

برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@comsats.edu.pk

تاریخ درستی: 12 مئی 2020

عنوان

ix

دیباچہ

1	بنیادی حقائق	1
1	1.1 بنیادی اکائیاں	1
1	1.2 غیر سمتی	1
2	1.3 سمتیہ	2
3	1.4 محدود	3
3	1.4.1 کارتیسی محدودی نظام	3
5	1.4.2 تکلی محدودی نظام	5
7	1.5 سمتیہ رقبہ	7
9	1.6 رقبہ عمودی تراش	9
10	1.7 برقی اور مقناطیسی میدان	10
10	1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت	10
11	1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت	11

11	سطحی اور حجمی کشافیت	1.8
11	1.8.1 سطحی کشافیت	
12	حجمی کشافیت	1.9
13	صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ	1.10
13	1.10.1 صلیبی ضرب	
15	1.10.2 نقطی ضرب	
18	1.11 تفرق اور جزوی تفرق	
18	1.12 خطی مکمل	
19	1.13 سطحی مکمل	
20	1.14 دوری سمتیہ	
25	2 مقناطیسی ادوار	
25	2.1 مزاحمت اور پنکچا ہٹ	
26	2.2 کشافیت برقی رد اور برقی میدان کی شدت	
28	2.3 برقی ادوار	
30	2.4 مقناطیسی دور حصہ اول	
32	2.5 کشافیت مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت	
34	2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم	
38	2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی	
45	2.8 مقناطیسی مادہ کے خواص	
49	2.9 ہیبان شدہ لچھا	

55	3	ٹرانسفارمر
56	3.1	ٹرانسفارمر کی اہمیت
59	3.2	ٹرانسفارمر کے اقسام
59	3.3	امالی برقی دباؤ
61	3.4	ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع
64	3.5	تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص
68	3.6	ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر
69	3.7	ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب
70	3.8	رکاوٹ کا تبادلہ
75	3.9	ٹرانسفارمر کا وولٹ-کمپیئر
77	3.10	ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار
77	3.10.1	لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا
79	3.10.2	رستا امالہ
80	3.10.3	ثانوی برقی رد اور قالب کے اثرات
81	3.10.4	ثانوی لچھے کا امالی برقی دباؤ
81	3.10.5	ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات
83	3.10.6	رکاوٹ کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ
85	3.10.7	ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار
86	3.11	کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ
87	3.11.1	کھلا دور معائنہ
89	3.11.2	کسر دور معائنہ
93	3.12	تین دوری ٹرانسفارمر
101	3.13	ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر

103	4	برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ
103	4.1	مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ
109	4.2	تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام
115	4.3	توانائی اور ہم-توانائی
119	4.4	متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام
129	5	گھومتے مشین کے بنیادی اصول
129	5.1	قانون فیئرڈے
130	5.2	معاصر مشین
141	5.3	محرک برقی دباؤ
144	5.4	پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ
146	5.4.1	بدلتارو مشین
155	5.5	مقناطیسی دباؤ کی گھومتی امواج
155	5.5.1	ایک دور کی لپٹی مشین
156	5.5.2	تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ
161	5.5.3	تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجزیہ
164	5.6	محرک برقی دباؤ
165	5.6.1	بدلتارو برقی جزیئر
170	5.6.2	یک سمت رو برقی جزیئر
170	5.7	ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ
171	5.7.1	میکانی قوت مروڑ بذریعہ ترکیب توانائی
173	5.7.2	میکانی قوت مروڑ بذریعہ مقناطیسی بہاؤ

179	6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین
180	6.1 متعدد دوری معاصر مشین
183	6.2 معاصر مشین کے امالہ
184	6.2.1 خود امالہ
185	6.2.2 مشترکہ امالہ
187	6.2.3 معاصر امالہ
189	6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ
191	6.4 برقی طاقت کی منتقلی
196	6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خواص
196	6.5.1 معاصر جزیر: برقی بوجھ بالقابل I_m کے خط
197	6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالقابل I_m کے خط
199	6.6 کھلا دور اور کسر دور معائنہ
199	6.6.1 کھلا دور معائنہ
200	6.6.2 کسر دور معائنہ

- 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج 212
- 7.2 مشین کا سر کا داور گھومتی امواج پر تبصرہ 212
- 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ 215
- 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ 215
- 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج 219
- 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے 220
- 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور 221
- 7.8 مساوی برقی دور پر غور 226
- 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھون دور یا ریاضی نمونہ 230
- 7.10 پنجرہ نما امالی موٹر 236
- 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ 237
- 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ 237
- 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ 239

- 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی 245
- 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل 247
- 8.2 یک سمت جزیرہ کار برقی دباؤ 252
- 8.3 قوت مروڑ 255
- 8.4 بیرونی پیمان اور خود پیمان یک سمت جزیرہ 256
- 8.5 یک سمت مشین کی کارکردگی کے خط 260
- 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمتقابل برقی بوجھ 260
- 8.5.2 رفتار بالمتقابل قوت مروڑ 263

باب 5

گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشینوں کے بنیادی اصولوں پر غور کیا جائے گا۔ ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

5.1 قانون فیراڈے

قانون فیراڈے¹ کے تحت جب بھی کسی لچھے کا ارتباط بہاؤ λ وقت کے ساتھ تبدیل ہو، اس لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہو گا:

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = N \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (5.1)$$

گھومتے مشین میں ارتباط بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے پیدا کی جاسکتی ہے۔ مثلاً لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھما کر یا ساکن لچھے میں مقناطیس گھما کر، وغیرہ وغیرہ۔

Faraday's law¹

ان برقی مشینوں میں لچھے مقناطیسی قالب² پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاو حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاو بڑھایا جاتا ہے۔ مزید قالب کی شکل تبدیل کر کے مقناطیسی بہاو کو ضرورت کے مقام پر پہنچایا جاتا ہے۔

ان مشینوں کے قالب میں مقناطیسی بہاو وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہذا قالب میں بھنور نما برقی رو³ پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر باریک لوہے کی پتري⁴ تہہ در تہہ رکھ قالب بنایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا، ٹرانسفارمر کا قالب بھی اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں معاصر برقی جزیئر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے جس کے قالب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ میکانی زاویہ θ_m مقناطیس کا مقام دیتا ہے۔ افقی لکیر سے خلاف گھڑی زاویہ θ_m ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے، فی سیکنڈ n مکمل چکر کاٹتا ہو تب ہم کہتے ہیں کہ اس مقناطیس کے گھومنے کا تعدد n ہرٹز⁵ ہے۔ اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس $60n$ چکر فی منٹ⁶ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر 360° زاویہ یا 2π ریڈیئن⁷ پر مشتمل ہوتا ہے لہذا گھومنے کی اس رفتار کو $2\pi n$ ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہہ سکتے ہیں۔ یوں اگر مقناطیس f ہرٹز کی رفتار سے گھوم رہا ہو تب یہ $2\pi f$ ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے گا جس کو ω سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$(5.2) \quad \omega = 2\pi f$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار کو عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں بیان کیا جائے گا۔

شکل 5.1 میں مشین کے دو مقناطیسی قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطبی مشین کہتے ہیں۔ ساکن قالب میں، اندر کی جانب دو شکاف ہیں، جن میں N چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو a اور a' سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لچھے کی بنا

²magnetic core

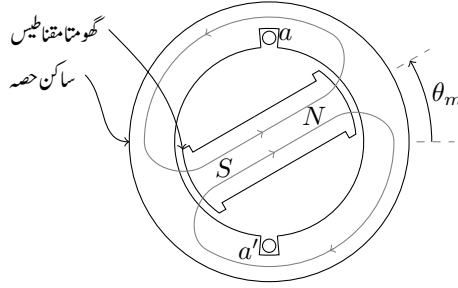
³eddy currents

⁴laminations

⁵Hertz

⁶rounds per minute, rpm

⁷radians



شکل 5.1: دو قطب، یک دوری معاصر جزئیٹر۔

اس مشین کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ چونکہ یہ لچھا جزئیٹر کے ساکن حصہ پر پایا جاتا ہے لہذا یہ لچھا بھی ساکن ہو گا جس کی بنا اسے ساکن لچھا⁸ کہتے ہیں۔

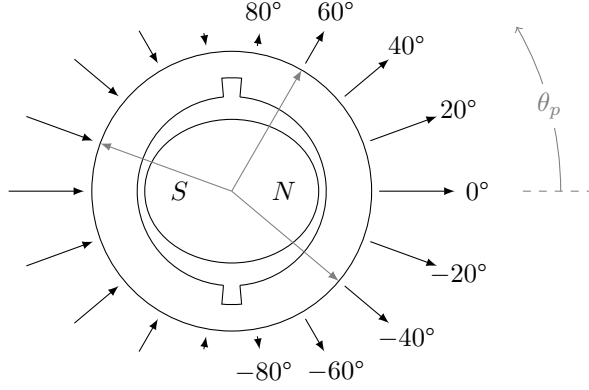
مقناطیس کا مقناطیسی بہاوشمالی قطب⁹ N سے خارج ہو کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول قالب میں سے گزر کر، دوسرے خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، مقناطیس کے جنوبی قطب¹⁰ S میں داخل ہو گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ یہ مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔ شکل 5.1 میں مقناطیس سیدھی سلاح کی مانند دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.2 میں مقناطیس تقریباً گول ہے اور اس کے محور کا زاویہ θ_m صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن قالب کے بیچ صفر زاویہ، $\theta = 0^\circ$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، $\theta = 90^\circ$ ، پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز پر ہچکچاہٹ کم ہو گی جبکہ زیادہ خلائی درز پر ہچکچاہٹ زیادہ ہو گی لہذا $\theta = 0^\circ$ پر خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزرے گا جبکہ $\theta = 90^\circ$ پر کم بہاؤ گزرے گا۔ خلائی درز کی لمبائی یوں تبدیل کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاؤ مقناطیس سے قالب میں عمودی زاویہ پر داخل ہوتا ہے۔ اگر خلائی درز میں B سائن نما ہو

$$(5.3) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

تب کثافت مقناطیسی بہاؤ B صفر زاویہ $\theta_p = 0^\circ$ پر زیادہ سے زیادہ اور نوے زاویہ، $\theta_p = 90^\circ$ ، پر صفر ہو گی اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ θ_p کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ θ_p کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کے مخالف

stator coil⁸
north pole⁹
south pole¹⁰



شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور زاویہ کا تبدیلی۔

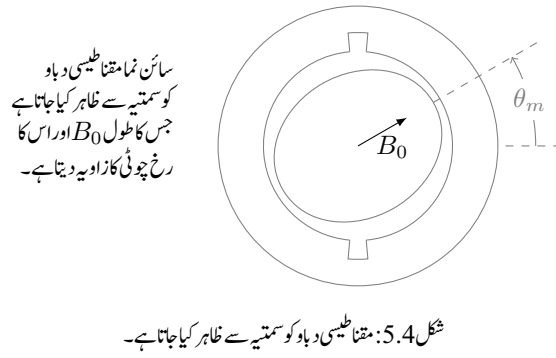
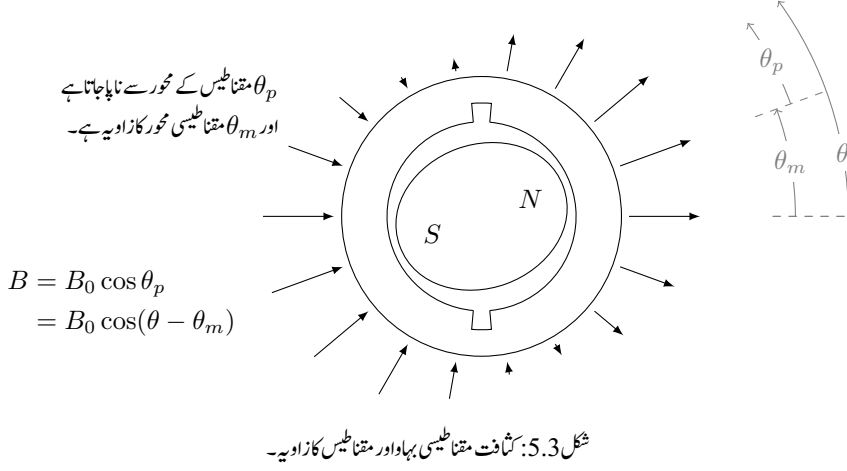
رخ ناپا جاتا ہے۔ شکل 5.2 میں ساکن حصے کے باہر نوکیلی لکیروں کی لمبائی سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت اور لکیروں کے رخ سے بہاؤ کا رخ دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے -40° ، 60° اور 160° زاویوں پر رداسی رخ دکھایا گیا ہے۔ زاویات -40° اور 60° پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ 160° پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ کے مخالف ہے۔ یوں شکل 5.2 میں آدھے درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ باقی آدھے میں مخالف رداسی رخ ہو گا۔ خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B اور θ_p کا ترسیم سائن نما ہو گا۔ شکل 5.3 میں مقناطیس دوسرے زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ یاد رہے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت مقناطیس کے شمالی قطب پر زیادہ سے زیادہ ہو گی اور شمالی قطب پر کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ ہو گی۔ شکل 5.3 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B ، زاویے θ_p اور θ_m دکھائے گئے ہیں جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

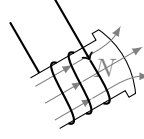
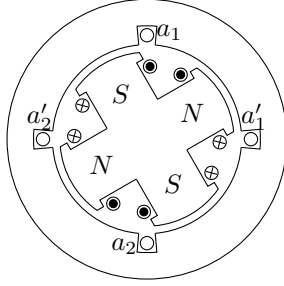
$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos \theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned} \quad (5.4)$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \quad (5.5)$$

شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس کا سائن نما مقناطیسی دباؤ پیش کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 5.4 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مقناطیسی دباؤ کو عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کا حیثہ اور سمتیہ کا رخ مقناطیس کے شمال کو ظاہر کرتا ہے۔





شکل 5.5: چار قطب یک دوری معاصر جزیئر۔

شکل 5.3 میں مقناطیس کو لمحہ t_1 ، زاویہ $\theta_m(t_1)$ پر دکھایا گیا ہے جہاں ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ λ_θ ہے۔ اگر مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھوم رہا ہو تب ساکن لچھے میں اس لمحہ پر برقی دباؤ $e(t)$ پیدا ہو گا:

$$(5.6) \quad e(t) = \frac{d\lambda_\theta}{dt}$$

آدھے چکر، π ریڈین گھومنے کے، بعد مقناطیسی قطبین آپس میں جگہیں تبدیل کرتے ہیں، لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ الٹ ہو گا، لچھے میں ارتباط بہاؤ $\lambda_\theta -$ اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t) -$ ہو گا۔ ایک مکمل چکر بعد مقناطیس دوبارہ اسی مقام پر ہو گا جو شکل 5.3 میں دکھایا گیا ہے، ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ دوبارہ λ_θ اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ ہو گا۔ یوں جب بھی مقناطیس $\theta_m = 2\pi$ میکانی زاویہ طے کرے، امالی برقی دباؤ کے برقی زاویہ میں $\theta_e = 2\pi$ تبدیلی رونما ہوگی لہذا دو قطب، ایک لچھے کی مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e ایک دوسرے کے برابر ہوں گے:

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس f_m چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہو تب لچھے میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ بھی ایک سیکنڈ میں f_m مکمل چکر کاٹے گا لہذا $e(t)$ کے تعدد f_e ¹¹ کی قیمت f_m ہرٹز¹² ہوگی۔

$$f_e = f_m$$

اس مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e وقت کے ساتھ تبدیل ہونے کے باوجود آپس میں ایک تناسب رکھتے ہیں لہذا ایسے مشین کو معاصر مشین¹³ کہتے ہیں۔ یہاں یہ تناسب ایک کے برابر ہے۔

frequency¹¹

Hertz¹²

synchronous machine¹³

شکل 5.5 میں چار قطب، یک دوری معاصر جزیئر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشینوں میں عموماً مقناطیس جبکہ بڑے مشینوں میں برقی مقناطیس¹⁴ استعمال ہوتے ہیں۔ اس شکل میں برقی مقناطیس استعمال کیے گئے ہیں۔ دو سے زائد قطبین والے مشینوں میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ قطب تصور کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس حوالہ قطب کو θ_m پر دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب $(\theta_m + \pi)$ زاویہ پر ہے۔

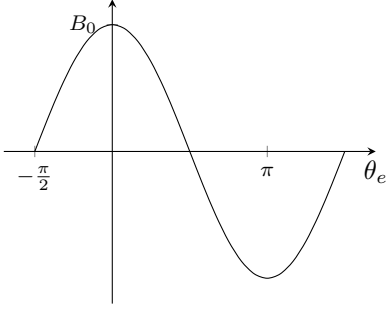
جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں مقناطیس کے چار قطبین ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ یک دوری آلات میں مقناطیسی قطبین کے جوڑوں کی تعداد اور ساکن لچھوں کی تعداد ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہے۔ شکل 5.5 میں مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑی قطبین ہیں، لہذا اس مشین کے ساکن حصہ پر دو ساکن لچھے ہوں ہیں۔ ایک لچھے کو a_1 سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو a_2 سے۔ لچھے a_1 کو قالب میں موجود دو شکاف a_1 اور a_1' میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح a_2 لچھے کو دو شکاف a_2 اور a_2' میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ دونوں لچھوں کو سلسلہ وار¹⁵ جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جزیئر سے حاصل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کا دگنا ہو گا۔ یک دوری آلات میں قالب کو مقناطیس کے قطبین کی تعداد کے برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے مشین کا ہر ساکن لچھا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل 5.5 میں چار قطبین ہیں لہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیرتا ہے۔

ساکن اور حرکی لچھوں کی کارکردگی ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہے۔ اس کی وضاحت کرتے ہیں۔

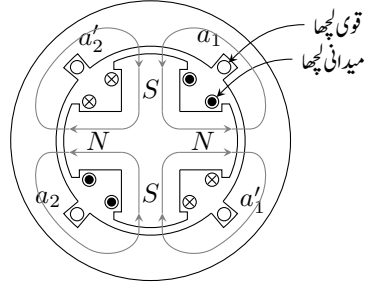
جیسا پہلے بھی ذکر کیا گیا چھوٹی گھومتی مشینوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں برقی مقناطیس میدان فراہم کرتا ہے۔ اگرچہ اب تک کی اشکال میں مقناطیس کو گھومتا حصہ دکھایا گیا ہے، حقیقت میں مقناطیس کسی مشین میں گھومتا اور کسی میں ساکن ہو گا۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والے اس لچھے کو میدان لچھا¹⁶ کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا¹⁷ کہتے ہیں۔ برقی جزیئر کے قوی لچھے سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے ضیاع کے علاوہ تمام برقی طاقت قوی لچھے کو فراہم کی جاتی ہے۔

شکل 5.6 میں گھومتے اور ساکن حصہ کے بیچ خلائی درز میں شمالی قطب سے مقناطیسی بہاؤ باہر نکل کر قالب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب پر مقناطیسی بہاؤ قالب سے نکل کر جنوبی قطب میں داخل ہوتا ہے۔ شکل 5.6 میں

electromagnet¹⁴
series connected¹⁵
field coil¹⁶
armature coil¹⁷



شکل 5.7: سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ۔



شکل 5.6: چار قطب، دو لچھے مشین میں مقناطیسی بہاؤ۔

اس مقناطیسی بہاؤ کی کثافت کو دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاؤ کا رخ دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گا۔ ان مشینوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں B سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس پر آگے غور کیا جائے گا۔ اگر تصور کر لیا جائے کہ B سائن نما ہے تب خلائی درز میں B کی مطلق قیمت شکل 5.7 کی طرح ہو گی جہاں θ_e برقی زاویہ ہے۔

P قطبی مقناطیس کے معاصر مشین کے لئے لکھ درج ذیل ہو گا۔

$$(5.7) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

$$(5.8) \quad f_e = \frac{P}{2} f_m$$

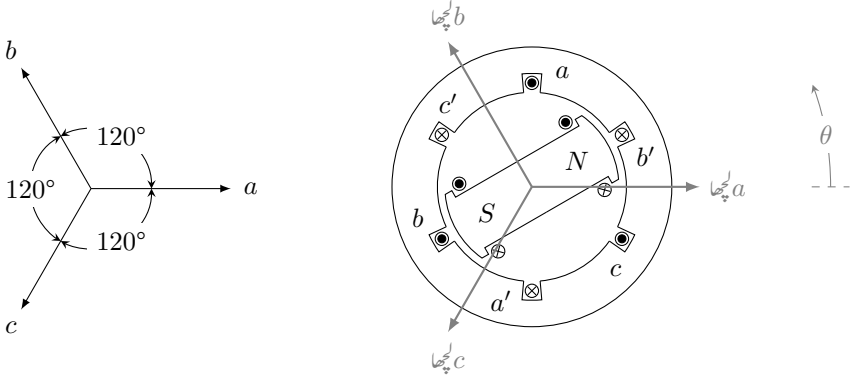
یہاں برقی اور میکانی تعدد کا تناسب 2 ہے۔

مثال 5.1: پاکستان میں گھریلو اور صنعتی صارفین کو 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے۔ یوں ہمارے ہاں $f_e = 50$ ہو گا۔

• اگر برقی طاقت دو قطبی جنریٹر سے حاصل کی جائے تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟۔

• اگر جنریٹر کے بیس قطب ہوں تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟

حل:



شکل 5.8: دو قطب، تین دوری معاصر مشین۔

• مساوات 5.8 کے تحت دو قطبی، $P = 2$ ، جزیئر کا میکانی رفتار $f_m = \frac{2}{2}(50) = 50$ چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ¹⁸ ہو گا۔

• بیس قطبی، $P = 20$ ، جزیئر کا میکانی رفتار $f_m = \frac{2}{20}(50) = 5$ چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ ہو گا۔

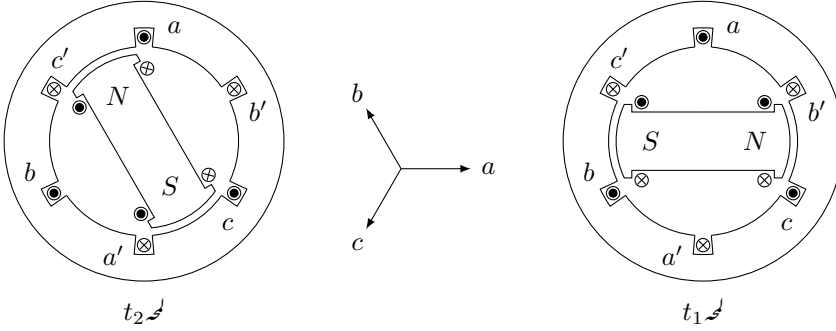
□

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جزیئر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جزیئر سست رفتار جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہذا پانی سے چلنے والے جزیئر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر عموماً دو قطب کے ہوتے ہیں۔

شکل 5.8 میں دو قطب تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ ان میں ایک لچھا a ہے جو قالب میں شگاف a اور a' میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تب یہ بالکل شکل 5.1 میں دیا گیا مشین ہی تھا۔ البتہ دیے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

لچھے کا رخ درج ذیل طریقہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

¹⁸rpm, rounds per minute



شکل 5.9: دو قطب تین دوری مشین۔

- دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کے رخ لپیٹیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کا رخ دے گا۔

شکل 5.8 میں لچھا a کا برقی رو شگاف a میں، کتاب کے صفحہ کو عمودی، باہر رخ جبکہ a' میں اس کے مخالف اندر رخ تصور کرتے ہوئے لچھا a کا رخ تیر دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اس رخ کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ یوں لچھا a صفر زاویہ پر لپیٹا گیا ہے، یعنی $\theta_a = 0^\circ$ ہے۔ باقی لچھوں کے زاویات لچھا a کے رخ سے، گھڑی کے مخالف رخ نامے جاتے ہیں۔

شکل 5.8 میں لچھا b کو شگاف b اور b' میں رکھا گیا ہے اور لچھا c کو شگاف c اور c' میں رکھا گیا ہے۔ مزید لچھا b کو 120° زاویہ اور لچھا c کو 240° زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یوں $\theta_b = 120^\circ$ اور $\theta_c = 240^\circ$ ہوں گے۔

شکل 5.9 میں اگر لمحہ t_1 پر لچھا a کا ارتباط بہاو $\lambda_a(t_1)$ ہو تب لمحہ t_2 پر، جب مقتناطیس 120° زاویہ طے کر لے، لچھا b کا ارتباط بہاو $\lambda_b(t_2)$ ہو گا۔ لمحہ t_2 پر مقتناطیس اور لچھا b ایک دوسرے کے لحاظ سے بالکل اسی طرح نظر آتے ہیں جیسے t_1 پر مقتناطیس اور لچھا a ایک دوسرے کے لحاظ سے نظر آتے تھے۔ یوں لمحہ t_2 پر لچھا b کا ارتباط بہاو اتنا ہی ہو گا جتنا لمحہ t_1 پر لچھا a کا ارتباط بہاو تھا:

$$(5.9) \quad \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

اسی طرح لمحہ t_3 پر، جب مقتناطیس مزید 120° زاویہ طے کر لے، لچھا c کا ارتباط بہاو $\lambda_c(t_3)$ ہو گا جو $\lambda_a(t_1)$ کے برابر ہو گا۔ یوں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.10) \quad \lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

ان لمحات پر لچھوں کے امالی برقی دباو

$$(5.11) \quad e_a(t_1) = \frac{d\lambda_a(t_1)}{dt}$$

$$(5.12) \quad e_b(t_2) = \frac{d\lambda_b(t_2)}{dt}$$

$$(5.13) \quad e_c(t_3) = \frac{d\lambda_c(t_3)}{dt}$$

ہوں گے۔ مساوات 5.10 کی روشنی میں درج ذیل ہو گا۔

$$(5.14) \quad e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3)$$

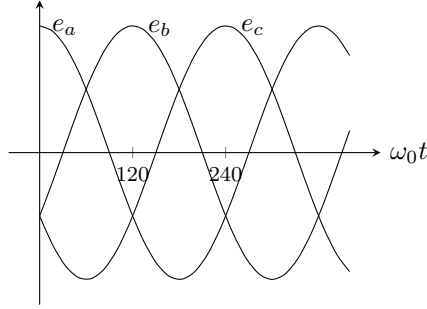
اگر شکل 5.9 میں صرف لچھا a پایا جاتا تب یہ بالکل شکل 5.1 کی طرح ہوتا اور اگر ایسی صورت میں مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھمایا جاتا تب، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھا a میں سائن نما برقی دباو پیدا ہوتا۔ شکل 5.9 میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں ہے۔ یوں اگر شکل 5.9 میں مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تب تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباو پیدا ہو گا البتہ مساوات 5.14 کے تحت یہ برقی دباو آپس میں 120° زاویہ پر ہوں گے۔ ان امالی برقی دباو کو شکل 5.10 میں دکھایا گیا ہے۔ اگر لمحہ t_1 پر e_1 کی مثبت چوٹی ہو تب لمحہ t_2 پر e_2 اور لمحہ t_3 پر e_3 کی چوٹی پائی جائے گی۔ یوں درج ذیل ہوں گے۔

$$e_a(t) = E_0 \cos \omega_0 t$$

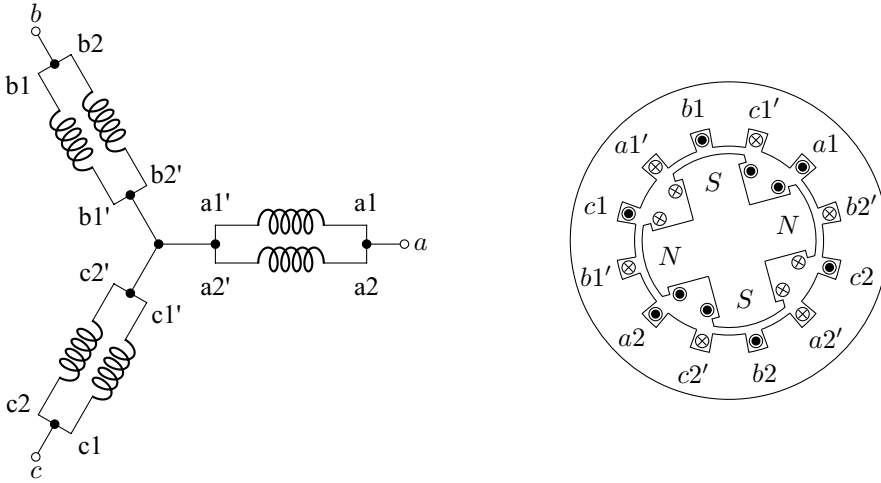
$$e_b(t) = E_0 \cos \left(\omega_0 t - \frac{2}{3} \pi \right)$$

$$e_c(t) = E_0 \cos \left(\omega_0 t - \frac{4}{3} \pi \right) = E_0 \cos \left(\omega_0 t + \frac{2}{3} \pi \right)$$

شکل 5.11 میں چار قطب، تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمالی اور جنوبی قطبین باری باری پائے جاتے ہیں اور 180° میکانی زاویہ میں شمال اور قریبی جنوب قطب کی ایک جوڑی پائی جاتی ہے۔ یہی میکانی زاویہ 360° برقی زاویہ کے برابر ہو گا۔ شکل 5.8 میں ساکن حصہ کے 360° برقی زاویہ کے احاطہ میں تین دوری لچھے نسب ہیں جن کی اطراف کی ترتیب، گھڑی کے مخالف رخ چلتے ہوئے، a, c', b, a', c اور b' ہے۔ شکل 5.11 میں دو قطبین کے احاطہ، 180° میکانی زاویہ (یا 360° برقی زاویہ)، میں بالکل اسی طرح تین دوری لچھوں کے اطراف کی ترتیب $a_1, c_1', b_1, a_1', c_1$ اور c_1' ہے۔ باقی دو قطبین کے احاطے میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو a_2, c_2', c_2'



شکل 5.10: تین دوری امالی برقی دباؤ میں زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔



شکل 5.11: چار قطب، تین دوری معاصر مشین۔

a_1 اور a_2 لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباؤ پیدا ہو گا۔ تین دوری دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دوری برقی دباؤ حاصل کا جاتا ہے۔ شکل 5.11 میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں a لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔

5.3 محرک برقی دباؤ

قانون لورینز¹⁹ کے تحت مقناطیسی میدان B میں سمتی رفتار v سے حرکت کرتا ہوا برقی بار q درج ذیل قوت F محسوس کرے گا۔

$$(5.15) \quad F = q(v \times B)$$

یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی میدان کے لحاظ سے برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہذا F کو ساکن مقناطیسی میدان میں برقی بار کی سمتی رفتار تصور کیا جاسکتا ہے۔ مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کا قانون²¹ دیا (صفحہ 104 پر شکل 4.1)۔ دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کو باقی انگلیوں کے ساتھ برقرار قائم رکھ کر اس ہاتھ کی چار انگلیوں کو v کے رخ سے شروع کر کے، چھوٹے زاویہ پر گھما کر، B کے رخ موڑنے سے انگوٹھا F کا رخ دیگا۔

مقناطیسی میدان میں ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک، جن کے بیچ ہٹاؤ l ہے، برقی بار q منتقل کرنے کے لئے درکار کام W ہو گا:

$$(5.16) \quad W = F \cdot l = q(v \times B) \cdot l$$

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے بیچ برقی دباؤ²² کہتے ہیں جس کی اکائی وولٹ²³ V ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے بیچ درج ذیل برقی دباؤ ہو گا۔

$$(5.17) \quad e = \frac{W}{q} = (v \times B) \cdot l \quad \text{وولٹ}$$

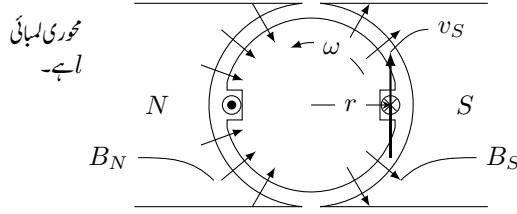
Lorentz law¹⁹

charge²⁰

right hand rule²¹

potential difference, voltage²²

volt²³



شکل 5.12: ایک چکر کا لچھا مقناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

حرکت کی مدد سے یوں حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ²⁴ کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے پیدا برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کا برقی دباؤ بھی محرک برقی دباؤ کہلائے گا۔

شکل 5.12 میں خلاف گھڑی گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔ بائیں خلاء میں لچھا کی تار کے قطع پر غور کریں۔ مساوات 5.15 کے تحت بائیں قطع میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کے عمودی باہر رخ قوت پیدا ہوگی جبکہ اس قطع میں موجود منفی برقی بار پر اس کے مخالف رخ قوت پیدا ہوگی۔ مساوات 5.17 کے تحت اس قطع کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی برقی دباؤ پر ہوگا۔

ہم گھومتے حصہ کی محور پر ٹنگی محدود قائم کرتے ہیں۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے خلاء میں B رداسی رخ جبکہ شمالی قطب کے سامنے خلاء میں B رداس کے مخالف رخ ہوگا۔ جنوبی قطب کے سامنے شکاف میں برقی تار l_S کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v_S &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_S &= B a_r \\ l_S &= l a_z \end{aligned} \quad (5.18)$$

یوں جنوبی قطب کے سامنے تار کے قطع میں درج ذیل محرک برقی دباؤ پیدا ہوگا۔

$$\begin{aligned} e &= (v \times B) \cdot l \\ &= \omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= \omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l \end{aligned} \quad (5.19)$$

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شکاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ a_z لیا گیا ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا تار پر $-a_z$ رخ ہے یعنی تار کا نچلا سرا مثبت اور بالائی سرا منفی ہے۔

اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس رو کا رخ a_z - یعنی صفحہ کو عمودی اندر رخ ہو گا جسے شکل 5.12 میں شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v_N &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_N &= -B a_r \\ l_N &= l a_z \end{aligned} \quad (5.20)$$

یوں اس قطع میں درج ذیل دباؤ ہو گا۔

$$\begin{aligned} e_N &= (v_N \times B_N) \cdot l_N \\ &= -\omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= \omega r B l \end{aligned} \quad (5.21)$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ a_z لیا گیا ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا تار پر a_z رخ ہو گا یعنی تار کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی ہو گا۔ اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس کا رخ a_z یعنی صفحہ کو عمودی باہر رخ ہو گا جسے شکل 5.12 میں شگاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دونوں تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان تاروں کے نچلے سرا ایک دوسرے کے ساتھ سلسلہ وار جڑے ہیں جس کو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔ یوں اس لچھے کے بالائی، نظر آنے والے، سروں پر کل برقی دباؤ e ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباؤ کا مجموعہ ہو گا:

$$\begin{aligned} e &= 2rlB\omega \\ &= AB\omega \end{aligned} \quad (5.22)$$

یہاں لچھے کا رقبہ $A = 2rl$ ہے۔ اگر ایک چکر سے اتنا برقی دباؤ حاصل ہو تب N چکر کے لچھے سے درج ذیل دباؤ حاصل ہو گا جہاں $\phi = AB$ مقناطیسی بہاؤ ہے۔

$$\begin{aligned} e &= \omega NAB \\ &= 2\pi f NAB \\ &= 2\pi f N\phi \end{aligned} \quad (5.23)$$

گھومتی مشینوں کی خلائی درز میں B اور v ہر لمحہ ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔ مساوات 5.17 کے تحت مستقل زاویائی رفتار اور محوری لمبائی کی صورت میں پیدا کردہ برقی دباؤ ہر لمحہ B کا براہ راست تناسب ہو گا۔ خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے B کی صورت میں گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباؤ بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ یوں جس شکل کا برقی دباؤ درکار ہو اسی شکل کی کثافت مقناطیسی دباؤ خلائی درز میں پیدا کرنی ہو گی۔ سائن نما برقی دباؤ پیدا کرنے کے لئے خلائی درز میں سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ درکار ہو گی۔

اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت B پیدا کرنے کی ترکیب بتائی جائے گی۔

5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ

ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں گٹھ²⁵ لچھے دکھائے گئے۔ مزید ان مشینوں میں گھومتے حصے پر موجود مقناطیس کے ابھرے قطب²⁶ تھے۔ عموماً حقیقی مشینوں کے ہموار قطب²⁷ اور پھیلے لچھے²⁸ ہوتے ہیں جن کی بنا سائن اور گھومتے حصوں کے بیچ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباؤ اور سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنا ممکن ہوتا ہے۔

شکل 5.13 میں ایک گٹھ لچھا دکھایا گیا ہے جہاں مشین کے گھومتے حصے کا عمودی تراش گول شکل کا ہو گا۔ متحرک اور سائن قالب کا $\mu_r \rightarrow \infty$ ہے لہذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہو گی۔ لچھے کا مقناطیسی دباؤ $\tau = Ni$ ، مقناطیسی بہاؤ ϕ پیدا کرتا ہے جس کو تیر دار لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرتا ہوا لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتا ہے۔ یوں ایک چکر، یعنی دو درزوں، کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$(5.24) \quad \tau = Ni = 2Hl_a$$

اس مساوات کی دونوں اطراف کو 2 سے تقسیم کرتے ہوئے ایک درز کی مساوات لکھی جاسکتی ہے جہاں ایک درز پر لاگو مقناطیسی دباؤ کو τ_a سے ظاہر کیا گیا ہے:

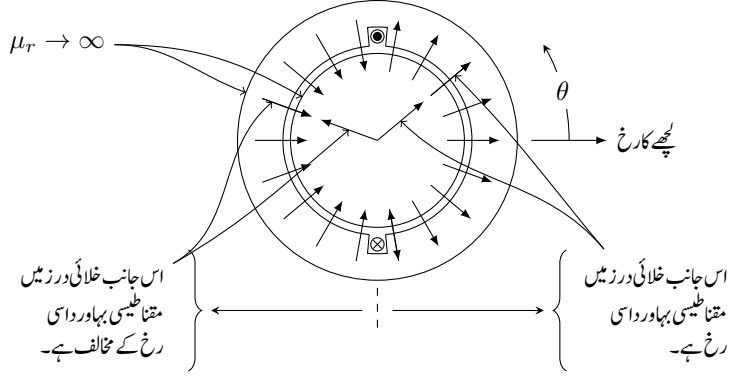
$$\tau_a = \frac{\tau}{2} = Hl_a$$

non-distributed coils²⁵

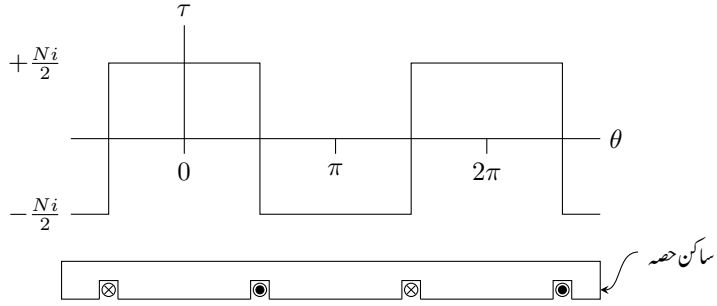
salient poles²⁶

non-salient poles²⁷

distributed winding²⁸



شکل 5.13: ساکن لچھا پچھے ہے۔



شکل 5.14: گچھے لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباو۔

یوں ساکن لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا ایک آدھا حصہ ایک خلائی درز اور دوسرا آدھا حصہ دوسری خلائی درز میں مقناطیسی بہاو پیدا کرتا ہے۔ مزید زاویہ 90° تا 90° خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاو) رداسی رخ جبکہ زاویہ 90° تا 270° خلائی درز میں رداس کے مخالف رخ ہے۔ ہم رداسی رخ کو مثبت تصور کرتے ہیں۔ چونکہ مقناطیسی بہاو (اور مقناطیسی دباؤ) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان رداسی رخ ہے لہذا اسے مثبت تصور کیا جائے گا جبکہ باقی حصہ پر مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاو) رداس کے مخالف رخ ہے لہذا اسے منفی تصور کیا جائے گا۔ شکل 5.14 میں خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ وقفہ $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ_a لچھے کے مقناطیسی دباؤ τ کا آدھا ہے اور اس کا رخ مثبت ہے جبکہ وقفہ $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا آدھا اور منفی رخ ہے۔ یاد رہے مقناطیسی دباؤ کا رخ رداسی رخ کے حوالہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

5.4.1 بدلتارو مشین

بدلتارو (اے سی) مشین بناتے وقت کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہو۔ سائن نما مقناطیسی دباؤ کے حصول کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے سائن نما مقناطیسی دباؤ کیسے حاصل ہوتا ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

فوریر تسلسل²⁹ کے تحت ہم کسی بھی تفاعل³⁰ $f(\theta_p)$ کو درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.25) \quad f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p)$$

تفاعل کا دوری عرصہ T ³¹ ہونے کی صورت میں فوریر تسلسل کے عددی سر درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.26) \quad \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) d\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p d\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p d\theta_p \end{aligned}$$

Fourier series²⁹
function³⁰
time period³¹

مثال 5.2: شکل 5.14 میں دیے گئے مقناطیسی دباؤ کا

- فوریز تسلسل حاصل کریں،
- تیسری موسیقائی جزو³² اور بنیادی جزو³³ کا تناسب معلوم کریں۔

حل:

- مساوات 5.26 کی مدد سے

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \right) + \left(\frac{Ni}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

اور درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p d\theta_p \right] \\ &= \frac{Ni}{2\pi} \left[-\frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} + \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\ &= \frac{Ni}{2n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} + 2 \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\ &= \left(\frac{4}{n\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2} \end{aligned}$$

اس مساوات میں n کی قیمت ایک، دو، تین لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned} a_1 &= \left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_3 = - \left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_5 = \left(\frac{4}{5\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \\ a_2 &= a_4 = a_6 = 0 \end{aligned}$$

third harmonic component³²
fundamental component³³

اسی طرح درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[\frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} - \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

• ان نتائج کا یکجا کرتے ہیں:

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{\left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)}{\left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)} = \frac{1}{3}$$

□

یوں تیسرا موسیقائی جزو بنیادی جزو کا تیسرا حصہ یعنی 33.33 فی صد ہو گا۔

مثال 5.2 میں حاصل کردہ a_1, a_2, \dots استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ کا فوریر تسلسل لکھتے ہیں۔

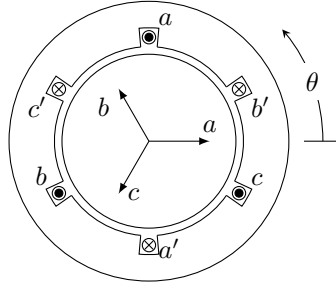
$$(5.27) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p - \frac{4}{3\pi} \frac{Ni}{2} \cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi} \frac{Ni}{2} \cos 5\theta_p - + \dots$$

مثال 5.2 کے مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جاسکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے حقیقی مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء قابل نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے مساوات 5.27 سے

$$(5.28) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p = \tau_0 \cos \theta_p$$

لکھتے ہیں جہاں τ_0 درج ذیل ہے۔

$$(5.29) \quad \tau_0 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$



شکل 5.15: تین دور لچھے۔

خلائی درج میں τ ، H اور B ایک دوسرے کے برائے راست متناسب ہوتے ہیں۔ یوں مساوات 5.28 کے تحت شکل 5.13 کا لچھے اور شکل 5.2 میں صفر زاویہ پر سلاخ نما مقناطیس یکساں τ (اور B) دیں گے۔ اسی طرح اگر شکل 5.13 کا لچھا زاویہ θ_m پر ہوتا تب ہمیں شکل 5.3 میں موجود مقناطیس کے نتائج حاصل ہوتے۔ شکل 5.15 میں تین لچھے آپس میں 120° زاویہ پر دکھائے گئے ہیں۔ ہم مساوات 5.64 کی طرح اس شکل میں لچھا a کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

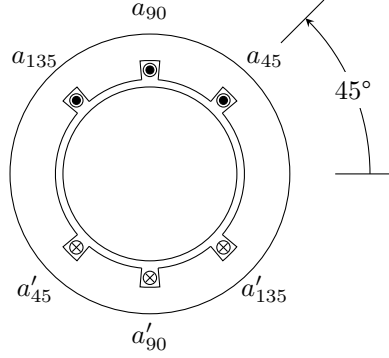
$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{pa} \\
 \theta_{pa} &= \theta - \theta_{ma} = \theta - 0^\circ \\
 \tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta
 \end{aligned}
 \tag{5.30}$$

اسی طرح لچھا b اور c جو بالترتیب $\theta_{mb} = 120^\circ$ اور $\theta_{mc} = 240^\circ$ زاویہ پر ہیں کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{pb} \\
 \theta_{pb} &= \theta - \theta_{mb} = \theta - 120^\circ \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{mb}) = \tau_0 \cos(\theta - 120^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.31}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{pc} \\
 \theta_{pc} &= \theta - \theta_{mc} = \theta - 240^\circ \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{mc}) = \tau_0 \cos(\theta - 240^\circ) = \tau_0 \cos(\theta + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.32}$$

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہر گز نہیں لگتا لیکن مساوات 5.27 ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض نظر کا دھوکا ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اگر ہم کسی طرح مساوات 5.27 میں پہلے رکن کے علاوہ باقی تمام ارکان کو صفر کر سکیں تب ہمیں سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو گا۔



شکل 5.16: پھیلا لچھا۔

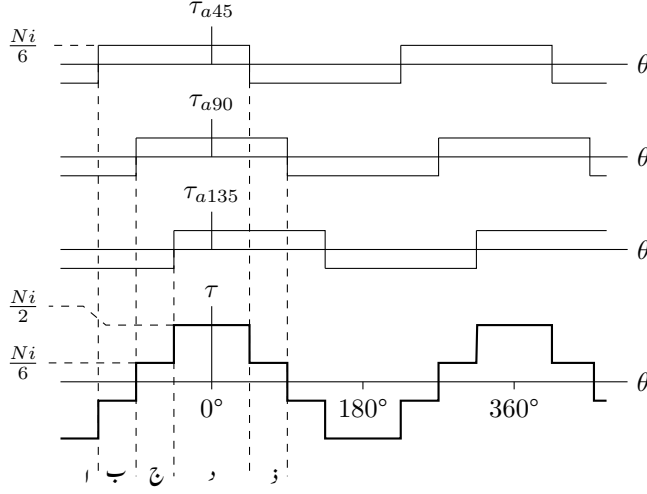
شکل 5.13 کے N چکر لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کرتے ہوئے شکل 5.16 حاصل کیا گیا ہے جہاں ہر چھوٹا لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا³⁴ جاتا ہے لہذا ان میں ایک جیسا برقی رو i گزرے گا۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا ہے۔ پہلے لچھے کو شگاف a_{45} اور a'_{45} میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شگاف a_{90} اور a'_{90} میں اور تیسرے لچھے کو شگاف a_{135} اور a'_{135} میں رکھا گیا ہے۔

شگافوں کے ایک جوڑا کو ایک ہی طرح کے نام دیے گئے ہیں، البتہ ایک شگاف کو a اور دوسرے کو a' نام دیا گیا ہے۔ یوں شگافوں کا پہلے جوڑا a_{45} اور a'_{45} ہے۔ شگاف کا نام شگاف کے زاویہ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔ یوں شگاف a_{45} درحقیقت 45° زاویہ پر ہے، شگاف a_{90} نوے درجہ زاویہ پر اور شگاف a_{135} ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔ اسی طرح a'_{45} شگاف a_{45} کا جوڑا ہے۔

تمام لچھے $\frac{N}{3}$ چکر کے ہیں اور تمام لچھوں میں برقی رو i ایک دوسرے جیسا ہے۔ شکل 5.16 کے پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباؤ بالقابل زاویہ کا ترسیم شکل 5.17 میں موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ سب سے اوپر لچھا a_{45} کے مقناطیسی دباؤ کی ترسیم ہے جو شکل 5.14 کی ترسیم کی طرح لیکن صفر زاویہ سے -45° ہٹ کر ہے۔ دوسری ترسیم لچھا a_{90} کی ہے جو ہو بہو شکل 5.14 کی طرح ہے جبکہ تیسری ترسیم لچھا a_{135} کی ہے جو صفر زاویہ سے $+45^\circ$ ہٹ کر ہے۔ ان تینوں ترسیمات کا انفرادی طول $\frac{Ni}{6}$ ہے۔

ترسیمات $\tau_{a_{45}}$ ، $\tau_{a_{90}}$ اور $\tau_{a_{135}}$ سے کل مقناطیسی دباؤ کی ترسیم τ حاصل کرنا سیکھتے ہیں۔ شکل 5.17 میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ سب سے بائیں پہلی لکیر کی بائیں طرف خطہ کو "I" کہا گیا ہے۔ اس

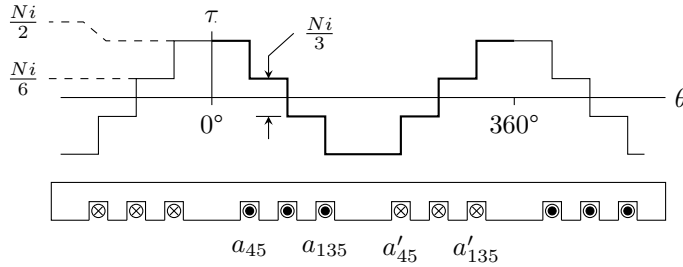
series connected³⁴



شکل 5.17: پھیلے لچھے کا کل متناطیسی دباؤ۔

خطہ میں ترسیمات τ_{a45} ، τ_{a90} اور τ_{a135} کی انفرادی قیمتیں $-\frac{Ni}{6}$ ہیں لہذا ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{2}$ ہو گا۔ یوں خطہ "ا" میں کل متناطیسی دباؤ τ کی ترسیم کی قیمت $-\frac{Ni}{2}$ ہو گی۔ اسی طرح خطہ "ب" میں τ_{a45} کی قیمت $+\frac{Ni}{6}$ ، τ_{a90} کی $-\frac{Ni}{6}$ اور τ_{a135} کی بھی $-\frac{Ni}{6}$ ہے۔ ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{6}$ ہے جو کل متناطیسی دباؤ τ ہو گا۔ خطہ "ج" میں بالائی تینوں ترسیمات کی قیمتیں بالترتیب $+\frac{Ni}{6}$ ، $+\frac{Ni}{6}$ اور $-\frac{Ni}{6}$ ہیں جن کا مجموعہ $+\frac{Ni}{6}$ کل متناطیسی دباؤ ہو گا۔ اسی طرح آپ پوری ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

شکل 5.17 کی τ کو شکل 5.18 میں دوبارہ پیش کیا ہے۔ شکل 5.18 پھیلے لچھے اور شکل 5.14 گچھ لچھے



شکل 5.18: پھیلے لچھے کا متناطیسی دباؤ۔

کے دباؤ کی ترسیمات ہیں۔ شکل 5.14 کے لحاظ سے شکل 5.18 کی صورت سائن نما کے زیادہ قریب ہے۔ فوریزر تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔ شگافوں کے مقامات اور ان میں لچھوں کے چکر یوں رکھے جا سکتے ہیں کہ ان کے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی ترسیم کی صورت سائن نما کی زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پر مقناطیسی دباؤ نہیں بناتے لہذا ان سے حاصل کل مقناطیسی دباؤ کا حیظ (اتنے ہی چکر کے) ایک گچھ لچھے کے حیظ سے کم ہوتا ہے۔ مساوات 5.29 میں اس اثر کو شامل کرنے کے لئے جزو k_w متعارف کیا جاتا ہے

$$\begin{aligned} \tau_0 &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{2}{2} \\ \tau_a &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{2}{2} \cos \theta = \tau_0 \cos \theta \end{aligned} \quad (5.33)$$

جہاں k_w جزو پھیلاؤ³⁵ کہلاتا ہے۔ جزو پھیلاؤ کی قیمت اکائی سے کم ہوتی ہے۔

$$0 < k_w < 1 \quad (5.34)$$

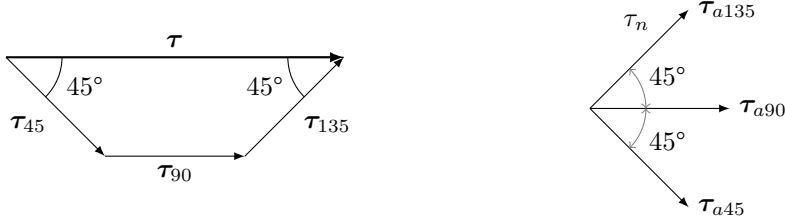
مثال 5.3: شکل 5.16 کے پھیلے لچھے کا k_w تلاش کریں۔

حل: ہمیں شکل 5.18 کی موج کا بنیادی جزو درکار ہے لہذا ہم اس موج کے فوریزر تسلسل کا عددی سر a_1 تلاش کرتے ہیں۔ عددی سر کے حصول میں پورے موج کی بجائے ہم آدھی موج پر 90° تا 90° مکمل لیتے ہیں۔ یوں a_1 کا کلیہ درج ذیل صورت اختیار کرتا ہے۔ (آپ چاہیں تو پوری موج پر مکمل لے سکتے ہیں۔)

$$a_1 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta) \cos \theta d\theta = \frac{4}{T} \int_{-T/4}^{T/4} f(\theta) \cos \theta d\theta$$

اس طرح درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta) \cos \theta d\theta \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{Ni}{6} \cos \theta d\theta + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{Ni}{2} \cos \theta d\theta + \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{Ni}{6} \cos \theta d\theta \right] \\ &= 0.8047 \frac{4 Ni}{\pi} \frac{2}{2} \end{aligned}$$



شکل 5.19: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاؤ۔

□

یوں $k_w = 0.8047$ ہو گا۔

مقناطیسی دباؤ کو سمتیہ تصور کرتے ہوئے درج بالا مثال کو دوبارہ حل کرتے ہیں۔ آپ دیکھیں گے کہ یہ ترکیب نسبتاً آسان ہے۔

مثال 5.4: شکل 5.16 کے پھیلے لچھے کا k_w تلاش کریں۔

حل: شکل 5.19 سے رجوع کریں۔ شکل 5.16 کے تین چھوٹے لچھے ایک جیسا مقناطیسی دباؤ $\tau_n = \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2}$ پیدا کرتے ہیں البتہ ان کے رخ مختلف ہیں۔ یہاں ایک لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے لہذا $n = \frac{N}{3}$ ہو گا۔ ہم تینوں مقناطیسی دباؤ کے دوری سمتیات کا مجموعہ لے کر مقناطیسی دباؤ τ معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142\tau_n\end{aligned}$$

یوں درج ذیل ہو گا

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3} \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

□

لہذا $k_w = 0.8047$ کے برابر ہے۔

مثال 5.5: تین دوری، 50 ہرٹز، ستارہ جڑے جزیر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,m} = 0.9$ جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,q} = 0.833$ ہے۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور لمبائی $l = 2.828$ میٹر ہے۔ خلائی درز کی لمبائی $l_k = 0.04$ میٹر ہے۔ میدانی لچھے میں 1000 ایمپیر برقی رو کی صورت میں درج ذیل تلاش کریں۔ خلاء میں مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہو گا۔

- میدانی مقناطیسی دباؤ کی زیادہ سے زیادہ قیمت۔
- خلائی درز میں کشاف مقناطیسی بہاؤ کی زیادہ سے زیادہ قیمت۔
- ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ۔
- متحرک تار پر برقی دباؤ۔

حل:

$$\begin{aligned}\tau_0 &= k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m} \\ B_0 &= \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54 \text{ T} \\ \phi_0 &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} r l B_0 \cos \theta d\theta = 2B_0 l r = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.28915 \text{ Wb} \\ E_{rms} &= 4.44 f k_{w,q} N_q \phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85 \text{ V}\end{aligned}$$

یوں ستارہ جڑی جزیئر کی تار کا برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11000 \text{ V}$$

□

ہم سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقامات یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ مقصد پورا ہو۔ شکل 5.18 میں صفر زاویہ کے دونوں اطراف مقناطیسی دباؤ کی ترسیم ایک جیسے گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ مثلاً جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباؤ $\frac{Ni}{3}$ گھٹتا ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر دباؤ مزید $\frac{Ni}{3}$ گھٹتا ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقامات کا فیصلہ فوریر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فوریر تسلسل میں موسیقائی جزو کم سے کم اور بنیادی جزو زیادہ سے زیادہ رکھا جاتا ہے۔

ساکن لچھوں کی طرح متحرک لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو۔

5.5 مقناطیسی دباؤ کی گھومتی امواج

گھومتے مشین کے لچھوں کو برقی دباؤ فراہم کیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین

مساوات 5.33 میں ایک لچھے کا مقناطیسی دباؤ

$$(5.35) \quad \tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{NI}{2} \cos \theta$$

دیا گیا ہے جو سائن نما برقی رو

$$(5.36) \quad i_a = I_0 \cos \omega t$$

کی صورت میں

$$(5.37) \quad \tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{NI_0}{2} \cos \theta \cos \omega t = \tau_0 \cos \theta \cos \omega t$$

مقناطیسی دباؤ دے گا جہاں τ_0 درج ذیل ہے اور لچھا کے برقی رو کو i_a کہا گیا ہے۔

$$(5.38) \quad \tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{NI_0}{2}$$

مساوات 5.37 کہتی ہے کہ مقناطیسی دباؤ زاویہ θ اور لمحہ t کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ مساوات 5.37 کو کلیہ

$$(5.39) \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

کی مدد سے دو ٹکڑوں

$$(5.40) \quad \tau_a = \tau_0 \left[\frac{\cos(\theta + \omega t) + \cos(\theta - \omega t)}{2} \right] = \tau_a^- + \tau_a^+$$

میں تقسیم کیا جاسکتا ہے جہاں τ_a^- اور τ_a^+ درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.41) \quad \tau_a^- = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta + \omega t)$$

$$(5.42) \quad \tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

مساوات 5.40 کہتی ہے کہ مقناطیسی دباؤ دو آپس میں مخالف رخ گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موجوں کا مجموعہ ہے۔ اس کا پہلا جزو τ_a^- زاویہ θ گھٹنے کے رخ، یعنی گھڑی وار، گھومتا ہے جبکہ اس کا دوسرا جزو τ_a^+ خلاف گھڑی، زاویہ بڑھنے کے رخ، گھومتا ہے۔

ایک دور کی لپٹی مشینوں میں گھومتے مقناطیسی دباؤ کی امواج میں سے کسی ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔ اس طرح ایک ہی رخ مقناطیسی دباؤ گھومتا ملے گا جو بالکل ایک گھومتے ہوئے مقناطیس کی مانند ہو گا۔ تین دوری مشینوں میں ایسا کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہو گا۔

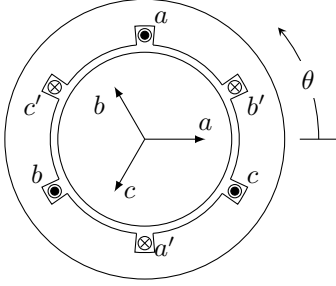
5.5.2 تین دوری لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل 5.20 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات 5.30، 5.31 اور 5.32 میں ایسے تین لچھوں کے فوریز تسلسل کے بنیادی اجزاء دیے گئے ہیں جن میں جزو پھیلاؤ k_w شامل کر کے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(5.43) \quad \begin{aligned} \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a i_a}{2} \cos \theta \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b i_b}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c i_c}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \end{aligned}$$

ان لچھوں میں بالترتیب تین دوری برقی رو

$$(5.44) \quad \begin{aligned} i_a &= I_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}$$

شکل 5.20: تین دور کی لپٹی مشین۔

لینے سے مساوات 5.43 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos \theta \cos(\omega t + \alpha) \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\quad (5.45)$$

تینوں لچھوں کے چکر ایک دوسرے کے برابر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

لیتے ہوئے مساوات 5.39 کی استعمال سے

$$\begin{aligned}\tau_a &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ \tau_b &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ \tau_c &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]\end{aligned}\quad (5.46)$$

لکھے جاسکتے ہیں جہاں τ_0 درج ذیل ہے۔

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \quad (5.47)$$

کل مقناطیسی دباؤ τ ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم درج ذیل ثابت کرتے ہیں۔

$$\cos \gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

ہم کلیات

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

میں γ اور $\alpha = 240^\circ$ لے کر

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = \cos \gamma \cos 240^\circ - \sin \gamma \sin 240^\circ$$

$$\cos(\gamma - 240^\circ) = \cos \gamma \cos 240^\circ + \sin \gamma \sin 240^\circ$$

حاصل کرتے ہیں جن میں $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ اور $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$ پر کر کے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

$$\cos(\gamma - 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

ان مساوات کو $\cos \gamma$ کے ساتھ جمع کرنے سے صفر حاصل ہو گا۔

$$\cos \gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

اس لئے اس مساوات کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

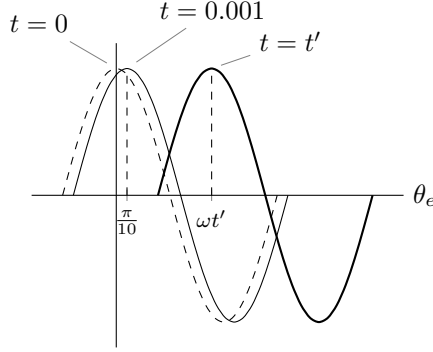
$$(5.48) \quad \cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0$$

اب مساوات 5.46 میں دئے τ_a ، τ_b اور τ_c کو جمع کر کے مساوات 5.48 کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(5.49) \quad \tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t - \alpha)$$

مساوات 5.49 کہتی ہے کہ کل مقناطیسی دباؤ کا حیثہ کسی ایک لمحے کے مقناطیسی دباؤ کے حیثہ کا $\frac{3}{2}$ گنا ہو گا۔ مزید مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کے مخالف رخ گھومے گی۔ یوں تین لچھوں کو 120° زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دوری برقی رو، جو آپس میں 120° پر ہوں، سے ہیجان کرنے سے مقناطیسی دباؤ کی واحد ایک موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ کسی دو برقی رو کو آپس میں تبدیل کرنے سے مقناطیسی موج کا رخ تبدیل ہوتا ہے۔

مساوات 5.49 ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے جس میں ہم برقی رو کا تعدد 50 Hz اور اپنی آسانی کے لئے α کو صفر لیتے ہیں۔ یوں اس موج کی چوٹی کا تعین تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کرے گا۔ تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی پر نظر رکھیں۔ تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی اکائی ہے جو $\theta - \omega t = 0$ پر پائی جاتی ہے۔



شکل 5.21: حرکت کرتی موج۔

ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی $\theta - \omega t = 0$ پر ہوگی جس کو $t = 0$ کے لئے حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t &= 0 \\ \theta - \omega \times 0 &= 0 \\ \theta &= 0\end{aligned}$$

یوں موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہوگی جسے شکل 5.21 میں نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ہم کچھ وقفہ، مثلاً $t = 0.001$ سیکنڈ، بعد اس چوٹی پر دوبارہ نظر ڈالتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t &= 0 \\ \theta - 0.001\omega &= 0 \\ \theta &= 0.001\omega \\ &= 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 \\ &= 0.3142 \text{ rad}\end{aligned}$$

اب یہ چوٹی 0.3142 یا $\frac{\pi}{10}$ برقی ریڈین یعنی 18° برقی زاویہ پر ہے جسے شکل 5.21 میں باریک ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کے مخالف رخ، یعنی زاویہ بڑھنے کے رخ، گھوم گئی ہے۔ اسی طرح لمحہ $t = 0.002$ پر چوٹی 36° برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ عمومی لمحہ t' پر چوٹی کا مقام $\theta - \omega t' = 0$ سے درج ذیل حاصل ہوگا جسے موٹی ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

$$(5.50) \quad \theta = \omega t'$$

مساوات 5.50 کہتی ہے کہ چوٹی کا مقام تعین کرنے والا زاویہ وقت کے ساتھ بتدریج بڑھتا ہے۔ اس مساوات سے ایک مکمل چکر یعنی $2\pi = \theta$ برقی زاویہ طے کرنے کا دورانیہ T حاصل کرتے ہیں۔

$$(5.51) \quad T = t' = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

یاد رہے f برقی رو کا تعدد ہے۔ یوں 50 ہرٹز برقی رو کی صورت میں مقناطیسی دباؤ کی موج ہر $0.02 = \frac{1}{50}$ سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹے گی اور ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر مکمل کرے گی۔

دو قطبی مشینوں میں مساوات 5.7

$$(5.52) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

کے تحت برقی زاویہ θ_e اور میکانی زاویہ θ_m ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ یوں دو قطبی مشینوں کی بات کرتے ہوئے مساوات 5.51 کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج f برقی یا میکانی چکر مکمل کرے گی جہاں f برقی رو کی تعدد ہے۔ P قطبی مشینوں کے مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں $\frac{2}{P}f$ میکانی چکر مکمل کرے گی۔

ہم مساوات 5.52 کی دونوں اطراف کا وقت کے ساتھ تفرق لیتے ہیں۔

$$\frac{d\theta_e}{dt} = \frac{P}{2} \frac{d\theta_m}{dt}$$

اب $\frac{d\theta_e}{dt}$ برقی زاویائی رفتار ω_e اور $\frac{d\theta_m}{dt}$ میکانی زاویائی رفتار ω_m کو ظاہر کرتے ہیں۔ اسی طرح برقی رو کی تعدد کو f_e ، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو θ_e ، میکانی زاویہ کو θ_m اور مقناطیسی دباؤ کی موج کی برقی زاویائی رفتار کو ω_e اور میکانی زاویائی رفتار کو ω_m سے ظاہر کرتے ہوئے درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.53) \quad \begin{aligned} \omega_m &= \frac{2}{P} \omega_e \quad \text{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P} f_e \quad \text{Hz} \\ n &= \frac{120 f_e}{P} \quad \text{چکر فی منٹ} \end{aligned}$$

مقناطیسی موج کی برقی معاصر زاویائی رفتار ω_e برقی زاویہ فی سیکنڈ اور میکانی معاصر زاویائی رفتار ω_m میکانی زاویہ فی سیکنڈ ہوگی۔ اسی طرح موج کی برقی معاصر رفتار f_e برقی ہرٹز اور میکانی معاصر رفتار f_m میکانی ہرٹز ہوگی۔ برقی

معاصر رفتار f_e ہرٹز ہونے سے مراد ہے کہ ایک سیکنڈ میں موج f_e برقی چکر کا فاصلہ طے کرتی ہے جو دو قطب کا یعنی 2π ریڈین کا میکانی زاویہ ہے۔ اسی طرح میکانی معاصر رفتار f_m ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ موج ایک سیکنڈ میں f_m میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ ایک میکانی چکر روز مرہ زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں n ، میکانی چکر فی منٹ³⁷ کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات 5.53 معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ q دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے $\frac{2\pi}{q}$ برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں برقی رو q دوری ہو میں، تین دوری مشین کی طرح، ایک ہی رخ گھومتے مقتناطیسی دباؤ کی موج پیدا ہو گی۔ مزید، اس موج کا حیثہ کسی ایک لچھے کے مقتناطیسی دباؤ کے حیثہ کا $\frac{q}{2}$ گنا ہو گا اور اس کی زاویائی رفتار $\omega_e = 2\pi f$ برقی ریڈین فی سیکنڈ ہو گی۔

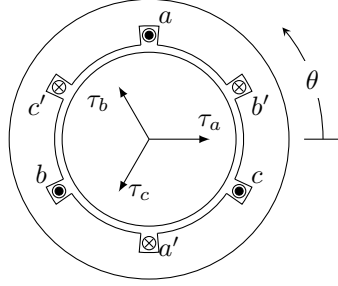
5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجربہ

شکل 5.22 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے جس میں مثبت برقی رو کے رخ دکھائے گئے ہیں۔ یوں a شکاف میں برقی رو کا رخ صفحہ سے عمودی باہر کو ہے جسے نقطہ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح a' شکاف میں برقی رو کا رخ صفحہ میں عمودی اندر کو ہے اور جسے صلیب کے نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں شکاف a اور a' میں مثبت برقی رو کا مقتناطیسی دباؤ π_a صفر زاویہ پر ہو گا جو عین لچھا a کا رخ ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقتناطیسی دباؤ کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

اب اگر لچھا a میں برقی رو منفی ہو تب برقی رو مثبت رخ کے مخالف ہو گا، یعنی اب برقی رو کا رخ شکاف a میں صفحہ کے عمودی اندر اور شکاف a' میں صفحہ کے عمودی باہر ہو گا۔ یوں منفی برقی رو سے پیدا مقتناطیسی دباؤ بھی لچھا a کے رخ کا مخالف ہو گا۔ آپ نے دیکھا کہ برقی رو منفی ہونے سے مقتناطیسی دباؤ کا رخ الٹ ہو جاتا ہے۔ شکل 5.22 میں لچھوں کے برقی رو اور مقتناطیسی دباؤ درج ذیل ہیں جبکہ ان کے مثبت رخ شکل میں دیے گئے ہیں۔

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos \omega t \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.54)$$

³⁷rpm, rounds per minute



شکل 5.22: تین دور کی لپٹی مشین میں مثبت برقی رد اور ان سے حاصل مقناطیسی دباؤ کے رخ۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= k_w \frac{4 N i_a}{\pi} \frac{1}{2} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \frac{1}{2} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\
 \tau_b &= k_w \frac{4 N i_b}{\pi} \frac{1}{2} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \frac{1}{2} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \tau_c &= k_w \frac{4 N i_c}{\pi} \frac{1}{2} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \frac{1}{2} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \quad (5.55)$$

ہم مختلف لمحات پر ان کی قیمتوں تلاش کرتے ہیں اور ان کا مجموعی مقناطیسی دباؤ حاصل کرتے ہیں۔

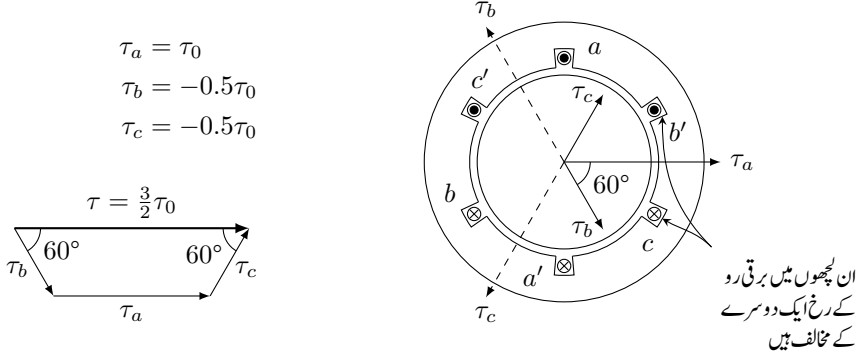
لمحہ $t = 0$ پر ان درج بالا مساوات سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 I_0 \\
 i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 I_0
 \end{aligned}
 \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 \tau_0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 \tau_0
 \end{aligned}
 \quad (5.57)$$

یہاں رکھ کر ذرا غور کریں۔ لمحہ $t = 0$ پر i_a مثبت جبکہ i_b اور i_c منفی ہیں۔ یوں i_a کا رخ وہی ہو گا جسے شکل 5.22 کی a اور a' شگافوں میں نقطے اور صلیب سے دکھایا گیا ہیں جبکہ i_b اور i_c کے رخ شکل میں دیے گئے رخ کے مخالف ہوں گے۔ لمحہ $t = 0$ پر تینوں برقی رو کے درست رخ اور تینوں مقناطیسی دباؤ شکل 5.23 میں دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباؤ یا آسانی بذریعہ ترسیم (شکل 5.23)، مجموعہ سمتیات سے یا الجبرا کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا



شکل 5.23: لمحہ $t_0 = 0$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباؤ۔

ہے۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 a_x \\
 \tau_b &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)a_x - \sin(60^\circ)a_y] \\
 \tau_c &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)a_x + \sin(60^\circ)a_y]
 \end{aligned}
 \quad (5.58)$$

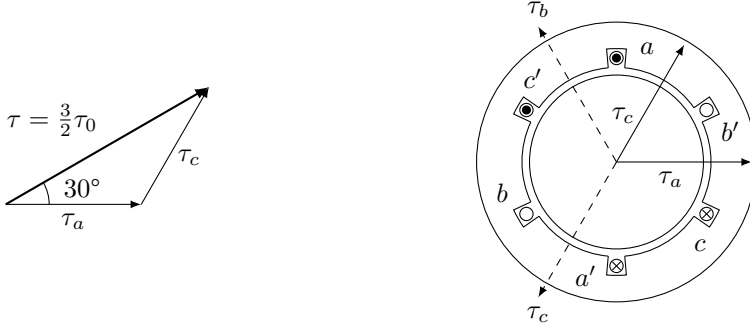
ان کا مجموعہ درج ذیل ہو گا۔

$$\tau = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3}{2}\tau_0 a_x \quad (5.59)$$

لمحہ $t = 0$ پر کل مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا ڈیڑھ گنا اور صفر زاویہ پر ہے۔

اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ وقفہ بعد لمحہ t_1 پر دوبارہ مقناطیسی دباؤ تلاش کرتے ہیں۔ مساوات 5.54 اور مساوات 5.55 میں متغیر t کی بجائے ωt کا استعمال زیادہ آسان ہے لہذا ہم لمحہ t_1 یوں منتخب کرتے ہیں کہ $\omega t_1 = 30^\circ$ ایسا کرنے سے درج ذیل حاصل ہو گا جنہیں شکل 5.24 میں دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}I_0
 \end{aligned}
 \quad (5.60)$$



شکل 5.24: لمحہ 30° پر برقی رد اور مقناطیسی دباؤ۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0
 \end{aligned}
 \tag{5.61}$$

کل مقناطیسی دباؤ کا طول τ اور زاویہ تکون سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2} \tau_0
 \tag{5.62}$$

تکون کے دو اطراف کی لمبائیاں ایک دوسرے کے برابر اور ان کے بیچ زاویہ 60° ہے لہذا مقناطیسی دباؤ کا زاویہ افقی لکیر سے 30° ہو گا۔

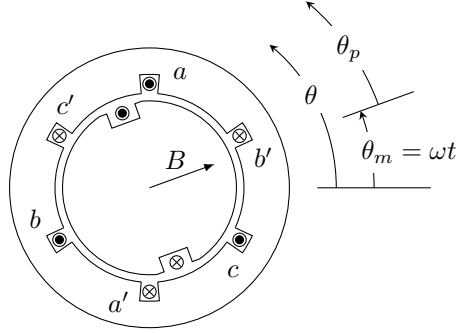
کل مقناطیسی دباؤ جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب گھڑی کے مخالف رخ گھوم کر 30° زاویہ پر ہے۔ اسی طرح لمحہ $\omega t = 40^\circ$ پر حل کرنے سے زاویہ 45° پر کل مقناطیسی دباؤ $\frac{3}{2}\tau_0$ حاصل ہو گا۔ عمومی لمحہ t ، جس پر $\omega t = \theta^\circ$ ہو، زاویہ θ° پر کل مقناطیسی دباؤ $\frac{3}{2}\tau_0$ پیدا کرتا ہے۔

5.6 محرک برقی دباؤ

یہاں محرک برقی دباؤ³⁸ کو ایک دوسرے نقطہ نظر سے پیش کرتے ہیں۔

³⁸ ابتداء میں حرکت سے پیدا ہونے والی برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 B &= B_0 \cos \theta_p \\
 &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}$$



شکل 5.25: بنیادی بدلتاروجنریٹر۔

5.6.1 بدلتاروجنریٹر

شکل 5.25 میں ایک بنیادی بدلتاروجنریٹر³⁹ دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نمائندگی مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوتا ہے:

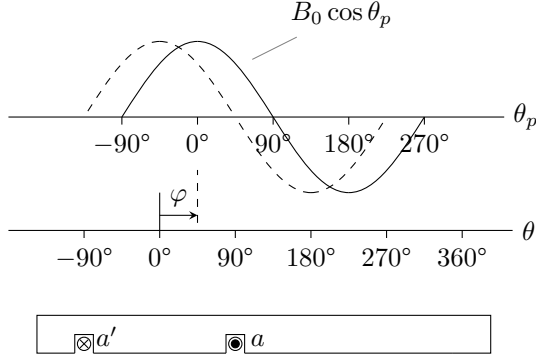
$$(5.63) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

یہ مقناطیس ω زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر اس مقناطیس کو لچھا a کے رخ افقی لکیر پر تصور کریں۔ یوں لمحہ t پر مقناطیس گھوم کر زاویہ $\theta_m = \omega t$ پر ہو گا۔ اس طرح بالا مساوات درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$\begin{aligned}
 (5.64) \quad B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}$$

شکل 5.26 میں B کو زاویہ θ اور θ_p کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے اور ساتھ ہی لچھا a دکھایا گیا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر، جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور لچھا a کا محور ایک رخ ہیں، B کو نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا ہے جبکہ عمومی لمحہ t پر B کو ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ چونکہ B کی چوٹی ہر صورت $\theta_p = 0^\circ$ پر ہوگی لہذا ترسیم میں محور θ_p پر دکھائے گئے زاویات 90° تا 270° عمومی لمحہ t کے لئے درست ہیں ناکہ لمحہ $t = 0^\circ$ کے لئے۔ لمحہ $t = 0$ پر B کی چوٹی عین $\theta = 0^\circ$ پر ہوگی۔ عمومی لمحہ t پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے بیچ ϑ زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار ω پر منحصر ہو گا۔

$$(5.65) \quad \vartheta = \omega t$$



شکل 5.26: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاؤ۔

لحہ $t = 0$ پر لچھا a میں مقناطیسی بہاؤ زیادہ سے زیادہ ہو گا۔ خلائی درز باریک ہونے کی بنا درز کی اندرونی اور بیرونی رداس کو ایک دوسرے کے برابر تصور کیا جاسکتا ہے۔ برقی مقناطیس کے گھومنے کی محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ ρ اور برقی مقناطیس کی محوری لمبائی l ⁴⁰ ہونے کی صورت میں لچھے میں مقناطیسی بہاؤ وہی ہو گا جو خلائی درز میں $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے بیچ ہے۔ لحہ $t = 0$ پر لچھا a سے گزرتا بہاؤ تلاش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\
 &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= 2B_0 l \rho \\
 &= \phi_0
 \end{aligned}
 \tag{5.66}$$

axial length⁴⁰

آخری قدم پر $\phi_a(0)$ کو ϕ_0 کہا گیا ہے۔ یہی حساب لمحہ t پر درج ذیل ہو گا جہاں آخری قدم پر $\vartheta = \omega t$ لیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\
 (5.67) \quad &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \vartheta \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اسی بہاؤ کو درج ذیل طریقہ سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t)) (l \rho d\theta) \\
 (5.68) \quad &= B_0 l \rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= B_0 l \rho \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اس مرتبہ مکمل کو زاویہ θ کے ساتھ حاصل کیا گیا ہے۔ مساوات 5.66 کی مدد سے $\phi_a(t)$ کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.69) \quad \phi_a(t) = 2B_0 l \rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t$$

مساوات 5.68 کی طرح b اور c لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کی مساواتیں بھی حاصل کی جا سکتی ہیں۔ شکل 5.25 میں زاویہ $-\frac{\pi}{2}$ سے $+\frac{\pi}{2}$ تک کا مقناطیسی بہاؤ لچھا a میں گزرتا ہے۔ اس لئے $\phi_a(t)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات 5.68 میں مکمل کی حدیں یہی رکھی گئیں تھیں۔ یوں لچھا b کے مکمل کی حدیں $+\frac{\pi}{6}$ اور $+\frac{7\pi}{6}$ جبکہ c کی حد $+\frac{5\pi}{6}$

اور $+\frac{11\pi}{6}$ ہوں گی۔ تمام زاویات ریڈیئن میں دیے گئے ہیں۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.70) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned}
 \phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.71) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

ایک لچھا N چکری تصور کرتے ہوئے تینوں لچھوں میں پیدا برقی دباؤ معلوم کرتے ہیں۔ لچھوں میں ارتباط بہاؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
 (5.72) \quad \lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں $\frac{2\pi}{3}$ ریڈیئن کو 120° لکھا گیا ہے۔ لچھوں میں پیدا امالی برقی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \frac{d\lambda_a}{dt} = -\omega N\phi_0 \sin \omega t \\ e_b(t) &= \frac{d\lambda_b}{dt} = -\omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\ e_c(t) &= \frac{d\lambda_c}{dt} = -\omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.73)$$

ان مساوات کو

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 90^\circ) \\ e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 30^\circ) \\ e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 210^\circ) \end{aligned} \quad (5.74)$$

لکھا جاسکتا ہے جو آپس میں 120° زاویہ پر تین دوری محرک برقی دباو کو ظاہر کرتی ہیں۔ ان سب کے حیطے E_0 ہیں:

$$E_0 = \omega N\phi_0 \quad (5.75)$$

یوں تینوں برقی دباو کی موثر قیمتیں 41 درج ذیل ہوں گی۔

$$E_{\text{موثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N\phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N\phi_0 \quad (5.76)$$

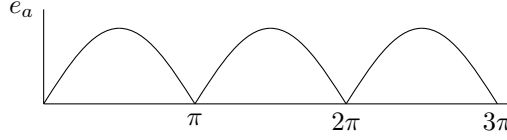
چونکہ $\phi = BA$ ہوتا ہے لہذا مساوات 5.76 صفحہ 50 پر دی گئی مساوات 2.52 کی طرح ہے۔

خلائی درز میں برقی مقناطیسی کا مقناطیسی بہاو تصور کر کے مساوات 5.74 حاصل کی گئیں۔ حقیقت میں خلائی درز میں کسی بھی طرح یہی مقناطیسی بہاو پیدا کرنے سے یہی مساوات حاصل ہوں گی۔ یوں اگر درز میں ساکن، متحرک یا دونوں لچھے مل کر یہی مقناطیسی بہاو پیدا کریں تب یہی مساوات، یعنی یہی برقی دباو، حاصل ہوں گی۔

مساوات 5.76 ہمیں ایک گچھے میں پیدا برقی دباو دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تب مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباو ہم قدم نہیں ہوں گے لہذا مجموعی برقی دباو ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے کچھ کم ہو گا۔ یوں پھیلے لچھے کے لئے یہ مساوات درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے جہاں k_w جزو پھیلاؤ ہے۔

$$E_{\text{موثر}} = 4.44 k_w f N\phi_0 \quad (5.77)$$

تین دوری برقی جزیئر کے k_w کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں یک دوری برقی دباو دیتی ہے۔ تین دوری برقی جزیئر میں اس طرح کی تین لچھوں کی جوڑیاں ہوتی ہیں جنہیں Y یعنی ستارہ یا Δ یعنی ٹکونی جوڑا جاتا ہے۔



شکل 5.27: ایک دوری یک سمت برقی دباؤ۔

5.6.2 ایک سمت رو برقی جزیئر

ہر گھومنے والا برقی جزیئر بنیادی طور پر بدلتا رو جزیئر ہوتا ہے۔ البتہ جہاں ایک سمت برقی دباؤ⁴² کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتا برقی دباؤ کو ایک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ جزیئر کے باہر برقیاتی سمٹے کار⁴³ یا جزیئر کے اندر میکانیکی سمٹے کار⁴⁴ نسب کر کے بدلتا دباؤ سے ایک سمت دباؤ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 5.73 کے e_a کو ایک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کرنے سے شکل 5.27 حاصل ہو گا۔

مثال 5.6: شکل 5.27 میں ایک سمت برقی دباؤ دکھایا گیا ہے۔ اس ایک سمت برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

حل:

$$E_{avg} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

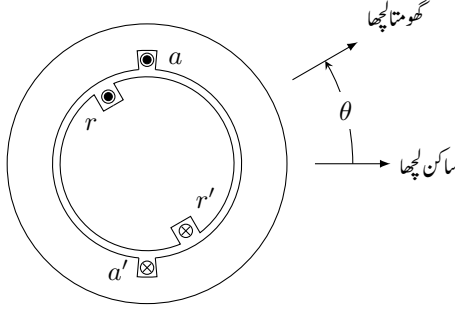
□

ایک سمت جزیئر پر باب 8 میں غور کیا جائے گا۔

5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصہ میں کامل مشین کی قوتے مروڑ⁴⁵ کے حصول کے دو ترکیب پر غور کیا جائے گا۔ ایک ترکیب میں مشین کو دو مقناطیس تصور کر کے ان مقناطیسوں کے بیچ قوت کشش، قوت دفع اور قوت مروڑ حاصل کیے جائیں گے جبکہ دوسری ترکیب میں مشین کے ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ تصور کر کے (باب چار کی طرح) توانائی اور ہم-توانائی سے ان کا حساب لگایا جائے گا۔ پہلے توانائی کی ترکیب پر غور کرتے ہیں۔

DC voltage⁴²
rectifier⁴³
commutator⁴⁴
torque⁴⁵



شکل 5.28: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

5.7.1 میکانی قوت مروڑ بذریعہ ترکیب توانائی

یہاں یک دوری مشین پر غور کیا جائے گا جس سے حاصل نتائج با آسانی زیادہ دور کی مشینوں پر لاگو کیے جاسکتے ہیں۔ شکل 5.28 میں یک دوری کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس مشین کے دو لچھوں کے بیچ کوئی زاویہ ہو گا جسے θ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر مقام پر یکساں ہے لہذا ابھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ مزید، قالب کا جزو مقناطیس مستقل لامتناہی ($\mu_r \rightarrow \infty$) تصور کیا گیا ہے لہذا لچھوں کا امالہ صرف خلائی درز کے مقناطیسی مستقل μ_0 ⁴⁶ پر منحصر ہو گا۔

اس طرح ساکن لچھے کا امالہ L_{aa} اور گھومے لچھے کا امالہ L_{rr} مستقل ہوں گے جبکہ ان کا مشترکہ امالہ $L_{ar}(\theta)$ زاویہ θ پر منحصر ہو گا۔ جس لمحہ $\theta = 0$ یا $\theta = \pm 2\pi$ ہو اس لمحہ ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے اور ان کا مشترکہ امالہ زیادہ سے زیادہ ہو گا جسے L_{ar0} سے ظاہر کیا جائے گا۔ جس لمحہ $\theta = \pm 180^\circ$ ہو اس لمحہ دوبارہ ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے لیکن اس بار اس کا رخ الٹ ہوتا ہے لہذا ان کا مشترکہ امالہ منفی ہو گا، $-L_{ar0}$ ، جبکہ $\theta = \pm 90^\circ$ پر ان کا مشترکہ امالہ صفر ہو گا۔ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ سائن نما تصور کرتے ہوئے مشترکہ امالہ درج ذیل ہو گا۔

$$(5.78) \quad L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta$$

ساکن اور گھومتے لچھوں کے ارتباط بہاؤ (مساوات 2.33 اور مساوات 2.36 کے تحت) درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.79) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ar}(\theta)i_r = L_{aa}i_a + L_{ar0} \cos(\theta)i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta)i_a + L_{rr}i_r = L_{ar0} \cos(\theta)i_a + L_{rr}i_r \end{aligned}$$

⁴⁶magnetic constant, permeability

ساکن لچھے کی مزاحمت R_a اور گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r لیتے ہوئے ان لچھوں کے سروں پر قانون کرخوف سے برقی دباؤ درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.80) \quad \begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = i_a R_a + L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_r}{dt} - L_{ar0} i_r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = i_r R_r + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_a}{dt} - L_{ar0} i_a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + L_{rr} \frac{di_r}{dt} \end{aligned}$$

یہاں θ برقی زاویہ ہے جس کی وقت کے ساتھ تبدیلی، زاویائی رفتار ω ہو گا۔

$$(5.81) \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

میکانی قوت مروڑ بذریعہ ہم-توانائی حاصل کی جاسکتی ہے۔ ہم-توانائی صفحہ 126 پر مساوات 4.72 سے حاصل ہو گی۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(5.82) \quad W'_m = \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{ar0} i_a i_r \cos \theta$$

اس سے میکانی قوت مروڑ T_m حاصل کرتے ہیں۔

$$(5.83) \quad T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta_m}$$

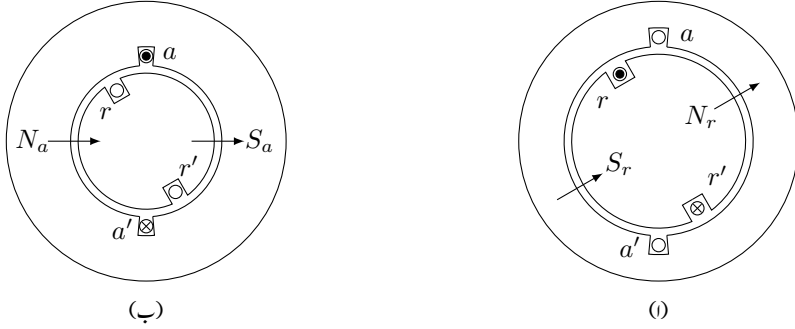
چونکہ P قطب مشینوں کے لئے درج ذیل ہوتا ہے

$$(5.84) \quad \theta = \frac{P}{2} \theta_m$$

لہذا ہمیں مساوات 5.83 سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(5.85) \quad T_m = -\frac{P}{2} L_{ar0} i_a i_r \sin \left(\frac{P}{2} \theta_m \right)$$

اس مساوات میں قوت مروڑ T_m کی علامت منفی ہے۔ یوں جس لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کے بیچ زاویہ مثبت ہو، اس لمحہ پر ان لچھوں کے بیچ قوت مروڑ منفی ہو گا۔ قوت مروڑ دونوں مقناطیسی بہاؤ کو ایک رخ میں رکھنے کی کوشش کرتا ہے۔



شکل 5.29: لچھوں کے قطبین۔

5.7.2 میکانی قوت مروڑ بذریعہ مقناطیسی بہاؤ

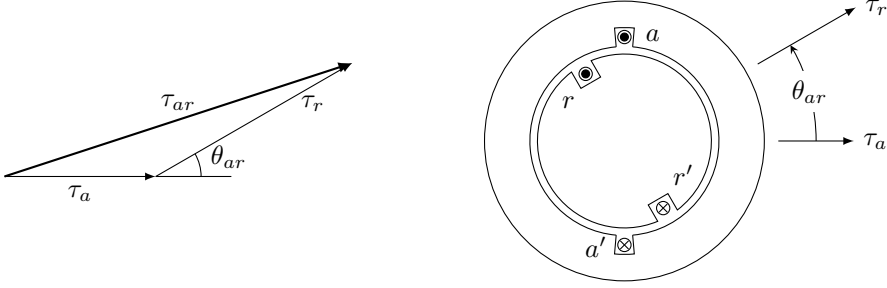
شکل 5.29-ا میں دو قطبی یک دوری مشین کے صرف گھومتے لچھے میں برقی رو پایا جاتا ہے۔ مشین کا گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین دکھائے گئے ہیں۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاؤ تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے لہذا تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔

شکل 5.29-ب میں صرف ساکن لچھے میں برقی رو پایا جاتا ہے۔ ساکن حصہ سے مقناطیسی بہاؤ خارج ہو کر خلائی درز سے ہوتا ہوا گھومتے حصہ میں داخل ہوتا ہے لہذا یہی اس کا شمالی قطب ہو گا۔ یہاں ساکن حصہ ایک مقناطیس مانند ہے جس کا محور تیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اگرچہ شکل 5.29 میں کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں، درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ سائن-نما ہوں گے اور تیر کے نشانات ان مقناطیسی دباؤ کی امواج کی چوٹیوں کو ظاہر کریں گے۔

شکل 5.30 میں دونوں لچھوں کو برقی رو فراہم کیا گیا ہے۔ دونوں لچھوں کے مخالف قطبین کے بیچ قوت کشش پائی جائے گی جس کی بنا دونوں لچھے ہم رخ ہونے کی کوشش کریں گے۔

واضح رہے کہ دونوں لچھے (مقناطیس) کوشش کریں گے کہ θ_{ar} صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانی قوت مروڑ θ_{ar} کے مخالف رخ ہو گا۔ یہی مساوات 5.85 کہتی ہے۔



شکل 5.30: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباؤ۔

لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کو مقناطیسی محور کے رخ τ_a اور τ_r سے ظاہر کیا گیا ہے جہاں τ_a اور τ_r سائن نما مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں کے برابر ہیں۔ خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} ان کا مجموعہ ہو گا جس کا طول τ_{ar} کلیہ کو سائن⁴⁷ سے حاصل ہو گا:

$$\begin{aligned} \tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ (5.86) \quad &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \end{aligned}$$

خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} درج ذیل مقناطیسی شدت H_{ar} پیدا کرے گا جہاں l_g کلائی درز کی لمبائی ہے۔

$$(5.87) \quad \tau_{ar} = H_{ar} l_g$$

H_{ar} مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ خلاء میں جس مقام پر مقناطیسی شدت H ہو وہاں مقناطیسی ہم-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} H^2$ ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کی کثافت، درز میں H^2 کی اوسط کو $\frac{\mu_0}{2}$ سے ضرب کر کے حاصل ہو گا۔ کسی بھی سائن نما موج $H = H_0 \cos \theta$ کے H^2 کا اوسط H_{avg}^2 حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned} H_{\text{avg}}^2 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2 \cos^2 \theta d\theta \\ (5.88) \quad &= \frac{H_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{H_0^2}{\pi} \left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{H_0^2}{2} \end{aligned}$$

یوں خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2}$ ہوگی۔ خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کو خلاء کے حجم سے ضرب کر کے درز میں کل ہم-توانائی W'_m حاصل ہوگی:

$$(5.89) \quad W'_m = \frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \tau_{ar}^2$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی l_g اور دھرے⁴⁸ کے رخ محوری لمبائی⁴⁹ l ہے۔ محور سے خلائی درز کا اوسط رداسی فاصلہ r ہے۔ مزید $l_g \gg r$ تصور کیا گیا ہے جس کی بنا درز میں رداسی رخ، کثافت مقناطیسی بہاو کی تبدیلی نظر انداز کی جاسکتی ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات 5.86 کی مدد سے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.90) \quad W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} (\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a \tau_r \cos \theta_{ar})$$

یوں میکانی قوت مروڑ درج ذیل ہوگا۔

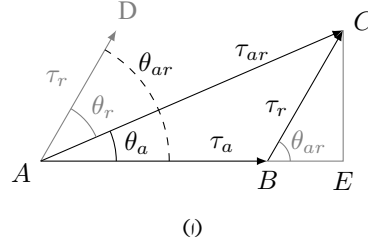
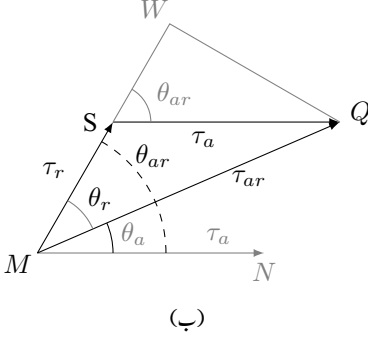
$$(5.91) \quad T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

مساوات 5.91 میں قوت مروڑ دو قطبی مشین کے لئے حاصل کی گئی۔ P قطبی مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کی میکانی قوت مروڑ دیتی ہے لہذا P قطبی مشین کی قوت مروڑ $\frac{P}{2}$ گنا ہوگی:

$$(5.92) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

مساوات 5.92 ایک اہم مساوات ہے جس کے مطابق مشین کی میکانی قوت مروڑ، ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں اور دونوں کے بیچ برقی زاویہ θ_{ar} کے سائن کی راست تناسب ہوگی۔ منفی میکانی قوت مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ θ_{ar} کے مخالف رخ ہوگی یعنی میکانی قوت مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی کوشش کرے گی۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک دوسرے کے برابر لیکن مخالف رخ میکانی قوت مروڑ ہوگی البتہ ساکن حصے کی قوت مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہوگی جبکہ گھومتے حصے کی میکانی قوت مروڑ اس حصہ کو متحرک کرتی ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ لچھے کے برقی رو کا راست تناسب ہے لہذا τ_a اور i_a آپس میں راست تناسب ہوں گے جبکہ τ_r اور i_r آپس میں راست تناسب ہوں گے۔ یوں ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات 5.85 اور 5.92 ایک دوسرے جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل ایک جیسے ہیں۔



شکل 5.31: مقناطیسی بہاؤ اور ان کے زاویے۔

شکل 5.31 میں دوبارہ ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل-ا کی ٹکون $\triangle AEC$ اور $\triangle BEC$ میں CE مشترک ہے جو درج ذیل ہو گا۔

$$(5.93) \quad CE = \tau_r \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.92 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.94) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اسی طرح شکل 5.31-ب کی ٹکون $\triangle MWQ$ اور ٹکون $\triangle SWQ$ میں WQ مشترک ہے جو درج ذیل ہو گا۔

$$(5.95) \quad WQ = \tau_a \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_r$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.92 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.96) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

مساوات 5.92، مساوات 5.94 اور مساوات 5.96 کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$(5.97) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

ان مساوات سے واضح ہے کہ میکائی قوت مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے بیچ زاویہ کی صورت میں، یا کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ، کل مقناطیسی دباؤ اور ان کے بیچ زاویہ کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکائی قوت مروڑ دو مقناطیسی دباؤ کی آپس میں رد عمل کی وجہ سے پیدا اور مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ آپس میں تعلق رکھتے ہیں جنہیں مختلف طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} اور درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ B_{ar} کا تعلق

$$(5.98) \quad B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g}$$

استعمال کر کے مساوات 5.97 کے آخری جزو کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.99) \quad T_m = -\frac{P}{2} \pi r l \tau_r B_{ar} \sin \theta_r$$

مقناطیسی مشینوں کی قالبی مقناطیسی مستقل μ کی محدود قیمت کی بنا قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک ٹیلا تک ہی بڑھائی جاسکتی ہے۔ مشین کی بناوٹ کے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا ہو گا۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جاسکتا ہے جہاں تک لچھے کو ٹھنڈا رکھنا ممکن ہو۔ یوں مقناطیسی دباؤ کو ایک حد سے نیچے رکھنا ہو گا۔ مساوات 5.99 میں B_{ar} اور τ_r دونوں صریحاً موجود ہیں لہذا مشین کی بناوٹ کے نقطہ نظر سے یہ ایک اہم مساوات ہے۔

مساوات 5.99 کی دوسری اہم صورت دیکھتے ہیں۔ قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ $B_{اوسط}$ اور قطب کے رقبہ A_P

$$(5.100) \quad B_{اوسط} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos \theta d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

$$(5.101) \quad A_P = \frac{2\pi r l}{P}$$

کا حاصل ضرب قطب پر مقناطیسی بہاؤ ϕ_P ہوتا ہے لہذا

$$(5.102) \quad \phi_P = \frac{2B_0}{\pi} \frac{2\pi r l}{P}$$

اور

$$(5.103) \quad T_m = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_{ar} \tau_r \sin \theta_r$$

ہوں گے۔ مساوات 5.103 معاصر مشینوں کے لئے بہت کارآمد ہے۔

- earth, 95
- eddy current loss, 62
- eddy currents, 61, 130
- electric field
 - intensity, 10
- electrical rating, 59
- electromagnet, 135
- electromotive force, 61, 142
- electronics
 - power, 211
- emf, 142
- enamel, 62
- energy, 44
 - co, 115
- Euler, 20
- excitation current, 52, 60, 61
- excitation voltage, 61
- excite, 61
- excited coil, 61

- Faraday's law, 38, 129
- field coil, 135, 255
- flux, 30
- Fourier series, 63, 146
- frequency, 134
- fundamental, 147
- fundamental component, 64

- generator
 - ac, 165
- ground current, 95
- ground wire, 95

- ampere-turn, 33
- armature coil, 135, 255

- capacitor, 198
- carbon bush, 181
- cartesian system, 4
- charge, 10, 141
- circuit breaker, 183
- coercivity, 46
- coil
 - high voltage, 56
 - low voltage, 56
 - primary, 55
 - secondary, 55
- commutator, 170, 245
- conductivity, 25
- conservative field, 111
- core, 55, 130
- core loss, 62
- core loss component, 64
- Coulomb's law, 10
- cross product, 13
- cross section, 9
- current
 - transformation, 66
- cylindrical coordinates, 5

- delta connected, 94
- differentiation, 18
- dot product, 15

- E,I, 62

Ohm's law, 26
 open circuit test, 87
 orthonormal, 3

 parallel connected, 258
 permeability, 26
 relative, 26
 phase current, 95
 phase difference, 22
 phase voltage, 95
 phasor, 21
 pole
 non-salient, 144
 salient, 144
 power, 44
 power factor, 22
 lagging, 22
 leading, 22
 power factor angle, 22
 power-angle law, 192
 primary
 side, 55

 rating, 97, 98
 rectifier, 170
 relative permeability, 26
 relay, 103
 reluctance, 25
 residual magnetic flux, 46
 resistance, 25
 rms, 19, 50, 169
 rotor, 37
 rotor coil, 106
 rpm, 161

 saturation, 47
 scalar, 1
 self excited, 255
 self flux linkage, 43
 self inductance, 43
 separately excited, 255
 side

harmonic, 147
 harmonic components, 64
 Henry, 40
 hunting, 182
 hysteresis loop, 47

 impedance transformation, 71
 induced voltage, 38, 50, 61
 inductance, 40
 leakage, 187
 induction
 motor, 211

 Joule, 44

 lagging, 22
 laminations, 31, 62, 130
 leading, 22
 leakage inductance, 79
 leakage reactance, 79
 line current, 95
 line voltage, 95
 linear circuit, 230
 load, 99
 Lorentz law, 141
 Lorenz equation, 104

 magnetic constant, 26
 magnetic core, 31
 magnetic field
 intensity, 11, 33
 magnetic flux
 density, 33
 leakage, 79
 magnetizing current, 64
 mmf, 30
 model, 81, 211
 mutual flux linkage, 43
 mutual inductance, 43

 name plate, 98
 non-salient poles, 181

transformer
 air core, 59
 communication, 59
 ideal, 65
 oil, 77
 transient state, 179
 turbine, 181

unit vector, 2

VA, 76
 vector, 2
 volt, 141
 volt-ampere, 76
 voltage, 141
 DC, 170
 transformation, 65

Watt, 44

Weber, 33

winding
 distributed, 144
 winding factor, 152

 secondary, 55
 single phase, 23, 59
 slip, 213
 slip rings, 181, 233
 squirrel cage, 236
 star connected, 94
 stator, 37
 stator coil, 106, 131
 steady state, 179
 step down transformer, 58
 step up transformer, 58
 surface density, 11
 synchronous, 134
 synchronous inductance, 188
 synchronous speed, 160, 161, 180

Tesla, 33

theorem

 maximum power transfer, 233

Thevenin theorem, 230

three phase, 59, 93

time period, 101, 146

torque, 170, 213

 pull out, 182

بھنور نما برقی رو، 130
بے بوجھ، 60

پتری، 130، 31
پتریاں، 62
پیش زاویہ، 22

تاخیری، 80
تاخیری زاویہ، 22
تار کا برقی دباؤ، 95
تار کا برقی رو، 95
تانا، 28
تبادلہ

رکاوٹ، 71
تختی، 98

تعدد، 134
تعقب، 182
تفرق، 18

جزوی، 18
تکونی جوڑ، 94
توانائی، 44

ہمہ، 115
تین دوری، 93، 59

ٹرانسفارمر

برقی دباؤ والا، 59
بوجھ بردار، 68
تیل، 77

خلائی قالب، 59
دباؤ بڑھاتا، 58
دباؤ گھٹاتا، 58
ذرائع ابلاغ، 59
رووالا، 59
کامل، 65

ٹسلا، 33
ٹھنڈی تار، 95

ثانوی جانب، 55

چاول، 44
جزو

پھیلاؤ، 152

ابتدائی

جانب، 55
لچھا، 55

ارتباط بہاؤ، 39
اضافی

زاویائی رفتار، 216
اکائی سمتیہ، 2
امالی

برقی دباؤ، 50
امالہ، 40

رستا، 187
امالی برقی دباؤ، 61، 38
ایک، تین پتریاں، 62
ایک پیسہ چکر، 33

بار، 141
برقرار چالو، 179، 101

برقی گھیر، 198
برقیات

قوی، 211
برقی بار، 141، 10

برقی دباؤ، 141، 28
تبادلہ، 65، 56

محرک، 142
پہچانی، 189

یک سمت، 170
برقی رو، 28

بھنور نما، 130
تبادلہ، 66

پہچان انگیز، 52
برقی سکت، 59

برقی میدان، 10
شدت، 28، 10

بش، 181
بناوٹ، 87

بنیادی جزو، 147، 64
بوجھ، 99

بھتی، 117
بھنور نما

برقی رو، 61
ضیاع، 62

- جزو طاقت، 22
پیش، 22
تائخیری، 22
جزیر
بدلتارو، 165
جوڑ
تکونی، 94
ستارہ نما، 94
چرخاب، 181
چکر فی منٹ، 130
چوٹی، 215
حال
عارضی، 179
یکساں، 179
خطی
برقی دور، 230
خودار تہا بہاؤ، 43
خودامالہ، 43
داخلی پیمان
سلسلہ وار، 258
متوازی، 258
مرکب، 258
دور پڑا مرکب، 258
دور شکن، 183
دوری سمتیہ، 190، 21
دوری عرصہ، 146، 101
رستا
امالہ، 79
متعاملہ، 79
رستائے تعاملیت، 221
رفقار
اضافی زاویائی، 216
روغن، 62
روک، 232
ریاضی نمونہ، 81، 211
ریلے، 103
زاویائی فرق، 22
زاویہ جزو طاقت، 22
زمین، 95
زمینی برقی رو، 95
زمینی تار، 95
ساکن حصہ، 37
ساکن لچھا، 106، 131
ستارہ نما جوڑ، 94
سرکاو، 213
سرک چھلے، 181، 233
سطحی عمل، 185
سطحی کشاف، 11
سکت، 97، 98
سلسلہ وار، 150
سمت کار، 245
برقیاتی، 170
میکانی، 170
سمتیہ، 2
عمودی اکائی، 3
سمتی رفقار، 104
سیرابیت، 47
ضرب
نقطہ، 15
ضرب صلیبی، 13
طاقت، 44
طاقت بالقابل زاویہ، 192
طول موج، 18
عمودی تراش، 9
رقبہ، 9
غیر سمتی، 1
غیر معاصر، 182
فوریز، 254
فوریز سلسل، 63، 146
فیراڈے
قانون، 38، 129
قالب، 130

- قالبی ضیاع، 62
جزو، 64
قانون
اوہم، 26
کولمب، 10
لورینز، 141
قدامت پسند میدان، 111
قریب بڑا مرکب، 258
قطب
ایہرے، 181، 144
ہموار، 181، 144
قوت مروڑ، 170، 213
انتہائی، 182
قوی برقیات، 245
قوی لچھے، 255
کاربن بش، 181
کارگزاری، 204
کشافت
برقی رو، 28
کشافت مقناطیسی بہاو
بقایا، 46
کسر دور، 39
گرم ہمار، 95
گھومتا حصہ، 37
گھومتا لچھا، 106
لچھا
ابتدائی، 55
پھیلے، 144
پتھچدار، 41
ثانوی، 55
رخ، 137
زیادہ برقی دباؤ، 56
ساکن، 106
قوی، 135
کم برقی دباؤ، 56
گھومتا، 106
میدانی، 135
محدود
کار تیشی، 4
تکلی، 5
محرک برقی دباؤ، 61
مجوری
لبائی، 166
مخلوط عدد، 196
مرکب جزئیہ، 258
مزاحمت، 25
مزاحمت پتیا، 241
مساوات لورینز، 104
مسئلہ
تھونن، 230
زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی، 233
مشیر کہ ارتباط امالہ، 43
مشیر کہ امالہ، 43
معاصر، 134
مشین، 180
معاصر امالہ، 188
معاصر رفتار، 180، 161، 160
معائنہ
کھلا دور، 87
مقناطیس
برقی، 135
چال کا دائرہ، 47
خاتم شدت، 46
مقناطیسی برقی رو، 64
مقناطیسی بہاو، 30
رستا، 79
کشافت، 33
مقناطیسی چال، 52
مقناطیسی دباؤ، 30
رخ، 146
مقناطیسی قالب، 31، 55
مقناطیسی مستقل، 26، 171
جزو، 26، 31
مقناطیسی میدان
شدت، 11، 33
موٹر
امالی، 211

- ہیجان انگیز
برقی دباؤ، 61
برقی رو، 61
ہیجان انگیز برقی رو، 60
ہیجانی برقی دباؤ، 189
یک دوری، 23، 59
یک دوری برقی دباؤ، 95
یک دوری برقی رو، 95
یک سمت رو
مشین، 245
یو لرمساوات، 20
- پنجرہ نما، 236
موثر، 19، 50
موثر قیمت، 169
موسیقیائی جزو، 64، 147
موصیلت، 25
میدانی لچھے، 255
واٹ، 44
دولٹ، 141
دولٹ۔ ایمپیر، 76
دیر، 33
دیر۔ پھر، 39
چمکاپا ہٹ، 25، 30
ہیجان، 61
بیرونی، 255
خود، 255
لچھا، 61