# برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامسیٹ، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

تاریخ درستگی: 12 مئی 2020

# عنوان

# دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کر سکتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔تکنیکی اصطلاحات کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظامِ اکائی استعمال کی گئی ہے۔اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

یہ کتاب Ubuntu استعمال کرتے ہوئے XeLatex میں تشکیل دی گئی۔ یہ کتاب خطِ جمیل نوری نستعلیق میں لکھی گئی ہے۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئر نگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔اردو زبان میں الیکٹریکل انجنیئر نگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری برقیاتی پتہ

khalidyousafzai@comsats.edu.pk

پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

میں یہاں عائشہ فاروق اور ان کے والد فاروق اعظم کا شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے اس کتاب کو بار بار پڑھا اور مجھے مجبور کرتے رہے کہ میں اپنی اردو بہتر کروں۔میں ڈاکٹر نعمان جعفری کا نہایت مشکور ہوں جنہوں نے کتاب کی تکنیکی اصطلاح کرنے میں مدد کی۔ حرا خان اور ان کی والدہ عزرا برلاس نے مل کے کتاب کو درست کرنے میں مدد کی۔یہاں میں اپنے شاگرد فیصل خان کا بھی شکریہ ادا کرنا چاہوں گا جنہوں نے تکنیکی اصطلاحات چننے میں میری مدد کی۔

میں یہاں کامسیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

باب 1

# بنیادی حقائق

اس کتاب میں مستعمل حقائق کو اس باب میں اکٹھے کرنے کی کوشش کی گئی ہے۔ توقع کی جاتی ہے کہ یوں کتاب پڑھتے وقت اصل مضمون پر توجہ رکھنا زیادہ آسان ہو گا۔

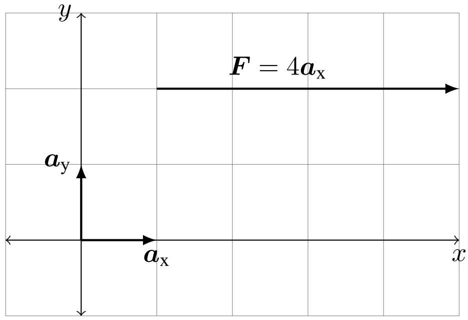
## 1.1 بنیادی اکائیاں

اس کتاب میں **بین الاقوامی نظامِ اکائی**[1] استعمال کیا گیا ہے جس میں کمیت[2] کی اکائی **کلوگرام**، لمبائی کی اکائی **میٹر** اور وقت کی اکائی **سیکنڈ** ہے۔

## 1.2 غیر سمتی

وہ متغیر جس کی مقدار (مطلق قیمت) اس کو مکمل طور پر بیان کرتی ہو **غیر سمتی**[3] متغیر کہلاتا ہے۔ اس کتاب میں غیر سمتی متغیر کو سادہ طرز کی لکھائی میں انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے حروف یعنی $a, b, \alpha, \cdots$ یا بڑے حروف یعنی $A, B, \Psi, \cdots$ سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً برقی رو کو $i$ یا $I$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

[1] International System Of Units, SI
[2] mass
[3] scalar

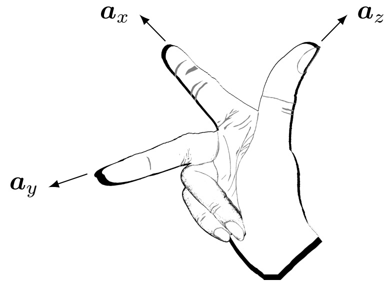



شکل 1.1: کارتیسی محدد

## 1.3 سمتیہ

وہ متغیر جس کو مکمل طور پر بیان کرنے کے لئے اس کی مقدار (طول یا مطلق قیمت) اور سمت جاننا ضروری ہو، سمتیہ[4] کہلاتا ہے۔ سمتیہ کو انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے یا بڑے حروف، جن کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو، سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً قوت کو $\boldsymbol{F}$ سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں شکل 1.1 سے رجوع کرنا بہتر ہو گا۔ وہ سمتیہ جس کا طول ایک کے برابر ہو، **اکائی سمتیہ**[5] کہلائے گا۔ اس کتاب میں اکائی سمتیہ کو انگریزی زبان کے پہلے حرف کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا جائے گا، مثلاً اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\text{x}}, \boldsymbol{a}_{\text{y}}, \boldsymbol{a}_{\text{z}}$ خلاء کی تین عمودی سمتیات کو ظاہر کرتے ہیں۔ $\boldsymbol{a}_{\text{x}}$ لکھتے ہوئے، زیر نوشت میں $x$، اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ خلاء کی $x$ سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر کسی سمتیہ کا طول اور اس کی سمت کو علیحدہ علیحدہ لکھنا ہو تو اس کے طول کو ظاہر کرنے کے لئے سادہ طرز کی لکھائی میں وہی حرف استعمال کیا جائے گا جو اس سمتیہ کو ظاہر کرنے کے لئے، موٹے طرز کی لکھائی میں، استعمال کیا گیا ہو۔ یعنی سمتیہ $\boldsymbol{F}$ کے طول کو $F$ سے ظاہر کیا جائے گا۔ شکل میں سمتیہ $\boldsymbol{F}$ کا طول $F$، چار کے برابر ہے۔ اگر کسی سمتیہ کی سمت میں ایک اکائی سمتیہ بنایا جائے تو یہ اکائی سمتیہ اس سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسے پہلے ذکر ہوا ہے ایسے اکائی سمتیہ کو انگریزی کے پہلے حرف، جس کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو سے ظاہر کیا جائے گا یعنی سمتیہ $\boldsymbol{F}$ کی سمت کو $\boldsymbol{a}_F$ سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں، زیر نوشت میں $F$ ، اس بات کی یاد دہانی کراتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ $\boldsymbol{F}$ کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 1.1 میں قوت $\boldsymbol{F}$ کا رخ دائیں ہے لہٰذا $\boldsymbol{a}_F$ اور $\boldsymbol{a}_{\text{x}}$ برابر ہوں گے۔

[4] vector
[5] unit vector




شکل 1.2: دائیں ہاتھ کا نظام۔

## 1.4 محدد

ایسا طریقہ جس کے ذریعہ کسی نقطہ کا مقام متعین کیا جا سکے محدد کہلاتا ہے۔

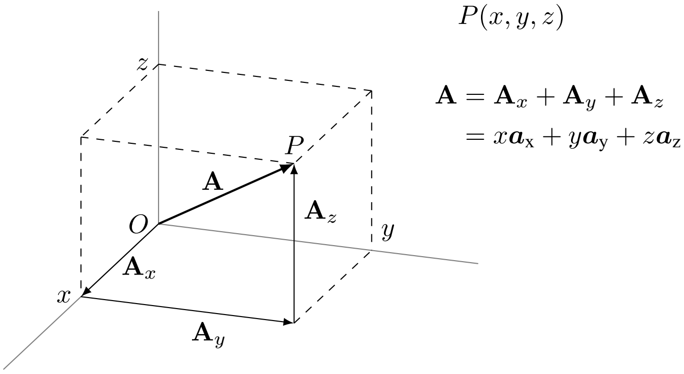
خلاء تین بعدی (تین طرفہ) [6] ہے لہٰذا کسی ایک نقطہ کے مقام کو تین محدد کی مدد سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔اسی طرح خلاء میں سمتیہ کو تین عمودی اکائی سمتیوں کی مدد سے لکھا جا سکتا ہے۔اب ہم ایسے چند محدد کے نظام دیکھتے ہیں۔

### 1.4.1 کارتیسی محددی نظام

شکل 1.1 میں خلاء کی دو سمتوں کو اکائی سمتیات $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}$ اور $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ سے ظاہر کیا گیا ہے جو آپس میں عمودی ہیں، یعنی، ان کے بیچ $90°$ زاویہ ہے۔خلاء تین بعدی ہے لہٰذا اسے تین آپس میں **عمودی اکائی سمتیات**[7] سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان سمتوں کے رخ، طول (لمبائیوں) کو $x, y, z$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ ان سے بخوبی واقف ہیں۔

دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ $90°$ زاویہ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}$ اور بڑی انگلی $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ کے رخ ہوں تب انگوٹھا $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ کے رخ ہو گا (شکل 1.2)۔ اسی لئے تین اکائی سمتیات کا یہ نظام **دائیں ہاتھ کا نظام**[8] کہلاتا ہے۔

[6] three dimensional
[7] orthonormal vectors
[8] right handed coordinate system




شکل 1.3: کارتیسی محدد نظام میں ایک سمتیہ۔

مبدا سے نقطہ $P(x,y,z)$ تک سمتیہ $\boldsymbol{A}$ کو شکل 1.3 میں دکھایا گیا ہے جس کو **کارتیسی محدد**[9] میں تین سمتیات کی مدد سے

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_x + \boldsymbol{A}_y + \boldsymbol{A}_z \tag{1.1}$$

یا

$$\boldsymbol{A} = x\boldsymbol{a}_\mathrm{x} + y\boldsymbol{a}_\mathrm{y} + z\boldsymbol{a}_\mathrm{z} \tag{1.2}$$

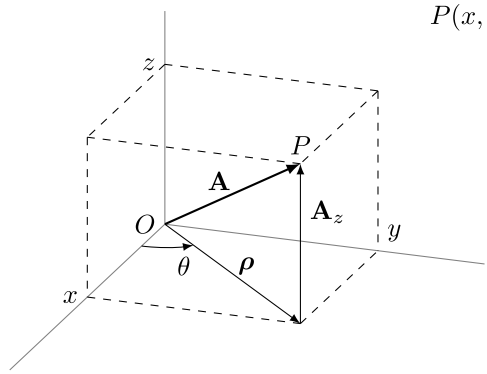
لکھا جا سکتا ہے۔

کارتیسی محددی نظام میں متغیر $z$ صفر رکھتے ہوئے $x, y$ تبدیل کرنے سے سطح $xy$ ملتی ہے۔ یوں شکل 1.3 میں $P(2,4,3)$ لے کر، سطح $xy$ کو زمین تصور کرتے ہوئے، ڈبے کی بالائی سطح پر $z = 3$ جبکہ $x$ کی قیمت صفر تا تین اور $y$ کی قیمت صفر تا چار ہو گی۔ اس طرح اس ڈبے کی بالائی سطح درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$\text{ڈبے کی بالائی سطح} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ z = 3 \end{cases} \tag{1.3}$$

متغیر $z$ کو صفر اور تین کے درمیان ہر ممکن قیمت پر رکھ کر $x$ کو صفر اور دو جبکہ $y$ کو صفر اور چار کے درمیان تبدیل کرنے سے شکل 1.3 میں دکھائے گئے ڈبے کا حجم حاصل ہو گا، لہٰذا اس ڈبے کا حجم درج ذیل لکھا

[9] cartesian coordinates




$$P(x,y,z) = P(\rho,\theta,z)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \boldsymbol{\rho} + \mathbf{A}_z \\ &= \rho\boldsymbol{a}_\rho + z\boldsymbol{a}_\mathrm{z}\end{aligned}$$

شکل 1.4: نلکی محددی نظام

جائے گا۔

$$\text{ڈبے کا حجم} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ 0 < z < 3 \end{cases} \tag{1.4}$$

### 1.4.2 نلکی محددی نظام

مبدا سے نقطہ $P(x,y,z)$ تک سمتیہ $\boldsymbol{A}$ کو شکل 1.4 میں دکھایا گیا ہے جس کو دو سمتیات کی مدد سے

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{A}_z \tag{1.5}$$

یا

$$\boldsymbol{A} = \rho\boldsymbol{a}_\rho + z\boldsymbol{a}_\mathrm{z} \tag{1.6}$$

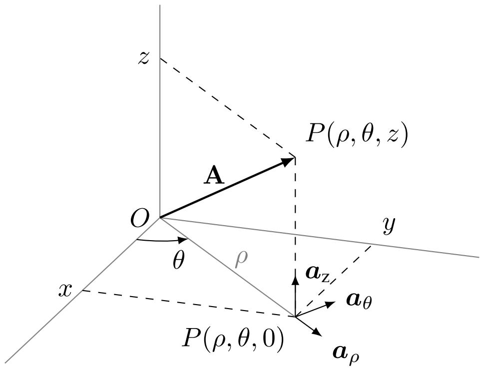
لکھا جا سکتا ہے۔ سمتیہ $\boldsymbol{a}_\rho$ سطح $xy$ میں پایا جاتا ہے۔ شکل 1.4 کو دیکھتے ہوئے

$$x = \rho\cos\theta, \qquad y = \rho\sin\theta$$

لکھ کر نقطہ $P(x,y,z)$ کو متغیرات $x,y,z$ کے بجائے متغیرات $\rho,\theta,z$ کی مدد سے $P(\rho,\theta,z)$ لکھا جا سکتا ہے۔ یوں خلاء میں کسی بھی نقطہ کو اس کے تین متغیرات $\rho,\theta,z$ سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

وہ نظام جس میں متغیرات $\rho,\theta,z$ کسی نقطہ کو متعین کرتے ہوں **نلکی محدد**[10] کہلاتا ہے۔یہاں شکل 1.5 سے

[10] cylindrical coordinates



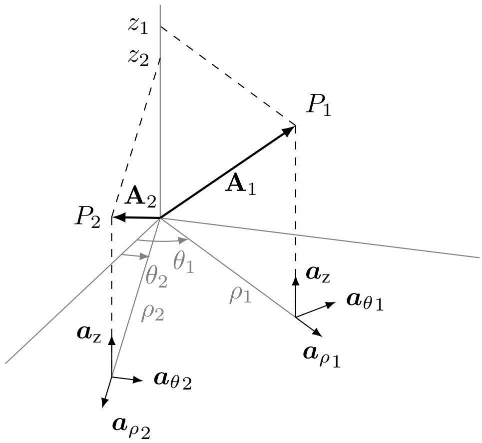

شکل 1.5: نلکی نما محدد کی تعریف

رجوع کریں۔ نلکی محددی نظام کے تین آپس میں عمودی اکائی سمتیات $\boldsymbol{a}_\rho, \boldsymbol{a}_\theta, \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ ہیں۔ یہ نظام بھی دائیں ہاتھ کا نظام ہے لہٰذا دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ $90^\circ$ پر رکھتے ہوئے اگر شہادت کی انگلی $\boldsymbol{a}_\rho$ اور بڑی انگلی $\boldsymbol{a}_\theta$ کے رخ ہوں تب انگوٹھا $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ کے رخ ہو گا۔

سطح $xy$ میں مبدا پر، محدد $x$ کے ساتھ $\theta$ زاویہ پر اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_\rho$ ہو گا۔ سطح $xy$ میں مبدا پر اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_\rho$ کے عمودی، بڑھتے $\theta$ رخ، اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_\theta$ ہو گا۔ کارتیسی محددی نظام کا اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ ہی نلکی محدد کا اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ ہے۔

واضح رہے کہ نلکی محدد کے نظام میں $\boldsymbol{a}_\rho$ اور $\boldsymbol{a}_\theta$ کی سمتیں ہر نقطہ پر مختلف ہیں جیسا کہ شکل 1.6 میں دکھایا گیا ہے۔

مستوی $xy$ میں (یعنی $z = 0$ لیتے ہوئے) مبدا پر مستقل رداس $\rho = \rho_0$ کے سمتیہ کو صفر زاویہ پر رکھ کر زاویہ بتدریج $2\pi$ تک بڑھانے سے سمتیہ کی چونچ مستوی $xy$ میں ایک دائرہ پر چلتی ہے (شکل 1.7)۔ اب اس سمتیہ کے متغیر $z$ کو تبدیل کرنے سے، مثلاً ہر $\theta$ پر $z$ کو صفر تا تین کرنے سے، یہ سمتیہ ایک نلکی بنائے گی۔ اسی وجہ سے اس نظام کو نلکی محدد کہتے ہیں۔ سمتیہ کے تینوں متغیرہ تبدیل کرنے سے نلکی کا حجم ملے گا۔ اگلی تین




شکل 1.6: نلکی محدد میں اکائی سمتیات $\boldsymbol{a}_\rho$ اور $\boldsymbol{a}_\theta$ ہر نقطہ پر مختلف ہیں۔

مساوات ان حقائق کو پیش کرتی ہیں۔

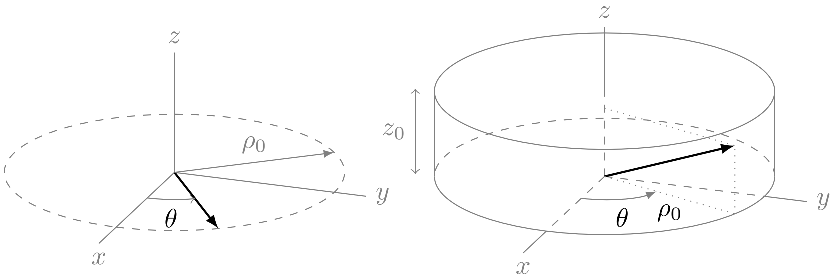
$$\text{دائرہ} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ z = 0 \end{cases} \tag{1.7}$$

$$\text{نلکی نما سطح} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases} \tag{1.8}$$

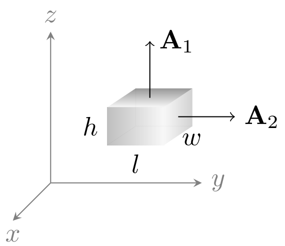
$$\text{نلکی کا حجم} = \begin{cases} 0 < \rho < \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases} \tag{1.9}$$

## 1.5 سمتیہ رقبہ

سطح پر کھڑا اکائی سمتیہ سطح کا رخ دیتا ہے (شکل 1.8)۔ چونکہ کسی بھی سطح کے دو اطراف ہوتے ہیں لہٰذا اس کے دو مخالف رخ بیان کیے جا سکتے ہیں۔ عموماً مسئلہ کو مدِ نظر رکھتے ہوئے ان میں سے ایک رخ کو سطح کا رخ تصور کیا جاتا




شکل 1.7: نلکی محدد میں دائرہ اور نلکی




$$\mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = wl\mathbf{a}_z$$
$$\mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A2} = wh\mathbf{a}_y$$

شکل 1.8: سمتیہ رقبہ کا تعارف

ہے۔ البتہ بند سطح، مثلاً گیند، کے بیرونی رخ کو ہی سطح کا رخ تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 1.8 میں بالائی سطح $\boldsymbol{A_1}$ کا رقبہ $A_1$ ہے اور اس کا رخ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ ہے لہٰذا $\boldsymbol{A_1}$ سمتیہ کا طول $A_1$ اور رخ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ ہو گا:

$$\begin{aligned} A_1 &= wl \\ \boldsymbol{a_{A1}} &= \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \end{aligned}$$

یوں بالائی سطح کا سمتی رقبہ درج ذیل ہو گا۔

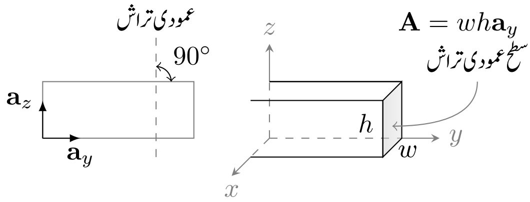
$$\boldsymbol{A_1} = A_1 \boldsymbol{a_{A1}} = wl\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \tag{1.10}$$

اسی طرح دائیں سطح $\boldsymbol{A_2}$ سمتیہ کا طول $A_2$ اور اس کا رخ $\boldsymbol{a_{A2}}$ ہے

$$\begin{aligned} A_2 &= wh \\ \boldsymbol{a_{A2}} &= \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \end{aligned}$$

لہٰذا درج ذیل ہو گا۔

$$\boldsymbol{A_2} = A_2 \boldsymbol{a_{A1}} = wh\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \tag{1.11}$$




شکل 1.9: رقبہ عمودی تراش

نچلی سطح کا رقبہ $A_3 = wl$ اور اس کا رخ $\boldsymbol{a}_{\text{z}}$ کے مخالف ہے لہٰذا درج ذیل ہو گا۔

$$\boldsymbol{A_3} = A_3\boldsymbol{a_{A3}} = wl(-\boldsymbol{a}_{\text{z}}) = -wl\boldsymbol{a}_{\text{z}} \tag{1.12}$$

دھیان رہے کہ رقبہ کی مقدار ہر صورت مثبت ہو گی البتہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔ یہ بات کسی بھی سمتیہ کے لئے درست ہے لہٰذا کسی بھی سمتیہ کا طول ہر صورت مثبت ہی ہو گا جبکہ اس کا رخ مثبت یا منفی ہو سکتا ہے۔

## 1.6 رقبہ عمودی تراش

سلاخ کی لمبائی کے ساتھ زاویہ قائمہ پر کٹائی کو **عمودی تراش**[11] کہتے ہیں اور عمودی تراش کے رقبہ کو **رقبہ عمودی تراش**[12] کہتے ہیں۔ شکل 1.9 میں سلاخ کی لمبائی $\boldsymbol{a}_{\text{y}}$ رخ ہے اور رقبہ عمودی تراش $\boldsymbol{A}$ کی مقدار $A$ ہے

$$A = wh \tag{1.13}$$

لہٰذا رقبہ عمودی تراش کا رخ $\boldsymbol{a}_{\text{y}}$ ہو گا:

$$\boldsymbol{a_A} = \boldsymbol{a}_{\text{y}} \tag{1.14}$$

شکل 1.9 میں اکائی سمتیات $\boldsymbol{a}_{\text{y}}$ اور $\boldsymbol{a}_{\text{z}}$ دکھائے گئے ہیں جن کے ابتدائی نقاط پر گول دائرہ میں بند ایک نقطہ دکھایا گیا ہے۔ گول دائرہ میں بند نقطہ صفحہ کے عمودی (کتاب سے باہر) رخ $\boldsymbol{a}_{\text{x}}$ ظاہر کرتا ہے جس کے مخالف رخ (صفحہ کے عمودی اندر) کو گول دائرہ میں بند صلیب کی نشان سے ظاہر کیا جائے گا۔

cross section[11]
cross sectional area[12]

## 1.7 برقی اور مقناطیسی میدان

### 1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت

**کولمب کے قانون**[13] کے تحت **برقی بار**[14] سے لدے جسموں کے درمیان **قوت کشش**[15] یا **قوت دفع**[16] ان اجسام پر بار[17] کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور باہمی فاصلہ کے مربع کے بالعکس متناسب ہوتی ہے۔ یوں بار $q_1$ اور $q_2$ جن کے درمیان فاصلہ $r$ ہو کے بیچ قوت $F$ درج ذیل ہو گا جہاں $\epsilon$ [18] برقی مستقل ہے۔

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \tag{1.15}$$

ایک برقی بار کے قریب دوسرا برقی بار لانے سے (پہلے اور) دوسرے برقی بار پر کشش یا دفع کی قوت عمل کرے گی جس کا تعین قانون کولمب سے ہوتا ہے۔ دوسرے برقی بار کو پہلے برقی بار سے آہستہ آہستہ دور کرنے سے قوت کشش یا دفع بتدریج کم ہوتی ہے جو ایک خاص فاصلے کے بعد تقریباً صفر ہو جاتی ہے اور دوسرا بار پہلے بار کے حلقہ اثر سے باہر ہو جاتا ہے۔ یہ حلقہ **برقی میدان** کہلاتا ہے۔ برقی میدان کسی ایک بار یا متعدد باروں کی وجہ سے ہو سکتا ہے۔

تعریف : کسی بار کے برقی میدان سے مراد بار کے اِرد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا برقی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

□

برقی میدان میں اکائی مثبت بار پر قوت اس مقام پر **برقی میدان کی شدت**[19] ($\boldsymbol{E}$ کی مطلق قیمت) دیگا جبکہ اکائی بار پر قوت کا رخ برقی میدان کا رخ دیگا۔ برقی میدان کی شدت کی اکائی **وولٹ فی میٹر**[20] ہے۔

---

Coulomb's law[13]
electric charge[14]
attractive force[15]
repulsive force[16]
charge[17]
electric constant, electric permittivity[18]
electric field intensity[19]
V/m[20]

قانون کولمب (مساوات 1.15) سے $Q$ بار کے برقی میدان کی شدت کی مطلق قی ت حاصل کرتے ہیں۔ بار $Q$ اور اکائی بار (ایک کولمب بار) کے بیچ قوتِ کشش یا قوتِ دفع

$$F = \frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \tag{1.16}$$

نیوٹن ہو گی۔یہی برقی میدان کی شدت کی مطلق قیمت ہو گی:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \tag{1.17}$$

دو باروں کے مابین قوتِ کشش یا قوتِ دفع کا رخ ان کے درمیان کھینچی گئی سیدھی لکیر پر ہو گا۔

### 1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت[21] بالترتیب بالکل برقی میدان اور برقی میدان کی شدت کی طرح ہیں۔

تعریف : کسی مقناطیس کے مقناطیسی میدان سے مراد مقناطیس کے اِرد گرد وہ حلقہ ہے جس میں اس کا مقناطیسی اثر محسوس کیا جاتا ہو۔

□

## 1.8 سطحی اور حجمی کثافت

### 1.8.1 سطحی کثافت

اکائی رقبہ کی سطح پر کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی سطحی کثافت[22] کہتے ہیں۔ یوں رقبہ $A$ پر کسی چیز کی کل مقدار $\phi$ ہونے کی صورت میں اس کی اوسط سطحی کثافت $B_{\text{اوسط}}$ درج ذیل ہو گی۔

$$B_{\text{اوسط}} = \frac{\phi}{A} \tag{1.18}$$

---

[21] magnetic field intensity
[22] surface density

اس مساوات سے

$$\phi = B_{\text{اوسط}} A \tag{1.19}$$

لکھا جا سکتا ہے جو کسی سطح پر ایک متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت معلوم ہونے کی صورت میں سطح پر متغیرہ کی کل مقدار دیتی ہے۔

غیر یکساں متغیرہ کی صورت میں سطحی کثافت جگہ جگہ مختلف ہو گی۔ ایسی صورت میں اتنے چھوٹے رقبے پر، جس میں متغیرہ کو یکساں تصور کیا جا سکتا ہو، سطحی کثافت

$$B = \frac{\Delta\phi}{\Delta A} \tag{1.20}$$

ہو گی جہاں $\Delta A$ چھوٹا رقبہ اور $\Delta\phi$ اس رقبے پر متغیرہ کی چھوٹی مقدار ہے۔ اس چھوٹے رقبہ کو نقطہ مانند کرنے سے نقطی کثافت

$$B = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}A} \tag{1.21}$$

حاصل ہو گی جس کو

$$\mathrm{d}\phi = B\,\mathrm{d}A \tag{1.22}$$

بھی لکھا جا سکتا ہے۔ یوں نقطی کثافت جانتے ہوئے ایک نقطہ کے چھوٹے رقبہ پر متغیرہ کی کل (چھوٹی) مقدار معلوم کی جا سکتی ہے۔

یوں ایک برقی تار جس کا رقبہ عمودی تراش $A$ اور جس میں برقی رو $I$ کی اوسط کثافتِ برقی رو درج ذیل ہو گی۔

$$\rho_{\text{اوسط}} = \frac{I}{A} \tag{1.23}$$

## 1.9 حجمی کثافت

اکائی حجم میں کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی حجمی کثافت کہتے ہیں۔یوں اگر کسی چیز کا حجم $H$ اور اس کی کمیت $m$ ہو تب اس کی اوسط (کمیتی) حجمی کثافت درج ذیل ہو گی۔

$$\rho_{\text{اوسط}} = \frac{m}{H} \tag{1.24}$$

غیر یکساں کمیت کی صورت میں حجم میں مختلف مقامات پر کمیت مختلف ہو گا۔ ایسی صورت میں اتنا چھوٹا حجم لیتے ہوئے جس میں کمیت کو یکساں تصور کیا جا سکتا ہو، حجمی کثافت درج ذیل ہو گی۔

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta H} \tag{1.25}$$

اس چھوٹے حجم کو نقطہ مانند بنانے سے درج ذیل نقطی حجمی کثافت لکھی جا سکتی ہے۔

$$\rho = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}H} \tag{1.26}$$

یوں

$$\mathrm{d}m = \rho\,\mathrm{d}H \tag{1.27}$$

ہو گا لہٰذا نقطی حجمی کثافت جانتے ہوئے ایک چھوٹے حجم کی (چھوٹی) کمیت حاصل کی جا سکتی ہے۔

## 1.10 صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ

دو غیر سمتی متغیرات کا حاصل ضرب غیر سمتی متغیر ہوتا ہے جبکہ دو سمتیات کا حاصل ضرب سمتی یا غیر سمتی ہو سکتا ہے۔ ان دو اقسام کے ضرب پر یہاں غور کیا جائے گا۔

### 1.10.1 صلیبی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا ضرب جو سمتی متغیر دیتا ہو **صلیبی ضرب**[23] کہلاتا اور درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} \tag{1.28}$$

صلیبی ضرب میں ضرب کے نشان کو صلیب کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا اس کو صلیبی ضرب کہتے ہیں۔

[23] cross product

حاصل ضرب سمتیہ $\boldsymbol{C}$ کی مقدار

$$
\begin{aligned}
C &= |\boldsymbol{C}| = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}| \sin\theta_{AB} \\
&= AB \sin\theta_{AB}
\end{aligned}
\tag{1.29}
$$

ہے جہاں $\theta_{AB}$ ان کے مابین زاویہ ہے۔اس حاصل سمتیہ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل کی جاتی ہے۔ یوں دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، شہادت کی انگلی اور بڑی انگلی کو ایک دوسرے کے ساتھ $90°$ زاویہ پر رکھتے ہوئے، شہادت کی انگلی کو سمتیہ A اور بڑی انگلی کو $\boldsymbol{B}$ کے رخ رکھنے سے انگوٹھا $\boldsymbol{C}$ کا رخ دیگا۔

مثال 1.1: درج ذیل ضرب صلیبی حاصل کریں۔

- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \quad \boldsymbol{a}_{\rho} \times \boldsymbol{a}_{\theta} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \times \boldsymbol{a}_{\rho}$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکائی ہیں۔اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے لہٰذا درج ذیل ہوں گے۔

- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} = (1)(1)\sin 90 \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} = (1)(1)\sin 90 \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} = (1)(1)\sin 90 \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} = (1)(1)\sin 90(-\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}) = -\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} = (1)(1)\sin 90(-\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}) = -\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$
- چونکہ دونوں سمتیات کے رخ ایک جیسے ہیں لہٰذا ان کے مابین زاویہ صفر ہو گا۔صفر زاویہ کا سائن بھی صفر ہوتا ہے، $\sin 0 = 0$۔ یوں ان دو سمتیات کا ضرب صلیبی صفر ہو گا۔
  $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} = (1)(1)\sin 0 = 0$
- $\boldsymbol{a}_{\rho} \times \boldsymbol{a}_{\theta} = (1)(1)\sin 90 \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \times \boldsymbol{a}_{\rho} = (1)(1)\sin 90 \boldsymbol{a}_{\theta} = \boldsymbol{a}_{\theta}$

□

مثال 1.2: شکل 1.10 میں چار نیوٹن کی قوت $\boldsymbol{F}$ محور سے تین میٹر کی سمتی فاصلہ $\boldsymbol{L}$ پر لاگو ہے جس کی تفصیل شکل میں دی گئی ہے۔اس قوت کی قوت مروڑ حاصل کریں۔ حل: قوت مروڑ $\boldsymbol{T}$ کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{L} \times \boldsymbol{F} \tag{1.30}$$

کارتیسی نظام میں یہ سمتی فاصلہ

$$\boldsymbol{L} = L \sin\theta \boldsymbol{a}_{\text{X}} - L\cos\theta \boldsymbol{a}_{\text{y}} \tag{1.31}$$

ہو گا لہٰذا

$$\begin{aligned}\boldsymbol{T} &= \left(L\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{X}} - L\cos\theta\boldsymbol{a}_{\text{y}}\right) \times F\boldsymbol{a}_{\text{y}}\\ &= L\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{X}} \times F\boldsymbol{a}_{\text{y}} - L\cos\theta\boldsymbol{a}_{\text{y}} \times F\boldsymbol{a}_{\text{y}}\\ &= LF\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{Z}}\end{aligned}$$

ہو گا جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\boldsymbol{a}_{\text{X}} \times \boldsymbol{a}_{\text{y}} = \boldsymbol{a}_{\text{Z}}$ اور $\boldsymbol{a}_{\text{y}} \times \boldsymbol{a}_{\text{y}} = 0$ لئے گئے ہیں۔یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\boldsymbol{T} = LF\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{Z}} = 12\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{Z}} \quad \text{N m}$$

اس مثال میں $\theta_{LF} = 180° - \theta$ ہے۔چونکہ کسی بھی زاویہ $\alpha$ کے لئے $\sin\alpha = \sin(180° - \alpha)$ ہوتا ہے لہٰذا اس قوت مروڑ کو درج ذیل بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}\boldsymbol{T} &= LF\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{Z}}\\ &= LF\sin\theta_{LF}\boldsymbol{a}_{\text{Z}}\end{aligned}$$

یہی جواب ضرب صلیبی کی تعریف یعنی مساوات 1.29 اور دائیں ہاتھ کے قانون کی مدد سے زیادہ آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔

□

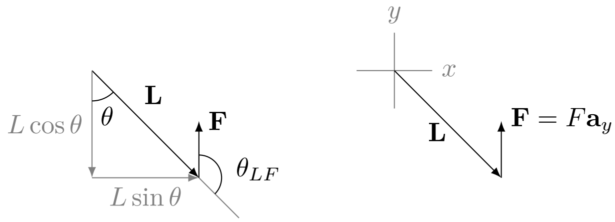
### 1.10.2 نقطی ضرب

دو سمتی متغیرات کا ایسا حاصل ضرب جو غیر سمتی متغیر ہو **نقطی ضرب**[24] کہلاتا ہے جو درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \tag{1.32}$$

---

[24] dot product




شکل 1.10: کارتیسی نظام میں قوت مروڑ کا حل

نقطی ضرب میں ضرب کے نشان کو نقطہ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کی بنا پر اس کا نام نقطی ضرب ہے۔

نقطی ضرب کی مقدار درج ذیل ہو گی

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C} &= \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \\ &= |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}| \cos\theta_{AB} \\ &= AB\cos\theta_{AB} \end{aligned} \tag{1.33}$$

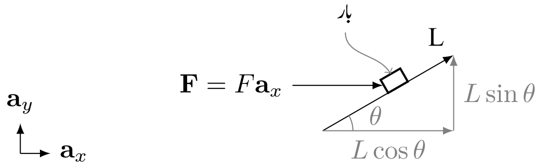
جہاں $\theta_{AB}$ ان سمتیات کے بیچ زاویہ ہے۔

مثال 1.3: مندرجہ ذیل نقطی ضرب حاصل کریں۔

- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}$
- $\boldsymbol{a}_{\rho} \cdot \boldsymbol{a}_{\theta} \quad \boldsymbol{a}_{\rho} \cdot \boldsymbol{a}_{\rho} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$

حل: اس مثال میں سب سمتیات اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک (1) کے برابر ہوتا ہے:

- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} = (1)(1)\cos 0 = 1$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} = (1)(1)\cos 0 = 1$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} = (1)(1)\cos 0 = 1$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} = (1)(1)\cos 90^\circ = 0$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} = (1)(1)\cos 90^\circ = 0$
- $\boldsymbol{a}_{\rho} \cdot \boldsymbol{a}_{\rho} = (1)(1)\cos 0 = 1$




شکل 1.11: کارتیسی نظام میں کام

- $\boldsymbol{a}_\rho \cdot \boldsymbol{a}_\theta = (1)(1)\cos 90^\circ = 0$

□

مثال 1.4: شکل 1.11 میں قوت $\boldsymbol{F}$ ایک بوجھ کو دھکیل رہی ہے۔ سمتی فاصلہ $\boldsymbol{L}$ طے کرنے پر قوت کتنا کام کر چکی ہو گی۔

حل: کام $W$ کی تعریف درج ذیل ہے۔

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{L} \tag{1.34}$$

کارتیسی نظام میں سمتی فاصلہ

$$\boldsymbol{L} = L\cos\theta \boldsymbol{a}_{\text{x}} + L\sin\theta \boldsymbol{a}_{\text{y}} \tag{1.35}$$

ہو گا۔ یوں درج ذیل ہو گا

$$\begin{aligned} W &= (F\boldsymbol{a}_{\text{x}}) \cdot (L\cos\theta \boldsymbol{a}_{\text{x}} + L\sin\theta \boldsymbol{a}_{\text{y}}) \\ &= FL\cos\theta(\boldsymbol{a}_{\text{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{x}}) + FL\sin\theta(\boldsymbol{a}_{\text{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{y}}) \\ &= FL\cos\theta \end{aligned} \tag{1.36}$$

جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\boldsymbol{a}_{\text{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{x}} = 1$ اور $\boldsymbol{a}_{\text{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{y}} = 0$ لیے گئے ہیں۔ یہی جواب نقطی ضرب کی تعریف، مساوات 1.33، سے با آسانی حاصل ہوتا ہے۔ □

## 1.11 تفرق اور جزوی تفرق

مساوات 1.37 میں ایک تفاعل کا تفرق[25] دیا گیا ہے، جس میں $B_0$ ایک مستقل ہے، جبکہ مساوات 1.38 میں ایک تفاعل کا جزوی تفرق[26] دیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} B(\theta) &= B_0 \cos\theta \\ \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}\theta} &= -B_0 \sin\theta \end{aligned} \tag{1.37}$$

$$\partial W(x,\lambda) = \frac{\partial W}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial W}{\partial \lambda}\,\mathrm{d}\lambda \tag{1.38}$$

## 1.12 خطی تکمل

مساوات 1.39 میں ایک تفاعل $B(\theta)$ دیا گیا ہے جسے شکل 1.12 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طولِ موج[27] $2\pi$ ریڈیئن ہے۔

$$B(\theta) = B_0 \cos\theta \tag{1.39}$$

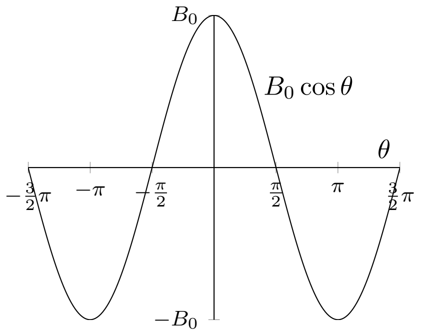
ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ پر اس تفاعل کی اوسط قیمت تلاش کرتے ہیں۔

$$B_{\text{اوسط}} = \frac{B_0}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \,\mathrm{d}\theta = \frac{2B_0}{\pi} \tag{1.40}$$

اسی طرح ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ پر تفاعل کے مربع، $B^2$، کی اوسط تلاش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} B^2_{\text{اوسط}} &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\theta \,\mathrm{d}\theta \\ &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2\theta}{2} \,\mathrm{d}\theta \\ &= \frac{B_0^2}{2} \end{aligned} \tag{1.41}$$

[25] differentiation
[26] partial differentiation
[27] wavelength




شکل 1.12: کوسائن موج

تفاعل کے مربع کی اوسط کا جذر نہایت اہم قیمت ہے جو تفاعل کی موثر[28] قیمت کہلاتی ہے اور جسے $B_{\text{موثر}}$ لکھا جاتا ہے۔

$$B_{\text{موثر}} = \sqrt{B^2_{\text{اوسط}}} = \frac{B_0}{\sqrt{2}} \tag{1.42}$$

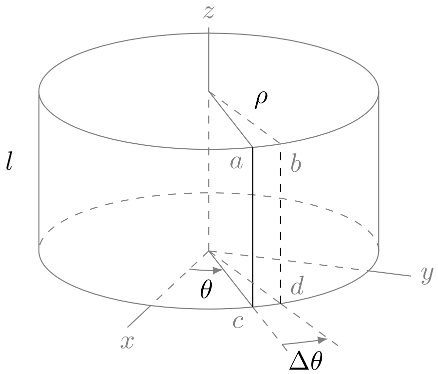
یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے جو آپ کو زبانی یاد ہونا چاہئے۔ یہ مساوات ہر سائن نما تفاعل کے لئے درست ہے۔کسی بھی متغیرہ کے مربع کی اوسط کا جذر اس متغیرہ کی موثر[29] قیمت کہلاتی ہے۔

## 1.13 سطحی تکمل

فرض کریں شکل 1.13 میں نلکی کے بیرونی سطح پر سطحی کثافت، $B$، کی قیمت مساوات 1.39 دیتی ہے۔ ہم آدھے بیرونی سطح، زاویہ $-\pi/2$ تا $\pi/2$، کے بیچ اس کی کل مقدار $\phi$ معلوم کرتے ہیں۔اس سطح میں نلکی کے سر شامل نہیں ہیں۔

ہم نلکی کے بیرونی سطح پر خطہ $abcd$ لیتے ہیں جس کی چوڑائی $\rho\Delta\theta$، لمبائی $l$ اور رقبہ $\Delta A$ ہے۔$\Delta\theta$ کو نہایت کم کرتے ہوئے رقبہ $\mathrm{d}A = \rho l \,\mathrm{d}\theta$ حاصل ہو گا۔اس سطح پر $B$ کی مقدار محوری لمبائی کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی ہے۔ سطح $\mathrm{d}A$ پر $\mathrm{d}\phi = B\,\mathrm{d}A$ اور کل $\phi$ درج ذیل ہو گا۔

[28] rms, root mean square
[29] effective




شکل 1.13: نلکی کی بیرونی سطح پر متغیرہ کا تکمل کل مقدار دے گی۔

$$
\begin{aligned}
\phi &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathrm{d}\phi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (B_0 \cos\theta)(\rho l \,\mathrm{d}\theta) \\
&= B_0 l \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta \,\mathrm{d}\theta = 2B_0 l\rho
\end{aligned} \tag{1.43}
$$

مساوات 1.43 میں نچلا حد $(-\pi/2 - \alpha)$ اور بالائی کا حد $(\pi/2 - \alpha)$ لینے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$
\phi(\alpha) = B_0 l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \cos\theta \,\mathrm{d}\theta = 2B_0 l \rho \cos\alpha \tag{1.44}
$$

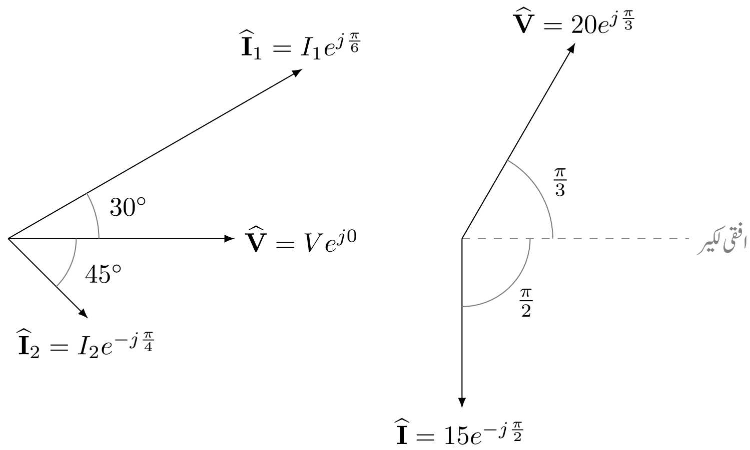
نلکی کے بیرونی نصف سطح پر $\phi(\alpha)$ کی عمومی قیمت مساوات 1.44 دیتی جو $\alpha$ پر منحصر ہے۔ یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ مساوات 1.44 میں $\alpha = 0$ پر کرنے سے مساوات 1.43 حاصل ہوتا ہے۔

## 1.14 دوری سمتیہ

سائن نما امواج جن کی تعدد معین ہو کو دوری سمتیہ سے ظاہر کرنا مفید ثابت ہوتا ہے۔ مساوات یولر[30]

$$
A_0 e^{\mp j(\omega t + \phi)} = A_0 \cos(\omega t + \phi) \mp j \sin(\omega t + \phi) \tag{1.45}
$$

[30] Euler's equation




شکل 1.14: دوری سمتیہ

کی مدد سے کوسائن موج درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$A_0 \cos(\omega t + \phi) = \frac{A_0}{2}\left(e^{j(\omega t+\phi)} - e^{-j(\omega t+\phi)}\right) \tag{1.46}$$

اس سے ثابت ہوتا ہے کہ کوسائن موج دراصل دو مخلوط اعداد کا مجموعہ ہے۔ مساوات یولر ایک مخلوط عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کے دو جزو ہیں۔ اس کا ایک جزو حقیقی عدد ہے اور اس کا دوسرا جزو فرضی عدد ہے۔اس کا حقیقی جزو کوسائن موج کو ظاہر کرتا ہے۔ لہٰذا ایک کوسائن موج $A_0 e^{j(\omega t+\phi)}$ یا $A_0 e^{-j(\omega t+\phi)}$ کا حقیقی جزو ہوتا ہے۔ رسمی طور پر سائن نما امواج کو $A_0 e^{j(\omega t+\phi)}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کو مختصراً $A_0 e^{j\phi}$ یا $A_0\underline{/\phi}$ لکھا جاتا ہے جو **دوری سمتیہ**[31] کہلاتا ہے۔ دوری سمتیہ کا طول $A_0$ اور افقی لکیر کے ساتھ زاویہ $\phi$ ہے۔

دوری سمتیہ استعمال کرتے وقت آپ کو یہ ذہن میں رکھنا ہو گا کہ یہ درحقیقت ایک کوسائن موج ہے جس کا حیطہ $A_0$ ، زاویائی فاصلہ $\phi$ اور زاویائی تعدد $\omega$ ہے۔

اس کتاب میں دوری سمتیات کو سادہ طرز لکھائی میں انگریزی کے بڑے حروف جن پر ٹوپی کا نشان ہو سے ظاہر کیا جائے گا، یعنی $\hat{V}, \hat{I}$ وغیرہ اور ان کے طول کو بغیر ٹوپی کے نشان کے اسی حرف سے ظاہر کیا جائے گا۔یوں برقی

[31] phasor

دباو $v=20\cos(\omega t+\frac{\pi}{3})$ کے لئے درج ذیل درست ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
v&=20\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)\\
\hat{V}&=20e^{j\frac{\pi}{3}}\\
\hat{V}&=20\underline{/\tfrac{\pi}{3}}\\
V&=20
\end{aligned}
\tag{1.47}
$$

اس مساوات میں پہلا جزو ایک عام کوسائن موج ہے جس کو دوسرے جزو میں دوری سمتیہ کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ تیسرا اس دوری سمتیہ کا طول اور چوتھا اس کا زاویہ بتلا رہا ہے۔

دوری سمتیات کو عام سمتیات کی طرح ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس مساوات میں $\hat{V}$ کا طول 20 اور افقی لکیر سے زاویہ $\frac{\pi}{3}$ ریڈیئن ہے۔زاویہ کو افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ناپا جاتا ہے۔افقی لکیر سے گھڑی کے رخ منفی زاویہ ہو گا۔ شکل 1.14 میں اس $\hat{V}$ کے علاوہ چند دوسرے دوری سمتیات بھی دکھائے گئے ہیں۔

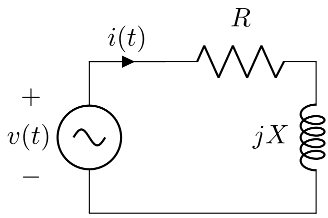
برقی ادوار میں عموماً برقی دباو $\hat{V}$ کی نسبت سے برقی رو $\hat{I}$ کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔شکل 1.14 میں $\hat{I}_1$ تیس درجہ برقی دباو سے آگے ہے جبکہ $\hat{I}_2$ پینتالیس درجہ برقی دباو کے پیچھے ہے۔ہم کہتے ہیں $\hat{I}_1$ تیس درجہ **پیش زاویہ**[32] جبکہ $\hat{I}_2$ پینتالیس درجہ **تاخیری زاویہ**[33] پر ہے۔یوں $\hat{I}_1$ **پیش** رو جبکہ $\hat{I}_2$ **تاخیری** رو کہلاتے ہیں۔دو دوری سمتیات کے بیچ زاویے کو **زاویائی فرق**[34] کہتے ہیں لہٰذا $\hat{I}_1$ اور $\hat{I}_2$ میں $75°$ زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔یہاں دھیان رہے کہ شکل 1.14 میں $45°$ مثبت لکھا گیا ہے۔چونکہ یہ افقی لکیر سے زاویہ ناپنے کے الٹ رخ ہے لہٰذا یہ ایک منفی زاویہ ہے۔

اگر $v=V_0\cos\omega t$ اور $i=I_0\cos(\omega t+\theta)$ ہوں، جہاں $V_0$ اور $I_0$ موثر قیمتیں ہیں، تب برقی طاقت $p=V_0I_0\cos\theta$ ہو گا جہاں $\cos\theta$ کو **جزو طاقت**[35] اور $\theta$ کو **زاویہ جزو طاقت**[36] کہتے ہیں۔ اسی طرح **تاخیری** زاویہ کی صورت میں $\cos\theta$ کو **تاخیری جزو طاقت**[37] اور **پیش** زاویہ کی صورت میں $\cos\theta$ کو **پیش جزو طاقت**[38] کہتے ہیں۔

آئیں دوری سمتیات استعمال کرتے ہوئے ایک سادہ برقی دور حل کرتے ہیں۔ یوں دوری سمتیات سے وابستگی پیدا ہو گی اور ان کا استعمال بھی سیکھ لیں گے۔

---

[32] leading angle
[33] lagging angle
[34] phase difference
[35] power factor
[36] power factor angle
[37] lagging power factor
[38] leading power factor




$$
\begin{aligned}
Z &= R + jX \\
|Z| &= \sqrt{R^2 + X^2} \\
\phi_Z &= \tan^{-1} \frac{X}{R} \\
v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
i(t) &= \frac{V_0}{|Z|} \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z) \\
&= I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)
\end{aligned}
$$

شکل 1.15: دوری سمتیات کی مدد سے $RL$ دور کا حل۔

شکل 1.15 ایک سادہ $R - L$ یک دوری[39] برقی دور ہے جس پر درج ذیل دباو لاگو کیا جاتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
\hat{V} &= V_0 \underline{/\alpha}
\end{aligned}
\tag{1.48}
$$

دوری سمتیات کی استعمال سے ہم برقی رو $\hat{I}$ معلوم کرتے ہیں

$$
\begin{aligned}
\hat{I} &= \frac{\hat{V}}{R + jX} = \frac{V_0 \underline{/\alpha}}{|Z| \underline{/\phi_Z}} \\
&= \frac{V_0}{|Z|} \underline{/\alpha - \phi_Z} = I_0 \underline{/\alpha - \phi_Z}
\end{aligned}
\tag{1.49}
$$

جہاں $\phi_Z = \tan^{-1} \frac{X}{R}$ رکاوٹ کا زاویہ اور $I_0 = \frac{V_0}{|Z|}$ ہیں۔یوں برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$
i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)
\tag{1.50}
$$

اس دور میں تاخیری زاویہ $\phi_Z$ کے برابر ہے۔

[39] single phase

# باب 2

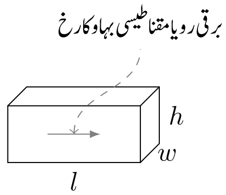
# مقناطیسی ادوار

## 2.1 مزاحمت اور ہچکچاہٹ

شکل 2.1 میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے جس کی لمبائی کے رخ مزاحمت[1]

$$R = \frac{l}{\sigma A} \tag{2.1}$$

ہو گی جہاں $\sigma$ موصلیت[2] اور $A = wh$ رقبہ عمودی تراش ہے۔ اس سلاخ کی ہچکچاہٹ[3] $\Re$ درج ذیل ہے جہاں $\mu$




$$R = \frac{l}{\sigma A}$$
$$\Re = \frac{l}{\mu A}$$

شکل 2.1: مزاحمت اور ہچکچاہٹ

---

[1] resistance
[2] conductivity

مقناطیسی مستقل[4] کہلاتا ہے۔

$$\Re = \frac{l}{\mu A} \tag{2.2}$$

مقناطیسی مستقل $\mu$ کو عموماً خلاء کی مقناطیسی مستقل $\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}\, \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$ کی نسبت سے لکھا جاتا ہے یعنی

$$\mu = \mu_r \mu_0 \tag{2.3}$$

جہاں $\mu_r$ جزو مقناطیسی مستقل کہلاتا ہے۔ ہچکچاہٹ کی اکائی ایمپیئر-چکر فی ویبر ہے جس کی وضاحت جلد کی جائے گی۔

مثال 2.1: شکل 2.1 میں دی گئی سلاخ کی ہچکچاہٹ معلوم کریں جہاں $\mu_r = 2000$، $l = 10\,\mathrm{cm}$، $h = 3\,\mathrm{cm}$ اور $w = 2.5\,\mathrm{cm}$ ہیں۔

حل:

$$\begin{aligned}
\Re &= \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \\
&= \frac{10 \times 10^{-2}}{2000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} \\
&= 53\,044\,\mathrm{A \cdot turns/Wb}
\end{aligned}$$

□

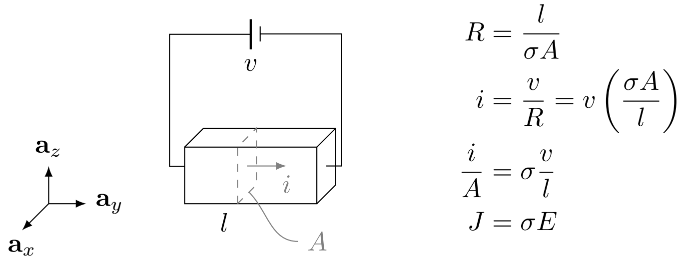
## 2.2 کثافتِ برقی رو اور برقی میدان کی شدت

شکل 2.2 میں ایک موصل سلاخ کے سروں پر برقی دباو $v$ لاگو کیا گیا ہے۔ سلاخ میں برقی رو $i$ اوہم کے قانون[5] سے حاصل ہو گا۔

$$i = \frac{v}{R} \tag{2.4}$$

---

[3] reluctance
[4] permeability, magnetic constant
[5] Ohm's law




شکل 2.2: کثافتِ برقی رو اور برقی دباو کی شدت

درج بالا مساوات کو مساوات 2.1 کی مدد سے

$$i = v\left(\frac{\sigma A}{l}\right) \tag{2.5}$$

یعنی

$$\frac{i}{A} = \sigma\left(\frac{v}{l}\right) \tag{2.6}$$

یا

$$J = \sigma E \tag{2.7}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں $J$ اور $E$ کی تعریفات درج ذیل ہیں۔

$$J = \frac{i}{A} \tag{2.8}$$
$$E = \frac{v}{l} \tag{2.9}$$

شکل 2.2 میں سمتیہ $\boldsymbol{J}$ کی مطلق قیمت $J$ اور سمتیہ $\boldsymbol{E}$ کی مطلق قیمت $E$ لیتے ہوئے مساوات 2.7 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{2.10}$$

جو قانون اوہم کی دوسری روپ ہے۔ $\boldsymbol{J}$ اور $\boldsymbol{E}$ دونوں کا رخ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ ہے۔

شکل 2.2 سے ظاہر ہے کہ برقی رو $i$ سلاخ کے رقبہ عمودی تراش $A$ سے گزرتا ہے لہٰذا مساوات 2.8 کے تحت $J$، **کثافتِ برقی رو**[6] ہو گا۔ اسی طرح مساوات 2.9 سے واضح ہے کہ $E$ برقی دباو فی اکائی لمبائی کو ظاہر کرتی ہے لہٰذا $E$ کو **برقی میدان کی شدت**[7] یا (جہاں متن سے مقناطیسی میدان واضح ہو) مختصراً **میدانی شدت** کہتے ہیں۔

بالکل اسی طرح کی مساواتیں مقناطیسی متغیرات کے لئے حصہ 2.5 میں لکھی جائیں گی۔

## 2.3 برقی ادوار

برقی دور میں **برقی دباو**[8] $v$[9] کی وجہ سے **برقی رو**[10] $i$[11] پیدا ہوتا ہے۔ تانبا[12] کی موصلیت $\sigma = 5.9 \times 10^7 \, \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$ ہے جو بہت بڑی مقدار ہے۔ موصلیت کی اکائی $\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$ ہے۔ تانبا کی موصلیت کی مقدار بہت بڑی ہونے کی بنا اس سے بنی تار کی مزاحمت[13] $R_{\text{تار}}$ عموماً قابل نظرانداز ہو گی۔ تار میں برقی رو $i$ گزرنے سے تار کے سروں کے بیچ برقی دباو $\Delta v = iR_{\text{تار}}$ پیدا ہو گا جس کو $R_{\text{تار}} \to 0$ کی بنا نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔یوں تانبے کی تار میں برقی دباو کے گھٹاو کو رد کیا جا سکتا ہے یعنی ہم $\Delta v \to 0$ لے سکتے ہیں۔

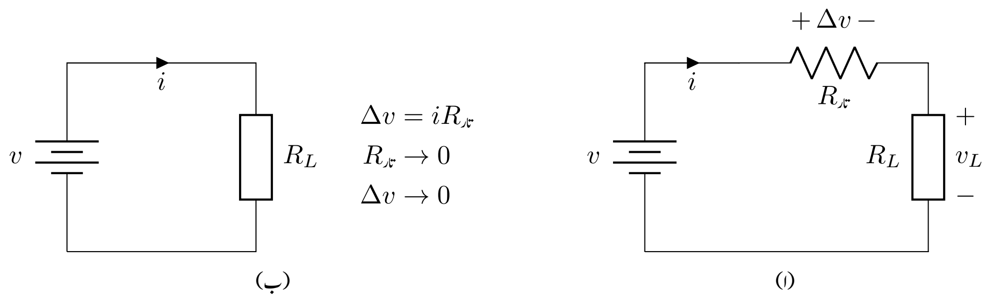
شکل 2.3-الف میں ایک ایسا ہی برقی دور دکھایا گیا ہے جس میں تانبے کی تار کی مزاحمت کو اکٹھے کر کے ایک ہی جگہ $R_{\text{تار}}$ دکھایا گیا ہے۔اس دور کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v = \Delta v + v_L \tag{2.11}$$

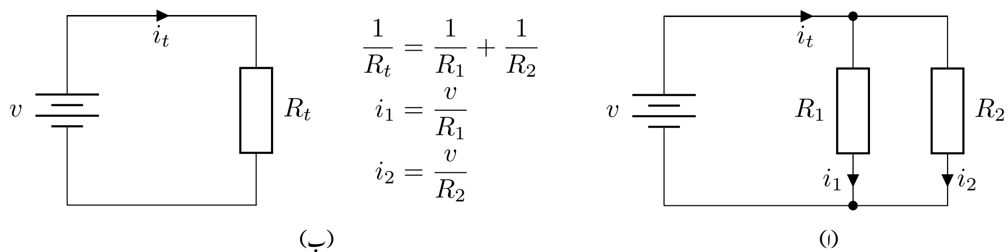
تار میں برقی گھٹاو $\Delta v$ نظرانداز کرتے ہوئے

$$v = v_L \tag{2.12}$$

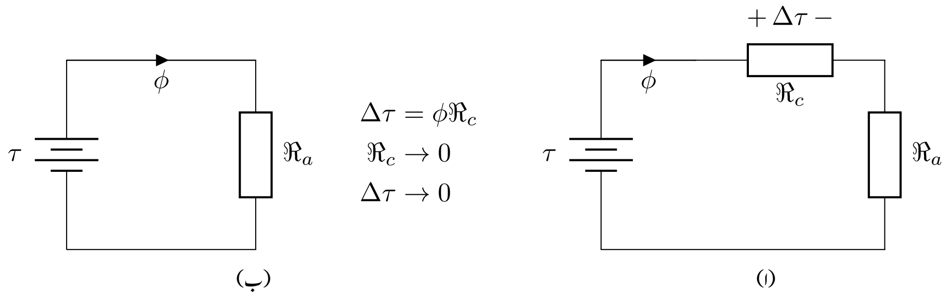
حاصل ہوتا ہے۔اس کا مطلب ہوا کہ تار میں برقی دباو کا گھٹاو قابل نظرانداز ہونے کی صورت میں لاگو برقی دباو جوں کا توں مزاحمت $R_L$ تک پہنچتا ہے۔ برقی ادوار حل کرتے ہوئے یہی حقیقت بروئے کار لاتے ہوئے تار میں برقی دباو کے گھٹاو کو نظرانداز کیا جاتا ہے۔ شکل 2.3-الف میں ایسا کرنے سے شکل 2.3-ب حاصل ہوتا ہے۔یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ برقی تار کو اس غرض سے استعمال کیا جاتا ہے کہ لاگو برقی دباو کو مقام استعمال تک بغیر گھٹائے پہنچایا جائے۔




شکل 2.3: برقی ادوار میں برقی تار کی مزاحمت کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔




شکل 2.4: کم مزاحمتی راہ میں برقی رو کی مقدار زیادہ ہو گی۔




شکل 2.5: مقناطیسی دور

شکل 2.4 میں دوسری مثال دی گئی ہے۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ برقی رو اس راہ زیادہ ہو گا جس کی مزاحمت کم ہو۔ یوں $R_1 < R_2$ کی صورت میں $i_1 > i_2$ ہو گا۔

## 2.4 مقناطیسی دور حصہ اول

مقناطیسی ادوار بالکل برقی ادوار کی طرح ہوتے ہیں۔ بس ان میں برقی دباو $v$ کی جگہ **مقناطیسی دباو**[14] $\tau$، برقی رو $i$ کی جگہ **مقناطیسی بہاو**[15] $\phi$ اور مزاحمت $R$ کی جگہ **ہچکچاہٹ**[16] $\Re$ پائے جاتے ہیں۔ یوں بالکل برقی ادوار کی طرح مقناطیسی ادوار بنائے جا سکتے ہیں۔ ایسا ایک مقناطیسی دور شکل 2.5-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی کوشش یہی ہے کہ مقناطیسی دباو $\tau$ بغیر گھٹائے ہچکچاہٹ $\Re_a$ تک پہنچایا جائے۔ خلائی درز کی ہچکچاہٹ $\Re_a$ اور مقناطیسی راہ کی ہچکچاہٹ $\Re_c$ ہے۔ یوں $\Re_c$ قابل نظرانداز ہونے کی صورت میں شکل 2.5-ب حاصل ہو گا جس میں مقناطیسی بہاو $\phi$، بالکل

---

current density[6]
electric field intensity[7]
electric voltage[8]
[9]برقی دباو کی اکائی وولٹ ہے جو اٹلی کے الیسانڈرو وولٹا کے نام ہے جنہوں نے برقی بیٹری ایجاد کی۔
electric current[10]
[11]برقی رو کی اکائی ایمپیئر ہے جو فرانس کے انڈرِ میرِ ایمپیئر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار ہے۔
copper[12]
[13]مزاحمت کی اکائی اوہم ہے جو جرمنی کے جارج سائمن اوہم کے نام ہے جنہوں نے قانونِ اوہم دریافت کیا۔
magnetomotive force, mmf[14]
flux[15]
reluctance[16]

اوہم کے قانون کی طرح، درج ذیل مساوات سے حاصل ہو گا۔

$$\tau = \phi \Re_a \tag{2.13}$$

جہاں $\Re_c$ قابل نظرانداز ہو وہاں، سلسلہ وار مزاحمتوں کی طرح، دو سلسلہ وار ہچکچاہٹوں کا مجموعی ہچکچاہٹ $\Re_s$ استعمال کر کے برقی بہاو حاصل ہو گا۔

$$\Re_s = \Re_a + \Re_c \tag{2.14}$$

$$\tau = \phi \Re_s \tag{2.15}$$

برقی دور کی طرح، مقناطیسی دباو کو کم ہچکچاہٹ کی راہ استعمال کرتے ہوئے مقام ضرورت تک پہنچایا جاتا ہے۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کی قیمت مقناطیسی مستقل $\mu$ پر منحصر ہے۔ مقناطیسی مستقل کی اکائی ہینری فی میٹر $\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$ ہے۔ $\mu$ کو عموماً $\mu = \mu_r \mu_0$ لکھا جاتا ہے جہاں $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ہینری فی میٹر کے برابر ہے اور $\mu_r$ کو **جزو مقناطیسی مستقل**[17] کہتے ہیں۔ لوہا، کچھ دھاتیں اور چند جدید مصنوعی مواد ایسی ہیں جن کی $\mu_r$ کی قیمت 2000 اور 80 000 کے بیچ پائی جاتی ہیں۔ مقناطیسی دباو کو ایک مقام سے دوسری مقام منتقل کرنے کے لئے ان ہی مقناطیسی مواد کو استعمال کیا جاتا ہے۔

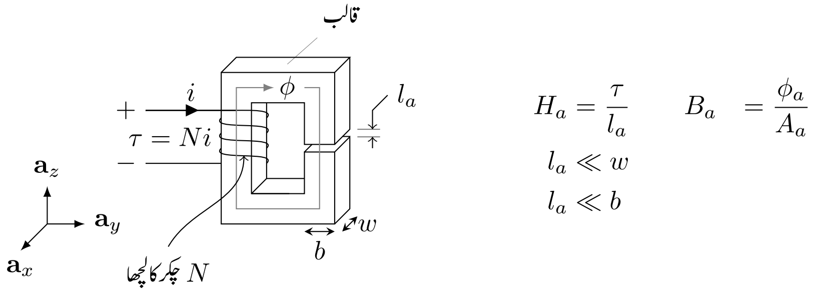
بد قسمتی سے مقناطیسی مواد کے $\mu$ کی قیمت اتنی زیادہ نہیں ہوتی ہے کہ ان سے بنی سلاخ کی ہچکچاہٹ ہر موقع پر قابل نظرانداز ہو۔ مساوات 2.2 کے تحت ہچکچاہٹ کم سے کم کرنے کی خاطر رقبہ عمودی تراش کو زیادہ سے زیادہ اور لمبائی کو کم سے کم کرنا ہو گا۔ یوں مقناطیسی دباو منتقل کرنے کے لئے باریک تار نہیں بلکہ خاصا زیادہ رقبہ عمودی تراش کا مقناطیسی راستہ درکار ہوتا ہے۔

مقناطیسی مشین، مثلاً موٹر اور ٹرانسفارمر، کا بیشتر حصہ مقناطیسی دباو منتقل کرنے والے ان مقناطیسی مواد پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایسے مشینوں کے قلب میں عموماً یہی مقناطیسی مادہ پایا جاتا ہے لہٰذا ایسا مواد **مقناطیسی قالب**[18] کہلاتا ہے (شکل 2.6)۔

برقی مشینوں میں مستعمل مقناطیسی قالب لوہے کی باریک چادر یا پتری[19] تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ مقناطیسی قالب کے بارے میں مزید معلومات حصہ 2.8 میں فراہم کی جائے گی۔

---

[17] relative permeability, relative magnetic constant
[18] magnetic core
[19] laminations




شکل 2.6: کثافتِ مقناطیسی بہاو اور مقناطیسی میدان کی شدت۔

## 2.5 کثافتِ مقناطیسی بہاو اور مقناطیسی میدان کی شدت

حصہ 2.2 میں برقی دور کی مثال دی گئی۔ یہاں شکل 2.6 میں دکھائے گئے مقناطیسی دور پر غور کرتے ہیں۔ مقناطیسی قالب کا $\mu_r = \infty$ تصور کرتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ یوں قالب کی ہچکچاہٹ $\Re_c$ صفر ہو گی۔ حصہ 2.2 میں تانبا کی تار کی طرح یہاں مقناطیسی قالب کو مقناطیسی دباو $\tau$ ایک مقام سے دوسری مقام تک منتقل کرنے کے لئے استعمال کیا گیا ہے۔ شکل 2.6 میں مقناطیسی دباو کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ $\Re_a$ تک پہنچایا گیا ہے۔ یہاں $\Re_c$ کو نظرانداز کرتے ہوئے کل ہچکچاہٹ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ کے برابر تصور کیا جا سکتا ہے:

$$\Re_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} \tag{2.16}$$

خلائی درز کی لمبائی $l_a$ قالب کے رقبہ عمودی تراش کے اضلاع $b$ اور $w$ سے بہت کم ہونے کی صورت، یعنی $l_a \ll b$ اور $l_a \ll w$، میں خلائی درز کے رقبہ عمودی تراش $A_a$ کو قالب کے رقبہ عمودی تراش $\Re_c$ کے برابر تصور کیا جا سکتا ہے:

$$A_a = A_c = wb \tag{2.17}$$

اس کتاب میں جہاں بتلایا نہ گیا ہو وہاں $l_a \ll b$ اور $l_a \ll w$ تصور کرتے ہوئے $A_a = A_c$ لیا جائے گا۔

مقناطیسی دباو $\tau$ کی تعریف درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$\tau = Ni \tag{2.18}$$

یوں برقی تار کے چکر ضرب تار میں برقی رو کو مقناطیسی دباو کہتے ہیں۔ مقناطیسی دباو کی اکائی **ایمپیئر-چکر**[20] ہے۔ حصہ 2.2 کی طرح ہم مساوات 2.15 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\phi_a = \frac{\tau}{\Re_a} \tag{2.19}$$

مقناطیسی بہاو کی اکائی[21] **ویبر**[22] اور ہچکچاہٹ کی اکائی **ایمپیئر-چکر فی ویبر**[23] ہے۔ اس سلسلہ وار دور کے خلائی درز میں مقناطیسی بہاو $\phi_a$ اور قالب میں مقناطیسی بہاو $\phi_c$ ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔درج بالا مساوات کو مساوات 2.2 کی مدد سے

$$\phi_a = \tau \left( \frac{\mu_0 A_a}{l_a} \right)$$

یا

$$\frac{\phi_a}{A_a} = \mu_0 \left( \frac{\tau}{l_a} \right) \tag{2.20}$$

لکھ سکتے ہیں جہاں درز کی نشاندہی زیر نوشت میں $a$ لکھ کر کی گئی ہے۔ اس مساوات میں بائیں ہاتھ مقناطیسی بہاو فی اکائی رقبہ کو **کثافتِ مقناطیسی بہاو**[24] $B_a$ اور دائیں ہاتھ مقناطیسی دباو فی اکائی لمبائی کو **مقناطیسی میدان کی شدت**[25] $H_a$ لکھا جا سکتا ہے:

$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} \tag{2.21}$$

$$H_a = \frac{\tau}{l_a} \tag{2.22}$$

کثافتِ مقناطیسی بہاو کی اکائی **ویبر فی مربع میٹر** ہے جس کو ٹسلا[26] کا نام دیا گیا ہے۔مقناطیسی میدان کی شدت کی اکائی **ایمپیئر فی میٹر**[27] ہے۔ یوں مساوات 2.20 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$B_a = \mu_0 H_a \tag{2.23}$$

جہاں متن سے واضح ہو کہ مقناطیسی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں مقناطیسی میدان کی شدت کو مختصراً **میدانی شدت**[28] کہا جاتا ہے۔

---

[20] ampere-turn
[21] Weber
[22] یہ اکائی جرمنی کے ویلیم اڈورڈ ویبر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار رہا ہے
[23] ampere-turn per weber
[24] magnetic flux density
[25] magnetic field intensity
[26] Tesla: یہ اکائی سربیا کے نکولا ٹسلا کے نام ہے جنہوں نے بدلتا رو برقی طاقت عام کرنے میں اہم کردار ادا کیا۔
[27] ampere per meter
[28] field intensity

شکل 2.6 میں خلائی درز میں مقناطیسی بہاو کا رخ اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\text{z}}$ کا مخالف ہے لہٰذا کثافتِ مقناطیسی بہاو $\boldsymbol{B_a} = -B_a\boldsymbol{a}_{\text{z}}$ لکھا جا سکتا ہے۔ اسی طرح خلائی درز میں مقناطیسی دباو اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\text{z}}$ کی مخالف رخ دباو ڈال رہا ہے لہٰذا مقناطیسی دباو کی شدت $\boldsymbol{H_a} = -H_a\boldsymbol{a}_{\text{z}}$ لکھی جائے گی۔ اس طرح درج بالا مساوات کو درج ذیل سمتی روپ میں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\boldsymbol{B_a} = \mu_0 \boldsymbol{H_a} \tag{2.24}$$

خلاء کی جگہ کوئی دوسرا مادہ ہونے کی صورت میں یہ مساوات درج ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{2.25}$$

مثال 2.2: شکل 2.6 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو 0.1 ٹسلا درکار ہے۔ قالب کی $\mu_r = \infty$ ہے، خلائی درز کی لمبائی 1 ملی میٹر اور قالب کے گرد برقی تار کے چکر 100 ہیں۔ درکار برقی رو $i$ تلاش کریں۔

حل: مساوات 2.13 سے

$$\begin{aligned}
\tau &= \phi \Re \\
Ni &= \phi \left( \frac{l}{\mu_0 A} \right) \\
\frac{\phi}{A} &= B = \frac{N i \mu_0}{l}
\end{aligned}$$

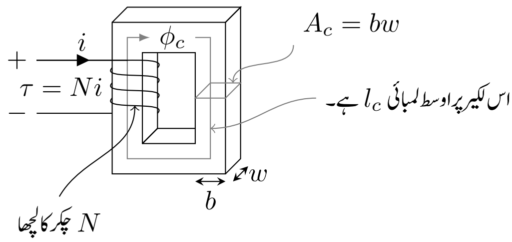
لکھ کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
0.1 &= \frac{100 \times i \times 4\pi 10^{-7}}{0.001} \\
i &= \frac{0.1 \times 0.001}{100 \times 4\pi 10^{-7}} = 0.795\,67\,\text{A}
\end{aligned}$$

$i = 0.795\,67\,\text{A}$ برقی رو خلائی درز میں $B = 0.1\,\text{T}$ کثافتِ مقناطیسی بہاو پیدا کرے گا۔ □

## 2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم

شکل 2.7 میں ایک سادہ مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے جس میں قالب کے مقناطیسی مستقل کو محدود تصور کرتے ہیں۔ مقناطیسی دباو $\tau = Ni$ مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاو $\phi_c$ پیدا کرتا ہے۔ قالب کا رقبہ عمودی تراش $A_c$ ہر




شکل 2.7: سادہ مقناطیسی دور۔

مقام پر یکساں ہے اور قالب کی اوسط لمبائی $l_c$ ہے۔ قالب میں مقناطیسی بہاو کا رخ **فلیمنگ**[29] کے دائیں ہاتھ کے قانون[30] سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔اس قانون کو دو طریقوں سے بیان کیا جا سکتا ہے۔

- اگر ایک لچھے کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ ہاتھ کی چار انگلیاں لچھے میں برقی رو کے رخ لپٹی ہوں تب انگوٹھا اُس مقناطیسی بہاو کے رخ ہو گا جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آیا ہو۔
- اگر ایک تار جس میں برقی رو کا گزر ہو کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ انگوٹھا برقی رو کے رخ ہو تب باقی چار انگلیاں اُس مقناطیسی بہاو کے رخ لپٹی ہوں گی جو اس برقی رو کی وجہ سے پیدا ہو گا۔

ان دو بیانات میں پہلا بیان لچھے میں مقناطیسی بہاو کا رخ معلوم کرنے کے لئے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے جبکہ سیدھی تار کے گرد مقناطیسی بہاو کا رخ دوسرے بیان سے زیادہ آسانی سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

قالب میں مقناطیسی بہاو گھڑی وار ہے۔ مقناطیسی بہاو $\phi$ کو شکل 2.7 میں ہلکی سیاہی کے تیر دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ قالب کی ہچکچاہٹ

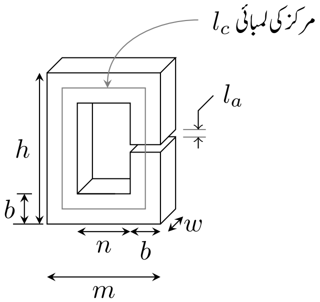
$$\Re_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c}$$

لکھتے ہوئے مقناطیسی بہاو

$$\phi_c = \frac{\tau}{\Re_c} = Ni\left(\frac{\mu_c A_c}{l_c}\right)$$

---

[29] فلیمنگ (دایاں ہاتھ قانون
[30] Fleming's right hand rule




$$
\begin{aligned}
A_a &= A_c = bw \\
b &= \frac{m-n}{2} \\
l_c &= 2(h-b) + 2(m-b) - l_a
\end{aligned}
$$

شکل 2.8: خلائی درز اور قالب کے ہچکچاہٹ۔

ہو گا۔یوں تمام نا معلوم متغیرات حاصل ہو چکے۔

مثال 2.3: شکل 2.8 میں ایک مقناطیسی قالب دکھایا گیا ہے جس کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$
\text{قالب} = \begin{cases} h = 20\,\mathrm{cm} & m = 10\,\mathrm{cm} \\ n = 8\,\mathrm{cm} & w = 2\,\mathrm{cm} \\ l_a = 1\,\mathrm{mm} & \mu_r = 40\,000 \end{cases} \tag{2.26}
$$

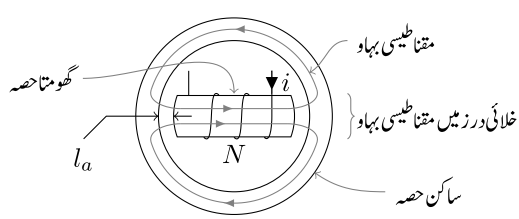
قالب اور خلائی درز کی ہچکچاہٹیں تلاش کریں۔

حل:

$$
\begin{aligned}
b &= \frac{m-n}{2} = \frac{0.1-0.08}{2} = 0.01\,\mathrm{m} \\
A_a &= A_c = bw = 0.01 \times 0.02 = 0.0002\,\mathrm{m}^2 \\
l_c &= 2(h-b) + 2(m-b) - l_a \\
&= 2(0.2-0.01) + 2(0.1-0.01) - 0.001 = 0.359\,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Re_c &= \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0.359}{40000 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 55\,605\,\mathrm{A\cdot t/Wb} \\
\Re_a &= \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{0.001}{4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 3\,978\,874\,\mathrm{A\cdot t/Wb}
\end{aligned}
$$

قالب کی لمبائی خلائی درز کی لمبائی سے 359 گنا زیادہ ہونے کے باوجود خلائی درز کی ہچکچاہٹ قالب کی ہچکچاہٹ سے 72 گنا زیادہ ہے۔یوں $\Re_a \gg \Re_c$ ہو گا۔ □




شکل 2.9: سادہ گھومنے والا مشین

مثال 2.4: شکل 2.9 سے رجوع کریں۔ خلائی درز 5 ملی میٹر لمبا ہے اور گھومتے حصہ پر 1000 چکر ہیں۔ خلائی درز میں $0.95\,\mathrm{T}$ کثافتِ مقناطیسی بہاو حاصل کرنے کی خاطر درکار برقی رو معلوم کریں۔

حل: اس شکل میں گھومتے مشین، مثلاً موٹر، کی ایک سادہ صورت دکھائی گئی ہے۔ ایسی مشینوں کا بیرونی حصہ ساکن رہتا ہے لہٰذا اس حصے کو مشین کا ساکن حصہ [31] کہتے ہیں۔ ساکن حصے کے اندر مشین کا گھومتا حصہ پایا جاتا ہے لہٰذا اس حصے کو مشین کا گھومتا حصہ [32] کہتے ہیں۔ اس مثال میں ان دونوں حصوں (قالب) کا $\mu_r = \infty$ تصور کیا گیا ہے لہٰذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہو گی۔ مقناطیسی بہاو کو ہلکی سیاہی کی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاو کی ایک مکمل چکر کے دوران مقناطیسی بہاو دو خلائی درزوں سے گزرتا ہے۔ یہ دو خلائی درز ہر لحاظ سے ایک دوسرے جیسے ہیں لہٰذا ان دونوں خلائی درز کی ہچکچاہٹ بھی ایک دوسرے کے برابر ہو گی۔ مزید دونوں خلائی درزوں کی ہچکچاہٹ سلسلہ وار ہیں۔ شکل 2.9 میں مقناطیسی بہاو کو گھومتے حصہ، ساکن حصہ اور دو خلائی درزوں سے گزرتا ہوا دکھایا گیا ہے۔ خلائی درز کی لمبائی $l_a$، قالب کے رقبہ $A_c$ کی اضلاع سے بہت کم ہے لہٰذا خلائی درز کا عمودی رقبہ تراش $A_a$ گھومتے حصہ کے رقبہ تراش کے برابر تصور کیا جائے گا۔

یوں $A_a = A_c$ لیتے ہوئے ایک خلائی درز کی ہچکچاہٹ

$$\Re_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{l_a}{\mu_0 \mathrm{A}_c}$$

اور دو سلسلہ وار خلائی درزوں کی کل ہچکچاہٹ درج ذیل ہو گی۔

$$\Re_s = \Re_a + \Re_a = \frac{2 l_a}{\mu_0 A_c}$$

---

[31] stator
[32] rotor

خلائی درز میں مقناطیسی بہاو $\phi_a$ اور کثافتِ مقناطیسی بہاو $B_a$ درج ذیل ہوں گے۔

$$\phi_a = \frac{\tau}{\Re_s} = (Ni)\left(\frac{\mu_0 A_c}{2l_a}\right)$$
$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} = \frac{\mu_0 Ni}{2l_a}$$

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$0.95 = \frac{4\pi 10^{-7} \times 1000 \times i}{2 \times 0.005}$$
$$i = \frac{0.95 \times 2 \times 0.005}{4\pi 10^{-7} \times 1000} = 7.56\,\mathrm{A}$$

روایتی موٹروں اور جنریٹروں کی خلاء میں تقریباً ایک ٹسلا کثافتِ مقناطیسی بہاو ہوتا ہے۔ □

## 2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی

وقت کے ساتھ بدلتا مقناطیسی میدان برقی دباو پیدا کرتا ہے جس کو قانونِ فیراڈے[33]

$$\oint_C \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

سے حاصل کیا جا سکتا ہے[34]۔ یہ مساوات کہتی ہے کہ کسی بند راہ کی ہمراہ مقناطیسی سمتی میدان $\boldsymbol{E}$ کا ارتفاعی تکمل اس راہ کے ارتباط بہاو کے (وقت کے ساتھ) تفرق کے برابر ہو گا۔ برقی ادوار، مثلاً شکل 2.10-ا، میں مستعمل برقی تاروں کی ہمراہ $\boldsymbol{E}$ قابل نظر انداز ہوتا ہے لہٰذا اس مساوات کا بایاں ہاتھ تاروں کے سروں پر امالی برقی دباو[35] $e$ کے منفی کے برابر ہو گا۔ ساتھ ہی مساوات کے دائیں ہاتھ تکمل میں بہاو کا بیشتر حصہ قالب کے اندر بہاو $\phi$ پر مشتمل ہو گا۔ چونکہ لچھا (اور بند راہ) اس قالب کے گرد $N$ چکر کاٹتا ہے لہٰذا یہ مساوات درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

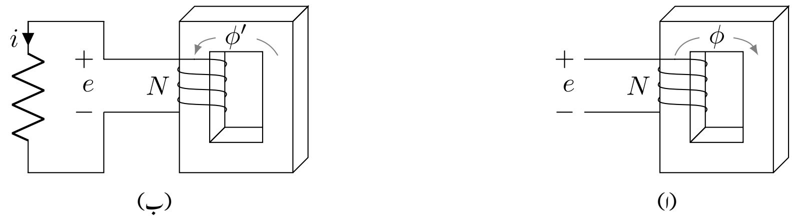
$$e = N\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial t} \tag{2.27}$$

---

[33] Faraday's law

[34] مائکل فیراڈے انگلستانی سائنسدان تھے جنہوں نے محرک برقی دباو دریافت کی۔

[35] induced voltage




شکل 2.10: قالب میں مقناطیسی بہاو کی تبدیلی لچھے میں برقی دباو پیدا کرتی ہے۔

اس طرح شکل 2.10-ا کے قالب میں مقناطیسی بہاو $\phi$ کی تبدیل کی بنا لچھے میں برقی دباو $e$ پیدا ہو گا جو لچھے کے سروں پر نمودار ہو گا۔

امالی برقی دباو کو منبع برقی دباو تصور کریں۔

امالی برقی دباو کا رخ تعین کرنے کی خاطر لچھے کے سروں کو قصر دور[36] کریں۔ لچھے میں پیدا برقی رو اُس رخ ہو گا جو مقناطیسی بہاو کی تبدیلی کو روکے۔

فرض کریں شکل 2.10-ا میں بہاو $\phi$ گھڑی وار ہے اور بہاو کی مقدار بڑھ رہی ہے۔ بہاو میں تبدیلی کو روکنے کی خاطر بہاو $\phi'$ پیدا کرنا ہو گا جو لچھے کا بالائی سر مثبت ہونے سے ہو گا۔ شکل 2.10-ب میں لچھے کے سروں کے بیچ مزاحمت نسب کیا گیا ہے۔ لچھے کو منبع دباو تصور کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مزاحمت میں رو کا رخ قالب میں گھڑی کے مخالف رخ بہاو $\phi'$ پیدا کرے گا۔

قالب میں مقناطیسی بہاو $\phi$، قالب پر لپیٹے گئے لچھے کے تمام چکروں، $N$، کے اندر سے گزرتا ہے۔ $N\phi$ کو لچھے کا ارتباط بہاو[37] $\lambda$ کہتے ہیں جس کی اکائی ویبر-چکر[38] ہے۔

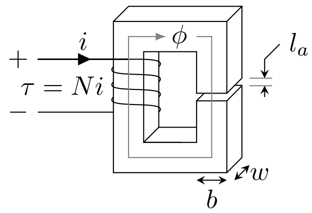
$$\lambda = N\phi \tag{2.28}$$

جن مقناطیسی ادوار میں مقناطیسی مستقل $\mu$ کو اٹل مقدار تصور کیا جا سکے یا جن میں خلائی درز کی ہچکچاہٹ قالب کی ہچکچاہٹ سے بہت زیادہ ہو، $\Re_a \gg \Re_c$، ان میں لچھے کی امالہ[39] $L$ کی تعریف درج ذیل مساوات دیتی ہے۔

$$L = \frac{\lambda}{i} \tag{2.29}$$

---

[36] short circuit
[37] flux linkage
[38] weber-turn
[39] inductance




شکل 2.11: امالہ (مثال 2.5)

امالہ کی اکائی ویبر-چکر فی ایمپیئر ہے جس کو ہینری[40] $H$ کا نام[41] دیا گیا ہے۔ مساوات 2.29 میں $\lambda = N\phi$ ، $\phi = B_c A_c$ اور $\phi = \frac{Ni}{\Re}$ پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا

$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NB_cA_c}{i} = \frac{N^2\mu_0 A_a}{l_a} \tag{2.30}$$

جہاں قالب کا رقبہ عمودی تراش $A_c$ اور درز کا رقبہ عمودی تراش $A_a$ ایک دوسرے کے برابر لیے گئے ہیں۔

مثال 2.5: شکل 2.11 میں $b = 5\,\mathrm{cm}, w = 4\,\mathrm{cm}, l_a = 3\,\mathrm{mm}$ جبکہ لچھے کے 1000 چکر اور قالب کی اوسط لمبائی $l_c = 30\,\mathrm{cm}$ ہے۔ درج ذیل دو صورتوں میں لچھے کی امالہ تلاش کریں۔

- قالب کا $\mu_r = \infty$ ہے۔
- قالب کا $\mu_r = 500$ ہے۔

حل: (ا) قالب کے $\mu_r = \infty$ کی بنا قالب کی ہچکچاہٹ قابل نظرانداز ہو گی لہٰذا امالہ درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{N^2\mu_0 wb}{l_a} \\ &= \frac{1000^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05}{0.003} \\ &= 0.838\,\mathrm{H} \end{aligned}$$

[40] Henry
[41] امریکی سائنسدان جوزف ہینری جنہوں نے مائکل فیراڈے سے علیحدہ طور پر محرک برقی دباو دریافت کی

(ب) $\mu_r = 500$ کی صورت میں قالب کی ہچکچاہٹ قابل نظر انداز نہیں ہو گی۔خلاء اور قالب کی ہچکچاہٹ دریافت کرتے ہیں۔

$$\Re_a = \frac{l_a}{\mu_0 w b} = \frac{0.003}{4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 1\,193\,507\,\mathrm{A\cdot t/Wb}$$
$$\Re_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 w b} = \frac{0.3}{500 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 238\,701\,\mathrm{A\cdot t/Wb}$$

یوں بہاو، ارتباط اور امالہ درج ذیل ہوں گے۔

$$\phi = \frac{Ni}{\Re_a + \Re_c}$$
$$\lambda = N\phi = \frac{N^2 i}{\Re_a + \Re_c}$$
$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{\Re_a + \Re_c} = \frac{1000^2}{1\,193\,507 + 238\,701} = 0.698\,\mathrm{H}$$

□

مثال 2.6: شکل 2.12 میں ایک پیچدار لچھا[42] دکھایا گیا ہے جس کی جسامت درج ذیل ہے۔

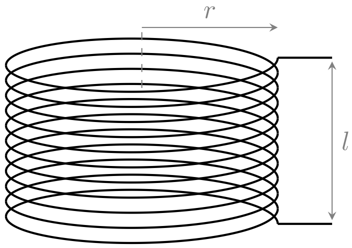
$$N = 11, r = 0.49\,\mathrm{m}, l = 0.94\,\mathrm{m}$$

پیچدار لچھے کے اندر مقناطیسی بہاو $\phi$ کا بیشتر حصہ محوری رخ ہوتا ہے۔ لچھے کے بار یہی بہاو پوری کائنات سے گزرتے ہوئے واپس لچھے میں داخل ہوتا ہے۔چونکہ پوری کائنات کا رقبہ عمودی تراش $A$ لا متناہی ہے لہٰذا لچھے کے باہر کثافت مقناطیسی بہاو $B = \frac{\phi}{A}$ کی مقدار قابل نظرانداز ہو گی۔لچھے کے اندر محوری رخ مقناطیسی شدت درج ذیل ہو گی۔

$$H = \frac{Ni}{l}$$

اس لچھے کی خود امالہ حاصل کریں۔

[42] spiral coil




شکل 2.12: پیچدار لچھا

حل:

$$
\begin{aligned}
B &= \mu_0 H = \frac{\mu_0 N i}{l} \\
\phi &= B\pi r^2 = \frac{\mu_0 N i \pi r^2}{l} \\
\lambda &= N\phi = \frac{\mu_0 N^2 i \pi r^2}{l} \\
L &= \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}
\end{aligned}
$$

$N$ ، $r$ اور $l$ کی قیمتیں پر کرتے ہوئے درج ذیل امالہ حاصل ہو گا[43]۔

$$L = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times \pi \times 0.49^2}{0.94} = 122\,\mu\text{H}$$

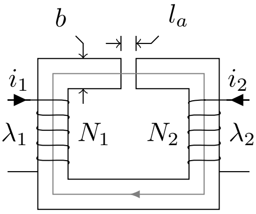
□

شکل 2.13 میں دو لچھوں کا ایک مقناطیسی دور دکھایا گیا ہے۔ ایک لچھے کے چکر $N_1$ اور اس میں برقی رو $i_1$ ہے، دوسرا لچھا $N_2$ چکر کا ہے اور اس میں برقی رو $i_2$ ہے۔ دونوں لچھوں میں مثبت برقی رو قالب میں ایک جیسے رخ مقناطیسی دباو پیدا کرتے ہیں۔ اگر قالب کا $\Re_c$ قابل نظرانداز ہو تب مقناطیسی بہاو $\phi$ درج ذیل ہو گا۔

$$\phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2)\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \tag{2.31}$$

دونوں لچھوں کا مجموعی مقناطیسی دباو، $N_1 i_1 + N_2 i_2$، مقناطیسی بہاو $\phi$ پیدا کرتا ہے۔ اس مقناطیسی بہاو کا پہلے لچھے

[43] یہ پیچدار لچھا میں نے 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے والی بھٹی میں استعمال کیا ہے۔




موٹائی $= b$

گہرائی $= w$

$$A_a = A_c = bw$$
$$\lambda_1 = N_1\phi$$
$$\lambda_2 = N_2\phi$$
$$\phi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\Re_a + \Re_c}$$

شکل 2.13: دو لچھے والا مقناطیسی دور۔

کے ساتھ ارتباط

$$\lambda_1 = N_1\phi = N_1^2\frac{\mu_0 A_a}{l_a}i_1 + N_1 N_2\frac{\mu_0 A_a}{l_a}i_2 \tag{2.32}$$

یعنی

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 \tag{2.33}$$

ہے جہاں $L_{11}$ اور $L_{12}$ سے مراد درج ذیل ہے۔

$$L_{11} = N_1^2\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \tag{2.34}$$

$$L_{12} = N_1 N_2\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \tag{2.35}$$

$L_{11}$ پہلے لچھے کا خود امالہ[44] ہے اور $L_{11}i_1$ اس لچھے کے اپنے برقی رو $i_1$ سے پیدا مقناطیسی بہاو کے ساتھ ارتباط بہاو ہے جسے خود ارتباط بہاو[45] کہتے ہیں۔ $L_{12}$ اِن دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ[46] ہے اور $L_{12}i_2$ لچھا-1 کے ساتھ $i_2$ سے پیدا بہاو کے ساتھ ارتباط بہاو ہے جسے مشترکہ ارتباط بہاو[47] کہتے ہیں۔ بالکل اسی طرح ہم دوسرے لچھے کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= N_2\phi = N_2 N_1\frac{\mu_0 A_a}{l_a}i_1 + N_2^2\frac{\mu_0 A_a}{l_a}i_2\\ &= L_{21}i_1 + L_{22}i_2\end{aligned} \tag{2.36}$$

---

[44] self inductance
[45] self flux linkage
[46] mutual inductance
[47] mutual flux linkage

جہاں $L_{22}$ اور $L_{21}$ سے مراد درج ذیل ہے۔

$$L_{22} = N_2^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} \tag{2.37}$$

$$L_{21} = L_{12} = N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} \tag{2.38}$$

$L_{22}$ لچھا-2 کا خود امالہ اور $L_{21} = L_{12}$ دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ ہے۔امالہ کا تصور اس وقت کارآمد ہوتا ہے جب مقناطیسی مستقل $\mu$ کو اٹل تصور کرنا ممکن ہو۔

مساوات 2.29 کو مساوات 2.27 میں پر کرتے ہیں۔

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\partial (Li)}{\partial t} \tag{2.39}$$

اگر امالہ کی قیمت اٹل ہو، جیسا کہ ساکن مشینوں میں ہوتا ہے، تب ہمیں امالہ کی جانی پہچانی مساوات

$$e = L \frac{\partial i}{\partial t} \tag{2.40}$$

ملتی ہے۔ اگر امالہ بھی تبدیل ہو، جیسا کہ موٹروں اور جنریٹروں میں ہوتا ہے، تب درج ذیل ہو گا۔

$$e = L \frac{\partial i}{\partial t} + i \frac{\partial L}{\partial t} \tag{2.41}$$

**توانائی**[48] کی اکائی **جاول**[49] $J$ [50] ہے اور **طاقت**[51] کی اکائی[52] جاول فی سیکنڈ ہے جس کو **واٹ**[53] $W$ کا نام دیا گیا ہے۔

اس کتاب میں توانائی یا کام کو $W$ سے ظاہر کیا جائے گا اگرچہ طاقت کی اکائی واٹ $W$ کے لئے بھی یہی علامت استعمال ہوتی ہے۔امید کی جاتی ہے کہ متن سے اصل مطلب جاننا ممکن ہو گا۔

وقت $t$ کے ساتھ توانائی $W$ کی تبدیلی کی شرح کو **طاقت** $p$ کہتے ہیں۔یوں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$p = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = ie = i \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}t} \tag{2.42}$$

---

[48] energy
[49] Joule
[50] جیمس پریسقوٹ جاول انگلستانی سائنسدان جنہوں نے حرارت اور میکانی کام کا رشتہ دریافت کیا
[51] power
[52] سکاٹلینڈ کے جیمز واٹ جنہوں نے بخارات پر چلنے والے انجن پر کام کیا
[53] Watt

مقناطیسی دور میں لمحہ $t_1$ تا $t_2$ مقناطیسی توانائی کی تبدیلی کو تکمل کے ذریعہ حاصل کیا جا سکتا ہے:

$$\Delta W = \int_{t1}^{t2} p \,\mathrm{d}t = \int_{\lambda 1}^{\lambda 2} i \,\mathrm{d}\lambda \tag{2.43}$$

ایک لچھے کا مقناطیسی دور، جس میں امالہ کی قیمت اٹل ہو، کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\Delta W = \int_{\lambda 1}^{\lambda 2} i \,\mathrm{d}\lambda = \int_{\lambda 1}^{\lambda 2} \frac{\lambda}{L} \,\mathrm{d}\lambda = \frac{1}{2L}\left(\lambda_2^2 - \lambda_1^2\right) \tag{2.44}$$

یوں $t_1$ پر $\lambda_1 = 0$ تصور کرتے ہوئے کسی بھی $\lambda$ پر مقناطیسی توانائی درج ذیل ہو گی۔

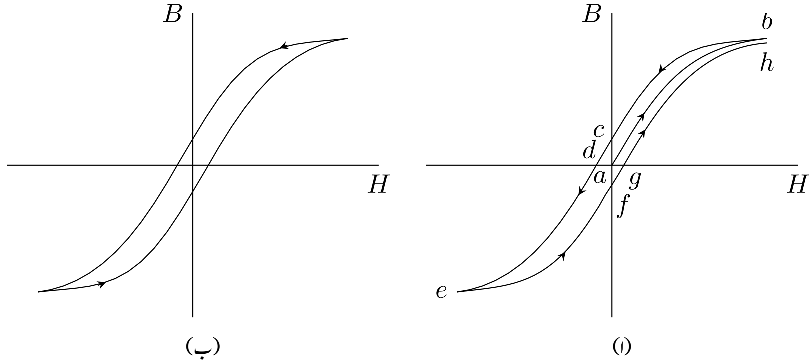
$$W = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{Li^2}{2} \tag{2.45}$$

## 2.8 مقناطیسی مادہ کے خواص

قالب کے استعمال سے دو فوائد حاصل ہوتے ہیں۔ قالب کے استعمال سے کم مقناطیسی دباو، زیادہ مقناطیسی بہاو پیدا کرتا ہے اور مقناطیسی بہاو کو پسند کی راہ پر رہنے کا پابند بنایا جا سکتا ہے۔ یک دوری ٹرانسفارمروں میں قالب کے استعمال سے مقناطیسی بہاو کو اس طرح پابند کیا جاتا ہے کہ تمام لچھوں میں یکساں بہاو پایا جاتا ہو۔ موٹروں میں قالب کے استعمال سے مقناطیسی بہاو کو یوں پابند کیا جاتا ہے کہ زیادہ سے زیادہ قوت پیدا ہو جبکہ جنریٹروں میں زیادہ سے زیادہ برقی دباو حاصل کرنے کی نیت سے بہاو کو پابند کیا جاتا ہے۔

مقناطیسی مادہ کی $B$ اور $H$ کا تعلق ترسیم کی صورت میں پیش کیا جاتا ہے۔ لوہا نما مقناطیسی مادے کی $B-H$ ترسیم شکل 2.14-الف میں دکھائی گئی ہے۔ایک لوہا نما مقناطیسی مادہ جس میں مقناطیسی اثر نہیں پایا جاتا ہو کو نقطہ $a$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔اس نقطہ پر درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} H_a &= 0 \\ B_a &= 0 \end{aligned} \tag{2.46}$$




شکل 2.14: $B - H$ خطوط یا مقناطیسی چال کے دائرے۔

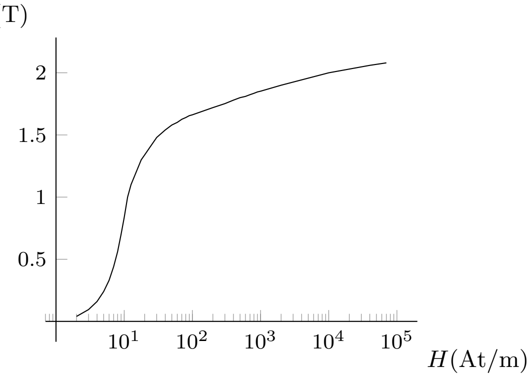
مقناطیسی مادہ کو لچھے میں رکھ کر اس پر مقناطیسی دباو لاگو کیا جا سکتا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت $H$ لاگو کرنے سے لوہا نما مقناطیسی مادے میں کثافت مقناطیسی بہاو $B$ پیدا ہو گا۔میدانی شدت بڑھانے سے کثافت مقناطیسی بہاو بھی بڑھے گا۔ $a$ سے شروع ہوتا ہوا تیر دار قوس اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔میدانی شدت کو نقطہ $b$ تک بڑھایا گیا ہے جہاں $H_b$ اور $B_b$ ہوں گے۔

نقطہ $b$ تک پہنچنے کے بعد میدانی شدت کم کرتے ہوئے دیکھا گیا ہے کہ واپسی قوس ایک مختلف راستہ اختیار کرتا ہے۔یوں نقطہ $b$ سے میدانی شدت کم کرتے ہوئے صفر کرنے سے لوہا نما مادہ کی کثافتِ مقناطیسی بہاو کم ہو کر نقطہ $c$ پر آن پہنچتا ہے۔نقطہ $b$ سے نقطہ $c$ تک تیر دار قوس اس عمل کو ظاہر کرتا ہے۔نقطہ $c$ پر بیرونی میدانی شدت صفر ہے لیکن لوہا نما مادے کی کثافتِ مقناطیسی بہاو صفر نہیں ہے۔یہ مادہ ایک مقناطیس بن گیا ہے جس کی کثافتِ مقناطیسی بہاو $B_c$ ہے۔اس مقدار کو بقایا کثافتِ مقناطیسی بہاو[54] کہتے ہیں۔مصنوعی مقناطیس اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

نقطہ $c$ سے میدانی شدت منفی رخ بڑھانے سے $B$ کم ہوتے ہوتے آخر کار ایک مرتبہ دوبارہ صفر ہو جائے گا۔اس نقطہ کو $d$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔مقناطیسیت ختم کرنے کے لئے درکار میدانی شدت کی مقدار $|H_d|$ کو مقناطیسیت ختم کرنے والی شدت یا مختصراً خاتم شدت[55] کہتے ہیں۔

منفی رخ میدانی شدت مزید بڑھانے سے نقطہ $e$ حاصل ہو گا۔ اس کے بعد منفی رخ کی میدانی شدت کی مطلق قیمت کم کرنے سے نقطہ $f$ حاصل ہو گا جہاں میدانی شدت صفر ہونے کے باوجود کثافتِ مقناطیسی بہاو صفر نہیں

[54] residual magnetic flux
[55] coercivity




شکل 2.15: فولاد $M5$ کی 0.3048 ملی میٹر موٹی پتری کی ترسیم۔ میدانی شدت کا پیمانہ لاگ ہے۔

ہے۔ اس نقطہ پر لوہا نما مادہ اُلٹ رخ مقناطیس بن چکا ہے اور $B_f$ بقایا کثافتِ مقناطیسی بہاو ہے۔ اسی طرح اس رخ مقناطیسیت ختم کرنے کی شدت $|H_g|$ ہے۔ میدانی شدت بڑھاتے ہوئے نقطہ $b$ کی بجائے نقطہ $h$ حاصل ہو گا۔

برقی شدت کو متواتر اسی طرح پہلے ایک رخ اور پھر مخالف (دوسری) رخ ایک خاص حد تک پہنچانے سے آخر کار $B-H$ منحنی کا ایک بند دائرہ حاصل ہو گا جسے شکل 2.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس دائرہ پر خلاف گھڑی سفر ہو گا۔ شکل 2.14-ب کو **مقناطیسی چال کا دائرہ**[56] کہتے ہیں۔

مختلف $H$ کے لئے شکل 2.14-ب حاصل کر کے ایک ہی کاغذ پر کھینچنے کے بعد ان تمام کے $b$ نقطے جوڑنے سے شکل 2.15 میں دکھائی گئی $B-H$ ترسیم حاصل ہو گی۔ ٹرانسفارمروں میں استعمال ہونے والی 0.3048 ملی میٹر موٹی $M5$ قالبی پتری کی $B-H$ ترسیم شکل 2.15 میں دکھائی گئی ہے۔ اس ترسیم میں موجود مواد جدول 2.1 میں بھی دیا گیا ہے۔ عموماً مقناطیسی مسائل حل کرتے ہوئے شکل 2.14 کی جگہ شکل 2.15 طرز کی ترسیم استعمال کی جاتی ہے۔ دھیان رہے کہ اس ترسیم میں $H$ کا پیمانہ **لاگ**[57] ہے۔

لوہا نما مقناطیسی مادے پر لاگو مقناطیسی شدت بڑھانے سے کثافتِ مقناطیسی بہاو بڑھنے کی شرح بتدریج کم ہوتی جاتی ہے حتیٰ کہ آخر کار یہ شرح خلاء کی شرح $\mu_0$ کے برابر ہو جاتی ہے $\left(\frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu_0\right)$ ۔ اس اثر کو **سیرابیت**[58] کہتے ہیں جو شکل 2.15 میں واضح ہے۔

[56] hysteresis loop
[57] log
[58] saturation

شکل 2.14 سے واضح ہے کہ $H$ کی کسی بھی قیمت پر $B$ کی دو ممکنہ قیمتیں ہوں گی۔ بڑھتے مقناطیسی بہاو کی صورت میں ترسیم میں نیچے سے اُوپر جانے والی منحنی $B$ اور $H$ کا تعلق پیش کرے گی جبکہ گھٹتے ہوئے مقناطیسی بہاو کی صورت میں اوپر سے نیچے جانے والی منحنی اس تعلق کو پیش کرے گی۔ چونکہ $\mu = B/H$ ہے لہٰذا $B$ کی مقدار تبدیل ہونے سے $\mu$ کی قیمت بھی تبدیل ہو گی۔ باوجود اس کے ہم مقناطیسی ادوار میں $\mu$ کو ایک مستقل تصور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے نتائج پر عموماً زیادہ اثر انداز نہیں ہوتا ہے۔

مثال 2.7: شکل 2.15 یا اس کے مساوی جدول 2.1 میں دی گئی مواد استعمال کرتے ہوئے شکل 2.6 کی خلاء میں ایک ٹسلا اور دو ٹسلا کثافت مقناطیسی بہاو حاصل کرنے کے لئے درکار برقی رو معلوم کریں۔درج ذیل معلومات استعمال کریں۔ قالب اور خلاء کا رقبہ عمودی تراش ایک دوسرے جتنا لیں۔

$$b = 5\,\mathrm{cm}, w = 4\,\mathrm{cm}, l_a = 3\,\mathrm{mm}, l_c = 30\,\mathrm{cm}, N = 1000$$

حل: ایک ٹسلا کے لئے۔
جدول 2.1 کے تحت قالب میں 1 ٹسلا کے لئے قالب کو 11.22 ایمپیئر-چکر فی میٹر قیمت کی شدت $H$ درکار ہو گی۔یوں 30 سم لمبے قالب کو $0.3 \times 11.22 = 3.366$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔

خلاء کو درج ذیل ایمپیئر-چکر فی میٹر شدت درکار ہے۔

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} = 795\,671$$

یوں 3 ملی میٹر خلاء کو $0.003 \times 795671 = 2387$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔ کل ایمپیئر-چکر ان دونوں کا مجموعہ $3.366 + 2387 = 2390.366$ ہو گا جس سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$i = \frac{2390.366}{1000} = 2.39\,\mathrm{A}$$

حل: دو ٹسلا کے لئے۔
جدول 2.1 کے تحت قالب میں 2 ٹسلا کثافت کے لئے قالب کو 10000 ایمپیئر-چکر فی میٹر $H$ درکار ہو گی۔یوں 30 سم قالب کو $0.3 \times 10000 = 3000$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{2}{4\pi 10^{-7}} = 1\,591\,342$$

| $B$ | $H$ | $B$ | $H$ | $B$ | $H$ | $B$ | $H$ | $B$ | $H$ | $B$ | $H$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.000 | 0 | 0.700 | 9 | 1.480 | 30 | 1.720 | 200 | 1.852 | 1000 | 1.998 | 9000 |
| 0.040 | 2 | 0.835 | 10 | 1.540 | 40 | 1.752 | 300 | 1.900 | 2000 | 2.000 | 10000 |
| 0.095 | 3 | 1.000 | 11.22 | 1.580 | 50 | 1.780 | 400 | 1.936 | 3000 | 2.020 | 20000 |
| 0.160 | 4 | 1.100 | 12.59 | 1.601 | 60 | 1.800 | 500 | 1.952 | 4000 | 2.040 | 30000 |
| 0.240 | 5 | 1.200 | 14.96 | 1.626 | 70 | 1.810 | 600 | 1.968 | 5000 | 2.048 | 40000 |
| 0.330 | 6 | 1.300 | 17.78 | 1.640 | 80 | 1.824 | 700 | 1.975 | 6000 | 2.060 | 50000 |
| 0.440 | 7 | 1.340 | 20 | 1.655 | 90 | 1.835 | 800 | 1.980 | 7000 | 2.070 | 60000 |
| 0.560 | 8 | 1.400 | 23.77 | 1.662 | 100 | 1.846 | 900 | 1.985 | 8000 | 2.080 | 70000 |

جدول 2.1: مقناطیسی بہاو بالمقابل شدت

ایمپیئر-چکر فی میٹر درکار ہیں لہٰذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو $4774 = 1591342 \times 0.003$ ایمپیئر چکر درکار ہوں گے۔یوں کل ایمپیئر-چکر $7774 = 4774 + 3000$ ہیں جن سے درج ذیل حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$i = \frac{7774}{1000} = 7.774\,\mathrm{A}$$

اس مثال میں مقناطیسی سیرابیت واضح ہے۔ □

## 2.9 ہیجان شدہ لچھا

بدلتا رو بجلی میں برقی دباو اور مقناطیسی بہاو عموماً سائن نما ہوتے ہیں جن کا وقت کے ساتھ تعلق $\sin\omega t$ یا $\cos\omega t$ ہو گا۔ اس حصہ میں بدلتا رو سے لچھا ہیجان کرنا اور اس سے نمودار ہونے والی برقی توانائی کے ضیاع پر تذکرہ کیا جائے گا۔ قالب میں کثافت مقناطیسی بہاو

$$B = B_0 \sin\omega t \tag{2.47}$$

کی صورت میں قالب میں درج ذیل بدلتا مقناطیسی بہاو $\varphi$ پیدا ہو گا۔

$$\varphi = A_c B = A_c B_0 \sin\omega t = \phi_0 \sin\omega t \tag{2.48}$$

اس مساوات میں مقناطیسی بہاو کا حیطہ $\phi_0$، کثافت مقناطیسی بہاو کا حیطہ $B_0$، قالب کا رقبہ عمودی تراش $A_c$ (جو ہر مقام پر یکساں ہے)، زاویائی تعدد $\omega = 2\pi f$ اور تعدد $f$ ہے۔

فیراڈے کے قانون (مساوات 2.27) کے تحت یہ مقناطیسی بہاو لچھے میں $e(t)$ امالی برقی دباو[59] پیدا کرے گا

$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{\partial \lambda}{\partial t} \\ &= \omega N \phi_0 \cos \omega t \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= E_0 \cos \omega t \end{aligned} \tag{2.49}$$

جہاں حیطہ $E_0$ درج ذیل ہے۔

$$E_0 = \omega N \phi_0 = 2\pi f N A_c B_0 \tag{2.50}$$

ہم بدلتے رو مقداروں کے مربع کی اوسط کے جذر میں دلچسپی رکھتے ہیں جو ان مقداروں کی موثر[60] قیمت ہوتی ہے۔ جیسا صفحہ 19 پر مساوات 1.42 میں دیکھا گیا، سائن نما موج کی موثر قیمت موج کے حیطہ کی $1/\sqrt{2}$ گنّا ہو گی لہٰذا امالی برقی دباو کی موثر قیمت $E_{rms}$ درج ذیل ہو گی۔

$$E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N A_c B_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N A_c B_0 \tag{2.51}$$

یہ مساوات بہت اہم ہے جس کو ہم بار بار استعمال کریں گے۔بدلتے برقی دباو یا بدلتے برقی رو کی قیمت سے مراد ان کی موثر قیمت ہو گی۔پاکستان میں گھریلو برقی دباو کی موثر قیمت 220 وولٹ ہے۔اس سائن نما برقی دباو کی چوٹی $\sqrt{2} \times 220 = 311$ وولٹ ہو گی۔

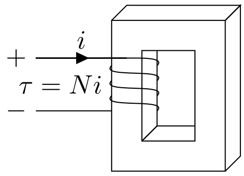
مثال 2.8: شکل 2.16 میں لچھے کے 27 چکر ہیں۔ قالب کی لمبائی 30 سم جبکہ اس کا رقبہ عمودی تراش 229.253 مربع سم ہے۔لچھے کو گھریلو 220 وولٹ موثر برقی دباو سے ہیجان کیا جاتا ہے۔جدول 2.1 کی مدد سے مختلف برقی دباو پر محرک برقی رو معلوم کریں اور اس کا خط کھینچیں۔

حل: گھریلو برقی دباو 50 ہرٹز کی سائن نما موج ہو گی۔

$$v = \sqrt{2} \times 220 \cos(2\pi 50 t) \tag{2.52}$$

---

[59] induced voltage
[60] root mean square, rms




شکل 2.16: سادہ مقناطیسی دور (مثال 2.8)۔

| $\omega t$ | $B$ | $H$ | $0.3H$ | $i_\varphi = \frac{0.3H}{27}$ | $\omega t$ | $B$ | $H$ | $0.3H$ | $i_\varphi = \frac{0.3H}{27}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.675 | 1.000 | 11.22 | 3.366 | 0.125 | 0.000 | 0.000 | 0 | 0.000 | 0.000 |
| 0.757 | 1.100 | 12.59 | 3.777 | 0.140 | 0.025 | 0.040 | 2 | 0.600 | 0.022 |
| 0.847 | 1.200 | 14.96 | 4.488 | 0.166 | 0.059 | 0.095 | 3 | 0.900 | 0.033 |
| 0.948 | 1.300 | 17.78 | 5.334 | 0.198 | 0.100 | 0.160 | 4 | 1.200 | 0.044 |
| 0.992 | 1.340 | 20 | 6.000 | 0.222 | 0.150 | 0.240 | 5 | 1.500 | 0.056 |
| 1.064 | 1.400 | 23.77 | 7.131 | 0.264 | 0.208 | 0.330 | 6 | 1.800 | 0.067 |
| 1.180 | 1.480 | 30 | 9.000 | 0.333 | 0.278 | 0.440 | 7 | 2.100 | 0.078 |
| 1.294 | 1.540 | 40 | 12.000 | 0.444 | 0.357 | 0.560 | 8 | 2.400 | 0.089 |
| 1.409 | 1.580 | 50 | 15.000 | 0.556 | 0.453 | 0.700 | 9 | 2.700 | 0.100 |
| 1.571 | 1.601 | 60 | 18.000 | 0.667 | 0.549 | 0.835 | 10 | 3.000 | 0.111 |

جدول 2.2: محرک برقی رو

مساوات 2.51 کی مدد سے ہم کثافتِ مقناطیسی بہاو کی چوٹی حاصل کرتے ہیں۔

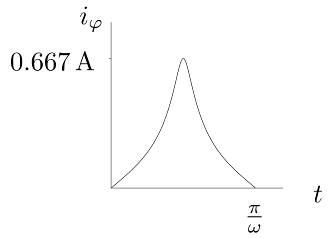
$$B_0 = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 27 \times 0.0229253} = 1.601\,\mathrm{T} \tag{2.53}$$

یوں قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کا حیطہ 1.601 ہو گا اور قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

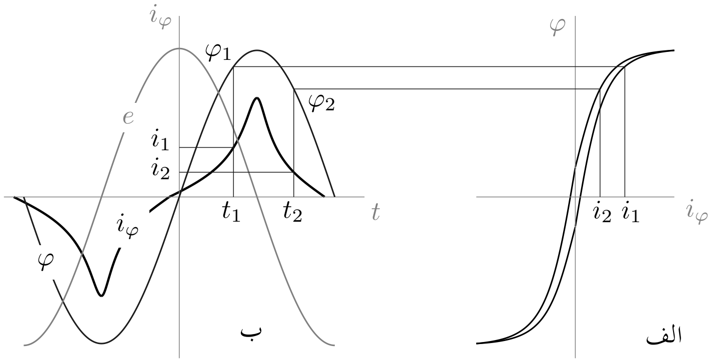
$$B = 1.601 \sin \omega t \tag{2.54}$$

ہم جدول کی مدد سے 0 اور 1.601 ٹسلا کے بیچ مختلف قیمتوں پر درکار محرک برقی رو $i_\phi$ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ہم مختلف $B$ پر جدول 2.1 سے قالب کی $H$ حاصل کریں گے جو ایک میٹر لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیئر-چکر ہوں گے۔اس سے 30 سم لمبی قالب کے لئے درکار ایمپیئر-چکر دریافت کر کے برقی رو حاصل کریں گے۔

جدول 2.2 مختلف کثافتِ مقناطیسی بہاو کے لئے درکار محرک برقی رو دیتی ہے۔جدول میں ہر $B$ کی قیمت پر $t$ کو مساوات 2.54 سے حاصل کیا گیا ہے۔محرک برقی رو بالمقابل $t$ کا خط شکل 2.17 میں دیا گیا ہے۔ □




شکل 2.17: $M5$ پتری کے قالب میں $1.6$ ٹسلا تک ہیجان پیدا کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو۔



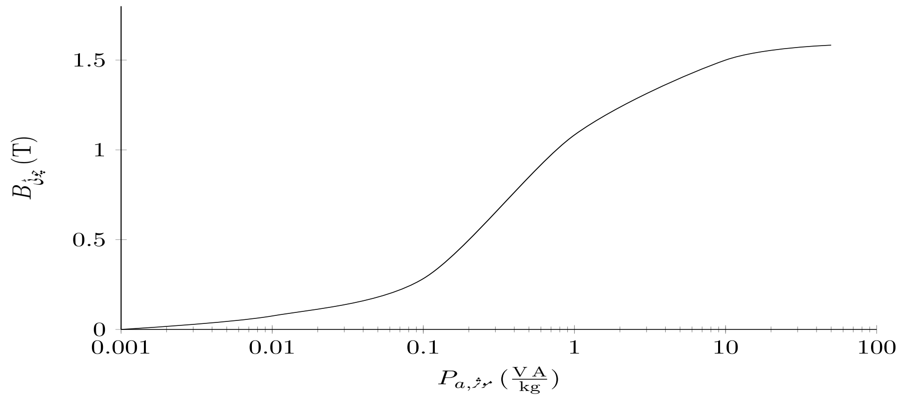

شکل 2.18: ہیجان انگیز برقی رو۔

برقی لچھے میں برقی دباو سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ ہیجان شدہ لچھا میں گزرتے برقی رو $i_\varphi$ کی بنا قالب میں مقناطیسی بہاو پیدا ہو گا۔ اس برقی رو $i_\varphi$ کو **ہیجان انگیز برقی رو**[61] کہتے ہیں۔

مثال 2.8 میں ہیجان انگیز برقی رو معلوم کی گئی جسے شکل 2.17 میں دکھایا گیا۔ اسے حاصل کرتے وقت **مقناطیسی چال**[62] کو نظر انداز کیا گیا۔ شکل 2.18 میں ہیجان انگیز برقی رو $i_\varphi$ دکھائی گئی ہے جو مقناطیسی چال کو مدِ نظر رکھ کر حاصل کی گئی ہے۔ اس کو سمجھنا ضروری ہے۔

شکل 2.18-الف میں مقناطیسی چال کا دائرہ دکھایا گیا ہے۔ درج ذیل تعلقات کی بنا مقناطیسی چال کے خط کو

excitation current[61]
hysteresis[62]




شکل 2.19: پچاس ہرٹز پر 0.3 ملی میٹر موٹی پتری کے لئے درکار موثر وولٹ-ایمپیئر فی کلو گرام قالب

$i_\varphi - \varphi$ کا خط لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
Hl &= Ni \\
\varphi &= BA_c
\end{aligned}
\tag{2.55}
$$

قالب میں سائن نما مقناطیسی بہاو $\varphi$ کو شکل 2.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔سائن نما مقناطیسی بہاو وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔لمحہ $t_1$ پر اس کی قیمت $\varphi_1$ ہو گی۔مقناطیسی بہاو $\varphi_1$ حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو $i_1$ شکل-الف سے حاصل کی جا سکتی ہے۔اسی ہیجان انگیز برقی رو کو شکل-ب میں لمحہ $t_1$ پر دکھایا گیا ہے۔

دھیان رہے کہ لمحہ $t_1$ پر مقناطیسی بہاو بڑھ رہا ہے لہٰذا مقناطیسی چال کے خط کا درست حصہ استعمال کرنا ضروری ہے۔شکل 2.18-الف میں $i_\varphi - \varphi$ کے خط میں گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے یوں نیچے سے اوپر جاتا ہوا حصہ استعمال کیا گیا ہے۔شکل 2.14-ب میں تیر کے نشان مقناطیسی بہاو بڑھنے (نیچے سے اوپر) اور گھٹنے (اوپر سے نیچے) والے حصوں کی نشاندہی کرتے ہیں۔

لمحہ $t_2$ پر مقناطیسی بہاو گھٹ رہا ہے۔اس لمحہ پر مقناطیسی بہاو $\varphi_2$ ہے اور اسے حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو $i_2$ ہے۔

اسی طرح مختلف لمحات پر درکار ہیجان انگیز برقی رو حاصل کرنے سے شکل 2.18-ب کا $i_\varphi$ خط ملتا ہے جو غیر سائن نما ہے۔

آپ جانتے ہیں کہ $\varphi = \phi_0 \sin \omega t$ کی صورت میں برقی دباو $e = N\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = N\phi_0\omega \cos \omega t$ ہو گا۔ شکل 2.18-ب میں اس برقی دباو کو بھی دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ برقی دباو سے مقناطیسی بہاو $90°$ تاخیر سے ہے۔

قالب میں $B = B_0 \sin \omega t$ کی صورت میں $H$ اور $i_\varphi$ غیر سائن نما ہوں گے جن کی موثر قیمتوں $H_{c,rms}$ اور $i_{\varphi,rms}$ کا تعلق درج ذیل ہو گا۔

$$Ni_{\varphi,rms} = l_c H_{c,rms} \tag{2.56}$$

مساوات 2.51 اور مساوات 2.56 سے درج ذیل حاصل ہو گا

$$E_{rms} i_{\varphi,rms} = \sqrt{2}\pi f B_0 H_{c,rms} A_c l_c \tag{2.57}$$

جہاں $A_c l_c$ قالب کا حجم ہے۔ یوں $A_c l_c$ حجم کے قالب میں $B_0$ کثافتِ مقناطیسی بہاو پیدا کرنے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\varphi,rms}$ مساوات 2.57 دے گی۔ ایک مقناطیسی قالب جس کا حجم $A_c l_c$ اور میکانی کثافت $\rho_c$ ہو، کی کمیت $m_c = \rho_c A_c l_c$ ہو گی لہٰذا ایک کلو گرام قالب کے لئے مساوات 2.57 کو درج ذیل روپ میں لکھا جا سکتا ہے۔

$$P_a = \frac{E_{rms} i_{\varphi,rms}}{m_c} = \frac{\sqrt{2}\pi f}{\rho_c} B_0 H_{c,rms} \tag{2.58}$$

دیکھا جائے تو کسی ایک تعدد $f$ پر $P_a$ کی قیمت صرف قالب پر اور قالب میں $B_0$ یعنی $B_{\text{چوٹی}}$ پر منحصر ہے، چونکہ $H_{c,rms}$ خود $B_0$ پر منحصر ہے۔ یہی وجہ ہے کہ قالب بنانے والے اکائی کمیت کے قالب میں مختلف $B_{\text{چوٹی}}$ پیدا کرنے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\varphi,rms}$ کی $B_0$ بالمقابل $P_a$ ترسیم مہیا کرتے ہیں۔ قالب کی 0.3 ملی میٹر موٹی پتری کے لئے ایسی ترسیم شکل 2.19 میں دکھائی گئی ہے۔

# باب 3

# ٹرانسفارمر

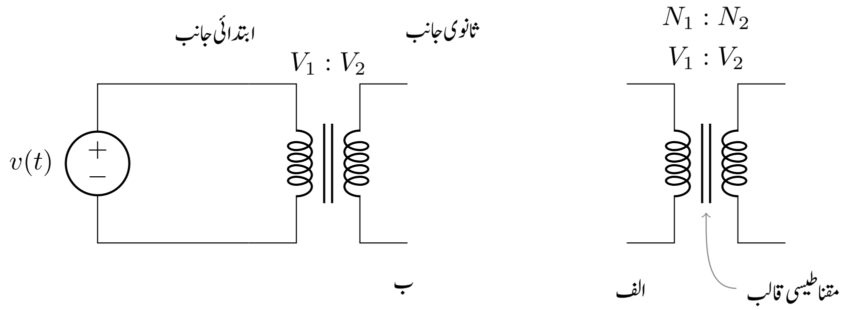
ٹرانسفارمر وہ آلہ ہے جو بدلتا برقی دباو کو تبدیل کرتا ہے۔ یہ دو یا دو سے زیادہ لچھوں پر مشتمل ہوتا ہے جو مقناطیسی قالب[1] پر لپٹے ہوتے ہیں۔یہ لچھے عموماً آپس میں جڑے ہوئے نہیں ہوتے ہیں۔شکل 3.1-الف میں ٹرانسفارمر کی علامت دکھائی گئی ہے۔دو لچھوں کے درمیان متوازی لکیریں مقناطیسی قالب کو ظاہر کرتی ہیں۔

دستیاب برقی دباو[2] پر ٹرانسفارمر کے ایک لچھے کو برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے اور باقی لچھوں سے مختلف برقی دباو پر یہی برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔جس لچھے پر برقی دباو لاگو کیا جائے اسے ابتدائی لچھا[3] کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو ابتدائی جانب[4] کہتے ہیں۔اسی طرح جس لچھے (لچھوں) سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے اسے (انہیں) ثانوی لچھا[5] (لچھے) کہتے ہیں اور اس جانب کو ثانوی جانب[6] کہتے ہیں۔ایسا شکل 3.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔ٹرانسفارمر کی علامت میں ابتدائی جانب کو بائیں طرف اور ثانوی جانب کو دائیں طرف دکھایا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر عموماً صرف دو لچھوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔اس کتاب میں مقناطیسی قالب پر لپٹے ہوئے دو لچھوں کے قوی ٹرانسفارمر پر تبصرہ کیا جائے گا۔

---

[1] magnetic core
[2] بدلتا برقی دباو کی علامت میں مثبت اور منفی نشان وقت صفر پر برقی دباو کی مثبت اور منفی سرے ظاہر کرتے ہیں۔
[3] primary coil
[4] primary side
[5] secondary coil
[6] secondary side




شکل 3.1: ٹرانسفارمر کی علامت۔

ٹرانسفارمر کے کم برقی دباو کے لچھے کو **کم برقی دباو کا لچھا**[7] کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو **کم برقی دباو والی جانب** کہتے ہیں جبکہ ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباو کے لچھے کو **زیادہ برقی دباو کا لچھا**[8] کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو **زیادہ برقی دباو والی جانب** کہتے ہیں۔

یوں اگر ٹرانسفارمر کے کم برقی دباو جانب برقی دباو لاگو کیا جائے اور زیادہ برقی دباو جانب سے برقی دباو حاصل کیا جائے تو ٹرانسفارمر کی کم برقی دباو جانب کو ابتدائی جانب کہیں گے اور اس کی زیادہ برقی دباو جانب کو ثانوی جانب کہیں گے۔

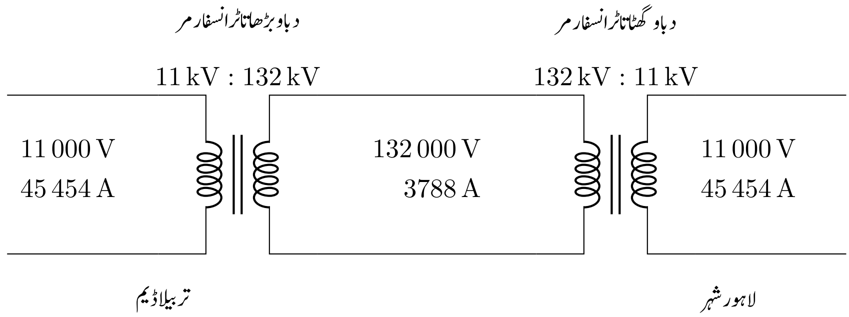
## 3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت

بدلتے رو کی برقی طاقت ایک مقام سے دوسرے مقام با آسانی اور نہایت کم برقی طاقت کی ضیاع سے منتقل کی جا سکتی ہے۔ یہی اس کی مقبولیت کا راز ہے۔ ٹرانسفارمر کے تبادلہ برقی دباو[9] کی خاصیت ایسا کرنے میں کلیدی کردار ادا کرتی ہے جسے درج ذیل مثال کی مدد سے سمجھتے ہیں۔

مثال 3.1: شکل 3.2 سے رجوع کریں۔ برقی دباو اور برقی رو کا حاصل ضرب برقی طاقت ہو گا:

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

[7] low voltage coil
[8] high voltage coil
[9] voltage transformation property




شکل 3.2: برقی طاقت کی منتقلی۔

تصور کریں کہ تربیلا ڈیم سے 500 MW برقی طاقت لاہور[10] شہر کے گھریلو صارفین کو 220 وولٹ پر مہیا کرنی ہے۔ اگر ہم اس طاقت کو 220 وولٹ پر ہی منتقل کرنا چاہیں تب برقی رو

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{220} = 2\,272\,727\,\mathrm{A}$$

ہو گی۔ برقی تار میں کثافتِ برقی رو $J_{au}$ تقریباً 5 ایمپیئر فی مربع ملی میٹر $J_{au} = 5\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{mm}^2}$ ممکن ہوتی ہے۔ یہ ایک محفوظ کثافتِ برقی رو ہے۔ اگر برقی تار میں اس سے زیادہ برقی رو گزاری جائے تو اس کی مزاحمت میں برقی طاقت کے ضیاع سے یہ گرم ہو کر پگھل سکتی ہے۔ اس طرح صفحہ 12 پر مساوات 1.23 سے برقی تار کا رقبہ عمودی تراش

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{2\,272\,727}{5} = 454\,545\,\mathrm{mm}^2$$

ہو گا۔ گول تار تصور کریں تو اس کا رداس درج ذیل ہو گا۔

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{454\,545}{\pi}} = 380\,\mathrm{mm} = 0.38\,\mathrm{m}$$

اتنی موٹی برقی تار کہیں نہیں پائی جاتی ہے[11]۔ اگر یہ تار المونیم کی بنی ہو جس کی کثافت $\rho_v = 2700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ ہوتی ہے تب ایک میٹر لمبی تار کی کمیت

$$m = 2700 \times \pi \times 0.38^2 \times 1 = 1224\,\mathrm{kg}$$

[10] ضلع صوابی میں بھی لاہور ایک تحصیل ہے لیکن اس شہر کو اتنی طاقت نہیں درکار
[11] آپ مانیں یا نہ مانیں، آپ نے بھی اتنی موٹی برقی تار کبھی نہیں دیکھی ہو گی۔

یعنی 1.2 ٹن ہو گی۔المونیم اتنی مہنگی ہے کہ اس صورت میں اتنی برقی طاقت کو لاہور پہنچانا ممکن نہیں ہو گا[12]۔

آئیں اب ٹرانسفارمر استعمال کر کے دیکھتے ہیں۔ ڈیم پر ایک ٹرانسفارمر نسب کر کے برقی دباو کو بڑھا کر 132 000 وولٹ یعنی 132 کلو وولٹ کیا جاتا ہے۔یوں برقی رو درج ذیل ہو گا

$$i = \frac{p}{v} = \frac{500\,000\,000}{132\,000} = 3788\,\mathrm{A}$$

جس کے لئے درکار برقی تار

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{3788}{5} = 758\,\mathrm{mm}^2$$
$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{1667}{\pi}} = 15.5\,\mathrm{mm}$$

صرف 15.5 ملی میٹر رداس کی ہو گی۔ □

اس مثال میں اگر تربیلا ڈیم میں نسب جنریٹر 11000 وولٹ برقی دباو پیدا کر رہا ہو تو تربیلا ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر برقی دباو کو 11000 وولٹ سے بڑھا کر 132 کلو وولٹ کرے گا جبکہ لاہور شہر میں نسب ٹرانسفارمر 132 کلو وولٹ کو واپس 11000 وولٹ کرے گا۔

اسی مثال کو بڑھاتے ہیں۔شہر میں 220 وولٹ کی بجائے 11000 وولٹ صارف کے قریب پہنچا کر محلہ میں نسب ٹرانسفارمر کی مدد سے 11000 وولٹ کو مزید گھٹا کر 220 وولٹ کیا جائے گا جو صارف کو فراہم کیے جائیں گے۔

شکل 3.2 میں ڈیم سے شہر تک کا نظام دکھایا گیا ہے جہاں ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر کو **برقی دباو بڑھاتا ٹرانسفارمر**[13] اور لاہور میں نسب ٹرانسفارمر کو **برقی دباو گھٹاتا ٹرانسفارمر**[14] کہا گیا ہے۔

برقی طاقت عموماً 11 کلو وولٹ اور 25 کلو وولٹ کے مابین پیدا کی جاتی ہے۔اس کی منتقلی 110 کلو وولٹ اور 1000 کلو وولٹ کے بیچ کی جاتی ہے جبکہ اس کا استعمال 1000 وولٹ سے کم پر کیا جاتا ہے۔

---

[12] آج کل لاہور میں بجلی کی معطلی اس وجہ سے نہیں ہے۔
[13] step up transformer
[14] step down transformer

## 3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام

گھروں اور کارخانوں کو برقی طاقت فراہم کرنے والے ٹرانسفارمر مقناطیسی قالب پر لپیٹے جاتے ہیں۔یہ عموماً تین دوری[15] ہوتے ہیں جنہیں لوہے کے قالب والے تین مرحلہ قوی ٹرانسفارمر[16] کہتے ہیں۔

نہایت چھوٹے ٹرانسفارمر عموماً لوہے کے قالب پر بنائے جاتے ہیں اور یک دوری[17] ہوتے ہیں۔یہ گھریلو استعمال کے برقی مشین، مثلاً موبائل چارجر، وغیرہ میں نسب ہوتے ہیں اور 220 وولٹ سے برقی دباو مزید گھٹاتے ہیں۔

برقی دباو کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو دباو کے ٹرانسفارمر[18] کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی برقی دباو کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔اسی طرح برقی رو کی پیمائش کے لئے مستعمل ٹرانسفارمر، جو رو کے ٹرانسفارمر[19] کہلاتے ہیں، کے ثانوی اور ابتدائی رو کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ویسے تو ہر ٹرانسفارمر کسی تناسب سے برقی دباو یا برقی رو کم یا زیادہ کرتا ہے لیکن جیسا پہلے ذکر کیا گیا، ان دو اقسام کے ٹرانسفارمروں میں کم اور زیادہ کرنے کی تناسب پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ان دو اقسام کے ٹرانسفارمروں کی برقی سکت[20] نہایت کم[21] ہوتی ہے۔

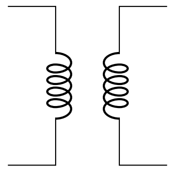
ٹرانسفارمر کے لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاو خلاء کے ذریعہ بھی ممکن ہے۔انہیں خلائی قالب ٹرانسفارمر[22] کہتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر ذرائع ابلاغ[23] کے ادوار، یعنی ریڈیو، ٹی وی وغیرہ میں پائے جاتے ہیں۔ان ٹرانسفارمروں کی علامت شکل 3.3 میں دکھائی گئی ہے جس میں قالب ظاہر کرنے والی متوازی لکیریں نہیں پائی جاتی ہیں۔

## 3.3 امالی برقی دباو

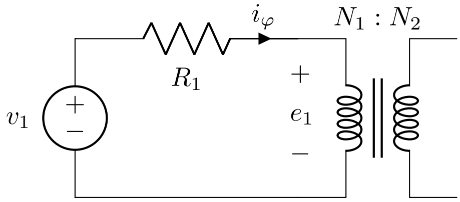
اس حصے کا بنیادی مقصد بیرونی برقی دباو $v$ اور اندرونی امالی برقی دباو $e$ میں فرق واضح کرنا اور ان سے متعلق تکنیکی اصطلاحات کا تعارف ہے۔

---

[15] three phase
[16] iron core, three phase power transformer
[17] single phase
[18] potential transformer
[19] current transformer
[20] electrical rating
[21] یہ عموماً تقریباً پچیس وولٹ۔ایمپیئر سکت رکھتے ہیں۔
[22] air core transformer
[23] communication transformer



شکل 3.3: خلائی ٹرانسفارمر کی علامت۔




شکل 3.4: بیرونی برقی دباو اور اندرونی امالی برقی دباو میں فرق۔

شکل 3.4 میں بے بوجھ[24] ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے، یعنی اس کا ثانوی لچھا کھلے دور رکھا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے کی مزاحمت $R_1$ ہے جس کو بیرونی جزو دکھایا گیا ہے۔ابتدائی لچھے پر $v_1$ برقی دباو لاگو کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز[25] برقی رو $i_\varphi$ گزرے گا۔اس ہیجان انگیز برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباو $N_1 i_\varphi$ قالب میں مقناطیسی بہاو $\varphi$ پیدا کرے گا۔ یہ بدلتا مقناطیسی بہاو ابتدائی لچھے میں امالی برقی دباو $e_1$ پیدا کرتا ہے جسے درج ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$e_1 = \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}t} = N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{3.1}$$

اس مساوات میں

- $\lambda$ ابتدائی لچھے کی مقناطیسی بہاو کے ساتھ ارتباط بہاو ہے،
- $\varphi$ مقناطیسی قالب میں مقناطیسی بہاو جو دونوں لچھوں میں سے گزرتی ہے،
- $N_1$ ابتدائی لچھے کے چکر ہیں۔

ابتدائی لچھے کی مزاحمت $R_1$ صفر نہ ہونے کی صورت میں کرخوف کے قانون برائے برقی دباو کے تحت درج ذیل ہو گا۔

$$v_1 = i_\varphi R_1 + e_1 \tag{3.2}$$

---

[24] unloaded
[25] excitation current

شکل 3.4 میں اس مزاحمت کو بطور بیرونی جزو، ٹرانسفارمر کے باہر، دکھایا گیا ہے۔اس لچھے کی رستا متعاملہ بھی ہو گی جسے نظرانداز کیا گیا ہے۔ عموماً طاقت کے ٹرانسفارمروں اور موٹروں میں $i_\varphi R_1$ کی قیمت $e_1$ اور $v_1$ کی قیمتوں سے بہت کم ہوتی ہے لہٰذا اسے نظرانداز کیا جا سکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{3.3}$$

مساوات 3.2 سے ثابت ہوتا ہے کہ بیرونی لاگو برقی دباو $v_1$ اور اندرونی امالی برقی دباو $e_1$ دو علیحدہ برقی دباو ہیں۔یہ بات سمجھ لینا بہت ضروری ہے۔مساوات 3.3 کے تحت $v_1$ اور $e_1$ کی مطلق قیمتیں (تقریباً) ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں[26]

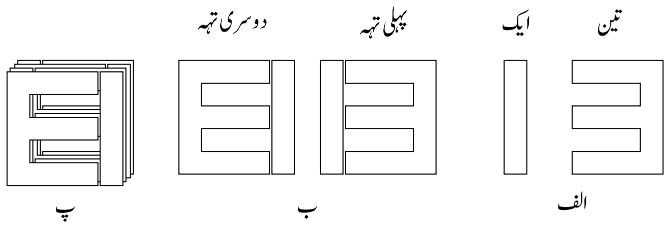
لچھا **ہیجان**[27] کرنے سے مراد اس پر بیرونی برقی دباو لاگو کرنا ہے جبکہ لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباو کو **ہیجان انگیز برقی دباو**[28] کہتے ہیں۔ لچھے کو **ہیجان شدہ لچھا**[29] جبکہ اس میں رواں برقی رو کو **ہیجان انگیز برقی رو**[30] کہتے ہیں۔

لچھے میں گزرتی مقناطیسی بہاو کی تبدیلی سے برقی دباو حاصل کیا جا سکتا ہے۔ ٹرانسفارمروں میں ساکن لچھا سے برقی دباو حاصل کیا جاتا ہے۔ ساکن لچھا سے حاصل برقی دباو کو **امالی برقی دباو**[31] کہتے ہیں۔ برقی دباو کا حصول مقناطیسی میدان میں لچھے کی حرکت سے بھی ممکن ہے۔ ایسے برقی دباو کو **محرک برقی دباو**[32] کہتے ہیں۔یاد رہے ان برقی دباو میں کسی قسم کا فرق نہیں ہوتا۔انہیں مختلف نام صرف پہچان کی خاطر دئے جاتے ہیں۔

## 3.4 ہیجان انگیز برقی رو اور قالبی ضیاع

جہاں مقناطیسی قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاو ثانوی لچھوں میں فائدہ مند برقی دباو پیدا کرتا ہے وہاں یہ مقناطیسی قالب میں نقصان دہ برقی دباو کو بھی جنم دیتا ہے جس سے مقناطیسی قالب میں **بھنور نما برقی رو**[33] پیدا ہوتا ہے۔ بھنور نما برقی

[26] جس سے طلبہ کی ذہن میں یہ غلط فہمی پیدا ہوتی ہے کہ یہ ایک ہی برقی دباو کے دو مختلف نام ہیں۔
[27] excite
[28] excitation voltage
[29] excited coil
[30] excitation current
[31] induced voltage
[32] electromotive force, emf
[33] eddy currents




شکل 3.5: قالبی پتری کے اشکال اور ان کو تہہ در تہہ رکھنے کا طریقہ۔

رو مقناطیسی قالب میں برقی طاقت کے ضیاع کا سبب بنتا ہے جسے **بھنور نما برقی رو کا ضیاع**[34] یا مختصراً **قالبی ضیاع**[35] کہتے ہیں۔ قالبی ضیاع کو کم سے کم کرنے کے لئے مقناطیسی قالب کو باریک لوہے کی **پتریاں**[36] تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ان پتریوں پر غیر موصل روغن[37] کی تہہ لگائی جاتی ہے تاکہ بھنور نما برقی رو کو روکا جا سکے۔آپ دیکھیں گے کہ برقی مشین کا قالب عموماً اسی طرح بنایا جاتا ہے۔شکل 2.15 اور جدول 2.1 میں 0.3048 ملی میٹر موٹی M5 قالبی پتری کا $B-H$ مواد دیا گیا ہے۔

شکل 3.5-الف میں قالبی پتریوں کے دو اشکال دکھائے گئے ہیں۔ان کی شکل و صورت کی بنا انہیں **ایک** اور **تین**[38] پتریاں پکارتے ہیں۔ شکل 3.5-ب میں ایک پتریوں اور تین پتریوں کو دو طرح آپس میں رکھا گیا ہے۔ان دو طریقوں سے انہیں تہہ در تہہ رکھا جاتا ہے۔لہٰذا اگر پہلی تہہ میں ایک دائیں جانب اور تین بائیں جانب رکھا جائے تو اس کے اوپر دوسری تہہ میں ایک کو بائیں جانب اور تین کو دائیں جانب رکھا جائے گا۔تیسری تہہ میں پھر ایک کو دائیں اور تین کو بائیں جانب رکھا جائے گا، وغیرہ۔اسی طرح انہیں جوڑ کر شکل 3.5-پ میں دکھایا گیا قالب حاصل کیا جاتا ہے۔

لچھے کی مزاحمت کو شکل 3.4 میں نظر انداز کرتے ہیں۔ ہیجان انگیز برقی رو $i_\varphi$ کی بنا امالی برقی دباو $e_1$ پیدا ہوتا ہے جو ہر صورت لاگو برقی دباو $v_1$ کے برابر ہو گا۔ چونکہ بوجھ کی بنا $v_1$ تبدیل نہیں ہوتا ہے لہٰذا بوجھ کی بنا $e_1$ اور ہیجان انگیز برقی رو بھی تبدیل نہیں ہوں گے۔یوں بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر میں ہیجان انگیز برقی رو یکساں ہوتا ہے ۔جیسا شکل 2.18 میں دکھایا گیا ہے، قوی ٹرانسفارمر اور موٹروں میں برقی دباو اور مقناطیسی

eddy current loss[34]
core loss[35]
laminations[36]
enamel[37]
E,I[38]

بہاو سائن نما ہوتے ہیں جبکہ ان میں ہیجان انگیز برقی رو غیر سائن نما ہوتا ہے۔ یوں اگر

$$
\begin{aligned}
\varphi &= \phi_0 \sin \omega t = \phi_0 \cos(\omega t - 90^\circ) \\
\hat{\varphi} &= \phi_0 \underline{/-90^\circ}
\end{aligned} \tag{3.4}
$$

ہو تب

$$
\begin{aligned}
e_1 &= N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \omega N_1 \phi_0 \cos \omega t \\
\hat{E}_1 &= \omega N_1 \phi_0 \underline{/0}
\end{aligned} \tag{3.5}
$$

ہو[39] گا۔ یہاں $\phi_0$ مقناطیسی بہاو کے حیطہ کو ظاہر کرتی ہے اور $\omega$ زاویائی تعداد ارتعاش یعنی $2\pi f$ کو ظاہر کرتی ہے جہاں $f$ تعداد ارتعاش ہے جسے ہرٹز Hz میں ناپا جاتا ہے۔ جیسا شکل 3.6 میں دکھایا گیا ہے $\hat{E}_1$ اور $\hat{\varphi}$ کے بیچ $90^\circ$ کا زاویہ ہو گا۔ $e_1$ برقی دباو کی موثر قیمت $E_{rms}$

$$
E_{rms} = \frac{\omega N_1 \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \phi_0 \tag{3.6}
$$

ہے جس سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\phi_0 = \frac{E_{rms}}{4.44 f N_1 \phi_0} \tag{3.7}
$$

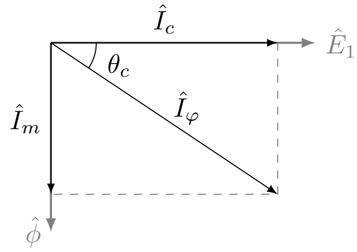
یہاں رک کر دوبارہ نظرثانی کرتے ہیں۔ اگر ایک لچھے پر $E_{rms}$ موثر برقی دباو لاگو کیا جائے تو یہ لچھا اتنا ہیجان انگیز برقی رو $i_\varphi$ گزرنے دیتا ہے جس سے نمودار ہونے والا مقناطیسی بہاو مساوات 3.7 میں دیے گئے مقناطیسی بہاو $\phi_0$ کے برابر ہو۔ یہ حقیقت نہ صرف ٹرانسفارمر بلکہ کسی بھی مقناطیسی دور کے لئے درست اور لازم ہے۔

غیر سائن نما ہیجان انگیز برقی رو $i_\varphi$ کو فوریئر تسلسل[40] سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
i_\varphi = \sum_n (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \tag{3.8}
$$

اس تسلسل میں $(a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t)$ کو **بنیادی جزو**[41] جبکہ باقی حصہ کو **موسیقائی اجزاء**[42] کہتے ہیں۔ بنیادی جزو میں $a_1 \cos \omega t$، مقناطیسی بہاو سے وجود میں آنے والے امالی برقی دباو، $e_1$ (مساوات 3.5) کے ہم قدم ہے اور دونوں ایک ساتھ بڑھتے اور گھٹتے ہیں جبکہ $e_1$ کے لحاظ سے $b_1 \sin \omega t$ نوے درجہ تاخیری زاویہ پر رہتا ہے۔ قالب میں مختلف وجوہات کی بنا پیدا برقی طاقت کی ضائع کو $a_1 \cos \omega t$ ظاہر کرتا ہے۔ اسی لئے اس جزو کو **جزو قالبی ضیاع**[43]

[39] اس مساوات میں اور اس کے بعد پوری کتاب میں امالی برقی دباو کے ساتھ منفی علامت نہیں لگائی گئی ہے۔
[40] Fourier series
[41] fundamental component
[42] harmonic components
[43] core loss component




شکل 3.6: مختلف دوری سمتیوں کے زاویے۔

کہتے ہیں۔ ہیجان انگیز برقی رو $i_\varphi$ سے $a_1 \cos \omega t$ منفی کر کے مقناطیس بنانے والا برقی رو یا **مقناطیسی برقی رو**[44] حاصل ہو گا۔ تسلسل کی تیسرا موسیقائی جزو سب سے زیادہ اہم ہے۔ قوی ٹرانسفارمروں میں تیسرا موسیقائی جزو عموماً کل ہیجان انگیز برقی رو کا 40 فی صد ہوتا ہے۔

ماسوائے جب ہیجان انگیز برقی رو کے اثرات پر غور کیا جا رہا ہو، ہم ہیجان انگیز برقی رو کے غیر سائن نما ہونے کو نظرانداز کرتے ہیں۔ قوی ٹرانسفارمر کا ہیجان انگیز برقی رو اس کے کل برقی رو[45] کا تقریباً 5 فی صد ہوتا ہے لہٰذا اس کا اثر بہت کم ہوتا ہے۔ یوں ہم ہیجان انگیز برقی رو کو سائن نما تصور کر کے اس کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس فرضی سائن نما ہیجان انگیز برقی رو[46] $\hat{I}_\varphi$ کی موثر قیمت $I_{\varphi,rms}$، اصل ہیجان انگیز برقی رو کی موثر قیمت کے برابر رکھی جاتی ہے جبکہ اس کا زاویہ $\theta_c$ یوں رکھا جاتا ہے کہ اس سے حاصل برقی ضیاع اصل برقی ضیاع کے برابر ہو۔ شکل 3.6 کی مدد سے یہ بات سمجھنی زیادہ آسان ہے۔ قالبی ضیاع $p_c$ ہونے کی صورت میں $\theta_c$ کی قیمت یوں منتخب کی جائے گی کہ درج ذیل مساوات درست ہو۔

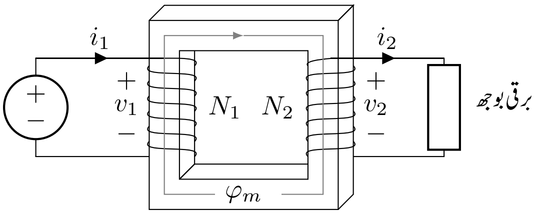
$$p_c = E_{rms} I_{\varphi,rms} \cos \theta_c \tag{3.9}$$

$\hat{I}_\varphi$ دباو $\hat{E}_1$ سے $\theta_c$ تاخیری ہو گا۔

## 3.5 تبادلہ برقی دباو اور تبادلہ برقی رو کے خواص

ہم شکل 3.7 کی مدد سے ٹرانسفارمر کا مطالعہ کرتے ہیں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ ابتدائی لچھا $N_1$ اور ثانوی لچھا $N_2$ چکر کا ہے اور دونوں لچھوں کی مزاحمتیں صفر ہیں۔ ہم مزید فرض کرتے ہیں کہ پورا مقناطیسی بہاو قالب میں رہتا

[44] magnetizing current
[45] کل برقی رو سے مراد وہ برقی رو ہے جو کل برقی بوجھ لادنے سے حاصل ہوتا ہے۔
[46] یعنی بدلتا برقی رو $i_\varphi$ کو اب دوری سمتیہ کی مدد سے $\hat{I}_\varphi$ لکھتے ہیں




شکل 3.7: بوجھ بردار کامل ٹرانسفارمر۔

اور دونوں لچھوں سے گزرتا ہے، قالب میں برقی توانائی ضائع نہیں ہوتی ہے اور قالب کا مقناطیسی مستقل اتنا بڑا ہے کہ ہیجان انگیز برقی رو قابل نظر انداز ہے۔ برقی رو $i_1$ اور $i_2$ کے رخ یوں رکھے گئے ہیں کہ ان سے پیدا مقناطیسی بہاو ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں۔ اصل ٹرانسفارمر ان باتوں پر تقریباً پورا اترتا ہے۔ ایسے ٹرانسفارمر کو کامل ٹرانسفارمر[47] کہتے ہیں۔

کامل ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے پر بدلتا برقی دباو $v_1$ لاگو کرنے سے قالب میں بدلتا مقناطیسی بہاو $\varphi_m$ پیدا ہو گا جو ابتدائی لچھے میں، لاگو برقی دباو $v_1$ کے برابر، امالی برقی دباو $e_1$ پیدا کرتا ہے۔

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t} \tag{3.10}$$

یہی مقناطیسی بہاو دوسرے لچھے سے بھی گزرے گا اور اس میں $e_2$ امالی برقی دباو پیدا کرے گا جو ثانوی سروں پر برقی دباو $v_2$ کی صورت میں نمودار ہو گا۔

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t} \tag{3.11}$$

مساوات 3.10 کو مساوات 3.11 سے تقسیم کرتے ہوئے درج ذیل رشتہ حاصل ہوتا ہے

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t}}{N_2 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t}} = \frac{N_1}{N_2} \tag{3.12}$$

جس کے تحت کامل ٹرانسفارمر دونوں لچھوں کے چکروں کی نسبت سے تبادلہ برقی دباو[48] کرتا ہے۔

کامل ٹرانسفارمر میں طاقت کا ضیاع نہیں ہوتا ہے لہٰذا اس کو ابتدائی جانب جتنی برقی طاقت فراہم کی جائے وہ اتنی برقی طاقت ثانوی جانب دے گا:

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2 \tag{3.13}$$

---
[47] ideal transformer
[48] voltage transformation

درج بالا مساوات سے

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} \tag{3.14}$$

لکھا جا سکتا ہے جس کو مساوات 3.12 کے ساتھ ملا کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2} \tag{3.15}$$

مساوات 3.15 ٹرانسفارمر کی تبادلہ برقی دباو اور تبادلہ برقی رو[49] کی خاصیت پیش کرتی ہے جسے عموماً دو حصوں میں لکھا جاتا ہے:

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{N_1}{N_2} \quad \text{تبادلہ برقی دباو} \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{N_2}{N_1} \quad \text{تبادلہ برقی رو} \end{aligned} \tag{3.16}$$

اس مساوات کا پہلی جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباو دونوں اطراف کے چکروں کا راست متناسب ہو گا جبکہ مساوات کا دوسری جزو کہتا ہے کہ ٹرانسفارمر کے دونوں اطراف برقی رو چکروں کا بالعکس متناسب ہو گا۔

مثال 3.2: شکل 3.7 میں درج ذیل لیتے ہوئے ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباو اور برقی رو معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \hat{V_1} &= 220\underline{/0} \\ N_1 : N_2 &= 220 : 22 \\ Z &= R = 10\,\Omega \end{aligned}$$

حل: ابتدائی جانب برقی دباو 220 وولٹ دیا گیا ہے۔ ہم ثانوی جانب برقی دباو کو مساوات 3.16 کے پہلی جزو کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{V_2} = \frac{N_2}{N_1}\hat{V_1} = \frac{22}{220} \times 220\underline{/0} = 22\underline{/0}$$

ثانوی دباو 22 وولٹ ہے جو ابتدائی دباو کے ہم قدم ہے۔ثانوی برقی دباو 10 اوہم کی مزاحمت میں برقی رو پیدا کرے گا جسے اوہم کے قانون سے حاصل کرتے ہیں:

$$\hat{I_2} = \frac{22\underline{/0}}{10} = 2.2\underline{/0}$$

[49] current transformation

ثانوی رو 2.2 ایمپیئر ہے۔ ابتدائی رو مساوات 3.16 کے دوسری جزو سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_1 = \frac{N_2}{N_1}\hat{I}_2 = \frac{22}{220} \times 2.2\underline{/0} = 0.22\underline{/0}$$

□

اس مثال کے نتائج ایک جگہ لکھ کر ان پر غور کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_1 = 220\underline{/0}, \quad \hat{V}_2 = 22\underline{/0}, \quad \hat{I}_1 = 0.22\underline{/0}, \quad \hat{I}_2 = 2.2\underline{/0}$$

ابتدائی دباو ثانوی دباو کے دس گنا ہے جبکہ برقی رو میں قصہ الٹ ہے۔ثانوی رو ابتدائی رو کے دس گنا ہے۔طاقت دونوں اطراف برابر ہے۔یہاں رک کر اس بات کو اچھی طرح سمجھ لیں کہ جس جانب برقی دباو زیادہ ہوتا ہے اس جانب برقی رو کم ہو گا۔ یوں زیادہ دباو لچھا کے چکر زیادہ ہوں گے اور اس لچھے میں نسبتاً باریک برقی تار استعمال ہو گی جبکہ کم دباو لچھا کم چکر کا ہو گا اور اس میں نسبتاً موٹی برقی تار استعمال ہو گی۔ موٹی تار زیادہ رو گزارنے کی سکت رکھتی ہے۔

مثال 3.3: صفحہ 72 پر شکل 3.10-الف میں رکاوٹ $Z_2$ کو بدلتے برقی دباو $\hat{V}_1$ کے ساتھ ایک ٹرانسفارمر کے ذریعہ جوڑا گیا ہے۔درج ذیل معلومات کی روشنی میں رکاوٹ میں برقی رو اور طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔

$$\hat{V}_1 = 110\underline{/0}, \quad Z_2 = R + jX = 3 + j2, \quad N_1 : N_2 = 220 : 22$$

حل: ٹرانسفارمر کی تبادلہ برقی دباو کی خاصیت کے تحت ابتدائی 110 وولٹ دباو ثانوی جانب درج ذیل دباو $\hat{V}_s$ دے گا۔

$$\hat{V}_s = \frac{N_2}{N_1}\hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 110\underline{/0} = 11\underline{/0}$$

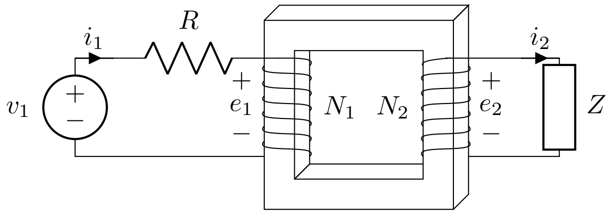
یوں ثانوی رو

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_s}{Z} = \frac{11\underline{/0}}{3 + j2} = 3.05\underline{/-33.69^\circ}$$

اور رکاوٹ میں برقی طاقت کا ضیاع $p_z$ درج ذیل ہو گا۔

$$p_z = I_2^2 R = 3.05^2 \times 3 = 27.9\,\mathrm{W}$$

□




شکل 3.8: تبادلہ رو کی خاصیت۔

## 3.6 ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر

شکل 3.8 میں ابتدائی لچھے کی تار کی مزاحمت کو $R$ سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ ثانوی جانب بوجھ $Z$ ہے۔ فرض کریں ہم $Z$ اتار کر ٹرانسفارمر کے ثانوی سرے کھلے دور کرتے ہیں۔ بے بوجھ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب بدلتا برقی دباو $v_1$ لچھے میں ہیجان انگیز برقی رو $i_\varphi$ پیدا کرے گا جس کا مقناطیسی دباو $N_1 i_\varphi$ قالب میں گھڑی کے رخ مقناطیسی بہاو $\varphi_m$[50] پیدا کرے گا۔ بہاو $\varphi_m$ ابتدائی لچھے میں $e_1$ امالی برقی دباو پیدا کرتا ہے۔

$$e_1 = N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t} \tag{3.17}$$

ابتدائی رو، فراہم کردہ دباو اور ابتدا امالی دباو کا تعلق قانون اہم سے لکھا جا سکتا ہے۔

$$i_\varphi = \frac{v_1 - e_1}{R} \tag{3.18}$$

اب ہم ثانوی جانب برقی بوجھ $Z$ لادتے ہیں۔ بوجھ بردار ٹرانسفارمر[51] کے ثانوی جانب برقی رو $i_2$ رواں ہو گا جس کی وجہ سے $N_2 i_2$ مقناطیسی دباو وجود میں آئے گا۔ یہ مقناطیسی دباو قالب میں گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی بہاو $\varphi_2$ پیدا کرے گا۔ یوں قالب میں مقناطیسی بہاو تبدیل ہو کر (گھٹ کر) $\varphi_{\text{نیا}} = \varphi_m - \varphi_2$ اور ابتدائی لچھے میں امالی دباو گھٹ کر $e_{\text{نیا}}$ ہو جائے گا۔ مساوات 3.18 کے تحت امالی دباو گھٹنے کی وجہ سے ابتدائی رو بڑھے گا۔

آپ نے دیکھا کہ ثانوی جانب کا رو قالب میں مقناطیسی بہاو تبدیل کر کے ابتدائی لچھے کو بوجھ کے بارے میں خبردار کرتا ہے۔

---

[50] $\varphi$ کو یہاں $\varphi_m$ کہا گیا ہے۔
[51] loaded transformer

آئیں $R$ کی قیمت کو نظرانداز کرتے ہوئے بے بوجھ ٹرانسفارمر سے شروع کر کے اس عمل کو زیادہ باریکی سے دیکھیں۔ٹرانسفارمر کو $v_1$ فراہم کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز رو $i_\varphi$ پیدا ہو گا جو قالب پر $N_1 i_\varphi$ مقناطیسی دباو مسلط کر کے اس میں گھڑی کے رخ بہاو $\varphi_m$ پیدا کرے گا۔ یہ بہاو لچھے میں امالی دباو $e_1$ پیدا کرتا ہے۔ابتدائی لچھے کی مزاحمت نظرانداز کرتے ہوئے $v_1 = e_1$ ہو گا لہٰذا مساوات 3.17 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t} \tag{3.19}$$

اب ٹرانسفارمر پر $Z$ بوجھ ڈالتے ہیں۔ اس بوجھ کی بنا ثانوی لچھے میں $i_2$ رو پیدا ہو گا جو قالب پر گھڑی کے مخالف رخ مقناطیسی دباو $N_2 i_2$ مسلط کر کے اس میں گھڑی کے مخالف رخ بہاو $\varphi_2$ پیدا کرے گا۔ اگر $\varphi_2$ کا کچھ نہ کیا جائے تب قالب میں کل مقناطیسی بہاو گھٹ کر $\varphi_m - \varphi_2$ ہو جائے گا اور ابتدائی لچھے میں امالی دباو گھٹ جائے گا۔ مساوات 3.19 کے تحت یہ ایک ناممکن صورت حال ہے چونکہ $e_1$ کو ہر صورت $v_1$ کے برابر ہونا ہو گا (یاد رہے $v_1$ کی قیمت جوں کی توں ہے)۔ لہٰذا $\varphi_2$ کے اثر کو ختم کرنے کے لئے ابتدائی لچھے میں برقی رو $i_1$ نمودار ہو گا جس سے پیدا مقناطیسی دباو $N_1 i_1$ مقناطیسی دباو $N_2 i_2$ کے اثر کو ختم کر دے گا۔یوں $N_1 i_1$ اور $N_2 i_2$ کا مجموعی مقناطیسی دباو صفر ہو گا۔

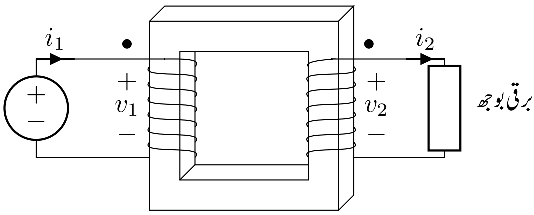
$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0 \tag{3.20}$$

درج بالا مساوات میں دونوں دباو ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہٰذا ان کا مجموعہ درحقیقت ان کے فرق کے برابر ہو گا۔مقناطیسی دباو $N_1 i_1$ اور $N_2 i_2$ قالب میں ایک دوسرے کے مخالف رخ ہیں لہٰذا یہ ایک دوسرے کے اثر کو مکمل طور پر ختم کرتے ہیں۔ یوں بے بوجھ اور بوجھ بردار ٹرانسفارمر دونوں میں مقناطیسی بہاو $\varphi_m$ کے برابر ہو گا۔ مساوات 3.20 سے تبادلہ رو کا کلیہ اخذ کیا جا سکتا ہے:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \tag{3.21}$$

## 3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب

شکل 3.9 میں جس لمحہ پر ابتدائی لچھے کا بالائی سر مثبت برقی دباو پر ہو، اس لمحہ پر ثانوی لچھے کا بالائی سر مثبت دباو پر ہے۔ اس حقیقت کو لچھوں پر نقطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یوں نقطی سروں پر دباو ہم قدم ہوں گے۔




شکل 3.9: ٹرانسفارمر کی علامت میں نقطوں کا مفہوم۔

مزید ابتدائی لچھے کے نقطی سر سے مثبت برقی رو لچھے میں داخل جبکہ ثانوی لچھے کے نقطی سر سے مثبت برقی رو لچھے سے خارج ہو گی۔

## 3.8 رکاوٹ کا تبادلہ

اس حصہ میں کامل ٹرانسفارمر میں رکاوٹ کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ شکل 3.10-الف میں ایک ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس کی ابتدائی جانب سائن نما برقی دباو $\hat{V}_1 = V_1\underline{/\theta}$ لاگو کیا گیا ہے۔ یہاں دوری سمتیہ استعمال کئے جائیں گے۔ ٹرانسفارمر پر نقطے ہم قدم سروں کی نشاندہی کرتے ہیں۔

جیسے اوپر ذکر ہوا، برقی دباو $\hat{V}_1$ اور $\hat{V}_2$ آپس میں ہم قدم ہیں اور اسی طرح برقی رو $\hat{I}_1$ اور $\hat{I}_2$ آپس میں ہم قدم ہیں۔ مساوات 3.12 اور مساوات 3.21 کو دوری سمتیہ کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right)\hat{V}_2\\ \hat{I}_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)\hat{I}_2\end{aligned} \tag{3.22}$$

خارجی دباو، رو اور رکاوٹ کا تعلق قانون اوہم سے لکھتے ہیں۔

$$Z_2 = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = |Z_2|\,\underline{/\theta_z} \tag{3.23}$$

مساوات 3.22 سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے جہاں آخری قدم پر رکاوٹ کی قیمت پر کی گئی ہے۔

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{3.24}$$

یوں داخلی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{(N_1/N_2)^2 Z_2} \tag{3.25}$$

شکل 3.10-ب میں $\hat{V}_1$ درج ذیل قیمت کے رکاوٹ $Z_2'$ کو فراہم کیا گیا ہے۔

$$Z_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{3.26}$$

آپ تسلی کر لیں کہ اس دور میں بھی $\hat{V}_1$ کا برقی رو مساوات 3.25 دیتی ہے۔

مساوات 3.25 سے نسبت $\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1}$ لکھتے ہیں جو شکل 3.10-ب کے تحت $Z_2'$ کے برابر ہے۔

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = Z_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{3.27}$$

دونوں ادوار سے $\hat{V}_1$ کی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

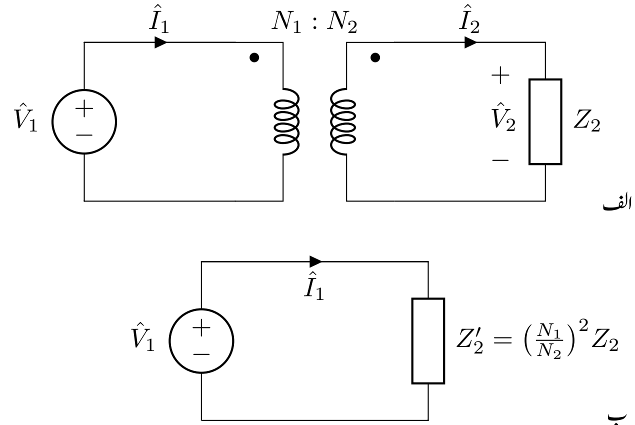
$$p = \hat{V}_1 \cdot \hat{I}_1 = \frac{V_1^2 \cos\theta_z}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 |Z_2|} \tag{3.28}$$

یوں حساب کرنے کے نقطہ نظر سے ہم $\hat{V}_1$ کو مساوات 3.26 میں دی گئی قیمت کے رکاوٹ $Z_2'$ پر لاگو کرتے ہوئے $\hat{V}_1$ کا برقی رو اور طاقت جان سکتے ہیں۔

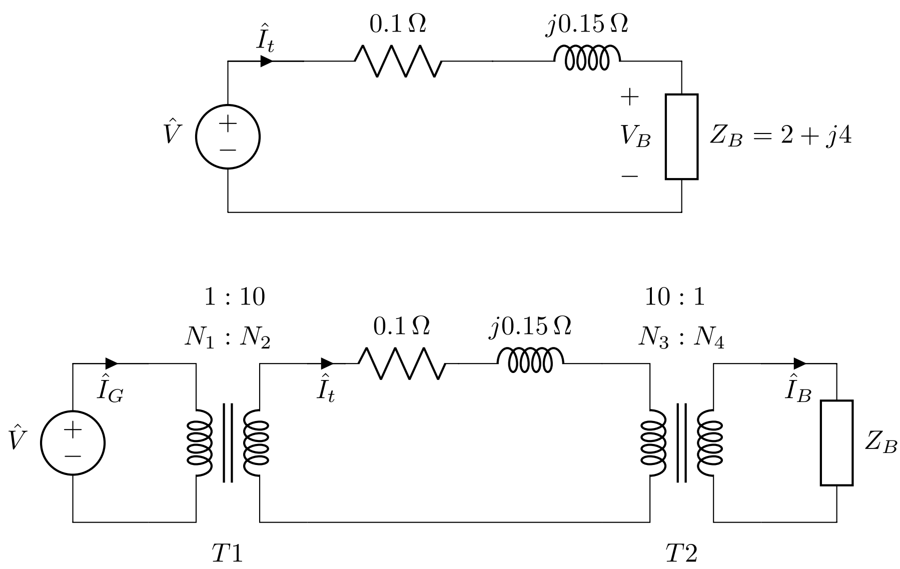
منبع $\hat{V}_1$ کو شکل 3.10-الف اور ب میں کوئی فرق نظر نہیں آتا ہے۔اس کے ساتھ ٹرانسفارمر کے ذریعہ $Z_2$ جوڑنا یا بغیر ٹرانسفارمر $Z_2'$ جوڑنا ایک برابر ہے۔ ٹرانسفارمر $Z_2$ کو یوں تبدیل کرتا ہے کہ $\hat{V}_1$ کو رکاوٹ $Z_2'$ نظر آتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی اس خاصیت کو تبادلہ رکاوٹ[52] کی خاصیت کہتے ہیں جس کو درج ذیل مساوات بیان کرتی ہے۔

$$Z_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{3.29}$$

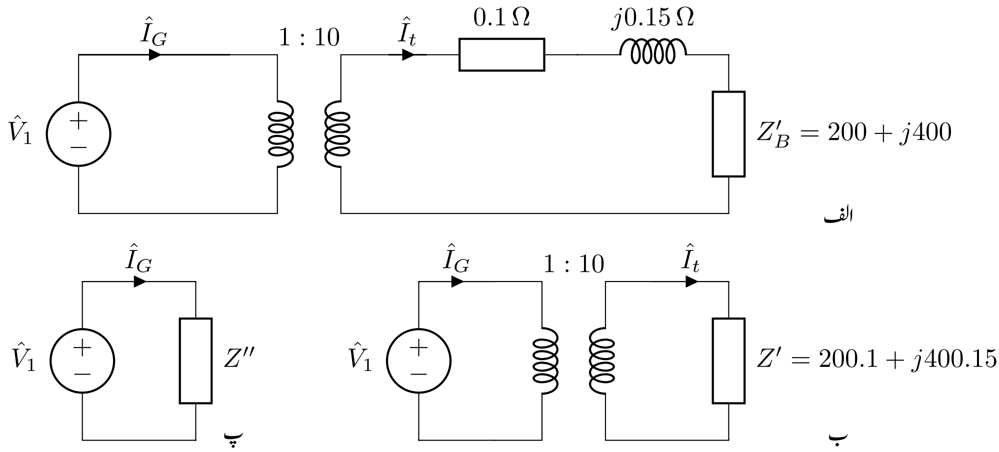
ہم حساب کرنے کی خاطر رکاوٹ کو ٹرانسفارمر کی ایک جانب سے دوسری جانب منتقل کر سکتے ہیں۔




شکل 3.10: ٹرانسفارمر کی خاصیت تبادلہ رکاوٹ۔




شکل 3.11: برقی طاقت کی منتقلی۔




شکل 3.12: ٹرانسفارمر قدم با قدم حل کرنے کا طریقہ۔

مثال 3.4: شکل 3.11-الف میں رکاوٹ $Z_B$ کا برقی بوجھ ایک جنریٹر پر لدا ہے۔ بوجھ تک برقی طاقت دو برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کیا گیا ہے۔ ان تاروں کا مجموعہ رکاوٹ $Z_t$ ہے۔

شکل-ب میں جنریٹر کے قریب نسب برقی دباو بڑھانے والا ٹرانسفارمر برقی دباو کو دس گنا بڑھاتا ہے اور برقی بوجھ کے قریب نسب برقی دباو گھٹانے والا ٹرانسفارمر برقی دباو کو دس گنا گھٹاتا ہے۔ دونوں ٹرانسفارمروں کے بیچ تاروں کا مجموعہ رکاوٹ $Z_t$ ہے جبکہ باقی مستعمل تاروں کی رکاوٹ قابل نظر انداز ہے۔ دونوں اشکال میں

$$Z_B = 2 + j4, \quad Z_t = 0.1 + j0.15, \quad \hat{V} = 415\underline{/0}$$

لیتے ہوئے

- برقی بوجھ پر برقی دباو معلوم کریں،
- برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع معلوم کریں۔

---

impedance transformation[52]

حل الف:

$$\begin{aligned}\hat{I}_t &= \frac{\hat{V}}{Z_t + Z_B} = \frac{415\underline{/0}}{0.1 + j0.15 + 2 + j4} \\ &= \frac{415\underline{/0}}{2.1 + j4.15} = \frac{415\underline{/0}}{4.651\underline{/63.15}} \\ &= 89.23\underline{/-63.159^\circ} = 40.3 - j79.6\end{aligned}$$

یوں رکاوٹ پر برقی دباو

$$\begin{aligned}\hat{V_B} = \hat{I_B} Z_B &= (40.3 - j79.6)(2 + j4) \\ &= 399 + j2 = 399\underline{/0.287^\circ}\end{aligned}$$

اور برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 89.23^2 \times 0.1 = 796\,\mathrm{W}$$

حل ب: شکل 3.11 اور شکل 3.12 سے رجوع کریں۔شکل 3.11 میں ٹرانسفارمر $T_2$ کے ثانوی رکاوٹ کو مساوات 3.26 کی مدد سے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہیں۔

$$Z'_B = \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 Z_B = \left(\frac{10}{1}\right)^2 (2 + j4) = 200 + j400$$

یوں شکل 3.12-الف حاصل ہوتا ہے جس میں برقی تار کا رکاوٹ اور تبادلہ شدہ رکاوٹ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ان کے مجموعہ کو $Z'$

$$Z' = Z_t + Z'_B = 0.1 + j0.15 + 200 + j400 = 200.1 + j400.15$$

لکھتے ہوئے شکل 3.12-ب حاصل ہوتا ہے۔ایک مرتبہ دوبارہ مساوات 3.26 استعمال کرتے ہوئے $Z'$ کو ٹرانسفارمر کے ابتدائی جانب منتقل کرتے ہوئے

$$Z'' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z' = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (200.1 + j400.15) = 2.001 + j4.0015$$

شکل 3.12-پ حاصل ہو گا جس سے جنریٹر کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I_G} = \frac{\hat{V}}{Z''} = \frac{415\underline{/0}}{2.001 + j4.0015} = 92.76\underline{/-63.432^\circ}$$

شکل 3.12-ب میں جنریٹر کا برقی رو جانتے ہوئے تبادلہ برقی رو سے $\hat{I_t}$ حاصل کرتے ہیں۔

$$\hat{I_t} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)\hat{I_G} = \left(\frac{1}{10}\right)92.76\underline{/-63.432^\circ} = 9.276\underline{/-63.432^\circ}$$

یوں برقی تار میں طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = I_t^2 R_t = 9.276^2 \times 0.1 = 8.6\,\mathrm{W}$$

اسی طرح شکل 3.11 میں $\hat{I_t}$ جانتے ہوئے تبادلہ برقی رو سے

$$\begin{aligned}\hat{I_B} &= \left(\frac{N_3}{N_4}\right)\hat{I_t} = \left(\frac{10}{1}\right)9.276\underline{/-63.432^\circ}\\ &= 92.76\underline{/-63.432^\circ} = 41.5 - j82.9\end{aligned}$$

حاصل کیا جا سکتا ہے۔رکاوٹ پر برقی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{V_B} = \hat{I_B}Z_B = (41.5 - j82.9)(2 + j4) = 414 + j0.2$$

بغیر ٹرانسفارمر استعمال کیے برقی تاروں میں طاقت کا ضیاع 796 واٹ جبکہ ٹرانسفارمر استعمال کرتے ہوئے صرف 8.6 واٹ یعنی 92 گنا کم ہے۔اسی میں ٹرانسفارمر کی مقبولیت کا راز ہے۔ □

## 3.9 ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباو لچھوں کے چکروں پر منحصر ہوتا ہے۔ٹرانسفارمر ایک مخصوص برقی دباو اور برقی رو کے لئے بنایا جاتا ہے۔ٹرانسفارمر بناوٹی برقی دباو $V_2 : V_1$ سے کم برقی دباو پر بھی استعمال کیا جا سکتا ہے اگرچہ عموماً اسے بناوٹی برقی دباو پر ہی چلایا جاتا ہے۔اسی طرح ٹرانسفارمر بناوٹی برقی رو $I_2 : I_1$ سے کم برقی رو پر بھی استعمال کیا جا سکتا ہے۔حقیقی استعمال میں ٹرانسفارمر کا برقی رو عموماً بناوٹی قیمت سے کم ہوتا ہے۔

ٹرانسفارمر کی ایک جانب کے برقی دباو اور برقی رو کا حاصل ضرب دوسری جانب کے برقی دباو اور برقی رو کا حاصل ضرب کا برابر ہوتا ہے۔

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \tag{3.30}$$

برقی دباو اور برقی رو کے حاصل ضرب، $V_1 I_1$ یا $V_2 I_2$، کو ٹرانسفارمر کے وولٹ ضرب ایمپیئر یا مختصراً وولٹ۔ایمپیئر[53] کہتے ہیں[54] جو ٹرانسفارمر کے برقی سکت کا ناپ ہے۔ٹرانسفارمر اور دیگر برقی مشین، مثلاً موٹر اور جنریٹر جو ٹرانسفارمر کے بنیادی اصولوں پر کام کرتے ہیں، پر نسب معلوماتی تختی پر ان کا سکت، بناوٹی برقی دباو اور بناوٹی تعداد لکھا جاتا ہے۔یوں ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر درج ذیل ہوں گے۔

$$\text{وولٹ-ایمپیئر} = V_1 I_1 = V_2 I_2 \tag{3.31}$$

مثال 3.5: ایک 25000 وولٹ-ایمپیئر اور 220 : 11000 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباو کی جانب 11000 وولٹ لاگو ہیں۔

- اس کی ثانوی جانب زیادہ سے زیادہ کتنا برقی بوجھ ڈالا جا سکتا ہے؟
- زیادہ سے زیادہ برقی بوجھ پر ٹرانسفارمر کا ابتدائی برقی رو حاصل کریں۔

حل: اس ٹرانسفارمر کی معلومات درج ذیل ہیں۔

$$25\,\mathrm{kV\,A}, \quad 11000 : 220\,\mathrm{V}$$

تبادلہ برقی دباو کی مساوات سے ثانوی برقی دباو 220 وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ثانوی یعنی کم برقی دباو جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو مساوات 3.31 سے حاصل ہو گا۔

$$I_2 = \frac{25000}{220} = 113.636\,\mathrm{A}$$

اسی طرح ابتدائی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو اسی مساوات سے حاصل ہو گا۔

$$I_1 = \frac{25000}{11000} = 2.27\,\mathrm{A}$$

□

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب لچھوں میں استعمال برقی تار کی موٹائی یوں رکھی جاتی ہے کہ ان میں کثافتِ برقی رو $J$[55] یکساں ہو۔لچھوں کی مزاحمت میں برقی رو گزرنے سے برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جس سے تار گرم ہوتی

[53] volt-ampere, VA
[54] وولٹ-ایمپیئر کو عموماً کلو وولٹ-ایمپیئر یعنی kV A میں بیان کیا جاتا ہے۔
[55] 1000 kV A ٹرانسفارمر کی لچھوں میں کثافتِ برقی رو تقریباً $3\,\mathrm{A/mm^2}$ رکھی جاتی ہے

ہے۔ٹرانسفارمر کے برقی رو کی حد لچھوں کی گرمائش پر منحصر ہوتی ہے۔تار کی زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت کو محفوظ حد کے اندر رکھا جاتا ہے۔زیادہ درجہ حرارت سے تار پر لگا روغن خراب ہو گا اور تار کا ایک چکر دوسرے چکر کے ساتھ قصر دور ہو گا۔ایسا ہونے سے ٹرانسفارمر جل کر خراب ہو جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر کا قالب اور لچھے غیر موصل تیل سے بھری ٹینکی میں ڈبو کر رکھے جاتے ہیں۔اس تیل کو ٹرانسفارمر تیل[56] کہتے ہیں۔یہ تیل برقی لچھوں کی حرارت کم کرنے اور (غیر موصل ہونے کی بنا) مختلف برقی دباو کے حصوں کو برقی طور پر جدا رکھنے میں مدد دیتا ہے۔ٹرانسفارمر تیل تقریباً $80\,^{\circ}\mathrm{C}$ پر خراب ہونا شروع ہوتا ہے اور ہر $8\,^{\circ}\mathrm{C}$ اضافی درجہ حرارت پر اس کی زندگی آدھی رہ جاتی ہے۔یوں اگر $80\,^{\circ}\mathrm{C}$ پر تیل کی کارآمد زندگی $x$ سال ہو تب $88\,^{\circ}\mathrm{C}$ پر $x/2$ سال اور $96\,^{\circ}\mathrm{C}$ پر صرف $x/4$ سال ہو گی۔

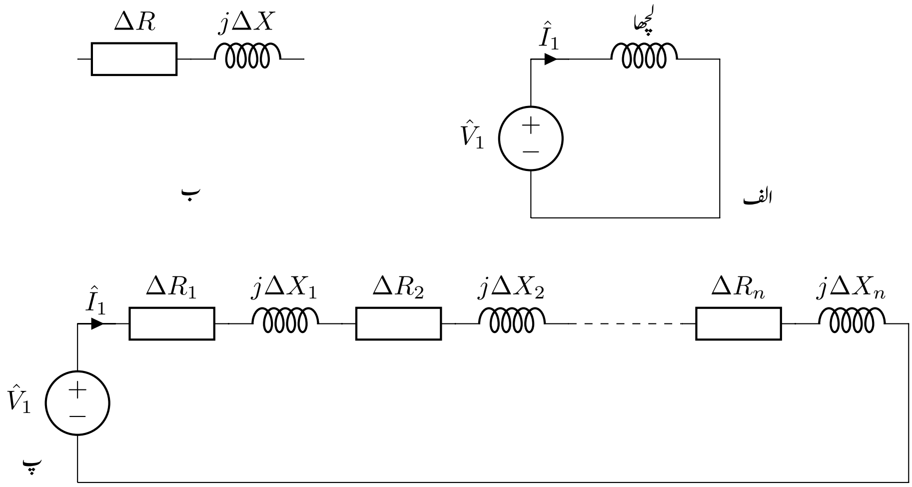
ٹرانسفارمر تیل گرم ہو کر پھیلتا ہے جس کی بنا اس کی کثافت کم ہوتی ہے۔ یوں ٹینکی میں گرم تیل اوپر اور ٹھنڈا تیل نیچے مسلسل منتقل ہو گا۔ گرم تیل کو ٹھنڈا کرنے کے لئے ٹینکی کے ساتھ بہت سارے پائپ منسلک کئے جاتے[57] جن میں گرم تیل اوپر سے داخل ہوتا ہے۔ پائپ کا سطحی رقبہ زیادہ ہونے کی بنا ہوا اسے جلد ٹھنڈا کرتی ہے، اس میں تیل کا درجہ حرارت گھٹتا اور کثافت بڑھتی ہے۔ٹھنڈا تیل پائپ میں نیچے حرکت کرتے ہوئے دوبارہ ٹینکی میں داخل ہوتا ہے۔

## 3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار

### 3.10.1 لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے کی مزاحمت $R_1$ پر حصہ 3.3، مساوات 3.2 میں بات کی گئی جہاں مزاحمت کو لچھے سے باہر سلسلہ وار جڑا دکھایا گیا تھا۔آئیں دیکھیں ہم حساب کی خاطر کیسے مزاحمت کو لچھے سے علیحدہ کر سکتے ہیں۔

شکل 3.13-الف میں ایک لچھے پر بدلتا برقی دباو لاگو کیا گیا ہے۔اگر لچھے کی برقی تار کو چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تب ہر ٹکڑے کی ایک چھوٹی مزاحمت $\Delta R$ اور ایک چھوٹا متعاملہ $j\Delta X$ ہو گا۔تار کا ایسا ایک




شکل 3.13: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ۔

ٹکڑا شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔چونکہ لچھا ان سب ٹکڑوں کے سلسلہ وار جڑنے سے بنتا ہے لہٰذا شکل-الف کو ہم شکل-پ کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں لچھے کے $n$ ٹکڑے کیے گئے ہیں۔

اس دور کی مساوات

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \hat{I}_1\left(\Delta R_1 + j\Delta X_1 + \Delta R_2 + j\Delta X_2 + \cdots \Delta R_n + j\Delta X_n\right)\\ &= \hat{I}_1\left(\Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n\right) + \hat{I}_1\left(j\Delta X_1 + j\Delta X_2 + \cdots j\Delta X_n\right)\end{aligned}$$

ہے جس میں

$$\begin{aligned}R &= \Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n\\ X &= \Delta X_1 + \Delta X_2 + \cdots \Delta X_n\end{aligned}$$

لکھ کر درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

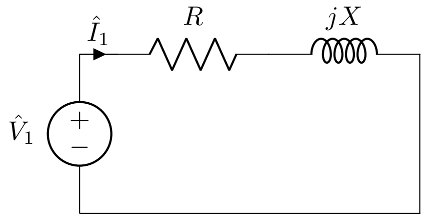
$$\hat{V}_1 = \hat{I}_1\left(R + jX\right) \tag{3.32}$$

شکل 3.14 سے بھی مساوات 3.32 لکھی جا سکتی ہے۔ یوں حساب کی خاطر لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ علیحدہ کیے جا سکتے ہیں۔

---

[56] transformer oil

[57] واپڈا کے ٹرانسفارمر کا بیرونی حصہ انہیں پائپوں پر مشتمل ہوتا ہے۔




شکل 3.14: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کی علیحدگی۔

### 3.10.2 رِستا امالہ

یہاں تک ہم کامل ٹرانسفارمر پر بحث کرتے رہے ہیں۔ اب ہم ٹرانسفارمر میں ان عناصر کا ذکر کرتے ہیں جن کی وجہ سے ٹرانسفارمر غیر کامل ہوتا ہے۔ بہت سی جگہوں پر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت ان عناصر کو مدِ نظر رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ ان عناصر کے اثرات کو شامل کرنے کے لئے ہم ٹرانسفارمر کا مساوی دور بناتے ہیں۔

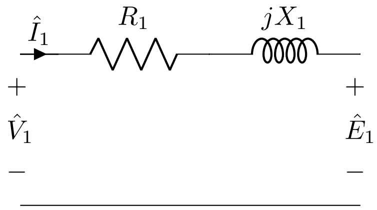
ابتدائی لچھے کے مقناطیسی بہاو کو دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ پہلا حصہ وہ جو قالب سے گزر کر ابتدائی اور ثانوی لچھے دونوں کے اندر سے گزرتا ہے۔ یہ مشترکہ مقناطیسی بہاو ہے۔ دوسرا حصہ وہ جو صرف ابتدائی لچھے سے گزرتا ہے اور زیادہ تر قالب کے باہر خلاء میں رہتا ہے۔ اس کو **رستا مقناطیسی بہاو**[58] کہتے ہیں۔ چونکہ ہوا کا مقناطیسی مستقل $\mu_0$ اٹل ہے لہٰذا یہاں ہچکچاہٹ بھی اٹل ہو گی۔ یوں رستا مقناطیسی بہاو ابتدائی لچھے کے برقی رو کا راست متناسب ہو گا۔

رستا امالہ کے اثر کو بالکل لچھے کی مزاحمت کی طرح لچھے سے باہر **رستا امالہ**[59] $L_1$ یا **رستا متعاملہ**[60] $X_1 = 2\pi f L_1$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے میں برقی رو $\hat{I}_1$ گزرنے سے رستا متعاملہ میں $\hat{V}_{X1} = j\hat{I}_1 X_1$ برقی دباو اور لچھے کے تار کی مزاحمت میں $\hat{V}_{R1} = \hat{I}_1 R_1$ برقی دباو گھٹتا ہے۔

جیسا شکل 3.15 میں دکھایا گیا ہے، ابتدائی لچھے پر لاگو دباو $\hat{V}_1$، مزاحمت $R_1$ اور متعاملہ $X_1$ میں گھٹاو اور ابتدائی امالی دباو $\hat{E}_1$ کا مجموعہ ہو گا۔

[58] leakage magnetic flux
[59] leakage inductance
[60] leakage reactance




شکل 3.15: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ اول۔

### 3.10.3 ثانوی برقی رو اور قالب کے اثرات

قالب میں دونوں لچھوں کا مشترکہ مقناطیسی بہاو ان کے مجموعی مقناطیسی دباو کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ اس حقیقت کو ایک مختلف اور بہتر انداز میں بیان کیا جا سکتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ ابتدائی برقی رو کو دو شرائط مطمئن کرنے ہوں گے۔ اول اسے قالب میں ہیجانی مقناطیسی بہاو وجود میں لانا ہو گا اور دوم اسے ثانوی لچھے کے پیدا کردہ مقناطیسی بہاو کو ختم کرنا ہو گا۔ لہٰذا ابتدائی برقی رو کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ ایک حصہ $i_\varphi$ جو ہیجانی مقناطیسی بہاو پیدا کرتا ہے اور دوسرا $\hat{I}'_2$ جو ثانوی لچھے کے مقناطیسی دباو کا اثر ختم کرتا ہے۔یوں $\hat{I}'_2$ درج ذیل ہو گا۔

$$\hat{I}'_2 = \frac{N_2}{N_1}\hat{I}_2 \tag{3.33}$$

ثانوی لچھے کے مقناطیسی بہاو کے اثر کو ختم کرنے پر حصہ 3.6 میں غور کیا گیا ہے۔

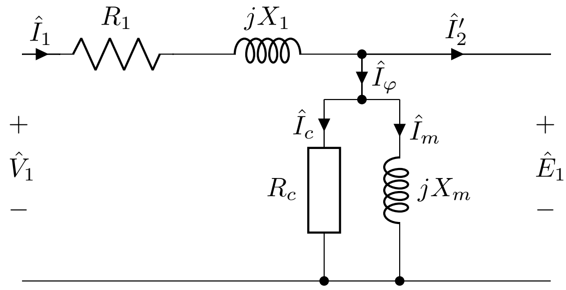
اگرچہ برقی رو $i_\varphi$ غیر سائن نما ہوتا ہے ہم اسے سائن نما $\hat{I}_\varphi$ تصور کر کے دو حصوں، $\hat{I}_c$ اور $\hat{I}_m$ ، میں تقسیم کرتے ہیں۔

$$\hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m \tag{3.34}$$

مذکورہ بالا مساوات میں برقی رو کو دوری سمتیات کی صورت میں لکھا گیا ہے۔ان میں $\hat{I}_c$ ابتدائی لچھے کے امالی برقی دباو $\hat{E}_1$ کا ہم قدم ہے اور قالب میں برقی توانائی کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے جبکہ $\hat{I}_m$ وہ حصہ ہے جو $\hat{E}_1$ سے نوے درجہ تاخیری[61] زاویہ پر رہتا اور لچھے میں مقناطیسی بہاو پیدا کرتا ہے۔

شکل 3.16 میں $R_c$ اور $jX_m$ بالترتیب برقی رو $\hat{I}_c$ اور $\hat{I}_m$ کے اثرات کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیے گئے ہیں۔مزاحمت $R_c$ کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ اس میں برقی طاقت کا ضیاع اصل قالبی ضیاع کے برابر

[61] lagging




شکل 3.16: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ دوم۔

ہو یعنی $p_c = E_{1,rms}^2/R_c$ لہٰذا $R_c = E_{1,rms}^2/p_c$ ہو گا۔ اسی طرح $jX_m$ کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ $\hat{I}_m = \hat{E}_1/jX_m$ ہو۔ $R_c$ اور $jX_m$ کی مقدار اصل برقی دباو اور تعدد پر حاصل کئے جاتے ہیں۔

### 3.10.4 ثانوی لچھے کا امالی برقی دباو

قالب میں مشترکہ مقناطیسی بہاو ثانوی لچھے میں امالی برقی دباو $\hat{E}_2$ پیدا کرے گا۔ چونکہ یہی مقناطیسی بہاو ابتدائی لچھے میں $\hat{E}_1$ امالی پیدا کرتا ہے لہٰذا درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{3.35}$$

مساوات 3.34 اور مساوات 3.35 کو ایک کامل ٹرانسفارمر سے ظاہر کیا جا سکتا ہے جسے شکل 3.17 میں دکھایا گیا ہے۔

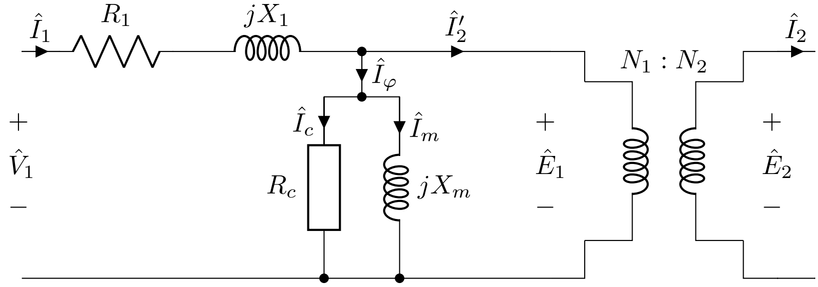
### 3.10.5 ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات

ثانوی لچھے میں امالی دباو $\hat{E}_2$ پیدا ہو گا۔ ابتدائی لچھے کی طرح، ثانوی لچھے کی مزاحمت $R_2$ اور متعاملہ $jX_2$ ہوں گے جن میں ثانوی برقی رو $\hat{I}_2$ کی بنا برقی دباو گھٹے گا۔ یوں ثانوی لچھے کے سروں پر برقی دباو $\hat{V}_2$ قدرِ کم ہو گا:

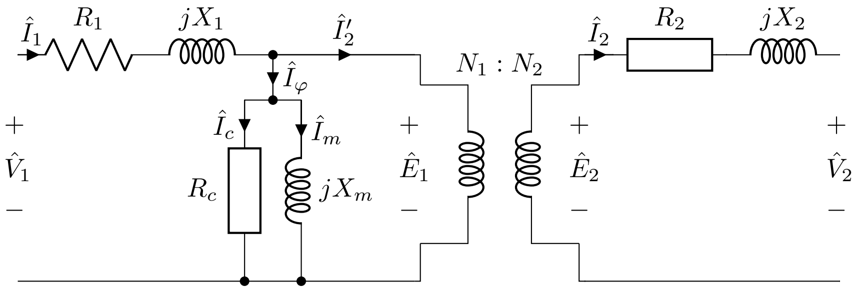
$$\hat{V}_2 = \hat{E}_2 - \hat{I}_2 R_2 - j\hat{I}_2 X_2 \tag{3.36}$$

یوں حاصل ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور یا ریاضی نمونہ[62] شکل 3.18 میں دکھایا گیا ہے۔

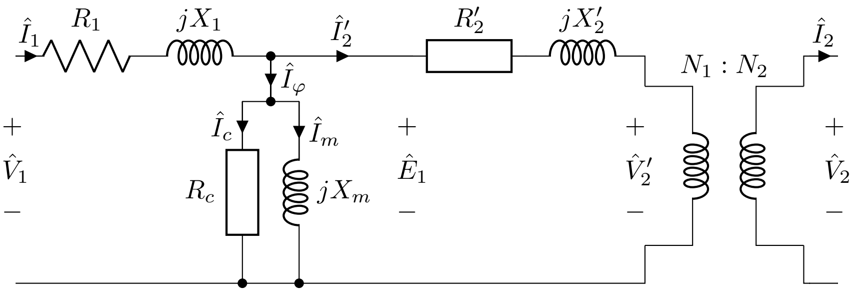
[62] mathematical model



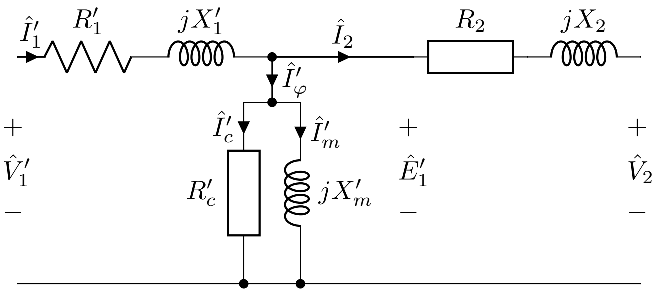

شکل 3.17: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ سوم۔




شکل 3.18: ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور یا ریاضی نمونہ۔




شکل 3.19: ثانوی جانب رکاوٹ کا ابتدائی جانب تبادلہ کیا گیا ہے۔




شکل 3.20: ابتدائی جانب رکاوٹ کا ثانوی جانب تبادلہ کیا گیا ہے۔

### 3.10.6 رکاوٹ کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ

شکل 3.18 میں تمام اجزاء کا تبادلہ ابتدائی یا ثانوی جانب کیا جا سکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے کامل ٹرانسفارمر کو مساوی دور کی بائیں یا دائیں جانب رکھا جا سکتا ہے۔ شکل 3.19 میں ثانوی رکاوٹ کو ابتدائی جانب منتقل کیا گیا ہے جبکہ شکل 3.20 میں ابتدائی رکاوٹوں کا تبادلہ ثانوی جانب کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 3.20 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مساوی ادوار میں کامل ٹرانسفارمر عموماً دکھایا نہیں جاتا ہے۔

تبادلہ شدہ رکاوٹ $Z$ کو $Z'$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں تبادلہ شدہ $R_2$ کو $R'_2$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ایسا دور استعمال کرتے وقت یاد رکھنا ہو گا کہ مساوی دور میں اجزاء کس جانب منتقل کیے گئے ہیں۔

مثال 3.6: ایک 50 کلو وولٹ-ایمپیئر اور 220 : 2200 وولٹ برقی سکت کے ٹرانسفارمر کی زیادہ برقی دباو جانب رستا رکاوٹ $Z_1 = 0.9 + j1.2$ اوہم، کم برقی دباو جانب رستا رکاوٹ $Z_2 = 0.0089 + j0.011$ اوہم

، $R_c = 6.4\,\text{k}\Omega$ اور $X_m = 47\,\text{k}\Omega$ ہیں۔ اس کے لئے شکل 3.19 اور شکل 3.20 میں استعمال ہونے والے اجزاء معلوم کریں۔

حل الف: معلومات:

$$50\,\text{kV A}, \quad 50\,\text{Hz}, \quad 2200 : 220\,\text{V}$$

ٹرانسفارمر کے برقی دباو سے لچھوں کے چکر کا تناسب حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{2200}{220} = \frac{10}{1}$$

زیادہ برقی دباو جانب تبادلہ شدہ اجزاء درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}
R_2' + jX_2' &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 (R_2 + jX_2) \\
&= \left(\frac{10}{1}\right)^2 (0.0089 + j0.011) \\
&= 0.89 + j1.1
\end{aligned}$$

مساوی دور میں باقی رکاوٹ پہلے سے زیادہ برقی دباو جانب ہیں لہٰذا یہ تبدیل نہیں ہوں گے۔یوں شکل 3.19 کے جزو حاصل ہوئے۔

حل ب: مساوی دور کے اجزاء کا تبادلہ کم دباو جانب کرتے ہیں۔

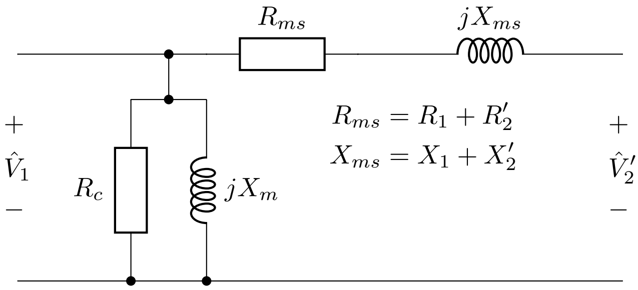
$$\begin{aligned}
R_1' + jX_1' &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 (R_1 + jX_1) \\
&= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (0.9 + j1.2) \\
&= 0.009 + j0.012
\end{aligned}$$

اسی طرح درج ذیل حاصل ہوں گے

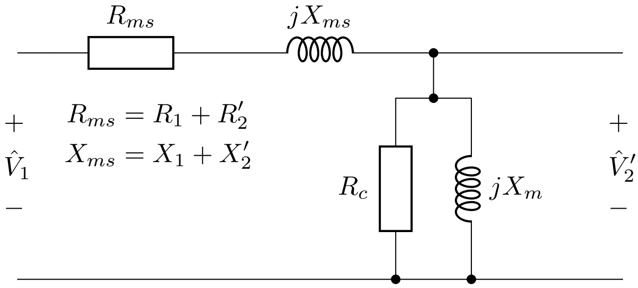
$$R_c' = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 R_c = 64$$

$$X_m' = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 X_m = 470$$

جبکہ $Z_2$ پہلے سے کم برقی دباو جانب ہے لہٰذا اس کی قیمت تبدیل نہیں ہو گی۔ □




شکل 3.21: $R_c$ اور $jX_m$ کو بائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔




شکل 3.22: $R_c$ اور $jX_m$ کو دائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔

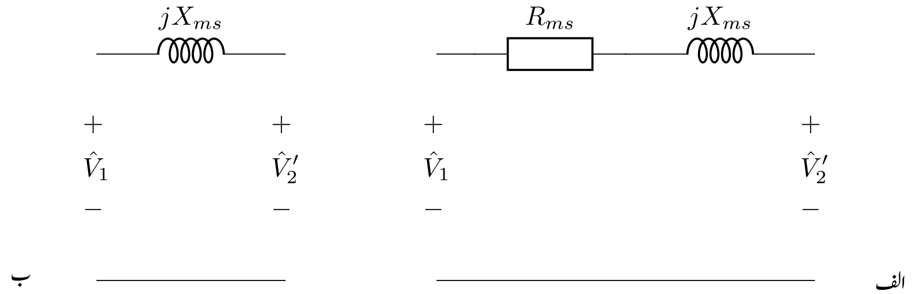
### 3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار

ایک انجنیئر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت حساب کی خاطر شکل 3.19 یا شکل 3.20 کے ادوار استعمال کر سکتا ہے۔ یہ ادوار حقیقی ٹرانسفارمر کی بہت اچھی عکاسی کرتے ہیں۔ البتہ جہاں بہت صحیح جوابات مطلوب نہ ہوں وہاں ان ادوار کی سادہ اشکال بھی استعمال کی جا سکتی ہیں۔ اس حصہ میں ہم ایسے سادہ مساوی ادوار حاصل کرتے ہیں۔

شکل 3.19 میں $R_c$ اور $X_m$ کو $R_1 + jX_1$ کے بائیں منتقل کرنے سے شکل 3.21 اور $R_2' + jX_2'$ کے دائیں منتقل کرنے سے شکل 3.22 حاصل ہوتے ہیں۔ چونکہ $\hat{I}_\varphi$ کی مقدار نہایت کم[63] ہوتی ہے لہٰذا ایسا کرنے سے نتائج پر خاص فرق نہیں پڑتا ہے۔

شکل 3.21 اور شکل 3.22 میں سلسلہ وار جڑے $R_1$ اور $R_2'$ کو $R_{ms}$ جبکہ سلسلہ وار جڑے $X_1$ اور $X_2'$ کو $X_{ms}$ لکھا گیا ہے۔ اسی قسم کے ادوار شکل 3.20 سے بھی حاصل ہوتے ہیں۔

[63] $\hat{I}_\varphi$ ٹرانسفارمر کے کل برقی بوجھ کا صرف دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔




شکل 3.23: ٹرانسفارمر کے سادہ مساوی ادوار۔

شکل 3.19 میں $R_c$ اور $X_m$ رکاوٹ $R_1 + jX_1$ اور $R_2' + jX_2'$ کے بیچ ہیں۔ایسا دور حل کرنا مشکل ہوتا ہے۔ اس کے برعکس شکل 3.21 اور شکل 3.22 میں یہ اجزاء باقی دور کے بائیں یا دائیں ہاتھ ہیں اور ایسے ادوار کا حل نسبتاً زیادہ آسان ہوتا ہے۔

مزید سادہ دور حاصل کرنے کی خاطر $\hat{I}_\varphi$ کو صفر تصور کر کے نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔یوں مساوی دور میں $R_c$ اور $jX_m$ کو کھلے دور تصور کرتے ہوئے دور سے ہٹایا جا سکتا ہے۔ شکل 3.23-الف میں ایسا کیا گیا ہے۔اس دور میں قالب کے اثرات کو مکمل طور پر نظرانداز کیا گیا ہے۔

بیشتر وقت اس سے بھی کم درستگی کے نتائج مطلوب ہوتے ہے۔یوں $R_{ms} \gg X_{ms}$ کی بنا $R_{ms}$ کو نظرانداز کرتے ہوئے شکل 3.23-ب حاصل کیا گیا ہے۔ اس شکل میں $X_{ms}$ کو بھی نظرانداز کرنے سے کامل ٹرانسفارمر حاصل ہو گا جو $\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$ پر پورا اترتا ہے۔

## 3.11 کھلے دور معائنہ اور قصر دور معائنہ

گزشتہ حصہ میں ٹرانسفارمر کے مساوی ادوار پر بات کی گئی۔ان مساوی ادوار کے اجزاء ٹرانسفارمر کے دو معائنوں سے حاصل کئے جا سکتے ہیں جنہیں کھلا دور معائنہ اور قصر دور معائنہ کہتے ہیں۔اس حصہ میں ان معائنوں پر غور کیا گیا ہے۔

### 3.11.1 کھلا دور معائنہ

کھلا دور معائنہ [64]، جیسا کہ نام سے واضح ہے، ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سروں کو آزاد رکھ کر کیا جاتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کی بناوٹی[65] برقی دباو اور تعدد یا ان کے قریب قیمتوں پر کیا جاتا ہے۔ اگرچہ ٹرانسفارمر کے کسی بھی جانب لچھے پر کھلے دور معائنہ سرانجام دیا جا سکتا ہے، حقیقت میں ایسا کم برقی دباو لچھے پر کرنا زیادہ آسان اور کم خطرناک ہوتا ہے۔یہ بات ایک مثال سے بہتر سمجھ آئے گی۔

مثال کے طور پر ہم $25\,\mathrm{kV\,A}$، $11000 : 220\,\mathrm{V}$، $50\,\mathrm{Hz}$ یک دوری ٹرانسفارمر کا معائنہ کرنا چاہتے ہیں۔ یہ معائنہ گیارہ ہزار لچھے پر کرتے ہوئے گیارہ ہزار وولٹ کے لگ بھگ برقی دباو استعمال ہو گا جبکہ دو سو بیس برقی دباو لچھے پر معائنہ کرنے سے دو سو بیس وولٹ کے لگ بھگ برقی دباو استعمال کرنا ہو گا۔ دونوں صورتوں میں تعدد $50\,\mathrm{Hz}$ کے لگ بھگ رکھا جائے گی۔$11\,\mathrm{kV}$ برقی دباو پر کام کرنا نہایت خطرناک ثابت ہو سکتا ہے۔یہی وجہ ہے کہ کھلا دور معائنہ کم برقی دباو لچھے پر کیا جاتا ہے۔

کھلے دور معائنہ میں کم برقی دباو لچھے پر بناوٹی برقی دباو یا اس کا قریب دباو $V_t$ لاگو کر کے کھلا دور برقی طاقت $p_t$ اور کھلا دور برقی رو $I_t$ ناپا جاتا ہے۔بناوٹی برقی دباو کے قریب دباو پر معائنہ کرنے سے بہتر نتائج حاصل ہوں گے۔ ٹرانسفارمر کی دوسری جانب لچھے کے سرے چونکہ آزاد رکھے جاتے ہیں لہٰذا اس میں برقی رو صفر ہو گا۔ اس طرح ناپا گیا برقی رو صرف ہیجان انگیز برقی رو $\hat{I}_\varphi$ ہو گا۔ ہیجان انگیز برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی رو کا دو سے چھ فی صد ہوتا ہے۔

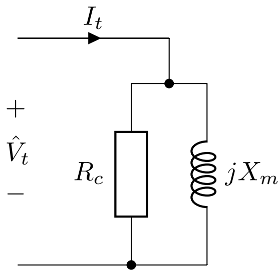
یاد رہے $\hat{V}_t = V_t \underline{/\phi_v}$ اور $\hat{I}_t = I_t \underline{/\phi_i}$ ہوں گے۔ برقی دباو اور رو کی بات کرتے ہوئے ہم ان کی مطلق قیمتوں، $V_t$ اور $I_t$ ، کی بات کرتے ہیں۔

شکل 3.19 میں بائیں ہاتھ کو کم برقی دباو والا جانب تصور کریں۔ یوں $V_t$ مقام $V_1$ پر فراہم کیا جائے گا جبکہ پیمائشی رو غیر سمتی[66] رو $I_1$ ہو گا۔ خارجی لچھا کھلا دور ہونے کی بنا $I_2'$ صفر ہو گا لہٰذا $I_1$ در حقیقت $\hat{I}_\varphi$ کی مطلق قیمت $I_\varphi$ کے برابر ہو گا۔

$$I_t = I_1 = I_\varphi$$

---

[64] open circuit test
[65] design
[66] scalar




شکل 3.24: کھلے سرے معائنہ۔

اتنی کم برقی رو سے لچھے کے رکاوٹ میں بہت کم برقی دباو گھٹتا ہے لہٰذا اسے نظر انداز کیا جاتا ہے:

$$
\begin{aligned}
V_{R1} &= I_t R_1 = I_\varphi R_1 \approx 0 \\
V_{X1} &= I_1 X_1 = I_\varphi X_1 \approx 0
\end{aligned}
$$

یوں جیسا شکل 3.19 سے ظاہر ہے $R_c$ اور $X_m$ پر تقریباً $V_t$ برقی دباو پایا جائے گا۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 3.24 حاصل ہوتا ہے۔ شکل 3.21 سے شکل 3.24 کا حصول زیادہ آسان ہے۔

برقی طاقت کا ضیاع صرف مزاحمت میں ممکن ہے لہٰذا $p_t$ صرف $R_c$ میں ضائع ہو گا۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$p_t = \frac{V_t^2}{R_c}$$

اس سے ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو $R_c$ حاصل ہوتا ہے۔

$$R_c = \frac{V_t^2}{p_t} \tag{3.37}$$

درج ذیل کی بنا

$$Z_t = \frac{\hat{V}_t}{\hat{I}_t} = \frac{V_t \underline{/\phi_v}}{I_t \underline{/\phi_i}} = \frac{V_t}{I_t} \underline{/\phi_v - \phi_i}$$

فراہم کردہ دباو اور پیمائشی رو کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

اب شکل 3.24 سے درج ذیل واضح ہے

$$\frac{1}{Z_t}=\frac{1}{R_c}+\frac{1}{jX_m}$$

لہٰذا

$$\begin{aligned}Z_t&=\frac{jR_cX_m}{R_c+jX_m}\\|Z_t|&=\frac{R_cX_m}{\sqrt{R_c^2+X_m^2}}\end{aligned}$$

ہو گا۔یوں ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو $X_m$ حاصل ہوتا ہے۔

$$X_m=\frac{R_c|Z_t|}{\sqrt{R_c^2-|Z_t|^2}} \tag{3.38}$$

مساوات 3.37 سے $R_c$ اور مساوات 3.38 سے $X_m$ کی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں۔

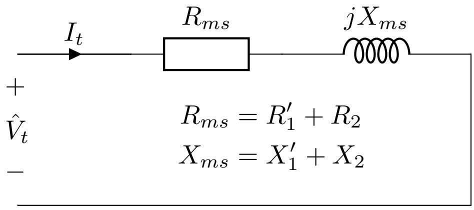
یاد رہے حاصل کردہ $R_c$ اور $X_m$ ٹرانسفارمر کے پیمائشی جانب کے لئے درست ہوں گے۔ تبادلہ رکاوٹ سے دوسری جانب کی قیمتیں حاصل کی جا سکتی ہیں۔

### 3.11.2 قصر دور معائنہ

قصر دور معائنہ بھی کھلے دور معائنہ کی طرح ٹرانسفارمر کے کسی بھی طرف ممکن ہے لیکن حقیقت میں اسے زیادہ برقی دباو لچھے پر کرنا آسان ہوتا ہے۔ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رو یا اس کے قریب رو پر کیا جاتا ہے۔

کھلے دور معائنہ میں مستعمل ٹرانسفارمر کی بات آگے بڑھاتے ہوئے زیادہ برقی دباو لچھے کا بناوٹی رو 2.2727 A اور کم دباو لچھے کا بناوٹی رو 113.63 A ہے۔ قصر دور معائنہ کم برقی دباو لچھے پر کرتے ہوئے 113.63 A جبکہ زیادہ برقی دباو لچھے پر کرتے ہوئے 2.2727 A درکار ہوں گے۔ حقیقت میں 2.2727 A پر معائنہ زیادہ آسان ہو گا۔

اس معائنہ میں کم برقی دباو لچھے کے سروں کو آپس میں جوڑ کر قصر دور کیا جاتا ہے جبکہ زیادہ برقی دباو لچھے پر لچھے کے بناوٹی دباو کا دو سے بارہ فی صد دباو $V_t$ لاگو کر کے اس لچھے کا برقی رو $I_t$ اور فراہم کردہ طاقت $p_t$ ناپا جاتا




شکل 3.25: قصر دور معائنہ۔

ہے جنہیں بالترتیب قصر دور رو اور قصر دور طاقت کہتے ہیں۔ قصر دور لچھے میں گزرتے برقی رو کا عکس دوسری جانب موجود ہو گا۔ یہ برقی رو ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی رو کے لگ بھگ ہوتا ہے۔

چونکہ یہ معائنہ بہت کم برقی دباو پر سرانجام دیا جاتا ہے لہٰذا ہیجان انگیز برقی رو کو مکمل طور پر نظرانداز کیا جا سکتا ہے۔ اس معائنہ کا دور شکل 3.25 میں دکھایا گیا ہے جہاں ہیجان انگیز رو کو نظرانداز کرتے ہوئے $R_c$ اور $H_m$ کو کھلے دور کیا گیا ہے۔ قصر دور معائنہ میں شکل 3.20 کے بائیں ہاتھ کو کم برقی دباو جانب تصور کرتے ہوئے $V_t$ کو $V_2$ کی جگہ لاگو کرنا ہو گا۔

برقی طاقت صرف مزاحمت میں ضائع ہو سکتا ہے لہٰذا شکل 3.25 سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$p_t = I_t^2 R_{ms}$$

یوں ٹرانسفارمر کے مساوی دور کا جزو $R_{ms}$ حاصل ہوتا ہے۔

$$R_{ms} = \frac{p_t}{I_t^2} \tag{3.39}$$

قصر دور برقی رو اور قصر برقی دباو سے

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

جبکہ شکل 3.25 سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} Z_t &= R_{ms} + jX_{ms} \\ |Z_t| &= \sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2} \end{aligned}$$

یوں $R_{ms}$ کی قیمت مساوات 3.39 سے جانتے ہوئے $X_{ms}$ حاصل ہوتا ہے۔

$$X_{ms} = \sqrt{|Z_t|^2 - R_{ms}^2} \tag{3.40}$$

مساوات 3.39 کل مزاحمت دیتا ہے البتہ اس سے $R_1$ یا $R_2$ حاصل نہیں کیا جا سکتا۔اسی طرح مساوات 3.40 سے $X_1$ اور $X_2$ علیحدہ نہیں کئے جا سکتے۔قصر دور معائنہ سے اتنی ہی معلومات حاصل کرنا ممکن ہے جو حقیقت میں کافی ثابت ہوتا ہے۔ جہاں ان اجزاء کی علیحدہ علیحدہ قیمتیں درکار ہوں وہاں درج ذیل تصور کیا جا سکتا ہے

$$R_1' = R_2 = \frac{R_{ms}}{2}$$
$$X_1' = X_2 = \frac{X_{ms}}{2}$$

ٹرانسفارمر معائنے اسی مقام پر کیے جاتے ہیں جہاں ٹرانسفارمر نسب ہو۔یوں وہی برقی دباو استعمال کرنا ہو گا جو وہاں موجود ہو۔ہاں ضروری ہے کہ قصر دور معائنہ میں ٹرانسفارمر کو ڈیزائن برقی دباو کا دو سے بارہ فی صد دیا جائے۔ مثلاً $220\,\mathrm{V} : 11000$ ٹرانسفارمر کا کھلا دور معائنہ $220\,\mathrm{V}$ $= 11000 \times \frac{2}{100}$ اور $1320\,\mathrm{V}$ $= 11000 \times \frac{12}{100}$ کے بیچ دباو پر کیا جا سکتا ہے۔ چونکہ ہمارے ہاں $220\,\mathrm{V}$ اور $440\,\mathrm{V}$ عام پائے جاتے ہیں لہٰذا ہم $220\,\mathrm{V}$ یا $440\,\mathrm{V}$ ہی استعمال کریں گے۔اسی طرح دستیاب $220\,\mathrm{V}$ استعمال کرتے ہوئے کھلا دور معائنہ سرانجام دیا جا سکتا ہے۔

یاد رہے کہ ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سرے آپس میں جوڑ کر، یعنی قصر دور کر کے، دوسری جانب لچھے پر کسی بھی صورت اس جانب کی پوری برقی دباو لاگو نہیں کیجیے گا۔ ایسا کرنا شدید خطرناک اور جان لیوا ثابت ہو سکتا ہے۔

یاد رہے کہ ان معائنوں سے حاصل مساوی دور کے اجزاء اسی جانب کے لئے درست ہوں گے جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔ان کی قیمتیں دوسری جانب تبادلہ رکاوٹ سے حاصل کی جا سکتی ہیں۔

مثال 3.7: ایک 25 کلو وولٹ-ایمپیئر، $220 : 11000$ وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والے ٹرانسفارمر کے کھلے دور اور قصر دور معائنے کیے جاتے ہیں جن کے نتائج درج ذیل ہیں۔ ٹرانسفارمر مساوی دور کے اجزاء تلاش کریں۔

- کھلا دور معائنہ میں کم برقی دباو جانب $220\,\mathrm{V}$ لاگو کیا جاتا ہے۔اسی جانب برقی رو $39.64\,\mathrm{A}$ اور طاقت کا ضیاع $600\,\mathrm{W}$ ناپے جاتے ہیں۔

- قصر دور معائنہ میں زیادہ برقی دباو جانب 440 V لاگو کیا جاتا ہے۔اسی جانب برقی رو 2.27 A اور طاقت کا ضیاع 560 W ناپے جاتے ہیں۔

حل کھلا دور:

$$\begin{aligned}|Z_t| &= \frac{220}{39.64} = 5.55\,\Omega\\ R_c &= \frac{220^2}{600} = 80.67\,\Omega\\ X_m &= \frac{80.67 \times 5.55}{\sqrt{80.67^2 - 5.55^2}} = 5.56\,\Omega\end{aligned}$$

حل قصر دور:

$$\begin{aligned}Z_t &= \frac{440}{2.27} = 193.83\,\Omega\\ R_{ms} &= \frac{560}{2 \times 2.27^2} = 108.68\,\Omega\\ X_{ms} &= \sqrt{193.83^2 - 108.68^2} = 160\,\Omega\end{aligned}$$

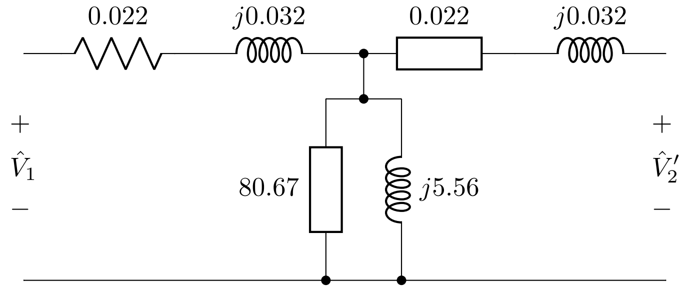
$R_{ms}$ اور $X_{ms}$ کو کم برقی دباو جانب منتقل کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}\left(\frac{220}{11000}\right)^2 \times 108.68 = 43.47\,\mathrm{m\Omega}\\ \left(\frac{220}{11000}\right)^2 \times 160 = 64\,\mathrm{m\Omega}\end{aligned}$$

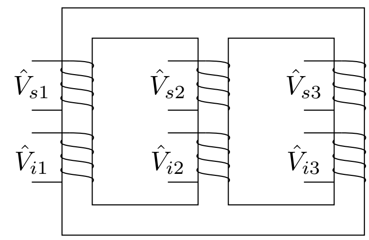
یعنی

$$\begin{aligned}R_1 = R_2' &= \frac{43.47\,\mathrm{m\Omega}}{2} = 21.7\,\mathrm{m\Omega}\\ X_1 = X_2' &= \frac{64\,\mathrm{m\Omega}}{2} = 32\,\mathrm{m\Omega}\end{aligned}$$

حاصل ہو گا۔ان نتائج سے حاصل کم برقی دباو جانب مساوی دور شکل 3.26 میں دکھایا گیا ہے۔ □




شکل 3.26: کھلے دور اور کسرِ دور معائنہ سے کم برقی دباو جانب مساوی دور۔




شکل 3.27: ایک ہی قالب پر تین ٹرانسفارمر۔

## 3.12 تین دوری ٹرانسفارمر

اب تک ہم یک دوری[67] ٹرانسفارمر پر غور کرتے رہے ہیں۔ حقیقت میں برقی طاقت کی منتقلی میں عموماً تین دوری[68] ٹرانسفارمر استعمال ہوتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر یکساں تین عدد یک دوری ٹرانسفارمر اکٹھے رکھ کر بنایا جا سکتا ہے۔ یوں ایک ٹرانسفارمر خراب ہونے کی صورت میں اس کو ہٹا کر ٹھیک کرنے کے دوران باقی دو ٹرانسفارمر استعمال کئے جا سکتے ہیں۔ تین دوری ٹرانسفارمر بنانے کا اس سے بہتر طریقہ شکل 3.27 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک ہی مقناطیسی قالب پر تینوں ٹرانسفارمر کے لچھے لپیٹے گئے ہیں۔ اس شکل میں $\hat{V}_{i1}$ پہلے ٹرانسفارمر کا ابتدائی لچھا اور $\hat{V}_{s1}$ اس کا ثانوی لچھا ہے۔ اس طرح کے تین دوری ٹرانسفارمر سستے، ہلکے اور چھوٹے ہونے کی وجہ سے عام ہو گئے ہیں اور آپ کو روز مرہ زندگی میں یہی نظر آئیں گے۔ ان میں برقی ضیاع بھی نسبتاً کم ہوتا ہے۔

شکل 3.28-الف میں تین ٹرانسفارمر دکھائے گئے ہیں۔ ان ٹرانسفارمروں کے ابتدائی لچھے آپس میں دو طریقوں

[67] single phase
[68] three phase

سے جوڑے جا سکتے ہیں۔ایک کو ستارہ نما جوڑ $Y$ [69] اور دوسرے کو **تکونی** جوڑ $\Delta$ [70] کہتے ہیں۔اسی طرح ان ٹرانسفارمروں کے ثانوی لچھے بھی انہیں دو طریقوں سے جوڑے جا سکتے ہیں۔یوں انہیں درج ذیل چار مختلف طریقوں سے جوڑا جا سکتا ہے۔

- ستارہ:تکونی $Y : \Delta$
- ستارہ:ستارہ $Y : Y$
- تکونی:تکونی $\Delta : \Delta$
- تکونی:ستارہ $\Delta : Y$

شکل 3.28 میں $Y : \Delta$ ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس میں بایاں ہاتھ $Y$ اور دایاں ہاتھ $\Delta$ جڑا ہے۔یوں $Y : \Delta$ لکھتے ہوئے $Y$ کو بائیں اور $\Delta$ کو دائیں لکھا جاتا ہے۔جیسا پہلے ذکر ہو چکا ہے ہم اشکال میں ٹرانسفارمر کا ابتدائی طرف بائیں جانب رکھتے ہیں لہٰذا $Y$ ابتدائی اور $\Delta$ ثانوی طرف ہے۔ روانگی سے پڑھتے ہوئے ابتدائی کو پہلے اور ثانوی کو بعد میں پڑھا جاتا ہے لہٰذا اس کو $Y : \Delta$ لکھ کر ستارہ-تکونی پڑھیں گے۔

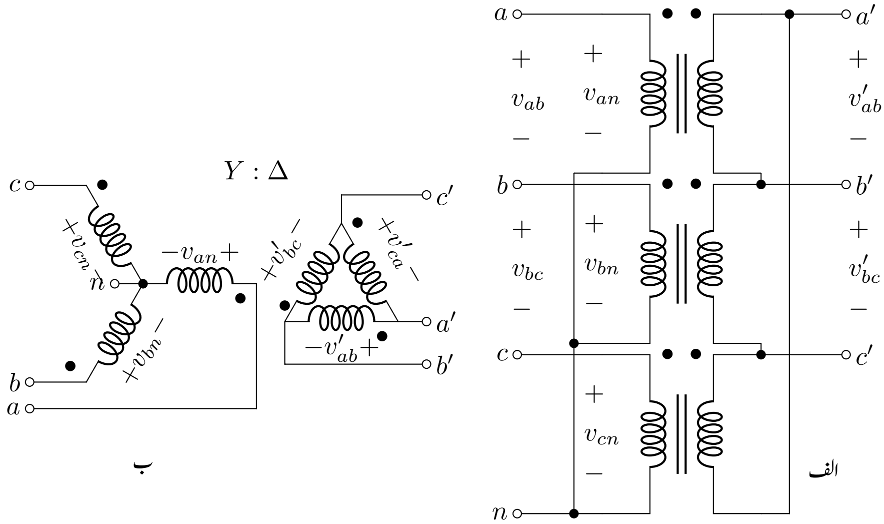
شکل 3.28-الف میں تین ٹرانسفارمروں کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما جوڑا گیا ہے جبکہ ان کی ثانوی لچھوں کو تکونی جوڑا گیا ہے۔شکل-ب میں تینوں ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما دکھایا گیا ہے۔اسی طرح ثانوی لچھوں کو تکونی دکھایا گیا ہے۔ان اشکال کی وجہ سے اس طرز کے جوڑ کو ستارہ نما جوڑ اور تکونی جوڑ کہتے ہیں۔

ایسا شکل بناتے ہوئے ہر ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی لچھے کو ایک ہی زاویہ پر دکھایا جاتا ہے۔۔یوں شکل 3.28-الف میں بالائی ٹرانسفارمر، جس کے ابتدائی سرے $an$ اور ثانوی سرے $a'n'$ ہیں، کو شکل 3.28-ب میں صفر زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ تین مرحلہ ٹرانسفارمروں کو اس طرح کی علامتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان میں قالب نہیں دکھایا جاتا۔

ٹرانسفارمر کے جوڑ بیان کرتے وقت بائیں جوڑ کو پہلے اور دائیں جوڑ کو بعد میں پکارتے ہیں۔یوں شکل 3.28-ب میں ٹرانسفارمر کو ستارہ-تکونی جڑا ٹرانسفارمر یا مختصراً ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کہیں گے۔اسی طرح ابتدائی جانب کو بائیں اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔یوں اس شکل میں ابتدائی جانب ستارہ نما ہے جبکہ ثانوی جانب تکونی ہے۔

---

[69] star connected
[70] delta connected




شکل 3.28: تین دوری ستارہ۔تکونی ٹرانسفارمر

ستارہ نما سے چار برقی تاریں نکلتی ہیں۔ ان میں مشترک تار $n$ کو عموماً ٹرانسفارمر کے نزدیک زمین میں گہرائی تک دھنسا جاتا ہے۔اس تار کو زمینی تار[71] یا صرف زمین[72] کہتے ہیں۔عام فہم میں اسے ٹھنڈی تار[73] کہتے ہیں۔باقی تین تاریں $a, b, c$ گرم تار[74] کہلاتے ہیں۔

ٹرانسفارمر کے لچھے پر برقی دباو کو یک دوری برقی دباو $\hat{V}_{\text{یک مرحلہ}}$[75] کہتے ہیں اور لچھے میں برقی رو کو یک دوری برقی رو $\hat{I}_{\text{یک مرحلہ}}$[76] کہتے ہیں۔ جبکہ ٹرانسفارمر سے باہر نکلتی کسی دو گرم تاروں کے بیچ برقی دباو کو تار کا برقی دباو $\hat{V}_{\text{تار}}$[77] کہتے ہیں اور کسی بھی گرم تار میں برقی رو کو تار کا برقی رو $\hat{I}_{\text{تار}}$[78] کہتے ہیں۔ زمینی تار میں برقی رو کو زمینی برقی رو $\hat{I}_{\text{زمینی}}$[79] کہتے ہیں۔

---

[71] ground
[72] ground, earth,neutral
[73] neutral
[74] live wires
[75] phase voltage
[76] phase current
[77] line to line voltage
[78] line current
[79] ground current

ستارہ $Y$ جانب یک دوری مقداروں اور تار کے مقداروں کا تعلق درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} V_{\text{تار}} &= \sqrt{3} V_{\text{یک مرحلہ}} \\ I_{\text{تار}} &= I_{\text{یک مرحلہ}} \end{aligned} \tag{3.41}$$

تکونی $\Delta$ جانب یک دوری اور تار کی مقداروں کا تعلق درج ہے۔

$$\begin{aligned} V_{\text{تار}} &= V_{\text{یک مرحلہ}} \\ I_{\text{تار}} &= \sqrt{3} I_{\text{یک مرحلہ}} \end{aligned} \tag{3.42}$$

مساوات 3.41 اور مساوات 3.42 دوری سمتیہ کے رشتے نہیں بلکہ غیر سمتی مطلق قیمتوں کے رشتے دیتی ہیں۔ان رشتوں کو شکل 3.29 میں دکھایا گیا ہے۔مساوات 3.41 اور مساوات 3.42 سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_{\text{تار}} I_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یک مرحلہ}} I_{\text{یک مرحلہ}} \tag{3.43}$$

یک دوری ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر $V_{\text{یک مرحلہ}} I_{\text{یک مرحلہ}}$ ہوتے ہیں اور ایسے تین ٹرانسفارمر مل کر ایک عدد تین دوری ٹرانسفارمر بناتے ہیں لہٰذا تین مرحلہ ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر تین گنّا ذیل ہوں گے۔

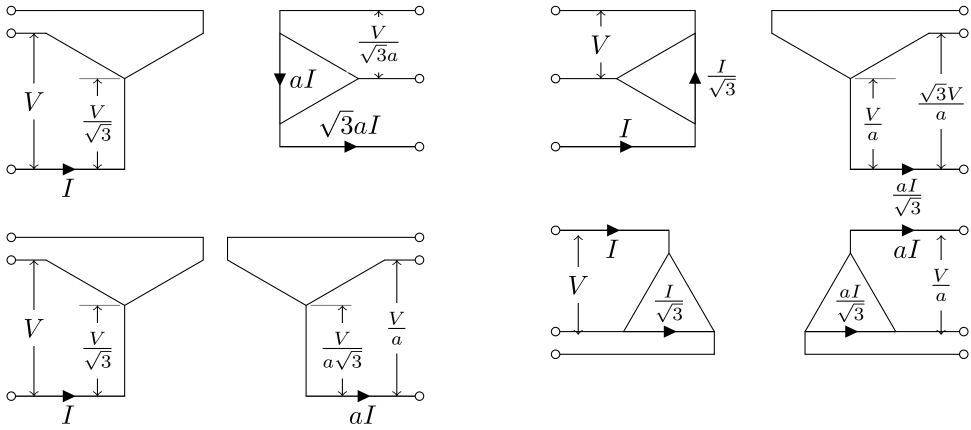
$$\text{وولٹ-ایمپیئر} = 3 V_{\text{یک مرحلہ}} I_{\text{یک مرحلہ}} = 3 \times \frac{V_{\text{تار}} I_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} V_{\text{تار}} I_{\text{تار}} \tag{3.44}$$

یہ مساوات تین دوری ادوار میں کثرت سے استعمال ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر جس طرح بھی جوڑے جائیں وہ اپنی بنیادی کارکردگی تبدیل نہیں کرتے ہیں لہٰذا انہیں ستارہ نما یا تکونی جوڑنے کے بعد بھی ان میں ہر ایک ٹرانسفارمر انفرادی طور پر صفحہ 66 پر دئے مساوات 3.16 اور صفحہ 71 پر دئے مساوات 3.26 پر پورا اترے گا۔انہیں استعمال کر کے شکل 3.29 میں دیے گئے ٹرانسفارمروں کے ابتدائی اور ثانوی جانب کی یک دوری اور تار کی مقداروں کے رشتے حاصل کئے جا سکتے ہیں۔اس شکل میں $a = N_1/N_2$ ہے جہاں $N_1 : N_2$ ان میں ایک دوری ٹرانسفارمر کے چکر کا تناسب ہے۔تین دوری ٹرانسفارمر پر لگی تختی پر دونوں جانب تار کے برقی دباو کا تناسب لکھا جاتا ہے۔

شکل 3.29 میں ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباو کا تناسب

$$\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \sqrt{3} a = \sqrt{3} \left( \frac{N_1}{N_2} \right) \tag{3.45}$$




شکل 3.29: ابتدائی اور ثانوی جانب تار اور یک دوری مقداروں کے رشتے۔

جبکہ ستارہ-ستارہ کا

$$\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \tag{3.46}$$

تکونی-ستارہ کا

$$\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{N_1}{N_2}\right) \tag{3.47}$$

اور تکونی-تکونی کا درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \tag{3.48}$$

مثال 3.8: یک دوری تین یکساں ٹرانسفارمروں کو ستارہ-تکونی $\Delta$ : $Y$ جوڑ کر تین دوری ٹرانسفارمر بنایا گیا ہے۔یک دوری ٹرانسفارمر کی برقی سکت[80] درج ذیل ہے:

$$50\,\mathrm{kV\,A}, \quad 6350:440\,\mathrm{V}, \quad 50\,\mathrm{Hz}$$

ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب 11000 وولٹ تین دوری دباو تار لاگو کیا گیا۔اس تین دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب دباو تار معلوم کریں۔

[80] rating

حل: حل کرتے وقت ہم ایک عدد یک دوری ٹرانسفارمر پر نظر رکھیں گے۔ یک دوری ٹرانسفارمر کے چکر کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{V_1}{V_2}=\frac{6350}{440}$$

مساوات 3.41 سے دباو تار درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$V_{\text{ابتدائی،تار}}=\sqrt{3}\times 6350\approx 11\,000\,\mathrm{V}$$

یک دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب 440 V ہوں گے جس کو مساوات 3.16 کی مدد سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$V_{\text{ثانوی}}=\frac{N_2}{N_1}V_{\text{ابتدائی}}=\frac{440}{6350}\times 6350=440\,\mathrm{V}$$

ثانوی جانب تین یک دوری ٹرانسفارمروں کو تکونی جوڑا گیا ہے۔یوں مساوات 3.42 کی مدد سے ثانوی دباو تار یہی ہو گا۔ تین دوری ٹرانسفارمر کے دباو تار کا تناسب درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{V_{\text{ابتدائی، تار}}}{V_{\text{ثانوی، تار}}}=\frac{11000}{440}$$

یک دوری ٹرانسفارمر 50 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہے لٰہذا تین دوری ٹرانسفارمر 150 کلو وولٹ-ایمپیئر کا ہو گا۔یوں تین دوری ٹرانسفارمر کی سکت[81] درج ذیل ہو گی۔

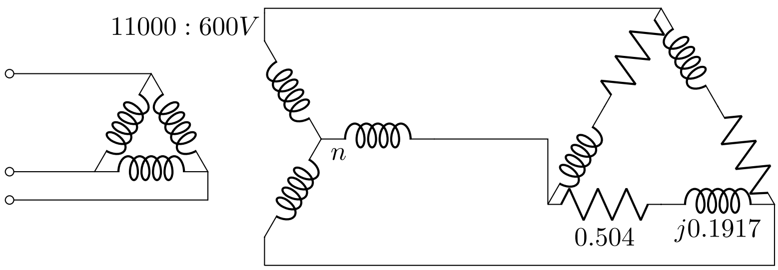
$$150\,\mathrm{kV\,A},\quad 11000:440\,\mathrm{V},\quad 50\,\mathrm{Hz}$$

ٹرانسفارمر تختی[82] پر ٹرانسفارمر کی سکت بیان ہوتی ہے۔ اس تختی پر تین دوری ٹرانسفارمر کے دونوں جانب دباو تار لکھا جاتا ہے نہ کہ لچھوں کے چکر۔ □

ستارہ-ستارہ ٹرانسفارمر میں تین دوری برقی دباو کے بنیادی اجزاء آپس میں °120 زاویائی فاصلے پر جبکہ تیسرے موسیقائی اجزاء آپس میں ہم قدم ہوتے ہیں۔ قالب کی غیر تدریجی خاصیت کی بنا ٹرانسفارمر میں ہر صورت تیسری موسیقائی اجزاء پائے جاتے ہیں۔ تیسری موسیقائی اجزاء ہم قدم ہونے کی وجہ سے جمع ہو کر برقی دباو کا ایک بڑا موج

---

[81] rating
[82] name plate




شکل 3.30: ٹرانسفارمر تکونی متوازن بوجھ کو طاقت فراہم کر رہا ہے۔

پیدا کرتے ہیں جو کبھی کبھار برقی دباو کے بنیادی جزو سے بھی زیادہ بڑھا ہوتا ہے۔اس وجہ سے ستارہ-ستارہ ٹرانسفارمر عام طور استعمال نہیں ہوتا ہے۔

باقی تین قسم جڑے ٹرانسفارمروں میں تکونی جوڑ پایا جاتا ہے جس میں تیسری موسیقائی اجزاء کی موج گردشی رو پیدا کرتی ہے۔یہ گردشی رو تیسری موسیقائی اجزاء کی موج کے اثر کو ختم کرتا ہے۔

تین دوری ٹرانسفارمر کے متوازن دور حل کرتے وقت ہم تصور کرتے ہیں کہ ٹرانسفارمر ستارہ جڑا ہے۔یوں ی دوری برقی رو، تار کا برقی رو ہو گا اور یک دوری لاگو برقی دباو، یک دوری برقی دباو ہو گا۔اسی طرح ہم اس پر لدے برقی بوجھ کو بھی ستارہ جڑا تصور کرتے ہے۔یوں تین دوری دور کی بجائے ہم نسبتاً آسان یک دوری دور حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔آئیں ایک مثال سے اس عمل کو سمجھیں۔

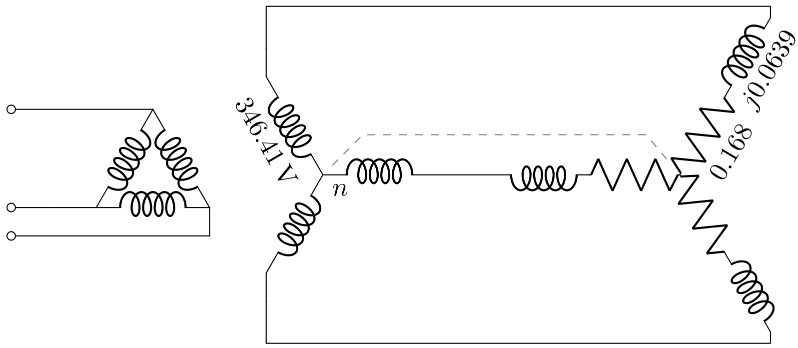
مثال 3.9: شکل 3.30 میں تین دوری $\Delta : Y$، 2000 کلو وولٹ-ایمپیئر، $600 : 11000$ وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والا کامل ٹرانسفارمر تین دوری متوازن تکونی بوجھ کو طاقت مہیا کر رہا ہے۔بوجھ کا ہر حصہ $0.504 + j0.1917$ کے برابر ہے۔

- اس شکل میں تمام برقی رو معلوم کریں۔
- برقی بوجھ[83] کو درکار طاقت معلوم کریں۔

حل: پہلے تکونی بوجھ کو ستارہ بوجھ میں تبدیل کرتے ہیں:

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} = \frac{0.504 + j0.1917}{3} = 0.168 + j0.0639$$

[83] electrical load




شکل 3.31: تکونی بوجھ کو مساوی ستارہ بوجھ میں تبدیل کیا گیا ہے۔

ستارہ بوجھ کو شکل 3.31 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک برقی تار جسے نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے کو ٹرانسفارمر کی زمینی نقطہ سے بوجھ کے مشترکہ سرے کے درمیان جڑا دکھایا گیا ہے۔ متوازن دور میں اس تار میں برقی رو صفر ہو گا۔ حل کرنے کی نیت سے ہم اس متوازن دور سے یک دوری حصہ لے کر حل کرتے ہیں۔

مساوی ستارہ بوجھ میں برقی رو

$$I = \frac{346.41}{0.168 + j0.0639} = 1927.262\underline{/-20.825^\circ}$$

اور یک دوری طاقت درج ذیل ہو گی۔

$$p = 346.41 \times 1927.262 \times \cos(-20.825^\circ) = 624\,007\,\mathrm{W}$$

کل طاقت تین گنا ہو گی یعنی $1872\,\mathrm{kW}$ جس بوجھ کا جزو طاقت[84] درج ذیل ہو گا۔

$$\cos(-20.825^\circ) = 0.93467$$

تکونی بوجھ میں برقی رو $\frac{1927.262}{\sqrt{3}} = 1112.7$ ایمپیئر ہو گا۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب برقی تاروں میں برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\left(\frac{600}{11000}\right) \times 1927.262 = 105.12\,\mathrm{A}$$

□

[84] power factor

اس مثال میں جزو طاقت 0.93467 ہے۔اس کتاب کے لکھتے وقت پاکستان میں اگر صنعتی کارخانوں کی برقی بوجھ کی جزو طاقت 0.9 سے کم ہو جائے تو برقی طاقت فراہم کرنے والا ادارہ (واپڈا) جرمانہ نافذ کرتا ہے۔

## 3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرک برقی رو کا گزر

ہم دیکھ چکے ہیں کہ اگر ٹرانسفارمر کے قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو سائن نما ہو یعنی $B = B_0 \sin \omega t$ تو اس کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v = e = N\frac{\partial \varphi}{\partial t} &= NA_c \frac{\partial B}{\partial t} \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= V_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

یعنی

$$B_0 = \frac{V_0}{\omega N A_c} \tag{3.49}$$

یہ مساوات برقرار چالو[85] ٹرانسفارمر کے لئے درست ہے۔

تصور کریں کہ ایک ٹرانسفارمر کو چالو کیا جا رہا ہے۔ چالو ہونے سے پہلے قالب میں مقناطیسی بہاو صفر ہے اور جس لمحہ اسے چالو کیا جائے اس لمحہ بھی یہ صفر ہی رہتا ہے۔

جس لمحہ ٹرانسفارمر کو چالو کیا جائے اس لمحہ لاگو برقی دباو

$$v = V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

ہے۔اگر $\theta = \pi/2$ یہ لمحہ ہو تو آدھے دوری عرصہ[86] کے بعد قالب میں کثافتِ مقناطیسی بہاو

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{NA_c} \int_0^{\pi/\omega} V_0 \cos(\omega t + \pi/2) \, \mathrm{d}t \\ &= \frac{V_0}{\omega N A_c} \sin(\omega t + \pi/2) \Big|_0^{\pi/\omega} \\ &= -\left(\frac{2V_0}{\omega N A_c}\right) \end{aligned}$$

[85] steady state
[86] time period

یعنی کثافتِ مقناطیسی بہاو کا طول معمول سے دگنا ہو گا۔اگر یہی حساب $\theta = 0$ لمحہ کے لئے کیا جائے تو زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو بالکل مساوات 3.49 کے عین مطابق ہو گا۔ ان دو زاویوں کے مابین زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاو ان دو حدوں کے درمیان رہتا ہے۔

قالب کی $B-H$ خط غیر بتدریج بڑھتا ہے۔لٰہذا $B$ دگنا کرنے کی خاطر $H$ کو کئی گنا بڑھانا ہو گا جو لچھے میں محرک برقی رو بڑھانے سے ہوتا ہے[87]۔یہاں صفحہ 52 پر دکھائے شکل 2.17 سے رجوع کریں۔ قوی ٹرانسفارمروں میں ہیجانی کثافتِ مقناطیسی بہاو کی چوٹی $1 \leq B_0 \leq 1.3$ ہوتی ہے۔ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ یوں کثافتِ مقناطیسی بہاو 2 سے 2.6 ٹسلا تک ہو سکتی ہے جس کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو نہایت زیادہ ہو گی۔

[87] 2000 کلو وولٹ-ایمپیئر ٹرانسفارمر سے چالو کرتے وقت تھرتھراہٹ کی آواز آتی ہے

# باب 4

# برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رو یا مقناطیسی بہاو کی مدد سے برقی توانائی کو میکانی توانائی یا میکانی توانائی کو برقی توانائی میں مختلف مشین تبدیل کرتے ہیں۔ پیمائشی آلات، لاؤڈ سپیکر، مائکروفون، وغیرہ نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں جبکہ ریلے [1]، برقی مقناطیس، وغیرہ، قوت پیدا کرتے ہیں۔ کئی مشین، جن میں برقی موٹر اور جنریٹر شامل ہیں، ایک قسم کی توانائی کو دوسری قسم کی توانائی میں مسلسل تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاو کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ برقی رو کی مدد سے بھی توانائی کا تبادلہ سمجھا جا سکتا ہے جس کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

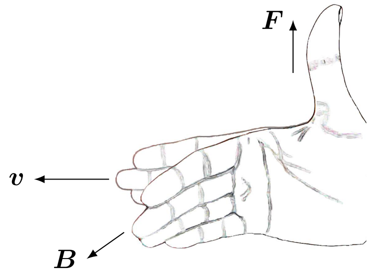
اس باب میں ہم وہ اہم تراکیب سیکھیں گے جو انجنیئری مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوں گے۔

## 4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ

برقی میدان $\boldsymbol{E}$ میں برقی بار $q$ پر درج ذیل قوت اثر انداز ہو گی۔

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} \tag{4.1}$$

[1] relay




شکل 4.1: دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو $\boldsymbol{v}$ سے $\boldsymbol{B}$ کی طرف کم زاویہ پر موڑیں۔ اس ہاتھ کا انگوٹھا قوت $\boldsymbol{F}$ کا رخ دیگا۔

مثبت برقی بار پر قوت برقی شدت $\boldsymbol{E}$ کے رخ ہو گی جبکہ منفی بار پر قوت $\boldsymbol{E}$ کے مخالف رخ ہو گی۔

مقناطیسی میدان میں متحرک بار $q$ ، جس کی سمتی رفتار[2] $\boldsymbol{v}$ ہو، پر درج ذیل قوت اثر انداز ہو گی۔

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right) \tag{4.2}$$

مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کا قانون[3] دیگا (شکل 4.1)۔ دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کو باقی انگلیوں کے ساتھ برقرار قائمہ رکھ کر اس ہاتھ کی چار انگلیوں کو $\boldsymbol{v}$ کے رخ سے شروع کر کے، چھوٹے زاویہ پر گھما کر، $\boldsymbol{B}$ کے رخ موڑنے سے انگوٹھا $\boldsymbol{F}$ کا رخ دیگا۔ منفی بار پر قوت مخالف رخ ہو گی۔

یہاں سمتی رفتار $q$ اور $\boldsymbol{B}$ کے بیچ ہے۔

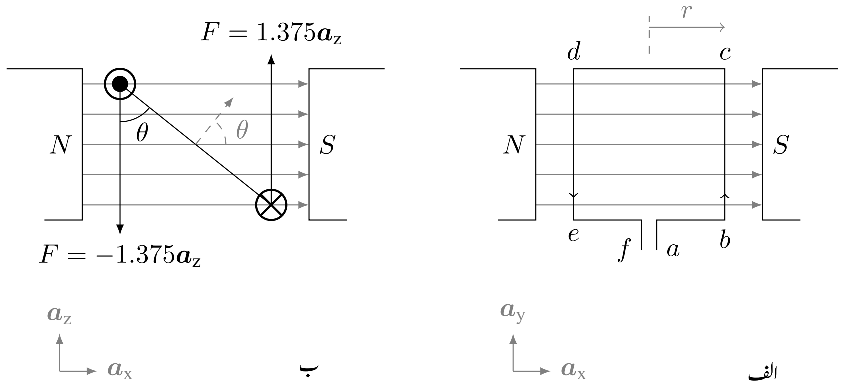
برقی اور مقناطیسی (دونوں) میدان میں حرکت پذیر بار پر قوت مساوات 4.1 اور مساوات 4.2 کے مجموعہ سے حاصل ہو گی جس کو مساوات لورینز[4] کہتے ہیں۔

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right) \qquad \text{مساوات لورینز} \tag{4.3}$$

مساوات 4.2 میں $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\,\mathrm{d}t$ لکھ کر درج ذیل حاصل ہو گا جہاں آخری قدم پر $i = q/\,\mathrm{d}t$ لکھا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F} &= q\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{B}\right)\\ &= \frac{q}{\mathrm{d}t}\left(\mathrm{d}\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}\right)\\ &= i\left(\mathrm{d}\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}\right)\end{aligned} \tag{4.4}$$

---
velocity[2]
right hand rule[3]
Lorenz equation[4]




شکل 4.2: ایک چکر کے لچھے پر قوت اور قوت مروڑ

مثال 4.1: شکل 4.2 میں ایک لچھا مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کا رداس 15 سم، محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیئر ہے۔ کثافت مقناطیسی بہاو کو نقطہ دار نوکیلی لکیروں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کے رخ دکھایا گیا ہے۔ اگر کثافت مقناطیسی بہاو 0.55 ٹسلا ہو تب

- لچھے کے اطراف پر قوت دریافت کریں اور
- لچھے پر قوت مروڑ $\tau$ دریافت کریں۔

حل: شکل-الف اور ب میں کارتیسی اکائی سمتیات دکھائے گئے ہیں۔ برقی تار کے سروں کو نظر انداز کرتے ہوئے اسے ایک بند مستطیل تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل-الف میں برقی رو کے رخ تار کے اطراف کی لمبائیاں درج ذیل ہوں گی جبکہ $\boldsymbol{B} = B_0\boldsymbol{a}_{\text{x}}$ ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{L}_{bc} &= l\boldsymbol{a}_{\text{y}}\\
\boldsymbol{L}_{cd} &= -2r\boldsymbol{a}_{\text{x}}\\
\boldsymbol{L}_{de} &= -l\boldsymbol{a}_{\text{y}}\\
\boldsymbol{L}_{eb} &= 2r\boldsymbol{a}_{\text{x}}
\end{aligned}
$$

یوں مساوات 4.2 کے تحت ان اطراف پر قوت (نیوٹن) درج ذیل ہو گی۔

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{F}_{bc} &= i\left(\boldsymbol{L}_{bc} \times B_0 \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right) \\
&= 5\left(0.5\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times 0.55\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right) \\
&= -1.375\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \\
\boldsymbol{F}_{cd} &= 5\left(-0.3\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \times 0.55\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right) \\
&= 0 \\
\boldsymbol{F}_{de} &= 5\left(-0.5\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times 0.55\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right) \\
&= 1.375\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \\
\boldsymbol{F}_{ea} &= 0
\end{aligned}
$$

ہم دیکھتے ہیں کہ صرف محوری اطراف پر قوتیں پائی جاتی ہیں جنہیں شکل 4.2-ب میں دکھایا گیا ہے۔ محوری اطراف پر اثر انداز قوت، مروڑ پیدا کرتی ہیں جس کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل ہو گا۔ مستطیل تار پر قوت مروڑ (نیوٹن میٹر) درج ذیل ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\tau} &= -1.375 \times 2 \times 0.15 \times \sin\theta \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \\
&= -0.4125 \sin\theta \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}
\end{aligned}
$$

□

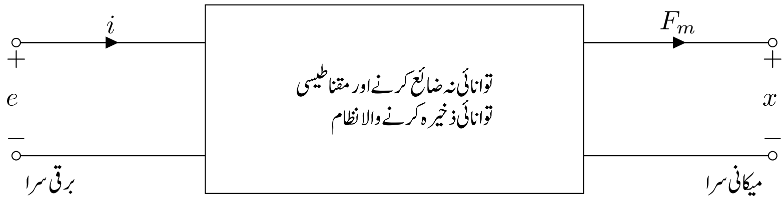
مساوات 4.1 تا مساوات 4.3 کا استعمال صرف سادہ ترین صورتوں میں ممکن ہوتا ہے۔ حقیقی مشینوں میں ان مساوات سے قوت تعین کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ آئیں ایک ایسی ترکیب سیکھتے ہیں جس سے ہم مختلف مشینوں میں پائی جانی والی قوتیں تعین کر سکیں ۔ اس ترکیب ہم-توانائی کا طریقہ کہتے ہیں جو توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔

گھومتی برقی مشین عموماً دو لچھوں پر مشتمل ہوتی ہیں۔ ان میں ایک لچھا مشین کے ساکن حصہ پر لپٹا ہوتا ہے جس کی بنا یہ ساکن رہتا ہے اور ساکن لچھا[5] کہلاتا ہے ۔ دوسرا لچھا مشین کے گھومنے حصہ پر لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ اس کو گھومتا لچھا[6] کہتے ہیں۔ان لچھوں کو دو عدد مقناطیس تصور کرتے ہوئے ایسی مشینوں کی کارکردگی باآسانی سمجھی جا سکتی ہے۔

جس طرح دو مقناطیس اگر قریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال $N$ دوسرے کے جنوب $S$ کی سمت ہو۔

---

[5] stator coil
[6] rotor coil




شکل 4.3: برقی توانائی سے میکانی توانائی کے تبادلہ کا نظام۔

موٹر کے دو لچھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ہم جانتے ہیں کہ ایک مقناطیس کے شمال $N$ اور دوسرے کے جنوب $S$ کے بیچ قوت کشش پائی جاتی ہے۔ ساکن لچھے کا مقناطیسی بہاو گھومتے لچھے کے مقناطیسی بہاو سے کچھ آگے رہ کر اسے کھینچ کر کام کرتا ہے۔ جنریٹر میں اس کے برعکس گھومتا لچھا، ساکن لچھے پر کام کرتے ہوئے اس میں برقی دباو پیدا کرتا ہے۔

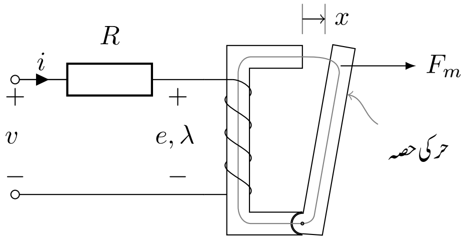
توانائی کے طریقے کو شکل 4.3 کی مدد سے سمجھا جا سکتا ہے۔یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ مانند دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس کو یہ میکانی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے متغیرات $e$ اور $i$ ہیں جبکہ میکانی توانائی کے متغیرات فاصلہ $x$ اور میدانی قوت[7] $F_m$ ہیں۔ اس شکل میں بائیں یعنی ابتدائی یا اولین جانب $i$ کا رُخ باہر سے اندر ہے جبکہ دائیں یعنی ثانوی جانب $F_m$ کا رُخ اندر سے باہر رخ ہے۔یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل 3.7 کی مانند ہے۔

جہاں نظام میں توانائی کے ضیاع کو ذخیرہ توانائی سے علیحدہ کرنا ممکن ہو وہاں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 4.4 میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں لچھا برقی نظام اور حرکی حصہ میکانی نظام کو ظاہر کرتے ہیں اور لچھے میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی مزاحمت $R$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔

توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جا سکتی ہے اور نا ہی اسے تباہ کیا جا سکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ یوں نظام کو فراہم برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}}$ کا ایک حصہ میکانی توانائی $\partial W_{\text{میکانی}}$ میں تبدیل ہو گا جبکہ اس کا دوسرا حصہ، $\partial W_{\text{مقناطیسی}}$، مقناطیسی میدان میں ذخیرہ ہو گا اور باقی حصہ، $\partial W_{\text{ضائع}}$، مختلف طریقوں سے ضائع ہو گیا جو ہمارے کسی کام نہ آ سکے گا:

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}} \tag{4.5}$$

[7] میدانی قوت $F_m$ میں چھوٹی لکھائی میں $m$ لفظ میدانی کو ظاہر کر رہا ہے۔




شکل 4.4: قوت پیدا کرنے والا آلا۔

برقی توانائی کے ضیاع کو نظرانداز کرتے ہوئے

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} \tag{4.6}$$

لکھا جا سکتا ہے جس کو $\partial t$ سے تقسیم کر کے

$$\frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقناطیسی}}}{\partial t} \tag{4.7}$$

لکھا جا سکتا ہے جو توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتی ہے۔ اس مساوات کے بائیں ہاتھ برقی طاقت کو $ei$ اور دائیں ہاتھ میکانی حصہ میں $\partial W_{\text{میکانی}} = F_m \partial x$ لکھ کر

$$ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t} \tag{4.8}$$

حاصل ہو گا جہاں $W_{\text{مقناطیسی}}$ کو $W_m$ لکھا گیا ہے۔ مساوات 2.27 استعمال کرتے ہوئے اس کو

$$i \frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t} \tag{4.9}$$

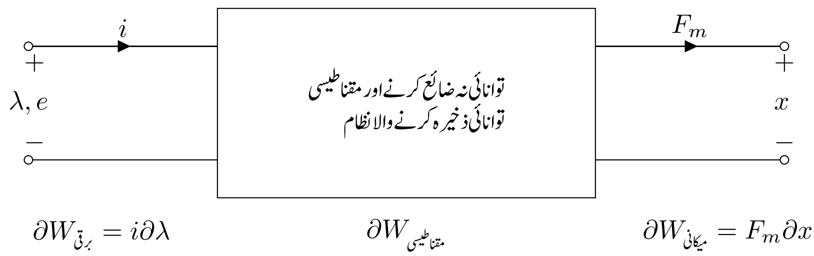
لکھا جا سکتا ہے۔ دونوں اطراف کو $\partial t$ سے ضرب دے کر ترتیب نو کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\partial W_m = i \partial \lambda - F_m \partial x \tag{4.10}$$

مساوات 4.10 توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ اس مساوات کو استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لورینز کے قانون[8] سے ہی پیدا ہوتی ہے۔ مساوات 4.10 میں برقی متغیرات $i$ اور $e$ کی بجائے $i$ اور $\lambda$ ہیں۔ لہٰذا شکل 4.3 کو شکل 4.5 کی طرح بھی بنایا جا سکتا ہے۔

کسی بھی تفاعل[9] $z(x, y)$ کا کل تفرق درج ذیل ہو گا جہاں $\frac{\partial z}{\partial x}$ لیتے ہوئے $y$ کو مستقل تصور کیا جاتا ہے

[8] Lorenz equation
[9] function




شکل 4.5: توانائی کی قسم تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

اور $\frac{\partial z}{\partial y}$ لیتے ہوئے $x$ کو مستقل تصور کیا جاتا ہے۔

$$\partial z(x,y) = \frac{\partial z}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial z}{\partial y}\,\mathrm{d}y \tag{4.11}$$

اسی طرح $W_m(x,\lambda)$ کا کل تفرق

$$\partial W_m(x,\lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda}\,\mathrm{d}\lambda \tag{4.12}$$

ہو گا جس کا موازنہ مساوات 4.10 کے ساتھ کر کے درج ذیل اخذ کیا جا سکتا ہے جہاں ایک متغیر کے ساتھ جزوی تفرق لیتے وقت دوسرے متغیر کو صریحاً مستقل ظاہر کیا گیا ہے۔

$$F_m(x,\lambda) = -\left.\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial x}\right|_{\lambda_0} \tag{4.13}$$

$$i(x,\lambda) = \left.\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{x_0} \tag{4.14}$$

مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x,\lambda)$ دریافت کر کے مساوات 4.13 کی استعمال سے قوت دریافت کی جا سکتی ہے۔ شکل 4.4 میں قوت اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاو ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔ اگلے حصہ میں مقناطیسی توانائی کا حصول سکھایا جائے گا۔

## 4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل 4.4 میں ایک لچھے کا سادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ میکانی نظام میں حرکی حصہ کی کمیت کو نظرانداز کیا گیا ہے۔ جہاں اس کمیت کا اثر جاننا ضروری ہو وہاں اس کو ایک

بیرونی کمیت تصور کیا جا سکتا ہے۔ اس طرح تبادلہ توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہوتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والی مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔ عموماً حرکت تب ممکن ہو گی جب مقناطیسی قالب میں قابل تبدیل خلاء موجود ہو۔ قالب میں خلاء کی موجودگی کی بنا عام طور پر $\Re_a \gg \Re_c$ ہو گا اور ایسا مقناطیسی دور حل کرتے ہوئے $\Re_c$ کو نظرانداز کیا جائے گا۔ یوں، جیسا مساوات 2.19 میں دیا گیا ہے، مقناطیسی دباو $\tau$ اور مقناطیسی بہاو $\phi$ براہ راست متناسب ہوں گے۔ ایسی صورت میں مساوات 2.29 میں امالہ $L$ شکل 4.4 میں خلاء کی لمبائی $x$ پر منحصر ہو گی لہٰذا اس مساوات کو درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$\lambda = L(x)i \tag{4.15}$$

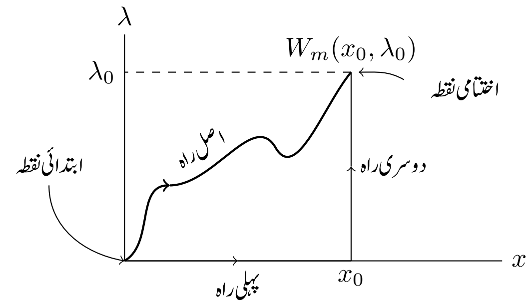
شکل 4.4 میں قوت $F_m$ کے رخ طے ہونے والا فاصلہ $x$ ہے۔ یوں میکانی کام $\partial W_{\text{میکانی}} = F_m \,\mathrm{d}x$ ہو گا جبکہ فراہم برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}} = i \,\mathrm{d}\lambda$ ہو گی۔ یوں شکل 4.4 کو مساوات 4.10 ظاہر کرتی ہے۔ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی $W_m$ کو مساوات 4.10 کا تکمل[10] لے کر حاصل کرتے ہیں۔

$$\int \partial W_m(x,\lambda) = \int i(x,\lambda)\,\mathrm{d}\lambda - \int F_m(x,\lambda)\,\mathrm{d}x \tag{4.16}$$

اس تکمل کا حصول شکل 4.6 سے واضح ہو گا۔ ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی فراہم نہیں کی گئی ہے۔ یوں نظام میں برقی رو صفر ہو گی جس کی بنا مقناطیسی بہاو اور ارتباط بہاو بھی صفر ہوں گے لہٰذا مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی صفر ہو گی۔ کسی بھی مقناطیس کی قوت کشش اس کی مقناطیسی بہاو پر منحصر ہوتی ہے لہٰذا صفر مقناطیسی بہاو کی بنا اس نظام میں قوت کشش صفر ہو گا اور یوں اس میں حرکت بھی صفر ہو گا۔ اس طرح ابتدائی نقطہ پر درج ذیل ہوں گے۔

$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ابتدائی نقطہ شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے۔ اب لچھے کو برقی توانائی فراہم کی جاتی ہے۔ لچھے میں برقی رو کی بنا قوت اور حرکت پیدا ہو گی۔ آخر کار نظام اختتامی نقطے پر پہنچے گا۔ اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پر $\lambda = \lambda_0$ اور $x = x_0$ ہیں اور مقناطیسی میدان میں توانائی $W_m(x_0,\lambda_0)$ ہے۔ ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھایا جاتا ہے کہ $\lambda$ اور $x$ شکل 4.6 میں موٹی لکیر (اصل راستے) پر رہیں۔ آخری




شکل 4.6: مقناطیسی میدان میں توانائی۔

نقطہ پر مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ جاننے کے لئے اصل راستے پر مساوات 4.16 کا تکمل حاصل کرنا ہو گا جو ایک مشکل کام ہے۔اس راہ پر تکمل کی بجائے ہم متبادل راستہ اختیار کرتے ہیں۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقناطیسی میدان ایک **قدامت پسند میدان**[11] ہے جس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے $x_0$ اور $\lambda_0$ کی مقدار پر منحصر ہو گی[12]۔چونکہ توانائی کا دارومدار راہ پر منحصر نہیں ہے لہٰذا توانائی کے حصول کے تکمل میں ہم من پسند راستہ اختیار کرتے ہیں۔ہم تکمل لیتے ہوئے شکل 4.6 میں ابتدائی نقطہ سے پہلی راہ چل کر فاصلہ $x_0$ طے کر کے دوسری راہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ $(x_0, \lambda_0)$ تک پہنچتے ہیں۔یوں مساوات 4.16 کو دو تکملات کا مجموعہ لکھا جائے گا۔ایک تکمل نقطہ $(0, 0)$ سے نقطہ $(x_0, 0)$ تک اور دوسرا یہاں سے نقطہ $(x_0, \lambda_0)$ تک لیا جائے گا:

$$\int\limits_{\text{اصل راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int\limits_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) + \int\limits_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x, \lambda) \tag{4.17}$$

اس مساوات کے دائیں ہاتھ تکملات کو باری باری دیکھتے ہیں۔پہلی راہ تکمل کو مساوات 4.16 کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\int\limits_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_0^0 i(x, 0) \, \mathrm{d}\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) \, \mathrm{d}x \tag{4.18}$$

---

[10] integral
[11] conservative field
[12] تجاذبی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے۔اسی لئے اگر کمیت $m$ کو کسی بھی راستے $h$ کی بلندی تک لے جایا جائے تو اس کی خفی توانائی $mgh$ ہو گی۔

جیسا شکل 4.6 میں دکھایا گیا ہے، پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہے۔ مساوات 4.18 میں اس بات کو برقی رو $i(x,0)$ اور قوت $F_m(x,0)$ لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ ابتدائی اور اختتامی نقطوں پر $\lambda$ صفر ہے لہٰذا $\int_0^0 i(x,0)\,\mathrm{d}\lambda = 0$ ہو گا۔ ایسے تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے جس کا ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک دوسرے کے برابر ہوں۔

پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہونے کی بنا اس راہ پر مقناطیسی بہاو بھی صفر ہو گا لہٰذا اس راہ پر مقناطیسی اثر نہیں پایا جائے گا اور قوت $F_m$ صفر ہو گا۔ ہم جانتے ہیں کہ صفر کا تکمل صفر ہوتا ہے لہٰذا $\int_0^{x_0} F_m(x,0)\,\mathrm{d}x = 0$ ہو گا۔ یوں پہلی راہ پر کا تکمل (مساوات 4.18) صفر ہو گا:

$$\int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x,0) = \int_0^0 i(x,0)\,\mathrm{d}\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x,0)\,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.19}$$

مساوات 4.17 میں دوسری راہ کا تکمل

$$\int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x_0,\lambda) = \int_0^{\lambda_0} i(x_0,\lambda)\,\mathrm{d}\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0,\lambda)\,\mathrm{d}x \tag{4.20}$$

ہو گا۔دوسری راہ پر $x = x_0$ ہے لہٰذا مساوات 4.20 میں دائیں ہاتھ دوسرے تکمل کا ابتدائی نقطہ $x_0$ اور اختتامی نقطہ بھی $x_0$ ہو گا جس کی بنا قوت کا تکمل صفر ہو گا:

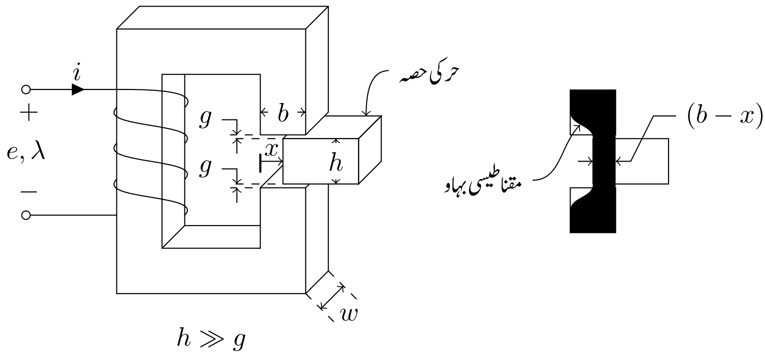
$$\int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0,\lambda)\,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.21}$$

آخر میں مساوات 4.20 کے دائیں ہاتھ، برقی رو کا تکمل حل کرنا باقی ہے۔ مساوات 4.15 استعمال کرتے ہوئے اسے حل کرتے ہیں۔

$$\int_0^{\lambda_0} i(x_0,\lambda)\,\mathrm{d}\lambda = \frac{1}{L(x_0)}\int_0^{\lambda_0} \lambda\,\mathrm{d}\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)} \tag{4.22}$$

مساوات 4.20، مساوات 4.21 اور مساوات 4.22 کے نتائج استعمال کرتے ہوئے مساوات 4.17 میں دیے تکمل کا حل لکھتے ہیں:

$$W(x_0,\lambda_0) = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$




شکل 4.7: حرکت اور توانائی۔

اس مساوات میں اختتامی نقطہ کو عمومی نقطہ $(x, \lambda)$ لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا جو مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات ہے۔

$$W(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)} \tag{4.23}$$

مساوات 4.23 کی مدد سے مساوات 4.13 کے ذریعہ قوت $F_m(x, \lambda)$ اور مساوات 4.14 کے ذریعہ برقی رو $i(x, \lambda)$ کا حساب اب ممکن ہے۔

مثال 4.2: شکل 4.7 میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکی اور ساکن حصوں کے بیچ خلائی درز $g$ موجود ہے۔ اگر $N = 500$، $g = 1\,\mathrm{mm}$، $b = 0.2\,\mathrm{m}$، $w = 0.4\,\mathrm{m}$ اور $i = 30\,\mathrm{A}$ ہوں تب اس خلائی درز میں توانائی $W_m$ کیا ہو گی؟

حل: چونکہ $h \gg g$ ہے لہٰذا ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ بالائی بازو سے نچلے بازو تک پہنچنے کے لئے حرکی حصہ سے گزرے گا (شکل 4.7)۔ یوں ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو خلائی درز کے قریب مڑ کر حرکی حصے میں سے گزرے گا۔ توانائی کے کلیہ $W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$ میں $\lambda = L(x)i$ پر کرنے سے $W_m(x, i) = \frac{1}{2}L(x)i^2$ لکھا جا سکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g}$ اور $A_g = w(b-x)$ ہیں۔ یوں

$$W_m(x, i) = \frac{1}{2}\frac{N^2 \mu_0 w(b-x)}{2g} i^2 \tag{4.24}$$

ہو گا جس میں دی گئی معلومات پر کرنے سے درج ذیل توانائی حاصل ہو گی (جس کی اکائی جاول ہے)۔

$$
\begin{aligned}
W_m(x,i) &= \frac{1}{2} \times \frac{500^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.4(0.2-x)}{2 \times 0.001} \times 30^2 \\
&= 28278(0.2-x)
\end{aligned}
$$

□

مثال 4.3: شکل 4.7 میں توانائی کے طریقہ سے قوت $F_m$ دریافت کریں۔

حل: مساوات 4.13 کہتی ہے کہ $F_m = -\left.\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial x}\right|_{\lambda_0}$ ہو گا جہاں توانائی کے متغیرات $x$ اور $\lambda$ ہیں۔

مثال 4.2 میں مساوات 4.24 حاصل کی جو توانائی کا کلیہ ہے۔ایسا کرتے ہوئے $\lambda$ کی جگہ $\lambda = L(x)i$ پر کیا گیا جس کی بنا مساوات 4.24 میں $W_m$ کے متغیرات $x$ اور $\lambda$ کی بجائے $x$ اور $i$ ہیں۔ قوت کے حصول کے لئے مساوات 4.24 استعمال نہیں کیا جا سکتا ہے۔ ہمیں توانائی کے درست متغیرات درکار ہوں گے تا کہ توانائی $W_m(x,\lambda)$ ہو (آپ مساوات 4.24 کا تفرق لے کر تسلی کر لیں کہ اس سے درست قوت حاصل نہیں ہوتا ہے)۔ درست طریقہ درج ذیل ہے۔

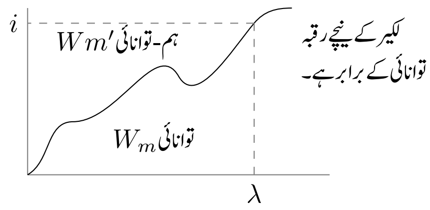
$$
W_m(x,\lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2\left(\frac{N^2\mu_0 A_g}{2g}\right)} = \frac{g\lambda^2}{N^2\mu_0 w(b-x)} \tag{4.25}
$$

مساوات 4.25 اور مساوات 4.13 مل کر درج ذیل دیتی ہیں۔

$$
\begin{aligned}
F_m &= -\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial x} \\
&= -\frac{g\lambda^2}{N^2\mu_0 w(b-x)^2}
\end{aligned}
$$

تفرق لینے کے بعد $\lambda = Li$ پر کیا جا سکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2\mu_0 w(b-x)}{2g}$ ہو گا۔یوں قوت

$$
\begin{aligned}
F_m &= -\frac{gL^2i^2}{N^2\mu_0 w(b-x)^2} \\
&= -\frac{N^2\mu_0 w i^2}{4g} \\
&= -28\,278
\end{aligned}
$$




شکل 4.8: ہم-توانائی کی تعریف۔

نیوٹن حاصل ہوتی ہے۔ قوت کی علامت منفی ہے جس کے تحت قوت گھٹتے $x$ رخ ہو گی۔ یوں حرکی حصہ بائیں رخ کھینچا جائے گا۔ شکل 4.4 میں قوت اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاو ایک دوسرے کے متوازی تھے جبکہ شکل 4.7 میں قوت اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاو ایک دوسرے کے عمودی ہیں۔ □

## 4.3 توانائی اور ہم-توانائی

شکل 4.8 میں $\lambda$ اور $i$ کے مابین ترسیم دکھایا گیا ہے۔ اس لکیر کے نیچے رقبہ ہم-توانائی $W_m$ تصور کریں۔ اس ترسیم پر کوئی ایک نقطہ $(\lambda, i)$ لے کر ایک لکیر نیچے اور دوسری بائیں کھینچ کر ایک مستطیل مکمل کیا گیا ہے جس کا رقبہ $\lambda i$ ہے۔ مستطیل کے رقبہ سے توانائی $W_m$ منفی کرنے سے حاصل رقبہ **ہم-توانائی**[13] $W'_m$ کہلاتا ہے۔

$$W'_m = \lambda i - W_m \tag{4.26}$$

ہم-توانائی کے جزوی فرق

$$\begin{aligned}\partial W'_m &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m\end{aligned}$$

میں مساوات 4.10 کا استعمال

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

[13] co-energy

یعنی

$$\partial W_m' = \lambda \partial i + F_m \partial x \tag{4.27}$$

دیگا۔

یہاں بھی مساوات 4.11 تا مساوات 4.14 کی طرح کسی بھی تفاعل $z(x, y)$ کا جزوی فرق

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial z}{\partial y}\,\mathrm{d}y$$

ہو گا لہٰذا ہم-توانائی $W_m'(x, i)$ کا جزوی فرق درج ذیل ہو گا۔

$$\partial W_m'(x, i) = \frac{\partial W_m'}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial W_m'}{\partial i}\,\mathrm{d}i \tag{4.28}$$

مساوات 4.28 کا مساوات 4.27 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\lambda = \left.\frac{\partial W_m'}{\partial i}\right|_{x_0} \tag{4.29}$$

اور

$$F_m = \left.\frac{\partial W_m'}{\partial x}\right|_{i_0} \tag{4.30}$$

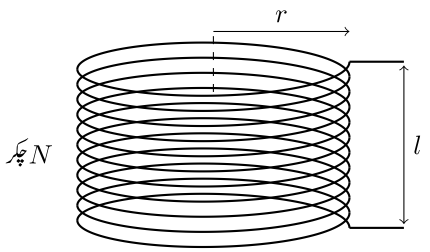
مساوات 4.30 قوت دریافت کرنے کا دوسرا کلیہ دیتی ہے۔ مساوات 4.30 میں ہم-توانائی جبکہ مساوات 4.13 میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔

توانائی کے طریقہ کی طرح مساوات 4.29 سے درج ذیل تکمل لکھا جا سکتا ہے۔

$$W_m'(i_0, x_0) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x_0)\,\mathrm{d}i \tag{4.31}$$

جن نظام میں $\lambda$ اور $i$ کا تعلق تغیر راست ہو، جس کو مساوات 2.29 بیان کرتی ہو، ان کے لئے درج بالا تکمل کا حل درج ذیل ہو گا جہاں $i_0$، $x_0$ کی بجائے عمومی متغیرات $i$ اور $x$ لکھے گئے ہیں۔

$$W_m'(i, x) = \int_0^{i} L(x) i\,\mathrm{d}i = \frac{L(x) i^2}{2} \tag{4.32}$$




شکل 4.9: پیچدار لچھا۔

بعض مسائل میں توانائی اور بعض میں ہم-توانائی کا استعمال زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.9 میں ایک پیچدار لچھا دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی $l$، رداس $r$ اور چکر $N$ ہیں۔پیچدار لچھے کے مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ محوری رخ لچھے کے اندر رہتا ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاو کو نظر انداز کرتے ہوئے لچھے کے اندر محوری لمبائی رخ میدانی شدت $H \approx \frac{NI}{l}$ ہو گی۔

موصل دھات کو امالی برقی توانائی سے پگھلانے کے لئے پیچدار لچھا استعمال کیا جاتا ہے۔میں 100 تا 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی امالی برقی بھٹیاں[14] بناتا رہا جو بالترتیب 500 تا 1200 ہرٹز پر کام کرتی اور 100 سے 3000 کلو گرام لوہا پگھلاتی ہیں۔

امالی بھٹی کے پیچدار لچھے کے اندر غیر موصل پیالے میں دھات کے ٹکڑے ڈال کر لچھے میں بدلتا رو گزاری جاتی ہے جو دھات میں بھنور نما امالی برقی رو پیدا کرتی ہے۔ بھنور نما رو دھات کو گرم کر کے پگھلاتی ہے۔امالی برقی بھٹی میں لوہے کو 1650 ڈگری سیلسیئس[15] تک گرم کیا جاتا ہے۔

پیچدار لچھے میں برقی رو $I_0$ کی بنا لچھے پر رداسی رخ میکانی دباو یعنی قوت فی مربع رقبہ پیدا ہو گا۔میری 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے کی بھٹی کے پیچدار لچھے کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000\,\mathrm{A}, \quad l = 0.94\,\mathrm{m}, \quad r = 0.49\,\mathrm{m}$$

اس پر رداسی رخ میکانی دباو (نیوٹن فی مربع میٹر) حاصل کریں۔

[14] high frequency, induction furnaces
[15] Celsius, Centigrade

حل: ہم-توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
L &= \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} \\
W'_m(r,i) &= \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l} \\
F &= \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l}
\end{aligned}
$$

اس قوت کی علامت مثبت ہے لہٰذا یہ رداسی رخ باہر جانب ہو گا۔ لچھے کو نلکی تصور کریں جس کی گول سطح کا رقبہ $A = 2\pi r l$ ہو گا۔ یوں میکانی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$
\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}
$$

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$
\frac{F}{A} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times 10\,000^2}{2 \times 0.94^2} = 8605\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}
$$

□

مثال 4.5: 2700 کلوواٹ امالی بھٹی یومیہ 70 ٹن[16] لوہا پگھلاتی[17] ہے۔ اتنے وزن کی منتقلی کے لئے برقی مقناطیس استعمال کیا جاتا ہے۔ شکل 4.10 میں ایک ایسا برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$
N = 300, \quad A = 0.8\,\mathrm{m}^2, \quad I = 30\,\mathrm{A}
$$

برقی مقناطیس اور لوہے کے بیچ اوسط فاصلہ 2.5 سنٹی میٹر لیں۔ یہ برقی مقناطیس کتنی کمیت کا لوہا اٹھا سکتا ہے؟

حل:

$$
\begin{aligned}
L &= \frac{\mu_0 N^2 A}{2l} \\
W'_m(l,i) &= \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 A i^2}{4l} \\
F &= \frac{\partial W'_m}{\partial l} = -\frac{\mu_0 N^2 A i^2}{4l^2} = -\frac{4\pi 10^{-7} \times 300^2 \times 0.8 \times 30^2}{4 \times 0.0254^2} = -31\,558\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

[16] ہزار کلو گرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔
[17] یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔


شکل 4.10: برقی مقناطیس۔

قوت کی علامت منفی ہے۔یوں یہ مقناطیس اور لوہے کے بیچ فاصلہ کم کرنے کی کوشش کرتی ہے۔ یہ مقناطیس $\frac{31558}{9.8} = 3220\,\mathrm{kg}$ کمیت اٹھا سکتا ہے۔ □

مثال 4.6: مثال 4.3 کو ہم-توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: مساوات 4.32 سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2\mu_0 w(b-x)i^2}{4g}$$

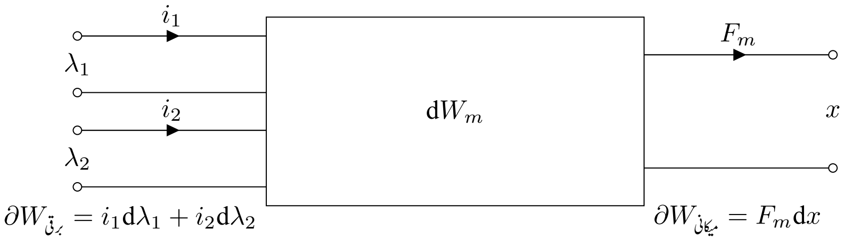
لکھ کر مساوات 4.30 سے درج ذیل قوت حاصل ہوتی ہے۔

$$F_m = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = -\frac{N^2\mu_0 w i^2}{4g} = -28\,278\,\mathrm{N}$$

□

## 4.4 متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام

اب تک ایک لچھے کے نظام پر غور کیا گیا۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام پر غور کیا جائے گا۔ متعدد لچھوں کا نظام بھی ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل 4.11 میں ایک لچھے کا برقی رو $i_1$ اور دوسرے




شکل 4.11: دو لچھوں کا نظام۔

لچھے کا برقی رو $i_2$ ہے۔ اس نظام کے لئے درج ذیل لکھنا ممکن ہے جہاں $W_m$ ذخیرہ توانائی کو ظاہر کرتی ہے۔

$$\partial W_{\text{برقی}} = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 \tag{4.33}$$

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m \tag{4.34}$$

پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے درج ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے جس میں $\partial W_{\text{میکانی}} = F_m \,\mathrm{d}x$ لکھا گیا ہے۔

$$i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 = F_m \,\mathrm{d}x + \partial W_m \tag{4.35}$$

اس کی ترتیب نو درج ذیل دیگی۔

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.36}$$

اب بالکل مساوات 4.12 کی طرح درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

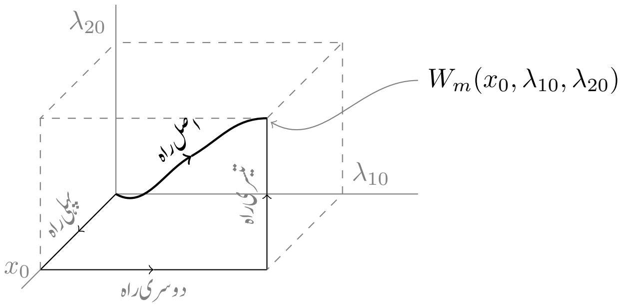
$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} \,\mathrm{d}\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} \,\mathrm{d}\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} \,\mathrm{d}x \tag{4.37}$$

مساوات 4.36 اور 4.37 کے موازنہ سے درج ذیل تعلقات اخذ ہوتے ہیں۔

$$i_1 = \left.\frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1}\right|_{\lambda_2, x} \tag{4.38}$$

$$i_2 = \left.\frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2}\right|_{\lambda_1, x} \tag{4.39}$$

$$F_m = \left.\frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x}\right|_{\lambda_1, \lambda_2} \tag{4.40}$$




شکل 4.12: دو لچھوں کے نظام میں مقناطیسی میدان میں توانائی۔

ان مساوات کا استعمال تب ممکن ہو گا جب ہمیں توانائی $W_m$ معلوم ہو لہٰذا ہم پہلے توانائی دریافت کرتے ہیں۔

شکل 4.11 میں لچھوں کو یوں طاقت دی جاتی ہے کہ $\lambda_1$ اور $\lambda_2$ صفر سے بالترتیب $\lambda_{1_0}$ اور $\lambda_{2_0}$ تک پہنچتے ہیں اور ساتھ ہی $x$ صفر سے تبدیل ہو کر $x_0$ ہوتا ہے۔ اس عمل کو شکل 4.12 میں موٹی لکیر سے بطور "اصل راہ" دکھایا گیا ہے۔ مساوات 4.17 کی طرح ذخیرہ توانائی کے تکمل کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\int_{\text{اصل راہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m + \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m \tag{4.41}$$

ہم دائیں ہاتھ تکملات کو باری باری حل کرتے ہیں۔

پہلی راہ پر $\lambda_1$ اور $\lambda_2$ صفر رہتے ہیں جبکہ $x$ کی ابتدائی قیمت $0$ اور اختتامی قیمت $x_0$ ہے۔ یوں پہلی راہ پر تکمل درج ذیل ہو گا۔

$$\int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + \int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.42}$$

کسی بھی تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک دوسرے جیسا ہونے کی صورت میں تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہٰذا درج بالا میں دائیں ہاتھ، پہلے دو تکملات صفر ہوں گے:

$$\int_0^0 i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 = \int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 = 0 \tag{4.43}$$

پہلی راہ پر $\lambda_1$ اور $\lambda_2$ صفر ہیں،یعنی، دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہٰذا مقناطیسی بہاو اور قوت $F_m$ صفر ہوں گے۔ یوں مساوات 4.42 میں قوت کا تکمل صفر ہو گا۔

$$\int_0^{x_0} F_m \, \mathrm{d}x = \int_0^{x_0} 0 \, \mathrm{d}x = 0 \qquad \text{(صفر کا تکمل صفر ہو گا)} \tag{4.44}$$

مساوات 4.43 اور مساوات 4.44 کے نتائج کے تحت پہلی راہ پر تکمل صفر ہو گا۔

$$\int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = 0 \tag{4.45}$$

دوسری راہ پر $\lambda_1$ کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت $\lambda_{10}$ ہے، $\lambda_2$ صفر رہتا ہے جبکہ $x$ کی قیمت $x_0$ رہتی ہے۔ یوں دوسری راہ پر تکمل درج ذیل ہو گا۔

$$\int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{1_0}} i_1 \, \mathrm{d}\lambda_1 + \int_0^0 i_2 \, \mathrm{d}\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m \, \mathrm{d}x \tag{4.46}$$

تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں تکمل صفر ہو گا:

$$\int_0^0 i_2 \, \mathrm{d}\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m \, \mathrm{d}x = 0$$

یوں مساوات 4.46 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$\int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{1_0}} i_1 \, \mathrm{d}\lambda_1 \tag{4.47}$$

یہاں مساوات 2.33، 2.36 اور 2.38 کی ضرورت پیش آئے گی جنہیں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \tag{4.48}$$
$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \tag{4.49}$$
$$L_{12} = L_{21} \tag{4.50}$$

مساوات 4.48 اور مساوات 4.49 کو $i_1$ اور $i_2$ کے لئے حل کے

$$i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \tag{4.51}$$
$$i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D} \tag{4.52}$$

حاصل ہو گا جہاں $D$ درج ذیل ہے۔

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$$

مساوات 4.47 کو مساوات 4.51 کے برابر ٹھرا کر، دوسری راہ پر $\lambda_2$ صفر لے کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\int_0^{\lambda_{10}} \left(\frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}\right) \mathrm{d}\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D}\int_0^{\lambda_{10}} \lambda_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D}$$

یوں دوسری راہ پر تکمل کی قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$\int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D} \tag{4.53}$$

تیسری راہ پر $\lambda_1$ کی قیمت $\lambda_{10}$ اور $x$ کی قیمت $x_0$ پر برقرار رہتی ہے جبکہ $\lambda_2$ کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت $\lambda_{20}$ ہے۔ یوں تیسری راہ پر تکمل درج ذیل ہو گا۔

$$\int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{20}} i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2^2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.54}$$

تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہٰذا درج بالا میں دائیں ہاتھ پہلا اور تیسرا تکمل صفر ہو گا:

$$\int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.55}$$

مساوات 4.52 کی استعمال سے مساوات 4.54 کا باقی حصہ حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\int_0^{\lambda_{20}} i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{20}} \left(\frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_{10}}{D}\right) \mathrm{d}\lambda_2 \\
&= \frac{L_{11}}{D}\int_0^{\lambda_{20}} \lambda_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - \frac{L_{21}\lambda_{10}}{D}\int_0^{\lambda_{20}} \mathrm{d}\lambda_2 \\
&= \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}
\end{aligned} \tag{4.56}$$

مساوات 4.55 اور مساوات 4.56 کی نتائج سے تیسری راہ کا تکمل درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{1_0}\lambda_{20}}{D} \tag{4.57}$$

مساوات 4.45، 4.53 اور 4.57 کو جمع کر کے مساوات 4.41 کا درج ذیل حل حاصل ہو گا جہاں $\lambda_{10}$، $\lambda_{20}$، $x_0$ کی جگہ عمومی متغیرات $\lambda_1$، $\lambda_2$، $x$ لکھے گئے ہیں۔

$$W_m(x, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D} \tag{4.58}$$

دو لچھوں کے نظام میں ہم-توانائی کی تعریف

$$W'_m = i_1\lambda_1 + i_2\lambda_2 - W_m$$

ہو گی۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\partial W'_m = i_1\partial\lambda_1 + \lambda_1\partial i_1 + i_2\partial\lambda_2 + \lambda_2\partial i_2 - \partial W_m$$

مساوات 4.36 استعمال کرتے ہوئے ہم-توانائی کے جزوی فرق کی مساوات حاصل ہو گی:

$$\partial W'_m(x, i_1, i_2) = \lambda_1 \,\mathrm{d}i_1 + \lambda_2 \,\mathrm{d}i_2 + F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.59}$$

جبکہ $\lambda_1$ ، $\lambda_2$ اور $F_m$ کی مساواتیں درج ذیل ہوں گی۔

$$\lambda_1 = \left.\frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_1}\right|_{x, i_2} \tag{4.60}$$

$$\lambda_2 = \left.\frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_2}\right|_{x, i_1} \tag{4.61}$$

$$F_m = \left.\frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x}\right|_{i_1, i_2} \tag{4.62}$$

مساوات 4.58 کی مقابل ہم-توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$W'_m(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2}L_{11}(x)i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}(x)i_2^2 + L_{12}(x)i_1i_2 \tag{4.63}$$

ہم-توانائی سے قوت حاصل کرتے ہیں:

$$F_m = \left.\frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x}\right|_{i_1, i_2} = \frac{i_1^2}{2}\frac{\mathrm{d}L_{11}(x)}{\mathrm{d}x} + \frac{i_2^2}{2}\frac{\mathrm{d}L_{22}(x)}{\mathrm{d}x} + i_1 i_2\frac{\mathrm{d}L_{12}(x)}{\mathrm{d}x} \tag{4.64}$$

مثال 4.7: شکل 4.11 میں میکانی کام کو $\partial W_{\text{میکانی}} = T_m \,\mathrm{d}\theta$ لکھ کر توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: توانائی کی مساوات

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

میں

$$\partial W_{\text{برقی}} = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2$$

اور $\partial W_{\text{میکانی}} = T_m \,\mathrm{d}\theta$ پر کر کے ترتیب نو سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\partial W_m = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - T_m \,\mathrm{d}\theta \tag{4.65}$$

$W_m$ کے جزوی فرق

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} \,\mathrm{d}\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} \,\mathrm{d}\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} \,\mathrm{d}\theta$$

کا مساوات 4.65 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل اخذ کیے جا سکتے ہیں۔

$$i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta} \tag{4.66}$$

$$i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta} \tag{4.67}$$

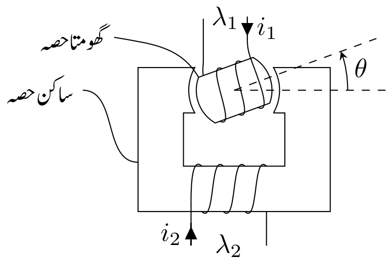
$$T_m = - \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2} \tag{4.68}$$

مساوات 4.65 عین مساوات 4.36 کی مانند ہے۔مساوات 4.65 حل کرنے کا ایک ایک قدم مساوات 4.36 حل کرنے کی طرح ہے، بس فاصلہ $x$ کی جگہ زاویہ $\theta$ آئے گا۔یوں جواب میں میدانی توانائی کے متغیرات $\lambda_1, \lambda_2, \theta$ ہوں گے:

$$W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D} \tag{4.69}$$

اسی طرح ہم-توانائی کے لئے درج ذیل ہوں گے۔

$$\partial W'_m(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 \,\mathrm{d}i_1 + \lambda_2 \,\mathrm{d}i_2 + T_m \,\mathrm{d}\theta \tag{4.70}$$




شکل 4.13: دو لچھوں کے نظام میں قوت مروڑ۔

$$
\begin{aligned}
\lambda_1 &= \left.\frac{\partial W'_m(i_1,i_2,\theta)}{\partial i_1}\right|_{i_2,\theta} \\
\lambda_2 &= \left.\frac{\partial W'_m(i_1,i_2,\theta)}{\partial i_2}\right|_{i_1,\theta} \\
T_m &= \left.\frac{\partial W'_m(i_1,i_2,\theta)}{\partial \theta}\right|_{i_1,i_2}
\end{aligned} \tag{4.71}
$$

ہم-توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$
W'_m(i_1,i_2,\theta) = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + L_{12}i_1i_2 \tag{4.72}
$$

□

مثال 4.8: شکل 4.13 میں دو لچھوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔افقی لکیر سے گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے زاویہ $\theta$ ناپا جاتا ہے۔ لچھوں کی خود امالہ اور مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
L_{11} &= 20 + 30\cos 2\theta \\
L_{22} &= (20 + 30\cos 2\theta) \times 10^{-3} \\
L_{12} &= 0.15\cos\theta
\end{aligned}
$$

برقی رو $i_1 = 0.02\,\mathrm{A}, i_2 = 5\,\mathrm{A}$ پر **قوت مروڑ** $T_m$ معلوم کریں۔

حل: مساوات 4.72 ہم-توانائی دیتی ہے۔

$$
W'_m = \frac{1}{2}(20+30\cos 2\theta)i_1^2 + \frac{1}{2}(20+30\cos 2\theta)(10^{-3})i_2^2 + (0.15\cos\theta)i_1i_2
$$

مساوات 4.71 کا آخری جزو قوت مروڑ دیتی ہے۔

$$
\begin{aligned}
T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} &= -30 i_1^2 \sin 2\theta - 30 \times 10^{-3} i_2^2 \sin 2\theta - 0.15 i_1 i_2 \sin\theta \\
&= -0.012 \sin 2\theta - 0.75 \sin 2\theta - 0.015 \sin\theta \\
&= -0.762 \sin 2\theta - 0.015 \sin\theta
\end{aligned}
$$

قوت مروڑ کی علامت منفی ہے لہٰذا یہ زاویہ میں تبدیلی کی مخالفت کرے گا۔یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں (مثبت $\theta$ ) تو یہ نظام زاویہ کم کرنے کے رخ قوت مروڑ (منفی $T_m$ ) پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم (منفی $\theta$ ) کرنے کی کوشش کریں تو یہ نظام زاویہ بڑھانے کے رخ قوت مروڑ (مثبت $T_m$ ) پیدا کرے گا۔سادہ زبان میں گھومتا حصہ اُفقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔ □

# باب 5

# گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشینوں کے بنیادی اصولوں پر غور کیا جائے گا۔ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

## 5.1 قانون فیراڈے

**قانون فیراڈے**[1] کے تحت جب بھی کسی لچھے کا ارتباط بہاو $\lambda$ وقت کے ساتھ تبدیل ہو، اس لچھے میں برقی دباو پیدا ہو گا:

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = N\frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{5.1}$$

گھومتے مشین میں ارتباط بہاو کی تبدیلی مختلف طریقوں سے پیدا کی جا سکتی ہے۔مثلاً لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاو میں گھما کر یا ساکن لچھے میں مقناطیس گھما کر، وغیرہ وغیرہ۔

[1] Faraday's law

ان برقی مشینوں میں لچھے مقناطیسی قالب[2] پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباو سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاو حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاو بڑھایا جاتا ہے۔ مزید قالب کی شکل تبدیل کر کہ مقناطیسی بہاو کو ضرورت کے مقام پر پہنچایا جاتا ہے۔

ان مشینوں کے قالب میں مقناطیسی بہاو وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہٰذا قالب میں بھنور نما برقی رو[3] پیدا ہوتا ہے۔ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر باریک لوہے کی پتری[4] تہہ در تہہ رکھ قالب بنایا جاتا ہے ۔ آپ کو یاد ہو گا، ٹرانسفارمر کا قالب بھی اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

## 5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں معاصر برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے جس کے قالب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ میکانی زاویہ $\theta_m$ مقناطیس کا مقام دیتا ہے۔ افقی لکیر سے خلاف گھڑی زاویہ $\theta_m$ ناپا جاتا ہے۔

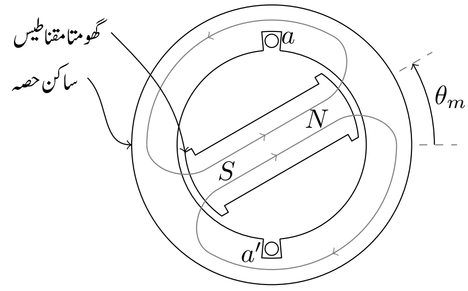
یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے، فی سیکنڈ $n$ مکمل چکر کاٹتا ہو تب ہم کہتے ہیں کہ اس مقناطیس کے گھومنے کا تعدد $n$ ہرٹز[5] ہے۔اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس $60n$ چکر فی منٹ[6] کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر $360°$ زاویہ یا $2\pi$ ریڈیئن[7] پر مشتمل ہوتا ہے لہٰذا گھومنے کی اس رفتار کو $2\pi n$ ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہہ سکتے ہیں۔ یوں اگر مقناطیس $f$ ہرٹز کی رفتار سے گھوم رہا ہو تب یہ $2\pi f$ ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے گا جس کو $\omega$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\omega = 2\pi f \tag{5.2}$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار کو عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں بیان کیا جائے گا۔

شکل 5.1 میں مشین کے دو مقناطیسی قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطبی مشین کہتے ہیں۔ ساکن قالب میں، اندر کی جانب دو شگاف ہیں، جن میں $N$ چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو $a$ اور $a'$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔اس لچھے کی بنا

[2] magnetic core
[3] eddy currents
[4] laminations
[5] Hertz
[6] rounds per minute, rpm
[7] radians




شکل 5.1: دو قطب، یک دوری معاصر جنریٹر۔

اس مشین کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ چونکہ یہ لچھا جنریٹر کے ساکن حصہ پر پایا جاتا ہے لہٰذا یہ لچھا بھی ساکن ہو گا جس کی بنا اسے ساکن لچھا[8] کہتے ہیں۔

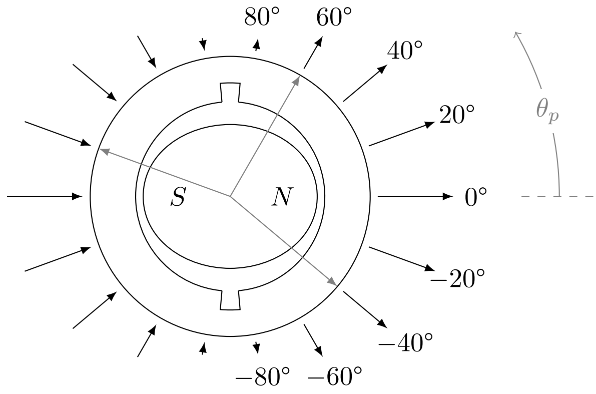
مقناطیس کا مقناطیسی بہاو شمالی قطب[9] $N$ سے خارج ہو کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول قالب میں سے گزر کر، دوسرے خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، مقناطیس کے جنوبی قطب[10] $S$ میں داخل ہو گا۔ اس مقناطیسی بہاو کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ یہ مقناطیسی بہاو، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔ شکل 5.1 میں مقناطیس سیدھی سلاخ کی مانند دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.2 میں مقناطیس تقریباً گول ہے اور اس کے محور کا زاویہ $\theta_m$ صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن قالب کے بیچ صفر زاویہ، $\theta = 0°$، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، $|\theta| = 90°$، پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز پر ہچکچاہٹ کم ہو گی جبکہ زیادہ خلائی درز پر ہچکچاہٹ زیادہ ہو گی لہٰذا $\theta = 0°$ پر خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاو گزرے گا جبکہ $\theta = 90°$ پر کم بہاو گزرے گا۔ خلائی درز کی لمبائی یوں تبدیل کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاو پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاو مقناطیس سے قالب میں عمودی زاویہ پر داخل ہوتا ہے۔ اگر خلائی درز میں $B$ سائن نما ہو

$$B = B_0 \cos\theta_p \tag{5.3}$$

تب کثافت مقناطیسی بہاو $B$ صفر زاویہ $\theta_p = 0°$، پر زیادہ سے زیادہ اور نوے زاویہ، $|\theta_p| = 90°$، پر صفر ہو گی اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاو $\theta_p$ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ $\theta_p$ کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کے مخالف

[8] stator coil
[9] north pole
[10] south pole




شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاو اور زاویہ کا تبدیلی۔

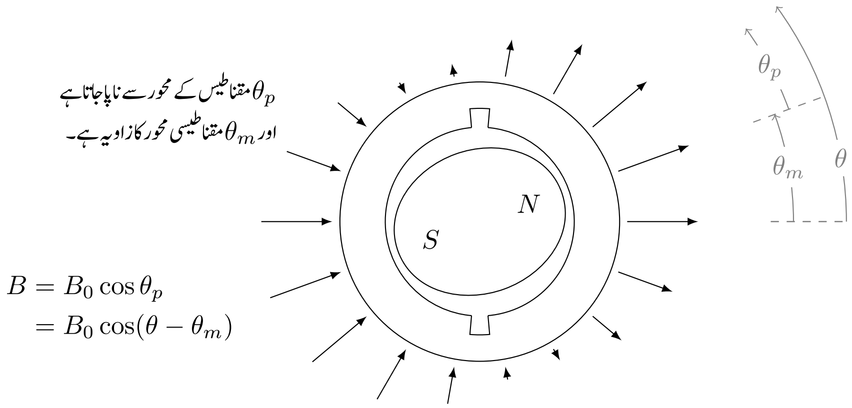
رخ ناپا جاتا ہے۔ شکل 5.2 میں ساکن حصے کے باہر نوکیلی لکیروں کی لمبائی سے کثافت مقناطیسی بہاو کی مطلق قیمت اور لکیروں کے رخ سے بہاو کا رخ دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں ہلکی سیاہی سے $-40°$، $60°$ اور $160°$ زاویوں پر رداسی رخ دکھایا گیا ہے۔زاویات $-40°$ اور $60°$ پر مقناطیسی بہاو رداسی رخ جبکہ $160°$ پر مقناطیسی بہاو رداسی رخ کے مخالف ہے۔یوں شکل 5.2 میں آدھے خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاو رداسی رخ جبکہ باقی آدھے میں مخالف رداسی رخ ہو گا۔ خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاو $B$ اور $\theta_p$ کا ترسیم سائن نما ہو گا۔ شکل 5.3 میں مقناطیس دوسرے زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔یاد رہے کثافت مقناطیسی بہاو کی مطلق قیمت مقناطیس کے شمالی قطب پر زیادہ سے زیادہ ہو گی اور شمالی قطب پر کثافت مقناطیسی بہاو رداسی رخ ہو گی۔ شکل 5.3 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاو $B$، زاویے $\theta_p$ اور $\theta_m$ دکھائے گئے ہیں جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos\theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned} \tag{5.4}$$

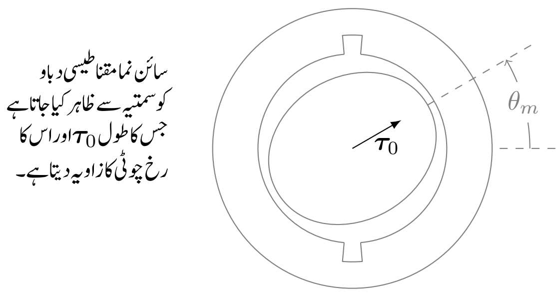
یوں درج ذیل ہو گا۔

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \tag{5.5}$$

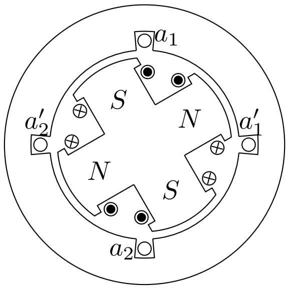
شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس کا سائن نما مقناطیسی دباو پیش کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 5.4 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مقناطیسی دباو کو عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباو کا حیطہ اور سمتیہ کا رخ مقناطیس کے شمال کو ظاہر کرتا ہے۔

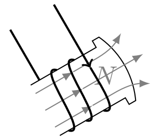



شکل 5.3: کثافت مقناطیسی بہاو اور مقناطیس کا زاویہ۔




شکل 5.4: مقناطیسی دباو کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



شکل 5.5: چار قطب یک دوری معاصر جنریٹر۔

شکل 5.3 میں مقناطیس کو لمحہ $t_1$، زاویہ $\theta_m(t_1)$ پر دکھایا گیا ہے جہاں ساکن لچھے کا ارتباط بہاو $\lambda_\theta$ ہے۔ اگر مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار $\omega_0$ سے گھوم رہا ہو تب ساکن لچھے میں اس لمحہ پر برقی دباو $e(t)$ پیدا ہو گا:

$$e(t) = \frac{\mathrm{d}\lambda_\theta}{\mathrm{d}t} \tag{5.6}$$

آدھے چکر، $\pi$ ریڈیئن گھومنے کے، بعد مقناطیسی قطبین آپس میں جگہیں تبدیل کرتے ہیں، لچھے میں مقناطیسی بہاو کا رخ الٹ ہو گا، لچھے میں ارتباط بہاو $-\lambda_\theta$ اور اس میں امالی برقی دباو $-e(t)$ ہو گا۔ایک مکمل چکر بعد مقناطیس دوبارہ اسی مقام پر ہو گا جو شکل 5.3 میں دکھایا گیا ہے، ساکن لچھے کا ارتباط بہاو دوبارہ $\lambda_\theta$ اور اس میں امالی برقی دباو $e(t)$ ہو گا۔ یوں جب بھی مقناطیس $\theta_m = 2\pi$ میکانی زاویہ طے کرے، امالی برقی دباو کے برقی زاویہ میں $\theta_e = 2\pi$ تبدیلی رونما ہو گی لہٰذا دو قطب، ایک لچھے کی مشین میں میکانی زاویہ $\theta_m$ اور برقی زاویہ $\theta_e$ ایک دوسرے کے برابر ہوں گے:

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس $f_m$ چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہو تب لچھے میں امالی برقی دباو $e(t)$ بھی ایک سیکنڈ میں $f_m$ مکمل چکر کاٹے گا لہٰذا $e(t)$ کے **تعدد**[11] $f_e$ کی **قیمت** $f_m$ ہرٹز[12] ہو گی۔

$$f_e = f_m$$

اس مشین میں میکانی زاویہ $\theta_m$ اور برقی زاویہ $\theta_e$ وقت کے ساتھ تبدیل ہونے کے باوجود آپس میں ایک تناسب رکھتے ہیں لہٰذا ایسے مشین کو معاصر مشین[13] کہتے ہیں۔ یہاں یہ تناسب ایک کے برابر ہے۔

---

[11] frequency
[12] Hertz
[13] synchronous machine

شکل 5.5 میں چار قطب، یک دوری معاصر جنریٹر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشینوں میں عموماً مقناطیس جبکہ بڑے مشینوں میں برقی مقناطیس[14] استعمال ہوتے ہیں۔ اس شکل میں برقی مقناطیس استعمال کیے گئے ہیں۔ دو سے زائد قطبین والے مشینوں میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ قطب تصور کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس حوالہ قطب کو $\theta_m$ پر دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب $(\theta_m + \pi)$ زاویہ پر ہے۔

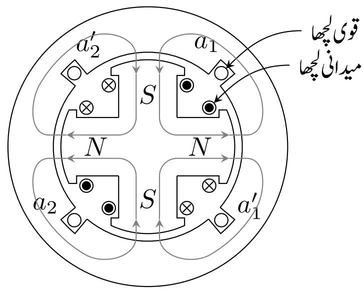
جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں مقناطیس کے چار قطبین ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ یک دوری آلات میں مقناطیسی قطبین کے جوڑوں کی تعداد اور ساکن لچھوں کی تعداد ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہے۔ شکل 5.5 میں مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑی قطبین ہیں، لہٰذا اس مشین کے ساکن حصہ پر دو ساکن لچھے ہوں ہیں۔ ایک لچھے کو $a_1$ سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو $a_2$ سے۔ لچھے $a_1$ کو قالب میں موجود دو شگاف $a_1$ اور $a_1'$ میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح $a_2$ لچھے کو دو شگاف $a_2$ اور $a_2'$ میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباو پیدا ہوتا ہے۔ دونوں لچھوں کو سلسلہ وار[15] جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جنریٹر سے حاصل برقی دباو ایک لچھے میں پیدا برقی دباو کا دگنا ہو گا۔ یک دوری آلات میں قالب کو مقناطیس کے قطبین کی تعداد کے برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے مشین کا ہر ساکن لچھا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل 5.5 میں چار قطبین ہیں لہٰذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیرتا ہے۔

ساکن اور حرکی لچھوں کی کارکردگی ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہے۔ اس کی وضاحت کرتے ہیں۔

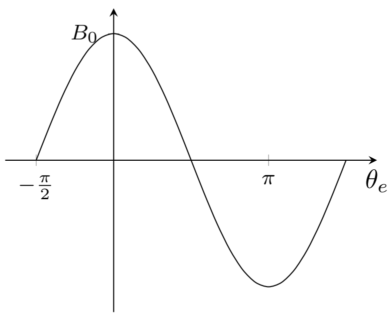
جیسا پہلے بھی ذکر کیا گیا چھوٹی گھومتی مشینوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں برقی مقناطیس میدان فراہم کرتا ہے۔ اگرچہ اب تک کی اشکال میں مقناطیس کو گھومتا حصہ دکھایا گیا ہے، حقیقت میں مقناطیس کسی مشین میں گھومتا اور کسی میں ساکن ہو گا۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والے اس لچھے کو میدانی لچھا[16] کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا[17] کہتے ہیں۔ برقی جنریٹر کے قوی لچھے سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے ضیاع کے علاوہ تمام برقی طاقت قوی لچھے کو فراہم کی جاتی ہے۔

شکل 5.6 میں گھومتے اور ساکن حصہ کے بیچ خلائی درز میں شمالی قطب سے مقناطیسی بہاو باہر نکل کر قالب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب پر مقناطیسی بہاو قالب سے نکل کر جنوبی قطب میں داخل ہوتا ہے۔ شکل 5.6 میں

[14] electromagnet
[15] series connected
[16] field coil
[17] armature coil




شکل 5.6: چار قطب، دو لچھے مشین میں مقناطیسی بہاو۔




شکل 5.7: سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاو۔

اس مقناطیسی بہاو کی کثافت کو دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاو کا رخ دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گا۔ ان مشینوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں $B$ سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس پر آگے غور کیا جائے گا۔ اگر تصور کر لیا جائے کہ $B$ سائن نما ہے تب خلائی درز میں $B$ کی مطلق قیمت شکل 5.7 کی طرح ہو گی جہاں $\theta_e$ برقی زاویہ ہے۔

$P$ قطبی مقناطیس کے معاصر مشین کے لئے لکھ درج ذیل ہو گا۔

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m \tag{5.7}$$

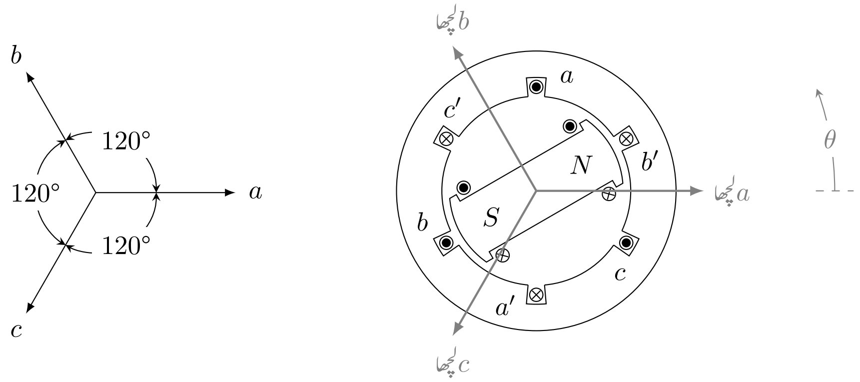
$$f_e = \frac{P}{2} f_m \tag{5.8}$$

یہاں برقی اور میکانی تعدد کا تناسب 2 ہے۔

مثال 5.1: پاکستان میں گھریلو اور صنعتی صارفین کو 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے۔یوں ہمارے ہاں $f_e = 50$ ہو گا۔

- اگر برقی طاقت دو قطبی جنریٹر سے حاصل کی جائے تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟۔
- اگر جنریٹر کے بیس قطب ہوں تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟

حل:




شکل 5.8: دو قطب، تین دوری معاصر مشین۔

- مساوات 5.8 کے تحت دو قطبی، $P = 2$، جنریٹر کا میکانی رفتار $f_m = \frac{2}{2}(50) = 50$ چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ[18] ہو گا۔
- بیس قطبی، $P = 20$، جنریٹر کا میکانی رفتار $f_m = \frac{2}{20}(50) = 5$ چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ ہو گا۔

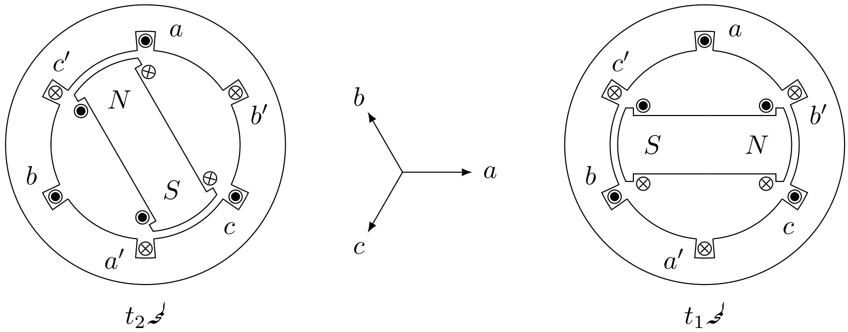
□

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جنریٹر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جنریٹر سست رفتار جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جنریٹر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہٰذا پانی سے چلنے والے جنریٹر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جنریٹر عموماً دو قطب کے ہوتے ہیں۔

شکل 5.8 میں دو قطب تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ان میں ایک لچھا $a$ ہے جو قالب میں شگاف $a$ اور $a'$ میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تب یہ بالکل شکل 5.1 میں دیا گیا مشین ہی تھا۔البتہ دیے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

لچھے کا رخ درج ذیل طریقہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

rpm, rounds per minute[18]




شکل 5.9: دو قطب تین دوری مشین۔

- دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کے رخ لپیٹیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کا رخ دے گا۔

شکل 5.8 میں لچھا $a$ کا برقی رو شگاف $a$ میں، کتاب کے صفحہ کو عمودی، باہر رخ جبکہ $a'$ میں اس کے مخالف اندر رخ تصور کرتے ہوئے لچھا $a$ کا رخ تیر دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اس رخ کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ یوں لچھا $a$ صفر زاویہ پر لپیٹا گیا ہے، یعنی $\theta_a = 0°$ ہے۔ باقی لچھوں کے زاویات لچھا $a$ کے رخ سے، گھڑی کے مخالف رُخ ناپے جاتے ہیں۔

شکل 5.8 میں لچھا $b$ کو شگاف $b$ اور $b'$ میں رکھا گیا ہے اور لچھا $c$ کو شگاف $c$ اور $c'$ میں رکھا گیا ہے۔ مزید لچھا $b$ کو $120°$ زاویہ اور لچھا $c$ کو $240°$ زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یوں $\theta_b = 120°$ اور $\theta_c = 240°$ ہوں گے۔

شکل 5.9 میں اگر لمحہ $t_1$ پر لچھا $a$ کا ارتباط بہاو $\lambda_a(t_1)$ ہو تب لمحہ $t_2$ پر، جب مقناطیس $120°$ زاویہ طے کر لے، لچھا $b$ کا ارتباط بہاو $\lambda_b(t_2)$ ہو گا۔ لمحہ $t_2$ پر مقناطیس اور لچھا $b$ ایک دوسرے کے لحاظ سے بالکل اسی طرح نظر آتے ہیں جیسے $t_1$ پر مقناطیس اور لچھا $a$ ایک دوسرے کے لحاظ سے نظر آتے تھے۔ یوں لمحہ $t_2$ پر لچھا $b$ کا ارتباط بہاو اتنا ہی ہو گا جتنا لمحہ $t_1$ پر $a$ لچھا کا ارتباط بہاو تھا:

$$\lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1) \tag{5.9}$$

اسی طرح لمحہ $t_3$ پر، جب مقناطیس مزید $120°$ زاویہ طے کر لے، لچھا $c$ کا ارتباط بہاو $\lambda_c(t_3)$ ہو گا جو $\lambda_a(t_1)$ کے برابر ہو گا۔ یوں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1) \tag{5.10}$$

ان لمحات پر لچھوں کے امالی برقی دباو

$$e_a(t_1) = \frac{\mathrm{d}\lambda_a(t_1)}{\mathrm{d}t} \tag{5.11}$$

$$e_b(t_2) = \frac{\mathrm{d}\lambda_b(t_2)}{\mathrm{d}t} \tag{5.12}$$

$$e_c(t_3) = \frac{\mathrm{d}\lambda_c(t_3)}{\mathrm{d}t} \tag{5.13}$$

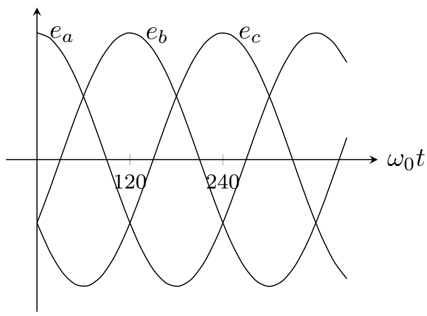
ہوں گے۔ مساوات 5.10 کی روشنی میں درج ذیل ہو گا۔

$$e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3) \tag{5.14}$$

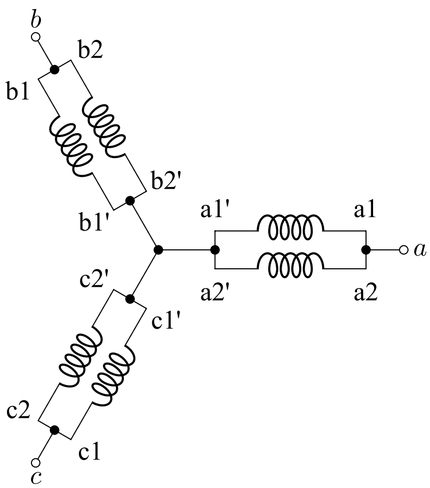
اگر شکل 5.9 میں صرف لچھا $a$ پایا جاتا تب یہ بالکل شکل 5.1 کی طرح ہوتا اور اگر ایسی صورت میں مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار $\omega_0$ سے گھمایا جاتا تب، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھا $a$ میں سائن نما برقی دباو پیدا ہوتا۔ شکل 5.9 میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں ہے۔ یوں اگر شکل 5.9 میں مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تب تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباو پیدا ہو گا البتہ مساوات 5.14 کے تحت یہ برقی دباو آپس میں $120°$ زاویہ پر ہوں گے۔ ان امالی برقی دباو کو شکل 5.10 میں دکھایا گیا ہے۔ اگر لمحہ $t_1$ پر $e_1$ کی مثبت چوٹی ہو تب لمحہ $t_2$ پر $e_2$ اور لمحہ $t_3$ پر $e_3$ کی چوٹی پائی جائے گی۔ یوں درج ذیل ہوں گے۔

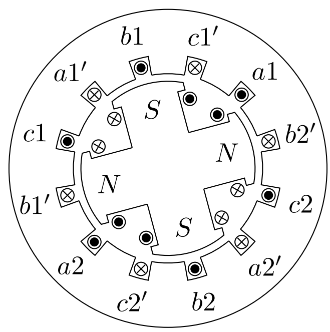
$$\begin{aligned}
e_a(t) &= E_0 \cos \omega_0 t \\
e_b(t) &= E_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{2}{3}\pi\right) \\
e_c(t) &= E_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{4}{3}\pi\right) = E_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{2}{3}\pi\right)
\end{aligned}$$

شکل 5.11 میں چار قطب، تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمالی اور جنوبی قطبین باری باری پائے جاتے ہیں اور $180°$ میکانی زاویہ میں شمال اور قریبی جنوب قطب کی ایک جوڑی پائی جاتی ہے۔ یہی میکانی زاویہ $360°$ برقی زاویہ کے برابر ہو گا۔ شکل 5.8 میں ساکن حصہ کے $360°$ برقی زاویہ کے احاطہ میں تین دوری لچھے نسب ہیں جن کی اطراف کی ترتیب، گھڑی کے مخالف رخ چلتے ہوئے، $a$، $c'$، $b$، $a'$، $c$ اور $b'$ ہے۔ شکل 5.11 میں دو قطبین کے احاطہ، $180°$ میکانی زاویہ (یا $360°$ برقی زاویہ)، میں بالکل اسی طرح تین دوری لچھوں کے اطراف کی ترتیب $a1$، $c1'$، $b1$، $a1'$، $c1$ اور $c1'$ ہے۔ باقی دو قطبین کے احاطے میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو $a2$، $c2'$،




شکل 5.10: تین دوری امالی برقی دباو میں زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔




شکل 5.11: چار قطب، تین دوری معاصر مشین۔

$b2$، $a2'$، $c2$ اور $c2'$ نظر آئیں گے۔ کسی بھی لمحہ $a1$ اور $a2$ لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباو پیدا ہو گا۔ تین دوری دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دوری برقی دباو حاصل کیا جاتا ہے۔ شکل 5.11 میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں $a$ لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔

## 5.3 محرک برقی دباو

قانون لورینز[19] کے تحت مقناطیسی میدان $\boldsymbol{B}$ میں سمتی رفتار $\boldsymbol{v}$ سے حرکت کرتا ہوا برقی بار[20] $q$ درج ذیل قوت $\boldsymbol{F}$ محسوس کرے گا۔

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \tag{5.15}$$

یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی میدان کے لحاظ سے برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہٰذا $\boldsymbol{F}$ کو ساکن مقناطیسی میدان میں برقی بار کی سمتی رفتار تصور کیا جا سکتا ہے۔ مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کا قانون[21] دیگا (صفحہ 104 پر شکل 4.1)۔ دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کو باقی انگلیوں کے ساتھ برقرار قائمہ رکھ کر اس ہاتھ کی چار انگلیوں کو $\boldsymbol{v}$ کے رخ سے شروع کر کے، چھوٹے زاویہ پر گھما کر، $\boldsymbol{B}$ کے رخ موڑنے سے انگوٹھا $\boldsymbol{F}$ کا رخ دیگا۔

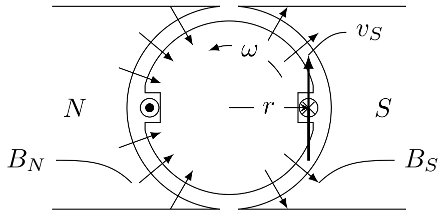
مقناطیسی میدان میں ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک، جن کے بیچ ہٹاو $\boldsymbol{l}$ ہے، برقی بار $q$ منتقل کرنے کے لئے درکار کام $W$ ہو گا:

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{l} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{l} \tag{5.16}$$

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے بیچ برقی دباو[22] کہتے ہیں جس کی اکائی وولٹ[23] V ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے بیچ درج ذیل برقی دباو ہو گا۔

$$e = \frac{W}{q} = (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{l} \quad \text{وولٹ} \tag{5.17}$$

[19] Lorentz law
[20] charge
[21] right hand rule
[22] potential difference, voltage
[23] volt




شکل 5.12: ایک چکر کا لچھا مقناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

حرکت کی مدد سے یوں حاصل برقی دباو کو **محرک برقی دباو**[24] کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے پیدا برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کا برقی دباو بھی محرک برقی دباو کہلائے گا۔

شکل 5.12 میں خلاف گھڑی گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔ بائیں خلاء میں لچھا کی تار کے قطع پر غور کریں۔ مساوات 5.15 کے تحت بایاں قطع میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کے عمودی باہر رخ قوت پیدا ہو گی جبکہ اس قطع میں موجود منفی برقی بار پر اس کے مخالف رخ قوت پیدا ہو گی۔ مساوات 5.17 کے تحت اس قطع کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی برقی دباو پر ہو گا۔

ہم گھومتے حصہ کی محور پر نلکی محدد قائم کرتے ہیں۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے خلاء میں $\boldsymbol{B}$ رداسی رخ جبکہ شمالی قطب کے سامنے خلاء میں $\boldsymbol{B}$ رداس کے مخالف رخ ہو گا۔ جنوبی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار $\boldsymbol{l}_S$ کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_S &= v\boldsymbol{a}_\theta = \omega r \boldsymbol{a}_\theta \\
\boldsymbol{B}_S &= B\boldsymbol{a}_\mathrm{r} \\
\boldsymbol{l}_S &= l\boldsymbol{a}_\mathrm{z}
\end{aligned} \tag{5.18}$$

یوں جنوبی قطب کے سامنے تار کے قطع میں درج ذیل محرک برقی دباو پیدا ہو گا۔

$$\begin{aligned}
e &= (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{l} \\
&= \omega r B l (\boldsymbol{a}_\theta \times \boldsymbol{a}_\mathrm{r}) \cdot \boldsymbol{a}_\mathrm{z} \\
&= \omega r B l (-\boldsymbol{a}_\mathrm{z}) \cdot \boldsymbol{a}_\mathrm{z} \\
&= -\omega r B l
\end{aligned} \tag{5.19}$$

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ $\boldsymbol{a}_\mathrm{z}$ لیا گیا ہے۔ اس مساوات میں برقی دباو منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا تار پر $-\boldsymbol{a}_\mathrm{z}$ رخ ہے یعنی تار کا نچلا سرا مثبت اور بالائی سرا منفی ہے۔

[24] electromotive force, emf

اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس رو کا رخ $-\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ یعنی صفحہ کو عمودی اندر رخ ہو گا جسے شکل 5.12 میں شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_N &= v\boldsymbol{a}_\theta = \omega r \boldsymbol{a}_\theta \\
\boldsymbol{B}_N &= -B\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}} \\
\boldsymbol{l}_N &= l\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}
\end{aligned} \tag{5.20}
$$

یوں اس قطع میں درج ذیل دباو ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
e_N &= (\boldsymbol{v}_N \times \boldsymbol{B}_N) \cdot \boldsymbol{l}_N \\
&= -\omega r B l(\boldsymbol{a}_\theta \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}) \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \\
&= -\omega r B l(-\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}) \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \\
&= \omega r B l
\end{aligned} \tag{5.21}
$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ لیا گیا ہے۔اس مساوات میں برقی دباو مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا تار پر $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ رخ ہو گا یعنی تار کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی ہو گا۔اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس کا رخ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ یعنی صفحہ کو عمودی باہر رخ ہو گا جسے شکل 5.12 میں شگاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دونوں تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان تاروں کے نچلے سر ایک دوسرے کے ساتھ سلسلہ وار جڑے ہیں جس کو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔یوں اس لچھے کے بالائی، نظر آنے والے، سروں پر کل برقی دباو $e$ ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباو کا مجموعہ ہو گا:

$$
\begin{aligned}
e &= 2rlB\omega \\
&= AB\omega
\end{aligned} \tag{5.22}
$$

یہاں لچھے کا رقبہ $A = 2rl$ ہے۔اگر ایک چکر سے اتنا برقی دباو حاصل ہو تب $N$ چکر کے لچھے سے درج ذیل دباو حاصل ہو گا جہاں $\phi = AB$ مقناطیسی بہاو ہے۔

$$
\begin{aligned}
e &= \omega NAB \\
&= 2\pi f NAB \\
&= 2\pi f N\phi
\end{aligned} \tag{5.23}
$$

گھومتی مشینوں کی خلائی درز میں $B$ اور $v$ ہر لمحہ ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔مساوات 5.17 کے تحت مستقل زاویائی رفتار اور محوری لمبائی کی صورت میں پیدا کردہ برقی دباو ہر لمحہ $B$ کا براہ راست متناسب ہو گا۔ خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے $B$ کی صورت میں گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباو بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔یوں جس شکل کا برقی دباو درکار ہو اسی شکل کی کثافت مقناطیسی دباو خلائی درز میں پیدا کرنی ہو گی۔سائن نما برقی دباو پیدا کرنے کے لئے خلائی درز میں سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاو درکار ہو گی۔

اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت $B$ پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔

## 5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباو

ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں گچھ[25] لچھے دکھائے گئے۔مزید ان مشینوں میں گھومتے حصے پر موجود مقناطیس کے ابھرے قطب[26] تھے۔ عموماً حقیقی مشینوں کے ہموار قطب[27] اور پھیلے لچھے[28] ہوتے ہیں جن کی بنا ساکن اور گھومتے حصوں کے بیچ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو اور سائن نما کثافت مقناطیسی بہاو پیدا کرنا ممکن ہوتا ہے۔

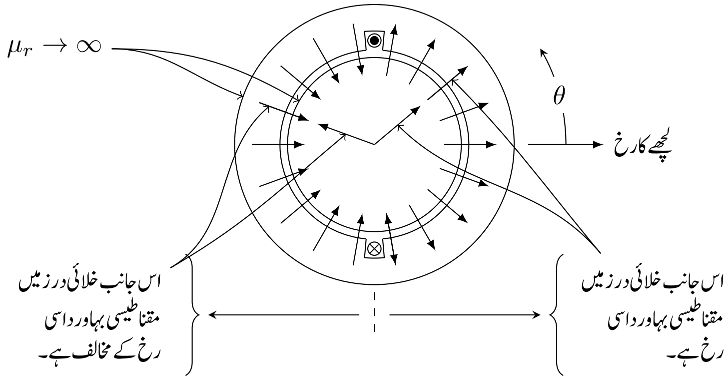
شکل 5.13 میں ایک گچھ لچھا دکھایا گیا ہے جہاں مشین کے گھومتے حصے کا عمودی تراش گول شکل کا ہو گا۔ متحرک اور ساکن قالب کا $\mu_r \to \infty$ ہے لہٰذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہو گی۔لچھے کا مقناطیسی دباو $\tau = Ni$، مقناطیسی بہاو $\phi$ پیدا کرتا ہے جس کو تیر دار لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاو خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرتا ہوا لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتا ہے۔یوں ایک چکر، یعنی دو درزوں، کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$\tau = Ni = 2Hl_a \tag{5.24}$$

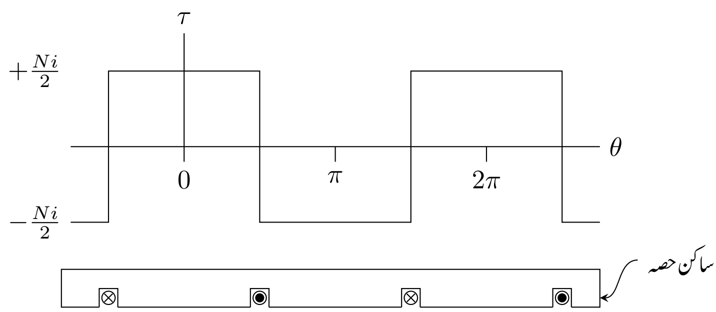
اس مساوات کی دونوں اطراف کو $2$ سے تقسیم کرتے ہوئے ایک درز کی مساوات لکھی جا سکتی ہے جہاں ایک درز پر لاگو مقناطیسی دباو کو $\tau_a$ سے ظاہر کیا گیا ہے:

$$\tau_a = \frac{\tau}{2} = Hl_a$$

[25] non-distributed coils
[26] salient poles
[27] non-salient poles
[28] distributed winding




شکل 5.13: ساکن لچھا گچھ ہے۔




شکل 5.14: گچھ لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباو۔

یوں ساکن لچھے کے مقناطیسی دباو کا ایک آدھا حصہ ایک خلائی درز اور دوسرا آدھا حصہ دوسری خلائی درز میں مقناطیسی بہاو پیدا کرتا ہے۔ مزید زاویہ $-90^\circ$ تا $90^\circ$ خلائی درز میں مقناطیسی دباو (اور مقناطیسی بہاو) رداسی رخ جبکہ زاویہ $90^\circ$ تا $270^\circ$ خلائی درز میں رداس کے مخالف رخ ہے۔ ہم رداسی رخ کو مثبت تصور کرتے ہیں۔ چونکہ مقناطیسی بہاو (اور مقناطیسی دباو) $\frac{\pi}{2} > \theta > -\frac{\pi}{2}$ کے درمیان رداسی رخ ہے لہٰذا اسے مثبت تصور کیا جائے گا جبکہ باقی حصہ پر مقناطیسی دباو (اور مقناطیسی بہاو) رداس کے مخالف رخ ہے لہٰذا اسے منفی تصور کیا جائے گا۔ شکل 5.14 میں خلائی درز میں مقناطیسی دباو کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ وقفہ $\frac{\pi}{2} > \theta > -\frac{\pi}{2}$ کی خلائی درز میں مقناطیسی دباو $\tau_a$ لچھے کے مقناطیسی دباو $\tau$ کا آدھا ہے اور اس کا رخ مثبت ہے جبکہ وقفہ $\frac{3\pi}{2} > \theta > \frac{\pi}{2}$ کی خلائی درز میں مقناطیسی دباو لچھے کے مقناطیسی دباو کا آدھا اور منفی رخ ہے۔ یاد رہے مقناطیسی دباو کا رخ رداسی رخ کے حوالہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

### 5.4.1 بدلتارو مشین

بدلتارو (اے سی) مشین بناتے وقت کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباو سائن نما ہو۔ سائن نما مقناطیسی دباو کے حصول کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے سائن نما مقناطیسی دباو کیسے حاصل ہوتا ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

فوریئر تسلسل[29] کے تحت ہم کسی بھی تفاعل[30] $f(\theta_p)$ کو درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p) \tag{5.25}$$

تفاعل کا دوری عرصہ[31] $T$ ہونے کی صورت میں فوریئر تسلسل کے عددی سر درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \, \mathrm{d}\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p \, \mathrm{d}\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p \, \mathrm{d}\theta_p \end{aligned} \tag{5.26}$$

---

Fourier series[29]
function[30]
time period[31]

مثال 5.2: شکل 5.14 میں دیے گئے مقناطیسی دباو کا

- فوریئر تسلسل حاصل کریں،
- تیسری موسیقائی جزو[32] اور بنیادی جزو[33] کا تناسب معلوم کریں۔

حل:

- مساوات 5.26 کی مدد سے

$$
\begin{aligned}
a_0 &= \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\pi}^{-\pi/2}\left(-\frac{Ni}{2}\right)\mathrm{d}\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\frac{Ni}{2}\right)\mathrm{d}\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi}\left(-\frac{Ni}{2}\right)\mathrm{d}\theta_p\right] \\
&= \frac{1}{2\pi}\left[\left(-\frac{Ni}{2}\right)\left(-\frac{\pi}{2}+\pi\right)+\left(\frac{Ni}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)+\left(-\frac{Ni}{2}\right)\left(\pi-\frac{\pi}{2}\right)\right] \\
&= 0
\end{aligned}
$$

اور درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
a_n &= \frac{2}{2\pi}\frac{Ni}{2}\left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p\right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi}\left[-\left.\frac{\sin n\theta_p}{n}\right|_{-\pi}^{-\pi/2} + \left.\frac{\sin n\theta_p}{n}\right|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \left.\frac{\sin n\theta_p}{n}\right|_{\pi/2}^{\pi}\right] \\
&= \frac{Ni}{2n\pi}\left[\sin\frac{n\pi}{2} + 2\sin\frac{n\pi}{2} + \sin\frac{n\pi}{2}\right] \\
&= \left(\frac{4}{n\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right)\sin\frac{n\pi}{2}
\end{aligned}
$$

اس مساوات میں $n$ کی قیمت ایک، دو، تین لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
&a_1 = \left(\frac{4}{\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right), \quad a_3 = -\left(\frac{4}{3\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right), \quad a_5 = \left(\frac{4}{5\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right) \\
&a_2 = a_4 = a_6 = 0
\end{aligned}
$$

---

[32] third harmonic component
[33] fundamental component

اسی طرح درج ذیل ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
b_n &= \frac{2}{2\pi}\frac{Ni}{2}\left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p\right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi}\left[\left.\frac{\cos n\theta_p}{n}\right|_{-\pi}^{-\pi/2} - \left.\frac{\cos n\theta_p}{n}\right|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \left.\frac{\cos n\theta_p}{n}\right|_{\pi/2}^{\pi}\right] \\
&= 0
\end{aligned}
$$

- ان نتائج کا یکجا کرتے ہیں:

$$
\left|\frac{a_3}{a_1}\right| = \frac{\left(\frac{4}{3\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right)}{\left(\frac{4}{\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right)} = \frac{1}{3}
$$

یوں تیسرا موسیقائی جزو بنیادی جزو کا تیسرا حصہ یعنی 33.33 فی صد ہو گا۔ □

مثال 5.2 میں حاصل کردہ $a_1, a_2, \cdots$ استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباو $\tau$ کا فوریئر تسلسل لکھتے ہیں۔

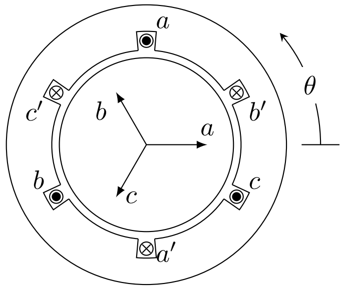
$$
\tau_a = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta_p - \frac{4}{3\pi}\frac{Ni}{2}\cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi}\frac{Ni}{2}\cos 5\theta_p - + \cdots \tag{5.27}
$$

مثال 5.2 کے مقناطیسی دباو کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جا سکے۔جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے حقیقی مقناطیسی دباو کے موسیقائی اجزاء قابل نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے مساوات 5.27 سے

$$
\tau_a = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta_p = \tau_0 \cos\theta_p \tag{5.28}
$$

لکھتے ہیں جہاں $\tau_0$ درج ذیل ہے۔

$$
\tau_0 = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2} \tag{5.29}
$$




شکل 5.15: تین دور لچھے۔

خلائی درج میں $\tau$ ، $H$ اور $B$ ایک دوسرے کے برائے راست متناسب ہوتے ہیں۔ یوں مساوات 5.28 کے تحت شکل 5.13 کا لچھے اور شکل 5.2 میں صفر زاویہ پر سلاخ نما مقناطیس یکساں $\tau$ (اور $B$ ) دیں گے۔ اسی طرح اگر شکل 5.13 کا لچھا زاویہ $\theta_m$ پر ہوتا تب ہمیں شکل 5.3 میں موجود مقناطیس کے نتائج حاصل ہوتے۔

شکل 5.15 میں تین لچھے آپس میں $120°$ زاویہ پر دکھائے گئے ہیں۔ ہم مساوات 5.64 کی طرح اس شکل میں لچھا $a$ کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

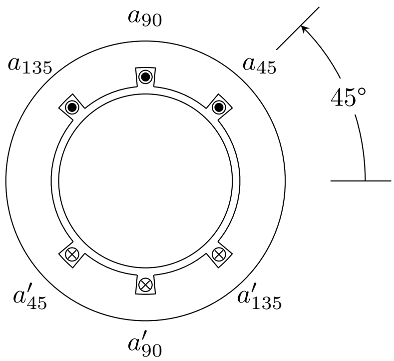
$$
\begin{aligned}
\tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{p_a} \\
\theta_{p_a} &= \theta - \theta_{m_a} = \theta - 0° \\
\tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta
\end{aligned}
\tag{5.30}
$$

اسی طرح لچھا $b$ اور $c$ جو بالترتیب $\theta_{m_b} = 120°$ اور $\theta_{m_c} = 240°$ زاویہ پر ہیں کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
\tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{p_b} \\
\theta_{p_b} &= \theta - \theta_{m_b} = \theta - 120° \\
\tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_b}) = \tau_0 \cos(\theta - 120°)
\end{aligned}
\tag{5.31}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{p_c} \\
\theta_{p_c} &= \theta - \theta_{m_c} = \theta - 240° \\
\tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_c}) = \tau_0 \cos(\theta - 240°) = \tau_0 \cos(\theta + 120°)
\end{aligned}
\tag{5.32}
$$

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباو سائن نما ہر گز نہیں لگتا لیکن مساوات 5.27 ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض نظر کا دھوکا ہے۔ اس مقناطیسی دباو کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اگر ہم کسی طرح مساوات 5.27 میں پہلے رکن کے علاوہ باقی تمام ارکان کو صفر کر سکیں تب ہمیں سائن نما مقناطیسی دباو حاصل ہو گا۔




شکل 5.16: پھیلا لچھا۔

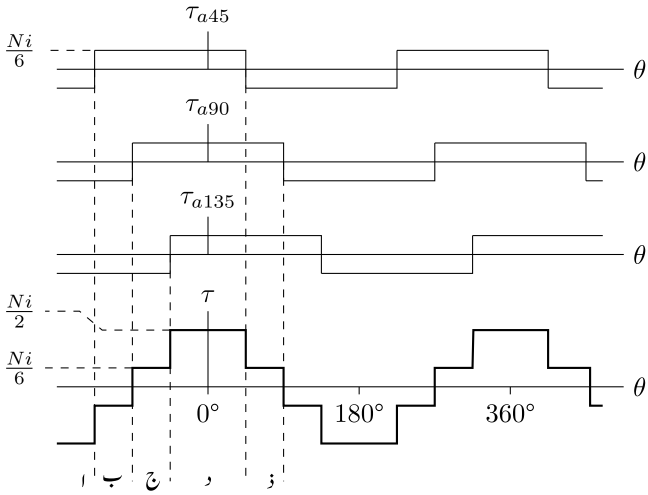
شکل 5.13 کے $N$ چکر لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کرتے ہوئے شکل 5.16 حاصل کیا گیا ہے جہاں ہر چھوٹا لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا[34] جاتا ہے لہٰذا ان میں ایک جیسا برقی رو $i$ گزرے گا۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا ہے۔پہلے لچھے کو شگاف $a_{45}$ اور $a'_{45}$ میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شگاف $a_{90}$ اور $a'_{90}$ میں اور تیسرے لچھے کو شگاف $a_{135}$ اور $a'_{135}$ میں رکھا گیا ہے۔

شگافوں کے ایک جوڑا کو ایک ہی طرح کے نام دیے گئے ہیں، البتہ ایک شگاف کو $a$ اور دوسرے کو $a'$ نام دیا گیا ہے۔یوں شگافوں کا پہلے جوڑا $a_{45}$ اور $a'_{45}$ ہے۔ شگاف کا نام شگاف کے زاویہ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔یوں شگاف $a_{45}$ درحقیقت $45°$ زاویہ پر ہے، شگاف $a_{90}$ نوے درجہ زاویہ پر اور شگاف $a_{135}$ ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔اسی طرح $a'_{45}$ شگاف $a_{45}$ کا جوڑا ہے۔

تمام لچھے $\frac{N}{3}$ چکر کے ہیں اور تمام لچھوں میں برقی رو $i$ ایک دوسرے جیسا ہے۔ شکل 5.16 کے پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباو بالمقابل زاویہ کا ترسیم شکل 5.17 میں موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے۔سب سے اوپر لچھا $a_{45}$ کے مقناطیسی دباو کی ترسیم ہے جو شکل 5.14 کی ترسیم کی طرح لیکن صفر زاویہ سے $-45°$ ہٹ کر ہے۔دوسری ترسیم لچھا $a_{90}$ کی ہے جو ہو بہو شکل 5.14 کی طرح ہے جبکہ تیسری ترسیم لچھا $a_{135}$ کی ہے جو صفر زاویہ سے $+45°$ ہٹ کر ہے۔ان تینوں ترسیمات کا انفرادی طول $\frac{Ni}{6}$ ہے۔

ترسیمات $\tau_{a45}$ ، $\tau_{a90}$ اور $\tau_{a135}$ سے کل مقناطیسی دباو کی ترسیم $\tau$ حاصل کرنا سیکھتے ہیں۔ شکل 5.17 میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ سب سے بائیں پہلی لکیر کی بائیں طرف خطہ کو "ا" کہا گیا ہے۔اس

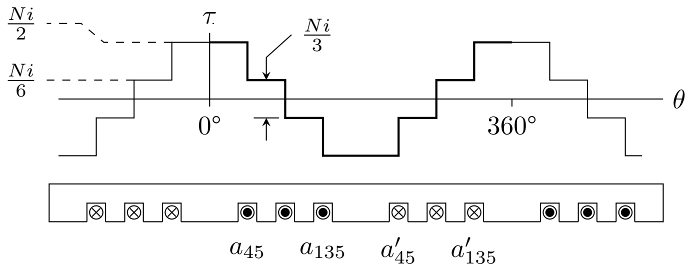
[34] series connected




شکل 5.17: پھیلے لچھے کا کل مقناطیسی دباو۔

خطہ میں ترسیمات $\tau_{a45}$ ، $\tau_{a90}$ اور $\tau_{a135}$ کی انفرادی قیمتیں $-\frac{Ni}{6}$ ہیں لہٰذا ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{2}$ ہو گا۔ یوں خطہ "ا" میں کل مقناطیسی دباو $\tau$ کی ترسیم کی قیمت $-\frac{Ni}{2}$ ہو گی۔ اسی طرح خطہ "ب" میں $\tau_{a45}$ کی قیمت $+\frac{Ni}{6}$ ، $\tau_{a90}$ کی $-\frac{Ni}{6}$ اور $\tau_{a135}$ کی بھی $-\frac{Ni}{6}$ ہے۔ ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{6}$ ہے جو کل مقناطیسی دباو $\tau$ ہو گا۔ خطہ "ج" میں بالائی تینوں ترسیمات کی قیمتیں بالترتیب $+\frac{Ni}{6}$، $+\frac{Ni}{6}$ اور $-\frac{Ni}{6}$ ہیں جن کا مجموعہ $+\frac{Ni}{6}$ کل مقناطیسی دباو ہو گا۔ اسی طرح آپ پوری ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

شکل 5.17 کی $\tau$ کو شکل 5.18 میں دوبارہ پیش گیا ہے۔ شکل 5.18 پھیلے لچھے اور شکل 5.14 گچھ لچھے




شکل 5.18: پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباو۔

کے دباو کی ترسیمات ہیں۔شکل 5.14 کے لحاظ سے شکل 5.18 کی صورت سائن نما کے زیادہ قریب ہے۔ فوریئر تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔شگافوں کے مقامات اور ان میں لچھوں کے چکر یوں رکھے جا سکتے ہیں کہ ان کے پیدا کردہ مقناطیسی دباو کی ترسیم کی صورت سائن نما کی زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پر مقناطیسی دباو نہیں بناتے لہٰذا ان سے حاصل کل مقناطیسی دباو کا حیطہ (اتنے ہی چکر کے) ایک گچھ لچھے کے حیطہ سے کم ہوتا ہے۔مساوات 5.29 میں اس اثر کو شامل کرنے کے لئے جزو $k_w$ متعارف کیا جاتا ہے

$$\begin{aligned}
\tau_0 &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2} \\
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta = \tau_0 \cos\theta
\end{aligned} \tag{5.33}$$

جہاں $k_w$ جزو پھیلاو[35] کہلاتا ہے۔جزو پھیلاو کی قیمت اکائی سے کم ہوتی ہے۔

$$0 < k_w < 1 \tag{5.34}$$

مثال 5.3: شکل 5.16 کے پھیلے لچھے کا $k_w$ تلاش کریں۔

حل: ہمیں شکل 5.18 کی موج کا بنیادی جزو درکار ہے لہٰذا ہم اس موج کے فوریئر تسلسل کا عددی سر $a_1$ تلاش کرتے ہیں۔ عددی سر کے حصول میں پورے موج کی بجائے ہم آدھی موج پر $-90°$ تا $90°$ تکمل لیتے ہیں۔یوں $a_1$ کا کلیہ درج ذیل صورت اختیار کرتا ہے۔ (آپ چاہیں تو پوری موج پر تکمل لے سکتے ہیں۔)

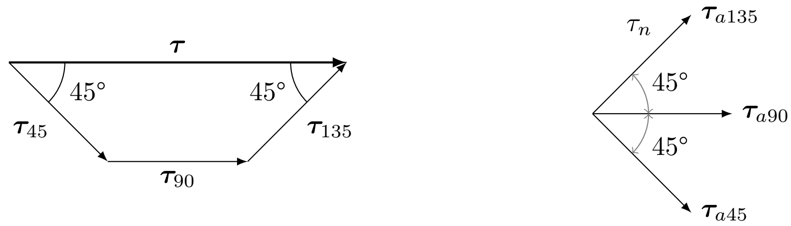
$$a_1 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(\theta)\cos\theta \,\mathrm{d}\theta = \frac{4}{T}\int_{-T/4}^{T/4} f(\theta)\cos\theta \,\mathrm{d}\theta$$

اس طرح درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{2}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta)\cos\theta \,\mathrm{d}\theta \\
&= \frac{2}{\pi}\Big[\int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{Ni}{6}\cos\theta \,\mathrm{d}\theta + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{Ni}{2}\cos\theta \,\mathrm{d}\theta + \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{Ni}{6}\cos\theta \,\mathrm{d}\theta\Big] \\
&= 0.8047 \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}
\end{aligned}$$

---

[35] winding factor




شکل 5.19: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاو۔

یوں $k_w = 0.8047$ ہو گا۔ □

مقناطیسی دباو کو سمتیہ تصور کرتے ہوئے درج بالا مثال کو دوبارہ حل کرتے ہیں۔ آپ دیکھیں گے کہ یہ ترکیب نسبتاً آسان ہے۔

مثال 5.4: شکل 5.16 کے پھیلے لچھے کا $k_w$ تلاش کریں۔

حل: شکل 5.19 سے رجوع کریں۔ شکل 5.16 کے تین چھوٹے لچھے ایک جیسا مقناطیسی دباو $\tau_n = \frac{4}{\pi}\frac{ni}{2}$ پیدا کرتے ہیں البتہ ان کے رخ مختلف ہیں۔ یہاں ایک لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے لہٰذا $n = \frac{N}{3}$ ہو گا۔ ہم تینوں مقناطیسی دباو کے دوری سمتیات کا مجموعہ لے کر مقناطیسی دباو $\tau$ معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45° + \tau_n + \tau_n \cos 45° \\ &= 2.4142\tau_n\end{aligned}$$

یوں درج ذیل ہو گا

$$\tau_a = 2.4142\frac{4}{\pi}\frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3}\frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2} = 0.8047\frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}$$

لہٰذا $k_w = 0.8047$ کے برابر ہے۔ □

مثال 5.5: تین دوری، 50 ہرٹز، ستارہ جڑے جنریٹر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاو $k_{w,m} = 0.9$ جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاو $k_{w,q} = 0.833$ ہے۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور لمبائی $l = 2.828$ میٹر ہے۔ خلائی درز کی لمبائی $l_k = 0.04$ میٹر ہے۔ میدانی لچھے میں 1000 ایمپیئر برقی رو کی صورت میں درج ذیل تلاش کریں۔ خلاء میں مقناطیسی بہاو سائن نما ہو گا۔

- میدانی مقناطیسی دباو کی زیادہ سے زیادہ قیمت۔
- خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاو کی زیادہ سے زیادہ قیمت۔
- ایک قطب پر مقناطیسی بہاو۔
- متحرک تار پر برقی دباو۔

حل:

- $\tau_0 = k_{w,m}\frac{4}{\pi}\frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30\times1000}{2} = 17\,186\,\mathrm{A\cdot turns/m}$
- $B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54\,\mathrm{T}$
- $\phi_0 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} rlB_0 \cos\theta \,\mathrm{d}\theta = 2B_0 lr = 2\times0.54\times2.828\times0.7495 = 2.289\,15\,\mathrm{Wb}$
-

$$\begin{aligned}E_{rms} &= 4.44 f k_{w,q} N_q \phi_0\\ &= 4.44\times50\times0.833\times15\times2.28915\\ &= 6349.85\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

یوں ستارہ جڑی جنریٹر کی تار کا برقی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$\sqrt{3}\times6349.85 \approx 11\,000\,\mathrm{V}$$

□

ہم سائن نما مقناطیسی دباو حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقامات یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ مقصد پورا ہو۔ شکل 5.18 میں صفر زاویہ کے دونوں اطراف مقناطیسی دباو کی ترسیم ایک جیسے گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ مثلاً جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباو $\frac{Ni}{3}$ گھٹتا ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر دباو مزید $\frac{Ni}{3}$ گھٹتا ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کے مقامات کا فیصلہ فوریئر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔فوریئر تسلسل میں موسیقائی جزو کم سے کم اور بنیادی جزو زیادہ سے زیادہ رکھا جاتا ہے۔

ساکن لچھوں کی طرح متحرک لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباو حاصل ہو۔

## 5.5 مقناطیسی دباو کی گھومتی امواج

گھومتے مشین کے لچھوں کو برقی دباو فراہم کیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

### 5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین

مساوات 5.33 میں ایک لچھے کا مقناطیسی دباو

$$\tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos\theta \tag{5.35}$$

دیا گیا ہے جو سائن نما برقی رو

$$i_a = I_0 \cos\omega t \tag{5.36}$$

کی صورت میں

$$\tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{NI_0}{2} \cos\theta \cos\omega t = \tau_0 \cos\theta \cos\omega t \tag{5.37}$$

مقناطیسی دباو دے گا جہاں $\tau_0$ درج ذیل ہے اور لچھا کے برقی رو کو $i_a$ کہا گیا ہے۔

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{NI_0}{2} \tag{5.38}$$

مساوات 5.37 کہتی ہے کہ مقناطیسی دباو زاویہ $\theta$ اور لمحہ $t$ کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ مساوات 5.37 کو کلیہ

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2} \tag{5.39}$$

کی مدد سے دو ٹکڑوں

$$\tau_a = \tau_0 \left[\frac{\cos(\theta+\omega t)+\cos(\theta-\omega t)}{2}\right] = \tau_a^- + \tau_a^+ \tag{5.40}$$

میں تقسیم کیا جا سکتا ہے جہاں $\tau_a^-$ اور $\tau_a^+$ درج ذیل ہوں گے۔

$$\tau_a^- = \frac{\tau_0}{2}\cos(\theta + \omega t) \tag{5.41}$$

$$\tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2}\cos(\theta - \omega t) \tag{5.42}$$

مساوات 5.40 کہتی ہے کہ مقناطیسی دباو دو آپس میں مخالف رخ گھومتے مقناطیسی دباو کی موجوں کا مجموعہ ہے۔ اس کا پہلا جزو $\tau_a^-$ زاویہ $\theta$ گھٹنے کے رخ، یعنی گھڑی وار ، گھومتا ہے جبکہ اس کا دوسرا جزو $\tau_a^+$ خلاف گھڑی، زاویہ بڑھنے کے رخ، گھومتا ہے۔

ایک دور کی لپٹی مشینوں میں گھومتے مقناطیسی دباو کی امواج میں سے کسی ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔ اس طرح ایک ہی رخ مقناطیسی دباو گھومتا ملے گا جو بالکل ایک گھومتے ہوئے مقناطیس کی مانند ہو گا۔ تین دوری مشینوں میں ایسا کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لٰہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہو گا۔

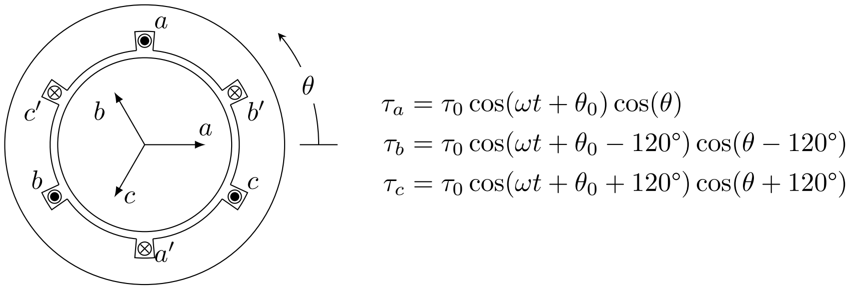
### 5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل 5.20 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات 5.30 ، 5.31 اور 5.32 میں ایسے تین لچھوں کے فوریئر تسلسل کے بنیادی اجزاء دیے گئے ہیں جن میں جزو پھیلاو $k_x$ شامل کر کے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{N_a i_a}{2}\cos\theta \\
\tau_b &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{N_b i_b}{2}\cos(\theta - 120^\circ) \\
\tau_c &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{N_c i_c}{2}\cos(\theta + 120^\circ)
\end{aligned} \tag{5.43}$$

ان لچھوں میں بالترتیب تین دوری برقی رو

$$\begin{aligned}
i_a &= I_0\cos(\omega t + \alpha) \\
i_b &= I_0\cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\
i_c &= I_0\cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)
\end{aligned} \tag{5.44}$$




شکل 5.20: تین دور کی لپٹی مشین۔

لینے سے مساوات 5.43 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos\theta \cos(\omega t + \alpha) \\
\tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\
\tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)
\end{aligned}
\tag{5.45}
$$

تینوں لچھوں کے چکر ایک دوسرے کے برابر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

لیتے ہوئے مساوات 5.39 کی استعمال سے

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= \frac{\tau_0}{2} \left[\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)\right] \\
\tau_b &= \frac{\tau_0}{2} \left[\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)\right] \\
\tau_c &= \frac{\tau_0}{2} \left[\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)\right]
\end{aligned}
\tag{5.46}
$$

لکھے جا سکتے ہیں جہاں $\tau_0$ درج ذیل ہے۔

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \tag{5.47}$$

کل مقناطیسی دباو $\tau$ ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم درج ذیل ثابت کرتے ہیں۔

$$\cos\gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

ہم کلیات

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

میں $\gamma = \alpha$ اور $\beta = 240°$ لے کر

$$\cos(\gamma+240°) = \cos\gamma\cos 240° - \sin\gamma\sin 240°$$
$$\cos(\gamma-240°) = \cos\gamma\cos 240° + \sin\gamma\sin 240°$$

حاصل کرتے ہیں جن میں $\cos 240° = -\frac{1}{2}$ اور $\sin 240° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ پر کر کے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\cos(\gamma+240°) = -\frac{1}{2}\cos\gamma + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma$$
$$\cos(\gamma-240°) = -\frac{1}{2}\cos\gamma - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma$$

ان مساوات کو $\cos\gamma$ کے ساتھ جمع کرنے سے صفر حاصل ہو گا۔

$$\cos\gamma + \cos(\gamma+240°) + \cos(\gamma-240°) = 0$$

$\gamma = \theta + \omega t + \alpha$ کے لئے اس مساوات کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

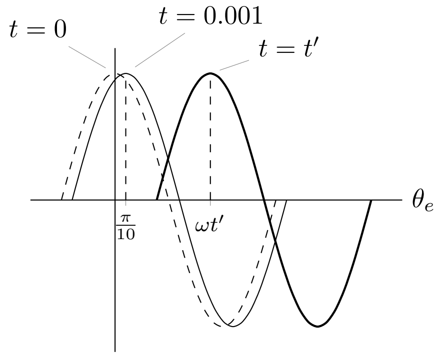
$$\cos(\theta+\omega t+\alpha) + \cos(\theta+\omega t+\alpha+240°) + \cos(\theta+\omega t+\alpha-240°) = 0 \tag{5.48}$$

اب مساوات 5.46 میں دئے $\tau_a$، $\tau_b$ اور $\tau_c$ کو جمع کر کے مساوات 5.48 کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2}\cos(\theta - \omega t - \alpha) \tag{5.49}$$

مساوات 5.49 کہتی ہے کہ کل مقناطیسی دباو کا حیطہ کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباو کے حیطہ کا $\frac{3}{2}$ گنا ہو گا۔مزید مقناطیسی دباو کی موج گھڑی کے مخالف رخ گھومے گی۔ یوں تین لچھوں کو $120°$ زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دوری برقی رو، جو آپس میں $120°$ پر ہوں، سے ہیجان کرنے سے مقناطیسی دباو کی واحد ایک موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ کسی دو برقی رو کو آپس میں تبدیل کرنے سے مقناطیسی موج کا رخ تبدیل ہوتا ہے۔

مساوات 5.49 ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے جس میں ہم برقی رو کا تعدد 50 Hz اور اپنی آسانی کے لئے $\alpha$ کو صفر لیتے ہیں۔ یوں اس موج کی چوٹی کا تعین تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کرے گا۔ تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی پر نظر رکھیں۔ تفاعل $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی اکائی ہے جو $\theta - \omega t = 0$ پر پائی جاتی ہے۔




شکل 5.21: حرکت کرتی موج۔

ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی $(\theta - \omega t) = 0$ پر ہو گی جس کو $t = 0$ کے لئے حل کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\theta - \omega t &= 0 \\
\theta - \omega \times 0 &= 0 \\
\theta &= 0
\end{aligned}
$$

یوں موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہو گی جسے شکل 5.21 میں نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ہم کچھ وقفہ، مثلاً $t = 0.001$ سیکنڈ، بعد اس چوٹی پر دوبارہ نظر ڈالتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\theta - \omega t &= 0 \\
\theta - 0.001\omega &= 0 \\
\theta &= 0.001\omega \\
&= 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 \\
&= 0.3142\,\mathrm{rad}
\end{aligned}
$$

اب یہ چوٹی $0.3142$ یا $\frac{\pi}{10}$ برقی ریڈیئن یعنی $18°$ برقی زاویہ پر ہے جسے شکل 5.21 میں باریک ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مقناطیسی دباو کی موج گھڑی کے مخالف رخ، یعنی زاویہ بڑھنے کے رخ، گھوم گئی ہے۔ اسی طرح لمحہ $t = 0.002$ پر چوٹی $36°$ برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ عمومی لمحہ $t'$ پر چوٹی کا مقام $\theta - \omega t' = 0$ سے درج ذیل حاصل ہو گا جسے موٹی ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

$$
\theta = \omega t' \tag{5.50}
$$

مساوات 5.50 کہتی ہے کہ چوٹی کا مقام تعین کرنے والا زاویہ وقت کے ساتھ بتدریج بڑھتا ہے۔اس مساوات سے ایک مکمل چکر یعنی $\theta = 2\pi$ برقی زاویہ طے کرنے کا دورانیہ $T$ حاصل کرتے ہیں۔

$$T = t' = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f} \tag{5.51}$$

یاد رہے $f$ برقی رو کا تعدد ہے۔یوں 50 ہرٹز برقی رو کی صورت میں مقناطیسی دباو کی موج ہر $\frac{1}{50} = 0.02$ سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹے گی اور ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر مکمل کرے گی۔

دو قطبی مشینوں میں مساوات 5.7

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m \tag{5.52}$$

کے تحت برقی زاویہ $\theta_e$ اور میکانی زاویہ $\theta_m$ ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ یوں دو قطبی مشینوں کی بات کرتے ہوئے مساوات 5.51 کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباو کی موج $f$ برقی یا میکانی چکر مکمل کرے گی جہاں $f$ برقی رو کی تعدد ہے۔ $P$ قطبی مشینوں کے مقناطیسی دباو کی موج ایک سیکنڈ میں $\frac{2}{P} f$ میکانی چکر مکمل کرے گی۔

ہم مساوات 5.52 کی دونوں اطراف کا وقت کے ساتھ تفرق لیتے ہیں۔

$$\frac{\mathrm{d}\theta_e}{\mathrm{d}t} = \frac{P}{2}\frac{\mathrm{d}\theta_m}{\mathrm{d}t}$$

اب $\frac{\mathrm{d}\theta_e}{\mathrm{d}t}$ برقی زاویائی رفتار $\omega_e$ اور $\frac{\theta_m}{\mathrm{d}t}$ میکانی زاویائی رفتار $\omega_m$ کو ظاہر کرتے ہیں۔اسی طرح برقی رو کی تعدد کو $f_e$، مقناطیسی دباو کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو $\theta_e$، میکانی زاویہ کو $\theta_m$ اور مقناطیسی دباو کی موج کی برقی زاویائی رفتار کو $\omega_e$ اور میکانی زاویائی رفتار کو $\omega_m$ سے ظاہر کرتے ہوئے درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} \omega_m &= \frac{2}{P}\omega_e \quad \mathrm{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P}f_e \quad \mathrm{Hz} \\ n &= \frac{120 f_e}{P} \quad \text{چکر فی منٹ} \end{aligned} \tag{5.53}$$

مقناطیسی موج کی برقی معاصر زاویائی رفتار $\omega_e$ برقی زاویہ فی سیکنڈ اور میکانی معاصر زاویائی رفتار $\omega_m$ میکانی زاویہ فی سیکنڈ ہو گی۔اسی طرح موج کی برقی معاصر رفتار $f_e$ برقی ہرٹز اور میکانی معاصر رفتار[36] $f_m$ میکانی ہرٹز ہو گی۔ برقی

[36] synchronous speed

معاصر رفتار $f_e$ ہرٹز ہونے سے مراد ہے کہ ایک سیکنڈ میں موج $f_e$ برقی چکر کا فاصلہ طے کرتی ہے جو دو قطب کا یعنی $2\pi$ ریڈیئن کا میکانی زاویہ ہے۔اسی طرح میکانی معاصر رفتار $f_m$ ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ موج ایک سیکنڈ میں $f_m$ میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ایک میکانی چکر روز مرہ زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں $n$، میکانی **چکر فی منٹ**[37] کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات 5.53 معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ $q$ دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے $\frac{2\pi}{q}$ برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں برقی رو $q$ دوری ہو میں، تین دوری مشین کی طرح، ایک ہی رخ گھومتے مقناطیسی دباو کی موج پیدا ہو گی۔مزید، اس موج کا حیطہ کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباو کے حیطہ کا $\frac{q}{2}$ گنا ہو گا اور اس کی زاویائی رفتار $\omega_e = 2\pi f$ برقی ریڈیئن فی سیکنڈ ہو گی۔

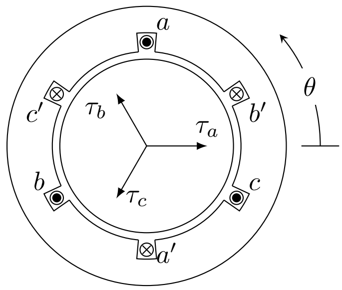
### 5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا ترسیمی تجزیہ

شکل 5.22 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے جس میں مثبت برقی رو کے رخ دکھائے گئے ہیں۔یوں $a$ شگاف میں برقی رو کا رخ صفحہ سے عمودی باہر کو ہے جسے نقطہ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اسی طرح $a'$ شگاف میں برقی رو کا رخ صفحہ میں عمودی اندر کو ہے اور جسے صلیب کے نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔یوں شگاف $a$ اور $a'$ میں مثبت برقی رو کا مقناطیسی دباو $\tau_a$ صفر زاویہ پر ہو گا جو عین لچھا $a$ کا رخ ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباو کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

اب اگر لچھا $a$ میں برقی رو منفی ہو تب برقی رو مثبت رخ کے مخالف ہو گا، یعنی اب برقی رو کا رخ شگاف $a$ میں صفحہ کے عمودی اندر اور شگاف $a'$ میں صفحہ کے عمودی باہر ہو گا۔ یوں منفی برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباو بھی لچھا $a$ کے رخ کا مخالف ہو گا۔آپ نے دیکھا کہ برقی رو منفی ہونے سے مقناطیسی دباو کا رخ الٹ ہو جاتا ہے۔ شکل 5.22 میں لچھوں کے برقی رو اور مقناطیسی دباو درج ذیل ہیں جبکہ ان کے مثبت رخ شکل میں دیے گئے ہیں۔

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos \omega t \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \tag{5.54}$$

[37] rpm, rounds per minute




شکل 5.22: تین دور کی لپٹی مشین میں مثبت برقی رو اور ان سے حاصل مقناطیسی دباو کے رخ۔

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{Ni_a}{2} = k_w \frac{4}{\pi}\frac{NI_0}{2}\cos\omega t = \tau_0 \cos\omega t \\
\tau_b &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{Ni_b}{2} = k_w \frac{4}{\pi}\frac{NI_0}{2}\cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
\tau_c &= k_w \frac{4}{\pi}\frac{Ni_c}{2} = k_w \frac{4}{\pi}\frac{NI_0}{2}\cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
\end{aligned}
\tag{5.55}
$$

ہم مختلف لمحات پر ان کی قیمتوں تلاش کرتے ہیں اور ان کا مجموعی مقناطیسی دباو حاصل کرتے ہیں۔

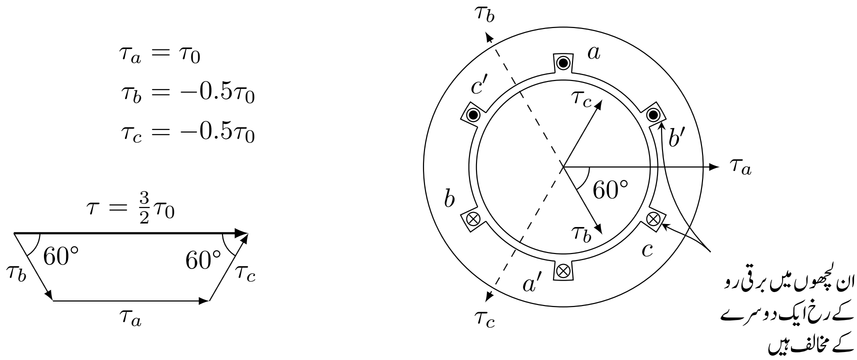
لمحہ $t = 0$ پر ان درج بالا مساوات سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 I_0 \\
i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 I_0
\end{aligned}
\tag{5.56}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
\tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 \tau_0 \\
\tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 \tau_0
\end{aligned}
\tag{5.57}
$$

یہاں رک کر ذرا غور کریں۔ لمحہ $t = 0$ پر $i_a$ مثبت جبکہ $i_b$ اور $i_c$ منفی ہیں۔ یوں $i_a$ کا رخ وہی ہو گا جسے شکل 5.22 کی $a$ اور $a'$ شگافوں میں نقطے اور صلیب سے دکھایا گیا ہیں جبکہ $i_b$ اور $i_c$ کے رخ شکل میں دیے گئے رخ کے مخالف ہوں گے۔ لمحہ $t = 0$ پر تینوں برقی رو کے درست رخ اور تینوں مقناطیسی دباو شکل 5.23 میں دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباو با آسانی بذریعہ ترسیم (شکل 5.23)، مجموعہ سمتیات سے یا الجبرا کے ذریعہ حاصل کیا جا سکتا




شکل 5.23: لمحہ $t_0 = 0$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباو۔

ہے۔

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\tau}_a &= \tau_0 \boldsymbol{a}_\text{x} \\
\boldsymbol{\tau}_b &= 0.5\tau_0 \left[\cos(60°)\boldsymbol{a}_\text{x} - \sin(60°)\boldsymbol{a}_\text{y}\right] \\
\boldsymbol{\tau}_c &= 0.5\tau_0 \left[\cos(60°)\boldsymbol{a}_\text{x} + \sin(60°)\boldsymbol{a}_\text{y}\right]
\end{aligned} \tag{5.58}
$$

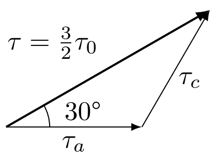
ان کا مجموعہ درج ذیل ہو گا۔

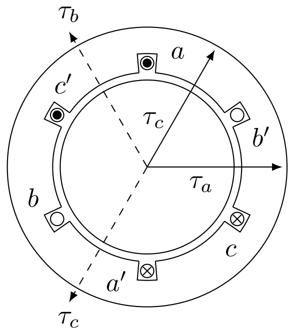
$$
\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_a + \boldsymbol{\tau}_b + \boldsymbol{\tau}_c = \frac{3}{2}\tau_0 \boldsymbol{a}_\text{x} \tag{5.59}
$$

لمحہ $t = 0$ پر کل مقناطیسی دباو ایک لچھے کے مقناطیسی دباو کا ڈیڑھ گنا اور صفر زاویہ پر ہے۔

اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ وقفہ بعد لمحہ $t_1$ پر دوبارہ مقناطیسی دباو تلاش کرتے ہیں۔ مساوات 5.54 اور مساوات 5.55 میں متغیر $t$ کی بجائے $\omega t$ کا استعمال زیادہ آسان ہے لہٰذا ہم لمحہ $t_1$ یوں منتخب کرتے ہیں کہ $\omega t_1 = 30°$ ہو۔ ایسا کرنے سے درج ذیل حاصل ہو گا جنہیں شکل 5.24 میں دکھایا گیا ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_a &= I_0 \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\
i_b &= I_0 \cos(30° - 120°) = 0 \\
i_c &= I_0 \cos(30° + 120°) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0
\end{aligned} \tag{5.60}
$$




شکل 5.24: لمحہ $\omega t_1 = 30^\circ$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباو۔

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\tau_0 \\
\tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
\tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}\tau_0
\end{aligned} \tag{5.61}
$$

کل مقناطیسی دباو کا طول $\tau$ اور زاویہ تکون سے حاصل کرتے ہیں۔

$$
\tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2}\tau_0 \tag{5.62}
$$

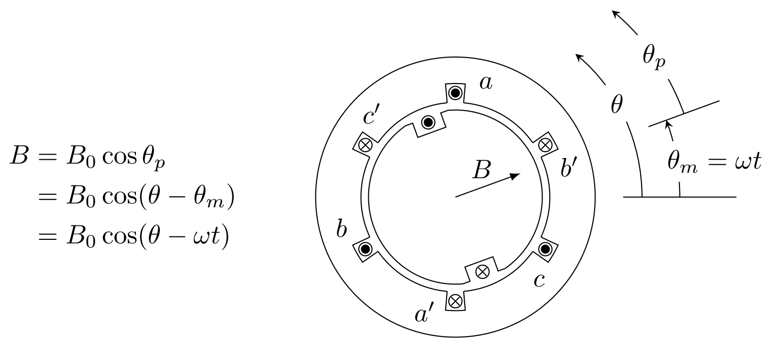
تکون کے دو اطراف کی لمبائیاں ایک دوسرے کے برابر اور ان کے بیچ زاویہ $60^\circ$ ہے لہٰذا مقناطیسی دباو کا زاویہ افقی لکیر سے $30^\circ$ ہو گا۔

کل مقناطیسی دباو جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب گھڑی کے مخالف رخ گھوم کر $30^\circ$ زاویہ پر ہے۔ اسی طرح لمحہ $\omega t = 40^\circ$ پر حل کرنے سے زاویہ $45^\circ$ پر کل مقناطیسی دباو $\frac{3}{2}\tau_0$ حاصل ہو گا۔ عمومی لمحہ $t$ ، جس پر $\omega t = \theta^\circ$ ہو، زاویہ $\theta^\circ$ پر کل مقناطیسی دباو $\frac{3}{2}\tau_0$ پیدا کرتا ہے۔

## 5.6 محرک برقی دباو

یہاں محرک برقی دباو[38] کو ایک دوسرے نقطہ نظر سے پیش کرتے ہیں۔

[38] ابتداء میں حرکت سے پیدا برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔




شکل 5.25: بنیادی بدلتارو جنریٹر۔

### 5.6.1 بدلتارو برقی جنریٹر

شکل 5.25 میں ایک بنیادی بدلتارو جنریٹر[39] دکھایا گیا ہے۔اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نما کثافت مقناطیسی بہاو $B$ پیدا ہوتا ہے:

$$B = B_0 \cos\theta_p \tag{5.63}$$

یہ مقناطیس $\omega$ زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر اس مقناطیس کو لچھا $a$ کے رخ افقی لکیر پر تصور کریں۔ یوں لمحہ $t$ پر مقناطیس گھوم کر زاویہ $\theta_m = \omega t$ پر ہو گا۔اس طرح درج بالا مساوات درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

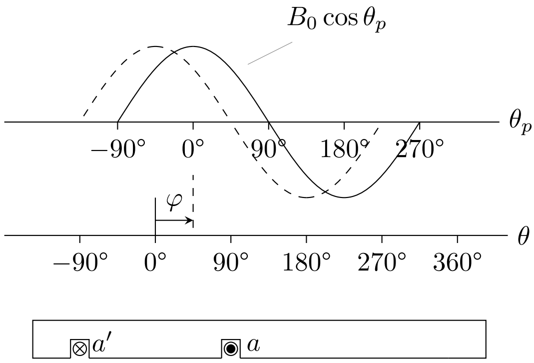
$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega t) \end{aligned} \tag{5.64}$$

شکل 5.26 میں $B$ کو زاویہ $\theta$ اور $\theta_p$ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے اور ساتھ ہی لچھا $a$ دکھایا گیا ہے۔لمحہ $t = 0$ پر، جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور لچھا $a$ کا محور ایک رخ ہیں، $B$ کو نقطہ دار لکیر سے ظاہر گیا ہے جبکہ عمومی لمحہ $t$ پر $B$ کو ٹھوس لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔چونکہ $B$ کی چوٹی ہر صورت $\theta_p = 0°$ پر ہو گی لہٰذا ترسیم میں محور $\theta_p$ پر دکھائے گئے زاویات $90°$ تا $270°$ عمومی لمحہ $t$ کے لئے درست ہیں نا کہ لمحہ $t = 0°$ کے لئے۔لمحہ $t = 0$ پر $B$ کی چوٹی عین $\theta = 0°$ پر ہو گی۔عمومی لمحہ $t$ پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے بیچ $\vartheta$ زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار $\omega$ پر منحصر ہو گا۔

$$\vartheta = \omega t \tag{5.65}$$

---

[39] ac generator




شکل 5.26: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاو۔

لمحہ $t = 0$ پر لچھا $a$ میں مقناطیسی بہاو زیادہ سے زیادہ ہو گا۔ خلائی درز باریک ہونے کی بنا درز کی اندرونی اور بیرونی رداس کو ایک دوسرے کے برابر تصور کیا جا سکتا ہے۔ برقی مقناطیس کے گھومنے کی محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ $\rho$ اور برقی مقناطیس کی محوری لمبائی[40] $l$ ہونے کی صورت میں لچھے میں مقناطیسی بہاو وہی ہو گا جو خلائی درز میں $\frac{\pi}{2} > \theta > -\frac{\pi}{2}$ کے بیچ ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر لچھا $a$ سے گزرتا بہاو تلاش کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos\theta_p)(l\rho \, \mathrm{d}\theta_p) \\
&= B_0 l\rho \sin\theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
&= 2B_0 l\rho \\
&= \phi_0
\end{aligned}
\tag{5.66}
$$

[40] axial length

آخری قدم پر $\phi_a(0)$ کو $\phi_0$ کہا گیا ہے۔ یہی حساب لمحہ $t$ پر درج ذیل ہو گا جہاں آخری قدم پر $\omega t = \vartheta$ لیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
\phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0\cos\theta_p)(l\rho\,\mathrm{d}\theta_p) \\
&= B_0 l\rho\,\sin\theta_p\Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\
&= 2B_0 l\rho\cos\vartheta \\
&= 2B_0 l\rho\cos\omega t
\end{aligned} \tag{5.67}$$

اسی بہاو کو درج ذیل طریقہ سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
\phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0\cos(\theta-\omega t))(l\rho\,\mathrm{d}\theta) \\
&= B_0 l\rho\,\sin(\theta-\omega t)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
&= B_0 l\rho\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}-\omega t\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{2}-\omega t\right)\right] \\
&= 2B_0 l\rho\cos\omega t
\end{aligned} \tag{5.68}$$

اس مرتبہ تکمل کو زاویہ $\theta$ کے ساتھ حاصل کیا گیا ہے۔ مساوات 5.66 کی مدد سے $\phi_a(t)$ کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\phi_a(t) = 2B_0 l\rho\cos\omega t = \phi_0\cos\omega t \tag{5.69}$$

مساوات 5.68 کی طرح $b$ اور $c$ لچھوں کے مقناطیسی بہاو کی مساواتیں بھی حاصل کی جا سکتی ہیں۔ شکل 5.25 میں زاویہ $-\frac{\pi}{2}$ سے $+\frac{\pi}{2}$ تک کا مقناطیسی بہاو لچھا $a$ میں گزرتا ہے۔ اس لئے $\phi_a(t)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات 5.68 میں تکمل کی حدیں یہی رکھی گئیں تھی۔ یوں لچھا $b$ کے تکمل کی حدیں $+\frac{\pi}{6}$ اور $+\frac{7\pi}{6}$ جبکہ $c$ کی حد $+\frac{5\pi}{6}$

اور $+\frac{11\pi}{6}$ ہوں گی۔ تمام زاویات ریڈیئن میں دیے گئے ہیں۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
\phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0\cos(\theta-\omega t))(l\rho\,\mathrm{d}\theta) \\
&= B_0 l\rho\sin(\theta-\omega t)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
&= B_0 l\rho\left[\sin\left(\frac{7\pi}{6}-\omega t\right)-\sin\left(\frac{\pi}{6}-\omega t\right)\right] \\
&= 2B_0 l\rho\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{3}\right)
\end{aligned} \tag{5.70}
$$

اور

$$
\begin{aligned}
\phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0\cos(\theta-\omega t))(l\rho\,\mathrm{d}\theta) \\
&= B_0 l\rho\sin(\theta-\omega t)\Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
&= B_0 l\rho\left[\sin\left(\frac{11\pi}{6}-\omega t\right)-\sin\left(\frac{5\pi}{6}-\omega t\right)\right] \\
&= 2B_0 l\rho\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{3}\right)
\end{aligned} \tag{5.71}
$$

ایک لچھا $N$ چکری تصور کرتے ہوئے تینوں لچھوں میں پیدا برقی دباو معلوم کرتے ہیں۔ لچھوں میں ارتباط بہاو درج ذیل ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
\lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0\cos\omega t \\
\lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0\cos(\omega t-120^\circ) \\
\lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0\cos(\omega t+120^\circ)
\end{aligned} \tag{5.72}
$$

ان مساوات میں $\frac{2\pi}{3}$ ریڈیئن کو $120°$ لکھا گیا ہے۔ لچھوں میں پیدا امالی برقی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \frac{\mathrm{d}\lambda_a}{\mathrm{d}t} = -\omega N\phi_0 \sin\omega t \\ e_b(t) &= \frac{\mathrm{d}\lambda_b}{\mathrm{d}t} = -\omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120°) \\ e_c(t) &= \frac{\mathrm{d}\lambda_c}{\mathrm{d}t} = -\omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120°) \end{aligned} \tag{5.73}$$

ان مساوات کو

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 90°) \\ e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 30°) \\ e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 210°) \end{aligned} \tag{5.74}$$

لکھا جا سکتا ہے جو آپس میں $120°$ زاویہ پر تین دوری محرک برقی دباو کو ظاہر کرتی ہیں۔ ان سب کے حیطے $E_0$ ہیں:

$$E_0 = \omega N\phi_0 \tag{5.75}$$

یوں تینوں برقی دباو کی موثر قیمتیں[41] درج ذیل ہوں گی۔

$$E_{\text{موثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N\phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N\phi_0 \tag{5.76}$$

چونکہ $\phi = BA$ ہوتا ہے لہٰذا مساوات 5.76 صفحہ 50 پر دی گئی مساوات 2.51 کی طرح ہے۔

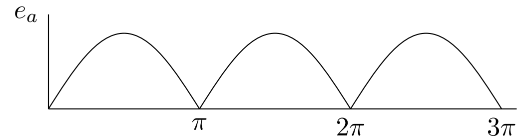
خلائی درز میں برقی مقناطیس کا مقناطیسی بہاو تصور کر کے مساوات 5.74 حاصل کی گئیں۔ حقیقت میں خلائی درز میں کسی بھی طرح یہی مقناطیسی بہاو پیدا کرنے سے یہی مساوات حاصل ہوں گی۔ یوں اگر درز میں ساکن، متحرک یا دونوں لچھے مل کر یہی مقناطیسی بہاو پیدا کریں تب یہی مساوات، یعنی یہی برقی دباو، حاصل ہوں گی۔

مساوات 5.76 ہمیں ایک گچھ لچھے میں پیدا برقی دباو دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تب مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباو ہم قدم نہیں ہوں گے لہٰذا مجموعی برقی دباو ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے کچھ کم ہو گا۔ یوں پھیلے لچھے کے لئے یہ مساوات درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے جہاں $k_w$ جزو پھیلاو ہے۔

$$E_{\text{موثر}} = 4.44 k_w f N\phi_0 \tag{5.77}$$

تین دوری برقی جنریٹر کے $k_w$ کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں یک دوری برقی دباو دیتی ہے۔ تین دوری برقی جنریٹر میں اس طرح کی تین لچھوں کی جوڑیاں ہوتی ہیں جنہیں $Y$ یعنی ستارہ یا $\Delta$ یعنی تکونی جوڑا جاتا ہے۔

---
[41] rms




شکل 5.27: یک دوری یک سمت برقی دباو۔

### 5.6.2 یک سمت رو برقی جنریٹر

ہر گھومنے والا برقی جنریٹر بنیادی طور پر بدلتا رو جنریٹر ہوتا ہے۔ البتہ جہاں یک سمت برقی دباو[42] کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتا برقی دباو کو یک سمت برقی دباو میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ جنریٹر کے باہر **برقیاتی سمت کار**[43] یا جنریٹر کے اندر **میکانی سمت کار**[44] نسب کر کے بدلتا دباو سے یک سمت دباو حاصل کیا جا سکتا ہے۔ مساوات 5.73 کے $e_a$ کو یک سمت برقی دباو میں تبدیل کرنے سے شکل 5.27 حاصل ہو گا۔

مثال 5.6: شکل 5.27 میں یک سمت برقی دباو دکھایا گیا ہے۔اس یک سمت برقی دباو کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

حل:

$$E_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, \mathrm{d}(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

$\square$

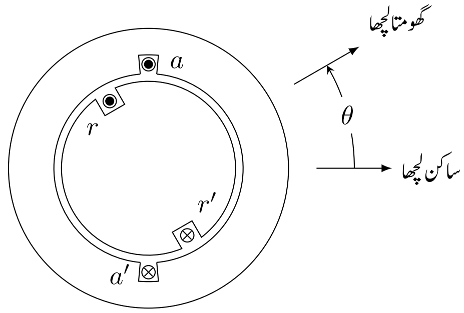
یک سمت جنریٹر پر باب 8 میں غور کیا جائے گا۔

## 5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصہ میں کامل مشین کی **قوت مروڑ**[45] کے حصول کے دو تراکیب پر غور کیا جائے گا۔ ایک ترکیب میں مشین کو دو مقناطیس تصور کر کے ان مقناطیسوں کے بیچ قوت کشش، قوت دفع اور قوت مروڑ حاصل کیے جائیں گے جبکہ دوسری ترکیب میں مشین کے ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ تصور کر کے (باب چار کی طرح) توانائی اور ہم-توانائی سے ان کا حساب لگایا جائے گا۔ پہلے توانائی کی ترکیب پر غور کرتے ہیں۔

---

[42] DC voltage
[43] rectifier
[44] commutator
[45] torque




شکل 5.28: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

### 5.7.1 میکانی قوت مروڑ بذریعہ ترکیب توانائی

یہاں یک دوری مشین پر غور کیا جائے گا جس سے حاصل نتائج با آسانی زیادہ دور کی مشینوں پر لاگو کیے جا سکتے ہیں۔ شکل 5.28 میں یک دوری کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس مشین کے دو لچھوں کے بیچ کوئی زاویہ ہو گا جسے $\theta$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر مقام پر یکساں ہے لہٰذا ابھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔ مزید، قالب کا جزو مقناطیس مستقل لامتناہی $(\mu_r \to \infty)$ تصور کیا گیا ہے لہٰذا لچھوں کا امالہ صرف خلائی درز کے مقناطیسی مستقل[46] $\mu_0$ پر منحصر ہو گا۔

اس طرح ساکن لچھے کا امالہ $L_{aa}$ اور گھومے لچھے کا امالہ $L_{rr}$ مستقل ہوں گے جبکہ ان کا مشترکہ امالہ $L_{ar}(\theta)$ زاویہ $\theta$ پر منحصر ہو گا۔ مساوات 5.72 میں لچھا $a$ کا ارتباط بہاو $\lambda_a$ دیا گیا ہے جہاں زاویہ $\omega t$ کو شکل 5.25 میں $\theta_m$ اور شکل 5.28 میں $\theta$ کہا گیا ہے۔ ارتباط بہاو $\lambda_a$ کو میدانی لچھا کے رو $I_m$ سے تقسیم کرنے سے میدانی لچھا اور لچھا $a$ کے بیچ مشترکہ امالہ $L_{ar}$

$$L_{ar} = L_{ar0}\cos\theta \tag{5.78}$$

حاصل ہو گا۔ اس مساوات میں $L_{ar0} = \frac{N\phi_0}{I_m}$ لیا گیا ہے۔ ساکن اور گھومتے لچھوں کے ارتباط بہاو (مساوات 2.33 اور مساوات 2.36 کے تحت) درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ar}(\theta)i_r = L_{aa}i_a + L_{ar0}\cos(\theta)i_r\\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta)i_a + L_{rr}i_r = L_{ar0}\cos(\theta)i_a + L_{rr}i_r\end{aligned} \tag{5.79}$$

---

[46] magnetic constant, permeability

ساکن لچھے کی مزاحمت $R_a$ اور گھومتے لچھے کی مزاحمت $R_r$ لیتے ہوئے ان لچھوں کے سروں پر قانون کرخوف سے برقی دباو درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{\mathrm{d}\lambda_a}{\mathrm{d}t} = i_a R_a + L_{aa}\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + L_{ar0}\cos\theta\frac{\mathrm{d}i_r}{\mathrm{d}t} - L_{ar0} i_r \sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{\mathrm{d}\lambda_r}{\mathrm{d}t} = i_r R_r + L_{ar0}\cos\theta\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} - L_{ar0} i_a \sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + L_{rr}\frac{\mathrm{d}i_r}{\mathrm{d}t} \end{aligned} \tag{5.80}$$

یہاں $\theta$ برقی زاویہ ہے جس کی وقت کے ساتھ تبدیلی، زاویائی رفتار $\omega$ ہو گا۔

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega \tag{5.81}$$

میکانی قوت مروڑ بذریعہ ہم-توانائی حاصل کی جا سکتی ہے۔ ہم-توانائی صفحہ 126 پر مساوات 4.72 سے حاصل ہو گی۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$W'_m = \frac{1}{2}L_{aa}i_a^2 + \frac{1}{2}L_{rr}i_r^2 + L_{ar0}i_a i_r\cos\theta \tag{5.82}$$

اس سے میکانی قوت مروڑ $T_m$ حاصل کرتے ہیں۔

$$T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial\theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial\theta}\frac{\partial\theta}{\partial\theta_m} \tag{5.83}$$

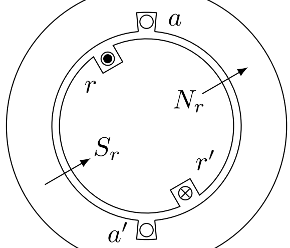
چونکہ $P$ قطب مشینوں کے لئے درج ذیل ہوتا ہے

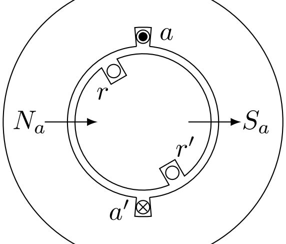
$$\theta = \frac{P}{2}\theta_m \tag{5.84}$$

لہٰذا ہمیں مساوات 5.83 سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$T_m = -\frac{P}{2}L_{ar0}i_a i_r \sin\left(\frac{P}{2}\theta_m\right) \tag{5.85}$$

اس مساوات میں قوت مروڑ $T_m$ کی علامت منفی ہے۔ یوں جس لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاو کے بیچ زاویہ مثبت ہو، اس لمحہ پر ان لچھوں کے بیچ قوت مروڑ منفی ہو گا۔ قوت مروڑ دونوں مقناطیسی بہاو کو ایک رخ میں رکھنے کی کوشش کرتا ہے۔




شکل 5.29: لچھوں کے قطبین۔

### 5.7.2 میکانی قوت مروڑ بذریعہ مقناطیسی بہاو

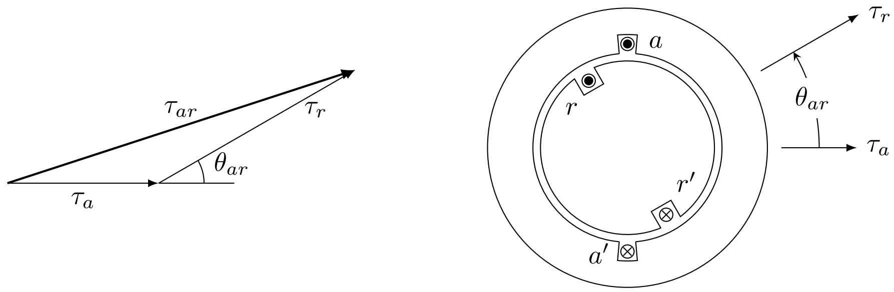
شکل 5.29-ا میں دو قطبی یک دوری مشین کے صرف گھومتے لچھے میں برقی رو پایا جاتا ہے۔ مشین کا گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین دکھائے گئے ہیں۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاو تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے لہٰذا تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔

شکل 5.29-ب میں صرف ساکن لچھے میں برقی رو پایا جاتا ہے۔ ساکن حصہ سے مقناطیسی بہاو خارج ہو کر خلائی درز سے ہوتا ہوا گھومتے حصہ میں داخل ہوتا ہے لہٰذا یہی اس کا شمالی قطب ہو گا۔ یہاں ساکن حصہ ایک مقناطیس مانند ہے جس کا محور تیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اگرچہ شکل 5.29 میں گچھ لچھے دکھائے گئے ہیں، درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباو سائن۔نما ہوں گے اور تیر کے نشانات ان مقناطیسی دباو کی امواج کی چوٹیوں کو ظاہر کریں گے۔

شکل 5.30 میں دونوں لچھوں کو برقی رو فراہم کیا گیا ہے۔ دونوں لچھوں کے مخالف قطبین کے بیچ قوت کشش پائی جائے گی جس کی بنا دونوں لچھے ہم رخ ہونے کی کوشش کریں گے۔

واضح رہے کہ دونوں لچھے (مقناطیس) کوشش کریں گے کہ $\theta_{ar}$ صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانی قوت مروڑ $\theta_{ar}$ کے مخالف رخ ہو گا۔ یہی مساوات 5.85 کہتی ہے ۔




شکل 5.30: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباو۔

لچھوں کے مقناطیسی دباو کو مقناطیسی محور کے رخ $\boldsymbol{\tau}_a$ اور $\boldsymbol{\tau}_r$ سے ظاہر کیا گیا ہے جہاں $\tau_a$ اور $\tau_r$ سائن نما مقناطیسی دباو کی چوٹیوں کے برابر ہیں۔ خلائی درز میں کل مقناطیسی دباو $\boldsymbol{\tau}_{ar}$ ان کا مجموعہ ہو گا جس کا طول $\tau_{ar}$ کلیہ کوسائن[47] سے حاصل ہو گا:

$$\begin{aligned}\tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r\cos(180° - \theta_{ar}) \\ &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r\cos\theta_{ar}\end{aligned} \tag{5.86}$$

خلائی درز میں کل مقناطیسی دباو $\tau_{ar}$ درج ذیل مقناطیسی شدت $H_{ar}$ پیدا کرے گا جہاں $l_g$ خلائی درز کی لمبائی ہے۔

$$\tau_{ar} = H_{ar} l_g \tag{5.87}$$

$H_{ar}$ مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ خلاء میں جس مقام پر مقناطیسی شدت $H$ ہو وہاں مقناطیسی ہم-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2}H^2$ ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کی کثافت، درز میں $H^2$ کی اوسط کو $\frac{\mu_0}{2}$ سے ضرب کر کے حاصل ہو گا۔ کسی بھی سائن نما موج $H = H_0\cos\theta$ کے مربع $H^2$ کا اوسط درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}H^2_{\text{اوسط}} &= \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 \,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2\cos^2\theta \,\mathrm{d}\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2\theta}{2}\,\mathrm{d}\theta = \frac{H_0^2}{\pi}\left.\frac{\theta + \frac{\sin 2\theta}{2}}{2}\right|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{H_0^2}{2}\end{aligned} \tag{5.88}$$

---

cosine law[47]

یوں خلائی درز میں، جہاں مقناطیسی میدان کا حیطہ $H_{ar}$ ہے، اوسط ہم-توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2}\frac{H_{ar}^2}{2}$ ہو گی۔ خلائی درز میں اوسط ہم-توانائی کو خلاء کے حجم سے ضرب کر کے درز میں کل ہم-توانائی $W'_m$ حاصل ہو گی:

$$W'_m = \frac{\mu_0}{2}\frac{H_{ar}^2}{2}2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g}\tau_{ar}^2 \tag{5.89}$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی $l_g$ اور دھرے[48] کے رخ محوری لمبائی[49] $l$ ہے۔ محور سے خلائی درز کا اوسط رداسی فاصلہ $r$ ہے۔ مزید $l_g \ll r$ تصور کیا گیا ہے جس کی بنا درز میں رداسی رخ، کثافت مقناطیسی بہاو کی تبدیلی نظر انداز کی جا سکتی ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات 5.86 کی مدد سے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g}\left(\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r\cos\theta_{ar}\right) \tag{5.90}$$

یوں میکانی قوت مروڑ درج ذیل ہو گا۔

$$T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a\tau_r\sin\theta_{ar} \tag{5.91}$$

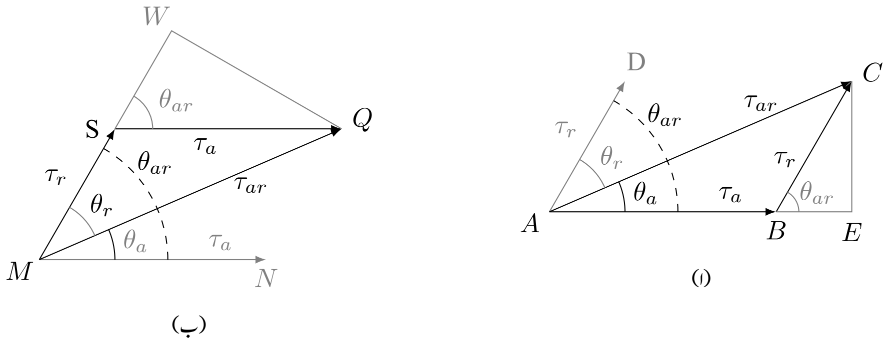
مساوات 5.91 میں قوت مروڑ دو قطبی مشین کے لئے حاصل کی گئی۔ $P$ قطبی مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کی میکانی قوت مروڑ دیتی ہے لہٰذا $P$ قطبی مشین کی قوت مروڑ $\frac{P}{2}$ گنّا ہو گی:

$$T_m = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a\tau_r\sin\theta_{ar} \tag{5.92}$$

مساوات 5.92 ایک اہم مساوات ہے جس کے مطابق مشین کی میکانی قوت مروڑ، ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباو کی چوٹیوں اور دونوں کے بیچ برقی زاویہ $\theta_{ar}$ کے سائن کی راست متناسب ہو گی۔ منفی میکانی قوت مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ $\theta_{ar}$ کے مخالف رخ ہو گی یعنی میکانی قوت مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی کوشش کرے گی۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک دوسرے کے برابر لیکن مخالف رخ میکانی قوت مروڑ ہو گی البتہ ساکن حصے کی قوت مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہو گی جبکہ گھومتے حصے کی میکانی قوت مروڑ اس حصہ کو متحرک کرتی ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباو لچھے کے برقی رو کا راست متناسب ہے لہٰذا $\tau_a$ اور $i_a$ آپس میں راست متناسب ہوں گے جبکہ $\tau_r$ اور $i_r$ آپس میں راست متناسب ہوں گے۔ یوں ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات 5.85 اور 5.92 ایک دوسرے جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل ایک جیسے ہیں۔

---
[48] axis
[49] axial length




شکل 5.31: مقناطیسی بہاو اور ان کے زاویے۔

شکل 5.31 میں دوبارہ ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباو دکھائے گئے ہیں۔ شکل-ا کی تکون $\Delta AEC$ اور $\Delta BEC$ میں $CE$ مشترک ہے جو درج ذیل ہو گا۔

$$CE = \tau_r \sin\theta_{ar} = \tau_{ar}\sin\theta_a \tag{5.93}$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.92 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$T_m = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a\tau_{ar}\sin\theta_a \tag{5.94}$$

اسی طرح شکل 5.31-ب کی تکون $\Delta MWQ$ اور تکون $\Delta SWQ$ میں $WQ$ مشترک ہے جو درج ذیل ہو گا۔

$$WQ = \tau_a \sin\theta_{ar} = \tau_{ar}\sin\theta_r \tag{5.95}$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.92 کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$T_m = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_r\tau_{ar}\sin\theta_r \tag{5.96}$$

مساوات 5.92، مساوات 5.94 اور مساوات 5.96 کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
T_m &= -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a\tau_r\sin\theta_{ar}\\
T_m &= -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a\tau_{ar}\sin\theta_a\\
T_m &= -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_r\tau_{ar}\sin\theta_r
\end{aligned} \tag{5.97}$$

ان مساوات سے واضح ہے کہ میکانی قوت مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباو اور ان کے بیچ زاویہ کی صورت میں، یا کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباو، کل مقناطیسی دباو اور ان کے بیچ زاویہ کی صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جا سکتا ہے کہ میکانی قوت مروڑ دو مقناطیسی دباو کی آپس میں رد عمل کی وجہ سے پیدا اور مقناطیسی دباو کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباو، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاو اور مقناطیسی بہاو آپس میں تعلق رکھتے ہیں جنہیں مختلف طریقوں سے لکھا جا سکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباو $\tau_{ar}$ اور درز میں کثافت مقناطیسی بہاو $B_{ar}$ کا تعلق

$$B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g} \tag{5.98}$$

استعمال کر کے مساوات 5.97 کے آخری جزو کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$T_m = -\frac{P}{2}\pi r l \tau_r B_{ar} \sin\theta_r \tag{5.99}$$

مقناطیسی مشینوں کی قابلی مقناطیسی مستقل $\mu$ کی محدود قیمت کی بنا قالب میں کثافت مقناطیسی بہاو تقریباً ایک ٹسلا تک ہی بڑھائی جا سکتی ہے۔ مشین کی بناوٹ کے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا ہو گا۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباو اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جا سکتا ہے جہاں تک لچھے کو ٹھنڈا رکھنا ممکن ہو۔ یوں مقناطیسی دباو کو ایک حد سے نیچے رکھنا ہو گا۔ مساوات 5.99 میں $B_{ar}$ اور $\tau_r$ دونوں صریحاً موجود ہیں لہٰذا مشین کی بناوٹ کے نقطہ نظر سے یہ ایک اہم مساوات ہے۔

مساوات 5.99 کی دوسری اہم صورت دیکھتے ہیں۔ قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاو $B_{\text{اوسط}}$ اور قطب کے رقبہ $A_P$

$$B_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos\theta \,\mathrm{d}\theta = \frac{2B_0}{\pi} \tag{5.100}$$

$$A_P = \frac{2\pi r l}{P} \tag{5.101}$$

کا حاصل ضرب قطب پر مقناطیسی بہاو $\phi_P$ ہوتا ہے لہٰذا

$$\phi_P = \frac{2B_0}{\pi}\frac{2\pi r l}{P} \tag{5.102}$$

اور

$$T_m = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{P}{2}\right)^2 \phi_{ar}\tau_r \sin\theta_r \tag{5.103}$$

ہوں گے۔ مساوات 5.103 معاصر مشینوں کے لئے بہت کار آمد ہے۔

# باب 6

# یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

معاصر مشین وہ گھومنے والی مشین ہے جو ایک مقررہ رفتار سے گھومتی ہے۔ یہ رفتار فراہم کردہ برقی دباو کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

کسی جنریٹر پر بوجھ تبدیل کرنے یا جنریٹر کو میکانی طاقت فراہم کرنے والے کی رفتار تبدیل کرنے کے چند ہی لمحات میں جنریٹر نئی حالات کے مطابق دوبارہ برقرار صورت اختیار کر لیتا ہے۔اس برقرار چالو حال میں اس کی رفتار، برقی دباو، برقی رو، درجہ حرارت وغیرہ تبدیل نہیں ہوتے ہیں۔اسی طرح موٹر پر بوجھ تبدیل کرنے سے موٹر کی درکار طاقت اور برقی رو تبدیل ہوں گے۔بوجھ تبدیل ہونے سے قبل موٹر ایک مستقل برقی رو حاصل کرتی اور ایک مستقل درجہ حرارت پر رہتی ہے۔بوجھ تبدیل ہونے کے چند ہی لمحات میں موٹر دوبارہ ایک نئی برقرار چالو صورت اختیار کرتی ہے جہاں اس کا برقی رو ایک نئی قیمت پر برقرار رہتا ہے اور اس کا درجہ حرارت بھی ایک نئی قیمت اختیار کرتا ہے۔دو مختلف برقرار چالو، یکساں صورتوں کے درمیان چند لمحات کے لئے مشین عارضی حال[1] میں ہوتی ہے۔اس باب میں یکساں حال[2]، برقرار چالو معاصر مشین پر تبصرہ کیا جائے گا۔

معاصر مشین کے قوی لچھے عموماً ساکن ہوتے ہیں جبکہ اس کے میدانی لچھے معاصر رفتار سے گھومتے ہیں۔ میدانی لچھوں کا برقی رو قوی لچھوں کے برقی رو کی نسبت بہت کم ہوتا ہے لہٰذا میدانی لچھوں کو گھمایا جاتا ہے اور ان تک

[1] transient state
[2] steady state

برقی رو سرک چھلوں کے ذریعہ پہنچایا جاتا ہے۔ قوی لچھوں کو اس لئے گھومتے حصہ پر نسب نہیں کیا جاتا ہے کہ سرک چھلوں کے ذریعہ ان کا (نسبتاً بہر زیادہ) برقی رو منتقل کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ یوں قوی لچھوں کو ساکن رکھا جاتا ہے۔

ہم دیکھ چکے ہیں کہ تین دوری ساکن لچھوں میں متوازن تین دوری برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباو کی موج پیدا کرتے ہیں۔ اس گھومتی موج کی رفتار کو **معاصر رفتار**[3] کہتے ہیں۔ معاصر مشین کا گھومتا حصہ اسی رفتار سے گھومتا ہے۔

معاصر مشین کے میدانی لچھے کو یک سمت برقی رو درکار ہوتا ہے جو سرک چھلوں کے ذریعہ اس تک باہر سے پہنچایا جاتا ہے یا مشین کے دھرے پر نسب ایک چھوٹے یک سمت جنریٹر سے فراہم کیا جاتا ہے۔

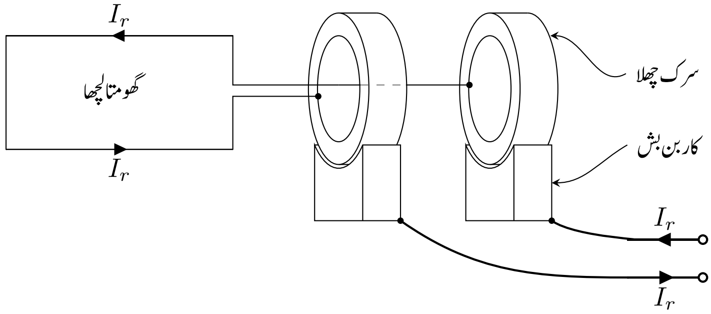
میدانی لچھا ایک میدانی مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جو میدانی لچھے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔ یوں معاصر مشین کے گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباو موج اور ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباو موج معاصر رفتار سے گھومتی ہیں جس کی بنا ان مشینوں کو **معاصر مشین** کہتے ہیں۔

## 6.1 متعدد دوری معاصر مشین

معاصر مشین عموماً تین دوری ہوتے ہیں۔ تین دوری ساکن قوی لچھے خلائی درز میں $120°$ برقی زاویہ پر نسب ہوتے ہیں جبکہ میدانی لچھے گھومتے حصے پر نسب ہوتے ہیں اور ان میں یک سمت برقی رو ہوتا ہے۔

مشین کے گھومتے حصے کو بیرونی میکانی طاقت سے گھمانے سے مشین ایک معاصر جنریٹر کے طور پر کام کرتی ہے اور اس کے تین دوری ساکن قوی لچھوں میں تین دوری برقی دباو پیدا ہو گا جس کا برقی تعدد گھومنے کی رفتار پر منحصر ہو گا۔ اس کے برعکس، مشین کے تین دوری ساکن قوی لچھوں کو تین دوری برقی طاقت مہیا کرنے سے مشین ایک معاصر موٹر کے طور پر کام کرتی ہے جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔ مشین کی کل برقی قوت کے چند فی صد برابر برقی قوت میدان لچھے کو درکار ہوتی ہے۔

[3] synchronous speed




شکل 6.1: کاربن بُش اور سرک چھلوں کے ذریعہ گھومتے لچھے تک برقی رو پہنچایا گیا ہے۔

گھومتے لچھے تک برقی دباو مختلف طریقوں سے پہنچایا جا سکتا ہے۔ شکل 6.1 میں گھومتے لچھے تک موصل سرک چھلے[4] کی مدد سے یک سمت برقی رو پہنچانے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ سرک چھلے اسی دھرے پر نسب ہوں گے جس پر گھومتا لچھا نسب ہو گا لہٰذا سرک چھلے اور گھومتے لچھے ایک ہی رفتار سے حرکت کریں گے۔

کاربن کے ساکن بش، اسپرنگ کی مدد سے، سرک چھلوں کی بیرونی سطح کے ساتھ دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ جب مشین چلتی ہے، کاربن بش ان سرک چھلوں پر سرکتے ہیں۔ اسپرنگ کا دباو ان کا برقی جوڑ مضبوط رکھتا ہے تا کہ ان کے بیچ چنگاریاں نہ نکلیں۔ کاربن بش کے ساتھ برقی تار جڑی ہے۔ یک سمت برقی رو $I_r$ ، کاربن بش[5] اور سرک چھلوں سے ہوتا ہوا، گھومتے لچھے تک پہنچتا ہے۔

بڑی معاصر مشین کا میدانی یک سمت رو عموماً ایک چھوٹے بدلتا رو جنریٹر سے حاصل کیا جاتا ہے جو معاصر مشین کے دھرے پر نسب ہوتا ہے اور دھرے کے ساتھ گھومتا ہے۔ چھوٹے جنریٹر کے برقی دباو کو دھرے پر نسب برقیاتی سمت کار کی مدد سے یک سمت برقی دباو میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں سرک چھلے کی ضرورت پیش نہیں آتی ہے۔ سرک چھلے بوجہ رگڑ خراب ہوتے ہیں جس کی وجہ سے معاصر مشین کی مرمت درکار ہوتی ہے جو ایک مہنگا کام ہے۔ اسی لئے چھوٹا جنریٹر استعمال کرتے ہوئے سرک چھلوں سے نجات حاصل کی جاتی ہے۔

اُبھرے قطب[6] مشین، پانی سے چلنے والے سست رفتار جنریٹر اور عام استعمال کی موٹروں کے لئے موزوں ہیں جبکہ ہموار قطب[7] مشین، تیز رفتار دو یا چار قطبی چرخاب[8] جنریٹروں کے لئے موزوں ہیں۔

---

slip rings[4]
carbon bush[5]
salient poles[6]
non-salient poles[7]
turbine[8]

ایک (بڑی) سلطنت کو درکار برقی توانائی کسی ایک جنریٹر سے پیدا کرنا ممکن نہیں ہوتا ہے بلکہ چند درجن سے لے کر کئی سو جنریٹر بیک وقت یہ فرائضہ سرانجام دیتے ہیں۔ ایک سے زیادہ جنریٹر استعمال کرنا فائدہ مند ثابت ہوتا ہے۔ اول، برقی توانائی کی ضرورت کے مطابق جنریٹر چالو کئے جا سکتے ہیں۔ دوم، جنریٹروں کو ان مقامات کے قریب نسب کیا جا سکتا ہے جہاں جہاں برقی توانائی درکار ہو۔ اس طرح کے بڑے نظام میں ایک جنریٹر کی حیثیت بہت کم ہوتی ہے لہٰذا کسی ایک جنریٹر کو چالو یا بند کرنے سے پورے نظام پر کوئی خاص اثر نہیں پڑتا ہے۔ یوں ہم سلطنت کے برقی نظام کو ایک مقررہ برقی دباو اور ایک مقررہ برقی تعدد کا لامتناہی نظام تصور کر سکتے ہیں۔ معاصر جنریٹر کو لامتناہی نظام کے ساتھ جڑا تصور کر کے معاصر جنریٹر کے کئی اہم پہلو با آسانی سمجھے جا سکتے ہیں۔

مساوات 5.103 معاصر مشین کی قوت مروڑ دیتی ہے۔اس مساوات کے مطابق برقی قوت مروڑ، مشین میں موجود متعامل مقناطیسی دباو کو ایک دوسرے کی سیدھ میں لانے کی کوشش کرتی ہے۔ برقرار چالو مشین کی برقی قوت مروڑ اور مشین کے دھرے پر لاگو میکانی قوت مروڑ ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں۔ جب مشین ایک جنریٹر کی حیثیت سے استعمال ہو تب میکانی طاقت دھرے کو گھماتا ہے اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباو کل مقناطیسی دباو سے گھومنے کے رخ آگے ہوتا ہے۔ مساوات 5.103 سے حاصل قوت مروڑ ایسی صورت میں مشین کو گھومنے سے روکنے کی کوشش کرتا ہے۔میکانی طاقت چلتے پانی، ایندھن سے چلتے انجن، وغیرہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ اسی طرح اگر مشین ایک موٹر کی حیثیت سے استعمال ہو، تب صورت اس کے بالکل اُلٹ ہو گی۔

کل مقناطیسی بہاو $\phi_{ar}$ اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباو $\tau_r$ تبدیل نہ ہونے کی صورت میں مساوات 5.103 کے مطابق مشین کی قوت مروڑ $\sin\theta_r$ کے ساتھ تبدیل ہو گی۔ اگر زاویہ $\theta_r$ صفر ہو تب قوت مروڑ بھی صفر ہو گی۔ اب تصور کریں کہ یہ مشین ایک موٹر کے طور پر استعمال ہو رہی ہے۔ جیسے جیسے موٹر پر لدا میکانی بوجھ بڑھایا جاتا ہے ویسے ویسے اس کے دھرے پر میکانی قوت مروڑ بڑھے گی۔ موٹر اس زاویہ کو بڑھا بڑھا کر برابر کی برقی قوت مروڑ پیدا کرے گی۔یہاں یہ سمجھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر وقت معاصر رفتار سے گھومتی ہے ماسوائے ان لمحات کے لئے جن کے دوران موٹر آہستہ یا تیز ہو کر زاویہ کو ضرورت کے مطابق درست کرتی ہے۔یعنی موٹر کا زاویہ $\theta_r$ ہر وقت میکانی قوت مروڑ کا تعقب[9] کرتا ہے۔

موٹر پر لدا میکانی بوجھ بتدریج بڑھانے سے ایک لمحہ آئے گا جب زاویہ $\theta_r$ نوے درجہ، $\frac{\pi}{2}$ ریڈیئن، تک پہنچتا ہے۔ اس لمحہ موٹر اپنی انتہائی قوت مروڑ[10] پیدا کرے گی۔ موٹر کسی بھی صورت میں اس سے زیادہ قوت مروڑ پیدا نہیں کر سکتی ہے لہٰذا بوجھ مزید بڑھانے سے موٹر رک جائے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ موٹر نے غیر معاصر[11] صورت اختیار

---
[9] hunting
[10] pull out torque
[11] lost synchronism

کر لی ہے۔ مساوات 5.103 سے ظاہر ہے کہ ایک قطب کا کل مقناطیسی بہاو یا (اور) گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباو بڑھا کر موٹر کی انتہائی قوت مروڑ بڑھائی جا سکتی ہے۔

یہی صورت حال اگر مشین برقی جنریٹر کے طور پر استعمال کی جائے سامنے آتی ہے۔ جب بھی مشین غیر معاصر صورت اختیار کرے، اسے جلد خود کار دور شکن[12] کی مدد سے برقی بھم رسانی سے الگ کر دیا جاتا ہے۔

ہم نے دیکھا کہ ایک معاصر موٹر صرف اور صرف معاصر رفتار سے ہی گھوم سکتی ہے اور صرف اسی رفتار پر گھوم کر قوت مروڑ پیدا کر سکتی ہے لہٰذا ساکن معاصر موٹر کو چالو کرنے کی کوشش ناکام ہو گی۔ معاصر موٹر کو پہلے کسی دوسرے طریقے سے معاصر رفتار تک لایا جاتا ہے اور اس کے بعد اسے چالو کیا جاتا ہے۔ ایسا عموماً ایک چھوٹی امالی موٹر[13] کی مدد سے کیا جاتا ہے جو بے بوجھ معاصر موٹر کو معاصر رفتار تک پہنچاتی ہے جس کے بعد معاصر موٹر کو چالو کیا جاتا ہے۔ ایسی امالہ موٹر عموماً معاصر موٹر کے دھرے پر نسب ہوتی ہے۔

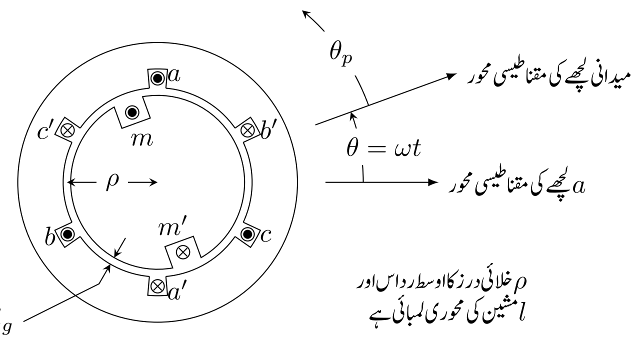
## 6.2 معاصر مشین کے امالہ

ہم تصور کرتے ہیں کہ مشین دو قطب اور تین دوری ہے اور اس کے لچھے ستارہ نما جڑے ہیں۔اس طرح لچھوں میں برقی رو، تار برقی رو[14] ہی ہو گا اور ان پر لاگو برقی دباو، یک دوری برقی دباو ہو گا۔ایسا کرنے سے مسئلے پر غور کرنا آسان اور نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

شکل 6.2 میں ایک ایسی تین دوری دو قطبی معاصر مشین دکھائی گئی ہے۔ اس کا گھومتا حصہ نلکی نما ہے۔اس کو دو قطبی مشین یا $P$ قطبی مشین کے دو قطبین کا حصہ تصور کیا جا سکتا ہے۔

اگرچہ یہاں گچھ لچھے دکھائے گئے ہیں، حقیقت میں پھیلے لچھے استعمال ہوں گے لہٰذا انہیں پھیلے لچھے تصور کریں۔ اس طرح ہر لچھا سائن نما برقی دباو پیدا کرتا ہے جس کی چوٹی لچھے کی مقناطیسی محور کے رخ ہو گی۔ چونکہ معاصر مشین کے گھومتے لچھے میں یک سمت رو ہوتا ہے لہٰذا، جیسا شکل 6.2 میں دکھایا گیا ہے، اس لچھے کا مقناطیسی دباو ہر

[12] circuit breaker
[13] induction motor
[14] line current




شکل 6.2: تین دوری، دو قطبی معاصر مشین۔

لمحہ گھومتے حصہ کی مقناطیسی محور کے رخ ہو گا۔ گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباو گھومتے حصہ کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومے گا۔

فرض کریں کہ یہ مشین معاصر رفتار $\omega$ سے گھوم رہی ہے۔ یوں اگر لمحہ $t = 0$ پر دور $a$ اور گھومتے لچھے کی مقناطیسی محور کے رخ ایک دوسرے جیسے ہوں تب کسی بھی لمحہ $t$ پر ان کے بیچ زاویہ $\theta = \omega t$ ہو گا۔ امالہ کا ریاضی حساب کرنے کے لئے شکل 6.2 سے رجوع کریں جہاں محیط پر خلائی درز یکساں ہے۔ رداسی رخ خلائی درز کی لمبائی $l_g$ ہے۔ ساکن حصے میں شگافوں کے اثر کو نظرانداز کریں۔ محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ $\rho$ ہے اور مشین کی محوری لمبائی (دھرے کے رخ) $l$ ہے۔

کسی بھی لچھے کے خود امالہ کا حساب کرتے وقت باقی تمام لچھوں کو نظرانداز کریں۔ یوں باقی تمام لچھوں میں برقی رو صفر تصور کریں، یعنی ان لچھوں کے سرے آزاد رکھیں۔ کسی ایک لچھے کے خود امالہ کو پیما سے ناپتے وقت بھی باقی تمام لچھوں کے سرے آزاد رکھیں جائیں گے۔

### 6.2.1 خود امالہ

گھومتے یا ساکن لچھے کا خود امالہ $L$ زاویہ $\theta$ پر منحصر نہیں ہو گا۔ ان میں سے کسی بھی لچھے کا مقناطیسی دباو $\tau$

$$\tau = k_w \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta_p \tag{6.1}$$

خلائی درز میں درج ذیل کثافت مقناطیسی بہاو $B$ پیدا کرے گا جہاں $\theta_p$ لچھے کے محور سے ناپا جائے گا۔

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{\tau}{l_g} = \mu_0 k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2l_g} \cos\theta_p \tag{6.2}$$

یہ مساوات زاویہ $\theta_p$ کے ساتھ کثافت مقناطیسی دباو $B$ کا تعلق پیش کرتی ہے۔ لچھا کے ایک قطب پر کل مقناطیسی بہاو $\phi$ اس مساوات کا سطحی تکمل[15] دے گا۔

$$\begin{aligned}
\phi &= \int \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} Bl\rho \,\mathrm{d}\theta_p \\
&= \mu_0 k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2l_g} l\rho \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p \\
&= \frac{4\mu_0 k_w N i l \rho}{\pi l_g}
\end{aligned} \tag{6.3}$$

ایک لچھے کا خود امالہ $L$، مساوات 2.29 میں جزو پھیلاو $k_w$ کا اثر شامل کرتے ہوئے حاصل کرتے ہیں۔

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{k_w N \phi}{i} = \frac{4\mu_0 k_w^2 N^2 l\rho}{\pi l_g} \tag{6.4}$$

یہ مساوات شکل 6.2 میں تینوں قوی لچھوں کا خود امالہ

$$L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0} = \frac{4\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l\rho}{\pi l_g} \tag{6.5}$$

اور میدانی لچھے کا خود امالہ دیتی ہے۔

$$L_{mm0} = \frac{4\mu_0 k_{wm}^2 N_m^2 l\rho}{\pi l_g} \tag{6.6}$$

### 6.2.2 مشترکہ امالہ

اب ہم دو لچھوں کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ تصور کریں صرف گھومتا لچھا مقناطیسی بہاو پیدا کر رہا ہے۔ ہم بہاو کے اس حصہ سے، جو $a$ لچھا سے گزرتا ہے، گھومتے لچھا اور $a$ لچھا کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ شکل 6.2

[15] surface integral

میں گھومتے اور $a$ لچھا کے بیچ زاویہ $\theta$ ہے۔ایسی صورت میں $(-\frac{\pi}{2}-\theta) < \theta_p < (\frac{\pi}{2}-\theta)$ کے بیچ بہاو، $a$ لچھا سے گزرے گا۔ اس مقناطیسی بہاو کا حساب مساوات 6.3 میں تکمل کی حدیں تبدیل کر کے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\phi_{am} &= \int \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} Bl\rho \, \mathrm{d}\theta_p \\
&= \mu_0 k_{wm} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2l_g} l\rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} \cos\theta_p \, \mathrm{d}\theta_p \\
&= \frac{4\mu_0 k_{wm} N_m i_m l\rho}{\pi l_g} \cos\theta
\end{aligned} \tag{6.7}$$

یوں گھومتے لچھا اور $a$ لچھا کا مشترکہ امالہ

$$L_{am} = \frac{\lambda_{am}}{i_m} = \frac{k_{wa} N_a \phi_{am}}{i_m} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l\rho}{\pi l_g} \cos\theta \tag{6.8}$$

یا

$$L_{am} = L_{am0} \cos\theta \tag{6.9}$$

ہو گا جہاں

$$L_{am0} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l\rho}{\pi l_g} \tag{6.10}$$

ہے اور $\theta = \omega t$ گھومنے کی رفتار پر منحصر ہو گا۔ اگرچہ مساوات 6.9 ایک گھومتے اور ایک ساکن لچھے کے لئے حاصل کی گئی ہے، درحقیقت یہ شکل 6.2 میں کسی بھی دو لچھوں کے لئے درست ہے۔ دونوں لچھوں کو ساکن یا دونوں کو متحرک تصور کر کے بھی یہی نتیجہ حاصل ہو گا۔ یوں دو ساکن یکساں لچھے، مثلاً $a$ اور $b$ جن کے بیچ $120°$ زاویہ ہے، کا مشترکہ امالہ

$$L_{ab} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wb} N_a N_b l\rho}{\pi l_g} \cos 120° = -\frac{2\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l\rho}{\pi l_g} \tag{6.11}$$

ہو گا جہاں یکسانیت کی بدولت $k_{wb} = k_{wa}$ اور $N_b = N_a$ لئے گئے ہیں۔اگر تینوں ساکن لچھے بالکل یکساں ہوں تب درج بالا مساوات اور مساوات 6.5 کی مدد سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{L_{aa0}}{2} \tag{6.12}$$

### 6.2.3 معاصر امالہ

مشین پر لاگو برقی دباو کو مشین کے لچھوں کا خود امالہ، مشترکہ امالہ اور لچھوں کے برقی رو کی مدد سے لکھا جا سکتا ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہم پہلے لچھوں کی ارتباط بہاو $\lambda$ کو ان کے امالہ اور برقی رو کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \\ \lambda_b &= L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bm}I_m \\ \lambda_c &= L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cm}I_m \\ \lambda_m &= L_{ma}i_a + L_{mb}i_b + L_{mc}i_c + L_{mm}I_m\end{aligned} \tag{6.13}$$

ان مساوات میں ساکن لچھوں کا بدلتا رو چھوٹے حروف $i_a, i_b, i_c$ جبکہ گھومتے میدانی لچھے کا یک سمت رو بڑے حرف $I_m$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ان چار مساوات میں سے ہم کسی ایک کو حل کرتے ہیں۔ چونکہ چاروں مساوات ایک طرح کی ہیں لہٰذا باقی بھی اسی طرح حل ہوں گی۔ ہم ان میں پہلی مساوات منتخب کرتے ہیں:

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \tag{6.14}$$

مساوات 6.5 لچھا $a$ کا خود امالہ دیتی ہے اور اس کو حاصل کرتے ہوئے تصور کیا گیا کہ لچھے کا پورا مقناطیسی بہاو خلائی درز سے گزرتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا ہے اور مقناطیسی بہاو کا کچھ حصہ خلائی درز سے گزر کر دوسری جانب نہیں پہنچ پاتا ہے بلکہ خلائی درز میں رہتے ہوئے لچھے کے گرد چکر کا کچھ حصہ مکمل کرتا ہے۔ مقناطیسی بہاو کا یہ حصہ رستا امالہ[16] $L_{al}$ پیدا کرتا ہے جو ٹرانسفارمر کے رستا امالہ کی طرح ہوتا ہے۔ یوں لچھے کا کل خود امالہ $L_{aa}$ دو حصوں پر مشتمل ہو گا:

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{al} \tag{6.15}$$

ہم مساوات 6.5، مساوات 6.9، مساوات 6.12 اور مساوات 6.15 کی مدد سے مساوات 6.14 کو درج ذیل صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})\, i_a - \frac{L_{aa0}}{2} i_b - \frac{L_{aa0}}{2} i_c + L_{am0} I_m \cos\omega t \\ &= (L_{aa0} + L_{al})\, i_a - \frac{L_{aa0}}{2}(i_b + i_c) + L_{am0} I_m \cos\omega t\end{aligned} \tag{6.16}$$

---

[16] leakage inductance

اب تین دوری برقی رو کا مجموعہ صفر ہوتا ہے

$$i_a + i_b + i_c = 0 \tag{6.17}$$

لہٰذا مساوات 6.16 میں اس کو استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})\, i_a - \frac{L_{aa0}}{2}(-i_a) + L_{am0} I_m \cos\omega t \\ &= \left(\frac{3}{2}L_{aa0} + L_{al}\right) i_a + L_{am0} I_m \cos\omega t \\ &= L_s i_a + L_{am0} I_m \cos\omega t\end{aligned} \tag{6.18}$$

حاصل ہو گا جہاں

$$L_s = \frac{3}{2}L_{aa0} + L_{al} \tag{6.19}$$

کو معاصر امالہ[17] کہتے ہیں۔

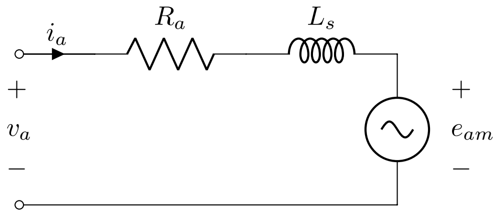
مساوات 6.19 اور مساوات 5.49 پر ایک مرتبہ دوبارہ غور کریں۔ یہ دونوں ایک دوسرے جیسے ہیں۔ وہاں کل گھومتا مقناطیسی دباو ایک لچھے کے مقناطیسی دباو کا $\frac{3}{2}$ گنّا تھا اور یہاں معاصر امالہ ایک لچھے کے امالہ کا $\frac{3}{2}$ گنّا ہے۔ یہ دو مساوات ایک ہی حقیقت کے دو پہلو ہیں۔

معاصر امالہ تین حصوں پر مشتمل ہے۔ پہلا حصہ $L_{aa0}$ ہے جو $a$ لچھے کا خود امالہ ہے۔ دوسرا حصہ $\frac{L_{aa0}}{2}$، لچھا $a$ کا باقی دو لچھوں کے ساتھ اس صورت مشترکہ امالہ ہے جب مشین میں تین دوری متوازن برقی رو ہو۔ تیسرا حصہ $L_{al}$، لچھا $a$ کا رستا امالہ ہے۔ یوں متوازن برقی رو کی صورت میں معاصر امالہ، مشین کے ایک لچھے کا ظاہری امالہ ہوتا ہے۔

مثال 6.1: ایک معاصر جنریٹر کا یک دوری کل خود امالہ $2.2\,\mathrm{mH}$ اور رستا امالہ $0.2\,\mathrm{mH}$ ہے۔ اس مشین کی دو قوی لچھوں کا مشترکہ امالہ اور مشین کا معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: چونکہ $L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$ ہوتا ہے لہٰذا $L_{aa0} = 2\,\mathrm{mH}$ ہو گا۔ مساوات 6.12 کی مدد سے $L_{ab} = -1\,\mathrm{mH}$ اور مساوات 6.19 کی مدد سے $L_s = 3.2\,\mathrm{mH}$ ہو گا۔ □

[17] synchronous inductance




شکل 6.3: معاصر موٹر کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ۔

## 6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ

لچھا $a$ پر لاگو برقی دباو لچھے کی مزاحمت $R_a$ میں برقی دباو کے گھٹاو اور $\lambda_a$ کے برقی دباو کے برابر ہو گا

$$\begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{\mathrm{d}\lambda_a}{\mathrm{d}t} \\ &= i_a R_a + L_s \frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} - \omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\ &= i_a R_a + L_s \frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + e_{am} \end{aligned} \tag{6.20}$$

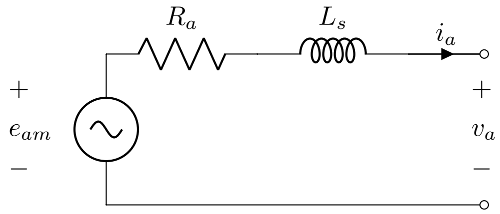
جہاں

$$\begin{aligned} e_{am} &= -\omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\ &= \omega L_{am0} I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \tag{6.21}$$

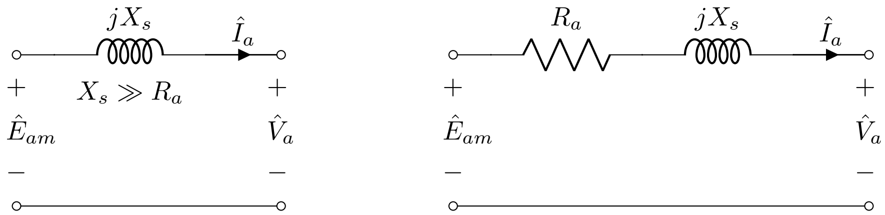
ہیجانی برقی دباو یا اندرونی پیدا برقی دباو کہلاتا ہے جو گھومتے لچھے سے پیدا مقناطیسی بہاو کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ اس کی موثر قیمت $E_{am,rms}$ مساوات 1.42 سے حاصل ہو گی۔

$$E_{am,rms} = \frac{\omega L_{am0} I_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f L_{am0} I_m \tag{6.22}$$

مساوات 6.20 کو ایک برقی دور سے ظاہر کیا جا سکتا ہے جسے شکل 6.3 میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی برقی دور میں لاگو برقی دباو کے مثبت سر سے (مثبت) رو خارج ہوتا ہے۔ یوں اس شکل میں برقی رو $i_a$ لاگو برقی دباو $v_a$ کے مثبت سر سے خارج ہوتا ہے۔ شکل 6.3 ایک موٹر کو ظاہر کرتی ہے جہاں موٹر کے مثبت سروں پر برقی رو داخل ہوتا ہے۔ اگر موٹر کی بجائے ایک معاصر جنریٹر کی بات ہوتی تب جنریٹر برقی دباو پیدا کرتا اور برقی رو اس جنریٹر کے مثبت سر




شکل 6.4: معاصر جنریٹر کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ۔




(ب) (ا)

شکل 6.5: معاصر جنریٹر کے مساوی ادوار۔

سے خارج ہوتا اور ہمیں شکل 6.3 کی بجائے شکل 6.4 حاصل ہوتا۔ شکل 6.4 سے جنریٹر کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$e_{am} = i_a R_a + L_s \frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + v_a \tag{6.23}$$

دھیان رہے کہ جنریٹر کے مساوی دور میں برقی رو کا مثبت رخ، موٹر کے مساوی دور میں برقی رو کے مثبت رخ کا اُلٹ ہے۔ مساوات 6.23 کی دوری سمتیہ روپ

$$\hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j\hat{I}_a X_s + \hat{V}_a \tag{6.24}$$

ہو گی جس کو شکل 6.5-ا میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 6.2: دو قطب، 50 ہرٹز کا ایک معاصر جنریٹر 40 ایمپیئر میدانی برقی رو پر 2100 وولٹ یک دوری موثر برقی دباو پیدا کرتا ہے۔ اس مشین کے قوی اور میدانی لچھوں کا مشترکہ امالہ تلاش کریں۔

حل: مساوات 6.22 سے $L_{am}$ حاصل کرتے ہیں۔

$$L_{am} = \frac{\sqrt{2}E_{am}}{\omega I_m} = \frac{\sqrt{2} \times 2100}{2 \times \pi \times 50 \times 40} = 0.2363\,\mathrm{H} \tag{6.25}$$

□

## 6.4 برقی طاقت کی منتقلی

ٹرانسفارمر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) شکل 3.23 میں اور معاصر جنریٹر کا مساوی دور شکل 6.5 میں دکھایا گیا ہے۔ یہ مساوی ادوار ایک دوسرے جیسے ہیں، لہٰذا مندرجہ ذیل بیان دونوں کے لئے درست ہو گا، اگرچہ یہاں ہمیں صرف معاصر مشینوں سے دلچسپی ہے۔

معاصر مشینوں میں عموماً $X_s$ کی قیمت $R_a$ کی قیمت سے سو یا دو سو گنا زیادہ ہو گی۔ یوں $X_s >> R_a$ ہو گا اور $R_a$ کو رد کرنا ممکن ہو گا۔ اس طرح شکل 6.5-ا سے شکل 6.5-ب حاصل ہو گا اور مساوات 6.24 درج ذیل صورت اختیار کرے گی۔

$$\hat{E}_{am} = j\hat{I}_a X_s + \hat{V}_a \tag{6.26}$$

شکل 6.5-ب کو ایک لمحہ کے لئے ایک سادہ برقی دور تصور کریں جہاں ایک متعاملہ $jX_s$ کو بائیں $\hat{E}_{am}$ اور دائیں $\hat{V}_a$ برقی دباو فراہم کی گئی ہے۔ اس برقی دور میں برقی طاقت کی منتقلی پر غور کرتے ہیں۔

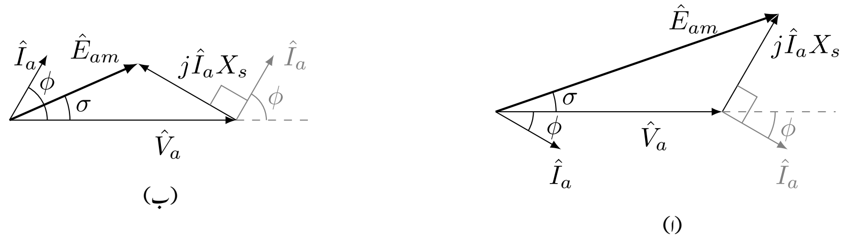
شکل 6.5-ب کی دوری سمتیہ صورت (مساوات 6.26) کو شکل 6.6 میں دکھایا گیا ہے۔ شکل 6.6-ا میں $\hat{V}_a$ کے لحاظ سے $\hat{I}_a$ زاویہ $\phi$ پیچھے جبکہ شکل 6.6-ب میں $\phi$ آگے ہے۔ زاویات افقی لکیر سے خلاف گھڑی ناپے جاتے ہیں لہٰذا شکل-ا میں $\phi$ منفی اور $\sigma$ مثبت ہیں جبکہ شکل-ب میں دونوں زاویات مثبت ہیں۔

شکل 6.5-ب میں طاقت $p_v$ بائیں سے دائیں منتقل ہو رہی ہے:

$$p_v = V_a I_a \cos\phi \tag{6.27}$$

مساوات 6.26 اور شکل 6.6-ا سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}_a = I_a\underline{/\phi} &= \frac{\hat{E}_{am} - \hat{V}_a}{jX_s} \\
&= \frac{E_{am}\underline{/\sigma} - V_a\underline{/0}}{X_s\underline{/\frac{\pi}{2}}} \\
&= \frac{E_{am}}{X_s}\underline{/\sigma - \frac{\pi}{2}} - \frac{V_a}{X_s}\underline{/-\frac{\pi}{2}}
\end{aligned} \tag{6.28}$$




شکل 6.6: معاصر جنریٹر کا دوری سمتیہ۔

شکل 6.6 سے واضح ہے کہ درج بالا مساوات میں $\hat{I}_a$ کا حقیقی جزو $\hat{V}_a$ کا ہم قدم ہو گا۔ کسی بھی دوری سمتیہ $K\underline{/\alpha}$ کو حقیقی افقی جزو $K\cos\alpha$ اور فرضی عمودی جزو $jK\sin\alpha$ کا مجموعہ تصور کیا جا سکتا ہے۔ مساوات 6.28 کے آخری قدم میں دائیں ہاتھ کے حقیقی اجزاء سے رو کا حقیقی جزو حاصل ہو گا:

$$
\begin{aligned}
I_a\cos\phi &= \frac{E_{am}}{X_s}\cos\left(\sigma-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{V_a}{X_s}\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)\\
&= \frac{E_{am}}{X_s}\sin\sigma
\end{aligned}
\tag{6.29}
$$

اس کو مساوات 6.27 کے ساتھ ملا کر درج ذیل ملتا ہے۔

$$
p_v = \frac{V_aE_{am}}{X_s}\sin\sigma
\tag{6.30}
$$

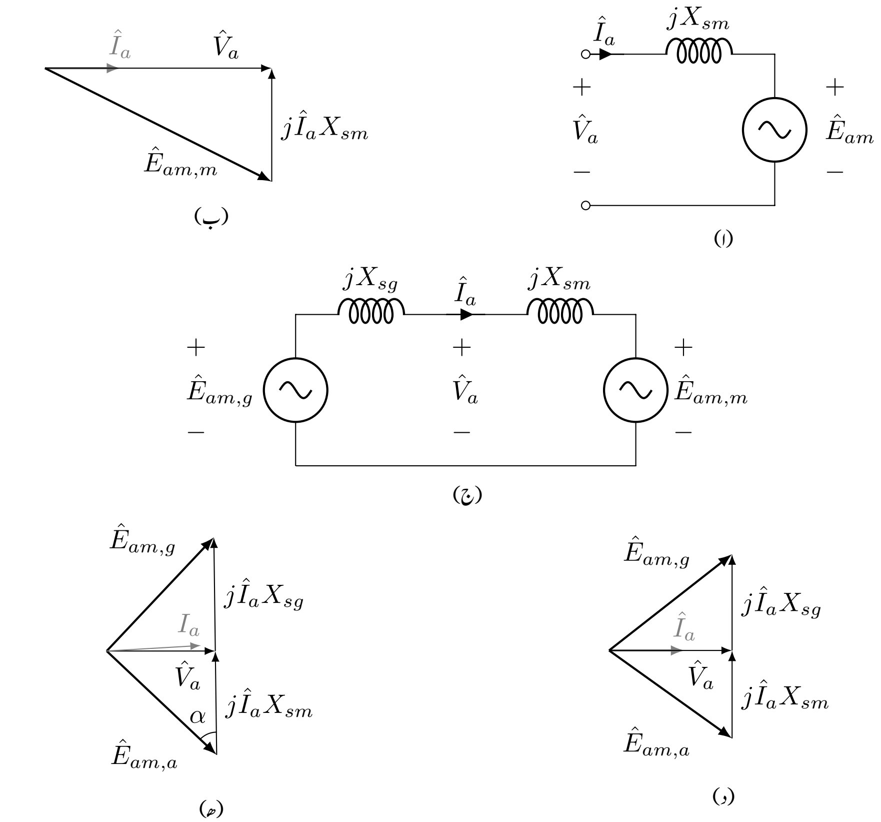
تین دوری معاصر مشین کے لئے اس مساوات کو تین سے ضرب کرنا ہو گا:

$$
p_v = \frac{3V_aE_{am}}{X_s}\sin\sigma
\tag{6.31}
$$

مساوات 6.31 طاقت بالمقابل زاویہ[18] کا قانون پیش کرتی ہے۔ اٹل $V_a$ کی صورت میں جنریٹر $E_{am}$ یا (اور) $\sigma$ بڑھا کر طاقت بڑھا سکتا ہے۔ گھومتے میدانی لچھے میں برقی رو بڑھا کر $E_{am}$ بڑھایا جاتا ہے جو ایک حد تک کرنا ممکن ہو گا چونکہ میدانی لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہونے سے لچھا گرم ہو گا جس کو خطرناک حد تک پہنچنے نہیں دیا جا سکتا ہے۔ اسی طرح $\sigma$ کو نوے زاویہ تک بڑھایا جا سکتا ہے جس پر، کسی مخصوص $E_{am}$ کے لئے، جنریٹر زیادہ سے زیادہ طاقت مہیا کرے گا:

$$
p_{v,\text{انتہا}} = \frac{3V_aE_{am}}{X_s} \qquad (\sin 90^\circ = 1)
\tag{6.32}
$$

[18] power-angle law




شکل 6.7: معاصر جنریٹر معاصر موٹر چلا رہا ہے۔

حقیقت میں جنریٹر کی بناوٹ یوں کی جاتی ہے کہ بناوٹی (قابل استعمال) طاقت نوے درجے سے کافی کم زاویہ پر ممکن ہو۔ نوے درجے پر جنریٹر کو قابو رکھنا مشکل ہوتا ہے۔

مثال 6.3: ایک 50 قطبی، ستارہ، تین دوری 50 ہرٹز، 2300 وولٹ دباو تار پر چلنے والی 1800 کلو وولٹ-ایمپیئر معاصر مشین کا یک دوری معاصر امالہ 2.1 اوہم ہے۔

- مشین کے برقی سروں پر 2300 وولٹ دباو تار مہیا کیا جاتا ہے جبکہ اس کا میدانی برقی رو اتنا رکھا جاتا ہے کہ پورے بوجھ پر مشین کا جزو طاقت ایک کے برابر ہو۔ اس مشین سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے؟

- اس موٹر کو 2 قطبی، 3000 چکر فی منٹ، تین دوری، ستارہ، 2300 وولٹ دباو تار پیدا کرنے والا 2200 کلو وولٹ-ایمپیئر کے معاصر جنریٹر سے چلایا جاتا ہے جس کا یک دوری معاصر امالہ 2.3 اوہم ہے۔موٹر پر اس کا پورا برقی بوجھ لاد کر جنریٹر کو معاصر رفتار پر چلاتے ہوئے دونوں مشینوں کے میدانی برقی رو تبدیل کیے جاتے ہیں حتیٰ کہ موٹر ایک جزو طاقت پر چلنے لگے۔دونوں مشینوں کا میدانی برقی رو یہاں برقرار رکھ کر موٹر پر بوجھ آہستہ آہستہ بڑھایا جاتا ہے۔اس صورت میں موٹر سے زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے اور اس کی سروں پر دباو تار کتنا ہو گا؟

حل:

- شکل 6.7-ا اور 6.7-ب سے رجوع کریں۔یک دوری برقی دباو اور کل برقی رو درج ذیل ہوں گے۔

$$\frac{2300}{\sqrt{3}} = 1327.9\,\mathrm{V}$$
$$\frac{1\,800\,000}{\sqrt{3}\times 2300} = 451.84\,\mathrm{A}$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\hat{E}_{am,m} &= \hat{V}_a - j\hat{I}_a X_{s,m}\\ &= 1327.9\underline{/0^\circ} - j451.84\underline{/0^\circ} \times 2.1\\ &= 1327.9 - j948.864\\ &= 1632\underline{/-35.548^\circ}\end{aligned}$$

مساوات 6.32 سے یک دوری زیادہ سے زیادہ برقی طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$p_{\text{انتہا}} = \frac{1327.9\times 1632}{2.1} = 1\,031\,968\,\mathrm{W}$$

اس طرح تین دوری زیادہ سے زیادہ طاقت 3 095 904 واٹ ہو گی۔50 ہرٹز اور 50 قطب سے مشین کی معاصر میکانی رفتار مساوات 5.53 کی مدد سے دو چکر فی سیکنڈ حاصل ہوتی ہے یعنی $f_m = 2$۔یوں مشین سے درج ذیل زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے۔

$$T_{\text{انتہا}} = \frac{p_{\text{انتہا}}}{2\pi f_m} = \frac{3095904}{2\times\pi\times 2} = 246\,364\,\mathrm{N\,m}$$

موٹر پر اس سے زیادہ قوت مروڑ کا بوجھ مسلط کرنے سے موٹر رک جائے گی جبکہ جنریٹر کی رفتار بے قابو بڑھنے شروع ہو جائے گی۔ خود کار منقطع کار اس لمحہ پر نظام کو روک دیگا۔

- شکل 6.7-ج سے رجوع کریں۔اس مثال کے پہلے جزو کی طرح یہاں بھی موٹر کے برقی سروں پر دباو تار 2300 وولٹ اور محرک برقی دباو 1632 وولٹ ہوں گے۔ جنریٹر کا محرک برقی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
\hat{E}_{am,g} &= \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_{s,g} \\
&= 1327.9\underline{/0^\circ} + j451.84\underline{/0^\circ} \times 2.3 \\
&= 1327.9 + j1039.233 \\
&= 1686\underline{/38.047^\circ}
\end{aligned}$$

یہ صورت شکل 6.7-د میں دکھائی گئی ہے۔

جیسا شکل 6.7-ھ میں دکھایا گیا ہے، موٹر اس وقت زیادہ سے زیادہ طاقت پیدا کرے گی جب $\hat{E}_{am,g}$ اور $\hat{E}_{am,m}$ آپس میں $90^\circ$ زاویہ پر ہوں۔

یہاں مساوات 6.32 میں ایک معاصر امالہ کی بجائے موٹر اور جنریٹر کے سلسلہ وار جڑے امالہ ہوں گے اور دو برقی دباو اب موٹر اور جنریٹر کے محرک برقی دباو ہوں گے۔یوں موٹر کی یک دوری زیادہ سے زیادہ طاقت درج ذیل ہو گی۔

$$p_{\text{انتہا}} = \frac{1686 \times 1632}{2.3 + 2.1} = 625\,352\,\mathrm{W}$$

اس طرح تین دوری طاقت 056 876 1 واٹ اور زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$T_{\text{انتہا}} = \frac{1876056}{2 \times \pi \times 2} = 149\,291\,\mathrm{N\,m}$$

شکل 6.7-ھ میں $\hat{E}_{am,m}$ اور $\hat{E}_{am,g}$ آپس میں عمودی ہیں لہٰذا درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
I_a(X_{s,g} + X_{s,m}) &= \sqrt{E_{am,m}^2 + E_{am,g}^2} = 2346\,\mathrm{V} \\
I_a &= \frac{2346}{2.1 + 2.3} = 533\,\mathrm{A} \\
I_a X_{sg} &= 533 \times 2.1 = 1119.9\,\mathrm{V} \\
\alpha &= \tan^{-1}\frac{1686}{1632} = 45.93^\circ
\end{aligned}$$

یوں دوری دباو $V_a$ ، جو صفر زاویہ پر تصور کیا جاتا ہے، درج ذیل ہو گا۔

$$V_a = \sqrt{1632^2 + 1119.9^2 - 2 \times 1632 \times 1119.9 \times \cos 45.93^\circ} = 1172.7\,\mathrm{V}$$

لامتناہی نظام کی بجائے موٹر کو جنریٹر سے طاقت مہیا کر کے، موٹر پر بوجھ بڑھانے سے موٹر کے سروں پر برقی دباو گھٹتا ہے جس کی بنا زیادہ سے زیادہ ممکنہ طاقت $3095\,\mathrm{kW}$ سے گھٹ کر $1876\,\mathrm{kW}$ رہ گئی ہے۔ موٹر کی سروں پر برقی دباو $\hat{V}_a$ اور برقی رو $\hat{I}_a$ ہم قدم نہیں ہیں۔ □

## 6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خواص

### 6.5.1 معاصر جنریٹر: برقی بوجھ بالمقابل $I_m$ کے خط

شکل 6.5-ب کی دوری سمتیہ مساوات

$$\hat{E}_{am} = \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_s \tag{6.33}$$

میں $\hat{I}_a = I_a\underline{/\phi}$ لیتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$E_{am}\underline{/\sigma} = V_a\underline{/0} + I_a X_s\underline{/\tfrac{\pi}{2} + \phi} \tag{6.34}$$

جس کو بطور مخلوط عدد[19]

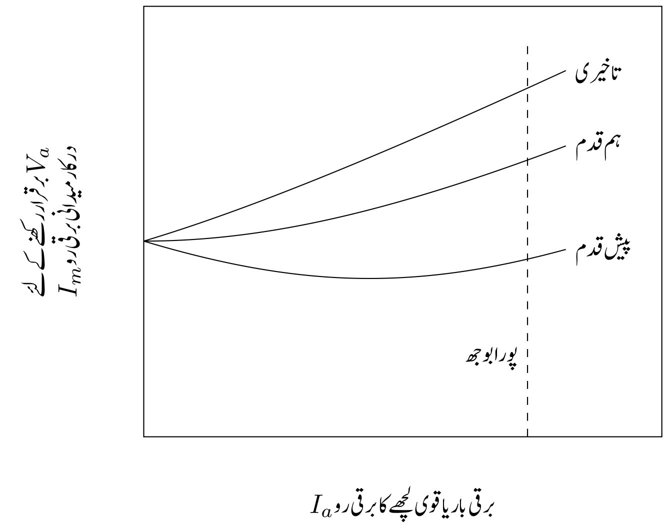
$$\begin{aligned}
E_{am}\cos\sigma + jE_{am}\sin\sigma &= V_a\cos 0 + jV_a\sin 0 + I_a X_s\cos\left(\frac{\pi}{2}+\phi\right) + jI_a X_s\sin\left(\frac{\pi}{2}+\phi\right)\\
&= V_a - I_a X_s\sin\phi + jI_a X_s\cos\phi\\
&= E_{am,x} + jE_{am,y}
\end{aligned}$$

لکھ سکتے ہیں۔ اس سے $\left|\hat{E}_{am}\right|$ یعنی $E_{am}$ حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\left|\hat{E}_{am}\right| = E_{am} &= \sqrt{E_{am,x}^2 + E_{am,y}^2}\\
&= \sqrt{(V_a - I_a X_s\sin\phi)^2 + (I_a X_s\cos\phi)^2}\\
&= \sqrt{V_a^2 + (I_a X_s)^2 - 2V_a I_a X_s\sin\phi}
\end{aligned} \tag{6.35}$$

جنریٹر کے سروں پر $V_a$ اٹل رکھتے ہوئے مختلف $\phi$ کے لئے $E_{am}$ بالمقابل $I_a$ کے خط شکل 6.8 میں دکھائے گئے ہیں۔ یہ خطوط مساوات 6.35 دیتی ہے۔ چونکہ $E_{am}$ اور $I_m$ راست متناسب ہیں اور کسی مخصوص جزو طاقت اور معین $V_a$ کے لئے جنریٹر کی طاقت $I_a$ کے راست متناسب ہوتی ہے لہٰذا یہی ترسیمات $I_m$ بالمقابل جنریٹر کی طاقت کو بھی ظاہر کرتی ہیں۔

[19] complex number




شکل 6.8: جنریٹر: برقی بوجھ بالمقابل $I_m$ کے خط

### 6.5.2 معاصر موٹر: $I_a$ بالمقابل $I_m$ کے خط

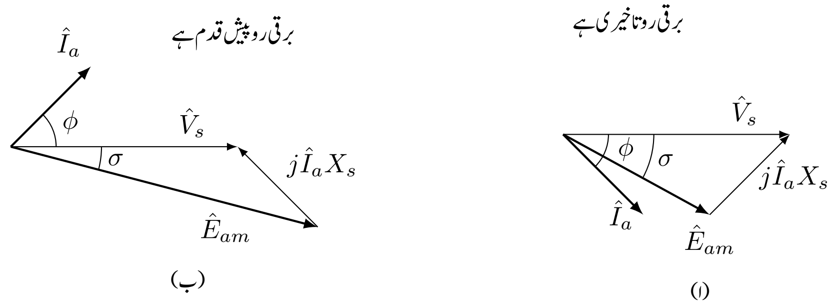
معاصر موٹر کا مساوی دور (ریاضی نمونہ) شکل 6.3 اور دوری سمتیہ شکل 6.9 میں دکھایا گیا ہے۔ مزاحمت نظرانداز کر کے اس کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\hat{V}_a &= \hat{E}_{am} + j\hat{I}_a X_s \\
V_a\underline{/0} &= E_{am}\underline{/\sigma} + jI_a\underline{/\phi}X_s \\
&= E_{am}\underline{/\sigma} + I_a X_s\underline{/\tfrac{\pi}{2}+\phi}
\end{aligned}
\tag{6.36}
$$

اس مساوات میں موٹر پر لاگو برقی دباو $\hat{V}_a$ کے حوالہ سے زاویات کی پیمائش کی گئی ہے لہٰذا $\hat{V}_a$ کا زاویہ صفر ہو گا۔ یاد رہے کہ مثبت زاویہ کی پیمائش افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف رخ ہو گی لہٰذا **پیش** زاویہ[20] مثبت اور **تاخیری** زاویہ[21] منفی ہو گا۔ اس مساوات سے اندرونی دباو $E_{am}$ حاصل کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
E_{am}\underline{/\sigma} &= V_a\underline{/0} - I_a X_s\underline{/\tfrac{\pi}{2}+\phi} \\
&= V_a - I_a X_s \cos\left(\frac{\pi}{2}+\phi\right) - jI_a X_s \sin\left(\frac{\pi}{2}+\phi\right) \\
&= V_a + I_a X_s \sin\phi - jI_a X_s \cos\phi
\end{aligned}
$$

[20] leading angle
[21] lagging angle




شکل 6.9: موٹر کا دوری سمتیہ۔

یوں $|E_{am}|$ درج ذیل ہو گا۔

$$|E_{am}| = \sqrt{(V_a + I_aX_s \sin\phi)^2 + (I_aX_s\cos\phi)^2} = \sqrt{V_a^2 + I_a^2X_s^2 + 2V_aI_aX_s\sin\phi} \tag{6.37}$$

موٹر پر لاگو برقی دباو اور اس پر میکانی بوجھ کو 0 %، 25 % اور 75 % پر رکھ کر، موٹر کے $E_{am}$ بالمقابل $I_a$ خطوط، مساوات 6.37 سے شکل 6.10 میں ترسیم کیے گئے ہیں۔ چونکہ امالی دباو $I_m$ کا راست متناسب ہوتا ہے لہٰذا یہی موٹر کے $I_m$ بالمقابل $I_a$ خطوط بھی ہوں گے۔ان میں سے ہر خط ایک معین میکانی بوجھ $p$ کے لئے ہے جہاں $p$ درج ذیل ہو گا۔

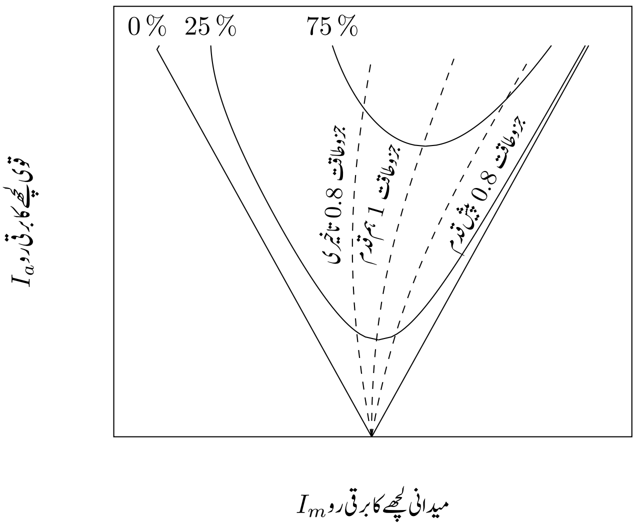
$$p = V_aI_a\cos\phi \tag{6.38}$$

اس مساوات کے تحت $p$ اور $V_a$ تبدیل کیے بغیر جزو طاقت تبدیل کر کے $I_a$ تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ شکل 6.10 کے حصول میں مساوت 6.37 کو مساوات 6.38 کی مدد سے ترسیم کیا جاتا ہے۔ مخصوص $V_a$ اور $p$ کے لئے مختلف $I_a$ پر مساوات 6.38 سے $\phi$ حاصل کیا جاتا ہے۔اس کے بعد ہر انفرادی $I_a$ اور مطابقتی $\phi$ کو مساوات 6.37 میں پر کر کے $E_{am}$ حاصل کیا جاتا ہے۔ مخصوص $p$ کے لئے $E_{am}$ بالمقابل $I_a$ ترسیم کیے جاتے ہیں۔ شکل 6.10 میں 0 %، 25 % اور 75 % طاقت کے لئے ترسیمات پیش کی گئی ہیں۔

موٹر کے خطوط سے واضح ہے کہ $I_m$ تبدیل کر کے موٹر کا جزو طاقت تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ یوں موٹر کو پیش زاویہ یا تاخیری زاویہ پر چلایا جا سکتا ہے۔ موٹر کو پیش زاویہ چلا کر بطور ایک برقی گھیر[22] استعمال کیا جا سکتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں کیا جاتا ہے چونکہ معاصر موٹر سے برقی گھیر زیادہ سستا دستیاب ہوتا ہے۔

---

[22] capacitor



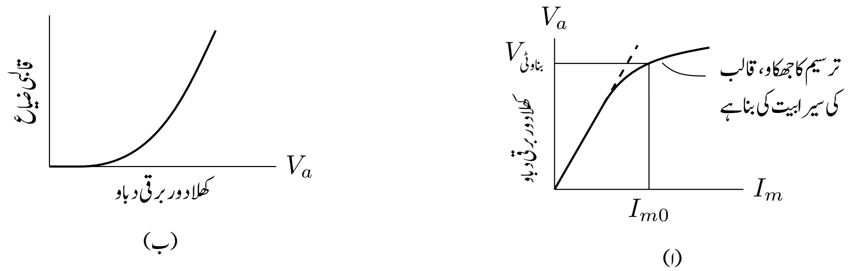

شکل 6.10: موٹر کی $I_m$ بالمقابل $I_a$ ترسیم۔

## 6.6 کھلا دور اور قصر دور معائنہ

معاصر مشین کا مساوی دور بنانے کے لئے مساوی دور کے اجزاء جاننا لازم ہے جنہیں دو قسم کے معائنوں سے معلوم کیا جاتا ہے۔ انہیں کھلا دور معائنہ اور قصر دور معائنہ کہتے ہیں۔ان معائنوں سے قالب کے سیر ابیت کے اثرات بھی اجاگر ہوتے ہیں۔اسی قسم کے معائنے ٹرانسفارمر کے بھی کیے جاتے ہیں جہاں کھلا دور معائنہ ٹرانسفارمر کے بناوٹی برقی دباو جبکہ قصر دور معائنہ بناوٹی برقی رو پر کیا جاتا ہے۔یہاں بھی ایسا کیا جائے گا۔

### 6.6.1 کھلا دور معائنہ

معاصر مشین کے برقی سرے کھلا رکھ کر، مشین کو معاصر رفتار پر گھماتے ہوئے مختلف $I_m$ پر پیدا برقی دباو $V_a$ مشین کے سروں پر ناپا جاتا ہے۔شکل 6.11-ا میں پیمائشی رو $I_m$ بالمقابل دباو $V_a$ کی ترسیم دکھائی گئی ہے۔ یہ ترسیم مشین کی کھلا دور خاصیت ظاہر کرتی ہے۔ یہ ترسیم مشین بنانے والے بھی مہیا کر سکتے ہیں۔




شکل 6.11: کھلا دور خط اور قالبی ضیاع۔

اس کتاب کے حصہ 2.8 میں بتایا گیا کہ قالب پر لاگو مقناطیسی دباو بڑھانے سے قالب میں مقناطیسی بہاو بڑھتا ہے البتہ جلد ہی قالب سیراب ہو جاتا ہے۔ یہ اثر شکل 6.11-ا میں ترسیم کے جھکاو سے واضح ہے۔ قالب سیراب نہ ہونے کی صورت میں ترسیم نقطہ دار سیدھی لکیر کی پیروی کرتی۔ مشین کا بناوٹی برقی دباو اور اس کے حصول کے لئے درکار رو $I_{m0}$ بھی دکھائے گئے ہیں۔

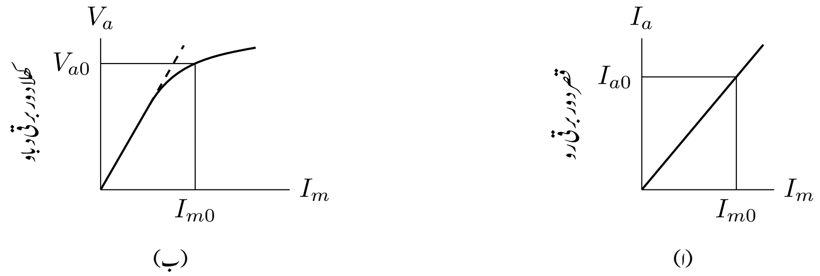
کھلا دور معائنہ کے دوران دھرے پر میکانی طاقت $p_1$ کی پیمائش بے بوجھ مشین کا ضیاع طاقت دے گی۔ اس کا بیشتر حصہ رگڑی ضیاع، کچھ قالبی ضیاع اور کچھ گھومتے لچھے کا ضیاع ہو گا۔ یاد رہے گھومتے لچھے کو عموماً دھرے پر نسب یک سمت جنریٹر برقی توانائی فراہم کرتا ہے جس کو از خود طاقت محرک[23] فراہم کرتا ہے۔ رگڑی ضیاع کا مشین پر لدے بوجھ سے کوئی خاص تعلق نہیں پایا جاتا ہے لہٰذا بے بوجھ مشین اور بوجھ بردار مشین کا رگڑی ضیاع ایک جیسا تصور کیا جاتا ہے۔

رو $I_m$ صفر رکھتے ہوئے دوبارہ دھرے پر میکانی طاقت $p_2$ کی پیمائش صرف رگڑی ضیاع دے گا۔ ان پیمائشوں کا فرق $(p_1 - p_2)$ قالبی ضیاع اور گھومتے لچھے کا برقی ضیاع ہو گا۔ گھومتے لچھے میں برقی ضیاع بہت کم ہوتا ہے اور اس کو عموماً قالب کے ضیاع کا حصہ تصور کیا جاتا ہے۔ یوں پیمائش کردہ قالبی ضیاع کی ترسیم شکل 6.11-ب میں دی گئی ہے۔

### 6.6.2 قصر دور معائنہ

معاصر مشین کو معاصر رفتار پر بطور جنریٹر چلاتے ہوئے ساکن لچھا قصر دور کر کے مختلف $I_m$ پر قصر دور برقی رو $I_a$ ناپا جاتا ہے۔ ان کی ترسیم شکل 6.12-ا میں دی گئی ہے جو قصر دور مشین کی خاصیت ظاہر کرتی ہے۔

[23] گھومتے لچھے کو توانائی یک سمت رو جنریٹر مہیا کرتا ہے اور اس جنریٹر کو دھرے سے توانائی موصول ہوتی ہے۔




شکل 6.12: قصر دور خط اور کھلے دور خط۔

قصر دور معائنہ کے دوران دھیان رہے کہ $I_a$ خطرناک حد تک بڑھ نہ جائے۔ جنریٹر کے بناوٹی $I_a$ یا اس سے دگنی قیمت سے رو کو کم رکھا جاتا ہے۔ایسا نہ کرنے سے مشین گرم ہو کر تباہ ہو سکتی ہے۔

قصر دور مشین میں بناوٹی برقی دباو کے دس سے پندرہ فی صد برقی دباو پر مشین میں سو فی صد برقی رو پایا جاتا ہے۔ اتنا کم برقی دباو حاصل کرنے کے لئے خلائی درز میں اسی تناسب سے کم مقناطیسی بہاو درکار ہو گا۔

شکل 6.5-ا میں جنریٹر کا مساوی برقی دور دکھایا گیا ہے جسے شکل 6.13 میں قصر دور دکھایا گیا ہے۔یوں درج ذیل ہو گا۔

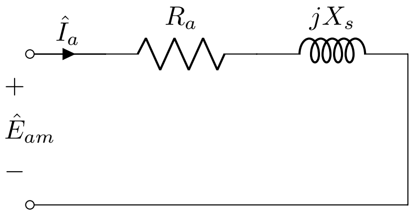
$$\hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j\hat{I}_a X_s \tag{6.39}$$

$X_s >> R_a$ کی بنا مزاحمت $R_a$ نظر انداز کر کے اس مساوات سے معاصر امالہ حاصل ہو گا۔

$$X_s = \frac{\left|\hat{E}_{am}\right|}{\left|\hat{I}_a\right|} = \frac{E_{am}}{I_a} \tag{6.40}$$

مساوات 6.40 میں $\hat{I}_a$ قصر دور مشین کا برقی رو اور $\hat{E}_{am}$ اسی حال میں مشین کے ایک دور کا امالی دباو ہے۔ کھلے دور مشین میں $\hat{I}_a$ صفر ہوتا ہے ۔مساوات 6.33 سے واضح ہے کہ $\hat{I}_a$ صفر ہونے کی صورت میں $\hat{E}_{am}$ اور $\hat{V}_a$ برابر ہوں گے۔ یوں کسی معین $I_{m0}$ پر شکل 6.12-ا سے $I_{a0}$ اور شکل 6.12-ب سے $V_{a0}$ پڑھ کر $X_s$ کی قیمت حاصل کی جا سکتی ہے۔

$$X_s = \frac{V_{a0}}{I_{a0}} \tag{6.41}$$




$$\hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j\hat{I}_a X_s$$
$$\approx j\hat{I}_a X_s \qquad X_s \gg R_a$$
$$X_s = \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|}$$

شکل 6.13: معاصر امالہ۔

معاصر امالہ کو عموماً مشین کے پورے (بناوٹی) برقی دباو پر معلوم کیا جاتا ہے تا کہ قالب کی سیر ابیت کے اثرات کو بھی شامل ہوں۔

مشین کو ستارہ نما تصور کر کے اس کا یک دوری $X_s$ حاصل کیا جاتا ہے۔یوں اگر معائنہ میں مشین کا تار برقی دباو[24] ناپا گیا ہو تب ضروری ہے کہ اس کو $\sqrt{3}$ سے تقسیم کر کے یک دوری دباو حاصل کر کے مساوات 6.41 میں استعمال کیا جائے۔

$$V_{\text{یکدوری}} = \frac{V_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} \tag{6.42}$$

مثال 6.4: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر، ستارہ، 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کا کھلا دور اور قصر دور معائنہ کیا گیا۔حاصل نتائج درج ذیل ہیں۔

- کھلا دور معائنہ: $V_{\text{تار}} = 415\,\text{V}$ اور $I_m = 3.2\,\text{A}$ ہیں۔
- قصر دور معائنہ: جس لمحہ قوی لچھے کا برقی رو $104\,\text{A}$ تھا اس لمحہ میدانی لچھے کا برقی رو $2.64\,\text{A}$ تھا اور جس لمحہ قوی لچھے کا برقی رو $126\,\text{A}$ تھا اس لمحہ میدانی لچھے کا برقی رو $3.2\,\text{A}$ تھا۔

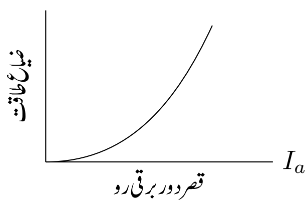
اس مشین کا معاصر امالہ تلاش کریں۔

حل: یک دوری برقی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$V_{\text{یکدوری}} = \frac{V_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6\,\text{V}$$

---

[24] line voltage




شکل 6.14: قصر دور معاصر مشین میں ضیاع طاقت۔

کھلا دور مشین پر $239.6$ وولٹ کے لئے $3.2$ ایمپیئر میدانی برقی رو درکار ہو گا جبکہ $3.2$ ایمپیئر میدانی برقی رو پر قصر دور برقی رو $126$ ایمپیئر ہو گا لہٰذا یک دوری معاصر امالہ درج ذیل ہو گا۔

$$X_s = \frac{239.6}{126} = 1.901\,\Omega$$

$\square$

قصر دور معائنہ کے دوران دھرے پر لاگو میکانی طاقت $p_3$ کی پیمائش سے قصر دور مشین کا کل ضیاع حاصل ہو گا۔$p_3$ ناپتے وقت قصر دور برقی رو $I_{a,3}$ بھی ناپ لیں۔اس ضیاع کا کچھ حصہ قالبی ضیاع، کچھ دونوں لچھوں میں برقی ضیاع اور کچھ رگڑی (میکانی) ضیاع ہو گا۔شکل 6.14 میں ضیاع طاقت بالمقابل قصر دور برقی رو دکھایا گیا ہے۔

ضیاع $p_3$ سے، کھلا دور معائنہ میں حاصل، رگڑی ضیاع $p_2$ منفی کرنے سے لچھوں کا ضیاع اور قالبی ضیاع حاصل ہو گا۔ جیسا پہلے ذکر کیا گیا، صرف دس تا بیس فی صد بناوٹی برقی دباو پر قصر دور مشین میں بناوٹی رو پایا جائے گا۔ اتنا کم برقی دباو حاصل کرنے کے لئے درکار مقناطیسی بہاو اتنا ہی کم ہو گا۔ اتنے کم مقناطیسی بہاو پر قالبی ضیاع کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ مزید ، قصر دور معاصر مشین کے گھومتے لچھے کا برقی ضیاع ساکن لچھے کے برقی ضیاع سے بہت کم ہو گا لہٰذا گھومتے لچھے کے ضیاع کو بھی نظرانداز کیا جا سکتا ہے۔یوں $(p_3 - p_2)$ کو ساکن لچھے کا برقی ضیاع تصور کیا جا سکتا ہے۔یوں درج ذیل ہو گا

$$p_3 - p_2 = I_{a,3}^2 R_a$$

جس سے معاصر مشین کی مساوی مزاحمت حاصل ہو گی۔

$$R_a = \frac{p_3 - p_2}{I_{a,3}^2} \tag{6.43}$$

مثال 6.5: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر، 415 وولٹ پر چلنے والی تین دوری معاصر مشین کے پورے (بناوٹی) برقی رو پر کل قصر دور طاقت کا ضیاع 2.2 کلو واٹ ہے۔ اس مشین کی یک دوری موثر مزاحمت حاصل کریں۔

حل: یک دوری ضیاع $\frac{2200}{3} = 733.33\,\mathrm{W}$ ہے۔ مشین کے پوری برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{75000}{\sqrt{3}V_{\text{تار}}} = 104.34\,\mathrm{A}$$

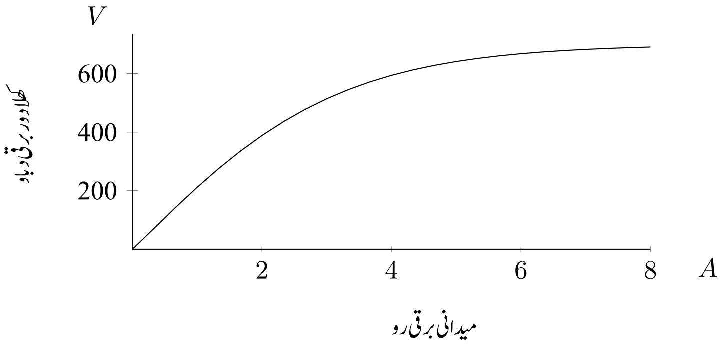
یوں مشین کی موثر مزاحمت درج ذیل ہو گی۔

$$R_a = \frac{733.33}{104.34^2} = 0.067\,\Omega$$

□

مثال 6.6: شکل 6.15 میں 500 وولٹ، 50 ہرٹز، 4 قطب، ستارہ، معاصر جنریٹر کا کھلے دور خط دکھایا گیا ہے۔ اس جنریٹر کا معاصر امالہ 0.1 اوہم اور قوی لچھے کی مزاحمت 0.01 اوہم ہے۔ پورے برقی بوجھ، 0.92 تاخیری جزو طاقت[25] پر جنریٹر 1000 ایمپیئر فراہم کرتا ہے۔ پورے بوجھ پر رگڑی ضیاع اور لچھے کی مزاحمت میں ضیاع کا مجموعہ 30 کلو واٹ جبکہ قالبی ضیاع 25 کلو واٹ ہے۔

- جنریٹر کی رفتار معلوم کریں۔
- بے بوجھ جنریٹر کی سروں پر 500 وولٹ برقی دباو کتنے میدانی برقی رو پر حاصل ہو گا؟
- اگر جنریٹر پر 0.92 تاخیری جزو طاقت، 1000 ایمپیئر کا برقی بوجھ لادا جائے تب جنریٹر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنا میدانی برقی رو درکار ہو گا؟
- جنریٹر پورے بوجھ پر کتنی طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ جنریٹر کو محرک کتنی میکانی طاقت فراہم کر رہا ہے۔ ان دو سے جنریٹر کی فی صد کارگزاری[26] تلاش کریں۔
- اگر جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر کتنا برقی دباو ہو گا؟
- اگر جنریٹر پر 1000 ایمپیئر 0.92 پیش جزو طاقت کا بوجھ لادا جائے تو جنریٹر کے برقی سروں پر 500 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنا میدانی برقی رو درکار ہو گا؟




شکل 6.15: کھلا دور خط۔

- ان 1000 ایمپیئر تاخیری جزو طاقت اور پیش جزو طاقت بوجھوں میں کونسا بوجھ زیادہ میدانی برقی رو پر حاصل ہو گا؟ جنریٹر کس بوجھ سے زیادہ گرم ہو گا؟

حل:

- $f_e = \frac{P}{2} f_m$ سے $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ حاصل ہوتا ہے۔
- شکل 6.15 سے 500 وولٹ کے لئے درکار میدانی برقی رو تقریباً 2.86 ایمپیئر پڑھا جاتا ہے۔
- ستارہ برقی دباو کے تعلق $V_{\text{تار}} = \sqrt{3} V_{\text{یکدوری}}$ سے $V_{\text{یکدوری}} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 289$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ستارہ جوڑ میں یک دوری برقی رو اور تار برقی رو برابر ہوتے ہیں۔ جزو طاقت کو ستارہ یک دوری برقی دباو کے نسبت سے بیان کیا جاتا ہے۔چونکہ $\cos^{-1} 0.92 = 23.07°$ ہے لہٰذا اگر برقی سروں پر دباو $289\underline{/0°}$ لکھا جائے تب تاخیری دوری برقی رو $1000\underline{/-23.07°}$ لکھا جائے گا۔یوں شکل 6.4 یا مساوات 6.24 سے اندرونی پیدا یک دوری برقی دباو

$$
\begin{aligned}
\hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a \left(R_a + jX_s\right) \\
&= 289\underline{/0°} + 1000\underline{/-23.07°}(0.01 + j0.1) \\
&= 349\underline{/14.6°}
\end{aligned}
$$

---

lagging power factor[25]
efficiency[26]

حاصل ہو گا جس سے اندرونی پیدا تار برقی دباو $604 = 349 \times \sqrt{3}$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنے دباو کے لئے 4.1 A میدانی برقی رو پڑھا جاتا ہے۔

- جنریٹر اس صورت میں

$$
\begin{aligned}
p &= \sqrt{3}\hat{V}_a \cdot \hat{I}_a \\
&= \sqrt{3} \times 500 \times 1000 \times 0.92 \\
&= 796\,743\,\mathrm{W}
\end{aligned}
$$

فراہم کرے گا جبکہ محرک

$$
p_m = 796.743 + 30 + 25 = 851.74\,\mathrm{kW}
$$

فراہم کرے گا لہٰذا اس جنریٹر کی کار گزاری $\eta = \frac{796.743}{851.74} \times 100 = 93.54\%$ ہو گی۔

- جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹانے کے لمحہ پر جنریٹر کے برقی سروں پر 604 وولٹ برقی دباو ہو گا۔

- پیش جزو طاقت کی صورت میں

$$
\begin{aligned}
\hat{E}_a &= \hat{V}_a + \hat{I}_a \left(R_a + jX_s\right) \\
&= 289\underline{/0^\circ} + 1000\underline{/23.07^\circ}(0.01 + j0.1) \\
&= 276\underline{/20.32^\circ}
\end{aligned}
$$

ہو گا جس سے اندرونی تار برقی دباو $478 = 276 \times \sqrt{3}$ وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 6.15 سے اتنے دباو کے لئے 2.7 A میدانی برقی رو درکار ہو گا۔

- تاخیری جزو طاقت کے بوجھ پر جنریٹر کو زیادہ میدانی برقی رو درکار ہے۔ میدانی لچھے کی مزاحمت میں اس کی وجہ سے زیادہ برقی طاقت ضائع ہو گی اور جنریٹر زیادہ گرم ہو گا۔

□

مثال 6.7: ایک 415 وولٹ، 40 کلو وولٹ-ایمپیئر، ستارہ، 0.8 جزو طاقت، 50 ہرٹز پر چلنے والی معاصر موٹر کا معاصر امالہ 2.2 اوہم ہے جبکہ اس کی مزاحمت قابل نظرانداز ہے۔ اس کی رگڑ اور لچھوں کی مزاحمت میں طاقت کا ضیاع ایک کلو واٹ جبکہ قالبی ضیاع 800 واٹ ہے۔ یہ موٹر 12.2 کلوواٹ میکانی بوجھ سے لدی ہے اور 0.8 پیش جزو طاقت پر چل رہی ہے۔ یاد رہے کہ معاصر امالہ مشین کو ستارہ نما تصور کرتے ہوئے حاصل کیا جاتا ہے۔

- اس کا دوری سمتیہ بنائیں۔تار کا برقی رو $\hat{I}_t$ اور قوی لچھے کا برقی رو $\hat{I}_a$ حاصل کریں۔موٹر کا اندرونی ہیجانی برقی دباو $\hat{E}_a$ حاصل کریں۔
- میدانی برقی رو کو بغیر تبدیل کئے، میکانی بوجھ آہستہ آہستہ بڑھا کر دگنا کیا جاتا ہے۔اس صورت میں موٹر کا رد عمل دوری سمتیہ سے واضح کریں ۔
- اس دگنے میکانی بوجھ پر قوی لچھے کا برقی رو، تار کا برقی رو اور موٹر کا اندرونی ہیجانی برقی دباو حاصل کریں۔موٹر کا جزو طاقت بھی حاصل کریں۔

حل:

- ستارہ جڑی موٹر کے سروں پر یک دوری برقی دباو $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6\,\mathrm{V}$ ہو گا جسے صفر زاویہ پر تصور کرتے ہوئے برقی رو کا زاویہ بیان کیا جاتا ہے۔یوں $\hat{V}_{sa} = 239.6\underline{/0^\circ}$ لکھا جائے گا۔جزو طاقت 0.8 زاویہ $36.87^\circ$ کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں تار برقی رو کا پیچھے زاویہ یہی ہو گا۔موٹر کو مہیا برقی طاقت اس کی میکانی طاقت اور طاقت کے ضیاع کے برابر ہو گی

$$12\,200\,\mathrm{W} + 1000\,\mathrm{W} + 800\,\mathrm{W} = 14\,000\,\mathrm{W}$$

جس کے لئے درکار تار کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
I_t &= \frac{p}{\sqrt{3} V_t \cos\theta} \\
&= \frac{14\,000}{\sqrt{3} \times 415 \times 0.8} \\
&= 24.346\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

ستارہ جڑی موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو تار کے برقی رو کے برابر ہو گا۔یوں برقی رو کا زاویہ شامل کرتے ہوئے اسے

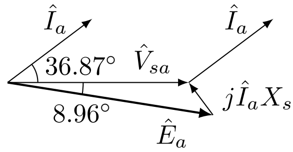
$$\hat{I}_a = \hat{I}_t = 24.346\underline{/36.87^\circ}$$

لکھا جا سکتا ہے۔

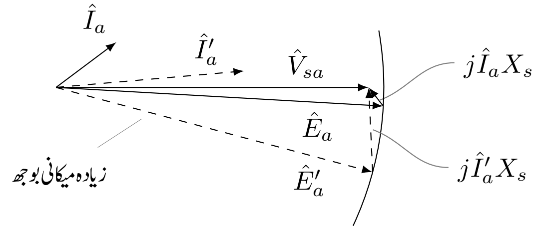
موٹر کا اندرونی یک دوری ہیجانی برقی دباو موٹر کے مساوی دور شکل 6.3 سے حاصل کرتے ہیں:

$$\begin{aligned}
\hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} - jX_s\hat{I}_a \\
&= 239.6\underline{/0^\circ} - j2.2 \times 24.346\underline{/36.87^\circ} \\
&= 276\underline{/-8.96^\circ}
\end{aligned}$$

اس تمام صورت حال کو شکل 6.16 میں دوری سمتیات کی مدد سے دکھایا گیا ہے۔




شکل 6.16: بوجھ بردار معاصر موٹر۔




شکل 6.17: بوجھ بڑھنے کا اثر۔

- میکانی بوجھ بڑھنے سے موٹر کو زیادہ برقی طاقت درکار ہو گی۔ یہ اس صورت ممکن ہو گا جب موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو بڑھ سکے۔ میدانی برقی رو معین ہونے کی وجہ سے موٹر کے اندرونی ہیجانی برقی دباو $\hat{E}_a$ کی مطلق قیمت تبدیل نہیں ہو سکتی البتہ اس کا زاویہ تبدیل ہو سکتا ہے۔ موٹر $\hat{E}_a$ کی مطلق قیمت تبدیل کئے بغیر برقی سروں پر لاگو برقی دباو $\hat{V}_a$ اور $\hat{E}_a$ کے بیچ زاویہ بڑھا کر قوی لچھے کا برقی رو اور یوں حاصل برقی طاقت بڑھائے گا۔ ایسا شکل 6.17 میں دکھایا گیا ہے جہاں $\hat{E}_a$ دوری سمتیہ کی نوک گول دائرہ پر رہتی ہے۔ یوں اس کا طول تبدیل نہیں ہوتا۔ زاویہ بڑھنے سے $\left|j\hat{I}_aX_s\right|$ بڑھتا ہے۔ چونکہ $X_s$ نہیں بڑھ رہا لہٰذا درحقیقت قوی لچھے کا برقی رو بڑھ گیا ہے۔ زیادہ بوجھ کی صورت حال کو نقطہ دار دکھایا گیا ہے۔

- دگنی میکانی بوجھ پر موٹر کو کل $26200 = 1000 + 800 + 24400$ واٹ یا 26.2 کلو واٹ برقی طاقت درکار ہے۔ مساوات 6.30 کی مدد سے درج ذیل ہو گا۔

$$\sigma = \sin^{-1}\left(\frac{pX_s}{3V_aE_a}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{26200 \times 2.2}{3 \times 239.6 \times 276}\right) = 16.89°$$

یوں موٹر کا اندرونی ہیجانی برقی دباو $276\angle{-16.89^\circ}$ ہو گا اور قوی لچھے کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
\hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a - \hat{E}_a}{jX_s} \\
&= \frac{239\angle{0^\circ} - 276\angle{-16.89^\circ}}{j2.2} \\
&= 38\angle{17.4^\circ}
\end{aligned}
$$

ستارہ جوڑ کی وجہ سے $\hat{I}_t$ بھی اتنا ہی ہو گا۔ **پیش جزو طاقت** $\cos 17.4^\circ = 0.954$ ہے۔

□

# باب 7

# امالی مشین

**قوی برقیات**[1] کی میدان میں ترقی کی بنا امالی موٹروں کی رفتار پر قابو رکھنا ممکن ہوا اور یوں ان موٹروں نے کارخانوں میں یک سمت رو موٹروں کی جگہ لینا شروع کیا۔اس سے پہلے جہاں بھی موٹر کی رفتار اہم ہوتی وہاں یک سمت رو موٹر استعمال ہوتی جن کی رفتار پر قابو رکھنا نہایت آسان ہوتا ہے۔پچاس سال قبل ترقی یافتہ ممالک میں یک سمت موٹر کی جگہ امالی موٹر کا استعمال شروع ہوا۔ آج میں یہی تبدیلی پاکستان میں دیکھ رہا ہوں۔ امالی موٹروں کی مضبوطی اور دیرپا کام کرنے کی صلاحیت مثالی ہے۔ قوی الیکٹرانکس نے ان کی رفتار کو قابو کر کے بلا مقابلہ بنا دیا۔

امالی موٹر درحقیقت ٹرانسفارمر کی دوسری صورت ہے یا یوں کہنا بہتر ہو گا کہ یہ ایک ایسا ٹرانسفارمر ہے جس کا ثانوی لچھا حرکت بھی کرتا ہے۔یوں امالی موٹر کے ساکن لچھے ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے اور موٹر کے گھومتے لچھے ٹرانسفارمر کے ثانوی لچھے تصور کیے جا سکتے ہیں۔موٹر کے ساکن لچھوں کو بیرونی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے جبکہ خلاء میں گھومتے مقناطیسی موج سے پیدا گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباو ان لچھوں کو طاقت فراہم کرتا ہے۔اسی کی بنا ان کو **امالی موٹر**[2] کہتے ہیں

اس باب کا مقصد امالی موٹر کے مساوی دور (**ریاضی نمونہ**)[3] کا حصول اور موٹر کی خواص پر غور کرنا ہے۔ہم دیکھیں گے کہ ان کا مساوی دور ٹرانسفارمر کے مساوی دور کی طرح ہو گا۔

---

[1] power electronics
[2] induction motor
[3] mathematical model

ہم فرض کریں گے کہ موٹر دو قطبی، تین دوری، ستارہ جڑی ہے۔اس طرح یک دوری لچھوں کا برقی رو، تار برقی رو ہو گا اور یک دوری برقی دباو $\frac{\hat{V}_t}{\sqrt{3}}$ ہو گا۔ایسا کرنے سے مسئلے پر غور کرنا آسان ہو گا جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے کارآمد ہو گا۔

## 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج

امالی مشین کے ساکن لچھے بالکل معاصر مشین کے ساکن لچھوں کی طرح ہوتے ہیں۔مزید گھومتے حصہ اور ساکن لچھوں کے قطبین کی تعداد ایک جیسی ہو گی ۔ساکن لچھوں کو متوازن تین دوری برقی رو سے ہیجان کرنے سے گھومتے مقناطیسی دباو کی ایک موج پیدا ہو گی۔ مساوات 5.49 اس موج کو ظاہر کرتی ہے جبکہ مساوات 5.53 اس کی معاصر رفتار دیتی ہے جس کو یہاں $f_s$ لکھا گیا ہے۔یہ دونوں مساوات یہاں یاد دھیانی کے لئے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔یہاں ساکن لچھوں میں برقی رو کا تعدد $\omega_e$ لکھا گیا ہے اور $\alpha$ صفر لیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} \tau_s^+(\theta,t) &= \frac{3\tau_0}{2}\cos(\theta-\omega_e t) \\ f_s &= \frac{2}{P}f_e \end{aligned} \tag{7.1}$$

## 7.2 مشین کا سرکاو اور گھومتی امواج پر تبصرہ

ہم دو قطب کی مشین پر غور کر رہے ہیں جو $P$ قطبی مشین کے لئے بھی درست ہے۔ساکن لچھوں میں تین دوری برقی رو کا تعدد $f_e$ ہے۔مساوات 5.53 کہتی ہے کہ دو قطبی مشین میں موج کی معاصر رفتار بھی $f_e$ چکر فی سیکنڈ ہو گی۔ اب تصور کریں مشین کا گھومتا حصہ، $f$ میکانی چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے موج کے رخ گھوم رہا ہے جہاں $f < f_s$ ہے۔ یوں ہر سیکنڈ گھومتا حصہ مقناطیسی بہاو کی موج سے $f_s - f$ پیچھے سرک جائے گا۔اس سرکنے کو موج کی معاصر رفتار کی نسبت سے درج ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$s = \frac{f_s - f}{f_s} = \frac{f_e - f}{f_e} \tag{7.2}$$

یہاں $s$ مشین کے سرکاو[4] کی ناپ ہے۔اس مساوات سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$
\begin{aligned}
f &= f_s(1-s) = f_e(1-s) \\
\omega &= \omega_s(1-s) = \omega_e(1-s) \quad (\text{سے ضرب دیا گیا ہے } 2\pi)
\end{aligned}
\tag{7.3}
$$

یہاں غور کیجیے گا۔ مقناطیسی بہاو کی موج $f_e$ تعدد سے گھوم رہی ہے جبکہ گھومتا لچھا $f$ تعدد سے گھوم رہا ہے۔گھومتے لچھا کے حوالہ سے مقناطیسی بہاو کی موج $(f_e - f)$ رفتار سے گھوم رہی ہے، یعنی، گھومتے لچھے کو ساکن تصور کرنے سے گھومتے مقناطیسی بہاو کی موج $(f_e - f)$ اضافی رفتار سے گھومتی نظر آئے گی۔یوں گھومتے لچھا میں امالی برقی دباو کا تعدد بھی $(f_e - f)$ ہو گا۔مساوات 7.3 کی مدد سے اس امالی برقی دباو کا (اضافی) تعدد $f_z$ درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
f_z = f_e - f = f_e - f_e(1-s) = sf_e
\tag{7.4}
$$

مشین بطور امالی موٹر استعمال کرنے کے لئے گھومتے لچھے قصر دور کیے جائیں گے۔ان قصر دور لچھوں میں برقی رو کا تعدد $sf_e$ اور رو کی قیمت لچھوں میں پیدا امالی برقی دباو اور لچھوں کی رکاوٹ پر منحصر ہو گی۔ لچھوں کی رکاوٹ برقی رو کے تعدد پر منحصر ہو گی۔

ساکن موٹر جب چالو کی جائے تو اس کا سرکاو $s$ اکائی ( $s = 1$ ) ہو گا لہٰذا گھومتے لچھوں میں برقی رو کا تعدد $f_e$ ہو گا۔ گھومتے لچھوں میں $f_e$ تعدد کا برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباو کی موج پیدا کرے گا جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔یہ بالکل اسی طرح ہے جیسا ساکن لچھوں میں برقی رو سے گھومتے مقناطیسی دباو کی موج وجود میں آتی ہے۔یوں موٹر چالو کرنے کے لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباو کی امواج ایک جیسی رفتار سے گھومتی ہیں۔مقناطیسی دباو کی یہ امواج دو گھومتے مقناطیسوں کی طرح کوشش کرتی ہیں کہ ان کے بیچ زاویہ صفر ہو۔یوں موٹر قوت مروڑ[5] پیدا کرتی ہے جسے مساوات 5.92 میں پیش کیا گیا ہے۔اگر موٹر کے دھرے پر لدے بوجھ کو مشین کی پیدا کردہ قوت مروڑ گھما سکے تو مشین گھومے گی۔اس کی رفتار تیز ہو کر ایک برقرار حد تک پہنچ جائے گی۔ امالی موٹر کی رفتار کبھی بھی معاصر رفتار تک نہیں پہنچ سکتی چونکہ اس رفتار پر اس کے گھومتے لچھوں کی نسبت سے ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباو کی موج ساکن ہو گی اور گھومتے لچھوں میں کوئی امالی برقی دباو پیدا نہیں ہو گا۔

جب موٹر چل پڑتی ہے تو اس کے گھومتے لچھوں کے برقی رو کا تعدد $sf_e$ ہو گا۔ان برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباو کی موج گھومتے لچھے کے حوالہ سے $sf_e$ رفتار سے گھومے گی۔اب گھومتا لچھا از خود رفتار $f$ سے گھوم رہا ہو گا لہٰذا

---

[4] slip
[5] torque

یہ موج در حقیقت خلاء میں $(f + sf_e)$ رفتار سے گھومے گی۔ مساوات 7.4 سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے جو ایک اہم نتیجہ ہے۔

$$f + sf_e = f + f_e - f = f_e \tag{7.5}$$

یہ مساوات کہتی ہے کہ موٹر جس رفتار سے بھی گھوم رہی ہو، گھومتے لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباو کی موج ساکن لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباو کی موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔

مثال 7.1: ایک چار قطب، ستارہ، 50 ہرٹز، 415 وولٹ پر چلنے والی امالی موٹر 15 کلو واٹ کی (پوری) بناوٹی بوجھ پر پانچ فی صد سرکاو پر چلتی ہے۔

- اس موٹر کی معاصر رفتار کتنی ہو گی؟
- پورے بوجھ پر اس کی رفتار کتنی ہو گی؟
- پورے بوجھ پر گھومتے لچھے میں برقی تعدد کتنا ہو گا؟
- پورے بوجھ سے لدے موٹر کی دھرے پر قوت مروڑ کتنی ہو گی؟

حل:

- مساوات 7.1 کی مدد سے معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ ہو گی۔
- پورے بوجھ سے لدی موٹر پانچ فی صد سرکاو پر چلتی ہے لہٰذا اس کی رفتار معاصر رفتار سے کم ہو گی۔ موٹر کی رفتار مساوات 7.3 کی مدد سے $f = 25(1 - 0.05) = 23.75$ چکر فی سیکنڈ یا 1425 چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔
- گھومتے لچھے کا برقی تعدد $f_r = 0.05 \times 50 = 2.5$ ہرٹز ہو گا۔
- اس کے دھرے پر قوت مروڑ $T_m = \frac{p}{\omega_m} = \frac{15000}{2 \times \pi \times 23.75} = 100.5\,\mathrm{N\,m}$ ہو گی۔

□

## 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباو

مساوات 7.1 کا پہلا جزو ساکن لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباو کی موج کو ظاہر کرتا ہے۔یہ مقناطیسی دباو مشین کی خلائی درز میں مقناطیسی شدت $H^+(\theta)$ پیدا کرے گی جس سے درز میں کثافت مقناطیس بہاو $B^+(\theta)$ پیدا ہو گا۔ خلائی درز کی رداسی رخ لمبائی $l_g$ لیتے ہوئے درج ذیل ہو گا

$$\begin{aligned} B^+(\theta) &= \mu_0 H^+(\theta) = \mu_0 \frac{\tau^+(\theta)}{l_g} \\ &= \frac{3\mu_0\tau_0}{2l_g}\cos(\theta-\omega_e t) \\ &= B_0\cos(\theta-\omega_e t) \end{aligned} \tag{7.6}$$

جو بالکل مساوات 5.4 کی طرح ہے۔درج بالا میں $B_0 = \frac{3\mu_0\tau_0}{2l_g}$ لیا گیا ہے۔ یوں مساوات 5.74 مقناطیسی موج $B^+(\theta)$ کی ساکن لچھوں میں پیدا کردہ امالی برقی دباو کو ظاہر کرے گی ۔اس مساوات کو یہاں دوبارہ پیش کیا جاتا ہے

$$\begin{aligned} e_{as}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega t + 90^\circ) = E_s\cos(\omega t + 90^\circ) \\ e_{bs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega t - 30^\circ) = E_s\cos(\omega t - 30^\circ) \\ e_{cs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega t + 210^\circ) = E_s\cos(\omega t + 210^\circ) \end{aligned} \tag{7.7}$$

جہاں $N_s$ ساکن لچھے کے چکر اور $E_s$ درج ذیل ہے۔

$$E_s = \omega_e N_s \phi_0 \tag{7.8}$$

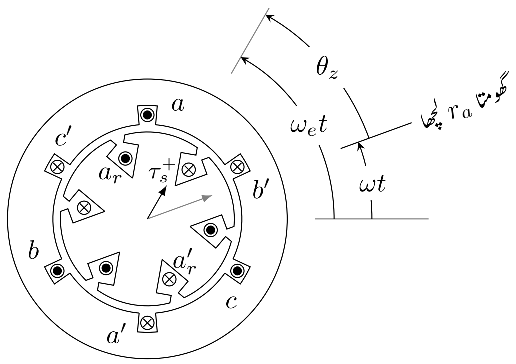
یہاں $e_{as}(t)$ لکھتے ہوئے زیر نوشت میں $a$ ، دور $a$ کو ظاہر کرتا ہے اور $s$، ساکن[6] کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ساکن $a$ لچھے کا امالی برقی دباو ہے۔امالی موٹر کے دور $a$ کی بات آگے بڑھاتے ہیں۔گھومتی مقناطیسی دباو کی موج اس لچھے میں امالی برقی دباو $e_{as}(t)$ پیدا کرتی ہے۔

## 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباو

ساکن لچھوں کی پیدا کردہ، گھومتے مقناطیسی دباو کی موج (مساوات 7.1) کی چوٹی[7] اس مقام پر ہو گی جہاں $(\theta - \omega_e t)$ صفر کے برابر ہو۔ یوں لمحہ صفر پر اس کی چوٹی صفر زاویہ $(\theta = 0)$ پر ہو گی اور لمحہ $t$ پر اس موج کی چوٹی زاویہ

[6] لفظ ساکن میں حرف س کے آواز کو $s$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔
[7] peak

$$\theta_z = \omega_e t - \omega t$$
$$\frac{\mathrm{d}\theta_z}{\mathrm{d}t} = \omega_e - \omega$$
$$= \omega_z$$




شکل 7.1: امالی موٹر اور اس کے گھومتے مقناطیسی دباو کی موجیں۔

$\omega_e t$ پر ہو گی۔ ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباو کی موج کا زاویہ کسی بھی نقطہ کے حوالے سے ناپا جا سکتا ہے۔ اس کتاب میں ساکن لچھا $a$ کو صفر زاویہ تصور کیا گیا ہے۔یوں شکل 7.1 میں نقطہ دار افقی لکیر سے زاویہ ناپا جائے گا۔اس شکل میں ایک امالی موٹر دکھائی گئی ہے جس کے ساکن لچھے تین دوری ہیں۔

مشین $f$ زاویائی رفتار سے گھوم رہی ہے۔ تصور کریں کہ لمحہ صفر یعنی $t = 0$ پر گھومتے حصہ کا $a_r$ لچھا صفر زاویہ پر ہے، یعنی یہ نقطہ دار افقی لکیر پر ہے۔ مزید تصور کریں کہ اس لمحہ ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباو کی موج بھی اسی افقی لکیر پر ہے۔ اب کچھ دیر بعد لمحہ $t$ پر یہ موج زاویہ $\omega_e t$ پر ہو گی۔ اتنی دیر میں گھومتا حصہ گھوم کر زاویہ $\omega t$ تک پہنچے گا جہاں $\omega = 2\pi f$ مشین کی زاویائی میکانی رفتار ہے۔یہ سب شکل 7.1 میں دکھایا گیا ہے۔لہٰذا لمحہ $t$ پر موج اور گھومتے لچھے کے بیچ زاویہ $\theta_z$ درج ذیل ہو گا۔

$$\theta_z = \omega_e t - \omega t \tag{7.9}$$

اگرچہ مقناطیسی موج نے $\omega_e t$ زاویہ طے کیا لیکن گھومتے لچھے کے حوالے سے اس نے صرف زاویہ $(\omega_e t - \omega t)$ طے کیا۔گھومتے لچھے کے حوالے سے موج کی اضافی[8] زاویائی رفتار[9] $\omega_z$ درج ذیل ہو گی

$$\omega_z = \frac{\mathrm{d}\theta_z}{\mathrm{d}t} = \omega_e - \omega \tag{7.10}$$

جس کو مساوات 7.4 کی مدد سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\omega_z = 2\pi(f_e - f) = 2\pi s f_e = s\omega_e \tag{7.11}$$

[8] $\omega_z$ لکھتے ہوئے زیر نوشت میں $z$، لفظ اضافی کے حرف ض کی آواز کو ظاہر کرتا ہے۔
[9] relative angular speed

یہ مساوات کہتی ہے کہ گھومتے لچھوں کے حوالے سے مقناطیسی موج کی رفتار سرکاو $s$ پر منحصر ہو گی۔البتہ اس موج کا حیطہ تبدیل نہیں ہوا۔ یوں گھومتے لچھوں کے حوالہ سے مساوات 7.6 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$B^{+}_{s,rz}(\theta, t) = B_0 \cos(\theta - \omega_z t) = B_0 \cos(\theta - s\omega_e t) \tag{7.12}$$

$B^{+}_{s,rz}$ میں + کا نشان خلاف گھڑی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں $s, rz$ [10] اس بات کی یاد دھیانی کرتا ہے کہ یہ موج ساکن لچھوں کی وجہ سے وجود میں آئی اور اسے گھومتے یعنی رواں لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔مزید، اس مساوات کا تعدد اضافی تعدد $s\omega_e$ کے برابر ہے۔

یوں گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباو مساوات 7.7 کی طرح ہوں گے لیکن ان میں تعدد $s\omega_e t = \omega_z$ ہو گا:[11]

$$\begin{aligned} e_{arz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 90^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 90^\circ) \\ e_{brz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t - 30^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t - 30^\circ) \\ e_{crz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 210^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 210^\circ) \end{aligned} \tag{7.13}$$

ان مساوات میں $N_r$ گھومتے لچھے کے چکر ہیں اور $E_r$ درج ذیل ہے جو ساکن موٹر $(s = 1)$ کے گھومتے لچھے میں برقی دباو ہو گا۔

$$E_r = \omega_e N_r \phi_0 \tag{7.14}$$

گھومتے لچھوں اور ساکن لچھوں کے امالہ دباو کا تناسب مساوات 7.13 اور مساوات 7.7 سے حاصل کرتے ہیں۔

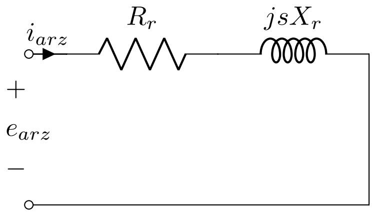
$$\frac{\text{گھومتے لچھوں کا امالی دباو}}{\text{ساکن لچھوں کا امالی دباو}} = \frac{s\omega_e N_r \phi_0}{\omega_e N_s \phi_0} = s\frac{N_r}{N_s} \tag{7.15}$$

ساکن موٹر کی صورت میں $s = 1$ ہو گا اور یہ مساوات ٹرانسفارمر کی تبادلہ دباو کی مساوات دے گی۔

اب تصور کریں گھومتے لچھوں کو قصر دور کر دیا جاتا ہے۔امالی برقی دباو گھومتے لچھوں میں برقی رو $i_{arz}$[12]، وغیرہ، پیدا کرے گا جس کا تعدد $s\omega_e$ ہو گا۔ساکن لچھے کی طرح، گھومتے لچھے کی مزاحمت $R_r$[13] اور امالہ $L_r$ یعنی متعاملیت $js\omega_e L_r$ ہو گی:

$$js\omega_e L_r = jsX_r \tag{7.16}$$

[10] $s$ لفظ ساکن کے س کو ظاہر کرتا ہے، $r$ لفظ رواں کے ر کو ظاہر کرتا ہے اور $z$ لفظ اضافی کے ض کو ظاہر کرتا ہے۔
[11] $e_{arz}$ میں دور $a$ ہے۔ گھومتے لچھے کو $r$ اور اضافی کو $z$ ظاہر کرتا ہے۔
[12] یہاں $r$ گھومتے لچھے کو ظاہر کرتا ہے اور $z$ اس بات کی یاد دھیانی کرتا ہے کہ اس برقی رو کا تعدد، اضافی تعدد ہے۔
[13] ٹرانسفارمر کی اصطلاح میں ثانوی لچھے کو زیر نوشت میں 2 سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں اسے $r$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔




$$
\begin{aligned}
Z_r &= R_r + jsX_r \\
\phi_z &= \tan^{-1} \frac{sX_r}{R_r} \\
\hat{I}_{arz} &= \frac{\hat{E}_{arz}}{Z_r}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
i_{arz}(t) &= \tfrac{sE_r}{|Z|} \cos(s\omega_e t + 90^\circ - \phi_z) \\
&= I_{0r} \cos(s\omega_e t + 90^\circ - \phi_z)
\end{aligned}
$$

شکل 7.2: گھومتے لچھا کا مساوی دور اور اس میں اضافی تعدد کا رو۔

یہاں $j\omega_e L_r$ کو $jX_r$ لکھا گیا ہے جو گھومتے لچھا کو ساکن $(s = 1)$ رکھتے ہوئے گھومتے لچھے کی متعاملیت ہے۔گھومتے لچھے کا برقی رو $i_{arz}$ شکل 7.2 سے حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں گھومتے لچھے کا امالی برقی دباو $e_{arz}(t)$ مساوات 7.13 میں پیش کیا گیا ہے۔

شکل 7.2 بالکل شکل 1.15 کی طرح ہے لہٰذا مساوات 1.50 سے برقی رو حاصل کیے جا سکتے ہیں:

$$
\begin{aligned}
i_{arz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos\left(s\omega_e t + 90^\circ - \phi_z\right) = I_{0r} \cos(s\omega_e t + \theta_0) \\
i_{brz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos\left(s\omega_e t - 30^\circ - \phi_z\right) = I_{0r} \cos(s\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\
i_{crz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos\left(s\omega_e t + 210^\circ - \phi_z\right) = I_{0r} \cos(s\omega_e t + 120^\circ + \theta_0)
\end{aligned} \tag{7.17}
$$

یہ تین دوری برقی رو ہیں جو آپس میں $120^\circ$ زاویہ رکھتے ہیں۔یہاں $\phi_z$ رکاوٹ کا زاویہ[14] ہے۔امید کی جاتی ہے کہ اسے آپ مقناطیسی بہاو نہیں سمجھیں گے۔درج بالا مساوات میں درج ذیل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
\theta_0 &= 90 - \phi_z \\
I_{0r} &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}}
\end{aligned} \tag{7.18}
$$

[14] تکنیکی دنیا میں رکاوٹ کے زاویہ کے لئے $\phi_z$ استعمال ہوتا ہے۔یہاں یہی کیا گیا ہے۔

فرض کریں شکل 7.2 میں داخلی دباو $\hat{E}_{arz}$ برقی دباو کی موثر قیمت کو ظاہر کرتی ہے۔یوں $I_{0r}$ برقی رو کی موثر قیمت ہو گی لہٰذا ایک گھومتے لچھے کی مزاحمت میں

$$p_r = I_{or}^2 R_r \tag{7.19}$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا۔ یہ طاقت حرارت میں تبدیل ہو کر لچھے کو گرم کرے گی۔

## 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتے مقناطیسی دباو کی موج

ہم جانتے ہیں کہ ساکن تین دوری لچھوں میں $f_e$ تعدد کے برقی رو گھومتے مقناطیسی دباو کی موج پیدا کرتے ہیں جو ساکن لچھے کے حوالے سے $f_e$ معاصر زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔ اسی طرح گھومتے تین دوری لچھوں میں $sf_e$ تعدد کے برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباو کی موج $\tau_{rz}^+$ پیدا کرتے ہیں جو گھومتے لچھے کے حوالے سے $sf_e$ زاویائی رفتار سے گھومتی ہے۔

$$\tau_{rz}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos\left(\theta - s\omega_e t - \theta_0\right) \tag{7.20}$$

یہاں $I_{0r}$ اور $\theta_0$ مساوات 7.18 میں دیے گئے ہیں۔گھومتا لچھا از خود $f$ زاویائی رفتار سے گھوم رہا ہو گا لہٰذا اس کی پیدا کردہ موج خلائی درز میں $(f + sf_e)$ زاویائی رفتار سے گھومے گی۔ اس رفتار کو مساوات 7.3 کی مدد سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

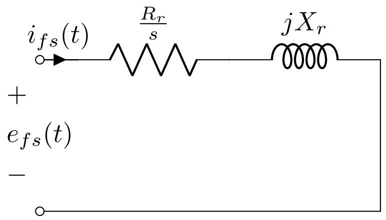
$$f + sf_e = f_e(1 - s) + sf_e = f_e \tag{7.21}$$

یوں گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباو کی موج کو ساکن لچھوں کے حوالے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\tau_{r,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos\left(\theta - \omega_e t - \theta_0\right) \tag{7.22}$$

$\tau_{r,s}^+$ میں + کا نشان گھڑی کے مخالف رخ گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں $r, s$ اس بات کی وضاحت کرتا ہے کہ یہ موج گھومتے لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا ہے مگر اسے ساکن لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔

یہاں ذرا رک کر غور کرتے ہیں۔مساوات 7.22 کے مطابق گھومتا لچھا خود جس رفتار سے بھی گھوم رہا ہو، اس کی پیدا کردہ موج ساکن لچھے کی پیدا کردہ موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔یوں مشین میں دو امواج ایک ہی معاصر




$$Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r$$
$$\phi_{fZ} = \tan^{-1}\left(\frac{X_r}{\frac{R_r}{s}}\right) = \tan^{-1}\frac{sX_r}{R_r}$$

شکل 7.3: گھومتے لچھوں کی جگہ فرضی ساکن لچھے کا دور۔

رفتار سے گھوم رہی ہوں گی۔ مساوات 5.91 کہتی ہے کہ دو مقناطیسی دباو کی موجیں قوت مروڑ پیدا کرتی ہیں جو امواج کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہو گی۔ امالی مشین میں موجود دو مقناطیسی امواج قوت مروڑ پیدا کرتی ہیں جس کی قیمت ان امواج کی چوٹیوں اور ان کے بیچ زاویہ پر منحصر ہو گی۔ امالی موٹر، لدے بوجھ کے مطابق امواج کے بیچ زاویہ رکھ کر درکار قوت مروڑ پیدا کرتی ہے۔

## 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے

اب دوبارہ اصل موضوع پر آتے ہیں۔ اگر گھومتے لچھوں کی جگہ $N_r$ چکر کے تین دوری فرضی ساکن لچھے ہوں تب مساوات 7.7 کی طرح ان میں امالی برقی دباو[15]

$$\begin{aligned} e_{afs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 90^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 90^\circ) \\ e_{bfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t - 30^\circ) = E_r \cos(\omega_e t - 30^\circ) \\ e_{cfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 210^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 210^\circ) \end{aligned} \tag{7.23}$$

پیدا ہوں گے جہاں $E_r = \omega_e N_r \phi_0$ کے برابر ہے (مساوات 7.14)۔

مزید فرض کریں ان فرضی ساکن لچھوں کی مزاحمت $\frac{R_r}{s}$ اور متعاملیت $jX_r$ ہے

$$Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r \tag{7.24}$$

[15] ان مساوات میں زیر نوشت میں $f$ لفظ فرضی کے ف کو ظاہر کرتا ہے۔

اور ان فرضی ساکن لچھوں پر مساوات 7.23 کے برقی دباو لاگو کیے جاتے ہیں (شکل 7.3)۔یوں ان میں درج ذیل برقی رو ہوں گے۔

(7.25)
$$
\begin{aligned}
i_{afs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos\left(\omega_e t + 90^\circ - \phi_Z\right) = I_{or} \cos\left(\omega_e t + \theta_0\right) \\
i_{bfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos\left(\omega_e t - 30^\circ - \phi_Z\right) = I_{or} \cos\left(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0\right) \\
i_{cfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos\left(\omega_e t + 210^\circ - \phi_Z\right) = I_{or} \cos\left(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0\right)
\end{aligned}
$$

مساوات 7.18 $I_{0r}$ اور $\theta_0$ دیتی ہے۔دھیان رہے کہ ان مساوات میں رکاوٹ کا زاویہ $\phi_{fZ}$ وہی ہے جو گھومتے لچھے کا تھا:

$$
\phi_{fZ} = \tan^{-1} \frac{X}{\left(\frac{R}{s}\right)} = \tan^{-1} \frac{sX}{R} = \phi_Z \tag{7.26}
$$

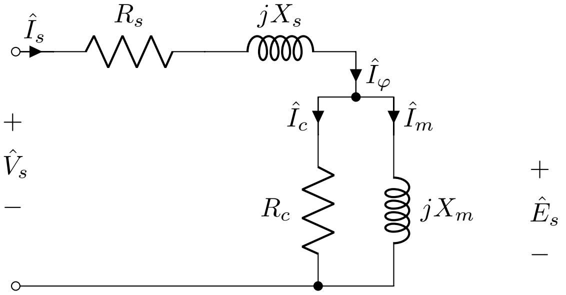
ان رو کا تعدد $\omega_e$ اور پیدا کردہ گھومتا مقناطیسی موج درج ذیل ہو گا جو ہو بہو گھومتے لچھے کی موج $\tau_{r,s}^{+}(\theta, t)$ (مساوات 7.22) ہے۔

$$
\tau_{fs,s}^{+}(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0) \tag{7.27}
$$

## 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور

ہم ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے کا برقی دور پہلے بنا چکے ہیں جہاں لچھے کی مزاحمت $R_1$ اور رستا متعاملیت[16] $jX_1$ تھی۔ ٹرانسفارمر کے قالب میں وقت کے ساتھ بدلتا مقناطیسی بہاو اس لچھے میں امالی برقی دباو $\hat{E}_1$ پیدا کرتا ہے۔ یوں

$$
\hat{V}_1 = \hat{I}_1 \left(R_1 + jX_1\right) + \hat{E}_1 \tag{7.28}
$$




$$\hat{I}_s = \hat{I}_\varphi$$
$$\hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

شکل 7.4: امالی موٹر کے ساکن لچھوں کا مساوی برقی دور۔

لکھا جا سکتا ہے جہاں $\hat{V}_1$ ابتدائی لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباو ہے۔ہم دیکھیں گے کہ امالی موٹر کے ساکن لچھے کے لئے بھی یہی مساوات حاصل ہو گی۔

تصور کریں کہ مشین کے گھومتے لچھے کھلا دور ہیں اور ساکن لچھوں پر تین دوری برقی دباو لاگو ہے۔ ساکن لچھوں کے برقی رو گھومتے مقناطیسی دباو کی ایک موج $\tau_s^+(\theta, t)$ پیدا کریں گے جو مساوات 7.1 میں دی گئی ہے۔

اس حصہ میں ہم مشین کے ایک دور، مثلاً دور $a$، پر نظر رکھیں گے۔ یہاں شکل 7.4 سے رجوع کریں۔اگر ساکن لچھے کی مزاحمت $R_s$ اور متعاملیت $jX_s$ ہو اور اس پر لاگو بیرونی برقی دباو $v_s(t)$ ہو تب کرخوف[17] کے برقی دباو کے قانون کے تحت درج ذیل ہو گا

$$v_s(t) = i_s R_s + L_s \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + e_s(t) \tag{7.29}$$

جہاں $e_s(t)$، مساوات 7.7 میں دی گئی، اس موج کی ساکن لچھے میں پیدا امالی برقی دباو ہے ۔اسی کو دوری سمتیہ کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\hat{V}_s = \hat{I}_s \left(R_s + jX_s\right) + \hat{E}_s \tag{7.30}$$

ٹرانسفارمر کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔اگر موٹر کا گھومتا لچھا کھلا دور[18] رکھا جائے تب قالب میں ایک ہی گھومتے مقناطیسی دباو کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ ہو گی۔صرف ساکن لچھے میں برقی رو $(\hat{I}_\varphi)$ ہو گا جو قالب میں مقناطیسی بہاو $\varphi_s$ پیدا کرے گا۔ یہ برقی رو $\hat{I}_\varphi$ غیر سائن نما ہو گا۔ فوریئر تسلسل[19] کی مدد سے اس کے بنیادی اور ہارمونی اجزاء دریافت

leakage reactance[16]
Kirchoff's voltage law[17]
open circuited[18]
Fourier series[19]

کئے جا سکتے ہیں۔ اس کے بنیادی جزو کے دو حصے ہوں گے۔ ایک حصہ $\hat{I}_c$، لاگو بیرونی برقی دباو $\hat{V}_s$ کے ہم قدم اور قالب میں طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرے گا جبکہ دوسرا حصہ $\hat{V}_s$ سے نوے درجہ تاخیری زاویہ پر ہو گا۔ $\hat{I}_\varphi$ میں سے $\hat{I}_c$ منفی کر کے مقناطیسی جزو حاصل ہو گا جس کو $\hat{I}_m$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ بنیادی جزو کے لحاظ سے مقناطیسی جزو تاخیری اور باقی سارے ہارمونی اجزاء کا مجموعہ ہو گا

$$\hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m \tag{7.31}$$

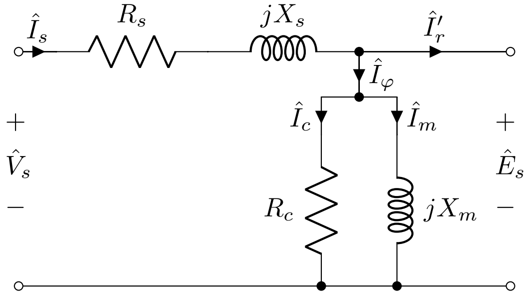
جو قالب میں مقناطیسی بہاو $\varphi_s$ پیدا کرتا ہے۔ امالی موٹر کے مساوی دور میں $\hat{I}_c$ کو مزاحمت $R_c$ سے اور $\hat{I}_m$ کو $jX_\varphi$ سے یوں ظاہر کیا جاتا ہے کہ چلتی موٹر میں، متوقع برقی تعدد اور امالی برقی دباو $\hat{E}_s$ پر، $R_c$ میں $I_c$ اور $X_m$ میں $I_m$ برقی رو حاصل ہو۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
R_c &= \frac{\hat{E}_s}{\hat{I}_c} = \frac{E_s}{I_c} \\
X_\varphi &= \frac{\left|\hat{E}_s\right|}{\left|\hat{I}_m\right|} = \frac{E_s}{I_m}
\end{aligned} \tag{7.32}$$

مقناطیسی دباو کی موج $\tau_s^+(\theta, t)$ گھومتے لچھے میں بھی امالی برقی دباو پیدا کرے گی۔ مساوات 7.30 میں اگر رکاوٹ میں برقی دباو کے گھٹنے کو نظر انداز کیا جائے تب لاگو بیرونی برقی دباو اور لچھے کا اندرونی امالی برقی دباو ہر حالت میں ایک دوسرے کے برابر ہوں گے۔ اب تصور کریں کہ گھومتے لچھے قصر دور کر دیے جاتے ہیں۔ ایسا کرتے ہی ان میں برقی رو گزرنے لگے گیں جو مقناطیسی دباو کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$، جو مساوات 7.22 میں دی گئی ہے، پیدا کریں گے۔ اس موج سے ساکن لچھے میں امالی برقی دباو $\hat{E}_s$ تبدیل ہو گا لہٰذا امالی برقی دباو اور لاگو برقی دباو ایک دوسرے کے برابر نہیں رہیں گے۔ یہ ایک نا ممکنہ صورت حال ہے۔

ساکن لچھے میں امالی برقی دباو، لاگو برقی دباو کے برابر تب رہے گا جب قالب میں مقناطیسی دباو تبدیل نہ ہو۔ مشین کے قالب میں مقناطیسی دباو برقرار یوں رہتا ہے کہ ساکن لچھے، مقناطیسی دباو $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ کی متضاد، مقناطیسی دباو کی ایک موج پیدا کرتے ہیں جو $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$ کے اثر کو مکمل طور پر ختم کر دیتی ہے۔ یہ موج پیدا کرنے کے لئے ساکن لچھوں میں برقی رو $\hat{I}_\varphi$ سے بڑھ کر $(\hat{I}_\varphi + \hat{I}'_r)$ ہو جاتے ہیں جہاں اضافی برقی رو درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}
i'_{ar}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\
i'_{br}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\
i'_{cr}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0)
\end{aligned} \tag{7.33}$$




شکل 7.5: مساوی دور اضافی برقی رو کے ساتھ۔

یہ اضافی برقی رو درج ذیل موج پیدا کرتے ہیں۔

$$\tau^{+}_{(r)}(\theta,t)=k_w\frac{4}{\pi}\frac{N_s I'_{0r}}{2}\cos(\theta-\omega_e t-\theta_0) \tag{7.34}$$

ساکن لچھوں میں اضافی برقی رو نے ہر لمحہ گھومتے لچھوں کے برقی رو کے اثر کو ختم کرنا ہے لہٰذا یہ دونوں برقی رو ہم قدم[20] ہوں گے۔چونکہ مساوات 7.34 اور مساوات 7.22 ہر لمحہ ایک دوسرے کے برابر ہیں لہٰذا درج ذیل ہو گا۔

$$N_s I'_{0r}=N_r I_{0r} \tag{7.35}$$

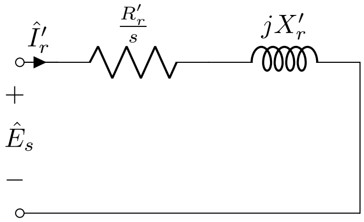
مساوات 7.18 کی استعمال سے درج ذیل ہو گا۔

$$I'_{0r}=\left(\frac{N_r}{N_s}\right)I_{0r}=\left(\frac{N_r}{N_s}\right)\frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2+s^2X_r^2}} \tag{7.36}$$

آپ نے دیکھا کہ گھومتے لچھے مقناطیسی دباو کی موج پیدا کرتے ہیں جن کے ذریعہ ساکن لچھوں کو معلوم ہوتا ہے کہ موٹر پر بوجھ لدا ہے اور وہ اس کے مطابق لاگو برقی دباو سے برقی رو لیتی ہیں۔یہاں تک امالی موٹر کا مساوی برقی دور شکل 7.5 میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں ذرہ شکل 7.6 سے رجوع کریں جہاں

$$\begin{aligned}R'_r&=\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2R_r\\X'_r&=\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2X_r\end{aligned} \tag{7.37}$$

[20] in-phase




$$
\begin{aligned}
i'_a(t) &= \frac{E_s}{\sqrt{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + X'^2_r}} \cos(\omega_e t - \theta_0 - \phi_z) \\
&= \frac{sE_s}{\sqrt{R'^2_r + s^2 X'^2_r}} \cos(\omega_e t - \theta_0 - \phi_z)
\end{aligned}
$$

شکل 7.6: گھومتے لچھے کا ایک مساوی دور۔

پر ساکن لچھوں کا امالی برقی دباو $\hat{E}_s$ لاگو ہے لہٰذا برقی رو درج ذیل ہوں گے۔

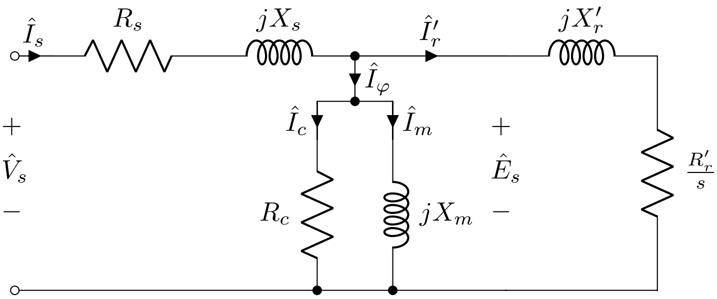
$$
\begin{aligned}
i'_a(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R'^2_r + s^2 X'^2_r}} \cos(\omega_e t + 90° - \phi_Z) \\
i'_b(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R'^2_r + s^2 X'^2_r}} \cos(\omega_e t - 30° - \phi_Z) \\
i'_c(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R'^2_r + s^2 X'^2_r}} \cos(\omega_e t + 210° - \phi_Z)
\end{aligned}
\tag{7.38}
$$

ان سب کے حیطے ایک دوسرے کے برابر ہیں جنہیں

$$
\begin{aligned}
\frac{sE_s}{\sqrt{R'^2_r + s^2 X'^2_r}} &= \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^4 (R^2_r + s^2 X^2_r)}} && \text{(مساوات 7.8، مساوات 7.37)} \\
&= \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{R^2_r + s^2 X^2_r}} \\
&= \frac{N_r}{N_s} \frac{s\omega_e N_r \phi_0}{\sqrt{R^2_r + s^2 X^2_r}} && \text{(} N_s \text{ کاٹا گیا ہے)} \\
&= \frac{N_r}{N_s} \frac{sE_r}{\sqrt{R^2_r + s^2 X^2_r}} && \text{(مساوات 7.14)} \\
&= \left(\frac{N_r}{N_s}\right) I_{0r} = I'_{0r} && \text{(مساوات 7.36)}
\end{aligned}
\tag{7.39}
$$

لکھ کر مساوات 7.38 کو درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$
\begin{aligned}
i'_a(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 90° - \phi_Z) \\
i'_b(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t - 30° - \phi_Z) \\
i'_c(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 210° - \phi_Z)
\end{aligned}
\tag{7.40}
$$




شکل 7.7: امالی موٹر کا مساوی برقی دور۔

یہ مساوات بالکل مساوات 7.33 کی طرح ہے جہاں $\theta_0 = 90 - \phi_Z$ ہو گا۔ یوں شکل 7.5 میں ساکن لچھوں کے امالی برقی دباو $\hat{E}_s$ کے متوازی شکل 7.6 جوڑنے سے ساکن لچھوں میں اضافی برقی رو اتنا ہی ہو گا جتنا اصل موٹر میں گھومتے لچھوں کی بنا ہو گا۔ ایسا کرتے ہوئے شکل 7.7 حاصل ہوتی ہے جو امالی موٹر کا مساوی برقی دور ہے اور جو امالی موٹر کی صحیح عکاسی کرتا ہے۔

## 7.8 مساوی برقی دور پر غور

ہم شکل 7.7 میں برقی دباو اور برقی رو کی قیمتوں کو موثر قیمتیں تصور کرتے ہیں۔ ایک گھومتے لچھے میں برقی طاقت کے ضیاع کو مساوات 7.19 ظاہر کرتی ہے۔ مساوات 7.37 اور 7.39 کی مدد سے اسے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

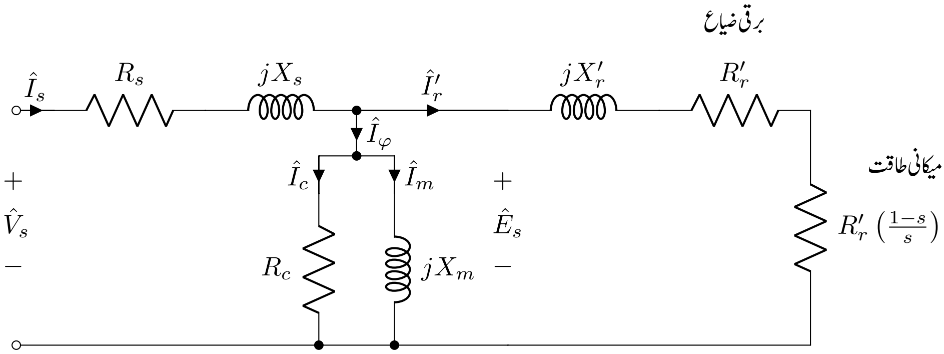
$$p_{\text{ضیاع}} = I_{0r}^2 R_r = \left(\frac{N_s^2}{N_r^2} I_{0r}'^2\right)\left(\frac{N_r^2}{N_s^2} R_r'\right) = I_{0r}'^2 R_r' \tag{7.41}$$

شکل 7.7 میں گھومتے لچھے کو کل

$$p_r = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} \tag{7.42}$$

برقی طاقت فراہم کی جائے گی جس میں سے $p_{\text{ضیاع}}$ گھومتے لچھے کی مزاحمت میں ضائع ہو گی اور باقی بطور میکانی طاقت مشین کے دھرے پر دستیاب ہو گی:

$$p = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} - I_{0r}'^2 R_r' = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s}(1-s) = p_r(1-s) \tag{7.43}$$




شکل 7.8: امالی موٹر کا دوسرا مساوی برقی دور۔

تین دوری مشین جس میں تین لچھے ہوتے ہیں تین گنا میکانی طاقت فراہم کرے گی:

$$p_{\text{میکانی}} = 3I'^2_{0r}\frac{R'_r}{s}(1-s) = 3p_r(1-s) \tag{7.44}$$

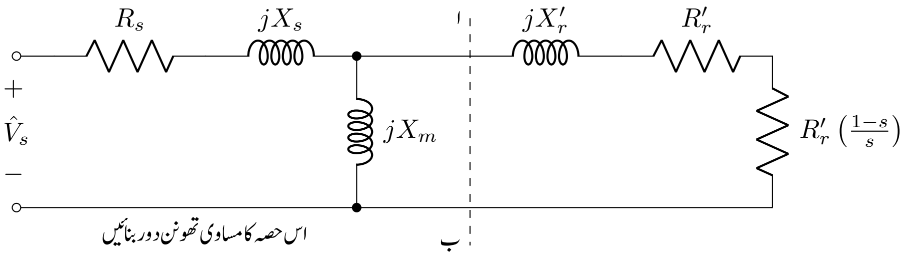
مساوات 7.44 کہتی ہے کہ ساکن موٹر، جس کا سرکاو اکائی ہو گا، کوئی میکانی طاقت فراہم نہیں کرتی ہے بلکہ وہ تمام برقی توانائی جو گھومتے حصہ کو ملتی ہے ضائع ہو کر اس حصہ کو گرم کرتی ہے جس سے موٹر جلنے کا امکان ہوتا ہے۔ آپ اس مساوات سے دیکھ سکتے ہیں کہ امالی موٹر کا سرکاو صفر کے قریب رہنا چاہئے ورنہ یہ ناقابل قبول (اور ناقابل برداشت) حد تک برقی توانائی ضائع کرے گی۔ ہم امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل 7.8 کی طرح بھی تشکیل دے سکتے ہیں جس میں شکل 7.7 کی مزاحمت $\frac{R'_r}{s}$ کو دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے:

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r + R'_r\left(\frac{1-s}{s}\right)$$

یوں شکل 7.7 میں مزاحمت $R'_r$ میں برقی طاقت کا ضیاع $I'^2_{0r}R'_r$ گھومتے لچھے کا ضیاع جبکہ مزاحمت $R'_r\left(\frac{1-s}{s}\right)$ میں برقی طاقت کا ضیاع $I'^2_{0r}R'_r\left(\frac{1-s}{s}\right)$ دراصل میکانی طاقت ہو گا۔ یاد رہے کہ تین دوری مشین کے لئے ان نتائج کو تین سے ضرب دینا ہو گا۔

میکانی طاقت سے مراد قوت مروڑ ضرب میکانی زاویائی رفتار ہے۔ امالی موٹر کی میکانی زاویائی رفتار مساوات 7.3 دیتی ہے جبکہ مساوات 5.53 میں میکانی معاصر رفتار $\omega_{sm}$ دیتی ہے۔ یوں میکانی طاقت

$$p = T_m\omega = T_m \times 2\pi f = T_m \times 2\pi(1-s)f_s = T_m(1-s)\omega_{sm} \tag{7.45}$$




شکل 7.9: امالی موٹر کا سادہ دور۔ قالبی ضیاع کو نظرانداز کیا گیا ہے۔

اور قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$T_m = \frac{p}{(1-s)\omega_{sm}} = \frac{3I'^2_{0r}}{\omega_{sm}}\frac{R'_r}{s} \tag{7.46}$$

اصل موٹر میں رگڑ، قالبی ضیاع، لچھوں میں ضیاع اور دیگر وجوہات کی بنا، دھرے پر طاقت یا قوت مروڑ ان سے کم ہو گی۔

ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور میں $R_c$ اور $X_m$ کو نظرانداز کیا گیا تھا۔ امالی موٹر میں ایسا کرنا ممکن نہیں ہوتا چونکہ موٹروں میں خلائی درز ہوتی ہے جس میں مقناطیسی بہاو پیدا کرنے کے لئے بہت زیادہ مقناطیسی دباو درکار ہوتی ہے۔بے بوجھ امالی موٹر کو بناوٹی برقی رو کا تیس سے پچاس فی صد برقی رو، قالب کو ہیجان کرنے کے لئے درکار ہوتا ہے۔ مزید، خلائی درز کی وجہ سے اس کی رستا امالہ بھی زیادہ ہوتا ہے اور اسے نظر انداز کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ البتہ مساوی دور میں $R_c$ کو نظرانداز کیا جا سکتا ہے جیسے شکل 7.9 میں کیا گیا ہے۔ اس شکل میں نقطہ دار لکیر کی بائیں جانب کا مساوی تھونن دور بنایا جا سکتا ہے۔ایسا کرنے سے امالی موٹر پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اب ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔

مثال 7.2: ستارہ، چھ قطبی، پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی 15 کلو واٹ امالی موٹر کے مساوی دور کے اجزاء درج ذیل ہیں۔

$$R_s = 0.5\,\Omega, \quad R'_r = 0.31\,\Omega, \quad X_s = 0.99\,\Omega, \quad X'_r = 0.34\,\Omega, \quad X_m = 22\,\Omega$$

موٹر میں رگڑ سے طاقت کا ضیاع 600 واٹ ہے۔ قالبی ضیاع کو اسی کا حصہ تصور کیا گیا ہے۔ اس کو اٹل تصور کیا جائے۔یہ موٹر درکار وولٹ اور تعداد پر دو فی صد سرکاو پر چل رہی ہے۔اس حالت میں موٹر کی رفتار، اس کے دھرے پر پیدا قوت مروڑ اور طاقت، اس کے ساکن لچھے کا برقی رو اور اس کی فی صد کارگزاری حاصل کریں۔

حل: موٹر کی معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{6} \times 50 = 16.66$ چکر فی سیکنڈ یا $16.66 \times 60 = 1000$ چکر فی منٹ ہو گی۔دو فی صد سرکاو پر موٹر کی رفتار $f = 16.66 \times (1 - 0.02) = 16.33$ چکر فی سیکنڈ یا $16.33 \times 60 = 979.8$ چکر فی منٹ ہو گی۔

شکل 7.9 میں دائیں جانب

$$jX'_r + R'_r + R'_r \frac{1-s}{s} = jX'_r + \frac{R'_r}{s} = j0.34 + \frac{0.31}{0.02} = j0.34 + 15.5$$

اور $jX_m$ متوازی جڑے ہیں جن کی مساوی رکاوٹ درج ذیل ہو گی۔

$$\begin{aligned}\frac{1}{Z} &= \frac{1}{15.5 + j0.34} + \frac{1}{j22}\\ Z &= 10.147 + j7.375 = R + jX\end{aligned}$$

موٹر پر لاگو یک دوری برقی دباو $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ وولٹ ہے۔یوں ساکن لچھے کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\hat{I}_s &= \frac{\hat{V}_s}{R_s + jX_s + Z}\\ &= \frac{239.6}{0.5 + j0.99 + 10.147 + j7.375}\\ &= 17.6956\underline{/-38.155^\circ}\end{aligned}$$

اس موٹر کے گھومتے حصہ کو وہی طاقت منتقل ہو گی جو رکاوٹ $Z$ کو منتقل ہو گی۔یوں مساوات 7.42 درج ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$p = I'^2_{or} \frac{R'_r}{s} = I^2_s R = 17.6956^2 \times 10.147 = 3177.37\,\mathrm{W}$$

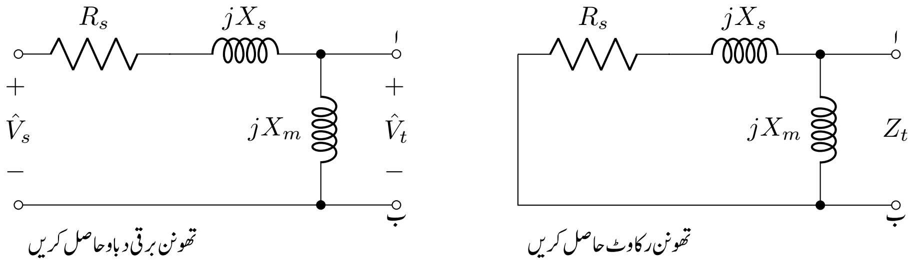
تین دور کے لئے $3 \times 3177.37 = 9532$ واٹ ہو گی۔مساوات 7.44 موٹر کی اندرونی میکانی طاقت دیتی ہے:

$$p_{\text{میکانی}} = 9532 \times (1 - 0.02) = 9341\,\mathrm{W}$$

اس سے طاقت کا ضیاع منفی کرنے سے موٹر کے دھرے پر میکانی طاقت $9341 - 600 = 8741$ واٹ حاصل ہوتی ہے لہٰذا دھرے پر قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$T = \frac{8741}{2 \times \pi \times 16.33} = 85.1\,\mathrm{N\,m}$$

موٹر کو کل مہیا برقی طاقت $\sqrt{3} \times 415 \times 17.6956 \times \cos(-38.155) = 10001.97$ واٹ ہو گی۔
یوں اس موٹر کی کار گزاری $\frac{8741}{10001.97} \times 100 = 87.39\,\%$ ہو گی۔ □




شکل 7.10: تھونن رکاوٹ اور تھونن برقی دباو حاصل کرنے کے ادوار۔

## 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھونن دور یا ریاضی نمونہ

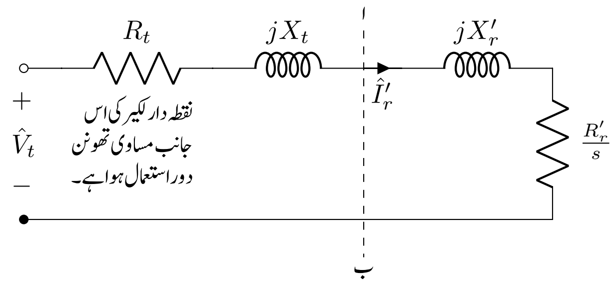
مسئلہ تھونن[21] کے مطابق کسی بھی سادہ خطی برقی دور[22] کو اس کے دو برقی سروں کے مابین ایک رکاوٹ اور ایک برقی دباو کی مساوی سلسلہ وار دور سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔اس مساوی دور کو مساوی تھونن دور کہتے ہیں جبکہ اس مساوی تھونن دور کی رکاوٹ کو تھونن رکاوٹ اور برقی دباو کو تھونن برقی دباو کہتے ہیں۔

برقی دور کے دو برقی سروں کے بیچ تھونن رکاوٹ حاصل کرنے کے لئے برقی دور کے تمام اندرونی برقی دباو قصر دور کر کے ان دو برقی سروں کے بیچ رکاوٹ معلوم کی جاتی ہے۔یہی رکاوٹ، تھونن رکاوٹ ہو گی۔انہیں برقی سروں پر تھونن برقی دباو حاصل کرنے کے لئے دیے گئے برقی دور کے تمام اندرونی برقی دباو برقرار رکھ کر ان دو سروں پر برقی دباو معلوم کیا جاتا ہے۔ یہی برقی دباو در حقیقت تھونن برقی دباو ہو گا۔بعض اوقات ہم ایک برقی دور کے ایک خاص حصے کا مساوی تھوِنن دور بنانا چاہتے ہیں۔ایسا کرتے وقت باقی برقی دور کو اس حصے سے مکمل طور پر منقطع کر کے درکار حصہ کا تھونن مساوی دور حاصل کیا جاتا ہے۔ شکل 7.10 سے ا اور ب کے بیچ مساوی تھونن رکاوٹ $Z_t$ اور تھونن برقی دباو $V_t$ درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
Z_t &= \frac{(R_s + jX_s)\, jX_m}{R_s + jX_s + jX_m} = R_t + jX_t \\
\hat{V}_t &= \frac{jX_m \hat{V}_s}{R_s + jX_s + jX_m} = V_t \underline{/\theta_t}
\end{aligned}
\tag{7.47}
$$

کسی بھی مخلوط عدد[23] کی طرح $Z_t$ کو ایک حقیقی عدد $R_t$ اور ایک فرضی عدد $jX_t$ کا مجموعہ لکھا جا سکتا ہے۔ یہی اس

[21] Thevenin theorem
[22] linear circuit




شکل 7.11: تھونن دور استعمال کرنے کے بعد امالی موٹر کا مساوی دور۔

مساوات میں کیا گیا ہے۔

ہم یوں امالی موٹر کے مساوی برقی دور کو شکل 7.11 کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں سے دوری سمتیہ کی استعمال سے مندرجہ ذیل برقی رو $\hat{I}'_r$ حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}\hat{I}'_r &= \frac{\hat{V}_t}{R_t + jX_t + \frac{R'_r}{s} + jX'_r}\\ \left|\hat{I}'_r\right| = I'_r &= \frac{V_t}{\sqrt{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2}}\end{aligned} \tag{7.48}$$

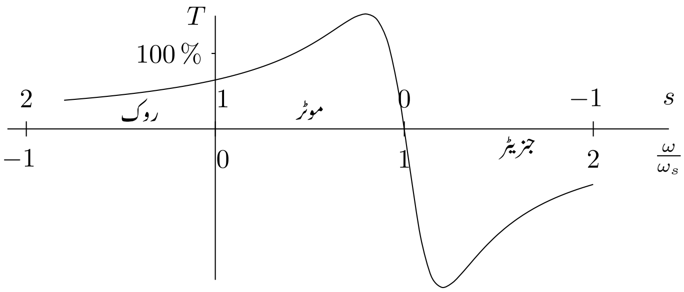
چونکہ $I'_r$ کی قیمت پر $\hat{V}_t$ کے زاویے کا کوئی اثر نہیں لہٰذا مساوی تھونن دور میں $\hat{V}_t$ کی جگہ $V\underline{/0}$ استعمال کیا جا سکتا ہے۔اس کتاب میں ایسا ہی کیا جائے گا۔

مساوات 7.46 اور مساوات 7.48 سے تین دوری مشین کی قوت مروڑ حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}T &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2\left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2}\\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2\left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\frac{R'^2_r}{s^2} + 2R_t\frac{R'_r}{s} + R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}\end{aligned} \tag{7.49}$$

---

[23] complex number




شکل 7.12: امالی موٹر کی قوت مروڑ بالمقابل سرکاو۔

اس مساوات کو شکل 7.12 میں دکھایا گیا ہے جہاں موٹر کی رفتار کو معاصر رفتار کی نسبت سے دکھایا گیا ہے۔ موٹر ازخود گھومتے مقناطیسی موج کے رخ گھومتی ہے اور اس کی رفتار معاصر رفتار سے کم رہتی ہے۔ زیادہ سرکاو پر موٹر کی کارگزاری خراب ہو جاتی ہے۔ اسی لئے لگاتار استعمال میں موٹر تقریباً پانچ فی صد سے کم سرکاو پر چلائی جاتی ہے بلکہ ان کی بناوٹ یوں کی جاتی ہے کہ امالی موٹر اپنی بناوٹی طاقت تقریباً پانچ فی صد سے کم سرکاو پر مہیا کرتی ہو۔

اگر موٹر کو زبردستی ساکن لچھوں کے گھومتے مقناطیسی موج کے رخ معاصر رفتار سے زیادہ رفتار پر گھمایا جائے تو یہ ایک جنریٹر کے طور پر کام کرنے شروع ہو جائے گی۔ ایسا کرنے کے لئے بیرونی میکانی طاقت درکار ہو گی۔ اگرچہ امالی مشین عام طور پر بطور جنریٹر استعمال نہیں ہوتی البتہ ہوا سے برقی طاقت کی پیداوار میں انہیں بطور جنریٹر استعمال کیا جانے لگا ہے۔

شکل 7.12 میں منفی رفتار بھی دکھائی گئی ہے جہاں سرکاو کی قیمت اکائی سے زیادہ ہے۔ موٹر کو ساکن لچھوں کے گھومتی مقناطیسی دباو کی موج کے مخالف رخ گھمانے سے ایسا ہو گا۔ چلتی موٹر کو جلد ساکن کرنے کے لئے ایسا کیا جاتا ہے۔ تین دوری موٹر پر لاگو کسی دو برقی دباو کو آپس میں تبدیل کرنے سے موٹر کے ساکن لچھوں کے گھومتی مقناطیسی موج یکدم مخالف رخ گھومنا شروع ہو جاتی ہے جبکہ موٹر ابھی پہلے رخ گھوم رہی ہوتی ہے۔ اس طرح موٹر جلد آہستہ ہوتی ہے اور جیسے ہی موٹر رک کر دوسرے رخ گھومنا چاہتی ہے اس پر لاگو برقی دباو منقطع کر دیا جاتا ہے۔ امالی موٹر یوں ریل گاڑی میں عموماً بطور روک[24] (بریک) استعمال کی جاتی ہے۔

امالی مشین $0 > s$ کی صورت میں بطور جنریٹر، $1 > s > 0$ کی صورت میں بطور موٹر اور $s > 1$ کی صورت میں بطور روک کام کرتی ہے۔

[24] brake

امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ مساوات 7.49 سے حاصل کی جا سکتی ہے۔ قوت مروڑ اسی لمحہ زیادہ سے زیادہ ہو گی جب گھومتے حصے کو زیادہ سے زیادہ طاقت میسر ہو۔ زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کے مسئلہ [25] کے مطابق مزاحمت $\frac{R'_r}{s}$ میں طاقت کا ضیاع اس صورت زیادہ سے زیادہ ہو گا جب (شکل 7.11 میں) اس کی قیمت باقی سلسلہ وار جڑی اجزاء کی قیمت کے برابر ہو:

$$\frac{R'_r}{s} = \left|R_t + jX_t + jX'_r\right| = \sqrt{R_t^2 + \left(X_t + X'_r\right)^2} \tag{7.50}$$

اس مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرکاو $s_z$ حاصل ہو گا۔

$$s_z = \frac{R'_r}{\sqrt{R_t^2 + \left(X_t + X'_r\right)^2}} \tag{7.51}$$

مساوات 7.49 کی نسب نما میں $R_t^2 + \left(X_t + X'_r\right)^2$ کی جگہ مساوات 7.50 کا مربع استعمال کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ $T_z$ حاصل ہو گی:

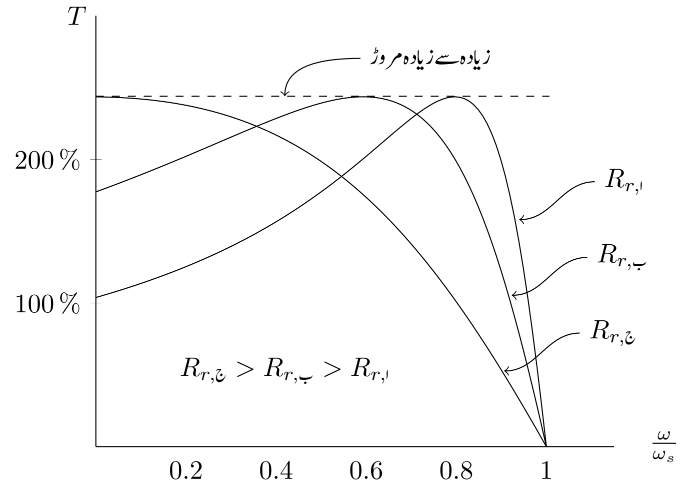
$$\begin{aligned}
T_z &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\frac{R'^2_r}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + \frac{R'^2_r}{s^2}} \\
&= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)} \\
&= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2\left(R_t + \sqrt{R_t^2 + \left(X_t + X'_r\right)^2}\right)}
\end{aligned} \tag{7.52}$$

درج بالا کے حصول میں آخری قدم پر مساوات 7.50 کا استعمال دوبارہ کیا گیا۔

اس مساوات کے مطابق امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ اس کے گھومتے لچھوں کی مزاحمت پر منحصر نہیں ہو گی۔ یہ ایک اہم معلومات ہے جسے استعمال کر کے امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ درکار رفتار پر حاصل کی جا سکتی ہے۔ آئیں دیکھتے ہیں کہ ایسا کس طرح کیا جاتا ہے۔

امالی موٹر کے گھومتے لچھوں کے برقی سروں کو سرکے چھلوں [26] کے ذریعہ باہر نکالا جاتا ہے [27] جہاں ان کے ساتھ سلسلہ وار بیرونی مزاحمت جوڑی جاتی ہے۔ اس طرح گھومتے لچھوں کی کل مزاحمت بڑھ کر $R_r + R_{\text{بیرونی}}$ ہو جاتی

[25] maximum power theorem
[26] slip rings
[27] شکل کے نمونے پر۔




شکل 7.13: بیرونی مزاحمت کا قوت مروڑ بالمقابل سرکاو کے خطوط پر اثرات۔

ہے۔ ایسا کرنے سے مساوات 7.50 کے مطابق زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ نسبتاً زیادہ سرکاو یعنی کم زاویائی رفتار پر حاصل ہو گی۔ شکل 7.13 کے مطابق مزاحمت $R_{r,ج}$ استعمال کرتے ہوئے ساکن موٹر چالو ہوتے وقت زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ دے گی۔اس طرح بوجھ بردار موٹر ساکن حالت سے ہی زیادہ بوجھ اٹھانے کے قابل ہو گی۔بیرونی مزاحمت استعمال کیے بغیر یا کم بیرونی مزاحمت، مثلاً $R_{r,ا}$، استعمال کرتے ہوئے ساکن موٹی کی قوت مروڑ نسبتاً بہت کم ہو گی۔ چونکہ زیادہ سرکاو پر موٹر کی کارگزاری خراب ہوتی ہے لہٰذا اس طرح موٹر کو زیادہ دیر نہیں چلایا جاتا اور جیسے ہی اس کی رفتار بڑھ جاتی ہے، اس سے بیرونی مزاحمتیں منقطع کر کے گھومتے لچھوں کے برقی سرے قصر دور کر دیے جاتے ہیں۔

مثال 7.3: صفحہ 228 پر مثال 7.2 میں دی گئی امالی موٹر استعمال کریں اور رگڑ سے طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کریں۔

- اگر موٹر درکار وولٹ اور تعداد پر تین فی صد سرکاو پر چل رہی ہو تب ساکن لچھے میں گھومتے لچھے کے حصہ کا برقی رو $I'_r$ اور مشین کی اندرونی میکانی طاقت اور قوت مروڑ حاصل کریں۔
- موٹر کی زیادہ سے زیادہ اندرونی پیدا قوت مروڑ اور اس قوت مروڑ پر موٹر کی رفتار حاصل کریں۔
- موٹر چالو ہونے کے لمحہ پر قوت مروڑ اور اس لمحہ پر $I'_r$ حاصل کریں۔

حل:

- یک دوری برقی دباو $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ استعمال کرتے ہوئے مساوات 7.47 کی مدد سے درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
Z_t &= \frac{(0.5+j0.99)\,j22}{0.5+j0.99+j22} = 0.4576 + j0.9573\\
\hat{V}_t &= \frac{j22 \times 239.6\underline{/0^\circ}}{0.5+j0.99+j22} = 229.2\underline{/1.246^\circ}
\end{aligned}$$

مساوات 7.48 میں تین فی صد سرکاو پر $\frac{R'_r}{s} = 10.3333$ استعمال کرتے ہوئے درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}'_r &= \frac{229.2\underline{/1.246^\circ}}{0.4576 + j0.9573 + 10.3333 + j0.34} = 21.1\underline{/-5.6^\circ}\\
I'_r &= \left|\hat{I}'_r\right| = 21.1\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ مندرجہ بالا مساوات میں $229.2\underline{/1.246^\circ}$ کی جگہ $229.2\underline{/0^\circ}$ استعمال کرنے سے $I'_r$ کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی ہے۔

مساوات 7.44 اور 7.45 کی مدد سے طاقت اور قوت مروڑ حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
p_m &= \frac{3 \times 21.1^2 \times 0.31}{0.03} \times (1-0.03) = 13\,387.46\,\mathrm{W}\\
T &= \frac{13387.46}{(1-0.03) \times 2 \times \pi \times 16.66} = 131.83\,\mathrm{N\,m}
\end{aligned}$$

- مساوات 7.51 زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرکاو درج ذیل دیتی ہے۔

$$s_z = \frac{0.31}{\sqrt{0.4576^2 + (0.9573+0.34)^2}} = 0.1638$$

یوں موٹر کی رفتار $1000 \times (1-0.1638) = 836.2$ چکر فی منٹ ہو گی۔

- چالو کرتے لمحہ پر سرکاو اکائی ہو گا لہٰذا $\frac{R'_r}{s} = 0.31$ اور یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
\hat{I}'_r &= \frac{229.2\underline{/1.246^\circ}}{0.4576 + j0.9573 + 0.31 + j0.34} = 152.07\underline{/-58.14^\circ}\\
I'_r &= 152\,\mathrm{A}
\end{aligned}$$

اس لمحہ قوت مروڑ درج ذیل ہو گی۔

$$T = \frac{3 \times 152.07^2 \times 0.31}{2 \times \pi \times 16.66} = 205\,\mathrm{N\,m}$$

□

مثال 7.4: دو قطب، ستارہ، پچاس ہرٹز پر چلنے والی تین دوری امالی موٹر 2975 چکر فی منٹ کی رفتار پر بارہ کلوواٹ کی میکانی بوجھ سے لدی ہے۔موٹر کا سرکاو اور دھرے پر قوت مروڑ حاصل کریں۔

حل: معاصر رفتار $50 = \frac{2}{2} \times 50 = \frac{2}{P} f_e$ چکر فی سیکنڈ یا 3000 $= 60 \times 50$ چکر فی منٹ ہے۔یوں سرکاو $0.00833 = \frac{3000-2975}{3000} = s$ یا 0.833 فی صد ہو گا۔ موٹر کی رفتار $49.5833 = \frac{2975}{60}$ چکر فی سیکنڈ ہے لہٰذا اس کے دھرے پر قوت مروڑ $\frac{12000}{2\times\pi\times49.58} = 38\,\mathrm{N\,m}$ ہو گی۔ □

## 7.10 پنجرہ نما امالی موٹر

گھومتے لچھوں کی ساخت پر ذرا غور کرتے ہیں۔ گھومتے لچھوں کے $N_r$ چکر ہوتے ہیں جہاں $N_r$ کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔سادہ ترین صورت میں $N_r$ ایک کے برابر ہو سکتا ہے یعنی ایک ہی چکر کا گھومتا لچھا۔اب بجائے اس کے کہ قالب میں لچھوں کے لئے شگاف بنائے جائیں اور ہر شگاف میں تانبے کی تار کا ایک چکر لپٹا جائے ہم یوں بھی کر سکتے ہیں کہ ہر شگاف میں سیدھا تانبے کا ایک سلاخ رکھ دیں اور اس طرح کے سب سلاخوں کی ایک جانب کے سروں کو تانبے کی ایک دائرہ نما سلاخ سے قصر دور کر دیں اور اسی طرح دوسری جانب کے تمام سروں کو بھی ایک تانبے کی دائرہ نما سلاخ سے قصر دور کر دیں۔ یوں تانبے کی سلاخوں کا پنجرہ حاصل ہو گا۔اسی لئے ایسی امالی موٹر کو **پنجرہ نما امالی موٹر**[28] کہتے ہیں۔

حقیقت میں شگافوں میں پگھلا تانبا یا سلور[29] ڈالا جاتا ہے جو ٹھنڈا ہو کر ٹھوس ہو جاتا ہے اور قالب کو جکڑ لیتا ہے۔دونوں اطراف کے دائرہ نما قصر دور کرنے والے چھلے بھی اسی طرح اور اسی وقت ڈھالے جاتے ہیں۔ یوں ایک مضبوط گھومتا حصہ حاصل ہوتا ہے۔ اسی مضبوطی کی وجہ سے پنجرہ نما امالی موٹر بہت مقبول ہوئی ہے۔ ایسی موٹریں سالوں تک بغیر دیکھ بھال کام کرتی ہیں اور روز مرہ زندگی میں ہر جگہ پائی جاتی ہیں۔گھروں میں پانی کے پمپ اور پنکھے انہیں سے چلتے ہیں۔

---

[28] squirrel cage
[29] copper, aluminium

## 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنے

امالی موٹر کی کارکردگی دو معائنوں سے معلوم کی جاتی ہے جن سے موٹر کے مساوی دور کے اجزاء بھی حاصل کئے جاتے ہیں۔ہم تین دوری امالی موٹر کی مثال سے ان معائنوں پر بحث کرتے ہیں۔

### 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ

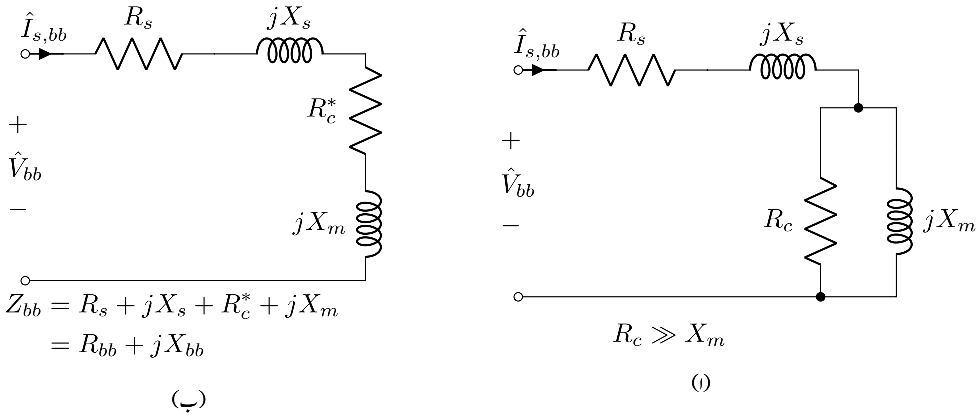
یہ معائنہ بالکل ٹرانسفارمر کے بے بوجھ معائنہ کی طرح ہے۔اس میں موٹر کے ہیجان انگیز برقی رو اور بے بوجھ موٹر میں طاقت کے ضیاع کی معلومات حاصل ہوتی ہیں۔

اس میں بے بوجھ امالی موٹر پر یکساں تین دوری برقی دباو[30] $V_{bb}$ لاگو کر کے بے بوجھ موٹر کی برقی طاقت کا ضیاع $p_{bb}$ اور اس کے ساکن لچھے کا ہیجان انگیز برقی رو $I_{s,bb}$ ناپا جاتا ہے۔یہ معائنہ امالی موٹر کے بناوٹی برقی دباو اور برقی تعدد پر سرانجام دیا جاتا ہے۔

بے بوجھ امالی موٹر صرف اتنی قوت مروڑ پیدا کرتی ہے جتنی رگڑ اور دیگر ضیاع طاقت کی وجہ سے درکار ہو۔اتنی کم قوت مروڑ بہت کم سرکاو پر حاصل ہو گی۔مساوات 7.48 سے ظاہر ہے کہ بہت کم سرکاو پر $I'_r$ بھی نہایت کم ہو گا اور اس سے گھومتے لچھوں میں برقی طاقت کا ضیاع قابل نظر انداز ہو گا۔اسی بات کو صفحہ 226 پر شکل 7.7 کی مدد سے بھی سمجھا جا سکتا ہے جہاں واضح ہے کہ بہت کم سرکاو پر مزاحمت $\frac{R'_r}{s}$ کی قیمت بہت زیادہ ہو گی اور اس کو کھلا دور سمجھا جا سکتا ہے۔ایسا کرنے سے شکل 7.14-ا ملتی ہے۔

شکل 7.14-ا کے متوازی اجزاء $R_c$ اور $jX_m$ کی جگہ مساوی سلسلہ وار جڑے اجزاء پر کرنے سے شکل 7.14-ب حاصل ہو گی۔کسی بھی امالی موٹر کی $R_c$ کی قیمت اس کی $X_m$ کی قیمت سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔متوازی دور کی

[30] $V_{bb}$ لکھتے ہوئے لفظ بے بوجھ کے پہلے حروف ب اور ب کو زیر نوشت میں bb سے ظاہر کیا گیا ہے۔




شکل 7.14: بے بوجھ امالی موٹر کا معائنہ۔

رکاوٹ $Z_m$ سے مساوی سلسلہ وار رکاوٹ $Z_s$ حاصل کرتے ہیں:

$$
\begin{aligned}
Z_m &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \\
&= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \frac{R_c - jX_m}{R_c - jX_m} \\
&= \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2 + X_m^2} \\
&\approx \frac{jR_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2} \qquad \text{چونکہ} \; R_c \gg X_m \\
&= jX_m + \frac{X_m^2}{R_c} = jX_m + R_c^* = Z_s
\end{aligned} \tag{7.53}
$$

بے بوجھ ٹرانسفارمروں میں ابتدائی لچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاتا ہے۔ بے بوجھ امالی موٹروں کا ہیجان انگیز برقی رو کافی زیادہ ہوتا ہے لہٰذا ان کے ساکن لچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔ بے بوجھ امالی موٹر کی $p_{bb}$ سے تین ساکن لچھوں کا برقی ضیاع منفی کر کے میکانی ضیاع طاقت حاصل ہو گا:

$$
p_{\text{ضیاع}} = p_{bb} - 3I_{s,bb}^2 R_s \tag{7.54}
$$

میکانی طاقت کا ضیاع بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر کے لئے ایک جیسا تصور کیا جاتا ہے۔

میکانی ضیاع $p_{\text{ضیاع}}$ کو نظرانداز کرتے ہوئے شکل 7.14-ب سے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
R_{bb} &= \frac{p_{bb}}{3I_{s,bb}^2} \\
Z_{bb} &= \frac{V_{bb}}{I_{s,bb}} \\
X_{bb} &= \sqrt{\left|Z_{bb}\right|^2 - R_{bb}^2} \\
X_{bb} &= X_s + X_m
\end{aligned} \tag{7.55}
$$

یوں اس معائنہ سے موٹر کی بے بوجھ متعاملیت $X_{bb}$ حاصل ہوتی ہے۔اگر کسی طرح ساکن لچھے کی متعاملیت $X_s$ معلوم ہو تب اس مساوات سے $X_m$ حاصل کی جا سکتی ہے۔اگلے معائنہ میں ہم $X_s$ کا اندازہ لگا سکیں گے۔

### 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے قصر دور معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں مشین کے رستا امالوں کی معلومات حاصل ہوتی ہے۔البتہ امالی موٹر کا مسئلہ ذرا زیادہ پیچیدہ ہے۔امالی موٹر کے رستا امالہ گھومتے لچھوں میں برقی تعدد اور قالب کے سیراب ہونے پر منحصر ہوتے ہیں۔

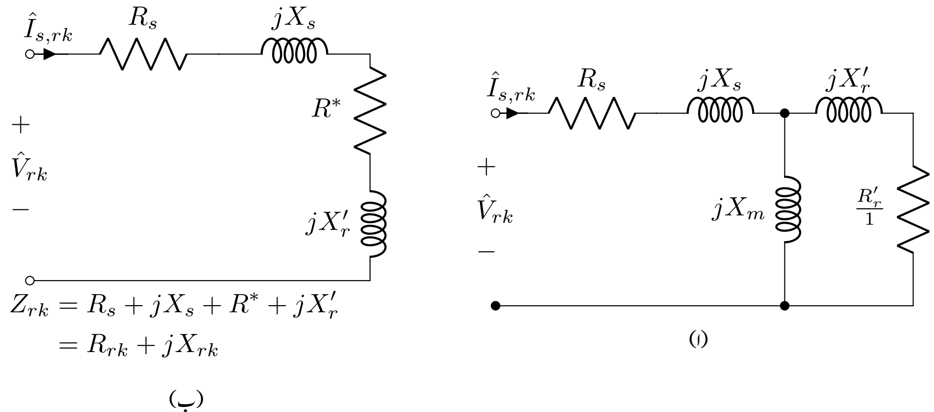
اس معائنہ میں امالی موٹر کے گھومتے حصہ کو حرکت کرنے سے زبردستی روک دیا جاتا ہے جبکہ ساکن لچھوں پر بیرونی برقی دباو $V_{rk}$ لاگو کر کے برقی طاقت $p_{rk}$ اور ساکن لچھوں کے برقی رو $I_{s,rk}$ ناپے جاتے ہیں۔ اصولی طور پر یہ معائنہ ان حالات کو مد نظر رکھ کر کیا جاتا ہے جن پر موٹر کی معلومات درکار ہوں۔

ساکن موٹر چالو کرنے کے لمحہ پر موٹر کا سرکاو اکائی ہوتا ہے اور اس کے گھومتے لچھوں میں روز مرہ تعدد $f_e$ کے برقی رو[31] $I_{t=0}$ ہوں گے، لہٰذا اگر اس لمحہ کے نتائج درکار ہوں تب موٹر کے ساکن لچھوں پر روز مرہ تعدد، $f_e$، کا اتنا برقی دباو لاگو کیا جائے گا جتنے سے اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو $I_{t=0}$ پیدا ہو۔ اسی طرح اگر برقرار چالو حالت میں بوجھ بردار موٹر کے نتائج درکار ہوں جب موٹر کا سرکاو $s$ اور اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو[32] $I_{t\to\infty}$ ہوتے ہیں تب معائنہ میں $sf_e$ تعدد کے برقی دباو استعمال کیے جائیں گے اور اس کی قیمت اتنی رکھی جائے گی جتنی سے گھومتے لچھوں میں $I_{t\to\infty}$ برقی رو وجود میں آئے۔تقریباً $20\,\mathrm{kV\,A}$ سے چھوٹی موٹروں میں برقی تعدد کے اثرات قابل نظر انداز ہوتے ہیں لہٰذا ان کا معائنہ $f_e$ تعدد کے برقی دباو پر ہی کیا جاتا ہے۔

---

[31] اس لمحہ کے برقی رو کو چھوٹی لکھائی میں وقت صفر سے منسلک کیا گیا ہے یعنی $t = 0$

[32] زیر نوشت میں $t \to \infty$ اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ موٹر کافی دیر سے چالو ہے اور یہ ایک برقرار رفتار تک پہنچ گئی ہے۔




شکل 7.15: رکے امالی موٹر کا معائنہ۔

یہاں صفحہ 226 کے شکل 7.7 کو رکے (ساکن) موٹر کے معائنہ کے نقطہ نظر سے دوبارہ دیکھتے ہیں۔ رکے (ساکن) موٹر کا سرکاو اکائی ہوتا ہے۔ مزید، اس معائنہ میں لاگو برقی دباو برقرار چالو موٹر پر لاگو برقی دباو سے خاصا کم ہوتا ہے۔ اتنے کم لاگو برقی دباو پر قالبی ضیاع کو نظرانداز کیا جا سکتا ہے۔ شکل میں $R_c$ کو کھلے دور کرنا قالبی ضیاع کو نظرانداز کرنے کے مترادف ہے۔ ایسا کرنے سے شکل 7.15-ا ملتا ہے۔ چونکہ $s = 1$ ہے لہٰذا اس شکل میں $\frac{R'_r}{s}$ کو $R'_r$ لیا گیا ہے۔

شکل 7.15-ا میں $jX_m$ اور $(R'_r + jX'_r)$ متوازی جڑے ہیں جن کی جگہ ان کی مساوی سلسلہ وار رکاوٹ پر کرنے سے شکل 7.15-ب حاصل ہو گی۔ متوازی رکاوٹ $Z_m$ کی مساوی سلسلہ وار رکاوٹ $Z_s$ حاصل کرتے ہیں:

$$
\begin{aligned}
Z_m &= \frac{jX_m(R'_r + jX'_r)}{R'_r + j(X_m + X'_r)} \\
&= \left(\frac{jX_mR'_r - X_mX'_r}{R'_r + j(X_m + X'_r)}\right)\left(\frac{R'_r - j(X_m + X'_r)}{R'_r - j(X_m + X'_r)}\right) \\
&= \frac{jX_mR'^2_r + X_mR'_r(X_m + X'_r) - X_mX'_rR'_r + jX_mX'_r(X_m + X'_r)}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2} \\
&= \frac{X_m^2R'_r}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2} + j\frac{(X_mR'^2_r + X_m^2X'_r + X_mX'^2_r)}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2} \\
&= R_s^* + jX_s^* = Z_s
\end{aligned}
\tag{7.56}
$$

ان مساوات میں $X_m \gg R'_r$ اور $X_m \gg X'_r$ لینے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$R_s^* \approx R'_r \left(\frac{X_m}{X_m + X'_r}\right)^2 \tag{7.57}$$

$$X_s^* =\approx \frac{X_m R'^2_r}{X_m^2} + \frac{X_m^2 X'_r}{X_m^2} + \frac{X_m X'^2_r}{X_m^2} \approx X'_r \tag{7.58}$$

اس معائنہ میں پیمائش کی گئی قیمتوں اور شکل 7.15-ب سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\begin{aligned} Z_{rk} &= \frac{V_{rk}}{I_{s,rk}} \\ R_{rk} &= \frac{p_{rk}}{3I_{s,rk}^2} \\ X_{rk} &= \sqrt{\left|Z_{rk}\right|^2 - R_{rk}^2} \end{aligned} \tag{7.59}$$

اس مساوات کے پہلے جزو میں پیمائشی برقی دباو اور برقی رو سے رکاوٹ حاصل کی گئی ہے۔ اس طرح دوسرے جزو میں مزاحمت اور تیسرے میں متعاملیت کا حساب لگایا گیا ہے۔

شکل 7.15-ب سے درج ذیل واضح ہے۔

$$X_{rk} = X_s + X'_r \tag{7.60}$$

امالی مشین مختلف خواص کے بنائے جاتے ہیں۔عام آدمی کی آسانی کے لئے ایسی مشینوں کی درجہ بندی کی جاتی ہے۔جدول 7.1 میں پنجرہ نما امالی موٹر کی مختلف اقسام $A, B, C, D$ اور ایسی مشین جن کا گھومتا حصہ لچھے پر مشتمل ہو، کی رستا متعاملیت $X_{rk}$ کو ساکن اور گھومتے لچھوں میں تقسیم کرنا دکھایا گیا ہے۔اس جدول کے مطابق، گھومتے لچھے والی مشین میں ساکن اور گھومتی متعاملیت ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہیں۔ شکل 7.15-ب میں $R_{rk} = R^* + R_s$ ہے لہٰذا ساکن لچھے کی مزاحمت $R_s$ مزاحمت پیما[33] کی مدد سے ناپ کر درج ذیل حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$R^* = R_{rk} - R_s \tag{7.61}$$

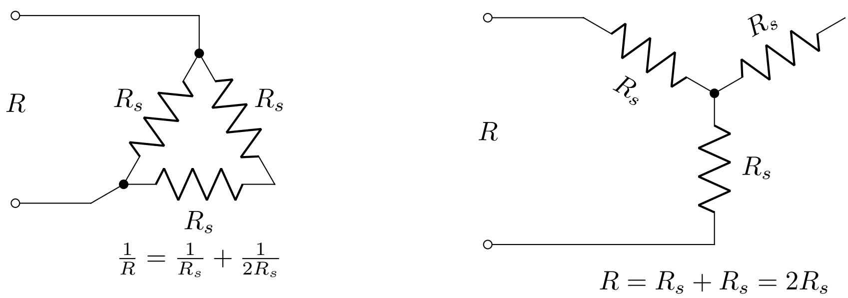
اب $R'_r$ کو مساوات 7.57 سے حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں $X_m$ بے بوجھ امالی موٹر کے معائنہ میں حاصل کی جاتی ہے۔

مزاحمت پیما کی مدد سے ساکن لچھے کی مزاحمت ناپتے وقت یہ جاننا ضروری ہے کہ موٹر ستارہ یا تکونی جڑی ہے۔ شکل 7.16 میں لچھے کو دونوں طرح جڑا دکھایا گیا ہے۔ اگر یک دوری مزاحمت $R_s$ ہو تب ستارہ جڑی موٹر کے لئے مزاحمت پیما $2R_s$ مزاحمت دے گا جبکہ تکونی جڑی موٹر کے لئے یہ $\frac{2}{3}R_s$ مزاحمت دے گا۔

[33] Ohm meter

| گھومتا حصہ | خاصیت | $X_s$ | $X'_r$ |
| --- | --- | --- | --- |
| لپٹا ہوا | کارکردگی گھومتے حصے کی مزاحمت پر منحصر | $0.5X_{rk}$ | $0.5X_{rk}$ |
| بناوٹ $A$ | عمومی ابتدائی قوت مروڑ، عمومی ابتدائی رو | $0.5X_{rk}$ | $0.5X_{rk}$ |
| بناوٹ $B$ | عمومی ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو | $0.4X_{rk}$ | $0.6X_{rk}$ |
| بناوٹ $C$ | زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، کم ابتدائی رو | $0.3X_{rk}$ | $0.7X_{rk}$ |
| بناوٹ $D$ | زیادہ ابتدائی قوت مروڑ، زیادہ سرکاو | $0.5X_{rk}$ | $0.5X_{rk}$ |

جدول 7.1: متعاملیت کی ساکن اور گھومتے حصوں میں تقسیم۔




شکل 7.16: ستارہ اور تکونی جڑی موٹروں کی ساکن لچھوں کی مزاحمت کا مزاحمت پیما کی مدد سے حصول۔

مثال 7.5: ستارہ، چار قطب، پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی موٹر کے معائنے کئے جاتے ہیں۔ موٹر کی بناوٹ درجہ بندی $A$ کے مطابق ہے۔مزاحمت پیما کسی بھی دو برقی سروں کے بیچ 0.55 اوہم جواب دیتا ہے۔بے بوجھ معائنہ $50\,\mathrm{Hz}$ اور $415\,\mathrm{V}$ پر کرتے ہوئے برقی رو $4.1\,\mathrm{A}$ اور طاقت کا ضیاع $906\,\mathrm{W}$ ناپا جاتا ہے۔جامد موٹر معائنہ $15\,\mathrm{Hz}$ اور $50\,\mathrm{V}$ پر کرتے ہوئے برقی رو $13.91\,\mathrm{A}$ اور طاقت کا ضیاع $850\,\mathrm{W}$ ناپا جاتا ہے۔اس موٹر کا مساوی برقی دور بنائیں اور پانچ فی صد سرکاو پر اس کی اندرونی میکانی طاقت حاصل کریں۔

حل: مزاحمت پیما کے جواب سے ستارہ موٹر کے ساکن لچھے کی مزاحمت $R_s = \frac{0.55}{2} = 0.275\,\Omega$ حاصل ہوتی ہے۔بے بوجھ معائنہ میں یک دوری برقی دباو $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6\,\mathrm{V}$ ہے جس سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
R_{bb} &= \frac{906}{3 \times 4.1^2} = 17.965\,\Omega \\
\lvert Z_B \rvert &= \frac{239.6}{4.1} = 58.439\,\Omega \\
X_{bb} &= \sqrt{58.439^2 - 17.965^2} = 55.609\,\Omega = X_s + X_m
\end{aligned}
$$

رکے موٹر معائنہ کے نتائج سے $X_s$ حاصل کرنے کے بعد $X_m$ حاصل ہو گی۔

ساکن لچھے کی مزاحمت میں اس برقی رو پر کل

$$
3I_{bb}^2 R_s = 3 \times 4.1^2 \times 0.275 = 13.87\,\mathrm{W}
$$

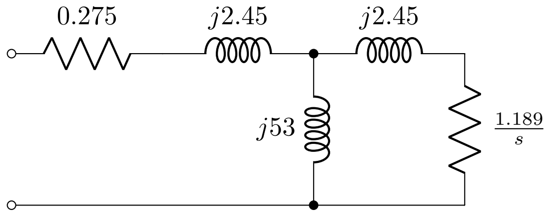
برقی طاقت کا ضیاع ہو گا لہٰذا رگڑ اور دیگر ضیاع طاقت $906 - 13.86 = 892$ واٹ ہو گا۔

رکے موٹر معائنہ میں یک دوری برقی دباو $\frac{50}{\sqrt{3}} = 28.9$ وولٹ ہیں۔ یوں درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
R_{rk} &= \frac{850}{3 \times 13.91^2} = 1.464\,\Omega \\
\lvert Z_{rk} \rvert &= \frac{28.9}{13.91} = 2.07\,\Omega \\
X_{rk,15} &= \sqrt{2.07^2 - 1.464^2} = 1.46\,\Omega
\end{aligned}
$$

اس معائنہ میں برقی تعدد 15 ہرٹز تھا لہٰذا 50 ہرٹز پر متعاملیت درج ذیل ہو گی۔

$$
X_{rk,50} = \frac{50}{15} \times X_{rk,15} \approx 4.9\,\Omega
$$




شکل 7.17: امالی موٹر کا مساوی برقی دور۔

درجہ بندی $A$ کی امالی موٹر میں یہ متعاملت ساکن اور گھومتے لچھے میں ایک جیسی تقسیم ہو گی (جدول 7.1):

$$X_s = X'_r = \frac{4.9}{2} = 2.45\,\Omega$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$X_m = X_{bb} - X_s = 55.609 - 2.45 = 53\,\Omega$$

چونکہ $R_s = 0.275$ اوہم ہے لہٰذا

$$R'_r = R_{rk} - R_s = 1.464 - 0.275 = 1.189\,\Omega$$

ہو گا۔مساوی برقی دور شکل 7.17 میں دکھایا گیا ہے۔

پانچ فی صد سرکاو پر اندرونی میکانی طاقت کی خاطر بائیں جانب کا تھونن مساوی دور استعمال کرتے ہوئے درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
V_t &= 229\underline{/0.2833^\circ} && \text{(مساوات 7.47)}\\
Z_t &= 0.251 + j2.343\\
\left|\hat{I}'_r\right| &= 9.346\,\mathrm{A}\\
p_m &= \frac{3 \times 9.346^2 \times 1.189 \times (1-0.05)}{0.05} = 5919\,\mathrm{W} && \text{(مساوات 7.44)}
\end{aligned}$$

□

# باب 8

# یک سمت رو مشین

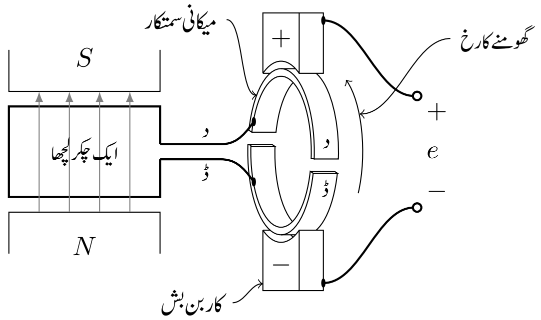
*یک سمت رو مشین* یک سمت رو[1] برقی طاقت پیدا کرتی ہیں یا یک سمت رو برقی طاقت سے چلتی ہیں۔یک سمت رو موٹروں کی اہمیت بتدریج کم ہو رہی ہے اور ان کی جگہ امالی موٹر لے رہے ہیں جن کی رفتار *قوی برقیات*[2] سے قابو کی جاتی ہے۔موجودہ دور میں گاڑیوں کے یک سمت جنریٹر بھی دراصل سادہ بدلتا رو جنریٹر ہوتے ہیں جن کے اندر نسب ڈایوڈ[3] بدلتا محرک برقی دباو کو یک سمت محرک برقی دباو میں تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں دو قطب کے یک سمت مشینوں کا مطالعہ کیا جائے گا۔میکانی سمت کار والے یک سمت مشینوں میں میدانی لچھا ساکن جبکہ قوی لچھا گھومتا ہے۔

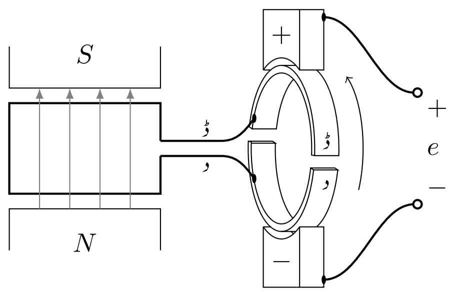
## 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی

جنریٹر بنیادی طور پر بدلتا برقی دباو پیدا کرتا ہے۔یک سمت جنریٹر کے اندر نسب *میکانی سمت کار*[4] میکانی طریقہ سے بدلتا دباو کو یک سمت دباو میں تبدیل کر کے برقی سروں پر فراہم کرتا ہے۔

[1] dc, direct current
[2] power electronics
[3] diode
[4] commutator



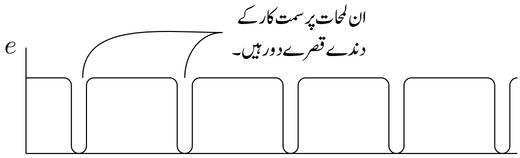

شکل 8.1: میکانی سمت کار۔




شکل 8.2: آدھے چکر کے بعد بھی بالائی بُش مثبت ہی ہے۔

میکانی سمت کار کو شکل 8.1 میں دکھایا گیا ہے جہاں جنریٹر کے قوی لچھے کو ایک چکر کا دکھایا گیا ہے اگرچہ حقیقت میں لچھا زیادہ چکر کا ہو گا۔ قوی لچھے کے برقی سروں کو د اور ڈ سے ظاہر کیا گیا ہے جو سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ قوی لچھا اور سمت کار ایک ہی دھرے پر نسب ہوتے ہیں لہٰذا دونوں ایک ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ تصور کریں (میکانی سمت کار سے لچھے کی طرف دیکھتے ہوئے) مقناطیسی میدان میں دونوں گھڑی وار گھوم رہے ہیں۔ مقناطیسی میدان افقی سطح میں $N$ سے $S$ رخ ہو گا جسے نوکدار لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ سمت کار کے ساتھ ساکن کاربن بش، اسپرنگ کی مدد سے دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ ان کاربن بشوں سے برقی دباو کو جنریٹر کے باہر منتقل کیا جاتا ہے۔ بشوں کو مثبت علامت $+$ اور منفی علامت $-$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دکھائے گئے لمحہ پر لچھے میں پیدا برقی دباو $e$ کی وجہ سے لچھے کا سر د مثبت اور ڈ منفی ہے۔ یوں سمت کار کا حصہ د مثبت اور حصہ ڈ منفی ہوں گے لہٰذا کاربن کا $+$ علامت والا بش مثبت اور $-$ علامت والا بش منفی ہو گا۔ یوں بیرونی بالائی تار مثبت اور نچلی تار منفی ہوں گے۔ آدھا چکر بعد، جیسا شکل 8.2 میں دکھایا گیا ہے، خلائی درز میں لچھا کے د




شکل 8.3: دو دندی سمت کار سے حاصل یک سمت برقی دباو۔

اور ڈ اطراف آپس میں جگہیں تبدیل کر چکے ہوں گے ۔لچھا کے د اور ڈ اطراف اب بھی سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ لچھے پر برقی دباو الٹ ہے اور اس کا سر د منفی اور ڈ مثبت ہیں۔ یہاں سمت کار کی کارکردگی پر نظر رکھیں۔ اب بھی کاربن کا $+$ علامت والا بش مثبت اور $-$ علامت والا بش منفی ہے۔ یوں جنریٹر کے بیرونی برقی سروں پر اب بھی بالائی سر مثبت اور نچلا سر منفی ہے۔سمت کار کے دانتوں کے مابین برقی دباو ہوتا ہے لہٰذا ان کو غیر موصل کی مدد سے ایک دوسرے اور دھرے سے دور رکھا جاتا ہے۔

گھومتے وقت ایک ایسا لمحہ آتا ہے جب سمت کار کے دانتوں کو کاربن بش قصر دور کرتے ہیں۔ کاربن بش محیط پر اس طرح رکھے جاتے ہیں کہ جس لمحہ لچھے میں برقی دباو مثبت سے منفی یا منفی سے مثبت ہونا چاہیے اسی لمحہ کاربن کے بش لچھے کو قصر دور کرتے ہوں۔چونکہ اس لمحہ لچھے پر محرک دباو صفر ہوتا ہے لہٰذا اسے قصر دور کرنے سے کوئی نقصان نہیں ہوتا ہے۔یوں حاصل برقی دباو شکل 8.3 میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں دو دندی سمت کار اور دو مقناطیسی قطب کے درمیان گھومتا ہوا ایک قوی لچھا دکھایا گیا ہے۔حقیقت میں جنریٹر کے متعدد قطبین ہوں گے اور فی قطب سمت کار کے کئی دندے ہوں گے۔چھوٹی مشینوں میں مقناطیس ہی مقناطیسی میدان فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں مقناطیسی میدان ساکن میدانی لچھے فراہم کرتے ہیں۔ دونوں اقسام کی مشینوں کے لچھے تقسیم شدہ ہوتے ہیں۔

اب ہم زیادہ دندوں کے ایک سمت کار کو دیکھتے ہیں۔

### 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل

پچھلے حصہ میں سمت کار کی بنیادی کارکردگی پر غور کیا گیا۔ اس حصہ میں اس پر تفصیلی بات کی جائے گی۔ شکل 8.4 میں اعالی مشین دکھائی گئی ہے۔اس شکل میں اندر کو سمت کار ہے جس کے دندوں کو گنتی لگائی گئی ہے۔سمت کار کی اندر

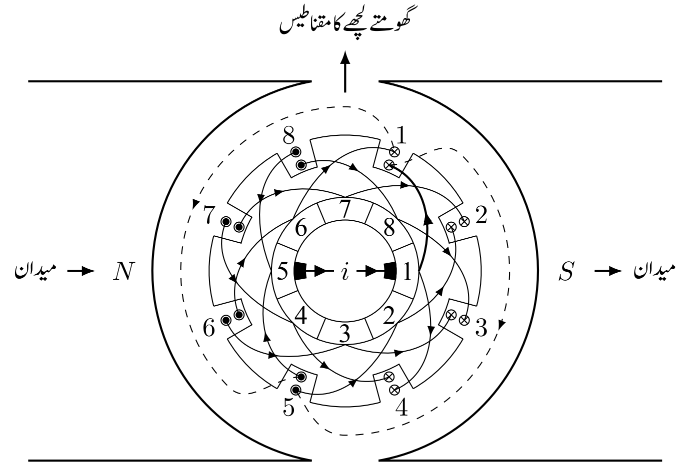
جانب دو عدد کاربن بش ہیں جن سے بیرون برقی رو $i$ حاصل کی جاتی ہے۔شگافوں کو بھی گنتی لگائی گئی ہے۔جنریٹر کے دو قطب اور آٹھ شگاف ہیں۔اس طرح اگر ایک شگاف ایک قطب کے سامنے ہو تو تین شگاف چھوڑ کر موجود شگاف دوسرے قطب کے سامنے ہو گا۔ہم کہتے ہیں کہ ایسے دو شگاف "ایک قطب فاصلہ" پر ہیں۔یوں شگاف 1 اور 5 ایک دوسرے سے ایک قطب کے فاصلے پر ہیں جبکہ شگاف 2 اور 6 ایک دوسرے سے ایک قطب کے فاصلے پر ہیں۔

جیسا شکل 8.2 میں دکھایا گیا، اگر لچھے کا ایک طرف شمالی قطب کے سامنے ہو تب اس کا دوسرا طرف، ایک قطب فاصلہ پر، جنوبی قطب کے سامنے ہو گا۔ لچھوں کو شگافوں میں رکھا جاتا ہے۔ یوں شکل 8.4 میں اگر ایک لچھے کا ایک طرف شگاف 1 میں ہو تب اس کا دوسرا طرف، ایک قطب فاصلہ پر، شگاف 5 میں ہو گا۔حقیقت میں ہر شگاف میں دو لچھے رکھے جاتے ہیں۔ ایک لچھے کو شگاف میں محور کے قریب اور دوسرے کو شگاف میں محور سے دور رکھا جا سکتا ہے۔ایسا کرنے کے لئے ہمیں دو مختلف جسامت کے لچھے تیار کرنے ہوں گے۔ محور کے قریب رکھا گیا لچھا جسامت میں چھوٹا جبکہ محور سے دور لچھا بڑا ہو گا۔ لچھوں کو پہلے تیار کر کے بعد میں شگافوں میں رکھا جاتا ہے۔ اس سے بہتر ترکیب موجود ہے جو حقیقت میں استعمال ہوتی ہے۔

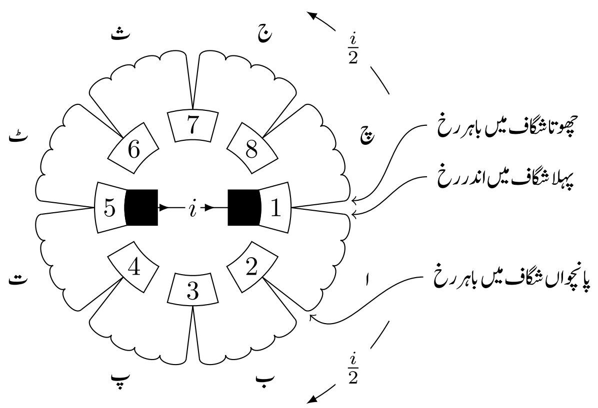
بہتر ترکیب میں ایک لچھے کے ایک طرف کو ایک شگاف میں محور کے قریب اور، ایک قطب فاصلہ پر، دوسرے شگاف میں محور کے دور رکھا جاتا ہے۔دوسرے لچھے کو انہیں شگافوں میں باقی دو مقامات پر رکھا جاتا ہے۔یوں دونوں لچھوں کی جسامت ایک دوسرے جیسے ہو گی اور ان میں اتنی ڈھیل ہو گی کہ انہیں شگافوں میں با آسانی رکھا جا سکے۔

اب شکل 8.4 کو تفصیل سے سمجھتے ہیں۔شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو کے رخ نقطہ اور صلیب سے ظاہر کئے گئے ہیں۔ نقطہ کا نشان، صفحہ سے عمودی باہر رخ رو کو ظاہر کرتا ہے جبکہ صلیب کا نشان اس کے مخالف رخ رو کو ظاہر کرتا ہے۔یوں پہلا (1) شگاف میں برقی رو صفحہ کو عمودی اندر رخ ہے۔

شکل 8.4 میں مشین کا عمودی تراش دکھایا گیا ہے۔ مشین کا محور کتاب کے صفحہ کو عمودی ہو گا۔ہمیں مشین کا (قریبی، بالائی) "سامنے" طرف نظر آ رہا ہے جبکہ (ہم سے دور) "نچلا" طرف ہمیں نظر نہیں آ رہا ہے۔"سامنے" طرف کی تاروں کو ٹھوس جبکہ "نچلے" طرف (نظر نہ آنے والے) تاروں کو نقطہ دار دکھایا گیا ہے۔ہر شگاف میں دو لچھے دکھائے گئے ہیں جن میں سے ایک مشین کی محور کے قریب "اندر" جانب اور دوسرا محور سے دور "باہر" جانب ہے۔پہلا (1) شگاف میں "اندر" جانب موجود لچھا، سمت کار کے پہلا (1) دانت سے جڑا ہے۔اس جوڑ کو موٹی تیر دار لکیر سے دکھایا گیا ہے جہاں تیر کا نشان برقی رو کے رخ کو ظاہر کرتا ہے۔شگاف 1 کے "نچلے" طرف (کے اندرونی مقام) سے نکل کر یہ لچھا شگاف 5 میں "نچلے" طرف سے (بیرونی مقام میں) داخل ہوتا ہے۔اس بات کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔اسی طرح دو عدد لچھے شگاف 2 اور 6 میں پائے جاتے ہیں۔ان میں




شکل 8.4: کاربن بش سمتکار کے دندوں کو قصر دور نہیں کر رہا ہے۔

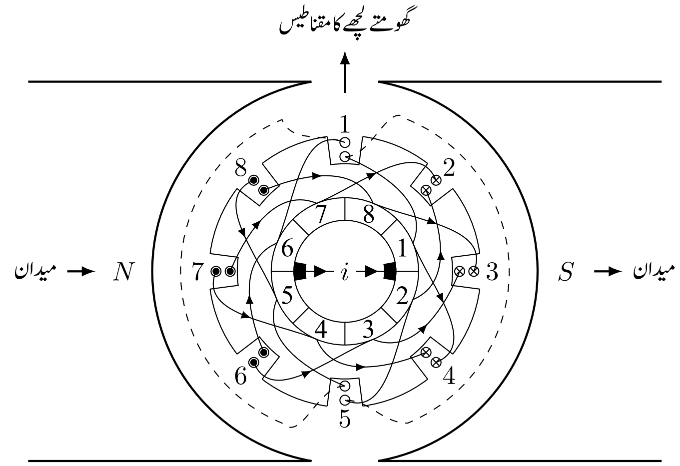



شکل 8.5: سمت کار سے جڑے لچھے۔

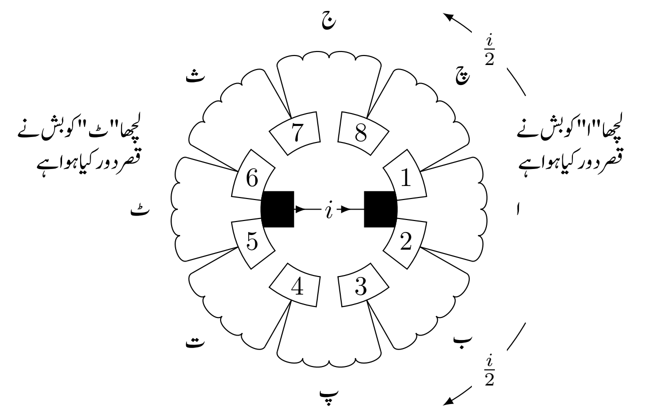
ایک لچھا شگاف 2 میں "اندر" جانب اور شگاف 6 میں "باہر" جانب ہے جبکہ دوسرا لچھا دوسرے شگاف میں "باہر" جانب اور چھٹے شگاف میں "اندر" جانب ہے۔ نقطہ دار لکیریں صرف پہلی اور پانچویں شگافوں کے لئے دکھائی گئی ہیں۔آپ خود باقی شگافوں کے لئے انہیں بنا سکتے ہیں۔ہر لچھے کا ایک طرف شگاف میں "اندر" جانب اور دوسرا طرف ایک قطب دور شگاف میں "باہر" جانب ہو گا۔ سمت کار کا پہلا (1) دانت چوتھے (4) شگاف کے "باہر" جانب موجود لچھے سے بھی جڑا ہے۔آپ یہاں رک کر شکل 8.5 کی مدد سے مشین میں برقی رو کے رخ سمجھیں اور تسلی کر لیں کہ یہ درست دکھائے گئے ہیں۔اس شکل میں لچھوں کو ا، ب، پ، وغیرہ سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ سمت کار کے دندوں کو گنتی لگائی گئی ہے۔کاربن کے بش پہلے اور پانچویں دانت سے جڑے دکھائے گئے ہیں۔

شکل 8.5 میں کاربن بش سے برقی رو سمت کار کے پہلے دانت سے ہوتا ہوا دو برابر حصوں میں تقسیم ہو کر دو یکساں متوازی راستوں بہتا ہے۔ایک راستہ سلسلہ وار جڑے ا، ب، پ اور ت لچھوں پر مشتمل ہے جبکہ دوسرا راستہ سلسلہ وار جڑے ٹ، ث، ج اور چ لچھوں پر مشتمل ہے۔یہ دو عدد سلسلہ وار راستے آپس میں متوازی جڑے ہیں۔ برقی رو کے رخ نقطہ دار نوک دار لکیروں سے ظاہر کیے گئے ہیں۔دو متوازی راستوں سے گزرتا برقی رو ایک مرتبہ دوبارہ مل کر ایک ہو جاتا ہے اور سمت کار کے پانچویں دانت سے جڑے کاربن بش کے ذریعہ مشین سے باہر نکل جاتا ہے۔ گھومتے حصہ کے شگافوں میں موجود لچھوں کا برقی رو، مقناطیسی دباو پیدا کرے گا جو ساکن مقناطیسی دباو کو عمودی ہو گا جیسا شکل 8.4 میں دکھایا گیا ہے۔گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباو کا رخ جاننے کے لئے شکل 8.4 کے شگافوں میں برقی رو پر نظر رکھیں۔ بائیں جانب چار شگافوں میں رو صفحہ سے باہر جبکہ دائیں جانب چار شگافوں میں رو صفحہ کے اندر رخ ہے۔دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو انہیں کے رخ گھمانے سے انگوٹھا میدان کا رخ دے گا۔ آپس میں قائمہ مقناطیسی دباو دھرے پر گھڑی وار قوت مروڑ پیدا کریں گے۔یوں اگر مشین موٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو تب یہ گھڑی وار گھومے گی اور کاربن بش پر ایسا بیرونی یک سمت برقی دباو لاگو ہو گا جو دکھائے گئے برقی رو پیدا کرتا ہو۔

اب تصور کریں کہ مشین ایک جنریٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہے جس کو خلاف گھڑی بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جا رہا ہے۔سمت کار کے آدھے دانت کے برابر حرکت کے بعد جنریٹر شکل 8.6 میں دکھائے گئے حالت میں ہو گا جہاں دایاں کاربن بش سمت کار کے پہلے اور دوسرے دانت کو قصر دور جبکہ بایاں کاربن بش پانچویں اور چھٹے دانت کو قصر دور کرتے ہیں۔یوں پہلے اور پانچویں شگافوں کے لچھے قصر دور ہوں گے جبکہ باقی شگافوں کے لچھوں میں حسب معمول برقی رو ہو گا جو پہلے کی طرح اب بھی ساکن لچھوں کے مقناطیسی دباو کے عمودی مقناطیسی دباو پیدا کریں گے۔آپ گھومتے لچھوں کے میدان کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے جان سکتے ہیں۔ بائیں جانب تین شگافوں میں رو صفحہ سے باہر جبکہ دائیں جانب تین شگافوں میں صفحہ کے اندر رخ ہے۔ دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو انہیں کے رخ گھمائیں۔ انگوٹھا میدان کا رک دے گا۔اس لمحہ کی وضاحت شکل 8.7 میں کی گئی ہے۔




شکل 8.6: کاربن بش سمت کار کے دندوں کو قصر دور کر رہا ہے۔




شکل 8.7: کاربن بش دو دندوں کو قصر دور کر رہے ہیں۔

مشین جب سمت کار کے ایک دانت کے برابر حرکت مکمل کر لے تو کاربن بش دوسرے اور چھٹے دانت سے جڑ جائیں گے۔پہلے اور پانچویں شگافوں میں برقی رو کا رخ پہلے کے مخالف ہو جائے گا جبکہ باقی شگافوں میں برقی رو کے رخ برقرار رہیں گے۔گھومتے لچھوں کا برقی دباو اب بھی اسی رخ ہو گا۔

جتنے دورانیہ کے لئے کاربن بش دو لچھوں کو قصر دور کرتے ہیں اتنے وقت میں ان لچھوں میں برقی رو کا رخ الٹ ہو جاتا ہے۔کوشش کی جاتی ہے کہ اس دوران برقی رو وقت کے ساتھ بتدریج تبدیل ہو۔ایسا نہ ہونے سے کاربن بش سے چنگاریاں نکلتی ہیں جن سے بش جلد ناکارہ ہو جاتے ہیں۔جنریٹر کے قصر دور لچھوں میں پیدا برقی دباو، قصر دور لچھوں میں گھومتا ناکارہ برقی رو پیدا کرتا ہے جو ہمارے کسی کام کا نہیں ہوتا ہے۔لچھے اور کاربن بش کی مزاحمت اس ناکارہ رو کی قیمت تعین کرتے ہیں۔

حقیقت میں یک سمت جنریٹر میں فی قطب درجن دانت کا سمت کار استعمال ہو گا اور اگر مشین بہت چھوٹی نہ ہو تو اس میں دو سے زیادہ قطب ہوں گے۔

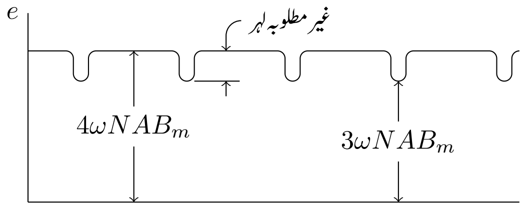
## 8.2 یک سمت جنریٹر کا برقی دباو

گزشتہ حصہ کے شکل 8.5 میں ا، ب، پ اور ت لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ اسی طرح ٹ، ث، ج اور چ لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔حصہ 5.3 میں مساوات 5.23 یک لچھی یک سمت جنریٹر کا محرک برقی دباو $e_1$ دیتی ہے۔ اسے یہاں یاد دھیانی کے لئے دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$e_1 = \omega N \phi_m = \omega N A B_m \tag{8.1}$$

خلائی درز میں یکساں $B_m$ کی صورت میں تمام لچھوں میں ایک جیسا محرک برقی دباو پیدا ہو گا۔یوں شکل 8.4 میں دکھائے لمحہ پر (شکل 8.5 سے رجوع کریں) جنریٹر کا کل محرک برقی دباو $e$، ایک لچھے کے محرک برقی دباو کا چار گنا ہو گا

$$\begin{aligned} e &= e_{\text{ا}} + e_{\text{ب}} + e_{\text{پ}} + e_{\text{ت}} \\ &= e_{\text{ٹ}} + e_{\text{ث}} + e_{\text{ج}} + e_{\text{چ}} \\ &= 4\omega N A B_m \end{aligned} \tag{8.2}$$




شکل 8.8: آٹھ دندی میکانی سمت کار سے حاصل برقی دباو۔

جبکہ شکل 8.6 میں دکھائے گئے لمحہ پر $e$ صرف تین لچھوں کے محرک برقی دباو کا مجموعہ ہو گا (شکل 8.7 سے رجوع کریں):

$$\begin{aligned} e &= e_{\text{ب}} + e_{\text{پ}} + e_{\text{ت}} \\ &= e_{\text{ث}} + e_{\text{ج}} + e_{\text{چ}} \\ &= 3\omega NAB_m \end{aligned} \tag{8.3}$$

شکل 8.8 میں آٹھ دندی میکانی سمت کار سے حاصل برقی دباو دکھایا گیا ہے جہاں یک سمت برقی دباو پر سوار غیر مطلوبہ لہر نظر آ رہی ہیں۔اگر جنریٹر کے ایک جوڑی قطبین پر $n$ لچھے ہوں تب شکل 8.5 کی طرح یہ دو $\frac{n}{2}$ سلسلہ وار لچھوں جتنا محرک برقی دباو پیدا کرے گا۔

$$e = \frac{n}{2}\omega N\phi_m = \frac{n}{2}\omega NAB_m \tag{8.4}$$

اس صورت میں غیر مطلوبہ لہر کل یک سمت برقی دباو کی تقریباً

$$\frac{\omega N\phi_m}{\frac{n}{2}\omega N\phi_m} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100 \tag{8.5}$$

فی صد ہو گی۔یوں فی قطب دندوں کی تعداد بڑھانے سے زیادہ ہموار برقی دباو حاصل ہو گا اور غیر مطلوبہ لہر قابل نظر انداز ہو گی۔

تصور کریں کہ شکل 8.4 کی مشین کی خلائی درز میں $B_m$ غیر یکساں ہے۔اب لچھوں میں محرک برقی دباو مساوات 8.1 کے تحت مختلف زاویوں پر مختلف ہو گا۔اس طرح مشین سے حاصل کل برقی دباو چار سلسلہ وار لچھوں کے مختلف محرک برقی دباو کا مجموعہ

$$e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \tag{8.6}$$

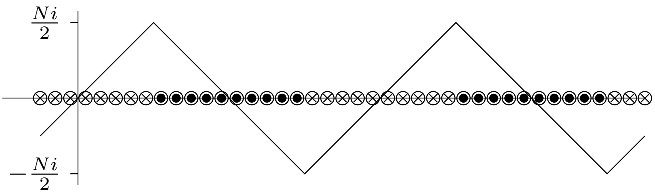
ہو گا جہاں $e_1, e_2, \cdots$ مختلف لچھوں کے محرک برقی دباو ہیں۔

شکل 8.4 میں گھومتے حصہ کو ایک دندان کے برابر حرکت دینے سے دوبارہ یہی شکل حاصل ہوتا ہے لہٰذا ایک دندان حرکت کے بعد حاصل برقی دباو بھی دوبارہ وہی ہو گا۔ میکانی سمت کار کے فی قطب دندوں کی تعداد بڑھانے سے ایک دندان کے برابر حرکت بہت چھوٹی ہو گی لہٰذا خلائی درز میں ہمواری کے ساتھ تبدیل ہوتے کثافت مقناطیسی بہاو کی صورت میں اتنی کم حرکت کے احاطے میں $B_m$ کی قیمت میں تبدیلی قابل نظر انداز ہو گی اور $B_m$ کو یکساں تصور کیا جا سکتا ہے۔ یوں اگر لچھا ایک دندان کے احاطے میں حرکت کرے تو اس میں محرک برقی دباو تبدیل نہیں ہو گا۔ یعنی جس لچھے کا محرک برقی دباو $e_1$ ہو اس لچھے کا محرک برقی دباو ایک دندان احاطے میں یہی رہے گا۔ یوں اگرچہ $e_1, e_2, \cdots$ ایک دوسرے سے مختلف ہو سکتے ہیں لیکن ان میں سے ہر ایک کی ایک مستقل قیمت ہو گی، لہٰذا مساوات 8.6 میں دیا گیا محرک برقی دباو (جو ان مستقل قیمتوں کا مجموعہ ہو گا) بھی ایک مستقل ہو گا۔

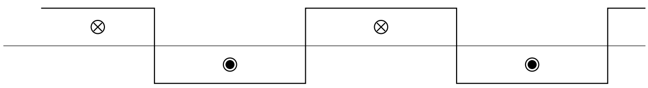
ہم نے دیکھا کہ خلائی درز میں ہمواری کے ساتھ تبدیل ہوتے $B_m$ کی صورت میں جنریٹر سے معیاری یک سمت محرک برقی دباو حاصل ہو گا۔ بدلتا رو جنریٹر میں $B_m$ سائن نما رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ نہایت چھوٹی یک سمت مشینوں کے خلائی درز میں $B_m$ یکساں رکھا جاتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں اسے ہمواری کے ساتھ تبدیل کیا جاتا ہے۔ جیسا اوپر ذکر ہوا عملاً میکانی سمت کار کے دندوں تک لچھوں کے سروں کی رسائی ممکن تب ہوتی ہے جب ہر شگاف میں دو لچھے رکھے جائیں۔

شگافوں کی تعداد $n$ ہونے کی صورت میں شگافوں کی جوڑیوں کی تعداد $\frac{n}{2}$ ہو گی۔ شگافوں کی ایک جوڑی میں 2 لچھے پائے جاتے ہیں لہٰذا لچھوں کی کل تعداد $n$ ہو گی۔ اگر تمام لچھوں میں ملا کر $N$ چکر ہوں تب ایک لچھے میں $\frac{N}{n}$ چکر ہوں گے اور ایک شگاف کے دو لچھے، مقناطیسی میدان میں $\frac{2NI}{n}$ کی تبدیلی پیدا کریں گے۔ یوں بالکل قریب قریب شگافوں میں رکھے گئے لچھوں سے خلائی درز میں سیڑھی نما مقناطیسی دباو کی موج پیدا ہو گی جہاں ہر سیڑھی کی اونچائی $\frac{2NI}{n}$ ہو گی۔ کل چکر $N$ کو اٹل رکھتے ہوئے شگافوں کی تعداد بڑھانے سے ایک سیڑھی کی اونچائی کم ہو گی۔ یوں کافی زیادہ شگافوں کی صورت میں ایک سیڑھی کی اونچائی قابل نظر انداز ہو گی اور مقناطیسی موج کو سیڑھی موج کی بجائے آری کے دندوں کی مانند موج تصور کیا جا سکتا ہے جسے شکل 8.9 میں دکھایا گیا ہے۔ شگافوں میں رو کے رخ کو نقطوں اور صلیبوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ زیادہ تعداد کے شگافوں کی صورت میں انفرادی لچھوں میں رو کو برقی رو کی چادر تصور کیا جا سکتا ہے۔

متعدد قطبین مشین میں شمالی اور جنوبی قطبین کے ایک جوڑے کا پیدا کردہ یک سمت برقی دباو مساوات 8.4 دے گی جہاں قطبین کے ایک جوڑے پر میکانی سمت کار کے دندوں کی تعداد $n$ ہے۔ قطبین کے زیادہ جوڑیوں سے حاصل یک سمت برقی دباو کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑا جا سکتا ہے۔




(ا) آری دندان مقناطیسی موج اور شگافوں میں رو۔



(ب) شگافوں میں رو کو برقی رو کی چادر تصور کیا گیا ہے۔

شکل 8.9: آری دندوں نما کثافت مقناطیسی دباو۔

## 8.3 قوت مروڑ

یک سمت مشینوں کا امالی برقی دباو اور قوت مروڑ خلائی درز میں مقناطیسی دباو کی صورت پر منحصر نہیں ہوتا ہے۔

قوی لچھے کے آری دندان نما مقناطیسی دباو (شکل 8.9) کا بنیادی فوریئر جزو[5] درج ذیل ہو گا۔

$$\tau_q = \frac{8}{\pi^2}\frac{NI}{2} \tag{8.7}$$

یک سمت مشین میں ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباو آپس میں عمودی ہوتے ہیں لہٰذا ان میں قوت مروڑ مساوات 5.103 کے تحت درج ذیل ہو گا۔

$$T = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{P}{2}\right)^2 \phi_m \tau_q \tag{8.8}$$

مثال 8.1: دو قطب، بارہ دندی میکانی سمت کار کے یک سمت جنریٹر میں ہر قوی لچھا بیس چکر کا ہے۔ایک لچھے سے 0.0442 ویبر مقناطیسی بہاو گزرتا ہے۔جنریٹر 3600 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔

- جنریٹر کے یک سمت برقی دباو میں غیر مطلوبہ لہر کل برقی دباو کا کتنا فی صد ہو گا؟

---

[5] fundamental Fourier component

- یک سمت برقی دباو حاصل کریں۔

حل:

- مساوات 8.5 سے غیر مطلوبہ لہر $\frac{2}{n} \times 100 = \frac{2}{12} \times 100 = 16.66$ فی صد حاصل ہوتا ہے۔
- جنریٹر کی رفتار $\frac{3600}{60} = 60$ ہرٹز ہے یوں مساوات 8.4 سے یک سمت برقی دباو درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$e = \frac{12}{2} \times 2 \times \pi \times 60 \times 20 \times 0.0442 = 1999.82\,\mathrm{V}$$

□

## 8.4 بیرونی ہیجان اور خود ہیجان یک سمت جنریٹر

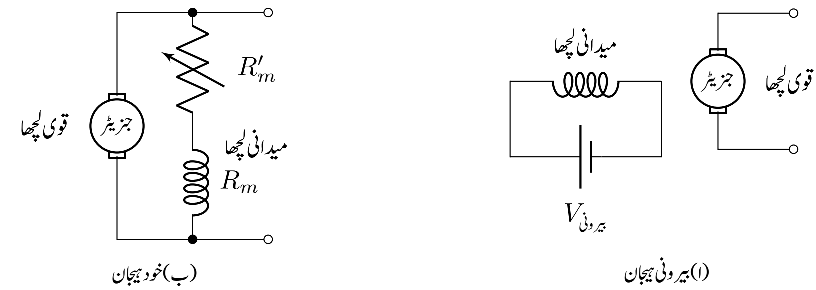
بیرونی ہیجان[6] یک سمت جنریٹر کے میدانی لچھے کو بیرونی یک سمت برقی دباو فراہم کیا جاتا ہے جبکہ خود ہیجان[7] یک سمت جنریٹر کے میدانی لچھے کو جنریٹر کا اپنا (قوی لچھے کا) محرک برقی دباو فراہم کیا جاتا ہے۔یک سمت جنریٹر کی کارکردگی اس کو ہیجان کرنے کے طریقے پر منحصر ہوتی ہے۔

شکل 8.10-ا میں قوی لچھے[8] اور میدانی لچھے[9] کو آپس میں عمودی بنایا گیا ہے۔یوں یاد رہتا ہے کہ ان لچھوں کے پیدا کردہ مقناطیسی دباو آپس میں عمودی ہیں۔یہاں قوی لچھے کی صورت میکانی سمت کار کی طرح بنائی گئی ہے۔

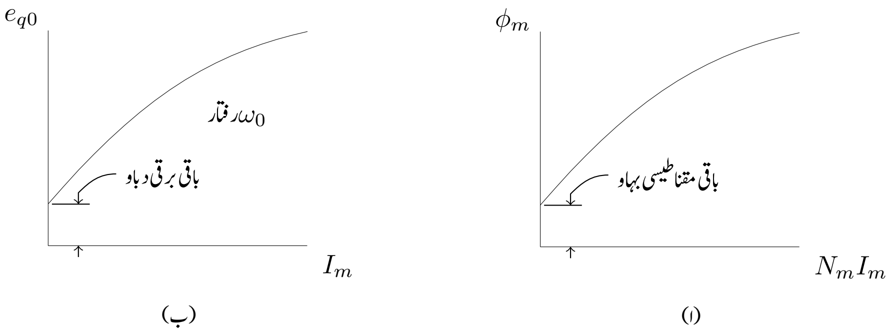
میدانی اور قوی لچھوں کے مقناطیسی دباو آپس میں عمودی ہیں جس سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ ایک لچھے کا برقی دباو دوسرے لچھے کے برقی دباو پر اثر انداز نہیں ہو گا۔یوں مقناطیسی قالب کے کسی ایک رخ سیرابیت، اس رخ کے عمودی دوسرے رخ کی سیرابیت پر اثر انداز نہیں ہو گی۔

---

[6] separately excited
[7] self excited
[8] armature coil
[9] field coil




شکل 8.10: بیرونی ہیجان اور خود ہیجان یک سمت رو جنریٹر۔




شکل 8.11: میدانی برقی رو سے محرک برقی دباو قابو کیا جاتا ہے۔

شکل 8.10-ا میں بیرونی ہیجان مشین کے میدانی لچھے کو بیرونی یک سمت برقی طاقت مہیا کی گئی ہے۔میدانی لچھے کا برقی رو تبدیل کر کے میدانی مقناطیسی دباو $\tau_m$، میدانی مقناطیسی بہاو $\phi_m$ اور کثافت مقناطیسی بہاو $B_m$ تبدیل کیے جا سکتے ہیں۔یوں جنریٹر کا محرک برقی دباو مساوات 8.1 کے تحت تبدیل کیا جا سکتا ہے یا موٹر کی قوت مروڑ مساوات 8.8 کے تحت تبدیل کی جا سکتی ہے۔

برقی رو کے بڑھنے سے قالب کی سیرابیت شکل 8.11 میں واضح ہے۔ قالبی سیرابیت کی بنا برقی رو بڑھاتے ہوئے ابتدائی طور محرک برقی دباو اور میدانی لچھے کا برقی رو راست تناسب ہوں گے جبکہ زیادہ برقی رو پر ایسا نہیں ہو گا۔شکل-ب کی ترسیم مشین کے کھلے سر معائنہ سے حاصل کی جا سکتی ہے۔ شکل-ب میں محرک برقی دباو کو $e$ کی بجائے $e_{q0}$ لکھ کر یاد دھیانی کرائی گئی ہے یہ دباو قوی لچھے سے ایک معین رفتار $\omega_0$ پر حاصل کیا گیا ہے۔کسی دوسری رفتار $\omega$ پر محرک برقی دباو $e_q$ کے حصول کے لئے مساوات 8.4 کی مدد سے

$$\frac{e_q}{e_{q0}}=\frac{\frac{n}{2}\omega NAB_m}{\frac{n}{2}\omega_0 NAB_m}=\frac{\omega}{\omega_0} \tag{8.9}$$

لکھ کر

$$e_q=\frac{\omega}{\omega_0}e_{q0} \tag{8.10}$$

یا

$$e_q=\frac{rpm}{rpm_0}e_{q0} \tag{8.11}$$

حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں رفتار کو چکر فی منٹ[10] میں (بھی) لیا گیا ہے۔یاد رہے کہ یہ مساوات صرف اس صورت درست ہوں گے جب مقناطیسی میدان تبدیل نہ ہو۔

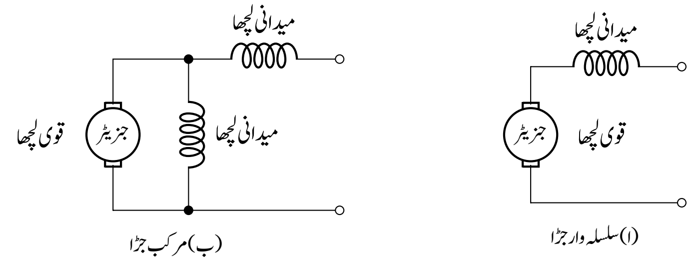
شکل 8.10-ب میں خود ہیجان مشین دکھائی گئی ہے جس کے میدانی اور قوی لچھے متوازی جڑے ہیں۔ اس طرح جڑے جنریٹر کو **خود ہیجان متوازی جڑا**[11] جنریٹر کہتے ہیں۔میدانی لچھے کے ساتھ ایک مزاحمت سلسلہ وار جڑی ہے۔ اس مزاحمت کو تبدیل کر کے میدانی برقی رو تبدیل کیا جاتا ہے جس سے، بالکل بیرونی ہیجان مشین کی طرح، جنریٹر کا محرک برقی دباو یا موٹر کی قوت مروڑ تبدیل کی جاتی ہے۔ ایک بار ہیجان ہونے کے بعد مقناطیسی قالب میں باقی مقناطیسی بہاو رہتا ہے جیسا شکل 8.11-ا میں دکھایا گیا ہے۔یوں میدانی لچھا ہیجان کئے بغیر جنریٹر کچھ محرک برقی دباو پیدا کرے گا[12]۔ شکل-ب میں صفر میدانی برقی رو پر باقی برقی دباو دکھایا گیا ہے۔

---

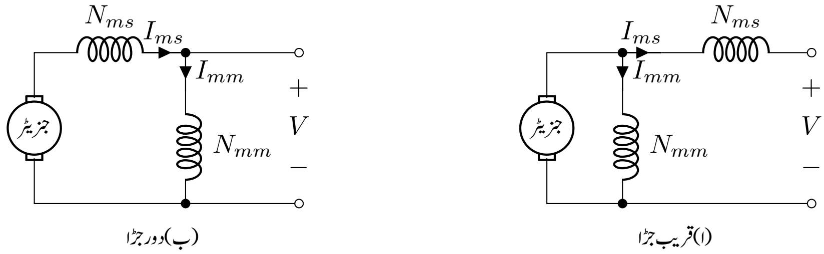
[10] rpm, rounds per minute

[11] parallel connected

[12] آپ ٹھیک سوچ رہے ہیں۔جنریٹر بنانے کے کارخانہ میں قالب کو پہلی مرتبہ مقناطیس بنانا پڑتا ہے۔




شکل 8.12: سلسلہ وار اور مرکب جڑا خود ہیجان جنریٹر۔




شکل 8.13: مرکب قریب جڑا اور مرکب دور جڑا خود ہیجان جنریٹر

خود ہیجان جنریٹر ساکن حال سے چالو ہو کر ابتدائی طور پر باقی محرک برقی دباو پیدا کرے گا جو میدانی لچھے میں برقی رو پیدا کر کے مقناطیسی میدان پیدا کرتے ہوئے مشین کو ذرا زیادہ ہیجان کرتا ہے۔یوں مشین کا محرک برقی دباو بھی کچھ بڑھ جائے گا۔اس طرح کرتے کرتے جنریٹر جلد پورا محرک برقی دباو پیدا کرنا شروع کرتا ہے۔یہ سب اسی دوران ہوتا ہے جس میں مشین کی رفتار بڑھ رہی ہوتی ہے۔

شکل 8.12 میں خود ہیجان جنریٹر کے دو مزید اقسام دکھائے گئے ہیں۔ایک **خود ہیجان سلسلہ وار جڑا جنریٹر** اور دوسرا **خود ہیجان مرکب** جنریٹر ہے۔سلسلہ وار جڑے جنریٹر میں میدانی اور قوی لچھے سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔مرکب جنریٹر میں میدانی لچھا دو حصوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ایک حصہ قوی لچھے کے متوازی اور دوسرا سلسلہ وار جڑا ہوتا ہے۔مزید، متوازی حصہ قوی لچھے کے قریب ہو سکتا ہے یا سلسلہ وار لچھے کی دوسری جانب، دور جڑا ہو سکتا ہے۔پہلی صورت میں اسے **قریب جڑا مرکب** جنریٹر اور دوسری صورت میں **دور جڑا مرکب** جنریٹر کہیں گے۔شکل 8.13 میں مرکب جنریٹر کے دونوں اشکال دکھائے گئے ہیں۔

یک سمت موٹر بھی اسی طرح پکارے جاتے ہیں۔یعنی شکل 8.10 کی طرح جڑی دو موٹروں کو بیرونی ہیجان موٹر اور خود ہیجان متوازی جڑی موٹر کہیں گے۔موٹر میں قوی لچھے کا برقی رو جنریٹر کے برقی رو کا مخالف رخ ہو گا۔

تمام اقسام کے یک سمت جنریٹر کا میدانی مقناطیسی دباو، جنریٹر کے میدانی لچھے کے چکر ضرب برقی رو کے برابر ہو گا:

$$\tau = N_m I_m \tag{8.12}$$

شکل 8.10 میں خود ہیجان متوازی جڑے جنریٹر کے میدانی لچھے میں برقی رو، اس لچھے کی مزاحمت اور اس کے ساتھ جڑی مزاحمت کے مجموعہ $R = R_m + R'_m$ پر منحصر ہو گا یعنی $I_m = \frac{V}{R}$ لہٰذا خود ہیجان متوازی جڑی جنریٹر کے لئے مساوات 8.12 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$\tau_{m,m} = \frac{I_m V}{R_m + R'_m} \tag{8.13}$$

سلسلہ وار جڑا جنریٹر میں میدانی برقی رو جنریٹر کے قوی لچھے کا برقی رو ہو گا لہٰذا سلسلہ وار جنریٹر کے لئے مساوات 8.12 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$\tau_{m,s} = N_m I_q \tag{8.14}$$

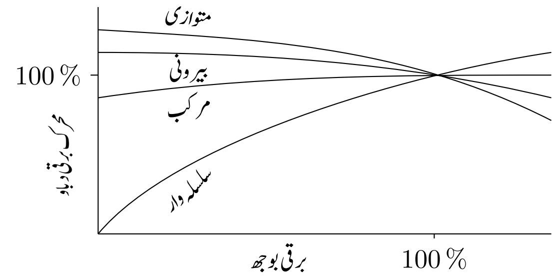
شکل 8.13 کے مرکب جنریٹر میں میدانی مقناطیسی دباو کے دو حصے ہیں۔اس میں $N_{mm}$ چکر کے متوازی جڑے میدانی لچھے میں برقی رو $I_{mm}$ اور $N_{ms}$ چکر کے سلسلہ وار جڑے میدانی لچھے میں برقی رو $I_{ms}$ ہے لہٰذا اس جنریٹر کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$\tau_{m,mk} = N_{ms} I_{ms} + N_{mm} I_{mm} \tag{8.15}$$

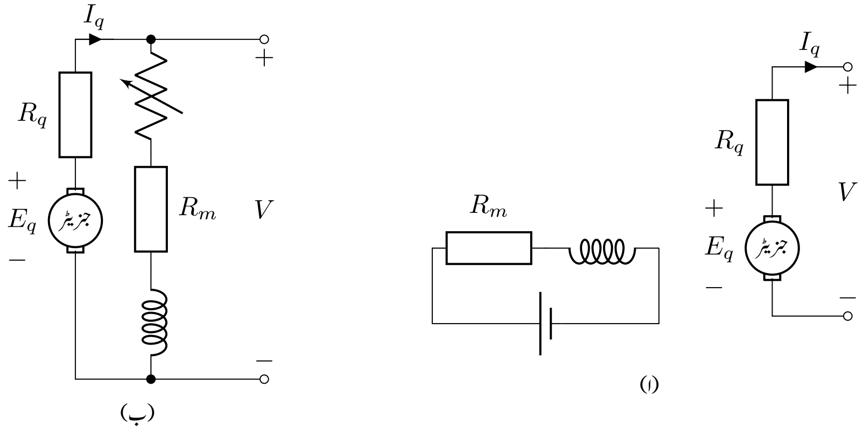
## 8.5 یک سمت مشین کی کارکردگی کے خط

### 8.5.1 حاصل برقی دباو بالمقابل برقی بوجھ

مختلف اقسام کے یک سمت جنریٹروں کے برقی دباو بالمقابل برقی بوجھ خطوط شکل 8.14 میں دکھائے گئے ہیں جہاں گھومتی رفتار اٹل تصور کی گئی ہے۔دھرے پر لاگو بیرونی میکانی طاقت جنریٹر کی قوت مروڑ کے خلاف جنریٹر کو گھماتی ہے۔




شکل 8.14: یک سمت جنریٹر کی محرک برقی دباو بمقابلہ برقی بوجھ کے خط۔




شکل 8.15: بیرونی ہیجان، متوازی جڑے جنریٹر کا مساوی برقی دور۔

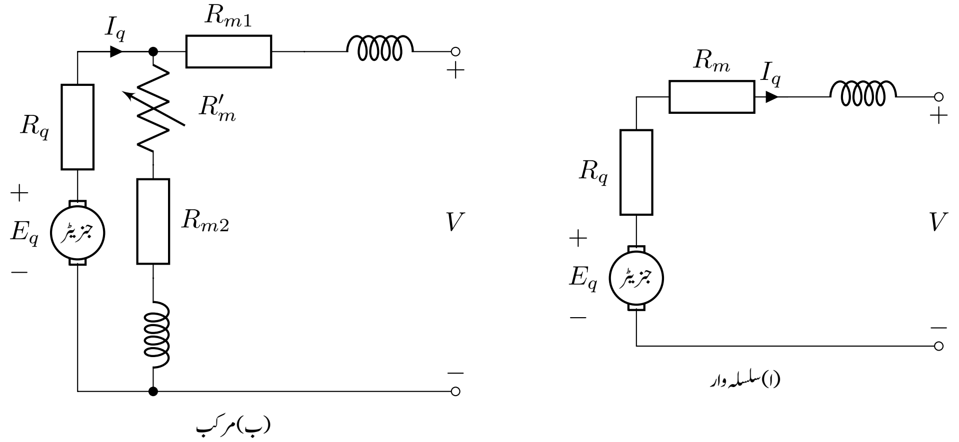
ان خطوط کو سمجھنے کی خاطر پہلے بیرونی ہیجان جنریٹر پر غور کرتے ہیں جس کا مساوی برقی دور شکل 8.15-ا میں دیا گیا ہے۔ بیرونی ہیجان جنریٹر پر برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی مزاحمت[13] $R_q$ میں برقی دباو گھٹتا ہے۔ یوں جنریٹر سے حاصل برقی دباو $V$، جنریٹر کے اندرونی محرک برقی دباو $E_q$ سے کچھ کم ہو گا:

$$V = E_q - I_q R_q \tag{8.16}$$

برقی بوجھ $I_q$ بڑھانے سے $V$ مزید کم ہو گا۔ بیرونی ہیجان جنریٹر کا خط یہی رجحان ظاہر کرتا ہے۔ حقیقت میں دیگر وجوہات بھی اثر انداز ہوتے ہیں جن کی بنا یہ خط سیدھا نہیں بلکہ جھکا ہوتا ہے۔

متوازی جڑی جنریٹر کے خط کا بھی یہی رجحان ہے۔ متوازی جڑی جنریٹر پر بھی برقی بوجھ لادنے سے قوی لچھے کی

[13] علامت Rq کے زیر نوشت میں q لفظ قوی کے پہلی حرف ق کو ظاہر کرتی ہے۔




شکل 8.16: سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کے مساوی برقی دور۔

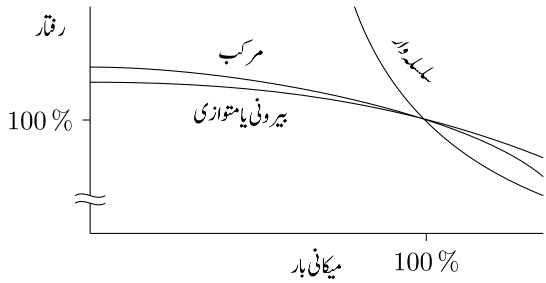
مزاحمت میں برقی دباو گھٹتا ہے۔یوں اس کے میدانی لچھے پر لاگو برقی دباو بھی کم ہو جاتا ہے جس سے میدانی لچھے میں برقی رو گھٹتا ہے۔ اس سے محرک برقی دباو مزید کم ہوتا ہے۔یوں متوازی جڑے جنریٹر کے برقی دباو بالمقابل برقی بوجھ خط کی ڈھلوان بیرونی ہیجان جنریٹر کی خط سے زیادہ ہو گی۔

شکل 8.16 میں سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کے مساوی برقی ادوار دکھائے گئے ہیں۔سلسلہ وار جڑے جنریٹر کے میدانی لچھے میں لدے بوجھ کا برقی رو گزرتا ہے۔اس طرح بوجھ بڑھانے سے میدانی مقناطیسی دباو بڑھ کر محرک برقی دباو بڑھاتا ہے۔سلسلہ وار جڑے جنریٹر کا خط یہی دکھا رہا ہے۔سلسلہ وار جڑے جنریٹر عموماً استعمال نہیں ہوتے چونکہ ان سے حاصل برقی دباو، بوجھ کے ساتھ بہت زیادہ تبدیل ہوتا ہے۔

مرکب جڑے جنریٹر کی کارکردگی سلسلہ وار اور متوازی جڑا جنریٹر کے بیچ ہے۔مرکب جنریٹر میں بوجھ بڑھانے سے قوی لچھے کی وجہ سے حاصل برقی دباو میں کمی کو میدانی لچھے کا بڑھتا مقناطیسی دباو پورا کرتا ہے۔یوں مرکب جنریٹر سے حاصل برقی دباو، لدے بوجھ کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتا ہے۔

بیرونی ہیجان، متوازی اور مرکب جڑے جنریٹر سے حاصل برقی دباو کو متوازی جڑی لچھے کے برقی رو سے وسیع حدوں تک تبدیل کیا جا سکتا ہے۔

قوی لچھا برقی بوجھ کو درکار برقی رو فراہم کرتا ہے لہٰذا یہ موٹی موصل تار کا بنا اور عموماً کم چکر کا ہوتا ہے۔سلسلہ وار جنریٹر کے میدانی لچھے سے مشین کا پورا برقی رو گزرتا ہے لہٰذا یہ بھی موٹی موصل تار کا بنا ہوتا ہے۔باقی مشینوں




شکل 8.17: یک سمت موٹر کے میکانی بوجھ بالمقابل رفتار خطوط۔

کے میدانی لچھوں میں پورے برقی بوجھ کا چند فی صد برقی رو گزرتا ہے لہٰذا یہ باریک موصل تار کے بنائے اور عموماً زیادہ چکر کے ہوتے ہیں۔

### 8.5.2 رفتار بالمقابل قوت مروڑ

یہاں بھی شکل 8.15 اور شکل 8.16 سے رجوع کریں البتہ ان اشکال میں برقی رو کے رخ الٹ کر دیں۔ یک سمت موٹر بھی جنریٹر کی طرح مختلف طریقوں سے جڑے جاتے ہیں۔ موٹر کو معین بیرونی برقی دباو دی جاتی ہے جہاں سے یہ برقی رو حاصل کرتا ہے۔ برقی رو باہر سے قوی لچھے میں داخل ہوتا ہے لہٰذا ان کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
V &= E_q + I_q R_q \\
I_q &= \frac{V - E_q}{R_q}
\end{aligned}
\tag{8.17}
$$

بیرونی ہیجان اور متوازی جڑی موٹروں میں میدانی لچھے کو برقرار معین بیرونی برقی دباو فراہم کیا جاتا ہے لہٰذا میدانی مقناطیسی بہاو پر میکانی بوجھ کا کوئی اثر نہیں ہوتا ہے۔ بڑھتا میکانی بوجھ اٹھانے کی خاطر، مساوات 8.8 کے تحت، قوی لچھے کا مقناطیسی بہاو بڑھنا ہو گا۔ یہ تب ممکن ہو گا جب قوی لچھے میں برقی رو بڑھے۔ مساوات 8.17 سے ہم دیکھتے ہیں کہ قوی لچھے کا محرک برقی دباو $E_q$ گھٹنے سے $I_q$ بڑھے گا۔ امالی دباو $E_q$ موٹر کی رفتار پر منحصر ہے لہٰذا موٹر کی رفتار کم ہو جائے گی (مساوات 8.4)۔ یوں جیسا شکل 8.17 میں دکھایا گیا ہے میکانی بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رفتار کم ہوتی ہے۔

متوازی جڑی یا بیرونی ہیجان موٹر تقریباً مستقل رفتار برقرار رکھتی ہے۔ اس کی رفتار بے بوجھ حالت سے پوری طرح بوجھ بردار حالت تک تقریباً پانچ فی صد گھٹتی ہے۔ ان موٹروں کی رفتار نہایت آسانی سے میدانی لچھے کا برقی رو

تبدیل کر کے تبدیل کی جاتی ہے۔میدانی لچھے کے ساتھ سلسلہ وار جڑی مزاحمت تبدیلی کر کے میدانی لچھے کا برقی رو تبدیل کیا جاتا ہے۔یوں ان کی رفتار وسیع حدوں کے بیچ تبدیل کرنا ممکن ہوتا ہے۔موٹر پر لاگو بیرونی برقی دباو تبدیل کر کے بھی رفتار قابو کی جا سکتی ہے۔ایسا عموماً قوی برقیات کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

ساکن حال سے چالو کرتے ہوئے لمحہ کی قوت مروڑ اور زیادہ سے زیادہ قوت مروڑ، ان موٹروں کے قوی لچھے تک برقی رو پہنچانے کی صلاحیت پر منحصر ہوتی ہے جو از خود میکانی سمت کار پر منحصر ہو گا۔

سلسلہ وار جڑی موٹر پر میکانی بوجھ بڑھانے سے قوی اور میدانی لچھوں میں برقی رو بڑھتا ہے۔فراہم کردہ دباو $V$، مزاحمت $R_q$ اور $R_m$ اٹل ہونے کی بنا، $I_q$ بڑھانے کی خاطر $E_q$ کو کم ہونا ہو گا $\left(I_q = \frac{V - E_q}{R_m + R_q}\right)$ جو موٹر کی رفتار گھٹنے سے ہو گا۔ بڑھتے $I_q$ کی بنا میدانی مقناطیسی بہاو $\phi_m$ بھی بڑھتا ہے لہٰذا بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رفتار کافی زیادہ کم ہونی ہو گی (مساوات 8.4) ۔ایسی موٹریں ان مقامات پر بہتر ثابت ہوتی ہیں جہاں زیادہ قوت مروڑ درکار ہو۔بڑھتی قوت مروڑ کے ساتھ ان کی رفتار کم ہونے کی وجہ سے درکار برقی طاقت، قوت مروڑ کے ساتھ زیادہ تبدیل نہیں ہوتی۔

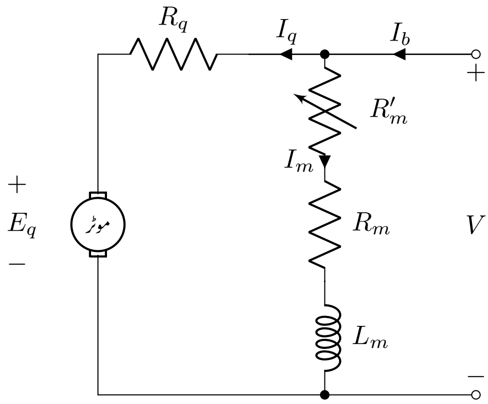
یہاں اس بات کا ذکر ضروری ہے کہ بے بوجھ سلسلہ وار جڑی موٹر کی رفتار خطرناک حد تک بڑھ سکتی ہے۔سلسلہ وار موٹر کو استعمال کرتے وقت اس بات کا خاص خیال رکھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر لمحہ بوجھ بردار رہے۔

ساکن موٹر چالو کرتے وقت $I_q$ زیادہ ہو گا لہٰذا زیادہ مقناطیسی بہاو پیدا ہو گا۔یوں چالو کرتے وقت موٹر کی قوت مروڑ خاصی زیادہ ہو گی۔ یہ ایک اچھی خوبی ہے جس کی بنا بوجھ بردار ساکن موٹر کو چالو کرنا آسان ہوتا ہے۔

مرکب موٹروں میں ان دو اقسام کی موٹروں کے خواص پائے جاتے ہیں۔جہاں بوجھ بردار موٹر چالو کرنا ضروری ہو لیکن رفتار میں سلسلہ وار موٹر جتنی تبدیلی منظور نہ ہو وہاں مرکب موٹریں کارآمد ثابت ہوتی ہیں۔

مثال 8.2: ایک 75 کلو واٹ، 415 وولٹ اور 1200 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلنے والی متوازی جڑی یک سمت موٹر کے قوی لچھے کی مزاحمت 0.072 اوہم اور میدانی لچھے کی مزاحمت 83.2 اوہم ہے۔بوجھ بردار موٹر 1123 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلتے ہوئے 112 ایمپیئر لے رہی ہے۔

- میدانی برقی رو اور قوی لچھے کا برقی رو حاصل کریں۔
- موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباو حاصل کریں۔




شکل 8.18: یک سمت موٹر کی مثال۔

- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے لیکن قوی لچھے کا برقی رو تبدیل نہ ہو تب موٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟ قالب کی سیرابیت کو نظرانداز کریں۔

حل:

- شکل 8.18 سے رجوع کریں۔415 وولٹ پر میدانی لچھے کا برقی رو درج ذیل ہو گا۔

$$I_m = \frac{V}{R_m+R'_m} = \frac{415}{83.2} = 4.988\,\mathrm{A}$$

یوں قوی لچھے کا برقی رو $I_q = I_b - I_m = 112 - 4.988 = 107.012\,\mathrm{A}$ ہو گا۔

- یک سمت موٹر کا اندرونی پیدا کردہ برقی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295\,\mathrm{V}$$

- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے تب $I_m$ درج ذیل ہو گا۔

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{100.2} = 4.1417\,\mathrm{A}$$

- اگر قوی لچھے کا برقی رو 107.012 ایمپیئر ہی رکھا جائے تب اندرونی دباو درج ذیل ہو گا۔

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295\,\mathrm{V}$$

- مساوات 8.4 کی مدد سے چونکہ اندرونی پیدا کردہ برقی دباو تبدیل نہیں ہوا لیکن مقناطیسی بہاو تبدیل ہوا ہے لہٰذا موٹر کی رفتار تبدیل ہو گی۔ان دو مقناطیسی بہاو اور رفتاروں پر مساوات 8.9 کی طرح درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$\frac{E_{q1}}{E_{q2}} = \frac{\frac{n}{2}\omega_1 N\phi_{m1}}{\frac{n}{2}\omega_2 N\phi_{m2}}$$

اب چونکہ $E_{q1} = E_{q2}$ ہے لہٰذا $\omega_1\phi_{m1} = \omega_2\phi_{m2}$ ہو گا۔ قابلی سیرابیت نظرانداز کرتے ہوئے مقناطیسی بہاو، میدانی دباو پر منحصر ہو گا جو از خود میدانی برقی رو پر منحصر ہو گا لہٰذا درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{rpm_1}{rpm_2} = \frac{\phi_{m2}}{\phi_{m1}} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}$$

یوں نئی رفتار

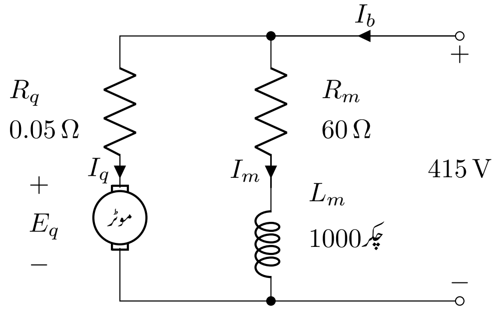
$$rpm_2 = \frac{I_{m1}}{I_{m2}} \times rpm_1 = \frac{4.988}{4.1417} \times 1123 = 1352.47$$

چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔اس مثال میں ہم دیکھتے ہیں کہ میدانی برقی رو کم کرنے سے موٹر کی رفتار بڑھتی ہے۔

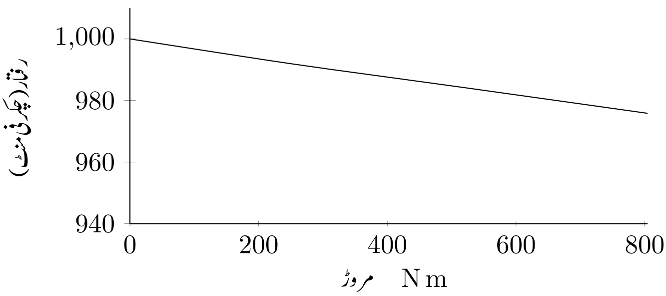
□

مثال 8.3: ایک 60 کلو واٹ، 415 وولٹ، 1000 چکر فی منٹ متوازی جڑی یک سمت موٹر کی قوی لچھے کی مزاحمت 0.05 اوہم اور میدانی لچھے کی 60 اوہم ہے۔بے بوجھ موٹر کی رفتار 1000 چکر فی منٹ ہے۔میدانی لچھا 1000 چکر کا ہے۔

- جب یہ موٹر 70 ایمپیئر لے رہی ہو اس وقت اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 140 ایمپیئر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 210 ایمپیئر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- اس موٹر کی رفتار بالمقابل قوت مروڑ ترسیم کریں۔




شکل 8.19: متوازی جڑی موٹر کی مثال۔




شکل 8.20: رفتار بالمقابل قوت مروڑ۔

حل:

- شکل 8.19 میں موٹر دکھائی گئی ہے۔ متوازی میدانی لچھے کے برقی رو پر بوجھ کا کوئی اثر نہیں ہو گا۔ لہٰذا میدانی مقناطیسی بہاو بے بوجھ اور بوجھ بردار موٹر میں ایک جیسا ہو گا۔ بے بار یک سمت موٹر کے قوی لچھے کا برقی رو $I_q$ قابل نظر انداز ہوتا ہے۔ اس طرح مساوات 8.17 اور مساوات 8.11 سے درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
E_q &= V - I_q R_q = 415 - 0 \times R_q = 415\,\mathrm{V} \\
I_m &= \frac{V}{R_m} = \frac{415}{60} = 6.916\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

یوں 415 وولٹ محرک برقی دباو پر 1000 چکر فی منٹ یا 16.66 چکر فی سیکنڈ رفتار حاصل ہو گا۔ 70 ایمپیئر برقی بوجھ پر بھی $I_m = 6.916\,\mathrm{A}$ ہو گا جبکہ $I_q$ درج ذیل ہو گا۔

$$
I_q = I_b - I_m = 70 - 6.916 = 63.086\,\mathrm{A}
$$

مساوات 8.17 سے

$$
E_q = V - I_q R_q = 415 - 63.086 \times 0.05 = 411.8458\,\mathrm{V}
$$

اور مساوات 8.11 سے رفتار (چکر فی منٹ) حاصل کرتے ہیں۔

$$
rpm = \frac{e_q}{e_{q0}} rpm_0 = \frac{411.8458}{415} \times 1000 = 991.95
$$

- آئیں ان تمام کو $I_b = 140\,\mathrm{A}$ کے لئے حاصل کریں۔

$$
\begin{aligned}
I_q &= I_b - I_m = 140 - 6.916 = 133.084\,\mathrm{A} \\
E_q &= 415 - 133.084 \times 0.05 = 408.3458\,\mathrm{V} \\
rpm &= \frac{408.3458}{415} \times 1000 = 983.96
\end{aligned}
$$

- یہاں $I_b = 210\,\mathrm{A}$ ہے لہٰذا درج ذیل ہوں گے۔

$$
\begin{aligned}
I_q &= I_b - I_m = 210 - 6.916 = 203.084\,\mathrm{A} \\
E_q &= 415 - 203.084 \times 0.05 = 404.8458\,\mathrm{V} \\
rpm &= \frac{404.8458}{415} \times 1000 = 975.83
\end{aligned}
$$

- موٹر میں ضیاع طاقت کو نظر انداز کرتے ہوئے میکانی طاقت فراہم کردہ برقی طاقت کے برابر ہو گی:

$$e_q I_q = T\omega \tag{8.18}$$

یوں پچھلے جزو سے حاصل جوابات کی مدد سے بے بوجھ موٹر کی قوت مروڑ صفر ہو گی یعنی $T_0 = 0\,\mathrm{N\,m}$ جبکہ 70 ایمپیئر پر قوت مروڑ کی قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$T_{70} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{411.8458 \times 63.086}{2 \times \pi \times 16.5325} = 250\,\mathrm{N\,m}$$

یہاں 991.95 چکر فی منٹ کی رفتار کو 16.5325 ہرٹز لکھا گیا ہے۔ اسی طرح درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}
T_{140} &= \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{408.3458 \times 133.084}{2 \times \pi \times 16.399} = 527\,\mathrm{N\,m} \\
T_{210} &= \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{404.8458 \times 203.084}{2 \times \pi \times 16.26} = 805\,\mathrm{N\,m}
\end{aligned}$$

یہ نتائج شکل 8.20 میں ترسیم کئے گئے ہیں۔

□

# فرہنگ

جزوطاقت،22
پیش،22
تاخیری،22
جزیٹر
بدلتارو،165
جوڑ
تکونی،94
ستارہ نما،94

چرخاب،181
چکر فی منٹ،130
چوٹی،215

حال
عارضی،179
یکساں،179

خطی
برقی دور،230
خودارتباط بہاو،43
خوداماله،43

داخلی ہیجان
سلسلہ وار،259
متوازی،258
مرکب،259
دورجڑامرکب،259
دورشکن،183
دوری سمتیہ،21،190
دوری عرصہ،101،146

رستا
اماله،79
متعامله،79
رستامتعاملیت،221
رفتار
اضافی زاویائی،216
روغن،62
روک،232
ریاضی نمونہ،81،211
ریلے،103

زاویائی فرق،22
زاویہ جزوطاقت،22
زمین،95
زمینی برقی رو،95
زمینی تار،95

ساکن حصہ،37
ساکن لچھا،106،131
ستارہ نماجوڑ،94

سُر دور،39

سرکاو،213
سرک چھلے،181،233
سطحی تکمل،185
سطحی کثافت،11
سکت،97،98
سلسلہ وار،150
سمت کار،245
برقیاتی،170
میکانی،170
سمتیہ،2
عمودی اکائی،3
سمتی رفتار،104
سیرابیت،47

ضرب
نقطہ،15
ضرب صلیبی،13

طاقت،44
طاقت بالمقابل زاویہ،192
طول موج،18

عمودی تراش،9
رقبہ،9

غیر سمتی،1
غیر معاصر،182

فوریئر،255
فوریئر تسلسل،63،146
فیراڈے