

برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@comsats.edu.pk

عنوان

ix

دیباچہ

1	بنیادی حقائق	1
1	1.1 بنیادی اکائیاں	1
1	1.2 غیر سمتی	1
2	1.3 سمتیہ	2
3	1.4 محدود	3
3	1.4.1 کارتیسی محدودی نظام	3
5	1.4.2 تکلی محدودی نظام	5
7	1.5 سمتیہ رقبہ	7
8	1.6 رقبہ عمودی تراش	8
9	1.7 برقی اور مقناطیسی میدان	9
9	1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت	9
10	1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت	10

11	سطحی اور حجمی کشافت	1.8
11	1.8.1 سطحی کشافت	
12	حجمی کشافت	1.9
12	1.10 صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ	1.10
13	1.10.1 صلیبی ضرب	
15	1.10.2 ضرب نقطہ	
17	1.11 تفرق اور جزوی تفرق	
18	1.12 خطی عمل	
19	1.13 سطحی عمل	
20	1.14 مرحلہ سمیت	
25	2 مقناطیسی ادوار	
25	2.1 مزاحمت اور پنکچا ہٹ	
26	2.2 کشاف برقی رواور برقی میدان کی شدت	
28	2.3 برقی ادوار	
30	2.4 مقناطیسی دور حصہ اول	
31	2.5 کشاف مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت	
34	2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم	
38	2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی	
44	2.8 مقناطیسی مادہ کے خصوصیات	
49	2.9 ہجیان شدہ لچھا	

55	3	ٹرانسفارمر
56	3.1	ٹرانسفارمر کی اہمیت
59	3.2	ٹرانسفارمر کے اقسام
60	3.3	امالی برقی دباؤ
62	3.4	ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع
65	3.5	تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خصوصیات
68	3.6	ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر
69	3.7	ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب
70	3.8	رکاوٹ کا تبادلہ
75	3.9	ٹرانسفارمر کے وولٹ-امپیئر
77	3.10	ٹرانسفارمر کے امالہ اور اس کے مساوی دور
77	3.10.1	لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا
78	3.10.2	رستا امالہ
79	3.10.3	ثانوی برقی رد اور قالب کے اثرات
80	3.10.4	ثانوی لچھے کی امالی برقی دباؤ
81	3.10.5	ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات
82	3.10.6	رکاوٹ کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ
84	3.10.7	ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور
85	3.11	کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ
86	3.11.1	کھلے دور معائنہ
88	3.11.2	کسر دور معائنہ
92	3.12	تین مرحلہ ٹرانسفارمر
100	3.13	ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر

103	4	برقی اور میکانیکی توانائی کا باہمی تبادلہ
104	4.1	مقتناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ
109	4.2	تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام
114	4.3	توانائی اور کو-توانائی
119	4.4	زیادہ لچھوں کا مقتناطیسی نظام
127	5	گھومتے مشین کے بنیادی اصول
127	5.1	قانون فیراڈے
128	5.2	معاصر مشین
138	5.3	محرک برقی دباؤ
142	5.4	پھیل لچھے اور سائن نما مقتناطیسی دباؤ
143	5.4.1	بدلتی رو والے مشین
151	5.5	مقتناطیسی دباؤ کی گھومتی موجیں
152	5.5.1	ایک دور کی لپٹی مشین
153	5.5.2	تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ
158	5.5.3	تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجزیہ
161	5.6	محرک برقی دباؤ
161	5.6.1	بدلتی رو برقی جنریٹر
166	5.6.2	یک سمتی رو برقی جنریٹر
167	5.7	ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ
167	5.7.1	توانائی کے طریقے سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب
169	5.7.2	مقتناطیسی بہاؤ سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب

175	6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین
176	6.1 متعدد مرحلہ معاصر مشین
179	6.2 معاصر مشین کے امالہ
180	6.2.1 خود امالہ
181	6.2.2 مشترکہ امالہ
183	6.2.3 معاصر امالہ
185	6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ
187	6.4 برقی طاقت کی منتقلی
192	6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات
192	6.5.1 معاصر جزیئر: برقی بوجھ بالمقابل I_m کے خطوط
193	6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالمقابل I_m کے خط
195	6.6 کھلے دور اور کسر دور معائنہ
195	6.6.1 کھلے دور معائنہ
196	6.6.2 کسر دور معائنہ

- 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج 208
- 7.2 مشین کی سرکے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ 208
- 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ 211
- 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ 211
- 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج 215
- 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے 216
- 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور 217
- 7.8 مساوی برقی دور پر غور 222
- 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھون دور یا ریاضی نمونہ 226
- 7.10 پنجرانما امالی موٹر 232
- 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ 233
- 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ 233
- 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ 235

- 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی 241
- 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل 243
- 8.2 یک سمتی جزیئر کی برقی دباؤ 247
- 8.3 قوت مروڑ 249
- 8.4 بیرونی پیمان اور خود پیمان یک سمتی جزیئر 251
- 8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط 255
- 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمتقابل برقی بوجھ 255
- 8.5.2 رفتار بالمتقابل قوت مروڑ 257

دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کر سکتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی اصطلاحات کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

یہ کتاب Ubuntu استعمال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دی گئی۔ یہ کتاب خطِ جمیل نوری نستعلیق میں لکھی گئی ہے۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں الیکٹریکل انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری برقیاتی پتہ

khalidyousafzai@comsats.edu.pk

پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

میں یہاں عائشہ فاروق اور ان کے والد فاروق اعظم کا شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے اس کتاب کو بار بار پڑھا اور مجھے مجبور کرتے رہے کہ میں اپنی اردو بہتر کروں۔ میں ڈاکٹر نعمان جعفری کا نہایت مشکور ہوں جنہوں نے کتاب کی تکنیکی اصطلاح کرنے میں مدد کی۔ حرا خان اور ان کی والدہ عزرا برلاس نے مل کے کتاب کو درست کرنے میں مدد کی۔ یہاں میں اپنے شاگرد فیصل خان کا بھی شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے تکنیکی اصطلاحات چننے میں میری مدد کی۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

باب 1

بنیادی حقائق

اس کتاب میں مستعمل حقائق کو اس باب میں اکٹھے کرنے کی کوشش کی گئی ہے۔ توقع کی جاتی ہے کہ یوں کتاب پڑھتے وقت اصل مضمون پر توجہ رکھنا زیادہ آسان ہو گا۔

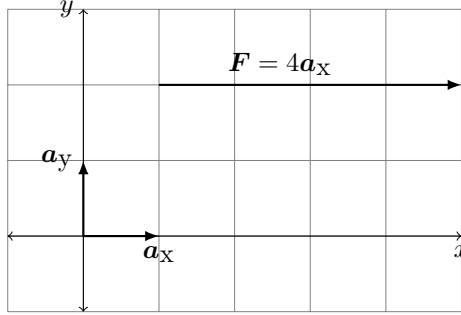
1.1 بنیادی اکائیاں

اس کتاب میں بیڑ الاقوامی نظام اکائی¹ استعمال کیا گیا ہے جس میں کمیت² کی اکائی کلوگرام، لمبائی کی اکائی میٹر اور وقت کی اکائی سیکنڈ ہے۔

1.2 غیر سمتی

وہ متغیر جس کی مقدار (مطلق قیمت) اس کو مکمل طور پر بیان کرتی ہو غیر سمتی³ متغیر کہلاتا ہے۔ اس کتاب میں غیر سمتی متغیر کو سادہ طرز کی لکھائی میں انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے حروف یعنی a, b, α, \dots یا بڑے حروف یعنی A, B, Ψ, \dots سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً برقی رو کو i یا I سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

International System Of Units, SI¹
mass²
scalar³



شکل 1.1: کارتیسی محدود

1.3 سمتیہ

وہ متغیر جس کو مکمل طور پر بیان کرنے کے لئے اس کی مقدار (طول یا مطلق قیمت) اور سمت جاننا ضروری ہو، سمتیہ⁴ کہلاتا ہے۔ سمتیہ کو انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے یا بڑے حروف، جن کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو، سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً قوت کو F سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں شکل 1.1 سے رجوع کرنا بہتر ہو گا۔ وہ سمتیہ جس کا طول ایک کے برابر ہو، اکائی سمتیہ⁵ کہلائے گا۔ اس کتاب میں اکائی سمتیہ کو انگریزی زبان کے پہلے حرف کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا جائے گا، مثلاً اکائی سمتیہ a_x, a_y, a_z خلاء کی تین عمودی سمتیات کو ظاہر کرتے ہیں۔ a_x لکھتے ہوئے، زیر نوشت میں x ، اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ خلاء کی x سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر کسی سمتیہ کا طول اور اس کی سمت کو علیحدہ علیحدہ لکھنا ہو تو اس کے طول کو ظاہر کرنے کے لئے سادہ طرز کی لکھائی میں وہی حرف استعمال کیا جائے گا جو اس سمتیہ کو ظاہر کرنے کے لئے، موٹے طرز کی لکھائی میں، استعمال کیا گیا ہو۔ یعنی سمتیہ F کے طول کو F سے ظاہر کیا جائے گا۔ شکل میں سمتیہ F کا طول F ، چار کے برابر ہے۔ اگر کسی سمتیہ کی سمت میں ایک اکائی سمتیہ بنایا جائے تو یہ اکائی سمتیہ اس سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسے پہلے ذکر ہوا ہے ایسے اکائی سمتیہ کو انگریزی کے پہلے حرف، جس کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو سے ظاہر کیا جائے گا یعنی سمتیہ F کی سمت کو a_F سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں، زیر نوشت میں F ، اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ F کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 1.1 میں قوت F کا رخ دائیں ہے لہذا a_F اور a_x برابر ہوں گے۔

vector⁴
unit vector⁵



شکل 1.2: دائیں ہاتھ کا نظام۔

1.4 محدود

ایسا طریقہ جس کے ذریعہ کسی نقطہ کا مقام متعین کیا جاسکے محدود کہلاتا ہے۔

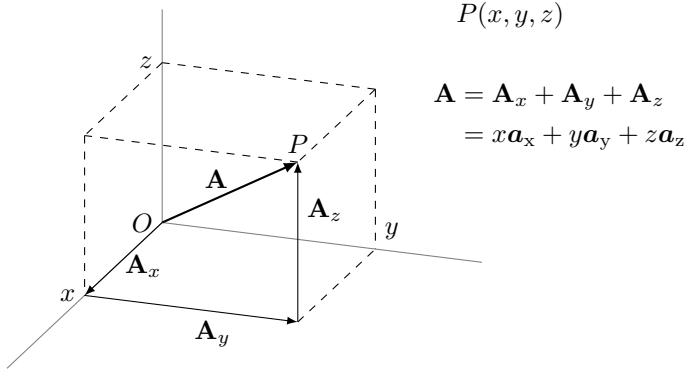
خلاء تین بعدی (تین طرفہ) ⁶ ہے لہذا کسی ایک نقطہ کے مقام کو تین محدود کی مدد سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح خلاء میں سمتیہ کو تین عمودی اکائی سمتیوں کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔ اب ہم ایسے چند محدود کے نظام دیکھتے ہیں۔

1.4.1 کارتیسی محدودی نظام

شکل 1.1 میں خلاء کی دو سمتوں کو اکائی سمتیات a_x اور a_y سے ظاہر کیا گیا ہے جو آپس میں عمودی ہیں، یعنی، ان کے بیچ 90° زاویہ ہے۔ خلاء تین بعدی ہے لہذا اسے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیات ⁷ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان سمتوں کے رخ، طول (لمبائیوں) کو x, y, z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ ان سے بخوبی واقف ہیں۔

دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی a_x اور بڑی انگلی a_y کے رخ ہوں تب انگوٹھا a_z کے رخ ہوگا (شکل 1.2)۔ اسی لئے تین اکائی سمتیات کا یہ نظام دائیں ہاتھ کا نظام ⁸ کہلاتا ہے۔

⁶ three dimensional
⁷ orthonormal vectors
⁸ right handed coordinate system



شکل 1.3: کارتیسی محدود نظام میں ایک سمتیہ۔

مبدأ سے نقطہ $P(x, y, z)$ تک سمتیہ A کو شکل 1.3 میں دکھایا گیا ہے جس کو کارتیسی محدود⁹ میں تین سمتیات کی مدد سے

$$(1.1) \quad A = A_x + A_y + A_z$$

یا

$$(1.2) \quad A = xa_x + ya_y + za_z$$

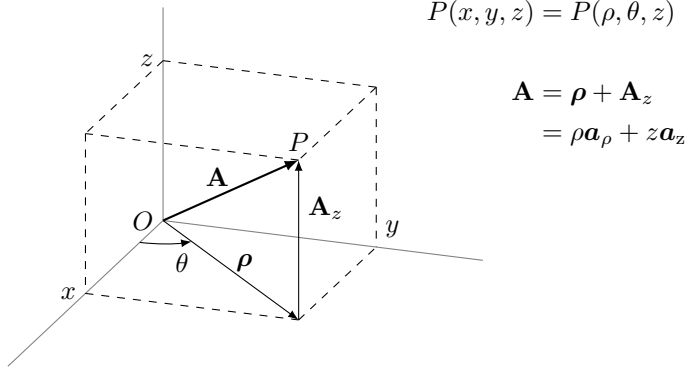
لکھا جاسکتا ہے۔

کارتیسی محدود نظام میں متغیر z صفر رکھتے ہوئے x, y تبدیل کرنے سے سطح xy ملتی ہے۔ یوں شکل 1.3 میں $P(2, 4, 3)$ لے کر، سطح xy کو زمین تصور کرتے ہوئے، ڈبے کی بالائی سطح پر $z = 3$ جبکہ x کی قیمت صفر تا تین اور y کی قیمت صفر تا چار ہوگی۔ اس طرح اس ڈبے کی بالائی سطح درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(1.3) \quad \text{ڈبے کی بالائی سطح} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ z = 3 \end{cases}$$

متغیر z کو صفر اور تین کے درمیان ہر ممکن قیمت پر رکھ کر x کو صفر اور دو جبکہ y کو صفر اور چار کے درمیان تبدیل کرنے سے شکل 1.3 میں دکھائے گئے ڈبے کا حجم حاصل ہوگا، لہذا اس ڈبے کا حجم درج ذیل لکھا

⁹cartesian coordinates



شکل 1.4: نلکی محدودی نظام

جائے گا۔

$$(1.4) \quad \text{ڈبے کا حجم} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ 0 < z < 3 \end{cases}$$

1.4.2 نلکی محدودی نظام

مبدأ سے نقطہ $P(x, y, z)$ تک سمتیہ A کو شکل 1.4 میں دکھایا گیا ہے جس کو دو سمتیات کی مدد سے

$$(1.5) \quad A = \rho + A_z$$

یا

$$(1.6) \quad A = \rho a_\rho + z a_z$$

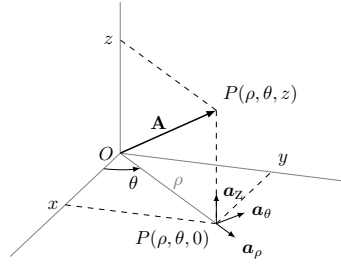
لکھا جاسکتا ہے۔ سمتیہ a_ρ سطح xy میں پایا جاتا ہے۔ شکل 1.4 کو دیکھتے ہوئے

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta$$

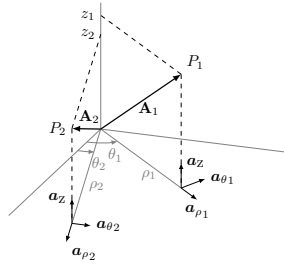
لکھ کر نقطہ $P(x, y, z)$ کو متغیرات x, y, z کے بجائے متغیرات ρ, θ, z کی مدد سے $P(\rho, \theta, z)$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں خلاء میں کسی بھی نقطہ کو اس کے تین متغیرات ρ, θ, z سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

وہ نظام جس میں متغیرات ρ, θ, z کسی نقطہ کو متعین کرتے ہوں نلکی محدود¹⁰ کہلاتا ہے۔ یہاں شکل 1.5 سے

cylindrical coordinates¹⁰



شکل 1.5: نکلے نمائندگی تعریف



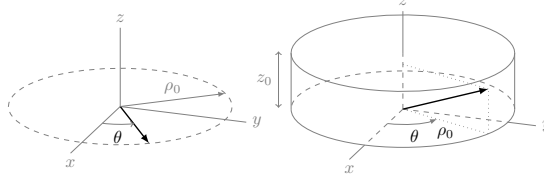
شکل 1.6: نکلے نمائندگی تعریف

رجوع کریں۔ نکلے نمائندگی نظام کے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیت a_ρ , a_θ , a_z ہیں۔ یہ نظام بھی دائیں ہاتھ کا نظام ہے لہذا دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی a_ρ اور بڑی انگلی a_θ کے رخ ہوں تب انگوٹھا a_z کے رخ ہو گا۔

سطح xy میں مبدا پر، محدد x کے ساتھ θ زاویہ پر اکائی سمتیت a_ρ ہو گا۔ سطح xy میں مبدا پر اکائی سمتیت a_ρ کے عمودی، بڑھتے θ رخ، اکائی سمتیت a_θ ہو گا۔ کارٹیزی نمائندگی نظام کا اکائی سمتیت a_z ہی نکلے نمائندگی سمتیت a_z ہے۔

واضح رہے کہ نکلے نمائندگی نظام میں a_ρ اور a_θ کی سمتیں ہر نقطہ پر مختلف ہیں جیسا کہ شکل 1.6 میں دکھایا گیا ہے۔

مستوی xy میں (یعنی $z = 0$ لیتے ہوئے) مبدا پر مستقل رداس $\rho = \rho_0$ کے سمتیت کو صفر زاویہ پر رکھ کر زاویہ بتدریج 2π تک بڑھانے سے سمتیت کی چونچ مستوی xy میں ایک دائرہ پر چلتی ہے (شکل 1.7)۔ اب



شکل 1.7: ٹکلی محدود میں دائرہ اور ٹکلی

اس سمتیہ کے متغیر z کو تبدیل کرنے سے، مثلاً ہر θ پر z کو صفر تا تین کرنے سے، یہ سمتیہ ایک ٹکلی بنائے گی۔ اسی وجہ سے اس نظام کو ٹکلی محدود کہتے ہیں۔ سمتیہ کے تینوں متغیرہ تبدیل کرنے سے ٹکلی کا حجم ملے گا۔ اگلی تین مساوات ان حقائق کو پیش کرتی ہیں۔

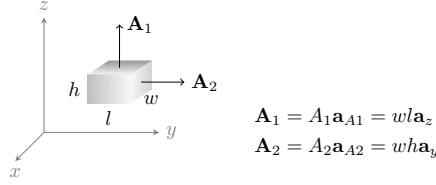
$$(1.7) \quad \text{دائرہ} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(1.8) \quad \text{ٹکلی نما سطح} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

$$(1.9) \quad \text{ٹکلی کا حجم} = \begin{cases} 0 < \rho < \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

1.5 سمتیہ رقبہ

سطح پر کھڑا کائی سمتیہ سطح کا رخ دیتا ہے (شکل 1.8)۔ چونکہ کسی بھی سطح کے دو اطراف ہوتے ہیں لہذا اس کے دو مخالف رخ بیان کیے جاسکتے ہیں۔ عموماً مسئلہ کو مد نظر رکھتے ہوئے ان میں سے ایک رخ کو سطح کا رخ تصور کیا جاتا ہے۔ البتہ بند سطح، مثلاً گیند، کے بیرونی رخ کو ہی سطح کا رخ تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 1.8 میں بالائی سطح A_1 کا رقبہ ہے۔ اور اس کا رخ a_z ہے لہذا A_1 سمتیہ کا طول A_1 اور رخ a_z ہو گا:



شکل 1.8: سمتیہ رقبہ کا تعارف

$$A_1 = wl$$

$$\mathbf{a}_{A1} = \mathbf{a}_z$$

یوں بالائی سطح کا سمتیہ رقبہ درج ذیل ہو گا۔

$$(1.10) \quad \mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = wla_z$$

اسی طرح دائیں سطح A_2 سمتیہ کا طول A_2 اور اس کا رخ \mathbf{a}_{A2} ہے

$$A_2 = wh$$

$$\mathbf{a}_{A2} = \mathbf{a}_y$$

لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(1.11) \quad \mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A2} = wha_y$$

تحتی سطح کا رقبہ $A_3 = wl$ اور اس کا رخ \mathbf{a}_z کے مخالف ہے لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(1.12) \quad \mathbf{A}_3 = A_3 \mathbf{a}_{A3} = wl(-\mathbf{a}_z) = -wla_z$$

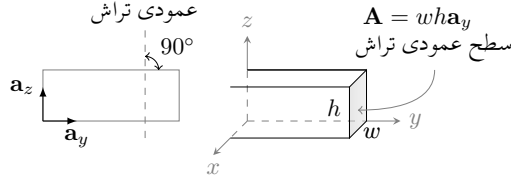
دھیان رہے کہ رقبہ کی مقدار ہر صورت مثبت ہوگی البتہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔ یہ بات کسی بھی سمتیہ کے لئے درست ہے لہذا کسی بھی سمتیہ کا طول ہر صورت مثبت ہی ہوگا جبکہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔

1.6 رقبہ عمودی تراش

سلاخ کی لمبائی کے ساتھ زاویہ قائمہ پر کٹائی کو عمودی تراش¹¹ کہتے ہیں اور عمودی تراش کے رقبہ کو رقبہ عمودی تراش¹² کہتے ہیں۔ شکل 1.9 میں سلاخ کی لمبائی a_y رخ ہے اور رقبہ عمودی تراش A کی مقدار A ہے

$$(1.13) \quad A = wh$$

¹¹ cross section
¹² cross sectional area



شکل 1.9: رقبہ عمودی تراش

لہذا رقبہ عمودی تراش کا رخ a_y ہو گا:

$$(1.14) \quad a_A = a_y$$

شکل 1.9 میں اکائی سمتیت a_y اور a_z دکھائے گئے ہیں جن کے ابتدائی نقاط پر گول دائرہ میں بند ایک نقطہ دکھایا گیا ہے۔ گول دائرہ میں بند نقطہ صفحہ کے عمودی (کتاب سے باہر) رخ a_x ظاہر کرتا ہے جس کے مخالف رخ (صفحہ کے عمودی اندر) کو گول دائرہ میں بند صلیب کی نشان سے ظاہر کیا جائے گا۔

1.7 برقی اور مقناطیسی میدان

1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت

کولمب کے قانون¹³ کے تحت برقی بار¹⁴ سے لدے جسموں کے درمیان قوت کشش¹⁵ یا قوت دفع¹⁶ ان اجسام پر بار¹⁷ کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور باہمی فاصلہ کے مربع کے بالعکس متناسب ہوتی ہے۔ یوں بار q_1 اور q_2 جن کے درمیان فاصلہ r ہو کے بیچ قوت F درج ذیل ہو گا جہاں ϵ ¹⁸ برقی مستقل ہے۔

$$(1.15) \quad F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2}$$

Coulomb's law¹³

electric charge¹⁴

attractive force¹⁵

repulsive force¹⁶

charge¹⁷

electric constant, electric permittivity¹⁸

ایک برقی بار کے قریب دوسرا برقی بار لانے سے (پہلے اور) دوسرے برقی بار پر کشش یا دفع کی قوت عمل کرے گی جس کا تعین قانون کولمب سے ہوتا ہے۔ دوسرے برقی بار کو پہلے برقی بار سے آہستہ آہستہ دور کرنے سے قوت کشش یا دفع بتدریج کم ہوتی ہے جو ایک خاص فاصلے کے بعد تقریباً صفر ہو جاتی ہے اور دوسرا بار پہلے بار کے حلقہ اثر سے باہر ہو جاتا ہے۔ یہ حلقہ برقی میدان کہلاتا ہے۔ برقی میدان کسی ایک بار یا متعدد باروں کی وجہ سے ہو سکتا ہے۔

تعریف: کسی بار کے برقی میدان سے مراد بار کے ارد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا برقی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

□

برقی میدان میں اکائی مثبت بار پر قوت اس مقام پر برقی میدان کی شدت¹⁹ (E کی مطلق قیمت) دیگا جبکہ اکائی بار پر قوت کا رخ برقی میدان کا رخ دیگا۔ برقی میدان کی شدت کی اکائی N/C ہے۔

قانون کولمب (مساوات 1.15) سے Q بار کے برقی میدان کی شدت کی مطلق قیمت حاصل کرتے ہیں۔ بار Q اور اکائی بار (ایک کولمب بار) کے بیچ قوت کشش یا قوت دفع

$$(1.16) \quad F = \frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

نیوٹن ہوگی۔ یہی برقی میدان کی شدت کی مطلق قیمت ہوگی:

$$(1.17) \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

دو باروں کے مابین قوت کشش یا قوت دفع کا رخ ان کے درمیان کھینچی گئی سیدھی لکیر پر ہوگا۔

1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت²¹ بالترتیب بالکل برقی میدان اور برقی میدان کی شدت کی طرح ہیں۔

تعریف: کسی مقناطیس کے مقناطیسی میدان سے مراد مقناطیس کے ارد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا مقناطیسی اثر محسوس کیا جاتا ہو۔

□

¹⁹ electric field intensity

V/m ²⁰

²¹ magnetic field intensity

1.8 سطحی اور حجمی کثافت

1.8.1 سطحی کثافت

اکائی رقبہ کی سطح پر کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی سطحی کثافت²² کہتے ہیں۔ یوں رقبہ A پر کسی چیز کی کل مقدار ϕ ہونے کی صورت میں اس کی اوسط سطحی کثافت $B_{\text{اوسط}}$ درج ذیل ہوگی۔

$$(1.18) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{\phi}{A}$$

اس مساوات سے

$$(1.19) \quad \phi = B_{\text{اوسط}} A$$

لکھا جاسکتا ہے جو کسی سطح پر ایک متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت معلوم ہونے کی صورت میں سطح پر متغیرہ کی کل مقدار دیتی ہے۔

غیر یکساں متغیرہ کی صورت میں سطحی کثافت جگہ جگہ مختلف ہوگی۔ ایسی صورت میں اتنے چھوٹے رقبے پر، جس میں متغیرہ کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، سطحی کثافت

$$(1.20) \quad B = \frac{\Delta\phi}{\Delta A}$$

ہوگی جہاں ΔA چھوٹا رقبہ اور $\Delta\phi$ اس رقبے پر متغیرہ کی چھوٹی مقدار ہے۔ اس چھوٹے رقبہ کو نقطہ مانند کرنے سے نقطہ کثافت

$$(1.21) \quad B = \frac{d\phi}{dA}$$

حاصل ہوگی جس کو

$$(1.22) \quad d\phi = B dA$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ یوں نقطہ کثافت جانتے ہوئے ایک نقطہ کے چھوٹے رقبہ پر متغیرہ کی کل (چھوٹی) مقدار معلوم کی جاسکتی ہے۔

یوں ایک برقی تار جس کا رقبہ عمودی تراش A اور جس میں برقی رو I کی اوسط کثافت برقی رو درج ذیل ہوگی۔

$$(1.23) \quad \rho_{\text{اوسط}} = \frac{I}{A}$$

surface density²²

1.9 حجمی کثافت

اکائی حجم میں کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی حجمی کثافت کہتے ہیں۔ یوں اگر کسی چیز کا حجم H اور اس کی کمیت m ہو تب اس کی اوسط (کمیتی) حجمی کثافت درج ذیل ہوگی۔

$$(1.24) \quad \rho_{\text{اوسط}} = \frac{m}{H}$$

غیر یکساں کمیت کی صورت میں حجم میں مختلف مقامات پر کمیت مختلف ہوگا۔ ایسی صورت میں اتنا چھوٹا حجم لیتے ہوئے جس میں کمیت کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، حجمی کثافت درج ذیل ہوگی۔

$$(1.25) \quad \rho = \frac{\Delta m}{\Delta H}$$

اس چھوٹے حجم کو نقطہ مانند بنانے سے درج ذیل نقطہ حجمی کثافت لکھی جاسکتی ہے۔

$$(1.26) \quad \rho = \frac{dm}{dH}$$

یوں

$$(1.27) \quad dm = \rho dH$$

ہوگا لہذا نقطہ حجمی کثافت جانتے ہوئے ایک چھوٹے حجم کی (چھوٹی) کمیت حاصل کی جاسکتی ہے۔

1.10 صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ

دو غیر سمتی متغیرات کا حاصل ضرب غیر سمتی متغیر ہوتا ہے جبکہ دو سمتیات کا حاصل ضرب سمتی یا غیر سمتی ہو سکتا ہے۔ ان دو اقسام کے ضرب پر یہاں غور کیا جائے گا۔

1.10.1 صلیبی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا ضرب جو سمتی متغیر دیتا ہو صلیبی ضرب²³ کہلاتا اور درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$(1.28) \quad C = A \times B$$

صلیبی ضرب میں ضرب کے نشان کو صلیب کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا اس کو صلیبی ضرب کہتے ہیں۔

حاصل ضرب سمتیہ C کی مقدار

$$(1.29) \quad \begin{aligned} C &= |C| = |A||B| \sin \theta_{AB} \\ &= AB \sin \theta_{AB} \end{aligned}$$

ہے جہاں θ_{AB} ان کے مابین زاویہ ہے۔ اس حاصل سمتیہ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل کی جاتی ہے۔ یوں دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھتے ہوئے، شہادت کی انگلی کو سمتیہ A اور بڑی انگلی کو B کے رخ رکھنے سے انگوٹھا C کا رخ دیگا۔

مثال 1.1: مندرجہ ذیل ضرب صلیبی حاصل کریں۔

$$a_x \times a_y \quad a_y \times a_z \quad a_z \times a_x \quad a_x \times a_z \quad \bullet$$

$$a_z \times a_y \quad a_y \times a_y \quad a_\rho \times a_\theta \quad a_z \times a_\rho \quad \bullet$$

حل: اس مثال میں سب سمتیہ اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے۔ لہذا

$$a_x \times a_y = (1)(1) \sin 90 a_z = a_z \quad \bullet$$

$$a_y \times a_z = (1)(1) \sin 90 a_x = a_x \quad \bullet$$

$$a_z \times a_x = (1)(1) \sin 90 a_y = a_y \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z = (1)(1) \sin 90(-\mathbf{a}_y) = -\mathbf{a}_y \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 90(-\mathbf{a}_x) = -\mathbf{a}_x \quad \bullet$$

• اس مثال میں چونکہ دونوں سمتیہ ایک ہی جانب ہیں لہذا ان کے مابین زاویہ صفر ہے۔ صفر زاویہ کا سائن صفر ہی ہوتا ہے یعنی $\sin 0 = 0$ لہذا ان دو سمتیہ کا ضربِ صلیبی صفر ہو گا

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 0 = 0$$

$$\mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\theta \quad \bullet$$

□

مثال 1.2: شکل 1.10 میں چار نیوٹن کی قوت F محور سے تین میٹر کی سمتیہ فاصلہ L پر لاگو ہے۔ اسی شکل میں اس کی تفصیل دی گئی ہے۔ اس قوت کی قوت مروڑ حاصل کریں۔ حل: قوت مروڑ T کی تعریف یہ ہے

$$(1.30) \quad T = L \times F$$

کار تیزی نظام میں اس سمتیہ فاصلہ کو یوں لکھا جاسکتا ہے

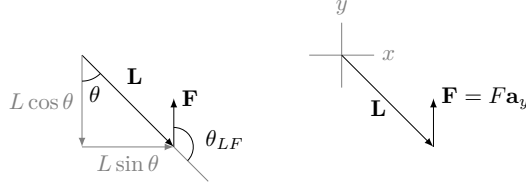
$$(1.31) \quad L = L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y$$

لہذا

$$\begin{aligned} T &= (L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y) \times F \mathbf{a}_y \\ &= L \sin \theta \mathbf{a}_x \times F \mathbf{a}_y - L \cos \theta \mathbf{a}_y \times F \mathbf{a}_y \\ &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

یہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z$ اور $\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = 0$ لی گئی ہیں۔ یوں

$$T = LF \sin \theta \mathbf{a}_z = 12 \sin \theta \mathbf{a}_z \quad \text{N m}$$



شکل 1.10: کارتیسی نظام میں قوت مروڑ کا حل

ہے۔ اس مثال میں $\theta_{LF} = 180^\circ - \theta$ ہے۔ چونکہ کسی بھی زاویہ α کے لئے $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ ہوتا ہے لہذا اس قوت مروڑ کو یوں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \\ &= LF \sin \theta_{LF} \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

یہی جواب ضربِ صلیبی کی تعریف یعنی مساوات 1.29 اور دائیں ہاتھ کے قانون کی مدد سے زیادہ آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔ □

1.10.2 ضرب نقطہ

ایسی دو سمتیہ متغیرات کا ضرب جس کا حاصل ضرب غیر سمتی متغیر ہو کو ضربِ نقطہ²⁴ کہتے ہیں اور اسے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$(1.32) \quad C = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$$

ضربِ نقطہ میں ضرب کے نشان کو نقطہ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسی سے اس کا نام ضربِ نقطہ لیا گیا ہے۔

ضربِ نقطہ میں حاصل ضرب غیر سمتی کی مقدار یوں حاصل ہوتی ہے

$$\begin{aligned} (1.33) \quad C &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \\ &= |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta_{AB} \\ &= AB \cos \theta_{AB} \end{aligned}$$

جہاں θ_{AB} ان دو کے مابین زاویہ ہے۔

مثال 1.3: مندرجہ ذیل ضربِ نقطہ حاصل کریں

²⁴ dot product

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta \quad \bullet$$

حل: اس مثال میں سب اکائی سمتیہ ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے۔

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y = (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z = (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho = (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet$$

□

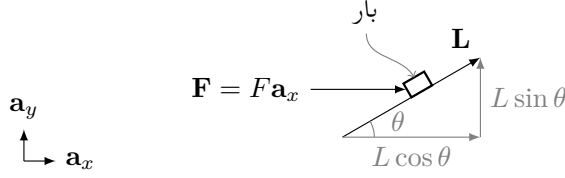
مثال 1.4: شکل 1.11 میں قوت F ایک بوجھ کو دھکیل رہی ہے۔ سمتیہ فاصلہ L طے کرنے پر قوت کتنا کام کر چکی ہو گی۔

حل: کام W کی تعریف یہ ہے

$$(1.34) \quad W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{L}$$

ہم کارتیسی نظام میں سمتیہ فاصلہ کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(1.35) \quad \mathbf{L} = L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y$$



شکل 1.11: کار تیزی نظام میں کام

لہذا

$$\begin{aligned}
 W &= (F \mathbf{a}_x) \cdot (L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y) \\
 (1.36) \quad &= FL \cos \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x) + FL \sin \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y) \\
 &= FL \cos \theta
 \end{aligned}$$

جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = 1$ اور $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = 0$ لی گئی ہیں۔ یہی جواب ضرب نقطہ کی تعریف یعنی مساوات 1.33 سے با آسانی حاصل ہوتا ہے۔

□

1.11 تفرق اور جزوی تفرق

مساوات 1.37 میں ایک تفاعل جس میں B_0 مقررہ ہے کا تفرق²⁵ دیا گیا ہے جبکہ مساوات 1.38 میں ایک تفاعل کا جزوی تفرق²⁶ دیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 B(\theta) &= B_0 \cos \theta \\
 (1.37) \quad \frac{dB}{d\theta} &= -B_0 \sin \theta
 \end{aligned}$$

$$(1.38) \quad \partial W(x, \lambda) = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial \lambda} d\lambda$$

²⁵ differentiation
²⁶ partial differentiation

1.12 خطی تکرار

مساوات 1.39 میں ایک تفاعل $B(\theta)$ دیا گیا ہے جسے شکل 1.12 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کی طول موج $2\pi^{27}$ ریڈیئن کے برابر ہے۔ ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ کے مابین اس کا اوسط معلوم کرتے ہیں۔ یہ متکثر 28 سے یوں ہو گا۔

$$(1.39) \quad B(\theta) = B_0 \cos \theta$$

$$(1.40) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{B_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta \, d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

اسی طرح اگر اسی خط پر تفاعل کے مربع یعنی B^2 کا اوسط درکار ہو تو ایسا کرنا مساوات 1.41 میں دکھایا گیا ہے۔

$$(1.41) \quad \begin{aligned} B_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta \, d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \, d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{2} \end{aligned}$$

تفاعل کے مربع کی اوسط کا جزر بہت اہمیت رکھتا ہے۔ لہذا اس تفاعل کے مربع کی اوسط کا جزر موثر B مساوات 1.41 کی مدد سے یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(1.42) \quad B_{\text{موثر}} = \sqrt{B_{\text{اوسط}}^2} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}$$

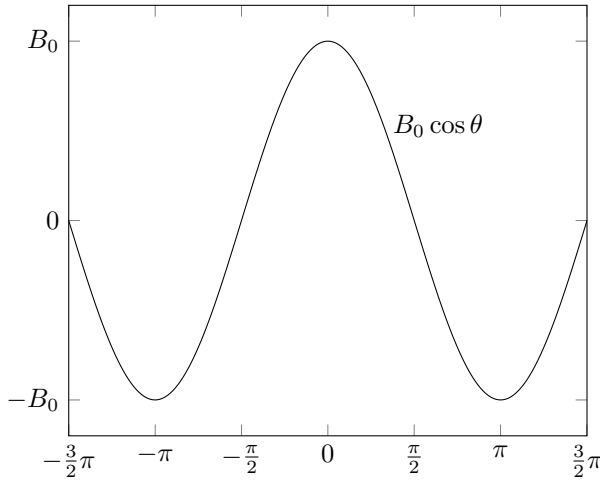
یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے جو آپ کو زبانی یاد ہونا چاہئے۔ یہ مساوات ہر سائن نما تفاعل کے لئے درست ہے۔ کسی بھی متغیر کے مربع کی اوسط کا جزر اس متغیر کی موثر 29 30 قیمت کہلاتا ہے۔

wavelength²⁷

integration²⁸

effective²⁹

root mean square, rms³⁰



شکل 1.12: کوسائن موج

1.13 سطحی تکمیل

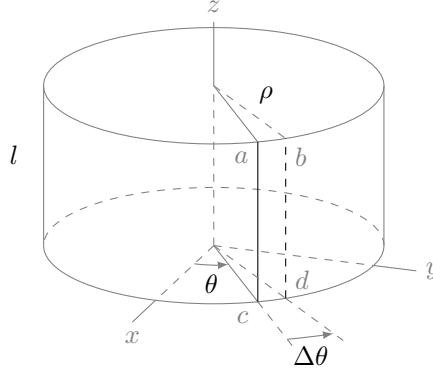
مثال کے طور پر اگر مساوات 1.39 شکل 1.13 میں نکلی کے بیرونی سطح پر متغیر B کی مقدار بتلاتی ہے اور یہ متغیرہ سطحی کثافت کو ظاہر کرے ہم آدھے بیرونی سطح مثلاً زاویہ $-\pi/2$ اور $\pi/2$ کے مابین اس کی کل مقدار ϕ معلوم کرتے ہیں۔ اس سطح میں نکلی کے دونوں سرے شامل نہیں ہیں۔

ہم نکلی کے بیرونی سطح پر رقبہ ΔA لیتے ہیں جس کی چوڑائی $\rho \Delta \theta$ اور لمبائی l ہے۔ یہ سطح $abcd$ ہے۔ $\Delta \theta$ کو نہایت کم کرتے ہوئے سطح کا رقبہ $\rho l d\theta$ لکھا جاسکتا ہے۔ اس سطح پر B کی مقدار محوری لمبائی کی جانب تبدیل نہیں ہو رہی۔ سطح ΔA پر $\Delta \phi = B \Delta A$ ہو گا اور کل ϕ تکمیل کی مدد سے یوں حاصل ہو گا۔

$$(1.43) \quad \Delta \phi = B \Delta A = B_0 l \rho \cos \theta d\theta$$

$$(1.44) \quad \phi = B_0 l \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = 2 B_0 l \rho$$

اب ہم یہی مقدار نکلی کے آدھے بیرونی سطح پر کہیں پر بھی حاصل کرنا چاہیں تو ہمیں صرف تکمیل کے دو حد تبدیل کرنے ہوں گے۔ اگر ہم مساوات 1.44 میں نچلا حد $(-\pi/2 - \alpha)$ اور اوپر کا حد $(\pi/2 - \alpha)$ لیں تو یہ حاصل



شکل 1.13: ٹکڑی کی بیرونی سطح پر متغیرہ کا مکمل کل مقدار دے گی۔

ہو گا۔

$$(1.45) \quad \phi(\alpha) = B_0 l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \cos \theta \, d\theta = 2B_0 l \rho \cos \alpha$$

یہاں $\phi(\alpha)$ اس بات کو واضح کرتا ہے کہ نتیجہ α پر منحصر ہے۔ یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ مساوات 1.45 میں اگر $\alpha = 0$ ہو تو مساوات 1.44 ملتا ہے۔

1.14 مرحلی سمتیہ

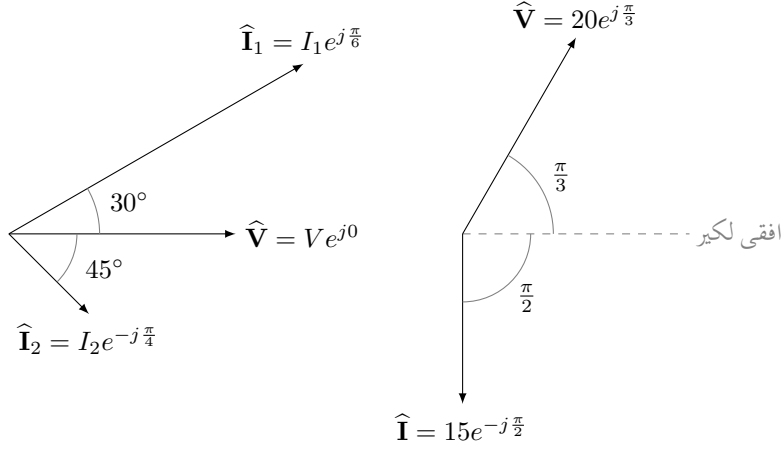
سائن نما موج جن کا تعدد معین ہو کو مرحلی سمتیہ سے ظاہر کرنا نہایت مفید ثابت ہوتا ہے۔ مساوات یولر³¹

$$(1.46) \quad A_0 e^{\mp j(\omega t + \phi)} = A_0 \cos(\omega t + \phi) \mp j \sin(\omega t + \phi)$$

کی مدد سے کوسائن موج یوں لکھی جاسکتی ہے

$$(1.47) \quad A_0 \cos(\omega t + \phi) = \frac{A_0}{2} \left(e^{j(\omega t + \phi)} - e^{-j(\omega t + \phi)} \right)$$

Euler's equation³¹



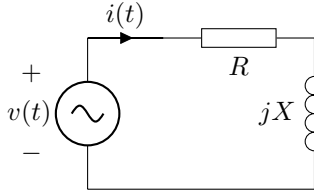
شکل 1.14: مرحلی سمتیہ

اس سے ثابت ہوتا ہے کہ کوسائن موج دراصل دو مخلوط اعداد کا مجموعہ ہے۔ مساوات یولر ایک مخلوط عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کے دو جزو ہیں۔ اس کا ایک جزو حقیقی عدد ہے اور اس کا دوسرا جزو فرضی عدد ہے۔ اس کا حقیقی جزو کوسائن موج کو ظاہر کرتا ہے۔ لہذا ایک کوسائن موج $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ یا $A_0 e^{-j(\omega t + \phi)}$ کا حقیقی جزو ہوتا ہے۔ رسمی طور پر سائن نما موج کو $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مزید یہ کہ اس عدد کو چھوٹا کر کے صرف $A_0 e^{j\phi}$ یا پھر A_0 / ϕ لکھا جاتا ہے۔ کوسائن موج کے اس طرح ظاہر کرنے کو مرحلی سمتیہ³² کہتے ہیں جہاں اس سمتیہ کا طول A_0 اور افقی لکیر سے زاویہ ϕ ہے۔

مرحلی سمتیہ استعمال کرتے وقت آپ کو یہ ذہن میں رکھنا ہوتا ہے کہ یہ ایک کوسائن موج ہے جس کا حیثہ A_0 ، دوری زاویہ ϕ اور زاویائی تعدد ω ہے۔

اس کتاب میں مرحلی سمتیہ کو سادہ طرز لکھائی میں انگریزی کے بڑے حروف جن پر ٹوپی کا نشان ہو سے ظاہر کیا جائے گا، یعنی \hat{V} , \hat{I} وغیرہ اور ان کے طول کو بغیر ٹوپی کے نشان کے اسی حرف سے ظاہر کیا جائے گا۔ مثلاً برقی

phasor³²



$$\begin{aligned}
 Z &= R + jX \\
 |Z| &= \sqrt{R^2 + X^2} \\
 \phi_Z &= \tan^{-1} \frac{X}{R} \\
 v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
 i(t) &= \frac{V_0}{|Z|} \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z) \\
 &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)
 \end{aligned}$$

شکل 1.15: مرحلی سمتیہ کی مدد سے RL دور کا حل۔

دباؤ $v = 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$ کے لئے یہ سب درست ہیں۔

$$\begin{aligned}
 v &= 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3}) \\
 \hat{V} &= 20e^{j\frac{\pi}{3}} \\
 \hat{V} &= 20 \angle \frac{\pi}{3} \\
 V &= 20
 \end{aligned}
 \tag{1.48}$$

اس مساوات میں پہلا جزو ایک عام کوسائن موج ہے۔ دوسرا جزو اسی کو مرحلی سمتیہ سے ظاہر کر رہا ہے۔ تیسرا اس مرحلی سمتیہ کا طول اور چوتھا اس کا زاویہ بتلا رہا ہے۔ مرحلی سمتیہ کو عام سمتیوں کی طرح ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس مساوات میں \hat{V} کا طول 20 اور افقی لکیر سے زاویہ $\frac{\pi}{3}$ ریڈیئن ہے۔ زاویہ افقی لکیر سے گھڑی کی الٹی سمت ناپا جاتا ہے۔ اس سمت میں زاویہ مثبت ہے۔ شکل 1.14 میں اس \hat{V} کے علاوہ چند اور مرحلی سمتیہ دکھائے گئے ہیں۔

برقی ادوار میں عموماً برقی دباؤ \hat{V} کی نسبت سے برقی رو \hat{I} کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ شکل 1.14 میں \hat{I}_1 تیس درجہ زاویہ برقی دباؤ سے آگے ہے جبکہ \hat{I}_2 پینتالیس درجہ زاویہ برقی دباؤ کے پیچھے ہے۔ اس حقیقت کو یوں بیان کیا جاتا ہے کہ \hat{I}_1 تیس درجہ پیش زاویہ³³ پر ہے جبکہ \hat{I}_2 پینتالیس درجہ تاخیر زاویہ³⁴ پر ہے۔ اسے طرح \hat{I}_1 کو پیش برقی رو جبکہ \hat{I}_2 کو تاخیر برقی رو کہا جاتا ہے۔ دو مرحلی سمتیات کے آپس میں زاویے کو مرحلہ فرق³⁵ کہتے ہیں لہذا \hat{I}_1 اور \hat{I}_2 میں 75° کا مرحلی فرق پایا جاتا ہے۔ یہاں یہ دھیان رہے کہ شکل میں 45° مثبت لکھا گیا ہے۔ چونکہ یہ افقی لکیر سے زاویہ ناپنے کی الٹ سمت میں ہے لہذا یہ ایک منفی زاویہ ہے۔

leading angle³³
lagging angle³⁴
phase difference³⁵

اگر $v = V_0 \cos \omega t$ اور $i = I_0 \cos(\omega t + \theta)$ ہوں تب برقی طاقت $p = V_0 I_0 \cos \theta$ کے برابر ہو گا جہاں $\cos \theta$ کو جزو طاقت³⁶ اور θ کو زاویہ جزو طاقت³⁷ کہتے ہیں۔ اسی طرح تاخیر کے زاویہ کی صورت میں $\cos \theta$ کو تاخیر کے جزو طاقت³⁸ اور پیش کے زاویہ کی صورت میں $\cos \theta$ کو پیش کے جزو طاقت³⁹ کہتے ہیں۔

یہاں مرحلی سمتیوں کو استعمال کر کے ایک سادہ برقی دور حل کرتے ہیں۔ یوں ان سے وابستگی پیدا ہو جائے گی اور ان کا استعمال بھی سیکھ لیں گے۔

شکل 1.15 ایک سادہ $R - L$ کے مرحلہ⁴⁰ برقی دور ہے جس پر لاگو برقی دباؤ

$$\begin{aligned} v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ \hat{V} &= V_0 \angle \alpha \end{aligned} \quad (1.49)$$

ہے۔ مرحلی سمتیہ کے استعمال سے ہم اس میں برقی رو $i(t)$ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \hat{I} &= \frac{\hat{V}}{R + jX} = \frac{V_0 \angle \alpha}{|Z| \angle \phi_Z} \\ &= \frac{V_0}{|Z|} \angle \alpha - \phi_Z = I_0 \angle \alpha - \phi_Z \end{aligned} \quad (1.50)$$

جہاں ϕ_Z رکاوٹ کا زاویہ ہے۔ لہذا

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z) \quad (1.51)$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں تاخیر کے زاویہ ϕ_Z کے برابر ہے۔

power factor³⁶
power factor angle³⁷
lagging power factor³⁸
leading power factor³⁹
single phase⁴⁰

باب 2

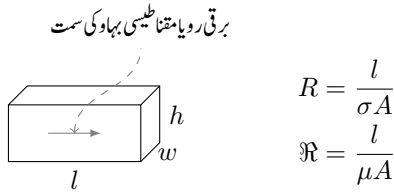
مقناطیسی ادوار

2.1 مزاحمت اور ہچکچاہٹ

شکل 2.1 میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے جس کی لمبائی کی سمت میں مزاحمت¹

$$(2.1) \quad R = \frac{l}{\sigma A}$$

ہے جہاں σ موصلیت² کو ظاہر کرتی ہے اور $A = wh$ رقبہ عمودی تراش ہے۔ اس سلاخ کی ہچکچاہٹ³ \Re درج



شکل 2.1: مزاحمت اور ہچکچاہٹ

resistance¹
conductivity²

ذیل ہے جہاں μ مقناطیسی مستقل⁴ کہلاتا ہے۔

$$(2.2) \quad \mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A}$$

مقناطیسی مستقل μ کو عموماً خلاء کی مقناطیسی مستقل $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ کی نسبت سے لکھا جاتا ہے یعنی

$$(2.3) \quad \mu = \mu_r \mu_0$$

جہاں μ_r جو مقناطیسی مستقل کہلاتا ہے۔ ہیکچاہٹ کی اکائی ایمپیئر-پرفیوہیر ہے جس کی وضاحت جلد کی جائے گی۔

مثال 2.1: شکل 2.1 میں دی گئی سلاخ کی ہیکچاہٹ معلوم کریں $\mu_r = 2000$ ، $h = 3 \text{ cm}$ ، $l = 10 \text{ cm}$ اور $w = 2.5 \text{ cm}$ ہیں۔

حل:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &= \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \\ &= \frac{10 \times 10^{-2}}{2000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} \\ &= 53\,044 \text{ A} \cdot \text{turns/Wb} \end{aligned}$$

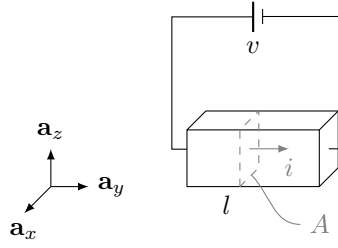
□

2.2 کشافتِ برقی رواور برقی میدان کی شدت

اس سلاخ کے سروں پر برقی دباؤ v (شکل 2.2) لاگو کرنے سے اس میں برقی رو i گزرے گا جس کو اوہم کے قانون⁵ سے حاصل کرتے ہیں۔

$$(2.4) \quad i = \frac{v}{R}$$

³ reluctance
⁴ permeability, magnetic constant
⁵ Ohm's law



$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

$$i = \frac{v}{R} = v \left(\frac{\sigma A}{l} \right)$$

$$\frac{i}{A} = \sigma \frac{v}{l}$$

$$J = \sigma E$$

شکل 2.2: کثافتِ برقی رواور برقی دباؤ کی شدت

درج بالا مساوات کو مساوات 2.1 کی مدد سے

$$(2.5) \quad i = v \left(\frac{\sigma A}{l} \right)$$

یا

$$(2.6) \quad \frac{i}{A} = \sigma \left(\frac{v}{l} \right)$$

یا

$$(2.7) \quad J = \sigma E$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں J اور E کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$(2.8) \quad J = \frac{i}{A}$$

$$(2.9) \quad E = \frac{v}{l}$$

شکل 2.2 میں سمتیہ J کی مقدار J ہو اور سمتیہ E کی مقدار E لیتے ہوئے مساوات 2.7 کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(2.10) \quad J = \sigma E$$

جو قانون اوہم کی دوسری روپ ہے۔ J اور E دونوں کا رخ a_y ہے۔

شکل 2.2 سے ظاہر ہے کہ برقی روا i سلاخ کی رقبہ عمودی تراش A سے گزرتی ہے لہذا مساوات 2.8 کے تحت J برقی روا کی کثافت کو ظاہر کرتی ہے لہذا J کو کثافتِ برقی روا⁶ کہتے ہیں۔ اسی طرح مساوات 2.9 سے واضح ہے کہ

current density⁶

E برقی دباؤنی اکائی لمبائی کو ظاہر کرتی ہے لہذا E کو برقی میدان کہہ شدت⁷ یا (جہاں متن سے مقناطیسی میدان واضح ہو) مختصراً میدان⁸ کہتے ہیں۔

بالکل اسی طرح کی مساواتیں مقناطیسی متغیرات کے لئے حصہ 2.5 میں لکھی جائیں گی۔

2.3 برقی ادوار

برقی دور میں برقی دباؤ⁸ v کی وجہ سے برقی رو¹⁰ i پیدا ہوتی ہے۔ تانبا¹² کی موصلیت $\frac{S}{m} = 5.9 \times 10^7$ ہے جو بہت بڑی مقدار ہے۔ $\frac{S}{m}$ موصلیت کی اکائی ہے۔ تانبا کی موصلیت کی مقدار بہت بڑی ہونے کی بنا اس سے بنی تار کی مزاحمت¹³ R_L عموماً قابل نظر انداز ہوگی۔ تار میں برقی رو i گزرنے سے تار کے سروں کے بیچ برقی دباؤ $\Delta v = iR_L$ پیدا ہو گا جس کو $R_L \rightarrow 0$ کی بنا نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں تانبے کی تار میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو رد کیا جاسکتا ہے یعنی ہم $\Delta v \rightarrow 0$ لے سکتے ہیں۔

شکل 2.3-الف میں ایک ایسا ہی برقی دور دکھایا گیا ہے جس میں تانبے کی تار کی مزاحمت کو اکٹھے کر کے ایک ہی جگہ تار R_L دکھایا گیا ہے۔ اس دور کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.11) \quad v = \Delta v + v_L$$

تار میں برقی گھٹاؤ Δv نظر انداز کرتے ہوئے

$$(2.12) \quad v = v_L$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر تار میں برقی دباؤ کا گھٹاؤ قابل نظر انداز ہو تب لاگو برقی دباؤ جوں کا توں مزاحمت R_L تک پہنچتا ہے۔ برقی ادوار حل کرتے ہوئے یہی حقیقت بروئے کار لاتے ہوئے تار میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ شکل 2.3-الف میں ایسا کرنے سے شکل 2.3-ب حاصل ہوتا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ برقی تار کو اس غرض سے استعمال کیا جاتا ہے کہ لاگو برقی دباؤ کو مقام استعمال تک بغیر گھٹائے پہنچایا جائے۔

⁷ electric field intensity

⁸ electric voltage

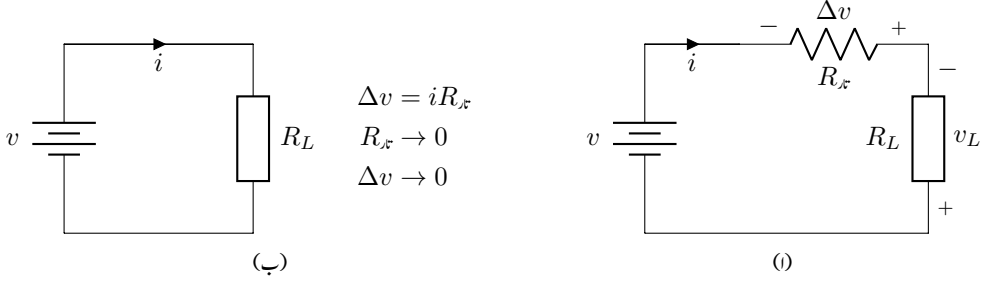
⁹ برقی دباؤ کی اکائی وولٹ ہے جو اٹلی کے ایسا نڈرو وولٹا کے نام ہے جنہوں نے برقی بیڑی ایجاد کی۔

¹⁰ electric current

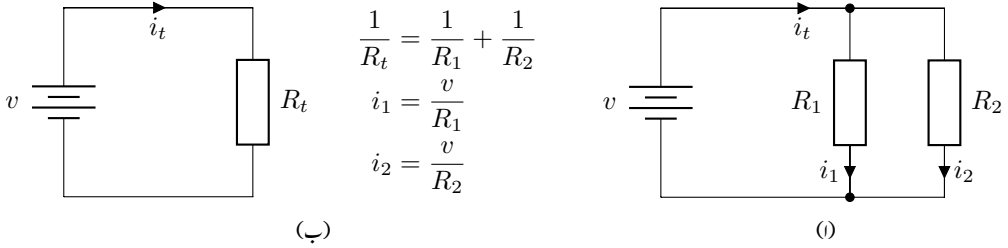
¹¹ برقی رو کی اکائی ایمپیئر ہے جو فرانس کے انڈر میئر ایمپیئر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار ہے۔

¹² copper

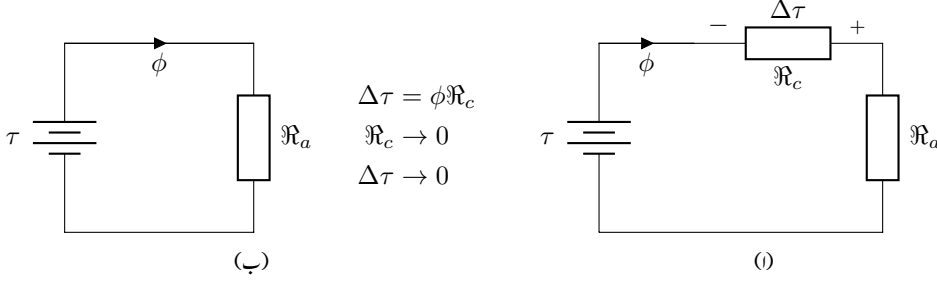
¹³ مزاحمت کی اکائی اوہم ہے جو جرمنی کے خارج سائنس اوہم کے نام ہے جنہوں نے قانون اوہم دریافت کیا۔



شکل 2.3: برقی ادوار میں برقی تار کی مزاحمت کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔



شکل 2.4: کم مزاحمتی راہ میں برقی رو کی مقدار زیادہ ہوگی۔



شکل 2.5: مقناطیسی دور

شکل 2.4 میں ایک اور مثال دی گئی ہے۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ برقی رو اس راستے زیادہ ہوتی ہے جس کی مزاحمت کم ہو۔ لہذا اگر $R_1 < R_2$ ہو تب $i_1 > i_2$ ہو گا۔

2.4 مقناطیسی دور حصہ اول

مقناطیسی ادوار بالکل برقی ادوار کی طرح ہوتے ہیں۔ بس ان میں برقی دباؤ v کی جگہ مقناطیسی دباؤ τ ¹⁴، برقی رو i کی جگہ مقناطیسی بہاؤ ϕ ¹⁵ اور مزاحمت R کی جگہ ہچکچاہٹ \mathcal{R} ¹⁶ پائے جاتے ہیں۔ یوں بالکل برقی ادوار کی طرح مقناطیسی ادوار بنائے جاسکتے ہیں۔ ایک ایسا دور شکل 2.5-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی کوشش یہی ہے کہ کسی طرح مقناطیسی دباؤ τ کو بغیر گھٹائے ہچکچاہٹ \mathcal{R}_a تک پہنچایا جائے۔ عموماً خلائی درز کی ہچکچاہٹ ہوتی ہے اور \mathcal{R}_c مقناطیسی قالب کی۔ یہاں بھی اگر \mathcal{R}_c قابل نظر انداز ہو تب شکل 2.5-ب حاصل ہو گا جس میں مقناطیسی بہاؤ ϕ ، بالکل اوہم کے قانون کی طرح، درج ذیل مساوات سے حاصل ہو گا۔

$$(2.13) \quad \tau = \phi \mathcal{R}_a$$

اگر \mathcal{R}_c کو نظر انداز کرنا ممکن نہ ہو تب بالکل سلسلہ وار مزاحمتوں کی طرح ہم دو سلسلہ وار ہچکچاہٹوں کا مجموعی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_s استعمال کر کے برقی رو حاصل کریں گے، یعنی

$$(2.14) \quad \mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c$$

$$(2.15) \quad \tau = \phi \mathcal{R}_s$$

magnetomotive force, mmf¹⁴
flux¹⁵
reluctance¹⁶

برقی دور کی طرح، مقناطیسی دباؤ کو کم ہچکچاہٹ والی راہ سے مقام ضرورت تک پہنچایا جاتا ہے۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کی قیمت مقناطیسی مستقل μ پر منحصر ہے۔ مقناطیسی مستقل کی اکائی ¹⁷ ہینری فی میٹر $\frac{H}{m}$ ہے۔ μ کو عموماً $\mu = \mu_r \mu_0$ لکھا جاتا ہے جہاں $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ہینری فی میٹر کے برابر ہے اور μ_r کو جزو مقناطیسی مستقل ¹⁸ کہتے ہیں۔ لوہا، کچھ دھاتیں اور چند جدید مصنوعی مواد ایسی ہیں جن کی μ_r کی قیمت 2000 اور 80 000 کے بیچ پائی جاتی ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کو ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کے لئے انہی مقناطیسی مواد کو استعمال کیا جاتا ہے۔ بد قسمتی سے مقناطیسی مواد کے μ کی مقدار اتنی زیادہ نہیں ہوتی ہے کہ ان سے بنی سلاخ کی ہچکچاہٹ ہر موقع پر قابلِ نظر انداز ہو۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کم سے کم کرنے کی خاطر رقبہ عمودی تراش کو زیادہ سے زیادہ اور لمبائی کو کم سے کم کرنا ہو گا۔ یوں مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے کے لئے باریک تار نہیں بلکہ خاصی زیادہ رقبہ عمودی تراش کا مقناطیسی راستہ درکار ہوتا ہے۔ مقناطیسی مشین، مثلاً موٹر اور ٹرانسفارمر، کا بیشتر حصہ مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے والے ان مقناطیسی مواد پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایسے مشینوں کے قلب میں عموماً یہی مقناطیسی مادہ پایا جاتا ہے لہذا ایسا مواد مقناطیسی قالب ¹⁹ کہلاتا ہے (شکل 2.6)۔ برقی مشینوں میں استعمال مقناطیسی قالب لوہے کی باریک چادر یا پتہ ²⁰ تہہ در تہہ رکھ کر بنائی جاتی ہے۔ مقناطیسی قالب کے بارے میں مزید معلومات حصہ 2.8 میں فراہم کی جائے گی۔

2.5 کثافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت

حصہ 2.2 میں برقی دور کی مثال دی گئی۔ یہاں شکل 2.6 میں دکھائے گئے مقناطیسی دور پر غور کرتے ہیں۔ مقناطیسی قالب کی $\mu_r = \infty$ تصور کرتے ہیں۔ یوں قالب کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_c صفر ہو گی۔ حصہ 2.2 میں تانبا کی تار کی طرح یہاں مقناطیسی قالب کو مقناطیسی دباؤ τ ایک مقام سے دوسری مقام تک منتقل کرنے کے لئے استعمال کیا گیا ہے۔ شکل 2.6 میں مقناطیسی دباؤ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_a تک پہنچایا گیا ہے۔ لہذا یہاں کل ہچکچاہٹ صرف خلائی درز کی ہچکچاہٹ ہی ہے یعنی:

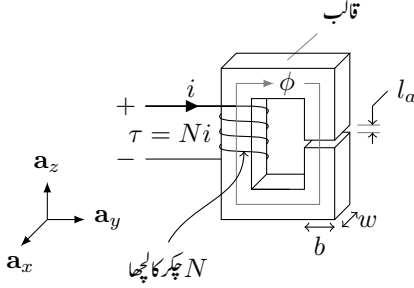
$$(2.16) \quad \mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a}$$

¹⁷ Henry per meter

¹⁸ relative permeability, relative magnetic constant

¹⁹ magnetic core

²⁰ laminations



$$H_a = \frac{\tau}{l_a} \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$l_a \ll w$$

$$l_a \ll b$$

شکل 2.6: کثافت مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت۔

اگر خلائی درز کی لمبائی l_a قالب کے رقبہ عمودی تراش کے اضلاع b اور w سے بہت کم ہوں، یعنی $l_a \ll b$ اور $l_a \ll w$ تب خلائی درز کے رقبہ عمودی تراش A_a کو قالب کے رقبہ عمودی تراش A_c کے برابر لیا جاتا ہے، یعنی:

$$(2.17) \quad A_a = A_c = wb$$

اس کتاب میں جہاں بتلایا نہ گیا ہو وہاں $l_a \ll w$ اور $l_a \ll b$ تصور کرتے ہوئے $A_a = A_c$ لیا جائے گا۔

مقناطیسی دباؤ τ کی تعریف درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(2.18) \quad \tau = Ni$$

یوں برقی تار کے چکر ضرب تار میں برقی رو کو مقناطیسی دباؤ کہتے ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کی اکائی ایمپیئر-چکر²¹ ہے۔ بالکل حصہ 2.2 کی طرح ہم مساوات 2.15 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(2.19) \quad \phi_a = \frac{\tau}{\mathcal{R}_a}$$

مقناطیسی بہاؤ کی اکائی²² ویبر²³ ہے اور ہیکٹاچاٹ کی اکائی ایمپیئر-چکر فی ویبر²⁴ ہے۔ اس سلسلہ وار دور کی خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_a اور قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_c ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ درج بالا مساوات کو مساوات 2.2 کی مدد سے

$$\phi_a = \tau \left(\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \right)$$

²¹ ampere-turn

²² Weber

²³ یہ اکائی جرمنی کے ولیم وڈویر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار رہا ہے

²⁴ ampere-turn per weber

یا

$$(2.20) \quad \frac{\phi_a}{A_a} = \mu_0 \left(\frac{\tau}{l_a} \right)$$

لکھ سکتے ہیں جہاں درز کی نشاندہی زیر نوشت میں a لکھ کر کی گئی ہے۔ اس مساوات میں بائیں ہاتھ مقناطیسی بہاؤ فی اکائی رقبہ کو کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B_a ²⁵ اور دائیں ہاتھ مقناطیسی دباؤ فی اکائی لمبائی کو مقناطیسی میدان H_a کے شدت²⁶ لکھا جا سکتا ہے، یعنی:

$$(2.21) \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$(2.22) \quad H_a = \frac{\tau}{l_a}$$

کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی اکائی ویبر فی میٹر ہے جس کو ٹسلا²⁷ کا نام دیا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت کی اکائی ایسپیئر فی میٹر²⁸ ہے۔ یوں مساوات 2.20 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(2.23) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

جہاں متن سے واضح ہو کہ مقناطیسی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں مقناطیسی میدان کی شدت کو مختصراً میدان²⁹ کے کہا جاتا ہے۔ شکل 2.6 میں ہم دیکھتے ہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ اکائی سمتیہ a_z کے ہے لہذا ہم کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کو $B_a = -B_a a_z$ لکھ سکتے ہیں۔ اسی طرح خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ اکائی سمتیہ a_z کی الٹ رخ دباؤ ڈال رہا ہے لہذا ہم مقناطیسی دباؤ کی شدت کو $H_a = -H_a a_z$ لکھ سکتے ہیں۔ یوں درج بالا مساوات کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(2.24) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

اگر خلاء کی جگہ کوئی اور مادہ ہو تب ہم اس مساوات کو درج ذیل لکھتے۔

$$(2.25) \quad B = \mu H$$

مثال 2.2: شکل 2.6 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ 0.1 ٹسلا درکار ہے۔ قالب کی $\mu_r = \infty$ ہے اور خلائی درز کی لمبائی 1 ملی میٹر ہے۔ اگر قالب کے گرد برقی تار کے 100 چکر ہوں تب درکار برقی رو i کتنا ہو گا۔

²⁵ magnetic flux density

²⁶ magnetic field intensity

²⁷ Tesla: یہ اکائی سربیا کے نپولا ٹسلا کے نام ہے جنہوں نے برقی رو برقی طاقت عام کرنے میں اہم کردار ادا کیا

²⁸ ampere per meter

²⁹ field intensity

حل:

$$\tau = \phi \Re$$

$$Ni = \phi \left(\frac{l}{\mu_0 A} \right)$$

$$\frac{\phi}{A} = B = \frac{Ni\mu_0}{l}$$

لہذا

$$0.1 = \frac{100 \times i \times 4\pi 10^{-7}}{0.001}$$

$$i = \frac{0.1 \times 0.001}{100 \times 4\pi 10^{-7}} = 0.79567 \text{ A}$$

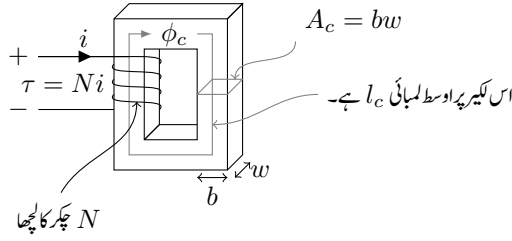
□

$i = 0.79567 \text{ A}$ برقی رو خلائی درز میں $B = 0.1 \text{ T}$ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ پیدا کرے گا۔

2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم

شکل 2.7 میں ایک سادہ مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے جس میں قالب کی مقناطیسی مستقل کو محدود تصور کرتے ہیں۔ مقناطیسی دہاؤ $\tau = Ni$ مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_c پیدا کرتا ہے۔ قالب کا رقبہ عمودی تراش A_c ہر جگہ ایک یکساں ہے اور قالب کی اوسط لمبائی l_c ہے۔ قالب میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ فلیمینگ³⁰ کے دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اس قانون کو دو طریقوں سے بیان کیا جاسکتا ہے۔

- اگر ایک لچھے کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ ہاتھ کی چار انگلیاں لچھے میں برقی رو کے رخ لپٹی ہوں تب انگوٹھا اُس مقناطیسی بہاؤ کے رخ ہو گا جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آیا ہو۔
- اگر ایک تار جس میں برقی رو کا گزر ہو کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ انگوٹھا برقی رو کے رخ ہو تب باقی چار انگلیاں اُس مقناطیسی بہاؤ کے رخ لپٹی ہوں گی جو اس برقی رو کی وجہ سے پیدا ہوگا۔



شکل 2.7: سادہ مقناطیسی دور۔

ان دو بیانات میں پہلا بیان لچھے میں مقناطیسی بہاو کا ر ضعلوم کرنے کے لئے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے جبکہ سیدھی تار کے گرد مقناطیسی بہاو کا رخ دوسرے بیان سے زیادہ آسانی سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

قالب میں مقناطیسی بہاو گھڑی کے سمت میں ہے۔ مقناطیسی بہاو ϕ کو شکل 2.7 میں تیر والے ہلکی سیاہی کے لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ قالب کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c}$$

لکھتے ہوئے مقناطیسی بہاو

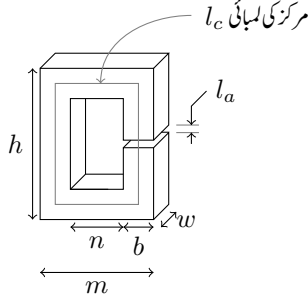
$$\phi_c = \frac{\tau}{\mathcal{R}_c} = Ni \left(\frac{\mu_c A_c}{l_c} \right)$$

ہو گا۔ اس طرح ہم تمام نا معلوم متغیرات حاصل کر پائے ہیں۔

مثال 2.3: شکل 2.8 میں ایک مقناطیسی قالب دکھایا گیا ہے جس کی معلومات درج ذیل ہے۔

$$(2.26) \quad \text{قالب} = \begin{cases} h = 20 \text{ cm} & m = 10 \text{ cm} \\ n = 8 \text{ cm} & w = 2 \text{ cm} \\ l_a = 1 \text{ mm} & \mu_r = 40\,000 \end{cases}$$

قالب اور خلائی درز کی ہچکچاہٹیں حاصل کریں۔



$$A_a = A_c = bw$$

$$b = \frac{m - n}{2}$$

$$l_c = 2(h + n) - l_a$$

شکل 2.8: خلائی درز اور قالب کے ہچکچاہٹ۔

حل:

$$b = \frac{m - n}{2} = \frac{0.1 - 0.08}{2} = 0.01 \text{ m}$$

$$A_a = A_c = bw = 0.01 \times 0.02 = 0.0002 \text{ m}^2$$

$$l_c = 2(h + n) - l_a = 2(0.2 + 0.08) - 0.001 = 0.559 \text{ m}$$

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0.559}{40000 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 55\,598 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

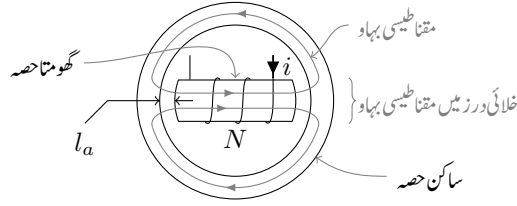
$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{0.001}{4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 3\,978\,358 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

ہم دیکھتے ہیں اگرچہ قالب کی لمبائی خلائی درز کی لمبائی سے 559 گنا زیادہ ہے تب بھی خلائی درز کی ہچکچاہٹ 71 گنا زیادہ ہے۔ یوں $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ہو گا۔

مثال 2.4: شکل 2.9 سے رجوع کریں۔ خلائی درز 5 ملی میٹر لمبا ہے اور گھومتے حصہ پر 1000 چکر ہیں۔ خلائی درز میں 0.95 T کثافت برقی بہاؤ حاصل کرنے کی خاطر درکار برقی رو معلوم کریں۔

حل: اس شکل میں گھومتے مشین، مثلاً موٹر، کی ایک سادہ صورت دکھائی گئی ہے۔ ایسی مشینوں کا بیرونی حصہ ساکن رہتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا ساکن حصہ³¹ کہتے ہیں۔ ساکن حصے کے اندر مشین کا گھومتا حصہ پایا جاتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا گھومتا حصہ³² کہتے ہیں۔ اس مثال میں ان دونوں حصوں کا $\mu_r = \infty$ ہے لہذا ان کی ہچکچاہٹ صفر

³¹ stator
³² rotor



شکل 2.9: سادہ گھومنے والا مشین

ہو گی۔ مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیابی کی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کی ایک مکمل چکر کے دوران مقناطیسی بہاؤ دو خلائی درزوں سے گزرتا ہے۔ یہ دو خلائی درز ہر لحاظ سے ایک جیسے ہیں لہذا ان دونوں خلائی درز کی ہچکچاہٹ بھی ایک دوسرے کے برابر ہوں گی۔ مزید دونوں خلائی درزوں کی ہچکچاہٹ سلسلہ وار ہیں۔ شکل 2.9 میں مقناطیسی بہاؤ کو گھومتے حصہ، ساکن حصہ اور دو خلائی درزوں سے گزرتا ہوا دکھایا گیا ہے۔ خلائی درز کی لمبائی \$l_a\$ بہت کم ہے لہذا خلائی درز کا عمودی رقبہ تراش \$A_a\$ وہی ہو گا جو گھومتے حصہ کا ہے یعنی \$A_a = A_c\$ ہو گا۔

ایک خلائی درز کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{l_a}{\mu_0 A_c}$$

ہے لہذا دو سلسلہ وار خلائی درزوں کی کل ہچکچاہٹ درج ذیل ہو گی۔

$$\mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a + \mathcal{R}_a = \frac{2l_a}{\mu_0 A_c}$$

خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ \$\phi_a\$ اور کشاف مقناطیسی بہاؤ \$B_a\$ درج ذیل ہوں گے۔

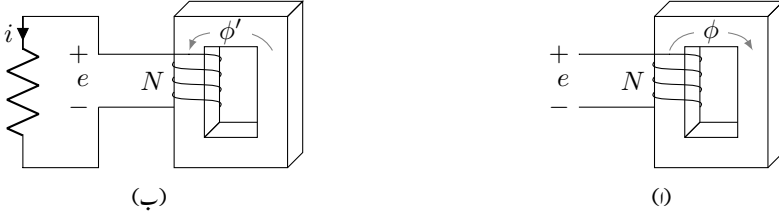
$$\phi_a = \frac{\tau}{\mathcal{R}_s} = (Ni) \left(\frac{\mu_0 A_c}{2l_a} \right)$$

$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} = \frac{\mu_0 Ni}{2l_a}$$

اس مساوات میں اعداد استعمال کرتے ہیں۔

$$0.95 = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times i}{2 \times 0.005}$$

$$i = \frac{0.95 \times 2 \times 0.005}{4\pi \times 10^{-7} \times 1000} = 7.56 \text{ A}$$



شکل 2.10: قالب میں مقناطیسی بہاو میں تبدیلی لچھے میں برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔

□

موٹر اور جنریٹروں کی خلاء میں تقریباً ایک ٹیلا کثافت برقی بہاو ہوتی ہے۔

2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی

مقناطیسی بہاو کی وقت کے ساتھ تبدیلی برقی دباؤ کو جنم دیتی ہے۔ لہذا شکل 2.10-ا کے قالب میں مقناطیسی بہاو ϕ کی تبدیلی کی بنا لچھے میں برقی دباؤ e پیدا ہو گا جو لچھے کے سروں پر نمودار ہو گا۔ اس طرح پیدا ہونے والی برقی دباؤ کو امالہ برقی دباؤ³³ کہتے ہیں۔ قانون فیراڈے³⁴ کے تحت³⁵ درج ذیل ہو گا۔

$$(2.27) \quad e = N \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial t}$$

امالی برقی دباؤ کو منبع برقی دباؤ تصور کریں۔

امالی برقی دباؤ کی سمت کا تعین یوں کیا جاتا ہے کہ اگر دیئے گئے لچھے کی سروں کو کسر دور³⁶ کیا جائے تو اس میں برقی رو اس رخ ہو گی جو مقناطیسی بہاو کی تبدیلی کو روکے۔ یوں اگر شکل 2.10-ا میں بہاو کی سمت گھڑی کی سوئیوں کے گھومنے کے رخ ہو اور اگر بہاو بڑھ رہا ہو تب بہاو کی تبدیلی کے مخالف بہاو پیدا کرنے کی خاطر لچھے کا بالائی سر مثبت دباؤ پر ہو گا۔ شکل 2.10-ب میں لچھے کے سروں کے بیچ مزاحمت نسب کیا گیا ہے۔ لچھے کو منبع دباؤ تصور کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مزاحمت میں رو کی سمت قالب میں گھڑی کی الٹ رخ بہاو ϕ' پیدا کرے گا۔

³³ induced voltage

³⁴ Faraday's law

³⁵ ہاگل فیراڈے انگلستانی سائنسدان تھے جنہوں نے محرک برقی دباؤ دریافت کی

³⁶ short circuit

قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ لچھے کے تمام چکروں کے اندر سے گزرتا ہے۔ $N\phi$ کو لچھے کی ارتباط بہاؤ λ کہتے ہیں جس کی اکائی ویبر۔ چکر³⁸ ہے۔

$$(2.28) \quad \lambda = N\phi$$

جن مقناطیسی ادوار میں مقناطیسی مستقل μ کو اٹل مقدار تصور کیا جاسکے یا جن میں خلائی درز کی ہچکچاہٹ قالب کی ہچکچاہٹ سے بہت زیادہ ہو $\mathbb{R}_a \gg \mathbb{R}_c$ ان میں لچھے کی امالہ L ³⁹ کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$(2.29) \quad L = \frac{\lambda}{i}$$

امالہ کی اکائی ویبر۔ چکر فی ایمپیر ہے جس کو ہینری⁴⁰ H کا نام دیا گیا ہے۔ یوں $\lambda = N\phi$ ، $\phi = B_c A_c$ اور $\phi = \frac{Ni}{\mathbb{R}}$ پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$(2.30) \quad L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NB_c A_c}{i} = \frac{N^2 \mu_0 A_a}{l_a}$$

جہاں قالب کا رقبہ عمودی تراش A_c اور درز کا رقبہ عمودی تراش A_a ایک دوسرے کے برابر لیے گئے ہیں۔

مثال 2.5: شکل 2.11 میں $b = 5 \text{ cm}$, $w = 4 \text{ cm}$, $l_a = 3 \text{ mm}$ جبکہ لچھے کے 1000 چکر اور قالب کی اوسط لمبائی $l_c = 30 \text{ cm}$ ہے۔ درج ذیل دو صورتوں میں لچھے کی امالہ تلاش کریں۔

• قالب کی $\mu_r = \infty$ ہے۔

• قالب کی $\mu_r = 500$ ہے۔

حل: (i) قالب کی $\mu_r = \infty$ کی بنا قالب کی ہچکچاہٹ نظر انداز کی جاسکتی ہے۔ یوں امالہ درج ذیل ہو گی۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{N^2 \mu_0 w b}{l_a} \\ &= \frac{1000^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05}{0.003} \\ &= 0.838 \text{ H} \end{aligned}$$

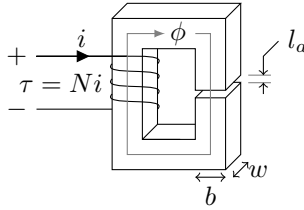
flux linkage³⁷

weber-turn³⁸

inductance³⁹

Henry⁴⁰

⁴¹ امریکی سائنسدان جوزف ہینری جنہوں نے مانگل فیروڈ سے علیحدہ طور پر محرک برقی دہاؤ دریافت کی



شکل 2.11: مالہ (مثال 2.5)

(ب) $\mu_r = 500$ کی صورت میں قالب کی ہچکچاہٹ قابل نظر انداز نہیں ہوگی۔ خلاء اور قالب کی ہچکچاہٹ دریافت کرتے ہیں۔

$$\mathfrak{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 w b} = \frac{0.003}{4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 1193507 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 w b} = \frac{0.3}{500 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 238701 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

یوں درج ذیل ہوگا۔

$$\phi = \frac{Ni}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c}$$

$$\lambda = N\phi = \frac{N^2 i}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_c} = \frac{1000^2}{1193507 + 238701} = 0.698 \text{ H}$$

□

مثال 2.6: شکل 2.12 میں ایک پیچدار لچھا⁴² دکھایا گیا ہے جس کی جسامت درج ذیل ہے۔

$$N = 11, r = 0.49 \text{ m}, l = 0.94 \text{ m}$$

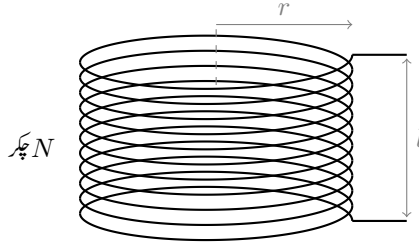
پیچدار لچھے کے اندر مقناطیسی بہاؤ ϕ کا بیشتر حصہ محوری رخ ہوتا ہے۔ لچھے کے باہر بھی بہاؤ پوری کائنات سے گزرتے ہوئے واپس لچھے میں داخل ہوتا ہے۔ چونکہ پوری کائنات کا رقبہ عمودی تراش A لامتناہی ہے لہذا لچھے کے باہر کثافت مقناطیسی بہاؤ $B = \frac{\phi}{A}$ کی مقدار قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ لچھے کے اندر محوری رخ مقناطیسی شدت

⁴²spiral coil

درج ذیل ہوگی۔

$$H = \frac{Ni}{l}$$

اس لچھے کی خود امالہ حاصل کریں۔



شکل 2.12: پیچدار لچھا

حل:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 N i}{l}$$

$$\phi = B \pi r^2 = \frac{\mu_0 N i \pi r^2}{l}$$

$$\lambda = N \phi = \frac{\mu_0 N^2 i \pi r^2}{l}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

عددی N ، r اور l کی قیمتیں پر کرتے ہوئے درج ذیل امالہ حاصل ہوگا⁴³۔

$$L = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times \pi \times 0.49^2}{0.94} = 122 \mu\text{H}$$

□

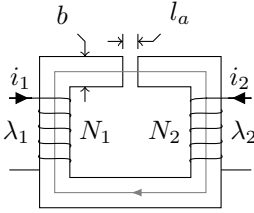
شکل 2.13 میں دو لچھے والا ایک مقناطیسی دور دکھایا گیا ہے۔ ایک لچھے کے چکر N_1 اور اس میں برقی رو i_1 ہے، دوسرا لچھا N_2 چکر کا ہے اور اس میں برقی رو i_2 ہے۔ دونوں لچھوں میں مثبت برقی رو قالب میں ایک جیسے

⁴³ یہ پیچدار لچھا میں نے 3000 کلو گرام لوہا بکھلانے والی بجلی میں استعمال کیا ہے۔

رخ مقناطیسی دباؤ پیدا کرتے ہیں۔ اگر قالب کا \mathcal{R}_c قابل نظر انداز ہو تب مقناطیسی بہاؤ ϕ درج ذیل ہو گا۔

$$(2.31) \quad \phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

دونوں لچھوں کے مجموعی مقناطیسی دباؤ یعنی $N_1 i_1 + N_2 i_2$ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی بہاؤ ϕ ہے۔ اس مقناطیسی



موٹائی = b
گہرائی = w

$$A_a = A_c = bw$$

$$\lambda_1 = N_1 \phi$$

$$\lambda_2 = N_2 \phi$$

$$\phi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c}$$

شکل 2.13: دو لچھے والا مقناطیسی دور۔

بہاؤ کا پہلے لچھے کے ساتھ ارتباط

$$(2.32) \quad \lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2$$

یعنی

$$(2.33) \quad \lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

ہے جہاں L_{11} اور L_{12} سے مراد درج ذیل ہے۔

$$(2.34) \quad L_{11} = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(2.35) \quad L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

L_{11} پہلے لچھے کی خود امالہ⁴⁴ ہے اور $L_{11} i_1$ اس لچھے کی اپنے برقی رو i_1 سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے جسے خود ارتباط بہاؤ⁴⁵ کہتے ہیں۔ L_{12} ان دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ⁴⁶ ہے اور $L_{12} i_2$ لچھا-1 کے ساتھ i_2 سے

self inductance⁴⁴

self flux linkage⁴⁵

mutual inductance⁴⁶

پیدا بہاو کے ساتھ ارتباط بہاو ہے جسے مشترکہ ارتباط بہاو⁴⁷ کہتے ہیں۔ بالکل اسی طرح ہم دوسرے لچھے کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= N_2 \phi = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2 \\ (2.36) \quad &= L_{21} i_1 + L_{22} i_2\end{aligned}$$

جہاں L_{21} اور L_{22} سے مراد درج ذیل ہے۔

$$(2.37) \quad L_{22} = N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(2.38) \quad L_{21} = L_{12} = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

L_{22} لچھا-2 کی خود امالہ اور $L_{21} = L_{12}$ دونوں لچھوں کی مشترکہ امالہ ہے۔ امالہ کا تصور اس وقت کارآمد ہوتا ہے جب مقناطیسی مستقل μ کو اٹل تصور کرنا ممکن ہو۔

مساوات 2.29 کو مساوات 2.27 میں پر کرتے ہیں۔

$$(2.39) \quad e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\partial (Li)}{\partial t}$$

اگر امالہ کی قیمت اٹل ہو جیسا کہ ساکن مشینوں میں ہوتا ہے تب ہمیں امالہ کی جانی پہچانی مساوات

$$(2.40) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t}$$

ملتی ہے۔ اگر امالہ بھی تبدیل ہو جیسا کہ موٹروں اور جزیروں میں ہوتا ہے تب درج ذیل ہو گا۔

$$(2.41) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t} + i \frac{\partial L}{\partial t}$$

توانائی⁴⁸ کی اکائی جاول⁴⁹ J ہے اور طاقت⁵¹ کی اکائی⁵² جاول فی سیکنڈ یا واٹ⁵³ W ہے۔

⁴⁷mutual flux linkage

⁴⁸energy

⁴⁹Joule

⁵⁰تیس پریسٹوٹ جاول انگلستانی سائنسدان جنہوں نے حرارت اور میکانیکی کام کا رشتہ دریافت کیا

⁵¹power

⁵²کالڈینز کے جیمزوات جنہوں نے بخارات پر چلنے والے انجن پر کام کیا

⁵³Watt

اس کتاب میں توانائی یا کام کو W سے ظاہر کیا جائے لیکن طاقت کی اکائی واٹ W کے لئے بھی یہی علامت استعمال ہوتی ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ متن سے اصل مطلب جاننا ممکن ہو گا۔

وقت کے ساتھ توانائی کی تبدیلی کی شرح کو طاقت کہتے ہیں۔ اس طرح درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(2.42) \quad p = \frac{dW}{dt} = ie = i \frac{\partial \lambda}{\partial t}$$

مقناطیسی دور میں لمحہ t_1 تا t_2 مقناطیسی توانائی کی تبدیلی کو مکمل کے ذریعہ حاصل کیا جا سکتا ہے:

$$(2.43) \quad \Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$$

اگر مقناطیسی دور میں ایک ہی لچھا ہو اور دور میں امالہ کی قیمت اٹل ہو تب درج ذیل ہو گا۔

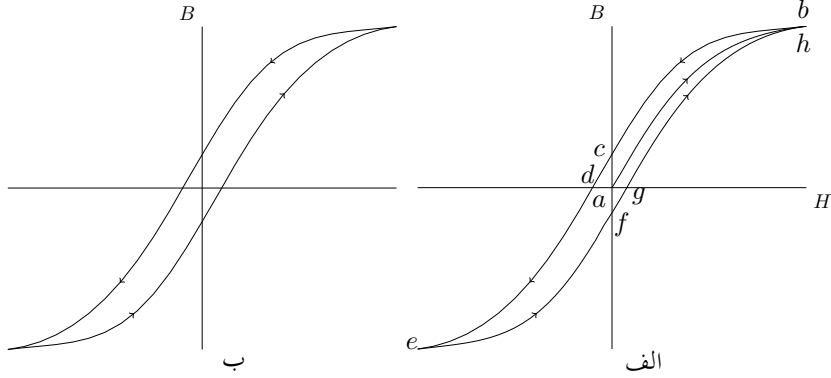
$$(2.44) \quad \Delta W = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} d\lambda = \frac{1}{2L} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)$$

اگر لمحہ t_1 پر $\lambda_1 = 0$ تصور کیا جائے تب کسی دیئے گئے λ پر مقناطیسی توانائی درج ذیل ہو گی۔

$$(2.45) \quad \Delta W = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{Li^2}{2}$$

2.8 مقناطیسی مادہ کے خصوصیات

قالب کی استعمال سے دو فوائد حاصل ہوتے ہیں۔ قالب کے استعمال سے کم مقناطیسی دباؤ، زیادہ مقناطیسی بہاو پیدا کرتا ہے اور مقناطیسی بہاو کو پسند کی راہ پابند کیا جا سکتا ہے۔ ایک مرحلہ ٹرانسفارمر میں قالب کی استعمال سے مقناطیسی بہاو کو یوں پابند کیا جاتا ہے کہ تمام لچھوں میں یکساں بہاو پایا جاتا ہو۔ موٹروں میں قالب کی استعمال سے مقناطیسی بہاو کو یوں پابند کیا جاتا ہے کہ زیادہ سے زیادہ قوت پیدا ہو جبکہ جزیروں میں زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ حاصل کرنے کی نیت سے بہاو کو پابند کیا جاتا ہے۔ مقناطیسی مواد کی B اور H کا تعلق ترسیم کی صورت میں پیش کیا جاتا ہے۔



شکل 2.14: $B - H$ خطوط یا مقناطیسی چال کے دائرے

لوہا نما مقناطیسی مادے کی $B - H$ ترسیم شکل 2.14-الف میں دکھائی گئی ہے۔ ایک لوہا نما مقناطیسی مادہ جس میں مقناطیسی اثر نہیں پایا جاتا ہو کو نقطہ a سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس نقطہ پر

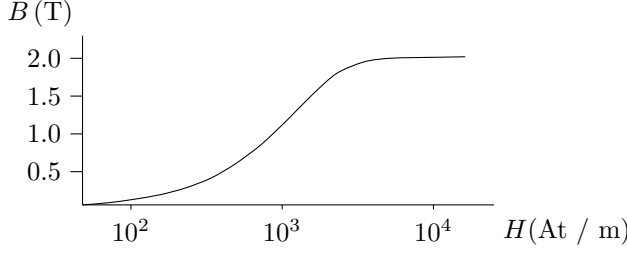
$$(2.46) \quad \begin{aligned} H_a &= 0 \\ B_a &= 0 \end{aligned}$$

ہیں۔

ایسے مادہ کو لچھے میں رکھ کر اس پر مقناطیسی دباؤ لاگو کی جاسکتی ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت H لاگو کرنے سے لوہا نما مقناطیسی مادے میں کثافت مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوگی۔ میدانی شدت بڑھانے سے کثافت مقناطیسی بہاؤ بھی بڑھے گی۔ اس عمل کو نقطہ a سے شروع ایک نوکدار خط سے دکھایا گیا ہے۔ میدانی شدت کو نقطہ b تک بڑھایا گیا ہے جہاں یہ غیر سمتیں H_b اور B_b ہیں۔

اگر اس نقطہ تک پہنچنے کے بعد میدانی شدت کم کی جائے تو دیکھا یہ گیا ہے کہ واپسی کا خط مختلف راستہ اختیار کرتا ہے۔ یوں نقطہ b سے میدانی شدت کم کرتے ہوئے صفر کرنے سے لوہا نما مادہ کی کثافت مقناطیسی بہاؤ کم ہو کر نقطہ c پر آ پہنچتی ہے۔ نقطہ b سے نقطہ c تک نوکدار خط اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔ اس نقطہ پر بیرونی میدانی شدت صفر ہے لیکن لوہا نما مادے کی کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں ہے۔ یہ اب ایک مقناطیس بن گیا ہے جس کی کثافت مقناطیسی بہاؤ B_c ہے۔ اس مقدار کو بتایا کہ مقناطیسی بہاؤ⁵⁴ کہتے ہیں۔ مصنوعی مقناطیس اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

⁵⁴magnetic flux/residual



شکل 2.15: $M5$ سٹیل کی 0.3048 ملی میٹر موٹی پٹری کا خط۔ میدان شدت کا پیمانہ لاگ ہے۔

یہاں سے میدان شدت منفی رخ بڑھانے سے B کم ہوتے ہوئے آخر کار ایک مرتبہ دوبارہ صفر ہو جائے گی۔ اس نقطہ کو d سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسیت ختم کرنے کے لئے درکار میدان شدت کی مقدار $|H_d|$ کو مقناطیسیت ختم کرنے والی شدت یا غائم شدت⁵⁵ کہتے ہیں۔

منفی رخ میدان شدت بڑھانے سے نقطہ e حاصل ہوتا ہے جہاں سے منفی رخ کی میدان شدت کی مقدار ایک مرتبہ پھر کم کی جاتی ہے۔ یوں نقطہ f حاصل ہوتا ہے جہاں میدان شدت صفر ہونے کے باوجود کثافتِ مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں۔ اس نقطہ پر لوہا نمادہ الٹ رخ مقناطیس بن چکا ہے اور B_f بقایا کثافتِ مقناطیسی بہاؤ ہے۔ اسی طرح اس رخ مقناطیسیت ختم کرنے کی شدت $|H_g|$ ہے۔ میدان شدت بڑھاتے ہوئے ہم نقطہ b کی بجائے نقطہ h پہنچتے ہیں۔

اگر برقی شدت کو متواتر اسی طرح پہلے ایک رخ اور پھر اس کے الٹ رخ ایک خاص حد تک لے جایا جائے تو آخر کار $B - H$ خط ایک بند دائرہ کی صورت اختیار کر لیتا ہے جسے شکل 2.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔ شکل 2.14-ب کو مقناطیسی چال کا دائرہ⁵⁶ کہتے ہیں۔

مختلف H کے لئے شکل 2.14-ب حاصل کر کے ایک ہی کاغذ پر کھینچنے کے بعد ان تمام کے b نقطے جوڑنے سے شکل 2.15 میں دکھایا $B - H$ خط حاصل ہوتا ہے۔ شکل 2.15 میں ٹرانسفارمر میں استعمال ہونے والی 0.3048 ملی میٹر موٹی $M5$ قالب کی پٹری کا $B - H$ خط دکھایا گیا ہے۔ اس خط میں موجود مواد جدول 2.1 میں بھی دیا گیا ہے۔ عموماً مقناطیسی مسائل حل کرتے ہوئے شکل 2.14 کی جگہ شکل 2.15 طرز کا خط استعمال کیا جاتا ہے۔ دھیان رہے کہ اس خط میں H کا پیمانہ لاگ⁵⁷ میں دکھایا گیا ہے۔

coercivity⁵⁵
hysteresis loop⁵⁶
log⁵⁷

لوہا نما مقناطیسی مادے پر لاگو مقناطیسی شدت بڑھانے سے کشافیتِ مقناطیسی بہاو بڑھنے کی شرح بتدریج کم ہوتی جاتی ہے حتیٰ کہ آخر کار یہ شرح خلاء کی شرح μ_0 رہ جاتی ہے یعنی

$$(2.47) \quad \frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu_0$$

اس اثر کو سیہ ایبٹ⁵⁸ کہتے ہیں جو شکل 2.15 میں واضح ہے۔

شکل 2.14 سے واضح ہے کہ H کی کسی بھی قیمت پر B کے دو ممکنہ قیمتیں ہوں گی۔ بڑھتے مقناطیسی بہاو کی صورت میں ترسیم میں نیچے سے اوپر جانے والا خط B اور H کا تعلق پیش کرے گا جبکہ گھٹے ہوئے مقناطیسی بہاو کی صورت میں اوپر سے نیچے جانے والا خط اس تعلق کو پیش کرے گا۔ چونکہ $\mu = B/H$ ہے لہذا B کی مقدار تبدیل ہونے سے μ بھی تبدیل ہوگی۔ باوجود اس کے ہم مقناطیسی ادوار میں μ کو ایک مستقل تصور کرتے ہیں۔ یہ تصور کر لینے سے عموماً جواب پر زیادہ اثر نہیں پڑتا۔

مثال 2.7: شکل 2.15 یا اس کے مساوی جدول 2.1 میں دیئے گئے مواد کو استعمال کرتے ہوئے شکل 2.6 کی خلاء میں ایک ٹسلا اور دو ٹسلا کشافیتِ مقناطیسی بہاو حاصل کرنے کے لئے درکار برقی رو معلوم کریں۔ اس شکل میں

$$b = 5 \text{ cm}, w = 4 \text{ cm}, l_a = 3 \text{ mm}, l_c = 30 \text{ cm}, N = 1000$$

ہیں۔ قالب اور خلاء کا رقبہ عمودی تراش ایک دوسرے جتنا لیں۔

حل: ایک ٹسلا کے لئے۔

جدول 2.1 سے ہم دیکھتے ہیں کہ قالب میں 1 ٹسلا حاصل کرنے کے لئے قالب کو 11.22 ایمپیئر-چکر فی H میٹر درکار ہے۔ یوں 30 سم لمبے قالب کو $3.366 \times 11.22 = 37.7$ ایمپیئر-چکر درکار ہوں گے۔

خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} = 795671$$

ایمپیئر-چکر فی میٹر درکار ہیں۔ لہذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو $2387 = 0.003 \times 795671$ ایمپیئر-چکر درکار ہوں گے۔ یوں کل ایمپیئر-چکر $3.366 + 2387 = 2390.366$ ہیں جن سے

$$i = \frac{2390.366}{1000} = 2.39 \text{ A}$$

B	H	B	H	B	H	B	H	B	H	B	H
0.000	0	0.700	9	1.480	30	1.720	200	1.852	1000	1.998	9000
0.040	2	0.835	10	1.540	40	1.752	300	1.900	2000	2.000	10000
0.095	3	1.000	11.22	1.580	50	1.780	400	1.936	3000	2.020	20000
0.160	4	1.100	12.59	1.601	60	1.800	500	1.952	4000	2.040	30000
0.240	5	1.200	14.96	1.626	70	1.810	600	1.968	5000	2.048	40000
0.330	6	1.300	17.78	1.640	80	1.824	700	1.975	6000	2.060	50000
0.440	7	1.340	20	1.655	90	1.835	800	1.980	7000	2.070	60000
0.560	8	1.400	23.77	1.662	100	1.846	900	1.985	8000	2.080	70000

جدول 2.1: مقناطیسی بہاؤ بالقابل شدت

حاصل ہوتا ہے۔

حل: دو ٹسلا کے لئے۔

جدول 2.1 سے ہم دیکھتے ہیں کہ قالب میں 2 ٹسلا حاصل کرنے کے لئے قالب کو 10000 ایمپیئر-چکر فی میٹر H درکار ہے۔ یوں 30 سم لمبے قالب کو $3000 = 0.3 \times 10000$ ایمپیئر چکر درکار ہیں۔ خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{2}{4\pi 10^{-7}} = 1591342$$

ایمپیئر-چکر فی میٹر درکار ہیں۔ لہذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو $4774 = 0.003 \times 1591342$ ایمپیئر چکر درکار ہیں۔ یوں کل ایمپیئر-چکر $7774 = 3000 + 4774$ ہیں جن سے

$$i = \frac{7774}{1000} = 7.774 \text{ A}$$

حاصل ہوتا ہے۔

□

اس مثال میں مقناطیسی سیرانیت کے اثرات واضح ہیں۔

2.9 بیجان شدہ لچھا

عموماً بدلتی رو بجلی میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہوتے ہیں یعنی یہ وقت کے ساتھ $\sin \omega t$ یا $\cos \omega t$ کا تعلق رکھتے ہیں۔ اس سبق میں ہم بدلتی رو سے لچھے کو بیجان کرنا اور اس سے نمودار ہونے والے برقی توانائی کے ضیاع کا تذکرہ کریں گے۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ درج ذیل ہے۔

$$(2.48) \quad B = B_0 \sin \omega t$$

یوں قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ φ درج ذیل ہو گا۔

$$(2.49) \quad \varphi = A_c B = A_c B_0 \sin \omega t = \phi_0 \sin \omega t$$

اس مساوات میں مقناطیسی بہاؤ کا حیثہ ϕ_0 اور B کا حیثہ B_0 ہیں۔ A_c قالب کا رقبہ عمودی تراش ہے جو ہر جگہ یکساں ہے۔ $\omega = 2\pi f$ ہے جہاں f تعدد ہے۔

فیراڈے کے قانون یعنی مساوات 2.27 کے تحت اس مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے لچھے میں $e(t)$ برقی دباؤ پیدا ہو گا

$$(2.50) \quad \begin{aligned} e(t) &= \frac{\partial \lambda}{\partial t} \\ &= \omega N \phi_0 \cos \omega t \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= E_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

جس کا حیثہ

$$(2.51) \quad E_0 = \omega N \phi_0 = 2\pi f N A_c B_0$$

ہے۔ $e(t)$ کو املہ برقی دباؤ⁵⁹ کہتے ہیں۔

ہم بدلتی رو مقداروں کے مربع کی اوسط کے جذر میں دلچسپی رکھتے ہیں جو ان مقداروں کی موثر⁶⁰ قیمت ہوتی ہے۔ جیسا صفحہ 18 پر مساوات 1.42 میں دیکھا گیا ہے، ایک سائن نما موج کی موثر قیمت اس کے حیثہ کے $1/\sqrt{2}$ گنا ہوتی ہے لہذا امالی برقی دباؤ کی موثر قیمت E_{rms} درج ذیل ہو گی۔

$$(2.52) \quad E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N A_c B_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N A_c B_0$$

⁵⁹ induced voltage
⁶⁰ root mean square, rms

یہ مساوات بہت اہمیت رکھتی ہے جس کو ہم بار بار استعمال کریں گے۔ بدلتی برقی دباؤ یا بدلتی برقی رو کی مقدار کا جب بھی ذکر ہو، یہ ان کی مربع کی اوسط کے جذر یعنی اس کی موثر قیمت کا ذکر ہوتا ہے۔ پاکستان میں گھریلو برقی دباؤ 220 وولٹ ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اس برقی دباؤ کی موثر قیمت 220 وولٹ ہے۔ چونکہ یہ سائن نما ہے لہذا اس کی چوٹی $311 = \sqrt{2} \times 220$ وولٹ ہے۔

مثال 2.8: شکل 2.7 میں 27 چکر ہیں۔ قالب کی لمبائی 30 سم جبکہ اس کا رقبہ عمودی تراش 229.253 مربع سم ہے۔ لچھے میں گھریلو 220 وولٹ موثر برقی دباؤ سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ جدول 2.1 کی مدد سے مختلف برقی دباؤ پر محرک برقی رو معلوم کریں اور اس کا خط کھینچیں۔

حل: گھریلو برقی دباؤ 50 ہرٹز کی سائن نما موج ہوتی ہے یعنی:

$$(2.53) \quad v = \sqrt{2} \times 220 \cos(2\pi 50t)$$

مساوات 2.52 کی مدد سے ہم کثافتِ مقناطیسی بہاو کی چوٹی حاصل کرتے ہیں:

$$(2.54) \quad B_0 = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 27 \times 0.0229253} = 1.601 \text{ T}$$

یوں قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو صفر تا ± 1.601 ٹسلا تبدیل ہوتی رہتی ہے لہذا قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی مساوات درج ذیل ہوگی۔

$$(2.55) \quad B = 1.601 \sin \omega t$$

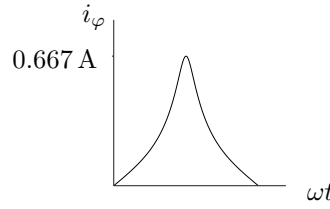
ہم فہرست کی مدد سے کثافتِ مقناطیسی بہاو کا 0 تا 1.601 ٹسلا مختلف قیمتوں پر درکار محرک برقی رو i_ϕ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ ہم مختلف B پر جدول 2.1 سے قالب کی H حاصل کریں گے جو کہ ایک میٹر لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیر۔ چکر دیتی ہے۔ اس سے 30 سم لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیر۔ چکر حل کر کے برقی رو حاصل کریں گے۔

جدول 2.2 مختلف کثافتِ مقناطیسی بہاو کے لئے درکار محرک برقی رو دیتی ہے۔ جدول میں ہر B کی قیمت پر ωt مساوات 2.55 کی مدد سے حاصل کی گئی ہے۔ ωt بالمقابل محرک برقی رو کا خط شکل 2.16 میں دیا گیا ہے۔ □

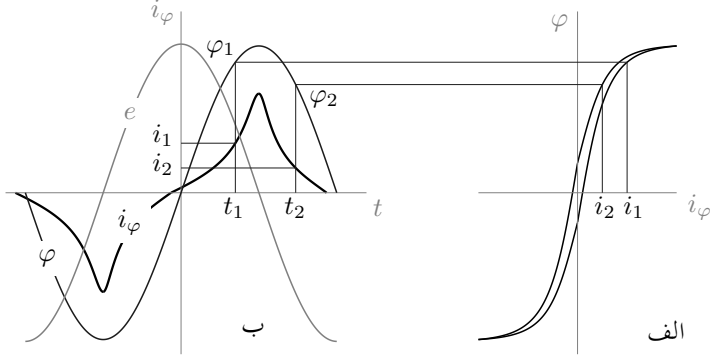
برقی لچھے میں برقی دباؤ سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ ہیجان شدہ لچھے میں برقی رو کی بنا قالب میں مقناطیسی بہاو پیدا ہوتا ہے۔ اس برقی رو i_ϕ کو ہیجان انگیز برقی رو⁶¹ کہتے ہیں۔

ωt	B	H	$0.3H$	$i_\varphi = \frac{0.3H}{27}$	ωt	B	H	$0.3H$	$i_\varphi = \frac{0.3H}{27}$
0.675	1.000	11.22	3.366	0.125	0.000	0.000	0	0.000	0.000
0.757	1.100	12.59	3.777	0.140	0.025	0.040	2	0.600	0.022
0.847	1.200	14.96	4.488	0.166	0.059	0.095	3	0.900	0.033
0.948	1.300	17.78	5.334	0.198	0.100	0.160	4	1.200	0.044
0.992	1.340	20	6.000	0.222	0.150	0.240	5	1.500	0.056
1.064	1.400	23.77	7.131	0.264	0.208	0.330	6	1.800	0.067
1.180	1.480	30	9.000	0.333	0.278	0.440	7	2.100	0.078
1.294	1.540	40	12.000	0.444	0.357	0.560	8	2.400	0.089
1.409	1.580	50	15.000	0.556	0.453	0.700	9	2.700	0.100
1.571	1.601	60	18.000	0.667	0.549	0.835	10	3.000	0.111

جدول 2.2: محرک برقی رو



شکل 2.16: M5 پتری کے قالب میں 1.6 ٹسلا تک ہیجان پیدا کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو۔



شکل 2.17: ہیجان انگیز برقی رو۔

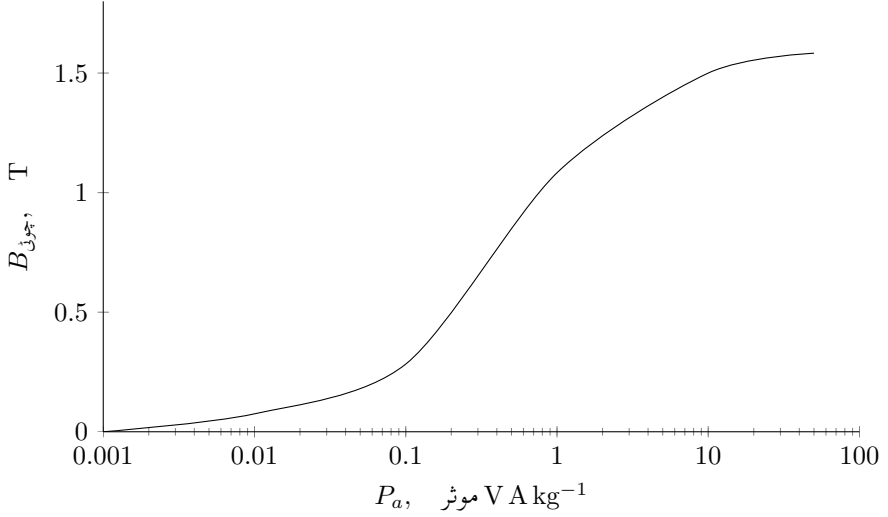
مثال 2.8 میں ہیجان انگیز برقی رو معلوم کی گئی جسے شکل 2.16 میں دکھایا گیا۔ اسے حاصل کرتے وقت مقناطیسی چال⁶² کو نظر انداز کیا گیا۔ شکل 2.17 میں ہیجان انگیز برقی رو i_ϕ دکھائی گئی ہے جو مقناطیسی چال کو مد نظر رکھ کر حاصل کی گئی ہے۔ اس کو سمجھنا نہایت ضروری ہے۔ شکل 2.17-الف میں مقناطیسی چال کا خط ہے۔ چونکہ

$$(2.56) \quad \begin{aligned} Hl &= Ni \\ \phi &= BA_c \end{aligned}$$

ہیں لہذا مقناطیسی چال کے خط کو $i_\phi - \phi$ کا خط لکھا جاسکتا ہے۔ شکل 2.17-ب قالب میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ ϕ دکھا رہا ہے۔ سائن نما مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتی ہے۔ لمحہ t_1 پر اس کی مقدار ϕ_1 ہے۔ مقناطیسی بہاؤ ϕ_1 حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو i_1 شکل-الف سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ اسی ہیجان انگیز برقی رو کو شکل-ب میں لمحہ t_1 پر دکھایا گیا ہے۔

دھیان رہے کہ لمحہ t_1 پر مقناطیسی بہاؤ بڑھ رہا ہے لہذا مقناطیسی چال کے خط کا صحیح حصہ استعمال کرنا ضروری ہے۔ شکل 2.17-الف میں $i_\phi - \phi$ کے خط میں گھڑی کی سوئیوں کے الٹ رخ گھومتے ہوئے یوں نیچے سے اوپر جاتا ہوا حصہ استعمال کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ بڑھنے کی صورت میں شکل 2.14-ب میں نیچے سے اوپر جاتے ہوئے حصے پر تیر کا نشان صحیح حصہ دیتا ہے۔ اسی طرح مقناطیسی بہاؤ گھٹنے کی صورت میں اوپر سے نیچے جاتے ہوئے حصے پر تیر کا نشان صحیح حصہ دیتا ہے۔

⁶² hysteresis



شکل 2.18: پچاس ہرٹز پر 0.3 ملی میٹر موٹی پٹری کے لئے درکار موثر دھات۔ اسپیر فی کلو گرام قالب

لحہ t_2 پر مقناطیسی بہاؤ گھٹ رہا ہے۔ اس لحہ پر مقناطیسی بہاؤ φ_2 ہے اور اسے حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو i_2 ہے۔

اسی طرح مختلف لمحات پر درکار ہیجان انگیز برقی رو حاصل کرنے سے شکل 2.17-ب میں دکھایا گیا i_φ کا خط ملتا ہے۔ یہ ایک غیر سائن نما خط ہے۔

آپ جانتے ہیں کہ اگر $\varphi = \phi_0 \sin \omega t$ ہو تب برقی دباؤ $e = N \frac{d\varphi}{dt} = N \phi_0 \omega \cos \omega t$ ہو گا۔ شکل 2.17-ب میں اس برقی دباؤ کو بھی دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مقناطیسی بہاؤ برقی دباؤ سے 90° پیچھے ہے۔

قالب میں $B = B_0 \sin \omega t$ کی صورت میں H اور i_φ غیر سائن نما ہوں گے جن کی موثر قیمتوں $H_{c,rms}$ اور $i_{\varphi,rms}$ کا تعلق درج ذیل ہو گا۔

$$(2.57) \quad N i_{\varphi,rms} = l_c H_{c,rms}$$

مساوات 2.52 اور مساوات 2.57 سے درج ذیل ملتا ہے۔

$$(2.58) \quad E_{rms} i_{\varphi,rms} = \sqrt{2} \pi f B_0 H_{c,rms} A_c l_c$$

یہاں $A_c l_c$ قالب کا حجم ہے۔ لہذا یہ مساوات ہمیں $A_c l_c$ حجم کی قالب کو B_0 کثافتِ مقناطیسی بہاؤ تک پہنچانے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\varphi, rms}$ دیتی ہے۔ ایک مقناطیسی قالب جس کا حجم $A_c l_c$ اور میکانی کثافت ρ_c ہو کی کمیت $m_c = \rho_c A_c l_c$ ہو گی۔ یوں ایک کلوگرام قالب کے لئے مساوات 2.58 درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(2.59) \quad P_a = \frac{E_{rms} i_{\varphi, rms}}{m_c} = \frac{\sqrt{2} \pi f}{\rho_c} B_0 H_{c, rms}$$

دیکھا جائے تو کسی ایک تعدد f پر P_a کی قیمت صرف قالب اور اس میں B_0 یعنی B چنی پر منحصر ہے، چونکہ $H_{c, rms}$ خود B_0 پر منحصر ہے۔ یہی وجہ ہے کہ قالب بنانے والے اکائی کمیت کے قالب میں مختلف چنی B پیدا کرنے کیلئے درکار $E_{rms} i_{\varphi, rms}$ کی B_0 بالمقابل P_a کی ترسیم مہیا کرتے ہیں۔ قالب کی 0.3 ملی میٹر موٹی پتری کے لئے ایسا ترسیم شکل 2.18 میں دکھایا گیا ہے۔

باب 3

ٹرانسفارمر

ٹرانسفارمر وہ آلہ ہے جو بدلتی برقی دباؤ تبدیل کرتا ہے۔ یہ دو یا دو سے زیادہ لچھوں پر مشتمل ہوتا ہے جو مقناطیسی قالب¹ پر لپٹے ہوتے ہیں۔ یہ لچھے عموماً آپس میں جڑے ہوئے نہیں ہوتے۔ شکل 3.1-الف میں ٹرانسفارمر کی علامت دکھائی گئی ہے۔ دو لچھوں کے درمیان متوازی لکیریں مقناطیسی قالب کو ظاہر کرتی ہیں۔

دستیاب برقی دباؤ² پر ٹرانسفارمر کے ایک لچھے کو برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے اور باقی لچھوں سے مختلف برقی دباؤ پر یہی برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ جس لچھے پر برقی دباؤ لاگو کیا جائے اسے ابتدائی لچھا³ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو ابتدائی جانب⁴ کہتے ہیں۔ اسی طرح جس لچھے (لچھوں) سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے اسے (انہیں) ثانوی لچھا⁵ (لچھے) کہتے ہیں اور اس جانب کو ثانوی جانب⁶ کہتے ہیں۔ یہ شکل کے حصہ با میں دکھایا گیا ہے۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب کو بائیں ہاتھ کی جانب اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ کی جانب بنایا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر عموماً دو ہی لچھوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔ اس کتاب میں ہم دو ہی لچھوں کے مقناطیسی قالب پر لپٹے قوی ٹرانسفارمر پر تبصرہ کریں گے۔

¹ magnetic core

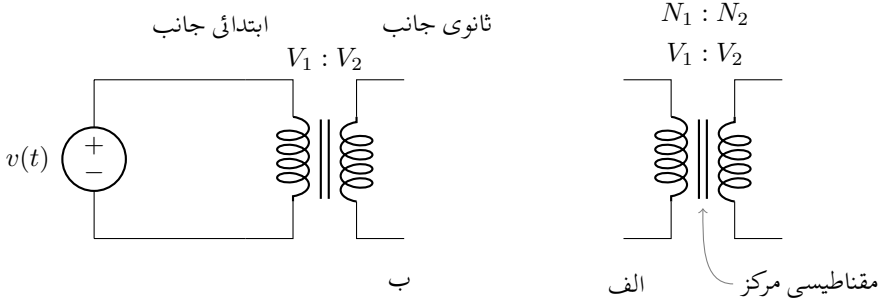
² بدلتی برقی دباؤ کی علامت میں مثبت اور منفی نشان وقت صفر پر برقی دباؤ کی مثبت اور منفی سرے ظاہر کرتے ہیں۔

³ primary coil

⁴ primary side

⁵ secondary coil

⁶ secondary side



شکل 3.1: ٹرانسفارمر کی علامت۔

ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کے لچھے کو کم برقی دباؤ کا لچھا⁷ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں جبکہ اس کے زیادہ برقی دباؤ کے لچھے کو زیادہ برقی دباؤ کا لچھا⁸ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو زیادہ برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں۔

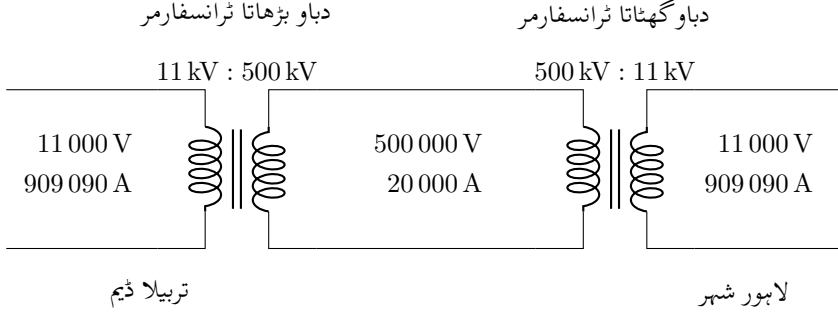
یوں اگر ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کی جانب برقی دباؤ لاگو کیا جائے اور زیادہ برقی دباؤ کی جانب سے برقی دباؤ حاصل کیا جائے تو ٹرانسفارمر کی کم برقی دباؤ والی جانب کو ابتدائی جانب کہیں گے اور اس کی زیادہ برقی دباؤ والی جانب کو ثانوی جانب کہیں گے۔

3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت

بدلتی رو کی برقی طاقت اتنی مقبول اس لئے ہوئی ہے کہ یہ ایک جگہ سے دوسری جگہ با آسانی اور نہایت کم برقی طاقت کی ضیاع کے ساتھ منتقل کی جاسکتی ہے۔ ٹرانسفارمر کی تبادلہ برقی دباؤ⁹ کی خصوصیت ایسا کرنے میں کلیدی کردہر ادا کرتی ہے۔ یہ ایک مثال سے بہتر سمجھا جاسکتا ہے۔

مثال 3.1: شکل 3.2 سے رجوع کریں۔ برقی دباؤ اور برقی رو کی حاصل ضرب برقی طاقت ہوتی ہے یعنی

low voltage coil⁷
high voltage coil⁸
voltage transformation property⁹



شکل 3.2: برقی طاقت کی منتقلی۔

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

اب تصور کریں کہ تربیلا ڈیم 10, 000, 000, 000 واٹ یعنی دس گیگا واٹ¹⁰ برقی طاقت پیدا کر رہا ہے اور اس طاقت کو لاہور¹¹ شہر منتقل کرنا ہے جہاں گھریلو صارفین کو یہ 220 وولٹ پر مہیا کرنی ہے۔ اگر ہم اس طاقت کو 220 وولٹ پر ہی منتقل کرنا چاہیں تو برقی رو

$$i = \frac{p}{v} = \frac{10\,000\,000\,000}{220} = 45\,454\,545\text{ A}$$

ہوگی۔ برقی تار میں کثافتِ برقی رو J_{au} تقریباً 5 ایمپیر فی مربع ملی میٹر $J_{au} = 5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ ممکن ہوتی ہے۔ یہ ایک محفوظ کثافتِ برقی رو ہے۔ اگر برقی تار میں اس سے زیادہ برقی رو گزاری جائے تو اس کی مزاحمت میں برقی طاقت کے ضیاع سے یہ گرم ہو کر پگھل سکتی ہے۔ اس طرح صفحہ 11 پر مساوات 1.23 سے برقی تار کا رقبہ عمودی تراش

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{45454545}{5} = 9\,090\,909\text{ mm}^2$$

ہو گا۔ گول تار تصور کریں تو اس کا رداس

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{9090909}{\pi}} = 1701\text{ mm} = 1.7\text{ m}$$

Giga Watt¹⁰¹¹ ضلع صوابی میں بھی لاہور ایک تحصیل ہے لیکن اس شہر کو اتنی طاقت نہیں درکار

حاصل ہوتی ہے۔ آپ نے دیکھا کہ درکار برقی تار کا رداس 1.7 میٹر ہے۔ اتنی موٹی برقی تار کہیں نہیں پائی جاتی ہے¹²۔ اگر یہ تار المونیم کی بنی ہو جس کی کثافت $\rho_v = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ہے تو ایک میٹر لمبی تار کی کیت

$$m = 2700 \times \pi \times 1.7^2 \times 1 = 24513 \text{ kg}$$

یعنی 24 ٹن ہوگی۔ المونیم اتنی مہنگی ہے کہ اس صورت میں اتنی برقی طاقت کو لاہور پہنچانا ممکن نہیں¹³۔

ڈیم پر ایک ٹرانسفارمر نصب کیا جائے جو برقی دباؤ کو بڑھا کر 500 000 وولٹ یعنی 500 کلو وولٹ کر دے تب صرف

$$i = \frac{p}{v} = \frac{10\,000\,000\,000}{500\,000} = 20\,000 \text{ A}$$

اسپیئر درکار ہوں گے جس کے لئے درکار برقی تار

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{20\,000}{5} = 4000 \text{ mm}^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4000}{\pi}} = 35.7 \text{ mm}$$

□

صرف 35 ملی میٹر رداس کی ہوگی۔

اس مثال میں اگر تربیلا ڈیم میں نسب جزیر 11000 وولٹ برقی دباؤ پیدا کر رہا ہو تو تربیلا ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو 11000 وولٹ سے بڑھا کر 500 کلو وولٹ کرے گا جبکہ لاہور شہر میں نسب ٹرانسفارمر اس برقی دباؤ کو 500 کلو وولٹ سے واپس 11000 وولٹ کر دے گا۔

اسی مثال کو مزید آگے لے جاتے ہیں۔ شہر میں 220 وولٹ کی بجائے 11000 وولٹ صارف تک پہنچائے جائیں گے اور وہیں نزدیک ایک اور ٹرانسفارمر 11000 وولٹ کو مزید گھٹا کر صارف کو 220 وولٹ فراہم کرے گی۔

شکل 3.2 میں ڈیم سے شہر تک کا نظام دکھایا گیا ہے جہاں ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ بڑھاتا ٹرانسفارمر¹⁴ اور لاہور میں نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ گھٹاتا ٹرانسفارمر¹⁵ کہا گیا ہے۔

برقی طاقت عموماً 11 کلو وولٹ اور 25 کلو وولٹ کے مابین پیدا کی جاتی ہے۔ اس کی منتقلی 110 کلو وولٹ اور 1000 کلو وولٹ کے مابین کی جاتی ہے جبکہ اس کا استعمال 1000 وولٹ سے کم پر کیا جاتا ہے۔

¹² آپ مائین یا نہ مائیں، آپ نے بھی اتنی موٹی برقی تار کبھی نہیں دیکھی

¹³ آج کل لاہور میں لوڈ شیڈنگ اس وجہ سے نہیں

¹⁴ step up transformer

¹⁵ step down transformer

3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام

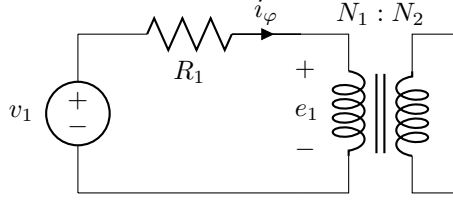
گھروں اور کارخانوں کو برقی طاقت فراہم کرنے والے ٹرانسفارمر مقناطیسی قالب پر لپٹے جاتے ہیں۔ یہ عموماً تین مرحلہ¹⁶ ہوتے ہیں۔ اور انہیں لوہے کے قالب والے تین مرحلہ کو ٹرانسفارمر¹⁷ کہتے ہیں۔

نہایت چھوٹے ٹرانسفارمر عموماً لوہے کے قالب اور ایک مرحلہ¹⁸ ہوتے ہیں۔ یہ گھریلو استعمال کے برقی مشین، مثلاً موبائل چارجر، میں لگے ہوتے ہیں اور 220 وولٹ سے برقی دباؤ مزید گھٹاتے ہیں۔

کچھ ٹرانسفارمر اس طرح بنائے جاتے ہیں کہ ان کی ثانوی جانب برقی دباؤ ان کی ابتدائی جانب برقی دباؤ کی خاص نسبت سے ہو۔ یہ نسبت حاصل کرنے پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ انہیں دباؤ کے ٹرانسفارمر¹⁹ کہتے ہیں۔ اسی طرح کچھ ٹرانسفارمر اس طرح بنائے جاتے ہیں کہ ان کی ثانوی جانب برقی رو، ابتدائی جانب برقی رو کی خاص نسبت سے ہو۔ یہ نسبت حاصل کرنے پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ان کو رو کے ٹرانسفارمر²⁰ کہتے ہیں۔ یہ دو قسم کے ٹرانسفارمر برقی دباؤ اور برقی رو ناپنے کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔ ویسے تو ہر ٹرانسفارمر کسی نسبت سے ہی برقی دباؤ یا برقی رو کم یا زیادہ کرتا ہے لیکن جیسا پہلے ذکر ہوا ان دو قسم کے ٹرانسفارمر میں کم اور زیادہ کرنے کی نسبت پر خاص توجہ رکھی جاتی ہے۔ ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر کی برقی سکت²¹ نہایت کم²² ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کے لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ خلاء کے ذریعہ بھی ممکن ہے۔ انہیں خلائی قالب ٹرانسفارمر²³ کہتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر ذرائع ابلاغ²⁴ کے ادوار، یعنی ریڈیو، ٹی وی وغیرہ میں پائے جاتے ہیں۔ ان ٹرانسفارمر کی علامت شکل الف کی طرح ہوتی ہے مگر اس میں مقناطیسی قالب ظاہر کرنے والی متوازی لکیریں نہیں ہوتیں۔

three phase¹⁶iron core, three phase power transformer¹⁷single phase¹⁸potential transformer¹⁹current transformer²⁰electrical rating²¹یہ عموماً تقریباً پچیس وولٹ۔ ایکسپریس سکت رکھتے ہیں۔²²air core transformer²³communication transformer²⁴



شکل 3.3: بیرونی برقی دباؤ اور اندرونی امالی برقی دباؤ میں فرق۔

3.3 امالی برقی دباؤ

اس حصے کا بنیادی مقصد بیرونی برقی دباؤ v اور اندرونی امالی برقی دباؤ e میں فرق واضح کرنا اور اس سے تعلق رکھنے والی تکنیکی اصطلاح کا تعارف کرانا ہے۔

شکل 3.3 میں بے بوجھ ²⁵ ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے یعنی اس کے ثانوی لچھے کو کھلے دور رکھا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے پر v_1 برقی دباؤ لاگو کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز ²⁶ برقی رو i_ϕ گزرے گی۔ اس ہیجان انگیز برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_\phi$ قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ کو جنم دے گی۔ یہ بدلتی مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں امالی برقی دباؤ e_1 پیدا کرتی ہے جہاں

$$(3.1) \quad e_1 = -\frac{d\lambda}{dt} = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

اس مساوات میں

- λ ابتدائی لچھے کی مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے
- ϕ مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاؤ جو دونوں لچھوں میں سے گزرتی ہے
- N_1 ابتدائی لچھے کے چکر

²⁵ unloaded
²⁶ excitation current

اگر اس ابتدائی لچھے کی برقی تار کی مزاحمت R_1 ہو تب کر خوف کے قانون برائے برقی دباو سے

$$(3.2) \quad v_1 = i_\varphi R_1 + e_1$$

شکل میں اس مزاحمت کو ٹرانسفارمر کے باہر دکھایا گیا ہے۔ اس لچھے کی رستہ متعاملہ بھی ہوتی ہے لیکن اسے یہاں نظر انداز کیا گیا ہے۔ عام تر طاقت کے ٹرانسفارمر اور موٹروں میں $i_\varphi R_1$ کی قیمت e_1 اور v_1 سے بہت کم ہوتی ہے لہذا اسے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے ہم لکھ سکتے ہیں

$$(3.3) \quad v_1 = e_1 = -N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

مساوات 3.2 سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ بیرونی لاگو برقی دباو v_1 اور اندرونی امالی برقی دباو e_1 دو علیحدہ برقی دباو ہیں۔ یہ بات سمجھ لینا بہت ضروری ہے۔ مساوات 3.3 کے تحت ان دو برقی دباو کی غیر سمتیں عموماً برابر ہوتی ہیں۔²⁷ اس کتاب میں عموماً مساوات 3.3 کی طرح مساواتوں میں دائیں جانب منفی کی علامت نہیں لکھی گئی۔ عموماً برقی دباو کی قیمت درکار ہوتی ہے ناکہ اس کی علامت۔

لچھا بیجاؤ²⁸ کرنے سے مراد اس پر بیرونی برقی دباو لاگو کرنا جبکہ لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباو کو بیجاؤ انگیج برقی دباو²⁹ کہتے ہیں۔ لچھے کو بیجاؤ شدہ لچھا³⁰ جبکہ اس میں رواں برقی رو کو بیجاؤ انگیج برقی رو³¹ کہتے ہیں۔

برقی دباو عموماً لچھے سے گزرتی مقناطیسی بہاو کی تبدیلی سے حاصل کی جاتی ہے۔ اگر ایسا کرتے لچھا ساکن رہے، جیسا کہ ٹرانسفارمر میں ہوتا ہے، تب حاصل برقی دباو کو امالی برقی دباو³² کہتے ہیں۔ اگر برقی دباو کا حصول مقناطیسی میدان میں لچھے کی حرکت سے ممکن بنایا جائے تب اسے محرک برقی دباو³³ کہتے ہیں۔ یاد رہے ان برقی دباو میں کسی قسم کا فرق نہیں ہوتا۔ انہیں مختلف نام صرف پہچان کی خاطر دئے جاتے ہیں۔

²⁷ جس سے طلباء کو یہ غلط فہمی لاحق ہو جاتی ہے کہ یہ ایک ہی برقی دباو کے دو نام ہیں۔

²⁸ excitation

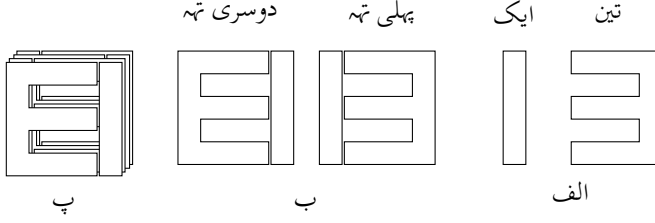
²⁹ excitation voltage

³⁰ excited coil

³¹ excitation current

³² induced voltage

³³ electromotive force, emf



شکل 3.4: قابلی پتری کے اشکال اور ان کو تہہ در تہہ رکھنے کا طریقہ۔

3.4 ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع

جہاں مقناطیسی قالب میں بدلتی مقناطیسی بہاؤ ثنائی لچھوں میں فائدہ مند برقی دباؤ پیدا کرتی ہے وہاں یہ مقناطیسی قالب میں نقصان دہ برقی دباؤ کو بھی جنم دیتی ہے جس سے مقناطیسی قالب میں بھنور نما برقی رو³⁴ پیدا ہوتی ہے۔ اس بھنور نما برقی رو کی وجہ سے مقناطیسی قالب میں برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جسے بھنور نما برقی رو کا ضیاع³⁵ یا قابلی ضیاع³⁶ کہتے ہیں۔ اس برقی طاقت کے ضیاع کو کم سے کم کرنے کیلئے مقناطیسی قالب کو باریک لوہے کی پتیاں³⁷ تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ ان پتروں پر غیر موصل روغن³⁸ کی تہہ لگائی جاتی ہے تاکہ بھنور نما برقی رو کو روکا جا سکے۔ آپ دیکھیں گے کہ برقی مشین کا قالب عموماً اسی طرح بنایا جاتا ہے۔ شکل 2.15 اور جدول 2.1 میں 0.3048 ملی میٹر موٹی M5 قابلی پتری کی $B - H$ مواد دی گئی ہے۔

قابلی پتیاں عموماً دو اشکال کی ہوتی ہیں۔ یہ شکل 3.4-الف میں دکھایا گیا ہے۔ ان کی شکل کی وجہ سے یہ ایکے شکل اور تینے³⁹ شکل کی پتیاں کہلاتے ہیں۔ شکل 3.4-ب میں ایک اور تین کو دو طرح آپس میں رکھا گیا ہے۔ ان دو طریقوں سے انہیں تہہ در تہہ رکھا جاتا ہے۔ لہذا اگر پہلی تہہ میں ایک دائیں جانب اور تین بائیں جانب رکھا جائے تو اس کے اوپر دوسری تہہ میں ایک کو بائیں جانب اور تین کو دائیں جانب رکھا جائے گا۔ تیسری تہہ میں پھر ایک کو دائیں اور تین کو بائیں جانب رکھا جائے گا۔ اسی طرح انہیں جوڑ کر شکل کے حصہ د میں دکھایا گیا قالب حاصل کیا جاتا ہے۔

eddy currents³⁴
eddy current loss³⁵
core loss³⁶
laminations³⁷
enamel³⁸
 E, I ³⁹

ہیجان انگیز برقی رو بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر میں یکساں ہوتا ہے۔ جیسا کہ پہلے بھی ذکر کیا گیا ہے، قوی ٹرانسفارمر اور موٹروں میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہوتے ہیں جبکہ ہیجان انگیز برقی روان میں غیر سائن نما ہوتی ہے لہذا اگر

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \varphi &= \phi_0 \sin \omega t = \phi_0 \cos (\omega t - 90^\circ) \\ \hat{\varphi} &= \phi_0 / 90^\circ \end{aligned}$$

ہو تو

$$(3.5) \quad \begin{aligned} e_1 &= N_1 \frac{d\varphi}{dt} = \omega N_1 \phi_0 \cos \omega t \\ \hat{E}_1 &= \omega N_1 \phi_0 / 0 \end{aligned}$$

ہو⁴⁰ گی۔ یہاں ϕ_0 مقناطیسی بہاؤ کے حیطہ کو ظاہر کرتی ہے، اور ω زاویائی تعداد ارتعاش کو یعنی $2\pi f$ جہاں f تعداد ارتعاش ہے جسے ہر ٹز Hz میں ناپا جاتا ہے۔ \hat{E}_1 اور $\hat{\varphi}$ کے مابین 90° کا زاویہ ہے۔ یہ شکل 3.5 میں دکھایا گیا ہے۔ e_1 برقی دباؤ کی موثر قیمت E_{rms}

$$(3.6) \quad E_{rms} = \frac{\omega N_1 \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \phi_0$$

ہے۔ اس کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں

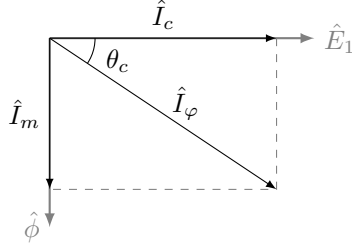
$$(3.7) \quad \phi_0 = \frac{E_{rms}}{4.44 f N_1}$$

یہاں رکھ کر دوبارہ نظر ثانی کرتے ہیں۔ اگر ایک لچھے پر E_{rms} موثر برقی دباؤ لاگو کی جائے تو یہ لچھا اتنی ہیجان انگیز برقی رو i_φ گزرنے دیتی ہے جس سے نمودار ہونے والا مقناطیسی بہاؤ مساوات 3.7 میں دیئے گئے مقناطیسی بہاؤ ϕ_0 کے برابر ہو۔ یہ بات نہ صرف ٹرانسفارمر بلکہ کسی بھی مقناطیسی دور کے لئے درست اور لازم ہے۔

غیر سائن نما ہیجان انگیز برقی رو φ کو فوریر تسلسل⁴¹ سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(3.8) \quad i_\varphi = \sum_n (a_n \cos n\omega t + b_n \sin \omega t)$$

⁴⁰ اس مساوات میں اور اس کے بعد پوری کتاب میں مالی برقی دباؤ کے ساتھ متقی کی علامت نہیں لگائی جائے گی
Fourier series⁴¹



شکل 3.5: مختلف مرحلے سمتیوں کے زاویے۔

اس میں $(a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t)$ کو بنیادی جزو⁴² کہتے ہیں اور باقی حصہ کو موسیقائی جزو⁴³ کہتے ہیں۔ بنیادی جزو میں $a_1 \cos \omega t$ ، مقناطیسی بہاو سے وجود میں آنے والے امالی برقی دباؤ e_1 ، جو کہ مساوات 3.5 میں دی گئی ہے کے ہم قدم ہے۔ یعنی یہ دونوں وقت کے ساتھ یکساں بڑھتے اور گھٹتے ہیں جبکہ اس میں $b_1 \sin \omega t$ نئے درجہ زاویہ e_1 کے پیچھے رہتا ہے۔ قالب میں مختلف وجوہات سے برقی طاقت کی ضائع کو $a_1 \cos \omega t$ ظاہر کرتی ہے۔ اسی لئے اس جزو کو جزو قالبی ضیاع⁴⁴ کہتے ہیں۔ ہجیان انگیز برقی رو i_ϕ سے اگر $a_1 \cos \omega t$ منفی کی جائے تو بقایا کو مقناطیس بنانے والا برقی رو یا مقناطیسی برقی رو⁴⁵ کہتے ہیں۔ اس کی تیسری موسیقائی جزو سب سے زیادہ اہم ہے۔ قوی ٹرانسفارمر میں یہ تیسری موسیقائی جزو عموماً کل ہجیان انگیز برقی رو کے 40 فی صد ہوتی ہے۔

سوائے وہاں، جہاں ہجیان انگیز برقی رو کے اثرات پر غور کیا جا رہا ہو، ہم ہجیان انگیز برقی رو کے غیر سائن نما ہونے کو نظر انداز کرتے ہیں۔ قوی ٹرانسفارمر کی ہجیان انگیز برقی رو اس کی کل برقی رو⁴⁶ کے صرف 5 فی صد کے قریب ہوتی ہے۔ لہذا اس کا اثر بہت کم ہوتا ہے۔ لہذا ہم ہجیان انگیز برقی رو کو سائن نما تصور کر کے اس کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس فرضی سائن نما ہجیان انگیز برقی رو⁴⁷ I_ϕ کی موثر قیمت $I_{\phi, rms}$ ، اصل ہجیان انگیز برقی رو کی موثر قیمت کے برابر رکھی جاتی ہے جبکہ اس کا زاویہ θ_c یوں رکھا جاتا ہے کہ اس سے حاصل برقی ضیاع اصل برقی ضیاع کے برابر ہو۔ شکل 3.5 کی مدد سے یہ بات سمجھنی زیادہ آسان ہے۔ شکل میں اگر دیکھا جائے تو

$$(3.9) \quad p_c = E_{rms} I_{\phi, rms} \cos \theta_c$$

fundamental component⁴²

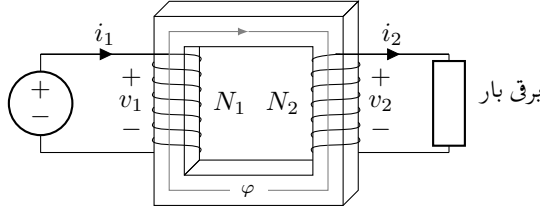
harmonic components⁴³

core loss component⁴⁴

magnetizing current⁴⁵

⁴⁶ کل برقی رو سے مراد وہ برقی رو ہے جو کل برقی بوجھ لادنے سے حاصل ہو

⁴⁷ یعنی بدلتی برقی رو i_ϕ کو اب مرحلے سمتیہ کی مدد سے I_ϕ لکھتے ہیں



شکل 3.6: کامل بوجھ بردار ٹرانسفارمر۔

جہاں p_c قالبی ضیاع ہے۔ لہذا اگر \hat{I}_ϕ اور \hat{E}_1 کے مابین θ_c کا زاویہ ہو تو اس سے قالبی ضیاع صحیح حاصل ہوتا ہے۔ \hat{I}_ϕ اسی زاویہ سے \hat{E}_1 کے پیچھے رہتا ہے۔

3.5 تبادله برقی دباو اور تبادله برقی رو کے خصوصیات

ہم شکل 3.6 کی مدد سے ٹرانسفارمر کا مطالعہ کرتے ہیں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ ابتدائی جانب لچھے کے N_1 اور ثانوی جانب لچھے کے N_2 چکر ہیں اور یہ کہ ان دونوں لچھوں کی مزاحمت صفر ہے۔ ہم مزید یہ کہتے ہیں کہ پوری مقناطیسی بہاو قالب ہی میں رہتا ہے اور دونوں لچھوں سے گزرتا ہے۔ قالب میں برقی توانائی ضائع نہیں ہوتی اور اس کی مقناطیسی مستقل اتنی زیادہ ہے کہ ہیجان انگیز برقی رو قابل نظر انداز ہے۔ برقی رو i_1 اور i_2 کی سمتیں یوں رکھی گئی ہیں کہ ان سے وجود میں آنے والے مقناطیسی بہاو ایک دوسرے کی الٹ سمتوں میں ہیں۔ اصل ٹرانسفارمر ان باتوں پر تقریباً پورے اترتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر کو کامل ٹرانسفارمر⁴⁸ کہتے ہیں۔

جب اس کامل ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے پر بدلتی برقی دباو v_1 لاگو کیا جائے تو اس کے قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاو φ_m وجود میں آئے گا جو ابتدائی لچھے میں لاگو برقی دباو v_1 کے برابر امالی برقی دباو e_1 کو جنم دے گا۔ لہذا

$$(3.10) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

یہ مقناطیسی بہاو دوسرے لچھے سے بھی گزرے گا اور اس میں e_2 امالی برقی دباو کو جنم دے گا جو ثانوی جانب کے سروں پر برقی دباو v_2 کی صورت میں حاصل ہو گا۔ یعنی

$$(3.11) \quad v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

ان دونوں کی نسبت سے

$$(3.12) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}}{N_2 \frac{d\varphi_m}{dt}} = \frac{N_1}{N_2}$$

لہذا ایک کامل ٹرانسفارمر دونوں لچھوں کے چکروں کی نسبت سے متبادلہ برقی دباؤ⁴⁹ کرتا ہے۔

چونکہ یہ ایک کامل ٹرانسفارمر ہے لہذا اسے جتنی برقی طاقت ابتدائی جانب دی جائے اتنی ہی برقی طاقت اس سے ثانوی جانب حاصل ہوگی، یعنی

$$(3.13) \quad p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

یا

$$(3.14) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

مساوات 3.12 کی مدد سے

$$(3.15) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

یہ ایک انتہائی اہم نتیجہ ہے جو ٹرانسفارمر کی متبادلہ برقی دباؤ اور متبادلہ برقی رو⁵⁰ کی خصوصیات بیان کرتا ہے۔ اسے عموماً دو حصوں میں یوں لکھا جاتا ہے۔

$$(3.16) \quad \begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{N_2}{N_1} \end{aligned}$$

اس مساوات کی پہلی جزو کہتی ہے کہ ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ ان کے چکروں کی راست متناسب ہوگا جبکہ مساوات کی دوسری جزو کہتی ہے کہ ٹرانسفارمر کے دونوں جانب برقی رو ان کے چکروں کے بالعکس متناسب ہوگا۔

مثال 3.2: شکل 3.6 میں اگر

$$\begin{aligned} \hat{V}_1 &= 220/0 \\ N_1 : N_2 &= 220 : 22 \\ Z &= R = 10 \Omega \end{aligned}$$

⁴⁹ voltage transformation
⁵⁰ current transformation

ہوں تو ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ اور برقی رو معلوم کریں۔

حل: ابتدائی جانب برقی دباؤ دیا گیا ہے یعنی 220 وولٹ جبکہ ثانوی جانب برقی دباؤ مساوات 3.16 کی پہلی جزو کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے یعنی

$$\hat{V}_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 220 \angle 0 = 22 \angle 0$$

ثانوی جانب 22 وولٹ ہیں جو ابتدائی جانب برقی دباؤ کے ہم قدم ہے۔ ثانوی جانب یہ برقی دباؤ 10 اوہم کی مزاحمت میں برقی رو پیدا کرے گا جسے اوہم کے قانون سے حاصل کیا جاتا ہے یعنی

$$\hat{I}_2 = \frac{22 \angle 0}{10} = 2.2 \angle 0$$

ثانوی جانب 2.2 ایمپیر برقی رو ہے۔ ابتدائی جانب کی برقی رو مساوات 3.16 کی دوسری جزو کی مدد سے حاصل کی جاتی ہے یعنی

$$\hat{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2 = \frac{22}{220} \times 2.2 \angle 0 = 0.22 \angle 0$$

□

اس مثال کے نتائج ایک جگہ لکھ کر ان پر غور کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_1 = 220 \angle 0, \quad \hat{V}_2 = 22 \angle 0, \quad \hat{I}_1 = 0.22 \angle 0, \quad \hat{I}_2 = 2.2 \angle 0$$

ہم دیکھتے ہیں ابتدائی جانب برقی دباؤ ثانوی جانب کی برقی دباؤ کے دس گنا ہے جبکہ برقی رو میں قصہ الٹ ہے۔ ثانوی جانب کی برقی رو ابتدائی جانب کی برقی رو کے دس گنا ہے۔ طاقت دونوں جانب برابر ہے۔ یہ نہایت اہم ہے کہ آپ اس بات کو اچھی طرح سمجھ لیں کہ جس جانب برقی دباؤ زیادہ ہوتا ہے اس جانب برقی رو کم ہوتی ہے۔ لہذا زیادہ برقی دباؤ کی جانب لچھے کے چکر زیادہ ہوں گے اور اس لچھے میں نسبتاً باریک برقی تار استعمال ہوگی جبکہ کم برقی دباؤ کا لچھا کم چکر کا ہوگا اور اس میں نسبتاً موٹی برقی تار استعمال ہوگی۔

مثال 3.3: صفحہ 71 پر دکھائے گئے شکل 3.7-الف سے رجوع کریں۔ اس شکل میں رکاوٹ Z_2 کو بدلتی برقی دباؤ \hat{V}_1 کے ساتھ ایک ٹرانسفارمر کے ذریعہ جوڑا گیا ہے۔ اگر

$$\hat{V}_1 = 110 \angle 0, \quad Z_2 = R + jX = 3 + j2, \quad N_1 : N_2 = 220 : 22$$

ہوں تو رکاوٹ میں برقی رو اور طاقت کا ضیاع معلوم کریں۔

حل: ٹرانسفارمر کی تبادله برقی دباؤ کی خصوصیت سے اس کے ابتدائی جانب 110 وولٹ برقی دباؤ ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب تبدیل ہو کر \hat{V}_s ہو جائیں گے جہاں

$$\hat{V}_s = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 110 \angle 0 = 11 \angle 0$$

ہے لہذا

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_s}{Z} = \frac{11 \angle 0}{3 + j2} = 3.05 \angle -33.69^\circ$$

اور برقی طاقت کا ضیاع p_z

$$p_z = I_2^2 R = 3.05^2 \times 3 = 27.9 \text{ W}$$

□

3.6 ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر

یہاں صفحہ 65 پر دکھائے گئے شکل 3.6 سے رجوع کریں۔ ہم حصہ 3.3 میں دیکھ چکے ہیں کہ اگر ایک بے بوجھ ٹرانسفارمر کی ابتدائی لچھے پر بدلتی برقی دباؤ v_1 لاگو کی جائے تو اس لچھے میں ہیجان انگیز برقی رو i_φ گزرے گی۔ اس برقی رو کی مقناطیسی دباؤ $N_1 i_\varphi$ قالب میں مقناطیسی بہاؤ φ_m ⁵¹ کو جنم دے گی۔ اگر لچھے کی مزاحمت صفر ہو تو φ_m ابتدائی لچھے میں e_1 امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی جہاں

$$(3.17) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

ہو گی۔

اب ہم ثانوی جانب برقی بوجھ لادتے ہیں۔ ایسا کرنے سے بوجھ بردار ٹرانسفارمر⁵² کے ثانوی جانب برقی رو i_2 رواں ہو گی جس کی وجہ سے $N_2 i_2$ مقناطیسی دباؤ وجود میں آئے گی۔ اس مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے قالب میں

⁵¹ φ_m کو یہاں کہا گیا ہے۔
loaded transformer⁵²

مقناطیسی بہاو بوجھ φ پیدا ہو گا۔ اگر اس مقناطیسی بہاو کا کچھ نہ کیا جائے تو قالب میں پہلے سے موجود مقناطیسی بہاو تبدیل ہو کر بوجھ $\varphi_m = \varphi - \varphi_{\text{نی}}$ ہو جائے گا اور یوں ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ تبدیل ہو کر e ہو جائے گا۔ لہذا ابتدائی جانب پر اب امالی دباؤ اور اس پر لاگو برقی دباؤ برابر نہیں ہونگے جو کہ مساوات 3.17 کی موجودگی میں ناممکن ہے۔ لہذا اس مقناطیسی بہاو بوجھ φ کے اثر کو ختم کرنے کیلئے ابتدائی لچھے میں برقی رو i_1 نمودار ہو گی جو اس مقناطیسی دباؤ یعنی $N_2 i_2$ کے اثر کو ختم کر دے گی یعنی

$$(3.18) \quad N_1 i_1 = N_2 i_2$$

یہ وہ ذریعہ ہے جس سے ابتدائی جانب معلوم ہوتا ہے کہ ثانوی جانب پر بوجھ لدا ہے۔ شکل میں دونوں لچھوں میں برقی رو کی سمتیں یوں ہیں کہ ان کے مقناطیسی بہاو آپس میں الٹ سمت میں ہیں لہذا قالب میں اب پھر مقناطیسی بہاو φ_m کے برابر ہے جیسا کہ ہونا چاہئے تھا۔ اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(3.19) \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

یہ وہی مساوات ہے جو کامل ٹرانسفارمر کے لئے ثابت کی گئی تھی۔

3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب

شکل 3.6 میں ٹرانسفارمر کے لچھوں پر نکتے لگائے گئے ہیں۔ یہ نکتے اس بات کو ظاہر کرتے ہیں کہ اگر ایک طرف کے لچھے پر برقی دباؤ v_1 یوں ہو کہ نکتے والا سرا مثبت اور بغیر نکتے والا سرا منفی ہو تو دوسرے لچھے پر برقی دباؤ v_2 اس طرح ہو گا کہ اس لچھے کا بھی نکتے والا سرا مثبت اور بغیر نکتے والا سرا منفی ہو گا۔

مزید یہ کہ ابتدائی جانب برقی رو ٹرانسفارمر کے نکتے والے سرے سے ٹرانسفارمر کی اندر جانب ہو گا جبکہ ثانوی جانب برقی رو نقطہ والے سرے سے ٹرانسفارمر سے باہر نکلے گا۔

یوں v_1 اور v_2 وقت کے ساتھ یکساں تبدیل ہوتے ہیں اور ان کے مابین صفر زاویہ ہے۔ لہذا یہ دو برقی دباؤ ہم قدم⁵³ ہیں۔

3.8 رکاوٹ کا تبادلہ

اس حصہ میں کامل ٹرانسفارمر میں رکاوٹ کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ شکل 3.7-الف میں ایک ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس کی ابتدائی جانب سائن نما برقی دباؤ $\hat{V}_1 = V_1/\theta$ لاگو کیا گیا ہے۔ یہاں مرحلی سمتیہ استعمال کئے جائیں گے۔

جیسے اوپر ذکر ہوا، برقی دباؤ \hat{V}_1 اور \hat{V}_2 آپس میں ہم قدم ہیں اور اسی طرح برقی رو \hat{I}_1 اور \hat{I}_2 آپس میں ہم قدم ہیں۔ مساوات 3.12 اور مساوات 3.19 کو مرحلی سمتیہ کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \hat{V}_2 \\ \hat{I}_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \hat{I}_2\end{aligned}\quad (3.20)$$

چونکہ رکاوٹ

$$Z_2 = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = |Z_2| \angle \theta_z \quad (3.21)$$

کے برابر ہے لہذا

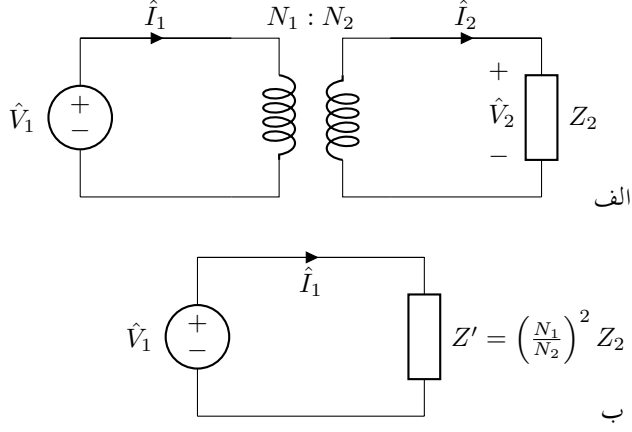
$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \quad (3.22)$$

اب اگر ہم ٹرانسفارمر بمع اس پر لدے رکاوٹ کی جگہ برقی دباؤ \hat{V}_1 کو رکاوٹ Z_1 پر لاگو کریں جہاں اس رکاوٹ کی قیمت

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \quad (3.23)$$

ہو تو \hat{V}_1 سے حاصل برقی رو یا اس سے حاصل برقی طاقت تبدیل نہیں ہوگی۔ یہ شکل 3.7-ب میں دکھایا گیا ہے جہاں سے واضح ہے کہ

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \quad (3.24)$$



شکل 3.7: ٹرانسفارمر کی تبادلہ رکاوٹ کی خصوصیت۔

لہذا شکل کے الف اور ب دونوں حصوں سے برقی دباؤ \hat{V}_1 کی برقی رو مساوات 3.22 اور مساوات 3.24 سے یکساں حاصل ہوتی ہے یعنی

$$(3.25) \quad \hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2}$$

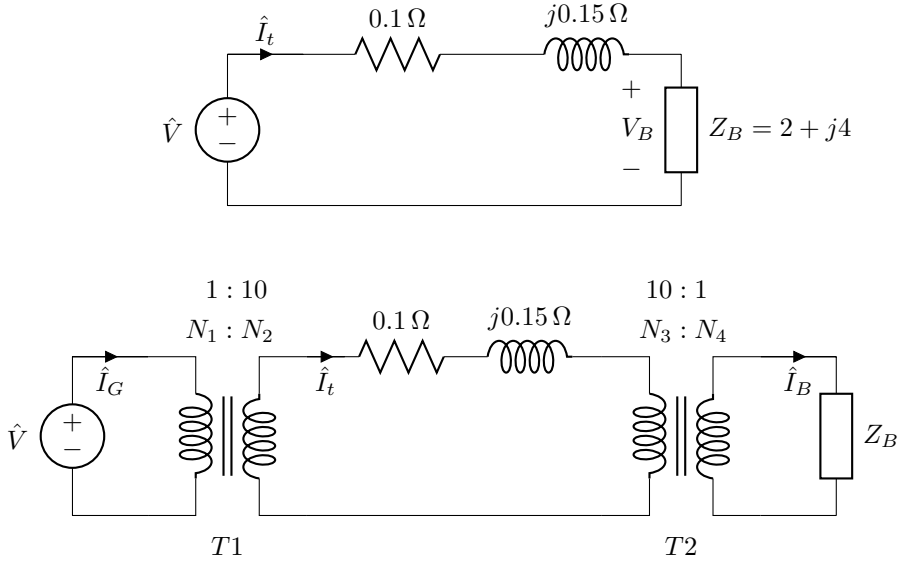
اور یوں الف اور ب دونوں حصوں میں برقی دباؤ \hat{V}_1 سے حاصل برقی طاقت برابر ہے یعنی

$$(3.26) \quad p = \hat{V}_1 \cdot \hat{I}_1 = \frac{V_1^2 \cos \theta_z}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 |Z_2|}$$

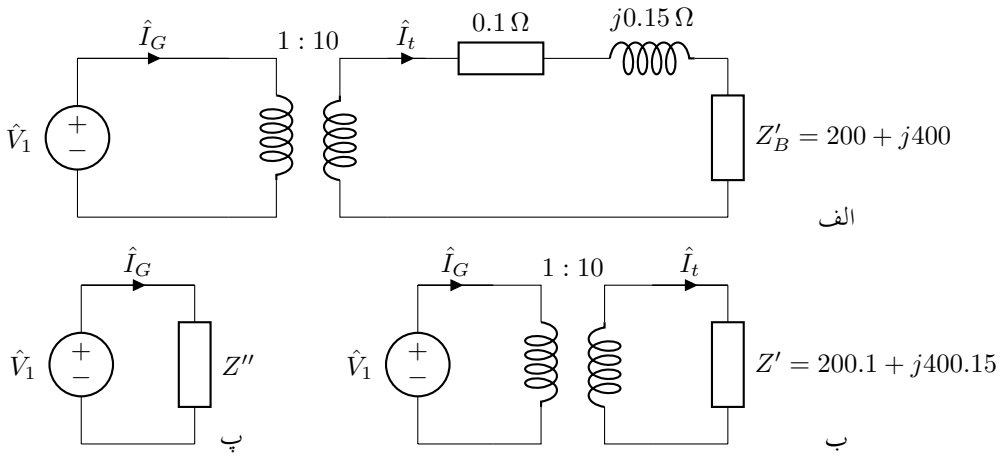
یوں اگر ٹرانسفارمر کے ثانوی جانب رکاوٹ Z_2 کا بوجھ ہو تو حساب کرتے وقت ہم یہ اخذ کر سکتے ہیں کہ ٹرانسفارمر بمع رکاوٹ Z_2 کی جگہ صرف Z_1 رکاوٹ لگی ہے، جہاں Z_1 مساوات 3.23 سے حاصل ہوتی ہے۔ رکاوٹ کا یوں ٹرانسفارمر کی ایک جانب سے دوسری جانب تبادلہ کیا جاسکتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی اس خاصیت کو تبادلہ رکاوٹ⁵⁴ کی خصوصیت کہتے ہیں۔

مثال 3.4: شکل 3.8-الف میں رکاوٹ Z_B کا برقی بوجھ ایک جزیئر پر لدا ہے۔ بوجھ تک برقی طاقت دو برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کیا گیا ہے۔ ان تاروں کی مجموعہ رکاوٹ Z_t ہے۔

⁵⁴impedance transformation



شکل 3.8: برقی طاقت کی منتقلی۔



شکل 3.9: ٹرانسفارمر قدم با قدم حل کرنے کا طریقہ۔

شکل-ب میں جزیئر کے قریب نسب برقی دباؤ بڑھانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا بڑھاتا ہے اور برقی بوجھ کے قریب نسب برقی دباؤ گھٹانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا گھٹاتا ہے۔ اس حصہ میں وہی برقی تار استعمال کئے گئے ہیں لہذا ان کی بھی مجموعہ رکاوٹ Z_t ہی ہے۔ اگر

$$Z_B = 2 + j4, \quad Z_t = 0.1 + j0.15, \quad \hat{V} = 415\angle 0$$

ہوں تو دونوں صورتوں میں

- برقی بوجھ پر برقی دباؤ معلوم کریں،
- برقی تاروں میں برقی طاقت کی ضیاع معلوم کریں۔

حل الف:

$$\begin{aligned} \hat{I}_G = \hat{I}_t = \hat{I}_B &= \frac{\hat{V}}{Z_t + Z_B} = \frac{415\angle 0}{0.1 + j0.15 + 2 + j4} \\ &= \frac{415\angle 0}{2.1 + j4.15} = 89.23\angle -63.159^\circ \\ &= 40.3 - j79.6 \end{aligned}$$

یوں رکاوٹ پر برقی دباؤ

$$\begin{aligned} \hat{V}_B = \hat{I}_B Z_B &= (40.3 - j79.6)(2 + j4) \\ &= 399 + j2 = 399\angle 0.287^\circ \end{aligned}$$

اور برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع ہے

$$p_t = I_t^2 R_t = 89.23^2 \times 0.1 = 796 \text{ W}$$

حل ب: شکل 3.8 اور شکل 3.9 سے رجوع کریں۔ شکل 3.8 میں ٹرانسفارمر T_2 کے ثانوی جانب رکاوٹ کا مساوات 3.23 کی مدد سے اس کی ابتدائی جانب تبادلہ سے ملتا ہے

$$Z'_B = Z_1 = \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 Z_B = \left(\frac{10}{1}\right)^2 (2 + j4) = 200 + j400$$

یوں شکل 3.9-الف حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں اب برقی تار کی رکاوٹ اور متبادلہ شدہ رکاوٹ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ان کے مجموعہ کو Z' کہتے ہوئے

$$Z' = Z_t + Z'_B = 0.1 + j0.15 + 200 + j400 = 200.1 + j400.15$$

یہ شکل 3.9-ب میں دکھایا گیا ہے۔ ایک مرتبہ دوبارہ مساوات 3.23 استعمال کرتے ہوئے

$$Z'' = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z' = \left(\frac{1}{10} \right)^2 (200.1 + j400.15) = 2.001 + j4.0015$$

شکل 3.9-پ میں دکھایا گیا ہے۔ اب

$$\hat{I}_G = \frac{\hat{V}}{Z''} = \frac{415/\underline{0}}{2.001 + j4.0015} = 92.76/\underline{-63.432^\circ}$$

یہاں سے شکل 3.9-ب کی مدد سے اگر جزیئر کی برقی رو معلوم ہو تو متبادلہ برقی رو سے

$$\hat{I}_t = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \hat{I}_G = \left(\frac{1}{10} \right) 92.76/\underline{-63.432^\circ} = 9.276/\underline{-63.432^\circ}$$

اس سے برقی تار میں طاقت کا ضیاع

$$p_t = I_t^2 R_t = 9.276^2 \times 0.1 = 8.6 \text{ W}$$

اسی طرح شکل 3.8 میں اگر \hat{I}_t معلوم ہو تو متبادلہ برقی رو سے

$$\begin{aligned} \hat{I}_B &= \left(\frac{N_3}{N_4} \right) \hat{I}_t = \left(\frac{10}{1} \right) 9.276/\underline{-63.432^\circ} \\ &= 92.76/\underline{-63.432^\circ} = 41.5 - j82.9 \end{aligned}$$

اور رکاوٹ پر برقی دباؤ

$$\hat{V}_B = \hat{I}_B Z_B = (41.5 - j82.9) (2 + j4) = 414 + j0.2$$

ہوگی۔

ٹرانسفارمر کے بغیر برقی طاقت کی منتقلی میں برقی تاروں میں طاقت کی ضیاع 796 واٹ ہے جبکہ ٹرانسفارمر کے استعمال سے یہ صرف 8.6 واٹ ہے یعنی 92 گنا کم۔ یہی ٹرانسفارمر کی نہایت مقبولیت کی وجہ ہے۔ □

3.9 ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ ان لچھوں کے چکر پر منحصر ہوتا ہے۔ ٹرانسفارمر ایک خاص برقی دباؤ اور برقی رو کے لئے بنائے جاتے ہیں۔ ٹرانسفارمر جس برقی دباؤ $V_1 : V_2$ کے لئے بنائے جائیں یہ اس سے کم برقی دباؤ پر بھی استعمال کئے جاسکتے ہیں اگرچہ یہ عموماً بنائے گئے برقی دباؤ پر ہی چلائے جاتے ہیں۔ اسی طرح ٹرانسفارمر جتنی برقی رو $I_1 : I_2$ کے لئے بنائے جائیں انہیں اس سے کم برقی رو پر استعمال کیا جاسکتا ہے۔ حقیقت میں عموماً ٹرانسفارمر سے حاصل برقی رو اس حد سے کم ہی رکھی جاتی ہے۔

ٹرانسفارمر کی ایک جانب کی برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب اس کی دوسری جانب کی برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے یعنی

$$(3.27) \quad V_1 I_1 = V_2 I_2$$

برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب یعنی $V_1 I_1$ یا $V_2 I_2$ کو ٹرانسفارمر کی وولٹ ضرب ایمپیئر کہتے ہیں جسے عموماً چھوٹا کر کے صرف وولٹے-ایمپیئر⁵⁵ کہا جاتا ہے⁵⁶۔ یہ ٹرانسفارمر کی برقی سکت کی ناپ ہے جو اس پر لگی تختی پر لکھا جاتا ہے۔ اس تختی پر ٹرانسفارمر کے برقی دباؤ اور برقی تعداد ارتعاش بھی لکھے جاتے ہیں۔ یوں ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر

$$(3.28) \quad V_1 I_1 = V_2 I_2 = \text{وولٹ-ایمپیئر}$$

ہوں گے۔

اگرچہ یہاں ذکر ٹرانسفارمر کا ہو رہا ہے دراصل برقی مشین یعنی موٹر اور جنریٹر کی تختیوں پر بھی ان کے چالو حالت کے برقی دباؤ، ان کے وولٹ-ایمپیئر اور برقی تعداد ارتعاش لکھے جاتے ہیں۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ ان سب مشین کی کارکردگی کے بنیادی اصول ایک ہی طرح کے ہیں۔

مثال 3.5: ایک 25000 وولٹ-ایمپیئر اور 220 : 11000 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کی جانب 11000 وولٹ لاگو ہیں۔

• اس کی ثانوی جانب زیادہ سے زیادہ کتنی برقی بوجھ ڈالی جاسکتی ہے۔

⁵⁵ volt-ampere, VA
⁵⁶ وولٹ-ایمپیئر کو عموماً گلو وولٹ-ایمپیئر یعنی kV A میں بیان کیا جاتا ہے

- اس زیادہ سے زیادہ برقی بوجھ پر اس کے ابتدائی لچھے میں برقی رو حاصل کریں۔

حل: اس ٹرانسفارمر کی معلومات یہ ہیں

$$25 \text{ kV A}, \quad 11000 : 220 \text{ V}$$

اس کی ثانوی جانب برقی دباؤ تبادلہ برقی دباؤ کی مساوات سے 220 وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ یوں اس کی ثانوی جانب یعنی کم برقی دباؤ کی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو مساوات 3.28 سے حاصل کیا جاتا ہے۔

$$I_2 = \frac{25000}{220} = 113.636 \text{ A}$$

اسی طرح اس کی ابتدائی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو اسی مساوات سے یوں حاصل ہوتی ہے

$$I_1 = \frac{25000}{11000} = 2.27 \text{ A}$$

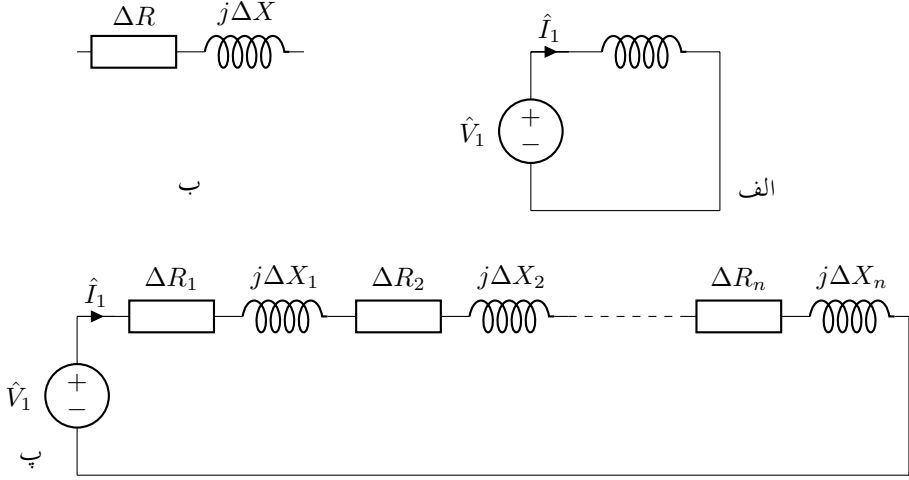
□

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب لچھوں میں استعمال برقی تار کی موٹائی یوں رکھی جاتی ہے کہ ان میں کثافت برقی رو J ، ⁵⁷ یکساں ہو۔ لچھوں کی مزاحمت میں برقی رو گزرنے سے برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جس سے یہ گرم ہوتے ہیں۔ ٹرانسفارمر کی برقی رو کی حد لچھوں کی گرمائش پر منحصر ہوتی ہے۔ ان کی زیادہ سے زیادہ حرارت کو محفوظ حد کے اندر رکھا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر کے قالب اور لچھے ایک غیر موصل تیل سے بھری ٹینکی میں ڈبوئے رکھے جاتے ہیں۔ یہ تیل ایک تو برقی لچھوں کی حرارت کم کرنے میں مدد دیتا ہے اور دوسری جانب غیر موصل ہونے کی وجہ سے یہ زیادہ برقی دباؤ کے حصوں کو برقی طور پر جدا رکھنے میں مدد دیتا ہے۔ یہ تیل تقریباً 80°C پر خراب ہونا شروع ہو جاتا ہے اور ہر 8°C اضافی درجہ حرارت پر اس کی زندگی آدھی ہوتی رہتی ہے۔ یعنی اگر 80°C پر تیل کی کارآمد زندگی x سال ہے تو 88°C پر $x/2$ سال اور 96°C پر یہ صرف $x/4$ سال ہوگی۔

ٹرانسفارمر جس برقی دباؤ کے لئے بنایا جائے یہ اس پر لگی تختی پر لکھا جاتا ہے۔ اس سے حاصل برقی رو کی حد کو ایک مختلف طریقے سے لکھا جاتا ہے۔

⁵⁷ 1000 kV A ٹرانسفارمر کی لچھوں میں کثافت برقی رو تقریباً 3 A/mm^2 رکھی جاتی ہے



شکل 3.10: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ۔

3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور اس کے مساوی دور

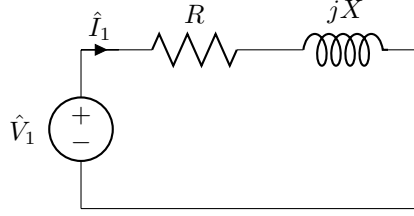
3.10.1 لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا

ٹرانسفارمر کی ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 کو ہم نے حصہ 3.3 مساوات 3.2 میں دیکھا۔ لچھے کی مزاحمت کو لچھے سے باہر لچھے کے ساتھ سلسلہ وار جڑا دکھایا گیا تھا۔ دیکھتے ہیں یہ کیسے ممکن ہوتا ہے۔

شکل 3.10-الف میں ایک لچھے پر بدلتی برقی دباؤ لاگو کا گیا ہے۔ اگر لچھے کی برقی تار کو نہایت چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تو اس کے ہر ٹکڑے کی نہایت کم مزاحمت اور متعاملہ ہوگی۔ ایسا ایک ٹکڑا شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ لچھا ان سب ٹکڑوں کے سلسلہ وار جڑنے سے بنا ہے لہذا شکل-الف کو ہم شکل-پ کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں لچھے کے n ٹکڑے کیے گئے ہیں۔

اس دور کی مساوات لکھ کر حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + j\Delta X_1 + \Delta R_2 + j\Delta X_2 + \cdots \Delta R_n + j\Delta X_n) \\ &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n) + \hat{I}_1 (j\Delta X_1 + j\Delta X_2 + \cdots j\Delta X_n) \\ &= \hat{I}_1 (R + jX)\end{aligned}$$



شکل 3.11: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کی علیحدگی۔

جہاں

$$R = \Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n$$

$$X = \Delta X_1 + \Delta X_2 + \cdots \Delta X_n$$

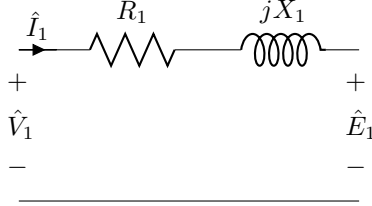
اس سے شکل 3.11 حاصل ہوتا ہے جس سے ثابت ہوتا ہے کہ حساب کتاب کی غرض سے لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ علیحدہ کیے جاسکتے ہیں۔

3.10.2 رستائالہ

اوپر ایک کامل ٹرانسفارمر زیر بحث رہا۔ اب ہم ٹرانسفارمر میں ان عناصر کا ذکر کرتے ہیں جن کی وجہ سے ٹرانسفارمر غیر کامل ہو جاتا ہے۔ بہت سی جگہوں پر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت ان عناصر کو مد نظر رکھ کر ہی اس کا صحیح استعمال ممکن ہوتا ہے۔ ان عناصر کے اثر کو شامل کرنے کے لئے ہم ٹرانسفارمر کا مساوی دور بناتے ہیں۔

ابتدائی لچھے کے مقناطیسی بہاؤ کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ پہلا حصہ وہ جو قالب سے گزر کر ابتدائی اور ثانوی لچھے دونوں سے گزرتا ہے۔ یہ ان کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ہے اور دوسرا حصہ وہ جو صرف ابتدائی لچھے سے گزرتا ہے اور زیادہ تر قالب کے باہر خلاء میں ہی رہتا ہے۔ اس کو رستائالہ مقناطیسی بہاؤ⁵⁸ کہتے ہیں۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ ہوا میں مقناطیسی مستقل μ_0 مقررہ ہے لہذا یہاں ہچکچاہٹ بھی مقررہ ہے۔ یوں رستائالہ مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے کی برقی رو کے براہ راست متناسب ہوتی ہے۔

leakage magnetic flux⁵⁸



شکل 3.12: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ اول۔

اس کے اثر کو بالکل لچھے کی مزاحمت کی طرح لچھے سے باہر رستا امالہ L_1 ⁵⁹ یا رستا متعاملہ $X_1 = 2\pi f L_1$ ⁶⁰ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے میں برقی رو \hat{I}_1 گزرنے سے رستا متعاملہ میں $\hat{V}_{X1} = j\hat{I}_1 X_1$ برقی دباؤ اور لچھے کے تار کی مزاحمت R_1 میں $\hat{V}_{R1} = \hat{I}_1 R_1$ برقی دباؤ گھٹتا ہے۔

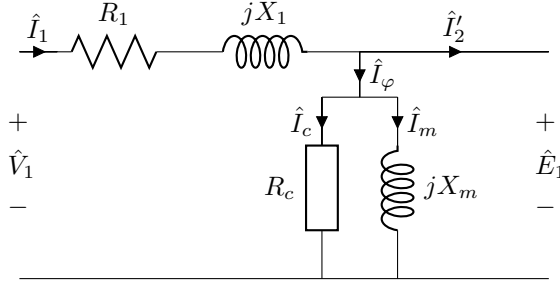
یوں ابتدائی لچھے پر لاگو برقی دباؤ \hat{V}_1 میں سے کچھ برقی دباؤ R_1 میں کم ہو گا، کچھ متعاملہ X_1 میں کم ہو گا اور بقیہ \hat{E}_1 کے برابر ہو گا۔ یہ شکل 3.12 میں دکھایا گیا ہے۔

3.10.3 ثانوی برقی رو اور قالب کے اثرات

قالب میں دونوں لچھوں کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ان کے مجموعی مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ البتہ اگر ہم کچھ یوں سوچیں تو یہ زیادہ بہتر ہو گا۔ ہم کہتے ہیں کہ ابتدائی برقی رو کو دو شرائط پوری کرنی ہو گی۔ پہلی یہ کہ اسے قالب میں ہیجانی مقناطیسی بہاؤ وجود میں لانا ہو گا اور دوسری یہ کہ اسے ثانوی لچھے کے پیدا کردہ مقناطیسی بہاؤ کو ختم کرنا ہو گا۔ لہذا ابتدائی برقی رو کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ ایک حصہ i_ϕ جو ہیجانی مقناطیسی بہاؤ پیدا کرے اور دوسرا \hat{I}'_2 جو ثانوی لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے اثر کو ختم کرے۔ لہذا

$$(3.29) \quad \hat{I}'_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2$$

leakage inductance⁵⁹
leakage reactance⁶⁰



شکل 3.13: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ دوم۔

اس باب کے حصہ 3.6 میں اس پر تفصیل سے غور کیا گیا ہے۔ برقی رو i_ϕ غیر سائن نما ہوتی ہے لیکن پھر بھی ہم اسے سائن نما \hat{I}_ϕ ہی تصور کرتے ہیں۔ اس کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں یعنی

$$(3.30) \quad \hat{I}_\phi = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

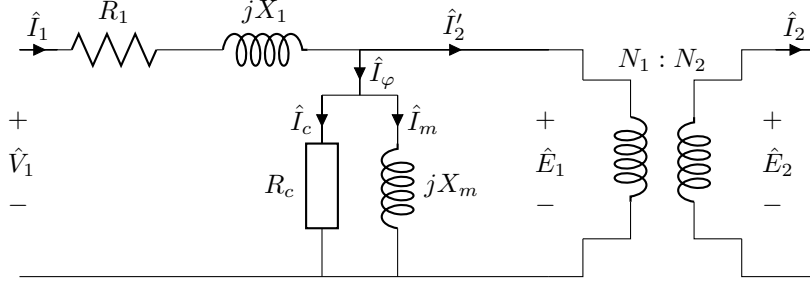
جہاں \hat{I}_c اس کا وہ حصہ ہے جو ابتدائی لچھے کی امالی برقی دباؤ \hat{E}_1 کے ہم قدم ہے اور یہ قالب میں برقی توانائی کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے جبکہ \hat{I}_m اس کا وہ حصہ ہے جو \hat{E}_1 سے نوے درجہ زاویہ پیچھے ⁶² ہے اور لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کو جنم دیتا ہے۔ برقی رو کے ان حصوں کو ہم ایک مزاحمت R_c اور ایک jX_m سے پیش کرتے ہیں۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ R_c کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ اس میں برقی طاقت کا ضیاع اصل قالبی ضیاع کے برابر ہو یعنی $p_c = E_{1,rms}^2 / R_c$ ، اسی طرح jX_m کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ $\hat{I}_m = \hat{E}_1 / jX_m$ ہو۔ ان دونوں، یعنی R_c اور jX_m ، کی مقدار اصل برقی دباؤ اور تعدد پر حاصل کئے جاتے ہیں۔ یہ شکل 3.13 میں دکھایا گیا ہے۔

3.10.4 ثانوی لچھے کی امالی برقی دباؤ

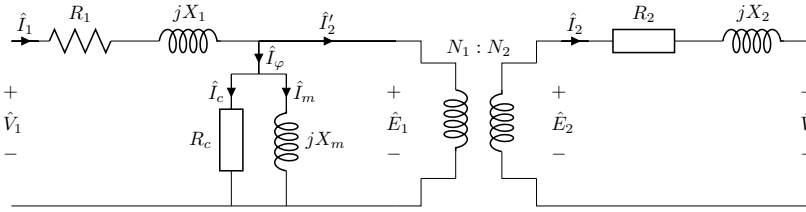
قالب میں مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ثانوی لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_2 پیدا کرے گی اور چونکہ یہی مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں \hat{E}_1 امالی پیدا کرتی ہے لہذا

$$(3.31) \quad \frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

⁶¹ سائن نما برقی رو کو مرطی سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے
⁶² lagging



شکل 3.14: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ ٹوم۔



شکل 3.15: ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور یا ریاضی نمونہ۔

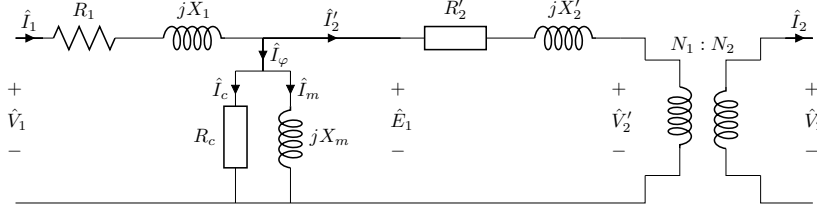
مساوات 3.30 اور مساوات 3.31 کو ایک کامل ٹرانسفارمر سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ یہ شکل 3.14 میں دکھایا گیا ہے۔

3.10.5 ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات

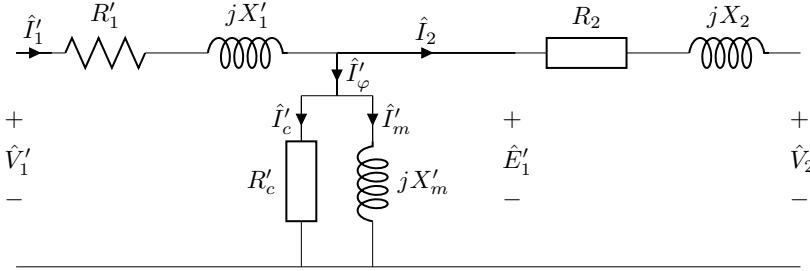
ثانوی لچھے کے سروں پر البتہ \hat{E}_2 برقی دباؤ نہیں ہو گا چونکہ ثانوی لچھے کے، بالکل ابتدائی لچھے کی طرح، مزاحمت R_2 اور متعاملہ jX_2 ہوں گے جن میں ثانوی برقی رو \hat{I}_2 کی وجہ سے برقی دباؤ گھٹے گا۔ لہذا ثانوی لچھے کے سروں پر برقی دباؤ \hat{V}_2 قدر کم ہو گا۔ یعنی

$$(3.32) \quad \hat{V}_2 = \hat{E}_2 - \hat{I}_2 R_2 - j \hat{I}_2 X_2$$

یوں حاصل ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور یا ریاضی نمونہ⁶³ شکل 3.15 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.16: ثانوی جانب رکاوٹ کا ابتدائی جانب متبادلہ کیا گیا ہے۔



شکل 3.17: ابتدائی جانب رکاوٹ کا ثانوی جانب متبادلہ کیا گیا ہے۔

3.10.6 رکاوٹ کا ابتدائی ثانوی جانب متبادلہ

شکل 3.15 میں دکھائے دور کے سب جزو کا متبادلہ ایک جانب سے دوسری جانب کیا جاسکتا ہے۔ یہ کرنے سے کامل ٹرانسفارمر کو مساوی دور کی بائیں یا دائیں جانب لے جایا جاسکتا ہے۔ شکل 3.16 میں ثانوی جانب کی رکاوٹ کا ابتدائی جانب متبادلہ کیا گیا ہے جبکہ شکل 3.17 میں ابتدائی جانب کی رکاوٹ کا ثانوی جانب متبادلہ کیا گیا ہے۔ اس طرح حاصل مساوی دور میں عموماً کامل ٹرانسفارمر بنایا ہی نہیں جاتا۔ یہی شکل 3.17 میں کیا گیا ہے۔

متبادلہ شدہ رکاوٹ Z کو Z' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں R_2 کے ٹرانسفارمر کی دوسری جانب متبادلہ کے بعد اسے R_2' سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ایسا دور استعمال کرتے وقت یہ ذہن میں رکھنا ہوتا ہے کہ ٹرانسفارمر کے کس جانب دور حل کیا جا رہا ہے۔

مثال 3.6: ایک 50 کلو وولٹ-ایمپیئر اور 220 : 2200 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کی زیادہ برقی دباؤ کی جانب کی رستار رکاوٹ $Z_1 = 0.9 + j1.2$ اوہم اور کم برقی دباؤ کی جانب کی رستار رکاوٹ $Z_2 = 0.0089 + j0.011$

اوہم ہے۔ اگر اس کی $R_c = 6.4 \text{ k}\Omega$ اور $X_m = 47 \text{ k}\Omega$ ہو تو اس کی شکل 3.16 اور شکل 3.17 میں استعمال ہونے والے جزو معلوم کریں۔

حل حصہ اول: معلومات:

$$50 \text{ kV A}, \quad 50 \text{ Hz}, \quad 2200 : 220 \text{ V}$$

ٹرانسفارمر کے دونوں جانب کی برقی دباؤ لچھوں کے چکروں کی نسبت سے ہوتے ہیں لہذا

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{2200}{220} = \frac{10}{1}$$

یوں اگر ٹرانسفارمر کی رکاوٹ کا زیادہ برقی دباؤ کی جانب تبادلہ کیا جائے تو

$$\begin{aligned} R'_2 + jX'_2 &= \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 (R_2 + jX_2) \\ &= \left(\frac{10}{1} \right)^2 (0.0089 + j0.011) \\ &= 0.89 + j1.1 \end{aligned}$$

جبکہ اس کی بقایا رکاوٹ وہی رہیں گے۔ یوں شکل 3.16 کے جزو حاصل ہوئے۔

حل حصہ دوم: اگر مساوی دور کی رکاوٹ کا کم برقی دباؤ کی جانب تبادلہ کیا جائے تب

$$\begin{aligned} R'_1 + jX'_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 (R_1 + jX_1) \\ &= \left(\frac{1}{10} \right)^2 (0.9 + j1.2) \\ &= 0.009 + j0.012 \end{aligned}$$

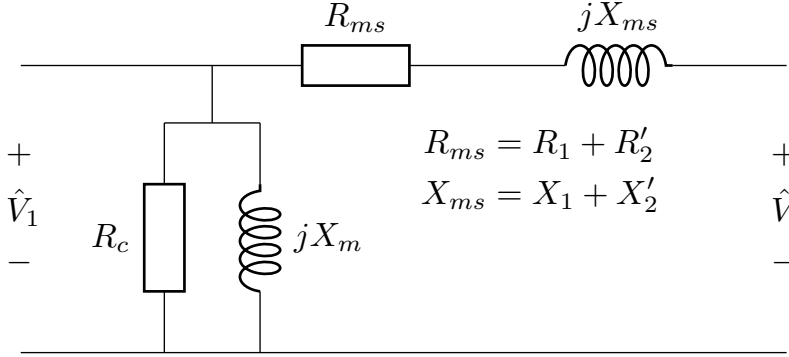
اسی طرح

$$R'_c = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 R_c = 64$$

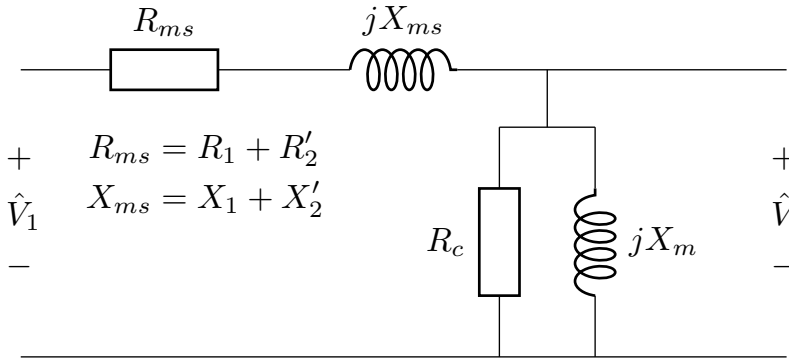
$$X'_m = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 X_m = 470$$

□

جبکہ Z_2 وہی رہے گا۔



شکل 3.18: R_c اور jX_m کو بائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



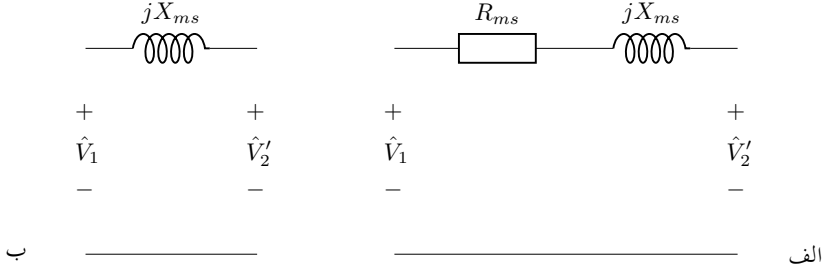
شکل 3.19: R_c اور jX_m کو دائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔

3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور

ایک انجینئر کو جب ایک ٹرانسفارمر استعمال کرنا ہو تو وہ حساب کرتے وقت شکل 3.16 میں دیئے گئے دور کو استعمال کر سکتا ہے۔ یہ دور حقیقی ٹرانسفارمر کی بہت اچھی عکاسی کرتا ہے۔ البتہ جہاں ہمیں نہایت صحیح جواب مطلوب نہ ہوں وہاں اس دور کی سادہ اشکال بھی استعمال کی جاسکتی ہیں۔ اس باب میں ہم ایسے ہی سادہ مساوی دوروں کا ذکر کریں گے۔

شکل 3.16 میں R_c اور X_m کو بائیں یا دائیں طرف لے جانے سے شکل 3.18 اور شکل 3.19 حاصل ہوتے ہیں۔ چونکہ \hat{I}_ϕ کی مقدار نہایت کم⁶⁴ ہوتی ہے اس لئے ایسا کرنے سے حاصل جواب پر کوئی خاص فرق نہیں پڑتا۔

⁶⁴ \hat{I}_ϕ ٹرانسفارمر کے کل برقی بوجھ کے صرف دو سے چھ فی صد ہوتی ہے



شکل 3.20: ٹرانسفارمر کے سادہ مساوی ادوار۔

چونکہ اس شکل میں R_1 ، R_2' ، X_1 اور X_2' سلسلہ وار ہیں اس لئے ان کو جمع کیا جاسکتا ہے شکل میں ان کو مساوی مزاحمت R_{ms} اور مساوی متعاملہ X_{ms} کہا گیا ہے۔ اسی قسم کے ادوار شکل 3.17 سے بھی حاصل ہوتے ہیں۔

ہم ایک قدم اور آگے جاسکتے ہیں اور \hat{I}_ϕ کو مکمل طور پر نظر انداز کر سکتے ہیں یعنی اس کو ہم صفر تصور کر لیتے ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ مساوی دور میں R_c اور jX_m دونوں کو کھلے دور کیا جاتا ہے یعنی انہیں مساوی دور سے ہٹا دیا جاتا ہے۔ شکل 3.20-الف میں ایسا کیا گیا ہے۔ اس دور میں قالب کے اثرات کو مکمل طور پر نظر انداز کیا گیا ہے۔

بیشتر وقت ہمیں اس سے بھی کم صحیح جواب مطلوب ہوتا ہے۔ چونکہ $X_m \gg R_c$ لہذا ہم R_{ms} کو بھی نظر انداز کر سکتے ہیں۔ یوں شکل 3.20-ب حاصل ہوتا ہے۔

3.11 کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ

پچھلے حصے میں بیان کئے گئے ٹرانسفارمر کے مساوی دور کے جزو ٹرانسفارمر کے دو معائنوں سے حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ ان معائنوں کو کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ کہتے ہیں۔ اس حصے میں انہیں پر غور کیا جائے گا۔

3.11.1 کھلے دور معائنہ

کھلے دور معائنہ⁶⁵ جیسا کہ نام سے واضح ہے، ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سروں کو آزاد رکھ کر کیا جاتا ہے۔ یہ معائنہ اتنی برقی دباؤ اور تعدد یا ان کے قریب ترین مقداروں پر کیا جاتا ہے جتنے پر ٹرانسفارمر کی بناوٹ⁶⁶ ہو۔ اگرچہ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے کسی بھی جانب کے لچھے پر کیا جاسکتا ہے، حقیقت میں اسے کم برقی دباؤ والی جانب کے لچھے پر کرنا آسان ہوتا ہے۔ یہ بات ایک مثال سے زیادہ آسانی سے سمجھ آتی ہے۔

مثلاً ہم 25 kV A اور 220 V : 11000 Hz کا 50 Hz پر چلنے والے ایک دور کے ٹرانسفارمر کا معائنہ کرنا چاہتے ہیں۔ اگر یہ معائنہ اس کے گیارہ ہزار کے لچھے پر کیا جائے تو گیارہ ہزار برقی دباؤ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال کیا جائے گا اور اگر دو سو بیس برقی دباؤ والے لچھے پر کیا جائے تو دو سو بیس برقی دباؤ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال کیا جائے گا۔ دونوں صورتوں میں تعدد 50 Hz کے لگ بھگ رکھا جائے گی۔ 11 kV کی برقی دباؤ پر کام کرنا نہایت خطرناک ثابت ہو سکتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ اس معائنہ کو کم برقی دباؤ والے لچھے پر ہی کیا جاتا ہے۔

جس برقی دباؤ پر ٹرانسفارمر عام حالات میں استعمال ہوتا ہے اس معائنہ میں کم برقی دباؤ والی جانب کے لچھے پر اتنے ہی یا اس کی قریب مقدار کی برقی دباؤ V_t لاگو کر کے کھلے دور برقی طاقت p_t اور برقی رو I_t ناپے جاتے ہیں۔ معائنہ حقیقت میں استعمال کے دوران برقی دباؤ کے جتنے قریب برقی دباؤ پر کیا جائے اتنا بہتر جواب حاصل ہوتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی دوسری جانب لچھے کے سرے چونکہ آزاد رکھے جاتے ہیں اس لئے اس میں برقی رو صفر ہو گا۔ لہذا ناپا گیا برقی رو صرف پیمان انگیز برقی رو I_ϕ ہو گا۔ ٹرانسفارمر جتنی برقی رو کے لئے بنایا گیا ہو یہ برقی رو اس کے تقریباً دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔ شکل 3.16 کو مد نظر رکھتے ہوئے اگر ہم بائیں جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب تصور کریں تو شکل میں V_t کو V_1 کی جگہ لاگو کرنا ہو گا۔ یوں ہم جو برقی رو ناپیں گے وہ غیر سمتی⁶⁷ I_1 ہو گا۔ چونکہ I_2' صفر کے برابر ہے لہذا I_1 درحقیقت \hat{I}_ϕ کے مقدار I_ϕ کے برابر ہو گا۔ یعنی اس طرح

$$I_t = I_1 = I_\phi$$

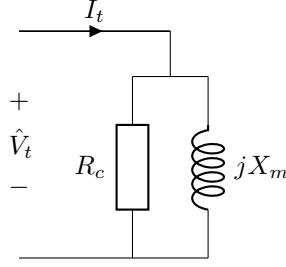
اتنی کم برقی رو سے لچھے کی رکاوٹ میں نہایت کم برقی دباؤ گھٹتا ہے، لہذا اسے نظر انداز کیا جاتا ہے یعنی

$$V_{R1} = I_t R_1 = I_\phi R_1 \approx 0$$

$$V_{X1} = I_1 X_1 = I_\phi X_1 \approx 0$$

یوں R_c اور X_m پر تقریباً V_t برقی دباؤ پایا جائے گا۔ یہ شکل 3.16 سے ظاہر ہے۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 3.21 حاصل ہوتا ہے۔

open circuit test⁶⁵
design⁶⁶
scalar⁶⁷



شکل 3.21: کھلے سرے معائنہ۔

چونکہ برقی طاقت کا ضیاع صرف مزاحمت میں ہی ممکن ہے لہذا p_t صرف R_c میں ہی ضائع ہو گی۔ یوں

$$p_t = \frac{V_t^2}{R_c}$$

لکھا جائے گا۔ یوں

$$(3.33) \quad R_c = \frac{V_t^2}{p_t}$$

حاصل ہوتا ہے۔

اسی طرح چونکہ برقی دباؤ اور برقی رو کی مقداروں کے تناسب کو برقی رکاوٹ کی مقدار کہتے ہیں لہذا

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

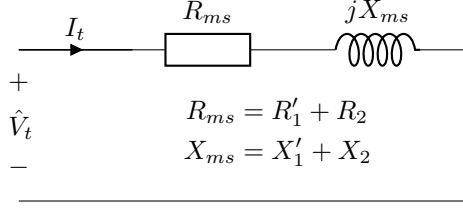
مگر شکل 3.21 سے واضح ہے کہ

$$\frac{1}{Z_t} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m}$$

لہذا

$$Z_t = \frac{jR_cX_m}{R_c + jX_m}$$

$$|Z_t| = \frac{R_cX_m}{\sqrt{R_c^2 + X_m^2}}$$



شکل 3.22: کسر دور معائنہ۔

جس سے حاصل ہوتا ہے

$$(3.34) \quad X_m = \frac{R_c |Z_t|}{\sqrt{R_c^2 - |Z_t|^2}}$$

مساوات 3.33 سے R_c اور مساوات 3.34 سے X_m کا حساب لگایا جاتا ہے۔

یاد رہے کہ حاصل کردہ R_c اور X_m ٹرانسفارمر کے اسی جانب کے لئے درست ہیں جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔ اگر ان کی قیمتیں دوسری جانب درکار ہوں تب متبادلہ رکاوٹ کا استعمال کرتے ہوئے اس جانب کی قیمتیں حاصل کی جاسکتی ہیں۔

3.11.2 کسر دور معائنہ

یہ معائنہ بھی پچھلے معائنہ کی طرح ٹرانسفارمر کے کسی بھی طرف کیا جاسکتا ہے مگر حقیقت میں اسے زیادہ برقی دباؤ کے لچھے پر ہی کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے۔ یہ معائنہ جتنے برقی رو کے لئے ٹرانسفارمر بنایا گیا ہو اتنی برقی رو یا اس کے قریب مقدار پر کیا جاتا ہے۔ یعنی اس معائنہ میں کوشش ہوتی ہے کہ ٹرانسفارمر کے لچھے میں اتنی برقی رو گزرے جتنی کے لئے یہ بنایا گیا ہو۔ لہذا اگر ہم پچھلے معائنہ میں استعمال ہونے والے ٹرانسفارمر کی بات آگے بڑھائیں تو اس کا زیادہ برقی دباؤ کا لچھا 2.2727 A اور کم برقی دباؤ کا لچھا 113.63 A کے لئے بنایا گیا ہے۔ لہذا اگر یہ معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کیا جائے تو اسے 113.63 A پر کرنا ہوگا اور اگر زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کیا جائے تو صرف 2.2727 A پر کرنا ہوگا جو کہ زیادہ آسان ہے۔

اس معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے کے دونوں سروں کو آپس میں جوڑا جاتا ہے یعنی انہیں کسر دور کر لیا جاتا ہے اور زیادہ برقی دباؤ لچھے پر اس جانب کی ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے دو سے بارہ فی صد کا برقی دباؤ V_t لاگو کر کے کسر

دور برقی رو I_t اور کسر دور برقی طاقت p_t ناپے جاتے ہیں۔ جس لچھے کے سرے آپس میں کسر دور ہوتے ہیں اس میں سے برقی رو گزرتی ہے اور اس کا عکس دوسری جانب بھی موجود ہوتا ہے۔ یہ برقی رو ٹرانسفارمر کے ڈیزائن کردہ برقی رو کے لگ بھگ ہوتا ہے۔ اس معائنہ کا دور شکل 3.22 میں دکھایا گیا ہے۔ کھلے سرے معائنہ کی طرح اگر کسر دور معائنہ میں بھی شکل 3.16 کے بائیں جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب تصور کریں تو V_t کو V_2 کی جگہ لاگو کرنا ہو گا۔

چونکہ یہ معائنہ بہت کم برقی دباؤ پر کیا جاتا ہے لہذا اس معائنہ میں ہیجان انگیز برقی رو کو مکمل طور پر نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ شکل سے ہم دیکھتے ہیں کہ چونکہ برقی طاقت صرف مزاحمت میں ہی ضائع ہو سکتی ہے لہذا

$$p_t = I_t^2 (R_{ms})$$

ہو گا جس سے

$$(3.35) \quad R_{ms} = \frac{p_t}{I_t^2}$$

حاصل ہوتا ہے۔

کسر دور برقی رو اور برقی دباؤ سے ہمیں ملتی ہے

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

مگر شکل سے واضح ہے کہ

$$Z_t = R_{ms} + jX_{ms}$$

$$|Z_t| = \sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}$$

لہذا

$$(3.36) \quad X_{ms} = \sqrt{|Z_t|^2 - R_{ms}^2}$$

مساوات 3.35 کل مزاحمت دیتا ہے البتہ اس سے R_1 یا R_2 حاصل نہیں کیا جاسکتا۔ اسی طرح مساوات 3.36 سے X_1 اور X_2 علیحدہ نہیں کئے جاسکتے۔ کسر دور معائنہ سے اتنی ہی معلومات حاصل کرنا ممکن ہے۔ حقیقت میں اتنی معلومات کافی ہوتی ہے۔ اگر ان اجزاء کے علیحدہ علیحدہ قیمتیں درکار ہوں تو ایسی صورت میں تصور کیا جاتا ہے کہ

$$R'_1 = R_2$$

$$X'_1 = X_2$$

ہیں۔

چونکہ یہ معائنہ عموماً جہاں ٹرانسفارمر موجود ہو وہیں کرنا پڑتا ہے لہذا یہ ممکن نہیں ہوتا کہ ٹرانسفارمر کو بالکل اتنا برقی دباؤ دیا جائے جتنا درکار ہو بلکہ جو برقی دباؤ موجود ہو اسی سے کام چلانا پڑتا ہے۔ لیکن اس بات کا خیال بہت ضروری ہے کہ جو برقی دباؤ ٹرانسفارمر کو دیا جا رہا ہو وہ ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے دو سے بارہ فی صد ہو۔ مثلاً اگر اسی $220 \text{ V} : 11000$ ٹرانسفارمر کی بات کی جائے تو اس کے زیادہ برقی دباؤ لچھے پر 220 V اور 1320 V کے درمیان کوئی بھی برقی دباؤ دیا جاسکتا ہے۔ چونکہ ہمارے ہاں 220 V اور 440 V عام پائے جاتے ہیں لہذا ہم 220 V یا 440 V ہی استعمال کریں گے۔

یہاں یہ ایک مرتبہ دوبارہ یاد دہیانی کراتا جاول کہ ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سرے آپس میں جوڑ کر، یعنی انہیں کسر دور کر کے، دوسری جانب لچھے پر کسی بھی صورت میں اس جانب کی پوری برقی دباؤ لاگو نہیں کرنا۔ ایسا کرنا شدید خطرناک اور جان لیوا ثابت ہو سکتا ہے۔

یاد رہے کہ حاصل کردہ R_c اور X_m ٹرانسفارمر کے اسی جانب کے لئے درست ہیں جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔ اگر ان کی قیمتیں دوسری جانب درکار ہوں تب متبادلہ رکاوٹ کا استعمال کرتے ہوئے اس جانب کی قیمتیں حاصل کی جاسکتی ہیں۔

مثال 3.7: ایک 25 کلو وولٹ-ایمپیئر، $220 : 11000$ وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والے ٹرانسفارمر کے کھلے دور اور کسر دور معائنہ کئے جاتے ہیں جن کے نتائج یہ ہیں۔

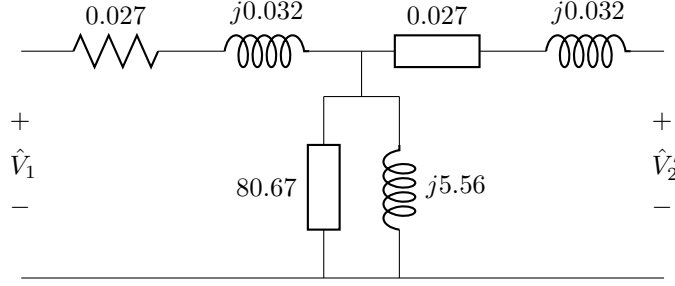
- کھلے دور معائنہ کرتے وقت کم برقی دباؤ کی جانب 220 V لاگو کئے جاتے ہیں۔ اسی جانب برقی رو 39.64 A اور طاقت کا ضیاع 600 W ناپے جاتے ہیں۔
- کسر دور معائنہ کرتے وقت زیادہ برقی دباؤ کی جانب 440 V لاگو کئے جاتے ہیں۔ اسی جانب برقی رو 2.27 A اور طاقت کا ضیاع 560 W ناپے جاتے ہیں۔

کھلے دور حل:

$$|Z_t| = \frac{220}{39.64} = 5.55 \Omega$$

$$R_c = \frac{220^2}{600} = 80.67 \Omega$$

$$X_m = \frac{80.67 \times 5.55}{\sqrt{80.67^2 - 5.55^2}} = 5.56 \Omega$$



شکل 3.23: کھلے دور اور کسر دور معائنہ سے کم برقی دباؤ جانب مساوی دور۔

کسر دور حل:

$$Z_t = \frac{440}{2.27} = 193.83 \Omega$$

$$R_{ms} = \frac{560}{2 \times 2.27^2} = 108.68 \Omega$$

$$X_{ms} = \sqrt{193.83^2 - 108.68^2} = 160 \Omega$$

ان نتائج کو کم برقی دباؤ جانب منتقل کرتے ہوئے

$$\left(\frac{220}{11000} \right)^2 \times 108.68 = 43.47 \text{ m}\Omega$$

$$\left(\frac{220}{11000} \right)^2 \times 160 = 64 \text{ m}\Omega$$

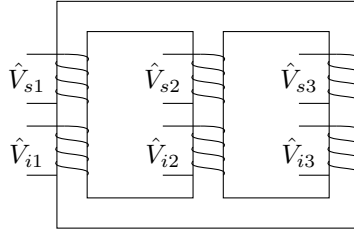
یعنی

$$R_1 = R'_2 = \frac{43.47 \text{ m}\Omega}{2} = 21.7 \text{ m}\Omega$$

$$X_1 = X'_2 = \frac{64 \text{ m}\Omega}{2} = 32 \text{ m}\Omega$$

□

حاصل ہوتا ہے۔ ان نتائج سے حاصل کم برقی دباؤ جانب مساوی دور شکل 3.23 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.24: ایک ہی قالب پر تین ٹرانسفارمر۔

3.12 تین مرحلہ ٹرانسفارمر

اب تک ہم ایک مرحلہ⁶⁸ ٹرانسفارمر پر غور کرتے رہے ہیں۔ حقیقت میں برقی طاقت کی منتقلی میں عموماً تین مرحلہ⁶⁹ ٹرانسفارمر استعمال ہوتے ہیں۔ تین مرحلہ ٹرانسفارمر یکساں تین عدد ایک مرحلہ ٹرانسفارمر اکٹھے رکھ کر بنایا جاسکتا ہے۔ یوں اگر ایک ٹرانسفارمر خراب ہو جائے تو اس کو ٹھیک ہونے کے لئے ہٹا کر بقایا دو ٹرانسفارمر دوبارہ چالو کئے جاسکتے ہیں۔ تین مرحلہ ٹرانسفارمر بنانے کا اس سے بہتر طریقہ شکل 3.24 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک ہی مقناطیسی قالب پر تینوں ٹرانسفارمر کے لچھے لپٹے گئے ہیں۔ اس شکل میں \hat{V}_{i1} پہلے ٹرانسفارمر کا ابتدائی لچھا جبکہ \hat{V}_{s1} اس کا ثانوی لچھا ہے۔ اس طرح کے تین مرحلہ ٹرانسفارمر سستے، ہلکے اور چھوٹے ہونے کی وجہ سے عام ہو گئے ہیں اور آپ کو روزمرہ زندگی میں یہی نظر آئیں گے۔ ان میں برقی ضیاع بھی قدر کم ہوتی ہے۔

شکل 3.25-الف میں تین ٹرانسفارمر دکھائے گئے ہیں۔ ان تین ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے آپس میں دو طریقوں سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ ایک کو ستارہ نما جوڑ⁷⁰ Y اور دوسرے کو ٹکونی جوڑ⁷¹ Δ کہتے ہیں۔ اسی طرح ان تینوں ٹرانسفارمر کے ثانوی لچھے انہیں دو طریقوں سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ یوں انہیں جوڑنے کے چار ممکنہ طریقے ہیں یعنی

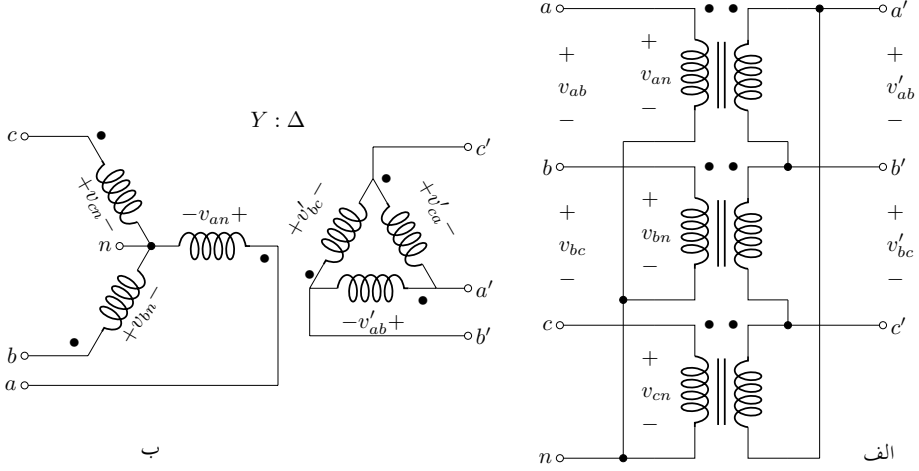
- ستارہ: ٹکونی $Y : \Delta$
- ستارہ: ستارہ $Y : Y$
- ٹکونی: ٹکونی $\Delta : \Delta$

⁶⁸ single phase

⁶⁹ three phase

⁷⁰ star connected

⁷¹ delta connected



شکل 3.25: تین مرحلہ ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر

• تکونی: ستارہ $\Delta : Y$

شکل 3.25-الف میں ان تین ٹرانسفارمرز کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما جوڑا گیا ہے جبکہ ان کی ثانوی لچھوں کو تکونی جوڑا گیا ہے۔ شکل-ب میں تینوں ٹرانسفارمرز کی ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح ثانوی لچھوں کو تکونی دکھایا گیا ہے۔ انہی شکلوں کی وجہ سے ان کو ستارہ نما جوڑ اور تکونی جوڑ کہتے ہیں۔

ایسی شکل بناتے وقت تینوں ٹرانسفارمرز کے ابتدائی لچھے کو جس زاویہ پر بنایا جاتا ہے اس کے ثانوی لچھے کو بھی اسی زاویہ پر بنایا جاتا ہے۔ یوں شکل کے حصہ الف میں سب سے اوپر ٹرانسفارمر جس کے ابتدائی جانب کے سرے an اور ثانوی جانب کے سرے $a'n'$ ہیں کو حصہ با میں صفر زاویہ پر بنایا گیا ہے۔ تین مرحلہ ٹرانسفارمرز کو اس طرح کی علامتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان میں قالب نہیں دکھایا جاتا۔

ٹرانسفارمر کے جوڑ بیان کرتے وقت بائیں جانب کے جوڑ کو پہلے اور دائیں جانب کی جوڑ کو بعد میں پکارتے ہیں۔ یوں شکل میں ٹرانسفارمر کو ستارہ-تکونی جوڑا ٹرانسفارمر کہیں گے۔ اسی طرح ابتدائی جانب کو بائیں اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔ یوں اس شکل میں ابتدائی جانب ستارہ نما ہے جبکہ ثانوی جانب تکونی ہے۔

ستارہ نما جڑی جانب سے چار برقی تاریں نکلتی ہیں۔ اس جانب لچھوں کے مشترکہ سر n کو عموماً ٹرانسفارمر کے

نزدیک زمین میں گہرائی تک دھنسا دیا جاتا ہے۔ اس تار کو زمین تار⁷² یا صرف زمین⁷³ کہتے ہیں۔ عام فہم میں اسے ٹھنڈی تار⁷⁴ کہتے ہیں۔ باقی تین یعنی a, b, c گرم تار⁷⁵ کہلاتے ہیں۔

ٹرانسفارمر کی لچھے پر برقی دباؤ کو ایک مرحلہ برقی دباؤ⁷⁶ \hat{V} کہتے ہیں اور لچھے میں برقی رو کو ایک مرحلہ برقی رو⁷⁷ \hat{I} کہتے ہیں۔ جبکہ ٹرانسفارمر سے باہر نکلتی کسی دو گرم تاروں کے مابین برقی دباؤ کو تار کے برقی دباؤ⁷⁸ \hat{V}_{tar} کہتے ہیں اور کسی بھی گرم تار میں برقی رو کو تار کے برقی رو⁷⁹ \hat{I}_{tar} کہتے ہیں۔ زمینی تار میں برقی رو کو زمین برقی رو⁸⁰ $\hat{I}_{زمینی}$ کہتے ہیں۔

ستارہ نما Y جانب کے مرحلہ مقداروں اور تار کی مقداروں کا آپس میں یوں رشتہ ہے

$$\begin{aligned} V_{tar} &= \sqrt{3}V_{مرحلہ} \\ I_{tar} &= I_{مرحلہ} \end{aligned} \quad (3.37)$$

جبکہ ٹکونی Δ جانب یک مرحلہ اور تار کی مقداروں کا آپس میں یوں رشتہ ہے

$$\begin{aligned} V_{tar} &= V_{مرحلہ} \\ I_{tar} &= \sqrt{3}I_{مرحلہ} \end{aligned} \quad (3.38)$$

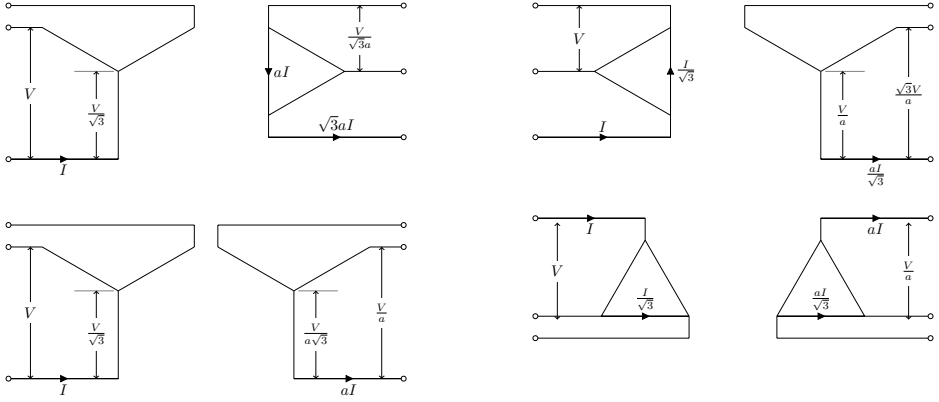
یہ مرحلی سمتیہ کے رشتے نہیں بلکہ ان کی غیر سمتی قیمتوں کے رشتے ہیں۔ ان دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے

$$V_{tar}I_{tar} = \sqrt{3}V_{مرحلہ}I_{مرحلہ} \quad (3.39)$$

چونکہ ایک مرحلہ ٹرانسفارمر کی وولٹ-ایمپیئر⁷⁶ $V_{مرحلہ}I_{مرحلہ}$ ہیں اور ایسے تین ٹرانسفارمر مل کر ایک تین مرحلہ ٹرانسفارمر بناتے ہیں لہذا تین مرحلہ ٹرانسفارمر کی وولٹ-ایمپیئر اس کے تین گنا ہوں گے یعنی

$$(3.40) \quad 3V_{مرحلہ}I_{مرحلہ} = 3 \times \frac{V_{tar}I_{tar}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}V_{tar}I_{tar}$$

ground⁷²
ground, earth, neutral⁷³
neutral⁷⁴
live wires⁷⁵
phase voltage⁷⁶
phase current⁷⁷
line to line voltage⁷⁸
line current⁷⁹
ground current⁸⁰



شکل 3.26: ابتدائی اور ثانوی جانب تار اور یک مرحلہ مقداروں کے رشتے۔

یہ مساوات تمیز مرحلہ ادوار میں عام استعمال ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کسی طرح بھی جوڑے جائیں وہ اپنی بنیادی کارکردگی تبدیل نہیں کرتے لہذا انہیں ستارہ نما یا تکلونی جوڑنے کے بعد بھی ان میں ہر ایک ٹرانسفارمر انفرادی طور پر صفحہ 66 پر دئے مساوات 3.16 اور صفحہ 70 پر دئے مساوات 3.23 پر پورے اترے گا۔ انہیں استعمال کر کے شکل 3.26 میں دیئے گئے ٹرانسفارمروں کے ابتدائی اور ثانوی جانب کی یک مرحلہ اور تار کی مقداروں کے رشتے حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ اس شکل میں $a = N_1/N_2$ ہے جہاں $N_1 : N_2$ ان میں ایک مرحلہ ٹرانسفارمر کے چکر کی نسبت ہے۔ تین مرحلہ ٹرانسفارمر پر لگی تختی پر دونوں جانب تار کی برقی دباؤ کی نسبت لکھی جاتی ہے۔

جیسے شکل 3.26 میں دکھایا گیا ہے ستارہ-تکلونی ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کی نسبت

$$(3.41) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \sqrt{3}a = \sqrt{3} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

جبکہ ستارہ-ستارہ کا

$$(3.42) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

تکلونی-ستارہ کا

$$(3.43) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

اور ٹکونی-ٹکونی کا

$$(3.44) \quad \frac{V_{ابتدائی}}{V_{ثانوی}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

ہے۔

مثال 3.8: ایک مرحلہ تین یکساں ٹرانسفارمرز کو ستارہ-ٹکونی Δ : Y جوڑ کر تین مرحلہ ٹرانسفارمر بنایا گیا ہے۔ ایک مرحلہ ٹرانسفارمر کی برقی سکے⁸¹ درج ذیل ہے:

$$50 \text{ kV A}, \quad 6350 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ستارہ-ٹکونی ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب 11000 وولٹ کی تین مرحلہ تار کی برقی دباؤ لاگو کیا گیا۔ اس تین مرحلہ ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب تار کا برقی دباؤ معلوم کریں۔

حل: حل کرتے وقت ہم ایک عدد ایک مرحلہ ٹرانسفارمر پر نظر رکھیں گے۔ ابتدائی جانب اگر ایک مرحلہ ٹرانسفارمر پر غور کیا جائے تو

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{6350}{440}$$

اور اس پر لاگو برقی دباؤ مساوات 3.37 کی مدد سے

$$V_{یکمرحلہ ابتدائی} = \frac{V_{تار}}{\sqrt{3}} = \frac{11000}{\sqrt{3}} = 6350.85 \text{ V}$$

ہے لہذا اس ایک مرحلہ ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب مساوات 3.16 کی مدد سے

$$V_{ثانوی} = \frac{N_2}{N_1} V_{ابتدائی} = \frac{440}{6350} \times 6350.85 \approx 440 \text{ V}$$

ہیں۔ چونکہ ثانوی جانب ان تین ایک مرحلہ ٹرانسفارمرز کو ٹکونی جوڑا گیا ہے لہذا مساوات 3.38 کی مدد سے اس جانب تار کی برقی دباؤ یہی ہوگی۔ اس تین مرحلہ ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کی نسبت

$$\frac{V_{تار ابتدائی}}{V_{تار ثانوی}} = \frac{11000}{440}$$

ہے۔ چونکہ ایک مرحلہ ٹرانسفارمر 50 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہے لہذا یہ تین مرحلہ ٹرانسفارمر 150 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہو گا۔ یوں اس تین مرحلہ ٹرانسفارمر کی سکت⁸²

$$150 \text{ kV A}, \quad 11000 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ہو گی۔

ٹرانسفارمر پر لگی تختی⁸³ پر اس کی سکت بیان ہوتی ہے جس میں ٹرانسفارمر کے دونوں جانب تار کے برقی دباؤ لکھے جاتے ہیں نہ کہ لچھوں کے چکر۔ □

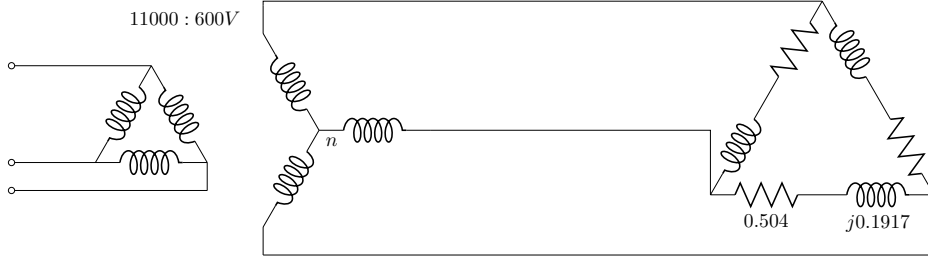
ستارہ-ستارہ جڑے ٹرانسفارمر عام طور استعمال نہیں ہوتے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ اگرچہ ان کی تین مرحلہ برقی دباؤ کے بنیادی جزو آپس میں 120° زاویائی فاصلے پر ہوتے ہیں لیکن ان کی تیسری موسیقائی جزو آپس میں ہم قدم ہوتی ہیں۔ قالب کی غیر بتدریج خصوصیات کی وجہ سے ٹرانسفارمر میں ہر صورت تیسری موسیقائی جزو پائے جاتے ہیں۔ تیسری موسیقائی جزو ہم قدم ہونے کی وجہ سے جمع ہو کر ایک نہایت بڑی برقی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جو کبھی کبھی برقی دباؤ کی بنیادی جزو سے بھی زیادہ بڑھ جاتی ہے۔

بقایا تین قسم کے جڑے ٹرانسفارمر میں برقی دباؤ کی تیسری موسیقائی جزو مسئلہ نہیں کرتیں چونکہ ان میں تکونی جڑے لچھوں میں برقی رو گھومنے شروع ہو جاتی ہے جو ان کے اثر کو ختم کر دیتی ہے۔

تین مرحلہ ٹرانسفارمر کے متوازن دور حل کرتے وقت ہم تصور کرتے ہیں کہ ٹرانسفارمر ستارہ نما جڑا ہے۔ یوں اس کے ایک مرحلے میں برقی رو، تار کی برقی رو ہی ہو گی اور اس کے ایک مرحلے پر لاگو برقی دباؤ، ایک مرحلہ برقی دباؤ ہو گا۔ اسی طرح ہم تصور کرتے ہیں کہ اس پر لدا برقی بوجھ بھی ستارہ نما جڑا ہے۔ یوں تین مرحلہ کی جگہ ہم ایک مرحلہ دور کا نسبتاً آسان مسئلہ حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ یہ ایک مثال سے زیادہ بہتر سمجھ آئے گا۔

مثال 3.9: ایک تین مرحلہ $Y : \Delta$ 2000 کلو وولٹ-ایمپیئر، 600 : 11000 وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والا کامل ٹرانسفارمر تین مرحلہ کے متوازن برقی بوجھ کو طاقت مہیا کر رہا ہے۔ یہ بوجھ تکونی جڑا ہے جہاں بوجھ کا ہر حصہ $(0.504 + j0.1917)$ کے برابر ہے۔ شکل 3.27 میں یہ دکھایا گیا ہے۔

• اس شکل میں ہر جگہ برقی رو معلوم کریں۔



شکل 3.27: ٹرانسفارمر متکونی متوازن بوجھ کو طاقت فراہم کر رہا ہے۔

• برقی بوجھ⁸⁴ کو درکار طاقت معلوم کریں

حل:

پہلے تکونی بوجھ کو ستارہ نما بوجھ میں تبدیل کرتے ہیں

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3} = \frac{0.504 + j0.1917}{3} = 0.168 + j0.0639$$

اس بوجھ کو ستارہ نما جڑا شکل 3.28 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ایک برقی تار جسے نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے کو ٹرانسفارمر کی زمینی نقطہ سے بوجھ کے مشترکہ سرے کے درمیان جڑا دکھایا گیا ہے۔ متوازن دور میں اس تار میں برقی رو صفر ہوگی۔ حل کرنے کی نیت سے ہم اس متوازن دور سے ایک مرحلہ لے کر حل کرتے ہیں۔

یوں مساوی برقی بوجھ میں برقی رو

$$I = \frac{346.41}{0.168 + j0.0639} = 1927.262 \angle -20.825^\circ$$

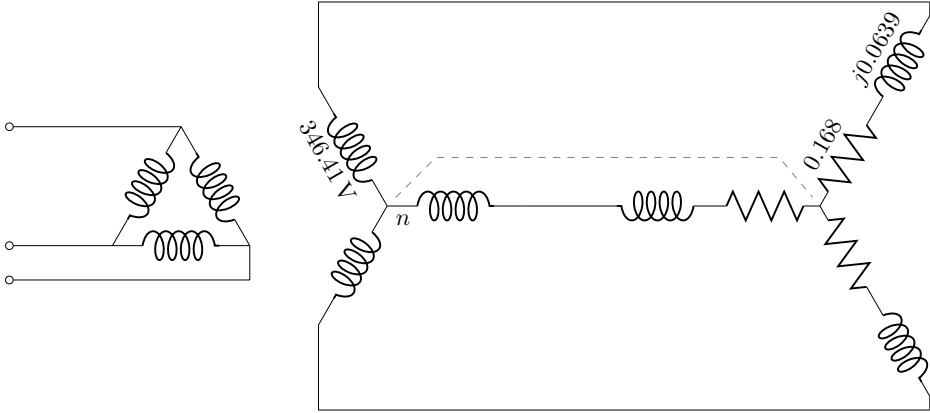
ہوگی اور اس ایک مرحلہ میں طاقت

$$p = 346.41 \times 1927.262 \times \cos(-20.825^\circ) = 624007 \text{ W}$$

ہوگی۔ یوں برقی بوجھ کو پوری درکار برقی طاقت اس کے تین گنا ہوگی یعنی 1872 kW اس بوجھ کا جزو طاقت⁸⁵

$$\cos(-20.825^\circ) = 0.93467$$

rating⁸²
name plate⁸³
electrical load⁸⁴
power factor⁸⁵



شکل 3.28: تین بوجھ کو مساوی ستارہ بوجھ میں تبدیل کیا گیا ہے۔

ہے۔

تکونی بوجھ میں برقی رو $1112.7 = \frac{1927.262}{\sqrt{3}}$ ایمپیر ہو گی۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب برقی تاروں میں برقی رو

$$\left(\frac{600}{11000} \right) \times 1927.262 = 105.12$$

□

ایمپیر ہو گی۔

اس مثال میں جزو طاقت 0.93467 ہے۔ اس کتاب کے لکھتے وقت پاکستان میں اگر صنعتی کارخانوں کی برقی بوجھ کی جزو طاقت 0.9 سے کم ہو جائے تو برقی طاقت فراہم کرنے والا ادارہ (واپڈا) جرمانہ نافذ کرتا ہے۔

3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر

ہم دیکھ چکے ہیں کہ اگر ٹرانسفارمر کے قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو سائن نما ہو یعنی $B = B_0 \sin \omega t$ تو اس کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v = e &= N \frac{\partial \phi}{\partial t} = N A_c \frac{\partial B}{\partial t} \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= V_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

یعنی

$$(3.45) \quad B_0 = \frac{V_0}{\omega N A_c}$$

یہ مساوات برقرار چالو⁸⁶ ٹرانسفارمر کے لئے درست ہے۔

تصور کریں کہ ایک ٹرانسفارمر کو چالو کیا جا رہا ہے۔ چالو ہونے سے پہلے قالب میں مقناطیسی بہاو صفر ہے اور جس لمحہ اسے چالو کیا جائے اس لمحہ بھی یہ صفر ہی رہتا ہے۔

جس لمحہ ٹرانسفارمر کو چالو کیا جائے اس لمحہ لاگو برقی دباؤ

$$v = V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

ہے۔ اگر $\theta = \pi/2$ یہ لمحہ ہو تو آدھے دورے⁸⁷ کے بعد قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{N A_c} \int_0^{\pi/\omega} V_0 \cos(\omega t + \pi/2) dt \\ &= \frac{V_0}{\omega N A_c} \sin(\omega t + \pi/2)_0^{\pi/\omega} \\ &= - \left(\frac{2V_0}{\omega N A_c} \right) \end{aligned}$$

⁸⁶ steady state
⁸⁷ time period

یعنی کثافتِ مقناطیسی بہاو کا طول معمول سے دگنا ہو گا۔ اگر یہی حساب $\theta = 0$ لمحہ کے لئے کیا جائے تو زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو بالکل مساوات 3.45 کے عین مطابق ہو گا۔ ان دو زاویوں کے مابین زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو ان دو حدود کے درمیان رہتا ہے۔

قالب کی $B - H$ خط غیر بتدریج بڑھتا ہے۔ لہذا B دگنا کرنے کی خاطر H کو کئی گنا بڑھانا ہو گا جو لچھے میں محرک برقی رو بڑھانے سے ہوتا ہے⁸⁸۔ یہاں صفحہ 51 پر دکھائے شکل 2.16 سے رجوع کریں۔ قومی ٹرانسفارمرز میں ہجانی کثافتِ مقناطیسی بہاو کی چوٹی $1 \leq B_0 \leq 1.3$ ہوتی ہے۔ ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ یوں کثافتِ مقناطیسی بہاو 2 سے 2.6 ٹسلا تک ہو سکتی ہے جس کے لئے درکار ہجانی انگیز برقی رو نہایت زیادہ ہو گی۔

⁸⁸ 2000 کلودولٹ۔ انجینئر ٹرانسفارمر سے چالو کرتے وقت تھر تھراپٹ کی آواز آتی ہے

باب 4

برقی اور میکائی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رو یا مقناطیسی بہاو کی مدد سے برقی توانائی کو میکائی توانائی یا میکائی توانائی کو برقی توانائی میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ مختلف مشینیں میں یہ عمل ہوتا ہے۔ ناپنے کے مشین نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں۔ ان میں لاؤڈ سپیکر، مائکروفون وغیرہ شامل ہیں۔ ان کے برعکس ایک اور قسم کے مشین قوت پیدا کرتے ہیں۔ ان میں برقی مقناطیس، ریلے¹ وغیرہ شامل ہیں۔ ایک تیسری قسم، جن میں برقی موٹر اور جنریٹر شامل ہیں، لگاتار توانائی کو ایک شکل سے دوسری شکل میں تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاو کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ برقی رو کی مدد سے توانائی کے تبادلہ کو انہیں طرح کے طریقوں سے حل کیا جاتا ہے اگرچہ ان کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

اس باب میں جو تراکیب ہم سیکھیں گے وہ بہت اہمیت رکھتے ہیں اور انجنیئرنگ میں بہت سے مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔

relay¹

4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مردوڑ

اگر ایک برقی میدان میں برقی بار q رکھا جائے تو اس پر قوت

$$(4.1) \quad F = qE$$

پائی جاتی ہے۔ اگر برقی بار مثبت ہو تو یہ قوت برقی شدت E کی سمت میں ہوتی ہے اور اگر برقی بار منفی ہو تو یہ قوت E کی الٹ سمت میں ہوتی ہے۔ اسی طرح اگر ایک برقی بار مقناطیسی میدان میں حرکت کر رہا ہو اور اس کی سمتی رفتار v ہو تو اس پر قوت

$$(4.2) \quad F = q(v \times B)$$

پائی جاتی ہے۔ اس مرتبہ مثبت برقی بار پر قوت کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون³ سے معلوم کی جاتی ہے۔ اگر دائیں ہاتھ کی چار انگلیاں v کی سمت میں رکھ کر انہیں B کی سمت میں موڑا جائے تو انگوٹھا F کی سمت میں ہو گا۔ منفی برقی بار پر قوت اس کے مخالف سمت میں ہو گی۔ یہاں سمتی رفتار q اور B کے مابین ہے۔ اگر ایک برقی بار بیک وقت مقناطیسی اور برقی میدان میں حرکت کر رہا ہو تب اس پر قوت ہمیں گزشتہ دو قوانین ملا کر یعنی مساوات لورینز⁴ سے ملتی ہے۔

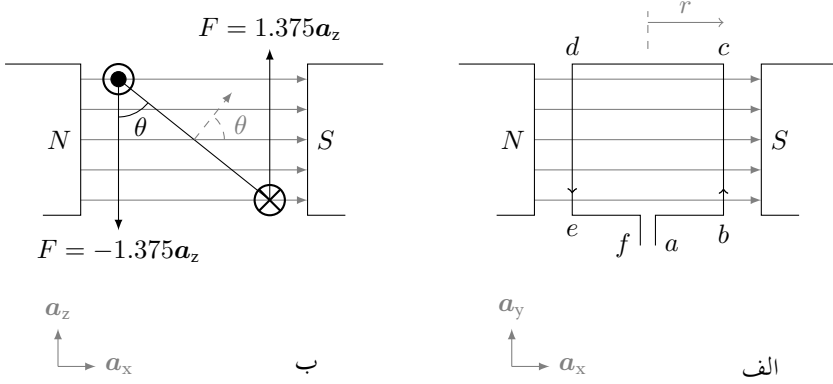
$$(4.3) \quad F = q(E + v \times B)$$

مساوات 4.2 میں اگر $v = dL/dt$ لی جائے تو اسے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.4) \quad \begin{aligned} F &= q \left(\frac{dL}{dt} \times B \right) \\ &= \frac{q}{dt} (dL \times B) \\ &= i (dL \times B) \end{aligned}$$

مثال 4.1: شکل 4.1 میں ایک لچھا مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کی رداس 15 سم، محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیر ہے۔ کثافت مقناطیسی بہاؤ کو نقطہ دار نوک والی لکیروں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کی جانب دکھایا گیا ہے۔ اگر کثافت مقناطیسی بہاؤ 0.55 ٹیسلا ہو تو

velocity²
right hand rule³
Lorenz equation⁴



شکل 4.1: ایک پیکر کے لچھے پر قوت اور قوت مسروڑ

• لچھے کے اطراف پر قوت معلوم کریں اور

• لچھے پر قوت مسروڑ τ معلوم کریں

حل: شکل-الف اور ب میں کارتیسی اکائی سمتیہ دیئے گئے ہیں۔ اگر برقی تار کے سروں کو نظر انداز کیا جائے اور اسے ایک بند دائرہ سمجھا جائے تو شکل-الف میں برقی رو کی سمت میں تار کے اطراف کی لمبائیاں

$$L_{bc} = l a_y$$

$$L_{cd} = -2r a_x$$

$$L_{de} = -l a_y$$

$$L_{eb} = 2r a_x$$

ہیں جبکہ $B = B_0 a_x$ سے ان اطراف پر قوت

$$\mathbf{F}_{bc} = i (L_{bc} \times B_0 a_x)$$

$$= 5 (0.5 a_y \times 0.55 a_x)$$

$$= -1.375 a_z$$

$$\mathbf{F}_{cd} = 5 (-0.3 a_x \times 0.55 a_x)$$

$$= 0$$

$$\mathbf{F}_{de} = 5 (-0.5 a_y \times 0.55 a_x)$$

$$= 1.375 a_z$$

$$\mathbf{F}_{ea} = 0$$

نیوٹن ہوگی۔ ہم دیکھتے ہیں کہ قوت محوری لمبائی کی جانب اطراف پر ہی لاگو ہے۔ یہ دو قوت حصہ باہمیں دکھائے گئے ہیں جہاں سے یہ واضح ہے کہ یہ قوت مروڑ پیدا کریں گی۔ اس قوت مروڑ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے بھی باآسانی معلوم کی جاسکتی ہے۔ قوت مروڑ

$$\begin{aligned}\tau &= -1.375 \times 2 \times 0.15 \times \sin \theta a_y \\ &= -0.4125 \sin \theta a_y\end{aligned}$$

□

نیوٹن۔ میٹر ہے۔

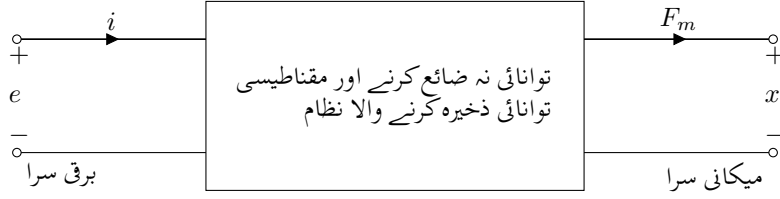
ان مساوات کا استعمال صرف سادہ ترین جگہوں ممکن ہوتا ہے۔ استعمال میں آنے والی مشین میں ان مساوات سے قوت کا تعین کرنا نہایت مشکل ثابت ہوتا ہے۔ اب ہم وہ طریقہ دیکھتے ہیں جس کی مدد سے ہم مختلف مشین میں قوت کا تعین کر سکیں گے۔ اس طریقہ کو توانائی کا طریقہ کہتے ہیں اور یہ توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔

گھومتی برقی مشین میں عموماً دو لچھے ہوتے ہیں۔ ان میں ایک لچھا مشین کے ساکن حصہ پہ لپٹا ہوتا ہے اور اسی لئے ساکن رہتا ہے۔ لہذا اس کو ساکن لچھا⁵ کہتے ہیں۔ دوسرا لچھا مشین کے گھومنے والے حصہ پہ لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ لہذا اس کو گھومتا لچھا⁶ کہتے ہیں۔ ایسے مشین کو اس طرح سمجھنا نہایت آسان ہے کہ ہم ان دو لچھوں کو دو مقناطیس سمجھیں۔ جس طرح دو مقناطیس اگر قریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال N دوسرے کے جنوب S کی سمت ہو۔

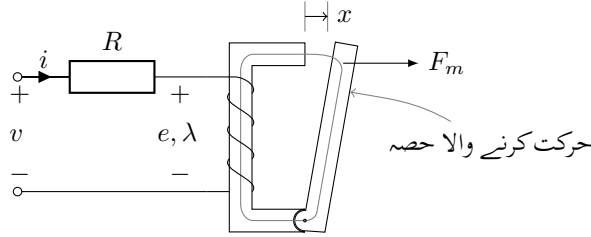
موٹر میں دونوں لچھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ ساکن لچھے کا مقناطیسی بہاؤ، گھومتے لچھے کے مقناطیسی بہاؤ سے کچھ آگے رہتا ہے اور اسے کھینچتا رہتا ہے۔ ایسا کرنے سے یہ کام کرتا ہے۔ جنریٹر میں اس کے برعکس گھومتا لچھا، ساکن لچھے پر کام کرتے ہوئے اس میں برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

توانائی کے طریقے کو شکل 4.2 کی مدد سے سمجھا جاسکتا ہے۔ یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس سے یہ میکانیکی توانائی پیدا کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے دو متغیر e اور i ہیں اور میکانیکی توانائی کے متغیر فاصلہ x اور میدانی قوت F_m ⁷ ہیں۔ اس شکل میں بائیں جانب یعنی ابتدائی یا اولین جانب i کا رخ باہر سے اندر کی طرف ہے اور دائیں جانب یعنی ثانوی جانب F_m کا رخ اندر سے باہر کی جانب ہے۔ یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل 3.6 کی مانند ہے۔

stator coil⁵rotor coil⁶⁷میدانی قوت F_m میں چھوٹی لکھا نیچے میں m لفظ میدانی کو ظاہر کر رہا ہے۔



شکل 4.2: برقی توانائی سے میکانیکی توانائی کے تبادلہ کا نظام۔



شکل 4.3: قوت پیدا کرنے والا آلہ۔

اگر نظام میں توانائی کی ضیاع کو توانائی کے ذخیرہ ہونے سے علیحدہ کرنا ممکن ہو تو ایسی صورت میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن سے پیش کیا جاتا ہے۔ شکل 4.3 میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں لچکا برقی نظام کو پیش کرتا ہے اور حرکت کرنے والا حصہ میکانیکی نظام کو پیش کرتا ہے۔ یہاں لچھے میں توانائی کے ضیاع کو، بیرونی مزاحمت R سے ظاہر کیا گیا ہے۔

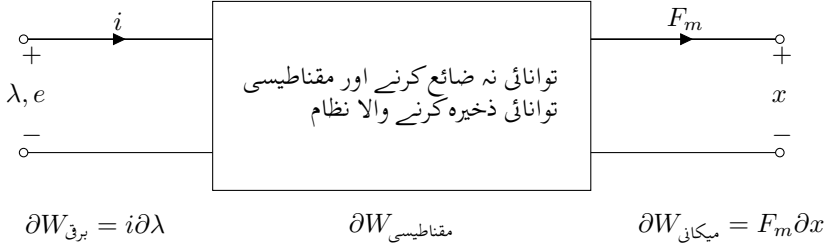
توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جاسکتی ہے اور نا ہی اسے تباہ کیا جاسکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ لہذا اسے جو برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}}$ دی جائے اس میں سے کچھ میکانیکی توانائی $\partial W_{\text{میکانی}}$ میں تبدیل ہوگی، کچھ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ ہوگی یعنی مقناطیسی $\partial W_{\text{مقناطیسی}}$ اور بقیہ مختلف طریقوں سے ضائع $\partial W_{\text{ضائع}}$ ہوگی جو ہمارے کسی کام نہ آسکے گی۔ یعنی

$$(4.5) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}}$$

اگر برقی توانائی کے ضیاع کو نظر انداز کیا جائے تو

$$(4.6) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}}$$

اس مساوات کو ∂t سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے



شکل 4.4: توانائی کی شکل تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

$$(4.7) \quad \frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقناطیسی}}}{\partial t}$$

یہ مساوات توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتا ہے۔ اگر ہم بائیں ہاتھ کی جانب یعنی برقی طاقت کو ei لکھیں اور دائیں ہاتھ کی جانب میکانیکی حصہ میں $F_m\partial x = \partial W_{\text{میکانی}}$ لکھیں تو

$$(4.8) \quad ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں W_m مقناطیسی کو لکھا گیا ہے۔ مساوات 2.27 کے استعمال سے اسے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.9) \quad i \frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

یا

$$(4.10) \quad \partial W_m = i\partial\lambda - F_m\partial x$$

مساوات 4.10 توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ یہ مساوات استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لورینز کے قانون⁸ سے ہی پیدا ہوتی ہے۔ مساوات 4.10 میں برقی متغیر i اور e کی بجائے λ اور x ہیں۔ لہذا شکل 4.2 کو شکل 4.4 کی طرح بھی بنایا جاسکتا ہے۔

کسی بھی تفاعل⁹ $z(x, y)$ کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$(4.11) \quad dz(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

Lorenz equation⁸
function⁹

اسی طرح ہم $W_m(x, \lambda)$ کے لئے لکھ سکتے ہیں۔

$$(4.12) \quad \partial W_m(x, \lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda$$

اس مساوات اور مساوات 4.10 سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ

$$(4.13) \quad F_m(x, \lambda) = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$$

$$(4.14) \quad i(x, \lambda) = \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{x_0}$$

اگر ہم مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x, \lambda)$ معلوم کر سکیں تو مساوات 4.13 کو استعمال کر کے ہم قوت کا حساب لگا سکتے ہیں۔ ہم اگلے حصہ میں یہی کرتے ہیں۔

4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل 4.3 میں ایک لچھے کا سادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے پیش کیا گیا ہے۔ میکانی نظام میں حرکت کرنے والے حصہ کے کیت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔ اگر اس کیت کے اثر کا بھی حساب لگانا ہو تو اس کیت کو ایک بیرونی کیت تصور کیا جا سکتا ہے۔ اس طرح تبادلہ توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والے مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔ عموماً حرکت تب ممکن ہوتی ہے جب مقناطیسی قالب میں خلاء ہو جو کم اور زیادہ ہو سکے۔ عموماً $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ہوتا ہے۔ لہذا جب بھی خلائی درز رکنے والی مقناطیسی دور حل کرنی ہو، ہم \mathcal{R}_c کو نظر انداز کر سکتے ہیں۔ ایسا کرنے سے، جیسا مساوات 2.19 میں دیا گیا ہے، ہم مقناطیسی دباؤ τ اور مقناطیسی بہاؤ ϕ کو براہ راست متناسب لکھ سکتے ہیں۔ اسی طرح مساوات 2.29 کو اب ہم یوں لکھ سکتے ہیں

$$(4.15) \quad \lambda = L(x)i$$

اس مساوات میں امالہ کو $L(x)$ لکھ کر اس بات کی نشاندہی کی گئی ہے کہ یہ صرف اور صرف شکل 4.3 میں خلاء کی لمبائی x پر منحصر ہے۔

شکل 4.3 میں قوت F_m کی سمت میں طے ہونے والا فاصلہ x ہے۔ یوں میکانیکی کام $F_m dx = \partial W_{\text{میکانیکی}}$ کے برابر ہو گا جبکہ $\partial W_{\text{برقی}} = i d\lambda$ یوں شکل 4.3 کو مساوات 4.10 ظاہر کرتی ہے۔ اگر ہمیں مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی W_m معلوم کرنی ہو تو ہمیں مساوات 4.10 کا مکمل¹⁰ لینا ہو گا۔ یعنی

$$(4.16) \quad \int \partial W_m = \int i(x, \lambda) d\lambda - \int F_m(x, \lambda) dx$$

اس مکمل کا حصول شکل 4.5 سے واضح ہو گا۔ ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی نہیں دی گئی۔ اس لئے اس میں برقی رو صفر ہے۔ برقی رو صفر ہونے کی وجہ سے مقناطیسی بہاؤ اور ارتباط بہاؤ بھی صفر ہے۔ اسی وجہ سے مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی صفر ہے۔ یوں قوت اور حرکت بھی صفر ہے۔ یعنی ابتدائی نقطہ پر

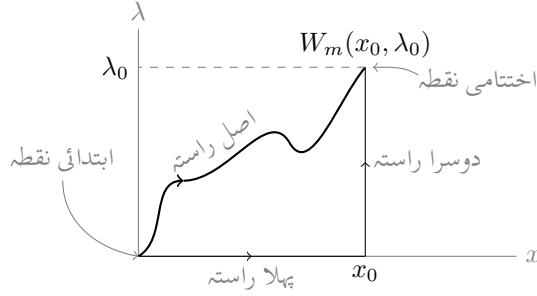
$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ہے۔ ابتدائی نقطہ شکل 4.5 میں دکھایا گیا ہے۔ ہم اب لچھے کو برقی توانائی فراہم کرتے ہیں۔ لچھے میں برقی رو رواں ہوتی ہے جس سے قوت اور حرکت پیدا ہوتی ہے۔ ہم آخر کار اختتامی نقطے پہ پہنچ جاتے ہیں۔ اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پہ $\lambda = \lambda_0$ اور $x = x_0$ ہے اور یہاں مقناطیسی میدان میں توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ ہے۔ ہم ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھاتے ہیں کہ λ اور x شکل 4.5 میں موٹی لکیر سے دکھائے اصل راستے پر رہیں۔ لہذا ہمیں آخری نقطہ پہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات 4.16 کا اصل راستے پہ مکمل کرنا ہو گا۔ ایسا کرنا خاصا مشکل کام ہے۔ بجائے یہ ہم ایک بہتر راستہ اختیار کرتے ہیں۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقناطیسی میدان ایک قدامت پسند میدان¹¹ ہے جس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے x_0 اور λ_0 کی مقدار پر منحصر ہے¹²۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ ہم جس راستے سے بھی آخری نقطہ تک پہنچیں ہمیں مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی یکساں ملے گی۔ لہذا ہم مکمل کرتے وقت شکل 4.5 میں ابتدائی نقطہ سے پہلے راستے چلتے ہیں اور جب ہم فاصلہ x_0 طے کر لیں تو یہاں سے دوسرا راستہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ (x_0, λ_0) پہ پہنچتے ہیں۔ لہذا ہم مساوات 4.16 کو اب دو ٹکڑوں

integral¹⁰
conservative field¹¹

¹² تجاذبی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے اسی لئے اگر کیت m کو کسی بھی راستے h کی بندی تک لے جایا جائے تو اس کی توانائی mgh ہو گی۔



شکل 4.5: مقناطیسی میدان میں توانائی۔

میں لکھیں گے، نقطہ $(0, 0)$ سے نقطہ $(x_0, 0)$ تک اور پھر یہاں سے نقطہ (x_0, λ_0) تک

$$(4.17) \quad \int_{\text{راستہ اصل}} \partial W_m = \int_{\text{راستہ پہلا}} \partial W_m + \int_{\text{راستہ دوسرا}} \partial W_m$$

اس مساوات کی دائیں جانب جزو کو باری باری دیکھتے ہیں۔ پہلے راستے تکمیل کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.18) \quad \int_{\text{راستہ پہلا}} \partial W_m = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx$$

اس راستے جیسے شکل 4.5 سے ظاہر ہے اگر ہم $x = 0$ سے $x = x_0$ تک چلیں تو اس پورے راستے پر λ صفر کے برابر ہی رہتا ہے۔ مساوات 4.18 میں اس بات کو برقی رو $i(x, 0)$ اور قوت $F_m(x, 0)$ لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ λ کے شروع اور آخری مقدار برابر ہیں لہذا اس مساوات میں $\int_0^0 i(x, 0) d\lambda = 0$ ہے۔

اگر $\lambda = 0$ ہو تو مقناطیسی بہاؤ بھی صفر ہو گا۔ مقناطیسی بہاؤ کے صفر ہونے کا مطلب ہے کہ کوئی مقناطیسی اثر موجود نہیں لہذا قوت F_m بھی صفر ہو گا۔ اور ہم جانتے ہیں کہ صفر کا تکمیل صفر ہی ہوتا ہے۔ لہذا اس مساوات میں $\int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$ ہو گا۔ یوں پہلے راستے پر تکمیل یعنی مساوات 4.18 صفر کے برابر ہے یعنی

$$(4.19) \quad \int_{\text{راستہ پہلا}} \partial W_m = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$$

اسی طرح مساوات 4.17 کی دوسرے راستے کے مکمل کے جزو کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.20) \quad \int_{\text{راستہ دوسرا}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx$$

اس میں ہم دیکھتے ہیں کہ پورے راستے $x = x_0$ رہتا ہے۔ قوت کا مکمل صفر ہے چونکہ x کے ابتدائی اور اختتامی قیمتیں برابر ہیں۔ یعنی

$$(4.21) \quad \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx = 0$$

آخر میں رہ گیا برقی رو کا مکمل۔ مساوات 4.15 کو استعمال کرتے ہوئے

$$(4.22) \quad \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda = \frac{1}{L(x_0)} \int_0^{\lambda_0} \lambda d\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

اس طرح ہمیں آخر کار مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات حاصل ہو گئی۔

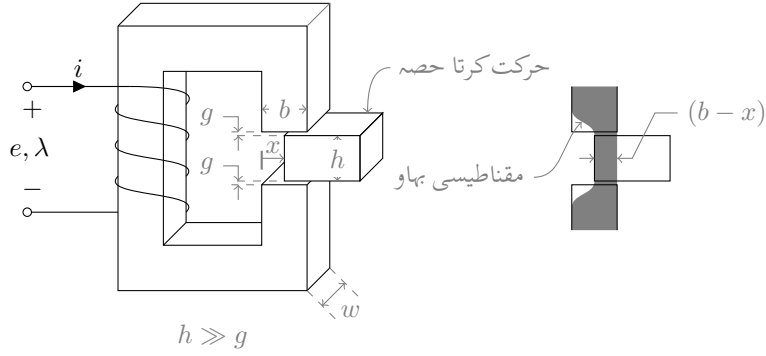
$$(4.23) \quad W = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 4.13 کے ذریعہ قوت $F_m(x, \lambda)$ اور مساوات 4.14 کے ذریعہ برقی رو $i(x, \lambda)$ کا حساب اب ممکن ہے۔

مثال 4.2: شکل 4.6 میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکت کرنے والے حصے اور ساکن حصے کے مابین خلائی درز g ہے۔ اگر $N = 500$ ، $g = 1 \text{ mm}$ ، $b = 0.2 \text{ m}$ ، $w = 0.4 \text{ m}$ اور $i = 30 \text{ A}$ ہوں تو اس خلائی درز میں توانائی W_m معلوم کریں۔

حل: چونکہ $h \gg g$ ہے لہذا مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ حرکت کرتے حصے سے گزرے گا۔ ساکن حصے میں مقناطیسی بہاو خلائی درز کے قریب مڑ کر حرکت کرتے حصے میں سے گزرے گا۔ ہمیں معلوم ہے کہ $W_m = \frac{\lambda^2}{2L}$ اور $L = \lambda i$ ہیں لہذا $W_m = \frac{1}{2} Li^2$ لکھا جاسکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g}$ اور $A_g = w(b - x)$ کے برابر ہیں۔ یوں

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g} i^2 \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{500^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.4(0.2 - x)}{2 \times 0.001} \times 30^2 \\ &= 28278(0.2 - x) \end{aligned}$$



شکل 4.6: حرکت اور توانائی۔

جاول کے برابر ہے۔

□

مثال 4.3: شکل 4.6 میں توانائی کے طریقہ سے قوت F_m معلوم کریں۔

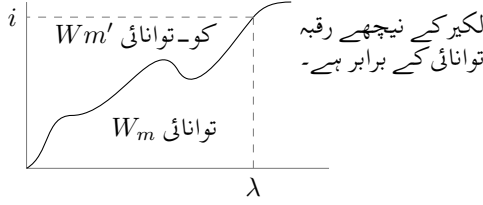
حل: مساوات 4.13 کہتا ہے کہ $F_m = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$ ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ توانائی کے متغیر x اور λ ہونے چاہئے۔

مثال 4.2 میں ہم نے توانائی معلوم کی۔ البتہ یہ معلوم کرنے کے لئے ہم نے λ کی بجائے $\lambda = Li$ استعمال کیا۔ یوں توانائی کے متغیر x اور i بن گئے۔ ہم $W_m(x, i) = 28278(0.2 - x)$ کو استعمال نہیں کر سکتے۔ ہمیں $W_m(x, \lambda)$ چاہئے۔ درست طریقہ یہ ہے

$$W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2 \left(\frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g} \right)} = \frac{g \lambda^2}{N^2 \mu_0 w (b - x)}$$

اب اسے مساوات 4.13 میں استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \\ &= - \frac{g \lambda^2}{N^2 \mu_0 w (b - x)^2} \end{aligned}$$



شکل 4.7: کو-توانائی کی تعریف۔

تفرق لینے کے بعد λ کی جگہ Li پُر کیا جاسکتا ہے۔ یوں قوت

$$\begin{aligned} F_m &= -\frac{gL^2 i^2}{N^2 \mu_0 w (b-x)^2} \\ &= -\frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} \\ &= -28278 \end{aligned}$$

نیوٹن حاصل ہوتا ہے۔ منفی قوت کا مطلب ہے کہ قوت x کی الٹ جانب ہے یعنی حرکت کرنے والا حصہ اس جانب حرکت کرے گا جس جانب فاصلہ کم ہوتا ہو۔ □

4.3 توانائی اور کو-توانائی

شکل 4.7 میں λ اور i کے مابین ترسیم دکھایا گیا ہے۔ جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ لکیر کے نیچے رقبہ دراصل توانائی ہی ہے۔ اگر ہم اس ترسیم پر کوئی ایک نقطہ (λ, i) لیں اور اس نکتے سے ایک لکیر نیچے کی طرف اور دوسری لکیر بائیں جانب کھینچے تو ہمیں ایک مستطیل ملتا ہے جس کا رقبہ λi کے برابر ہو گا۔ اگر اس میں سے ہم توانائی W_m منفی کر لیں تو جو مقدار ملتی ہے اس کو کو-توانائی W'_m کہتے ہیں یعنی

$$(4.24) \quad W'_m = \lambda i - W_m$$

اس مساوات کے تدریجی تفرق¹³

$$\begin{aligned}\partial W'_m &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m\end{aligned}$$

میں مساوات 4.10 کے استعمال سے

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

یعنی

$$(4.25) \quad \partial W'_m = \lambda \partial i + F_m \partial x$$

حاصل ہوتا ہے۔

مساوات 4.11، 4.12، 4.13 اور 4.14 کی طرح یہاں بھی کسی بھی تفاعل $z(x, y)$ کا تدریجی فرق

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

ہے۔ یوں ہم کو-توانائی $W'_m(x, i)$ کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$(4.26) \quad \partial W'_m(x, i) = \frac{\partial W'_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W'_m}{\partial i} di$$

اس مساوات کو مساوات 4.25 کے ساتھ دیکھیں تو

$$(4.27) \quad \lambda = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial i} \right|_{x_0}$$

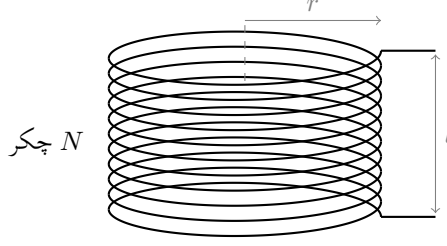
اور

$$(4.28) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{i_0}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ قوت معلوم کرنے کی یہ دوسری مساوات ہے۔ اس مساوات میں کو-توانائی استعمال ہوتی ہے جبکہ مساوات 4.13 میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔

بالکل توانائی کے طریقہ سے ان مساوات کے مکمل سے حاصل ہوتا ہے

$$(4.29) \quad W'_m(i_0, x_0) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x_0) di$$



شکل 4.8: پیچدار لچھا۔

جن نظام میں λ اور i تغیر راست ہوں اور جنہیں مساوات 2.29 کے تعلق سے پیش کیا جاسکے ان کے لئے اس مساوات کو مزید یوں حل کیا جاسکتا ہے۔

$$(4.30) \quad W'_m(i, x) = \int_0^i L(x)i \, di = \frac{L(x)i^2}{2}$$

کچھ مسائل میں توانائی اور کچھ میں کو-توانائی کا استعمال زیادہ آسان ہوتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.8 میں ایک پیچدار لچھا¹⁴ دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی l ، رداس r اور چکر N ہیں۔ ایسے پیچدار لچھے کی مقناطیسی بہاو محوری سمت میں لچھے کے اندر ہی رہتی ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاو کی مقدار قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ یوں لچھے کے اندر محوری لمبائی کی سمت میں میدانی شدت $H \approx NI/l$ ہوتی ہے۔

ایسے پیچدار لچھے موصل دھاتوں کو امالی برقی توانائی کے ذریعہ پگھلانے کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں۔ میں اس طرح کی 100 کلو واٹ سے 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی 100 کلو گرام سے 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے کی امالی برقی بمٹیا¹⁵ بناتا رہا ہوں جو 500 ہرٹز سے 1200 ہرٹز کے درمیان کام کرتی ہیں۔ اس طرح کے پیچدار لچھے میں غیر موصل پیالے میں موصل دھات کے ٹکڑے ڈالے جاتے ہیں اور اس لچھے میں بدلتی رو گزاری جاتی ہے۔ دھات میں بھنور نما امالی برقی رو اسے گرم کر کے پگھلا دیتی ہے۔ لوہے کو یوں 1650 ڈگری ٹمسن¹⁶ تک گرم کیا جاتا ہے۔

• اس پیچدار لچھے پر معین برقی رو I_0 گزرنے کی صورت میں رداسی سمت میں میکانیکی دباو یعنی قوت فی مربع رقبہ معلوم کریں۔

¹⁴ spiral coil¹⁵ high frequency, induction furnaces¹⁶ Celsius, Centigrade

• میری 3000 کلوگرام لوہا پگھلانے کی بھٹی کے پیچدار لچھے کی تفصیل کچھ یوں ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000 \text{ A}, \quad l = 0.94 \text{ m}, \quad r = 0.49 \text{ m}$$

اس پر رداسی سمت میں میکانی دباؤ، نیوٹن فی مربع میٹر، میں حاصل کریں۔

حل الف:

ہم کو-توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} \\ W'_m(r, i) &= \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l} \\ F &= \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l} \end{aligned}$$

یہ مثبت قوت رداسی سمت میں باہر کی جانب ہے۔ لچھے کی گول سطح $A = 2\pi rl$ ہے۔ یوں میکانی دباؤ

$$\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}$$

ہے۔

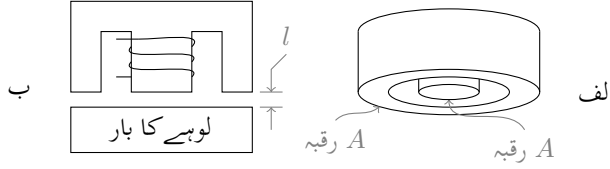
حل ب:

$$\frac{F}{A} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times 10000^2}{2 \times 0.94^2} = 8605 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

□

مثال 4.5: 2000 کلوواٹ سے 3000 کلوواٹ کی لوہا پگھلانے کی بھٹیاں 30 ٹن¹⁷ سے 70 ٹن لوہا روزانہ پگھلاتی ہیں۔¹⁸ اتنا وزن ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کی خاطر عموماً برقی مقناطیس استعمال ہوتا ہے۔ شکل 4.9-الف میں ایک ایسا ہی برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل کچھ یوں ہے۔

$$N = 300, \quad A = 0.8 \text{ m}^2, \quad I = 30 \text{ A}$$



شکل 4.9: برقی مقناطیس۔

اگر برقی مقناطیسی اور لوہے کے درمیان اوسط فاصلہ 2.5 سنی میٹر لیا جائے تو یہ برقی مقناطیسی کتنی کمیت لوہا اٹھا سکتی ہے۔

حل:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2l}$$

$$W'_m(l, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l}$$

$$F = \frac{\partial W_m}{\partial l} = -\frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l^2} = -\frac{4\pi 10^{-7} \times 300^2 \times 0.8 \times 30^2}{4 \times 0.0254^2} = 31\,558 \text{ N}$$

□

یوں یہ مقناطیس $\frac{31558}{9.8} = 3220 \text{ kg}$ کمیت اٹھا سکتا ہے۔

مثال 4.6: مثال 4.3 کو کو-توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: مساوات 4.30 سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2 \mu_0 w(b-x)i^2}{4g}$$

اور مساوات 4.28 سے

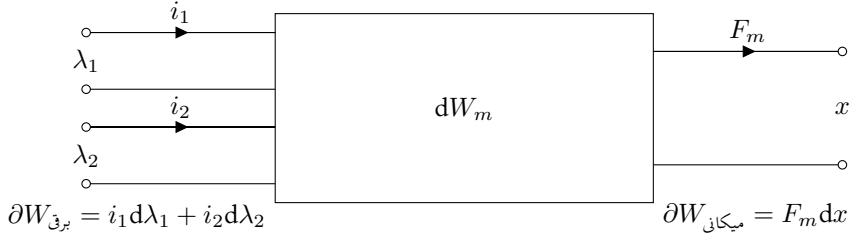
$$F_m = \frac{\partial W_m}{\partial x} = -\frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} = -28\,278 \text{ N}$$

□

یہ اتنی ہی قوت ہے۔ ہونا بھی ایسا ہی چاہئے۔

¹⁷ ہزار کلو گرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔

¹⁸ یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔



شکل 4.10: دو لچھوں کا نظام۔

4.4 زیادہ لچھوں کا مقناطیسی نظام

ابھی تک صرف ایک لچھے کے نظام کا مطالعہ کیا گیا ہے۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام کا مطالعہ کیا جائے گا۔ زیادہ لچھوں کا نظام بھی بالکل ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل 4.10 میں بائیں جانب ایک لچھے کا برقی رو i_1 اور دوسرے لچھے کا برقی رو i_2 ہے۔ لہذا

$$(4.31) \quad \partial W_{\text{برقی}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$(4.32) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

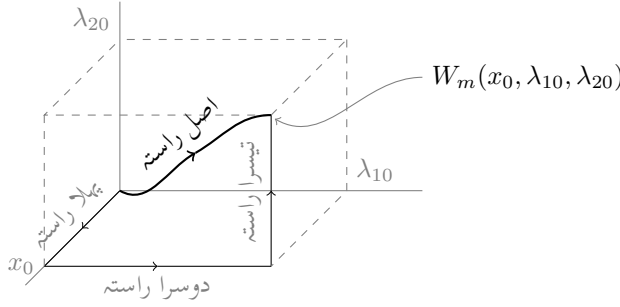
$$(4.33) \quad i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 = F_m dx + \partial W_m$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی گئی جسے مزید یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(4.34) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - F_m dx$$

اب بالکل مساوات 4.11 کی طرح

$$(4.35) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx$$



شکل 4.11: دو لچھوں کے نظام میں مقناطیسی میدان میں توانائی۔

اس مساوات میں ہم نے دائیں طرف کی جگہ لکھا ہے۔ مساوات 4.34 اور 4.35 سے حاصل ہوتا ہے

$$(4.36) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, x}$$

$$(4.37) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, x}$$

$$(4.38) \quad F_m = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

یہ مساوات تب استعمال ہو سکتے ہیں جب ہمیں توانائی W_m معلوم ہو لہذا ہم پہلے اسی کو معلوم کرتے ہیں۔

شکل 4.10 میں دونوں لچھوں کو اس طرح طاقت دی جاتی ہے کہ λ_1 اور λ_2 آہستہ آہستہ صفر سے بڑھتے ہوئے λ_{10} اور λ_{20} تک پہنچ جاتے ہیں اور سات ہی سات x صفر سے تبدیل ہو کر x_0 ہو جاتا ہے۔ اس اصل راستے کو شکل 4.11 میں موٹی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ بالکل مساوات 4.17 کی طرح ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$(4.39) \quad \int_{\text{اصل}} \partial W_m = \int_{\text{راستہ پہلا}} \partial W_m + \int_{\text{راستہ دوسرا}} \partial W_m + \int_{\text{راستہ تیسرا}} \partial W_m$$

ہم دائیں جانب کے تکمل کو باری باری حل کرتے ہیں۔

$$(4.40) \quad \int_{\text{راستہ پہلا}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m dx$$

اگر تکمیل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمیل صفر کے برابر ہوتا ہے لہذا

$$(4.41) \quad \int_0^0 i_1 d\lambda_1 = \int_0^0 i_2 d\lambda_2 = 0$$

ہوں گے۔ پہلے راستے λ_1 اور λ_2 دونوں صفر ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہذا مقناطیسی بہاؤ کی غیر موجودگی میں قوت $F_m = 0$ ہو گا اور صفر کا تکمیل صفر ہی ہوتا ہے یعنی

$$(4.42) \quad \int_0^{x_0} F_m dx = \int_0^{x_0} 0 dx = 0$$

اس طرح

$$(4.43) \quad \int_{\text{راستہ پہلا}} \partial W_m = 0$$

حاصل ہوتا ہے۔ دوسرے راستے پر

$$(4.44) \quad \int_{\text{راستہ دوسرا}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

جیسا پہلے ذکر کیا گیا کہ اگر تکمیل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمیل صفر کے برابر ہوتا ہے لہذا

$$(4.45) \quad \int_0^0 i_2 d\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

ہوں گے جس سے

$$(4.46) \quad \int_{\text{راستہ دوسرا}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1$$

رہ جاتا ہے۔ یہاں ہمیں مساوات 2.33، 2.36 اور 2.38 کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہ تین مساوات مندرجہ ذیل ہیں

$$(4.47) \quad \lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

$$(4.48) \quad \lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2$$

$$(4.49) \quad L_{12} = L_{21}$$

ان مساواتوں کو ہم i_1 اور i_2 کے لئے حل کریں تو حاصل ہوتا ہے۔

$$(4.50) \quad i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}$$

$$(4.51) \quad i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D}$$

جہاں

$$(4.52) \quad D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$$

کے برابر ہے۔ اب ہم مساوات 4.46 میں مساوات 4.50 پُر کرتے ہیں۔ چونکہ دوسرے راستے پہ λ_2 صفر ہے لہذا

$$(4.53) \quad \int_0^{\lambda_{10}} \left(\frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \right) d\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D} \int_0^{\lambda_{10}} \lambda_1 d\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

کے برابر ہے۔ یوں

$$(4.54) \quad \int_{\text{راستہ دوسرا}} \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

حاصل ہوتا ہے۔

اسی طرح تیسرے راستے پر

$$(4.55) \quad \int_{\text{راستہ تیسرا}} \partial W_m = \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

جیسا پہلے ذکر کیا گیا کہ اگر مکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو مکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہذا

$$(4.56) \quad \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

ہوں گے اور بقایا حصے میں i_2 پُر کرتے ہوئے

$$(4.57) \quad \begin{aligned} \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{20}} \left(\frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D} \right) d\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}\lambda_{20}}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے

$$(4.58) \quad \int_{\text{راستہ ٹیٹرا}} \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

ملتا ہے۔

مساوات 4.43، 4.54 اور 4.58 کو جمع کر کے مساوات 4.39 کا حل ملتا ہے۔

$$(4.59) \quad \int \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

اسی طرح اگر ہم کو-توانائی سے حل کرتے تو

$$(4.60) \quad \partial W'_m(x, i_1, i_2) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + F_m dx$$

جہاں

$$(4.61) \quad \lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_1} \right|_{x, i_2}$$

$$(4.62) \quad \lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_2} \right|_{x, i_1}$$

$$(4.63) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2}$$

اسی طرح مساوات 4.59 کی جگہ کو-توانائی کے لئے حاصل ہوتا ہے

$$(4.64) \quad W'_m(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2}L_{11}(x)i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}(x)i_2^2 + L_{12}(x)i_1i_2$$

جس سے قوت کی مساوات

$$(4.65) \quad F_m = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}(x)}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}(x)}{dx} + i_1i_2 \frac{dL_{12}(x)}{dx}$$

حاصل ہوتی ہے۔

مثال 4.7: شکل 4.10 میں میکانیکی کام کو $T_m d\theta = \partial W_{\text{میکانی}}$ لکھ کر توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل:

$$\partial W_{\text{ج}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$\text{اور } \partial W_{\text{میکانی}} = T_m d\theta$$

$$\partial W_{\text{ج}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

میں پُر کرنے سے

$$(4.66) \quad \partial W_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_m d\theta$$

حاصل ہوتا ہے۔ W_m کے جزوی تفرق

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} d\theta$$

کا مساوات 4.66 کے ساتھ موازنہ کرنے سے

$$(4.67) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta}$$

$$(4.68) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta}$$

$$(4.69) \quad T_m = - \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ ان مساوات کا آخری جزو بالکل مساوات 4.34 کی طرح ہے۔ اس کو حل کرنے کا ایک ایک قدم بالکل مساوات 4.34 کو حل کرنے کی طرح ہو گا بس فاصلہ x کی جگہ زاویہ θ آئے گا۔ یوں جواب میں میدانی توانائی کے متغیرات $\lambda_1, \lambda_2, \theta$ ہوں گے یعنی۔

$$(4.70) \quad W_m(\lambda_{10}, \lambda_{20}, \theta_0) = \int W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

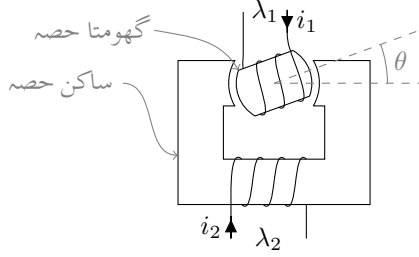
اسی طرح کو۔ توانائی کے لئے جواب یہ ہے

$$(4.71) \quad \partial W'_m(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_m d\theta$$

$$(4.72) \quad \lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \right|_{i_2, \theta}$$

$$\lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \right|_{i_1, \theta}$$

$$T_m = \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2}$$



شکل 4.12: دو لچھوں کے نظام میں قوت مروڑ۔

جہاں

$$(4.73) \quad W'_m(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + L_{12} i_1 i_2$$

□

ہے۔

مثال 4.8: شکل 4.12 میں دو لچھوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کی اُلٹی جانب زاویہ θ ناپا جاتا ہے۔ لچھوں کی خود امالہ اور مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$L_{11} = 20 + 30 \cos 2\theta$$

$$L_{22} = (20 + 30 \cos 2\theta) \times 10^{-3}$$

$$L_{12} = 0.15 \cos \theta$$

برقی رو $i_1 = 0.02 \text{ A}$, $i_2 = 5 \text{ A}$ پر قوت مروڑ T_m معلوم کریں۔

حل: مساوات 4.73 سے کو-توانائی حاصل ہوتی ہے اور مساوات 4.72 کے آخری جزو سے قوت مروڑ یعنی

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} = -30 i_1^2 \sin 2\theta - 30 \times 10^{-3} i_2^2 \sin 2\theta - 0.15 i_1 i_2 \sin \theta \\ &= -0.012 \sin 2\theta - 0.75 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \\ &= -0.762 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \end{aligned}$$

قوت مروڑ منفی ہونے کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ کی اُلٹ سمت میں ہے۔ یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں گے تو یہ نظام اسے کم کرنے کی جانب قوت مروڑ پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم کرنے کی کوشش کریں تو یہ زاویہ بڑھانے کی جانب قوت مروڑ پیدا کرے گا۔ سادہ زبان میں گھومتا حصہ افقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔ □

باب 5

گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشین کے بنیادی اصول پر غور کیا جائے گا۔ ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

5.1 قانونِ فیراڈے

فیراڈے کے قانون¹ کے تحت جب بھی ایک لچھے کا ارتباط بہاؤ λ وقت کے ساتھ تبدیل ہو تو اس لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ یعنی

$$(5.1) \quad e = -\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -N \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

گھومتے مشین میں ارتباط بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے لائی جاتی ہے۔ یا تو لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھمایا جاتا ہے، یا پھر ساکن لچھے میں مقناطیس گھمایا جاتا ہے، وغیرہ وغیرہ۔

¹ Faraday's law

لچھے مقناطیسی قالب² پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ بڑھایا جاتا ہے۔ دیگر یہ کہ قالب کی شکل تبدیل کر کے مقناطیسی بہاؤ کو ضرورت کی جگہ پہنچایا جاتا ہے۔

چونکہ ایسے مشین کے قالب میں مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہذا قالب میں بھنور نما برقی رو³ پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر، قالب کو باریک لوہے کی پٹری⁴ تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسے ٹرانسفارمر میں کیا جاتا ہے۔

5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں معاصر برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے۔ اس کے قالب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ مقناطیس کا مقام اس کے میکانیکی زاویہ θ_m سے بتلایا جاتی ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے الٹ سمت زاویہ θ_m ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے یوں گھوم رہا ہو کہ یہ ہر سیکنڈ میں n مکمل چکر لگائے تو ہم کہتے ہیں کہ مقناطیس کے گھومنے کی تعداد ہر ٹر⁵ ہے۔ اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس $60n$ چکر فی منٹ⁶ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر 360° زاویہ یا 2π ریڈیئن⁷ پہ مشتمل ہوتا ہے۔ لہذا اسی گھومنے کی رفتار کو $2\pi n$ ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہا جاسکتا ہے۔ اس بات کو اب ہم یوں بیان کر سکتے ہیں۔ اگر مقناطیس کے گھومنے کی تعداد f ہر ٹر ہو تو یہ ω ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہے۔ جہاں

$$\omega = 2\pi f \quad (5.2)$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں ہی بیان کی جائے گی۔

شکل 5.1 میں دکھائے گئے مشین میں مقناطیس کے دو قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطب والا مشین کہتے ہیں۔ اس مشین میں ایک ساکن لچھا استعمال ہوا ہے جس کی وجہ سے اس کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ اس کے باہر

²magnetic core

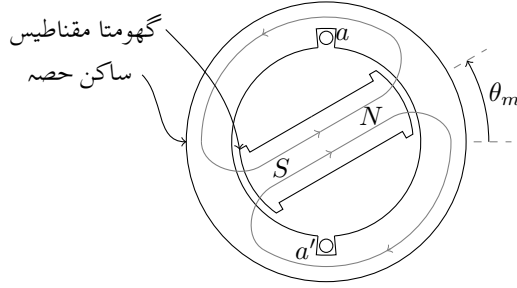
³eddy currents

⁴laminations

⁵Hertz

⁶rounds per minute, rpm

⁷radians



شکل 5.1: دو قطب، ایک دور کا معاصر جزیئر۔

مقناطیسی قالب ہے۔ قالب میں، اندر کی جانب دو شکاف ہیں، جن میں N چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو a اور a' سے واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ یہ لچھا جزیئر کے ساکن حصہ پہ پایا جاتا ہے لہذا یہ بھی ساکن رہتا ہے اور اسی وجہ سے اسے ساکن لچھا⁸ کہتے ہیں۔

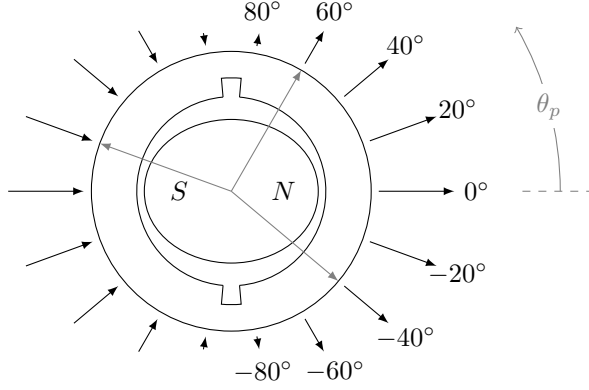
مقناطیس کا مقناطیسی بہاؤ اس کے شمالی قطب⁹ N سے نکل کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول قالب میں سے گزر کر اور ایک مرتبہ پھر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا مقناطیس کے جنوبی قطب¹⁰ S میں داخل ہوتا ہے۔ اس مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ اگر غور کیا جائے تو یہ مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔

شکل 5.1 میں مقناطیس سیدھے سلاخ کی مانند دکھایا گیا ہے۔ شکل 5.2 میں اس مقناطیس کو تقریباً گول دکھایا گیا ہے۔ یہاں مقناطیس کے محور کا زاویہ θ_m صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن قالب کے درمیان صفر زاویہ، یعنی $\theta = 0$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، یعنی $|\theta| = 90^\circ$ ، پہ زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ ممکن ہوتا ہے۔ خلائی درز کو یوں تبدیل کیا جاتا ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاؤ مقناطیس سے قالب میں عمودی زاویہ پہ داخل ہوتا ہے۔ اگر مقناطیس اور قالب کے درمیان خلائی درز میں B سائن نما ہو، یعنی

$$(5.3) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

تو خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ B کی مقدار θ_p کے ساتھ تبدیل ہوگی۔ یہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ صفر زاویہ، یعنی $\theta_p = 0$ ، پہ زیادہ سے زیادہ ہوگی اور نوے زاویہ، یعنی $|\theta_p| = 90^\circ$ ، پہ صفر ہوگی۔ θ_p کو مقناطیس کے شمالی قطب سے

stator coil⁸
north pole⁹
south pole¹⁰



شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی زاویہ کے ساتھ تبدیلی۔

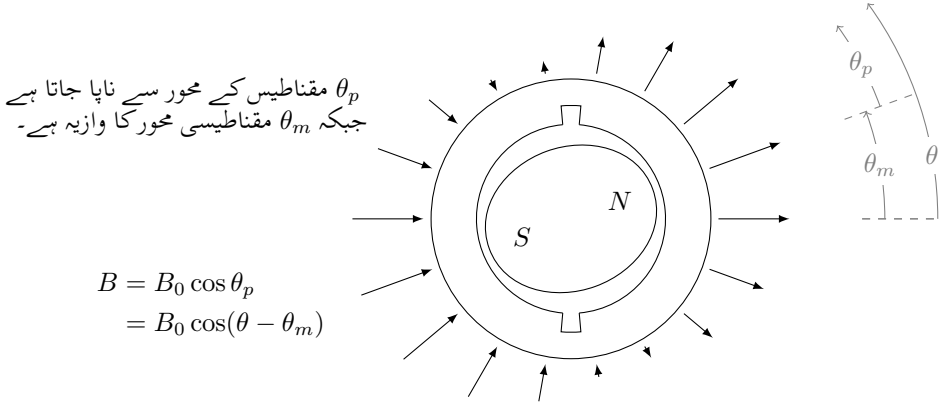
گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے۔ شکل 5.2 میں ساکن حصے کے باہر نوک دار لکیروں سے اس کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مقدار اور اس کی سمت دکھائی گئی ہے۔ شکل میں ہلکی سیانی سے -40° ، 60° اور 160° زاویوں پر رداس کی سمت بھی دکھائی گئی ہے۔ جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں، -40° اور 60° زاویوں پر مقناطیسی بہاؤ عین رداسی سمت میں ہے۔ اس کے برعکس زاویہ 160° پر مقناطیسی بہاؤ رداسی سمت کے عین الٹ ہے۔ یوں شکل سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ آدھے خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداس کی سمت میں ہے اور آدھے میں یہ رداس کے الٹ سمت میں ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اگر ہم خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B اور زاویہ θ_p کا ترسیم کھینچیں تو یہ سائن نما ہو گا۔ شکل 5.3 میں مقناطیس کسی اور زاویہ پہ دکھایا گیا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مقدار ہر حالت میں مقناطیس کے شمالی قطب پہ زیادہ سے زیادہ ہو گا اور یہاں اس کا رخ رداس کی سمت میں ہو گا۔ شکل 5.3 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B ، زاویہ θ_p اور θ_m دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos \theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned} \quad (5.4)$$

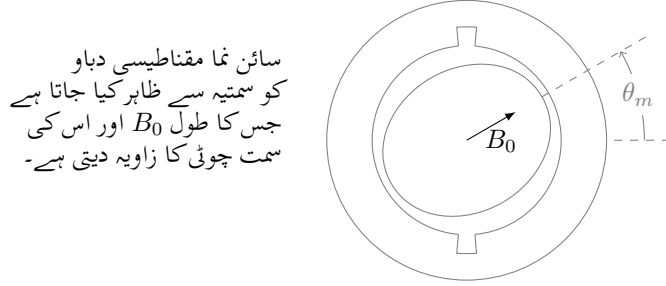
لہذا

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \quad (5.5)$$

شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس سے پیدا سائن نما مقناطیسی دباؤ دکھایا گیا ہے۔ ایسے مقناطیسی دباؤ کو ہم عموماً ایک



شکل 5.3: جب مقناطیس کسی زاویہ پہ ہو تو کثافت مقناطیسی بہاویں ہوگا

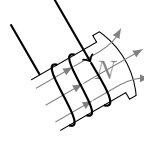
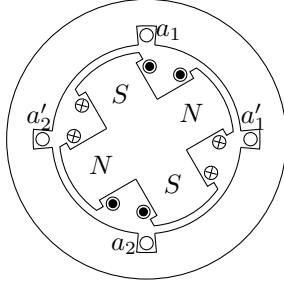


شکل 5.4: مقناطیسی دباؤ کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سمتیہ سے ظاہر کرتے ہیں جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کے حیث کے برابر ہوتا ہے اور اس کی سمت مقناطیس کی شمال کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 5.4 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔ یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ اس سمتیہ کی سمت سائن نما مقناطیسی دباؤ کے حیث کو واضح کرتا ہے۔

شکل 5.3 میں مقناطیس کو کسی ایک لمحہ t_1 زاویہ $\theta_m(t_1)$ پہ دکھایا گیا ہے۔ یہاں ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ λ_θ ہے۔ اگر مقناطیس، گھڑی کے الٹی سمت، ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھوم رہا ہو تو ساکن لچھے میں اس لمحہ $e(t)$ برقی دباؤ پیدا ہو گا جہاں

$$(5.6) \quad e(t) = \frac{d\lambda_\theta}{dt}$$



شکل 5.5: چار قطب والا ایک دور معاصر جزیئر۔

کے برابر ہے۔ چونکہ ہمیں برقی دباؤ کی قیمت ناکہ اس کے π ہونے سے دلچسپی ہے لہذا اس مساوات میں منفی کی علامت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

جب مقناطیس آدھا چکر، یعنی π ریڈین، گھومے تو اس کے دونوں قطب آپس میں جگہیں تبدیل کر لیں گے۔ لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کی سمت الٹی ہو جائے گی۔ ساکن لچھے میں ارتباط بہاؤ اب $\lambda_\theta -$ ہو جائے گا اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t) -$ ہو جائیں گے۔ اور جب مقناطیس ایک مکمل چکر کاٹے تو مقناطیس ایک مرتبہ پھر اسی جگہ ہو گا جہاں یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ ایک مرتبہ پھر λ_θ ہی ہو گا اور اس میں امالی برقی دباؤ بھی ایک مرتبہ پھر $e(t)$ ہی ہوں گے۔ یعنی مقناطیس اگر $\theta_m = 2\pi$ کا زاویہ طے کرے تو امالی برقی دباؤ کے زاویہ میں $\theta_e = 2\pi$ کی تبدیلی آتی ہے۔ لہذا دو قطب کی مشین میں میکانیکی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e برابر ہوتے ہیں، یعنی

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس n چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے تو لچھے میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ بھی ایک سیکنڈ میں n مکمل چکر کاٹے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ $e(t)$ کے تعدد f_e ¹¹ کی مقدار n ہر ٹرڈ¹² ہے۔ یعنی اس صورت میں $f_e = n$ ہر ٹرڈ¹³ یا ہم کسی بھی تعدد کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$f_e = f_m$$

چونکہ اس مشین میں میکانیکی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے بھی آپس میں ایک نسبت رکھتے ہیں لہذا ایسے مشین کو معاصر مشین¹⁴ کہتے ہیں۔ یہاں یہ نسبت ایک کی ہے۔

frequency¹¹

Hertz¹²

Hertz, Hz¹³

synchronous machine¹⁴

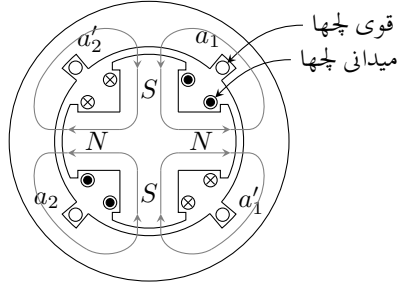
شکل 5.5 میں چار قطب، ایک دور کا معاصر جزیئر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشین میں عموماً مقناطیس ہی استعمال ہوتے ہیں۔ البتہ بڑے مشین میں برقی مقناطیس¹⁵ استعمال ہوتے ہیں۔ شکل 5.5 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔ دو سے زیادہ قطب والے مشین میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ متن بنایا جاتا ہے۔ شکل میں اس قطب کو θ_m پہ دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب $(\theta_m + \pi)$ کے زاویہ پہ ہے۔

جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں موجود مقناطیس کے چار قطب ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ ایک دور کی آلوں میں مقناطیس کے جتنے قطب کے جوڑے ہوتے ہیں، اس میں اتنے ہی ساکن لچھے ہوتے ہیں۔ چونکہ شکل میں دیئے گئے مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑے قطب ہیں، لہذا اس مشین کے ساکن حصہ پہ دو ساکن لچھے لپٹے گئے ہیں۔ ایک لچھے کو a_1 سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو a_2 سے۔ لچھے a_1 کو قالب میں موجود دو شکاف a_1 اور a_1' میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح a_2 لچھے کو دو شکاف a_2 اور a_2' میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتی ہے۔ ان دونوں لچھوں کو سلسلہ وار¹⁶ جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جزیئر کی کل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کے دگنا ہوتا ہے۔ ایک دور کے آلوں میں اگر قالب کو، مقناطیس کے جتنے قطب ہوں اتنے حصوں میں تقسیم کر لیا جائے، تو اس مشین کا ہر ایک ساکن لچھا ایسا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل میں چار قطب ہیں لہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیر رہا ہے۔

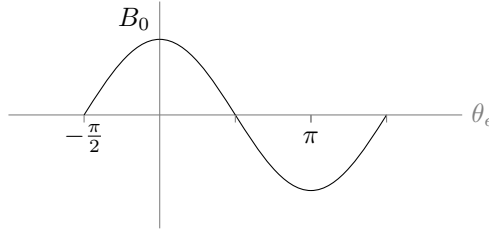
اب تک ہم نے گھومتے لچھے اور ساکن لچھے کی بات کی ہے۔ یہ دو لچھے دراصل دو بالکل مختلف کارکردگی کے حامل ہوتے ہیں۔ اس بات کی یہاں وضاحت کرتے ہیں۔

جیسا پہلے بھی ذکر ہوا چھوٹی گھومتی آلوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس ہی فراہم کرتی ہے جبکہ بڑے آلوں میں برقی مقناطیس یہ میدان فراہم کرتی ہے۔ اگرچہ اب تک کی شکلوں میں مقناطیس کو گھومتے حصہ کے طور پر دکھایا گیا ہے مگر حقیقت میں یہ کبھی مشین کا گھومتا حصہ اور کبھی یہ اس کا ساکن حصہ ہوتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ اس میدان فراہم کرنے والے لچھے کو میدان لچھا¹⁷ کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا¹⁸ کہتے ہیں۔ برقی جزیئر سے حاصل برقی طاقت اس قوی لچھے سے ہی حاصل کیا جاتا ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے خرچ کے علاوہ بقایا سارا برقی طاقت اسی قوی لچھے کو ہی فراہم کیا جاتا ہے۔

electromagnet¹⁵
series connected¹⁶
field coil¹⁷
armature coil¹⁸



شکل 5.6: چار قطب اور دو لپھے والے مشین میں مقناطیسی بہاؤ۔



شکل 5.7: سائن نمائندگی مقناطیسی بہاؤ۔

اب اگر ہم، گھومتے اور ساکن حصہ کے درمیان، خلائی درز میں B کو دیکھیں تو شمالی قطب سے مقناطیسی بہاؤ باہر کی جانب نکل کر قالب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب میں مقناطیسی بہاؤ قالب سے نکل کر جنوبی قطب میں اندر کی جانب داخل ہوتا ہے۔ یہ شکل 5.6 میں دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاؤ کی سمت دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہوگی۔ مزید یہ کہ آلوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں B سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس کو ہم آگے پڑھیں گے۔ لہذا اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ B سائن نما ہی ہے تب خلائی درز میں B کی مقدار، شکل 5.7 کی طرح ہوگی۔ اس شکل میں برقی زاویہ θ_e استعمال کیا گیا ہے۔

یوں ہم ایک ایسی معاصر مشین جس میں P قطب مقناطیس پایا جاتا ہو کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$(5.7) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

$$(5.8) \quad f_e = \frac{P}{2} f_m$$

اس صورت میں میکانیکی اور برقی تعدد ایک مرتبہ پھر آپس میں ایک نسبت رکھتے ہیں۔

مثال 5.1: پاکستان میں گھروں اور کارخانوں میں 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے یعنی ہمارے ہاں $f_e = 50$ ہے۔

- اگر یہ برقی طاقت دو قطب کے جزیئر سے حاصل کی جائے تو یہ جزیئر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔
- اگر جزیئر کے بیس قطب ہوں تب یہ جزیئر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔

حل:

- مساوات 5.8 سے ہم دیکھتے ہیں کہ اگر یہ برقی طاقت دو قطب، $P = 2$ ، والے جزیئر سے حاصل کی جائے تو اس جزیئر کو $f_m = 50$ چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ¹⁹ گھمانا ہو گا۔
- اگر یہی برقی طاقت بیس قطب، $P = 20$ ، والے جزیئر سے حاصل کی جائے تو پھر اس جزیئر کو $f_m = 5$ چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھمانا ہو گا۔

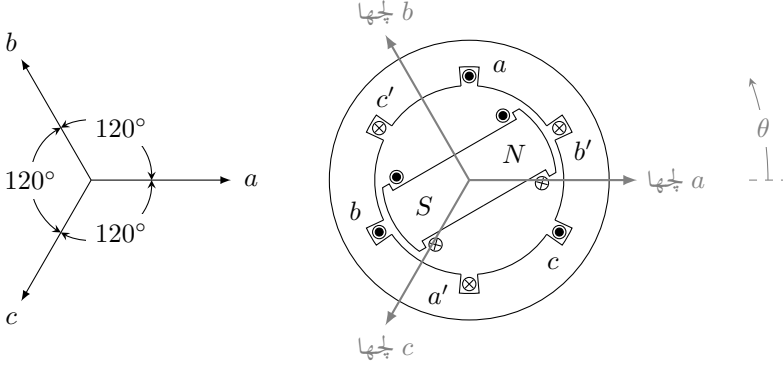
□

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جزیئر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جزیئر سست رفتار جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہذا پانی سے چلنے والے جزیئر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر آپ کو دو قطب کے ہی ملیں گے۔

شکل 5.8 میں دو قطب والا تین دور کا معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ ان میں ایک لچھا a ہے جو قالب میں شگاف a اور a' میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تو یہ بالکل شکل 5.1 میں دیا گیا مشین ہی تھا۔ البتہ دیئے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

اگر a لچھا میں برقی رویوں ہو کہ شگاف a میں برقی رو، کتاب کے صفحہ سے عمودی رخ میں باہر کی جانب ہو اور a' میں برقی رو کا رخ اس کے بالکل الٹ سمت میں ہو تو ہم لچھے کی سمت کا تعین دائیں ہاتھ کے ذریعہ یوں کرتے ہیں۔

¹⁹rpm, rounds per minute



شکل 5.8: دو قطب، تین دور معاصر مشین۔

- اگر ہم دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کی جانب لپٹیں تو اسی ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کی سمت متعین کرتا ہے۔

شکل 5.8 میں لچھا a کی سمت تیر والی لکیر سے دکھائی گئی ہے۔ اس سمت کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ لہذا شکل میں a لچھا صفر زاویہ پر لپٹا گیا ہے، یعنی $\theta_a = 0^\circ$ ہے۔ باقی لچھوں کے زاویہ، لچھا a کی سمت سے، گھڑی کی اُلٹی رُخ، ناپے جاتے ہیں۔

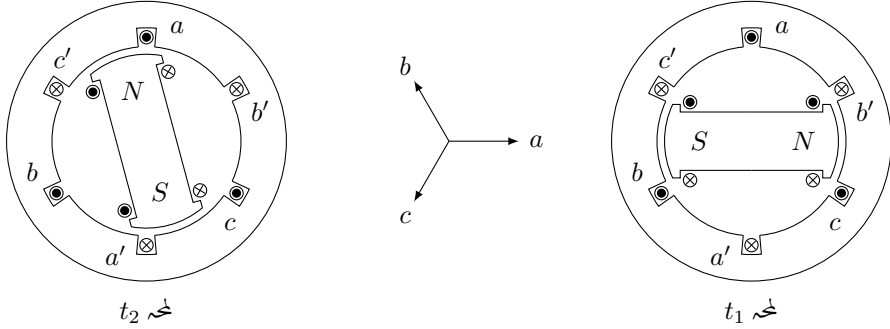
شکل 5.8 میں لچھا b کو شگاف b اور b' میں رکھا گیا ہے اور لچھا c کو شگاف c اور c' میں رکھا گیا ہے۔ مزید یہ کہ لچھا b کو 120° کے زاویہ پر اور لچھا c کو 240° زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یعنی $\theta_b = 120^\circ$ اور $\theta_c = 240^\circ$ ہیں۔

شکل 5.9 میں دکھائے گئے لمحہ t_1 پر اگر لچھے a کا ارتباط بہاو $\lambda_a(t_1)$ ہو تو جب مقناطیس 120° کا زاویہ طے کر لے، اس لمحہ t_2 پر لچھے b کا ارتباط بہاو $\lambda_b(t_2)$ ہو گا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ لمحہ t_2 پر مقناطیس اور لچھا b آپس میں بالکل اسی طرح سے ہیں جیسے t_1 پر مقناطیس اور لچھا a تھے۔ لہذا لمحہ t_2 پر لچھا b کا ارتباط بہاو بالکل اتنا ہی ہو گا جتنا لمحہ t_1 پر a لچھا کا تھا۔ یعنی

$$(5.9) \quad \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

اسی طرح اگر مقناطیس مزید 120° زاویہ طے کرے تو اس لمحہ t_3 پر لچھا c کا ارتباط بہاو $\lambda_c(t_3)$ ہو گا اور مزید یہ کہ یہ $\lambda_a(t_1)$ کے برابر ہو گا۔ یوں

$$(5.10) \quad \lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$



شکل 5.9: دو قطب تین دور مشین۔

ہیں۔ ان لمحات پر ان لچھوں میں

$$(5.11) \quad e_a(t_1) = \frac{d\lambda_a(t_1)}{dt}$$

$$(5.12) \quad e_b(t_2) = \frac{d\lambda_b(t_2)}{dt}$$

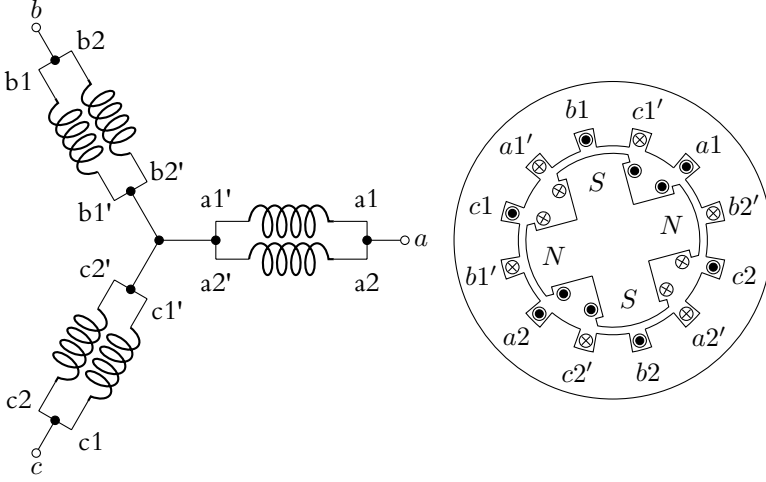
$$(5.13) \quad e_c(t_3) = \frac{d\lambda_c(t_3)}{dt}$$

ہوں گے۔ مساوات 5.10 کی روشنی میں

$$(5.14) \quad e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3)$$

اگر شکل 5.9 میں صرف لچھا a پایا جاتا تو یہ بالکل شکل 5.1 کی طرح ہوتا اور اب اگر اس میں مقناطیس کو گھڑی کی اُلٹی سمت ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھمایا جاتا تو، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھے a میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوتی۔ شکل 5.9 میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں۔ لہذا اب شکل 5.9 میں اگر مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تو اس میں موجود تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوگی البتہ مساوات 5.14 کے تحت یہ برقی دباؤ آپس میں 120° کے زاویہ پر ہوں گے۔

شکل 5.10 میں چار قطب، تین دور معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمال اور جنوبی قطب باری باری پائے جاتے ہیں۔ یوں شمال اور جنوب قطب کی ایک جوڑی 180° میکانی زاویہ طے کرتے ہیں۔ یہی 360° برقی زاویہ بنتا ہے۔ جیسا شکل 5.8 سے ظاہر ہے کہ ساکن حصے کے 360° برقی زاویہ پر تین دور کے لچھے نسب کئے جاتے ہیں۔ یوں شکل 5.8 میں گھڑی کی اُلٹی سمت میں a, c', b, a', c اور اسی ترتیب سے پائے جاتے ہیں۔ شکل 5.10



شکل 5.10: چار قطب، تین دور معاصر مشین۔

میں دو قطبین کے احاطے یعنی 180° میکانی زاویہ میں آپ کو بالکل اسی طرح تین دور کے $a1, c1', b1, a1', c1$ اور $c1'$ نظر آتے ہیں۔ بقایا دو قطبین کے احاطے میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو $a2, c2', b2, a2', c2$ اور $c2'$ نظر آتے ہیں۔ کسی بھی لمحہ $a1$ اور $a2$ لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباؤ پیدا ہوگی۔ تین دور کے دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دور کی برقی دباؤ حاصل کی جاتی ہے۔ شکل میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں a لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔

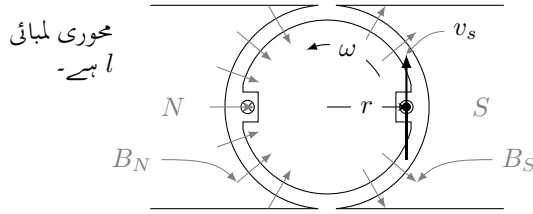
5.3 محرک برقی دباؤ

قانون لورینز²⁰ کے تحت اگر برقی بار q مقناطیسی میدان B میں سمتی رفتار v سے حرکت کر رہا ہو تو اس پر قوت F اثر کرے گی جہاں

$$(5.15) \quad F = q(v \times B)$$

کے برابر ہے۔

Lorentz law²⁰
charge²¹



شکل 5.11: ایک چکر کا لچھا متناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہذا متناطیسی میدان کو ساکن تصور کر کے اس میں برقی بار کی سمتی رفتار v ہوگی۔

اس قوت کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاتی ہے۔ اگر یہ برقی بار شروع کے نقطہ سے آخری نقطہ تک سمتی فاصلہ l طے کرے تو اس پر W کام ہو گا جہاں

$$(5.16) \quad W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{l} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے مابین برقی دباؤ²² کہتے ہیں اور اس کی اکائی وولٹ²³ V ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے مابین حاصل برقی دباؤ

$$(5.17) \quad e = \frac{W}{q} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

وولٹ ہوگی۔

اس طرح حرکت کی مدد سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ²⁴ کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کی برقی دباؤ بھی محرک برقی دباؤ کہلاتی ہے۔

اس مساوات کو شکل 5.11 میں استعمال کرتے ہیں۔ گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔ بائیں جانب خلاء میں لچھے کی برقی تار پر غور کریں۔ مساوات 5.15 کے تحت اس تار میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب قوت اثر انداز ہوگی اور اس میں موجود منفی برقی بار پر اس کی الٹ سمت قوت عمل کرے گی۔ اسی طرح مساوات 5.17 کے تحت صفحہ سے باہر جانب برقی تار کا سرا برقی دباؤ e کا مثبت سرا ہو گا اور صفحہ کی اندر جانب برقی تار کا سرا برقی دباؤ e کا منفی سرا ہو گا۔

²²potential difference, voltage

²³volt

²⁴electromotive force, emf

اگر گھومتے حصہ کی محور پر ٹکلی محدود قائم کی جائے تو جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں B رداس کی سمت میں ہے جبکہ شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں B رداس کی اُلٹ سمت میں ہے۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار l_S کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v_S &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_S &= B a_r \\ l_S &= l a_z \end{aligned} \quad (5.18)$$

لہذا اس جانب لچھے کی ایک تار میں پیدا محرک برقی دباؤ

$$\begin{aligned} e &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= \omega r B l (\mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_r) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= \omega r B l (-\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= -\omega r B l \end{aligned} \quad (5.19)$$

ہو گی۔

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت a_z لی گئی ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ کے منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا $-a_z$ کی سمت میں ہے یعنی اس کا نیچلا سرا مثبت اور اوپر والا سرا منفی ہے۔ یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت $-a_z$ یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں اندر کی جانب ہو گی جسے شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v_N &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_N &= -B a_r \\ l_N &= l a_z \end{aligned} \quad (5.20)$$

اور یوں

$$\begin{aligned} e_N &= (\mathbf{v}_N \times \mathbf{B}_N) \cdot \mathbf{l}_N \\ &= -\omega r B l (\mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_r) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= -\omega r B l (-\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= \omega r B l \end{aligned} \quad (5.21)$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شکاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت a_z لی گئی ہے۔ اس مساوات میں برقی دباو کے مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا a_z کی سمت میں ہے یعنی اس کا اوپر والا سرا مثبت اور نچلا سرا منفی ہے۔ یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت a_z یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب ہوگی جسے شکاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دو برقی تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان دونوں کے نچلے سرے سلسلہ وار جڑے ہیں جو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔ یوں اس لچھے کے اوپر نظر آنے والے سروں پر کل برقی دباو e ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباو کا مجموعہ ہوگا یعنی

$$\begin{aligned} e &= 2rlB\omega \\ (5.22) \quad &= AB\omega \end{aligned}$$

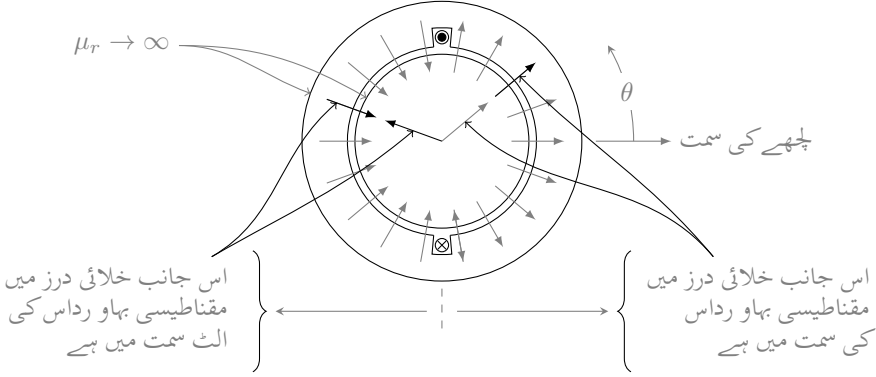
یہاں لچھے کا رقبہ $A = 2rl$ ہے۔ اگر ایک چکر سے اتنی برقی دباو حاصل ہوتی ہے تو N چکر کے لچھے سے

$$\begin{aligned} e &= \omega NAB \\ (5.23) \quad &= 2\pi f NAB \\ &= 2\pi f N\phi \end{aligned}$$

حاصل ہوگا۔

گھومتی آلوں میں خلائی درز میں B اور v ہر لمحہ عمودی ہوتے ہیں۔ مساوات 5.17 سے ظاہر ہے کہ اگر گھومنے کی رفتار اور محوری لمبائی معین ہوں تو پیدا کردہ برقی دباو ہر لمحہ B کے براہ راست متناسب ہوگا۔ لہذا اگر خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ B تبدیل ہو تو گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباو بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوگا۔ یوں جس شکل کی برقی دباو حاصل کرنی ہو اسی شکل کی کثافت مقناطیسی دباو خلائی درز میں پیدا کرنی ہوگی۔ اگر سائن نما برقی دباو پیدا کرنی مقصد ہو تو خلائی درز میں محیط پر سائن نما کثافت مقناطیسی بہا ضروری ہے۔

اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت B پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔



شکل 5.12: ساکن لچھا گچھ کی شکل میں ہے۔

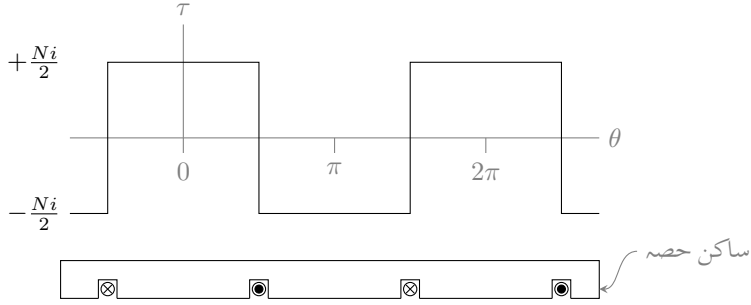
5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباو

ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں گچھ ²⁵ لچھے دکھائے گئے۔ مزید یہ کہ ان آلوں میں گھومتے حصے پہ موجود مقناطیس کے ابھرے قطب ²⁶ تھے۔ درحقیقت آلوں کے عموماً ہموار قطب ²⁷ ہوتے ہیں اور ان میں پھیلے لچھے ²⁸ پائے جاتے ہیں۔ ایسا کرنے سے ہم ساکن اور گھومتے حصوں کے درمیان خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو اور سائن نمائندگی مقناطیسی بہاو پیدا کر سکتے ہیں۔

شکل 5.12 میں ایک لچھا گچھ کی شکل کا دکھایا گیا ہے۔ اس کے گھومنے والا حصہ گول شکل کا ہے اور اس کا $\mu_r \rightarrow \infty$ ہے۔ ساکن حصے کا بھی $\mu_r \rightarrow \infty$ ہے۔ لچھے کا مقناطیسی دباو $\tau = Ni$ ہے۔ یہ مقناطیسی دباو، مقناطیسی بہاو ϕ کو جنم دیتا ہے جس کو ہلکی سیابی کی لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاو کو لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتے خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرنا پڑتا ہے۔ لہذا

$$(5.24) \quad \tau = Ni = 2Hl_a$$

non-distributed coils²⁵
salient poles²⁶
non-salient poles²⁷
distributed winding²⁸



شکل 5.13: لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ۔

یوں ساکن لچھے کا آدھا مقناطیسی دباؤ ایک خلائی درز اور آدھا دوسرے خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ پیدا کرتا ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز میں کہیں پہ مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ)، رداس ²⁹ کی سمت میں ہیں اور کہیں پہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ)، رداس کی الٹی سمت میں ہیں۔ اگر ہم رداس کی سمت کو مثبت لیں تو مقناطیسی بہاؤ (اور مقناطیسی دباؤ) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان رداس ہی کی سمت میں ہیں لہذا یہاں یہ مثبت ہیں جبکہ باقی جگہ مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ) رداس کی الٹ سمت میں ہیں لہذا یہاں یہ منفی ہیں۔ ایسا ہی شکل 5.13 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ_a لچھے کے مقناطیسی دباؤ τ کا آدھا ہے اور اس کی سمت مثبت ہے جبکہ $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ کی درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے آدھا ہے اور اس کی سمت منفی ہے۔ یاد رہے کہ مقناطیسی دباؤ کی سمت کا تعین رداس کی سمت سے کیا جاتا ہے۔

5.4.1 بدلتی رو والے مشین

بدلتی رو (اے سی) مشین بناتے وقت یہ کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائنس نما ہو۔ ایسا کرنے کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ ٹکافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اس سے سائنس نما مقناطیسی دباؤ کیسے حاصل ہوتی ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

²⁹radius

فوریر تسلسل³⁰ کے تحت ہم کسی بھی تفاعل³¹ $f(\theta_p)$ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.25) \quad f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p)$$

اگر اس تفاعل کا دوری عرصہ T ³² ہو تب

$$(5.26) \quad \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) d\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p d\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p d\theta_p \end{aligned}$$

کے برابر ہوں گے۔

مثال 5.2: شکل 5.13 میں دیئے گئے مقناطیسی دباؤ کا

• فوریر تسلسل حاصل کریں۔

• تیسری موسیقائی جز³³ اور بنیادی جز³⁴ کی نسبت معلوم کریں۔

حل:

• مساوات 5.26 کی مدد سے

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \right) + \left(\frac{Ni}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

Fourier series³⁰

function³¹

time period³²

third harmonic component³³

fundamental component³⁴

اسی طرح

$$\begin{aligned}
a_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p d\theta_p \right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi} \left[-\frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} + \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
&= \frac{Ni}{2n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} + 2 \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\
&= \left(\frac{4}{n\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2}
\end{aligned}$$

اس مساوات میں n کی قیمت ایک، دو، تین وغیرہ کے لئے ملتا ہے

$$\begin{aligned}
a_1 &= \left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_3 = - \left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_5 = \left(\frac{4}{5\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \\
a_2 &= a_4 = a_6 = 0
\end{aligned}$$

اسی طرح

$$\begin{aligned}
b_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p d\theta_p \right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi} \left[\frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} - \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
&= 0
\end{aligned}$$

• ان جوابات سے

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{\left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)}{\left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)} = \frac{1}{3}$$

□ حاصل ہوتا ہے۔ لہذا تیسری موسیقائی جزو بنیادی جزو کے تیسرے حصے یعنی 33.33 فی صد کے برابر ہے۔

مثال 5.2 میں حاصل کئے گئے a_1, a_2, \dots استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ کا فوریزر تسلسل یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.27) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p - \frac{4}{3\pi} \frac{Ni}{2} \cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi} \frac{Ni}{2} \cos 5\theta_p + \dots$$

مثال 5.2 سے ظاہر ہے کہ مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جاسکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے کہ حقیقت میں استعمال ہونے والے مقناطیسی دباؤ میں موسیقائی اجزاء قابلِ نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔ اسی حقیقت کو مدِ نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے اسی مساوات کو یوں لکھتے ہیں۔

$$(5.28) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p = \tau_0 \cos \theta_p$$

جہاں

$$(5.29) \quad \tau_0 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

کے برابر ہے۔ اس مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ شکل 5.12 میں لچھے سے حاصل مقناطیسی دباؤ بالکل اسی طرح ہے جیسے شکل 5.2 میں سلاخ نما مقناطیس صفر زاویہ پر رکھے حالت میں دیتا۔ اگر یہاں یہ لچھا کسی ایسے زاویہ پر رکھا گیا ہوتا کہ اس سے حاصل مقناطیسی دباؤ زاویہ θ_m پر زیادہ سے زیادہ ہوتا تو یہ بالکل شکل 5.3 میں موجود مقناطیس کی طرح کا ہوتا۔ شکل 5.18 ایک ایسی ہی مثال ہے۔ ہم بالکل مساوات 5.62 کی طرح اس شکل میں لچھا a کے لئے لکھ سکتے ہیں۔

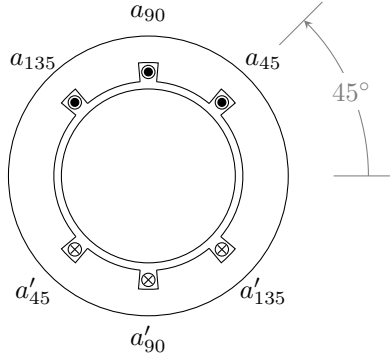
$$(5.30) \quad \begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{p_a} \\ \theta_{p_a} &= \theta - \theta_{m_a} = \theta - 0^\circ \\ \tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta \end{aligned}$$

اسی طرح لچھا b اور c کے چونکہ $\theta_{m_b} = 120^\circ$ اور $\theta_{m_c} = 240^\circ$ لہذا ان کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.31) \quad \begin{aligned} \tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{p_b} \\ \theta_{p_b} &= \theta - \theta_{m_b} = \theta - 120^\circ \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_b}) = \tau_0 \cos(\theta - 120^\circ) \end{aligned}$$

$$(5.32) \quad \begin{aligned} \tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{p_c} \\ \theta_{p_c} &= \theta - \theta_{m_c} = \theta - 240^\circ \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_c}) = \tau_0 \cos(\theta - 240^\circ) \end{aligned}$$

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہر گز نہیں لگتا لیکن مساوات 5.27 ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض آنکھوں کا دھوکہ ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اب اگر ہم کسی طرح مساوات 5.27 میں پہلے رکن کے علاوہ باقی سب رکن کو صفر کر سکیں تو ہم بالکل سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکتے ہیں۔



شکل 5.14: پھیلا لچھا۔

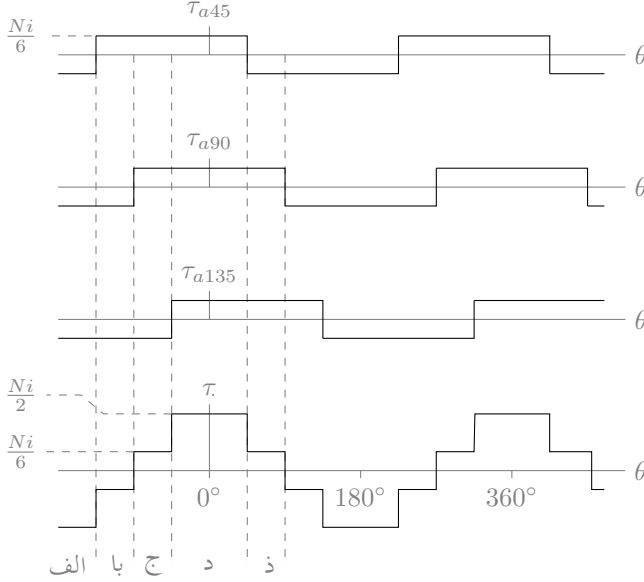
شکل 5.14 میں تقسیم شدہ لچھا دکھایا گیا ہے۔ یہاں شکل 5.12 میں دکھائے گئے N چکر کے لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ لہذا ان میں ہر چھوٹا لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا³⁵ جاتا ہے اور یوں ان میں یکساں برقی رو i گزرے گی۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شکافوں میں رکھا گیا ہے۔ پہلے لچھے کو شکاف a_{45} اور a'_{45} میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شکاف a_{90} اور a'_{90} میں اور تیسرے لچھے کو شکاف a_{135} اور a'_{135} میں رکھا گیا ہے۔

شکافوں کے ایک جوڑے کو ایک ہی طرح کے نام دیئے گئے ہیں، البتہ ایک شکاف کو a اور دوسرے کو a' نام دیا گیا ہے۔ یوں شکافوں کا پہلے جوڑا a_{45} اور a'_{45} ہے۔ a شکافوں کے نام ان کے زاویوں کی نسبت سے رکھے گئے ہیں۔ لہذا شکاف a_{45} درحقیقت 45° زاویہ پر ہے، شکاف a_{90} نوے درجہ زاویہ پر اور شکاف a_{135} ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔

چونکہ ہر لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے اور ان سب میں یکساں برقی رو i ہے، لہذا شکل 5.14 میں دیئے گئے پھیلے لچھے سے حاصل مقناطیسی دباؤ کا زاویہ کے ساتھ ترسیم شکل 5.15 کے نچلے ترسیم کی طرح ہو گا۔ اس شکل میں سب سے اوپر لچھا a_{45} کے مقناطیسی دباؤ کا ترسیم ہے۔ یہ بالکل شکل 5.13 میں دیئے ترسیم کی طرح ہے البتہ یہ صفر زاویہ سے -45° ہٹ کر ہے۔ اوپر سے دوسرا ترسیم لچھا a_{90} کا ہے جو ہو بہو شکل کی طرح ہے جبکہ اس سے نیچے لچھا a_{135} کا ترسیم ہے جو صفر زاویہ سے $+45^\circ$ ہٹ کر ہے۔ ان تینوں ترسیمات میں طول $\frac{Ni}{6}$ ہے۔

ان تینوں ترسیمات سے کل مقناطیسی دباؤ کا ترسیم یوں حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ بائیں جانب پہلی لکیر کی بائیں طرف علاقے کو الف کہا گیا ہے۔ اس علاقے میں پہلے تینوں ترسیمات کی مقدار

series connected³⁵



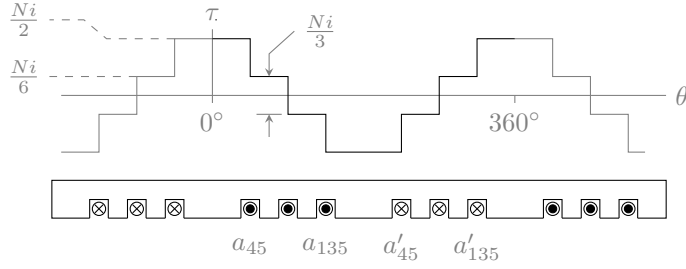
شکل 5.15: پھیلے لچھے کی کل مقناطیسی دباؤ۔

ہے لہذا ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{2}$ ہو گا۔ یہی سب سے نچلے کل مقناطیسی دباؤ کی ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح علاقہ ب میں پہلے ترسیم کی مقدار $+\frac{Ni}{6}$ ، دوسری ترسیم کی $-\frac{Ni}{6}$ اور تیسری کی بھی $-\frac{Ni}{6}$ ہے۔ ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{6}$ بنتا ہے جو کل مقناطیسی دباؤ ہے۔ علاقہ ج میں $+\frac{Ni}{6}$ ، $+\frac{Ni}{6}$ اور $-\frac{Ni}{6}$ غیر سمتیں ہیں جن کا مجموعہ $+\frac{Ni}{6}$ ہی کل مقناطیسی دباؤ ہے جو سب سے نچلے ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح آپ پورا ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

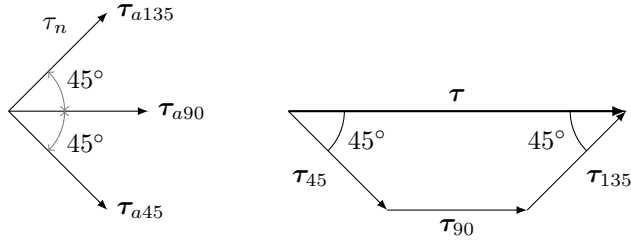
شکل 5.15 کے نچلے ترسیم کو شکل 5.16 میں دوبارہ دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.16 کا اگر شکل 5.15 کے ساتھ تقابل کیا جائے تو محض دیکھنے سے بھی یہ ظاہر ہے کہ شکل 5.16 زیادہ سائن نما موج کے نوعیت کا ہے۔ ہمیں فوراً تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ ملتا ہے۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ شکافوں کی جگہ اور ان میں لچھوں کے چکر کو یوں رکھا جاسکتا ہے کہ ان سے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ سائن نما کے زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

چونکہ پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پہ مقناطیسی دباؤ نہیں بناتے لہذا ان سے حاصل کل مقناطیسی دباؤ کا حیثہ ایک گچھ لچھے کے حیثہ سے قدر کم ہوتا ہے۔ اس اثر کو مساوات 5.29 میں جزو k_w کے ذریعہ یوں ظاہر کیا



شکل 5.16: پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباؤ۔



شکل 5.17: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاد۔

جاتا ہے۔

$$(5.33) \quad \begin{aligned} \tau_0 &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \\ \tau_a &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{1}{2} \cos \theta = \tau_0 \cos \theta \end{aligned}$$

اس مساوات میں k_w کو جزو پھیلاد³⁶ کہتے ہیں۔ یہ اکائی سے قدر کم ہوتا ہے یعنی

$$(5.34) \quad 0 < k_w < 1$$

مثال 5.3: شکل 5.14 میں دیئے گئے پھیلے لچھے کے لئے k_w معلوم کریں۔

حل: شکل 5.17 سے رجوع کریں۔ یہ تین جھوٹے لچھے برابر مقناطیسی دباؤ $\tau_n = \frac{4 ni}{\pi}$ پیدا کرتے ہیں، البتہ ان کی سمتیں مختلف ہیں۔ یہاں چونکہ ایک لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے لہذا $n = \frac{N}{3}$ ہے۔ ہم ان سمتیوں کو جمع کر کے ان کا

winding factor³⁶

مجموعی مقناطیسی دباؤ τ معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142\tau_n\end{aligned}$$

یعنی

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3} \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

□

لہذا $k_w = 0.8047$ کے برابر ہے۔

مثال 5.4: ایک تین دور 50 ہرٹز پر چلنے والا ستارہ نما جڑے جزیر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جا رہا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,m} = 0.9$ جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,q} = 0.833$ ہیں۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور اس کی لمبائی $l = 2.828$ میٹر ہیں۔ خلائی درز $l_k = 0.04$ میٹر ہے۔ اگر اس کے میدانی لچھے میں 1000 ایمپیسر برقی رو ہے تو معلوم کریں

• میدانی مقناطیسی دباؤ کی زیادہ سے زیادہ مقدار۔

• خلائی درز میں کشاف مقناطیسی بہاؤ۔

• ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ۔

• محرک تار پر برقی دباؤ۔

حل:

•

$$\tau_0 = k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m}$$

•

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54 \text{ T}$$

$$\phi_0 = 2B_0lr = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.28915 \text{ Wb}$$

$$\begin{aligned} E_{rms} &= 4.44fk_wqN_q\phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85 \text{ V} \end{aligned}$$

لہذا ستارہ جڑی جزیئر کی تار کی برقی دباؤ

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11000 \text{ V}$$

□

ہو گی۔

جیسا پہلے ذکر ہوا ہم چاہتے ہیں کہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہ یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ بنیادی مقصد پورا ہو۔ شکل 5.16 میں ہم دیکھتے ہیں کہ صفر زاویہ کی دونوں جانب مقناطیسی دباؤ کی موج یکساں طور پر گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ یعنی جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباؤ $\frac{N_i}{3}$ گھٹ جاتی ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر یہ یکساں طور پر مزید گھٹتی ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہوں کا فیصلہ فوریر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فوریر تسلسل میں موسیقائی جزو کم سے کم اور اس میں بنیادی جزو زیادہ سے زیادہ رکھے جاتے ہیں۔

سائن لچھوں کی طرح حرکت کرتے لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو۔

5.5 مقناطیسی دباؤ کی گھومتی موجیں

گھومتے آلوں میں لچھوں کو برقی دباؤ دیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ یہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین

مساوات 5.33 میں ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ یوں دی گئی ہے۔

$$(5.35) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N i}{\pi} \cos \theta$$

اگر اس لچھے میں مقناطیسی بہاؤ بھی سائن نما ہو یعنی

$$(5.36) \quad i_a = I_0 \cos \omega t$$

تو

$$(5.37) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos \theta \cos \omega t = \tau_0 \cos \theta \cos \omega t$$

ہو گا جہاں

$$(5.38) \quad \tau_0 = k_w \frac{4 N I_0}{\pi}$$

کے برابر ہے۔ مساوات 5.37 کہتا ہے کہ یہ مقناطیسی دباؤ زاویہ θ اور لمحہ t کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مندرجہ ذیل قلیہ سے دو ٹکڑوں میں توڑ سکتے ہیں۔

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

لہذا

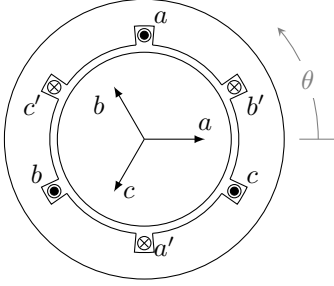
$$(5.39) \quad \tau_a = \tau_0 \left[\frac{\cos(\theta + \omega t) + \cos(\theta - \omega t)}{2} \right] = \tau_a^- + \tau_a^+$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں

$$(5.40) \quad \tau_a^- = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta + \omega t)$$

$$(5.41) \quad \tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

ہیں۔ اس مساوات سے یہ بات سامنے آتی ہے کہ درحقیقت یہ مقناطیسی دباؤ دو آلٹ سمتوں میں گھومنے والے مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں۔ اس کا پہلا جزو τ_a^- زاویہ θ گھٹنے کی جانب گھومتا ہے یعنی گھڑی کی سمت میں اور اس کا دوسرا جزو τ_a^+ گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتا ہے یعنی یہ زاویہ بڑھنے کی جانب گھومتا ہے۔



$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}$$

شکل 5.18: تین دور کی لپٹی مشین۔

ایک دور کی لپٹی آلوں میں یہ کوشش کی جاتی ہے کہ ان دو گھومتے مقناطیسی دباؤ میں سے ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کیا جائے۔ اس طرح کرنے سے ایک سمت میں کل مقناطیسی دباؤ گھومتا ملتا ہے جو بالکل اسی طرح کا ہوتا ہے جیسے ایک مقناطیس گھمایا جا رہا ہو۔ تین دور کے آلوں میں یہ کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہو گا۔

5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل 5.18 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات 5.30، 5.31 اور 5.32 میں ایسے تین لچھوں کی فوریز تسلسل کی بنیادی جزو دیئے گئے ہیں جو کے یہ ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4 N_a i_a}{\pi} \cos \theta \\ \tau_b &= k_w \frac{4 N_b i_b}{\pi} \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4 N_c i_c}{\pi} \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.42}$$

اگر ان تین لچھوں میں تین دوری برقی رو ہو یعنی

$$\begin{aligned}i_a &= I_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.43}$$

تو بالکل مساوات 5.37 کی طرح ہم مساوات 5.43 کی مدد سے مساوات 5.42 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos \theta \cos(\omega t + \alpha) \\
 \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\
 \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.44}$$

اگر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

ہو تو انہیں

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\
 \tau_b &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\
 \tau_c &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]
 \end{aligned}
 \tag{5.45}$$

لکھ سکتے ہیں جہاں

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \tag{5.46}$$

ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ τ ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم ثابت کرتے ہیں کہ

$$\cos \gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

کے برابر ہے۔ ہمیں معلوم ہے کہ

$$\begin{aligned}
 \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\
 \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta
 \end{aligned}$$

اگر ہم $\alpha = \gamma$ اور $\beta = 240^\circ$ لیں تو

$$\begin{aligned}
 \cos(\gamma + 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ - \sin \gamma \sin 240^\circ \\
 \cos(\gamma - 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ + \sin \gamma \sin 240^\circ
 \end{aligned}$$

$$\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ اور } \cos 240^\circ = -\frac{1}{2} \text{ لہذا}$$

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

$$\cos(\gamma - 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

اب اس مساوات کو اگر ہم $\cos \gamma$ کے ساتھ جمع کریں تو جواب صفر ملتا ہے، یعنی

$$\cos \gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

$\gamma = \theta + \omega t + \alpha$ کے لئے اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

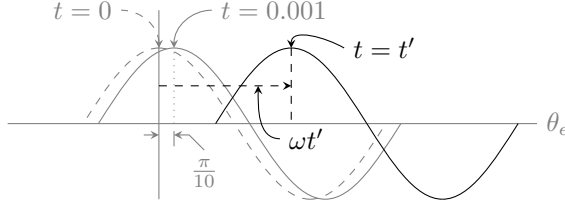
$$(5.47) \quad \cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0$$

اب ہم اگر مساوات 5.45 میں دئے τ_a ، τ_b اور τ_c کو جمع کریں اور ان میں مساوات 5.47 کا استعمال کریں تو ملتا ہے

$$(5.48) \quad \tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t - \alpha)$$

مساوات 5.48 کہتا ہے کہ کل مقتطیسی دباو کا حیظ کسی ایک لچھے کے مقتطیسی دباو کے حیظ کے $\frac{3}{2}$ گنا ہے۔ مزید یہ کہ یہ مقتطیسی دباو کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت گھوم رہی ہے۔ لہذا تین لچھوں کو 120° زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دور کی برقی رو، جو آپس میں 120° پر ہوں، سے پہچان کرنے سے ایک ہی گھومتی مقتطیسی دباو کی موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ اگر کوئی دو برقی رو آپس میں تبدیل کئے جائیں تو مقتطیسی موج کے گھومنے کی سمت تبدیل ہو جاتی ہے۔ یہ مثال میں واضح کیا گیا ہے۔

اب ہم دیکھتے ہیں کہ مساوات 5.48 ایک گھومتی موج کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہمیں اس موج کی چوٹی کو دیکھنا ہو گا۔ ہم اپنی آسانی کے لئے α کو صفر لیتے ہیں۔ اس مثال میں ہم برقی رو کی تعدد 50 Hz لیتے ہیں۔ اس موج کی چوٹی درحقیقت $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی ہی ہے لہذا ہم اسی کی چوٹی کو مد نظر رکھتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ $\cos \alpha$ کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک کے برابر ہے یعنی اس کی چوٹی ایک کے برابر ہے اور یہ اس مقام پر پائی جاتی ہے جہاں α صفر کے برابر ہو یعنی جب $\cos 0 = 1$ کے برابر ہو۔ لہذا $\cos \alpha$ کی چوٹی اسی جگہ ہو گی جہاں α صفر کے برابر ہو گا۔ اسی طرح $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی وہیں ہو گی جہاں $(\theta - \omega t)$ صفر کے برابر ہو یعنی $(\theta - \omega t) = 0$ پر۔



شکل 5.19: حرکت کرتی موج۔

اب ابتدائی لمحہ یعنی $t = 0$ پر $\cos(\theta - \omega t) = 0$ کی چوٹی $(\theta - \omega t) = 0$ پر ہوگی۔ اس کو حل کرتے ہیں۔

$$\theta - \omega t = 0$$

$$\theta - \omega \times 0 = 0$$

$$\theta = 0$$

ہم دیکھتے ہیں کہ موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل 5.19 میں ہلکی سیاہی میں نقطہ داو لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ ہم اس چوٹی کو کچھ وقفے کے بعد دوبارہ دیکھتے ہیں مثلاً $t = 0.001$ سیکنڈ کے بعد۔

$$\theta - \omega t = 0$$

$$\theta - \omega \times 0.001 = 0$$

$$\theta = 0.001\omega = 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 = 0.3142 \text{ rad}$$

اب یہ چوٹی 0.3142 یا $\frac{\pi}{10}$ برقی ریڈین یعنی 18° کے برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل میں ہلکی سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ یہ بات واضح ہے کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت یعنی زاویہ بڑھنے کی سمت میں گھوم گئی ہے۔ اسی طرح $t = 0.002$ پر یہ چوٹی 36° برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ کسی بھی لمحہ t' پر بالکل اسی طرح چوٹی کا مقام معلوم کیا جاسکتا ہے جسے شکل میں تیز سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔

$$\theta - \omega t' = 0$$

$$\theta = \omega t'$$

اس مساوات سے یہ واضح ہے کہ چوٹی کا مقام متعین کرنے والا زاویہ بتدریج بڑھتا رہتا ہے۔ اس مساوات سے ہم ایک مکمل 2π برقی زاویہ کے چکر کا وقت T حاصل کر سکتے ہیں یعنی

$$t = \frac{\theta}{\omega}$$

(5.49)

$$T = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

اگر برقی رو کی تعدد 50 ہو تو یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ہر $0.02 = \frac{1}{50}$ سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹتی ہے یعنی یہ ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر کاٹتی ہے۔

اس مثال میں برقی زاویہ کی بات ہوتی رہی۔ دو قطب کی آلوں میں برقی زاویہ θ_e اور میکانی زاویہ θ_m برابر ہوتے ہیں۔ لہذا اگر دو قطب کی آلوں کی بات کی جائے تو مساوات 5.49 کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج f برقی یا میکانی چکر کاٹے گی جہاں f برقی رو کی تعدد ہے اور اگر P قطب رکھنے والی آلوں کی بات کی جائے تو چونکہ

$$(5.50) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

لہذا ایسے آلوں میں یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں f مقناطیسی چکر یعنی $\frac{2}{P} f$ میکانی شکر کاٹے گی۔

اگر ہم برقی رو کی تعدد کو f_e سے ظاہر کریں، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو θ_e اور اس کے میکانی زاویہ کو θ_m سے ظاہر کریں اور اسی طرح اسی مقناطیسی دباؤ کی موج کے گھومنے کی رفتار کو ω_e یا ω_m سے ظاہر کریں تو

$$(5.51) \quad \begin{aligned} \omega_m &= \frac{2}{P} \omega_e \quad \text{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P} f_e \quad \text{Hz} \\ n &= \frac{120 f_e}{P} \quad \text{rpm} \end{aligned}$$

ω_e اس موج کی معاصر رفتار برقی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے جبکہ ω_m یہی معاصر رفتار میکانی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے۔ اسی طرح f_e اس موج کی برقی معاصر رفتار برقی ہرٹز میں اور f_m اس کی میکانی معاصر رفتار ³⁷ میکانی ہرٹز میں ہے۔ برقی معاصر رفتار f_e ہرٹز ہونے کا مطلب یہ ہے کہ ایک سیکنڈ میں یہ موج f_e برقی چکر کا فاصلہ طے کرے گی جہاں ایک برقی چکر دو قطب کا فاصلہ یعنی 2π ریڈین کا زاویہ ہے۔ اسی طرح میکانی معاصر رفتار f_m ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ یہ موج ایک سیکنڈ میں f_m میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ ایک میکانی چکر عام زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں n میکانی چکر فی منٹ ³⁸ کو ظاہر کرتے ہیں۔ یہ مساوات معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ ہم q دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے $\frac{2\pi}{q}$ برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں q دور کی برقی رو ہو، ایک ہی سمت میں گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے جیسے ہم نے تین

³⁷ synchronous speed
³⁸ rpm, rounds per minute

دور کی مشین کے لئے دیکھا۔ مزید یہ کہ اس موج کا جیٹہ کسی ایک لچھے سے پیدا مقناطیسی دباؤ کے جیٹہ کے $\frac{q}{2}$ گنا ہو گا اور اس کے گھومنے کی رفتار $\omega_e = 2\pi f$ برقی ریڈیئن فی سیکنڈ ہو گی۔

5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجربہ

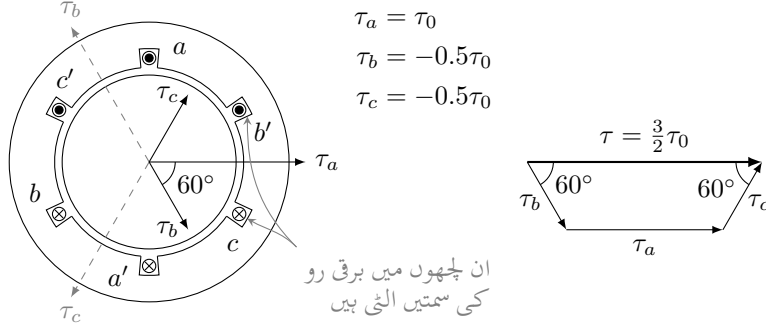
شکل 5.18 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس میں مثبت برقی رو کی سمتیں بھی دکھائی گئی ہیں، مثلاً a شگاف میں برقی رو صفحہ سے عمودی سمت میں باہر جانب کو ہے اور یہ بات نقطہ سے واضح کی گئی ہے۔ اسی طرح a' شگاف میں برقی دباؤ صفحہ سے عمودی سمت میں اندر کی جانب کو ہے اور یہ بات صلیب کے نشان سے واضح کی گئی ہے۔ اگر برقی رو مثبت ہو تو اس کی یہی سمت ہو گی اور اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ τ_a صفر زاویہ کی جانب ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاسکتی ہے۔ اب اگر اسی لچھے میں برقی رو منفی ہو تو اس کا مطلب ہے کہ برقی رو الٹ سمت میں ہے۔ یعنی اب برقی رو a شگاف میں صفحہ کے عمودی سمت میں اندر کی جانب ہے اور a' شگاف میں یہ صفحہ کے عمودی سمت میں باہر کی جانب کو ہے۔ لہذا اس برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ بھی پہلے سے الٹ سمت میں ہو گی یعنی یہ شکل میں دیئے گئے τ_a کے بالکل الٹ سمت میں ہو گی۔ اس تذکرہ کا بنیادی مقصد یہ تھا کہ آپ پر یہ بات واضح ہو جائے کہ برقی رو کے منفی ہونے سے اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت الٹ ہو جاتی ہے۔

اس شکل میں لچھوں میں برقی رو اور مقناطیسی دباؤ یہ ہیں

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos \omega t \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.52)$$

$$\begin{aligned} \tau_a &= k_w \frac{4 N i_a}{\pi} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\ \tau_b &= k_w \frac{4 N i_b}{\pi} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4 N i_c}{\pi} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.53)$$

جبکہ ان کے مثبت سمتیں شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اب ہم مختلف اوقات پر ان مقداروں کا حساب لگاتے ہیں اور ان کا کل مجموعی مقناطیسی دباؤ حل کرتے ہیں۔



شکل 5.20: لمحہ $t_0 = 0$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباؤ۔

لمحہ $t = 0$ پر ان مساوات سے ملتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5I_0 \\
 i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5I_0
 \end{aligned}
 \quad (5.54)$$

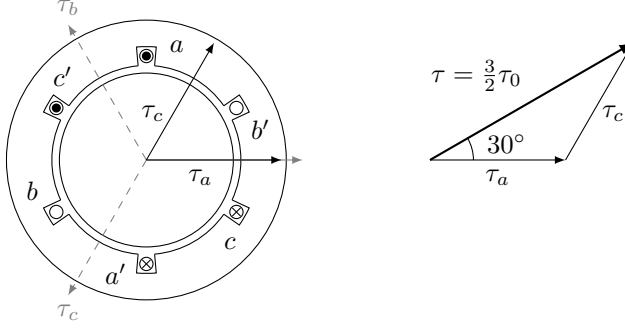
$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5\tau_0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5\tau_0
 \end{aligned}
 \quad (5.55)$$

یہاں رکھ کر ذرا غور کریں۔ اس لمحہ پر i_a مثبت ہے جبکہ i_b اور i_c منفی ہیں۔ لہذا i_a اسی سمت میں ہے جو شکل 5.18 میں a اور a' شگافوں میں نقطے اور صلیب سے دکھائے گئے ہیں جبکہ i_b اور i_c شکل میں دیئے گئے سمتوں کے الٹ ہیں۔ ان تینوں برقی رو کی اس لمحہ پر درست سمتیں شکل 5.20 میں دکھائی گئی ہیں۔ اس شکل میں تینوں مقناطیسی دباؤ بھی دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباؤ با آسانی بذریعہ ترسیم، مجموعہ سمتیات سے معلوم کیا جاسکتا ہے یا پھر الجبرا کے ذریعہ ایسا کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \mathbf{a}_x \\
 \tau_b &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x - \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y] \\
 \tau_c &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x + \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y]
 \end{aligned}
 \quad (5.56)$$

$$\tau = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3}{2}\tau_0 \mathbf{a}_x \quad (5.57)$$



شکل 5.21: لمحہ $30^\circ = \omega t_1$ پر برقی رد اور مقناطیسی دباؤ۔

کل مقناطیسی دباؤ ایک لمحے کے مقناطیسی دباؤ کے ڈیڑھ گنا ہے اور یہ صفر زاویہ پر ہے۔ اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ لمحے بعد t_1 پر دوبارہ یہی سب حساب لگاتے ہیں۔ چونکہ مساوات 5.52 اور مساوات 5.53 میں متغیر t کے بجائے ωt کا استعمال زیادہ آسان ہے لہذا ہم لمحہ t_1 کو یوں چنتے ہیں کہ $\omega t_1 = 30^\circ$ کے برابر ہو۔ ایسا کرنے سے ہمیں یہ دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0
 \end{aligned}
 \tag{5.58}$$

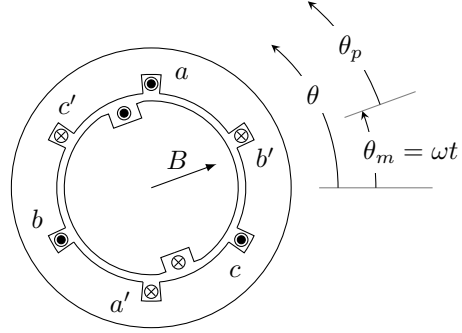
$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0
 \end{aligned}
 \tag{5.59}$$

یہ شکل 5.21 میں دکھایا گیا ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ کا طول τ کو تکتوں کے ذریعہ یوں حل کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح اس کا زاویہ بھی اسی سے حاصل ہوتا ہے۔ یعنی

$$\tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2} \tau_0
 \tag{5.60}$$

اور چونکہ اس تکتوں کے دو اطراف برابر ہیں لہذا اس کے باقی دو زاویہ بھی برابر اور 30° ہیں۔

$$\begin{aligned}
 B &= B_0 \cos \theta_p \\
 &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}$$



شکل 5.22: بنیادی بدلتی روجنریٹر۔

ہم دیکھتے ہیں کہ کل مقناطیسی دباو جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب وہ 30° کے زاویہ پر ہے یعنی وہ گھڑی کے اُلٹ سمت گھوم گیا ہے۔ اگر ہم اسی طرح $\omega t = 40^\circ$ پر دیکھیں تو ہمیں کل مقناطیسی دباو اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ اب یہ 45° کے زاویہ پر ہو گا۔ اگر کسی لمحہ جب $\omega t = \theta^\circ$ کے برابر ہو یہ سارا حساب کیا جائے تو کل مقناطیسی دباو اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ یہ θ° کے زاویہ پر ہو گا۔

5.6 محرک برقی دباو

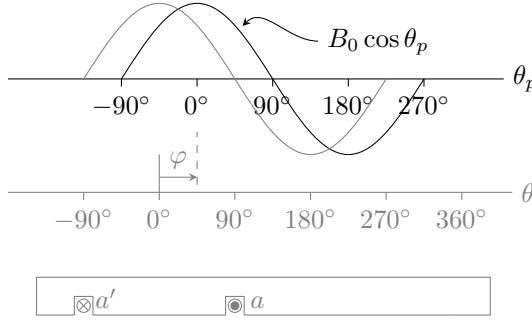
یہاں محرک برقی دباو³⁹ کو ایک اور زاویہ سے پیش کیا جاتا ہے۔

5.6.1 بدلتی روجنریٹر

شکل 5.22 میں ایک بنیادی بدلتی روجنریٹر⁴⁰ دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نمائندگی مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوتی ہے، یعنی

$$(5.61) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

³⁹ ابتدا میں حرکت سے پیدا ہونے والی برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔
⁴⁰ ac generator



شکل 5.23: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاؤ۔

یہ مقناطیس ω زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ یوں اگر ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر یہ a لچھے کی سمت یعنی ہلکی سیاہی کی افقی لکیر کی سمت میں ہو تو لمحہ t پر یہ گھوم کر زاویہ $\theta_m = \omega t$ پر ہو گا۔ اس طرح یہی مساوات یوں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\ (5.62) \quad &= B_0 \cos(\theta - \omega t) \end{aligned}$$

شکل 5.23 میں B کو زاویہ θ اور θ_p کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ اسی ترسیم میں لچھا a بھی دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے لمحہ $t = 0$ پر B دکھایا گیا ہے جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور اس لچھے کا محور ایک ہی سمت میں ہوتے ہیں جبکہ کالی سیاہی میں اسی B کو کسی بھی لمحہ t پر دکھایا گیا ہے۔ اس لمحہ پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے مابین ϑ زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار ω پر منحصر ہے یعنی

$$(5.63) \quad \vartheta = \omega t$$

لمحہ $t = 0$ پر لچھے میں سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزر رہی ہے۔ اگر خلائی درز بہت باریک ہو، تو اس کے اندر اور باہر جانب کے رداس تقریباً یکساں ہوں گے۔ برقی مقناطیس کے محور سے اس خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ اگر ρ ہو اور برقی مقناطیس کا دھرے ⁴¹ کی سمت میں محوری لمبائی ⁴² l ہو تو اس لچھے میں وہی مقناطیسی بہاؤ ہو گا جو

⁴¹ axle
⁴² axial length

اس خلائی درز میں $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے مابین ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر اسے یوں معلوم کیا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned}
 \phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p)(l\rho d\theta_p) \\
 &= B_0 l\rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= 2B_0 l\rho \\
 &= \phi_0
 \end{aligned}
 \tag{5.64}$$

جہاں آخر میں $\phi_a(0)$ کو ϕ_0 کہا گیا ہے۔ یہی حساب اگر لمحہ t پر کی جائے تو کچھ یوں ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p)(l\rho d\theta_p) \\
 &= B_0 l\rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \vartheta \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \omega t
 \end{aligned}
 \tag{5.65}$$

جہاں $\vartheta = \omega t$ لیا گیا ہے۔ اسی مساوات کو یوں بھی حل کیا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \omega t
 \end{aligned}
 \tag{5.66}$$

اس مرتبہ مکمل زاویہ θ کے ساتھ کیا گیا ہے۔ انہیں مساوات 5.64 کی مدد سے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$\phi_a(t) = 2B_0 l\rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t
 \tag{5.67}$$

بالکل مساوات 5.66 کی طرح ہم b اور c لچھوں کے لئے بھی مقناطیسی بہاؤ کی مساواتیں حل کر سکتے ہیں۔ شکل 5.22 میں a لچھے میں زاویہ $-\frac{\pi}{2}$ سے $+\frac{\pi}{2}$ تک کا مقناطیسی بہاؤ گزرتا ہے۔ اس لئے $\phi_a(t)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات 5.66 میں مکمل کے حدود بھی رکھے گئے تھے۔ اسی شکل سے واضح ہے کہ b لچھے کے مکمل کے حدود $+\frac{\pi}{6}$ اور $+\frac{7\pi}{6}$ جبکہ c کے حدود $+\frac{5\pi}{6}$ اور $+\frac{11\pi}{6}$ ہیں۔ یہ زاویے ریڈیئن میں دیئے گئے ہیں۔ یوں

$$\begin{aligned}
 \phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.68) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned}
 \phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.69) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اگر ایک لچھے کے N چکر ہوں تو اس میں پیدا برقی دباؤ کو یوں معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
 (5.70) \quad \lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں $\frac{2\pi}{3}$ ریڈیئن کو 120° لکھا گیا ہے۔ ان سے لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ کا حساب یوں لگایا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} e_a(t) &= -\frac{d\lambda_a}{dt} = \omega N\phi_0 \sin \omega t \\ e_b(t) &= -\frac{d\lambda_b}{dt} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\ e_c(t) &= -\frac{d\lambda_c}{dt} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.71)$$

ان مساوات کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 90^\circ) \\ e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 150^\circ) \\ e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 30^\circ) \end{aligned} \quad (5.72)$$

یہ مساوات تین دوری محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتے ہیں جو آپس میں 120° زاویہ پر ہیں۔ ان سب کا حیظ E_0 یکساں ہے جہاں

$$E_0 = \omega N\phi_0 \quad (5.73)$$

اور ان برقی دباؤ کی موثر قیمت⁴³

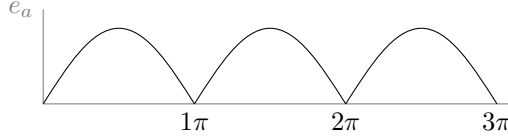
$$E_{\text{موثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N\phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N\phi_0 \quad (5.74)$$

ہو گی۔ چونکہ $\phi = BA$ ہوتا ہے لہذا یہ مساوات بالکل صفحہ 49 پر دئے مساوات 2.52 کی طرح ہے۔

مساوات 5.72 سائن نما برقی دباؤ کو ظاہر کرتا ہے۔ اگرچہ اسے یہ سوچ کر حاصل کیا گیا کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ صرف برقی مقناطیس کی وجہ سے ہے تاہم برقی دباؤ کا اس سے کوئی تعلق نہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کس طرح وجود میں آئی اور یہ مساوات ان حالات کے لئے بھی درست ہے جہاں یہ مقناطیسی بہاؤ جزیئر کے ساکن حصے میں پیدا ہوئی ہو یا ساکن اور حرکت پذیر دونوں حصوں میں پیدا ہوئی ہو۔

مساوات 5.74 ہمیں ایک گچھے لچھے میں پیدا برقی دباؤ دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تو اس کے مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباؤ ہم مرحلہ نہیں ہوں گے لہذا ان سب کا مجموعی برقی دباؤ ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے قدر کم ہو گا۔ اس مساوات کو ہم ایک پھیلے لچھے کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$E_{\text{موثر}} = 4.44 k_w f N\phi_0 \quad (5.75)$$



شکل 5.24: ایک دور کا ایک سمتی برقی دباؤ۔

تین دور برقی جنریٹروں کے k_w کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں ایک دور کی برقی دباؤ دیتی ہے۔ تین دور برقی جنریٹروں میں ایسے تین لچھوں کے جوڑے ہوتے ہیں اور ان کو Y یعنی ستارہ نما یا Δ یعنی ٹکونی جوڑا جاتا ہے۔

5.6.2 ایک سمتی رو برقی جنریٹر

ہر گھومنے والا برقی جنریٹر بنیادی طور پر بدلتی رو جنریٹر ہی ہوتا ہے۔ البتہ جہاں ایک سمتی برقی دباؤ⁴⁴ کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتی برقی دباؤ کو ایک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ ایسا الیکٹرانکس کے ذریعہ جنریٹر کے باہر برقیاتی سمٹے کار⁴⁵ کی مدد سے کیا جاسکتا ہے یا پھر میکانیکی طریقے سے میکانیکی سمٹے کار⁴⁶ کی مدد سے جنریٹر کے اندر ہی کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 5.71 میں دیئے گئے برقی دباؤ کو ایک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جائے تو یہ شکل 5.24 کی طرح ہو گا۔

مثال 5.5: شکل 5.24 میں ایک سمتی برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔ اس ایک سمتی برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

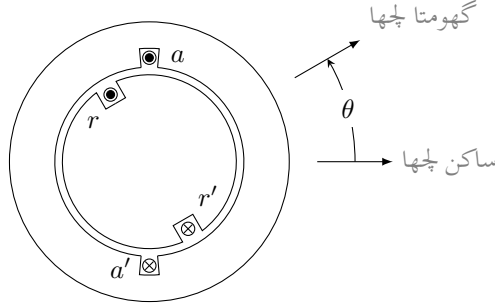
حل:

$$E_{avg} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

□

ایک سمتی برقی جنریٹر پر باقاعدہ تبصرہ کتاب کے باب میں کیا جائے گا۔

DC voltage⁴⁴
rectifier⁴⁵
commutator⁴⁶



شکل 5.25: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصے میں ہم ایک کامل مشین میں قوتے مروڑ⁴⁷ کا حساب لگائیں گے۔ ایسا دو طریقوں سے کیا جاسکتا ہے۔ ہم مشین کو دو مقناطیس سمجھ کر ان کے مابین قوت کشش، قوت دفع اور قوت مروڑ کا حساب لگا سکتے ہیں یا پھر اس میں ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ سمجھ کر باب چار کی طرح توانائی اور کو توانائی کے استعمال سے اس کا حساب لگائیں۔ پہلے توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

5.7.1 توانائی کے طریقے سے میکانی قوت مروڑ کا حساب

یہاں ہم ایک دور کی مشین کی بات کریں گے۔ اس سے حاصل جوابات کو با آسانی زیادہ دور کی آلوں پر لاگو کیا جاسکتا ہے۔ شکل 5.25 میں ایک دور کی کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس کی دو لچھوں میں کچھ زاویہ ہوگا جسے θ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر جگہ یکساں ہے لہذا یہاں ابھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جائے گا۔ مزید یہ کہ قالب کی $\mu_r \rightarrow \infty$ تصور کی گئی ہے لہذا لچھوں کی امالہ صرف خلائی درز کی مقناطیسی مستقل⁴⁸ μ_0 پر منحصر ہے۔

اس طرح ساکن لچھے کی امالہ L_{aa} اور گھومے لچھے کی امالہ L_{rr} مقررہ ہیں جبکہ ان کا مشترکہ امالہ $L_{ar}(\theta)$ زاویہ θ پر منحصر ہوگا۔ جب $\theta = 0$ یا $\theta = \pm 2\pi$ کے برابر ہو تو ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہا دوسرے لچھے سے

⁴⁷torque
⁴⁸magnetic constant, permeability

بھی گزرتا ہے۔ ایسے حالت میں ان کا مشترکہ امالہ زیادہ سے زیادہ ہو گا جسے L_{ar0} لکھتے ہیں۔ جب $\theta = \mp 180^\circ$ ہو اس لمحہ ایک مرتبہ پھر ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہاو دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے البتہ اس لمحہ اس کی سمت الٹ ہوتی ہے لہذا اب ان کا مشترکہ امالہ بھی منفی ہو گا یعنی $-L_{ar0}$ اور جب $\theta = \mp 90^\circ$ ہو تب ان کا مشترکہ امالہ صفر ہو گا۔ اگر ہم یہ ذہن میں رکھیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاو سائن نما ہے تب

$$(5.76) \quad L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta$$

ہو گا۔ ہم ساکن اور گھومتے لچھوں کی ارتباط بہاو کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(5.77) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ar}(\theta)i_r = L_{aa}i_a + L_{ar0} \cos(\theta)i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta)i_a + L_{rr}i_r = L_{ar0} \cos(\theta)i_a + L_{rr}i_r \end{aligned}$$

اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_a اور گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r ہو تو ہم ان لچھوں کے سروں پر دیئے گئے برقی دباؤ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.78) \quad \begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = i_a R_a + L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_r}{dt} - L_{ar0} i_r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = i_r R_r + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_a}{dt} - L_{ar0} i_a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + L_{rr} \frac{di_r}{dt} \end{aligned}$$

یہاں θ برقی زاویہ ہے اور وقت کے ساتھ اس کی تبدیلی رفتار ω کو ظاہر کرتی ہے یعنی

$$(5.79) \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

میکانی قوت مروڑ بذریعہ کو توانائی حاصل کی جاسکتی ہے۔ کو توانائی صفحہ 125 پر مساوات 4.73 سے حاصل ہوتی ہے۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

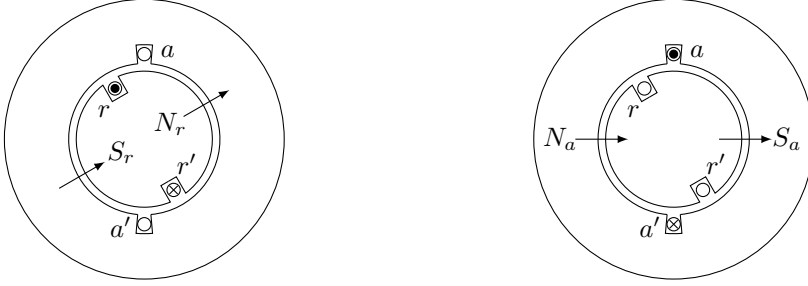
$$(5.80) \quad W'_m = \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{ar0} i_a i_r \cos \theta$$

اس سے میکانی قوت مروڑ T_m یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.81) \quad T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta_m}$$

چونکہ P قطب مشینوں کے لئے

$$(5.82) \quad \theta = \frac{P}{2} \theta_m$$



شکل 5.26: لچھوں کے قطبین۔

لہذا ہمیں مساوات 5.81 سے ملتا ہے

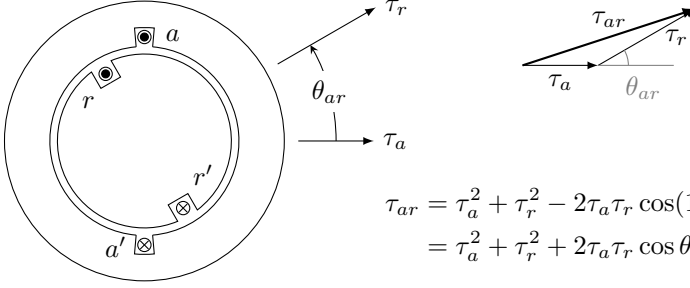
$$(5.83) \quad T_m = -\frac{P}{2} L_{ar0} i_a i_r \sin\left(\frac{P}{2} \theta_m\right)$$

اس مساوات میں قوت مروڑ T_m منفی ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر کسی لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاو کے درمیان زاویہ مثبت ہو تو ان کے مابین قوت مروڑ منفی ہو گا یعنی قوت مروڑ ان دونوں مقناطیسی بہاو کو ایک سمت میں رکھنے کی کوشش کرے گا۔

5.7.2 مقناطیسی بہاو سے میکانی قوت مروڑ کا حساب

شکل 5.26 میں دو قطب والی ایک دور کی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں بائیں جانب صرف گھومتے لچھے میں برقی رو ہے۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاو تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے، یعنی تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔ یہاں اگر صرف گھومتے حصے پر توجہ دی جائے تو یہ واضح ہے کہ گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اسی طرح شکل میں دائیں جانب صرف ساکن لچھے میں برقی رو ہے۔ اگر اس مرتبہ صرف ساکن حصے پر توجہ دی جائے تو اس کے بائیں جانب سے مقناطیسی بہاو نکل کر خلائی درز میں داخل ہوتی ہے، لہذا یہی اس کا شمالی قطب ہے اور اس مقناطیس کا محور بھی اسی تیر کی سمت میں ہے۔

یہاں یہ واضح رہے کہ اگرچہ کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں لیکن درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ سائن۔ نما ہی ہیں اور تیر کے نشان ان مقناطیسی دباؤ کی موج کے چوٹی کو ظاہر کرتے ہیں۔



$$\begin{aligned}\tau_{ar} &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180 - \theta_{ar}) \\ &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar}\end{aligned}$$

شکل 5.27: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباؤ۔

شکل 5.27 میں اب دونوں لچھوں میں برقی رو ہے۔ یہ واضح ہے کہ یہ بالکل دو مقناطیسوں کی طرح ہے اور ان کے الٹ قطبین کے مابین قوت کشش ہو گا، یعنی یہ دونوں لچھے ایک ہی سمت میں ہونے کی کوشش کریں گے۔

یہاں یہ زیادہ واضح ہے کہ یہ دو مقناطیس کوشش کریں گے کہ θ_{ar} صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانی قوت مروڑ θ_{ar} کے الٹ سمت میں ہو گا۔ یہی کچھ مساوات 5.83 کہتا ہے۔

ان برقی مقناطیسوں کے مقناطیسی دباؤ کو اگر ان کے مقناطیسی محور کی سمت میں τ_a اور τ_r سے ظاہر کیا جائے جہاں τ_a اور τ_r مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے برابر ہوں تو خلاء میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} ان کا جمع سمتیت ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول τ_{ar} کو سائن کے قلیہ⁴⁹ سے یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}(5.84) \quad \tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar}\end{aligned}$$

خلائی درز میں یہ کل مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت H_{ar} کو جنم دے گا جو اس قلیہ سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.85) \quad \tau_{ar} = H_{ar} l_g$$

H_{ar} مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ اب جہاں خلاء میں مقناطیسی شدت H ہو وہاں مقناطیسی کو-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} H^2$ ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط کو-توانائی کی کثافت اس خلائی درز میں H^2 کی اوسط ضرب $\frac{\mu_0}{2}$

⁴⁹cosine law

ہوگی۔ کسی بھی سائن نما موج $H = H_0 \cos \theta$ کے H^2 کا اوسط $H_{\text{اوسط}}^2$ یوں حاصل کیا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 H_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 d\theta \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2 \cos^2 \theta d\theta \\
 &= \frac{H_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\
 &= \frac{H_0^2}{\pi} \left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= \frac{H_0^2}{2}
 \end{aligned}
 \tag{5.86}$$

لہذا خلائی درز میں اوسط کو-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2}$ ہوگی اور اس خلاء میں کل کو-توانائی اس اوسط کو-توانائی ضرب خلاء کی حجم کے برابر ہوگا یعنی

$$W'_m = \frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \tau_{ar}^2
 \tag{5.87}$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی l_g ہے اور اس کی دھرے⁵⁰ کی سمت میں محوری لمبائی⁵¹ l ہے۔ محور سے خلاء کی اوسط رداسی فاصلہ r ہے۔ مزید یہ کہ $r \gg l_g$ ہے۔ اس طرح خلاء میں رداسی سمت میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی تبدیلی کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات 5.84 کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \left(\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a \tau_r \cos \theta_{ar} \right)
 \tag{5.88}$$

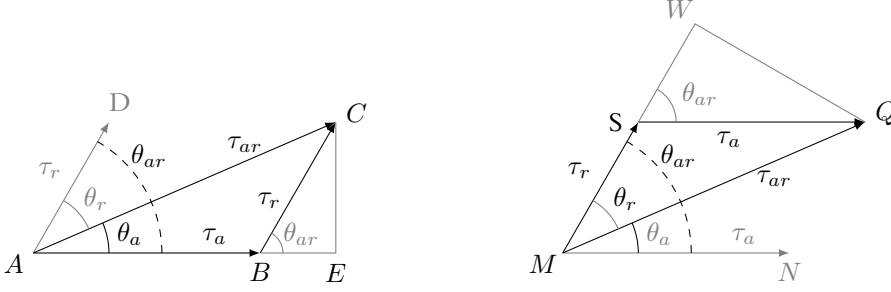
اس سے میکانی قوت مروڑ یوں حاصل کیا جاسکتا ہے

$$T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}
 \tag{5.89}$$

یہ حساب دو قطب والی مشین کے لئے لگایا گیا ہے۔ P قطب والے مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کا میکانی قوت مروڑ دیتا ہے لہذا ایسے مشین کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}
 \tag{5.90}$$

⁵⁰axis
⁵¹axial length



شکل 5.28: مقناطیسی بہاؤ اور ان کے زاویے۔

یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ اس کے مطابق مشین کا میکانی قوت مروڑ اس کے ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے براہ راست تناسب ہے۔ اسی طرح یہ ان دونوں کے درمیان برقی زاویہ θ_{ar} کے سائن کے بھی براہ راست تناسب ہے۔ منفی میکانی قوت مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ θ_{ar} کے الٹ جانب ہے یعنی یہ میکانی قوت مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی جانب کو ہے۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک برابر مگر الٹ سمتوں میں میکانی قوت مروڑ ہوتا ہے البتہ ساکن حصے کا قوت مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہو جاتا ہے جبکہ گھومتے حصے کا میکانی قوت مروڑ اس حصے کو گھماتا ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ برقی رو کے براہ راست تناسب ہے لہذا τ_a اور i_a آپس میں براہ راست تناسب ہیں جبکہ τ_r اور i_r آپس میں براہ راست تناسب ہیں۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات 5.83 اور 5.90 ایک جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل برابر ہیں۔

شکل 5.28 میں ایک مرتبہ پھر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں بائیں جانب ٹکون ΔAEC اور ΔBEC میں مشترکہ ہے اور ان دو ٹکونوں سے واضح ہے کہ

$$(5.91) \quad CE = \tau_r \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.92) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اسی طرح شکل 5.28 کے دائیں جانب ٹکون ΔMWQ اور ٹکون ΔSWQ میں WQ کا طرف مشترکہ ہے اور

ان دو تکنوں سے واضح ہے کہ

$$(5.93) \quad WQ = \tau_a \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_r$$

اب اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.94) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

مساوات 5.90 مساوات 5.92 اور مساوات 5.94 کو ایک جگہ لکھتے ہیں۔

$$(5.95) \quad \begin{aligned} T_m &= -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar} \\ T_m &= -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a \\ T_m &= -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r \end{aligned}$$

ان مساوات سے یہ واضح ہے کہ میکانی قوت مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے یا پھر ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ اور کل مقناطیسی دباؤ اور ان دو کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکانی قوت مروڑ دو مقناطیسی دباؤ کے آپس میں رد عمل کی وجہ سے وجود میں آتا ہے اور یہ ان مقناطیسی دباؤ کی چوٹی اور ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ سب کا آپس میں تعلق رکھتے ہیں لہذا ان مساوات کو کئی مختلف طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} اور وہاں کثافت مقناطیسی بہاؤ B_{ar} کا تعلق

$$(5.96) \quad B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g}$$

استعمال کر کے مساوات 5.95 کے آخری جزو کو یوں لکھا جاسکتا ہے

$$(5.97) \quad T_m = -\frac{P}{2} \pi r l \tau_r B_{ar} \sin \theta_r$$

مقناطیسی آلوں میں مقناطیسی قالب کی مقناطیسی مستقل μ کی محدود صلاحیت کی وجہ سے قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک ٹیلا تک ہی بڑھائی جاسکتی ہے۔ لہذا مشین بناتے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا پڑتا ہے۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے یہ لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جاسکتا ہے جہاں تک اس لچھے کو ٹھنڈا کرنا ممکن ہو۔ لہذا مقناطیسی دباؤ کو اس حد کے اندر رکھنا پڑتا ہے۔ چونکہ اس مساوات میں یہ دو بہت ضروری حدیں واضح طور پر سامنے ہیں اس لئے یہ مساوات مشین بنانے کی غرض سے بہت اہم ہے۔

اس مساوات کی ایک اور بہت اہم شکل اب دیکھتے ہیں۔ ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ ϕ_P ایک قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ $B_{\text{اوسط}}$ ضرب ایک قطب کا رقبہ A_P ہوتا ہے۔ جہاں

$$(5.98) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos \theta \, d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

$$(5.99) \quad A_P = \frac{2\pi r l}{P}$$

لہذا

$$(5.100) \quad \phi_P = \frac{2B_0}{\pi} \frac{2\pi r l}{P}$$

اور

$$(5.101) \quad T_m = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_{ar} \tau_r \sin \theta_r$$

یہ مساوات معاصر مشینوں کے لئے بہت کارآمد ہے۔

باب 6

یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

جیسا کہ نام سے واضح ہے یہ وہ گھومنے والی مشین ہے جو ایک ہی رفتار سے گھومتی ہے اور یہ رفتار اس کو دیئے گئے برقی دباؤ کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

جب کسی جزیئر پر بوجھ تبدیل کیا جائے یا اسے فراہم میکانیکی طاقت فراہم کرنے والے کی رفتار تبدیل کی جائے تو جزیئر نئی صورت حال کے مطابق چند ہی لمحات میں دوبارہ برقرار صورت اختیار کر لیتا ہے۔ اس برقرار چالو صورت میں اس کی رفتار، برقی دباؤ، برقی رو، درجہ حرارت وغیرہ مقررہ رہتے ہیں۔ اسی طرح اگر موٹر پر بوجھ تبدیل ہو تو اسے درکار طاقت اور برقی رو تبدیل ہوں گے۔ بوجھ تبدیل ہونے سے پہلے موٹر برقرار مقررہ برقی رو حاصل کرتا رہتا ہے اور اس کا درجہ حرارت ایک مقررہ قیمت پر رہتا ہے۔ اسی طرح بوجھ تبدیل ہونے کے چند ہی لمحات میں یہ دوبارہ ایک نئی برقرار چالو صورت اختیار کر لیتا ہے جہاں اس کی برقی رو ایک نئی قیمت پر برقرار رہتی ہے اور اس کا درجہ حرارت بھی ایک نئی قیمت اختیار کر لیتا ہے۔ دو مختلف برقرار چالو، یکساں صورتوں کے درمیان چند لمحات کے لئے مشین عارضی صورت¹ میں ہوتا ہے۔ اس باب میں یکساں حال، برقرار چالو² مشین پر تبصرہ کیا جائے گا۔

معاصر آلوں میں عموماً قوی لچھا ساکن رہتا ہے جبکہ میدانی لچھا معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔ قوی لچھوں کی برقی رو میدانی لچھوں کی برقی رو کی نسبت بہت زیادہ ہوتی ہے اور اسے سرک چھلوں کے ذریعہ گزارنا نہایت مشکل ہوتا ہے لہذا قوی لچھوں کو ساکن رکھا جاتا ہے جبکہ میدانی لچھوں کو گھمایا جاتا ہے۔

transient state¹
steady state²

ہم یہ دیکھ چکے ہیں کہ تین مرحلہ لپٹے ساکن لچھوں میں اگر متوازن تین مرحلہ برقی رو ہو تو یہ ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے۔ اس گھومتے موج کی رفتار کو معاصر رفتار³ کہتے ہیں۔ معاصر مشین کا گھومتا حصہ اسی رفتار سے گھومتا ہے۔

معاصر مشین کے میدانی لچھے کو یک سمتی برقی رو درکار ہوتی ہے جو یا تو سرک چھلوں کے ذریعہ اس تک باہر سے پہنچائی جاتی ہے یا پھر مشین کے دھرے پر ہی نسب ایک چھوٹی یک سمتی جزیئر سے اسے فراہم کی جاتی ہے۔

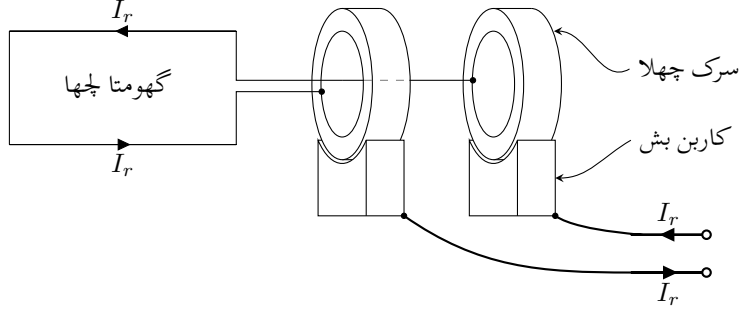
میدانی لچھا ایک میدانی مقناطیسی دباؤ کو جنم دیتی ہے جو اس لچھے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتی ہے۔ لہذا معاصر مشین کے گھومتے اور ساکن لچھوں کے مقناطیسی دباؤ معاصر رفتار سے ہی گھومتے ہیں۔ اسی وجہ سے انہیں معاصر مشین کہتے ہیں۔

6.1 متعدد مرحلہ معاصر مشین

معاصر مشین عموماً تین مرحلہ ہوتے ہیں۔ ان کے تین مرحلہ ساکن قوی لچھے خلاء میں 120° برقی زاویہ پر نسب ہوتے ہیں جبکہ اس کے میدانی لچھے گھومتے حصے پر نسب ہوتے ہیں اور ان میں یک سمتی برقی رو ہوتی ہے۔

اگر مشین کے گھومتے حصے کو بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جائے تو یہ مشین ایک معاصر جزیئر کے طور پر کام کرتی ہے اور اس کے تین مرحلہ ساکن قوی لچھوں میں تین مرحلہ برقی دباؤ پیدا ہوتی ہے جس کا برقی تعدد گھومنے کے رفتار پر منحصر ہوتا ہے۔ اس کے برعکس اگر مشین کے تین مرحلہ ساکن قوی لچھوں کو تین مرحلہ برقی طاقت مہیا کیا جائے تو یہ ایک معاصر موٹر کے طور کام کرتی ہے جو معاصر رفتار سے گھومتی ہے۔ مشین کی کل برقی قوت کے چند فی صد برابر برقی قوت اس کے میدان لچھے کو درکار ہوتی ہے۔ گھومتے لچھے تک برقی دباؤ مختلف طریقوں سے پہنچائی جاتی ہے۔ شکل 6.1 میں گھومتے لچھے تک موصل سرکے چھل⁴ کی مدد سے یک سمتی برقی رو پہنچانے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ یہ سرک چھلے اسی دھرے پر نسب ہوتے ہیں جس پر گھومتا لچھا نسب ہوتا ہے اور یہ اس لچھے کے ساتھ یکساں طور پر گھومتے ہیں۔ سرک چھلوں کے بیرونی سطح پر کاربن کے ساکن بُش، اسپرنگ کی مدد سے ان کے ساتھ دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ جب مشین چلتی ہے کاربن کے بُش ان سرک چھلوں پر سرکتے ہیں۔ اسپرنگ کا دباؤ ان کا

synchronous speed³
slip rings⁴



شکل 6.1: کاربن بُش اور سرک چھلوں سے لچھے تک برقی رو پہنچایا گیا ہے۔

برقی جوڑ مضبوط رکھتا ہے اور ان کے مابین چنگاریاں نہیں نکلتی۔ کاربن بُش کے ساتھ برقی تار لگی ہے۔ اس طرح ایک سمتی برقی رو I_r ، کاربن بُش⁵ سے سرک چھلوں اور یہاں سے گھومتے لچھے تک پہنچتی ہے۔

بڑے معاصر مشین میں میدانی یک سمتی برقی رو عموماً ایک بدلتی رو برقی جزیئر سے حاصل کی جاتی ہے جو معاصر مشین کے دھرے پر ہی نسب ہوتی ہے اور اس کے ساتھ یکساں طور پر گھومتی ہے۔ اس چھوٹے جزیئر کی برقی دباؤ کو دھرے پر ہی نسب الیکٹر انکس کی مدد سے ایک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں سرک چھلے کی ضرورت نہیں رہتی۔ سرک چھلے رگڑ کی وجہ سے خراب ہوتے ہیں جس کی وجہ سے معاصر مشین کو مرمت کی خاطر بند کرنا پڑتا ہے جو بہت مہنگا پڑتا ہے۔

اُبھرے قطب⁶ مشین پانی سے چلنے والے سست رفتار جزیئر اور عام استعمال کے موٹروں کے لئے موزوں ہوتے ہیں جبکہ ہموار قطب⁷ مشین تیز رفتار دو یا چار قطب والے ٹربائن جزیئروں کے لئے موزوں ہوتے ہیں۔

کسی بھی مملکت کو درکار برقی توانائی ایک برقی جزیئر سے دینا ممکن نہیں، لہذا حقیقت میں کچھ درجنوں سے لیکر کئی سو برقی جزیئر بیک وقت یہ فرغہ سرانجام دے رہے ہوتے ہیں۔ ایک سے زیادہ جزیئر استعمال کرنا فائدہ مند ثابت ہوتا ہے۔ اول تو برقی توانائی کی ضرورت کے مطابق جزیئر چالو کئے جاسکتے ہیں اور پھر ان جزیئروں کو ضرورت کی جگہ کے ممکنہ طور پر قریب نسب کیا جاسکتا ہے۔ کسی بھی اس طرح کے بڑے نظام میں ایک جزیئر کی حیثیت بہت کم ہو جاتی ہے۔ ایک جزیئر چالو یا بند کرنے سے پورے نظام پر کوئی خاص فرق نہیں پڑتا۔ اس صورت میں ہم

carbon bush⁵
salient poles⁶
non-salient poles⁷

اس نظام کو ایک مقررہ برقی دباؤ اور ایک مقررہ برقی تعدد رکھنے والا نظام تصور کر سکتے ہیں۔ معاصر جزیروں کے کئی اہم پہلو با آسانی سمجھے جاسکتے ہیں اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ یہ ایک ایسے ہی نظام سے جوڑا گیا ہے۔

مساوات 5.101 ایک معاصر مشین کا قوت مروڑ بتلاتا ہے۔ اس مساوات کے مطابق برقی مقناطیسی قوت مروڑ کی کوشش ہوتی ہے کہ وہ مشین میں موجود عمل کرنے والے مقناطیسی دباؤ کو سیدھ میں لائے۔ برقرار چالو مشین کا برقی مقناطیسی قوت مروڑ اور اس کے دھرے پر لاگو میکانی قوت مروڑ برابر ہوتے ہیں۔ جب مشین ایک جزیئر کی حیثیت سے استعمال ہو تب میکانی طاقت دھرے کو گھماتا ہے اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ کل مقناطیسی دباؤ سے گھومنے کی سمت میں آگے ہوتا ہے۔ مساوات 5.101 سے حاصل قوت مروڑ اس صورت میں گھومنے کو روکنے کی کوشش کرتا ہے۔ میکانی طاقت چلتے پانی، ایندھن سے چلتے انجن وغیرہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ اسی طرح اگر مشین ایک موٹر کی حیثیت سے استعمال ہو رہا ہو، تب صورت اس کے بالکل الٹ ہوگی۔

اگر کل مقناطیسی بہاؤ ϕ_{ar} اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ τ_r تبدیل نہ ہو تب اسی مساوات کے مطابق مشین کا قوت مروڑ $\sin \theta_r$ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ اگر زاویہ θ_r صفر ہو تب یہ قوت مروڑ بھی صفر ہو گا۔ اب تصور کریں کہ یہی مشین ایک موٹر کے طور پر استعمال ہو رہی ہو۔ جیسے جیسے موٹر پر لدا میکانی بوجھ بڑھایا جائے ویسے ویسے اس کے دھرے پر میکانی قوت مروڑ بڑھے گی۔ موٹر کو برابر کا برقی مقناطیسی قوت مروڑ پیدا کرنا ہو گا جو یہ زاویہ بڑھا کر کرتا ہے۔ یہاں یہ سمجھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر وقت معاصر رفتار سے ہی گھومتا ہے اور وہ یہ زاویہ پل بھر کے لئے آہستہ ہو کر ضرورت کے مطابق درست کرتا ہے۔ یعنی موٹر کا زاویہ θ_r ہر وقت میکانی قوت مروڑ کا تعقب⁸ کرتی ہے۔

اگر موٹر پر لدا میکانی بوجھ بتدریج بڑھایا جائے تو ایک لمحہ آئے گا جب زاویہ θ_r نوے درجہ یعنی $\frac{\pi}{2}$ ریڈیئن تک پہنچ جائے گا۔ اس لمحہ موٹر اپنی انتہائی قوت مروڑ⁹ پیدا کر رہی ہوگی۔ اگر بوجھ مزید بڑھایا جائے تو موٹر کسی بھی صورت میں اس کے مقابلے کا قوت مروڑ نہیں پیدا کر سکتی اور یہ موٹر رکھ جائے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ موٹر نے غیر معاصر¹⁰ صورت اختیار کر لی ہے۔ مساوات سے یہ ظاہر ہے کہ کل مقناطیسی بہاؤ یا گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ بڑھا کر اس انتہائی قوت مروڑ کی مقدار بڑھائی جاسکتی ہے۔

یہی صورت اگر مشین برقی جزیئر کے طور پر استعمال کی جائے سامنے آتی ہے۔ جب بھی مشین غیر معاصر صورت اختیار کرے اسے جلد خود کار دور شکن¹¹ کی مدد سے برقی بھم رسانی سے الگ کر دیا جاتا ہے۔

hunting⁸
pull out torque⁹
lost synchronism¹⁰
circuit breaker¹¹

ہم نے دیکھا کہ ایک معاصر موٹر صرف اور صرف معاصر رفتار سے ہی گھوم سکتی ہے اور صرف اسی رفتار پر گھومتی صورت میں قوت مروڑ پیدا کر سکتی ہے لہذا اگر اسے ساکن حالت سے چالو کرنے کی کوشش کی جائے تو یہ کوشش ناکام رہے گی۔ ایسے موٹر کو پہلے کسے اور طریقے سے معاصر رفتار تک لایا جاتا ہے اور پھر اسے چالو کیا جاتا ہے۔ ایسا عموماً ایک چھوٹی امالہ¹² کی مدد سے کیا جاتا ہے جو بے بوجھ معاصر موٹر کو، اس کے معاصر رفتار تک لے آتا ہے اور پھر اس معاصر موٹر کو چالو کیا جاتا ہے۔ ایسی امالہ موٹر معاصر موٹر کے دھرے پر ہی نسب ہوتی ہے۔

6.2 معاصر مشین کے امالہ

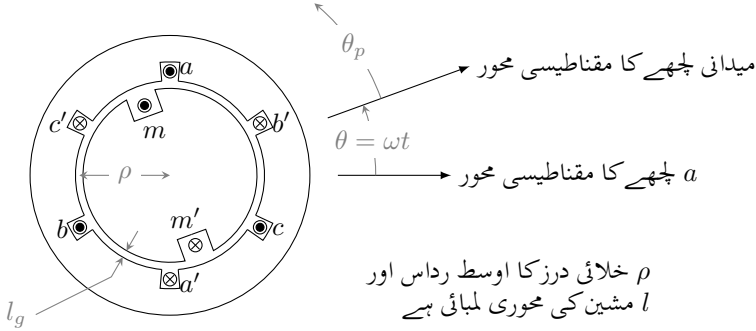
ہم تصور کرتے ہیں کہ مشین دو قطب اور تین مرحلہ ہے اور اس کے لچھے ستارہ نما جڑے ہیں۔ اس طرح لچھوں میں برقی رو، تار برقی رو¹³ ہی ہوگی اور ان پر لاگو برقی دباؤ، یک مرحلہ برقی دباؤ ہوگی۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

شکل 6.2 میں ایک ایسا تین مرحلہ دو قطب معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا حصہ نکلی نما ہے۔ اس کو دو قطب کا مشین یا پھر P قطب کے مشین کا دو قطب کا حصہ سمجھا جاسکتا ہے۔

یہاں کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں لیکن حقیقت میں پھیلے لچھے ہی استعمال ہوتے ہیں اور انہیں درحقیقت پھیلے لچھے ہی سمجھا جائے۔ اس طرح ہر لچھا سائن نما برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جس کی چوٹی لچھے کی مقناطیسی محور کی سمت میں ہوتی ہے۔ چونکہ معاصر مشین میں گھومتے لچھے میں یک سمتی رو ہی ہوتا ہے لہذا اس کا مقناطیسی دباؤ ہر لمحہ گھومتے حصے کی مقناطیسی محور کی سمت میں ہی رہتا ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ گھومتے حصے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔

ہم فرض کرتے ہیں کہ مشین معاصر رفتار ω سے گھوم رہی ہے۔ اس طرح اگر لمحہ $t = 0$ پر مرحلہ a^{14} اور گھومتے لچھے کے مقناطیسی محور ایک ہی سمت میں ہوں تب کسی بھی لمحہ پر ان کے مابین زاویہ $\theta = \omega t$ ہوگا۔ امالہ کے حساب لگانے کے لئے شکل 6.2 سے رجوع کریں۔ شکل میں محیط پر خلائی درز یکساں ہے اور اس کی رداسی سمت

induction motor¹²line current¹³phase¹⁴



شکل 6.2: تین مرحلہ، دو قطب معاصر مشین۔

میں لمبائی l_g ہے۔ ساکن حصے میں شگافوں کے اثر کو نظر انداز کیا گیا ہے۔ محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ ρ ہے اور مشین کی دھرے کی سمت میں محوری لمبائی l ہے۔

کسی بھی لچھے کے خود امالہ کا حساب کرتے وقت باقی سب لچھوں کو نظر انداز کریں۔ اس کا مطلب ہے کہ آپ تصور کریں کہ باقی سب لچھوں میں برقی رو صفر ہے یعنی ان لچھوں کے سرے آزاد رکھے گئے ہیں۔ حقیقت میں اگر آپ کبھی لچھوں کے خود امالہ کو مشین کی مدد سے ناپنا چاہیں تو آپ باقی سب لچھوں کے سرے آزاد ہی رکھیں گے۔

6.2.1 خود امالہ

گھومتے یا ساکن لچھے کی خود امالہ L زاویہ θ پر منحصر نہیں۔ ان میں سے کسی بھی لچھے کی مقناطیسی دباؤ τ

$$(6.1) \quad \tau = k_w \frac{4 Ni}{\pi 2} \cos \theta_p$$

سے خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہو گی جہاں

$$(6.2) \quad B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{\tau}{l_g} = \mu_0 k_w \frac{4 Ni}{\pi 2 l_g} \cos \theta_p$$

یہ مساوات زاویہ θ_p کے ساتھ بدلتی کثافتِ مقناطیسی دباؤ B بتلاتی ہے۔ اس لچھے کا ایک قطب پر کل مقناطیسی بہاؤ ϕ کا حساب کرنے کے لئے ہمیں اس مساوات کا سطحی مکمل¹⁵ یوں لینا ہوگا۔

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B l \rho d\theta_p \\
 (6.3) \quad &= \mu_0 k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i}{2 l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \theta_p d\theta_p \\
 &= \frac{4 \mu_0 k_w N i l \rho}{\pi l_g}
 \end{aligned}$$

اب ہم اس لچھے کی خود امالہ L مساوات 2.29 میں جزو پھیلاؤ k_w کا اثر شامل کرتے ہوئے حاصل کر سکتے ہیں۔

$$(6.4) \quad L = \frac{\lambda}{i} = \frac{k_w N \phi}{i} = \frac{4 \mu_0 k_w^2 N^2 l \rho}{\pi l_g}$$

یہ مساوات اس شکل میں کسی بھی لچھے کی خود امالہ دیتا ہے۔ یعنی

$$(6.5) \quad L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0} = \frac{4 \mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

اور

$$(6.6) \quad L_{mm0} = \frac{4 \mu_0 k_{wm}^2 N_m^2 l \rho}{\pi l_g}$$

6.2.2 مشترکہ امالہ

اب ہم دو لچھوں کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ تصور کریں کہ صرف گھومتا لچھا مقناطیسی بہاؤ پیدا کر رہا ہے۔ ہم اس کا وہ حصہ جو a لچھے سے گزرے کا حساب لگا کر ان کا مشترکہ امالہ حاصل کریں گے۔ شکل 6.2 میں گھومتے اور a لچھے کے مابین کا زاویہ θ ہے۔ اس صورت میں وہ مقناطیسی بہاؤ جو $(\frac{\pi}{2} - \theta) < \theta_p < (\frac{\pi}{2} + \theta)$ کے مابین

¹⁵ surface integral

لچھے سے گزرے گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا حساب مساوات 6.3 میں مکمل کے حدود تبدیل کر کے یوں حاصل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi_{am} &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} B l \rho d\theta_p \\
 (6.7) \quad &= \mu_0 k_{wm} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} \cos \theta_p d\theta_p \\
 &= \frac{4\mu_0 k_{wm} N_m i_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta
 \end{aligned}$$

اس مساوات سے ان کا مشترکہ امالہ یہ ہے

$$(6.8) \quad L_{am} = \frac{\lambda_{am}}{i_m} = \frac{k_{wa} N_a \phi_{am}}{i_m} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta$$

اس کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(6.9) \quad L_{am} = L_{am0} \cos \theta$$

جہاں جیسے پہلے ذکر ہوا زاویہ θ گھومنے کی رفتار پر منحصر ہے یعنی $\theta = \omega t$ اور L_{am0} یہ ہے

$$(6.10) \quad L_{am0} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g}$$

اگرچہ یہ مساوات ایک گھومتے اور ایک ساکن لچھے کے لئے نکالا گیا ہے درحقیقت یہ اس شکل میں کسی بھی دو لچھوں کے لئے درست ہے۔ یہ دونوں لچھے ساکن ہوتے تب بھی جواب یہی آتا۔ اگر یہ دونوں گھومتے ہوتے تب بھی جواب یہی آتا۔ لہذا دو ساکن یکساں لچھے مثلاً a اور b جن کے مابین 120° کا زاویہ ہے کا آپس کا مشترکہ امالہ یہ ہو گا

$$(6.11) \quad L_{ab} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wb} N_a N_b l \rho}{\pi l_g} \cos 120^\circ = -\frac{2\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

جہاں دونوں لچھے بالکل یکساں ہونے کی بدولت $k_{wb} = k_{wa}$ اور $N_b = N_a$ لئے گئے ہیں۔ اگر تینوں ساکن لچھے بالکل یکساں ہوں تب ہم اس مساوات اور مساوات 6.5 کی مدد سے یہ لکھ سکتے ہیں۔

$$(6.12) \quad L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{L_{aa0}}{2}$$

6.2.3 معاصر امالہ

مشین پر لاگو برقی دباؤ کو مشین کے لچھوں کی خود امالہ، مشترکہ امالہ اور لچھوں میں برقی رو کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہم پہلے لچھوں کی ارتباط بہاول λ کو ان کے امالہ اور ان میں برقی رو کی مدد سے یوں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \\ \lambda_b &= L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bm}I_m \\ \lambda_c &= L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cm}I_m \\ \lambda_m &= L_{ma}i_a + L_{mb}i_b + L_{mc}i_c + L_{mm}I_m\end{aligned}\quad (6.13)$$

ان مساوات میں ساکن لچھوں کے بدلتی برقی رو کو چھوٹے حروف یعنی i_a, i_b, i_c سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ گھومتے میدان لچھے کے یک سمتی برقی رو کو بڑے حرف I_m سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ان چار مساوات میں سے ہم کسی ایک کو چُنتے ہیں اور اسے حل کرتے ہیں۔ چونکہ یہ چاروں مساوات ایک طرح کے ہیں اس لئے باقی بھی ایسے ہی حل ہوں گے۔ ہم ان میں سے پہلے مساوات لیتے ہیں یعنی

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \quad (6.14)$$

مساوات 6.5 ہمیں a لچھے کا خود امالہ دیتا ہے۔ یہ مساوات یہ تصور کر کے نکالا گیا تھا کہ اس لچھے کا پورا مقناطیسی بہاول خلائی درز سے گزرتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا اور کچھ مقناطیسی بہاول اس خلائی درز میں سے گزر کر دوسری جانب نہیں پہنچتا۔ ایسے مقناطیسی بہاول کی وجہ سے رستا امالہ L_{al} وجود میں آتا ہے۔ یہ بالکل ٹرانسفارمر کے رستا امالہ کی طرح ہے۔ یوں اس لچھے کا کل خود امالہ L_{aa} یہ ہے۔

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{al} \quad (6.15)$$

ہم مساوات 6.5، مساوات 6.9، مساوات 6.12 اور مساوات 6.15 کی مدد سے مساوات 6.14 کو یوں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}i_b - \frac{L_{aa0}}{2}i_c + L_{am0}I_m \cos \omega t \\ &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}(i_b + i_c) + L_{am0}I_m \cos \omega t\end{aligned}\quad (6.16)$$

اب تین مرحلہ برقی رو مجموعہ صفر ہوتا ہے یعنی

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (6.17)$$

لہذا مساوات 6.16 میں اس کو استعمال کرتے ملتا ہے

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al}) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} (-i_a) + L_{am0} I_m \cos \omega t \\
 (6.18) \quad &= \left(\frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al} \right) i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t \\
 &= L_s i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t
 \end{aligned}$$

جہاں

$$(6.19) \quad L_s = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al}$$

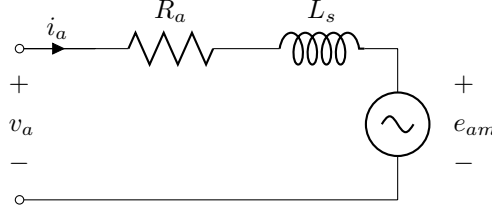
کو معاصر امالہ¹⁶ کہتے ہیں۔

اس مساوات اور مساوات 5.48 پر ایک مرتبہ دوبارہ غور کریں۔ یہ دونوں ملتے جلتے ہیں۔ وہاں کل گھومتا مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ کے $\frac{3}{2}$ گھٹتا تھا اور یہاں معاصر امالہ ایک لچھے کی امالہ کے $\frac{3}{2}$ گھٹتا ہے۔ یہ دو مساوات درحقیقت ایک ہی حقیقت کے دو پہلو ہیں۔

معاصر امالہ تین حصوں پر مشتمل ہے۔ پہلا حصہ L_{aa0} ہے جو a لچھے کا خود امالہ ہے۔ دوسرا حصہ $\frac{L_{aa0}}{2}$ اس لچھے یعنی a لچھے کا باقی دو لچھوں کے ساتھ اُس صورت میں مشترکہ امالہ ہے جب مشین میں تین مرحلہ متوازن برقی رو ہو۔ تیسرا حصہ L_{al} لچھے a کا رستا امالہ ہے۔ اس طرح معاصر امالہ مشین کے ایک لچھے کا ظاہری امالہ ہوتا ہے جب مشین میں متوازن برقی رو ہو۔

مثال 6.1: ایک معاصر جزیئر کی یک مرحلہ کل خود امالہ 2.2 mH اور رستا امالہ 0.2 mH ہیں۔ اس مشین کے دو مرحلوں کا آپس میں مشترکہ امالہ اور مشین کا معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: چونکہ $L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$ لہذا $L_{aa0} = 2 \text{ mH}$ ہے۔ مساوات 6.12 کی مدد سے $L_{ab} = -1 \text{ mH}$ اور مساوات 6.19 کی مدد سے $L_s = 3.2 \text{ mH}$ ہے۔
□



شکل 6.3: معاصر موٹر کا مساوی دور یاریاضی نمونہ۔

6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یاریاضی نمونہ

لچھا a پر لاگو برقی دباؤ اس لچھے کی مزاحمت R_a میں برقی دباؤ کے گٹھنے اور λ_a کے برقی دباؤ کے برابر ہوگا، یعنی

$$\begin{aligned}
 v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \\
 (6.20) \quad &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} - \omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{am}
 \end{aligned}$$

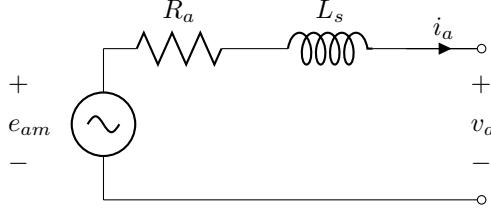
یہاں

$$\begin{aligned}
 e_{am} &= -\omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 (6.21) \quad &= \omega L_{am0} I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned}$$

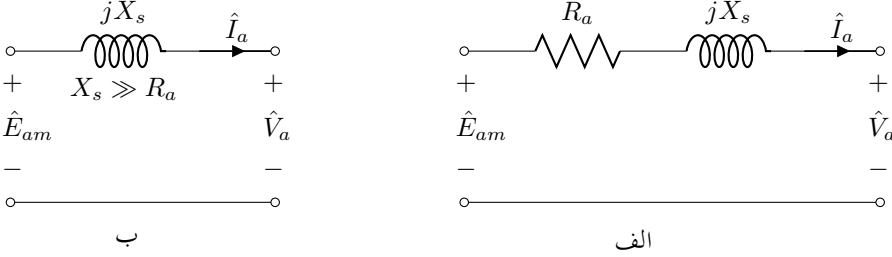
کو نیچائی برقی دباؤ یا اندرونی پیدا برقی دباؤ کہتے ہیں جو گھومتے لچھے سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے وجود میں آتی ہے۔ اس کے موثر قیمت $E_{am,rms}$ مساوات 1.42 کی مدد سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(6.22) \quad E_{am,rms} = \frac{\omega L_{am0} I_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f L_{am0} I_m$$

مساوات 6.20 کو ایک برقی دور سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جسے شکل 6.3 میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی برقی آلہ پر جب برقی دباؤ لاگو کیا جائے تو برقی رو کی مثبت سمت لاگو برقی دباؤ کے مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہوتی ہے۔ لہذا اس شکل میں برقی رو i_a لاگو برقی دباؤ v_a کی مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہے۔ یہ شکل ایک موٹر کو ظاہر کرتی ہے جہاں موٹر کے مثبت سرے پر برقی رو اندر کی جانب کو ہوتا ہے۔ اگر موٹر کی بجائے ایک معاصر جزیئر کی بات



شکل 6.4: معاصر جنیٹر کا مساوی دور پاراضی نمونہ۔



شکل 6.5: معاصر جنیٹر کے مساوی دور۔

ہوتی تو یہ جنیٹر برقی دباؤ پیدا کرتا اور برقی روا اس جنیٹر کی مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہوتی۔ اس صورت میں ہمیں شکل 6.3 کی جگہ شکل 6.4 ملے گا۔ اس شکل کی مساوات اسی شکل سے یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$(6.23) \quad e_{am} = i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + v_a$$

یہاں یہ دھیان رہے کہ جنیٹر کے مساوی دور میں برقی روا کی مثبت سمت موٹر کے مساوی دور میں برقی روا کی مثبت سمت کے الٹ ہے۔ اس کا مرحلی سمتیہ مساوات یوں لکھا جائے گا۔

$$(6.24) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s + \hat{V}_a$$

اس مرحلی سمتیہ کے مساوات کو شکل 6.5-الف میں دکھایا گیا ہے۔ عام حالات میں X_s کی مقدار R_a سے سو سے دو سو گنا زیادہ ہوتی ہے۔

مثال 6.2: دو قطب 50 ہرٹز کا ایک معاصر جنیٹر 40 ایمپیئر میدانی برقی روا پر 2100 وولٹ یک مرحلہ موٹر برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔ اس مشین کی قوی اور میدانی لچھوں کے مابین مشترکہ امالہ حاصل کریں۔

حل: مساوات 6.22 سے

$$(6.25) \quad L_{am} = \frac{\sqrt{2}E_{am}}{\omega I_m} = \frac{\sqrt{2} \times 2100}{2 \times \pi \times 50 \times 40} = 0.2363 \text{ H}$$

□

6.4 برقی طاقت کی منتقلی

شکل 3.20 ٹرانسفارمر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) اور شکل 6.5 معاصر جزیرہ کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) ہے۔ دونوں بالکل ایک طرح کے ہیں، لہذا مندرجہ ذیل بیان دونوں کے لئے درست ہوگا، اگرچہ یہاں ہمیں صرف معاصر آلوں سے دلچسپی ہے۔

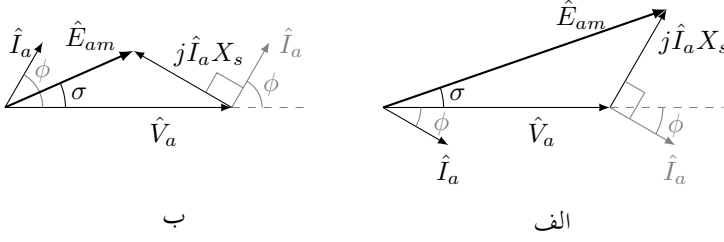
معاصر آلوں میں معاصر متعاملہ لچھے کی مزاحمت سے بہت زیادہ ہوتا ہے لہذا اس کے مزاحمت کو نظر انداز کیا جا سکتا۔ ایسا ہی شکل کے حصہ بائیں کیا گیا ہے۔

شکل 6.5-ب کو اگر ہم ایک لمحے کے لئے ایک سادہ برقی دور سمجھیں جس کے بائیں جانب \hat{E}_{am} اور دائیں جانب \hat{V}_a برقی دباؤ ہے جن کے مابین ایک متعاملہ jX_s جڑا ہے۔ اس برقی دور میں برقی طاقت کے منتقلی کا حساب یوں ممکن ہے۔

شکل 6.5-ب کی مرحلی سمتیہ شکل 6.6 میں دی گئی ہے۔ شکل 6.6-الف میں برقی رو \hat{I}_a برقی دباؤ \hat{V}_a سے ϕ زاویہ پیچھے ہے اور شکل 6.6-ب میں برقی رو ϕ زاویہ برقی دباؤ سے آگے ہے۔ چونکہ زاویہ افقی سمت سے گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے لہذا شکل-الف میں ϕ منفی زاویہ ہے اور σ مثبت زاویہ ہے جبکہ شکل-ب میں دونوں زاویے مثبت ہیں۔

دائیں جانب طاقت p_v منتقل ہو رہی ہے جہاں

$$(6.26) \quad p_v = V_a I_a \cos \phi$$



شکل 6.6: معاصر جزیٹر کا مرحلہ سمنیہ۔

کے برابر ہے۔ شکل 6.6-الف سے

$$\begin{aligned}
 \hat{I}_a = I_a / \phi_a &= \frac{\hat{E}_{am} - \hat{V}_a}{j X_s} \\
 (6.27) \quad &= \frac{E_{am} \angle \sigma - V_a \angle 0}{X_s \angle \frac{\pi}{2}} \\
 &= \frac{E_{am} / \sigma - \pi/2 - V_a / -\pi/2}{X_s}
 \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ایک مرحلہ سمنیہ کے دو جزو ہوتے ہیں۔ اس کا حقیقی جزو افقی سمت میں بنایا جاتا ہے اور اس کا فرضی جزو حقیقی جزو کے عمود میں بنایا جاتا ہے۔ شکل 6.6 سے واضح ہے کہ اس مساوات کا حقیقی جزو \hat{V}_a کے ہم قدم ہے لہذا

$$\begin{aligned}
 I_a \cos \phi_a &= \frac{E_{am}}{X_s} \cos \left(\sigma - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{V_a}{X_s} \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) \\
 (6.28) \quad &= \frac{E_{am}}{X_s} \sin \sigma
 \end{aligned}$$

اس مساوات اور مساوات 6.26 سے حاصل ہوتا ہے

$$(6.29) \quad p_v = \frac{V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

تین مرحلہ معاصر مشین کے لئے اس مساوات کو تین سے ضرب دیں یعنی

$$(6.30) \quad p_v = \frac{3 V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

یہ طاقت بالمقابل زاویہ¹⁷ کا قانون ہے۔ اگر V_a معین ہو تو جزیٹر E_{am} یا σ بڑھا کر طاقت بڑھا سکتا ہے۔ E_{am} گھومتے لچھے میں برقی رو بڑھا کر بڑھائی جاتی ہے۔ البتہ یہ ایک حد تک کرنا ممکن ہے۔ لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی

¹⁷power-angle law

ضائع ہونے سے یہ گرم ہوتا ہے اور اس کی حرارت کو خطرناک حد تک پہنچنے نہیں دیا جاسکتا۔ دوسری جانب σ کو نوے زاویہ تک بڑھایا جاسکتا ہے اور اس صورت میں جزیئر زیادہ سے زیادہ طاقت مہیا کرے گا۔

$$(6.31) \quad p_{v, \text{انتہا}} = \frac{3V_a E_{am}}{X_s}$$

حقیقت میں جزیئر کو اس طرح بنایا جاتا ہے کہ اس کی زیادہ سے زیادہ قابل استعمال طاقت نوے درجے سے کافی کم زاویہ پر ہو۔ نوے درجے پر جزیئر کو قابو رکھنا مشکل ہو جاتا ہے۔

مثال 6.3: ایک 50 قطب ستارہ جڑی تین مرحلہ 50 ہرٹز 2300 ولٹ تار کی برقی دباؤ پر چلنے والی 1800 کلو ولٹ-ایمپیئر کی معاصر مشین کی ایک مرحلہ معاصر امالہ 2.1 اوہم ہے۔

• مشین کے برقی سروں پر 2300 ولٹ تار کی برقی دباؤ مہیا کرتے ہوئے اگر اس کی میدانی برقی رواتی رکھی جائے کہ پورے بوجھ پر مشین کا جزو طاقت ایک کے برابر ہو تو اس سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جاسکتی ہے۔

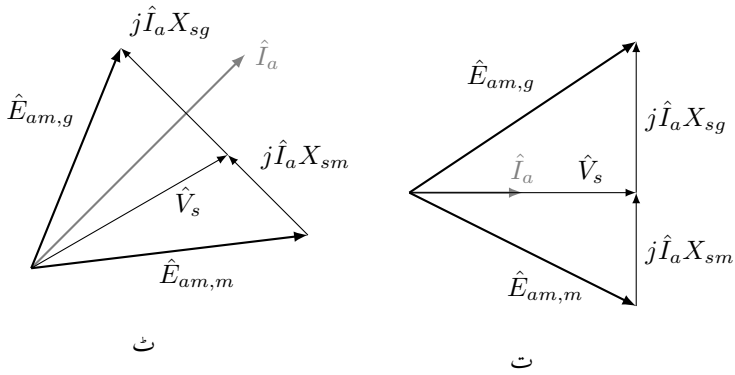
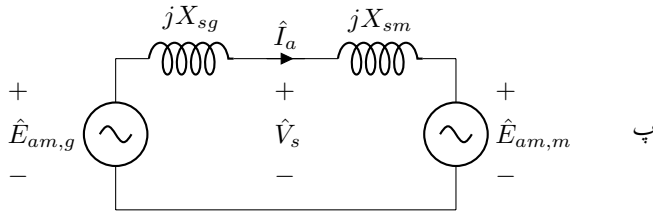
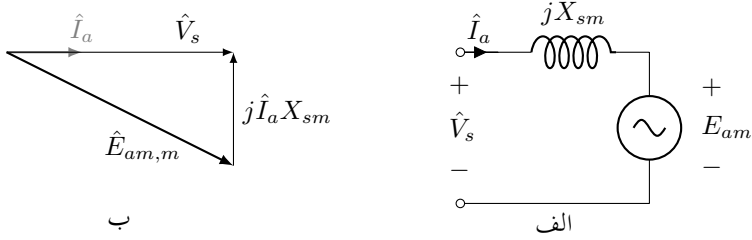
• اگر اسے 2 قطب 3000 چکرنی منٹ تین مرحلہ ستارہ جڑی 2300 ولٹ تار کی برقی دباؤ پیدا کرنے والی 2200 کلو ولٹ-ایمپیئر کی معاصر جزیئر سے چلایا جائے جس کی ایک مرحلہ معاصر امالہ 2.3 اوہم ہو۔ موٹر پر اس کا پورا برقی بوجھ لاد کر جزیئر کو معاصر رفتار پر چلاتے ہوئے دونوں مشینوں کی میدانی برقی رو تبدیل کی جاتی ہے حتیٰ کہ موٹر ایک جزو طاقت پر چلنے لگے۔ دونوں مشینوں کی میدانی برقی رو یہاں برقرار رکھ کر موٹر پر بوجھ آہستہ آہستہ بڑھائی جاتی ہے۔ اس صورت میں موٹر سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جاسکتی ہے اور اس کی سروں پر تار کی برقی دباؤ کتنی ہوگی۔

حل:

• شکل 6.7-الف اور 6.7-ب سے رجوع کریں۔ ایک مرحلہ برقی دباؤ اور کل برقی رو یہ ہیں

$$\frac{2300}{\sqrt{3}} = 1327.9 \text{ V}$$

$$\frac{1800000}{\sqrt{3} \times 2300} = 451.84 \text{ A}$$



شکل 6.7: معاصر جزیر معاصر موٹر چلاری ہے۔

لہذا

$$\begin{aligned}
 \hat{E}_{am,m} &= \hat{V}_a - j\hat{I}_a X_{s,m} \\
 &= 1327.9/0^\circ - j451.84/0^\circ \times 2.1 \\
 &= 1327.9 - j948.864 \\
 &= 1632/-35.548^\circ
 \end{aligned}$$

ہے۔ یوں مساوات 6.31 سے ایک مرحلے کی زیادہ سے زیادہ برقی طاقت

$$p_{\text{اِتہا}} = \frac{1327.9 \times 1632}{2.1} = 1\,031\,968\text{ W}$$

ہے۔ یوں تین مرحلوں کی زیادہ سے زیادہ طاقت 3 095 904 واٹ ہوگی۔ 50 ہرٹز اور 50 قطب سے مشین کی معاصر میکانی رفتار مساوات 5.51 کی مدد سے دو چکر فی سیکنڈ حاصل ہوتی ہے یعنی $f_m = 2$ ۔ یوں مشین سے زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ

$$T_{\text{اِتہا}} = \frac{p_{\text{اِتہا}}}{2\pi f_m} = \frac{3095904}{2 \times \pi \times 2} = 246\,364\text{ N m}$$

حاصل ہوگی۔

- شکل 6.7- پ سے رجوع کریں۔ پہلی جزو کی طرح یہاں بھی موٹر کی برقی سروں پر تار کی برقی دباؤ 2300 وولٹ اور اس کی محرک برقی دباؤ 1632 وولٹ ہے۔ جنریٹر کی محرک برقی دباؤ

$$\begin{aligned}
 \hat{E}_{am,g} &= \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_{s,g} \\
 &= 1327.9/0^\circ + j451.84/0^\circ \times 2.3 \\
 &= 1327.9 + j1039.233 \\
 &= 1686/38.047^\circ
 \end{aligned}$$

ہے۔ یہ صورت شکل 6.7- ت میں دکھائی گئی ہے۔

معاصر موٹر اس وقت زیادہ سے زیادہ طاقت پیدا کرے گی جب $\hat{E}_{am,m}$ اور $\hat{E}_{am,g}$ آپس میں 90° زاویہ پر ہوں۔ ایسا شکل 6.7- ٹ میں دکھایا گیا ہے۔

اب مساوات 6.31 میں ایک معاصر امالہ کی جگہ سلسلہ وار جڑی موٹر اور جنریٹر کی امالہ ہیں اور دو برقی دباؤ اب موٹر اور جنریٹر کی محرک برقی دباؤ ہیں۔ یوں موٹر کی یک مرحلہ زیادہ سے زیادہ طاقت

$$p_{\text{اِتہا}} = \frac{1686 \times 1632}{2.3 + 2.1} = 625\,352\text{ W}$$

حاصل ہوں گے۔ تین مرحلوں سے یوں 1 876 056 واٹ حاصل ہوں گے اور زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ

$$T_{\text{انتہا}} = \frac{1876056}{2 \times \pi \times 2} = 149\,291 \text{ N m}$$

ہوگی۔

□

6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات

6.5.1 معاصر جزیئر: برقی بوجھ بالمقابل I_m کے خطوط

شکل 6.5-ب کے لئے مرحلی سمتیوں کا مساوات یہ ہے

$$(6.32) \quad \hat{E}_{am} = \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_s$$

اسے یوں لکھ سکتے ہیں

$$(6.33) \quad E_{am}/\sigma = V_a/0 + I_a X_s / \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right)$$

اس مساوات کو مخلوط عدد¹⁸ کے طور پر یوں لکھ سکتے ہیں۔

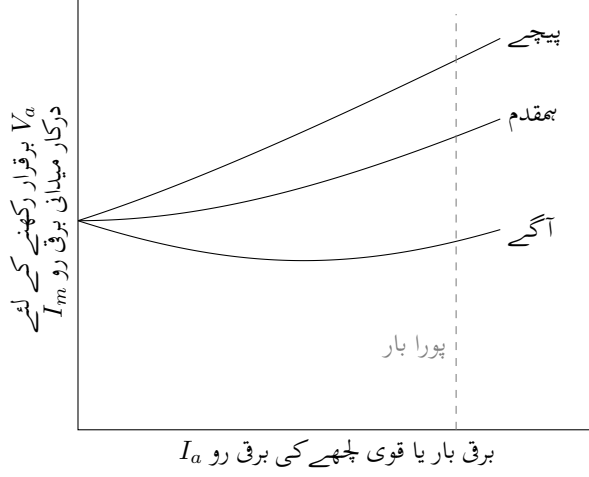
$$\begin{aligned} E_{am} \cos \sigma + j E_{am} \sin \sigma &= V_a \cos 0 + j V_a \sin 0 + I_a X_s \cos \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) + j I_a X_s \sin \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= E_{am,x} + j E_{am,y} \end{aligned}$$

اس مساوات سے $|\hat{E}_{am}|$ یعنی E_{am} کی مقدار یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned} (6.34) \quad |\hat{E}_{am}| &= E_{am} = \sqrt{E_{am,x}^2 + E_{am,y}^2} \\ &= \sqrt{V_a^2 + (I_a X_s)^2 + 2V_a I_a X_s \sin \phi} \end{aligned}$$

جزیئر کے سروں پر معین V_a رکھتے ہوئے مختلف ϕ کے لئے E_{am} بالمقابل I_a کے خط شکل 6.8 میں دکھائے گئے ہیں۔ چونکہ E_{am} اور I_m براہ راست متناسب ہیں اور اسی طرح کسی ایک مخصوص جزو طاقت اور معین V_a کے لئے جزیئر کا طاقت I_a کے براہ راست متناسب ہوتا ہے لہذا یہی ترسیم I_m بالمقابل جزیئر کے طاقت کو بھی ظاہر کرتا ہے۔

¹⁸complex number

شکل 6.8: جزئی: برقی بوجھ بالمتقابل I_m کے خط6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالمتقابل I_m کے خط

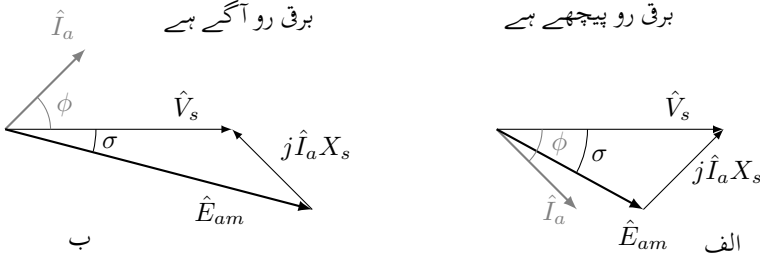
معاصر موٹر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) شکل 6.3 میں دکھایا گیا ہے اور اس کا مرحلہ سمتیہ شکل 6.9 میں دکھایا گیا ہے۔ اس میں مزاحمت نظر انداز کرنے سے اس کی مساوات یوں ہوگی۔

$$\begin{aligned}
 \hat{V}_a &= \hat{E}_{am} + j\hat{I}_a X_s \\
 V_a \angle 0 &= E_{am} \angle \sigma + j I_a \angle \phi X_s \\
 &= E_{am} \angle \sigma + I_a X_s \angle \frac{\pi}{2} + \phi
 \end{aligned}
 \tag{6.35}$$

اس مساوات میں زاویے موٹر پر لاگو برقی دباؤ \hat{V}_a کے حوالہ سے ہیں، یعنی \hat{V}_a کا زاویہ صفر لیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ زاویہ ناپنے کی مثبت سمت افقی لکیر سے گھڑی کی اُلٹی سمت ہے لہذا پیش زاویہ¹⁹ مثبت اور تاخیر زاویہ²⁰ منفی ہیں۔ اس مساوات سے امالی دباؤ E_{am} کی مقدار یوں حاصل ہوگی۔

$$\begin{aligned}
 E_{am} \angle \sigma &= V_a \angle 0 - I_a X_s \angle \frac{\pi}{2} + \phi \\
 &= V_a - I_a X_s \cos \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) - j I_a X_s \sin \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\
 &= V_a + I_a X_s \sin \phi - j I_a X_s \cos \phi
 \end{aligned}$$

leading angle¹⁹
lagging angle²⁰



شکل 6.9: موٹر کا مرحلہ سمتیہ۔
5

لہذا

$$(6.36) \quad |E_{am}| = \sqrt{(V_a + I_a X_s \sin \phi)^2 + (I_a X_s \cos \phi)^2}$$

$$= \sqrt{V_a^2 + I_a^2 X_s^2 + 2V_a I_a X_s \sin \phi}$$

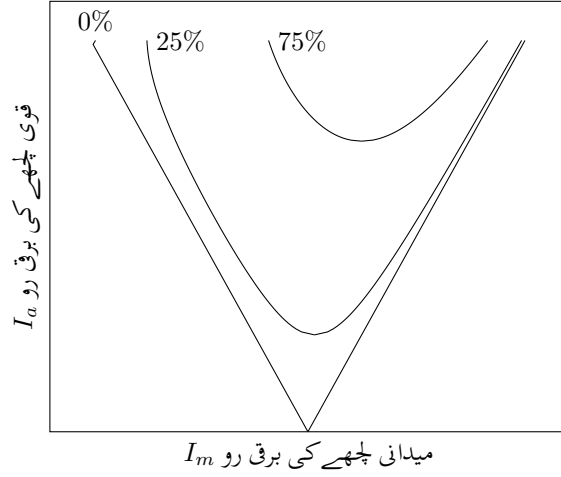
موٹر پر لاگو برقی دباؤ اور اس پر میکانیکی بوجھ کو 0%، 25% اور 75% پر رکھ کر اس مساوات کو شکل 6.10 میں ترسیم کیا گیا ہے۔ یہ موٹر کے E_{am} بالمقابل I_a خط ہیں۔ چونکہ امالی دباؤ I_m کے براہ راست متناسب ہے لہذا یہی موٹر کے I_m بالمقابل I_a خط بھی ہیں۔ ان میں سے ہر خط ایک معین میکانیکی بوجھ p کے لئے ہے جہاں

$$(6.37) \quad p = V_a I_a \cos \phi$$

اس مساوات سے واضح ہے کہ اگر p اور V_a معین ہوں تو جزو طاقت تبدیل کر کے I_a تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ لہذا مساوت 6.36 کو مساوت 6.37 کی مدد سے ترسیم کیا جاتا ہے۔ یہ کچھ یوں کیا جاتا ہے۔ معین V_a اور p کے لئے مختلف I_a پر مساوت 6.37 سے ϕ حاصل کریں۔ ان I_a اور ϕ کو مساوت 6.36 میں استعمال کر کے E_{am} کا حساب لگائیں اور E_{am} بالمقابل I_a ترسیم کریں۔

موٹر کی ان خطوط سے واضح ہے کہ I_m کو تبدیل کر کے موٹر کی جزو طاقت تبدیل کی جاسکتی ہے۔ لہذا موٹر کو پیش زاویہ یا تاخیر زاویہ پر چلایا جاسکتا ہے۔ اگر اسے پیش زاویہ پر رکھا جائے تو یہ ایک کپیسٹر²¹ کے طور پر استعمال ہو سکتا ہے اگرچہ ایسا کیا نہیں جاتا چونکہ کپیسٹر از خود زیادہ سستا ہوتا ہے۔

²¹capacitor



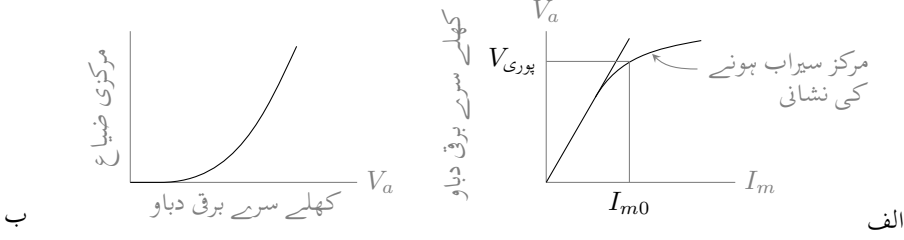
شکل 6.10: موثر I_m بالمقابل I_a کے خط

6.6 کھلے دور اور کسر دور معائنہ

معاصر مشین کے مساوی دور بنانے کے لئے اس کے جزو معلوم کرنا لازم ہے۔ یہ دو قسم کے معائنوں سے کیا جاتا ہے۔ انہیں کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ کہتے ہیں۔ ان معائنوں سے قالب کے سیراب ہونے کے اثرات بھی سامنے آتے ہیں۔ ہم نے ٹرانسفارمر کے لئے بھی اسی قسم کے معائنے کیے تھے۔ وہاں ہم نے دیکھا تھا کہ کھلے دور معائنہ اس برقی دباؤ پر کیا جاتا ہے جتنے کے لئے مشین بنائی²² گئی ہو جبکہ کسر دور معائنہ اس برقی رو پر کیا جاتا ہے جتنے کے لئے مشین بنائی گئی ہو۔ یہاں بھی ایسا ہی کیا جائے گا۔

6.6.1 کھلے دور معائنہ

معاصر مشین کے برقی سرے کھلے رکھ کر اور اسے معاصر رفتار پر گھماتے ہوئے مختلف I_m پر مشین کے سروں پر پیدا برقی دباؤ V_a ناپی جاتی ہے۔ ان دو کا ترسیم شکل 6.11-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہ خط مشین کے کھلے دور خاصیت ظاہر کرتا ہے۔ یہی خط مشین بنانے والے بھی مہیا کر سکتے ہیں۔



شکل 6.11: کھلے دور خط اور قابلی ضیاع۔

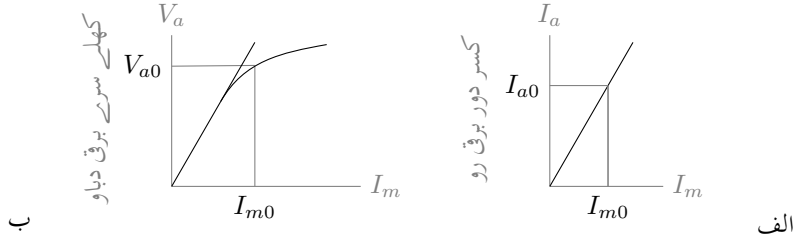
اس کتاب کے حصہ 2.8 میں بتلایا گیا تھا کہ قالب پر لاگو مقناطیسی دباؤ اگر بڑھایا جائے تو اس میں مقناطیسی بہاؤ بڑھتی ہے البتہ جلد ہی قالب سیراب ہونے لگتا ہے۔ اس کا اثر شکل-الف میں خط کے جھکنے سے واضح ہے۔ اگر قالب سیراب نہ ہوتا تو یہ خط شکل میں دیئے سیدھی لکیر کی پیروی کرتا۔ شکل میں مشین کا پورا برقی دباؤ اور اس پر درکار برقی رو I_{m0} دکھلایا گیا ہے۔

یہ معائنہ کرتے وقت اگر دھرے پر میکانیکی طاقت p_1 ناپی جائے تو یہ بے بوجھ مشین کی طاقت کے ضیاع کے برابر ہوگی۔ اس کا بیشتر حصہ رگڑ کی وجہ سے، کچھ حصہ قالب میں ضیاع کی وجہ سے اور کچھ گھومتے لچھے میں ضیاع کی وجہ سے ہوگا۔ یاد رہے کہ عموماً گھومتے لچھے کو یک سمتی جزیئر سے برقی توانائی دی جاتی ہے اور یہ جزیئر بھی مشین کے دھرے پر ہی نسب ہوتا ہے لہذا اسے طاقت محرک 23 سے ہی ملتی ہے۔ بے بوجھ مشین اور بوجھ بردار مشین دونوں کا رگڑ سے طاقت کے ضیاع کو یکساں سمجھا جاتا ہے چونکہ رگڑ سے طاقت کے ضیاع کا مشین پر لدے بوجھ سے کوئی خاص تعلق نہیں۔ اب اگر یہی معائنہ دوبارہ کیا جائے لیکن اس مرتبہ I_m بھی صفر رکھا جائے تو اس مرتبہ ناپا گیا طاقت p_2 صرف رگڑ کی وجہ سے طاقت کے ضیاع کے برابر ہوگا۔ ان دو ناپے گئے طاقت کا فرق یعنی $(p_1 - p_2)$ قالب میں طاقت کے ضیاع اور گھومتے لچھے میں برقی ضیاع کے برابر ہوگا۔ گھومتے لچھے میں برقی ضیاع بہت کم ہوتا ہے اور اس کو عموماً قالب کے ضیاع کا حصہ ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس طرح ناپے گئے قابلی ضیاع کا ایک خط شکل 6.11-ب میں دیا گیا ہے۔

6.6.2 کسر دور معائنہ

معاصر مشین کو معاصر رفتار پر جزیئر کے طور چلاتے ہوئے اس کے ساکن لچھے کے سرے کسر دور کر کے مختلف I_m پر کسر دور برقی رو I_a ناپی جاتی ہے۔ ان دو کا ترسیم شکل 6.12-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہ خط کسر دور مشین کی

²³ گھومتے لچھے کو توانائی یک سمتی جزیئر سے آتی ہے اور اس جزیئر کو دھرے سے آتی ہے۔



شکل 6.12: کسر دور خط اور کھلے دور خط۔

خاصیت دکھلاتا ہے۔ یہ معائنہ کرتے وقت یہ دھیان رکھنا بہت اہم ہے کہ I_a کی مقدار کہیں خطرناک حد تک نہ بڑھ جائے لہذا اسے جزیئر کے پورے برقی بوجھ ²⁴ پر I_a کی مقدار یا اس کی دگنی مقدار سے کم رکھنا ضروری ہے ورنہ مشین گرم ہو کر تباہ ہو سکتی ہے۔ کسر دور مشین میں، ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے، صرف دس سے پندرہ فی صد برقی دباؤ پر ہی اس میں سو فی صد برقی رو شروع ہو جاتی ہے۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے خلائی درز میں اسی تناسب سے کم مقناطیسی بہاؤ درکار ہوتا ہے۔

شکل 6.5 میں جزیئر کے مساوی برقی دور دکھائے گئے ہیں۔ اسے شکل 6.13 میں کسر دور کر کے دکھایا گیا ہے۔ یہاں سے واضح ہے کہ

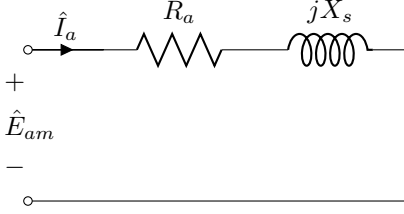
$$(6.38) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s$$

R_a کو نظر انداز کر کے اس مساوات سے معاصر امالہ یوں حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$(6.39) \quad X_s = \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|} = \frac{E_{am}}{I_a}$$

اس مساوات میں \hat{I}_a کسر دور مشین کی برقی رو اور \hat{E}_{am} اس کی اسی حال میں ایک دور کی امالہ برقی دباؤ ہے۔ کھلے دور مشین میں \hat{I}_a صفر ہوتا ہے۔ مساوات 6.32 سے واضح ہے کہ اگر \hat{I}_a صفر ہو تو \hat{E}_{am} اور \hat{V}_a برابر ہوں گے۔ لہذا ہم کسی معین I_{m0} پر شکل 6.12-الف سے I_{a0} اور شکل 6.12-ب سے V_{a0} معلوم کرتے ہیں اور ان سے X_s کا حساب لگاتے ہیں، یعنی

$$(6.40) \quad X_s = \frac{V_{a0}}{I_{a0}}$$



$$\begin{aligned} \hat{E}_{am} &= \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s \\ &\approx j \hat{I}_a X_s \quad X_s \gg R_a \\ X_s &= \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|} \end{aligned}$$

شکل 6.13: معاصر امالہ۔

معاصر امالہ عموماً مشین کے پورے برقی دباؤ پر معلوم کی جاتی ہے تاکہ قالب سیراب ہونے کے اثر کو بھی شامل کیا جائے۔ شکل میں ایسا ہی کیا گیا ہے۔

معاصر امالہ مشین کو ستارہ نما تصور کر کے اس کا ایک مرحلہ X_s حاصل کیا جاتا ہے۔ لہذا اگر معائنہ کرتے وقت مشین کی تار برقی دباؤ 25 ناپے گئے ہوں تو انہیں $\sqrt{3}$ سے تقسیم کر کے مشین کے ایک مرحلہ برقی دباؤ حاصل کر کے مساوات میں استعمال کریں، یعنی

$$(6.41) \quad V_{\text{یکمرحلہ}} = \frac{V_{\text{ت}}}{\sqrt{3}}$$

مثال 6.4: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر ستارہ جڑی 415 وولٹ پر چلنے والی تین مرحلہ معاصر مشین کے کھلے دور اور کسر دور معائنے کئے گئے۔ حاصل نتائج یہ ہیں۔

- کھلے دور معائنہ: $V_{\text{ت}} = 415 \text{ V}$ اور $I_m = 3.2 \text{ A}$ ہیں۔
- کسر دور معائنہ: جب قوی لچھے کی برقی رو 104 A تھی تب میدانی لچھے کی برقی رو 2.48 A تھی اور جب قوی لچھے کی برقی رو 126 A تھی تب میدانی لچھے کی برقی رو 3.2 A تھی۔

اس مشین کی معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: ایک مرحلہ برقی دباؤ

$$V_{\text{یکمرحلہ}} = \frac{V_{\text{ت}}}{\sqrt{3}} = \frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$$



شکل 6.14: کسر دور معاصر مشین میں طاقت کا ضیاع۔

ہے۔ یہ کھلے دور برقی دباؤ 3.2 ایمپیئر میدان برقی رو پر حاصل ہوتی ہے۔ اتنی میدانی برقی رو پر کسر دور برقی رو 126 ایمپیئر ہیں لہذا ایک مرحلہ معاصر امالہ

$$X_s = \frac{239.6}{126} = 1.901 \Omega$$

□

ہو گی۔

کسر دور معائنہ کرتے وقت اگر دھڑے پر لاگو میکانی طاقت p_3 ناپی جائے تو یہ کسر دور مشین کی کل ضیاع ہو گی۔ p_3 ناپتے وقت کسر دور برقی رو $I_{a,3}$ بھی ناپ لیں۔ اس کا کچھ حصہ قالب کی برقی ضیاع، کچھ دونوں لچھوں میں برقی ضیاع اور کچھ رگڑ سے میکانی ضیاع سے ہے۔ اب اگر اس سے پچھلے معائنہ میں ناپی گئی رگڑ کی ضیاع p_2 منفی کی جائے تو ہمیں لچھوں کی ضیاع اور قالب کی ضیاع ملتا ہے۔ جیسا اوپر عرض کیا گیا کہ کسر دور مشین میں پورا برقی رو، پورے برقی دباؤ کے صرف دس تا بیس فی صد پر حاصل ہو جاتا ہے اور اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے درکار مقناطیسی بہاؤ اتنا ہی کم ہوتا ہے۔ اتنے کم مقناطیسی بہاؤ پر قالب میں ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح کسی بھی کسر دور معاصر مشین کے گھومتے لچھے میں برقی ضیاع ساکن لچھے میں برقی ضیاع سے بہت کم ہوتا ہے اور اسے بھی نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ لہذا $(p_3 - p_2)$ کو ساکن لچھے میں برقی ضیاع کے برابر لیا جاتا ہے۔ شکل 6.14 میں ایک ایسا ہی خط دکھایا گیا ہے۔ لہذا

$$p_3 - p_2 = I_{a,3}^2 R_a$$

اس مساوات سے معاصر مشین کی مساوی مزاحمت یوں حاصل ہوتی ہے۔

(6.42)

$$R_a = \frac{p_3 - p_2}{I_{a,3}^2}$$

مثال 6.5: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر 415 وولٹ پر چلنے والی تین مرحلہ معاصر مشین کے پورے برقی رو پر کل کسر دور طاقت کا ضیاع 2.2 کلو واٹ ہے۔ اس مشین کی ایک مرحلہ موثر مزاحمت حاصل کریں۔

حل: ایک مرحلہ ضیاع $733.33 \text{ W} = \frac{2200}{3}$ ہے۔ مشین کے پوری برقی رو

$$\frac{75000}{\sqrt{3}V_{Lr}} = 104.34 \text{ A}$$

ہے۔ لہذا

$$R_a = \frac{733.33}{104.34^2} = 0.067 \Omega$$

□

ہے۔

مثال 6.6: شکل 6.15 میں 500 وولٹ، 50 ہرٹز، 4 قطب ستارہ جڑی معاصر جزیئر کا کھلے دور خط دکھایا گیا ہے۔ اس جزیئر کا معاصر امالہ 0.1 اوہم اور قوی لچھے کی مزاحمت 0.01 اوہم ہے۔ پورے برقی بوجھ پر جزیئر 0.92 تاخیری جزو طاقت²⁶ پر 1000 ایمپیئر فراہم کرتا ہے۔ پورے بوجھ پر رگڑ کے ضیاع اور لچھے کی مزاحمت میں ضیاع کا مجموعہ 30 کلو واٹ جبکہ قالب کی ضیاع 25 کلو واٹ ہے۔

• جزیئر کی رفتار معلوم کریں۔

• بے بوجھ جزیئر کی سروں پر 500 وولٹ برقی دباؤ کتنی میدانی برقی رو پر حاصل ہوگی۔

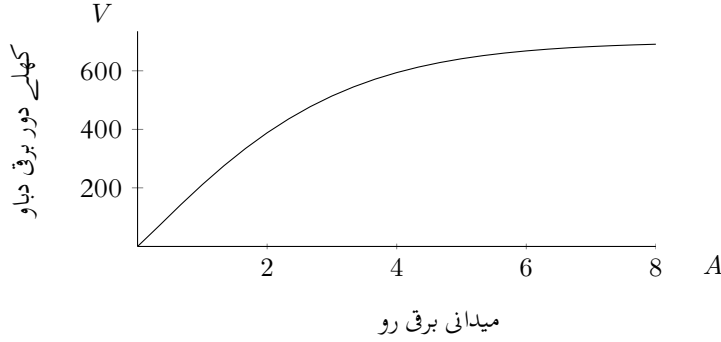
• اگر جزیئر پر 0.92 تاخیری جزو طاقت، 1000 ایمپیئر کا برقی بوجھ لادا جائے تو جزیئر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنی میدانی برقی رو درکار ہوگی۔

• جزیئر پورے بوجھ پر کتنی طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ اس کو محرک کتنی میکانی طاقت فراہم کر رہا ہے۔ ان دو سے جزیئر کی فی صد کارگزار²⁷ حاصل کریں۔

• اگر جزیئر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر کتنا برقی دباؤ ہوگا۔

• اگر جزیئر پر 1000 ایمپیئر 0.92 پیش جزو طاقت والا بوجھ لادا جائے تو جزیئر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنی میدانی برقی رو درکار ہوگی۔

²⁶lagging power factor
²⁷efficiency



شکل 6.15: کھلے دور خط۔

- ان دو 1000 ایمپیئر تاخیری جزو طاقت اور پیش جزو طاقت بوجھوں میں کونسی بوجھ زیادہ میدانی برقی رو پر حاصل ہوتی ہے۔ جنیٹر کس بوجھ سے زیادہ گرم ہو گا۔

حل:

- $f_e = \frac{P}{2} f_m$ سے $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ ہے۔
- شکل 6.15 سے 500 وولٹ کے لئے درکار میدانی برقی رو تقریباً 2.86 ایمپیئر ہے۔
- ستارہ برقی دباؤ کے تعلق یکرملہ $V_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یکرملہ}} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 289$ سے $V_{\text{یکرملہ}} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 289$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ ستارہ جوڑ میں یک مرحلہ برقی رو اور تار برقی رو برابر ہوتے ہیں۔ جزو طاقت ستارہ یک مرحلہ برقی دباؤ کے نسبت سے بیان کیا جاتا ہے۔ چونکہ $\cos^{-1} 0.92 = 23.07^\circ$ ہے لہذا اگر برقی سروں پر دباؤ $289/0^\circ$ لکھا جائے تو تاخیری دوری برقی رو $1000/-23.07^\circ$ لکھی جائے گی۔ یوں شکل 6.4 یا مساوات 6.24 سے اندرونی پیدا یک مرحلہ برقی دباؤ

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/-23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\ &= 349/14.6^\circ \end{aligned}$$

- ہو گا جس سے اندرونی پیدا تار برقی دباؤ $\sqrt{3} \times 349 = 604$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنی دباؤ کے لئے 4.1 A میدانی برقی رو درکار ہے۔

• جزیئر اس صورت میں

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{3} \hat{V}_a \cdot \hat{I}_a \\ &= \sqrt{3} \times 500 \times 1000 \times 0.92 \\ &= 796\,743 \text{ W} \end{aligned}$$

فراہم کر رہا ہے جبکہ محرک

$$p_m = 796.743 + 30 + 25 = 851.74 \text{ kW}$$

فراہم کر رہا ہے لہذا اس جزیئر کی کارگزاری $\eta = \frac{796.743}{851.74} \times 100 = 93.54\%$ ہے۔

• اگر جزیئر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر 604 وولٹ برقی دباؤ ہو گا۔

• پیش جزو طاقت کی صورت میں

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\ &= 276/20.32^\circ \end{aligned}$$

درکار ہو گی جس سے اندرونی پیداوار برقی دباؤ $\sqrt{3} \times 276 = 478$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنی دباؤ کے لئے 2.7 A میدانی برقی رو درکار ہے۔

• تاخیری جزو طاقت کے بوجھ پر جزیئر کو زیادہ میدانی برقی رو درکار ہے۔ میدانی لچھے کی مزاحمت میں اس کی وجہ سے زیادہ برقی طاقت ضائع ہو گی اور جزیئر یوں زیادہ گرم ہو گا۔

□

مثال 6.7: ایک 415 وولٹ، 40 کلو وولٹ-ایمپیئر ستارہ جڑی 0.8 جزو طاقت، 50 ہرٹز پر چلنی والی معاصر موٹر کا معاصر امالہ 2.2 اوہم ہے جبکہ اس کی مزاحمت قابل نظر انداز ہے۔ اس کی رگڑ اور لچھوں کی مزاحمت میں طاقت کا ضیاع ایک کلو واٹ جبکہ قابلی ضیاع 800 واٹ ہے۔ یہ موٹر 12.2 کلو واٹ میکانیکی بوجھ سے لدی ہے اور یہ 0.8 پیش جزو طاقت پر چل رہی ہے۔ یاد رہے کہ معاصر امالہ مشین کو ستارہ نما تصور کرتے ہوئے حاصل کی جاتی ہے۔

• اس کی مرحلی سمتیہ بنائیں۔ تار کی برقی رو \hat{I}_t اور قوی لچھے کی برقی رو \hat{I}_a حاصل کریں۔ موٹر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ \hat{E}_a حاصل کریں۔

- میدانی برقی رو کو بغیر تبدیل کئے میکانی بوجھ آہستہ آہستہ بڑھا کر دگنی کی جاتی ہے۔ اس صورت میں موٹر کی رد عمل مرحلہ سمتیہ سے واضح کریں۔
- اس دگنی میکانی بوجھ پر قوی لچھے کی برقی رو، تار کی برقی رو اور موٹر کی اندرونی بیجانی برقی دباؤ حاصل کریں۔ موٹر کی جزو طاقت بھی حاصل کریں۔

حل:

- ستارہ جڑی موٹر کے سروں پر یک مرحلہ برقی دباؤ $V = 239.6 \text{ V}$ ہو گا جسے صفر زاویہ پر تصور کرتے ہوئے برقی رو کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ یوں $\hat{V}_{sa} = 239.6/0^\circ$ لکھا جائے گا۔ جزو طاقت 0.8 زاویہ 36.87° کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں تار کی برقی رو کا پیشہ زاویہ یہی ہو گا۔ موٹر کو مہیا برقی طاقت اس کی میکانی طاقت اور طاقت کے ضیاع کے برابر ہو گی یعنی

$$12\,200 \text{ W} + 1000 \text{ W} + 800 \text{ W} = 14\,000 \text{ W}$$

جس کے لئے درکار تار کی برقی رو

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{P}{\sqrt{3} V_t \cos \theta} \\ &= \frac{14\,000}{\sqrt{3} \times 415 \times 0.8} \\ &= 24.346 \text{ A} \end{aligned}$$

ہو گی۔ ستارہ جڑی موٹر کے قوی لچھے کی برقی رو تار کے برقی رو کے برابر ہو گی۔ یوں برقی رو کا زاویہ شامل کرتے ہوئے اسے

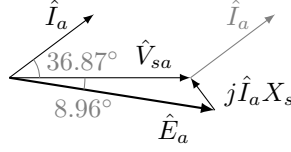
$$\hat{I}_a = \hat{I}_t = 24.346/36.87^\circ$$

لکھا جاسکتا ہے۔

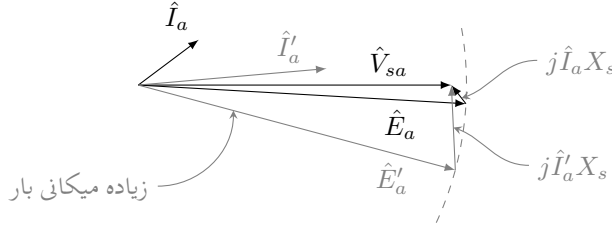
موٹر کا اندرونی یک مرحلہ بیجانی برقی دباؤ موٹر کی مساوی دور شکل 6.3 کی مدد سے

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} - j X_s \hat{I}_a \\ &= 239.6/0^\circ - j 2.2 \times 24.346/36.87^\circ \\ &= 276/-8.96^\circ \end{aligned}$$

ہو گی۔ یہ تمام صورت حال شکل 6.16 میں مرحلہ سمتیات کی مدد سے دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.16: بوجھ بردار معاصر موٹر۔



شکل 6.17: بوجھ بڑھنے کا اثر۔

- میکانیکی بوجھ بڑھنے سے موٹر کو زیادہ برقی طاقت درکار ہوگی۔ یہ اس صورت ممکن ہو گا جب موٹر کے قوی لچھے کی برقی رو بڑھ سکے۔ میدان برقی رو معین ہونے کی وجہ سے موٹر کی اندرونی بیجانی برقی دباؤ E_a کی مقدار تبدیل نہیں ہو سکتی البتہ اس کا زاویہ تبدیل ہو سکتا ہے۔ موٹر E_a کی مقدار تبدیل کئے بغیر برقی سروں پر لاگو برقی دباؤ V_a اور E_a کے مابین زاویہ بڑھا کر قوی لچھے کی برقی رو اور یوں حاصل برقی طاقت بڑھائے گا۔ ایسا شکل 6.17 میں دکھایا گیا ہے۔ شکل میں E_a مرحلی سمتیہ کی نوک نقطہ دار گول دائرہ پر رہتی ہے۔ یوں اس کا طول تبدیل نہیں ہوتا۔ زاویہ بڑھنے سے $|jI_a X_s|$ بڑھتا ہے۔ چونکہ X_s نہیں بڑھ رہا لہذا درحقیقت قوی لچھے کی برقی رو بڑھ گئی ہے۔ زیادہ بوجھ کے متغیرات کو ہلکی سیابھی میں دکھایا گیا ہے۔

- دگنی میکانیکی بوجھ پر موٹر کو کل $1000 + 800 + 24400 = 26200$ واٹ یا 26.2 کلو واٹ برقی طاقت درکار ہے۔ مساوات 6.29 کی مدد سے

$$\sigma = \sin^{-1} \left(\frac{pX_s}{3V_a E_a} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{26200 \times 2.2}{3 \times 239.6 \times 276} \right) = 16.89^\circ$$

یوں موٹر کی اندرونی پیمانی برقی دباؤ $276/\underline{-16.89^\circ}$ ہوگی اور قوی لچھے کی برقی رو

$$\begin{aligned}\hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a - \hat{E}_a}{jX_s} \\ &= \frac{239/\underline{0^\circ} - 276/\underline{-16.89^\circ}}{j2.2} \\ &= 38/\underline{17.4^\circ}\end{aligned}$$

ہوگی۔ ستارہ جوڑ کی وجہ سے \hat{I}_t بھی اتنا ہی ہوگا۔ پیش جزو طاقت $\cos 17.4^\circ = 0.954$ ہے۔

□

باب 7

امالی مشین

گزشتہ برسوں میں قوی الیکٹرانکس¹ کی میدان میں بہت ترقی ہوئی۔ اس کا ایک نتیجہ یہ نکلا کہ امالی موٹروں کی رفتار پر قابو رکھنا ممکن ہوا اور یوں ان موٹروں نے کارخانوں میں یک سمتی رو موٹروں کی جگہ لینی شروع کی۔ یہاں یہ بتلاتا چلوں کہ اس سے پہلے جہاں بھی موٹر کی رفتار اہمیت رکھتی وہاں یک سمتی رو موٹر ہی استعمال ہوتی جن کی رفتار پر قابو رکھنا نہایت آسان ہوتا ہے۔ پچاس سال پہلے ترقی یافتہ ممالک میں یک سمتی سے امالی آلوں کی جانب تبدیلی شروع تھی۔ آج میں بھی تبدیلی پاکستان میں دیکھ رہا ہوں۔ امالی موٹروں کی مضبوطی اور دیرپا کام کرنے کی صلاحیت مثالی ہے۔ قوی الیکٹرانکس نے ان کی بے قابو رفتار کو قابو کر کے انہیں بلا مقابلہ بنا دیا۔

امالی موٹر ٹرانسفارمر کی ایک اور شکل ہے یا یوں کہنا بہتر ہو گا کہ یہ ایک ایسا ٹرانسفارمر ہے جس میں ثانوی لچھا حرکت بھی کرتا ہے۔ یوں امالی موٹر کے ساکن لچھے ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے اور موٹر کے گھومتے لچھے ٹرانسفارمر کے ثانوی لچھوں کی جگہ ہوتے ہیں۔ موٹر کے ساکن لچھوں کو بیرونی برقی طاقت دی جاتی ہے جبکہ اس کے گھومتے لچھوں میں خلاء میں گھومتے مقناطیسی موج سے پیدا امالی برقی دباؤ ہی کام آتی ہے۔ اسی سے اس کا نام امالی موٹر نکلا ہے۔

اس باب کا مقصد امالی موٹر کی مساوی دور یعنی ریاضی نمونہ² بنا کر اس کی خصوصیات پر غور کرنا ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ ان کا مساوی دور ٹرانسفارمر کے مساوی دور کی طرح کا ہے۔

power electronics¹
mathematical model²

یہاں بھی ہم تصور کرتے ہیں کہ موٹر دو قطب اور تین مرحلہ ہے اور اس کے لچھے ستارہ نما جڑے ہیں۔ اس طرح ایک مرحلہ لچھوں میں برقی رو، تار کی برقی رو ہی ہوگی اور ان پر لاگو برقی دباؤ، ایک مرحلہ برقی دباؤ ہوگی۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج

امالی مشین کے ساکن لچھے بالکل معاصر مشین کے ساکن لچھوں کی طرح ہوتے ہیں۔ مزید یہ کہ اس کے گھومتے حصے کے اتنے ہی قطب ہوتے ہیں جتنے اس کے ساکن لچھوں کے ہوتے ہیں۔ اگر ان ساکن لچھوں کو متوازن تین مرحلہ برقی رو سے پہچان کیا جائے تو یہ ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیں گے جسے مساوات 5.48 میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 5.51 اس موج کی معاصر رفتار دیتی ہے۔ یہ دونوں مساوات یہاں یاد دہیانی کے لئے دوبارہ دیئے جاتے ہیں۔ یہاں ساکن لچھوں میں برقی رو کی تعدد ω_e لکھی گئی ہے اور θ_0 کو صفر لیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} \tau_s^+(\theta, t) &= \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega_e t) \\ f_m &= \frac{2}{p} f_e \end{aligned} \quad (7.1)$$

7.2 مشین کی سرکے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ

ہم دو قطب کے مشین پر غور کر رہے ہیں۔ P قطب کا تذکرہ بھی بالکل اسی طرح ہے۔ ساکن لچھوں میں تین مرحلہ برقی رو کی تعدد f_e ہے۔ مساوات 5.51 کہتا ہے کہ دو قطب کی مشین میں موج کی معاصر رفتار بھی f_e چکر فی سیکنڈ ہے۔ اب تصور کریں کہ مشین کا گھومتا حصہ f میکانی چکر فی سیکنڈ سے موج کی سمت میں گھوم رہا ہے جہاں $f < f_e$ ہے۔ اس صورت میں ہر سیکنڈ گھومتا حصہ مقناطیسی بہاؤ کی موج سے پیچھے سرک جائے گا۔ اس سرکے کو موج کی معاصر رفتار کی نسبت سے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$s = \frac{f_s - f}{f_s} = \frac{f_e - f}{f_e} \quad (7.2)$$

یہاں s مشین کے سرک³ کی ناپ ہے۔ اس مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(7.3) \quad \begin{aligned} f &= f_s(1-s) = f_e(1-s) \\ \omega &= \omega_s(1-s) = \omega_e(1-s) \end{aligned}$$

یہاں غور کریں۔ مقناطیسی بہاو کی موج f_e زاویائی رفتار سے گھوم رہی ہے جبکہ گھومتے لچھے کی زاویائی رفتار f ہے۔ گھومتے لچھے کے حوالہ سے مقناطیسی بہاو کی موج $(f_e - f)$ رفتار سے گھوم رہی ہے۔ یعنی اگر گھومتے لچھے کو ساکن تصور کیا جائے تو گھومتے مقناطیسی بہاو کی موج $(f_e - f)$ اضافی رفتار سے گھوم رہی ہوگی۔ یوں گھومتے لچھے میں امالی برقی دباؤ کی تعداد بھی $(f_e - f)$ ہوگی۔ مساوات 7.3 کی مدد سے اس امالی برقی دباؤ کی تعداد f_r کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.4) \quad f_r = f_e - f = f_e - f_e(1-s) = sf_e$$

اگر مشین کو ایک امالی موٹر کے طور پر استعمال کیا جا رہا ہو تو اس کے گھومتے لچھے کسر دور رکھے جاتے ہیں۔ یوں ان لچھوں میں برقی رو کی تعداد sf_e اور ان کی مقدار لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ اور لچھوں کی رکاوٹ پر منحصر ہوتی ہے۔ لچھوں کی رکاوٹ برقی رو کی تعداد پر منحصر ہوتی ہے۔

ساکن موٹر جب چالو کی جائے تو اس کے سرک s کی قیمت ایک ہوتی ہے یعنی $s = 1$ اور یوں اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو کی تعداد f_e ہوتی ہے۔ گھومتے لچھوں میں f_e تعداد کی برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دے گی جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسے ساکن لچھوں میں برقی رو سے گھومتا مقناطیسی دباؤ کا موج وجود میں آتا ہے۔ لہذا ساکن اور گھومتے لچھے دونوں کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کے موج ایک ہی رفتار سے گھومتے ہیں۔ یہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجیں دو گھومتے مقناطیسوں کی طرح ہیں جو کوشش کریں گے کہ ان کے مابین زاویہ صفر ہو۔ یوں موٹر قوت⁴ پیدا ہوتا ہے جس کا حساب مساوات 5.90 سے لگایا جاسکتا ہے۔ اگر موٹر کے دھرے پر لدے بوجھ کو مشین کا پیدا کردہ قوت مروڑ گھما سکے تو مشین گھومے گی۔ اس کی رفتار تیز ہو کر ایک برقرار حد تک پہنچ جائے گی۔ امالی موٹر کی رفتار کبھی بھی معاصر رفتار تک نہیں پہنچ سکتی چونکہ اس رفتار پر اس کے گھومتے لچھوں کی نسبت سے ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن ہوگی اور گھومتے لچھوں میں کوئی امالی برقی دباؤ پیدا نہیں ہوگا۔

جب موٹر چل پڑتی ہے تو اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو کی تعداد sf_e ہوتی ہے۔ ان برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج گھومتے لچھے کے حوالہ سے sf_e رفتار سے گھومے گی چونکہ معاصر رفتار برقی رو کی تعداد کے

برابر ہی ہوتی ہے۔ اب گھومتا لچھا از خود f رفتار سے گھوم رہا ہوتا ہے لہذا یہ موج در حقیقت خلاء میں $(f + sf_e)$ رفتار سے گھومتی ہے۔ مساوات 7.4 سے

$$(7.5) \quad f + sf_e = f + f_e - f = f_e$$

یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے۔ یہ مساوات کہتا ہے کہ موٹر کسی بھی رفتار سے گھوم رہی ہو، گھومتے لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج کی رفتار سے ہی گھومتی ہے۔

مثال 7.1: ایک چار قطب کی ستارہ جڑی 50 ہرٹز، 415 وولٹ پر چلنے والی امالی موٹر 15 کلو واٹ کی اپنی پوری بوجھ پر پانچ فی صد سرک پر چلتی ہے۔

- اس موٹر کی معاصر رفتار کیا ہے۔
- پورے بوجھ پر اس کی کیا رفتار ہے۔
- پورے بوجھ پر گھومتے لچھے میں برقی تعداد ارتعاش کیا ہے۔
- پورے بوجھ سے لدے موٹر کی دھرے پر قوت مروڑ حاصل کریں۔

حل:

- مساوات 7.1 کی مدد سے معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ ہے۔
- پورے بوجھ سے لدی موٹر پانچ فی صد سرک پر چلتا ہے لہذا اس کی رفتار معاصر رفتار سے قدر کم ہوگی۔ موٹر کی رفتار مساوات 7.3 کی مدد سے $f = 25(1 - 0.05) = 23.75$ چکر فی سیکنڈ یا 1425 چکر فی منٹ ہوگی۔
- گھومتے لچھے کی برقی تعداد ارتعاش $f_r = 0.05 \times 50 = 2.5$ ہرٹز ہے۔
- اس کے دھرے پر قوت مروڑ $T_m = \frac{P}{\omega_m} = \frac{15000}{2 \times \pi \times 23.75} = 100.5 \text{ N m}$ ہوگی۔

□

7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ

مساوات 7.1 کا پہلا جزو ساکن لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ مقناطیسی دباؤ مشین کی خلائی درز میں مقناطیسی شدت $H^+(\theta)$ پیدا کرے گی جس سے وہاں کثافت مقناطیس بہاؤ $B^+(\theta)$ پیدا ہو گا۔ اگر اس خلائی درز کی رداس کی سمت میں لمبائی l_g ہو تو

$$\begin{aligned} B^+(\theta) &= \mu_0 H^+(\theta) = \mu_0 \frac{\tau^+(\theta)}{l_g} \\ (7.6) \quad &= \frac{3\mu_0 \tau_0}{2l_g} \cos(\theta - \omega_e t) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega_e t) \end{aligned}$$

یہ مساوات بالکل مساوات 5.4 کی طرح ہے۔ یوں مساوات 5.72 اس مقناطیسی موج $B^+(\theta)$ کی ساکن لچھوں میں پیدا کردہ امالی برقی دباؤ کو ظاہر کرے گی۔ یہ مساوات یہاں دوبارہ دیا جا رہا ہے۔

$$\begin{aligned} e_{as}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t - 90^\circ) = E_s \cos(\omega_t - 90^\circ) \\ (7.7) \quad e_{bs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 150^\circ) = E_s \cos(\omega_t + 150^\circ) \\ e_{cs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 30^\circ) = E_s \cos(\omega_t + 30^\circ) \end{aligned}$$

جہاں N_s ساکن لچھے کے چکر ہیں اور

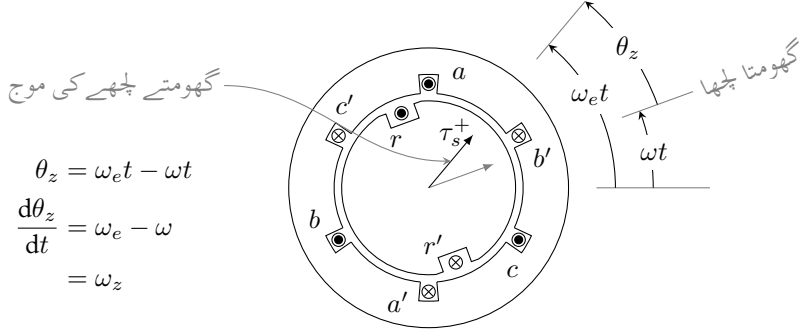
$$(7.8) \quad E_s = \omega_e N_s \phi_0$$

یہاں $e_{as}(t)$ لکھتے ہوئے زیر نوشت میں a ، مرحلہ a کو ظاہر کرتا ہے اور s ، ساکن⁵ کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ساکن a لچھے کی امالی برقی دباؤ ہے۔ امالی موٹر کے a مرحلے کی بات ہی آگے کرتے ہیں۔ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج اس لچھے میں امالی برقی دباؤ $e_{as}(t)$ پیدا کرتی ہے۔

7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ

مساوات 7.1 کا پہلا جزو، ساکن لچھوں کی پیدا کردہ، گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتا ہے۔ اس موج کی چوٹی⁶ اس مقام پر ہوتی ہے جہاں $(\theta - \omega_e t)$ صفر کے برابر ہو۔ یوں لمحہ صفر پر اس کی چوٹی صفر زاویہ پر ہوگی اور لمحہ t پر

⁵ لفظ ساکن میں حرف س کے آواز کو s سے ظاہر کیا گیا ہے۔
⁶ peak



شکل 7.1: امالی موٹر اور اس کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موجیں۔

اس موج کی چوٹی زاویہ $\omega_e t$ پر ہوگی۔ ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کا زاویہ کسی بھی نقطہ کے حوالے سے کیا جاسکتا ہے۔ اس کتاب میں صفر زاویہ ساکن لچھا a کو لیا جاتا ہے۔ اس طرح یہ زاویہ نقطہ دار افقی لکیر سے ناپا جاتا ہے۔ شکل 7.1 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ایک امالی موٹر دکھائی گئی ہے جس کے تین مرحلہ ساکن لچھے ہیں۔

گھومتے لچھے بھی بالکل اسی طرح ہوتے ہیں اگرچہ شکل میں صرف ایک ہی گھومتا لچھا دکھایا گیا ہے۔ مشین f زاویائی رفتار سے گھوم رہی ہے۔ تصور کریں کہ لمحہ صفر یعنی $t = 0$ پر گھومتے حصہ a لچھا صفر زاویہ پر ہے، یعنی یہ نقطہ دار افقی لکیر پر ہے مزید یہ کہ اس لمحہ ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج بھی اسی افقی لکیر پر ہے۔ اب کچھ دیر بعد لمحہ t پر یہ موج زاویہ $\omega_e t$ پر ہوگی۔ اتنی دیر میں گھومتا حصہ گھوم کر زاویہ ωt تک پہنچ جائے گا جہاں $\omega = 2\pi f$ مشین کی زاویائی میکانی رفتار ہے۔ یہ سب شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لہذا لمحہ t پر موج اور گھومتے لچھے کے درمیان زاویہ θ_z یہ ہوگا

$$(7.9) \quad \theta_z = \omega_e t - \omega t$$

اگرچہ مقناطیسی موج نے $\omega_e t$ زاویہ طے کیا لیکن گھومتے لچھے کے حوالے سے اس نے صرف زاویہ $(\omega_e t - \omega t)$ طے کیا۔ اسی طرح گھومتے لچھے کے حوالے سے اس موج کی اضافی⁷ زاویائی رفتار⁸ ω_z یہ ہوگی۔

$$(7.10) \quad \omega_z = \frac{d\theta_z}{dt} = \omega_e - \omega$$

⁷ ω_z لکھتے ہوئے زیر نوشت میں z ، لفظ اضافی ک حرف ض کی آواز کو ظاہر کرتا ہے۔
relative angular speed⁸

اس کو مساوات 7.4 کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.11) \quad \omega_z = 2\pi(f_e - f) = 2\pi s f_e = s\omega_e$$

یہ مساوات کہتا ہے کہ گھومتے لچھے کے حوالے سے مقناطیسی موج کی رفتار سرک s پر منحصر ہے۔ اس موج کا حیثہ البتہ تبدیل نہیں ہوا۔ اس طرح گھومتے لچھے کے حوالے سے مقناطیسی موج کی مساوات جو کہ مساوات 7.4 میں دی گئی ہے تبدیل ہو کر یہ بن جائے گی۔

$$(7.12) \quad B_{s,rz}^+(\theta, t) = B_0 \cos(\theta - \omega_z t) = B_0 \cos(\theta - s\omega_e t)$$

میں $B_{s,rz}^+$ کا نشان گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں s, rz اس بات کی یاد دہیانی کرتا ہے کہ یہ موج ساکن لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا اور اسے گھومتے یعنی رواں لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔ مزید یہ کہ اس مساوات کی تعدد اضافی تعدد $s\omega_e$ کے برابر ہے۔

یوں گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ مساوات 7.7 کی طرح ہی ہوگی مگر ان کی تعدد $\omega_z = s\omega_e t$ ہوگی یعنی¹⁰

$$(7.13) \quad \begin{aligned} e_{arz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t - 90^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t - 90^\circ) \\ e_{brz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 150^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 150^\circ) \\ e_{crz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 30^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 30^\circ) \end{aligned}$$

ان مساوات میں N_r گھومتے لچھے کے چکر ہیں اور

$$(7.14) \quad E_r = \omega_e N_r \phi_0$$

اب تصور کریں کہ گھومتے لچھوں کو کسر دور کر دیا گیا ہے۔ یہ امالی برقی دباؤ گھومتے لچھوں میں برقی رو i_{arz} ¹¹ وغیرہ پیدا کرے گی جس کی تعدد $s\omega_e$ ہوگی۔ بالکل ساکن لچھے کی طرح، گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r ¹² اور اس کی امالہ L_r ہوگی جس کی متعاملیت $j s\omega_e L_r$ ہوگی۔ اسے ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.15) \quad j s\omega_e L_r = j s X_r$$

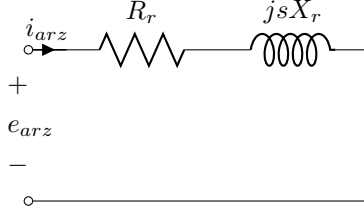
جہاں $j X_r$ کو $j\omega_e L_r$ کے برابر لیا گیا ہے، یعنی $j X_r$ اس لچھے کی ساکن حالت میں متعاملیت ہے جب سرک ایک کے برابر ہو۔ گھومتے لچھوں میں برقی رو i_{arz} شکل 7.2 کی مدد سے حاصل کی جاسکتی ہے جہاں گھومتے لچھے میں امالی برقی دباؤ $e_{arz}(t)$ مساوات 7.13 میں دیا گیا ہے۔

⁹ لفظ ساکن کے س کو ظاہر کرتا ہے، r لفظ رواں کے ر کو ظاہر کرتا ہے اور z لفظ اضافی کے ض کو ظاہر کرتا ہے۔

¹⁰ e_{arz} میں مرحلہ a ہے۔ گھومتے لچھے کو r اور اضافی کو z ظاہر کرتا ہے۔

¹¹ یہاں r گھومتے لچھے کو ظاہر کرتا ہے اور z اس بات کی یاد دہیانی کرتا ہے کہ اس برقی رو کی تعدد، اضافی تعدد ہے۔

¹² ٹرانسفارمر کی اصطلاح میں ثانوی لچھے کو زیر نوشت میں 2 سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں اسے r سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



$$Z_r = R_r + j s X_r$$

$$\phi_z = \tan^{-1} \frac{s X_r}{R_r}$$

$$\hat{I}_{arz} = \frac{\hat{E}_{arz}}{Z_r}$$

$$i_{arz}(t) = \frac{s E_r}{|Z|} \cos(s \omega_e t - 90^\circ - \phi_z)$$

$$= I_{0r} \cos(s \omega_e t - 90^\circ - \phi_z)$$

شکل 7.2: گھومتے لچھے کی مساوی دور اور اس میں اضافی تعدد کی رو۔

یہ شکل بالکل شکل 1.15 کی طرح ہے لہذا مساوات 1.51 اس میں برقی رو دے گی یعنی

(7.16)

$$i_{arz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t - 90^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t + \theta_0)$$

$$i_{brz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t + 150^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t - 120^\circ + \theta_0)$$

$$i_{crz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t + 30^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t + 120^\circ + \theta_0)$$

یہ تین مرحلہ برقی رو ہیں جو آپس میں 120° کا زاویہ رکھتے ہیں۔ یہاں ϕ_z رکاوٹ کا زاویہ¹³ ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ اسے آپ مقناطیسی بہاؤ نہیں سمجھیں گے۔ یہاں

$$\theta_0 = -90 - \phi_z$$

(7.17)

$$I_{0r} = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}}$$

شکل 7.2 سے واضح ہے کہ ایک گھومتے لچھے کی مزاحمت میں

(7.18)

$$p_r = I_{0r}^2 R_r$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا۔ یہ طاقت حرارت میں تبدیل ہو کر اس مزاحمت کو گرم کرے گی۔

¹³ تکنیکی دنیا میں رکاوٹ کے زاویہ کے لئے ϕ_z استعمال ہوتا ہے۔ یہاں یہی کیا گیا ہے۔

7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج

ہم جانتے ہیں کہ ساکن تین مرحلہ لچھوں میں f_e تعدد کی برقی رو گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے جو اس ساکن لچھے کے حوالے سے f_e معاصر زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔ اسی طرح گھومتے تین دور لچھوں میں sf_e تعدد کی برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج τ_{rz}^+ کو جنم دیتی ہے جو اس گھومتے لچھے کے حوالے سے sf_e زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔

$$(7.19) \quad \tau_{rz}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

یہاں I_{0r} اور θ_0 مساوات 7.17 میں دیئے گئے ہیں۔ اب چونکہ گھومتا لچھا از خود f زاویائی رفتار سے گھوم رہا ہے لہذا اس کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج خلاء میں $(f + sf_e)$ زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔ اس رفتار کو مساوات 7.3 کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

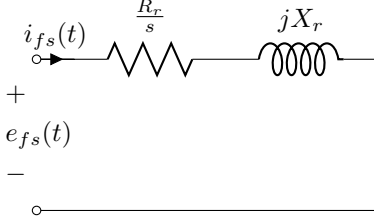
$$(7.20) \quad f + sf_e = f_e(1 - s) + sf_e = f_e$$

لہذا گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کو ساکن لچھوں کے حوالے سے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(7.21) \quad \tau_{r,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

$\tau_{r,s}^+$ میں + کا نشان گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں r, s اس بات کی وضاحت کرتا ہے کہ یہ موج گھومتے یعنی رواں لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا ہے مگر اسے ساکن لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔

یہاں وقفہ لے کر ذرا غور کرتے ہیں۔ مساوات 7.21 کے مطابق گھومتا لچھا خود کسی بھی رفتار سے گھوم رہا ہو، اس کی پیدا کردہ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھے کے پیدا کردہ موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔ لہذا مشین میں دو گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں جو ایک ہی معاصر رفتار سے گھوم رہی ہیں۔ مساوات 5.89 میں کہا گیا ہے کہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجودگی پیدا کرتی ہیں جو ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہے۔ لہذا امالی مشین میں موجود دو مقناطیسی موجیں پیدا کرتی ہیں اور اس کی مقدار ان دو موجوں کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتی ہے۔ امالی موٹر اس پر لدے بوجھ کے مطابق ان دو موجوں کے مابین زاویہ رکھتی ہے اور یوں درکار پیدا کرتی ہے۔



$$Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

$$\phi_z = \tan^{-1} \left(\frac{X_r}{\frac{R_r}{s}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \frac{sX_r}{R_r}$$

شکل 7.3: گھومتے لچھوں کی جگہ فرضی ساکن لچھے کی دور۔

7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے

اب دوبارہ اصل موضوع پر آتے ہیں۔ اگر گھومتے لچھوں کی جگہ N_r چکر کے تین مرحلہ فرضی ساکن لچھے ہوں تو مساوات 7.7 کی طرح ان میں امالی برقی دباؤ پیدا ہوگی یعنی¹⁴

$$(7.22) \quad \begin{aligned} e_{afs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t - 90^\circ) = E_r \cos(\omega_e t - 90^\circ) \\ e_{bfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 150^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 150^\circ) \\ e_{cfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 30^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 30^\circ) \end{aligned}$$

مزید فرض کریں کہ ان فرضی ساکن لچھوں کی مزاحمت $\frac{R_r}{s}$ اور متعلیت jX_r ہیں یعنی

$$(7.23) \quad Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

اگر ان پر مساوات 7.22 میں دیئے گئے برقی دباؤ لاگو کی جائے جیسے شکل 7.3 میں دکھایا گیا ہے تو ان میں برقی رو

¹⁴ ان مساوات میں زیر نوشت میں f لفظ فرضی کے ف کو ظاہر کرتا ہے۔

یہ ہو گی۔

(7.24)

$$\begin{aligned} i_{afs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i_{bfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i_{cfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 300^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$

یہاں مساوات 7.17 استعمال کی گئی ہے۔ اس مساوات میں دھیان رہے کہ رکاوٹ کا زاویہ ϕ_Z وہی ہے جو گھومتے لچھے کا تھا یعنی

$$(7.25) \quad \phi_{fZ} = \tan^{-1} \frac{X}{\left(\frac{R}{s}\right)} = \tan^{-1} \frac{sX}{R} = \phi_Z$$

ان برقی رو کی تعدد ω_e ہے اور ان کا پیدا کردہ گھومتا مقناطیسی موج یہ ہو گا۔

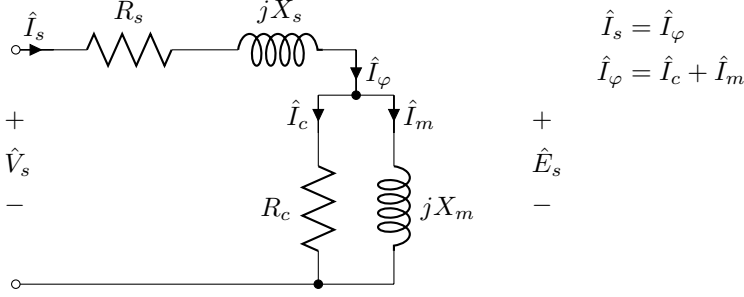
$$(7.26) \quad \tau_{fs,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{or}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

یہ مقناطیسی موج ہو بہو گھومتے لچھے کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ ہے۔

7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور

ہم ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب لچھے کی برقی دور پہلے بنا چکے ہیں جہاں لچھے کی مزاحمت R_1 اور اس کی رستا متعاملیت¹⁵ X_1 تھی۔ ٹرانسفارمر کے قالب میں وقت کے ساتھ بدلتی مقناطیسی بہاؤ اس لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_1 پیدا کرتی۔ یوں

$$(7.27) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R_1 + jX_1) + \hat{E}_1$$



شکل 7.4: امالی موٹر کے ساکن لچھوں کا مساوی برقی دور۔

لکھا جاسکتا ہے جہاں \hat{V}_1 ابتدائی لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ امالی موٹر کے ساکن لچھے کے لئے بھی یہی مساوات حاصل ہوگی۔

تصور کریں کہ مشین کے گھومتے لچھے کھلے دور ہیں اور اس کے ساکن لچھوں پر تین مرحلہ برقی دباؤ لاگو ہے۔ اس صورت میں ساکن لچھوں میں رواں برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ پیدا کرے گی جو مساوات 7.1 میں دی گئی ہے۔

باب کے اس حصہ میں ہم مشین کے ایک مرحلے کو مد نظر رکھیں گے، مثلاً مرحلہ a ۔ یہاں شکل 7.4 سے رجوع کریں۔ اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_s اور متعلقیت jX_s ہو اور اس پر لاگو بیرونی برقی دباؤ $v_s(t)$ ہو تو کثرت¹⁶ کے برقی دباؤ کے قانون کے تحت

$$(7.28) \quad v_s(t) = i_s R_s + L_s \frac{di_s}{dt} + e_s(t)$$

$e_s(t)$ مساوات 7.7 میں دی گئی اس موج کی ساکن لچھے میں پیدا امالی برقی دباؤ ہے۔ اسی کو مرحلی سمتیہ کے طور پر یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.29) \quad \hat{V}_s = \hat{I}_s (R_s + jX_s) + \hat{E}_s$$

ٹرانسفارمر کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔ اگر موٹر کا گھومتا لچھا کھلے دور¹⁷ رکھا جائے تو قالب میں ایک ہی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ ہوگی۔ ساکن لچھے میں صرف برقی رو \hat{I}_ϕ ہوگا جو قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_s کو

¹⁵leakage reactance
¹⁶Kirchoff's voltage law
¹⁷open circuited

جنم دے گی۔ یہ برقی رو \hat{I}_φ غیر سائن نما ہوتی ہے۔ فوریر تسلسل¹⁸ سے اس کے بنیادی جزو اور ہارمونی جزو معلوم کئے جاسکتے ہیں۔ اس کے بنیادی جزو کے دو حصے ہوتے ہیں۔ ایک حصہ \hat{I}_c ، لاگو بیرونی برقی دباؤ \hat{V}_s کے ہم قدم ہوتا ہے اور یہ قالب میں طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے اور دوسرا حصہ \hat{V}_s سے نوے درجہ پیچھے زاویہ پر رہتا ہے۔ \hat{I}_φ میں سے \hat{I}_c منفی کر کے بقایا کو مقناطیسی جزو کہتے ہیں اسے \hat{I}_m سے ظاہر کرتے ہیں۔ یوں مقناطیسی جزو بنیادی جزو کے پیچھے حصے اور باقی سارے ہارمونی جزو کے مجموعے پر مشتمل ہوتا ہے اور یہ قالب میں مقناطیسی بہاؤ φ_s پیدا کرتا ہے۔

$$(7.30) \quad \hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

امالی موٹر کے مساوی دور میں \hat{I}_c کو مزاحمت R_c سے اور \hat{I}_m کو jX_φ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان دونوں کا حساب چلتے موٹر میں متوقع برقی تعدد اور امالی برقی دباؤ \hat{E}_s پر کیا جاتا ہے یعنی

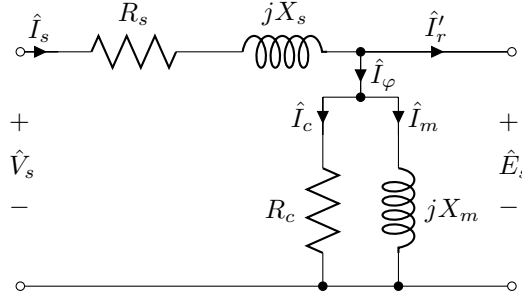
$$(7.31) \quad R_c = \frac{\hat{E}_s}{\hat{I}_c} = \frac{E_s}{I_c}$$

$$X_\varphi = \frac{\left| \hat{E}_s \right|}{\left| \hat{I}_m \right|} = \frac{E_s}{I_m}$$

مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ گھومتے لچھے میں بھی امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔ مساوات 7.29 میں اگر رکاوٹ میں برقی دباؤ کے گٹھنے کو نظر انداز کیا جائے تو لاگو بیرونی برقی دباؤ اور لچھے کی اندرونی امالی برقی دباؤ ہر حالت میں برابر ہوں گے۔ اب تصور کریں کہ گھومتے لچھے کسر دور کر دیے جائیں۔ ایسا کرتے ہی ان میں برقی رو گزرنے لگے گا جو مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ جو مساوات 7.21 میں دی گئی ہے کو جنم دے گی۔ اس موج سے ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_s تبدیل ہو جائے گی اور یوں یہ لاگو برقی دباؤ کے برابر نہیں رہے گی۔ یہ ایک نامکنہ صورت حال ہے۔

ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ، لاگو برقی دباؤ کے برابر تب رہے گی کہ قالب میں مقناطیسی دباؤ تبدیل نہ ہو۔ مشین کے قالب میں مقناطیسی دباؤ برقرار یوں رہتی ہے کہ ساکن لچھے مقناطیسی دباؤ $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ کی متضاد مقناطیسی دباؤ کی ایک موج پیدا کرتی ہے جو اس کے اثر کو مکمل طور پر ختم کر دیتی ہے۔ یہ موج پیدا کرنے کے لئے ساکن لچھوں میں برقی رو \hat{I}_φ سے بڑھ کر $(\hat{I}_\varphi + \hat{I}_r')$ ہو جاتی ہے جہاں یہ اضافی برقی رو یہ ہیں۔

$$(7.32) \quad \begin{aligned} i'_{ar}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i'_{br}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i'_{cr}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$



شکل 7.5: مساوی دور اضافی برقی رو کے ساتھ۔

ان اضافی برقی رو کی متضاد مقناطیسی دباؤ کی موج یہ ہے

$$(7.33) \quad \tau_{(r)}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_s I_{0r}'}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

ساکن لچھوں میں اضافی برقی رو نے ہر لمحہ گھومتے لچھوں کی برقی رو کے اثر کو ختم کرنا ہے لہذا یہ دونوں برقی رو ہم قدم¹⁹ ہی ہوں گے۔ چونکہ یہ مساوات اور مساوات 7.21 برابر ہیں

$$(7.34) \quad N_s I_{0r}' = N_r I_{0r}$$

لہذا ان سے حاصل ہوتا ہے۔

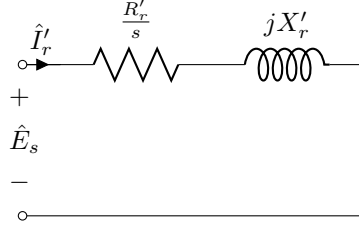
$$(7.35) \quad I_{0r}' = \left(\frac{N_r}{N_s} \right) I_{0r} = \left(\frac{N_r}{N_s} \right) \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}}$$

آپ نے دیکھا کہ گھومتے لچھے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جن کے ذریعہ ساکن لچھوں کو معلوم ہوتا ہے کہ موٹر پر بوجھ لدا ہے اور وہ اس کے مطابق لاگو برقی دباؤ سے برقی رو لیتی ہیں۔ یہاں تک امالی موٹر کی مساوی برقی دور شکل 7.5 میں دکھائی گئی ہے۔

یہاں ذرہ شکل 7.6 سے رجوع کریں۔ اس شکل میں

$$(7.36) \quad R_r' = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_r$$

$$X_r' = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 X_r$$



$$R'_r = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_r$$

$$X'_r = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 X_r$$

$$i'_a(t) = \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(s\omega_e t - \theta_0 - \phi_z)$$

شکل 7.6: گھومتے پچے کا ایک اور مساوی دور۔

پرساکن لچھوں کی امالی برقی دباؤ \hat{E}_s لاگو ہے لہذا ان میں برقی رویہ ہوں گی۔

$$(7.37) \quad \begin{aligned} i'_a(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) \\ i'_b(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) \\ i'_c(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_Z) \end{aligned}$$

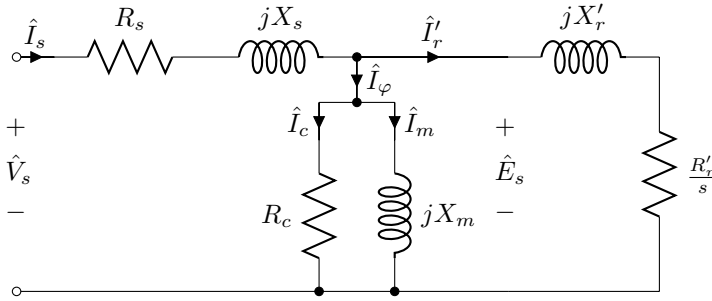
ان سب مساوات کا حیثہ برابر ہے۔ اس حیثے کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.38) \quad \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} = \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{\left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 (R_r^2 + s^2 X_r^2)}} = \left(\frac{N_r}{N_s} \right) I_{0r} = I'_{0r}$$

لہذا مساوات 7.37 اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.39) \quad \begin{aligned} i'_a(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) \\ i'_b(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) \\ i'_c(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_Z) \end{aligned}$$

یہ مساوات بالکل مساوات 7.32 کی طرح ہے۔ لہذا اگر شکل 7.5 میں ساکن لچھوں کی امالی برقی دباؤ \hat{E}_s کے متوازی شکل 7.6 جوڑا جائے تو ایسا کرنے سے ساکن لچھوں میں اتنا ہی اضافی برقی رواں ہوگا جو اصل موٹر میں گھومتے لچھوں کی وجہ سے ہوتا ہے۔ شکل 7.7 میں ایسا ہی کیا گیا ہے لہذا شکل میں دیا برقی دور، امالی موٹر کی صحیح عکاسی کرتی ہے۔ یہی امالی موٹر کی مساوی برقی دور ہے۔



شکل 7.7: امالی موٹر کی مساوی برقی دور۔

7.8 مساوی برقی دور پر غور

مساوات 7.18 ایک گھومتے لچھے میں برقی طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے۔ مساوات 7.36 اور 7.38 کی مدد سے اسے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.40) \quad p_{\text{ضیاع}} = I_{0r}^2 R_r = \left(\frac{N_s^2}{N_r^2} I_{0r}^2 \right) \left(\frac{N_r^2}{N_s^2} R_r' \right) = I_{0r}'^2 R_r'$$

شکل 7.7 سے ظاہر ہے کہ ایک گھومتے لچھے کو کل

$$(7.41) \quad p_r = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s}$$

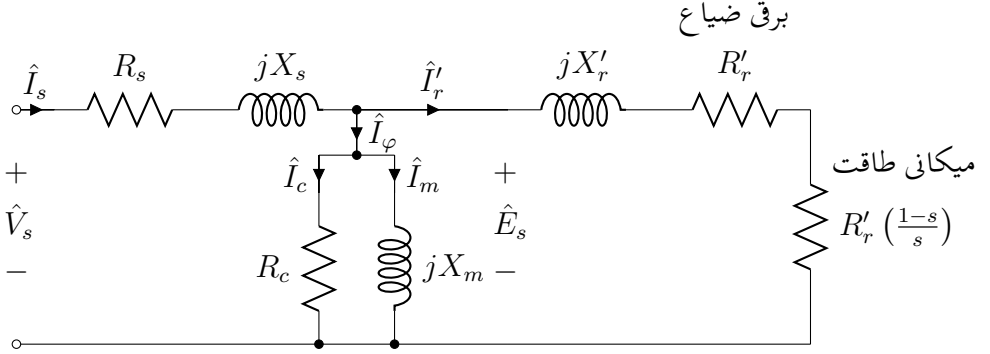
برقی طاقت دی جاتی ہے جس میں سے ضیاع p گھومتے لچھے کی مزاحمت میں ضائع ہو جاتی ہے اور بقیہ بطور میکانیکی طاقت مشین کے دھرے پر پائی جاتی ہے یعنی

$$(7.42) \quad p = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} - I_{0r}'^2 R_r' = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} (1 - s) = p_r (1 - s)$$

یوں تین مرحلہ مشین جس میں تین لچھے ہوتے ہیں اس کے تین گنا میکانیکی طاقت فراہم کر سکتی ہے یعنی

$$(7.43) \quad p_{\text{میکانی}} = 3 I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} (1 - s) = 3 p_r (1 - s)$$

اس مساوات سے واضح ہے کہ اگر سرک ایک کے برابر ہو تو موٹر کوئی میکانیکی طاقت فراہم نہیں کرے گی اور گھومتے حصے کو جتنی برقی توانائی مل رہی ہو وہ ساری کی ساری اس میں ضائع ہو کر اسے گرم کرے گی۔ یوں موٹر کے گرم



شکل 7.8: امالی موٹر کی ایک مساوی برقی دور۔

ہو کر جل جانے کا امکان ہوتا ہے۔ آپ اس مساوات سے دیکھ سکتے ہیں کہ امالی موٹر کی سرک صفر کے قریب رہنی چاہئے ورنہ یہ ناقابل قبول حد تک برقی توانائی ضائع کرے گا۔ ہم امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل 7.8 کی طرح بھی بنا سکتے ہیں۔ اس شکل میں شکل 7.7 میں دیئے مزاحمت $\frac{R'_r}{s}$ کو دو حصوں میں لکھا گیا ہے یعنی

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r + R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

یوں شکل 7.7 میں مزاحمت R'_r میں برقی طاقت کی ضیاع $I_{0r}^2 R'_r$ گھومتے لچھے کی ضیاع ہے جبکہ مزاحمت $R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$ میں برقی طاقت کی ضیاع $I_{0r}^2 R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$ دراصل میکانیکی طاقت ہے۔ یاد رہے کہ تین مرحلہ مشین کے لئے یہاں سے حاصل نتائج کو تین سے ضرب دینا ہو گا۔

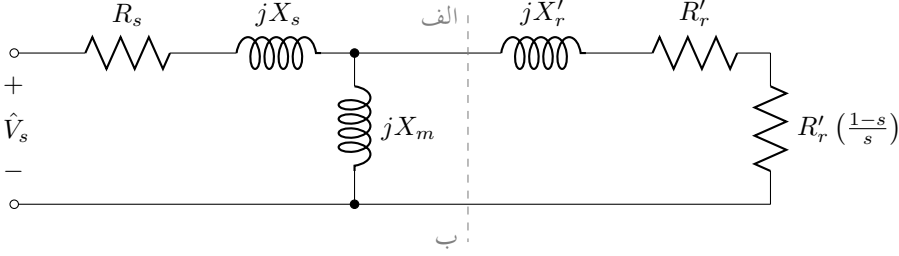
میکانی طاقت، قوت مروڑ ضرب میکانیکی زاویائی رفتار ہوتی ہے۔ امالی موٹر کی میکانیکی زاویائی رفتار مساوات 7.3 میں دی گئی ہے جبکہ مساوات 5.51 میں میکانیکی معاصر رفتار ω_{sm} دی گئی ہے۔ یوں

$$(7.44) \quad p = T_m \omega = T_m \times 2\pi f = T_m \times 2\pi(1-s)f_s = T_m(1-s)\omega_{sm}$$

لہذا

$$(7.45) \quad T_m = \frac{p}{(1-s)\omega_{sm}} = \frac{3I_{0r}^2 R'_r}{\omega_{sm} s}$$

اصل موٹر میں رگڑ، قلبی ضیاع، لچھوں میں ضیاع اور دیگر وجوہات کی بنا پر دھرے پر طاقت یا قوت مروڑ اس سے قدر کم ہو گی۔



اس کا مساوی تھونن مساوی دور بنائیں

شکل 7.9: امالی موٹر کا سادہ دور۔ قابلی ضیاع کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور بناتے وقت R_c اور X_m کو نظر انداز کیا گیا تھا۔ امالی موٹر میں ایسا کرنا ممکن نہیں ہوتا چونکہ موٹروں میں خلائی درز ہوتی ہے جس میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنے کے لئے بہت زیادہ مقناطیسی دباؤ درکار ہوتی ہے۔ حقیقت میں بے بوجھ امالی موٹر کو اپنے پورے برقی رو کے تیس سے پچاس فی صد برقی رو قالب کو ہیجان کرنے کے لئے درکار ہوتی ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز کی وجہ سے اس کی رستا مالہ بھی زیادہ ہوتی ہے اور اسے نظر انداز کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ البتہ مساوی دور میں R_c کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے جیسے شکل 7.9 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں نقطہ دار لکیر کی بائیں جانب کا مساوی تھونن دور بنایا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے امالی موٹر پر غور کرنا نہایت آسان ہو جاتا ہے۔ اب ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔

مثال 7.2: ستارہ جڑی چھ قطب پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی 15 کلو واٹ امالی موٹر کے مساوی دور کے اجزاء یہ ہیں

$$R_s = 0.5 \Omega, \quad R'_r = 0.31 \Omega, \quad X_s = 0.9 \Omega, \quad X'_r = 0.34 \Omega, \quad X_m = 0.22 \Omega$$

موٹر میں رگڑ سے طاقت کا ضیاع 600 واٹ ہے۔ قابلی ضیاع کو اسی کا حصہ تصور کیا گیا ہے۔ اس کو اٹل تصور کیا جائے۔ یہ موٹر درکار وولٹ اور تعداد ارتعاش پر دو فی صد سرک پر چل رہی ہے۔ اس حالت میں موٹر کی رفتار، اس کے دھرے پر پیدا قوت مروڑ اور طاقت، اس کے ساکن لچھے کی برقی رو اور اس کی فی صد کارگزاری حاصل کریں۔

حل: موٹر کی معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{6} \times 50 = 16.66$ چکر فی سیکنڈ یا $16.66 \times 60 = 1000$ چکر فی منٹ۔ دو فی صد سرک پر موٹر کی رفتار $f = 16.66 \times (1 - 0.02) = 16.33$ چکر فی سیکنڈ یا $16.33 \times 60 = 979.8$ چکر فی منٹ ہے۔

شکل 7.9 میں دائیں جانب

$$jX'_r + R'_r + R'_r \frac{1-s}{s} = jX'_r + \frac{R'_r}{s} = j0.34 + \frac{0.31}{0.02} = j0.34 + 15.5$$

اور jX_m متوازی جڑے ہیں۔ ان کی مساوی رکاوٹ یہ ہے

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{15.5 + j0.34} + \frac{1}{j22}$$

$$Z = 10.147 + j7.375 = R + jX$$

موٹر پر لاگو یک مرحلہ برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ وولٹ ہے۔ یوں ساکن لچھے کی برقی رو

$$\hat{I}_s = \frac{\hat{V}_s}{R_s + jX_s + Z}$$

$$= \frac{239.6}{0.5 + j0.99 + 10.147 + j7.375}$$

$$= 17.6956 / -38.155^\circ$$

ہے۔ اس موٹر کے گھومتے حصہ کو وہی طاقت منتقل ہو رہی ہے جو رکاوٹ Z کو منتقل ہو رہی ہے۔ یعنی مساوات 7.41 کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$p = I_{or}^2 \frac{R'_r}{s} = I_s^2 R = 17.6956^2 \times 10.147 = 3177.37 \text{ W}$$

تین مراحل کے لئے یہ مقدار $3 \times 3177.37 = 9532$ واٹ ہو گی۔ مساوات 7.43 موٹر کی اندرونی میکانی طاقت دیتی ہے یعنی

$$p_{\text{میکانی}} = 9532 \times (1 - 0.02) = 9341 \text{ W}$$

اس سے طاقت کا ضیاع منفی کر کے $9341 - 600 = 8741$ واٹ رہ جاتا ہے۔ یہ موٹر کے دھرے پر میکانی طاقت ہو گی جس سے دھرے پر قوت مردوڑ

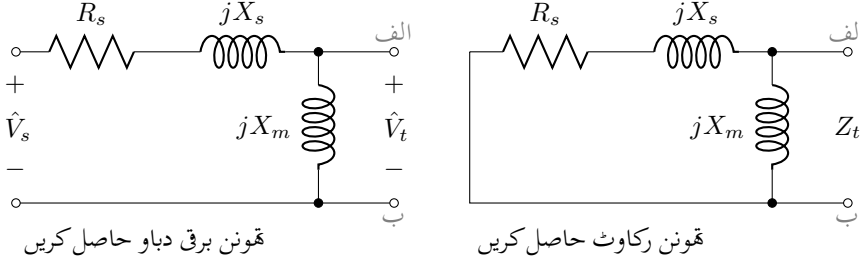
$$T = \frac{8741}{2 \times \pi \times 16.33} = 85.1 \text{ N m}$$

ہو گی۔

موٹر کو کل مہیا برقی طاقت $\sqrt{3} \times 415 \times 17.6956 \times \cos(-38.155) = 10001.97$ واٹ ہے۔ یوں

□

اس موٹر کی کار گزاری $\% = \frac{8741}{10001.97} \times 100 = 87.39$ ہے۔



شکل 7.10: تھونن رکاوٹ اور تھونن برقی دباؤ حاصل کرنے کے دور۔

7.9 امالی موٹر کا مساوی تھونن دور یا ریاضی نمونہ

مسئلہ تھونن²⁰ کے مطابق کسی بھی سادہ خطی برقی دور²¹ کو اس کے دو برقی سروں کے مابین ایک رکاوٹ اور ایک برقی دباؤ کی مساوی دور سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اس مساوی دور کو مساوی تھونن دور کہتے ہیں جبکہ اس مساوی تھونن دور کی رکاوٹ کو تھونن رکاوٹ اور برقی دباؤ کو تھونن برقی دباؤ کہتے ہیں۔

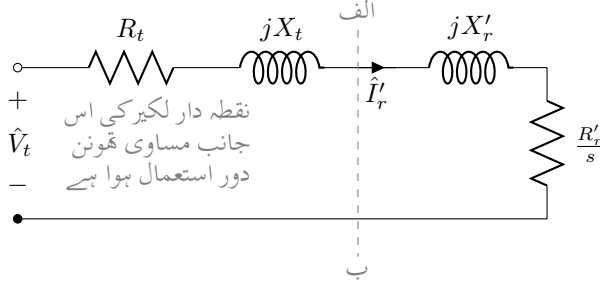
برقی دور کے دو برقی سروں کے مابین تھونن رکاوٹ حاصل کرنے کے لئے اس برقی دور کے اندرونی برقی دباؤ کسر دور کر کے ان دو برقی سروں کے مابین رکاوٹ معلوم کی جاتی ہے۔ یہی رکاوٹ، تھونن رکاوٹ ہے۔ انہیں برقی سروں پر تھونن برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے دیئے گئے برقی دور کے اندرونی برقی دباؤ برقرار رکھ کر ان دو سروں پر برقی دباؤ معلوم کی جاتی ہے۔ یہی برقی دباؤ درحقیقت تھونن برقی دباؤ ہے۔ بعض اوقات ہم ایک برقی دور کے ایک خاص حصے کا مساوی تھونن دور بنانا چاہتے ہیں۔ ایسا کرتے وقت بقایا برقی دور کو اس حصے سے مکمل طور پر منقطع کیا جاتا ہے۔ یوں شکل 7.10 سے واضح ہے کہ دو سروں الف اور با کے مابین مساوی تھونن رکاوٹ اور تھونن برقی دباؤ یہ ہیں۔

$$Z_t = \frac{(R_s + jX_s)jX_m}{R_s + jX_s + jX_m} = R_t + jX_t \quad (7.46)$$

$$\hat{V}_t = \frac{jX_m \hat{V}_s}{R_s + jX_s + jX_m} = V_t / \theta_t$$

کسی بھی مخلوط عدد²² کی طرح Z_t کو ایک حقیقی عدد R_t اور ایک فرضی عدد jX_t کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔ یہی اس مساوات میں کیا گیا ہے۔

²⁰Thevenin theorem
²¹linear circuit
²²complex number



شکل 7.11: تھون دور استعمال کرنے کے بعد امالی موٹر کا مساوی دور۔

ہم یوں امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل 7.11 کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں سے مرحلہ سمتیہ کی استعمال سے مندرجہ ذیل برقی رو \hat{I}'_r حاصل ہوتی ہے۔

$$\hat{I}'_r = \frac{\hat{V}_t}{R_t + jX_t + \frac{R'_r}{s} + jX'_r} \quad (7.47)$$

$$|\hat{I}'_r| = I'_r = \frac{V_t}{\sqrt{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$

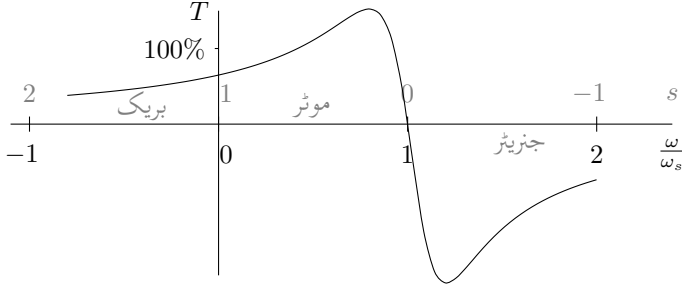
چونکہ I'_r کی قیمت پر \hat{V}_t کے زاویے کا کوئی اثر نہیں لہذا مساوی تھون دور میں \hat{V}_t کی جگہ $V \angle 0$ استعمال کیا جاسکتا ہے۔ بقایا کتاب میں ایسا ہی کیا جائے گا۔

مساوات 7.45 سے یوں تین مرحلہ مشین کی قوت مروڑ یہ ہوگی

$$T = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2} \quad (7.48)$$

$$= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\frac{R'^2_r}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}$$

اس مساوات کو شکل 7.12 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں موٹر کی رفتار کو معاصر رفتار کی نسبت سے دکھایا گیا ہے۔ موٹر از خود گھومتے مقناطیسی موج کی سمت میں گھومتی ہے اور اس کی رفتار معاصر رفتار سے قدر کم رہتی ہے۔ زیادہ سرک پر موٹر کی کارگزاری نہایت خراب ہو جاتی ہے۔ اسی لئے لگانا استعمال کے وقت اسے تقریباً پانچ فی



شکل 7.12: امالی موٹر کی قوت مروڑ بمقابلہ سرک کا خط۔

صد سے کم سرک پر چلایا جاتا ہے بلکہ ان کی تخلیق یوں کی جاتی ہے کہ امالی موٹر اپنی پوری طاقت تقریباً پانچ فی صد سے کم سرک پر حاصل کرتی ہے۔

اگر موٹر کو زبردستی ساکن لچھوں کی گھومتے مقناطیسی موج کی سمت میں معاصر رفتار سے زیادہ رفتار پر گھمایا جائے تو یہ ایک جنریٹر کے طور پر کام کرنے شروع ہو جائے گی۔ ایسا کرنے کے لئے بیرونی میکانیکی طاقت درکار ہوگی۔ اگرچہ امالی مشین عام طور پر جنریٹر کے طور پر استعمال نہیں ہوتے البتہ ہوا سے برقی طاقت پیدا کرنے میں یہ جنریٹر کے طور پر کارآمد ثابت ہوتے ہیں۔

شکل 7.12 میں منفی رفتار بھی دکھائی گئی ہے جہاں سرک ایک سے زیادہ ہے۔ ایسا تب ہوتا ہے جب موٹر کو ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کی الٹ سمت میں گھمایا جائے۔ موٹر کو جلد ساکن حالت میں لانے کے لئے یوں کیا جاتا ہے۔ تین مرحلہ موٹر پر لاگو برقی دباؤ کی کسی دو مرحلوں کو آپس میں الٹا دیا جاتا ہے۔ اس طرح موٹر کی ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج یکدم الٹ سمت میں گھومنے شروع ہو جاتی ہے جبکہ موٹر ابھی پہلی سمت میں ہی گھوم رہی ہوتی ہے۔ اس طرح موٹر جلد آہستہ ہوتی ہے اور جیسے ہی موٹر رکھ کر دوسری جانب گھومنا چاہتی ہے اس پر لاگو برقی دباؤ منقطع کر دی جاتی ہے۔ امالی موٹر یوں ریل گاڑی میں عموماً بطور بریک²³ استعمال کی جاتی ہے۔

یوں امالی مشین $s < 0$ کی صورت میں بطور جنریٹر، $0 < s < 1$ کی صورت میں بطور موٹر اور $s > 1$ کی صورت میں بطور بریک کام کرتا ہے۔

امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ مساوات 7.48 سے یوں حاصل کی جاسکتی ہے۔ قوت مروڑ اُسی لمحہ زیادہ سے زیادہ ہوگی جب گھومتے حصے کو زیادہ سے زیادہ طاقت میسر ہو۔ زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کے مسئلہ²⁴

brake²³
maximum power theorem²⁴

کے مطابق مزاحمت $\frac{R'_r}{s}$ میں طاقت کا ضیاع اس وقت زیادہ سے زیادہ ہو گا جب

$$(7.49) \quad \frac{R'_r}{s} = |R_t + jX_t + jX'_r| = \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}$$

ہو۔ اس مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرک s_z کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.50) \quad s_z = \frac{R'_r}{\sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$

مساوات 7.48 میں کسر کے نچلے حصے میں $R_t^2 + (X_t + X'_r)^2$ کی جگہ مساوات 7.49 کا مربع استعمال کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ یوں حاصل کی جاسکتی ہے

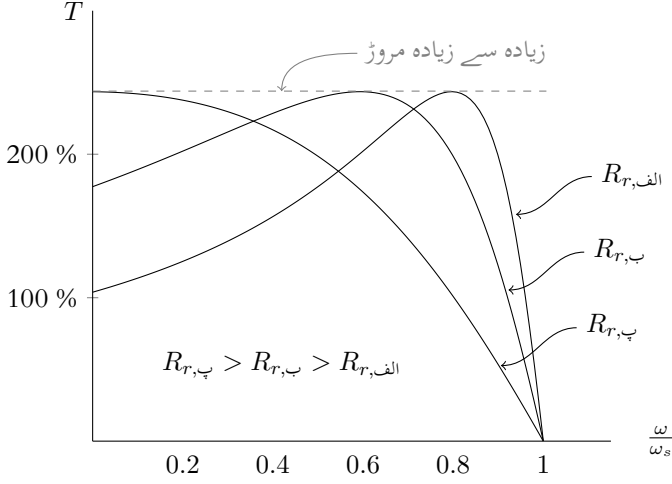
$$(7.51) \quad \begin{aligned} T_z &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\frac{R'^2_r}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + \frac{R'^2_r}{s^2}} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left(R_t + \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}\right)} \end{aligned}$$

جہاں آخری قدم پر مساوات کا استعمال دوبارہ کیا گیا۔

اس مساوات کے مطابق امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ اس کے گھومتے لچھوں کی مزاحمت پر منحصر نہیں۔ یہ ایک اہم معلومات ہے جسے استعمال کر کے امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ درکار رفتار پر حاصل کی جاسکتی ہے۔ آئیں دیکھیں کہ یہ کیسا کیا جاتا ہے۔

امالی موٹر کے گھومتے لچھوں کے برقی سروں کو سرک ²⁵ کے ذریعہ باہر نکالا جاتا ہے ²⁶ جہاں ان کے ساتھ سلسلہ وار بیرونی مزاحمت جوڑی جاتی ہے۔ اس طرح گھومتے لچھوں کی کل مزاحمت بڑھ کر $R_r + R_{\text{بیرونی}}$ ہو جاتی ہے۔ ایسا کرنے سے مساوات 7.49 کے مطابق زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ نسبتاً زیادہ سرک یعنی کم زاویائی رفتار پر حاصل کی جاسکتی ہے۔ شکل 7.13 میں مزاحمت $R_{r,p}$ کے ساتھ ساکن موٹر کو چالو کرتے وقت زیادہ سے زیادہ

²⁵slip rings
²⁶شکل کے نمونے پر۔



شکل 7.13: بیرونی مزاحمت لگانے کے قوت مروڑ بالمقابل سرک کے خطوط پر اثرات۔

قوت مروڑ حاصل ہو سکتی ہے۔ اس طرح بوجھ بردار موٹر ساکن حالت سے ہی زیادہ بوجھ اٹھانے کے قابل ہوتا ہے۔ چونکہ زیادہ سرک پر موٹر کی کارگزاری خراب ہوتی ہے لہذا اس طرح موٹر کو زیادہ دیر نہیں چلایا جاتا اور جیسے ہی اس کی رفتار بڑھ جاتی ہے، اس سے جڑے بیرونی مزاحمتیں منقطع کر کے گھومتے لچھوں کے برقی سرے کسر دور کر دیئے جاتے ہیں۔

مثال 7.3: صفحہ 224 پر مثال 7.2 میں دی گئی امالی موٹر اس مثال میں استعمال کریں۔ رگڑ سے طاقت کی ضیاع کو نظر انداز کریں۔

- اگر موٹر درکار وولٹ اور تعداد ارتعاش پر تین فی صد سرک پر چل رہی ہو تو ساکن لچھے میں گھومتے لچھے کے حصہ کی برقی رو I_r' اور مشین کی اندرونی میکانی طاقت اور قوت مروڑ حاصل کریں۔
- موٹر کی زیادہ سے زیادہ اندرونی پیدا قوت مروڑ اور اس قوت مروڑ پر موٹر کی رفتار حاصل کریں۔
- موٹر کی چالو ہونے کے لمحہ پر قوت مروڑ اور اسی لمحہ اس کی I_r' حاصل کریں۔

حل:

• ایک مرحلہ برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ استعمال کرتے ہوئے مساوات 7.46 کی مدد سے

$$Z_t = \frac{(0.5 + j0.99) j22}{0.5 + j0.99 + j22} = 0.4576 + j0.9573$$

$$\hat{V}_t = \frac{j22 \times 239.6 \angle 0^\circ}{0.5 + j0.99 + j22} = 229.2 \angle 1.246^\circ$$

مساوات 7.47 میں تین فی صد سرک پر $\frac{R'_r}{s} = 10.3333$ کے استعمال سے

$$\hat{I}'_r = \frac{229.2 \angle 1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 10.3333 + j0.34} = 21.1 \angle -5.6^\circ$$

$$I'_r = |\hat{I}'_r| = 21.1 \text{ A}$$

یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ مندرجہ بالا مساوات میں $229.2 \angle 1.246^\circ$ کی جگہ $229.2 \angle 0^\circ$ استعمال کرنے سے I'_r کی یہی قیمت حاصل ہوتی۔

مساوات 7.43 اور 7.44 کی مدد سے

$$p_m = \frac{3 \times 21.1^2 \times 0.31}{0.03} \times (1 - 0.03) = 13387.46 \text{ W}$$

$$T = \frac{13387.46}{(1 - 0.03) \times 2 \times \pi \times 16.66} = 131.83 \text{ N m}$$

• مساوات 7.50 سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرک

$$s_z = \frac{0.31}{\sqrt{0.4576^2 + (0.9573 + 0.34)^2}} = 0.1638$$

اور اس پر موٹر کی رفتار $1000 \times (1 - 0.1638) = 836.2$ چکر فی منٹ ہوگی۔

• چالو کرتے لمحہ پر سرک ایک ہوگی لہذا $\frac{R'_r}{s} = 0.31$ ہوگا اور یوں

$$\hat{I}'_r = \frac{229.2 \angle 1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 0.31 + j0.34} = 152.07 \angle -58.14^\circ$$

$$I'_r = 152 \text{ A}$$

اس لمحہ قوت مروڑ

$$T = \frac{3 \times 152.07^2 \times 0.31}{2 \times \pi \times 16.66} = 205 \text{ N m}$$

□

مثال 7.4: دو قطب ستارہ جڑا پچاس ہرٹز پر چلنے والا تین مرحلہ امالی موٹر 2975 چکر فی منٹ کی رفتار پر بارہ کلوواٹ کے میکانیکی بوجھ سے لدا ہے۔ موٹر کی سرک اور دھرے پر قوت مروڑ حاصل کریں۔

حل: معاصر رفتار $50 = \frac{2}{2} \times 50 = \frac{2}{P} f_e$ چکر فی سیکنڈ یا $50 \times 60 = 3000$ چکر فی منٹ ہے۔ یوں سرک $s = \frac{3000 - 2975}{3000} = 0.00833$ یا 0.833 فی صد ہے۔ موٹر کی رفتار $\frac{2975}{60} = 49.5833$ چکر فی سیکنڈ ہے لہذا اس کے دھرے پر قوت مروڑ 38 N m ہوگی۔

□

7.10 پنجرانما امالی موٹر

گھومتے لچھوں کی ساخت پر ذرا غور کرتے ہیں۔ گھومتے لچھوں کے N_r چکر ہوتے ہیں جہاں N_r کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔ سادہ ترین صورت میں N_r ایک کے برابر ہو سکتا ہے یعنی ایک ہی چکر کا گھومتا لچھا۔ اب بجائے اس کے کہ قالب میں لچھوں کے لئے شکاف بنائے جائیں اور ہر شکاف میں تانبے کی تار کا ایک چکر لپٹا جائے ہم یوں بھی کر سکتے ہیں کہ ہر شکاف میں سیدھا تانبے کا ایک سلاخ رکھ دیں اور اس طرح کے سب سلاخوں کی ایک جانب کے سروں کو تانبے کی ایک دائرہ نما سلاخ سے کسر دور کر دیں اور اسی طرح دوسری جانب کے سب سروں کو بھی ایک تانبے کی دائرہ نما سلاخ سے کسر دور کر دیں۔ اس طرح تانبے کی سلاخوں کا پنجرہ بن جاتا ہے۔ اسی لئے ایسے امالی موٹروں کو پنجرانما امالی موٹر کہتے ہیں۔

حقیقت میں شکافوں میں پگھلاتا تانبا یا سلور²⁷ ڈالا جاتا ہے جو ٹھنڈا ہو کر ٹھوس ہو جاتا ہے اور قالب کو بھکڑ لیتا ہے۔ دونوں اطراف کے دائرہ نما کسر دور کرنے والے چھلے بھی اسی طرح اور اسی وقت بنائے جاتے ہیں۔ اس طرح یہ ایک مضبوط گھومتا حصہ بن جاتا ہے۔ اسی مضبوطی کی وجہ سے پنجرانما امالی موٹر نہایت مقبول ہوا ہے۔ ایسے موٹر سالوں تک بغیر دیکھ ہال کے کام کرتے ہیں اور عام زندگی میں ہر جگہ پائے جاتے ہیں۔ گھروں میں پانی کے پمپ اور پتکھے انہیں سے چلتے ہیں۔

²⁷copper, aluminium

7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ

امالی موٹر کی کارکردگی دو معائنوں سے معلوم کی جاتی ہے۔ انہی سے اس کے مساوی برقی دور کے جزو بھی حاصل کئے جاتے ہیں۔ ہم تین دور کی امالی موٹر کی مثال سے ان معائنوں کا تذکرہ کرتے ہیں۔

7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ

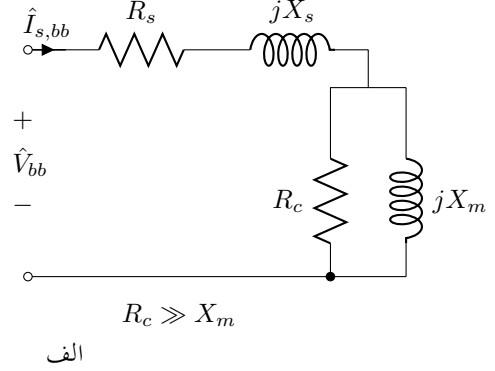
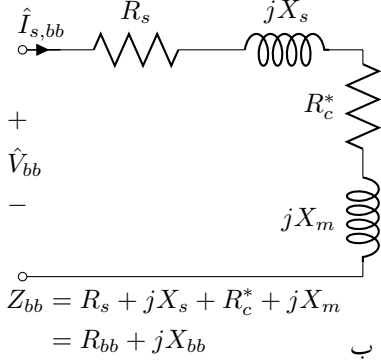
یہ معائنہ بالکل ٹرانسفارمر کے بے بوجھ معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں موٹر کی ہیجان انگیز برقی رو اور بے بوجھ موٹر میں طاقت کے ضیاع کی معلومات حاصل ہوتی ہیں۔

اس میں بے بوجھ امالی موٹر پر تین مرحلہ مساوی برقی دباؤ V_{bb}^{28} لاگو کر کے بے بوجھ موٹر کی برقی طاقت کا ضیاع p_{bb} اور اس کے ساکن لچھے کی ہیجان انگیز برقی رو $I_{s,bb}$ ناپی جاتی ہے۔ یہ معائنہ امالی موٹر کی پورے برقی دباؤ اور برقی تعدد پر کیا جاتا ہے۔

بے بوجھ امالی موٹر صرف اتنی قوت مروڑ پیدا کرتی ہے جتنی رگڑ اور دیگر طاقت کے ضیاع کی وجہ سے درکار ہو۔ اتنی کم قوت مروڑ بہت کم سرک پر حاصل ہو جاتی ہے۔ مساوات 7.47 سے ظاہر ہے کہ بہت کم سرک پر I_r' بھی نہایت کم ہوگی اور اس سے گھومتے لچھوں میں برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اسی بات کو صفحہ 222 پر شکل 7.7 کی مدد سے بھی سمجھا جاسکتا ہے جہاں یہ واضح ہے کہ بہت کم سرک پر مزاحمت $\frac{R_r'}{s}$ کی قیمت بہت زیادہ ہو جاتی ہے اور اس کو کھلے دور سمجھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے شکل 7.14-الف ملتا ہے۔

شکل 7.14-الف میں R_c اور X_m کے متوازی دور کا مساوی سلسلہ وار دور شکل 7.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی امالی موٹر کی R_c کی قیمت اس کی X_m کی قیمت سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔ متوازی دور کی رکاوٹ Z_m

²⁸ V_{bb} لکھتے ہوئے لفظ بے بوجھ کے پہلے حروف ب اور ب کو زیر نوشت میں bb سے ظاہر کیا گیا ہے۔



شکل 7.14: بے بوجھ امالی موٹر کا معائنہ۔

سے مساوی سلسلہ وار رکاوٹ Z_s یوں حال ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \\
 &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \frac{R_c - jX_m}{R_c - jX_m} \\
 &= \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2 + X_m^2} \\
 &\approx \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2} \quad \text{چونکہ } R_c \gg X_m \\
 &= jX_m + \frac{X_m^2}{R_c} = jX_m + R_c^* = Z_s
 \end{aligned}
 \tag{7.52}$$

بے بوجھ ٹرانسفارمرز میں ابتدائی لچھوں کے برقی طاقت کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاتا ہے۔ بے بوجھ امالی موٹروں کی پیمان انگیز برقی رو کافی زیادہ ہوتی ہے لہذا ان کے ساکن لچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔ بے بوجھ امالی موٹر کی p_{bb} سے اگر تین ساکن لچھوں کی برقی ضیاع منفی کی جائے تو اس میں میکانیکی طاقت کے ضیاع کا حساب لگایا جاسکتا ہے یعنی

$$p_{\text{ضیاع}} = p_{bb} - 3I_{s,bb}^2 R_s
 \tag{7.53}$$

میکانیکی طاقت کا ضیاع بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر کے لئے یکساں تصور کیا جاتا ہے۔

شکل 7.14- ب سے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 R_{bb} &= \frac{p_{bb}}{3I_{s,bb}^2} \\
 Z_{bb} &= \frac{V_{bb}}{I_{s,bb}} \\
 X_{bb} &= \sqrt{|Z_{bb}|^2 - R_{bb}^2} \\
 X_{bb} &= X_s + X_m
 \end{aligned}
 \tag{7.54}$$

یوں اس معائنہ سے موٹر کی بے بوجھ متعاملیت X_{bb} حاصل ہوتی ہے۔ اگر کسی طرح ساکن لچھے کی متعاملیت X_s معلوم ہو تب اس مساوات سے X_m حاصل کی جاسکتی ہے۔ اگلے معائنہ میں ہم X_s کا اندازہ لگا سکیں گے۔

7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ

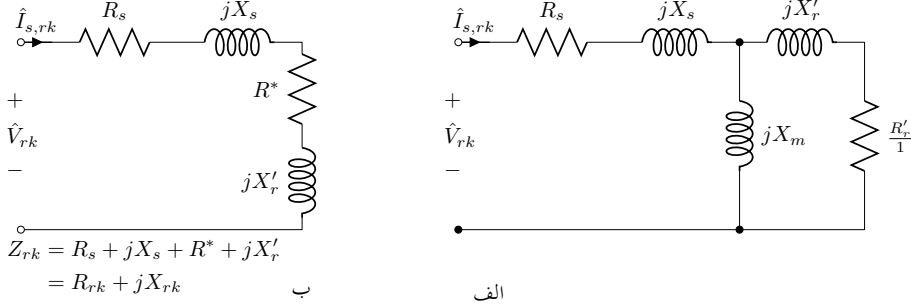
یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے کسر دور معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں مشین کے رستا مالوں کی معلومات حاصل ہوتی ہے۔ البتہ امالی موٹر کا مسئلہ ذرا زیادہ پیچیدہ ہے۔ امالی موٹر کی رستا مالہ گھومتے لچھوں میں برقی تعدد اور قالب کے سیراب ہونے پر منحصر ہوتے ہیں۔

اس معائنہ میں امالی موٹر کے گھومتے حصے کو حرکت کرنے سے زبردستی روک دیا جاتا ہے جبکہ ساکن لچھوں پر بیرونی برقی دباؤ V_{rk} لاگو کر کے برقی طاقت p_{rk} اور ساکن لچھوں کی برقی رو $I_{s,rk}$ ناپی جاتی ہیں۔ اصولی طور پر یہ معائنہ اُن حالات کو مد نظر رکھ کر کیا جاتا ہے جن پر موٹر کی معلومات درکار ہوں۔

جس لمحہ ایک موٹر کو ساکن حالت سے چالو کیا جائے اس لمحہ موٹر کی سرک ایک کے برابر ہوتی ہے اور اس کے گھومتے لچھوں میں عام تعدد f_e کی برقی رو $I_{t=0}^{29}$ ہوتی ہے، لہذا اگر اس لمحہ کے نتائج درکار ہوں تو موٹر کے ساکن لچھوں پر عام تعدد یعنی f_e کی اتنی برقی دباؤ لاگو کی جائے گی جتنی سے اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو $I_{t=0}$ ہو۔ اسی طرح اگر عام چالو حالت میں بوجھ بردار موٹر کے نتائج درکار ہوں جب موٹر کی سرک s اور اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو $I_{t \rightarrow \infty}^{30}$ ہوتی ہے تو معائنہ میں $s f_e$ تعدد کی برقی دباؤ استعمال کی جائے گی اور اس کی مقدار اتنی

²⁹ اس لمحہ کے برقی رو کو چھوٹی لکھائی میں وقت صفر سے منسلک کیا گیا ہے یعنی $t = 0$

³⁰ زیر نوشت میں $\infty \rightarrow t$ اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ موٹر کافی دیر سے چالو ہے اور یہ ایک برقرار قیامت تک پہنچ گئی ہے۔



شکل 7.15: ر کے امالی موٹر کا معائنہ۔

رکھی جائے گی جتنی سے گھومتے لچھوں میں $I_{t \rightarrow \infty}$ برقی رو وجود میں آئے۔ تقریباً 20 kV A سے چھوٹی موٹروں میں برقی تعدد کے اثرات قابل نظر انداز ہوتے ہیں لہذا ان کا معائنہ f_e تعدد کی برقی دباؤ پر ہی کیا جاتا ہے۔

یہاں صفحہ 222 پر دکھائے شکل 7.7 کو ر کے موٹر کے معائنہ کی نقطہ نظر سے دوبارہ بناتے ہیں۔ ر کے موٹر کی سرک ایک کے برابر ہوتی ہے۔ مزید یہ کہ اس معائنہ میں لاگو برقی دباؤ عام چالو موٹر پر لاگو برقی دباؤ سے خاصی کم ہوتی ہے۔ اتنی کم لاگو برقی دباؤ پر قابلی ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ شکل میں R_c کو کھلے دور کرنا قابلی ضیاع کو نظر انداز کرنے کے مترادف ہے۔ ایسا کرنے سے شکل 7.15-الف ملتا ہے۔ چونکہ $s = 1$ ہے لہذا اس شکل میں R'_r کو $\frac{R'_r}{s}$ لیا گیا ہے۔

شکل 7.15-الف میں jX_m اور $(R'_r + jX'_r)$ متوازی جڑے ہیں۔ ان کا مساوی سلسلہ وار دور شکل 7.15-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس متوازی دور کی مزاحمت Z_m سے سلسلہ وار مزاحمت Z_s یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{jX_m(R'_r + jX'_r)}{R'_r + j(X_m + X'_r)} \\
 &= \left(\frac{jX_m R'_r - X_m X'_r}{R'_r + j(X_m + X'_r)} \right) \left(\frac{R'_r - j(X_m + X'_r)}{R'_r - j(X_m + X'_r)} \right) \\
 (7.55) \quad &= \frac{jX_m R_r'^2 + X_m R'_r (X_m + X'_r) - X_m X'_r R'_r + jX_m X'_r (X_m + X'_r)}{R_r'^2 + (X_m + X'_r)^2} \\
 &= \frac{X_m^2 R'_r}{R_r'^2 + (X_m + X'_r)^2} + \frac{j(X_m R_r'^2 + X_m^2 X'_r + X_m X_r'^2)}{R_r'^2 + (X_m + X'_r)^2} \\
 &= R_s^* + jX_s^* = Z_s
 \end{aligned}$$

اگر ان مساوات میں $X_m \gg X'_r$ اور $X_m \gg R'_r$ لیا جائے تو حاصل ہوتا ہے۔

$$(7.56) \quad R_s^* \approx R'_r \left(\frac{X_m}{X_m + X'_r} \right)^2$$

$$(7.57) \quad X_s^* \approx \frac{X_m R_r'^2}{X_m^2} + \frac{X_m^2 X'_r}{X_m^2} + \frac{X_m X_r'^2}{X_m^2} \approx X'_r$$

اس معائنہ میں ناپے مقداروں اور شکل 7.15-ب سے

$$(7.58) \quad \begin{aligned} Z_{rk} &= \frac{V_{rk}}{I_{s,rk}} \\ R_{rk} &= \frac{p_{rk}}{3I_{s,rk}^2} \\ X_{rk} &= \sqrt{|Z_{rk}|^2 - R_{rk}^2} \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اس مساوات کے پہلے جزو میں ناپے برقی دباؤ اور برقی رو سے رکاوٹ حاصل کی گئی ہے، اس کے دوسرے جزو سے مزاحمت اور تیسرے میں متعاملیت۔

اب شکل 7.15-ب سے واضح ہے کہ

$$(7.59) \quad X_{rk} = X_s + X'_r$$

امالی مشین مختلف خصوصیات کو مد نظر رکھ کر بنائے جاتے ہیں۔ عام آدمی کے آسانی کے لئے ایسے مشینوں کی درجہ بندی کی جاتی ہے۔ جدول 7.1 میں پنچرا نما امالی موٹر کے مختلف اقسام A, B, C, D اور ایسی مشین جن کا گھمتا حصہ لچھے پر مشتمل ہو، کے رستا متعاملیت X_{rk} کو ساکن اور گھومتے لچھوں میں تقسیم کرنا دکھایا گیا ہے۔ اس جدول کے مطابق، گھومتے لچھے والی مشین میں ساکن اور گھومتے متعاملیت برابر ہوتے ہیں۔ اسی طرح شکل 7.15-ب سے واضح ہے کہ $R_{rk} = R^* + R_s$ لہذا اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_s براہ راست مزاحمت ناپنے کے آلہ یعنی اوہم میٹر³¹ سے ناپی جائے تو

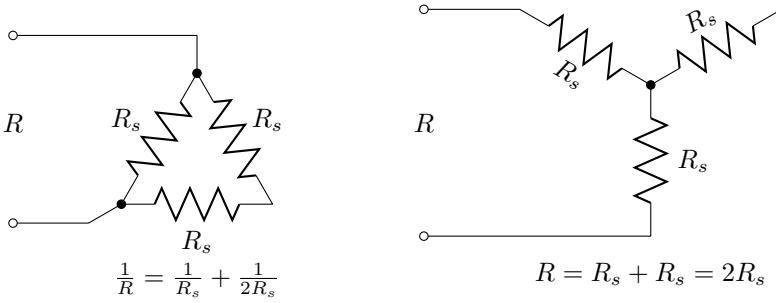
$$(7.60) \quad R^* = R_{rk} - R_s$$

ہو گا اور اب R'_r کو مساوات 7.56 سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں X_m بے بوجھ امالی موٹر کے معائنہ میں حاصل کی جاتی ہے۔

Ohm meter³¹

گھومتا حصہ	خاصیت	X_s	X'_r
لپٹا ہوا	کارکردگی گھومتے حصے کی مزاحمت پر منحصر	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ A	عام ابتدائی قوت مروڑ، عام ابتدائی رو	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ B	عام ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو	$0.4X_{rk}$	$0.6X_{rk}$
بناوٹ C	زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو	$0.3X_{rk}$	$0.7X_{rk}$
بناوٹ D	زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، زیادہ سرک	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$

جدول 7.1: متعاقبیت کی ساکن اور گھومتے حصوں میں تقسیم۔



شکل 7.16: ستارہ اور ٹکونی جڑی موٹروں کی ساکن لچھوں کی مزاحمت کا اوہم میٹر کی مدد سے حصول۔

اوہم میٹر کی مدد سے ساکن لچھے کی مزاحمت ناپتے وقت یہ جاننا ضروری ہے کہ موٹر ستارہ یا ٹکونی جڑی ہے۔ شکل 7.16 میں لچھے کو دونوں طرح جڑا دکھایا گیا ہے۔ اگر ایک مرحلہ مزاحمت R_s ہو تو ستارہ جڑی موٹر میں اوہم میٹر $2R_s$ مزاحمت دے گی جبکہ ٹکونی جڑی موٹر کے لئے یہ $\frac{2}{3}R_s$ مزاحمت دے گی۔

مثال 7.5: ستارہ جڑی چار قطب پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی موٹر کے معائنہ کئے جاتے ہیں۔ موٹر کی بناوٹ درجہ بندی A کے مطابق ہے۔ اوہم میٹر کسی بھی دو برقی سروں کے مابین 0.55 اوہم جواب دیتا ہے۔ بے بوجھ معائنہ 50 Hz اور 415 V پر کرتے ہوئے برقی رو 4.1 A اور طاقت کا ضیاع 906 W ناپے جاتے ہیں۔ جامد موٹر معائنہ 15 Hz اور 50 V پر کرتے ہوئے برقی رو 13.91 A اور طاقت کا ضیاع 850 W ناپے جاتے ہیں۔ اس موٹر کی مساوی برقی دور بنائیں اور پانچ فی صد سرک پر اس کی اندرونی میکانی طاقت حاصل کریں۔

حل: اوہم میٹر کے جواب سے ستارہ جڑی موٹر کے ساکن لچھے کی مزاحمت $R_s = \frac{0.55}{2} = 0.275 \Omega$ حاصل

ہوتی ہے۔ بے بوجھ معائنہ میں یک مرحلہ برقی دباؤ $V = \frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ ہے جس سے

$$R_{bb} = \frac{906}{3 \times 4.1^2} = 17.965 \Omega$$

$$|Z_B| = \frac{239.6}{4.1} = 58.439 \Omega$$

$$X_{bb} = \sqrt{58.439^2 - 17.965^2} = 55.609 \Omega = X_s + X_m$$

لہذا ر کے موٹر معائنہ کے نتائج سے X_s حاصل کرنے کے بعد X_m حاصل ہو جائے گی۔

ساکن لچھے کی مزاحمت میں اس برقی رو پر کل

$$3I_{bb}^2 R_s = 3 \times 4.1^2 \times 0.275 = 13.87 W$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا لہذا رگڑ اور دیگر طاقت کا ضیاع $892 = 906 - 13.86$ واٹ ہو گا۔

ر کے موٹر کے معائنہ میں یک مرحلہ برقی دباؤ $\frac{50}{\sqrt{3}} = 28.9$ ولٹ ہیں یوں اس معائنہ سے

$$R_{rk} = \frac{850}{3 \times 13.91^2} = 1.464 \Omega$$

$$|Z_{rk}| = \frac{28.9}{13.91} = 2.07 \Omega$$

$$X_{rk,15} = \sqrt{2.07^2 - 1.464^2} = 1.46 \Omega$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اس معائنہ میں برقی تعدد 15 ہرٹز تھی لہذا 50 ہرٹز پر متعاملیت

$$X_{rk,50} = \frac{50}{15} \times X_{rk,15} \approx 4.9 \Omega$$

ہے۔ درجہ بندی A کی امالی موٹر کے لئے یہ متعاملت ساکن اور گھومتے لچھے میں یکساں تقسیم ہوتی ہے لہذا

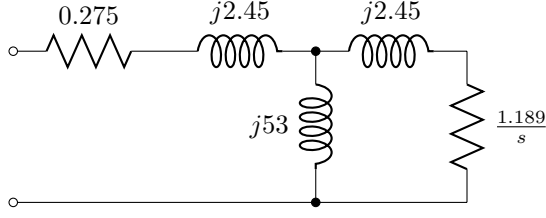
$$X_s = X'_r = \frac{4.9}{2} = 2.45 \Omega$$

یوں

$$X_m = X_{bb} - X_s = 55.609 - 2.45 = 53 \Omega$$

چونکہ $R_s = 0.275$ اوہم ہے لہذا

$$R'_r = R_{rk} - R_s = 1.464 - 0.275 = 1.189 \Omega$$



شکل 7.17: امالی موٹر کی مساوی برقی دور۔

ہو گا۔ یہ مساوی برقی دور شکل 7.17 میں دکھایا گیا ہے۔

پانچ فی صد سرک پر اندرونی میکانی طاقت کی خاطر بائیں جانب کا تھونن مساوی دور استعمال کرتے ہوئے

$$V_t = 229/0.2833^\circ$$

$$Z_t = 0.251 + j2.343$$

$$|\hat{I}'_r| = 11.8 \text{ A}$$

$$p_m = \frac{3 \times 11.8^2 \times 0.974 \times (1 - 0.05)}{0.05} = 7730 \text{ W}$$

□

باب 8

یک سمتی رو مشین

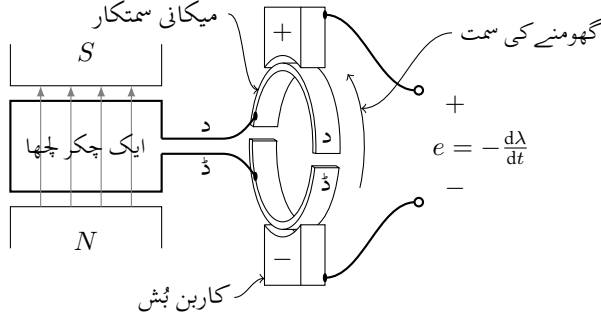
یک سمتی رو مشین یا تو یک سمتی رو¹ برقی طاقت پیدا کرتے ہیں یا پھر یہ یک سمتی رو برقی طاقت سے چلتے ہیں۔ یک سمتی رو موٹروں کی اہمیت بتدریج کم ہوتی جا رہی ہے اور ان کی جگہ امالی موٹر استعمال ہونے لگے ہیں جو جدید طرز کے قوی الیکٹرانکس² سے قابو کئے جاتے ہیں۔ موجودہ دور میں گاڑیوں میں لگے یک سمتی جزیئر بھی دراصل سادہ بدلتی رو جزیئر ہوتے ہیں جن کے اندر نسب ڈایوڈ³ ان کی بدلتی محرک برقی دباؤ کو یک سمتی محرک برقی دباؤ میں تبدیل کر دیتی ہے۔

اس باب میں دو قطب کے یک سمتی آلوں کا مطالعہ کیا جائے گا۔ میکانی سمت کار رکھنے والے یک سمتی آلوں میں میدانی لچھا ساکن ہوتا ہے جبکہ قوی لچھا گھومتا ہے۔

8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی

جزیئر بنیادی طور پر بدلتی رو برقی دباؤ ہی پیدا کرتا ہے۔ یک سمتی جزیئر کے اندر نسب سمتی کار⁴ میکانی طریقہ سے اس بدلتی رو کو یک سمتی رو میں تبدیل کرتا ہے اور یوں جزیئر کی برقی سروں سے یک سمتی برقی دباؤ حاصل ہوتا ہے۔

dc, direct current¹
power electronics²
diode³
commutator⁴

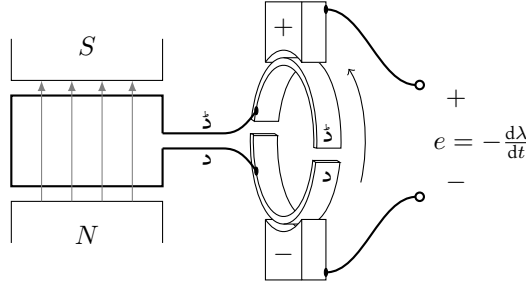


شکل 8.1: میکانیکی سمت کار۔

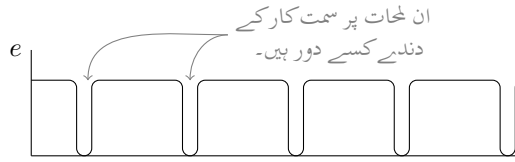
سمت کار کو شکل 8.1 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں جزیئر کے قوی لچھے کو ایک چکر کا دکھایا گیا ہے اگرچہ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا۔ قوی لچھے کے برقی سروں کو د اور ڈ سے ظاہر کیا گیا ہے جو سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ قوی لچھا اور سمت کار ایک ہی دھرے پر نسب ہوتے ہیں اور یوں یہ ایک ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ تصور کریں کہ یہ دونوں گھڑی کی اُلٹی سمت مقناطیسی میدان میں گھوم رہے ہیں۔ مقناطیسی میدان افقی سطح میں N سے S کی جانب ہے جسے نوکدار لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ سمت کار کے ساتھ کاربن کے ساکن بُش، اسپرنگ کی مدد سے دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ ان کاربن کے بُشوں سے برقی دباو بیرونی جزیئر موصل برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کی جاتی ہے۔ ان بُشوں کو مثبت نشان یعنی + اور منفی نشان یعنی - سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دکھائے گئے لمحہ پر لچھے میں پیدا برقی دباو e کی وجہ سے لچھے کا برقی سراڈ مثبت اور اس کا برقی سراڈ منفی ہے۔ یوں سمت کار کا حصہ د مثبت اور اس کا حصہ ڈ منفی ہے جس سے کاربن کے + نشان والا بُش مثبت اور - نشان والا بُش منفی ہے۔ آدھے چکر بعد خلاء میں لچھے کی د اور ڈ اطراف آپس میں جگہیں تبدیل کر لیں گی۔ یہ شکل 8.2 میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کے د اور ڈ اطراف اب بھی سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ اس لمحہ پر لچھے پر برقی دباو اُلٹ ہو گی اور اب اس کا د طرف منفی اور ڈ طرف مثبت ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں سمت کار کی کارکردگی سامنے آتی ہے اور ہم دیکھتے ہیں کہ کاربن کا + نشان والا بُش اب بھی مثبت اور - نشان والا بُش اب بھی منفی ہے۔ یوں جزیئر کے بیرونی برقی سروں پر اب بھی برقی دباو پہلے کی سمت میں ہی ہے۔ سمت کاری کے دانتوں کے مابین برقی دباو ہوتا ہے لہذا ان کو غیر موصل شہ کی مدد ایک دونوں سے اور دھرے سے دور رکھا جاتا ہے۔

گھومتے وقت ایک ایسا لمحہ آتا ہے جب سمت کار کے دونوں دانت کاربن کے دونوں بُشوں کے ساتھ جڑے ہوتے ہیں یعنی اس لمحہ کاربن کے بُش لچھے کو کسر دور کرتے ہیں۔ کاربن کے بُش محیط پر اس طرح رکھے جاتے ہیں کہ جس



شکل 8.2: آدھے پکر کے بعد بھی + بُش مثبت ہی ہے۔



شکل 8.3: دو دندوں کے سمت کار سے حاصل یک سمتی برقی دباؤ۔

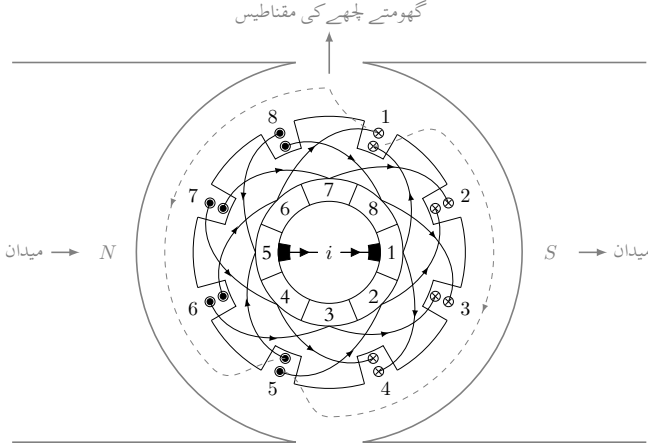
لمحہ لمچے میں برقی دباؤ مثبت سے منفی یا منفی سے مثبت ہونے لگے اسی لمحہ کاربن کے بُش لمچے کو کسر دور کرے۔ چونکہ اس لمحہ لمچے کے پیدا کردہ برقی دباؤ صفر ہوتی ہے لہذا اسے کسر دور کرنے سے کوئی نقصان نہیں ہوتا۔ اس طرح حاصل برقی دباؤ شکل 8.3 میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں دو دندوں والا سمت کار اور دو مقناطیسی قطب کے درمیان گھومتا ایک ہی قوی لمچا دکھایا گیا ہے۔ حقیقت میں جزیئر کے بہت سارے قطب ہوں گے اور ہر ایک قطب کے لئے سمت کار کے کئی دندے ہوں گے۔ مزید یہ کہ نہایت چھوٹی آلوں میں مقناطیسی میدان مقناطیس ہی فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی آلوں میں مقناطیسی میدان ساکن میدانی لمچے فراہم کرتے ہیں۔ مشین کے دونوں قسم کے لمچے تقسیم شدہ ہوتے ہیں۔

اب ہم زیادہ دندوں کے ایک سمت کار کو دیکھتے ہیں۔

8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل

پچھلے حصہ میں سمت کار کی بنیادی کارکردگی سمجھائی گئی۔ اس حصہ میں اس پر تفصیلاً غور کیا جائے گا۔ یہاں شکل 8.4 سے رجوع کریں۔ اس شکل میں اندر کی جانب دکھائے گئے سمت کار کے دندوں کو ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ سمت

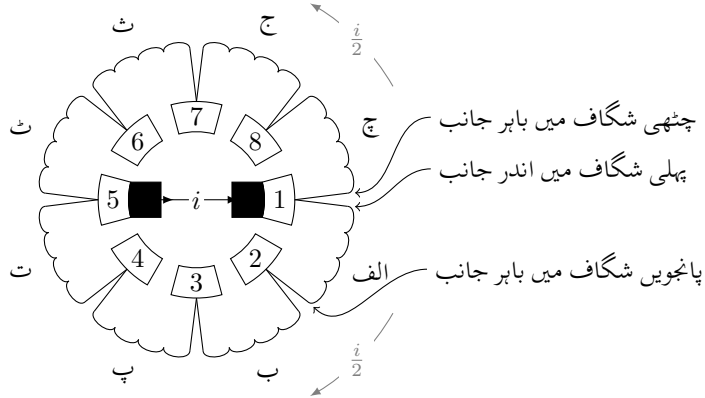


شکل 8.4: کاربن ٹش سینکار کے دندوں کو کسر دور نہیں کر رہا۔

کار کی اندر جانب کاربن ٹش دکھائے گئے ہیں جبکہ بیرون جزیرہ برقی رو کو ظاہر کرتی ہے۔ شگافوں کو بھی ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس جزیرہ کے دو قطب ہیں جبکہ اس میں کل آٹھ شگاف ہیں۔ اس طرح اگر ایک شگاف ایک قطب کے سامنے ہو تو تین شگاف چھوڑ کر موجود شگاف دوسرے قطب کے سامنے ہو گا۔ ہم کہتے ہیں کہ ایسے دو شگاف ایک قطب فاصلے پر ہیں مثلاً شگاف ایک اور پانچ ایک قطب کے فاصلے پر ہیں۔

شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو کی سمتیں نقطہ اور صلیب سے ظاہر کئے گئے ہیں۔ نقطہ صفحہ سے عمودی طور پر باہر جانب کی سمت کو ظاہر کرتی ہے جبکہ صلیب کے نشان اس کی الٹ سمت کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں پہلی شگاف میں برقی رو کی سمت عمودی طور پر صفحہ کی اندر جانب کو ہے۔

ہر شگاف میں دو لچھے دکھائے گئے ہیں۔ پہلی شگاف کی اندر جانب موجود لچھا، سمت کار کی پہلی دانت سے جڑا ہے۔ یہ جوڑ موٹی لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔ شگاف کے نچلے سرے سے نکل کر یہ لچھا پانچ نمبر شگاف کے نچلے سرے میں باہر جانب کو داخل ہوتا ہے۔ اس بات کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح دو لچھے دوسرے اور چٹے شگافوں میں ہیں۔ ان میں ایک لچھا دوسرے شگاف میں اندر کی جانب اور چٹے شگاف میں باہر کی جانب ہے جبکہ دوسرا لچھا دوسرے شگاف میں باہر کی جانب اور چٹے شگاف میں اندر کی جانب ہے۔ نقطہ دار لکیریں صرف پہلی اور پانچویں شگاف کے لئے دکھائے گئے ہیں۔ آپ خود باقی شگافوں کے لئے انہیں بنا سکتے ہیں۔ ہر لچھے کی ایک طرف شگاف میں اندر جانب اور اس کی دوسری طرف ایک قطب دور موجود شگاف میں باہر جانب کو ہوتی ہے۔ سمت کار کا یہی پہلا دانت چوتھے شگاف کی باہر جانب موجود لچھے سے بھی جڑا ہے۔ آپ یہاں رکھ کر شکل 8.5 کی مدد سے مشین میں

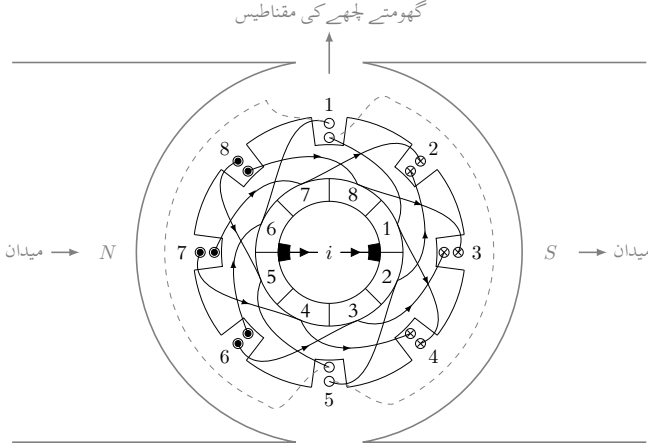


شکل 8.5: سمت کار سے جڑے لچھے۔

برقی رو کی سمتیں سمجھیں اور تسلی کر لیں کہ یہ درست دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل میں لچھوں کو الف، ب، پ وغیرہ نام دیئے گئے ہیں جبکہ سمت کار کے دندوں کو ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ کاربن کے بُش پہلے اور پانچویں دانت سے جڑے دکھائے گئے ہیں۔

اس شکل میں کاربن بُش سے برقی رو سمت کار کی پہلے دانت سے ہوتے ہوئے دو برابر مقداروں میں تقسیم ہو کر دو یکساں متوازی راستوں گزرے گی۔ ایک راستہ سلسلہ وار جڑے الف، ب، پ اور ت لچھوں سے بنتا ہے جبکہ دوسرا راستہ سلسلہ وار جڑے ٹ، ث، ج اور چ لچھوں سے بنتا ہے۔ یہ دو سلسلہ وار راستے آپس میں متوازی جڑے ہیں۔ برقی رو کی سمت نقطہ دار چونچ والی لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔ دو متوازی راستوں سے گزرتا برقی رو ایک مرتبہ دوبارہ مل کر ایک ہو جاتا ہے اور سمت کار کے پانچویں دانت سے جڑے کاربن بُش کے ذریعہ مشین سے باہر نکل جاتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ گھومتے حصے کی شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو مقناطیسی دباؤ کو جنم دے گی جو ساکن مقناطیسی دباؤ کی عمودی سمت میں ہوگی جیسا شکل 8.4 میں دکھایا گیا ہے۔ یہ دو مقناطیسی دباؤ دھرے پر گھڑی کی سمت میں قوت مروڑ پیدا کریں گے۔ یوں اگر مشین موٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو تو یہ گھڑی کی سمت گھومے گی۔ اس صورت میں کاربن بُش پر بیرونی یک سمتی برقی دباؤ اس سمت میں لاگو کی جائے گی کہ اس میں برقی رو دکھلائی گئی سمت میں ہو۔

اب یہ تصور کریں کہ مشین ایک جنریٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو اور اسے گھڑی کی اُلٹی سمت بیرونی میکانیکی طاقت سے گھمایا جا رہا ہو۔ یوں سمت کار کے آدھے دانت برابر حرکت کرنے کے بعد یہ شکل 8.6 میں دکھلائے حالت اختیار کر لے گی۔ اس شکل میں دائیں کاربن بُش سمت کار کے پہلے اور دوسرے دانت کے ساتھ جبکہ بائیں



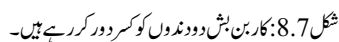
شکل 8.6: کاربن بُش سمت کار کے دندوں کو کسر دور کر رہا ہے۔

کاربن بُش اس کے پانچویں اور چھٹے دانت کے ساتھ جڑ گئے ہیں۔ یوں پہلے اور پانچویں شگافوں میں موجود لچھے کسر دور ہو گئے ہیں جبکہ بقایا شگافوں میں موجود لچھوں میں حسبِ معمول برقی رو ہو گا جن سے مقناطیسی دباؤ اب بھی پہلے کی طرح ساکن مقناطیسی کی دباؤ کی عمودی سمت میں ہو گا۔ اس لمحہ کی صورت شکل 8.7 میں زیادہ واضح ہے۔

مشین جب سمت کار کے ایک دانت برابر حرکت کر لے تو کاربن کے بُش دوسرے اور چھٹے دانت سے جڑ جائیں گے۔ پہلے اور پانچویں شگافوں میں برقی رو کی سمت پہلی سے اُلٹ ہو جائے گی جبکہ باقی شگافوں میں برقی رو کی سمتیں برقرار رہیں گی۔ گھومتے لچھوں کا برقی دباؤ اب بھی اُسی سمت میں ہو گا۔

جتنے لمحے کے لئے کاربن کے بُش دو لچھوں کو کسر دور کرتے ہیں اتنے وقت میں ان لچھوں میں برقی رو کی سمت اُلٹ ہو جاتی ہے۔ کوشش کی جاتی ہے کہ اس دوران برقی رو وقت کے ساتھ بتدریج تبدیل ہو۔ ایسا نہ ہونے سے کاربن کے بُش سے چنگاریاں نکلتی ہیں جن سے یہ بُش جلد ناکارہ ہو جاتے ہیں۔ جزیئر کے کسر دور لچھوں میں پیدا برقی دباؤ انہیں لچھوں میں گھومتی برقی رو پیدا کرتی ہے جو ہمارے کسی کام کی نہیں۔ لچھے اور کاربن بُش کے برقی مزاحمت اس برقی رو کی قیمت کا تعین کرتے ہیں۔

حقیقت میں یک سمتی جزیئر میں درجن دانت فی قطب والا سمت کار استعمال ہو گا اور اگر مشین نہایت چھوٹی نہ ہو تو اس میں دو سے زیادہ قطب ہوں گے۔



8.2 ایک سمستی جنریٹر کی برقی دباؤ

گزشتہ حصہ میں شکل 8.5 کے الف، ب، پ اور ت لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ اسی طرح ٹ، ث، ج اور چ لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ حصہ 5.3 میں مساوات 5.23 ایک لچھے کی یک سمتی جزیئر کی محرک برقی دباؤ e_1 دیتی ہے۔ اسے یہاں یاد دہانی کی خاطر دوبارہ دیا جاتا ہے۔

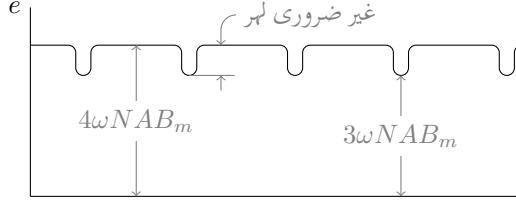
$$(8.1) \quad e_1 = \omega N \phi_m = \omega N A B_m$$

اگر خلائی درز میں B_m کی مقدار ہر جگہ یکساں ہو تو سب لچھوں میں برابر محرک برقی دباؤ پیدا ہو گا۔ یوں شکل 8.4 میں دکھائے لمحہ پر جزیئر کی کل محرک برقی دباؤ e ایک لچھے کی محرک برقی دباؤ کی جارگنا ہو گی یعنی

$$\begin{aligned}
e &= e_{\text{اف}} + e_{\text{ب}} + e_{\text{پ}} + e_{\text{ت}} \\
(8.2) \quad &= e_{\text{ع}} + e_{\text{ش}} + e_{\text{ج}} + e_{\text{ح}} \\
&= 4\omega NAB_m
\end{aligned}$$

جبکہ شکل 8.6 میں دکھائے لمحہ پر صرف تین لچھوں کی محرکی برقی دباؤ زیر استعمال آتی ہے یعنی

$$\begin{aligned}
e &= e_{\smile} + e_{\nabla} + e_{\textcircled{+}} \\
&= e_{\textcircled{+}} + e_{\textcircled{+}} + e_{\textcircled{+}} \\
&= 3\omega NAB_m
\end{aligned}
\tag{8.3}$$



شکل 8.8: آٹھ دندوں کی میکانیکی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ۔

شکل 8.8 میں اس آٹھ دندوں والے میکانیکی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں یک سمتی برقی دباؤ پر سوار غیر ضروری لہریں نظر آرہی ہیں۔ اگر جزیئر میں ایک جوڑی قطب پر کل n لچھے ہوں تو شکل 8.5 کی طرح یہ دو $\frac{n}{2}$ سلسلہ وار لچھوں جتنی محرکی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔

$$(8.4) \quad e = \frac{n}{2} \omega N \phi_m = \frac{n}{2} \omega N A B_m$$

اس صورت میں یہ غیر ضروری لہریں کل یک سمتی برقی دباؤ کی تقریباً

$$(8.5) \quad \frac{\omega N \phi_m}{\frac{n}{2} \omega N \phi_m} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100$$

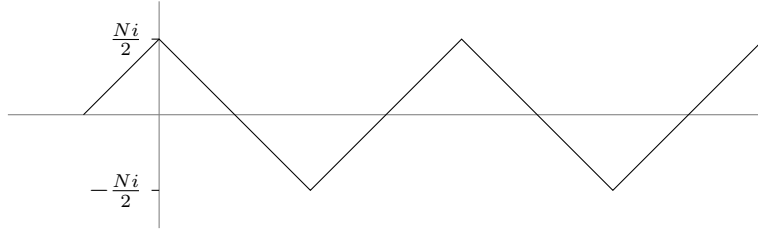
فی صد ہوگی۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر فی قطب دندوں کی تعداد بڑھائی جائے تو حاصل برقی دباؤ زیادہ ہموار ہوگی اور یہ غیر ضروری لہریں قابل نظر انداز ہوں گے۔

اب تصور کریں کہ شکل 8.4 میں دیئے مشین کی خلائی درز میں B_m کی مقدار ہر جگہ یکساں نہیں ہے۔ اس صورت میں لچھوں میں محرک برقی دباؤ مساوات 8.1 کے تحت مختلف زاویوں پر مختلف ہوگی۔ اس طرح مشین سے حاصل کل برقی دباؤ چار سلسلہ وار لچھوں کی مختلف محرک برقی دباؤ کے مجموعہ کے برابر ہوگی یعنی

$$(8.6) \quad e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$$

جہاں e_1, e_2, \dots مختلف لچھوں کی محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتے ہیں۔

اب شکل 8.4 پر غور کریں۔ اگر گھومتا حصہ صرف ایک دندے برابر حرکت کرے تو اس شکل کی حالت دوبارہ حاصل ہوتی ہے اور اس سے حاصل برقی دباؤ بھی دوبارہ وہی ملتی ہے۔ اگر میکانیکی سمت کار کی فی قطب دندوں کی تعداد زیادہ کر دی جائے تو یہ حرکت قابل نظر انداز ہو جاتی ہے۔ اب اگر خلائی درز میں کثافت متناطیسی بہاؤ ہمواری کے ساتھ تبدیل ہو تو اتنی کم حرکت کے احاطے میں B_m کی مقدار میں کوئی خاص تبدیلی نہیں آئے گی اور اس احاطے



شکل 8.9: آری دندوں نمائندگی مقناطیسی دباؤ۔

میں اسے یکساں تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں اگر لچھا اس احاطے میں حرکت کرے تو اس میں محرک برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوگی۔ یعنی جس لچھے کی محرک برقی دباؤ e_1 ہے اُس کی اس احاطے میں محرک برقی دباؤ یہی رہے گی۔ یوں اگرچہ e_1, e_2, \dots آپس میں مختلف ہو سکتے ہیں مگر ان کی مقدار قطعی ہے، لہذا اس صورت میں مساوات 8.6 میں دی گئی محرک برقی دباؤ کی مقدار بھی قطعی ہوگی۔

ہم نے دیکھا کہ اگر خلائی درز میں B_m ہمواری کے ساتھ تبدیل ہو تو جزیئر سے معیاری یک سمتی محرک برقی دباؤ حاصل ہوتی ہے۔ بدلتی رو جزیئروں میں B_m سائن نما رکھنی ضروری ہوتی ہے۔ نہایت چھوٹی یک سمتی آلوں میں خلائی درز میں B_m یکساں رکھا جاتا ہے جبکہ بڑی آلوں میں اسے ہمواری کے ساتھ تبدیل کیا جاتا ہے۔ جیسا اوپر ذکر ہوا عملاً میکانی سمت کار کے دندوں تک لچھوں کے سروں کی رسائی ممکن تب ہوتی ہے جب ہر شکاف میں دو لچھے رکھے جائیں۔ اس طرح رکھے لچھوں کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ آری کے دندوں کی مانند ہوتا ہے۔ یہ شکل 8.9 میں دکھایا گیا ہے۔

زیادہ قطب کے مشین میں شمالی اور جنوبی قطب کے ایک جوڑے کی پیدا یک سمتی برقی دباؤ مساوات 8.4 سے حاصل ہوگی جہاں n ایک قطبین کے جوڑے پر میکانی سمت کار کے دندوں کی تعداد ہوگی۔ یوں زیادہ قطبین کے جوڑوں سے حاصل یک سمتی برقی دباؤ کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑا جاسکتا ہے۔

8.3 قوت مروڑ

یک سمتی آلوں کی امالی برقی دباؤ اور قوت مروڑ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کی شکل پر منحصر نہیں۔ اپنی سہولت کے لئے ہم ان کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما تصور کرتے ہیں۔ شکل 8.9 میں دکھائے گئے قوی لچھے کی مقناطیسی

دباؤ کی بنیادی فوریر جزو⁵

$$(8.7) \quad \tau_q = \frac{8}{\pi^2} \frac{NI}{2}$$

ہے۔ یوں چونکہ یک سمتی مشین میں ساکن اور گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں لہذا ان میں قوت مروڑ مساوات 5.101 کی طرح

$$(8.8) \quad T = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_m \tau_q$$

ہوگی۔

مثال 8.1: دو قطب بارہ دندوں کے میکانیکی سمت کار کے یک سمتی جزیئر میں ہر قوی لچھا بیس چکر کا ہے۔ ایک لچھے سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ 0.0442 ویمبر ہے۔ جزیئر 3600 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔

- اس کی پیدا یک سمتی برقی دباؤ میں غیر ضروری لہریں کل برقی دباؤ کے کتنے فی صد ہیں۔
- یک سمتی برقی دباؤ حاصل کریں۔

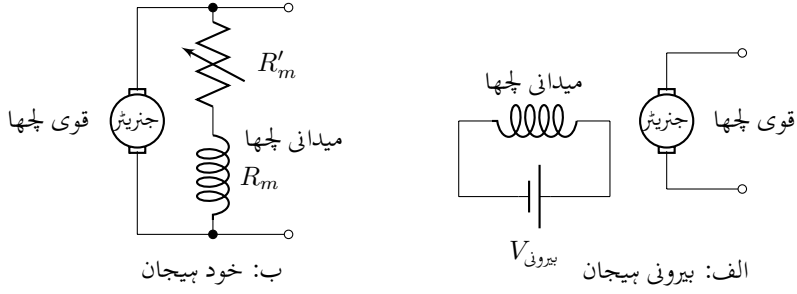
حل:

- مساوات 8.5 سے غیر ضروری لہریں $\frac{2}{n} \times 100 = \frac{2}{12} \times 100 = 16.66$ فی صد ہیں۔
- جزیئر کی رفتار $\frac{3600}{60} = 60$ ہرٹز ہے یوں مساوات 8.4 کی مدد سے حاصل یک سمتی برقی دباؤ

$$e = \frac{12}{2} \times 2 \times \pi \times 60 \times 20 \times 0.0442 = 1999.82 \text{ V}$$

ہے۔

□



شکل 8.10: بیرونی ہیمجان اور خود ہیمجان یک سمتی جنریٹر۔

8.4 بیرونی ہیمجان اور خود ہیمجان یک سمتی جنریٹر

بیرونی ہیمجان⁶ یک سمتی جنریٹر کے میدان لچھے کو بیرونی یک سمتی برقی دباؤ مہیا کی جاتی ہے جبکہ خود ہیمجان⁷ یک سمتی جنریٹر کے میدان لچھے کو اس جنریٹر کی اپنی پیدا کردہ محرک برقی دباؤ ہی مہیا کی جاتی ہے۔ یک سمتی جنریٹر کی کارکردگی اس کو ہیمجان کرنے کے طریقے پر منحصر ہے۔

شکل 8.10-الف میں قوی لچھے⁸ اور میدانی لچھے⁹ کو آپس میں عمودی بنایا گیا ہے۔ یہ ایک سادہ طریقہ ہے جس سے یہ یاد رہتا ہے کہ ان لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں۔ یہاں قوی لچھے کی شکل میکانیکی سمت کار کی طرح بنائی گئی ہے۔

چونکہ میدانی اور قوی لچھوں کی مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں ہم اس سے یہ اخذ کرتے ہیں کہ ایک لچھے کی برقی دباؤ دوسرے لچھے کی برقی دباؤ پر اثر انداز نہیں ہوتی۔ اس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی قالب کی کسی ایک سمت میں سیرایت اس سمت کی عمودی سمت میں سیرایت پر اثر انداز نہیں ہوتی۔

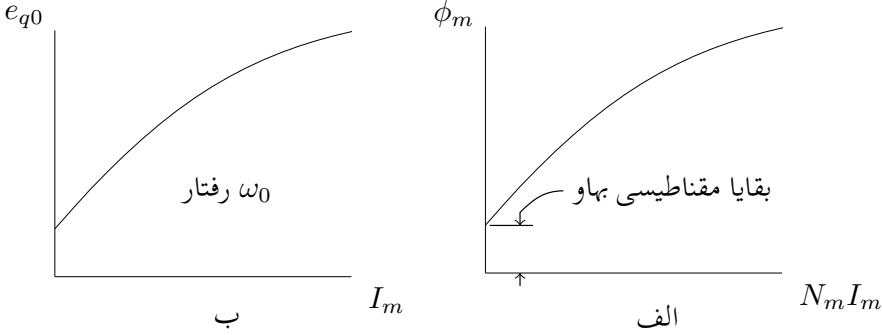
شکل 8.10-الف میں بیرونی ہیمجان مشین کی میدانی لچھے کو بیرونی یک سمتی برقی طاقت مہیا کی گئی ہے۔ یوں میدانی لچھے کی برقی رو تبدیل کر کے اس کی میدانی مقناطیسی دباؤ τ_m ، میدانی مقناطیسی بہاؤ ϕ_m اور کشاف مقناطیسی

⁶separately excited

⁷self excited

⁸armature coil

⁹field coil



شکل 8.11: میدانی برقی رو سے محرکی دباؤ قابو کی جاتی ہے۔

بہاؤ B_m تبدیل کی جاسکتی ہے۔ یوں جزیئر کی محرک دباؤ مساوات 8.1 کے تحت تبدیل کی جاسکتی ہے یا پھر موٹر کی قوت مروڑ مساوات 8.8 کے تحت تبدیل کی جاسکتی ہے۔

برقی رو بڑھانے سے قالب کا سیراب ہونا شکل 8.11 میں واضح ہے۔ یوں برقی رو بڑھاتے ہوئے شروع میں محرک برقی دباؤ اور میدانی لچھے کی برقی رو براہ راست تناسب ہوگی جبکہ زیادہ برقی رو پر ایسا نہیں۔ شکل میں خط ب مشین کے کھلے سرے معائنہ سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ اس شکل میں محرکی برقی دباؤ کو e کی بجائے e_{q0} لکھ کر اس بات کی یاد دہیائی کرائی گئی ہے کہ یہ محرکی دباؤ قوی لچھے سے حاصل کی گئی ہے اور یہ ایک معین رفتار ω_0 پر حاصل کی گئی ہے۔ اگر کسی اور رفتار پر اس خط سے محرکی برقی دباؤ e_q حاصل کرنی ہو تو مساوات 8.4 کی مدد سے

$$(8.9) \quad \frac{e_q}{e_{q0}} = \frac{\frac{n}{2}\omega NAB_m}{\frac{n}{2}\omega_0 NAB_m} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

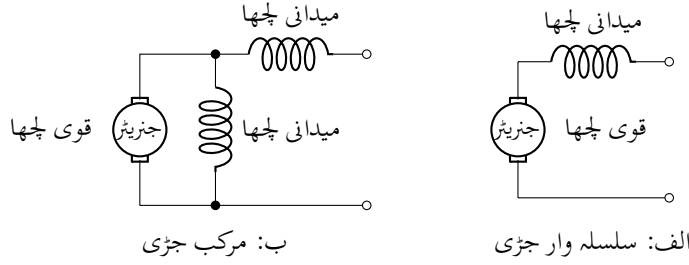
یعنی

$$(8.10) \quad e_q = \frac{rpm}{rpm_0} e_{q0}$$

جہاں رفتار کو چکر فی منٹ ¹⁰ میں بھی لیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ یہ مساوات صرف اُس صورت میں درست ہے جب مقناطیسی میدان تبدیل نہ ہو۔

مقناطیسی قالب اگر مقناطیس بنائی جائے تو اس میں بقایا مقناطیسی بہاؤ رہتی ہے۔ یہ شکل کے حصہ الف میں دکھائی

¹⁰ rpm, rounds per minute



شکل 8.12: سلسلہ وار اور مرکب جڑی خود ہیجان جنریٹر۔

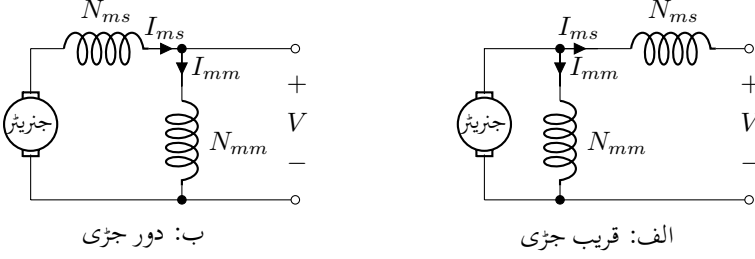
گئی ہے۔ یوں اگر میدانی لچھے کو ہیجان نہ بھی کیا جائے تو جنریٹر کچھ محرک برقی دباؤ پیدا کرے گی¹¹۔ یہ بقایا محرک برقی دباؤ شکل ب میں صفر میدانی برقی رو پر دکھائی گئی ہے۔

اگر خود ہیجان جنریٹر کو ساکن حال سے چالو کیا جائے تو بقایا محرک برقی دباؤ پیدا ہو گی۔ اس محرک برقی دباؤ سے میدانی لچھے میں برقی رو رواں ہو گا اور یوں مقناطیسی میدان پیدا ہو گا جس سے مشین ذرا زیادہ ہیجان ہو جائے گا اور یوں اس کی محرک برقی دباؤ بھی کچھ بڑھ جائے گی۔ اس طرح کرتے کرتے مشین جلد پوری محرک برقی دباؤ پیدا کرنے شروع ہوتا ہے۔ یہ سب اسی اثنا میں ہوتا ہے جب مشین کی رفتار بڑھ رہی ہوتی ہے۔

شکل 8.10- ب میں خود ہیجان مشین دکھائی گئی ہے جس کے میدانی اور قوی لچھے متوازی جڑے ہیں۔ اس طرح جڑی جنریٹر کو خود ہیجان متوازی جڑی¹² جنریٹر کہتے ہیں۔ اس شکل میں میدانی لچھے کے ساتھ ایک مزاحمت سلسلہ وار جڑی ہے۔ اس مزاحمت کو تبدیل کر کے میدانی برقی رو تبدیل کی جاتی ہے جس سے بالکل بیرونی ہیجان مشین کی طرح جنریٹر کی محرک برقی دباؤ یا موٹر کی قوت مروڑ تبدیل کی جاتی ہے۔

شکل 8.12 میں خود ہیجان جنریٹر کی دو اور قسمیں دکھائی گئی ہیں۔ ایک خود ہیجان سلسلہ وار جڑی جنریٹر اور دوسری خود ہیجان مرکب جنریٹر ہے۔ سلسلہ وار جڑی جنریٹر میں میدانی اور قوی لچھے سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔ مرکب جنریٹر میں میدانی لچھے کے دو حصے ہوتے ہیں جن میں ایک قوی لچھے کے متوازی اور دوسرا اس کے سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔ مزید یہ کہ متوازی جڑا حصہ قوی لچھے کے قریب ہو سکتا ہے یا پھر یہ سلسلہ وار لچھے کے دوسری جانب یعنی دور جڑا ہو سکتا ہے۔ پہلی صورت میں اسے قریب جڑی مرکب جنریٹر اور دوسری صورت میں دور جڑی مرکب جنریٹر کہیں گے۔ شکل 8.13 میں مرکب جنریٹر کے دونوں اشکال دکھائے گئے ہیں۔

¹¹ آپ ٹھیک سوچ رہے ہیں۔ جنریٹر بنانے والے کارخانے میں قاب کو پہلی مرتبہ مقناطیس بنانا پڑتا ہے
¹² parallel connected



شکل 8.13: مرکب قریب جڑی اور مرکب دور جڑی خود ہیجان جڑیٹر

یک سمتی موٹر بھی اسی طرح پکارے جاتے ہیں۔ یعنی شکل 8.10 کی طرح جڑی دو موٹروں کو بیرونی ہیجان موٹر اور خود ہیجان متوازی جڑی موٹر کہیں گے۔ موٹر میں قوی لچھے کی برقی رو کی سمت جڑیٹر کے برقی رو کی سمت کے الٹ ہوتی ہے۔

ہر طرح جڑی یک سمتی جڑیٹر کی میدانی مقناطیسی دباو اس کے میدانی لچھے کے چکر ضرب برقی رو کے برابر ہوتی ہے یعنی

$$(8.11) \quad \tau = N_m I_m$$

شکل 8.10 میں خود ہیجان متوازی جڑی جڑیٹر کی میدانی لچھے میں برقی رو اس لچھے اور اس کے ساتھ جڑی مزاحمت کے مجموعہ مزاحمت $R = R_m + R'_m$ پر منحصر ہوگی یعنی $I_m = \frac{V}{R}$ یوں خود ہیجان متوازی جڑی جڑیٹر کے لئے اس مساوات کو یوں لکھا جائے گا۔

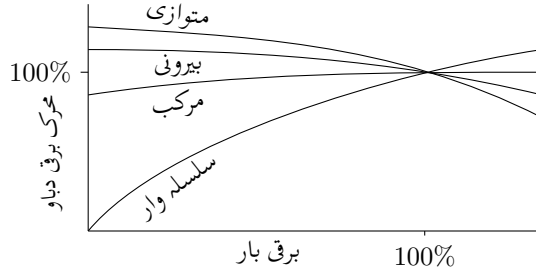
$$(8.12) \quad \tau_{m,m} = \frac{I_m V}{R_m + R'_m}$$

سلسلہ وار جڑی جڑیٹر میں میدانی برقی رو جڑیٹر کے قوی لچھے کی برقی رو کے برابر ہوتی ہے لہذا اس صورت میں اس مساوات کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(8.13) \quad \tau_{m,s} = N_m I_q$$

شکل 8.13 میں مرکب جڑیٹر میں میدانی مقناطیسی دباو کے دو حصے ہیں۔ اس میں N_{mm} چکر کے متوازی جڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{mm} اور N_{ms} چکر کے سلسلہ وار جڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{ms} ہے لہذا

$$(8.14) \quad \tau_{m,mk} = N_{ms} I_{ms} + N_{mm} I_{mm}$$



شکل 8.14: یک سمتی جزیئر کی محرک برقی دباؤ بمقابلہ برقی بوجھ کے خط۔

8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط

8.5.1 حاصل برقی دباؤ بمقابلہ برقی بوجھ

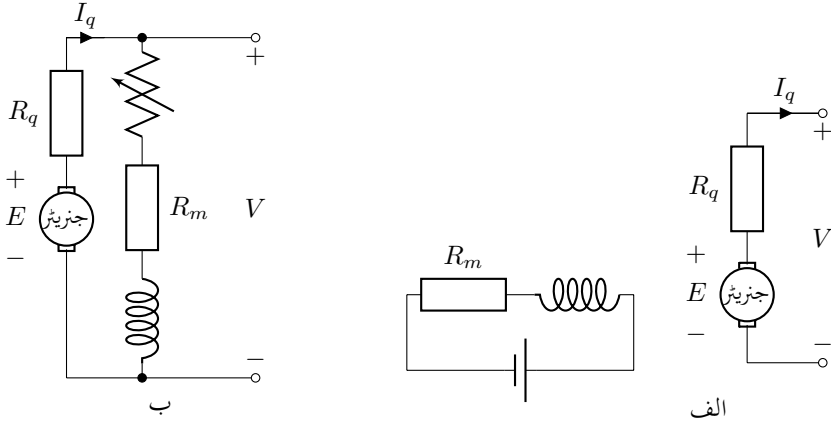
مختلف طریقوں سے جڑے یک سمتی جزیئروں سے حاصل برقی دباؤ بمقابلہ ان پر لدے برقی بوجھ کے خط شکل 8.14 میں دکھائے گئے۔ گھومتی رفتار معین تصور کی گئی ہے۔ دھرے پر لاگو بیرونی میکانی طاقت جزیئر کی قوت مروڑ کے خلاف اسے گھمائے گی۔

ان خط کو سمجھنے کی خاطر پہلے بیرونی ہیجان جزیئر پر غور کرتے ہیں جس کی مساوی برقی دور شکل 8.15-الف میں دی گئی ہے۔ بیرونی ہیجان جزیئر پر برقی بوجھ لادنے سے اس کے قوی لچھے کی مزاحمت R_q میں برقی رو I_q گزرنے سے اس میں برقی دباؤ گھٹتی ہے۔ لہذا جزیئر سے حاصل برقی دباؤ V ، جزیئر کی اندرونی محرک برقی دباؤ E_q سے قدر کم ہوتی ہے یعنی

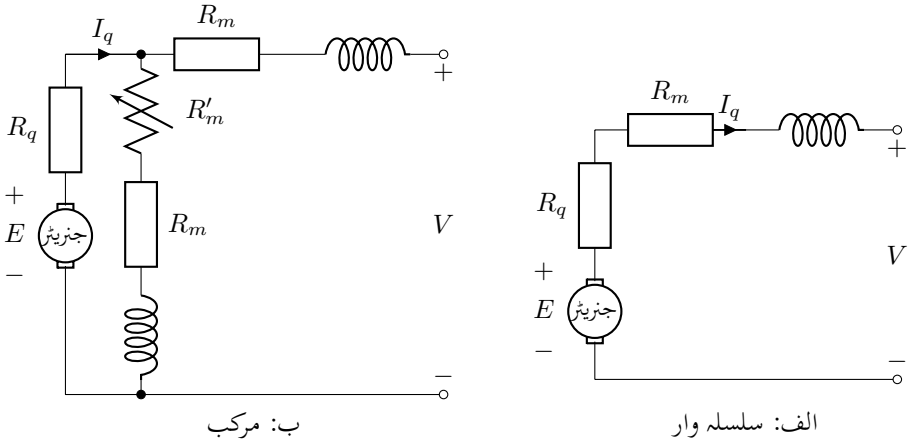
$$(8.15) \quad V = E_q - I_q R_q$$

برقی بوجھ I_q بڑھانے سے جزیئر سے حاصل برقی دباؤ کم ہوگی۔ شکل میں بیرونی ہیجان جزیئر کی خط ایسا ہی رجحان ظاہر کرتی ہے۔ حقیقت میں کچھ اور وجوہات بھی کار آمد ہوتے ہیں جن سے یہ خط سیدھی نہیں بلکہ جھکی ہوتی ہے۔

متوازی جڑی جزیئر کے خط کا یہی رجحان ہے۔ متوازی جڑی جزیئر پر بھی برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی مزاحمت میں برقی دباؤ گھٹتی ہے۔ یوں اس کے میدان لچھے پر لاگو برقی دباؤ کم ہو جاتی ہے جس سے میدانی لچھے میں برقی رو



شکل 8.15: بیرونی بیجان اور متوازی چڑی جنریٹر کی مساوی برقی دور۔



شکل 8.16: سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کے مساوی برقی دور۔

بھی گھٹتی ہے۔ اس سے محرک برقی دباؤ مزید کم ہوتی ہے۔ اس طرح ان جزیئر سے حاصل برقی دباؤ بمقابلہ برقی بوجھ کے خط کی ڈھلان بیرونی پیمانہ جزیئر کی خط سے زیادہ ہوتی ہے۔

شکل 8.16 میں سلسلہ وار اور مرکب جزیئر کی مساوی برقی داؤ دکھائے گئے ہیں۔ سلسلہ وار جزیئر کے میدانی لچھے میں لدے بوجھ کی برقی رو ہی گزرتی ہے۔ اس طرح بوجھ بڑھانے سے میدانی مقناطیسی دباؤ بھی بڑھتی ہے جس سے محرک برقی دباؤ بڑھتی ہے۔ اس کا خط یہی دکھا رہا ہے۔ اس طرح جزیئر عموماً استعمال نہیں ہوتے چونکہ ان سے حاصل برقی دباؤ، بوجھ کے ساتھ بہت زیادہ تبدیل ہوتی ہے۔

مرکب جزیئر کی کارکردگی سلسلہ وار اور متوازی جزیئروں کے مابین ہے۔ مرکب جزیئر میں بوجھ بڑھانے سے قوی لچھے کی وجہ سے حاصل برقی دباؤ میں کمی کو میدانی لچھے کی بڑھتی مقناطیسی دباؤ پورا کرتی ہے۔ یوں مرکب جزیئر سے حاصل برقی دباؤ اس پر لدے بوجھ کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتی ہے۔

بیرونی پیمانہ، متوازی اور مرکب جزیئروں سے حاصل برقی دباؤ کو متوازی جزیئر لچھے میں برقی رو کی مدد سے وسیع حد تک تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

قوی لچھا چونکہ برقی بوجھ کو درکار برقی رو فراہم کرتی ہے لہذا یہ موٹی موصل تار کی بنی ہوئی ہے اور اس کے عموماً کم چکر ہوتے ہیں۔ سلسلہ وار جزیئر کے میدانی لچھے سے چونکہ مشین کا پوری برقی رو ہی گزرتا ہے لہذا یہ بھی موٹی موصل تار کی بنی ہوئی ہے۔ باقی آلوں میں میدانی لچھے میں پورے برقی بوجھ کے چند ہی فی صد برقی رو گزرتی ہے لہذا یہ باریک موصل تار کی بنائی جاتی ہے اور اس کے عموماً زیادہ چکر ہوتے ہیں۔

8.5.2 رفتار بالمقابل قوت مروڑ

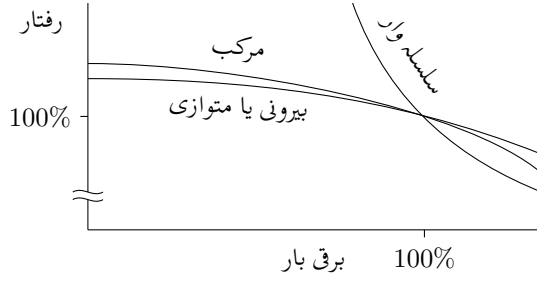
یہاں بھی شکل 8.15 اور شکل 8.16 سے رجوع کریں البتہ شکل میں برقی رو کی سمتیں الٹ کر دیں۔ یک سمتی موٹر بھی جزیئروں کی طرح مختلف طریقوں سے جڑے جاتے ہیں۔ موٹر کو معین بیرونی برقی دباؤ دی جاتی ہے جہاں سے یہ برقی رو حاصل کرتی ہے۔ برقی رو باہر سے قوی لچھے کی جانب چلتی ہے لہذا موٹر کے لئے لکھا جائے گا

$$V = E_q + I_q R_q$$

$$I = \frac{V - E_q}{R_q}$$

(8.16)

¹³ علامت Rq کے زبر نوشت میں لفظ قوی کے پہلی حرف کو غائب کرتی ہے۔



شکل 8.17: یک سمتی موٹر کی میکانیکی بوجھ بمقابلہ رفتار کے خط۔

بیرونی پیمان اور متوازی جڑی موٹروں میں میدانی لچھے کو برقرار معین بیرونی برقی دباؤ فراہم کی جاتی ہے لہذا میدانی مقناطیسی بہاؤ پر میکانیکی بوجھ کا کوئی اثر نہیں۔ بڑھتی میکانیکی بوجھ اٹھانے کی خاطر مساوات 8.8 کے تحت قوی لچھے کی مقناطیسی بہاؤ بڑھنی ہوگی۔ یہ تب ممکن ہو گا کہ اس میں برقی رو بڑھے۔ مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ قوی لچھے کی محرکی برقی دباؤ E_q گھٹنے سے ہی ایسا ممکن ہے۔ E_q موٹر کی رفتار پر منحصر ہے لہذا موٹر کی رفتار کم ہو جائے گی۔ یوں میکانیکی بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رفتار کم ہوتی ہے۔ شکل 8.17 میں یہ دکھایا گیا ہے۔

متوازی جڑی یا بیرونی پیمان موٹر تقریباً معین رفتار ہی برقرار رکھتی ہے۔ اس کی رفتار بے بوجھ حالت سے پوری طرح بوجھ بردار حالت تک تقریباً صرف پانچ فی صد گھٹتی ہے۔ ان موٹروں کی رفتار نہایت آسانی سے میدانی لچھے کی برقی رو تبدیل کر کے تبدیل کی جاتی ہے۔ ایسا میدانی لچھے کے ساتھ سلسلہ وار جڑی مزاحمت کی تبدیلی سے کیا جاتا ہے۔ ان کی رفتار یوں وسیع حدود کے مابین تبدیل کرنا ممکن ہوتا ہے۔ موٹر پر لاگو بیرونی برقی دباؤ تبدیل کر کے بھی رفتار قابو کی جاسکتی ہے۔ ایسا عموماً قوی الیکٹرانکس کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

ان موٹر کی ساکن حال سے چالو کرتے لمحہ کی قوت مروڑ اور ان کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ قوی لچھے تک برقی رو پہنچانے کی صلاحیت پر منحصر ہے یعنی یہ میکانیکی سمت کار پر منحصر ہے۔

سلسلہ وار جڑی موٹر پر لدی میکانیکی بوجھ بڑھانے سے اس کے قوی اور میدانی لچھوں میں برقی رو بڑھے گی۔ میدانی مقناطیسی بہاؤ بڑھے گی اور مساوات 8.16 کے تحت E_q کم ہوگی جو موٹر کی رفتار کم ہونے سے ہوتی ہے۔ بوجھ بڑھانے سے ان موٹر کی رفتار کافی زیادہ کم ہوتی ہے۔ ایسے موٹر ان جگہوں بہتر ثابت ہوتے ہیں جہاں زیادہ قوت مروڑ درکار ہو۔ بڑھتی قوت مروڑ کے ساتھ ان کی رفتار کم ہونے سے ان کو درکار برقی طاقت قوت مروڑ کے ساتھ زیادہ تبدیل نہیں ہوتا۔

یہاں اس بات کا ذکر ضروری ہے کہ بے بوجھ سلسلہ وار جڑی موٹر کی رفتار خطرناک حد تک بڑھ سکتی ہے۔ ایسے موٹر کو استعمال کرتے وقت اس بات کا خاص خیال رکھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر لمحہ بوجھ بردار رہے۔

ساکن حالت سے موٹر چالو کرتے وقت I_q کی قیمت زیادہ ہوتی ہے جس سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا ہوتا ہے۔ یوں چالو کرتے وقت موٹر کی قوت مروڑ خاصی زیادہ ہوتی ہے۔ یہ ایک اچھی خوبی ہے جس سے بوجھ بردار ساکن موٹر کو چالو کرنا آسان ہوتا ہے۔

مرکب موٹروں میں ان دو قسموں کی موٹروں کے خصوصیات پائے جاتے ہیں۔ جہاں بوجھ بردار موٹر چالو کرنا ضروری ہو لیکن رفتار میں سلسلہ وار موٹر جتنی تبدیلی منظور نہ ہو وہاں مرکب موٹر کارآمد ثابت ہوتے ہیں۔

مثال 8.2: ایک 75 کلو واٹ 415 ولٹ اور 1200 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلنے والے متوازی جڑی یک سستی موٹر کے قوی لچھے کی مزاحمت 0.072 اوہم اور اس کی میدانی لچھے کی مزاحمت 83.2 اوہم ہے۔ موٹر جس بوجھ سے لدا ہے اس پر موٹر 1123 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلتے ہوئے 112 ایمپیر لے رہی ہے۔

- میدانی برقی رو اور قوی لچھے کی برقی رو حاصل کریں۔
- موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ حاصل کریں۔
- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے مگر قوی لچھے کی برقی رو تبدیل نہ ہو تو موٹر کی رفتار حاصل کریں۔ قالب کی سیرایت کو نظر انداز کریں۔

حل:

- شکل 8.18 سے رجوع کریں۔ 415 ولٹ پر میدانی لچھے کی برقی رو

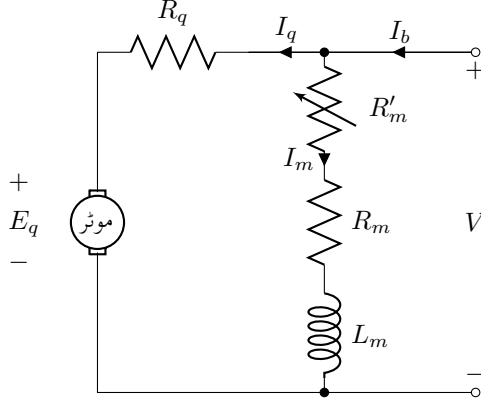
$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{83.2} = 4.988 \text{ A}$$

ہو گی۔ یوں قوی لچھے کی برقی رو $I_q = I_b - I_m = 112 - 4.988 = 107.012 \text{ A}$ ہے۔

- یوں یک سستی موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

ہے۔



شکل 8.18: یک سمتی موٹر کی مثال۔

- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے تب

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{100.2} = 4.1417 \text{ A}$$

ہو گی۔

- اگر قوی لچھے کی برقی رو 107.012 ایمپیر ہی رکھی جائے تب

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

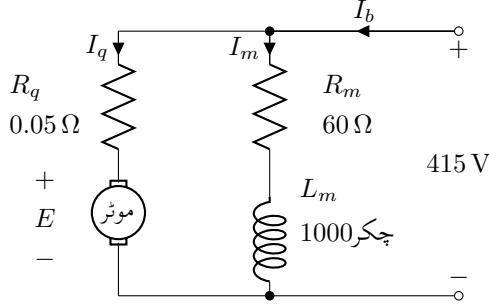
ہی رہے گی۔

- مساوات 8.4 کی مدد سے چونکہ اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوئی مگر مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوا ہے لہذا موٹر کی رفتار تبدیل ہو گی۔ ان دو مقناطیسی بہاؤ اور رفتاروں پر اس مساوات کی نسبت

$$\frac{E_{q1}}{E_{q2}} = \frac{\frac{n}{2} \omega_1 N \phi_{m1}}{\frac{n}{2} \omega_2 N \phi_{m2}}$$

میں چونکہ $E_{q1} = E_{q2}$ لہذا $\omega_1 \phi_{m1} = \omega_2 \phi_{m2}$ ہو گا۔ قلابی سیرابیت کو نظر انداز کرتے ہوئے چونکہ مقناطیسی بہاؤ میدانی دباؤ پر منحصر ہے جو از خود میدانی برقی رو پر منحصر ہے۔ لہذا اس آخری مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{rpm_1}{rpm_2} = \frac{\phi_{m2}}{\phi_{m1}} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}$$



شکل 8.19: متوازی جڑی موٹر کی مثال۔

جس سے نئی رفتار

$$rpm_2 = \frac{I_{m1}}{I_{m2}} \times rpm_1 = \frac{4.988}{4.1417} \times 1123 = 1352.47$$

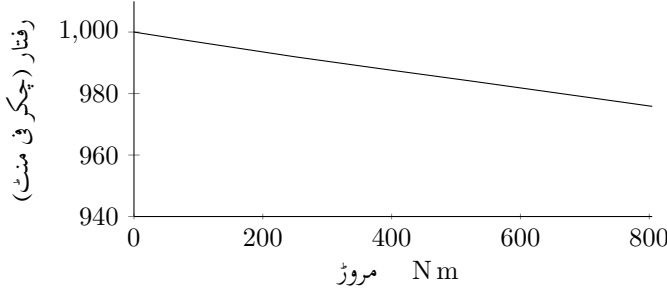
چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔ اس مثال میں ہم دیکھتے ہیں کہ میدانی برقی رو کم کرنے سے موٹر کی رفتار بڑھتی ہے۔

□

مثال 8.3: ایک 60 کلو واٹ، 415 وولٹ، 1000 چکر فی منٹ متوازی جڑی یک سستی موٹر کی قوی لچھے کی مزاحمت 0.05 اوہم اور میدانی لچھے کی 60 اوہم ہے۔ بے بوجھ موٹر کی رفتار 1000 چکر فی منٹ ہے۔ میدانی لچھا 1000 چکر کا ہے۔

- جب یہ موٹر ایمپینر لے رہی ہو اس وقت اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 140 ایمپینر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 210 ایمپینر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- اس موٹر کی رفتار بالمقابل قوت مروڑ ترسیم کریں۔

حل:



شکل 8.20: رفتار بالمقابل قوت مروڑ۔

- شکل 8.19 میں یہ موٹر دکھائی گئی ہے۔ متوازی میدان لپچے کی برقی رو پر بوجھ لادنے سے کوئی فرق نہیں پڑتا۔ لہذا میدانی مقناطیسی بہاؤ بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر میں یکساں ہے۔ بے بار یک سمتی موٹر کی قوی لپچے کی برقی رو I_q قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ اس طرح مساوات 8.16 اور مساوات 8.10 سے

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 0 \times R_q = 415 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V}{R_m} = \frac{415}{60} = 6.916 \text{ A}$$

یعنی 415 وولٹ محرکی برقی دباؤ پر رفتار 1000 چکر فی منٹ یا 16.66 چکر فی سیکنڈ ہے۔ 70 ایمپیر برقی بوجھ پر بھی $I_m = 6.916 \text{ A}$ ہی ہے جبکہ

$$I_q = I_b - I_m = 70 - 6.916 = 63.086 \text{ A}$$

لہذا مساوات 8.16 سے اس صورت میں

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 63.086 \times 0.05 = 411.8458 \text{ V}$$

اور مساوات 8.10 سے رفتار (چکر فی منٹ) یوں حاصل ہوتا ہے

$$rpm = \frac{e_q}{e_{q0}} rpm_0 = \frac{411.8458}{415} \times 1000 = 991.95$$

- یہی کچھ دوبارہ کرتے ہیں۔ یہاں $I_b = 140 \text{ A}$ ہے۔

$$I_q = I_b - I_m = 140 - 6.916 = 133.084 \text{ A}$$

$$E_q = 415 - 133.084 \times 0.05 = 408.3458 \text{ V}$$

$$rpm = \frac{408.3458}{415} \times 1000 = 983.96$$

• یہاں $I_b = 210 \text{ A}$ ہے۔

$$\begin{aligned} I_q &= I_b - I_m = 210 - 6.916 = 203.084 \text{ A} \\ E_q &= 415 - 203.084 \times 0.05 = 404.8458 \text{ V} \\ rpm &= \frac{404.8458}{415} \times 1000 = 975.83 \end{aligned}$$

• موٹر میں طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہیں۔ یوں اس کی میکانی طاقت اسے فراہم کی گئی برقی طاقت کے برابر ہوگی یعنی

$$(8.17) \quad e_q I_q = T \omega$$

یوں پچھلے جزو سے حاصل جوابات کی مدد سے بے بوجھ موٹر کی قوت مروڑ صفر ہوگی یعنی $T_0 = 0 \text{ N m}$ جبکہ 70 ایمپیر پر قوت مروڑ کی قیمت

$$T_{70} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{411.8458 \times 63.086}{2 \times \pi \times 16.5325} = 250 \text{ N m}$$

ہوگی۔ یہاں 991.95 چکر فی منٹ کی رفتار کو 16.5325 ہرٹز لکھا گیا ہے۔ اسی طرح

$$T_{140} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{408.3458 \times 133.084}{2 \times \pi \times 16.399} = 527 \text{ N m}$$

$$T_{210} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{404.8458 \times 203.084}{2 \times \pi \times 16.26} = 805 \text{ N m}$$

یہ نتائج شکل 8.20 میں ترسیم کئے گئے ہیں۔

□

- earth, 95
- eddy current loss, 62
- eddy currents, 62, 128
- electric field
 - intensity, 10
- electrical rating, 59
- electromagnet, 132
- electromotive force, 61, 139
- emf, 139
- enamel, 62
- energy, 42
- Euler, 21
- excitation, 61
- excitation current, 51, 60, 61
- excitation voltage, 61
- excited coil, 61

- Faraday's law, 37, 127
- field coil, 133, 255
- flux, 29
- Fourier series, 63, 143
- frequency, 132
- fundamental, 144
- fundamental component, 64

- generator
 - ac, 162
- ground current, 95
- ground wire, 95

- harmonic, 144
- harmonic components, 64

- ampere-turn, 32
- armature coil, 133, 255
- axle, 163

- carbon bush, 179
- cartesian system, 3
- charge, 9, 138
- circuit breaker, 180
- coercivity, 44
- coil
 - high voltage, 56
 - low voltage, 56
 - primary, 55
 - secondary, 55
- commutator, 167, 245
- conductivity, 25
- conservative field, 110
- core, 55, 128
- core loss, 62
- core loss component, 64
- Coulomb's law, 9
- cross product, 13
- cross section, 8
- current
 - transformation, 66
- cylindrical coordinates, 5

- delta connected, 93
- design, 197
- differentiation, 18
- dot product, 16

- E,I, 62

parallel connected, 257
 permeability, 25
 relative, 26
 phase current, 95
 phase difference, 23
 phase voltage, 95
 phasor, 21
 pole
 non-salient, 141
 salient, 141
 power, 42
 power factor, 23
 lagging, 23
 leading, 23
 power factor angle, 23
 power-angle law, 190
 primary
 side, 55

 rating, 97, 98
 rectifier, 167
 relative permeability, 26
 relay, 103
 reluctance, 26
 residual magnetic flux, 44
 resistance, 25
 rms, 48, 166
 rotor coli, 106
 rpm, 158

 saturation, 45
 scalar, 1
 self excited, 255
 self flux linkage, 41
 self inductance, 41
 separately excited, 255
 side
 secondary, 55
 single phase, 23, 59
 slip, 211
 slip rings, 178, 233
 star connected, 93

Henry, 38
 hunting, 180
 hysteresis loop, 45

 impedance transformation, 72
 in-phase, 70
 induced voltage, 37, 48, 61
 inductance, 38

 Joule, 42

 lagging, 22
 laminations, 31, 62, 128
 leading, 22
 leakage inductance, 79
 leakage reactance, 79
 line current, 95
 line voltage, 95
 linear circuit, 228
 load, 99
 Lorentz law, 138
 Lorenz equation, 104

 magnetic constant, 25
 magnetic core, 31
 magnetic field
 intensity, 11, 32
 magnetic flux
 density, 32
 leakage, 79
 magnetizing current, 64
 mmf, 29
 model, 82, 209
 mutual flux linkage, 41
 mutual inductance, 41

 name plate, 98
 non-salient poles, 179

 Ohm's law, 26
 open circuit test, 87
 orthonormal, 3

- ابتدائی
جانب، 55
لچھا، 55
ارتباط بہاؤ، 37
اضافی
زاویائی رفتار، 214
اکائی سمتیہ، 2
امالہ، 38
امالی برقی دباؤ، 48.37
اوہم میٹر، 240
ایک، تین پتیاں، 62
ایک مرحلہ، 59
ایکسپریس-چکر، 32
بار، 138
برقرار چالو، 177، 101
برقی بار، 138.9
برقی دباؤ، 139.28
تبادلہ، 66.56
محرک، 139
ہیجائی، 187
یک سمتی، 167
برقی رو، 28
بھنور نما، 128
تبادلہ، 66
ہیجان انگیز، 51
برقی سکت، 59
برقی میدان، 10
شدت، 27، 10
بش، 179
بناوٹ، 87
بنیادی جزو، 144، 64
بو جھ، 99
بھٹی، 116
بھنور نما
برقی رو، 62
ضیاع، 62
بھنور نما برقی رو، 128
بے بو جھ، 60
پتلی، 128.31
stator coil, 106, 129
steady state, 177
step down transformer, 58
step up transformer, 58
surface density, 11
synchronous, 132
synchronous inductance, 186
synchronous speed, 158, 178
Tesla, 32
theorem
 maximum power transfer, 231
Thevenin theorem, 228
three phase, 59, 93
time period, 101, 144
torque, 168, 211
 pull out, 180
transformer
 air core, 59
 communication, 59
 ideal, 65
transient state, 177
unit vector, 2
VA, 75
vector, 2
volt, 139
volt-ampere, 75
voltage, 139
 DC, 167
 transformation, 66
Watt, 42
Weber, 32
winding
 distributed, 142
winding factor, 149

- پتیریاں، 62
پورا بوجھ، 199
پیچھے، 80
پیش زاویہ، 22
تاخیری زاویہ، 22
تاریکی برقی دباؤ، 95
تاریکی برقی رو، 95
تانبا، 28
تبادلہ
رکاوٹ، 72
تختی، 98
تدریجی تفرق، 115
تعدد، 132
تعقب، 180
تفرق، 18
جزوی، 18
تکمل، 19
تکونی جوڑ، 93
توانائی، 42
تین مرحلہ، 93، 59
ٹرانسفارمر
برقی دباؤ، میٹر، 59
بوجھ بردار، 69
خلائی قالب، 59
دباؤ بڑھاتا، 58
دباؤ گھٹاتا، 58
ذرائع ابلاغ، 59
رو، میٹر، 59
کابل، 65
ٹسلا، 32
ٹھنڈی تار، 95
ٹائلی جانب، 55
جاول، 42
جزو
پھیلاؤ، 149
جزو طاقت، 23
پیش، 23
تاخیری، 23
جزیر
بدلتی رو، 162
جوڑ
تکونی، 93
ستارہ نما، 93
چکر فی منٹ، 128
چوٹی، 213
خطی
برقی دور، 228
خودار تباطہا، 41
خودالما، 41
داخلی بیجان
سلسلہ وار، 257
متوازی، 257
مرکب، 257
دور جڑی مرکب، 257
دور شکن، 180
دوری عرصہ، 144، 101
دھرا، 163
رستا
مالہ، 79
متعاملہ، 79
رستامتعاملیت، 219
رقنار
اضافی زاویائی، 214
روغن، 62
ریاضی نمونہ، 209، 82
ریبلے، 103
زاویہ جزو طاقت، 23
زمین، 95
زمینی برقی رو، 95
زمینی تار، 95
ساکن لچھا، 129، 106
ستارہ نما جوڑ، 93
سرک، 211
سرک پچھلے، 233، 178

- قوت مروڑ، 168، 211
 انتہائی، 180
 قوی الیکٹرانکس، 209، 245
 قوی لچھے، 255
 کاربن، 179
 کارگزاری، 203
 کمپیوٹر، 196
 کشافت
 برقی رو، 27
 کشافت مقناطیسی بہاؤ
 بقایا، 44
 کسر دور، 38
 گرم تار، 95
 گھومتا لچھا، 106
 لچھا
 ابتدائی، 55
 پھیلے، 142
 پیچیدہ، 39
 ثانوی، 55
 زیادہ برقی دباؤ، 56
 ساکن، 106
 سمت، 135
 قوی، 133
 کم برقی دباؤ، 56
 گھومتا، 106
 میدانی، 133
 محدود
 کارتیسی، 3
 نکلی، 5
 محرک برقی دباؤ، 61
 محور، 163
 مخلوط عدد، 194
 مرحلی سمتیہ، 21، 188
 مرحلی فرق، 23
 مرکب جزئیہ، 257
 مزاحمت، 25
 مساوات لورینز، 104
 سطحی مکمل، 183
 سطحی کشافت، 11
 سکت، 97، 98
 سلسلہ وار، 147
 سمت کار، 245
 برقیاتی، 167
 میکانی، 167
 سمتیہ، 2
 عمودی اکائی، 3
 سمتی رفتار، 104
 سیرانیت، 45
 ضرب صلیبی، 13
 ضرب نقطہ، 16
 طاقت، 42
 طاقت بالمقابل زاویہ، 190
 طول موج، 19
 عارضی صورت، 177
 عمودی تراش، 8
 رقبہ، 8
 غیر معاصر، 180
 فوریز، 254
 فوریز تسلسل، 63، 143
 فیراڈے
 قانون، 37، 127
 قالب، 128
 قالبی ضیاع، 62
 جزو، 64
 قانون
 اوہم، 26
 کولمب، 9
 لورینز، 138
 قدامت پسند میدان، 110
 قریب بڑی مرکب، 257
 قطب
 ابھرے، 141، 179
 ہموار، 141، 179

ہیجان، 61
 بیرونی، 255
 خود، 255
 لپھا، 61
 ہیجان انگیز
 برقی دباؤ، 61
 برقی رو، 61
 ہیجان انگیز برقی رو، 60
 ہیجانی برقی دباؤ، 187
 یک سمتی رو
 مشین، 245
 یک مرحلہ، 23
 یک مرحلہ برقی دباؤ، 95
 یک مرحلہ برقی رو، 95
 پولر مساوات، 21

مسئلہ
 تھون، 228
 زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی،
 مشترکہ ارتباطی، 41
 مشترکہ امالہ، 41
 معاصر، 132
 معاصر امالہ، 186
 معاصر رفتار، 178، 158
 معائنہ
 کھلے دور، 87
 مقداری، 1
 مقناطیس
 برقی، 132
 چال کا دائرہ، 45
 خاتم شدت، 44
 مقناطیسی برقی رو، 64
 مقناطیسی بہاؤ، 29
 رستا، 79
 کشافیت، 32
 مقناطیسی چال، 51
 مقناطیسی دباؤ، 29
 سمت، 143
 مقناطیسی قالب، 55، 31
 مقناطیسی مستقل، 168، 25
 جزو، 30، 26
 مقناطیسی میدان
 شدت، 32، 11
 موثر، 48، 19
 موثر قیمت، 166
 موسیقی جزو، 144، 64
 موصلیت، 25
 میدانی لچھے، 255
 واٹ، 42
 وولٹ، 139
 وولٹ-ایمپیئر، 75
 ویر، 32
 ویر-چکر، 37
 ہتھیار، 29، 26
 ہم قدم، 70