

برقی آلات

خالد حسان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyou safzai@comsats.edu.pk

۲۷ مارچ ۲۰۲۱

تاریخ درستی: 12 مئی 2020

عنوان

دیس باپ

vii

۱	بنیادی حقائق	۱
۱	بنیادی اکائیاں	۱.۱
۱	غیر مستقیم	۱.۲
۱	سمتیہ	۱.۳
۲	محدود	۱.۴
۲	۱.۴.۱ کارتیسی محدودی نظام	
۲	۱.۴.۲ تکی محدودی نظام	
۶	۱.۵ سمتیہ رقبہ	
۸	۱.۶ رقبہ عمودی تراش	
۹	۱.۷ برقی اور مقناطیسی میدان	
۹	۱.۷.۱ برقی میدان اور برقی میدان کی شدت	
۱۰	۱.۷.۲ مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت	
۱۰	۱.۸ سطحی اور حجمی کثافت	
۱۰	۱.۸.۱ سطحی کثافت	
۱۱	۱.۹ حجمی کثافت	
۱۲	۱.۱۰ صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ	
۱۲	۱.۱۰.۱ صلیبی ضرب	
۱۳	۱.۱۰.۲ نقطہ ضرب	
۱۵	۱.۱۱ تفرق اور جزوی تفرق	
۱۶	۱.۱۲ خطی عمل	
۱۶	۱.۱۳ سطحی عمل	
۱۸	۱.۱۴ دوری سمتیہ	
۲۱	۲ مقناطیسی ادوار	
۲۱	۲.۱ منزاجت اور پچکاپ ہٹ	

۲۲	کثافت برقی رو اور برقی میدان کی شدت	۲.۲
۲۳	برقی ادوار	۲.۳
۲۴	مقتطبی دور حصہ اول	۲.۴
۲۶	کثافت مقتطبی ہوا اور مقتطبی میدان کی شدت	۲.۵
۲۹	مقتطبی دور حصہ دوم	۲.۶
۳۲	خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی	۲.۷
۳۸	مقتطبی مادہ کے خواص	۲.۸
۴۱	ہیجان شدہ لچھا	۲.۹

۴۷	ثرانسفار	۳
۴۸	ثرانسفار سر کی اہمیت	۳.۱
۵۰	ثرانسفار سر کے اقسام	۳.۲
۵۱	امالی برقی دباؤ	۳.۳
۵۲	ہیجان انگیز برقی رو اور متالابی ضیاع	۳.۴
۵۵	تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص	۳.۵
۵۸	ثانوی جانب بوجھ کا بستہ آئی جانب اثر	۳.۶
۵۹	ثرانسفار سر کی علامت پر نقطوں کا مطلب	۳.۷
۵۹	رکاوٹ کا تبادلہ	۳.۸
۶۳	ثرانسفار سر کے وولٹ-ایمپیئر	۳.۹
۶۶	ثرانسفار سر کے امالہ اور مساوی ادوار	۳.۱۰
۶۶	لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا	۳.۱۰.۱
۶۸	رستا امالہ	۳.۱۰.۲
۶۸	ثانوی برقی رو اور متالب کے اثرات	۳.۱۰.۳
۶۹	ثانوی لچھے کا امالی برقی دباؤ	۳.۱۰.۴
۷۰	ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات	۳.۱۰.۵
۷۰	رکاوٹ کا بستہ آئی یا ثانوی جانب تبادلہ	۳.۱۰.۶
۷۲	ثرانسفار سر کے سادہ ترین مساوی ادوار	۳.۱۰.۷
۷۴	کھلے دور معائنہ اور قصر دور معائنہ	۳.۱۱
۷۴	کھلا دور معائنہ	۳.۱۱.۱
۷۷	قصر دور معائنہ	۳.۱۱.۲
۷۹	تین دوری ثرانسفار سر	۳.۱۲
۸۶	ثرانسفار سر چالو کرتے لمحہ زیادہ ہیجان انگیز برقی رو کا گزر	۳.۱۳

۸۹	برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ	۴
۸۹	مقتطبی نظام میں قوت اور قوت سروڑ	۴.۱
۹۵	تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام	۴.۲
۹۹	توانائی اور ہم توانائی	۴.۳
۱۰۳	متعدد لچھوں کا مقتطبی نظام	۴.۴

۱۱۱	۵	گھومتے مشین کے بنیادی اصول
۱۱۱	۵.۱	فتانوں فیئر اڈے
۱۱۲	۵.۲	معاصر مشین
۱۲۱	۵.۳	محسّر برقی دباؤ
۱۲۳	۵.۴	پھیلے لچھے اور سائن ناقص طیسی دباؤ
۱۲۵	۵.۴.۱	بدلتارو مشین
۱۳۲	۵.۵	مقت طیسی دباؤ کی گھومتی امواج
۱۳۲	۵.۵.۱	ایک دور کی لپٹی مشین
۱۳۴	۵.۵.۲	تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیل تجزیہ
۱۳۸	۵.۵.۳	تین دور کی لپٹی مشین کا ترکیبی تجزیہ
۱۴۱	۵.۶	محسّر برقی دباؤ
۱۴۱	۵.۶.۱	بدلتارو برقی جنسریٹر
۱۴۶	۵.۶.۲	یک سمت رو برقی جنسریٹر
۱۴۶	۵.۷	ہموار قطب مشینوں میں قوت مسروڑ
۱۴۶	۵.۷.۱	میکانی قوت مسروڑ بذریعہ ترکیب توانائی
۱۴۸	۵.۷.۲	میکانی قوت مسروڑ بذریعہ مقت طیسی ہوا
۱۵۵	۶	یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین
۱۵۶	۶.۱	متعدد دوری معاصر مشین
۱۵۸	۶.۲	معاصر مشین کے امالہ
۱۵۹	۶.۲.۱	خود امالہ
۱۶۰	۶.۲.۲	مشترکہ امالہ
۱۶۱	۶.۲.۳	معاصر امالہ
۱۶۳	۶.۳	معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ
۱۶۴	۶.۴	برقی طاقت کی منتقلی
۱۶۹	۶.۵	یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خواص
۱۶۹	۶.۵.۱	معاصر جنسریٹر: برقی بوجھ بالمقابل I_m کے خط
۱۷۱	۶.۵.۲	معاصر موٹر: I_a بالمقابل I_m کے خط
۱۷۳	۶.۶	کھلا دور اور قصور دور معائنہ
۱۷۳	۶.۶.۱	کھلا دور معائنہ
۱۷۴	۶.۶.۲	قصور دور معائنہ
۱۸۳	۷	امالی مشین
۱۸۳	۷.۱	ساکن لچھوں کی گھومتی مقت طیسی موج
۱۸۴	۷.۲	مشین کا سرکاو اور گھومتی امواج پر تبصرہ
۱۸۶	۷.۳	ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ
۱۸۶	۷.۴	ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ
۱۸۹	۷.۵	گھومتے لچھوں کی گھومتے مقت طیسی دباؤ کی موج
۱۹۰	۷.۶	گھومتے لچھوں کے مساوی مندرجہ ساکن لچھے

۱۹۱	امالی موٹر کا مساوی برقی دور	۷.۷
۱۹۶	مساوی برقی دور پر غور	۷.۸
۱۹۹	امالی موٹر کا مساوی تھون دور یا ریاضی نمونہ	۷.۹
۲۰۵	پنجبرہ نم امالی موٹر	۷.۱۰
۲۰۵	بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ	۷.۱۱
۲۰۵	بے بوجھ موٹر کا معائنہ	۷.۱۱.۱
۲۰۷	جامد موٹر کا معائنہ	۷.۱۱.۲

۲۱۳	۸ یک سمت رو مشین	
۲۱۳	۸.۱ میکائی سمت کار کی بنیادی کارکردگی	
۲۱۵	۸.۱.۱ میکائی سمت کار کی تفصیل	
۲۱۹	۸.۲ یک سمت جنریٹر کا برقی دباؤ	
۲۲۱	۸.۳ قوت مسروڑ	
۲۲۲	۸.۴ بیرونی بیجبان اور خود بیجبان یک سمت جنریٹر	
۲۲۶	۸.۵ یک سمت مشین کی کارکردگی کے خط	
۲۲۶	۸.۵.۱ حاصل برقی دباؤ بالقابل برقی بوجھ	
۲۲۷	۸.۵.۲ رفتار بالقابل قوت مسروڑ	

دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کار حجان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔ پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلب و طالبات استفادہ کر سکتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلب و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلب و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلب و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آج سرکار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلب و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی اصطلاحات کی چٹائی کے وقت اس بات کا دباؤ رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلب و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

یہ کتاب Ubuntu استعمال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دی گئی۔ یہ کتاب خط جمیل نوری نستعلیق میں لکھی گئی ہے۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں الیکٹریکل انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلب و طالبات تک پہنچانے

میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری برقیاتی پتہ
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

میں یہاں عاشق و مہرورق اور ان کے والد مہرورق اعظم کا شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے اس کتاب کو بار بار پڑھا اور مجھے محبوب کر تے رہے کہ میں اپنی اردو بہتر کروں۔ میں ڈاکٹر نعمان جعفری کا نہایت مشکور ہوں جنہوں نے کتاب کی تکنیکی اصطلاح کرنے میں مدد کی۔ حراحسان اور ان کی والدہ عزیزا برلاس نے مل کے کتاب کو درست کرنے میں مدد کی۔ یہاں میں اپنے شاگرد فیصل حسان کا بھی شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے تکنیکی اصطلاحات چنے میں میری مدد کی۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

حنا لد حسان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

باب ۱

بنیادی حقائق

اس کتاب میں مستعمل حقائق کو اس باب میں اکٹھے کرنے کی کوشش کی گئی ہے۔ توقع کی جاتی ہے کہ یوں کتاب پڑھتے وقت اصل مضمون پر توجہ رکھنا زیادہ آسان ہوگا۔

۱.۱ بنیادی اکائیاں

اس کتاب میں پہلے الاقوامی نظام اکائی^۱ استعمال کیا گیا ہے جس میں کمیت^۲ کی اکائی کلوگرام، لمبائی کی اکائی میٹر اور وقت کی اکائی سیکنڈ ہے۔

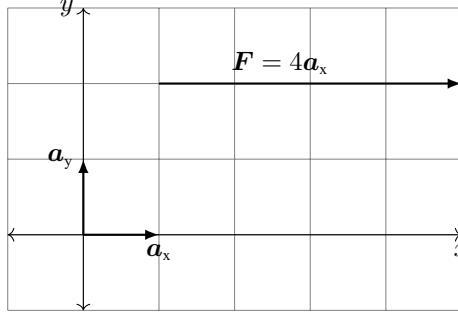
۱.۲ غیر سمتی

وہ متغیر جس کی مقدار (مطلق قیمت) اس کو مکمل طور پر بیان کرتی ہو غیر سمتی^۳ متغیر کہلاتا ہے۔ اس کتاب میں غیر سمتی متغیر کو سادہ طرز کی لکھائی میں انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے حروف یعنی a, b, α, \dots یا بڑے حروف یعنی A, B, Ψ, \dots سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً برقی رو کو I یا i سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

۱.۳ سمتیہ

وہ متغیر جس کو مکمل طور پر بیان کرنے کے لئے اس کی مقدار (طول یا مطلق قیمت) اور سمت^۴ جاننا ضروری ہو، سمتیہ^۵ کہلاتا ہے۔ سمتیہ کو انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے یا بڑے حروف، جن کو مونے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو، سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً قوت کو F سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں شکل ۱.۱ سے رجوع کرنا بہتر ہوگا۔ وہ سمتیہ

International System Of Units, SI^۱
mass^۲
scalar^۳
vector^۴



شکل ۱.۱: کارتیسی محدود

جس کا طول ایک کے برابر ہو، اکائی سمتیہ کہلائے گا۔ اس کتاب میں اکائی سمتیہ کو انگریزی زبان کے پہلے حرف کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا جائے گا، مثلاً اکائی سمتیہ a_x , a_y , a_z حلاء کی تین عمودی سمتیات کو ظاہر کرتے ہیں۔ a_x لکھتے ہوئے، زیر نوشت میں x ، اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ حلاء کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر کسی سمتیہ کا طول اور اس کی سمت کو علیحدہ علیحدہ لکھنا ہو تو اس کے طول کو ظاہر کرنے کے لئے سادہ طرز کی لکھائی میں وہی حرف استعمال کیا جائے گا جو اس سمتیہ کو ظاہر کرنے کے لئے، موٹے طرز کی لکھائی میں، استعمال کیا گیا ہو۔ یعنی سمتیہ F کے طول کو F سے ظاہر کیا جائے گا۔ شکل میں سمتیہ F کا طول F ، چار کے برابر ہے۔ اگر کسی سمتیہ کی سمت میں ایک اکائی سمتیہ بنایا جائے تو یہ اکائی سمتیہ اس سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسے پہلے ذکر ہوا ہے ایسے اکائی سمتیہ کو انگریزی کے پہلے حرف، جس کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو سے ظاہر کیا جائے گا یعنی سمتیہ F کی سمت کو a_F سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں، زیر نوشت میں F ، اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ F کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل ۱.۱ میں قوت F کا رخ دائیں ہے لہذا a_F اور a_x برابر ہوں گے۔

۱.۴ محدود

ایسا طریقہ جس کے ذریعہ کسی نقطہ کا مقام متعین کیا جا سکے محدود کہلاتا ہے۔ حلاء تین بعدی (تین طرفہ) ^۶ ہے لہذا کسی ایک نقطہ کے مقام کو تین محدود کی مدد سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ اسی طرح حلاء میں سمتیہ کو تین عمودی اکائی سمتیوں کی مدد سے لکھا جا سکتا ہے۔ اب ہم ایسے چند محدود کے نظام دیکھتے ہیں۔

۱.۴.۱ کارتیسی محدودی نظام

شکل ۱.۱ میں حلاء کی دو سمتوں کو اکائی سمتیات a_x اور a_y سے ظاہر کیا گیا ہے جو آپس میں عمودی ہیں، یعنی، ان کے بیچ 90° زاویہ ہے۔ حلاء تین بعدی ہے لہذا اسے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیات سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

^۳ unit vector
^۱ three dimensional
^۴ orthonormal vectors



شکل ۱.۲: دائیں ہاتھ کا نظام۔

ان سمتوں کے رخ، طول (لمبائیوں) کو x, y, z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ ان سے بخوبی واقف ہیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی a_x اور بڑی انگلی a_y کے رخ ہوں تب انگوٹھا a_z کے رخ ہوگا (شکل ۱.۲)۔ اسی لئے تین اکائی سمتیات کا یہ نظام دائیں ہاتھ کا نظام^۸ کہلاتا ہے۔

مبدأے نقطہ $P(x, y, z)$ تک سمتیہ A کو شکل ۱.۳ میں دکھایا گیا ہے جس کو کارٹینیجی محدود^۹ میں تین سمتیات کی مدد سے

$$(1.1) \quad A = A_x + A_y + A_z$$

یا

$$(1.2) \quad A = xa_x + ya_y + za_z$$

لکھا جاسکتا ہے۔

کارٹینیجی محدود نظام میں متغیر z صفر رکھتے ہوئے x, y تبدیل کرنے سے سطح xy ملتی ہے۔ یوں شکل ۱.۳ میں $P(2, 4, 3)$ لے کر، سطح xy کو زمین تصور کرتے ہوئے، ڈبے کی بالائی سطح پر $z = 3$ جبکہ x کی قیمت صفر تا تین اور y کی قیمت صفر تا چار ہوگی۔ اس طرح اس ڈبے کی بالائی سطح درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(1.3) \quad \text{ڈبے کی بالائی سطح} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ z = 3 \end{cases}$$

متغیر z کو صفر اور تین کے درمیان ہر ممکن قیمت پر رکھ کر x کو صفر اور دو جبکہ y کو صفر اور چار کے درمیان تبدیل کرنے سے شکل ۱.۳ میں دکھائے گئے ڈبے کا حجم حاصل ہوگا، لہذا اس ڈبے کا حجم درج ذیل لکھا جائے

^۸ right handed coordinate system
^۹ cartesian coordinates



شکل ۱.۳: کارتیسی محدود نظام میں ایک سمتیہ۔

گ۔

$$(1.4) \quad \text{ڈبلے کا حجم} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ 0 < z < 3 \end{cases}$$

۱.۴.۲. ٹکلی محدودی نظام

مبدأ سے نقطہ $P(x, y, z)$ تک سمتیہ A کو شکل ۱.۴ میں دکھایا گیا ہے جس کو دو سمتیات کی مدد سے

$$(1.5) \quad A = \rho + A_z$$

یا

$$(1.6) \quad A = \rho a_\rho + z a_z$$

لکھا جاسکتا ہے۔ سمتیہ a_ρ سطح xy میں پایا جاتا ہے۔ شکل ۱.۴ کو دیکھتے ہوئے

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta$$

لکھ کر نقطہ $P(x, y, z)$ کو متغیرات x, y, z کے بجائے متغیرات ρ, θ, z کی مدد سے $P(\rho, \theta, z)$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں حلاء میں کسی بھی نقطہ کو اس کے تین متغیرات ρ, θ, z سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

وہ نظام جس میں متغیرات ρ, θ, z کسی نقطہ کو متعین کرتے ہوں ٹکلی محدود کہلاتا ہے۔ یہاں شکل ۱.۵ سے رجوع کریں۔ ٹکلی محدودی نظام کے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیات a_ρ, a_θ, a_z ہیں۔ یہ نظام بھی دائیں ہاتھ کا نظام

*cylindrical coordinates



شکل ۱.۴: قطبی ممدی نظام



شکل ۱.۵: قطبی ممدی نظام کی تعریف

ہے لہذا دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی a_ρ اور بڑی انگلی a_θ کے رخ ہوں تب انگوٹھا a_z کے رخ ہوگا۔
 سطح xy میں مبداء پر، ممد x کے ساتھ θ زاویہ پر اکائی سمتیہ a_ρ ہوگا۔ سطح xy میں مبداء پر اکائی سمتیہ a_ρ کے عمودی، بڑھتے θ رخ، اکائی سمتیہ a_θ ہوگا۔ کارٹیس ممدی نظام کا اکائی سمتیہ a_z ہی قطبی ممد کا اکائی سمتیہ ہے۔
 واضح رہے کہ قطبی ممد کے نظام میں a_ρ اور a_θ کی سمتیں ہر نقطہ پر مختلف ہیں جیسا کہ شکل ۱.۶ میں دکھایا گیا ہے۔

مستوی xy میں (یعنی $z = 0$ لیتے ہوئے) مبداء پر مستقل رداس $\rho = \rho_0$ کے سمتیہ کو صفر زاویہ پر رکھ کر زاویہ بتدریج 2π تک بڑھانے سے سمتیہ کی چونچ مستوی xy میں ایک دائرہ پر چلتی ہے (شکل ۱.۷)۔ اب اس سمتیہ کے متغیر z کو تبدیل کرنے سے، مثلاً ہر θ پر z کو صفر تا تین کرنے سے، یہ سمتیہ ایک قطبی ہٹائے گی۔ اسی وجہ سے اس نظام کو قطبی ممد کہتے ہیں۔ سمتیہ کے تینوں متغیرہ تبدیل کرنے سے قطبی کا حجم ملے گا۔ اگلی تین



شکل ۱.۶: ٹکلی محدود میں اکائی سمتیات a_ρ اور a_θ ہر نقطہ پر مختلف ہیں۔

مسوات ان حقائق کو پیش کرتی ہیں۔

$$(1.4) \quad \text{دائرہ} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(1.8) \quad \text{ٹکلی نل سطح} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

$$(1.9) \quad \text{ٹکلی کا حجم} = \begin{cases} 0 < \rho < \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

۱.۵ سمتیہ رقبہ

سطح پر کھڑا اکائی سمتیہ سطح کا رخ دیتا ہے (شکل ۱.۸)۔ چونکہ کسی بھی سطح کے دو اطراف ہوتے ہیں لہذا اس کے دو مخالف رخ بیان کیے جاسکتے ہیں۔ عموماً مسئلہ کو مد نظر رکھتے ہوئے ان میں سے ایک رخ کو سطح کا رخ تصور کیا جاتا ہے۔ البتہ بند سطح، مثلاً گیند، کے بیرونی رخ کو ہی سطح کا رخ تصور کیا جاتا ہے۔ شکل ۱.۸ میں بالائی سطح A_1 کا رقبہ A_1 ہے اور اس کا رخ a_z ہے لہذا A_1 سمتیہ کا طول A_1 اور رخ a_z ہوگا:



شکل ۷.۱: ٹکلی محدود میں دائرہ اور ٹکلی



$$A_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = w l \mathbf{a}_z$$

$$A_2 = A_2 \mathbf{a}_{A2} = w h \mathbf{a}_y$$

شکل ۱.۸: سمتیہ رقبہ کا تعارف

$$A_1 = wl$$

$$a_{A1} = a_z$$

یوں بالائی سطح کا سمتی رقبہ درج ذیل ہوگا۔

$$(1.10) \quad A_1 = A_1 a_{A1} = wla_z$$

اسی طرح دائیں سطح A_2 سمتیہ کا طول A_2 اور اس کا رخ a_{A2} ہے

$$A_2 = wh$$

$$a_{A2} = a_y$$

لہذا درج ذیل ہوگا۔

$$(1.11) \quad A_2 = A_2 a_{A1} = wha_y$$

نچلی سطح کا رقبہ $A_3 = wl$ اور اس کا رخ a_z کے مخالف ہے لہذا درج ذیل ہوگا۔

$$(1.12) \quad A_3 = A_3 a_{A3} = wl(-a_z) = -wla_z$$

دھیان رہے کہ رقبہ کی مقدار ہر صورت مثبت ہوگی البتہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔ یہ بات کسی بھی سمتیہ کے لئے درست ہے لہذا کسی بھی سمتیہ کا طول ہر صورت مثبت ہی ہوگا جبکہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔

۱.۶ رقبہ عمودی تراش

سلاخ کی لمبائی کے ساتھ زاویہ قائمہ پر کٹائی کو عمودی تراش^{۱۱} کہتے ہیں اور عمودی تراش کے رقبہ کو رقبہ عمودی تراش^{۱۲} کہتے ہیں۔ شکل ۱.۹ میں سلاخ کی لمبائی a_y رخ ہے اور رقبہ عمودی تراش A کی مقدار A ہے

$$(1.13) \quad A = wh$$

لہذا رقبہ عمودی تراش کا رخ a_y ہوگا:

$$(1.14) \quad a_A = a_y$$

شکل ۱.۹ میں اکائی سمتیہ a_y اور a_z دکھائے گئے ہیں جن کے ابتدائی نقاط پر گول دائرہ میں ہند ایک نقطہ دکھایا گیا ہے۔ گول دائرہ میں ہند نقطہ صفحہ کے عمودی (کتاب سے باہر) رخ a_x ظاہر کرتا ہے جس کے مخالف رخ (صفحہ کے عمودی اندر) کو گول دائرہ میں ہند صلیب کی نشان سے ظاہر کیا جائے گا۔

cross section^{۱۱}
cross sectional area^{۱۲}



شکل ۱.۹: رقبہ عمودی تراش

۱.۷. برقی اور مقناطیسی میدان

۱.۷.۱. برقی میدان اور برقی میدان کی شدت

کولمب کے قانون^{۱۳} کے تحت برقی بار^{۱۴} سے لدے جسموں کے درمیان قوت کشش^{۱۵} یا قوت دفع^{۱۶} ان اجسام پر بار^{۱۷} کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور باہمی فاصلہ کے مربع کے بالعکس متناسب ہوتی ہے۔ یوں بار q_1 اور q_2 جن کے درمیان فاصلہ r ہو کے پچھ قوت F درج ذیل ہوگا جہاں ϵ برقی مستقل ہے۔

$$(۱.۱۵) \quad F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2}$$

ایک برقی بار کے متغیر دو سر برقی بار لانے سے (پہلے اور) دوسرے برقی بار پر کشش یا دفع کی قوت عمل کرے گی جس کا تعین قانون کولمب سے ہوتا ہے۔ دوسرے برقی بار کو پہلے برقی بار سے آہستہ آہستہ دور کرنے سے قوت کشش یا دفع بتدریج کم ہوتی ہے جو ایک خاص فاصلے کے بعد تقریباً صفر ہو جاتی ہے اور دو سر بار پہلے بار کے حلقے اثر سے باہر ہو جاتا ہے۔ یہ حلقے برقی میدان کہلاتا ہے۔ برقی میدان کسی ایک بار یا متعدد باروں کی وجہ سے ہو سکتا ہے۔

تعریف: کسی بار کے برقی میدان سے سراد بار کے ارد گرد وہ حلقے ہے جس میں اس کا برقی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

□

برقی میدان میں اکائی مثبت بار پر قوت اس مقام پر برقی میدان کے شدت^{۱۹} (E کی مطلق قیمت) دیگا جبکہ اکائی بار پر قوت کا رخ برقی میدان کا رخ دیگا۔ برقی میدان کی شدت کی اکائی وولٹ فی میٹر^{۲۰} ہے۔

Coulomb's law^{۱۳}

electric charge^{۱۴}

attractive force^{۱۵}

repulsive force^{۱۶}

charge^{۱۷}

electric constant, electric permittivity^{۱۸}

electric field intensity^{۱۹}

V/m^{۲۰}

قانون کولمب (ساوات ۱.۱۵) سے Q بار کے برقی میدان کی شدت کی مطلق قیامت حاصل کرتے ہیں۔ بار Q اور اکائی بار (ایک کولمب بار) کے بیچ قوت کشش یا قوت دفع

$$(1.12) \quad F = \frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

نیوٹن ہوگی۔ یہی برقی میدان کی شدت کی مطلق قیمت ہوگی:

$$(1.12) \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

دو باروں کے مابین قوت کشش یا قوت دفع کا رخ ان کے درمیان کھینچی گئی سیدھی لکیر پر ہوگا۔

۱.۷.۲ مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت^{۲۱} بالترتیب بالکل برقی میدان اور برقی میدان کی شدت کی طرح ہیں۔
تعریف: کسی مقناطیس کے مقناطیسی میدان سے مراد مقناطیس کے ارد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا مقناطیسی اثر محسوس کیا جاتا ہو۔

□

۱.۸ سطحی اور حجمی کثافت

۱.۸.۱ سطحی کثافت

اکائی رقبہ کی سطح پر کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی سطحی کثافت^{۲۲} کہتے ہیں۔ یوں رقبہ A پر کسی چیز کی کل مقدار ϕ ہونے کی صورت میں اس کی اوسط سطحی کثافت $B_{\text{اوسط}}$ درج ذیل ہوگی۔

$$(1.18) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{\phi}{A}$$

اس مساوات سے

$$(1.19) \quad \phi = B_{\text{اوسط}} A$$

لکھا جاسکتا ہے جو کسی سطح پر ایک متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت معلوم ہونے کی صورت میں سطح پر متغیرہ کی کل مقدار دیتی ہے۔

^{۲۱} magnetic field intensity
^{۲۲} surface density

غیر یکساں متغیرہ کی صورت میں سطحی کثافت جگہ جگہ مختلف ہوگی۔ ایسی صورت میں اتنے چھوٹے رقبے پر، جس میں متغیرہ کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، سطحی کثافت

$$B = \frac{\Delta\phi}{\Delta A} \quad (1.20)$$

ہوگی جہاں ΔA چھوٹا رقبہ اور $\Delta\phi$ اس رقبے پر متغیرہ کی چھوٹی مقدار ہے۔ اس چھوٹے رقبہ کو نقطہ مانند کرنے سے نقطہ کثافت

$$B = \frac{d\phi}{dA} \quad (1.21)$$

حاصل ہوگی جس کو

$$d\phi = B dA \quad (1.22)$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ یوں نقطہ کثافت جاننے ہوئے ایک نقطہ کے چھوٹے رقبہ پر متغیرہ کی کل (چھوٹی) مقدار معلوم کی جاسکتی ہے۔

یوں ایک برقی تار جس کا رقبہ عمودی تراش A اور جس میں برقی رو I کی اوسط کثافت برقی رو درج ذیل ہوگی۔

$$\rho_{\text{اوسط}} = \frac{I}{A} \quad (1.23)$$

۱.۹ حجمی کثافت

اکائی حجم میں کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی حجمی کثافت کہتے ہیں۔ یوں اگر کسی چیز کا حجم H اور اس کی کمیت m ہو تب اس کی اوسط (کمیتی) حجمی کثافت درج ذیل ہوگی۔

$$\rho_{\text{اوسط}} = \frac{m}{H} \quad (1.24)$$

غیر یکساں کمیت کی صورت میں حجم میں مختلف مقادرات پر کمیت مختلف ہوگا۔ ایسی صورت میں اتنا چھوٹا حجم لیتے ہوئے جس میں کمیت کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، حجمی کثافت درج ذیل ہوگی۔

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta H} \quad (1.25)$$

اس چھوٹے حجم کو نقطہ مانند بنانے سے درج ذیل نقطہ حجمی کثافت لکھی جاسکتی ہے۔

$$\rho = \frac{dm}{dH} \quad (1.26)$$

یوں

$$dm = \rho dH \quad (1.27)$$

ہوگا لہذا نقطہ حجمی کثافت جاننے ہوئے ایک چھوٹے حجم کی (چھوٹی) کمیت حاصل کی جاسکتی ہے۔

۱.۱۰. صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ

دو غیر سمتی متغیرات کا حاصل ضرب غیر سمتی متغیر ہوتا ہے جبکہ دو سمتیات کا حاصل ضرب سمتی یا غیر سمتی ہو سکتا ہے۔ ان دو اقسام کے ضرب پر یہاں غور کیا جائے گا۔

۱.۱۰.۱. صلیبی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا ضرب جو سمتی متغیر دیتا ہو صلیبی ضرب کہلاتا اور درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$(1.28) \quad C = A \times B$$

صلیبی ضرب میں ضرب کے نشان کو صلیب کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا اس کو صلیبی ضرب کہتے ہیں۔ حاصل ضرب سمتیہ C کی مقدار

$$(1.29) \quad C = |C| = |A||B| \sin \theta_{AB} \\ = AB \sin \theta_{AB}$$

ہے جہاں θ_{AB} ان کے مابین زاویہ ہے۔ اس حاصل سمتیہ کی سمت دائیں ہاتھ کے فتانوں سے حاصل کی جاتی ہے۔ یوں دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھتے ہوئے، شہادت کی انگلی کو سمتیہ A اور بڑی انگلی کو B کے رخ رکھنے سے انگوٹھا C کا رخ دیگا۔
مثال ۱.۱: درج ذیل ضرب صلیبی حاصل کریں۔

$$\begin{aligned} & a_x \times a_y \quad a_y \times a_z \quad a_z \times a_x \quad a_x \times a_z \cdot \\ & a_z \times a_y \quad a_y \times a_x \quad a_x \times a_z \quad a_z \times a_x \cdot \end{aligned}$$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے لہذا درج ذیل ہوں گے۔

$$a_x \times a_y = (1)(1) \sin 90 a_z = a_z \cdot$$

$$a_y \times a_z = (1)(1) \sin 90 a_x = a_x \cdot$$

$$a_z \times a_x = (1)(1) \sin 90 a_y = a_y \cdot$$

$$a_x \times a_z = (1)(1) \sin 90 (-a_y) = -a_y \cdot$$

$$a_z \times a_y = (1)(1) \sin 90 (-a_x) = -a_x \cdot$$

• چونکہ دونوں سمتیات کے رخ ایک جیسے ہیں لہذا ان کے مابین زاویہ صفر ہوگا۔ صفر زاویہ کا سائن بھی صفر ہوتا ہے، $\sin 0 = 0$ ۔ یوں ان دو سمتیات کا ضرب صلیبی صفر ہوگا۔

$$a_y \times a_y = (1)(1) \sin 0 = 0$$

$$\mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \cdot$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\theta \cdot$$

□

مثال ۱.۲: شکل ۱.۱۰ میں چار نیوٹن کی قوت \mathbf{F} محور سے تین میٹر کی سستی فاصلہ L پر لاگو ہے جس کی تفصیل شکل میں دی گئی ہے۔ اس قوت کی قوت مسرور حاصل کریں۔ حل: قوت مسرور T کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$(1.30) \quad \mathbf{T} = L \times \mathbf{F}$$

کارٹیزی نظام میں یہ سستی فاصلہ

$$(1.31) \quad L = L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y$$

ہوگا لہذا

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= (L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y) \times F \mathbf{a}_y \\ &= L \sin \theta \mathbf{a}_x \times F \mathbf{a}_y - L \cos \theta \mathbf{a}_y \times F \mathbf{a}_y \\ &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

ہوگا جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z$ اور $\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = 0$ لئے گئے ہیں۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$\mathbf{T} = LF \sin \theta \mathbf{a}_z = 12 \sin \theta \mathbf{a}_z \quad \text{Nm}$$

اس مثال میں $\theta = 180^\circ - \theta_{LF}$ ہے۔ چونکہ کسی بھی زاویہ α کے لئے $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ ہوتا ہے لہذا اس قوت مسرور کو درج ذیل بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \\ &= LF \sin \theta_{LF} \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

یہی جواب ضرب صلیبی کی تعریف یعنی مساوات ۱.۲۹ اور دائیں ہاتھ کے قانون کی مدد سے زیادہ آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔ □

۱.۱۰.۲ نقطی ضرب

دو سستی متغیرات کا ایسا حاصل ضرب جو غیر سستی متغیر ہو نقطی ضرب کہلاتا ہے جو درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$(1.32) \quad C = A \cdot B$$

dot product^{۲۴}



شکل ۱.۱۰: کارتیسی نظام میں قوت سرور کا حل

نقطی ضرب میں ضرب کے نشان کو نقطہ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا پر اس کا نام نقطی ضرب ہے۔
نقطی ضرب کی مقدار درج ذیل ہوگی

$$\begin{aligned} C &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \\ (1.33) \quad &= |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta_{AB} \\ &= AB \cos \theta_{AB} \end{aligned}$$

جہاں θ_{AB} ان سمتیات کے بیچ زاویہ ہے۔
مثال ۱.۳: مندرجہ ذیل نقطی ضرب حاصل کریں۔

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z \cdot$$

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta \cdot$$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکٹھی ہیں۔ اکٹھی سمتیہ کا طول ایک (1) کے برابر ہوتا ہے:

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = (1)(1) \cos 0 = 1 \cdot$$

$$\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y = (1)(1) \cos 0 = 1 \cdot$$

$$\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z = (1)(1) \cos 0 = 1 \cdot$$

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \cdot$$

$$\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \cdot$$

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho = (1)(1) \cos 0 = 1 \cdot$$

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \cdot$$

□

مثال ۱.۴: شکل ۱.۱۱ میں قوت \mathbf{F} ایک بوجھ کو دھکیل رہی ہے۔ سمتیہ \mathbf{L} طے کرنے پر قوت کتنا کام کر چکی ہوگی۔



شکل ۱.۱۱: کارتیسی نظام میں کام

حل: کام W کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$(۱.۳۴) \quad W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{L}$$

کارتیسی نظام میں سمتی فاصلہ

$$(۱.۳۵) \quad \mathbf{L} = L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y$$

ہوگا۔ یوں درج ذیل ہوگا

$$(۱.۳۶) \quad \begin{aligned} W &= (F \mathbf{a}_x) \cdot (L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x) + FL \sin \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta \end{aligned}$$

جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = 1$ اور $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = 0$ لیے گئے ہیں۔ یہی جواب نقطی ضرب کی تعریف، مساوات ۱.۳۳، سے با آسانی حاصل ہوتا ہے۔ □

۱.۱۱. تفرق اور جزوی تفرق

مساوات ۱.۳۷ میں ایک تفاعل کا فرقہ^{۲۵} دیا گیا ہے، جس میں B_0 ایک مستقل ہے، جبکہ مساوات ۱.۳۸ میں ایک تفاعل کا جزوی فرقہ^{۲۶} دیا گیا ہے۔

$$(۱.۳۷) \quad \begin{aligned} B(\theta) &= B_0 \cos \theta \\ \frac{dB}{d\theta} &= -B_0 \sin \theta \end{aligned}$$

$$(۱.۳۸) \quad \partial W(x, \lambda) = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial \lambda} d\lambda$$

^{۲۵} differentiation
^{۲۶} partial differentiation

۱.۱۲ خطی تکمل

مساد۱.۳۹ میں ایک تفاعل $B(\theta)$ دیا گیا ہے جسے شکل ۱.۱۲ میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول موج 2π ریڈیئن ہے۔

$$(1.39) \quad B(\theta) = B_0 \cos \theta$$

ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ پر اس تفاعل کی اوسط قیمت تلاش کرتے ہیں۔

$$(1.40) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{B_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta \, d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

اسی طرح ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ پر تفاعل کے مربع، B^2 ، کی اوسط تلاش کرتے ہیں۔

$$(1.41) \quad \begin{aligned} B_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta \, d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \, d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{2} \end{aligned}$$

تفاعل کے مربع کی اوسط کا جذر نہایت اہم قیمت ہے جو تفاعل کی موثر^{۲۸} قیمت کہلاتی ہے اور جسے $B_{\text{مؤثر}}$ لکھا جاتا ہے۔

$$(1.42) \quad B_{\text{مؤثر}} = \sqrt{B_{\text{اوسط}}^2} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}$$

یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے جو آپ کو زبانی یاد ہونا چاہئے۔ یہ مساوات ہر سائنس تفاعل کے لئے درست ہے۔ کسی بھی متغیرہ کے مربع کی اوسط کا جذر اس متغیرہ کی موثر^{۲۹} قیمت کہلاتی ہے۔

۱.۱۳ سطحی تکمل

منرض کریں شکل ۱.۱۳ میں نکلی کے بیرونی سطح پر سطحی کثافت، B ، کی قیمت مساوات ۱.۳۹ ادیتی ہے۔ ہم آدھے بیرونی سطح، زاویہ $-\pi/2$ تا $\pi/2$ ، کے پچ اس کی کل مقدار ϕ معلوم کرتے ہیں۔ اس سطح میں نکلی کے سرشامل نہیں ہیں۔

ہم نکلی کے بیرونی سطح پر خط $abcd$ لیتے ہیں جس کی چوڑائی $\rho \Delta\theta$ ، لمبائی l اور رقبہ ΔA ہے۔ $\Delta\theta$ کو نہایت کم کرتے ہوئے رقبہ $dA = \rho l \, d\theta$ حاصل ہوگا۔ اس سطح پر B کی مقدار محوری لمبائی کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی ہے۔ سطح dA پر $B \, dA$ اور کل ϕ درج ذیل ہوگا۔

^{۲۷}wavelength
^{۲۸}rms, root mean square
^{۲۹}effective



شکل ۱.۱۲: کوسائن موج



شکل ۱.۱۳: ٹکلی کی بیرونی سطح پر متغیرہ کا کتل کل مقدار دے گی۔



شکل ۱.۱۳: دوری سمتیہ

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (B_0 \cos \theta) (\rho l d\theta) \\
 &= B_0 l \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = 2B_0 l \rho
 \end{aligned}$$

(۱.۴۳)

مساوات ۱.۴۳ میں نچلا حد $(-\pi/2 - \alpha)$ اور بالائی کا حد $(\pi/2 - \alpha)$ لینے سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\phi(\alpha) = B_0 l \rho \int_{-\pi/2 - \alpha}^{\pi/2 - \alpha} \cos \theta d\theta = 2B_0 l \rho \cos \alpha$$

(۱.۴۴)

تکلی کے بیرونی نصف سطح پر $\phi(\alpha)$ کی عمومی قیمت مساوات ۱.۴۴ ادیتی جو α پر منحصر ہے۔ یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ مساوات ۱.۴۴ میں $\alpha = 0$ پر کرنے سے مساوات ۱.۴۳ حاصل ہوتا ہے۔

۱.۱۴ دوری سمتیہ

سائنس امواج جن کی تعدد معین ہو کو دوری سمتیہ سے ظاہر کرنا مفید ثابت ہوتا ہے۔ مساوات پور ۲۰

$$A_0 e^{\mp j(\omega t + \phi)} = A_0 \cos(\omega t + \phi) \mp j \sin(\omega t + \phi)$$

(۱.۴۵)

کی مدد سے کو سائن موج درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$A_0 \cos(\omega t + \phi) = \frac{A_0}{2} \left(e^{j(\omega t + \phi)} - e^{-j(\omega t + \phi)} \right)$$

(۱.۴۶)

اس سے ثابت ہوتا ہے کہ کوسائن موج دراصل دو مخلوط اعداد کا مجموعہ ہے۔ مساوات یوں ایک مخلوط عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کے دو جزو ہیں۔ اس کا ایک جزو حقیقی عدد ہے اور اس کا دوسرا جزو مندرجہ عدد ہے۔ اس کا حقیقی جزو کوسائن موج کو ظاہر کرتا ہے۔ لہذا ایک کوسائن موج $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ یا $A_0 e^{-j(\omega t + \phi)}$ کا حقیقی جزو ہوتا ہے۔ رسمی طور پر سائن نمائندہ موج کو $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کو مختصر $A_0 e^{j\phi}$ یا A_0/ϕ لکھا جاتا ہے جو دوری سمتیہ^{۱۴} کہلاتا ہے۔ دوری سمتیہ کا طول A_0 اور افقی لکیر کے ساتھ زاویہ ϕ ہے۔ دوری سمتیہ استعمال کرتے وقت آپ کو یہ ذہن میں رکھنا ہوگا کہ یہ درحقیقت ایک کوسائن موج ہے جس کا جیٹ A_0 ، زاویائی فاصلہ ϕ اور زاویائی تعدد ω ہے۔

اس کتاب میں دوری سمتیات کو سادہ طرز لکھائی میں انگریزی کے بڑے حروف جن پر ٹوپی کا نشان ہو سے ظاہر کیا جائے گا، یعنی \hat{V} ، \hat{I} وغیرہ اور ان کے طول کو بغیر ٹوپی کے نشان کے اسی حرف سے ظاہر کیا جائے گا۔ یوں برقی دباؤ $v = 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$ کے لئے درج ذیل درست ہوگا۔

$$v = 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$$

$$\hat{V} = 20 e^{j\frac{\pi}{3}}$$

(۱.۴۷)

$$\hat{V} = 20 / \frac{\pi}{3}$$

$$V = 20$$

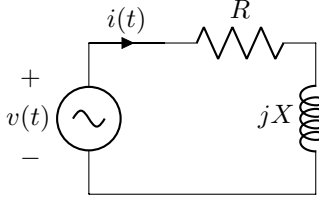
اس مساوات میں پہلا جزو ایک عام کوسائن موج ہے جس کو دوسرے جزو میں دوری سمتیہ کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ تیسرا اس دوری سمتیہ کا طول اور چوہتا اس کا زاویہ بتلاتا ہے۔

دوری سمتیات کو عام سمتیات کی طرح ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس مساوات میں \hat{V} کا طول 20 اور افقی لکیر سے زاویہ $\frac{\pi}{3}$ ریڈین ہے۔ زاویہ کو افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ناپا جاتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے رخ منفی زاویہ ہوگا۔ شکل ۱.۱۴ میں اس \hat{V} کے علاوہ چند دوسرے دوری سمتیات بھی دکھائے گئے ہیں۔

برقی ادوار میں عموماً برقی دباؤ \hat{V} کی نسبت سے برقی رو \hat{I} کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ شکل ۱.۱۴ میں \hat{I}_1 تیس درجہ برقی دباؤ سے آگے ہے جبکہ \hat{I}_2 پینتالیس درجہ برقی دباؤ کے پیچھے ہے۔ ہم کہتے ہیں \hat{I}_1 تیس درجہ **پیش** زاویہ^{۲۲} جبکہ \hat{I}_2 پینتالیس درجہ **تاخیر** زاویہ^{۲۳} پر ہے۔ یوں \hat{I}_1 **پیش** رو جبکہ \hat{I}_2 **تاخیر** رو کہلاتے ہیں۔ دو دوری سمتیات کے بیچ زاویے کو **زاویائی فرق**^{۲۴} کہتے ہیں لہذا \hat{I}_1 اور \hat{I}_2 میں 75° زاویائی منفرق پایا جاتا ہے۔ یہاں دھیان رہے کہ شکل ۱.۱۴ میں 45° مثبت لکھا گیا ہے۔ چونکہ یہ افقی لکیر سے زاویہ ناپنے کے الٹ رخ ہے لہذا یہ ایک منفی زاویہ ہے۔

اگر $v = V_0 \cos \omega t$ اور $i = I_0 \cos(\omega t + \theta)$ ہوں، جہاں V_0 اور I_0 موثر قیمتیں ہیں، تب برقی طاقت $p = V_0 I_0 \cos \theta$ ہوگا جہاں $\cos \theta$ کو **جو طاقت**^{۲۵} اور θ کو **زاویہ جو طاقت**^{۲۶} کہتے ہیں۔ اسی طرح **تاخیر** زاویہ کی صورت میں $\cos \theta$ کو **تاخیر** **جو طاقت**^{۲۷} اور **پیش** زاویہ کی صورت میں $\cos \theta$ کو **پیش** **جو طاقت**^{۲۸} کہتے ہیں۔

phasor^{۲۱}
leading angle^{۲۲}
lagging angle^{۲۳}
phase difference^{۲۴}
power factor^{۲۵}
power factor angle^{۲۶}
lagging power factor^{۲۷}
leading power factor^{۲۸}



$$\begin{aligned}
 Z &= R + jX \\
 |Z| &= \sqrt{R^2 + X^2} \\
 \phi_Z &= \tan^{-1} \frac{X}{R} \\
 v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
 i(t) &= \frac{V_0}{|Z|} \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z) \\
 &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)
 \end{aligned}$$

شکل ۱.۵: دوری سمتیہ کی مدد سے RL دور کا حل۔

آئیں دوری سمتیہ استعمال کرتے ہوئے ایک سادہ برقی دور حل کرتے ہیں۔ یوں دوری سمتیہ سے وابستگی پیدا ہوگی اور ان کا استعمال بھی سیکھ لیں گے۔
شکل ۱.۵: ایک سادہ $R - L$ ایک دوری دور ہے جس پر درج ذیل دباؤ لاگو کیا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
 \hat{V} &= V_0 \angle \alpha
 \end{aligned}
 \tag{1.۴۸}$$

دوری سمتیہ کی استعمال سے ہم برقی رو \hat{I} معلوم کرتے ہیں

$$\begin{aligned}
 \hat{I} &= \frac{\hat{V}}{R + jX} = \frac{V_0 \angle \alpha}{|Z| \angle \phi_Z} \\
 &= \frac{V_0}{|Z|} \angle \alpha - \phi_Z = I_0 \angle \alpha - \phi_Z
 \end{aligned}
 \tag{1.۴۹}$$

جہاں $\phi_Z = \tan^{-1} \frac{X}{R}$ کا زاویہ اور $I_0 = \frac{V_0}{|Z|}$ ہیں۔ یوں برقی رو درج ذیل ہوگا۔

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)
 \tag{1.۵۰}$$

اس دور میں تاخیر کا زاویہ ϕ_Z کے برابر ہے۔

باب ۲

مقناطیسی ادوار

۲.۱ مسزاحت اور ہچکچاہٹ

شکل ۲.۱ میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے جس کی لمبائی کے رخ مسزاحت^۱

$$(۲.۱) \quad R = \frac{l}{\sigma A}$$

ہوگی جہاں σ موصلیت^۲ اور $A = wh$ رقبہ عمودی تراش ہے۔ اس سلاخ کی ہچکچاہٹ^۳ \Re درج ذیل ہے جہاں μ مقناطیسی مستقل^۴ کہلاتا ہے۔

$$(۲.۲) \quad \Re = \frac{l}{\mu A}$$

برقی رویا مقناطیسی ہبساوکارخ



$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

$$\Re = \frac{l}{\mu A}$$

شکل ۲.۱: مسزاحت اور ہچکچاہٹ

resistance^۱
conductivity^۲
reluctance^۳
permeability, magnetic constant^۴

مقناطیسی مستقل μ کو عموماً حلاء کی مقناطیسی مستقل $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ کی نسبت سے لکھا جاتا ہے یعنی

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad (۲.۳)$$

جہاں μ_r جو مقناطیسی مستقل کہلاتا ہے۔ پچکپہٹ کی اکائی ایمپیئر۔ پکرفی ویبر ہے جس کی وضاحت جلد کی جائے گی۔
 مثال ۲.۱: شکل ۲.۱ میں دی گئی سلاخ کی پچکپہٹ معلوم کریں جہاں $h = 3 \text{ cm}$, $l = 10 \text{ cm}$, $\mu_r = 2000$ اور $w = 2.5 \text{ cm}$ ہیں۔
 حل:

$$\begin{aligned} \Re &= \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \\ &= \frac{10 \times 10^{-2}}{2000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} \\ &= 53\,052 \text{ A} \cdot \text{turns/Wb} \end{aligned}$$

□

۲.۲ کثافتِ برقی رو اور برقی میدان کی شدت

شکل ۲.۲ میں ایک موصل سلاخ کے سروں پر برقی دباؤ v لاگو کیا گیا ہے۔ سلاخ میں برقی رو i اور ہم کے متانوں $^{\circ}$ سے حاصل ہوگا۔

$$i = \frac{v}{R} \quad (۲.۴)$$

درج بالا مساوات کو مساوات ۲.۱ کی مدد سے

$$i = v \left(\frac{\sigma A}{l} \right) \quad (۲.۵)$$

یعنی

$$\frac{i}{A} = \sigma \left(\frac{v}{l} \right) \quad (۲.۶)$$

یا

$$J = \sigma E \quad (۲.۷)$$



شکل ۲.۲: کثافت برقی رد اور برقی دباؤ کی شدت

لکھا جاسکتا ہے جہاں J اور E کی تعریفات درج ذیل ہیں۔

$$(۲.۸) \quad J = \frac{i}{A}$$

$$(۲.۹) \quad E = \frac{v}{l}$$

شکل ۲.۲ میں سمتیہ J کی مطلق قیمت اور سمتیہ E کی مطلق قیمت E لیتے ہوئے مساوات ۲.۷ کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(۲.۱۰) \quad J = \sigma E$$

جو قانون اوہم کی دوسری روپ ہے۔ J اور E دونوں کارن a_y ہے۔
 شکل ۲.۲ سے ظاہر ہے کہ برقی رد i سالخ کے رقب عمودی تراش A سے گزرتا ہے لہذا مساوات ۲.۸ کے تحت J ، کثافت برقی رد ہوگا۔ اسی طرح مساوات ۲.۹ سے واضح ہے کہ برقی دباؤنی اکائی لمبائی کو ظاہر کرتی ہے لہذا E کو برقی میدان کہہ دیتے۔ یا (جہاں مستن سے مقنطیسی میدان واضح ہو) مختصر امیدانی شدت کہتے ہیں۔ بالکل اسی طرح کی مساواتیں مقنطیسی متغیرات کے لئے حصہ ۲.۵ میں لکھی جائیں گی۔

۲.۳ برقی ادوار

برقی دور میں برقی دباؤ v^a کی وجہ سے برقی رد i^a پیدا ہوتا ہے۔ تناسب i^a کی موصلیت $\sigma = 5.9 \times 10^7 \frac{S}{m}$ ہے جو بہت بڑی مقدار ہے۔ موصلیت کی اکائی $\frac{S}{m}$ ہے۔ تناسب کی موصلیت کی مقدار بہت بڑی ہونے کی بنا اس سے بنی تار کی

^۱ current density

^۲ electric field intensity

^۳ electric voltage

^۴ برقی دباؤ کی اکائی وولٹ ہے جو اٹلی کے الیسانڈرو وولٹ کے نام سے جسٹوں نے برقی سیرٹی ایجیڈ کی۔

^۵ electric current

^۶ برقی رد کی اکائی ایمپیئر ہے جو سنسراؤس کے انڈر مسیر ایمپیئر کے نام سے جن کا برقی و مقنطیسی میدان میں اہم کردار ہے۔

^۷ copper



شکل ۲.۳: برقی ادوار میں برقی تار کی مزاحمت کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔

مزاحمت R_{τ} عموماً متبادل نظر انداز ہوگی۔ تار میں برقی رو i گزرنے سے تار کے سروں کے بیچ برقی دباؤ $R_{\tau} i = \Delta v$ پیدا ہوگا جس کو $R_{\tau} \rightarrow 0$ کی بنظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں تار کے سروں کے بیچ برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو رد کیا جاسکتا ہے یعنی $\Delta v \rightarrow 0$ لے سکتے ہیں۔

شکل ۲.۳-الف میں ایک ایسا ہی برقی دور دکھایا گیا ہے جس میں تار کے سروں کی مزاحمت کو اٹھ کر کے ایک ہی جگہ R_{τ} دکھایا گیا ہے۔ اس دور کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۲.۱۱) \quad v = \Delta v + v_L$$

تار میں برقی گھٹاؤ Δv نظر انداز کرتے ہوئے

$$(۲.۱۲) \quad v = v_L$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس کا مطلب ہوا کہ تار میں برقی دباؤ کا گھٹاؤ متبادل نظر انداز ہونے کی صورت میں لاگو برقی دباؤ جو کاتوں مزاحمت R_L تک پہنچتا ہے۔ برقی ادوار حل کرتے ہوئے یہی حقیقت بروئے کار لاتے ہوئے تار میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ شکل ۲.۳-الف میں ایسا کرنے سے شکل ۲.۳-ب حاصل ہوتا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ برقی تار کو اس عنصر سے استعمال کیا جاتا ہے کہ لاگو برقی دباؤ کو معام استعمال تک بغیر گھٹاؤ پہنچایا جائے۔

شکل ۲.۴ میں دوسری مثال دی گئی ہے۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ برقی روا اس راہ زیادہ ہوگا جس کی مزاحمت کم ہو۔ یوں $R_1 < R_2$ کی صورت میں $i_1 > i_2$ ہوگا۔

۲.۴ مقناطیسی دور حصہ اول

مقناطیسی ادوار بالکل برقی ادوار کی طرح ہوتے ہیں۔ بس ان میں برقی دباؤ v کی جگہ مقناطیسی دباؤ \mathcal{T} ، برقی رو i کی جگہ مقناطیسی بہاؤ ϕ اور مزاحمت R کی جگہ ہچکچاہٹ \mathcal{R} پائے جاتے ہیں۔ یوں بالکل برقی ادوار کی طرح مقناطیسی ادوار

^{۱۳}مزاحمت کی اکائی اوہم ہے جو جبرمنی کے حبارج سائنمن اوہم کے نام ہے جس نے فٹانون اوہم دریافت کیا۔

^{۱۴}magnetomotive force, mmf

^{۱۵}flux

^{۱۶}reluctance



$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$i_1 = \frac{v}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v}{R_2}$$

(ب)



(ا)

شکل ۲.۴: کم مزاحمتی راہ میں برقی رو کی مقدار زیادہ ہوگی۔



(ب)

$$\Delta\tau = \phi R_c$$

$$R_c \rightarrow 0$$

$$\Delta\tau \rightarrow 0$$



(ا)

شکل ۲.۵: مقنن طیسى دور

بنائے جاسکتے ہیں۔ ایسا ایک مقنن طیسى دور شکل ۲.۵-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی کوشش یہی ہے کہ مقنن طیسى دباؤ τ بغیر گھٹائے پچکپاہٹ R_a تک پہنچایا جائے۔ خلائی درز کی پچکپاہٹ R_a اور مقنن طیسى راہ کی پچکپاہٹ R_c ہے۔ یوں R_c متابل نظر انداز ہونے کی صورت میں شکل ۲.۵-ب حاصل ہوگا جس میں مقنن طیسى ہسٹو ϕ ، بالکل اوہم کے قانون کی طرح، درج ذیل مساوات سے حاصل ہوگا۔

(۲.۱۳)

$$\tau = \phi R_a$$

جہاں R_c متابل نظر انداز ہو وہاں، سلسلہ وار مزاحمتوں کی طرح، دو سلسلہ وار پچکپاہٹوں کا مجموعی پچکپاہٹ R_s استعمال کر کے برقی ہسٹو حاصل ہوگا۔

(۲.۱۴)

$$R_s = R_a + R_c$$

(۲.۱۵)

$$\tau = \phi R_s$$

برقی دور کی طرح، مقنن طیسى دباؤ کو کم پچکپاہٹ کی راہ استعمال کرتے ہوئے مقام ضرورت تک پہنچایا جاتا ہے۔ مساوات ۲.۲ کے تحت پچکپاہٹ کی قیمت مقنن طیسى مستقل μ پر منحصر ہے۔ مقنن طیسى مستقل کی اکائی ہیزى فی میٹر $\frac{H}{m}$ ہے۔ μ کو عموماً $\mu_r \mu_0 = \mu$ لکھا جاتا ہے جہاں $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ہیزى فی میٹر کے برابر ہے اور μ_r کو چڑو



$$H_a = \frac{\tau}{l_a} \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$l_a \ll w$$

$$l_a \ll b$$

شکل ۲.۶: کثافت مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت۔

مقناطیسی منتقلی کہتے ہیں۔ لوہا، کچھ دھاتیں اور چند جدید مصنوعی مواد ایسی ہیں جن کی μ_r کی قیمت 2000 اور 80 000 کے بیچ پائی جاتی ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کو ایک مقام سے دوسری مقام منتقل کرنے کے لئے ان ہی مقناطیسی مواد کو استعمال کیا جاتا ہے۔

بد قسمتی سے مقناطیسی مواد کے μ کی قیمت اتنی زیادہ نہیں ہوتی ہے کہ ان سے بنی سلاح کی ہچکچاہٹ ہر موقع پر متاثر نظر انداز ہو۔ مساوات ۲.۲ کے تحت ہچکچاہٹ کم سے کم کرنے کی خاطر رقبہ عمودی تراش کو زیادہ سے زیادہ اور لمبائی کو کم سے کم کرنا ہوگا۔ یوں مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے کے لئے باریک تار نہیں بلکہ خاصا زیادہ رقبہ عمودی تراش کا مقناطیسی راستہ درکار ہوتا ہے۔

مقناطیسی مشین، مثلاً موٹر اور ٹرانسفارمر، کا بیشتر حصہ مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے والے ان مقناطیسی مواد پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایسے مشینوں کے قلب میں عموماً یہی مقناطیسی مادہ پایا جاتا ہے لہذا ایسا مواد **مقناطیسی قالب**^{۱۸} کہلاتا ہے (شکل ۲.۶)۔

برقی مشینوں میں مستعمل مقناطیسی وتالب لوہے کی باریک چادر یا پتتری^{۱۹} تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ مقناطیسی وتالب کے بارے میں مزید معلومات حصہ ۲.۸ میں مندرجہ کی جائے گی۔

۲.۵ کثافت مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت

حصہ ۲.۲ میں برقی دور کی مثال دی گئی۔ یہاں شکل ۲.۶ میں دکھائے گئے مقناطیسی دور پر غور کرتے ہیں۔ مقناطیسی وتالب کا $\mu_r = \infty$ تصور کرتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ یوں وتالب کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_c صفر ہوگی۔ حصہ ۲.۲ میں تناسب کی تار کی طرح یہاں مقناطیسی وتالب کو مقناطیسی دباؤ τ ایک مقام سے دوسری مقام تک منتقل کرنے کے لئے استعمال کیا گیا ہے۔ شکل ۲.۶ میں مقناطیسی دباؤ کو حائل درز کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_a تک پہنچایا گیا ہے۔ یہاں \mathcal{R}_c کو نظر انداز کرتے ہوئے کل ہچکچاہٹ کو حائل درز کی ہچکچاہٹ کے برابر تصور کیا جاسکتا ہے:

^{۱۷}relative permeability, relative magnetic constant
^{۱۸}magnetic core
^{۱۹}laminations

۲.۵: کثافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت

۲۷

$$(۲.۱۶) \quad \mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a}$$

حنائے درز کی لمبائی l_a متالب کے رقبہ عمودی تراش کے اضلاع b اور w سے بہت کم ہونے کی صورت، یعنی $l_a \ll b$ اور $l_a \ll w$ میں حنائے درز کے رقبہ عمودی تراش A_a کو متالب کے رقبہ عمودی تراش A_c کے برابر تصور کیا جاسکتا ہے:

$$(۲.۱۷) \quad A_a = A_c = wb$$

اس کتاب میں جہاں بتلایا گیا ہو وہاں $b \ll l_a$ اور $w \ll l_a$ تصور کرتے ہوئے $A_a = A_c$ لیا جائے گا۔ مقناطیسی دباؤ τ کی تعریف درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(۲.۱۸) \quad \tau = Ni$$

یوں برقی تار کے چکر ضرب تار میں برقی رو کو مقناطیسی دباؤ کہتے ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کی اکائی ایمپیئر۔چکر^{۲۰} ہے۔ حصہ ۲.۲ کی طرح ہم مساوات ۲.۱۵ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(۲.۱۹) \quad \phi_a = \frac{\tau}{\mathcal{R}_a}$$

مقناطیسی بہا کی اکائی^{۲۱} ویمپر^{۲۲} اور ہیکلپاہٹ کی اکائی ایمپیئر۔چکر^{۲۳} فی ویمپر^{۲۴} ہے۔ اس سلسلہ وار دور کے حنائے درز میں مقناطیسی بہا ϕ_a اور متالب میں مقناطیسی بہا ϕ_c ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ درج بالا مساوات کو مساوات ۲.۲ کی مدد سے

$$\phi_a = \tau \left(\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \right)$$

یا

$$(۲.۲۰) \quad \frac{\phi_a}{A_a} = \mu_0 \left(\frac{\tau}{l_a} \right)$$

لکھ سکتے ہیں جہاں درز کی نشاندہی زیر نوشتہ میں a لکھ کر کی گئی ہے۔ اس مساوات میں بائیں ہاتھ مقناطیسی بہاؤنی اکائی رقبہ کو کثافتِ مقناطیسی بہاؤ^{۲۵} B_a اور دائیں ہاتھ مقناطیسی دباؤنی اکائی لمبائی کو مقناطیسی میدان^{۲۶} کے شدت^{۲۷} H_a لکھا جاسکتا ہے:

$$(۲.۲۱) \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$(۲.۲۲) \quad H_a = \frac{\tau}{l_a}$$

ampere-turn^{۲۰}

Weber^{۲۱}

^{۲۲} یہ اکائی جسبرمنی کے ولیم اوڈرڈ ویسبر کے نام ہے جن کا برقی وقت مقناطیسی میدان میں اہم کردار رہا ہے

ampere-turn per weber^{۲۳}

magnetic flux density^{۲۴}

magnetic field intensity^{۲۵}

کثافتِ مقناطیسی ہوا کی اکائی **ویبر فی مربع میٹر** ہے جس کو ٹسلا^{۲۶} کا نام دیا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت کی اکائی **ایمپیئر فی میٹر**^{۲۷} ہے۔ یوں مساوات ۲.۲۰ کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۲.۲۳) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

جہاں مستن سے واضح ہو کہ مقناطیسی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں مقناطیسی میدان کی شدت کو مختصراً **میدانی شدت**^{۲۸} کہا جاتا ہے۔

شکل ۲.۶ میں حنائی درز میں مقناطیسی ہوا کا رخ اکائی سمتیہ a_z کا مخالف ہے لہذا کثافتِ مقناطیسی ہوا $B_a = -B_a a_z$ لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح حنائی درز میں مقناطیسی دباؤ اکائی سمتیہ a_z کی مخالف رخ دباؤ ڈال رہا ہے لہذا مقناطیسی دباؤ کی شدت $H_a = -H_a a_z$ لکھی جائے گی۔ اس طرح درج بالا مساوات کو درج ذیل سمتی روپ میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۲.۲۴) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

حناء کی جگہ کوئی دوسرا مادہ ہونے کی صورت میں یہ مساوات درج ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$(۲.۲۵) \quad B = \mu H$$

مثال ۲.۲: شکل ۲.۶ میں حنائی درز میں کثافتِ مقناطیسی ہوا 0.1 ٹسلا درکار ہے۔ متالب کی $\mu_r = \infty$ ہے، حنائی درز کی لمبائی 1 ملی میٹر اور متالب کے گرد برقی تار کے چکر 100 ہیں۔ درکار برقی رو i تلاش کریں۔
حل: مساوات ۲.۱۳ سے

$$\begin{aligned} \tau &= \phi \Re \\ Ni &= \phi \left(\frac{l}{\mu_0 A} \right) \\ \frac{\phi}{A} &= B = \frac{Ni\mu_0}{l} \end{aligned}$$

لکھ کر درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} 0.1 &= \frac{100 \times i \times 4\pi 10^{-7}}{0.001} \\ i &= \frac{0.1 \times 0.001}{100 \times 4\pi 10^{-7}} = 0.79577 \text{ A} \end{aligned}$$

□

$i = 0.79577 \text{ A}$ برقی رو حنائی درز میں $B = 0.1 \text{ T}$ کثافتِ مقناطیسی ہوا پیدا کرے گا۔

^{۲۶} Tesla: یہ اکائی سرہیا کے نکولا ٹسلا کے نام ہے جنہوں نے بدلتا رو برقی طاقت عام کرنے میں اہم کردار ادا کیا۔
^{۲۷} ampere per meter
^{۲۸} field intensity



شکل ۷.۲: سادہ مقناطیسی دور۔

۲.۶ مقناطیسی دور حصہ دوم

شکل ۷.۲ میں ایک سادہ مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے جس میں وتالب کے مقناطیسی مستقل کو محدود تصور کرتے ہیں۔ مقناطیسی دباؤ $Ni = \tau$ مقناطیسی وتالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_c پیدا کرتا ہے۔ وتالب کا رقبہ عمودی تراش A_c ہر مقام پر یکساں ہے اور وتالب کی اوسط لمبائی l_c ہے۔ وتالب میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ **فلیمنگ کے دائیں ہاتھ قانون**^{۲۹} سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اس قانون کو دو طریقوں سے بیان کیا جاسکتا ہے۔

- اگر ایک لچھے کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ ہاتھ کی چار انگلیاں لچھے میں برقی رو کے رخ لپٹی ہوں تب انگوٹھ اس مقناطیسی بہاؤ کے رخ ہوگا جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آیا ہو۔
- اگر ایک تار جس میں برقی رو کا گزر ہو کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ انگوٹھ برقی رو کے رخ ہو تب باقی چار انگلیاں اس مقناطیسی بہاؤ کے رخ لپٹی ہوں گی جو اس برقی رو کی وجہ سے پیدا ہوگا۔

ان دو بیانات میں پہلا بیان لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ معلوم کرنے کے لئے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے جبکہ سیدھی تار کے گرد مقناطیسی بہاؤ کا رخ دوسرے بیان سے زیادہ آسانی سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ وتالب میں مقناطیسی بہاؤ گھڑی وار ہے۔ مقناطیسی بہاؤ ϕ کو شکل ۷.۲ میں ہلکی سیاہی کے تیردار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ وتالب کی پچکاپ ہٹ

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c}$$

لکھتے ہوئے مقناطیسی بہاؤ

$$\phi_c = \frac{\tau}{\mathcal{R}_c} = Ni \left(\frac{\mu_c A_c}{l_c} \right)$$

^{۲۹}فلیمنگ! ادا یاں ہاتھ و قانون
Fleming's right hand rule^{۳۰}



$$A_a = A_c = bw$$

$$b = \frac{m - n}{2}$$

$$l_c = 2(h - b) + 2(m - b) - l_a$$

شکل ۲.۸: خلائی درز اور وتالب کے پچکپا ہٹ۔

ہوگا۔ یوں تمام نامعلوم متغیرات حاصل ہو چکے۔

مثال ۲.۳: شکل ۲.۸ میں ایک مقناطیسی وتالب دکھایا گیا ہے جس کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$(۲.۲۶) \quad \text{وتالب} = \begin{cases} h = 20 \text{ cm} & m = 10 \text{ cm} \\ n = 8 \text{ cm} & w = 2 \text{ cm} \\ l_a = 1 \text{ mm} & \mu_r = 40\,000 \end{cases}$$

وتالب اور خلائی درز کی پچکپا ہٹیں تلاش کریں۔
حل:

$$b = \frac{m - n}{2} = \frac{0.1 - 0.08}{2} = 0.01 \text{ m}$$

$$A_a = A_c = bw = 0.01 \times 0.02 = 0.0002 \text{ m}^2$$

$$l_c = 2(h - b) + 2(m - b) - l_a$$

$$= 2(0.2 - 0.01) + 2(0.1 - 0.01) - 0.001 = 0.559 \text{ m}$$

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0.559}{40000 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 55\,605 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{0.001}{4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 3\,978\,874 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

وتالب کی لمبائی خلائی درز کی لمبائی سے 359 گنا زیادہ ہونے کے باوجود خلائی درز کی پچکپا ہٹ وتالب کی پچکپا ہٹ سے 72 گنا زیادہ ہے۔ یوں $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ہوگا۔ □

مثال ۲.۴: شکل ۲.۹ سے رجوع کریں۔ خلائی درز 5 ملی میٹر لمبا ہے اور گھومتے حصے پر 1000 چکر ہیں۔ خلائی درز میں 0.95 T کثافت مقناطیسی ہوا حاصل کرنے کی خاطر درکار برقی رو معلوم کریں۔



شکل ۲.۹: سادہ گھومنے والا مشین

حل: اس شکل میں گھومتے مشین، مثلاً موٹر، کی ایک سادہ صورت دکھائی گئی ہے۔ ایسی مشینوں کا بیرونی حصہ ساکن رہتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا ساکن حصہ ^{۳۱} کہتے ہیں۔ ساکن حصے کے اندر مشین کا گھومتا حصہ پایا جاتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا گھومتا حصہ ^{۳۲} کہتے ہیں۔ اس مثال میں ان دونوں حصوں (تالاب) کا $\mu_r = \infty$ تصور کیا گیا ہے لہذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہوگی۔ مقناطیسی بہاؤ کو پہلی سیاتی کی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کی ایک مکمل چکر کے دوران مقناطیسی بہاؤ دو حلائی درزوں سے گزرتا ہے۔ یہ دو حلائی درز ہر لحاظ سے ایک دوسرے جیسے ہیں لہذا ان دونوں حلائی درز کی ہچکچاہٹ بھی ایک دوسرے کے برابر ہوگی۔ مزید دونوں حلائی درزوں کی ہچکچاہٹ سلسلہ وار ہیں۔ شکل ۲.۹ میں مقناطیسی بہاؤ کو گھومتے حصہ، ساکن حصہ اور دو حلائی درزوں سے گزرتا ہوا دکھایا گیا ہے۔ حلائی درز کی لمبائی l_a ، تالاب کے رقبہ A_c کی اضلاع سے بہت کم ہے لہذا حلائی درز کا عمودی رقبہ تراش A_a گھومتے حصہ کے رقبہ تراش کے برابر تصور کیا جائے گا۔
یوں $A_a = A_c$ لیتے ہوئے ایک حلائی درز کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{l_a}{\mu_0 A_c}$$

اور دو سلسلہ وار حلائی درزوں کی کل ہچکچاہٹ درج ذیل ہوگی۔

$$\mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a + \mathcal{R}_a = \frac{2l_a}{\mu_0 A_c}$$

حلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_a اور کثافت مقناطیسی بہاؤ B_a درج ذیل ہوں گے۔

$$\phi_a = \frac{\tau}{\mathcal{R}_s} = (Ni) \left(\frac{\mu_0 A_c}{2l_a} \right)$$

$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} = \frac{\mu_0 Ni}{2l_a}$$

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$0.95 = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times i}{2 \times 0.005}$$

$$i = \frac{0.95 \times 2 \times 0.005}{4\pi \times 10^{-7} \times 1000} = 7.56 \text{ A}$$

□ روایتی موٹروں اور جنریٹروں کی حلاء میں تقسیماً ایک سلا کثافت مقناطیسی بہا ہوتا ہے۔

۲.۷ خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی

وقت کے ساتھ بدلتا مقناطیسی میدان برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جس کو قانون فی اڈے^{۳۳}

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

سے حاصل کیا جاسکتا ہے^{۳۴}۔ یہ مساوات کہتی ہے کہ کسی بند راہ کی ہمراہ مقناطیسی سمتی میدان \mathbf{E} کا ارتقائی عمل اس راہ کے ارتباط بہاؤ کے (وقت کے ساتھ) تفرق کے برابر ہوگا۔ برقی ادوار، مثلاً شکل ۲.۱۰-ا، میں متعل برقی تاروں کی ہمراہ \mathbf{E} متاثر نظر انداز ہوتا ہے لہذا اس مساوات کا پایاں ہاتھ تاروں کے سروں پر امالہ برقی دباؤ^{۳۵} e کے منفی کے برابر ہوگا۔ ساتھ ہی مساوات کے دائیں ہاتھ تکمیل میں بہاؤ کا بیشتر حصہ متاثر کے اندر بہاؤ ϕ پر مشتمل ہوگا۔ چونکہ لمچا (اور بند راہ) اس متاثر کے گرد N چکر کاٹتا ہے لہذا یہ مساوات درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$e = N \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial t} \quad (۲.۲۷)$$

اس طرح شکل ۲.۱۰-ا کے متاثر میں مقناطیسی بہاؤ ϕ کی تبدیلی کی بنا لچھے میں برقی دباؤ e پیدا ہوگا جو لچھے کے سروں پر نمودار ہوگا۔

امالی برقی دباؤ کو منبع برقی دباؤ تصور کریں۔

امالی برقی دباؤ کا رخ تعین کرنے کی خاطر لچھے کے سروں کو قصر دور^{۳۶} کریں۔ لچھے میں پیدا ہونے والا برقی رو اس رخ ہوگا جو مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کو روکے۔

فرض کریں شکل ۲.۱۰-ا میں بہاؤ ϕ گھڑی وار ہے اور بہاؤ کی مقدار بڑھ رہی ہے۔ بہاؤ میں تبدیلی کو روکنے کی خاطر بہاؤ ϕ پیدا کرنا ہوگا جو لچھے کا بالائی سر مثبت ہونے سے ہوگا۔ شکل ۲.۱۰-ب میں لچھے کے سروں

^{۳۳} Faraday's law

^{۳۴} سائیکل فی اڈے انگلستانی سائنس دان تھے جنہوں نے محرک برقی دباؤ دریافت کی۔

^{۳۵} induced voltage

^{۳۶} short circuit



شکل ۲.۱۰: متالاب میں مقنن طیسسی ہوا کی تبدیلی لچھے میں برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔

کے بیچ مسزاحت نسب کیا گیا ہے۔ لچھے کو منبع دباؤ تصور کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مسزاحت میں ردوکارخ متالاب میں گھڑی کے مخالف رخ ہوا ϕ' پیدا کرے گا۔
 متالاب میں مقنن طیسسی ہوا ϕ ، متالاب پر لیٹے گئے لچھے کے تمام چکروں، N ، کے اندر سے گزرتا ہے۔ $N\phi$ کو لچھے کا ارتباط ہما λ^{38} کہتے ہیں جس کی اکائی ویبر۔ چکر 38 ہے۔

$$(2.28) \quad \lambda = N\phi$$

جن مقنن طیسسی ادوار میں مقنن طیسسی مستقل μ کوائل متعار تصور کیا جاسکے یا جن میں خلائی درز کی ہچکچاہٹ متالاب کی ہچکچاہٹ سے بہت زیادہ ہو، $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ، ان میں لچھے کی امالہ L^{39} کی تعریف درج ذیل مساوات دیتی ہے۔

$$(2.29) \quad L = \frac{\lambda}{i}$$

امالہ کی اکائی ویبر۔ چکر فی اینیمیز ہے جس کو ہینری H^{40} کا نام دیا گیا ہے۔ مساوات ۲.۲۹ میں $\lambda = N\phi$ ،
 $\phi = B_c A_c$ اور $\phi = \frac{Ni}{\mathcal{R}}$ پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوگا

$$(2.30) \quad L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NB_c A_c}{i} = \frac{N^2 \mu_0 A_a}{l_a}$$

جہاں متالاب کارقبہ عمودی تراش A_c اور درز کارقبہ عمودی تراش A_a ایک دوسرے کے برابر لیے گئے ہیں۔

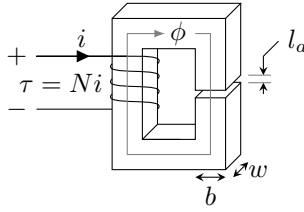
مثال ۲.۵: شکل ۲.۱۱ میں $b = 5 \text{ cm}$ ، $w = 4 \text{ cm}$ ، $l_a = 3 \text{ mm}$ جبکہ لچھے کے 1000 چکر اور متالاب کی اوسط لمبائی $l_c = 30 \text{ cm}$ ہے۔ درج ذیل دو صورتوں میں لچھے کی امالہ تلاش کریں۔

• متالاب کا $\mu_r = \infty$ ہے۔

• متالاب کا $\mu_r = 500$ ہے۔

flux linkage 38
 weber-turn 38
 inductance 39
 Henry 40

41 امریکی سائنسدان جوزف ہینری جس نے مائیکل فیئرڈے سے علیحدہ طور پر محرک برقی دباؤ دریافت کی



شکل ۲.۱۱: امالہ (مثال ۲.۵)

حل: (i) فالٹب کے $\mu_r = \infty$ کی بنیاد فالٹب کی چٹکپاہٹ فالٹبل نظر انداز ہوگی لہذا امالہ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{N^2 \mu_0 w b}{l_a} \\ &= \frac{1000^2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05}{0.003} \\ &= 0.838 \text{ H} \end{aligned}$$

(ب) $\mu_r = 500$ کی صورت میں فالٹب کی چٹکپاہٹ فالٹبل نظر انداز نہیں ہوگی۔ خلاء اور فالٹب کی چٹکپاہٹ دریافت کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_a &= \frac{l_a}{\mu_0 w b} = \frac{0.003}{4\pi \times 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 1193662 \text{ A} \cdot \text{t/Wb} \\ \mathcal{R}_c &= \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 w b} = \frac{0.3}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 238701 \text{ A} \cdot \text{t/Wb} \end{aligned}$$

یوں ہوا، ارتباط اور امالہ درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{Ni}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c} \\ \lambda &= N\phi = \frac{N^2 i}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c} \\ L &= \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c} = \frac{1000^2}{1193662 + 238701} = 0.698 \text{ H} \end{aligned}$$

□

مثال ۲.۶: شکل ۲.۱۲ میں ایک پیچدار لچھا^{۲۲} دکھایا گیا ہے جس کی جسامت درج ذیل ہے۔

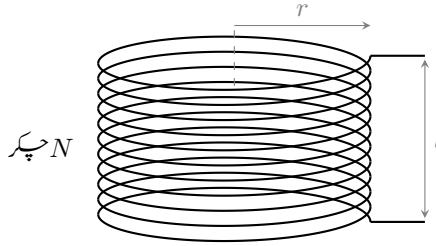
$$N = 11, r = 0.49 \text{ m}, l = 0.94 \text{ m}$$

spiral coil^{۲۲}

پیداوار لچھے کے اندر مقناطیسی بہاؤ ϕ کا بیشتر حصہ محوری رخ ہوتا ہے۔ لچھے کے باہر یہی بہاؤ پوری کائنات سے گزرتے ہوئے واپس لچھے میں داخل ہوتا ہے۔ چونکہ پوری کائنات کا رقبہ عمودی تراش A لامتناہی ہے لہذا لچھے کے باہر کثافت مقناطیسی بہاؤ $B = \frac{\phi}{A}$ کی مقدار متبادل نظر انداز ہوگی۔ لچھے کے اندر محوری رخ مقناطیسی شدت درج ذیل ہو گی۔

$$H = \frac{Ni}{l}$$

اس لچھے کی خود امالہ حاصل کریں۔



شکل ۲.۱۲: پیداوار لچھا

حل:

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 H = \frac{\mu_0 N i}{l} \\ \phi &= B \pi r^2 = \frac{\mu_0 N i \pi r^2}{l} \\ \lambda &= N \phi = \frac{\mu_0 N^2 i \pi r^2}{l} \\ L &= \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} \end{aligned}$$

N ، r اور l کی قیمتیں پر کرتے ہوئے درج ذیل امالہ حاصل ہوگا^{۳۳}۔

$$L = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times \pi \times 0.49^2}{0.94} = 122 \mu\text{H}$$

□

شکل ۲.۱۳ میں دو لچھوں کا ایک مقناطیسی دور دکھایا گیا ہے۔ ایک لچھے کے چکر N_1 اور اس میں برقی رو i_1 ہے، دوسرا لچھا N_2 چکر کا ہے اور اس میں برقی رو i_2 ہے۔ دونوں لچھوں میں مثبت برقی رو متبادل میں ایک جیسے^{۳۴} پیداوار لچھا میں نے 3000 کلوگرام لوہا پھسلانے والی بجٹی میں استعمال کیا ہے۔

رخ مقناطیسی دبا پیدا کرتے ہیں۔ اگر متالب کا \mathcal{R}_c متابل نظر انداز ہو تب مقناطیسی بہا ϕ درج ذیل ہوگا۔

$$(۲.۳۱) \quad \phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

دونوں لچھوں کا مجموعی مقناطیسی دبا، $N_1 i_1 + N_2 i_2$ ، مقناطیسی بہا ϕ پیدا کرتا ہے۔ اس مقناطیسی بہا کا پہلے لچھے کے



موٹائی = b

گہرائی = w

$$A_a = A_c = bw$$

$$\lambda_1 = N_1 \phi$$

$$\lambda_2 = N_2 \phi$$

$$\phi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c}$$

شکل ۲.۱۳: دو لچھے والا مقناطیسی دور۔

ساتھ ارتباط

$$(۲.۳۲) \quad \lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2$$

یعنی

$$(۲.۳۳) \quad \lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

جہاں L_{11} اور L_{12} سے مراد درج ذیل ہے۔

$$(۲.۳۴) \quad L_{11} = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(۲.۳۵) \quad L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

L_{11} پہلے لچھے کا خود امالہ^{۳۳} ہے اور $L_{11} i_1$ اس لچھے کے اپنے برقی رد i_1 سے پیدا مقناطیسی بہا کے ساتھ ارتباط بہا ہے جسے خود ارتباط بہا^{۳۴} کہتے ہیں۔ L_{12} ان دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ^{۳۶} ہے اور $L_{12} i_2$ لچھا-1 کے ساتھ i_2 سے پیدا بہا کے ساتھ ارتباط بہا ہے جسے مشترکہ ارتباط بہا^{۳۷} کہتے ہیں۔ بالکل اسی طرح ہم دوسرے لچھے کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں

$$\lambda_2 = N_2 \phi = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2$$

$$(۲.۳۶) \quad = L_{21} i_1 + L_{22} i_2$$

self inductance^{۳۳}

self flux linkage^{۳۴}

mutual inductance^{۳۶}

mutual flux linkage^{۳۷}

جہاں L_{22} اور L_{21} سے سرد درج ذیل ہے۔

$$(۲.۳۷) \quad L_{22} = N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(۲.۳۸) \quad L_{21} = L_{12} = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

L_{22} لچھ-2 کا خود امالہ اور L_{12} = L_{21} دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ ہے۔ امالہ کا تصور اس وقت کارآمد ہوتا ہے جب مقناطیسی مستقل μ کو اٹل تصور کرنا ممکن ہو۔ مساوات ۲.۲۹ کو مساوات ۲.۲۷ میں پر کرتے ہیں۔

$$(۲.۳۹) \quad e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\partial (Li)}{\partial t}$$

اگر امالہ کی قیمت اٹل ہو، جیسا کہ ساکن مشینوں میں ہوتا ہے، تب ہمیں امالہ کی حبابی پچپانی مساوات

$$(۲.۴۰) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t}$$

ملتی ہے۔ اگر امالہ بھی تبدیل ہو، جیسا کہ موٹروں اور جنریٹروں میں ہوتا ہے، تب درج ذیل ہوگا۔

$$(۲.۴۱) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t} + i \frac{\partial L}{\partial t}$$

توانائی کی اکائی **جاوے** $J^{۹۹}$ ہے اور **طاقت** کی اکائی $W^{۵۳}$ جاول فی سیکنڈ ہے جس کو **واٹ** $W^{۵۳}$ کا نام دیا گیا ہے۔ اس کتاب میں توانائی یا کام کو W سے ظاہر کیا جائے گا اگرچہ طاقت کی اکائی واٹ W کے لئے بھی یہی علامت استعمال ہوتی ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ متن سے اصل مطلب حبابنا ممکن ہوگا۔ وقت t کے ساتھ توانائی W کی تبدیلی کی شرح کو **طاقت** p کہتے ہیں۔ یوں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۲.۴۲) \quad p = \frac{dW}{dt} = ie = i \frac{d\lambda}{dt}$$

مقناطیسی دور میں لمحہ t_1 تا t_2 مقناطیسی توانائی کی تبدیلی کو عمل کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے:

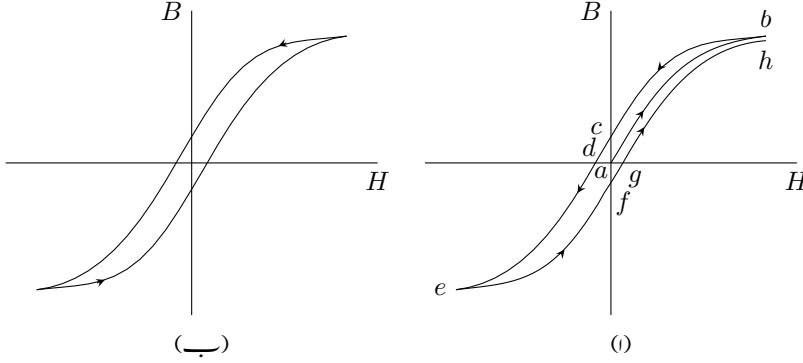
$$(۲.۴۳) \quad \Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$$

energy^{۹۸}
Joule^{۹۹}

۵۰ جنیمس پریستوٹ جاول انگلستانی سائنسدان جنیموں نے حرارت اور میکانیکی کام کا رشتہ دریافت کیا

power^{۹۱}

۵۲ کالینڈ کے جیمز واٹ جنیموں نے بحارات پر چلنے والے انجن پر کام کیا
Watt^{۵۳}



شکل ۲.۱۳: $B - H$ خطوط یا مقنن طیبی حبال کے دائرے۔

ایک لچھے کا مقنن طیبی دور، جس میں امالہ کی قیمت اٹل ہو، کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۲.۴۴) \quad \Delta W = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i \, d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} \, d\lambda = \frac{1}{2L} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)$$

یوں $\lambda_1 = 0$ پر $t_1 = 0$ تصور کرتے ہوئے کسی بھی λ پر مقنن طیبی توانائی درج ذیل ہوگی۔

$$(۲.۴۵) \quad W = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{Li^2}{2}$$

۲.۸ مقنن طیبی مادہ کے خواص

مقنن طیبی مادہ کے استعمال سے دو فوائد حاصل ہوتے ہیں۔ مقنن طیبی دباؤ، زیادہ مقنن طیبی بہاؤ پیدا کرتا ہے اور مقنن طیبی بہاؤ کو پسند کی راہ پر رہنے کا پابند بنایا جاسکتا ہے۔ ایک دوری ٹرانسفارمر میں مقنن طیبی بہاؤ کو اس طرح پابند کیا جاتا ہے کہ تمام لچھوں میں یکساں بہاؤ پایا جاتا ہو۔ موٹروں میں مقنن طیبی بہاؤ کو یوں پابند کیا جاتا ہے کہ زیادہ سے زیادہ قوت پیدا ہو جبکہ جنسٹروں میں زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ حاصل کرنے کی نیت سے بہاؤ کو پابند کیا جاتا ہے۔

مقنن طیبی مادہ کی B اور H کا تعلق ترسیم کی صورت میں پیش کیا جاتا ہے۔ لوہا مقنن طیبی مادے کی $B - H$ ترسیم شکل ۲.۱۴-الف میں دکھائی گئی ہے۔ ایک لوہا مقنن طیبی مادہ جس میں مقنن طیبی اثر نہیں پایا جاتا ہو کو نقطہ a سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس نقطہ پر درج ذیل ہوں گے۔

$$(۲.۴۶) \quad \begin{aligned} H_a &= 0 \\ B_a &= 0 \end{aligned}$$

مقناطیسی مادہ کو لچھے میں رکھ کر اس پر مقناطیسی دباؤ لگو کیا جاسکتا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت H لاگو کرنے سے لوہا نما مقناطیسی مادے میں کثافت مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوگا۔ میدان کی شدت بڑھانے سے کثافت مقناطیسی بہاؤ بھی بڑھے گا۔ a سے شروع ہوتا ہوا تیسرے درجے کا قوس اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔ میدان کی شدت کو نقطہ b تک بڑھایا گیا ہے جہاں H_b اور B_b ہوں گے۔

نقطہ b تک پہنچنے کے بعد میدان کی شدت کم کرتے ہوئے دیکھا گیا ہے کہ واپسی قوس ایک مختلف راستہ اختیار کرتا ہے۔ یوں نقطہ b سے میدان کی شدت کم کرتے ہوئے صفر کرنے سے لوہا نما مادہ کی کثافت مقناطیسی بہاؤ کم ہو کر نقطہ c پر آن پہنچتا ہے۔ نقطہ b سے نقطہ c تک تیسرے درجے کا قوس اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔ نقطہ c پر بیرونی میدان کی شدت صفر ہے لیکن لوہا نما مادے کی کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں ہے۔ یہ مادہ ایک مقناطیس بن گیا ہے جس کی کثافت مقناطیسی بہاؤ B_c ہے۔ اس مقدار کو بتایا کثافت مقناطیسی بہاؤ B_c کہتے ہیں۔ مصنوعی مقناطیس اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

نقطہ c سے میدان کی شدت منفی رخ بڑھانے سے B کم ہوتے ہوئے آخر کار ایک مرتبہ دوبارہ صفر ہو جائے گا۔ اس نقطہ کو d سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسیت ختم کرنے کے لئے درکار میدان کی شدت کی مقدار $|H_d|$ کو مقناطیسیت ختم کرنے والی شدت یا مختصر اُفاتم شدت^{۵۵} کہتے ہیں۔

منفی رخ میدان کی شدت مزید بڑھانے سے نقطہ e حاصل ہوگا۔ اس کے بعد منفی رخ کی میدان کی شدت کی مطابق قیمت کم کرنے سے نقطہ f حاصل ہوگا جہاں میدان کی شدت صفر ہونے کے باوجود کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں ہے۔ اس نقطہ پر لوہا نما مادہ الٹے رخ مقناطیس بن چکا ہے اور B_f بقایا کثافت مقناطیسی بہاؤ ہے۔ اسی طرح اس رخ مقناطیسیت ختم کرنے کی شدت $|H_g|$ ہے۔ میدان کی شدت بڑھاتے ہوئے نقطہ b کی بجائے نقطہ h حاصل ہوگا۔

برقی شدت کو متواتر اسی طرح پہلے ایک رخ اور پھر مخالف (دوسری) رخ ایک خاص حد تک پہنچانے سے آخر کار $B - H$ منحنی کا ایک بند دائرہ حاصل ہوگا جسے شکل ۲.۱۴-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس دائرہ پر خلاف گھڑی سطر ہوگا۔ شکل ۲.۱۴-ب کو مقناطیسی چال کا دائرہ^{۵۶} کہتے ہیں۔

مختلف H کے لئے شکل ۲.۱۴-ب حاصل کر کے ایک ہی کاغذ پر کھینچنے کے بعد ان تمام کے b نقطے جوڑنے سے شکل ۲.۱۵ میں دکھائی گئی $B - H$ ترسیم حاصل ہوگی۔ ٹرانسفارمر میں استعمال ہونے والی 0.3048 ملی میٹر موٹی $M5$ والی پستری کی $B - H$ ترسیم شکل ۲.۱۵ میں دکھائی گئی ہے۔ اس ترسیم میں موجود مواد جدول ۲.۱ میں بھی دیا گیا ہے۔ عموماً مقناطیسی مسائل حل کرتے ہوئے شکل ۲.۱۴ کی جگہ شکل ۲.۱۵ طرز کی ترسیم استعمال کی جاتی ہے۔ دھیان رہے کہ اس ترسیم میں H کا پیمانہ لاگ^{۵۷} ہے۔

لوہا نما مقناطیسی مادے پر لاگو مقناطیسی شدت بڑھانے سے کثافت مقناطیسی بہاؤ بڑھنے کی شرح بتدریج کم ہوتی جاتی ہے حتیٰ کہ آخر کار یہ شرح حنا کی شرح μ_0 کے برابر ہو جاتی ہے ($\frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu_0$)۔ اس اثر کو سیراپیٹ^{۵۸} کہتے ہیں جو شکل ۲.۱۵ میں واضح ہے۔

شکل ۲.۱۴ سے واضح ہے کہ H کی کسی بھی قیمت پر B کی دو ممکنہ قیمتیں ہوں گی۔ بڑھتے مقناطیسی بہاؤ کی صورت میں

residual magnetic flux^{۵۹}
coercivity^{۵۵}
hysteresis loop^{۵۶}
log^{۵۷}
saturation^{۵۸}



شکل ۲.۱۵: فولاد M5 کی 0.3048 ملی میٹر موٹی پستری کی ترسیم۔ میدان شدت کا پیمانہ لاگ ہے۔

ترسیم میں نیچے سے اوپر جانے والی منحني B اور H کا تعلق پیش کرے گی جبکہ گھٹتے ہوئے مقناطیسی ہسا کی صورت میں اوپر سے نیچے جانے والی منحني اس تعلق کو پیش کرے گی۔ چونکہ $\mu = B/H$ ہے لہذا B کی مقدار تبدیل ہونے سے μ کی قیمت بھی تبدیل ہوگی۔ باوجود اس کے ہم مقناطیسی ادوار میں μ کو ایک مستقل تصور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے نتائج پر عموماً زیادہ اثر انداز نہیں ہوتا ہے۔

مثال ۲.۷: شکل ۲.۱۵ یا اس کے مساوی جدول ۲.۱ میں دی گئی مواد استعمال کرتے ہوئے شکل ۲.۶ کی حلاء میں ایک ٹسلا اور دو ٹسلا کثافت مقناطیسی ہسا حاصل کرنے کے لئے درکار برقی رو معلوم کریں۔ درج ذیل معلومات استعمال کریں۔ فتالب اور حلاء کا رقبہ عمودی تراش ایک دوسرے جتنا لیں۔

$$b = 5 \text{ cm}, w = 4 \text{ cm}, l_a = 3 \text{ mm}, l_c = 30 \text{ cm}, N = 1000$$

حل: ایک ٹسلا کے لئے۔
جدول ۲.۱ کے تحت فتالب میں 1 ٹسلا کے لئے فتالب کو 11.22 ایمپیئر۔ چپکری میٹر قیمت کی شدت H درکار ہو گی۔ یوں 30 سم لمبے فتالب کو $0.3 \times 11.22 = 3.366$ ایمپیئر چپکری درکار ہوں گے۔
حلاء کو درج ذیل ایمپیئر۔ چپکری میٹر شدت درکار ہے۔

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} = 795671$$

یوں 3 ملی میٹر حلاء کو $0.003 \times 795671 = 2387$ ایمپیئر چپکری درکار ہوں گے۔ کل ایمپیئر۔ چپکری دونوں کا مجموعہ $3.366 + 2387 = 2390.366$ ہوگا جس سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$i = \frac{2390.366}{1000} = 2.39 \text{ A}$$

حل: دو ٹسلا کے لئے۔
جدول ۲.۱ کے تحت فتالب میں 2 ٹسلا کثافت کے لئے فتالب کو 10000 ایمپیئر۔ چپکری میٹر H درکار ہوگی۔ یوں 30

B	H	B	H	B	H	B	H	B	H	B	H
000.0	0	700.0	9	480.1	30	720.1	200	852.1	1000	998.1	9000
040.0	2	835.0	10	540.1	40	752.1	300	900.1	2000	000.2	10000
095.0	3	000.1	22.11	580.1	50	780.1	400	936.1	3000	020.2	20000
160.0	4	100.1	59.12	601.1	60	800.1	500	952.1	4000	040.2	30000
240.0	5	200.1	96.14	626.1	70	810.1	600	968.1	5000	048.2	40000
330.0	6	300.1	78.17	640.1	80	824.1	700	975.1	6000	060.2	50000
440.0	7	340.1	20	655.1	90	835.1	800	980.1	7000	070.2	60000
560.0	8	400.1	77.23	662.1	100	846.1	900	985.1	8000	080.2	70000

جدول ۲.۱: مقناطیسی بہاؤ بالمتقابل شدت

سم متالب کو $3000 = 0.3 \times 10000$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ حلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{2}{4\pi 10^{-7}} = 1591342$$

ایمپیئر۔ چکر فی میٹر درکار ہیں لہذا 3 ملی میٹر لمبی حلاء کو $0.003 \times 1591342 = 4774$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ یوں کل ایمپیئر۔ چکر $4774 + 3000 = 7774$ ہیں جن سے درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$i = \frac{7774}{1000} = 7.774 \text{ A}$$

□

اس مثال میں مقناطیسی سیرایت واضح ہے۔

۲.۹ ہیجان شدہ لچھا

بدلتارو بجلی میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ عموماً سائنس ہوتے ہیں جن کا وقت کے ساتھ تعلق $\sin \omega t$ یا $\cos \omega t$ ہوگا۔ اس حصہ میں بدلتارو سے لچھا ہیجان کرنا اور اس سے نمودار ہونے والی برقی توانائی کے ضیاع پر تذکرہ کیا جائے گا۔
متالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ

$$(۲.۴۷) \quad B = B_0 \sin \omega t$$

کی صورت میں متالب میں درج ذیل بدلتا مقناطیسی بہاؤ پیدا ہوگا۔

$$(۲.۴۸) \quad \varphi = A_c B = A_c B_0 \sin \omega t = \phi_0 \sin \omega t$$

اس مساوات میں مقناطیسی بہاؤ کا محیط ϕ_0 ، کثافت مقناطیسی بہاؤ کا محیط B_0 ، متالب کا رقبہ عمودی تراش A_c (جو ہر مقام پر یکساں ہے)، زاویائی تعدد $2\pi f$ اور تعدد f ہے۔



شکل ۲.۱۶: سادہ مقناطیسی دور (مثال ۲.۸)۔

فیراڈے کے قانون (مساوات ۲.۲۷) کے تحت یہ مقناطیسی دباؤ لچھے میں $e(t)$ الٹا دباؤ پیدا کرے گا

$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{\partial \lambda}{\partial t} \\ &= \omega N \phi_0 \cos \omega t \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= E_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

جہاں E_0 درج ذیل ہے۔

$$(۲.۵۰) \quad E_0 = \omega N \phi_0 = 2\pi f N A_c B_0$$

ہم بدلتے رومنت داروں کے مربع کی اوسط کے جذر میں دلچسپی رکھتے ہیں جو ان مقداروں کی موثر قیمت ہوتی ہے۔ جیسا صفحہ ۱۶ پر مساوات ۱.۴۲ میں دیکھا گیا، سائن نموج کی موثر قیمت موج کے چیط کی $1/\sqrt{2}$ گنا ہوگی لہذا امالی برقی دباؤ کی موثر قیمت E_{rms} درج ذیل ہوگی۔

$$(۲.۵۱) \quad E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N A_c B_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N A_c B_0$$

یہ مساوات بہت اہم ہے جس کو ہم بار بار استعمال کریں گے۔ بدلتے برقی دباؤ یا بدلتے برقی رو کی قیمت سے مراد ان کی موثر قیمت ہوگی۔ پاکستان میں گھریلو برقی دباؤ کی موثر قیمت 220 وولٹ ہے۔ اس سائن نموج برقی دباؤ کی چوٹی $\sqrt{2} \times 220 = 311$ وولٹ ہوگی۔

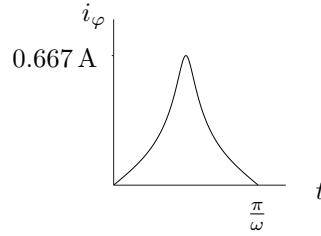
مثال ۲.۸: شکل ۲.۱۶ میں لچھے کے 27 چکر ہیں۔ متالب کی لمبائی 30 سم جبکہ اس کا رقبہ عمودی تراش 229.253 مربع سم ہے۔ لچھے کو گھریلو 220 وولٹ موثر برقی دباؤ سے بھجان کیا جاتا ہے۔ جدول ۲.۱ کی مدد سے مختلف برقی دباؤ پر محرک برقی رو معلوم کریں اور اس کا خط کھینچیں۔
حل: گھریلو برقی دباؤ 50 ہرٹز کی سائن نموج ہوگی۔

$$(۲.۵۲) \quad v = \sqrt{2} \times 220 \cos(2\pi 50t)$$

induced voltage^{۵۹}
root mean square, rms^{۶۰}

ωt	B	H	$0.3H$	$i_\phi = \frac{0.3H}{27}$	ωt	B	H	$0.3H$	$i_\phi = \frac{0.3H}{27}$
675.0	000.1	22.11	366.3	125.0	000.0	000.0	0	000.0	000.0
757.0	100.1	59.12	777.3	140.0	025.0	040.0	2	600.0	022.0
847.0	200.1	96.14	488.4	166.0	059.0	095.0	3	900.0	033.0
948.0	300.1	78.17	334.5	198.0	100.0	160.0	4	200.1	044.0
992.0	340.1	20	000.6	222.0	150.0	240.0	5	500.1	056.0
064.1	400.1	77.23	131.7	264.0	208.0	330.0	6	800.1	067.0
180.1	480.1	30	000.9	333.0	278.0	440.0	7	100.2	078.0
294.1	540.1	40	000.12	444.0	357.0	560.0	8	400.2	089.0
409.1	580.1	50	000.15	556.0	453.0	700.0	9	700.2	100.0
571.1	601.1	60	000.18	667.0	549.0	835.0	10	000.3	111.0

جدول ۲.۲: محرک برقی رو



شکل ۲.۱۷: $M5:2$ پتہری کے متالاب میں 1.6 ٹسلا تک ہیجان پیدا کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو۔

مساوات ۲.۵۱ کی مدد سے ہم کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی چوٹی حاصل کرتے ہیں۔

$$(۲.۵۳) \quad B_0 = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 27 \times 0.0229253} = 1.601 \text{ T}$$

یوں متالاب میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کا چھ 1.601 ہوگا اور متالاب میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مساوات درج ذیل ہوگی۔

$$(۲.۵۴) \quad B = 1.601 \sin \omega t$$

ہم جدول کی مدد سے 0 اور 1.601 ٹسلا کے بیچ مختلف قیمتوں پر درکار محرک برقی رو i_ϕ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ ہم مختلف B پر جدول ۲.۱ سے متالاب کی H حاصل کریں گے جو ایک میٹر لمبی متالاب کے لئے درکار اینہیٹر۔ چکر ہوں گے۔ اس سے 30 سم لمبی متالاب کے لئے درکار اینہیٹر۔ چکر دریافت کر کے برقی رو حاصل کریں گے۔

جدول ۲.۲ مختلف کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کے لئے درکار محرک برقی رو دیتی ہے۔ جدول میں ہر B کی قیمت پر t کو مساوات ۲.۵۳ سے حاصل کیا گیا ہے۔ محرک برقی رو بالقابل t کا خط شکل ۲.۱۷ میں دیا گیا ہے۔ □



شکل ۲.۱۸: ہیجان انگیز برقی رو۔

برقی لچھے میں برقی دباؤ سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ ہیجان شدہ لچھا میں گزرتے برقی رو i_ϕ کی بنیاداً متاسب میں مقناطیسی بہاؤ پیدا ہوگا۔ اس برقی رو i_ϕ کو ہیجان انگیز برقی رو^{۱۱} کہتے ہیں۔

مثال ۲.۸ میں ہیجان انگیز برقی رو معلوم کی گئی جسے شکل ۲.۱۷ میں دکھایا گیا۔ اسے حاصل کرتے وقت مقناطیسی چال^{۱۲} کو نظر انداز کیا گیا۔ شکل ۲.۱۸ میں ہیجان انگیز برقی رو i_ϕ دکھائی گئی ہے جو مقناطیسی چال کو مد نظر رکھ کر حاصل کی گئی ہے۔ اس کو سمجھنا ضروری ہے۔

شکل ۲.۱۸-الف میں مقناطیسی چال کا دائرہ دکھایا گیا ہے۔ درج ذیل تعلقات کی بنیاداً مقناطیسی چال کے خط کو $i_\phi - \phi$ کا خط لکھا جاسکتا ہے۔

$$Hl = Ni \quad (۲.۵۵)$$

$$\phi = BA_c$$

متاسب میں سائن مقناطیسی بہاؤ ϕ کو شکل ۲.۱۸-ب میں دکھایا گیا ہے۔ سائن مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ لمحہ t_1 پر اس کی قیمت ϕ_1 ہوگی۔ مقناطیسی بہاؤ ϕ_1 حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو i_1 شکل-الف سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ اسی ہیجان انگیز برقی رو کو شکل-ب میں لمحہ t_1 پر دکھایا گیا ہے۔

دھیان رہے کہ لمحہ t_1 پر مقناطیسی بہاؤ بڑھ رہا ہے لہذا مقناطیسی چال کے خط کا درست حصہ استعمال کرنا ضروری ہے۔ شکل ۲.۱۸-الف میں $i_\phi - \phi$ کے خط میں گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے پلوں نیچے سے اوپر جاتا ہوا حصہ استعمال کیا گیا ہے۔ شکل ۲.۱۳-ب میں تیسرے نشان مقناطیسی بہاؤ بڑھنے (نیچے سے اوپر) اور گھٹنے (اوپر سے نیچے) والے حصوں کی نشاندہی کرتے ہیں۔

^{۱۱} excitation current
^{۱۲} hysteresis



شکل ۲.۱۹: پچاس ہرٹز پر 0.3 ملی میٹر موٹی پتھری کے لئے درکار موثر دوسلٹ-ایسٹرنی کلوگرام متالب

لحجہ 2 پر مقناطیسی ہوا گھٹ رہا ہے۔ اس لحجہ پر مقناطیسی ہوا 2 φ ہے اور اسے حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو 2 i_2 ہے۔

اسی طرح مختلف لحجہات پر درکار ہیجان انگیز برقی رو حاصل کرنے کے لئے شکل ۲.۱۸-ب کا i_φ خط ملتا ہے جو غیر سائنس ہے۔

آپ جانتے ہیں کہ $\varphi = \phi_0 \sin \omega t$ کی صورت میں برقی دباؤ $\omega \cos \omega t$ $e = N \frac{d\varphi}{dt} = N \phi_0 \omega \cos \omega t$ ہوگا۔ شکل ۲.۱۸-ب میں اس برقی دباؤ کو بھی دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ برقی دباؤ سے مقناطیسی ہوا 90° تاخیر سے ہے۔

متالب میں $B = B_0 \sin \omega t$ کی صورت میں H اور i_φ غیر سائنس ہوں گے جن کی موثر قیمتوں $H_{c,rms}$ اور $i_{\varphi,rms}$ کا تعلق درج ذیل ہوگا۔

$$(۲.۵۶) \quad N i_{\varphi,rms} = l_c H_{c,rms}$$

مساوات ۲.۵۱ اور مساوات ۲.۵۶ سے درج ذیل حاصل ہوگا

$$(۲.۵۷) \quad E_{rms} i_{\varphi,rms} = \sqrt{2} \pi f B_0 H_{c,rms} A_c l_c$$

جہاں $A_c l_c$ متالب کا حجم ہے۔ یوں $A_c l_c$ حجم کے متالب میں B_0 کثافت مقناطیسی ہوا پیدا کرنے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\varphi,rms}$ مساوات ۲.۵۷ دے گی۔ ایک مقناطیسی متالب جس کا حجم $A_c l_c$ اور میکانی کثافت ρ_c ہو، کی کثافت $m_c = \rho_c A_c l_c$ ہوگی لہذا ایک کلوگرام متالب کے لئے مساوات ۲.۵۷ کو درج ذیل روپ میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۲.۵۸) \quad P_a = \frac{E_{rms} i_{\varphi,rms}}{m_c} = \frac{\sqrt{2} \pi f}{\rho_c} B_0 H_{c,rms}$$

دیکھا جائے تو کسی ایک تعدد f پر P_a کی قیمت صرف وتالب پر اور وتالب میں B_0 یعنی B چنی پر منحصر ہے، چونکہ $H_{c,rms}$ خود B_0 پر منحصر ہے۔ یہی وجہ ہے کہ وتالب بنانے والے اکائی کیفیت کے وتالب میں مختلف چنی B پیدا کرنے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\varphi, rms}$ کی B_0 بالقابل P_a ترسیم مہیا کرتے ہیں۔ وتالب کی 0.3 ملی میٹر موٹی پستری کے لئے ایسی ترسیم شکل ۲.۱۹ میں دکھائی گئی ہے۔

باب ۳

ٹرانسفارمر

ٹرانسفارمر وہ آلہ ہے جو بدلتا برقی دباؤ کو تبدیل کرتا ہے۔ یہ دو یا دو سے زیادہ لچھوں پر مشتمل ہوتا ہے جو مقناطیسی وتالب^۱ پر لپیٹے ہوتے ہیں۔ یہ لچھے عموماً آپس میں جڑے ہوئے نہیں ہوتے ہیں۔ شکل ۳.۱-الف میں ٹرانسفارمر کی علامت دکھائی گئی ہے۔ دو لچھوں کے درمیان متوازی لکیریں مقناطیسی وتالب کو ظاہر کرتی ہیں۔ دستیاب برقی دباؤ^۲ پر ٹرانسفارمر کے ایک لچھے کو برقی طاقت منراہم کی جاتی ہے اور باقی لچھوں سے مختلف برقی دباؤ پر یہی برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ جس لچھے پر برقی دباؤ لاگو کیا جائے اسے ابتدائی لچھا^۳ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو ابتدائی جانب^۴ کہتے ہیں۔ اسی طرح جس لچھے (لچھوں) سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے اسے (انہیں) ثانوی لچھا^۵ (لچھے) کہتے ہیں اور اس جانب کو ثانوی جانب^۶ کہتے ہیں۔ ایسا شکل ۳.۱-ب میں دکھایا گیا ہے۔ ٹرانسفارمر کی علامت میں ابتدائی جانب کو بائیں طرف اور ثانوی جانب کو دائیں طرف دکھایا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر عموماً صرف دو لچھوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔ اس کتاب میں مقناطیسی وتالب پر لپٹے ہوئے دو لچھوں کے قوی ٹرانسفارمر پر تبصرہ کیا جائے گا۔

ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کے لچھے کو کم برقی دباؤ کا لچھا^۷ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب^۸ کہتے ہیں جبکہ ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کے لچھے کو زیادہ برقی دباؤ کا لچھا^۹ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو زیادہ برقی دباؤ والی جانب^{۱۰} کہتے ہیں۔

یوں اگر ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ جانب برقی دباؤ لاگو کیا جائے اور زیادہ برقی دباؤ جانب سے برقی دباؤ حاصل

^۱magnetic core

^۲بدلتا برقی دباؤ کی علامت میں مثبت اور منفی نشان وقت صفر پر برقی دباؤ کی مثبت اور منفی سرے ظاہر کرتے ہیں۔

^۳primary coil

^۴primary side

^۵secondary coil

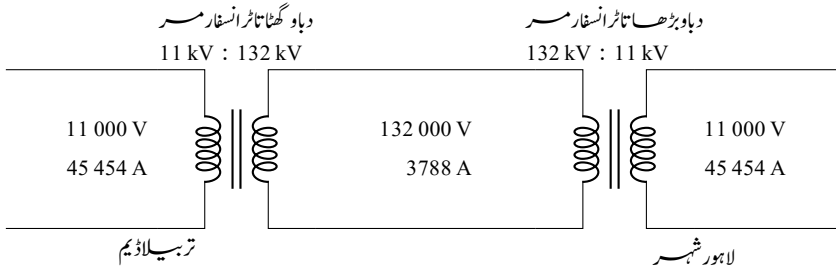
^۶secondary side

^۷low voltage coil

^۸high voltage coil



شکل ۱: ٹرانسفارمر کی علامت۔



شکل ۲: برقی طاقت کی منتقلی۔

کیا جائے تو ٹرانسفارمر میں کم برقی دباؤ جانب کو ابتدائی جانب کہیں گے اور اس کی زیادہ برقی دباؤ جانب کو ثانوی جانب کہیں گے۔

۳.۱ ٹرانسفارمر کی اہمیت

بدلتے ہوئی برقی طاقت ایک مقام سے دوسرے مقام یا آسانی اور نہایت کم برقی طاقت کی ضیاع سے منتقل کی جاسکتی ہے۔ یہی اس کی مقبولیت کا راز ہے۔ ٹرانسفارمر کے تبادلہ برقی دباؤ کی خاصیت ایسا کرنے میں کلیدی کردار ادا کرتی ہے جسے درج ذیل مثال کی مدد سے سمجھتے ہیں۔

مثال ۱: شکل ۳.۲ سے رجوع کریں۔ برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب برقی طاقت ہوگا:

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

تصور کریں کہ تریبلاڈیم سے 500 MW برقی طاقت لاہور^{۱۰} شہر کے گھریلو صارفین کو 220 وولٹ پر مہیا کرنی ہے۔ اگر ہم اس طاقت کو 220 وولٹ پر ہی منتقل کرنا چاہیں تب برقی رو

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{220} = 2\,272\,727\text{ A}$$

ہوگی۔ برقی تار میں کثافت برقی رو J_{au} تقریباً 5 ایمپیر فی مربع ملی میٹر $J_{au} = 5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ ممکن ہوتی ہے۔ یہ ایک محفوظ کثافت برقی رو ہے۔ اگر برقی تار میں اس سے زیادہ برقی رو گزاری جائے تو اس کی مزاحمت میں برقی طاقت کے ضیاع سے یہ گرم ہو کر پگھل سکتی ہے۔ اس طرح صفحہ ۱۱ پر مساوات ۱.۲۳ سے برقی تار کا رقبہ عمودی تراش

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{2\,272\,727}{5} = 454\,545\text{ mm}^2$$

ہوگا۔ گول تار تصور کریں تو اس کا رداس درج ذیل ہوگا۔

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{454\,545}{\pi}} = 380\text{ mm} = 0.38\text{ m}$$

اتنی موٹی برقی تار کہیں نہیں پائی جاتی ہے^{۱۱}۔ اگر یہ تار المونیم کی بنی ہو جس کی کثافت $\rho_v = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ہوتی ہے تب ایک میٹر لمبی تار کی کیت

$$m = 2700 \times \pi \times 0.38^2 \times 1 = 1224\text{ kg}$$

یعنی 1.2 ٹن ہوگی۔ المونیم اتنی ہستکی ہے کہ اس صورت میں اتنی برقی طاقت کو لاہور پہنچانا ممکن نہیں ہوگا^{۱۲}۔ آئیں اب ٹرانسفارمر استعمال کر کے دیکھتے ہیں۔ ڈیم پر ایک ٹرانسفارمر نصب کر کے برقی دباؤ کو بڑھا کر 132 000 وولٹ یعنی 132 کلو وولٹ کی جابا تار سے۔ یوں برقی رو درج ذیل ہوگا

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{132\,000} = 3788\text{ A}$$

جس کے لئے درکار برقی تار

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{3788}{5} = 758\text{ mm}^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{1667}{\pi}} = 15.5\text{ mm}$$

□

صرف 15.5 ملی میٹر رداس کی ہوگی۔

۱۰. اضلاع صوبائی میں بھی لاہور ایک تحصیل ہے لیکن اس شہر کو اتنی طاقت نہیں درکار
 ۱۱. آج مائیں یاٹ مائیں، آپ نے بھی اتنی موٹی برقی تار کبھی نہیں دیکھی ہوگی۔
 ۱۲. آج کل لاہور میں بجلی کی معطلی اس وجہ سے نہیں ہے۔

اس مثال میں اگر تربیلا ڈیم میں نسب جنسٹر 11000 وولٹ برقی دباؤ پیدا کر رہا ہو تو تربیلا ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو 11000 وولٹ سے بڑھا کر 132 کلو وولٹ کرے گا جبکہ لاہور شہر میں نسب ٹرانسفارمر 132 کلو وولٹ کو واپس 11000 وولٹ کرے گا۔

اسی مثال کو بڑھاتے ہیں۔ شہر میں 220 وولٹ کی بجائے 11000 وولٹ صارف کے مقرب پہنچا کر محلہ میں نسب ٹرانسفارمر کی مدد سے 11000 وولٹ کو مسزید گھٹا کر 220 وولٹ کیا جائے گا جو صارف کو منراہم کیے جائیں گے۔

شکل ۳.۲ میں ڈیم سے شہر تک کا نظام دکھایا گیا ہے جہاں ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ بڑھاتا ٹرانسفارمر^{۱۳} اور لاہور میں نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ گھٹاتا ٹرانسفارمر^{۱۴} کہا گیا ہے۔

برقی طاقت عموماً 11 کلو وولٹ اور 25 کلو وولٹ کے مابین پیدا کی جاتی ہے۔ اس کی منتقلی 110 کلو وولٹ اور 1000 کلو وولٹ کے بیچ کی جاتی ہے جبکہ اس کا استعمال 1000 وولٹ سے کم پر کیا جاتا ہے۔

۳.۲ ٹرانسفارمر کے اقسام

گھروں اور کارخانوں کو برقی طاقت منراہم کرنے والے ٹرانسفارمر مقناطیسی متالب پر لیٹے جاتے ہیں۔ یہ عموماً تین دوری^{۱۵} ہوتے ہیں جنہیں لوہے کے قالب والے تین دوری^{۱۶} کو ٹرانسفارمر^{۱۷} کہتے ہیں۔

نہایت چھوٹے ٹرانسفارمر عموماً لوہے کے متالب پر بنائے جاتے ہیں اور یکے دوری^{۱۸} ہوتے ہیں۔ یہ گھریلو استعمال کے برقی شین، مثلاً موبائل چارجر، وغیرہ میں نسب ہوتے ہیں اور 220 وولٹ سے برقی دباؤ مسزید گھٹاتے ہیں۔

برقی دباؤ کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو دباؤ کے ٹرانسفارمر^{۱۹} کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی برقی دباؤ کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ اسی طرح برقی رو کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو رو کے ٹرانسفارمر^{۲۰} کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی رو کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ویسے تو ہر ٹرانسفارمر کسی تناسب سے برقی دباؤ برقی رو کم یا زیادہ کرتا ہے لیکن جیسا پہلے ذکر کیا گیا، ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر میں کم اور زیادہ کرنے کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر کی برقی سکت^{۲۱} نہایت کم^{۲۲} ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کے لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی ہوا حلاء کے ذریعہ بھی ممکن ہے۔ انہیں غلائی قالب ٹرانسفارمر^{۲۳} کہتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر ذرائع ابلاغ^{۲۴} کے ادوار، یعنی ریڈیو، ٹی وی وغیرہ میں پائے جاتے ہیں۔ ان ٹرانسفارمر کی علامت شکل ۳.۳ میں دکھائی گئی ہے جس میں متالب ظاہر کرنے والی متوازی لکیریں نہیں پائی جاتی ہیں۔

^{۱۳} step up transformer

^{۱۴} step down transformer

^{۱۵} three phase

^{۱۶} iron core, three phase power transformer

^{۱۷} single phase

^{۱۸} potential transformer

^{۱۹} current transformer

^{۲۰} electrical rating

^{۲۱} یہ عموماً تقسیمہاں ہیں وولٹ۔ ایمپیئر سکت رکھتے ہیں۔

^{۲۲} air core transformer

^{۲۳} communication transformer



شکل ۳.۳: خلائی ٹرانسفارمر کی علامت۔

شکل ۳.۴: بیرونی برقی دباؤ اور اندرونی امالی برقی دباؤ میں فرق۔

۳.۳ امالی برقی دباؤ

اس حصے کا بنیادی مقصد بیرونی برقی دباؤ v اور اندرونی امالی برقی دباؤ e میں فرق واضح کرنا اور ان سے متعلق تکنیکی اصطلاحات کا تعارف ہے۔

شکل ۳.۴ میں بے بوجھ ^{۲۴} ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے، یعنی اس کا ثانوی لچھا کھلے دور رکھا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 ہے جس کو بیرونی حبزو دکھایا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے پر v_1 برقی دباؤ لاگو کرنے سے ابتدائی لچھے میں بیجان انگیز ^{۲۵} برقی رو i_ϕ گزرے گا۔ اس بیجان انگیز برقی رو سے پیدا ہونے والی $N_1 i_\phi$ مقناطیسیت $N_1 i_\phi$ مقناطیسیت پیدا کرے گی۔ یہ بدلتا مقناطیسیت ہی ابتدائی لچھے میں امالی برقی دباؤ e_1 پیدا کرتا ہے جسے درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(۳.۱) \quad e_1 = \frac{d\lambda}{dt} = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

اس مساوات میں

- λ ابتدائی لچھے کی مقناطیسیت ہسوا کے ساتھ ارتباط ہسوا ہے،
- ϕ مقناطیسیت مقناطیسیت ہسوا دو دونوں لچھوں میں سے گزرتی ہے،
- N_1 ابتدائی لچھے کے چکر ہیں۔

ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 ضرر نہ ہونے کی صورت میں کرخوف کے قانون برائے برقی دباؤ کے تحت درج ذیل ہوگا۔

$$(۳.۲) \quad v_1 = i_\phi R_1 + e_1$$

شکل ۳.۴ میں اس مزاحمت کو بطور بیرونی حبزو، ٹرانسفارمر کے باہر، دکھایا گیا ہے۔ اس لچھے کی رستا متعاملہ بھی ہوگی جسے نظر انداز کیا گیا ہے۔ عموماً طاقت کے ٹرانسفارمروں اور موٹروں میں R_1 کی قیمت e_1

اور v_1 کی قیمتوں سے بہت کم ہوتی ہے لہذا اسے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (۳.۳)$$

مساوات ۳.۲ سے ثابت ہوتا ہے کہ بیرونی لاگو برقی دباؤ v_1 اور اندرونی امالی برقی دباؤ e_1 دو علیحدہ برقی دباؤ ہیں۔ یہ بات سمجھ لینا بہت ضروری ہے۔ مساوات ۳.۳ کے تحت v_1 اور e_1 کی مطلق قیمتیں (تقریباً) ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں^{۲۶}

لچھے ٹیجاؤ^{۲۷} کرنے سے مراد اس پر بیرونی برقی دباؤ لاگو کرنا ہے جبکہ لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ کو ٹیجاؤ انگریزی برقی دباؤ^{۲۸} کہتے ہیں۔ لچھے کو ٹیجاؤ شدہ لچھا^{۲۹} جبکہ اس میں رواں برقی رو کو ٹیجاؤ انگریزی برقی رو^{۳۰} کہتے ہیں۔

لچھے میں گزرتی مقنطیسی بہاؤ کی تبدیلی سے برقی دباؤ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ ٹرانسفارمر میں ساکن لچھا سے برقی دباؤ حاصل کیا جاتا ہے۔ ساکن لچھا سے حاصل برقی دباؤ کو امالی برقی دباؤ^{۳۱} کہتے ہیں۔ برقی دباؤ کا حصول مقنطیسی میدان میں لچھے کی حرکت سے بھی ممکن ہے۔ ایسے برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ^{۳۲} کہتے ہیں۔ یاد رہے ان برقی دباؤ میں کسی قسم کا فشرق نہیں ہوتا۔ انہیں مختلف نام صرف پہچان کی خاطر دئے جاتے ہیں۔

۳.۴ ہیجان انگیز برقی روا اور فتالبی ضیاع

جہاں مقنطیسی فتالب میں بدلتا مقنطیسی بہاؤ ثانوی لچھوں میں فائدہ مند برقی دباؤ پیدا کرتا ہے وہاں یہ مقنطیسی فتالب میں نقصان دہ برقی دباؤ کو بھی جنم دیتا ہے جس سے مقنطیسی فتالب میں بھنور نما برقی رو^{۳۳} پیدا ہوتا ہے۔ بھنور نما برقی رو مقنطیسی فتالب میں برقی طاقت کے ضیاع کا سبب بنتا ہے جسے بھنور نما برقی رو کا ضیاع^{۳۴} یا مختصر الفاظ میں ضیاع^{۳۵} کہتے ہیں۔ فتالبی ضیاع کو کم سے کم کرنے کے لئے مقنطیسی فتالب کو باریک لوہے کی پٹیوں^{۳۶} درتہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ ان پٹریوں پر غریب موصل روغن^{۳۷} کی تہ لگائی جاتی ہے تاکہ بھنور نما برقی رو کو روکا جاسکے۔ آپ دیکھیں گے کہ برقی مشین کا فتالب عموماً اسی طرح بنایا جاتا ہے۔ شکل ۲.۱۵ اور جدول ۲.۱ میں 0.3048 میٹر موٹی M5 فتالبی پٹری کا $B - H$ مواد دیا گیا ہے۔

شکل ۳.۵ الف میں فتالبی پٹریوں کے دو اشکال دکھائے گئے ہیں۔ ان کی شکل و صورت کی بنا انہیں ایکے اور تینے^{۳۸} پٹریاں پکارتے ہیں۔ شکل ۳.۵ ب میں ایک پٹریوں اور تین پٹریوں کو دو طرح آپس میں رکھا

^{۲۶} جس سے طلب کی ذہن میں یہ غلط فہمی پیدا ہوتی ہے کہ یہ ایک ہی برقی دباؤ کے دو مختلف نام ہیں۔

^{۲۷} excite

^{۲۸} excitation voltage

^{۲۹} excited coil

^{۳۰} excitation current

^{۳۱} induced voltage

^{۳۲} electromotive force, emf

^{۳۳} eddy currents

^{۳۴} eddy current loss

^{۳۵} core loss

^{۳۶} laminations

^{۳۷} enamel

^{۳۸} E, I



شکل ۵: مالی پستری کے اشکال اور ان کو تہ در تہ رکھنے کا طریقہ۔

گیایا۔ ان دو طریقوں سے انہیں تہ در تہ رکھا جاتا ہے۔ لہذا اگر پہلی تہ میں ایک دائیں جانب اور تین بائیں جانب رکھا جائے تو اس کے اوپر دوسری تہ میں ایک کو بائیں جانب اور تین کو دائیں جانب رکھا جائے گا۔ تیسری تہ میں پھر ایک کو دائیں اور تین کو بائیں جانب رکھا جائے گا، وغیرہ۔ اسی طرح انہیں جوڑ کر شکل ۵: ۳-پ میں دکھایا گیا تالب حاصل کیا جاتا ہے۔

لچھے کی مسزاجت کو شکل ۳.۴ میں نظر انداز کرتے ہیں۔ ہیجان انگیز برقی رد φ کی بت امالی برقی دباؤ e_1 پیدا ہوتا ہے جو ہر صورت لاگو برقی دباؤ v_1 کے برابر ہوگا۔ چونکہ بوجھ کی بت v_1 تبدیل نہیں ہوتا ہے لہذا بوجھ کی بت e_1 اور ہیجان انگیز برقی رد بھی تبدیل نہیں ہوں گے۔ یوں بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر میں ہیجان انگیز برقی رد یکساں ہوتا ہے۔ جیسا شکل ۲.۱۸ میں دکھایا گیا ہے، قوی ٹرانسفارمر اور موٹروں میں برقی دباؤ اور مقناطیسی ہوسائن نم ہوتے ہیں جبکہ ان میں ہیجان انگیز برقی رد غیر سائن نم ہوتا ہے۔ یوں اگر

$$\begin{aligned} \varphi &= \phi_0 \sin \omega t = \phi_0 \cos (\omega t - 90^\circ) \\ \hat{\varphi} &= \phi_0 / -90^\circ \end{aligned} \quad (۳.۴)$$

ہو تب

$$\begin{aligned} e_1 &= N_1 \frac{d\varphi}{dt} = \omega N_1 \phi_0 \cos \omega t \\ \hat{E}_1 &= \omega N_1 \phi_0 / 0 \end{aligned} \quad (۳.۵)$$

ہوگا۔ یہاں ϕ_0 مقناطیسی ہوساو کے جیٹ کو ظاہر کرتی ہے اور ω زاویائی تعدد ارتعاش یعنی $2\pi f$ کو ظاہر کرتی ہے جہاں f تعدد ارتعاش ہے جسے ہر Hz میں ناپا جاتا ہے۔ جیسا شکل ۳.۶ میں دکھایا گیا ہے \hat{E}_1 اور $\hat{\varphi}$ کے 90° کا زاویہ ہوگا۔ e_1 برقی دباؤ کی موثر قیمت E_{rms}

$$E_{rms} = \frac{\omega N_1 \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \phi_0 \quad (۳.۶)$$

ہے جس سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\phi_0 = \frac{E_{rms}}{4.44 f N_1} \quad (۳.۷)$$

^{۳۹} اس مساوات میں اور اس کے بعد پوری کتاب میں امالی برقی دباؤ کے ساتھ منفی علامت نہیں لگائی گئی ہے۔



شکل ۳.۶: مختلف دوری سمتیوں کے زاویے۔

یہاں رکھ کر دوبارہ نظر ثانی کرتے ہیں۔ اگر ایک لمحے پر E_{rms} موثر برقی دباؤ لگو کیا جائے تو یہ لچھا اتنا ہیجبان انگلیز برقی رو i_ϕ گزرنے دیتا ہے جس سے نمودار ہونے والا مقناطیسی بہا و مساوات ۳.۷ میں دیے گئے مقناطیسی بہا و ϕ_0 کے برابر ہوتا ہے۔ یہ حقیقت نہ صرف ٹرانسفارمر بلکہ کسی بھی مقناطیسی دور کے لئے درست اور لازم ہے۔ غیر سائنس ہجبان انگلیز برقی رو i_ϕ جسے شکل ۲.۱۸ میں دکھایا گیا ہے، کو کسی بھی غیر سائنس تعامل کی طرح فوریر سلسل ۳۰ سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

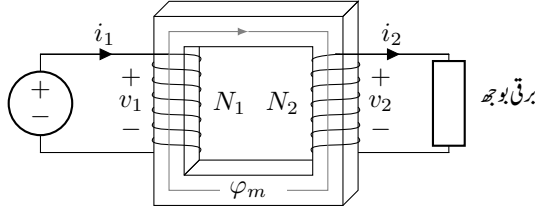
$$(۳.۸) \quad i_\phi = \sum_n (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

اس سلسل میں $(a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t)$ کو بنیادی جزو^{۳۱} جبکہ باقی حصہ کو موسیقائی اجزاء^{۳۲} کہتے ہیں۔ بنیادی جزو میں $a_1 \cos \omega t$ ، مقناطیسی بہا وے وجود میں آنے والے امالی برقی دباؤ، e_1 (مساوات ۳.۵) کے ہم قدم ہے اور دونوں ایک ساتھ بڑھتے اور گھٹتے ہیں جبکہ e_1 کے لحاظ سے $b_1 \sin \omega t$ نوے درجہ تاخیری زاویہ پر رہتا ہے۔ متالب میں مختلف وجوہات کی بنیاد پر برقی طاقت کی ضائع کو $a_1 \cos \omega t$ ظاہر کرتا ہے۔ اسی لئے اس جزو کو جزو قالیہ ضیاع^{۳۳} کہتے ہیں۔ ہیجبان انگلیز برقی رو i_ϕ سے $a_1 \cos \omega t$ منفی کر کے مقناطیس بنانے والا برقی رو یا مقناطیسی برقی رو^{۳۴} حاصل ہوگا۔ سلسل کی تیسرا موسیقائی جزو سب سے زیادہ اہم ہے۔ قوی ٹرانسفارمر میں تیسرا موسیقائی جزو عموماً کل ہیجبان انگلیز برقی رو کا 40 فی صد ہوتا ہے۔

ماسوائے جب ہیجبان انگلیز برقی رو کے اثرات پر غور کیا جاسا رہا ہو، ہم ہیجبان انگلیز برقی رو کے غیر سائنس ہونے کو نظر انداز کرتے ہیں۔ یوں مساوات ۳.۸ میں موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے، a_1 کو I_c اور b_1 کو I_m لکھ کر درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$i_\phi = I_c \cos \omega t + I_m \sin \omega t$$

Fourier series^{۳۰}
fundamental component^{۳۱}
harmonic components^{۳۲}
core loss component^{۳۳}
magnetizing current^{۳۴}



شکل ۷.۳: بوجھ بردار کامل ٹرانسفارمر۔

قوی ٹرانسفارمر کا ہجیان انگلیز برقی رو اس کے کل برقی رو کا تقریباً ۵٪ فی صد ہوتا ہے لہذا اس کا اثر بہت کم ہوتا ہے۔ یوں ہم ہجیان انگلیز برقی رو کو سائن نمائندہ تصور کر کے اس کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس فرضی سائن نمائندہ ہجیان انگلیز برقی رو i_{ϕ} کی موثر قیمت $I_{\phi, rms}$ ، اصل ہجیان انگلیز برقی رو کی موثر قیمت کے برابر رکھی جاتی ہے جبکہ اس کا زاویہ θ_c یوں رکھا جاتا ہے کہ اس سے حاصل برقی ضیاع اصل برقی ضیاع کے برابر ہو۔ شکل ۶.۳ کی مدد سے یہ بات سمجھنی زیادہ آسان ہے۔ مثالی ضیاع p_c ہونے کی صورت میں θ_c کی قیمت یوں منتخب کی جائے گی کہ درج ذیل مساوات درست ثابت ہو۔

(۳.۹)

$$p_c = E_{rms} I_{\phi, rms} \cos \theta_c$$

\hat{I}_{ϕ} دباؤ \hat{E}_1 سے θ_c تاخیری ہوگا۔

۳.۵ تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص

ہم شکل ۷.۳ کی مدد سے ٹرانسفارمر کا مطالعہ کرتے ہیں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ ابتدائی لچھا N_1 اور ثانوی لچھا N_2 چپکر کا ہے اور دونوں لچھوں کی سزا جستیں صفر ہیں۔ ہم مزید فرض کرتے ہیں کہ پورامقناطیسی ہوا و فالب میں رہتا اور دونوں لچھوں سے گزرتا ہے، فالب میں برقی توانائی ضائع نہیں ہوتی ہے اور فالب کا مقناطیسی مستقل اتنا بڑا ہے کہ ہجیان انگلیز برقی رو فالب نظر انداز ہے۔ برقی رو i_1 اور i_2 کے رخ یوں رکھے گئے ہیں کہ ان سے پیدا مقناطیسی ہوا ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں۔ اصل ٹرانسفارمر میں ان باتوں پر تقریباً پورا اترتا ہے۔ ایسے ٹرانسفارمر کو کامل ٹرانسفارمر^۴ کہتے ہیں۔

کامل ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے پر بدلتا برقی دباؤ v_1 لاگو کرنے سے فالب میں بدلتا مقناطیسی ہوا ϕ_m پیدا ہوگا جو ابتدائی لچھے میں، لاگو برقی دباؤ v_1 کے برابر، امالی برقی دباؤ e_1 پیدا کرتا ہے۔

(۳.۱۰)

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$$

^۴ کل برقی رو سے مراد وہ برقی رو ہے جو کل برقی بوجھ لادنے سے حاصل ہوتا ہے۔
^۴ یعنی بدلتا برقی رو ϕ_m کو اس دوری ستیر کی مدد سے \hat{I}_{ϕ} لکھتے ہیں
 ideal transformer^۴

یہی مقناطیسی بہا دوسرے لچھے سے بھی گزرے گا اور اس میں e_2 امالی برقی دباؤ پیدا کرے گا جو ثانوی سروں پر برقی دباؤ v_2 کی صورت میں نمودار ہوگا۔

$$(۳.۱۱) \quad v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

مساوات ۳.۱۰ کو مساوات ۳.۱۱ سے تقسیم کرتے ہوئے درج ذیل رشتہ حاصل ہوتا ہے

$$(۳.۱۲) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}}{N_2 \frac{d\varphi_m}{dt}} = \frac{N_1}{N_2}$$

جس کے تحت کامل ٹرانسفارمر دونوں لچھوں کے چپکروں کی نسبت سے متبادلہ برقی دباؤ^۸ کرتا ہے۔ کامل ٹرانسفارمر میں طاقت کا ضیاع نہیں ہوتا ہے لہذا اس کو ابتدائی جانب یعنی برقی طاقت منراہم کی بجائے وہ اتنی برقی طاقت ثانوی جانب دے گا:

$$(۳.۱۳) \quad p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

درج بالا مساوات سے

$$(۳.۱۴) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

لکھا جاسکتا ہے جس کو مساوات ۳.۱۲ کے ساتھ ملا کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(۳.۱۵) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

مساوات ۳.۱۵ ٹرانسفارمر کی متبادلہ برقی دباؤ اور متبادلہ برقی^۹ کی خاصیت پیش کرتی ہے جسے عموماً دو حصوں میں لکھا جاتا ہے:

$$(۳.۱۶) \quad \begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{N_1}{N_2} && \text{تبادلہ برقی دباؤ} \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{N_2}{N_1} && \text{تبادلہ برقی رو} \end{aligned}$$

اس مساوات کا پہلی جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ دونوں اطراف کے چپکروں کا راست متناسب ہوگا جبکہ مساوات کا دوسری جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کے دونوں اطراف برقی رو چپکروں کا بالعکس متناسب ہوگا۔
مثال ۳.۲: شکل ۳.۳ میں درج ذیل ایٹے ہوئے ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ اور برقی رو معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \hat{V}_1 &= 220 \angle 0 \\ N_1 : N_2 &= 220 : 22 \\ Z &= R = 10 \end{aligned}$$

حل: ابتدائی جانب برقی دباؤ 220 وولٹ دیا گیا ہے۔ ہم ثانوی جانب برقی دباؤ کو مساوات ۳.۱۶ کے پہلی جزو کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 220/0 = 22/0$$

ثانوی دباؤ 22 وولٹ ہے جو ابتدائی دباؤ کے ہم قدم ہے۔ ثانوی برقی دباؤ 10 اوہم کی مزاحمت میں برقی رو پیدا کرے گا جسے اوہم کے قانون سے حاصل کرتے ہیں:

$$\hat{I}_2 = \frac{22/0}{10} = 2.2/0$$

ثانوی رو 2.2 ایمپیر ہے۔ ابتدائی رو مساوات ۳.۱۶ کے دوسری جزو سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2 = \frac{22}{220} \times 2.2/0 = 0.22/0$$

□

اس مثال کے نتائج ایک جگہ لکھ کر ان پر غور کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_1 = 220/0, \quad \hat{V}_2 = 22/0, \quad \hat{I}_1 = 0.22/0, \quad \hat{I}_2 = 2.2/0$$

ابتدائی دباؤ ثانوی دباؤ کے دس گنا ہے جبکہ برقی رو میں قصہ الٹ ہے۔ ثانوی رو ابتدائی رو کے دس گنا ہے۔ طاقت دونوں اطراف برابر ہے۔ یہاں رک کر اس بات کو اچھی طرح سمجھ لیں کہ جس جانب برقی دباؤ زیادہ ہوتا ہے اس جانب برقی رو کم ہوگا۔ یوں زیادہ دباؤ لچھکے چکر زیادہ ہوں گے اور اس لچھے میں نسبتاً باریک برقی تار استعمال ہوگی جبکہ کم دباؤ لچھکے چکر کا ہوگا اور اس میں نسبتاً موٹی برقی تار استعمال ہوگی۔ موٹی تار زیادہ رو گزارنے کی سکت رکھتی ہے۔

مثال ۳.۳: صفحہ ۶۱ پر شکل ۳.۱۰ الف میں رکاوٹ Z_2 کو بدلتے منبج دباؤ \hat{V}_1 کے ساتھ ایک ٹرانسفارمر کے ذریعہ جوڑا گیا ہے۔ درج ذیل معلومات کی روشنی میں رکاوٹ میں برقی رو اور طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔

$$\hat{V}_1 = 110/0, \quad Z_2 = R + jX = 3 + j2, \quad N_1 : N_2 = 220 : 22$$

حل: ٹرانسفارمر کی متبادلہ برقی دباؤ کی خاصیت کے تحت ابتدائی 110 وولٹ دباؤ ثانوی جانب درج ذیل دباؤ \hat{V}_s دے گا۔

$$\hat{V}_s = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 110/0 = 11/0$$

یوں ثانوی رو

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_s}{Z} = \frac{11/0}{3 + j2} = 3.05/-33.69^\circ$$



شکل ۳.۸: تبادلہ رو کی خاصیت۔

اور رکاوٹ میں برقی طاقت کا ضیاع p_z درج ذیل ہوگا۔

$$p_z = I_2^2 R = 3.05^2 \times 3 = 27.9 \text{ W}$$

□

۳.۶ ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر

شکل ۳.۸ میں ابتدائی لچھے کی تار کی مسزاحت کو R سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ ثانوی جانب بوجھ Z ہے۔ فرض کریں ہم Z اتار کر ٹرانسفارمر کے ثانوی سرے کھلے دور کرتے ہیں۔ بے بوجھ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب بدلتا برقی دباؤ v_1 لچھے میں ہیجان انگیز برقی رو i_φ پیدا کرے گا جس کا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_\varphi$ متالب میں گھڑی کے رخ مقناطیسی بہا φ_m پیدا کرے گا۔ بہا φ_m ابتدائی لچھے میں e_1 امالی برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

$$(۳.۱۷) \quad e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

ابتدائی رو، مسزاحت اور کردہ دباؤ اور ابتدا امالی دباؤ کا تعلق قانون اہم سے لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۳.۱۸) \quad i_\varphi = \frac{v_1 - e_1}{R}$$

اب ہم ثانوی جانب برقی بوجھ Z لادتے ہیں۔ بوجھ بردار ٹرانسفارمر^{۱۵} کے ثانوی جانب برقی رو i_2 رواں ہوگا جس کی وجہ سے $N_2 i_2$ مقناطیسی دباؤ وجود میں آئے گا۔ یہ مقناطیسی دباؤ متالب میں گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی بہا φ_2 پیدا کرے گا۔ یوں متالب میں مقناطیسی بہا تبدیل ہو کر (گھٹ کر) $\varphi_m - \varphi_2 = i_\varphi$ اور ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ گھٹ کر e ہو جائے گا۔ مساوات ۳.۱۸ کے تحت امالی دباؤ گھٹنے کی وجہ سے ابتدائی رو بڑھے گا۔ آپ نے دیکھا کہ ثانوی جانب کا رو متالب میں مقناطیسی بہا تبدیل کر کے ابتدائی لچھے کو بوجھ کے بارے میں خبردار کرتا ہے۔

^{۱۵} φ_m کو بہا کہا گیا ہے۔
loaded transformer

آئیں R کی قیمت کو نظر انداز کرتے ہوئے بے بوجھ ٹرانسفارمر سے شروع کر کے اس عمل کو زیادہ باریکی سے دیکھیں۔ ٹرانسفارمر کو v_1 فراہم کرنے سے ابتدائی لچھے میں بیچبان انگلیزرو i_1 پیدا ہوگا جو متالب $N_1 i_1$ مقناطیسی دباؤ مسلط کر کے اس میں گھڑی کے رخ بہاؤ φ_m پیدا کرے گا۔ یہ بہاؤ لچھے میں امالی دباؤ e_1 پیدا کرتا ہے۔ ابتدائی لچھے کی مزاحمت نظر انداز کرتے ہوئے $v_1 = e_1$ ہوگا لہذا مساوات ۳.۱۷ درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(۳.۱۹) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

اب ٹرانسفارمر پر Z بوجھ ڈالتے ہیں۔ اس بوجھ کی بنا ٹانوی لچھے میں i_2 رو پیدا ہوگا جو متالب پر گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی دباؤ $N_2 i_2$ مسلط کر کے اس میں گھڑی کے مخالف رخ بہاؤ φ_2 پیدا کرے گا۔ اگر φ_2 کا کچھ نہ کیا جائے تب متالب میں کل مقناطیسی بہاؤ گھٹ کر $\varphi_m - \varphi_2$ ہو جائے گا اور ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ گھٹ جائے گا۔ مساوات ۳.۱۹ کے تحت یہ ایک ناممکن صورت حال ہے چونکہ e_1 کو ہر صورت v_1 کے برابر ہونا ہوگا (یاد رہے v_1 کی قیمت جوں کی توں ہے)۔ لہذا φ_2 کے اثر کو ختم کرنے کے لئے ابتدائی لچھے میں برقی رو i_1 نمودار ہوگا جس سے پیدا ہونے والا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_1$ مقناطیسی دباؤ $N_2 i_2$ کے اثر کو ختم کر دے گا۔ یوں $N_1 i_1$ اور $N_2 i_2$ کا مجموعی مقناطیسی دباؤ صفر ہوگا۔

$$(۳.۲۰) \quad N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

درج بالا مساوات میں دونوں دباؤ ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہذا ان کا مجموعہ درحقیقت ان کے فرق کے برابر ہوگا۔ مقناطیسی دباؤ $N_1 i_1$ اور $N_2 i_2$ متالب میں ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہذا یہ ایک دوسرے کے اثر کو مکمل طور پر ختم کرتے ہیں۔ یوں بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر دونوں میں مقناطیسی بہاؤ φ_m کے برابر ہوگا۔ مساوات ۳.۲۰ سے تبادلہ رو کا کلیہ اخذ کیا جاسکتا ہے:

$$(۳.۲۱) \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

۳.۷: ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب

شکل ۳.۹ میں جس لمحہ پر ابتدائی لچھے کا بالائی سر مثبت برقی دباؤ پر ہو، اس لمحہ پر ثانوی لچھے کا بالائی سر مثبت دباؤ پر ہے۔ اس حقیقت کو لچھوں پر نقطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں نقطہ سروں پر دباؤ ہم قدم ہوں گے۔ مزید ابتدائی لچھے کے نقطہ سروے مثبت برقی رو لچھے میں داخل جبکہ ثانوی لچھے کے نقطہ سروے مثبت برقی رو لچھے سے خارج ہوگی۔

۳.۸: رکاوٹ کا تبادلہ

اس حصہ میں کامل ٹرانسفارمر میں رکاوٹ کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ شکل ۳.۱۰ الف میں ایک ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس کی ابتدائی جانب سائن نب برقی دباؤ V_1 / θ $\hat{V}_1 = V_1 / \theta$ لاگو کیا گیا ہے۔ یہاں دوری سمتیہ استعمال کئے جائیں گے۔ ٹرانسفارمر سر پر نقطے ہم قدم سروں کی نشاندہی کرتے ہیں۔



شکل ۳.۹: ٹرانسفارمر کی علامت میں نقطوں کا مفہوم۔

جیسے اوپر ذکر ہوا، برقی دباؤ \hat{V}_1 اور \hat{V}_2 آپس میں ہم قدم ہیں اور اسی طرح برقی رو \hat{I}_1 اور \hat{I}_2 آپس میں ہم قدم ہیں۔ مساوات ۳.۱۲ اور مساوات ۳.۲۱ کو دوری سمتیہ کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \hat{V}_1 &= \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \hat{V}_2 \\ \hat{I}_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1} \right) \hat{I}_2 \end{aligned} \quad (۳.۲۲)$$

خارجی دباؤ، رو اور رکاوٹ کا تعلق قانون اہم سے لکھتے ہیں۔

$$\hat{V}_2 = \hat{I}_2 Z_2 = |\underline{Z}_2| \angle \theta_z \quad (۳.۲۳)$$

مساوات ۳.۲۲ سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جہاں آخری قدم پر رکاوٹ کی قیمت پر کی گئی ہے۔

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 \quad (۳.۲۴)$$

یوں داخلی رو درج ذیل ہوگا۔

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{(N_1/N_2)^2 Z_2} \quad (۳.۲۵)$$

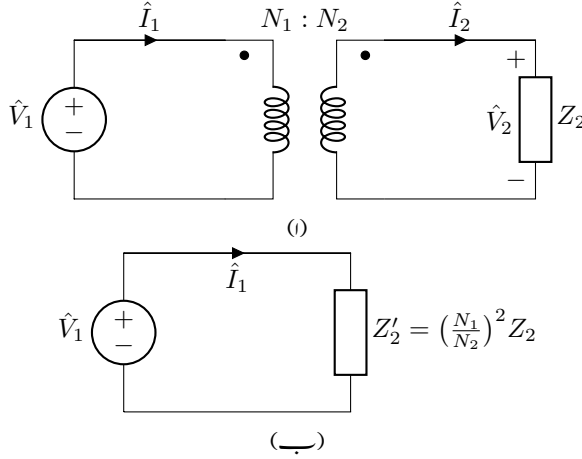
شکل ۳.۱۰-ب میں \hat{V}_1 درج ذیل قیمت کے رکاوٹ Z'_2 کو فراہم کیا گیا ہے۔

$$Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 \quad (۳.۲۶)$$

آپ تسلی کر لیں کہ اس دور میں بھی \hat{V}_1 کا برقی رو مساوات ۳.۲۵ دیتی ہے۔

مساوات ۳.۲۵ سے نسبت $\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1}$ لکھتے ہیں جو شکل ۳.۱۰-ب کے تحت Z'_2 کے برابر ہے۔

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 \quad (۳.۲۷)$$



شکل ۳.۱۰: ٹرانسفارمر کی خاصیت تبادلہ رکاوٹ۔

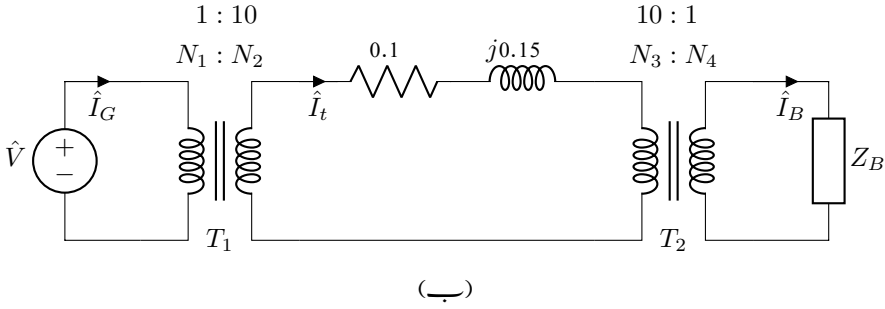
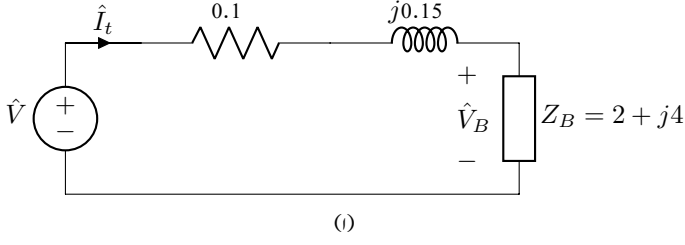
دونوں ادوار سے \hat{V}_1 کی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$(۳.۲۸) \quad p = \hat{V}_1 \cdot \hat{I}_1 = \frac{V_1^2 \cos \theta_z}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 |Z_2|}$$

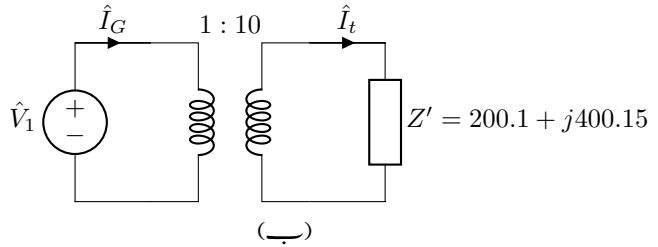
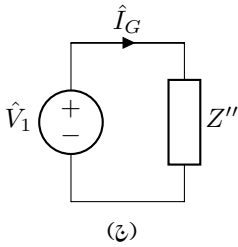
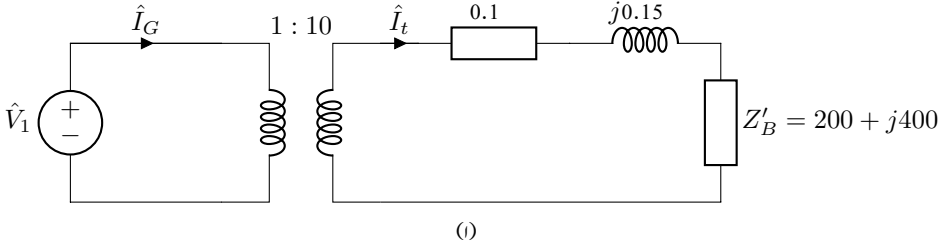
یوں حساب کرنے کے نقطہ نظر سے ہم \hat{V}_1 کو مساوات ۳.۲۶ میں دی گئی قیمت کے رکاوٹ Z_2' پر لاگو کرتے ہوئے \hat{V}_1 کا برقی رد اور طاقت جہان سکتے ہیں۔
منبع \hat{V}_1 کو شکل ۳.۱۰-الف اور ب میں کوئی مندرجہ نظر نہیں آتا ہے۔ اس کے ساتھ ٹرانسفارمر کے ذریعہ Z_2 جوڑنا یا بغیر ٹرانسفارمر Z_2' جوڑنا ایک برابر ہے۔ ٹرانسفارمر Z_2 کو یوں تبدیل کرتا ہے کہ \hat{V}_1 کو رکاوٹ Z_2' نظر آتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی اس خاصیت کو تبادلہ رکاوٹ^{۵۲} کی خاصیت کہتے ہیں جس کو درج ذیل مساوات بیان کرتی ہے۔

$$(۳.۲۹) \quad Z_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2$$

ہم حساب کرنے کی خاطر رکاوٹ کو ٹرانسفارمر کی ایک جانب سے دوسری جانب منتقل کر سکتے ہیں۔
مثال ۳: شکل ۳.۱۱-الف میں رکاوٹ Z_B کا برقی بوجھ ایک جنریٹر پر لدا ہے۔ بوجھ تک برقی طاقت دو برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کیا گیا ہے۔ ان تاروں کا مجموعہ رکاوٹ Z_t ہے۔
شکل-ب میں جنریٹر کے متضرب نسب برقی دباؤ بڑھانے والا ٹرانسفارمر مسر برقی دباؤ کو دس گنا بڑھاتا ہے اور برقی بوجھ کے متضرب نسب برقی دباؤ گھٹانے والا ٹرانسفارمر مسر برقی دباؤ کو دس گنا گھٹاتا ہے۔ دونوں ٹرانسفارمر کے



شکل ۱۱: برقی طاقت کی منتقلی۔



شکل ۱۲: ٹرانسفارمر سے قدم بہ قدم حل کرنے کا طریقہ۔

پچ تاروں کا مجموعہ رکاؤٹ Z_t ہے جبکہ باقی مستعمل تاروں کی رکاؤٹ متبادل نظر انداز ہے۔ دونوں اشکال میں

$$Z_B = 2 + j4, \quad Z_t = 0.1 + j0.15, \quad \hat{V} = 415\angle 0$$

لیتے ہوئے

- برقی بوجھ پر برقی دباؤ معلوم کریں،
- برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع معلوم کریں۔

حل الف:

$$\begin{aligned} \hat{I}_t &= \frac{\hat{V}}{Z_t + Z_B} = \frac{415\angle 0}{0.1 + j0.15 + 2 + j4} \\ &= \frac{415\angle 0}{2.1 + j4.15} = \frac{415\angle 0}{4.651\angle 63.15^\circ} \\ &= 89.23\angle -63.159^\circ = 40.3 - j79.6 \end{aligned}$$

یوں رکاؤٹ پر برقی دباؤ

$$\begin{aligned} \hat{V}_B &= \hat{I}_B Z_B = (40.3 - j79.6)(2 + j4) \\ &= 399 + j2 = 399\angle 0.287^\circ \end{aligned}$$

اور برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع درج ذیل ہوگا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 89.23^2 \times 0.1 = 796 \text{ W}$$

حل ب: شکل ۳.۱۱ اور شکل ۳.۱۲ سے رجوع کریں۔ شکل ۳.۱۱ میں ٹرانسفارمر T_2 کے ثانوی رکاؤٹ کو مساوات ۳.۲۶ کی مدد سے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہیں۔

$$Z'_B = \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 Z_B = \left(\frac{10}{1}\right)^2 (2 + j4) = 200 + j400$$

یوں شکل ۳.۱۲-الف حاصل ہوتا ہے جس میں برقی تار کا رکاؤٹ اور تبادلہ شدہ رکاؤٹ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ان کے مجموعہ کو Z'

$$Z' = Z_t + Z'_B = 0.1 + j0.15 + 200 + j400 = 200.1 + j400.15$$

لکھتے ہوئے شکل ۳.۱۲-ب حاصل ہوتا ہے۔ ایک مرتبہ دوبارہ مساوات ۳.۲۶ استعمال کرتے ہوئے Z' کو ٹرانسفارمر کے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہوئے

$$Z'' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z' = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (200.1 + j400.15) = 2.001 + j4.0015$$

شکل ۳.۱۲۔ پ حاصل ہوگا جس سے جنریٹر کا برقی رورج ذیل ہوگا۔

$$\hat{I}_G = \frac{\hat{V}}{Z''} = \frac{415/0}{2.001 + j4.0015} = 92.76/-63.432^\circ$$

شکل ۳.۱۲۔ ب میں جنریٹر کا برقی رورج دہانے ہوئے تبادلہ برقی رو سے \hat{I}_t حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_t = \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \hat{I}_G = \left(\frac{1}{10}\right) 92.76/-63.432^\circ = 9.276/-63.432^\circ$$

یوں برقی تار میں طاقت کا ضیاع درج ذیل ہوگا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 9.276^2 \times 0.1 = 8.6 \text{ W}$$

اسی طرح شکل ۳.۱۱ میں \hat{I}_t دہانے ہوئے تبادلہ برقی رو سے

$$\begin{aligned} \hat{I}_B &= \left(\frac{N_3}{N_4}\right) \hat{I}_t = \left(\frac{10}{1}\right) 9.276/-63.432^\circ \\ &= 92.76/-63.432^\circ = 41.5 - j82.9 \end{aligned}$$

حاصل کیا جاسکتا ہے۔ ر کاؤٹ۔ پر برقی دباؤ درج ذیل ہوگا۔

$$\hat{V}_B = \hat{I}_B Z_B = (41.5 - j82.9) (2 + j4) = 414 + j0.2$$

بغیر ٹرانسفارمر استعمال کیے برقی تاروں میں طاقت کا ضیاع 796 واٹ جبکہ ٹرانسفارمر استعمال کرتے ہوئے صرف 8.6 واٹ یعنی 92 گنا کم ہے۔ اسی میں ٹرانسفارمر کی مقبولیت کا راز ہے۔ □

۳.۹ ٹرانسفارمر کے وولٹ۔ ایکپیئر

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ لچھوں کے چکروں پر منحصر ہوتا ہے۔ ٹرانسفارمر میں ایک مخصوص برقی دباؤ اور برقی رو کے لئے بنایا جاتا ہے۔ ٹرانسفارمر میں بناوٹی برقی دباؤ $V_1 : V_2$ سے کم برقی دباؤ پر بھی استعمال کیا جاسکتا ہے اگرچہ عموماً اسے بناوٹی برقی دباؤ پر ہی چلایا جاتا ہے۔ اسی طرح ٹرانسفارمر میں بناوٹی برقی رو $I_1 : I_2$ سے کم برقی رو پر بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔ حقیقی استعمال میں ٹرانسفارمر کا برقی رو عموماً بناوٹی قیمت سے کم ہوتا ہے۔ تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کی مساواتوں (مساوات ۳.۱۶) کو آپس میں ضرب دے کر

$$\frac{v_1}{v_2} \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_1}{N_2} \frac{N_2}{N_1} = 1$$

حاصل ہوتا ہے جس کے تحت ایک جانب کے برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب دوسری جانب کے برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب کا برابر ہوتا ہے۔ درج بالا کو عموماً درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

(۳.۳۰)

$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب، $V_1 I_1$ یا $V_2 I_2$ ، کو ٹرانسفارمر کے وولٹ ضرب ایمپیئر یا مختصر آوولٹے۔ ایمپیئر^{۵۳} کہتے ہیں جو ٹرانسفارمر کے برقی سکت کا ناپ ہے۔ ٹرانسفارمر اور دیگر برقی مشین، مثلاً موٹر اور جنریٹر جو ٹرانسفارمر کے بنیادی اصولوں پر کام کرتے ہیں، پر نسب معلوماتی تختی پر ان کا سکت، بناوٹی برقی دباؤ اور بناوٹی تعداد لکھا جاتا ہے۔ یوں ٹرانسفارمر کے وولٹ - ایمپیئر درج ذیل ہوں گے۔

$$(۳.۳۱) \quad \text{وولٹ - ایمپیئر} = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

مثال ۳.۵: ایک 25000 وولٹ - ایمپیئر اور 220 : 11000 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کی جانب 11000 وولٹ لاگو ہیں۔

• اس کی ثانوی جانب زیادہ سے زیادہ کتنا برقی بوجھ ڈالا جاسکتا ہے؟

• زیادہ سے زیادہ برقی بوجھ پر ٹرانسفارمر کا ابتدائی برقی رو حاصل کریں۔

حل: اس ٹرانسفارمر کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$25 \text{ kV A}, \quad 11000 : 220 \text{ V}$$

تبادلہ برقی دباؤ کی مساوات سے ثانوی برقی دباؤ 220 وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ ثانوی یعنی کم برقی دباؤ جانب زیادہ سے زیادہ برقی رومساوات ۳.۳۱ سے حاصل ہوگا۔

$$I_2 = \frac{25000}{220} = 113.636 \text{ A}$$

اسی طرح ابتدائی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رومساوات سے حاصل ہوگا۔

$$I_1 = \frac{25000}{11000} = 2.27 \text{ A}$$

□

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب لچھوں میں استعمال برقی تار کی موٹائی یوں رکھی جاتی ہے کہ ان میں کثافت برقی J ، یکساں ہو۔ لچھوں کی مزاحمت میں برقی رو گزرنے سے برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جس سے تار گرم ہوتی ہے۔ ٹرانسفارمر کے برقی رو کی حد لچھوں کی گرمائش پر منحصر ہوتی ہے۔ تار کی زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کو محفوظ حد کے اندر رکھا جاتا ہے۔ زیادہ درجہ حرارت سے تار پر لگا روغن خراب ہوگا اور تار کا ایک چکر دوسرے چکر کے ساتھ قصر دور ہوگا۔ ایسا ہونے سے ٹرانسفارمر جبل کر خراب ہو جاتا ہے۔ بڑے ٹرانسفارمر کا متالب اور لچھے غنیر موصل تیل سے بھری ٹینکی میں ڈبو کر رکھے جاتے ہیں۔ اس تیل کو ٹرانسفارمر تیل^{۵۴} کہتے ہیں۔ یہ تیل برقی لچھوں کی حرارت کم کرنے اور (غنیر موصل ہونے کی بنا) مختلف برقی

^{۵۳} volt-ampere, VA

^{۵۴} وولٹ - ایمپیئر کو عموماً کلو وولٹ - ایمپیئر یعنی kV A میں بیان کیا جاتا ہے۔

^{۵۵} 1000 kV A ٹرانسفارمر کی لچھوں میں کثافت برقی رو تقریباً 3 A/mm^2 رکھی جاتی ہے

^{۵۶} transformer oil

دباؤ کے حصوں کو برقی طور پر جدا رکھنے میں مدد دیتا ہے۔ ٹرانسفارمر تیل تقریباً 80°C پر خراب ہونا شروع ہوتا ہے اور ہر 8°C اضافی درجہ حرارت پر اس کی زندگی آدھی رہ جاتی ہے۔ یوں اگر 80°C پر تیل کی کارآمد زندگی x سال ہو تب 88°C پر $x/2$ سال اور 96°C پر صرف $x/4$ سال ہوگی۔

ٹرانسفارمر تیل گرم ہو کر پھیلتا ہے جس کی بنا اس کی کثافت کم ہوتی ہے۔ یوں ٹینسکی میں گرم تیل اوپر اور ٹھنڈا تیل نیچے مسلسل منتقل ہو گا۔ گرم تیل کو ٹھنڈا کرنے کے لئے ٹینسکی کے ساتھ بہت سارے پائپ منسلک کئے جاتے ہیں جن میں گرم تیل اوپر سے داخل ہوتا ہے۔ پائپ کا سطحی رقبہ زیادہ ہونے کی بنا ہوا اسے جلد ٹھنڈا کرتی ہے، اس میں تیل کا درجہ حرارت گھٹتا اور کثافت بڑھتی ہے۔ ٹھنڈا تیل پائپ میں نیچے حرکت کرتے ہوئے دوبارہ ٹینسکی میں داخل ہوتا ہے۔

۳.۱۰ ٹرانسفارمر کے اعمالہ اور مساوی ادوار

۳.۱۰.۱ لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 پر حصہ ۳.۳، مساوات ۳.۲ میں بات کی گئی جہاں مزاحمت کو لچھے سے باہر سلسلہ وار حبزاد دکھایا گیا تھا۔ انہیں دیکھیں ہم حساب کی خاطر کیے مزاحمت کو لچھے سے علیحدہ کر سکتے ہیں۔

شکل ۳.۱۳۔ الف میں ایک لچھے پر بدلتا برقی دباؤ لاگو کیا گیا ہے۔ اگر لچھے کی برقی تار کو چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تب ہر ٹکڑے کی ایک چھوٹی مزاحمت ΔR اور ایک چھوٹا متعاملہ $j \Delta X$ ہو گا۔ تار کا ایسا ایک ٹکڑا شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ لچھا ان سب ٹکڑوں کے سلسلہ وار حبزرنے سے بنتا ہے لہذا شکل-الف کو ہم شکل-پ کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں لچھے کے n ٹکڑے کیے گئے ہیں۔ اس دور کی مساوات

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + j \Delta X_1 + \Delta R_2 + j \Delta X_2 + \cdots \Delta R_n + j \Delta X_n) \\ &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n) + \hat{I}_1 (j \Delta X_1 + j \Delta X_2 + \cdots j \Delta X_n)\end{aligned}$$

ہے جس میں

$$\begin{aligned}R &= \Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n \\ X &= \Delta X_1 + \Delta X_2 + \cdots \Delta X_n\end{aligned}$$

لکھ کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

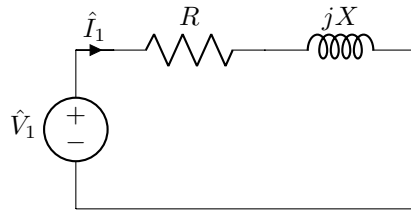
$$(۳.۳۲) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R + jX)$$

شکل ۳.۱۳ سے بھی مساوات ۳.۳۲ لکھی جاسکتی ہے۔ یوں حساب کی خاطر لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ علیحدہ کیے جاسکتے ہیں۔

۴۰ واہڈا کے ٹرانسفارمر کا سیرونی حصہ انہیں پائپوں پر مشتمل ہوتا ہے۔



شکل ۱۳.۳: لچھے کی مسزاحت اور متعاملہ۔



شکل ۱۴.۳: لچھے کی مسزاحت اور متعاملہ کی علیحدگی۔



شکل ۳.۱۵: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ اول۔

۳.۱۰.۲ رستہ آمالہ

یہاں تک ہم کا مکمل ٹرانسفارمر پر بحث کرتے رہے ہیں۔ اب ہم ٹرانسفارمر میں ان عناصر کا ذکر کرتے ہیں جن کی وجہ سے ٹرانسفارمر غیر کامل ہوتا ہے۔ بہت سی جگہوں پر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت ان عناصر کو مد نظر رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ ان عناصر کے اثرات کو شامل کرنے کے لئے ہم ٹرانسفارمر مساوی دور بناتے ہیں۔

ابتدائی لچھے کے مقناطیسی بہاؤ کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ پہلا حصہ وہ جو متالب سے گزر کر ابتدائی اور ثانوی لچھے دونوں کے اندر سے گزرتا ہے۔ یہ مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ہے۔ دوسرا حصہ وہ جو صرف ابتدائی لچھے سے گزرتا ہے اور زیادہ تر متالب کے باہر حلاء میں رہتا ہے۔ اس کو رستہ مقناطیسی بہاؤ^{۵۸} کہتے ہیں۔ چونکہ ہوا کا مقناطیسی مستقل μ_0 اٹل ہے لہذا یہاں ہچکچاہٹ بھی اٹل ہوگی۔ یوں رستہ مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے کے برقی رو کا راستہ مستناسب ہوگا۔

رستہ آمالہ کے اثر کو بالکل لچھے کی مزاحمت کی طرح لچھے سے باہر رستہ آمالہ^{۵۹} یا رستہ متعاملہ^{۶۰} $X_1 = 2\pi f L_1$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے میں برقی رو \hat{I}_1 گزرنے سے رستہ متعاملہ میں $\hat{V}_{X1} = j \hat{I}_1 X_1$ برقی دباؤ اور لچھے کے تار کی مزاحمت میں $\hat{V}_{R1} = \hat{I}_1 R_1$ برقی دباؤ گھٹتا ہے۔

جیسا شکل ۳.۱۵ میں دکھایا گیا ہے، ابتدائی لچھے پر لاگو دباؤ \hat{V}_1 ، مزاحمت R_1 اور متعاملہ X_1 میں گھٹاؤ اور ابتدائی امالی دباؤ \hat{E}_1 کا مجموعہ ہوگا۔

۳.۱۰.۳ ثانوی برقی رو اور متالب کے اثرات

متالب میں دونوں لچھوں کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ان کے مجموعی مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ اس حقیقت کو ایک مختلف اور بہتر انداز میں بیان کیا جاسکتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ ابتدائی برقی رو کو دو شرائط مطمئن کرنے ہوں گے۔ اول اسے متالب میں جیبانی مقناطیسی بہاؤ وجود میں لانا ہوگا اور دوم اسے ثانوی لچھے کے پیدا کردہ مقناطیسی بہاؤ کو ختم کرنا ہوگا۔ لہذا ابتدائی برقی رو کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ ایک حصہ^{۶۱} جو جیبانی مقناطیسی بہاؤ

^{۵۸}leakage magnetic flux

^{۵۹}leakage inductance

^{۶۰}leakage reactance



شکل ۳.۱۶: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ دوم۔

پیدا کرتا ہے اور دوسرا \hat{I}'_2 جو ثانوی لچھے کے مقن طیسی دباؤ کا اثر ختم کرتا ہے۔ یوں \hat{I}'_2 درج ذیل ہوگا۔

$$(۳.۳۳) \quad \hat{I}'_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2$$

ثانوی لچھے کے مقن طیسی ہوا کے اثر کو ختم کرنے پر حصہ ۳.۶ میں غور کیا گیا ہے۔ اگرچہ برقی رو \hat{I}_ϕ غیر سائنس نبھتا ہے ہم اسے سائنس نبھ \hat{I}_ϕ تصور کر کے دو حصوں، \hat{I}_m اور \hat{I}_c ، میں تقسیم کرتے ہیں۔

$$(۳.۳۴) \quad \hat{I}_\phi = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

مذکورہ بالا مساوات میں برقی رو کو دوری سمتیات کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ ان میں \hat{I}_c ابتدائی لچھے کے امالی برقی دباؤ \hat{E}_1 کا ہم قدم ہے اور متاسب میں برقی توانائی کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے جبکہ \hat{I}_m وہ حصہ ہے جو \hat{E}_1 سے نوے درجہ تاخیر پر رہتا اور لچھے میں مقن طیسی ہوا پیدا کرتا ہے۔

شکل ۳.۱۶ میں R_c اور jX_m بالترتیب برقی رو \hat{I}_c اور \hat{I}_m کے اثرات کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیے گئے ہیں۔ مسزاحت R_c کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ اس میں برقی طاقت کا ضیاع اصل متاسبی ضیاع کے برابر ہو یعنی $p_c = E_{1,rms}^2 / R_c$ لہذا $R_c = E_{1,rms}^2 / p_c$ ہوگا۔ اسی طرح jX_m کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ $\hat{I}_m = \hat{E}_1 / jX_m$ ہو۔ R_c اور jX_m کی مقدار اصل برقی دباؤ اور تعدد پر حاصل کئے جاتے ہیں۔

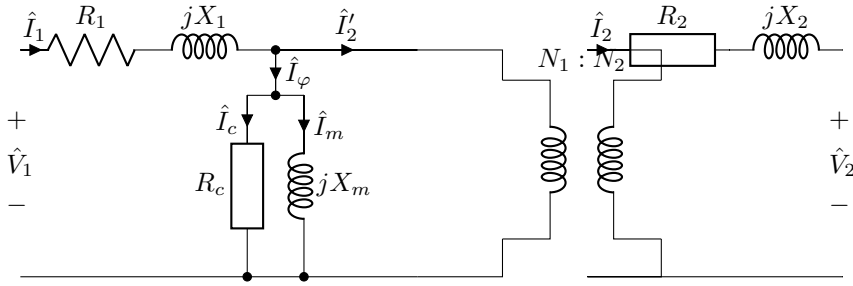
۳.۱۰.۴ ثانوی لچھے کا امالی برقی دباؤ

متاسب میں مشترکہ مقن طیسی ہوا ثانوی لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_2 پیدا کرے گا۔ چونکہ یہی مقن طیسی ہوا ابتدائی لچھے میں \hat{E}_1 امالی پیدا کرتا ہے لہذا درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۳.۳۵) \quad \frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$$



شکل ۱۷: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ سوم۔



شکل ۱۸: ٹرانسفارمر مکمل مساوی دور یا ریاضی نمونہ۔

مساوات ۳.۳۴ اور مساوات ۳.۳۵ کو ایک کامل ٹرانسفارمر سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جسے شکل ۱۷ میں دکھایا گیا ہے۔

۳.۱۰.۵ ثنائی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات

ثنائی لچھے میں امالی دباؤ \hat{E}_2 پیدا ہوگا۔ ابتدائی لچھے کی طرح، ثنائی لچھے کی مزاحمت R_2 اور متعاملہ jX_2 ہوں گے جن میں ثنائی برقی رو \hat{I}_2 کی بنا برقی دباؤ گھٹے گا۔ یوں ثنائی لچھے کے سروں پر برقی دباؤ \hat{V}_2 قدر کم ہوگا:

$$\hat{V}_2 = \hat{E}_2 - \hat{I}_2 R_2 - j \hat{I}_2 X_2 \quad (۳.۳۶)$$

یوں حاصل ٹرانسفارمر مکمل مساوی دور یا ریاضی نمونہ^{۱۲} شکل ۱۸ میں دکھایا گیا ہے۔

۳.۱۰.۶ رکاوٹ کا ابتدائی یا ثنائی جانب تبادلہ

شکل ۱۸ میں تمام اجزاء کا تبادلہ ابتدائی یا ثنائی جانب کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے کامل ٹرانسفارمر کو مساوی دور کی بانیں یا دائیں جانب رکھ جاسکتا ہے۔ شکل ۱۹ میں ثنائی رکاوٹ کو ابتدائی جانب منتقل کیا

زیادہ برقی دباؤ جانب تبادلہ شدہ اجزاء درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} R'_2 + jX'_2 &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 (R_2 + jX_2) \\ &= \left(\frac{10}{1}\right)^2 (0.0089 + j0.011) \\ &= 0.89 + j1.1 \end{aligned}$$

مساوی دور میں باقی رکاوٹ پہلے سے زیادہ برقی دباؤ جانب ہیں لہذا یہ تبدیل نہیں ہوں گے۔ یوں شکل ۱۹: ۳ کے جزو حاصل ہوئے۔
حل ب: مساوی دور کے اجزاء کا تبادلہ کم دباؤ جانب کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} R'_1 + jX'_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 (R_1 + jX_1) \\ &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (0.9 + j1.2) \\ &= 0.009 + j0.012 \end{aligned}$$

اسی طرح درج ذیل حاصل ہوں گے

$$\begin{aligned} R'_c &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 R_c = 64 \\ X'_m &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 X_m = 470 \end{aligned}$$

□ جبکہ Z_2 پہلے سے کم برقی دباؤ جانب ہے لہذا اس کی قیمت تبدیل نہیں ہوگی۔

۳.۱۰.۷ ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار

ایک انجینئر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت حساب کی خاطر شکل ۱۹: ۳ یا شکل ۳۰: ۳ کے ادوار استعمال کر سکتا ہے۔ یہ ادوار حقیقی ٹرانسفارمر کی بہت اچھی عکاسی کرتے ہیں۔ البتہ جہاں بہت صحیح جوابات مطلوب نہ ہوں وہاں ان ادوار کی سادہ اشکال بھی استعمال کی جاسکتی ہیں۔ اس حصہ میں ہم ایسے سادہ مساوی ادوار حاصل کرتے ہیں۔
شکل ۱۹: ۳ میں R_c اور X_m کو $R_1 + jX_1$ کے بائیں منتقل کرنے سے شکل ۲۱: ۳ اور $R'_2 + jX'_2$ کے دائیں منتقل کرنے سے شکل ۲۲: ۳ حاصل ہوتے ہیں۔ چونکہ \hat{I}_ϕ کی مقدار نہایت کم^{۳۳} ہوتی ہے لہذا ایسا کرنے سے نتائج پر خاص فرق نہیں پڑتا ہے۔

شکل ۲۱: ۳ اور شکل ۲۲: ۳ میں سلسلہ وار حبڑے R_1 اور R'_2 کو R_{ms} جبکہ سلسلہ وار حبڑے X_1 اور X'_2 کو X_{ms} لکھا گیا ہے۔ اسی قسم کے ادوار شکل ۳۰: ۳ سے بھی حاصل ہوتے ہیں۔

^{۳۳} \hat{I}_ϕ ٹرانسفارمر کے کل برقی بوجھ کا صرف دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔



شکل ۳.۲۱: R_c اور jX_m کو بائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



شکل ۳.۲۲: R_c اور jX_m کو دائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



شکل ۳.۲۳: ٹرانسفارمر کے سادہ مساوی ادوار۔

شکل ۳.۱۹ میں R_c اور X_m رکاوٹ $R_1 + jX_1$ اور $R_2' + jX_2'$ کے بیچ ہیں۔ ایسا دور حل کرنا مشکل ہوتا ہے۔ اس کے برعکس شکل ۳.۲۱ اور شکل ۳.۲۲ میں یہ اجزاء باقی دور کے بائیں یا دائیں ہاتھ ہیں اور ایسے ادوار کا حل نسبتاً زیادہ آسان ہوتا ہے۔

مزید سادہ دور حاصل کرنے کی خاطر \hat{I}_ϕ کو صفر تصور کر کے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں مساوی دور میں R_c اور X_m j کو کھلے دور تصور کرتے ہوئے دور سے ہٹایا جاسکتا ہے۔ شکل ۳.۲۳-الف میں ایسا کیا گیا ہے۔ اس دور میں متاب کے اثرات کو مکمل طور پر نظر انداز کیا گیا ہے۔

بیشتر وقت اس سے بھی کم درستگی کے نتائج مطلوب ہوتے ہیں۔ یوں R_{ms} X_{ms} کی بنا R_{ms} کو نظر انداز کرتے ہوئے شکل ۳.۲۳-ب حاصل کیا گیا ہے۔ اس شکل میں X_{ms} کو بھی نظر انداز کرنے سے کامل ٹرانسفارمر حاصل ہو گا جو $\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$ پر پورا اترتا ہے۔

۳.۱۱ کھلے دور معائنہ اور قصر دور معائنہ

گزشتہ حصہ میں ٹرانسفارمر کے مساوی ادوار پر بات کی گئی۔ ان مساوی ادوار کے اجزاء ٹرانسفارمر کے دو معائنوں سے حاصل کئے جاسکتے ہیں جنہیں کھلا دور معائنہ اور قصر دور معائنہ کہتے ہیں۔ اس حصہ میں ان معائنوں پر غور کیا گیا ہے۔

۳.۱۱.۱ کھلا دور معائنہ

کھلا دور معائنہ ^{۶۴}، جیسا کہ نام سے واضح ہے، ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سروں کو آزاد رکھ کر کیا جاتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کی بناوٹی ^{۶۵} برقی دباؤ اور تعدد دیا ان کے متعرب قیمتوں پر کیا جاتا ہے۔ اگرچہ ٹرانسفارمر کے کسی بھی جانب لچھے پر کھلے دور معائنہ سرانجام دیا جاسکتا ہے، حقیقت میں ایسا کم برقی دباؤ لچھے پر کرنا زیادہ آسان اور کم خطرناک ہوتا ہے۔ یہ بات ایک مثال سے بہتر سمجھ آئے گی۔



شکل ۳.۲۴: کھلے سرے معائنہ۔

مثال کے طور پر ہم 25 kV A، 220 V، 50 Hz، 11000 یک دوری ٹرانسفارمر کا معائنہ کرنا چاہتے ہیں۔ یہ معائنہ گیارہ جزا لچھے پر کرتے ہوئے گیارہ ہزار وولٹ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال ہوگا جبکہ دو سو بیس برقی دباؤ لچھے پر معائنہ کرنے سے دو سو بیس وولٹ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال کرنا ہوگا۔ دونوں صورتوں میں تعدد 50 Hz کے لگ بھگ رکھا جائے گی۔ 11 kV برقی دباؤ پر کام کرنا نہایت خطرناک ثابت ہو سکتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ کھلا دور معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کیا جاتا ہے۔

کھلے دور معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے پر بناوٹی برقی دباؤ یا اس کا متضرب دباؤ V_t لاگو کر کے کھلا دور برقی طاقت p_t اور کھلا دور برقی رو I_t ناپا جاتا ہے۔ بناوٹی برقی دباؤ کے مضرب دباؤ پر معائنہ کرنے سے بہتر نتائج حاصل ہوں گے۔ ٹرانسفارمر کی دوسری جانب لچھے کے سرے چونکہ آزاد رکھے جاتے ہیں لہذا اس میں برقی رو صفر ہوگا۔ اس طرح ناپا گیا برقی رو صرف بیجیان انگلیز برقی رو I_ϕ ہوگا۔ بیجیان انگلیز برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی رو کا دو سے چھنی صد ہوتا ہے۔

یاد رہے $\hat{V}_t = V_t / \phi_v$ اور $\hat{I}_t = I_t / \phi_i$ ہوں گے۔ برقی دباؤ اور رو کی بات کرتے ہوئے ہم ان کی مطلق موثر قیمتوں، V_t اور I_t ، کی بات کرتے ہیں۔

شکل ۱۹.۳ میں بائیں ہاتھ کو کم برقی دباؤ والا جانب تصور کریں۔ یوں V_t مقام V_1 پر مضراہم کیا جائے گا جبکہ پیمائشی رو غیر سستی^{۲۱} I_1 ہوگا۔ خارجی لچھے کھلا دور ہونے کی بنا I_2' صفر ہوگا لہذا I_1 درحقیقت \hat{I}_ϕ کی مطلق قیمت I_ϕ کے برابر ہوگا۔

$$I_t = I_1 = I_\phi$$

اتنی کم برقی رو سے لچھے کے رکاوٹ میں بہت کم برقی دباؤ گھٹتا ہے لہذا اسے نظر انداز کیا جاتا ہے:

$$V_{R1} = I_t R_1 = I_\phi R_1 \approx 0$$

$$V_{X1} = I_1 X_1 = I_\phi X_1 \approx 0$$

یوں جیسا شکل ۱۹.۳ سے ظاہر ہے R_c اور X_m پر تقریباً V_t برقی دباؤ پایا جائے گا۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل ۳.۲۴ حاصل ہوتا ہے۔ شکل ۳.۲۱ سے شکل ۳.۲۴ کا حصول زیادہ آسان ہے۔

^{۲۱} scalar

برقی طاقت کا ضیاع صرف مزاحمت میں ممکن ہے لہذا p_t صرف R_c میں ضائع ہوگا۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$p_t = \frac{V_t^2}{R_c}$$

اس سے ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جبزو R_c حاصل ہوتا ہے۔

$$R_c = \frac{V_t^2}{p_t} \quad (۳.۳۷)$$

درج ذیل کی بنا

$$Z_t = \frac{\hat{V}_t}{\hat{I}_t} = \frac{V_t / \phi_v}{I_t / \phi_i} = \frac{V_t}{I_t} \frac{\phi_v}{\phi_i}$$

مضراہم کردہ دباؤ اور پیمائشی رو کا تناسب درج ذیل ہوگا۔

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

اب شکل ۳.۲۴ سے درج ذیل واضح ہے

$$\frac{1}{Z_t} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m}$$

لہذا

$$Z_t = \frac{jR_cX_m}{R_c + jX_m}$$

$$|Z_t| = \frac{R_cX_m}{\sqrt{R_c^2 + X_m^2}}$$

ہوگا۔ یوں ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جبزو X_m حاصل ہوتا ہے۔

$$X_m = \frac{R_c |Z_t|}{\sqrt{R_c^2 - |Z_t|^2}} \quad (۳.۳۸)$$

مساوات ۳.۳۷ سے R_c اور مساوات ۳.۳۸ سے X_m کی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں۔ یاد رہے حاصل کردہ R_c اور X_m ٹرانسفارمر کے پیمائشی جانب کے لئے درست ہوں گے۔ متبادلہ رکاوٹ سے دوسری جانب کی قیمتیں حاصل کی جاسکتی ہیں۔



شکل ۳.۲۵: قصر دور معائنہ۔

۳.۱۱.۲ قصر دور معائنہ

قصر دور معائنہ بھی کھلے دور معائنہ کی طرح ٹرانسفارمر کے کسی بھی طرف ممکن ہے لیکن حقیقت میں اسے زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کرنا آسان ہوتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رویا اس کے متعریب رو پر کیا جاتا ہے۔

کھلے دور معائنہ میں مستعمل ٹرانسفارمر کی بات آگے بڑھاتے ہوئے زیادہ برقی دباؤ لچھے کا بناوٹی رو 2.2727 A اور کم دباؤ لچھے کا بناوٹی رو 113.63 A ہے۔ قصر دور معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کرتے ہوئے 113.63 A جبکہ زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کرتے ہوئے 2.2727 A درکار ہوں گے۔ حقیقت میں 2.2727 A پر معائنہ زیادہ آسان ہوگا۔

اس معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے کے سروں کو آپس میں جوڑ کر قصر دور کیا جاتا ہے جبکہ زیادہ برقی دباؤ لچھے پر لچھے کے بناوٹی دباؤ کا دوسے بارہ فی صد دباؤ V_t لاگو کر کے اس لچھے کا برقی رو I_t اور منراہم کردہ طاقت p_t ناپا جاتا ہے جنہیں بالترتیب قصر دور رو اور قصر دور طاقت کہتے ہیں۔ قصر دور لچھے میں گزرتے برقی رو کا عکس دوسری جانب موجود ہوگا۔ یہ برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رو کے لگ بھگ ہوتا ہے۔

چونکہ یہ معائنہ بہت کم برقی دباؤ پر سرانجام دیا جاتا ہے لہذا ہیجان انگیز برقی رو کو مکمل طور پر نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس معائنہ کا دور شکل ۳.۲۵ میں دکھایا گیا ہے جہاں ہیجان انگیز رو کو نظر انداز کرتے ہوئے R_c اور X_m کو کھلے دور کیا گیا ہے۔ قصر دور معائنہ میں شکل ۳.۲۰ کے بائیں ہاتھ کو کم برقی دباؤ جانب تصور کرتے ہوئے V_t کو V_2 کی جگہ لاگو کرنا ہوگا۔

برقی طاقت صرف مزاحمت میں ضائع ہو سکتا ہے لہذا شکل ۳.۲۵ سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$p_t = I_t^2 R_{ms}$$

یوں ٹرانسفارمر کے مادی دور کا حبزو R_{ms} حاصل ہوتا ہے۔

(۳.۳۹)

$$R_{ms} = \frac{p_t}{I_t^2}$$

قصر دور برقی رو اور قصر برقی دباؤ سے

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

جبکہ شکل ۳.۲۵ سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$Z_t = R_{ms} + jX_{ms}$$

$$|Z_t| = \sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}$$

یوں R_{ms} کی قیمت مساوات ۳.۳۹ سے جانتے ہوئے X_{ms} حاصل ہوتا ہے۔

$$(۳.۴۰) \quad X_{ms} = \sqrt{|Z_t|^2 - R_{ms}^2}$$

مساوات ۳.۳۹ کل مزاحمت دیتا ہے البتہ اس سے R_1 یا R_2 حاصل نہیں کیا جاسکتا۔ اسی طرح مساوات ۳.۴۰ سے X_1 اور X_2 علیحدہ نہیں کئے جاسکتے۔ قصر دور معائنہ سے اتنی ہی معلومات حاصل کرنا ممکن ہے جو حقیقت میں کافی ثابت ہوتا ہے۔ جہاں ان اجزاء کی علیحدہ علیحدہ قیمتیں درکار ہوں وہاں درج ذیل تصور کیا جاسکتا ہے

$$R'_1 = R_2 = \frac{R_{ms}}{2}$$

$$X'_1 = X_2 = \frac{X_{ms}}{2}$$

ٹرانسفارمر معائنے اسی معیار پر کیے جاتے ہیں جہاں ٹرانسفارمر مناسب ہو۔ یوں وہی برقی دباؤ استعمال کرنا ہوگا جو وہاں موجود ہو۔ ہاں ضروری ہے کہ قصر دور معائنہ میں ٹرانسفارمر کو ڈیزائن برقی دباؤ کا دو سے بارہ فی صد دیا جائے۔ مثلاً $220 \text{ V} : 11000 \text{ V}$ ٹرانسفارمر کا کھلا دور معائنہ $220 \text{ V} = 11000 \times \frac{12}{100} = 1320 \text{ V}$ اور $11000 \times \frac{12}{100} = 1320 \text{ V}$ کے بچے دباؤ پر کیا جاسکتا ہے۔ چونکہ ہمارے ہاں 220 V اور 440 V عام پائے جاتے ہیں لہذا ہم 220 V یا 440 V استعمال کریں گے۔ اسی طرح دستیاب 220 V استعمال کرتے ہوئے کھلا دور معائنہ سرانجام دیا جاسکتا ہے۔

یاد رہے کہ ٹرانسفارمر میں ایک جانب لچھے کے سرے آپس میں جوڑ کر، یعنی قصر دور کر کے، دوسری جانب لچھے پر کسی بھی صورت اس جانب کی پوری برقی دباؤ لگو نہیں کیجیے گا۔ ایسا کرنا شدید خطرناک اور جان لیوا ثابت ہو سکتا ہے۔

یاد رہے کہ ان معائنوں سے حاصل مساوی دور کے اجزاء اسی جانب کے لئے درست ہوں گے جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔ ان کی قیمتیں دوسری جانب تبادلہ رکاوٹ سے حاصل کی جاسکتی ہیں۔

مثال ۳.۳: ایک 25 کلو وولٹ - ایم پی آر، 220 : 11000 وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والے ٹرانسفارمر کے کھلے دور اور قصر دور معائنے کیے جاتے ہیں جن کے نتائج درج ذیل ہیں۔ ٹرانسفارمر مساوی دور کے اجزاء تلاش کریں۔

• کھلا دور معائنہ میں کم برقی دباؤ جانب 220 V لاگو کیا جاتا ہے۔ اسی جانب برقی رو 39.64 A اور طاقت کا ضیاع 600 W ناپے جاتے ہیں۔

• قصر دور معائنہ میں زیادہ برقی دباؤ جانب 440 V لاگو کیا جاتا ہے۔ اسی جانب برقی رو 2.27 A اور طاقت کا ضیاع 560 W ناپے جاتے ہیں۔

حل کھلا دور:

$$|Z_t| = \frac{220}{39.64} = 5.55$$

$$R_c = \frac{220^2}{600} = 80.67$$

$$X_m = \frac{80.67 \times 5.55}{\sqrt{80.67^2 - 5.55^2}} = 5.56$$

حل قصر دور:

$$Z_t = \frac{440}{2.27} = 193.83$$

$$R_{ms} = \frac{560}{2.27^2} = 108.68$$

$$X_{ms} = \sqrt{193.83^2 - 108.68^2} = 160$$

R_{ms} اور X_{ms} کو کم برقی دبا و جانب منتقل کرتے ہوئے

$$\left(\frac{220}{11000}\right)^2 \times 108.68 = 43.47 \text{ m}$$

$$\left(\frac{220}{11000}\right)^2 \times 160 = 64 \text{ m}$$

یعنی

$$R_1 = R'_2 = \frac{43.47 \text{ m}}{2} = 21.7 \text{ m}$$

$$X_1 = X'_2 = \frac{64 \text{ m}}{2} = 32 \text{ m}$$

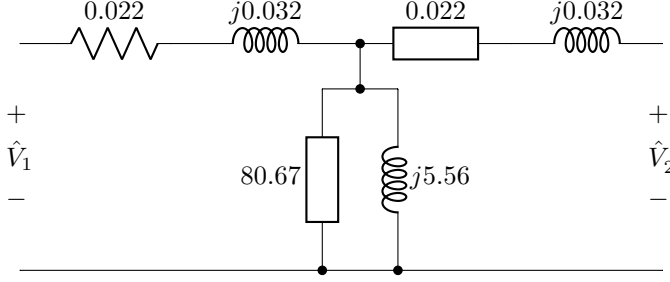
حاصل ہو گا۔ ان نتائج سے حاصل کم برقی دبا و جانب مساوی دور شکل ۳.۲۶ میں دکھایا گیا ہے جہاں \hat{V}_1 کم برقی دبا و والی جانب ہے۔

□

۳.۱۲ تین دوری ٹرانسفارمر

اب تک ہم ایک دوری ٹرانسفارمر پر غور کرتے رہے ہیں۔ حقیقت میں برقی طاقت کی منتقلی میں عموماً تین دوری ٹرانسفارمر استعمال ہوتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر یکاں تین عدد ایک دوری ٹرانسفارمر اکٹھے رکھ کر بنایا

single phase^{۶۷}
three phase^{۶۸}



شکل ۳.۲۶: کھلے دور اور کس دور معائنہ سے کم برقی دباؤ جانب مساوی دور۔



شکل ۳.۲۷: ایک ہی متالاب پر تین ٹرانسفارمر۔

جاسکتا ہے۔ یوں ایک ٹرانسفارمر خسراب ہونے کی صورت میں اس کو ہٹا کر ٹھیک کرنے کے دوران باقی دو ٹرانسفارمر استعمال کئے جاسکتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر بنانے کا اس سے بہتر طریقہ شکل ۳.۲۷ میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک ہی مقناطیسی متالاب پر تینوں ٹرانسفارمر کے لچھے لپیٹے گئے ہیں۔ اس شکل میں \hat{V}_{i1} پہلے ٹرانسفارمر کا ابتدائی لچھا اور \hat{V}_{s1} اس کا ثانوی لچھا ہے۔ اس طرح کے تین دوری ٹرانسفارمر سستے، ہلکے اور چھوٹے ہونے کی وجہ سے عام ہو گئے ہیں اور آپ کو روزمرہ زندگی میں یہی نظر آئیں گے۔ ان میں برقی ضیاع بھی نسبتاً کم ہوتا ہے۔

شکل ۳.۲۸-الف میں تین ٹرانسفارمر دکھائے گئے ہیں۔ ان ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے آپس میں دو طریقوں سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ ایک کو ستارہ نما جوڑ Y^{19} اور دوسرے کو ٹکونی جوڑ Δ^{20} کہتے ہیں۔ اسی طرح ان ٹرانسفارمر کے ثانوی لچھے بھی انہیں دو طریقوں سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ یوں انہیں درج ذیل چار مختلف طریقوں سے جوڑا جاسکتا ہے۔

• ستارہ: ٹکونی $Y : \Delta$

• ستارہ: ستارہ $Y : Y$

• ٹکونی: ٹکونی $\Delta : \Delta$

¹⁹ star connected
²⁰ delta connected



شکل ۳.۲۸: تین دوری ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر

• تکونی: ستارہ $\Delta : Y$

شکل ۳.۲۸ میں $\Delta : Y$ ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس میں بایاں ہاتھ Y اور دایاں ہاتھ Δ حبڑا ہے۔ یوں $\Delta : Y$ لکھتے ہوئے Y کو بائیں اور Δ کو دائیں لکھا جاتا ہے۔ جیسا پہلے ذکر ہو چکا ہے ہم اشکال میں ٹرانسفارمر کا ابتدائی طرف بائیں جانب رکھتے ہیں لہذا Y ابتدائی اور Δ ثانوی طرف ہے۔ روانگی سے پڑھتے ہوئے ابتدائی کو پہلے اور ثانوی کو بعد میں پڑھا جاتا ہے لہذا اس کو $\Delta : Y$ لکھ کر ستارہ-تکونی پڑھیں گے۔

شکل ۳.۲۸-الف میں تین ٹرانسفارمرس کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما جوڑا گیا ہے جبکہ ان کی ثانوی لچھوں کو تکونی جوڑا گیا ہے۔ شکل-ب میں تینوں ٹرانسفارمرس کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح ثانوی لچھوں کو تکونی دکھایا گیا ہے۔ ان اشکال کی وجہ سے اس طرز کے جوڑ کو ستارہ نما جوڑ اور تکونی جوڑ کہتے ہیں۔

ایسا شکل بناتے ہوئے ہر ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی لچھے کو ایک ہی زاویہ پر دکھایا جاتا ہے۔ یوں شکل ۳.۲۸-الف میں بالائی ٹرانسفارمر، جس کے ابتدائی سرے an اور ثانوی سرے $a'b'$ ہیں، کو شکل ۳.۲۸-ب میں صفر زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ تین دوری ٹرانسفارمرس کو اس طرح کی علامتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان میں متالاب نہیں دکھایا جاتا۔

ٹرانسفارمر کے جوڑ بیان کرتے وقت بائیں جوڑ کو پہلے اور دائیں جوڑ کو بعد میں پکارتے ہیں۔ یوں شکل ۳.۲۸-ب میں ٹرانسفارمر کو ستارہ-تکونی حبڑا ٹرانسفارمر یا مختصر آستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کہیں گے۔ اسی طرح ابتدائی جانب کو بائیں اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔ یوں اس شکل میں ابتدائی جانب ستارہ نما ہے جبکہ ثانوی جانب تکونی ہے۔

ستارہ نما سے چار برقی تاریں نکلتی ہیں۔ ان میں مشترک تار n کو عموماً ٹرانسفارمر کے نزدیک زمین میں

گہرائی تک دھنسا جاتا ہے۔ اس تار کو زمین تار^۱ یا صرف زمین^۲ کہتے ہیں۔ عام فہم میں اسے ٹھنڈی تار^۳ کہتے ہیں۔ باقی تین تاریں c, b, a گرم تار^۴ کہلاتے ہیں۔

ٹرانسفارمر کے لچھے پر برقی دباؤ کو ایک دوری برقی دباؤ یکدوری^۵ V کہتے ہیں اور لچھے میں برقی رو کو ایک دوری برقی رو یکدوری^۶ I کہتے ہیں۔ جبکہ ٹرانسفارمر سے باہر نکلتی کسی دو گرم تاروں کے بیچ برقی دباؤ کو تار کا برقی دباؤ^۷ V کہتے ہیں اور کسی بھی گرم تار میں برقی رو کو تار کا برقی رو^۸ I کہتے ہیں۔ زمینی تار میں برقی رو کو زمین برقی رو^۹ I کہتے ہیں۔ ستارہ Y جانب یک دوری معتد اروں اور تار کے معتد اروں کا تعلق درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} V_{\text{تار}} &= \sqrt{3}V_{\text{یکدوری}} \\ I_{\text{تار}} &= I_{\text{یکدوری}} \end{aligned} \quad (۳.۴۱)$$

تکونی Δ جانب یک دوری اور تار کی معتد اروں کا تعلق درج ہے۔

$$\begin{aligned} V_{\text{تار}} &= V_{\text{یکدوری}} \\ I_{\text{تار}} &= \sqrt{3}I_{\text{یکدوری}} \end{aligned} \quad (۳.۴۲)$$

مساوات ۳.۴۱ اور مساوات ۳.۴۲ دوری سمتیہ کے رشتے نہیں بلکہ غیر سمتیہ مطلق قیمتوں کے رشتے دیتی ہیں۔ ان رشتوں کو شکل ۳.۲۹ میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات ۳.۴۱ اور مساوات ۳.۴۲ سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_{\text{تار}} I_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یکدوری}} I_{\text{یکدوری}} \quad (۳.۴۳)$$

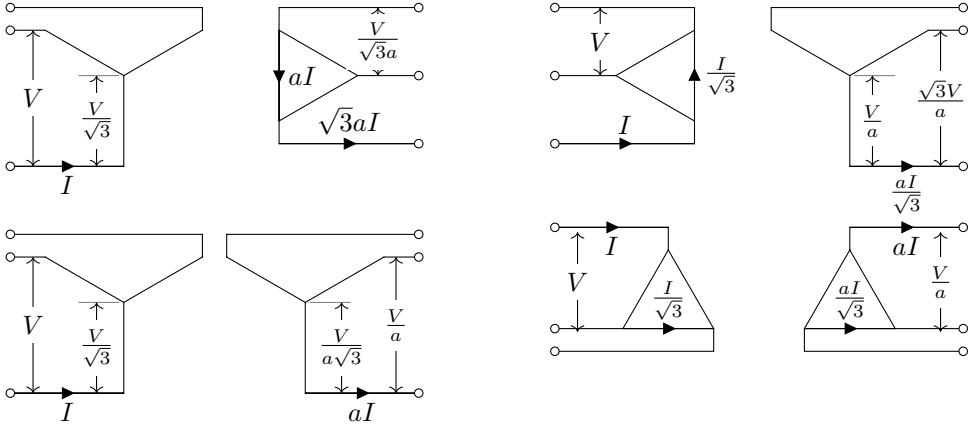
ایک دوری ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر یکدوری I یکدوری V ہوتے ہیں اور ایسے تین ٹرانسفارمر مل کر ایک عدد تین دوری ٹرانسفارمر بناتے ہیں لہذا تین دوری ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر تین گنا ذیل ہوں گے۔

$$V_{\text{تار}} I_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یکدوری}} I_{\text{یکدوری}} = 3 \times \frac{V_{\text{تار}} I_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} V_{\text{تار}} I_{\text{تار}} \quad (۳.۴۴)$$

یہ مساوات تین دوری ادوار میں کثرت سے استعمال ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر جس طرح بھی جوڑے جائیں وہ اپنی بنیادی کارکردگی تبدیل نہیں کرتے ہیں لہذا انہیں ستارہ بنایا تکونی جوڑنے کے بعد بھی ان میں ہر ایک ٹرانسفارمر انفرادی طور پر صفحہ ۵۶ پر دئے مساوات ۳.۱۶ اور صفحہ ۶۰ پر دئے مساوات ۳.۲۶ پر پورا اترے گا۔ انہیں استعمال کر کے شکل ۳.۲۹ میں دیے گئے ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی جانب کی ایک دوری اور تار کی معتد اروں کے رشتے حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ اس شکل میں $N_1/N_2 = a$ ہے جہاں $N_1 : N_2$ ان میں ایک دوری ٹرانسفارمر کے چپکڑ کا تناسب ہے۔ تین دوری ٹرانسفارمر پر لگی تختی پر دونوں جانب تار کے برقی دباؤ کا تناسب لکھا جاتا ہے۔

ground^۱
ground, earth, neutral^۲
neutral^۳
live wires^۴
phase voltage^۵
phase current^۶
line to line voltage^۷
line current^۸
ground current^۹



شکل ۳.۲۹: ابتدائی اور ثانوی حساب تار اور یک دوری مقداروں کے رشتے۔

شکل ۳.۲۹ میں ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کا تناسب

$$(۳.۴۵) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \sqrt{3}a = \sqrt{3} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

جبکہ ستارہ-ستارہ کا

$$(۳.۴۶) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

تکونی-ستارہ کا

$$(۳.۴۷) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

اور تکونی-تکونی کا درج ذیل ہوگا۔

$$(۳.۴۸) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

مثال ۳.۸: ایک دوری تین یکساں ٹرانسفارمرز کو ستارہ-تکونی Δ : Y جوڑ کر تین دوری ٹرانسفارمر بنایا گیا ہے۔ ایک دوری ٹرانسفارمر کی برقی سکے 80 درج ذیل ہے:

$$50 \text{ kV A}, \quad 6350 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

rating^{۸۰}

ستارہ۔ ٹکونی ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب 11000 وولٹ تین دوری دباو تار لاگو کیا گیا۔ اس تین دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب دباو تار معلوم کریں۔

حل: ہم ایک عدد ایک دوری ٹرانسفارمر پر نظر رکھ کر مسئلہ حل کریں گے۔ ایک دوری ٹرانسفارمر کے چپکر کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{6350}{440}$$

مسوات ۳.۴۱ سے دباو تار درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_{\text{ابتدائی، تار}} = \sqrt{3} \times 6350 \approx 11000 \text{ V}$$

ایک دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب 440 V ہوں گے جس کو مسوات ۳.۱۶ کی مدد سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$V_{\text{ثانوی}} = \frac{N_2}{N_1} V_{\text{ابتدائی}} = \frac{440}{6350} \times 6350 = 440 \text{ V}$$

ثانوی جانب تین ایک دوری ٹرانسفارمروں کو ٹکونی جوڑا گیا ہے۔ یوں مسوات ۳.۴۲ کی مدد سے ثانوی دباو تار یہی ہو گا۔ تین دوری ٹرانسفارمر کے دباو تار کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{V_{\text{ابتدائی، تار}}}{V_{\text{ثانوی، تار}}} = \frac{11000}{440}$$

ایک دوری ٹرانسفارمر 50 کلو وولٹ۔ ایمپیئر کا ہے لہذا تین دوری ٹرانسفارمر 150 کلو وولٹ۔ ایمپیئر کا ہو گا۔ یوں تین دوری ٹرانسفارمر کی سکت ۸۱ درج ذیل ہو گی۔

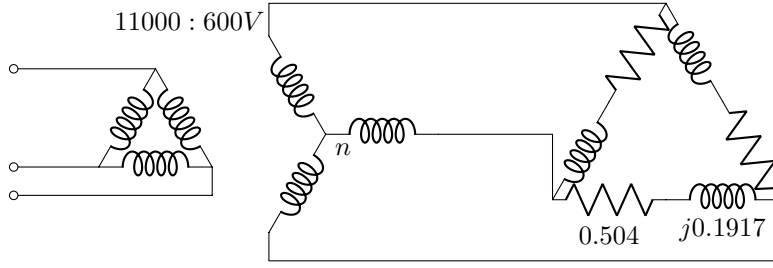
$$150 \text{ kVA}, \quad 11000 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ٹرانسفارمر سختی ۸۲ پر ٹرانسفارمر کی سکت بیان ہوتی ہے۔ اس سختی پر تین دوری ٹرانسفارمر کے دونوں جانب دباو تار لکھا جاتا ہے نہ کہ پچھوں کے چپکر۔

□

ستارہ۔ ستارہ ٹرانسفارمر میں تین دوری برقی دباو کے بنیادی اجزاء آپس میں 120° زاویائی فاصلے پر جبکہ تیسرے موسیقائی اجزاء آپس میں ہم قدم ہوتے ہیں۔ متالب کی غیر تدریجی خاصیت کی بنا ٹرانسفارمر میں ہر صورت تیسری موسیقائی اجزاء پائے جاتے ہیں۔ تیسری موسیقائی اجزاء ہم قدم ہونے کی وجہ سے جمع ہو کر برقی دباو کا ایک بڑا موج پیدا کرتے ہیں جو کبھی کبھار برقی دباو کے بنیادی جزو سے بھی زیادہ بڑھا ہوتا ہے۔ اس وجہ سے ستارہ۔ ستارہ ٹرانسفارمر عام طور استعمال نہیں ہوتا ہے۔

باقی تین قسم جڑے ٹرانسفارمروں میں ٹکونی جوڑا پایا جاتا ہے جس میں تیسری موسیقائی اجزاء کی موج گردشی رو پیدا کرتی ہے۔ یہ گردشی رو تیسری موسیقائی اجزاء کی موج کے اثر کو ختم کرتا ہے۔



شکل ۳.۳۰: ٹرانسفارمر متوازن بوجھ کو طاقت منسراہم کر رہا ہے۔

تین دوری ٹرانسفارمر کے متوازن دور حل کرتے وقت ہم تصور کرتے ہیں کہ ٹرانسفارمر ستارہ حبڑا ہے۔ یوں ایک دوری برقی رو، تار کا برقی رو ہو گا اور ایک دوری لاگو برقی دباؤ، ایک دوری برقی دباؤ ہو گا۔ اسی طرح ہم اس پر لدے برقی بوجھ کو بھی ستارہ حبڑا تصور کرتے ہیں۔ یوں تین دوری دور کی بجائے ہم نسبتاً آسان ایک دوری دور حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ آئیں ایک مثال سے اس عمل کو سمجھیں۔

مثال ۳.۹: شکل ۳.۳۰ میں تین دوری $\Delta: Y$ ، 2000 کلو وولٹ۔ ایمپیئر، 11000 : 600 وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والا کامل ٹرانسفارمر تین دوری متوازن ٹکنونی بوجھ کو طاقت مہیا کر رہا ہے۔ بوجھ کا ہر حصہ $0.504 + j0.1917$ کے برابر ہے۔

• اس شکل میں تمام برقی رو معلوم کریں۔

• برقی بوجھ AC کو دور کار طاقت معلوم کریں۔

حل: پہلے ٹکنونی بوجھ کو ستارہ بوجھ میں تبدیل کرتے ہیں:

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3} = \frac{0.504 + j0.1917}{3} = 0.168 + j0.0639$$

ستارہ بوجھ کو شکل ۳.۳۱ میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک برقی تار جسے نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے کو ٹرانسفارمر کی زمینی نقطہ سے بوجھ کے مشترکہ سرے کے درمیان حبڑا دکھایا گیا ہے۔ متوازن دور میں اس تار میں برقی رو صفر ہو گا۔ حل کرنے کی نیت سے ہم اس متوازن دور سے ایک دوری حصہ لے کر حل کرتے ہیں۔

مادی ستارہ بوجھ پر ایک دوری دباؤ $\frac{600}{\sqrt{3}} = 346.41$ ، اس میں برقی رو

$$I = \frac{346.41}{0.168 + j0.0639} = 1927.262 / -20.825^\circ$$

اور ایک دوری طاقت درج ذیل ہو گی۔

$$p = 346.41 \times 1927.262 \times \cos(-20.825^\circ) = 624\,007 \text{ W}$$



شکل ۳.۳: ٹکونی بوجھ کو مساوی ستارہ بوجھ میں تبدیل کیا گیا ہے۔

کل طاقت تین گنا ہوگی یعنی 1872 kW اور اس بوجھ کا حبزوطاقت $\sqrt{3}$ درج ذیل ہوگا۔

$$\cos(-20.825^\circ) = 0.93467$$

ٹکونی بوجھ میں برقی رو 1112.7 = $\frac{1927.262}{\sqrt{3}}$ ایمپیر ہوگا۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی حساب برقی تاروں میں برقی رو درج ذیل ہوگا۔

$$\left(\frac{600}{11000} \right) \times 1927.262 = 105.12 \text{ A}$$

□

اس مثال میں حبزوطاقت 0.93467 ہے۔ اس کتاب کے لکھنے وقت پاکستان میں اگر صنعتی کارخانوں کی برقی بوجھ کی حبزوطاقت 0.9 سے کم ہو جائے تو برقی طاقت ضراہم کرنے والا ادارہ (واپڈا) حبرمانہ نافذ کرتا ہے۔

۳.۱۳ ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ ہیجان انگیز برقی رو کا گزر

ہم دیکھ چکے ہیں کہ ٹرانسفارمر کے متالب میں سائنس کا ثنائیت مقناطیسی ہوتا ہے، $B = B_0 \sin \omega t$ کی صورت میں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جہاں آخری قدم پر $\omega N A_c B_0$ کو V_0 کہا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} v = e &= N \frac{\partial \phi}{\partial t} = N A_c \frac{\partial B}{\partial t} \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= V_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

یوں درج ذیل ہوگا۔

$$(۳.۴۹) \quad B_0 = \frac{V_0}{\omega N A_c}$$

یہ مساوات برقرار چالو ٹرانسفارمر کے لئے درست ہے۔
تصور کریں کہ ایک ٹرانسفارمر کو چالو کیا جا رہا ہے۔ چالو ہونے سے پہلے متالب میں مقناطیسی بہا و صفر ہے اور جس لمحہ اسے چالو کیا جائے اس لمحہ بھی یہ صفر ہی رہتا ہے۔
جس لمحہ ٹرانسفارمر کو چالو کیا جائے اس لمحہ لاگو برقی دباؤ

$$v = V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

ہے۔ یوں $v = N A_c \frac{\partial B}{\partial t}$ کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$V_0 \cos(\omega t + \theta) = N A_c \frac{\partial B}{\partial t}$$

ترتیب نو کے بعد درج ذیل عمل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$B = \frac{V_0}{N A_c} \int_0^t \cos(\omega t + \theta) dt = \frac{V_0}{\omega N A_c} [\sin(\omega t + \theta) - \sin \theta]$$

یوں $\theta = 0$ کی صورت میں B کی زیادہ سے زیادہ قیمت $\omega t = \frac{\pi}{2}$ پر حاصل ہوگی جو مساوات ۳.۴۹ میں دی گئی قیمت کے عین برابر ہے:

$$B_{\text{بند } 7} = \frac{V_0}{\omega N A_c} [\sin(\frac{\pi}{2} + 0) - \sin 0] = \frac{V_0}{\omega N A_c}$$

اس کے برعکس $\theta = -\frac{\pi}{2}$ کی صورت میں B کی زیادہ سے زیادہ قیمت $\omega t = \pi$ پر حاصل ہوگی جو مساوات ۳.۴۹ میں دی گئی قیمت کی دگنی ہے:

$$B_{\text{بند } 7} = \frac{V_0}{\omega N A_c} [\sin(\pi - \frac{\pi}{2}) - \sin \frac{\pi}{2}] = \frac{2V_0}{\omega N A_c}$$

یعنی کثافت مقناطیسی بہا کا طول معمول سے دگن ہوگا۔ ان دو قیمتوں کے بیچ θ کی کسی بھی قیمت کے لئے زیادہ کثافت مقناطیسی بہا و ان دو حدود کے درمیان رہتا ہے۔

متالب کی $B - H$ خط غیر ہستہ رج بڑھتا ہے۔ لہذا B دگن کرنے کی خاطر H کو کئی گنا بڑھانا ہوگا جو لچھے میں محرک برقی رو بڑھانے سے ہوتا ہے^{۸۶}۔ یہاں صفحہ ۴۳ پر دکھائے شکل ۲.۱۷ سے رجوع کریں۔ قوی ٹرانسفارمر میں بیجبانی کثافت مقناطیسی بہا کی چوٹی $1.3 \leq B_0 \leq 1$ ہوتی ہے۔ ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ یوں کثافت مقناطیسی بہا و 2 سے 2.6 ٹسلا تک ہو سکتی ہے جس کے لئے درکار بیجبان انگلیز برقی رو^{۸۷} نہایت زیادہ ہوگی۔

^{۸۵} steady state
^{۸۶} 2000 کلو وولٹ - ہیکٹیئر ٹرانسفارمر سے چالو کرتے وقت تھمر تھمر بہا ف کی آواز آتی ہے
^{۸۷} excitation current

باب ۴

برقی اور میکانیکی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رویا مقناطیسی بہاؤ کی مدد سے برقی توانائی کو میکانیکی توانائی یا میکانیکی توانائی کو برقی توانائی میں مختلف مشین تبدیل کرتے ہیں۔ پیسانٹی آلات، لاؤڈ سپیکر، مائکروفون، وغیرہ نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں جبکہ ریلے^۱، برقی مقناطیس، وغیرہ، قوت پیدا کرتے ہیں۔ کئی مشین، جن میں برقی موٹر اور جنریٹر شامل ہیں، ایک قسم کی توانائی کو دوسری قسم کی توانائی میں مسلسل تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاؤ کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ برقی رو کی مدد سے بھی توانائی کا تبادلہ سمجھا جاسکتا ہے جس کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔ اس باب میں ہم وہ اہم تراکیب سیکھیں گے جو انجنیری مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوں گے۔

۴.۱ مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت سروٹ

برقی میدان E میں برقی بار q پر درج ذیل قوت اثر انداز ہوگی۔

$$(۴.۱) \quad \mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

مثبت برقی بار پر قوت برقی شدت E کے رخ ہوگی جبکہ منفی بار پر قوت E کے مخالف رخ ہوگی۔ مقناطیسی میدان میں متحرک بار q ، جس کی سمت رفتار \mathbf{v} ہو، پر درج ذیل قوت اثر انداز ہوگی۔

$$(۴.۲) \quad \mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کا قانون^۲ (شکل ۴.۱)۔ دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کو باقی انگلیوں کے ساتھ برقرار متائے رکھ کر اس ہاتھ کی چپ انگلیوں کو \mathbf{v} کے رخ سے شروع کر کے، چھوٹے زاویہ پر گھما کر، \mathbf{B} کے رخ موڑنے سے انگوٹھا \mathbf{F} کا رخ دیگا۔ منفی بار پر قوت مخالف رخ ہوگی۔

relay^۱
velocity^۲
right hand rule^۳



شکل ۴.۱: دائیں ہاتھ کی چپرائیوں کو v سے B کی طرف کم زاویہ پر موڑیں۔ اس ہاتھ کا انگوٹھا قوت F کا رخ دیگا۔

یہاں سمتی رفتار q اور B کے بیچ ہے۔

برقی اور مقناطیسی (دونوں) میدان میں حرکت پذیر بار پر قوت مساوات ۴.۱ اور مساوات ۴.۲ کے مجموعے حاصل ہوگی جس کو مساوات لورینز^۴ کہتے ہیں۔

$$F = q(E + v \times B) \quad \text{مساوات لورینز (۴.۳)}$$

مساوات ۴.۲ میں v سمتی رفتار ہے جس کو dL/dt v لکھا جاسکتا ہے جہاں L فاصلہ کو ظاہر کرے گا۔ یوں درج ذیل حاصل ہوگا

$$\begin{aligned} F &= q \left(\frac{dL}{dt} \times B \right) \\ &= \frac{q}{dt} (dL \times B) \end{aligned}$$

جہاں $i = q/dt$ لکھے ہوئے درج ذیل ہوگا۔

$$F = (dL \times B) \quad \text{(۴.۴)}$$

مثال ۴.۱: شکل ۴.۲ میں ایک چکر کے لچھ $abcdef$ کو مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کا رداس 15 سم، b تا c محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیر ہے۔ کشاف مقناطیسی بہا کو نقطہ دار نوکیلی لکیریوں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کے رخ دکھایا گیا ہے۔ اگر کشاف مقناطیسی بہا 0.5 ٹسلا ہو تب

• لچھے کے اطراف پر قوت دریافت کریں اور

• لچھے پر قوت T دریافت کریں۔



شکل ۴.۲: ایک چکر کے لچھے پر قوت اور قوت سرور

حل: شکل-الف اور ب میں کارتیسی اکائی سمتیات دکھائے گئے ہیں۔ برقی تار کے سروں کو نظر انداز کرتے ہوئے اسے ایک بند مستطیل تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل-الف میں برقی رو کے رخ تار کے اطراف کی سمتی لمبائیاں درج ذیل ہوں گی جہاں l محوری لمبائی ہے

$$L_{bc} = l a_y$$

$$L_{cd} = -2r a_x$$

$$L_{de} = -l a_y$$

$$L_{eb} = 2r a_x$$

جبکہ $B = B_0 a_x$ ہوگا۔ ان میں a_x اور a_y اکائی سمتیات ہیں۔ یوں مساوات ۴.۴ کے تحت ان اطراف پر قوت (نیوٹن) درج ذیل ہوگی۔

$$\begin{aligned} F_{bc} &= i (L_{bc} \times B_0 a_x) \\ &= 5 (0.5 a_y \times 0.55 a_x) \\ &= -1.375 a_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{cd} &= 5 (-0.3 a_x \times 0.55 a_x) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{de} &= 5 (-0.5 a_y \times 0.55 a_x) \\ &= 1.375 a_z \end{aligned}$$

$$F_{eb} = 0$$

ہم دیکھتے ہیں کہ صرف محوری اطراف پر قوتیں پائی جاتی ہیں جنہیں شکل ۴.۲-ب میں دکھایا گیا ہے۔ شکل ۴.۲-الف اور ب میں b اور e کے بیچ فاصلہ $2r$ ہے۔ محوری اطراف پر اثر انداز قوت، سرور پیدا کرتی ہیں

جس کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل ہو گا۔ مستطیل تار پر قوت مسروڑ (نیوٹن میٹر) درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\tau &= 1.375 \times 2 \times 0.15 \times \sin \theta a_y \\ &= 0.4125 \sin \theta a_y\end{aligned}$$

□

مساوات ۴.۱ تا مساوات ۴.۳ کا استعمال صرف سادہ ترین صورتوں میں ممکن ہوتا ہے۔ حقیقی مشینوں میں ان مساوات سے قوت تعین کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ انہیں ایک ایسی ترکیب دیکھ سکتے ہیں جس سے ہم مختلف مشینوں میں پائی جانے والی قوتیں تعین کر سکیں۔ اس ترکیب کا نام ہم توانائی^۵ ہے جو توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔

گھومتی برقی مشین عموماً دو لچھوں پر مشتمل ہوتی ہیں۔ ان میں ایک لچھا مشین کے ساکن حصہ پر لپٹا ہوتا ہے جس کی بنا پر ساکن رہتا ہے اور ساکن لچھا^۶ کہلاتا ہے۔ دوسرا لچھا مشین کے گھومتے حصہ پر لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ اس کو گھومتا لچھا^۷ کہتے ہیں۔ ان لچھوں کو دو عدد مقناطیس تصور کرتے ہوئے ایسی مشینوں کی کارکردگی باآسانی سمجھی جاسکتی ہے۔ جس طرح دو مقناطیس اگر متریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال N دوسرے کے جنوب S کی سمت ہو۔

موٹر کے دو لچھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ ایک مقناطیس کے شمال N اور دوسرے کے جنوب S کے بیچ قوت کشش پائی جاتی ہے۔ ساکن لچھے کا مقناطیس ہوا گھومتے لچھے کے مقناطیس ہوا سے کچھ آگے رہ کر اسے کھینچ کر کام کرتا ہے۔ جنریٹر میں اس کے برعکس گھومتا لچھا، ساکن لچھے پر کام کرتے ہوئے اس میں برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

توانائی کے طریقے کو شکل ۴.۳ کی مدد سے سمجھا جاسکتا ہے۔ یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ مانند دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس کو یہ میکانیکی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے متغیرات e اور i ہیں جبکہ میکانیکی توانائی کے متغیرات فاصلہ x اور میدان قوت F_m ہیں۔ اس شکل میں بائیں یعنی ابتدائی یا اولین جانب i کا رخ باہر سے اندر ہے جبکہ دائیں یعنی ثانوی جانب F_m کا رخ اندر سے باہر رہا ہے۔ یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل ۷ کی مانند ہے۔

جہاں نظام میں توانائی کے ضیاع کو ذخیرہ توانائی سے علیحدہ کرنا ممکن ہو وہاں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن تصور کیا جاتا ہے۔ شکل ۴.۴ میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں لچھا برقی نظام اور حرکی حصہ میکانیکی نظام کو ظاہر کرتے ہیں اور لچھے میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی مسز اجزاء R سے ظاہر کیا گیا ہے۔

توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جاسکتی ہے اور نہ ہی اسے تباہ کیا جاسکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ یوں نظام کو مسز اجزاء برقی توانائی ∂W کا ایک حصہ میکانیکی توانائی ∂W میں تبدیل ہو گا جبکہ اس کا دوسرا حصہ، مقناطیسی میدان میں ذخیرہ ہو گا اور باقی

co-energy^۵
stator coil^۶
rotor coil^۷

میدانی قوت F_m میں چھوٹی گھٹائی میں m لفظ میدانی کو ظاہر کر رہا ہے۔



شکل ۴.۳: برقی توانائی سے میکانیکی توانائی کے تبادلہ کا نظام۔



شکل ۴.۴: قوت پیدا کرنے والا آلہ۔

حصہ، ∂W ، مختلف طریقوں سے ضائع ہو گیا جو ہمارے کسی کام سے آسکے گا:

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}} \quad (۴.۵)$$

برقی توانائی کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} \quad (۴.۶)$$

لکھا جاسکتا ہے جس کو dt سے تقسیم کر کے

$$\frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقناطیسی}}}{\partial t} \quad (۴.۷)$$

لکھا جاسکتا ہے جو توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتی ہے۔ اس مساوات کے بائیں ہاتھ برقی طاقت کو ei اور دائیں ہاتھ میکانیکی حصہ میں $F_m \partial x$ لکھ کر

$$ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t} \quad (۴.۸)$$

حاصل ہو گا جہاں $W_{\text{مقناطیسی}}$ کو W_m لکھا گیا ہے۔ مساوات ۴.۷ استعمال کرتے ہوئے اس کو

$$i \frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t} \quad (۴.۹)$$



شکل ۴.۵: توانائی کی قسم تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

لکھا جاسکتا ہے۔ دونوں اطراف کو ∂t سے ضرب دے کر ترتیب نو کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۴.۱۰) \quad \partial W_m = i \partial \lambda - F_m \partial x$$

مساوات ۴.۱۰ توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ اس مساوات کو استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لو ریٹنز کے قانون^۹ سے ہی پیدا ہوتی ہے۔ مساوات ۴.۱۰ میں برقی متغیرات i اور e کی بجائے λ ہیں۔ لہذا شکل ۳.۵ کو شکل ۴.۵ کی طرح بھی بنایا جاسکتا ہے۔

کسی بھی تفاعل^{۱۰} $z(x, y)$ کا کل تفرق درج ذیل ہوگا جہاں $\frac{\partial z}{\partial x}$ لیتے ہوئے y کو مستقل تصور کیا جاتا ہے اور $\frac{\partial z}{\partial y}$ لیتے ہوئے x کو مستقل تصور کیا جاتا ہے۔

$$(۴.۱۱) \quad \partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

اسی طرح $W_m(x, \lambda)$ کا کل تفرق

$$(۴.۱۲) \quad \partial W_m(x, \lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda$$

ہوگا جس کا موازنہ مساوات ۴.۱۰ کے ساتھ کر کے درج ذیل اخذ کیا جاسکتا ہے جہاں ایک متغیر کے ساتھ جبزوی تفرق لیتے وقت دوسرے متغیر کو صریحاً مستقل ظاہر کیا گیا ہے۔

$$(۴.۱۳) \quad F_m(x, \lambda) = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$$

$$(۴.۱۴) \quad i(x, \lambda) = \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{x_0}$$

مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x, \lambda)$ دریافت کر کے مساوات ۴.۱۳ کی استعمال سے قوت دریافت کی جاسکتی ہے۔ شکل ۴.۴ میں قوت اور خلائی درز میں مقناطیسی بہا ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔ اگلے حصے میں مقناطیسی توانائی کا حصول سکھایا جائے گا۔

^۹ Lorenz equation
function^{۱۰}

۴.۲ تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل ۴.۴ میں ایک لچھے کا مادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ میکانیکی نظام میں حرکی حصہ کی کیت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔ جہاں اس کیت کا اثر جانب ضروری ہو وہاں اس کو ایک بیرونی کیت تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح تبادلہ توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہوتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والی مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔ عموماً حرکت تب ممکن ہوگی جب مقناطیسی متالب میں متبادل تبدیل خلاء موجود ہو۔ متالب میں خلاء کی موجودگی کی بناء عام طور پر $\Re_a \gg \Re_c$ ہوگا اور ایسا مقناطیسی دور حل کرتے ہوئے \Re_c کو نظر انداز کیا جائے گا۔ یوں، جیسا مساوات ۲.۱۹ میں دیا گیا ہے، مقناطیسی دباؤ T اور مقناطیسی بہاؤ ϕ براہ راست متناسب ہوں گے۔ ایسی صورت میں مساوات ۲.۲۹ میں امالہ L شکل ۴.۴ میں خلاء کی لمبائی x پر منحصر ہوگی لہذا اس مساوات کو درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$\lambda = L(x)i \quad (۴.۱۵)$$

شکل ۴.۴ میں قوت F_m کے رخ طے ہونے والا فاصلہ x ہے۔ یوں میکانیکی کام $F_m dx = \partial W_{\text{میکانی}}$ ہوگا جبکہ مضراہم برقی توانائی $i d\lambda = \partial W_{\text{برقی}}$ ہوگی۔ یوں شکل ۴.۴ کو مساوات ۴.۱۰ ظاہر کرتی ہے۔ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی W_m کو مساوات ۴.۱۰ کا تکمیل "لے کر حاصل کرتے ہیں۔

$$\int \partial W_m(x, \lambda) = \int i(x, \lambda) d\lambda - \int F_m(x, \lambda) dx \quad (۴.۱۶)$$

اس تکمیل کا حصول شکل ۴.۶ سے واضح ہوگا۔ ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی مضراہم نہیں کی گئی ہے۔ یوں نظام میں برقی رد مضر ہوگی جس کی بناء مقناطیسی بہاؤ اور ارتباط بہاؤ بھی مضر ہوں گے لہذا مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی مضر ہوگی۔ کسی بھی مقناطیس کی قوت کشش اس کی مقناطیسی بہاؤ پر منحصر ہوتی ہے لہذا مضر مقناطیسی بہاؤ کی بناء اس نظام میں قوت کشش مضر ہوگا اور یوں اس میں حرکت بھی مضر ہوگا۔ اس طرح ابتدائی نقطہ پر درج ذیل ہوں گے۔

$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ابتدائی نقطہ شکل ۴.۶ میں دکھایا گیا ہے۔ اب لچھے کو برقی توانائی مضراہم کی جاتی ہے۔ لچھے میں برقی رو کی بناء قوت اور حرکت پیدا ہوگی۔ آخر کار نظام اختتامی نقطے پر پہنچے گا۔ اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پر $\lambda = \lambda_0$ اور $x = x_0$ ہیں اور مقناطیسی میدان میں توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ ہے۔ ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھایا جاتا ہے کہ λ اور x شکل ۴.۶ میں موٹی کثیر (اصل راستے) پر رہیں۔ آخری نقطہ پر مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ جانے کے لئے اصل راستے پر مساوات ۴.۱۶ کا تکمیل حاصل کرنا ہوگا جو ایک مشکل کام ہے۔ اس راہ پر تکمیل کی بجائے ہم متبادل راستہ اختیار کرتے ہیں۔



شکل ۴.۶: مقنن طبعی میدان میں توانائی۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقنن طبعی میدان ایک قدامتے پسند میدان^{۱۲} ہے جس کا مطلب ہے کہ مقنن طبعی میدان میں مقنن طبعی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے x_0 اور λ_0 کی مقدار پر منحصر ہوگی۔^{۱۳} چونکہ توانائی کا دارومدار راہ پر منحصر نہیں ہے لہذا توانائی کے حصول کے مکمل میں ہم من پسند راستہ اختیار کرتے ہیں۔ ہم مکمل لیتے ہوئے شکل ۴.۶ میں ابتدائی نقطہ سے پہلی راہ چل کر فاصلہ x_0 طے کر کے دوسری راہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ (x_0, λ_0) تک پہنچتے ہیں۔ یوں مساوات ۴.۱۶ کو دو تکراروں کا مجموعہ لکھ جائے گا۔ ایک مکمل نقطہ $(0, 0)$ سے نقطہ $(x_0, 0)$ تک اور دوسری راہ سے نقطہ (x_0, λ_0) تک لیا جائے گا:

$$(۴.۱۷) \quad \int_{\text{اصلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x, \lambda)$$

اس مساوات کے دائیں ہاتھ تکراروں کو باری باری دیکھتے ہیں۔ پہلی راہ مکمل کو مساوات ۴.۱۶ کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$(۴.۱۸) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx$$

جیسا شکل ۴.۶ میں دکھایا گیا ہے، پہلی راہ پر $0 = \lambda$ ہے۔ مساوات ۴.۱۸ میں اس بات کو برقی رو $i(x, 0)$ اور قوت $F_m(x, 0)$ لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ ابتدائی اور اختتامی نقطوں پر λ صفر ہے لہذا $\int_0^0 i(x, 0) d\lambda = 0$ ہوگا۔ ایسے مکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے جس کا ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک دوسرے کے برابر ہوں۔ پہلی راہ پر $0 = \lambda$ ہونے کی بنا اس راہ پر مقنن طبعی ہوا بھی صفر ہوگا لہذا اس راہ پر مقنن طبعی اثر نہیں پایا جائے گا اور قوت F_m صفر ہوگا۔ ہم جانے ہیں کہ صفر کا مکمل صفر ہوتا ہے لہذا $\int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$ ہوگا۔ یوں پہلی راہ

^{۱۲}conservative field

^{۱۳}تجرباتی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے۔ اسی لئے اگر کیت m کو کسی بھی راستے h کی بلندی تک لے جایا جائے تو اس کی خفی توانائی mgh ہوگی۔

۴.۲: تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام

پر کا مکمل (ساوات ۴.۱۸) صفر ہوگا:

$$(۴.۱۹) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, 0) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$$

ساوات ۴.۱۷ میں دوسری راہ کا مکمل

$$(۴.۲۰) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x_0, \lambda) = \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx$$

ہوگا۔ دوسری راہ پر $x = x_0$ ہے لہذا مساوات ۴.۲۰ میں دائیں ہاتھ دوسرے مکمل کا ابتدائی نقطہ x_0 اور اختتامی نقطہ بھی x_0 ہوگا جس کی بنا قوت کا مکمل صفر ہوگا:

$$(۴.۲۱) \quad \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx = 0$$

آخر میں مساوات ۴.۲۰ کے دائیں ہاتھ، برقی رو کا مکمل حل کرنا باقی ہے۔ مساوات ۴.۱۵ استعمال کرتے ہوئے اسے حل کرتے ہیں۔

$$(۴.۲۲) \quad \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda = \frac{1}{L(x_0)} \int_0^{\lambda_0} \lambda d\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

مساوات ۴.۲۰، مساوات ۴.۲۱ اور مساوات ۴.۲۲ کے نتائج استعمال کرتے ہوئے مساوات ۴.۱۷ میں دیے مکمل کا حل لکھتے ہیں:

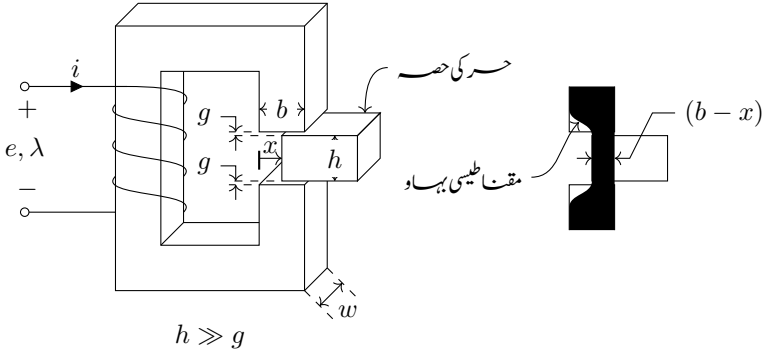
$$W(x_0, \lambda_0) = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

اس مساوات میں اختتامی نقطہ کو عمومی نقطہ (x, λ) لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوگا جو مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات ہے۔

$$(۴.۲۳) \quad W(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$$

مساوات ۴.۲۳ کی مدد سے مساوات ۴.۱۳ کے ذریعہ قوت $F_m(x, \lambda)$ اور مساوات ۴.۱۴ کے ذریعہ برقی رو $i(x, \lambda)$ کا حساب اب ممکن ہے۔

مثال ۴.۲: شکل ۴.۷ میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکی اور ساکن حصوں کے بیچ حرکائی درز g موجود ہے۔ اگر $500 \text{ mm} \cdot N = 0.2 \text{ m} \cdot g = 1 \text{ mm} \cdot b = 0.4 \text{ m} \cdot b = 30 \text{ A}$ اور $i = 30 \text{ A}$ ہوں تب اس حرکائی درز میں توانائی W_m کیا ہوگی؟



شکل ۷.۳: حرکت اور توانائی۔

حل: چونکہ $h \gg g$ ہے لہذا اس کن حصہ میں مقناطیسی بہا کا بیشتر حصہ بالائی بازو سے نچلے بازو تک پہنچنے کے لئے حرکت کی حصے سے گزرے گا (شکل ۷.۳)۔ یوں ساکن حصہ میں مقناطیسی بہا وحنائی درز کے متریب مٹر کر حرکت کی حصے میں سے گزرے گا۔ توانائی کے کلیہ $\frac{\lambda^2}{2L(x)}$ میں $W_m(x, \lambda) = L(x)i$ پر کرنے سے $W_m(x, i) = \frac{1}{2}L(x)i^2$ لکھا جاسکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2\mu_0 A_g}{2g}$ اور $A_g = w(b-x)$ ہیں۔ یوں

$$(۳.۲۴) \quad W_m(x, i) = \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu_0 w (b-x)}{2g} i^2$$

ہوگا جس میں دی گئی معلومات پر کرنے سے درج ذیل توانائی حاصل ہوگی (جس کی اکائی حوالہ ہے)۔

$$\begin{aligned} W_m(x, i) &= \frac{1}{2} \times \frac{500^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.4(0.2-x)}{2 \times 0.001} \times 30^2 \\ &= 28274(0.2-x) \end{aligned}$$

□

مثال ۳.۳: شکل ۷.۳ میں توانائی کے طریقے سے قوت F_m دریافت کریں۔

حل: مساوات ۳.۱۳ کہتی ہے کہ $F_m = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$ جہاں توانائی کے متغیرات x اور λ ہیں۔

مثال ۳.۲ میں مساوات ۳.۲۴ حاصل کی جو توانائی کا کلیہ ہے۔ ایسا کرتے ہوئے λ کی جگہ $\lambda = L(x)i$ پر کیا گیا جس کی بنا مساوات ۳.۲۴ میں W_m کے متغیرات x اور λ کی بجائے x اور i ہیں۔ قوت کے حصول کے لئے مساوات ۳.۲۴ استعمال نہیں کیا جاسکتا ہے۔ ہمیں توانائی کے درست متغیرات درکار ہوں گے تاکہ توانائی $W_m(x, \lambda)$ ہو (آپ مساوات ۳.۲۴ کا تفریق لے کر تسلی کر لیں کہ اس سے درست قوت حاصل نہیں ہوتا ہے)۔ درست طریقہ درج ذیل ہے۔

$$(۳.۲۵) \quad W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2 \left(\frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g} \right)} = \frac{g \lambda^2}{N^2 \mu_0 w (b-x)}$$



شکل ۳.۸: ہم توانائی کی تعریف۔

مساوات ۳.۲۵ اور مساوات ۳.۱۳ مل کر درج ذیل دیتی ہیں۔

$$F_m = -\frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x}$$

$$= -\frac{g\lambda^2}{N^2\mu_0 w(b-x)^2}$$

تفرق لینے کے بعد $\lambda = Li$ پر کیا جاسکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2\mu_0 w(b-x)}{2g}$ ہوگا۔ یوں قوت

$$F_m = -\frac{gL^2 i^2}{N^2\mu_0 w(b-x)^2}$$

$$= -\frac{N^2\mu_0 w i^2}{4g}$$

$$= -28274$$

نیوٹن حاصل ہوتی ہے۔ قوت کی علامت منفی ہے جس کے تحت قوت گھٹتے x رخ ہوگی۔ یوں حرکت کی حد بائیں رخ کھینچ جائے گا۔ شکل ۳.۴ میں قوت اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کے متوازی تھے جبکہ شکل ۳.۵ میں قوت اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کے عمودی ہیں۔ □

۳.۳. توانائی اور ہم توانائی

شکل ۳.۸ میں λ اور i کے مابین ترسیم دکھایا گیا ہے۔ اس لکیر کے نیچے رقبہ کو ہم توانائی W_m تصور کریں۔ اس ترسیم پر کوئی ایک نقطہ (λ, i) لے کر ایک لکیر نیچے اور دوسری بائیں کھینچ کر ایک مستطیل مکمل کیا گیا ہے جس کا رقبہ λi ہے۔ مستطیل کے رقبے سے توانائی W_m منفی کرنے سے حاصل رقبہ ہم توانائی W_m' کہلاتا ہے۔

$$W_m' = \lambda i - W_m \quad (۳.۲۶)$$

ہم توانائی کے جزوی منسق

$$\begin{aligned}\partial W'_m &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m\end{aligned}$$

میں مساوات ۴.۱۰ کا استعمال

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

یعنی

$$(۴.۲۷) \quad \partial W'_m = \lambda \partial i + F_m \partial x$$

دیگا۔

یہاں بھی مساوات ۴.۱۱ تا مساوات ۴.۱۴ کی طرح کسی بھی تفاعل (x, y) کا جزوی منسق

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

ہوگا لہذا ہم توانائی $W'_m(x, i)$ کا جزوی منسق درج ذیل ہوگا۔

$$(۴.۲۸) \quad \partial W'_m(x, i) = \frac{\partial W'_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W'_m}{\partial i} di$$

مساوات ۴.۲۸ کا مساوات ۴.۲۷ کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۴.۲۹) \quad \lambda = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial i} \right|_{x_0}$$

اور

$$(۴.۳۰) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{i_0}$$

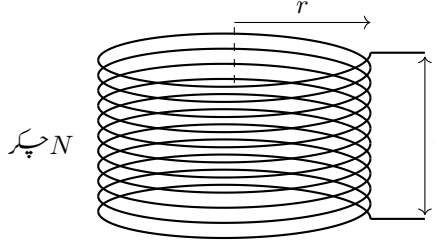
مساوات ۴.۳۰ قوت دریافت کرنے کا دوسرا کلیہ دیتی ہے۔ مساوات ۴.۳۰ میں ہم توانائی جبکہ مساوات ۴.۱۳ میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔

توانائی کے طریقہ کی طرح مساوات ۴.۲۹ سے درج ذیل عمل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۴.۳۱) \quad W'_m(i_0, x_0) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x_0) di$$

جن نظام میں λ اور i کا تعلق تغیر راست ہو، جس کو مساوات ۴.۲۹ بیان کرتی ہو، ان کے لئے درج بالا عمل کا حل درج ذیل ہوگا جہاں i_0, x_0 کی بجائے عمومی متغیرات i اور x لکھے گئے ہیں۔

$$(۴.۳۲) \quad W'_m(i, x) = \int_0^i L(x) i di = \frac{L(x) i^2}{2}$$



شکل ۳.۹: پیچدار لچھا۔

بعض مسائل میں توانائی اور بعض میں ہم توانائی کا استعمال زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔
 مثال ۳.۴: شکل ۳.۹ میں ایک پیچدار لچھا دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی l ، رداس r اور چپکر N ہیں۔ پیچدار لچھے کے مقناطیسی بہاؤ کا بیشتر حصہ محوری رخ لچھے کے اندر رہتا ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاؤ کو نظر انداز کرتے ہوئے لچھے کے اندر محوری لمبائی رخ میدان شدت $H \approx \frac{NI}{l}$ ہوگی۔
 موصل دھات کو امالی برقی توانائی سے پگھلانے کے لئے پیچدار لچھا استعمال کیا جاتا ہے۔ میں 100 تا 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی امالی برقی بھٹی^{۱۵} بسا تا رہا جو بالستریب 500 تا 1200 ہرٹز پر کام کرتی اور 100 سے 3000 کلو گرام لوہا پگھلاتی ہیں۔
 امالی بھٹی کے پیچدار لچھے کے اندر غیر موصل پیالے میں دھات کے ٹکڑے ڈال کر لچھے میں بدلتا روگزاری جاتی ہے جو دھات میں بھنورنہ امالی برقی رو پیدا کرتی ہے۔ بھنورنہ رو دھات کو گرم کر کے پگھلاتی ہے۔ امالی برقی بھٹی میں لوہے کو 1650 ڈگری سیلیئس^{۱۶} تک گرم کیا جاتا ہے۔
 پیچدار لچھے میں برقی رو I_0 کی بنا لچھے پر رداسی رخ میکانی دباؤ یعنی قوت فی مربع رقبہ پیدا ہوگا۔ میری 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے کی بھٹی کے پیچدار لچھے کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000 \text{ A}, \quad l = 0.94 \text{ m}, \quad r = 0.49 \text{ m}$$

اس پر رداسی رخ میکانی دباؤ (نیوٹن فی مربع میٹر) حاصل کریں۔
 حل: ہم توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

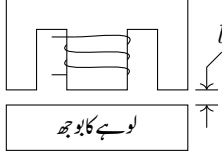
$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

$$W'_m(r, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l}$$

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l}$$

^{۱۵} high frequency, induction furnaces
^{۱۶} Celsius, Centigrade

باب ۴. برقی اور میکانیکی توانائی کا باہمی تبادلہ



(ب)



(i)

شکل ۴.۱۰: برقی مقناطیس۔

اس قوت کی علامت مثبت ہے لہذا یہ رداسی رخ باہر جانب ہو گا۔ لچھے کو نکلی تصور کریں جس کی گول سطح کا رقبہ $A = 2\pi r l$ ہو گا۔ یوں میکانیکی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}$$

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times 10000^2}{2 \times 0.94^2} = 8604 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

□

مثال ۴.۵: 2700 کلو واٹ امالی بھٹی یومیہ 70 ٹن^{۱۸} الوہا بگھلاتی^{۱۸} ہے۔ اتنے وزن کی منتقلی کے لئے برقی مقناطیس استعمال کیا جاتا ہے۔ شکل ۴.۱۰ میں ایک ایسا برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 300, \quad A = 0.8 \text{ m}^2, \quad I = 30 \text{ A}$$

برقی مقناطیس اور لوہے کے بیچ اوسط فاصلہ 2.5 سنی میٹر لیں۔ یہ برقی مقناطیس کتنی کیمت کا لوہا اٹھا سکتا ہے؟
حل:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2l}$$

$$W'_m(l, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l}$$

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial l} = -\frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l^2} = -\frac{4\pi 10^{-7} \times 300^2 \times 0.8 \times 30^2}{4 \times 0.025^2} = -32572 \text{ N}$$

قوت کی علامت منفی ہے۔ یوں یہ مقناطیس اور لوہے کے بیچ فاصلہ کم کرنے کی کوشش کرتی ہے۔ یہ مقناطیس $\frac{32572}{9.8} = 3324 \text{ kg}$ کیمت اٹھا سکتا ہے۔

□

^{۱۸} ہزار کلو گرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔

یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔



شکل ۴.۱۱: دو لچھوں کا نظام۔

مثال ۴.۶: مثال ۴.۳ کو ہم توانائی کے طریقے سے حل کریں۔
حل: مساوات ۴.۳۲ سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2 \mu_0 w (b-x)i^2}{4g}$$

لکھ کر مساوات ۴.۳۰ سے درج ذیل قوت حاصل ہوتی ہے۔

$$F_m = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = -\frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} = -28\,274 \text{ N}$$

□

۴.۴ متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام

اب تک ایک لچھے کے نظام پر غور کیا گیا۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام پر غور کیا جائے گا۔ متعدد لچھوں کا نظام بھی ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل ۴.۱۱ میں ایک لچھے کا برقی رو i_1 اور دوسرے لچھے کا برقی رو i_2 ہے۔ اس نظام کے لئے درج ذیل لکھنا ممکن ہے جہاں W_m ذخیرہ توانائی کو ظاہر کرتی ہے۔

$$(۴.۳۳) \quad \partial W_{\text{مقنا}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$(۴.۳۴) \quad \partial W_{\text{مقنا}} = \partial W_{\text{میکنی}} + \partial W_m$$

پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے درج ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے جس میں $\partial W_{\text{میکنی}} = F_m dx$ لکھا گیا ہے۔

$$(۴.۳۵) \quad i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 = F_m dx + \partial W_m$$

اس کی ترتیب نو درج ذیل دیں گی۔

$$(۴.۳۶) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - F_m dx$$



شکل ۴.۱۲: دو لچھوں کے نظام میں مقف طبعی میدان میں توانائی۔

اب بالکل مساوات ۴.۱۲ کی طرح درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۴.۳۷) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx$$

مساوات ۴.۳۶ اور ۴.۳۷ کے موازنہ سے درج ذیل تعلقات اخذ ہوتے ہیں۔

$$(۴.۳۸) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, x}$$

$$(۴.۳۹) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, x}$$

$$(۴.۴۰) \quad F_m = - \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

ان مساوات کا استعمال تب ممکن ہوگا جب ہمیں توانائی W_m معلوم ہو اور ہم پہلے توانائی دریافت کرتے ہیں۔

شکل ۴.۱۱ میں لچھوں کو یوں طاققت دی جاتی ہے کہ λ_1 اور λ_2 صفر سے بالترتیب λ_{10} اور λ_{20} تک پہنچتے ہیں اور ساتھ ہی x صفر سے تبدیل ہو کر x_0 ہوتا ہے۔ اس عمل کو شکل ۴.۱۲ میں موٹی لکیر سے بطور ”اصل راہ“ دکھایا گیا ہے۔ مساوات ۴.۱ کے طور پر ذخیرہ توانائی کے مکمل کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۴.۴۱) \quad \int_{\text{اصل راہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m + \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m$$

ہم دائیں ہاتھ کے عملات کو باری باری حل کرتے ہیں۔

پہلی راہ پر λ_1 اور λ_2 صفر رہتے ہیں جبکہ x کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت x_0 ہے۔ یوں پہلی راہ پر مکمل

درج ذیل ہوگا۔

$$(۴.۴۲) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m dx$$

کسی بھی تکمیل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک دوسرے جیسا ہونے کی صورت میں تکمیل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ، پہلے دو تکملات صفر ہوں گے:

$$(۴.۴۳) \quad \int_0^0 i_1 d\lambda_1 = \int_0^0 i_2 d\lambda_2 = 0$$

پہلی راہ پر λ_1 اور λ_2 صفر ہیں، یعنی دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہذا مقناطیسی بہا اور قوت F_m صفر ہوں گے۔ یوں مساوات ۴.۴۲ میں قوت کا تکمل صفر ہوگا۔

$$(۴.۴۴) \quad \int_0^{x_0} F_m dx = \int_0^{x_0} 0 dx = 0 \quad (\text{صفر کا تکمل صفر ہوگا})$$

مساوات ۴.۴۳ اور مساوات ۴.۴۴ کے نتائج کے تحت پہلی راہ پر تکمل صفر ہوگا۔

$$(۴.۴۵) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = 0$$

دوسری راہ پر λ_1 کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت λ_{10} ہے، λ_2 صفر رہتا ہے جبکہ x کی قیمت x_0 رہتی ہے۔ یوں دوسری راہ پر تکمل درج ذیل ہوگا۔

$$(۴.۴۶) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

تکمیل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں تکمل صفر ہوگا:

$$\int_0^0 i_2 d\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

یوں مساوات ۴.۴۶ درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(۴.۴۷) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1$$

باب ۴. برقی اور میکائی توانائی کا باہمی تبادلہ

یہاں مساوات ۳.۳۳، ۳.۳۶، ۳.۳۸ اور ۳.۳۹ کی ضرورت پیش آنے لگی جنہیں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(۳.۳۸) \quad \lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$(۳.۳۹) \quad \lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

$$(۳.۵۰) \quad L_{12} = L_{21}$$

مساوات ۳.۳۸ اور مساوات ۳.۳۹ کو i_1 اور i_2 کے لئے حل کے

$$(۳.۵۱) \quad i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}$$

$$(۳.۵۲) \quad i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D}$$

حاصل ہو گا جہاں D درج ذیل ہے۔

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$$

مساوات ۳.۵۲ کو مساوات ۳.۵۱ کے برابر ٹھہرا کر، دوسری راہ پر λ_2 صفر لے کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\int_0^{\lambda_{10}} \left(\frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \right) d\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D} \int_0^{\lambda_{10}} \lambda_1 d\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

یوں دوسری راہ پر تکمیل کی قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$(۳.۵۳) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

تیسری راہ پر λ_1 کی قیمت λ_{10} اور x کی قیمت x_0 پر برقرار رہتی ہے جبکہ λ_2 کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت λ_{20} ہے۔ یوں تیسری راہ پر تکمیل درج ذیل ہو گا۔

$$(۳.۵۴) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2^2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

تکمیل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں تکمیل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ پہلا اور تیسرا تکمیل صفر ہو گا:

$$(۳.۵۵) \quad \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

مساوات ۴.۵۲ کی استعمال سے مساوات ۴.۵۴ کا باقی حصہ حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{20}} \left(\frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_{10}}{D} \right) d\lambda_2 \\
 (۴.۵۶) \quad &= \frac{L_{11}}{D} \int_0^{\lambda_{20}} \lambda_2 d\lambda_2 - \frac{L_{21}\lambda_{10}}{D} \int_0^{\lambda_{20}} d\lambda_2 \\
 &= \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}
 \end{aligned}$$

مساوات ۴.۵۵ اور مساوات ۴.۵۶ کی نتائج سے تیسری راہ کا مکمل درجہ ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۴.۵۷) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

مساوات ۴.۵۵، ۴.۵۴ اور ۴.۵۷ کو جمع کر کے مساوات ۴.۴۱ کا درجہ ذیل حل حاصل ہوگا جہاں λ_{10} ، λ_{20} ، x_0 کی جگہ عمومی متغیرات λ_1 ، λ_2 ، x لکھے گئے ہیں۔

$$(۴.۵۸) \quad W_m(x, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$

دو لچھوں کے نظام میں ہم توانائی کی تعریف

$$W'_m = i_1\lambda_1 + i_2\lambda_2 - W_m$$

ہوگی۔ یوں درجہ ذیل ہوگا۔

$$\partial W'_m = i_1\partial\lambda_1 + \lambda_1\partial i_1 + i_2\partial\lambda_2 + \lambda_2\partial i_2 - \partial W_m$$

مساوات ۴.۳۶ استعمال کرتے ہوئے ہم توانائی کے جزوی مشرق کی مساوات حاصل ہوگی:

$$(۴.۵۹) \quad \partial W'_m(x, i_1, i_2) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + F_m dx$$

جبکہ λ_1 ، λ_2 اور F_m کی مساواتیں درجہ ذیل ہوں گی۔

$$(۴.۶۰) \quad \lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_1} \right|_{x, i_2}$$

$$(۴.۶۱) \quad \lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_2} \right|_{x, i_1}$$

$$(۴.۶۲) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2}$$

مساوات ۴.۵۸ کی متبادل ہم توانائی کی مساوات درج ذیل ہوگی۔

$$(۴.۶۳) \quad W'_m(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2} L_{11}(x) i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}(x) i_2^2 + L_{12}(x) i_1 i_2$$

ہم قوت کو ہم توانائی سے حاصل کرتے ہیں:

$$(۴.۶۴) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2} = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}(x)}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}(x)}{dx} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}(x)}{dx}$$

مثال ۴.۷: شکل ۴.۱۱ میں میکانیکی کام کو $T_m d\theta = \partial W_{\text{میکن}} / \partial \theta$ لکھ کر توانائی کے طریقے سے حل کریں۔
حل: توانائی کی مساوات

$$\partial W_{\text{میکن}} = \partial W_{\text{میکن}} + \partial W_m$$

میں

$$\partial W_{\text{میکن}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$\text{اور } T_m d\theta = \partial W_{\text{میکن}} / \partial \theta \text{ پر کر کے ترتیب نوے درج ذیل حاصل ہوگا۔}$$

$$(۴.۶۵) \quad \partial W_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_m d\theta$$

W_m کے جزوی مندرج

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} d\theta$$

کامساوات ۴.۶۵ کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل اخذ کیے جاسکتے ہیں۔

$$(۴.۶۶) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta}$$

$$(۴.۶۷) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta}$$

$$(۴.۶۸) \quad T_m = - \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

مساوات ۴.۶۵ عین مساوات ۴.۳۶ کی مانند ہے۔ مساوات ۴.۶۵ حل کرنے کا ایک ایک قدم مساوات ۴.۳۶ حل کرنے کی طرح ہے، بس فاصلہ x کی جگہ زاویہ θ آئے گا۔ یوں جواب میں میدانی توانائی کے متغیرات $\lambda_1, \lambda_2, \theta$ ہوں گے:

$$(۴.۶۹) \quad W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$



شکل ۴.۱۳: دو لچھوں کے نظام میں قوت سرورڈ۔

اسی طرح ہم توانائی کے لئے درج ذیل ہوگا۔

$$(۴.۷۰) \quad \partial W'_m(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_m d\theta$$

$$(۴.۷۱) \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \right|_{i_2, \theta} \\ \lambda_2 &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \right|_{i_1, \theta} \\ T_m &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2} \end{aligned}$$

ہم توانائی کی مساوات درج ذیل ہوگی۔

$$(۴.۷۲) \quad W'_m(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + L_{12} i_1 i_2$$

□

مثال ۴.۸: شکل ۴.۱۳ میں دو لچھوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے زاویہ θ ناپا جاتا ہے۔ لچھوں کی خود امالہ اور مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$L_{11} = 20 + 30 \cos 2\theta$$

$$L_{22} = (20 + 30 \cos 2\theta) \times 10^{-3}$$

$$L_{12} = 0.15 \cos \theta$$

برقی رو $i_1 = 0.02 \text{ A}$, $i_2 = 5 \text{ A}$ پر قوت سرورڈ T_m معلوم کریں۔

حل: مساوات ۴.۷۲ ہم توانائی دیتی ہے۔

$$W'_m = \frac{1}{2}(20 + 30 \cos 2\theta)i_1^2 + \frac{1}{2}(20 + 30 \cos 2\theta)(10^{-3})i_2^2 + (0.15 \cos \theta)i_1 i_2$$

مساوات ۴.۷۴ کا آخری جزو قوت مسروڑ دیتی ہے۔

$$\begin{aligned} T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} &= -30i_1^2 \sin 2\theta - 30 \times 10^{-3}i_2^2 \sin 2\theta - 0.15i_1 i_2 \sin \theta \\ &= -0.012 \sin 2\theta - 0.75 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \\ &= -0.762 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \end{aligned}$$

قوت مسروڑ کی علامت منفی ہے لہذا یہ زاویہ میں تبدیلی کی مخالفت کرے گا۔ یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں (مثبت θ) تو یہ نظام زاویہ کم کرنے کے رخ قوت مسروڑ (منفی T_m) پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم (منفی θ) کرنے کی کوشش کریں تو یہ نظام زاویہ بڑھانے کے رخ قوت مسروڑ (مثبت T_m) پیدا کرے گا۔ سادہ زبان میں گھومتا حصہ افقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔

□

باب ۵

گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشینوں کے بنیادی اصولوں پر غور کیا جائے گا۔ ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

۵.۱ قانون فیراڈے

قانون فیراڈے کے تحت جب بھی کسی لچھے کا ارتباط بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہو، اس لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہو گا:

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = N \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (۵.۱)$$

گھومتے مشین میں ارتباط بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے پیدا کی جاسکتی ہے۔ مثلاً لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھما کر یا کن لچھے میں مقناطیس گھما کر، وغیرہ وغیرہ۔

ان برقی مشینوں میں لچھے مقناطیسی وتالب^۲ پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ بڑھایا جاتا ہے۔ مسزید وتالب کی شکل تبدیل کر کے مقناطیسی بہاؤ کو ضرورت کے مقام پر پہنچایا جاتا ہے۔

ان مشینوں کے وتالب میں مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہذا وتالب میں بھنبور^۳ نہا برقی رو پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنبور نہا برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر باریک لوہے کی پستری^۴ تہہ در تہہ رکھ کر وتالب بنا یا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہوگا، ٹرانسفارمر کا وتالب بھی اسی طرح بنا یا جاتا ہے۔

Faraday's law^۱
magnetic core^۲
eddy currents^۳
laminations^۴



شکل ۵.۱: دو قطب، ایک دوری معاصر جنریٹر۔

۵.۲ معاصر مشین

شکل ۵.۱ میں معاصر برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے جس کے متالاب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ میکانی زاویہ θ_m مقناطیس کا مقام دیتا ہے۔ افقی لکیر سے خلاف گھڑی زاویہ θ_m ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے، فی سیکنڈ n مکمل چکر کاٹتا ہو تب ہم کہتے ہیں کہ اس مقناطیس کے گھومنے کا تعدد n ہر ٹو ہے۔ اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس $60n$ چکر فی منٹ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر 360° یا 2π ریڈین پر مشتمل ہوتا ہے لہذا گھومنے کی اس رفتار کو $2\pi n$ ریڈین فی سیکنڈ بھی کہہ سکتے ہیں۔ یوں اگر مقناطیس f ہر ٹو کی رفتار سے گھوم رہا ہو تب یہ $2\pi f$ ریڈین فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے گا جس کو ω سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

(۵.۲)

$$\omega = 2\pi f$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار کو عموماً ریڈین فی سیکنڈ میں بیان کیا جائے گا۔ شکل ۵.۱ میں مشین کے دو مقناطیسی قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطبی مشین کہتے ہیں۔ ساکن متالاب میں، اندر کی جانب دو مشگاف ہیں، جن میں N چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو a اور a' سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لچھے کی بنا اس مشین کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ چونکہ یہ لچھا جنریٹر کے ساکن حصہ پر پایا جاتا ہے لہذا یہ لچھا بھی ساکن ہوگا جس کی بنا اسے ساکن لچھا^۸ کہتے ہیں۔

مقناطیس کا مقناطیسی ہوا شمالی قطب N^9 سے خارج ہو کر حائل درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول متالاب میں سے گزر کر، دوسرے حائل درز میں سے ہوتا ہوا، مقناطیس کے جنوبی قطب S^{10} میں داخل ہوگا۔ اس مقناطیسی

^۸ Hertz
^۹ rounds per minute, rpm
^{۱۰} radians
^{۱۱} stator coil
^{۱۲} north pole
^{۱۳} south pole

ہیسا کو ہلکی سیابی کے لکسروں سے دکھایا گیا ہے۔ یہ مقناطیسی ہیسو، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔ شکل ۵.۱ میں مقناطیس سیدھی سالخ کی مانند دکھایا گیا ہے۔

شکل ۵.۲ میں مقناطیس تقریباً گول ہے اور اس کے محور کا زاویہ θ_m صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس ساکن و طالب کے بیچ صفر زاویہ، $\theta = 0^\circ$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، $\theta = 90^\circ$ ، پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز پر ہیکلپ ہٹ کم ہوگی جبکہ زیادہ خلائی درز پر ہیکلپ ہٹ زیادہ ہوگی لہذا $\theta = 0^\circ$ پر خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی ہیسو گزرے گا جبکہ $\theta = 90^\circ$ پر کم ہیسو گزرے گا۔ خلائی درز کی لمبائی یوں تبدیل کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں سائن نم مقناطیسی ہیسو پیدا ہو۔ مقناطیسی ہیسو مقناطیس سے و طالب میں عمودی زاویہ پر داخل ہوتا ہے۔ اگر خلائی درز میں B سائن نم ہو

$$(۵.۳) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

تب کثافت مقناطیسی ہیسو B صفر زاویہ $\theta_p = 0^\circ$ پر زیادہ سے زیادہ اور نوے زاویہ، $\theta_p = 90^\circ$ ، پر صفر ہوگی اور خلائی درز میں مقناطیسی ہیسو θ_p کے ساتھ تبدیل ہوگا۔ θ_p کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کے مخالف رخ ناپا جاتا ہے۔ شکل ۵.۲ میں ساکن حصے کے باہر نوکیلی لکسروں کی لمبائی سے کثافت مقناطیسی ہیسو کی مطلق قیمت اور لکسروں کے رخ سے ہیسو کا رخ دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیابی سے 40° ، 60° اور 160° زاویوں پر رداسی رخ دکھایا گیا ہے۔ زاویات 40° اور 60° پر مقناطیسی ہیسو رداسی رخ جبکہ 160° پر مقناطیسی ہیسو رداسی رخ کے مخالف ہے۔ یوں شکل ۵.۲ میں آدھے خلائی درز میں کثافت مقناطیسی ہیسو رداسی رخ جبکہ باقی آدھے میں مخالف رداسی رخ ہوگا۔ خلائی درز میں کثافت مقناطیسی ہیسو B اور θ_p کا ترسیم سائن نم ہوگا۔ شکل ۵.۳ میں مقناطیس دوسرے زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ یاد رہے کثافت مقناطیسی ہیسو کی مطلق قیمت مقناطیس کے شمالی قطب پر زیادہ سے زیادہ ہوگی اور شمالی قطب پر کثافت مقناطیسی ہیسو رداسی رخ ہوگی۔ شکل ۵.۳ میں خلائی درز میں کثافت مقناطیسی ہیسو B ، زاویہ θ_p اور θ_m دکھائے گئے ہیں جہاں سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۵.۴) \quad \begin{aligned} B &= B_0 \cos \theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned}$$

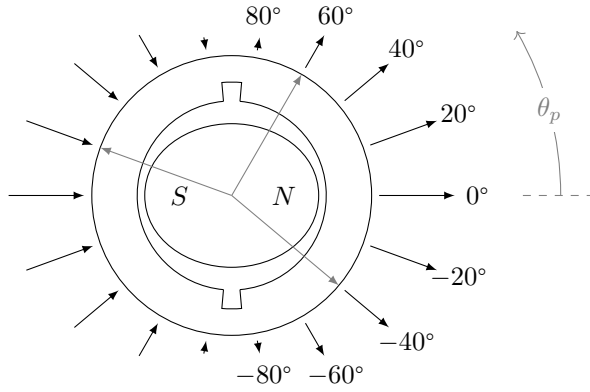
یوں درج ذیل ہوگا۔

$$(۵.۵) \quad B = B_0 \cos(\theta - \theta_m)$$

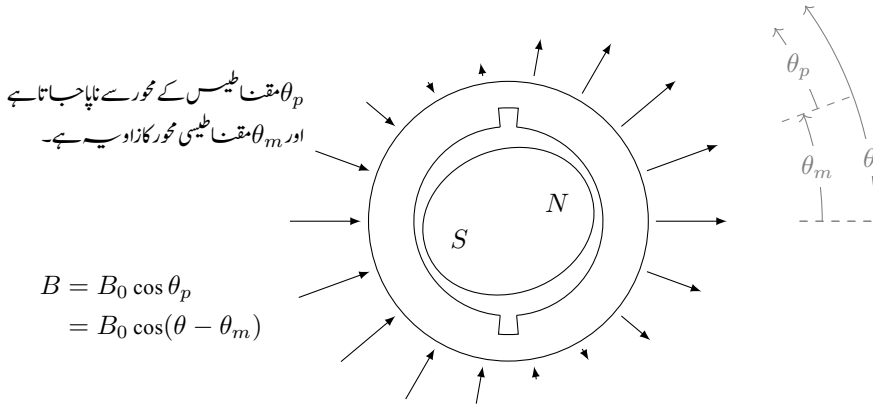
شکل ۵.۳ میں مقناطیس اور اس کا سائن نم مقناطیسی دباؤ پیش کیا گیا ہے۔ جیسا شکل ۵.۴ میں دکھایا گیا ہے، ایسے مقناطیسی دباؤ کو عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کا محیط اور سمتیہ کا رخ مقناطیس کے شمال کو ظاہر کرتا ہے۔

شکل ۵.۳ میں مقناطیس کو لمحہ t_1 ، زاویہ $\theta_m(t_1)$ پر دکھایا گیا ہے جہاں ساکن لچھے کا ارتباط ہیسو λ_θ ہے۔ اگر مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھوم رہا ہو تب ساکن لچھے میں اس لمحہ پر برقی دباؤ $e(t)$ پیدا ہوگا:

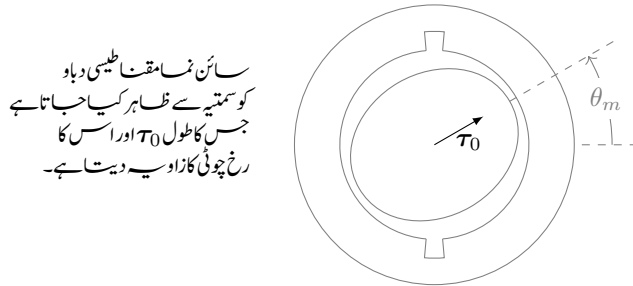
$$(۵.۶) \quad e(t) = \frac{d\lambda_\theta}{dt}$$



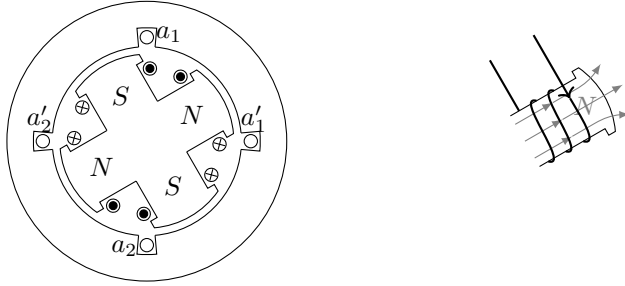
شکل ۵.۲: کشاف مقناطیسی بہا اور زاویہ کاتبہ یلی۔



شکل ۵.۳: کشاف مقناطیسی بہا اور مقناطیس کا زاویہ۔



شکل ۵.۴: مقناطیسی دباؤ کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



شکل ۵.۵: چار قطب یک دوری معاصر جنریٹر۔

آدھے چکر، π ریڈین گھومنے کے، بعد مقناطیسی قطبین آپس میں جگہیں تبدیل کرتے ہیں، لچھے میں مقناطیسی بہا و کارخ الٹ ہوگا، لچھے میں ارتباط بہا و $\lambda_\theta -$ اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t) -$ ہوگا۔ ایک مکمل چکر کے بعد مقناطیس دوبارہ اسی مقام پر ہوگا جو شکل ۵.۳ میں دکھایا گیا ہے، ساکن لچھے کا ارتباط بہا و دوبارہ λ_θ اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ ہوگا۔ یوں جب بھی مقناطیس 2π میکانی زاویہ طے کرے، امالی برقی دباؤ کے برقی زاویہ میں $\theta_e = 2\pi$ تبدیلی رونما ہوگی لہذا دو قطب، ایک لچھے کی مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e ایک دوسرے کے برابر ہوں گے:

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس f_m چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہو تب لچھے میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ بھی ایک سیکنڈ میں f_m مکمل چکر کاے گا لہذا $e(t)$ کے تعدد " f_e کی قیمت f_m ہرٹز" ہوگی۔

$$f_e = f_m$$

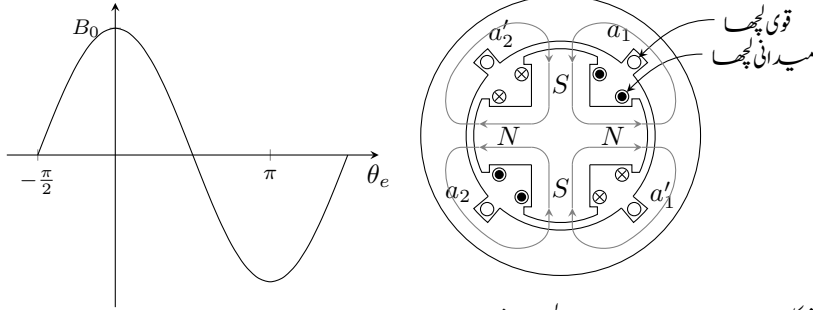
اس مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e وقت کے ساتھ تبدیل ہونے کے باوجود آپس میں ایک تناسب رکھتے ہیں لہذا ایسے مشین کو معاصر مشین^{۱۳} کہتے ہیں۔ یہاں یہ تناسب ایک کے برابر ہے۔ شکل ۵.۵ میں چار قطب، یک دوری معاصر جنریٹر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشینوں میں عموماً مقناطیس جبکہ بڑے مشینوں میں برقی مقناطیس^{۱۴} استعمال ہوتے ہیں۔ اس شکل میں برقی مقناطیس استعمال کیے گئے ہیں۔ دو سے زائد قطبین والے مشینوں میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ قطب تصور کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس حوالہ قطب کو θ_m پر دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب $(\theta_m + \pi)$ زاویہ پر ہے۔ جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں مقناطیس کے چار قطبین ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ یک دوری آلات میں مقناطیسی قطبین کے جوڑوں کی تعداد اور ساکن لچھوں کی تعداد

frequency^{۱۱}

Hertz^{۱۲}

synchronous machine^{۱۳}

electromagnet^{۱۴}



شکل ۵.۶: چار قطب، دو لچھے مشین میں
مقناطیسی ہوا۔ شکل ۵.۷: ساکن مکثافت مقناطیسی ہوا۔

ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہے۔ شکل ۵.۵ میں مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑی قطبین ہیں، لہذا اس مشین کے ساکن حصہ پر دو ساکن لچھے ہوں ہیں۔ ایک لچھے کو a_1 سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو a_2 سے۔ لچھے a_1 کو متالاب میں موجود دو شگاف a_1 اور a'_1 میں اسپینا گیا ہے۔ اسی طرح a_2 لچھے کو دو شگاف a_2 اور a'_2 میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ دونوں لچھوں کو سلسلہ وار^{۱۵} جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کا دگنا ہو گا۔ یک دوری آلات میں متالاب کو مقناطیس کے قطبین کی تعداد کے برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے مشین کا ہر ساکن لچھا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل ۵.۵ میں چار قطبین ہیں لہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیرتا ہے۔

ساکن اور حرکی لچھوں کی کارکردگی ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہے۔ اس کی وضاحت کرتے ہیں۔ جیسا پہلے بھی ذکر کیا گیا چھوٹی گھومتی مشینوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں برقی مقناطیس میدان فراہم کرتا ہے۔ اگرچہ اب تک کی اشکال میں مقناطیس کو گھومتا حصہ دکھایا گیا ہے، حقیقت میں مقناطیس کسی مشین میں گھومتا اور کسی میں ساکن ہو گا۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والے اس لچھے کو میدان لچھا^{۱۶} کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا^{۱۷} کہتے ہیں۔ برقی جنریٹر کے قوی لچھے سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے ضیاع کے علاوہ تمام برقی طاقت قوی لچھے کو فراہم کی جاتی ہے۔

شکل ۵.۶ میں گھومتے اور ساکن حصہ کے بیچ خلائی درز میں شمالی قطب سے مقناطیسی ہوا باہر نکل کر متالاب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب پر مقناطیسی ہوا متالاب سے نکل کر جنوبی قطب میں داخل ہوتا ہے۔ شکل ۵.۶ میں اس مقناطیسی ہوا کی کثافت کو دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی ہوا کا رخ دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گا۔ ان مشینوں میں کوشش کی جاتی

^{۱۵} series connected

^{۱۶} field coil

^{۱۷} power coil or rotor coil or armature coil

ہے کہ حنائی درز میں B سائن نہ ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس پر آگے غور کیا جائے گا۔ اگر تصور کر لیا جائے کہ B سائن نہ ہے تب حنائی درز میں B کی قیمت شکل ۵.۷ کی طرح ہوگی جہاں θ_e برقی زاویہ ہے۔ P قطبی مقناطیس کے معاصر مشین کے لئے لکھ درج ذیل ہوگا۔

$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m \quad (۵.۷)$$

$$f_e = \frac{P}{2} f_m \quad (۵.۸)$$

یہاں برقی اور میکانیکی تعداد کا تناسب 2 ہے۔
مثال ۵.۱: پاکستان میں گھریلو اور صنعتی صارفین کو 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے۔ یوں ہمارے ہاں $f_e = 50$ ہوگا۔

• اگر برقی طاقت دو قطبی جنریٹر سے حاصل کی جائے تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہوگی؟

• اگر جنریٹر کے بیس قطب ہوں تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہوگی؟

حل:

• مساوات ۵.۸ کے تحت دو قطبی، $P = 2$ ، جنریٹر کا میکانیکی رفتار $f_m = \frac{2}{2}(50) = 50$ چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ^{۱۸} ہوگا۔

• بیس قطبی، $P = 20$ ، جنریٹر کا میکانیکی رفتار $f_m = \frac{2}{20}(50) = 5$ چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ ہوگا۔

□

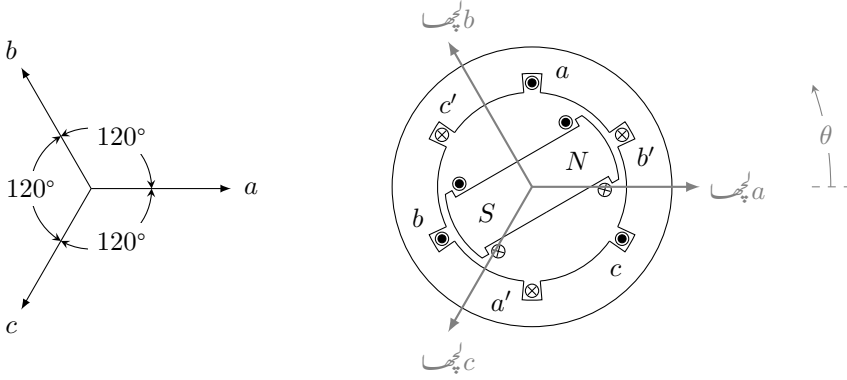
اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جنریٹر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جنریٹر سست رفتار جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جنریٹر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہذا پانی سے چلنے والے جنریٹر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جنریٹر عموماً دو قطب کے ہوتے ہیں۔

شکل ۵.۸ میں دو قطب تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ ان میں ایک لچھا a ہے جو تالاب میں شگاف a اور a' میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تب یہ بالکل شکل ۵.۱ میں دیا گیا مشین ہی ہوتا۔ البتہ دیے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔ لچھے کا رخ درج ذیل طریقے سے تعین کیا جاتا ہے۔

• دائیں ہاتھ کی چپا انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کے رخ لپیٹیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کا رخ دے گا۔

شکل ۵.۸ میں لچھا a کا برقی رو شگاف a میں، کتاب کے صفحہ کو عمودی، باہر رخ جبکہ a' میں اس کے مخالف اندر رخ تصور کرتے ہوئے لچھا a کا رخ تیسرے دائرہ لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اس رخ کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے

^{۱۸}rpm, rounds per minute



شکل ۵.۸: دو قطب، تین دوری معاصر مشین۔



شکل ۵.۹: دو قطب تین دوری مشین۔

ہیں۔ یوں لچھا a صفر زاویہ پر لپٹا گیا ہے، یعنی $\theta_a = 0^\circ$ ہے۔ باقی لچھوں کے زاویات لچھا a کے رخ سے، گھڑی کے مخالف رخ ناپے جاتے ہیں۔

شکل ۵.۸ میں لچھا b کو شگاف b اور b' میں رکھا گیا ہے اور لچھا c کو شگاف c اور c' میں رکھا گیا ہے۔ مزید لچھا b کو 120° زاویہ اور لچھا c کو 240° زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یوں $\theta_b = 120^\circ$ اور $\theta_c = 240^\circ$ ہوں گے۔

شکل ۵.۹ میں اگر لمحہ t_1 پر لچھا a کا ارتباط $\lambda_a(t_1)$ ہو تب لمحہ t_2 پر، جب مقناطیس 120° زاویہ طے کر لے، لچھا b کا ارتباط $\lambda_b(t_2)$ ہو گا۔ لمحہ t_2 پر مقناطیس اور لچھا b ایک دوسرے کے لحاظ سے بالکل اسی طرح نظر آتے ہیں جیسے t_1 پر مقناطیس اور لچھا a ایک دوسرے کے لحاظ سے نظر آتے تھے۔ یوں لمحہ t_2 پر لچھا b کا ارتباط $\lambda_b(t_2)$ ہو گا اتنا ہی ہو گا جتنا لمحہ t_1 پر لچھا a کا ارتباط $\lambda_a(t_1)$ تھا:

$$\lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1) \quad (5.9)$$

اسی طرح لمحہ t_3 پر، جب مقناطیس مزید 120° زاویہ طے کر لے، لچھ c کا ارتباط ہوگا جو $\lambda_c(t_3)$ ہوگا جو $\lambda_a(t_1)$ کے برابر ہوگا۔ یوں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1) \quad (۵.۱۰)$$

ان لحاظات پر لچھوں کے امالی برقی دباؤ

$$e_a(t_1) = \frac{d\lambda_a(t_1)}{dt} \quad (۵.۱۱)$$

$$e_b(t_2) = \frac{d\lambda_b(t_2)}{dt} \quad (۵.۱۲)$$

$$e_c(t_3) = \frac{d\lambda_c(t_3)}{dt} \quad (۵.۱۳)$$

ہوں گے۔ مساوات ۵.۱۰ کی روشنی میں درج ذیل ہوگا۔

$$e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3) \quad (۵.۱۴)$$

اگر شکل ۵.۹ میں صرف لچھا a پایا جاتا ہے بالکل شکل ۵.۱ کی طرح ہوتا اور اگر ایسی صورت میں مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھمایا جاتا ہے، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھا a میں سائنس برقی دباؤ پیدا ہوتا۔ شکل ۵.۹ میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں ہے۔ یوں اگر شکل ۵.۹ میں مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تب تینوں ساکن لچھوں میں سائنس برقی دباؤ پیدا ہوگا البت مساوات ۵.۱۴ کے تحت یہ برقی دباؤ آپس میں 120° زاویہ پر ہوں گے۔ ان امالی برقی دباؤ کو شکل ۵.۱۰ میں دکھایا گیا ہے۔ اگر لمحہ t_1 پر e_1 کی مثبت چوٹی ہو تب لمحہ t_2 پر e_2 اور لمحہ t_3 پر e_3 کی چوٹی پائی جائے گی۔ یوں درج ذیل ہوں گے۔

$$e_a(t) = E_0 \cos \omega_0 t$$

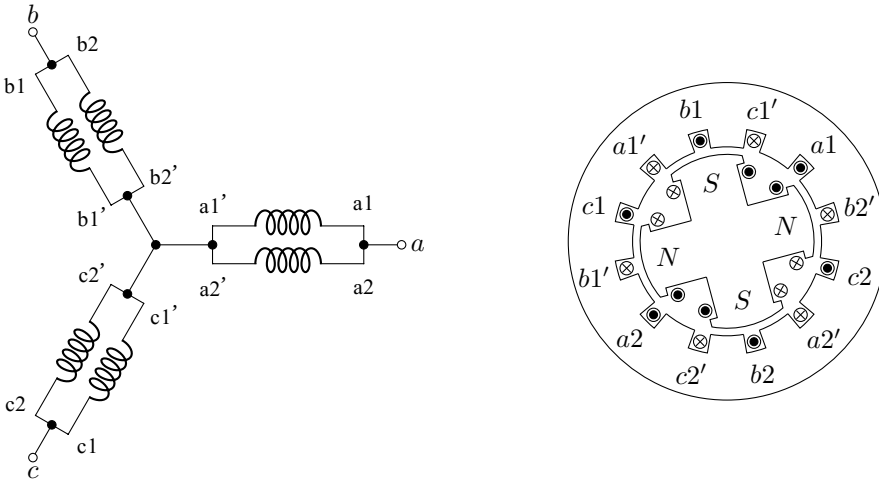
$$e_b(t) = E_0 \cos \left(\omega_0 t - \frac{2}{3} \pi \right)$$

$$e_c(t) = E_0 \cos \left(\omega_0 t - \frac{4}{3} \pi \right) = E_0 \cos \left(\omega_0 t + \frac{2}{3} \pi \right)$$

شکل ۵.۱۱ میں چار قطب، تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمالی اور جنوبی قطبین باری باری پائے جاتے ہیں اور 180° میکانی زاویہ میں شمال اور مشرقی جنوب قطب کی ایک جوڑی پائی جاتی ہے۔ یہی میکانی زاویہ 360° برقی زاویہ کے برابر ہوگا۔ شکل ۵.۸ میں ساکن حصے کے 360° برقی زاویہ کے احاطہ میں تین دوری لچھے نسب ہیں جن کی اطراف کی ترتیب، گھڑی کے مخالف رخ چلتے ہوئے، a, c', b, a', c, b' اور b' ہے۔ شکل ۵.۱۱ میں دو قطبین کے احاطہ، 180° میکانی زاویہ (یا 360° برقی زاویہ)، میں بالکل اسی طرح تین دوری لچھوں کے اطراف کی ترتیب $a1, b1, c1, a1', b1', c1'$ اور $b1'$ ہے۔ باقی دو قطبین کے احاطہ میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو $a2, a2', b2, c2, b2', c2'$ نظر آئیں گے۔ کسی بھی لمحہ $a1$ اور $a2$ لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباؤ پیدا ہوگا۔ تین دوری دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دوری برقی دباؤ حاصل کاجاتا ہے۔ شکل ۵.۱۱ میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں a لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔



شکل ۵.۱۰: تین دوری امالی برقی دباؤ میں زاویائی مندرجہ پایا جاتا ہے۔



شکل ۵.۱۱: چار قطب، تین دوری معاصر مشین۔



شکل ۵.۱۲: ایک چکر کا لچھا مقناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔ محوری لمبائی l ہے۔

۵.۳ محرک برقی دباو

فتانوں لورینسز^{۱۹} کے تحت مقناطیسی میدان B میں سمتی رفتار v سے حرکت کرتا ہوا برقی بار q درج ذیل قوت F محسوس کرے گا۔

$$(۵.۱۵) \quad F = q(v \times B)$$

یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی میدان کے لحاظ سے برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہذا F کو ساکن مقناطیسی میدان میں برقی بار کی سمتی رفتار تصور کیا جاسکتا ہے۔ مثبت برقی بار پر قوت کارن دائیں ہاتھ کا قانون^{۲۱} دیکھا (صفحہ ۹۰ پر شکل ۳.۱)۔ دائیں ہاتھ کے انگلیوں کو باقی انگلیوں کے ساتھ برقرار رفتار نہ رکھ کر اس ہاتھ کی چپا انگلیوں کو v کے رخ سے شروع کر کے، چھوٹے زاویہ پر گھما کر، B کے رخ موڑنے سے انگوٹھا F کارن دیکھا۔ مقناطیسی میدان میں ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک، جن کے بیچ ہٹاوا l ہے، برقی بار q منتقل کرنے کے لئے درکار کام W ہوگا:

$$(۵.۱۶) \quad W = F \cdot l = q(v \times B) \cdot l$$

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے بیچ برقی دباو^{۲۲} کہتے ہیں جس کی اکائی وولٹ^{۲۳} ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے بیچ درج ذیل برقی دباو ہوگا۔

$$(۵.۱۷) \quad e = \frac{W}{q} = (v \times B) \cdot l \quad \text{وولٹ}$$

حرکت کی مدد سے یوں حاصل برقی دباو کو محرک برقی دباو^{۲۴} کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقے سے پیدا ہونے والا برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کا برقی دباو بھی محرک برقی دباو کہلائے گا۔

^{۱۹} Lorentz law

^{۲۰} charge

^{۲۱} right hand rule

^{۲۲} potential difference, voltage

^{۲۳} volt

^{۲۴} electromotive force, emf

شکل ۵.۱۲-۱ میں خلاف گھڑی گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے جس کی محوری لمبائی l ہے۔ بائیں حلقہ میں لچھا کی تار کے قطع پر غور کریں۔ مساوات ۵.۱۵ کے تحت بایاں قطع میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کے عمودی باہر رخ قوت پیدا ہوگی جبکہ اس قطع میں موجود منفی برقی بار پر اس کے مخالف رخ قوت پیدا ہوگی۔ مساوات ۵.۱۷ کے تحت اس قطع کا بالائی سر مثبت اور نچلا سر منفی برقی دباؤ پر ہوگا۔ ہم گھومتے حصہ کی محور پر نکلی محدود متانم کرتے ہیں۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے حلقہ میں B رداسی رخ جبکہ شمالی قطب کے سامنے حلقہ میں B رداس کے مخالف رخ ہوگا۔ جنوبی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار l_S کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں جہاں تار کی لمبائی l اور اس کا رخ a_z لیا گیا ہے (شکل ۵.۱۲-۱)۔

$$\begin{aligned} v_S &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_S &= B a_r \\ l_S &= l a_z \end{aligned} \quad (5.18)$$

یوں جنوبی قطب کے سامنے تار کے قطع میں درج ذیل محرک برقی دباؤ پیدا ہوگا۔

$$\begin{aligned} e &= (v \times B) \cdot l \\ &= \omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= \omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l \end{aligned} \quad (5.19)$$

اس مساوات میں برقی دباؤ منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سر اتار پر a_z - رخ ہے یعنی تار کا نچلا سر مثبت اور بالائی سر منفی ہے۔ اگر اس تار میں روگزر کے توازن کا رخ a_z - یعنی صفحہ کے عمودی اندر رخ ہوگا جسے شکل ۵.۱۲-ب میں شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے درج ذیل لکھ سکتا ہے (شکل ۵.۱۲-۱) جہاں تار کا رخ a_z لیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} v_N &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_N &= -B a_r \\ l_N &= l a_z \end{aligned} \quad (5.20)$$

یوں اس قطع میں درج ذیل دباؤ ہوگا۔

$$\begin{aligned} e_N &= (v_N \times B_N) \cdot l_N \\ &= -\omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= \omega r B l \end{aligned} \quad (5.21)$$

اس مساوات میں برقی دباؤ مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سر اتار پر a_z رخ ہوگا یعنی تار کا بالائی سر مثبت اور نچلا سر منفی ہوگا۔ اگر اس تار میں روگزر کے توازن کا رخ a_z یعنی صفحہ کے عمودی باہر رخ ہوگا جسے شکل ۵.۱۲-ب میں شگاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دونوں تار مسل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان تاروں کے خپلے سر ایک دوسرے کے ساتھ سلسلہ وار جڑے ہیں جس کو شکل ۵.۱۲ میں نہیں دکھایا گیا۔ یوں اس لچھے کے بالائی، نظر آنے والے، سروں پر کل برقی دباؤ e ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباؤ کا مجموعہ ہوگا:

$$\begin{aligned} e &= 2rlB\omega \\ &= AB\omega \end{aligned} \quad (۵.۲۲)$$

یہاں لچھے کا رقبہ $A = 2rl$ ہے۔ اگر ایک چکر سے اتنا برقی دباؤ حاصل ہو تب N چکر کے لچھے سے درج ذیل دباؤ حاصل ہوگا جہاں $\phi = AB$ مقناطیسی بہا ہے۔

$$\begin{aligned} e &= \omega NAB \\ &= 2\pi f NAB \\ &= 2\pi f N\phi \end{aligned} \quad (۵.۲۳)$$

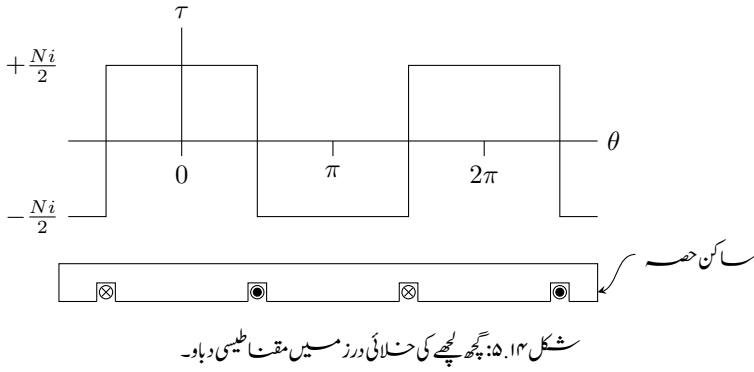
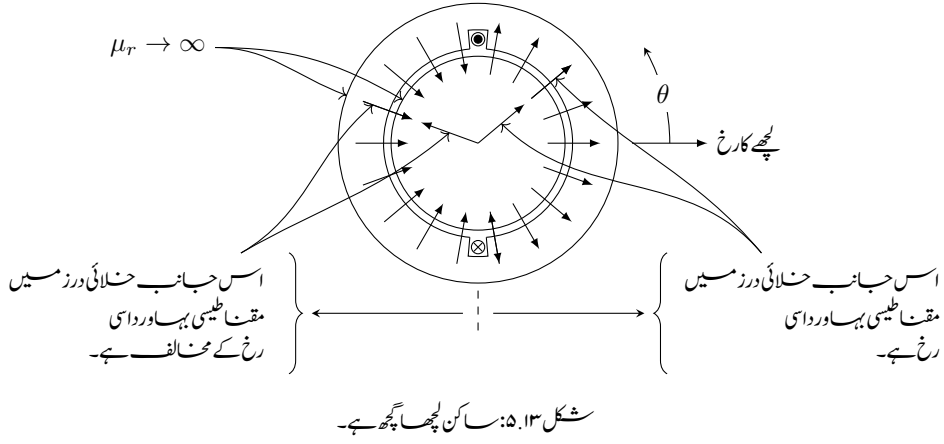
گھومتی مشینوں کی حلائی درز میں B اور v ہر لمحہ ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔ مساوات ۵.۱۷ کے تحت مستقل زاویائی رفتار اور محوری لمبائی کی صورت میں پیدا کردہ برقی دباؤ ہر لمحہ B کا براہ راست متناسب ہوگا۔ حلائی درز میں زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے B کی صورت میں گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباؤ بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوگا۔ یوں جس شکل کا برقی دباؤ درکار ہو اسی شکل کی کثافت مقناطیسی دباؤ حلائی درز میں پیدا کرنی ہو گی۔ سائن نما برقی دباؤ پیدا کرنے کے لئے حلائی درز میں سائن نما کثافت مقناطیسی بہا اور درکار ہوگی۔ اگلے حصے میں حلائی درز میں ضرورت کے تحت B پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔

۵.۴ پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ

ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں کچھ ^{۲۵} لچھے دکھائے گئے۔ مزید ان مشینوں میں گھومتے حصے پر موجود مقناطیس کے ابھرے قطب ^{۲۶} تھے۔ عموماً حقیقی مشینوں کے ہموار قطب ^{۲۷} اور پھیلے لچھے ^{۲۸} ہوتے ہیں جن کی بنا سائن اور گھومتے حصوں کے بیچ حلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباؤ اور سائن نما کثافت مقناطیسی بہا پیدا کرنا ممکن ہوتا ہے۔ شکل ۵.۱۳ میں ایک کچھ لچھا دکھایا گیا ہے جہاں مشین کے گھومتے حصے کا عمودی تراش گول شکل کا ہوگا۔ متحرک اور سائن فالب کا $\infty \rightarrow \mu_r$ ہے لہذا ان کی پیچکپھٹ صفر ہوگی۔ لچھے کا مقناطیسی دباؤ $\tau = Ni$ ، مقناطیسی بہا ϕ پیدا کرتا ہے جس کو تیردار لکیریوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہا حلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرتا ہوا لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتا ہے۔ یوں ایک چکر، یعنی دو درزوں، کے لئے درج ذیل ہوگا۔

$$\tau = Ni = 2Hl_a \quad (۵.۲۴)$$

^{۲۵} non-distributed coils
^{۲۶} salient poles
^{۲۷} non-salient poles
^{۲۸} distributed winding



اس مساوات کی دونوں اطراف کو 2 سے تقسیم کرتے ہوئے ایک درز کی مساوات لکھی جاسکتی ہے جہاں ایک درز پر لاگو مقناطیسی دباؤ کو τ_a سے ظاہر کیا گیا ہے:

$$\tau_a = \frac{\tau}{2} = Hl_a$$

یوں ساکن لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا ایک آدھا حصہ ایک خلائی درز اور دوسرا آدھا حصہ دوسری خلائی درز میں مقناطیسی بہا و رداسی دباؤ (اور مقناطیسی بہا و) رداسی رخ جبکہ زاویہ 90° تا 270° خلائی درز میں رداسی رخ ہے۔ ہم رداسی رخ کو مثبت تصور کرتے ہیں۔ چونکہ مقناطیسی بہا و (اور مقناطیسی دباؤ) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان رداسی رخ ہے لہذا اسے مثبت تصور کیا جائے گا جبکہ باقی حصہ پر مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہا و) رداسی رخ کے مخالف رخ ہے لہذا اسے منفی تصور کیا جائے گا۔ شکل ۵.۱۴ میں خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ وقفہ $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کی خلائی

درز میں مقناطیسی دباؤ T_a لچھے کے مقناطیسی دباؤ T کا آدھا ہے اور اس کا رخ مثبت ہے جبکہ وقفہ $\frac{3\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کی خانائی درز میں مقناطیسی دباؤ لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا آدھا اور منفی رخ ہے۔ یاد رہے مقناطیسی دباؤ کا رخ رداسی رخ کے حوالہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

۵.۴.۱ بدلتارو مشین

بدلتارو (اے سی) مشین بناتے وقت کوشش کی جاتی ہے کہ خانائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نہ ہو۔ سائن نمائندگی طبعی دباؤ کے حصول کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ ششگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے سائن نمائندگی طبعی دباؤ کیے حاصل ہوتا ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔ فوریر تسلسل^{۲۹} کے تحت ہم کسی بھی تقاضا عمل^{۳۰} $f(\theta_p)$ کو درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۵.۲۵) \quad f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p)$$

تقاضا عمل کا دوری عرصہ T ہونے کی صورت میں فوریر تسلسل کے عددی سر درج ذیل ہوں گے۔

$$(۵.۲۶) \quad \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) d\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p d\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p d\theta_p \end{aligned}$$

مثال ۵.۲: شکل ۵.۱۳ میں دیے گئے مقناطیسی دباؤ کا

• فوریر تسلسل حاصل کریں،

• تیسری موسیقائی جزو^{۳۱} اور بنیادی جزو^{۳۲} کا تناسب معلوم کریں۔

حل:

• مساوات ۵.۲۶ کی مدد سے

Fourier series^{۲۹}
function^{۳۰}
time period^{۳۱}
third harmonic component^{۳۲}
fundamental component^{۳۳}

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p \right] \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[\left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \right) + \left(\frac{Ni}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

اور درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[-\frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} + \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= \frac{Ni}{2n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} + 2 \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\
 &= \left(\frac{4}{n\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2}
 \end{aligned}$$

اس مساوات میں n کی قیمت ایک، دو، تین لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_3 = - \left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_5 = \left(\frac{4}{5\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \\
 a_2 &= a_4 = a_6 = 0
 \end{aligned}$$

اسی طرح درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[\frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} - \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

• ان نتائج کا یکجہا کرتے ہیں:

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{\left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)}{\left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)} = \frac{1}{3}$$



شکل ۵.۱۵: تین دور لچھے۔

یوں تیسرا موسیقائی حبز و بنیادی حبز و کا تیسرا حصہ یعنی 33.33 فی صد ہوگا۔ □

مثال ۵.۲ میں حاصل کردہ a_1, a_2, \dots استعمال کرتے ہوئے ہم حنائی درز میں مقن طیسی دباو τ کا فوریسر تسلسل لکھتے ہیں۔

$$(۵.۲۷) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p - \frac{4}{3\pi} \frac{Ni}{2} \cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi} \frac{Ni}{2} \cos 5\theta_p - + \dots$$

مثال ۵.۲ کے مقن طیسی دباو کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جاسکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے حقیقی مقن طیسی دباو کے موسیقائی اجزاء متابل نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی حبز وے عرض ہوگا۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے مساوات ۵.۲۷ سے

$$(۵.۲۸) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p = \tau_0 \cos \theta_p$$

لکھتے ہیں جہاں τ_0 درج ذیل ہے۔

$$(۵.۲۹) \quad \tau_0 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

حنائی درج میں τ ، H اور B ایک دوسرے کے برائے راست متناسب ہوتے ہیں۔ یوں مساوات ۵.۲۸ کے تحت شکل ۵.۱۳ کا لچھے اور شکل ۵.۲ میں صفر زاویہ پر سائن نمقن طیسی یکاں τ (اور B) دیں گے۔ اسی طرح اگر شکل ۵.۱۳ کا لچھا زاویہ θ_m پر ہو تا تب ہمیں شکل ۵.۳ میں موجود مقن طیس کے نتائج حاصل ہوتے۔ شکل ۵.۱۵ میں تین لچھے آپس میں 120° زاویہ پر دکھائے گئے ہیں۔ ہم مساوات ۵.۲۴ کی طرح اس شکل میں لچھا a کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۵.۳۰) \quad \begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{p_a} \\ \theta_{p_a} &= \theta - \theta_{m_a} = \theta - 0^\circ \\ \tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta \end{aligned}$$



شکل ۵.۱۶: پھیلا لچھا۔

اسی طرح لچھا b اور c جو بالترتیب $\theta_{m_b} = 120^\circ$ اور $\theta_{m_c} = 240^\circ$ زاویہ پر ہیں کے لئے درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{p_b} \\ (5.31) \quad \theta_{p_b} &= \theta - \theta_{m_b} = \theta - 120^\circ \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_b}) = \tau_0 \cos(\theta - 120^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{p_c} \\ (5.32) \quad \theta_{p_c} &= \theta - \theta_{m_c} = \theta - 240^\circ \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_c}) = \tau_0 \cos(\theta - 240^\circ) = \tau_0 \cos(\theta + 120^\circ) \end{aligned}$$

اگرچہ ظاہری طور پر خدائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائنس نہ ہرگز نہیں لگتا لیکن مساوات ۵.۲۷ ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض نظر کا دھوکا ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائنس نہائی ہے۔ اگر ہم کسی طرح مساوات ۵.۲۷ میں پہلے رکن کے علاوہ باقی تمام ارکان کو صفر کر سکیں تب ہمیں سائنس نہا مقناطیسی دباؤ حاصل ہوگا۔

شکل ۵.۱۳ کے N چکر لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کرتے ہوئے شکل ۵.۱۶ حاصل کیا گیا ہے جہاں ہر چھوٹا لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا 34 جاتا ہے لہذا ان میں ایک جیسا برقی روغ گزرے گا۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا ہے۔ پہلے لچھے کو شگاف a_{45} اور a'_{45} میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شگاف a_{90} اور a'_{90} میں اور تیسرے لچھے کو شگاف a_{135} اور a'_{135} میں رکھا گیا ہے۔

شگافوں کے ایک جوڑا کو ایک ہی طرح کے نام دیے گئے ہیں، البتہ ایک شگاف a کو دوسرے کو a' نام دیا گیا ہے۔ یوں شگافوں کا پہلے جوڑا a_{45} اور a'_{45} ہے۔ شگاف کا نام شگاف کے زاویہ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔ یوں شگاف a_{45} درحقیقت 45° زاویہ پر ہے، شگاف a_{90} نوے درجہ زاویہ پر اور شگاف a_{135} ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔ اسی طرح a'_{45} شگاف a_{45} کا جوڑا ہے۔



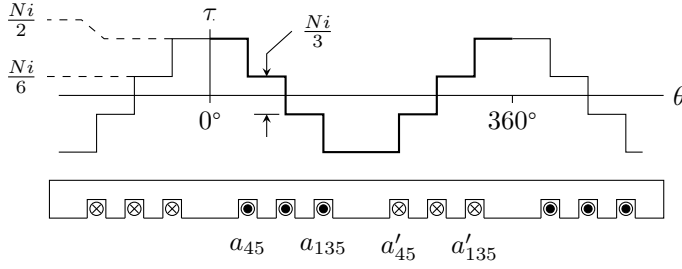
شکل ۵.۱: پھیلے لچھے کا کل مقن طیسی دباو۔

تمام لچھے $\frac{N}{3}$ چکر کے ہیں اور تمام لچھوں میں برقی رو i ایک دوسرے جیسا ہے۔ شکل ۵.۱۶ کے پھیلے لچھے کا مقن طیسی دباو بالمقابل زاویہ کا ترسیم شکل ۵.۱۷ میں موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ سب سے اوپر لچھا a_{45} کے مقن طیسی دباو کی ترسیم ہے جو شکل ۵.۱۴ کی ترسیم کی طرح لیکن مضمر زاویہ سے 45° ہٹ کر ہے۔ دوسری ترسیم لچھا a_{90} کی ہے جو ہو ہو شکل ۵.۱۴ کی طرح ہے جبکہ تیسری ترسیم لچھا a_{135} کی ہے جو مضمر زاویہ سے 45° ہٹ کر ہے۔ ان تینوں ترسیمات کا انفرادی طول $\frac{N}{6}$ ہے۔

ترسیمات τ_{a45} ، τ_{a90} اور τ_{a135} سے کل مقن طیسی دباو کی ترسیم τ حاصل کرنا سیکتے ہیں۔ شکل ۵.۱۷ میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ سب سے بائیں پہلی لکیر کی بائیں طرف خطہ کو ”ا“ کہا گیا ہے۔ اس خطہ میں ترسیمات τ_{a45} ، τ_{a90} اور τ_{a135} کی انفرادی قیمتیں $\frac{N}{6}$ ہیں لہذا ان کا مجموعہ $\frac{N}{2}$ ہو گا۔ یوں خطہ ”ا“ میں کل مقن طیسی دباو τ کی ترسیم کی قیمت $\frac{N}{2}$ ہو گی۔ اسی طرح خطہ ”ب“ میں τ_{a45} کی قیمت $\frac{N}{6} + \frac{N}{6}$ ، τ_{a90} کی $\frac{N}{6}$ اور τ_{a135} کی بھی $\frac{N}{6}$ ہے۔ ان کا مجموعہ $\frac{N}{6}$ ہے جو کل مقن طیسی دباو τ ہو گا۔ خطہ ”ج“ میں بالائی تینوں ترسیمات کی قیمتیں بالترتیب $\frac{N}{6} + \frac{N}{6} + \frac{N}{6}$ اور $\frac{N}{6}$ ہیں جن کا مجموعہ $\frac{N}{6} + \frac{N}{6}$ کل مقن طیسی دباو ہو گا۔ اسی طرح آپ پوری ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

شکل ۵.۱۷ کی τ کو شکل ۵.۱۸ میں دوبارہ پیش کیا گیا ہے۔ شکل ۵.۱۸ پھیلے لچھے اور شکل ۵.۱۴ لچھے کے دباو کی ترسیمات ہیں۔ شکل ۵.۱۴ کے لحاظ سے شکل ۵.۱۸ کی صورت سائن نمقن کے زیادہ متضرب ہے۔ فورسٹر تسلل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔ شگافوں کے معامات اور ان میں لچھوں کے چکر یوں رکھے جاسکتے ہیں کہ ان کے پیدا کردہ مقن طیسی دباو کی ترسیم کی صورت سائن نمقن کے زیادہ سے زیادہ متضرب ہو۔

پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پر مقن طیسی دباو نہیں بناتے لہذا ان سے حاصل کل مقن طیسی دباو کا محیط



شکل ۵.۱۸: پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباؤ۔

(۱) تذبذب چپکرے (ایک گچھ لچھے کے جیٹے سے کم ہوتا ہے۔ موادات ۵.۲۹ میں اس اثر کو شامل کرنے کے لئے جبزو k_w متعارف کیا جاتا ہے

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \quad (5.33)$$

$$\tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta = \tau_0 \cos \theta$$

جہاں k_w جزو پھیلانہ F_d کہلاتا ہے۔ جبزو پھیلاؤ کی قیمت اکائی سے کم ہوتی ہے۔

$$(5.33) \quad 0 < k_w < 1$$

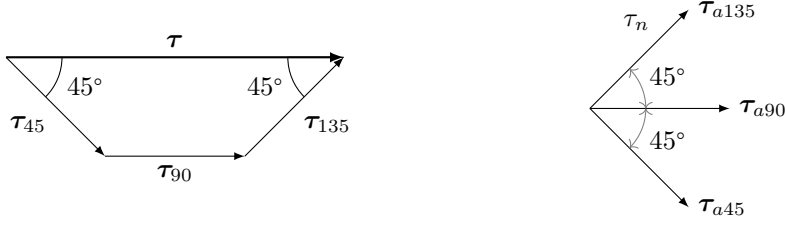
مثال ۵.۳: شکل ۵.۱۹ کے پھیلے لچھے کا k_w تلاش کریں۔

حل: ہمیں شکل ۵.۱۸ کی موج کا بنیادی جبزو درکار ہے لہذا ہم اس موج کے فوریہ سلسل کا عددی سر a_1 تلاش کرتے ہیں۔ عددی سر کے حصول میں پورے موج کی بجائے ہم آدھی موج پر 90° تا 90° مکمل لیتے ہیں۔ یوں a_1 کا کلیہ درج ذیل صورت اختیار کرتا ہے۔ (آپ چاہیں تو پوری موج پر مکمل لے سکتے ہیں۔)

$$a_1 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta) \cos \theta d\theta = \frac{4}{T} \int_{-T/4}^{T/4} f(\theta) \cos \theta d\theta$$

اس طرح درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta) \cos \theta d\theta \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{Ni}{6} \cos \theta d\theta + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{Ni}{2} \cos \theta d\theta + \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{Ni}{6} \cos \theta d\theta \right] \\ &= 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \end{aligned}$$



شکل ۵.۱۹: پھیلے لچھے کا جزو پھیلانے والا۔

□

یوں $k_w = 0.8047$ ہوگا۔

مقن طیسی دباو کو سمتیہ تصور کرتے ہوئے درج بالا مثال کو دوبارہ حل کرتے ہیں۔ آپ دیکھیں گے کہ یہ ترکیب نسبتاً آسان ہے۔

مثال ۵.۴: شکل ۵.۱۶ کے پھیلے لچھے کا k_w تلاش کریں۔

حل: شکل ۵.۱۹ سے رجوع کریں۔ شکل ۵.۱۶ کے تین چھوٹے لچھے ایک جیسے مقن طیسی دباو $\frac{4}{\pi} \frac{ni}{2}$ پیدا کرتے ہیں البتہ ان کے رخ مختلف ہیں۔ یہاں ایک لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے لہذا $n = \frac{N}{3}$ ہوگا۔ ہم تینوں مقن طیسی دباو کے دوری سمتیات کا مجموعہ لے کر مقن طیسی دباو T معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142 \tau_n\end{aligned}$$

یوں درج ذیل ہوگا

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3} \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

□

لہذا $k_w = 0.8047$ کے برابر ہے۔

مثال ۵.۵: تین دوری، 50 ہرٹز، ستارہ جڑے جنریٹر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلانے والا $k_{w,m} = 0.9$ جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلانے والا $k_{w,q} = 0.833$ ہے۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور لمبائی 2.828 میٹر l ہے۔ حنائی درز کی لمبائی $l_k = 0.04$ میٹر ہے۔ میدانی لچھے میں 1000 اینپیئر برقی رو کی صورت میں درج ذیل تلاش کریں۔ حنائی میں مقن طیسی دباو سائن نم ہوگا۔

• میدانی مقن طیسی دباو کی زیادہ سے زیادہ قیمت۔

• حنائی درز میں کشاف مقن طیسی دباو کی زیادہ سے زیادہ قیمت۔

• ایک قطب پر مقن طیسی دباو۔

• متحرک تار پر برقی دباؤ۔
حل:

$$\tau_0 = k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m} \cdot$$

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54 \text{ T} \cdot$$

$$\phi_0 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} r l B_0 \cos \theta d\theta = 2 B_0 l r = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.28915 \text{ Wb} \cdot$$

$$\begin{aligned} E_{rms} &= 4.44 f k_{w,q} N_q \phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85 \text{ V} \end{aligned}$$

یوں ستارہ حبز کی جنسریٹر کی تار کا برقی دباؤ درج ذیل ہوگا۔

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11000 \text{ V}$$

□

ہم سائن نمائندگی طبعی دباؤ حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقدمات یوں بنے جاتے ہیں کہ یہ مقصد پورا ہو۔ شکل ۵.۱۸ میں صفر زاویہ کے دونوں اطراف مقناطیسی دباؤ کی ترسیم ایک جیسے گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ مثلاً جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباؤ $\frac{N_i}{3}$ گھٹتا ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر دباؤ $\frac{N_i}{3}$ گھٹتا ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقدمات کا فیصلہ فورسز تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فورسز تسلسل میں موسیقیائی حبز کو کم سے کم اور بنیادی حبز زیادہ سے زیادہ رکھا جاتا ہے۔ ساکن لچھوں کی طرح متحرک لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نمائندگی طبعی دباؤ حاصل ہو۔

۵.۵ مقناطیسی دباؤ کی گھومتی امواج

گھومتے مشین کے لچھوں کو برقی دباؤ مندر اہم کیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

۵.۵.۱ ایک دور کی لپٹی مشین

مادات ۵.۳۳ میں ایک لچھے کا مقناطیسی دباؤ

$$\tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_i}{2} \cos \theta \quad (۵.۳۵)$$

۵.۵. مقنن طیسى دباو كى گھومتى امواج

۱۳۳

دیا گیا ہے جو سائن نمابرقتى رو

$$(۵.۳۶) \quad i_a = I_0 \cos \omega t$$

كى صورت مىس

$$(۵.۳۷) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos \theta \cos \omega t = \tau_0 \cos \theta \cos \omega t$$

مقنن طیسى دباو دے گا جہاں τ_0 درج ذیل ہے اور لچکاء كے برقتى رو كو i_a كہا گیا ہے۔

$$(۵.۳۸) \quad \tau_0 = k_w \frac{4 N I_0}{\pi}$$

مساوات ۵.۳۷ كہتى ہے كہ مقنن طیسى دباو زاویہ θ اور لمحہ t كے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ مساوات ۵.۳۷ كو كلیہ

$$(۵.۳۹) \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

كى مدد سے دو كٹروں

$$(۵.۴۰) \quad \tau_a = \tau_0 \left[\frac{\cos(\theta + \omega t) + \cos(\theta - \omega t)}{2} \right] = \tau_a^- + \tau_a^+$$

میں تقسیم كیا جاسكتا ہے جہاں τ_a^- اور τ_a^+ درج ذیل ہوں گے۔

$$(۵.۴۱) \quad \tau_a^- = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta + \omega t)$$

$$(۵.۴۲) \quad \tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

مساوات ۵.۴۰ كہتى ہے كہ مقنن طیسى دباو دو آپس میں مخالف رخ گھومتے مقنن طیسى دباو كى موجوں كا مجموعہ ہے۔ اس كا پہلا جزو τ_a^- زاویہ θ گھٹنے كے رخ، یعنی گھڑى وار، گھومتا ہے جبكہ اس كا دوسرا جزو τ_a^+ خلاف گھڑى، زاویہ بڑھنے كے رخ، گھومتا ہے۔

ایك دور كى لپٹى مشینوں میں گھومتے مقنن طیسى دباو كى امواج میں سے كسى ایک كو بالكل ختم یا كم سے كم كرنے كى كوشش كى جاتى ہے۔ اس طرح ایک ہی رخ مقنن طیسى دباو گھومتا ملے گا جو بالكل ایک گھومتے ہوئے مقنن طیسى كى مانند ہو گا۔ تین دورى مشینوں میں ایسا كرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہو گا۔



$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}$$

شکل ۵.۲۰: تین دور کی لپٹی مشین۔

۵.۵.۲ تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل ۵.۲۰ میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات ۵.۳۰، ۵.۳۱، ۵.۳۲ اور ۵.۳۳ میں ایسے تین لچھوں کے فورسز تسلسل کے بنیادی اجزاء دیے گئے ہیں جن میں حبز و پھیلاؤ k_x شامل کر کے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a i_a}{2} \cos \theta \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b i_b}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c i_c}{2} \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}\tag{۵.۴۳}$$

ان لچھوں میں بالستریب تین دوری برقی رو

$$\begin{aligned}i_a &= I_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\tag{۵.۴۴}$$

لینے سے مساوات ۵.۴۳ درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos \theta \cos(\omega t + \alpha) \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\tag{۵.۴۵}$$

تینوں لچھوں کے چکر ایک دوسرے کے برابر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

لیتے ہوئے مساوات ۵.۳۹ کی استعمال سے

$$\begin{aligned}\tau_a &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ (5.39) \quad \tau_b &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ \tau_c &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]\end{aligned}$$

لکھے جاسکتے ہیں جہاں τ_0 درج ذیل ہے۔

$$(5.40) \quad \tau_0 = k_w \frac{4 N I_0}{\pi 2}$$

کل مقتطیسی دباؤ τ ان سب کا مجموعہ ہوگا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم درج ذیل ثابت کرتے ہیں۔

$$\cos \gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

ہم کلیات

$$\begin{aligned}\cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta\end{aligned}$$

میں $\alpha = \gamma$ اور $\beta = 240^\circ$ لے کر

$$\begin{aligned}\cos(\gamma + 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ - \sin \gamma \sin 240^\circ \\ \cos(\gamma - 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ + \sin \gamma \sin 240^\circ\end{aligned}$$

حاصل کرتے ہیں جن میں $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$ اور $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ پر کر کے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned}\cos(\gamma + 240^\circ) &= -\frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma \\ \cos(\gamma - 240^\circ) &= -\frac{1}{2} \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma\end{aligned}$$

ان مساوات کو $\cos \gamma$ کے ساتھ جمع کرنے سے صفر حاصل ہوگا۔

$$\cos \gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

لئے $\gamma = \theta + \omega t + \alpha$ اس مساوات کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.41) \quad \cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0$$



شکل ۵.۲۱: حرکت کرتی موج۔

اب مساوات ۵.۴۶ میں دئے T_a ، T_b اور T_c کو جمع کر کے مساوات ۵.۴۸ کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(۵.۴۹) \quad \tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t - \alpha)$$

مساوات ۵.۴۹ کہتی ہے کہ کل مقناطیسی دباؤ کا جیٹہ کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے جیٹہ کا $\frac{3}{2}$ گنا ہو گا۔ مسزید مقناطیسی دباؤ کی موج گھٹری کے مخالف رخ گھومے گی۔ یوں تین لچھوں کو 120° زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دوری برقی رد، جو آپس میں 120° پر ہوں، سے بھجان کرنے سے مقناطیسی دباؤ کی واحد ایک موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ کسی دو برقی رد کو آپس میں تبدیل کرنے سے مقناطیسی موج کا رخ تبدیل ہوتا ہے۔

مساوات ۵.۴۹ ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے جس میں ہم برقی رد کا تعدد 50 Hz اور اپنی آسانی کے لئے α کو صفر لیتے ہیں۔ یوں اس موج کی چوٹی کا تعین تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کرے گا۔ تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی پر نظر رکھیں۔ تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی اکائی ہے جو $\theta - \omega t = 0$ پر پائی جاتی ہے۔

ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی $\theta - \omega t = 0$ پر ہوگی جس کو $t = 0$ کے لئے حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \theta - \omega t &= 0 \\ \theta - \omega \times 0 &= 0 \\ \theta &= 0 \end{aligned}$$

یوں موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہوگی جسے شکل ۵.۲۱ میں نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ہم کچھ وقفہ، مثلاً

$t = 0.001$ سیکنڈ، بعد اس چوٹی پر دوبارہ نظر ڈالتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t &= 0 \\ \theta - 0.001\omega &= 0 \\ \theta &= 0.001\omega \\ &= 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 \\ &= 0.3142 \text{ rad}\end{aligned}$$

اب یہ چوٹی 0.3142 یا $\frac{\pi}{10}$ برقی ریڈیئن یعنی 18° برقی زاویہ پر ہے جسے شکل ۵.۲۱ میں باریک ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کے مخالف رخ، یعنی زاویہ بڑھنے کے رخ، گھوم گئی ہے۔ اسی طرح لمحہ $t = 0.002$ پر چوٹی 36° برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ عمومی لمحہ t' پر چوٹی کا مقام $\theta - \omega t' = 0$ سے درج ذیل حاصل ہوگا جسے موٹی ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

$$(۵.۵۰) \quad \theta = \omega t'$$

مساوات ۵.۵۰ کہتی ہے کہ چوٹی کا مقام تعیین کرنے والا زاویہ وقت کے ساتھ بتدریج بڑھتا ہے۔ اس مساوات سے ایک مکمل چکر یعنی $\theta = 2\pi$ برقی زاویہ طے کرنے کا دورانیہ T حاصل کرتے ہیں۔

$$(۵.۵۱) \quad T = t' = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

یاد رہے f برقی رو کا تعدد ہے۔ یوں 50 ہرٹز برقی رو کی صورت میں مقناطیسی دباؤ کی موج ہر $0.02 = \frac{1}{50}$ سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹے گی اور ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر مکمل کرے گی۔ دو قطبی مشینوں میں مساوات ۵.۵۲

$$(۵.۵۲) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

کے تحت برقی زاویہ θ_e اور میکانیکی زاویہ θ_m ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ یوں دو قطبی مشینوں کی بات کرتے ہوئے مساوات ۵.۵۱ کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج f برقی یا میکانیکی چکر مکمل کرے گی جہاں f برقی رو کی تعدد ہے۔ P قطبی مشینوں کے مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں $\frac{2}{P} f$ میکانیکی چکر مکمل کرے گی۔ ہم مساوات ۵.۵۲ کی دونوں اطراف کا وقت کے ساتھ تفریق لیتے ہیں۔

$$\frac{d\theta_e}{dt} = \frac{P}{2} \frac{d\theta_m}{dt}$$

اب $\frac{d\theta_e}{dt}$ برقی زاویائی رفتار ω_e اور $\frac{d\theta_m}{dt}$ میکانیکی زاویائی رفتار ω_m کو ظاہر کرتے ہیں۔ اسی طرح برقی رو کی تعدد کو f_e ، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو θ_e ، میکانیکی زاویہ کو θ_m اور مقناطیسی دباؤ کی موج کی برقی زاویائی رفتار کو ω_e اور میکانیکی

زاویائی رفتار کو ω_m سے ظاہر کرتے ہوئے درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}\omega_m &= \frac{2}{P} \omega_e \quad \text{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P} f_e \quad \text{Hz} \\ n &= \frac{120 f_e}{P} \quad \text{چپکر فی منٹ}\end{aligned}$$

(۵.۵۳)

مقتطبی موج کی برقی معاصر زاویائی رفتار ω_e برقی زاویہ فی سیکنڈ اور میکانی معاصر زاویائی رفتار ω_m میکانی زاویہ فی سیکنڈ ہو گی۔ اسی طرح موج کی برقی معاصر رفتار f_e برقی ہرٹز اور میکانی معاصر رفتار f_m میکانی ہرٹز ہو گی۔ برقی معاصر رفتار f_e ہرٹز ہونے سے مراد ہے کہ ایک سیکنڈ میں موج f_e برقی چپکر کا فاصلہ طے کرتی ہے جو دو قطب کا یعنی 2π ریڈیئن کا میکانی زاویہ ہے۔ اسی طرح میکانی معاصر رفتار f_m ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ موج ایک سیکنڈ میں f_m میکانی چپکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ ایک میکانی چپکر روزِ سرہ زندگی میں ایک چپکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں n میکانی چپکر فی منٹ f_e کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات ۵.۵۳ معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ q دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے $\frac{2\pi}{q}$ برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں برقی دور q دوری ہو میں، تین دوری مشین کی طرح، ایک ہی رخ گھومتے مقتطبی دباؤ کی موج پیدا ہو گی۔ مزید، اس موج کا جیلہ کسی ایک لچھے کے مقتطبی دباؤ کے جیلہ کا $\frac{q}{2}$ گنا ہو گا اور اس کی زاویائی رفتار $f = 2\pi \omega_e$ برقی ریڈیئن فی سیکنڈ ہو گی۔

۵.۵.۳ تین دوری مشین کا تراسی تجزیہ

شکل ۵.۲۲ میں تین دوری لپٹی مشین دکھائی گئی ہے جس میں مثبت برقی رو کے رخ دکھائے گئے ہیں۔ یوں a شگاف میں برقی رو کا رخ صفحہ سے عمودی باہر کو ہے جسے نقطہ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح a' شگاف میں برقی رو کا رخ صفحہ میں عمودی اندر کو ہے اور جسے صلیب کے نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں شگاف a اور a' میں مثبت برقی رو کا مقتطبی دباؤ τ_a صفر زاویہ پر ہو گا جو عین لچھا a کا رخ ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقتطبی دباؤ کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

اب اگر لچھا a میں برقی رو منفی ہو تب برقی رو مثبت رخ کے مخالف ہو گا، یعنی اب برقی رو کا رخ شگاف a میں صفحہ کے عمودی اندر اور شگاف a' میں صفحہ کے عمودی باہر ہو گا۔ یوں منفی برقی رو سے پیدا مقتطبی دباؤ بھی لچھا a کے رخ کا مخالف ہو گا۔ آپ نے دیکھا کہ برقی رو منفی ہونے سے مقتطبی دباؤ کا رخ الٹ ہو جاتا ہے۔ شکل ۵.۲۲ میں لچھوں کے برقی رو اور مقتطبی دباؤ درج ذیل ہیں جبکہ ان کے مثبت رخ شکل میں دیے گئے ہیں۔

$$\begin{aligned}i_a &= I_0 \cos \omega t \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ)\end{aligned}$$

(۵.۵۴)



شکل ۵.۲۲: تین دور کی لپٹی مشین میں مثبت برقی رد اور ان سے حاصل مقنن طیسى دباو کے رخ۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_a}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\
 (5.55) \quad \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_b}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_c}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ہم مختلف لمحات پر ان کی قیمتوں کو تلاش کرتے ہیں اور ان کا مجموعی مقنن طیسى دباو حاصل کرتے ہیں۔
 لمحہ $t = 0$ پر ان درج بالا مساوات سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
 (5.56) \quad i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 I_0 \\
 i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 I_0
 \end{aligned}$$

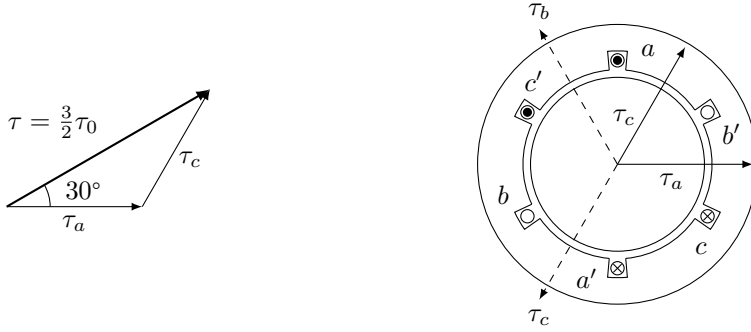
$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
 (5.57) \quad \tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 \tau_0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 \tau_0
 \end{aligned}$$

یہاں رکھ کر ذرا غور کریں۔ لمحہ $t = 0$ پر i_a مثبت جبکہ i_b اور i_c منفی ہیں۔ یوں i_a کا رخ وہی ہوگا جسے شکل ۵.۲۲ کی a اور a' شاخوں میں نقطے اور صلیب سے دکھایا گیا ہے جبکہ i_b اور i_c کے رخ شکل میں دیے گئے رخ کے مخالف ہوں گے۔
 لمحہ $t = 0$ پر تینوں برقی رو کے درست رخ اور تینوں مقنن طیسى دباو شکل ۵.۲۳ میں دکھائے گئے ہیں۔
 کل مقنن طیسى دباو با آسانی بذریعہ ترسیم (شکل ۵.۲۳)، مجموعہ سمتیات سے یا الجبر کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \mathbf{a}_x \\
 (5.58) \quad \tau_b &= 0.5 \tau_0 [\cos(60^\circ) \mathbf{a}_x - \sin(60^\circ) \mathbf{a}_y] \\
 \tau_c &= 0.5 \tau_0 [\cos(60^\circ) \mathbf{a}_x + \sin(60^\circ) \mathbf{a}_y]
 \end{aligned}$$



شکل ۵.۲۳: لمحہ $t_0 = 0$ پر برقی رو اور مقنن طیسی دباؤ۔



شکل ۵.۲۴: لمحہ $t_1 = 30^\circ$ پر برقی رو اور مقنن طیسی دباؤ۔

ان کا مجموعہ درج ذیل ہوگا۔

$$(۵.۵۹) \quad \tau = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3}{2}\tau_0 a_x$$

محہ $t = 0$ پر کل مقنن طیسی دباؤ ایک لچھے کے مقنن طیسی دباؤ کا ڈیڑھ گنا اور صفر زاویہ پر ہے۔

اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ وقفہ بعد لمحہ t_1 پر دوبارہ مقنن طیسی دباؤ تلاش کرتے ہیں۔ مساوات ۵.۵۴ اور مساوات ۵.۵۵ میں متغیر t کی بجائے ωt کا استعمال زیادہ آسان ہے لہذا ہم لمحہ t_1 یوں منتخب کرتے ہیں کہ $\omega t_1 = 30^\circ$ ایسا کرنے سے درج ذیل حاصل ہوگا جنہیں شکل ۵.۲۴ میں دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0
 \end{aligned}
 \tag{۵.۶۰}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0
 \end{aligned}
 \tag{۵.۶۱}$$

کل مقناطیسی دباو کا طول τ اور زاویہ θ سے نکون سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2} \tau_0
 \tag{۵.۶۲}$$

نکون کے دو اطراف کی لمبائیاں ایک دوسرے کے برابر اور ان کے بیچ زاویہ 60° ہے لہذا مقناطیسی دباو کا زاویہ افقی لکیرے 30° ہوگا۔

کل مقناطیسی دباو جو پہلے صفر زاویہ پر ہوتا اب گھڑی کے مخالف رخ گھوم کر 30° زاویہ پر ہے۔ اسی طرح لمحہ $40^\circ = \omega t$ پر حل کرنے سے زاویہ 45° پر کل مقناطیسی دباو $\frac{3}{2} \tau_0$ حاصل ہوگا۔ عمومی لمحہ t ، جس پر $\theta = \omega t$ ہو، زاویہ θ پر کل مقناطیسی دباو $\frac{3}{2} \tau_0$ پیدا کرتا ہے۔

۵.۶ محرک برقی دباو

یہاں محرک برقی دباو ^{۳۸} کو ایک دوسرے نقطہ نظر سے پیش کرتے ہیں۔

۵.۶.۱ بدلتا رو برقی جنریٹر

شکل ۵.۲۵ میں ایک بنیادی بدلتا رو جنریٹر ^{۳۹} دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نکثافت مقناطیسی بہا B پیدا ہوتا ہے:

$$B = B_0 \cos \theta_p
 \tag{۵.۶۳}$$

یہ مقناطیس ω زاویائی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر اس مقناطیس کو لچھا a کے رخ افقی لکیر پر تصور کریں۔ یوں لمحہ t پر مقناطیس گھوم کر زاویہ $\theta_m = \omega t$ پر ہوگا۔ اس طرح درج بالا مساوات درج ذیل لکھی جاسکتی

^{۳۸} ابتدا میں حرکت سے پیدا ہونے والے دباو کو محرک برقی دباو کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔
ac generator ^{۳۹}



شکل ۵.۲۵: بنیادی بدلتار و جنریٹر۔



شکل ۵.۲۶: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی ہر او۔

ہے۔

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\ = B_0 \cos(\theta - \omega t) \quad (۵.۶۳)$$

شکل ۵.۲۶ میں $B \cos \theta_p$ اور θ_p کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے اور ساتھ ہی لچھا a دکھایا گیا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر، جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور لچھا a کا محور ایک رخ ہیں، B کو نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا ہے جبکہ عمومی لمحہ t پر B کو ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ چونکہ B کی چوٹی ہر صورت $\theta_p = 0^\circ$ پر ہوگی لہذا ترسیم میں محور θ_p پر دکھائے گئے زاویات 90° تا 270° عمومی لمحہ t کے لئے درست ہیں ناکہ لمحہ $t = 0$ کے لئے لمحہ $t = 0$ پر B کی چوٹی عین $\theta = 0^\circ$ پر ہوگی۔ عمومی لمحہ t پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے بیچ زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار ω پر منحصر ہوگا۔

$$\vartheta = \omega t \quad (۵.۶۵)$$

لحہ $t = 0$ پر لچھا a میں مقناطیسی بہا زیادہ سے زیادہ ہوگا۔ حنلائی درز باریک ہونے کی بنا درز کی اندرونی اور بیرونی رداس کو ایک دوسرے کے برابر تصور کیا جاسکتا ہے۔ برقی مقناطیس کے گھومنے کی محور سے حنلائی درز تک کا وسط رداسی فاصلہ ρ اور برقی مقناطیس کی مجری لمبائی l ہونے کی صورت میں لچھے میں مقناطیسی بہا وہی ہوگا جو حنلائی درز میں $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے قع ہے۔ لحہ $t = 0$ پر لچھا a سے گزرتا بہا و تلاش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\
 (5.62) \quad &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= 2B_0 l \rho \\
 &= \phi_0
 \end{aligned}$$

آخری قدم پر $\phi_a(0)$ کو ϕ_0 کہا گیا ہے۔ یہی حساب لحہ t پر درج ذیل ہوگا جہاں آخری قدم پر $\vartheta = \omega t$ لیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\
 (5.62) \quad &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \vartheta \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اسی بہا کو درج ذیل طریقے سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t)) (l \rho d\theta) \\
 (5.68) \quad &= B_0 l \rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= B_0 l \rho \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

باب ۵. گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس مرتبہ مکمل کو زاویہ θ کے ساتھ حاصل کیا گیا ہے۔ مساوات ۵.۶۶ کی مدد سے $\phi_a(t)$ کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۵.۶۹) \quad \phi_a(t) = 2B_0 l \rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t$$

مساوات ۵.۶۸ کی طرح b اور c لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کی مساواتیں بھی حاصل کی جاسکتی ہیں۔ شکل ۵.۲۵ میں زاویہ $-\frac{\pi}{2}$ سے $+\frac{\pi}{2}$ تک کا مقناطیسی بہاؤ لچھا a میں گزرتا ہے۔ اس لئے $\phi_a(t)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات ۵.۶۸ میں مکمل کی حدیں یہی رکھی گئیں تھیں۔ یوں لچھا b کے مکمل کی حدیں $+\frac{\pi}{6}$ اور $+\frac{7\pi}{6}$ جبکہ c کی حدیں $+\frac{5\pi}{6}$ اور $+\frac{11\pi}{6}$ ہوں گی۔ تمام زاویات ریڈین میں دیے گئے ہیں۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l \rho d\theta) \\ (۵.۷۰) \quad &= B_0 l \rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\ &= B_0 l \rho \left[\sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\ &= 2B_0 l \rho \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned} \phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l \rho d\theta) \\ (۵.۷۱) \quad &= B_0 l \rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\ &= B_0 l \rho \left[\sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\ &= 2B_0 l \rho \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

ایک لچھا N چپکری تصور کرتے ہوئے تینوں لچھوں میں پیدا ہونے والی دباؤ معلوم کرتے ہیں۔ لچھوں میں ارتباط بہاؤ درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \lambda_a &= N \phi_a(t) = N \phi_0 \cos \omega t \\ (۵.۷۲) \quad \lambda_b &= N \phi_b(t) = N \phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ \lambda_c &= N \phi_c(t) = N \phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned}$$

ان مساوات میں $\frac{2\pi}{3}$ ریڈین کو 120° لکھا گیا ہے۔ لچھوں میں پیدا ہونے والی برقی دباؤ درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \frac{d\lambda_a}{dt} = -\omega N \phi_0 \sin \omega t \\ e_b(t) &= \frac{d\lambda_b}{dt} = -\omega N \phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\ e_c(t) &= \frac{d\lambda_c}{dt} = -\omega N \phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (۵.۴۳)$$

ان مساوات کو

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \omega N \phi_0 \cos(\omega t + 90^\circ) \\ e_b(t) &= \omega N \phi_0 \cos(\omega t - 30^\circ) \\ e_c(t) &= \omega N \phi_0 \cos(\omega t + 210^\circ) \end{aligned} \quad (۵.۴۴)$$

لکھا جاسکتا ہے جو آپس میں 120° زاویہ پر تین دوری محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتی ہیں۔ ان سب کے چیطے E_0 ہیں:

$$E_0 = \omega N \phi_0 \quad (۵.۴۵)$$

یوں تینوں برقی دباؤ کی موثر قیمتیں E_0 درج ذیل ہوں گی۔

$$E_{\text{مؤثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \phi_0 \quad (۵.۴۶)$$

چونکہ $\phi = BA$ ہوتا ہے لہذا مساوات ۵.۴۶ صفحہ ۴۲ پر دی گئی مساوات ۵.۴۱ کی طرح ہے۔
حلائی درز میں برقی مقناطیس کا مقناطیسی بہا و تصور کر کے مساوات ۵.۴۴ حاصل کی گئیں۔ حقیقت میں حلائی درز میں کسی بھی طرح یہی مقناطیسی بہا و پیدا کرنے سے یہی مساوات حاصل ہوں گی۔ یوں اگر درز میں ساکن، متحرک یا دونوں لچھے مل کر یہی مقناطیسی بہا و پیدا کریں تب یہی مساوات، یعنی یہی برقی دباؤ، حاصل ہوں گی۔

مساوات ۵.۴۶ ہمیں ایک گچھ لچھے میں پیدا ہونے والی برقی دباؤ دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تب مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباؤ ہم قدم نہیں ہوں گے لہذا مجموعی برقی دباؤ ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے کچھ کم ہوگا۔ یوں پچھلے لچھے کے لئے یہ مساوات درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے جہاں k_w حبزد پھیلاؤ ہے۔

$$E_{\text{مؤثر}} = 4.44 k_w f N \phi_0 \quad (۵.۴۷)$$

تین دوری برقی جنریٹر کے k_w کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں ایک دوری برقی دباؤ دیتی ہے۔ تین دوری برقی جنریٹر میں اس طرح کی تین لچھوں کی جوڑیاں ہوتی ہیں جنہیں Y یعنی ستارہ یا Δ یعنی ٹکونی جوڑا کہا جاتا ہے۔



شکل ۵.۲: ایک دوری یک سمت برقی دباؤ۔

۵.۶.۲ ایک سمت رو برقی جنریٹر

ہر گھومنے والا برقی جنریٹر بنیادی طور پر بدلتا رو جنریٹر ہوتا ہے۔ البتہ جہاں ایک سمت برقی دباؤ^{۴۲} کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتا برقی دباؤ کو ایک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ جنریٹر کے باہر پر قیاتی سمٹے کار^{۴۳} یا جنریٹر کے اندر میکانیکی سمٹے کار^{۴۴} نصب کر کے بدلتا دباؤ سے ایک سمت دباؤ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ مساوات ۵.۴۳ کے e_a کو ایک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کرنے سے شکل ۵.۲ حاصل ہوگا۔

مثال ۵.۶: شکل ۵.۲ میں ایک سمت برقی دباؤ دکھایا گیا ہے۔ اس ایک سمت برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

$$E_{avg} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

□

ایک سمت جنریٹر پر باب ۸ میں غور کیا جائے گا۔

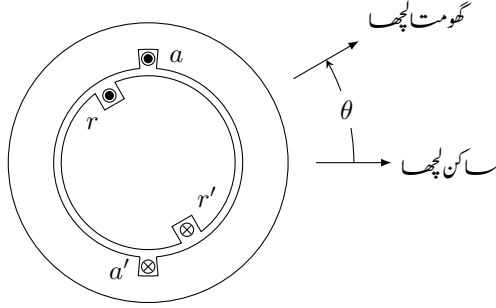
۵.۷ ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصہ میں کامل مشین کی قوت مروڑ^{۴۵} کے حصول کے دو ترکیب پر غور کیا جائے گا۔ ایک ترکیب میں مشین کو دو مقناطیس تصور کر کے ان مقناطیسوں کے بیچ قوت کشش، قوت دفع اور قوت مروڑ حاصل کیے جائیں گے جبکہ دوسری ترکیب میں مشین کے ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ تصور کر کے (باب چہار کی طرح) توانائی اور ہم-توانائی سے ان کا حساب لگایا جائے گا۔ پہلے توانائی کی ترکیب پر غور کرتے ہیں۔

۵.۷.۱ میکانیکی قوت مروڑ بذریعہ ترکیب توانائی

یہاں ایک دوری مشین پر غور کیا جائے گا جس سے حاصل نتائج باآسانی زیادہ دور کی مشینوں پر لاگو کیے جاسکتے ہیں۔ شکل ۵.۲۸ میں ایک دوری کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس مشین کے دو لچھوں کے بیچ کوئی زاویہ ہوگا جسے

DC voltage^{۴۲}
rectifier^{۴۳}
commutator^{۴۴}
torque^{۴۵}



شکل ۵.۲۸: ساکن امالہ اور گھومت امالہ۔

θ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر مقام پر یکساں ہے لہذا ابھیرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ مزید، تالاب کا جزو مقناطیس مستقل لامتناہی ($\mu_r \rightarrow \infty$) تصور کیا گیا ہے لہذا لچھوں کا امالہ صرف خلائی درز کے مقناطیسی مستقل μ_0 پر منحصر ہوگا۔

اس طرح ساکن لچھے کا امالہ L_{aa} اور گھومے لچھے کا امالہ L_{rr} مستقل ہوں گے جبکہ ان کا مشترکہ امالہ $L_{ar}(\theta)$ زاویہ θ پر منحصر ہوگا۔ مساوات ۵.۷۲ میں لچھا a کا ارتباط بہاؤ λ_a دیا گیا ہے جہاں زاویہ ωt کو شکل ۵.۲۵ میں θ_m اور شکل ۵.۲۸ میں θ کہا گیا ہے۔ ارتباط بہاؤ λ_a کو میدانی لچھاکے رو I_m سے تقسیم کرنے سے میدانی لچھا اور لچھا a کے بیچ مشترکہ امالہ L_{ar}

$$(۵.۷۸) \quad L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta$$

حاصل ہوگا۔ اس مساوات میں $L_{ar0} = \frac{N\phi_0}{I_m}$ لی گیا ہے۔ ساکن اور گھومتے لچھوں کے ارتباط بہاؤ (مساوات ۲.۳۳ اور مساوات ۲.۳۶ کے تحت) درج ذیل ہوں گے۔

$$(۵.۷۹) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ar}(\theta)i_r = L_{aa}i_a + L_{ar0} \cos(\theta)i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta)i_a + L_{rr}i_r = L_{ar0} \cos(\theta)i_a + L_{rr}i_r \end{aligned}$$

ساکن لچھے کی مزاحمت R_a اور گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r لیتے ہوئے ان لچھوں کے سروں پر متانوں کو خوف سے برقی دباؤ درج ذیل ہوں گے۔

$$(۵.۸۰) \quad \begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = i_a R_a + L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_r}{dt} - L_{ar0} i_r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = i_r R_r + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_a}{dt} - L_{ar0} i_a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + L_{rr} \frac{di_r}{dt} \end{aligned}$$

یہاں θ برقی زاویہ ہے جس کی وقت کے ساتھ تبدیلی، زاویائی رفتار ω ہوگا۔

$$(۵.۸۱) \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

باب ۵. گھومتے مشین کے بنیادی اصول

میکانی قوت مسروڑ بذریعہ ہم- توانائی حاصل کی جا سکتی ہے۔ ہم- توانائی صفحہ ۱۰۹ پر مساوات ۴.۷۲ سے حاصل ہوگی۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$W'_m = \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{ar0} i_a i_r \cos \theta \quad (5.82)$$

اس سے میکانی قوت مسروڑ T_m حاصل کرتے ہیں۔

$$T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta_m} \quad (5.83)$$

چونکہ P قطب مشینوں کے لئے درج ذیل ہوتا ہے

$$\theta = \frac{P}{2} \theta_m \quad (5.84)$$

لہذا ہمیں مساوات ۵.۸۳ سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$T_m = -\frac{P}{2} L_{ar0} i_a i_r \sin \left(\frac{P}{2} \theta_m \right) \quad (5.85)$$

اس مساوات میں قوت مسروڑ T_m کی علامت منفی ہے۔ یوں جس لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کے بیچ زاویہ مثبت ہو، اس لمحہ پر ان لچھوں کے بیچ قوت مسروڑ منفی ہوگا۔ قوت مسروڑ دونوں مقناطیسی بہاؤ کو ایک رخ میں رکھنے کی کوشش کرتا ہے۔

۵.۷.۲ میکانی قوت مسروڑ بذریعہ مقناطیسی بہاؤ

شکل ۵.۲۹-۱ میں دو قطبی یک دوری مشین کے صرف گھومتے لچھے میں برقی روپیلا جاتا ہے۔ مشین کا گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین دکھائے گئے ہیں۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاؤ تیسرے کے نشان سے دکھایا گیا ہے لہذا تیسرا اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔

شکل ۵.۲۹-۲ میں صرف ساکن لچھے میں برقی روپیلا جاتا ہے۔ ساکن حصہ سے مقناطیسی بہاؤ خارج ہو کر حثاتی درز سے ہوتا ہوا گھومتے حصہ میں داخل ہوتا ہے لہذا یہی اس کا شمالی قطب ہوگا۔ یہاں ساکن حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کا محور تیسرے ظاہر کیا گیا ہے۔

اگرچہ شکل ۵.۲۹ میں گچھے لچھے دکھائے گئے ہیں، درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ ساکن-نہا ہوں گے اور تیسرے نشانات ان مقناطیسی دباؤ کی امواج کی چوٹیوں کو ظاہر کریں گے۔

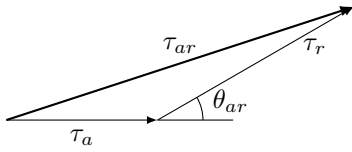
شکل ۵.۳۰ میں دونوں لچھوں کو برقی رو منراہم کیا گیا ہے۔ دونوں لچھوں کے مخالف قطبین کے بیچ قوت کشش پائی جائے گی جس کی بنا دونوں لچھے ہم رخ ہونے کی کوشش کریں گے۔

واضح رہے کہ دونوں لچھے (مقناطیس) کو کشش کریں گے کہ θ_{ar} صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانی قوت مسروڑ θ_{ar} کے مخالف رخ ہوگا۔ یہی مساوات ۵.۸۵ کہتی ہے۔

لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کو مقناطیسی محور کے رخ T_a اور T_r سے ظاہر کیا گیا ہے جہاں T_a اور T_r ساکن نہا مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں کے برابر ہیں۔ حثاتی درز میں کل مقناطیسی دباؤ T_{ar} ان کا مجموعہ ہوگا جس کا طول T_{ar} کلیہ کو ساکن ۴ سے



شکل ۵.۲۹: لچھوں کے قطبین۔



شکل ۵.۳۰: جنائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباؤ۔

حاصل ہوگا:

$$\begin{aligned} \tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ (۵.۸۶) \quad &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \end{aligned}$$

حنائے درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} درج ذیل مقناطیسی شدت H_{ar} پیدا کرے گا جہاں l_g کائے درز کی لمبائی ہے۔

$$(۵.۸۷) \quad \tau_{ar} = H_{ar} l_g$$

H_{ar} مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ حلاء میں جس مقام پر مقناطیسی شدت H ہو وہاں مقناطیسی ہم-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} H^2$ ہوتی ہے۔ حنائے درز میں اوسط ہم-توانائی کی کثافت، درز میں H^2 کی اوسط کو $\frac{\mu_0}{2}$ سے ضرب کر کے حاصل ہوگا۔ کسی بھی سائن نمائندہ $H = H_0 \cos \theta$ کے مربع H^2 کا اوسط درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} H^2_{\text{اوسط}} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2 \cos^2 \theta d\theta \\ (۵.۸۸) \quad &= \frac{H_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{H_0^2}{\pi} \left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{H_0^2}{2} \end{aligned}$$

یوں حنائے درز میں، جہاں مقناطیسی میدان کا محیط H_{ar} ہے، اوسط ہم-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2}$ ہوگی۔ حنائے درز میں اوسط ہم-توانائی کو حلاء کے حجم سے ضرب کر کے درز میں کل ہم-توانائی W'_m حاصل ہوگی:

$$(۵.۸۹) \quad W'_m = \frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \tau_{ar}^2$$

اس مساوات میں حنائے درز کی رداسی لمبائی l_g اور دھڑے r کے رخ محوری لمبائی l^q ہے۔ محور سے حنائے درز کا اوسط رداسی منسلہ $r \gg l_g$ تصور کیا گیا ہے جس کی بنا پر درز میں رداسی رخ، کثافت مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی نظر انداز کی جاسکتی ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات ۵.۸۶ کی مدد سے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۵.۹۰) \quad W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \left(\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \right)$$

یوں میکانیکی قوت سرور درج ذیل ہوگا۔

$$(۵.۹۱) \quad T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

مساوات ۵.۹۱ میں قوت مسروڑ دو قطبی مشین کے لئے حاصل کی گئی۔ P قطبی مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کی میکانی قوت مسروڑ دیتی ہے لہذا P قطبی مشین کی قوت مسروڑ $\frac{P}{2}$ کٹا ہوگی:

$$(۵.۹۲) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

مساوات ۵.۹۲ ایک اہم مساوات ہے جس کے مطابق مشین کی میکانی قوت مسروڑ، ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں اور دونوں کے بیچ برقی زاویہ θ_{ar} کے سائن کی راست مستناسب ہوگی۔ منفی میکانی قوت مسروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ θ_{ar} کے مخالف رخ ہوگی یعنی میکانی قوت مسروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی کوشش کرے گی۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک دوسرے کے برابر لیکن مخالف رخ میکانی قوت مسروڑ ہوگی البتہ ساکن حصے کی قوت مسروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہوگی جبکہ گھومتے حصے کی میکانی قوت مسروڑ اس حصے کو متحرک کرتی ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ لچھے کے برقی رو کا راست مستناسب ہے لہذا τ_a اور i_a آپس میں راست مستناسب ہوں گے جبکہ τ_r اور i_r آپس میں راست مستناسب ہوں گے۔ یوں ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات ۵.۸۵ اور ۵.۹۲ ایک دوسرے جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل ایک جیسے ہیں۔ شکل ۵.۳۱ میں دوبارہ ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل-۱ کی نکتوں ΔAEC اور ΔBEC میں مشترک CE ہے جو درج ذیل ہوگا۔

$$(۵.۹۳) \quad CE = \tau_r \sin \theta_{ar} = \tau_a \sin \theta_a$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات ۵.۹۲ کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۵.۹۴) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اسی طرح شکل ۵.۳۱-ب کی نکتوں ΔMWQ اور نکتوں ΔSWQ میں مشترک WQ ہے جو درج ذیل ہوگا۔

$$(۵.۹۵) \quad WQ = \tau_a \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_r$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات ۵.۹۲ کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۵.۹۶) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

مساوات ۵.۹۲، مساوات ۵.۹۴ اور مساوات ۵.۹۶ کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

$$(۵.۹۷) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$



(ب)



(i)

شکل ۵.۳۱: مقناطیسی بہاؤ اور ان کے زاویے۔

ان مساوات سے واضح ہے کہ میکانیکی قوت مسروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے بیچ زاویے کی صورت میں، یا کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ، کل مقناطیسی دباؤ اور ان کے بیچ زاویے کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکانیکی قوت مسروڑ دو مقناطیسی دباؤ کی آپس میں رد عمل کی وجہ سے پیدا اور مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویے پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ آپس میں تعلق رکھتے ہیں جنہیں مختلف طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} اور درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ B_{ar} کا تعلق

$$(۵.۹۸) \quad B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g}$$

استعمال کر کے مساوات ۵.۹۷ کے آخری جزو کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۵.۹۹) \quad T_m = -\frac{P}{2} \pi r l \tau_r B_{ar} \sin \theta_r$$

مقناطیسی مشینوں کی متالیمی مقناطیسی مستقل μ کی محدود قیمت کی بنیاد پر میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک ٹیلا تک ہی بڑھائی جاسکتی ہے۔ مشین کی بناوٹ کے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا ہوگا۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مسزاجت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جاسکتا ہے جہاں تک لچھے کو ٹھنڈا رکھنا ممکن ہو۔ یوں مقناطیسی دباؤ کو ایک حد سے نیچے رکھنا ہوگا۔ مساوات ۵.۹۹ میں B_{ar} اور τ_r دونوں صریحاً موجود ہیں لہذا مشین کی بناوٹ کے نقطہ نظر سے یہ ایک اہم مساوات ہے۔

مساوات ۵.۹۹ کی دوسری اہم صورت دیکھتے ہیں۔ قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ $B_{وسط}$ اور قطب کے رقب

$$A_P$$

$$(۵.۱۰۰) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos \theta \, d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

$$(۵.۱۰۱) \quad A_P = \frac{2\pi r l}{P}$$

کا حاصل ضرب قطب پر مقنطیسی ہوا ϕ_P ہوتا ہے لہذا

$$(۵.۱۰۲) \quad \phi_P = \frac{2B_0}{\pi} \frac{2\pi r l}{P}$$

اور

$$(۵.۱۰۳) \quad T_m = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_{ar} \tau_r \sin \theta_r$$

ہوں گے۔ مساوات ۵.۱۰۳ معاصر مشینوں کے لئے بہت کارآمد ہے۔

باب ۶

یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

معاصر مشین وہ گھومنے والی مشین ہے جو ایک مقررہ رفتار سے گھومتی ہے۔ یہ رفتار مندرجہ ذیل کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

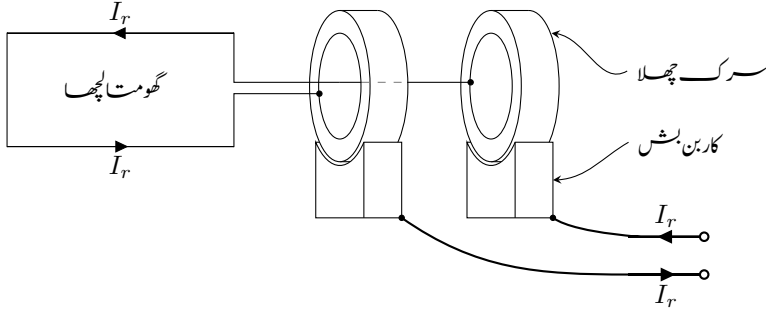
کسی جنریٹر پر بوجھ تبدیل کرنے یا جنریٹر کو میکانیکی طاقت فراہم کرنے والے کی رفتار تبدیل کرنے کے چند ہی لحاظ میں جنریٹر نئی حالات کے مطابق دوبارہ برقرار صورت اختیار کر لیتا ہے۔ اس برقرار چالو حال میں اس کی رفتار، برقی دباؤ، برقی رو، درجہ حرارت وغیرہ تبدیل نہیں ہوتے ہیں۔ اسی طرح موٹر پر بوجھ تبدیل کرنے سے موٹر کی درکار طاقت اور برقی رو تبدیل ہوں گے۔ بوجھ تبدیل ہونے سے قبل موٹر ایک مستقل برقی رو حاصل کرتی اور ایک مستقل درجہ حرارت پر رہتی ہے۔ بوجھ تبدیل ہونے کے چند ہی لحاظ میں موٹر دوبارہ ایک نئی برقرار چالو صورت اختیار کرتی ہے جہاں اس کا برقی رو ایک نئی قیمت پر برقرار رہتا ہے اور اس کا درجہ حرارت بھی ایک نئی قیمت اختیار کرتا ہے۔ دو مختلف برقرار چالو، یکساں صورتوں کے درمیان چند لحاظ کے لئے مشین عارضی حال^۱ میں ہوتی ہے۔ اس باب میں یکساں حال^۲، برقرار چالو معاصر مشین پر تبصرہ کیا جائے گا۔

معاصر مشین کے قوی لچھے عموماً سکن ہوتے ہیں جبکہ اس کے میدانی لچھے معاصر رفتار سے گھومتے ہیں۔ میدانی لچھوں کا برقی رو قوی لچھوں کے برقی رو کی نسبت بہت کم ہوتا ہے لہذا میدانی لچھوں کو گھایا جاتا ہے اور ان تک برقی رو سرک چھلوں کے ذریعہ پہنچایا جاتا ہے۔ قوی لچھوں کو اس لئے گھومتے حصہ پر نسب نہیں کیا جاتا ہے کہ سرک چھلوں کے ذریعہ ان کا (نسبتاً بہر زیادہ) برقی رو منتقل کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ یوں قوی لچھوں کو سکن رکھا جاتا ہے۔

ہم دیکھ چکے ہیں کہ تین دوری سکن لچھوں میں متوازن تین دوری برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں۔ اس گھومتی موج کی رفتار کو معاصر رفتار^۳ کہتے ہیں۔ معاصر مشین کا گھومتا حصہ اسی رفتار سے گھومتا ہے۔

معاصر مشین کے میدانی لچھے کو یک سمت برقی رو درکار ہوتا ہے جو سرک چھلوں کے ذریعہ اس تک باہر سے پہنچایا جاتا ہے یا مشین کے دھڑے پر نسب ایک چھوٹے ٹیکہ^۴ سے جنریٹر سے فراہم کیا جاتا ہے۔

transient state^۱
steady state^۲
synchronous speed^۳



شکل ۶.۱: کاربن بٹش اور سرک چھلوں کے ذریعہ گھومتے لچھے تک برقی رو پہنچایا گیا ہے۔

میدانی لچھا ایک میدانی مقناطیسی دباؤ پیدا کرتا ہے جو میدانی لچھے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔ یوں معاصر مشین کے گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباؤ موج اور ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباؤ موج معاصر رفتار سے گھومتی ہیں جس کی بنا ان مشینوں کو معاصر مشینیں کہتے ہیں۔

۶.۱ متعدد دوری معاصر مشین

معاصر مشین عموماً تین دوری ہوتے ہیں۔ تین دوری ساکن قوی لچھے حنائی درز میں 120° برقی زاویہ پر نسب ہوتے ہیں جبکہ میدانی لچھے گھومتے ہوتے ہیں اور ان میں ایک سمت برقی رو ہوتا ہے۔ مشین کے گھومتے حصے کو بیرونی میکانی طاقت سے گھمانے سے مشین ایک معاصر جنریٹر کے طور پر کام کرتی ہے اور اس کے تین دوری ساکن قوی لچھوں میں تین دوری برقی دباؤ پیدا ہوگا جس کا برقی تعدد گھومنے کی رفتار پر منحصر ہوگا۔ اس کے برعکس، مشین کے تین دوری ساکن قوی لچھوں کو تین دوری برقی طاقت مہیا کرنے سے مشین ایک معاصر موٹر کے طور پر کام کرتی ہے جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔ مشین کی کل برقی قوت کے چند فی صد برابر برقی قوت میدان لچھے کو درکار ہوتی ہے۔

گھومتے لچھے تک برقی دباؤ مختلف طریقوں سے پہنچایا جاسکتا ہے۔ شکل ۶.۱ میں گھومتے لچھے تک موصل سرکے چھلے کی مدد سے ایک سمت برقی رو پہنچانے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ سرکے چھلے اسی دھڑے پر نسب ہوں گے جس پر گھومتا لچھا نسب ہوگا لہذا سرکے چھلے اور گھومتے لچھے ایک ہی رفتار سے حرکت کریں گے۔

کاربن کے ساکن بٹش، اسپرنگ کی مدد سے، سرکے چھلوں کی بیرونی سطح کے ساتھ دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ جب مشین چلتی ہے، کاربن بٹش ان سرکے چھلوں پر سرکتے ہیں۔ اسپرنگ کا دباؤ ان کا برقی جواز مضبوط رکھتا ہے تاکہ ان کے بیچ چنگاریاں نہ نکلیں۔ کاربن بٹش کے ساتھ برقی تار جبری ہے۔ ایک سمت برقی رو، I_r ، کاربن بٹش اور سرکے چھلوں سے ہوتا ہوا، گھومتے لچھے تک پہنچتا ہے۔

بڑی معاصر مشین کا میدانی ایک سمت رو عموماً ایک چھوٹے بدلتا رو جنریٹر سے حاصل کیا جاتا

ہے جو معاصر مشین کے دھڑے پر نسب ہوتا ہے اور دھڑے کے ساتھ گھومتا ہے۔ چھوٹے جنریٹر کے برقی دباؤ کو دھڑے پر نسب برقیاتی سمت کار کی مدد سے ایک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں سرک چھلے کی ضرورت پیش نہیں آتی ہے۔ سرک چھلے بوجھ رگڑ خراب ہوتے ہیں جس کی وجہ سے معاصر مشین کی مسرت درکار ہوتی ہے جو ایک مہنگا کام ہے۔ اسی لئے چھوٹا جنریٹر استعمال کرتے ہوئے سرک چھلوں سے نجات حاصل کی جاتی ہے۔

اُبھرے قطب^۱ مشین، پانی سے چلنے والے ست رفتار جنریٹر اور عام استعمال کی موٹروں کے لئے موزوں ہیں جبکہ ہموار قطب^۲ مشین، تیز رفتار دو چار قطبی^۳ چرخا ہے۔ جنریٹروں کے لئے موزوں ہیں۔

ایک (بڑی) سلطنت کو درکار برقی توانائی کسی ایک جنریٹر سے پیدا کرنا ممکن نہیں ہوتا ہے بلکہ چند درجن سے لے کر کئی سو جنریٹر تک وقت یہ فریضہ سرانجام دیتے ہیں۔ ایک سے زیادہ جنریٹر استعمال کرنا فائدہ مند ثابت ہوتا ہے۔ اول، برقی توانائی کی ضرورت کے مطابق جنریٹر چالو کئے جاسکتے ہیں۔ دوم، جنریٹروں کو ان مقامات کے متعین نسب کیا جاسکتا ہے جہاں جہاں برقی توانائی درکار ہو۔ اس طرح کے بڑے نظام میں ایک جنریٹر کی حیثیت بہت کم ہوتی ہے لہذا کسی ایک جنریٹر کو چالو یا بند کرنے سے پورے نظام پر کوئی خاص اثر نہیں پڑتا ہے۔ یوں ہم سلطنت کے برقی نظام کو ایک مقررہ برقی دباؤ اور ایک مقررہ برقی تعدد کا لامتناہی نظام تصور کر سکتے ہیں۔ معاصر جنریٹر کو لامتناہی نظام کے ساتھ حبڑا تصور کر کے معاصر جنریٹر کے کئی اہم پہلو با آسانی سمجھ جاسکتے ہیں۔

مساوات ۵.۱۰۳ معاصر مشین کی قوت مسروڑ دیتی ہے۔ اس مساوات کے مطابق برقی قوت مسروڑ، مشین میں موجود متعادل مقناطیسی دباؤ کو ایک دوسرے کی سیدھ میں لانے کی کوشش کرتی ہے۔ برقرار چالو مشین کی برقی قوت مسروڑ اور مشین کے دھڑے پر لاگو میکانی قوت مسروڑ ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں۔ جب مشین ایک جنریٹر کی حیثیت سے استعمال ہو تب میکانی طاقت دھڑے کو گھماتا ہے اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ گل مقناطیسی دباؤ سے گھومنے کے رخ آگے ہوتا ہے۔ مساوات ۵.۱۰۳ سے حاصل قوت مسروڑ ایسی صورت میں مشین کو گھومنے سے روکنے کی کوشش کرتا ہے۔ میکانی طاقت چلتے پانی، ایندھن سے چلتے انجن، وغیرہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ اسی طرح اگر مشین ایک موٹر کی حیثیت سے استعمال ہو، تب صورت اس کے بالکل الٹ ہوگی۔

کل مقناطیسی بہاؤ ϕ_{ar} اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ T_r تبدیل نہ ہونے کی صورت میں مساوات ۵.۱۰۳ کے مطابق مشین کی قوت مسروڑ $\sin \theta_r$ کے ساتھ تبدیل ہوگی۔ اگر زاویہ θ_r صفر ہو تب قوت مسروڑ بھی صفر ہوگی۔ اب تصور کریں کہ یہ مشین ایک موٹر کے طور پر استعمال ہو رہی ہے۔ جیسے جیسے موٹر پر لدا میکانی بوجھ بڑھایا جاتا ہے ویسے ویسے اس کے دھڑے پر میکانی قوت مسروڑ بڑھے گی۔ موٹر اس زاویہ کو بڑھا بڑھا کر برابر کی برقی قوت مسروڑ پیدا کرے گی۔ یہاں یہ سمجھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر وقت معاصر رفتار سے گھومتی ہے مساوائے ان لحاظات کے لئے جن کے دوران موٹر آہستہ یا تیز ہو کر زاویہ کو ضرورت کے مطابق درست کرتی ہے۔ یعنی موٹر کا زاویہ θ_r ہر وقت میکانی قوت مسروڑ کا تعقب کرتا ہے۔

موٹر پر لدا میکانی بوجھ بتدریج بڑھانے سے ایک لمحہ آئے گا جب زاویہ θ_r نوے درجہ، $\frac{\pi}{2}$ ریڈین، تک پہنچتا ہے۔ اس لمحہ موٹر اپنی انتہائی قوت مسروڑ^۴ پیدا کرے گی۔ موٹر کسی بھی صورت میں اس سے زیادہ قوت مسروڑ

salient poles^۱
non-salient poles^۲
turbine^۳
hunting^۴
pull out torque^۵

پیدا نہیں کر سکتی ہے لہذا ابوجہ مسزید بڑھانے سے موٹر رکھ جائے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ موٹر نے غیر معاصر^{۱۱} صورت اختیار کر لی ہے۔ مساوات ۵.۱۰۳ سے ظاہر ہے کہ ایک قطب کا کل مقناطیسی بہا دیا (اور) گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ بڑھا کر موٹر کی انتہائی قوت سرور بڑھائی جا سکتی ہے۔

یہی صورت حال اگر مشین برقی جنریٹر کے طور پر استعمال کی جائے سکتی ہے۔ جب بھی مشین غیر معاصر صورت اختیار کرے، اسے جلد خود کار دور **شکل ۱۲** کی مدد سے برقی بحم رسانی سے الگ کر دیا جاتا ہے۔

ہم نے دیکھا کہ ایک معاصر موٹر صرف اور صرف معاصر رفتار سے ہی گھوم سکتی ہے اور صرف اسی رفتار پر گھوم کر قوت سرور پیدا کر سکتی ہے لہذا اس کن معاصر موٹر کو چالو کرنے کی کوشش ناکام ہوگی۔ معاصر موٹر کو پہلے کسی دوسرے طریقے سے معاصر رفتار تک لایا جاتا ہے اور اس کے بعد اسے چالو کیا جاتا ہے۔ ایسا عموماً ایک **چھوٹی امالہ** موٹر^{۱۳} کی مدد سے کیا جاتا ہے جو بوجھ معاصر موٹر کو معاصر رفتار تک پہنچاتی ہے جس کے بعد معاصر موٹر کو چالو کیا جاتا ہے۔ ایسی امالہ موٹر عموماً معاصر موٹر کے دھڑے پر نصب ہوتی ہے۔

۶.۲ معاصر مشین کے امالہ

ہم تصور کرتے ہیں کہ مشین دو قطب اور تین دوری ہے اور اس کے لچھے ستارہ نما حٹرے ہیں۔ اس طرح لچھوں میں برقی رو، تار برقی رو^{۱۴} ہی ہوگا اور ان پر لاگو برقی دباؤ، یک دوری برقی دباؤ ہوگا۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان اور نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

شکل ۶.۲ میں ایک ایسی تین دوری دو قطبی معاصر مشین دکھائی گئی ہے۔ اس کا گھومتا حصہ ٹکلی نما ہے۔ اس کو دو قطبی مشین یا P قطبی مشین کے دو قطبین کا حصہ تصور کیا جاسکتا ہے۔

اگر چہ یہاں لچھے دکھائے گئے ہیں، حقیقت میں پہلے لچھے استعمال ہوں گے لہذا انہیں پہلے لچھے تصور کریں۔ اس طرح ہر لچھا سن نما برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جس کی چوٹی لچھے کی مقناطیسی محور کے رخ ہوگی۔ چونکہ معاصر مشین کے گھومتے لچھے میں یک سمت رو ہوتا ہے لہذا، جیسا **شکل ۶.۲** میں دکھایا گیا ہے، اس لچھے کا مقناطیسی دباؤ ہر لمحہ گھومتے حصہ کی مقناطیسی محور کے رخ ہوگا۔ گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ گھومتے حصہ کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومے گا۔

فرض کریں کہ یہ مشین معاصر رفتار ω سے گھوم رہی ہے۔ یوں اگر لمحہ $t = 0$ پر دور a اور گھومتے لچھے کی مقناطیسی محور کے رخ ایک دوسرے جیسے ہوں تب کسی بھی لمحہ t پر ان کے بیچ زاویہ $\theta = \omega t$ ہوگا۔ امالہ کا ریاضی حساب کرنے کے لئے **شکل ۶.۲** سے رجوع کریں جہاں محیط پر خلائی درز یکساں ہے۔ رداسی رخ خلائی درز کی لمبائی l_g ہے۔ ساکن حصے میں شاگافوں کے اثر کو نظر انداز کریں۔ محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ ρ ہے اور مشین کی محوری لمبائی (دھڑے کے رخ) l ہے۔

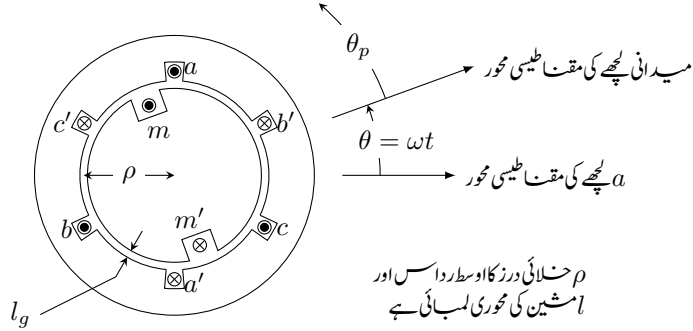
کسی بھی لچھے کے خود امالہ کا حساب کرتے وقت باقی تمام لچھوں کو نظر انداز کریں۔ یوں باقی تمام لچھوں میں برقی رو صفر تصور کریں، یعنی ان لچھوں کے سرے آزاد رکھیں۔ کسی ایک لچھے کے خود امالہ کو پیسے ناپتے وقت بھی باقی تمام لچھوں کے سرے آزاد رکھیں جائیں گے۔

^{۱۱} lost synchronism

^{۱۲} circuit breaker

^{۱۳} induction motor

^{۱۴} line current



۶.۲.۱ خود امالہ

گھومتے یا ساکن لچھے کا خود امالہ L زاویہ θ پر منحصر نہیں ہوگا۔ ان میں سے کسی بھی لچھے کا مقناطیسی دباؤ τ

$$(۶.۱) \quad \tau = k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{1}{2} \cos \theta_p$$

حنائے درز میں درج ذیل کثافت مقناطیسی ہوا B پیدا کرے گا جہاں θ_p لچھے کے محور سے ناپا جائے گا۔

$$(۶.۲) \quad B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{\tau}{l_g} = \mu_0 k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{1}{2l_g} \cos \theta_p$$

یہ مساوات زاویہ θ_p کے ساتھ کثافت مقناطیسی دباؤ B کا تعلق پیش کرتی ہے۔ اس مساوات کا سطحی تکمل^{۱۵} لچھے کے ایک قطب پر کل مقناطیسی ہوا ϕ دے گا۔

$$(۶.۳) \quad \begin{aligned} \phi &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B l \rho d\theta_p \\ &= \mu_0 k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{1}{2l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \theta_p d\theta_p \\ &= \frac{4 \mu_0 k_w N i l \rho}{\pi l_g} \end{aligned}$$

surface integral^{۱۵}

باب ۶. یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

ایک لچھے کا خود امالہ L ، مساوات ۲.۲۹ میں حبز و پھیلاؤ k_w کا اثر شامل کرتے ہوئے حاصل کرتے ہیں۔

$$(۱.۴) \quad L = \frac{\lambda}{i} = \frac{k_w N \phi}{i} = \frac{4\mu_0 k_w^2 N^2 l \rho}{\pi l_g}$$

یہ مساوات شکل ۶.۲ میں تینوں قوی لچھوں کا خود امالہ

$$(۱.۵) \quad L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0} = \frac{4\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

اور میدان لچھے کا خود امالہ دیتی ہے۔

$$(۱.۶) \quad L_{mm0} = \frac{4\mu_0 k_{wm}^2 N_m^2 l \rho}{\pi l_g}$$

۶.۲.۲ مشترکہ امالہ

اب ہم دو لچھوں کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ تصور کریں صرف گھومتی لچھا مقناطیسی بہاؤ پیدا کر رہا ہے۔ ہم بہاؤ کے اس حصے، جو a لچھے سے گزرتا ہے، گھومتے لچھا اور a لچھا کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ شکل ۶.۲ میں گھومتے اور a لچھے کے بیچ زاویہ θ ہے۔ ایسی صورت میں $(\frac{\pi}{2} - \theta) < \theta_p < (\frac{\pi}{2} - \theta)$ کے بیچ بہاؤ، a لچھے سے گزرے گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا حساب مساوات ۶.۳ میں مکمل کی حدیں تبدیل کر کے حاصل کرتے ہیں۔

$$(۱.۷) \quad \begin{aligned} \phi_{am} &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} B l \rho d\theta_p \\ &= \mu_0 k_{wm} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} \cos \theta_p d\theta_p \\ &= \frac{4\mu_0 k_{wm} N_m i_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta \end{aligned}$$

یوں گھومتے لچھا اور a لچھا کا مشترکہ امالہ

$$(۱.۸) \quad L_{am} = \frac{\lambda_{am}}{i_m} = \frac{k_{wa} N_a \phi_{am}}{i_m} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta$$

یا

$$(۱.۹) \quad L_{am} = L_{am0} \cos \theta$$

ہوگا جہاں

$$(۶.۱۰) \quad L_{am0} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g}$$

ہے اور $\omega t = \theta$ گھومنے کی رفتار پر منحصر ہوگا۔ اگر چہ مساوات ۶.۹ ایک گھومتے اور ایک ساکن لچھے کے لئے حاصل کی گئی ہے، درحقیقت یہ شکل ۶.۲ میں کسی بھی دو لچھوں کے لئے درست ہے۔ دونوں لچھوں کو ساکن یا دونوں کو متحرک تصور کر کے بھی یہی نتیجہ حاصل ہوگا۔ یوں دو ساکن یکساں لچھے، مثلاً a اور b جن کے بیچ 120° زاویہ ہے، کا مشترکہ امالہ

$$(۶.۱۱) \quad L_{ab} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wb} N_a N_b l \rho}{\pi l_g} \cos 120^\circ = -\frac{2\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

ہوگا جہاں یکسانیت کی بدولت $k_{wb} = k_{wa}$ اور $N_b = N_a$ لئے گئے ہیں۔ اگر تینوں ساکن لچھے بالکل یکساں ہوں تب درج بالا مساوات اور مساوات ۶.۵ کی مدد سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۶.۱۲) \quad L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{L_{aa0}}{2}$$

۶.۲.۳ معاصر امالہ

مشین پر لاگو برقی دباؤ کو مشین کے لچھوں کا خود امالہ، مشترکہ امالہ اور لچھوں کے برقی رو کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہم پہلے لچھوں کی ارتباط مساوی کو ان کے امالہ اور برقی رو کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$(۶.۱۳) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{am} I_m \\ \lambda_b &= L_{ba} i_a + L_{bb} i_b + L_{bc} i_c + L_{bm} I_m \\ \lambda_c &= L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cc} i_c + L_{cm} I_m \\ \lambda_m &= L_{ma} i_a + L_{mb} i_b + L_{mc} i_c + L_{mm} I_m \end{aligned}$$

ان مساوات میں ساکن لچھوں کا بدلتا رو چھوٹے حروف i_a, i_b, i_c جبکہ گھومتے میدان لچھے کا یکساں سست رو بڑے حرف I_m سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ان چار مساوات میں سے ہم کسی ایک کو حل کرتے ہیں۔ چونکہ چاروں مساوات ایک طرح کی ہیں لہذا باقی بھی اسی طرح حل ہوں گی۔ ہم ان میں پہلی مساوات منتخب کرتے ہیں:

$$(۶.۱۴) \quad \lambda_a = L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{am} I_m$$

مساوات ۶.۵ لچھا a کا خود امالہ دیتی ہے اور اس کو حاصل کرتے ہوئے تصور کیا گیا کہ لچھے کا پورا مقناطیسی بہا خلائی درز سے گزرتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا ہے اور مقناطیسی بہا کا کچھ حصہ خلائی درز سے گزر کر دوسری جانب نہیں پہنچ پاتا ہے بلکہ خلائی درز میں رہتے ہوئے لچھے کے گرد چکر کا کچھ حصہ مکمل کرتا ہے۔ مقناطیسی بہا کا یہ حصہ رستا امالہ L_{al} پیدا کرتا ہے جو ٹرانسفارمر کے رستا امالہ کی طرح ہوتا ہے۔ یوں لچھے کا کل خود امالہ L_{aa} دو حصوں پر مشتمل ہوگا:

$$(۶.۱۵) \quad L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$$

باب ۶. یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

ہم مساوات ۶.۵، مساوات ۶.۹، مساوات ۶.۱۲ اور مساوات ۶.۱۵ کی مدد سے مساوات ۶.۱۳ کو درج ذیل صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al}) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} i_b - \frac{L_{aa0}}{2} i_c + L_{am0} I_m \cos \omega t \\ (۶.۱۲) \quad &= (L_{aa0} + L_{al}) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} (i_b + i_c) + L_{am0} I_m \cos \omega t \end{aligned}$$

اب تین دوری برقی رو کا مجموعہ صفر ہوتا ہے

$$(۶.۱۲) \quad i_a + i_b + i_c = 0$$

لہذا مساوات ۶.۱۲ میں اس کو استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al}) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} (-i_a) + L_{am0} I_m \cos \omega t \\ (۶.۱۸) \quad &= \left(\frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al} \right) i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t \\ &= L_s i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t \end{aligned}$$

حاصل ہو گا جہاں

$$(۶.۱۹) \quad L_s = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al}$$

کو معاصر امالہ^{۱۴} کہتے ہیں۔

مساوات ۶.۱۹ اور مساوات ۵.۳۹ پر ایک مرتب دوبارہ غور کریں۔ یہ دونوں ایک دوسرے جیسے ہیں۔ وہاں کل گھومتا مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا $\frac{3}{2}$ گنا تھا اور یہاں معاصر امالہ ایک لچھے کے امالہ کا $\frac{3}{2}$ گنا ہے۔ یہ دو مساوات ایک ہی حقیقت کے دو پہلو ہیں۔

معاصر امالہ تین حصوں پر مشتمل ہے۔ پہلا حصہ L_{aa0} ہے جو a لچھے کا خود امالہ ہے۔ دوسرا حصہ $\frac{L_{aa0}}{2}$ ، لچھا a کا باقی دو لچھوں کے ساتھ اس صورت مشترکہ امالہ ہے جب مشین میں تین دوری متوازن برقی رو ہو۔ تیسرا حصہ L_{al} ، لچھا a کا رستا امالہ ہے۔ یوں متوازن برقی رو کی صورت میں معاصر امالہ، مشین کے ایک لچھے کا ظاہری امالہ ہوتا ہے۔

مثال ۶.۱: ایک معاصر جنریٹر کا ایک دوری کل خود امالہ 2.2 mH اور رستا امالہ 0.2 mH ہے۔ اس مشین کی دو قوی لچھوں کا مشترکہ امالہ اور مشین کا معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: چونکہ $L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$ ہوتا ہے لہذا $L_{aa0} = 2 \text{ mH}$ ہو گا۔ مساوات ۶.۱۲ کی مدد سے $L_{ab} = 1 \text{ mH}$ اور مساوات ۶.۱۹ کی مدد سے $L_s = 3.2 \text{ mH}$ ہو گا۔ □



شکل ۶.۳: معاصر موٹر کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ۔

۶.۳ معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ

لچھا a پر لاگو برقی دباؤ لچھے کی مسزاحت R_a میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ اور λ_a کے برقی دباؤ کے برابر ہوگا

$$\begin{aligned}
 v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \\
 (۶.۲۰) \quad &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} - \omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{am}
 \end{aligned}$$

جہاں

$$\begin{aligned}
 e_{am} &= -\omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 (۶.۲۱) \quad &= \omega L_{am0} I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned}$$

نیچانی برقی دباؤ یا اندرونی پیدا برقی دباؤ کہلاتا ہے جو گھومتے لچھے سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ اس کی موثر قیمت $E_{am,rms}$ مساوات ۱.۴۲ سے حاصل ہوگی۔

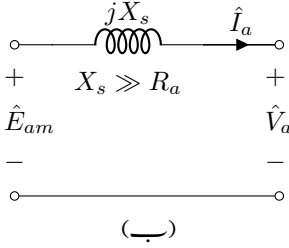
$$(۶.۲۲) \quad E_{am,rms} = \frac{\omega L_{am0} I_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f L_{am0} I_m$$

مساوات ۶.۲۰ کو ایک برقی دور سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جسے شکل ۶.۳ میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی برقی دور میں لاگو برقی دباؤ کے مثبت سرے (مثبت) رو خارج ہوتا ہے۔ یوں اس شکل میں برقی رو i_a لاگو برقی دباؤ v_a کے مثبت سرے خارج ہوتا ہے۔ شکل ۶.۳ ایک موٹر کو ظاہر کرتی ہے جہاں موٹر کے مثبت سروں پر برقی رو داخل ہوتا ہے۔ اگر موٹر کی بجائے ایک معاصر جنسریٹر کی بات ہوتی ہے جنسریٹر برقی دباؤ پیدا کرتا اور برقی رو اس جنسریٹر کے مثبت سرے خارج ہوتا ہے اور ہمیں شکل ۶.۳ کی بجائے شکل ۶.۴ حاصل ہوتا ہے۔ شکل ۶.۴ سے جنسریٹر کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$(۶.۲۳) \quad e_{am} = i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + v_a$$



شکل ۶.۴: معاصر جنریٹر کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ۔



شکل ۶.۵: معاصر جنریٹر کے مساوی ادوار۔

دھیان رہے کہ جنریٹر کے مساوی دور میں برقی رو کا مثبت رخ، موٹر کے مساوی دور میں برقی رو کے مثبت رخ کا الٹ ہے۔ مساوات ۶.۲۳ کی دوری سمتیہ روپ

$$\hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s + \hat{V}_a \quad (۶.۲۴)$$

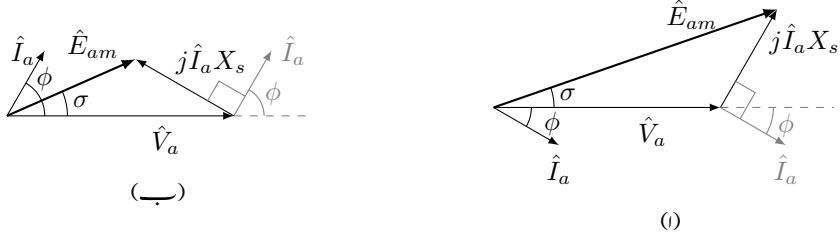
ہوگی جس کو شکل ۶.۵-۱ میں دکھایا گیا ہے۔
 مثال ۶.۲: دو قطب، 50 ہرٹز کا ایک معاصر جنریٹر 40 ایمپیئر میدان برقی رو پر 2100 وولٹ ایک دوری موٹر برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔ اس مشین کے قوی اور میدان پچھوں کا مشترکہ امالہ تلاش کریں۔
 حل: مساوات ۶.۲۲ سے L_{am} حاصل کرتے ہیں۔

$$L_{am} = \frac{\sqrt{2} E_{am}}{\omega I_m} = \frac{\sqrt{2} \times 2100}{2 \times \pi \times 50 \times 40} = 0.2363 \text{ H} \quad (۶.۲۵)$$

□

۶.۴ برقی طاقت کی منتقلی

ٹرانسفارمر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) شکل ۳.۲۳ میں اور معاصر جنریٹر کا مساوی دور شکل ۶.۵ میں دکھایا گیا ہے۔ یہ مساوی ادوار ایک دوسرے جیسے ہیں، لہذا امند رجب ذیل بیان دونوں کے لئے درست ہوگا، اگرچہ یہاں ہمیں صرف معاصر مشینوں سے دلچسپی ہے۔



شکل ۶.۶: معاصر جنریٹر کا دوری سمتیہ۔

معاصر مشینوں میں عموماً X_s کی قیمت R_a کی قیمت سے سو یا دو سو گنا زیادہ ہوگی۔ یوں $R_a \gg X_s$ ہوگا اور R_a کو رد کرنا ممکن ہوگا۔ اس طرح شکل ۶.۵-۱ سے شکل ۶.۵-۲ ب حاصل ہوگا اور مساوات ۶.۴۴ درج ذیل صورت اختیار کرے گی۔

$$(۶.۴۶) \quad \hat{E}_{am} = j\hat{I}_a X_s + \hat{V}_a$$

شکل ۶.۵-۲ کو ایک لمحہ کے لئے ایک سادہ برقی دور تصور کریں جہاں ایک متعاملہ jX_s کو بائیں \hat{E}_{am} اور دائیں \hat{V}_a برقی دباؤ منراہم کی گئی ہے۔ اس برقی دور میں برقی طاقت کی منتقلی پر غور کرتے ہیں۔ شکل ۶.۵-۲ کی دوری سمتیہ صورت (مساوات ۶.۴۶) کو شکل ۶.۶ میں دکھایا گیا ہے۔ شکل ۶.۶-۱ میں \hat{V}_a کے لحاظ سے \hat{I}_a زاویہ ϕ پیچھے جبکہ شکل ۶.۶-۲ میں ϕ آگے ہے۔ زاویات افقی لکیر سے حلاف گھڑی ناپے جاتے ہیں لہذا شکل ۶.۶-۱ میں ϕ منفی اور σ مثبت ہیں جبکہ شکل ۶.۶-۲ میں دونوں زاویات مثبت ہیں۔ شکل ۶.۵-۲ میں طاقت p_v بائیں سے دائیں منتقل ہو رہی ہے:

$$(۶.۴۷) \quad p_v = V_a I_a \cos \phi$$

مساوات ۶.۴۶ اور شکل ۶.۶-۱ سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۶.۴۸) \quad \begin{aligned} \hat{I}_a &= I_a / \phi = \frac{\hat{E}_{am} - \hat{V}_a}{jX_s} \\ &= \frac{E_{am} \angle \sigma - V_a \angle 0}{X_s \angle \frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{E_{am}}{X_s} \angle \sigma - \frac{\pi}{2} - \frac{V_a}{X_s} \angle -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

شکل ۶.۶ سے واضح ہے کہ درج بالا مساوات میں \hat{I}_a کا حقیقی جزو \hat{V}_a کا ہم قدم ہوگا۔ کسی بھی دوری سمتیہ $K \angle \alpha$ کو حقیقی افقی جزو $K \cos \alpha$ اور مرضی عمودی جزو $jK \sin \alpha$ کا مجموعہ تصور کیا جاسکتا ہے۔ مساوات ۶.۴۸ کے

آجنری متدم میں دائیں ہاتھ کے حقیقی اجزاء سے روکا حقیقی جزو حاصل ہوگا:

$$\begin{aligned} I_a \cos \phi &= \frac{E_{am}}{X_s} \cos \left(\sigma - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{V_a}{X_s} \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) \\ (۶.۲۹) \quad &= \frac{E_{am}}{X_s} \sin \sigma \end{aligned}$$

اس کو مساوات ۶.۲۷ کے ساتھ ملا کر درج ذیل ملتا ہے۔

$$(۶.۳۰) \quad p_v = \frac{V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

تین دوری معاصر مشین کے لئے اس مساوات کو تین سے ضرب کرنا ہوگا:

$$(۶.۳۱) \quad p_v = \frac{3V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

مساوات ۶.۳۱ طاقت بالقابل زاویہ^{۱۸} کا قانون پیش کرتی ہے۔ اٹل V_a کی صورت میں جنریٹر E_{am} یا (اور) σ بڑھا کر طاقت بڑھا سکتا ہے۔ گھومتے میدان لچھے میں برقی رو بڑھا کر E_{am} بڑھایا جاتا ہے جو ایک حد تک کرنا ممکن ہوگا چونکہ میدان لچھے کی مسزاحت میں برقی توانائی ضائع ہونے سے لچھا گرم ہوگا جس کو خطرناک حد تک پہنچنے نہیں دیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح σ کو نوے زاویہ تک بڑھایا جاسکتا ہے جس پر، کسی مخصوص E_{am} کے لئے، جنریٹر زیادہ سے زیادہ طاقت مہیا کرے گا:

$$(۶.۳۲) \quad p_{v, \text{اِتہا}} = \frac{3V_a E_{am}}{X_s} \quad (\sin 90^\circ = 1)$$

حقیقت میں جنریٹر کی بناوٹ یوں کی جاتی ہے کہ بناوٹی (قابل استعمال) طاقت نوے درجے سے کافی کم زاویہ پر ممکن ہو۔ نوے درجے پر جنریٹر کو تباہ کن مشکل ہوتا ہے۔

مثال ۶.۳: ایک 50 قطبی، ستارہ، تین دوری 50 ہرٹز، 2300 وولٹ دباو تار پر چلنے والی 1800 کلو وولٹ-ایمپیئر معاصر مشین کا ایک دوری معاصر امالہ 2.1 اوہم ہے۔

• مشین کے برقی سروں پر 2300 وولٹ دباو تار مہیا کیا جاتا ہے جبکہ اس کامیدانی برقی رو اتنا رکھا جاتا ہے کہ پورے بوجھ پر مشین کا جزو طاقت ایک کے برابر ہو۔ اس مشین سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مسروڑ حاصل کی جاسکتی ہے؟

• اس موٹر کو 2 قطبی، 3000 چکر فی منٹ، تین دوری، ستارہ، 2300 وولٹ دباو تار پیدا کرنے والا 2200 کلو وولٹ-ایمپیئر کے معاصر جنریٹر سے چلایا جاتا ہے جس کا ایک دوری معاصر امالہ 2.3 اوہم ہے۔ موٹر پر اس کا پورا برقی بوجھ لا کر جنریٹر کو معاصر رفتار پر چلاتے ہوئے دونوں مشینوں کے میدان برقی رو تبدیل کیے جاتے ہیں حتیٰ کہ موٹر ایک جزو طاقت پر چلنے لگے۔ دونوں مشینوں کا میدان برقی رو یہاں برقرار رکھ کر موٹر پر بوجھ آہستہ آہستہ بڑھایا جاتا ہے۔ اس صورت میں موٹر سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مسروڑ حاصل کی جاسکتی ہے اور اس کی سروں پر دباو تار کتنا ہوگا؟



شکل ۶.۷: معاصر جنریٹر معاصر موٹر چلا رہا ہے۔

حل:

- شکل ۶.۷-۶ اور ۶.۷-ب سے رجوع کریں۔ یک دوری برقی دباؤ اور کل برقی رور درج ذیل ہوں گے۔

$$\frac{2300}{\sqrt{3}} = 1327.9 \text{ V}$$

$$\frac{1\ 800\ 000}{\sqrt{3} \times 2300} = 451.84 \text{ A}$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\hat{E}_{am,m} &= \hat{V}_a - j\hat{I}_a X_{s,m} \\ &= 1327.9\angle 0^\circ - j451.84\angle 0^\circ \times 2.1 \\ &= 1327.9 - j948.864 \\ &= 1632\angle -35.548^\circ\end{aligned}$$

مسوات ۶.۳۲ سے یک دوری زیادہ سے زیادہ برقی طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$p_{\text{تب}} = \frac{1327.9 \times 1632}{2.1} = 1\ 031\ 968 \text{ W}$$

اس طرح تین دوری زیادہ سے زیادہ طاقت 3 095 904 واٹ ہو گی۔ 50 ہرٹز اور 50 قطب سے مشین کی معاصر میکانی رفتار مساوات ۵.۵۳ کی مدد سے دو چکر فی سیکنڈ حاصل ہوتی ہے یعنی $f_m = 2$ ۔ یوں مشین سے درج ذیل زیادہ سے زیادہ قوت مسروڑ حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$T_{\text{تب}} = \frac{p_{\text{تب}}}{2\pi f_m} = \frac{3095904}{2 \times \pi \times 2} = 246\ 364 \text{ N m}$$

موٹر پر اس سے زیادہ قوت مسروڑ کا بوجھ مسلط کرنے سے موٹر رک جائے گی جبکہ جنریٹر کی رفتار بے متابو بڑھنے شروع ہو جائے گی۔ خود کار منقطع کار اس لمحہ پر نظام کو روک دیگا۔

- شکل ۶.۷-ج سے رجوع کریں۔ اس مثال کے پہلے حبز کی طرح یہاں بھی موٹر کے برقی سروں پر دباؤ 2300 وولٹ اور محرک برقی دباؤ 1632 وولٹ ہوں گے۔ جنریٹر کا محرک برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\hat{E}_{am,g} &= \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_{s,g} \\ &= 1327.9\angle 0^\circ + j451.84\angle 0^\circ \times 2.3 \\ &= 1327.9 + j1039.233 \\ &= 1686\angle 38.047^\circ\end{aligned}$$

یہ صورت شکل ۶.۷-د میں دکھائی گئی ہے۔

جیسا شکل ۶.۷-ھ میں دکھایا گیا ہے، موٹر اس وقت زیادہ سے زیادہ طاقت پیدا کرے گی جب $\hat{E}_{am,g}$ آپس میں 90° زاویہ پر ہوں۔

یہاں مساوات ۶.۳۲ میں ایک معاصر امالہ کی بجائے موٹر اور جنسریٹر کے سلسلہ وار حبڑے امالہ ہوں گے اور دو برقی دباؤ اب موٹر اور جنسریٹر کے محرک برقی دباؤ ہوں گے۔ یوں موٹر کی یک دوری زیادہ سے زیادہ طاقت درج ذیل ہوگی۔

$$p_{\text{اِتہب}} = \frac{1686 \times 1632}{2.3 + 2.1} = 625\,352 \text{ W}$$

اس طرح تین دوری طاقت 1 876 056 واٹ اور زیادہ سے زیادہ قوت مسروڈ درج ذیل ہوگی۔

$$T_{\text{اِتہب}} = \frac{1876056}{2 \times \pi \times 2} = 149\,291 \text{ N m}$$

شکل ۶.۷-ھ میں $\hat{E}_{am,m}$ اور $\hat{E}_{am,g}$ آپس میں عمودی ہیں لہذا درج ذیل ہوگا۔

$$I_a(X_{s,g} + X_{s,m}) = \sqrt{E_{am,m}^2 + E_{am,g}^2} = 2346 \text{ V}$$

$$I_a = \frac{2346}{2.1 + 2.3} = 533 \text{ A}$$

$$I_a X_{sg} = 533 \times 2.1 = 1119.9 \text{ V}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{1686}{1632} = 45.93^\circ$$

یوں دوری دباؤ V_a ، جو صفر زاویہ پر تصور کیا جاتا ہے، درج ذیل ہوگا۔

$$V_a = \sqrt{1632^2 + 1119.9^2} - 2 \times 1632 \times 1119.9 \times \cos 45.93^\circ = 1172.7 \text{ V}$$

لامستثنائی نظام کی بجائے موٹر کو جنسریٹر سے طاقت مہیا کر کے، موٹر پر بوجھ بڑھانے سے موٹر کے سروں پر برقی دباؤ گھٹتا ہے جس کی بنا زیادہ سے زیادہ ممکن طاقت 3095 kW سے گھٹ کر 1876 kW رہ گئی ہے۔ موٹر کی سروں پر برقی دباؤ \hat{V}_a اور برقی رو \hat{I}_a ہم قدم نہیں ہیں۔ □

۶.۵ یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خواص

۶.۵.۱ معاصر جنسریٹر: برقی بوجھ بالقابل I_m کے خط

شکل ۶.۵-ب کی دوری سمتیہ مساوات

$$(۶.۳۳) \quad \hat{E}_{am} = \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_s$$

میں $\hat{I}_a = I_a / \underline{\phi}$ لیتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(۶.۳۴) \quad E_{am} \underline{\sigma} = V_a \underline{0} + I_a X_s \underline{\sigma} / \frac{\pi}{2} + \phi$$



برقی باریا قوی لچھے کا برقی ردو I_a

شکل ۶.۸: جنریٹر: برقی بوجھ بالقابل I_m کے خط

جس کو بطور مخلوط عدد^{۱۹}

$$\begin{aligned} E_{am} \cos \sigma + j E_{am} \sin \sigma &= V_a \cos 0 + j V_a \sin 0 + I_a X_s \cos \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) + j I_a X_s \sin \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a - I_a X_s \sin \phi + j I_a X_s \cos \phi \\ &= E_{am,x} + j E_{am,y} \end{aligned}$$

لکھ سکتے ہیں۔ اس سے \hat{E}_{am} یعنی حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} |\hat{E}_{am}| &= E_{am} = \sqrt{E_{am,x}^2 + E_{am,y}^2} \\ (۶.۳۵) \quad &= \sqrt{(V_a - I_a X_s \sin \phi)^2 + (I_a X_s \cos \phi)^2} \\ &= \sqrt{V_a^2 + (I_a X_s)^2 - 2 V_a I_a X_s \sin \phi} \end{aligned}$$

جنریٹر کے سرورں پر V_a اٹل رکھتے ہوئے مختلف ϕ کے لئے E_{am} بالقابل I_a کے خط شکل ۶.۸ میں دکھائے گئے ہیں۔ یہ خطوط مساوات ۶.۳۵ دیتی ہے۔ چونکہ E_{am} اور I_m راست متناسب ہیں اور کسی مخصوص حبز و طاقت اور معین V_a کے لئے جنریٹر کی طاقت I_a کے راست متناسب ہوتی ہے لہذا یہی ترسیماں I_m بالقابل جنریٹر کی طاقت کو بھی ظاہر کرتی ہیں۔

^{۱۹} complex number

۶.۵.۲ معاصر موثر: I_a بالمقابل I_m کے خط

معاصر موثر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) شکل ۶.۳ اور دوری سمتیہ شکل ۶.۹ میں دکھایا گیا ہے۔ مسز سمت نظر انداز کر کے اس کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_a &= \hat{E}_{am} + j\hat{I}_a X_s \\ V_a \angle 0 &= E_{am} \angle \sigma + j I_a \angle \phi X_s \\ &= E_{am} \angle \sigma + I_a X_s \angle \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right)\end{aligned}\quad (۶.۳۶)$$

اس مساوات میں موثر پر لاگو برقی دباؤ \hat{V}_a کے حوالہ سے زاویات کی پیمائش کی گئی ہے لہذا \hat{V}_a کا زاویہ صفر ہو گا۔ یاد رہے کہ مثبت زاویہ کی پیمائش افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ہوگی لہذا پیش زاویہ 20 مثبت اور تاخیر زاویہ 21 منفی ہوگا۔ اس مساوات سے امالی دباؤ E_{am} حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}E_{am} \angle \sigma &= V_a \angle 0 - I_a X_s \angle \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a - I_a X_s \cos \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) - j I_a X_s \sin \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a + I_a X_s \sin \phi - j I_a X_s \cos \phi\end{aligned}$$

یوں $|E_{am}|$ درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned}|E_{am}| &= \sqrt{(V_a + I_a X_s \sin \phi)^2 + (I_a X_s \cos \phi)^2} \\ &= \sqrt{V_a^2 + I_a^2 X_s^2 + 2V_a I_a X_s \sin \phi}\end{aligned}\quad (۶.۳۷)$$

موثر پر لاگو برقی دباؤ اور اس پر میکانی بوجھ کو 0% ، 25% اور 75% پر رکھ کر، موثر کے E_{am} بالمقابل I_a خطوط، مساوات ۶.۳۷ سے شکل ۶.۱۰ میں ترسیم کیے گئے ہیں۔ چونکہ امالی دباؤ I_m کا راستہ مستناسب ہوتا ہے لہذا یہی موثر کے I_m بالمقابل I_a خطوط بھی ہوں گے۔ ان میں سے ہر خط ایک معین میکانی بوجھ p کے لئے ہے جہاں p درج ذیل ہوگا۔

$$p = V_a I_a \cos \phi \quad (۶.۳۸)$$

اس مساوات کے تحت p اور V_a تبدیل کیے بغیر جزو طاقت تبدیل کر کے I_a تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ شکل ۶.۱۰ کے حصول میں مساوات ۶.۳۷ کو مساوات ۶.۳۸ کی مدد سے ترسیم کیا جاتا ہے۔ مخصوص V_a اور p کے لئے مختلف I_a پر مساوات ۶.۳۸ سے ϕ حاصل کیا جاتا ہے۔ اس کے بعد ہر انفرادی I_a اور مطابقتی ϕ کو مساوات ۶.۳۷ میں پر کر کے E_{am} حاصل کیا جاتا ہے۔ مخصوص p کے لئے E_{am} بالمقابل I_a ترسیم کیے جاتے ہیں۔ شکل ۶.۱۰ میں 0% ، 25% اور 75% طاقت کے لئے ترسیمات پیش کی گئی ہیں۔

موثر کے خطوط سے واضح ہے کہ I_m تبدیل کر کے موثر کا جزو طاقت تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ یوں موثر کو پیش زاویہ یا تاخیر زاویہ پر چلا جاسکتا ہے۔ موثر کو پیش زاویہ چلا کر بطور ایک برقی گھیر 22 استعمال کیا جاسکتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں کیا جاتا ہے چونکہ معاصر موثر سے برق گھیر زیادہ مستاد ستیاب ہوتا ہے۔

leading angle²⁰
lagging angle²¹
capacitor²²



شکل ۶.۹: موٹر کا دوری سمتیہ۔



میدانی لچے کا برقی رو I_m

شکل ۶.۱۰: موٹر کی I_m بالقابل I_a ترسیم۔



شکل ۶.۱۱: کھلا دور خط اور متالبی ضیاع۔

۶.۶ کھلا دور اور قصر دور معائنہ

معاصر مشین کا مساوی دور بنانے کے لئے مساوی دور کے اجزاء حسانت لازم ہے جنہیں دو قسم کے معائنوں سے معلوم کیا جاتا ہے۔ انہیں کھلا دور معائنہ اور قصر دور معائنہ کہتے ہیں۔ ان معائنوں سے متالب کی سیرایت کے اثرات بھی احساگر ہوتے ہیں۔ اسی قسم کے معائنے ٹرانسفارمر کے بھی کیے جاتے ہیں جہاں کھلا دور معائنہ ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی دباؤ جبکہ قصر دور معائنہ بناوٹی برقی رو پر کیا جاتا ہے۔ یہاں بھی ایسا کیا جائے گا۔

۶.۶.۱ کھلا دور معائنہ

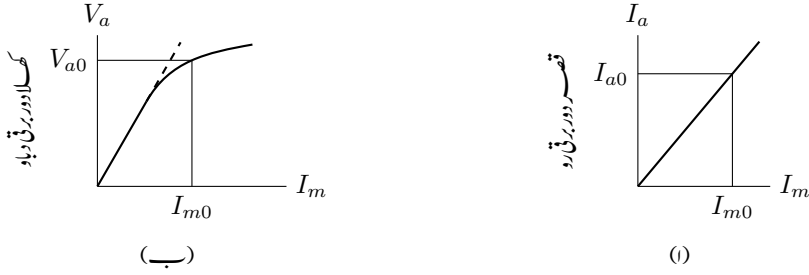
معاصر مشین کے برقی سرے کھلا رکھ کر، مشین کو معاصر رفتار پر گھماتے ہوئے مختلف I_m پر پیدا ہونے والی دباؤ V_a مشین کے سروں پر ناپا جاتا ہے۔ شکل ۶.۱۱-۱ میں پیمائشی رو I_m بالمقابل دباؤ V_a کی ترسیم دکھائی گئی ہے۔ یہ ترسیم مشین کی کھلا دور خاصیت ظاہر کرتی ہے۔ یہ ترسیم مشین بنانے والے بھی مہیا کر سکتے ہیں۔

اس کتاب کے حصہ ۲.۸ میں بتایا گیا کہ متالب پر لاگو مقناطیسی دباؤ بڑھانے سے متالب میں مقناطیسی ہوا بڑھتا ہے البتہ جلد ہی متالب سیراب ہو جاتا ہے۔ یہ اثر شکل ۶.۱۱-۱ میں ترسیم کے چمکاو سے واضح ہے۔ متالب سیراب نہ ہونے کی صورت میں ترسیم نقطہ دار سیدھی لکیر کی پیروی کرتی۔ مشین کا بناوٹی برقی دباؤ اور اس کے حصول کے لئے درکار رو I_{m0} بھی دکھائے گئے ہیں۔

کھلا دور معائنہ کے دوران دوسرے پر میکانی طاقت p_1 کی پیمائش بے بوجھ مشین کا ضیاع طاقت دے گی۔ اس کا بیشتر حصہ رگڑی ضیاع، کچھ متالبی ضیاع اور کچھ گھومتے لچھے کا ضیاع ہو گا۔ یاد رہے گھومتے لچھے کو عموماً دوسرے پر نسب یک سمت جنسریٹر برقی توانائی منراہم کرتا ہے جس کو از خود طاقت محرک^{۲۳} منراہم کرتا ہے۔ رگڑی ضیاع کا مشین پر لدے بوجھ سے کوئی خاص تعلق نہیں پایا جاتا ہے لہذا بے بوجھ مشین اور بوجھ بردار مشین کا رگڑی ضیاع ایک جیسا تصور کیا جاتا ہے۔

رو I_m منسر رکھتے ہوئے دوبارہ دوسرے پر میکانی طاقت p_2 کی پیمائش صرف رگڑی ضیاع دے گا۔ ان پیمائشوں کا منفرق $(p_1 - p_2)$ متالبی ضیاع اور گھومتے لچھے کا برقی ضیاع ہو گا۔ گھومتے لچھے میں برقی ضیاع بہت کم ہوتا ہے اور اس

^{۲۳} گھومتے لچھے کو توانائی یک سمت رو جنسریٹر مہیا کرتا ہے اور اس جنسریٹر کو دوسرے سے توانائی موصول ہوتی ہے۔



شکل ۶.۱۲: قصر دور خط اور کھلے دور خط۔

کو عموماً متالب کے ضیاع کا حصہ تصور کیا جاتا ہے۔ یوں پیمائش کردہ متالبی ضیاع کی ترسیم شکل ۶.۱۱-ب میں دی گئی ہے۔

۶.۶.۲ قصر دور معائنہ

معاصر مشین کو معاصر رفتار پر بطور جنریٹر چلاتے ہوئے ساکن لچھا قصر دور کر کے مختلف I_m پر قصر دور برقی رو I_a ناپا جاتا ہے۔ ان کی ترسیم شکل ۶.۱۲-۱ میں دی گئی ہے جو قصر دور مشین کی خاصیت ظاہر کرتی ہے۔ قصر دور معائنہ کے دوران دھیان رہے کہ I_a خطرناک حد تک بڑھ نہ جائے۔ جنریٹر کے بناوٹی I_a یا اس سے دگنی قیمت سے رو کو کم رکھا جاتا ہے۔ ایسا نہ کرنے سے مشین گرم ہو کر تباہ ہو سکتی ہے۔ قصر دور مشین میں بناوٹی برقی دباؤ کے دس سے پندرہ فی صد برقی دباؤ پر مشین میں سو فی صد برقی رو پایا جاتا ہے۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے حتمائی درز میں اسی تناسب سے کم مقناطیسی بہاؤ درکار ہوگا۔ شکل ۶.۱۵-۱ میں جنریٹر کا مساوی برقی دور دکھایا گیا ہے جسے شکل ۶.۱۳ میں قصر دور دکھایا گیا ہے۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

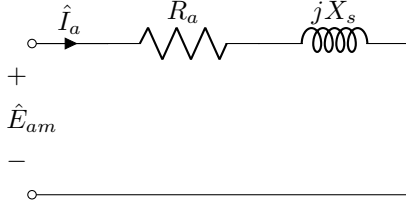
$$(۶.۳۹) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s$$

$X_s \gg R_a$ کی بنیاد پر R_a نظر انداز کر کے اس مساوات سے معاصر امالہ حاصل ہوگا۔

$$(۶.۴۰) \quad X_s = \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|} = \frac{E_{am}}{I_a}$$

مساوات ۶.۴۰ میں \hat{I}_a قصر دور مشین کا برقی رو اور \hat{E}_{am} اسی حال میں مشین کے ایک دور کا امالی دباؤ ہے۔ کھلے دور مشین میں \hat{I}_a صفر ہوتا ہے۔ مساوات ۶.۳۳ سے واضح ہے کہ \hat{I}_a صفر ہونے کی صورت میں \hat{E}_{am} اور \hat{V}_a برابر ہوں گے۔ یوں کسی معین I_{m0} پر شکل ۶.۱۲-۱ سے I_{a0} اور شکل ۶.۱۲-ب سے V_{a0} پڑھ کر X_s کی قیمت حاصل کی جا سکتی ہے۔

$$(۶.۴۱) \quad X_s = \frac{V_{a0}}{I_{a0}}$$



$$\begin{aligned}\hat{E}_{am} &= \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s \\ &\approx j \hat{I}_a X_s \quad (X_s \gg R_a) \\ X_s &= \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|}\end{aligned}$$

شکل ۶.۱۳: معاصر امالہ۔

معاصر امالہ کو عموماً مشین کے پورے (ہناوٹی) برقی دباؤ پر معلوم کیا جاتا ہے تاکہ متالب کی سیرایت کے اثرات کو بھی شامل ہوں۔ مشین کو ستارہ نہ تصور کر کے اس کا ایک دوری X_s حاصل کیا جاتا ہے۔ یوں اگر معائنہ میں مشین کا تار برقی دباؤ ^{۲۲}V ناپا گیا ہو تب ضروری ہے کہ اس کو $\sqrt{3}$ سے تقسیم کر کے ایک دوری دباؤ حاصل کر کے مساوات ۶.۴۱ میں استعمال کیا جائے۔

$$(۶.۴۲) \quad V_{یکدوری} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}}$$

مثال ۶.۴: ایک 75 کلو وولٹ - ایمپیئر، ستارہ، 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کا کھلا دور اور قصردور معائنہ کیا گیا۔ حاصل نتائج درج ذیل ہیں۔

• کھلا دور معائنہ: $V_{\pi} = 415$ V اور $I_m = 3.2$ A ہیں۔

• قصردور معائنہ: جس لمحہ قوی لچھے کا برقی رو 104 A تھ اس لمحہ میدانی لچھے کا برقی رو 2.64 A تھ اور جس لمحہ قوی لچھے کا برقی رو 126 A تھ اس لمحہ میدانی لچھے کا برقی رو 3.2 A تھ۔

اس مشین کا معاصر امالہ تلاش کریں۔
حل: ایک دوری برقی دباؤ درج ذیل ہوگا۔

$$V_{یکدوری} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}} = \frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$$

کھلا دور مشین پر 239.6 وولٹ کے لئے 3.2 ایمپیئر میدانی برقی رو درکار ہوگا جبکہ 3.2 ایمپیئر میدانی برقی رو پر قصردور برقی رو 126 ایمپیئر ہوگا لہذا ایک دوری معاصر امالہ درج ذیل ہوگا۔

$$X_s = \frac{239.6}{126} = 1.901$$

□



شکل ۶.۱۴: قصر دور معاصر مشین میں ضیاع طاقت۔

قصر دور معاصر کے دوران دھڑے پر لاگو میکانی طاقت p_3 کی پیمائش سے قصر دور مشین کا کل ضیاع حاصل ہوگا۔ p_3 ناپتے وقت قصر دور برقی رو $I_{a,3}$ بھی ناپ لیں۔ اس ضیاع کا کچھ حصہ متالبی ضیاع، کچھ دونوں لچھوں میں برقی ضیاع اور کچھ رگڑی (میکانی) ضیاع ہوگا۔ شکل ۶.۱۴ میں ضیاع طاقت بالقابل قصر دور برقی رو دکھایا گیا ہے۔ ضیاع p_3 سے، کھلا دور معاصر میں حاصل، رگڑی ضیاع p_2 منفی کرنے سے لچھوں کا ضیاع اور متالبی ضیاع حاصل ہوگا۔ جیسا پہلے ذکر کیا گیا، صرف دس تا بیس فی صد ہناوٹی برقی دباؤ پر قصر دور مشین میں ہناوٹی روپایا جائے گا۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے درکار مقناطیسی ہوا اتنا ہی کم ہوگا۔ اتنے کم مقناطیسی ہوا پر متالبی ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ مزید، قصر دور معاصر مشین کے گھومتے لچھے کا برقی ضیاع ساکن لچھے کے برقی ضیاع سے بہت کم ہوگا لہذا گھومتے لچھے کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں $(p_3 - p_2)$ کو ساکن لچھے کا برقی ضیاع تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں درج ذیل ہوگا

$$p_3 - p_2 = I_{a,3}^2 R_a$$

جس سے معاصر مشین کی مساوی مزاحمت حاصل ہوگی۔

$$R_a = \frac{p_3 - p_2}{I_{a,3}^2} \quad (۶.۱۴)$$

مثال ۶.۵: ایک 75 کلو وولٹ - ایم پی، 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کے پورے (ہناوٹی) برقی رو پر کل قصر دور طاقت کا ضیاع 2.2 کلو واٹ ہے۔ اس مشین کی ایک دوری موثر مزاحمت حاصل کریں۔
حل: ایک دوری ضیاع $733.33 \text{ W} = \frac{2200}{3}$ ہے۔ مشین کے پوری برقی رو درج ذیل ہوگا۔

$$\frac{75000}{\sqrt{3}V_{tr}} = 104.34 \text{ A}$$

یوں مشین کی موثر مزاحمت درج ذیل ہوگی۔

$$R_a = \frac{733.33}{104.34^2} = 0.067$$

□

مثال ۶.۶: شکل ۶.۱۵ میں 500 وولٹ، 50 ہرٹز، 4 قطب، ستارہ، معاصر جنریٹر کا کھلے دور خط دکھایا گیا ہے۔ اس جنریٹر کا معاصر امالہ 0.1 اوہم اور قوی لچھے کی مزاحمت 0.01 اوہم ہے۔ پورے برقی بوجھ، 0.92 تاخیری



شکل ۶.۱۵: کھلا دور خط۔

حبزوط اُقت^{۲۵} پر جنریٹر 1000 ایمپیئر منراہم کرتا ہے۔ پورے بوجھ پر رگڑی ضیاع اور لچھے کی منراہمت میں ضیاع کا مجموعہ 30 کلو واٹ جبکہ متالپی ضیاع 25 کلو واٹ ہے۔

• جنریٹر کی رفتار معلوم کریں۔

• بے بوجھ جنریٹر کی سروس پر 500 وولٹ برقی دباؤ کتنے میدانی برقی رو پر حاصل ہوگا؟

• اگر جنریٹر پر 0.92 تاخیری حبزوط اُقت، 1000 ایمپیئر کا برقی بوجھ لاداجائے تب جنریٹر کے برقی سروس پر 500 وولٹ بر رفتار رکھنے کے لئے کتنا میدانی برقی رو درکار ہوگا؟

• جنریٹر پورے بوجھ پر کتنی طاقت منراہم کر رہا ہے جبکہ جنریٹر کو محرک کتنی میکانیکی طاقت منراہم کر رہا ہے۔ ان دو سے جنریٹر کی فی صد کارگزار^{۲۶} متلاش کریں۔

• اگر جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروس پر کتنا برقی دباؤ ہوگا؟

• اگر جنریٹر پر 1000 ایمپیئر 0.92 پیش حبزوط اُقت کا بوجھ لاداجائے تو جنریٹر کے برقی سروس پر 500 وولٹ بر رفتار رکھنے کے لئے کتنا میدانی برقی رو درکار ہوگا؟

• ان 1000 ایمپیئر تاخیری حبزوط اُقت اور پیش حبزوط اُقت بوجھوں میں کونسا بوجھ زیادہ میدانی برقی رو پر حاصل ہوگا؟ جنریٹر کس بوجھ سے زیادہ گرم ہوگا؟

حل:

$$f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25 \text{ سے } f_e = \frac{P}{2} f_m = 25 \times 60 = 1500 \text{ سیکنڈ یا } 25 \times 60 \text{ چکر فی منٹ حاصل ہوتا ہے۔}$$

باب ۶. یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

- شکل ۶.۱۵ سے 500 وولٹ کے لئے درکار میدانی برقی رو تقریباً 2.86 ایمپیر پڑھا جاتا ہے۔
- ستارہ برقی دباؤ کے تعلق میں $V_{\text{تار}} = \sqrt{3}V_{\text{یکدوری}} = 289$ سے $V_{\text{یکدوری}} = \frac{500}{\sqrt{3}}$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ ستارہ جوڑ میں یک دوری برقی رو اور تار برقی رو برابر ہوتے ہیں۔ جبزوطاقت کو ستارہ یک دوری برقی دباؤ کے نسبت سے بیان کیا جاتا ہے۔ چونکہ $\cos^{-1} 0.92 = 23.07^\circ$ ہے لہذا اگر برقی سروں پر دباؤ $289/0^\circ$ لکھا جائے تب تاخیری دوری برقی رو $1000/-23.07^\circ$ لکھا جائے گا۔ یوں شکل ۶.۲۳ یا مساوات ۶.۲۳ سے اندرونی پیدا یک دوری برقی دباؤ

$$\begin{aligned}\hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/-23.07^\circ(0.01 + j0.1) \\ &= 349/14.6^\circ\end{aligned}$$

حاصل ہوگا جس سے اندرونی پیدا تار برقی دباؤ $604 = \sqrt{3} \times 349$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل ۶.۱۵ سے اتنے دباؤ کے لئے 4.1 A میدانی برقی رو پڑھا جاتا ہے۔

- جنریٹر اس صورت میں

$$\begin{aligned}p &= \sqrt{3}\hat{V}_a \cdot \hat{I}_a \\ &= \sqrt{3} \times 500 \times 1000 \times 0.92 \\ &= 796\,743\text{ W}\end{aligned}$$

منراہم کرے گا جبکہ محرک

$$p_m = 796.743 + 30 + 25 = 851.74\text{ kW}$$

منراہم کرے گا لہذا اس جنریٹر کی کارگزاری $\eta = \frac{796.743}{851.74} \times 100 = 93.54\%$ ہوگی۔

- جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹانے کے لمحہ پر جنریٹر کے برقی سروں پر 604 وولٹ برقی دباؤ ہوگا۔

- پیش جبزوطاقت کی صورت میں

$$\begin{aligned}\hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/23.07^\circ(0.01 + j0.1) \\ &= 276/20.32^\circ\end{aligned}$$

ہوگا جس سے اندرونی تار برقی دباؤ $478 = \sqrt{3} \times 276$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل ۶.۱۵ سے اتنے دباؤ کے لئے 2.7 A میدانی برقی رو درکار ہوگا۔

- تاخیری جبزوطاقت کے بوجھ پر جنریٹر کو زیادہ میدانی برقی رو درکار ہے۔ میدانی لچھے کی مسزاحت میں اس کی وجہ سے زیادہ برقی طاقت ضائع ہوگی اور جنریٹر زیادہ گرم ہوگا۔

□

مثال ۶.۷: ایک 415 وولٹ، 40 کلو وولٹ-ایمپیر، ستارہ، 0.8 جبزوطاقت، 50 ہرٹز پر چلنے والی معاصر موٹر کا معاصر امالہ 2.2 اوہم ہے جبکہ اس کی مسزاحمت متابل نظر انداز ہے۔ اس کی رگڑ اور لچھوں کی مسزاحمت میں طاقت کا ضیاع ایک کلو وولٹ جبکہ متالبی ضیاع 800 واٹ ہے۔ یہ موٹر 12.2 کلو واٹ میکانی بوجھ سے لدی ہے اور 0.8 پیش جبزوطاقت پر چل رہی ہے۔ یاد رہے کہ معاصر امالہ مشین کو ستارہ نم تصور کرتے ہوئے حاصل کیا جاتا ہے۔

- اس کا دوری سمتیہ بنائیں۔ تار کا برقی رو \hat{I}_t اور قوی لچھے کا برقی رو \hat{I}_a حاصل کریں۔ موٹر کا اندرونی ہیجانی برقی دباؤ \hat{E}_a حاصل کریں۔
- میدانی برقی رو کو بغیر تبدیل کئے، میکانی بوجھ آہستہ آہستہ بڑھا کر دگن کیا جاتا ہے۔ اس صورت میں موٹر کا رد عمل دوری سمتیہ سے واضح کریں۔
- اس دگنے میکانی بوجھ پر قوی لچھے کا برقی رو، تار کا برقی رو اور موٹر کا اندرونی ہیجانی برقی دباؤ حاصل کریں۔ موٹر کا جبزوطاقت بھی حاصل کریں۔

حل:

- ستارہ جبڑی موٹر کے سروں پر یک دوری برقی دباؤ $239.6 \text{ V} = \frac{415}{\sqrt{3}}$ ہوگا جسے صفر زاویہ پر تصور کرتے ہوئے برقی رو کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ یوں $\hat{V}_{sa} = 239.6/0^\circ$ لکھا جائے گا۔ جبزوطاقت 0.8 زاویہ 36.87° کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں تار برقی رو کا پیش زاویہ یہی ہوگا۔ موٹر کو مہیا برقی طاقت اس کی میکانی طاقت اور طاقت کے ضیاع کے برابر ہوگی

$$12\,200 \text{ W} + 1000 \text{ W} + 800 \text{ W} = 14\,000 \text{ W}$$

جس کے لئے درکار تار کا برقی رو درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{P}{\sqrt{3} V_t \cos \theta} \\ &= \frac{14\,000}{\sqrt{3} \times 415 \times 0.8} \\ &= 24.346 \text{ A} \end{aligned}$$

ستارہ جبڑی موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو تار کے برقی رو کے برابر ہوگا۔ یوں برقی رو کا زاویہ سٹائل کرتے ہوئے اسے

$$\hat{I}_a = \hat{I}_t = 24.346/36.87^\circ$$

لکھا جاسکتا ہے۔

موٹر کا اندرونی یک دوری ہیجانی برقی دباؤ موٹر کے مساوی دور شکل ۶.۳ سے حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} - j X_s \hat{I}_a \\ &= 239.6/0^\circ - j 2.2 \times 24.346/36.87^\circ \\ &= 276/-8.96^\circ \end{aligned}$$



شکل ۶.۱۶: بوجھ بردار معاصر موٹر۔



شکل ۶.۱۷: بوجھ بڑھنے کا اثر۔

اس تمام صورت حال کو شکل ۶.۱۶ میں دوری سمتیات کی مدد سے دکھایا گیا ہے۔

- میکانی بوجھ بڑھنے سے موٹر کو زیادہ برقی طاقت درکار ہوگی۔ یہ اس صورت ممکن ہو گا جب موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو بڑھ سکے۔ میدان برقی رو معین ہونے کی وجہ سے موٹر کے اندرونی بیج بانی برقی دباؤ E_a کی مطلق قیمت تبدیل نہیں ہو سکتی البتہ اس کا زاویہ تبدیل ہو سکتا ہے۔ موٹر E_a کی مطلق قیمت تبدیل کئے بغیر برقی سروں پر لاگو برقی دباؤ V_a اور E_a کے بیچ زاویہ بڑھا کر قوی لچھے کا برقی رو اور یوں حاصل برقی طاقت بڑھائے گا۔ ایسا شکل ۶.۱۷ میں دکھایا گیا ہے جہاں E_a دوری سمتیہ کی نوک گول دائرہ پر رہتی ہے۔ یوں اس کا طول تبدیل نہیں ہوتا۔ زاویہ بڑھنے سے $|jI_a X_s|$ بڑھتا ہے۔ چونکہ X_s نہیں بڑھ رہا لہذا درحقیقت قوی لچھے کا برقی رو بڑھ گیا ہے۔ زیادہ بوجھ کی صورت حال کو نقطہ دار دکھایا گیا ہے۔

- دگنی میکانی بوجھ پر موٹر کو کل $26200 + 800 + 1000 = 24400$ واٹ یا 26.2 کلو واٹ برقی طاقت درکار ہے۔ مساوات ۶.۳۰ کی مدد سے درج ذیل ہوگا۔

$$\sigma = \sin^{-1} \left(\frac{pX_s}{3V_a E_a} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{26200 \times 2.2}{3 \times 239.6 \times 276} \right) = 16.89^\circ$$

یوں موٹر کا اندرونی پیچجانی برقی دباؤ $276/-16.89^\circ$ ہوگا اور قومی لچھے کا برقی رددرج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned}\hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a - \hat{E}_a}{jX_s} \\ &= \frac{239/0^\circ - 276/-16.89^\circ}{j2.2} \\ &= 38/17.4^\circ\end{aligned}$$

ستارہ جوڑ کی وجہ سے \hat{I}_t بھی اتنا ہی ہوگا۔ پیش جبزوطاقت $\cos 17.4^\circ = 0.954$ ہے۔

□

باب ۷

امالی مشین

قویہ برقیاتے اکی میدان میں ترقی کی بنا امالی موٹروں کی رفتار پر متاثر ہو کر رکھنا ممکن ہوا اور یوں ان موٹروں نے کارخانوں میں ایک سمت رو موٹروں کی جگہ لینا شروع کیا۔ اس سے پہلے جہاں بھی موٹر کی رفتار اہم ہوتی وہاں ایک سمت رو موٹر استعمال ہوتی جن کی رفتار پر متاثر ہو کر رکھنا نہایت آسان ہوتا ہے۔ پچاس سال قبل ترقی یافتہ ممالک میں ایک سمت موٹر کی جگہ امالی موٹر کا استعمال شروع ہوا۔ آج میں یہی تبدیلی پاکستان میں دیکھ رہا ہوں۔ امالی موٹروں کی مضبوطی اور دیرپا کام کرنے کی صلاحیت مثالی ہے۔ قوی الیکٹر انکس نے ان کی رفتار کو متاثر کر کے بلامتبادلہ بنا دیا۔

امالی موٹر درحقیقت ٹرانسفارمر کی دوسری صورت ہے یا یوں کہنا بہتر ہوگا کہ یہ ایک ایسا ٹرانسفارمر ہے جس کا ثانوی لچھ حرکت بھی کرتا ہے۔ یوں امالی موٹر کے ساکن لچھ ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھ اور موٹر کے گھومتے لچھ ٹرانسفارمر کے ثانوی لچھ تصور کیے جاسکتے ہیں۔ موٹر کے ساکن لچھوں کو بیرونی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے جبکہ حناء میں گھومتے مقناطیسی موج سے پیدا گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ ان لچھوں کو طاقت فراہم کرتا ہے۔ اسی کی بنا ان کو **امالی موٹر** کہتے ہیں

اس باب کا مقصد امالی موٹر کے مساوی دور (ریاضی نمونہ) کا حصول اور موٹر کی خواص پر غور کرنا ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ ان کا مساوی دور ٹرانسفارمر کے مساوی دور کی طرح ہوگا۔ ہم فرض کریں گے کہ موٹر دو قطبی، تین دوری، ستارہ جبری ہے۔ اس طرح ایک دوری لچھوں کا برقی رو، تار برقی رو ہوگا اور ایک دوری برقی دباؤ $\frac{V_{\phi}}{\sqrt{3}}$ ہوگا۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہوگا جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے کارآمد ہوگا۔

۷.۱ ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج

امالی مشین کے ساکن لچھ بالکل معاصر مشین کے ساکن لچھوں کی طرح ہوتے ہیں۔ مزید گھومتے حصہ اور ساکن لچھوں کے قطبین کی تعداد ایک جیسی ہوگی۔ ساکن لچھوں کو متوازن تین دوری برقی رو سے بیجا بن کرنے سے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی ایک

موج پیدا ہوگی۔ مساوات ۵.۴۹ اس موج کو ظاہر کرتی ہے جبکہ مساوات ۵.۵۳ اس کی معاصر رفتار دیتی ہے جس کو یہاں f_s لکھا گیا ہے۔ یہ دونوں مساوات یہاں یاد دہانی کے لئے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔ یہاں ساکن لچھوں میں برقی رو کا تعدد ω_e لکھا گیا ہے اور α صفر لیا گیا ہے۔

$$\tau_s^+(\theta, t) = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega_e t) \quad (۷.۱)$$

$$f_s = \frac{2}{P} f_e$$

۷.۲ مشین کا سرکاو اور گھومتی امواج پر تبصرہ

ہم دو قطب کی مشین پر غور کر رہے ہیں جو P قطبی مشین کے لئے بھی درست ہے۔ ساکن لچھوں میں تین دوری برقی رو کا تعدد f_e ہے۔ مساوات ۵.۵۳ کہتی ہے کہ دو قطبی مشین میں موج کی معاصر رفتار بھی f_e چکر فی سیکنڈ ہوگی۔ اب تصور کریں مشین کا گھومتا حصہ، f میکانی چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے موج کے رخ گھوم رہا ہے جہاں $f_s < f$ ہے۔ یوں ہر سیکنڈ گھومتا حصہ مقناطیسی ہوا کی موج سے $f - f_s$ پیچھے سرک جائے گا۔ اس سرکنے کو موج کی معاصر رفتار کی نسبت سے درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$s = \frac{f_s - f}{f_s} = \frac{f_e - f}{f_e} \quad (۷.۲)$$

یہاں s مشین کے سرکاو کی ناپ ہے۔ اس مساوات سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$f = f_s(1 - s) = f_e(1 - s) \quad (۷.۳)$$

$$\omega = \omega_s(1 - s) = \omega_e(1 - s) \quad (2\pi \text{ سے ضرب دیا گیا ہے})$$

یہاں غور کیجیے گا۔ مقناطیسی ہوا کی موج f_e تعدد سے گھوم رہی ہے جبکہ گھومتا لچھا f تعدد سے گھوم رہا ہے۔ گھومتے لچھوں کے حوالہ سے مقناطیسی ہوا کی موج $(f_e - f)$ رفتار سے گھوم رہی ہے، یعنی، گھومتے لچھے کو ساکن تصور کرنے سے گھومتے مقناطیسی ہوا کی موج $(f_e - f)$ اضافی رفتار سے گھومتی نظر آئے گی۔ یوں گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ کا تعدد بھی $(f_e - f)$ ہو گا۔ مساوات ۷.۳ کی مدد سے اس امالی برقی دباؤ کا (اضافی) تعدد f_z درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$f_z = f_e - f = f_e - f_e(1 - s) = s f_e \quad (۷.۴)$$

مشین بطور امالی موٹر استعمال کرنے کے لئے گھومتے لچھے قصور دور کیے جائیں گے۔ ان قصور دور لچھوں میں برقی رو کا تعدد $s f_e$ اور رو کی قیمت لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ اور لچھوں کی رکاوٹ پر منحصر ہوگی۔ لچھوں کی رکاوٹ برقی رو کے تعدد پر منحصر ہوگی۔

ساکن موٹر جب چالو کی جائے تو اس کا سرکاو s اکائی ($s = 1$) ہوگا لہذا گھومتے لچھوں میں برقی رو کا تعدد f_e ہوگا۔ گھومتے لچھوں میں f_e تعدد کا برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرے گا جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسا ساکن لچھوں میں برقی رو سے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج وجود میں آتی ہے۔ یوں موٹر چالو کرنے کے

لحمہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی امواج ایک جیسی رفتار سے گھومتی ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کی یہ امواج دو گھومتے مقناطیسیوں کی طرح کوشش کرتی ہیں کہ ان کے بیچ زاویہ صفر ہو۔ یوں موٹر قوت سے مراد پیدا کرتی ہے جسے مساوات ۵.۹۲ میں پیش کیا گیا ہے۔ اگر موٹر کے دھڑے پر لدے بوجھ کو مشین کی پیدا کردہ قوت سرورڈ گھما کے تو مشین گھومے گی۔ اس کی رفتار تیز ہو کر ایک برقرار حد تک پہنچ جائے گی۔ امالی موٹر کی رفتار کبھی بھی معاصر رفتار تک نہیں پہنچ سکتی چونکہ اس رفتار پر اس کے گھومتے لچھوں کی نسبت سے ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن ہوگی اور گھومتے لچھوں میں کوئی امالی برقی دباؤ پیدا نہیں ہوگا۔

جب موٹر چل پڑتی ہے تو اس کے گھومتے لچھوں کے برقی رو کا تعدد sf_e ہوگا۔ ان برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج گھومتے لچھے کے حوالہ سے sf_e رفتار سے گھومے گی۔ اب گھومتا لچھا از خود رفتار f سے گھوم رہا ہوگا لہذا یہ موج در حقیقت حلاء میں $(f + sf_e)$ رفتار سے گھومے گی۔ مساوات ۷.۳ سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جو ایک اہم نتیجہ ہے۔

$$(۷.۵) \quad f + sf_e = f + f_e - f = f_e$$

یہ مساوات کہتی ہے کہ موٹر جس رفتار سے بھی گھوم رہی ہو، گھومتے لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔
مثال ۷.۱: ایک چار قطب، ستارہ، 50 ہرٹز، 415 وولٹ پر چلنے والی امالی موٹر 15 کلو واٹ کی (پوری) بنناوٹی بوجھ پر پانچ فی صد سرکاو پر چلتی ہے۔

- اس موٹر کی معاصر رفتار کتنی گی؟
 - پورے بوجھ پر اس کی رفتار کتنی ہوگی؟
 - پورے بوجھ پر گھومتے لچھے میں برقی تعدد کتنا ہوگا؟
 - پورے بوجھ سے لدے موٹر کی دھڑے پر قوت سرورڈ کتنی ہوگی؟
- حل:

• مساوات ۷.۱ کی مدد سے معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چپکرنی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چپکرنی منٹ ہوگی۔

• پورے بوجھ سے لدی موٹر پانچ فی صد سرکاو پر چلتی ہے لہذا اس کی رفتار معاصر رفتار سے کم ہوگی۔ موٹر کی رفتار مساوات ۷.۳ کی مدد سے $f = 25(1 - 0.05) = 23.75$ چپکرنی سیکنڈ یا 1425 چپکرنی منٹ حاصل ہوتی ہے۔

• گھومتے لچھے کا برقی تعدد $f_r = 0.05 \times 50 = 2.5$ ہرٹز ہوگا۔

• اس کے دھڑے پر قوت سرورڈ $T_m = \frac{P}{\omega_m} = \frac{15000}{2 \times \pi \times 23.75} = 100.5 \text{ N m}$ ہوگی۔

□

۷.۳ ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ

مسوات ۱۔۷ کا پہلا جزو ساکن لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتا ہے۔ یہ مقناطیسی دباؤ مشین کی حنائی درز میں مقناطیسی شدت $H^+(\theta)$ پیدا کرے گی جس سے درز میں کثافت مقناطیس بہا $B^+(\theta)$ پیدا ہوگا۔ حنائی درز کی رداسی رخ لمبائی l_g لیتے ہوئے درج ذیل ہوگا

$$\begin{aligned} B^+(\theta) &= \mu_0 H^+(\theta) = \mu_0 \frac{\tau^+(\theta)}{l_g} \\ (۷.۲) \quad &= \frac{3\mu_0 \tau_0}{2l_g} \cos(\theta - \omega_e t) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega_e t) \end{aligned}$$

جوبالکل مسوات ۵.۴ کی طرح ہے۔ درج بالا میں $B_0 = \frac{3\mu_0 \tau_0}{2l_g}$ لیا گیا ہے۔ یوں مسوات ۷.۳ مقناطیسی موج $B^+(\theta)$ کی ساکن لچھوں میں پیدا کردہ امالی برقی دباؤ کو ظاہر کرے گی۔ اس مسوات کو یہاں دوبارہ پیش کیا جاتا ہے

$$\begin{aligned} e_{as}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega t + 90^\circ) = E_s \cos(\omega t + 90^\circ) \\ (۷.۴) \quad e_{bs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega t - 30^\circ) = E_s \cos(\omega t - 30^\circ) \\ e_{cs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega t + 210^\circ) = E_s \cos(\omega t + 210^\circ) \end{aligned}$$

جہاں N_s ساکن لچھے کے چپکراور E_s درج ذیل ہے۔

$$(۷.۸) \quad E_s = \omega_e N_s \phi_0$$

یہاں $e_{as}(t)$ لکھتے ہوئے زیر نوشت میں a ، دور a کو ظاہر کرتا ہے اور s ، ساکن کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ساکن a لچھے کا امالی برقی دباؤ ہے۔ امالی موٹر کے دور a کی بات آگے بڑھاتے ہیں۔ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج اس لچھے میں امالی برقی دباؤ $e_{as}(t)$ پیدا کرتی ہے۔

۷.۴ ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ

ساکن لچھوں کی پیدا کردہ، گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج (مسوات ۷.۱) کی چوٹی اس مقام پر ہوگی جہاں $(\theta - \omega_e t)$ صفر کے برابر ہو۔ یوں لمحہ صفر پر اس کی چوٹی صفر زاویہ $(\theta = 0)$ پر ہوگی اور لمحہ t پر اس موج کی چوٹی زاویہ $\omega_e t$ پر ہوگی۔ ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کا زاویہ کسی بھی نقطہ کے حوالے سے ناپا جاسکتا ہے۔ اس کتاب میں ساکن لچھا a کو صفر زاویہ تصور کیا گیا ہے۔ یوں شکل ۱.۷ میں نقطہ دار افقی لکیر سے زاویہ ناپا جائے گا۔ اس شکل میں ایک امالی موٹر دکھائی گئی ہے جس کے ساکن لچھے تین دوری ہیں۔

^۱ لفظ ساکن میں صرف س کے آواز کو s سے ظاہر کیا گیا ہے۔
peak



$$\begin{aligned}\theta_z &= \omega_e t - \omega t \\ \frac{d\theta_z}{dt} &= \omega_e - \omega \\ &= \omega_z\end{aligned}$$

شکل ۷.۴: امالی موٹر اور اس کے گھومتے مقنن طیسی دباؤ کی موجیں۔

مشین \$f\$ زاویائی رفتار سے گھوم رہی ہے۔ تصور کریں کہ لمحہ صفر یعنی \$t = 0\$ پر گھومتے حصہ کا \$a_r\$ لچھا صفر زاویہ پر ہے، یعنی یہ نقطہ دار افقی لکیر پر ہے۔ مزید تصور کریں کہ اس لمحہ ساکن لچھوں کی گھومتی مقنن طیسی دباؤ کی موج بھی اسی افقی لکیر پر ہے۔ اب کچھ دیر بعد لمحہ \$t\$ پر یہ موج زاویہ \$\omega_e t\$ پر ہوگی۔ اتنی دیر میں گھومتا حصہ گھوم کر زاویہ \$\omega t\$ تک پہنچے گا جہاں \$\omega = 2\pi f\$ مشین کی زاویائی میکانی رفتار ہے۔ یہ سب شکل ۷.۴ میں دکھایا گیا ہے۔ لہذا لمحہ \$t\$ پر موج اور گھومتے لچھے کے بیچ زاویہ \$\theta_z\$ درج ذیل ہوگا۔

$$(۷.۹) \quad \theta_z = \omega_e t - \omega t$$

اگرچہ مقنن طیسی موج نے \$t\$ زاویہ طے کیا لیکن گھومتے لچھے کے حوالے سے اس نے صرف زاویہ \$(\omega_e t - \omega t)\$ طے کیا۔ گھومتے لچھے کے حوالے سے موج کی اضافی زاویائی رفتار \$^9 \omega_z\$ درج ذیل ہوگی

$$(۷.۱۰) \quad \omega_z = \frac{d\theta_z}{dt} = \omega_e - \omega$$

جس کو مساوات ۷.۴ کی مدد سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۷.۱۱) \quad \omega_z = 2\pi(f_e - f) = 2\pi s f_e = s\omega_e$$

یہ مساوات کہتی ہے کہ گھومتے لچھوں کے حوالے سے مقنن طیسی موج کی رفتار \$s\$ کا \$s\$ پر منحصر ہوگی۔ البتہ اس موج کا حیطہ تبدیل نہیں ہوا۔ یوں گھومتے لچھوں کے حوالہ سے مساوات ۷.۶ درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(۷.۱۲) \quad B_{s,rz}^+(\theta, t) = B_0 \cos(\theta - \omega_z t) = B_0 \cos(\theta - s\omega_e t)$$

^۸ \$\omega_z\$ لکھتے ہوئے زیر نوشتہ میں لفظ اضافی کے صرف ش کی آواز کو ظاہر کرتا ہے۔
^۹ relative angular speed

$B_{s,rz}^+$ میں + کا نشان خلاف گھڑی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں s, r, z اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ یہ موج ساکن لچھوں کی وجہ سے وجود میں آئی اور اسے گھومتے یعنی رواں لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔ مزید، اس مساوات کا تعدد اضافی تعدد $s\omega_e$ کے برابر ہے۔

یوں گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ مساوات ۷۔۷ کی طرح ہوں گے لیکن ان میں تعدد $\omega_z = s\omega_e t$ ہوگا:"

$$\begin{aligned} e_{arz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 90^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 90^\circ) \\ (۷.۱۳) \quad e_{brz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t - 30^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t - 30^\circ) \\ e_{crz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 210^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 210^\circ) \end{aligned}$$

ان مساوات میں N_r گھومتے لچھے کے چکر ہیں اور E_r درج ذیل ہے جو ساکن موٹر (1) کے گھومتے لچھے میں برقی دباؤ ہوگا۔

$$(۷.۱۴) \quad E_r = \omega_e N_r \phi_0$$

گھومتے لچھوں اور ساکن لچھوں کے امالہ دباؤ کا تناسب مساوات ۷.۱۳ اور مساوات ۷.۷ سے حاصل کرتے ہیں۔

$$(۷.۱۵) \quad \frac{\text{گھومتے لچھوں کا امالی دباؤ}}{\text{ساکن لچھوں کا امالی دباؤ}} = \frac{s\omega_e N_r \phi_0}{\omega_e N_s \phi_0} = s \frac{N_r}{N_s}$$

ساکن موٹر کی صورت میں $s = 1$ ہوگا اور یہ مساوات ٹرانسفارمر کی تبادلہ دباؤ کی مساوات دے گی۔ اب تصور کریں گھومتے لچھوں کو قصر دور کر دیا جاتا ہے۔ امالی برقی دباؤ گھومتے لچھوں میں برقی رو i_{arz} ، وغیرہ، پیدا کرے گا جس کا تعدد $s\omega_e$ ہوگا۔ ساکن لچھے کی طرح، گھومتے لچھے کی مسزاحمت R_r اور امالہ L_r یعنی متعالمیت $j s \omega_e L_r$ ہو گی:

$$(۷.۱۶) \quad j s \omega_e L_r = j s X_r$$

یہاں $j \omega_e L_r$ کو X_r کہنا گایا ہے جو گھومتے لچھے کو ساکن (1) رکھتے ہوئے گھومتے لچھے کی متعالمیت ہے۔ گھومتے لچھے کا برقی رو i_{arz} شکل ۷.۲ سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں گھومتے لچھے کا امالی برقی دباؤ $e_{arz}(t)$ مساوات ۷.۱۳ میں پیش کیا گیا ہے۔

شکل ۷.۲ بالکل شکل ۱.۱۵ کی طرح ہے لہذا مساوات ۱.۵۰ سے برقی رو حاصل کیے جاسکتے ہیں:

$$\begin{aligned} i_{arz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s\omega_e t + 90^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s\omega_e t + \theta_0) \\ (۷.۱۷) \quad i_{brz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s\omega_e t - 30^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i_{crz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s\omega_e t + 210^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$

^{۱۰} لفظ ساکن کے س کو ظاہر کرتا ہے، r لفظ رواں کے ر کو ظاہر کرتا ہے اور z لفظ اضافی کے ض کو ظاہر کرتا ہے۔

^{۱۱} e_{arz} میں دور a ہے۔ گھومتے لچھے کو r اور اضافی کو z ظاہر کرتا ہے۔

^{۱۲} یہاں r گھومتے لچھے کو ظاہر کرتا ہے اور z اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ اس برقی رو کا تعدد، اضافی تعدد ہے۔

^{۱۳} ٹرانسفارمر کی اصطلاح میں ثانوی لچھے کو زیر نوشت میں 2 سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں اسے r سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



$$Z_r = R_r + j s X_r$$

$$\phi_z = \tan^{-1} \frac{s X_r}{R_r}$$

$$\hat{I}_{arz} = \frac{\hat{E}_{arz}}{Z_r}$$

$$\begin{aligned} i_{arz}(t) &= \frac{s E_r}{|Z|} \cos(s \omega_e t + 90^\circ - \phi_z) \\ &= I_{0r} \cos(s \omega_e t + 90^\circ - \phi_z) \end{aligned}$$

شکل ۵.۲: گھومتے لچھا کا مساوی دور اور اس میں اضافی تعداد کا رو۔

یہ تین دوری برقی رو ہیں جو آپس میں 120° زاویہ رکھتے ہیں۔ یہاں ϕ_z رکاوٹ کا زاویہ^{۱۳} ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ اسے آپ مقناطیسی بہاؤ نہیں سمجھیں گے۔ درج بالا مساوات میں درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 90 - \phi_z \\ (۵.۱۸) \quad I_{0r} &= \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \end{aligned}$$

فرض کریں شکل ۵.۲ میں داخلی دباؤ \hat{E}_{arz} برقی دباؤ کی موثر قیمت کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں I_{0r} برقی رو کی موثر قیمت ہوگی لہذا ایک گھومتے لچھے کی مسزاحت میں

$$(۵.۱۹) \quad p_r = I_{0r}^2 R_r$$

برقی طاقت کا ضیاع ہوگا۔ یہ طاقت حرارت میں تبدیل ہو کر لچھے کو گرم کرے گی۔

۵.۵ گھومتے لچھوں کی گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج

ہم جانتے ہیں کہ ساکن تین دوری لچھوں میں f_e تعدد کے برقی رو گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جو ساکن لچھے کے حوالے سے f_e معاصر زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔ اسی طرح گھومتے تین دوری لچھوں میں $s f_e$ تعدد کے برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج τ_{rz}^+ پیدا کرتے ہیں جو گھومتے لچھے کے حوالے سے $s f_e$ زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔

$$(۵.۲۰) \quad \tau_{rz}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_r I_{0r}}{\pi} \cos(\theta - s \omega_e t - \theta_0)$$

یہاں I_{0r} اور θ_0 مساوات ۵.۱۸ میں دیے گئے ہیں۔ گھومتے لچھا از خود f زاویائی رفتار سے گھوم رہا ہوگا لہذا اس کی پیدا کردہ موج حسائی درز میں $(f + s f_e)$ زاویائی رفتار سے گھومے گی۔ اس رفتار کو مساوات ۵.۳ کی مدد سے درج ذیل لکھا

^{۱۳} ایکٹیکسی و نیا میں رکاوٹ کے زاویہ کے لئے ϕ_z استعمال ہوتا ہے۔ یہاں یہی کیا گیا ہے۔

جاسکتا ہے۔

$$(۷.۲۱) \quad f + sf_e = f_e(1 - s) + sf_e = f_e$$

یوں گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی موج کو ساکن لچھوں کے حوالے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۷.۲۲) \quad \tau_{r,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_r I_{0r}}{\pi 2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

$\tau_{r,s}^+$ میں + کا نشان گھڑی کے مخالف رخ گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں r, s اس بات کی وضاحت کرتا ہے کہ یہ موج گھومتے لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا ہے مگر اسے ساکن لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔

یہاں ذرا رک کر غور کرتے ہیں۔ مساوات ۷.۲۲ کے مطابق گھومتا لچھا خود جس رفتار سے بھی گھوم رہا ہو، اس کی پیدا کردہ موج ساکن لچھے کی پیدا کردہ موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔ یوں مشین میں دو امواج ایک ہی معاصر رفتار سے گھوم رہی ہوں گی۔ مساوات ۵.۹۱ کہتی ہے کہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجیں قوت مسروڑ پیدا کرتی ہیں جو امواج کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہوگی۔ امالی مشین میں موجود دو مقناطیسی امواج قوت مسروڑ پیدا کرتی ہیں جس کی قیمت ان امواج کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہوگی۔ امالی موٹر، لدے بوجھ کے مطابق امواج کے بیچ زاویہ رکھ کر درکار قوت مسروڑ پیدا کرتی ہے۔

۷.۶ گھومتے لچھوں کے مساوی منرضی ساکن لچھے

اب دوبارہ اصل موضوع پر آتے ہیں۔ اگر گھومتے لچھوں کی جگہ N_r چکر کے تین دوری منرضی ساکن لچھے ہوں تب مساوات ۷.۶ کی طرح ان میں امالی برقی دباؤ^{۱۵}

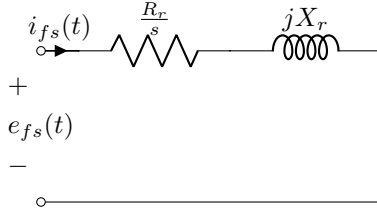
$$(۷.۲۳) \quad \begin{aligned} e_{afs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 90^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 90^\circ) \\ e_{bfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t - 30^\circ) = E_r \cos(\omega_e t - 30^\circ) \\ e_{cfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 210^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 210^\circ) \end{aligned}$$

پیدا ہوں گے جہاں $E_r = \omega_e N_r \phi_0$ کے برابر ہے (مساوات ۷.۱۴)۔
مزید منرض کر یں ان منرضی ساکن لچھوں کی مزاحمت $\frac{R_r}{s}$ اور متعابلیت jX_r ہے

$$(۷.۲۴) \quad Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

اور ان منرضی ساکن لچھوں پر مساوات ۷.۲۳ کے برقی دباؤ لاگو کیے جاتے ہیں (شکل ۷.۳)۔ یوں ان میں درج ذیل برقی رو

^{۱۵} ان مساوات میں زیر نوشت میں f لفظ منرضی کے ف کو ظاہر کرتا ہے۔



$$Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

$$\phi_{fZ} = \tan^{-1} \left(\frac{X_r}{\frac{R_r}{s}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \frac{sX_r}{R_r}$$

شکل ۷.۳: گھومتے لچھوں کی جگہ مندرجہ ساکن لچھے کا دور۔

ہوں گے۔

$$i_{afs}(t) = \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 90^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0)$$

$$(۷.۲۵) \quad i_{bfs}(t) = \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t - 30^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0)$$

$$i_{cfs}(t) = \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 210^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0)$$

مساوات ۷.۱۸ I_{or} اور θ_0 دیتی ہے۔ دھیان رہے کہ ان مساوات میں رکاوٹ کا زاویہ ϕ_{fZ} ہی ہے جو گھومتے لچھے کا کھت:

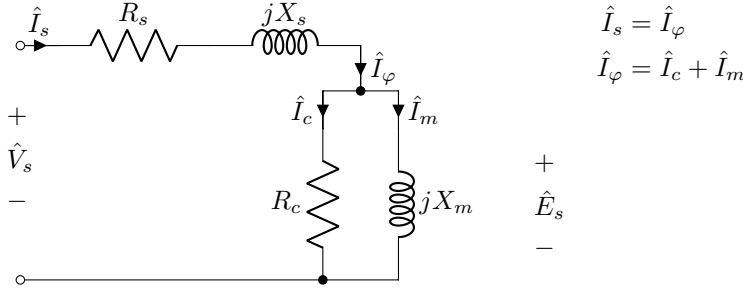
$$(۷.۲۶) \quad \phi_{fZ} = \tan^{-1} \frac{X}{\left(\frac{R}{s}\right)} = \tan^{-1} \frac{sX}{R} = \phi_Z$$

ان رو کا تعدد ω_e اور پیدا کردہ گھومتی مقناطیسی موج درج ذیل ہو گا جو ہو جو گھومتے لچھے کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ (مساوات ۷.۲۲) ہے۔

$$(۷.۲۷) \quad \tau_{fs,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_r I_{or}}{\pi} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

۷.۷ امالی موٹر کا مساوی برقی دور

ہم ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے کا برقی دور پہلے بنا چکے ہیں جہاں لچھے کی مسزاحت R_1 اور رستائیت X_1 تھی۔ ٹرانسفارمر کے متالب میں وقت کے ساتھ بدلتی مقناطیسی بہاؤ اس لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_1 پیدا کرتا ہے۔



شکل ۷.۴: امالی موٹر کے ساکن لچھوں کا مساوی برقی دور۔

یوں

$$(۷.۲۸) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R_1 + jX_1) + \hat{E}_1$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں \hat{V}_1 ابتدائی لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ امالی موٹر کے ساکن لچھے کے لئے بھی یہی مساوات حاصل ہوگی۔

تصور کریں کہ مشین کے گھومتے لچھے کھلا دور ہیں اور ساکن لچھوں پر تین دوری برقی دباؤ لاگو ہے۔ ساکن لچھوں کے برقی رو گھومتے مقناطیسی دباؤ کی ایک موج $\tau_s^+(\theta, t)$ پیدا کریں گے جو مساوات ۷.۱ میں دی گئی ہے۔

اس حصہ میں ہم مشین کے ایک دور، مثلاً دور a ، پر نظر رکھیں گے۔ یہاں شکل ۷.۴ سے رجوع کریں۔ اگر ساکن لچھے کی مسزاحت R_s اور متعللیت jX_s ہو اور اس پر لاگو بیرونی برقی دباؤ $v_s(t)$ ہو تب کرخوفصہ^{۱۷} کے برقی دباؤ کے قانون کے تحت درج ذیل ہوگا

$$(۷.۲۹) \quad v_s(t) = i_s R_s + L_s \frac{di_s}{dt} + e_s(t)$$

جہاں $e_s(t)$ ، مساوات ۷.۷ میں دی گئی، اس موج کی ساکن لچھے میں پیدا امالی برقی دباؤ ہے۔ اسی کو دوری سمتیہ کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(۷.۳۰) \quad \hat{V}_s = \hat{I}_s (R_s + jX_s) + \hat{E}_s$$

ٹرانسفارمر کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔ اگر موٹر کا گھومتا لچھا کھلا دور^{۱۸} رکھا جائے تب متالب میں ایک ہی گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ ہوگی۔ صرف ساکن لچھے میں برقی رو (\hat{I}_ϕ) ہوگا جو متالب میں مقناطیسی دباؤ φ_s پیدا کرے گا۔ یہ برقی رو \hat{I}_ϕ غیر ساکن ہوگا۔ فورمیر تسلسل^{۱۹} کی مدد سے اس کے بنیادی اور ہارمونی اجزاء دریافت کئے جاسکتے ہیں۔ اس کے بنیادی حصہ کے دو حصے ہوں گے۔ ایک حصہ \hat{I}_c ، لاگو بیرونی برقی دباؤ \hat{V}_s کے ہم قدم اور

^{۱۷}Kirchoff's voltage law
^{۱۸}open circuited
^{۱۹}Fourier series

فتالب میں طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرے گا جبکہ دوسرا حصہ \hat{V}_s سے نوے درجہ تاخیری زاویہ پر ہو گا۔ \hat{I}_φ میں سے \hat{I}_c منفی کر کے مقناطیسی جڑوحاصل ہوگا جس کو \hat{I}_m سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ بنیادی جزو کے لحاظ سے مقناطیسی جزو تاخیری اور باقی سارے ہارمونی اجزاء کا مجموعہ ہوگا

$$\hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m \quad (۷.۳۱)$$

جو فتالب میں مقناطیسی بہاؤ φ_s پیدا کرتا ہے۔ امالی موٹر کے مساوی دور میں \hat{I}_c کو مسزاجمت R_c سے اور \hat{I}_m کو X_φ سے یوں ظاہر کیا جاتا ہے کہ چلتی موٹر میں، متوقع برقی تعدد اور امالی برقی دباؤ \hat{E}_s پر، R_c میں I_c اور X_φ میں I_m برقی روج حاصل ہو۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$R_c = \frac{\hat{E}_s}{\hat{I}_c} = \frac{E_s}{I_c} \quad (۷.۳۲)$$

$$X_\varphi = \frac{\left| \hat{E}_s \right|}{\left| \hat{I}_m \right|} = \frac{E_s}{I_m}$$

مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ گھومتے لچھے میں بھی امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔ مساوات ۷.۳۰ میں اگر رکاوٹ میں برقی دباؤ کے گھٹنے کو نظر انداز کیا جائے تب لاگو بیرونی برقی دباؤ اور لچھے کا اندرونی امالی برقی دباؤ ہر حالت میں ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ اب تصور کریں کہ گھومتے لچھے قصور دور کر دیے جاتے ہیں۔ ایسا کرتے ہی ان میں برقی رو گزرنے لگے گیں جو مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ ، جو مساوات ۷.۲۲ میں دی گئی ہے، پیدا کریں گے۔ اس موج سے ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_s تبدیل ہوگا لہذا امالی برقی دباؤ اور لاگو برقی دباؤ ایک دوسرے کے برابر نہیں رہیں گے۔ یہ ایک ناممکن صورت حال ہے۔

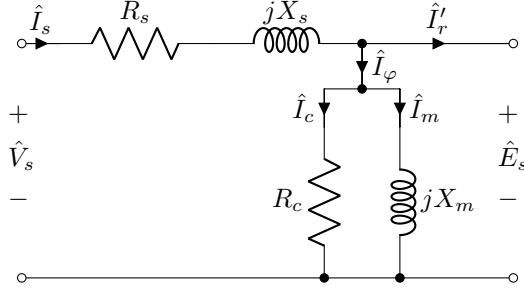
ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ، لاگو برقی دباؤ کے برابر تب رہے گا جب فتالب میں مقناطیسی دباؤ تبدیل نہ ہو۔ مشین کے فتالب میں مقناطیسی دباؤ برقرار یوں رہتا ہے کہ ساکن لچھے، مقناطیسی دباؤ $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ کی متضاد، مقناطیسی دباؤ کی ایک موج پیدا کرتے ہیں جو $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ کے اثر کو مکمل طور پر ختم کر دیتی ہے۔ یہ موج پیدا کرنے کے لئے ساکن لچھوں میں برقی روج \hat{I}_φ سے بڑھ کر $(\hat{I}_\varphi + \hat{I}_r)$ ہو جاتے ہیں جہاں اضافی برقی روج درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} i'_{ar}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i'_{br}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i'_{cr}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned} \quad (۷.۳۳)$$

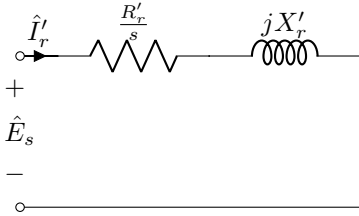
یہ اضافی برقی روج درج ذیل موج پیدا کرتے ہیں۔

$$\tau_{(r)}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_s I'_{or}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0) \quad (۷.۳۴)$$

ساکن لچھوں میں اضافی برقی رونے ہر لمحہ گھومتے لچھوں کے برقی رو کے اثر کو ختم کرتا ہے لہذا یہ دونوں برقی روج ہم قدم ۲۰



شکل ۷.۵: مساوی دوراضافی برقی روکے ساتھ۔



$$\begin{aligned} i'_a(t) &= \frac{E_s}{\sqrt{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + X_r'^2}} \cos(\omega_e t - \theta_0 - \phi_z) \\ &= \frac{s E_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t - \theta_0 - \phi_z) \end{aligned}$$

شکل ۷.۶: گھومتے لچھے کا ایک مساوی دور۔

ہوں گے۔ چونکہ مساوات ۷.۳۴ اور مساوات ۷.۲۲ ہر لمحہ ایک دوسرے کے برابر ہیں لہذا درج ذیل ہوگا۔

$$(۷.۳۵) \quad N_s I'_{0r} = N_r I_{0r}$$

مساوات ۷.۱۸ کی استعمال سے درج ذیل ہوگا۔

$$(۷.۳۶) \quad I'_{0r} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right) I_{0r} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right) \frac{s E_r}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}}$$

آپ نے دیکھا کہ گھومتے لچھے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جن کے ذریعے سکن لچھوں کو معلوم ہوتا ہے کہ موٹر پر بوجھ لدا ہے اور وہ اس کے مطابق لاگو برقی دباؤ سے برقی رو لیتی ہیں۔ یہاں تک امالی موٹر کا مساوی برقی دور شکل ۷.۵ میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں ذرہ شکل ۷.۶ سے رجوع کریں جہاں

$$(۷.۳۷) \quad \begin{aligned} R'_r &= \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 R_r \\ X'_r &= \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 X_r \end{aligned}$$

پرساکن لچھوں کا امالی برقی دباؤ \hat{E}_s لاگو ہے لہذا برقی رور درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} i'_a(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 90^\circ - \phi_Z) \\ i'_b(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t - 30^\circ - \phi_Z) \\ i'_c(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 210^\circ - \phi_Z) \end{aligned} \quad (۷.۳۸)$$

ان سب کے حیطے ایک دوسرے کے برابر ہیں جنہیں

$$\begin{aligned} \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} &= \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^4 (R_r^2 + s^2 X_r^2)}} \quad (\text{مساوات ۷.۸، مساوات ۷.۳}) \\ &= \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \\ &= \frac{N_r}{N_s} \frac{s\omega_e N_r \phi_0}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \quad (N_s \text{ کا ناگیا ہے}) \\ &= \frac{N_r}{N_s} \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \quad (\text{مساوات ۷.۱۲}) \\ &= \left(\frac{N_r}{N_s}\right) I_{0r} = I'_{0r} \quad (\text{مساوات ۷.۳۶}) \end{aligned} \quad (۷.۳۹)$$

لکھ کر مساوات ۷.۳۸ کو درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$\begin{aligned} i'_a(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 90^\circ - \phi_Z) \\ i'_b(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t - 30^\circ - \phi_Z) \\ i'_c(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 210^\circ - \phi_Z) \end{aligned} \quad (۷.۴۰)$$

یہ مساوات بالکل مساوات ۷.۳۳ کی طرح ہے جہاں $\theta_0 = 90^\circ - \phi_Z$ ہوگا۔ یوں شکل ۷.۵ میں ساکن لچھوں کے امالی برقی دباؤ \hat{E}_s کے متوازی شکل ۷.۶ جوڑنے سے ساکن لچھوں میں اضافی برقی روا تہ ابھی ہوگا جتنا اصل موٹر میں گھومتے لچھوں کی بنا ہوگا۔ ایسا کرتے ہوئے شکل ۷.۷ حاصل ہوتی ہے جو امالی موٹر کا مساوی برقی دور ہے اور جو امالی موٹر کی صحیح عکاسی کرتا ہے۔



شکل ۷۔۷: امالی موٹر کا مساوی برقی دور۔

۷.۸ مساوی برقی دور پر غور

ہم شکل ۷۔۷ میں برقی دباؤ اور برقی رو کی قیمتوں کو موثر قیمتیں تصور کرتے ہیں۔ ایک گھومتے لچھے میں برقی طاقت کے ضیاع کو مساوات ۷.۱۹ ظاہر کرتی ہے۔ مساوات ۷.۳ اور ۷.۳۹ کی مدد سے اسے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۷.۴۱) \quad p_{\text{نپ}} = I_{0r}^2 R_r = \left(\frac{N_s^2}{N_r^2} I_{0r}^2 \right) \left(\frac{N_r^2}{N_s^2} R_r' \right) = I_{0r}^2 R_r'$$

شکل ۷۔۷ میں گھومتے لچھے کو کل

$$(۷.۴۲) \quad p_r = I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s}$$

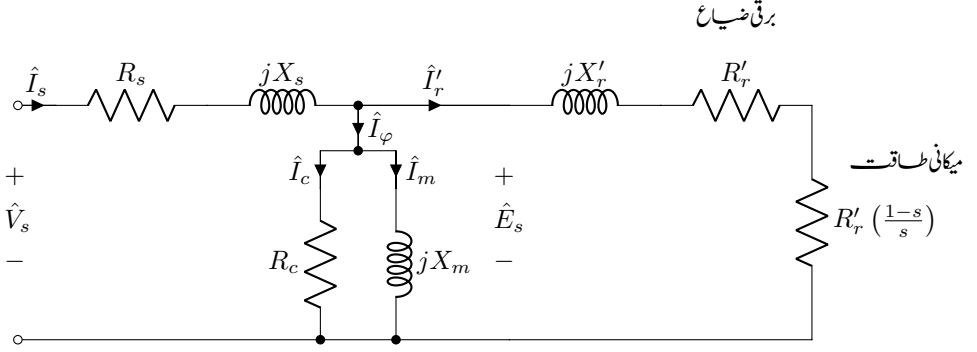
برقی طاقت منراہم کی بجائے گی جس میں سے $p_{\text{نپ}}$ گھومتے لچھے کی مسزاحت میں ضائع ہوگی اور باقی بطور میکانیکی طاقت مشین کے دھڑے پر دستیاب ہوگی:

$$(۷.۴۳) \quad p = I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s} - I_{0r}^2 R_r' = I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s} (1 - s) = p_r (1 - s)$$

تین دوری مشین جس میں تین لچھے ہوتے ہیں تین گنا میکانیکی طاقت منراہم کرے گی:

$$(۷.۴۴) \quad p_{\text{میکانی}} = 3 I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s} (1 - s) = 3 p_r (1 - s)$$

مساوات ۷.۴۴ کہتی ہے کہ ساکن موٹر، جس کا سرکٹ اکائی ہوگا، کوئی میکانیکی طاقت منراہم نہیں کرتی ہے بلکہ وہ تمام برقی توانائی جو گھومتے حصے کو ملتی ہے ضائع ہو کر اس حصے کو گرم کرتی ہے جس سے موٹر جلنے کا امکان ہوتا ہے۔ آپ اس مساوات سے دیکھ سکتے ہیں کہ امالی موٹر کا سرکٹ مندر کے متفریب رہنا چاہئے درنہ یہ نامتناہل مقبول (اور نامتناہل برداشت) حد تک برقی توانائی ضائع کرے گی۔ ہم امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل ۷.۸ کی طرح بھی تفصیل



شکل ۸.۷: امالی موٹر کا دو سرا مساوی برقی دور۔

دے سکتے ہیں جس میں شکل ۸.۷ کی مسزاحمت $\frac{R'_r}{s}$ کو دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے:

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r + R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

یوں شکل ۸.۷ میں مسزاحمت R'_r میں برقی طاقت کا ضیاع $I_{0r}^2 R'_r$ گھومتے لچھے کا ضیاع جبکہ مسزاحمت $R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$ میں برقی طاقت کا ضیاع $I_{0r}^2 R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$ دراصل میکانیکی طاقت ہو گا۔ یاد رہے کہ تین دوری مشین کے لئے ان نتائج کو تین سے ضرب دینا ہو گا۔
میکانیکی طاقت سے سراد قوت سرور ضرب میکانیکی زاویائی رفتار ہے۔ امالی موٹر کی میکانیکی زاویائی رفتار مساوات ۸.۳ دیتی ہے جبکہ مساوات ۵.۵۳ میں میکانیکی معاصر رفتار ω_{sm} دیتی ہے۔ یوں میکانیکی طاقت

$$(۸.۴۵) \quad p = T_m \omega = T_m \times 2\pi f = T_m \times 2\pi(1-s)f_s = T_m(1-s)\omega_{sm}$$

اور قوت سرور درج ذیل ہو گی۔

$$(۸.۴۶) \quad T_m = \frac{p}{(1-s)\omega_{sm}} = \frac{3I_{0r}^2 R'_r}{\omega_{sm} s}$$

اصل موٹر میں رگڑ، متالیمی ضیاع، لچھوں میں ضیاع اور دیگر وجوہات کی بنا، دھسرے پر طاقت یا قوت سرور ان سے کم ہو گی۔

ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور میں R_c اور X_m کو نظر انداز کیا گیا تھا۔ امالی موٹر میں ایسا کرنا ممکن نہیں ہوتا چونکہ موٹروں میں خلائی درز ہوتی ہے جس میں مقناطیسی بہاوپیدا کرنے کے لئے بہت زیادہ مقناطیسی دباو درکار ہوتی ہے۔ بے بوجھ امالی موٹر کو بناوٹی برقی رو کا تیس سے پچاس فی صد برقی رو، متالب کو ہیجان کرنے کے لئے درکار ہوتا ہے۔ مزید، خلائی درز کی وجہ سے اس کی رستہ امالہ بھی زیادہ ہوتا ہے اور اسے نظر انداز کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ البتہ مساوی دور میں R_c کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے جیسے شکل ۹.۷ میں کیا گیا ہے۔ اس شکل میں نقطہ دار لکیر کی بائیں جانب کا مساوی تھون دور بنا یا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے امالی موٹر پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اب ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔



شکل ۷.۹: امالی موٹر کا سادہ دور۔ متالابی ضیاع کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

مثال ۷.۲: ستارہ، چھ قطبی، پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی 15 کلو واٹ امالی موٹر کے مساوی دور کے اجزاء درج ذیل ہیں۔

$$R_s = 0.5, \quad R'_r = 0.31, \quad X_s = 0.99, \quad X'_r = 0.34, \quad X_m = 22$$

موٹر میں رگڑ سے طاقت کا ضیاع 600 واٹ ہے۔ متالابی ضیاع کو اسی کا حصہ تصور کیا گیا ہے۔ اس کو اٹل تصور کیا جائے۔ یہ موٹر درکار وولٹ اور تعداد پر دو فی صد سرکاوپر چل رہی ہے۔ اس حالت میں موٹر کی رفتار، اس کے دھڑے پر پیدا قوت مسرور اور طاقت، اس کے ساکن لچھے کا برقی رو اور اس کی فی صد کارگزاری حاصل کریں۔

حل: موٹر کی معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{6} \times 50 = 16.66$ چکر فی سیکنڈ یا $16.66 \times 60 = 1000$ چکر فی منٹ ہوگی۔ دو فی صد سرکاوپر موٹر کی رفتار $f = 16.66 \times (1 - 0.02) = 16.33$ چکر فی سیکنڈ یا $16.33 \times 60 = 979.8$ چکر فی منٹ ہوگی۔

شکل ۷.۹ میں دائیں جانب

$$jX'_r + R'_r + R'_r \frac{1-s}{s} = jX'_r + \frac{R'_r}{s} = j0.34 + \frac{0.31}{0.02} = j0.34 + 15.5$$

اور jX_m متوازی جڑے ہیں جن کی مساوی رکاوٹ درج ذیل ہوگی۔

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{15.5 + j0.34} + \frac{1}{j22}$$

$$Z = 10.147 + j7.375 = R + jX$$

موٹر پر لاگو ایک دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ وولٹ ہے۔ یوں ساکن لچھے کا برقی رو درج ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \hat{I}_s &= \frac{\hat{V}_s}{R_s + jX_s + Z} \\ &= \frac{239.6}{0.5 + j0.99 + 10.147 + j7.375} \\ &= 17.6956 / -38.155^\circ \end{aligned}$$

اس موٹر کے گھومتے حصہ کو وہی طاقت منتقل ہوگی جو رکاوٹ Z کو منتقل ہوگی۔ یوں مساوات ۷.۴۲ درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$p = I_{or}^2 \frac{R_r'}{s} = I_s^2 R = 17.6956^2 \times 10.147 = 3177.37 \text{ W}$$

تین دور کے لئے $3 \times 3177.37 = 9532$ واٹ ہوگی۔ مساوات ۷.۴۳ موٹر کی اندرونی میکانیکی طاقت دیتی ہے:

$$p_{\text{میکانی}} = 9532 \times (1 - 0.02) = 9341 \text{ W}$$

اس سے طاقت کا ضیاع منفی کرنے سے موٹر کے دھسے پر میکانیکی طاقت $8741 - 600 = 9341$ واٹ حاصل ہوتی ہے لہذا دھسے پر قوت مسرور درج ذیل ہوگی۔

$$T = \frac{8741}{2 \times \pi \times 16.33} = 85.1 \text{ N m}$$

موٹر کو کل مہیا برقی طاقت $10001.97 = \sqrt{3} \times 415 \times 17.6956 \times \cos(-38.155)$ واٹ ہوگی۔ یوں
 اس موٹر کی کارگزاری % $87.39 = \frac{8741}{10001.97} \times 100$ ہوگی۔ □

۷.۹ امالی موٹر کا مساوی تھونن دور یا ریاضی نمونہ

مسئلہ تھونن^{۲۱} کے مطابق کسی بھی سادہ خطی برقی دور^{۲۲} کو اس کے دو برقی سروں کے مابین ایک رکاوٹ اور ایک برقی دباؤ کی مساوی سلسلہ وار دور سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اس مساوی دور کو مساوی تھونن دور کہتے ہیں جبکہ اس مساوی تھونن دور کی رکاوٹ کو تھونن رکاوٹ اور برقی دباؤ کو تھونن برقی دباؤ کہتے ہیں۔

برقی دور کے دو برقی سروں کے بیچ تھونن رکاوٹ حاصل کرنے کے لئے برقی دور کے تمام اندرونی برقی دباؤ قصور دور کر کے ان دو برقی سروں کے بیچ رکاوٹ معلوم کی جاتی ہے۔ یہی رکاوٹ، تھونن رکاوٹ ہوگی۔ انہیں برقی سروں پر تھونن برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے دیے گئے برقی دور کے تمام اندرونی برقی دباؤ برقرار رکھ کر ان دو سروں پر برقی دباؤ معلوم کیا جاتا ہے۔ یہی برقی دباؤ درحقیقت تھونن برقی دباؤ ہوگا۔ بعض اوقات ہم ایک برقی دور کے ایک خاص حصے کا مساوی تھونن دور بنانا چاہتے ہیں۔ ایسا کرتے وقت باقی برقی دور کو اس حصے سے مکمل طور پر منقطع کر کے درکار حصہ کا تھونن مساوی دور حاصل کیا جاتا ہے۔ شکل ۷.۱۰ سے اوپر کے بیچ مساوی تھونن رکاوٹ Z_t اور تھونن برقی دباؤ V_t درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$Z_t = \frac{(R_s + jX_s) jX_m}{R_s + jX_s + jX_m} = R_t + jX_t \quad (۷.۴۷)$$

$$\hat{V}_t = \frac{jX_m \hat{V}_s}{R_s + jX_s + jX_m} = V_t / \theta_t$$

کسی بھی مخلوط عدد^{۲۳} کی طرح Z_t کو ایک حقیقی عدد R_t اور ایک فرضی عدد jX_t کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔

^{۲۱}Thevenin theorem
^{۲۲}linear circuit



شکل ۱۰۔ تھونن رکاوٹ اور تھونن برقی دباؤ حاصل کرنے کے ادوار۔



شکل ۱۱۔ تھونن دور استعمال کرنے کے بعد امالی موٹر کا مساوی دور۔

یہی اس مساوات میں کیا گیا ہے۔
ہم یوں امالی موٹر کے مساوی برقی دور کو شکل ۱۱ کے طرح بنا سکتے ہیں جہاں سے دوری سمتیہ کی استعمال سے مندرجہ ذیل برقی رو \hat{I}_r' حاصل ہوتا ہے۔

$$\hat{I}_r' = \frac{\hat{V}_t}{R_t + jX_t + \frac{R_r'}{s} + jX_r'} \quad (۷.۴۸)$$

$$|\hat{I}_r'| = I_r' = \frac{V_t}{\sqrt{\left(R_t + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_t + X_r')^2}}$$

چونکہ I_r' کی قیمت پر \hat{V}_t کے زاویے کا کوئی اثر نہیں لہذا مساوی تھونن دور میں \hat{V}_t کی جگہ $V/0$ استعمال کیا جا سکتا ہے۔ اس کتاب میں ایسا ہی کیا جائے گا۔
مساوات ۷.۴۶ اور مساوات ۷.۴۸ سے تین دوری مشین کی قوت سرور حاصل کرتے ہیں۔

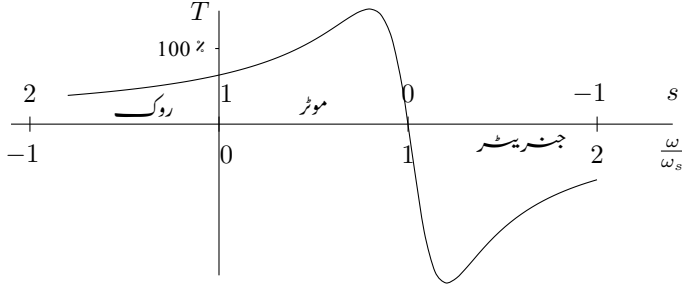
$$T = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R_r'}{s}\right)}{\left(R_t + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_t + X_r')^2} \quad (۷.۴۹)$$

$$= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R_r'}{s}\right)}{\frac{R_r'^2}{s^2} + 2R_t \frac{R_r'}{s} + R_t^2 + (X_t + X_r')^2}$$

اس مساوات کو شکل ۷.۱۲ میں دکھایا گیا ہے جہاں موٹر کی رفتار کو معاصر رفتار کی نسبت سے دکھایا گیا ہے۔ موٹر از خود گھومتے مقناطیسی موج کے رخ گھومتی ہے اور اس کی رفتار معاصر رفتار سے کم رہتی ہے۔ زیادہ سرکار پر موٹر کی کارگزاری خراب ہو جاتی ہے۔ اسی لئے لگاتار استعمال میں موٹر تقریباً پانچ فی صد سے کم سرکار پر چلائی جاتی ہے بلکہ ان کی بناوٹ یوں کی جاتی ہے کہ امالی موٹر اپنی بناوٹی طاقت تقریباً پانچ فی صد سے کم سرکار پر مہیا کرتی ہو۔

اگر موٹر کو زبردستی ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی موج کے رخ معاصر رفتار سے زیادہ رفتار پر گھمایا جائے تو یہ ایک جنریٹر کے طور پر کام کرنے شروع ہو جائے گی۔ ایسا کرنے کے لئے بیرونی میکانی طاقت درکار ہوگی۔ اگرچہ امالی مشین عام طور پر بطور جنریٹر استعمال نہیں ہوتی البتہ ہوا سے برقی طاقت کی پیداوار میں انہیں بطور جنریٹر استعمال کیا جانے لگا ہے۔

شکل ۷.۱۲ میں منفی رفتار بھی دکھائی گئی ہے جہاں سرکار کی قیمت اکائی سے زیادہ ہے۔ موٹر کو ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کے مخالف رخ گھمانے سے ایسا ہوگا۔ چلتی موٹر کو جلد ساکن کرنے کے لئے ایسا کیا جاتا ہے۔ تین دوری موٹر پر لاگو کسی دو برقی دباؤ کو آپس میں تبدیل کرنے سے موٹر کے ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی موج یکدم مخالف رخ گھومنا شروع ہو جاتی ہے جبکہ موٹر ابھی پہلے رخ گھوم رہی ہوتی ہے۔ اس طرح موٹر جلد آہستہ ہوتی ہے اور جیسے ہی موٹر رک کر دوسرے رخ گھومنا چاہتی ہے اس پر لاگو برقی دباؤ منقطع کر دیا جاتا ہے۔ امالی موٹریوں ریل گاڑی میں عموماً بطور روکے^{۲۴} (بریک) استعمال کی جاتی ہے۔



شکل ۷.۱۲: امالی موٹر کی قوت مسروڑ بالقابل سرکاو۔

امالی مشین $s < 0$ کی صورت میں بطور جنریٹر، $0 < s < 1$ کی صورت میں بطور موٹر اور $s > 1$ کی صورت میں بطور روک کام کرتی ہے۔

امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مسروڑ مساوات ۷.۴۹ سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ قوت مسروڑ اسی لمحہ زیادہ سے زیادہ ہوگی جب گھومتے جھکے کو زیادہ سے زیادہ طاقت میسر ہو۔ زیادہ طاقت منتقل کرنے کے مسئلہ ۲۵ کے مطابق مسزاحت $\frac{R'_r}{s}$ میں طاقت کا ضیاع اس صورت زیادہ سے زیادہ ہوگا جب (شکل ۷.۱۱ میں) اس کی قیمت باقی سلسلہ وار جڑی اجزاء کی قیمت کے برابر ہو:

$$(۷.۵۰) \quad \frac{R'_r}{s} = |R_t + jX_t + jX'_r| = \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}$$

اس مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرکاو s_z حاصل ہوگا۔

$$(۷.۵۱) \quad s_z = \frac{R'_r}{\sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$

مساوات ۷.۴۹ کی نسبہ نمائیں $R_t^2 + (X_t + X'_r)^2$ کی جگہ مساوات ۷.۵۰ کا مربع استعمال کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ قوت مسروڑ T_z حاصل ہوگی:

$$(۷.۵۲) \quad \begin{aligned} T_z &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s} \right)}{\frac{R_t'^2}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + \frac{R_t'^2}{s^2}} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left(R_t + \frac{R'_r}{s} \right)} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left(R_t + \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2} \right)} \end{aligned}$$



شکل ۱۳. ۷: بیرونی مسزاجمت کا قوت مسروڑ بالمقابل سرکاو کے خطوط پر اثرات۔

درج بالا کے حصول میں آخری قدم پر مساوات ۷.۵۰ کا استعمال دوبارہ کیا گیا۔ اس مساوات کے مطابق امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مسروڑ اس کے گھومتے لچھوں کی مسزاجمت پر منحصر نہیں ہوگی۔ یہ ایک اہم معلومات ہے جسے استعمال کر کے امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مسروڑ درکار رفتار پر حاصل کی جاسکتی ہے۔ آئیں دیکھتے ہیں کہ ایسا کس طرح کیا جاتا ہے۔

امالی موٹر کے گھومتے لچھوں کے برقی سروں کو سرکے چھلوان^{۲۶} کے ذریعہ باہر نکالا جاتا ہے^{۲۷} جہاں ان کے ساتھ سلسلہ وار بیرونی مسزاجمت جوڑی جاتی ہے۔ اس طرح گھومتے لچھوں کی کل مسزاجمت بڑھ کر $R_{T,a} + R_{T,b}$ ہو جاتی ہے۔ ایسا کرنے سے مساوات ۷.۵۰ کے مطابق زیادہ سے زیادہ قوت مسروڑ نسبتاً زیادہ سرکاو یعنی کم زاویائی رفتار پر حاصل ہوگی۔ شکل ۱۳. ۷ کے مطابق مسزاجمت $R_{T,c}$ استعمال کرتے ہوئے ساکن موٹر چالو ہوتے وقت زیادہ سے زیادہ قوت مسروڑ دے گی۔ اس طرح بوجھ بردار موٹر ساکن حالت سے ہی زیادہ بوجھ اٹھانے کے قابل ہوگی۔ بیرونی مسزاجمت استعمال کیے بغیر یا کم بیرونی مسزاجمت، مثلاً $R_{T,a}$ ، استعمال کرتے ہوئے ساکن موٹی کی قوت مسروڑ نسبتاً بہت کم ہوگی۔ چونکہ زیادہ سرکاو پر موٹر کی کارگزاری خراب ہوتی ہے لہذا اس طرح موٹر کو زیادہ دیر نہیں چلایا جاتا اور جیسے ہی اس کی رفتار بڑھ جاتی ہے، اس سے بیرونی مسزاجمتیں منقطع کر کے گھومتے لچھوں کے برقی سرے قصور دور کر دیے جاتے ہیں۔

مثال ۷. ۳: صفحہ ۱۹۸ پر مثال ۷. ۲ میں دی گئی امالی موٹر استعمال کریں اور رگڑ سے طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کریں۔

- اگر موٹر درکار وولٹ اور تعداد پر تین فی صد سرکاو پر چل رہی ہو تب ساکن لچھے میں گھومتے لچھے کے حصہ کا برقی رو I_p' اور مشین کی اندرونی میکانیکی طاقت اور قوت مسروڑ حاصل کریں۔

^{۲۶} slip rings
^{۲۷} شکل کے نمونے پر۔

- موٹر کی زیادہ سے زیادہ اندرونی پیدا قوت سرورڈ اور اس قوت سرورڈ پر موٹر کی رفتار حاصل کریں۔
 - موٹر چالو ہونے کے لمحے پر قوت سرورڈ اور اس لمحے پر I_r' حاصل کریں۔
- حل:

- یک دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ استعمال کرتے ہوئے مساوات ۷۔۴ کی مدد سے درج ذیل ہوگا۔

$$Z_t = \frac{(0.5 + j0.99) j22}{0.5 + j0.99 + j22} = 0.4576 + j0.9573$$

$$\hat{V}_t = \frac{j22 \times 239.6/0^\circ}{0.5 + j0.99 + j22} = 229.2/1.246^\circ$$

- مساوات ۷۔۴۸ میں تین فی صد سرکاو پر $\frac{R_r'}{s} = 10.3333$ استعمال کرتے ہوئے درج ذیل ہوگا۔

$$\hat{I}_r' = \frac{229.2/1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 10.3333 + j0.34} = 21.1/-5.6^\circ$$

$$I_r' = |\hat{I}_r'| = 21.1 \text{ A}$$

یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ مندرجہ بالا مساوات میں $229.2/1.246^\circ$ کی جگہ $229.2/0^\circ$ استعمال کرنے سے I_r' کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی ہے۔

• مساوات ۷۔۴۴ اور ۷۔۴۵ کی مدد سے طاقت اور قوت سرورڈ حاصل کرتے ہیں۔

$$p_{\text{میکن}} = \frac{3 \times 21.1^2 \times 0.31}{0.03} \times (1 - 0.03) = 13387.46 \text{ W}$$

$$T = \frac{13387.46}{(1 - 0.03) \times 2 \times \pi \times 16.66} = 131.83 \text{ N m}$$

- مساوات ۷۔۵۱ زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرکاو درج ذیل دیتی ہے۔

$$s_z = \frac{0.31}{\sqrt{0.4576^2 + (0.9573 + 0.34)^2}} = 0.2253$$

یوں موٹر کی رفتار $1000 \times (1 - 0.2253) = 775$ چکر فی منٹ ہوگی۔

- چالو کرتے لمحے پر سرکاو اکائی ہوگا لہذا $\frac{R_r'}{s} = 0.31$ اور یوں درج ذیل ہوگا۔

$$\hat{I}_r' = \frac{229.2/1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 0.31 + j0.34} = 152.07/-58.14^\circ$$

$$I_r' = 152 \text{ A}$$

اس لمحے قوت سرورڈ درج ذیل ہوگی۔

$$T = \frac{3 \times 152.07^2 \times 0.31}{2 \times \pi \times 16.66} = 205 \text{ N m}$$

□

مثال ۷۔ دو قطب، ستارہ، پچپاس ہرٹز پر چلنے والی تین دوری امالی موٹر 2975 چکر فی منٹ کی رفتار پر بارہ کلو واٹ کی میکانیکی بوجھ سے لدی ہے۔ موٹر کا سرکاد اور دھسے پر قوت مسروڑ حاصل کریں۔
 حل: معاصر رفتار $50 \times 60 = 3000$ سیکنڈ یا $\frac{2}{P} f_e = \frac{2}{2} \times 50 = 50$ چکر فی منٹ ہے۔ یوں
 سرکاد $0.00833 = \frac{3000 - 2975}{3000} = 0.833\%$ یا $s = 0.833$ فی صد ہوگا۔ موٹر کی رفتار $49.5833 = \frac{2975}{60}$ چکر فی سیکنڈ ہے
 لہذا اس کے دھسے پر قوت مسروڑ $38 \text{ N} = \frac{12000}{2 \times \pi \times 49.58}$ ہوگی۔ □

۱۰۔ پنجنبرہ نمالامالی موٹر

گھومتے لچھوں کی ساخت پر ذرا غور کرتے ہیں۔ گھومتے لچھوں کے N_r چکر ہوتے ہیں جہاں N_r کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔ سادہ ترین صورت میں N_r ایک کے برابر ہو سکتا ہے یعنی ایک ہی چکر کا گھومتا لچھا۔ اب بجائے اس کے کہ فتالب میں لچھوں کے لئے شگاف بنائے جائیں اور ہر شگاف میں تانبے کی تار کا ایک چکر لپٹا جائے ہم یوں بھی کر سکتے ہیں کہ ہر شگاف میں سیدھا تانبے کا ایک سلاخ رکھ دیں اور اس طرح کے سب سلاخوں کی ایک جانب کے سروں کو تانبے کی ایک دائرہ نماسلاخ سے قصور دور کر دیں اور اسی طرح دوسری جانب کے تمام سروں کو بھی ایک تانبے کی دائرہ نماسلاخ سے قصور دور کر دیں۔ یوں تانبے کی سلاخوں کا پنجنبرہ حاصل ہوگا۔ اسی لئے ایسی امالی موٹر کو پنجنبرہ نمالامالی موٹر^{۲۸} کہتے ہیں۔

حقیقت میں شگافوں میں پگھلا تانبہ یا سلور^{۲۹} ڈالا جاتا ہے جو ٹھنڈا ہو کر ٹھوس ہو جاتا ہے اور فتالب کو جھکڑ لیتا ہے۔ دونوں اطراف کے دائرہ نماسلاخ دور کرنے والے پھلے بھی اسی طرح اور اسی وقت ڈھالے جاتے ہیں۔ یوں ایک مضبوط گھومتا حصہ حاصل ہوتا ہے۔ اسی مضبوطی کی وجہ سے پنجنبرہ نمالامالی موٹر بہت مقبول ہوئی ہے۔ ایسی موٹر یں سالوں تک بغیر دیکھ بھال کام کرتی ہیں اور روز سمرہ زندگی میں ہر جگہ پانی جاتی ہیں۔ گھسروں میں پانی کے پمپ اور پستھے انہیں سے چلتے ہیں۔

۱۱۔ بے بوجھ موٹر اور حبابمد موٹر کے معائنہ

امالی موٹر کی کارکردگی دو معائنوں سے معلوم کی جاتی ہے جن سے موٹر کے مساوی دور کے اجزاء بھی حاصل کئے جاتے ہیں۔ ہم تین دوری امالی موٹر کی مثال سے ان معائنوں پر بحث کرتے ہیں۔

۱۱.۱۔ بے بوجھ موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ بالکل ٹرانسفارمر کے بے بوجھ معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں موٹر کے ہیجان انگیز برقی رد اور بے بوجھ موٹر میں طاقت کے ضیاع کی معلومات حاصل ہوتی ہیں۔
 اس میں بے بوجھ امالی موٹر پر یکساں تین دوری برقی دباؤ V_{bb}^{20} لاگو کر کے بے بوجھ موٹر کی برقی طاقت کا ضیاع p_{bb} اور اس کے ساکن لچھے کا ہیجان انگیز برقی رد $I_{s,bb}$ ناپا جاتا ہے۔ یہ معائنہ امالی موٹر کے بتاوٹی برقی دباؤ اور برقی تعدد پر

squirrel cage^{۲۸}copper, aluminium^{۲۹}^{۲۰} V_{bb} لکھتے ہوئے لفظ بے بوجھ کے پہلے حروف ب اور ب کو زیر نوشت میں bb سے ظاہر کیا گیا ہے۔

سراخجام دیا جاتا ہے۔

بے بوجھ امالی موٹر صرف اتنی قوت مسروڑ پیدا کرتی ہے جتنی رگڑ اور دیگر ضیاع طاقت کی وجہ سے درکار ہو۔ اتنی کم قوت مسروڑ بہت کم سرکاو پر حاصل ہوگی۔ مساوات ۷.۴۸ سے ظاہر ہے کہ بہت کم سرکاو پر I_r بھی نہایت کم ہوگا اور اس سے گھومتے پچھوں میں برقی طاقت کا ضیاع متاثر نظر انداز ہوگا۔ اسی بات کو صفحہ ۱۹۶ پر شکل ۷.۷ کی مدد سے بھی سمجھا جاسکتا ہے جہاں واضح ہے کہ بہت کم سرکاو پر مسزاحمت $\frac{R_c'}{s}$ کی قیمت بہت زیادہ ہوگی اور اس کو کھلا دور سمجھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے شکل ۷.۱۴-۷.۱۳ ملتی ہے۔

شکل ۷.۱۴-۷.۱۳ کے متوازی اجزاء R_c اور X_m کی جگہ مساوی سلسلہ وار جڑے اجزاء پر کرنے سے شکل ۷.۱۴-۷.۱۳ حاصل ہوگی۔ کسی بھی امالی موٹر کی R_c کی قیمت اس کی X_m کی قیمت سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔ متوازی دور کی رکاوٹ Z_m سے مساوی سلسلہ وار رکاوٹ Z_s حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned} Z_m &= \frac{R_c j X_m}{R_c + j X_m} \\ &= \frac{R_c j X_m}{R_c + j X_m} \frac{R_c - j X_m}{R_c - j X_m} \\ &= \frac{j R_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2 + X_m^2} \\ (۷.۵۳) \quad &\approx \frac{j R_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2} \quad \text{کچھ } R_c \gg X_m \\ &= j X_m + \frac{X_m^2}{R_c} = j X_m + R_c^* = Z_s \end{aligned}$$

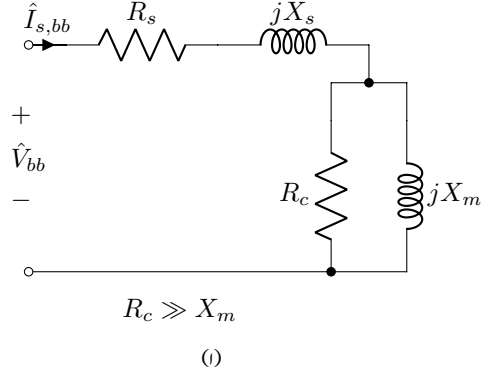
بے بوجھ ٹرانسفارمر میں ابتدائی پچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاتا ہے۔ بے بوجھ امالی موٹروں کا جیجیان انگلیز برقی رو کافی زیادہ ہوتا ہے لہذا ان کے ساکن پچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز نہیں کیا جاسکتا۔ بے بوجھ امالی موٹر کی p_{bb} سے تین ساکن پچھوں کا برقی ضیاع منفی کر کے میکانیکی ضیاع طاقت حاصل ہوگا:

$$(۷.۵۴) \quad p_{\text{ع}} = p_{bb} - 3I_{s,bb}^2 R_s$$

میکانیکی طاقت کا ضیاع بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر کے لئے ایک جیسا تصور کیا جاتا ہے۔ میکانیکی ضیاع $p_{\text{ع}}$ کو نظر انداز کرتے ہوئے شکل ۷.۱۴-۷.۱۳ سے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} R_{bb} &= \frac{p_{bb}}{3I_{s,bb}^2} \\ Z_{bb} &= \frac{V_{bb}}{I_{s,bb}} \\ (۷.۵۵) \quad X_{bb} &= \sqrt{|Z_{bb}|^2 - R_{bb}^2} \\ X_{bb} &= X_s + X_m \end{aligned}$$

یوں اس معائنہ سے موٹر کی بے بوجھ متعلیت X_{bb} حاصل ہوتی ہے۔ اگر کسی طرح ساکن لمحے کی متعلیت X_s معلوم ہو تب اس مساوات سے X_m حاصل کی جاسکتی ہے۔ اگلے معائنہ میں ہم X_s کا اندازہ لگاسکیں گے۔



شکل ۱۳. بے پوچھ امالی موٹر کا معائنہ۔

۱۱.۲ حبابد موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے قصور دور معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں مشین کے رستا امالوں کی معلومات حاصل ہوتی ہے۔ البتہ امالی موٹر کا مسئلہ ذرا زیادہ پیچیدہ ہے۔ امالی موٹر کے رستا امالہ گھومتے لچھوں میں برقی تعدد اور متالب کے سیراب ہونے پر منحصر ہوتے ہیں۔

اس معائنہ میں امالی موٹر کے گھومتے حصہ کو حرکت کرنے سے زبردستی روک دیا جاتا ہے جبکہ ساکن لچھوں پر بے سیرونی برقی دباؤ V_{rk} لاگو کر کے برقی طاقت p_{rk} اور ساکن لچھوں کے برقی رد $I_{s,rk}$ ناپے جاتے ہیں۔ اصولی طور پر یہ معائنہ ان حالات کو مد نظر رکھ کر کیا جاتا ہے جن پر موٹر کی معلومات درکار ہوں۔

ساکن موٹر چالو کرنے کے لمحہ پر موٹر کا سرکاو اکائی ہوتا ہے اور اس کے گھومتے لچھوں میں روز مسرہ تعدد f_e کے برقی رد $I_{t=0}$ ہوں گے، لہذا اگر اس لمحہ کے نتائج درکار ہوں تب موٹر کے ساکن لچھوں پر روز مسرہ تعدد f_e کا اتنا برقی دباؤ لاگو کیا جائے گا جتنے سے اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رد $I_{t=0}$ پیدا ہو۔ اسی طرح اگر برقرار چالو حالت میں بوجھ بردار موٹر کے نتائج درکار ہوں جب موٹر کا سرکاو s اور اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رد $I_{t \rightarrow \infty}$ ہوتے ہیں تب معائنہ میں $s f_e$ تعدد کے برقی دباؤ استعمال کیے جائیں گے اور اس کی قیمت اتنی رکھی جائے گی جتنی سے گھومتے لچھوں میں $I_{t \rightarrow \infty}$ برقی رد وجود میں آئے۔ تقریباً 20 kV A سے چھوٹی موٹروں میں برقی تعدد کے اثرات متابل نظر انداز ہوتے ہیں لہذا ان کا معائنہ f_e تعدد کے برقی دباؤ پر ہی کیا جاتا ہے۔

یہاں صفحہ ۱۹۹ کے شکل ۷.۷ کو ر کے (ساکن) موٹر کے معائنہ کے نقطہ نظر سے دوبارہ دیکھتے ہیں۔ ر کے (ساکن) موٹر کا سرکاو اکائی ہوتا ہے۔ مزید، اس معائنہ میں لاگو برقی دباؤ برقرار چالو موٹر پر لاگو برقی دباؤ سے حناصا کم ہوتا ہے۔ اتنے کم لاگو برقی دباؤ پر متالبی ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ شکل میں R_c کو کھلے دور کرنا متالبی ضیاع کو نظر انداز کرنے کے مترادف ہے۔ ایسا کرنے سے شکل ۷.۱۵-۷.۱۵ ملتا ہے۔ چونکہ $s = 1$ ہے لہذا اس شکل میں R'_r کو R'_r لیا گیا ہے۔

^۱ اس لمحہ کے برقی رد کو چھوٹی کھائی میں وقت صفر سے منسلک کیا گیا ہے یعنی $t = 0$
^۲ زیر نوشتہ میں $t \rightarrow \infty$ اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ موٹر کافی دیر سے چالو ہے اور یہ ایک برقرار رفتار تک پہنچ گئی ہے۔



شکل ۷.۱۵: ر کے امپلی موٹر کا معائنہ۔

شکل ۷.۱۵-۱ میں jX_m اور $(R'_r + jX'_r)$ متوازی جبڑے ہیں جن کی جگہ ان کی مساوی سلسلہ وار رکاوٹ پر کرنے سے شکل ۷.۱۵-۲ ب حاصل ہوگی۔ متوازی رکاوٹ Z_m کی مساوی سلسلہ وار رکاوٹ Z_s حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{jX_m(R'_r + jX'_r)}{R'_r + j(X_m + X'_r)} \\
 &= \left(\frac{jX_m R'_r - X_m X'_r}{R'_r + j(X_m + X'_r)} \right) \left(\frac{R'_r - j(X_m + X'_r)}{R'_r - j(X_m + X'_r)} \right) \\
 (۷.۵۶) \quad &= \frac{jX_m R_r'^2 + X_m R'_r(X_m + X'_r) - X_m X'_r R'_r + jX_m X'_r(X_m + X'_r)}{R_r'^2 + (X_m + X'_r)^2} \\
 &= \frac{X_m^2 R'_r}{R_r'^2 + (X_m + X'_r)^2} + j \frac{(X_m R_r'^2 + X_m^2 X'_r + X_m X_r'^2)}{R_r'^2 + (X_m + X'_r)^2} \\
 &= R_s^* + jX_s^* = Z_s
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں $X_m \gg X'_r$ اور $X_m \gg R'_r$ لینے سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۷.۵۷) \quad R_s^* \approx R'_r \left(\frac{X_m}{X_m + X'_r} \right)^2$$

$$(۷.۵۸) \quad X_s^* \approx \frac{X_m R_r'^2}{X_m^2} + \frac{X_m^2 X'_r}{X_m^2} + \frac{X_m X_r'^2}{X_m^2} \approx X'_r$$

گھومتا حصہ	خاصیت	X_s	X_r'
لپٹا ہوا	کارکردگی گھومتے حصے کی مزاحمت پر منحصر	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ A	عمومی ابتدائی قوت سرورڈ، عمومی ابتدائی رو	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ B	عمومی ابتدائی قوت سرورڈ، کم ابتدائی رو	$0.4X_{rk}$	$0.6X_{rk}$
بناوٹ C	زیادہ ابتدائی قوت سرورڈ، کم ابتدائی رو	$0.3X_{rk}$	$0.7X_{rk}$
بناوٹ D	زیادہ ابتدائی قوت سرورڈ، زیادہ سرکاو	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$

جدول ۱۷۔ متعلیلت کی ساکن اور گھومتے حصوں میں تقسیم۔

اس معائنہ میں پیمائش کی گئی قیمتوں اور شکل ۷.۱۵۔ ب سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$Z_{rk} = \frac{V_{rk}}{I_{s,rk}}$$

$$R_{rk} = \frac{P_{rk}}{3I_{s,rk}^2}$$

$$X_{rk} = \sqrt{|Z_{rk}|^2 - R_{rk}^2}$$

(۷.۵۹)

اس مساوات کے پہلے جبزو میں پیمائشی برقی دباؤ اور برقی رو سے رکاوٹ حاصل کی گئی ہے۔ اس طرح دوسرے جبزو میں مزاحمت اور تیسرے میں متعلیلت کا حساب لگایا گیا ہے۔ شکل ۷.۱۵۔ ب سے درج ذیل واضح ہے۔

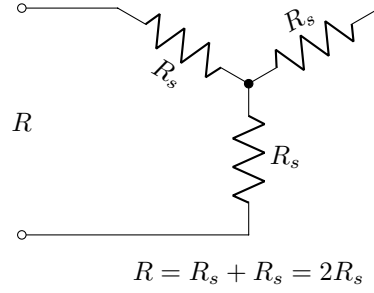
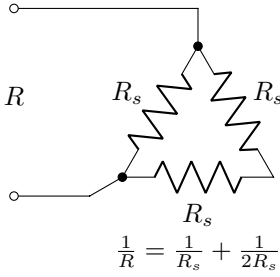
$$X_{rk} = X_s + X_r' \quad (۷.۶۰)$$

امالی مشین مختلف خواص کے بنائے جاتے ہیں۔ عام آدمی کی آسانی کے لئے ایسی مشینوں کی درجہ بندی کی جاتی ہے۔ جدول ۱۷ میں پانچبرہ نمبر امالی موٹر کی مختلف اقسام A, B, C, D اور ایسی مشین جن کا گھومتا حصہ لچھے پر مشتمل ہو، کی رستہ متعلیلت X_{rk} کو ساکن اور گھومتے لچھوں میں تقسیم کرنا دکھایا گیا ہے۔ اس جدول کے مطابق، گھومتے لچھے والی مشین میں ساکن اور گھومتی متعلیلت ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں۔ شکل ۷.۱۵۔ ب میں $R_{rk} = R^* + R_s$ ہے لہذا ساکن لچھے کی مزاحمت R_s مزاحمت پیمائشی کی مدد سے ناپ کر درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$R^* = R_{rk} - R_s \quad (۷.۶۱)$$

اب R_r' کو مساوات ۷.۵۷ سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں X_m بے بوجھ امالی موٹر کے معائنہ میں حاصل کی جاتی ہے۔

مزاحمت پیمائشی کی مدد سے ساکن لچھے کی مزاحمت ناپتے وقت یہ جاننا ضروری ہے کہ موٹر ستارہ یا ٹکونی حبڑی ہے۔ شکل ۷.۱۶ میں لچھے کو دونوں طرح حبڑا دکھایا گیا ہے۔ اگر ایک دوری مزاحمت R_s ہو تب ستارہ



شکل ۱۶: ستارہ اور ٹکونی حبڑی موٹروں کی ساکن لچھوں کی مزاحمت کا مزاحمت پیمائی کی مدد سے حصول۔

حبڑی موٹر کے لئے مزاحمت پیمائی $2R_s$ مزاحمت دے گا جبکہ ٹکونی حبڑی موٹر کے لئے یہ $\frac{2}{3}R_s$ مزاحمت دے گا۔

مثال ۵: ستارہ، چار قطب، پیماس ہرٹز اور 415 V ولٹ پر چلنے والی موٹر کے معائنہ کئے جاتے ہیں۔ موٹر کی بناوٹ درجہ بندی A کے مطابق ہے۔ مزاحمت پیمائی کسی بھی دوری سروں کے بیچ 0.55 اوہم جواب دیتا ہے۔ بے بوجھ معائنہ 50 Hz اور 415 V پر کرتے ہوئے برقی رو 4.1 A اور طاقت کا ضیاع 906 W ناپا جاتا ہے۔ جامد موٹر معائنہ 15 Hz اور 50 V پر کرتے ہوئے برقی رو 13.91 A اور طاقت کا ضیاع 850 W ناپا جاتا ہے۔ اس موٹر کا مساوی برقی دور بنائیں اور پانچ فی صد سرکاو پر اس کی اندرونی میکانیکی طاقت حاصل کریں۔

حل: مزاحمت پیمائی کے جواب سے ستارہ موٹر کے ساکن لچھے کی مزاحمت $R_s = \frac{0.55}{2} = 0.275$ حاصل ہوتی ہے۔ بے بوجھ معائنہ میں ایک دوری برقی دباؤ $V = 239.6$ ہے جس سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$R_{bb} = \frac{906}{3 \times 4.1^2} = 17.965$$

$$|Z_B| = \frac{239.6}{4.1} = 58.439$$

$$X_{bb} = \sqrt{58.439^2 - 17.965^2} = 55.609 = X_s + X_m$$

ر کے موٹر معائنہ کے نتائج سے X_s حاصل کرنے کے بعد X_m حاصل ہوگی۔
ساکن لچھے کی مزاحمت میں اس برقی رو پر کل

$$3I_{bb}^2 R_s = 3 \times 4.1^2 \times 0.275 = 13.87 \text{ W}$$

برقی طاقت کا ضیاع ہوگا لہذا ارگٹز اور دیگر ضیاع طاقت $892 - 13.86 = 906$ W ہوگا۔



شکل ۷.۱: امالی موٹر کا مساوی برقی دور۔

ر کے موٹر معائنہ میں یک دوری برقی دباؤ $\frac{50}{\sqrt{3}} = 28.9$ وولٹ ہیں۔ یوں درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$R_{rk} = \frac{850}{3 \times 13.91^2} = 1.464$$

$$|Z_{rk}| = \frac{28.9}{13.91} = 2.07$$

$$X_{rk,15} = \sqrt{2.07^2 - 1.464^2} = 1.46$$

اس معائنہ میں برقی تعدد 15 ہرٹز تھا لہذا 50 ہرٹز پر متعاقبیت درج ذیل ہوگی۔

$$X_{rk,50} = \frac{50}{15} \times X_{rk,15} \approx 4.9$$

درجہ بندی A کی امالی موٹر میں یہ متعاقبیت ساکن اور گھومتے لچھے میں ایک جیسی تقسیم ہوگی (جدول ۷.۱):

$$X_s = X'_r = \frac{4.9}{2} = 2.45$$

یوں درج ذیل ہوگا۔

$$X_m = X_{bb} - X_s = 55.609 - 2.45 = 53$$

چونکہ $R_s = 0.275$ اوہم ہے لہذا

$$R'_r = R_{rk} - R_s = 1.464 - 0.275 = 1.189$$

ہوگا۔ مساوی برقی دور شکل ۷.۱ میں دکھایا گیا ہے۔

پانچ فی صد سرکاو پر اندرونی میکانیکی طاقت کی خاطر بائیں جانب کا تھون مساوی دور استعمال کرتے ہوئے درج ذیل ہوگا۔

$$V_t = 229/0.2833^\circ \quad (\text{مساوات ۷.۴})$$

$$Z_t = 0.251 + j2.343$$

$$|\hat{I}'_r| = 9.346 \text{ A}$$

$$p_m = \frac{3 \times 9.346^2 \times 1.189 \times (1 - 0.05)}{0.05} = 5919 \text{ W} \quad (\text{مساوات ۷.۴})$$



باب ۸

یک سمت روشین

یک سمت روشین ایک سمت روشین طاقت پیدا کرتی ہیں یا ایک سمت روشین طاقت سے چلتی ہیں۔ ایک سمت روشینوں کی اہمیت بستر تک کم ہو رہی ہے اور ان کی جگہ امالی موٹر لے رہے ہیں جن کی رفتار قوی برقیات^۲ سے متاثر کی جاتی ہے۔ موجودہ دور میں گاڑیوں کے ایک سمت جنسریٹر بھی دراصل سادہ بدلتارو جنسریٹر ہوتے ہیں جن کے اندر نسب ڈاؤڈ بدلتارو برقی دباؤ کو ایک سمت محرک برقی دباؤ میں تبدیل کرتے ہیں۔ اس باب میں دو قطب کے ایک سمت روشین کا مطالعہ کیا جائے گا۔ میکانیکی سمت کار والے ایک سمت روشینوں میں میدانی لچھا ساکن جبکہ قوی لچھا گھومتا ہے۔

۸.۱ میکانیکی سمت کار کی بنیادی کارکردگی

جنسریٹر بنیادی طور پر بدلتارو برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔ ایک سمت جنسریٹر کے اندر نسب میکانیکی سمت کار^۳ میکانیکی طریقہ سے بدلتارو کو ایک سمت دباؤ میں تبدیل کر کے برقی سروں پر منراہم کرتا ہے۔ میکانیکی سمت کار کو شکل ۸.۱ میں دکھایا گیا ہے جہاں جنسریٹر کے قوی لچھے کو ایک چکر کا دکھایا گیا ہے اگرچہ حقیقت میں لچھا زیادہ چکر کا ہو گا۔ قوی لچھے کے برقی سروں کو دائرے سے ظاہر کیا گیا ہے جو سمت کار کے دائرہ ڈھموں کے ساتھ جڑے ہیں۔ قوی لچھا اور سمت کار ایک ہی دھڑے پر نسب ہوتے ہیں لہذا دونوں ایک ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ تصور کریں (میکانیکی سمت کار سے لچھے کی طرف دیکھتے ہوئے) مقناطیسی میدان میں دونوں گھڑی وار گھوم رہے ہیں۔ مقناطیسی میدان افقی سطح میں N سے S رخ ہو گا جسے نوکدار لکسروں سے دکھایا گیا ہے۔ سمت کار کے ساتھ ساکن کاربن بش، اسپرنگ کی مدد سے دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ ان کاربن بشوں سے برقی دباؤ کو جنسریٹر کے باہر منتقل کیا جاتا ہے۔ بشوں کو مثبت علامت + اور منفی علامت - سے ظاہر کیا گیا ہے۔ دکھائے گئے لمحے پر لچھے میں پیدا ہونے والی دباؤ کی وجہ سے لچھے کا سر دہشت اور ڈھنی ہے۔ یوں سمت کار کا حصہ د

dc, direct current^۱
power electronics^۲
diode^۳
commutator^۴



شکل ۸.۱: میکانی سمت کار۔



شکل ۸.۲: آدھے چکر کے بعد بھی بالائی بٹن مثبت ہی ہے۔

مثبت اور حصہ ڈمنفی ہوں گے لہذا کاربن کا + علامت والا بٹن مثبت اور - علامت والا بٹن منفی ہوگا۔ یوں بیرونی بالائی تار مثبت اور نچلی تار منفی ہوں گے۔ آدھے چکر بعد، جیسا شکل ۸.۲ میں دکھایا گیا ہے، خلائی درز میں لپھ کے داور ڈاٹراف آپس میں جگہیں تبدیل کر چکے ہوں گے۔ لپھ کے داور ڈاٹراف اب بھی سمت کار کے داور ڈاٹراف کے ساتھ جڑے ہیں۔ لپھ پر برقی دباؤ الٹ ہے اور اس کا سرد منفی اور ڈبٹ ہیں۔ یہاں سمت کار کی کارکردگی پر نظر رکھیں۔ اب بھی کاربن کا + علامت والا بٹن مثبت اور - علامت والا بٹن منفی ہے۔ یوں جنریشن کے بیرونی برقی سروں پر اب بھی بالائی سر مثبت اور نچلا سر منفی ہے۔ سمت کار کے دانتوں کے مابین برقی دباؤ ہوتا ہے لہذا ان کو غیر موصل کی مدد سے ایک دوسرے اور دھڑے سے دور رکھا جاتا ہے۔

گھومتے وقت ایک ایسا لمحہ آتا ہے جب سمت کار کے دانتوں کو کاربن بٹن قصر دور کرتے ہیں۔ کاربن بٹن محیط پر اس طرح رکھے جاتے ہیں کہ جس لمحہ میں برقی دباؤ مثبت سے منفی یا منفی سے مثبت ہونا چاہیے اسی لمحہ کاربن کے بٹن لپھ کو قصر دور کرتے ہوں۔ چونکہ اس لمحہ لپھ پر محرک دباؤ صفر ہوتا ہے لہذا اسے قصر دور کرنے سے کوئی نقصان نہیں ہوتا ہے۔ یوں حاصل برقی دباؤ شکل ۸.۳ میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں دو دندی سمت کار اور دو مقناطیسی قطب کے درمیان گھومتا ہوا ایک قوی لپھا دکھایا گیا ہے۔ حقیقت میں جنریشن کے متعدد قطبین ہوں گے اور فی قطب سمت کار کے کئی دندے ہوں گے۔ چھوٹی مشینوں میں مقناطیس



شکل ۸.۳: دو دندے کی سمت کار سے حاصل ایک سمت برقی دباؤ۔

ہی مقناطیسی میدان فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں مقناطیسی میدان ساکن میدانی لچھے فراہم کرتے ہیں۔ دونوں اقسام کی مشینوں کے لچھے تقسیم شدہ ہوتے ہیں۔ اب ہم زیادہ دندوں کے ایک سمت کار کو دیکھتے ہیں۔

۸.۱.۱ میکانیکی سمت کار کی تفصیل

پچھلے حصے میں سمت کار کی بنیادی کارکردگی پر غور کیا گیا۔ اس حصے میں اس پر تفصیلی بات کی جائے گی۔ شکل ۸.۴ میں امالی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں اندر کو سمت کار ہے جس کے دندوں کو گنتی لگائی گئی ہے۔ سمت کار کی اندر جانب دو عدد کاربن فرش ہیں جن سے بیرون برقی رو i حاصل کی جاتی ہے۔ شگافوں کو بھی گنتی لگائی گئی ہے۔ جنسریٹر کے دو قطب اور آٹھ شگاف ہیں۔ اس طرح اگر ایک شگاف ایک قطب کے سامنے ہو تو تین شگاف چھوڑ کر موجود شگاف دوسرے قطب کے سامنے ہو گا۔ ہم کہتے ہیں کہ ایسے دو شگاف ”ایک قطب فاصلہ“ پر ہیں۔ یوں شگاف 1 اور 5 ایک دوسرے سے ایک قطب کے فاصلے پر ہیں جبکہ شگاف 2 اور 6 ایک دوسرے سے ایک قطب کے فاصلے پر ہیں۔

جیسا شکل ۸.۲ میں دکھایا گیا، اگر لچھے کا ایک طرف شمالی قطب کے سامنے ہو تب اس کا دوسرا طرف، ایک قطب فاصلہ پر، جنوبی قطب کے سامنے ہو گا۔ لچھوں کو شگافوں میں رکھا جاتا ہے۔ یوں شکل ۸.۴ میں اگر ایک لچھے کا ایک طرف شگاف 1 میں ہو تب اس کا دوسرا طرف، ایک قطب فاصلہ پر، شگاف 5 میں ہو گا۔ حقیقت میں ہر شگاف میں دو لچھے رکھے جاتے ہیں۔ ایک لچھے کو شگاف میں محور کے قریب اور دوسرے کو شگاف میں محور سے دور رکھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے کے لئے ہمیں دو مختلف جامت کے لچھے تیار کرنے ہوں گے۔ محور کے قریب رکھا گیا لچھا جامت میں چھوٹا جبکہ محور سے دور لچھا بڑا ہو گا۔ لچھوں کو پہلے تیار کر کے بعد میں شگافوں میں رکھا جاتا ہے۔ اس سے بہتر ترکیب موجود ہے جو حقیقت میں استعمال ہوتی ہے۔

بہتر ترکیب میں ایک لچھے کے ایک طرف کو ایک شگاف میں محور کے قریب اور، ایک قطب فاصلہ پر، دوسرے شگاف میں محور کے دور رکھا جاتا ہے۔ دوسرے لچھے کو انہیں شگافوں میں باقی دو مقامات پر رکھا جاتا ہے۔ یوں دونوں لچھوں کی جامت ایک دوسرے جیسے ہو گی اور ان میں اتنی ڈھیل ہو گی کہ انہیں شگافوں میں با آسانی رکھا جاسکے۔

اب شکل ۸.۴ کو تفصیل سے سمجھتے ہیں۔ شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو کے رخ نقطہ اور صلیب سے ظاہر کئے گئے ہیں۔ نقطہ کا نشان، صفحہ سے عمودی باہر رخ رو کو ظاہر کرتا ہے جبکہ صلیب کا نشان اس کے مخالف رخ رو کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں پہلا (1) شگاف میں برقی رو صفحہ کو عمودی اندر رخ ہے۔ شکل ۸.۴ میں مشین کا عمودی تراش دکھایا گیا ہے۔ مشین کا محور کتاب کے صفحہ کو عمودی ہو گا۔ ہمیں



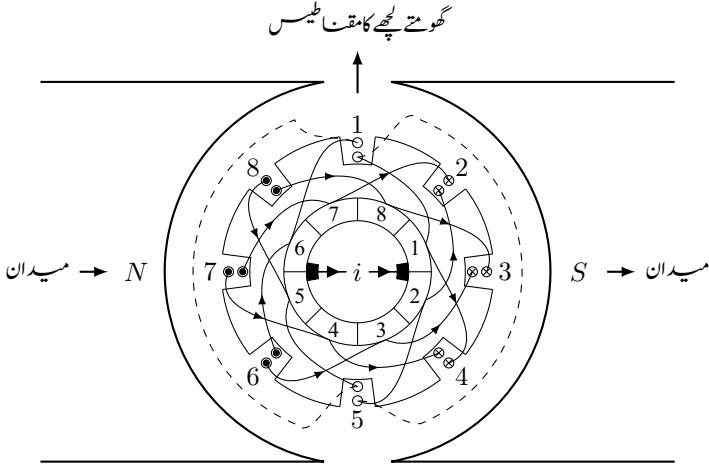
شکل ۸.۴: کاربن بشس ستکار کے دندوں کو قصردور نہیں کر رہا ہے۔



شکل ۸.۵: سمت کار سے جڑے لچھے۔

مشین کا (مشرقی، بالائی) ”سامنے“ طرف نظر آ رہا ہے جبکہ (ہم سے دور) ”خچلا“ طرف ہمیں نظر نہیں آ رہا ہے۔ ”سامنے“ طرف کی تاروں کو ٹھوس جبکہ ”خچلے“ طرف (نظر نہ آنے والے) تاروں کو نقطہ دار دکھایا گیا ہے۔ ہر شگاف میں دو لچھے دکھائے گئے ہیں جن میں سے ایک مشین کی محور کے مشرب ”اندر“ جانب اور دوسرا محور سے دور ”باہر“ جانب ہے۔ پہلا (1) شگاف میں ”اندر“ جانب موجود لچھا، سمت کار کے پہلا (1) دانت سے جڑا ہے۔ اس جوڑ کو موٹی تیر دار لکیر سے دکھایا گیا ہے جہاں تیر کا نشان برقی رو کے رخ کو ظاہر کرتا ہے۔ شگاف 1 کے ”خچلے“ طرف (کے اندرونی مقام) سے نکل کر یہ پچھا شگاف 5 میں ”خچلے“ طرف سے (بیرونی مقام میں) داخل ہوتا ہے۔ اس بات کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح دو عدد لچھے شگاف 2 اور 6 میں پائے جاتے ہیں۔ ان میں ایک لچھا شگاف 2 میں ”اندر“ جانب اور شگاف 6 میں ”باہر“ جانب ہے جبکہ دوسرا لچھا دوسرے شگاف میں ”باہر“ جانب اور چھٹے شگاف میں ”اندر“ جانب ہے۔ نقطہ دار لکیریں صرف پہلی اور پانچویں شگافوں کے لئے دکھائی گئی ہیں۔ آپ خود باقی شگافوں کے لئے انہیں بنا سکتے ہیں۔ ہر لچھے کا ایک طرف شگاف میں ”اندر“ جانب اور دوسرا طرف ایک قطب دور شگاف میں ”باہر“ جانب ہو گا۔ سمت کار کا پہلا (1) دانت چوتھے (4) شگاف کے ”باہر“ جانب موجود لچھے سے بھی جڑا ہے۔ آپ یہاں رکھ کر شکل ۸.۵ کی مدد سے مشین میں برقی رو کے رخ سمجھیں اور تسلی کر لیں کہ یہ درست دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل میں لچھوں کو، ب، پ، وغیرہ سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ سمت کار کے دندوں کو گسنتی لگائی گئی ہے۔ کاربن کے لمبے پہلے اور پانچویں دانت سے جڑے دکھائے گئے ہیں۔

شکل ۸.۵ میں کاربن لمبے سے برقی رو سمت کار کے پہلے دانت سے ہوتا ہوا دو برابر حصوں میں تقسیم ہو کر دو یکساں متوازی راستوں بہت ہے۔ ایک راستہ سلسلہ وار جڑے، ب، پ اور ت لچھوں پر مشتمل ہے جبکہ دوسرا راستہ سلسلہ وار جڑے ٹ، ش، ج اور چ لچھوں پر مشتمل ہے۔ یہ دو عدد سلسلہ وار راستے آپس میں متوازی جڑے ہیں۔ برقی رو کے رخ نقطہ دار نوک دار لکیریوں سے ظاہر کیے گئے ہیں۔ دو متوازی راستوں سے گزرتا برقی رو ایک مرتب دوبارہ مل کر ایک ہو جاتا ہے اور سمت کار کے پانچویں دانت سے جڑے کاربن لمبے کے ذریعہ مشین سے باہر نکل جاتا ہے۔ گھومتے حصے کے شگافوں میں موجود لچھوں کا برقی رو، مقناطیسی دباؤ پیدا کرے گا جو ساکن مقناطیسی دباؤ کو عمودی ہو گا جیسا شکل ۸.۴ میں دکھایا گیا ہے۔ گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کا رخ جاننے کے لئے شکل ۸.۴ کے شگافوں میں برقی رو پر نظر رکھیں۔ بائیں جانب چار شگافوں میں رو صفحہ سے باہر جبکہ دائیں جانب چار شگافوں میں رو صفحہ کے اندر رخ ہے۔ دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو انہیں کے رخ گھمانے سے انگوٹھا میدان کارخ دے گا۔ آپس میں متانہ مقناطیسی دباؤ دھرے پر گھڑی وار قوت سرور پیدا کریں گے۔ یوں اگر مشین موٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو تب یہ گھڑی وار گھومے گی اور کاربن لمبے پر ایسا بیرونی یک سمت برقی دباؤ لاگو ہو گا جو دکھائے گئے برقی رو پیدا کرتا ہو۔ اب تصور کریں کہ مشین ایک جنریٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہے جس کو خلاف گھڑی بیرونی میکانیکی طاقت سے گھمایا جا رہا ہے۔ سمت کار کے آدھے دانت کے برابر حرکت کے بعد جنریٹر شکل ۸.۶ میں دکھائے گئے حالت میں ہو گا جہاں دایاں کاربن لمبے سمت کار کے پہلے اور دوسرے دانت کو قصر دور جبکہ بایاں کاربن لمبے پانچویں اور چھٹے دانت کو قصر دور کرتے ہیں۔ یوں پہلے اور پانچویں شگافوں کے لچھے قصر دور ہوں گے جبکہ باقی شگافوں کے لچھوں میں حسب معمول برقی رو ہو گا جو پہلے کی طرح اب بھی ساکن لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کے عمودی مقناطیسی دباؤ پیدا کریں گے۔ آپ گھومتے لچھوں کے میدان کارخ دائیں ہاتھ کے قانون سے جان سکتے ہیں۔ بائیں جانب تین شگافوں میں رو صفحہ سے باہر جبکہ دائیں جانب تین شگافوں میں صفحہ کے اندر رخ ہے۔ دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو انہیں کے رخ گھمائیں۔ انگوٹھا میدان کارک دے گا۔ اس لمحے کی وضاحت شکل ۸.۷ میں کی گئی ہے۔



شکل ۸.۶: کاربن لشن سمت کار کے دندوں کو قصردور کر رہا ہے۔



شکل ۸.۷: کاربن لشن دودندوں کو قصردور کر رہے ہیں۔

مشین جب سمت کار کے ایک دانت کے برابر حرکت مکمل کر لے تو کار بن بش دو سرے اور چھٹے دانت سے حبڑ بنیں گے۔ پہلے اور پانچویں شگافوں میں برقی رو کا رخ پہلے کے مخالف ہو جائے گا جبکہ باقی شگافوں میں برقی رو کے رخ برعکس رہیں گے۔ گھومتے لچھوں کا برقی دباؤ اب بھی اسی رخ ہو گا۔

جب تے دورانے کے لئے کار بن بش دو لچھوں کو قصر دور کرتے ہیں اتنے وقت میں ان لچھوں میں برقی رو کا رخ الٹ ہو جاتا ہے۔ کوشش کی جاتی ہے کہ اس دوران برقی رو وقت کے ساتھ بتدریج تبدیل ہو۔ ایسا نہ ہونے سے کار بن بش سے چنگاریاں نکلتی ہیں جن سے بش حبلہ ناکارہ ہو جاتے ہیں۔ جنریٹر کے قصر دور لچھوں میں پیدا برقی دباؤ، قصر دور لچھوں میں گھومتا ناکارہ برقی رو پیدا کرتا ہے جو ہمارے کسی کام کا نہیں ہوتا ہے۔ لچھے اور کار بن بش کی مسزاحت اس ناکارہ رو کی قیمت تعیین کرتے ہیں۔

حقیقت میں ایک سمت جنریٹر میں فی قطب درجن دانت کا سمت کار استعمال ہو گا اور اگر مشین بہت چھوٹی نہ ہو تو اس میں دو سے زیادہ قطب ہوں گے۔

۸.۲ ایک سمت جنریٹر کا برقی دباؤ

گزشتہ حصہ کے شکل ۸.۵ میں ا، ب، پ اور ت لچھے سلسلہ وار حبڑے ہیں۔ اسی طرح ٹ، ش، ج اور چ لچھے سلسلہ وار حبڑے ہیں۔ حصہ ۵.۳ میں مساوات ۵.۲۳ ایک لمبھی ایک سمت جنریٹر کا محرک برقی دباؤ e_1 دیتی ہے۔ اسے یہاں یاد دہانی کے لئے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(۸.۱) \quad e_1 = \omega N \phi_m = \omega N A B_m$$

حنائی درز میں یکساں B_m کی صورت میں تمام لچھوں میں ایک جیسا محرک برقی دباؤ پیدا ہو گا۔ یوں شکل ۸.۴ میں دکھائے لمحہ پر (شکل ۸.۵ سے رجوع کریں) جنریٹر کا کل محرک برقی دباؤ e_1 ، ایک لچھے کے محرک برقی دباؤ کا چار گنا ہو گا

$$(۸.۲) \quad \begin{aligned} e &= e_1 + e_b + e_p + e_t \\ &= e_{ش} + e_{ٹ} + e_{ج} + e_{چ} \\ &= 4\omega N A B_m \end{aligned}$$

جبکہ شکل ۸.۶ میں دکھائے لمحہ پر e صرف تین لچھوں کے محرک برقی دباؤ کا مجموعہ ہو گا (شکل ۸.۷ سے رجوع کریں):

$$(۸.۳) \quad \begin{aligned} e &= e_b + e_p + e_t \\ &= e_{ش} + e_{ج} + e_{چ} \\ &= 3\omega N A B_m \end{aligned}$$

شکل ۸.۸ میں آٹھ دندی میکانی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ دکھایا گیا ہے جہاں ایک سمت برقی دباؤ پر سوار غیر مطلوبہ لبر نظر آرہی ہیں۔ اگر جنریٹر کے ایک جوڑی قطبین پر n لچھے ہوں تب شکل ۸.۵ کی طرح یہ دو $\frac{n}{2}$ سلسلہ وار لچھوں جتنا محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا۔

$$(۸.۴) \quad e = \frac{n}{2} \omega N \phi_m = \frac{n}{2} \omega N A B_m$$



شکل ۸.۸: آٹھ دندی میکانی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ۔

اس صورت میں غیر مطلوب لہر کل ایک سمت برقی دباؤ کی تقریباً

$$(۸.۵) \quad \frac{\omega N \phi_m}{\frac{n}{2} \omega N \phi_m} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100$$

فی صد ہوگی۔ یوں فی قطب دندوں کی تعداد بڑھانے سے زیادہ ہموار برقی دباؤ حاصل ہوگا اور غیر مطلوب لہر متاثر نظر انداز ہوگی۔

تصور کریں کہ شکل ۸.۴ کی مشین کی خلائی درز میں B_m غیر یکساں ہے۔ اب لچھوں میں محرک برقی دباؤ مساوات ۸.۱ کے تحت مختلف زاویوں پر مختلف ہوگا۔ اس طرح مشین سے حاصل کل برقی دباؤ چار سلسلہ وار لچھوں کے مختلف محرک برقی دباؤ کا مجموعہ

$$(۸.۶) \quad e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$$

ہوگا جہاں e_1, e_2, \dots مختلف لچھوں کے محرک برقی دباؤ ہیں۔

شکل ۸.۴ میں گھومتے حصہ کو ایک دندان کے برابر حرکت دینے سے دوبارہ یہی شکل حاصل ہوتا ہے لہذا ایک دندان حرکت کے بعد حاصل برقی دباؤ بھی دوبارہ وہی ہوگا۔ میکانی سمت کار کے فی قطب دندوں کی تعداد بڑھانے سے ایک دندان کے برابر حرکت بہت چھوٹی ہوگی لہذا خلائی درز میں ہمواری کے ساتھ تبدیل ہوتے کثافت مقناطیسی بہاؤ کی صورت میں اتنی کم حرکت کے احاطے میں B_m کی قیمت میں تبدیلی متاثر نظر انداز ہوگی اور B_m کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں اگر لچھا ایک دندان کے احاطے میں حرکت کرے تو اس میں محرک برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوگا۔ یعنی جس لچھے کا محرک برقی دباؤ e_1 ہو اس لچھے کا محرک برقی دباؤ ایک دندان احاطے میں بھی رہے گا۔ یوں اگر چہ e_1, e_2, \dots ایک دوسرے سے مختلف ہو سکتے ہیں لیکن ان میں سے ہر ایک کی ایک مستقل قیمت ہوگی، لہذا مساوات ۸.۶ میں دیا گیا محرک برقی دباؤ (جو ان مستقل قیمتوں کا مجموعہ ہوگا) بھی ایک مستقل ہوگا۔

ہم نے دیکھا کہ خلائی درز میں ہمواری کے ساتھ تبدیل ہوتے B_m کی صورت میں جنریشن سے معیاری ایک سمت محرک برقی دباؤ حاصل ہوگا۔ بدلتا رو جنریشن میں B_m سائنسار کھنا ضروری ہوتا ہے۔ نہایت چھوٹی ایک سمت مشینوں کے خلائی درز میں B_m یکساں رکھا جاتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں اسے ہمواری کے ساتھ تبدیل کیا جاتا ہے۔ جیسا اوپر ذکر ہوا عملاً میکانی سمت کار کے دندوں تک لچھوں کے سروں کی رسانی ممکن تب ہوتی ہے جب ہر شگاف میں دو لچھے رکھے جائیں۔

شگافوں کی تعداد n ہونے کی صورت میں شگافوں کی جوزیوں کی تعداد $\frac{n}{2}$ ہوگی۔ شگافوں کی ایک جوزی میں 2 لچھے پائے جاتے ہیں لہذا لچھوں کی کل تعداد n ہوگی۔ اگر تمام لچھوں میں ملا کر N چکر ہوں تب ایک لچھے میں



$\frac{N}{n}$ چپکر ہوں گے اور ایک شگاف کے دو لچھے، مقناطیسی میدان میں $\frac{2NI}{n}$ کی تبدیلی پیدا کریں گے۔ یوں بالکل متعرب متعرب شگافوں میں رکھے گئے لچھوں سے خلائی درز میں سیڑھی نم مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا ہوگی جہاں ہر سیڑھی کی اونچائی $\frac{2NI}{n}$ ہوگی۔ کل چپکر N کو اٹل رکھتے ہوئے شگافوں کی تعداد بڑھانے سے ایک سیڑھی کی اونچائی کم ہوگی۔ یوں کافی زیادہ شگافوں کی صورت میں ایک سیڑھی کی اونچائی متاثر انداز ہوگی اور مقناطیسی موج کو سیڑھی موج کی بجائے آری کے دندوں کی مانند موج تصور کیا جاسکتا ہے جسے شکل ۸.۹ میں دکھایا گیا ہے۔ شگافوں میں رو کے رخ کو نقطوں اور صلیبوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ زیادہ تعداد کے شگافوں کی صورت میں انفرادی لچھوں میں رو کو برقی رو کی چادر تصور کیا جاسکتا ہے۔

متعدد قطبین مشین میں شمالی اور جنوبی قطبین کے ایک جوڑے کا پیدا کردہ یک سمت برقی دباؤ مساوات ۸.۴ دے گی جہاں قطبین کے ایک جوڑے پر میکانیکی سمت کار کے دندوں کی تعداد n ہے۔ قطبین کے زیادہ جوڑوں سے حاصل یک سمت برقی دباؤ کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑا جاسکتا ہے۔

۸.۳ قوت سروژ

یک سمت مشینوں کا امالی برقی دباؤ اور قوت سروژ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کی صورت پر منحصر نہیں ہوتا ہے۔ قوی لچھے کے آری دند ان نم مقناطیسی دباؤ (شکل ۸.۹) کا بنیادی فورم سرعہ جزو درج ذیل ہوگا۔

$$\tau_q = \frac{8}{\pi^2} \frac{NI}{2} \quad (۸.۷)$$

یک سمت مشین میں ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ آپس میں عمودی ہوتے ہیں لہذا ان میں قوت

سرڈ مساوات ۵.۱۰۳ کے تحت درج ذیل ہوگا۔

$$(۸.۸) \quad T = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2}\right)^2 \phi_m \tau_q$$

مثال ۸.۱: دو قطب، بارہ دندری میکانی سمت کار کے ایک سمت جنریٹر میں ہر قوی لچھا بیس چکر کا ہے۔ ایک لچھے سے 0.0442 ویسبر مقناطیسی ہوا گزرتا ہے۔ جنریٹر 3600 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔

- جنریٹر کے ایک سمت برقی دباؤ میں غیر مطلوبہ لبرکل برقی دباؤ کا کتنا فی صد ہوگا؟
- ایک سمت برقی دباؤ حاصل کریں۔

حل:

- مساوات ۸.۵ سے غیر مطلوبہ لبر 16.66 = $\frac{2}{12} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100$ فی صد حاصل ہوتا ہے۔

- جنریٹر کی رفتار $\frac{3600}{60} = 60$ ہرٹز ہے یوں مساوات ۸.۴ سے ایک سمت برقی دباؤ درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$e = \frac{12}{2} \times 2 \times \pi \times 60 \times 20 \times 0.0442 = 1999.82 \text{ V}$$

□

۸.۴ بیرونی ہیجان اور خود ہیجان ایک سمت جنریٹر

بیرونی ہیجان ایک سمت جنریٹر کے میدان لچھے کو بیرونی ایک سمت برقی دباؤ فراہم کیا جاتا ہے جبکہ خود ہیجان ایک سمت جنریٹر کے میدان لچھے کو جنریٹر کا اپنا (قوی لچھے کا) محرک برقی دباؤ فراہم کیا جاتا ہے۔ ایک سمت جنریٹر کی کارکردگی اس کو ہیجان کرنے کے طریقے پر منحصر ہوتی ہے۔

شکل ۸.۱۰-۱ میں قوی لچھے^۱ اور میدان لچھے^۲ کو آپس میں عمودی بنایا گیا ہے۔ یوں یاد رہتا ہے کہ ان لچھوں کے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ آپس میں عمودی ہیں۔ یہاں قوی لچھے کی صورت میکانی سمت کار کی طرح بنائی گئی ہے۔

میدانی اور قوی لچھوں کے مقناطیسی دباؤ آپس میں عمودی ہیں جس سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ ایک لچھے کا برقی دباؤ دوسرے لچھے کے برقی دباؤ پر اثر انداز نہیں ہوگا۔ یوں مقناطیسی متالب کے کسی ایک رخ سیرامیت، اس رخ کے عمودی دوسرے رخ کی سیرامیت پر اثر انداز نہیں ہوگی۔

شکل ۸.۱۰-۱ میں بیرونی ہیجان مشین کے میدان لچھے کو بیرونی ایک سمت برقی طاقت مہیا کی گئی ہے۔ میدان لچھے کا برقی روتبدیل کر کے میدان مقناطیسی دباؤ τ_m ، میدان مقناطیسی ہوا ϕ_m اور کثافت مقناطیسی ہوا

^۱ separately excited
^۲ self excited
^۳ armature coil
^۴ field coil



شکل ۸.۱۰: بیرونی تہجان اور خود تہجان یک سمت رو جنریٹر



شکل ۸.۱۱: میدان برقی روے محرک برقی دباؤت ایا جاتا ہے۔



شکل ۸.۱۲: سلسلہ وار اور مرکب حبڑا خود ہیجان جنریٹر۔

B_m تبدیل کیے جاسکتے ہیں۔ یوں جنریٹر کا محرک برقی دباؤ مساوات ۸.۱ کے تحت تبدیل کیا جاسکتا ہے یا موٹر کی قوت سرو مساوات ۸.۸ کے تحت تبدیل کی جاسکتی ہے۔

برقی رو کے بڑھنے سے فالب کی سیرایت شکل ۸.۱۱ میں واضح ہے۔ فالبی سیرایت کی بنا برقی رو بڑھاتے ہوئے ابتدائی طور محرک برقی دباؤ اور میدانی لچھے کا برقی رو راست متناسب ہوں گے جبکہ زیادہ برقی رو پر ایسا نہیں ہوگا۔ شکل-ب کی ترسیم مشین کے کھلے سر معائنہ سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ شکل-ب میں محرک برقی دباؤ e_{q0} کی بجائے e_q لکھ کر یاد دہانی کرائی گئی ہے یہ دباؤ قوی لچھے سے ایک معین رفتار ω_0 پر حاصل کیا گیا ہے۔ کسی دوسری رفتار پر محرک برقی دباؤ e_q کے حصول کے لئے مساوات ۸.۴ کی مدد سے

$$(۸.۹) \quad \frac{e_q}{e_{q0}} = \frac{\frac{n}{2} \omega N A B_m}{\frac{n}{2} \omega_0 N A B_m} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

لکھ کر

$$(۸.۱۰) \quad e_q = \frac{\omega}{\omega_0} e_{q0}$$

یا

$$(۸.۱۱) \quad e_q = \frac{rpm}{rpm_0} e_{q0}$$

حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں رفتار کو چکر فی منٹ^{۱۰} میں (بھی) لیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ یہ مساوات صرف اس صورت درست ہوں گے جب مقناطیسی میدان تبدیل نہ ہو۔

شکل ۸.۱۰-ب میں خود ہیجان مشین دکھائی گئی ہے جس کے میدانی اور قوی لچھے متوازی حبڑے ہیں۔ اس طرح حبڑے جنریٹر کو خود ہیجان متوازی جو "جنریٹر کہتے ہیں۔ میدانی لچھے کے ساتھ ایک مسزاحت سلسلہ وار حبڑی ہے۔ اس مسزاحت کو تبدیل کر کے میدانی برقی رو تبدیل کیا جاتا ہے جس سے، بالکل بیرونی ہیجان مشین کی طرح، جنریٹر کا محرک برقی دباؤ یا موٹر کی قوت سرو تبدیل کی جاتی ہے۔ ایک بار ہیجان

^{۱۰} rpm, rounds per minute
^{۱۱} parallel connected



شکل ۸.۱۳: مرکب متریب حبڑا اور مرکب دور حبڑا خود بیجبان جنریٹر

ہونے کے بعد مقناطیسی وتالب میں باقی مقناطیسی بہاؤ رہتا ہے جیسا شکل ۸.۱۱-۱ میں دکھایا گیا ہے۔ یوں میدانی لچھا بیجبان کئے بغیر جنریٹر کچھ محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا^{۱۲}۔ شکل-ب میں صنرمیدانی برقی رو پر باقی برقی دباؤ دکھایا گیا ہے۔

خود بیجبان جنریٹر ساکن حال سے چالو ہو کر ابتدائی طور پر باقی محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا جو میدانی لچھے میں برقی رو پیدا کر کے مقناطیسی میدانی پیدا کرتے ہوئے مشین کو ذرا زیادہ بیجبان کرتا ہے۔ یوں مشین کا محرک برقی دباؤ بھی کچھ بڑھ جائے گا۔ اس طرح کرتے کرتے جنریٹر حبلہ پورا محرک برقی دباؤ پیدا کرنا شروع کرتا ہے۔ یہ سب اسی دوران ہوتا ہے جس میں مشین کی رفتار بڑھ رہی ہوتی ہے۔

شکل ۸.۱۲ میں خود بیجبان جنریٹر کے دو مزید اقسام دکھائے گئے ہیں۔ ایک خود بیجبان سلسلہ وار جزا جنریٹر اور دوسرا خود بیجبان مرکب جنریٹر ہے۔ سلسلہ وار حبڑے جنریٹر میں میدانی اور قوی لچھے سلسلہ وار حبڑے ہوتے ہیں۔ مرکب جنریٹر میں میدانی لچھا دو حصوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایک حصہ قوی لچھے کے متوازی اور دوسرا سلسلہ وار حبڑا ہوتا ہے۔ مزید، متوازی حصہ قوی لچھے کے متریب ہو سکتا ہے یا سلسلہ وار لچھے کی دوسری جانب، دور حبڑا ہو سکتا ہے۔ پہلی صورت میں اسے قریبے جزا مرکب جنریٹر اور دوسری صورت میں دور جزا مرکب جنریٹر کہیں گے۔ شکل ۸.۱۳ میں مرکب جنریٹر کے دونوں اشکال دکھائے گئے ہیں۔

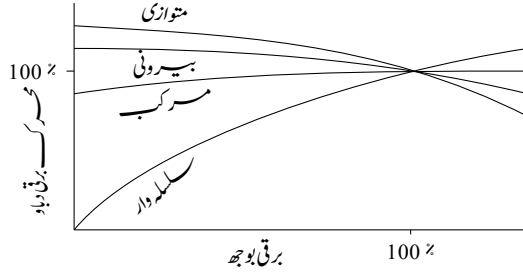
یک سمت موٹر بھی اسی طرح پکارے جاتے ہیں۔ یعنی شکل ۸.۱۰ کی طرح حبڑی دو موٹروں کو بیرونی بیجبان موٹر اور خود بیجبان متوازی حبڑی موٹر کہیں گے۔ موٹر میں قوی لچھے کا برقی رو جنریٹر کے برقی رو کا محالہ رخ ہوگا۔ تمام اقسام کے یک سمت جنریٹر کا میدانی مقناطیسی دباؤ، جنریٹر کے میدانی لچھے کے چکر ضرب برقی رو کے برابر ہوگا:

$$(۸.۱۲) \quad \tau = N_m I_m$$

شکل ۸.۱۰ میں خود بیجبان متوازی حبڑے جنریٹر کے میدانی لچھے میں برقی رو، اس لچھے کی مزاحمت اور اس کے ساتھ حبڑی مزاحمت کے مجموعہ $R = R_m + R'_m$ پر منحصر ہوگا یعنی $I_m = \frac{V}{R}$ لہذا خود بیجبان متوازی حبڑی جنریٹر کے لئے مساوات ۸.۱۲ درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(۸.۱۳) \quad \tau_{m,m} = \frac{I_m V}{R_m + R'_m}$$

^{۱۲} آپ ٹھیک سوچ رہے ہیں۔ جنریٹر بنانے کے کارخانے میں وتالب کو پہلی مرتبہ مقناطیس بنانا پڑتا ہے۔



شکل ۸.۱۳: ایک سمت جنریٹر کی محرک برقی دباؤ بمقابلہ برقی بوجھ کے خط۔

سلسلہ وار حبڑا جنریٹر میں میدانی برقی رو جنریٹر کے قوی لچھے کا برقی رو ہوگا لہذا سلسلہ وار جنریٹر کے لئے مساوات ۸.۱۲ درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(۸.۱۴) \quad \tau_{m,s} = N_m I_q$$

شکل ۸.۱۳ کے مرکب جنریٹر میں میدانی مقناطیسی دباؤ کے دو حصے ہیں۔ اس میں N_{mm} چپکر کے متوازی حبڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{mm} اور N_{ms} چپکر کے سلسلہ وار حبڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{ms} ہے لہذا اس جنریٹر کے لئے درج ذیل ہوگا۔

$$(۸.۱۵) \quad \tau_{m,mk} = N_{ms} I_{ms} + N_{mm} I_{mm}$$

۸.۵ ایک سمت مشین کی کارکردگی کے خط

۸.۵.۱ حاصل برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ

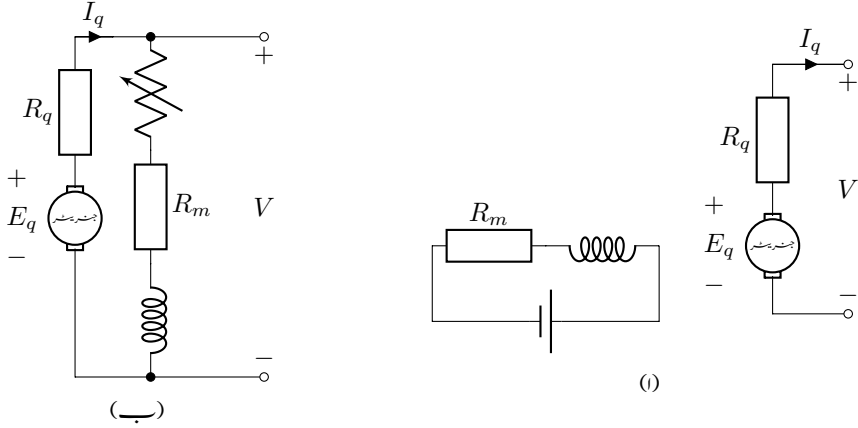
مختلف اقسام کے ایک سمت جنریٹروں کے برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ خطوط شکل ۸.۱۴ میں دکھائے گئے ہیں جہاں گھومتی رفتار اٹل تصور کی گئی ہے۔ دھڑے پر لاگو بیرونی میکانیکی طاقت جنریٹر کی قوت مسروڑ کے خلاف جنریٹر کو گھماتی ہے۔

ان خطوط کو سمجھنے کی خاطر پہلے بیرونی بیجبان جنریٹر پر غور کرتے ہیں جس کا مساوی برقی دور شکل ۸.۱۵-۱ میں دیا گیا ہے۔ بیرونی بیجبان جنریٹر پر برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی مسزاحت R_q میں برقی دباؤ گھٹتا ہے۔ یوں جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ V ، جنریٹر کے اندرونی محرک برقی دباؤ E_q سے کچھ کم ہوگا:

$$(۸.۱۶) \quad V = E_q - I_q R_q$$

برقی بوجھ I_q بڑھانے سے V مزید کم ہوگا۔ بیرونی بیجبان جنریٹر کا خط یہی رجحان ظاہر کرتا ہے۔ حقیقت میں دیگر وجوہات بھی اثر انداز ہوتے ہیں جن کی بنیاد خط سیدھا نہیں بلکہ جھکا ہوتا ہے۔

^{۱۳} علامت R_q کے زیر نوشت میں لفظ قوی کے پہلی حرف ق کو ظاہر کرتی ہے۔



شکل ۸.۱۵: بیرونی بیجبان، متوازی حبڑے جنریشٹر کا مساوی برقی دور۔

متوازی حبڑی جنریشٹر کے خط کا بھی یہی رجحان ہے۔ متوازی حبڑی جنریشٹر پر بھی برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی مزاحمت میں برقی دباؤ گھٹتا ہے۔ یوں اس کے میدان لچھے پر لاگو برقی دباؤ بھی کم ہو جاتا ہے جس سے میدان لچھے میں برقی رو گھٹتا ہے۔ اس سے محرک برقی دباؤ مزید کم ہوتا ہے۔ یوں متوازی حبڑے جنریشٹر کے برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ خط کی ڈھلوان بیرونی بیجبان جنریشٹر کی خط سے زیادہ ہوگی۔

شکل ۸.۱۶ میں سلسلہ وار اور مرکب جنریشٹر کے مساوی برقی ادوار دکھائے گئے ہیں۔ سلسلہ وار حبڑے جنریشٹر کے میدان لچھے میں لدے بوجھ کا برقی رو گزرتا ہے۔ اس طرح بوجھ بڑھانے سے میدان مقناطیسی دباؤ بڑھ کر محرک برقی دباؤ بڑھاتا ہے۔ سلسلہ وار حبڑے جنریشٹر کا خط بھی دکھا رہا ہے۔ سلسلہ وار حبڑے جنریشٹر عموماً استعمال نہیں ہوتے چونکہ ان سے حاصل برقی دباؤ، بوجھ کے ساتھ بہت زیادہ تبدیل ہوتا ہے۔ مرکب حبڑے جنریشٹر کی کارکردگی سلسلہ وار اور متوازی حبڑا جنریشٹر کے بیچ ہے۔ مرکب جنریشٹر میں بوجھ بڑھانے سے قوی لچھے کی وجہ سے حاصل برقی دباؤ میں کمی کو میدان لچھے کا بڑھتا مقناطیسی دباؤ پورا کرتا ہے۔ یوں مرکب جنریشٹر سے حاصل برقی دباؤ، لدے بوجھ کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتا ہے۔ بیرونی بیجبان، متوازی اور مرکب حبڑے جنریشٹر سے حاصل برقی دباؤ کو متوازی حبڑی لچھے کے برقی رو سے وسیع حدود تک تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

قوی لچھا برقی بوجھ کو درکار برقی رو فراہم کرتا ہے لہذا یہ موٹی موصل تار کا بنا اور عموماً کم چپکر کا ہوتا ہے۔ سلسلہ وار جنریشٹر کے میدان لچھے سے مشین کا پورا برقی رو گزرتا ہے لہذا یہ بھی موٹی موصل تار کا بنا ہوتا ہے۔ باقی مشینوں کے میدان لچھوں میں پورے برقی بوجھ کا چند فی صد برقی رو گزرتا ہے لہذا یہ باریک موصل تار کے بنائے اور عموماً زیادہ چپکر کے ہوتے ہیں۔

۸.۵.۲ رفتار بالمقابل قوت سرور

یہاں بھی شکل ۸.۱۵ اور شکل ۸.۱۶ سے رجوع کریں البتہ ان اشکال میں برقی رو کے رخ الٹ کر دیں۔ یک سمت موٹر بھی جنریشٹر کی طرح مختلف طریقوں سے حبڑے جباتے ہیں۔ موٹر کو معین بیرونی برقی دباؤ دی جاتی ہے جہاں سے



شکل ۸.۱۲: سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کے مساوی برقی دور۔

یہ برقی روح حاصل کرتا ہے۔ برقی رو باہر سے قوی لچھے میں داخل ہوتا ہے لہذا ان کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$V = E_q + I_q R_q$$

$$I_q = \frac{V - E_q}{R_q} \quad (8.14)$$

بیسرونی ہیجان اور متوازی حبڑی موٹروں میں میدانی لچھے کو برقرار معین بیرونی برقی دباؤ منراہم کیا جاتا ہے لہذا میدانی مقناطیسی بساؤ پر میکانی بوجھ کا کوئی اثر نہیں ہوتا ہے۔ بڑھتا میکانی بوجھ اٹھانے کی خاطر، مساوات ۸.۸ کے تحت، قوی لچھے کا مقناطیسی بساؤ بڑھتا ہوگا۔ یہ تب ممکن ہوگا جب قوی لچھے میں برقی رو بڑھے۔ مساوات ۸.۱۴ سے ہم دیکھتے ہیں کہ قوی لچھے کا محرک برقی دباؤ E_q گھٹنے سے I_q بڑھے گا۔ امالی دباؤ E_q موٹر کی رفتار پر منحصر ہے لہذا موٹر کی رفتار کم ہو جائے گی (مساوات ۸.۴)۔ یوں جیسا شکل ۸.۱۴ میں دکھایا گیا ہے میکانی بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رفتار کم ہوتی ہے۔

متوازی حبڑی یا بیرونی ہیجان موٹر تقریباً مستقل رفتار برقرار رکھتی ہے۔ اس کی رفتار بے بوجھ حالت سے پوری طرح بوجھ بردار حالت تک تقریباً پانچ فی صد گھٹتی ہے۔ ان موٹروں کی رفتار نہایت آسانی سے میدانی لچھے کا برقی رو تبدیل کر کے تبدیل کی جاتی ہے۔ میدانی لچھے کے ساتھ سلسلہ وار حبڑی مزاحمت تبدیل کر کے میدانی لچھے کا برقی رو تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں ان کی رفتار وسیع حدود کے بیچ تبدیل کرنا ممکن ہوتا ہے۔ موٹر پر لاگو بیرونی برقی دباؤ تبدیل کر کے بھی رفتار دباؤ کی جاسکتی ہے۔ ایسا عموماً قوی برقیات کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ ساکن حال سے چالو کرتے ہوئے لمحہ کی قوت مسروڑ اور زیادہ سے زیادہ قوت مسروڑ، ان موٹروں کے قوی لچھے تک برقی رو پہنچانے کی صلاحیت پر منحصر ہوتی ہے جو از خود میکانی سمت کار پر منحصر ہوگا۔

سلسلہ وار حبڑی موٹر پر میکانی بوجھ بڑھانے سے قوی اور میدانی لچھوں میں برقی رو بڑھتا ہے۔ منراہم کردہ دباؤ V ، مزاحمت R_q اور R_m اٹل ہونے کی بنا، I_q بڑھانے کی خاطر E_q کو کم ہونا ہوگا ($I_q = \frac{V - E_q}{R_m + R_q}$) جو موٹر کی



شکل ۸.۱: ایک سمت موٹر کے میکانی بوجھ بالمقابل رفتار خطوط۔

رفتار گھٹنے سے ہوگا۔ بڑھتے I_q کی بنامیدانی مقناطیسی ہسٹو ϕ_m بھی بڑھتا ہے لہذا بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رفتار کافی زیادہ کم ہونی ہوگی (مساوات ۸.۴)۔ ایسی موٹریں ان معامات پر بہتر ثابت ہوتی ہیں جہاں زیادہ قوت سرورڈر کار ہو۔ بڑھتی قوت سرورڈر کے ساتھ ان کی رفتار کم ہونے کی وجہ سے درکار برقی طاقت، قوت سرورڈر کے ساتھ زیادہ تبدیل نہیں ہوتی۔

یہاں اس بات کا ذکر ضروری ہے کہ بے بوجھ سلسلہ وار حبڑی موٹر کی رفتار خطرناک حد تک بڑھ سکتی ہے۔ سلسلہ وار موٹر کو استعمال کرتے وقت اس بات کا خاص خیال رکھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر لمحہ بوجھ بردار رہے۔ ساکن موٹر چالو کرتے وقت I_q زیادہ ہوگا لہذا زیادہ مقناطیسی ہسٹو پیدا ہوگا۔ یوں چالو کرتے وقت موٹر کی قوت سرورڈر خاصی زیادہ ہوگی۔ یہ ایک اچھی خوبی ہے جس کی بنا بوجھ بردار ساکن موٹر کو چالو کرنا آسان ہوتا ہے۔

مکرب موٹروں میں ان دو اقسام کی موٹروں کے خواص پائے جاتے ہیں۔ جہاں بوجھ بردار موٹر چالو کرنا ضروری ہو لیکن رفتار میں سلسلہ وار موٹر جتنی تبدیلی منظور نہ ہو وہاں مکرب موٹریں کارآمد ثابت ہوتی ہیں۔ مثال ۸.۲: ایک 75 کلو واٹ، 415 وولٹ اور 1200 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلنے والی متوازی حبڑی ایک سمت موٹر کے قوی لچھے کی مسزاجت 0.072 اوہم اور میدانی لچھے کی مسزاجت 83.2 اوہم ہے۔ بوجھ بردار موٹر 1123 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلتے ہوئے 112 ایمپیرز لے رہی ہے۔

• میدانی برقی رو اور قوی لچھے کا برقی رو حاصل کریں۔

• موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ حاصل کریں۔

• اگر میدانی لچھے کی مسزاجت 100.2 اوہم کر دی جائے لیکن قوی لچھے کا برقی رو تبدیل نہ ہو تب موٹر کی رفتار کتنی ہوگی؟ فالتب کی سیرا بیت کو نظر انداز کریں۔

حل:

• شکل ۸.۱۸ سے رجوع کریں۔ 415 وولٹ پر میدانی لچھے کا برقی رو درج ذیل ہوگا۔

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{83.2} = 4.988 \text{ A}$$

یوں قوی لچھے کا برقی رو $I_q = I_b - I_m = 112 - 4.988 = 107.012 \text{ A}$ ہوگا۔



شکل ۸.۱۸: یک سمت موٹر کی مثال۔

• یک سمت موٹر کا اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ درج ذیل ہوگا۔

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

• اگر میدان لچھے کی سزا سمجھتے ہیں تو 100.2 اوہم کردی جائے تب I_m درج ذیل ہوگا۔

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{100.2} = 4.1417 \text{ A}$$

• اگر قوی لچھے کا برقی رو 107.012 ایمپیر ہی رکھا جائے تب اندرونی دباؤ درج ذیل ہوگا۔

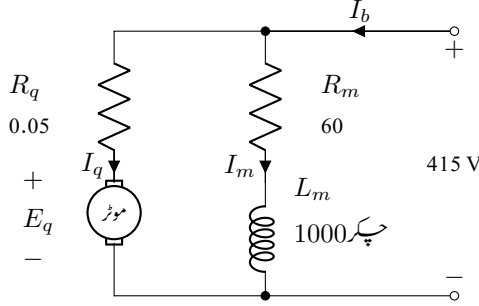
$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

• مساوات ۸.۴ کی مدد سے چونکہ اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوا لیکن مقناطیسی ہوا تبدیل ہوا ہے لہذا موٹر کی رفتار تبدیل ہوگی۔ ان دو مقناطیسی ہواؤں کی رفتاروں پر مساوات ۸.۹ کی طرح درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\frac{E_{q1}}{E_{q2}} = \frac{\frac{n}{2} \omega_1 N \phi_{m1}}{\frac{n}{2} \omega_2 N \phi_{m2}}$$

اب چونکہ $E_{q1} = E_{q2}$ ہے لہذا $\omega_1 \phi_{m1} = \omega_2 \phi_{m2}$ ہوگا۔ مثالی سیرائیت نظر انداز کرتے ہوئے مقناطیسی ہوا، میدان دباؤ پر منحصر ہوگا جو خود میدان برقی رو پر منحصر ہوگا لہذا درج ذیل ہوگا۔

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{rpm_1}{rpm_2} = \frac{\phi_{m2}}{\phi_{m1}} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}$$



شکل ۸.۱۹: متوازی حبڑی موٹر کی مثال۔

یوں نئی رفتار

$$rpm_2 = \frac{I_{m1}}{I_{m2}} \times rpm_1 = \frac{4.988}{4.1417} \times 1123 = 1352.47$$

چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔ اس مثال میں ہم دیکھتے ہیں کہ میدان برقی رو کم کرنے سے موٹر کی رفتار بڑھتی ہے۔

□

مثال ۸.۳: ایک 60 کلو واٹ، 415 وولٹ، 1000 چکر فی منٹ متوازی حبڑی یک سمت موٹر کی قوی لچھے کی مزاحمت 0.05 اوہم اور میدان لچھے کی 60 اوہم ہے۔ بے بوجھ موٹر کی رفتار 1000 چکر فی منٹ ہے۔ میدان لچھے 1000 چکر کا ہے۔

- جب یہ موٹر 70 ایمپیر لے رہی ہو اس وقت اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 140 ایمپیر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 210 ایمپیر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- اس موٹر کی رفتار بالقابل قوت سرورٹر سیم کریں۔

حل:

• شکل ۸.۱۹ میں موٹر دکھائی گئی ہے۔ متوازی میدان لچھے کے برقی رو پر بوجھ کا کوئی اثر نہیں ہوگا۔ لہذا میدان مقناطیسی بہاؤ بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر میں ایک جیسا ہوگا۔ بے باریک سمت موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو I_q متاثر انداز ہوتا ہے۔ اس طرح مساوات ۸.۱۷ اور مساوات ۸.۱۱ سے درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 0 \times R_q = 415 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V}{R_m} = \frac{415}{60} = 6.916 \text{ A}$$



شکل ۸.۲۰: رفتار بالقابل قوت مسروڑ۔

یوں 415 وولٹ محرک برقی دباؤ پر 1000 چکر فی منٹ یا 16.66 چکر فی سیکنڈ رفتار حاصل ہوگا۔ 70 ایمپیر برقی بوجھ پر بھی $I_m = 6.916 \text{ A}$ ہوگا جبکہ I_q درج ذیل ہوگا۔

$$I_q = I_b - I_m = 70 - 6.916 = 63.086 \text{ A}$$

مساوات ۸.۱۷ سے

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 63.086 \times 0.05 = 411.8458 \text{ V}$$

اور مساوات ۸.۱۱ سے رفتار (چکر فی منٹ) حاصل کرتے ہیں۔

$$rpm = \frac{e_q}{e_{q0}} rpm_0 = \frac{411.8458}{415} \times 1000 = 991.95$$

• آئیں ان تمام کو $I_b = 140 \text{ A}$ کے لئے حاصل کریں۔

$$I_q = I_b - I_m = 140 - 6.916 = 133.084 \text{ A}$$

$$E_q = 415 - 133.084 \times 0.05 = 408.3458 \text{ V}$$

$$rpm = \frac{408.3458}{415} \times 1000 = 983.96$$

• یہاں $I_b = 210 \text{ A}$ ہے لہذا درج ذیل ہوں گے۔

$$I_q = I_b - I_m = 210 - 6.916 = 203.084 \text{ A}$$

$$E_q = 415 - 203.084 \times 0.05 = 404.8458 \text{ V}$$

$$rpm = \frac{404.8458}{415} \times 1000 = 975.83$$

• موٹر میں ضیاع طاقت کو نظر انداز کرتے ہوئے میکانیکی طاقت مضراہم کردہ برقی طاقت کے برابر ہوگی:

$$e_q I_q = T \omega \quad (۸.۱۸)$$

یوں پچھلے جزوے حاصل جوابات کی مدد سے بے بوجھ موٹر کی قوت سرورڈ صفر ہوگی یعنی $T_0 = 0 \text{ N m}$ جبکہ 70 ایم پی آر پر قوت سرورڈ کی قیمت درج ذیل ہوگی۔

$$T_{70} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{411.8458 \times 63.086}{2 \times \pi \times 16.5325} = 250 \text{ N m}$$

یہاں 991.95 چکر فی منٹ کی رفتار کو 16.5325 ہرٹز لکھا گیا ہے۔ اسی طرح درج ذیل ہوں گے۔

$$T_{140} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{408.3458 \times 133.084}{2 \times \pi \times 16.399} = 527 \text{ N m}$$

$$T_{210} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{404.8458 \times 203.084}{2 \times \pi \times 16.26} = 805 \text{ N m}$$

یہ نتائج شکل ۸.۲۰ میں ترسیم کئے گئے ہیں۔

□

فهرست

- earth, 82
- eddy current loss, 52
- eddy currents, 52, 111
- electric field
 - intensity, 9
- electrical rating, 50
- electromagnet, 115
- electromotive force, 52, 121
- electronics
 - power, 183
- emf, 121
- enamel, 52
- energy, 37
 - co, 99
- Euler, 18
- excitation current, 44, 51, 52
- excitation voltage, 52
- excite, 52
- excited coil, 52

- Faraday's law, 32, 111
- field coil, 116, 222
- flux, 24
- Fourier series, 54, 125
- frequency, 115
- fundamental, 125
- fundamental component, 54

- generator
 - ac, 141
- ground current, 82
- ground wire, 82

- ampere-turn, 27
- armature coil, 116, 222

- capacitor, 171
- carbon bush, 156
- cartesian system, 3
- charge, 9, 121
- circuit breaker, 158
- co-energy, 92
- coercivity, 39
- coil
 - high voltage, 47
 - low voltage, 47
 - primary, 47
 - secondary, 47
- commutator, 146, 213
- conductivity, 21
- conservative field, 96
- core, 47, 111
- core loss, 52
- core loss component, 54
- Coulomb's law, 9
- cross product, 12
- cross section, 8
- current
 - transformation, 56
- cylindrical coordinates, 4

- delta connected, 80
- differentiation, 15
- dot product, 13

- E, I, 52

non-salient poles, 157

Ohm's law, 22

open circuit test, 74

orthonormal, 2

parallel connected, 224

permeability, 21

relative, 22

phase current, 82

phase difference, 19

phase voltage, 82

phasor, 19

pole

non-salient, 123

salient, 123

power, 37

power factor, 19

lagging, 19

leading, 19

power factor angle, 19

power-angle law, 166

primary

side, 47

rating, 83, 84

rectifier, 146

relative permeability, 22

relay, 89

reluctance, 21

resistance, 21

rms, 16, 42, 145

rotor, 31

rotor coil, 92

rpm, 138

saturation, 39

scalar, 1

self excited, 222

self flux linkage, 36

self inductance, 36

separately excited, 222

harmonic, 125

harmonic components, 54

Henry, 33

hunting, 157

hysteresis loop, 39

impedance transformation, 61

induced voltage, 32, 42, 52

inductance, 33

leakage, 161

induction

motor, 183

Joule, 37

lagging, 19

laminations, 26, 52, 111

leading, 19

leakage inductance, 68

leakage reactance, 68

line current, 82

line voltage, 82

linear circuit, 199

load, 85

Lorentz law, 121

Lorenz equation, 90

magnetic constant, 21

magnetic core, 26

magnetic field

intensity, 10, 27

magnetic flux

density, 27

leakage, 68

residual, 39

magnetizing current, 54

mmf, 24

model, 70, 183

mutual flux linkage, 36

mutual inductance, 36

name plate, 84

transformer
 air core, 50
 communication, 50
 ideal, 55
 oil, 65
 transient state, 155
 turbine, 157

 unit vector, 2

 VA, 65
 vector, 1
 volt, 121
 volt-ampere, 65
 voltage, 121
 DC, 146
 transformation, 56

 Watt, 37
 Weber, 27
 winding
 distributed, 123
 winding factor, 130

side
 secondary, 47
 single phase, 20, 50
 slip, 184
 slip rings, 156, 203
 squirrel cage, 205
 star connected, 80
 stator, 31
 stator coil, 92, 112
 steady state, 155
 step down transformer, 50
 step up transformer, 50
 surface density, 10
 synchronous, 115
 synchronous inductance, 162
 synchronous speed, 138, 155

 Tesla, 28
 theorem
 maximum power transfer, 202
 Thevenin theorem, 199
 three phase, 50, 79
 time period, 125
 torque, 146, 185
 pull out, 157

- ابتدائی
 جانب، 47
 لچھا، 47
 ارتباط، 33
 اضافی
 زوایائی رفتار، 187
 اکائی سمتیہ، 2
 امالی
 برقی دباؤ، 42
 امالہ، 33
 رستا، 161
 امالی برقی دباؤ، 52، 32
 ایک، تین پتیریاں، 52
 پیچیدہ۔ چکر، 27
 بار، 121
 برقرار چالو، 87، 155
 برقی گھیر، 171
 برقیات
 قوی، 183
 برقی بار، 121، 9
 برقی دباؤ، 121، 23
 تبادلہ، 56، 48
 محرک، 121
 ہیجانی، 163
 یک سمت، 146
 برقی رو، 23
 مہنور، 111
 تبادلہ، 56
 ہیجانی انگیز، 44
 برقی سکت، 50
 برقی میدان، 9
 شدت، 23، 9
 بس، 156
 بناؤ، 74
 بنیادی جبرو، 125، 54
 بوجھ، 85
 بھٹی، 101
 مہنور
 برقی رو، 52
 ضیاع، 52
 مہنور، 111
 بے بوجھ، 51
 پتیری، 26، 111
 پتیریاں، 52
 پیش زوایہ، 19
 تاخیری، 69
 تاخیری زوایہ، 19
 تار کار برقی دباؤ، 82
 تار کار برقی رو، 82
 تانبہ، 23
 تبادلہ
 رکاوٹ، 61
 متغی، 84
 تعدد، 115
 تعقب، 157
 تفرق، 15
 جزوی، 15
 ٹکونی جوڑ، 80
 توانائی، 37
 ہم، 99
 تین دوری، 79، 50
 ٹرانسفارمر
 برقی دباؤ والا، 50
 بوجھ بردار، 58
 تیل، 65
 حثاتی، 50
 دباؤ بڑھاتا، 50
 دباؤ گھٹاتا، 50
 ذرائع ابلاغ، 50
 رووالا، 50
 کامل، 55
 ٹلاء، 28
 ٹھنڈی تار، 82
 ثانوی جانب، 47
 حبال، 37
 جبرو
 پھیلاؤ، 130

زاویہ، حبز و طاقت، 19
 زمین، 82
 زمینی برقی رو، 82
 زمینی تار، 82
 ساکن حصہ، 31
 ساکن لچکا، 112، 92
 ستارہ نمسا جوڑ، 80
 سرد دور، 32
 سرکا، 184
 سرک چیلے، 156، 203
 سطحی عمل، 159
 سطحی کشاف، 10
 سکت، 83، 84
 سلسلہ وار، 128
 سمت کار، 213
 برقیاتی، 146
 میکانی، 146
 سمتیہ، 1
 عمودی اکائی، 2
 سمتی رفتار، 89
 سیرانیٹ، 39
 ضرب
 نقطہ، 13
 ضرب صلیبی، 12
 طاقت، 37
 طاقت بالمقابل زاویہ، 166
 طول موج، 16
 عمودی تراش، 8
 رقبہ، 8
 غیر سمتی، 1
 غیر معاصر، 158
 فورینسٹر، 221
 فورینسٹر لسل، 125، 54
 فیراڈے
 فٹون، 32، 111

حبز و طاقت، 19
 پیش، 19
 تاخیری، 19
 جنریٹر
 بدلتارو، 141
 جوڑ
 ٹکونی، 80
 ستارہ نمسا، 80
 حیر حساب، 157
 چکر فی منٹ، 112
 چوٹی، 186
 حال
 عارضی، 155
 یکساں، 155
 خطی
 برقی دور، 199
 خود ارتباطیہ، 36
 خود امالہ، 36
 داخلہ ہجبان
 سلسلہ وار، 225
 متوازی، 224
 مرکب، 225
 دور جبڑا مرکب، 225
 دور شکن، 158
 دوری سمتیہ، 19، 164
 دوری عرصہ، 125
 رستا
 امالہ، 68
 متعاملہ، 68
 رستہ متعاملیت، 191
 رفتار
 اضافی زاویائی، 187
 روغن، 52
 روک، 201
 ریاضی نمونہ، 183، 70
 ریلے، 89
 زاویائی منسرق، 19

- ۱۱۱، متالب
 ۵۲، متالی ضیاع
 ۵۴، حبزو،
 ۲۲، متانوں
 ۲۲، اوہم،
 ۹، کولب،
 ۱۲۱، لورینز،
 ۹۶، قدامت پسند میدان،
 ۲۲۵، قریب جبرائیل مرکب،
 قطب
 ۱۵۷، ۱۲۳، ابھرنے،
 ۱۵۷، ۱۲۳، ہموار،
 ۱۸۵، ۱۴۶، قوت سروڑ،
 ۱۵۷، انتہائی،
 ۲۱۳، قوی برقیات،
 ۲۲۲، قوی لچھے،
 ۱۵۶، کاربن بش،
 ۱۷۷، کارگزاری،
 کثافت
 ۲۳، برقی رو،
 کثافت مقنطیسی ہوا،
 ۳۹، بقایا،
 ۸۲، گرم تار،
 ۳۱، گھومتا حصہ،
 ۹۲، گھومتا لچھا،
 لچھا
 ۴۷، ابتدائی،
 ۱۲۳، پھیلے،
 ۳۴، پچھدار،
 ۴۷، ثانوی،
 ۱۱۷، رخ،
 ۴۷، زیادہ برقی دباؤ،
 ۹۲، ساکن،
 ۱۱۶، قوی،
 ۴۷، کم برقی دباؤ،
 ۹۲، گھومتا،
 ۱۱۶، میدانی،
 محدود
 ۳، کاریٹی،
 ۴، ٹکلی،
 ۵۲، محرک برقی دباؤ،
 محوری
 ۱۴۳، لمبائی،
 ۱۷۰، مخلوط عدد،
 ۲۲۵، مرکب جنسریٹر،
 ۲۱، منزاجت،
 ۲۰۹، منزاجت پیما،
 ۹۰، مساوات لورینز،
 مسئلہ
 ۱۹۹، قنون،
 ۲۰۲، زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی،
 ۳۶، مشترکہ ارتباط اعمالہ،
 ۳۶، مشترکہ اعمالہ،
 ۱۱۵، معاصر،
 ۱۵۶، مشین،
 ۱۶۲، معاصر اعمالہ،
 ۱۵۵، ۱۳۸، معاصر رفتار،
 معائنہ
 ۷۴، کھلا دور،
 مقنطیس
 ۱۱۵، برقی،
 ۳۹، چپال کا دائرہ،
 ۳۹، خاتم شدت،
 ۵۴، مقنطیسی برقی رو،
 ۲۴، مقنطیسی ہوا،
 ۶۸، رستا،
 ۲۷، کثافت،
 ۴۴، مقنطیسی چپال،
 ۲۴، مقنطیسی دباؤ،
 ۱۲۵، رخ،
 ۴۷، ۲۶، مقنطیسی متالب،
 ۱۴۷، ۲۱، مقنطیسی مستقل،
 ۲۶، ۲۲، حبزو،
 ۲۷، ۱۰، مقنطیسی میدان شدت،
 موٹر
 ۱۸۳، امالی،

هيجبان انگليز برقي رو، 51
هيجبان برقي دباو، 163
يك دورى، 20، 50
يك دورى برقي دباو، 82
يك دورى برقي رو، 82
يك سمت رو
مشين، 213
يولر مساوات، 18

پنجره نم، 205
موثر، 16، 42
موثر قيمت، 145
موسيقاتى اجزاء، 54
موسيقاتى جزو، 125
موصليت، 21
ميدانى لچھ، 222
واٹ، 37
وولٹ، 121
وولٹ-ايمپير، 65
ويتبر، 27
ويتبر-چکر، 33
چکچکاپ، 21، 24
هم توانائى، 92
هيجبان، 52
بيرونى، 222
خود، 222
لچھا، 52
هيجبان انگليز
برقي دباو، 52
برقي رو، 52