

برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@comsats.edu.pk

تاریخ درستی: 12 مئی 2020

عنوان

ix

دیباچہ

| | | |
|----|--|----|
| 1 | بنیادی حقائق | 1 |
| 1 | 1.1 بنیادی اکائیاں | 1 |
| 1 | 1.2 غیر سمتی | 1 |
| 2 | 1.3 سمتیہ | 2 |
| 3 | 1.4 محدود | 3 |
| 3 | 1.4.1 کارتیسی محدودی نظام | 3 |
| 5 | 1.4.2 تکلی محدودی نظام | 5 |
| 7 | 1.5 سمتیہ رقبہ | 7 |
| 9 | 1.6 رقبہ عمودی تراش | 9 |
| 10 | 1.7 برقی اور مقناطیسی میدان | 10 |
| 10 | 1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت | 10 |
| 11 | 1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت | 11 |

| | | |
|----|---|--------|
| 11 | سطحی اور حجمی کشافت | 1.8 |
| 11 | سطحی کشافت | 1.8.1 |
| 12 | حجمی کشافت | 1.9 |
| 13 | صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ | 1.10 |
| 13 | صلیبی ضرب | 1.10.1 |
| 15 | نقطی ضرب | 1.10.2 |
| 18 | تفرق اور جزوی تفرق | 1.11 |
| 18 | خطی مکمل | 1.12 |
| 19 | سطحی مکمل | 1.13 |
| 20 | دوری سمتیہ | 1.14 |
| 25 | مقناطیسی ادوار | 2 |
| 25 | مزامت اور پنکچا ہٹ | 2.1 |
| 26 | کشافتِ برقی رد اور برقی میدان کی شدت | 2.2 |
| 28 | برقی ادوار | 2.3 |
| 30 | مقناطیسی دور حصہ اول | 2.4 |
| 32 | کشافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت | 2.5 |
| 34 | مقناطیسی دور حصہ دوم | 2.6 |
| 38 | خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی | 2.7 |
| 45 | مقناطیسی مادہ کے خواص | 2.8 |
| 49 | بیجان شدہ لچھا | 2.9 |

| | | |
|-----|--------|--|
| 55 | 3 | ٹرانسفارمر |
| 56 | 3.1 | ٹرانسفارمر کی اہمیت |
| 59 | 3.2 | ٹرانسفارمر کے اقسام |
| 59 | 3.3 | امالی برقی دباؤ |
| 61 | 3.4 | ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع |
| 64 | 3.5 | تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص |
| 68 | 3.6 | ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر |
| 69 | 3.7 | ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب |
| 70 | 3.8 | رکاوٹ کا تبادلہ |
| 75 | 3.9 | ٹرانسفارمر کے وولٹ-امپیئر |
| 77 | 3.10 | ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار |
| 77 | 3.10.1 | لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا |
| 79 | 3.10.2 | رستا امالہ |
| 80 | 3.10.3 | ثانوی برقی رد اور قالب کے اثرات |
| 81 | 3.10.4 | ثانوی لچھے کا امالی برقی دباؤ |
| 81 | 3.10.5 | ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات |
| 83 | 3.10.6 | رکاوٹ کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ |
| 85 | 3.10.7 | ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار |
| 86 | 3.11 | کھلے دور معائنہ اور قصر دور معائنہ |
| 87 | 3.11.1 | کھلا دور معائنہ |
| 89 | 3.11.2 | قصر دور معائنہ |
| 93 | 3.12 | تین دوری ٹرانسفارمر |
| 101 | 3.13 | ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر |

| | | |
|-----|-------|--|
| 103 | 4 | برقی اور میکانیکی توانائی کا باہمی تبادلہ |
| 103 | 4.1 | مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ |
| 109 | 4.2 | تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام |
| 115 | 4.3 | توانائی اور ہم-توانائی |
| 119 | 4.4 | متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام |
| 129 | 5 | گھومتے مشین کے بنیادی اصول |
| 129 | 5.1 | قانون فیئرڈے |
| 130 | 5.2 | معاصر مشین |
| 141 | 5.3 | محرک برقی دباؤ |
| 144 | 5.4 | پچیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ |
| 146 | 5.4.1 | بدلتارو مشین |
| 155 | 5.5 | مقناطیسی دباؤ کی گھومتی امواج |
| 155 | 5.5.1 | ایک دور کی لپٹی مشین |
| 156 | 5.5.2 | تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ |
| 161 | 5.5.3 | تین دور کی لپٹی مشین کا ترسیبی تجزیہ |
| 164 | 5.6 | محرک برقی دباؤ |
| 165 | 5.6.1 | بدلتارو برقی جزیئر |
| 170 | 5.6.2 | یک سمت رو برقی جزیئر |
| 170 | 5.7 | ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ |
| 171 | 5.7.1 | میکانیکی قوت مروڑ بذریعہ ترکیب توانائی |
| 173 | 5.7.2 | میکانیکی قوت مروڑ بذریعہ مقناطیسی بہاؤ |

| | |
|---------------|---|
| 179 | 6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین |
| 180 | 6.1 متعدد دوری معاصر مشین |
| 183 | 6.2 معاصر مشین کے امالہ |
| 184 | 6.2.1 خود امالہ |
| 185 | 6.2.2 مشترکہ امالہ |
| 187 | 6.2.3 معاصر امالہ |
| 189 | 6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ |
| 191 | 6.4 برقی طاقت کی منتقلی |
| 196 | 6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خواص |
| 196 | 6.5.1 معاصر جزیر: برقی بوجھ بالقابل I_m کے خط |
| 197 | 6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالقابل I_m کے خط |
| 199 | 6.6 کھلا دور اور قصر دور معائنہ |
| 199 | 6.6.1 کھلا دور معائنہ |
| 200 | 6.6.2 قصر دور معائنہ |

- 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج 212
- 7.2 مشین کا سر کا داور گھومتی امواج پر تبصرہ 212
- 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ 215
- 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ 215
- 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج 219
- 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے 220
- 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور 221
- 7.8 مساوی برقی دور پر غور 226
- 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھون دور یا ریاضی نمونہ 230
- 7.10 پنجرہ نما امالی موٹر 236
- 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ 237
- 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ 237
- 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ 239

- 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی 245
- 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل 247
- 8.2 یک سمت جزیرہ کار برقی دباؤ 252
- 8.3 قوت مروڑ 255
- 8.4 بیرونی پیمان اور خود پیمان یک سمت جزیرہ 256
- 8.5 یک سمت مشین کی کارکردگی کے خط 260
- 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمتقابل برقی بوجھ 260
- 8.5.2 رفتار بالمتقابل قوت مروڑ 263

دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کر سکتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی اصطلاحات کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

یہ کتاب Ubuntu استعمال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دی گئی۔ یہ کتاب خطِ جمیل نوری نستعلیق میں لکھی گئی ہے۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں الیکٹریکل انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری برقیاتی پتہ

khalidyousafzai@comsats.edu.pk

پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

میں یہاں عائشہ فاروق اور ان کے والد فاروق اعظم کا شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے اس کتاب کو بار بار پڑھا اور مجھے مجبور کرتے رہے کہ میں اپنی اردو بہتر کروں۔ میں ڈاکٹر نعمان جعفری کا نہایت مشکور ہوں جنہوں نے کتاب کی تکنیکی اصطلاح کرنے میں مدد کی۔ حرا خان اور ان کی والدہ عزرا برلاس نے مل کے کتاب کو درست کرنے میں مدد کی۔ یہاں میں اپنے شاگرد فیصل خان کا بھی شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے تکنیکی اصطلاحات چننے میں میری مدد کی۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

باب 1

بنیادی حقائق

اس کتاب میں مستعمل حقائق کو اس باب میں اکٹھے کرنے کی کوشش کی گئی ہے۔ توقع کی جاتی ہے کہ یوں کتاب پڑھتے وقت اصل مضمون پر توجہ رکھنا زیادہ آسان ہو گا۔

1.1 بنیادی اکائیاں

اس کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی¹ استعمال کیا گیا ہے جس میں کمیت² کی اکائی کلوگرام، لمبائی کی اکائی میٹر اور وقت کی اکائی سیکنڈ ہے۔

1.2 غیر سمتی

وہ متغیر جس کی مقدار (مطلق قیمت) اس کو مکمل طور پر بیان کرتی ہو غیر سمتی³ متغیر کہلاتا ہے۔ اس کتاب میں غیر سمتی متغیر کو سادہ طرز کی لکھائی میں انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے حروف یعنی a, b, α, \dots یا بڑے حروف یعنی A, B, Ψ, \dots سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً برقی رو کو i یا I سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

International System Of Units, SI¹
mass²
scalar³



شکل 1.1: کارتیسی محدود

1.3 سمتیہ

وہ متغیر جس کو مکمل طور پر بیان کرنے کے لئے اس کی مقدار (طول یا مطلق قیمت) اور سمت جاننا ضروری ہو، سمتیہ⁴ کہلاتا ہے۔ سمتیہ کو انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے یا بڑے حروف، جن کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو، سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً قوت کو F سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں شکل 1.1 سے رجوع کرنا بہتر ہو گا۔ وہ سمتیہ جس کا طول ایک کے برابر ہو، اکائی سمتیہ⁵ کہلائے گا۔ اس کتاب میں اکائی سمتیہ کو انگریزی زبان کے پہلے حرف کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا جائے گا، مثلاً اکائی سمتیہ a_x, a_y, a_z خلاء کی تین عمودی سمتیات کو ظاہر کرتے ہیں۔ a_x لکھتے ہوئے، زیر نوشت میں x ، اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ خلاء کی x سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر کسی سمتیہ کا طول اور اس کی سمت کو علیحدہ علیحدہ لکھنا ہو تو اس کے طول کو ظاہر کرنے کے لئے سادہ طرز کی لکھائی میں وہی حرف استعمال کیا جائے گا جو اس سمتیہ کو ظاہر کرنے کے لئے، موٹے طرز کی لکھائی میں، استعمال کیا گیا ہو۔ یعنی سمتیہ F کے طول کو F سے ظاہر کیا جائے گا۔ شکل میں سمتیہ F کا طول F ، چار کے برابر ہے۔ اگر کسی سمتیہ کی سمت میں ایک اکائی سمتیہ بنایا جائے تو یہ اکائی سمتیہ اس سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسے پہلے ذکر ہوا ہے ایسے اکائی سمتیہ کو انگریزی کے پہلے حرف، جس کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو سے ظاہر کیا جائے گا یعنی سمتیہ F کی سمت کو a_F سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں، زیر نوشت میں F ، اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ F کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 1.1 میں قوت F کا رخ دائیں ہے لہذا a_F اور a_x برابر ہوں گے۔

vector⁴
unit vector⁵



شکل 1.2: دائیں ہاتھ کا نظام۔

1.4 محدود محدود

ایسا طریقہ جس کے ذریعہ کسی نقطہ کا مقام متعین کیا جاسکے محدود محدود کہلاتا ہے۔

خلاء تین بعدی (تین طرفہ) ⁶ ہے لہذا کسی ایک نقطہ کے مقام کو تین محدود کی مدد سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح خلاء میں سمتیہ کو تین عمودی اکائی سمتیوں کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔ اب ہم ایسے چند محدود کے نظام دیکھتے ہیں۔

1.4.1 کار تین بعدی نظام

شکل 1.1 میں خلاء کی دو سمتوں کو اکائی سمتیات a_x اور a_y سے ظاہر کیا گیا ہے جو آپس میں عمودی ہیں، یعنی، ان کے بیچ 90° زاویہ ہے۔ خلاء تین بعدی ہے لہذا اسے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیوں ⁷ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان سمتوں کے رخ، طول (لمبائیوں) کو x, y, z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ ان سے بخوبی واقف ہیں۔

دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی a_x اور بڑی انگلی a_y کے رخ ہوں تب انگوٹھا a_z کے رخ ہوگا (شکل 1.2)۔ اسی لئے تین اکائی سمتیات کا یہ نظام دائیں ہاتھ کا نظام ⁸ کہلاتا ہے۔

⁶ three dimensional
⁷ orthonormal vectors
⁸ right handed coordinate system



شکل 1.3: کارتیسی محدود نظام میں ایک سمتیہ۔

مبدأ سے نقطہ $P(x, y, z)$ تک سمتیہ A کو شکل 1.3 میں دکھایا گیا ہے جس کو کارتیسی محدود⁹ میں تین سمتیات کی مدد سے

$$(1.1) \quad A = A_x + A_y + A_z$$

یا

$$(1.2) \quad A = x a_x + y a_y + z a_z$$

لکھا جاسکتا ہے۔

کارتیسی محدود نظام میں متغیر z صفر رکھتے ہوئے x, y تبدیل کرنے سے سطح xy ملتی ہے۔ یوں شکل 1.3 میں $P(2, 4, 3)$ لے کر، سطح xy کو زمین تصور کرتے ہوئے، ڈبے کی بالائی سطح پر $z = 3$ جبکہ x کی قیمت صفر تا تین اور y کی قیمت صفر تا چار ہوگی۔ اس طرح اس ڈبے کی بالائی سطح درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(1.3) \quad \text{ڈبے کی بالائی سطح} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ z = 3 \end{cases}$$

متغیر z کو صفر اور تین کے درمیان ہر ممکن قیمت پر رکھ کر x کو صفر اور دو جبکہ y کو صفر اور چار کے درمیان تبدیل کرنے سے شکل 1.3 میں دکھائے گئے ڈبے کا حجم حاصل ہوگا، لہذا اس ڈبے کا حجم درج ذیل لکھا

⁹ cartesian coordinates



شکل 1.4: نلکی محدودی نظام

جائے گا۔

$$(1.4) \quad \text{ڈبے کا حجم} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ 0 < z < 3 \end{cases}$$

1.4.2 نلکی محدودی نظام

مبدأ سے نقطہ $P(x, y, z)$ تک سمتیہ A کو شکل 1.4 میں دکھایا گیا ہے جس کو دو سمتیات کی مدد سے

$$(1.5) \quad A = \rho + A_z$$

یا

$$(1.6) \quad A = \rho a_\rho + z a_z$$

لکھا جاسکتا ہے۔ سمتیہ a_ρ سطح xy میں پایا جاتا ہے۔ شکل 1.4 کو دیکھتے ہوئے

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta$$

لکھ کر نقطہ $P(x, y, z)$ کو متغیرات x, y, z کے بجائے متغیرات ρ, θ, z کی مدد سے $P(\rho, \theta, z)$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں خلاء میں کسی بھی نقطہ کو اس کے تین متغیرات ρ, θ, z سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

وہ نظام جس میں متغیرات ρ, θ, z کسی نقطہ کو متعین کرتے ہوں نلکے محدود¹⁰ کہلاتا ہے۔ یہاں شکل 1.5 سے

cylindrical coordinates¹⁰



شکل 1.5: نکلے نما محدودی تعریف

رجوع کریں۔ نکلے محدودی نظام کے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیات a_ρ , a_θ , a_z ہیں۔ یہ نظام بھی دائیں ہاتھ کا نظام ہے لہذا دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی a_ρ اور بڑی انگلی a_θ کے رخ ہوں تب انگوٹھا a_z کے رخ ہو گا۔

سطح xy میں مبدا پر، محدود x کے ساتھ θ زاویہ پر اکائی سمتیہ a_ρ ہو گا۔ سطح xy میں مبدا پر اکائی سمتیہ a_ρ کے عمودی، بڑھتے θ رخ، اکائی سمتیہ a_θ ہو گا۔ کارتیسی محدودی نظام کا اکائی سمتیہ a_z ہی نکلے محدود کا اکائی سمتیہ a_z ہے۔

واضح رہے کہ نکلے محدود کے نظام میں a_ρ اور a_θ کی سمتیں ہر نقطہ پر مختلف ہیں جیسا کہ شکل 1.6 میں دکھایا گیا ہے۔

مستوی xy میں (یعنی $z = 0$ لیتے ہوئے) مبدا پر مستقل رداس $\rho = \rho_0$ کے سمتیہ کو صفر زاویہ پر رکھ کر زاویہ بتدریج 2π تک بڑھانے سے سمتیہ کی چونچ مستوی xy میں ایک دائرہ پر چلتی ہے (شکل 1.7)۔ اب اس سمتیہ کے متغیر z کو تبدیل کرنے سے، مثلاً ہر θ پر z کو صفر تا تین کرنے سے، یہ سمتیہ ایک نکلے بنائے گی۔ اسی وجہ سے اس نظام کو نکلے محدود کہتے ہیں۔ سمتیہ کے تینوں متغیرہ تبدیل کرنے سے نکلے کا حجم ملے گا۔ اگلی تین



شکل 1.6: ٹکلی محدود میں اکائی سمتیات a_ρ اور a_θ ہر نقطہ پر مختلف ہیں۔

مساوات ان حقائق کو پیش کرتی ہیں۔

$$(1.7) \quad \text{دائرہ} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(1.8) \quad \text{ٹکلی نما سطح} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

$$(1.9) \quad \text{ٹکلی کا حجم} = \begin{cases} 0 < \rho < \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

1.5 سمتیہ رقبہ

سطح پر کھڑا اکائی سمتیہ سطح کا رخ دیتا ہے (شکل 1.8)۔ چونکہ کسی بھی سطح کے دو اطراف ہوتے ہیں لہذا اس کے دو مخالف رخ بیان کیے جاسکتے ہیں۔ عموماً مسئلہ کو مد نظر رکھتے ہوئے ان میں سے ایک رخ کو سطح کا رخ تصور کیا جاتا



شکل 1.7: ٹکلی محدود میں دائرہ اور ٹکلی



$$\mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = w l \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A2} = w h \mathbf{a}_y$$

شکل 1.8: سمتیہ رقبہ کا تعارف

ہے۔ البتہ بند سطح، مثلاً گیند، کے بیرونی رخ کو ہی سطح کا رخ تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 1.8 میں بالائی سطح A_1 کا رقبہ A_1 ہے اور اس کا رخ \mathbf{a}_z ہے لہذا A_1 سمتیہ کا طول A_1 اور رخ \mathbf{a}_z ہو گا:

$$A_1 = w l$$

$$\mathbf{a}_{A1} = \mathbf{a}_z$$

یوں بالائی سطح کا سمتی رقبہ درج ذیل ہو گا۔

$$(1.10) \quad \mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = w l \mathbf{a}_z$$

اسی طرح دائیں سطح A_2 سمتیہ کا طول A_2 اور اس کا رخ \mathbf{a}_{A2} ہے

$$A_2 = w h$$

$$\mathbf{a}_{A2} = \mathbf{a}_y$$

لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(1.11) \quad \mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A1} = w h \mathbf{a}_y$$



شکل 1.9: رقبہ عمودی تراش

نچلی سطح کا رقبہ $A_3 = wl$ اور اس کا رخ a_z کے مخالف ہے لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(1.12) \quad \mathbf{A}_3 = A_3 \mathbf{a}_{A3} = wl(-\mathbf{a}_z) = -wl\mathbf{a}_z$$

دھیان رہے کہ رقبہ کی مقدار ہر صورت مثبت ہو گی البتہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔ یہ بات کسی بھی سمتیہ کے لئے درست ہے لہذا کسی بھی سمتیہ کا طول ہر صورت مثبت ہی ہو گا جبکہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔

1.6 رقبہ عمودی تراش

سلاخ کی لمبائی کے ساتھ زاویہ قائمہ پر کٹائی کو **عمودی تراش**¹¹ کہتے ہیں اور عمودی تراش کے رقبہ کو **رقبہ عمودی تراش**¹² کہتے ہیں۔ شکل 1.9 میں سلاخ کی لمبائی a_y رخ ہے اور رقبہ عمودی تراش A کی مقدار A ہے

$$(1.13) \quad A = wh$$

لہذا رقبہ عمودی تراش کا رخ a_y ہو گا:

$$(1.14) \quad \mathbf{a}_A = \mathbf{a}_y$$

شکل 1.9 میں اکائی سمتیات a_y اور a_z دکھائے گئے ہیں جن کے ابتدائی نقاط پر گول دائرہ میں بند ایک نقطہ دکھایا گیا ہے۔ گول دائرہ میں بند نقطہ صفحہ کے عمودی (کتاب سے باہر) رخ a_x ظاہر کرتا ہے جس کے مخالف رخ (صفحہ کے عمودی اندر) کو گول دائرہ میں بند صلیب کی نشان سے ظاہر کیا جائے گا۔

¹¹ cross section
¹² cross sectional area

1.7 برقی اور مقناطیسی میدان

1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت

کولمب کے قانون¹³ کے تحت برقی بار¹⁴ سے لدے جسموں کے درمیان قوت کشش¹⁵ یا قوت دفع¹⁶ ان اجسام پر بار¹⁷ کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور باہمی فاصلہ کے مربع کے بالعکس متناسب ہوتی ہے۔ یوں بار q_1 اور q_2 جن کے درمیان فاصلہ r ہو کے بیچ قوت F درج ذیل ہو گا جہاں ϵ ¹⁸ برقی مستقل ہے۔

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \quad (1.15)$$

ایک برقی بار کے قریب دوسرا برقی بار لانے سے (پہلے اور) دوسرے برقی بار پر کشش یا دفع کی قوت عمل کرے گی جس کا تعین قانون کولمب سے ہوتا ہے۔ دوسرے برقی بار کو پہلے برقی بار سے آہستہ آہستہ دور کرنے سے قوت کشش یا دفع بتدریج کم ہوتی ہے جو ایک خاص فاصلے کے بعد تقریباً صفر ہو جاتی ہے اور دوسرا بار پہلے بار کے حلقہ اثر سے باہر ہو جاتا ہے۔ یہ حلقہ برقی میدان¹⁹ کہلاتا ہے۔ برقی میدان کسی ایک بار یا متعدد باروں کی وجہ سے ہو سکتا ہے۔

تعریف: کسی بار کے برقی میدان سے مراد بار کے ارد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا برقی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

□

برقی میدان میں اکائی مثبت بار پر قوت اس مقام پر برقی میدان²⁰ کی شدت¹⁹ (E کی مطلق قیمت) دیگا جبکہ اکائی بار پر قوت کا رخ برقی میدان کا رخ دیگا۔ برقی میدان کی شدت کی اکائی دولٹن فی میٹر²⁰ ہے۔

¹³ Coulomb's law¹⁴ electric charge¹⁵ attractive force¹⁶ repulsive force¹⁷ charge¹⁸ electric constant, electric permittivity¹⁹ electric field intensity²⁰ V/m

قانون کولمب (مساوات 1.15) سے Q بار کے برقی میدان کی شدت کی مطلق قیامت حاصل کرتے ہیں۔ بار Q اور اکائی بار (ایک کولمب بار) کے بیچ قوت کشش یا قوت دفع

$$(1.16) \quad F = \frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

نیوٹن ہوگی۔ یہی برقی میدان کی شدت کی مطلق قیمت ہوگی:

$$(1.17) \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

دو باروں کے مابین قوت کشش یا قوت دفع کا رخ ان کے درمیان کھینچی گئی سیدھی لکیر پر ہوگا۔

1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت²¹ بالترتیب بالکل برقی میدان اور برقی میدان کی شدت کی طرح ہیں۔

تعریف: کسی مقناطیس کے مقناطیسی میدان سے مراد مقناطیس کے ارد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا مقناطیسی اثر محسوس کیا جاتا ہو۔

□

1.8 سطحی اور حجمی کثافت

1.8.1 سطحی کثافت

اکائی رقبہ کی سطح پر کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی سطحی کثافت²² کہتے ہیں۔ یوں رقبہ A پر کسی چیز کی کل مقدار ϕ ہونے کی صورت میں اس کی اوسط سطحی کثافت $B_{\text{سطح}}$ درج ذیل ہوگی۔

$$(1.18) \quad B_{\text{سطح}} = \frac{\phi}{A}$$

magnetic field intensity²¹
surface density²²

اس مساوات سے

$$(1.19) \quad \phi = B_{\text{اوسط}} A$$

لکھا جاسکتا ہے جو کسی سطح پر ایک متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت معلوم ہونے کی صورت میں سطح پر متغیرہ کی کل مقدار دیتی ہے۔

غیر یکساں متغیرہ کی صورت میں سطحی کثافت جگہ جگہ مختلف ہوگی۔ ایسی صورت میں اتنے چھوٹے رقبے پر، جس میں متغیرہ کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، سطحی کثافت

$$(1.20) \quad B = \frac{\Delta \phi}{\Delta A}$$

ہوگی جہاں ΔA چھوٹا رقبہ اور $\Delta \phi$ اس رقبے پر متغیرہ کی چھوٹی مقدار ہے۔ اس چھوٹے رقبہ کو نقطہ مانند کرنے سے نقطہ کثافت

$$(1.21) \quad B = \frac{d\phi}{dA}$$

حاصل ہوگی جس کو

$$(1.22) \quad d\phi = B dA$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ یوں نقطہ کثافت جانتے ہوئے ایک نقطہ کے چھوٹے رقبہ پر متغیرہ کی کل (چھوٹی) مقدار معلوم کی جاسکتی ہے۔

یوں ایک برقی تار جس کا رقبہ عمودی تراش A اور جس میں برقی رو I کی اوسط کثافت برقی رو درج ذیل ہوگی۔

$$(1.23) \quad \rho_{\text{اوسط}} = \frac{I}{A}$$

1.9 جمعی کثافت

اکائی حجم میں کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی حجم کثافت کہتے ہیں۔ یوں اگر کسی چیز کا حجم H اور اس کی کمیت m ہو تب اس کی اوسط (کمیتی) جمعی کثافت درج ذیل ہوگی۔

$$(1.24) \quad \rho_{\text{اوسط}} = \frac{m}{H}$$

غیر یکساں کمیت کی صورت میں حجم میں مختلف مقامات پر کمیت مختلف ہو گا۔ ایسی صورت میں اتنا چھوٹا حجم لیتے ہوئے جس میں کمیت کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہو، حجمی کثافت درج ذیل ہو گی۔

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta H} \quad (1.25)$$

اس چھوٹے حجم کو نقطہ مانند بنانے سے درج ذیل نقطہ حجمی کثافت لکھی جاسکتی ہے۔

$$\rho = \frac{dm}{dH} \quad (1.26)$$

یوں

$$dm = \rho dH \quad (1.27)$$

ہو گا لہذا نقطہ حجمی کثافت جانتے ہوئے ایک چھوٹے حجم کی (چھوٹی) کمیت حاصل کی جاسکتی ہے۔

1.10 صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ

دو غیر سمتی متغیرات کا حاصل ضرب غیر سمتی متغیر ہوتا ہے جبکہ دو سمتیات کا حاصل ضرب سمتی یا غیر سمتی ہو سکتا ہے۔ ان دو اقسام کے ضرب پر یہاں غور کیا جائے گا۔

1.10.1 صلیبی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا ضرب جو سمتی متغیر دیتا ہو صلیبی ضرب²³ کہلاتا اور درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$C = A \times B \quad (1.28)$$

صلیبی ضرب میں ضرب کے نشان کو صلیب کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا اس کو صلیبی ضرب کہتے ہیں۔

حاصل ضرب سمتیہ C کی مقدار

$$(1.29) \quad \begin{aligned} C = |C| &= |A||B| \sin \theta_{AB} \\ &= AB \sin \theta_{AB} \end{aligned}$$

ہے جہاں θ_{AB} ان کے مابین زاویہ ہے۔ اس حاصل سمتیہ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل کی جاتی ہے۔ یوں دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھتے ہوئے، شہادت کی انگلی کو سمتیہ A اور بڑی انگلی کو B کے رخ رکھنے سے انگوٹھا C کا رخ دیگا۔

مثال 1.1: درج ذیل ضرب صلیبی حاصل کریں۔

$$\begin{aligned} & \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z \quad \bullet \\ & \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x \quad \bullet \end{aligned}$$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے لہذا درج ذیل ہوں گے۔

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_x \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_y \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z = (1)(1) \sin 90 (-\mathbf{a}_y) = -\mathbf{a}_y \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 90 (-\mathbf{a}_x) = -\mathbf{a}_x \quad \bullet$$

• چونکہ دونوں سمتیات کے رخ ایک جیسے ہیں لہذا ان کے مابین زاویہ صفر ہو گا۔ صفر زاویہ کا سائن بھی صفر ہوتا ہے، $\sin 0 = 0$ ۔ یوں ان دو سمتیات کا ضرب صلیبی صفر ہو گا۔

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 0 = 0$$

$$\mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\theta \quad \bullet$$

□

مثال 1.2: شکل 1.10 میں چار نیوٹن کی قوت F محور سے تین میٹر کی سمتی فاصلہ L پر لاگو ہے جس کی تفصیل شکل میں دی گئی ہے۔ اس قوت کی قوت مروڑ حاصل کریں۔ حل: قوت مروڑ T کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$(1.30) \quad T = L \times F$$

کار تینی نظام میں یہ سمتی فاصلہ

$$(1.31) \quad L = L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y$$

ہو گا لہذا

$$\begin{aligned} T &= (L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y) \times F \mathbf{a}_y \\ &= L \sin \theta \mathbf{a}_x \times F \mathbf{a}_y - L \cos \theta \mathbf{a}_y \times F \mathbf{a}_y \\ &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

ہو گا جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z$ اور $\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = 0$ لئے گئے ہیں۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$T = LF \sin \theta \mathbf{a}_z = 12 \sin \theta \mathbf{a}_z \quad \text{N m}$$

اس مثال میں $\theta_{LF} = 180^\circ - \theta$ ہے۔ چونکہ کسی بھی زاویہ α کے لئے $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ ہوتا ہے لہذا اس قوت مروڑ کو درج ذیل بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} T &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \\ &= LF \sin \theta_{LF} \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

یہی جواب ضرب صلیبی کی تعریف یعنی مساوات 1.29 اور دائیں ہاتھ کے قانون کی مدد سے زیادہ آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔ □

1.10.2 نقطی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا حاصل ضرب جو غیر سمتی متغیر ہو نقطی ضرب²⁴ کہلاتا ہے جو درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$(1.32) \quad C = A \cdot B$$

dot product²⁴



شکل 1.10: کارتیسی نظام میں قوت مرد کا حل

نقطی ضرب میں ضرب کے نشان کو نقطہ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا پر اس کا نام نقطی ضرب ہے۔

نقطی ضرب کی مقدار درج ذیل ہوگی

$$\begin{aligned}
 C &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \\
 &= |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta_{AB} \\
 &= AB \cos \theta_{AB}
 \end{aligned}
 \tag{1.33}$$

جہاں θ_{AB} ان سمتیات کے بیچ زاویہ ہے۔

مثال 1.3: مندرجہ ذیل نقطی ضرب حاصل کریں۔

$$\begin{aligned}
 &\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z \quad \bullet \\
 &\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta \quad \bullet
 \end{aligned}$$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک (1) کے برابر ہوتا ہے:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y &= (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z &= (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet \\
 \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho &= (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet
 \end{aligned}$$



شکل 1.11: کار تیزی نظام میں کام

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \quad \bullet$$

□

مثال 1.4: شکل 1.11 میں قوت F ایک بوجھ کو دھکیل رہی ہے۔ سمتی فاصلہ L طے کرنے پر قوت کتنا کام کر چکی ہو گی۔

حل: کام W کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$(1.34) \quad W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{L}$$

کار تیزی نظام میں سمتی فاصلہ

$$(1.35) \quad \mathbf{L} = L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y$$

ہو گا۔ یوں درج ذیل ہو گا

$$(1.36) \quad \begin{aligned} W &= (\mathbf{F} \mathbf{a}_x) \cdot (L \cos \theta \mathbf{a}_x + L \sin \theta \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x) + FL \sin \theta (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta \end{aligned}$$

جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = 1$ اور $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = 0$ لیے گئے ہیں۔ یہی جواب نقطی ضرب کی تعریف، مساوات 1.33، سے با آسانی حاصل ہوتا ہے۔

□

1.11 تفرق اور جزوی تفرق

مساوات 1.37 میں ایک تفاعل کا تفرق²⁵ دیا گیا ہے، جس میں B_0 ایک مستقل ہے، جبکہ مساوات 1.38 میں ایک تفاعل کا جزوی تفرق²⁶ دیا گیا ہے۔

$$(1.37) \quad \begin{aligned} B(\theta) &= B_0 \cos \theta \\ \frac{dB}{d\theta} &= -B_0 \sin \theta \end{aligned}$$

$$(1.38) \quad \partial W(x, \lambda) = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial \lambda} d\lambda$$

1.12 خطی تکرار

مساوات 1.39 میں ایک تفاعل $B(\theta)$ دیا گیا ہے جسے شکل 1.12 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول موج 2π ریڈین ہے۔

$$(1.39) \quad B(\theta) = B_0 \cos \theta$$

ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ پر اس تفاعل کی اوسط قیمت تلاش کرتے ہیں۔

$$(1.40) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{B_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

اسی طرح ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ پر تفاعل کے مربع، B^2 ، کی اوسط تلاش کرتے ہیں۔

$$(1.41) \quad \begin{aligned} B_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{2} \end{aligned}$$

differentiation²⁵
partial differentiation²⁶
wavelength²⁷



شکل 1.12: کوسائن موج

تفاعل کے مربع کی اوسط کا جذر نہایت اہم قیمت ہے جو تفاعل کی موثر²⁸ قیمت کہلاتی ہے اور جسے $B_{\text{موثر}}$ لکھا جاتا ہے۔

$$(1.42) \quad B_{\text{موثر}} = \sqrt{B_{\text{اوسط}}^2} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}$$

یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے جو آپ کو زبانی یاد ہونا چاہئے۔ یہ مساوات ہر سائن نما تفاعل کے لئے درست ہے۔ کسی بھی متغیرہ کے مربع کی اوسط کا جذر اس متغیرہ کی موثر²⁹ قیمت کہلاتی ہے۔

1.13 سطحی مکمل

فرض کریں شکل 1.13 میں نلکی کے بیرونی سطح پر سطحی کثافت، B ، کی قیمت مساوات 1.39 دیتی ہے۔ ہم آدھے بیرونی سطح، زاویہ $-\pi/2$ تا $\pi/2$ کے بیچ اس کی کل مقدار ϕ معلوم کرتے ہیں۔ اس سطح میں نلکی کے سر شامل نہیں ہیں۔

ہم نلکی کے بیرونی سطح پر خطہ $abcd$ لیتے ہیں جس کی چوڑائی $\rho \Delta\theta$ ، لمبائی l اور رقبہ ΔA ہے۔ $\Delta\theta$ کو نہایت کم کرتے ہوئے رقبہ $dA = \rho l d\theta$ حاصل ہو گا۔ اس سطح پر B کی مقدار محوری لمبائی کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی ہے۔ سطح dA پر $d\phi = B dA$ اور کل ϕ درج ذیل ہو گا۔

²⁸rms, root mean square
²⁹effective



شکل 1.13: نیکی کی بیرونی سطح پر متغیرہ کا مکمل کل مقدار دے گی۔

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (B_0 \cos \theta)(\rho l d\theta) \\
 &= B_0 l \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = 2B_0 l \rho
 \end{aligned}
 \tag{1.43}$$

مساوات 1.43 میں نچلا حد $(-\pi/2 - \alpha)$ اور بالائی کا حد $(\pi/2 - \alpha)$ لینے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\phi(\alpha) = B_0 l \rho \int_{-\pi/2 - \alpha}^{\pi/2 - \alpha} \cos \theta d\theta = 2B_0 l \rho \cos \alpha
 \tag{1.44}$$

نیکی کے بیرونی نصف سطح پر $\phi(\alpha)$ کی عمومی قیمت مساوات 1.44 دیتی جو α پر منحصر ہے۔ یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ مساوات 1.44 میں $\alpha = 0$ پر کرنے سے مساوات 1.43 حاصل ہوتا ہے۔

1.14 دوری سمتیہ

سائن نما امواج جن کی تعدد معین ہو کو دوری سمتیہ سے ظاہر کرنا مفید ثابت ہوتا ہے۔ مساوات یولر³⁰

$$A_0 e^{\mp j(\omega t + \phi)} = A_0 \cos(\omega t + \phi) \mp j \sin(\omega t + \phi)
 \tag{1.45}$$

Euler's equation³⁰



شکل 1.14: دوری سمتیہ

کی مدد سے کوسائن موج درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(1.46) \quad A_0 \cos(\omega t + \phi) = \frac{A_0}{2} (e^{j(\omega t + \phi)} - e^{-j(\omega t + \phi)})$$

اس سے ثابت ہوتا ہے کہ کوسائن موج دراصل دو مخلوط اعداد کا مجموعہ ہے۔ مساوات پولر ایک مخلوط عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کے دو جزو ہیں۔ اس کا ایک جزو حقیقی عدد ہے اور اس کا دوسرا جزو فرضی عدد ہے۔ اس کا حقیقی جزو کوسائن موج کو ظاہر کرتا ہے۔ لہذا ایک کوسائن موج $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ یا $A_0 e^{-j(\omega t + \phi)}$ کا حقیقی جزو ہوتا ہے۔ رسمی طور پر سائن نما امواج کو $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کو مختصراً $A_0 e^{j\phi}$ یا $A_0 \angle \phi$ لکھا جاتا ہے جو دوری سمتیہ³¹ کہلاتا ہے۔ دوری سمتیہ کا طول A_0 اور افقی کثیر کے ساتھ زاویہ ϕ ہے۔

دوری سمتیہ استعمال کرتے وقت آپ کو یہ ذہن میں رکھنا ہو گا کہ یہ درحقیقت ایک کوسائن موج ہے جس کا جیٹہ A_0 ، زاویائی فاصلہ ϕ اور زاویائی تعدد ω ہے۔

اس کتاب میں دوری سمتیات کو سادہ طرز لکھائی میں انگریزی کے بڑے حروف جن پر ٹوپی کا نشان ہو سے ظاہر کیا جائے گا، یعنی \hat{I} ، \hat{V} وغیرہ اور ان کے طول کو بغیر ٹوپی کے نشان کے اسی حرف سے ظاہر کیا جائے گا۔ یوں برقی

³¹ phasor

دباؤ $v = 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$ کے لئے درج ذیل درست ہو گا۔

$$\begin{aligned} v &= 20 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right) \\ \hat{V} &= 20e^{j\frac{\pi}{3}} \\ (1.47) \quad \hat{V} &= 20 \angle \frac{\pi}{3} \\ V &= 20 \end{aligned}$$

اس مساوات میں پہلا جزو ایک عام کوسائن موج ہے جس کو دوسرے جزو میں دوری سمتیہ کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ تیسرا اس دوری سمتیہ کا طول اور چوتھا اس کا زاویہ بتلا رہا ہے۔

دوری سمتیات کو عام سمتیات کی طرح ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس مساوات میں \hat{V} کا طول 20 اور افقی لکیر سے زاویہ $\frac{\pi}{3}$ ریڈیئن ہے۔ زاویہ کو افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ناپا جاتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے رخ منفی زاویہ ہو گا۔ شکل 1.14 میں اس \hat{V} کے علاوہ چند دوسرے دوری سمتیات بھی دکھائے گئے ہیں۔

برقی ادوار میں عموماً برقی دباؤ \hat{V} کی نسبت سے برقی رو \hat{I} کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ شکل 1.14 میں \hat{I}_1 تیس درجہ برقی دباؤ سے آگے ہے جبکہ \hat{I}_2 پینتالیس درجہ برقی دباؤ کے پیچھے ہے۔ ہم کہتے ہیں \hat{I}_1 تیس درجہ پیش زاویہ³² جبکہ \hat{I}_2 پینتالیس درجہ تاخیر زاویہ³³ پر ہے۔ یوں \hat{I}_1 پیش رو جبکہ \hat{I}_2 تاخیر رو کہلاتے ہیں۔ دو دوری سمتیات کے بیچ زاویے کو زاویائی فرق³⁴ کہتے ہیں لہذا \hat{I}_1 اور \hat{I}_2 میں 75° زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔ یہاں دھیان رہے کہ شکل 1.14 میں 45° مثبت لکھا گیا ہے۔ چونکہ یہ افقی لکیر سے زاویہ ناپنے کے الٹ رخ ہے لہذا یہ ایک منفی زاویہ ہے۔

اگر $v = V_0 \cos \omega t$ اور $i = I_0 \cos(\omega t + \theta)$ ہوں، جہاں V_0 اور I_0 موثر قیمتیں ہیں، تب برقی طاقت $p = V_0 I_0 \cos \theta$ ہو گا جہاں $\cos \theta$ کو جزو طاقت³⁵ اور θ کو زاویہ جزو طاقت³⁶ کہتے ہیں۔ اسی طرح تاخیر زاویہ کی صورت میں $\cos \theta$ کو تاخیر جزو طاقت³⁷ اور پیش زاویہ کی صورت میں $\cos \theta$ کو پیش جزو طاقت³⁸ کہتے ہیں۔

آئیں دوری سمتیات استعمال کرتے ہوئے ایک سادہ برقی دور حل کرتے ہیں۔ یوں دوری سمتیات سے وابستگی پیدا ہوگی اور ان کا استعمال بھی سیکھ لیں گے۔

leading angle³²

lagging angle³³

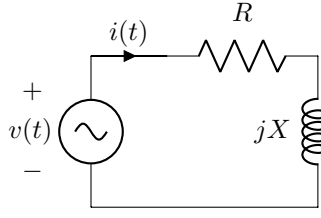
phase difference³⁴

power factor³⁵

power factor angle³⁶

lagging power factor³⁷

leading power factor³⁸



$$Z = R + jX$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\phi_Z = \tan^{-1} \frac{X}{R}$$

$$v(t) = V_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = \frac{V_0}{|Z|} \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)$$

$$= I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)$$

شکل 1.15: دوری سمتیہ کی مدد سے RL دور کا حل۔

شکل 1.15 ایک سادہ $R - L$ یکے دور³⁹ برقی دور ہے جس پر درج ذیل دباؤ لاگو کیا جاتا ہے۔

$$(1.48) \quad \begin{aligned} v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ \hat{V} &= V_0 \angle \alpha \end{aligned}$$

دوری سمتیہ کی استعمال سے ہم برقی رو \hat{I} معلوم کرتے ہیں

$$(1.49) \quad \begin{aligned} \hat{I} &= \frac{\hat{V}}{R + jX} = \frac{V_0 \angle \alpha}{|Z| \angle \phi_Z} \\ &= \frac{V_0}{|Z|} \angle \alpha - \phi_Z = I_0 \angle \alpha - \phi_Z \end{aligned}$$

جہاں $\phi_Z = \tan^{-1} \frac{X}{R}$ رکاوٹ کا زاویہ اور $I_0 = \frac{V_0}{|Z|}$ ہیں۔ یوں برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$(1.50) \quad i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)$$

اس دور میں تاخیر زاویہ ϕ_Z کے برابر ہے۔

باب 2

مقناطیسی ادوار

2.1 مزاحمت اور ہچکچاہٹ

شکل 2.1 میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے جس کی لمبائی کے رخ مزاحمت¹

$$(2.1) \quad R = \frac{l}{\sigma A}$$

ہوگی جہاں σ موصلیت² اور $A = wh$ رقبہ عمودی تراش ہے۔ اس سلاخ کی ہچکچاہٹ³ \Re درج ذیل ہے جہاں μ



شکل 2.1: مزاحمت اور ہچکچاہٹ

resistance¹
conductivity²

مقناطیسی مستقل⁴ کہلاتا ہے۔

$$(2.2) \quad \mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A}$$

مقناطیسی مستقل μ کو عموماً خلاء کی مقناطیسی مستقل $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ کی نسبت سے لکھا جاتا ہے یعنی

$$(2.3) \quad \mu = \mu_r \mu_0$$

جہاں μ_r جو مقناطیسی مستقل کہلاتا ہے۔ ہیکچاہٹ کی اکائی ایمپیئر-پکرفی ویبر ہے جس کی وضاحت جلد کی جائے گی۔

مثال 2.1: شکل 2.1 میں دی گئی سلاخ کی ہیکچاہٹ معلوم کریں جہاں $\mu_r = 2000$ ، $l = 10 \text{ cm}$ ، $h = 3 \text{ cm}$ اور $w = 2.5 \text{ cm}$ ہیں۔

حل:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &= \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \\ &= \frac{10 \times 10^{-2}}{2000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} \\ &= 53\,044 \text{ A} \cdot \text{turns/Wb} \end{aligned}$$

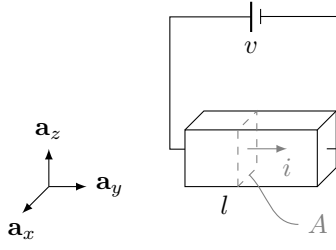
□

2.2 کثافتِ برقی رواور برقی میدان کی شدت

شکل 2.2 میں ایک موصل سلاخ کے سروں پر برقی دباؤ v لاگو کیا گیا ہے۔ سلاخ میں برقی رو i اوہم کے قانون⁵ سے حاصل ہو گا۔

$$(2.4) \quad i = \frac{v}{R}$$

³ reluctance
⁴ permeability, magnetic constant
⁵ Ohm's law



$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

$$i = \frac{v}{R} = v \left(\frac{\sigma A}{l} \right)$$

$$\frac{i}{A} = \sigma \frac{v}{l}$$

$$J = \sigma E$$

شکل 2.2: کثافت برقی رد اور برقی دباؤ کی شدت

درج بالا مساوات کو مساوات 2.1 کی مدد سے

$$(2.5) \quad i = v \left(\frac{\sigma A}{l} \right)$$

یعنی

$$(2.6) \quad \frac{i}{A} = \sigma \left(\frac{v}{l} \right)$$

یا

$$(2.7) \quad J = \sigma E$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں J اور E کی تعریفات درج ذیل ہیں۔

$$(2.8) \quad J = \frac{i}{A}$$

$$(2.9) \quad E = \frac{v}{l}$$

شکل 2.2 میں سمتیہ J کی مطلق قیمت J اور سمتیہ E کی مطلق قیمت E لیتے ہوئے مساوات 2.7 کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(2.10) \quad J = \sigma E$$

جو قانون اوہم کی دوسری روپ ہے۔ J اور E دونوں کا رخ a_y ہے۔

شکل 2.2 سے ظاہر ہے کہ برقی رو i سلاخ کے رقبہ عمودی تراش A سے گزرتا ہے لہذا مساوات 2.8 کے تحت J ، کثافت برقی رو⁶ ہو گا۔ اسی طرح مساوات 2.9 سے واضح ہے کہ E برقی دباؤنی اکائی کو ظاہر کرتی ہے لہذا E کو برقی میدان⁷ کہتے ہیں⁷ یا (جہاں متن سے مقناطیسی میدان واضح ہو) مختصراً میدان⁸ کہتے ہیں۔

بالکل اسی طرح کی مساواتیں مقناطیسی متغیرات کے لئے حصہ 2.5 میں لکھی جائیں گی۔

2.3 برقی ادوار

برقی دور میں برقی دباؤ⁸ v کی وجہ سے برقی رو¹⁰ i پیدا ہوتا ہے۔ تانبا¹² کی موصلیت $\sigma = 5.9 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ہے جو بہت بڑی مقدار ہے۔ موصلیت کی اکائی $\frac{\text{S}}{\text{m}}$ ہے۔ تانبا کی موصلیت کی مقدار بہت بڑی ہونے کی بنا اس سے بنی تار کی مزاحمت¹³ $R_{\text{ہر}}$ عموماً قابل نظر انداز ہو گی۔ تار میں برقی رو i گزرنے سے تار کے سروں کے بیچ برقی دباؤ $\Delta v = i R_{\text{ہر}}$ پیدا ہو گا جس کو $0 \rightarrow R_{\text{ہر}}$ کی بنا نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں تانبے کی تار میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو رد کیا جاسکتا ہے یعنی $\Delta v \rightarrow 0$ لے سکتے ہیں۔

شکل 2.3-الف میں ایک ایسا ہی برقی دور دکھایا گیا ہے جس میں تانبے کی تار کی مزاحمت کو اکٹھے کر کے ایک ہی جگہ $R_{\text{ہر}}$ دکھایا گیا ہے۔ اس دور کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.11) \quad v = \Delta v + v_L$$

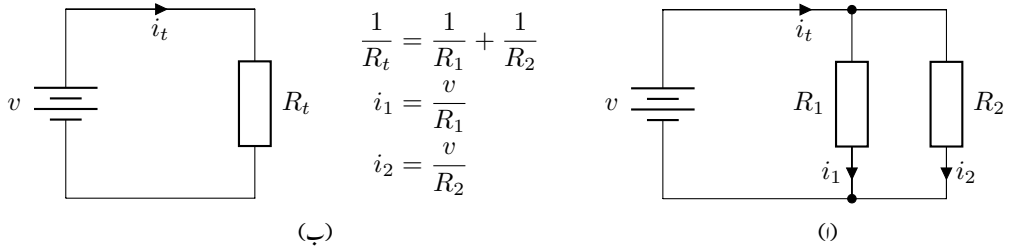
تار میں برقی گھٹاؤ Δv نظر انداز کرتے ہوئے

$$(2.12) \quad v = v_L$$

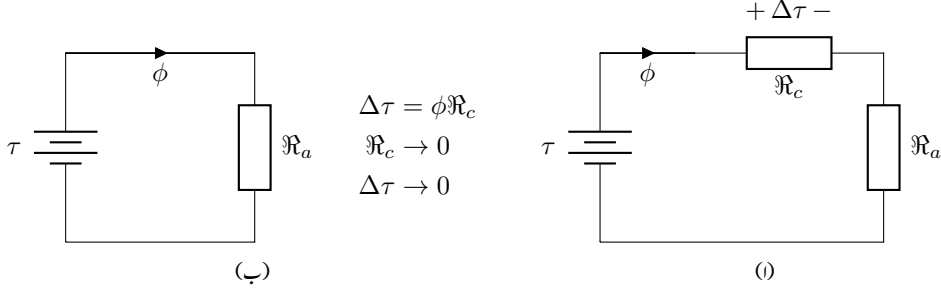
حاصل ہوتا ہے۔ اس کا مطلب ہوا کہ تار میں برقی دباؤ کا گھٹاؤ قابل نظر انداز ہونے کی صورت میں لاگو برقی دباؤ جوں کا توں مزاحمت R_L تک پہنچتا ہے۔ برقی ادوار حل کرتے ہوئے یہی حقیقت بروئے کار لاتے ہوئے تار میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ شکل 2.3-الف میں ایسا کرنے سے شکل 2.3-ب حاصل ہوتا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ برقی تار کو اس غرض سے استعمال کیا جاتا ہے کہ لاگو برقی دباؤ کو مقام استعمال تک بغیر گھٹائے پہنچایا جائے۔



شکل 2.3: برقی ادوار میں برقی تار کی مزاحمت کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔



شکل 2.4: کم مزاحمتی راہ میں برقی رو کی مقدار زیادہ ہوگی۔



شکل 2.5: مقناطیسی دور

شکل 2.4 میں دوسری مثال دی گئی ہے۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ برقی رو اس راہ زیادہ ہو گا جس کی مزاحمت کم ہو۔ یوں $R_1 < R_2$ کی صورت میں $i_1 > i_2$ ہو گا۔

2.4 مقناطیسی دور حصہ اول

مقناطیسی ادوار بالکل برقی ادوار کی طرح ہوتے ہیں۔ بس ان میں برقی دباؤ v کی جگہ مقناطیسی دباؤ τ^{14} ، برقی رو i کی جگہ مقناطیسی بہاؤ ϕ^{15} اور مزاحمت R کی جگہ ہچکچاہٹ \mathcal{R}^{16} پائے جاتے ہیں۔ یوں بالکل برقی ادوار کی طرح مقناطیسی ادوار بنائے جاسکتے ہیں۔ ایسا ایک مقناطیسی دور شکل 2.5-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی کوشش یہی ہے کہ مقناطیسی دباؤ τ بغیر گھٹائے ہچکچاہٹ \mathcal{R}_a تک پہنچایا جائے۔ خلائی درز کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_a اور مقناطیسی راہ کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_c ہے۔ یوں \mathcal{R}_c قابل نظر انداز ہونے کی صورت میں شکل 2.5-ب حاصل ہو گا جس میں مقناطیسی بہاؤ ϕ ، بالکل

⁶current density

⁷electric field intensity

⁸electric voltage

⁹برقی دباؤ کی اکائی وولٹ ہے جو الٹی کے ایسا نذر و دولہا کے نام ہے جنہوں نے برقی تیزی ایجاد کی۔

¹⁰electric current

¹¹برقی رو کی اکائی ایمپیئر ہے جو فرانس کے انڈر میر ایمپیئر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار ہے۔

¹²copper

¹³مزاحمت کی اکائی اوہم ہے جو جرمنی کے خارج سائنس دان اوہم کے نام ہے جنہوں نے قانون اوہم دریافت کیا۔

¹⁴magnetomotive force, mmf

¹⁵flux

¹⁶reluctance

اوہم کے قانون کی طرح، درج ذیل مساوات سے حاصل ہو گا۔

$$(2.13) \quad \tau = \phi \mathcal{R}_a$$

جہاں \mathcal{R}_c قابل نظر انداز ہو وہاں، سلسلہ وار مزاحمتوں کی طرح، دو سلسلہ وار ہچکچاہٹوں کا مجموعی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_s استعمال کر کے برقی بہاؤ حاصل ہو گا۔

$$(2.14) \quad \mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c$$

$$(2.15) \quad \tau = \phi \mathcal{R}_s$$

برقی دور کی طرح، مقناطیسی دباؤ کو کم ہچکچاہٹ کی راہ استعمال کرتے ہوئے مقام ضرورت تک پہنچایا جاتا ہے۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کی قیمت مقناطیسی مستقل μ پر منحصر ہے۔ مقناطیسی مستقل کی اکائی ہینری فی میٹر $\frac{H}{m}$ ہے۔ μ کو عموماً $\mu = \mu_r \mu_0$ لکھا جاتا ہے جہاں $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ہینری فی میٹر کے برابر ہے اور μ_r کو جو مقناطیسی مستقل¹⁷ کہتے ہیں۔ لوہا، کچھ دھاتیں اور چند جدید مصنوعی مواد ایسی ہیں جن کی μ_r کی قیمت 2000 اور 80 000 کے بیچ پائی جاتی ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کو ایک مقام سے دوسری مقام منتقل کرنے کے لئے ان ہی مقناطیسی مواد کو استعمال کیا جاتا ہے۔

بد قسمتی سے مقناطیسی مواد کے μ کی قیمت اتنی زیادہ نہیں ہوتی ہے کہ ان سے بنی سلاخ کی ہچکچاہٹ ہر موقع پر قابل نظر انداز ہو۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کم سے کم کرنے کی خاطر رقبہ عمودی تراش کو زیادہ سے زیادہ اور لمبائی کو کم سے کم کرنا ہو گا۔ یوں مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے کے لئے باریک تار نہیں بلکہ خاصا زیادہ رقبہ عمودی تراش کا مقناطیسی راستہ درکار ہوتا ہے۔

مقناطیسی مشین، مثلاً موٹر اور ٹرانسفارمر، کا بیشتر حصہ مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے والے ان مقناطیسی مواد پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایسے مشینوں کے قلب میں عموماً یہی مقناطیسی مادہ پایا جاتا ہے لہذا ایسا مواد مقناطیسی قالب¹⁸ کہلاتا ہے (شکل 2.6)۔

برقی مشینوں میں مستعمل مقناطیسی قالب لوہے کی باریک چادر یا پتری¹⁹ تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ مقناطیسی قالب کے بارے میں مزید معلومات حصہ 2.8 میں فراہم کی جائے گی۔

¹⁷relative permeability, relative magnetic constant
¹⁸magnetic core
¹⁹laminations



$$H_a = \frac{\tau}{l_a} \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$l_a \ll w$$

$$l_a \ll b$$

شکل 2.6: کثافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت۔

2.5 کثافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت

حصہ 2.2 میں برقی دور کی مثال دی گئی۔ یہاں شکل 2.6 میں دکھائے گئے مقناطیسی دور پر غور کرتے ہیں۔ مقناطیسی قالب کا $\mu_r = \infty$ تصور کرتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ یوں قالب کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_c صفر ہو گی۔ حصہ 2.2 میں تانبا کی تار کی طرح یہاں مقناطیسی قالب کو مقناطیسی دباؤ τ ایک مقام سے دوسری مقام تک منتقل کرنے کے لئے استعمال کیا گیا ہے۔ شکل 2.6 میں مقناطیسی دباؤ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ \mathcal{R}_a تک پہنچایا گیا ہے۔ یہاں \mathcal{R}_c کو نظر انداز کرتے ہوئے کل ہچکچاہٹ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ کے برابر تصور کیا جا سکتا ہے:

$$(2.16) \quad \mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a}$$

خلائی درز کی لمبائی l_a قالب کے رقبہ عمودی تراش کے اضلاع b اور w سے بہت کم ہونے کی صورت، یعنی $l_a \ll b$ اور $l_a \ll w$ میں خلائی درز کے رقبہ عمودی تراش A_a کو قالب کے رقبہ عمودی تراش \mathcal{R}_c کے برابر تصور کیا جا سکتا ہے:

$$(2.17) \quad A_a = A_c = wb$$

اس کتاب میں جہاں بتلایا نہ گیا ہو وہاں $l_a \ll w$ اور $l_a \ll b$ تصور کرتے ہوئے $A_a = A_c$ لیا جائے گا۔

مقناطیسی دباؤ τ کی تعریف درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(2.18) \quad \tau = Ni$$

یوں برقی تار کے چکر ضرب تار میں برقی رو کو مقناطیسی دباؤ کہتے ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کی اکائی ایمپیئر-چکر²⁰ ہے۔ حصہ 2.2 کی طرح ہم مساوات 2.15 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(2.19) \quad \phi_a = \frac{\tau}{\mathcal{R}_a}$$

مقناطیسی بہاؤ کی اکائی²¹ ویبر²² اور ہچکاہٹ کی اکائی ایمپیئر-چکر فی ویبر²³ ہے۔ اس سلسلہ وار دور کے خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_a اور قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_c ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ درج بالا مساوات کو مساوات 2.2 کی مدد سے

$$\phi_a = \tau \left(\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \right)$$

یا

$$(2.20) \quad \frac{\phi_a}{A_a} = \mu_0 \left(\frac{\tau}{l_a} \right)$$

لکھ سکتے ہیں جہاں درز کی نشاندہی زیر نوشت میں a لکھ کر کی گئی ہے۔ اس مساوات میں بائیں ہاتھ مقناطیسی بہاؤ فی اکائی رقبہ کو کثافتِ مقناطیسی بہاؤ²⁴ B_a اور دائیں ہاتھ مقناطیسی دباؤ فی اکائی لمبائی کو مقناطیسی میدان²⁵ کے شدت²⁵ H_a لکھا جا سکتا ہے:

$$(2.21) \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$(2.22) \quad H_a = \frac{\tau}{l_a}$$

کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی اکائی ویبر فی مربع میٹر ہے جس کو ٹسلا²⁶ کا نام دیا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت کی اکائی ایمپیئر فی میٹر²⁷ ہے۔ یوں مساوات 2.20 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(2.23) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

جہاں متن سے واضح ہو کہ مقناطیسی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں مقناطیسی میدان کی شدت کو مختصراً میدان²⁸ کے شدت کہا جاتا ہے۔

²⁰ ampere-turn

²¹ Weber

²² یہ اکائی جرمنی کے ولیم اڈورڈ ویبر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار رہا ہے

²³ ampere-turn per weber

²⁴ magnetic flux density

²⁵ magnetic field intensity

²⁶ Tesla: یہ اکائی سربیا کے نیکولا ٹسلا کے نام ہے جنہوں نے بدلتار و برقی طاقت عام کرنے میں اہم کردار ادا کیا۔

²⁷ ampere per meter

²⁸ field intensity

شکل 2.6 میں خلائی درز میں مقناطیسی بہاو کا رخ اکائی سمتیہ a_z کا مخالف ہے لہذا کثافتِ مقناطیسی بہاو $B_a = -B_a a_z$ لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ اکائی سمتیہ a_z کی مخالف رخ دباؤ ڈال رہا ہے لہذا مقناطیسی دباؤ کی شدت $H_a = -H_a a_z$ لکھی جائے گی۔ اس طرح بالا مساوات کو درج ذیل سمتی روپ میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.24) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

خلاء کی جگہ کوئی دوسرا مادہ ہونے کی صورت میں یہ مساوات درج ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$(2.25) \quad B = \mu H$$

مثال 2.2: شکل 2.6 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو 0.1 ٹسلا درکار ہے۔ قالب کی $\mu_r = \infty$ ہے، خلائی درز کی لمبائی 1 ملی میٹر اور قالب کے گرد برقی تار کے چکر 100 ہیں۔ درکار برقی رو i تلاش کریں۔
حل: مساوات 2.13 سے

$$\begin{aligned} \tau &= \phi \Re \\ Ni &= \phi \left(\frac{l}{\mu_0 A} \right) \\ \frac{\phi}{A} &= B = \frac{Ni\mu_0}{l} \end{aligned}$$

لکھ کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\begin{aligned} 0.1 &= \frac{100 \times i \times 4\pi 10^{-7}}{0.001} \\ i &= \frac{0.1 \times 0.001}{100 \times 4\pi 10^{-7}} = 0.79567 \text{ A} \end{aligned}$$

□

$i = 0.79567 \text{ A}$ برقی رو خلائی درز میں $B = 0.1 \text{ T}$ کثافتِ مقناطیسی بہاو پیدا کرے گا۔

2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم

شکل 2.7 میں ایک سادہ مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے جس میں قالب کے مقناطیسی مستقل کو محدود تصور کرتے ہیں۔ مقناطیسی دباؤ $\tau = Ni$ مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاو ϕ_c پیدا کرتا ہے۔ قالب کا رقبہ عمودی تراش A_c ہر



شکل 2.7: سادہ مقناطیسی دور۔

مقام پر یکساں ہے اور قالب کی اوسط لمبائی l_c ہے۔ قالب میں مقناطیسی بہاو کا رخ فلیمینگ²⁹ کے دائیں ہاتھ کے قانون³⁰ سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اس قانون کو دو طریقوں سے بیان کیا جاسکتا ہے۔

- اگر ایک لچھے کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ ہاتھ کی چار انگلیاں لچھے میں برقی رو کے رخ لپٹی ہوں تب انگوٹھا اُس مقناطیسی بہاو کے رخ ہو گا جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آیا ہو۔
- اگر ایک تار جس میں برقی رو کا گزر ہو کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ انگوٹھا برقی رو کے رخ ہو تب باقی چار انگلیاں اُس مقناطیسی بہاو کے رخ لپٹی ہوں گی جو اس برقی رو کی وجہ سے پیدا ہو گا۔

ان دو بیانات میں پہلا بیان لچھے میں مقناطیسی بہاو کا رخ معلوم کرنے کے لئے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے جبکہ سیدھی تار کے گرد مقناطیسی بہاو کا رخ دوسرے بیان سے زیادہ آسانی سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

قالب میں مقناطیسی بہاو گھڑی وار ہے۔ مقناطیسی بہاو ϕ کو شکل 2.7 میں ہلکی سیاہی کے تیر دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ قالب کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c}$$

لکھتے ہوئے مقناطیسی بہاو

$$\phi_c = \frac{\tau}{\mathcal{R}_c} = Ni \left(\frac{\mu_c A_c}{l_c} \right)$$

²⁹فلیمینگ! دایاں ہاتھ قانون

³⁰Fleming's right hand rule



$$A_a = A_c = bw$$

$$b = \frac{m - n}{2}$$

$$l_c = 2(h - b) + 2(m - b) - l_a$$

شکل 2.8: خلائی درز اور قالب کے ہچکچاہٹ۔

ہو گا۔ یوں تمام نا معلوم متغیرات حاصل ہو چکے۔

مثال 2.3: شکل 2.8 میں ایک مقناطیسی قالب دکھایا گیا ہے جس کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$(2.26) \quad \text{قالب} = \begin{cases} h = 20 \text{ cm} & m = 10 \text{ cm} \\ n = 8 \text{ cm} & w = 2 \text{ cm} \\ l_a = 1 \text{ mm} & \mu_r = 40\,000 \end{cases}$$

قالب اور خلائی درز کی ہچکچاہٹیں تلاش کریں۔

حل:

$$b = \frac{m - n}{2} = \frac{0.1 - 0.08}{2} = 0.01 \text{ m}$$

$$A_a = A_c = bw = 0.01 \times 0.02 = 0.0002 \text{ m}^2$$

$$l_c = 2(h - b) + 2(m - b) - l_a$$

$$= 2(0.2 - 0.01) + 2(0.1 - 0.01) - 0.001 = 0.359 \text{ m}$$

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0.359}{40000 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 55\,605 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{0.001}{4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 3\,978\,874 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

قالب کی لمبائی خلائی درز کی لمبائی سے 359 گنا زیادہ ہونے کے باوجود خلائی درز کی ہچکچاہٹ قالب کی ہچکچاہٹ سے 72 گنا زیادہ ہے۔ یوں $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ہو گا۔

□



شکل 2.9: سادہ گھومنے والا مشین

مثال 2.4: شکل 2.9 سے رجوع کریں۔ خلائی درز 5 ملی میٹر لمبا ہے اور گھومتے حصہ پر 1000 چکر ہیں۔ خلائی درز میں 0.95 T کثافتِ مقناطیسی بہاؤ حاصل کرنے کی خاطر درکار برقی رو معلوم کریں۔

حل: اس شکل میں گھومتے مشین، مثلاً موٹر، کی ایک سادہ صورت دکھائی گئی ہے۔ ایسی مشینوں کا بیرونی حصہ ساکن رہتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا ساکن حصہ³¹ کہتے ہیں۔ ساکن حصے کے اندر مشین کا گھومتا حصہ پایا جاتا ہے لہذا اس حصے کو مشین کا گھومتا حصہ³² کہتے ہیں۔ اس مثال میں ان دونوں حصوں (قالب) کا $\mu_r = \infty$ تصور کیا گیا ہے لہذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہو گی۔ مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاہی کی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کی ایک مکمل چکر کے دوران مقناطیسی بہاؤ دو خلائی درزوں سے گزرتا ہے۔ یہ دو خلائی درز ہر لحاظ سے ایک دوسرے جیسے ہیں لہذا ان دونوں خلائی درز کی ہچکچاہٹ بھی ایک دوسرے کے برابر ہو گی۔ مزید دونوں خلائی درزوں کی ہچکچاہٹ سلسلہ وار ہیں۔ شکل 2.9 میں مقناطیسی بہاؤ کو گھومتے حصہ، ساکن حصہ اور دو خلائی درزوں سے گزرتا ہوا دکھایا گیا ہے۔ خلائی درز کی لمبائی l_a ، قالب کے رقبہ A_c کی اضلاع سے بہت کم ہے لہذا خلائی درز کا عمودی رقبہ تراش A_a گھومتے حصہ کے رقبہ تراش کے برابر تصور کیا جائے گا۔

یوں $A_a = A_c$ لیتے ہوئے ایک خلائی درز کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{l_a}{\mu_0 A_c}$$

اور دو سلسلہ وار خلائی درزوں کی کل ہچکچاہٹ درج ذیل ہو گی۔

$$\mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a + \mathcal{R}_a = \frac{2l_a}{\mu_0 A_c}$$

خلائی درز میں مقناطیسی بہاو ϕ_a اور کثافتِ مقناطیسی بہاو B_a درج ذیل ہوں گے۔

$$\phi_a = \frac{\tau}{\mathfrak{R}_s} = (Ni) \left(\frac{\mu_0 A_c}{2l_a} \right)$$

$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} = \frac{\mu_0 Ni}{2l_a}$$

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$0.95 = \frac{4\pi 10^{-7} \times 1000 \times i}{2 \times 0.005}$$

$$i = \frac{0.95 \times 2 \times 0.005}{4\pi 10^{-7} \times 1000} = 7.56 \text{ A}$$

□

روایتی موٹروں اور جنریٹروں کی خلاء میں تقریباً ایک ٹسلا کثافتِ مقناطیسی بہاو ہوتا ہے۔

2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی

وقت کے ساتھ بدلتا مقناطیسی میدان برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جس کو قانونِ فیراڈے³³

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

سے حاصل کیا جاسکتا ہے³⁴۔ یہ مساوات کہتی ہے کہ کسی بند راہ کی ہمراہ مقناطیسی سمتی میدان \mathbf{E} کا ارتقاعی تکمل اس راہ کے ارتباط بہاو کے (وقت کے ساتھ) تفرق کے برابر ہو گا۔ برقی ادوار، مثلاً شکل 2.10-ا، میں مستعمل برقی تاروں کی ہمراہ \mathbf{E} قابلِ نظر انداز ہوتا ہے لہذا اس مساوات کا بائیں ہاتھ تاروں کے سروں پر امالہ برقی دباؤ³⁵ e کے منفی کے برابر ہو گا۔ ساتھ ہی مساوات کے دائیں ہاتھ تکمل میں بہاو کا بیشتر حصہ قالب کے اندر بہاو ϕ پر مشتمل ہو گا۔ چونکہ لچھا (اور بند راہ) اس قالب کے گرد N چکر کاٹتا ہے لہذا یہ مساوات درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(2.27) \quad e = N \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial t}$$

³³ Faraday's law

³⁴ ہاگل فیراڈے انگلستانی سائنسدان تھے جنہوں نے محرک برقی دباؤ دریافت کی۔

³⁵ induced voltage



شکل 2.10: قالب میں مقناطیسی بہاو کی تبدیلی لچھے میں برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔

اس طرح شکل 2.10-ا کے قالب میں مقناطیسی بہاو ϕ کی تبدیل کی بنا لچھے میں برقی دباؤ e پیدا ہو گا جو لچھے کے سروں پر نمودار ہو گا۔

امالی برقی دباؤ کو منبع برقی دباؤ تصور کریں۔

امالی برقی دباؤ کا رخ تعین کرنے کی خاطر لچھے کے سروں کو قصردور³⁶ کریں۔ لچھے میں پیدا برقی رو اس رخ ہو گا جو مقناطیسی بہاو کی تبدیلی کو روکے۔

فرض کریں شکل 2.10-ا میں بہاو ϕ گھڑی وار ہے اور بہاو کی مقدار بڑھ رہی ہے۔ بہاو میں تبدیلی کو روکنے کی خاطر بہاو ϕ' پیدا کرنا ہو گا جو لچھے کا بالائی سر مثبت ہونے سے ہو گا۔ شکل 2.10-ب میں لچھے کے سروں کے بیچ مزاحمت نسب کیا گیا ہے۔ لچھے کو منبع دباؤ تصور کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مزاحمت میں رو کا رخ قالب میں گھڑی کے مخالف رخ بہاو ϕ' پیدا کرے گا۔

قالب میں مقناطیسی بہاو ϕ ، قالب پر لپیٹے گئے لچھے کے تمام چکروں، N ، کے اندر سے گزرتا ہے۔ $N\phi$ کو لچھے کا ارتباط بہاو λ ³⁷ کہتے ہیں جس کی اکائی ویبر۔چکر³⁸ ہے۔

$$\lambda = N\phi \quad (2.28)$$

جن مقناطیسی ادوار میں مقناطیسی مستقل μ کو اٹل مقدار تصور کیا جاسکے یا جن میں خلائی درز کی ہچکچاہٹ قالب کی ہچکچاہٹ سے بہت زیادہ ہو، $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$ ، ان میں لچھے کی امالہ³⁹ L کی تعریف درج ذیل مساوات دیتی ہے۔

$$L = \frac{\lambda}{i} \quad (2.29)$$

short circuit³⁶
flux linkage³⁷
weber-turn³⁸
inductance³⁹



شکل 2.11: امالہ (مثال 2.5)

امالہ کی اکائی ویبر-چکر فی ایمپیئر ہے جس کو ہیز H^{40} کا نام دیا گیا ہے۔ مساوات 2.29 میں $\lambda = N\phi$ ، $\phi = B_c A_c$ اور $\phi = \frac{Ni}{\mathcal{R}}$ پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا

$$(2.30) \quad L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NB_c A_c}{i} = \frac{N^2 \mu_0 A_a}{l_a}$$

جہاں قالب کا رقبہ عمودی تراش A_c اور درز کا رقبہ عمودی تراش A_a ایک دوسرے کے برابر لیے گئے ہیں۔

مثال 2.5: شکل 2.11 میں $b = 5 \text{ cm}$, $w = 4 \text{ cm}$, $l_a = 3 \text{ mm}$ جبکہ لچھے کے 1000 چکر اور قالب کی اوسط لمبائی $l_c = 30 \text{ cm}$ ہے۔ درج ذیل دو صورتوں میں لچھے کی امالہ تلاش کریں۔

• قالب کا $\mu_r = \infty$ ہے۔

• قالب کا $\mu_r = 500$ ہے۔

حل: (i) قالب کے $\mu_r = \infty$ کی بنا قالب کی ہچکچاہٹ قابل نظر انداز ہو گی لہذا امالہ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{N^2 \mu_0 w b}{l_a} \\ &= \frac{1000^2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05}{0.003} \\ &= 0.838 \text{ H} \end{aligned}$$

Henry⁴⁰⁴¹ امریکی سائنسدان جوزف ہینری جنہوں نے مانگل فیروڈ سے علیحدہ طور پر محرک برقی دیاور یافت کی

(ب) $\mu_r = 500$ کی صورت میں قالب کی ہچکچاہٹ قابل نظر انداز نہیں ہوگی۔ خلاء اور قالب کی ہچکچاہٹ دریافت کرتے ہیں۔

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 w b} = \frac{0.003}{4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 1\,193\,507 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 w b} = \frac{0.3}{500 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 238\,701 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

یوں بہاؤ، ارتباط اور امالہ درج ذیل ہوں گے۔

$$\phi = \frac{Ni}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c}$$

$$\lambda = N\phi = \frac{N^2 i}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c} = \frac{1000^2}{1\,193\,507 + 238\,701} = 0.698 \text{ H}$$

□

مثال 2.6: شکل 2.12 میں ایک پیچدار لچھا⁴² دکھایا گیا ہے جس کی جسامت درج ذیل ہے۔

$$N = 11, r = 0.49 \text{ m}, l = 0.94 \text{ m}$$

پیچدار لچھے کے اندر مقناطیسی بہاؤ ϕ کا بیشتر حصہ محوری رخ ہوتا ہے۔ لچھے کے باریبی بہاؤ پوری کائنات سے گزرتے ہوئے واپس لچھے میں داخل ہوتا ہے۔ چونکہ پوری کائنات کا رقبہ عمودی تراش A لامتناہی ہے لہذا لچھے کے باہر کثافت مقناطیسی بہاؤ $B = \frac{\phi}{A}$ کی مقدار قابل نظر انداز ہوگی۔ لچھے کے اندر محوری رخ مقناطیسی شدت درج ذیل ہوگی۔

$$H = \frac{Ni}{l}$$

اس لچھے کی خود امالہ حاصل کریں۔



شکل 2.12: پیچدار لچھا

حل:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 N i}{l}$$

$$\phi = B \pi r^2 = \frac{\mu_0 N i \pi r^2}{l}$$

$$\lambda = N \phi = \frac{\mu_0 N^2 i \pi r^2}{l}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

N ، r اور l کی قیمتیں پر کرتے ہوئے درج ذیل امالہ حاصل ہو گا⁴³۔

$$L = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times \pi \times 0.49^2}{0.94} = 122 \mu\text{H}$$

□

شکل 2.13 میں دو لچھوں کا ایک مقناطیسی دور دکھایا گیا ہے۔ ایک لچھے کے چکر N_1 اور اس میں برقی رو i_1 ہے، دوسرا لچھا N_2 چکر کا ہے اور اس میں برقی رو i_2 ہے۔ دونوں لچھوں میں مثبت برقی رو قالب میں ایک جیسے رخ مقناطیسی دباؤ پیدا کرتے ہیں۔ اگر قالب کا \mathcal{R}_c قابل نظر انداز ہو تب مقناطیسی بہاؤ ϕ درج ذیل ہو گا۔

$$(2.31) \quad \phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

دونوں لچھوں کا مجموعی مقناطیسی دباؤ، $N_1 i_1 + N_2 i_2$ ، مقناطیسی بہاؤ ϕ پیدا کرتا ہے۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا پہلے لچھے

⁴³ یہ پیچدار لچھا میں نے 3000 گرام لوہا بکھانے والی بجلی میں استعمال کیا ہے۔



موٹائی = b
گہرائی = w

$$A_a = A_c = bw$$

$$\lambda_1 = N_1 \phi$$

$$\lambda_2 = N_2 \phi$$

$$\phi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c}$$

شکل 2.13: دو لچھے والا مقناطیسی دور۔

کے ساتھ ارتباط

$$(2.32) \quad \lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2$$

یعنی

$$(2.33) \quad \lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

ہے جہاں L_{11} اور L_{12} سے مراد درج ذیل ہے۔

$$(2.34) \quad L_{11} = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(2.35) \quad L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

L_{11} پہلے لچھے کا خود امالہ⁴⁴ ہے اور $L_{11} i_1$ اس لچھے کے اپنے برقی رو i_1 سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے جسے خود ارتباط بہاؤ⁴⁵ کہتے ہیں۔ L_{12} ان دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ⁴⁶ ہے اور $L_{12} i_2$ لچھا-1 کے ساتھ i_2 سے پیدا بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے جسے مشترکہ ارتباط بہاؤ⁴⁷ کہتے ہیں۔ بالکل اسی طرح ہم دوسرے لچھے کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں

$$(2.36) \quad \begin{aligned} \lambda_2 &= N_2 \phi = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2 \\ &= L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \end{aligned}$$

self inductance⁴⁴
self flux linkage⁴⁵
mutual inductance⁴⁶
mutual flux linkage⁴⁷

جہاں L_{22} اور L_{21} سے مراد درج ذیل ہے۔

$$(2.37) \quad L_{22} = N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(2.38) \quad L_{21} = L_{12} = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

L_{22} لچھا-2 کا خود امالہ اور $L_{21} = L_{12}$ دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ ہے۔ امالہ کا تصور اس وقت کارآمد ہوتا ہے جب مقناطیسی مستقل μ کو اٹل تصور کرنا ممکن ہو۔

مساوات 2.29 کو مساوات 2.27 میں پر کرتے ہیں۔

$$(2.39) \quad e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\partial (Li)}{\partial t}$$

اگر امالہ کی قیمت اٹل ہو، جیسا کہ ساکن مشینوں میں ہوتا ہے، تب ہمیں امالہ کی جانی پہچانی مساوات

$$(2.40) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t}$$

ملتی ہے۔ اگر امالہ بھی تبدیل ہو، جیسا کہ موٹروں اور جزیٹروں میں ہوتا ہے، تب درج ذیل ہو گا۔

$$(2.41) \quad e = L \frac{\partial i}{\partial t} + i \frac{\partial L}{\partial t}$$

توانائی⁴⁸ کی اکائی جاول⁴⁹ J^{50} ہے اور طاقت⁵¹ کی اکائی⁵² جاول فی سیکنڈ ہے جس کو واٹ⁵³ W کا نام دیا گیا ہے۔

اس کتاب میں توانائی یا کام کو W سے ظاہر کیا جائے گا اگرچہ طاقت کی اکائی واٹ W کے لئے بھی یہی علامت استعمال ہوتی ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ متن سے اصل مطلب جاننا ممکن ہو گا۔

وقت t کے ساتھ توانائی W کی تبدیلی کی شرح کو طاقت⁵¹ p کہتے ہیں۔ یوں درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.42) \quad p = \frac{dW}{dt} = ie = i \frac{d\lambda}{dt}$$

⁴⁸energy

⁴⁹Joule

⁵⁰تیسویں پریسٹوٹ جاول انگلستانی سائنسدان جنہوں نے حرارت اور میکانیکی کام کا رشتہ دریافت کیا

⁵¹power

⁵²کالمیڈیڈ کے جیمز واٹ جنہوں نے بخارات پر چلنے والے انجن پر کام کیا

⁵³Watt

مقناطیسی دور میں لمحہ t_1 تا t_2 مقناطیسی توانائی کی تبدیلی کو تکمل کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے:

$$(2.43) \quad \Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p \, dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i \, d\lambda$$

ایک لمحے کا مقناطیسی دور، جس میں امالہ کی قیمت اٹل ہو، کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.44) \quad \Delta W = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i \, d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} \, d\lambda = \frac{1}{2L} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)$$

یوں t_1 پر $\lambda_1 = 0$ تصور کرتے ہوئے کسی بھی λ پر مقناطیسی توانائی درج ذیل ہوگی۔

$$(2.45) \quad W = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{Li^2}{2}$$

2.8 مقناطیسی مادہ کے خواص

قالب کے استعمال سے دو فوائد حاصل ہوتے ہیں۔ قالب کے استعمال سے کم مقناطیسی دباؤ، زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے اور مقناطیسی بہاؤ کو پسند کی راہ پر رہنے کا پابند بنایا جاسکتا ہے۔ ایک دوری ٹرانسفارمر میں قالب کے استعمال سے مقناطیسی بہاؤ کو اس طرح پابند کیا جاتا ہے کہ تمام لمبھوں میں یکساں بہاؤ پایا جاتا ہو۔ موٹروں میں قالب کے استعمال سے مقناطیسی بہاؤ کو یوں پابند کیا جاتا ہے کہ زیادہ سے زیادہ قوت پیدا ہو جبکہ جنریٹروں میں زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ حاصل کرنے کی نیت سے بہاؤ کو پابند کیا جاتا ہے۔

مقناطیسی مادہ کی B اور H کا تعلق ترسیم کی صورت میں پیش کیا جاتا ہے۔ لوہا نما مقناطیسی مادے کی $B - H$ ترسیم شکل 2.14-الف میں دکھائی گئی ہے۔ ایک لوہا نما مقناطیسی مادہ جس میں مقناطیسی اثر نہیں پایا جاتا ہو کو نقطہ a سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس نقطہ پر درج ذیل ہوں گے۔

$$(2.46) \quad \begin{aligned} H_a &= 0 \\ B_a &= 0 \end{aligned}$$



شکل 2.14: $B - H$ خطوط یا مقناطیسی چال کے دائرے۔

مقناطیسی مادہ کو لچھے میں رکھ کر اس پر مقناطیسی دہاو لاگو کیا جا سکتا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت H لاگو کرنے سے لوہا نما مقناطیسی مادے میں کثافت مقناطیسی بہاو B پیدا ہو گا۔ میدانی شدت بڑھانے سے کثافت مقناطیسی بہاو بھی بڑھے گا۔ a سے شروع ہوتا ہوا تیردار قوس اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔ میدانی شدت کو نقطہ b تک بڑھایا گیا ہے جہاں H_b اور B_b ہوں گے۔

نقطہ b تک پہنچنے کے بعد میدانی شدت کم کرتے ہوئے دیکھا گیا ہے کہ واپسی قوس ایک مختلف راستہ اختیار کرتا ہے۔ یوں نقطہ b سے میدانی شدت کم کرتے ہوئے صفر کرنے سے لوہا نما مادہ کی کثافت مقناطیسی بہاو کم ہو کر نقطہ c پر آن پہنچتا ہے۔ نقطہ b سے نقطہ c تک تیردار قوس اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔ نقطہ c پر بیرونی میدانی شدت صفر ہے لیکن لوہا نما مادے کی کثافت مقناطیسی بہاو صفر نہیں ہے۔ یہ مادہ ایک مقناطیس بن گیا ہے جس کی کثافت مقناطیسی بہاو B_c ہے۔ اس مقدار کو بقایا کثافت مقناطیسی بہاو⁵⁴ کہتے ہیں۔ مصنوعی مقناطیس اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

نقطہ c سے میدانی شدت منفی رخ بڑھانے سے B کم ہوتے ہوئے آخر کار ایک مرتبہ دوبارہ صفر ہو جائے گا۔ اس نقطہ کو d سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسیت ختم کرنے کے لئے درکار میدانی شدت کی مقدار $|H_d|$ کو مقناطیسیت ختم کرنے والی شدت یا مختصر آخاتم شدت⁵⁵ کہتے ہیں۔

منفی رخ میدانی شدت مزید بڑھانے سے نقطہ e حاصل ہو گا۔ اس کے بعد منفی رخ کی میدانی شدت کی مطلق قیمت کم کرنے سے نقطہ f حاصل ہو گا جہاں میدانی شدت صفر ہونے کے باوجود کثافت مقناطیسی بہاو صفر نہیں

residual magnetic flux⁵⁴
coercivity⁵⁵



شکل 2.15: فولاد M5 کی 0.3048 ملی میٹر موٹی پٹری کی ترسیم۔ میدان شدت کا پیمانہ لاگ ہے۔

ہے۔ اس نقطہ پر لوہا نما مادہ الٹ رخ مقناطیس بن چکا ہے اور B_f بقایا کثافتِ مقناطیسی بہاؤ ہے۔ اسی طرح اس رخ مقناطیسیت ختم کرنے کی شدت $|H_g|$ ہے۔ میدان شدت بڑھاتے ہوئے نقطہ b کی بجائے نقطہ h حاصل ہو گا۔

برقی شدت کو متواتر اسی طرح پہلے ایک رخ اور پھر مخالف (دوسری) رخ ایک خاص حد تک پہنچانے سے آخر کار $B-H$ منحنی کا ایک بند دائرہ حاصل ہو گا جسے شکل 2.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس دائرہ پر خلاف گھڑی سفر ہو گا۔ شکل 2.14-ب کو مقناطیس پالہ کا دائرہ⁵⁶ کہتے ہیں۔

منحنی H کے لئے شکل 2.14-ب حاصل کر کے ایک ہی کاغذ پر کھینچنے کے بعد ان تمام کے b نقطے جوڑنے سے شکل 2.15 میں دکھائی گئی $B-H$ ترسیم حاصل ہو گی۔ ٹرانسفارمرز میں استعمال ہونے والی 0.3048 ملی میٹر موٹی M5 قالبی پٹری کی $B-H$ ترسیم شکل 2.15 میں دکھائی گئی ہے۔ اس ترسیم میں موجود مواد جدول 2.1 میں بھی دیا گیا ہے۔ عموماً مقناطیسی مسائل حل کرتے ہوئے شکل 2.14 کی جگہ شکل 2.15 طرز کی ترسیم استعمال کی جاتی ہے۔ دھیان رہے کہ اس ترسیم میں H کا پیمانہ لاگ⁵⁷ ہے۔

لوہا نما مقناطیسی مادے پر لاگو مقناطیسی شدت بڑھانے سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ بڑھنے کی شرح بتدریج کم ہوتی جاتی ہے حتیٰ کہ آخر کار یہ شرح خلاء کی شرح μ_0 کے برابر ہو جاتی ہے ($\frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu_0$)۔ اس اثر کو سیراہیت⁵⁸ کہتے ہیں جو شکل 2.15 میں واضح ہے۔

hysteresis loop⁵⁶
log⁵⁷
saturation⁵⁸

شکل 2.14 سے واضح ہے کہ H کی کسی بھی قیمت پر B کی دو ممکنہ قیمتیں ہوں گی۔ بڑھتے مقناطیسی بہاؤ کی صورت میں ترسیم میں نیچے سے اوپر جانے والی منحنی B اور H کا تعلق پیش کرے گی جبکہ گھٹتے ہوئے مقناطیسی بہاؤ کی صورت میں اوپر سے نیچے جانے والی منحنی اس تعلق کو پیش کرے گی۔ چونکہ $\mu = B/H$ ہے لہذا B کی مقدار تبدیل ہونے سے μ کی قیمت بھی تبدیل ہوگی۔ باوجود اس کے ہم مقناطیسی ادوار میں μ کو ایک مستقل تصور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے نتائج پر عموماً زیادہ اثر انداز نہیں ہوتا ہے۔

مثال 2.7: شکل 2.15 یا اس کے مساوی جدول 2.1 میں دی گئی مواد استعمال کرتے ہوئے شکل 2.6 کی خلاء میں ایک ٹسلا اور دو ٹسلا کثافت مقناطیسی بہاؤ حاصل کرنے کے لئے درکار برقی رو معلوم کریں۔ درج ذیل معلومات استعمال کریں۔ قالب اور خلاء کا رقبہ عمودی تراش ایک دوسرے جتنا لیں۔

$$b = 5 \text{ cm}, w = 4 \text{ cm}, l_a = 3 \text{ mm}, l_c = 30 \text{ cm}, N = 1000$$

حل: ایک ٹسلا کے لئے۔
جدول 2.1 کے تحت قالب میں 1 ٹسلا کے لئے قالب کو 11.22 ایمپیر۔ چکر فی میٹر قیمت کی شدت H درکار ہو گی۔ یوں 30 سم لمبے قالب کو $3.366 = 0.3 \times 11.22$ ایمپیر چکر درکار ہوں گے۔

خلاء کو درج ذیل ایمپیر۔ چکر فی میٹر شدت درکار ہے۔

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} = 795671$$

یوں 3 ملی میٹر خلاء کو $0.003 \times 795671 = 2387$ ایمپیر چکر درکار ہوں گے۔ کل ایمپیر۔ چکر ان دونوں کا مجموعہ $2387 + 3.366 = 2390.366$ سم لंबے قالب کو درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$i = \frac{2390.366}{1000} = 2.39 \text{ A}$$

حل: دو ٹسلا کے لئے۔

جدول 2.1 کے تحت قالب میں 2 ٹسلا کثافت کے لئے قالب کو 10000 ایمپیر۔ چکر فی میٹر H درکار ہوگی۔ یوں 30 سم قالب کو $3000 = 0.3 \times 10000$ ایمپیر چکر درکار ہوں گے۔ خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{2}{4\pi 10^{-7}} = 1591342$$

| B | H | B | H | B | H | B | H | B | H | B | H |
|-------|-----|-------|-------|-------|-----|-------|-----|-------|------|-------|-------|
| 0.000 | 0 | 0.700 | 9 | 1.480 | 30 | 1.720 | 200 | 1.852 | 1000 | 1.998 | 9000 |
| 0.040 | 2 | 0.835 | 10 | 1.540 | 40 | 1.752 | 300 | 1.900 | 2000 | 2.000 | 10000 |
| 0.095 | 3 | 1.000 | 11.22 | 1.580 | 50 | 1.780 | 400 | 1.936 | 3000 | 2.020 | 20000 |
| 0.160 | 4 | 1.100 | 12.59 | 1.601 | 60 | 1.800 | 500 | 1.952 | 4000 | 2.040 | 30000 |
| 0.240 | 5 | 1.200 | 14.96 | 1.626 | 70 | 1.810 | 600 | 1.968 | 5000 | 2.048 | 40000 |
| 0.330 | 6 | 1.300 | 17.78 | 1.640 | 80 | 1.824 | 700 | 1.975 | 6000 | 2.060 | 50000 |
| 0.440 | 7 | 1.340 | 20 | 1.655 | 90 | 1.835 | 800 | 1.980 | 7000 | 2.070 | 60000 |
| 0.560 | 8 | 1.400 | 23.77 | 1.662 | 100 | 1.846 | 900 | 1.985 | 8000 | 2.080 | 70000 |

جدول 2.1: مقناطیسی بہاؤ بالقابل شدت

ایمپیئر-چکر فی میٹر درکار ہیں لہذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو $4774 = 0.003 \times 1591342$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ یوں کل ایمپیئر-چکر $7774 = 3000 + 4774$ ہیں جن سے درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$i = \frac{7774}{1000} = 7.774 \text{ A}$$

□

اس مثال میں مقناطیسی سیرانیت واضح ہے۔

2.9 ہیجان شدہ لچھا

بدلتا رو بجلی میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ عموماً سائن نما ہوتے ہیں جن کا وقت کے ساتھ تعلق $\sin \omega t$ یا $\cos \omega t$ ہوگا۔ اس حصہ میں بدلتا رو سے لچھا ہیجان کرنا اور اس سے نمودار ہونے والی برقی توانائی کے ضیاع پر تذکرہ کیا جائے گا۔ قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ

$$(2.47) \quad B = B_0 \sin \omega t$$

کی صورت میں قالب میں درج ذیل بدلتا مقناطیسی بہاؤ φ پیدا ہوگا۔

$$(2.48) \quad \varphi = A_c B = A_c B_0 \sin \omega t = \phi_0 \sin \omega t$$

اس مساوات میں مقناطیسی بہاو کا حیث ϕ_0 ، کشافیت مقناطیسی بہاو کا حیث B_0 ، قالب کا رقبہ عمودی تراش A_c (جو ہر مقام پر یکساں ہے)، زاویائی تعدد $\omega = 2\pi f$ اور تعدد f ہے۔

فیراڈے کے قانون (مساوات 2.27) کے تحت یہ مقناطیسی بہاو لچھے میں $e(t)$ امالی برقی دباؤ⁵⁹ پیدا کرے گا

$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{\partial \lambda}{\partial t} \\ &= \omega N \phi_0 \cos \omega t \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= E_0 \cos \omega t \end{aligned} \quad (2.49)$$

جہاں حیث E_0 درج ذیل ہے۔

$$E_0 = \omega N \phi_0 = 2\pi f N A_c B_0 \quad (2.50)$$

ہم بدلتے رو مقداروں کے مربع کی اوسط کے جذر میں دلچسپی رکھتے ہیں جو ان مقداروں کی موثر⁶⁰ قیمت ہوتی ہے۔ جیسا صفحہ 19 پر مساوات 1.42 میں دیکھا گیا، سائن نما موج کی موثر قیمت موج کے حیث $1/\sqrt{2}$ گنا ہو گی لہذا امالی برقی دباؤ کی موثر قیمت E_{rms} درج ذیل ہو گی۔

$$E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N A_c B_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N A_c B_0 \quad (2.51)$$

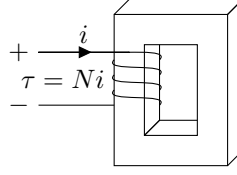
یہ مساوات بہت اہم ہے جس کو ہم بار بار استعمال کریں گے۔ بدلتے برقی دباؤ یا بدلتے برقی رو کی قیمت سے مراد ان کی موثر قیمت ہو گی۔ پاکستان میں گھریلو برقی دباؤ کی موثر قیمت 220 وولٹ ہے۔ اس سائن نما برقی دباؤ کی چوٹی $\sqrt{2} \times 220 = 311$ وولٹ ہو گی۔

مثال 2.8: شکل 2.16 میں لچھے کے 27 چکر ہیں۔ قالب کی لمبائی 30 سم جبکہ اس کا رقبہ عمودی تراش 229.253 مربع سم ہے۔ لچھے کو گھریلو 220 وولٹ موثر برقی دباؤ سے ہیجان کیا جاتا ہے۔ جدول 2.1 کی مدد سے مختلف برقی دباؤ پر محرک برقی رو معلوم کریں اور اس کا خط کھینچیں۔

حل: گھریلو برقی دباؤ 50 ہرٹز کی سائن نما موج ہو گی۔

$$v = \sqrt{2} \times 220 \cos(2\pi 50t) \quad (2.52)$$

⁵⁹ induced voltage
⁶⁰ root mean square, rms



شکل 2.16: سادہ مقناطیسی دور (مثال 2.8)۔

| ωt | B | H | $0.3H$ | $i_\phi = \frac{0.3H}{27}$ | ωt | B | H | $0.3H$ | $i_\phi = \frac{0.3H}{27}$ |
|------------|-------|-------|--------|----------------------------|------------|-------|-----|--------|----------------------------|
| 0.675 | 1.000 | 11.22 | 3.366 | 0.125 | 0.000 | 0.000 | 0 | 0.000 | 0.000 |
| 0.757 | 1.100 | 12.59 | 3.777 | 0.140 | 0.025 | 0.040 | 2 | 0.600 | 0.022 |
| 0.847 | 1.200 | 14.96 | 4.488 | 0.166 | 0.059 | 0.095 | 3 | 0.900 | 0.033 |
| 0.948 | 1.300 | 17.78 | 5.334 | 0.198 | 0.100 | 0.160 | 4 | 1.200 | 0.044 |
| 0.992 | 1.340 | 20 | 6.000 | 0.222 | 0.150 | 0.240 | 5 | 1.500 | 0.056 |
| 1.064 | 1.400 | 23.77 | 7.131 | 0.264 | 0.208 | 0.330 | 6 | 1.800 | 0.067 |
| 1.180 | 1.480 | 30 | 9.000 | 0.333 | 0.278 | 0.440 | 7 | 2.100 | 0.078 |
| 1.294 | 1.540 | 40 | 12.000 | 0.444 | 0.357 | 0.560 | 8 | 2.400 | 0.089 |
| 1.409 | 1.580 | 50 | 15.000 | 0.556 | 0.453 | 0.700 | 9 | 2.700 | 0.100 |
| 1.571 | 1.601 | 60 | 18.000 | 0.667 | 0.549 | 0.835 | 10 | 3.000 | 0.111 |

جدول 2.2: محرک برقی رو

مساوات 2.51 کی مدد سے ہم کثافتِ مقناطیسی بہاو کی چوٹی حاصل کرتے ہیں۔

$$(2.53) \quad B_0 = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 27 \times 0.0229253} = 1.601 \text{ T}$$

یوں قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کا حیثہ 1.601 ہو گا اور قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

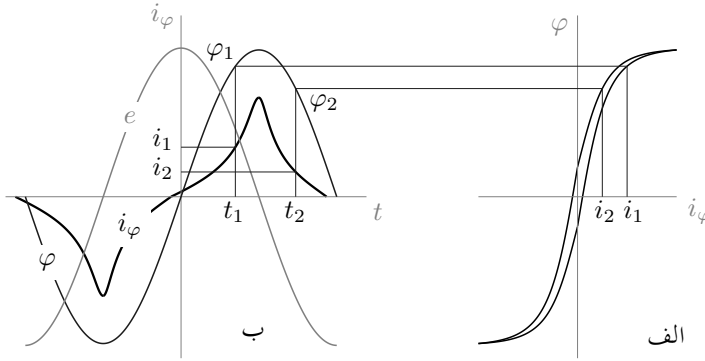
$$(2.54) \quad B = 1.601 \sin \omega t$$

ہم جدول کی مدد سے 0 اور 1.601 ٹسلا کے بیچ مختلف قیمتوں پر درکار محرک برقی رو i_ϕ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ ہم مختلف B پر جدول 2.1 سے قالب کی H حاصل کریں گے جو ایک میٹر لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیرز-چکر ہوں گے۔ اس سے 30 سم لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیرز-چکر دریافت کر کے برقی رو حاصل کریں گے۔

جدول 2.2 مختلف کثافتِ مقناطیسی بہاو کے لئے درکار محرک برقی رو دیتی ہے۔ جدول میں ہر B کی قیمت پر t کو مساوات 2.54 سے حاصل کیا گیا ہے۔ محرک برقی رو بالمتقابل t کا خط شکل 2.17 میں دیا گیا ہے۔ □



شکل 2.17: $M5$ پتری کے قالب میں 1.6 ٹسلا تک ہیجان پیدا کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو۔



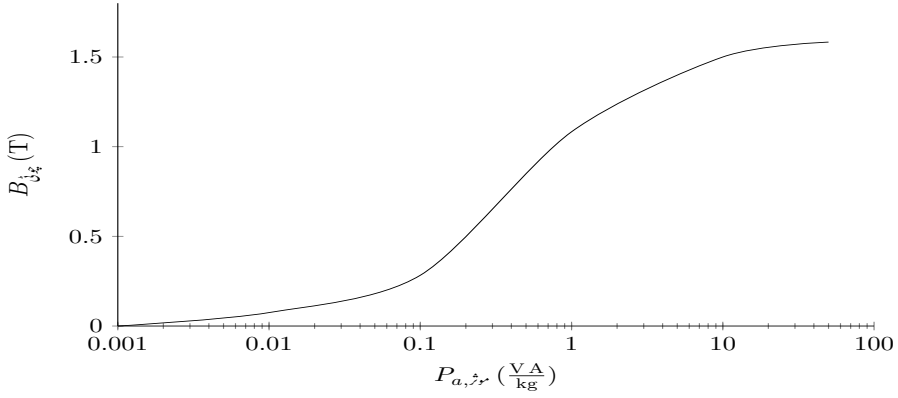
شکل 2.18: ہیجان انگیز برقی رو۔

برقی لچھے میں برقی دباؤ سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ ہیجان شدہ لچھا میں گزرتے برقی رو i_ϕ کی بنا قالب میں مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو گا۔ اس برقی رو i_ϕ کو **ہیجان انگیز برقی رو**⁶¹ کہتے ہیں۔

مثال 2.8 میں ہیجان انگیز برقی رو معلوم کی گئی جسے شکل 2.17 میں دکھایا گیا۔ اسے حاصل کرتے وقت مقناطیسی چال⁶² کو نظر انداز کیا گیا۔ شکل 2.18 میں ہیجان انگیز برقی رو i_ϕ دکھائی گئی ہے جو مقناطیسی چال کو مد نظر رکھ کر حاصل کی گئی ہے۔ اس کو سمجھنا ضروری ہے۔

شکل 2.18-الف میں مقناطیسی چال کا دائرہ دکھایا گیا ہے۔ درج ذیل تعلقات کی بنا مقناطیسی چال کے خط کو

⁶¹ excitation current
⁶² hysteresis



شکل 2.19: پچاس ہرٹز پر 0.3 ملی میٹر موٹی پٹری کے لئے درکار موثر وولٹ-ایپیرنی کلو گرام قالب

$i_\varphi - \varphi$ کا خط لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.55) \quad \begin{aligned} Hl &= Ni \\ \varphi &= BA_c \end{aligned}$$

قالب میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ φ کو شکل 2.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔ سائن نما مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ لمحہ t_1 پر اس کی قیمت φ_1 ہوگی۔ مقناطیسی بہاؤ φ_1 حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو i_1 شکل-الف سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ اسی ہیجان انگیز برقی رو کو شکل-ب میں لمحہ t_1 پر دکھایا گیا ہے۔

دھیان رہے کہ لمحہ t_1 پر مقناطیسی بہاؤ بڑھ رہا ہے لہذا مقناطیسی چال کے خط کا درست حصہ استعمال کرنا ضروری ہے۔ شکل 2.18-الف میں $i_\varphi - \varphi$ کے خط میں گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے یوں نیچے سے اوپر جاتا ہوا حصہ استعمال کیا گیا ہے۔ شکل 2.14-ب میں تیر کے نشان مقناطیسی بہاؤ بڑھنے (نیچے سے اوپر) اور گھٹنے (اوپر سے نیچے) والے حصوں کی نشاندہی کرتے ہیں۔

لمحہ t_2 پر مقناطیسی بہاؤ گھٹ رہا ہے۔ اس لمحہ پر مقناطیسی بہاؤ φ_2 ہے اور اسے حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو i_2 ہے۔

اسی طرح مختلف لمحات پر درکار ہیجان انگیز برقی رو حاصل کرنے سے شکل 2.18-ب کا i_φ خط ملتا ہے جو غیر سائن نما ہے۔

آپ جانتے ہیں کہ $\varphi = \phi_0 \sin \omega t$ کی صورت میں برقی دباؤ $e = N \frac{d\varphi}{dt} = N \phi_0 \omega \cos \omega t$ ہو گا۔ شکل 2.18-ب میں اس برقی دباؤ کو بھی دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ برقی دباؤ سے مقناطیسی بہاؤ 90° تاخیر سے ہے۔

قالب میں $B = B_0 \sin \omega t$ کی صورت میں H اور i_φ غیر سائن نما ہوں گے جن کی موثر قیمتوں $H_{c,rms}$ اور $i_{\varphi,rms}$ کا تعلق درج ذیل ہو گا۔

$$(2.56) \quad N i_{\varphi,rms} = l_c H_{c,rms}$$

مساوات 2.51 اور مساوات 2.56 سے درج ذیل حاصل ہو گا

$$(2.57) \quad E_{rms} i_{\varphi,rms} = \sqrt{2} \pi f B_0 H_{c,rms} A_c l_c$$

جہاں $A_c l_c$ قالب کا حجم ہے۔ یوں $A_c l_c$ حجم کے قالب میں B_0 کثافت مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\varphi,rms}$ مساوات 2.57 دے گی۔ ایک مقناطیسی قالب جس کا حجم $A_c l_c$ اور میکانی کثافت ρ_c ہو، کی کمیت $m_c = \rho_c A_c l_c$ ہو گی لہذا ایک کلوگرام قالب کے لئے مساوات 2.57 کو درج ذیل روپ میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2.58) \quad P_a = \frac{E_{rms} i_{\varphi,rms}}{m_c} = \frac{\sqrt{2} \pi f}{\rho_c} B_0 H_{c,rms}$$

دیکھا جائے تو کسی ایک تعدد f پر P_a کی قیمت صرف قالب پر اور قالب میں B_0 یعنی B چوٹی پر منحصر ہے، چونکہ $H_{c,rms}$ خود B_0 پر منحصر ہے۔ یہی وجہ ہے کہ قالب بنانے والے اکائی کمیت کے قالب میں مختلف B چوٹی پیدا کرنے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\varphi,rms}$ کی B_0 بالمقابل P_a ترسیم مہیا کرتے ہیں۔ قالب کی 0.3 ملی میٹر موٹی پٹری کے لئے ایسی ترسیم شکل 2.19 میں دکھائی گئی ہے۔

باب 3

ٹرانسفارمر

ٹرانسفارمر وہ آلہ ہے جو بدلتا برقی دباؤ کو تبدیل کرتا ہے۔ یہ دو یا دو سے زیادہ لچھوں پر مشتمل ہوتا ہے جو مقناطیسی قالب¹ پر لپٹے ہوتے ہیں۔ یہ لچھے عموماً آپس میں جڑے ہوئے نہیں ہوتے ہیں۔ شکل 3.1-الف میں ٹرانسفارمر کی علامت دکھائی گئی ہے۔ دو لچھوں کے درمیان متوازی لکیریں مقناطیسی قالب کو ظاہر کرتی ہیں۔

دستیاب برقی دباؤ² پر ٹرانسفارمر کے ایک لچھے کو برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے اور باقی لچھوں سے مختلف برقی دباؤ پر یہی برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ جس لچھے پر برقی دباؤ لاگو کیا جائے اسے ابتدائی لچھا³ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو ابتدائی جانب⁴ کہتے ہیں۔ اسی طرح جس لچھے (لچھوں) سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے اسے (انہیں) ثانوی لچھا⁵ (لچھے) کہتے ہیں اور اس جانب کو ثانوی جانب⁶ کہتے ہیں۔ ایسا شکل 3.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔ ٹرانسفارمر کی علامت میں ابتدائی جانب کو بائیں طرف اور ثانوی جانب کو دائیں طرف دکھایا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر عموماً صرف دو لچھوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔ اس کتاب میں مقناطیسی قالب پر لپٹے ہوئے دو لچھوں کے قوی ٹرانسفارمر پر تبصرہ کیا جائے گا۔

¹magnetic core

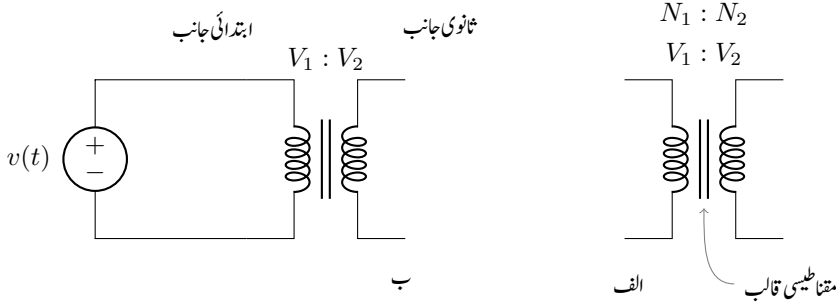
²بدلتا برقی دباؤ کی علامت میں مثبت اور منفی نشان وقت صفر پر برقی دباؤ کی مثبت اور منفی سرے ظاہر کرتے ہیں۔

³primary coil

⁴primary side

⁵secondary coil

⁶secondary side



شکل 3.1: ٹرانسفارمر کی علامت۔

ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کے لچھے کو کم برقی دباؤ کا لچھا⁷ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب⁸ کہتے ہیں جبکہ ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کے لچھے کو زیادہ برقی دباؤ کا لچھا⁸ کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو زیادہ برقی دباؤ والی جانب⁸ کہتے ہیں۔

یوں اگر ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ جانب برقی دباؤ لاگو کیا جائے اور زیادہ برقی دباؤ جانب سے برقی دباؤ حاصل کیا جائے تو ٹرانسفارمر کی کم برقی دباؤ جانب کو ابتدائی جانب کہیں گے اور اس کی زیادہ برقی دباؤ جانب کو ثانوی جانب کہیں گے۔

3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت

بدلتے روکی برقی طاقت ایک مقام سے دوسرے مقام یا آسانی اور نہایت کم برقی طاقت کی ضیاع سے منتقل کی جاسکتی ہے۔ یہی اس کی مقبولیت کا راز ہے۔ ٹرانسفارمر کے متبادلہ برقی دباؤ⁹ کی خاصیت ایسا کرنے میں کلیدی کردار ادا کرتی ہے جسے درج ذیل مثال کی مدد سے سمجھتے ہیں۔

مثال 3.1: شکل 3.2 سے رجوع کریں۔ برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب برقی طاقت ہو گا:

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

low voltage coil⁷

high voltage coil⁸

voltage transformation property⁹



شکل 3.2: برقی طاقت کی منتقلی۔

تصور کریں کہ تریلا ڈیم سے 500 MW برقی طاقت لاہور¹⁰ شہر کے گھریلو صارفین کو 220 وولٹ پر مہیا کرنی ہے۔ اگر ہم اس طاقت کو 220 وولٹ پر ہی منتقل کرنا چاہیں تب برقی رو

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{220} = 2\,272\,727\text{ A}$$

ہوگی۔ برقی تار میں کثافتِ برقی رو J_{au} تقریباً 5 ایمپیر فی مربع ملی میٹر $J_{au} = 5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ ممکن ہوتی ہے۔ یہ ایک محفوظ کثافتِ برقی رو ہے۔ اگر برقی تار میں اس سے زیادہ برقی رو گزاری جائے تو اس کی مزاحمت میں برقی طاقت کے ضیاع سے یہ گرم ہو کر پگھل سکتی ہے۔ اس طرح صفحہ 12 پر مساوات 1.23 سے برقی تار کا رقبہ عمودی تراش

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{2\,272\,727}{5} = 454\,545\text{ mm}^2$$

ہوگا۔ گول تار تصور کریں تو اس کا رداس درج ذیل ہوگا۔

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{454\,545}{\pi}} = 380\text{ mm} = 0.38\text{ m}$$

اتنی موٹی برقی تار کہیں نہیں پائی جاتی ہے¹¹۔ اگر یہ تار المونیم کی بنی ہو جس کی کثافت $\rho_v = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ہوتی ہے تب ایک میٹر لمبی تار کی کیت

$$m = 2700 \times \pi \times 0.38^2 \times 1 = 1224\text{ kg}$$

¹⁰ ضلع صوابی میں بھی لاہور ایک تحصیل ہے لیکن اس شہر کو اتنی طاقت نہیں درکار
¹¹ آپ مائیں یا نہ مائیں، آپ نے بھی اتنی موٹی برقی تار کبھی نہیں دیکھی ہوگی۔

یعنی 1.2 ٹن ہو گی۔ المونیم اتنی مہنگی ہے کہ اس صورت میں اتنی برقی طاقت کو لاہور پہنچانا ممکن نہیں ہو گا¹²۔

آئیں اب ٹرانسفارمر استعمال کر کے دیکھتے ہیں۔ ڈیم پر ایک ٹرانسفارمر نسب کر کے برقی دباؤ کو بڑھا کر 132 000 وولٹ یعنی 132 کلو وولٹ کیا جاتا ہے۔ یوں برقی رو درج ذیل ہو گا

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{132\,000} = 3788 \text{ A}$$

جس کے لئے درکار برقی تار

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{3788}{5} = 758 \text{ mm}^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{1667}{\pi}} = 15.5 \text{ mm}$$

□

صرف 15.5 ملی میٹر رداس کی ہو گی۔

اس مثال میں اگر تربیلا ڈیم میں نسب جزیر 11000 وولٹ برقی دباؤ پیدا کر رہا ہو تو تربیلا ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو 11000 وولٹ سے بڑھا کر 132 کلو وولٹ کرے گا جبکہ لاہور شہر میں نسب ٹرانسفارمر 132 کلو وولٹ کو واپس 11000 وولٹ کرے گا۔

اسی مثال کو بڑھاتے ہیں۔ شہر میں 220 وولٹ کی بجائے 11000 وولٹ صارف کے قریب پہنچا کر محلہ میں نسب ٹرانسفارمر کی مدد سے 11000 وولٹ کو مزید گھٹا کر 220 وولٹ کیا جائے گا جو صارف کو فراہم کیے جائیں گے۔

شکل 3.2 میں ڈیم سے شہر تک کا نظام دکھایا گیا ہے جہاں ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ بڑھاتا ٹرانسفارمر¹³ اور لاہور میں نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ گھٹاتا ٹرانسفارمر¹⁴ کہا گیا ہے۔

برقی طاقت عموماً 11 کلو وولٹ اور 25 کلو وولٹ کے مابین پیدا کی جاتی ہے۔ اس کی منتقلی 110 کلو وولٹ اور 1000 کلو وولٹ کے بیچ کی جاتی ہے جبکہ اس کا استعمال 1000 وولٹ سے کم پر کیا جاتا ہے۔

¹² آج کل لاہور میں بجلی کی معطلی اس وجہ سے نہیں ہے۔
¹³ step up transformer
¹⁴ step down transformer

3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام

گھروں اور کارخانوں کو برقی طاقت فراہم کرنے والے ٹرانسفارمر مقناطیسی قالب پر لپیٹے جاتے ہیں۔ یہ عموماً تین دوری¹⁵ ہوتے ہیں جنہیں لوہے کے قالب والے تین مرحلہ قوی ٹرانسفارمر¹⁶ کہتے ہیں۔

نہایت چھوٹے ٹرانسفارمر عموماً لوہے کے قالب پر بنائے جاتے ہیں اور یکے دوری¹⁷ ہوتے ہیں۔ یہ گھریلو استعمال کے برقی مشین، مثلاً موبائل چارجر، وغیرہ میں نسب ہوتے ہیں اور 220 وولٹ سے برقی دباؤ مزید گھٹاتے ہیں۔

برقی دباؤ کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو دباؤ کے ٹرانسفارمر¹⁸ کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی برقی دباؤ کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ اسی طرح برقی رو کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو رو کے ٹرانسفارمر¹⁹ کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی رو کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ویسے تو ہر ٹرانسفارمر کسی تناسب سے برقی دباؤ یا برقی رو کم یا زیادہ کرتا ہے لیکن جیسا پہلے ذکر کیا گیا، ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر میں کم اور زیادہ کرنے کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر کی برقی سکت²⁰ نہایت کم²¹ ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کے لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ خلاء کے ذریعہ بھی ممکن ہے۔ انہیں خلائی قالب ٹرانسفارمر²² کہتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر ذرائع ابلاغ²³ کے ادوار، یعنی ریڈیو، ٹی وی وغیرہ میں پائے جاتے ہیں۔ ان ٹرانسفارمر کی علامت شکل 3.3 میں دکھائی گئی ہے جس میں قالب ظاہر کرنے والی متوازی لکیریں نہیں پائی جاتی ہیں۔

3.3 امالی برقی دباؤ

اس حصے کا بنیادی مقصد بیرونی برقی دباؤ v اور اندرونی امالی برقی دباؤ e میں فرق واضح کرنا اور ان سے متعلق تکنیکی اصطلاحات کا تعارف ہے۔

three phase¹⁵iron core, three phase power transformer¹⁶single phase¹⁷potential transformer¹⁸current transformer¹⁹electrical rating²⁰یہ عموماً تقریباً پچیس وولٹ۔ ایکسپریس سکت رکھتے ہیں۔²¹air core transformer²²communication transformer²³



شکل 3.3: خلائی ٹرانسفارمر کی علامت۔

شکل 3.4: بیرونی برقی دباؤ اور اندرونی امالی برقی دباؤ میں فرق۔

شکل 3.4 میں بے بوجھ ²⁴ ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے، یعنی اس کا ثانوی لچھا کھلے دور رکھا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 ہے جس کو بیرونی جزو دکھایا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے پر v_1 برقی دباؤ لاگو کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز ²⁵ برقی رو i_ϕ گزرے گا۔ اس ہیجان انگیز برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_\phi$ قالب میں مقناطیسی بہاؤ ϕ پیدا کے گا۔ یہ بدلتا مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں امالی برقی دباؤ e_1 پیدا کرتا ہے جسے درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(3.1) \quad e_1 = \frac{d\lambda}{dt} = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

اس مساوات میں

- λ ابتدائی لچھے کی مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے،
- ϕ مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاؤ جو دونوں لچھوں میں سے گزرتی ہے،
- N_1 ابتدائی لچھے کے چکر ہیں۔

ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 صفر نہ ہونے کی صورت میں کرخوف کے قانون برائے برقی دباؤ کے تحت درج ذیل ہو گا۔

$$(3.2) \quad v_1 = i_\phi R_1 + e_1$$

²⁴ unloaded
²⁵ excitation current

شکل 3.4 میں اس مزاحمت کو بطور بیرونی جزو، ٹرانسفارمر کے باہر، دکھایا گیا ہے۔ اس لچھے کی رستا متعاملہ بھی ہوگی جسے نظر انداز کیا گیا ہے۔ عموماً طاقت کے ٹرانسفارمر اور موٹروں میں $i_\varphi R_{l1}$ کی قیمت e_1 اور v_1 کی قیمتوں سے بہت کم ہوتی ہے لہذا اسے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.3) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

مساوات 3.2 سے ثابت ہوتا ہے کہ بیرونی لاگو برقی دباؤ v_1 اور اندرونی امالی برقی دباؤ e_1 دو علیحدہ برقی دباؤ ہیں۔ یہ بات سمجھ لینا بہت ضروری ہے۔ مساوات 3.3 کے تحت v_1 اور e_1 کی مطلق قیمتیں (تقریباً) ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں²⁶

لچھا ہتھکڑی²⁷ کرنے سے مراد اس پر بیرونی برقی دباؤ لاگو کرنا ہے جبکہ لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ کو ہتھکڑی²⁸ دباؤ²⁸ کہتے ہیں۔ لچھے کو ہتھکڑی شدہ لچھا²⁹ جبکہ اس میں رواں برقی رو کو ہتھکڑی انگیز برقی³⁰ رو کہتے ہیں۔

لچھے میں گزرتی مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی سے برقی دباؤ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ ٹرانسفارمر میں ساکن لچھا سے برقی دباؤ حاصل کیا جاتا ہے۔ ساکن لچھا سے حاصل برقی دباؤ کو امالی برقی دباؤ³¹ کہتے ہیں۔ برقی دباؤ کا حصول مقناطیسی میدان میں لچھے کی حرکت سے بھی ممکن ہے۔ ایسے برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ³² کہتے ہیں۔ یاد رہے ان برقی دباؤ میں کسی قسم کا فرق نہیں ہوتا۔ انہیں مختلف نام صرف پہچان کی خاطر دئے جاتے ہیں۔

3.4 ہیجان انگیز برقی روادور متالبی ضیاع

جہاں مقناطیسی قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ ثانوی لچھوں میں فائدہ مند برقی دباؤ پیدا کرتا ہے وہاں یہ مقناطیسی قالب میں نقصان دہ برقی دباؤ کو بھی جنم دیتا ہے جس سے مقناطیسی قالب میں بھنور نما برقی رو³³ پیدا ہوتا ہے۔ بھنور نما برقی

²⁶ جس سے غلط فہمی نہیں پیدا ہوتی ہے کہ یہ ایک ہی برقی دباؤ کے دو مختلف نام ہیں۔

²⁷ excite

²⁸ excitation voltage

²⁹ excited coil

³⁰ excitation current

³¹ induced voltage

³² electromotive force, emf

³³ eddy currents



شکل 3.5: قالبی پتری کے اشکال اور ان کو تہہ در تہہ رکھنے کا طریقہ۔

رو مقناطیسی قالب میں برقی طاقت کے ضیاع کا سبب بنتا ہے جسے بھنور نما برقی رو کا ضیاع³⁴ یا مختصر آ قالبی ضیاع³⁵ کہتے ہیں۔ قالبی ضیاع کو کم سے کم کرنے کے لئے مقناطیسی قالب کو باریک لوہے کی پتیاں³⁶ تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ ان پتروں پر غیر موصل روغن³⁷ کی تہہ لگائی جاتی ہے تاکہ بھنور نما برقی رو کو روکا جاسکے۔ آپ دیکھیں گے کہ برقی مشین کا قالب عموماً اسی طرح بنایا جاتا ہے۔ شکل 2.15 اور جدول 2.1 میں 0.3048 ملی میٹر موٹی M5 قالبی پتری کا $B - H$ مواد دیا گیا ہے۔

شکل 3.5-الف میں قالبی پتروں کے دو اشکال دکھائے گئے ہیں۔ ان کی شکل و صورت کی بنا انہیں ایکے اور تینے³⁸ پتیاں پکارتے ہیں۔ شکل 3.5-ب میں ایک پتروں اور تین پتروں کو دو طرح آپس میں رکھا گیا ہے۔ ان دو طریقوں سے انہیں تہہ در تہہ رکھا جاتا ہے۔ لہذا اگر پہلی تہہ میں ایک دائیں جانب اور تین بائیں جانب رکھا جائے تو اس کے اوپر دوسری تہہ میں ایک کو بائیں جانب اور تین کو دائیں جانب رکھا جائے گا۔ تیسری تہہ میں پھر ایک کو دائیں اور تین کو بائیں جانب رکھا جائے گا، وغیرہ۔ اسی طرح انہیں جوڑ کر شکل 3.5-پ میں دکھایا گیا قالب حاصل کیا جاتا ہے۔

لچھے کی مزاحمت کو شکل 3.4 میں نظر انداز کرتے ہیں۔ ہیجان انگیز برقی رو i_ϕ کی بنامالی برقی دباؤ e_1 پیدا ہوتا ہے جو ہر صورت لاگو برقی دباؤ v_1 کے برابر ہو گا۔ چونکہ بوجھ کی بنا v_1 تبدیل نہیں ہوتا ہے لہذا بوجھ کی بنا e_1 اور ہیجان انگیز برقی رو بھی تبدیل نہیں ہوں گے۔ یوں بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر میں ہیجان انگیز برقی رو یکساں ہوتا ہے۔ جیسا شکل 2.18 میں دکھایا گیا ہے، قوی ٹرانسفارمر اور موٹروں میں برقی دباؤ اور مقناطیسی

eddy current loss³⁴

core loss³⁵

laminations³⁶

enamel³⁷

E, I ³⁸

بہاؤ سائن نما ہوتے ہیں جبکہ ان میں ہیجان انگیز برقی رو غیر سائن نما ہوتا ہے۔ یوں اگر

$$\begin{aligned}\varphi &= \phi_0 \sin \omega t = \phi_0 \cos (\omega t - 90^\circ) \\ \hat{\varphi} &= \phi_0 / -90^\circ\end{aligned}\quad (3.4)$$

ہو تب

$$\begin{aligned}e_1 &= N_1 \frac{d\varphi}{dt} = \omega N_1 \phi_0 \cos \omega t \\ \hat{E}_1 &= \omega N_1 \phi_0 / 0\end{aligned}\quad (3.5)$$

ہو³⁹ گا۔ یہاں ϕ_0 مقناطیسی بہاؤ کے حیطہ کو ظاہر کرتی ہے اور ω زاویائی تعداد ارتعاش یعنی $2\pi f$ کو ظاہر کرتی ہے جہاں f تعداد ارتعاش ہے جسے ہر ٹز Hz میں ناپا جاتا ہے۔ جیسا شکل 3.6 میں دکھایا گیا ہے \hat{E}_1 اور $\hat{\varphi}$ کے بیچ 90° کا زاویہ ہو گا۔ e_1 برقی دباؤ کی موثر قیمت E_{rms}

$$E_{rms} = \frac{\omega N_1 \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \phi_0 \quad (3.6)$$

ہے جس سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\phi_0 = \frac{E_{rms}}{4.44 f N_1} \quad (3.7)$$

یہاں رکھ کر دوبارہ نظر ثانی کرتے ہیں۔ اگر ایک لمحے پر E_{rms} موثر برقی دباؤ لاگو کیا جائے تو یہ لچھا اتنا ہیجان انگیز برقی رو i_φ گزرنے دیتا ہے جس سے نمودار ہونے والا مقناطیسی بہاؤ مساوات 3.7 میں دیے گئے مقناطیسی بہاؤ ϕ_0 کے برابر ہو۔ یہ حقیقت نہ صرف ٹرانسفارمر بلکہ کسی بھی مقناطیسی دور کے لئے درست اور لازم ہے۔

غیر سائن نما ہیجان انگیز برقی رو i_φ کو فوریر تسلسل⁴⁰ سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$i_\varphi = \sum_n (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (3.8)$$

اس تسلسل میں $(a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t)$ کو بنیادی جزو⁴¹ جبکہ باقی حصہ کو موسیقائی اجزاء⁴² کہتے ہیں۔ بنیادی جزو میں $a_1 \cos \omega t$ ، مقناطیسی بہاؤ سے وجود میں آنے والے امالی برقی دباؤ، e_1 (مساوات 3.5) کے ہم قدم ہے اور دونوں ایک ساتھ بڑھتے اور گھٹتے ہیں جبکہ e_1 کے لحاظ سے $b_1 \sin \omega t$ نوے درجہ تاخیری زاویہ پر رہتا ہے۔ قالب میں مختلف وجوہات کی بنا پیدا برقی طاقت کی ضائع کو $a_1 \cos \omega t$ ظاہر کرتا ہے۔ اسی لئے اس جزو کو جزو قالبیہ ضیاع⁴³

³⁹ اس مساوات میں اور اس کے بعد پوری کتاب میں امالی برقی دباؤ کے ساتھ متقی علامت نہیں لگائی گئی ہے۔

⁴⁰ Fourier series

⁴¹ fundamental component

⁴² harmonic components

⁴³ core loss component



شکل 3.6: مختلف دوری سمتیوں کے زاویے۔

کہتے ہیں۔ ہیجان انگیز برقی رو i_ϕ سے $a_1 \cos \omega t$ منفی کر کے مقناطیس بنانے والا برقی رو یا مقناطیسی برقی رو⁴⁴ حاصل ہو گا۔ تسلسل کی تیسرا موسیقائی جزو سب سے زیادہ اہم ہے۔ قوی ٹرانسفارمروں میں تیسرا موسیقائی جزو عموماً کل ہیجان انگیز برقی رو کا 40 فی صد ہوتا ہے۔

ماسوائے جب ہیجان انگیز برقی رو کے اثرات پر غور کیا جا رہا ہو، ہم ہیجان انگیز برقی رو کے غیر سائن نما ہونے کو نظر انداز کرتے ہیں۔ قوی ٹرانسفارمر کا ہیجان انگیز برقی رو اس کے کل برقی رو⁴⁵ کا تقریباً 5 فی صد ہوتا ہے لہذا اس کا اثر بہت کم ہوتا ہے۔ یوں ہم ہیجان انگیز برقی رو کو سائن نما تصور کر کے اس کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس فرضی سائن نما ہیجان انگیز برقی رو⁴⁶ \hat{I}_ϕ کی موثر قیمت $I_{\phi,rms}$ ، اصل ہیجان انگیز برقی رو کی موثر قیمت کے برابر رکھی جاتی ہے جبکہ اس کا زاویہ θ_c یوں رکھا جاتا ہے کہ اس سے حاصل برقی ضیاع اصل برقی ضیاع کے برابر ہو۔ شکل 3.6 کی مدد سے یہ بات سمجھنی زیادہ آسان ہے۔ قابلی ضیاع p_c ہونے کی صورت میں θ_c کی قیمت یوں منتخب کی جائے گی کہ درج ذیل مساوات درست ہو۔

$$(3.9) \quad p_c = E_{rms} I_{\phi,rms} \cos \theta_c$$

\hat{I}_ϕ دباؤ \hat{E}_1 سے θ_c تاخیری ہو گا۔

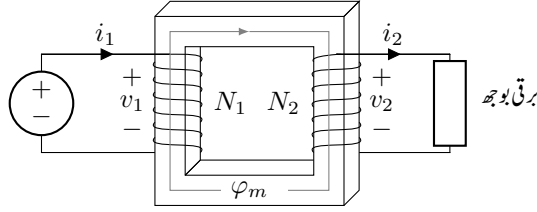
3.5 تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص

ہم شکل 3.7 کی مدد سے ٹرانسفارمر کا مطالعہ کرتے ہیں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ ابتدائی لچھا N_1 اور ثانوی لچھا N_2 چکر کا ہے اور دونوں لچھوں کی مزاحمتیں صفر ہیں۔ ہم مزید فرض کرتے ہیں کہ پورا مقناطیسی بہاؤ قالب میں رہتا

⁴⁴magnetizing current

⁴⁵کل برقی رو سے مراد وہ برقی رو ہے جو کل برقی بوجھ لادنے سے حاصل ہوتا ہے۔

⁴⁶یعنی بدلتا برقی رو i_ϕ کو اب دوری سمتیہ کی مدد سے \hat{I}_ϕ لکھتے ہیں



شکل 3.7: بوجھ بردار کامل ٹرانسفارمر۔

اور دونوں لچھوں سے گزرتا ہے، قالب میں برقی توانائی ضائع نہیں ہوتی ہے اور قالب کا مقناطیسی مستقل اتنا بڑا ہے کہ ہجیان انگیز برقی رو قابل نظر انداز ہے۔ برقی رو i_1 اور i_2 کے رخ یوں رکھے گئے ہیں کہ ان سے پیدا مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں۔ اصل ٹرانسفارمر ان باتوں پر تقریباً پورا اترتا ہے۔ ایسے ٹرانسفارمر کو کامل ٹرانسفارمر⁴⁷ کہتے ہیں۔

کامل ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے پر بدلتا برقی دباؤ v_1 لاگو کرنے سے قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ ϕ_m پیدا ہو گا جو ابتدائی لچھے میں، لاگو برقی دباؤ v_1 کے برابر، امالی برقی دباؤ e_1 پیدا کرتا ہے۔

$$(3.10) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$$

یہی مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرے گا اور اس میں e_2 امالی برقی دباؤ پیدا کرے گا جو ثانوی سروں پر برقی دباؤ v_2 کی صورت میں نمودار ہو گا۔

$$(3.11) \quad v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

مساوات 3.10 کو مساوات 3.11 سے تقسیم کرتے ہوئے درج ذیل رشتہ حاصل ہوتا ہے

$$(3.12) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1 \frac{d\phi_m}{dt}}{N_2 \frac{d\phi_m}{dt}} = \frac{N_1}{N_2}$$

جس کے تحت کامل ٹرانسفارمر دونوں لچھوں کے چکروں کی نسبت سے متبادلہ برقی دباؤ⁴⁸ کرتا ہے۔

کامل ٹرانسفارمر میں طاقت کا ضیاع نہیں ہوتا ہے لہذا اس کو ابتدائی جانب جتنی برقی طاقت فراہم کی جائے وہ اتنی برقی طاقت ثانوی جانب دے گا:

$$(3.13) \quad p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

درج بالا مساوات سے

$$(3.14) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

لکھا جاسکتا ہے جس کو مساوات 3.12 کے ساتھ ملا کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.15) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

مساوات 3.15 ٹرانسفارمر کی متبادلہ برقی دباؤ اور متبادلہ برقی رو⁴⁹ کی خاصیت پیش کرتی ہے جسے عموماً دو حصوں میں لکھا جاتا ہے:

$$(3.16) \quad \begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{N_1}{N_2} & \text{متبادلہ برقی دباؤ} \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{N_2}{N_1} & \text{متبادلہ برقی رو} \end{aligned}$$

اس مساوات کا پہلی جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ دونوں اطراف کے چکروں کا راست تناسب ہو گا جبکہ مساوات کا دوسری جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کے دونوں اطراف برقی رو چکروں کا بالعکس تناسب ہو گا۔

مثال 3.2: شکل 3.7 میں درج ذیل لیتے ہوئے ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ اور برقی رو معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \hat{V}_1 &= 220/0 \\ N_1 : N_2 &= 220 : 22 \\ Z &= R = 10 \Omega \end{aligned}$$

حل: ابتدائی جانب برقی دباؤ 220 وولٹ دیا گیا ہے۔ ہم ثانوی جانب برقی دباؤ کو مساوات 3.16 کے پہلی جزو کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 220/0 = 22/0$$

ثانوی دباؤ 22 وولٹ ہے جو ابتدائی دباؤ کے ہم قدم ہے۔ ثانوی برقی دباؤ 10 اوہم کی مزاحمت میں برقی رو پیدا کرے گا جسے اوہم کے قانون سے حاصل کرتے ہیں:

$$\hat{I}_2 = \frac{22/0}{10} = 2.2/0$$

ثانوی رو 2.2 امپیئر ہے۔ ابتدائی رو مساوات 3.16 کے دوسری جزو سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2 = \frac{22}{220} \times 2.2/0 = 0.22/0$$

□

اس مثال کے نتائج ایک جگہ لکھ کر ان پر غور کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_1 = 220/0, \quad \hat{V}_2 = 22/0, \quad \hat{I}_1 = 0.22/0, \quad \hat{I}_2 = 2.2/0$$

ابتدائی دباؤ ثانوی دباؤ کے دس گنا ہے جبکہ برقی رو میں قصہ الٹ ہے۔ ثانوی رو ابتدائی رو کے دس گنا ہے۔ طاقت دونوں اطراف برابر ہے۔ یہاں رک کر اس بات کو اچھی طرح سمجھ لیں کہ جس جانب برقی دباؤ زیادہ ہوتا ہے اس جانب برقی رو کم ہو گا۔ یوں زیادہ دباؤ لچھا کے چکر زیادہ ہوں گے اور اس لچھے میں نسبتاً باریک برقی تار استعمال ہو گی جبکہ کم دباؤ لچھا کم چکر کا ہو گا اور اس میں نسبتاً موٹی برقی تار استعمال ہو گی۔ موٹی تار زیادہ رو گزارنے کی سکت رکھتی ہے۔

مثال 3.3: صفحہ 72 پر شکل 3.10-الف میں رکاوٹ Z_2 کو بدلتے برقی دباؤ \hat{V}_1 کے ساتھ ایک ٹرانسفارمر کے ذریعہ جوڑا گیا ہے۔ درج ذیل معلومات کی روشنی میں رکاوٹ میں برقی رو اور طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔

$$\hat{V}_1 = 110/0, \quad Z_2 = R + jX = 3 + j2, \quad N_1 : N_2 = 220 : 22$$

حل: ٹرانسفارمر کی متبادلہ برقی دباؤ کی خاصیت کے تحت ابتدائی 110 وولٹ دباؤ ثانوی جانب درج ذیل دباؤ \hat{V}_s دے گا۔

$$\hat{V}_s = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 110/0 = 11/0$$

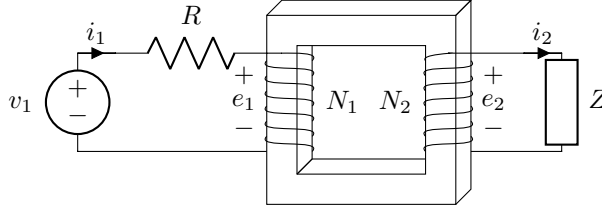
یوں ثانوی رو

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_s}{Z} = \frac{11/0}{3 + j2} = 3.05/-33.69^\circ$$

اور رکاوٹ میں برقی طاقت کا ضیاع p_z درج ذیل ہو گا۔

$$p_z = I_2^2 R = 3.05^2 \times 3 = 27.9 \text{ W}$$

□



شکل 3.8: متبادلہ رو کی خاصیت۔

3.6 ثنائی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر

شکل 3.8 میں ابتدائی لچھے کی تار کی مزاحمت کو R سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ ثنائی جانب بوجھ Z ہے۔ فرض کریں ہم Z اتار کر ٹرانسفارمر کے ثنائی سرے کھلے دور کرتے ہیں۔ بے بوجھ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب بدلتا برقی دباؤ v_1 لچھے میں ہیمجان انگیز برقی رو i_ϕ پیدا کرے گا جس کا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_\phi$ قالب میں گھڑی کے رخ مقناطیسی بہاؤ φ_m پیدا کرے گا۔ بہاؤ φ_m ابتدائی لچھے میں e_1 امالی برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

$$(3.17) \quad e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

ابتدائی رو، فراہم کردہ دباؤ اور ابتدا امالی دباؤ کا تعلق قانون اہم سے لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.18) \quad i_\phi = \frac{v_1 - e_1}{R}$$

اب ہم ثنائی جانب برقی بوجھ Z لادتے ہیں۔ بوجھ بردار ٹرانسفارمر⁵¹ کے ثنائی جانب برقی رو i_2 رواں ہو گا جس کی وجہ سے $N_2 i_2$ مقناطیسی دباؤ وجود میں آئے گا۔ یہ مقناطیسی دباؤ قالب میں گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی بہاؤ φ_2 پیدا کرے گا۔ یوں قالب میں مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہو کر (گھٹ کر) $\varphi_m = \varphi_2$ اور ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ گھٹ کر e_2 ہو جائے گا۔ مساوات 3.18 کے تحت امالی دباؤ گھٹنے کی وجہ سے ابتدائی رو بڑھے گا۔

آپ نے دیکھا کہ ثنائی جانب کا رو قالب میں مقناطیسی بہاؤ تبدیل کر کے ابتدائی لچھے کو بوجھ کے بارے میں خبردار کرتا ہے۔

⁵⁰ φ_m کو یہاں کہا گیا ہے۔
loaded transformer⁵¹

آئیں R کی قیمت کو نظر انداز کرتے ہوئے بے بار ٹرانسفارمر سے شروع کر کے اس عمل کو زیادہ باریکی سے دیکھیں۔ ٹرانسفارمر کو v_1 فراہم کرنے سے ابتدائی لچھے میں پیمان انگیز رو i_φ پیدا ہو گا جو قالب پر $N_1 i_\varphi$ مقناطیسی دباؤ مسلط کر کے اس میں گھڑی کے رخ بہاؤ φ_m پیدا کرے گا۔ یہ بہاؤ لچھے میں امالی دباؤ e_1 پیدا کرتا ہے۔ ابتدائی لچھے کی مزاحمت نظر انداز کرتے ہوئے $v_1 = e_1$ ہو گا لہذا مساوات 3.17 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(3.19) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

اب ٹرانسفارمر پر Z بوجھ ڈالتے ہیں۔ اس بوجھ کی بنا ثانوی لچھے میں i_2 رو پیدا ہو گا جو قالب پر گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی دباؤ $N_2 i_2$ مسلط کر کے اس میں گھڑی کے مخالف رخ بہاؤ φ_2 پیدا کرے گا۔ اگر φ_2 کا کچھ نہ کیا جائے تب قالب میں کل مقناطیسی بہاؤ گھٹ کر $\varphi_m - \varphi_2$ ہو جائے گا اور ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ گھٹ جائے گا۔ مساوات 3.19 کے تحت یہ ایک ناممکن صورت حال ہے چونکہ e_1 کو ہر صورت v_1 کے برابر ہونا ہو گا (یاد رہے v_1 کی قیمت جوں کی توں ہے)۔ لہذا φ_2 کے اثر کو ختم کرنے کے لئے ابتدائی لچھے میں برقی رو i_1 نمودار ہو گا جس سے پیدا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_1$ مقناطیسی دباؤ $N_2 i_2$ کے اثر کو ختم کر دے گا۔ یوں $N_1 i_1$ اور $N_2 i_2$ کا مجموعی مقناطیسی دباؤ صفر ہو گا۔

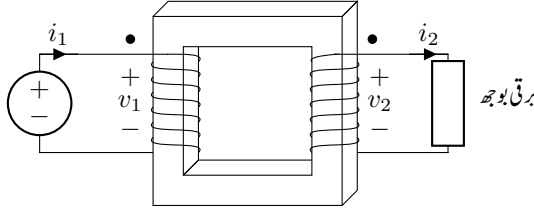
$$(3.20) \quad N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

درج بالا مساوات میں دونوں دباؤ ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہذا ان کا مجموعہ درحقیقت ان کے فرق کے برابر ہو گا۔ مقناطیسی دباؤ $N_1 i_1$ اور $N_2 i_2$ قالب میں ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہذا یہ ایک دوسرے کے اثر کو مکمل طور پر ختم کرتے ہیں۔ یوں بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر دونوں میں مقناطیسی بہاؤ φ_m کے برابر ہو گا۔ مساوات 3.20 سے تبادلہ رو کا کلیہ اخذ کیا جاسکتا ہے:

$$(3.21) \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب

شکل 3.9 میں جس لمحہ پر ابتدائی لچھے کا بالائی سر مثبت برقی دباؤ پر ہو، اس لمحہ پر ثانوی لچھے کا بالائی سر مثبت دباؤ پر ہے۔ اس حقیقت کو لچھوں پر نقطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں نقطہ سروں پر دباؤ ہم قدم ہوں گے۔



شکل 3.9: ٹرانسفارمر کی علامت میں نقطوں کا مفہوم۔

مزید ابتدائی لچھے کے نقطہ سر سے مثبت برقی رو لچھے میں داخل جبکہ ثانوی لچھے کے نقطہ سر سے مثبت برقی رو لچھے سے خارج ہوگی۔

3.8 رکاوٹ کا متبادلہ

اس حصہ میں کامل ٹرانسفارمر میں رکاوٹ کے متبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ شکل 3.10-الف میں ایک ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس کی ابتدائی جانب سائن نما برقی دباؤ $\hat{V}_1 = V_1/\theta$ لاگو کیا گیا ہے۔ یہاں دوری سمتیہ استعمال کئے جائیں گے۔ ٹرانسفارمر پر نقطے ہم قدم سروں کی نشاندہی کرتے ہیں۔

جیسے اوپر ذکر ہوا، برقی دباؤ \hat{V}_1 اور آپس میں ہم قدم ہیں اور اسی طرح برقی رو \hat{I}_1 اور آپس میں ہم قدم ہیں۔ مساوات 3.12 اور مساوات 3.21 کو دوری سمتیہ کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \hat{V}_2 \\ \hat{I}_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \hat{I}_2\end{aligned}\quad (3.22)$$

خارجی دباؤ، رو اور رکاوٹ کا تعلق قانون اہم سے لکھتے ہیں۔

$$\hat{Z}_2 = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = |Z_2| \angle \theta_z \quad (3.23)$$

مساوات 3.22 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جہاں آخری قدم پر رکاوٹ کی قیمت پر کی گئی ہے۔

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \quad (3.24)$$

یوں داخلی رو درج ذیل ہو گا۔

$$(3.25) \quad \hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{(N_1/N_2)^2 Z_2}$$

شکل 3.10-ب میں \hat{V}_1 درج ذیل قیمت کے رکاوٹ Z'_2 کو فراہم کیا گیا ہے۔

$$(3.26) \quad Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

آپ تسلی کر لیں کہ اس دور میں بھی \hat{V}_1 کا برقی رو مساوات 3.25 دیتی ہے۔

مساوات 3.25 سے نسبت $\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1}$ لکھتے ہیں جو شکل 3.10-ب کے تحت Z'_2 کے برابر ہے۔

$$(3.27) \quad \frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

دونوں ادوار سے \hat{V}_1 کی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

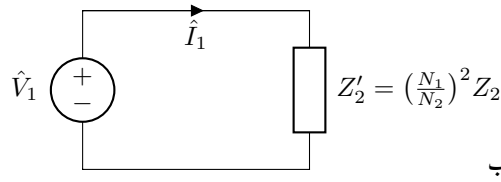
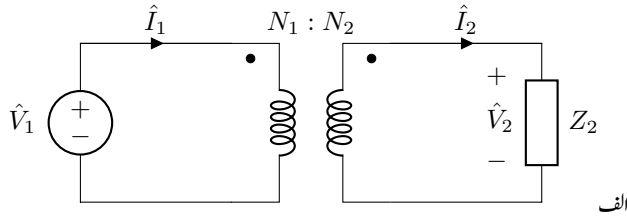
$$(3.28) \quad p = \hat{V}_1 \cdot \hat{I}_1 = \frac{V_1^2 \cos \theta_z}{\left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 |Z_2|}$$

یوں حساب کرنے کے نقطہ نظر سے ہم \hat{V}_1 کو مساوات 3.26 میں دی گئی قیمت کے رکاوٹ Z'_2 پر لاگو کرتے ہوئے \hat{V}_1 کا برقی رو اور طاقت جان سکتے ہیں۔

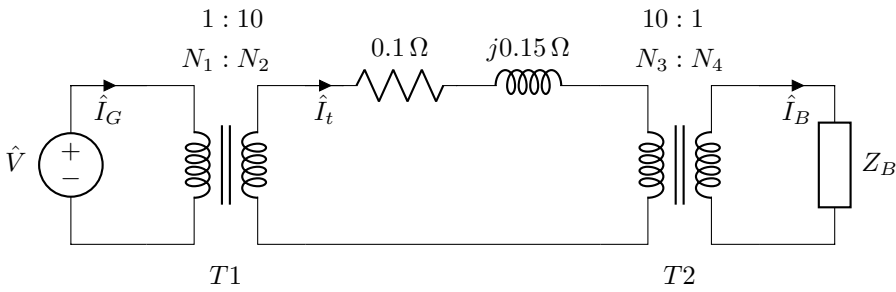
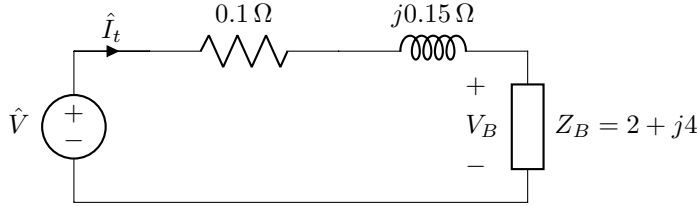
منبع \hat{V}_1 کو شکل 3.10-الف اور ب میں کوئی فرق نظر نہیں آتا ہے۔ اس کے ساتھ ٹرانسفارمر کے ذریعہ Z_2 جوڑنا یا بغیر ٹرانسفارمر Z'_2 جوڑنا ایک برابر ہے۔ ٹرانسفارمر Z_2 کو یوں تبدیل کرتا ہے کہ \hat{V}_1 کو رکاوٹ Z'_2 نظر آتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی اس خاصیت کو تبادلہ رکاوٹ⁵² کی خاصیت کہتے ہیں جس کو درج ذیل مساوات بیان کرتی ہے۔

$$(3.29) \quad Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

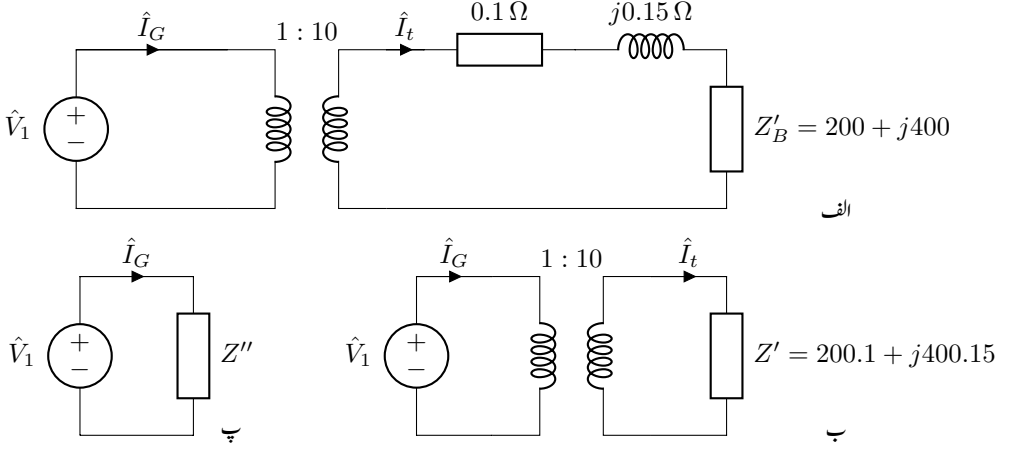
ہم حساب کرنے کی خاطر رکاوٹ کو ٹرانسفارمر کی ایک جانب سے دوسری جانب منتقل کر سکتے ہیں۔



شکل 3.10: ٹرانسفارمر کی خاصیت متبادلہ رکاوٹ۔



شکل 3.11: برقی طاقت کی منتقلی۔



شکل 3.12: ٹرانسفارمر قدم با قدم حل کرنے کا طریقہ۔

مثال 3.4: شکل 3.11-الف میں رکاوٹ Z_B کا برقی بوجھ ایک جزیئر پر لدا ہے۔ بوجھ تک برقی طاقت دو برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کیا گیا ہے۔ ان تاروں کا مجموعہ رکاوٹ Z_t ہے۔

شکل-ب میں جزیئر کے قریب نسب برقی دباؤ بڑھانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا بڑھاتا ہے اور برقی بوجھ کے قریب نسب برقی دباؤ گھٹانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا گھٹاتا ہے۔ دونوں ٹرانسفارمرز کے بیچ تاروں کا مجموعہ رکاوٹ Z_t ہے جبکہ باقی مستعمل تاروں کی رکاوٹ قابل نظر انداز ہے۔ دونوں اشکال میں

$$Z_B = 2 + j4, \quad Z_t = 0.1 + j0.15, \quad \hat{V} = 415 \angle 0$$

لیتے ہوئے

- برقی بوجھ پر برقی دباؤ معلوم کریں،
- برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع معلوم کریں۔

حل الف:

$$\begin{aligned}\hat{I}_t &= \frac{\hat{V}}{Z_t + Z_B} = \frac{415/0}{0.1 + j0.15 + 2 + j4} \\ &= \frac{415/0}{2.1 + j4.15} = 89.23/-63.159^\circ \\ &= 40.3 - j79.6\end{aligned}$$

یوں رکاوٹ پر برقی دباؤ

$$\begin{aligned}\hat{V}_B &= \hat{I}_B Z_B = (40.3 - j79.6)(2 + j4) \\ &= 399 + j2 = 399/0.287^\circ\end{aligned}$$

اور برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 89.23^2 \times 0.1 = 796 \text{ W}$$

حل ب: شکل 3.11 اور شکل 3.12 سے رجوع کریں۔ شکل 3.11 میں ٹرانسفارمر T_2 کے ثانوی رکاوٹ کو مساوات 3.26 کی مدد سے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہیں۔

$$Z'_B = \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 Z_B = \left(\frac{10}{1}\right)^2 (2 + j4) = 200 + j400$$

یوں شکل 3.12-الف حاصل ہوتا ہے جس میں برقی تار کا رکاوٹ اور متبادلہ شدہ رکاوٹ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ان کے مجموعہ کو Z'

$$Z' = Z_t + Z'_B = 0.1 + j0.15 + 200 + j400 = 200.1 + j400.15$$

لکھتے ہوئے شکل 3.12-ب حاصل ہوتا ہے۔ ایک مرتبہ دوبارہ مساوات 3.26 استعمال کرتے ہوئے Z' کو ٹرانسفارمر کے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہوئے

$$Z'' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z' = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (200.1 + j400.15) = 2.001 + j4.0015$$

شکل 3.12-پ حاصل ہو گا جس سے جنریٹر کا برقی رد درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}_G = \frac{\hat{V}}{Z''} = \frac{415/0}{2.001 + j4.0015} = 92.76/-63.432^\circ$$

شکل 3.12-ب میں جزیئر کا برقی رو جانتے ہوئے متبادلہ برقی رو سے \hat{I}_t حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_t = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \hat{I}_G = \left(\frac{1}{10} \right) 92.76 \angle -63.432^\circ = 9.276 \angle -63.432^\circ$$

یوں برقی تار میں طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 9.276^2 \times 0.1 = 8.6 \text{ W}$$

اسی طرح شکل 3.11 میں \hat{I}_t جانتے ہوئے متبادلہ برقی رو سے

$$\begin{aligned} \hat{I}_B &= \left(\frac{N_3}{N_4} \right) \hat{I}_t = \left(\frac{10}{1} \right) 9.276 \angle -63.432^\circ \\ &= 92.76 \angle -63.432^\circ = 41.5 - j82.9 \end{aligned}$$

حاصل کیا جاسکتا ہے۔ رکاوٹ پر برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{V}_B = \hat{I}_B Z_B = (41.5 - j82.9) (2 + j4) = 414 + j0.2$$

بغیر ٹرانسفارمر استعمال کیے برقی تاروں میں طاقت کا ضیاع 796 واٹ جبکہ ٹرانسفارمر استعمال کرتے ہوئے صرف 8.6 واٹ یعنی 92 گنا کم ہے۔ اسی میں ٹرانسفارمر کی مقبولیت کا راز ہے۔ □

3.9 ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ لچھوں کے چکروں پر منحصر ہوتا ہے۔ ٹرانسفارمر ایک مخصوص برقی دباؤ اور برقی رو کے لئے بنایا جاتا ہے۔ ٹرانسفارمر بناوٹی برقی دباؤ $V_1 : V_2$ سے کم برقی دباؤ پر بھی استعمال کیا جاسکتا ہے اگرچہ عموماً اسے بناوٹی برقی دباؤ پر ہی چلایا جاتا ہے۔ اسی طرح ٹرانسفارمر بناوٹی برقی رو $I_1 : I_2$ سے کم برقی رو پر بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔ حقیقی استعمال میں ٹرانسفارمر کا برقی رو عموماً بناوٹی قیمت سے کم ہوتا ہے۔

ٹرانسفارمر کی ایک جانب کے برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب دوسری جانب کے برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب کا برابر ہوتا ہے۔

$$(3.30) \quad V_1 I_1 = V_2 I_2$$

برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب، $V_1 I_1$ یا $V_2 I_2$ ، کو ٹرانسفارمر کے وولٹ ضرب ایمپیئر یا مختصراً وولٹس-ایمپیئر⁵³ کہتے ہیں⁵⁴ جو ٹرانسفارمر کے برقی سکت کا ناپ ہے۔ ٹرانسفارمر اور دیگر برقی مشین، مثلاً موٹر اور جنریٹر جو ٹرانسفارمر کے بنیادی اصولوں پر کام کرتے ہیں، پر نسب معلوماتی تختی پر ان کا سکت، بناوٹی برقی دباؤ اور بناوٹی تعداد لکھا جاتا ہے۔ یوں ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر درج ذیل ہوں گے۔

$$(3.31) \quad \text{وولٹ-ایمپیئر} = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

مثال 3.5: ایک 25000 وولٹ-ایمپیئر اور 220 : 11000 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کی جانب 11000 وولٹ لاگو ہیں۔

- اس کی ثانوی جانب زیادہ سے زیادہ کتنا برقی بوجھ ڈالا جاسکتا ہے؟
- زیادہ سے زیادہ برقی بوجھ پر ٹرانسفارمر کا ابتدائی برقی رو حاصل کریں۔

حل: اس ٹرانسفارمر کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$25 \text{ kV A}, \quad 11000 : 220 \text{ V}$$

تبادلہ برقی دباؤ کی مساوات سے ثانوی برقی دباؤ 220 وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ ثانوی یعنی کم برقی دباؤ جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو مساوات 3.31 سے حاصل ہو گا۔

$$I_2 = \frac{25000}{220} = 113.636 \text{ A}$$

اسی طرح ابتدائی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو اسی مساوات سے حاصل ہو گا۔

$$I_1 = \frac{25000}{11000} = 2.27 \text{ A}$$

□

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب لچھوں میں استعمال برقی تار کی موٹائی یوں رکھی جاتی ہے کہ ان میں کثافت برقی J ،⁵⁵ یکساں ہو۔ لچھوں کی مزاحمت میں برقی رو گزرنے سے برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جس سے تار گرم ہوتی

⁵³ volt-ampere, VA

⁵⁴ وولٹ-ایمپیئر کو عموماً کلو وولٹ-ایمپیئر یعنی kV A میں بیان کیا جاتا ہے۔

⁵⁵ 1000 kV A ٹرانسفارمر کی لچھوں میں کثافت برقی رو تقریباً 3 A/mm^2 رکھی جاتی ہے

ہے۔ ٹرانسفارمر کے برقی رو کی حد لچھوں کی گرمائش پر منحصر ہوتی ہے۔ تار کی زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کو محفوظ حد کے اندر رکھا جاتا ہے۔ زیادہ درجہ حرارت سے تار پر لگا روغن خراب ہو گا اور تار کا ایک چکر دوسرے چکر کے ساتھ قصر دور ہو گا۔ ایسا ہونے سے ٹرانسفارمر جل کر خراب ہو جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر کا قالب اور لچھے غیر موصل تیل سے بھری ٹینکی میں ڈبو کر رکھے جاتے ہیں۔ اس تیل کو ٹرانسفارمر تیل⁵⁶ کہتے ہیں۔ یہ تیل برقی لچھوں کی حرارت کم کرنے اور (غیر موصل ہونے کی بنا) مختلف برقی دباؤ کے حصوں کو برقی طور پر جدا رکھنے میں مدد دیتا ہے۔ ٹرانسفارمر تیل تقریباً 80°C پر خراب ہونا شروع ہوتا ہے اور ہر 8°C اضافی درجہ حرارت پر اس کی زندگی آدھی رہ جاتی ہے۔ یوں اگر 80°C پر تیل کی کارآمد زندگی x سال ہو تب 88°C پر $x/2$ سال اور 96°C پر صرف $x/4$ سال ہو گی۔

ٹرانسفارمر تیل گرم ہو کر پھیلتا ہے جس کی بنا اس کی کثافت کم ہوتی ہے۔ یوں ٹینکی میں گرم تیل اوپر اور ٹھنڈا تیل نیچے مسلسل منتقل ہو گا۔ گرم تیل کو ٹھنڈا کرنے کے لئے ٹینکی کے ساتھ بہت سارے پائپ منسلک کئے جاتے⁵⁷ جن میں گرم تیل اوپر سے داخل ہوتا ہے۔ پائپ کا سطحی رقبہ زیادہ ہونے کی بنا ہوا اسے جلد ٹھنڈا کرتی ہے، اس میں تیل کا درجہ حرارت گھٹتا اور کثافت بڑھتی ہے۔ ٹھنڈا تیل پائپ میں نیچے حرکت کرتے ہوئے دوبارہ ٹینکی میں داخل ہوتا ہے۔

3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار

3.10.1 لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 پر حصہ 3.3، مساوات 3.2 میں بات کی گئی جہاں مزاحمت کو لچھے سے باہر سلسلہ وار جڑا دکھایا گیا تھا۔ انہیں دیکھیں ہم حساب کی خاطر کیسے مزاحمت کو لچھے سے علیحدہ کر سکتے ہیں۔

شکل 3.13- الف میں ایک لچھے پر بدلتا برقی دباؤ لاگو کیا گیا ہے۔ اگر لچھے کی برقی تار کو چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تب ہر ٹکڑے کی ایک چھوٹی مزاحمت ΔR اور ایک چھوٹا متعاملہ $j \Delta X$ ہو گا۔ تار کا ایسا ایک



شکل 3.13: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ۔

ٹکڑا شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ لچھا ان سب ٹکڑوں کے سلسلہ وار جڑنے سے بنتا ہے لہذا شکل-الف کو ہم شکل-پ کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں لچھے کے n ٹکڑے کیے گئے ہیں۔

اس دور کی مساوات

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + j\Delta X_1 + \Delta R_2 + j\Delta X_2 + \cdots \Delta R_n + j\Delta X_n) \\ &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n) + \hat{I}_1 (j\Delta X_1 + j\Delta X_2 + \cdots j\Delta X_n)\end{aligned}$$

ہے جس میں

$$\begin{aligned}R &= \Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n \\ X &= \Delta X_1 + \Delta X_2 + \cdots \Delta X_n\end{aligned}$$

لکھ کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.32) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R + jX)$$

شکل 3.14 سے بھی مساوات 3.32 لکھی جاسکتی ہے۔ یوں حساب کی خاطر لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ علیحدہ کیے جاسکتے ہیں۔

transformer oil⁵⁶

⁵⁷ والپڈاکے ٹرانسفارمر کا بیرونی حصہ انہیں پائپوں پر مشتمل ہوتا ہے۔



شکل 3.14: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کی علیحدگی۔

3.10.2 رستا امالہ

یہاں تک ہم کامل ٹرانسفارمر پر بحث کرتے رہے ہیں۔ اب ہم ٹرانسفارمر میں ان عناصر کا ذکر کرتے ہیں جن کی وجہ سے ٹرانسفارمر غیر کامل ہوتا ہے۔ بہت سی جگہوں پر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت ان عناصر کو مد نظر رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ ان عناصر کے اثرات کو شامل کرنے کے لئے ہم ٹرانسفارمر کا مساوی دور بناتے ہیں۔

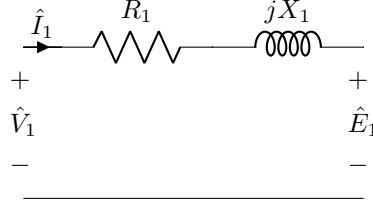
ابتدائی لچھے کے مقناطیسی بہاو کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ پہلا حصہ وہ جو قالب سے گزر کر ابتدائی اور ثانوی لچھے دونوں کے اندر سے گزرتا ہے۔ یہ مشترکہ مقناطیسی بہاو ہے۔ دوسرا حصہ وہ جو صرف ابتدائی لچھے سے گزرتا ہے اور زیادہ تر قالب کے باہر خلاء میں رہتا ہے۔ اس کو رستا مقناطیسی بہاو⁵⁸ کہتے ہیں۔ چونکہ ہوا کا مقناطیسی مستقل μ_0 اٹل ہے لہذا یہاں ہچکچاہٹ بھی اٹل ہوگی۔ یوں رستا مقناطیسی بہاو ابتدائی لچھے کے برقی رو کا راست متناسب ہوگا۔

رستا امالہ کے اثر کو بالکل لچھے کی مزاحمت کی طرح لچھے سے باہر رستا امالہ L_1 ⁵⁹ یا رستا متعاملہ $X_1 = 2\pi f L_1$ ⁶⁰ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے میں برقی رو \hat{I}_1 گزرنے سے رستا متعاملہ میں $\hat{V}_{X1} = j \hat{I}_1 X_1$ برقی دباؤ اور لچھے کے تار کی مزاحمت میں $\hat{V}_{R1} = \hat{I}_1 R_1$ برقی دباؤ گھٹتا ہے۔

جیسا شکل 3.15 میں دکھایا گیا ہے، ابتدائی لچھے پر لاگو دباؤ \hat{V}_1 ، مزاحمت R_1 اور متعاملہ X_1 میں گھٹاؤ اور ابتدائی امالی دباؤ \hat{E}_1 کا مجموعہ ہوگا۔

⁵⁸leakage magnetic flux
⁵⁹leakage inductance
⁶⁰leakage reactance



شکل 3.15: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ اول۔

3.10.3 ثانوی برقی رو اور قالب کے اثرات

قالب میں دونوں لچھوں کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ان کے مجموعی مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ اس حقیقت کو ایک مختلف اور بہتر انداز میں بیان کیا جاسکتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ ابتدائی برقی رو کو دو شرائط مطمئن کرنے ہوں گے۔ اول اسے قالب میں ہیجانی مقناطیسی بہاؤ وجود میں لانا ہو گا اور دوم اسے ثانوی لچھے کے پیدا کردہ مقناطیسی بہاؤ کو ختم کرنا ہو گا۔ لہذا ابتدائی برقی رو کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ ایک حصہ i_{ϕ} جو ہیجانی مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے اور دوسرا \hat{I}_2' جو ثانوی لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا اثر ختم کرتا ہے۔ یوں \hat{I}_2' درج ذیل ہو گا۔

$$(3.33) \quad \hat{I}_2' = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2$$

ثانوی لچھے کے مقناطیسی بہاؤ کے اثر کو ختم کرنے پر حصہ 3.6 میں غور کیا گیا ہے۔

اگرچہ برقی رو i_{ϕ} غیر سائن نما ہوتا ہے ہم اسے سائن نما \hat{I}_{ϕ} تصور کر کے دو حصوں، \hat{I}_c اور \hat{I}_m ، میں تقسیم کرتے ہیں۔

$$(3.34) \quad \hat{I}_{\phi} = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

مذکورہ بالا مساوات میں برقی رو کو دوری سمتیات کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ ان میں \hat{I}_c ابتدائی لچھے کے امالی برقی دباؤ \hat{E}_1 کا ہم قدم ہے اور قالب میں برقی توانائی کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے جبکہ \hat{I}_m وہ حصہ ہے جو \hat{E}_1 سے نوے درجہ تاخیر⁶¹ زاویہ پر رہتا اور لچھے میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے۔

شکل 3.16 میں R_c اور jX_m بالترتیب برقی رو \hat{I}_c اور \hat{I}_m کے اثرات کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیے گئے ہیں۔ مزاحمت R_c کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ اس میں برقی طاقت کا ضیاع اصل قالبی ضیاع کے برابر

⁶¹lagging



شکل 3.16: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ دوم۔

ہو یعنی $p_c = E_{1,rms}^2 / R_c$ یوں $R_c = E_{1,rms}^2 / p_c$ ہو گا۔ اسی طرح jX_m کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ $\hat{I}_m = \hat{E}_1 / jX_m$ ہو۔ R_c اور jX_m کی مقدار اصل برقی دباؤ اور تعدد پر حاصل کئے جاتے ہیں۔

3.10.4 ثنائی لچھے کا امالی برقی دباؤ

قالب میں مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ثنائی لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_2 پیدا کرے گا۔ چونکہ یہی مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں \hat{E}_1 امالی پیدا کرتا ہے لہذا درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(3.35) \quad \frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

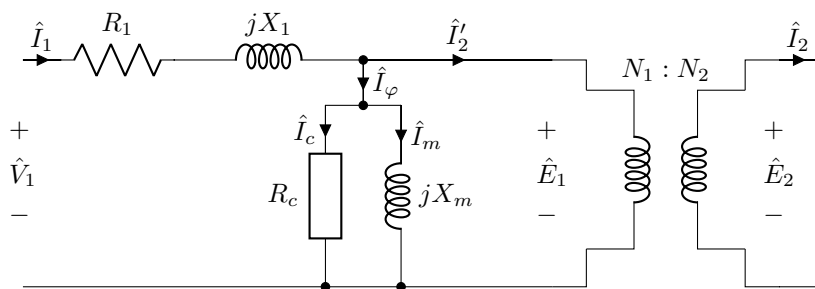
مساوات 3.34 اور مساوات 3.35 کو ایک کامل ٹرانسفارمر سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جسے شکل 3.17 میں دکھایا گیا ہے۔

3.10.5 ثنائی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات

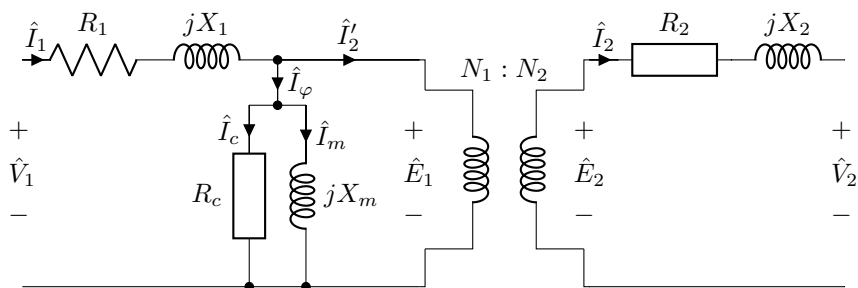
ثنائی لچھے میں امالی دباؤ \hat{E}_2 پیدا ہو گا۔ ابتدائی لچھے کی طرح، ثنائی لچھے کی مزاحمت R_2 اور متعاملہ jX_2 ہوں گے جن میں ثنائی برقی رو \hat{I}_2 کی بنا برقی دباؤ گھٹے گا۔ یوں ثنائی لچھے کے سروں پر برقی دباؤ \hat{V}_2 قدر کم ہو گا:

$$(3.36) \quad \hat{V}_2 = \hat{E}_2 - \hat{I}_2 R_2 - j \hat{I}_2 X_2$$

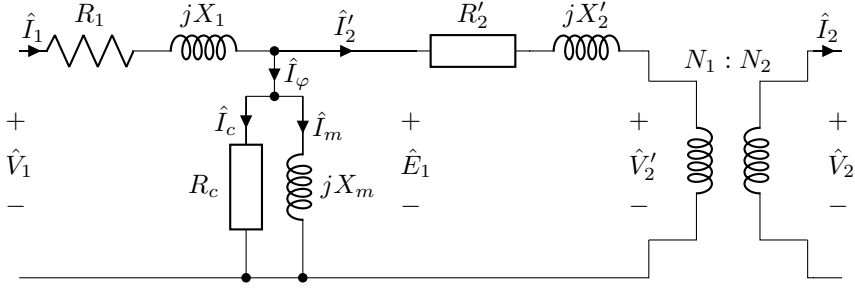
یوں حاصل ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور یا ریاضی نمونہ⁶² شکل 3.18 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.17: ترانسفارمر مساوی دور، حصہ ٹوم۔



شکل 3.18: ترانسفارمر مکمل مساوی دور پاریاضی نمونہ۔



شکل 3.19: ثنائی جانب رکاوٹ کا ابتدائی جانب متبادلہ کیا گیا ہے۔



شکل 3.20: ابتدائی جانب رکاوٹ کا ثنائی جانب متبادلہ کیا گیا ہے۔

3.10.6 رکاوٹ کا ابتدائی ثنائی جانب متبادلہ

شکل 3.18 میں تمام اجزاء کا متبادلہ ابتدائی یا ثنائی جانب کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے کامل ٹرانسفارمر کو مساوی دور کی بائیں یا دائیں جانب رکھا جاسکتا ہے۔ شکل 3.19 میں ثنائی جانب رکاوٹ کو ابتدائی جانب منتقل کیا گیا ہے جبکہ شکل 3.20 میں ابتدائی رکاوٹوں کا متبادلہ ثنائی جانب کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 3.20 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مساوی ادوار میں کامل ٹرانسفارمر عموماً دکھایا نہیں جاتا ہے۔

متبادلہ شدہ رکاوٹ Z کو Z' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں متبادلہ شدہ R_2 کو R'_2 سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ایسا دور استعمال کرتے وقت یاد رکھنا ہو گا کہ مساوی دور میں اجزاء کس جانب منتقل کیے گئے ہیں۔

مثال 3.6: ایک 50 کلو وولٹ-ایمپیر اور 220 : 2200 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کی زیادہ برقی دباؤ جانب رستار رکاوٹ $Z_1 = 0.9 + j1.2$ اوہم، کم برقی دباؤ جانب رستار رکاوٹ $Z_2 = 0.0089 + j0.011$ اوہم

، $R_c = 6.4 \text{ k}\Omega$ اور $X_m = 47 \text{ k}\Omega$ ہیں۔ اس کے لئے شکل 3.19 اور شکل 3.20 میں استعمال ہونے والے اجزاء معلوم کریں۔

حل الف: معلومات:

$$50 \text{ kV A}, \quad 50 \text{ Hz}, \quad 2200 : 220 \text{ V}$$

ٹرانسفارمر کے برقی دباؤ سے لچھوں کے چکر کا تناسب حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{2200}{220} = \frac{10}{1}$$

زیادہ برقی دباؤ جانب تبادلہ شدہ اجزاء درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} R'_2 + jX'_2 &= \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 (R_2 + jX_2) \\ &= \left(\frac{10}{1} \right)^2 (0.0089 + j0.011) \\ &= 0.89 + j1.1 \end{aligned}$$

مساوی دور میں باقی رکاوٹ پہلے سے زیادہ برقی دباؤ جانب ہیں لہذا یہ تبدیل نہیں ہوں گے۔ یوں شکل 3.19 کے جزو حاصل ہوئے۔

حل ب: مساوی دور کے اجزاء کا تبادلہ کم دباؤ جانب کرتے ہیں۔

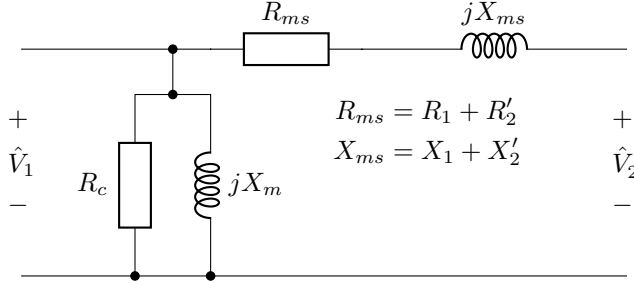
$$\begin{aligned} R'_1 + jX'_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 (R_1 + jX_1) \\ &= \left(\frac{1}{10} \right)^2 (0.9 + j1.2) \\ &= 0.009 + j0.012 \end{aligned}$$

اسی طرح درج ذیل حاصل ہوں گے

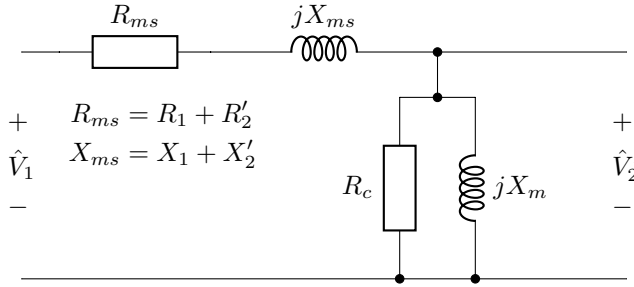
$$\begin{aligned} R'_c &= \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 R_c = 64 \\ X'_m &= \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 X_m = 470 \end{aligned}$$

□

جبکہ Z_2 پہلے سے کم برقی دباؤ جانب ہے لہذا اس کی قیمت تبدیل نہیں ہوگی۔



شکل 3.21: R_c اور jX_m کو بائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



شکل 3.22: R_c اور jX_m کو دائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔

3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار

ایک انجینئر ٹرانسفارمر استعمال وقت حساب کی خاطر شکل 3.19 یا شکل 3.20 کے ادوار استعمال کر سکتا ہے۔ یہ ادوار حقیقی ٹرانسفارمر کی بہت اچھی عکاسی کرتے ہیں۔ البتہ جہاں بہت صحیح جوابات مطلوب نہ ہوں وہاں ان ادوار کی سادہ اشکال بھی استعمال کی جاسکتی ہیں۔ اس حصہ میں ہم ایسے سادہ مساوی ادوار حاصل کرتے ہیں۔

شکل 3.19 میں R_c اور X_m کو $R_1 + jX_1$ کے بائیں منتقل کرنے سے شکل 3.21 اور $R'_2 + jX'_2$ کے دائیں منتقل کرنے سے شکل 3.22 حاصل ہوتے ہیں۔ چونکہ \hat{I}_ϕ کی مقدار نہایت کم⁶³ ہوتی ہے لہذا ایسا کرنے سے نتائج پر خاص فرق نہیں پڑتا ہے۔

شکل 3.21 اور شکل 3.22 میں سلسلہ وار جڑے R_1 اور R'_2 کو R_{ms} جبکہ سلسلہ وار جڑے X_1 اور X'_2 کو X_{ms} لکھا گیا ہے۔ اسی قسم کے ادوار شکل 3.20 سے بھی حاصل ہوتے ہیں۔

⁶³ \hat{I}_ϕ ٹرانسفارمر کے کل برقی بوجھ کا صرف دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔



شکل 3.23: ٹرانسفارمر کے سادہ مساوی ادوار۔

شکل 3.19 میں R_c اور X_m رکاوٹ $R_1 + jX_1$ اور $R_2' + jX_2'$ کے بیچ ہیں۔ ایسا دور حل کرنا مشکل ہوتا ہے۔ اس کے برعکس شکل 3.21 اور شکل 3.22 میں یہ اجزاء باقی دور کے بائیں یا دائیں ہاتھ ہیں اور ایسے ادوار کا حل نسبتاً زیادہ آسان ہوتا ہے۔

مزید سادہ دور حاصل کرنے کی خاطر \hat{I}_ϕ کو صفر تصور کر کے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں مساوی دور میں R_c اور jX_m کو کھلے دور تصور کرتے ہوئے دور سے ہٹایا جاسکتا ہے۔ شکل 3.23-الف میں ایسا کیا گیا ہے۔ اس دور میں قالب کے اثرات کو مکمل طور پر نظر انداز کیا گیا ہے۔

بیشتر وقت اس سے بھی کم درستی کے نتائج مطلوب ہوتے ہیں۔ یوں $X_{ms} \gg R_{ms}$ کی بنا R_{ms} کو نظر انداز کرتے ہوئے شکل 3.23-ب حاصل کیا گیا ہے۔ اس شکل میں X_{ms} کو بھی نظر انداز کرنے سے کامل ٹرانسفارمر حاصل ہو گا جو $\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$ پر پورا اترتا ہے۔

3.11 کھلے دور معائنہ اور قصر دور معائنہ

گزشتہ حصہ میں ٹرانسفارمر کے مساوی ادوار پر بات کی گئی۔ ان مساوی ادوار کے اجزاء ٹرانسفارمر کے دو معائنوں سے حاصل کئے جاسکتے ہیں جنہیں کھلا دور معائنہ اور قصر دور معائنہ کہتے ہیں۔ اس حصہ میں ان معائنوں پر غور کیا گیا ہے۔

3.11.1 کھلا دور معائنہ

کھلا دور معائنہ⁶⁴، جیسا کہ نام سے واضح ہے، ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سروں کو آزاد رکھ کر کیا جاتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کی بناوٹی⁶⁵ برقی دباؤ اور تعدد یا ان کے قریب قیمتوں پر کیا جاتا ہے۔ اگرچہ ٹرانسفارمر کے کسی بھی جانب لچھے پر کھلے دور معائنہ سرانجام دیا جاسکتا ہے، حقیقت میں ایسا کم برقی دباؤ لچھے پر کرنا زیادہ آسان اور کم خطرناک ہوتا ہے۔ یہ بات ایک مثال سے بہتر سمجھ آئے گی۔

مثال کے طور پر ہم 25 kV A، 220 V، 11000 : 50 Hz ایک دوری ٹرانسفارمر کا معائنہ کرنا چاہتے ہیں۔ یہ معائنہ گیارہ ہزار لچھے پر کرتے ہوئے گیارہ ہزار وولٹ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال ہو گا جبکہ دو سو بیس برقی دباؤ لچھے پر معائنہ کرنے سے دو سو بیس وولٹ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال کرنا ہو گا۔ دونوں صورتوں میں تعدد 50 Hz کے لگ بھگ رکھا جائے گی۔ 11 kV برقی دباؤ پر کام کرنا نہایت خطرناک ثابت ہو سکتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ کھلا دور معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کیا جاتا ہے۔

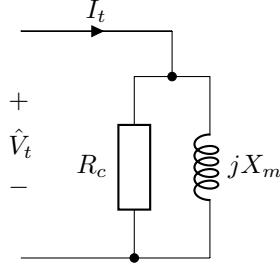
کھلے دور معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے پر بناوٹی برقی دباؤ یا اس کا قریب دباؤ V_t لاگو کر کے کھلا دور برقی طاقت p_t اور کھلا دور برقی رو I_t ناپا جاتا ہے۔ بناوٹی برقی دباؤ کے قریب دباؤ پر معائنہ کرنے سے بہتر نتائج حاصل ہوں گے۔ ٹرانسفارمر کی دوسری جانب لچھے کے سرے چونکہ آزاد رکھے جاتے ہیں لہذا اس میں برقی رو صفر ہو گا۔ اس طرح ناپا گیا برقی رو صرف ہیجان انگیز برقی رو I_ϕ ہو گا۔ ہیجان انگیز برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی رو کا دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔

یاد رہے $\hat{V}_t = V_t / \phi_v$ اور $\hat{I}_t = I_t / \phi_i$ ہوں گے۔ برقی دباؤ اور رو کی بات کرتے ہوئے ہم ان کی مطلق قیمتوں، V_t اور I_t ، کی بات کرتے ہیں۔

شکل 3.19 میں بائیں ہاتھ کو کم برقی دباؤ والا جانب تصور کریں۔ یوں V_t مقام V_1 پر فراہم کیا جائے گا جبکہ پیمائشی رو غیر سمتی⁶⁶ I_1 ہو گا۔ خارجی لچھا کھلا دور ہونے کی بنا I_2 صفر ہو گا لہذا I_1 درحقیقت \hat{I}_ϕ کی مطلق قیمت کے برابر ہو گا۔

$$I_t = I_1 = I_\phi$$

open circuit test⁶⁴
design⁶⁵
scalar⁶⁶



شکل 3.24: کھلے سرے معائنہ۔

اتنی کم برقی رو سے لچھے کے رکاوٹ میں بہت کم برقی دباؤ گھٹتا ہے لہذا اسے نظر انداز کیا جاتا ہے:

$$V_{R1} = I_t R_1 = I_\phi R_1 \approx 0$$

$$V_{X1} = I_1 X_1 = I_\phi X_1 \approx 0$$

یوں جیسا شکل 3.19 سے ظاہر ہے R_c اور X_m پر تقریباً V_t برقی دباؤ پایا جائے گا۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 3.24 حاصل ہوتا ہے۔ شکل 3.21 سے شکل 3.24 کا حصول زیادہ آسان ہے۔

برقی طاقت کا ضیاع صرف مزاحمت میں ممکن ہے لہذا p_t صرف R_c میں ضائع ہو گا۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = \frac{V_t^2}{R_c}$$

اس سے ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو R_c حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.37) \quad R_c = \frac{V_t^2}{p_t}$$

درج ذیل کی بنا

$$Z_t = \frac{\hat{V}_t}{\hat{I}_t} = \frac{V_t / \phi_v}{I_t / \phi_i} = \frac{V_t}{I_t} \angle \phi_v - \phi_i$$

فراہم کردہ دباؤ اور پیمائشی رو کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

اب شکل 3.24 سے درج ذیل واضح ہے

$$\frac{1}{Z_t} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m}$$

لہذا

$$Z_t = \frac{jR_c X_m}{R_c + jX_m}$$

$$|Z_t| = \frac{R_c X_m}{\sqrt{R_c^2 + X_m^2}}$$

ہو گا۔ یوں ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو X_m حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.38) \quad X_m = \frac{R_c |Z_t|}{\sqrt{R_c^2 - |Z_t|^2}}$$

مساوات 3.37 سے R_c اور مساوات 3.38 سے X_m کی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں۔

یاد رہے حاصل کردہ R_c اور X_m ٹرانسفارمر کے پیمائشی جانب کے لئے درست ہوں گے۔ متبادلہ رکاوٹ سے دوسری جانب کی قیمتیں حاصل کی جاسکتی ہیں۔

3.11.2 قصر دور معائنہ

قصر دور معائنہ بھی کھلے دور معائنہ کی طرح ٹرانسفارمر کے کسی بھی طرف ممکن ہے لیکن حقیقت میں اسے زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کرنا آسان ہوتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رو یا اس کے قریب رو پر کیا جاتا ہے۔

کھلے دور معائنہ میں مستعمل ٹرانسفارمر کی بات آگے بڑھاتے ہوئے زیادہ برقی دباؤ لچھے کا بناوٹی رو 2.2727 A اور کم دباؤ لچھے کا بناوٹی رو 113.63 A ہے۔ قصر دور معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کرتے ہوئے 113.63 A جبکہ زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کرتے ہوئے 2.2727 A درکار ہوں گے۔ حقیقت میں 2.2727 A پر معائنہ زیادہ آسان ہو گا۔

اس معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے کے سروں کو آپس میں جوڑ کر قصر دور کیا جاتا ہے جبکہ زیادہ برقی دباؤ لچھے پر لچھے کے بناوٹی دباؤ کا دو سے بارہ فی صد دباؤ V_t لاگو کر کے اس لچھے کا برقی رو I_t اور فراہم کردہ طاقت p_t ناپا جاتا



شکل 3.25: قصر دور معائنہ۔

ہے جنہیں بالترتیب قصر دور رو اور قصر دور طاقت کہتے ہیں۔ قصر دور لچھے میں گزرتے برقی رو کا عکس دوسری جانب موجود ہو گا۔ یہ برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رو کے لگ بھگ ہوتا ہے۔

چونکہ یہ معائنہ بہت کم برقی دباؤ پر سرانجام دیا جاتا ہے لہذا ہیجان انگیز برقی رو کو مکمل طور پر نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس معائنہ کا دور شکل 3.25 میں دکھایا گیا ہے جہاں ہیجان انگیز رو کو نظر انداز کرتے ہوئے R_c اور H_m کو کھلے دور کیا گیا ہے۔ قصر دور معائنہ میں شکل 3.20 کے بائیں ہاتھ کو کم برقی دباؤ جانب تصور کرتے ہوئے V_t کو V_2 کی جگہ لاگو کرنا ہو گا۔

برقی طاقت صرف مزاحمت میں ضائع ہو سکتا ہے لہذا شکل 3.25 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$p_t = I_t^2 R_{ms}$$

یوں ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو R_{ms} حاصل ہوتا ہے۔

(3.39)

$$R_{ms} = \frac{p_t}{I_t^2}$$

قصر دور برقی رو اور قصر برقی دباؤ سے

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

جبکہ شکل 3.25 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$Z_t = R_{ms} + jX_{ms}$$

$$|Z_t| = \sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}$$

یوں R_{ms} کی قیمت مساوات 3.39 سے جانتے ہوئے X_{ms} حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.40) \quad X_{ms} = \sqrt{|Z_t|^2 - R_{ms}^2}$$

مساوات 3.39 کل مزاحمت دیتا ہے البتہ اس سے R_1 یا R_2 حاصل نہیں کیا جاسکتا۔ اسی طرح مساوات 3.40 سے X_1 اور X_2 علیحدہ نہیں کئے جاسکتے۔ قصر دور معائنہ سے اتنی ہی معلومات حاصل کرنا ممکن ہے جو حقیقت میں کافی ثابت ہوتا ہے۔ جہاں ان اجزاء کی علیحدہ علیحدہ قیمتیں درکار ہوں وہاں درج ذیل تصور کیا جاسکتا ہے

$$R'_1 = R_2 = \frac{R_{ms}}{2}$$

$$X'_1 = X_2 = \frac{X_{ms}}{2}$$

ٹرانسفارمر معائنے اسی مقام پر کیے جاتے ہیں جہاں ٹرانسفارمر نسب ہو۔ یوں وہی برقی دباؤ استعمال کرنا ہوگا جو وہاں موجود ہو۔ ہاں ضروری ہے کہ قصر دور معائنہ میں ٹرانسفارمر کو ڈیزائن برقی دباؤ کا دو سے بارہ فی صد دیا جائے۔ مثلاً $220 \text{ V} : 11000 \text{ V}$ ٹرانسفارمر کا کھلا دور معائنہ $220 \text{ V} \times \frac{2}{100} = 440 \text{ V}$ اور $11000 \text{ V} \times \frac{12}{100} = 1320 \text{ V}$ کے بیچ دباؤ پر کیا جاسکتا ہے۔ چونکہ ہمارے ہاں 220 V اور 440 V عام پائے جاتے ہیں لہذا ہم 220 V یا 440 V ہی استعمال کریں گے۔ اسی طرح دستیاب 220 V استعمال کرتے ہوئے کھلا دور معائنہ سرانجام دیا جاسکتا ہے۔

یاد رہے کہ ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سرے آپس میں جوڑ کر، یعنی قصر دور کر کے، دوسری جانب لچھے پر کسی بھی صورت اس جانب کی پوری برقی دباؤ لاگو نہیں کیجیے گا۔ ایسا کرنا شدید خطرناک اور جان لیوا ثابت ہو سکتا ہے۔

یاد رہے کہ ان معائنوں سے حاصل مساوی دور کے اجزاء اسی جانب کے لئے درست ہوں گے جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔ ان کی قیمتیں دوسری جانب تبادلہ رکاوٹ سے حاصل کی جاسکتی ہیں۔

مثال 3.7: ایک 25 کلو وولٹ، ایمپیئر، $220 : 11000 \text{ V}$ وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والے ٹرانسفارمر کے کھلے دور اور قصر دور معائنے کیے جاتے ہیں جن کے نتائج درج ذیل ہیں۔ ٹرانسفارمر مساوی دور کے اجزاء تلاش کریں۔

- کھلا دور معائنہ میں کم برقی دباؤ جانب 220 V لاگو کیا جاتا ہے۔ اسی جانب برقی رو 39.64 A اور طاقت کا ضیاع 600 W ناپے جاتے ہیں۔

- قصر دور معائنہ میں زیادہ برقی دباؤ جانب 440 V لاگو کیا جاتا ہے۔ اسی جانب برقی رو 2.27 A اور طاقت کا ضیاع 560 W ناپے جاتے ہیں۔

حل کھلا دور:

$$|Z_t| = \frac{220}{39.64} = 5.55 \Omega$$

$$R_c = \frac{220^2}{600} = 80.67 \Omega$$

$$X_m = \frac{80.67 \times 5.55}{\sqrt{80.67^2 - 5.55^2}} = 5.56 \Omega$$

حل قصر دور:

$$Z_t = \frac{440}{2.27} = 193.83 \Omega$$

$$R_{ms} = \frac{560}{2 \times 2.27^2} = 108.68 \Omega$$

$$X_{ms} = \sqrt{193.83^2 - 108.68^2} = 160 \Omega$$

R_{ms} اور X_{ms} کو کم برقی دباؤ جانب منتقل کرتے ہوئے

$$\left(\frac{220}{11000} \right)^2 \times 108.68 = 43.47 \text{ m}\Omega$$

$$\left(\frac{220}{11000} \right)^2 \times 160 = 64 \text{ m}\Omega$$

یعنی

$$R_1 = R_2' = \frac{43.47 \text{ m}\Omega}{2} = 21.7 \text{ m}\Omega$$

$$X_1 = X_2' = \frac{64 \text{ m}\Omega}{2} = 32 \text{ m}\Omega$$

□

حاصل ہو گا۔ ان نتائج سے حاصل کم برقی دباؤ جانب مساوی دور شکل 3.26 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.26: کھلے دور اور کسر دور معائنہ سے کم برقی دباؤ جانب مساوی دور۔



شکل 3.27: ایک ہی قالب پر تین ٹرانسفارمر۔

3.12 تین دوری ٹرانسفارمر

اب تک ہم ایک دوری⁶⁷ ٹرانسفارمر پر غور کرتے رہے ہیں۔ حقیقت میں برقی طاقت کی منتقلی میں عموماً تین دوری⁶⁸ ٹرانسفارمر استعمال ہوتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر یکساں تین عدد یک دوری ٹرانسفارمر اکٹھے رکھ کر بنایا جاسکتا ہے۔ یوں ایک ٹرانسفارمر خراب ہونے کی صورت میں اس کو ہٹا کر ٹھیک کرنے کے دوران باقی دو ٹرانسفارمر استعمال کئے جاسکتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر بنانے کا اس سے بہتر طریقہ شکل 3.27 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک ہی مقناطیسی قالب پر تینوں ٹرانسفارمر کے لچھے لپیٹے گئے ہیں۔ اس شکل میں \hat{V}_{i1} پہلے ٹرانسفارمر کا ابتدائی لچھا اور \hat{V}_{s1} اس کا ثانوی لچھا ہے۔ اس طرح کے تین دوری ٹرانسفارمر سستے، ہلکے اور چھوٹے ہونے کی وجہ سے عام ہو گئے ہیں اور آپ کو روزمرہ زندگی میں یہی نظر آئیں گے۔ ان میں برقی ضیاع بھی نسبتاً کم ہوتا ہے۔

شکل 3.28- الف میں تین ٹرانسفارمر دکھائے گئے ہیں۔ ان ٹرانسفارمروں کے ابتدائی لچھے آپس میں دو طریقوں

single phase⁶⁷
three phase⁶⁸

سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ ایک کو ستارہ نما جوڑ Y^{69} اور دوسرے کو ٹکونی جوڑ Δ^{70} کہتے ہیں۔ اسی طرح ان ٹرانسفارمرز کے ثانوی لچھے بھی انہیں دو طریقوں سے جوڑے جاسکتے ہیں۔ یوں انہیں درج ذیل چار مختلف طریقوں سے جوڑا جاسکتا ہے۔

• ستارہ: ٹکونی $Y : \Delta$

• ستارہ: ستارہ $Y : Y$

• ٹکونی: ٹکونی $\Delta : \Delta$

• ٹکونی: ستارہ $\Delta : Y$

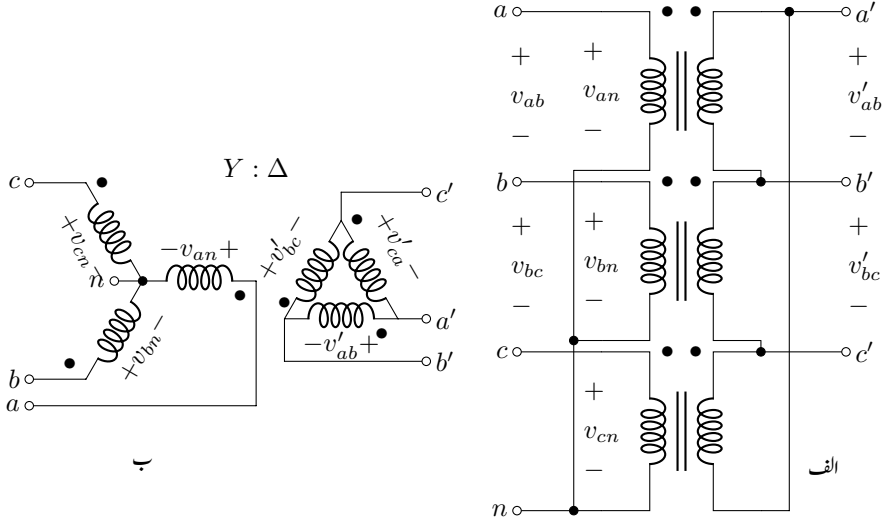
شکل 3.28 میں $Y : \Delta$ ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس میں بائیں ہاتھ Y اور دایاں ہاتھ Δ جڑا ہے۔ یوں $Y : \Delta$ لکھتے ہوئے Y کو بائیں اور Δ کو دائیں لکھا جاتا ہے۔ جیسا پہلے ذکر ہو چکا ہے ہم اشکال میں ٹرانسفارمر کے ابتدائی طرف بائیں جانب رکھتے ہیں لہذا Y ابتدائی اور Δ ثانوی طرف ہے۔ رواںگی سے پڑھتے ہوئے ابتدائی کو پہلے اور ثانوی کو بعد میں پڑھا جاتا ہے لہذا اس کو $Y : \Delta$ لکھ کر ستارہ-ٹکونی پڑھیں گے۔

شکل 3.28-الف میں تین ٹرانسفارمرز کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما جوڑا گیا ہے جبکہ ان کی ثانوی لچھوں کو ٹکونی جوڑا گیا ہے۔ شکل-ب میں تینوں ٹرانسفارمرز کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح ثانوی لچھوں کو ٹکونی دکھایا گیا ہے۔ ان اشکال کی وجہ سے اس طرز کے جوڑ کو ستارہ نما جوڑ اور ٹکونی جوڑ کہتے ہیں۔

ایسا شکل بناتے ہوئے ہر ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی لچھے کو ایک ہی زاویہ پر دکھایا جاتا ہے۔ یوں شکل 3.28-الف میں بالائی ٹرانسفارمر، جس کے ابتدائی سرے an اور ثانوی سرے $a'n'$ ہیں، کو شکل 3.28-ب میں صفر زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ تین مرحلہ ٹرانسفارمرز کو اس طرح کی علامتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان میں قالب نہیں دکھایا جاتا۔

ٹرانسفارمر کے جوڑ بیان کرتے وقت بائیں جوڑ کو پہلے اور دائیں جوڑ کو بعد میں پکارتے ہیں۔ یوں شکل 3.28-ب میں ٹرانسفارمر کو ستارہ-ٹکونی جڑا ٹرانسفارمر یا مختصراً ستارہ-ٹکونی ٹرانسفارمر کہیں گے۔ اسی طرح ابتدائی جانب کو بائیں اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔ یوں اس شکل میں ابتدائی جانب ستارہ نما ہے جبکہ ثانوی جانب ٹکونی ہے۔

⁶⁹star connected
⁷⁰delta connected



شکل 3.28: تین دوری ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر

ستارہ نما سے چار برقی تاریں نکلتی ہیں۔ ان میں مشترک تار n کو عموماً ٹرانسفارمر کے نزدیک زمین میں گہرائی تک دھنسا جاتا ہے۔ اس تار کو زمین تار⁷¹ یا صرف زمین⁷² کہتے ہیں۔ عام فہم میں اسے ٹھنڈی تار⁷³ کہتے ہیں۔ باقی تین تاریں a, b, c گرم تار⁷⁴ کہلاتے ہیں۔

ٹرانسفارمر کے لچھے پر برقی دباؤ کو یکے دوری برقی دباؤ پر حملہ⁷⁵ \hat{V} کہتے ہیں اور لچھے میں برقی رو کو یکے دوری برقی رو پر حملہ⁷⁶ \hat{I} کہتے ہیں۔ جبکہ ٹرانسفارمر سے باہر نکلتی کسی دو گرم تاروں کے بیچ برقی دباؤ کو تار کا برقی دباؤ⁷⁷ \hat{V} کہتے ہیں اور کسی بھی گرم تار میں برقی رو کو تار کا برقی رو⁷⁸ \hat{I} کہتے ہیں۔ زمینی تار میں برقی رو کو زمینی برقی رو⁷⁹ \hat{I} کہتے ہیں۔

ground⁷¹
ground, earth, neutral⁷²
neutral⁷³
live wires⁷⁴
phase voltage⁷⁵
phase current⁷⁶
line to line voltage⁷⁷
line current⁷⁸
ground current⁷⁹

ستارہ Y جانب یک دوری مقداروں اور تار کے مقداروں کا تعلق درج ذیل ہو گا۔

$$(3.41) \quad \begin{aligned} V_{\text{تار}} &= \sqrt{3} V_{\text{یکرحلہ}} \\ I_{\text{تار}} &= I_{\text{یکرحلہ}} \end{aligned}$$

تکونی Δ جانب یک دوری اور تار کی مقداروں کا تعلق درج ہے۔

$$(3.42) \quad \begin{aligned} V_{\text{تار}} &= V_{\text{یکرحلہ}} \\ I_{\text{تار}} &= \sqrt{3} I_{\text{یکرحلہ}} \end{aligned}$$

مساوات 3.41 اور مساوات 3.42 دوری سمتیہ کے رشتے نہیں بلکہ غیر سمتی مطلق قیمتوں کے رشتے دیتی ہیں۔ ان رشتوں کو شکل 3.29 میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 3.41 اور مساوات 3.42 سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$(3.43) \quad V_{\text{تار}} I_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یکرحلہ}} I_{\text{یکرحلہ}}$$

یک دوری ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر یکرحلہ $I_{\text{یکرحلہ}} V$ ہوتے ہیں اور ایسے تین ٹرانسفارمر مل کر ایک عدد تین دوری ٹرانسفارمر بناتے ہیں لہذا تین مرحلہ ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر تین گنا ذیل ہوں گے۔

$$(3.44) \quad 3V_{\text{یکرحلہ}} I_{\text{یکرحلہ}} = 3 \times \frac{V_{\text{تار}} I_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} V_{\text{تار}} I_{\text{تار}}$$

یہ مساوات تین دوری ادوار میں کثرت سے استعمال ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر جس طرح بھی جوڑے جائیں وہ اپنی بنیادی کارکردگی تبدیل نہیں کرتے ہیں لہذا انہیں ستارہ نما یا تکونی جوڑنے کے بعد بھی ان میں ہر ایک ٹرانسفارمر انفرادی طور پر صفحہ 66 پر دئے مساوات 3.16 اور صفحہ 71 پر دئے مساوات 3.26 پر پورا اترے گا۔ انہیں استعمال کر کے شکل 3.29 میں دیے گئے ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی جانب کی یک دوری اور تار کی مقداروں کے رشتے حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ اس شکل میں $a = N_1/N_2$ ہے جہاں $N_1 : N_2$ ان میں ایک دوری ٹرانسفارمر کے چکر کا تناسب ہے۔ تین دوری ٹرانسفارمر پر لگی تختی پر دونوں جانب تار کے برقی دباؤ کا تناسب لکھا جاتا ہے۔

شکل 3.29 میں ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کا تناسب

$$(3.45) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \sqrt{3} a = \sqrt{3} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$



شکل 3.29: ابتدائی اور ثانوی جانب تار اور یک دوری مقداروں کے رشتے۔

جکبہ ستارہ-ستارہ کا

$$(3.46) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

تکونی-ستارہ کا

$$(3.47) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

اور تکونی-تکونی کا درج ذیل ہو گا۔

$$(3.48) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)$$

مثال 3.8: یک دوری تین یکساں ٹرانسفارمر کو ستارہ-تکونی Δ : Y جوڑ کر تین دوری ٹرانسفارمر بنایا گیا ہے۔ یک دوری ٹرانسفارمر کی برقی سکے⁸⁰ درج ذیل ہے:

$$50 \text{ kV A}, \quad 6350 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب 11000 وولٹ تین دوری دباو تار لاگو کیا گیا۔ اس تین دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب دباو تار معلوم کریں۔

حل: حل کرتے وقت ہم ایک عدد ایک دوری ٹرانسفارمر پر نظر رکھیں گے۔ ایک دوری ٹرانسفارمر کے چکر کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{6350}{440}$$

مساوات 3.41 سے دباوتار درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_{\text{ابتدائی، تار}} = \sqrt{3} \times 6350 \approx 11000 \text{ V}$$

ایک دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب 440 V ہوں گے جس کو مساوات 3.16 کی مدد سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$V_{\text{ثانوی}} = \frac{N_2}{N_1} V_{\text{ابتدائی}} = \frac{440}{6350} \times 6350 = 440 \text{ V}$$

ثانوی جانب تین ایک دوری ٹرانسفارمر کو تکنیکی جوڑا گیا ہے۔ یوں مساوات 3.42 کی مدد سے ثانوی دباوتار یہی ہو گا۔ تین دوری ٹرانسفارمر کے دباوتار کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{V_{\text{ابتدائی، تار}}}{V_{\text{ثانوی، تار}}} = \frac{11000}{440}$$

ایک دوری ٹرانسفارمر 50 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہے لہذا تین دوری ٹرانسفارمر 150 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہو گا۔ یوں تین دوری ٹرانسفارمر کی سکت⁸¹ درج ذیل ہو گی۔

$$150 \text{ kV A}, \quad 11000 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ٹرانسفارمر تختی⁸² پر ٹرانسفارمر کی سکت بیان ہوتی ہے۔ اس تختی پر تین دوری ٹرانسفارمر کے دونوں جانب دباو تار لکھا جاتا ہے نہ کہ لچھوں کے چکر۔

□

ستارہ-ستارہ ٹرانسفارمر میں تین دوری برقی دباو کے بنیادی اجزاء آپس میں 120° زاویائی فاصلے پر جبکہ تیسرے موسیقائی اجزاء آپس میں ہم قدم ہوتے ہیں۔ قالب کی غیر تدریجی خاصیت کی بنا ٹرانسفارمر میں ہر صورت تیسری موسیقائی اجزاء پائے جاتے ہیں۔ تیسری موسیقائی اجزاء ہم قدم ہونے کی وجہ سے جمع ہو کر برقی دباو کا ایک بڑا موج

⁸¹ rating
⁸² name plate



شکل 3.30: ٹرانسفارمر تکنونی متوازن بوجھ کو طاقت فراہم کر رہا ہے۔

پیدا کرتے ہیں جو کبھی کبھار برقی دباؤ کے بنیادی جزو سے بھی زیادہ بڑھا ہوتا ہے۔ اس وجہ سے ستارہ-ستارہ ٹرانسفارمر عام طور استعمال نہیں ہوتا ہے۔

باقی تین قسم جڑے ٹرانسفارمر میں تکنونی جوڑ پایا جاتا ہے جس میں تیسری موسیقائی اجزاء کی موج گردش رو پیدا کرتی ہے۔ یہ گردش رو تیسری موسیقائی اجزاء کی موج کے اثر کو ختم کرتا ہے۔

تین دوری ٹرانسفارمر کے متوازن دور حل کرتے وقت ہم تصور کرتے ہیں کہ ٹرانسفارمر ستارہ جڑا ہے۔ یوں ی دوری برقی رو، تار کا برقی رو ہو گا اور یک دوری لاگو برقی دباؤ، یک دوری برقی دباؤ ہو گا۔ اسی طرح ہم اس پر لدے برقی بوجھ کو بھی ستارہ جڑا تصور کرتے ہیں۔ یوں تین دوری دور کی بجائے ہم نسبتاً آسان یک دوری دور حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ انہیں ایک مثال سے اس عمل کو سمجھیں۔

مثال 3.9: شکل 3.30 میں تین دوری $\Delta : Y$ ، 2000 کلو وولٹ-ایمپیر، 11000 : 600 وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والا کامل ٹرانسفارمر تین دوری متوازن تکنونی بوجھ کو طاقت مہیا کر رہا ہے۔ بوجھ کا ہر حصہ $0.504 + j0.1917$ کے برابر ہے۔

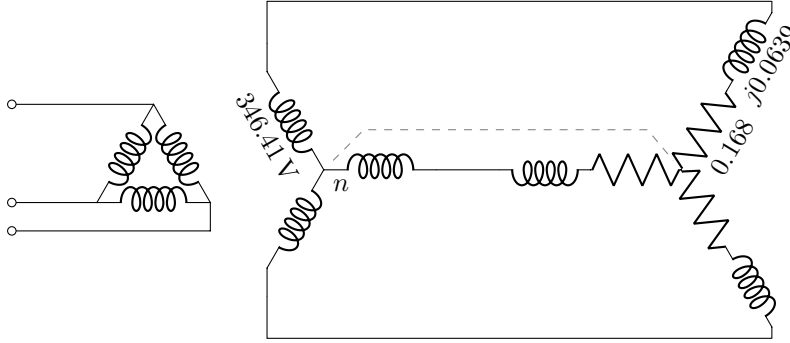
• اس شکل میں تمام برقی رو معلوم کریں۔

• برقی بوجھ⁸³ کو درکار طاقت معلوم کریں۔

حل: پہلے تکنونی بوجھ کو ستارہ بوجھ میں تبدیل کرتے ہیں:

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3} = \frac{0.504 + j0.1917}{3} = 0.168 + j0.0639$$

electrical load⁸³



شکل 3.31: ٹکنونی بوجھ کو مساوی ستارہ بوجھ میں تبدیل کیا گیا ہے۔

ستارہ بوجھ کو شکل 3.31 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک برقی تار جسے نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے کو ٹرانسفارمر کی زمینی نقطہ سے بوجھ کے مشترکہ سرے کے درمیان جڑا دکھایا گیا ہے۔ متوازن دور میں اس تار میں برقی رو صفر ہو گا۔ حل کرنے کی نیت سے ہم اس متوازن دور سے یک دوری حصہ لے کر حل کرتے ہیں۔

مساوی ستارہ بوجھ میں برقی رو

$$I = \frac{346.41}{0.168 + j0.0639} = 1927.262 \angle -20.825^\circ$$

اور یک دوری طاقت درج ذیل ہو گی۔

$$p = 346.41 \times 1927.262 \times \cos(-20.825^\circ) = 624\,007 \text{ W}$$

کل طاقت تین گنا ہو گی یعنی 1872 kW جس بوجھ کا جزو طاقت ⁸⁴ درج ذیل ہو گا۔

$$\cos(-20.825^\circ) = 0.93467$$

ٹکنونی بوجھ میں برقی رو $\frac{1927.262}{\sqrt{3}} = 1112.7$ ایمپیئر ہو گا۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب برقی تاروں میں برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\left(\frac{600}{11000} \right) \times 1927.262 = 105.12 \text{ A}$$

□

اس مثال میں جزو طاقت 0.93467 ہے۔ اس کتاب کے لکھتے وقت پاکستان میں اگر صنعتی کارخانوں کی برقی بوجھ کی جزو طاقت 0.9 سے کم ہو جائے تو برقی طاقت فراہم کرنے والا ادارہ (واپڈا) جرمانہ نافذ کرتا ہے۔

3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر

ہم دیکھ چکے ہیں کہ اگر ٹرانسفارمر کے قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہو یعنی $B = B_0 \sin \omega t$ تو اس کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v = e &= N \frac{\partial \phi}{\partial t} = N A_c \frac{\partial B}{\partial t} \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= V_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

یعنی

$$(3.49) \quad B_0 = \frac{V_0}{\omega N A_c}$$

یہ مساوات برقرار چالو⁸⁵ ٹرانسفارمر کے لئے درست ہے۔

تصور کریں کہ ایک ٹرانسفارمر کو چالو کیا جا رہا ہے۔ چالو ہونے سے پہلے قالب میں مقناطیسی بہاؤ صفر ہے اور جس لمحہ اسے چالو کیا جائے اس لمحہ بھی یہ صفر ہی رہتا ہے۔

جس لمحہ ٹرانسفارمر کو چالو کیا جائے اس لمحہ لاگو برقی دباؤ

$$v = V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

ہے۔ اگر $\theta = \pi/2$ یہ لمحہ ہو تو آدھے دور⁸⁶ کے بعد قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{N A_c} \int_0^{\pi/\omega} V_0 \cos(\omega t + \pi/2) dt \\ &= \frac{V_0}{\omega N A_c} \sin(\omega t + \pi/2)_0^{\pi/\omega} \\ &= - \left(\frac{2V_0}{\omega N A_c} \right) \end{aligned}$$

⁸⁵ steady state
⁸⁶ time period

یعنی کثافتِ مقناطیسی بہاو کا طول معمول سے دگنا ہو گا۔ اگر یہی حساب $\theta = 0$ لمحہ کے لئے کیا جائے تو زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو بالکل مساوات 3.49 کے عین مطابق ہو گا۔ ان دو زاویوں کے مابین زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو ان دو حدوں کے درمیان رہتا ہے۔

قالب کی $B - H$ خط غیر بتدریج بڑھتا ہے۔ لہذا B دگنا کرنے کی خاطر H کو کئی گنا بڑھانا ہو گا جو لچھے میں محرک برقی رو بڑھانے سے ہوتا ہے⁸⁷۔ یہاں صفحہ 52 پر دکھائے شکل 2.17 سے رجوع کریں۔ قومی ٹرانسفارمرز میں ہیبانی کثافتِ مقناطیسی بہاو کی چوٹی $1.3 \leq B_0 \leq 1$ ہوتی ہے۔ ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ یوں کثافتِ مقناطیسی بہاو 2 سے 2.6 ٹسلا تک ہو سکتی ہے جس کے لئے درکار ہیبان انگیز برقی رو نہایت زیادہ ہو گی۔

⁸⁷ 2000 کلودولٹ - انسپیکٹر ٹرانسفارمر سے چالو کرتے وقت تھر تھراہٹ کی آواز آتی ہے

باب 4

برقی اور میکائی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رو یا مقناطیسی بہاو کی مدد سے برقی توانائی کو میکائی توانائی یا میکائی توانائی کو برقی توانائی میں مختلف مشین تبدیل کرتے ہیں۔ پمپنگی آلات، لاؤڈ سپیکر، مائکروفون، وغیرہ نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں جبکہ ریپلے¹، برقی مقناطیس، وغیرہ، قوت پیدا کرتے ہیں۔ کئی مشین، جن میں برقی موٹر اور جزیئر شامل ہیں، ایک قسم کی توانائی کو دوسری قسم کی توانائی میں مسلسل تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاو کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ برقی رو کی مدد سے بھی توانائی کا تبادلہ سمجھا جاسکتا ہے جس کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

اس باب میں ہم وہ اہم تراکیب سیکھیں گے جو انجینیری مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوں گے۔

4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ

برقی میدان E میں برقی بار q پر درج ذیل قوت اثر انداز ہوگی۔

$$F = qE \quad (4.1)$$

relay¹



شکل 4.1: دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو v سے B کی طرف کم زاویہ پر موڑیں۔ اس ہاتھ کا انگوٹھا قوت F کا رخ دیگا۔

مثبت برقی بار پر قوت برقی شدت E کے رخ ہوگی جبکہ منفی بار پر قوت E کے مخالف رخ ہوگی۔

مقناطیسی میدان میں متحرک بار q ، جس کی سمت رفتار v ہو، پر درج ذیل قوت اثر انداز ہوگی۔

$$(4.2) \quad F = q(v \times B)$$

مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کا قانون³ دیگا (شکل 4.1)۔ دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کو باقی انگلیوں کے ساتھ برقرار قائم رکھ کر اس ہاتھ کی چار انگلیوں کو v کے رخ سے شروع کر کے، چھوٹے زاویہ پر گھما کر، B کے رخ موڑنے سے انگوٹھا F کا رخ دیگا۔ منفی بار پر قوت مخالف رخ ہوگی۔

یہاں سمتی رفتار q اور B کے بیچ ہے۔

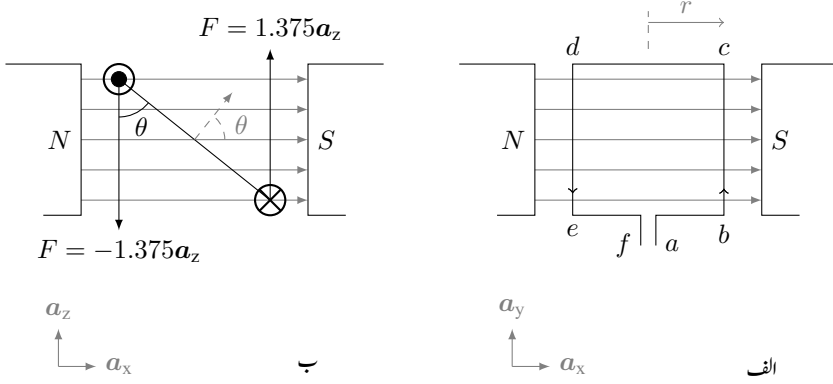
برقی اور مقناطیسی (دونوں) میدان میں حرکت پذیر بار پر قوت مساوات 4.1 اور مساوات 4.2 کے مجموعہ سے حاصل ہوگی جس کو مساوات لورینز⁴ کہتے ہیں۔

$$(4.3) \quad F = q(E + v \times B) \quad \text{مساوات لورینز}$$

مساوات 4.2 میں $v = dL/dt$ لکھ کر درج ذیل حاصل ہوگا جہاں آخری قدم پر $i = q/dt$ لکھا گیا ہے۔

$$(4.4) \quad \begin{aligned} F &= q \left(\frac{dL}{dt} \times B \right) \\ &= \frac{q}{dt} (dL \times B) \\ &= i (dL \times B) \end{aligned}$$

velocity²
right hand rule³
Lorenz equation⁴



شکل 4.2: ایک چکر کے لچھے پر قوت اور قوت مردوڑ

مثال 4.1: شکل 4.2 میں ایک لچھا مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کا رداس 15 سم، محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیر ہے۔ کثافت مقناطیسی بہاؤ کو نقطہ دار نوکیلی لکیروں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کے رخ دکھایا گیا ہے۔ اگر کثافت مقناطیسی بہاؤ 0.55 ٹسلا ہو تب

• لچھے کے اطراف پر قوت دریافت کریں اور

• لچھے پر قوت مردوڑ τ دریافت کریں۔

حل: شکل-الف اور ب میں کارتیسی اکائی سمتیات دکھائے گئے ہیں۔ برقی تار کے سروں کو نظر انداز کرتے ہوئے اسے ایک بند مستطیل تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل-الف میں برقی رو کے رخ تار کے اطراف کی لمبائیاں درج ذیل ہوں گی جبکہ $B = B_0 a_x$ ہو گا۔

$$L_{bc} = l a_y$$

$$L_{cd} = -2r a_x$$

$$L_{de} = -l a_y$$

$$L_{eb} = 2r a_x$$

یوں مساوات 4.2 کے تحت ان اطراف پر قوت (نیوٹن) درج ذیل ہو گی۔

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{bc} &= i (\mathbf{L}_{bc} \times B_0 \mathbf{a}_x) \\
 &= 5 (0.5 \mathbf{a}_y \times 0.55 \mathbf{a}_x) \\
 &= -1.375 \mathbf{a}_z \\
 \mathbf{F}_{cd} &= 5 (-0.3 \mathbf{a}_x \times 0.55 \mathbf{a}_x) \\
 &= 0 \\
 \mathbf{F}_{de} &= 5 (-0.5 \mathbf{a}_y \times 0.55 \mathbf{a}_x) \\
 &= 1.375 \mathbf{a}_z \\
 \mathbf{F}_{ea} &= 0
 \end{aligned}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ صرف محوری اطراف پر قوتیں پائی جاتی ہیں جنہیں شکل 4.2-ب میں دکھایا گیا ہے۔ محوری اطراف پر اثر انداز قوت، مروڑ پیدا کرتی ہیں جس کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل ہو گا۔ مستطیل تار پر قوت مروڑ (نیوٹن میٹر) درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \tau &= -1.375 \times 2 \times 0.15 \times \sin \theta \mathbf{a}_y \\
 &= -0.4125 \sin \theta \mathbf{a}_y
 \end{aligned}$$

□

مساوات 4.1 تا مساوات 4.3 کا استعمال صرف سادہ ترین صورتوں میں ممکن ہوتا ہے۔ حقیقی مشینوں میں ان مساوات سے قوت تعین کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ آئیں ایک ایسی ترکیب سیکھتے ہیں جس سے ہم مختلف مشینوں میں پائی جانی والی قوتیں تعین کر سکیں۔ اس ترکیب ہم توانائی کا طریقہ کہتے ہیں جو توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔

گھومتی برقی مشین عموماً دو لچھوں پر مشتمل ہوتی ہیں۔ ان میں ایک لچھا مشین کے ساکن حصہ پر لپٹا ہوتا ہے جس کی بنا یہ ساکن رہتا ہے اور ساکن لچھا⁵ کہلاتا ہے۔ دوسرا لچھا مشین کے گھومنے والے حصہ پر لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ اس کو گھومتا لچھا⁶ کہتے ہیں۔ ان لچھوں کو دو عدد مقناطیس تصور کرتے ہوئے ایسی مشینوں کی کارکردگی باآسانی سمجھی جاسکتی ہے۔

جس طرح دو مقناطیس اگر قریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال N دوسرے کے جنوب S کی سمت ہو۔

stator coil⁵
rotor coil⁶



شکل 4.3: برقی توانائی سے میکانیکی توانائی کے تبادلہ کا نظام۔

موٹر کے دو لچھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ ایک مقناطیس کے شمال N اور دوسرے کے جنوب S کے بیچ قوت کشش پائی جاتی ہے۔ ساکن لچھے کا مقناطیسی بہاؤ گھومتے لچھے کے مقناطیسی بہاؤ سے کچھ آگے رہ کر اسے کھینچ کر کام کرتا ہے۔ جزیئر میں اس کے برعکس گھومتا لچھا، ساکن لچھے پر کام کرتے ہوئے اس میں برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

توانائی کے طریقے کو شکل 4.3 کی مدد سے سمجھا جاسکتا ہے۔ یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ مانند دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس کو یہ میکانیکی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے متغیرات e اور i ہیں جبکہ میکانیکی توانائی کے متغیرات فاصلہ x اور میدانی قوت F_m ⁷ ہیں۔ اس شکل میں بائیں یعنی ابتدائی یا اولین جانب i کا رخ باہر سے اندر ہے جبکہ دائیں یعنی ثانوی جانب F_m کا رخ اندر سے باہر رخ ہے۔ یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل 3.7 کی مانند ہے۔

جہاں نظام میں توانائی کے ضیاع کو ذخیرہ توانائی سے علیحدہ کرنا ممکن ہو وہاں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 4.4 میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں لچھا برقی نظام اور حرکی حصہ میکانیکی نظام کو ظاہر کرتے ہیں اور لچھے میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی مزاحمت R سے ظاہر کیا گیا ہے۔

توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جاسکتی ہے اور نا ہی اسے تباہ کیا جاسکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ یوں نظام کو فراہم برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}}$ کا ایک حصہ میکانیکی توانائی $\partial W_{\text{میکانی}}$ میں تبدیل ہو گا جبکہ اس کا دوسرا حصہ، مقناطیسی $\partial W_{\text{مقناطیسی}}$ ، مقناطیسی میدان میں ذخیرہ ہو گا اور باقی حصہ، ضائع $\partial W_{\text{ضائع}}$ ، مختلف طریقوں سے ضائع ہو گیا جو ہمارے کسی کام نہ آ سکے گا:

$$(4.5) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}}$$

⁷ میدانی قوت F_m میں چھوٹی لکھائی میں لفظ میدانی کو ظاہر کر رہا ہے۔



شکل 4.4: قوت پیدا کرنے والا آلہ۔

برقی توانائی کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے

$$(4.6) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}}$$

لکھا جاسکتا ہے جس کو ∂t سے تقسیم کر کے

$$(4.7) \quad \frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقناطیسی}}}{\partial t}$$

لکھا جاسکتا ہے جو توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتی ہے۔ اس مساوات کے بائیں ہاتھ برقی طاقت کو ei اور دائیں ہاتھ میکانیکی حصہ میں $F_m \partial x = \partial W_{\text{میکانی}}$ لکھ کر

$$(4.8) \quad ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

حاصل ہو گا جہاں $W_{\text{مقناطیسی}}$ کو W_m لکھا گیا ہے۔ مساوات 2.27 استعمال کرتے ہوئے اس کو

$$(4.9) \quad i \frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ دونوں اطراف کو ∂t سے ضرب دے کر ترتیب نو کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.10) \quad \partial W_m = i \partial \lambda - F_m \partial x$$

مساوات 4.10 توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ اس مساوات کو استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لورینز کے قانون⁸ سے ہی پیدا ہوتی ہے۔ مساوات 4.10 میں برقی متغیرات i اور e کی بجائے λ اور λ ہیں۔ لہذا شکل 4.3 کو شکل 4.5 کی طرح بھی بنایا جاسکتا ہے۔

کسی بھی تفاعل⁹ $z(x, y)$ کا کل تفرق درج ذیل ہو گا جہاں $\frac{\partial z}{\partial x}$ لیتے ہوئے y کو مستقل تصور کیا جاتا ہے

Lorenz equation⁸
function⁹



شکل 4.5: توانائی کی قسم تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

اور $\frac{\partial z}{\partial y}$ لیتے ہوئے x کو مستقل تصور کیا جاتا ہے۔

$$(4.11) \quad \partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

اسی طرح $W_m(x, \lambda)$ کا کل تفرق

$$(4.12) \quad \partial W_m(x, \lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda$$

ہو گا جس کا موازنہ مساوات 4.10 کے ساتھ کر کے درج ذیل اخذ کیا جاسکتا ہے جہاں ایک متغیر کے ساتھ جزوی تفرق لیتے وقت دوسرے متغیر کو صریحاً مستقل ظاہر کیا گیا ہے۔

$$(4.13) \quad F_m(x, \lambda) = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$$

$$(4.14) \quad i(x, \lambda) = \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{x_0}$$

مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x, \lambda)$ دریافت کر کے مساوات 4.13 کی استعمال سے قوت دریافت کی جاسکتی ہے۔ شکل 4.4 میں قوت اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔ اگلے حصہ میں مقناطیسی توانائی کا حصول سکھایا جائے گا۔

4.2 تبادله توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل 4.4 میں ایک لچھے کا سادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ میکانیکی نظام میں حرکی حصہ کی کمیت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔ جہاں اس کمیت کا اثر جاننا ضروری ہو وہاں اس کو ایک

بیرونی کیمت تصور کیا جا سکتا ہے۔ اس طرح تبادلہ توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہوتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والی مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔ عموماً حرکت تب ممکن ہوگی جب مقناطیسی قالب میں قابل تبدیل خلاء موجود ہو۔ قالب میں خلاء کی موجودگی کی بنا عام طور پر $\mathcal{R}_c \gg \mathcal{R}_a$ ہوگا اور ایسا مقناطیسی دور حل کرتے ہوئے \mathcal{R}_c کو نظر انداز کیا جائے گا۔ یوں، جیسا مساوات 2.19 میں دیا گیا ہے، مقناطیسی دباؤ τ اور مقناطیسی بہاؤ ϕ براہ راست متناسب ہوں گے۔ ایسی صورت میں مساوات 2.29 میں امالہ L شکل 4.4 میں خلاء کی لمبائی x پر منحصر ہوگی لہذا اس مساوات کو درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$(4.15) \quad \lambda = L(x)i$$

شکل 4.4 میں قوت F_m کے رخ طے ہونے والا فاصلہ x ہے۔ یوں میکانی کام $F_m dx = \partial W_{\text{میکانی}}$ ہوگا جبکہ فراہم برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}} = i d\lambda$ یوں شکل 4.4 کو مساوات 4.10 ظاہر کرتی ہے۔ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی W_m کو مساوات 4.10 کا مکمل 10 لے کر حاصل کرتے ہیں۔

$$(4.16) \quad \int \partial W_m(x, \lambda) = \int i(x, \lambda) d\lambda - \int F_m(x, \lambda) dx$$

اس مکمل کا حصول شکل 4.6 سے واضح ہوگا۔ ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی فراہم نہیں کی گئی ہے۔ یوں نظام میں برقی رو صفر ہوگی جس کی بنا مقناطیسی بہاؤ اور ارتباط بہاؤ بھی صفر ہوں گے لہذا مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی صفر ہوگی۔ کسی بھی مقناطیس کی قوت کشش اس کی مقناطیسی بہاؤ پر منحصر ہوتی ہے لہذا صفر مقناطیسی بہاؤ کی بنا اس نظام میں قوت کشش صفر ہوگا اور یوں اس میں حرکت بھی صفر ہوگا۔ اس طرح ابتدائی نقطہ پر درج ذیل ہوں گے۔

$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ابتدائی نقطہ شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے۔ اب لچھے کو برقی توانائی فراہم کی جاتی ہے۔ لچھے میں برقی رو کی بنا قوت اور حرکت پیدا ہوگی۔ آخر کار نظام اختتامی نقطے پر پہنچے گا۔ اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پر $\lambda = \lambda_0$ اور $x = x_0$ ہیں اور مقناطیسی میدان میں توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ ہے۔ ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھایا جاتا ہے کہ λ اور x شکل 4.6 میں موٹی لکیر (اصل راستے) پر رہیں۔ آخری



شکل 4.6: مقناطیسی میدان میں توانائی۔

نقطہ پر مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ جاننے کے لئے اصل راستے پر مساوات 4.16 کا مکمل حاصل کرنا ہو گا جو ایک مشکل کام ہے۔ اس راہ پر مکمل کی بجائے ہم متبادل راستہ اختیار کرتے ہیں۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقناطیسی میدان ایک قدامت پسند میدان¹¹ ہے جس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے x_0 اور λ_0 کی مقدار پر منحصر ہوگی¹²۔ چونکہ توانائی کا دارومدار راہ پر منحصر نہیں ہے لہذا توانائی کے حصول کے مکمل میں ہم من پسند راستہ اختیار کرتے ہیں۔ ہم مکمل لیتے ہوئے شکل 4.6 میں ابتدائی نقطہ سے پہلی راہ چل کر فاصلہ x_0 طے کر کے دوسری راہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ (x_0, λ_0) تک پہنچتے ہیں۔ یوں مساوات 4.16 کو دو نکملات کا مجموعہ لکھا جائے گا۔ ایک مکمل نقطہ $(0, 0)$ سے نقطہ $(x_0, 0)$ تک اور دوسرا یہاں سے نقطہ (x_0, λ_0) تک لیا جائے گا:

$$(4.17) \quad \int_{\text{اصلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x, \lambda)$$

اس مساوات کے دائیں ہاتھ نکملات کو باری باری دیکھتے ہیں۔ پہلی راہ مکمل کو مساوات 4.16 کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$(4.18) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx$$

integral¹⁰
conservative field¹¹

¹² تجزیاتی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے۔ اسی لئے اگر کیت m کو کسی بھی راستے h کی بندی تک لے جایا جائے تو اس کی خفی توانائی mgh ہوگی۔

جیسا شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے، پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہے۔ مساوات 4.18 میں اس بات کو برقی رو $i(x, 0)$ اور قوت $F_m(x, 0)$ لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ ابتدائی اور اختتامی نقطوں پر λ صفر ہے لہذا $\int_0^0 i(x, 0) d\lambda = 0$ ہو گا۔ ایسے مکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے جس کا ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک دوسرے کے برابر ہوں۔

پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہونے کی بنا اس راہ پر مقناطیسی بہاؤ بھی صفر ہو گا لہذا اس راہ پر مقناطیسی اثر نہیں پایا جائے گا اور قوت F_m صفر ہو گا۔ ہم جانتے ہیں کہ صفر کا مکمل صفر ہوتا ہے لہذا $\int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$ ہو گا۔ یوں پہلی راہ پر کا مکمل (مساوات 4.18) صفر ہو گا:

$$(4.19) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, 0) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$$

مساوات 4.17 میں دوسری راہ کا مکمل

$$(4.20) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x_0, \lambda) = \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx$$

ہو گا۔ دوسری راہ پر $x = x_0$ ہے لہذا مساوات 4.20 میں دائیں ہاتھ دوسرے مکمل کا ابتدائی نقطہ x_0 اور اختتامی نقطہ بھی x_0 ہو گا جس کی بنا قوت کا مکمل صفر ہو گا:

$$(4.21) \quad \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx = 0$$

آخر میں مساوات 4.20 کے دائیں ہاتھ، برقی رو کا مکمل حل کرنا باقی ہے۔ مساوات 4.15 استعمال کرتے ہوئے اسے حل کرتے ہیں۔

$$(4.22) \quad \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda = \frac{1}{L(x_0)} \int_0^{\lambda_0} \lambda d\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

مساوات 4.20، مساوات 4.21 اور مساوات 4.22 کے نتائج استعمال کرتے ہوئے مساوات 4.17 میں دیے مکمل کا حل لکھتے ہیں:

$$W(x_0, \lambda_0) = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$



شکل 4.7: حرکت اور توانائی۔

اس مساوات میں اختتامی نقطہ کو عمومی نقطہ (x, λ) لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا جو مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات ہے۔

$$(4.23) \quad W(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$$

مساوات 4.23 کی مدد سے مساوات 4.13 کے ذریعہ قوت $F_m(x, \lambda)$ اور مساوات 4.14 کے ذریعہ برقی رو $i(x, \lambda)$ کا حساب اب ممکن ہے۔

مثال 4.2: شکل 4.7 میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکی اور ساکن حصوں کے بیچ خلائی درز g موجود ہے۔ اگر $N = 500$ ، $g = 1 \text{ mm}$ ، $b = 0.2 \text{ m}$ ، $w = 0.4 \text{ m}$ اور $i = 30 \text{ A}$ ہوں تب اس خلائی درز میں توانائی W_m کیا ہو گی؟

حل: چونکہ $h \gg g$ ہے لہذا ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ بالائی بازو سے نچلے بازو تک پہنچنے کے لئے حرکی حصہ سے گزرے گا (شکل 4.7)۔ یوں ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو خلائی درز کے قریب مڑ کر حرکی حصے میں سے گزرے گا۔ توانائی کے کلیہ $W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$ میں $\lambda = L(x)i$ پر کرنے سے $W_m(x, i) = \frac{1}{2} L(x) i^2$ لکھا جا سکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g}$ اور $A_g = w(b-x)$ ہیں۔ یوں

$$(4.24) \quad W_m(x, i) = \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu_0 w(b-x)}{2g} i^2$$

ہو گا جس میں دی گئی معلومات پر کرنے سے درج ذیل توانائی حاصل ہو گی (جس کی اکائی جاول ہے)۔

$$\begin{aligned} W_m(x, i) &= \frac{1}{2} \times \frac{500^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.4(0.2 - x)}{2 \times 0.001} \times 30^2 \\ &= 28278(0.2 - x) \end{aligned}$$

□

مثال 4.3: شکل 4.7 میں توانائی کے طریقہ سے قوت F_m دریافت کریں۔

حل: مساوات 4.13 کہتی ہے کہ $F_m = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$ ہو گا جہاں توانائی کے متغیرات x اور λ ہیں۔

مثال 4.2 میں مساوات 4.24 حاصل کی جو توانائی کا کلیہ ہے۔ ایسا کرتے ہوئے λ کی جگہ $\lambda = L(x)i$ پر کیا گیا جس کی بنا مساوات 4.24 میں W_m کے متغیرات x اور λ کی بجائے x اور i ہیں۔ قوت کے حصول کے لئے مساوات 4.24 استعمال نہیں کیا جاسکتا ہے۔ ہمیں توانائی کے درست متغیرات درکار ہوں گے تاکہ توانائی $W_m(x, \lambda)$ ہو (آپ مساوات 4.24 کا تفرق لے کر تسلی کر لیں کہ اس سے درست قوت حاصل نہیں ہوتا ہے)۔ درست طریقہ درج ذیل ہے۔

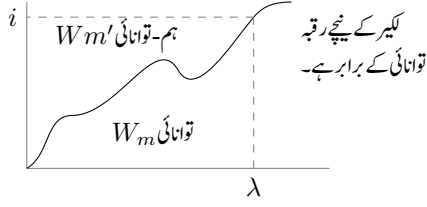
$$(4.25) \quad W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2 \left(\frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g} \right)} = \frac{g\lambda^2}{N^2 \mu_0 w(b-x)}$$

مساوات 4.25 اور مساوات 4.13 مل کر درج ذیل دیتی ہیں۔

$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \\ &= - \frac{g\lambda^2}{N^2 \mu_0 w(b-x)^2} \end{aligned}$$

تفرق لینے کے بعد $\lambda = Li$ پر کیا جاسکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2 \mu_0 w(b-x)}{2g}$ ہو گا۔ یوں قوت

$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{gL^2 i^2}{N^2 \mu_0 w(b-x)^2} \\ &= - \frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} \\ &= -28278 \end{aligned}$$



شکل 4.8: ہم-توانائی کی تعریف۔

نیوٹن حاصل ہوتی ہے۔ قوت کی علامت منفی ہے جس کے تحت قوت گھٹتے x رخ ہو گی۔ یوں حرکی حصہ بائیں رخ کھینچا جائے گا۔ شکل 4.4 میں قوت اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کے متوازی تھے جبکہ شکل 4.7 میں قوت اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کے عمودی ہیں۔ □

4.3 توانائی اور ہم-توانائی

شکل 4.8 میں λ اور i کے مابین ترسیم دکھایا گیا ہے۔ اس کلیئر کے نیچے رقبہ ہم-توانائی W_m تصور کریں۔ اس ترسیم پر کوئی ایک نقطہ (λ, i) لے کر ایک کلیئر نیچے اور دوسری بائیں کھینچ کر ایک مستطیل مکمل کیا گیا ہے جس کا رقبہ λi ہے۔ مستطیل کے رقبہ سے توانائی W_m منفی کرنے سے حاصل رقبہ ہم-توانائی W'_m ¹³ کہلاتا ہے۔

$$(4.26) \quad W'_m = \lambda i - W_m$$

ہم-توانائی کے جزوی فرق

$$\begin{aligned} \partial W'_m &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m \end{aligned}$$

میں مساوات 4.10 کا استعمال

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

یعنی

$$(4.27) \quad \partial W'_m = \lambda \partial i + F_m \partial x$$

دیگا۔

یہاں بھی مساوات 4.11 تا مساوات 4.14 کی طرح کسی بھی تفاعل $z(x, y)$ کا جزوی فرق

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

ہو گا لہذا ہم-توانائی $W'_m(x, i)$ کا جزوی فرق درج ذیل ہو گا۔

$$(4.28) \quad \partial W'_m(x, i) = \frac{\partial W'_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W'_m}{\partial i} di$$

مساوات 4.28 کا مساوات 4.27 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.29) \quad \lambda = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial i} \right|_{x_0}$$

اور

$$(4.30) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{i_0}$$

مساوات 4.30 قوت دریافت کرنے کا دوسرا کلیہ دیتی ہے۔ مساوات 4.30 میں ہم-توانائی جبکہ مساوات 4.13 میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔

توانائی کے طریقہ کی طرح مساوات 4.29 سے درج ذیل مکمل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.31) \quad W'_m(i_0, x_0) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x_0) di$$

جن نظام میں λ اور i کا تعلق تغیر راست ہو، جس کو مساوات 2.29 بیان کرتی ہو، ان کے لئے درج بالا مکمل کا حل درج ذیل ہو گا جہاں x_0, i_0 کی بجائے عمومی متغیرات i اور x لکھے گئے ہیں۔

$$(4.32) \quad W'_m(i, x) = \int_0^i L(x) i di = \frac{L(x) i^2}{2}$$



شکل 4.9: پیچدار لچھا۔

بعض مسائل میں توانائی اور بعض میں ہم-توانائی کا استعمال زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.9 میں ایک پیچدار لچھا دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی l ، رداس r اور چکر N ہیں۔ پیچدار لچھے کے مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ محوری رخ لچھے کے اندر رہتا ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاو کو نظر انداز کرتے ہوئے لچھے کے اندر محوری لمبائی رخ میدان شدت $H \approx \frac{NI}{l}$ ہو گی۔

موصل دھات کو امالی برقی توانائی سے پگھلانے کے لئے پیچدار لچھا استعمال کیا جاتا ہے۔ میں 100 تا 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی امالی برقی بھٹی¹⁴ بنانا رہا جو بالترتیب 500 تا 1200 ہرٹز پر کام کرتی اور 100 سے 3000 کلو گرام لوہا پگھلاتی ہیں۔

امالی بھٹی کے پیچدار لچھے کے اندر غیر موصل پیالے میں دھات کے ٹکڑے ڈال کر لچھے میں بدلتا رو گزاری جاتی ہے جو دھات میں بھنور نما امالی برقی رو پیدا کرتی ہے۔ بھنور نما رو دھات کو گرم کر کے پگھلاتی ہے۔ امالی برقی بھٹی میں لوہے کو 1650 ڈگری سینسے¹⁵ تک گرم کیا جاتا ہے۔

پیچدار لچھے میں برقی رو I_0 کی بنا لچھے پر رداسی رخ میکانی دباؤ یعنی قوت فی مربع رقبہ پیدا ہو گا۔ میری 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے کی بھٹی کے پیچدار لچھے کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000 \text{ A}, \quad l = 0.94 \text{ m}, \quad r = 0.49 \text{ m}$$

اس پر رداسی رخ میکانی دباؤ (نیوٹن فی مربع میٹر) حاصل کریں۔

high frequency, induction furnaces¹⁴
Celsius, Centigrade¹⁵

حل: ہم۔ توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

$$W'_m(r, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l}$$

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l}$$

اس قوت کی علامت مثبت ہے لہذا یہ رداسی رخ باہر جانب ہو گا۔ لچھے کو تنکی تصور کریں جس کی گول سطح کا رقبہ $A = 2\pi rl$ ہو گا۔ یوں میکائی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}$$

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times 10\,000^2}{2 \times 0.94^2} = 8605 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

□

مثال 4.5: 2700 کلوواٹ امالی بھٹی یومیہ 70 ٹن¹⁶ لوہا پگھلائی¹⁷ ہے۔ اتنے وزن کی منتقلی کے لئے برقی مقناطیس استعمال کیا جاتا ہے۔ شکل 4.10 میں ایک ایسا برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 300, \quad A = 0.8 \text{ m}^2, \quad I = 30 \text{ A}$$

برقی مقناطیس اور لوہے کے بیچ اوسط فاصلہ 2.5 سنٹی میٹر لیں۔ یہ برقی مقناطیس کتنی کمیت کا لوہا اٹھا سکتا ہے؟

حل:

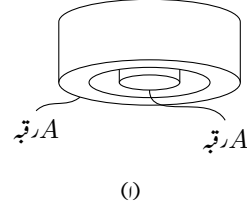
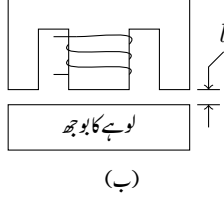
$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2l}$$

$$W'_m(l, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 A i^2}{4l}$$

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial l} = -\frac{\mu_0 N^2 A i^2}{4l^2} = -\frac{4\pi 10^{-7} \times 300^2 \times 0.8 \times 30^2}{4 \times 0.0254^2} = -31\,558 \text{ N}$$

¹⁶ ہزار کلو گرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔

¹⁷ یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔



شکل 4.10: برقی مقناطیس۔

قوت کی علامت منفی ہے۔ یوں یہ مقناطیس اور لوہے کے بیچ فاصلہ کم کرنے کی کوشش کرتی ہے۔ یہ مقناطیس
☐ $\frac{31558}{9.8} = 3220 \text{ kg}$ کمیت اٹھا سکتا ہے۔

مثال 4.6: مثال 4.3 کو ہم توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: مساوات 4.32 سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2\mu_0 w(b-x)i^2}{4g}$$

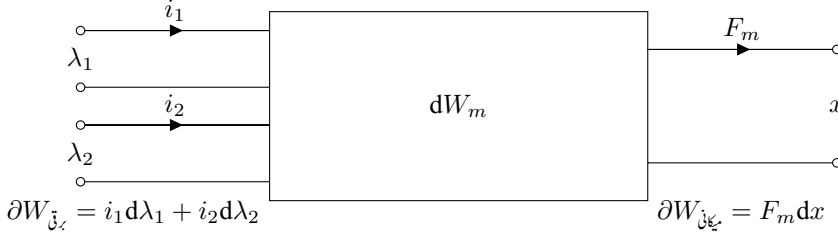
لکھ کر مساوات 4.30 سے درج ذیل قوت حاصل ہوتی ہے۔

$$F_m = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = -\frac{N^2\mu_0 w i^2}{4g} = -28278 \text{ N}$$

☐

4.4 متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام

اب تک ایک لچھے کے نظام پر غور کیا گیا۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام پر غور کیا جائے گا۔ متعدد
 لچھوں کا نظام بھی ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل 4.11 میں ایک لچھے کا برقی رو i_1 اور دوسرے



شکل 4.11: دو پچھوں کا نظام۔

پچھے کا برقی رو i_2 ہے۔ اس نظام کے لئے درج ذیل لکھنا ممکن ہے جہاں W_m ذخیرہ توانائی کو ظاہر کرتی ہے۔

$$(4.33) \quad \partial W_{\text{تج}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$(4.34) \quad \partial W_{\text{تج}} = \partial W_{\text{میک}} + \partial W_m$$

پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے درج ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے جس میں $\partial W_{\text{میک}} = F_m dx$ لکھا گیا ہے۔

$$(4.35) \quad i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 = F_m dx + \partial W_m$$

اس کی ترتیب نو درج ذیل دیگی۔

$$(4.36) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - F_m dx$$

اب بالکل مساوات 4.12 کی طرح درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(4.37) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx$$

مساوات 4.36 اور 4.37 کے موازنہ سے درج ذیل تعلقات اخذ ہوتے ہیں۔

$$(4.38) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, x}$$

$$(4.39) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, x}$$

$$(4.40) \quad F_m = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$



شکل 4.12: دو لچھوں کے نظام میں مقناطیسی میدان میں توانائی۔

ان مساوات کا استعمال تب ممکن ہو گا جب ہمیں توانائی W_m معلوم ہو لہذا ہم پہلے توانائی دریافت کرتے ہیں۔

شکل 4.11 میں لچھوں کو یوں طاقت دی جاتی ہے کہ λ_1 اور λ_2 صفر سے بالترتیب λ_{10} اور λ_{20} تک پہنچتے ہیں اور ساتھ ہی x صفر سے تبدیل ہو کر x_0 ہوتا ہے۔ اس عمل کو شکل 4.12 میں موٹی لکیر سے بطور "اصلی راہ" دکھایا گیا ہے۔ مساوات 4.17 کی طرح ذخیرہ توانائی کے مکمل کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.41) \quad \int_{\text{اصلی راہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m + \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m$$

ہم دائیں ہاتھ تکملات کو باری باری حل کرتے ہیں۔

پہلی راہ پر λ_1 اور λ_2 صفر رہتے ہیں جبکہ x کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت x_0 ہے۔ یوں پہلی راہ پر مکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.42) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m dx$$

کسی بھی مکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک دوسرے جیسا ہونے کی صورت میں مکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ، پہلے دو تکملات صفر ہوں گے:

$$(4.43) \quad \int_0^0 i_1 d\lambda_1 = \int_0^0 i_2 d\lambda_2 = 0$$

پہلی راہ پر λ_1 اور λ_2 صفر ہیں، یعنی، دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہذا مقناطیسی بہاؤ اور قوت F_m صفر ہوں گے۔ یوں مساوات 4.42 میں قوت کا مکمل صفر ہو گا۔

$$(4.44) \quad \int_0^{x_0} F_m dx = \int_0^{x_0} 0 dx = 0 \quad (\text{صفر کا مکمل صفر ہو گا})$$

مساوات 4.43 اور مساوات 4.44 کے نتائج کے تحت پہلی راہ پر مکمل صفر ہو گا۔

$$(4.45) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = 0$$

دوسری راہ پر λ_1 کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت λ_{10} ہے، λ_2 صفر رہتا ہے جبکہ x کی قیمت x_0 رہتی ہے۔ یوں دوسری راہ پر مکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.46) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

مکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں مکمل صفر ہو گا:

$$\int_0^0 i_2 d\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

یوں مساوات 4.46 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(4.47) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1$$

یہاں مساوات 2.33، 2.36 اور 2.38 کی ضرورت پیش آئے گی جنہیں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(4.48) \quad \lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$(4.49) \quad \lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

$$(4.50) \quad L_{12} = L_{21}$$

مساوات 4.48 اور مساوات 4.49 کو i_1 اور i_2 کے لئے حل کے

$$(4.51) \quad i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}$$

$$(4.52) \quad i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D}$$

حاصل ہو گا جہاں D درج ذیل ہے۔

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$$

مساوات 4.47 کو مساوات 4.51 کے برابر ٹھہرا کر، دوسری راہ پر λ_2 صفر لے کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\int_0^{\lambda_{10}} \left(\frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \right) d\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D} \int_0^{\lambda_{10}} \lambda_1 d\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

یوں دوسری راہ پر مکمل کی قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$(4.53) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

تیسری راہ پر λ_1 کی قیمت λ_{10} اور x کی قیمت x_0 پر برقرار رہتی ہے جبکہ λ_2 کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت λ_{20} ہے۔ یوں تیسری راہ پر مکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.54) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2^2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

مکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں مکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ پہلا اور تیسرا مکمل صفر ہو گا:

$$(4.55) \quad \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

مساوات 4.52 کی استعمال سے مساوات 4.54 کا باقی حصہ حل کرتے ہیں۔

$$(4.56) \quad \begin{aligned} \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{20}} \left(\frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_{10}}{D} \right) d\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}}{D} \int_0^{\lambda_{20}} \lambda_2 d\lambda_2 - \frac{L_{21}\lambda_{10}}{D} \int_0^{\lambda_{20}} d\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D} \end{aligned}$$

مساوات 4.55 اور مساوات 4.56 کی نتائج سے تیسری راہ کا مکمل درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.57) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

مساوات 4.45، 4.53 اور 4.57 کو جمع کر کے مساوات 4.41 کا درج ذیل حل حاصل ہو گا جہاں λ_{10} ، x_0 ، λ_{20} کی جگہ عمومی متغیرات x ، λ_2 ، λ_1 لکھے گئے ہیں۔

$$(4.58) \quad W_m(x, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$

دو لچھوں کے نظام میں ہم-توانائی کی تعریف

$$W'_m = i_1\lambda_1 + i_2\lambda_2 - W_m$$

ہو گی۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\partial W'_m = i_1\partial\lambda_1 + \lambda_1\partial i_1 + i_2\partial\lambda_2 + \lambda_2\partial i_2 - \partial W_m$$

مساوات 4.36 استعمال کرتے ہوئے ہم-توانائی کے جزوی فرق کی مساوات حاصل ہو گی:

$$(4.59) \quad \partial W'_m(x, i_1, i_2) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + F_m dx$$

جبکہ λ_1 ، λ_2 اور F_m کی مساواتیں درج ذیل ہوں گی۔

$$(4.60) \quad \lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_1} \right|_{x, i_2}$$

$$(4.61) \quad \lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_2} \right|_{x, i_1}$$

$$(4.62) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2}$$

مساوات 4.58 کی مقابل ہم-توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$(4.63) \quad W'_m(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2}L_{11}(x)i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}(x)i_2^2 + L_{12}(x)i_1i_2$$

ہم-توانائی سے قوت حاصل کرتے ہیں:

$$(4.64) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2} = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}(x)}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}(x)}{dx} + i_1i_2 \frac{dL_{12}(x)}{dx}$$

مثال 4.7: شکل 4.11 میں میکانیکی کام کو $T_m d\theta$ = $\partial W_{\text{میکانی}}$ لکھ کر توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: توانائی کی مساوات

$$\partial W_{\text{بقی}} = \partial W_{\text{میکنی}} + \partial W_m$$

میں

$$\partial W_{\text{بقی}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

اور $\partial W_{\text{میکنی}} = T_m d\theta$ پر کر کے ترتیب نو سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.65) \quad \partial W_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_m d\theta$$

W_m کے جزوی فرق

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} d\theta$$

کا مساوات 4.65 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل اخذ کیے جا سکتے ہیں۔

$$(4.66) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta}$$

$$(4.67) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta}$$

$$(4.68) \quad T_m = - \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

مساوات 4.65 عین مساوات 4.36 کی مانند ہے۔ مساوات 4.65 حل کرنے کا ایک ایک قدم مساوات 4.36 حل کرنے کی طرح ہے، بس فاصلہ x کی جگہ زاویہ θ آئے گا۔ یوں جواب میں میدانی توانائی کے متغیرات $\lambda_1, \lambda_2, \theta$ ہوں گے:

$$(4.69) \quad W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$

اسی طرح ہم توانائی کے لئے درج ذیل ہوں گے۔

$$(4.70) \quad \partial W'_m(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_m d\theta$$



شکل 4.13: دو لچھوں کے نظام میں قوت مروڑ۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \right|_{i_2, \theta} \\
 \lambda_2 &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \right|_{i_1, \theta} \\
 T_m &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2}
 \end{aligned}
 \quad (4.71)$$

ہم-توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$W'_m(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + L_{12} i_1 i_2 \quad (4.72)$$

□

مثال 4.8: شکل 4.13 میں دو لچھوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے زاویہ θ ناپا جاتا ہے۔ لچھوں کی خود امالہ اور مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$L_{11} = 20 + 30 \cos 2\theta$$

$$L_{22} = (20 + 30 \cos 2\theta) \times 10^{-3}$$

$$L_{12} = 0.15 \cos \theta$$

برقی رو $i_1 = 0.02 \text{ A}$, $i_2 = 5 \text{ A}$ پر قوت مروڑ T_m معلوم کریں۔

حل: مساوات 4.72 ہم-توانائی دیتی ہے۔

$$W'_m = \frac{1}{2} (20 + 30 \cos 2\theta) i_1^2 + \frac{1}{2} (20 + 30 \cos 2\theta) (10^{-3}) i_2^2 + (0.15 \cos \theta) i_1 i_2$$

مساوات 4.71 کا آخری جزو قوت مروڑ دیتی ہے۔

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} = -30i_1^2 \sin 2\theta - 30 \times 10^{-3} i_2^2 \sin 2\theta - 0.15 i_1 i_2 \sin \theta \\ &= -0.012 \sin 2\theta - 0.75 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \\ &= -0.762 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \end{aligned}$$

قوت مروڑ کی علامت منفی ہے لہذا یہ زاویہ میں تبدیلی کی مخالفت کرے گا۔ یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں (مثبت θ) تو یہ نظام زاویہ کم کرنے کے رخ قوت مروڑ (منفی T_m) پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم (منفی θ) کرنے کی کوشش کریں تو یہ نظام زاویہ بڑھانے کے رخ قوت مروڑ (مثبت T_m) پیدا کرے گا۔ سادہ زبان میں گھومتا حصہ اُفقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔

□

باب 5

گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشینوں کے بنیادی اصولوں پر غور کیا جائے گا۔ ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

5.1 قانون فیراڈے

قانون فیراڈے¹ کے تحت جب بھی کسی لچھے کا ارتباط بہاؤ λ وقت کے ساتھ تبدیل ہو، اس لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہو گا:

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = N \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (5.1)$$

گھومتے مشین میں ارتباط بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے پیدا کی جاسکتی ہے۔ مثلاً لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھما کر یا ساکن لچھے میں مقناطیس گھما کر، وغیرہ وغیرہ۔

Faraday's law¹

ان برقی مشینوں میں لچھے مقناطیسی قالب² پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاو حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاو بڑھایا جاتا ہے۔ مزید قالب کی شکل تبدیل کر کے مقناطیسی بہاو کو ضرورت کے مقام پر پہنچایا جاتا ہے۔

ان مشینوں کے قالب میں مقناطیسی بہاو وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہذا قالب میں بھنور نما برقی رو³ پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر باریک لوہے کی پتري⁴ تہہ در تہہ رکھ قالب بنایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا، ٹرانسفارمر کا قالب بھی اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں معاصر برقی جزیئر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے جس کے قالب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ میکانی زاویہ θ_m مقناطیس کا مقام دیتا ہے۔ افقی لکیر سے خلاف گھڑی زاویہ θ_m ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے، فی سیکنڈ n مکمل چکر کاٹتا ہو تب ہم کہتے ہیں کہ اس مقناطیس کے گھومنے کا تعدد n ہرٹز⁵ ہے۔ اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس $60n$ چکر فی منٹ⁶ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر 360° زاویہ یا 2π ریڈیئن⁷ پر مشتمل ہوتا ہے لہذا گھومنے کی اس رفتار کو $2\pi n$ ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہہ سکتے ہیں۔ یوں اگر مقناطیس f ہرٹز کی رفتار سے گھوم رہا ہو تب یہ $2\pi f$ ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے گا جس کو ω سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

(5.2)

$$\omega = 2\pi f$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار کو عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں بیان کیا جائے گا۔

شکل 5.1 میں مشین کے دو مقناطیسی قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطبی مشین کہتے ہیں۔ ساکن قالب میں، اندر کی جانب دو شکاف ہیں، جن میں N چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو a اور a' سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لچھے کی بنا

²magnetic core

³eddy currents

⁴laminations

⁵Hertz

⁶rounds per minute, rpm

⁷radians



شکل 5.1: دو قطب، یک دوری معاصر جزئیٹر۔

اس مشین کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ چونکہ یہ لچھا جزئیٹر کے ساکن حصہ پر پایا جاتا ہے لہذا یہ لچھا بھی ساکن ہو گا جس کی بنا اسے ساکن لچھا⁸ کہتے ہیں۔

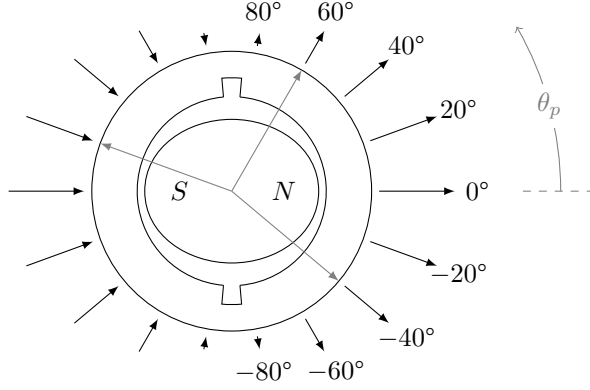
مقناطیس کا مقناطیسی بہاؤ شمالی قطب⁹ N سے خارج ہو کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول قالب میں سے گزر کر، دوسرے خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، مقناطیس کے جنوبی قطب¹⁰ S میں داخل ہو گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ یہ مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔ شکل 5.1 میں مقناطیس سیدھی سلاح کی مانند دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.2 میں مقناطیس تقریباً گول ہے اور اس کے محور کا زاویہ θ_m صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن قالب کے بیچ صفر زاویہ، $\theta = 0^\circ$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، $\theta = 90^\circ$ ، پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز پر ہچکچاہٹ کم ہو گی جبکہ زیادہ خلائی درز پر ہچکچاہٹ زیادہ ہو گی لہذا $\theta = 0^\circ$ پر خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزرے گا جبکہ $\theta = 90^\circ$ پر کم بہاؤ گزرے گا۔ خلائی درز کی لمبائی یوں تبدیل کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاؤ مقناطیس سے قالب میں عمودی زاویہ پر داخل ہوتا ہے۔ اگر خلائی درز میں B سائن نما ہو

$$(5.3) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

تب کثافت مقناطیسی بہاؤ B صفر زاویہ $\theta_p = 0^\circ$ پر زیادہ سے زیادہ اور نوے زاویہ، $\theta_p = 90^\circ$ ، پر صفر ہو گی اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ θ_p کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ θ_p کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کے مخالف

stator coil⁸
north pole⁹
south pole¹⁰



شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاو اور زاویہ کا تہہ پل۔

رخ ناپا جاتا ہے۔ شکل 5.2 میں ساکن حصے کے باہر نوکیلی لکیروں کی لمبائی سے کثافتِ مقناطیسی بہاو کی مطلق قیمت اور لکیروں کے رخ سے بہاو کا رخ دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے -40° ، 60° اور 160° زاویوں پر رداسی رخ دکھایا گیا ہے۔ زاویات -40° اور 60° پر مقناطیسی بہاو رداسی رخ جبکہ 160° پر مقناطیسی بہاو رداسی رخ کے مخالف ہے۔ یوں شکل 5.2 میں آدھے درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو رداسی رخ جبکہ باقی آدھے میں مخالف رداسی رخ ہو گا۔ خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو B اور θ_p کا ترسیم سائن نما ہو گا۔ شکل 5.3 میں مقناطیس دوسرے زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ یاد رہے کثافتِ مقناطیسی بہاو کی مطلق قیمت مقناطیس کے شمالی قطب پر زیادہ سے زیادہ ہو گی اور شمالی قطب پر کثافتِ مقناطیسی بہاو رداسی رخ ہو گی۔ شکل 5.3 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو B ، زاویے θ_p اور θ_m دکھائے گئے ہیں جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos \theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned} \quad (5.4)$$

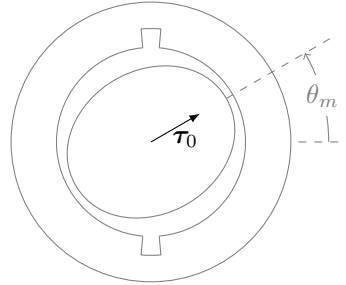
یوں درج ذیل ہو گا۔

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \quad (5.5)$$

شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس کا سائن نما مقناطیسی دباؤ پیش کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 5.4 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مقناطیسی دباؤ کو عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کا حیثہ اور سمتیہ کا رخ مقناطیس کے شمال کو ظاہر کرتا ہے۔



سائن نما مقناطیسی دباؤ
 کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے
 جس کا طول τ_0 اور اس کا
 رخ چوٹی کا زاویہ دیتا ہے۔



شکل 5.4: مقناطیسی دباؤ کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



شکل 5.5: چار قطب یک دوری معاصر جزیئر۔

شکل 5.3 میں مقناطیس کو لمحہ t_1 ، زاویہ $\theta_m(t_1)$ پر دکھایا گیا ہے جہاں ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ λ_θ ہے۔ اگر مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھوم رہا ہو تب ساکن لچھے میں اس لمحہ پر برقی دباؤ $e(t)$ پیدا ہو گا:

$$(5.6) \quad e(t) = \frac{d\lambda_\theta}{dt}$$

آدھے چکر، π ریڈین گھومنے کے، بعد مقناطیسی قطبین آپس میں جگہیں تبدیل کرتے ہیں، لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ الٹ ہو گا، لچھے میں ارتباط بہاؤ $\lambda_\theta - e(t)$ اور اس میں امالی برقی دباؤ $-e(t)$ ہو گا۔ ایک مکمل چکر بعد مقناطیس دوبارہ اسی مقام پر ہو گا جو شکل 5.3 میں دکھایا گیا ہے، ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ دوبارہ λ_θ اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ ہو گا۔ یوں جب بھی مقناطیس $\theta_m = 2\pi$ میکانی زاویہ طے کرے، امالی برقی دباؤ کے برقی زاویہ میں $\theta_e = 2\pi$ تبدیلی رونما ہوگی لہذا دو قطب، ایک لچھے کی مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e ایک دوسرے کے برابر ہوں گے:

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس f_m چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہو تب لچھے میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ بھی ایک سیکنڈ میں f_m مکمل چکر کاٹے گا لہذا $e(t)$ کے تعدد f_e ¹¹ کی قیمت f_m ہرٹز¹² ہو گی۔

$$f_e = f_m$$

اس مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e وقت کے ساتھ تبدیل ہونے کے باوجود آپس میں ایک تناسب رکھتے ہیں لہذا ایسے مشین کو معاصر مشین¹³ کہتے ہیں۔ یہاں یہ تناسب ایک کے برابر ہے۔

¹¹ frequency

¹² Hertz

¹³ synchronous machine

شکل 5.5 میں چار قطب، یک دوری معاصر جزیئر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشینوں میں عموماً مقناطیس جبکہ بڑے مشینوں میں برقی مقناطیس¹⁴ استعمال ہوتے ہیں۔ اس شکل میں برقی مقناطیس استعمال کیے گئے ہیں۔ دو سے زائد قطبین والے مشینوں میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ قطب تصور کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس حوالہ قطب کو θ_m پر دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب $(\theta_m + \pi)$ زاویہ پر ہے۔

جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں مقناطیس کے چار قطبین ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ یک دوری آلات میں مقناطیسی قطبین کے جوڑوں کی تعداد اور ساکن لچھوں کی تعداد ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہے۔ شکل 5.5 میں مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑی قطبین ہیں، لہذا اس مشین کے ساکن حصہ پر دو ساکن لچھے ہوں ہیں۔ ایک لچھے کو a_1 سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو a_2 سے۔ لچھے a_1 کو قالب میں موجود دو شکاف a_1 اور a_1' میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح a_2 لچھے کو دو شکاف a_2 اور a_2' میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ دونوں لچھوں کو سلسلہ وار¹⁵ جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جزیئر سے حاصل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کا دگنا ہو گا۔ یک دوری آلات میں قالب کو مقناطیس کے قطبین کی تعداد کے برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے مشین کا ہر ساکن لچھا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل 5.5 میں چار قطبین ہیں لہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیرتا ہے۔

ساکن اور حرکی لچھوں کی کارکردگی ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہے۔ اس کی وضاحت کرتے ہیں۔

جیسا پہلے بھی ذکر کیا گیا چھوٹی گھومتی مشینوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں برقی مقناطیس میدان فراہم کرتا ہے۔ اگرچہ اب تک کی اشکال میں مقناطیس کو گھومتا حصہ دکھایا گیا ہے، حقیقت میں مقناطیس کسی مشین میں گھومتا اور کسی میں ساکن ہو گا۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والے اس لچھے کو میدان لچھا¹⁶ کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا¹⁷ کہتے ہیں۔ برقی جزیئر کے قوی لچھے سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے ضیاع کے علاوہ تمام برقی طاقت قوی لچھے کو فراہم کی جاتی ہے۔

شکل 5.6 میں گھومتے اور ساکن حصہ کے بیچ خلائی درز میں شمالی قطب سے مقناطیسی بہاؤ باہر نکل کر قالب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب پر مقناطیسی بہاؤ قالب سے نکل کر جنوبی قطب میں داخل ہوتا ہے۔ شکل 5.6 میں

electromagnet¹⁴
series connected¹⁵
field coil¹⁶
armature coil¹⁷



شکل 5.7: سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ۔



شکل 5.6: چار قطب، دو لچھے مشین میں مقناطیسی بہاؤ۔

اس مقناطیسی بہاؤ کی کثافت کو دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاؤ کا رخ دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گا۔ ان مشینوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں B سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس پر آگے غور کیا جائے گا۔ اگر تصور کر لیا جائے کہ B سائن نما ہے تب خلائی درز میں B کی مطلق قیمت شکل 5.7 کی طرح ہو گی جہاں θ_e برقی زاویہ ہے۔

P قطبی مقناطیس کے معاصر مشین کے لئے لکھ درج ذیل ہو گا۔

$$(5.7) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

$$(5.8) \quad f_e = \frac{P}{2} f_m$$

یہاں برقی اور میکانی تعدد کا تناسب 2 ہے۔

مثال 5.1: پاکستان میں گھریلو اور صنعتی صارفین کو 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے۔ یوں ہمارے ہاں $f_e = 50$ ہو گا۔

• اگر برقی طاقت دو قطبی جزیئر سے حاصل کی جائے تب جزیئر کی رفتار کتنی ہو گی؟۔

• اگر جزیئر کے بیس قطب ہوں تب جزیئر کی رفتار کتنی ہو گی؟

حل:



شکل 5.8: دو قطب، تین دوری معاصر مشین۔

- مساوات 5.8 کے تحت دو قطبی، $P = 2$ ، جزیئر کا میکانی رفتار $f_m = \frac{2}{2}(50) = 50$ چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ¹⁸ ہو گا۔
- بیس قطبی، $P = 20$ ، جزیئر کا میکانی رفتار $f_m = \frac{2}{20}(50) = 5$ چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ ہو گا۔

□

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جزیئر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جزیئر سست رفتار جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہذا پانی سے چلنے والے جزیئر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر عموماً دو قطب کے ہوتے ہیں۔

شکل 5.8 میں دو قطب تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ ان میں ایک لچھا a ہے جو قالب میں شگاف a اور a' میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تب یہ بالکل شکل 5.1 میں دیا گیا مشین ہی تھا۔ البتہ دیے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

لچھے کا رخ درج ذیل طریقہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

¹⁸rpm, rounds per minute



شکل 5.9: دو قطب تین دوری مشین۔

- دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کے رخ لپیٹیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کا رخ دے گا۔

شکل 5.8 میں لچھا a کا برقی رو شگاف a میں، کتاب کے صفحہ کو عمودی، باہر رخ جبکہ a' میں اس کے مخالف اندر رخ تصور کرتے ہوئے لچھا a کا رخ تیر دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اس رخ کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ یوں لچھا a صفر زاویہ پر لپیٹا گیا ہے، یعنی $\theta_a = 0^\circ$ ہے۔ باقی لچھوں کے زاویات لچھا a کے رخ سے، گھڑی کے مخالف رخ نامے جاتے ہیں۔

شکل 5.8 میں لچھا b کو شگاف b اور b' میں رکھا گیا ہے اور لچھا c کو شگاف c اور c' میں رکھا گیا ہے۔ مزید لچھا b کو 120° زاویہ اور لچھا c کو 240° زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یوں $\theta_b = 120^\circ$ اور $\theta_c = 240^\circ$ ہوں گے۔

شکل 5.9 میں اگر لمحہ t_1 پر لچھا a کا ارتباط بہاو $\lambda_a(t_1)$ ہو تب لمحہ t_2 پر، جب مقتناطیس 120° زاویہ طے کر لے، لچھا b کا ارتباط بہاو $\lambda_b(t_2)$ ہو گا۔ لمحہ t_2 پر مقتناطیس اور لچھا b ایک دوسرے کے لحاظ سے بالکل اسی طرح نظر آتے ہیں جیسے t_1 پر مقتناطیس اور لچھا a ایک دوسرے کے لحاظ سے نظر آتے تھے۔ یوں لمحہ t_2 پر لچھا b کا ارتباط بہاو اتنا ہی ہو گا جتنا لمحہ t_1 پر لچھا a کا ارتباط بہاو تھا:

$$(5.9) \quad \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

اسی طرح لمحہ t_3 پر، جب مقتناطیس مزید 120° زاویہ طے کر لے، لچھا c کا ارتباط بہاو $\lambda_c(t_3)$ ہو گا جو $\lambda_a(t_1)$ کے برابر ہو گا۔ یوں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.10) \quad \lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

ان لمحات پر لچھوں کے امالی برقی دباو

$$(5.11) \quad e_a(t_1) = \frac{d\lambda_a(t_1)}{dt}$$

$$(5.12) \quad e_b(t_2) = \frac{d\lambda_b(t_2)}{dt}$$

$$(5.13) \quad e_c(t_3) = \frac{d\lambda_c(t_3)}{dt}$$

ہوں گے۔ مساوات 5.10 کی روشنی میں درج ذیل ہو گا۔

$$(5.14) \quad e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3)$$

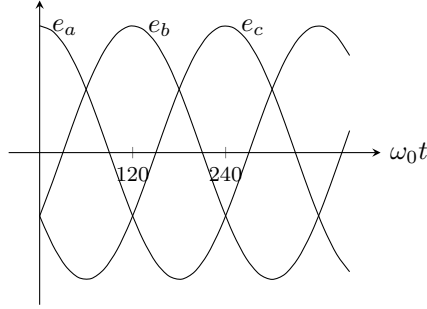
اگر شکل 5.9 میں صرف لچھا a پایا جاتا تب یہ بالکل شکل 5.1 کی طرح ہوتا اور اگر ایسی صورت میں مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھمایا جاتا تب، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھا a میں سائن نما برقی دباو پیدا ہوتا۔ شکل 5.9 میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں ہے۔ یوں اگر شکل 5.9 میں مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تب تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباو پیدا ہو گا البتہ مساوات 5.14 کے تحت یہ برقی دباو آپس میں 120° زاویہ پر ہوں گے۔ ان امالی برقی دباو کو شکل 5.10 میں دکھایا گیا ہے۔ اگر لمحہ t_1 پر e_1 کی مثبت چوٹی ہو تب لمحہ t_2 پر e_2 اور لمحہ t_3 پر e_3 کی چوٹی پائی جائے گی۔ یوں درج ذیل ہوں گے۔

$$e_a(t) = E_0 \cos \omega_0 t$$

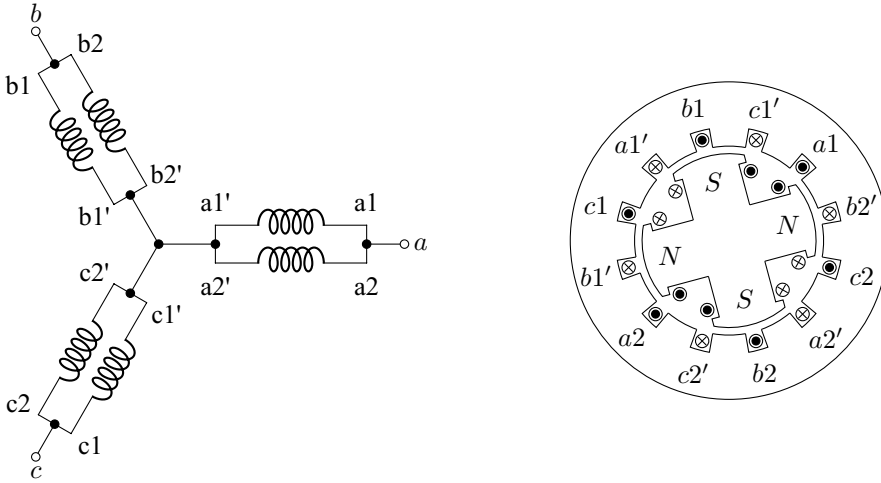
$$e_b(t) = E_0 \cos \left(\omega_0 t - \frac{2}{3} \pi \right)$$

$$e_c(t) = E_0 \cos \left(\omega_0 t - \frac{4}{3} \pi \right) = E_0 \cos \left(\omega_0 t + \frac{2}{3} \pi \right)$$

شکل 5.11 میں چار قطب، تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمالی اور جنوبی قطبین باری باری پائے جاتے ہیں اور 180° میکانی زاویہ میں شمال اور قریبی جنوب قطب کی ایک جوڑی پائی جاتی ہے۔ یہی میکانی زاویہ 360° برقی زاویہ کے برابر ہو گا۔ شکل 5.8 میں ساکن حصہ کے 360° برقی زاویہ کے احاطہ میں تین دوری لچھے نسب ہیں جن کی اطراف کی ترتیب، گھڑی کے مخالف رخ چلتے ہوئے، a, c', b, a', c اور b' ہے۔ شکل 5.11 میں دو قطبین کے احاطہ، 180° میکانی زاویہ (یا 360° برقی زاویہ)، میں بالکل اسی طرح تین دوری لچھوں کے اطراف کی ترتیب $a_1, c_1', b_1, a_1', c_1$ اور c_1' ہے۔ باقی دو قطبین کے احاطے میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو a_2, c_2', c_2'



شکل 5.10: تین دوری امالی برقی دباؤ میں زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔



شکل 5.11: چار قطب، تین دوری معاصر مشین۔

a_1 اور a_2 لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباؤ پیدا ہو گا۔ تین دوری دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دوری برقی دباؤ حاصل کا جاتا ہے۔ شکل 5.11 میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں a لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔

5.3 محرک برقی دباؤ

قانون لورینز¹⁹ کے تحت مقناطیسی میدان B میں سمتی رفتار v سے حرکت کرتا ہوا برقی بار q درج ذیل قوت F محسوس کرے گا۔

$$(5.15) \quad F = q(v \times B)$$

یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی میدان کے لحاظ سے برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہذا F کو ساکن مقناطیسی میدان میں برقی بار کی سمتی رفتار تصور کیا جاسکتا ہے۔ مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کا قانون²¹ دیا (صفحہ 104 پر شکل 4.1)۔ دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کو باقی انگلیوں کے ساتھ برقرار قائم رکھ کر اس ہاتھ کی چار انگلیوں کو v کے رخ سے شروع کر کے، چھوٹے زاویہ پر گھما کر، B کے رخ موڑنے سے انگوٹھا F کا رخ دیگا۔

مقناطیسی میدان میں ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک، جن کے بیچ ہٹاؤ l ہے، برقی بار q منتقل کرنے کے لئے درکار کام W ہو گا:

$$(5.16) \quad W = F \cdot l = q(v \times B) \cdot l$$

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے بیچ برقی دباؤ²² کہتے ہیں جس کی اکائی وولٹ²³ V ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے بیچ درج ذیل برقی دباؤ ہو گا۔

$$(5.17) \quad e = \frac{W}{q} = (v \times B) \cdot l \quad \text{وولٹ}$$

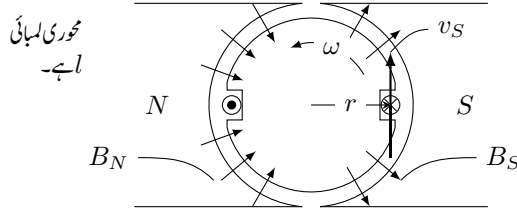
Lorentz law¹⁹

charge²⁰

right hand rule²¹

potential difference, voltage²²

volt²³



شکل 5.12: ایک چکر کا لچھا مقناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

حرکت کی مدد سے یوں حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ²⁴ کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے پیدا برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کا برقی دباؤ بھی محرک برقی دباؤ کہلائے گا۔

شکل 5.12 میں خلاف گھڑی گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔ بائیں خلاء میں لچھا کی تار کے قطع پر غور کریں۔ مساوات 5.15 کے تحت بائیں قطع میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کے عمودی باہر رخ قوت پیدا ہوگی جبکہ اس قطع میں موجود منفی برقی بار پر اس کے مخالف رخ قوت پیدا ہوگی۔ مساوات 5.17 کے تحت اس قطع کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی برقی دباؤ پر ہوگا۔

ہم گھومتے حصہ کی محور پر ٹنگی محدود قائم کرتے ہیں۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے خلاء میں B رداسی رخ جبکہ شمالی قطب کے سامنے خلاء میں B رداس کے مخالف رخ ہوگا۔ جنوبی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار l_S کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v_S &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_S &= B a_r \\ l_S &= l a_z \end{aligned} \quad (5.18)$$

یوں جنوبی قطب کے سامنے تار کے قطع میں درج ذیل محرک برقی دباؤ پیدا ہوگا۔

$$\begin{aligned} e &= (v \times B) \cdot l \\ &= \omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= \omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l \end{aligned} \quad (5.19)$$

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ a_z لیا گیا ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا تار پر $-a_z$ رخ ہے یعنی تار کا نچلا سرا مثبت اور بالائی سرا منفی ہے۔

اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس رو کا رخ a_z - یعنی صفحہ کو عمودی اندر رخ ہو گا جسے شکل 5.12 میں شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v_N &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_N &= -B a_r \\ l_N &= l a_z \end{aligned} \quad (5.20)$$

یوں اس قطع میں درج ذیل دباؤ ہو گا۔

$$\begin{aligned} e_N &= (v_N \times B_N) \cdot l_N \\ &= -\omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= \omega r B l \end{aligned} \quad (5.21)$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ a_z لیا گیا ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا تار پر a_z رخ ہو گا یعنی تار کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی ہو گا۔ اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس کا رخ a_z یعنی صفحہ کو عمودی باہر رخ ہو گا جسے شکل 5.12 میں شگاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دونوں تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان تاروں کے نچلے سرا ایک دوسرے کے ساتھ سلسلہ وار جڑے ہیں جس کو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔ یوں اس لچھے کے بالائی، نظر آنے والے، سروں پر کل برقی دباؤ e ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباؤ کا مجموعہ ہو گا:

$$\begin{aligned} e &= 2rlB\omega \\ &= AB\omega \end{aligned} \quad (5.22)$$

یہاں لچھے کا رقبہ $A = 2rl$ ہے۔ اگر ایک چکر سے اتنا برقی دباؤ حاصل ہو تب N چکر کے لچھے سے درج ذیل دباؤ حاصل ہو گا جہاں $\phi = AB$ مقناطیسی بہاؤ ہے۔

$$\begin{aligned} e &= \omega NAB \\ &= 2\pi f NAB \\ &= 2\pi f N\phi \end{aligned} \quad (5.23)$$

گھومتی مشینوں کی خلائی درز میں B اور v ہر لمحہ ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔ مساوات 5.17 کے تحت مستقل زاویائی رفتار اور محوری لمبائی کی صورت میں پیدا کردہ برقی دباؤ ہر لمحہ B کا براہ راست تناسب ہو گا۔ خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے B کی صورت میں گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباؤ بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ یوں جس شکل کا برقی دباؤ درکار ہو اسی شکل کی کثافت مقناطیسی دباؤ خلائی درز میں پیدا کرنی ہو گی۔ سائن نما برقی دباؤ پیدا کرنے کے لئے خلائی درز میں سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ درکار ہو گی۔

اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت B پیدا کرنے کی ترکیب بتائی جائے گی۔

5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ

ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں گچھ²⁵ لچھے دکھائے گئے۔ مزید ان مشینوں میں گھومتے حصے پر موجود مقناطیس کے ابھرے قطب²⁶ تھے۔ عموماً حقیقی مشینوں کے ہموار قطب²⁷ اور پھیلے لچھے²⁸ ہوتے ہیں جن کی بنا سائن اور گھومتے حصوں کے بیچ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباؤ اور سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنا ممکن ہوتا ہے۔

شکل 5.13 میں ایک گچھ لچھا دکھایا گیا ہے جہاں مشین کے گھومتے حصے کا عمودی تراش گول شکل کا ہو گا۔ متحرک اور ساکن قالب کا $\mu_r \rightarrow \infty$ ہے لہذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہو گی۔ لچھے کا مقناطیسی دباؤ $\tau = Ni$ ، مقناطیسی بہاؤ ϕ پیدا کرتا ہے جس کو تیر دار لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرتا ہوا لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتا ہے۔ یوں ایک چکر، یعنی دو درزوں، کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$(5.24) \quad \tau = Ni = 2Hl_a$$

اس مساوات کی دونوں اطراف کو 2 سے تقسیم کرتے ہوئے ایک درز کی مساوات لکھی جاسکتی ہے جہاں ایک درز پر لاگو مقناطیسی دباؤ کو τ_a سے ظاہر کیا گیا ہے:

$$\tau_a = \frac{\tau}{2} = Hl_a$$

non-distributed coils²⁵

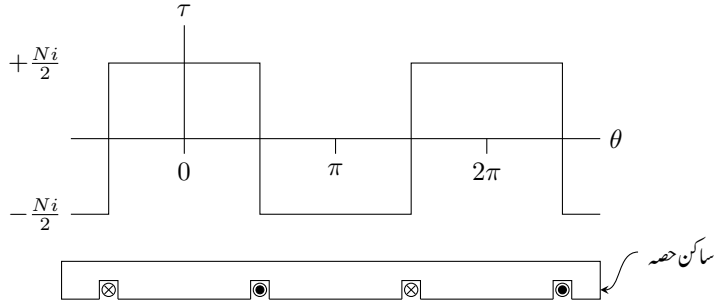
salient poles²⁶

non-salient poles²⁷

distributed winding²⁸



شکل 5.13: ساکن لچھا پچھے ہے۔



شکل 5.14: گچھ لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباو۔

یوں ساکن لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا ایک آدھا حصہ ایک خلائی درز اور دوسرا آدھا حصہ دوسری خلائی درز میں مقناطیسی بہاو پیدا کرتا ہے۔ مزید زاویہ 90° تا 90° خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاو) رداسی رخ جبکہ زاویہ 90° تا 270° خلائی درز میں رداس کے مخالف رخ ہے۔ ہم رداسی رخ کو مثبت تصور کرتے ہیں۔ چونکہ مقناطیسی بہاو (اور مقناطیسی دباؤ) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان رداسی رخ ہے لہذا اسے مثبت تصور کیا جائے گا جبکہ باقی حصہ پر مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاو) رداس کے مخالف رخ ہے لہذا اسے منفی تصور کیا جائے گا۔ شکل 5.14 میں خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ وقفہ $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ_a لچھے کے مقناطیسی دباؤ τ کا آدھا ہے اور اس کا رخ مثبت ہے جبکہ وقفہ $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا آدھا اور منفی رخ ہے۔ یاد رہے مقناطیسی دباؤ کا رخ رداسی رخ کے حوالہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

5.4.1 بدلتارو مشین

بدلتارو (اے سی) مشین بناتے وقت کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہو۔ سائن نما مقناطیسی دباؤ کے حصول کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے سائن نما مقناطیسی دباؤ کیسے حاصل ہوتا ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

فوریر تسلسل²⁹ کے تحت ہم کسی بھی تفاعل³⁰ $f(\theta_p)$ کو درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.25) \quad f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p)$$

تفاعل کا دوری عرصہ T ³¹ ہونے کی صورت میں فوریر تسلسل کے عددی سر درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.26) \quad \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) d\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p d\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p d\theta_p \end{aligned}$$

Fourier series²⁹
function³⁰
time period³¹

مثال 5.2: شکل 5.14 میں دیے گئے مقناطیسی دباؤ کا

- فوریز تسلسل حاصل کریں،
- تیسری موسیقائی جزو³² اور بنیادی جزو³³ کا تناسب معلوم کریں۔

حل:

- مساوات 5.26 کی مدد سے

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \right) + \left(\frac{Ni}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

اور درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p d\theta_p \right] \\ &= \frac{Ni}{2\pi} \left[-\frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} + \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\ &= \frac{Ni}{2n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} + 2 \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\ &= \left(\frac{4}{n\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2} \end{aligned}$$

اس مساوات میں n کی قیمت ایک، دو، تین لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned} a_1 &= \left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_3 = - \left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right), \quad a_5 = \left(\frac{4}{5\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \\ a_2 &= a_4 = a_6 = 0 \end{aligned}$$

third harmonic component³²
fundamental component³³

اسی طرح درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[\frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} - \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

• ان نتائج کا یکجا کرتے ہیں:

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{\left(\frac{4}{3\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)}{\left(\frac{4}{\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right)} = \frac{1}{3}$$

□

یوں تیسرا موسیقائی جزو بنیادی جزو کا تیسرا حصہ یعنی 33.33 فی صد ہو گا۔

مثال 5.2 میں حاصل کردہ a_1, a_2, \dots استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ کا فوریر تسلسل لکھتے ہیں۔

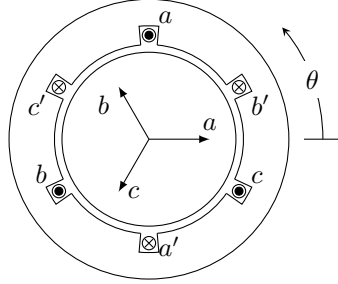
$$(5.27) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p - \frac{4}{3\pi} \frac{Ni}{2} \cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi} \frac{Ni}{2} \cos 5\theta_p - + \dots$$

مثال 5.2 کے مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جاسکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے حقیقی مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء قابل نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے مساوات 5.27 سے

$$(5.28) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p = \tau_0 \cos \theta_p$$

لکھتے ہیں جہاں τ_0 درج ذیل ہے۔

$$(5.29) \quad \tau_0 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$



شکل 5.15: تین دور لچھے۔

خلائی درج میں τ ، H اور B ایک دوسرے کے برائے راست متناسب ہوتے ہیں۔ یوں مساوات 5.28 کے تحت شکل 5.13 کا لچھے اور شکل 5.2 میں صفر زاویہ پر سلاخ نما مقناطیس یکساں τ (اور B) دیں گے۔ اسی طرح اگر شکل 5.13 کا لچھا زاویہ θ_m پر ہوتا تب ہمیں شکل 5.3 میں موجود مقناطیس کے نتائج حاصل ہوتے۔ شکل 5.15 میں تین لچھے آپس میں 120° زاویہ پر دکھائے گئے ہیں۔ ہم مساوات 5.64 کی طرح اس شکل میں لچھا a کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{pa} \\
 \theta_{pa} &= \theta - \theta_{ma} = \theta - 0^\circ \\
 \tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta
 \end{aligned}
 \tag{5.30}$$

اسی طرح لچھا b اور c جو بالترتیب $\theta_{mb} = 120^\circ$ اور $\theta_{mc} = 240^\circ$ زاویہ پر ہیں کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{pb} \\
 \theta_{pb} &= \theta - \theta_{mb} = \theta - 120^\circ \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{mb}) = \tau_0 \cos(\theta - 120^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.31}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{pc} \\
 \theta_{pc} &= \theta - \theta_{mc} = \theta - 240^\circ \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{mc}) = \tau_0 \cos(\theta - 240^\circ) = \tau_0 \cos(\theta + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.32}$$

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہر گز نہیں لگتا لیکن مساوات 5.27 ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض نظر کا دھوکا ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اگر ہم کسی طرح مساوات 5.27 میں پہلے رکن کے علاوہ باقی تمام ارکان کو صفر کر سکیں تب ہمیں سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو گا۔



شکل 5.16: پھیلا لچھا۔

شکل 5.13 کے N چکر لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کرتے ہوئے شکل 5.16 حاصل کیا گیا ہے جہاں ہر چھوٹا لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا³⁴ جاتا ہے لہذا ان میں ایک جیسا برقی رو i گزرے گا۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا ہے۔ پہلے لچھے کو شگاف a_{45} اور a'_{45} میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شگاف a_{90} اور a'_{90} میں اور تیسرے لچھے کو شگاف a_{135} اور a'_{135} میں رکھا گیا ہے۔

شگافوں کے ایک جوڑا کو ایک ہی طرح کے نام دیے گئے ہیں، البتہ ایک شگاف کو a اور دوسرے کو a' نام دیا گیا ہے۔ یوں شگافوں کا پہلے جوڑا a_{45} اور a'_{45} ہے۔ شگاف کا نام شگاف کے زاویہ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔ یوں شگاف a_{45} درحقیقت 45° زاویہ پر ہے، شگاف a_{90} نوے درجہ زاویہ پر اور شگاف a_{135} ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔ اسی طرح a'_{45} شگاف a_{45} کا جوڑا ہے۔

تمام لچھے $\frac{N}{3}$ چکر کے ہیں اور تمام لچھوں میں برقی رو i ایک دوسرے جیسا ہے۔ شکل 5.16 کے پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباؤ بالقابل زاویہ کا ترسیم شکل 5.17 میں موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ سب سے اوپر لچھا a_{45} کے مقناطیسی دباؤ کی ترسیم ہے جو شکل 5.14 کی ترسیم کی طرح لیکن صفر زاویہ سے -45° ہٹ کر ہے۔ دوسری ترسیم لچھا a_{90} کی ہے جو ہو بہو شکل 5.14 کی طرح ہے جبکہ تیسری ترسیم لچھا a_{135} کی ہے جو صفر زاویہ سے $+45^\circ$ ہٹ کر ہے۔ ان تینوں ترسیمات کا انفرادی طول $\frac{N}{6}$ ہے۔

ترسیمات $\tau_{a_{45}}$ ، $\tau_{a_{90}}$ اور $\tau_{a_{135}}$ سے کل مقناطیسی دباؤ کی ترسیم τ حاصل کرنا سیکھتے ہیں۔ شکل 5.17 میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ سب سے بائیں پہلی لکیر کی بائیں طرف خطہ کو "ا" کہا گیا ہے۔ اس

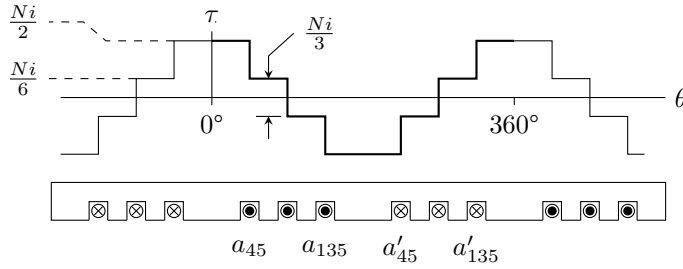
series connected³⁴



شکل 5.17: پھیلے لچھے کا کل متناطیسی دباؤ۔

خطہ میں ترسیمات τ_{a45} ، τ_{a90} اور τ_{a135} کی انفرادی قیمتیں $-\frac{Ni}{6}$ ہیں لہذا ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{2}$ ہو گا۔ یوں خطہ "ا" میں کل متناطیسی دباؤ τ کی ترسیم کی قیمت $-\frac{Ni}{2}$ ہو گی۔ اسی طرح خطہ "ب" میں τ_{a45} کی قیمت $+\frac{Ni}{6}$ ، τ_{a90} کی $-\frac{Ni}{6}$ اور τ_{a135} کی بھی $-\frac{Ni}{6}$ ہے۔ ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{6}$ ہے جو کل متناطیسی دباؤ τ ہو گا۔ خطہ "ج" میں بالائی تینوں ترسیمات کی قیمتیں بالترتیب $+\frac{Ni}{6}$ ، $+\frac{Ni}{6}$ اور $-\frac{Ni}{6}$ ہیں جن کا مجموعہ $+\frac{Ni}{6}$ کل متناطیسی دباؤ ہو گا۔ اسی طرح آپ پوری ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

شکل 5.17 کی τ کو شکل 5.18 میں دوبارہ پیش کیا ہے۔ شکل 5.18 پھیلے لچھے اور شکل 5.14 گچھ لچھے



شکل 5.18: پھیلے لچھے کا متناطیسی دباؤ۔

کے دباؤ کی ترسیمات ہیں۔ شکل 5.14 کے لحاظ سے شکل 5.18 کی صورت سائن نما کے زیادہ قریب ہے۔ فوریزر تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔ شگافوں کے مقامات اور ان میں لچھوں کے چکر یوں رکھے جا سکتے ہیں کہ ان کے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی ترسیم کی صورت سائن نما کی زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پر مقناطیسی دباؤ نہیں بناتے لہذا ان سے حاصل کل مقناطیسی دباؤ کا حیظ (اتنے ہی چکر کے) ایک گچھ لچھے کے حیظ سے کم ہوتا ہے۔ مساوات 5.29 میں اس اثر کو شامل کرنے کے لئے جزو k_w متعارف کیا جاتا ہے

$$\begin{aligned} \tau_0 &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{2}{2} \\ \tau_a &= k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{2}{2} \cos \theta = \tau_0 \cos \theta \end{aligned} \quad (5.33)$$

جہاں k_w جزو پھیلاؤ³⁵ کہلاتا ہے۔ جزو پھیلاؤ کی قیمت اکائی سے کم ہوتی ہے۔

$$0 < k_w < 1 \quad (5.34)$$

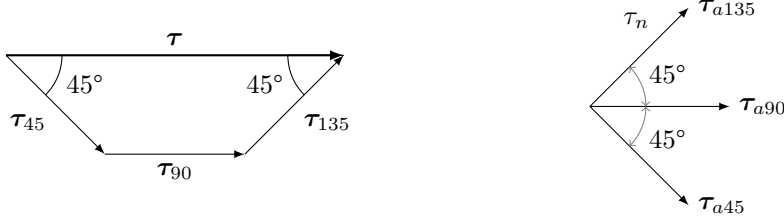
مثال 5.3: شکل 5.16 کے پھیلے لچھے کا k_w تلاش کریں۔

حل: ہمیں شکل 5.18 کی موج کا بنیادی جزو درکار ہے لہذا ہم اس موج کے فوریزر تسلسل کا عددی سر a_1 تلاش کرتے ہیں۔ عددی سر کے حصول میں پورے موج کی بجائے ہم آدھی موج پر 90° تا 90° مکمل لیتے ہیں۔ یوں a_1 کا کلیہ درج ذیل صورت اختیار کرتا ہے۔ (آپ چاہیں تو پوری موج پر مکمل لے سکتے ہیں۔)

$$a_1 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta) \cos \theta d\theta = \frac{4}{T} \int_{-T/4}^{T/4} f(\theta) \cos \theta d\theta$$

اس طرح درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta) \cos \theta d\theta \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{Ni}{6} \cos \theta d\theta + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{Ni}{2} \cos \theta d\theta + \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{Ni}{6} \cos \theta d\theta \right] \\ &= 0.8047 \frac{4 Ni}{\pi} \frac{2}{2} \end{aligned}$$



شکل 5.19: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاؤ۔

□

یوں $k_w = 0.8047$ ہو گا۔

متناطیسی دباؤ کو سمتیہ تصور کرتے ہوئے درج بالا مثال کو دوبارہ حل کرتے ہیں۔ آپ دیکھیں گے کہ یہ ترکیب نسبتاً آسان ہے۔

مثال 5.4: شکل 5.16 کے پھیلے لچھے کا k_w تلاش کریں۔

حل: شکل 5.19 سے رجوع کریں۔ شکل 5.16 کے تین چھوٹے لچھے ایک جیسا متناطیسی دباؤ $\tau_n = \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2}$ پیدا کرتے ہیں البتہ ان کے رخ مختلف ہیں۔ یہاں ایک لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے لہذا $n = \frac{N}{3}$ ہو گا۔ ہم تینوں متناطیسی دباؤ کے دوری سمتیات کا مجموعہ لے کر متناطیسی دباؤ τ معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142\tau_n\end{aligned}$$

یوں درج ذیل ہو گا

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3} \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

□

لہذا $k_w = 0.8047$ کے برابر ہے۔

مثال 5.5: تین دوری، 50 ہرٹز، ستارہ جڑے جزیر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,m} = 0.9$ جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,q} = 0.833$ ہے۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور لمبائی $l = 2.828$ میٹر ہے۔ خلائی درز کی لمبائی $l_k = 0.04$ میٹر ہے۔ میدانی لچھے میں 1000 ایمپیر برقی رو کی صورت میں درج ذیل تلاش کریں۔ خلاء میں متناطیسی بہاؤ سائن نما ہو گا۔

- میدانی مقناطیسی دباؤ کی زیادہ سے زیادہ قیمت۔
- خلائی درز میں کشاف مقناطیسی بہاؤ کی زیادہ سے زیادہ قیمت۔
- ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ۔
- متحرک تار پر برقی دباؤ۔

حل:

$$\begin{aligned}\tau_0 &= k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m} \\ B_0 &= \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54 \text{ T} \\ \phi_0 &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} r l B_0 \cos \theta d\theta = 2B_0 l r = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.28915 \text{ Wb} \\ E_{rms} &= 4.44 f k_{w,q} N_q \phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85 \text{ V}\end{aligned}$$

یوں ستارہ جڑی جزیئر کی تار کا برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11000 \text{ V}$$

□

ہم سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقامات یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ مقصد پورا ہو۔ شکل 5.18 میں صفر زاویہ کے دونوں اطراف مقناطیسی دباؤ کی ترسیم ایک جیسے گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ مثلاً جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباؤ $\frac{Ni}{3}$ گھٹتا ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر دباؤ مزید $\frac{Ni}{3}$ گھٹتا ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقامات کا فیصلہ فوریر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فوریر تسلسل میں موسیقائی جزو کم سے کم اور بنیادی جزو زیادہ سے زیادہ رکھا جاتا ہے۔

ساکن لچھوں کی طرح متحرک لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو۔

5.5 مقناطیسی دباؤ کی گھومتی امواج

گھومتے مشین کے لچھوں کو برقی دباؤ فراہم کیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین

مساوات 5.33 میں ایک لچھے کا مقناطیسی دباؤ

$$(5.35) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N i}{\pi} \cos \theta$$

دیا گیا ہے جو سائن نما برقی رو

$$(5.36) \quad i_a = I_0 \cos \omega t$$

کی صورت میں

$$(5.37) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos \theta \cos \omega t = \tau_0 \cos \theta \cos \omega t$$

مقناطیسی دباؤ دے گا جہاں τ_0 درج ذیل ہے اور لچھا کے برقی رو کو i_a کہا گیا ہے۔

$$(5.38) \quad \tau_0 = k_w \frac{4 N I_0}{\pi}$$

مساوات 5.37 کہتی ہے کہ مقناطیسی دباؤ زاویہ θ اور لمحہ t کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ مساوات 5.37 کو کلیہ

$$(5.39) \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

کی مدد سے دو ٹکڑوں

$$(5.40) \quad \tau_a = \tau_0 \left[\frac{\cos(\theta + \omega t) + \cos(\theta - \omega t)}{2} \right] = \tau_a^- + \tau_a^+$$

میں تقسیم کیا جاسکتا ہے جہاں τ_a^- اور τ_a^+ درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.41) \quad \tau_a^- = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta + \omega t)$$

$$(5.42) \quad \tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

مساوات 5.40 کہتی ہے کہ مقناطیسی دباؤ دو آپس میں مخالف رخ گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موجوں کا مجموعہ ہے۔ اس کا پہلا جزو τ_a^- زاویہ θ گھٹنے کے رخ، یعنی گھڑی وار، گھومتا ہے جبکہ اس کا دوسرا جزو τ_a^+ خلاف گھڑی، زاویہ بڑھنے کے رخ، گھومتا ہے۔

ایک دور کی لپٹی مشینوں میں گھومتے مقناطیسی دباؤ کی امواج میں سے کسی ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔ اس طرح ایک ہی رخ مقناطیسی دباؤ گھومتا ملے گا جو بالکل ایک گھومتے ہوئے مقناطیس کی مانند ہو گا۔ تین دوری مشینوں میں ایسا کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہو گا۔

5.5.2 تین دوری کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل 5.20 میں تین دوری کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات 5.30، 5.31 اور 5.32 میں ایسے تین لچھوں کے فوریز تسلسل کے بنیادی اجزاء دیے گئے ہیں جن میں جزو پھیلاؤ k_w شامل کر کے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(5.43) \quad \begin{aligned} \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a i_a}{2} \cos \theta \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b i_b}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c i_c}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \end{aligned}$$

ان لچھوں میں بالترتیب تین دوری برقی رو

$$(5.44) \quad \begin{aligned} i_a &= I_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}$$

شکل 5.20: تین دور کی لپٹی مشین۔

لینے سے مساوات 5.43 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos \theta \cos(\omega t + \alpha) \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\quad (5.45)$$

تینوں لچھوں کے چکر ایک دوسرے کے برابر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

لیتے ہوئے مساوات 5.39 کی استعمال سے

$$\begin{aligned}\tau_a &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ \tau_b &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ \tau_c &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]\end{aligned}\quad (5.46)$$

لکھے جاسکتے ہیں جہاں τ_0 درج ذیل ہے۔

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \quad (5.47)$$

کل مقناطیسی دباؤ τ ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم درج ذیل ثابت کرتے ہیں۔

$$\cos \gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

ہم کلیات

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

میں γ اور $\alpha = 240^\circ$ لے کر

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = \cos \gamma \cos 240^\circ - \sin \gamma \sin 240^\circ$$

$$\cos(\gamma - 240^\circ) = \cos \gamma \cos 240^\circ + \sin \gamma \sin 240^\circ$$

حاصل کرتے ہیں جن میں $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ اور $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$ پر کر کے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

$$\cos(\gamma - 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

ان مساوات کو $\cos \gamma$ کے ساتھ جمع کرنے سے صفر حاصل ہو گا۔

$$\cos \gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

لئے اس مساوات کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

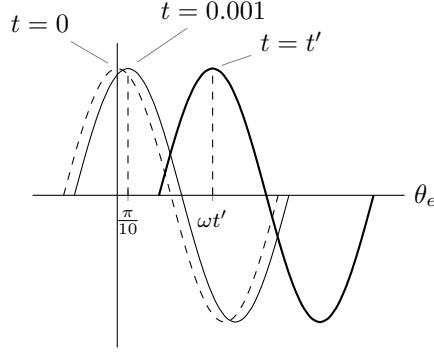
$$(5.48) \quad \cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0$$

اب مساوات 5.46 میں دئے τ_a ، τ_b اور τ_c کو جمع کر کے مساوات 5.48 کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(5.49) \quad \tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t - \alpha)$$

مساوات 5.49 کہتی ہے کہ کل مقناطیسی دباؤ کا حیثہ کسی ایک لمحے کے مقناطیسی دباؤ کے حیثہ کا $\frac{3}{2}$ گنا ہو گا۔ مزید مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کے مخالف رخ گھومے گی۔ یوں تین لچھوں کو 120° زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دوری برقی رو، جو آپس میں 120° پر ہوں، سے ہیجان کرنے سے مقناطیسی دباؤ کی واحد ایک موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ کسی دو برقی رو کو آپس میں تبدیل کرنے سے مقناطیسی موج کا رخ تبدیل ہوتا ہے۔

مساوات 5.49 ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے جس میں ہم برقی رو کا تعدد 50 Hz اور اپنی آسانی کے لئے α کو صفر لیتے ہیں۔ یوں اس موج کی چوٹی کا تعین تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کرے گا۔ تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی پر نظر رکھیں۔ تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی اکائی ہے جو $\theta - \omega t = 0$ پر پائی جاتی ہے۔



شکل 5.21: حرکت کرتی موج۔

ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی $\theta - \omega t = 0$ پر ہوگی جس کو $t = 0$ کے لئے حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t &= 0 \\ \theta - \omega \times 0 &= 0 \\ \theta &= 0\end{aligned}$$

یوں موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہوگی جسے شکل 5.21 میں نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ہم کچھ وقفہ، مثلاً $t = 0.001$ سیکنڈ، بعد اس چوٹی پر دوبارہ نظر ڈالتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t &= 0 \\ \theta - 0.001\omega &= 0 \\ \theta &= 0.001\omega \\ &= 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 \\ &= 0.3142 \text{ rad}\end{aligned}$$

اب یہ چوٹی 0.3142 یا $\frac{\pi}{10}$ برقی ریڈین یعنی 18° برقی زاویہ پر ہے جسے شکل 5.21 میں باریک ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کے مخالف رخ، یعنی زاویہ بڑھنے کے رخ، گھوم گئی ہے۔ اسی طرح لمحہ $t = 0.002$ پر چوٹی 36° برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ عمومی لمحہ t' پر چوٹی کا مقام $\theta - \omega t' = 0$ سے درج ذیل حاصل ہوگا جسے موٹی ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

$$(5.50) \quad \theta = \omega t'$$

مساوات 5.50 کہتی ہے کہ چوٹی کا مقام تعین کرنے والا زاویہ وقت کے ساتھ بتدریج بڑھتا ہے۔ اس مساوات سے ایک مکمل چکر یعنی $2\pi = \theta$ برقی زاویہ طے کرنے کا دورانیہ T حاصل کرتے ہیں۔

$$(5.51) \quad T = t' = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

یاد رہے f برقی رو کا تعدد ہے۔ یوں 50 ہرٹز برقی رو کی صورت میں مقناطیسی دباؤ کی موج ہر $0.02 = \frac{1}{50}$ سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹے گی اور ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر مکمل کرے گی۔

دو قطبی مشینوں میں مساوات 5.7

$$(5.52) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

کے تحت برقی زاویہ θ_e اور میکانی زاویہ θ_m ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ یوں دو قطبی مشینوں کی بات کرتے ہوئے مساوات 5.51 کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج f برقی یا میکانی چکر مکمل کرے گی جہاں f برقی رو کی تعدد ہے۔ P قطبی مشینوں کے مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں $\frac{2}{P}f$ میکانی چکر مکمل کرے گی۔

ہم مساوات 5.52 کی دونوں اطراف کا وقت کے ساتھ تفرق لیتے ہیں۔

$$\frac{d\theta_e}{dt} = \frac{P}{2} \frac{d\theta_m}{dt}$$

اب $\frac{d\theta_e}{dt}$ برقی زاویائی رفتار ω_e اور $\frac{d\theta_m}{dt}$ میکانی زاویائی رفتار ω_m کو ظاہر کرتے ہیں۔ اسی طرح برقی رو کی تعدد کو f_e ، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو θ_e ، میکانی زاویہ کو θ_m اور مقناطیسی دباؤ کی موج کی برقی زاویائی رفتار کو ω_e اور میکانی زاویائی رفتار کو ω_m سے ظاہر کرتے ہوئے درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.53) \quad \begin{aligned} \omega_m &= \frac{2}{P} \omega_e \quad \text{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P} f_e \quad \text{Hz} \\ n &= \frac{120 f_e}{P} \quad \text{چکر فی منٹ} \end{aligned}$$

مقناطیسی موج کی برقی معاصر زاویائی رفتار ω_e برقی زاویہ فی سیکنڈ اور میکانی معاصر زاویائی رفتار ω_m میکانی زاویہ فی سیکنڈ ہوگی۔ اسی طرح موج کی برقی معاصر رفتار f_e برقی ہرٹز اور میکانی معاصر رفتار f_m میکانی ہرٹز ہوگی۔ برقی

معاصر رفتار f_e ہرٹز ہونے سے مراد ہے کہ ایک سیکنڈ میں موج f_e برقی چکر کا فاصلہ طے کرتی ہے جو دو قطب کا یعنی 2π ریڈین کا میکانی زاویہ ہے۔ اسی طرح میکانی معاصر رفتار f_m ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ موج ایک سیکنڈ میں f_m میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ ایک میکانی چکر روز مرہ زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں n ، میکانی چکر فی منٹ³⁷ کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات 5.53 معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ q دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے $\frac{2\pi}{q}$ برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں برقی رو q دوری ہو میں، تین دوری مشین کی طرح، ایک ہی رخ گھومتے مقتناطیسی دباؤ کی موج پیدا ہو گی۔ مزید، اس موج کا حیثہ کسی ایک لچھے کے مقتناطیسی دباؤ کے حیثہ کا $\frac{q}{2}$ گنا ہو گا اور اس کی زاویائی رفتار $\omega_e = 2\pi f$ برقی ریڈین فی سیکنڈ ہو گی۔

5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجربہ

شکل 5.22 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے جس میں مثبت برقی رو کے رخ دکھائے گئے ہیں۔ یوں a شکاف میں برقی رو کا رخ صفحہ سے عمودی باہر کو ہے جسے نقطہ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح a' شکاف میں برقی رو کا رخ صفحہ میں عمودی اندر کو ہے اور جسے صلیب کے نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں شکاف a اور a' میں مثبت برقی رو کا مقتناطیسی دباؤ π_a صفر زاویہ پر ہو گا جو عین لچھا a کا رخ ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقتناطیسی دباؤ کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

اب اگر لچھا a میں برقی رو منفی ہو تب برقی رو مثبت رخ کے مخالف ہو گا، یعنی اب برقی رو کا رخ شکاف a میں صفحہ کے عمودی اندر اور شکاف a' میں صفحہ کے عمودی باہر ہو گا۔ یوں منفی برقی رو سے پیدا مقتناطیسی دباؤ بھی لچھا a کے رخ کا مخالف ہو گا۔ آپ نے دیکھا کہ برقی رو منفی ہونے سے مقتناطیسی دباؤ کا رخ الٹ ہو جاتا ہے۔ شکل 5.22 میں لچھوں کے برقی رو اور مقتناطیسی دباؤ درج ذیل ہیں جبکہ ان کے مثبت رخ شکل میں دیے گئے ہیں۔

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos \omega t \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.54)$$

³⁷rpm, rounds per minute



شکل 5.22: تین دور کی لپٹی مشین میں مثبت برقی رد اور ان سے حاصل مقناطیسی دباؤ کے رخ۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= k_w \frac{4 N i_a}{\pi} \frac{1}{2} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \frac{1}{2} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\
 \tau_b &= k_w \frac{4 N i_b}{\pi} \frac{1}{2} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \frac{1}{2} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \tau_c &= k_w \frac{4 N i_c}{\pi} \frac{1}{2} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \frac{1}{2} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \quad (5.55)$$

ہم مختلف لمحات پر ان کی قیمتوں تلاش کرتے ہیں اور ان کا مجموعی مقناطیسی دباؤ حاصل کرتے ہیں۔

لمحہ $t = 0$ پر ان درج بالا مساوات سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 I_0 \\
 i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 I_0
 \end{aligned}
 \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 \tau_0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 \tau_0
 \end{aligned}
 \quad (5.57)$$

یہاں رکھ کر ذرا غور کریں۔ لمحہ $t = 0$ پر i_a مثبت جبکہ i_b اور i_c منفی ہیں۔ یوں i_a کا رخ وہی ہو گا جسے شکل 5.22 کی a اور a' شگافوں میں نقطے اور صلیب سے دکھایا گیا ہیں جبکہ i_b اور i_c کے رخ شکل میں دیے گئے رخ کے مخالف ہوں گے۔ لمحہ $t = 0$ پر تینوں برقی رو کے درست رخ اور تینوں مقناطیسی دباؤ شکل 5.23 میں دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباؤ یا آسانی بذریعہ ترسیم (شکل 5.23)، مجموعہ سمتیات سے یا الجبرا کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا



شکل 5.23: لمحہ $t_0 = 0$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباؤ۔

ہے۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 a_x \\
 \tau_b &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)a_x - \sin(60^\circ)a_y] \\
 \tau_c &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)a_x + \sin(60^\circ)a_y]
 \end{aligned}
 \quad (5.58)$$

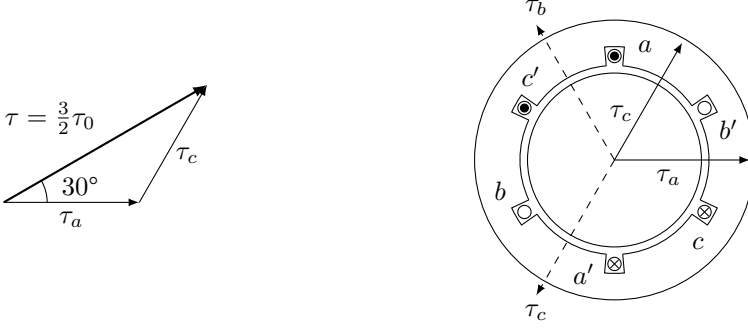
ان کا مجموعہ درج ذیل ہو گا۔

$$\tau = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3}{2}\tau_0 a_x \quad (5.59)$$

لمحہ $t = 0$ پر کل مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا ڈیڑھ گنا اور صفر زاویہ پر ہے۔

اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ وقفہ بعد لمحہ t_1 پر دوبارہ مقناطیسی دباؤ تلاش کرتے ہیں۔ مساوات 5.54 اور مساوات 5.55 میں متغیر t کی بجائے ωt کا استعمال زیادہ آسان ہے لہذا ہم لمحہ t_1 یوں منتخب کرتے ہیں کہ $\omega t_1 = 30^\circ$ ایسا کرنے سے درج ذیل حاصل ہو گا جنہیں شکل 5.24 میں دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}I_0
 \end{aligned}
 \quad (5.60)$$



شکل 5.24: لمحہ 30° پر برقی رد اور مقناطیسی دباؤ۔

$$\begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \end{aligned} \quad (5.61)$$

کل مقناطیسی دباؤ کا طول τ اور زاویہ تکون سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2} \tau_0 \quad (5.62)$$

تکون کے دو اطراف کی لمبائیاں ایک دوسرے کے برابر اور ان کے بیچ زاویہ 60° ہے لہذا مقناطیسی دباؤ کا زاویہ افقی لکیر سے 30° ہو گا۔

کل مقناطیسی دباؤ جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب گھڑی کے مخالف رخ گھوم کر 30° زاویہ پر ہے۔ اسی طرح لمحہ $\omega t = 40^\circ$ پر حل کرنے سے زاویہ 45° پر کل مقناطیسی دباؤ $\frac{3}{2} \tau_0$ حاصل ہو گا۔ عمومی لمحہ t ، جس پر $\omega t = \theta^\circ$ ہو، زاویہ θ° پر کل مقناطیسی دباؤ $\frac{3}{2} \tau_0$ پیدا کرتا ہے۔

5.6 محرک برقی دباؤ

یہاں محرک برقی دباؤ³⁸ کو ایک دوسرے نقطہ نظر سے پیش کرتے ہیں۔

³⁸ ابتداء میں حرکت سے پیدا ہونے والی برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 B &= B_0 \cos \theta_p \\
 &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}$$



شکل 5.25: بنیادی بدلتاروجنریٹر۔

5.6.1 بدلتاروجنریٹر

شکل 5.25 میں ایک بنیادی بدلتاروجنریٹر³⁹ دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نمائندگی مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوتا ہے:

$$(5.63) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

یہ مقناطیس ω زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر اس مقناطیس کو لچھا a کے رخ افقی لکیر پر تصور کریں۔ یوں لمحہ t پر مقناطیس گھوم کر زاویہ $\theta_m = \omega t$ پر ہو گا۔ اس طرح بالا مساوات درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$\begin{aligned}
 (5.64) \quad B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}$$

شکل 5.26 میں B کو زاویہ θ اور θ_p کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے اور ساتھ ہی لچھا a دکھایا گیا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر، جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور لچھا a کا محور ایک رخ ہیں، B کو نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا ہے جبکہ عمومی لمحہ t پر B کو ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ چونکہ B کی چوٹی ہر صورت $\theta_p = 0^\circ$ پر ہوگی لہذا ترسیم میں محور θ_p پر دکھائے گئے زاویات 90° تا 270° عمومی لمحہ t کے لئے درست ہیں ناکہ لمحہ $t = 0^\circ$ کے لئے۔ لمحہ $t = 0$ پر B کی چوٹی عین $\theta = 0^\circ$ پر ہوگی۔ عمومی لمحہ t پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے بیچ ϑ زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار ω پر منحصر ہو گا۔

$$(5.65) \quad \vartheta = \omega t$$



شکل 5.26: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاؤ۔

لحہ $t = 0$ پر لچھا a میں مقناطیسی بہاؤ زیادہ سے زیادہ ہو گا۔ خلائی درز باریک ہونے کی بنا درز کی اندرونی اور بیرونی رداس کو ایک دوسرے کے برابر تصور کیا جاسکتا ہے۔ برقی مقناطیس کے گھومنے کی محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ ρ اور برقی مقناطیس کی محوری لمبائی l ⁴⁰ ہونے کی صورت میں لچھے میں مقناطیسی بہاؤ وہی ہو گا جو خلائی درز میں $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے بیچ ہے۔ لحہ $t = 0$ پر لچھا a سے گزرتا بہاؤ تلاش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p)(l\rho d\theta_p) \\
 (5.66) \quad &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= 2B_0 l \rho \\
 &= \phi_0
 \end{aligned}$$

axial length⁴⁰

آخری قدم پر $\phi_a(0)$ کو ϕ_0 کہا گیا ہے۔ یہی حساب لمحہ t پر درج ذیل ہو گا جہاں آخری قدم پر $\vartheta = \omega t$ لیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\
 (5.67) \quad &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \vartheta \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اسی بہاو کو درج ذیل طریقہ سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t)) (l \rho d\theta) \\
 (5.68) \quad &= B_0 l \rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= B_0 l \rho \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اس مرتبہ مکمل کو زاویہ θ کے ساتھ حاصل کیا گیا ہے۔ مساوات 5.66 کی مدد سے $\phi_a(t)$ کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.69) \quad \phi_a(t) = 2B_0 l \rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t$$

مساوات 5.68 کی طرح b اور c لچھوں کے مقناطیسی بہاو کی مساواتیں بھی حاصل کی جا سکتی ہیں۔ شکل 5.25 میں زاویہ $-\frac{\pi}{2}$ سے $+\frac{\pi}{2}$ تک کا مقناطیسی بہاو لچھا a میں گزرتا ہے۔ اس لئے $\phi_a(t)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات 5.68 میں مکمل کی حدیں یہی رکھی گئیں تھیں۔ یوں لچھا b کے مکمل کی حدیں $+\frac{\pi}{6}$ اور $+\frac{7\pi}{6}$ جبکہ c کی حد $+\frac{5\pi}{6}$

اور $+\frac{11\pi}{6}$ ہوں گی۔ تمام زاویات ریڈیئن میں دیے گئے ہیں۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.70) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned}
 \phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.71) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

ایک لچھا N چکری تصور کرتے ہوئے تینوں لچھوں میں پیدا برقی دباؤ معلوم کرتے ہیں۔ لچھوں میں ارتباط بہاؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
 (5.72) \quad \lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں $\frac{2\pi}{3}$ ریڈیئن کو 120° لکھا گیا ہے۔ لچھوں میں پیدا امالی برقی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \frac{d\lambda_a}{dt} = -\omega N\phi_0 \sin \omega t \\ e_b(t) &= \frac{d\lambda_b}{dt} = -\omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\ e_c(t) &= \frac{d\lambda_c}{dt} = -\omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.73)$$

ان مساوات کو

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 90^\circ) \\ e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 30^\circ) \\ e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 210^\circ) \end{aligned} \quad (5.74)$$

لکھا جاسکتا ہے جو آپس میں 120° زاویہ پر تین دوری محرک برقی دباو کو ظاہر کرتی ہیں۔ ان سب کے حیطے E_0 ہیں:

$$E_0 = \omega N\phi_0 \quad (5.75)$$

یوں تینوں برقی دباو کی موثر قیمتیں 41 درج ذیل ہوں گی۔

$$E_{\text{موثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N\phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N\phi_0 \quad (5.76)$$

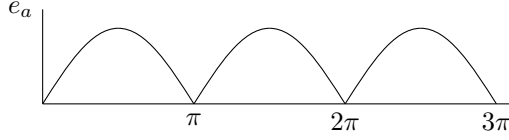
چونکہ $\phi = BA$ ہوتا ہے لہذا مساوات 5.76 صفحہ 50 پر دی گئی مساوات 2.51 کی طرح ہے۔

خلائی درز میں برقی مقناطیسی کا مقناطیسی بہاو تصور کر کے مساوات 5.74 حاصل کی گئیں۔ حقیقت میں خلائی درز میں کسی بھی طرح یہی مقناطیسی بہاو پیدا کرنے سے یہی مساوات حاصل ہوں گی۔ یوں اگر درز میں ساکن، متحرک یا دونوں لچھے مل کر یہی مقناطیسی بہاو پیدا کریں تب یہی مساوات، یعنی یہی برقی دباو، حاصل ہوں گی۔

مساوات 5.76 ہمیں ایک گچھے میں پیدا برقی دباو دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تب مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباو ہم قدم نہیں ہوں گے لہذا مجموعی برقی دباو ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے کچھ کم ہو گا۔ یوں پھیلے لچھے کے لئے یہ مساوات درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے جہاں k_w جزو پھیلاؤ ہے۔

$$E_{\text{موثر}} = 4.44 k_w f N\phi_0 \quad (5.77)$$

تین دوری برقی جزیئر کے k_w کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں یک دوری برقی دباو دیتی ہے۔ تین دوری برقی جزیئر میں اس طرح کی تین لچھوں کی جوڑیاں ہوتی ہیں جنہیں Y یعنی ستارہ یا Δ یعنی ٹکونی جوڑا جاتا ہے۔



شکل 5.27: ایک دوری یک سمت برقی دباؤ۔

5.6.2 ایک سمت رو برقی جزیئر

ہر گھومنے والا برقی جزیئر بنیادی طور پر بدلتا رو جزیئر ہوتا ہے۔ البتہ جہاں ایک سمت برقی دباؤ⁴² کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتا برقی دباؤ کو ایک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ جزیئر کے باہر برقیاتی سمٹے کار⁴³ یا جزیئر کے اندر میکانیکی سمٹے کار⁴⁴ نسب کر کے بدلتا دباؤ سے ایک سمت دباؤ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 5.73 کے e_a کو ایک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کرنے سے شکل 5.27 حاصل ہو گا۔

مثال 5.6: شکل 5.27 میں ایک سمت برقی دباؤ دکھایا گیا ہے۔ اس ایک سمت برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

حل:

$$E_{avg} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

□

ایک سمت جزیئر پر باب 8 میں غور کیا جائے گا۔

5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصہ میں کامل مشین کی قوتے مروڑ⁴⁵ کے حصول کے دو ترکیب پر غور کیا جائے گا۔ ایک ترکیب میں مشین کو دو مقناطیس تصور کر کے ان مقناطیسوں کے بیچ قوت کشش، قوت دفع اور قوت مروڑ حاصل کیے جائیں گے جبکہ دوسری ترکیب میں مشین کے ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ تصور کر کے (باب چار کی طرح) توانائی اور ہم-توانائی سے ان کا حساب لگایا جائے گا۔ پہلے توانائی کی ترکیب پر غور کرتے ہیں۔

⁴²DC voltage
⁴³rectifier
⁴⁴commutator
⁴⁵torque



شکل 5.28: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

5.7.1 میکانی قوت مروڑ بذریعہ ترکیب توانائی

یہاں یک دوری مشین پر غور کیا جائے گا جس سے حاصل نتائج با آسانی زیادہ دور کی مشینوں پر لاگو کیے جاسکتے ہیں۔ شکل 5.28 میں یک دوری کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس مشین کے دو لچھوں کے بیچ کوئی زاویہ ہو گا جسے θ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر مقام پر یکساں ہے لہذا ابھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ مزید، قالب کا جزو مقناطیس مستقل لامتناہی ($\mu_r \rightarrow \infty$) تصور کیا گیا ہے لہذا لچھوں کا امالہ صرف خلائی درز کے مقناطیسی مستقل μ_0 ⁴⁶ پر منحصر ہو گا۔

اس طرح ساکن لچھے کا امالہ L_{aa} اور گھومے لچھے کا امالہ L_{rr} مستقل ہوں گے جبکہ ان کا مشترکہ امالہ $L_{ar}(\theta)$ زاویہ θ پر منحصر ہو گا۔ مساوات 5.72 میں لچھا a کا ارتباط بہاو λ_a دیا گیا ہے جہاں زاویہ ωt کو شکل 5.25 میں θ_m اور شکل 5.28 میں θ کہا گیا ہے۔ ارتباط بہاو λ_a کو میدانی لچھا کے رو I_m سے تقسیم کرنے سے میدانی لچھا اور لچھا a کے بیچ مشترکہ امالہ L_{ar}

$$(5.78) \quad L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta$$

حاصل ہو گا۔ اس مساوات میں $L_{ar0} = \frac{N\phi_0}{I_m}$ لیا گیا ہے۔ ساکن اور گھومتے لچھوں کے ارتباط بہاو (مساوات 2.33 اور مساوات 2.36 کے تحت) درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.79) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ar}(\theta)i_r = L_{aa}i_a + L_{ar0} \cos(\theta)i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta)i_a + L_{rr}i_r = L_{ar0} \cos(\theta)i_a + L_{rr}i_r \end{aligned}$$

magnetic constant, permeability⁴⁶

ساکن لچھے کی مزاحمت R_a اور گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r لیتے ہوئے ان لچھوں کے سروں پر قانون کرخوف سے برقی دباؤ درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.80) \quad \begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = i_a R_a + L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_r}{dt} - L_{ar0} i_r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = i_r R_r + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_a}{dt} - L_{ar0} i_a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + L_{rr} \frac{di_r}{dt} \end{aligned}$$

یہاں θ برقی زاویہ ہے جس کی وقت کے ساتھ تبدیلی، زاویائی رفتار ω ہو گا۔

$$(5.81) \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

میکانی قوت مروڑ بذریعہ ہم-توانائی حاصل کی جاسکتی ہے۔ ہم-توانائی صفحہ 126 پر مساوات 4.72 سے حاصل ہو گی۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(5.82) \quad W'_m = \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{ar0} i_a i_r \cos \theta$$

اس سے میکانی قوت مروڑ T_m حاصل کرتے ہیں۔

$$(5.83) \quad T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta_m}$$

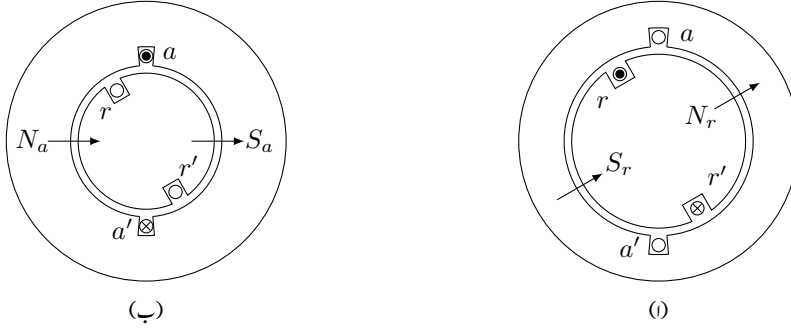
چونکہ P قطب مشینوں کے لئے درج ذیل ہوتا ہے

$$(5.84) \quad \theta = \frac{P}{2} \theta_m$$

لہذا ہمیں مساوات 5.83 سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(5.85) \quad T_m = -\frac{P}{2} L_{ar0} i_a i_r \sin \left(\frac{P}{2} \theta_m \right)$$

اس مساوات میں قوت مروڑ T_m کی علامت منفی ہے۔ یوں جس لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کے بیچ زاویہ مثبت ہو، اس لمحہ پر ان لچھوں کے بیچ قوت مروڑ منفی ہو گا۔ قوت مروڑ دونوں مقناطیسی بہاؤ کو ایک رخ میں رکھنے کی کوشش کرتا ہے۔



شکل 5.29: لچھوں کے قطبین۔

5.7.2 میکانی قوت مروڑ بذریعہ مقناطیسی بہاؤ

شکل 5.29-ا میں دو قطبی یک دوری مشین کے صرف گھومتے لچھے میں برقی رو پایا جاتا ہے۔ مشین کا گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین دکھائے گئے ہیں۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاؤ تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے لہذا تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔

شکل 5.29-ب میں صرف ساکن لچھے میں برقی رو پایا جاتا ہے۔ ساکن حصہ سے مقناطیسی بہاؤ خارج ہو کر خلائی درز سے ہوتا ہوا گھومتے حصہ میں داخل ہوتا ہے لہذا یہی اس کا شمالی قطب ہو گا۔ یہاں ساکن حصہ ایک مقناطیس مانند ہے جس کا محور تیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اگرچہ شکل 5.29 میں کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں، درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ سائن-نما ہوں گے اور تیر کے نشانات ان مقناطیسی دباؤ کی امواج کی چوٹیوں کو ظاہر کریں گے۔

شکل 5.30 میں دونوں لچھوں کو برقی رو فراہم کیا گیا ہے۔ دونوں لچھوں کے مخالف قطبین کے بیچ قوت کشش پائی جائے گی جس کی بنا دونوں لچھے ہم رخ ہونے کی کوشش کریں گے۔

واضح رہے کہ دونوں لچھے (مقناطیس) کوشش کریں گے کہ θ_{ar} صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانی قوت مروڑ θ_{ar} کے مخالف رخ ہو گا۔ یہی مساوات 5.85 کہتی ہے۔



شکل 5.30: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباؤ۔

پچھوں کے مقناطیسی دباؤ کو مقناطیسی محور کے رخ τ_a اور τ_r سے ظاہر کیا گیا ہے جہاں τ_a اور τ_r سائن نما مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں کے برابر ہیں۔ خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} ان کا مجموعہ ہو گا جس کا طول τ_{ar} کلیہ کو سائن⁴⁷ سے حاصل ہو گا:

$$\begin{aligned} \tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ (5.86) \quad &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \end{aligned}$$

خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} درج ذیل مقناطیسی شدت H_{ar} پیدا کرے گا جہاں l_g کلائی درز کی لمبائی ہے۔

$$(5.87) \quad \tau_{ar} = H_{ar} l_g$$

H_{ar} مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ خلاء میں جس مقام پر مقناطیسی شدت H ہو وہاں مقناطیسی ہم-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} H^2$ ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کی کثافت، درز میں H^2 کی اوسط کو $\frac{\mu_0}{2}$ سے ضرب کر کے حاصل ہو گا۔ کسی بھی سائن نما موج $H = H_0 \cos \theta$ کے مربع H^2 کا اوسط درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} H^2 \text{ اوسط} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2 \cos^2 \theta d\theta \\ (5.88) \quad &= \frac{H_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{H_0^2}{\pi} \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{H_0^2}{2} \end{aligned}$$

یوں خلائی درز میں، جہاں مقناطیسی میدان کا حیثہ H_{ar} ہے، اوسط ہم-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2}$ ہوگی۔ خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کو خلاء کے حجم سے ضرب کر کے درز میں کل ہم-توانائی W'_m حاصل ہوگی:

$$(5.89) \quad W'_m = \frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \tau_{ar}^2$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی l_g اور دھرے⁴⁸ کے رخ محوری لمبائی⁴⁹ l ہے۔ محور سے خلائی درز کا اوسط رداسی فاصلہ r ہے۔ مزید $l_g \gg r$ تصور کیا گیا ہے جس کی بنا درز میں رداسی رخ، کثافت مقناطیسی بہاو کی تبدیلی نظر انداز کی جاسکتی ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات 5.86 کی مدد سے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.90) \quad W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} (\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a \tau_r \cos \theta_{ar})$$

یوں میکانی قوت مروڑ درج ذیل ہوگا۔

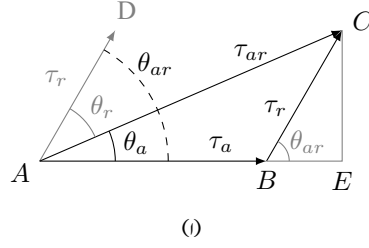
$$(5.91) \quad T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

مساوات 5.91 میں قوت مروڑ دو قطبی مشین کے لئے حاصل کی گئی۔ P قطبی مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کی میکانی قوت مروڑ دیتی ہے لہذا P قطبی مشین کی قوت مروڑ $\frac{P}{2}$ گنا ہوگی:

$$(5.92) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

مساوات 5.92 ایک اہم مساوات ہے جس کے مطابق مشین کی میکانی قوت مروڑ، ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں اور دونوں کے بیچ برقی زاویہ θ_{ar} کے سائن کی راست تناسب ہوگی۔ منفی میکانی قوت مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ θ_{ar} کے مخالف رخ ہوگی یعنی میکانی قوت مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی کوشش کرے گی۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک دوسرے کے برابر لیکن مخالف رخ میکانی قوت مروڑ ہوگی البتہ ساکن حصے کی قوت مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہوگی جبکہ گھومتے حصے کی میکانی قوت مروڑ اس حصہ کو متحرک کرتی ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ لچھے کے برقی رو کا راست تناسب ہے لہذا τ_a اور i_a آپس میں راست تناسب ہوں گے جبکہ τ_r اور i_r آپس میں راست تناسب ہوں گے۔ یوں ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات 5.85 اور 5.92 ایک دوسرے جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل ایک جیسے ہیں۔



شکل 5.31: مقناطیسی بہاؤ اور ان کے زاویے۔

شکل 5.31 میں دوبارہ ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل-ا کی ٹکون $\triangle AEC$ اور $\triangle BEC$ میں CE مشترک ہے جو درج ذیل ہو گا۔

$$(5.93) \quad CE = \tau_r \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.92 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.94) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اسی طرح شکل 5.31-ب کی ٹکون $\triangle MWQ$ اور ٹکون $\triangle SWQ$ میں WQ مشترک ہے جو درج ذیل ہو گا۔

$$(5.95) \quad WQ = \tau_a \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_r$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.92 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.96) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

مساوات 5.92، مساوات 5.94 اور مساوات 5.96 کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$(5.97) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

ان مساوات سے واضح ہے کہ میکائی قوت مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے بیچ زاویہ کی صورت میں، یا کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ، کل مقناطیسی دباؤ اور ان کے بیچ زاویہ کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکائی قوت مروڑ دو مقناطیسی دباؤ کی آپس میں رد عمل کی وجہ سے پیدا اور مقناطیسی دباؤ کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ آپس میں تعلق رکھتے ہیں جنہیں مختلف طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} اور درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ B_{ar} کا تعلق

$$(5.98) \quad B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g}$$

استعمال کر کے مساوات 5.97 کے آخری جزو کو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.99) \quad T_m = -\frac{P}{2} \pi r l \tau_r B_{ar} \sin \theta_r$$

مقناطیسی مشینوں کی قالبی مقناطیسی مستقل μ کی محدود قیمت کی بنا قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک ٹیلا تک ہی بڑھائی جاسکتی ہے۔ مشین کی بناوٹ کے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا ہو گا۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جاسکتا ہے جہاں تک لچھے کو ٹھنڈا رکھنا ممکن ہو۔ یوں مقناطیسی دباؤ کو ایک حد سے نیچے رکھنا ہو گا۔ مساوات 5.99 میں B_{ar} اور τ_r دونوں صریحاً موجود ہیں لہذا مشین کی بناوٹ کے نقطہ نظر سے یہ ایک اہم مساوات ہے۔

مساوات 5.99 کی دوسری اہم صورت دیکھتے ہیں۔ قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ $B_{اوسط}$ اور قطب کے رقبہ A_P

$$(5.100) \quad B_{اوسط} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos \theta d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

$$(5.101) \quad A_P = \frac{2\pi r l}{P}$$

کا حاصل ضرب قطب پر مقناطیسی بہاؤ ϕ_P ہوتا ہے لہذا

$$(5.102) \quad \phi_P = \frac{2B_0}{\pi} \frac{2\pi r l}{P}$$

اور

$$(5.103) \quad T_m = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_{ar} \tau_r \sin \theta_r$$

ہوں گے۔ مساوات 5.103 معاصر مشینوں کے لئے بہت کارآمد ہے۔

باب 6

یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

معاصر مشین وہ گھومنے والی مشین ہے جو ایک مقررہ رفتار سے گھومتی ہے۔ یہ رفتار فراہم کردہ برقی دباؤ کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

کسی جزیئر پر بوجھ تبدیل کرنے یا جزیئر کو میکانی طاقت فراہم کرنے والے کی رفتار تبدیل کرنے کے چند ہی لمحات میں جزیئر نئی حالات کے مطابق دوبارہ برقرار صورت اختیار کر لیتا ہے۔ اس برقرار چالو حال میں اس کی رفتار، برقی دباؤ، برقی رو، درجہ حرارت وغیرہ تبدیل نہیں ہوتے ہیں۔ اسی طرح موٹر پر بوجھ تبدیل کرنے سے موٹر کی درکار طاقت اور برقی رو تبدیل ہوں گے۔ بوجھ تبدیل ہونے سے قبل موٹر ایک مستقل برقی رو حاصل کرتی اور ایک مستقل درجہ حرارت پر رہتی ہے۔ بوجھ تبدیل ہونے کے چند ہی لمحات میں موٹر دوبارہ ایک نئی برقرار چالو صورت اختیار کرتی ہے جہاں اس کا برقی رو ایک نئی قیمت پر برقرار رہتا ہے اور اس کا درجہ حرارت بھی ایک نئی قیمت اختیار کرتا ہے۔ دو مختلف برقرار چالو، یکساں صورتوں کے درمیان چند لمحات کے لئے مشین عارضی حال¹ میں ہوتی ہے۔ اس باب میں یکساں حال²، برقرار چالو معاصر مشین پر تبصرہ کیا جائے گا۔

معاصر مشین کے قوی لچھے عموماً ساکن ہوتے ہیں جبکہ اس کے میدانی لچھے معاصر رفتار سے گھومتے ہیں۔ میدانی لچھوں کا برقی رو قوی لچھوں کے برقی رو کی نسبت بہت کم ہوتا ہے لہذا میدانی لچھوں کو گھمایا جاتا ہے اور ان تک

transient state¹
steady state²

برقی رو سرک چھلوں کے ذریعہ پہنچایا جاتا ہے۔ قوی لچھوں کو اس لئے گھومتے حصہ پر نسب نہیں کیا جاتا ہے کہ سرک چھلوں کے ذریعہ ان کا (نسبتاً بہر زیادہ) برقی رو منتقل کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ یوں قوی لچھوں کو ساکن رکھا جاتا ہے۔

ہم دیکھ چکے ہیں کہ تین دوری ساکن لچھوں میں متوازن تین دوری برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں۔ اس گھومتی موج کی رفتار کو معاصر رفتار³ کہتے ہیں۔ معاصر مشین کا گھومتا حصہ اسی رفتار سے گھومتا ہے۔

معاصر مشین کے میدانی لچھے کو یک سمت برقی رو درکار ہوتا ہے جو سرک چھلوں کے ذریعہ اس تک باہر سے پہنچایا جاتا ہے یا مشین کے دھرے پر نسب ایک چھوٹے یک سمت جزیرے سے فراہم کیا جاتا ہے۔

میدانی لچھا ایک میدانی مقناطیسی دباؤ پیدا کرتا ہے جو میدانی لچھے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔ یوں معاصر مشین کے گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباؤ موج اور ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباؤ موج معاصر رفتار سے گھومتی ہیں جس کی بنا ان مشینوں کو معاصر مشین³ کہتے ہیں۔

6.1 متعدد دوری معاصر مشین

معاصر مشین عموماً تین دوری ہوتے ہیں۔ تین دوری ساکن قوی لچھے خلائی درز میں 120° برقی زاویہ پر نسب ہوتے ہیں جبکہ میدانی لچھے گھومتے حصے پر نسب ہوتے ہیں اور ان میں یک سمت برقی رو ہوتا ہے۔

مشین کے گھومتے حصے کو بیرونی میکانی طاقت سے گھمانے سے مشین ایک معاصر جزیرے کے طور پر کام کرتی ہے اور اس کے تین دوری ساکن قوی لچھوں میں تین دوری برقی دباؤ پیدا ہو گا جس کا برقی تعدد گھومنے کی رفتار پر منحصر ہو گا۔ اس کے برعکس، مشین کے تین دوری ساکن قوی لچھوں کو تین دوری برقی طاقت مہیا کرنے سے مشین ایک معاصر موٹر کے طور پر کام کرتی ہے جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔ مشین کی کل برقی قوت کے چند فی صد برابر برقی قوت میدان لچھے کو درکار ہوتی ہے۔

³synchronous speed



شکل 6.1: کاربن بٹش اور سرک چھلوں کے ذریعہ گھومتے لچھے تک برقی رو پہنچایا گیا ہے۔

گھومتے لچھے تک برقی دباؤ مختلف طریقوں سے پہنچایا جاسکتا ہے۔ شکل 6.1 میں گھومتے لچھے تک موصل سرک چھلے⁴ کی مدد سے ایک سمت برقی رو پہنچانے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ سرک چھلے اسی دھرے پر نسب ہوں گے جس پر گھومتا لچھا نسب ہو گا لہذا سرک چھلے اور گھومتے لچھے ایک ہی رفتار سے حرکت کریں گے۔

کاربن کے ساکن بٹش، اسپرنگ کی مدد سے، سرک چھلوں کی بیرونی سطح کے ساتھ دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ جب مشین چلتی ہے، کاربن بٹش ان سرک چھلوں پر سرکتے ہیں۔ اسپرنگ کا دباؤ ان کا برقی جوڑ مضبوط رکھتا ہے تاکہ ان کے بیچ چگاریاں نہ نکلیں۔ کاربن بٹش کے ساتھ برقی تار جڑی ہے۔ ایک سمت برقی رو I_r ، کاربن بٹش⁵ اور سرک چھلوں سے ہوتا ہوا، گھومتے لچھے تک پہنچتا ہے۔

بڑی معاصر مشین کا میدانی یک سمت رو عموماً ایک چھوٹے بدلتا رو جنریٹر سے حاصل کیا جاتا ہے جو معاصر مشین کے دھرے پر نسب ہوتا ہے اور دھرے کے ساتھ گھومتا ہے۔ چھوٹے جنریٹر کے برقی دباؤ کو دھرے پر نسب برقیاتی سمت کار کی مدد سے ایک سمت برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں سرک چھلے کی ضرورت پیش نہیں آتی ہے۔ سرک چھلے بوجہ رگڑ خراب ہوتے ہیں جس کی وجہ سے معاصر مشین کی مرمت درکار ہوتی ہے جو ایک مہنگا کام ہے۔ اسی لئے چھوٹا جنریٹر استعمال کرتے ہوئے سرک چھلوں سے نجات حاصل کی جاتی ہے۔

اُبھرے قطب⁶ مشین، پانی سے چلنے والے سست رفتار جنریٹر اور عام استعمال کی موٹروں کے لئے موزوں ہیں جبکہ ہموار قطب⁷ مشین، تیز رفتار دو یا چار قطبی چرناجے⁸ جنریٹروں کے لئے موزوں ہیں۔

slip rings⁴
carbon bush⁵
salient poles⁶
non-salient poles⁷
turbine⁸

ایک (بڑی) سلطنت کو درکار برقی توانائی کسی ایک جزیئر سے پیدا کرنا ممکن نہیں ہوتا ہے بلکہ چند درجن سے لے کر کئی سو جزیئر بیک وقت یہ فرغہ سرانجام دیتے ہیں۔ ایک سے زیادہ جزیئر استعمال کرنا فائدہ مند ثابت ہوتا ہے۔ اول، برقی توانائی کی ضرورت کے مطابق جزیئر چالو کئے جاسکتے ہیں۔ دوم، جزیروں کو ان مقامات کے قریب نسب کیا جاسکتا ہے جہاں جہاں برقی توانائی درکار ہو۔ اس طرح کے بڑے نظام میں ایک جزیئر کی حیثیت بہت کم ہوتی ہے لہذا کسی ایک جزیئر کو چالو یا بند کرنے سے پورے نظام پر کوئی خاص اثر نہیں پڑتا ہے۔ یوں ہم سلطنت کے برقی نظام کو ایک مقررہ برقی دباؤ اور ایک مقررہ برقی تعدد کا لامتناہی نظام تصور کر سکتے ہیں۔ معاصر جزیئر کو لامتناہی نظام کے ساتھ بڑا تصور کر کے معاصر جزیئر کے کئی اہم پہلو با آسانی سمجھے جاسکتے ہیں۔

مساوات 5.103 معاصر مشین کی قوت مروڑ دیتی ہے۔ اس مساوات کے مطابق برقی قوت مروڑ، مشین میں موجود متبادل مقناطیسی دباؤ کو ایک دوسرے کی سیدھ میں لانے کی کوشش کرتی ہے۔ برقرار چالو مشین کی برقی قوت مروڑ اور مشین کے دھرے پر لاگو میکانی قوت مروڑ ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں۔ جب مشین ایک جزیئر کی حیثیت سے استعمال ہو تب میکانی طاقت دھرے کو گھماتا ہے اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ کل مقناطیسی دباؤ سے گھومنے کے رخ آگے ہوتا ہے۔ مساوات 5.103 سے حاصل قوت مروڑ ایسی صورت میں مشین کو گھومنے سے روکنے کی کوشش کرتا ہے۔ میکانی طاقت چلتے پانی، ایندھن سے چلتے انجن، وغیرہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ اسی طرح اگر مشین ایک موٹر کی حیثیت سے استعمال ہو، تب صورت اس کے بالکل الٹ ہوگی۔

کل مقناطیسی بہاؤ ϕ_{ar} اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ τ_r تبدیل نہ ہونے کی صورت میں مساوات 5.103 کے مطابق مشین کی قوت مروڑ $\sin \theta_r$ کے ساتھ تبدیل ہوگی۔ اگر زاویہ θ_r صفر ہو تب قوت مروڑ بھی صفر ہوگی۔ اب تصور کریں کہ یہ مشین ایک موٹر کے طور پر استعمال ہو رہی ہے۔ جیسے جیسے موٹر پر لدا میکانی بوجھ بڑھایا جاتا ہے ویسے ویسے اس کے دھرے پر میکانی قوت مروڑ بڑھے گی۔ موٹر اس زاویہ کو بڑھا بڑھا کر برابر کی برقی قوت مروڑ پیدا کرے گی۔ یہاں یہ سمجھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر وقت معاصر رفتار سے گھومتی ہے ماسوائے ان لمحات کے لئے جن کے دوران موٹر آہستہ یا تیز ہو کر زاویہ کو ضرورت کے مطابق درست کرتی ہے۔ یعنی موٹر کا زاویہ θ_r ہر وقت میکانی قوت مروڑ کا تعقب⁹ کرتا ہے۔

موٹر پر لدا میکانی بوجھ بتدریج بڑھانے سے ایک لمحہ آئے گا جب زاویہ θ_r نوے درجہ، $\frac{\pi}{2}$ ریڈیئن، تک پہنچتا ہے۔ اس لمحہ موٹر اپنی انتہائی قوت مروڑ¹⁰ پیدا کرے گی۔ موٹر کسی بھی صورت میں اس سے زیادہ قوت مروڑ پیدا نہیں کر سکتی ہے لہذا بوجھ مزید بڑھانے سے موٹر رکھ جائے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ موٹر نے غیر معاصر¹¹ صورت اختیار

⁹ hunting
pull out torque¹⁰
lost synchronism¹¹

کر لی ہے۔ مساوات 5.103 سے ظاہر ہے کہ ایک قطب کا کل مقناطیسی بہاؤ یا (اور) گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ بڑھا کر موٹر کی انتہائی قوت مروڑ بڑھائی جاسکتی ہے۔

یہی صورت حال اگر مشین برقی جزیئر کے طور پر استعمال کی جائے سامنے آتی ہے۔ جب بھی مشین غیر معاصر صورت اختیار کرے، اسے جلد خود کار دور شلک¹² کی مدد سے برقی بھم رسانی سے الگ کر دیا جاتا ہے۔

ہم نے دیکھا کہ ایک معاصر موٹر صرف اور صرف معاصر رفتار سے ہی گھوم سکتی ہے اور صرف اسی رفتار پر گھوم کر قوت مروڑ پیدا کر سکتی ہے لہذا ساکن معاصر موٹر کو چالو کرنے کی کوشش ناکام ہوگی۔ معاصر موٹر کو پہلے کسی دوسرے طریقے سے معاصر رفتار تک لایا جاتا ہے اور اس کے بعد اسے چالو کیا جاتا ہے۔ ایسا عموماً ایک چھوٹی امالہ موٹر¹³ کی مدد سے کیا جاتا ہے جو بے بوجھ معاصر موٹر کو معاصر رفتار تک پہنچاتی ہے جس کے بعد معاصر موٹر کو چالو کیا جاتا ہے۔ ایسی امالہ موٹر عموماً معاصر موٹر کے دھرے پر نسب ہوتی ہے۔

6.2 معاصر مشین کے امالہ

ہم تصور کرتے ہیں کہ مشین دو قطب اور تین دوری ہے اور اس کے لچھے ستارہ نما جڑے ہیں۔ اس طرح لچھوں میں برقی رو، تار برقی رو¹⁴ ہی ہوگا اور ان پر لاگو برقی دباؤ، یک دوری برقی دباؤ ہوگا۔ ایسا کرنے سے مسئلے پر غور کرنا آسان اور نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

شکل 6.2 میں ایک ایسی تین دوری دو قطبی معاصر مشین دکھائی گئی ہے۔ اس کا گھومتا حصہ نکلی نما ہے۔ اس کو دو قطبی مشین یا P قطبی مشین کے دو قطبین کا حصہ تصور کیا جاسکتا ہے۔

اگرچہ یہاں گچھے دکھائے گئے ہیں، حقیقت میں پھیلے لچھے استعمال ہوں گے لہذا انہیں پھیلے لچھے تصور کریں۔ اس طرح ہر لچھا ساکن نما برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جس کی چوٹی لچھے کی مقناطیسی محور کے رخ ہوگی۔ چونکہ معاصر مشین کے گھومتے لچھے میں یک سمت رو ہوتا ہے لہذا، جیسا شکل 6.2 میں دکھایا گیا ہے، اس لچھے کا مقناطیسی دباؤ ہر

circuit breaker¹²
induction motor¹³
line current¹⁴

خلائی درز میں درج ذیل کثافت مقناطیسی بہاؤ B پیدا کرے گا جہاں θ_p لچھے کے محور سے ناپا جائے گا۔

$$(6.2) \quad B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{\tau}{l_g} = \mu_0 k_w \frac{4 Ni}{\pi 2l_g} \cos \theta_p$$

یہ مساوات زاویہ θ_p کے ساتھ کثافت مقناطیسی دہاؤ B کا تعلق پیش کرتی ہے۔ لچھا کے ایک قطب پر کل مقناطیسی بہاؤ ϕ اس مساوات کا سطحی کنٹول¹⁵ دے گا۔

$$(6.3) \quad \begin{aligned} \phi &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B l \rho d\theta_p \\ &= \mu_0 k_w \frac{4 Ni}{\pi 2l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \theta_p d\theta_p \\ &= \frac{4 \mu_0 k_w N i l \rho}{\pi l_g} \end{aligned}$$

ایک لچھے کا خود امالہ L ، مساوات 2.29 میں جزو پھیلاؤ k_w کا اثر شامل کرتے ہوئے حاصل کرتے ہیں۔

$$(6.4) \quad L = \frac{\lambda}{i} = \frac{k_w N \phi}{i} = \frac{4 \mu_0 k_w^2 N^2 l \rho}{\pi l_g}$$

یہ مساوات شکل 6.2 میں تینوں قوی لچھوں کا خود امالہ

$$(6.5) \quad L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0} = \frac{4 \mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

اور میدانی لچھے کا خود امالہ دیتی ہے۔

$$(6.6) \quad L_{mm0} = \frac{4 \mu_0 k_{wm}^2 N_m^2 l \rho}{\pi l_g}$$

6.2.2 مشترکہ امالہ

اب ہم دو لچھوں کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ تصور کریں صرف گھومتا لچھا مقناطیسی بہاؤ پیدا کر رہا ہے۔ ہم بہاؤ کے اس حصہ سے، جو a لچھا سے گزرتا ہے، گھومتے لچھا اور a لچھا کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ شکل 6.2

¹⁵ surface integral

میں گھومتے اور a لچھا کے بیچ زاویہ θ ہے۔ ایسی صورت میں $(-\frac{\pi}{2} - \theta) < \theta_p < (\frac{\pi}{2} - \theta)$ کے بیچ بہاؤ، a لچھا سے گزرے گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا حساب مساوات 6.3 میں مکمل کی حدیں تبدیل کر کے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \phi_{am} &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} B l \rho d\theta_p \\
 (6.7) \quad &= \mu_0 k_{wm} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} \cos \theta_p d\theta_p \\
 &= \frac{4\mu_0 k_{wm} N_m i_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta
 \end{aligned}$$

یوں گھومتے لچھا اور a لچھا کا مشترکہ امالہ

$$(6.8) \quad L_{am} = \frac{\lambda_{am}}{i_m} = \frac{k_{wa} N_a \phi_{am}}{i_m} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta$$

یا

$$(6.9) \quad L_{am} = L_{am0} \cos \theta$$

ہو گا جہاں

$$(6.10) \quad L_{am0} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g}$$

ہے اور $\theta = \omega t$ گھومنے کی رفتار پر منحصر ہو گا۔ اگرچہ مساوات 6.9 ایک گھومتے اور ایک ساکن لچھے کے لئے حاصل کی گئی ہے، درحقیقت یہ شکل 6.2 میں کسی بھی دو لچھوں کے لئے درست ہے۔ دونوں لچھوں کو ساکن یا دونوں کو متحرک تصور کر کے بھی یہی نتیجہ حاصل ہو گا۔ یوں دو ساکن یکساں لچھے، مثلاً a اور b جن کے بیچ 120° زاویہ ہے، کا مشترکہ امالہ

$$(6.11) \quad L_{ab} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wb} N_a N_b l \rho}{\pi l_g} \cos 120^\circ = -\frac{2\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}$$

ہو گا جہاں یکسانیت کی بدولت $k_{wb} = k_{wa}$ اور $N_b = N_a$ لئے گئے ہیں۔ اگر تینوں ساکن لچھے بالکل یکساں ہوں تب درج بالا مساوات اور مساوات 6.5 کی مدد سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(6.12) \quad L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{L_{aa0}}{2}$$

6.2.3 معاصر امالہ

مشین پر لاگو برقی دباؤ کو مشین کے لچھوں کا خود امالہ، مشترکہ امالہ اور لچھوں کے برقی رو کی مدد سے لکھا جاسکتا ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہم پہلے لچھوں کی ارتباط بہاؤ λ کو ان کے امالہ اور برقی رو کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \\ \lambda_b &= L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bm}I_m \\ \lambda_c &= L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cm}I_m \\ \lambda_m &= L_{ma}i_a + L_{mb}i_b + L_{mc}i_c + L_{mm}I_m\end{aligned}\quad (6.13)$$

ان مساوات میں ساکن لچھوں کا بدلتا رو چھوٹے حروف i_a, i_b, i_c جبکہ گھومتے میدانی لچھے کا ایک سمت رو بڑے حرف I_m سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ان چار مساوات میں سے ہم کسی ایک کو حل کرتے ہیں۔ چونکہ چاروں مساوات ایک طرح کی ہیں لہذا باقی بھی اسی طرح حل ہوں گی۔ ہم ان میں پہلی مساوات منتخب کرتے ہیں:

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \quad (6.14)$$

مساوات 6.5 لچھا a کا خود امالہ دیتی ہے اور اس کو حاصل کرتے ہوئے تصور کیا گیا کہ لچھے کا پورا مقناطیسی بہاؤ خلائی درز سے گزرتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا ہے اور مقناطیسی بہاؤ کا کچھ حصہ خلائی درز سے گزر کر دوسری جانب نہیں پہنچ پاتا ہے بلکہ خلائی درز میں رہتے ہوئے لچھے کے گرد چکر کا کچھ حصہ مکمل کرتا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کا یہ حصہ رستا امالہ L_{al} ¹⁶ پیدا کرتا ہے جو ٹرانسفارمر کے رستا امالہ کی طرح ہوتا ہے۔ یوں لچھے کا کل خود امالہ L_{aa} دو حصوں پر مشتمل ہوگا:

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{al} \quad (6.15)$$

ہم مساوات 6.5، مساوات 6.9، مساوات 6.12 اور مساوات 6.15 کی مدد سے مساوات 6.14 کو درج ذیل صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}i_b - \frac{L_{aa0}}{2}i_c + L_{am0}I_m \cos \omega t \\ &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}(i_b + i_c) + L_{am0}I_m \cos \omega t\end{aligned}\quad (6.16)$$

leakage inductance¹⁶

اب تین دوری برقی رو کا مجموعہ صفر ہوتا ہے

$$(6.17) \quad i_a + i_b + i_c = 0$$

لہذا مساوات 6.16 میں اس کو استعمال کرتے ہوئے

$$(6.18) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al}) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} (-i_a) + L_{am0} I_m \cos \omega t \\ &= \left(\frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al} \right) i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t \\ &= L_s i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t \end{aligned}$$

حاصل ہو گا جہاں

$$(6.19) \quad L_s = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al}$$

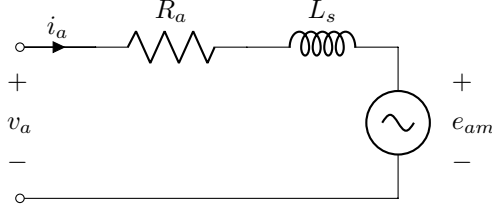
کو معاصر امالہ¹⁷ کہتے ہیں۔

مساوات 6.19 اور مساوات 5.49 پر ایک مرتبہ دوبارہ غور کریں۔ یہ دونوں ایک دوسرے جیسے ہیں۔ وہاں کل گھومتا مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا $\frac{3}{2}$ گنا تھا اور یہاں معاصر امالہ ایک لچھے کے امالہ کا $\frac{3}{2}$ گنا ہے۔ یہ دو مساوات ایک ہی حقیقت کے دو پہلو ہیں۔

معاصر امالہ تین حصوں پر مشتمل ہے۔ پہلا حصہ L_{aa0} ہے جو a لچھے کا خود امالہ ہے۔ دوسرا حصہ $\frac{L_{aa0}}{2}$ ، لچھا a کا باقی دو لچھوں کے ساتھ اس صورت مشترکہ امالہ ہے جب مشین میں تین دوری متوازن برقی رو ہو۔ تیسرا حصہ L_{al} ، لچھا a کا رستا امالہ ہے۔ یوں متوازن برقی رو کی صورت میں معاصر امالہ، مشین کے ایک لچھے کا ظاہری امالہ ہوتا ہے۔

مثال 6.1: ایک معاصر جزیئر کا ایک دوری کل خود امالہ 2.2 mH اور رستا امالہ 0.2 mH ہے۔ اس مشین کی دو قوی لچھوں کا مشترکہ امالہ اور مشین کا معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: چونکہ $L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$ ہوتا ہے لہذا $L_{aa0} = 2 \text{ mH}$ ہو گا۔ مساوات 6.12 کی مدد سے $L_{ab} = -1 \text{ mH}$ اور مساوات 6.19 کی مدد سے $L_s = 3.2 \text{ mH}$ ہو گا۔ □



شکل 6.3: معاصر موٹر کا مساوی دور یاریاضی نمونہ۔

6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یاریاضی نمونہ

لچھا a پر لاگو برقی دباؤ لچھے کی مزاحمت R_a میں برقی دباؤ کے گھٹاؤ اور λ_a کے برقی دباؤ کے برابر ہو گا

$$\begin{aligned}
 v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \\
 (6.20) \quad &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} - \omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{am}
 \end{aligned}$$

جہاں

$$\begin{aligned}
 e_{am} &= -\omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
 (6.21) \quad &= \omega L_{am0} I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned}$$

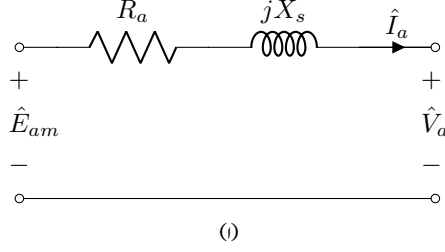
نیچانے برقی دباؤ یا اندرون پیدا برقی دباؤ کہلاتا ہے جو گھومتے لچھے سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ اس کی موثر قیمت $E_{am,rms}$ مساوات 1.42 سے حاصل ہو گی۔

$$(6.22) \quad E_{am,rms} = \frac{\omega L_{am0} I_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f L_{am0} I_m$$

مساوات 6.20 کو ایک برقی دور سے ظاہر کیا جا سکتا ہے جسے شکل 6.3 میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی برقی دور میں لاگو برقی دباؤ کے مثبت سر سے (مثبت) رو خارج ہوتا ہے۔ یوں اس شکل میں برقی رو i_a لاگو برقی دباؤ v_a کے مثبت سر سے خارج ہوتا ہے۔ شکل 6.3 ایک موٹر کو ظاہر کرتی ہے جہاں موٹر کے مثبت سروں پر برقی رو داخل ہوتا ہے۔ اگر موٹر کی بجائے ایک معاصر جزیئر کی بات ہوتی تب جزیئر برقی دباؤ پیدا کرتا اور برقی رو اس جزیئر کے مثبت سر



شکل 6.4: معاصر جزیئر کا مساوی دور پاراضی نمونہ۔



شکل 6.5: معاصر جزیئر کے مساوی ادوار۔

سے خارج ہوتا اور ہمیں شکل 6.3 کی بجائے شکل 6.4 حاصل ہوتا۔ شکل 6.4 سے جزیئر کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$(6.23) \quad e_{am} = i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + v_a$$

دھیان رہے کہ جزیئر کے مساوی دور میں برقی رو کا مثبت رخ، موٹر کے مساوی دور میں برقی رو کے مثبت رخ کا الٹ ہے۔ مساوات 6.23 کی دوری سمتیہ روپ

$$(6.24) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s + \hat{V}_a$$

ہوگی جس کو شکل 6.5-1 میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.2: دو قطب، 50 ہرٹز کا ایک معاصر جزیئر 40 ایمپیئر میدان برقی رو پر 2100 وولٹ یک دوری موٹر برقی دباو پیدا کرتا ہے۔ اس مشین کے قوی اور میدانی لچھوں کا مشترکہ امالہ تلاش کریں۔

حل: مساوات 6.22 سے L_{am} حاصل کرتے ہیں۔

$$(6.25) \quad L_{am} = \frac{\sqrt{2} E_{am}}{\omega I_m} = \frac{\sqrt{2} \times 2100}{2 \times \pi \times 50 \times 40} = 0.2363 \text{ H}$$



6.4 برقی طاقت کی منتقلی

ٹرانسفارمر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) شکل 3.23 میں اور معاصر جزیر کا مساوی دور شکل 6.5 میں دکھایا گیا ہے۔ یہ مساوی ادوار ایک دوسرے جیسے ہیں، لہذا مندرجہ ذیل بیان دونوں کے لئے درست ہو گا، اگرچہ یہاں ہمیں صرف معاصر مشینوں سے دلچسپی ہے۔

معاصر مشینوں میں عموماً X_s کی قیمت R_a کی قیمت سے سو یا دو سو گنا زیادہ ہو گی۔ یوں $X_s \gg R_a$ ہو گا اور R_a کو رد کرنا ممکن ہو گا۔ اس طرح شکل 6.5-1 سے شکل 6.5-6 ب حاصل ہو گا اور مساوات 6.24 درج ذیل صورت اختیار کرے گی۔

$$(6.26) \quad \hat{E}_{am} = j\hat{I}_a X_s + \hat{V}_a$$

شکل 6.5-ب کو ایک لمحہ کے لئے ایک سادہ برقی دور تصور کریں جہاں ایک متعاملہ jX_s کو بائیں \hat{E}_{am} اور دائیں \hat{V}_a برقی دباؤ فراہم کی گئی ہے۔ اس برقی دور میں برقی طاقت کی منتقلی پر غور کرتے ہیں۔

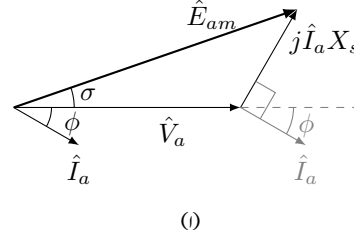
شکل 6.5-ب کی دوری سمتیہ صورت (مساوات 6.26) کو شکل 6.6 میں دکھایا گیا ہے۔ شکل 6.6-1 میں \hat{V}_a کے لحاظ سے \hat{I}_a زاویہ ϕ پیچھے جبکہ شکل 6.6-ب میں ϕ آگے ہے۔ زاویات افقی لکیر سے خلاف گھڑی ناپے جاتے ہیں لہذا شکل 6.6-1 میں ϕ منفی اور σ مثبت ہیں جبکہ شکل 6.6-ب میں دونوں زاویات مثبت ہیں۔

شکل 6.5-ب میں طاقت p_v بائیں سے دائیں منتقل ہو رہی ہے:

$$(6.27) \quad p_v = V_a I_a \cos \phi$$

مساوات 6.26 اور شکل 6.6-1 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(6.28) \quad \begin{aligned} \hat{I}_a = I_a / \phi &= \frac{\hat{E}_{am} - \hat{V}_a}{jX_s} \\ &= \frac{E_{am} \angle \sigma - V_a \angle 0}{X_s \angle \frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{E_{am}}{X_s} \angle \sigma - \frac{\pi}{2} - \frac{V_a}{X_s} \angle -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$



شکل 6.6: معاصر جزیر کا دوری سمتیہ۔

شکل 6.6 سے واضح ہے کہ درج بالا مساوات میں \hat{I}_a کا حقیقی جزو \hat{V}_a کا ہم قدم ہو گا۔ کسی بھی دوری سمتیہ K/α کو حقیقی افقی جزو $K \cos \alpha$ اور فرضی عمودی جزو $j K \sin \alpha$ کا مجموعہ تصور کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 6.28 کے آخری قدم میں دائیں ہاتھ کے حقیقی اجزاء سے رو کا حقیقی جزو حاصل ہو گا:

$$\begin{aligned} I_a \cos \phi &= \frac{E_{am}}{X_s} \cos \left(\sigma - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{V_a}{X_s} \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) \\ (6.29) \quad &= \frac{E_{am}}{X_s} \sin \sigma \end{aligned}$$

اس کو مساوات 6.27 کے ساتھ ملا کر درج ذیل ملتا ہے۔

$$(6.30) \quad p_v = \frac{V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

تین دوری معاصر مشین کے لئے اس مساوات کو تین سے ضرب کرنا ہو گا:

$$(6.31) \quad p_v = \frac{3V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

مساوات 6.31 طاقت بالمقابل زاویہ¹⁸ کا قانون پیش کرتی ہے۔ اٹل V_a کی صورت میں جزیر E_{am} یا (اور) σ بڑھا کر طاقت بڑھا سکتا ہے۔ گھومتے میدان لچھے میں برقی رو بڑھا کر E_{am} بڑھایا جاتا ہے جو ایک حد تک کرنا ممکن ہو گا چونکہ میدانی لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہونے سے لچھا گرم ہو گا جس کو خطرناک حد تک پہنچنے نہیں دیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح σ کو نوے زاویہ تک بڑھایا جاسکتا ہے جس پر، کسی مخصوص E_{am} کے لئے، جزیر زیادہ سے زیادہ طاقت مہیا کرے گا:

$$(6.32) \quad p_{v, \text{مہیا}} = \frac{3V_a E_{am}}{X_s} \quad (\sin 90^\circ = 1)$$



شکل 6.7: معاصر جزیئر معاصر موٹر چلار ہا ہے۔

حقیقت میں جزیئر کی بناوٹ یوں کی جاتی ہے کہ بناوٹی (قابل استعمال) طاقت نوے درجے سے کافی کم زاویہ پر ممکن ہو۔ نوے درجے پر جزیئر کو قابو رکھنا مشکل ہوتا ہے۔

مثال 6.3: ایک 50 قطبی، ستارہ، تین دوری 50 ہرٹز، 2300 وولٹ دباوتار پر چلنے والی 1800 کلو وولٹ-ایمپیئر معاصر مشین کا ایک دوری معاصر امالہ 2.1 اوہم ہے۔

• مشین کے برقی سروں پر 2300 وولٹ دباوتار مہیا کیا جاتا ہے جبکہ اس کا میدانی برقی رواتار کھا جاتا ہے کہ پورے بوجھ پر مشین کا جزو طاقت ایک کے برابر ہو۔ اس مشین سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جاسکتی ہے؟

- اس موٹر کو 2 قطبی، 3000 چکر فی منٹ، تین دوری، ستارہ، 2300 وولٹ دباوتار پیدا کرنے والا 2200 کلو وولٹ-ایمپیئر کے معاصر جزیر سے چلایا جاتا ہے جس کا ایک دوری معاصر امالہ 2.3 اوہم ہے۔ موٹر پر اس کا پورا برقی بوجھ لاد کر جزیر کو معاصر رفتار پر چلاتے ہوئے دونوں مشینوں کے میدانی برقی رو تبدیل کیے جاتے ہیں حتیٰ کہ موٹر ایک جزو طاقت پر چلنے لگے۔ دونوں مشینوں کا میدانی برقی رو یہاں برقرار رکھ کر موٹر پر بوجھ آہستہ آہستہ بڑھایا جاتا ہے۔ اس صورت میں موٹر سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے اور اس کی سروں پر دباوتار کتنا ہو گا؟

حل:

- شکل 6.7-1 اور 6.7-ب سے رجوع کریں۔ یک دوری برقی دباو اور کل برقی رو درج ذیل ہوں گے۔

$$\frac{2300}{\sqrt{3}} = 1327.9 \text{ V}$$

$$\frac{1800000}{\sqrt{3} \times 2300} = 451.84 \text{ A}$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} \hat{E}_{am,m} &= \hat{V}_a - j\hat{I}_a X_{s,m} \\ &= 1327.9\angle 0^\circ - j451.84\angle 0^\circ \times 2.1 \\ &= 1327.9 - j948.864 \\ &= 1632\angle -35.548^\circ \end{aligned}$$

مساوات 6.32 سے یک دوری زیادہ سے زیادہ برقی طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$p_{\text{انتہا}} = \frac{1327.9 \times 1632}{2.1} = 1031968 \text{ W}$$

اس طرح تین دوری زیادہ سے زیادہ طاقت 3095904 واٹ ہو گی۔ 50 ہرٹز اور 50 قطب سے مشین کی معاصر میکانی رفتار مساوات 5.53 کی مدد سے دو چکر فی سیکنڈ حاصل ہوتی ہے یعنی $f_m = 2$ ۔ یوں مشین سے درج ذیل زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے۔

$$T_{\text{انتہا}} = \frac{p_{\text{انتہا}}}{2\pi f_m} = \frac{3095904}{2 \times \pi \times 2} = 246364 \text{ N m}$$

موٹر پر اس سے زیادہ قوت مروڑ کا بوجھ مسلط کرنے سے موٹر رک جائے گی جبکہ جزیر کی رفتار بے قابو بڑھنے شروع ہو جائے گی۔ خود کار منقطع کار اس لمحہ پر نظام کو روک دیگا۔

- شکل 6.7-ج سے رجوع کریں۔ اس مثال کے پہلے جزو کی طرح یہاں بھی موٹر کے برقی سروں پر دباؤ تار 2300 وولٹ اور محرک برقی دباؤ 1632 وولٹ ہوں گے۔ جزیئر کا محرک برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\hat{E}_{am,g} &= \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_{s,g} \\ &= 1327.9/0^\circ + j451.84/0^\circ \times 2.3 \\ &= 1327.9 + j1039.233 \\ &= 1686/38.047^\circ\end{aligned}$$

یہ صورت شکل 6.7-د میں دکھائی گئی ہے۔

جیسا شکل 6.7-ھ میں دکھایا گیا ہے، موٹر اس وقت زیادہ سے زیادہ طاقت پیدا کرے گی جب $\hat{E}_{am,g}$ اور $\hat{E}_{am,m}$ آپس میں 90° زاویہ پر ہوں۔

یہاں مساوات 6.32 میں ایک معاصر امالہ کی بجائے موٹر اور جزیئر کے سلسلہ وار جڑے امالہ ہوں گے اور دو برقی دباؤ اب موٹر اور جزیئر کے محرک برقی دباؤ ہوں گے۔ یوں موٹر کی یک دوری زیادہ سے زیادہ طاقت درج ذیل ہو گی۔

$$p_{\text{تھا}} = \frac{1686 \times 1632}{2.3 + 2.1} = 625\,352 \text{ W}$$

اس طرح تین دوری طاقت 1 876 056 واٹ اور زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$T_{\text{تھا}} = \frac{1876056}{2 \times \pi \times 2} = 149\,291 \text{ N m}$$

شکل 6.7-ھ میں $\hat{E}_{am,m}$ اور $\hat{E}_{am,g}$ آپس میں عمودی ہیں لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$I_a(X_{s,g} + X_{s,m}) = \sqrt{E_{am,m}^2 + E_{am,g}^2} = 2346 \text{ V}$$

$$I_a = \frac{2346}{2.1 + 2.3} = 533 \text{ A}$$

$$I_a X_{sg} = 533 \times 2.1 = 1119.9 \text{ V}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{1686}{1632} = 45.93^\circ$$

یوں دوری دباؤ V_a ، جو صفر زاویہ پر تصور کیا جاتا ہے، درج ذیل ہو گا۔

$$V_a = \sqrt{1632^2 + 1119.9^2 - 2 \times 1632 \times 1119.9 \times \cos 45.93^\circ} = 1172.7 \text{ V}$$

لا متناہی نظام کی بجائے موٹر کو جزیئر سے طاقت مہیا کر کے، موٹر پر بوجھ بڑھانے سے موٹر کے سروں پر برقی دباؤ گھٹتا ہے جس کی بنا زیادہ سے زیادہ ممکنہ طاقت 3095 kW سے گھٹ کر 1876 kW رہ گئی ہے۔ موٹر کی سروں پر برقی دباؤ \hat{V}_a اور برقی رو \hat{I}_a ہم قدم نہیں ہیں۔ □

6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خواص

6.5.1 معاصر جزیئر: برقی بوجھ بالمقابل I_m کے خط

شکل 6.5-ب کی دوری سمتیہ مساوات

$$(6.33) \quad \hat{E}_{am} = \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_s$$

میں $\hat{I}_a = I_a / \phi$ لیتے ہوئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$(6.34) \quad E_{am} \angle \sigma = V_a \angle 0 + I_a X_s \angle \frac{\pi}{2} + \phi$$

جس کو بطور مخلوط عدد¹⁹

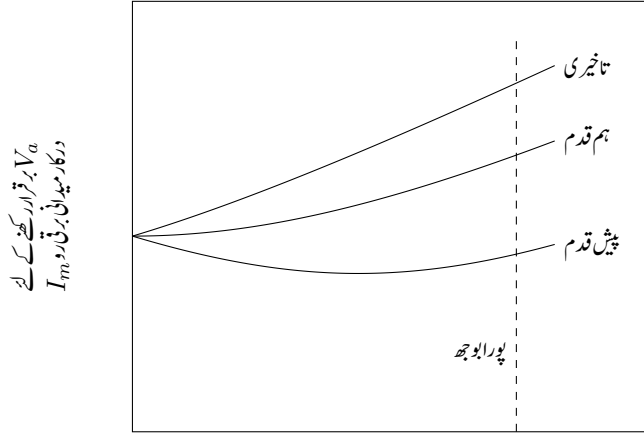
$$\begin{aligned} E_{am} \cos \sigma + j E_{am} \sin \sigma &= V_a \cos 0 + j V_a \sin 0 + I_a X_s \cos \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) + j I_a X_s \sin \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a - I_a X_s \sin \phi + j I_a X_s \cos \phi \\ &= E_{am,x} + j E_{am,y} \end{aligned}$$

لکھ سکتے ہیں۔ اس سے $|\hat{E}_{am}|$ یعنی E_{am} حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} (6.35) \quad |\hat{E}_{am}| &= E_{am} = \sqrt{E_{am,x}^2 + E_{am,y}^2} \\ &= \sqrt{(V_a - I_a X_s \sin \phi)^2 + (I_a X_s \cos \phi)^2} \\ &= \sqrt{V_a^2 + (I_a X_s)^2 - 2 V_a I_a X_s \sin \phi} \end{aligned}$$

جزیئر کے سروں پر V_a اٹل رکھتے ہوئے مختلف ϕ کے لئے E_{am} بالمقابل I_a کے خط شکل 6.8 میں دکھائے گئے ہیں۔ یہ خطوط مساوات 6.35 دیتی ہے۔ چونکہ E_{am} اور I_m راست متناسب ہیں اور کسی مخصوص جزو طاقت اور معین V_a کے لئے جزیئر کی طاقت I_a کے راست متناسب ہوتی ہے لہذا یہی ترسیمات I_m بالمقابل جزیئر کی طاقت کو بھی ظاہر کرتی ہیں۔

¹⁹ complex number



برقی دہائی کے لئے I_a کا برقی دہائی

شکل 6.8: جزئی: برقی بوجھ بالمتقابل I_m کے خط

6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالمتقابل I_m کے خط

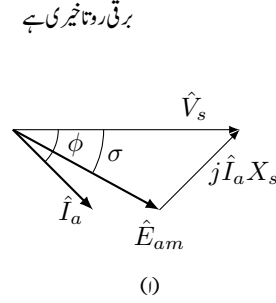
معاصر موٹر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) شکل 6.3 اور دوری سمتیہ شکل 6.9 میں دکھایا گیا ہے۔ مزاحمت نظر انداز کر کے اس کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_a &= \hat{E}_{am} + j\hat{I}_a X_s \\ V_a \angle 0 &= E_{am} \angle \sigma + j I_a \angle \phi X_s \\ &= E_{am} \angle \sigma + I_a X_s \angle \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right)\end{aligned}\quad (6.36)$$

اس مساوات میں موٹر پر لاگو برقی دباؤ \hat{V}_a کے حوالہ سے زاویات کی پیمائش کی گئی ہے لہذا \hat{V}_a کا زاویہ صفر ہو گا۔ یاد رہے کہ مثبت زاویہ کی پیمائش افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ہو گی لہذا پیش زاویہ²⁰ مثبت اور تاخیری زاویہ²¹ منفی ہو گا۔ اس مساوات سے امالی دباؤ E_{am} حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}E_{am} \angle \sigma &= V_a \angle 0 - I_a X_s \angle \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a - I_a X_s \cos \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) - j I_a X_s \sin \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a + I_a X_s \sin \phi - j I_a X_s \cos \phi\end{aligned}$$

leading angle²⁰
lagging angle²¹



شکل 6.9: موٹر کا دوری سمتیہ۔

یوں $|E_{am}|$ درج ذیل ہو گا۔

$$(6.37) \quad |E_{am}| = \sqrt{(V_a + I_a X_s \sin \phi)^2 + (I_a X_s \cos \phi)^2}$$

$$= \sqrt{V_a^2 + I_a^2 X_s^2 + 2V_a I_a X_s \sin \phi}$$

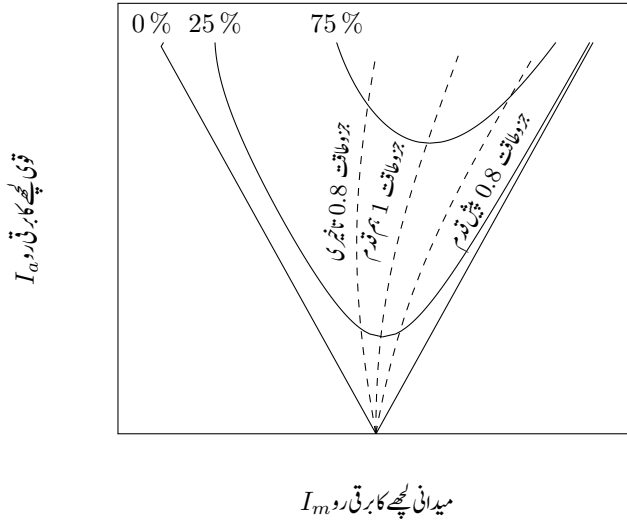
موٹر پر لاگو برقی دباؤ اور اس پر میکانی بوجھ کو 0%، 25% اور 75% پر رکھ کر، موٹر کے E_{am} بالمقابل I_a خطوط، مساوات 6.37 سے شکل 6.10 میں ترسیم کیے گئے ہیں۔ چونکہ امالی دباؤ I_m کا راست متناسب ہوتا ہے لہذا یہی موٹر کے I_m بالمقابل I_a خطوط بھی ہوں گے۔ ان میں سے ہر خط ایک معین میکانی بوجھ p کے لئے ہے جہاں p درج ذیل ہو گا۔

$$(6.38) \quad p = V_a I_a \cos \phi$$

اس مساوات کے تحت p اور V_a تبدیل کیے بغیر جزو طاقت تبدیل کر کے I_a تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ شکل 6.10 کے حصول میں مساوات 6.37 کو مساوات 6.38 کی مدد سے ترسیم کیا جاتا ہے۔ مخصوص V_a اور p کے لئے مختلف I_a پر مساوات 6.38 سے ϕ حاصل کیا جاتا ہے۔ اس کے بعد ہر انفرادی I_a اور مطابقتی ϕ کو مساوات 6.37 میں پر کر کے E_{am} حاصل کیا جاتا ہے۔ مخصوص p کے لئے E_{am} بالمقابل I_a ترسیم کیے جاتے ہیں۔ شکل 6.10 میں 0%، 25% اور 75% طاقت کے لئے ترسیمات پیش کی گئی ہیں۔

موٹر کے خطوط سے واضح ہے کہ I_m تبدیل کر کے موٹر کا جزو طاقت تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ یوں موٹر کو پیش زاویہ یا تاخیری زاویہ پر چلایا جاسکتا ہے۔ موٹر کو پیش زاویہ چلا کر بطور ایک برق گھیر²² استعمال کیا جاسکتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں کیا جاتا ہے چونکہ معاصر موٹر سے برق گھیر زیادہ سستا دستیاب ہوتا ہے۔

capacitor²²



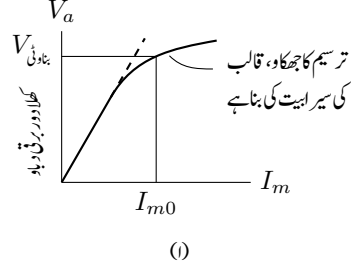
شکل 6.10: موٹر کی I_m بالقابل I_a ترسیم۔

6.6 کھلا دور اور قصر دور معائنہ

معاصر مشین کا مساوی دور بنانے کے لئے مساوی دور کے اجزاء جاننا لازم ہے جنہیں دو قسم کے معائنوں سے معلوم کیا جاتا ہے۔ انہیں کھلا دور معائنہ اور قصر دور معائنہ کہتے ہیں۔ ان معائنوں سے قالب کے سیرابیت کے اثرات بھی اجاگر ہوتے ہیں۔ اسی قسم کے معائنے ٹرانسفارمر کے بھی کیے جاتے ہیں جہاں کھلا دور معائنہ ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی دباؤ جبکہ قصر دور معائنہ بناوٹی برقی رو پر کیا جاتا ہے۔ یہاں بھی ایسا کیا جائے گا۔

6.6.1 کھلا دور معائنہ

معاصر مشین کے برقی سرے کھلا رکھ کر، مشین کو معاصر رفتار پر گھماتے ہوئے مختلف I_m پر پیدا برقی دباؤ V_a مشین کے سروں پر ناپا جاتا ہے۔ شکل 6.11-1 میں پیمائشی رو I_m بالقابل دباؤ V_a کی ترسیم دکھائی گئی ہے۔ یہ ترسیم مشین کی کھلا دور خاصیت ظاہر کرتی ہے۔ یہ ترسیم مشین بنانے والے بھی مہیا کر سکتے ہیں۔



شکل 6.11: کھلا دور خط اور قالبی ضیاع۔

اس کتاب کے حصہ 2.8 میں بتایا گیا کہ قالب پر لاگو مقناطیسی دباؤ بڑھانے سے قالب میں مقناطیسی بہاؤ بڑھتا ہے البتہ جلد ہی قالب سیراب ہو جاتا ہے۔ یہ اثر شکل 6.11-1 میں ترسیم کے جھکاؤ سے واضح ہے۔ قالب سیراب نہ ہونے کی صورت میں ترسیم نقطہ دار سیدھی لکیر کی پیروی کرتی۔ مشین کا بناوٹی برقی دباؤ اور اس کے حصول کے لئے درکار رو I_{m0} بھی دکھائے گئے ہیں۔

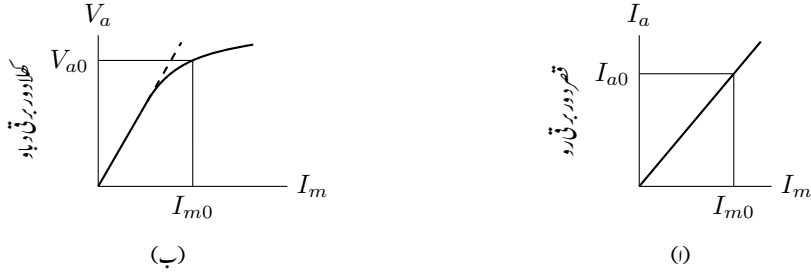
کھلا دور معائنہ کے دوران دھرے پر میکانی طاقت p_1 کی پیمائش بے بوجھ مشین کا ضیاع طاقت دے گی۔ اس کا بیشتر حصہ رگڑی ضیاع، کچھ قالبی ضیاع اور کچھ گھومتے لچھے کا ضیاع ہو گا۔ یاد رہے گھومتے لچھے کو عموماً دھرے پر نسب یک سمت جزیئر برقی توانائی فراہم کرتا ہے جس کو از خود طاقت محرک²³ فراہم کرتا ہے۔ رگڑی ضیاع کا مشین پر لدے بوجھ سے کوئی خاص تعلق نہیں پایا جاتا ہے لہذا بے بوجھ مشین اور بوجھ بردار مشین کا رگڑی ضیاع ایک جیسا تصور کیا جاتا ہے۔

رو I_m صفر رکھتے ہوئے دوبارہ دھرے پر میکانی طاقت p_2 کی پیمائش صرف رگڑی ضیاع دے گا۔ ان پیمائشوں کا فرق $(p_1 - p_2)$ قالبی ضیاع اور گھومتے لچھے کا برقی ضیاع ہو گا۔ گھومتے لچھے میں برقی ضیاع بہت کم ہوتا ہے اور اس کو عموماً قالب کے ضیاع کا حصہ تصور کیا جاتا ہے۔ یوں پیمائش کردہ قالبی ضیاع کی ترسیم شکل 6.11-ب میں دی گئی ہے۔

6.6.2 قصر دور معائنہ

معاصر مشین کو معاصر رفتار پر بطور جزیئر چلاتے ہوئے ساکن لچھا قصر دور کر کے مختلف I_m پر قصر دور برقی رو I_a ناپا جاتا ہے۔ ان کی ترسیم شکل 6.12-1 میں دی گئی ہے جو قصر دور مشین کی خاصیت ظاہر کرتی ہے۔

²³ گھومتے لچھے کو توانائی یک سمت روجزیئر مہیا کرتا ہے اور اس جزیئر کو دھرے سے توانائی موصول ہوتی ہے۔



شکل 6.12: قصر دور خط اور کھلے دور خط۔

قصر دور معائنہ کے دوران دھیان رہے کہ I_a خطرناک حد تک بڑھ نہ جائے۔ جزیئر کے بناوٹی I_a یا اس سے دگنی قیمت سے روکو کم رکھا جاتا ہے۔ ایسا نہ کرنے سے مشین گرم ہو کر تباہ ہو سکتی ہے۔

قصر دور مشین میں بناوٹی برقی دباؤ کے دس سے پندرہ فی صد برقی دباؤ پر مشین میں سونی صد برقی رو پایا جاتا ہے۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے خلائی درز میں اسی تناسب سے کم مقناطیسی بہاؤ درکار ہو گا۔

شکل 6.5-1 میں جزیئر کا مساوی برقی دور دکھایا گیا ہے جسے شکل 6.13 میں قصر دور دکھایا گیا ہے۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$(6.39) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s$$

$X_s \gg R_a$ کی بنا مزاحمت R_a نظر انداز کر کے اس مساوات سے معاصر امالہ حاصل ہو گا۔

$$(6.40) \quad X_s = \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|} = \frac{E_{am}}{I_a}$$

مساوات 6.40 میں \hat{I}_a قصر دور مشین کا برقی رو اور \hat{E}_{am} اسی حال میں مشین کے ایک دور کا امالی دباؤ ہے۔ کھلے دور مشین میں \hat{I}_a صفر ہوتا ہے۔ مساوات 6.33 سے واضح ہے کہ \hat{I}_a صفر ہونے کی صورت میں \hat{V}_a اور \hat{E}_{am} برابر ہوں گے۔ یوں کسی معین I_{m0} پر شکل 6.12-1 سے I_{a0} اور شکل 6.12-ب سے V_{a0} پڑھ کر X_s کی قیمت حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$(6.41) \quad X_s = \frac{V_{a0}}{I_{a0}}$$



$$\begin{aligned} \hat{E}_{am} &= \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s \\ &\approx j \hat{I}_a X_s \quad X_s \gg R_a \\ X_s &= \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|} \end{aligned}$$

شکل 6.13: معاصر امالہ۔

معاصر امالہ کو عموماً مشین کے پورے (ہناوٹی) برقی دباؤ پر معلوم کیا جاتا ہے تاکہ قالب کی سیرابیت کے اثرات کو بھی شامل ہوں۔

مشین کو ستارہ نما تصور کر کے اس کا ایک دوری X_s حاصل کیا جاتا ہے۔ یوں اگر معائنہ میں مشین کا تار برقی دباؤ²⁴ ناپا گیا ہو تب ضروری ہے کہ اس کو $\sqrt{3}$ سے تقسیم کر کے یک دوری دباؤ حاصل کر کے مساوات 6.41 میں استعمال کیا جائے۔

$$(6.42) \quad V_{یکدوری} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}}$$

مثال 6.4: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر، ستارہ، 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کا کھلا دور اور قصر دور معائنہ کیا گیا۔ حاصل نتائج درج ذیل ہیں۔

- کھلا دور معائنہ: $V_{\pi} = 415 \text{ V}$ اور $I_m = 3.2 \text{ A}$ ہیں۔
- قصر دور معائنہ: جس لمحہ قوی لچھے کا برقی رو 104 A تھا اس لمحہ میدانی لچھے کا برقی رو 2.64 A تھا اور جس لمحہ قوی لچھے کا برقی رو 126 A تھا اس لمحہ میدانی لچھے کا برقی رو 3.2 A تھا۔

اس مشین کا معاصر امالہ تلاش کریں۔

حل: یک دوری برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$V_{یکدوری} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}} = \frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$$

²⁴line voltage



شکل 6.14: قصر دور معاصر مشین میں ضیاع طاقت۔

کھلا دور مشین پر 239.6 وولٹ کے لئے 3.2 ایمپیئر میدانی برقی رو درکار ہو گا جبکہ 3.2 ایمپیئر میدانی برقی رو پر قصر دور برقی رو 126 ایمپیئر ہو گا لہذا ایک دوری معاصر امالہ درج ذیل ہو گا۔

$$X_s = \frac{239.6}{126} = 1.901 \Omega$$

□

قصر دور معائنہ کے دوران دھرے پر لاگو میکانی طاقت p_3 کی پیمائش سے قصر دور مشین کا کل ضیاع حاصل ہو گا۔ p_3 ناپتے وقت قصر دور برقی رو $I_{a,3}$ بھی ناپ لیں۔ اس ضیاع کا کچھ حصہ قابلی ضیاع، کچھ دونوں لچھوں میں برقی ضیاع اور کچھ رگڑی (میکانی) ضیاع ہو گا۔ شکل 6.14 میں ضیاع طاقت بالمقابل قصر دور برقی رو دکھایا گیا ہے۔

ضیاع p_3 سے، کھلا دور معائنہ میں حاصل، رگڑی ضیاع p_2 منفی کرنے سے لچھوں کا ضیاع اور قابلی ضیاع حاصل ہو گا۔ جیسا پہلے ذکر کیا گیا، صرف دس تا بیس فی صد بناوٹی برقی دباؤ پر قصر دور مشین میں بناوٹی رو پایا جائے گا۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے درکار مقناطیسی بہاؤ اتنا ہی کم ہو گا۔ اتنے کم مقناطیسی بہاؤ پر قابلی ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ مزید، قصر دور معاصر مشین کے گھومتے لچھے کا برقی ضیاع ساکن لچھے کے برقی ضیاع سے بہت کم ہو گا لہذا گھومتے لچھے کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں $(p_3 - p_2)$ کو ساکن لچھے کا برقی ضیاع تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں درج ذیل ہو گا

$$p_3 - p_2 = I_{a,3}^2 R_a$$

جس سے معاصر مشین کی مساوی مزاحمت حاصل ہو گی۔

(6.43)

$$R_a = \frac{p_3 - p_2}{I_{a,3}^2}$$

مثال 6.5: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر، 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کے پورے (بناوٹی) برقی رو پر کل قصر دور طاقت کا ضیاع 2.2 کلو واٹ ہے۔ اس مشین کی یک دوری موثر مزاحمت حاصل کریں۔

حل: یک دوری ضیاع $733.33 \text{ W} = \frac{2200}{3}$ ہے۔ مشین کے پوری برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{75000}{\sqrt{3}V_L} = 104.34 \text{ A}$$

یوں مشین کی موثر مزاحمت درج ذیل ہو گی۔

$$R_a = \frac{733.33}{104.34^2} = 0.067 \Omega$$

□

مثال 6.6: شکل 6.15 میں 500 وولٹ، 50 ہرٹز، 4 قطب، ستارہ، معاصر جنریٹر کا کھلے دور خط دکھایا گیا ہے۔ اس جنریٹر کا معاصر امالہ 0.1 اوہم اور قوی لچھے کی مزاحمت 0.01 اوہم ہے۔ پورے برقی بوجھ، 0.92 تاخیری جزو طاقت²⁵ پر جنریٹر 1000 ایمپیئر فراہم کرتا ہے۔ پورے بوجھ پر رگڑی ضیاع اور لچھے کی مزاحمت میں ضیاع کا مجموعہ 30 کلو واٹ جبکہ قابل ضیاع 25 کلو واٹ ہے۔

• جنریٹر کی رفتار معلوم کریں۔

• بے بوجھ جنریٹر کی سروں پر 500 وولٹ برقی دباؤ کتنے میدانی برقی رو پر حاصل ہو گا؟

• اگر جنریٹر پر 0.92 تاخیری جزو طاقت، 1000 ایمپیئر کا برقی بوجھ لادا جائے تب جنریٹر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنا میدانی برقی رو درکار ہو گا؟

• جنریٹر پورے بوجھ پر کتنی طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ جنریٹر کو محرک کتنی میکانی طاقت فراہم کر رہا ہے۔ ان دو سے جنریٹر کی فی صد کارگزار²⁶ تلاش کریں۔

• اگر جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر کتنا برقی دباؤ ہو گا؟

• اگر جنریٹر پر 1000 ایمپیئر 0.92 پیش جزو طاقت کا بوجھ لادا جائے تو جنریٹر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنا میدانی برقی رو درکار ہو گا؟



شکل 6.15: کھلا دور خط۔

- ان 1000 ایمپیر تاخیری جزو طاقت اور پیش جزو طاقت بوجھوں میں کونسا بوجھ زیادہ میدانی برقی رو پر حاصل ہو گا؟ جزیئر کس بوجھ سے زیادہ گرم ہو گا؟

حل:

- $f_e = \frac{P}{2} f_m$ سے $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ حاصل ہوتا ہے۔

- شکل 6.15 سے 500 وولٹ کے لئے درکار میدانی برقی رو تقریباً 2.86 ایمپیر پڑھا جاتا ہے۔

- ستارہ برقی دباؤ کے تعلق $V_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یدوری}} = 289$ سے $V_{\text{یدوری}} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 289$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ ستارہ جوڑ میں یک دوری برقی رو اور تار برقی رو برابر ہوتے ہیں۔ جزو طاقت کو ستارہ یک دوری برقی دباؤ کے نسبت سے بیان کیا جاتا ہے۔ چونکہ $\cos^{-1} 0.92 = 23.07^\circ$ ہے لہذا اگر برقی سروں پر دباؤ $289/0^\circ$ لکھا جائے تب تاخیری دوری برقی رو $1000/-23.07^\circ$ لکھا جائے گا۔ یوں شکل 6.4 یا مساوات 6.24 سے اندرونی پیدا یک دوری برقی دباؤ

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/-23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\ &= 349/14.6^\circ \end{aligned}$$

حاصل ہو گا جس سے اندرونی پیداوار برقی دباؤ $604 = 349 \times \sqrt{3}$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنے دباؤ کے لئے 4.1 A میدانی برقی رو پڑھا جاتا ہے۔

• جنریٹر اس صورت میں

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{3} \hat{V}_a \cdot \hat{I}_a \\ &= \sqrt{3} \times 500 \times 1000 \times 0.92 \\ &= 796\,743 \text{ W} \end{aligned}$$

فراہم کرے گا جبکہ محرک

$$p_m = 796.743 + 30 + 25 = 851.74 \text{ kW}$$

فراہم کرے گا لہذا اس جنریٹر کی کارگزاری $\eta = \frac{796.743}{851.74} \times 100 = 93.54\%$ ہو گی۔

- جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹانے کے لمحہ پر جنریٹر کے برقی سروں پر 604 وولٹ برقی دباؤ ہو گا۔
- پیش جزو طاقت کی صورت میں

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= 289/0^\circ + 1000/23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\ &= 276/20.32^\circ \end{aligned}$$

ہو گا جس سے اندرونی تار برقی دباؤ $478 = 276 \times \sqrt{3}$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنے دباؤ کے لئے 2.7 A میدانی برقی رو درکار ہو گا۔

- تاخیری جزو طاقت کے بوجھ پر جنریٹر کو زیادہ میدانی برقی رو درکار ہے۔ میدانی لمحے کی مزاحمت میں اس کی وجہ سے زیادہ برقی طاقت ضائع ہو گی اور جنریٹر زیادہ گرم ہو گا۔

□

مثال 6.7: ایک 415 وولٹ، 40 کلو وولٹ-ایمپیر، ستارہ، 0.8 جزو طاقت، 50 ہرٹز پر چلنے والی معاصر موٹر کا معاصر امالہ 2.2 اوہم ہے جبکہ اس کی مزاحمت قابل نظر انداز ہے۔ اس کی رگڑ اور لچھوں کی مزاحمت میں طاقت کا ضیاع ایک کلو واٹ جبکہ قابلی ضیاع 800 واٹ ہے۔ یہ موٹر 12.2 کلو واٹ میکانی بوجھ سے لدی ہے اور 0.8 پیش جزو طاقت پر چل رہی ہے۔ یاد رہے کہ معاصر امالہ مشین کو ستارہ نما تصور کرتے ہوئے حاصل کیا جاتا ہے۔

- اس کا دوری سمتیہ بنائیں۔ تار کا برقی رو \hat{I}_t اور قوی لچھے کا برقی رو \hat{I}_a حاصل کریں۔ موٹر کا اندرونی ہجانی برقی دباؤ \hat{E}_a حاصل کریں۔
- میدانی برقی رو کو بغیر تبدیل کئے، میکانی بوجھ آہستہ آہستہ بڑھا کر دگنا کیا جاتا ہے۔ اس صورت میں موٹر کا رد عمل دوری سمتیہ سے واضح کریں۔
- اس دگنے میکانی بوجھ پر قوی لچھے کا برقی رو، تار کا برقی رو اور موٹر کا اندرونی ہجانی برقی دباؤ حاصل کریں۔ موٹر کا جزو طاقت بھی حاصل کریں۔

حل:

- ستارہ جڑی موٹر کے سروں پر یک دوری برقی دباؤ $239.6 \text{ V} = \frac{415}{\sqrt{3}}$ ہو گا جسے صفر زاویہ پر تصور کرتے ہوئے برقی رو کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔ یوں $\hat{V}_{sa} = 239.6/0^\circ$ لکھا جائے گا۔ جزو طاقت 0.8 زاویہ 36.87° کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں تار برقی رو کا پیشہ زاویہ یہی ہو گا۔ موٹر کو مہیا برقی طاقت اس کی میکانی طاقت اور طاقت کے ضیاع کے برابر ہو گی

$$12\,200 \text{ W} + 1000 \text{ W} + 800 \text{ W} = 14\,000 \text{ W}$$

جس کے لئے درکار تار کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{P}{\sqrt{3} V_t \cos \theta} \\ &= \frac{14\,000}{\sqrt{3} \times 415 \times 0.8} \\ &= 24.346 \text{ A} \end{aligned}$$

ستارہ جڑی موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو تار کے برقی رو کے برابر ہو گا۔ یوں برقی رو کا زاویہ شامل کرتے ہوئے اسے

$$\hat{I}_a = \hat{I}_t = 24.346/36.87^\circ$$

لکھا جاسکتا ہے۔

موٹر کا اندرونی یک دوری ہجانی برقی دباؤ موٹر کے مساوی دور شکل 6.3 سے حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} - j X_s \hat{I}_a \\ &= 239.6/0^\circ - j 2.2 \times 24.346/36.87^\circ \\ &= 276/-8.96^\circ \end{aligned}$$

اس تمام صورت حال کو شکل 6.16 میں دوری سمتیات کی مدد سے دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.16: بوجھ بردار معاصر موٹر۔



شکل 6.17: بوجھ بڑھنے کا اثر۔

- میکانیکی بوجھ بڑھنے سے موٹر کو زیادہ برقی طاقت درکار ہوگی۔ یہ اس صورت ممکن ہو گا جب موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو بڑھ سکے۔ میدانی برقی رو معین ہونے کی وجہ سے موٹر کے اندرونی بیجانی برقی دباؤ \hat{E}_a کی مطلق قیمت تبدیل نہیں ہو سکتی البتہ اس کا زاویہ تبدیل ہو سکتا ہے۔ موٹر \hat{E}_a کی مطلق قیمت تبدیل کئے بغیر برقی سروں پر لاگو برقی دباؤ \hat{V}_a اور \hat{E}_a کے بیچ زاویہ بڑھا کر قوی لچھے کا برقی رو اور یوں حاصل برقی طاقت بڑھائے گا۔ ایسا شکل 6.17 میں دکھایا گیا ہے جہاں \hat{E}_a دوری سمتیہ کی نوک گول دائرہ پر رہتی ہے۔ یوں اس کا طول تبدیل نہیں ہوتا۔ زاویہ بڑھنے سے $|j\hat{I}_a X_s|$ بڑھتا ہے۔ چونکہ X_s نہیں بڑھ رہا لہذا درحقیقت قوی لچھے کا برقی رو بڑھ گیا ہے۔ زیادہ بوجھ کی صورت حال کو نقطہ دار دکھایا گیا ہے۔

- دگنی میکانیکی بوجھ پر موٹر کو کل $26200 + 800 + 1000 = 28000$ واٹ یا 26.2 کلو واٹ برقی طاقت درکار ہے۔ مساوات 6.30 کی مدد سے درج ذیل ہو گا۔

$$\sigma = \sin^{-1} \left(\frac{pX_s}{3V_a E_a} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{26200 \times 2.2}{3 \times 239.6 \times 276} \right) = 16.89^\circ$$

یوں موٹر کا اندرونی ہیجانی برقی دباؤ $276/-16.89^\circ$ ہو گا اور قوی لچھے کا برقی رد درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a - \hat{E}_a}{jX_s} \\ &= \frac{239/0^\circ - 276/-16.89^\circ}{j2.2} \\ &= 38/17.4^\circ\end{aligned}$$

ستارہ جوڑ کی وجہ سے \hat{I}_t بھی اتنا ہی ہو گا۔ پیش جزو طاقت $\cos 17.4^\circ = 0.954$ ہے۔

□

باب 7

امالی مشین

قوی برقیات¹ کی میدان میں ترقی کی بنا امالی موٹروں کی رفتار پر قابو رکھنا ممکن ہوا اور یوں ان موٹروں نے کارخانوں میں ایک سمت رو موٹروں کی جگہ لینا شروع کیا۔ اس سے پہلے جہاں بھی موٹر کی رفتار اہم ہوتی وہاں ایک سمت رو موٹر استعمال ہوتی جن کی رفتار پر قابو رکھنا نہایت آسان ہوتا ہے۔ پچاس سال قبل ترقی یافتہ ممالک میں ایک سمت موٹر کی جگہ امالی موٹر کا استعمال شروع ہوا۔ آج میں بھی تبدیلی پاکستان میں دیکھ رہا ہوں۔ امالی موٹروں کی مضبوطی اور دیر پا کام کرنے کی صلاحیت مثالی ہے۔ قوی الیکٹرانکس نے ان کی رفتار کو قابو کر کے بلا مقابلہ بنا دیا۔

امالی موٹر درحقیقت ٹرانسفارمر کی دوسری صورت ہے یا یوں کہنا بہتر ہو گا کہ یہ ایک ایسا ٹرانسفارمر ہے جس کا ثانوی لچھا حرکت بھی کرتا ہے۔ یوں امالی موٹر کے ساکن لچھے ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے اور موٹر کے گھومتے لچھے ٹرانسفارمر کے ثانوی لچھے تصور کیے جاسکتے ہیں۔ موٹر کے ساکن لچھوں کو بیرونی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے جبکہ خلاء میں گھومتے مقناطیسی موج سے پیدا گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ ان لچھوں کو طاقت فراہم کرتا ہے۔ اسی کی بنا ان کو امالی موٹر² کہتے ہیں

اس باب کا مقصد امالی موٹر کے مساوی دور (ریاضی نمونہ)³ کا حصول اور موٹر کی خواص پر غور کرنا ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ ان کا مساوی دور ٹرانسفارمر کے مساوی دور کی طرح ہو گا۔

power electronics¹
induction motor²
mathematical model³

ہم فرض کریں گے کہ موٹر دو قطبی، تین دوری، ستارہ جڑی ہے۔ اس طرح یک دوری لچھوں کا برقی رو، تار برقی رو ہو گا اور یک دوری برقی دباؤ $\frac{\dot{V}_E}{\sqrt{3}}$ ہو گا۔ ایسا کرنے سے مسئلے پر غور کرنا آسان ہو گا جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے کارآمد ہو گا۔

7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج

امالی مشین کے ساکن لچھے بالکل معاصر مشین کے ساکن لچھوں کی طرح ہوتے ہیں۔ مزید گھومتے حصہ اور ساکن لچھوں کے قطبین کی تعداد ایک جیسی ہو گی۔ ساکن لچھوں کو متوازن تین دوری برقی رو سے پہچان کرنے سے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی ایک موج پیدا ہو گی۔ مساوات 5.49 اس موج کو ظاہر کرتی ہے جبکہ مساوات 5.53 اس کی معاصر رفتار دیتی ہے جس کو یہاں f_s لکھا گیا ہے۔ یہ دونوں مساوات یہاں یاد دہانی کے لئے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔ یہاں ساکن لچھوں میں برقی رو کا تعدد ω_e لکھا گیا ہے اور α صفر لیا گیا ہے۔

$$(7.1) \quad \tau_s^+(\theta, t) = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega_e t)$$

$$f_s = \frac{2}{P} f_e$$

7.2 مشین کا سرکاو اور گھومتی امواج پر تبصرہ

ہم دو قطب کی مشین پر غور کر رہے ہیں جو P قطبی مشین کے لئے بھی درست ہے۔ ساکن لچھوں میں تین دوری برقی رو کا تعدد f_e ہے۔ مساوات 5.53 کہتی ہے کہ دو قطبی مشین میں موج کی معاصر رفتار بھی f_e چکر فی سیکنڈ ہو گی۔ اب تصور کریں مشین کا گھومتا حصہ، f میکانی چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے موج کے رخ گھوم رہا ہے جہاں $f < f_s$ ہے۔ یوں ہر سیکنڈ گھومتا حصہ مقناطیسی بہاؤ کی موج سے $f_s - f$ پیچھے سرک جائے گا۔ اس سرکنے کو موج کی معاصر رفتار کی نسبت سے درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$(7.2) \quad s = \frac{f_s - f}{f_s} = \frac{f_e - f}{f_e}$$

یہاں s مشین کے سرکاو⁴ کی ناپ ہے۔ اس مساوات سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(7.3) \quad \begin{aligned} f &= f_s(1-s) = f_e(1-s) \\ \omega &= \omega_s(1-s) = \omega_e(1-s) \quad (2\pi \text{ سے ضرب دیا گیا ہے}) \end{aligned}$$

یہاں غور کیجیے گا۔ مقناطیسی بہاو کی موج f_e تعدد سے گھوم رہی ہے جبکہ گھومتا لچھا f تعدد سے گھوم رہا ہے۔ گھومتے لچھا کے حوالہ سے مقناطیسی بہاو کی موج $(f_e - f)$ رفتار سے گھوم رہی ہے، یعنی، گھومتے لچھے کو ساکن تصور کرنے سے گھومتے مقناطیسی بہاو کی موج $(f_e - f)$ اضافی رفتار سے گھومتی نظر آئے گی۔ یوں گھومتے لچھا میں امالی برقی دباؤ کا تعدد بھی $(f_e - f)$ ہو گا۔ مساوات 7.3 کی مدد سے اس امالی برقی دباؤ کا (اضافی) تعدد f_z درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.4) \quad f_z = f_e - f = f_e - f_e(1-s) = sf_e$$

مشین بطور امالی موٹر استعمال کرنے کے لئے گھومتے لچھے قصر دور کیے جائیں گے۔ ان قصر دور لچھوں میں برقی رو کا تعدد sf_e اور رو کی قیمت لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ اور لچھوں کی رکاوٹ پر منحصر ہو گی۔ لچھوں کی رکاوٹ برقی رو کے تعدد پر منحصر ہو گی۔

ساکن موٹر جب چالو کی جائے تو اس کا سرکاو s اکائی ($s = 1$) ہو گا لہذا گھومتے لچھوں میں برقی رو کا تعدد f_e ہو گا۔ گھومتے لچھوں میں f_e تعدد کا برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرے گا جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسا ساکن لچھوں میں برقی رو سے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج وجود میں آتی ہے۔ یوں موٹر چالو کرنے کے لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی امواج ایک جیسی رفتار سے گھومتی ہیں۔ مقناطیسی دباؤ کی یہ امواج دو گھومتے مقناطیسوں کی طرح کوشش کرتی ہیں کہ ان کے بیچ زاویہ صفر ہو۔ یوں موٹر قوت⁵ مروڑ پیدا کرتی ہے جسے مساوات 5.92 میں پیش کیا گیا ہے۔ اگر موٹر کے دھرے پر لدے بوجھ کو مشین کی پیدا کردہ قوت مروڑ گھما سکے تو مشین گھومے گی۔ اس کی رفتار تیز ہو کر ایک برقرار حد تک پہنچ جائے گی۔ امالی موٹر کی رفتار کبھی بھی معاصر رفتار تک نہیں پہنچ سکتی چونکہ اس رفتار پر اس کے گھومتے لچھوں کی نسبت سے ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن ہو گی اور گھومتے لچھوں میں کوئی امالی برقی دباؤ پیدا نہیں ہو گا۔

جب موٹر چل پڑتی ہے تو اس کے گھومتے لچھوں کے برقی رو کا تعدد sf_e ہو گا۔ ان برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج گھومتے لچھے کے حوالہ سے sf_e رفتار سے گھومے گی۔ اب گھومتا لچھا از خود رفتار f سے گھوم رہا ہو گا لہذا

یہ موج درحقیقت خلاء میں $(f + sf_e)$ رفتار سے گھومے گی۔ مساوات 7.4 سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے جو ایک اہم نتیجہ ہے۔

$$(7.5) \quad f + sf_e = f + f_e - f = f_e$$

یہ مساوات کہتی ہے کہ موٹر جس رفتار سے بھی گھوم رہی ہو، گھومتے لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔

مثال 7.1: ایک چار قطب، ستارہ، 50 ہرٹز، 415 وولٹ پر چلنے والی امالی موٹر 15 کلو واٹ کی (پوری) بناوٹی بوجھ پر پانچ فی صد سرکاو پر چلتی ہے۔

- اس موٹر کی معاصر رفتار کتنی گی؟
- پورے بوجھ پر اس کی رفتار کتنی ہو گی؟
- پورے بوجھ پر گھومتے لچھے میں برقی تعدد کتنا ہو گا؟
- پورے بوجھ سے لدے موٹر کی دھرے پر قوت مروڑ کتنی ہو گی؟

حل:

• مساوات 7.1 کی مدد سے معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ ہو گی۔

• پورے بوجھ سے لدی موٹر پانچ فی صد سرکاو پر چلتی ہے لہذا اس کی رفتار معاصر رفتار سے کم ہو گی۔ موٹر کی رفتار مساوات 7.3 کی مدد سے $f = 25(1 - 0.05) = 23.75$ چکر فی سیکنڈ یا 1425 چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔

• گھومتے لچھے کا برقی تعدد $f_r = 0.05 \times 50 = 2.5$ ہرٹز ہو گا۔

• اس کے دھرے پر قوت مروڑ $T_m = \frac{p}{\omega_m} = \frac{15000}{2 \times \pi \times 23.75} = 100.5 \text{ N m}$ ہو گی۔

□

7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ

مساوات 7.1 کا پہلا جزو ساکن لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتا ہے۔ یہ مقناطیسی دباؤ مشین کی خلائی درز میں مقناطیسی شدت $H^+(\theta)$ پیدا کرے گی جس سے درز میں کثافت مقناطیس بہاؤ $B^+(\theta)$ پیدا ہو گا۔ خلائی درز کی رداسی رخ لمبائی l_g لیتے ہوئے درج ذیل ہو گا

$$\begin{aligned} B^+(\theta) &= \mu_0 H^+(\theta) = \mu_0 \frac{\tau^+(\theta)}{l_g} \\ (7.6) \quad &= \frac{3\mu_0\tau_0}{2l_g} \cos(\theta - \omega_e t) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega_e t) \end{aligned}$$

جو بالکل مساوات 5.4 کی طرح ہے۔ درج بالا میں $B_0 = \frac{3\mu_0\tau_0}{2l_g}$ لیا گیا ہے۔ یوں مساوات 5.74 مقناطیسی موج $B^+(\theta)$ کی ساکن لچھوں میں پیدا کردہ امالی برقی دباؤ کو ظاہر کرے گی۔ اس مساوات کو یہاں دوبارہ پیش کیا جاتا ہے

$$\begin{aligned} e_{as}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega t + 90^\circ) = E_s \cos(\omega t + 90^\circ) \\ (7.7) \quad e_{bs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega t - 30^\circ) = E_s \cos(\omega t - 30^\circ) \\ e_{cs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega t + 210^\circ) = E_s \cos(\omega t + 210^\circ) \end{aligned}$$

جہاں N_s ساکن لچھے کے چکر اور E_s درج ذیل ہے۔

$$(7.8) \quad E_s = \omega_e N_s \phi_0$$

یہاں $e_{as}(t)$ لکھتے ہوئے زیر نوشت میں a ، دور a کو ظاہر کرتا ہے اور s ، ساکن⁶ کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ساکن a لچھے کا امالی برقی دباؤ ہے۔ امالی موٹر کے دور a کی بات آگے بڑھاتے ہیں۔ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج اس لچھے میں امالی برقی دباؤ $e_{as}(t)$ پیدا کرتی ہے۔

7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ

ساکن لچھوں کی پیدا کردہ، گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج (مساوات 7.1) کی چوٹی⁷ اس مقام پر ہو گی جہاں $(\theta - \omega_e t)$ صفر کے برابر ہو۔ یوں لمحہ صفر پر اس کی چوٹی صفر زاویہ $(\theta = 0)$ پر ہو گی اور لمحہ t پر اس موج کی چوٹی زاویہ

⁶ لفظ ساکن میں حرف س کے آواز کو s سے ظاہر کیا گیا ہے۔
⁷ peak



شکل 7.1: امالی موٹر اور اس کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موجیں۔

$\omega_e t$ پر ہوگی۔ ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کا زاویہ کسی بھی نقطہ کے حوالے سے ناپا جاسکتا ہے۔ اس کتاب میں ساکن لچھا a کو صفر زاویہ تصور کیا گیا ہے۔ یوں شکل 7.1 میں نقطہ دار افقی لکیر سے زاویہ ناپا جائے گا۔ اس شکل میں ایک امالی موٹر دکھائی گئی ہے جس کے ساکن لچھے تین دوری ہیں۔

مشین f زاویائی رفتار سے گھوم رہی ہے۔ تصور کریں کہ لمحہ صفر یعنی $t = 0$ پر گھومتے حصہ کا a_r لچھا صفر زاویہ پر ہے، یعنی یہ نقطہ دار افقی لکیر پر ہے۔ مزید تصور کریں کہ اس لمحہ ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج بھی اسی افقی لکیر پر ہے۔ اب کچھ دیر بعد لمحہ t پر یہ موج زاویہ $\omega_e t$ پر ہوگی۔ اتنی دیر میں گھومتا حصہ گھوم کر زاویہ ωt تک پہنچے گا جہاں $\omega = 2\pi f$ مشین کی زاویائی میکانی رفتار ہے۔ یہ سب شکل 7.1 میں دکھایا گیا ہے۔ لہذا لمحہ t پر موج اور گھومتے لچھے کے بیچ زاویہ θ_z درج ذیل ہوگا۔

$$(7.9) \quad \theta_z = \omega_e t - \omega t$$

اگرچہ مقناطیسی موج نے $\omega_e t$ زاویہ طے کیا لیکن گھومتے لچھے کے حوالے سے اس نے صرف زاویہ $(\omega_e t - \omega t)$ طے کیا۔ گھومتے لچھے کے حوالے سے موج کی اضافی⁸ زاویائی رفتار⁹ ω_z درج ذیل ہوگی

$$(7.10) \quad \omega_z = \frac{d\theta_z}{dt} = \omega_e - \omega$$

جس کو مساوات 7.4 کی مدد سے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.11) \quad \omega_z = 2\pi(f_e - f) = 2\pi s f_e = s\omega_e$$

⁸ ω_z لکھتے ہوئے زیر نوشت میں z ، لفظ اضافی کے حرف ض کی آواز کو ظاہر کرتا ہے۔
relative angular speed⁹

یہ مساوات کہتی ہے کہ گھومتے لچھوں کے حوالے سے مقناطیسی موج کی رفتار سرکاو s پر منحصر ہوگی۔ البتہ اس موج کا جیٹ تبدیل نہیں ہوا۔ یوں گھومتے لچھوں کے حوالے سے مساوات 7.6 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(7.12) \quad B_{s,rz}^+(\theta, t) = B_0 \cos(\theta - \omega_z t) = B_0 \cos(\theta - s\omega_e t)$$

میں $B_{s,rz}^+$ کا نشان خلاف گھڑی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں s, rz اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ یہ موج ساکن لچھوں کی وجہ سے وجود میں آئی اور اسے گھومتے یعنی رواں لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔ مزید، اس مساوات کا تعدد اضافی تعدد $s\omega_e$ کے برابر ہے۔

یوں گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ مساوات 7.7 کی طرح ہوں گے لیکن ان میں تعدد $\omega_z = s\omega_e t$ ہوگا:¹¹

$$(7.13) \quad \begin{aligned} e_{arz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 90^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 90^\circ) \\ e_{brz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t - 30^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t - 30^\circ) \\ e_{crz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 210^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 210^\circ) \end{aligned}$$

ان مساوات میں N_r گھومتے لچھے کے چکر ہیں اور E_r درج ذیل ہے جو ساکن موٹر ($s = 1$) کے گھومتے لچھے میں برقی دباؤ ہوگا۔

$$(7.14) \quad E_r = \omega_e N_r \phi_0$$

گھومتے لچھوں اور ساکن لچھوں کے امالہ دباؤ کا تناسب مساوات 7.13 اور مساوات 7.7 سے حاصل کرتے ہیں۔

$$(7.15) \quad \frac{\text{گھومتے لچھوں کا امالی دباؤ}}{\text{ساکن لچھوں کا امالی دباؤ}} = \frac{s\omega_e N_r \phi_0}{\omega_e N_s \phi_0} = s \frac{N_r}{N_s}$$

ساکن موٹر کی صورت میں $s = 1$ ہوگا اور یہ مساوات ٹرانسفارمر کی تبادلہ دباؤ کی مساوات دے گی۔

اب تصور کریں گھومتے لچھوں کو قصر دور کر دیا جاتا ہے۔ امالی برقی دباؤ گھومتے لچھوں میں برقی رو i_{arz} ¹²، وغیرہ، پیدا کرے گا جس کا تعدد $s\omega_e$ ہوگا۔ ساکن لچھے کی طرح، گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r ¹³ اور امالہ L_r یعنی متعاملیت $j s \omega_e L_r$ ہوگی:

$$(7.16) \quad j s \omega_e L_r = j s X_r$$

¹⁰ لفظ ساکن کے س کو ظاہر کرتا ہے، r لفظ رواں کے ر کو ظاہر کرتا ہے اور z لفظ اضافی کے ض کو ظاہر کرتا ہے۔

¹¹ e_{arz} میں دور a ہے۔ گھومتے لچھے کو r اور اضافی کو z ظاہر کرتا ہے۔

¹² یہاں r گھومتے لچھے کو ظاہر کرتا ہے اور z اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ اس برقی رو کا تعدد، اضافی تعدد ہے۔

¹³ ٹرانسفارمر کی اصطلاح میں ثانوی لچھے کو زیر نوشت میں 2 سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں اسے r سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



$$Z_r = R_r + j s X_r$$

$$\phi_z = \tan^{-1} \frac{s X_r}{R_r}$$

$$\hat{I}_{arz} = \frac{\hat{E}_{arz}}{Z_r}$$

$$\begin{aligned} i_{arz}(t) &= \frac{s E_r}{|Z|} \cos(s \omega_e t + 90^\circ - \phi_z) \\ &= I_{0r} \cos(s \omega_e t + 90^\circ - \phi_z) \end{aligned}$$

شکل 7.2: گھومتے لچھا کا مساوی دور اور اس میں اضافی تعدد کا رو۔

یہاں $j \omega_e L_r$ کو $j s X_r$ لکھا گیا ہے جو گھومتے لچھا کو ساکن ($s = 1$) رکھتے ہوئے گھومتے لچھے کی متعاملیت ہے۔ گھومتے لچھے کا برقی رو i_{arz} شکل 7.2 سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں گھومتے لچھے کا امالی برقی دباؤ $e_{arz}(t)$ مساوات 7.13 میں پیش کیا گیا ہے۔

شکل 7.2 بالکل شکل 1.15 کی طرح ہے لہذا مساوات 1.50 سے برقی رو حاصل کیے جاسکتے ہیں:

(7.17)

$$i_{arz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t + 90^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t + \theta_0)$$

$$i_{brz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t - 30^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t - 120^\circ + \theta_0)$$

$$i_{crz}(t) = \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(s \omega_e t + 210^\circ - \phi_z) = I_{0r} \cos(s \omega_e t + 120^\circ + \theta_0)$$

یہ تین دوری برقی رو ہیں جو آپس میں 120° زاویہ رکھتے ہیں۔ یہاں ϕ_z رکاوٹ کا زاویہ¹⁴ ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ اسے آپ مقناطیسی بہاؤ نہیں سمجھیں گے۔ درج بالا مساوات میں درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 90 - \phi_z \\ (7.18) \quad I_{0r} &= \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \end{aligned}$$

¹⁴ تکنیکی دنیا میں رکاوٹ کے زاویہ کے لئے ϕ_z استعمال ہوتا ہے۔ یہاں یہی کیا گیا ہے۔

فرض کریں شکل 7.2 میں داخلی دباؤ \hat{E}_{arz} برقی دباؤ کی موثر قیمت کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں I_{0r} برقی رو کی موثر قیمت ہو گی لہذا ایک گھومتے لچھے کی مزاحمت میں

$$p_r = I_{0r}^2 R_r \quad (7.19)$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا۔ یہ طاقت حرارت میں تبدیل ہو کر لچھے کو گرم کرے گی۔

7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج

ہم جانتے ہیں کہ ساکن تین دوری لچھوں میں f_e تعدد کے برقی رو گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جو ساکن لچھے کے حوالے سے f_e معاصر زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔ اسی طرح گھومتے تین دوری لچھوں میں sf_e تعدد کے برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج τ_{rz}^+ پیدا کرتے ہیں جو گھومتے لچھے کے حوالے سے sf_e زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔

$$\tau_{rz}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_r I_{0r}}{\pi} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0) \quad (7.20)$$

یہاں I_{0r} اور θ_0 مساوات 7.18 میں دیے گئے ہیں۔ گھومتا لچھا از خود f زاویائی رفتار سے گھوم رہا ہو گا لہذا اس کی پیدا کردہ موج خلائی درز میں $(f + sf_e)$ زاویائی رفتار سے گھومے گی۔ اس رفتار کو مساوات 7.3 کی مدد سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

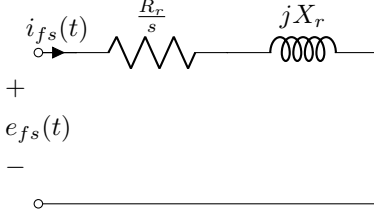
$$f + sf_e = f_e(1 - s) + sf_e = f_e \quad (7.21)$$

یوں گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کی موج کو ساکن لچھوں کے حوالے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\tau_{r,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_r I_{0r}}{\pi} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0) \quad (7.22)$$

میں $\tau_{r,s}^+$ کا نشان گھڑی کے مخالف رخ گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں r, s اس بات کی وضاحت کرتا ہے کہ یہ موج گھومتے لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا ہے مگر اسے ساکن لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔

یہاں ذرا رک کر غور کرتے ہیں۔ مساوات 7.22 کے مطابق گھومتا لچھا خود جس رفتار سے بھی گھوم رہا ہو، اس کی پیدا کردہ موج ساکن لچھے کی پیدا کردہ موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔ یوں مشین میں دو امواج ایک ہی معاصر



$$Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

$$\phi_{fZ} = \tan^{-1} \left(\frac{X_r}{\frac{R_r}{s}} \right)$$

$$= \tan^{-1} \frac{sX_r}{R_r}$$

شکل 7.3: گھومتے لچھوں کی جگہ فرضی ساکن لچھے کا دور۔

رفتار سے گھوم رہی ہوں گی۔ مساوات 5.91 کہتی ہے کہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجیں قوت مروڑ پیدا کرتی ہیں جو امواج کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہوگی۔ امالی مشین میں موجود دو مقناطیسی امواج قوت مروڑ پیدا کرتی ہیں جس کی قیمت ان امواج کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہوگی۔ امالی موٹر، لدے بوجھ کے مطابق امواج کے بیچ زاویہ رکھ کر درکار قوت مروڑ پیدا کرتی ہے۔

7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے

اب دوبارہ اصل موضوع پر آتے ہیں۔ اگر گھومتے لچھوں کی جگہ N_r چکر کے تین دوری فرضی ساکن لچھے ہوں تب مساوات 7.7 کی طرح ان میں امالی برقی دباؤ¹⁵

$$(7.23) \quad \begin{aligned} e_{afs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 90^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 90^\circ) \\ e_{bfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t - 30^\circ) = E_r \cos(\omega_e t - 30^\circ) \\ e_{cfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 210^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 210^\circ) \end{aligned}$$

پیدا ہوں گے جہاں $E_r = \omega_e N_r \phi_0$ کے برابر ہے (مساوات 7.14)۔

مزید فرض کریں ان فرضی ساکن لچھوں کی مزاحمت $\frac{R_r}{s}$ اور متعاقبیت jX_r ہے

$$(7.24) \quad Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$

¹⁵ ان مساوات میں زیر نوشت میں f لفظ فرضی کے ف کو ظاہر کرتا ہے۔

اور ان فرضی ساکن لچھوں پر مساوات 7.23 کے برقی دباؤ لاگو کیے جاتے ہیں (شکل 7.3)۔ یوں ان میں درج ذیل برقی رو ہوں گے۔

(7.25)

$$\begin{aligned} i_{afs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 90^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i_{bfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t - 30^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i_{cfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 210^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$

مساوات 7.18 I_{or} اور θ_0 دیتی ہے۔ دھیان رہے کہ ان مساوات میں رکاوٹ کا زاویہ ϕ_{fZ} وہی ہے جو گھومتے لچھے کا تھا:

$$(7.26) \quad \phi_{fZ} = \tan^{-1} \frac{X}{\left(\frac{R}{s}\right)} = \tan^{-1} \frac{sX}{R} = \phi_Z$$

ان رو کا تعدد ω_e اور پیدا کردہ گھومتا مقناطیسی موج درج ذیل ہو گا جو ہو بہو گھومتے لچھے کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ (مساوات 7.22) ہے۔

$$(7.27) \quad \tau_{f,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{or}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور

ہم ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے کا برقی دور پہلے بنا چکے ہیں جہاں لچھے کی مزاحمت R_1 اور رستا متعالیت jX_1 تھی۔ ٹرانسفارمر کے قالب میں وقت کے ساتھ بدلتا مقناطیسی بہاؤ اس لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_1 پیدا کرتا ہے۔ یوں

$$(7.28) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R_1 + jX_1) + \hat{E}_1$$



شکل 7.4: امالی موٹر کے ساکن لچھوں کا مساوی برقی دور۔

لکھا جاسکتا ہے جہاں \hat{V}_1 ابتدائی لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ امالی موٹر کے ساکن لچھے کے لئے بھی یہی مساوات حاصل ہوگی۔

تصور کریں کہ مشین کے گھومتے لچھے کھلا دور ہیں اور ساکن لچھوں پر تین دوری برقی دباؤ لاگو ہے۔ ساکن لچھوں کے برقی رو گھومتے مقناطیسی دباؤ کی ایک موج $\tau_s^+(\theta, t)$ پیدا کریں گے جو مساوات 7.1 میں دی گئی ہے۔

اس حصہ میں ہم مشین کے ایک دور، مثلاً دور a ، پر نظر رکھیں گے۔ یہاں شکل 7.4 سے رجوع کریں۔ اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_s اور متعاملیت jX_s ہو اور اس پر لاگو بیرونی برقی دباؤ $v_s(t)$ ہو تب کرخوف¹⁷ کے برقی دباؤ کے قانون کے تحت درج ذیل ہوگا

$$(7.29) \quad v_s(t) = i_s R_s + L_s \frac{di_s}{dt} + e_s(t)$$

جہاں $e_s(t)$ ، مساوات 7.7 میں دی گئی، اس موج کی ساکن لچھے میں پیدا امالی برقی دباؤ ہے۔ اسی کو دوری سمتیہ کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(7.30) \quad \hat{V}_s = \hat{I}_s (R_s + jX_s) + \hat{E}_s$$

ٹرانسفارمر کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔ اگر موٹر کا گھومتا لچھا کھلا دور¹⁸ رکھا جائے تب قالب میں ایک ہی گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ ہوگی۔ صرف ساکن لچھے میں برقی رو (\hat{I}_ϕ) ہوگا جو قالب میں مقناطیسی بہاؤ φ_s پیدا کرے گا۔ یہ برقی رو \hat{I}_ϕ غیر سائن نما ہوگا۔ فوریئر تسلسل¹⁹ کی مدد سے اس کے بنیادی اور ہارمونی اجزاء دریافت

¹⁶leakage reactance

¹⁷Kirchoff's voltage law

¹⁸open circuited

¹⁹Fourier series

کئے جاسکتے ہیں۔ اس کے بنیادی جزو کے دو حصے ہوں گے۔ ایک حصہ \hat{I}_c ، لاگو بیرونی برقی دباؤ \hat{V}_s کے ہم قدم اور قالب میں طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرے گا جبکہ دوسرا حصہ \hat{V}_s سے نوے درجہ تاخیری زاویہ پر ہو گا۔ \hat{I}_φ میں سے \hat{I}_c منفی کر کے مقناطیسی جزو حاصل ہو گا جس کو \hat{I}_m سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ بنیادی جزو کے لحاظ سے مقناطیسی جزو تاخیری اور باقی سارے ہارمونی اجزاء کا مجموعہ ہو گا

$$(7.31) \quad \hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

جو قالب میں مقناطیسی بہاؤ φ_s پیدا کرتا ہے۔ امالی موٹر کے مساوی دور میں \hat{I}_c کو مزاحمت R_c سے اور \hat{I}_m کو jX_φ سے یوں ظاہر کیا جاتا ہے کہ چلتی موٹر میں، متوقع برقی تعدد اور امالی برقی دباؤ \hat{E}_s پر، R_c میں I_c اور X_m میں I_m برقی رو حاصل ہو۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$(7.32) \quad R_c = \frac{\hat{E}_s}{\hat{I}_c} = \frac{E_s}{I_c}$$

$$X_\varphi = \frac{|\hat{E}_s|}{|\hat{I}_m|} = \frac{E_s}{I_m}$$

مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ گھومتے لچھے میں بھی امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔ مساوات 7.30 میں اگر رکاوٹ میں برقی دباؤ کے گٹھے کو نظر انداز کیا جائے تب لاگو بیرونی برقی دباؤ اور لچھے کا اندرونی امالی برقی دباؤ ہر حالت میں ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ اب تصور کریں کہ گھومتے لچھے قصر دور کر دیے جاتے ہیں۔ ایسا کرتے ہی ان میں برقی رو گزرنے لگے گی جو مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ ، جو مساوات 7.22 میں دی گئی ہے، پیدا کریں گے۔ اس موج سے ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ \hat{E}_s تبدیل ہو گا لہذا امالی برقی دباؤ اور لاگو برقی دباؤ ایک دوسرے کے برابر نہیں رہیں گے۔ یہ ایک نامکنہ صورت حال ہے۔

ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ، لاگو برقی دباؤ کے برابر تب رہے گا جب قالب میں مقناطیسی دباؤ تبدیل نہ ہو۔ مشین کے قالب میں مقناطیسی دباؤ برقرار یوں رہتا ہے کہ ساکن لچھے، مقناطیسی دباؤ $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ کی متضاد، مقناطیسی دباؤ کی ایک موج پیدا کرتے ہیں جو $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ کے اثر کو مکمل طور پر ختم کر دیتی ہے۔ یہ موج پیدا کرنے کے لئے ساکن لچھوں میں برقی رو \hat{I}_φ سے بڑھ کر $(\hat{I}_\varphi + \hat{I}_r)$ ہو جاتے ہیں جہاں اضافی برقی رو درج ذیل ہوں گے۔

$$(7.33) \quad \begin{aligned} i'_{ar}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i'_{br}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i'_{cr}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$



شکل 7.5: مساوی دوراضانی برقی رو کے ساتھ۔

یہ اضافی برقی رو درج ذیل موج پیدا کرتے ہیں۔

$$(7.34) \quad \tau_{(r)}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_s I_{0r}}{\pi} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

ساکن لچھوں میں اضافی برقی رو نے ہر لمحہ گھومتے لچھوں کے برقی رو کے اثر کو ختم کرنا ہے لہذا یہ دونوں برقی رو ہم قدم²⁰ ہوں گے۔ چونکہ مساوات 7.34 اور مساوات 7.22 ہر لمحہ ایک دوسرے کے برابر ہیں لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(7.35) \quad N_s I_{0r}' = N_r I_{0r}$$

مساوات 7.18 کی استعمال سے درج ذیل ہو گا۔

$$(7.36) \quad I_{0r}' = \left(\frac{N_r}{N_s} \right) I_{0r} = \left(\frac{N_r}{N_s} \right) \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}}$$

آپ نے دیکھا کہ گھومتے لچھے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جن کے ذریعہ ساکن لچھوں کو معلوم ہوتا ہے کہ موٹر پر بوجھ لدا ہے اور وہ اس کے مطابق لاگو برقی دباؤ سے برقی رو لیتی ہیں۔ یہاں تک امالی موٹر کا مساوی برقی دور شکل 7.5 میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں ذرہ شکل 7.6 سے رجوع کریں جہاں

$$(7.37) \quad R_r' = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_r$$

$$X_r' = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 X_r$$



$$i'_a(t) = \frac{E_s}{\sqrt{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + X_r'^2}} \cos(\omega_e t - \theta_0 - \phi_z)$$

$$= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t - \theta_0 - \phi_z)$$

شکل 7.6: گھومتے لچھے کا ایک مساوی دور۔

پر ساکن لچھوں کا امالی برقی دباؤ \hat{E}_s لاگو ہے لہذا برقی رو درج ذیل ہوں گے۔

$$i'_a(t) = \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 90^\circ - \phi_z)$$

$$(7.38) \quad i'_b(t) = \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t - 30^\circ - \phi_z)$$

$$i'_c(t) = \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 210^\circ - \phi_z)$$

ان سب کے حیطے ایک دوسرے کے برابر ہیں جنہیں

$$\frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} = \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^4 (R_r^2 + s^2 X_r^2)}} \quad (\text{مساوات 7.8، مساوات 7.37})$$

$$= \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}}$$

$$(7.39) \quad = \frac{N_r}{N_s} \frac{s\omega_e N_r \phi_0}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \quad (N_s \text{ کاٹا گیا ہے})$$

$$= \frac{N_r}{N_s} \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \quad (\text{مساوات 7.14})$$

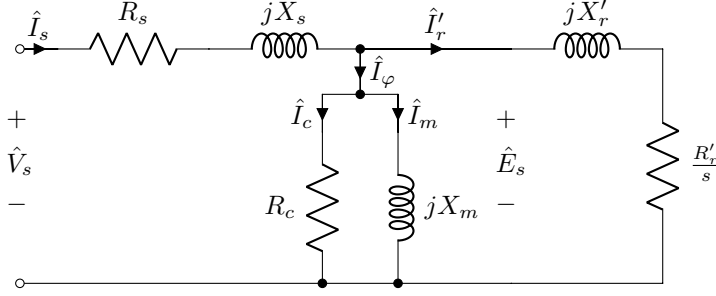
$$= \left(\frac{N_r}{N_s}\right) I_{0r} = I'_{0r} \quad (\text{مساوات 7.36})$$

لکھ کر مساوات 7.38 کو درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$(7.40) \quad i'_a(t) = I'_{0r} \cos(\omega_e t + 90^\circ - \phi_z)$$

$$i'_b(t) = I'_{0r} \cos(\omega_e t - 30^\circ - \phi_z)$$

$$i'_c(t) = I'_{0r} \cos(\omega_e t + 210^\circ - \phi_z)$$



شکل 7.7: امالی موٹر کا مساوی برقی دور۔

یہ مساوات بالکل مساوات 7.33 کی طرح ہے جہاں $\theta_0 = 90 - \phi_Z$ ہو گا۔ یوں شکل 7.5 میں ساکن لچھوں کے امالی برقی دباؤ \hat{E}_s کے متوازی شکل 7.6 جوڑنے سے ساکن لچھوں میں اضافی برقی رواپنا ہی ہو گا جتنا اصل موٹر میں گھومتے لچھوں کی بنا ہو گا۔ ایسا کرتے ہوئے شکل 7.7 حاصل ہوتی ہے جو امالی موٹر کا مساوی برقی دور ہے اور جو امالی موٹر کی صحیح عکاسی کرتا ہے۔

7.8 مساوی برقی دور پر غور

ہم شکل 7.7 میں برقی دباؤ اور برقی رو کی قیمتوں کو موثر قیمتیں تصور کرتے ہیں۔ ایک گھومتے لچھے میں برقی طاقت کے ضیاع کو مساوات 7.19 ظاہر کرتی ہے۔ مساوات 7.37 اور 7.39 کی مدد سے اسے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.41) \quad p_{\text{ضیاع}} = I_{0r}^2 R_r = \left(\frac{N_s^2}{N_r^2} I_{0r}^2 \right) \left(\frac{N_r^2}{N_s^2} R_r' \right) = I_{0r}^2 R_r'$$

شکل 7.7 میں گھومتے لچھے کو کل

$$(7.42) \quad p_r = I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s}$$

برقی طاقت فراہم کی جائے گی جس میں سے ضیاع $p_{\text{ضیاع}}$ گھومتے لچھے کی مزاحمت میں ضائع ہو گی اور باقی بطور میکانیکی طاقت مشین کے دھرے پر دستیاب ہو گی:

$$(7.43) \quad p = I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s} - I_{0r}^2 R_r' = I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s} (1 - s) = p_r (1 - s)$$



شکل 7.8: امالی موٹر کا دوسرا مساوی برقی دور۔

تین دوری مشین جس میں تین لچھے ہوتے ہیں تین گنا میکانی طاقت فراہم کرے گی:

$$(7.44) \quad p_{\text{میکانی}} = 3I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s} (1-s) = 3p_r(1-s)$$

مساوات 7.44 کہتی ہے کہ ساکن موٹر، جس کا سرکاو اکائی ہو گا، کوئی میکانی طاقت فراہم نہیں کرتی ہے بلکہ وہ تمام برقی توانائی جو گھومتے حصہ کو ملتی ہے ضائع ہو کر اس حصہ کو گرم کرتی ہے جس سے موٹر جلنے کا امکان ہوتا ہے۔ آپ اس مساوات سے دیکھ سکتے ہیں کہ امالی موٹر کا سرکاو صفر کے قریب رہنا چاہئے ورنہ یہ ناقابل قبول (اور ناقابل برداشت) حد تک برقی توانائی ضائع کرے گی۔ ہم امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل 7.8 کی طرح بھی تشکیل دے سکتے ہیں جس میں شکل 7.7 کی مزاحمت $\frac{R_r'}{s}$ کو دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے:

$$\frac{R_r'}{s} = R_r' + R_r' \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

یوں شکل 7.7 میں مزاحمت R_r' میں برقی طاقت کا ضیاع $I_{0r}^2 R_r'$ گھومتے لچھے کا ضیاع جبکہ مزاحمت $R_r' \left(\frac{1-s}{s} \right)$ میں برقی طاقت کا ضیاع $I_{0r}^2 R_r' \left(\frac{1-s}{s} \right)$ دراصل میکانی طاقت ہو گا۔ یاد رہے کہ تین دوری مشین کے لئے ان نتائج کو تین سے ضرب دینا ہو گا۔

میکانی طاقت سے مراد قوت مروڑ ضرب میکانی زاویائی رفتار ہے۔ امالی موٹر کی میکانی زاویائی رفتار مساوات 7.3 دیتی ہے جبکہ مساوات 5.53 میں میکانی معاصر رفتار ω_{sm} دیتی ہے۔ یوں میکانی طاقت

$$(7.45) \quad p = T_m \omega = T_m \times 2\pi f = T_m \times 2\pi(1-s)f_s = T_m(1-s)\omega_{sm}$$



شکل 7.9: امالی موٹر کا سادہ دور۔ قابلی ضیاع کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

اور قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$(7.46) \quad T_m = \frac{p}{(1-s)\omega_{sm}} = \frac{3I_{0r}^2 R'_r}{\omega_{sm} s}$$

اصل موٹر میں رگڑ، قابلی ضیاع، لچھوں میں ضیاع اور دیگر وجوہات کی بنا، دھرے پر طاقت یا قوت مروڑ ان سے کم ہو گی۔

ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور میں R_c اور X_m کو نظر انداز کیا گیا تھا۔ امالی موٹر میں ایسا کرنا ممکن نہیں ہوتا چونکہ موٹروں میں خلائی درز ہوتی ہے جس میں مقناطیسی بہاو پیدا کرنے کے لئے بہت زیادہ مقناطیسی دباؤ درکار ہوتی ہے۔ بے بوجھ امالی موٹر کو بناوٹی برقی روکاتیس سے پچاس فی صد برقی رو، قالب کو ہیجان کرنے کے لئے درکار ہوتا ہے۔ مزید، خلائی درز کی وجہ سے اس کی رستا امالہ بھی زیادہ ہوتا ہے اور اسے نظر انداز کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ البتہ مساوی دور میں R_c کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے جیسے شکل 7.9 میں کیا گیا ہے۔ اس شکل میں نقطہ دار لکیر کی بائیں جانب کا مساوی تھونن دور بنایا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے امالی موٹر پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اب ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔

مثال 7.2: ستارہ، چھ قطبی، پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی 15 کلو واٹ امالی موٹر کے مساوی دور کے اجزاء درج ذیل ہیں۔

$$R_s = 0.5 \Omega, \quad R'_r = 0.31 \Omega, \quad X_s = 0.99 \Omega, \quad X'_r = 0.34 \Omega, \quad X_m = 22 \Omega$$

موٹر میں رگڑ سے طاقت کا ضیاع 600 واٹ ہے۔ قابلی ضیاع کو اسی کا حصہ تصور کیا گیا ہے۔ اس کو اٹل تصور کیا جائے۔ یہ موٹر درکار وولٹ اور تعداد پر دو فی صد سرکاو پر چل رہی ہے۔ اس حالت میں موٹر کی رفتار، اس کے دھرے پر پیدا قوت مروڑ اور طاقت، اس کے ساکن لچھے کا برقی رو اور اس کی فی صد کارگزاری حاصل کریں۔

حل: موٹر کی معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{6} \times 50 = 16.66$ چکر فی سیکنڈ یا $16.66 \times 60 = 1000$ چکر فی منٹ ہو گی۔ دو فی صد سرکاو پر موٹر کی رفتار $f = 16.66 \times (1 - 0.02) = 16.33$ چکر فی سیکنڈ یا $16.33 \times 60 = 979.8$ چکر فی منٹ ہو گی۔

شکل 7.9 میں دائیں جانب

$$jX'_r + R'_r + R'_r \frac{1-s}{s} = jX'_r + \frac{R'_r}{s} = j0.34 + \frac{0.31}{0.02} = j0.34 + 15.5$$

اور jX_m متوازی جڑے ہیں جن کی مساوی رکاوٹ درج ذیل ہو گی۔

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{15.5 + j0.34} + \frac{1}{j22}$$

$$Z = 10.147 + j7.375 = R + jX$$

موٹر پر لاگو یک دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ وولٹ ہے۔ یوں ساکن لچھے کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} \hat{I}_s &= \frac{\hat{V}_s}{R_s + jX_s + Z} \\ &= \frac{239.6}{0.5 + j0.99 + 10.147 + j7.375} \\ &= 17.6956 / -38.155^\circ \end{aligned}$$

اس موٹر کے گھومتے حصہ کو وہی طاقت منتقل ہو گی جو رکاوٹ Z کو منتقل ہو گی۔ یوں مساوات 7.42 درج ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$p = I_{or}^2 \frac{R'_r}{s} = I_s^2 R = 17.6956^2 \times 10.147 = 3177.37 \text{ W}$$

تین دور کے لئے $3 \times 3177.37 = 9532$ واٹ ہو گی۔ مساوات 7.44 موٹر کی اندرونی میکانی طاقت دیتی ہے:

$$p_{میکانی} = 9532 \times (1 - 0.02) = 9341 \text{ W}$$

اس سے طاقت کا ضیاع منفی کرنے سے موٹر کے دھرے پر میکانی طاقت $9341 - 600 = 8741$ واٹ حاصل ہوتی ہے لہذا دھرے پر قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$T = \frac{8741}{2 \times \pi \times 16.33} = 85.1 \text{ N m}$$

موٹر کو کل مہیا برقی طاقت $\sqrt{3} \times 415 \times 17.6956 \times \cos(-38.155) = 10001.97$ واٹ ہو گی۔

□

یوں اس موٹر کی کارگزاری $\frac{8741}{10001.97} \times 100 = 87.39\%$ ہو گی۔



شکل 7.10: تھونن رکاوٹ اور تھونن برقی دباو حاصل کرنے کے ادوار۔

7.9 امالی موٹر کا مساوی تھونن دور یا ریاضی نمونہ

مسئلہ تھونن²¹ کے مطابق کسی بھی سادہ خطی برقی دور²² کو اس کے دو برقی سروں کے مابین ایک رکاوٹ اور ایک برقی دباؤ کی مساوی سلسلہ وار دور سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اس مساوی دور کو مساوی تھونن دور کہتے ہیں جبکہ اس مساوی تھونن دور کی رکاوٹ کو تھونن رکاوٹ اور برقی دباؤ کو تھونن برقی دباؤ کہتے ہیں۔

برقی دور کے دو برقی سروں کے بیچ تھونن رکاوٹ حاصل کرنے کے لئے برقی دور کے تمام اندرونی برقی دباؤ قصر دور کر کے ان دو برقی سروں کے بیچ رکاوٹ معلوم کی جاتی ہے۔ یہی رکاوٹ، تھونن رکاوٹ ہوگی۔ انہیں برقی سروں پر تھونن برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے دیے گئے برقی دور کے تمام اندرونی برقی دباؤ برقرار رکھ کر ان دو سروں پر برقی دباؤ معلوم کیا جاتا ہے۔ یہی برقی دباؤ درحقیقت تھونن برقی دباؤ ہوگا۔ بعض اوقات ہم ایک برقی دور کے ایک خاص حصے کا مساوی تھونن دور بنانا چاہتے ہیں۔ ایسا کرتے وقت باقی برقی دور کو اس حصے سے مکمل طور پر منقطع کر کے درکار حصہ کا تھونن مساوی دور حاصل کیا جاتا ہے۔ شکل 7.10 سے ا اور ب کے بیچ مساوی تھونن رکاوٹ Z_t اور تھونن برقی دباؤ V_t درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$Z_t = \frac{(R_s + jX_s) jX_m}{R_s + jX_s + jX_m} = R_t + jX_t \quad (7.47)$$

$$\hat{V}_t = \frac{jX_m \hat{V}_s}{R_s + jX_s + jX_m} = V_t / \theta_t$$

کسی بھی مخلوط عدد²³ کی طرح Z_t کو ایک حقیقی عدد R_t اور ایک فرضی عدد jX_t کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔ یہی اس

²¹Thevenin theorem
²²linear circuit



شکل 7.11: تھونن دور استعمال کرنے کے بعد امالی موٹر کا مساوی دور۔

مساوات میں کیا گیا ہے۔

ہم یوں امالی موٹر کے مساوی برقی دور کو شکل 7.11 کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں سے دوری سمتیہ کی استعمال سے مندرجہ ذیل برقی رو \hat{I}'_r حاصل ہوتا ہے۔

$$\hat{I}'_r = \frac{\hat{V}_t}{R_t + jX_t + \frac{R'_r}{s} + jX'_r} \quad (7.48)$$

$$|\hat{I}'_r| = I'_r = \frac{V_t}{\sqrt{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$

چونکہ I'_r کی قیمت پر \hat{V}_t کے زاویے کا کوئی اثر نہیں لہذا مساوی تھونن دور میں \hat{V}_t کی جگہ $V/0$ استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اس کتاب میں ایسا ہی کیا جائے گا۔

مساوات 7.46 اور مساوات 7.48 سے تین دوری مشین کی قوت مروڑ حاصل کرتے ہیں۔

$$T = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2} \quad (7.49)$$

$$= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\frac{R'^2_r}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}$$



شکل 7.12: امالی موٹر کی قوت مروڑ بالمتقابل سرکاو۔

اس مساوات کو شکل 7.12 میں دکھایا گیا ہے جہاں موٹر کی رفتار کو معاصر رفتار کی نسبت سے دکھایا گیا ہے۔ موٹر از خود گھومتے مقناطیسی موج کے رخ گھومتی ہے اور اس کی رفتار معاصر رفتار سے کم رہتی ہے۔ زیادہ سرکاو پر موٹر کی کارگزاری خراب ہو جاتی ہے۔ اسی لئے لگاتار استعمال میں موٹر تقریباً پانچ فی صد سے کم سرکاو پر چلائی جاتی ہے بلکہ ان کی بناوٹ یوں کی جاتی ہے کہ امالی موٹر اپنی بناوٹی طاقت تقریباً پانچ فی صد سے کم سرکاو پر مہیا کرتی ہو۔

اگر موٹر کو زبردستی ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی موج کے رخ معاصر رفتار سے زیادہ رفتار پر گھمایا جائے تو یہ ایک جزیرے کے طور پر کام کرنے شروع ہو جائے گی۔ ایسا کرنے کے لئے بیرونی میکانیکی طاقت درکار ہوگی۔ اگرچہ امالی مشین عام طور پر بطور جزیرے استعمال نہیں ہوتی البتہ ہوا سے برقی طاقت کی پیداوار میں انہیں بطور جزیرے استعمال کیا جانے لگا ہے۔

شکل 7.12 میں منفی رفتار بھی دکھائی گئی ہے جہاں سرکاو کی قیمت اکائی سے زیادہ ہے۔ موٹر کو ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کے مخالف رخ گھمانے سے ایسا ہو گا۔ چلتی موٹر کو جلد ساکن کرنے کے لئے ایسا کیا جاتا ہے۔ تین دوری موٹر پر لاگو کسی دو برقی دباؤ کو آپس میں تبدیل کرنے سے موٹر کے ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی موج یکدم مخالف رخ گھومنا شروع ہو جاتی ہے جبکہ موٹر ابھی پہلے رخ گھوم رہی ہوتی ہے۔ اس طرح موٹر جلد آہستہ ہوتی ہے اور جیسے ہی موٹر رک کر دوسرے رخ گھومنا چاہتی ہے اس پر لاگو برقی دباؤ منقطع کر دیا جاتا ہے۔ امالی موٹر یوں ریل گاڑی میں عموماً بطور روک²⁴ (بریک) استعمال کی جاتی ہے۔

امالی مشین $s < 0$ کی صورت میں بطور جزیرے، $0 < s < 1$ کی صورت میں بطور موٹر اور $s > 1$ کی صورت میں بطور روک کام کرتی ہے۔

امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ مساوات 7.49 سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ قوت مروڑ اسی لمحہ زیادہ سے زیادہ ہوگی جب گھومتے حصے کو زیادہ سے زیادہ طاقت میسر ہو۔ زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کے مسئلہ²⁵ کے مطابق مزاحمت $\frac{R'_r}{s}$ میں طاقت کا ضیاع اس صورت زیادہ سے زیادہ ہوگا جب (شکل 7.11 میں) اس کی قیمت باقی سلسلہ وار جڑی اجزاء کی قیمت کے برابر ہو:

$$(7.50) \quad \frac{R'_r}{s} = |R_t + jX_t + jX'_r| = \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}$$

اس مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرکاو s_z حاصل ہوگا۔

$$(7.51) \quad s_z = \frac{R'_r}{\sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$

مساوات 7.49 کی نسب نما میں $R_t^2 + (X_t + X'_r)^2$ کی جگہ مساوات 7.50 کا مربع استعمال کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ T_z حاصل ہوگی:

$$(7.52) \quad \begin{aligned} T_z &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\frac{R_t'^2}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + \frac{R_t'^2}{s^2}} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left(R_t + \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}\right)} \end{aligned}$$

درج بالا کے حصول میں آخری قدم پر مساوات 7.50 کا استعمال دوبارہ کیا گیا۔

اس مساوات کے مطابق امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ اس کے گھومتے لچھوں کی مزاحمت پر منحصر نہیں ہوگی۔ یہ ایک اہم معلومات ہے جسے استعمال کر کے امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ درکار رفتار پر حاصل کی جاسکتی ہے۔ آئیں دیکھتے ہیں کہ ایسا کس طرح کیا جاتا ہے۔

امالی موٹر کے گھومتے لچھوں کے برقی سروں کو سرکے پھلوں²⁶ کے ذریعہ باہر نکالا جاتا ہے²⁷ جہاں ان کے ساتھ سلسلہ وار بیرونی مزاحمت جوڑی جاتی ہے۔ اس طرح گھومتے لچھوں کی کل مزاحمت بڑھ کر $R_r + R_{بیرونی}$ ہو جاتی

maximum power theorem²⁵
slip rings²⁶
شکل کے نمونہ پر۔²⁷



شکل 7.13: بیرونی مزاحمت کا قوت مروڑ بالقابل سرکاو کے خطوط پر اثرات۔

ہے۔ ایسا کرنے سے مساوات 7.50 کے مطابق زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ نسبتاً زیادہ سرکاو یعنی کم زاویائی رفتار پر حاصل ہوگی۔ شکل 7.13 کے مطابق مزاحمت $R_{r,c}$ استعمال کرتے ہوئے ساکن موٹر چالو ہوتے وقت زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ دے گی۔ اس طرح بوجھ بردار موٹر ساکن حالت سے ہی زیادہ بوجھ اٹھانے کے قابل ہوگی۔ بیرونی مزاحمت استعمال کیے بغیر یا کم بیرونی مزاحمت، مثلاً $R_{r,a}$ ، استعمال کرتے ہوئے ساکن موٹی کی قوت مروڑ نسبتاً بہت کم ہوگی۔ چونکہ زیادہ سرکاو پر موٹر کی کارگزاری خراب ہوتی ہے لہذا اس طرح موٹر کو زیادہ دیر نہیں چلایا جاتا اور جیسے ہی اس کی رفتار بڑھ جاتی ہے، اس سے بیرونی مزاحمتیں منقطع کر کے گھومتے لچھوں کے برقی سرے قصر دور کر دیے جاتے ہیں۔

مثال 7.3: صفحہ 228 پر مثال 7.2 میں دی گئی امالی موٹر استعمال کریں اور رگڑ سے طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کریں۔

- اگر موٹر درکار وولٹ اور تعداد پر تین فی صد سرکاو پر چل رہی ہو تب ساکن لچھے میں گھومتے لچھے کے حصہ کا برقی رو I_r' اور مشین کی اندرونی میکانیکی طاقت اور قوت مروڑ حاصل کریں۔
- موٹر کی زیادہ سے زیادہ اندرونی پیدا قوت مروڑ اور اس قوت مروڑ پر موٹر کی رفتار حاصل کریں۔
- موٹر چالو ہونے کے لمحہ پر قوت مروڑ اور اس لمحہ پر I_r' حاصل کریں۔

حل:

- یک دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ استعمال کرتے ہوئے مساوات 7.47 کی مدد سے درج ذیل ہو گا۔

$$Z_t = \frac{(0.5 + j0.99) j22}{0.5 + j0.99 + j22} = 0.4576 + j0.9573$$

$$\hat{V}_t = \frac{j22 \times 239.6 \angle 0^\circ}{0.5 + j0.99 + j22} = 229.2 \angle 1.246^\circ$$

- مساوات 7.48 میں تین فی صد سرکاو پر $\frac{R'_s}{s} = 10.3333$ استعمال کرتے ہوئے درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}'_r = \frac{229.2 \angle 1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 10.3333 + j0.34} = 21.1 \angle -5.6^\circ$$

$$I'_r = |\hat{I}'_r| = 21.1 \text{ A}$$

یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ مندرجہ بالا مساوات میں $229.2 \angle 1.246^\circ$ کی جگہ $229.2 \angle 0^\circ$ استعمال کرنے سے I'_r کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی ہے۔

مساوات 7.44 اور 7.45 کی مدد سے طاقت اور قوت مروڑ حاصل کرتے ہیں۔

$$p_m = \frac{3 \times 21.1^2 \times 0.31}{0.03} \times (1 - 0.03) = 13387.46 \text{ W}$$

$$T = \frac{13387.46}{(1 - 0.03) \times 2 \times \pi \times 16.66} = 131.83 \text{ N m}$$

- مساوات 7.51 زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرکاو درج ذیل دیتی ہے۔

$$s_z = \frac{0.31}{\sqrt{0.4576^2 + (0.9573 + 0.34)^2}} = 0.1638$$

یوں موٹر کی رفتار $1000 \times (1 - 0.1638) = 836.2$ چکر فی منٹ ہو گی۔

- چالو کرتے لمحہ پر سرکاو اکائی ہو گا لہذا $\frac{R'_s}{s} = 0.31$ اور یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}'_r = \frac{229.2 \angle 1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 0.31 + j0.34} = 152.07 \angle -58.14^\circ$$

$$I'_r = 152 \text{ A}$$

اس لمحہ قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$T = \frac{3 \times 152.07^2 \times 0.31}{2 \times \pi \times 16.66} = 205 \text{ N m}$$

□

مثال 7.4: دو قطب، ستارہ، پچاس ہرٹز پر چلنے والی تین دوری امالی موٹر 2975 چکر فی منٹ کی رفتار پر بارہ کلوواٹ کی میکانی بوجھ سے لدی ہے۔ موٹر کا سرکاو اور دھرے پر قوت مروڑ حاصل کریں۔

حل: معاصر رفتار $50 = \frac{2}{2} \times 50 = 50$ یا $f_e = \frac{2}{P}$ چکر فی سیکنڈ یا $3000 = 50 \times 60$ چکر فی منٹ ہے۔ یوں سرکاو $s = \frac{3000 - 2975}{3000} = 0.00833$ یا 0.833 فی صد ہو گا۔ موٹر کی رفتار $\frac{2975}{60} = 49.5833$ چکر فی سیکنڈ ہے لہذا اس کے دھرے پر قوت مروڑ $38 \text{ N m} = \frac{12000}{2 \times \pi \times 49.58}$ ہو گی۔

□

7.10 پنجرہ نما امالی موٹر

گھومتے لچھوں کی ساخت پر ذرا غور کرتے ہیں۔ گھومتے لچھوں کے N_r چکر ہوتے ہیں جہاں N_r کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔ سادہ ترین صورت میں N_r ایک کے برابر ہو سکتا ہے یعنی ایک ہی چکر کا گھومتا لچھا۔ اب بجائے اس کے کہ قالب میں لچھوں کے لئے شکاف بنائے جائیں اور ہر شکاف میں تانبے کی تار کا ایک چکر لپٹا جائے ہم یوں بھی کر سکتے ہیں کہ ہر شکاف میں سیدھا تانبے کا ایک سلاخ رکھ دیں اور اس طرح کے سب سلاخوں کی ایک جانب کے سروں کو تانبے کی ایک دائرہ نما سلاخ سے قصر دور کر دیں اور اسی طرح دوسری جانب کے تمام سروں کو بھی ایک تانبے کی دائرہ نما سلاخ سے قصر دور کر دیں۔ یوں تانبے کی سلاخوں کا پنجرہ حاصل ہو گا۔ اسی لئے ایسی امالی موٹر کو پنجرہ نما امالی موٹر²⁸ کہتے ہیں۔

حقیقت میں شکافوں میں پگھلا تانبا یا سلور²⁹ ڈالا جاتا ہے جو ٹھنڈا ہو کر ٹھوس ہو جاتا ہے اور قالب کو بھکڑ لیتا ہے۔ دونوں اطراف کے دائرہ نما قصر دور کرنے والے پھلے بھی اسی طرح اور اسی وقت ڈھالے جاتے ہیں۔ یوں ایک مضبوط گھومتا حصہ حاصل ہوتا ہے۔ اسی مضبوطی کی وجہ سے پنجرہ نما امالی موٹر بہت مقبول ہوئی ہے۔ ایسی موٹریں سالوں تک بغیر دیکھ بھال کام کرتی ہیں اور روز مرہ زندگی میں ہر جگہ پائی جاتی ہیں۔ گھروں میں پانی کے پمپ اور پتکھے انہیں سے چلتے ہیں۔

squirrel cage²⁸
copper, aluminium²⁹

7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ

امالی موٹر کی کارکردگی دو معائنوں سے معلوم کی جاتی ہے جن سے موٹر کے مساوی دور کے اجزاء بھی حاصل کئے جاتے ہیں۔ ہم تین دوری امالی موٹر کی مثال سے ان معائنوں پر بحث کرتے ہیں۔

7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ بالکل ٹرانسفارمر کے بے بوجھ معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں موٹر کے ہیجان انگیز برقی رو اور بے بوجھ موٹر میں طاقت کے ضیاع کی معلومات حاصل ہوتی ہیں۔

اس میں بے بوجھ امالی موٹر پر یکساں تین دوری برقی دباؤ V_{bb}^{30} لاگو کر کے بے بوجھ موٹر کی برقی طاقت کا ضیاع p_{bb} اور اس کے ساکن لچھے کا ہیجان انگیز برقی رو $I_{s,bb}$ ناپا جاتا ہے۔ یہ معائنہ امالی موٹر کے بناؤی برقی دباؤ اور برقی تعدد پر سرانجام دیا جاتا ہے۔

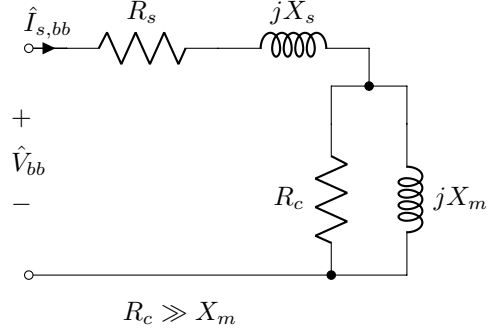
بے بوجھ امالی موٹر صرف اتنی قوت مروڑ پیدا کرتی ہے جتنی رگڑ اور دیگر ضیاع طاقت کی وجہ سے درکار ہو۔ اتنی کم قوت مروڑ بہت کم سرکاؤ پر حاصل ہوگی۔ مساوات 7.48 سے ظاہر ہے کہ بہت کم سرکاؤ پر I_r بھی نہایت کم ہو گا اور اس سے گھومتے لچھوں میں برقی طاقت کا ضیاع قابل نظر انداز ہو گا۔ اسی بات کو صفحہ 226 پر شکل 7.7 کی مدد سے بھی سمجھا جاسکتا ہے جہاں واضح ہے کہ بہت کم سرکاؤ پر مزاحمت $\frac{R'_s}{s}$ کی قیمت بہت زیادہ ہوگی اور اس کو کھلا دور سمجھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے شکل 7.14-ا ملتی ہے۔

شکل 7.14-ا کے متوازی اجزاء R_c اور X_m کی جگہ مساوی سلسلہ وار جڑے اجزاء پر کرنے سے شکل 7.14-ب حاصل ہوگی۔ کسی بھی امالی موٹر کی R_c کی قیمت اس کی X_m کی قیمت سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔ متوازی دور کی

³⁰ V_{bb}^{30} لکھتے ہوئے لفظ بے بوجھ کے پہلے حروف ب اور ب کو زیر نوشت میں bb سے ظاہر کیا گیا ہے۔



(ب)



(i)

شکل 7.14: بے بوجھ امالی موٹر کا معائنہ۔

رکاوٹ Z_m سے مساوی سلسلہ وار رکاوٹ Z_s حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \\
 &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \frac{R_c - jX_m}{R_c - jX_m} \\
 &= \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2 + X_m^2} \\
 &\approx \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2} \quad \text{چونکہ } R_c \gg X_m \\
 &= jX_m + \frac{X_m^2}{R_c} = jX_m + R_c^* = Z_s
 \end{aligned}
 \tag{7.53}$$

بے بوجھ ٹرانسفارمر میں ابتدائی لچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاتا ہے۔ بے بوجھ امالی موٹروں کا ہیجان انگیز برقی رو کافی زیادہ ہوتا ہے لہذا ان کے ساکن لچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔ بے بوجھ امالی موٹر کی p_{bb} سے تین ساکن لچھوں کا برقی ضیاع منفی کر کے میکانیکی ضیاع طاقت حاصل ہوگا:

$$p_{\text{نیع}} = p_{bb} - 3I_{s,bb}^2 R_s
 \tag{7.54}$$

میکانیکی طاقت کا ضیاع بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر کے لئے ایک جیسا تصور کیا جاتا ہے۔

میکانی ضیاع p نیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے شکل 7.14-ب سے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} R_{bb} &= \frac{p_{bb}}{3I_{s,bb}^2} \\ Z_{bb} &= \frac{V_{bb}}{I_{s,bb}} \\ X_{bb} &= \sqrt{|Z_{bb}|^2 - R_{bb}^2} \\ X_{bb} &= X_s + X_m \end{aligned} \quad (7.55)$$

یوں اس معائنہ سے موٹر کی بے بوجھ متعاملیت X_{bb} حاصل ہوتی ہے۔ اگر کسی طرح ساکن لچھے کی متعاملیت X_s معلوم ہو تب اس مساوات سے X_m حاصل کی جاسکتی ہے۔ اگلے معائنہ میں ہم X_s کا اندازہ لگا سکیں گے۔

7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے قصر دور معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں مشین کے رستا مالوں کی معلومات حاصل ہوتی ہے۔ البتہ امالی موٹر کا مسئلہ ذرا زیادہ پیچیدہ ہے۔ امالی موٹر کے رستا مالہ گھومتے لچھوں میں برقی تعدد اور قالب کے سیراب ہونے پر منحصر ہوتے ہیں۔

اس معائنہ میں امالی موٹر کے گھومتے حصہ کو حرکت کرنے سے زبردستی روک دیا جاتا ہے جبکہ ساکن لچھوں پر بیرونی برقی دباؤ V_{rk} لاگو کر کے برقی طاقت p_{rk} اور ساکن لچھوں کے برقی رو $I_{s,rk}$ ناپے جاتے ہیں۔ اصولی طور پر یہ معائنہ ان حالات کو مد نظر رکھ کر کیا جاتا ہے جن پر موٹر کی معلومات درکار ہوں۔

ساکن موٹر چالو کرنے کے لمحہ پر موٹر کا سرکاو اکائی ہوتا ہے اور اس کے گھومتے لچھوں میں روز مرہ تعدد f_e کے برقی رو $I_{t=0}^{31}$ ہوں گے، لہذا اگر اس لمحہ کے نتائج درکار ہوں تب موٹر کے ساکن لچھوں پر روز مرہ تعدد، f_e کا اتنا برقی دباؤ لاگو کیا جائے گا جتنے سے اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو $I_{t=0}$ پیدا ہو۔ اسی طرح اگر برقرار چالو حالت میں بوجھ بردار موٹر کے نتائج درکار ہوں جب موٹر کا سرکاو s اور اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو $I_{t \rightarrow \infty}^{32}$ ہوتے ہیں تب معائنہ میں $s f_e$ تعدد کے برقی دباؤ استعمال کیے جائیں گے اور اس کی قیمت اتنی رکھی جائے گی جتنی سے گھومتے لچھوں میں $I_{t \rightarrow \infty}$ برقی رو وجود میں آئے۔ تقریباً 20 kV A سے چھوٹی موٹروں میں برقی تعدد کے اثرات قابل نظر انداز ہوتے ہیں لہذا ان کا معائنہ f_e تعدد کے برقی دباؤ پر ہی کیا جاتا ہے۔

³¹ اس لمحہ کے برقی رو کو چھوٹی لکھائی میں وقت صفر سے منسلک کیا گیا ہے یعنی $t = 0$

³² زیر نوشت میں $\infty \rightarrow t$ اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ موٹر کافی دیر سے چالو ہے اور یہ ایک برقرار رفتار تک پہنچ گئی ہے۔



شکل 7.15: ر کے امالی موٹر کا معائنہ۔

یہاں صفحہ 226 کے شکل 7.7 کو ر کے (ساکن) موٹر کے معائنہ کے نقطہ نظر سے دوبارہ دیکھتے ہیں۔ ر کے (ساکن) موٹر کا سرکاو اکائی ہوتا ہے۔ مزید، اس معائنہ میں لاگو برقی دباو برقرار چالو موٹر پر لاگو برقی دباو سے خاصا کم ہوتا ہے۔ اتنے کم لاگو برقی دباو پر قابلی ضیاع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ شکل میں R_c کو کھلے دور کرنا قابلی ضیاع کو نظر انداز کرنے کے مترادف ہے۔ ایسا کرنے سے شکل 7.15-ا ملتا ہے۔ چونکہ $s = 1$ ہے لہذا اس شکل میں $\frac{R_r'}{s}$ کو R_r' لیا گیا ہے۔

شکل 7.15-ا میں jX_m اور $(R_r' + jX_r')$ متوازی جڑے ہیں جن کی جگہ ان کی مساوی سلسلہ وار رکاوٹ پر کرنے سے شکل 7.15-ب حاصل ہوگی۔ متوازی رکاوٹ Z_m کی مساوی سلسلہ وار رکاوٹ Z_s حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{jX_m(R_r' + jX_r')}{R_r' + j(X_m + X_r')} \\
 &= \left(\frac{jX_m R_r' - X_m X_r'}{R_r' + j(X_m + X_r')} \right) \left(\frac{R_r' - j(X_m + X_r')}{R_r' - j(X_m + X_r')} \right) \\
 (7.56) \quad &= \frac{jX_m R_r'^2 + X_m R_r'(X_m + X_r') - X_m X_r' R_r' + jX_m X_r'(X_m + X_r')}{R_r'^2 + (X_m + X_r')^2} \\
 &= \frac{X_m^2 R_r'}{R_r'^2 + (X_m + X_r')^2} + j \frac{(X_m R_r'^2 + X_m^2 X_r' + X_m X_r'^2)}{R_r'^2 + (X_m + X_r')^2} \\
 &= R_s^* + jX_s^* = Z_s
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں $R'_r \gg X_m \gg X'_r$ اور $X_m \gg X'_r$ لینے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(7.57) \quad R_s^* \approx R'_r \left(\frac{X_m}{X_m + X'_r} \right)^2$$

$$(7.58) \quad X_s^* \approx \frac{X_m R_r'^2}{X_m^2} + \frac{X_m^2 X'_r}{X_m^2} + \frac{X_m X_r'^2}{X_m^2} \approx X'_r$$

اس معائنہ میں پیمائش کی گئی قیمتوں اور شکل 7.15-ب سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(7.59) \quad \begin{aligned} Z_{rk} &= \frac{V_{rk}}{I_{s,rk}} \\ R_{rk} &= \frac{p_{rk}}{3I_{s,rk}^2} \\ X_{rk} &= \sqrt{|Z_{rk}|^2 - R_{rk}^2} \end{aligned}$$

اس مساوات کے پہلے جزو میں پیمائشی برقی دباؤ اور برقی رو سے رکاوٹ حاصل کی گئی ہے۔ اس طرح دوسرے جزو میں مزاحمت اور تیسرے میں متعاملیت کا حساب لگایا گیا ہے۔

شکل 7.15-ب سے درج ذیل واضح ہے۔

$$(7.60) \quad X_{rk} = X_s + X'_r$$

امالی مشین مختلف خواص کے بنائے جاتے ہیں۔ عام آدمی کی آسانی کے لئے ایسی مشینوں کی درجہ بندی کی جاتی ہے۔ جدول 7.1 میں پنجرہ نما امالی موٹر کی مختلف اقسام A, B, C, D اور ایسی مشین جن کا گھومتا حصہ لچھے پر مشتمل ہو، کی رستا متعاملیت X_{rk} کو ساکن اور گھومتے لچھوں میں تقسیم کرنا دکھایا گیا ہے۔ اس جدول کے مطابق، گھومتے لچھے والی مشین میں ساکن اور گھومتی متعاملیت ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں۔ شکل 7.15-ب میں $R_{rk} = R^* + R_s$ ہے لہذا ساکن لچھے کی مزاحمت R_s مزاحمت R^* کی مدد سے ناپ کر درج ذیل حاصل کیا جاسکتا ہے۔

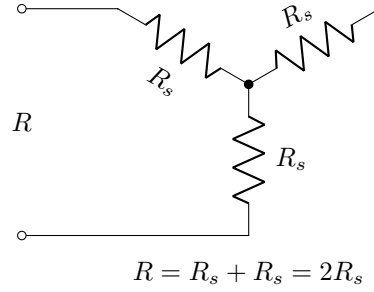
$$(7.61) \quad R^* = R_{rk} - R_s$$

اب R'_r کو مساوات 7.57 سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں X_m بے بوجھ امالی موٹر کے معائنہ میں حاصل کی جاتی ہے۔

مزاحمت پیمائی کی مدد سے ساکن لچھے کی مزاحمت ناپتے وقت یہ جاننا ضروری ہے کہ موٹر ستارہ یا ٹکونی جڑی ہے۔ شکل 7.16 میں لچھے کو دونوں طرح جڑا دکھایا گیا ہے۔ اگر یک دوری مزاحمت R_s ہو تب ستارہ جڑی موٹر کے لئے مزاحمت پیمائی $2R_s$ مزاحمت دے گا جبکہ ٹکونی جڑی موٹر کے لئے یہ $\frac{2}{3}R_s$ مزاحمت دے گا۔

| گھومتا حصہ | خاصیت | X_s | X'_r |
|------------|--|-------------|-------------|
| لپٹا ہوا | کارکردگی گھومتے حصے کی مزاحمت پر منحصر | $0.5X_{rk}$ | $0.5X_{rk}$ |
| بناوٹ A | عمومی ابتدائی قوت مروڑ، عمومی ابتدائی رو | $0.5X_{rk}$ | $0.5X_{rk}$ |
| بناوٹ B | عمومی ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو | $0.4X_{rk}$ | $0.6X_{rk}$ |
| بناوٹ C | زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو | $0.3X_{rk}$ | $0.7X_{rk}$ |
| بناوٹ D | زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، زیادہ سرکاو | $0.5X_{rk}$ | $0.5X_{rk}$ |

جدول 7.1: متعاملیت کی ساکن اور گھومتے حصوں میں تقسیم۔



شکل 7.16: ستارہ اور ٹکونی جڑی موٹروں کی ساکن لچھوں کی مزاحمت کا مزاحمت پیک کی مدد سے حصول۔

مثال 7.5: ستارہ، چار قطب، پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی موٹر کے معائنہ کئے جاتے ہیں۔ موٹر کی بناوٹ درجہ بندی A کے مطابق ہے۔ مزاحمت پیا کسی بھی دو برقی سروں کے بیچ 0.55 اوہم جواب دیتا ہے۔ بے بوجھ معائنہ 50 Hz اور 415 V پر کرتے ہوئے برقی رو 4.1 A اور طاقت کا ضیاع 906 W ناپا جاتا ہے۔ جامد موٹر معائنہ 15 Hz اور 50 V پر کرتے ہوئے برقی رو 13.91 A اور طاقت کا ضیاع 850 W ناپا جاتا ہے۔ اس موٹر کا مساوی برقی دور بنائیں اور پانچ فی صد سرکاو پر اس کی اندرونی میکانی طاقت حاصل کریں۔

حل: مزاحمت پیا کے جواب سے ستارہ موٹر کے ساکن لچھے کی مزاحمت $R_s = \frac{0.55}{2} = 0.275 \Omega$ حاصل ہوتی ہے۔ بے بوجھ معائنہ میں یک دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$ ہے جس سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$R_{bb} = \frac{906}{3 \times 4.1^2} = 17.965 \Omega$$

$$|Z_B| = \frac{239.6}{4.1} = 58.439 \Omega$$

$$X_{bb} = \sqrt{58.439^2 - 17.965^2} = 55.609 \Omega = X_s + X_m$$

رکے موٹر معائنہ کے نتائج سے X_s حاصل کرنے کے بعد X_m حاصل ہو گی۔

ساکن لچھے کی مزاحمت میں اس برقی رو پر کل

$$3I_{bb}^2 R_s = 3 \times 4.1^2 \times 0.275 = 13.87 \text{ W}$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا لہذا رگڑ اور دیگر ضیاع طاقت $906 - 13.86 = 892$ واٹ ہو گا۔

رکے موٹر معائنہ میں یک دوری برقی دباؤ $\frac{50}{\sqrt{3}} = 28.9$ وولٹ ہیں۔ یوں درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$R_{rk} = \frac{850}{3 \times 13.91^2} = 1.464 \Omega$$

$$|Z_{rk}| = \frac{28.9}{13.91} = 2.07 \Omega$$

$$X_{rk,15} = \sqrt{2.07^2 - 1.464^2} = 1.46 \Omega$$

اس معائنہ میں برقی تعدد 15 ہرٹز تھا لہذا 50 ہرٹز پر متعاملیت درج ذیل ہو گی۔

$$X_{rk,50} = \frac{50}{15} \times X_{rk,15} \approx 4.9 \Omega$$



شکل 7.17: امالی موٹر کا مساوی برقی دور۔

درجہ بندی A کی امالی موٹر میں یہ متعاملت ساکن اور گھومتے لچھے میں ایک جیسی تقسیم ہو گی (جدول 7.1):

$$X_s = X'_r = \frac{4.9}{2} = 2.45 \Omega$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$X_m = X_{bb} - X_s = 55.609 - 2.45 = 53 \Omega$$

چونکہ $R_s = 0.275$ اوہم ہے لہذا

$$R'_r = R_{rk} - R_s = 1.464 - 0.275 = 1.189 \Omega$$

ہو گا۔ مساوی برقی دور شکل 7.17 میں دکھایا گیا ہے۔

پانچ فی صد سرکاو پر اندرونی میکانی طاقت کی خاطر بائیں جانب کا تھونن مساوی دور استعمال کرتے ہوئے درج ذیل ہو گا۔

$$V_t = 229 / 0.2833^\circ \quad (\text{مساوات 7.47})$$

$$Z_t = 0.251 + j2.343$$

$$|\hat{I}'_r| = 9.346 \text{ A}$$

$$p_m = \frac{3 \times 9.346^2 \times 1.189 \times (1 - 0.05)}{0.05} = 5919 \text{ W} \quad (\text{مساوات 7.44})$$

□

باب 8

یک سمت رو مشین

یکے سمت رو مشین¹ یک سمت رو¹ برقی طاقت پیدا کرتی ہیں یا ایک سمت رو برقی طاقت سے چلتی ہیں۔ یک سمت رو موٹروں کی اہمیت بتدریج کم ہو رہی ہے اور ان کی جگہ امالی موٹر لے رہے ہیں جن کی رفتار قوی برقیات² سے قابو کی جاتی ہے۔ موجودہ دور میں گاڑیوں کے یک سمت جزیئر بھی دراصل سادہ بدلتا رو جزیئر ہوتے ہیں جن کے اندر نسب ڈایوڈ³ بدلتا محرک برقی دباؤ کو یک سمت محرک برقی دباؤ میں تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں دو قطب کے یک سمت مشینوں کا مطالعہ کیا جائے گا۔ میکانی سمت کار والے یک سمت مشینوں میں میدانی لچھا ساکن جبکہ قوی لچھا گھومتا ہے۔

8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی

جزیئر بنیادی طور پر بدلتا برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔ یک سمت جزیئر کے اندر نسب میکانی سمت کار⁴ میکانی طریقہ سے بدلتا دباؤ کو یک سمت دباؤ میں تبدیل کر کے برقی سروں پر فراہم کرتا ہے۔

dc, direct current¹
power electronics²
diode³
commutator⁴



شکل 8.1: میکانی سمت کار۔



شکل 8.2: آدھے چکر کے بعد بھی بالائی بُش مثبت ہی ہے۔

میکانی سمت کار کو شکل 8.1 میں دکھایا گیا ہے جہاں جزیئر کے قوی لچھے کو ایک چکر کا دکھایا گیا ہے اگرچہ حقیقت میں لچھا زیادہ چکر کا ہو گا۔ قوی لچھے کے برقی سروں کو د اور ڈ سے ظاہر کیا گیا ہے جو سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ قوی لچھا اور سمت کار ایک ہی دھرے پر نسب ہوتے ہیں لہذا دونوں ایک ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ تصور کریں (میکانی سمت کار سے لچھے کی طرف دیکھتے ہوئے) مقناطیسی میدان میں دونوں گھڑی وار گھوم رہے ہیں۔ مقناطیسی میدان افقی سطح میں N سے S رخ ہو گا جسے نوکدار لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ سمت کار کے ساتھ ساکن کاربن بُش، اسپرنگ کی مدد سے دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ ان کاربن بُشوں سے برقی دباؤ کو جزیئر کے باہر منتقل کیا جاتا ہے۔ بُشوں کو مثبت علامت + اور منفی علامت - سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دکھائے گئے لمحے پر لچھے میں پیدا برقی دباؤ e کی وجہ سے لچھے کا سر د مثبت اور ڈ منفی ہے۔ یوں سمت کار کا حصہ د مثبت اور حصہ ڈ منفی ہوں گے لہذا کاربن کا + علامت والا بُش مثبت اور - علامت والا بُش منفی ہو گا۔ یوں بیرونی بالائی تار مثبت اور چلی تار منفی ہوں گے۔ آدھا چکر بعد، جیسا شکل 8.2 میں دکھایا گیا ہے، خلائی درز میں لچھا کے د



شکل 8.3: دو دندی سمت کار سے حاصل یک سمت برقی دباؤ۔

اور ڈاٹراف آپس میں جگہیں تبدیل کر چکے ہوں گے۔ لچھا کے د اور ڈاٹراف اب بھی سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ لچھے پر برقی دباؤ الٹ ہے اور اس کا سر د منفی اور ڈ مثبت ہیں۔ یہاں سمت کار کی کارکردگی پر نظر رکھیں۔ اب بھی کاربن کا + علامت والا بش مثبت اور - علامت والا بش منفی ہے۔ یوں جزیئر کے بیرونی برقی سروں پر اب بھی بالائی سر مثبت اور نچلا سر منفی ہے۔ سمت کار کے دانتوں کے مابین برقی دباؤ ہوتا ہے لہذا ان کو غیر موصل کی مدد سے ایک دوسرے اور دھڑے سے دور رکھا جاتا ہے۔

گھومتے وقت ایک ایسا لمحہ آتا ہے جب سمت کار کے دانتوں کو کاربن بش قصر دور کرتے ہیں۔ کاربن بش محیط پر اس طرح رکھے جاتے ہیں کہ جس لمحہ لچھے میں برقی دباؤ مثبت سے منفی یا منفی سے مثبت ہونا چاہے اسی لمحہ کاربن کے بش لچھے کو قصر دور کرتے ہوں۔ چونکہ اس لمحہ لچھے پر محرک دباؤ صفر ہوتا ہے لہذا اسے قصر دور کرنے سے کوئی نقصان نہیں ہوتا ہے۔ یوں حاصل برقی دباؤ شکل 8.3 میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں دو دندی سمت کار اور دو مقناطیسی قطب کے درمیان گھومتا ہوا ایک قوی لچھا دکھایا گیا ہے۔ حقیقت میں جزیئر کے متعدد قطبین ہوں گے اور فی قطب سمت کار کے کئی دندے ہوں گے۔ چھوٹی مشینوں میں مقناطیس ہی مقناطیسی میدان فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں مقناطیسی میدان ساکن میدانی لچھے فراہم کرتے ہیں۔ دونوں اقسام کی مشینوں کے لچھے تقسیم شدہ ہوتے ہیں۔

اب ہم زیادہ دندوں کے ایک سمت کار کو دیکھتے ہیں۔

8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل

پچھلے حصہ میں سمت کار کی بنیادی کارکردگی پر غور کیا گیا۔ اس حصہ میں اس پر تفصیلی بات کی جائے گی۔ شکل 8.4 میں امالی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں اندر کو سمت کار ہے جس کے دندوں کو گنتی لگائی گئی ہے۔ سمت کار کی اندر

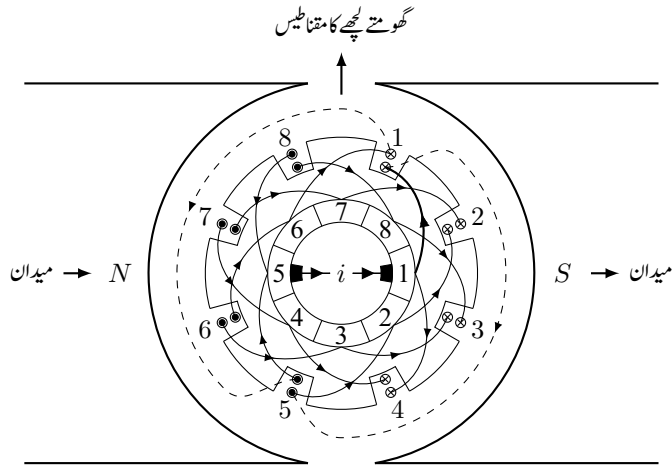
جانب دو عدد کاربن بش ہیں جن سے بیرون برقی رو i حاصل کی جاتی ہے۔ شگافوں کو بھی گنتی لگائی گئی ہے۔ جزیر کے دو قطب اور آٹھ شگاف ہیں۔ اس طرح اگر ایک شگاف ایک قطب کے سامنے ہو تو تین شگاف چھوڑ کر موجود شگاف دوسرے قطب کے سامنے ہو گا۔ ہم کہتے ہیں کہ ایسے دو شگاف "ایک قطب فاصلہ" پر ہیں۔ یوں شگاف 1 اور 5 ایک دوسرے سے ایک قطب کے فاصلے پر ہیں جبکہ شگاف 2 اور 6 ایک دوسرے سے ایک قطب کے فاصلے پر ہیں۔

جیسا شکل 8.2 میں دکھایا گیا، اگر لچھے کا ایک طرف شمالی قطب کے سامنے ہو تب اس کا دوسرا طرف، ایک قطب فاصلہ پر، جنوبی قطب کے سامنے ہو گا۔ لچھوں کو شگافوں میں رکھا جاتا ہے۔ یوں شکل 8.4 میں اگر ایک لچھے کا ایک طرف شگاف 1 میں ہو تب اس کا دوسرا طرف، ایک قطب فاصلہ پر، شگاف 5 میں ہو گا۔ حقیقت میں ہر شگاف میں دو لچھے رکھے جاتے ہیں۔ ایک لچھے کو شگاف میں محور کے قریب اور دوسرے کو شگاف میں محور سے دور رکھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے کے لئے ہمیں دو مختلف جسامت کے لچھے تیار کرنے ہوں گے۔ محور کے قریب رکھا گیا لچھا جسامت میں چھوٹا جبکہ محور سے دور لچھا بڑا ہو گا۔ لچھوں کو پہلے تیار کر کے بعد میں شگافوں میں رکھا جاتا ہے۔ اس سے بہتر ترکیب موجود ہے جو حقیقت میں استعمال ہوتی ہے۔

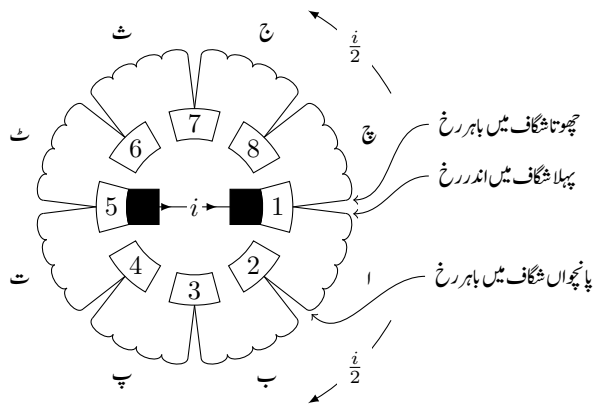
بہتر ترکیب میں ایک لچھے کے ایک طرف کو ایک شگاف میں محور کے قریب اور، ایک قطب فاصلہ پر، دوسرے شگاف میں محور کے دور رکھا جاتا ہے۔ دوسرے لچھے کو انہیں شگافوں میں باقی دو مقامات پر رکھا جاتا ہے۔ یوں دونوں لچھوں کی جسامت ایک دوسرے جیسے ہو گی اور ان میں اتنی ڈھیل ہو گی کہ انہیں شگافوں میں با آسانی رکھا جاسکے۔

اب شکل 8.4 کو تفصیل سے سمجھتے ہیں۔ شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو کے رخ نقطہ اور صلیب سے ظاہر کئے گئے ہیں۔ نقطہ کا نشان، صفحہ سے عمودی باہر رخ رو کو ظاہر کرتا ہے جبکہ صلیب کا نشان اس کے مخالف رخ رو کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں پہلا (1) شگاف میں برقی رو صفحہ کو عمودی اندر رخ ہے۔

شکل 8.4 میں مشین کا عمودی تراش دکھایا گیا ہے۔ مشین کا محور کتاب کے صفحہ کو عمودی ہو گا۔ ہمیں مشین کا (قریبی، بالائی) "سامنے" طرف نظر آ رہا ہے جبکہ (ہم سے دور) "نچلا" طرف ہمیں نظر نہیں آ رہا ہے۔ "سامنے" طرف کی تاروں کو ٹھوس جبکہ "نچلے" طرف (نظر نہ آنے والے) تاروں کو نقطہ دار دکھایا گیا ہے۔ ہر شگاف میں دو لچھے دکھائے گئے ہیں جن میں سے ایک مشین کی محور کے قریب "اندر" جانب اور دوسرا محور سے دور "باہر" جانب ہے۔ پہلا (1) شگاف میں "اندر" جانب موجود لچھا، سمت کار کے پہلا (1) دانت سے جڑا ہے۔ اس جوڑ کو موٹی تیر دار لکیر سے دکھایا گیا ہے جہاں تیر کا نشان برقی رو کے رخ کو ظاہر کرتا ہے۔ شگاف 1 کے "نچلے" طرف (کے اندرونی مقام) سے نکل کر یہ لچھا شگاف 5 میں "نچلے" طرف سے (بیرونی مقام میں) داخل ہوتا ہے۔ اس بات کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح دو عدد لچھے شگاف 2 اور 6 میں پائے جاتے ہیں۔ ان میں



شکل 8.4: کار بن بش سمتکار کے دندوں کو قصر دور نہیں کر رہا ہے۔

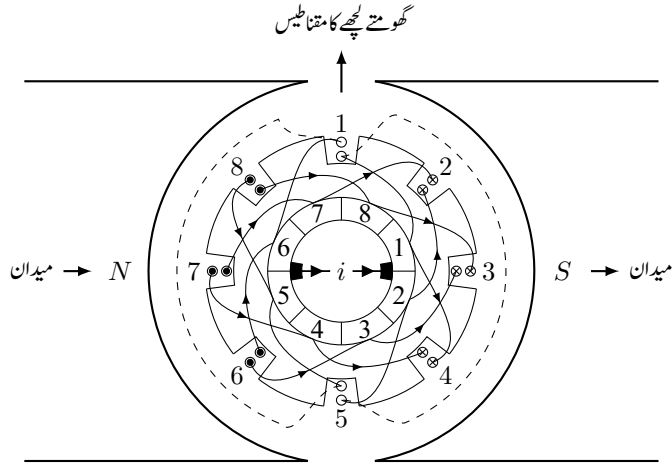


شکل 8.5: سمت کار سے جڑے لچھے۔

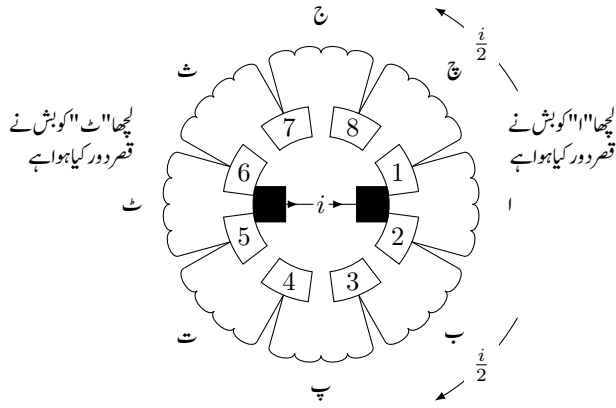
ایک لچھا شکاف 2 میں "اندر" جانب اور شکاف 6 میں "باہر" جانب ہے جبکہ دوسرا لچھا دوسرے شکاف میں "باہر" جانب اور چھٹے شکاف میں "اندر" جانب ہے۔ نقطہ دار لکیریں صرف پہلی اور پانچویں شکافوں کے لئے دکھائی گئی ہیں۔ آپ خود باقی شکافوں کے لئے انہیں بنا سکتے ہیں۔ ہر لچھے کا ایک طرف شکاف میں "اندر" جانب اور دوسرا طرف ایک قطب دور شکاف میں "باہر" جانب ہو گا۔ سمت کار کا پہلا (1) دانت چوتھے (4) شکاف کے "باہر" جانب موجود لچھے سے بھی بڑا ہے۔ آپ یہاں رکھ کر شکل 8.5 کی مدد سے مشین میں برقی رو کے رخ سمجھیں اور تسلی کر لیں کہ یہ درست دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل میں لچھوں کو، ب، پ، وغیرہ سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ سمت کار کے دندوں کو گنتی لگائی گئی ہے۔ کاربن کے بش پہلے اور پانچویں دانت سے جڑے دکھائے گئے ہیں۔

شکل 8.5 میں کاربن بش سے برقی رو سمت کار کے پہلے دانت سے ہوتا ہوا دو برابر حصوں میں تقسیم ہو کر دو یکساں متوازی راستوں بہتا ہے۔ ایک راستہ سلسلہ وار جڑے ا، ب، پ اور ت لچھوں پر مشتمل ہے جبکہ دوسرا راستہ سلسلہ وار جڑے ٹ، ث، ج اور چ لچھوں پر مشتمل ہے۔ یہ دو عدد سلسلہ وار راستے آپس میں متوازی جڑے ہیں۔ برقی رو کے رخ نقطہ دار نوک دار لکیروں سے ظاہر کیے گئے ہیں۔ دو متوازی راستوں سے گزرتا برقی رو ایک مرتبہ دوبارہ مل کر ایک ہو جاتا ہے اور سمت کار کے پانچویں دانت سے جڑے کاربن بش کے ذریعہ مشین سے باہر نکل جاتا ہے۔ گھومتے حصہ کے شکافوں میں موجود لچھوں کا برقی رو، مقناطیسی دباؤ پیدا کرے گا جو ساکن مقناطیسی دباؤ کو عمودی ہو گا جیسا شکل 8.4 میں دکھایا گیا ہے۔ گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کا رخ جاننے کے لئے شکل 8.4 کے شکافوں میں برقی رو پر نظر رکھیں۔ بائیں جانب چار شکافوں میں رو صفحہ سے باہر جبکہ دائیں جانب چار شکافوں میں رو صفحہ کے اندر رخ ہے۔ دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو انہیں کے رخ گھمانے سے انگوٹھا میدان کا رخ دے گا۔ آپس میں قائمہ مقناطیسی دباؤ دھڑے پر گھڑی وار قوت مروڑ پیدا کریں گے۔ یوں اگر مشین موٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو تب یہ گھڑی وار گھومے گی اور کاربن بش پر ایسا بیرونی یک سمت برقی دباؤ لاگو ہو گا جو دکھائے گئے برقی رو پیدا کرتا ہو۔

اب تصور کریں کہ مشین ایک جزیئر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہے جس کو خلاف گھڑی بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جا رہا ہے۔ سمت کار کے آدھے دانت کے برابر حرکت کے بعد جزیئر شکل 8.6 میں دکھائے گئے حالت میں ہو گا جہاں دایاں کاربن بش سمت کار کے پہلے اور دوسرے دانت کو قصر دور جبکہ بایاں کاربن بش پانچویں اور چھٹے دانت کو قصر دور کرتے ہیں۔ یوں پہلے اور پانچویں شکافوں کے لچھے قصر دور ہوں گے جبکہ باقی شکافوں کے لچھوں میں حسب معمول برقی رو ہو گا جو پہلے کی طرح اب بھی ساکن لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کے عمودی مقناطیسی دباؤ پیدا کریں گے۔ آپ گھومتے لچھوں کے میدان کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے جان سکتے ہیں۔ بائیں جانب تین شکافوں میں رو صفحہ سے باہر جبکہ دائیں جانب تین شکافوں میں صفحہ کے اندر رخ ہے۔ دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو انہیں کے رخ گھمائیں۔ انگوٹھا میدان کا رک دے گا۔ اس لمحہ کی وضاحت شکل 8.7 میں کی گئی ہے۔



شکل 8.6: کاربن بش سمت کار کے دندوں کو قصر دور کر رہا ہے۔



شکل 8.7: کاربن بش دو دندوں کو قصر دور کر رہے ہیں۔

مشین جب سمت کار کے ایک دانت کے برابر حرکت مکمل کر لے تو کاربن بش دوسرے اور چھٹے دانت سے جڑ جائیں گے۔ پہلے اور پانچویں شگافوں میں برقی رو کا رخ پہلے کے مخالف ہو جائے گا جبکہ باقی شگافوں میں برقی رو کے رخ برقرار رہیں گے۔ گھومتے لچھوں کا برقی دباؤ اب بھی اسی رخ ہو گا۔

جب دورانہ کے لئے کاربن بش دو لچھوں کو قصر دور کرتے ہیں اتنے وقت میں ان لچھوں میں برقی رو کا رخ الٹ ہو جاتا ہے۔ کوشش کی جاتی ہے کہ اس دوران برقی رو وقت کے ساتھ بتدریج تبدیل ہو۔ ایسا نہ ہونے سے کاربن بش سے چنگاریاں نکلتی ہیں جن سے بش جلد ناکارہ ہو جاتے ہیں۔ جنیٹر کے قصر دور لچھوں میں پیدا برقی دباؤ، قصر دور لچھوں میں گھومتا ناکارہ برقی رو پیدا کرتا ہے جو ہمارے کسی کام کا نہیں ہوتا ہے۔ لچھے اور کاربن بش کی مزاحمت اس ناکارہ رو کی قیمت تعین کرتے ہیں۔

حقیقت میں ایک سمت جنیٹر میں فی قطب درجن دانت کا سمت کار استعمال ہو گا اور اگر مشین بہت چھوٹی نہ ہو تو اس میں دو سے زیادہ قطب ہوں گے۔

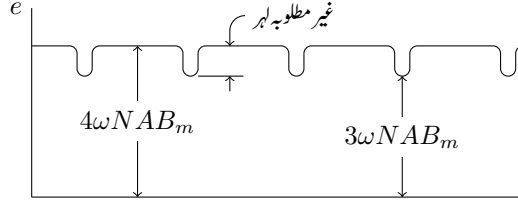
8.2 ایک سمت جنیٹر کا برقی دباؤ

گزشتہ حصہ کے شکل 8.5 میں ا، ب، پ اور ت لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ اسی طرح ٹ، ث، ج اور چ لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ حصہ 5.3 میں مساوات 5.23 یک لچھی ایک سمت جنیٹر کا محرک برقی دباؤ e_1 دیتی ہے۔ اسے یہاں یاد دہیانی کے لئے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(8.1) \quad e_1 = \omega N \phi_m = \omega N A B_m$$

خلائی درز میں یکساں B_m کی صورت میں تمام لچھوں میں ایک جیسا محرک برقی دباؤ پیدا ہو گا۔ یوں شکل 8.4 میں دکھائے لمحہ پر (شکل 8.5 سے رجوع کریں) جنیٹر کا کل محرک برقی دباؤ e ، ایک لچھے کے محرک برقی دباؤ کا چارگنا ہو گا

$$(8.2) \quad \begin{aligned} e &= e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \\ &= e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \\ &= 4\omega N A B_m \end{aligned}$$



شکل 8.8: آٹھ دندی میکانیکی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ۔

جبکہ شکل 8.6 میں دکھائے گئے لمحے پر e صرف تین لچھوں کے محرک برقی دباؤ کا مجموعہ ہو گا (شکل 8.7 سے رجوع کریں):

$$\begin{aligned}
 e &= e_{\text{ب}} + e_{\text{پ}} + e_{\text{ت}} \\
 &= e_{\text{ش}} + e_{\text{ج}} + e_{\text{ج}} \\
 &= 3\omega NAB_m
 \end{aligned}
 \tag{8.3}$$

شکل 8.8 میں آٹھ دندی میکانیکی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ دکھایا گیا ہے جہاں ایک سمت برقی دباؤ پر سوار غیر مطلوبہ لہر نظر آ رہی ہیں۔ اگر جنریٹر کے ایک جوڑی قطبین پر n لچھے ہوں تب شکل 8.5 کی طرح یہ دو $\frac{n}{2}$ سلسلہ وار لچھوں جتنا محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا۔

$$e = \frac{n}{2} \omega N \phi_m = \frac{n}{2} \omega NAB_m
 \tag{8.4}$$

اس صورت میں غیر مطلوبہ لہر کل ایک سمت برقی دباؤ کی تقریباً

$$\frac{\omega N \phi_m}{\frac{n}{2} \omega N \phi_m} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100
 \tag{8.5}$$

فی صد ہو گی۔ یوں فی قطب دندوں کی تعداد بڑھانے سے زیادہ ہموار برقی دباؤ حاصل ہو گا اور غیر مطلوبہ لہر قابل نظر انداز ہو گی۔

تصور کریں کہ شکل 8.4 کی مشین کی خلائی درز میں B_m غیر یکساں ہے۔ اب لچھوں میں محرک برقی دباؤ مساوات 8.1 کے تحت مختلف زاویوں پر مختلف ہو گا۔ اس طرح مشین سے حاصل کل برقی دباؤ چار سلسلہ وار لچھوں کے مختلف محرک برقی دباؤ کا مجموعہ

$$e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4
 \tag{8.6}$$

ہو گا جہاں e_1, e_2, \dots مختلف لچھوں کے محرک برقی دباؤ ہیں۔

شکل 8.4 میں گھومتے حصہ کو ایک دندان کے برابر حرکت دینے سے دوبارہ یہی شکل حاصل ہوتا ہے لہذا ایک دندان حرکت کے بعد حاصل برقی دباؤ بھی دوبارہ وہی ہو گا۔ میکانیکی سمت کار کے فی قطب دندانوں کی تعداد بڑھانے سے ایک دندان کے برابر حرکت بہت چھوٹی ہو گی لہذا خلائی درز میں ہمواری کے ساتھ تبدیل ہوتے کثافت مقناطیسی بہاؤ کی صورت میں اتنی کم حرکت کے احاطے میں B_m کی قیمت میں تبدیلی قابل نظر انداز ہو گی اور B_m کو یکساں تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں اگر لچھا ایک دندان کے احاطے میں حرکت کرے تو اس میں محرک برقی دباؤ تبدیل نہیں ہو گا۔ یعنی جس لچھے کا محرک برقی دباؤ e_1 ہو اس لچھے کا محرک برقی دباؤ ایک دندان احاطے میں یہی رہے گا۔ یوں اگرچہ e_1, e_2, \dots ایک دوسرے سے مختلف ہو سکتے ہیں لیکن ان میں سے ہر ایک کی ایک مستقل قیمت ہو گی، لہذا مساوات 8.6 میں دیا گیا محرک برقی دباؤ (جو ان مستقل قیمتوں کا مجموعہ ہو گا) بھی ایک مستقل ہو گا۔

ہم نے دیکھا کہ خلائی درز میں ہمواری کے ساتھ تبدیل ہوتے B_m کی صورت میں جزیئر سے معیاری یک سمت محرک برقی دباؤ حاصل ہو گا۔ بدلتا رو جزیئر میں B_m سائن نما رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ نہایت چھوٹی یک سمت مشینوں کے خلائی درز میں B_m یکساں رکھا جاتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں اسے ہمواری کے ساتھ تبدیل کیا جاتا ہے۔ جیسا اوپر ذکر ہوا عملاً میکانیکی سمت کار کے دندانوں تک لچھوں کے سروں کی رسائی ممکن تب ہوتی ہے جب ہر شگاف میں دو لچھے رکھے جائیں۔

شگافوں کی تعداد n ہونے کی صورت میں شگافوں کی جوڑیوں کی تعداد $\frac{n}{2}$ ہو گی۔ شگافوں کی ایک جوڑی میں 2 لچھے پائے جاتے ہیں لہذا لچھوں کی کل تعداد n ہو گی۔ اگر تمام لچھوں میں ملا کر N چکر ہوں تب ایک لچھے میں $\frac{N}{n}$ چکر ہوں گے اور ایک شگاف کے دو لچھے، مقناطیسی میدان میں $\frac{2NI}{n}$ کی تبدیلی پیدا کریں گے۔ یوں بالکل قریب قریب شگافوں میں رکھے گئے لچھوں سے خلائی درز میں سیڑھی نما مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا ہو گی جہاں ہر سیڑھی کی اونچائی $\frac{2NI}{n}$ ہو گی۔ کل چکر N کو اٹل رکھتے ہوئے شگافوں کی تعداد بڑھانے سے ایک سیڑھی کی اونچائی کم ہو گی۔ یوں کافی زیادہ شگافوں کی صورت میں ایک سیڑھی کی اونچائی قابل نظر انداز ہو گی اور مقناطیسی موج کو سیڑھی موج کی بجائے آری کے دندانوں کی مانند موج تصور کیا جاسکتا ہے جسے شکل 8.9 میں دکھایا گیا ہے۔ شگافوں میں رو کے رخ کو نقطوں اور صلیبوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ زیادہ تعداد کے شگافوں کی صورت میں انفرادی لچھوں میں رو کو برقی رو کی چادر تصور کیا جاسکتا ہے۔

متعدد قطبین مشین میں شمالی اور جنوبی قطبین کے ایک جوڑے کا پیدا کردہ یک سمت برقی دباؤ مساوات 8.4 دے گی جہاں قطبین کے ایک جوڑے پر میکانیکی سمت کار کے دندانوں کی تعداد n ہے۔ قطبین کے زیادہ جوڑیوں سے حاصل یک سمت برقی دباؤ کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑا جاسکتا ہے۔



8.3 قوت مروڑ

یک سمت مشینوں کا امالی برقی دباؤ اور قوت مروڑ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کی صورت پر منحصر نہیں ہوتا ہے۔

قوی لچھے کے آری دندان نما مقناطیسی دباؤ (شکل 8.9) کا بنیادی فوریر جزو⁵ درج ذیل ہو گا۔

$$(8.7) \quad \tau_q = \frac{8}{\pi^2} \frac{NI}{2}$$

یک سمت مشین میں ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ آپس میں عمودی ہوتے ہیں لہذا ان میں قوت مروڑ مساوات 5.103 کے تحت درج ذیل ہو گا۔

$$(8.8) \quad T = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_m \tau_q$$

مثال 8.1: دو قطب، بارہ دندی میکانی سمت کار کے یک سمت جزیر میں ہر قوی لچھا بیس چکر کا ہے۔ ایک لچھے سے 0.0442 ویبر مقناطیسی بہاؤ گزرتا ہے۔ جزیر 3600 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔

• جزیر کے یک سمت برقی دباؤ میں غیر مطلوبہ لہر کل برقی دباؤ کا کتنا فی صد ہو گا؟

⁵ fundamental Fourier component

• یک سمت برقی دباو حاصل کریں۔

حل:

• مساوات 8.5 سے غیر مطلوبہ لہر $16.66 = \frac{2}{12} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100$ فی صد حاصل ہوتا ہے۔

• جزیٹر کی رفتار $60 = \frac{3600}{60}$ ہر ٹز ہے یوں مساوات 8.4 سے یک سمت برقی دباو درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$e = \frac{12}{2} \times 2 \times \pi \times 60 \times 20 \times 0.0442 = 1999.82 \text{ V}$$

□

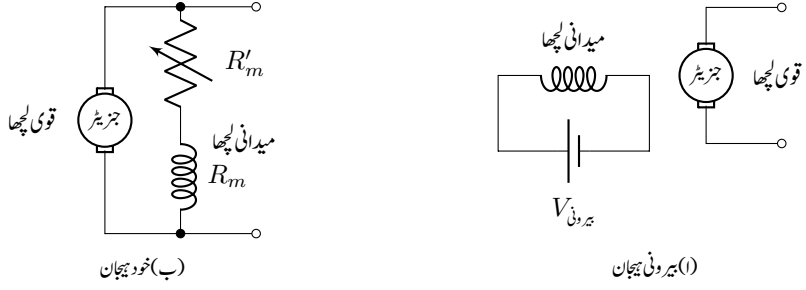
8.4 بیرونی ہیجان اور خود ہیجان یک سمت جزیٹر

بیرونی ہیجان⁶ یک سمت جزیٹر کے میدانی لچھے کو بیرونی یک سمت برقی دباو فراہم کیا جاتا ہے جبکہ خود ہیجان⁷ یک سمت جزیٹر کے میدانی لچھے کو جزیٹر کا اپنا (قوی لچھے کا) محرک برقی دباو فراہم کیا جاتا ہے۔ یک سمت جزیٹر کی کارکردگی اس کو ہیجان کرنے کے طریقے پر منحصر ہوتی ہے۔

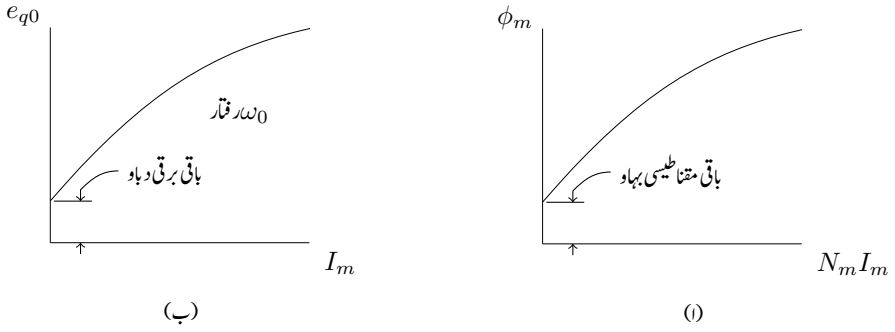
شکل 8.10-1 میں قوی لچھے⁸ اور میدانی لچھے⁹ کو آپس میں عمودی بنایا گیا ہے۔ یوں یاد رہتا ہے کہ ان لچھوں کے پیدا کردہ مقناطیسی دباو آپس میں عمودی ہیں۔ یہاں قوی لچھے کی صورت میکانیکی سمت کار کی طرح بنائی گئی ہے۔

میدانی اور قوی لچھوں کے مقناطیسی دباو آپس میں عمودی ہیں جس سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ ایک لچھے کا برقی دباو دوسرے لچھے کے برقی دباو پر اثر انداز نہیں ہو گا۔ یوں مقناطیسی قالب کے کسی ایک رخ سیرابیت، اس رخ کے عمودی دوسرے رخ کی سیرابیت پر اثر انداز نہیں ہو گی۔

separately excited⁶
self excited⁷
armature coil⁸
field coil⁹



شکل 8.10: بیرونی بیجان اور خود بیجان یک سمت جہز میٹر۔



شکل 8.11: میدان برقی رو سے محرک برقی دباؤ کا پو کیا جاتا ہے۔

شکل 8.10-1 میں بیرونی ہیجان مشین کے میدانی لچھے کو بیرونی یک سمت برقی طاقت مہیا کی گئی ہے۔ میدانی لچھے کا برقی رو تبدیل کر کے میدانی مقناطیسی دباؤ τ_m ، میدانی مقناطیسی بہاؤ ϕ_m اور کثافت مقناطیسی بہاؤ B_m تبدیل کیے جاسکتے ہیں۔ یوں جزیئر کا محرک برقی دباؤ مساوات 8.1 کے تحت تبدیل کیا جاسکتا ہے یا موٹر کی قوت مروڑ مساوات 8.8 کے تحت تبدیل کی جاسکتی ہے۔

برقی رو کے بڑھنے سے قالب کی سیرابیت شکل 8.11 میں واضح ہے۔ قالبی سیرابیت کی بنا برقی رو بڑھاتے ہوئے ابتدائی طور محرک برقی دباؤ اور میدانی لچھے کا برقی رو راست تناسب ہوں گے جبکہ زیادہ برقی رو پر ایسا نہیں ہو گا۔ شکل-ب کی ترسیم مشین کے کھلے سر معائنہ سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ شکل-ب میں محرک برقی دباؤ کو e کی بجائے e_{q0} لکھ کر یاد دہانی کرائی گئی ہے یہ دباؤ قوی لچھے سے ایک معین رفتار ω_0 پر حاصل کیا گیا ہے۔ کسی دوسری رفتار ω پر محرک برقی دباؤ e_q کے حصول کے لئے مساوات 8.4 کی مدد سے

$$(8.9) \quad \frac{e_q}{e_{q0}} = \frac{\frac{n}{2}\omega NAB_m}{\frac{n}{2}\omega_0 NAB_m} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

لکھ کر

$$(8.10) \quad e_q = \frac{\omega}{\omega_0} e_{q0}$$

یا

$$(8.11) \quad e_q = \frac{rpm}{rpm_0} e_{q0}$$

حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں رفتار کو چکر فی منٹ 10 میں (بھی) لیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ یہ مساوات صرف اس صورت درست ہوں گے جب مقناطیسی میدان تبدیل نہ ہو۔

شکل 8.10-ب میں خود ہیجان مشین دکھائی گئی ہے جس کے میدانی اور قوی لچھے متوازی جڑے ہیں۔ اس طرح جڑے جزیئر کو خود ہیجان متوازی جڑا ¹¹ جزیئر کہتے ہیں۔ میدانی لچھے کے ساتھ ایک مزاحمت سلسلہ وار جڑی ہے۔ اس مزاحمت کو تبدیل کر کے میدانی برقی رو تبدیل کیا جاتا ہے جس سے، بالکل بیرونی ہیجان مشین کی طرح، جزیئر کا محرک برقی دباؤ یا موٹر کی قوت مروڑ تبدیل کی جاتی ہے۔ ایک بار ہیجان ہونے کے بعد مقناطیسی قالب میں باقی مقناطیسی بہاؤ رہتا ہے جیسا شکل 8.11-ا میں دکھایا گیا ہے۔ یوں میدانی لچھا ہیجان کئے بغیر جزیئر کچھ محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا ¹²۔ شکل-ب میں صفر میدانی برقی رو پر باقی برقی دباؤ دکھایا گیا ہے۔

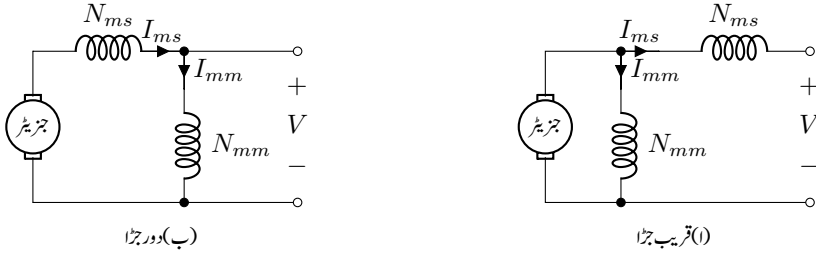
¹⁰ rpm, rounds per minute

¹¹ parallel connected

¹² آپ ٹیمک سوچ رہے ہیں۔ جزیئر بنانے کے کارخانہ میں قالب کو پہلی مرتبہ مقناطیس بنانا پڑتا ہے۔



شکل 8.12: سلسلہ وار اور مرکب جڑا خود بیجان جزیئر۔



شکل 8.13: مرکب قریب جڑا اور مرکب دور جڑا خود بیجان جزیئر

خود بیجان جزیئر ساکن حال سے چالو ہو کر ابتدائی طور پر باقی محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا جو میدان لچھے میں برقی رو پیدا کر کے مقناطیسی میدان پیدا کرتے ہوئے مشین کو ذرا زیادہ بیجان کرتا ہے۔ یوں مشین کا محرک برقی دباؤ بھی کچھ بڑھ جائے گا۔ اس طرح کرتے کرتے جزیئر جلد پورا محرک برقی دباؤ پیدا کرنا شروع کرتا ہے۔ یہ سب اسی دوران ہوتا ہے جس میں مشین کی رفتار بڑھ رہی ہوتی ہے۔

شکل 8.12 میں خود بیجان جزیئر کے دو مزید اقسام دکھائے گئے ہیں۔ ایک خود بیجان سلسلہ وار جڑا جزیئر اور دوسرا خود بیجان مرکب جزیئر ہے۔ سلسلہ وار جڑے جزیئر میں میدان اور قوی لچھے سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔ مرکب جزیئر میں میدان لچھا دو حصوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایک حصہ قوی لچھے کے متوازی اور دوسرا سلسلہ وار جڑا ہوتا ہے۔ مزید، متوازی حصہ قوی لچھے کے قریب ہو سکتا ہے یا سلسلہ وار لچھے کی دوسری جانب، دور جڑا ہو سکتا ہے۔ پہلی صورت میں اسے قریب جڑا مرکب جزیئر اور دوسری صورت میں دور جڑا مرکب جزیئر کہیں گے۔ شکل 8.13 میں مرکب جزیئر کے دونوں اشکال دکھائے گئے ہیں۔

یک سمت موٹر بھی اسی طرح پکارے جاتے ہیں۔ یعنی شکل 8.10 کی طرح جڑی دو موٹروں کو بیرونی بیجان موٹر اور خود بیجان متوازی جڑی موٹر کہیں گے۔ موٹر میں قوی لچھے کا برقی رو جزیئر کے برقی رو کا مخالف رخ ہو گا۔

تمام اقسام کے یک سمت جزیٹر کا میدانی مقناطیسی دباؤ، جزیٹر کے میدانی لچھے کے چکر ضرب برقی رو کے برابر ہو گا:

$$(8.12) \quad \tau = N_m I_m$$

شکل 8.10 میں خود ہیجان متوازی جڑے جزیٹر کے میدانی لچھے میں برقی رو، اس لچھے کی مزاحمت اور اس کے ساتھ جڑی مزاحمت کے مجموعہ $R = R_m + R'_m$ پر منحصر ہو گا یعنی $I_m = \frac{V}{R}$ لہذا خود ہیجان متوازی جڑی جزیٹر کے لئے مساوات 8.12 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(8.13) \quad \tau_{m,m} = \frac{I_m V}{R_m + R'_m}$$

سلسلہ وار جڑا جزیٹر میں میدانی برقی رو جزیٹر کے قوی لچھے کا برقی رو ہو گا لہذا سلسلہ وار جزیٹر کے لئے مساوات 8.12 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(8.14) \quad \tau_{m,s} = N_m I_q$$

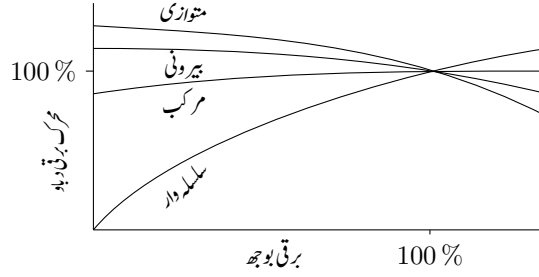
شکل 8.13 کے مرکب جزیٹر میں میدانی مقناطیسی دباؤ کے دو حصے ہیں۔ اس میں N_{mm} چکر کے متوازی جڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{mm} اور N_{ms} چکر کے سلسلہ وار جڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{ms} ہے لہذا اس جزیٹر کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$(8.15) \quad \tau_{m,mk} = N_{ms} I_{ms} + N_{mm} I_{mm}$$

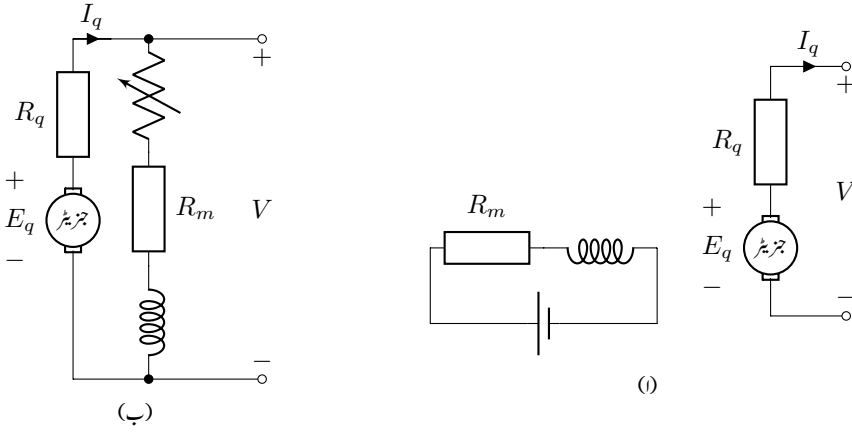
8.5 یک سمت مشین کی کارکردگی کے خط

8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ

مختلف اقسام کے یک سمت جزیٹروں کے برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ خطوط شکل 8.14 میں دکھائے گئے ہیں جہاں گھومتی رفتار اٹل تصور کی گئی ہے۔ دھرے پر لاگو بیرونی میکانی طاقت جزیٹر کی قوت مروڑ کے خلاف جزیٹر کو گھماتی ہے۔



شکل 8.14: یک سمت جنریٹر کی محرک برقی دباؤ بمقابلہ برقی بوجھ کے خط۔



شکل 8.15: بیرونی ہیجان، متوازی جڑے جنریٹر کا مساوی برقی دور۔

ان خطوط کو سمجھنے کی خاطر پہلے بیرونی ہیجان جنریٹر پر غور کرتے ہیں جس کا مساوی برقی دور شکل 8.15-ا میں دیا گیا ہے۔ بیرونی ہیجان جنریٹر پر برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی مزاحمت R_q^{13} میں برقی دباؤ گھٹتا ہے۔ یوں جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ V ، جنریٹر کے اندرونی محرک برقی دباؤ E_q سے کچھ کم ہو گا:

$$(8.16) \quad V = E_q - I_q R_q$$

برقی بوجھ I_q بڑھانے سے V مزید کم ہو گا۔ بیرونی ہیجان جنریٹر کا خط یہی رجحان ظاہر کرتا ہے۔ حقیقت میں دیگر وجوہات بھی اثر انداز ہوتے ہیں جن کی بنیاد یہ خط سیدھا نہیں بلکہ جھکا ہوتا ہے۔

متوازی جڑی جنریٹر کے خط کا بھی یہی رجحان ہے۔ متوازی جڑی جنریٹر پر بھی برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی

¹³ علامت R_q کے زبر نوشت میں q لفظ قوی کے پہلی حرف ق کو ظاہر کرتی ہے۔



شکل 8.16: سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کے مساوی برقی دور۔

مزاہمت میں برقی دباؤ گھٹتا ہے۔ یوں اس کے میدانی لچھے پر لاگو برقی دباؤ بھی کم ہو جاتا ہے جس سے میدانی لچھے میں برقی رو گھٹتا ہے۔ اس سے محرک برقی دباؤ مزید کم ہوتا ہے۔ یوں متوازی جڑے جنریٹر کے برقی دباؤ بالمقابل برقی بوجھ خط کی ڈھلوان بیرونی ہیجان جنریٹر کی خط سے زیادہ ہوگی۔

شکل 8.16 میں سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کے مساوی برقی ادوار دکھائے گئے ہیں۔ سلسلہ وار جڑے جنریٹر کے میدانی لچھے میں لدے بوجھ کا برقی رو گزرتا ہے۔ اس طرح بوجھ بڑھانے سے میدانی مقناطیسی دباؤ بڑھ کر محرک برقی دباؤ بڑھتا ہے۔ سلسلہ وار جڑے جنریٹر کا خط یہی دکھا رہا ہے۔ سلسلہ وار جڑے جنریٹر عموماً استعمال نہیں ہوتے چونکہ ان سے حاصل برقی دباؤ، بوجھ کے ساتھ بہت زیادہ تبدیل ہوتا ہے۔

مرکب جڑے جنریٹر کی کارکردگی سلسلہ وار اور متوازی جڑا جنریٹر کے بیچ ہے۔ مرکب جنریٹر میں بوجھ بڑھانے سے قوی لچھے کی وجہ سے حاصل برقی دباؤ میں کمی کو میدانی لچھے کا بڑھتا مقناطیسی دباؤ پورا کرتا ہے۔ یوں مرکب جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ، لدے بوجھ کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتا ہے۔

بیرونی ہیجان، متوازی اور مرکب جڑے جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ کو متوازی جڑی لچھے کے برقی رو سے وسیع حدوں تک تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

قوی لچھا برقی بوجھ کو درکار برقی رو فراہم کرتا ہے لہذا یہ موٹی موصل تار کا بنا اور عموماً کم چکر کا ہوتا ہے۔ سلسلہ وار جنریٹر کے میدانی لچھے سے مشین کا پورا برقی رو گزرتا ہے لہذا یہ بھی موٹی موصل تار کا بنا ہوتا ہے۔ باقی مشینوں



شکل 8.17: یک سمت موٹر کے میکانی بوجھ بالمقابل رفتار خطوط۔

کے میدانی لچھوں میں پورے برقی بوجھ کا چند فی صد برقی رو گزرتا ہے لہذا یہ باریک موصل تار کے بنائے اور عموماً زیادہ چکر کے ہوتے ہیں۔

8.5.2 رفتار بالمقابل قوت مروڑ

یہاں بھی شکل 8.15 اور شکل 8.16 سے رجوع کریں البتہ ان اشکال میں برقی رو کے رخ الٹ کر دیں۔ یک سمت موٹر بھی جزیئر کی طرح مختلف طریقوں سے جڑے جاتے ہیں۔ موٹر کو معین بیرونی برقی دباؤ دی جاتی ہے جہاں سے یہ برقی رو حاصل کرتا ہے۔ برقی رو باہر سے قوی لچھے میں داخل ہوتا ہے لہذا ان کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$V = E_q + I_q R_q$$

$$I_q = \frac{V - E_q}{R_q} \quad (8.17)$$

بیرونی ہیجان اور متوازی جڑی موٹروں میں میدانی لچھے کو برقرار معین بیرونی برقی دباؤ فراہم کیا جاتا ہے لہذا میدانی مقناطیسی بہاؤ پر میکانی بوجھ کا کوئی اثر نہیں ہوتا ہے۔ بڑھتا میکانی بوجھ اٹھانے کی خاطر، مساوات 8.8 کے تحت، قوی لچھے کا مقناطیسی بہاؤ بڑھنا ہو گا۔ یہ تب ممکن ہو گا جب قوی لچھے میں برقی رو بڑھے۔ مساوات 8.17 سے ہم دیکھتے ہیں کہ قوی لچھے کا محرک برقی دباؤ E_q گٹھنے سے I_q بڑھے گا۔ امالی دباؤ E_q موٹر کی رفتار پر منحصر ہے لہذا موٹر کی رفتار کم ہو جائے گی (مساوات 8.4)۔ یوں جیسا شکل 8.17 میں دکھایا گیا ہے میکانی بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رفتار کم ہوتی ہے۔

متوازی جڑی یا بیرونی ہیجان موٹر تقریباً مستقل رفتار برقرار رکھتی ہے۔ اس کی رفتار بے بوجھ حالت سے پوری طرح بوجھ بردار حالت تک تقریباً پانچ فی صد گٹھتی ہے۔ ان موٹروں کی رفتار نہایت آسانی سے میدانی لچھے کا برقی رو

تبدیل کر کے تبدیل کی جاتی ہے۔ میدان لچھے کے ساتھ سلسلہ وار جڑی مزاحمت تبدیلی کر کے میدانی لچھے کا برقی رو تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں ان کی رفتار وسیع حدوں کے بیچ تبدیل کرنا ممکن ہوتا ہے۔ موٹر پر لاگو بیرونی برقی دباؤ تبدیل کر کے بھی رفتار قابو کی جاسکتی ہے۔ ایسا عموماً قوی برقیات کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

ساکن حال سے چالو کرتے ہوئے لمحہ کی قوت مروڑ اور زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ، ان موٹروں کے قوی لچھے تک برقی رو پہنچانے کی صلاحیت پر منحصر ہوتی ہے جو از خود میکانیکی سمت کار پر منحصر ہو گا۔

سلسلہ وار جڑی موٹر پر میکانیکی بوجھ بڑھانے سے قوی اور میدان لچھوں میں برقی رو بڑھتا ہے۔ فراہم کردہ دباؤ V ، مزاحمت R_q اور R_m اٹل ہونے کی بنا، I_q بڑھانے کی خاطر E_q کو کم ہونا ہو گا $(I_q = \frac{V - E_q}{R_m + R_q})$ جو موٹر کی رفتار گٹھنے سے ہو گا۔ بڑھتے I_q کی بنا میدان مقناطیسی بہاؤ ϕ_m بھی بڑھتا ہے لہذا بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رفتار کافی زیادہ کم ہونی ہو گی (مساوات 8.4)۔ ایسی موٹریں ان مقامات پر بہتر ثابت ہوتی ہیں جہاں زیادہ قوت مروڑ درکار ہو۔ بڑھتی قوت مروڑ کے ساتھ ان کی رفتار کم ہونے کی وجہ سے درکار برقی طاقت، قوت مروڑ کے ساتھ زیادہ تبدیل نہیں ہوتی۔

یہاں اس بات کا ذکر ضروری ہے کہ بے بوجھ سلسلہ وار جڑی موٹر کی رفتار خطرناک حد تک بڑھ سکتی ہے۔ سلسلہ وار موٹر کو استعمال کرتے وقت اس بات کا خاص خیال رکھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر لمحہ بوجھ بردار رہے۔

ساکن موٹر چالو کرتے وقت I_q زیادہ ہو گا لہذا زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو گا۔ یوں چالو کرتے وقت موٹر کی قوت مروڑ خاصی زیادہ ہو گی۔ یہ ایک اچھی خوبی ہے جس کی بنا بوجھ بردار ساکن موٹر کو چالو کرنا آسان ہوتا ہے۔

مرکب موٹروں میں ان دو اقسام کی موٹروں کے خواص پائے جاتے ہیں۔ جہاں بوجھ بردار موٹر چالو کرنا ضروری ہو لیکن رفتار میں سلسلہ وار موٹر جتنی تبدیلی منظور نہ ہو وہاں مرکب موٹریں کارآمد ثابت ہوتی ہیں۔

مثال 8.2: ایک 75 کلو واٹ، 415 وولٹ اور 1200 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلنے والی متوازی جڑی یک سمت موٹر کے قوی لچھے کی مزاحمت 0.072 اوہم اور میدان لچھے کی مزاحمت 83.2 اوہم ہے۔ بوجھ بردار موٹر 1123 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلتے ہوئے 112 ایمپیئر لے رہی ہے۔

• میدان برقی رو اور قوی لچھے کا برقی رو حاصل کریں۔

• موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ حاصل کریں۔



شکل 8.18: یک سمت موٹر کی مثال۔

- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے لیکن قوی لچھے کا برقی رو تبدیل نہ ہو تب موٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟ قالب کی سیرایت کو نظر انداز کریں۔

حل:

- شکل 8.18 سے رجوع کریں۔ 415 وولٹ پر میدانی لچھے کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{83.2} = 4.988 \text{ A}$$

- یوں قوی لچھے کا برقی رو $I_q = I_b - I_m = 112 - 4.988 = 107.012 \text{ A}$ ہو گا۔

- یک سمت موٹر کا اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے تب I_m درج ذیل ہو گا۔

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{100.2} = 4.1417 \text{ A}$$

- اگر قوی لچھے کا برقی رو 107.012 ایمپیر ہی رکھا جائے تب اندرونی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

- مساوات 8.4 کی مدد سے چونکہ اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوا لیکن مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوا ہے لہذا موٹر کی رفتار تبدیل ہوگی۔ ان دو مقناطیسی بہاؤ اور رفتاروں پر مساوات 8.9 کی طرح درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\frac{E_{q1}}{E_{q2}} = \frac{\frac{n}{2}\omega_1 N\phi_{m1}}{\frac{n}{2}\omega_2 N\phi_{m2}}$$

اب چونکہ $E_{q1} = E_{q2}$ ہے لہذا $\omega_1\phi_{m1} = \omega_2\phi_{m2}$ ہو گا۔ قلبی سیرایت نظر انداز کرتے ہوئے مقناطیسی بہاؤ، میدانی دباؤ پر منحصر ہو گا جو از خود میدانی برقی رو پر منحصر ہو گا لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{rpm_1}{rpm_2} = \frac{\phi_{m2}}{\phi_{m1}} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}$$

یوں نئی رفتار

$$rpm_2 = \frac{I_{m1}}{I_{m2}} \times rpm_1 = \frac{4.988}{4.1417} \times 1123 = 1352.47$$

چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔ اس مثال میں ہم دیکھتے ہیں کہ میدانی برقی رو کم کرنے سے موٹر کی رفتار بڑھتی ہے۔

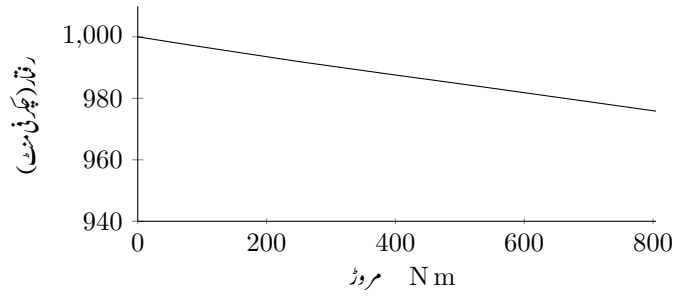
□

مثال 8.3: ایک 60 کلو واٹ، 415 وولٹ، 1000 چکر فی منٹ متوازی جڑی یک سمت موٹر کی قوی لچھے کی مزاحمت 0.05 اوہم اور میدانی لچھے کی 60 اوہم ہے۔ بے بوجھ موٹر کی رفتار 1000 چکر فی منٹ ہے۔ میدانی لچھا 1000 چکر کا ہے۔

- جب یہ موٹر 70 ایمپیر لے رہی ہو اس وقت اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 140 ایمپیر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 210 ایمپیر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- اس موٹر کی رفتار بالمقابل قوت مروڑ ترسیم کریں۔



شکل 8.19: متوازی جڑی موٹر کی مثال۔



شکل 8.20: رفتار بالمتقابل قوت مروڑ۔

حل:

- شکل 8.19 میں موٹر دکھائی گئی ہے۔ متوازی میدانی لچھے کے برقی رو پر بوجھ کا کوئی اثر نہیں ہو گا۔ لہذا میدانی مقناطیسی بہاؤ بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر میں ایک جیسا ہو گا۔ بے باریک سمت موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو I_q قابل نظر انداز ہوتا ہے۔ اس طرح مساوات 8.17 اور مساوات 8.11 سے درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 0 \times R_q = 415 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V}{R_m} = \frac{415}{60} = 6.916 \text{ A}$$

یوں 415 ولٹ محرک برقی دباؤ پر 1000 چکر فی منٹ یا 16.66 چکر فی سیکنڈ رفتار حاصل ہو گا۔ 70 ایمپیر برقی بوجھ پر بھی $I_m = 6.916 \text{ A}$ ہو گا جبکہ I_q درج ذیل ہو گا۔

$$I_q = I_b - I_m = 70 - 6.916 = 63.086 \text{ A}$$

مساوات 8.17 سے

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 63.086 \times 0.05 = 411.8458 \text{ V}$$

اور مساوات 8.11 سے رفتار (چکر فی منٹ) حاصل کرتے ہیں۔

$$rpm = \frac{e_q}{e_{q0}} rpm_0 = \frac{411.8458}{415} \times 1000 = 991.95$$

- آئیں ان تمام کو $I_b = 140 \text{ A}$ کے لئے حاصل کریں۔

$$I_q = I_b - I_m = 140 - 6.916 = 133.084 \text{ A}$$

$$E_q = 415 - 133.084 \times 0.05 = 408.3458 \text{ V}$$

$$rpm = \frac{408.3458}{415} \times 1000 = 983.96$$

- یہاں $I_b = 210 \text{ A}$ ہے لہذا درج ذیل ہوں گے۔

$$I_q = I_b - I_m = 210 - 6.916 = 203.084 \text{ A}$$

$$E_q = 415 - 203.084 \times 0.05 = 404.8458 \text{ V}$$

$$rpm = \frac{404.8458}{415} \times 1000 = 975.83$$

- موٹر میں ضیاع طاقت کو نظر انداز کرتے ہوئے میکانی طاقت فراہم کردہ برقی طاقت کے برابر ہوگی:

$$(8.18) \quad e_q I_q = T \omega$$

یوں پچھلے جزو سے حاصل جوابات کی مدد سے بے بوجھ موٹر کی قوت مروڑ صفر ہوگی یعنی $T_0 = 0 \text{ N m}$ جبکہ 70 ایمپیر پر قوت مروڑ کی قیمت درج ذیل ہوگی۔

$$T_{70} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{411.8458 \times 63.086}{2 \times \pi \times 16.5325} = 250 \text{ N m}$$

یہاں 991.95 چکر فی منٹ کی رفتار کو 16.5325 ہرٹز لکھا گیا ہے۔ اسی طرح درج ذیل ہوں گے۔

$$T_{140} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{408.3458 \times 133.084}{2 \times \pi \times 16.399} = 527 \text{ N m}$$

$$T_{210} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{404.8458 \times 203.084}{2 \times \pi \times 16.26} = 805 \text{ N m}$$

یہ نتائج شکل 8.20 میں ترسیم کئے گئے ہیں۔



- earth, 95
- eddy current loss, 62
- eddy currents, 61, 130
- electric field
 - intensity, 10
- electrical rating, 59
- electromagnet, 135
- electromotive force, 61, 142
- electronics
 - power, 211
- emf, 142
- enamel, 62
- energy, 44
 - co, 115
- Euler, 20
- excitation current, 52, 60, 61
- excitation voltage, 61
- excite, 61
- excited coil, 61

- Faraday's law, 38, 129
- field coil, 135, 256
- flux, 30
- Fourier series, 63, 146
- frequency, 134
- fundamental, 147
- fundamental component, 63

- generator
 - ac, 165
- ground current, 95
- ground wire, 95

- ampere-turn, 33
- armature coil, 135, 256

- capacitor, 198
- carbon bush, 181
- cartesian system, 4
- charge, 10, 141
- circuit breaker, 183
- coercivity, 46
- coil
 - high voltage, 56
 - low voltage, 56
 - primary, 55
 - secondary, 55
- commutator, 170, 245
- conductivity, 25
- conservative field, 111
- core, 55, 130
- core loss, 62
- core loss component, 64
- Coulomb's law, 10
- cross product, 13
- cross section, 9
- current
 - transformation, 66
- cylindrical coordinates, 5

- delta connected, 94
- differentiation, 18
- dot product, 15

- E,I, 62

non-salient poles, 181

Ohm's law, 26

open circuit test, 87

orthonormal, 3

parallel connected, 258

permeability, 26

relative, 26

phase current, 95

phase difference, 22

phase voltage, 95

phasor, 21

pole

non-salient, 144

salient, 144

power, 44

power factor, 22

lagging, 22

leading, 22

power factor angle, 22

power-angle law, 192

primary

side, 55

rating, 97, 98

rectifier, 170

relative permeability, 26

relay, 103

reluctance, 25

resistance, 25

rms, 19, 50, 169

rotor, 37

rotor coil, 106

rpm, 161

saturation, 47

scalar, 1

self excited, 256

self flux linkage, 43

self inductance, 43

separately excited, 256

harmonic, 147

harmonic components, 63

Henry, 40

hunting, 182

hysteresis loop, 47

impedance transformation, 71

induced voltage, 38, 50, 61

inductance, 39

leakage, 187

induction

motor, 211

Joule, 44

lagging, 22

laminations, 31, 62, 130

leading, 22

leakage inductance, 79

leakage reactance, 79

line current, 95

line voltage, 95

linear circuit, 230

load, 99

Lorentz law, 141

Lorenz equation, 104

magnetic constant, 26

magnetic core, 31

magnetic field

intensity, 11, 33

magnetic flux

density, 33

leakage, 79

residual, 46

magnetizing current, 64

mmf, 30

model, 81, 211

mutual flux linkage, 43

mutual inductance, 43

name plate, 98

transformer
 air core, 59
 communication, 59
 ideal, 65
 oil, 77
 transient state, 179
 turbine, 181

 unit vector, 2

 VA, 76
 vector, 2
 volt, 141
 volt-ampere, 76
 voltage, 141
 DC, 170
 transformation, 65

 Watt, 44
 Weber, 33
 winding
 distributed, 144
 winding factor, 152

side
 secondary, 55
 single phase, 23, 59
 slip, 213
 slip rings, 181, 233
 squirrel cage, 236
 star connected, 94
 stator, 37
 stator coil, 106, 131
 steady state, 179
 step down transformer, 58
 step up transformer, 58
 surface density, 11
 synchronous, 134
 synchronous inductance, 188
 synchronous speed, 160, 161, 180

 Tesla, 33
 theorem
 maximum power transfer, 233
 Thevenin theorem, 230
 three phase, 59, 93
 time period, 101, 146
 torque, 170, 213
 pull out, 182

بھنور نما برقی رو، 130
بے بوجھ، 60

پتری، 130، 31
پتریاں، 62
پیش زاویہ، 22

تائیری، 80
تائیری زاویہ، 22
تار کا برقی دباؤ، 95
تار کا برقی رو، 95
تانا، 28
تبادلہ

رکاوٹ، 71
تنجی، 98

تعدد، 134
تعقب، 182
تفرق، 18

جزوی، 18
تکونی جوڑ، 94
توانائی، 44

ہمہ، 115
تین دوری، 93، 59

ٹرانسفارمر

برقی دباؤ والا، 59
بوجھ بردار، 68
تیل، 77

خلائی قالب، 59
دباؤ بڑھاتا، 58
دباؤ گھٹاتا، 58

ذرائع ابلاغ، 59
رو والا، 59
کامل، 65

ٹسلا، 33
ٹھنڈی تار، 95

ثانوی جانب، 55

چاول، 44
جزو

پھیلاؤ، 152

ابتدائی

جانب، 55
لچھا، 55

ارتباط بہاؤ، 39
اضافی

زاویائی رفتار، 216
اکائی سمتیہ، 2
امالہ، 39

رستا، 187
امالی

برقی دباؤ، 50
امالی برقی دباؤ، 61، 38
ایک، تین پتریاں، 62
ایک پیسہ چکر، 33

بار، 141
برقرار چالو، 179، 101

برقی گھیر، 198
برقیات

قوی، 211
برقی بار، 141، 10

برقی دباؤ، 141، 28
تبادلہ، 65، 56

محرک، 142
پہچانی، 189

یک سمت، 170
برقی رو، 28

بھنور نما، 130
تبادلہ، 66

پہچان انگیز، 52
برقی سکت، 59

برقی میدان، 10
شدت، 28، 10

بش، 181
بناوٹ، 87

بنیادی جزو، 147، 63
بوجھ، 99

بھتی، 117
بھنور نما

برقی رو، 61
ضیاع، 62

- جزو طاقت، 22
پیش، 22
تائیری، 22
جزیر
بدلتارو، 165
جوڑ
تکونی، 94
ستارہ نما، 94
- چرخاب، 181
چکر فی منٹ، 130
چوٹی، 215
- حال
عارضی، 179
یکساں، 179
- خطی
برقی دور، 230
خودارتباط بہاد، 43
خودامالہ، 43
- داخلی پیمان
سلسلہ وار، 259
متوازی، 258
مرکب، 259
دور پڑا مرکب، 259
دور شکن، 183
دوری سمتیہ، 190، 21
دوری عرصہ، 146، 101
- رستا
امالہ، 79
متعاملہ، 79
رستائیت، 221
رقبہ
- اضافی زاویائی، 216
روغن، 62
روک، 232
ریاضی نمونہ، 211، 81
ریلے، 103
زاویائی فرق، 22
- زاویہ جزو طاقت، 22
زمین، 95
زمینی برقی رو، 95
زمینی تار، 95
- ساکن حصہ، 37
ساکن لچھا، 106، 131
ستارہ نما جوڑ، 94
- سردور، 39
- سرکاو، 213
سرک چھلے، 181، 233
سطحی مکمل، 185
سطحی کشاف، 11
سکت، 97، 98
سلسلہ وار، 150
سمت کار، 245
برقیاتی، 170
میکانی، 170
سمتیہ، 2
عمودی اکائی، 3
سمتی رفتار، 104
سیرالینیت، 47
- ضرب
نقطہ، 15
ضرب صلیبی، 13
- طاقت، 44
طاقت بالمقابل زاویہ، 192
طول موج، 18
- عمودی تراش، 9
رقبہ، 9
- غیر سمتی، 1
غیر معاصر، 182
- فوریز، 255
فوریز تسلسل، 146، 63
فیراڈے

- قانون، 38، 129
- قالب، 130
- قالبی ضیاع، 62
- جزو، 63
- قانون
- اوہم، 26
- کولمب، 10
- لورینز، 141
- قدامت پسند میدان، 111
- قریب پڑا مرکب، 259
- قطب
- ابھرے، 144، 181
- ہموار، 144، 181
- قوت مروڑ، 170، 213
- انتہائی، 182
- قوی برقیات، 245
- قوی لچھے، 256
- کاربن بش، 181
- کارگزاری، 204
- کشافت
- برقی رو، 28
- کشافت مقناطیسی بہاؤ
- بقایا، 46
- گرم ہمار، 95
- گھومتا حصہ، 37
- گھومتا لچھا، 106
- لچھا
- ابتدائی، 55
- بھیلے، 144
- پچھوار، 41
- ٹانوی، 55
- رخ، 137
- زیادہ برقی دباؤ، 56
- ساکن، 106
- قوی، 135
- کم برقی دباؤ، 56
- گھومتا، 106
- میدانی، 135
- محدود
- کار تپسی، 4
- تکلی، 5
- محرک برقی دباؤ، 61
- محوری
- لبائی، 166
- مطلوب عدد، 196
- مرکب جزئی، 259
- مزاحمت، 25
- مزاحمت پیا، 241
- مساوات لورینز، 104
- مسئلہ
- تھون، 230
- زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی، 233
- مشترکہ ارتباطی، 43
- مشترکہ امالہ، 43
- معاصر، 134
- مشین، 180
- معاصر امالہ، 188
- معاصر رفتار، 160، 161، 180
- معائنہ
- کھلا دور، 87
- مقناطیس
- برقی، 135
- چال کا دائرہ، 47
- خاتم شدت، 46
- مقناطیسی برقی رو، 64
- مقناطیسی بہاؤ، 30
- رستا، 79
- کشافت، 33
- مقناطیسی چال، 52
- مقناطیسی دباؤ، 30
- رخ، 146
- مقناطیسی قالب، 31، 55
- مقناطیسی مستقل، 26، 171
- جزو، 26، 31
- مقناطیسی میدان
- شدت، 11، 33

موٹر

امالی، 211

پنجرہ نما، 236

موٹر، 19، 50

موٹر قیت، 169

موسیقائی اجزاء، 63

موسیقائی جزو، 147

موصلیت، 25

میدانی کچھ، 256

واٹ، 44

دولت، 141

دولت - ایپیئر، 76

دیر، 33

دیر - پھر، 39

چکچاہٹ، 25، 30

ہیجان، 61

بیرونی، 256

خود، 256

لچھا، 61

ہیجان انگیز

برقی دباؤ، 61

برقی رو، 61

ہیجان انگیز برقی رو، 60

ہیجانی برقی دباؤ، 189

یک دوری، 23، 59

یک دوری برقی دباؤ، 95

یک دوری برقی رو، 95

یک سمت رو

مشین، 245

یولر مساوات، 20