_2$$

مساوات 4.71 کا آخری جزو قوت مروڑ دیتی ہے۔

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} = -30i_1^2 \sin 2\theta - 30 \times 10^{-3}i_2^2 \sin 2\theta - 0.15i_1 i_2 \sin \theta \\ &= -0.012 \sin 2\theta - 0.75 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \\ &= -0.762 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \end{aligned}$$

قوت مروڑ کی علامت منفی ہے لہذا یہ زاویہ میں تبدیلی کی مخالفت کرے گا۔ یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں (مثبت θ) تو یہ نظام زاویہ کم کرنے کے رخ قوت مروڑ (منفی T_m) پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم (منفی θ) کرنے کی کوشش کریں تو یہ نظام زاویہ بڑھانے کے رخ قوت مروڑ (مثبت T_m) پیدا کرے گا۔ سادہ زبان میں گھومتا حصہ افقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔

□

باب 5

گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشینوں کے بنیادی اصولوں پر غور کیا جائے گا۔ ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

5.1 قانون فیراڈے

قانون فیراڈے¹ کے تحت جب بھی کسی لچھے کا ارتباط بہاؤ λ وقت کے ساتھ تبدیل ہو، اس لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہو گا:

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = N \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (5.1)$$

چونکہ ہمیں برقی دباؤ کی قیمت ناکہ اس کے \mp سے دلچسپی ہے لہذا اس مساوات میں منفی کی علامت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

گھومتے مشین میں ارتباط بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے پیدا کی جاسکتی ہے۔ مثلاً لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھما کر یا ساکن لچھے میں مقناطیس گھما کر، وغیرہ وغیرہ۔

¹ Faraday's law

ان برقی مشینوں میں لچھے مقناطیسی قالب² پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ بڑھایا جاتا ہے۔ مزید قالب کی شکل تبدیل کر کے مقناطیسی بہاؤ کو ضرورت کے مقام پر پہنچایا جاتا ہے۔

ان مشینوں کے قالب میں مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہذا قالب میں بھنور نما برقی رو³ پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر باریک لوہے کی پٹری⁴ تہہ در تہہ رکھ قالب بنایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا، ٹرانسفارمر کا قالب بھی اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں معاصر برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے۔ اس کے قالب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ مقناطیس کا مقام اس کے میکانیکی زاویہ θ_m سے بتلائی جاتی ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف زاویہ θ_m ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے، فی سیکنڈ n مکمل چکر کاٹتا ہو تب ہم کہتے ہیں کہ اس مقناطیس کے گھومنے کا تعدد n ہرٹز⁵ ہے۔ اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس $60n$ چکر فی منٹ⁶ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر 360° زاویہ یا 2π ریڈیئن⁷ پر مشتمل ہوتا ہے لہذا گھومنے کی اس رفتار کو $2\pi n$ ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہہ سکتے ہیں۔ یوں اگر مقناطیس f ہرٹز کی رفتار سے گھوم رہا ہو تب یہ $2\pi f$ ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے گا جس کو ω سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

(5.2)

$$\omega = 2\pi f$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار کو عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں بیان کیا جائے گا۔

شکل 5.1 میں مشین کے دو مقناطیسی قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطبی مشین کہتے ہیں۔ ساکن قالب میں، اندر کی جانب دو شکاف ہیں، جن میں N چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو a اور a' سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لچھے کی بنا

²magnetic core

³eddy currents

⁴laminations

⁵Hertz

⁶rounds per minute, rpm

⁷radians



شکل 5.1: دو قطب، یک دوری معاصر جزیئر۔

اس مشین کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ چونکہ یہ لچھا جزیئر کے ساکن حصہ پر پایا جاتا ہے لہذا یہ لچھا بھی ساکن ہو گا جس کی بنا اسے ساکن لچھا⁸ کہتے ہیں۔

مقناطیس کا مقناطیسی بہاوشمالی قطب⁹ N سے خارج ہو کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول قالب میں سے گزر کر، دوسرے خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، مقناطیس کے جنوبی قطب¹⁰ S میں داخل ہو گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ یہ مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔ شکل 5.1 میں مقناطیس سیدھی سلاح کی مانند دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.2 میں مقناطیس تقریباً گول ہے اور اس کے محور کا زاویہ θ_m صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن قالب کے بیچ صفر زاویہ، $\theta = 0^\circ$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، $\theta = 90^\circ$ ، پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز پر ہچکچاہٹ کم ہو گی جبکہ زیادہ خلائی درز پر ہچکچاہٹ زیادہ ہو گی لہذا $\theta = 0^\circ$ پر خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزرے گا جبکہ $\theta = 90^\circ$ پر کم بہاؤ گزرے گا۔ خلائی درز کی لمبائی یوں تبدیل کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاؤ مقناطیس سے قالب میں عمودی زاویہ پر داخل ہوتا ہے۔ اگر خلائی درز میں B سائن نما ہو

$$(5.3) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

تب کثافت مقناطیسی بہاؤ B صفر زاویہ $\theta_p = 0^\circ$ پر زیادہ سے زیادہ اور نوے زاویہ، $\theta_p = 90^\circ$ ، پر صفر ہو گی اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ θ_p کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ θ_p کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کے مخالف

stator coil⁸
north pole⁹
south pole¹⁰



شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور زاویہ کا تبدیلی۔

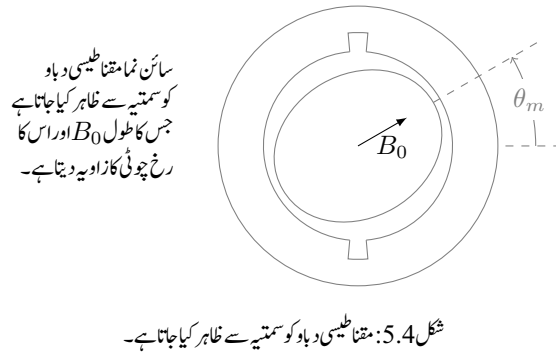
رخ ناپا جاتا ہے۔ شکل 5.2 میں ساکن حصے کے باہر نوکیلی لکیروں کی لمبائی سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت اور لکیروں کے رخ سے بہاؤ کا رخ دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے 40° ، 60° اور 160° زاویوں پر رداسی رخ دکھایا گیا ہے۔ زاویات 40° اور 60° پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ 160° پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ کے مخالف ہے۔ یوں شکل 5.2 میں آدھے درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ باقی آدھے میں مخالف رداسی رخ ہو گا۔ خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B اور θ_p کا ترسیم سائن نما ہو گا۔ شکل 5.3 میں مقناطیس دوسرے زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ یاد رہے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت مقناطیس کے شمالی قطب پر زیادہ سے زیادہ ہو گی اور شمالی قطب پر کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ ہو گی۔ شکل 5.3 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B ، زاویے θ_p اور θ_m دکھائے گئے ہیں جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos \theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned} \quad (5.4)$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \quad (5.5)$$

شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس کا سائن نما مقناطیسی دباؤ پیش کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 5.4 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مقناطیسی دباؤ کو عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کا حیثہ اور سمتیہ کا رخ مقناطیس کے شمال کو ظاہر کرتا ہے۔





شکل 5.5: چار قطب یک دوری معاصر جزیئر۔

شکل 5.3 میں مقناطیس کو لمحہ t_1 ، زاویہ $\theta_m(t_1)$ پر دکھایا گیا ہے جہاں ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ λ_θ ہے۔ اگر مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھوم رہا ہو تب ساکن لچھے میں اس لمحہ پر برقی دباؤ $e(t)$ پیدا ہو گا:

$$(5.6) \quad e(t) = \frac{d\lambda_\theta}{dt}$$

آدھے چکر، π ریڈین گھومنے کے، بعد مقناطیسی قطبین آپس میں جگہیں تبدیل کرتے ہیں، لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ الٹ ہو گا، لچھے میں ارتباط بہاؤ $\lambda_\theta -$ اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t) -$ ہو گا۔ ایک مکمل چکر بعد مقناطیس دوبارہ اسی مقام پر ہو گا جو شکل 5.3 میں دکھایا گیا ہے، ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ دوبارہ λ_θ اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ ہو گا۔ یوں جب بھی مقناطیس $\theta_m = 2\pi$ میکانی زاویہ طے کرے، امالی برقی دباؤ کے برقی زاویہ میں $\theta_e = 2\pi$ تبدیلی رونما ہوگی لہذا دو قطب، ایک لچھے کی مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e ایک دوسرے کے برابر ہوں گے:

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس f_m چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہو تب لچھے میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ بھی ایک سیکنڈ میں f_m مکمل چکر کاٹے گا لہذا $e(t)$ کے تعدد f_e ¹¹ کی قیمت f_m ہرٹز¹² ہو گی۔

$$f_e = f_m$$

اس مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e وقت کے ساتھ تبدیل ہونے کے باوجود آپس میں ایک تناسب رکھتے ہیں لہذا ایسے مشین کو معاصر مشین¹³ کہتے ہیں۔ یہاں یہ تناسب ایک کے برابر ہے۔

¹¹ frequency

¹² Hertz

¹³ synchronous machine

شکل 5.5 میں چار قطب، یک دوری معاصر جزیئر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشینوں میں عموماً مقناطیس جبکہ بڑے مشینوں میں برقی مقناطیس¹⁴ استعمال ہوتے ہیں۔ اس شکل میں برقی مقناطیس استعمال کیے گئے ہیں۔ دو سے زائد قطبین والے مشینوں میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ قطب تصور کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس حوالہ قطب کو θ_m پر دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب $(\theta_m + \pi)$ زاویہ پر ہے۔

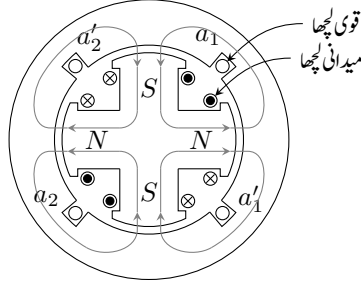
جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں مقناطیس کے چار قطبین ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ یک دوری آلات میں مقناطیسی قطبین کے جوڑوں کی تعداد اور ساکن لچھوں کی تعداد ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہے۔ شکل 5.5 میں مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑی قطبین ہیں، لہذا اس مشین کے ساکن حصہ پر دو ساکن لچھے ہوں ہیں۔ ایک لچھے کو a_1 سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو a_2 سے۔ لچھے a_1 کو قالب میں موجود دو شکاف a_1 اور a_1' میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح a_2 لچھے کو دو شکاف a_2 اور a_2' میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ دونوں لچھوں کو سلسلہ وار¹⁵ جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جزیئر سے حاصل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کا گنا ہو گا۔ یک دوری آلات میں قالب کو مقناطیس کے قطبین کی تعداد کے برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے مشین کا ہر ساکن لچھا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل 5.5 میں چار قطبین ہیں لہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانیکی زاویہ کے احاطے کو گھیرتا ہے۔

ساکن اور حرکی لچھوں کی کارکردگی ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہے۔ اس کی وضاحت کرتے ہیں۔

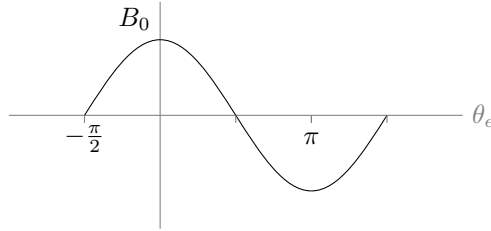
جیسا پہلے بھی ذکر کیا گیا چھوٹی گھومتی مشینوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں برقی مقناطیس میدان فراہم کرتا ہے۔ اگرچہ اب تک کی اشکال میں مقناطیس کو گھومتا حصہ دکھایا گیا ہے، حقیقت میں مقناطیس کسی مشین میں گھومتا اور کسی میں ساکن ہو گا۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والے اس لچھے کو میدانی لچھا¹⁶ کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا¹⁷ کہتے ہیں۔ برقی جزیئر کے قوی لچھے سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے ضیاع کے علاوہ تمام برقی طاقت قوی لچھے کو فراہم کی جاتی ہے۔

شکل 5.6 میں اگر ہم گھومتے اور ساکن حصہ کے درمیان، خلائی درز میں B کو دیکھیں تو شمالی قطب سے مقناطیسی بہاؤ باہر کی جانب نکل کر قالب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب میں مقناطیسی بہاؤ قالب سے نکل کر جنوبی قطب

electromagnet¹⁴
series connected¹⁵
field coil¹⁶
armature coil¹⁷



شکل 5.6: چار قطب، دو لچھے مشین میں مقناطیسی بہاؤ۔



شکل 5.7: سائن نمائندگی مقناطیسی بہاؤ۔

میں اندر کی جانب داخل ہوتا ہے۔ یہ شکل 5.6 میں دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاؤ کی سمت دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہوگی۔ مزید یہ کہ آلوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں B سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس کو ہم آگے پڑھیں گے۔ لہذا اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ B سائن نما ہی ہے تب خلائی درز میں B کی مقدار، شکل 5.7 کی طرح ہوگی۔ اس شکل میں برقی زاویہ θ_e استعمال کیا گیا ہے۔

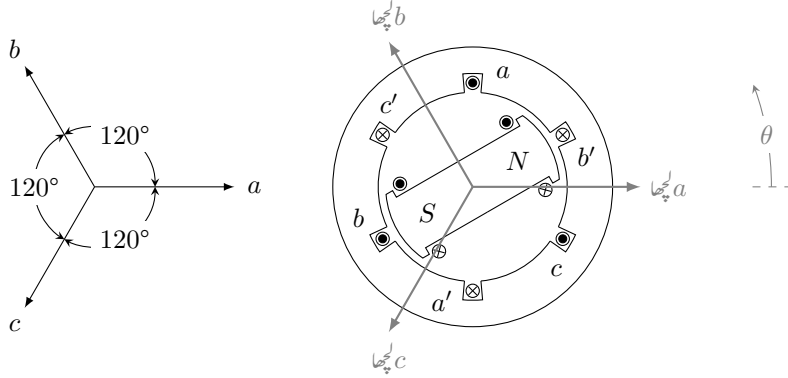
یوں ہم ایک ایسی معاصر مشین جس میں P قطب مقناطیس پایا جاتا ہو کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$(5.7) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

$$(5.8) \quad f_e = \frac{P}{2} f_m$$

اس صورت میں میکانی اور برقی تعدد ایک مرتبہ پھر آپس میں ایک نسبت رکھتے ہیں۔

مثال 5.1: پاکستان میں گھروں اور کارخانوں میں 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے یعنی ہمارے ہاں $f_e = 50$ ہے۔



شکل 5.8: دو قطب، تین دوری معاصر مشین۔

- اگر یہ برقی طاقت دو قطب کے جزیئر سے حاصل کی جائے تو یہ جزیئر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔
- اگر جزیئر کے بیس قطب ہوں تب یہ جزیئر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔

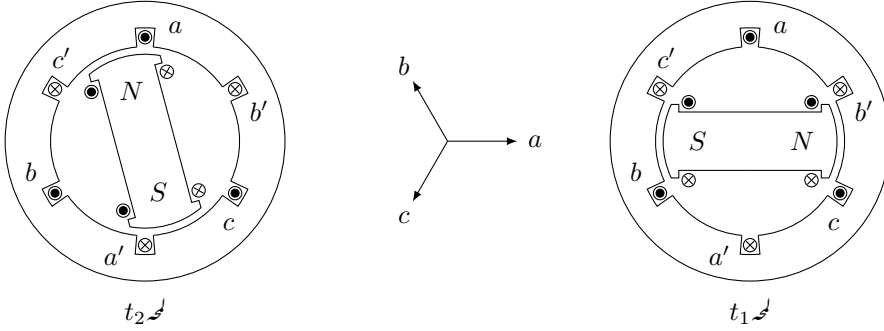
حل:

- مساوات 5.8 سے ہم دیکھتے ہیں کہ اگر یہ برقی طاقت دو قطب، $P = 2$ ، والے جزیئر سے حاصل کی جائے تو اس جزیئر کو $f_m = 50$ چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ¹⁸ گھمانا ہو گا۔
- اگر یہی برقی طاقت بیس قطب، $P = 20$ ، والے جزیئر سے حاصل کی جائے تو پھر اس جزیئر کو $f_m = 5$ چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھمانا ہو گا۔

□

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جزیئر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جزیئر سست رفتار جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جزیئر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہذا پانی سے چلنے والے جزیئر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جزیئر آپ کو دو قطب کے ہی ملیں گے۔

¹⁸rpm, rounds per minute



شکل 5.9: دو قطب تین دوری مشین۔

شکل 5.8 میں دو قطب تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ ان میں ایک لچھا ہے جو قالب میں شگاف a اور a' میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تو یہ بالکل شکل 5.1 میں دیا گیا مشین ہی تھا۔ البتہ دیئے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

اگر a لچھا میں برقی رویوں ہو کہ شگاف a میں برقی رو، کتاب کے صفحہ سے عمودی رخ میں باہر کی جانب ہو اور a' میں برقی رو کا رخ اس کے بالکل الٹ سمت میں ہو تو ہم لچھے کی سمت کا تعین دائیں ہاتھ کے ذریعہ یوں کرتے ہیں۔

• اگر ہم دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کی جانب لپیٹیں تو اسی ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کی سمت متعین کرتا ہے۔

شکل 5.8 میں لچھا a کی سمت تیر والی لکیر سے دکھائی گئی ہے۔ اس سمت کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ لہذا شکل میں a لچھا صفر زاویہ پر لپٹا گیا ہے، یعنی $\theta_a = 0^\circ$ ہے۔ باقی لچھوں کے زاویہ، لچھا a کی سمت سے، گھڑی کی اُلٹی رخ، ناپے جاتے ہیں۔

شکل 5.8 میں لچھا b کو شگاف b اور b' میں رکھا گیا ہے اور لچھا c کو شگاف c اور c' میں رکھا گیا ہے۔ مزید یہ کہ لچھا b کو 120° کے زاویہ پر اور لچھا c کو 240° زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یعنی $\theta_b = 120^\circ$ اور $\theta_c = 240^\circ$ ہیں۔

شکل 5.9 میں دکھائے گئے لمحہ t_1 پر اگر لچھے a کا ارتباط بہاو $\lambda_a(t_1)$ ہو تو جب مقناطیس 120° کا زاویہ طے کر لے، اس لمحہ t_2 پر لچھے b کا ارتباط بہاو $\lambda_b(t_2)$ ہو گا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ لمحہ t_2 پر مقناطیس اور لچھا b آپس میں بالکل

اسی طرح سے ہیں جیسے t_1 پر مقناطیس اور لچھا a تھے۔ لہذا لمحہ t_2 پر لچھا b کا ارتباط بہاو بالکل اتنا ہی ہوگا جتنا لمحہ t_1 پر a لچھا کا تھا۔ یعنی

$$(5.9) \quad \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

اسی طرح اگر مقناطیس مزید 120° زاویہ طے کرے تو اس لمحہ t_3 پر لچھا c کا ارتباط بہاو $\lambda_c(t_3)$ ہوگا اور مزید یہ کہ یہ $\lambda_a(t_1)$ کے برابر ہوگا۔ یوں

$$(5.10) \quad \lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

ہیں۔ ان لمحات پر ان لچھوں میں

$$(5.11) \quad e_a(t_1) = \frac{d\lambda_a(t_1)}{dt}$$

$$(5.12) \quad e_b(t_2) = \frac{d\lambda_b(t_2)}{dt}$$

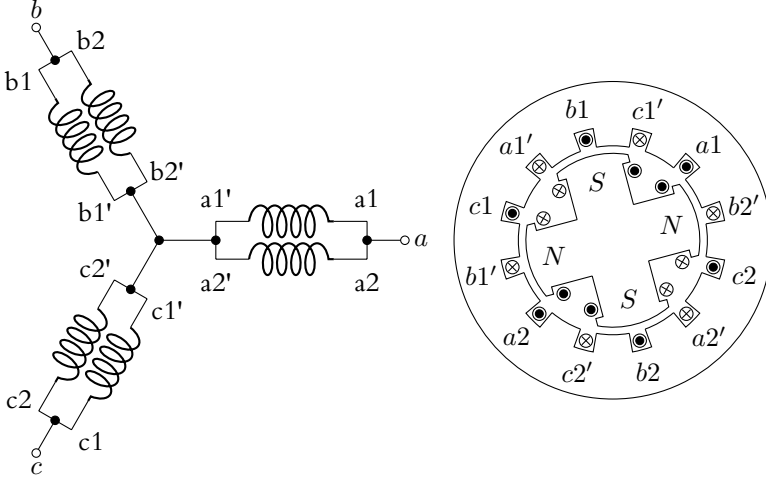
$$(5.13) \quad e_c(t_3) = \frac{d\lambda_c(t_3)}{dt}$$

ہوں گے۔ مساوات 5.10 کی روشنی میں

$$(5.14) \quad e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3)$$

اگر شکل 5.9 میں صرف لچھا a پایا جاتا تو یہ بالکل شکل 5.1 کی طرح ہوتا اور اب اگر اس میں مقناطیس کو گھڑی کی اُلٹی سمت ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھمایا جاتا تو، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھے a میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوتی۔ شکل 5.9 میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں۔ لہذا اب شکل 5.9 میں اگر مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تو اس میں موجود تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوگی البتہ مساوات 5.14 کے تحت یہ برقی دباؤ آپس میں 120° کے زاویہ پر ہوں گے۔

شکل 5.10 میں چار قطب، تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمال اور جنوبی قطب باری باری پائے جاتے ہیں۔ یوں شمال اور جنوب قطب کی ایک جوڑی 180° میکانی زاویہ طے کرتے ہیں۔ یہی 360° برقی زاویہ بنتا ہے۔ جیسا شکل 5.8 سے ظاہر ہے کہ ساکن حصے کے 360° برقی زاویہ پر تین دوری لچھے نسب کئے جاتے ہیں۔ یوں شکل 5.8 میں گھری کی اُلٹی سمت میں a, c', b, a', c اور $b', a1', c1'$ اسی ترتیب سے پائے جاتے ہیں۔ شکل 5.10 میں دو قطبین کے احاطے یعنی 180° میکانی زاویہ میں آپ کو بالکل اسی طرح تین دور کے $c1, a1', b1, c1', a1$ اور $c1'$ نظر آتے ہیں۔ بقایا دو قطبین کے احاطے میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو $a2, c2', b2, c2', a2$ اور $c2'$ نظر



شکل 5.10: چار قطب، تین دوری معاصر مشین۔

آتے ہیں۔ کسی بھی لمحہ $a1$ اور $a2$ لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباؤ پیدا ہوگی۔ تین دوری دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دوری برقی دباؤ حاصل کی جاتی ہے۔ شکل میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں a لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔

5.3 محرک برقی دباؤ

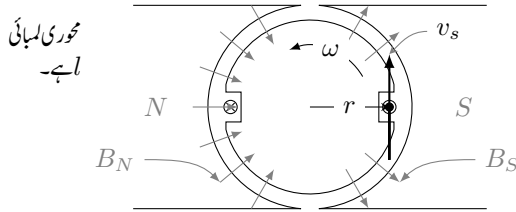
قانون لورینز¹⁹ کے تحت اگر برقی بار q مقناطیسی میدان B میں سمتی رفتار v سے حرکت کر رہا ہو تو اس پر قوت F اثر کرے گی جہاں

$$F = q(v \times B) \quad (5.15)$$

کے برابر ہے۔

یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہذا مقناطیسی میدان کو ساکن تصور کر کے اس میں برقی بار کی سمتی رفتار v ہوگی۔

¹⁹ Lorentz law
²⁰ charge



شکل 5.11: ایک چکر کا لچھا مقناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

اس قوت کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاتی ہے۔ اگر یہ برقی بار شروع کے نقطہ سے آخری نقطہ تک سمتی فاصلہ l طے کرے تو اس پر W کام ہو گا جہاں

$$(5.16) \quad W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{l} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے مابین برقی دباؤ²¹ کہتے ہیں اور اس کی اکائی وولٹ²² V ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے مابین حاصل برقی دباؤ

$$(5.17) \quad e = \frac{W}{q} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

وولٹ ہو گی۔

اس طرح حرکت کی مدد سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ²³ کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کی برقی دباؤ بھی محرک برقی دباؤ کہلاتی ہے۔

اس مساوات کو شکل 5.11 میں استعمال کرتے ہیں۔ گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔ بائیں جانب خلاء میں لچھے کی برقی تار پر غور کریں۔ مساوات 5.15 کے تحت اس تار میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب قوت اثر انداز ہو گی اور اس میں موجود منفی برقی بار پر اس کی الٹ سمت قوت عمل کرے گی۔ اسی طرح مساوات 5.17 کے تحت صفحہ سے باہر جانب برقی تار کا سرا برقی دباؤ e کا مثبت سرا ہو گا اور صفحہ کی اندر جانب برقی تار کا سرا برقی دباؤ e کا منفی سرا ہو گا۔

اگر گھومتے حصہ کی محور پر نلکی محدود قائم کی جائے تو جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں B رداس کی سمت میں ہے جبکہ شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں B رداس کی الٹ سمت میں ہے۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے

potential difference, voltage²¹

volt²²

electromotive force, emf²³

شکاف میں برقی تار l_S کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v_S &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_S &= B a_r \\ l_S &= l a_z \end{aligned} \quad (5.18)$$

لہذا اس جانب لچھے کی ایک تار میں پیدا محرک برقی دباؤ

$$\begin{aligned} e &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= \omega r B l (\mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_r) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= \omega r B l (-\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= -\omega r B l \end{aligned} \quad (5.19)$$

ہو گی۔

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شکاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت a_z لی گئی ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ کے منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا a_z کی سمت میں ہے یعنی اس کا نچلا سرا مثبت اور اوپر والا سرا منفی ہے۔ یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت $-a_z$ یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں اندر کی جانب ہو گی جسے شکاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شکاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v_N &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_N &= -B a_r \\ l_N &= l a_z \end{aligned} \quad (5.20)$$

اور یوں

$$\begin{aligned} e_N &= (\mathbf{v}_N \times \mathbf{B}_N) \cdot \mathbf{l}_N \\ &= -\omega r B l (\mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_r) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= -\omega r B l (-\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= \omega r B l \end{aligned} \quad (5.21)$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شکاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت a_z لی گئی ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ کے مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا a_z کی سمت میں ہے یعنی اس کا اوپر والا سرا مثبت اور نچلا سرا

منفی ہے۔ یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت a_z یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب ہوگی جسے شکاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دو برقی تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان دونوں کے نچلے سرے سلسلہ وار جڑے ہیں جو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔ یوں اس لچھے کے اوپر نظر آنے والے سروں پر کل برقی دباؤ e ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباؤ کا مجموعہ ہوگا یعنی

$$\begin{aligned} e &= 2rlB\omega \\ (5.22) \quad &= AB\omega \end{aligned}$$

یہاں لچھے کا رقبہ $A = 2rl$ ہے۔ اگر ایک چکر سے اتنی برقی دباؤ حاصل ہوتی ہے تو N چکر کے لچھے سے

$$\begin{aligned} e &= \omega NAB \\ (5.23) \quad &= 2\pi fNAB \\ &= 2\pi fN\phi \end{aligned}$$

حاصل ہوگا۔

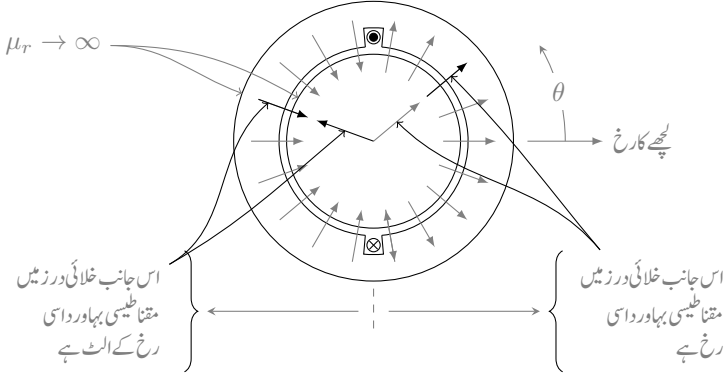
گھومتی آلوں میں خلائی درز میں B اور v ہر لمحہ عمودی ہوتے ہیں۔ مساوات 5.17 سے ظاہر ہے کہ اگر گھومنے کی رفتار اور محوری لمبائی معین ہوں تو پیدا کردہ برقی دباؤ ہر لمحہ B کے براہ راست متناسب ہوگا۔ لہذا اگر خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ B تبدیل ہو تو گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباؤ بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوگا۔ یوں جس شکل کی برقی دباؤ حاصل کرنی ہو اسی شکل کی کثافت مقناطیسی دباؤ خلائی درز میں پیدا کرنی ہوگی۔ اگر سائن نما برقی دباؤ پیدا کرنی مقصد ہو تو خلائی درز میں محیط پر سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ ضروری ہے۔

اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت B پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔

5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ

ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں گچھ²⁴ لچھے دکھائے گئے۔ مزید یہ کہ ان آلوں میں گھومتے حصے پہ موجود مقناطیس کے ابھرے قطب²⁵ تھے۔ درحقیقت آلوں کے عموماً ہموار قطب²⁶ ہوتے ہیں اور ان میں پھیلے لچھے²⁷

non-distributed coils²⁴
salient poles²⁵
non-salient poles²⁶
distributed winding²⁷



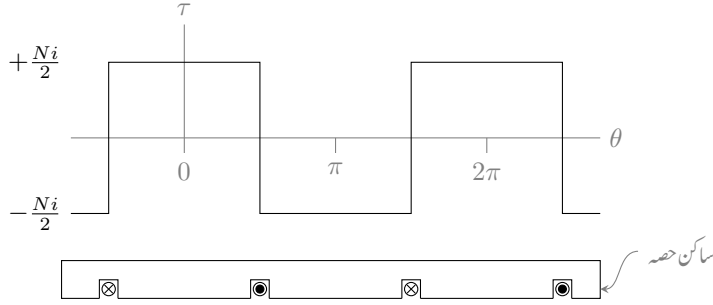
شکل 5.12: ساکن لچھا گچھ کی شکل میں ہے۔

پائے جاتے ہیں۔ ایسا کرنے سے ہم ساکن اور گھومتے حصوں کے درمیان خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو اور سائن نمائندگی مقناطیسی بہاو پیدا کر سکتے ہیں۔

شکل 5.12 میں ایک لچھا گچھ کی شکل کا دکھایا گیا ہے۔ اس کے گھومنے والا حصہ گول شکل کا ہے اور اس کا $\mu_r \rightarrow \infty$ ہے۔ ساکن حصے کا بھی $\mu_r \rightarrow \infty$ ہے۔ لچھے کا مقناطیسی دباو $\tau = Ni$ ہے۔ یہ مقناطیسی دباو، مقناطیسی بہاو ϕ کو جنم دیتا ہے جس کو ہلکی سیابی کی لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاو کو لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتے خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرنا پڑتا ہے۔ لہذا

$$(5.24) \quad \tau = Ni = 2Hl_a$$

یوں ساکن لچھے کا آدھا مقناطیسی دباو ایک خلائی درز اور آدھا دوسرے خلائی درز میں مقناطیسی بہاو پیدا کرتا ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز میں کہیں یہ مقناطیسی دباو (اور مقناطیسی بہاو)، رداس کی سمت میں ہیں اور کہیں یہ خلائی درز میں مقناطیسی دباو (اور مقناطیسی بہاو)، رداس کی اُلٹی سمت میں ہیں۔ اگر ہم رداس کی سمت کو مثبت لیں تو مقناطیسی بہاو (اور مقناطیسی دباو) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان رداس ہی کی سمت میں ہیں لہذا یہاں یہ مثبت ہیں جبکہ باقی جگہ مقناطیسی دباو (اور مقناطیسی بہاو) رداس کی اُلٹ سمت میں ہیں لہذا یہاں یہ منفی ہیں۔ ایسا ہی شکل 5.13 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں خلائی درز میں مقناطیسی دباو کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$



شکل 5.13: لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ۔

کے درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ_a لچھے کے مقناطیسی دباؤ τ کا آدھا ہے اور اس کی سمت مثبت ہے جبکہ $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ کی درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے آدھا ہے اور اس کی سمت منفی ہے۔ یاد رہے کہ مقناطیسی دباؤ کی سمت کا تعین رداس کی سمت سے کیا جاتا ہے۔

5.4.1 بدلتی رووالے مشین

بدلتی رو (اے سی) مشین بناتے وقت یہ کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہو۔ ایسا کرنے کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اس سے سائن نما مقناطیسی دباؤ کیسے حاصل ہوتی ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

فوریر تسلسل²⁹ کے تحت ہم کسی بھی تفاعل³⁰ $f(\theta_p)$ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.25) \quad f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p)$$

اگر اس تفاعل کا دوری عرصہ T^{31} ہو تب

$$(5.26) \quad \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) d\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p d\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p d\theta_p \end{aligned}$$

کے برابر ہوں گے۔

مثال 5.2: شکل 5.13 میں دیئے گئے مقناطیسی دباؤ کا

- فوریر تسلسل حاصل کریں۔
- تیسری موسیقائی جز³² اور بنیادی جز³³ کی نسبت معلوم کریں۔

حل:

- مساوات 5.26 کی مدد سے

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \right) + \left(\frac{Ni}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

time period³¹
third harmonic component³²
fundamental component³³

اسی طرح

$$\begin{aligned}
a_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p d\theta_p \right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi} \left[-\frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} + \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
&= \frac{Ni}{2n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} + 2 \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\
&= \left(\frac{4}{n\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2}
\end{aligned}$$

اس مساوات میں n کی قیمت ایک، دو، تین وغیرہ کے لئے ملتا ہے

$$\begin{aligned}
a_1 &= \left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_3 = - \left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_5 = \left(\frac{4}{5\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \\
a_2 &= a_4 = a_6 = 0
\end{aligned}$$

اسی طرح

$$\begin{aligned}
b_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p d\theta_p \right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi} \left[\frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} - \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
&= 0
\end{aligned}$$

• ان جوابات سے

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{\left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)}{\left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)} = \frac{1}{3}$$

□ حاصل ہوتا ہے۔ لہذا تیسری موسیقائی جزو بنیادی جزو کے تیسرے حصے یعنی 33.33 فی صد کے برابر ہے۔

مثال 5.2 میں حاصل کئے گئے a_1, a_2, \dots استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ کا فوریزر تسلسل یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.27) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p - \frac{4}{3\pi} \frac{Ni}{2} \cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi} \frac{Ni}{2} \cos 5\theta_p + \dots$$

مثال 5.2 سے ظاہر ہے کہ مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جاسکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے کہ حقیقت میں استعمال ہونے والے مقناطیسی دباؤ میں موسیقائی اجزاء قابلِ نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔ اسی حقیقت کو مدِ نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے اسی مساوات کو یوں لکھتے ہیں۔

$$(5.28) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p = \tau_0 \cos \theta_p$$

جہاں

$$(5.29) \quad \tau_0 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

کے برابر ہے۔ اس مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ شکل 5.12 میں لچھے سے حاصل مقناطیسی دباؤ بالکل اسی طرح ہے جیسے شکل 5.2 میں سلاخ نما مقناطیس صفر زاویہ پر رکھے حالت میں دیتا۔ اگر یہاں یہ لچھا کسی ایسے زاویہ پر رکھا گیا ہوتا کہ اس سے حاصل مقناطیسی دباؤ زاویہ θ_m پر زیادہ سے زیادہ ہوتا تو یہ بالکل شکل 5.3 میں موجود مقناطیس کی طرح کا ہوتا۔ شکل 5.18 ایک ایسی ہی مثال ہے۔ ہم بالکل مساوات 5.62 کی طرح اس شکل میں لچھا a کے لئے لکھ سکتے ہیں۔

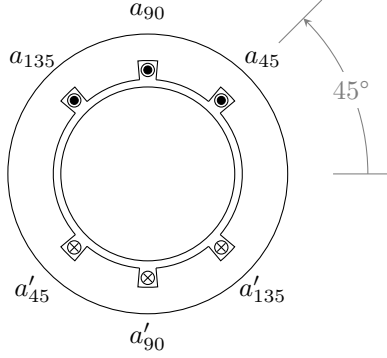
$$(5.30) \quad \begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{p_a} \\ \theta_{p_a} &= \theta - \theta_{m_a} = \theta - 0^\circ \\ \tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta \end{aligned}$$

اسی طرح لچھا b اور c کے چونکہ $\theta_{m_b} = 120^\circ$ اور $\theta_{m_c} = 240^\circ$ لہذا ان کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.31) \quad \begin{aligned} \tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{p_b} \\ \theta_{p_b} &= \theta - \theta_{m_b} = \theta - 120^\circ \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_b}) = \tau_0 \cos(\theta - 120^\circ) \end{aligned}$$

$$(5.32) \quad \begin{aligned} \tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{p_c} \\ \theta_{p_c} &= \theta - \theta_{m_c} = \theta - 240^\circ \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_c}) = \tau_0 \cos(\theta - 240^\circ) \end{aligned}$$

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہر گز نہیں لگتا لیکن مساوات 5.27 ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض آنکھوں کا دھوکہ ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اب اگر ہم کسی طرح مساوات 5.27 میں پہلے رکن کے علاوہ باقی سب رکن کو صفر کر سکیں تو ہم بالکل سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکتے ہیں۔



شکل 5.14: پھیلا لچھا۔

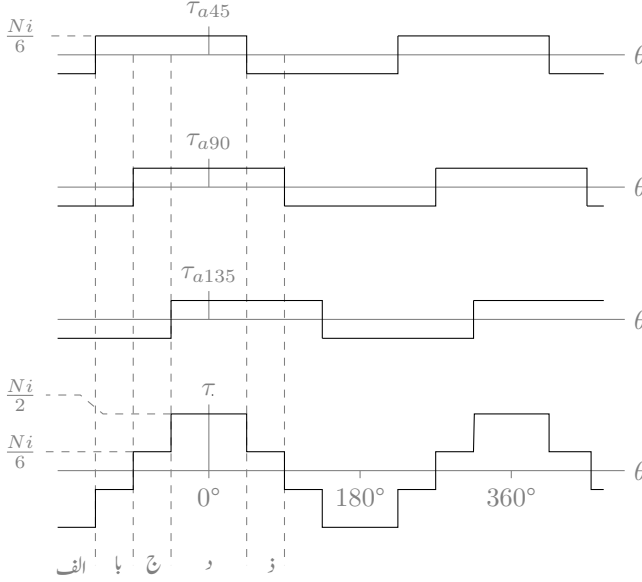
شکل 5.14 میں تقسیم شدہ لچھا دکھایا گیا ہے۔ یہاں شکل 5.12 میں دکھائے گئے N چکر کے لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ لہذا ان میں ہر چھوٹا لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا³⁴ جاتا ہے اور یوں ان میں یکساں برقی رو i گزرے گی۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شکافوں میں رکھا گیا ہے۔ پہلے لچھے کو شکاف a_{45} اور a'_{45} میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شکاف a_{90} اور a'_{90} میں اور تیسرے لچھے کو شکاف a_{135} اور a'_{135} میں رکھا گیا ہے۔

شکافوں کے ایک جوڑے کو ایک ہی طرح کے نام دیئے گئے ہیں، البتہ ایک شکاف کو a اور دوسرے کو a' نام دیا گیا ہے۔ یوں شکافوں کا پہلے جوڑا a_{45} اور a'_{45} ہے۔ a شکافوں کے نام ان کے زاویوں کی نسبت سے رکھے گئے ہیں۔ لہذا شکاف a_{45} درحقیقت 45° زاویہ پر ہے، شکاف a_{90} نوے درجہ زاویہ پر اور شکاف a_{135} ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔

چونکہ ہر لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے اور ان سب میں یکساں برقی رو i ہے، لہذا شکل 5.14 میں دیئے گئے پھیلے لچھے سے حاصل مقناطیسی دباؤ کا زاویہ کے ساتھ ترسیم شکل 5.15 کے نچلے ترسیم کی طرح ہو گا۔ اس شکل میں سب سے اوپر لچھا a_{45} کے مقناطیسی دباؤ کا ترسیم ہے۔ یہ بالکل شکل 5.13 میں دیئے ترسیم کی طرح ہے البتہ یہ صفر زاویہ سے -45° ہٹ کر ہے۔ اوپر سے دوسرا ترسیم لچھا a_{90} کا ہے جو ہو بہو شکل کی طرح ہے جبکہ اس سے نیچے لچھا a_{135} کا ترسیم ہے جو صفر زاویہ سے $+45^\circ$ ہٹ کر ہے۔ ان تینوں ترسیمات میں طول $\frac{Ni}{6}$ ہے۔

ان تینوں ترسیمات سے کل مقناطیسی دباؤ کا ترسیم یوں حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ بائیں جانب پہلی لکیر کی بائیں طرف علاقے کو الف کہا گیا ہے۔ اس علاقے میں پہلے تینوں ترسیمات کی مقدار

³⁴ series connected



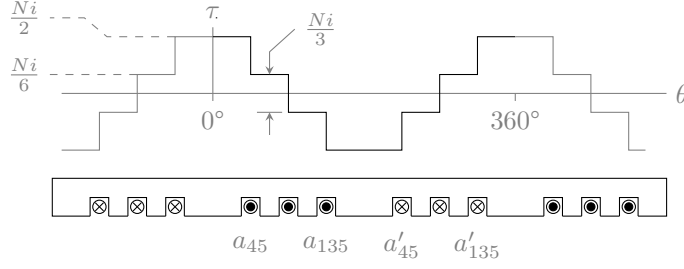
شکل 5.15: پھیلے لچھے کا کل مقناطیسی دباؤ۔

ہے لہذا ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{2}$ ہو گا۔ یہی سب سے نچلے کل مقناطیسی دباؤ کی ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح $-\frac{Ni}{6}$ میں پہلے ترسیم کی مقدار $+\frac{Ni}{6}$ ، دوسری ترسیم کی $-\frac{Ni}{6}$ اور تیسری کی بھی $-\frac{Ni}{6}$ ہے۔ ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{6}$ بنتا ہے جو کل مقناطیسی دباؤ ہے۔ علاقہ ج میں $+\frac{Ni}{6}$ ، اور $+\frac{Ni}{6}$ اور $-\frac{Ni}{6}$ غیر سمتیں ہیں جن کا مجموعہ $+\frac{Ni}{6}$ ہی کل مقناطیسی دباؤ ہے جو سب سے نچلے ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح آپ پورا ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

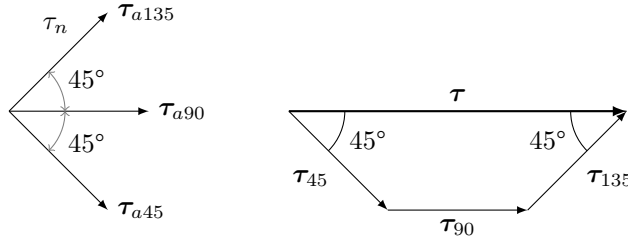
شکل 5.15 کے نچلے ترسیم کو شکل 5.16 میں دوبارہ دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.16 کا اگر شکل 5.15 کے ساتھ تقابل کیا جائے تو محض دیکھنے سے بھی یہ ظاہر ہے کہ شکل 5.16 زیادہ سائن نما موج کے نوعیت کا ہے۔ ہمیں فوراً تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ ملتا ہے۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ شکافوں کی جگہ اور ان میں لچھوں کے چکر کو یوں رکھا جاسکتا ہے کہ ان سے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ سائن نما کے زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

چونکہ پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پہ مقناطیسی دباؤ نہیں بناتے لہذا ان سے حاصل کل مقناطیسی دباؤ کا حیثہ ایک گچھ لچھے کے حیثہ سے قدر کم ہوتا ہے۔ اس اثر کو مساوات 5.29 میں جزو k_w کے ذریعہ یوں ظاہر کیا



شکل 5.16: پھیلے لچھے کا متناطیسی دباؤ۔



شکل 5.17: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاد۔

جاتا ہے۔

$$(5.33) \quad \begin{aligned} \tau_0 &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \\ \tau_a &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \cos \theta = \tau_0 \cos \theta \end{aligned}$$

اس مساوات میں k_w کو جزو پھیلاد³⁵ کہتے ہیں۔ یہ اکائی سے قدر کم ہوتا ہے یعنی

$$(5.34) \quad 0 < k_w < 1$$

مثال 5.3: شکل 5.14 میں دیئے گئے پھیلے لچھے کے لئے k_w معلوم کریں۔

حل: شکل 5.17 سے رجوع کریں۔ یہ تین جھوٹے لچھے برابر متناطیسی دباؤ $\tau_n = \frac{4 ni}{\pi}$ پیدا کرتے ہیں، البتہ ان کی سمتیں مختلف ہیں۔ یہاں چونکہ ایک لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے لہذا $n = \frac{N}{3}$ ہے۔ ہم ان سمتیوں کو جمع کر کے ان کا

winding factor³⁵

مجموعی مقناطیسی دباؤ τ معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142\tau_n\end{aligned}$$

یعنی

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3} \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

□

لہذا $k_w = 0.8047$ کے برابر ہے۔

مثال 5.4: تین دوری 50 ہرٹز پر چلنے والا ستارہ نما جڑے جزیئر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جا رہا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,m} = 0.9$ جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,q} = 0.833$ ہیں۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور اس کی لمبائی $l = 2.828$ میٹر ہیں۔ خلائی درز $l_k = 0.04$ میٹر ہے۔ اگر اس کے میدانی لچھے میں 1000 ایمپیسر برقی رو ہے تو معلوم کریں

• میدانی مقناطیسی دباؤ کی زیادہ سے زیادہ مقدار۔

• خلائی درز میں کشاف مقناطیسی بہاؤ۔

• ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ۔

• محرک تار پر برقی دباؤ۔

حل:

•

$$\tau_0 = k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m}$$

•

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54 \text{ T}$$

$$\phi_0 = 2B_0lr = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.28915 \text{ Wb}$$

$$\begin{aligned} E_{rms} &= 4.44fk_wqN_q\phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85 \text{ V} \end{aligned}$$

لہذا ستارہ جڑی جزیئر کی تار کی برقی دباؤ

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11000 \text{ V}$$

□

ہو گی۔

جیسا پہلے ذکر ہوا ہم چاہتے ہیں کہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہ یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ بنیادی مقصد پورا ہو۔ شکل 5.16 میں ہم دیکھتے ہیں کہ صفر زاویہ کی دونوں جانب مقناطیسی دباؤ کی موج یکساں طور پر گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ یعنی جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباؤ $\frac{N_i}{3}$ گھٹ جاتی ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر یہ یکساں طور پر مزید گھٹتی ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہوں کا فیصلہ فوریر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فوریر تسلسل میں موسیقائی جزو کم سے کم اور اس میں بنیادی جزو زیادہ سے زیادہ رکھے جاتے ہیں۔

سائن لچھوں کی طرح حرکت کرتے لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو۔

5.5 مقناطیسی دباؤ کی گھومتی موجیں

گھومتے آلوں میں لچھوں کو برقی دباؤ دیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ یہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

5.5.1 یک دوری کی لپٹی مشین

مساوات 5.33 میں ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ یوں دی گئی ہے۔

$$(5.35) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N i}{\pi 2} \cos \theta$$

اگر اس لچھے میں مقناطیسی بہاؤ بھی سائن نما ہو یعنی

$$(5.36) \quad i_a = I_0 \cos \omega t$$

تو

$$(5.37) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N I_0}{\pi 2} \cos \theta \cos \omega t = \tau_0 \cos \theta \cos \omega t$$

ہو گا جہاں

$$(5.38) \quad \tau_0 = k_w \frac{4 N I_0}{\pi 2}$$

کے برابر ہے۔ مساوات 5.37 کہتا ہے کہ یہ مقناطیسی دباؤ زاویہ θ اور لمحہ t کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مندرجہ ذیل قلیہ سے دو ٹکڑوں میں توڑ سکتے ہیں۔

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

لہذا

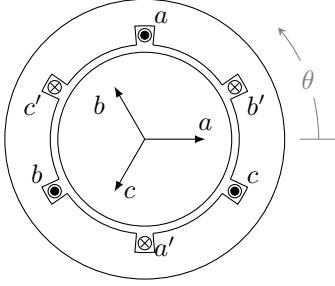
$$(5.39) \quad \tau_a = \tau_0 \left[\frac{\cos(\theta + \omega t) + \cos(\theta - \omega t)}{2} \right] = \tau_a^- + \tau_a^+$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں

$$(5.40) \quad \tau_a^- = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta + \omega t)$$

$$(5.41) \quad \tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

ہیں۔ اس مساوات سے یہ بات سامنے آتی ہے کہ درحقیقت یہ مقناطیسی دباؤ دو آلٹ سمتوں میں گھومنے والے مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں۔ اس کا پہلا جزو τ_a^- زاویہ θ گھٹنے کی جانب گھومتا ہے یعنی گھڑی کی سمت میں اور اس کا دوسرا جزو τ_a^+ گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتا ہے یعنی یہ زاویہ بڑھنے کی جانب گھومتا ہے۔



$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}$$

شکل 5.18: تین دور کی لپٹی مشین۔

ایک دور کی لپٹی آلوں میں یہ کوشش کی جاتی ہے کہ ان دو گھومتے مقناطیسی دباؤ میں سے ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کیا جائے۔ اس طرح کرنے سے ایک سمت میں کل مقناطیسی دباؤ گھومتا ملتا ہے جو بالکل اسی طرح کا ہوتا ہے جیسے ایک مقناطیس گھمایا جا رہا ہو۔ تین دوری آلوں میں یہ کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہو گا۔

5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل 5.18 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات 5.30، 5.31 اور 5.32 میں ایسے تین لچھوں کی فوریز تسلسل کی بنیادی جزو دیئے گئے ہیں جو کے یہ ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a i_a}{2} \cos \theta \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b i_b}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c i_c}{2} \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.42}$$

اگر ان تین لچھوں میں تین دوری برقی رو ہو یعنی

$$\begin{aligned}i_a &= I_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.43}$$

تو بالکل مساوات 5.37 کی طرح ہم مساوات 5.43 کی مدد سے مساوات 5.42 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos \theta \cos(\omega t + \alpha) \\
 \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\
 \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.44}$$

اگر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

ہو تو انہیں

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\
 \tau_b &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\
 \tau_c &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]
 \end{aligned}
 \tag{5.45}$$

لکھ سکتے ہیں جہاں

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \tag{5.46}$$

ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ τ ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم ثابت کرتے ہیں کہ

$$\cos \gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

کے برابر ہے۔ ہمیں معلوم ہے کہ

$$\begin{aligned}
 \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\
 \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta
 \end{aligned}$$

اگر ہم $\alpha = \gamma$ اور $\beta = 240^\circ$ لیں تو

$$\begin{aligned}
 \cos(\gamma + 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ - \sin \gamma \sin 240^\circ \\
 \cos(\gamma - 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ + \sin \gamma \sin 240^\circ
 \end{aligned}$$

$$\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ اور } \cos 240^\circ = -\frac{1}{2} \text{ لہذا}$$

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

$$\cos(\gamma - 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

اب اس مساوات کو اگر ہم $\cos \gamma$ کے ساتھ جمع کریں تو جواب صفر ملتا ہے، یعنی

$$\cos \gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

$\gamma = \theta + \omega t + \alpha$ کے لئے اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

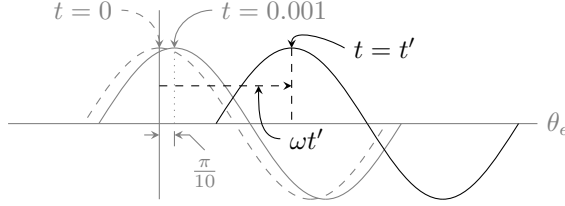
$$(5.47) \quad \cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0$$

اب ہم اگر مساوات 5.45 میں دئے τ_a ، τ_b اور τ_c کو جمع کریں اور ان میں مساوات 5.47 کا استعمال کریں تو ملتا ہے

$$(5.48) \quad \tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t - \alpha)$$

مساوات 5.48 کہتا ہے کہ کل مقتطیسی دباو کا حیظ کسی ایک لچھے کے مقتطیسی دباو کے حیظ کے $\frac{3}{2}$ گنا ہے۔ مزید یہ کہ یہ مقتطیسی دباو کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت گھوم رہی ہے۔ لہذا تین لچھوں کو 120° زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دوری برقی رو، جو آپس میں 120° پر ہوں، سے پہچان کرنے سے ایک ہی گھومتی مقتطیسی دباو کی موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ اگر کوئی دو برقی رو آپس میں تبدیل کئے جائیں تو مقتطیسی موج کے گھومنے کی سمت تبدیل ہو جاتی ہے۔ یہ مثال میں واضح کیا گیا ہے۔

اب ہم دیکھتے ہیں کہ مساوات 5.48 ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہمیں اس موج کی چوٹی کو دیکھنا ہو گا۔ ہم اپنی آسانی کے لئے α کو صفر لیتے ہیں۔ اس مثال میں ہم برقی رو کی تعدد 50 Hz لیتے ہیں۔ اس موج کی چوٹی درحقیقت $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی ہی ہے لہذا ہم اسی کی چوٹی کو مد نظر رکھتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ $\cos \alpha$ کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک کے برابر ہے یعنی اس کی چوٹی ایک کے برابر ہے اور یہ اس مقام پر پائی جاتی ہے جہاں α صفر کے برابر ہو یعنی جب $\cos 0 = 1$ کے برابر ہو۔ لہذا $\cos \alpha$ کی چوٹی اسی جگہ ہو گی جہاں α صفر کے برابر ہو گا۔ اسی طرح $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی وہیں ہو گی جہاں $(\theta - \omega t)$ صفر کے برابر ہو یعنی $(\theta - \omega t) = 0$ پر۔



شکل 5.19: حرکت کرتی موج۔

اب ابتدائی لمحہ یعنی $t = 0$ پر $\cos(\theta - \omega t) = 0$ کی چوٹی $(\theta - \omega t) = 0$ پر ہوگی۔ اس کو حل کرتے ہیں۔

$$\theta - \omega t = 0$$

$$\theta - \omega \times 0 = 0$$

$$\theta = 0$$

ہم دیکھتے ہیں کہ موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل 5.19 میں ہلکی سیاہی میں نقطہ داؤ لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ ہم اس چوٹی کو کچھ وقفے کے بعد دوبارہ دیکھتے ہیں مثلاً $t = 0.001$ سیکنڈ کے بعد۔

$$\theta - \omega t = 0$$

$$\theta - \omega \times 0.001 = 0$$

$$\theta = 0.001\omega = 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 = 0.3142 \text{ rad}$$

اب یہ چوٹی 0.3142 یا $\frac{\pi}{10}$ برقی ریڈین یعنی 18° کے برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل میں ہلکی سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ یہ بات واضح ہے کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت یعنی زاویہ بڑھنے کی سمت میں گھوم گئی ہے۔ اسی طرح $t = 0.002$ پر یہ چوٹی 36° برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ کسی بھی لمحہ t' پر بالکل اسی طرح چوٹی کا مقام معلوم کیا جاسکتا ہے جسے شکل میں تیز سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔

$$\theta - \omega t' = 0$$

$$\theta = \omega t'$$

اس مساوات سے یہ واضح ہے کہ چوٹی کا مقام متعین کرنے والا زاویہ بتدریج بڑھتا رہتا ہے۔ اس مساوات سے ہم ایک مکمل 2π برقی زاویہ کے چکر کا وقت T حاصل کر سکتے ہیں یعنی

$$t = \frac{\theta}{\omega}$$

(5.49)

$$T = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

اگر برقی رو کی تعدد 50 ہو تو یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ہر $0.02 = \frac{1}{50}$ سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹتی ہے یعنی یہ ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر کاٹتی ہے۔

اس مثال میں برقی زاویہ کی بات ہوتی رہی۔ دو قطب کی آلوں میں برقی زاویہ θ_e اور میکانی زاویہ θ_m برابر ہوتے ہیں۔ لہذا اگر دو قطب کی آلوں کی بات کی جائے تو مساوات 5.49 کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج f برقی یا میکانی چکر کاٹے گی جہاں f برقی رو کی تعدد ہے اور اگر P قطب رکھنے والی آلوں کی بات کی جائے تو چونکہ

$$(5.50) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

لہذا ایسے آلوں میں یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں f مقناطیسی چکر یعنی $\frac{2}{P} f$ میکانی شکر کاٹے گی۔

اگر ہم برقی رو کی تعدد کو f_e سے ظاہر کریں، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو θ_e اور اس کے میکانی زاویہ کو θ_m سے ظاہر کریں اور اسی طرح اسی مقناطیسی دباؤ کی موج کے گھومنے کی رفتار کو ω_e یا ω_m سے ظاہر کریں تو

$$(5.51) \quad \begin{aligned} \omega_m &= \frac{2}{P} \omega_e \quad \text{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P} f_e \quad \text{Hz} \\ n &= \frac{120 f_e}{P} \quad \text{rpm} \end{aligned}$$

اس موج کی معاصر رفتار برقی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے جبکہ ω_m یہی معاصر رفتار میکانی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے۔ اسی طرح f_e اس موج کی برقی معاصر رفتار برقی ہرٹز میں اور f_m اس کی میکانی معاصر رفتار³⁶ میکانی ہرٹز میں ہے۔ برقی معاصر رفتار f_e ہرٹز ہونے کا مطلب یہ ہے کہ ایک سیکنڈ میں یہ موج f_e برقی چکر کا فاصلہ طے کرے گی جہاں ایک برقی چکر دو قطب کا فاصلہ یعنی 2π ریڈین کا زاویہ ہے۔ اسی طرح میکانی معاصر رفتار f_m ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ یہ موج ایک سیکنڈ میں f_m میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ ایک میکانی چکر عام زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں n میکانی چکر فی منٹ³⁷ کو ظاہر کرتے ہیں۔ یہ مساوات معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ ہم q دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے $\frac{2\pi}{q}$ برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں q دوری برقی رو ہو، ایک ہی سمت میں گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے جیسے ہم نے تین

³⁶synchronous speed
³⁷rpm, rounds per minute

دوری مشین کے لئے دیکھا۔ مزید یہ کہ اس موج کا جیٹ کسی ایک لچھے سے پیدا مقناطیسی دباؤ کے جیٹ کے $\frac{q}{2}$ گنا ہو گا اور اس کے گھومنے کی رفتار $\omega_e = 2\pi f$ برقی ریڈیئن فی سیکنڈ ہو گی۔

5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجربہ

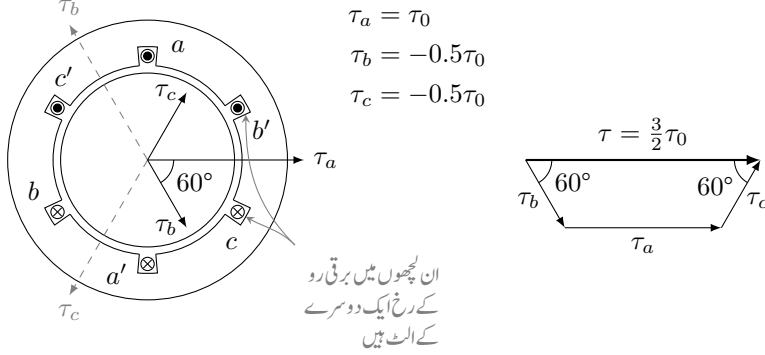
شکل 5.18 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس میں مثبت برقی رو کی سمتیں بھی دکھائی گئی ہیں، مثلاً a شگاف میں برقی رو صفحہ سے عمودی سمت میں باہر جانب کو ہے اور یہ بات نقطہ سے واضح کی گئی ہے۔ اسی طرح a' شگاف میں برقی دباؤ صفحہ سے عمودی سمت میں اندر کی جانب کو ہے اور یہ بات صلیب کے نشان سے واضح کی گئی ہے۔ اگر برقی رو مثبت ہو تو اس کی یہی سمت ہو گی اور اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ τ_a صفر زاویہ کی جانب ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاسکتی ہے۔ اب اگر اسی لچھے میں برقی رو منفی ہو تو اس کا مطلب ہے کہ برقی رو الٹ سمت میں ہے۔ یعنی اب برقی رو a شگاف میں صفحہ کے عمودی سمت میں اندر کی جانب ہے اور a' شگاف میں یہ صفحہ کے عمودی سمت میں باہر کی جانب کو ہے۔ لہذا اس برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ بھی پہلے سے الٹ سمت میں ہو گی یعنی یہ شکل میں دیئے گئے τ_a کے بالکل الٹ سمت میں ہو گی۔ اس تذکرہ کا بنیادی مقصد یہ تھا کہ آپ پر یہ بات واضح ہو جائے کہ برقی رو کے منفی ہونے سے اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت الٹ ہو جاتی ہے۔

اس شکل میں لچھوں میں برقی رو اور مقناطیسی دباؤ یہ ہیں

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos \omega t \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.52)$$

$$\begin{aligned} \tau_a &= k_w \frac{4 N i_a}{\pi} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\ \tau_b &= k_w \frac{4 N i_b}{\pi} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4 N i_c}{\pi} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.53)$$

جبکہ ان کے مثبت سمتیں شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اب ہم مختلف اوقات پر ان مقداروں کا حساب لگاتے ہیں اور ان کا کل مجموعی مقناطیسی دباؤ حل کرتے ہیں۔



شکل 5.20: لمحہ $t_0 = 0$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباؤ۔

لمحہ $t = 0$ پر ان مساوات سے ملتا ہے۔

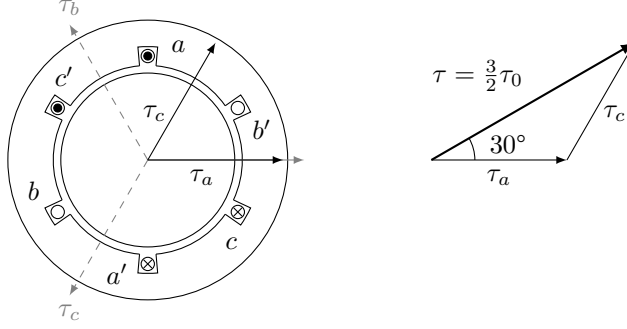
$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5I_0 \\
 i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5I_0
 \end{aligned}
 \tag{5.54}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5\tau_0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5\tau_0
 \end{aligned}
 \tag{5.55}$$

یہاں رکھ کر ذرا غور کریں۔ اس لمحہ پر i_a مثبت ہے جبکہ i_b اور i_c منفی ہیں۔ لہذا i_a اسی سمت میں ہے جو شکل 5.18 میں a اور a' شگافوں میں نقطے اور صلیب سے دکھائے گئے ہیں جبکہ i_b اور i_c شکل میں دیئے گئے سمتوں کے الٹ ہیں۔ ان تینوں برقی رو کی اس لمحہ پر درست سمتیں شکل 5.20 میں دکھائی گئی ہیں۔ اس شکل میں تینوں مقناطیسی دباؤ بھی دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباؤ با آسانی بذریعہ ترسیم، مجموعہ سمتیات سے معلوم کیا جا سکتا ہے یا پھر الجبرا کے ذریعہ ایسا کیا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \mathbf{a}_x \\
 \tau_b &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x - \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y] \\
 \tau_c &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x + \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y]
 \end{aligned}
 \tag{5.56}$$



شکل 5.21: لمحہ 30° پر ωt_1 برقی رد اور مقناطیسی دباؤ۔

$$(5.57) \quad \tau = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3}{2} \tau_0 a_x$$

کل مقناطیسی دباؤ ایک لمحے کے مقناطیسی دباؤ کے ڈیڑھ گنا ہے اور یہ صفر زاویہ پر ہے۔ اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ لمحے بعد t_1 پر دوبارہ یہی سب حساب لگاتے ہیں۔ چونکہ مساوات 5.52 اور مساوات 5.53 میں متغیر t کے بجائے ωt کا استعمال زیادہ آسان ہے لہذا ہم لمحہ t_1 کو یوں چنتے ہیں کہ $\omega t_1 = 30^\circ$ کے برابر ہو۔ ایسا کرنے سے ہمیں یہ دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.58) \quad \begin{aligned} i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\ i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\ i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \end{aligned}$$

$$(5.59) \quad \begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \end{aligned}$$

یہ شکل 5.21 میں دکھایا گیا ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ کا طول τ کو تکتوں کے ذریعہ یوں حل کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح اس کا زاویہ بھی اسی سے حاصل ہوتا ہے۔ یعنی

$$(5.60) \quad \tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2} \tau_0$$

اور چونکہ اس تکون کے دو اطراف برابر ہیں لہذا اس کے باقی دو زاویہ بھی برابر اور 30° ہیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ کل مقناطیسی دباو جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب وہ 30° کے زاویہ پر ہے یعنی وہ گھڑی کے اُلٹ سمت گھوم گیا ہے۔ اگر ہم اسی طرح 40° پر دیکھیں تو ہمیں کل مقناطیسی دباو اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ اب یہ 45° کے زاویہ پر ہو گا۔ اگر کسی لمحہ جب $\theta = \omega t$ کے برابر ہو یہ سارا حساب کیا جائے تو کل مقناطیسی دباو اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ یہ θ کے زاویہ پر ہو گا۔

5.6 محرک برقی دباو

یہاں محرک برقی دباو³⁸ کو ایک اور زاویہ سے پیش کیا جاتا ہے۔

5.6.1 بدلتی رو برقی جزیئر

شکل 5.22 میں ایک بنیادی بدلتی رو جزیئر³⁹ دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوتی ہے، یعنی

$$(5.61) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

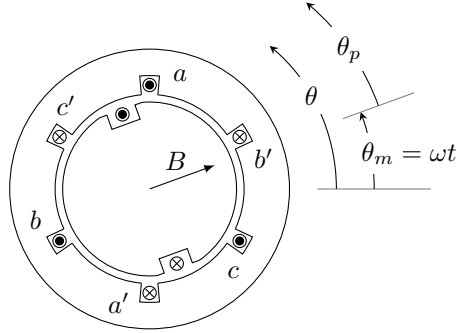
یہ مقناطیس ω زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ یوں اگر ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر یہ a لچھے کی سمت یعنی ہلکی سیاہی کی افقی لکیر کی سمت میں ہو تو لمحہ t پر یہ گھوم کر زاویہ $\theta_m = \omega t$ پر ہو گا۔ اس طرح یہی مساوات یوں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.62) \quad \begin{aligned} B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega t) \end{aligned}$$

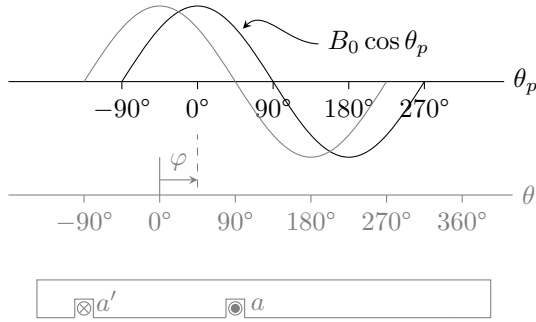
شکل 5.23 میں B کو زاویہ θ اور θ_p کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ اسی ترسیم میں لچھا a بھی دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے لمحہ $t = 0$ پر B دکھایا گیا ہے جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور اس لچھے کا محور ایک ہی سمت

³⁸ ابتدا میں حرکت سے پیدا ہونے والی برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔
³⁹ ac generator

$$\begin{aligned}
 B &= B_0 \cos \theta_p \\
 &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}$$



شکل 5.22: بنیادی بدلتی روجنریٹر۔



شکل 5.23: لُچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاؤ۔

میں ہوتے ہیں جبکہ کالی سیاہی میں اسی B کو کسی بھی لمحہ t پر دکھایا گیا ہے۔ اس لمحہ پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے مابین ϑ زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار ω پر منحصر ہے یعنی

$$(5.63) \quad \vartheta = \omega t$$

لمحہ $t = 0$ پر لچھے میں سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزر رہی ہے۔ اگر خلائی درز بہت باریک ہو، تو اس کے اندر اور باہر جانب کے رداس تقریباً یکساں ہوں گے۔ برقی مقناطیس کے محور سے اس خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ اگر ρ ہو اور برقی مقناطیس کا دھرے 40 کی سمت میں محوری لمبائی $^{41} l$ ہو تو اس لچھے میں وہی مقناطیسی بہاؤ ہو گا جو اس خلائی درز میں $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے مابین ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر اسے یوں معلوم کیا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} \phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\ (5.64) \quad &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= 2B_0 l \rho \\ &= \phi_0 \end{aligned}$$

جہاں آخر میں $\phi_a(0)$ کو ϕ_0 کہا گیا ہے۔ یہی حساب اگر لمحہ t پر کی جائے تو کچھ یوں ہو گا۔

$$\begin{aligned} \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\ (5.65) \quad &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\ &= 2B_0 l \rho \cos \vartheta \\ &= 2B_0 l \rho \cos \omega t \end{aligned}$$

axle⁴⁰
axial length⁴¹

جہاں $\vartheta = \omega t$ لیا گیا ہے۔ اسی مساوات کو یوں بھی حل کیا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.66) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اس مرتبہ مکمل زاویہ θ کے ساتھ کیا گیا ہے۔ انہیں مساوات 5.64 کی مدد سے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.67) \quad \phi_a(t) = 2B_0 l\rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t$$

بالکل مساوات 5.66 کی طرح ہم b اور c لچھوں کے لئے بھی مقناطیسی بہاؤ کی مساواتیں حل کر سکتے ہیں۔ شکل 5.22 میں a لچھے میں زاویہ $-\frac{\pi}{2}$ سے $+\frac{\pi}{2}$ تک کا مقناطیسی بہاؤ گزرتا ہے۔ اس لئے $\phi_a(t)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات 5.66 میں مکمل کے حدود بھی رکھے گئے تھے۔ اسی شکل سے واضح ہے کہ b لچھے کے مکمل کے حدود $+\frac{\pi}{6}$ اور $-\frac{7\pi}{6}$ جبکہ c کے حدود $+\frac{5\pi}{6}$ اور $+\frac{11\pi}{6}$ ہیں۔ یہ زاویے ریڈیئن میں دیئے گئے ہیں۔ یوں

$$\begin{aligned}
 \phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.68) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned}
 \phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.69) \quad &= B_0 l \rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
 &= B_0 l \rho \left[\sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l \rho \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})
 \end{aligned}$$

اگر ایک لچھے کے N چکر ہوں تو اس میں پیدا برقی دباؤ کو یوں معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
 (5.70) \quad \lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں $\frac{2\pi}{3}$ ریڈیئن کو 120° لکھا گیا ہے۔ ان سے لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ کا حساب یوں لگایا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= -\frac{d\lambda_a}{dt} = \omega N\phi_0 \sin \omega t \\
 (5.71) \quad e_b(t) &= -\frac{d\lambda_b}{dt} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\
 e_c(t) &= -\frac{d\lambda_c}{dt} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 90^\circ) \\
 (5.72) \quad e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 150^\circ) \\
 e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 30^\circ)
 \end{aligned}$$

یہ مساوات تین دوری محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتے ہیں جو آپس میں 120° زاویہ پر ہیں۔ ان سب کا حیظ E_0 یکساں ہے جہاں

$$(5.73) \quad E_0 = \omega N\phi_0$$

اور ان برقی دباؤ کی موثر قیمت⁴²

$$(5.74) \quad E_{\text{موثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \phi_0$$

ہوگی۔ چونکہ $\phi = BA$ ہوتا ہے لہذا یہ مساوات بالکل صفحہ 52 پر دئے مساوات 2.52 کی طرح ہے۔

مساوات 5.72 سائن نما برقی دباؤ کو ظاہر کرتا ہے۔ اگرچہ اسے یہ سوچ کر حاصل کیا گیا کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ صرف برقی مقناطیس کی وجہ سے ہے تاہم برقی دباؤ کا اس سے کوئی تعلق نہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کس طرح وجود میں آئی اور یہ مساوات ان حالات کے لئے بھی درست ہے جہاں یہ مقناطیسی بہاؤ جنریٹر کے ساکن حصے میں پیدا ہوئی ہو یا ساکن اور حرکت پذیر دونوں حصوں میں پیدا ہوئی ہو۔

مساوات 5.74 ہمیں ایک گچھ لچھے میں پیدا برقی دباؤ دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تو اس کے مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباؤ ہم قدم نہیں ہوں گے لہذا ان سب کا مجموعی برقی دباؤ ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے قدر کم ہو گا۔ اس مساوات کو ہم ایک پھیلے لچھے کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

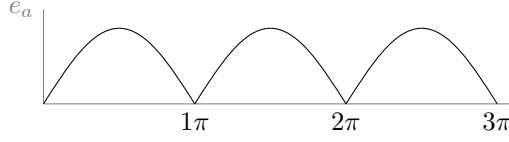
$$(5.75) \quad E_{\text{موثر}} = 4.44 k_w f N \phi_0$$

تین دوری برقی جنریٹروں کے k_w کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں یک دوری برقی دباؤ دیتی ہے۔ تین دوری برقی جنریٹروں میں ایسے تین لچھوں کے جوڑے ہوتے ہیں اور ان کو Y یعنی ستارہ نما یا Δ یعنی تکنونی جوڑا جاتا ہے۔

5.6.2 یک سمتی رو برقی جنریٹر

ہر گھومنے والا برقی جنریٹر بنیادی طور پر بدلتی رو جنریٹر ہی ہوتا ہے۔ البتہ جہاں یک سمتی برقی دباؤ⁴³ کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتی برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ ایسا الیکٹرانکس کے ذریعہ جنریٹر کے باہر برقیات⁴⁴ سمٹے کار⁴⁴ کی مدد سے کیا جاسکتا ہے یا پھر میکانی طریقے سے میکانی سمٹے کار⁴⁵ کی مدد سے جنریٹر کے اندر ہی کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 5.71 میں دیئے گئے برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جائے تو یہ شکل 5.24 کی طرح ہو گا۔

rms⁴²
DC voltage⁴³
rectifier⁴⁴
commutator⁴⁵



شکل 5.24: ایک دوری یک سمتی برقی دباؤ۔

مثال 5.5: شکل 5.24 میں ایک سمتی برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔ اس ایک سمتی برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

حل:

$$E_{avg} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

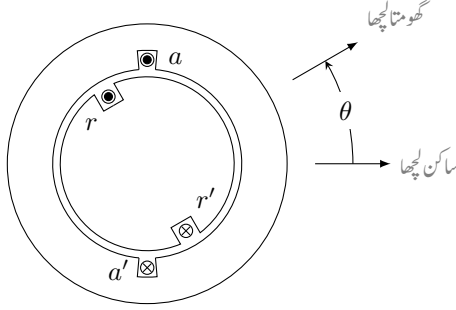
□

ایک سمتی برقی جزیر پر باقاعدہ تبصرہ کتاب کے باب میں کیا جائے گا۔

5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصے میں ہم ایک کامل مشین میں قوتے مروڑ⁴⁶ کا حساب لگائیں گے۔ ایسا دو طریقوں سے کیا جاسکتا ہے۔ ہم مشین کو دو مقناطیس سمجھ کر ان کے مابین قوت کشش، قوت دفع اور قوت مروڑ کا حساب لگا سکتے ہیں یا پھر اس میں ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ سمجھ کر باب چار کی طرح توانائی اور کو توانائی کے استعمال سے اس کا حساب لگائیں۔ پہلے توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

⁴⁶torque



شکل 5.25: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

5.7.1 توانائی کے طریقے سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب

یہاں ہم ایک دوری مشین کی بات کریں گے۔ اس سے حاصل جوابات کو با آسانی زیادہ دور کی آلوں پر لاگو کیا جا سکتا ہے۔ شکل 5.25 میں یک دوری کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس کی دو لچھوں میں کچھ زاویہ ہو گا جسے θ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر جگہ یکساں ہے لہذا یہاں ابھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جائے گا۔ مزید یہ کہ قالب کی $\mu_r \rightarrow \infty$ تصور کی گئی ہے لہذا لچھوں کی امالہ صرف خلائی درز کی مقناطیسی مستقل μ_0 پر منحصر ہے۔

اس طرح ساکن لچھے کی امالہ L_{aa} اور گھومے لچھے کی امالہ L_{rr} مقررہ ہیں جبکہ ان کا مشترکہ امالہ $L_{ar}(\theta)$ زاویہ θ پر منحصر ہو گا۔ جب $\theta = 0$ یا $\theta = \pm 2\pi$ کے برابر ہو تو ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے۔ ایسے حالت میں ان کا مشترکہ امالہ زیادہ سے زیادہ ہو گا جسے L_{ar0} لکھتے ہیں۔ جب $\theta = \pm 180^\circ$ ہو اس لمحہ ایک مرتبہ پھر ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے البتہ اس لمحہ اس کی سمت الٹ ہوتی ہے لہذا اب ان کا مشترکہ امالہ بھی منفی ہو گا یعنی $-L_{ar0}$ اور جب $\theta = \pm 90^\circ$ ہو تب ان کا مشترکہ امالہ صفر ہو گا۔ اگر ہم یہ ذہن میں رکھیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہے تب

$$(5.76) \quad L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta$$

ہو گا۔ ہم ساکن اور گھومتے لچھوں کی ارتباط بہاؤ کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(5.77) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa} i_a + L_{ar}(\theta) i_r = L_{aa} i_a + L_{ar0} \cos(\theta) i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta) i_a + L_{rr} i_r = L_{ar0} \cos(\theta) i_a + L_{rr} i_r \end{aligned}$$

magnetic constant, permeability⁴⁷

اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_a اور گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r ہو تو ہم ان لچھوں کے سروں پر دیئے گئے برقی دباؤ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.78) \quad \begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = i_a R_a + L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_r}{dt} - L_{ar0} i_r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = i_r R_r + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_a}{dt} - L_{ar0} i_a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + L_{rr} \frac{di_r}{dt} \end{aligned}$$

یہاں θ برقی زاویہ ہے اور وقت کے ساتھ اس کی تبدیلی رفتار ω کو ظاہر کرتی ہے یعنی

$$(5.79) \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

میکانی قوت مروڑ بذریعہ کو توانائی حاصل کی جاسکتی ہے۔ کو توانائی صفحہ 127 پر مساوات 4.72 سے حاصل ہوتی ہے۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.80) \quad W'_m = \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{ar0} i_a i_r \cos \theta$$

اس سے میکانی قوت مروڑ T_m یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.81) \quad T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta_m}$$

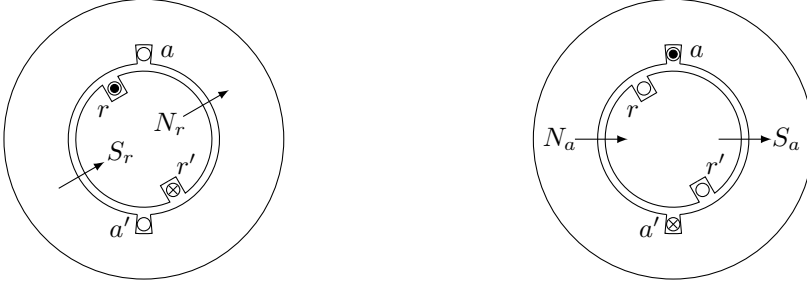
چونکہ P قطب مشینوں کے لئے

$$(5.82) \quad \theta = \frac{P}{2} \theta_m$$

لہذا ہمیں مساوات 5.81 سے ملتا ہے

$$(5.83) \quad T_m = -\frac{P}{2} L_{ar0} i_a i_r \sin \left(\frac{P}{2} \theta_m \right)$$

اس مساوات میں قوت مروڑ T_m منفی ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر کسی لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کے درمیان زاویہ مثبت ہو تو ان کے مابین قوت مروڑ منفی ہو گا یعنی قوت مروڑ ان دونوں مقناطیسی بہاؤ کو ایک سمت میں رکھنے کی کوشش کرے گا۔



شکل 5.26: لچھوں کے قطبین۔

5.7.2 مقناطیسی بہاؤ سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب

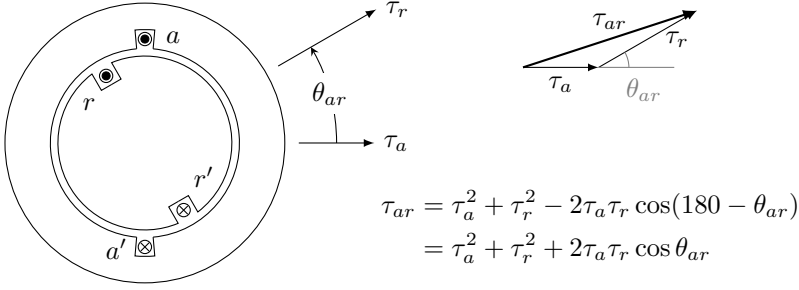
شکل 5.26 میں دو قطب والی یک دوری مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں بائیں جانب صرف گھومتے لچھے میں برقی رو ہے۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاؤ تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے، یعنی تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔ یہاں اگر صرف گھومتے حصے پر توجہ دی جائے تو یہ واضح ہے کہ گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اسی طرح شکل میں دائیں جانب صرف ساکن لچھے میں برقی رو ہے۔ اگر اس مرتبہ صرف ساکن حصے پر توجہ دی جائے تو اس کے بائیں جانب سے مقناطیسی بہاؤ نکل کر خلائی درز میں داخل ہوتی ہے، لہذا یہی اس کا شمالی قطب ہے اور اس مقناطیس کا محور بھی اسی تیر کی سمت میں ہے۔

یہاں یہ واضح رہے کہ اگرچہ کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں لیکن درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ سائمن-نما ہی ہیں اور تیر کے نشان ان مقناطیسی دباؤ کی موج کے چوٹی کو ظاہر کرتے ہیں۔

شکل 5.27 میں اب دونوں لچھوں میں برقی رو ہے۔ یہ واضح ہے کہ یہ بالکل دو مقناطیسوں کی طرح ہے اور ان کے الٹ قطبین کے مابین قوت کشش ہو گا، یعنی یہ دونوں لچھے ایک ہی سمت میں ہونے کی کوشش کریں گے۔

یہاں یہ زیادہ واضح ہے کہ یہ دو مقناطیس کوشش کریں گے کہ θ_{ar} صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانیکی قوت مروڑ θ_{ar} کے الٹ سمت میں ہو گا۔ یہی کچھ مساوات 5.83 کہتا ہے۔

ان برقی مقناطیسوں کے مقناطیسی دباؤ کو اگر ان کے مقناطیسی محور کی سمت میں τ_a اور τ_r سے ظاہر کیا جائے جہاں τ_r اور τ_a مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے برابر ہوں تو خلاء میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} ان کا جمع سمتیت ہو گا جیسے



شکل 5.27: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباؤ۔

شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول τ_{ar} کو سائن کے قلیہ⁴⁸ سے یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.84) \quad \begin{aligned} \tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \end{aligned}$$

خلائی درز میں یہ کل مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت H_{ar} کو جنم دے گا جو اس قلیہ سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.85) \quad \tau_{ar} = H_{ar} l_g$$

H_{ar} مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ اب جہاں خلاء میں مقناطیسی شدت H ہو وہاں مقناطیسی ہمہ توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} H^2$ ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط ہمہ توانائی کی کثافت اس خلائی درز میں H^2 کی اوسط ضرب $\frac{\mu_0}{2}$ ہوگی۔ کسی بھی سائن نما موج $H = H_0 \cos \theta$ کے H^2 کا اوسط $H_{\text{اوسط}}^2$ یوں حاصل کیا جاتا ہے۔

$$(5.86) \quad \begin{aligned} H_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2 \cos^2 \theta d\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi} \left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{H_0^2}{2} \end{aligned}$$

cosine law⁴⁸

لہذا خلائی درز میں اوسط ہمہ توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2}$ ہو گی اور اس خلاء میں کل ہمہ توانائی اس اوسط ہمہ توانائی ضرب خلاء کی حجم کے برابر ہو گا یعنی

$$(5.87) \quad W'_m = \frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \tau_{ar}^2$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی l_g ہے اور اس کی دھڑے ⁴⁹ کی سمت میں محوری لمبائی l ⁵⁰ ہے۔ محور سے خلاء کی اوسط رداسی فاصلہ r ہے۔ مزید یہ کہ $r \gg l_g$ ہے۔ اس طرح خلاء میں رداسی سمت میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی تبدیلی کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات 5.84 کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.88) \quad W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} (\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a \tau_r \cos \theta_{ar})$$

اس سے میکانی قوت مروڑ یوں حاصل کیا جاسکتا ہے

$$(5.89) \quad T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

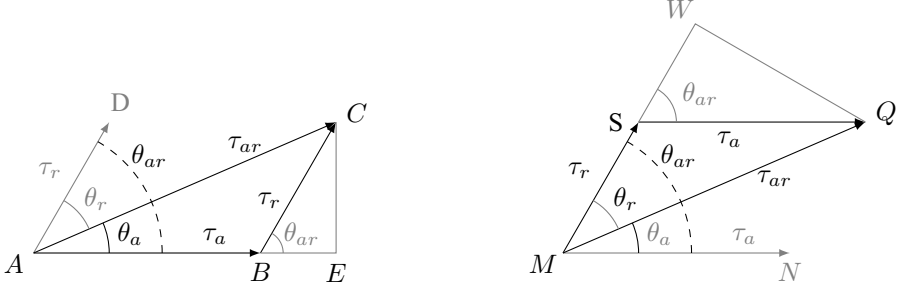
یہ حساب دو قطب والی مشین کے لئے لگایا گیا ہے۔ P قطب والے مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کا میکانی قوت مروڑ دیتا ہے لہذا ایسے مشین کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$(5.90) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ اس کے مطابق مشین کا میکانی قوت مروڑ اس کے ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے براہ راست تناسب ہے۔ اسی طرح یہ ان دونوں کے درمیان برقی زاویہ θ_{ar} کے سائن کے بھی براہ راست تناسب ہے۔ منفی میکانی قوت مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ θ_{ar} کے الٹ جانب ہے یعنی یہ میکانی قوت مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی جانب کو ہے۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک برابر مگر الٹ سمتوں میں میکانی قوت مروڑ ہوتا ہے البتہ ساکن حصے کا قوت مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہو جاتا ہے جبکہ گھومتے حصے کا میکانی قوت مروڑ اس حصے کو گھماتا ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ برقی رو کے براہ راست تناسب ہے لہذا τ_a اور i_a آپس میں براہ راست تناسب ہیں جبکہ τ_r اور i_r آپس میں براہ راست تناسب ہیں۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات 5.83 اور 5.90 ایک جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل برابر ہیں۔

⁴⁹axis
⁵⁰axial length



شکل 5.28: مقناطیسی بہاد اور ان کے زاویے۔

شکل 5.28 میں ایک مرتبہ پھر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں بائیں جانب تیکون ΔAEC اور ΔBEC میں مشترکہ ہے اور ان دو تیکونوں سے واضح ہے کہ

$$(5.91) \quad CE = \tau_r \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.92) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اسی طرح شکل 5.28 کے دائیں جانب تیکون ΔMWQ اور تیکون ΔSWQ میں WQ کا طرف مشترکہ ہے اور ان دو تیکونوں سے واضح ہے کہ

$$(5.93) \quad WQ = \tau_a \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_r$$

اب اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.94) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

مساوات 5.90 مساوات 5.92 اور مساوات 5.94 کو ایک جگہ لکھتے ہیں۔

$$(5.95) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

ان مساوات سے یہ واضح ہے کہ میکانی قوت مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے یا پھر ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ اور کل مقناطیسی دباؤ اور ان دو کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکانی قوت مروڑ دو مقناطیسی دباؤ کے آپس میں رد عمل کی وجہ سے وجود میں آتا ہے اور یہ ان مقناطیسی دباؤ کی چوٹی اور ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ سب کا آپس میں تعلق رکھتے ہیں لہذا ان مساوات کو کئی مختلف طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} اور وہاں کثافت مقناطیسی بہاؤ B_{ar} کا تعلق

$$(5.96) \quad B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g}$$

استعمال کر کے مساوات 5.95 کے آخری جزو کو یوں لکھا جاسکتا ہے

$$(5.97) \quad T_m = -\frac{P}{2} \pi r l \tau_r B_{ar} \sin \theta_r$$

مقناطیسی آلوں میں مقناطیسی قالب کی مقناطیسی مستقل μ کی محدود صلاحیت کی وجہ سے قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک ٹیلا تک ہی بڑھائی جاسکتی ہے۔ لہذا مشین بناتے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا پڑتا ہے۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے یہ لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جاسکتا ہے جہاں تک اس لچھے کو ٹھنڈا کرنا ممکن ہو۔ لہذا مقناطیسی دباؤ کو اس حد کے اندر رکھنا پڑتا ہے۔ چونکہ اس مساوات میں یہ دو بہت ضروری حدیں واضح طور پر سامنے ہیں اس لئے یہ مساوات مشین بنانے کی غرض سے بہت اہم ہے۔

اس مساوات کی ایک اور بہت اہم شکل اب دیکھتے ہیں۔ ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ ϕ_P ایک قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ $B_{اوسط}$ ضرب ایک قطب کا رقبہ A_P ہوتا ہے۔ جہاں

$$(5.98) \quad B_{اوسط} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos \theta \, d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

$$(5.99) \quad A_P = \frac{2\pi r l}{P}$$

لہذا

$$(5.100) \quad \phi_P = \frac{2B_0}{\pi} \frac{2\pi r l}{P}$$

اور

$$(5.101) \quad T_m = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_{ar} \tau_r \sin \theta_r$$

یہ مساوات معاصر مشینوں کے لئے بہت کارآمد ہے۔

باب 6

یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

جیسا کہ نام سے واضح ہے یہ وہ گھومنے والی مشین ہے جو ایک ہی رفتار سے گھومتی ہے اور یہ رفتار اس کو دیئے گئے برقی دباؤ کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

جب کسی جزیئر پر بوجھ تبدیل کیا جائے یا اسے فراہم میکانیکی طاقت فراہم کرنے والے کی رفتار تبدیل کی جائے تو جزیئر نئی صورت حال کے مطابق چند ہی لمحات میں دوبارہ برقرار صورت اختیار کر لیتا ہے۔ اس برقرار چالو صورت میں اس کی رفتار، برقی دباؤ، برقی رو، درجہ حرارت وغیرہ مقررہ رہتے ہیں۔ اسی طرح اگر موٹر پر بوجھ تبدیل ہو تو اسے درکار طاقت اور برقی رو تبدیل ہوں گے۔ بوجھ تبدیل ہونے سے پہلے موٹر برقرار مقررہ برقی رو حاصل کرتا رہتا ہے اور اس کا درجہ حرارت ایک مقررہ قیمت پر رہتا ہے۔ اسی طرح بوجھ تبدیل ہونے کے چند ہی لمحات میں یہ دوبارہ ایک نئی برقرار چالو صورت اختیار کر لیتا ہے جہاں اس کی برقی رو ایک نئی قیمت پر برقرار رہتی ہے اور اس کا درجہ حرارت بھی ایک نئی قیمت اختیار کر لیتا ہے۔ دو مختلف برقرار چالو، یکساں صورتوں کے درمیان چند لمحات کے لئے مشین عارضی صورت¹ میں ہوتا ہے۔ اس باب میں یکساں حال، برقرار چالو² مشین پر تبصرہ کیا جائے گا۔

معاصر آلوں میں عموماً قوی لچھا ساکن رہتا ہے جبکہ میدانی لچھا معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔ قوی لچھوں کی برقی رو میدانی لچھوں کی برقی رو کی نسبت بہت زیادہ ہوتی ہے اور اسے سرک چھلوں کے ذریعہ گزارنا نہایت مشکل ہوتا ہے لہذا قوی لچھوں کو ساکن رکھا جاتا ہے جبکہ میدانی لچھوں کو گھمایا جاتا ہے۔

transient state¹
steady state²

ہم یہ دیکھ چکے ہیں کہ تین دوری لپٹے ساکن لچھوں میں اگر متوازن تین دوری برقی رو ہو تو یہ ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے۔ اس گھومتے موج کی رفتار کو معاصر رفتار³ کہتے ہیں۔ معاصر مشین کا گھومتا حصہ اسی رفتار سے گھومتا ہے۔

معاصر مشین کے میدانی لچھے کو یک سمتی برقی رو درکار ہوتی ہے جو یا تو سرک چھلوں کے ذریعہ اس تک باہر سے پہنچائی جاتی ہے یا پھر مشین کے دھرے پر ہی نسب ایک چھوٹی یک سمتی جزیئر سے اسے فراہم کی جاتی ہے۔

میدانی لچھا ایک میدانی مقناطیسی دباؤ کو جنم دیتی ہے جو اس لچھے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتی ہے۔ لہذا معاصر مشین کے گھومتے اور ساکن لچھوں کے مقناطیسی دباؤ معاصر رفتار سے ہی گھومتے ہیں۔ اسی وجہ سے انہیں معاصر مشین کہتے ہیں۔

6.1 متعدد مرحلہ معاصر مشین

معاصر مشین عموماً تین دوری ہوتے ہیں۔ ان کے تین دوری ساکن قوی لچھے خلاء میں 120° برقی زاویہ پر نسب ہوتے ہیں جبکہ اس کے میدانی لچھے گھومتے حصے پر نسب ہوتے ہیں اور ان میں یک سمتی برقی رو ہوتی ہے۔

اگر مشین کے گھومتے حصے کو بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جائے تو یہ مشین ایک معاصر جزیئر کے طور پر کام کرتی ہے اور اس کے تین دوری ساکن قوی لچھوں میں تین دوری برقی دباؤ پیدا ہوتی ہے جس کا برقی تعدد گھومنے کے رفتار پر منحصر ہوتا ہے۔ اس کے برعکس اگر مشین کے تین مرحلہ ساکن قوی لچھوں کو تین دوری برقی طاقت مہیا کیا جائے تو یہ ایک معاصر موٹر کے طور پر کام کرتی ہے جو معاصر رفتار سے گھومتی ہے۔ مشین کی کل برقی قوت کے چند فی صد برابر برقی قوت اس کے میدان لچھے کو درکار ہوتی ہے۔ گھومتے لچھے تک برقی دباؤ مختلف طریقوں سے پہنچائی جاتی ہے۔ شکل 6.1 میں گھومتے لچھے تک موصل سرکے چھل⁴ کی مدد سے یک سمتی برقی رو پہنچانے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ یہ سرک چھلے اسی دھرے پر نسب ہوتے ہیں جس پر گھومتا لچھا نسب ہوتا ہے اور یہ اس لچھے کے ساتھ یکساں طور پر گھومتے ہیں۔ سرک چھلوں کے بیرونی سطح پر کاربن کے ساکن بُش، اسپرنگ کی مدد سے ان کے ساتھ دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ جب مشین چلتی ہے کاربن کے بُش ان سرک چھلوں پر سرکتے ہیں۔ اسپرنگ کا دباؤ ان کا

synchronous speed³
slip rings⁴



شکل 6.1: کاربن بُش اور سرک چھلوں سے لچھے تک برقی رو پہنچایا گیا ہے۔

برقی جوڑ مضبوط رکھتا ہے اور ان کے مابین چنگاریاں نہیں نکلتی۔ کاربن بُش کے ساتھ برقی تار لگی ہے۔ اس طرح ایک سمتی برقی رو I_r ، کاربن بُش⁵ سے سرک چھلوں اور یہاں سے گھومتے لچھے تک پہنچتی ہے۔

بڑے معاصر مشین میں میدانی یک سمتی برقی رو عموماً ایک بدلتی رو برقی جزیئر سے حاصل کی جاتی ہے جو معاصر مشین کے دھرے پر ہی نسب ہوتی ہے اور اس کے ساتھ یکساں طور پر گھومتی ہے۔ اس چھوٹے جزیئر کی برقی دباؤ کو دھرے پر ہی نسب الیکٹرانکس کی مدد سے ایک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں سرک چھلے کی ضرورت نہیں رہتی۔ سرک چھلے رگڑ کی وجہ سے خراب ہوتے ہیں جس کی وجہ سے معاصر مشین کو مرمت کی خاطر بند کرنا پڑتا ہے جو بہت مہنگا پڑتا ہے۔

اُبھرے قطب⁶ مشین پانی سے چلنے والے سست رفتار جزیئر اور عام استعمال کے موٹروں کے لئے موزوں ہوتے ہیں جبکہ ہموار قطب⁷ مشین تیز رفتار دو یا چار قطب والے ٹربائن جزیئروں کے لئے موزوں ہوتے ہیں۔

کسی بھی مملکت کو درکار برقی توانائی ایک برقی جزیئر سے دینا ممکن نہیں، لہذا حقیقت میں کچھ درجنوں سے لیکر کئی سو برقی جزیئر بیک وقت یہ فرغہ سرانجام دے رہے ہوتے ہیں۔ ایک سے زیادہ جزیئر استعمال کرنا فائدہ مند ثابت ہوتا ہے۔ اول تو برقی توانائی کی ضرورت کے مطابق جزیئر چالو کئے جاسکتے ہیں اور پھر ان جزیئروں کو ضرورت کی جگہ کے ممکنہ طور پر قریب نسب کیا جاسکتا ہے۔ کسی بھی اس طرح کے بڑے نظام میں ایک جزیئر کی حیثیت بہت کم ہو جاتی ہے۔ ایک جزیئر چالو یا بند کرنے سے پورے نظام پر کوئی خاص فرق نہیں پڑتا۔ اس صورت میں ہم

carbon bush⁵
salient poles⁶
non-salient poles⁷

اس نظام کو ایک مقررہ برقی دباؤ اور ایک مقررہ برقی تعدد رکھنے والا نظام تصور کر سکتے ہیں۔ معاصر جزیروں کے کئی اہم پہلو با آسانی سمجھے جاسکتے ہیں اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ یہ ایک ایسے ہی نظام سے جوڑا گیا ہے۔

مساوات 5.101 ایک معاصر مشین کا قوت مروڑ بتلاتا ہے۔ اس مساوات کے مطابق برقی مقناطیسی قوت مروڑ کی کوشش ہوتی ہے کہ وہ مشین میں موجود عمل کرنے والے مقناطیسی دباؤ کو سیدھ میں لائے۔ برقرار چالو مشین کا برقی مقناطیسی قوت مروڑ اور اس کے دھرے پر لاگو میکانی قوت مروڑ برابر ہوتے ہیں۔ جب مشین ایک جزیئر کی حیثیت سے استعمال ہو تب میکانی طاقت دھرے کو گھماتا ہے اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ کل مقناطیسی دباؤ سے گھومنے کی سمت میں آگے ہوتا ہے۔ مساوات 5.101 سے حاصل قوت مروڑ اس صورت میں گھومنے کو روکنے کی کوشش کرتا ہے۔ میکانی طاقت چلتے پانی، ایندھن سے چلتے انجن وغیرہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ اسی طرح اگر مشین ایک موٹر کی حیثیت سے استعمال ہو رہا ہو، تب صورت اس کے بالکل الٹ ہوگی۔

اگر کل مقناطیسی بہاؤ ϕ_{ar} اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ τ_r تبدیل نہ ہو تب اسی مساوات کے مطابق مشین کا قوت مروڑ $\sin \theta_r$ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ اگر زاویہ θ_r صفر ہو تب یہ قوت مروڑ بھی صفر ہو گا۔ اب تصور کریں کہ یہی مشین ایک موٹر کے طور پر استعمال ہو رہی ہو۔ جیسے جیسے موٹر پر لدا میکانی بوجھ بڑھایا جائے ویسے ویسے اس کے دھرے پر میکانی قوت مروڑ بڑھے گی۔ موٹر کو برابر کا برقی مقناطیسی قوت مروڑ پیدا کرنا ہو گا جو یہ زاویہ بڑھا کر کرتا ہے۔ یہاں یہ سمجھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر وقت معاصر رفتار سے ہی گھومتا ہے اور وہ یہ زاویہ پل بھر کے لئے آہستہ ہو کر ضرورت کے مطابق درست کرتا ہے۔ یعنی موٹر کا زاویہ θ_r ہر وقت میکانی قوت مروڑ کا تعقب⁸ کرتی ہے۔

اگر موٹر پر لدا میکانی بوجھ بتدریج بڑھایا جائے تو ایک لمحہ آئے گا جب زاویہ θ_r نوے درجہ یعنی $\frac{\pi}{2}$ ریڈیئن تک پہنچ جائے گا۔ اس لمحہ موٹر اپنی انتہائی قوت مروڑ⁹ پیدا کر رہی ہوگی۔ اگر بوجھ مزید بڑھایا جائے تو موٹر کسی بھی صورت میں اس کے مقابلے کا قوت مروڑ نہیں پیدا کر سکتی اور یہ موٹر رکھ جائے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ موٹر نے غیر معاصر¹⁰ صورت اختیار کر لی ہے۔ مساوات سے یہ ظاہر ہے کہ کل مقناطیسی بہاؤ یا گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ بڑھا کر اس انتہائی قوت مروڑ کی مقدار بڑھائی جاسکتی ہے۔

یہی صورت اگر مشین برقی جزیئر کے طور پر استعمال کی جائے سامنے آتی ہے۔ جب بھی مشین غیر معاصر صورت اختیار کرے اسے جلد خود کار دور شکن¹¹ کی مدد سے برقی بھم رسانی سے الگ کر دیا جاتا ہے۔

hunting⁸
pull out torque⁹
lost synchronism¹⁰
circuit breaker¹¹

ہم نے دیکھا کہ ایک معاصر موٹر صرف اور صرف معاصر رفتار سے ہی گھوم سکتی ہے اور صرف اسی رفتار پر گھومتی صورت میں قوت مروڑ پیدا کر سکتی ہے لہذا اگر اسے ساکن حالت سے چالو کرنے کی کوشش کی جائے تو یہ کوشش ناکام رہے گی۔ ایسے موٹر کو پہلے کسے اور طریقے سے معاصر رفتار تک لایا جاتا ہے اور پھر اسے چالو کیا جاتا ہے۔ ایسا عموماً ایک چھوٹی امالہ¹² کی مدد سے کیا جاتا ہے جو بے بوجھ معاصر موٹر کو، اس کے معاصر رفتار تک لے آتا ہے اور پھر اس معاصر موٹر کو چالو کیا جاتا ہے۔ ایسی امالہ موٹر معاصر موٹر کے دھرے پر ہی نسب ہوتی ہے۔

6.2 معاصر مشین کے امالہ

ہم تصور کرتے ہیں کہ مشین دو قطب اور تین دوری ہے اور اس کے لچھے ستارہ نما جڑے ہیں۔ اس طرح لچھوں میں برقی رو، تار برقی رو¹³ ہی ہو گی اور ان پر لاگو برقی دباؤ، یک دوری برقی دباؤ ہو گی۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

شکل 6.2 میں ایک ایسا تین دوری دو قطب معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا حصہ نکلی نما ہے۔ اس کو دو قطب کا مشین یا پھر P قطب کے مشین کا دو قطب کا حصہ سمجھا جاسکتا ہے۔

یہاں کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں لیکن حقیقت میں پھیلے لچھے ہی استعمال ہوتے ہیں اور انہیں درحقیقت پھیلے لچھے ہی سمجھا جائے۔ اس طرح ہر لچھا سائن نما برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جس کی چوٹی لچھے کی مقناطیسی محور کی سمت میں ہوتی ہے۔ چونکہ معاصر مشین میں گھومتے لچھے میں یک سمتی رو ہی ہوتا ہے لہذا اس کا مقناطیسی دباؤ ہر لمحہ گھومتے حصے کی مقناطیسی محور کی سمت میں ہی رہتا ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ گھومتے حصے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔

ہم فرض کرتے ہیں کہ مشین معاصر رفتار ω سے گھوم رہی ہے۔ اس طرح اگر لمحہ $t = 0$ پر مرحلہ a^{14} اور گھومتے لچھے کے مقناطیسی محور ایک ہی سمت میں ہوں تب کسی بھی لمحہ پر ان کے مابین زاویہ $\theta = \omega t$ ہو گا۔ امالہ کے حساب لگانے کے لئے شکل 6.2 سے رجوع کریں۔ شکل میں محیط پر خلائی درز یکساں ہے اور اس کی رداسی سمت

induction motor¹²line current¹³phase¹⁴

یہ مساوات زاویہ θ_p کے ساتھ بدلتی کثافتِ مقناطیسی دباؤ B بتلاتی ہے۔ اس لچھے کا ایک قطب پر کل مقناطیسی بہاؤ ϕ کا حساب کرنے کے لئے ہمیں اس مساوات کا سطحی مکمل¹⁵ یوں لینا ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B l \rho d\theta_p \\
 (6.3) \quad &= \mu_0 k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i}{2 l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \theta_p d\theta_p \\
 &= \frac{4 \mu_0 k_w N i l \rho}{\pi l_g}
 \end{aligned}$$

اب ہم اس لچھے کی خود امالہ L مساوات 2.29 میں جزو پھیلاؤ k_w کا اثر شامل کرتے ہوئے حاصل کر سکتے ہیں۔

$$(6.4) \quad L = \frac{\lambda}{i} = \frac{k_w N \phi}{i} = \frac{4 \mu_0 k_w^2 N^2 l \rho}{\pi l_g}$$

یہ مساوات اس شکل میں کسی بھی لچھے کی خود امالہ دیتا ہے۔ یعنی

$$(6.5) \quad L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0} = \frac{4 \mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

اور

$$(6.6) \quad L_{mm0} = \frac{4 \mu_0 k_{wm}^2 N_m^2 l \rho}{\pi l_g}$$

6.2.2 مشترکہ امالہ

اب ہم دو لچھوں کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ تصور کریں کہ صرف گھومتا لچھا مقناطیسی بہاؤ پیدا کر رہا ہے۔ ہم اس کا وہ حصہ جو a لچھے سے گزرے کا حساب لگا کر ان کا مشترکہ امالہ حاصل کریں گے۔ شکل 6.2 میں گھومتے اور a لچھے کے مابین کا زاویہ θ ہے۔ اس صورت میں وہ مقناطیسی بہاؤ جو $(\frac{\pi}{2} - \theta) < \theta_p < (\frac{\pi}{2} + \theta)$ کے مابین

¹⁵ surface integral

ہو، a لچھے سے گزرے گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا حساب مساوات 6.3 میں مکمل کے حدود تبدیل کر کے یوں حاصل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi_{am} &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} B l \rho d\theta_p \\
 (6.7) \quad &= \mu_0 k_{wm} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} \cos \theta_p d\theta_p \\
 &= \frac{4\mu_0 k_{wm} N_m i_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta
 \end{aligned}$$

اس مساوات سے ان کا مشترکہ امالہ یہ ہے

$$(6.8) \quad L_{am} = \frac{\lambda_{am}}{i_m} = \frac{k_{wa} N_a \phi_{am}}{i_m} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta$$

اس کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(6.9) \quad L_{am} = L_{am0} \cos \theta$$

جہاں جیسے پہلے ذکر ہوا زاویہ θ گھومنے کی رفتار پر منحصر ہے یعنی $\theta = \omega t$ اور L_{am0} یہ ہے

$$(6.10) \quad L_{am0} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g}$$

اگرچہ یہ مساوات ایک گھومتے اور ایک ساکن لچھے کے لئے نکالا گیا ہے درحقیقت یہ اس شکل میں کسی بھی دو لچھوں کے لئے درست ہے۔ یہ دونوں لچھے ساکن ہوتے تب بھی جواب یہی آتا۔ اگر یہ دونوں گھومتے ہوتے تب بھی جواب یہی آتا۔ لہذا دو ساکن یکساں لچھے مثلاً a اور b جن کے مابین 120° کا زاویہ ہے کا آپس کا مشترکہ امالہ یہ ہو گا

$$(6.11) \quad L_{ab} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wb} N_a N_b l \rho}{\pi l_g} \cos 120^\circ = -\frac{2\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

جہاں دونوں لچھے بالکل یکساں ہونے کی بدولت $k_{wb} = k_{wa}$ اور $N_b = N_a$ لئے گئے ہیں۔ اگر تینوں ساکن لچھے بالکل یکساں ہوں تب ہم اس مساوات اور مساوات 6.5 کی مدد سے یہ لکھ سکتے ہیں۔

$$(6.12) \quad L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{L_{aa0}}{2}$$

6.2.3 معاصر امالہ

مشین پر لاگو برقی دباؤ کو مشین کے لچھوں کی خود امالہ، مشترکہ امالہ اور لچھوں میں برقی رو کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہم پہلے لچھوں کی ارتباط بہاول λ کو ان کے امالہ اور ان میں برقی رو کی مدد سے یوں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \\ \lambda_b &= L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bm}I_m \\ \lambda_c &= L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cm}I_m \\ \lambda_m &= L_{ma}i_a + L_{mb}i_b + L_{mc}i_c + L_{mm}I_m\end{aligned}\quad (6.13)$$

ان مساوات میں ساکن لچھوں کے بدلتی برقی رو کو چھوٹے حروف یعنی i_a, i_b, i_c سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ گھومتے میدان لچھے کے یک سمتی برقی رو کو بڑے حرف I_m سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ان چار مساوات میں سے ہم کسی ایک کو چُنتے ہیں اور اسے حل کرتے ہیں۔ چونکہ یہ چاروں مساوات ایک طرح کے ہیں اس لئے باقی بھی ایسے ہی حل ہوں گے۔ ہم ان میں سے پہلے مساوات لیتے ہیں یعنی

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \quad (6.14)$$

مساوات 6.5 ہمیں a لچھے کا خود امالہ دیتا ہے۔ یہ مساوات یہ تصور کر کے نکالا گیا تھا کہ اس لچھے کا پورا مقناطیسی بہاول خلائی درز سے گزرتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا اور کچھ مقناطیسی بہاول اس خلائی درز میں سے گزر کر دوسری جانب نہیں پہنچتا۔ ایسے مقناطیسی بہاول کی وجہ سے رستا امالہ L_{al} وجود میں آتا ہے۔ یہ بالکل ٹرانسفارمر کے رستا امالہ کی طرح ہے۔ یوں اس لچھے کا کل خود امالہ L_{aa} یہ ہے۔

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{al} \quad (6.15)$$

ہم مساوات 6.5، مساوات 6.9، مساوات 6.12 اور مساوات 6.15 کی مدد سے مساوات 6.14 کو یوں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}i_b - \frac{L_{aa0}}{2}i_c + L_{am0}I_m \cos \omega t \\ &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}(i_b + i_c) + L_{am0}I_m \cos \omega t\end{aligned}\quad (6.16)$$

اب تین دوری برقی رو مجموعہ صفر ہوتا ہے یعنی

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (6.17)$$

لہذا مساوات 6.16 میں اس کو استعمال کرتے ملتا ہے

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al}) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} (-i_a) + L_{am0} I_m \cos \omega t \\
 (6.18) \quad &= \left(\frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al} \right) i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t \\
 &= L_s i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t
 \end{aligned}$$

جہاں

$$(6.19) \quad L_s = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al}$$

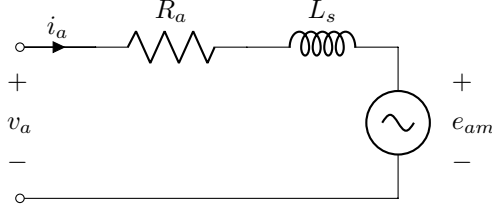
کو معاصر امالہ¹⁶ کہتے ہیں۔

اس مساوات اور مساوات 5.48 پر ایک مرتبہ دوبارہ غور کریں۔ یہ دونوں ملتے جلتے ہیں۔ وہاں کل گھومتا مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ کے $\frac{3}{2}$ گھٹنا تھا اور یہاں معاصر امالہ ایک لچھے کی امالہ کے $\frac{3}{2}$ گھٹنا ہے۔ یہ دو مساوات درحقیقت ایک ہی حقیقت کے دو پہلو ہیں۔

معاصر امالہ تین حصوں پر مشتمل ہے۔ پہلا حصہ L_{aa0} ہے جو a لچھے کا خود امالہ ہے۔ دوسرا حصہ $\frac{L_{aa0}}{2}$ اس لچھے یعنی a لچھے کا باقی دو لچھوں کے ساتھ اُس صورت میں مشترکہ امالہ ہے جب مشین میں تین دوری متوازن برقی رو ہو۔ تیسرا حصہ L_{al} لچھے a کا رستا امالہ ہے۔ اس طرح معاصر امالہ مشین کے ایک لچھے کا ظاہری امالہ ہوتا ہے جب مشین میں متوازن برقی رو ہو۔

مثال 6.1: ایک معاصر جزیئر کی یک دوری کل خود امالہ 2.2 mH اور رستا امالہ 0.2 mH ہیں۔ اس مشین کے دو مرحلوں کا آپس میں مشترکہ امالہ اور مشین کا معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: چونکہ $L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$ لہذا $L_{aa0} = 2 \text{ mH}$ ہے۔ مساوات 6.12 کی مدد سے $L_{ab} = -1 \text{ mH}$ اور مساوات 6.19 کی مدد سے $L_s = 3.2 \text{ mH}$ ہے۔
□



شکل 6.3: معاصر موٹر کا مساوی دور یاریاضی نمونہ۔

6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یاریاضی نمونہ

لچھا a پر لاگو برقی دباؤ اس لچھے کی مزاحمت R_a میں برقی دباؤ کے گٹھنے اور λ_a کے برقی دباؤ کے برابر ہوگا، یعنی

$$\begin{aligned}
 v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \\
 (6.20) \quad &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} - \omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{am}
 \end{aligned}$$

یہاں

$$\begin{aligned}
 e_{am} &= -\omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 (6.21) \quad &= \omega L_{am0} I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned}$$

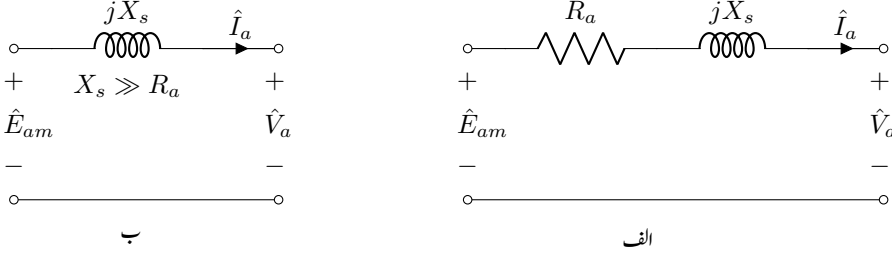
کو نیچائی برقی دباؤ یا اندرونی پیدا برقی دباؤ کہتے ہیں جو گھومتے لچھے سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے وجود میں آتی ہے۔ اس کے موثر قیمت $E_{am,rms}$ مساوات 1.42 کی مدد سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(6.22) \quad E_{am,rms} = \frac{\omega L_{am0} I_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f L_{am0} I_m$$

مساوات 6.20 کو ایک برقی دور سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جسے شکل 6.3 میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی برقی آلہ پر جب برقی دباؤ لاگو کیا جائے تو برقی رو کی مثبت سمت لاگو برقی دباؤ کے مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہوتی ہے۔ لہذا اس شکل میں برقی رو i_a لاگو برقی دباؤ v_a کی مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہے۔ یہ شکل ایک موٹر کو ظاہر کرتی ہے جہاں موٹر کے مثبت سرے پر برقی رو اندر کی جانب کو ہوتا ہے۔ اگر موٹر کی بجائے ایک معاصر جزیئر کی بات



شکل 6.4: معاصر جزیئر کا مساوی دور پاراضی نمونہ۔



شکل 6.5: معاصر جزیئر کے مساوی ادوار۔

ہوتی تو یہ جزیئر برقی دباؤ پیدا کرتا اور برقی رو اس جزیئر کی مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہوتی۔ اس صورت میں ہمیں شکل 6.3 کی جگہ شکل 6.4 ملے گا۔ اس شکل کی مساوات اسی شکل سے یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$(6.23) \quad e_{am} = i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + v_a$$

یہاں یہ دھیان رہے کہ جزیئر کے مساوی دور میں برقی رو کی مثبت سمت موٹر کے مساوی دور میں برقی رو کی مثبت سمت کے الٹ ہے۔ اس کا دوری سمتیہ مساوات یوں لکھا جائے گا۔

$$(6.24) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s + \hat{V}_a$$

اس دوری سمتیہ کے مساوات کو شکل 6.5-الف میں دکھایا گیا ہے۔ عام حالات میں X_s کی مقدار R_a سے سو سے دو سو گنا زیادہ ہوتی ہے۔

مثال 6.2: دو قطب 50 ہرٹز کا ایک معاصر جزیئر 40 ایمپیئر میدانی برقی رو پر 2100 وولٹ یک دوری موٹر برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔ اس مشین کی قوی اور میدانی لچھوں کے مابین مشترکہ امالہ حاصل کریں۔

حل: مساوات 6.22 سے

$$(6.25) \quad L_{am} = \frac{\sqrt{2}E_{am}}{\omega I_m} = \frac{\sqrt{2} \times 2100}{2 \times \pi \times 50 \times 40} = 0.2363 \text{ H}$$

□

6.4 برقی طاقت کی منتقلی

شکل 3.23 ٹرانسفارمر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) اور شکل 6.5 معاصر جزیرہ کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) ہے۔ دونوں بالکل ایک طرح کے ہیں، لہذا مندرجہ ذیل بیان دونوں کے لئے درست ہوگا، اگرچہ یہاں ہمیں صرف معاصر آلوں سے دلچسپی ہے۔

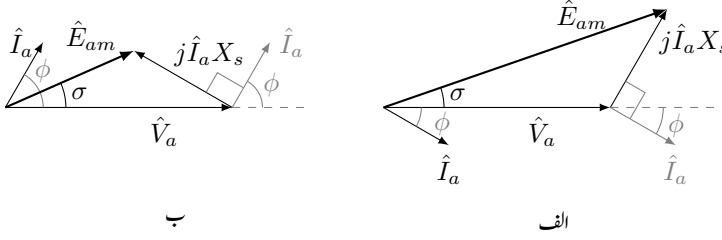
معاصر آلوں میں معاصر متعاملہ لچھے کی مزاحمت سے بہت زیادہ ہوتا ہے لہذا اس کے مزاحمت کو نظر انداز کیا جا سکتا۔ ایسا ہی شکل کے حصہ بائیں کیا گیا ہے۔

شکل 6.5-ب کو اگر ہم ایک لمحے کے لئے ایک سادہ برقی دور سمجھیں جس کے بائیں جانب \hat{E}_{am} اور دائیں جانب \hat{V}_a برقی دباؤ ہے جن کے مابین ایک متعاملہ jX_s جڑا ہے۔ اس برقی دور میں برقی طاقت کے منتقلی کا حساب یوں ممکن ہے۔

شکل 6.5-ب کی دوری سمتیہ شکل 6.6 میں دی گئی ہے۔ شکل 6.6-الف میں برقی رو \hat{I}_a برقی دباؤ \hat{V}_a سے ϕ زاویہ پیچھے ہے اور شکل 6.6-ب میں برقی رو ϕ زاویہ برقی دباؤ سے آگے ہے۔ چونکہ زاویہ افقی سمت سے گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے لہذا شکل-الف میں ϕ منفی زاویہ ہے اور σ مثبت زاویہ ہے جبکہ شکل-ب میں دونوں زاویے مثبت ہیں۔

دائیں جانب طاقت p_v منتقل ہو رہی ہے جہاں

$$(6.26) \quad p_v = V_a I_a \cos \phi$$



شکل 6.6: معاصر جزیرہ کا دوری سمتیہ۔

کے برابر ہے۔ شکل 6.6-الف سے

$$\begin{aligned}
 \hat{I}_a = I_a / \phi_a &= \frac{\hat{E}_{am} - \hat{V}_a}{j X_s} \\
 (6.27) \quad &= \frac{E_{am} \angle \sigma - V_a \angle 0}{X_s \angle \frac{\pi}{2}} \\
 &= \frac{E_{am} \angle \sigma - \pi/2 - V_a \angle -\pi/2}{X_s}
 \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ایک دوری سمتیہ کے دو جزو ہوتے ہیں۔ اس کا حقیقی جزو افقی سمت میں بنایا جاتا ہے اور اس کا فرضی جزو حقیقی جزو کے عمود میں بنایا جاتا ہے۔ شکل 6.6 سے واضح ہے کہ اس مساوات کا حقیقی جزو \hat{V}_a کے ہم قدم ہے لہذا

$$\begin{aligned}
 I_a \cos \phi_a &= \frac{E_{am}}{X_s} \cos \left(\sigma - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{V_a}{X_s} \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) \\
 (6.28) \quad &= \frac{E_{am}}{X_s} \sin \sigma
 \end{aligned}$$

اس مساوات اور مساوات 6.26 سے حاصل ہوتا ہے

$$(6.29) \quad p_v = \frac{V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

تین دوری معاصر مشین کے لئے اس مساوات کو تین سے ضرب دیں یعنی

$$(6.30) \quad p_v = \frac{3 V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

یہ طاقت بالمقابل زاویہ¹⁷ کا قانون ہے۔ اگر V_a معین ہو تو جزیرہ E_{am} یا σ بڑھا کر طاقت بڑھا سکتا ہے۔ E_{am} گھومتے لچھے میں برقی رو بڑھا کر بڑھائی جاتی ہے۔ البتہ یہ ایک حد تک کرنا ممکن ہے۔ لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی

¹⁷ power-angle law

ضائع ہونے سے یہ گرم ہوتا ہے اور اس کی حرارت کو خطرناک حد تک پہنچنے نہیں دیا جاسکتا۔ دوسری جانب σ کو نوے زاویہ تک بڑھایا جاسکتا ہے اور اس صورت میں جزیئر زیادہ سے زیادہ طاقت مہیا کرے گا۔

$$(6.31) \quad p_{v, \text{انتہا}} = \frac{3V_a E_{am}}{X_s}$$

حقیقت میں جزیئر کو اس طرح بنایا جاتا ہے کہ اس کی زیادہ سے زیادہ قابل استعمال طاقت نوے درجے سے کافی کم زاویہ پر ہو۔ نوے درجے پر جزیئر کو قابو رکھنا مشکل ہو جاتا ہے۔

مثال 6.3: ایک 50 قطب ستارہ جڑی تین دوری 50 ہرٹز 2300 وولٹ تار کی برقی دباؤ پر چلنے والی 1800 کلو وولٹ-ایمپیئر کی معاصر مشین کی ایک دوری معاصر امالہ 2.1 اوہم ہے۔

• مشین کے برقی سروں پر 2300 وولٹ تار کی برقی دباؤ مہیا کرتے ہوئے اگر اس کی میدانی برقی رواتی رکھی جائے کہ پورے بوجھ پر مشین کا جزو طاقت ایک کے برابر ہو تو اس سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جاسکتی ہے۔

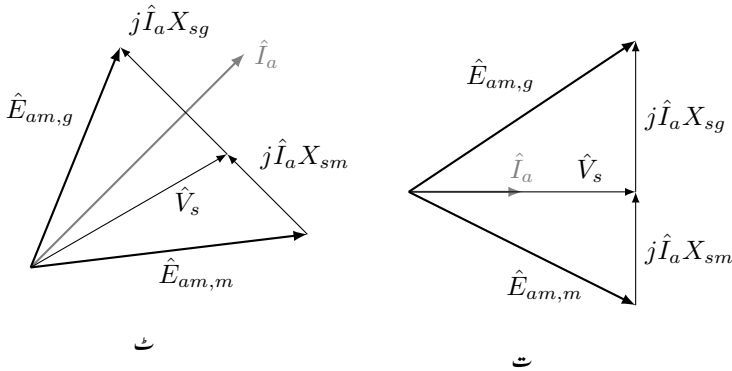
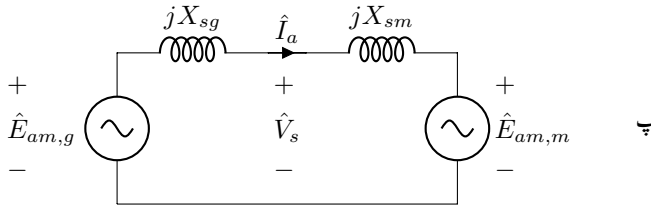
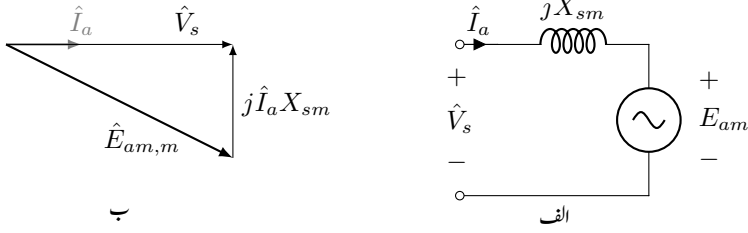
• اگر اسے 2 قطب 3000 چکرنی منٹ تین دوری ستارہ جڑی 2300 وولٹ تار کی برقی دباؤ پیدا کرنے والی 2200 کلو وولٹ-ایمپیئر کی معاصر جزیئر سے چلایا جائے جس کی ایک دوری معاصر امالہ 2.3 اوہم ہو۔ موٹر پر اس کا پورا برقی بوجھ لاد کر جزیئر کو معاصر رفتار پر چلاتے ہوئے دونوں مشینوں کی میدانی برقی رو تبدیل کی جاتی ہے حتیٰ کہ موٹر ایک جزو طاقت پر چلنے لگے۔ دونوں مشینوں کی میدانی برقی رو یہاں برقرار رکھ کر موٹر پر بوجھ آہستہ آہستہ بڑھائی جاتی ہے۔ اس صورت میں موٹر سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے اور اس کی سروں پر تار کی برقی دباؤ کتنی ہوگی۔

حل:

• شکل 6.7-الف اور 6.7-ب سے رجوع کریں۔ ایک دوری برقی دباؤ اور کل برقی رو یہ ہیں

$$\frac{2300}{\sqrt{3}} = 1327.9 \text{ V}$$

$$\frac{1800000}{\sqrt{3} \times 2300} = 451.84 \text{ A}$$



شکل 6.7: معاصر جزئی معاصر موٹر چارٹی ہے۔

لہذا

$$\begin{aligned}
 \hat{E}_{am,m} &= \hat{V}_a - j\hat{I}_a X_{s,m} \\
 &= 1327.9/0^\circ - j451.84/0^\circ \times 2.1 \\
 &= 1327.9 - j948.864 \\
 &= 1632/-35.548^\circ
 \end{aligned}$$

ہے۔ یوں مساوات 6.31 سے یک دوری زیادہ سے زیادہ برقی طاقت

$$p_{\text{اِتہا}} = \frac{1327.9 \times 1632}{2.1} = 1\,031\,968\text{ W}$$

ہے۔ یوں تین دوری زیادہ سے زیادہ طاقت 3 095 904 واٹ ہوگی۔ 50 ہرٹز اور 50 قطب سے مشین کی معاصر میکانی رفتار مساوات 5.51 کی مدد سے دو چکر فی سیکنڈ حاصل ہوتی ہے یعنی $f_m = 2$ ۔ یوں مشین سے زیادہ سے زیادہ قوت مرؤ

$$T_{\text{اِتہا}} = \frac{p_{\text{اِتہا}}}{2\pi f_m} = \frac{3095904}{2 \times \pi \times 2} = 246\,364\text{ N m}$$

حاصل ہوگی۔

- شکل 6.7- پ سے رجوع کریں۔ پہلی جزو کی طرح یہاں بھی موٹر کی برقی سروں پر تار کی برقی دباؤ 2300 وولٹ اور اس کی محرک برقی دباؤ 1632 وولٹ ہے۔ جزئیہ کی محرک برقی دباؤ

$$\begin{aligned}
 \hat{E}_{am,g} &= \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_{s,g} \\
 &= 1327.9/0^\circ + j451.84/0^\circ \times 2.3 \\
 &= 1327.9 + j1039.233 \\
 &= 1686/38.047^\circ
 \end{aligned}$$

ہے۔ یہ صورت شکل 6.7- ت میں دکھائی گئی ہے۔

معاصر موٹر اس وقت زیادہ سے زیادہ طاقت پیدا کرے گی جب $\hat{E}_{am,m}$ اور $\hat{E}_{am,g}$ آپس میں 90° زاویہ پر ہوں۔ ایسا شکل 6.7- ٹ میں دکھایا گیا ہے۔

اب مساوات 6.31 میں ایک معاصر امالہ کی جگہ سلسلہ وار جڑی موٹر اور جزئیہ کی امالہ ہیں اور دو برقی دباؤ اب موٹر اور جزئیہ کی محرک برقی دباؤ ہیں۔ یوں موٹر کی یک دوری زیادہ سے زیادہ طاقت

$$p_{\text{اِتہا}} = \frac{1686 \times 1632}{2.3 + 2.1} = 625\,352\text{ W}$$

حاصل ہوں گے۔ یوں تین دوری 1 876 056 واٹ حاصل ہوں گے اور زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ

$$T_{\text{انتہا}} = \frac{1876056}{2 \times \pi \times 2} = 149\,291 \text{ N m}$$

ہوگی۔

□

6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات

6.5.1 معاصر جزیئر: برقی بوجھ بالمقابل I_m کے خطوط

شکل 6.5-ب کے لئے دوری سمتیوں کا مساوات یہ ہے

$$(6.32) \quad \hat{E}_{am} = \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_s$$

اسے یوں لکھ سکتے ہیں

$$(6.33) \quad E_{am}/\sigma = V_a/\sigma + I_a X_s / \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right)$$

اس مساوات کو مخلوط عدد¹⁸ کے طور پر یوں لکھ سکتے ہیں۔

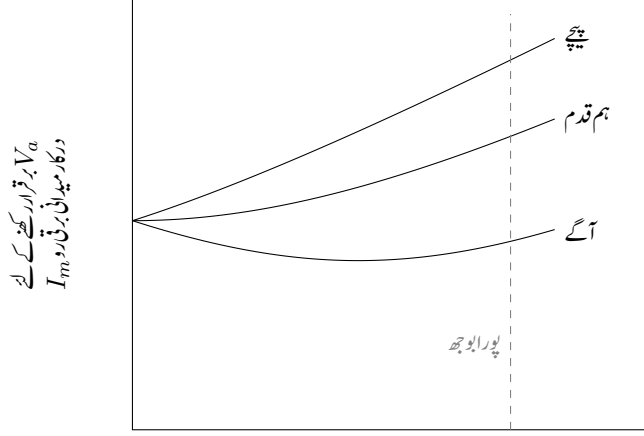
$$\begin{aligned} E_{am} \cos \sigma + j E_{am} \sin \sigma &= V_a \cos 0 + j V_a \sin 0 + I_a X_s \cos \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) + j I_a X_s \sin \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= E_{am,x} + j E_{am,y} \end{aligned}$$

اس مساوات سے \hat{E}_{am} یعنی E_{am} کی مقدار یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned} (6.34) \quad |\hat{E}_{am}| &= E_{am} = \sqrt{E_{am,x}^2 + E_{am,y}^2} \\ &= \sqrt{V_a^2 + (I_a X_s)^2 + 2V_a I_a X_s \sin \phi} \end{aligned}$$

جزیئر کے سروں پر معین V_a رکھتے ہوئے مختلف ϕ کے لئے E_{am} بالمقابل I_a کے خط شکل 6.8 میں دکھائے گئے ہیں۔ چونکہ E_{am} اور I_m براہ راست متناسب ہیں اور اسی طرح کسی ایک مخصوص جزو طاقت اور معین V_a کے لئے جزیئر کا طاقت I_a کے براہ راست متناسب ہوتا ہے لہذا یہی ترسیم I_m بالمقابل جزیئر کے طاقت کو بھی ظاہر کرتا ہے۔

¹⁸ complex number



برقی باریا قوی لچھے کی برقی رو I_a

شکل 6.8: جنرٹر: برقی بوجھ بالمتقابل I_m کے خط

6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالمتقابل I_m کے خط

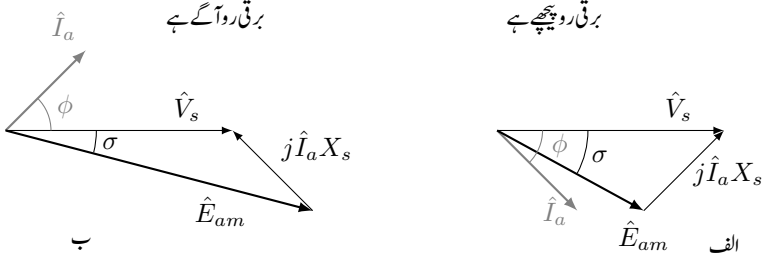
معاصر موٹر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) شکل 6.3 میں دکھایا گیا ہے اور اس کا دوری سمتیہ شکل 6.9 میں دکھایا گیا ہے۔ اس میں مزاحمت نظر انداز کرنے سے اس کی مساوات یوں ہوگی۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_a &= \hat{E}_{am} + j\hat{I}_a X_s \\ V_a/0 &= E_{am}/\sigma + jI_a/\phi X_s \\ &= E_{am}/\sigma + I_a X_s / \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right)\end{aligned}\quad (6.35)$$

اس مساوات میں زاویے موٹر پر لاگو برقی دباؤ \hat{V}_a کے حوالہ سے ہیں، یعنی \hat{V}_a کا زاویہ صفر لیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ زاویہ ناپنے کی مثبت سمت اُفتی کبیر سے گھڑی کی اُلٹی سمت ہے لہذا پیش زاویہ¹⁹ مثبت اور تاخیر زاویہ²⁰ منفی ہیں۔ اس مساوات سے امالی دباؤ E_{am} کی مقدار یوں حاصل ہوگی۔

$$\begin{aligned}E_{am}/\sigma &= V_a/0 - I_a X_s / \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a - I_a X_s \cos \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) - jI_a X_s \sin \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a + I_a X_s \sin \phi - jI_a X_s \cos \phi\end{aligned}$$

leading angle¹⁹
lagging angle²⁰



شکل 6.9: موٹر کا دوری سمتیہ۔
5

لہذا

$$(6.36) \quad |E_{am}| = \sqrt{(V_a + I_a X_s \sin \phi)^2 + (I_a X_s \cos \phi)^2}$$

$$= \sqrt{V_a^2 + I_a^2 X_s^2 + 2V_a I_a X_s \sin \phi}$$

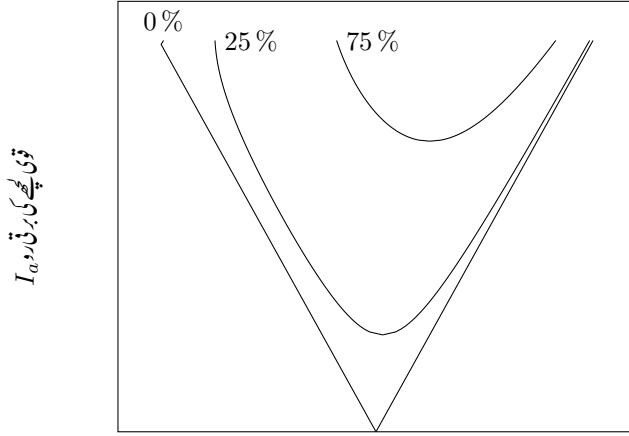
موٹر پر لاگو برقی دباؤ اور اس پر میکانیکی بوجھ کو 0%، 25% اور 75% پر رکھ کر اس مساوات کو شکل 6.10 میں ترسیم کیا گیا ہے۔ یہ موٹر کے E_{am} بالمقابل I_a خط ہیں۔ چونکہ امالی دباؤ I_m کے برابر راست متناسب ہے لہذا یہی موٹر کے I_m بالمقابل I_a خط بھی ہیں۔ ان میں سے ہر خط ایک معین میکانیکی بوجھ p کے لئے ہے جہاں

$$(6.37) \quad p = V_a I_a \cos \phi$$

اس مساوات سے واضح ہے کہ اگر p اور V_a معین ہوں تو جزو طاقت تبدیل کر کے I_a تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ لہذا مساوت 6.36 کو مساوت 6.37 کی مدد سے ترسیم کیا جاتا ہے۔ یہ کچھ یوں کیا جاتا ہے۔ معین V_a اور p کے لئے مختلف I_a پر مساوت 6.37 سے ϕ حاصل کریں۔ ان I_a اور ϕ کو مساوت 6.36 میں استعمال کر کے E_{am} کا حساب لگائیں اور E_{am} بالمقابل I_a ترسیم کریں۔

موٹر کی ان خطوط سے واضح ہے کہ I_m کو تبدیل کر کے موٹر کی جزو طاقت تبدیل کی جاسکتی ہے۔ لہذا موٹر کو پیشہ زاویہ یا تاخیر زاویہ پر چلایا جاسکتا ہے۔ اگر اسے پیش زاویہ پر رکھا جائے تو یہ ایک کپیسٹر²¹ کے طور پر استعمال ہو سکتا ہے اگرچہ ایسا کیا نہیں جاتا چونکہ کپیسٹر از خود زیادہ سستا ہوتا ہے۔

²¹capacitor



میدانی لچھے کی برقی رد I_m

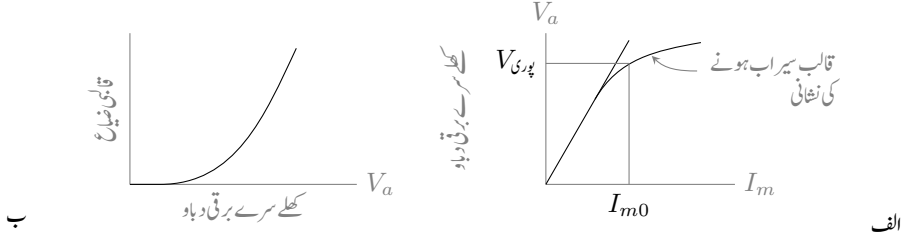
شکل 6.10: موثر I_m بالمقابل I_a کے خط

6.6 کھلے دور اور کسر دور معائنہ

معاصر مشین کے مساوی دور بنانے کے لئے اس کے جزو معلوم کرنا لازم ہے۔ یہ دو قسم کے معائنوں سے کیا جاتا ہے۔ انہیں کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ کہتے ہیں۔ ان معائنوں سے قالب کے سیراب ہونے کے اثرات بھی سامنے آتے ہیں۔ ہم نے ٹرانسفارمر کے لئے بھی اسی قسم کے معائنے کیے تھے۔ وہاں ہم نے دیکھا تھا کہ کھلے دور معائنہ اس برقی دباؤ پر کیا جاتا ہے جتنے کے لئے مشین بنائی²² گئی ہو جبکہ کسر دور معائنہ اس برقی رو پر کیا جاتا ہے جتنے کے لئے مشین بنائی گئی ہو۔ یہاں بھی ایسا ہی کیا جائے گا۔

6.6.1 کھلے دور معائنہ

معاصر مشین کے برقی سرے کھلے رکھ کر اور اسے معاصر رفتار پر گھماتے ہوئے مختلف I_m پر مشین کے سروں پر پیدا برقی دباؤ V_a ناپی جاتی ہے۔ ان دو کا ترسیم شکل 6.11-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہ خط مشین کے کھلے دور خاصیت ظاہر کرتا ہے۔ یہی خط مشین بنانے والے بھی مہیا کر سکتے ہیں۔



شکل 6.11: کھلے سرے اور قالبی ضیاع۔

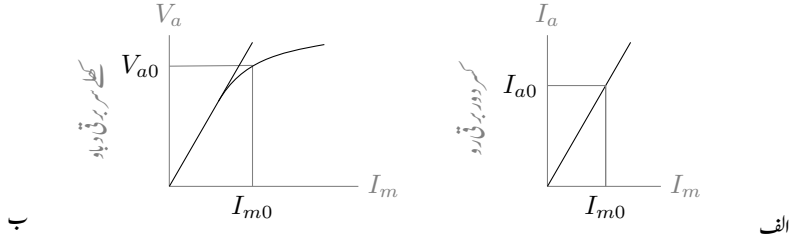
اس کتاب کے حصہ 2.8 میں بتلایا گیا تھا کہ قالب پر لاگو مقناطیسی دباؤ اگر بڑھایا جائے تو اس میں مقناطیسی بہاؤ بڑھتی ہے البتہ جلد ہی قالب سیراب ہونے لگتا ہے۔ اس کا اثر شکل-الف میں خط کے جھکنے سے واضح ہے۔ اگر قالب سیراب نہ ہوتا تو یہ خط شکل میں دیئے سیدھی لکیر کی پیروی کرتا۔ شکل میں مشین کا پورا برقی دباؤ اور اس پر درکار برقی رو I_{m0} دکھلایا گیا ہے۔

یہ معائنہ کرتے وقت اگر دھرے پر میکانیکی طاقت p_1 ناپی جائے تو یہ بے بوجھ مشین کی طاقت کے ضیاع کے برابر ہوگی۔ اس کا بیشتر حصہ رگڑ کی وجہ سے، کچھ حصہ قالب میں ضیاع کی وجہ سے اور کچھ گھومتے لچھے میں ضیاع کی وجہ سے ہوگا۔ یاد رہے کہ عموماً گھومتے لچھے کو یک سمتی جزیئر سے برقی توانائی دی جاتی ہے اور یہ جزیئر بھی مشین کے دھرے پر ہی نسب ہوتا ہے لہذا اسے طاقت محرک 23 سے ہی ملتی ہے۔ بے بوجھ مشین اور بوجھ بردار مشین دونوں کا رگڑ سے طاقت کے ضیاع کو یکساں سمجھا جاتا ہے چونکہ رگڑ سے طاقت کے ضیاع کا مشین پر لدے بوجھ سے کوئی خاص تعلق نہیں۔ اب اگر یہی معائنہ دوبارہ کیا جائے لیکن اس مرتبہ I_m بھی صفر رکھا جائے تو اس مرتبہ ناپا گیا طاقت p_2 صرف رگڑ کی وجہ سے طاقت کے ضیاع کے برابر ہوگا۔ ان دو ناپے گئے طاقت کا فرق یعنی $(p_1 - p_2)$ قالب میں طاقت کے ضیاع اور گھومتے لچھے میں برقی ضیاع کے برابر ہوگا۔ گھومتے لچھے میں برقی ضیاع بہت کم ہوتا ہے اور اس کو عموماً قالب کے ضیاع کا حصہ ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس طرح ناپے گئے قالبی ضیاع کا ایک خط شکل 6.11-ب میں دیا گیا ہے۔

6.6.2 کسر دور معائنہ

معاصر مشین کو معاصر رفتار پر جزیئر کے طور چلاتے ہوئے اس کے ساکن لچھے کے سرے کسر دور کر کے مختلف I_m پر کسر دور برقی رو I_a ناپی جاتی ہے۔ ان دو کا ترسیم شکل 6.12-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہ خط کسر دور مشین کی

²³ گھومتے لچھے کو توانائی یک سمتی جزیئر سے آتی ہے اور اس جزیئر کو دھرے سے آتی ہے۔



شکل 6.12: کسر دور خط اور کھلے دور خط۔

خاصیت دکھلاتا ہے۔ یہ معائنہ کرتے وقت یہ دھیان رکھنا بہت اہم ہے کہ I_a کی مقدار کہیں خطرناک حد تک نہ بڑھ جائے لہذا اسے جنریٹر کے پورے برقی بوجھ ²⁴ پر I_a کی مقدار یا اس کی دگنی مقدار سے کم رکھنا ضروری ہے ورنہ مشین گرم ہو کر تباہ ہو سکتی ہے۔ کسر دور مشین میں، ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے، صرف دس سے پندرہ فی صد برقی دباؤ پر ہی اس میں سو فی صد برقی رو شروع ہو جاتی ہے۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے خلائی درز میں اسی تناسب سے کم مقناطیسی بہاؤ درکار ہوتا ہے۔

شکل 6.5 میں جنریٹر کے مساوی برقی دور دکھائے گئے ہیں۔ اسے شکل 6.13 میں کسر دور کر کے دکھایا گیا ہے۔ یہاں سے واضح ہے کہ

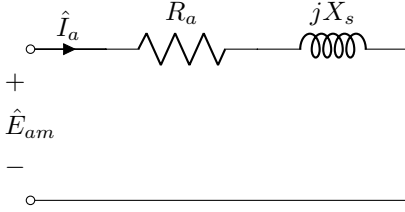
$$(6.38) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s$$

R_a کو نظر انداز کر کے اس مساوات سے معاصر امالہ یوں حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$(6.39) \quad X_s = \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|} = \frac{E_{am}}{I_a}$$

اس مساوات میں \hat{I}_a کسر دور مشین کی برقی رو اور \hat{E}_{am} اس کی اسی حال میں ایک دور کی امالہ برقی دباؤ ہے۔ کھلے دور مشین میں \hat{I}_a صفر ہوتا ہے۔ مساوات 6.32 سے واضح ہے کہ اگر \hat{I}_a صفر ہو تو \hat{E}_{am} اور \hat{V}_a برابر ہوں گے۔ لہذا ہم کسی معین I_{m0} پر شکل 6.12-الف سے I_{a0} اور شکل 6.12-ب سے V_{a0} معلوم کرتے ہیں اور ان سے X_s کا حساب لگاتے ہیں، یعنی

$$(6.40) \quad X_s = \frac{V_{a0}}{I_{a0}}$$



$$\begin{aligned}\hat{E}_{am} &= \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s \\ &\approx j \hat{I}_a X_s \quad X_s \gg R_a \\ X_s &= \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|}\end{aligned}$$

شکل 6.13: معاصر امالہ۔

معاصر امالہ عموماً مشین کے پورے برقی دباؤ پر معلوم کی جاتی ہے تاکہ قالب سیراب ہونے کے اثر کو بھی شامل کیا جائے۔ شکل میں ایسا ہی کیا گیا ہے۔

معاصر امالہ مشین کو ستارہ نما تصور کر کے اس کا ایک دوری X_s حاصل کیا جاتا ہے۔ لہذا اگر معائنہ کرتے وقت مشین کی تار برقی دباؤ V_L ²⁵ ناپے گئے ہوں تو انہیں $\sqrt{3}$ سے تقسیم کر کے مشین کے ایک دوری برقی دباؤ حاصل کر کے مساوات میں استعمال کریں، یعنی

$$(6.41) \quad V_{\text{یک دوری}} = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$$

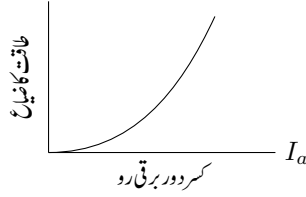
مثال 6.4: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپئیر ستارہ جڑی 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کے کھلے دور اور کسر دور معائنے کئے گئے۔ حاصل نتائج یہ ہیں۔

- کھلے دور معائنہ: $V_L = 415 \text{ V}$ اور $I_m = 3.2 \text{ A}$ ہیں۔
- کسر دور معائنہ: جب قوی لچھے کی برقی رو 104 A تھی تب میدانی لچھے کی برقی رو 2.48 A تھی اور جب قوی لچھے کی برقی رو 126 A تھی تب میدانی لچھے کی برقی رو 3.2 A تھی۔

اس مشین کی معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: یک دوری برقی دباؤ

$$V_{\text{یک دوری}} = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$$



شکل 6.14: کسر دور معاصر مشین میں طاقت کا ضیاع۔

ہے۔ یہ کھلے دور برقی دباؤ 3.2 ایمپیئر میدان برقی رو پر حاصل ہوتی ہے۔ اتنی میدانی برقی رو پر کسر دور برقی رو 126 ایمپیئر ہیں لہذا ایک دوری معاصر امالہ

$$X_s = \frac{239.6}{126} = 1.901 \Omega$$

□

ہو گی۔

کسر دور معائنہ کرتے وقت اگر دھرے پر لاگو میکانی طاقت p_3 ناپی جائے تو یہ کسر دور مشین کی کل ضیاع ہو گی۔ p_3 ناپتے وقت کسر دور برقی رو $I_{a,3}$ بھی ناپ لیں۔ اس کا کچھ حصہ قالب کی برقی ضیاع، کچھ دونوں لچھوں میں برقی ضیاع اور کچھ رگڑ سے میکانی ضیاع سے ہے۔ اب اگر اس سے پچھلے معائنہ میں ناپی گئی رگڑ کی ضیاع p_2 منفی کی جائے تو ہمیں لچھوں کی ضیاع اور قالب کی ضیاع ملتا ہے۔ جیسا اوپر عرض کیا گیا کہ کسر دور مشین میں پورا برقی رو، پورے برقی دباؤ کے صرف دس تا بیس فی صد پر حاصل ہو جاتا ہے اور اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے درکار مقناطیسی بہاؤ اتنا ہی کم ہوتا ہے۔ اتنے کم مقناطیسی بہاؤ پر قالب میں ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح کسی بھی کسر دور معاصر مشین کے گھومتے لچھے میں برقی ضیاع ساکن لچھے میں برقی ضیاع سے بہت کم ہوتا ہے اور اسے بھی نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ لہذا $(p_3 - p_2)$ کو ساکن لچھے میں برقی ضیاع کے برابر لیا جاتا ہے۔ شکل 6.14 میں ایک ایسا ہی خط دکھایا گیا ہے۔ لہذا

$$p_3 - p_2 = I_{a,3}^2 R_a$$

اس مساوات سے معاصر مشین کی مساوی مزاحمت یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$R_a = \frac{p_3 - p_2}{I_{a,3}^2} \quad (6.42)$$

مثال 6.5: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کے پورے برقی رو پر کل کسر دور طاقت کا ضیاع 2.2 کلو واٹ ہے۔ اس مشین کی ایک دوری موثر مزاحمت حاصل کریں۔

حل: یک دوری ضیاع $733.33 \text{ W} = \frac{2200}{3}$ ہے۔ مشین کے پوری برقی رو

$$\frac{75000}{\sqrt{3}V_{LL}} = 104.34 \text{ A}$$

ہے۔ لہذا

$$R_a = \frac{733.33}{104.34^2} = 0.067 \Omega$$

□

ہے۔

مثال 6.6: شکل 6.15 میں 500 وولٹ، 50 ہرٹز، 4 قطب ستارہ جڑی معاصر جزیئر کا کھلے دور خط دکھایا گیا ہے۔ اس جزیئر کا معاصر امالہ 0.1 اوہم اور قوی لچھے کی مزاحمت 0.01 اوہم ہے۔ پورے برقی بوجھ پر جزیئر 0.92 تاخیری جزو طاقت²⁶ پر 1000 ایمپیئر فراہم کرتا ہے۔ پورے بوجھ پر رگڑ کے ضیاع اور لچھے کی مزاحمت میں ضیاع کا مجموعہ 30 کلو واٹ جبکہ قالب کی ضیاع 25 کلو واٹ ہے۔

• جزیئر کی رفتار معلوم کریں۔

• بے بوجھ جزیئر کی سروں پر 500 وولٹ برقی دباؤ کتنی میدان برقی رو پر حاصل ہوگی۔

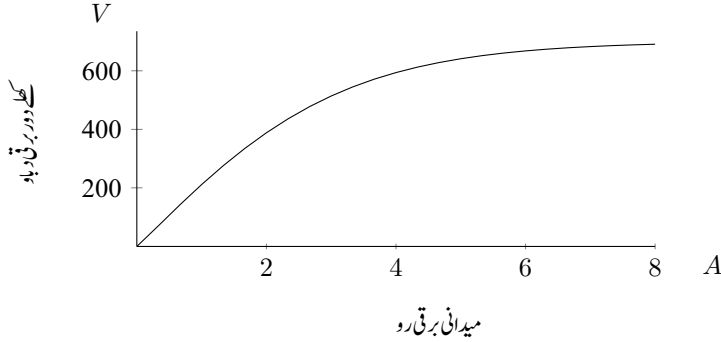
• اگر جزیئر پر 0.92 تاخیری جزو طاقت، 1000 ایمپیئر کا برقی بوجھ لادا جائے تو جزیئر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنی میدان برقی رو درکار ہوگی۔

• جزیئر پورے بوجھ پر کتنی طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ اس کو محرک کتنی میکانی طاقت فراہم کر رہا ہے۔ ان دو سے جزیئر کی فی صد کارگزار²⁷ حاصل کریں۔

• اگر جزیئر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر کتنا برقی دباؤ ہوگا۔

• اگر جزیئر پر 1000 ایمپیئر 0.92 پیش جزو طاقت والا بوجھ لادا جائے تو جزیئر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنی میدان برقی رو درکار ہوگی۔

²⁶lagging power factor
²⁷efficiency



شکل 6.15: کھلے دور خط۔

- ان دو 1000 ایمپیر تاخیری جزو طاقت اور پیش جزو طاقت بوجھوں میں کونسی بوجھ زیادہ میدانی برقی رو پر حاصل ہوتی ہے۔ جنریٹر کس بوجھ سے زیادہ گرم ہو گا۔

حل:

- $f_e = \frac{P}{2} f_m$ سے $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ ہے۔
- شکل 6.15 سے 500 وولٹ کے لئے درکار میدانی برقی رو تقریباً 2.86 ایمپیر ہے۔
- ستارہ برقی دباؤ کے تعلق $V_{تار} = \sqrt{3} V_{دوری}$ سے $V_{دوری} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 289$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ ستارہ جوڑ میں ایک دوری برقی رو اور تار برقی رو برابر ہوتے ہیں۔ جزو طاقت ستارہ ایک دوری برقی دباؤ کے نسبت سے بیان کیا جاتا ہے۔ چونکہ $\cos^{-1} 0.92 = 23.07^\circ$ ہے لہذا اگر برقی سروں پر دباؤ $289/0^\circ$ لکھا جائے تو تاخیری دوری برقی رو $1000/-23.07^\circ$ لکھی جائے گی۔ یوں شکل 6.4 یا مساوات 6.24 سے اندرونی پیدا یک دوری برقی دباؤ

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/-23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\ &= 349/14.6^\circ \end{aligned}$$

ہو گا جس سے اندرونی پیدا تار برقی دباؤ $\sqrt{3} \times 349 = 604$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنی دباؤ کے لئے 4.1 A میدانی برقی رو درکار ہے۔

• جزیئر اس صورت میں

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{3} \hat{V}_a \cdot \hat{I}_a \\ &= \sqrt{3} \times 500 \times 1000 \times 0.92 \\ &= 796\,743 \text{ W} \end{aligned}$$

فراہم کر رہا ہے جبکہ محرک

$$p_m = 796.743 + 30 + 25 = 851.74 \text{ kW}$$

فراہم کر رہا ہے لہذا اس جزیئر کی کارگزاری $\eta = \frac{796.743}{851.74} \times 100 = 93.54\%$ ہے۔

• اگر جزیئر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر 604 وولٹ برقی دباؤ ہو گا۔

• پیش جزو طاقت کی صورت میں

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\ &= 276/20.32^\circ \end{aligned}$$

درکار ہو گی جس سے اندرونی پیداوار برقی دباؤ $\sqrt{3} \times 276 = 478$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنی دباؤ کے لئے 2.7 A میدانی برقی رو درکار ہے۔

• تاخیری جزو طاقت کے بوجھ پر جزیئر کو زیادہ میدانی برقی رو درکار ہے۔ میدانی لچھے کی مزاحمت میں اس کی وجہ سے زیادہ برقی طاقت ضائع ہو گی اور جزیئر یوں زیادہ گرم ہو گا۔

□

مثال 6.7: ایک 415 وولٹ، 40 کلو وولٹ-ایمپیئر ستارہ جڑی 0.8 جزو طاقت، 50 ہرٹز پر چلنی والی معاصر موٹر کا معاصر امالہ 2.2 اوہم ہے جبکہ اس کی مزاحمت قابل نظر انداز ہے۔ اس کی رگڑ اور لچھوں کی مزاحمت میں طاقت کا ضیاع ایک کلو واٹ جبکہ قابل ضیاع 800 واٹ ہے۔ یہ موٹر 12.2 کلو واٹ میکانیکی بوجھ سے لدی ہے اور یہ 0.8 پیش جزو طاقت پر چل رہی ہے۔ یاد رہے کہ معاصر امالہ مشین کو ستارہ نما تصور کرتے ہوئے حاصل کی جاتی ہے۔

• اس کی دوری سمتیہ بنائیں۔ تار کی برقی رو \hat{I}_t اور قوی لچھے کی برقی رو \hat{I}_a حاصل کریں۔ موٹر کی اندرونی ہجانی برقی دباؤ \hat{E}_a حاصل کریں۔

- میدانی برقی رو کو بغیر تبدیل کئے میکانی بوجھ آہستہ آہستہ بڑھا کر دگنی کی جاتی ہے۔ اس صورت میں موٹر کی رد عمل دوری سمتیہ سے واضح کریں۔
- اس دگنی میکانی بوجھ پر قوی لچھے کی برقی رو، تار کی برقی رو اور موٹر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ حاصل کریں۔ موٹر کی جزو طاقت بھی حاصل کریں۔

حل:

- ستارہ جڑی موٹر کے سروں پر یک دوری برقی دباؤ $V = 239.6 \text{ V}$ ہو گا جسے صفر زاویہ پر تصور کرتے ہوئے برقی رو کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ یوں $\hat{V}_{sa} = 239.6/0^\circ$ لکھا جائے گا۔ جزو طاقت 0.8 زاویہ 36.87° کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں تار کی برقی رو کا پیشہ زاویہ یہی ہو گا۔ موٹر کو مہیا برقی طاقت اس کی میکانی طاقت اور طاقت کے ضیاع کے برابر ہو گی یعنی

$$12\,200 \text{ W} + 1000 \text{ W} + 800 \text{ W} = 14\,000 \text{ W}$$

جس کے لئے درکار تار کی برقی رو

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{P}{\sqrt{3} V_t \cos \theta} \\ &= \frac{14\,000}{\sqrt{3} \times 415 \times 0.8} \\ &= 24.346 \text{ A} \end{aligned}$$

ہو گی۔ ستارہ جڑی موٹر کے قوی لچھے کی برقی رو تار کے برقی رو کے برابر ہو گی۔ یوں برقی رو کا زاویہ شامل کرتے ہوئے اسے

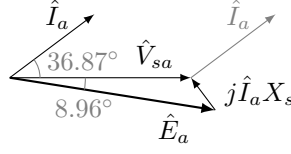
$$\hat{I}_a = \hat{I}_t = 24.346/36.87^\circ$$

لکھا جاسکتا ہے۔

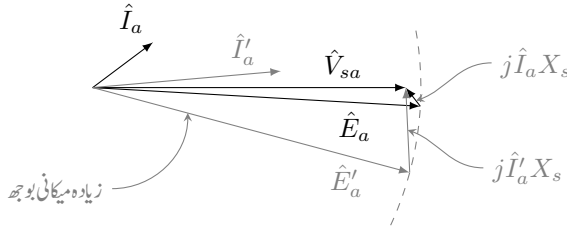
موٹر کا اندرونی یک دوری ہیجانی برقی دباؤ موٹر کی مساوی دور شکل 6.3 کی مدد سے

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} - j X_s \hat{I}_a \\ &= 239.6/0^\circ - j 2.2 \times 24.346/36.87^\circ \\ &= 276/-8.96^\circ \end{aligned}$$

ہو گی۔ یہ تمام صورت حال شکل 6.16 میں دوری سمتیات کی مدد سے دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.16: بوجھ بردار معاصر موٹر۔



شکل 6.17: بوجھ بڑھنے کا اثر۔

- میکانی بوجھ بڑھنے سے موٹر کو زیادہ برقی طاقت درکار ہوگی۔ یہ اس صورت ممکن ہو گا جب موٹر کے قوی لچھے کی برقی رو بڑھ سکے۔ میدان برقی رو معین ہونے کی وجہ سے موٹر کی اندرونی پیمانی برقی دباؤ \hat{E}_a کی مقدار تبدیل نہیں ہو سکتی البتہ اس کا زاویہ تبدیل ہو سکتا ہے۔ موٹر \hat{E}_a کی مقدار تبدیل کئے بغیر برقی سروں پر لاگو برقی دباؤ \hat{V}_a اور \hat{E}_a کے مابین زاویہ بڑھا کر قوی لچھے کی برقی رو اور یوں حاصل برقی طاقت بڑھائے گا۔ ایسا شکل 6.17 میں دکھایا گیا ہے۔ شکل میں \hat{E}_a دوری سمتیہ کی نوک نقطہ دار گول دائرہ پر رہتی ہے۔ یوں اس کا طول تبدیل نہیں ہوتا۔ زاویہ بڑھنے سے $|j\hat{I}_a X_s|$ بڑھتا ہے۔ چونکہ X_s نہیں بڑھ رہا لہذا درحقیقت قوی لچھے کی برقی رو بڑھ گئی ہے۔ زیادہ بوجھ کے متغیرات کو ہلکی سیاہی میں دکھایا گیا ہے۔

- دگنی میکانی بوجھ پر موٹر کو کل $26200 + 800 + 1000 = 26200$ واٹ یا 26.2 کلو واٹ برقی طاقت درکار ہے۔ مساوات 6.29 کی مدد سے

$$\sigma = \sin^{-1} \left(\frac{pX_s}{3V_a E_a} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{26200 \times 2.2}{3 \times 239.6 \times 276} \right) = 16.89^\circ$$

یوں موٹر کی اندرونی پیمانی برقی دباؤ $276/\underline{-16.89^\circ}$ ہوگی اور قوی لچھے کی برقی رو

$$\begin{aligned}\hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a - \hat{E}_a}{jX_s} \\ &= \frac{239/\underline{0^\circ} - 276/\underline{-16.89^\circ}}{j2.2} \\ &= 38/\underline{17.4^\circ}\end{aligned}$$

ہوگی۔ ستارہ جوڑ کی وجہ سے \hat{I}_t بھی اتنا ہی ہوگا۔ پیش جزو طاقت $\cos 17.4^\circ = 0.954$ ہے۔

□

باب 7

امالی مشین

گزشتہ برسوں میں قوی الیکٹرانکس¹ کی میدان میں بہت ترقی ہوئی۔ اس کا ایک نتیجہ یہ نکلا کہ امالی موٹروں کی رفتار پر قابو رکھنا ممکن ہوا اور یوں ان موٹروں نے کارخانوں میں یک سمتی رو موٹروں کی جگہ لینی شروع کی۔ یہاں یہ بتلاتا چلوں کہ اس سے پہلے جہاں بھی موٹر کی رفتار اہمیت رکھتی وہاں یک سمتی رو موٹر ہی استعمال ہوتی جن کی رفتار پر قابو رکھنا نہایت آسان ہوتا ہے۔ پچاس سال پہلے ترقی یافتہ ممالک میں یک سمتی سے امالی آلوں کی جانب تبدیلی شروع تھی۔ آج میں بھی تبدیلی پاکستان میں دیکھ رہا ہوں۔ امالی موٹروں کی مضبوطی اور دیرپا کام کرنے کی صلاحیت مثالی ہے۔ قوی الیکٹرانکس نے ان کی بے قابو رفتار کو قابو کر کے انہیں بلا مقابلہ بنا دیا۔

امالی موٹر ٹرانسفارمر کی ایک اور شکل ہے یا یوں کہنا بہتر ہو گا کہ یہ ایک ایسا ٹرانسفارمر ہے جس میں ثانوی لچھا حرکت بھی کرتا ہے۔ یوں امالی موٹر کے ساکن لچھے ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے اور موٹر کے گھومتے لچھے ٹرانسفارمر کے ثانوی لچھوں کی جگہ ہوتے ہیں۔ موٹر کے ساکن لچھوں کو بیرونی برقی طاقت دی جاتی ہے جبکہ اس کے گھومتے لچھوں میں خلاء میں گھومتے مقناطیسی موج سے پیدا امالی برقی دباؤ ہی کام آتی ہے۔ اسی سے اس کا نام امالی موٹر نکلا ہے۔

اس باب کا مقصد امالی موٹر کی مساوی دور یعنی ریاضی نمونہ² بنا کر اس کی خصوصیات پر غور کرنا ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ ان کا مساوی دور ٹرانسفارمر کے مساوی دور کی طرح کا ہے۔

power electronics¹
mathematical model²

یہاں بھی ہم تصور کرتے ہیں کہ موٹر دو قطب اور تین دوری ہے اور اس کے لچھے ستارہ نما جڑے ہیں۔ اس طرح یک دوری لچھوں میں برقی رو، تار کی برقی رو ہی ہوگی اور ان پر لاگو برقی دباؤ، یک دوری برقی دباؤ ہوگی۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج

امالی مشین کے ساکن لچھے بالکل معاصر مشین کے ساکن لچھوں کی طرح ہوتے ہیں۔ مزید یہ کہ اس کے گھومتے حصے کے اتنے ہی قطب ہوتے ہیں جتنے اس کے ساکن لچھوں کے ہوتے ہیں۔ اگر ان ساکن لچھوں کو متوازن تین دوری برقی رو سے ہجان کیا جائے تو یہ ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیں گے جسے مساوات 5.48 میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 5.51 اس موج کی معاصر رفتار دیتی ہے۔ یہ دونوں مساوات یہاں یاد دہیانی کے لئے دوبارہ دیئے جاتے ہیں۔ یہاں ساکن لچھوں میں برقی رو کی تعدد ω_e لکھی گئی ہے اور θ_0 کو صفر لیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} \tau_s^+(\theta, t) &= \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega_e t) \\ f_m &= \frac{2}{p} f_e \end{aligned} \quad (7.1)$$

7.2 مشین کی سرکنے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ

ہم دو قطب کے مشین پر غور کر رہے ہیں۔ P قطب کا تذکرہ بھی بالکل اسی طرح ہے۔ ساکن لچھوں میں تین دوری برقی رو کی تعدد f_e ہے۔ مساوات 5.51 کہتا ہے کہ دو قطب کی مشین میں موج کی معاصر رفتار بھی f_e چکر فی سیکنڈ ہے۔ اب تصور کریں کہ مشین کا گھومتا حصہ f میکانی چکر فی سیکنڈ سے موج کی سمت میں گھوم رہا ہے جہاں $f < f_e$ ہے۔ اس صورت میں ہر سیکنڈ گھومتا حصہ مقناطیسی بہاؤ کی موج سے پیچھے سرک جائے گا۔ اس سرکنے کو موج کی معاصر رفتار کی نسبت سے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$s = \frac{f_s - f}{f_s} = \frac{f_e - f}{f_e} \quad (7.2)$$

یہاں s مشین کے سرک³ کی ناپ ہے۔ اس مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(7.3) \quad \begin{aligned} f &= f_s(1-s) = f_e(1-s) \\ \omega &= \omega_s(1-s) = \omega_e(1-s) \end{aligned}$$

یہاں غور کریں۔ مقناطیسی بہاو کی موج f_e تعدد سے گھوم رہی ہے جبکہ گھومتے لچھے کی تعدد f ہے۔ گھومتے لچھے کے حوالہ سے مقناطیسی بہاو کی موج $(f_e - f)$ رفتار سے گھوم رہی ہے۔ یعنی اگر گھومتے لچھے کو ساکن تصور کیا جائے تو گھومتے مقناطیسی بہاو کی موج $(f_e - f)$ اضافی رفتار سے گھوم رہی ہوگی۔ یوں گھومتے لچھے میں امالی برقی دباؤ کی تعدد بھی $(f_e - f)$ ہوگی۔ مساوات 7.3 کی مدد سے اس امالی برقی دباؤ کی تعدد f_r کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.4) \quad f_r = f_e - f = f_e - f_e(1-s) = sf_e$$

اگر مشین کو ایک امالی موٹر کے طور پر استعمال کیا جا رہا ہو تو اس کے گھومتے لچھے کسر دور رکھے جاتے ہیں۔ یوں ان لچھوں میں برقی رو کی تعدد sf_e اور ان کی مقدار لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ اور لچھوں کی رکاوٹ پر منحصر ہوتی ہے۔ لچھوں کی رکاوٹ برقی رو کی تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

ساکن موٹر جب چالو کی جائے تو اس کے سرک s کی قیمت ایک ہوتی ہے یعنی $s = 1$ اور یوں اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو کی تعدد f_e ہوتی ہے۔ گھومتے لچھوں میں f_e تعدد کی برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دے گی جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسے ساکن لچھوں میں برقی رو سے گھومتا مقناطیسی دباؤ کا موج وجود میں آتا ہے۔ لہذا ساکن اور گھومتے لچھے دونوں کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کے موج ایک ہی رفتار سے گھومتے ہیں۔ یہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجیں دو گھومتے مقناطیسوں کی طرح ہیں جو کوشش کریں گے کہ ان کے مابین زاویہ صفر ہو۔ یوں موٹر قوت⁴ پیدا ہوتا ہے جس کا حساب مساوات 5.90 سے لگایا جاسکتا ہے۔ اگر موٹر کے دھرے پر لدے بوجھ کو مشین کا پیدا کردہ قوت مروڑ گھما سکے تو مشین گھومے گی۔ اس کی رفتار تیز ہو کر ایک برقرار حد تک پہنچ جائے گی۔ امالی موٹر کی رفتار کبھی بھی معاصر رفتار تک نہیں پہنچ سکتی چونکہ اس رفتار پر اس کے گھومتے لچھوں کی نسبت سے ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن ہوگی اور گھومتے لچھوں میں کوئی امالی برقی دباؤ پیدا نہیں ہوگا۔

جب موٹر چل پڑتی ہے تو اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو کی تعدد sf_e ہوتی ہے۔ ان برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج گھومتے لچھے کے حوالہ سے sf_e رفتار سے گھومے گی چونکہ معاصر رفتار برقی رو کی تعدد کے

برابر ہی ہوتی ہے۔ اب گھومتا لچھا از خود f رفتار سے گھوم رہا ہوتا ہے لہذا یہ موج در حقیقت خلاء میں $(f + sf_e)$ رفتار سے گھومتی ہے۔ مساوات 7.4 سے

$$(7.5) \quad f + sf_e = f + f_e - f = f_e$$

یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے۔ یہ مساوات کہتا ہے کہ موٹر کسی بھی رفتار سے گھوم رہی ہو، گھومتے لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج کی رفتار سے ہی گھومتی ہے۔

مثال 7.1: ایک چار قطب کی ستارہ جڑی 50 ہرٹز، 415 وولٹ پر چلنے والی امالی موٹر 15 کلو واٹ کی اپنی پوری بوجھ پر پانچ فی صد سرک پر چلتی ہے۔

- اس موٹر کی معاصر رفتار کیا ہے۔
- پورے بوجھ پر اس کی کیا رفتار ہے۔
- پورے بوجھ پر گھومتے لچھے میں برقی تعداد ارتعاش کیا ہے۔
- پورے بوجھ سے لدے موٹر کی دھرے پر قوت مروڑ حاصل کریں۔

حل:

- مساوات 7.1 کی مدد سے معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ ہے۔

• پورے بوجھ سے لدی موٹر پانچ فی صد سرک پر چلتا ہے لہذا اس کی رفتار معاصر رفتار سے قدر کم ہوگی۔ موٹر کی رفتار مساوات 7.3 کی مدد سے $f = 25(1 - 0.05) = 23.75$ چکر فی سیکنڈ یا 1425 چکر فی منٹ ہوگی۔

- گھومتے لچھے کی برقی تعداد ارتعاش $f_r = 0.05 \times 50 = 2.5$ ہرٹز ہے۔

- اس کے دھرے پر قوت مروڑ $T_m = \frac{P}{\omega_m} = \frac{15000}{2 \times \pi \times 23.75} = 100.5 \text{ N m}$ ہوگی۔

□

7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ

مساوات 7.1 کا پہلا جزو ساکن لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ مقناطیسی دباؤ مشین کی خلائی درز میں مقناطیسی شدت $H^+(\theta)$ پیدا کرے گی جس سے وہاں کثافت مقناطیس بہاؤ $B^+(\theta)$ پیدا ہو گا۔ اگر اس خلائی درز کی رداس کی سمت میں لمبائی l_g ہو تو

$$\begin{aligned} B^+(\theta) &= \mu_0 H^+(\theta) = \mu_0 \frac{\tau^+(\theta)}{l_g} \\ (7.6) \quad &= \frac{3\mu_0 \tau_0}{2l_g} \cos(\theta - \omega_e t) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega_e t) \end{aligned}$$

یہ مساوات بالکل مساوات 5.4 کی طرح ہے۔ یوں مساوات 5.72 اس مقناطیسی موج $B^+(\theta)$ کی ساکن لچھوں میں پیدا کردہ امالی برقی دباؤ کو ظاہر کرے گی۔ یہ مساوات یہاں دوبارہ دیا جا رہا ہے۔

$$\begin{aligned} e_{as}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t - 90^\circ) = E_s \cos(\omega_t - 90^\circ) \\ (7.7) \quad e_{bs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 150^\circ) = E_s \cos(\omega_t + 150^\circ) \\ e_{cs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 30^\circ) = E_s \cos(\omega_t + 30^\circ) \end{aligned}$$

جہاں N_s ساکن لچھے کے چکر ہیں اور

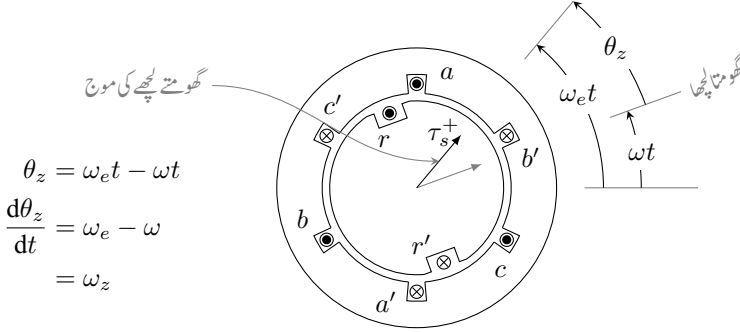
$$(7.8) \quad E_s = \omega_e N_s \phi_0$$

یہاں $e_{as}(t)$ لکھتے ہوئے زیر نوشت میں a ، دور a کو ظاہر کرتا ہے اور s ، ساکن⁵ کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ساکن a لچھے کی امالی برقی دباؤ ہے۔ امالی موٹر کے دور کی بات ہی آگے کرتے ہیں۔ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج اس لچھے میں امالی برقی دباؤ $e_{as}(t)$ پیدا کرتی ہے۔

7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ

مساوات 7.1 کا پہلا جزو، ساکن لچھوں کی پیدا کردہ، گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتا ہے۔ اس موج کی چوٹی⁶ اس مقام پر ہوتی ہے جہاں $(\theta - \omega_e t)$ صفر کے برابر ہو۔ یوں لمحہ صفر پر اس کی چوٹی صفر زاویہ پر ہوگی اور لمحہ t پر

⁵ لفظ ساکن میں حرف س کے آواز کو s سے ظاہر کیا گیا ہے۔
⁶ peak



شکل 7.1: امالی موٹر اور اس کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موجیں۔

اس موج کی چوٹی زاویہ $\omega_e t$ پر ہوگی۔ ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کا زاویہ کسی بھی نقطہ کے حوالے سے کیا جاسکتا ہے۔ اس کتاب میں صفر زاویہ ساکن لچھا a کو لیا جاتا ہے۔ اس طرح یہ زاویہ نقطہ دار افقی لکیر سے ناپا جاتا ہے۔ شکل 7.1 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ایک امالی موٹر دکھائی گئی ہے جس کے تین دوری ساکن لچھے ہیں۔

گھومتے لچھے بھی بالکل اسی طرح ہوتے ہیں اگرچہ شکل میں صرف ایک ہی گھومتا لچھا دکھایا گیا ہے۔ مشین f زاویائی رفتار سے گھوم رہی ہے۔ تصور کریں کہ لمحہ صفر یعنی $t = 0$ پر گھومتے حصہ a کا لچھا صفر زاویہ پر ہے، یعنی یہ نقطہ دار افقی لکیر پر ہے مزید یہ کہ اس لمحہ ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج بھی اسی افقی لکیر پر ہے۔ اب کچھ دیر بعد لمحہ t پر یہ موج زاویہ $\omega_e t$ پر ہوگی۔ اتنی دیر میں گھومتا حصہ گھوم کر زاویہ ωt تک پہنچ جائے گا جہاں $\omega = 2\pi f$ مشین کی زاویائی میکانی رفتار ہے۔ یہ سب شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لہذا لمحہ t پر موج اور گھومتے لچھے کے درمیان زاویہ θ_z یہ ہوگا

$$(7.9) \quad \theta_z = \omega_e t - \omega t$$

اگرچہ مقناطیسی موج نے $\omega_e t$ زاویہ طے کیا لیکن گھومتے لچھے کے حوالے سے اس نے صرف زاویہ $(\omega_e t - \omega t)$ طے کیا۔ اسی طرح گھومتے لچھے کے حوالے سے اس موج کی اضافی⁷ زاویائی رفتار⁸ ω_z یہ ہوگی۔

$$(7.10) \quad \omega_z = \frac{d\theta_z}{dt} = \omega_e - \omega$$

⁷ ω_z لکھتے ہوئے زیر نوشت میں z ، لفظ اضافی ک حرف ض کی آواز کو ظاہر کرتا ہے۔
relative angular speed⁸

اس کو مساوات 7.4 کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.11) \quad \omega_z = 2\pi(f_e - f) = 2\pi s f_e = s\omega_e$$

یہ مساوات کہتا ہے کہ گھومتے لچھے کے حوالے سے مقناطیسی موج کی رفتار سرک s پر منحصر ہے۔ اس موج کا حیثہ البتہ تبدیل نہیں ہوا۔ اس طرح گھومتے لچھے کے حوالے سے مقناطیسی موج کی مساوات جو کہ مساوات 7.4 میں دی گئی ہے تبدیل ہو کر یہ بن جائے گی۔

$$(7.12) \quad B_{s,rz}^+(\theta, t) = B_0 \cos(\theta - \omega_z t) = B_0 \cos(\theta - s\omega_e t)$$

میں $B_{s,rz}^+$ کا نشان گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں s, rz اس بات کی یاد دہیانی کرتا ہے کہ یہ موج ساکن لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا اور اسے گھومتے یعنی رواں لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔ مزید یہ کہ اس مساوات کی تعدد اضافی تعدد $s\omega_e$ کے برابر ہے۔

یوں گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ مساوات 7.7 کی طرح ہی ہوگی مگر ان کی تعدد $\omega_z = s\omega_e t$ ہوگی یعنی¹⁰

$$(7.13) \quad \begin{aligned} e_{arz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t - 90^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t - 90^\circ) \\ e_{brz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 150^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 150^\circ) \\ e_{crz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 30^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 30^\circ) \end{aligned}$$

ان مساوات میں N_r گھومتے لچھے کے چکر ہیں اور

$$(7.14) \quad E_r = \omega_e N_r \phi_0$$

اب تصور کریں کہ گھومتے لچھوں کو کسر دور کر دیا گیا ہے۔ یہ امالی برقی دباؤ گھومتے لچھوں میں برقی رو i_{arz} ¹¹ وغیرہ پیدا کرے گی جس کی تعدد $s\omega_e$ ہوگی۔ بالکل ساکن لچھے کی طرح، گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r ¹² اور اس کی امالہ L_r ہوگی جس کی متعاملیت $j s\omega_e L_r$ ہوگی۔ اسے ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.15) \quad j s\omega_e L_r = j s X_r$$

جہاں $j X_r$ کو $j\omega_e L_r$ کے برابر لیا گیا ہے، یعنی $j X_r$ اس لچھے کی ساکن حالت میں متعاملیت ہے جب سرک ایک کے برابر ہو۔ گھومتے لچھوں میں برقی رو i_{arz} شکل 7.2 کی مدد سے حاصل کی جاسکتی ہے جہاں گھومتے لچھے میں امالی برقی دباؤ $e_{arz}(t)$ مساوات 7.13 میں دیا گیا ہے۔

⁹ لفظ ساکن کے س کو ظاہر کرتا ہے، r لفظ رواں کے ر کو ظاہر کرتا ہے اور z لفظ اضافی کے ض کو ظاہر کرتا ہے۔

¹⁰ e_{arz} میں دور a ہے۔ گھومتے لچھے کو r اور اضافی کو z ظاہر کرتا ہے۔

¹¹ یہاں r گھومتے لچھے کو ظاہر کرتا ہے اور z اس بات کی یاد دہیانی کرتا ہے کہ اس برقی رو کی تعدد، اضافی تعدد ہے۔

¹² ٹرانسفارمر کی اصطلاح میں ثانوی لچھے کو زیر نوشت میں 2 سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں اسے r سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



$$Z_r = R_r + j s X_r$$

$$\phi_z = \tan^{-1} \frac{s X_r}{R_r}$$

$$\hat{I}_{arz} = \frac{\hat{E}_{arz}}{Z_r}$$

$$\begin{aligned} i_{arz}(t) &= \frac{s E_r}{|Z|} \cos(s \omega_e t - 90^\circ - \phi_z) \\ &= I_{0r} \cos(s \omega_e t - 90^\circ - \phi_z) \end{aligned}$$

شکل 7.2: گھومتے لچھے کی مساوی دور اور اس میں اضافی تعدد کی رو۔

یہ شکل بالکل شکل 1.15 کی طرح ہے لہذا مساوات 1.50 اس میں برقی رو دے گی یعنی

(7.16)

$$i_{arz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t - 90^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t + \theta_0)$$

$$i_{brz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t + 150^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t - 120^\circ + \theta_0)$$

$$i_{crz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t + 30^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t + 120^\circ + \theta_0)$$

یہ تین دوری برقی رو ہیں جو آپس میں 120° کا زاویہ رکھتے ہیں۔ یہاں ϕ_z رکاوٹ کا زاویہ¹³ ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ اسے آپ مقناطیسی بہاؤ نہیں سمجھیں گے۔ یہاں

$$\begin{aligned} \theta_0 &= -90 - \phi_z \\ I_{0r} &= \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \end{aligned} \quad (7.17)$$

شکل 7.2 سے واضح ہے کہ ایک گھومتے لچھے کی مزاحمت میں

$$p_r = I_{0r}^2 R_r \quad (7.18)$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا۔ یہ طاقت حرارت میں تبدیل ہو کر اس مزاحمت کو گرم کرے گی۔

¹³ تکنیکی دنیا میں رکاوٹ کے زاویہ کے لئے ϕ_z استعمال ہوتا ہے۔ یہاں یہی کیا گیا ہے۔

7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج

ہم جانتے ہیں کہ ساکن تین دوری لچھوں میں f_e تعدد کی برقی رو گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے جو اس ساکن لچھے کے حوالے سے f_e معاصر زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔ اسی طرح گھومتے تین دوری لچھوں میں sf_e تعدد کی برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج τ_{rz}^+ کو جنم دیتی ہے جو اس گھومتے لچھے کے حوالے سے sf_e زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔

$$(7.19) \quad \tau_{rz}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_r I_{0r}}{\pi} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

یہاں I_{0r} اور θ_0 مساوات 7.17 میں دیئے گئے ہیں۔ اب چونکہ گھومتا لچھا از خود f زاویائی رفتار سے گھوم رہا ہے لہذا اس کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج خلاء میں $(f + sf_e)$ زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔ اس رفتار کو مساوات 7.3 کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

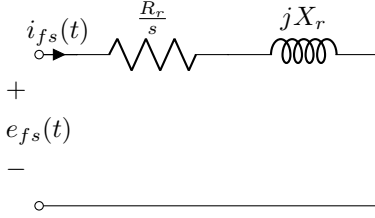
$$(7.20) \quad f + sf_e = f_e(1 - s) + sf_e = f_e$$

لہذا گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کو ساکن لچھوں کے حوالے سے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(7.21) \quad \tau_{r,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_r I_{0r}}{\pi} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

$\tau_{r,s}^+$ میں + کا نشان گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں r, s اس بات کی وضاحت کرتا ہے کہ یہ موج گھومتے یعنی رواں لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا ہے مگر اسے ساکن لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔

یہاں وقفہ لے کر ذرا غور کرتے ہیں۔ مساوات 7.21 کے مطابق گھومتا لچھا خود کسی بھی رفتار سے گھوم رہا ہو، اس کی پیدا کردہ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھے کے پیدا کردہ موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔ لہذا مشین میں دو گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں جو ایک ہی معاصر رفتار سے گھوم رہی ہیں۔ مساوات 5.89 میں کہا گیا ہے کہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجودگی پیدا کرتی ہیں جو ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہے۔ لہذا امالی مشین میں موجود دو مقناطیسی موجیں پیدا کرتی ہیں اور اس کی مقدار ان دو موجوں کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتی ہے۔ امالی موٹر اس پر لدے بوجھ کے مطابق ان دو موجوں کے مابین زاویہ رکھتی ہے اور یوں درکار پیدا کرتی ہے۔



$$Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

$$\phi_z = \tan^{-1} \left(\frac{X_r}{\frac{R_r}{s}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \frac{sX_r}{R_r}$$

شکل 7.3: گھومتے لچھوں کی جگہ فرضی ساکن لچھے کا دور۔

7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے

اب دوبارہ اصل موضوع پر آتے ہیں۔ اگر گھومتے لچھوں کی جگہ N_r پکڑ کے تین دوری فرضی ساکن لچھے ہوں تو مساوات 7.7 کی طرح ان میں امالی برقی دباؤ پیدا ہوگی یعنی¹⁴

$$(7.22) \quad \begin{aligned} e_{afs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t - 90^\circ) = E_r \cos(\omega_e t - 90^\circ) \\ e_{bfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 150^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 150^\circ) \\ e_{cfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 30^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 30^\circ) \end{aligned}$$

مزید فرض کریں کہ ان فرضی ساکن لچھوں کی مزاحمت $\frac{R_r}{s}$ اور متعاملیت jX_r ہیں یعنی

$$(7.23) \quad Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

اگر ان پر مساوات 7.22 میں دیئے گئے برقی دباؤ لاگو کی جائے جیسے شکل 7.3 میں دکھایا گیا ہے تو ان میں برقی رو

¹⁴ ان مساوات میں زیر نوشت میں f لفظ فرضی کے ف کو ظاہر کرتا ہے۔

یہ ہو گی۔

(7.24)

$$\begin{aligned} i_{afs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i_{bfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i_{cfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 300^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$

یہاں مساوات 7.17 استعمال کی گئی ہے۔ اس مساوات میں دھیان رہے کہ رکاوٹ کا زاویہ ϕ_Z وہی ہے جو گھومتے لچھے کا تھا یعنی

$$(7.25) \quad \phi_{fZ} = \tan^{-1} \frac{X}{\left(\frac{R}{s}\right)} = \tan^{-1} \frac{sX}{R} = \phi_Z$$

ان برقی رو کی تعدد ω_e ہے اور ان کا پیدا کردہ گھومتا مقناطیسی موج یہ ہو گا۔

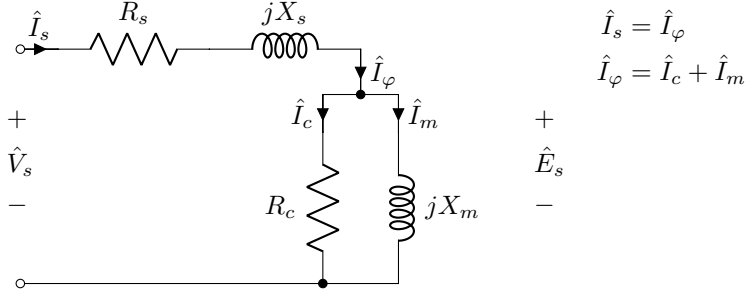
$$(7.26) \quad \tau_{fs,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{or}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

یہ مقناطیسی موج ہو بہو گھومتے لچھے کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ ہے۔

7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور

ہم ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب لچھے کی برقی دور پہلے بنا چکے ہیں جہاں لچھے کی مزاحمت R_1 اور اس کی رستا متعاملیت¹⁵ X_1 تھی۔ ٹرانسفارمر کے قالب میں وقت کے ساتھ بدلتی مقناطیسی بہاؤ اس لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_1 پیدا کرتی۔ یوں

$$(7.27) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R_1 + jX_1) + \hat{E}_1$$



شکل 7.4: امالی موٹر کے ساکن لچھوں کا مساوی برقی دور۔

لکھا جاسکتا ہے جہاں \hat{V}_1 ابتدائی لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ امالی موٹر کے ساکن لچھے کے لئے بھی یہی مساوات حاصل ہوگی۔

تصور کریں کہ مشین کے گھومتے لچھے کھلے دور ہیں اور اس کے ساکن لچھوں پر تین دوری برقی دباؤ لاگو ہے۔ اس صورت میں ساکن لچھوں میں رواں برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ پیدا کرے گی جو مساوات 7.1 میں دی گئی ہے۔

باب کے اس حصہ میں ہم مشین کے ایک دور کو مد نظر رکھیں گے، مثلاً دور a ۔ یہاں شکل 7.4 سے رجوع کریں۔ اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_s اور متعاضلت jX_s ہو اور اس پر لاگو بیرونی برقی دباؤ $v_s(t)$ ہو تو کرفوض¹⁶ کے برقی دباؤ کے قانون کے تحت

$$(7.28) \quad v_s(t) = i_s R_s + L_s \frac{di_s}{dt} + e_s(t)$$

$e_s(t)$ مساوات 7.7 میں دی گئی اس موج کی ساکن لچھے میں پیدا امالی برقی دباؤ ہے۔ اسی کو دوری سمتیہ کے طور پر یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.29) \quad \hat{V}_s = \hat{I}_s (R_s + jX_s) + \hat{E}_s$$

ٹرانسفارمر کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔ اگر موٹر کا گھومتا لچھا کھلے دور¹⁷ رکھا جائے تو قالب میں ایک ہی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ ہوگی۔ ساکن لچھے میں صرف برقی رو \hat{I}_ϕ ہوگا جو قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_s کو

¹⁵leakage reactance
¹⁶Kirchoff's voltage law
¹⁷open circuited

جنم دے گی۔ یہ برقی رو \hat{I}_φ غیر سائن نما ہوتی ہے۔ فوریر تسلسل¹⁸ سے اس کے بنیادی جزو اور ہارمونی جزو معلوم کئے جاسکتے ہیں۔ اس کے بنیادی جزو کے دو حصے ہوتے ہیں۔ ایک حصہ \hat{I}_c ، لاگو بیرونی برقی دباؤ \hat{V}_s کے ہم قدم ہوتا ہے اور یہ قالب میں طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے اور دوسرا حصہ \hat{V}_s سے نوے درجہ تاخیری زاویہ پر رہتا ہے۔ \hat{I}_φ میں سے \hat{I}_c منفی کر کے بقایا کو مقناطیسی جزو کہتے ہیں اسے \hat{I}_m سے ظاہر کرتے ہیں۔ یوں مقناطیسی جزو بنیادی جزو کے پیچھے حصے اور باقی سارے ہارمونی جزو کے مجموعے پر مشتمل ہوتا ہے اور یہ قالب میں مقناطیسی بہاؤ φ_s پیدا کرتا ہے۔

$$(7.30) \quad \hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

امالی موٹر کے مساوی دور میں \hat{I}_c کو مزاحمت R_c سے اور \hat{I}_m کو X_φ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان دونوں کا حساب چلتے موٹر میں متوقع برقی تعدد اور امالی برقی دباؤ \hat{E}_s پر کیا جاتا ہے یعنی

$$(7.31) \quad R_c = \frac{\hat{E}_s}{\hat{I}_c} = \frac{E_s}{I_c}$$

$$X_\varphi = \frac{\left| \hat{E}_s \right|}{\left| \hat{I}_m \right|} = \frac{E_s}{I_m}$$

مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ گھومتے لچھے میں بھی امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔ مساوات 7.29 میں اگر رکاوٹ میں برقی دباؤ کے گٹھنے کو نظر انداز کیا جائے تو لاگو بیرونی برقی دباؤ اور لچھے کی اندرونی امالی برقی دباؤ ہر حالت میں برابر ہوں گے۔ اب تصور کریں کہ گھومتے لچھے کسر دور کر دیے جائیں۔ ایسا کرتے ہی ان میں برقی رو گزرنے لگے گا جو مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ جو مساوات 7.21 میں دی گئی ہے کو جنم دے گی۔ اس موج سے ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_s تبدیل ہو جائے گی اور یوں یہ لاگو برقی دباؤ کے برابر نہیں رہے گی۔ یہ ایک نامکنہ صورت حال ہے۔

ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ، لاگو برقی دباؤ کے برابر تب رہے گی کہ قالب میں مقناطیسی دباؤ تبدیل نہ ہو۔ مشین کے قالب میں مقناطیسی دباؤ برقرار یوں رہتی ہے کہ ساکن لچھے مقناطیسی دباؤ $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ کی متضاد مقناطیسی دباؤ کی ایک موج پیدا کرتی ہے جو اس کے اثر کو مکمل طور پر ختم کر دیتی ہے۔ یہ موج پیدا کرنے کے لئے ساکن

لچھوں میں برقی رو \hat{I}_φ سے بڑھ کر $(\hat{I}_\varphi + \hat{I}'_r)$ ہو جاتی ہے جہاں یہ اضافی برقی رو یہ ہیں۔

$$(7.32) \quad \begin{aligned} i'_{ar}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i'_{br}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i'_{cr}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$

ان اضافی برقی رو کی متضاد مقناطیسی دباؤ کی موج یہ ہے

$$(7.33) \quad \tau_{(r)}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_s I'_{or}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

ساکن لچھوں میں اضافی برقی رو نے ہر لمحہ گھومتے لچھوں کی برقی رو کے اثر کو ختم کرنا ہے لہذا یہ دونوں برقی رو ہم قدم¹⁹ ہی ہوں گے۔ چونکہ یہ مساوات اور مساوات 7.21 برابر ہیں

$$(7.34) \quad N_s I'_{or} = N_r I_{or}$$

لہذا ان سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(7.35) \quad I'_{or} = \left(\frac{N_r}{N_s} \right) I_{or} = \left(\frac{N_r}{N_s} \right) \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}}$$

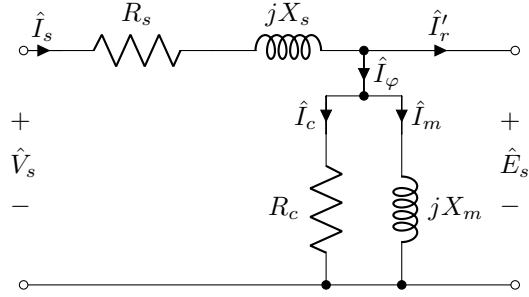
آپ نے دیکھا کہ گھومتے لچھے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جن کے ذریعہ ساکن لچھوں کو معلوم ہوتا ہے کہ موٹر پر بوجھ لدا ہے اور وہ اس کے مطابق لاگو برقی دباؤ سے برقی رو لیتی ہیں۔ یہاں تک امالی موٹر کی مساوی برقی دور شکل 7.5 میں دکھائی گئی ہے۔

یہاں ذرہ شکل 7.6 سے رجوع کریں۔ اس شکل میں

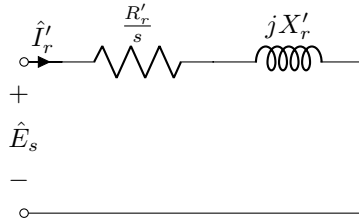
$$(7.36) \quad \begin{aligned} R'_r &= \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_r \\ X'_r &= \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 X_r \end{aligned}$$

پر ساکن لچھوں کی امالی برقی دباؤ \hat{E}_s لاگو ہے لہذا ان میں برقی رو یہ ہوں گی۔

$$(7.37) \quad \begin{aligned} i'_a(t) &= \frac{s E_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) \\ i'_b(t) &= \frac{s E_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) \\ i'_c(t) &= \frac{s E_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_Z) \end{aligned}$$



شکل 7.5: مساوی دور اضافی برقی رو کے ساتھ۔

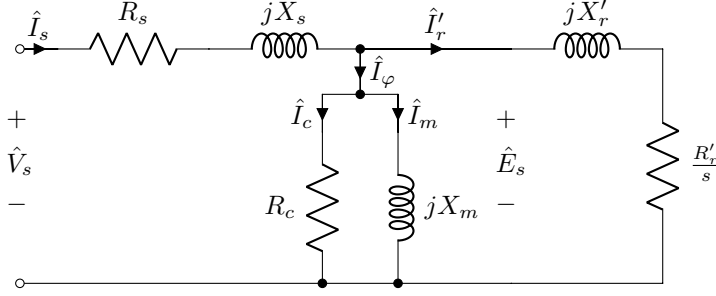


$$R_r' = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_r$$

$$X_r' = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 X_r$$

$$i_a'(t) = \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(s\omega_e t - \theta_0 - \phi_z)$$

شکل 7.6: گھومتے لپھے کا ایک اور مساوی دور۔



شکل 7.7: امالی موٹر کی مساوی برقی دور۔

ان سب مساوات کا حیثہ برابر ہے۔ اس حیثے کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.38) \quad \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} = \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 (R_r^2 + s^2 X_r^2)}} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right) I_{0r} = I_{0r}'$$

لہذا مساوات 7.37 اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.39) \quad \begin{aligned} i_a'(t) &= I_{0r}' \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) \\ i_b'(t) &= I_{0r}' \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) \\ i_c'(t) &= I_{0r}' \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_Z) \end{aligned}$$

یہ مساوات بالکل مساوات 7.32 کی طرح ہے۔ لہذا اگر شکل 7.5 میں ساکن لچھوں کی امالی برقی دباؤ \hat{E}_s کے متوازی شکل 7.6 جوڑا جائے تو ایسا کرنے سے ساکن لچھوں میں اتنا ہی اضافی برقی رورواں ہو گا جو اصل موٹر میں گھومتے لچھوں کی وجہ سے ہوتا ہے۔ شکل 7.7 میں ایسا ہی کیا گیا ہے لہذا شکل میں دیا برقی دور، امالی موٹر کی صحیح عکاسی کرتی ہے۔ یہی امالی موٹر کی مساوی برقی دور ہے۔

7.8 مساوی برقی دور پر غور

مساوات 7.18 ایک گھومتے لچھے میں برقی طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے۔ مساوات 7.36 اور 7.38 کی مدد سے اسے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.40) \quad p_{\text{ضیاع}} = I_{0r}^2 R_r = \left(\frac{N_s^2}{N_r^2} I_{0r}'^2\right) \left(\frac{N_r^2}{N_s^2} R_r'\right) = I_{0r}'^2 R_r'$$

شکل 7.7 سے ظاہر ہے کہ ایک گھومتے لچھے کو کل

$$(7.41) \quad p_r = I_{0r}^2 \frac{R'_r}{s}$$

برقی طاقت دی جاتی ہے جس میں سے ضیاء p گھومتے لچھے کی مزاحمت میں ضائع ہو جاتی ہے اور بقایا بطور میکانی طاقت مشین کے دھرے پر پائی جاتی ہے یعنی

$$(7.42) \quad p = I_{0r}^2 \frac{R'_r}{s} - I_{0r}^2 R'_r = I_{0r}^2 \frac{R'_r}{s} (1 - s) = p_r (1 - s)$$

یوں تین دوری مشین جس میں تین لچھے ہوتے ہیں اس کے تین گنا میکانی طاقت فراہم کر سکتی ہے یعنی

$$(7.43) \quad p_{\text{میکانی}} = 3 I_{0r}^2 \frac{R'_r}{s} (1 - s) = 3 p_r (1 - s)$$

اس مساوات سے واضح ہے کہ اگر سرک ایک کے برابر ہو تو موٹر کوئی میکانی طاقت فراہم نہیں کرے گی اور گھومتے حصے کو جتنی برقی توانائی مل رہی ہو وہ ساری کی ساری اس میں ضائع ہو کر اسے گرم کرے گی۔ یوں موٹر کے گرم ہو کر جل جانے کا امکان ہوتا ہے۔ آپ اس مساوات سے دیکھ سکتے ہیں کہ امالی موٹر کی سرک صفر کے قریب رہنی چاہئے ورنہ یہ ناقابل قبول حد تک برقی توانائی ضائع کرے گا۔ ہم امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل 7.8 کی طرح بھی بنا سکتے ہیں۔ اس شکل میں شکل 7.7 میں دیئے مزاحمت $\frac{R'_r}{s}$ کو دو حصوں میں لکھا گیا ہے یعنی

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r + R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

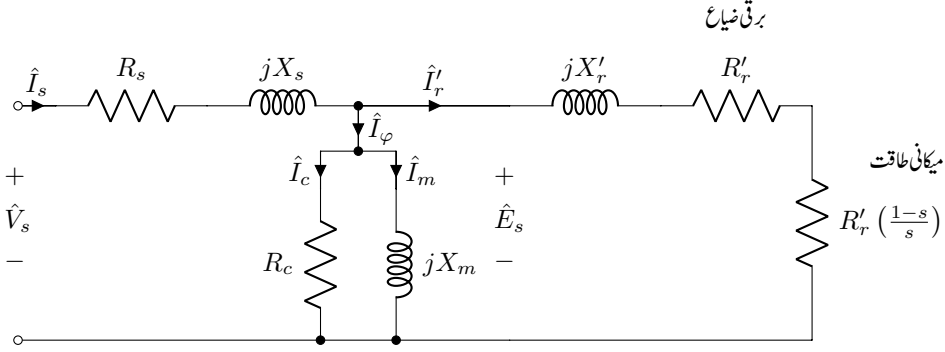
یوں شکل 7.7 میں مزاحمت R'_r میں برقی طاقت کی ضیاء $I_{0r}^2 R'_r$ گھومتے لچھے کی ضیاء ہے جبکہ مزاحمت $R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$ میں برقی طاقت کی ضیاء $I_{0r}^2 R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$ دراصل میکانی طاقت ہے۔ یاد رہے کہ تین دوری مشین کے لئے یہاں سے حاصل نتائج کو تین سے ضرب دینا ہو گا۔

میکانی طاقت، قوت مروڑ ضرب میکانی زاویائی رفتار ہوتی ہے۔ امالی موٹر کی میکانی زاویائی رفتار مساوات 7.3 میں دی گئی ہے جبکہ مساوات 5.51 میں میکانی معاصر رفتار ω_{sm} دی گئی ہے۔ یوں

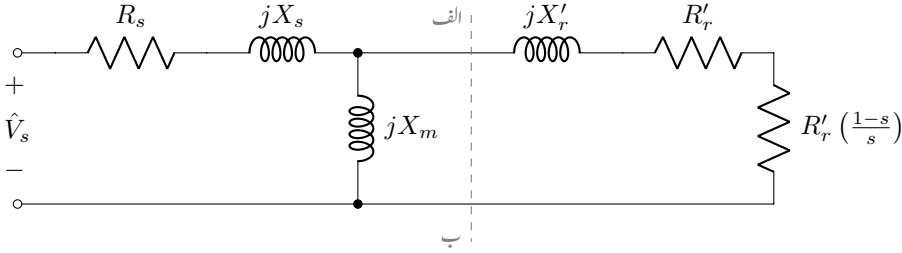
$$(7.44) \quad p = T_m \omega = T_m \times 2\pi f = T_m \times 2\pi(1-s)f_s = T_m(1-s)\omega_{sm}$$

لہذا

$$(7.45) \quad T_m = \frac{p}{(1-s)\omega_{sm}} = \frac{3 I_{0r}^2 R'_r}{\omega_{sm} s}$$



شکل 7.8: امالی موٹر کا دوسرا مساوی برقی دور۔



اس کا مساوی تھون دور بنائیں

شکل 7.9: امالی موٹر کا سادہ دور۔ قالبی ضیاع کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

اصل موٹر میں رگڑ، قالبی ضیاع، لچھوں میں ضیاع اور دیگر وجوہات کی بنا پر دھرے پر طاقت یا قوت مروڑ اس سے قدر کم ہوگی۔

ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور بناتے وقت R_c اور X_m کو نظر انداز کیا گیا تھا۔ امالی موٹر میں ایسا کرنا ممکن نہیں ہوتا چونکہ موٹروں میں خلائی درز ہوتی ہے جس میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنے کے لئے بہت زیادہ مقناطیسی دباؤ درکار ہوتی ہے۔ حقیقت میں بے بوجھ امالی موٹر کو اپنے پورے برقی رو کے تیس سے پچاس فی صد برقی رو قالب کو ہیجان کرنے کے لئے درکار ہوتی ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز کی وجہ سے اس کی رستا مالہ بھی زیادہ ہوتی ہے اور اسے نظر انداز کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ البتہ مساوی دور میں R_c کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے جیسے شکل 7.9 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں نقطہ دار لکیر کی بائیں جانب کا مساوی تھون دور بنایا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے امالی موٹر پر غور کرنا نہایت آسان ہو جاتا ہے۔ اب ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔

مثال 7.2: ستارہ جڑی چھ قطب پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی 15 کلو واٹ امالی موٹر کے مساوی دور کے اجزاء یہ ہیں

$$R_s = 0.5 \Omega, \quad R'_r = 0.31 \Omega, \quad X_s = 0.9 \Omega, \quad X'_r = 0.34 \Omega, \quad X_m = 0.22 \Omega$$

موٹر میں رگڑ سے طاقت کا ضیاع 600 واٹ ہے۔ قابلی ضیاع کو اسی کا حصہ تصور کیا گیا ہے۔ اس کو اٹل تصور کیا جائے۔ یہ موٹر درکار وولٹ اور تعداد ارتعاش پر دو فی صد سرک پر چل رہی ہے۔ اس حالت میں موٹر کی رفتار، اس کے دھرے پر پیدا قوت مروڑ اور طاقت، اس کے ساکن لچھے کی برقی رو اور اس کی فی صد کارگزاری حاصل کریں۔

حل: موٹر کی معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{6} \times 50 = 16.66$ سیکنڈ یا $16.66 \times 60 = 1000$ چکر فی منٹ۔ دو فی صد سرک پر موٹر کی رفتار $f = 16.66 \times (1 - 0.02) = 16.33$ سیکنڈ یا $16.33 \times 60 = 979.8$ چکر فی منٹ ہے۔

شکل 7.9 میں دائیں جانب

$$jX'_r + R'_r + R_r \frac{1-s}{s} = jX'_r + \frac{R'_r}{s} = j0.34 + \frac{0.31}{0.02} = j0.34 + 15.5$$

اور jX_m متوازی جڑے ہیں۔ ان کی مساوی رکاوٹ یہ ہے

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{15.5 + j0.34} + \frac{1}{j22}$$

$$Z = 10.147 + j7.375 = R + jX$$

موٹر پر لاگو یک دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ وولٹ ہے۔ یوں ساکن لچھے کی برقی رو

$$\hat{I}_s = \frac{\hat{V}_s}{R_s + jX_s + Z}$$

$$= \frac{239.6}{0.5 + j0.99 + 10.147 + j7.375}$$

$$= 17.6956 \angle -38.155^\circ$$

ہے۔ اس موٹر کے گھومتے حصہ کو وہی طاقت منتقل ہو رہی ہے جو رکاوٹ Z کو منتقل ہو رہی ہے۔ یعنی مساوات 7.41 کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$p = I_{or}^2 \frac{R'_r}{s} = I_s^2 R = 17.6956^2 \times 10.147 = 3177.37 \text{ W}$$

تین مراحل کے لئے یہ مقدار $9532 = 3177.37 \times 3$ واٹ ہو گی۔ مساوات 7.43 موٹر کی اندرونی میکانی طاقت دیتی ہے یعنی

$$p_{\text{میکانی}} = 9532 \times (1 - 0.02) = 9341 \text{ W}$$

اس سے طاقت کا ضیاع منفی کر کے $8741 = 9341 - 600$ واٹ رہ جاتا ہے۔ یہ موٹر کے دھڑے پر میکانی طاقت ہو گی جس سے دھڑے پر قوت مروڑ

$$T = \frac{8741}{2 \times \pi \times 16.33} = 85.1 \text{ N m}$$

ہو گی۔

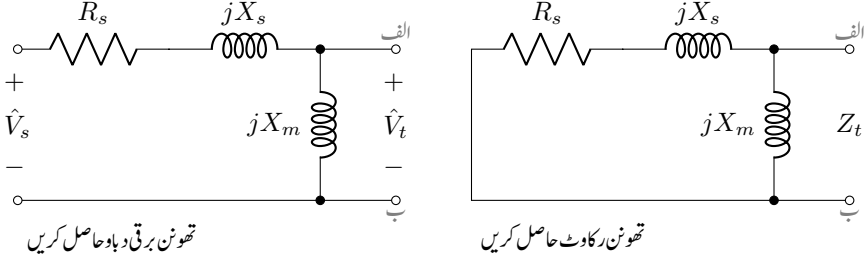
موٹر کو کل مہیا برقی طاقت $10001.97 = \sqrt{3} \times 415 \times 17.6956 \times \cos(-38.155)$ واٹ ہے۔ یوں
 اس موٹر کی کارگزاری % $87.39 = \frac{8741}{10001.97} \times 100$ ہے۔ □

7.9 امالی موٹر کا مساوی تھونن دور یا ریاضی نمونہ

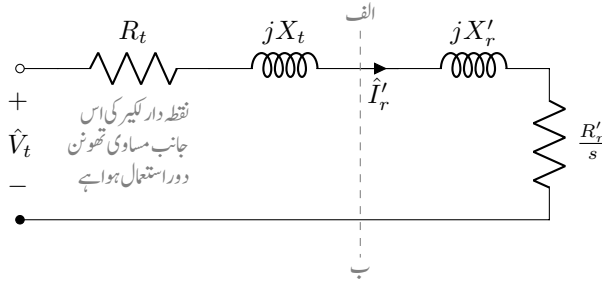
مسئلہ تھونن²⁰ کے مطابق کسی بھی سادہ خطی برقی دور²¹ کو اس کے دو برقی سروں کے مابین ایک رکاوٹ اور ایک برقی دباؤ کی مساوی دور سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اس مساوی دور کو مساوی تھونن دور کہتے ہیں جبکہ اس مساوی تھونن دور کی رکاوٹ کو تھونن رکاوٹ اور برقی دباؤ کو تھونن برقی دباؤ کہتے ہیں۔

برقی دور کے دو برقی سروں کے مابین تھونن رکاوٹ حاصل کرنے کے لئے اس برقی دور کے اندرونی برقی دباؤ کسر دور کر کے ان دو برقی سروں کے مابین رکاوٹ معلوم کی جاتی ہے۔ یہی رکاوٹ، تھونن رکاوٹ ہے۔ انہیں برقی سروں پر تھونن برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے دیئے گئے برقی دور کے اندرونی برقی دباؤ برقرار رکھ کر ان دو سروں پر برقی دباؤ معلوم کی جاتی ہے۔ یہی برقی دباؤ در حقیقت تھونن برقی دباؤ ہے۔ بعض اوقات ہم ایک برقی دور کے ایک خاص حصے کا مساوی تھونن دور بنانا چاہتے ہیں۔ ایسا کرتے وقت بتایا برقی دور کو اس حصے سے مکمل طور پر منقطع کیا جاتا ہے۔ یوں شکل 7.10 سے واضح ہے کہ دو سروں الف اور با کے مابین مساوی تھونن رکاوٹ اور تھونن برقی

²⁰Thevenin theorem
²¹linear circuit



شکل 7.10: تھونن رکاوٹ اور تھونن برقی دباؤ حاصل کرنے کے دور۔



شکل 7.11: تھونن دور استعمال کرنے کے بعد امالی موٹر کا مساوی دور۔

دباؤ یہ ہیں۔

$$(7.46) \quad Z_t = \frac{(R_s + jX_s) jX_m}{R_s + jX_s + jX_m} = R_t + jX_t$$

$$\hat{V}_t = \frac{jX_m \hat{V}_s}{R_s + jX_s + jX_m} = V_t / \theta_t$$

کسی بھی مخلوط عدد²² کی طرح Z_t کو ایک حقیقی عدد R_t اور ایک فرضی عدد jX_t کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔ یہی اس مساوات میں کیا گیا ہے۔

ہم یوں امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل 7.11 کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں سے دوری سمتیہ کی استعمال سے

complex number²²

مندرجہ ذیل برقی رو \hat{I}_r' حاصل ہوتی ہے۔

$$(7.47) \quad \hat{I}_r' = \frac{\hat{V}_t}{R_t + jX_t + \frac{R_r'}{s} + jX_r'}$$

$$|\hat{I}_r'| = I_r' = \frac{V_t}{\sqrt{\left(R_t + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_t + X_r')^2}}$$

چونکہ I_r' کی قیمت پر \hat{V}_t کے زاویے کا کوئی اثر نہیں لہذا مساوی تھون دور میں \hat{V}_t کی جگہ $V/0$ استعمال کیا جاسکتا ہے۔ بقایا کتاب میں ایسا ہی کیا جائے گا۔

مساوات 7.45 سے یوں تین دوری مشین کی قوت مروڑ یہ ہوگی

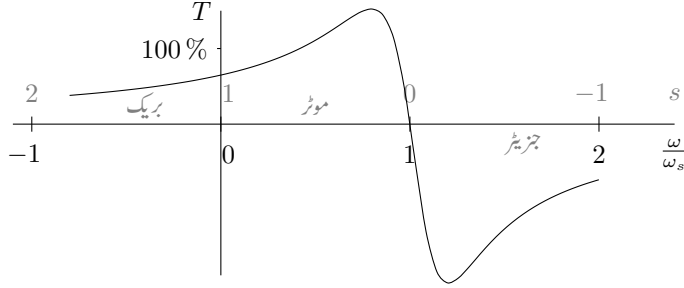
$$(7.48) \quad T = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R_r'}{s}\right)}{\left(R_t + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_t + X_r')^2}$$

$$= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R_r'}{s}\right)}{\frac{R_r'^2}{s^2} + 2R_t \frac{R_r'}{s} + R_t^2 + (X_t + X_r')^2}$$

اس مساوات کو شکل 7.12 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں موٹر کی رفتار کو معاصر رفتار کی نسبت سے دکھایا گیا ہے۔ موٹر از خود گھومتے مقناطیسی موج کی سمت میں گھومتی ہے اور اس کی رفتار معاصر رفتار سے قدر کم رہتی ہے۔ زیادہ سرک پر موٹر کی کارگزاری نہایت خراب ہو جاتی ہے۔ اسی لئے لگاتار استعمال کے وقت اسے تقریباً پانچ فی صد سے کم سرک پر چلایا جاتا ہے بلکہ ان کی تخلیق یوں کی جاتی ہے کہ امالی موٹر اپنی پوری طاقت تقریباً پانچ فی صد سے کم سرک پر حاصل کرتی ہے۔

اگر موٹر کو زبردستی ساکن لچھوں کی گھومتے مقناطیسی موج کی سمت میں معاصر رفتار سے زیادہ رفتار پر گھمایا جائے تو یہ ایک جزیئر کے طور پر کام کرنے شروع ہو جائے گی۔ ایسا کرنے کے لئے بیرونی میکانی طاقت درکار ہوگی۔ اگرچہ امالی مشین عام طور پر جزیئر کے طور پر استعمال نہیں ہوتے البتہ ہوا سے برقی طاقت پیدا کرنے میں یہ جزیئر کے طور پر کار آمد ثابت ہوتے ہیں۔

شکل 7.12 میں منفی رفتار بھی دکھائی گئی ہے جہاں سرک ایک سے زیادہ ہے۔ ایسا تب ہوتا ہے جب موٹر کو ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کی اُلٹ سمت میں گھمایا جائے۔ موٹر کو جلد ساکن حالت میں لانے کے



شکل 7.12: امالی موٹر کی قوت مروڑ بالمقابل سرک۔

لئے یوں کیا جاتا ہے۔ تین دوری موٹر پر لاگو برقی دباؤ کی کسی دو برقی دباؤ کو آپس میں الٹا دیا جاتا ہے۔ اس طرح موٹر کی ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج یکدم الٹ سمت میں گھومنے شروع ہو جاتی ہے جبکہ موٹر ابھی پہلی سمت میں ہی گھوم رہی ہوتی ہے۔ اس طرح موٹر جلد آہستہ ہوتی ہے اور جیسے ہی موٹر رکھ کر دوسری جانب گھومنا چاہتی ہے اس پر لاگو برقی دباؤ منقطع کر دی جاتی ہے۔ امالی موٹر یوں ریل گاڑی میں عموماً بطور بریک²³ استعمال کی جاتی ہے۔

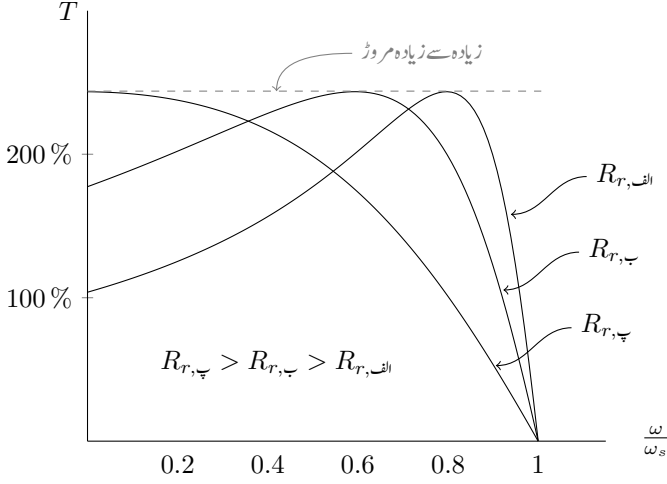
یوں امالی مشین $s < 0$ کی صورت میں بطور جزئیہ، $0 < s < 1$ کی صورت میں بطور موٹر اور $s > 1$ کی صورت میں بطور بریک کام کرتا ہے۔

امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ مساوات 7.48 سے یوں حاصل کی جاسکتی ہے۔ قوت مروڑ اُسی لمحہ زیادہ سے زیادہ ہو گی جب گھومتے حصے کو زیادہ سے زیادہ طاقت میسر ہو۔ زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کے مسئلہ²⁴ کے مطابق مزاحمت $\frac{R'_r}{s}$ میں طاقت کا ضیاع اس وقت زیادہ سے زیادہ ہو گا جب

$$(7.49) \quad \frac{R'_r}{s} = |R_t + jX_t + jX'_r| = \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}$$

ہو۔ اس مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرک s_z کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.50) \quad s_z = \frac{R'_r}{\sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$



شکل 7.13: بیرونی مزاحمت لگانے کے قوت مروڑ بالمتقابل سرک کے خطوط پر اثرات۔

مساوات 7.48 میں کسر کے نچلے حصے میں $R_t^2 + (X_t + X_r')^2$ کی جگہ مساوات 7.49 کا مربع استعمال کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ یوں حاصل کی جاسکتی ہے

$$\begin{aligned}
 T_z &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R_r'}{s} \right)}{\frac{R_t'^2}{s^2} + 2R_t \frac{R_r'}{s} + \frac{R_r'^2}{s^2}} \\
 (7.51) \quad &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left(R_t + \frac{R_r'}{s} \right)} \\
 &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left(R_t + \sqrt{R_t^2 + (X_t + X_r')^2} \right)}
 \end{aligned}$$

جہاں آخری قدم پر مساوات کا استعمال دوبارہ کیا گیا۔

اس مساوات کے مطابق امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ اس کے گھومتے لچھوں کی مزاحمت پر منحصر نہیں۔ یہ ایک اہم معلومات ہے جسے استعمال کر کے امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ درکار رفتار پر حاصل کی جاسکتی ہے۔ آئیں دیکھیں کہ یہ کیسا کیا جاتا ہے۔

امالی موٹر کے گھومتے لچھوں کے برقی سروں کو سرکے پھلوں²⁵ کے ذریعہ باہر نکالا جاتا ہے²⁶ جہاں ان کے ساتھ سلسلہ وار بیرونی مزاحمت جوڑی جاتی ہے۔ اس طرح گھومتے لچھوں کی کل مزاحمت بڑھ کر $R_r + R$ ہو جاتی ہے۔ ایسا کرنے سے مساوات 7.49 کے مطابق زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ نسبتاً زیادہ سرک یعنی کم زاویائی رفتار پر حاصل کی جاسکتی ہے۔ شکل 7.13 میں مزاحمت R_r کے ساتھ ساکن موٹر کو چالو کرتے وقت زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ حاصل ہو سکتی ہے۔ اس طرح بوجھ بردار موٹر ساکن حالت سے ہی زیادہ بوجھ اٹھانے کے قابل ہوتا ہے۔ چونکہ زیادہ سرک پر موٹر کی کارگزاری خراب ہوتی ہے لہذا اس طرح موٹر کو زیادہ دیر نہیں چلایا جاتا اور جیسے ہی اس کی رفتار بڑھ جاتی ہے، اس سے جڑے بیرونی مزاحمتیں منقطع کر کے گھومتے لچھوں کے برقی سرے کسر دور کر دیئے جاتے ہیں۔

مثال 7.3: صفحہ 229 پر مثال 7.2 میں دی گئی امالی موٹر اس مثال میں استعمال کریں۔ رگڑ سے طاقت کی ضیاع کو نظر انداز کریں۔

- اگر موٹر درکار وولٹ اور تعداد ارتعاش پر تین فی صد سرک پر چل رہی ہو تو ساکن لچھے میں گھومتے لچھے کے حصہ کی برقی رد I_r' اور مشین کی اندرونی میکانی طاقت اور قوت مروڑ حاصل کریں۔
- موٹر کی زیادہ سے زیادہ اندرونی پیدا قوت مروڑ اور اس قوت مروڑ پر موٹر کی رفتار حاصل کریں۔
- موٹر کی چالو ہونے کے لمحہ پر قوت مروڑ اور اسی لمحہ اس کی I_r' حاصل کریں۔

حل:

- یک دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ استعمال کرتے ہوئے مساوات 7.46 کی مدد سے

$$Z_t = \frac{(0.5 + j0.99) j22}{0.5 + j0.99 + j22} = 0.4576 + j0.9573$$

$$\hat{V}_t = \frac{j22 \times 239.6 \angle 0^\circ}{0.5 + j0.99 + j22} = 229.2 \angle 1.246^\circ$$

مساوات 7.47 میں تین فی صد سرک پر $\frac{R_r'}{s} = 10.3333$ کے استعمال سے

$$\hat{I}_r' = \frac{229.2 \angle 1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 10.3333 + j0.34} = 21.1 \angle -5.6^\circ$$

$$I_r' = |\hat{I}_r'| = 21.1 \text{ A}$$

یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ مندرجہ بالا مساوات میں $229.2/1.246^\circ$ کی جگہ $229.2/0^\circ$ استعمال کرنے سے I_r' کی یہی قیمت حاصل ہوتی۔
مساوات 7.43 اور 7.44 کی مدد سے

$$p_m = \frac{3 \times 21.1^2 \times 0.31}{0.03} \times (1 - 0.03) = 13387.46 \text{ W}$$

$$T = \frac{13387.46}{(1 - 0.03) \times 2 \times \pi \times 16.66} = 131.83 \text{ N m}$$

• مساوات 7.50 سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرک

$$s_z = \frac{0.31}{\sqrt{0.4576^2 + (0.9573 + 0.34)^2}} = 0.1638$$

اور اس پر موٹر کی رفتار $1000 \times (1 - 0.1638) = 836.2$ چکر فی منٹ ہوگی۔

• چالو کرتے لمحہ پر سرک ایک ہوگی لہذا $\frac{R_r'}{s} = 0.31$ ہوگا اور یوں

$$\hat{I}_r' = \frac{229.2/1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 0.31 + j0.34} = 152.07/-58.14^\circ$$

$$I_r' = 152 \text{ A}$$

اس لمحہ قوت مروڑ

$$T = \frac{3 \times 152.07^2 \times 0.31}{2 \times \pi \times 16.66} = 205 \text{ N m}$$

□

مثال 7.4: دو قطب ستارہ جڑا پچاس ہرٹز پر چلنے والا تین دوری امالی موٹر 2975 چکر فی منٹ کی رفتار پر بارہ کلوواٹ کے میکانیکی بوجھ سے لدا ہے۔ موٹر کی سرک اور دھرے پر قوت مروڑ حاصل کریں۔

حل: معاصر رفتار $50 = \frac{2}{2} \times 50 = 50$ یا $\frac{2}{P} f_e = 50$ چکر فی سیکنڈ یا $3000 = 50 \times 60$ چکر فی منٹ ہے۔ یوں سرک $s = \frac{3000 - 2975}{3000} = 0.00833$ یا 0.833% فی صد ہے۔ موٹر کی رفتار $\frac{2975}{60} = 49.5833$ چکر فی سیکنڈ ہے لہذا اس کے دھرے پر قوت مروڑ $\frac{12000}{2 \times \pi \times 49.58} = 38 \text{ N m}$ ہوگی۔

□

7.10 پنجرانما امالی موٹر

گھومتے لچھوں کی ساخت پر ذرا غور کرتے ہیں۔ گھومتے لچھوں کے N_r چکر ہوتے ہیں جہاں N_r کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔ سادہ ترین صورت میں N_r ایک کے برابر ہو سکتا ہے یعنی ایک ہی چکر کا گھومتا لچھا۔ اب بجائے اس کے کہ قالب میں لچھوں کے لئے شگاف بنائے جائیں اور ہر شگاف میں تانبے کی تار کا ایک چکر لپٹا جائے ہم یوں بھی کر سکتے ہیں کہ ہر شگاف میں سیدھا تانبے کا ایک سلاخ رکھ دیں اور اس طرح کے سب سلاخوں کی ایک جانب کے سروں کو تانبے کی ایک دائرہ نما سلاخ سے کسر دور کر دیں اور اسی طرح دوسری جانب کے سب سروں کو بھی ایک تانبے کی دائرہ نما سلاخ سے کسر دور کر دیں۔ اس طرح تانبے کی سلاخوں کا پنجرہ بن جاتا ہے۔ اسی لئے ایسے امالی موٹروں کو پنجرانما امالی موٹر کہتے ہیں۔

حقیقت میں شگافوں میں پگھلاتا تانبا یا سلور²⁷ ڈالا جاتا ہے جو ٹھنڈا ہو کر ٹھوس ہو جاتا ہے اور قالب کو بھکڑ لیتا ہے۔ دونوں اطراف کے دائرہ نما کسر دور کرنے والے چھلے بھی اسی طرح اور اسی وقت بنائے جاتے ہیں۔ اس طرح یہ ایک مضبوط گھومتا حصہ بن جاتا ہے۔ اسی مضبوطی کی وجہ سے پنجرانما امالی موٹر نہایت مقبول ہوا ہے۔ ایسے موٹر سالوں تک بغیر دیکھ بال کے کام کرتے ہیں اور زندگی میں ہر جگہ پائے جاتے ہیں۔ گھروں میں پانی کے پمپ اور پینکھے انہیں سے چلتے ہیں۔

7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ

امالی موٹر کی کارکردگی دو معائنوں سے معلوم کی جاتی ہے۔ انہی سے اس کے مساوی برقی دور کے جزو بھی حاصل کئے جاتے ہیں۔ ہم تین دوری امالی موٹر کی مثال سے ان معائنوں کا تذکرہ کرتے ہیں۔

7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ بالکل ٹرانسفارمر کے بے بوجھ معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں موٹر کی ہیجان انگیز برقی رو اور بے بوجھ موٹر میں طاقت کے ضیاع کی معلومات حاصل ہوتی ہیں۔

copper, aluminium²⁷

اس میں بے بوجھ امالی موٹر پر تین دوری مساوی برقی دباؤ V_{bb}^{28} لاگو کر کے بے بوجھ موٹر کی برقی طاقت کا ضیاع p_{bb} اور اس کے ساکن لچھے کی ہیجان انگیز برقی رو $I_{s,bb}$ ناپی جاتی ہے۔ یہ معائنہ امالی موٹر کی پورے برقی دباؤ اور برقی تعدد پر کیا جاتا ہے۔

بے بوجھ امالی موٹر صرف اتنی قوت مروڑ پیدا کرتی ہے جتنی رگڑ اور دیگر طاقت کے ضیاع کی وجہ سے درکار ہو۔ اتنی کم قوت مروڑ بہت کم سرک پر حاصل ہو جاتی ہے۔ مساوات 7.47 سے ظاہر ہے کہ بہت کم سرک پر I_r' بھی نہایت کم ہوگی اور اس سے گھومتے لچھوں میں برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اسی بات کو صفحہ 226 پر شکل 7.7 کی مدد سے بھی سمجھا جاسکتا ہے جہاں یہ واضح ہے کہ بہت کم سرک پر مزاحمت $\frac{R_r'}{s}$ کی قیمت بہت زیادہ ہو جاتی ہے اور اس کو کھلے دور سمجھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے شکل 7.14-الف ملتا ہے۔

شکل 7.14-الف میں R_c اور jX_m کے متوازی دور کا مساوی سلسلہ وار دور شکل 7.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی امالی موٹر کی R_c کی قیمت اس کی X_m کی قیمت سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔ متوازی دور کی رکاوٹ Z_m سے مساوی سلسلہ وار رکاوٹ Z_s یوں حال ہوتی ہے۔

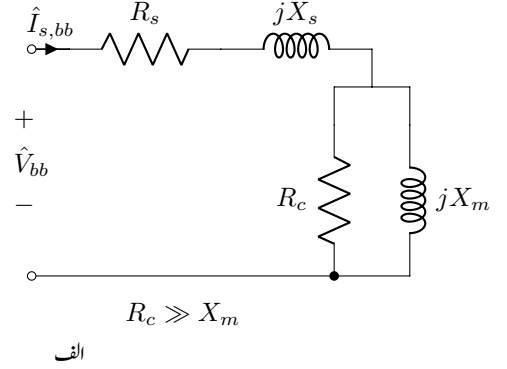
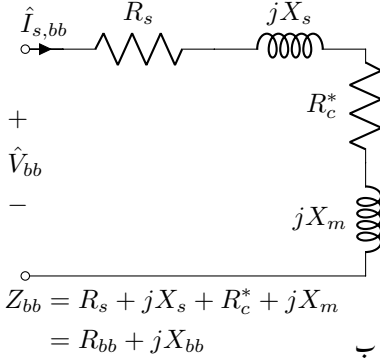
$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \\
 &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \frac{R_c - jX_m}{R_c - jX_m} \\
 &= \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2 + X_m^2} \\
 &\approx \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2} \quad \text{چونکہ } R_c \gg X_m \\
 &= jX_m + \frac{X_m^2}{R_c} = jX_m + R_c^* = Z_s
 \end{aligned}
 \tag{7.52}$$

بے بوجھ ٹرانسفارمر میں ابتدائی لچھوں کے برقی طاقت کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاتا ہے۔ بے بوجھ امالی موٹروں کی ہیجان انگیز برقی رو کافی زیادہ ہوتی ہے لہذا ان کے ساکن لچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز نہیں کیا جاسکتا۔ بے بوجھ امالی موٹر کی p_{bb} سے اگر تین ساکن لچھوں کی برقی ضیاع منفی کی جائے تو اس میں میکانیکی طاقت کے ضیاع کا حساب لگایا جاسکتا ہے یعنی

$$p_{\text{نیع}} = p_{bb} - 3I_{s,bb}^2 R_s \tag{7.53}$$

میکانیکی طاقت کا ضیاع بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر کے لئے یکساں تصور کیا جاتا ہے۔

²⁸ V_{bb} لکھتے ہوئے لفظ بے بوجھ کے پہلے حروف ب اور ب کو زیر نوشت میں bb سے ظاہر کیا گیا ہے۔



شکل 7.14: بے بوجھ امالی موٹر کا معائنہ۔

شکل 7.14-ب سے ہم لکھ سکتے ہیں۔

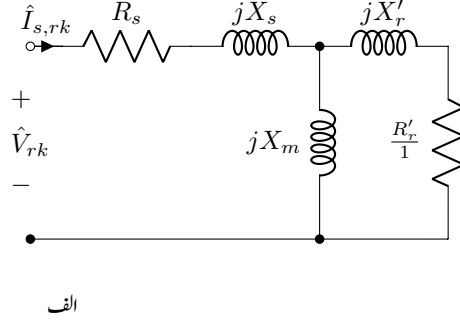
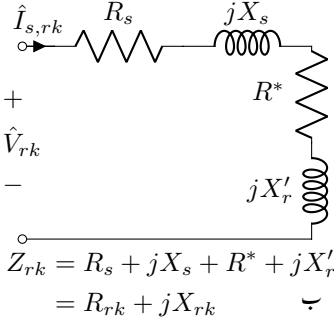
$$\begin{aligned}
 R_{bb} &= \frac{p_{bb}}{3I_{s,bb}^2} \\
 Z_{bb} &= \frac{V_{bb}}{I_{s,bb}} \\
 X_{bb} &= \sqrt{|Z_{bb}|^2 - R_{bb}^2} \\
 X_{bb} &= X_s + X_m
 \end{aligned}
 \tag{7.54}$$

یوں اس معائنہ سے موٹر کی بے بوجھ متعاملیت X_{bb} حاصل ہوتی ہے۔ اگر کسی طرح ساکن لچھے کی متعاملیت X_s معلوم ہو تب اس مساوات سے X_m حاصل کی جاسکتی ہے۔ اگلے معائنہ میں ہم X_s کا اندازہ لگا سکیں گے۔

7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے کسر دور معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں مشین کے رستا امالوں کی معلومات حاصل ہوتی ہے۔ البتہ امالی موٹر کا مسئلہ ذرا زیادہ پیچیدہ ہے۔ امالی موٹر کی رستا امالہ گھومتے لچھوں میں برقی تعدد اور قالب کے سیراب ہونے پر منحصر ہوتے ہیں۔

اس معائنہ میں امالی موٹر کے گھومتے حصے کو حرکت کرنے سے زبردستی روک دیا جاتا ہے جبکہ ساکن لچھوں پر بیرونی برقی دباؤ V_{rk} لاگو کر کے برقی طاقت p_{rk} اور ساکن لچھوں کی برقی رد $I_{s,rk}$ ناپی جاتی ہیں۔ اصولی طور پر یہ معائنہ اُن حالات کو مد نظر رکھ کر کیا جاتا ہے جن پر موٹر کی معلومات درکار ہوں۔



شکل 7.15: ر کے امالی موٹر کا معائنہ۔

جس لمحہ ایک موٹر کو ساکن حالت سے چالو کیا جائے اس لمحہ موٹر کی سرک ایک کے برابر ہوتی ہے اور اس کے گھومتے لچھوں میں عام تعدد f_e کی برقی رو $I_{t=0}$ ²⁹ ہوتی ہے، لہذا اگر اس لمحہ کے نتائج درکار ہوں تو موٹر کے ساکن لچھوں پر عام تعدد یعنی f_e کی اتنی برقی دباؤ لاگو کی جائے گی جتنی سے اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو $I_{t=0}$ ہو۔ اسی طرح اگر عام چالو حالت میں بوجھ بردار موٹر کے نتائج درکار ہوں جب موٹر کی سرک s اور اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو $I_{t \rightarrow \infty}$ ³⁰ ہوتی ہے تو معائنہ میں $s f_e$ تعدد کی برقی دباؤ استعمال کی جائے گی اور اس کی مقدار اتنی رکھی جائے گی جتنی سے گھومتے لچھوں میں $I_{t \rightarrow \infty}$ برقی رو وجود میں آئے۔ تقریباً 20 kV A سے چھوٹی موٹروں میں برقی تعدد کے اثرات قابل نظر انداز ہوتے ہیں لہذا ان کا معائنہ f_e تعدد کی برقی دباؤ پر ہی کیا جاتا ہے۔

یہاں صفحہ 226 پر دکھائے شکل 7.7 کو ر کے موٹر کے معائنہ کی نقطہ نظر سے دوبارہ بناتے ہیں۔ ر کے موٹر کی سرک ایک کے برابر ہوتی ہے۔ مزید یہ کہ اس معائنہ میں لاگو برقی دباؤ عام چالو موٹر پر لاگو برقی دباؤ سے خاصی کم ہوتی ہے۔ اتنی کم لاگو برقی دباؤ پر قابلی ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ شکل میں R_c کو کھلے دور کرنا قابلی ضیاع کو نظر انداز کرنے کے مترادف ہے۔ ایسا کرنے سے شکل 7.15-الف ملتا ہے۔ چونکہ $s = 1$ ہے لہذا اس شکل میں R'_r کو $\frac{R'_r}{s}$ لیا گیا ہے۔

شکل 7.15-الف میں jX_m اور $(R'_r + jX'_r)$ متوازی جڑے ہیں۔ ان کا مساوی سلسلہ وار دور شکل 7.15-

²⁹ اس لمحہ کے برقی رو کو چھوٹی لکھائی میں وقت صفر سے منسلک کیا گیا ہے یعنی $t = 0$
³⁰ زیر نوشت میں $\infty \rightarrow t$ اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ موٹر کافی دیر سے چالو ہے اور یہ ایک برقرار رفتار تک پہنچ گئی ہے۔

ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس متوازی دور کی مزاحمت Z_m سے سلسلہ وار مزاحمت Z_s یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{jX_m(R'_r + jX'_r)}{R'_r + j(X_m + X'_r)} \\
 &= \left(\frac{jX_m R'_r - X_m X'_r}{R'_r + j(X_m + X'_r)} \right) \left(\frac{R'_r - j(X_m + X'_r)}{R'_r - j(X_m + X'_r)} \right) \\
 (7.55) \quad &= \frac{jX_m R'^2_r + X_m R'_r(X_m + X'_r) - X_m X'_r R'_r + jX_m X'_r(X_m + X'_r)}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2} \\
 &= \frac{X_m^2 R'_r}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2} + \frac{j(X_m R'^2_r + X_m^2 X'_r + X_m X'^2_r)}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2} \\
 &= R_s^* + jX_s^* = Z_s
 \end{aligned}$$

اگر ان مساوات میں $R'_r \gg X_m$ اور $X_m \gg X'_r$ لیا جائے تو حاصل ہوتا ہے۔

$$(7.56) \quad R_s^* \approx R'_r \left(\frac{X_m}{X_m + X'_r} \right)^2$$

$$(7.57) \quad X_s^* \approx \frac{X_m R'^2_r}{X_m^2} + \frac{X_m^2 X'_r}{X_m^2} + \frac{X_m X'^2_r}{X_m^2} \approx X'_r$$

اس معائنہ میں ناپے مقداروں اور شکل 7.15-ب سے

$$\begin{aligned}
 Z_{rk} &= \frac{V_{rk}}{I_{s,rk}} \\
 R_{rk} &= \frac{p_{rk}}{3I_{s,rk}^2} \\
 X_{rk} &= \sqrt{|Z_{rk}|^2 - R_{rk}^2}
 \end{aligned}
 \quad (7.58)$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اس مساوات کے پہلے جزو میں ناپے برقی دباؤ اور برقی رو سے رکاوٹ حاصل کی گئی ہے، اس کے دوسرے جزو سے مزاحمت اور تیسرے میں متعاملیت۔

اب شکل 7.15-ب سے واضح ہے کہ

$$(7.59) \quad X_{rk} = X_s + X'_r$$

امالی مشین مختلف خصوصیات کو مد نظر رکھ کر بنائے جاتے ہیں۔ عام آدمی کے آسانی کے لئے ایسے مشینوں کی درجہ بندی کی جاتی ہے۔ جدول 7.1 میں پنچرنا امالی موٹر کے مختلف اقسام A, B, C, D اور ایسی مشین جن کا گھمتا حصہ

گھومتا حصہ	خاصیت	X_s	X'_r
لپٹا ہوا	کارکردگی گھومتے حصے کی مزاحمت پر منحصر	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ A	عام ابتدائی قوت مروڑ، عام ابتدائی رو	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ B	عام ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو	$0.4X_{rk}$	$0.6X_{rk}$
بناوٹ C	زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو	$0.3X_{rk}$	$0.7X_{rk}$
بناوٹ D	زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، زیادہ سرک	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$

جدول 7.1: متعلیٰت کی ساکن اور گھومتے حصوں میں تقسیم۔

لچھے پر مشتمل ہو، کے رستا متعلیٰت X_{rk} کو ساکن اور گھومتے لچھوں میں تقسیم کرنا دکھایا گیا ہے۔ اس جدول کے مطابق، گھومتے لچھے والی مشین میں ساکن اور گھومتے متعلیٰت برابر ہوتے ہیں۔ اسی طرح شکل 7.15-ب سے واضح ہے کہ $R_{rk} = R^* + R_s$ لہذا اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_s براہ راست مزاحمت ناپنے کے آلہ یعنی اوہم میٹر³¹ سے ناپی جائے تو

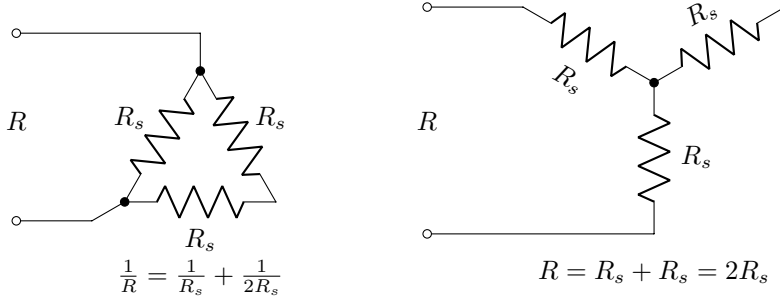
$$(7.60) \quad R^* = R_{rk} - R_s$$

ہو گا اور اب R'_r کو مساوات 7.56 سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں X_m بے بوجھ امالی موٹر کے معائنہ میں حاصل کی جاتی ہے۔

اوہم میٹر کی مدد سے ساکن لچھے کی مزاحمت ناپتے وقت یہ جاننا ضروری ہے کہ موٹر ستارہ یا ٹکونی جڑی ہے۔ شکل 7.16 میں لچھے کو دونوں طرح جڑا دکھایا گیا ہے۔ اگر یک دوری مزاحمت R_s ہو تو ستارہ جڑی موٹر میں اوہم میٹر $2R_s$ مزاحمت دے گی جبکہ ٹکونی جڑی موٹر کے لئے یہ $\frac{2}{3}R_s$ مزاحمت دے گی۔

مثال 7.5: ستارہ جڑی چار قطب پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی موٹر کے معائنہ کئے جاتے ہیں۔ موٹر کی بناوٹ درجہ بندی A کے مطابق ہے۔ اوہم میٹر کسی بھی دو برقی سروں کے مابین 0.55 اوہم جواب دیتا ہے۔ بے بوجھ معائنہ 50 Hz اور 415 V پر کرتے ہوئے برقی رو 4.1 A اور طاقت کا ضیاع 906 W ناپے جاتے ہیں۔ جامد موٹر معائنہ 15 Hz اور 50 V پر کرتے ہوئے برقی رو 13.91 A اور طاقت کا ضیاع 850 W ناپے جاتے ہیں۔ اس موٹر کی مساوی برقی دور بنائیں اور پانچ فی صد سرک پر اس کی اندرونی میکانی طاقت حاصل کریں۔

³¹ Ohm meter



شکل 7.16: ستارہ اور ٹکونی جڑی موٹروں کی ساکن لچھوں کی مزاحمت کا اوہم میٹر کی مدد سے حصول۔

حل: اوہم میٹر کے جواب سے ستارہ جڑی موٹر کے ساکن لچھے کی مزاحمت $R_s = \frac{0.55}{2} = 0.275 \Omega$ حاصل ہوتی ہے۔ بے بوجھ معائنہ میں یک دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$ ہے جس سے

$$R_{bb} = \frac{906}{3 \times 4.1^2} = 17.965 \Omega$$

$$|Z_B| = \frac{239.6}{4.1} = 58.439 \Omega$$

$$X_{bb} = \sqrt{58.439^2 - 17.965^2} = 55.609 \Omega = X_s + X_m$$

لہذا کے موٹر معائنہ کے نتائج سے X_s حاصل کرنے کے بعد X_m حاصل ہو جائے گی۔

ساکن لچھے کی مزاحمت میں اس برقی رو پر کل

$$3I_{bb}^2 R_s = 3 \times 4.1^2 \times 0.275 = 13.87 \text{ W}$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا لہذا رگڑ اور دیگر طاقت کا ضیاع $892 - 13.86 = 906$ واٹ ہو گا۔

رکے موٹر کے معائنہ میں یک دوری برقی دباؤ $\frac{50}{\sqrt{3}} = 28.9$ وولٹ ہیں یوں اس معائنہ سے

$$R_{rk} = \frac{850}{3 \times 13.91^2} = 1.464 \Omega$$

$$|Z_{rk}| = \frac{28.9}{13.91} = 2.07 \Omega$$

$$X_{rk,15} = \sqrt{2.07^2 - 1.464^2} = 1.46 \Omega$$



شکل 7.17: امالی موٹر کی مساوی برقی دور۔

حاصل ہوتے ہیں۔ اس معائنہ میں برقی تعدد 15 ہرٹز تھی لہذا 50 ہرٹز پر متعاملیت

$$X_{rk,50} = \frac{50}{15} \times X_{rk,15} \approx 4.9 \Omega$$

ہے۔ درجہ بندی A کی امالی موٹر کے لئے یہ متعاملت ساکن اور گھومتے لچھے میں یکساں تقسیم ہوتی ہے لہذا

$$X_s = X'_r = \frac{4.9}{2} = 2.45 \Omega$$

یوں

$$X_m = X_{bb} - X_s = 55.609 - 2.45 = 53 \Omega$$

چونکہ $R_s = 0.275$ اوہم ہے لہذا

$$R'_r = R_{rk} - R_s = 1.464 - 0.275 = 1.189 \Omega$$

ہو گا۔ یہ مساوی برقی دور شکل 7.17 میں دکھایا گیا ہے۔

پانچ فی صد سرک پر اندرونی میکانی طاقت کی خاطر بائیں جانب کا تھون مساوی دور استعمال کرتے ہوئے

$$V_t = 229/0.2833^\circ$$

$$Z_t = 0.251 + j2.343$$

$$|\hat{I}'_r| = 11.8 \text{ A}$$

$$p_m = \frac{3 \times 11.8^2 \times 0.974 \times (1 - 0.05)}{0.05} = 7730 \text{ W}$$

□

باب 8

یک سمتی رو مشین

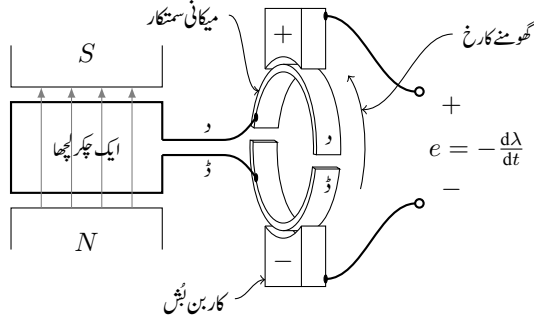
یک سمتی رو مشین یا تو یک سمتی رو¹ برقی طاقت پیدا کرتے ہیں یا پھر یہ یک سمتی رو برقی طاقت سے چلتے ہیں۔ یک سمتی رو موٹروں کی اہمیت بتدریج کم ہوتی جا رہی ہے اور ان کی جگہ امالی موٹر استعمال ہونے لگے ہیں جو جدید طرز کے قوی الیکٹرانکس² سے قابو کئے جاتے ہیں۔ موجودہ دور میں گاڑیوں میں لگے یک سمتی جزیئر بھی دراصل سادہ بدلتی رو جزیئر ہوتے ہیں جن کے اندر نسب ڈایوڈ³ ان کی بدلتی محرک برقی دباؤ کو یک سمتی محرک برقی دباؤ میں تبدیل کر دیتی ہے۔

اس باب میں دو قطب کے یک سمتی آلؤں کا مطالعہ کیا جائے گا۔ میکانی سمت کار رکھنے والے یک سمتی آلؤں میں میدانی لچھا ساکن ہوتا ہے جبکہ قوی لچھا گھومتا ہے۔

8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی

جزیئر بنیادی طور پر بدلتی رو برقی دباؤ ہی پیدا کرتا ہے۔ یک سمتی جزیئر کے اندر نسب سمتی کار⁴ میکانی طریقہ سے اس بدلتی رو کو یک سمتی رو میں تبدیل کرتا ہے اور یوں جزیئر کی برقی سروں سے یک سمتی برقی دباؤ حاصل ہوتا ہے۔

dc, direct current¹
power electronics²
diode³
commutator⁴

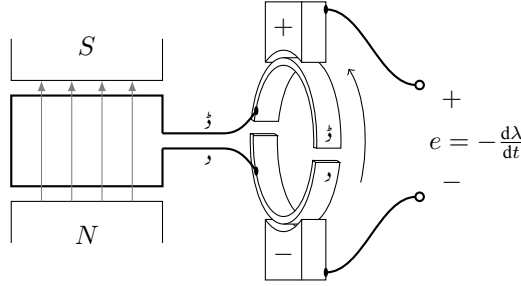


شکل 8.1: میکانی سمت کار۔

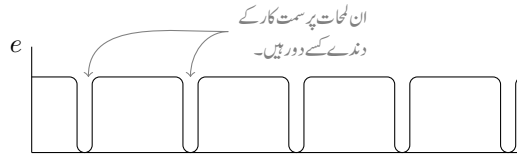
سمت کار کو شکل 8.1 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں جزیئر کے قوی لچھے کو ایک چکر کا دکھایا گیا ہے اگرچہ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا۔ قوی لچھے کے برقی سروں کو د اور ڈ سے ظاہر کیا گیا ہے جو سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ قوی لچھا اور سمت کار ایک ہی دھرے پر نسب ہوتے ہیں اور یوں یہ ایک ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ تصور کریں کہ یہ دونوں گھڑی کی اُلٹی سمت مقناطیسی میدان میں گھوم رہے ہیں۔ مقناطیسی میدان افقی سطح میں S سے N کی جانب ہے جسے نوکدار لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ سمت کار کے ساتھ کاربن کے ساکن بُش، اسپرنگ کی مدد سے دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ ان کاربن کے بُشوں سے برقی دباو بیرون جزیئر موصل برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کی جاتی ہے۔ ان بُشوں کو مثبت نشان یعنی + اور منفی نشان یعنی - سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دکھائے گئے لمحہ پر لچھے میں پیدا برقی دباو e کی وجہ سے لچھے کا برقی سراد مثبت اور اس کا برقی سراڈ منفی ہے۔ یوں سمت کار کا حصہ د مثبت اور اس کا حصہ ڈ منفی ہے جس سے کاربن کے + نشان والا بُش مثبت اور - نشان والا بُش منفی ہے۔ آدھے چکر بعد خلاء میں لچھے کی د اور ڈ اطراف آپس میں جگہیں تبدیل کر لیں گی۔ یہ شکل 8.2 میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کے د اور ڈ اطراف اب بھی سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ اس لمحہ پر لچھے پر برقی دباو اُلٹ ہو گی اور اب اس کا د طرف منفی اور ڈ طرف مثبت ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں سمت کار کی کارکردگی سامنے آتی ہے اور ہم دیکھتے ہیں کہ کاربن کا + نشان والا بُش اب بھی مثبت اور - نشان والا بُش اب بھی منفی ہے۔ یوں جزیئر کے بیرونی برقی سروں پر اب بھی برقی دباو پہلے کی سمت میں ہی ہے۔ سمت کاری کے دانتوں کے مابین برقی دباو ہوتا ہے لہذا ان کو غیر موصل شہ کی مدد ایک دونوں سے اور دھرے سے دور رکھا جاتا ہے۔

گھومتے وقت ایک ایسا لمحہ آتا ہے جب سمت کار کے دونوں دانت کاربن کے دونوں بُشوں کے ساتھ جڑے ہوتے ہیں یعنی اس لمحہ کاربن کے بُش لچھے کو کسر دور کرتے ہیں۔ کاربن کے بُش محیط پر اس طرح رکھے جاتے ہیں کہ جس



شکل 8.2: آدھے چکر کے بعد بھی بالائی بُش مثبت ہی ہے۔



شکل 8.3: دو دندوں کے سمت کار سے حاصل یک سمتی برقی دباؤ۔

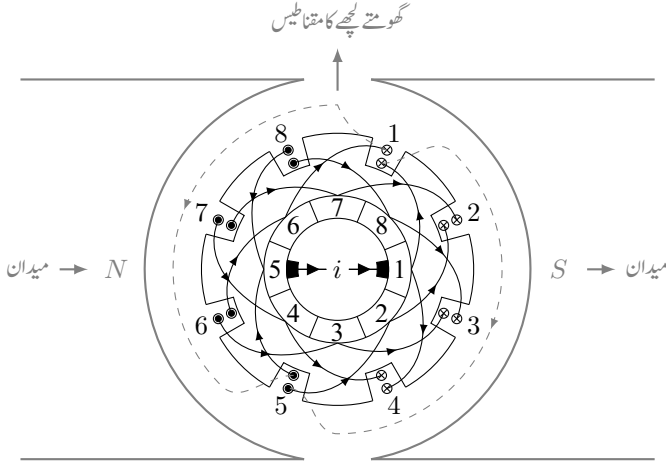
لمحہ لمحے میں برقی دباؤ مثبت سے منفی یا منفی سے مثبت ہونے لگے اسی لمحہ کاربن کے بُش لمچے کو کسر دور کرے۔ چونکہ اس لمحہ لمچے کے پیدا کردہ برقی دباؤ صفر ہوتی ہے لہذا اسے کسر دور کرنے سے کوئی نقصان نہیں ہوتا۔ اس طرح حاصل برقی دباؤ شکل 8.3 میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں دو دندوں والا سمت کار اور دو مقناطیسی قطب کے درمیان گھومتا ایک ہی قوی لمچا دکھایا گیا ہے۔ حقیقت میں جزیئر کے بہت سارے قطب ہوں گے اور ہر ایک قطب کے لئے سمت کار کے کئی دندے ہوں گے۔ مزید یہ کہ نہایت چھوٹی آلوں میں مقناطیسی میدان مقناطیس ہی فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی آلوں میں مقناطیسی میدان ساکن میدانی لمچے فراہم کرتے ہیں۔ مشین کے دونوں قسم کے لمچے تقسیم شدہ ہوتے ہیں۔

اب ہم زیادہ دندوں کے ایک سمت کار کو دیکھتے ہیں۔

8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل

پچھلے حصہ میں سمت کار کی بنیادی کارکردگی سمجھائی گئی۔ اس حصہ میں اس پر تفصیلاً غور کیا جائے گا۔ یہاں شکل 8.4 سے رجوع کریں۔ اس شکل میں اندر کی جانب دکھائے گئے سمت کار کے دندوں کو ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ سمت

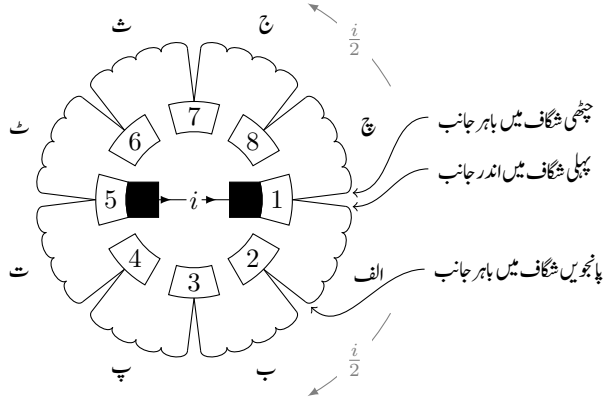


شکل 8.4: کاربن بُش سینکار کے دندوں کو کسر دور نہیں کر رہا۔

کار کی اندر جانب کاربن بُش دکھائے گئے ہیں جبکہ بیرون جزیرہ برقی رو کو ظاہر کرتی ہے۔ شگافوں کو بھی ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس جزیرہ کے دو قطب ہیں جبکہ اس میں کل آٹھ شگاف ہیں۔ اس طرح اگر ایک شگاف ایک قطب کے سامنے ہو تو تین شگاف چھوڑ کر موجود شگاف دوسرے قطب کے سامنے ہو گا۔ ہم کہتے ہیں کہ ایسے دو شگاف ایک قطب فاصلے پر ہیں مثلاً شگاف ایک اور پانچ ایک قطب کے فاصلے پر ہیں۔

شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو کی سمتیں نقطہ اور صلیب سے ظاہر کئے گئے ہیں۔ نقطہ صفحہ سے عمودی طور پر باہر جانب کی سمت کو ظاہر کرتی ہے جبکہ صلیب کے نشان اس کی الٹ سمت کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں پہلی شگاف میں برقی رو کی سمت عمودی طور پر صفحہ کی اندر جانب کو ہے۔

ہر شگاف میں دو لچھے دکھائے گئے ہیں۔ پہلی شگاف کی اندر جانب موجود لچھا، سمت کار کی پہلی دانت سے جڑا ہے۔ یہ جوڑ موٹی لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔ شگاف کے نچلے سرے سے نکل کر یہ لچھا پانچ نمبر شگاف کے نچلے سرے میں باہر جانب کو داخل ہوتا ہے۔ اس بات کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح دو لچھے دوسرے اور چٹے شگافوں میں ہیں۔ ان میں ایک لچھا دوسرے شگاف میں اندر کی جانب اور چٹے شگاف میں باہر کی جانب ہے جبکہ دوسرا لچھا دوسرے شگاف میں باہر کی جانب اور چٹے شگاف میں اندر کی جانب ہے۔ نقطہ دار لکیریں صرف پہلی اور پانچویں شگاف کے لئے دکھائے گئے ہیں۔ آپ خود باقی شگافوں کے لئے انہیں بنا سکتے ہیں۔ ہر لچھے کی ایک طرف شگاف میں اندر جانب اور اس کی دوسری طرف ایک قطب دور موجود شگاف میں باہر جانب کو ہوتی ہے۔ سمت کار کا بھی پہلا

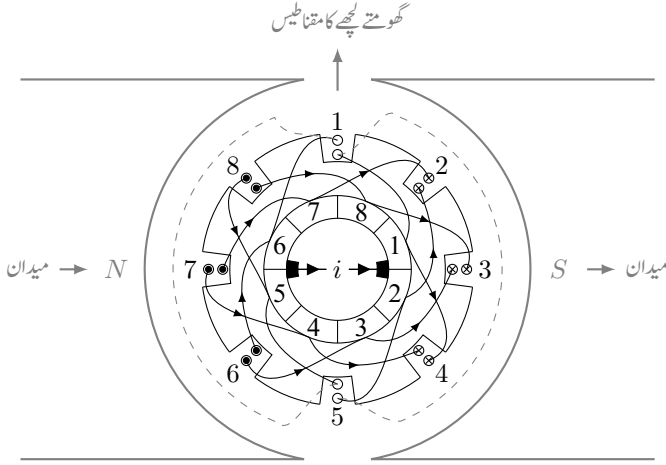


شکل 8.5: سمت کار سے جڑے لچھے۔

دانت چوتھے شگاف کی باہر جانب موجود لچھے سے بھی جڑا ہے۔ آپ یہاں رکھ کر شکل 8.5 کی مدد سے مشین میں برقی رو کی سمتیں سمجھیں اور تسلی کر لیں کہ یہ درست دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل میں لچھوں کو الف، ب، پ وغیرہ نام دیئے گئے ہیں جبکہ سمت کار کے دندوں کو ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ کاربن کے بُش پہلے اور پانچویں دانت سے جڑے دکھائے گئے ہیں۔

اس شکل میں کاربن بُش سے برقی رو سمت کار کی پہلے دانت سے ہوتے ہوئے دو برابر مقداروں میں تقسیم ہو کر دو یکساں متوازی راستوں گزرے گی۔ ایک راستہ سلسلہ وار جڑے الف، ب، پ اور ت لچھوں سے بنتا ہے جبکہ دوسرا راستہ سلسلہ وار جڑے ٹ، ج اور چ لچھوں سے بنتا ہے۔ یہ دو سلسلہ وار راستے آپس میں متوازی جڑے ہیں۔ برقی رو کی سمت نقطہ دار چونچ والی لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔ دو متوازی راستوں سے گزرتا برقی رو ایک مرتبہ دوبارہ مل کر ایک ہو جاتا ہے اور سمت کار کے پانچویں دانت سے جڑے کاربن بُش کے ذریعہ مشین سے باہر نکل جاتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ گھومتے حصے کی شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو مقناطیسی دباؤ کو جنم دے گی جو ساکن مقناطیسی دباؤ کی عمودی سمت میں ہوگی جیسا شکل 8.4 میں دکھایا گیا ہے۔ یہ دو مقناطیسی دباؤ دھرے پر گھڑی کی سمت میں قوت مروڑ پیدا کریں گے۔ یوں اگر مشین موٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو تو یہ گھڑی کی سمت گھومے گی۔ اس صورت میں کاربن بُش پر بیرونی یک سمتی برقی دباؤ اس سمت میں لاگو کی جائے گی کہ اس میں برقی رو دکھلائی گئی سمت میں ہو۔

اب یہ تصور کریں کہ مشین ایک جنریٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو اور اسے گھڑی کی اُلٹی سمت بیرونی میکانیکی طاقت سے گھمایا جا رہا ہو۔ یوں سمت کار کے آدھے دانت برابر حرکت کرنے کے بعد یہ شکل 8.6 میں دکھلائے



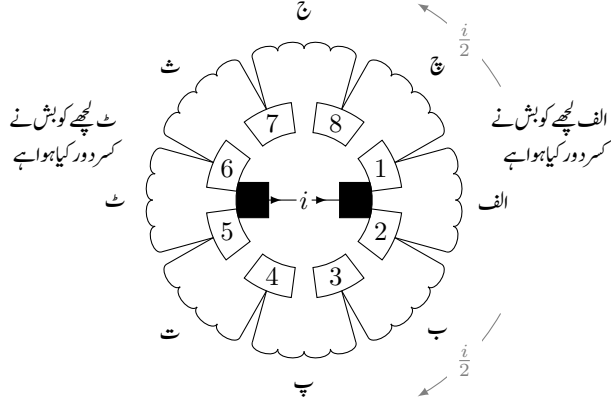
شکل 8.6: کاربن بُش سمت کار کے دندوں کو کسر دور کر رہا ہے۔

حالت اختیار کر لے گی۔ اس شکل میں دائیاں کاربن بُش سمت کار کے پہلے اور دوسرے دانت کے ساتھ جبکہ بائیاں کاربن بُش اس کے پانچویں اور چھٹے دانت کے ساتھ جڑ گئے ہیں۔ یوں پہلے اور پانچویں شگافوں میں موجود لچھے کسر دور ہو گئے ہیں جبکہ بقایا شگافوں میں موجود لچھوں میں حسب معمول برقی رو ہو گا جن سے مقناطیسی دباؤ اب بھی پہلے کی طرح ساکن مقناطیسی کی دباؤ کی عمودی سمت میں ہو گا۔ اس لمحہ کی صورت شکل 8.7 میں زیادہ واضح ہے۔

مشین جب سمت کار کے ایک دانت برابر حرکت کر لے تو کاربن کے بُش دوسرے اور چھٹے دانت سے جڑ جائیں گے۔ پہلے اور پانچویں شگافوں میں برقی رو کی سمت پہلی سے الٹ ہو جائے گی جبکہ باقی شگافوں میں برقی رو کی سمتیں برقرار رہیں گی۔ گھومتے لچھوں کا برقی دباؤ اب بھی اسی سمت میں ہو گا۔

جتنے لمحے کے لئے کاربن کے بُش دو لچھوں کو کسر دور کرتے ہیں اتنے وقت میں ان لچھوں میں برقی رو کی سمت الٹ ہو جاتی ہے۔ کوشش کی جاتی ہے کہ اس دوران برقی رو وقت کے ساتھ بتدریج تبدیل ہو۔ ایسا نہ ہونے سے کاربن کے بُش سے چنگاریاں نکلتی ہیں جن سے یہ بُش جلد ناکارہ ہو جاتے ہیں۔ جزیئر کے کسر دور لچھوں میں پیدا برقی دباؤ انہیں لچھوں میں گھومتی برقی رو پیدا کرتی ہے جو ہمارے کسی کام کی نہیں۔ لچھے اور کاربن بُش کے برقی مزاحمت اس برقی رو کی قیمت کا تعین کرتے ہیں۔

حقیقت میں یک سمتی جزیئر میں درجن دانت فی قطب والا سمت کار استعمال ہو گا اور اگر مشین نہایت چھوٹی نہ ہو تو اس میں دو سے زیادہ قطب ہوں گے۔



شکل 8.7: کاربن بٹش دو دندوں کو کسر دور کر رہے ہیں۔

8.2 ایک سمتی جنریٹر کی برقی دباؤ

گزشتہ حصہ میں شکل 8.5 کے الف، ب، پ اور ت لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ اسی طرح ٹ، ث، ج اور چ لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ حصہ 5.3 میں مساوات 5.23 ایک لچھے کی ایک سمتی جنریٹر کی محرک برقی دباؤ e_1 دیتی ہے۔ اسے یہاں یاد دہانی کی خاطر دوبارہ دیا جاتا ہے۔

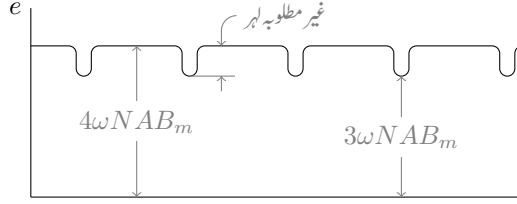
$$(8.1) \quad e_1 = \omega N \phi_m = \omega N A B_m$$

اگر خلائی درز میں B_m کی مقدار ہر جگہ یکساں ہو تو سب لچھوں میں برابر محرک برقی دباؤ پیدا ہو گا۔ یوں شکل 8.4 میں دکھائے لمحہ پر جنریٹر کی کل محرک برقی دباؤ e ایک لچھے کی محرک برقی دباؤ کی چار گنا ہو گی یعنی

$$(8.2) \quad \begin{aligned} e &= e_{\text{الف}} + e_{\text{ب}} + e_{\text{پ}} + e_{\text{ت}} \\ &= e_{\text{ٹ}} + e_{\text{ث}} + e_{\text{ج}} + e_{\text{چ}} \\ &= 4\omega N A B_m \end{aligned}$$

جبکہ شکل 8.6 میں دکھائے لمحہ پر صرف تین لچھوں کی محرک برقی دباؤ زیر استعمال آتی ہے یعنی

$$(8.3) \quad \begin{aligned} e &= e_{\text{ب}} + e_{\text{پ}} + e_{\text{ت}} \\ &= e_{\text{ٹ}} + e_{\text{ج}} + e_{\text{چ}} \\ &= 3\omega N A B_m \end{aligned}$$



شکل 8.8: آٹھ دندوں کی میکانیکی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ۔

شکل 8.8 میں اس آٹھ دندوں والے میکانیکی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں یک سمتی برقی دباؤ پر سوار غیر مطلوبہ لہریں نظر آرہی ہیں۔ اگر جزیئر میں ایک جوڑی قطب پر کل n لچھے ہوں تو شکل 8.5 کی طرح یہ دو $\frac{n}{2}$ سلسلہ وار لچھوں جتنی محرکی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔

$$(8.4) \quad e = \frac{n}{2} \omega N \phi_m = \frac{n}{2} \omega N A B_m$$

اس صورت میں یہ غیر مطلوبہ لہریں کل یک سمتی برقی دباؤ کی تقریباً

$$(8.5) \quad \frac{\omega N \phi_m}{\frac{n}{2} \omega N \phi_m} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100$$

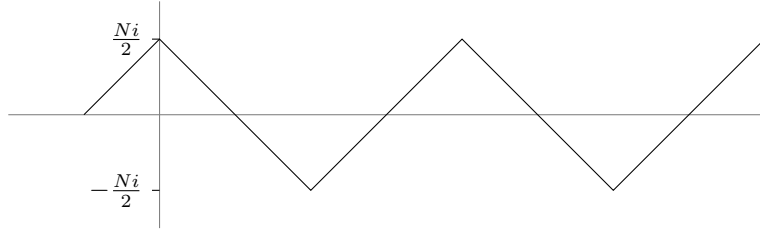
فی صد ہوگی۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر فی قطب دندوں کی تعداد بڑھائی جائے تو حاصل برقی دباؤ زیادہ ہموار ہوگی اور یہ غیر مطلوبہ لہریں قابل نظر انداز ہوں گے۔

اب تصور کریں کہ شکل 8.4 میں دیئے مشین کی خلائی درز میں B_m کی مقدار ہر جگہ یکساں نہیں ہے۔ اس صورت میں لچھوں میں محرک برقی دباؤ مساوات 8.1 کے تحت مختلف زاویوں پر مختلف ہوگی۔ اس طرح مشین سے حاصل کل برقی دباؤ چار سلسلہ وار لچھوں کی مختلف محرک برقی دباؤ کے مجموعہ کے برابر ہوگی یعنی

$$(8.6) \quad e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$$

جہاں e_1, e_2, \dots مختلف لچھوں کی محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتے ہیں۔

اب شکل 8.4 پر غور کریں۔ اگر گھومتا حصہ صرف ایک دندے برابر حرکت کرے تو اس شکل کی حالت دوبارہ حاصل ہوتی ہے اور اس سے حاصل برقی دباؤ بھی دوبارہ وہی ملتی ہے۔ اگر میکانیکی سمت کار کی فی قطب دندوں کی تعداد زیادہ کر دی جائے تو یہ حرکت قابل نظر انداز ہو جاتی ہے۔ اب اگر خلائی درز میں کثافت متناطیسی بہاؤ ہمواری کے ساتھ تبدیل ہو تو اتنی کم حرکت کے احاطے میں B_m کی مقدار میں کوئی خاص تبدیلی نہیں آئے گی اور اس احاطے



شکل 8.9: آری دندوں نمائندگی مقناطیسی دباؤ۔

میں اسے یکساں تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں اگر لچھا اس احاطے میں حرکت کرے تو اس میں محرک برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوگی۔ یعنی جس لچھے کی محرک برقی دباؤ e_1 ہے اُس کی اس احاطے میں محرک برقی دباؤ یہی رہے گی۔ یوں اگرچہ e_1, e_2, \dots آپس میں مختلف ہو سکتے ہیں مگر ان کی مقدار قطعی ہے، لہذا اس صورت میں مساوات 8.6 میں دی گئی محرک برقی دباؤ کی مقدار بھی قطعی ہوگی۔

ہم نے دیکھا کہ اگر خلائی درز میں B_m ہمواری کے ساتھ تبدیل ہو تو جزیئر سے معیاری یک سمتی محرک برقی دباؤ حاصل ہوتی ہے۔ بدلتی رو جزیروں میں B_m سائن نما رکھنی ضروری ہوتی ہے۔ نہایت چھوٹی یک سمتی آلوں میں خلائی درز میں B_m یکساں رکھا جاتا ہے جبکہ بڑی آلوں میں اسے ہمواری کے ساتھ تبدیل کیا جاتا ہے۔ جیسا اوپر ذکر ہوا عملاً میکانی سمت کار کے دندوں تک لچھوں کے سروں کی رسائی ممکن تب ہوتی ہے جب ہر شکاف میں دو لچھے رکھے جائیں۔ اس طرح رکھے لچھوں کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ آری کے دندوں کی مانند ہوتا ہے۔ یہ شکل 8.9 میں دکھایا گیا ہے۔

زیادہ قطب کے مشین میں شمالی اور جنوبی قطب کے ایک جوڑے کی پیدا یک سمتی برقی دباؤ مساوات 8.4 سے حاصل ہوگی جہاں n ایک قطبین کے جوڑے پر میکانی سمت کار کے دندوں کی تعداد ہوگی۔ یوں زیادہ قطبین کے جوڑوں سے حاصل یک سمتی برقی دباؤ کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑا جاسکتا ہے۔

8.3 قوت مروڑ

یک سمتی آلوں کی امالی برقی دباؤ اور قوت مروڑ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کی شکل پر منحصر نہیں۔ اپنی سہولت کے لئے ہم ان کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما تصور کرتے ہیں۔ شکل 8.9 میں دکھائے گئے قوی لچھے کی مقناطیسی

دباؤ کی بنیادی فوریر جزو⁵

$$(8.7) \quad \tau_q = \frac{8}{\pi^2} \frac{NI}{2}$$

ہے۔ یوں چونکہ یک سمتی مشین میں ساکن اور گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں لہذا ان میں قوت مروڑ مساوات 5.101 کی طرح

$$(8.8) \quad T = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_m \tau_q$$

ہوگی۔

مثال 8.1: دو قطب بارہ دندوں کے میکانی سمت کار کے یک سمتی جزیئر میں ہر قوی لچھا بیس چکر کا ہے۔ ایک لچھے سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ 0.0442 ویمبر ہے۔ جزیئر 3600 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔

- اس کی پیدا یک سمتی برقی دباؤ میں غیر مطلوبہ لہریں کل برقی دباؤ کے کتنے فی صد ہیں۔
- یک سمتی برقی دباؤ حاصل کریں۔

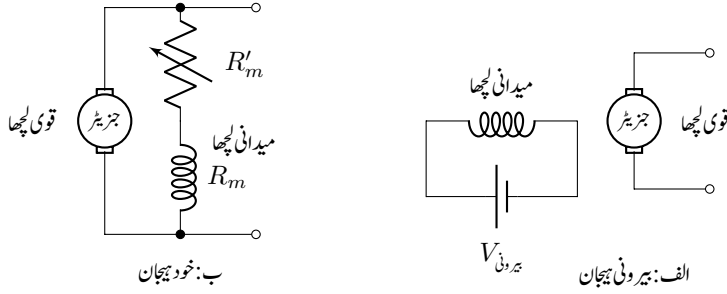
حل:

- مساوات 8.5 سے غیر مطلوبہ لہریں $16.66 = \frac{2}{12} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100$ فی صد ہیں۔
- جزیئر کی رفتار $\frac{3600}{60} = 60$ ہرٹز ہے یوں مساوات 8.4 کی مدد سے حاصل یک سمتی برقی دباؤ

$$e = \frac{12}{2} \times 2 \times \pi \times 60 \times 20 \times 0.0442 = 1999.82 \text{ V}$$

ہے۔

□



شکل 8.10: بیرونی ہیمان اور خود ہیمان یک سمتی جزیئر۔

8.4 بیرونی ہیمان اور خود ہیمان یک سمتی جزیئر

بیرونی ہیمان⁶ یک سمتی جزیئر کے میدان لچھے کو بیرونی یک سمتی برقی دباؤ مہیا کی جاتی ہے جبکہ خود ہیمان⁷ یک سمتی جزیئر کے میدان لچھے کو اس جزیئر کی اپنی پیدا کردہ محرک برقی دباؤ ہی مہیا کی جاتی ہے۔ یک سمتی جزیئر کی کارکردگی اس کو ہیمان کرنے کے طریقے پر منحصر ہے۔

شکل 8.10- الف میں قوی لچھے⁸ اور میدان لچھے⁹ کو آپس میں عمودی بنایا گیا ہے۔ یہ ایک سادہ طریقہ ہے جس سے یہ یاد رہتا ہے کہ ان لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں۔ یہاں قوی لچھے کی شکل میکانی سمت کار کی طرح بنائی گئی ہے۔

چونکہ میدان اور قوی لچھوں کی مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں ہم اس سے یہ اخذ کرتے ہیں کہ ایک لچھے کی برقی دباؤ دوسرے لچھے کی برقی دباؤ پر اثر انداز نہیں ہوتی۔ اس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی قالب کی کسی ایک سمت میں سیرامیت اس سمت کی عمودی سمت میں سیرامیت پر اثر انداز نہیں ہوتی۔

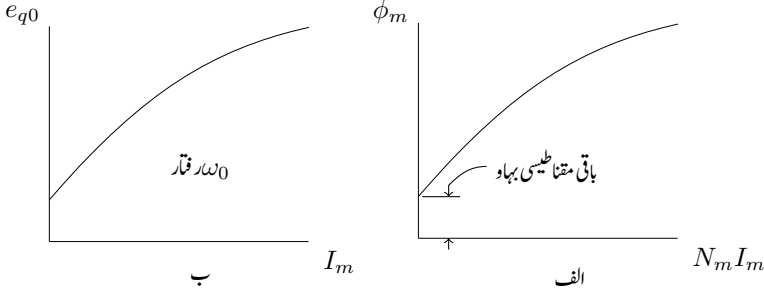
شکل 8.10- الف میں بیرونی ہیمان مشین کی میدان لچھے کو بیرونی یک سمتی برقی طاقت مہیا کی گئی ہے۔ یوں میدان لچھے کی برقی رو تبدیل کر کے اس کی میدان مقناطیسی دباؤ τ_m ، میدان مقناطیسی بہاؤ ϕ_m اور کثافت مقناطیسی

separately excited⁶

self excited⁷

armature coil⁸

field coil⁹



شکل 8.11: میدانی برقی رو سے محرکی برقی دباؤ کا بوجی جاتی ہے۔

بہاؤ B_m تبدیل کی جاسکتی ہے۔ یوں جنریٹر کی محرک برقی دباؤ مساوات 8.1 کے تحت تبدیل کی جاسکتی ہے یا پھر موٹر کی قوت مروڑ مساوات 8.8 کے تحت تبدیل کی جاسکتی ہے۔

برقی رو بڑھانے سے قالب کا سیراب ہونا شکل 8.11 میں واضح ہے۔ یوں برقی رو بڑھاتے ہوئے شروع میں محرک برقی دباؤ اور میدانی لچھے کی برقی رو براہ راست متناسب ہوگی جبکہ زیادہ برقی رو پر ایسا نہیں۔ شکل میں خط ب مشین کے گھلے سرے معائنہ سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ اس شکل میں محرکی برقی دباؤ کو e کی بجائے e_{q0} لکھ کر اس بات کی یاد دہیائی کرائی گئی ہے کہ یہ محرکی دباؤ قوی لچھے سے حاصل کی گئی ہے اور یہ ایک معین رفتار ω_0 پر حاصل کی گئی ہے۔ اگر کسی اور رفتار ω پر اس خط سے محرکی برقی دباؤ e_q حاصل کرنی ہو تو مساوات 8.4 کی مدد سے

$$(8.9) \quad \frac{e_q}{e_{q0}} = \frac{\frac{n}{2} \omega N A B_m}{\frac{n}{2} \omega_0 N A B_m} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

یعنی

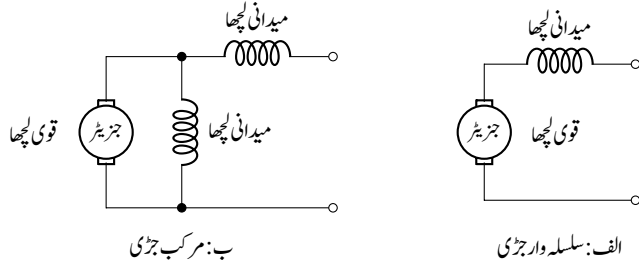
$$(8.10) \quad e_q = \frac{rpm}{rpm_0} e_{q0}$$

جہاں رفتار کو چکر فی منٹ ¹⁰ میں بھی لیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ یہ مساوات صرف اُس صورت میں درست ہے جب مقناطیسی میدان تبدیل نہ ہو۔

مقناطیسی قالب اگر مقناطیس بنائی جائے تو اس میں بقایا مقناطیسی بہاؤ رہتی ہے۔ یہ شکل کے حصہ الف میں دکھائی گئی ہے۔ یوں اگر میدانی لچھے کو پہچان نہ بھی کیا جائے تو جنریٹر کچھ محرکی برقی دباؤ پیدا کرے گی¹¹۔ یہ بقایا محرکی برقی دباؤ شکل ب میں صفر میدانی برقی رو پر دکھائی گئی ہے۔

¹⁰ rpm, rounds per minute

¹¹ آپ ٹھیک سوچ رہے ہیں۔ جنریٹر بنانے والے کارخانے میں قالب کو پہلی مرتبہ مقناطیس بنانا پڑتا ہے



شکل 8.12: سلسلہ وار اور مرکب جزیئر خود ہیجان جزیئر۔

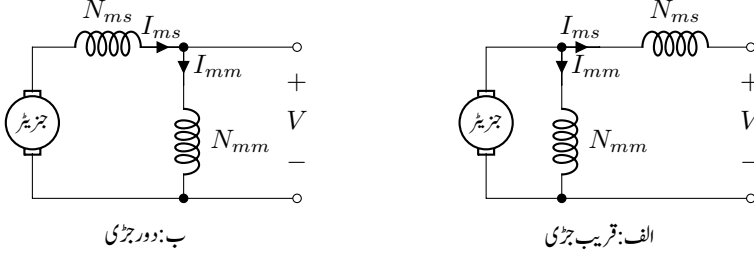
اگر خود ہیجان جزیئر کو ساکن حال سے چالو کیا جائے تو بقایا محرکی برقی دباو پیدا ہو گی۔ اس محرک برقی دباو سے میدانی لچھے میں برقی رواں ہو گا اور یوں مقناطیسی میدان پیدا ہو گا جس سے مشین ذرا زیادہ ہیجان ہو جائے گا اور یوں اس کی محرکی برقی دباو بھی کچھ بڑھ جائے گی۔ اس طرح کرتے کرتے مشین جلد پوری محرک برقی دباو پیدا کرنے شروع ہوتا ہے۔ یہ سب اسی اثنا میں ہوتا ہے جب مشین کی رفتار بڑھ رہی ہوتی ہے۔

شکل 8.10- ب میں خود ہیجان مشین دکھائی گئی ہے جس کے میدانی اور قوی لچھے متوازی جڑے ہیں۔ اس طرح جزیئر کو خود ہیجان متوازی جڑے¹² جزیئر کہتے ہیں۔ اس شکل میں میدانی لچھے کے ساتھ ایک مزاحمت سلسلہ وار جڑی ہے۔ اس مزاحمت کو تبدیل کر کے میدانی برقی رو تبدیل کی جاتی ہے جس سے بالکل بیرونی ہیجان مشین کی طرح جزیئر کی محرکی برقی دباو یا موٹر کی قوت مروڑ تبدیل کی جاتی ہے۔

شکل 8.12 میں خود ہیجان جزیئر کی دو اور قسمیں دکھائی گئی ہیں۔ ایک خود ہیجان سلسلہ وار جڑی اور دوسری خود ہیجان مرکب جزیئر ہے۔ سلسلہ وار جڑی جزیئر میں میدانی اور قوی لچھے سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔ مرکب جزیئر میں میدانی لچھے کے دو حصے ہوتے ہیں جن میں ایک قوی لچھے کے متوازی اور دوسرا اس کے سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔ مزید یہ کہ متوازی جڑا حصہ قوی لچھے کے قریب ہو سکتا ہے یا پھر یہ سلسلہ وار لچھے کے دوسری جانب یعنی دور جڑا ہو سکتا ہے۔ پہلی صورت میں اسے قریب جڑی مرکب جزیئر اور دوسری صورت میں دور جڑی مرکب جزیئر کہیں گے۔ شکل 8.13 میں مرکب جزیئر کے دونوں اشکال دکھائے گئے ہیں۔

یک سمتی موٹر بھی اسی طرح پکارے جاتے ہیں۔ یعنی شکل 8.10 کی طرح جڑی دو موٹروں کو بیرونی ہیجان موٹر اور خود ہیجان متوازی جڑی موٹر کہیں گے۔ موٹر میں قوی لچھے کی برقی رو کی سمت جزیئر کے برقی رو کی سمت کے الٹ ہوتی ہے۔

¹² parallel connected



شکل 8.13: مرکب قریب جڑی اور مرکب دور جڑی خود ہیجان جزئی

ہر طرح جڑی یک سمتی جزئی کی میدانی مقناطیسی دباؤ اس کے میدانی لچھے کے چکر ضرب برقی رو کے برابر ہوتی ہے یعنی

$$(8.11) \quad \tau = N_m I_m$$

شکل 8.10 میں خود ہیجان متوازی جڑی جزئی کی میدانی لچھے میں برقی رو اس لچھے اور اس کے ساتھ جڑی مزاحمت کے مجموعہ مزاحمت $R = R_m + R'_m$ پر منحصر ہوگی یعنی $I_m = \frac{V}{R}$ یوں خود ہیجان متوازی جڑی جزئی کے لئے اس مساوات کو یوں لکھا جائے گا۔

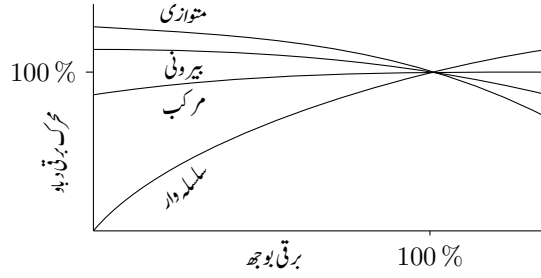
$$(8.12) \quad \tau_{m,m} = \frac{I_m V}{R_m + R'_m}$$

سلسلہ وار جڑی جزئی میں میدانی برقی رو جزئی کے قوی لچھے کی برقی رو کے برابر ہوتی ہے لہذا اس صورت میں اس مساوات کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(8.13) \quad \tau_{m,s} = N_m I_q$$

شکل 8.13 میں مرکب جزئی میں میدانی مقناطیسی دباؤ کے دو حصے ہیں۔ اس میں N_{mm} چکر کے متوازی جڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{mm} اور N_{ms} چکر کے سلسلہ وار جڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{ms} ہے لہذا

$$(8.14) \quad \tau_{m,mk} = N_{ms} I_{ms} + N_{mm} I_{mm}$$



شکل 8.14: یک سمتی جزیئر کی محرک برقی دباؤ بمقابلہ برقی بوجھ کے خط۔

8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط

8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ

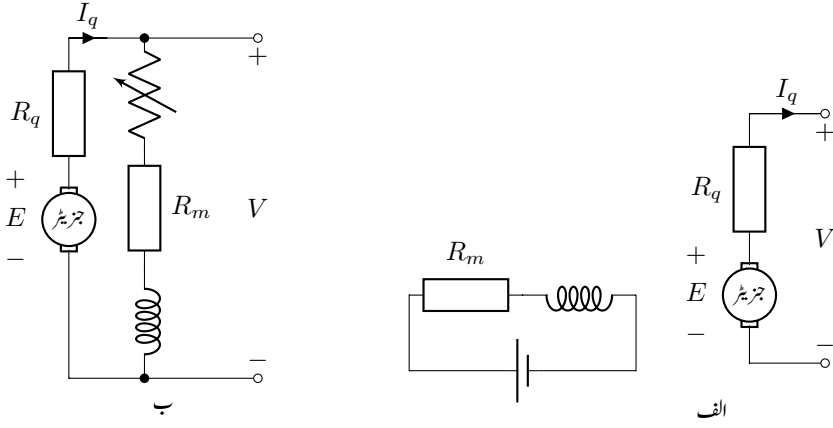
مختلف طریقوں سے جڑے یک سمتی جزیئروں سے حاصل برقی دباؤ بمقابلہ ان پر لدے برقی بوجھ کے خط شکل 8.14 میں دکھائے گئے۔ گھومتی رفتار معین تصور کی گئی ہے۔ دھرے پر لاگو بیرونی میکانی طاقت جزیئر کی قوت مروڑ کے خلاف اسے گھمائے گی۔

ان خط کو سمجھنے کی خاطر پہلے بیرونی ہیجان جزیئر پر غور کرتے ہیں جس کی مساوی برقی دور شکل 8.15-الف میں دی گئی ہے۔ بیرونی ہیجان جزیئر پر برقی بوجھ لادنے سے اس کے قوی لچھے کی مزاحمت R_q^{13} میں برقی رو I_q گزرنے سے اس میں برقی دباؤ گھٹتی ہے۔ لہذا جزیئر سے حاصل برقی دباؤ V ، جزیئر کی اندرونی محرک برقی دباؤ E_q سے قدر کم ہوتی ہے یعنی

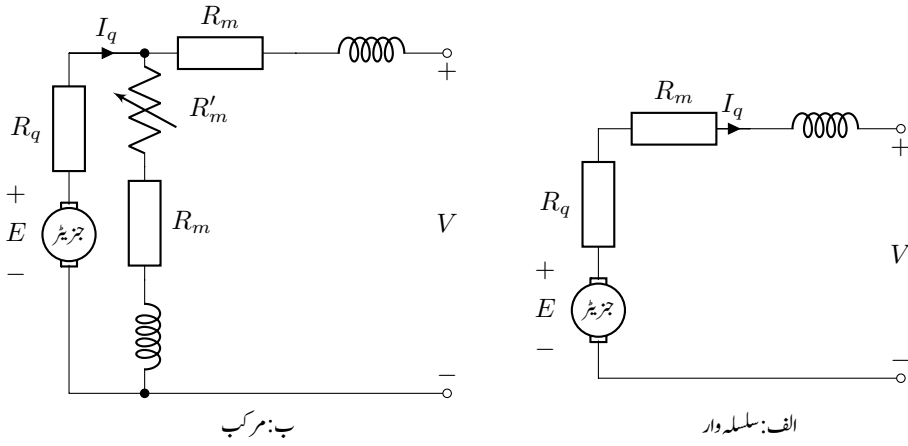
$$(8.15) \quad V = E_q - I_q R_q$$

برقی بوجھ I_q بڑھانے سے جزیئر سے حاصل برقی دباؤ کم ہوگی۔ شکل میں بیرونی ہیجان جزیئر کی خط ایسا ہی رجحان ظاہر کرتی ہے۔ حقیقت میں کچھ اور وجوہات بھی کارآمد ہوتے ہیں جن سے یہ خط سیدھی نہیں بلکہ جھکی ہوتی ہے۔

متوازی جڑی جزیئر کے خط کا یہی رجحان ہے۔ متوازی جڑی جزیئر پر بھی برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی مزاحمت میں برقی دباؤ گھٹتی ہے۔ یوں اس کے میدان لچھے پر لاگو برقی دباؤ کم ہو جاتی ہے جس سے میدانی لچھے میں برقی رو



شکل 8.15: بیرونی پیمائش اور متوازی چڑی جنریٹر کی مساوی برقی دور۔



شکل 8.16: سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کے مساوی برقی دور۔

بھی گھٹتی ہے۔ اس سے محرک برقی دباؤ مزید کم ہوتی ہے۔ اس طرح ان جزیئر سے حاصل برقی دباؤ بمقابلہ برقی بوجھ کے خط کی ڈھلان بیرونی پیمانہ جزیئر کی خط سے زیادہ ہوتی ہے۔

شکل 8.16 میں سلسلہ وار اور مرکب جزیئر کی مساوی برقی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ سلسلہ وار جزیئر کے میدانی لچھے میں لدے بوجھ کی برقی رو ہی گزرتی ہے۔ اس طرح بوجھ بڑھانے سے میدانی مقناطیسی دباؤ بھی بڑھتی ہے جس سے محرک برقی دباؤ بڑھتی ہے۔ اس کا خط یہی دکھا رہا ہے۔ اس طرح جزیئر عموماً استعمال نہیں ہوتے چونکہ ان سے حاصل برقی دباؤ، بوجھ کے ساتھ بہت زیادہ تبدیل ہوتی ہے۔

مرکب جزیئر کی کارکردگی سلسلہ وار اور متوازی جزیئروں کے مابین ہے۔ مرکب جزیئر میں بوجھ بڑھانے سے قوی لچھے کی وجہ سے حاصل برقی دباؤ میں کمی کو میدانی لچھے کی بڑھتی مقناطیسی دباؤ پورا کرتی ہے۔ یوں مرکب جزیئر سے حاصل برقی دباؤ اس پر لدے بوجھ کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتی ہے۔

بیرونی پیمانہ، متوازی اور مرکب جزیئروں سے حاصل برقی دباؤ کو متوازی جزیئر لچھے میں برقی رو کی مدد سے وسیع حد تک تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

قوی لچھا چونکہ برقی بوجھ کو درکار برقی رو فراہم کرتی ہے لہذا یہ موٹی موصل تار کی بنی ہوئی ہے اور اس کے عموماً کم چکر ہوتے ہیں۔ سلسلہ وار جزیئر کے میدانی لچھے سے چونکہ مشین کا پوری برقی رو ہی گزرتا ہے لہذا یہ بھی موٹی موصل تار کی بنی ہوئی ہے۔ باقی آلوں میں میدانی لچھے میں پورے برقی بوجھ کے چند ہی فی صد برقی رو گزرتی ہے لہذا یہ باریک موصل تار کی بنائی جاتی ہے اور اس کے عموماً زیادہ چکر ہوتے ہیں۔

8.5.2 رفتار بالمقابل قوت مروڑ

یہاں بھی شکل 8.15 اور شکل 8.16 سے رجوع کریں البتہ شکل میں برقی رو کی سمتیں الٹ کر دیں۔ یک سمتی موٹر بھی جزیئروں کی طرح مختلف طریقوں سے جڑے جاتے ہیں۔ موٹر کو معین بیرونی برقی دباؤ دی جاتی ہے جہاں سے یہ برقی رو حاصل کرتی ہے۔ برقی رو باہر سے قوی لچھے کی جانب چلتی ہے لہذا موٹر کے لئے لکھا جائے گا

$$V = E_q + I_q R_q$$

$$I = \frac{V - E_q}{R_q}$$

(8.16)

¹³ علامت Rq کے زبر نوشت میں لفظ قوی کے پہلی حرف کو غائب کرتی ہے۔



شکل 8.17: یک سمتی موٹر کی میکانیکی بوجھ بمقابلہ رفتار کے خط۔

بیرونی بیجان اور متوازی جڑی موٹروں میں میدانی لچھے کو برقرار معین بیرونی برقی دباؤ فراہم کی جاتی ہے لہذا میدانی مقناطیسی بہاؤ پر میکانیکی بوجھ کا کوئی اثر نہیں۔ بڑھتی میکانیکی بوجھ اٹھانے کی خاطر مساوات 8.8 کے تحت قوی لچھے کی مقناطیسی بہاؤ بڑھنی ہوگی۔ یہ تب ممکن ہو گا کہ اس میں برقی رو بڑھے۔ مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ قوی لچھے کی محرکی برقی دباؤ E_q گھٹنے سے ہی ایسا ممکن ہے۔ E_q موٹر کی رفتار پر منحصر ہے لہذا موٹر کی رفتار کم ہو جائے گی۔ یوں میکانیکی بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رفتار کم ہوتی ہے۔ شکل 8.17 میں یہ دکھایا گیا ہے۔

متوازی جڑی یا بیرونی بیجان موٹر تقریباً معین رفتار ہی برقرار رکھتی ہے۔ اس کی رفتار بے بوجھ حالت سے پوری طرح بوجھ بردار حالت تک تقریباً صرف پانچ فی صد گھٹتی ہے۔ ان موٹروں کی رفتار نہایت آسانی سے میدانی لچھے کی برقی رو تبدیل کر کے تبدیل کی جاتی ہے۔ ایسا میدانی لچھے کے ساتھ سلسلہ وار جڑی مزاحمت کی تبدیلی سے کیا جاتا ہے۔ ان کی رفتار یوں وسیع حدود کے مابین تبدیل کرنا ممکن ہوتا ہے۔ موٹر پر لاگو بیرونی برقی دباؤ تبدیل کر کے بھی رفتار قابو کی جاسکتی ہے۔ ایسا عموماً قوی الیکٹرانکس کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

ان موٹر کی ساکن حال سے چالو کرتے لمحہ کی قوت مروڑ اور ان کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ قوی لچھے تک برقی رو پہنچانے کی صلاحیت پر منحصر ہے یعنی یہ میکانیکی سمت کار پر منحصر ہے۔

سلسلہ وار جڑی موٹر پر لدی میکانیکی بوجھ بڑھانے سے اس کے قوی اور میدانی لچھوں میں برقی رو بڑھے گی۔ میدانی مقناطیسی بہاؤ بڑھے گی اور مساوات 8.16 کے تحت E_q کم ہوگی جو موٹر کی رفتار کم ہونے سے ہوتی ہے۔ بوجھ بڑھانے سے ان موٹر کی رفتار کافی زیادہ کم ہوتی ہے۔ ایسے موٹر ان جگہوں بہتر ثابت ہوتے ہیں جہاں زیادہ قوت مروڑ درکار ہو۔ بڑھتی قوت مروڑ کے ساتھ ان کی رفتار کم ہونے سے ان کو درکار برقی طاقت قوت مروڑ کے ساتھ زیادہ تبدیل نہیں ہوتا۔

یہاں اس بات کا ذکر ضروری ہے کہ بے بوجھ سلسلہ وار جڑی موٹر کی رفتار خطرناک حد تک بڑھ سکتی ہے۔ ایسے موٹر کو استعمال کرتے وقت اس بات کا خاص خیال رکھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر لمحہ بوجھ بردار رہے۔

ساکن حالت سے موٹر چالو کرتے وقت I_q کی قیمت زیادہ ہوتی ہے جس سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا ہوتا ہے۔ یوں چالو کرتے وقت موٹر کی قوت مروڑ خاصی زیادہ ہوتی ہے۔ یہ ایک اچھی خوبی ہے جس سے بوجھ بردار ساکن موٹر کو چالو کرنا آسان ہوتا ہے۔

مرکب موٹروں میں ان دو قسموں کی موٹروں کے خصوصیات پائے جاتے ہیں۔ جہاں بوجھ بردار موٹر چالو کرنا ضروری ہو لیکن رفتار میں سلسلہ وار موٹر جتنی تبدیلی منظور نہ ہو وہاں مرکب موٹر کارآمد ثابت ہوتے ہیں۔

مثال 8.2: ایک 75 کلو واٹ 415 ولٹ اور 1200 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلنے والے متوازی جڑی یک سستی موٹر کے قوی لچھے کی مزاحمت 0.072 اوہم اور اس کی میدانی لچھے کی مزاحمت 83.2 اوہم ہے۔ موٹر جس بوجھ سے لدا ہے اس پر موٹر 1123 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلتے ہوئے 112 ایمپیر لے رہی ہے۔

- میدانی برقی رو اور قوی لچھے کی برقی رو حاصل کریں۔
- موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ حاصل کریں۔
- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے مگر قوی لچھے کی برقی رو تبدیل نہ ہو تو موٹر کی رفتار حاصل کریں۔ قالب کی سیرایت کو نظر انداز کریں۔

حل:

- شکل 8.18 سے رجوع کریں۔ 415 ولٹ پر میدانی لچھے کی برقی رو

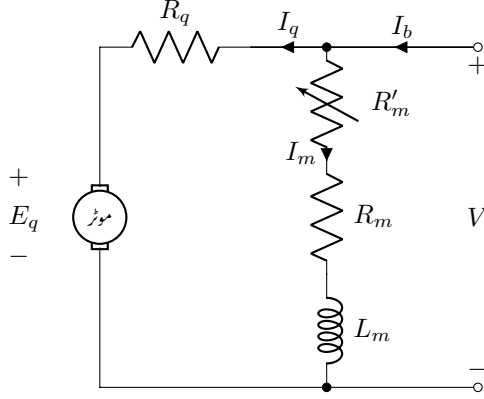
$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{83.2} = 4.988 \text{ A}$$

ہو گی۔ یوں قوی لچھے کی برقی رو $I_q = I_b - I_m = 112 - 4.988 = 107.012 \text{ A}$ ہے۔

- یوں یک سستی موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

ہے۔



شکل 8.18: یک سمتی موٹر کی مثال۔

- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے تب

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{100.2} = 4.1417 \text{ A}$$

ہو گی۔

- اگر قوی لچھے کی برقی رو 107.012 ایمپیر ہی رکھی جائے تب

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

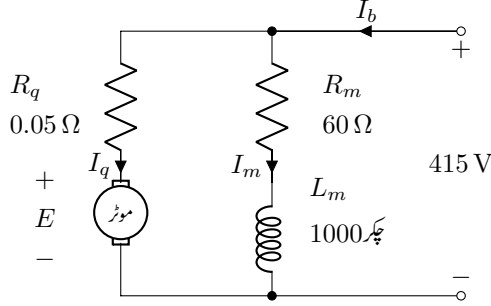
ہی رہے گی۔

- مساوات 8.4 کی مدد سے چونکہ اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوئی مگر مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوا ہے لہذا موٹر کی رفتار تبدیل ہو گی۔ ان دو مقناطیسی بہاؤ اور رفتاروں پر اس مساوات کی نسبت

$$\frac{E_{q1}}{E_{q2}} = \frac{\frac{n}{2} \omega_1 N \phi_{m1}}{\frac{n}{2} \omega_2 N \phi_{m2}}$$

میں چونکہ $E_{q1} = E_{q2}$ لہذا $\omega_1 \phi_{m1} = \omega_2 \phi_{m2}$ ہو گا۔ قلابی سیرابیت کو نظر انداز کرتے ہوئے چونکہ مقناطیسی بہاؤ میدانی دباؤ پر منحصر ہے جو از خود میدانی برقی رو پر منحصر ہے۔ لہذا اس آخری مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{rpm_1}{rpm_2} = \frac{\phi_{m2}}{\phi_{m1}} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}$$



شکل 8.19: متوازی جڑی موٹر کی مثال۔

جس سے نئی رفتار

$$rpm_2 = \frac{I_{m1}}{I_{m2}} \times rpm_1 = \frac{4.988}{4.1417} \times 1123 = 1352.47$$

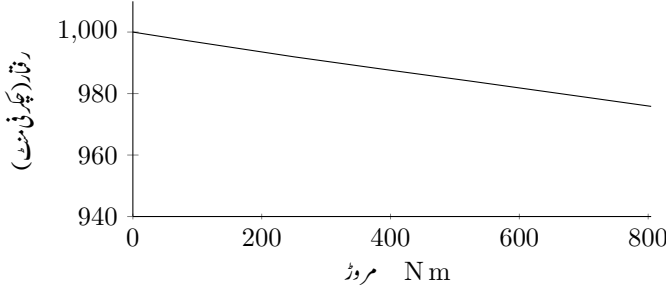
چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔ اس مثال میں ہم دیکھتے ہیں کہ میدانی برقی رو کم کرنے سے موٹر کی رفتار بڑھتی ہے۔

□

مثال 8.3: ایک 60 کلو واٹ، 415 وولٹ، 1000 چکر فی منٹ متوازی جڑی ایک سستی موٹر کی قوی لچھے کی مزاحمت 0.05 اوہم اور میدانی لچھے کی 60 اوہم ہے۔ بے بوجھ موٹر کی رفتار 1000 چکر فی منٹ ہے۔ میدانی لچھا 1000 چکر کا ہے۔

- جب یہ موٹر ایمپئیر لے رہی ہو اس وقت اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 140 ایمپئیر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 210 ایمپئیر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- اس موٹر کی رفتار بالمقابل قوت مروڑ ترسیم کریں۔

حل:



شکل 8.20: رفتار بالمقابل قوت مروڑ۔

- شکل 8.19 میں یہ موٹر دکھائی گئی ہے۔ متوازی میدان لپچے کی برقی رو پر بوجھ لادنے سے کوئی فرق نہیں پڑتا۔ لہذا میدانی مقناطیسی بہاو بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر میں یکساں ہے۔ بے بار یک سمتی موٹر کی قوی لپچے کی برقی رو I_q قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ اس طرح مساوات 8.16 اور مساوات 8.10 سے

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 0 \times R_q = 415 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V}{R_m} = \frac{415}{60} = 6.916 \text{ A}$$

یعنی 415 وولٹ محرکی برقی دباؤ پر رفتار 1000 چکر فی منٹ یا 16.66 چکر فی سیکنڈ ہے۔ 70 ایمپیر برقی بوجھ پر بھی $I_m = 6.916 \text{ A}$ ہی ہے جبکہ

$$I_q = I_b - I_m = 70 - 6.916 = 63.086 \text{ A}$$

لہذا مساوات 8.16 سے اس صورت میں

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 63.086 \times 0.05 = 411.8458 \text{ V}$$

اور مساوات 8.10 سے رفتار (چکر فی منٹ) یوں حاصل ہوتا ہے

$$rpm = \frac{e_q}{e_{q0}} rpm_0 = \frac{411.8458}{415} \times 1000 = 991.95$$

- یہی کچھ دوبارہ کرتے ہیں۔ یہاں $I_b = 140 \text{ A}$ ہے۔

$$I_q = I_b - I_m = 140 - 6.916 = 133.084 \text{ A}$$

$$E_q = 415 - 133.084 \times 0.05 = 408.3458 \text{ V}$$

$$rpm = \frac{408.3458}{415} \times 1000 = 983.96$$

• یہاں $I_b = 210 \text{ A}$ ہے۔

$$\begin{aligned} I_q &= I_b - I_m = 210 - 6.916 = 203.084 \text{ A} \\ E_q &= 415 - 203.084 \times 0.05 = 404.8458 \text{ V} \\ rpm &= \frac{404.8458}{415} \times 1000 = 975.83 \end{aligned}$$

• موٹر میں طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہیں۔ یوں اس کی میکانی طاقت اسے فراہم کی گئی برقی طاقت کے برابر ہوگی یعنی

$$(8.17) \quad e_q I_q = T \omega$$

یوں پچھلے جزو سے حاصل جوابات کی مدد سے بے بوجھ موٹر کی قوت مروڑ صفر ہوگی یعنی $T_0 = 0 \text{ N m}$ جبکہ 70 ایمپیر پر قوت مروڑ کی قیمت

$$T_{70} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{411.8458 \times 63.086}{2 \times \pi \times 16.5325} = 250 \text{ N m}$$

ہوگی۔ یہاں 991.95 چکر فی منٹ کی رفتار کو 16.5325 ہرٹز لکھا گیا ہے۔ اسی طرح

$$T_{140} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{408.3458 \times 133.084}{2 \times \pi \times 16.399} = 527 \text{ N m}$$

$$T_{210} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{404.8458 \times 203.084}{2 \times \pi \times 16.26} = 805 \text{ N m}$$

یہ نتائج شکل 8.20 میں ترسیم کئے گئے ہیں۔

□

- earth, 94
- eddy current loss, 62
- eddy currents, 62, 126
- electric field
 - intensity, 10
- electrical rating, 59
- electromagnet, 131
- electromotive force, 61, 137
- emf, 137
- enamel, 62
- energy, 43
- Euler, 21
- excitation, 61
- excitation current, 50, 60, 61
- excitation voltage, 61
- excited coil, 61

- Faraday's law, 38, 125
- field coil, 131, 251
- flux, 30
- Fourier series, 63, 142
- frequency, 130
- fundamental, 142
- fundamental component, 64

- generator
 - ac, 159
- ground current, 94
- ground wire, 94

- harmonic, 142
- harmonic components, 64

- ampere-turn, 32
- armature coil, 131, 251
- axle, 161

- carbon bush, 177
- cartesian system, 4
- charge, 10, 136
- circuit breaker, 178
- coercivity, 46
- coil
 - high voltage, 56
 - low voltage, 56
 - primary, 55
 - secondary, 55
- commutator, 164, 241
- conductivity, 25
- conservative field, 108
- core, 55, 126
- core loss, 62
- core loss component, 64
- Coulomb's law, 10
- cross product, 13
- cross section, 9
- current
 - transformation, 66
- cylindrical coordinates, 5

- delta connected, 92
- design, 195
- differentiation, 18
- dot product, 15

- E,I, 62

parallel connected, 253
 permeability, 26
 relative, 26
 phase current, 94
 phase difference, 23
 phase voltage, 94
 phasor, 21
 pole
 non-salient, 140
 salient, 140
 power, 43
 power factor, 23
 lagging, 23
 leading, 23
 power factor angle, 23
 power-angle law, 188
 primary
 side, 55

 rating, 96, 97
 rectifier, 164
 relative permeability, 26
 relay, 101
 reluctance, 25
 residual magnetic flux, 45
 resistance, 25
 rms, 49, 164
 rotor, 36
 rotor coli, 104
 rpm, 155

 saturation, 47
 scalar, 1
 self excited, 251
 self flux linkage, 42
 self inductance, 42
 separately excited, 251
 side
 secondary, 55
 single phase, 23, 59
 slip, 209
 slip rings, 176, 229

Henry, 39
 hunting, 178
 hysteresis loop, 46

 impedance transformation, 71
 in-phase, 69
 induced voltage, 38, 49, 61
 inductance, 39

 Joule, 43

 lagging, 22
 laminations, 31, 62, 126
 leading, 22
 leakage inductance, 79
 leakage reactance, 79
 line current, 94
 line voltage, 94
 linear circuit, 226
 load, 98
 Lorentz law, 136
 Lorenz equation, 102

 magnetic constant, 26
 magnetic core, 31
 magnetic field
 intensity, 11, 33
 magnetic flux
 density, 33
 leakage, 78
 magnetizing current, 64
 mmf, 30
 model, 81, 207
 mutual flux linkage, 43
 mutual inductance, 42

 name plate, 97
 non-salient poles, 177

 Ohm's law, 26
 open circuit test, 86
 orthonormal, 3

unit vector, 2

VA, 75

vector, 2

volt, 137

volt-ampere, 75

voltage, 137

DC, 164

transformation, 66

Watt, 43

Weber, 32

winding

distributed, 140

winding factor, 147

star connected, 92

stator, 36

stator coil, 104, 127

steady state, 175

step down transformer, 58

step up transformer, 58

surface density, 11

synchronous, 130

synchronous inductance, 184

synchronous speed, 155, 176

Tesla, 33

theorem

maximum power transfer, 229

Thevenin theorem, 226

three phase, 59, 92

time period, 100, 142

torque, 165, 209

pull out, 178

transformer

air core, 59

communication, 59

ideal, 65

transient state, 175

- ابتدائی
جانب، 55
لچھا، 55
ارتباط بہاؤ، 39
اضافی
زاویائی رفتار، 212
اکائی سمتیہ، 2
امالہ، 39
امالی برقی دباؤ، 38، 49، 61
اوہم میٹر، 237
ایک، تین پتیاں، 62
ایک مرحلہ، 59
ایک پیسہ چکر، 32
بار، 136
برقرار چالو، 100، 175
برقی بار، 10، 136
برقی دباؤ، 28، 137
تبادلہ، 56، 66
محرک، 137
بیجائی، 185
یک سمتی، 164
برقی رو، 28
بھنور نما، 126
تبادلہ، 66
بیجان انگیز، 50
برقی سکت، 59
برقی میدان، 10
شدت، 10، 28
بش، 177
بناوٹ، 86
بنیادی جزو، 64، 142
بو جھ، 98
بھنی، 114
بھنور نما
برقی رو، 62
ضیاع، 62
بھنور نما برقی رو، 126
بے بو جھ، 60
پتری، 31، 126
پتیاں، 62
پورا بو جھ، 197
پیچھے، 80
پیش زاویہ، 22
تاخیری زاویہ، 22
تار کی برقی دباؤ، 94
تار کی برقی رو، 94
تانبہ، 28
تبادلہ
رکاوٹ، 71
متنقی، 97
تدریجی تفرق، 113
تعدد، 130
تعقب، 178
تفرق، 18
جزوی، 18
تکمل، 18
تکوئی جوڑ، 92
توانائی، 43
تین مرحلہ، 59، 92
ٹرانسفارمر
برقی دباؤ والا، 59
بو جھ بردار، 68
خلائی قالب، 59
دباؤ گھٹاتا، 58
دباؤ گھٹاتا، 58
ذرائع ابلاغ، 59
رو والا، 59
کامل، 65
ٹسلا، 33
ٹھنڈی تار، 94
ثانوی جانب، 55
چاول، 43
جزو
پھیلاؤ، 147
جزو طاقت، 23
پیش، 23
تاخیری، 23

- جزیر 159، بدلتی رو، 176، 229، سرک چھلے،
 سطحی تحلیل، 181،
 سطحی کشافیت، 11،
 سکت، 96، 97،
 سلسلہ وار، 145،
 سمت کار، 241،
 برقیاتی، 164،
 میکانی، 164،
 سمتیہ، 2،
 عمودی اکائی، 3،
 سمتی رفتار، 102،
 سیرانیت، 47،
 ضرب
 نقطہ، 15،
 ضرب صلیبی، 13،
 طاقت، 43،
 طاقت بالقابل زاویہ، 188،
 طول موج، 18،
 عارضی صورت، 175،
 عمودی تراش، 9،
 رقبہ، 9،
 غیر سمتی، 1،
 غیر معاصر، 178،
 فورئیر، 250،
 فورئیر تسلسل، 63، 142،
 فیراڈے
 قانون، 38، 125،
 قالب، 126،
 قالبی ضیاع، 62،
 جزو، 64،
 قانون
 اوہم، 26،
 کولمب، 10،
 لورینز، 136،
 قدامت پسند میدان، 108،
 قریب جڑی مرکب، 253،
 جزیر
 بدلتی رو، 159،
 جوڑ
 ٹکونی، 92،
 ستارہ نما، 92،
 چکر فی منٹ، 126،
 چوٹی، 211،
 خطی
 برقی دور، 226،
 خودارتباط بہاء، 42،
 خودامالہ، 42،
 داخلی پیمان
 سلسلہ وار، 253،
 متوازی، 253،
 مرکب، 253،
 دور جڑی مرکب، 253،
 دور شکن، 178،
 دوری عرصہ، 100، 142،
 دھرا، 161،
 رستا
 امالہ، 79،
 متعاملہ، 79،
 رستائیت، 217،
 رفتار
 اضافی زاویائی، 212،
 روغن، 62،
 ریاضی نمونہ، 81، 207،
 ریلے، 101،
 زاویہ جزو طاقت، 23،
 زمین، 94،
 زمینی برقی رو، 94،
 زمینی تار، 94،
 ساکن حصہ، 36،
 ساکن پچھا، 104، 127،
 ستارہ نما جوڑ، 92،
 سرک، 209،

مرحلی فرق، 23
 مرکب جزیر، 253
 مزاحمت، 25
 مساوات اور نیز، 102
 مسئلہ
 تھون، 226
 زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی، 228
 مشترکہ ارتباط امالہ، 43
 مشترکہ امالہ، 42
 معاصر، 130
 معاصر امالہ، 184
 معاصر رفتار، 155، 176
 معائنہ
 کھلے دور، 86
 مقناطیس
 برقی، 131
 چال کا دائرہ، 46
 خاتم شدت، 46
 مقناطیسی برقی رو، 64
 مقناطیسی بہاؤ، 30
 رشتہ، 78
 کشاف، 33
 مقناطیسی چال، 52
 مقناطیسی دباؤ، 30
 سمت، 141
 مقناطیسی قالب، 31، 55
 مقناطیسی مستقل، 26، 166
 جزو، 26، 31
 مقناطیسی میدان
 شدت، 11، 33
 موثر، 19، 49
 موثر قیمت، 164
 موسیقائی جزو، 64، 142
 موصلیت، 25
 میدانی لچھے، 251
 واٹ، 43
 وولٹ، 137
 وولٹ-ایمپیئر، 75
 ویر، 32

قطب
 ابھرے، 140، 177
 ہموار، 140، 177
 قوت مروڑ، 165، 209
 انتہائی، 178
 قوی الیکٹرانکس، 207، 241
 قوی لچھے، 251
 کاربن بش، 177
 کارگزاری، 200
 کپیسٹر، 194
 کشاف
 برقی رو، 27
 کشاف مقناطیسی بہاؤ
 بقایا، 45
 کسر دور، 38
 گرم تار، 94
 گھومتا حصہ، 36
 گھومتا لچھا، 104
 لچھا
 ابتدائی، 55
 پھیلے، 140
 پیچیدار، 40
 ثانوی، 55
 زیادہ برقی دباؤ، 56
 ساکن، 104
 سمت، 133
 قوی، 131
 کم برقی دباؤ، 56
 گھومتا، 104
 میدانی، 131
 محدود
 کارتیسی، 4
 نکلی، 5
 محرک برقی دباؤ، 61
 محور، 161
 مخلوط عدد، 192
 مرحلی سمتیہ، 21، 186

یک سمتی رو
مشین، 241
یک مرحلہ، 23
یک مرحلہ برقی دباؤ، 94
یک مرحلہ برقی رو، 94
یولر مساوات، 21

ویبر-چکر، 39
ہچکچاہٹ، 25، 30
ہم قدم، 69
ہیجان، 61
بیرونی، 251
خود، 251
لچھا، 61
ہیجان انگیز
برقی دباؤ، 61
برقی رو، 61
ہیجان انگیز برقی رو، 60
ہیجانی برقی دباؤ، 185