برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

0.8.3

باب 5

گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشین کے بنیادی اصول پر غور کیا جائے گا۔ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

5.1 قانونِ فیراڈے

فیراڈے کے قانون[1] کے تحت جب بھی ایک لچھے کا ارتباط بہاو λ وقت کے ساتھ تبدیل ہو تو اس لچھے میں برقی دباو پیدا ہوتا ہے۔ یعنی

$$e = -\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -N\frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{5.1}$$

گھومتے مشین میں ارتباط بہاو کی تبدیلی مختلف طریقوں سے لائی جاتی ہے۔ یا تو لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاو میں گھمایا جاتا ہے، یا پھر ساکن لچھے میں مقناطیس گھمایا جاتا ہے، وغیرہ وغیرہ۔

Faraday's law[1]

لچھے مقناطیسی قالب[2] پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباو سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاو حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاو بڑھایا جاتا ہے۔ دیگر یہ کہ قالب کی شکل تبدیل کر کہ مقناطیسی بہاو کو ضرورت کی جگہ پہنچایا جاتا ہے۔

چونکہ ایسے مشین کے قالب میں مقناطیسی بہاو وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہٰذا قالب میں بھنور نما برقی رو[3] پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر، قالب کو باریک لوہے کی پتری[4] تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسے ٹرانسفارمروں میں کیا جاتا ہے۔

5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں معاصر برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے۔ اس کے قالب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ مقناطیس کا مقام اس کے میکانی زاویہ θ_m سے بتلائی جاتی ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے الٹ سمت زاویہ θ_m ناپا جاتا ہے۔

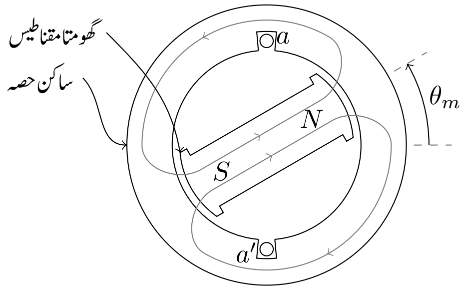
یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے یوں گھوم رہا ہو کہ یہ ہر سیکنڈ میں n مکمل چکر لگائے تو ہم کہتے ہیں کہ مقناطیس کے گھومنے کی تعدد n ہرٹز[5] ہے۔اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس $60n$ چکر فی منٹ[6] کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر $360°$ زاویہ یا 2π ریڈیئن[7] پہ مشتمل ہوتا ہے۔ لہٰذا اسی گھومنے کی رفتار کو $2\pi n$ ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہا جا سکتا ہے۔اس بات کو اب ہم یوں بیان کر سکتے ہیں۔ اگر مقناطیس کے گھومنے کی تعدد f ہرٹز ہو تو یہ ω ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہے۔ جہاں

$$\omega = 2\pi f \tag{5.2}$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں ہی بیان کی جائے گی۔

شکل 5.1 میں دکھائے گئے مشین میں مقناطیس کے دو قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطب والا مشین کہتے ہیں۔ اس مشین میں ایک ساکن لچھا استعمال ہوا ہے جس کی وجہ سے اس کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ اس کے باہر

magnetic core[2]
eddy currents[3]
laminations[4]
Hertz[5]
rounds per minute, rpm[6]
radians[7]



شکل 5.1: دو قطب، ایک دور کا معاصر جنریٹر۔

مقناطیسی قالب ہے۔ قالب میں، اندر کی جانب دو شگاف ہیں، جن میں N چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو a اور a' سے واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ یہ لچھا جنریٹر کے ساکن حصہ پہ پایا جاتا ہے لہٰذا یہ بھی ساکن رہتا ہے اور اسی وجہ سے اسے ساکن لچھا[8] کہتے ہیں۔

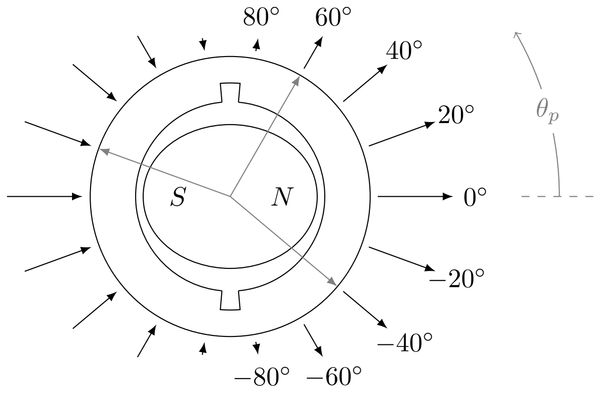
مقناطیس کا مقناطیسی بہاو اس کے شمالی قطب[9] N سے نکل کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول قالب میں سے گزر کر اور ایک مرتبہ پھر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا مقناطیس کے جنوبی قطب[10] S میں داخل ہوتا ہے۔ اس مقناطیسی بہاو کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ اگر غور کیا جائے تو یہ مقناطیسی بہاو، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔

شکل 5.1 میں مقناطیس سیدھے سلاخ کی مانند دکھایا گیا ہے۔ شکل 5.2 میں اس مقناطیس کو تقریباً گول دکھایا گیا ہے۔ یہاں مقناطیس کے محور کا زاویہ θ_m صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن قالب کے درمیان صفر زاویہ، یعنی $\theta = 0$، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، یعنی $|\theta| = 90°$، پہ زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاو ممکن ہوتا ہے۔ خلائی درز کو یوں تبدیل کیا جاتا ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاو پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاو مقناطیس سے قالب میں عمودی زاویہ پہ داخل ہوتا ہے۔ اگر مقناطیس اور قالب کے درمیان خلائی درز میں B سائن نما ہو، یعنی

$$B = B_0 \cos \theta_p \tag{5.3}$$

تو خلائی درز میں مقناطیسی بہاو B کی مقدار θ_p کے ساتھ تبدیل ہو گی۔ یہ کثافتِ مقناطیسی بہاو صفر زاویہ، یعنی $\theta_p = 0$، پہ زیادہ سے زیادہ ہو گی اور نوے زاویہ، یعنی $|\theta_p| = 90°$، پہ صفر ہو گی۔ θ_p کو مقناطیس کے شمالی قطب سے

[8] stator coil
[9] north pole
[10] south pole



شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاو کی زاویہ کے ساتھ تبدیلی۔

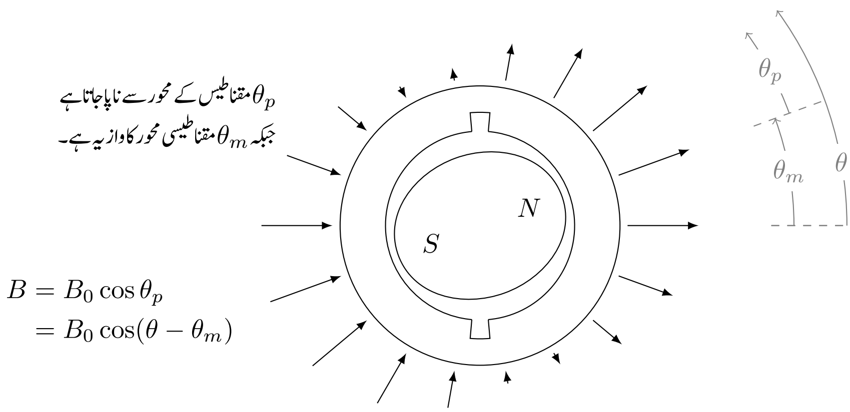
گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے۔ شکل 5.2 میں ساکن حصے کے باہر نوک دار لکیروں سے اس کثافتِ مقناطیسی بہاو کی مقدار اور اس کی سمت دکھائی گئی ہے۔ شکل میں ہلکی سیاہی سے $-40°$، $60°$ اور $160°$ زاویوں پر رداس کی سمت بھی دکھائی گئی ہے۔ جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں، $-40°$ اور $60°$ زاویوں پر مقناطیسی بہاو عین رداسی سمت میں ہے۔ اس کے برعکس زاویہ $160°$ پر مقناطیسی بہاو رداسی سمت کے عین الٹ ہے۔ یوں شکل سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ آدھے خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو رداس کی سمت میں ہے اور آدھے میں یہ رداس کے اُلٹ سمت میں ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اگر ہم خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو B اور زاویہ θ_p کا ترسیم کھینچیں تو یہ سائن نما ہو گا۔ شکل 5.3 میں مقناطیس کسی اور زاویہ پہ دکھایا گیا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ کثافتِ مقناطیسی بہاو کی مقدار ہر حالت میں مقناطیس کے شمالی قطب پہ زیادہ سے زیادہ ہو گا اور یہاں اس کا رُخ رداس کی سمت میں ہو گا۔ شکل 5.3 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو B، زاویے θ_p اور θ_m دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$
\begin{aligned}
B &= B_0 \cos\theta_p \\
\theta_p &= \theta - \theta_m
\end{aligned}
\tag{5.4}
$$

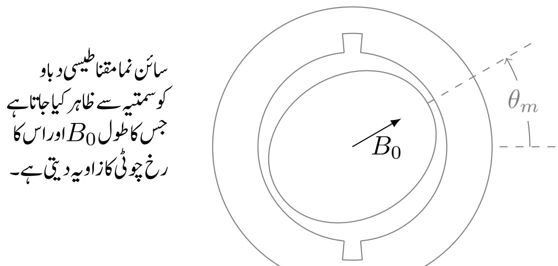
لہٰذا

$$
B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \tag{5.5}
$$

شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس سے پیدا سائن نما مقناطیسی دباو دکھایا گیا ہے۔ ایسے مقناطیسی دباو کو ہم عموماً ایک



شکل 5.3: جب مقناطیس کسی زاویہ پہ ہو تو کثافتِ مقناطیسی بہاو یوں ہو گا

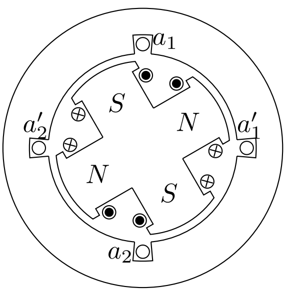


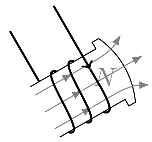
شکل 5.4: مقناطیسی دباو کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سمتیہ سے ظاہر کرتے ہیں جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباو کے حیطہ کے برابر ہوتا ہے اور اس کی سمت مقناطیس کی شمال کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 5.4 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔ یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ اس سمتیہ کی سمت سائن نما مقناطیسی دباو کے حیطہ کو واضح کرتا ہے۔

شکل 5.3 میں مقناطیس کو کسی ایک لمحہ t_1 زاویہ $\theta_m(t_1)$ پہ دکھایا گیا ہے۔ یہاں ساکن لچھے کا ارتباط بہاو λ_θ ہے۔ اگر مقناطیس، گھڑی کے الٹی سمت، ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھوم رہا ہو تو ساکن لچھے میں اس لمحہ $e(t)$ برقی دباو پیدا ہو گا جہاں

$$e(t) = \frac{\mathrm{d}\lambda_\theta}{\mathrm{d}t} \tag{5.6}$$





شکل 5.5: چار قطب والا ایک دور معاصر جنریٹر۔

کے برابر ہے۔چونکہ ہمیں برقی دباو کی قیمت نا کہ اس کے $\mp$ ہونے سے دلچسپی ہے لہٰذا اس مساوات میں منفی کی علامت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

جب مقناطیس آدھا چکر،یعنی π ریڈیئن، گھومے تو اس کے دونوں قطب آپس میں جگہیں تبدیل کر لیں گے۔ لچھے میں مقناطیسی بہاو کی سمت اُلٹی ہو جائے گی۔ ساکن لچھے میں ارتباط بہاو اب $-\lambda_\theta$ ہو جائے گا اور اس میں امالی برقی دباو $-e(t)$ ہو جائیں گے۔ اور جب مقناطیس ایک مکمل چکر کاٹے تو مقناطیس ایک مرتبہ پھر اسی جگہ ہو گا جہاں یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ ساکن لچھے کا ارتباط بہاو ایک مرتبہ پھر λ_θ ہی ہو گا اور اس میں امالی برقی دباو بھی ایک مرتبہ پھر $e(t)$ ہی ہوں گے۔ یعنی مقناطیس اگر $\theta_m = 2\pi$ کا زاویہ طے کرے تو امالی برقی دباو کے زاویہ میں $\theta_e = 2\pi$ کی تبدیلی آتی ہے۔ لہٰذا دو قطب کی مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e برابر ہوتے ہیں، یعنی

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس n چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے تو لچھے میں امالی برقی دباو $e(t)$ بھی ایک سیکنڈ میں n مکمل چکر کاٹے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ $e(t)$ کے **تعدد**[11] f_e کی مقدار n ہرٹز[12] ہے۔ یعنی اس صورت میں $f_e = n$ ہرٹز[13] یا ہم کسی بھی تعدد کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$f_e = f_m$$

چونکہ اس مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e وقت کے سات تبدیل ہوتے بھی آپس میں ایک نسبت رکھتے ہیں لہٰذا ایسے مشین کو معاصر مشین[14] کہتے ہیں۔ یہاں یہ نسبت ایک کی ہے۔

---

[11] frequency
[12] Hertz
[13] Hertz, Hz
[14] synchronous machine

شکل 5.5 میں چار قطب، ایک دور کا معاصر جنریٹر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشین میں عموماً مقناطیس ہی استعمال ہوتے ہیں۔ البتہ بڑے مشین میں برقی مقناطیس[15] استعمال ہوتے ہیں۔ شکل 5.5 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔ دو سے زیادہ قطب والے مشین میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ متن بنایا جاتا ہے۔ شکل میں اس قطب کو θ_m پہ دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب $(\theta_m + \pi)$ کے زاویہ پہ ہے۔

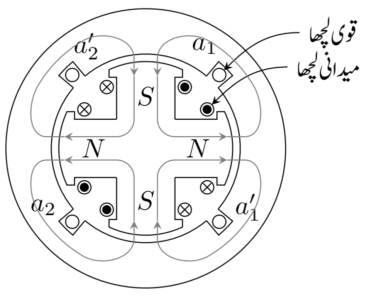
جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں موجود مقناطیس کے چار قطب ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ ایک دور کی آلوں میں مقناطیس کے جتنے قطب کے جوڑے ہوتے ہیں، اس میں اتنے ہی ساکن لچھے ہوتے ہیں۔ چونکہ شکل میں دیئے گئے مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑے قطب ہیں، لٰہذا اس مشین کے ساکن حصہ پہ دو ساکن لچھے لپٹے گئے ہیں۔ ایک لچھے کو a_1 سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو a_2 سے۔ لچھے a_1 کو قالب میں موجود دو شگاف a_1 اور a'_1 میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح a_2 لچھے کو دو شگاف a_2 اور a'_2 میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباو پیدا ہوتی ہے۔ ان دونوں لچھوں کو سلسلہ وار[16] جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جنریٹر کی کل برقی دباو ایک لچھے میں پیدا برقی دباو کے دگنا ہوتا ہے۔ایک دور کے آلوں میں اگر قالب کو، مقناطیس کے جتنے قطب ہوں اتنے حصوں میں تقسیم کر لیا جائے، تو اس مشین کا ہر ایک ساکن لچھا ایسا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل میں چار قطب ہیں لٰہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیر رہا ہے۔

اب تک ہم نے گھومتے لچھے اور ساکن لچھے کی بات کی ہے۔یہ دو لچھے دراصل دو بالکل مختلف کارکردگی کے حامل ہوتے ہیں۔اس بات کی یہاں وضاحت کرتے ہیں۔

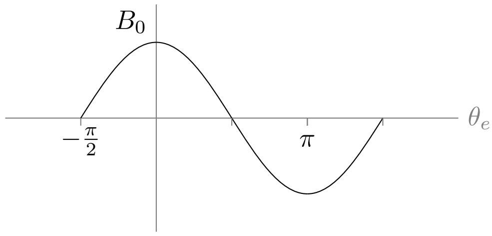
جیسا پہلے بھی ذکر ہوا چھوٹی گھومتی آلوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس ہی فراہم کرتی ہے جبکہ بڑے آلوں میں برقی مقناطیس یہ میدان فراہم کرتی ہے۔اگرچہ اب تک کی شکلوں میں مقناطیس کو گھومتے حصہ کے طور پر دکھایا گیا ہے مگر حقیقت میں یہ کبھی مشین کا گھومتا حصہ اور کبھی یہ اس کا ساکن حصہ ہوتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔اس میدان فراہم کرنے والے لچھے کو میدانی لچھا[17] کہتے ہیں۔اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا[18] کہتے ہیں۔ برقی جنریٹر سے حاصل برقی طاقت اس قوی لچھے سے ہی حاصل کیا جاتا ہے ۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے خرچ کے علاوہ بقایا سارا برقی طاقت اسی قوی لچھے کو ہی فراہم کیا جاتا ہے۔

---

[15] electromagnet
[16] series connected
[17] field coil
[18] armature coil



شکل 5.6: چار قطب اور دو لچھے والے مشین میں مقناطیسی بہاو۔



شکل 5.7: سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاو۔

اب اگر ہم، گھومتے اور ساکن حصہ کے درمیان، خلائی درز میں B کو دیکھیں تو شمالی قطب سے مقناطیسی بہاو باہر کی جانب نکل کر قالب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب میں مقناطیسی بہاو قالب سے نکل کر جنوبی قطب میں اندر کی جانب داخل ہوتا ہے۔ یہ شکل 5.6 میں دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاو کی سمت دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گی۔ مزید یہ کہ آلوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں B سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس کو ہم آگے پڑھیں گے۔ لہٰذا اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ B سائن نما ہی ہے تب خلائی درز میں B کی مقدار، شکل 5.7 کی طرح ہو گی۔اس شکل میں برقی زاویہ θ_e استعمال کیا گیا ہے۔

یوں ہم ایک ایسی معاصر مشین جس میں P قطب مقناطیس پایا جاتا ہو کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m \tag{5.7}$$

$$f_e = \frac{P}{2}f_m \tag{5.8}$$

اس صورت میں میکانی اور برقی تعدد ایک مرتبہ پھر آپس میں ایک نسبت رکھتے ہیں۔

مثال 5.1: پاکستان میں گھروں اور کارخانوں میں 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے یعنی ہمارے ہاں $f_e = 50$ ہے۔

- اگر یہ برقی طاقت دو قطب کے جنریٹر سے حاصل کی جائے تو یہ جنریٹر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔
- اگر جنریٹر کے بیس قطب ہوں تب یہ جنریٹر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔

حل:

- مساوات 5.8 سے ہم دیکھتے ہیں کہ اگر یہ برقی طاقت دو قطب، $P = 2$، والے جنریٹر سے حاصل کی جائے تو اس جنریٹر کو $f_m = 50$ چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ[19] گھمانا ہو گا۔
- اگر یہی برقی طاقت بیس قطب، $P = 20$، والے جنریٹر سے حاصل کی جائے تو پھر اس جنریٹر کو $f_m = 5$ چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھمانا ہو گا۔

□

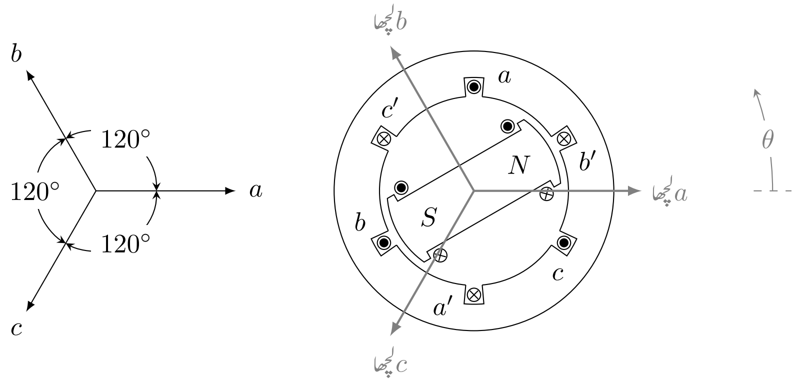
اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جنریٹر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جنریٹر سست رفتار جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جنریٹر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہٰذا پانی سے چلنے والے جنریٹر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جنریٹر آپ کو دو قطب کے ہی ملیں گے۔

شکل 5.8 میں دو قطب والا تین دور کا معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ان میں ایک لچھا a ہے جو قالب میں شگاف a اور a' میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تو یہ بالکل شکل 5.1 میں دیا گیا مشین ہی تھا۔البتہ دیئے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

اگر a لچھا میں برقی رو یوں ہو کہ شگاف a میں برقی رو، کتاب کے صفحہ سے عمودی رُخ میں باہر کی جانب ہو اور a' میں برقی رو کا رخ اس کے بالکل الٹ سمت میں ہو تو ہم لچھے کی سمت کا تعین دائیں ہاتھ کے ذریعہ یوں کرتے ہیں۔

---

[19] rpm, rounds per minute



شکل 5.8: دو قطب، تین دور معاصر مشین۔

- اگر ہم دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کی جانب لپیٹیں تو اسی ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کی سمت متعین کرتا ہے۔

شکل 5.8 میں لچھا a کی سمت تیر والی لکیر سے دکھائی گئی ہے۔ اس سمت کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ لہٰذا شکل میں a لچھا صفر زاویہ پر لپٹا گیا ہے، یعنی $\theta_a = 0°$ ہے۔ باقی لچھوں کے زاویہ، لچھا a کی سمت سے، گھڑی کی اُلٹی رُخ، ناپے جاتے ہیں۔

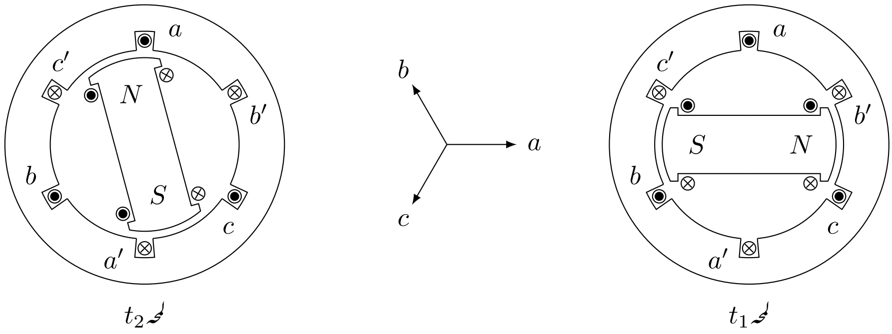
شکل 5.8 میں لچھا b کو شگاف b اور b' میں رکھا گیا ہے اور لچھا c کو شگاف c اور c' میں رکھا گیا ہے۔ مزید یہ کہ لچھا b کو $120°$ کے زاویہ پر اور لچھا c کو $240°$ زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یعنی $\theta_b = 120°$ اور $\theta_c = 240°$ ہیں۔

شکل 5.9 میں دکھائے گئے لمحہ t_1 پر اگر لچھے a کا ارتباط بہاو $\lambda_a(t_1)$ ہو تو جب مقناطیس $120°$ کا زاویہ طے کر لے، اس لمحہ t_2 پر لچھے b کا ارتباط بہاو $\lambda_b(t_2)$ ہو گا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ لمحہ t_2 پر مقناطیس اور لچھا b آپس میں بالکل اسی طرح سے ہیں جیسے t_1 پر مقناطیس اور لچھا a تھے۔ لہٰذا لمحہ t_2 پر لچھا b کا ارتباط بہاو بالکل اتنا ہی ہو گا جتنا لمحہ t_1 پر a لچھا کا تھا۔ یعنی

$$\lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1) \tag{5.9}$$

اسی طرح اگر مقناطیس مزید $120°$ زاویہ طے کرے تو اس لمحہ t_3 پر لچھا c کا ارتباط بہاو $\lambda_c(t_3)$ ہو گا اور مزید یہ کہ یہ $\lambda_a(t_1)$ کے برابر ہو گا۔ یوں

$$\lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1) \tag{5.10}$$



شکل 5.9: دو قطب تین دور مشین۔

ہیں۔ ان لمحات پر ان لچھوں میں

$$e_a(t_1) = \frac{\mathrm{d}\lambda_a(t_1)}{\mathrm{d}t} \tag{5.11}$$

$$e_b(t_2) = \frac{\mathrm{d}\lambda_b(t_2)}{\mathrm{d}t} \tag{5.12}$$

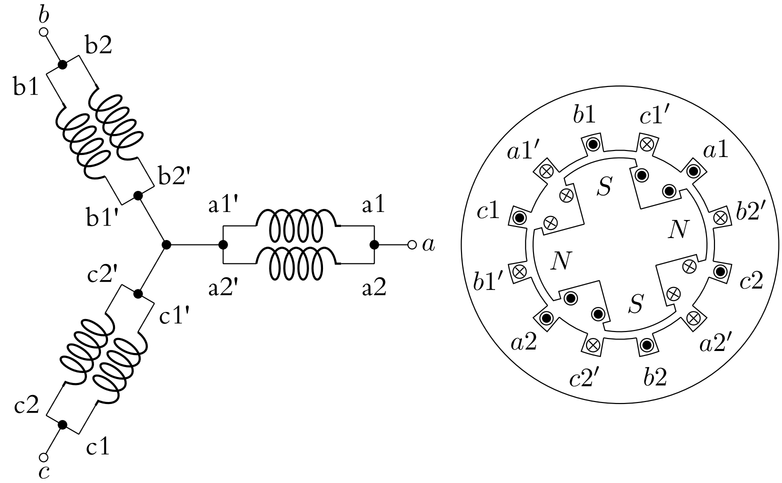
$$e_c(t_3) = \frac{\mathrm{d}\lambda_c(t_3)}{\mathrm{d}t} \tag{5.13}$$

ہوں گے۔ مساوات 5.10 کی روشنی میں

$$e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3) \tag{5.14}$$

اگر شکل 5.9 میں صرف لچھا a پایا جاتا تو یہ بالکل شکل 5.1 کی طرح ہوتا اور اب اگر اس میں مقناطیس کو گھڑی کی اُلٹی سمت ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھمایا جاتا تو، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھے a میں سائن نما برقی دباو پیدا ہوتی۔ شکل 5.9 میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں۔ لہٰذا اب شکل 5.9 میں اگر مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تو اس میں موجود تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباو پیدا ہو گی البتہ مساوات 5.14 کے تحت یہ برقی دباو آپس میں $120°$ کے زاویہ پر ہوں گے۔

شکل 5.10 میں چار قطب، تین دور معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمال اور جنوبی قطب باری باری پائے جاتے ہیں۔ یوں شمال اور جنوب قطب کی ایک جوڑی $180°$ میکانی زاویہ طے کرتے ہیں۔ یہی $360°$ برقی زاویہ بنتا ہے۔ جیسا شکل 5.8 سے ظاہر ہے کہ ساکن حصے کے $360°$ برقی زاویہ پر تین دور کے لچھے نسب کئے جاتے ہیں۔ یوں شکل 5.8 میں گھری کی الٹی سمت میں a، c'، b، a'، c اور b' اسی ترتیب سے پائے جاتے ہیں۔ شکل 5.10



شکل 5.10: چار قطب، تین دور معاصر مشین۔

میں دو قطبین کے احاطے یعنی $180°$ میکانی زاویہ میں آپ کو بالکل اسی طرح تین دور کے $a1$، $c1'$، $b1$، $a1'$، $c1$ اور $c1'$ نظر آتے ہیں۔ بقایا دو قطبین کے احاطے میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو $a2$، $c2'$، $b2$، $a2'$، $c2$ اور $c2'$ نظر آتے ہیں۔ کسی بھی لمحہ $a1$ اور $a2$ لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباو پیدا ہو گی۔ تین دور کے دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دور کی برقی دباو حاصل کی جاتی ہے۔ شکل میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں a لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔

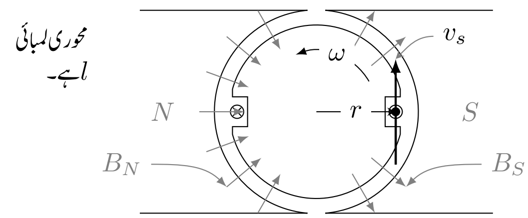
5.3 محرک برقی دباو

قانونِ لورینز[20] کے تحت اگر برقی بار[21] q مقناطیسی میدان $\boldsymbol{B}$ میں سمتی رفتار $\boldsymbol{v}$ سے حرکت کر رہا ہو تو اس پر قوت $\boldsymbol{F}$ اثر کرے گی جہاں

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \tag{5.15}$$

کے برابر ہے۔

Lorentz law[20]
charge[21]



شکل 5.11: ایک چکر کا لچھا مقناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہٰذا مقناطیسی میدان کو ساکن تصور کر کے اس میں برقی بار کی سمتی رفتار $\boldsymbol{v}$ ہو گی۔

اس قوت کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاتی ہے۔ اگر یہ برقی بار شروع کے نقطہ سے آخری نقطہ تک سمتی فاصلہ $\boldsymbol{l}$ طے کرے تو اس پر W کام ہو گا جہاں

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{l} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{l} \tag{5.16}$$

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے مابین **برقی دباو**[22] کہتے ہیں اور اس کی اکائی **وولٹ**[23] V ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے مابین حاصل برقی دباو

$$e = \frac{W}{q} = (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{l} \tag{5.17}$$

وولٹ ہو گی۔

اس طرح حرکت کی مدد سے حاصل برقی دباو کو **محرک برقی دباو**[24] کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے حاصل برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کی برقی دباو بھی محرک برقی دباو کہلاتی ہے۔

اس مساوات کو شکل 5.11 میں استعمال کرتے ہیں۔ گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔ بائیں جانب خلاء میں لچھے کی برقی تار پر غور کریں۔ مساوات 5.15 کے تحت اس تار میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب قوت اثر انداز ہو گی اور اس میں موجود منفی برقی بار پر اس کی اُلٹ سمت قوت عمل کرے گی۔ اسی طرح مساوات 5.17 کے تحت صفحہ سے باہر جانب برقی تار کا سرا برقی دباو e کا مثبت سرا ہو گا اور صفحہ کی اندر جانب برقی تار کا سرا برقی دباو e کا منفی سرا ہو گا۔

---

[22] potential difference, voltage
[23] volt
[24] electromotive force, emf

اگر گھومتے حصہ کی محور پر نلکی محدد قائم کی جائے تو جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں $\boldsymbol{B}$ رداس کی سمت میں ہے جبکہ شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں $\boldsymbol{B}$ رداس کی اُلٹ سمت میں ہے۔یوں جنوبی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار $\boldsymbol{l}_S$ کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_S &= v\boldsymbol{a}_\theta = \omega r\boldsymbol{a}_\theta \\
\boldsymbol{B}_S &= B\boldsymbol{a}_\text{r} \\
\boldsymbol{l}_S &= l\boldsymbol{a}_\text{z}
\end{aligned} \tag{5.18}$$

لہٰذا اس جانب لچھے کی ایک تار میں پیدا محرک برقی دباو

$$\begin{aligned}
e &= (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{l} \\
&= \omega rBl(\boldsymbol{a}_\theta \times \boldsymbol{a}_\text{r}) \cdot \boldsymbol{a}_\text{z} \\
&= \omega rBl(-\boldsymbol{a}_\text{z}) \cdot \boldsymbol{a}_\text{z} \\
&= -\omega rBl
\end{aligned} \tag{5.19}$$

ہو گی۔

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت $\boldsymbol{a}_\text{z}$ لی گئی ہے۔اس مساوات میں برقی دباو کے منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا $-\boldsymbol{a}_\text{z}$ کی سمت میں ہے یعنی اس کا نچلا سرا مثبت اور اوپر والا سرا منفی ہے۔یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت $-\boldsymbol{a}_\text{z}$ یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں اندر کی جانب ہو گی جسے شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_N &= v\boldsymbol{a}_\theta = \omega r\boldsymbol{a}_\theta \\
\boldsymbol{B}_N &= -B\boldsymbol{a}_\text{r} \\
\boldsymbol{l}_N &= l\boldsymbol{a}_\text{z}
\end{aligned} \tag{5.20}$$

اور یوں

$$\begin{aligned}
e_N &= (\boldsymbol{v}_N \times \boldsymbol{B}_N) \cdot \boldsymbol{l}_N \\
&= -\omega rBl(\boldsymbol{a}_\theta \times \boldsymbol{a}_\text{r}) \cdot \boldsymbol{a}_\text{z} \\
&= -\omega rBl(-\boldsymbol{a}_\text{z}) \cdot \boldsymbol{a}_\text{z} \\
&= \omega rBl
\end{aligned} \tag{5.21}$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ لی گئی ہے۔اس مساوات میں برقی دباو کے مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ کی سمت میں ہے یعنی اس کا اوپر والا سرا مثبت اور نچلا سرا منفی ہے۔یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب ہو گی جسے شگاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دو برقی تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان دونوں کے نچلے سرے سلسلہ وار جڑے ہیں جو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔یوں اس لچھے کے اوپر نظر آنے والے سروں پر کل برقی دباو e ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباو کا مجموعہ ہو گا یعنی

$$
\begin{aligned}
e &= 2rlB\omega \\
&= AB\omega
\end{aligned}
\tag{5.22}
$$

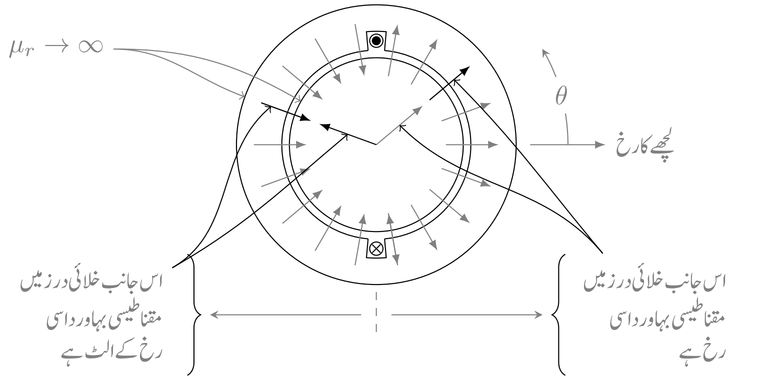
یہاں لچھے کا رقبہ $A = 2rl$ ہے۔اگر ایک چکر سے اتنی برقی دباو حاصل ہوتی ہے تو N چکر کے لچھے سے

$$
\begin{aligned}
e &= \omega NAB \\
&= 2\pi fNAB \\
&= 2\pi fN\phi
\end{aligned}
\tag{5.23}
$$

حاصل ہو گا۔

گھومتی آلوں میں خلائی درز میں $\boldsymbol{B}$ اور $\boldsymbol{v}$ ہر لمحہ عمودی ہوتے ہیں۔مساوات 5.17 سے ظاہر ہے کہ اگر گھومنے کی رفتار اور محوری لمبائی معین ہوں تو پیدا کردہ برقی دباو ہر لمحہ B کے براہِ راست متناسب ہو گا۔لہٰذا اگر خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ B تبدیل ہو تو گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباو بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔یوں جس شکل کی برقی دباو حاصل کرنی ہو اُسی شکل کی کثافتِ مقناطیسی دباو خلائی درز میں پیدا کرنی ہو گی۔اگر سائن نما برقی دباو پیدا کرنی مقصد ہو تو خلائی درز میں محیط پر سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاو ضروری ہے۔

اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت B پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔



شکل 5.12: ساکن لچھا گچھ کی شکل میں ہے۔

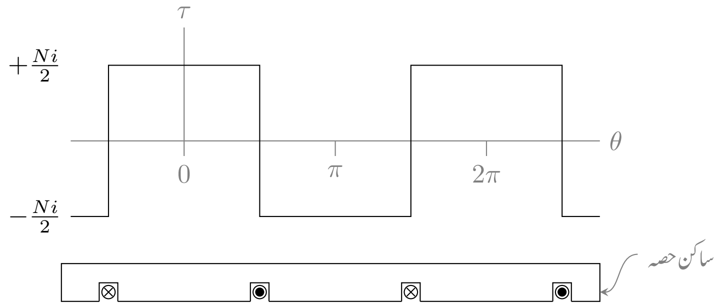
5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباو

ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں گچھ[25] لچھے دکھائے گئے۔ مزید یہ کہ ان آلوں میں گھومتے حصے پہ موجود مقناطیس کے ابھرے قطب[26] تھے۔ در حقیقت آلوں کے عموماً ہموار قطب[27] ہوتے ہیں اور ان میں **پھیلے لچھے**[28] پائے جاتے ہیں۔ ایسا کرنے سے ہم ساکن اور گھومتے حصوں کے درمیان خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو اور سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاو پیدا کر سکتے ہیں۔

شکل 5.12 میں ایک لچھا گچھ کی شکل کا دکھایا گیا ہے۔اس کے گھومنے والا حصہ گول شکل کا ہے اور اس کا $\mu_r \to \infty$ ہے۔ساکن حصے کا بھی $\mu_r \to \infty$ ہے۔ لچھے کا مقناطیسی دباو $\tau = Ni$ ہے۔ یہ مقناطیسی دباو، مقناطیسی بہاو ϕ کو جنم دیتا ہے جس کو ہلکی سیاہی کی لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاو کو لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتے خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرنا پڑتا ہے۔ لہٰذا

$$\tau = Ni = 2Hl_a \tag{5.24}$$

[25] non-distributed coils
[26] salient poles
[27] non-salient poles
[28] distributed winding



شکل 5.13: پھیلے لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباو۔

یوں ساکن لچھے کا آدھا مقناطیسی دباو ایک خلائی درز اور آدھا دوسرے خلائی درز میں مقناطیسی بہاو پیدا کرتا ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز میں کہیں پہ مقناطیسی دباو (اور مقناطیسی بہاو)، رداس[29] کی سمت میں ہیں اور کہیں پہ خلائی درز میں مقناطیسی دباو (اور مقناطیسی بہاو)، رداس کی اُلٹی سمت میں ہیں۔ اگر ہم رداس کی سمت کو مثبت لیں تو مقناطیسی بہاو (اور مقناطیسی دباو) $\frac{\pi}{2} > \theta > \frac{\pi}{2}-$ کے درمیان رداس ہی کی سمت میں ہیں لٰہذا یہاں یہ مثبت ہیں جبکہ باقی جگہ مقناطیسی دباو (اور مقناطیسی بہاو) رداس کی اُلٹ سمت میں ہیں لٰہذا یہاں یہ منفی ہیں۔ ایسا ہی شکل 5.13 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں خلائی درز میں مقناطیسی دباو کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباو τ_a لچھے کے مقناطیسی دباو τ کا آدھا ہے اور اس کی سمت مثبت ہے جبکہ $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ کی درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباو لچھے کے مقناطیسی دباو کے آدھا ہے اور اس کی سمت منفی ہے۔ یاد رہے کہ مقناطیسی دباو کی سمت کا تعین رداس کی سمت سے کیا جاتا ہے۔

5.4.1 بدلتی رو والے مشین

بدلتی رو (اے سی) مشین بناتے وقت یہ کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباو سائن نما ہو۔ایسا کرنے کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اس سے سائن نما مقناطیسی دباو کیسے حاصل ہوتی ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

---

[29] radius

فوریئر تسلسل[30] کے تحت ہم کسی بھی تفاعل[31] $f(\theta_p)$ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p) \tag{5.25}$$

اگر اس تفاعل کا دوری عرصہ[32] T ہو تب

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p)\,\mathrm{d}\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p)\cos n\theta_p\,\mathrm{d}\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p)\sin n\theta_p\,\mathrm{d}\theta_p \end{aligned} \tag{5.26}$$

کے برابر ہوں گے۔

مثال 5.2: شکل 5.13 میں دیئے گئے مقناطیسی دباو کا

- فوریئر تسلسل حاصل کریں۔
- تیسری موسیقائی جز[33] اور بنیادی جز[34] کی نسبت معلوم کریں۔

حل:

- مساوات 5.26 کی مدد سے

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\pi}^{-\pi/2}\left(-\frac{Ni}{2}\right)\mathrm{d}\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\frac{Ni}{2}\right)\mathrm{d}\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi}\left(-\frac{Ni}{2}\right)\mathrm{d}\theta_p\right] \\ &= \frac{1}{2\pi}\left[\left(-\frac{Ni}{2}\right)\left(-\frac{\pi}{2}+\pi\right) + \left(\frac{Ni}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right) + \left(-\frac{Ni}{2}\right)\left(\pi-\frac{\pi}{2}\right)\right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

[30] Fourier series
[31] function
[32] time period
[33] third harmonic component
[34] fundamental component

اسی طرح

$$\begin{aligned}
a_n &= \frac{2}{2\pi}\frac{Ni}{2}\left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p\right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi}\left[-\left.\frac{\sin n\theta_p}{n}\right|_{-\pi}^{-\pi/2} + \left.\frac{\sin n\theta_p}{n}\right|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \left.\frac{\sin n\theta_p}{n}\right|_{\pi/2}^{\pi}\right] \\
&= \frac{Ni}{2n\pi}\left[\sin\frac{n\pi}{2} + 2\sin\frac{n\pi}{2} + \sin\frac{n\pi}{2}\right] \\
&= \left(\frac{4}{n\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right)\sin\frac{n\pi}{2}
\end{aligned}$$

اس مساوات میں n کی قیمت ایک، دو، تین وغیرہ کے لئے ملتا ہے

$$\begin{aligned}
&a_1 = \left(\frac{4}{\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right), \quad a_3 = -\left(\frac{4}{3\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right), \quad a_5 = \left(\frac{4}{5\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right) \\
&a_2 = a_4 = a_6 = 0
\end{aligned}$$

اسی طرح

$$\begin{aligned}
b_n &= \frac{2}{2\pi}\frac{Ni}{2}\left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p\right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi}\left[\left.\frac{\cos n\theta_p}{n}\right|_{-\pi}^{-\pi/2} - \left.\frac{\cos n\theta_p}{n}\right|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \left.\frac{\cos n\theta_p}{n}\right|_{\pi/2}^{\pi}\right] \\
&= 0
\end{aligned}$$

- ان جوابات سے

$$\left|\frac{a_3}{a_1}\right| = \frac{\left(\frac{4}{3\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right)}{\left(\frac{4}{\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

حاصل ہوتا ہے۔لہٰذا تیسری موسیقائی جزو بنیادی جزو کے تیسرے حصے یعنی 33.33 فی صد کے برابر ہے۔ □

مثال 5.2 میں حاصل کئے گئے $a_1, a_2, \cdots$ استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباو τ کا فوریئر تسلسل یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\tau_a = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta_p - \frac{4}{3\pi}\frac{Ni}{2}\cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi}\frac{Ni}{2}\cos 5\theta_p + \cdots \tag{5.27}$$

مثال 5.2 سے ظاہر ہے کہ مقناطیسی دباو کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جا سکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے کہ حقیقت میں استعمال ہونے والے مقناطیسی دباو میں موسیقائی اجزاء قابل نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے اسی مساوات کو یوں لکھتے ہیں۔

$$\tau_a = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta_p = \tau_0\cos\theta_p \tag{5.28}$$

جہاں

$$\tau_0 = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2} \tag{5.29}$$

کے برابر ہے۔ اس مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ شکل 5.12 میں لچھے سے حاصل مقناطیسی دباو بالکل اسی طرح ہے جیسے شکل 5.2 میں سلاخ نما مقناطیس صفر زاویہ پر رکھے حالت میں دیتا۔ اگر یہاں یہ لچھا کسی ایسے زاویہ پر رکھا گیا ہوتا کہ اس سے حاصل مقناطیسی دباو زاویہ θ_m پر زیادہ سے زیادہ ہوتا تو یہ بالکل شکل 5.3 میں موجود مقناطیس کی طرح کا ہوتا۔ شکل 5.18 ایک ایسی ہی مثال ہے۔ ہم بالکل مساوات 5.62 کی طرح اس شکل میں لچھا a کے لئے لکھ سکتے ہیں۔

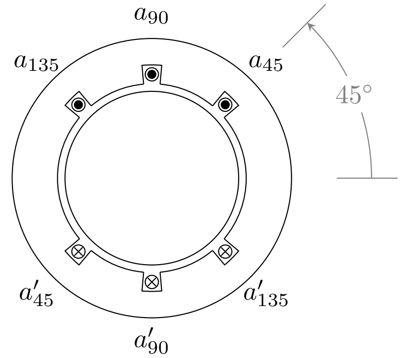
$$\begin{aligned}
\tau_a &= \tau_0\cos\theta_{p_a}\\
\theta_{p_a} &= \theta-\theta_{m_a} = \theta - 0^\circ\\
\tau_a &= \tau_0\cos(\theta-\theta_m) = \tau_0\cos\theta
\end{aligned} \tag{5.30}$$

اسی طرح لچھا b اور c کے چونکہ $\theta_{m_b} = 120^\circ$ اور $\theta_{m_c} = 240^\circ$ لہٰذا ان کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\tau_b &= \tau_0\cos\theta_{p_b}\\
\theta_{p_b} &= \theta-\theta_{m_b} = \theta - 120^\circ\\
\tau_b &= \tau_0\cos(\theta-\theta_{m_b}) = \tau_0\cos(\theta-120^\circ)
\end{aligned} \tag{5.31}$$

$$\begin{aligned}
\tau_c &= \tau_0\cos\theta_{p_c}\\
\theta_{p_c} &= \theta-\theta_{m_c} = \theta - 240^\circ\\
\tau_c &= \tau_0\cos(\theta-\theta_{m_c}) = \tau_0\cos(\theta-240^\circ)
\end{aligned} \tag{5.32}$$

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباو سائن نما ہر گز نہیں لگتا لیکن مساوات 5.27 ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض آنکھوں کا دھوکہ ہے۔ اس مقناطیسی دباو کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اب اگر ہم کسی طرح مساوات 5.27 میں پہلے رکن کے علاوہ باقی سب رکن کو صفر کر سکیں تو ہم بالکل سائن نما مقناطیسی دباو حاصل کر سکتے ہیں۔



شکل 5.14: پھیلا لچھا۔

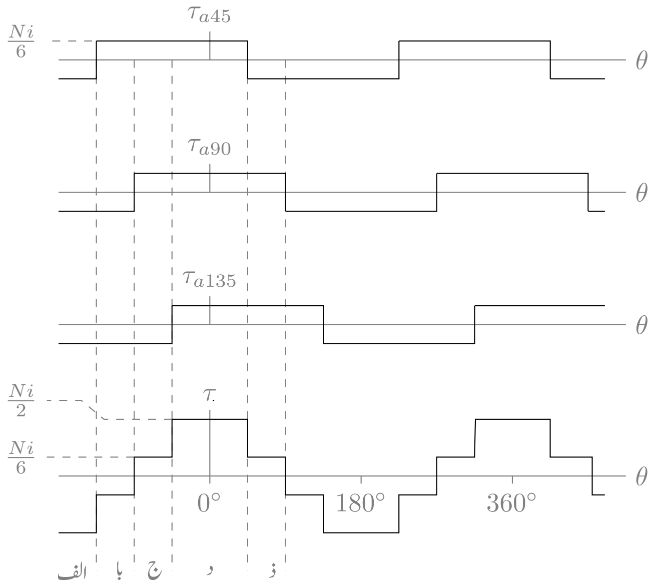
شکل 5.14 میں تقسیم شدہ لچھا دکھایا گیا ہے۔ یہاں شکل 5.12 میں دکھائے گئے N چکر کے لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔لہٰذا ان میں ہر چھوٹا لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا[35] جاتا ہے اور یوں ان میں یکساں برقی رو i گزرے گی۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا ہے۔پہلے لچھے کو شگاف a_{45} اور a'_{45} میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شگاف a_{90} اور a'_{90} میں اور تیسرے لچھے کو شگاف a_{135} اور a'_{135} میں رکھا گیا ہے۔

شگافوں کے ایک جوڑے کو ایک ہی طرح کے نام دیئے گئے ہیں، البتہ ایک شگاف کو a اور دوسرے کو a' نام دیا گیا ہے۔یوں شگافوں کا پہلے جوڑا a_{45} اور a'_{45} ہے۔ a شگافوں کے نام ان کے زاویوں کی نسبت سے رکھے گئے ہیں۔لہٰذا شگاف a_{45} درحقیقت $45°$ زاویہ پر ہے، شگاف a_{90} نوے درجہ زاویہ پر اور شگاف a_{135} ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔

چونکہ ہر لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے اور ان سب میں یکساں برقی رو i ہے، لہٰذا شکل 5.14 میں دیئے گئے پھیلے لچھے سے حاصل مقناطیسی دباو کا زاویہ کے ساتھ ترسیم شکل 5.15 کے نچلے ترسیم کی طرح ہو گا۔اس شکل میں سب سے اُوپر لچھا a_{45} کے مقناطیسی دباو کا ترسیم ہے۔ یہ بالکل شکل 5.13 میں دیئے ترسیم کی طرح ہے البتہ یہ صفر زاویہ سے $-45°$ ہٹ کر ہے۔اُوپر سے دوسرا ترسیم لچھا a_{90} کا ہے جو ہو بہو شکل کی طرح ہے جبکہ اس سے نیچے لچھا a_{135} کا ترسیم ہے جو صفر زاویہ سے $+45°$ ہٹ کر ہے۔ان تینوں ترسیمات میں طول $\frac{Ni}{6}$ ہے۔

ان تینوں ترسیمات سے کل مقناطیسی دباو کا ترسیم یوں حاصل ہوتا ہے۔اس شکل میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ بائیں جانب پہلی لکیر کی بائیں طرف علاقے کو الف کہا گیا ہے۔اس علاقے میں پہلے تینوں ترسیمات کی مقدار

[35] series connected



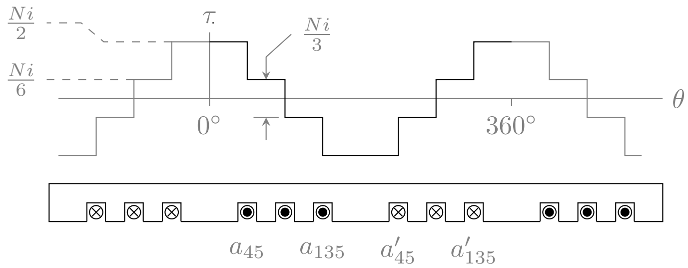
شکل 5.15: پھیلے لچھے کا کل مقناطیسی دباو۔

$-\frac{Ni}{6}$ ہے لہٰذا ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{2}$ ہو گا۔یہی سب سے نچلے کل مقناطیسی دباو کی ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح علاقہ ب میں پہلے ترسیم کی مقدار $+\frac{Ni}{6}$، دوسری ترسیم کی $-\frac{Ni}{6}$ اور تیسری کی بھی $-\frac{Ni}{6}$ ہے۔ ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{6}$ بنتا ہے جو کل مقناطیسی دباو ہے۔علاقہ ج میں $+\frac{Ni}{6}$، $+\frac{Ni}{6}$ اور $-\frac{Ni}{6}$ غیر سمتیں ہیں جن کا مجموعہ $+\frac{Ni}{6}$ ہی کل مقناطیسی دباو ہے جو سب سے نچلے ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح آپ پورا ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

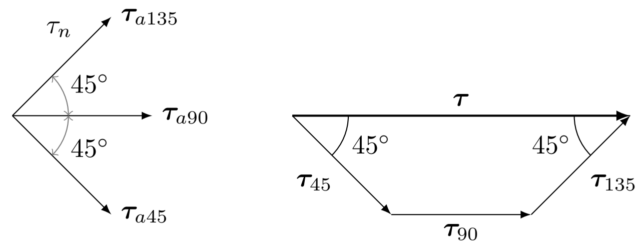
شکل 5.15 کے نچلے ترسیم کو شکل 5.16 میں دوبارہ دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.16 کا اگر شکل 5.15 کے ساتھ تقابل کیا جائے تو محض دیکھنے سے بھی یہ ظاہر ہے کہ شکل 5.16 زیادہ سائن نما موج کے نوعیت کا ہے۔ ہمیں فوریئر تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ ملتا ہے۔ہم دیکھ سکتے ہیں کہ شگافوں کی جگہ اور ان میں لچھوں کے چکر کو یوں رکھا جا سکتا ہے کہ ان سے پیدا کردہ مقناطیسی دباو سائن نما کے زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

چونکہ پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پہ مقناطیسی دباو نہیں بناتے لہٰذا ان سے حاصل کل مقناطیسی دباو کا حیطہ ایک گچھ لچھے کے حیطہ سے قدرِ کم ہوتا ہے۔اس اثر کو مساوات 5.29 میں جزو k_w کے ذریعہ یوں ظاہر کیا



شکل 5.16: پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباو۔



شکل 5.17: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاو۔

جاتا ہے۔

$$\begin{aligned}
\tau_0 &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2} \\
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta = \tau_0 \cos\theta
\end{aligned} \tag{5.33}$$

اس مساوات میں k_w کو جزو پھیلاو[36] کہتے ہیں۔ یہ اکائی سے قدرِ کم ہوتا ہے یعنی

$$0 < k_w < 1 \tag{5.34}$$

مثال 5.3: شکل 5.14 میں دیئے گئے پھیلے لچھے کے لئے k_w معلوم کریں۔

حل: شکل 5.17 سے رجوع کریں۔ یہ تین چھوٹے لچھے برابر مقناطیسی دباو $\tau_n = \frac{4}{\pi}\frac{ni}{2}$ پیدا کرتے ہیں، البتہ ان کی سمتیں مختلف ہیں۔ یہاں چونکہ ایک لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے لہٰذا $n = \frac{N}{3}$ ہے۔ ہم ان سمتیوں کو جمع کر کے ان کا

[36] winding factor

مجموعی مقناطیسی دباو τ معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142\tau_n\end{aligned}$$

یعنی

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi}\frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3}\frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2} = 0.8047\frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}$$

لہٰذا $k_w = 0.8047$ کے برابر ہے۔ □

مثال 5.4: ایک تین دور 50 ہرٹز پر چلنے والا ستارہ نما جڑے جنریٹر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جا رہا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاو $k_{w,m} = 0.9$ جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاو $k_{w,q} = 0.833$ ہیں۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور اس کی لمبائی $l = 2.828$ میٹر ہیں۔ خلائی درز $l_k = 0.04$ میٹر ہے۔ اگر اس کے میدانی لچھے میں 1000 ایمپیئر برقی رو ہے تو معلوم کریں

- میدانی مقناطیسی دباو کی زیادہ سے زیادہ مقدار۔
- خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو۔
- ایک قطب پر مقناطیسی بہاو۔
- محرک تار پر برقی دباو۔

حل:

- $$\tau_0 = k_{w,m}\frac{4}{\pi}\frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17\,186\,\mathrm{A \cdot turns/m}$$

- $$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54\,\mathrm{T}$$

•

$$\phi_0 = 2B_0 lr = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.289\,15\,\mathrm{Wb}$$

•

$$\begin{aligned} E_{rms} &= 4.44 f k_{w,q} N_q \phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

لہٰذا ستارہ جڑی جنریٹر کی تار کی برقی دباو

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11\,000\,\mathrm{V}$$

ہو گی۔ □

جیسا پہلے ذکر ہوا ہم چاہتے ہیں کہ سائن نما مقناطیسی دباو حاصل کر سکیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہ یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ بنیادی مقصد پورا ہو۔ شکل 5.16 میں ہم دیکھتے ہیں کہ صفر زاویہ کی دونوں جانب مقناطیسی دباو کی موج یکساں طور پر گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ یعنی جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباو $\frac{Ni}{3}$ گھٹ جاتی ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر یہ یکساں طور پر مزید گھٹتی ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہوں کا فیصلہ فوریئر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فوریئر تسلسل میں موسیقائی جزو کم سے کم اور اس میں بنیادی جزو زیادہ سے زیادہ رکھے جاتے ہیں۔

ساکن لچھوں کی طرح حرکت کرتے لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تا کہ سائن نما مقناطیسی دباو حاصل ہو۔

5.5 مقناطیسی دباو کی گھومتی موجیں

گھومتے آلوں میں لچھوں کو برقی دباو دیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ یہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین

مساوات 5.33 میں ایک لچھے کی مقناطیسی دباو یوں دی گئی ہے۔

$$\tau_a = k_w \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta \tag{5.35}$$

اگر اس لچھے میں مقناطیسی بہاو بھی سائن نما ہو یعنی

$$i_a = I_0 \cos\omega t \tag{5.36}$$

تو

$$\tau_a = k_w \frac{4}{\pi}\frac{NI_0}{2}\cos\theta\cos\omega t = \tau_0 \cos\theta\cos\omega t \tag{5.37}$$

ہو گا جہاں

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi}\frac{NI_0}{2} \tag{5.38}$$

کے برابر ہے۔ مساوات 5.37 کہتا ہے کہ یہ مقناطیسی دباو زاویہ θ اور لمحہ t کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مندرجہ ذیل قلیہ سے دو ٹکڑوں میں توڑ سکتے ہیں۔

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2}$$

لہٰذا

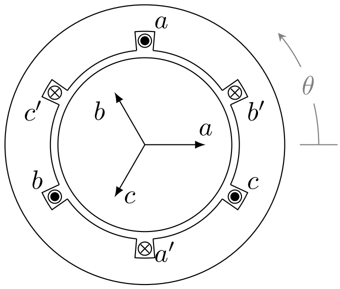
$$\tau_a = \tau_0\left[\frac{\cos(\theta+\omega t)+\cos(\theta-\omega t)}{2}\right] = \tau_a^- + \tau_a^+ \tag{5.39}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں

$$\tau_a^- = \frac{\tau_0}{2}\cos(\theta+\omega t) \tag{5.40}$$

$$\tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2}\cos(\theta-\omega t) \tag{5.41}$$

ہیں۔ اس مساوات سے یہ بات سامنے آتی ہے کہ در حقیقت یہ مقناطیسی دباو دو اُلٹ سمتوں میں گھومنے والے مقناطیسی دباو کی موجیں ہیں۔ اس کا پہلا جزو τ_a^- زاویہ θ گھٹنے کی جانب گھومتا ہے یعنی گھڑی کی سمت میں اور اس کا دوسرا جزو τ_a^+ گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتا ہے یعنی یہ زاویہ بڑھنے کی جانب گھومتا ہے۔



$$
\begin{aligned}
\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\
\tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\
\tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)
\end{aligned}
$$

شکل 5.18: تین دور کی لپٹی مشین۔

ایک دور کی لپٹی آلوں میں یہ کوشش کی جاتی ہے کہ ان دو گھومتے مقناطیسی دباو میں سے ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کیا جائے۔ اس طرح کرنے سے ایک ہے سمت میں کل مقناطیسی دباو گھومتا ملتا ہے جو بالکل اسی طرح کا ہوتا ہے جیسے ایک مقناطیس گھمایا جا رہا ہو۔ تین دور کے آلوں میں یہ کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہٰذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہو گا۔

5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل 5.18 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔مساوات 5.30 ، 5.31 اور 5.32 میں ایسے تین لچھوں کی فوریئر تسلسل کی بنیادی جزو دیئے گئے ہیں جو کے یہ ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a i_a}{2} \cos\theta \\
\tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b i_b}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \\
\tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c i_c}{2} \cos(\theta + 120^\circ)
\end{aligned} \tag{5.42}
$$

اگر ان تین لچھوں میں تین دوری برقی رو ہو یعنی

$$
\begin{aligned}
i_a &= I_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
i_b &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\
i_c &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)
\end{aligned} \tag{5.43}
$$

تو بالکل مساوات 5.37 کی طرح ہم مساوات 5.43 کی مدد سے مساوات 5.42 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{N_a I_0}{2}\cos\theta\cos(\omega t+\alpha)\\
\tau_b &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{N_b I_0}{2}\cos(\theta-120^\circ)\cos(\omega t+\alpha-120^\circ)\\
\tau_c &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{N_c I_0}{2}\cos(\theta+120^\circ)\cos(\omega t+\alpha+120^\circ)
\end{aligned} \tag{5.44}$$

اگر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

ہو تو انہیں

$$\begin{aligned}
\tau_a &= \frac{\tau_0}{2}\left[\cos(\theta+\omega t+\alpha)+\cos(\theta-\omega t-\alpha)\right]\\
\tau_b &= \frac{\tau_0}{2}\left[\cos(\theta+\omega t+\alpha-240^\circ)+\cos(\theta-\omega t-\alpha)\right]\\
\tau_c &= \frac{\tau_0}{2}\left[\cos(\theta+\omega t+\alpha+240^\circ)+\cos(\theta-\omega t-\alpha)\right]
\end{aligned} \tag{5.45}$$

لکھ سکتے ہیں جہاں

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi}\frac{N I_0}{2} \tag{5.46}$$

ہے۔کل مقناطیسی دباو τ ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم ثابت کرتے ہیں کہ

$$\cos\gamma+\cos(\gamma-240^\circ)+\cos(\gamma+240^\circ)=0$$

کے برابر ہے۔ہمیں معلوم ہے کہ

$$\begin{aligned}
\cos(\alpha+\beta) &= \cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta\\
\cos(\alpha-\beta) &= \cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta
\end{aligned}$$

اگر ہم $\gamma=\alpha$ اور $\beta=240^\circ$ لیں تو

$$\begin{aligned}
\cos(\gamma+240^\circ) &= \cos\gamma\cos 240^\circ-\sin\gamma\sin 240^\circ\\
\cos(\gamma-240^\circ) &= \cos\gamma\cos 240^\circ+\sin\gamma\sin 240^\circ
\end{aligned}$$

چونکہ $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$ اور $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ لہٰذا

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = -\frac{1}{2}\cos\gamma + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma$$
$$\cos(\gamma - 240^\circ) = -\frac{1}{2}\cos\gamma - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma$$

اب اس مساوات کو اگر ہم $\cos\gamma$ کے ساتھ جمع کریں تو جواب صفر ملتا ہے، یعنی

$$\cos\gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

$\gamma = \theta + \omega t + \alpha$ کے لئے اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

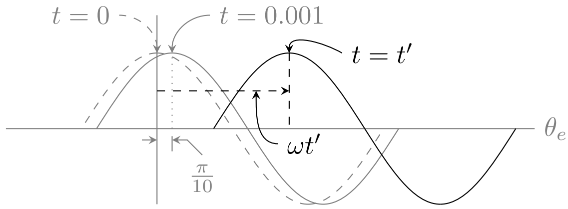
$$\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0 \tag{5.47}$$

اب ہم اگر مساوات 5.45 میں دئے τ_a ، τ_b اور τ_c کو جمع کریں اور ان میں مساوات 5.47 کا استعمال کریں تو ملتا ہے

$$\tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2}\cos(\theta - \omega t - \alpha) \tag{5.48}$$

مساوات 5.48 کہتا ہے کہ کل مقناطیسی دباو کا حیطہ کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباو کے حیطہ کے $\frac{3}{2}$ گنا ہے۔مزید یہ کہ یہ مقناطیسی دباو کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت گھوم رہی ہے۔ لہٰذا تین لچھوں کو 120° زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دور کی برقی رو، جو آپس میں 120° پر ہوں، سے ہیجان کرنے سے ایک ہی گھومتی مقناطیسی دباو کی موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ اگر کوئی دو برقی رو آپس میں تبدیل کئے جائیں تو مقناطیسی موج کے گھومنے کی سمت تبدیل ہو جاتی ہے۔ یہ مثال میں واضح کیا گیا ہے۔

اب ہم دیکھتے ہیں کہ مساوات 5.48 ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے۔یہ کرنے کے لئے ہمیں اس موج کی چوٹی کو دیکھنا ہو گا۔ہم اپنی آسانی کے لئے α کو صفر لیتے ہیں۔ اس مثال میں ہم برقی رو کی تعدد $50\,\mathrm{Hz}$ لیتے ہیں۔ اس موج کی چوٹی در حقیقت $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی ہی ہے لہٰذا ہم اسی کی چوٹی کو مد نظر رکھتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ $\cos\alpha$ کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک کے برابر ہے یعنی اس کی چوٹی ایک کے برابر ہے اور یہ اس مقام پر پائی جاتی ہے جہاں α صفر کے برابر ہو یعنی جب $\cos 0 = 1$ کے برابر ہو۔ لہٰذا $\cos\alpha$ کی چوٹی اسی جگہ ہو گی جہاں α صفر کے برابر ہو گا۔اسی طرح $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی وہیں ہو گی جہاں $(\theta - \omega t)$ صفر کے برابر ہو یعنی $(\theta - \omega t) = 0$ پر۔



شکل 5.19: حرکت کرتی موج۔

اب ابتدائی لمحہ یعنی $t=0$ پر $\cos(\theta-\omega t)$ کی چوٹی $0=(\theta-\omega t)$ پر ہو گی۔ اس کو حل کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\theta-\omega t&=0\\
\theta-\omega\times 0&=0\\
\theta&=0
\end{aligned}
$$

ہم دیکھتے ہیں کہ موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہے۔اسے شکل 5.19 میں ہلکی سیاہی میں نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ہم اس چوٹی کو کچھ وقفے کے بعد دوبارہ دیکھتے ہیں مثلاً $t=0.001$ سیکنڈ کے بعد۔

$$
\begin{aligned}
&\theta-\omega t=0\\
&\theta-\omega\times 0.001=0\\
&\theta=0.001\omega=0.001\times 2\times\pi\times 50=0.3142\,\mathrm{rad}
\end{aligned}
$$

اب یہ چوٹی 0.3142 یا $\frac{\pi}{10}$ برقی ریڈیئن یعنی $18°$ کے برقی زاویہ پر ہے۔اسے شکل میں ہلکی سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔یہ بات واضح ہے کہ مقناطیسی دباو کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت یعنی زاویہ بڑھنے کی سمت میں گھوم گئی ہے۔ اسی طرح $t=0.002$ پر یہ چوٹی $36°$ برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔کسی بھی لمحہ t' پر بالکل اسی طرح چوٹی کا مقام معلوم کیا جا سکتا ہے جسے شکل میں تیز سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\theta-\omega t'&=0\\
\theta&=\omega t'
\end{aligned}
$$

اس مساوات سے یہ واضح ہے کہ چوٹی کا مقام متعین کرنے والا زاویہ بتدریج بڑھتا رہتا ہے۔اس مساوات سے ہم ایک مکمل 2π برقی زاویہ کے چکر کا وقت T حاصل کر سکتے ہیں یعنی

$$
\begin{aligned}
t&=\frac{\theta}{\omega}\\
T&=\frac{2\pi}{2\pi f}=\frac{1}{f}
\end{aligned}
\tag{5.49}
$$

اگر برقی رو کی تعدد 50 ہو تو یہ مقناطیسی دباو کی موج ہر $0.02 = \frac{1}{50}$ سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹتی ہے یعنی یہ ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر کاٹتی ہے۔

اس مثال میں برقی زاویہ کی بات ہوتی رہی۔ دو قطب کی آلوں میں برقی زاویہ θ_e اور میکانی زاویہ θ_m برابر ہوتے ہیں۔ لہٰذا اگر دو قطب کی آلوں کی بات کی جائے تو مساوات 5.49 کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباو کی موج f برقی یا میکانی چکر کاٹے گی جہاں f برقی رو کی تعدد ہے اور اگر P قطب رکھنے والی آلوں کی بات کی جائے تو چونکہ

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m \tag{5.50}$$

لہٰذا ایسے آلوں میں یہ مقناطیسی دباو کی موج ایک سیکنڈ میں f مقناطیسی چکر یعنی $\frac{2}{P}f$ میکانی شکر کاٹے گی۔

اگر ہم برقی رو کی تعدد کو f_e سے ظاہر کریں، مقناطیسی دباو کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو θ_e اور اس کے میکانی زاویہ کو θ_m سے ظاہر کریں اور اسی طرح اسی مقناطیسی دباو کی موج کے گھومنے کی رفتار کو ω_e یا ω_m سے ظاہر کریں تو

$$\begin{aligned} \omega_m &= \frac{2}{P}\omega_e \quad \text{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P}f_e \quad \text{Hz} \\ n &= \frac{120 f_e}{P} \quad \text{rpm} \end{aligned} \tag{5.51}$$

ω_e اس موج کی معاصر رفتار برقی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے جبکہ ω_m یہی معاصر رفتار میکانی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے۔اسی طرح f_e اس موج کی برقی معاصر رفتار برقی ہرٹز میں اور f_m اس کی میکانی معاصر رفتار[37] میکانی ہرٹز میں ہے۔ برقی معاصر رفتار f_e ہرٹز ہونے کا مطلب یہ ہے کہ ایک سیکنڈ میں یہ موج f_e برقی چکر کا فاصلہ طے کرے گی جہاں ایک برقی چکر دو قطب کا فاصلہ یعنی 2π ریڈیئن کا زاویہ ہے۔اسی طرح میکانی معاصر رفتار f_m ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ یہ موج ایک سیکنڈ میں f_m میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ایک میکانی چکر عام زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں n میکانی چکر فی منٹ[38] کو ظاہر کرتے ہیں۔یہ مساوات معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ ہم q دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے $\frac{2\pi}{q}$ برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں q دور کی برقی رو ہو، ایک ہی سمت میں گھومتی مقناطیسی دباو کی موج کو جنم دیتی ہے جیسے ہم نے تین

[37] synchronous speed
[38] rpm, rounds per minute

دور کی مشین کے لئے دیکھا۔ مزید یہ کہ اس موج کا حیطہ کسی ایک لچھے سے پیدا مقناطیسی دباو کے حیطہ کے $\frac{q}{2}$ گنا ہو گا اور اس کے گھومنے کی رفتار $\omega_e = 2\pi f$ برقی ریڈیئن فی سیکنڈ ہو گی۔

5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا ترسیمی تجزیہ

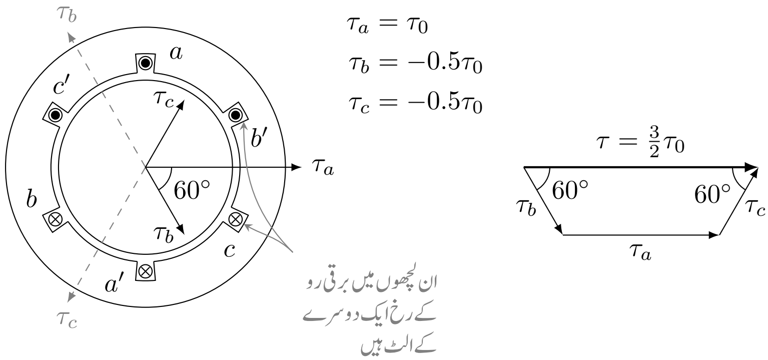
شکل 5.18 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس میں مثبت برقی رو کی سمتیں بھی دکھائی گئی ہیں، مثلاً a شگاف میں برقی رو صفحہ سے عمودی سمت میں باہر جانب کو ہے اور یہ بات نقطہ سے واضح کی گئی ہے۔ اسی طرح a' شگاف میں برقی دباو صفحہ سے عمودی سمت میں اندر کی جانب کو ہے اور یہ بات صلیب کے نشان سے واضح کی گئی ہے۔ اگر برقی رو مثبت ہو تو اس کی یہی سمت ہو گی اور اس سے پیدا مقناطیسی دباو τ_a صفر زاویہ کی جانب ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباو کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جا سکتی ہے۔ اب اگر اسی لچھے میں برقی رو منفی ہو تو اس کا مطلب ہے کہ برقی رو اُلٹ سمت میں ہے۔ یعنی اب برقی رو a شگاف میں صفحہ کے عمودی سمت میں اندر کی جانب ہے اور a' شگاف میں یہ صفحہ کے عمودی سمت میں باہر کی جانب کو ہے۔ لہٰذا اس برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباو بھی پہلے سے اُلٹ سمت میں ہو گی یعنی یہ شکل میں دیئے گئے τ_a کے بالکل اُلٹ سمت میں ہو گی۔ اس تذکرہ کا بنیادی مقصد یہ تھا کہ آپ پر یہ بات واضح ہو جائے کہ برقی رو کے منفی ہونے سے اس سے پیدا مقناطیسی دباو کی سمت اُلٹ ہو جاتی ہے۔

اس شکل میں لچھوں میں برقی رو اور مقناطیسی دباو یہ ہیں

$$
\begin{aligned}
i_a &= I_0 \cos \omega t \\
i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
\end{aligned}
\tag{5.52}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_a}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\
\tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_b}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
\tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_c}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
\end{aligned}
\tag{5.53}
$$

جبکہ ان کے مثبت سمتیں شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اب ہم مختلف اوقات پر ان مقداروں کا حساب لگاتے ہیں اور ان کا کل مجموعی مقناطیسی دباو حل کرتے ہیں۔



شکل 5.20: لمحہ $t_0 = 0$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباو۔

لمحہ $t = 0$ پر ان مساوات سے ملتا ہے۔

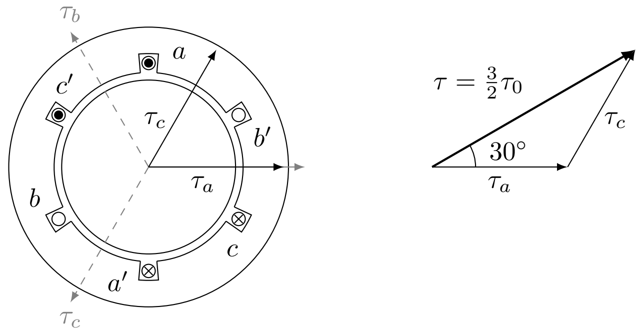
$$
\begin{aligned}
i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
i_b &= I_0 \cos(0 - 120°) = -0.5 I_0 \\
i_c &= I_0 \cos(0 + 120°) = -0.5 I_0
\end{aligned}
\tag{5.54}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
\tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120°) = -0.5 \tau_0 \\
\tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120°) = -0.5 \tau_0
\end{aligned}
\tag{5.55}
$$

یہاں رکھ کر ذرا غور کریں۔اس لمحہ پر i_a مثبت ہے جبکہ i_b اور i_c منفی ہیں۔ لہٰذا i_a اُسی سمت میں ہے جو شکل 5.18 میں a اور a' شگافوں میں نقطے اور صلیب سے دکھائے گئے ہیں جبکہ i_b اور i_c شکل میں دیئے گئے سمتوں کے اُلٹ ہیں۔ ان تینوں برقی رو کی اس لمحہ پر درست سمتیں شکل 5.20 میں دکھائی گئی ہیں۔اس شکل میں تینوں مقناطیسی دباو بھی دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباو با آسانی بذریعہ ترسیم، مجموعہ سمتیات سے معلوم کیا جا سکتا ہے یا پھر الجبرا کے ذریعہ ایسا کیا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\tau}_a &= \tau_0 \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \\
\boldsymbol{\tau}_b &= 0.5\tau_0 \left[\cos(60°)\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} - \sin(60°)\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\right] \\
\boldsymbol{\tau}_c &= 0.5\tau_0 \left[\cos(60°)\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} + \sin(60°)\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\right]
\end{aligned}
\tag{5.56}
$$



شکل 5.21: لمحہ $\omega t_1 = 30°$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباو۔

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_a + \boldsymbol{\tau}_b + \boldsymbol{\tau}_c = \frac{3}{2}\tau_0 \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \tag{5.57}$$

کل مقناطیسی دباو ایک لچھے کے مقناطیسی دباو کے ڈیڑھ گنا ہے اور یہ صفر زاویہ پر ہے۔ اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ لمحے بعد t_1 پر دوبارہ یہی سب حساب لگاتے ہیں۔ چونکہ مساوات 5.52 اور مساوات 5.53 میں متغیرہ t کے بجائے ωt کا استعمال زیادہ آسان ہے لہٰذا ہم لمحہ t_1 کو یوں چنتے ہیں کہ $\omega t_1 = 30°$ کے برابر ہو۔ ایسا کرنے سے ہمیں یہ دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\ i_b &= I_0 \cos(30° - 120°) = 0 \\ i_c &= I_0 \cos(30° + 120°) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \end{aligned} \tag{5.58}$$

$$\begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(30° - 120°) = 0 \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(30° + 120°) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \end{aligned} \tag{5.59}$$

یہ شکل 5.21 میں دکھایا گیا ہے۔ کل مقناطیسی دباو کا طول τ کو تکون کے ذریعہ یوں حل کیا جا سکتا ہے۔ اسی طرح اس کا زاویہ بھی اسی سے حاصل ہوتا ہے۔ یعنی

$$\tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a \tau_c \cos 120°} = \frac{3}{2}\tau_0 \tag{5.60}$$

اور چونکہ اس تکون کے دو اطراف برابر ہیں لہٰذا اس کے باقی دو زاویہ بھی برابر اور $30°$ ہیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ کل مقناطیسی دباو جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب وہ $30°$ کے زاویہ پر ہے یعنی وہ گھڑی کے اُلٹ سمت گھوم گیا ہے۔ اگر ہم اسی طرح $\omega t = 40°$ پر دیکھیں تو ہمیں کل مقناطیسی دباو اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ اب یہ $45°$ کے زاویہ پر ہو گا۔ اگر کسی لمحہ جب $\omega t = \theta°$ کے برابر ہو یہ سارا حساب کیا جائے تو کل مقناطیسی دباو اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ یہ $\theta°$ کے زاویہ پر ہو گا۔

5.6 محرک برقی دباو

یہاں محرک برقی دباو[39] کو ایک اور زاویہ سے پیش کیا جاتا ہے۔

5.6.1 بدلتی رو برقی جنریٹر

شکل 5.22 میں ایک بنیادی بدلتے رو جنریٹر[40] دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاو B پیدا ہوتی ہے، یعنی

$$B = B_0 \cos\theta_p \tag{5.61}$$

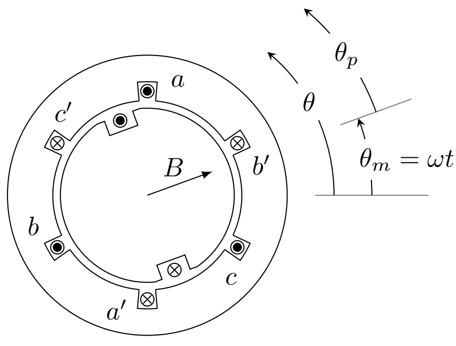
یہ مقناطیس ω زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ یوں اگر ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر یہ a لچھے کی سمت یعنی ہلکی سیاہی کی اُفقی لکیر کی سمت میں ہو تو لمحہ t پر یہ گھوم کر زاویہ $\theta_m = \omega t$ پر ہو گا۔ اس طرح یہی مساوات یوں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega t) \end{aligned} \tag{5.62}$$

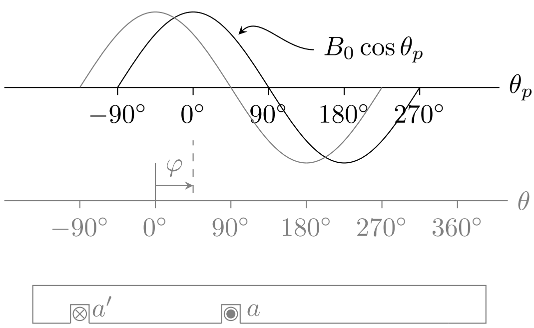
شکل 5.23 میں B کو زاویہ θ اور θ_p کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ اسی ترسیم میں لچھا a بھی دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے لمحہ $t = 0$ پر B دکھایا گیا ہے جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور اس لچھے کا محور ایک ہی سمت

[39] ابتداء میں حرکت سے پیدا ہونے والی برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔
[40] ac generator

$$
\begin{aligned}
B &= B_0 \cos \theta_p \\
&= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
&= B_0 \cos(\theta - \omega t)
\end{aligned}
$$



شکل 5.22: بنیادی بدلتی رو جنریٹر۔



شکل 5.23: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاو۔

میں ہوتے ہیں جبکہ کالی سیاہی میں اسی B کو کسی بھی لمحہ t پر دکھایا گیا ہے۔اس لمحہ پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے مابین ϑ زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار ω پر منحصر ہے یعنی

$$\vartheta = \omega t \tag{5.63}$$

لمحہ $t = 0$ پر لچھے میں سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاو گزر رہی ہے۔ اگر خلائی درز بہت باریک ہو، تو اس کے اندر اور باہر جانب کے رداس تقریباً یکساں ہوں گے۔ برقی مقناطیس کے محور سے اس خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ اگر ρ ہو اور برقی مقناطیس کا دھرے[41] کی سمت میں محوری لمبائی[42] l ہو تو اس لچھے میں وہی مقناطیسی بہاو ہو گا جو اس خلائی درز میں $\frac{\pi}{2} > \theta > -\frac{\pi}{2}$ کے مابین ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر اسے یوں معلوم کیا جا سکتا ہے

$$\begin{aligned}
\phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p)(l\rho \, \mathrm{d}\theta_p) \\
&= B_0 l\rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
&= 2B_0 l\rho \\
&= \phi_0
\end{aligned} \tag{5.64}$$

جہاں آخر میں $\phi_a(0)$ کو ϕ_0 کہا گیا ہے۔ یہی حساب اگر لمحہ t پر کی جائے تو کچھ یوں ہو گا۔

$$\begin{aligned}
\phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p)(l\rho \, \mathrm{d}\theta_p) \\
&= B_0 l\rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\
&= 2B_0 l\rho \cos \vartheta \\
&= 2B_0 l\rho \cos \omega t
\end{aligned} \tag{5.65}$$

---

[41] axle

[42] axial length

جہاں $\vartheta = \omega t$ لیا گیا ہے۔اسی مساوات کو یوں بھی حل کیا جا سکتا ہے

$$
\begin{aligned}
\phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho \, \mathrm{d}\theta) \\
&= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
&= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right)\right] \\
&= 2B_0 l\rho \cos \omega t
\end{aligned} \tag{5.66}
$$

اس مرتبہ تکمل زاویہ θ کے ساتھ کیا گیا ہے۔ انہیں مساوات 5.64 کی مدد سے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\phi_a(t) = 2B_0 l\rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t \tag{5.67}
$$

بالکل مساوات 5.66 کی طرح ہم b اور c لچھوں کے لئے بھی مقناطیسی بہاو کی مساواتیں حل کر سکتے ہیں۔ شکل 5.22 میں a لچھے میں زاویہ $-\frac{\pi}{2}$ سے $+\frac{\pi}{2}$ تک کا مقناطیسی بہاو گزرتا ہے۔ اس لئے $\phi_a(t)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات 5.66 میں تکمل کے حدود یہی رکھے گئے تھے۔ اسی شکل سے واضح ہے کہ b لچھے کے تکمل کے حدود $+\frac{\pi}{6}$ اور $+\frac{7\pi}{6}$ جبکہ c کے حدود $+\frac{5\pi}{6}$ اور $+\frac{11\pi}{6}$ ہیں۔ یہ زاویے ریڈیئن میں دیئے گئے ہیں۔ یوں

$$
\begin{aligned}
\phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho \, \mathrm{d}\theta) \\
&= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
&= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right)\right] \\
&= 2B_0 l\rho \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})
\end{aligned} \tag{5.68}
$$

اور

$$
\begin{aligned}
\phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho \,\mathrm{d}\theta) \\
&= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t)\Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
&= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right)\right] \\
&= 2B_0 l\rho \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})
\end{aligned}
\tag{5.69}
$$

اگر ایک لچھے کے N چکر ہوں تو اس میں پیدا برقی دباو کو یوں معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
\lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
\lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
\end{aligned}
\tag{5.70}
$$

ان مساوات میں $\frac{2\pi}{3}$ ریڈیئن کو 120° لکھا گیا ہے۔ان سے لچھوں میں پیدا امالی برقی دباو کا حساب یوں لگایا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
e_a(t) &= -\frac{\mathrm{d}\lambda_a}{\mathrm{d}t} = \omega N\phi_0 \sin \omega t \\
e_b(t) &= -\frac{\mathrm{d}\lambda_b}{\mathrm{d}t} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\
e_c(t) &= -\frac{\mathrm{d}\lambda_c}{\mathrm{d}t} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ)
\end{aligned}
\tag{5.71}
$$

ان مساوات کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$
\begin{aligned}
e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 90^\circ) \\
e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 150^\circ) \\
e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 30^\circ)
\end{aligned}
\tag{5.72}
$$

یہ مساوات تین دوری محرک برقی دباو کو ظاہر کرتے ہیں جو آپس میں 120° زاویہ پر ہیں۔ان سب کا حیطہ E_0 یکساں ہے جہاں

$$
E_0 = \omega N\phi_0 \tag{5.73}
$$

اور ان برقی دباو کی موثر قیمت[43]

$$E_{\text{موثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \phi_0 \tag{5.74}$$

ہو گی۔ چونکہ $\phi = BA$ ہوتا ہے لہذا یہ مساوات بالکل صفحہ 52 پر دئے مساوات 2.52 کی طرح ہے۔

مساوات 5.72 سائن نما برقی دباو کو ظاہر کرتا ہے۔ اگرچہ اسے یہ سوچ کر حاصل کیا گیا کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاو صرف برقی مقناطیس کی وجہ سے ہے تاہم برقی دباو کا اس سے کوئی تعلق نہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاو کس طرح وجود میں آئی اور یہ مساوات ان حالات کے لئے بھی درست ہے جہاں یہ مقناطیسی بہاو جنریٹر کے ساکن حصے میں پیدا ہوئی ہو یا ساکن اور حرکت پذیر دونوں حصوں میں پیدا ہوئی ہو۔

مساوات 5.74 ہمیں ایک گچھ لچھے میں پیدا برقی دباو دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تو اس کے مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباو ہم مرحلہ نہیں ہوں گے لہذا ان سب کا مجموعی برقی دباو ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے قدرِ کم ہو گا۔ اس مساوات کو ہم ایک پھیلے لچھے کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$E_{\text{موثر}} = 4.44 k_w f N \phi_0 \tag{5.75}$$

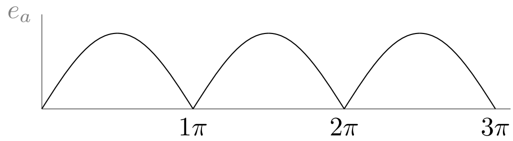
تین دور برقی جنریٹروں کے k_w کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں ایک دور کی برقی دباو دیتی ہے۔ تین دور برقی جنریٹروں میں ایسے تین لچھوں کے جوڑے ہوتے ہیں اور ان کو Y یعنی ستارہ نما یا Δ یعنی تکونی جوڑا جاتا ہے۔

5.6.2 یک سمتی رو برقی جنریٹر

ہر گھومنے والا برقی جنریٹر بنیادی طور پر بدلتی رو جنریٹر ہی ہوتا ہے۔ البتہ جہاں یک سمتی برقی دباو[44] کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتی برقی دباو کو یک سمتی برقی دباو میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ ایسا الیکٹرانکس کے ذریعہ جنریٹر کے باہر برقیاتی سمت کار[45] کی مدد سے کیا جا سکتا ہے یا پھر میکانی طریقے سے میکانی سمت کار[46] کی مدد سے جنریٹر کے اندر ہی کیا جا سکتا ہے۔ مساوات 5.71 میں دیئے گئے برقی دباو کو یک سمتی برقی دباو میں تبدیل کیا جائے تو یہ شکل 5.24 کی طرح ہو گا۔

---

rms[43]
DC voltage[44]
rectifier[45]
commutator[46]



شکل 5.24: ایک دور کا یک سمتی برقی دباو۔

مثال 5.5: شکل 5.24 میں یک سمتی برقی دباو دکھائی گئی ہے۔اس یک سمتی برقی دباو کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

حل:

$$E_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \omega N\phi_0 \sin\omega t \,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{2\omega N\phi_0}{\pi}$$

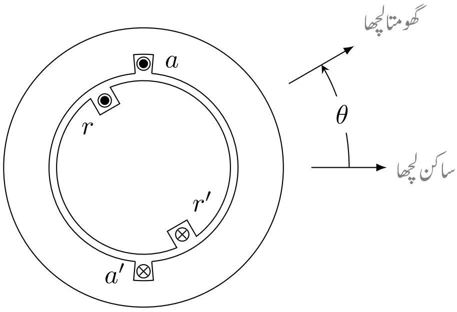
□

یک سمتی برقی جنریٹر پر باقاعدہ تبصرہ کتاب کے باب میں کیا جائے گا۔

5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصے میں ہم ایک کامل مشین میں قوتِ مروڑ[47] کا حساب لگائیں گے۔ ایسا دو طریقوں سے کیا جا سکتا ہے۔ ہم مشین کو دو مقناطیس سمجھ کر ان کے مابین قوتِ کشش، قوتِ دفع اور قوت مروڑ کا حساب لگا سکتے ہیں یا پھر اس میں ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ سمجھ کر باب چار کی طرح توانائی اور کو توانائی کے استعمال سے اس کا حساب لگائیں۔ پہلے توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

torque[47]



شکل 5.25: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

5.7.1 توانائی کے طریقے سے میکانی قوت مروڑ کا حساب

یہاں ہم ایک دور کی مشین کی بات کریں گے۔ اس سے حاصل جوابات کو با آسانی زیادہ دور کی آلوں پر لاگو کیا جا سکتا ہے۔ شکل 5.25 میں ایک دور کی کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس کی دو لچھوں میں کچھ زاویہ ہو گا جسے θ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر جگہ یکساں ہے لہٰذا یہاں اُبھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جائے گا۔ مزید یہ کہ قالب کی $\mu_r \to \infty$ تصور کی گئی ہے لہٰذا لچھوں کی امالہ صرف خلائی درز کی مقناطیسی مستقل[48] μ_0 پر منحصر ہے۔

اس طرح ساکن لچھے کی امالہ L_{aa} اور گھومے لچھے کی امالہ L_{rr} مقررہ ہیں جبکہ ان کا مشترکہ امالہ $L_{ar}(\theta)$ زاویہ θ پر منحصر ہو گا۔ جب $\theta = 0$ یا $\theta = \mp 2\pi$ کے برابر ہو تو ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہاو دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے۔ ایسے حالت میں ان کا مشترکہ امالہ زیادہ سے زیادہ ہو گا جسے L_{ar0} لکھتے ہیں۔ جب $\theta = \mp 180°$ ہو اس لمحہ ایک مرتبہ پھر ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہاو دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے البتہ اس لمحہ اس کی سمت اُلٹ ہوتی ہے لہٰذا اب ان کا مشترکہ امالہ بھی منفی ہو گا یعنی $-L_{ar0}$ اور جب $\theta = \mp 90°$ ہو تب ان کا مشترکہ امالہ صفر ہو گا۔ اگر ہم یہ ذہن میں رکھیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاو سائن نما ہے تب

$$L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta \tag{5.76}$$

ہو گا۔ہم ساکن اور گھومتے لچھوں کی ارتباط بہاو کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa} i_a + L_{ar}(\theta) i_r = L_{aa} i_a + L_{ar0} \cos(\theta) i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta) i_a + L_{rr} i_r = L_{ar0} \cos(\theta) i_a + L_{rr} i_r\end{aligned} \tag{5.77}$$

[48] magnetic constant, permeability

اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_a اور گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r ہو تو ہم ان لچھوں کے سروں پر دیئے گئے برقی دباو کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
v_a &= i_a R_a + \frac{\mathrm{d}\lambda_a}{\mathrm{d}t} = i_a R_a + L_{aa}\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + L_{ar0}\cos\theta\frac{\mathrm{d}i_r}{\mathrm{d}t} - L_{ar0} i_r \sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \\
v_r &= i_r R_r + \frac{\mathrm{d}\lambda_r}{\mathrm{d}t} = i_r R_r + L_{ar0}\cos\theta\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} - L_{ar0} i_a \sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + L_{rr}\frac{\mathrm{d}i_r}{\mathrm{d}t}
\end{aligned} \tag{5.78}
$$

یہاں θ برقی زاویہ ہے اور وقت کے ساتھ اس کی تبدیلی رفتار ω کو ظاہر کرتی ہے یعنی

$$
\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega \tag{5.79}
$$

میکانی قوت مروڑ بذریعہ کو توانائی حاصل کی جا سکتی ہے۔ کو توانائی صفحہ 127 پر مساوات 4.72 سے حاصل ہوتی ہے۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$
W'_m = \frac{1}{2}L_{aa}i_a^2 + \frac{1}{2}L_{rr}i_r^2 + L_{ar0}i_a i_r\cos\theta \tag{5.80}
$$

اس سے میکانی قوت مروڑ T_m یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$
T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial\theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial\theta}\frac{\partial\theta}{\partial\theta_m} \tag{5.81}
$$

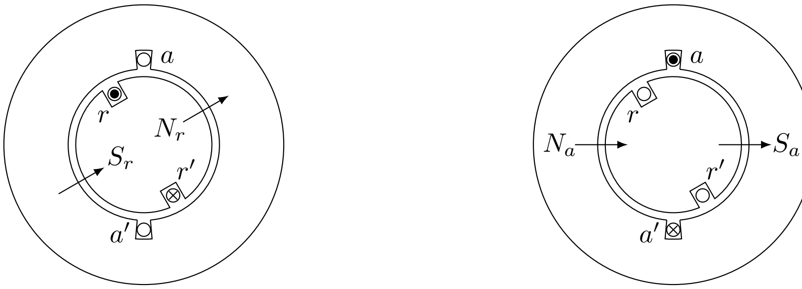
چونکہ P قطب مشینوں کے لئے

$$
\theta = \frac{P}{2}\theta_m \tag{5.82}
$$

لہٰذا ہمیں مساوات 5.81 سے ملتا ہے

$$
T_m = -\frac{P}{2}L_{ar0}i_a i_r \sin\left(\frac{P}{2}\theta_m\right) \tag{5.83}
$$

اس مساوات میں قوت مروڑ T_m منفی ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر کسی لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاو کے درمیان زاویہ مثبت ہو تو ان کے مابین قوت مروڑ منفی ہو گا یعنی قوت مروڑ ان دونوں مقناطیسی بہاو کو ایک سمت میں رکھنے کی کوشش کرے گا۔



شکل 5.26: لچھوں کے قطبین۔

5.7.2 مقناطیسی بہاو سے میکانی قوت مروڑ کا حساب

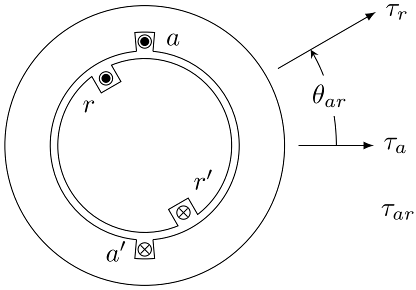
شکل 5.26 میں دو قطب والی ایک دور کی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں بائیں جانب صرف گھومتے لچھے میں برقی رو ہے۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاو تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے، یعنی تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔ یہاں اگر صرف گھومتے حصے پر توجہ دی جائے تو یہ واضح ہے کہ گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اسی طرح شکل میں دائیں جانب صرف ساکن لچھے میں برقی رو ہے۔ اگر اس مرتبہ صرف ساکن حصے پر توجہ دی جائے تو اس کے بائیں جانب سے مقناطیسی بہاو نکل کر خلائی درز میں داخل ہوتی ہے، لہٰذا یہی اس کا شمالی قطب ہے اور اس مقناطیس کا محور بھی اسی تیر کی سمت میں ہے۔

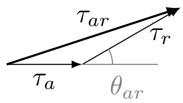
یہاں یہ واضح رہے کہ اگرچہ کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں لیکن درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباو سائن-نما ہی ہیں اور تیر کے نشان ان مقناطیسی دباو کی موج کے چوٹی کو ظاہر کرتے ہیں۔

شکل 5.27 میں اب دونوں لچھوں میں برقی رو ہے۔ یہ واضح ہے کہ یہ بالکل دو مقناطیسوں کی طرح ہے اور ان کے اُلٹ قطبین کے مابین قوتِ کشش ہو گا، یعنی یہ دونوں لچھے ایک ہی سمت میں ہونے کی کوشش کریں گے۔

یہاں یہ زیادہ واضح ہے کہ یہ دو مقناطیس کوشش کریں گے کہ θ_{ar} صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانی قوت مروڑ θ_{ar} کے اُلٹ سمت میں ہو گا۔ یہی کچھ مساوات 5.83 کہتا ہے۔

ان برقی مقناطیسوں کے مقناطیسی دباو کو اگر ان کے مقناطیسی محور کی سمت میں τ_a اور τ_r سے ظاہر کیا جائے جہاں τ_a اور τ_r مقناطیسی دباو کے چوٹی کے برابر ہوں تو خلاء میں کل مقناطیسی دباو τ_{ar} ان کا جمع سمتیات ہو گا جیسے





$$
\begin{aligned}
\tau_{ar} &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r\cos(180 - \theta_{ar}) \\
&= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r\cos\theta_{ar}
\end{aligned}
$$

شکل 5.27: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباو۔

شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول τ_{ar} کوسائن کے قلیہ[49] سے یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r\cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\
&= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r\cos\theta_{ar}
\end{aligned} \tag{5.84}
$$

خلائی درز میں یہ کل مقناطیسی دباو، مقناطیسی شدت H_{ar} کو جنم دے گا جو اس قلیہ سے حاصل ہوتا ہے۔

$$
\tau_{ar} = H_{ar} l_g \tag{5.85}
$$

H_{ar} مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ اب جہاں خلاء میں مقناطیسی شدت H ہو وہاں مقناطیسی ہمہ توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2}H^2$ ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط ہمہ توانائی کی کثافت اس خلائی درز میں H^2 کی اوسط ضربِ $\frac{\mu_0}{2}$ ہو گی۔ کسی بھی سائن نما موج $H = H_0\cos\theta$ کے H^2 کا اوسط $H^2_{\text{اوسط}}$ یوں حاصل کیا جاتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
H^2_{\text{اوسط}} &= \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 \,\mathrm{d}\theta \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2\cos^2\theta \,\mathrm{d}\theta \\
&= \frac{H_0^2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2\theta}{2}\,\mathrm{d}\theta \\
&= \frac{H_0^2}{\pi}\left.\frac{\theta + \frac{\sin 2\theta}{2}}{2}\right|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
&= \frac{H_0^2}{2}
\end{aligned} \tag{5.86}
$$

[49] cosine law

لہٰذا خلائی درز میں اوسط ہمہ توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2}\frac{H_{ar}^2}{2}$ ہو گی اور اس خلاء میں کل ہمہ توانائی اس اوسط ہمہ توانائی ضربِ خلاء کی حجم کے برابر ہو گا یعنی

$$W'_m = \frac{\mu_0}{2}\frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g}\tau_{ar}^2 \tag{5.87}$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی l_g ہے اور اس کی دھرے[50] کی سمت میں محوری لمبائی[51] l ہے۔ محور سے خلاء کی اوسط رداسی فاصلہ r ہے۔ مزید یہ کہ $r \gg l_g$ ہے۔ اس طرح خلاء میں رداسی سمت میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی تبدیلی کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات 5.84 کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g}\left(\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r\cos\theta_{ar}\right) \tag{5.88}$$

اس سے میکانی قوت مروڑ یوں حاصل کیا جا سکتا ہے

$$T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a\tau_r\sin\theta_{ar} \tag{5.89}$$

یہ حساب دو قطب والی مشین کے لئے لگایا گیا ہے۔ P قطب والے مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کا میکانی قوت مروڑ دیتا ہے لہٰذا ایسے مشین کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

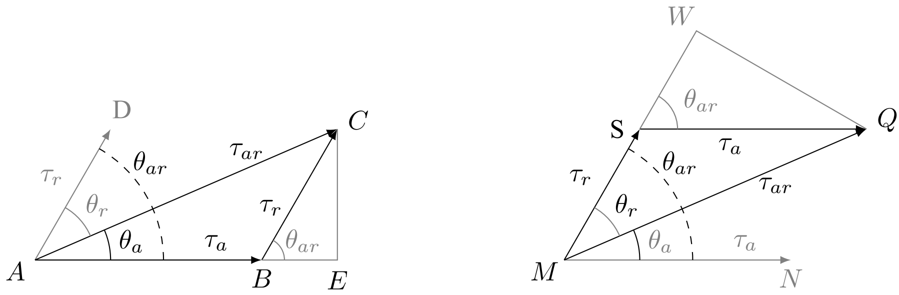
$$T_m = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a\tau_r\sin\theta_{ar} \tag{5.90}$$

یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ اس کے مطابق مشین کا میکانی قوت مروڑ اس کے ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباو کے چوٹی کے براہ راست متناسب ہے۔ اسی طرح یہ ان دونوں کے درمیان برقی زاویہ θ_{ar} کے سائن کے بھی براہ راست متناسب ہے۔ منفی میکانی قوت مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ θ_{ar} کے الٹ جانب ہے یعنی یہ میکانی قوت مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی جانب کو ہے۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک برابر مگر الٹ سمتوں میں میکانی قوت مروڑ ہوتا ہے البتہ ساکن حصے کا قوت مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہو جاتا ہے جبکہ گھومتے حصے کا میکانی قوت مروڑ اس حصے کو گھماتا ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباو برقی رو کے براہ راست متناسب ہے لہٰذا τ_a اور i_a آپس میں براہ راست متناسب ہیں جبکہ τ_r اور i_r آپس میں براہ راست متناسب ہیں۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات 5.83 اور 5.90 ایک جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل برابر ہیں۔

---

[50] axis
[51] axial length



شکل 5.28: مقناطیسی دباو اور ان کے زاویے۔

شکل 5.28 میں ایک مرتبہ پھر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباو دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں بائیں جانب تکون ΔAEC اور ΔBEC میں CE مشترکہ ہے اور ان دو تکونوں سے واضح ہے کہ

$$CE = \tau_r \sin\theta_{ar} = \tau_{ar} \sin\theta_a \tag{5.91}$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$T_m = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin\theta_a \tag{5.92}$$

اسی طرح شکل 5.28 کے دائیں جانب تکون ΔMWQ اور تکون ΔSWQ میں WQ کا طرف مشترکہ ہے اور ان دو تکونوں سے واضح ہے کہ

$$WQ = \tau_a \sin\theta_{ar} = \tau_{ar} \sin\theta_r \tag{5.93}$$

اب اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$T_m = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin\theta_r \tag{5.94}$$

مساوات 5.90 مساوات 5.92 اور مساوات 5.94 کو ایک جگہ لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
T_m &= -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin\theta_{ar}\\
T_m &= -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin\theta_a\\
T_m &= -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin\theta_r
\end{aligned} \tag{5.95}$$

ان مساوات سے یہ واضح ہے کہ میکانی قوت مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباو اور ان کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے یا پھر ایک لچھے کی مقناطیسی دباو اور کل مقناطیسی دباو اور ان دو کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکانی قوت مروڑ دو مقناطیسی دباو کے آپس میں رد عمل کی وجہ سے وجود میں آتا ہے اور یہ ان مقناطیسی دباو کی چوٹی اور ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباو، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاو اور مقناطیسی بہاو سب کا آپس میں تعلق رکھتے ہیں لہٰذا ان مساوات کو کئی مختلف طریقوں سے لکھا جا سکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباو τ_{ar} اور وہاں کثافت مقناطیسی بہاو B_{ar} کا تعلق

$$B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g} \tag{5.96}$$

استعمال کر کے مساوات 5.95 کے آخری جزو کو یوں لکھا جا سکتا ہے

$$T_m = -\frac{P}{2}\pi r l \tau_r B_{ar} \sin\theta_r \tag{5.97}$$

مقناطیسی آلوں میں مقناطیسی قالب کی مقناطیسی مستقل μ کی محدود صلاحیت کی وجہ سے قالب میں کثافت مقناطیسی بہاو تقریباً ایک ٹسلا تک ہی بڑھائی جا سکتی ہے۔ لہٰذا مشین بناتے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا پڑتا ہے۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباو اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے یہ لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جا سکتا ہے جہاں تک اس لچھے کو ٹھنڈا کرنا ممکن ہو۔ لہٰذا مقناطیسی دباو کو اس حد کے اندر رکھنا پڑتا ہے۔ چونکہ اس مساوات میں یہ دو بہت ضروری حدیں واضح طور پر سامنے ہیں اس لئے یہ مساوات مشین بنانے کی غرض سے بہت اہم ہے۔

اس مساوات کی ایک اور بہت اہم شکل اب دیکھتے ہیں۔ ایک قطب پر مقناطیسی بہاو ϕ_P ایک قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاو $B_{\text{اوسط}}$ ضربِ ایک قطب کا رقبہ A_P ہوتا ہے۔ جہاں

$$B_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos\theta \, \mathrm{d}\theta = \frac{2B_0}{\pi} \tag{5.98}$$

$$A_P = \frac{2\pi r l}{P} \tag{5.99}$$

لہٰذا

$$\phi_P = \frac{2B_0}{\pi}\frac{2\pi r l}{P} \tag{5.100}$$

اور

$$T_m = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{P}{2}\right)^2 \phi_{ar}\tau_r \sin\theta_r \tag{5.101}$$

یہ مساوات معاصر مشینوں کے لئے بہت کار آمد ہے۔

فرہنگ