برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

دیباچہ ix

1 بنیادی حقائق 1

1.1 بنیادی اکائیاں 1

1.2 غیر سمتی 1

1.3 سمتیہ 2

1.4 محدد 3

1.4.1 کارتیسی محددی نظام 3

1.4.2 نلکی محددی نظام 5

1.5 سمتیہ رقبہ 7

1.6 رقبہ عمودی تراش 9

1.7 برقی اور مقناطیسی میدان 10

1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت 10

1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت 11

1.8 سطحی اور حجمی کثافت 11
1.8.1 سطحی کثافت 11
1.9 حجمی کثافت 12
1.10 صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ 13
1.10.1 صلیبی ضرب 13
1.10.2 نقطی ضرب 15
1.11 تفرق اور جزوی تفرق 18
1.12 خطی تکمل 18
1.13 سطحی تکمل 19
1.14 مرحلی سمتیہ 20

2 مقناطیسی ادوار 25
2.1 مزاحمت اور ہچکچاہٹ 25
2.2 کثافتِ برقی رو اور برقی میدان کی شدت 26
2.3 برقی ادوار 28
2.4 مقناطیسی دور حصہ اول 30
2.5 کثافتِ مقناطیسی بہاو اور مقناطیسی میدان کی شدت 31
2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم 34
2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی 38
2.8 مقناطیسی مادہ کے خصوصیات 44
2.9 ہیجان شدہ لچھا 49

3 ٹرانسفارمر 55
3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت 56
3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام 59
3.3 امالی برقی دباو 60
3.4 ہیجان انگیز برقی رو اور قالبی ضیاع 62
3.5 تبادلہ برقی دباو اور تبادلہ برقی رو کے خصوصیات 65
3.6 ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر 68
3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب 69
3.8 رکاوٹ کا تبادلہ 70
3.9 ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر 75
3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور اس کے مساوی دور 77
3.10.1 لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا 77
3.10.2 رِستا امالہ 78
3.10.3 ثانوی برقی رو اور قالب کے اثرات 79
3.10.4 ثانوی لچھے کی امالی برقی دباو 80
3.10.5 ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات 81
3.10.6 رکاوٹ کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ 81
3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور 84
3.11 کھلے دور معائنہ اور کسرِ دور معائنہ 85
3.11.1 کھلے دور معائنہ 86
3.11.2 کسرِ دور معائنہ 88
3.12 تین مرحلہ ٹرانسفارمر 92
3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر 99

4 برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ 101
4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ . . . 101
4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام . . . 107
4.3 توانائی اور ہمہ توانائی . . . 113
4.4 زیادہ لچھوں کا مقناطیسی نظام . . . 117

5 گھومتے مشین کے بنیادی اصول 125
5.1 قانونِ فیراڈے . . . 125
5.2 معاصر مشین . . . 126
5.3 محرک برقی دباو . . . 136
5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباو . . . 140
5.4.1 بدلتی رو والے مشین . . . 141
5.5 مقناطیسی دباو کی گھومتی موجیں . . . 149
5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین . . . 150
5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ . . . 151
5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا ترسیمی تجزیہ . . . 156
5.6 محرک برقی دباو . . . 159
5.6.1 بدلتی رو برقی جنریٹر . . . 159
5.6.2 یک سمتی رو برقی جنریٹر . . . 164
5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ . . . 165
5.7.1 توانائی کے طریقے سے میکانی قوت مروڑ کا حساب . . . 166
5.7.2 مقناطیسی بہاو سے میکانی قوت مروڑ کا حساب . . . 168

6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین 175

6.1 متعدد مرحلہ معاصر مشین 176

6.2 معاصر مشین کے امالہ 179

6.2.1 خود امالہ 180

6.2.2 مشترکہ امالہ 181

6.2.3 معاصر امالہ 183

6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ 185

6.4 برقی طاقت کی منتقلی 187

6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات 192

6.5.1 معاصر جنریٹر: برقی بوجھ بالمقابل I_m کے خطوط 192

6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالمقابل I_m کے خط 193

6.6 کھلے دور اور کسرِ دور معائنہ 195

6.6.1 کھُلے دور معائنہ 195

6.6.2 کسرِ دور معائنہ 196

7 امالی مشین 207

7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج 208

7.2 مشین کی سرکنے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ 208

7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباو 211

7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباو 211

7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباو کی موج 215

7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے 216

7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور 217

7.8 مساوی برقی دور پر غور 222

7.9 امالی موٹر کا مساوی تھونن دور یا ریاضی نمونہ 226

7.10 پنجرا نما امالی موٹر 232

7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ 233

7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ 233

7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ 235

8 یک سمتی رو مشین 241

8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کار کردگی 241

8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل 243

8.2 یک سمتی جنریٹر کی برقی دباو 247

8.3 قوت مروڑ 249

8.4 بیرونی ہیجان اور خود ہیجان یک سمتی جنریٹر 251

8.5 یک سمتی مشین کی کار کردگی کے خط 255

8.5.1 حاصل برقی دباو بالمقابل برقی بوجھ 255

8.5.2 رفتار بالمقابل قوت مروڑ 257

فرہنگ 265

باب 4

برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رو یا مقناطیسی بہاو کی مدد سے برقی توانائی کو میکانی توانائی یا میکانی توانائی کو برقی توانائی میں مختلف مشین تبدیل کرتے ہیں۔ پیمائشی آلات، لاؤڈ سپیکر، مائکروفون، وغیرہ نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں جبکہ ریلے [1]، برقی مقناطیس، وغیرہ، قوت پیدا کرتے ہیں۔ کئی مشین، جن میں برقی موٹر اور جنریٹر شامل ہیں، ایک قسم کی توانائی کو لگاتار دوسری قسم کی توانائی میں تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاو کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ برقی رو کی مدد سے بھی توانائی کا تبادلہ سمجھا جا سکتا ہے جس کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

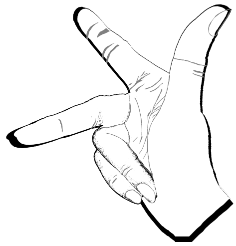
اس باب میں ہم وہ اہم تراکیب سیکھیں گے جو انجنیئری مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوں گے۔

4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ

برقی میدان $\boldsymbol{E}$ میں برقی بار q پر درج ذیل قوت اثر انداز ہو گی۔

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} \tag{4.1}$$

[1] relay



شکل 4.1: اگر دائیں ہاتھ کی شہادت کی انگلی $\boldsymbol{v}$ اور بڑی انگلی $\boldsymbol{B}$ کے رخ ہوں تب انگوٹھا مثبت بار پر $\boldsymbol{F}$ کا رخ دیگا۔

مثبت برقی بار پر قوت برقی شدت $\boldsymbol{E}$ کے رخ ہو گی جبکہ منفی بار پر قوت $\boldsymbol{E}$ کے مخالف رخ ہو گی۔

مقناطیسی میدان میں متحرک بار q ، جس کی سمتی رفتار[2] $\boldsymbol{v}$ ہو، پر درج ذیل قوت اثر انداز ہو گی۔

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right) \tag{4.2}$$

مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون[3] دیگا۔دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ $90°$ زاویہ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی $\boldsymbol{v}$ اور بڑی انگلی $\boldsymbol{B}$ کے رخ ہوں تب انگوٹھا $\boldsymbol{F}$ کے رخ ہو گا (شکل 4.1)۔ منفی بار پر قوت مخالف رخ ہو گی۔ یہاں سمتی رفتار q اور $\boldsymbol{B}$ کے بیچ ہے۔

برقی اور مقناطیسی (دونوں) میدان میں حرکت پذیر بار پر قوت مساوات 4.1 اور مساوات 4.2 کے مجموعہ سے حاصل ہو گی جس کو مساوات لورینز[4] کہتے ہیں۔

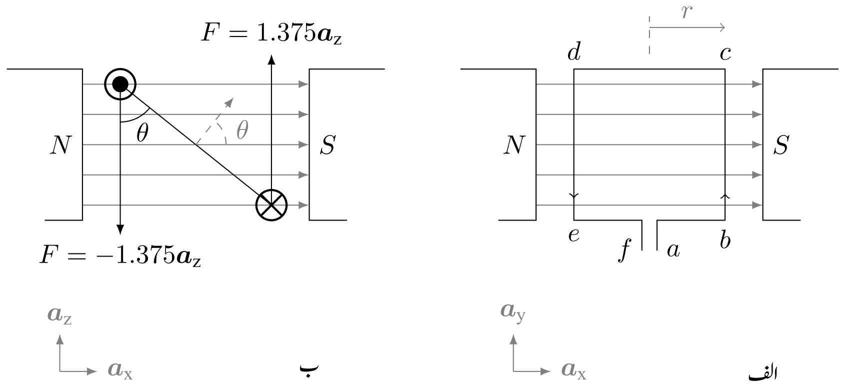
$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right) \qquad \text{مساوات لورینز} \tag{4.3}$$

مساوات 4.2 میں $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\,\mathrm{d}t$ لکھ کر درج ذیل حاصل ہو گا جہاں آخری قدم پر $i = q/\,\mathrm{d}t$ لکھا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{F} &= q\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{B}\right) \\
&= \frac{q}{\mathrm{d}t}\left(\mathrm{d}\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}\right) \\
&= i\left(\mathrm{d}\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}\right)
\end{aligned} \tag{4.4}$$

---

velocity[2]
right hand rule[3]
Lorenz equation[4]



شکل 4.2: ایک چکر کے لچھے پر قوت اور قوت مروڑ

مثال 4.1: شکل 4.2 میں ایک لچھا مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کا رداس 15 سم، محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیئر ہے۔ کثافت مقناطیسی بہاو کو نقطہ دار نوکیلی لکیروں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کے رخ دکھایا گیا ہے۔ اگر کثافت مقناطیسی بہاو 0.55 ٹیسلہ ہو تب

- لچھے کے اطراف پر قوت دریافت کریں اور
- لچھے پر قوت مروڑ $\boldsymbol{\tau}$ دریافت کریں۔

حل: شکل-الف اور ب میں کارتیسی اکائی سمتیات دکھائے گئے ہیں۔ برقی تار کے سروں کو نظر انداز کرتے ہوئے اسے ایک بند مستطیل تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل-الف میں برقی رو کے رخ تار کے اطراف کی لمبائیاں درج ذیل ہوں گی جبکہ $\boldsymbol{B} = B_0\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}$ ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{L}_{bc} &= l\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\\
\boldsymbol{L}_{cd} &= -2r\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\\
\boldsymbol{L}_{de} &= -l\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\\
\boldsymbol{L}_{eb} &= 2r\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}
\end{aligned}
$$

یوں مساوات 4.2 کے تحت ان اطراف پر قوت (نیوٹن) درج ذیل ہو گی۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{F}_{bc} &= i\left(\boldsymbol{L}_{bc} \times B_0 \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right) \\
&= 5\left(0.5\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times 0.55\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right) \\
&= -1.375\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \\
\boldsymbol{F}_{cd} &= 5\left(-0.3\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \times 0.55\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right) \\
&= 0 \\
\boldsymbol{F}_{de} &= 5\left(-0.5\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times 0.55\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right) \\
&= 1.375\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \\
\boldsymbol{F}_{ea} &= 0
\end{aligned}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ صرف محوری اطراف پر قوتیں پائی جاتی ہیں جنہیں شکل 4.2-ب میں دکھایا گیا ہے۔ محوری اطراف پر اثر انداز قوت، مروڑ پیدا کرتی ہیں جس کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل ہو گا۔ مستطیل تار پر قوت مروڑ (نیوٹن میٹر) درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\tau} &= -1.375 \times 2 \times 0.15 \times \sin\theta \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \\
&= -0.4125 \sin\theta \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}
\end{aligned}$$

□

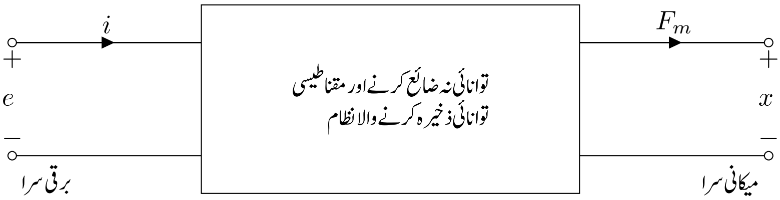
مساوات 4.1 تا مساوات 4.3 کا استعمال صرف سادہ ترین صورتوں میں ممکن ہوتا ہے۔ حقیقی مشینوں میں ان مساوات سے قوت تعین کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ آئیں ایک ایسی ترکیب سیکھتے ہیں جس سے ہم مختلف مشینوں میں پائی جانی والی قوتیں تعین کر سکیں۔ اس ترکیب کو توانائی کا طریقہ کہتے ہیں جو توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔

گھومتی برقی مشین عموماً دو لچھوں پر مشتمل ہوتی ہیں۔ ان میں ایک لچھا مشین کے ساکن حصہ پر لپٹا ہوتا ہے جس کی بنا یہ ساکن رہتا ہے اور ساکن لچھا[5] کہلاتا ہے۔ دوسرا لچھا مشین کے گھومنے حصہ پر لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ اس کو گھومتا لچھا[6] کہتے ہیں۔ان لچھوں کو دو عدد مقناطیس تصور کرتے ہوئے ایسی مشینوں کی کارکردگی باآسانی سمجھی جا سکتی ہے۔

جس طرح دو مقناطیس اگر قریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال N دوسرے کے جنوب S کی سمت ہو۔

---

[5] stator coil
[6] rotor coil



شکل 4.3: برقی توانائی سے میکانی توانائی کے تبادلہ کا نظام۔

موٹر کے دو لچھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ہم جانتے ہیں کہ ایک مقناطیس کے شمال N اور دوسرے کے جنوب S کے بیچ قوت کشش پائی جاتی ہے۔ ساکن لچھے کا مقناطیسی بہاو گھومتے لچھے کے مقناطیسی بہاو سے کچھ آگے رہ کر اسے کھینچ کر کام کرتا ہے۔ جنریٹر میں اس کے برعکس گھومتا لچھا، ساکن لچھے پر کام کرتے ہوئے اس میں برقی دباو پیدا کرتا ہے۔

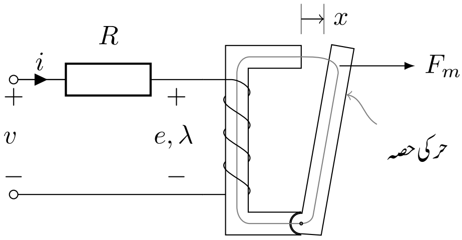
توانائی کے طریقے کو شکل 4.3 کی مدد سے سمجھا جا سکتا ہے۔یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ مانند دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس کو یہ میکانی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے متغیرات e اور i ہیں جبکہ میکانی توانائی کے متغیرات فاصلہ x اور میدانی قوت[7] F_m ہیں۔ اس شکل میں بائیں یعنی ابتدائی یا اولین جانب i کا رُخ باہر سے اندر ہے جبکہ دائیں یعنی ثانوی جانب F_m کا رُخ اندر سے باہر رخ ہے۔یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل 3.6 کی مانند ہے۔

جہاں نظام میں توانائی کے ضیاع کو ذخیرہ توانائی سے علیحدہ کرنا ممکن ہو وہاں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 4.4 میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں لچھا برقی نظام اور حرکی حصہ میکانی نظام کو ظاہر کرتے ہیں اور لچھے میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی مزاحمت R سے ظاہر کیا گیا ہے۔

توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جا سکتی ہے اور نا ہی اسے تباہ کیا جا سکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ یوں نظام کو فراہم برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}}$ کا ایک حصہ میکانی توانائی $\partial W_{\text{میکانی}}$ میں تبدیل ہو گا جبکہ اس کا دوسرا حصہ، $\partial W_{\text{مقناطیسی}}$، مقناطیسی میدان میں ذخیرہ ہو گا اور باقی حصہ، $\partial W_{\text{ضائع}}$، مختلف طریقوں سے ضائع ہو گیا جو ہمارے کسی کام نہ آ سکے گا:

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}} \tag{4.5}$$

[7] میدانی قوت F_m میں چھوٹی لکھائی میں m لفظ میدانی کو ظاہر کر رہا ہے۔



شکل 4.4: قوت پیدا کرنے والا آلا۔

برقی توانائی کے ضیاع کو نظرانداز کرتے ہوئے

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} \tag{4.6}$$

لکھا جا سکتا ہے جس کو ∂t سے تقسیم کر کے

$$\frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقناطیسی}}}{\partial t} \tag{4.7}$$

لکھا جا سکتا ہے جو توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتی ہے۔ اس مساوات کے بائیں ہاتھ برقی طاقت کو ei اور دائیں ہاتھ میکانی حصہ میں $\partial W_{\text{میکانی}} = F_m \partial x$ لکھ کر

$$ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t} \tag{4.8}$$

حاصل ہو گا جہاں $W_{\text{مقناطیسی}}$ کو W_m لکھا گیا ہے۔ مساوات 2.27 استعمال کرتے ہوئے اس کو

$$i\frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t} \tag{4.9}$$

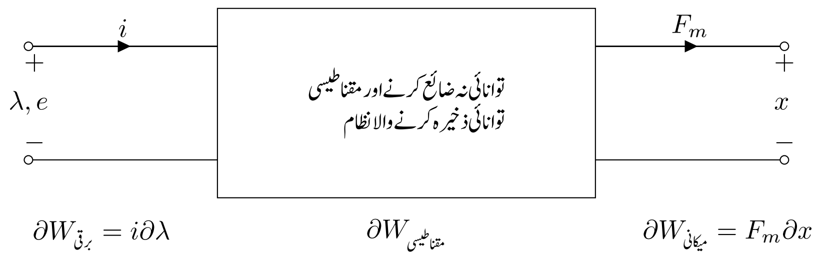
لکھا جا سکتا ہے۔ دونوں اطراف کو ∂t سے ضرب دے کر ترتیب نو کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\partial W_m = i \partial \lambda - F_m \partial x \tag{4.10}$$

مساوات 4.10 توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ اس مساوات کو استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لوریز کے قانون[8] سے ہی پیدا ہوتی ہے۔ مساوات 4.10 میں برقی متغیرات i اور e کی بجائے i اور λ ہیں۔ للہذا شکل 4.3 کو شکل 4.5 کی طرح بھی بنایا جا سکتا ہے۔

کسی بھی تفاعل[9] $z(x, y)$ کا کل تفرق درج ذیل ہو گا جہاں $\frac{\partial z}{\partial x}$ لیتے ہوئے y کو مستقل تصور کیا جاتا ہے

[8] Lorenz equation
[9] function



شکل 4.5: توانائی کی قسم تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

اور $\frac{\partial z}{\partial y}$ لیتے ہوئے x کو مستقل تصور کیا جاتا ہے۔

$$\partial z(x,y) = \frac{\partial z}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial z}{\partial y}\,\mathrm{d}y \tag{4.11}$$

اسی طرح $W_m(x,\lambda)$ کا کل تفرق

$$\partial W_m(x,\lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda}\,\mathrm{d}\lambda \tag{4.12}$$

ہو گا جس کو مساوات 4.10 کے ساتھ ملا کر درج ذیل اخذ کیا جا سکتا ہے جہاں ایک متغیر کے ساتھ تفرق لیتے ہوئے دوسرے کو صریحاً مستقل ظاہر کیا گیا ہے۔

$$F_m(x,\lambda) = -\left.\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial x}\right|_{\lambda_0} \tag{4.13}$$

$$i(x,\lambda) = \left.\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{x_0} \tag{4.14}$$

یوں اگر ہم مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x,\lambda)$ معلوم کر سکیں تب مساوات 4.13 استعمال کر کے ہم قوت دریافت کر سکتے ہیں۔ اگلے حصہ میں ہم یہی کریں گے۔

4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل 4.4 میں ایک لچھے کا سادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ میکانی نظام میں حرکی حصہ کی کمیت کو نظرانداز کیا گیا ہے۔ جہاں اس کمیت کا اثر جاننا ضروری ہو وہاں اس کو ایک بیرونی کمیت تصور کیا جا سکتا ہے۔ اس طرح تبادلہ توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہوتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والی مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔ عموماً حرکت تب ممکن ہو گی جب مقناطیسی قالب میں قابل تبدیل خلاء موجود ہو۔ قالب میں خلاء کی موجودگی کی بنا عام طور پر $\Re_a \gg \Re_c$ ہو گا اور ایسا مقناطیسی دور حل کرتے ہوئے $\Re_c$ کو نظرانداز کیا جائے گا۔ یوں، جیسا مساوات 2.19 میں دیا گیا ہے، مقناطیسی دباو τ اور مقناطیسی بہاو ϕ براہ راست متناسب ہوں گے۔ ایسی صورت میں مساوات 2.29 میں امالہ L شکل 4.4 میں خلاء کی لمبائی x پر منحصر ہو گی لہٰذا اس مساوات کو درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$\lambda = L(x)i \tag{4.15}$$

شکل 4.4 میں قوت F_m کے رخ طے ہونے والا فاصلہ x ہے۔ یوں میکانی کام $\partial W_{\text{میکانی}} = F_m \,\mathrm{d}x$ ہو گا جبکہ فراہم برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}} = i \,\mathrm{d}\lambda$ ہو گی۔ یوں شکل 4.4 کو مساوات 4.10 ظاہر کرتی ہے۔ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی W_m کو مساوات 4.10 کا تکمل[10] لے کر حاصل کرتے ہیں۔

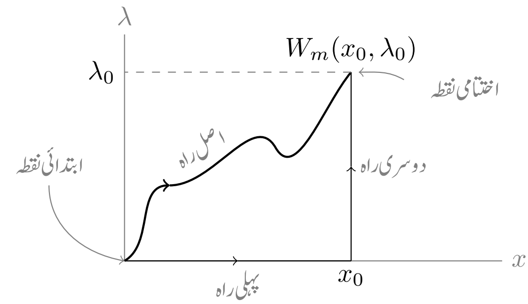
$$\int \partial W_m(x,\lambda) = \int i(x,\lambda)\,\mathrm{d}\lambda - \int F_m(x,\lambda)\,\mathrm{d}x \tag{4.16}$$

اس تکمل کا حصول شکل 4.6 سے واضح ہو گا۔ ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی فراہم نہیں کی گئی ہے۔ یوں نظام میں برقی رو صفر ہو گی جس کی بنا مقناطیسی بہاو اور ارتباط بہاو بھی صفر ہوں گے لہٰذا مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی صفر ہو گی۔ کسی بھی مقناطیس کی قوت کشش اس کی مقناطیسی بہاو پر منحصر ہوتی ہے لہٰذا صفر مقناطیسی بہاو کی بنا اس نظام میں قوت کشش صفر ہو گا اور یوں اس میں حرکت بھی صفر ہو گا۔ اس طرح ابتدائی نقطہ پر درج ذیل ہوں گے۔

$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ابتدائی نقطہ شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے۔ اب لچھے کو برقی توانائی فراہم کی جاتی ہے۔ لچھے میں برقی رو کی بنا قوت اور حرکت پیدا ہو گی۔ آخر کار نظام اختتامی نقطے پر پہنچے گا۔ اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پر $\lambda = \lambda_0$ اور $x = x_0$ ہیں اور مقناطیسی میدان میں توانائی $W_m(x_0,\lambda_0)$ ہے۔ ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھایا جاتا ہے کہ λ اور x شکل 4.6 میں موٹی لکیر (اصل راستے) پر رہیں۔ آخری نقطہ پر مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x_0,\lambda_0)$ جاننے کے لئے اصل راستے پر مساوات 4.16 کا تکمل حاصل کرنا ہو گا جو ایک مشکل کام ہے۔ اس راہ پر تکمل کی بجائے ہم متبادل راستہ اختیار کرتے ہیں۔

[10] integral



شکل 4.6: مقناطیسی میدان میں توانائی۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقناطیسی میدان ایک **قدامت پسند میدان**[11] ہے جس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے x_0 اور λ_0 کی مقدار پر منحصر ہو گی[12]۔ چونکہ توانائی کا دارومدار راہ پر منحصر نہیں ہے لہٰذا توانائی کے حصول کے تکمل میں ہم من پسند راستہ اختیار کرتے ہیں۔ ہم تکمل لیتے ہوئے شکل 4.6 میں ابتدائی نقطہ سے پہلی راہ چل کر فاصلہ x_0 طے کر کے دوسری راہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ (x_0,λ_0) تک پہنچتے ہیں۔ یوں مساوات 4.16 کو دو تکملات کا مجموعہ لکھا جائے گا۔ ایک تکمل نقطہ $(0,0)$ سے نقطہ $(x_0,0)$ تک اور دوسرا یہاں سے نقطہ (x_0,λ_0) تک لیا جائے گا:

$$\int_{\text{اصل راہ}} \partial W_m(x,\lambda) = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x,\lambda) + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x,\lambda) \tag{4.17}$$

اس مساوات کے دائیں ہاتھ تکملات کو باری باری دیکھتے ہیں۔ پہلی راہ تکمل کو مساوات 4.16 کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x,\lambda) = \int_0^0 i(x,0)\,\mathrm{d}\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x,0)\,\mathrm{d}x \tag{4.18}$$

جیسا شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے، پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہے۔ مساوات 4.18 میں اس بات کو برقی رو $i(x,0)$ اور قوت $F_m(x,0)$ لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ ابتدائی اور اختتامی نقطوں پر λ صفر ہے لہٰذا $\int_0^0 i(x,0)\,\mathrm{d}\lambda = 0$ ہو گا۔ ایسے تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے جس کا ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک دوسرے کے برابر ہوں۔

[11] conservative field

[12] تجاذبی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے۔ اسی لئے اگر کمیت m کو کسی بھی راستے h کی بلندی تک لے جایا جائے تو اس کی خفی توانائی mgh ہو گی۔

پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہونے کی بنا اس راہ پر مقناطیسی بہاو بھی صفر ہو گا لہٰذا اس راہ پر مقناطیسی اثر نہیں پایا جائے گا اور قوت F_m صفر ہو گا۔ ہم جانتے ہیں کہ صفر کا تکمل صفر ہوتا ہے لہٰذا $\int_0^{x_0} F_m(x,0)\,\mathrm{d}x = 0$ ہو گا۔ یوں پہلی راہ پر کا تکمل (مساوات 4.18) صفر ہو گا:

$$\int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x,0) = \int_0^0 i(x,0)\,\mathrm{d}\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x,0)\,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.19}$$

مساوات 4.17 میں دوسری راہ کا تکمل

$$\int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x_0,\lambda) = \int_0^{\lambda_0} i(x_0,\lambda)\,\mathrm{d}\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0,\lambda)\,\mathrm{d}x \tag{4.20}$$

ہو گا۔دوسری راہ پر $x = x_0$ ہے لہٰذا مساوات 4.20 میں دائیں ہاتھ دوسرے تکمل کا ابتدائی نقطہ x_0 اور اختتامی نقطہ بھی x_0 ہو گا جس کی بنا قوت کا تکمل صفر ہو گا:

$$\int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0,\lambda)\,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.21}$$

آخر میں مساوات 4.20 کے دائیں ہاتھ، برقی رو کا تکمل حل کرنا باقی ہے۔ مساوات 4.15 استعمال کرتے ہوئے اسے حل کرتے ہیں۔

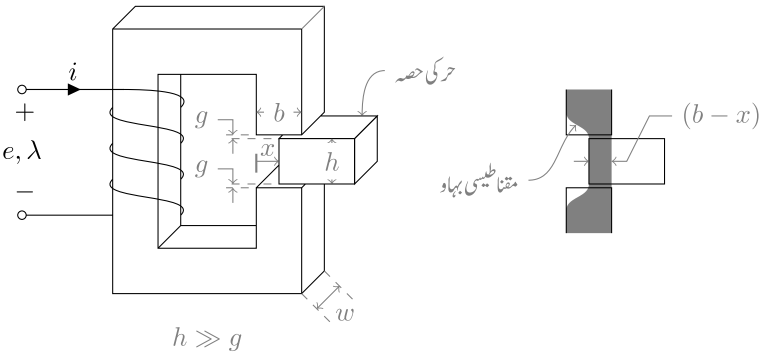
$$\int_0^{\lambda_0} i(x_0,\lambda)\,\mathrm{d}\lambda = \frac{1}{L(x_0)}\int_0^{\lambda_0} \lambda\,\mathrm{d}\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)} \tag{4.22}$$

مساوات 4.20، مساوات 4.21 اور مساوات 4.22 کے نتائج استعمال کرتے ہوئے مساوات 4.17 میں دیے تکمل کا حل لکھتے ہیں:

$$W(x_0,\lambda_0) = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

اس مساوات میں اختتامی نقطہ کو عمومی نقطہ (x,λ) لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا جو مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات ہے۔

$$W(x,\lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)} \tag{4.23}$$



شکل 4.7: حرکت اور توانائی۔

مساوات 4.23 کی مدد سے مساوات 4.13 کے ذریعہ قوت $F_m(x,\lambda)$ اور مساوات 4.14 کے ذریعہ برقی رو $i(x,\lambda)$ کا حساب اب ممکن ہے۔

مثال 4.2: شکل 4.7 میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکی اور ساکن حصوں کے بیچ خلائی درز g موجود ہے۔ اگر $N = 500$، $g = 1\,\mathrm{mm}$، $b = 0.2\,\mathrm{m}$، $w = 0.4\,\mathrm{m}$ اور $i = 30\,\mathrm{A}$ ہوں تب اس خلائی درز میں توانائی W_m کیا ہو گی؟

حل: چونکہ $h \gg g$ ہے لہٰذا ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ بالائی بازو سے نچلے بازو تک پہنچنے کے لئے حرکی حصہ سے گزرے گا (شکل 4.7)۔یوں ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو خلائی درز کے قریب مڑ کر حرکی حصے میں سے گزرے گا۔ توانائی کے کلیہ $W_m(x,\lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$ میں $\lambda = L(x)i$ پر کرنے سے $W_m(x,i) = \frac{1}{2}L(x)i^2$ لکھا جا سکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2\mu_0 A_g}{2g}$ اور $A_g = w(b-x)$ ہیں۔یوں

$$W_m(x,i) = \frac{1}{2}\frac{N^2\mu_0 w(b-x)}{2g}i^2 \tag{4.24}$$

ہو گا جس میں دی گئی معلومات پر کرنے سے درج ذیل توانائی حاصل ہو گی (جس کی اکائی جاول ہے)۔

$$\begin{aligned} W_m(x,i) &= \frac{1}{2} \times \frac{500^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.4(0.2-x)}{2 \times 0.001} \times 30^2 \\ &= 28278(0.2-x) \end{aligned}$$

□

مثال 4.3: شکل 4.7 میں توانائی کے طریقہ سے قوت F_m دریافت کریں۔

حل: مساوات 4.13 کہتی ہے کہ $F_m = -\left.\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial x}\right|_{\lambda_0}$ ہو گا جہاں توانائی کے متغیرات x اور λ ہیں۔

مثال 4.2 میں مساوات 4.24 حاصل کی جو توانائی کا کلیہ ہے۔ایسا کرتے ہوئے λ کی جگہ $\lambda = L(x)i$ پر کیا گیا جس کی بنا مساوات 4.24 میں W_m کے متغیرات x اور λ کی بجائے x اور i ہیں۔ قوت کے حصول کے لئے مساوات 4.24 استعمال نہیں کیا جا سکتا ہے۔ ہمیں توانائی کے درست متغیرات درکار ہوں گے تا کہ توانائی $W_m(x,\lambda)$ ہو (آپ مساوات 4.24 کا تفرق لے کر تسلی کر لیں کہ اس سے درست قوت حاصل نہیں ہوتا ہے)۔ درست طریقہ درج ذیل ہے۔

$$W_m(x,\lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2\left(\frac{N^2\mu_0 A_g}{2g}\right)} = \frac{g\lambda^2}{N^2\mu_0 w(b-x)} \tag{4.25}$$

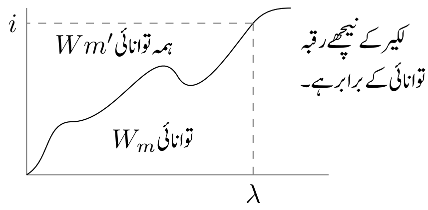
مساوات 4.25 اور مساوات 4.13 مل کر درج ذیل دیتی ہیں۔

$$\begin{aligned}
F_m &= -\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial x}\\
&= -\frac{g\lambda^2}{N^2\mu_0 w(b-x)^2}
\end{aligned}$$

تفرق لینے کے بعد λ کی جگہ Li پر کیا جا سکتا ہے۔یوں قوت

$$\begin{aligned}
F_m &= -\frac{gL^2i^2}{N^2\mu_0 w(b-x)^2}\\
&= -\frac{N^2\mu_0 w i^2}{4g}\\
&= -28\,278
\end{aligned}$$

نیوٹن حاصل ہوتی ہے۔ قوت کی علامت منفی ہے جس کے تحت قوت گھٹتے x رخ ہو گی۔یوں حرکی حصہ بائیں رخ کھینچا جائے گا۔ □



شکل 4.8: ہم توانائی کی تعریف۔

4.3 توانائی اور ہم توانائی

شکل 4.8 میں λ اور i کے مابین ترسیم دکھایا گیا ہے۔ جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ لکیر کے نیچے رقبہ دراصل توانائی ہی ہے۔ اگر ہم اس ترسیم پر کوئی ایک نقطہ (λ, i) لیں اور اس نکتے سے ایک لکیر نیچے کی طرف اور دوسری لکیر بائیں جانب کھینچے تو ہمیں ایک مستطیل ملتا ہے جس کا رقبہ λi کے برابر ہو گا۔ اگر اس میں سے ہم توانائی W_m منفی کر لیں تو جو مقدار ملتی ہے اس کو ہم توانائی W'_m کہتے ہیں یعنی

$$W'_m = \lambda i - W_m \tag{4.26}$$

اس مساوات کے تدریجی تفرق[13]

$$\begin{aligned}\partial W'_m &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m\end{aligned}$$

میں مساوات 4.10 کے استعمال سے

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

یعنی

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + F_m \partial x \tag{4.27}$$

حاصل ہوتا ہے۔

[13] partial differential

مساوات 4.11، 4.12، 4.13 اور 4.14 کی طرح یہاں بھی کسی بھی تفاعل $z(x,y)$ کا تدریجی فرق

$$\partial z(x,y)=\frac{\partial z}{\partial x}\,\mathrm{d}x+\frac{\partial z}{\partial y}\,\mathrm{d}y$$

ہے۔یوں ہم ہمہ توانائی $W'_m(x,i)$ کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$\partial W'_m(x,i)=\frac{\partial W'_m}{\partial x}\,\mathrm{d}x+\frac{\partial W'_m}{\partial i}\,\mathrm{d}i \tag{4.28}$$

اس مساوات کو مساوات 4.27 کے سات دیکھیں تو

$$\lambda=\left.\frac{\partial W'_m}{\partial i}\right|_{x_0} \tag{4.29}$$

اور

$$F_m=\left.\frac{\partial W'_m}{\partial x}\right|_{i_0} \tag{4.30}$$

حاصل ہوتے ہیں۔قوت معلوم کرنے کی یہ دوسری مساوات ہے۔ اس مساوات میں ہمہ توانائی استعمال ہوتی ہے جبکہ مساوات 4.13 میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔

بالکل توانائی کے طریقہ سے ان مساوات کے تکمل سے حاصل ہوتا ہے

$$W'_m(i_0,x_0)=\int_0^{i_0}\lambda(i,x_0)\,\mathrm{d}i \tag{4.31}$$

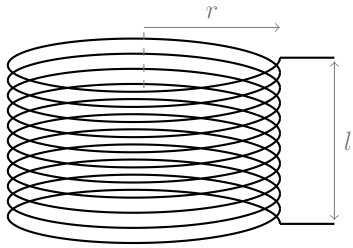
جن نظام میں λ اور i تغیر راست ہوں اور جنہیں مساوات 2.29 کے تعلق سے پیش کیا جا سکے ان کے لئے اس مساوات کو مزید یوں حل کیا جا سکتا ہے۔

$$W'_m(i,x)=\int_0^{i}L(x)i\,\mathrm{d}i=\frac{L(x)i^2}{2} \tag{4.32}$$

کچھ مسائل میں توانائی اور کچھ میں ہمہ توانائی کا استعمال زیادہ آسان ہوتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.9 میں ایک پیچدار لچھا[14] دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی l، رداس r اور چکر N ہیں۔ایسے پیچدار لچھے کی مقناطیسی بہاو محوری سمت میں لچھے کے اندر ہی رہتی ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاو کی مقدار قابل نظر انداز ہوتی ہے۔یوں لچھے کے اندر محوری لمبائی کی سمت میں میدانی شدت $H\approx NI/l$ ہوتی ہے۔

[14] spiral coil



شکل 4.9: پیچدار لچھا۔

ایسے پیچدار لچھے موصل دھاتوں کو امالی برقی توانائی کے ذریعہ پگھلانے کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں۔ میں اس طرح کی 100 کلوواٹ سے 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی 100 کلو گرام سے 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے کی امالی برقی بھٹیاں[15] بناتا رہا ہوں جو 500 ہرٹز سے 1200 ہرٹز کے درمیاں کام کرتی ہیں۔اس طرح کے پیچدار لچھے میں غیر موصل پیالے میں موصل دھات کے ٹکڑے ڈالے جاتے ہیں اور اس لچھے میں بدلتی رو گزاری جاتی ہے۔دھات میں بھنور نما امالی برقی رو اسے گرم کر کے پگھلا دیتی ہے۔لوہے کو یوں 1650 ڈگری سلسیس[16] تک گرم کیا جاتا ہے۔

اس پیچدار لچھے پر برقی رو I_0 گزارنے سے رداسی رخ میکانی دباو یعنی قوت فی مربع رقبہ پیدا ہو گا۔میری 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے کی بھٹی کے پیچدار لچھے کی تفصیل کچھ یوں ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000\,\mathrm{A}, \quad l = 0.94\,\mathrm{m}, \quad r = 0.49\,\mathrm{m}$$

اس پر رداسی رخ میکانی دباو، نیوٹن فی مربع میٹر، میں حاصل کریں۔

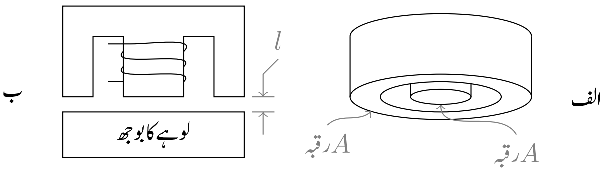
حل: ہم ہمہ توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} \\ W'_m(r,i) &= \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l} \\ F &= \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l} \end{aligned}$$

یہ مثبت قوت رداسی سمت میں باہر کی جانب ہے۔لچھے کی گول سطح $A = 2\pi r l$ ہے۔یوں میکانی دباو

$$\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}$$

[15] high frequency, induction furnaces
[16] Celsius, Centigrade



شکل 4.10: برقی مقناطیس۔

ہے۔

حل ب:

$$\frac{F}{A}=\frac{4\pi 10^{-7}\times 11^2\times 10000^2}{2\times 0.94^2}=8605\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

□

مثال 4.5: 2000 کلوواٹ سے 3000 کلوواٹ کی لوہا پگھلانے کی بھٹیاں 30 ٹن[17] سے 70 ٹن لوہا روزانہ پگھلاتی ہیں۔[18] اتنا وزن ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کی خاطر عموماً برقی مقناطیس استعمال ہوتا ہے۔ شکل 4.10-الف میں ایک ایسا ہی برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل کچھ یوں ہے۔

$$N=300,\qquad A=0.8\,\mathrm{m}^2,\qquad I=30\,\mathrm{A}$$

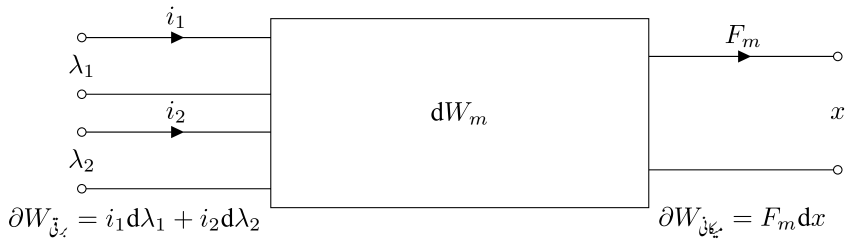
اگر برقی مقناطیسی اور لوہے کے درمیان اوسط فاصلہ 2.5 سنٹی میٹر لیا جائے تو یہ برقی مقناطیسی کتنی کمیت لوہا اٹھا سکتی ہے۔

حل:

$$\begin{aligned}
L&=\frac{\mu_0 N^2 A}{2l}\\
W'_m(l,i)&=\frac{Li^2}{2}=\frac{\mu_0 N^2 A i^2}{4l}\\
F&=\frac{\partial W_m}{\partial l}=-\frac{\mu_0 N^2 A i^2}{4l^2}=-\frac{4\pi 10^{-7}\times 300^2\times 0.8\times 30^2}{4\times 0.0254^2}=31\,558\,\mathrm{N}
\end{aligned}$$

یوں یہ مقناطیس $\frac{31558}{9.8}=3220\,\mathrm{kg}$ کمیت اٹھا سکتا ہے۔ □

[17] ہزار کلو گرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔
[18] یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔



شکل 4.11: دو لچھوں کا نظام۔

مثال 4.6: مثال 4.3 کو ہمہ توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: مساوات 4.32 سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2\mu_0 w(b-x)i^2}{4g}$$

اور مساوات 4.30 سے

$$F_m = \frac{\partial W_m}{\partial x} = -\frac{N^2\mu_0 w i^2}{4g} = -28\,278\,\mathrm{N}$$

یہ اتنی ہی قوت ہے۔ ہونا بھی ایسا ہی چاہئے۔ □

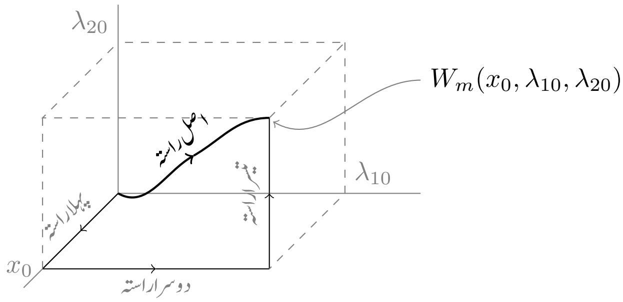
4.4 زیادہ لچھوں کا مقناطیسی نظام

ابھی تک صرف ایک لچھے کے نظام کا مطالعہ کیا گیا ہے۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام کا مطالعہ کیا جائے گا۔ زیادہ لچھوں کا نظام بھی بالکل ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل 4.11 میں بائیں جانب ایک لچھے کا برقی رو i_1 اور دوسرے لچھے کا برقی رو i_2 ہے۔ لہٰذا

$$\partial W_{\text{برقی}} = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 \tag{4.33}$$

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m \tag{4.34}$$

$$i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 = F_m \,\mathrm{d}x + \partial W_m \tag{4.35}$$



شکل 4.12: دو لچھوں کے نظام میں مقناطیسی میدان میں توانائی۔

لکھا جا سکتا ہے جہاں پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی گئی جسے مزید یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 \, \mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \, \mathrm{d}\lambda_2 - F_m \, \mathrm{d}x \tag{4.36}$$

اب بالکل مساوات 4.11 کی طرح

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} \mathrm{d}\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} \mathrm{d}\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} \mathrm{d}x \tag{4.37}$$

اس مساوات میں ہم نے دائیں طرف کی جگہ لکھا ہے۔ مساوات 4.36 اور 4.37 سے حاصل ہوتا ہے

$$i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, x} \tag{4.38}$$

$$i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, x} \tag{4.39}$$

$$F_m = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x} \right|_{\lambda_1, \lambda_2} \tag{4.40}$$

یہ مساوات تب استعمال ہو سکتے ہیں جب ہمیں توانائی W_m معلوم ہو لہٰذا ہم پہلے اسی کو معلوم کرتے ہیں۔

شکل 4.11 میں دونوں لچھوں کو اس طرح طاقت دی جاتی ہے کہ λ_1 اور λ_2 آہستہ آہستہ صفر سے بڑھتے ہوئے λ_{1_0} اور λ_{2_0} تک پہنچ جاتے ہیں اور ساتھ ہی ساتھ x صفر سے تبدیل ہو کر x_0 ہو جاتا ہے۔ اس اصل راستے کو شکل 4.12 میں موٹی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ بالکل مساوات 4.17 کی طرح ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\int\limits_{\text{اصل راستہ}} \partial W_m = \int\limits_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m + \int\limits_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m + \int\limits_{\text{تیسرا راستہ}} \partial W_m \tag{4.41}$$

ہم دائیں جانب کے تکمل کو باری باری حل کرتے ہیں۔

$$\int\limits_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + \int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.42}$$

اگر تکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہٰذا

$$\int_0^0 i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 = \int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 = 0 \tag{4.43}$$

ہوں گے۔پہلے راستے λ_1 اور λ_2 دونوں صفر ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہٰذا مقناطیسی بہاو کی غیر موجودگی میں قوت $F_m = 0$ ہو گا اور صفر کا تکمل صفر ہی ہوتا ہے یعنی

$$\int_0^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x = \int_0^{x_0} 0 \,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.44}$$

اس طرح

$$\int\limits_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = 0 \tag{4.45}$$

حاصل ہوتا ہے۔دوسرے راستے پر

$$\int\limits_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{1_0}} i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + \int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.46}$$

جیسا پہلے ذکر کیا گیا کہ اگر تکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہٰذا

$$\int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.47}$$

ہوں گے جس سے

$$\int\limits_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{1_0}} i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 \tag{4.48}$$

رہ جاتا ہے۔یہاں ہمیں مساوات 2.33، 2.36 اور 2.38 کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہ تین مساوات مندرجہ ذیل ہیں

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \tag{4.49}$$
$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \tag{4.50}$$
$$L_{12} = L_{21} \tag{4.51}$$

ان مساواتوں کو ہم i_1 اور i_2 کے لئے حل کریں تو حاصل ہوتا ہے۔

$$i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \tag{4.52}$$
$$i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D} \tag{4.53}$$

جہاں

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21} \tag{4.54}$$

کے برابر ہے۔اب ہم مساوات 4.48 میں مساوات 4.52 پُر کرتے ہیں۔ چونکہ دوسرے راستے پہ λ_2 صفر ہے لہٰذا

$$\int_0^{\lambda_{1_0}} \left(\frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \right) \mathrm{d}\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D} \int_0^{\lambda_{1_0}} \lambda_1 \, \mathrm{d}\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D} \tag{4.55}$$

کے برابر ہے۔یوں

$$\int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D} \tag{4.56}$$

حاصل ہوتا ہے۔

اسی طرح تیسرے راستے پر

$$\int_{\text{تیسرا راستہ}} \partial W_m = \int_{\lambda_{1_0}}^{\lambda_{1_0}} i_1 \, \mathrm{d}\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{2_0}} i_2 \, \mathrm{d}\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m \, \mathrm{d}x \tag{4.57}$$

جیسا پہلے ذکر کیا گیا کہ اگر تکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہٰذا

$$\int_{\lambda_{1_0}}^{\lambda_{1_0}} i_1 \, \mathrm{d}\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m \, \mathrm{d}x = 0 \tag{4.58}$$

ہوں گے اور بقایا حصے میں i_2 پُر کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}\int_0^{\lambda_{2_0}} i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{2_0}} \left(\frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D}\right) \mathrm{d}\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}\lambda_{2_0}}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}\end{aligned} \tag{4.59}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے

$$\int_{\text{تیسرا راستہ}} \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{2_0}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{1_0}\lambda_{2_0}}{D} \tag{4.60}$$

ملتا ہے۔

مساوات 4.45، 4.56 اور 4.60 کو جمع کر کے مساوات 4.41 کا حل ملتا ہے۔

$$\int \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_{2_0}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{1_0}\lambda_{2_0}}{D} \tag{4.61}$$

اسی طرح اگر ہم ہمہ توانائی سے حل کرتے تو

$$\partial W_m'(x, i_1, i_2) = \lambda_1 \,\mathrm{d}i_1 + \lambda_2 \,\mathrm{d}i_2 + F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.62}$$

جہاں

$$\lambda_1 = \left.\frac{\partial W_m'(x, i_1, i_2)}{\partial i_1}\right|_{x, i_2} \tag{4.63}$$

$$\lambda_2 = \left.\frac{\partial W_m'(x, i_1, i_2)}{\partial i_2}\right|_{x, i_1} \tag{4.64}$$

$$F_m = \left.\frac{\partial W_m'(x, i_1, i_2)}{\partial x}\right|_{i_1, i_2} \tag{4.65}$$

اسی طرح مساوات 4.61 کی جگہ ہمہ توانائی کے لئے حاصل ہوتا ہے

$$W_m'(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2}L_{11}(x)i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}(x)i_2^2 + L_{12}(x)i_1 i_2 \tag{4.66}$$

جس سے قوت کی مساوات

$$F_m = \frac{i_1^2}{2}\frac{\mathrm{d}L_{11}(x)}{\mathrm{d}x} + \frac{i_2^2}{2}\frac{\mathrm{d}L_{22}(x)}{\mathrm{d}x} + i_1 i_2 \frac{\mathrm{d}L_{12}(x)}{\mathrm{d}x} \tag{4.67}$$

حاصل ہوتی ہے۔

مثال 4.7: شکل 4.11 میں میکانی کام کو $\partial W_{\text{میکانی}} = T_m \,\mathrm{d}\theta$ لکھ کر توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل:

$$\partial W_{\text{برقی}} = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2$$

اور $\partial W_{\text{میکانی}} = T_m \,\mathrm{d}\theta$ کو

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

میں پُر کرنے سے

$$\partial W_m = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - T_m \,\mathrm{d}\theta \tag{4.68}$$

حاصل ہوتا ہے۔W_m کے جزوی تفرق

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} \,\mathrm{d}\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} \,\mathrm{d}\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} \,\mathrm{d}\theta$$

کا مساوات 4.68 کے ساتھ موازنہ کرنے سے

$$i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta} \tag{4.69}$$

$$i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta} \tag{4.70}$$

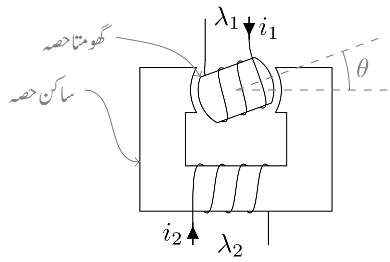
$$T_m = -\left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2} \tag{4.71}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ان مساوات کا آخری جزو بالکل مساوات 4.36 کی طرح ہے۔اس کو حل کرنے کا ایک ایک قدم بالکل مساوات 4.36 کو حل کرنے کی طرح ہو گا بس فاصلہ x کی جگہ زاویہ θ آئے گا۔یوں جواب میں میدانی توانائی کے متغیرات $\lambda_1, \lambda_2, \theta$ ہوں گے یعنی۔

$$W_m(\lambda_{1_0}, \lambda_{2_0}, \theta_0) = \int W_m = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_{2_0}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{1_0}\lambda_{2_0}}{D} \tag{4.72}$$

اسی طرح ہمہ توانائی کے لئے جواب یہ ہے

$$\partial W'_m(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 \,\mathrm{d}i_1 + \lambda_2 \,\mathrm{d}i_2 + T_m \,\mathrm{d}\theta \tag{4.73}$$



شکل 4.13: دو لچھوں کے نظام میں قوت مروڑ۔

$$
\begin{aligned}
\lambda_1 &= \left.\frac{\partial W'_m(i_1,i_2,\theta)}{\partial i_1}\right|_{i_2,\theta} \\
\lambda_2 &= \left.\frac{\partial W'_m(i_1,i_2,\theta)}{\partial i_2}\right|_{i_1,\theta} \\
T_m &= \left.\frac{\partial W'_m(i_1,i_2,\theta)}{\partial \theta}\right|_{i_1,i_2}
\end{aligned} \tag{4.74}
$$

جہاں

$$
W'_m(i_1,i_2,\theta) = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + L_{12}i_1i_2 \tag{4.75}
$$

ہے۔ □

مثال 4.8: شکل 4.13 میں دو لچھوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔افقی لکیر سے گھڑی کی اُلٹی جانب زاویہ θ ناپا جاتا ہے۔ لچھوں کی خود امالہ اور مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
L_{11} &= 20 + 30\cos 2\theta \\
L_{22} &= (20 + 30\cos 2\theta) \times 10^{-3} \\
L_{12} &= 0.15\cos\theta
\end{aligned}
$$

برقی رو $i_1 = 0.02\,\mathrm{A}, i_2 = 5\,\mathrm{A}$ پر قوت مروڑ T_m معلوم کریں۔

حل: مساوات 4.75 سے ہمہ توانائی حاصل ہوتی ہے اور مساوات 4.74 کے آخری جزو سے قوت مروڑ یعنی

$$
\begin{aligned}
T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} &= -30i_1^2\sin 2\theta - 30\times 10^{-3} i_2^2 \sin 2\theta - 0.15 i_1 i_2 \sin\theta \\
&= -0.012\sin 2\theta - 0.75\sin 2\theta - 0.015\sin\theta \\
&= -0.762\sin 2\theta - 0.015\sin\theta
\end{aligned}
$$

قوت مروڑ منفی ہونے کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ کی اُلٹ سمت میں ہے۔یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں گے تو یہ نظام اسے کم کرنے کی جانب قوت مروڑ پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم کرنے کی کوشش کریں تو یہ زاویہ بڑھانے کی جانب قوت مروڑ پیدا کرے گا۔سادہ زبان میں گھومتا حصہ اُفقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔ □

فرہنگ

ampere-turn, 32
armature coil, 131, 251
axle, 161

carbon bush, 177
cartesian system, 4
charge, 10, 136
circuit breaker, 178
coercivity, 46
coil
  high voltage, 56
  low voltage, 56
  primary, 55
  secondary, 55
commutator, 164, 241
conductivity, 25
conservative field, 108
core, 55, 126
core loss, 62
core loss component, 64
Coulomb's law, 10
cross product, 13
cross section, 9
current
  transformation, 66
cylindrical coordinates, 5

delta connected, 92
design, 195
differentiation, 18
dot product, 15

E,I, 62
earth, 94
eddy current loss, 62
eddy currents, 62, 126
electric field
  intensity, 10
electrical rating, 59
electromagnet, 131
electromotive force, 61, 137
emf, 137
enamel, 62
energy, 43
Euler, 21
excitation, 61
excitation current, 50, 60, 61
excitation voltage, 61
excited coil, 61

Faraday's law, 38, 125
field coil, 131, 251
flux, 30
Fourier series, 63, 142
frequency, 130
fundamental, 142
fundamental component, 64

generator
  ac, 159
ground current, 94
ground wire, 94

harmonic, 142
harmonic components, 64

parallel connected, 253
permeability, 26
relative, 26
phase current, 94
phase difference, 23
phase voltage, 94
phasor, 21
pole
non-salient, 140
salient, 140
power, 43
power factor, 23
lagging, 23
leading, 23
power factor angle, 23
power-angle law, 188
primary
side, 55

rating, 96, 97
rectifier, 164
relative permeability, 26
relay, 101
reluctance, 25
residual magnetic flux, 45
resistance, 25
rms, 49, 164
rotor, 36
rotor coli, 104
rpm, 155

saturation, 47
scalar, 1
self excited, 251
self flux linkage, 42
self inductance, 42
separately excited, 251
side
secondary, 55
single phase, 23, 59
slip, 209
slip rings, 176, 229

Henry, 39
hunting, 178
hysteresis loop, 46

impedance transformation, 71
in-phase, 69
induced voltage, 38, 49, 61
inductance, 39

Joule, 43

lagging, 22
laminations, 31, 62, 126
leading, 22
leakage inductance, 79
leakage reactance, 79
line current, 94
line voltage, 94
linear circuit, 226
load, 98
Lorentz law, 136
Lorenz equation, 102

magnetic constant, 26
magnetic core, 31
magnetic field
intensity, 11, 33
magnetic flux
density, 33
leakage, 78
magnetizing current, 64
mmf, 30
model, 81, 207
mutual flux linkage, 43
mutual inductance, 42

name plate, 97
non-salient poles, 177

Ohm's law, 26
open circuit test, 86
orthonormal, 3

unit vector, 2

VA, 75
vector, 2
volt, 137
volt-ampere, 75
voltage, 137
    DC, 164
    transformation, 66

Watt, 43
Weber, 32
winding
    distributed, 140
winding factor, 147

star connected, 92
stator, 36
stator coil, 104, 127
steady state, 175
step down transformer, 58
step up transformer, 58
surface density, 11
synchronous, 130
synchronous inductance, 184
synchronous speed, 155, 176

Tesla, 33
theorem
    maximum power transfer, 229
Thevenin theorem, 226
three phase, 59, 92
time period, 100, 142
torque, 165, 209
    pull out, 178
transformer
    air core, 59
    communication, 59
    ideal, 65
transient state, 175

ابتدائی
جانب، 55
لچھا، 55
ارتباط بہاو، 39
اضافی
زاویائی رفتار، 212
اکائی سمتیہ، 2
امالہ، 39
امالی برقی دباو، 38، 49، 61
اوہم میٹر، 237
ایک، تین پتریاں، 62
ایک مرحلہ، 59
ایمپیئر-چکر، 32

بار، 136
برقرار چالو، 100، 175
برقی بار، 10، 136
برقی دباو، 28، 137
تبادلہ، 56، 66
محرک، 137
ہیجانی، 185
یک سمتی، 164
برقی رو، 28
بھنور نما، 126
تبادلہ، 66
ہیجان انگیز، 50
برقی سکت، 59
برقی میدان، 10
شدت، 10، 28
بش، 177
بناوٹ، 86
بنیادی جزو، 64، 142
بوجھ، 98
بھٹی، 114
بھنور نما
برقی رو، 62
ضیاع، 62
بھنور نما برقی رو، 126
بے بوجھ، 60

پتری، 31، 126
پتریاں، 62
پورا بوجھ، 197
پیچھے، 80
پیش زاویہ، 22

تاخیری زاویہ، 22
تار کی برقی دباو، 94
تار کی برقی رو، 94
تانبا، 28
تبادلہ
رکاوٹ، 71
تختی، 97
تدریجی تفرق، 113
تعدد، 130
تعقب، 178
تفرق، 18
جزوی، 18
تکمل، 18
تکونی جوڑ، 92
توانائی، 43
تین مرحلہ، 59، 92

ٹرانسفارمر
برقی دباو والا، 59
بوجھ بردار، 68
خلائی قالب، 59
دباو بڑھاتا، 58
دباو گھٹاتا، 58
ذرائع ابلاغ، 59
رو والا، 59
کامل، 65
ٹسلا، 33
ٹھنڈی تار، 94

ثانوی جانب، 55

جاول، 43
جزو
پھیلاو، 147
جزو طاقت، 23
پیش، 23
تاخیری، 23

جنریٹر
بدلتی رو، 159
جوڑ
تکونی، 92
ستارہ نما، 92

چکر فی منٹ، 126
چوٹی، 211

خطی
برقی دور، 226
خودارتباط بہاو، 42
خوداماله، 42

داخلی ہیجان
سلسلہ وار، 253
متوازی، 253
مرکب، 253
دورجڑی مرکب، 253
دورشکن، 178
دوری عرصہ، 100، 142
دھرا، 161

رستا
اماله، 79
متعاملہ، 79
رستامتعاملیت، 217
رفتار
اضافی زاویائی، 212
روغن، 62
ریاضی نمونہ، 81، 207
رِیلے، 101

زاویہ جزوطاقت، 23
زمین، 94
زمینی برقی رو، 94
زمینی تار، 94

ساکن حصہ، 36
ساکن لچھا، 104، 127
ستارہ نماجوڑ، 92
سرک، 209

سرک چھلے، 176، 229
سطحی تکمل، 181
سطحی کثافت، 11
سکت، 96، 97
سلسلہ وار، 145
سمت کار، 241
برقیاتی، 164
میکانی، 164
سمتیہ، 2
عمودی اکائی، 3
سمتی رفتار، 102
سیرابیت، 47

ضرب
نقطہ، 15
ضرب صلیبی، 13

طاقت، 43
طاقت بالمقابل زاویہ، 188
طول موج، 18

عارضی صورت، 175
عمودی تراش، 9
رقبہ، 9

غیر سمتی، 1
غیر معاصر، 178

فوریئر، 250
فوریئر تسلسل، 63، 142
فیراڈے
قانون، 38، 125

قالب، 126
قالبی ضیاع، 62
جزو، 64
قانون
اوہم، 26
کولمب، 10
لوریز، 136
قدامت پسند میدان، 108
قریب جڑی مرکب، 253

قطب
ابھرے، 177،140
ہموار، 177،140
قوت مروڑ، 209،165
انتہائی، 178
قوی الیکٹرانکس، 241،207
قوی لچھے، 251

کاربن بش، 177
کارگزاری، 200
کپیسٹر، 194
کثافت
برقی رو، 27
کثافت مقناطیسی بہاو
بقایا، 45
کسر دور، 38

گرم تار، 94
گھومتا حصہ، 36
گھومتا لچھا، 104

لچھا
ابتدائی، 55
پھیلے، 140
پیچدار، 40
ثانوی، 55
زیادہ برقی دباو، 56
ساکن، 104
سمت، 133
قوی، 131
کم برقی دباو، 56
گھومتا، 104
میدانی، 131

محدد
کارتیسی، 4
نلکی، 5
محرک برقی دباو، 61
محور، 161
مخلوط عدد، 192
مرحلی سمتیہ، 186،21
مرحلی فرق، 23
مرکب جنریٹر، 253
مزاحمت، 25
مساوات لورینز، 102
مسئلہ
تھونن، 226
زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی، 228
مشترکہ ارتباط امالہ، 43
مشترکہ امالہ، 42
معاصر، 130
معاصر امالہ، 184
معاصر رفتار، 176،155
معائنہ
کھلے دور، 86
مقناطیس
برقی، 131
چال کا دائرہ، 46
خاتم شدت، 46
مقناطیسی برقی رو، 64
مقناطیسی بہاو، 30
رستا، 78
کثافت، 33
مقناطیسی چال، 52
مقناطیسی دباو، 30
سمت، 141
مقناطیسی قالب، 55،31
مقناطیسی مستقل، 166،26
جزو، 31،26
مقناطیسی میدان
شدت، 33،11
موثر، 49،19
موثر قیمت، 164
موسیقائی جزو، 142،64
موصلیت، 25
میدانی لچھے، 251

واٹ، 43
وولٹ، 137
وولٹ-ایمپیئر، 75
ویبر، 32

ویبر-چکر،39

ہچکچاہٹ،25،30
ہم قدم،69
ہیجان،61
بیرونی،251
خود،251
لچھا،61
ہیجان انگیز
برقی دباو،61
برقی رو،61
ہیجان انگیز برقی رو،60
ہیجانی برقی دباو،185

یک سمتی رو
مشین،241
یک مرحلہ،23
یک مرحلہ برقی دباو،94
یک مرحلہ برقی رو،94
یولر مساوات،21