

# برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@comsats.edu.pk



# عنوان

ix

دیباچہ

3	1 بنیادی حقائق
3	1.1 بنیادی اکائیاں
3	1.2 غیر سمتی
4	1.3 سمتیہ
5	1.4 محدود
5	1.4.1 کارتیسی محدودی نظام
7	1.4.2 تکلی محدودی نظام
9	1.5 سمتیہ رقبہ
11	1.6 رقبہ عمودی تراش
12	1.7 برقی اور مقناطیسی میدان
12	1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت
13	1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

13	سطحی اور حجمی کشافیت	1.8
13	1.8.1 سطحی کشافیت	
14	حجمی کشافیت	1.9
15	صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ	1.10
15	1.10.1 صلیبی ضرب	
17	1.10.2 نقطی ضرب	
20	1.11 تفرق اور جزوی تفرق	
20	1.12 خطی مکمل	
21	1.13 سطحی مکمل	
22	1.14 دوری سمتیہ	
27	2 مقناطیسی ادوار	
27	2.1 مزاحمت اور ہنگامی ہٹ	
28	2.2 کشافیت برقی رد اور برقی میدان کی شدت	
30	2.3 برقی ادوار	
32	2.4 مقناطیسی دور حصہ اول	
34	2.5 کشافیت مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت	
36	2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم	
40	2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی	
47	2.8 مقناطیسی مادہ کے خواص	
51	2.9 ہجیان شدہ لچھا	

57	3	ٹرانسفارمر
58	3.1	ٹرانسفارمر کی اہمیت
61	3.2	ٹرانسفارمر کے اقسام
61	3.3	امالی برقی دباؤ
63	3.4	ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع
66	3.5	تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص
70	3.6	ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر
71	3.7	ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب
72	3.8	رکاوٹ کا تبادلہ
77	3.9	ٹرانسفارمر کا وولٹ-کمپیئر
79	3.10	ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار
79	3.10.1	لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا
81	3.10.2	رستا امالہ
82	3.10.3	ثانوی برقی رد اور قالب کے اثرات
83	3.10.4	ثانوی لچھے کا امالی برقی دباؤ
83	3.10.5	ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات
85	3.10.6	رکاوٹ کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ
87	3.10.7	ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار
88	3.11	کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ
89	3.11.1	کھلا دور معائنہ
91	3.11.2	کسر دور معائنہ
95	3.12	تین دوری ٹرانسفارمر
103	3.13	ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر

105	4	برقی اور میکانیکی توانائی کا باہمی تبادلہ
105	4.1	مقتناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ . . . . .
111	4.2	تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام . . . . .
117	4.3	توانائی اور ہمہ توانائی . . . . .
121	4.4	متعدد لچھوں کا مقتناطیسی نظام . . . . .
129	5	گھومتے مشین کے بنیادی اصول
129	5.1	قانون فیراڈے . . . . .
130	5.2	معاصر مشین . . . . .
140	5.3	محرك برقی دباو . . . . .
143	5.4	پھیلے لچھے اور سائن نما مقتناطیسی دباو . . . . .
145	5.4.1	بدلتا رووالے مشین . . . . .
153	5.5	مقتناطیسی دباو کی گھومتی موجیں . . . . .
154	5.5.1	ایک دوری کی لپٹی مشین . . . . .
155	5.5.2	تین دوری کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ . . . . .
160	5.5.3	تین دوری کی لپٹی مشین کا ترسی تجزیہ . . . . .
163	5.6	محرك برقی دباو . . . . .
163	5.6.1	بدلتی رو برقی جزیر . . . . .
168	5.6.2	ایک سمتی رو برقی جزیر . . . . .
169	5.7	ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ . . . . .
170	5.7.1	توانائی کے طریقے سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب . . . . .
172	5.7.2	مقتناطیسی بہاؤ سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب . . . . .

179	6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین
180 . . . . .	6.1 متعدد مرحلہ معاصر مشین
183 . . . . .	6.2 معاصر مشین کے امالہ
184 . . . . .	6.2.1 خود امالہ
185 . . . . .	6.2.2 مشترکہ امالہ
187 . . . . .	6.2.3 معاصر امالہ
189 . . . . .	6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ
191 . . . . .	6.4 برقی طاقت کی منتقلی
196 . . . . .	6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات
196 . . . . .	6.5.1 معاصر جزیئر: برقی بوجھ بالمتقابل $I_m$ کے خطوط
197 . . . . .	6.5.2 معاصر موٹر: $I_a$ بالمتقابل $I_m$ کے خط
199 . . . . .	6.6 کھلے دور اور کسر دور معائنہ
199 . . . . .	6.6.1 کھلے دور معائنہ
200 . . . . .	6.6.2 کسر دور معائنہ

- 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج . . . . . 212
- 7.2 مشین کی سرکے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ . . . . . 212
- 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ . . . . . 215
- 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ . . . . . 215
- 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج . . . . . 219
- 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے . . . . . 220
- 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور . . . . . 221
- 7.8 مساوی برقی دور پر غور . . . . . 226
- 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھون دور یا ریاضی نمونہ . . . . . 230
- 7.10 پنجرانما امالی موٹر . . . . . 237
- 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ . . . . . 237
- 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ . . . . . 237
- 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ . . . . . 239

- 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی . . . . . 245
- 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل . . . . . 247
- 8.2 یک سمتی جزیرے کی برقی دباؤ . . . . . 251
- 8.3 قوت مروڑ . . . . . 253
- 8.4 بیرونی پیمان اور خود پیمان یک سمتی جزیرے . . . . . 255
- 8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط . . . . . 259
- 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمتقابل برقی بوجھ . . . . . 259
- 8.5.2 رفتار بالمتقابل قوت مروڑ . . . . . 261





## باب 5

# گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشینوں کے بنیادی اصولوں پر غور کیا جائے گا۔ ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

### 5.1 قانون فیراڈے

قانون فیراڈے<sup>1</sup> کے تحت جب بھی کسی لچھے کا ارتباط بہاؤ  $\lambda$  وقت کے ساتھ تبدیل ہو، اس لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہو گا:

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = N \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (5.1)$$

چونکہ ہمیں برقی دباؤ کی قیمت ناکہ اس کے  $\mp$  سے دلچسپی ہے لہذا اس مساوات میں منفی کی علامت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

گھومتے مشین میں ارتباط بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے پیدا کی جاسکتی ہے۔ مثلاً لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھما کر یا ساکن لچھے میں مقناطیس گھما کر، وغیرہ وغیرہ۔

---

<sup>1</sup> Faraday's law

ان برقی مشینوں میں لچھے مقناطیسی قالب<sup>2</sup> پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ بڑھایا جاتا ہے۔ مزید قالب کی شکل تبدیل کر کے مقناطیسی بہاؤ کو ضرورت کے مقام پر پہنچایا جاتا ہے۔

ان مشینوں کے قالب میں مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہذا قالب میں بھنور نما برقی رو<sup>3</sup> پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر باریک لوہے کی پٹری<sup>4</sup> تہہ در تہہ رکھ قالب بنایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا، ٹرانسفارمر کا قالب بھی اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

## 5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں معاصر برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے۔ اس کے قالب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ مقناطیس کا مقام اس کے میکانیکی زاویہ  $\theta_m$  سے بتلائی جاتی ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف زاویہ  $\theta_m$  ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے، فی سیکنڈ  $n$  مکمل چکر کاٹتا ہو تب ہم کہتے ہیں کہ اس مقناطیس کے گھومنے کا تعدد  $n$  ہرٹز<sup>5</sup> ہے۔ اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس  $60n$  چکر فی منٹ<sup>6</sup> کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر  $360^\circ$  زاویہ یا  $2\pi$  ریڈیئن<sup>7</sup> پر مشتمل ہوتا ہے لہذا گھومنے کی اس رفتار کو  $2\pi n$  ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہہ سکتے ہیں۔ یوں اگر مقناطیس  $f$  ہرٹز کی رفتار سے گھوم رہا ہو تب یہ  $2\pi f$  ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے گا جس کو  $\omega$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$(5.2) \quad \omega = 2\pi f$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار کو عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں بیان کیا جائے گا۔

شکل 5.1 میں مشین کے دو مقناطیسی قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطبی مشین کہتے ہیں۔ ساکن قالب میں، اندر کی جانب دو شکاف ہیں، جن میں  $N$  چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو  $a$  اور  $a'$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لچھے کی بنا

<sup>2</sup>magnetic core

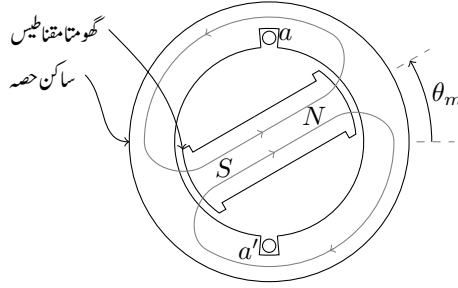
<sup>3</sup>eddy currents

<sup>4</sup>laminations

<sup>5</sup>Hertz

<sup>6</sup>rounds per minute, rpm

<sup>7</sup>radians



شکل 5.1: دو قطب، یک دوری معاصر جزیئر۔

اس مشین کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ چونکہ یہ لچھا جزیئر کے ساکن حصہ پر پایا جاتا ہے لہذا یہ لچھا بھی ساکن ہو گا جس کی بنا اسے ساکن لچھا<sup>8</sup> کہتے ہیں۔

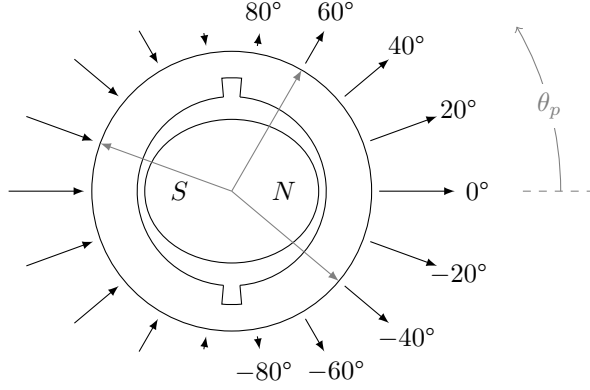
مقناطیس کا مقناطیسی بہاوشمالی قطب<sup>9</sup> N سے خارج ہو کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول قالب میں سے گزر کر، دوسرے خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، مقناطیس کے جنوبی قطب<sup>10</sup> S میں داخل ہو گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ یہ مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔ شکل 5.1 میں مقناطیس سیدھی سلاح کی مانند دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.2 میں مقناطیس تقریباً گول ہے اور اس کے محور کا زاویہ  $\theta_m$  صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن قالب کے بیچ صفر زاویہ،  $\theta = 0^\circ$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ،  $\theta = 90^\circ$ ، پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز پر ہچکچاہٹ کم ہو گی جبکہ زیادہ خلائی درز پر ہچکچاہٹ زیادہ ہو گی لہذا  $\theta = 0^\circ$  پر خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزرے گا جبکہ  $\theta = 90^\circ$  پر کم بہاؤ گزرے گا۔ خلائی درز کی لمبائی یوں تبدیل کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاؤ مقناطیس سے قالب میں عمودی زاویہ پر داخل ہوتا ہے۔ اگر خلائی درز میں B سائن نما ہو

$$(5.3) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

تب کثافت مقناطیسی بہاؤ B صفر زاویہ  $\theta_p = 0^\circ$  پر زیادہ سے زیادہ اور نوے زاویہ،  $\theta_p = 90^\circ$ ، پر صفر ہو گی اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ  $\theta_p$  کے ساتھ تبدیل ہو گا۔  $\theta_p$  کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کے مخالف

stator coil<sup>8</sup>  
north pole<sup>9</sup>  
south pole<sup>10</sup>



شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور زاویہ کا تبدیلی۔

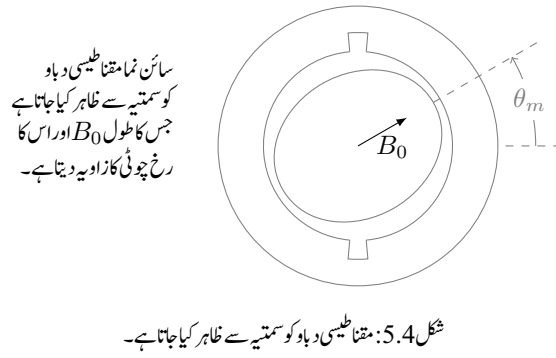
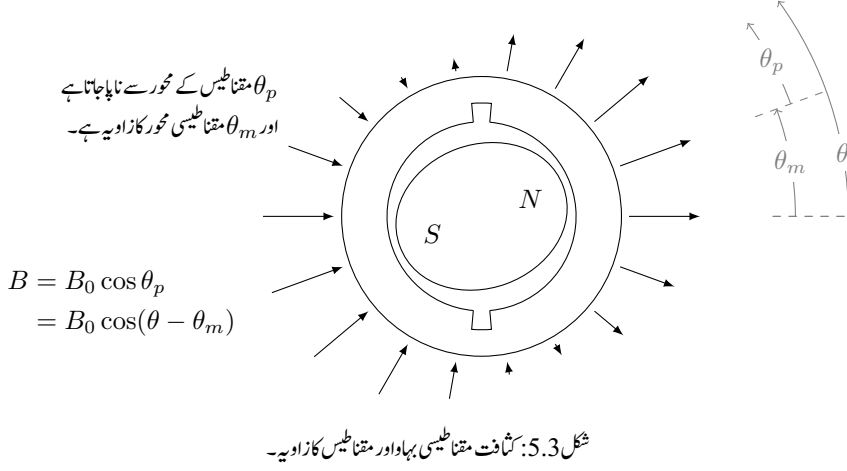
رخ ناپا جاتا ہے۔ شکل 5.2 میں ساکن حصے کے باہر نوکیلی لکیروں کی لمبائی سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت اور لکیروں کے رخ سے بہاؤ کا رخ دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے  $40^\circ$ ،  $60^\circ$  اور  $160^\circ$  زاویوں پر رداسی رخ دکھایا گیا ہے۔ زاویات  $40^\circ$  اور  $60^\circ$  پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ  $160^\circ$  پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ کے مخالف ہے۔ یوں شکل 5.2 میں آدھے درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ باقی آدھے میں مخالف رداسی رخ ہو گا۔ خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ  $B$  اور  $\theta_p$  کا ترسیم سائن نما ہو گا۔ شکل 5.3 میں مقناطیس دوسرے زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ یاد رہے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت مقناطیس کے شمالی قطب پر زیادہ سے زیادہ ہو گی اور شمالی قطب پر کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ ہو گی۔ شکل 5.3 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ  $B$ ، زاویے  $\theta_p$  اور  $\theta_m$  دکھائے گئے ہیں جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

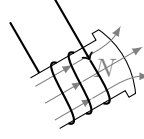
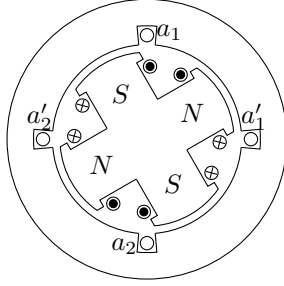
$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos \theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned} \quad (5.4)$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \quad (5.5)$$

شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس کا سائن نما مقناطیسی دباؤ پیش کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 5.4 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مقناطیسی دباؤ کو عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کا حیثہ اور سمتیہ کا رخ مقناطیس کے شمال کو ظاہر کرتا ہے۔





شکل 5.5: چار قطب یک دوری معاصر جزیئر۔

شکل 5.3 میں مقناطیس کو لمحہ  $t_1$ ، زاویہ  $\theta_m(t_1)$  پر دکھایا گیا ہے جہاں ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ  $\lambda_\theta$  ہے۔ اگر مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار  $\omega_0$  سے گھوم رہا ہو تب ساکن لچھے میں اس لمحہ پر برقی دباؤ  $e(t)$  پیدا ہو گا:

$$(5.6) \quad e(t) = \frac{d\lambda_\theta}{dt}$$

آدھے چکر،  $\pi$  ریڈین گھومنے کے، بعد مقناطیسی قطبین آپس میں جگہیں تبدیل کرتے ہیں، لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ الٹ ہو گا، لچھے میں ارتباط بہاؤ  $\lambda_\theta -$  اور اس میں امالی برقی دباؤ  $e(t) -$  ہو گا۔ ایک مکمل چکر بعد مقناطیس دوبارہ اسی مقام پر ہو گا جو شکل 5.3 میں دکھایا گیا ہے، ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ دوبارہ  $\lambda_\theta$  اور اس میں امالی برقی دباؤ  $e(t)$  ہو گا۔ یوں جب بھی مقناطیس  $\theta_m = 2\pi$  میکانی زاویہ طے کرے، امالی برقی دباؤ کے برقی زاویہ میں  $\theta_e = 2\pi$  تبدیلی رونما ہوگی لہذا دو قطب، ایک لچھے کی مشین میں میکانی زاویہ  $\theta_m$  اور برقی زاویہ  $\theta_e$  ایک دوسرے کے برابر ہوں گے:

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس  $f_m$  چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہو تب لچھے میں امالی برقی دباؤ  $e(t)$  بھی ایک سیکنڈ میں  $f_m$  مکمل چکر کاٹے گا لہذا  $e(t)$  کے تعدد  $f_e$ <sup>11</sup> کی قیمت  $f_m$  ہر ٹز<sup>12</sup> ہو گی۔

$$f_e = f_m$$

اس مشین میں میکانی زاویہ  $\theta_m$  اور برقی زاویہ  $\theta_e$  وقت کے ساتھ تبدیل ہونے کے باوجود آپس میں ایک تناسب رکھتے ہیں لہذا ایسے مشین کو معاصر مشین<sup>13</sup> کہتے ہیں۔ یہاں یہ تناسب ایک کے برابر ہے۔

<sup>11</sup> frequency

<sup>12</sup> Hertz

<sup>13</sup> synchronous machine

شکل 5.5 میں چار قطب، یک دوری معاصر جزیئر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشینوں میں عموماً مقناطیس جبکہ بڑے مشینوں میں برقی مقناطیس<sup>14</sup> استعمال ہوتے ہیں۔ اس شکل میں برقی مقناطیس استعمال کیے گئے ہیں۔ دو سے زائد قطبین والے مشینوں میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ قطب تصور کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس حوالہ قطب کو  $\theta_m$  پر دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب  $(\theta_m + \pi)$  زاویہ پر ہے۔

جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں مقناطیس کے چار قطبین ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ یک دوری آلات میں مقناطیسی قطبین کے جوڑوں کی تعداد اور ساکن لچھوں کی تعداد ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہے۔ شکل 5.5 میں مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑی قطبین ہیں، لہذا اس مشین کے ساکن حصہ پر دو ساکن لچھے ہوں ہیں۔ ایک لچھے کو  $a_1$  سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو  $a_2$  سے۔ لچھے  $a_1$  کو قالب میں موجود دو شکاف  $a_1$  اور  $a_1'$  میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح  $a_2$  لچھے کو دو شکاف  $a_2$  اور  $a_2'$  میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ دونوں لچھوں کو سلسلہ وار<sup>15</sup> جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جزیئر سے حاصل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کا دگنا ہو گا۔ یک دوری آلات میں قالب کو مقناطیس کے قطبین کی تعداد کے برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے مشین کا ہر ساکن لچھا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل 5.5 میں چار قطبین ہیں لہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیرتا ہے۔

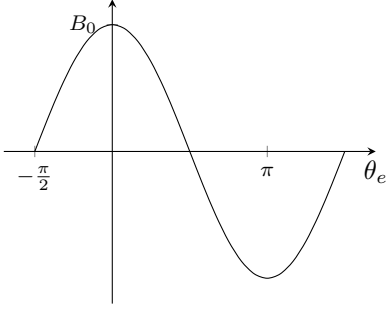
ساکن اور حرکی لچھوں کی کارکردگی ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہے۔ اس کی وضاحت کرتے ہیں۔

جیسا پہلے بھی ذکر کیا گیا چھوٹی گھومتی مشینوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں برقی مقناطیس میدان فراہم کرتا ہے۔ اگرچہ اب تک کی اشکال میں مقناطیس کو گھومتا حصہ دکھایا گیا ہے، حقیقت میں مقناطیس کسی مشین میں گھومتا اور کسی میں ساکن ہو گا۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والے اس لچھے کو میدان لچھا<sup>16</sup> کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا<sup>17</sup> کہتے ہیں۔ برقی جزیئر کے قوی لچھے سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے ضیاع کے علاوہ تمام برقی طاقت قوی لچھے کو فراہم کی جاتی ہے۔

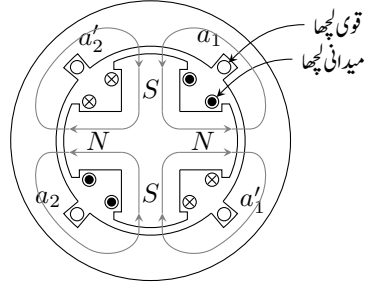
شکل 5.6 میں گھومتے اور ساکن حصہ کے بیچ خلائی درز میں شمالی قطب سے مقناطیسی بہاؤ باہر نکل کر قالب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب پر مقناطیسی بہاؤ قالب سے نکل کر جنوبی قطب میں داخل ہوتا ہے۔ شکل 5.6 میں

electromagnet<sup>14</sup>  
series connected<sup>15</sup>  
field coil<sup>16</sup>  
armature coil<sup>17</sup>





شکل 5.7: سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ۔



شکل 5.6: چار قطب، دو لچھے مشین میں مقناطیسی بہاؤ۔

اس مقناطیسی بہاؤ کی کثافت کو دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاؤ کا رخ دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گا۔ ان مشینوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں  $B$  سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس پر آگے غور کیا جائے گا۔ اگر تصور کر لیا جائے کہ  $B$  سائن نما ہے تب خلائی درز میں  $B$  کی مطلق قیمت شکل 5.7 کی طرح ہو گی جہاں  $\theta_e$  برقی زاویہ ہے۔

$P$  قطبی مقناطیس کے معاصر مشین کے لئے لکھ درج ذیل ہو گا۔

$$(5.7) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

$$(5.8) \quad f_e = \frac{P}{2} f_m$$

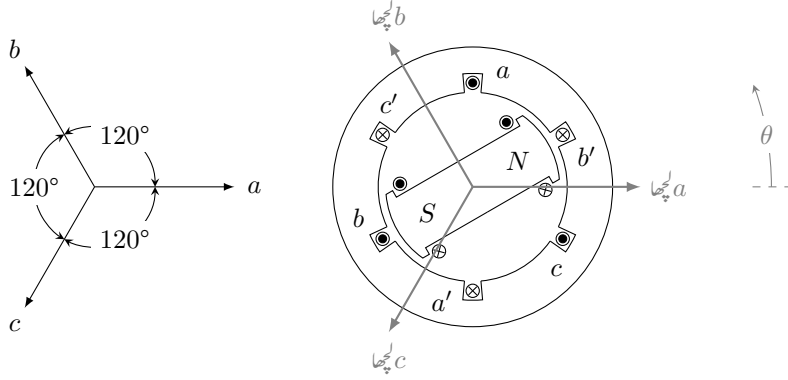
یہاں برقی اور میکانی تعدد کا تناسب 2 ہے۔

مثال 5.1: پاکستان میں گھریلو اور صنعتی صارفین کو 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے۔ یوں ہمارے ہاں  $f_e = 50$  ہو گا۔

• اگر برقی طاقت دو قطبی جزیئر سے حاصل کی جائے تب جزیئر کی رفتار کتنی ہو گی؟۔

• اگر جزیئر کے بیس قطب ہوں تب جزیئر کی رفتار کتنی ہو گی؟

حل:



شکل 5.8: دو قطب، تین دوری معاصر مشین۔

- مساوات 5.8 کے تحت دو قطبی،  $P = 2$ ، جزیئر کا میکانی رفتار  $f_m = \frac{2}{2}(50) = 50$  چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ<sup>18</sup> ہو گا۔
- بیس قطبی،  $P = 20$ ، جزیئر کا میکانی رفتار  $f_m = \frac{2}{20}(50) = 5$  چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ ہو گا۔

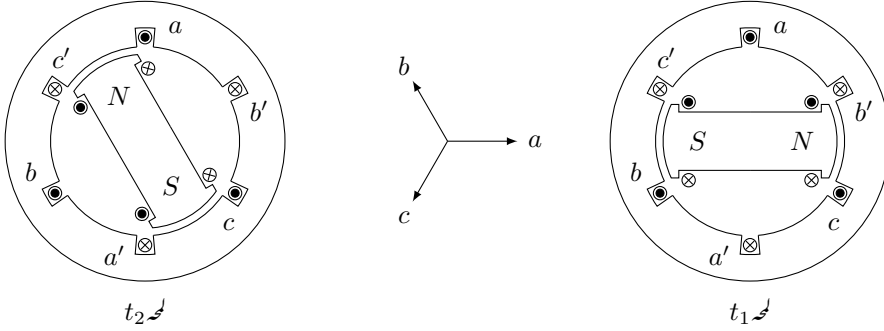
□

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جزیئر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جزیئر سست رفتار جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہذا پانی سے چلنے والے جزیئر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹرہائن سے چلنے والے جزیئر عموماً دو قطب کے ہوتے ہیں۔

شکل 5.8 میں دو قطب تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ ان میں ایک لچھا  $a$  ہے جو قالب میں شگاف  $a$  اور  $a'$  میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تب یہ بالکل شکل 5.1 میں دیا گیا مشین ہی تھا۔ البتہ دیے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

لچھے کا رخ درج ذیل طریقہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

<sup>18</sup>rpm, rounds per minute



شکل 5.9: دو قطب تین دوری مشین۔

- دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کے رخ لپیٹیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کا رخ دے گا۔

شکل 5.8 میں لچھا  $a$  کا برقی رو شگاف  $a$  میں، کتاب کے صفحہ کو عمودی، باہر رخ جبکہ  $a'$  میں اس کے مخالف اندر رخ تصور کرتے ہوئے لچھا  $a$  کا رخ تیر دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اس رخ کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ یوں لچھا  $a$  صفر زاویہ پر لپیٹا گیا ہے، یعنی  $\theta_a = 0^\circ$  ہے۔ باقی لچھوں کے زاویات لچھا  $a$  کے رخ سے، گھڑی کے مخالف رخ نامے جاتے ہیں۔

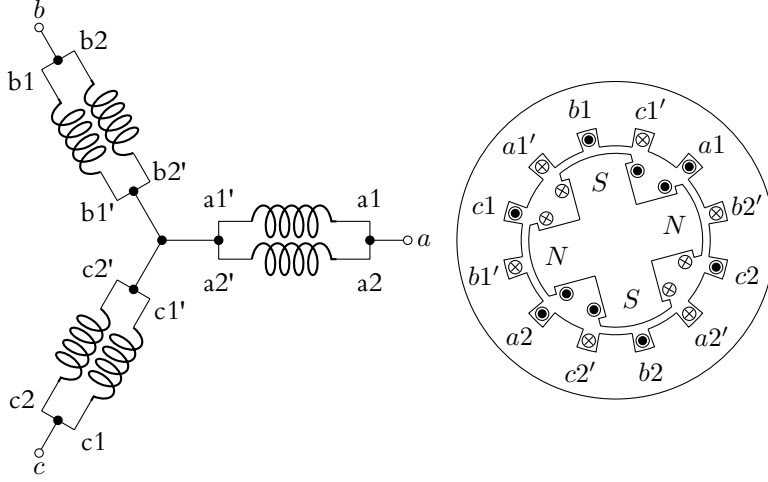
شکل 5.8 میں لچھا  $b$  کو شگاف  $b$  اور  $b'$  میں رکھا گیا ہے اور لچھا  $c$  کو شگاف  $c$  اور  $c'$  میں رکھا گیا ہے۔ مزید لچھا  $b$  کو  $120^\circ$  زاویہ اور لچھا  $c$  کو  $240^\circ$  زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یوں  $\theta_b = 120^\circ$  اور  $\theta_c = 240^\circ$  ہوں گے۔

شکل 5.9 میں اگر لمحہ  $t_1$  پر لچھا  $a$  کا ارتباط بہاو  $\lambda_a(t_1)$  ہو تب لمحہ  $t_2$  پر، جب مقتناطیس  $120^\circ$  زاویہ طے کر لے، لچھا  $b$  کا ارتباط بہاو  $\lambda_b(t_2)$  ہو گا۔ لمحہ  $t_2$  پر مقتناطیس اور لچھا  $b$  ایک دوسرے کے لحاظ سے بالکل اسی طرح نظر آتے ہیں جیسے  $t_1$  پر مقتناطیس اور لچھا  $a$  ایک دوسرے کے لحاظ سے نظر آتے تھے۔ یوں لمحہ  $t_2$  پر لچھا  $b$  کا ارتباط بہاو اتنا ہی ہو گا جتنا لمحہ  $t_1$  پر لچھا  $a$  کا ارتباط بہاو تھا:

$$(5.9) \quad \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

اسی طرح لمحہ  $t_3$  پر، جب مقتناطیس مزید  $120^\circ$  زاویہ طے کر لے، لچھا  $c$  کا ارتباط بہاو  $\lambda_c(t_3)$  ہو گا جو  $\lambda_a(t_1)$  کے برابر ہو گا۔ یوں درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.10) \quad \lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$



شکل 5.10: چار قطب، تین دوری معاصر مشین۔

ان لمحات پر لچھوں کے امالی برقی دباو

$$(5.11) \quad e_a(t_1) = \frac{d\lambda_a(t_1)}{dt}$$

$$(5.12) \quad e_b(t_2) = \frac{d\lambda_b(t_2)}{dt}$$

$$(5.13) \quad e_c(t_3) = \frac{d\lambda_c(t_3)}{dt}$$

ہوں گے۔ مساوات 5.10 کی روشنی میں درج ذیل ہو گا۔

$$(5.14) \quad e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3)$$

اگر شکل 5.9 میں صرف لچھا  $a$  پایا جاتا تب یہ بالکل شکل 5.1 کی طرح ہوتا اور اگر ایسی صورت میں مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار  $\omega_0$  سے گھمایا جاتا تب، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھا  $a$  میں سائن نما برقی دباو پیدا ہوتا۔ شکل 5.9 میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں ہے۔ یوں اگر شکل 5.9 میں مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تب تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباو پیدا ہو گا البتہ مساوات 5.14 کے تحت یہ برقی دباو آپس میں  $120^\circ$  زاویہ پر ہوں گے۔

شکل 5.10 میں چار قطب، تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمالی اور جنوبی قطبین باری باری پائے جاتے ہیں اور  $180^\circ$  میکانی زاویہ میں شمال اور قریبی جنوب قطب کی ایک جوڑی پائی جاتی ہے۔ یہی میکانی زاویہ  $360^\circ$  برقی زاویہ کے برابر ہو گا۔ شکل 5.8 میں ساکن حصہ کے  $360^\circ$  برقی زاویہ کے احاطہ میں تین دوری لچھے نسب ہیں جن کی اطراف کی ترتیب، گھڑی کے مخالف رخ چلتے ہوئے،  $a, c', b, a', c$  اور  $b'$  ہے۔ شکل 5.10 میں دو قطبین کے احاطہ،  $180^\circ$  میکانی زاویہ (یا  $360^\circ$  برقی زاویہ)، میں بالکل اسی طرح تین دوری لچھوں کے اطراف کی ترتیب  $a_1, c_1', b_1, a_1', c_1$  اور  $c_1'$  ہے۔ باقی دو قطبین کے احاطے میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو  $a_2, c_2', b_2, a_2', c_2$  اور  $c_2'$  نظر آئیں گے۔ کسی بھی لمحہ  $a_1$  اور  $a_2$  لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباؤ پیدا ہو گا۔ تین دوری دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دوری برقی دباؤ حاصل کا جاتا ہے۔ شکل 5.10 میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں  $a$  لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔

### 5.3 محرک برقی دباؤ

قانون لورینز<sup>19</sup> کے تحت مقناطیسی میدان  $B$  میں سمتی رفتار  $v$  سے حرکت پذیر برقی بار  $q$  درج ذیل قوت  $F$  محسوس کرے گا۔

$$F = q(v \times B) \quad (5.15)$$

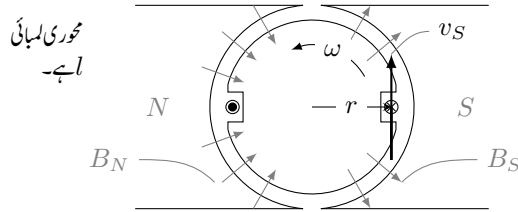
یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی میدان کے لحاظ سے برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہذا  $F$  کو ساکن مقناطیسی میدان میں برقی بار کی سمتی رفتار تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس قوت کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کیا جاتا ہے۔

مقناطیسی میدان میں ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک، جن کے بیچ ہٹاؤ  $l$  ہے، برقی بار  $q$  منتقل کرنے کے لئے درکار کام  $W$  ہو گا:

$$W = F \cdot l = q(v \times B) \cdot l \quad (5.16)$$

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے بیچ برقی دباؤ<sup>21</sup> کہتے ہیں جس کی اکائی وولٹ  $V$ <sup>22</sup> ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے بیچ درج ذیل برقی دباؤ ہو گا۔

$$e = \frac{W}{q} = (v \times B) \cdot l \quad \text{وولٹ} \quad (5.17)$$



شکل 5.11: ایک چکر کا لچھا متناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

حرکت کی مدد سے یوں حاصل برقی دباو کو محرک برقی دباو<sup>23</sup> کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے حاصل برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کا برقی دباو بھی محرک برقی دباو کہلائے گا۔

شکل 5.11 میں گھڑی کے مخالف رخ گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔ بائیں خلاء میں لچھا کی تار کے قطع پر غور کریں۔ مساوات 5.15 کے تحت بائیں قطع میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کے عمودی باہر رخ قوت پیدا ہوگی جبکہ اس قطع میں موجود منفی برقی بار پر اس کے مخالف رخ قوت پیدا ہوگی۔ مساوات 5.17 کے تحت اس قطع کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی برقی دباو پر ہوگا۔

ہم گھومتے حصہ کی محور پر نیکی محدود قائم کرتے ہیں۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے خلاء میں  $B$  رداسی رخ جبکہ شمالی قطب کے سامنے خلاء میں  $B$  رداس کے مخالف رخ ہوگا۔ جنوبی قطب کے سامنے شکاف میں برقی تار  $l_S$  کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v_S &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_S &= B a_r \\ l_S &= l a_z \end{aligned} \quad (5.18)$$

یوں جنوبی قطب کے سامنے تار کے قطع میں درج ذیل محرک برقی دباو پیدا ہوگا۔

$$\begin{aligned} e &= (v \times B) \cdot l \\ &= \omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= \omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l \end{aligned} \quad (5.19)$$

Lorentz law<sup>19</sup>  
charge<sup>20</sup>  
potential difference, voltage<sup>21</sup>  
volt<sup>22</sup>  
electromotive force, emf<sup>23</sup>

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ  $a_z$  لیا گیا۔ اس مساوات میں برقی دباؤ منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سر تار پر  $-a_z$  رخ ہے یعنی تار کا نچلا سرا مثبت اور بالائی سرا منفی ہے۔ اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس رو کا رخ  $-a_z$  یعنی صفحہ کو عمودی اندر رخ ہو گا جسے شکل 5.11 میں شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} v_N &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_N &= -B a_r \\ l_N &= l a_z \end{aligned} \quad (5.20)$$

یوں اس قطع میں درج ذیل دباؤ ہو گا۔

$$\begin{aligned} e_N &= (v_N \times B_N) \cdot l_N \\ &= -\omega r B l (a_\theta \times a_r) \cdot a_z \\ &= -\omega r B l (-a_z) \cdot a_z \\ &= \omega r B l \end{aligned} \quad (5.21)$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کا رخ  $a_z$  لیا گیا ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سر تار پر  $a_z$  رخ ہو گا یعنی تار کا بالائی سرا مثبت اور نچلا سرا منفی ہو گا۔ اگر اس تار میں رو گزر سکے تو اس کا رخ  $a_z$  یعنی صفحہ کو عمودی باہر رخ ہو گا جسے شکل 5.11 میں شگاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دونوں تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان تاروں کے نچلے سر ایک دوسرے کے ساتھ سلسلہ وار جڑے ہیں جس کو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔ یوں اس لچھے کے بالائی، نظر آنے والے، سروں پر کل برقی دباؤ  $e$  ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباؤ کا مجموعہ ہو گا:

$$\begin{aligned} e &= 2rlB\omega \\ &= AB\omega \end{aligned} \quad (5.22)$$

یہاں لچھے کا رقبہ  $A = 2rl$  ہے۔ اگر ایک چکر سے اتنا برقی دباؤ حاصل ہو تب  $N$  چکر کے لچھے سے درج ذیل دباؤ حاصل ہو گا جہاں  $\phi = AB$  مقناطیسی بہاؤ ہے۔

$$\begin{aligned} e &= \omega NAB \\ &= 2\pi f NAB \\ &= 2\pi f N\phi \end{aligned} \quad (5.23)$$

گھومتی مشینوں کی خلائی درز میں  $B$  اور  $v$  ہر لمحہ ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔ مساوات 5.17 کے تحت مستقل زاویائی رفتار اور محوری لمبائی کی صورت میں پیدا کردہ برقی دباؤ ہر لمحہ  $B$  کا براہ راست متناسب ہو گا۔ خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے  $B$  کی صورت میں گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباؤ بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ یوں جس شکل کا برقی دباؤ درکار ہو اسی شکل کی کثافت مقناطیسی دباؤ خلائی درز میں پیدا کرنی ہو گی۔ سائن نما برقی دباؤ پیدا کرنے کے لئے خلائی درز میں سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ درکار ہو گی۔

اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت  $B$  پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔

#### 5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ

ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں کچھ<sup>24</sup> لچھے دکھائے گئے۔ مزید ان مشینوں میں گھومتے حصے پر موجود مقناطیس کے ابھرے قطب<sup>25</sup> تھے۔ عموماً حقیقی مشینوں کے ہموار قطب<sup>26</sup> اور پھیلے لچھے<sup>27</sup> ہوتے ہیں جن کی بنا سائن اور گھومتے حصوں کے بیچ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباؤ اور سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنا ممکن ہوتا ہے۔

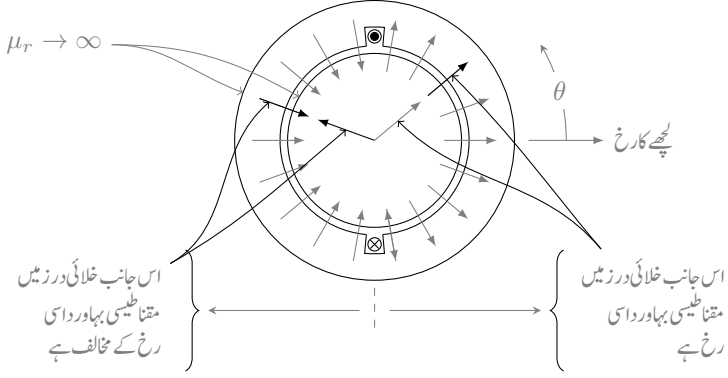
شکل 5.12 میں ایک کچھ لچھا دکھایا گیا ہے جہاں مشین کے گھومتے حصے کا عمودی تراش گول صورت کا ہے۔ متحرک اور ساکن قالب کا  $\mu_r \rightarrow \infty$  ہے۔ لچھے کا مقناطیسی دباؤ  $\tau = Ni$ ، مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  پیدا کرتا ہے جس کو ہلکی سپاہی کی لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرتا ہوا لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتا ہے لہذا درج ذیل ہو گا۔

$$(5.24) \quad \tau = Ni = 2Hl_a$$

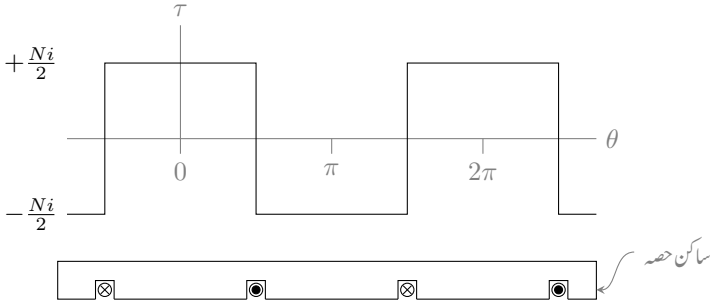
یوں ساکن لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا آدھا حصہ ایک خلائی درز اور آدھا حصہ دوسرے خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے۔ مزید آدھے خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ) رداسی رخ اور باقی خلائی درز میں رداس کے

non-distributed coils<sup>24</sup>  
salient poles<sup>25</sup>  
non-salient poles<sup>26</sup>  
distributed winding<sup>27</sup>





شکل 5.12: ساکن لچھا گچھ شکل کا ہے۔



شکل 5.13: گچھ لچے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ۔

مخالف رخ ہے۔ ہم رداسی رخ کو مثبت تصور کرتے ہیں۔ چونکہ مقناطیسی بہاؤ (اور مقناطیسی دباؤ)  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  کے درمیان رداسی رخ ہے لہذا اسے مثبت تصور کیا جائے گا جبکہ باقی حصہ پر مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ) رداس کے مخالف رخ ہے لہذا اسے منفی تصور کیا جائے گا۔ شکل 5.13 میں خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ وقفہ  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  کے خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ  $\tau_a$  لچھے کے مقناطیسی دباؤ  $\tau$  کا آدھا ہے اور اس کا رخ مثبت ہے جبکہ وقفہ  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$  کے خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ لچھے کے مقناطیسی دباؤ کا آدھا اور منفی رخ ہے۔ یاد رہے مقناطیسی دباؤ کا رخ رداسی رخ کے حوالہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

#### 5.4.1 بدلتا رو والے مشین

بدلتا رو (اے سی) مشین بناتے وقت کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہو۔ سائن نما مقناطیسی دباؤ کے حصول کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے سائن نما مقناطیسی دباؤ کیسے حاصل ہوتا ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

فوریر تسلسل<sup>28</sup> کے تحت ہم کسی بھی تفاعل<sup>29</sup>  $f(\theta_p)$  کو درج ذیل صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.25) \quad f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p)$$

تفاعل کا دوری عرصہ<sup>30</sup>  $T$  ہونے کی صورت میں فوریر تسلسل کے عددی سر درج ذیل ہوں گے۔

$$(5.26) \quad \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) d\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p d\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p d\theta_p \end{aligned}$$

مثال 5.2: شکل 5.13 میں دیے گئے مقناطیسی دباؤ کا

Fourier series<sup>28</sup>  
function<sup>29</sup>  
time period<sup>30</sup>

- فوریر تسلسل حاصل کریں،
- تیسری موسیقائی جزو<sup>31</sup> اور بنیادی جزو<sup>32</sup> کا تناسب معلوم کریں۔

حل:

- مساوات 5.26 کی مدد سے

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/2} \left( -\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left( \frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} \left( -\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p \right] \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[ \left( -\frac{Ni}{2} \right) \left( -\frac{\pi}{2} + \pi \right) + \left( \frac{Ni}{2} \right) \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \left( -\frac{Ni}{2} \right) \left( \pi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

اور درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[ -\frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} + \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= \frac{Ni}{2n\pi} \left[ \sin \frac{n\pi}{2} + 2 \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\
 &= \left( \frac{4}{n\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2}
 \end{aligned}$$

اس مساوات میں  $n$  کی قیمت ایک، دو، تین لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \left( \frac{4}{\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right), \quad a_3 = - \left( \frac{4}{3\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right), \quad a_5 = \left( \frac{4}{5\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right) \\
 a_2 &= a_4 = a_6 = 0
 \end{aligned}$$

<sup>31</sup> third harmonic component  
<sup>32</sup> fundamental component

اسی طرح درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[ \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} - \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

• ان نتائج کا یکجا کرتے ہیں:

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{\left( \frac{4}{3\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right)}{\left( \frac{4}{\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right)} = \frac{1}{3}$$

□ یوں تیسرا موسیقائی جزو بنیادی جزو کا تیسرا حصہ یعنی 33.33 فی صد ہو گا۔

مثال 5.2 میں حاصل کردہ  $a_1, a_2, \dots$  استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ  $\tau$  کا فوریر تسلسل لکھتے ہیں۔

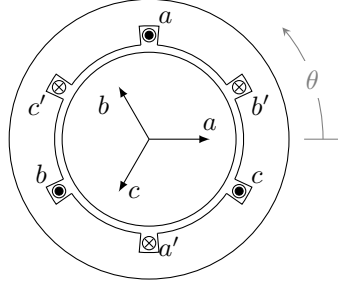
$$(5.27) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p - \frac{4}{3\pi} \frac{Ni}{2} \cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi} \frac{Ni}{2} \cos 5\theta_p + \dots$$

مثال 5.2 کے مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جاسکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے حقیقی مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء قابل نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے مساوات 5.27 سے

$$(5.28) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p = \tau_0 \cos \theta_p$$

لکھتے ہیں جہاں  $\tau_0$  درج ذیل ہے۔

$$(5.29) \quad \tau_0 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$



شکل 5.14: تین دور لچھے۔

خلائی درج میں  $\tau$ ،  $H$  اور  $B$  ایک دوسرے کے برائے راست متناسب ہوتے ہیں۔ یوں مساوات 5.28 کے تحت شکل 5.12 کا لچھے اور شکل 5.2 میں صفر زاویہ پر سلاخ نما مقناطیس یکساں  $\tau$  (اور  $B$ ) دیں گے۔ اسی طرح اگر شکل 5.12 کا لچھا زاویہ  $\theta_m$  پر ہوتا تب ہمیں شکل 5.3 میں موجود مقناطیس کے نتائج حاصل ہوتے۔ شکل 5.14 میں تین لچھے آپس میں  $120^\circ$  زاویہ پر دکھائے گئے ہیں۔ ہم مساوات 5.62 کی طرح اس شکل میں لچھا  $a$  کے لئے درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

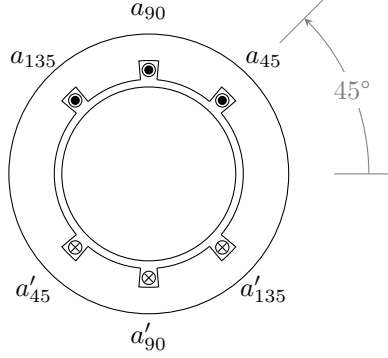
$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{pa} \\
 \theta_{pa} &= \theta - \theta_{ma} = \theta - 0^\circ \\
 \tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta
 \end{aligned}
 \quad (5.30)$$

اسی طرح لچھا  $b$  اور  $c$  جو بالترتیب  $\theta_{mb} = 120^\circ$  اور  $\theta_{mc} = 240^\circ$  زاویہ پر ہیں کے لئے درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{pb} \\
 \theta_{pb} &= \theta - \theta_{mb} = \theta - 120^\circ \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{mb}) = \tau_0 \cos(\theta - 120^\circ)
 \end{aligned}
 \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{pc} \\
 \theta_{pc} &= \theta - \theta_{mc} = \theta - 240^\circ \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{mc}) = \tau_0 \cos(\theta - 240^\circ)
 \end{aligned}
 \quad (5.32)$$

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہر گز نہیں لگتا لیکن مساوات 5.27 ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض نظر کا دھوکا ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اگر ہم کسی طرح مساوات 5.27 میں پہلے رکن کے علاوہ باقی تمام ارکان کو صفر کر سکیں تب ہمیں سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو گا۔



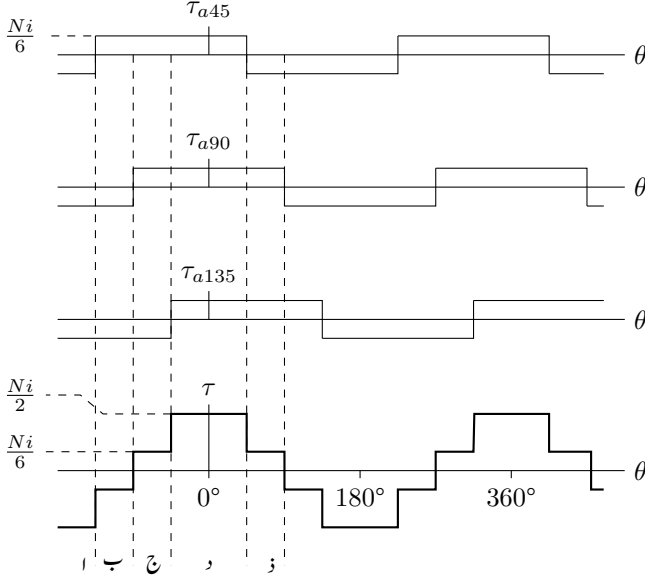
شکل 5.15: پھیلا لچھا۔

شکل 5.12 کے  $N$  چکر لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کرتے ہوئے شکل 5.15 حاصل کیا گیا ہے جہاں ہر چھوٹا لچھا  $\frac{N}{3}$  چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا<sup>33</sup> جاتا ہے لہذا ان میں ایک جیسا برقی رو  $i$  گزرے گا۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا ہے۔ پہلے لچھے کو شگاف  $a_{45}$  اور  $a'_{45}$  میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شگاف  $a_{90}$  اور  $a'_{90}$  میں اور تیسرے لچھے کو شگاف  $a_{135}$  اور  $a'_{135}$  میں رکھا گیا ہے۔

شگافوں کے ایک جوڑا کو ایک ہی طرح کے نام دیے گئے ہیں، البتہ ایک شگاف کو  $a$  اور دوسرے کو  $a'$  نام دیا گیا ہے۔ یوں شگافوں کا پہلے جوڑا  $a_{45}$  اور  $a'_{45}$  ہے۔ شگاف کا نام شگاف کے زاویہ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔ یوں شگاف  $a_{45}$  درحقیقت  $45^\circ$  زاویہ پر ہے، شگاف  $a_{90}$  نوے درجہ زاویہ پر اور شگاف  $a_{135}$  ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔ اسی طرح  $a'_{45}$  شگاف  $a_{45}$  کا جوڑا ہے۔

تمام لچھے  $\frac{N}{3}$  چکر کے ہیں اور تمام لچھوں میں برقی رو  $i$  ایک دوسرے جیسا ہے۔ شکل 5.15 کے پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباو بالمقابل زاویہ کا ترسیم شکل 5.16 میں موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ سب سے اوپر لچھا  $a_{45}$  کے مقناطیسی دباو کی ترسیم ہے جو شکل 5.13 کی ترسیم کی طرح لیکن صفر زاویہ سے  $-45^\circ$  ہٹ کر ہے۔ دوسری ترسیم لچھا  $a_{90}$  کی ہے جو ہو بہو شکل 5.13 کی طرح ہے جبکہ تیسری ترسیم لچھا  $a_{135}$  کی ہے جو صفر زاویہ سے  $+45^\circ$  ہٹ کر ہے۔ ان تینوں ترسیمات کا انفرادی طول  $\frac{Ni}{6}$  ہے۔

ان تینوں ترسیمات سے کل مقناطیسی دباو کا ترسیم یوں حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ بائیں جانب پہلی لکیر کی بائیں طرف علاقے کو الف کہا گیا ہے۔ اس علاقے میں پہلے تینوں ترسیمات کی مقدار



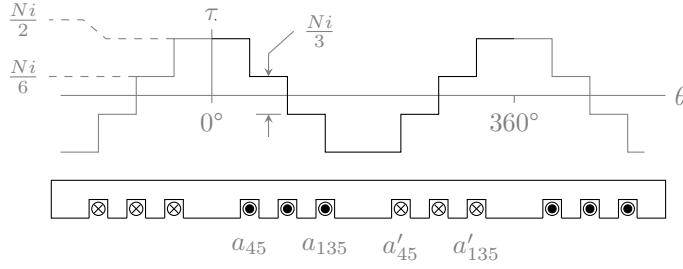
شکل 5.16: پہلے لچھے کا کل مقناطیسی دباؤ۔

ہے لہذا ان کا مجموعہ  $-\frac{Ni}{2}$  ہوگا۔ یہی سب سے نچلے کل مقناطیسی دباؤ کی ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح علاقہ ب میں پہلے ترسیم کی مقدار  $+\frac{Ni}{6}$ ، دوسری ترسیم کی  $-\frac{Ni}{6}$  اور تیسری کی بھی  $-\frac{Ni}{6}$  ہے۔ ان کا مجموعہ  $-\frac{Ni}{6}$  بنتا ہے جو کل مقناطیسی دباؤ ہے۔ علاقہ ج میں  $+\frac{Ni}{6}$ ،  $+\frac{Ni}{6}$  اور  $-\frac{Ni}{6}$  غیر سمتیں ہیں جن کا مجموعہ  $+\frac{Ni}{6}$  ہی کل مقناطیسی دباؤ ہے جو سب سے نچلے ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح آپ پورا ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

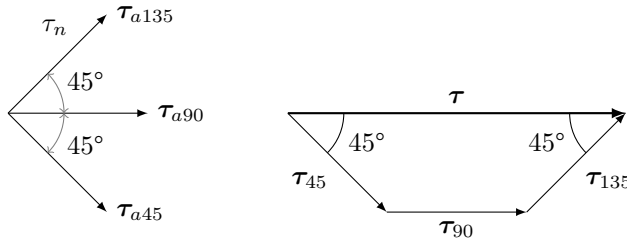
شکل 5.16 کے نچلے ترسیم کو شکل 5.17 میں دوبارہ دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.17 کا اگر شکل 5.16 کے ساتھ تقابل کیا جائے تو محض دیکھنے سے بھی یہ ظاہر ہے کہ شکل 5.17 زیادہ سائن نما موج کے نوعیت کا ہے۔ ہمیں فوراً تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ ملتا ہے۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ شکافوں کی جگہ اور ان میں لچھوں کے چکر کو یوں رکھا جاسکتا ہے کہ ان سے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ سائن نما کے زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

چونکہ پہلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پہ مقناطیسی دباؤ نہیں بناتے لہذا ان سے حاصل کل مقناطیسی دباؤ کا حیثہ ایک گچھ لچھے کے حیثہ سے قدر کم ہوتا ہے۔ اس اثر کو مساوات 5.29 میں جزو  $k_w$  کے ذریعہ یوں ظاہر کیا



شکل 5.17: پھیلے لچھے کا متناطیسی دباؤ۔



شکل 5.18: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاد۔

جاتا ہے۔

$$(5.33) \quad \begin{aligned} \tau_0 &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \\ \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta = \tau_0 \cos \theta \end{aligned}$$

اس مساوات میں  $k_w$  کو جزو پھیلاد<sup>34</sup> کہتے ہیں۔ یہ اکائی سے قدر کم ہوتا ہے یعنی

$$(5.34) \quad 0 < k_w < 1$$

مثال 5.3: شکل 5.15 میں دیے گئے پھیلے لچھے کے لئے  $k_w$  معلوم کریں۔

حل: شکل 5.18 سے رجوع کریں۔ یہ تین جھوٹے لچھے برابر متناطیسی دباؤ  $\tau_n = \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2}$  پیدا کرتے ہیں، البتہ ان کی سمتیں مختلف ہیں۔ یہاں چونکہ ایک لچھا  $\frac{N}{3}$  چکر کا ہے لہذا  $n = \frac{N}{3}$  ہے۔ ہم ان سمتیوں کو جمع کر کے ان کا

<sup>34</sup>winding factor



مجموعی مقناطیسی دباؤ  $\tau$  معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142\tau_n\end{aligned}$$

یعنی

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3} \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

□

لہذا  $k_w = 0.8047$  کے برابر ہے۔

مثال 5.4: تین دوری 50 ہرٹز پر چلنے والا ستارہ نما جڑے جزیئر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جا رہا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاؤ  $k_{w,m} = 0.9$  جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاؤ  $k_{w,q} = 0.833$  ہیں۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور اس کی لمبائی  $l = 2.828$  میٹر ہیں۔ خلائی درز  $l_k = 0.04$  میٹر ہے۔ اگر اس کے میدانی لچھے میں 1000 ایمپیر برقی رو ہے تو معلوم کریں

• میدانی مقناطیسی دباؤ کی زیادہ سے زیادہ مقدار۔

• خلائی درز میں کشاف مقناطیسی بہاؤ۔

• ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ۔

• محرک تار پر برقی دباؤ۔

حل:

•

$$\tau_0 = k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m}$$

•

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54 \text{ T}$$

$$\phi_0 = 2B_0lr = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.28915 \text{ Wb}$$

$$\begin{aligned} E_{rms} &= 4.44fk_wqN_q\phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85 \text{ V} \end{aligned}$$

لہذا ستارہ جڑی جزیئر کی تار کی برقی دباؤ

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11000 \text{ V}$$

□

ہو گی۔

جیسا پہلے ذکر ہوا ہم چاہتے ہیں کہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہ یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ بنیادی مقصد پورا ہو۔ شکل 5.17 میں ہم دیکھتے ہیں کہ صفر زاویہ کی دونوں جانب مقناطیسی دباؤ کی موج یکساں طور پر گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ یعنی جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباؤ  $\frac{N_i}{3}$  گھٹ جاتی ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر یہ یکساں طور پر مزید گھٹتی ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہوں کا فیصلہ فوریر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فوریر تسلسل میں موسیقائی جزو کم سے کم اور اس میں بنیادی جزو زیادہ سے زیادہ رکھے جاتے ہیں۔

سائن لچھوں کی طرح حرکت کرتے لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو۔

## 5.5 مقناطیسی دباؤ کی گھومتی موجیں

گھومتے آلوں میں لچھوں کو برقی دباؤ دیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ یہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

## 5.5.1 یک دوری کی لپٹی مشین

مساوات 5.33 میں ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ یوں دی گئی ہے۔

$$(5.35) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N i}{\pi 2} \cos \theta$$

اگر اس لچھے میں مقناطیسی بہاؤ بھی سائن نما ہو یعنی

$$(5.36) \quad i_a = I_0 \cos \omega t$$

تو

$$(5.37) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N I_0}{\pi 2} \cos \theta \cos \omega t = \tau_0 \cos \theta \cos \omega t$$

ہو گا جہاں

$$(5.38) \quad \tau_0 = k_w \frac{4 N I_0}{\pi 2}$$

کے برابر ہے۔ مساوات 5.37 کہتا ہے کہ یہ مقناطیسی دباؤ زاویہ  $\theta$  اور لمحہ  $t$  کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مندرجہ ذیل قلیہ سے دو ٹکڑوں میں توڑ سکتے ہیں۔

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

لہذا

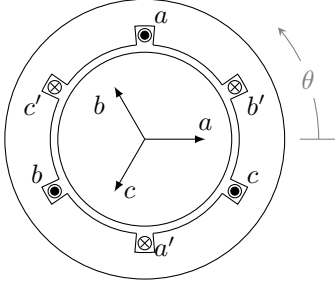
$$(5.39) \quad \tau_a = \tau_0 \left[ \frac{\cos(\theta + \omega t) + \cos(\theta - \omega t)}{2} \right] = \tau_a^- + \tau_a^+$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں

$$(5.40) \quad \tau_a^- = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta + \omega t)$$

$$(5.41) \quad \tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

ہیں۔ اس مساوات سے یہ بات سامنے آتی ہے کہ درحقیقت یہ مقناطیسی دباؤ دو آلٹ سمتوں میں گھومنے والے مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں۔ اس کا پہلا جزو  $\tau_a^-$  زاویہ  $\theta$  گھٹنے کی جانب گھومتا ہے یعنی گھڑی کی سمت میں اور اس کا دوسرا جزو  $\tau_a^+$  گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتا ہے یعنی یہ زاویہ بڑھنے کی جانب گھومتا ہے۔



$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}$$

شکل 5.19: تین دور کی لپٹی مشین۔

ایک دور کی لپٹی آلوں میں یہ کوشش کی جاتی ہے کہ ان دو گھومتے مقناطیسی دباؤ میں سے ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کیا جائے۔ اس طرح کرنے سے ایک سمت میں کل مقناطیسی دباؤ گھومتا ملتا ہے جو بالکل اسی طرح کا ہوتا ہے جیسے ایک مقناطیس گھمایا جا رہا ہو۔ تین دوری آلوں میں یہ کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہو گا۔

### 5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تخلیلی تجزیہ

شکل 5.19 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات 5.30، 5.31 اور 5.32 میں ایسے تین لچھوں کی فوریز تسلسل کی بنیادی جزو دیے گئے ہیں جو کے یہ ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a i_a}{2} \cos \theta \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b i_b}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c i_c}{2} \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.42}$$

اگر ان تین لچھوں میں تین دوری برقی رو ہو یعنی

$$\begin{aligned}i_a &= I_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.43}$$

تو بالکل مساوات 5.37 کی طرح ہم مساوات 5.43 کی مدد سے مساوات 5.42 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos \theta \cos(\omega t + \alpha) \\
 \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\
 \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.44}$$

اگر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

ہو تو انہیں

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\
 \tau_b &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\
 \tau_c &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]
 \end{aligned}
 \tag{5.45}$$

لکھ سکتے ہیں جہاں

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \tag{5.46}$$

ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ  $\tau$  ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم ثابت کرتے ہیں کہ

$$\cos \gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

کے برابر ہے۔ ہمیں معلوم ہے کہ

$$\begin{aligned}
 \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\
 \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta
 \end{aligned}$$

اگر ہم  $\alpha = \gamma$  اور  $\beta = 240^\circ$  لیں تو

$$\begin{aligned}
 \cos(\gamma + 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ - \sin \gamma \sin 240^\circ \\
 \cos(\gamma - 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ + \sin \gamma \sin 240^\circ
 \end{aligned}$$

$$\text{چونکہ } \sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ اور } \cos 240^\circ = -\frac{1}{2} \text{ لہذا}$$

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

$$\cos(\gamma - 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

اب اس مساوات کو اگر ہم  $\cos \gamma$  کے ساتھ جمع کریں تو جواب صفر ملتا ہے، یعنی

$$\cos \gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

$\gamma = \theta + \omega t + \alpha$  کے لئے اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

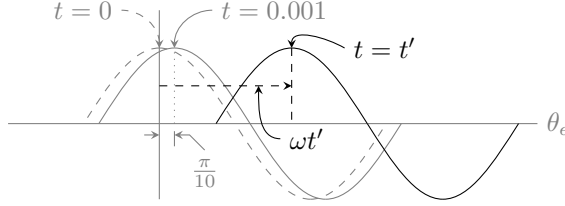
$$(5.47) \quad \cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0$$

اب ہم اگر مساوات 5.45 میں دئے  $\tau_a$ ،  $\tau_b$  اور  $\tau_c$  کو جمع کریں اور ان میں مساوات 5.47 کا استعمال کریں تو ملتا ہے

$$(5.48) \quad \tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t - \alpha)$$

مساوات 5.48 کہتا ہے کہ کل مقتطیسی دباو کا حیظ کسی ایک لچھے کے مقتطیسی دباو کے حیظ کے  $\frac{3}{2}$  گنا ہے۔ مزید یہ کہ یہ مقتطیسی دباو کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت گھوم رہی ہے۔ لہذا تین لچھوں کو  $120^\circ$  زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دوری برقی رو، جو آپس میں  $120^\circ$  پر ہوں، سے پہچان کرنے سے ایک ہی گھومتی مقتطیسی دباو کی موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ اگر کوئی دو برقی رو آپس میں تبدیل کئے جائیں تو مقتطیسی موج کے گھومنے کی سمت تبدیل ہو جاتی ہے۔ یہ مثال میں واضح کیا گیا ہے۔

اب ہم دیکھتے ہیں کہ مساوات 5.48 ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہمیں اس موج کی چوٹی کو دیکھنا ہو گا۔ ہم اپنی آسانی کے لئے  $\alpha$  کو صفر لیتے ہیں۔ اس مثال میں ہم برقی رو کی تعدد 50 Hz لیتے ہیں۔ اس موج کی چوٹی درحقیقت  $\cos(\theta - \omega t)$  کی چوٹی ہی ہے لہذا ہم اسی کی چوٹی کو مد نظر رکھتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ  $\cos \alpha$  کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک کے برابر ہے یعنی اس کی چوٹی ایک کے برابر ہے اور یہ اس مقام پر پائی جاتی ہے جہاں  $\alpha$  صفر کے برابر ہو یعنی جب  $\cos 0 = 1$  کے برابر ہو۔ لہذا  $\cos \alpha$  کی چوٹی اسی جگہ ہو گی جہاں  $\alpha$  صفر کے برابر ہو گا۔ اسی طرح  $\cos(\theta - \omega t)$  کی چوٹی وہیں ہو گی جہاں  $(\theta - \omega t)$  صفر کے برابر ہو یعنی  $(\theta - \omega t) = 0$  پر۔



شکل 5.20: حرکت کرتی موج۔

اب ابتدائی لمحہ یعنی  $t = 0$  پر  $\cos(\theta - \omega t) = 0$  کی چوٹی  $(\theta - \omega t) = 0$  پر ہوگی۔ اس کو حل کرتے ہیں۔

$$\theta - \omega t = 0$$

$$\theta - \omega \times 0 = 0$$

$$\theta = 0$$

ہم دیکھتے ہیں کہ موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل 5.20 میں ہلکی سیاہی میں نقطہ داؤ لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ ہم اس چوٹی کو کچھ وقفے کے بعد دوبارہ دیکھتے ہیں مثلاً  $t = 0.001$  سیکنڈ کے بعد۔

$$\theta - \omega t = 0$$

$$\theta - \omega \times 0.001 = 0$$

$$\theta = 0.001\omega = 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 = 0.3142 \text{ rad}$$

اب یہ چوٹی  $0.3142$  یا  $\frac{\pi}{10}$  برقی ریڈیئن یعنی  $18^\circ$  کے برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل میں ہلکی سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ یہ بات واضح ہے کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت یعنی زاویہ بڑھنے کی سمت میں گھوم گئی ہے۔ اسی طرح  $t = 0.002$  پر یہ چوٹی  $36^\circ$  برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ کسی بھی لمحہ  $t'$  پر بالکل اسی طرح چوٹی کا مقام معلوم کیا جاسکتا ہے جسے شکل میں تیز سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔

$$\theta - \omega t' = 0$$

$$\theta = \omega t'$$

اس مساوات سے یہ واضح ہے کہ چوٹی کا مقام متعین کرنے والا زاویہ بتدریج بڑھتا رہتا ہے۔ اس مساوات سے ہم ایک مکمل  $2\pi$  برقی زاویہ کے چکر کا وقت  $T$  حاصل کر سکتے ہیں یعنی

$$t = \frac{\theta}{\omega}$$

(5.49)

$$T = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

اگر برقی رو کی تعدد 50 ہو تو یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ہر  $0.02 = \frac{1}{50}$  سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹتی ہے یعنی یہ ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر کاٹتی ہے۔

اس مثال میں برقی زاویہ کی بات ہوتی رہی۔ دو قطب کی آلوں میں برقی زاویہ  $\theta_e$  اور میکانی زاویہ  $\theta_m$  برابر ہوتے ہیں۔ لہذا اگر دو قطب کی آلوں کی بات کی جائے تو مساوات 5.49 کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج  $f$  برقی یا میکانی چکر کاٹے گی جہاں  $f$  برقی رو کی تعدد ہے اور اگر  $P$  قطب رکھنے والی آلوں کی بات کی جائے تو چونکہ

$$(5.50) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

لہذا ایسے آلوں میں یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں  $f$  مقناطیسی چکر یعنی  $\frac{2}{P} f$  میکانی شکر کاٹے گی۔

اگر ہم برقی رو کی تعدد کو  $f_e$  سے ظاہر کریں، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو  $\theta_e$  اور اس کے میکانی زاویہ کو  $\theta_m$  سے ظاہر کریں اور اسی طرح اسی مقناطیسی دباؤ کی موج کے گھومنے کی رفتار کو  $\omega_e$  یا  $\omega_m$  سے ظاہر کریں تو

$$(5.51) \quad \begin{aligned} \omega_m &= \frac{2}{P} \omega_e \quad \text{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P} f_e \quad \text{Hz} \\ n &= \frac{120 f_e}{P} \quad \text{rpm} \end{aligned}$$

اس موج کی معاصر رفتار برقی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے جبکہ  $\omega_m$  یہی معاصر رفتار میکانی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے۔ اسی طرح  $f_e$  اس موج کی برقی معاصر رفتار برقی ہرٹز میں اور  $f_m$  اس کی میکانی معاصر رفتار <sup>35</sup> میکانی ہرٹز میں ہے۔ برقی معاصر رفتار  $f_e$  ہرٹز ہونے کا مطلب یہ ہے کہ ایک سیکنڈ میں یہ موج  $f_e$  برقی چکر کا فاصلہ طے کرے گی جہاں ایک برقی چکر دو قطب کا فاصلہ یعنی  $2\pi$  ریڈین کا زاویہ ہے۔ اسی طرح میکانی معاصر رفتار  $f_m$  ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ یہ موج ایک سیکنڈ میں  $f_m$  میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ ایک میکانی چکر عام زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں  $n$  میکانی چکر فی منٹ <sup>36</sup> کو ظاہر کرتے ہیں۔ یہ مساوات معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ ہم  $q$  دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے  $\frac{2\pi}{q}$  برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں  $q$  دوری برقی رو ہو، ایک ہی سمت میں گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے جیسے ہم نے تین

<sup>35</sup> synchronous speed  
<sup>36</sup> rpm, rounds per minute



دوری مشین کے لئے دیکھا۔ مزید یہ کہ اس موج کا جیٹ کسی ایک لچھے سے پیدا مقناطیسی دباؤ کے جیٹ کے  $\frac{q}{2}$  گنا ہو گا اور اس کے گھومنے کی رفتار  $\omega_e = 2\pi f$  برقی ریڈیئن فی سیکنڈ ہو گی۔

### 5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجربہ

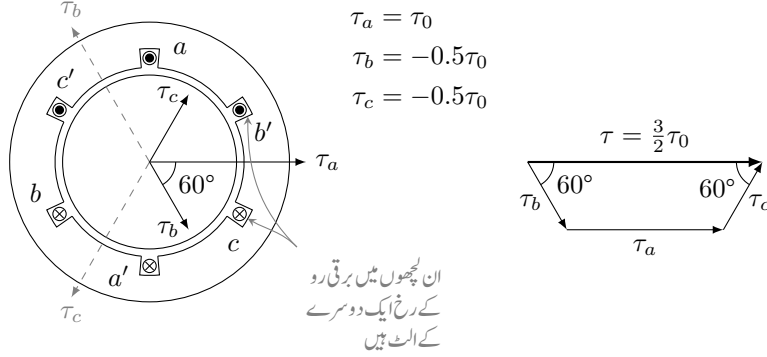
شکل 5.19 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس میں مثبت برقی رو کی سمتیں بھی دکھائی گئی ہیں، مثلاً  $a$  شگاف میں برقی رو صفحہ سے عمودی سمت میں باہر جانب کو ہے اور یہ بات نقطہ سے واضح کی گئی ہے۔ اسی طرح  $a'$  شگاف میں برقی دباؤ صفحہ سے عمودی سمت میں اندر کی جانب کو ہے اور یہ بات صلیب کے نشان سے واضح کی گئی ہے۔ اگر برقی رو مثبت ہو تو اس کی یہی سمت ہو گی اور اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ  $\tau_a$  صفر زاویہ کی جانب ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاسکتی ہے۔ اب اگر اسی لچھے میں برقی رو منفی ہو تو اس کا مطلب ہے کہ برقی رو الٹ سمت میں ہے۔ یعنی اب برقی رو  $a$  شگاف میں صفحہ کے عمودی سمت میں اندر کی جانب ہے اور  $a'$  شگاف میں یہ صفحہ کے عمودی سمت میں باہر کی جانب کو ہے۔ لہذا اس برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ بھی پہلے سے الٹ سمت میں ہو گی یعنی یہ شکل میں دیے گئے  $\tau_a$  کے بالکل الٹ سمت میں ہو گی۔ اس تذکرہ کا بنیادی مقصد یہ تھا کہ آپ پر یہ بات واضح ہو جائے کہ برقی رو کے منفی ہونے سے اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت الٹ ہو جاتی ہے۔

اس شکل میں لچھوں میں برقی رو اور مقناطیسی دباؤ یہ ہیں

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos \omega t \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.52)$$

$$\begin{aligned} \tau_a &= k_w \frac{4 N i_a}{\pi} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\ \tau_b &= k_w \frac{4 N i_b}{\pi} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4 N i_c}{\pi} = k_w \frac{4 N I_0}{\pi} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.53)$$

جبکہ ان کے مثبت سمتیں شکل میں دیے گئے ہیں۔ اب ہم مختلف اوقات پر ان مقداروں کا حساب لگاتے ہیں اور ان کا کل مجموعی مقناطیسی دباؤ حل کرتے ہیں۔



شکل 5.21: لمحہ  $t_0 = 0$  پر برقی رو اور مقناطیسی دباؤ۔

لمحہ  $t = 0$  پر ان مساوات سے ملتا ہے۔

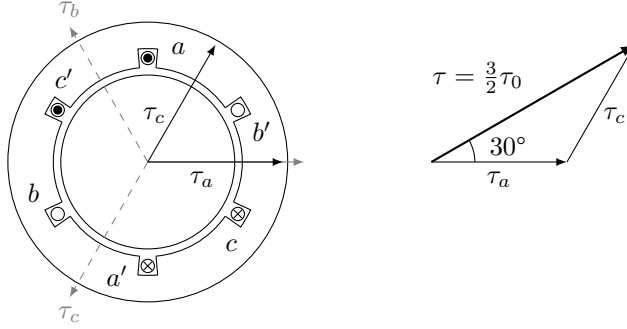
$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5I_0 \\
 i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5I_0
 \end{aligned}
 \tag{5.54}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5\tau_0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5\tau_0
 \end{aligned}
 \tag{5.55}$$

یہاں رکھ کر ذرا غور کریں۔ اس لمحہ پر  $i_a$  مثبت ہے جبکہ  $i_b$  اور  $i_c$  منفی ہیں۔ لہذا  $i_a$  اسی سمت میں ہے جو شکل 5.19 میں  $a$  اور  $a'$  شگافوں میں نقطے اور صلیب سے دکھائے گئے ہیں جبکہ  $i_b$  اور  $i_c$  شکل میں دیے گئے سمتوں کے الٹ ہیں۔ ان تینوں برقی رو کی اس لمحہ پر درست سمتیں شکل 5.21 میں دکھائی گئی ہیں۔ اس شکل میں تینوں مقناطیسی دباؤ بھی دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباؤ با آسانی بذریعہ ترسیم، مجموعہ سمتیات سے معلوم کیا جا سکتا ہے یا پھر الجبرا کے ذریعہ ایسا کیا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \mathbf{a}_x \\
 \tau_b &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x - \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y] \\
 \tau_c &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x + \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y]
 \end{aligned}
 \tag{5.56}$$



شکل 5.22: لمحہ  $30^\circ = \omega t_1$  پر برقی رد اور مقناطیسی دباؤ۔

$$(5.57) \quad \tau = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3}{2} \tau_0 a_x$$

کل مقناطیسی دباؤ ایک لمحے کے مقناطیسی دباؤ کے ڈیڑھ گنا ہے اور یہ صفر زاویہ پر ہے۔ اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ لمحے بعد  $t_1$  پر دوبارہ یہی سب حساب لگاتے ہیں۔ چونکہ مساوات 5.52 اور مساوات 5.53 میں متغیر  $t$  کے بجائے  $\omega t$  کا استعمال زیادہ آسان ہے لہذا ہم لمحہ  $t_1$  کو یوں چنتے ہیں کہ  $\omega t_1 = 30^\circ$  کے برابر ہو۔ ایسا کرنے سے ہمیں یہ دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.58) \quad \begin{aligned} i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\ i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\ i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \end{aligned}$$

$$(5.59) \quad \begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \end{aligned}$$

یہ شکل 5.22 میں دکھایا گیا ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ کا طول  $\tau$  کو تکتوں کے ذریعہ یوں حل کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح اس کا زاویہ بھی اسی سے حاصل ہوتا ہے۔ یعنی

$$(5.60) \quad \tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2} \tau_0$$

اور چونکہ اس تکون کے دو اطراف برابر ہیں لہذا اس کے باقی دو زاویہ بھی برابر اور  $30^\circ$  ہیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ کل مقناطیسی دباو جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب وہ  $30^\circ$  کے زاویہ پر ہے یعنی وہ گھڑی کے اُلٹ سمت گھوم گیا ہے۔ اگر ہم اسی طرح  $wt = 40^\circ$  پر دیکھیں تو ہمیں کل مقناطیسی دباو اب بھی  $\frac{3}{2}\tau_0$  ہی ملے گا البتہ اب یہ  $45^\circ$  کے زاویہ پر ہو گا۔ اگر کسی لمحہ جب  $wt = \theta^\circ$  کے برابر ہو یہ سارا حساب کیا جائے تو کل مقناطیسی دباو اب بھی  $\frac{3}{2}\tau_0$  ہی ملے گا البتہ یہ  $\theta^\circ$  کے زاویہ پر ہو گا۔

## 5.6 محرک برقی دباو

یہاں محرک برقی دباو<sup>37</sup> کو ایک اور زاویہ سے پیش کیا جاتا ہے۔

### 5.6.1 بدلتی رو برقی جزیئر

شکل 5.23 میں ایک بنیادی بدلتی رو جزیئر<sup>38</sup> دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نما کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B$  پیدا ہوتی ہے، یعنی

$$(5.61) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

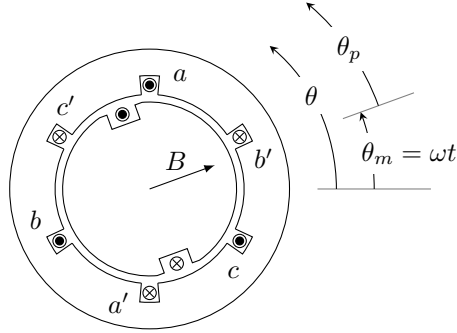
یہ مقناطیس  $\omega$  زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ یوں اگر ابتدائی لمحہ  $t = 0$  پر یہ  $a$  لچھے کی سمت یعنی ہلکی سیاہی کی افقی لکیر کی سمت میں ہو تو لمحہ  $t$  پر یہ گھوم کر زاویہ  $\theta_m = wt$  پر ہو گا۔ اس طرح یہی مساوات یوں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.62) \quad \begin{aligned} B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\ &= B_0 \cos(\theta - wt) \end{aligned}$$

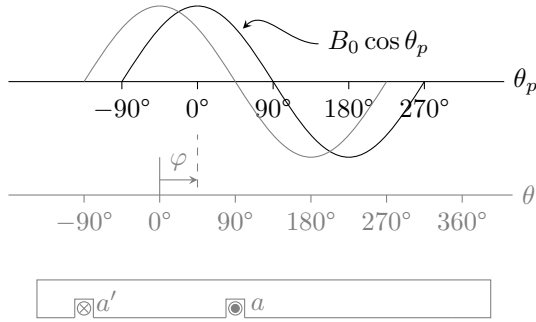
شکل 5.24 میں  $B$  کو زاویہ  $\theta$  اور  $\theta_p$  کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ اسی ترسیم میں لچھا  $a$  بھی دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے لمحہ  $t = 0$  پر  $B$  دکھایا گیا ہے جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور اس لچھے کا محور ایک ہی سمت

<sup>37</sup> ابتدا میں حرکت سے پیدا ہونے والی برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔  
ac generator<sup>38</sup>

$$\begin{aligned}
 B &= B_0 \cos \theta_p \\
 &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}$$



شکل 5.23: بنیادی بدلتی روجنریٹر۔



شکل 5.24: لُچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاؤ۔

میں ہوتے ہیں جبکہ کالی سیاہی میں اسی  $B$  کو کسی بھی لمحہ  $t$  پر دکھایا گیا ہے۔ اس لمحہ پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے مابین  $\vartheta$  زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار  $\omega$  پر منحصر ہے یعنی

$$(5.63) \quad \vartheta = \omega t$$

لمحہ  $t = 0$  پر لچھے میں سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزر رہی ہے۔ اگر خلائی درز بہت باریک ہو، تو اس کے اندر اور باہر جانب کے رداس تقریباً یکساں ہوں گے۔ برقی مقناطیس کے محور سے اس خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ اگر  $\rho$  ہو اور برقی مقناطیس کا دھرے  $^{39}$  کی سمت میں محوری لمبائی  $^{40} l$  ہو تو اس لچھے میں وہی مقناطیسی بہاؤ ہو گا جو اس خلائی درز میں  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  کے مابین ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر اسے یوں معلوم کیا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} \phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\ &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= 2B_0 l \rho \\ &= \phi_0 \end{aligned} \quad (5.64)$$

جہاں آخر میں  $\phi_a(0)$  کو  $\phi_0$  کہا گیا ہے۔ یہی حساب اگر لمحہ  $t$  پر کی جائے تو کچھ یوں ہو گا۔

$$\begin{aligned} \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\ &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\ &= 2B_0 l \rho \cos \vartheta \\ &= 2B_0 l \rho \cos \omega t \end{aligned} \quad (5.65)$$

axle<sup>39</sup>  
axial length<sup>40</sup>

جہاں  $\vartheta = \omega t$  لیا گیا ہے۔ اسی مساوات کو یوں بھی حل کیا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.66) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= B_0 l\rho \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اس مرتبہ مکمل زاویہ  $\theta$  کے ساتھ کیا گیا ہے۔ انہیں مساوات 5.64 کی مدد سے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.67) \quad \phi_a(t) = 2B_0 l\rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t$$

بالکل مساوات 5.66 کی طرح ہم  $b$  اور  $c$  لچھوں کے لئے بھی مقناطیسی بہاؤ کی مساواتیں حل کر سکتے ہیں۔ شکل 5.23 میں  $a$  لچھے میں زاویہ  $-\frac{\pi}{2}$  سے  $+\frac{\pi}{2}$  تک کا مقناطیسی بہاؤ گزرتا ہے۔ اس لئے  $\phi_a(t)$  معلوم کرنے کے لئے مساوات 5.66 میں مکمل کے حدود بھی رکھے گئے تھے۔ اسی شکل سے واضح ہے کہ  $b$  لچھے کے مکمل کے حدود  $+\frac{\pi}{6}$  اور  $-\frac{7\pi}{6}$  جبکہ  $c$  کے حدود  $+\frac{5\pi}{6}$  اور  $+\frac{11\pi}{6}$  ہیں۔ یہ زاویے ریڈیئن میں دیے گئے ہیں۔ یوں

$$\begin{aligned}
 \phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.68) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[ \sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned}
 \phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.69) \quad &= B_0 l \rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
 &= B_0 l \rho \left[ \sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l \rho \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})
 \end{aligned}$$

اگر ایک لچھے کے  $N$  چکر ہوں تو اس میں پیدا برقی دباو کو یوں معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
 (5.70) \quad \lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں  $\frac{2\pi}{3}$  ریڈیئن کو  $120^\circ$  لکھا گیا ہے۔ ان سے لچھوں میں پیدا امالی برقی دباو کا حساب یوں لگایا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= -\frac{d\lambda_a}{dt} = \omega N\phi_0 \sin \omega t \\
 (5.71) \quad e_b(t) &= -\frac{d\lambda_b}{dt} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\
 e_c(t) &= -\frac{d\lambda_c}{dt} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 90^\circ) \\
 (5.72) \quad e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 150^\circ) \\
 e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 30^\circ)
 \end{aligned}$$

یہ مساوات تین دوری محرک برقی دباو کو ظاہر کرتے ہیں جو آپس میں  $120^\circ$  زاویہ پر ہیں۔ ان سب کا حیظ  $E_0$  یکساں ہے جہاں

$$(5.73) \quad E_0 = \omega N\phi_0$$



اور ان برقی دباؤ کی موثر قیمت<sup>41</sup>

$$(5.74) \quad E_{\text{موثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \phi_0$$

ہوگی۔ چونکہ  $\phi = BA$  ہوتا ہے لہذا یہ مساوات بالکل صفحہ 52 پر دئے مساوات 2.52 کی طرح ہے۔

مساوات 5.72 سائن نما برقی دباؤ کو ظاہر کرتا ہے۔ اگرچہ اسے یہ سوچ کر حاصل کیا گیا کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ صرف برقی مقناطیس کی وجہ سے ہے تاہم برقی دباؤ کا اس سے کوئی تعلق نہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کس طرح وجود میں آئی اور یہ مساوات ان حالات کے لئے بھی درست ہے جہاں یہ مقناطیسی بہاؤ جنریٹر کے ساکن حصے میں پیدا ہوئی ہو یا ساکن اور حرکت پذیر دونوں حصوں میں پیدا ہوئی ہو۔

مساوات 5.74 ہمیں ایک گچھ لچھے میں پیدا برقی دباؤ دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تو اس کے مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباؤ ہم قدم نہیں ہوں گے لہذا ان سب کا مجموعی برقی دباؤ ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے قدر کم ہو گا۔ اس مساوات کو ہم ایک پھیلے لچھے کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

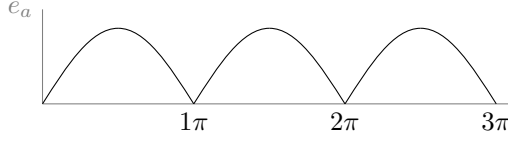
$$(5.75) \quad E_{\text{موثر}} = 4.44 k_w f N \phi_0$$

تین دوری برقی جنریٹروں کے  $k_w$  کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں یک دوری برقی دباؤ دیتی ہے۔ تین دوری برقی جنریٹروں میں ایسے تین لچھوں کے جوڑے ہوتے ہیں اور ان کو  $Y$  یعنی ستارہ نما یا  $\Delta$  یعنی تکنونی جوڑا جاتا ہے۔

## 5.6.2 یک سمتی رو برقی جنریٹر

ہر گھومنے والا برقی جنریٹر بنیادی طور پر بدلتی رو جنریٹر ہی ہوتا ہے۔ البتہ جہاں یک سمتی برقی دباؤ<sup>42</sup> کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتی برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ ایسا الیکٹرانکس کے ذریعہ جنریٹر کے باہر برقیات<sup>43</sup> سمٹے کار<sup>43</sup> کی مدد سے کیا جاسکتا ہے یا پھر میکانی طریقے سے میکانی سمٹے کار<sup>44</sup> کی مدد سے جنریٹر کے اندر ہی کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 5.71 میں دیے گئے برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جائے تو یہ شکل 5.25 کی طرح ہو گا۔

rms<sup>41</sup>  
DC voltage<sup>42</sup>  
rectifier<sup>43</sup>  
commutator<sup>44</sup>



شکل 5.25: یک دوری یک سمتی برقی دباؤ۔

مثال 5.5: شکل 5.25 میں یک سمتی برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔ اس یک سمتی برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

حل:

$$E_{\text{avg}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

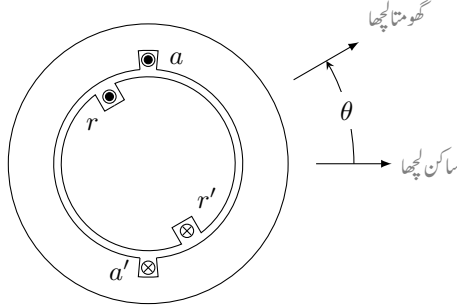
□

یک سمتی برقی جزیرہ پر باقاعدہ تبصرہ کتاب کے باب میں کیا جائے گا۔

## 5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصے میں ہم ایک کامل مشین میں قوتے مروڑ<sup>45</sup> کا حساب لگائیں گے۔ ایسا دو طریقوں سے کیا جاسکتا ہے۔ ہم مشین کو دو مقناطیس سمجھ کر ان کے مابین قوت کشش، قوت دفع اور قوت مروڑ کا حساب لگا سکتے ہیں یا پھر اس میں ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ سمجھ کر باب چار کی طرح توانائی اور کو توانائی کے استعمال سے اس کا حساب لگائیں۔ پہلے توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

<sup>45</sup>torque



شکل 5.26: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

## 5.7.1 توانائی کے طریقے سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب

یہاں ہم ایک دوری مشین کی بات کریں گے۔ اس سے حاصل جوابات کو با آسانی زیادہ دور کی آلوں پر لاگو کیا جا سکتا ہے۔ شکل 5.26 میں یک دوری کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس کی دو لچھوں میں کچھ زاویہ ہو گا جسے  $\theta$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر جگہ یکساں ہے لہذا یہاں ابھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جائے گا۔ مزید یہ کہ قالب کی  $\mu_r \rightarrow \infty$  تصور کی گئی ہے لہذا لچھوں کی امالہ صرف خلائی درز کی مقناطیسی مستقل  $\mu_0$  پر منحصر ہے۔

اس طرح ساکن لچھے کی امالہ  $L_{aa}$  اور گھومے لچھے کی امالہ  $L_{rr}$  مقررہ ہیں جبکہ ان کا مشترکہ امالہ  $L_{ar}(\theta)$  زاویہ  $\theta$  پر منحصر ہو گا۔ جب  $\theta = 0$  یا  $\theta = \pm 2\pi$  کے برابر ہو تو ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہا دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے۔ ایسے حالت میں ان کا مشترکہ امالہ زیادہ سے زیادہ ہو گا جسے  $L_{ar0}$  لکھتے ہیں۔ جب  $\theta = \pm 180^\circ$  ہو اس لمحہ ایک مرتبہ پھر ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہا دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے البتہ اس لمحہ اس کی سمت الٹ ہوتی ہے لہذا اب ان کا مشترکہ امالہ بھی منفی ہو گا یعنی  $-L_{ar0}$  اور جب  $\theta = \pm 90^\circ$  ہو تب ان کا مشترکہ امالہ صفر ہو گا۔ اگر ہم یہ ذہن میں رکھیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہا سائن نما ہے تب

$$(5.76) \quad L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta$$

ہو گا۔ ہم ساکن اور گھومتے لچھوں کی ارتباط بہا کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(5.77) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa} i_a + L_{ar}(\theta) i_r = L_{aa} i_a + L_{ar0} \cos(\theta) i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta) i_a + L_{rr} i_r = L_{ar0} \cos(\theta) i_a + L_{rr} i_r \end{aligned}$$

اگر ساکن لچھے کی مزاحمت  $R_a$  اور گھومتے لچھے کی مزاحمت  $R_r$  ہو تو ہم ان لچھوں کے سروں پر دیے گئے برقی دباؤ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.78) \quad \begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = i_a R_a + L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_r}{dt} - L_{ar0} i_r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = i_r R_r + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_a}{dt} - L_{ar0} i_a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + L_{rr} \frac{di_r}{dt} \end{aligned}$$

یہاں  $\theta$  برقی زاویہ ہے اور وقت کے ساتھ اس کی تبدیلی رفتار  $\omega$  کو ظاہر کرتی ہے یعنی

$$(5.79) \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

میکانی قوت مروڑ بذریعہ کو توانائی حاصل کی جاسکتی ہے۔ کو توانائی صفحہ 127 پر مساوات 4.72 سے حاصل ہوتی ہے۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.80) \quad W'_m = \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{ar0} i_a i_r \cos \theta$$

اس سے میکانی قوت مروڑ  $T_m$  یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.81) \quad T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta_m}$$

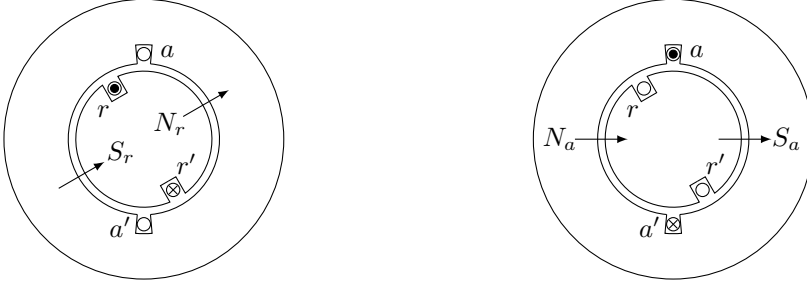
چونکہ  $P$  قطب مشینوں کے لئے

$$(5.82) \quad \theta = \frac{P}{2} \theta_m$$

لہذا ہمیں مساوات 5.81 سے ملتا ہے

$$(5.83) \quad T_m = -\frac{P}{2} L_{ar0} i_a i_r \sin \left( \frac{P}{2} \theta_m \right)$$

اس مساوات میں قوت مروڑ  $T_m$  منفی ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر کسی لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کے درمیان زاویہ مثبت ہو تو ان کے مابین قوت مروڑ منفی ہو گا یعنی قوت مروڑ ان دونوں مقناطیسی بہاؤ کو ایک سمت میں رکھنے کی کوشش کرے گا۔



شکل 5.27: لچھوں کے قطبین۔

## 5.7.2 مقناطیسی بہاؤ سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب

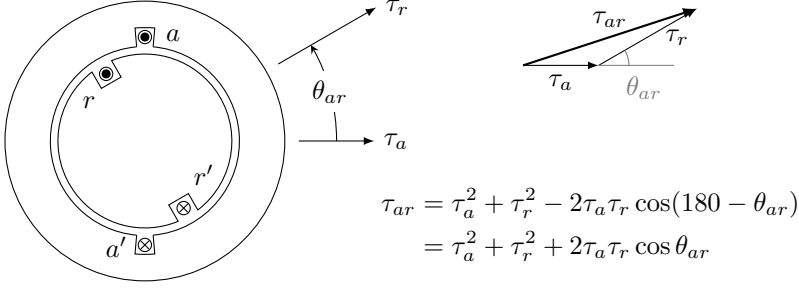
شکل 5.27 میں دو قطب والی یک دوری مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں بائیں جانب صرف گھومتے لچھے میں برقی رو ہے۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاؤ تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے، یعنی تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔ یہاں اگر صرف گھومتے حصے پر توجہ دی جائے تو یہ واضح ہے کہ گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین شکل میں دیے گئے ہیں۔ اسی طرح شکل میں دائیں جانب صرف ساکن لچھے میں برقی رو ہے۔ اگر اس مرتبہ صرف ساکن حصے پر توجہ دی جائے تو اس کے بائیں جانب سے مقناطیسی بہاؤ نکل کر خلائی درز میں داخل ہوتی ہے، لہذا یہی اس کا شمالی قطب ہے اور اس مقناطیس کا محور بھی اسی تیر کی سمت میں ہے۔

یہاں یہ واضح رہے کہ اگرچہ کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں لیکن درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ سائمن۔ نما ہی ہیں اور تیر کے نشان ان مقناطیسی دباؤ کی موج کے چوٹی کو ظاہر کرتے ہیں۔

شکل 5.28 میں اب دونوں لچھوں میں برقی رو ہے۔ یہ واضح ہے کہ یہ بالکل دو مقناطیسوں کی طرح ہے اور ان کے الٹ قطبین کے مابین قوت کشش ہو گا، یعنی یہ دونوں لچھے ایک ہی سمت میں ہونے کی کوشش کریں گے۔

یہاں یہ زیادہ واضح ہے کہ یہ دو مقناطیس کوشش کریں گے کہ  $\theta_{ar}$  صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانیکی قوت مروڑ  $\theta_{ar}$  کے الٹ سمت میں ہو گا۔ یہی کچھ مساوات 5.83 کہتا ہے۔

ان برقی مقناطیسوں کے مقناطیسی دباؤ کو اگر ان کے مقناطیسی محور کی سمت میں  $\tau_a$  اور  $\tau_r$  سے ظاہر کیا جائے جہاں  $\tau_r$  اور  $\tau_a$  مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے برابر ہوں تو خلاء میں کل مقناطیسی دباؤ  $\tau_{ar}$  ان کا جمع سمتیت ہو گا جیسے



شکل 5.28: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباؤ۔

شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول  $\tau_{ar}$  کو سائن کے قلیہ <sup>47</sup> سے یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.84) \quad \begin{aligned} \tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \end{aligned}$$

خلائی درز میں یہ کل مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت  $H_{ar}$  کو جنم دے گا جو اس قلیہ سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.85) \quad \tau_{ar} = H_{ar} l_g$$

$H_{ar}$  مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ اب جہاں خلاء میں مقناطیسی شدت  $H$  ہو وہاں مقناطیسی ہمہ توانائی کی کثافت  $\frac{\mu_0}{2} H^2$  ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط ہمہ توانائی کی کثافت اس خلائی درز میں  $H^2$  کی اوسط ضرب  $\frac{\mu_0}{2}$  ہوگی۔ کسی بھی سائن نما موج  $H = H_0 \cos \theta$  کے  $H^2$  کا اوسط  $H_{\text{اوسط}}^2$  یوں حاصل کیا جاتا ہے۔

$$(5.86) \quad \begin{aligned} H_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2 \cos^2 \theta d\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi} \left[ \theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{H_0^2}{2} \end{aligned}$$

cosine law<sup>47</sup>

لہذا خلائی درز میں اوسط ہمہ توانائی کی کثافت  $\frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2}$  ہو گی اور اس خلاء میں کل ہمہ توانائی اس اوسط ہمہ توانائی ضرب خلاء کی حجم کے برابر ہو گا یعنی

$$(5.87) \quad W'_m = \frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \tau_{ar}^2$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی  $l_g$  ہے اور اس کی دھرے<sup>48</sup> کی سمت میں محوری لمبائی<sup>49</sup>  $l$  ہے۔ محور سے خلاء کی اوسط رداسی فاصلہ  $r$  ہے۔ مزید یہ کہ  $r \gg l_g$  ہے۔ اس طرح خلاء میں رداسی سمت میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی تبدیلی کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات 5.84 کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.88) \quad W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} (\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a \tau_r \cos \theta_{ar})$$

اس سے میکانی قوت مروڑ یوں حاصل کیا جاسکتا ہے

$$(5.89) \quad T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

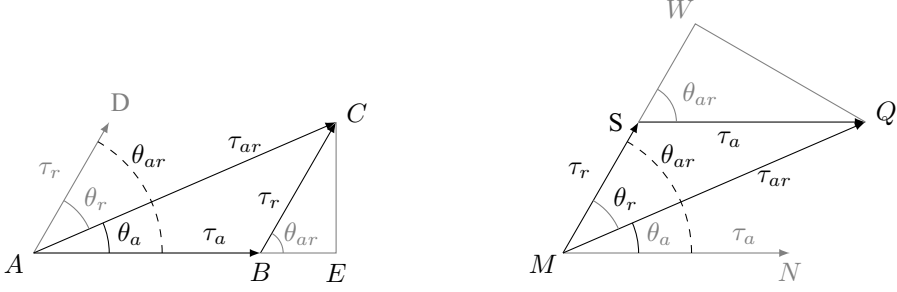
یہ حساب دو قطب والی مشین کے لئے لگایا گیا ہے۔  $P$  قطب والے مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کا میکانی قوت مروڑ دیتا ہے لہذا ایسے مشین کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$(5.90) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ اس کے مطابق مشین کا میکانی قوت مروڑ اس کے ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے براہ راست تناسب ہے۔ اسی طرح یہ ان دونوں کے درمیان برقی زاویہ  $\theta_{ar}$  کے سائن کے بھی براہ راست تناسب ہے۔ منفی میکانی قوت مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ  $\theta_{ar}$  کے الٹ جانب ہے یعنی یہ میکانی قوت مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی جانب کو ہے۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک برابر مگر الٹ سمتوں میں میکانی قوت مروڑ ہوتا ہے البتہ ساکن حصے کا قوت مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہو جاتا ہے جبکہ گھومتے حصے کا میکانی قوت مروڑ اس حصے کو گھماتا ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ برقی رو کے براہ راست تناسب ہے لہذا  $\tau_a$  اور  $i_a$  آپس میں براہ راست تناسب ہیں جبکہ  $\tau_r$  اور  $i_r$  آپس میں براہ راست تناسب ہیں۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات 5.83 اور 5.90 ایک جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل برابر ہیں۔

<sup>48</sup>axis  
<sup>49</sup>axial length



شکل 5.29: مقناطیسی بہاد اور ان کے زاویے۔

شکل 5.29 میں ایک مرتبہ پھر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں بائیں جانب ٹکون  $\Delta AEC$  اور  $\Delta BEC$  میں مشترکہ ہے اور ان دو ٹکونوں سے واضح ہے کہ

$$(5.91) \quad CE = \tau_r \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.92) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اسی طرح شکل 5.29 کے دائیں جانب ٹکون  $\Delta MWQ$  اور ٹکون  $\Delta SWQ$  میں  $WQ$  کا طرف مشترکہ ہے اور ان دو ٹکونوں سے واضح ہے کہ

$$(5.93) \quad WQ = \tau_a \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_r$$

اب اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.94) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

مساوات 5.90 مساوات 5.92 اور مساوات 5.94 کو ایک جگہ لکھتے ہیں۔

$$(5.95) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$



ان مساوات سے یہ واضح ہے کہ میکانی قوت مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے یا پھر ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ اور کل مقناطیسی دباؤ اور ان دو کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکانی قوت مروڑ دو مقناطیسی دباؤ کے آپس میں رد عمل کی وجہ سے وجود میں آتا ہے اور یہ ان مقناطیسی دباؤ کی چوٹی اور ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ سب کا آپس میں تعلق رکھتے ہیں لہذا ان مساوات کو کئی مختلف طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ  $\tau_{ar}$  اور وہاں کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B_{ar}$  کا تعلق

$$(5.96) \quad B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g}$$

استعمال کر کے مساوات 5.95 کے آخری جزو کو یوں لکھا جاسکتا ہے

$$(5.97) \quad T_m = -\frac{P}{2} \pi r l \tau_r B_{ar} \sin \theta_r$$

مقناطیسی آلوں میں مقناطیسی قالب کی مقناطیسی مستقل  $\mu$  کی محدود صلاحیت کی وجہ سے قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک ٹیلا تک ہی بڑھائی جاسکتی ہے۔ لہذا مشین بناتے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا پڑتا ہے۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے یہ لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جاسکتا ہے جہاں تک اس لچھے کو ٹھنڈا کرنا ممکن ہو۔ لہذا مقناطیسی دباؤ کو اس حد کے اندر رکھنا پڑتا ہے۔ چونکہ اس مساوات میں یہ دو بہت ضروری حدیں واضح طور پر سامنے ہیں اس لئے یہ مساوات مشین بنانے کی غرض سے بہت اہم ہے۔

اس مساوات کی ایک اور بہت اہم شکل اب دیکھتے ہیں۔ ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ  $\phi_P$  ایک قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B_{اوسط}$  ضرب ایک قطب کا رقبہ  $A_P$  ہوتا ہے۔ جہاں

$$(5.98) \quad B_{اوسط} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos \theta \, d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

$$(5.99) \quad A_P = \frac{2\pi r l}{P}$$

لہذا

$$(5.100) \quad \phi_P = \frac{2B_0}{\pi} \frac{2\pi r l}{P}$$

اور

$$(5.101) \quad T_m = -\frac{\pi}{2} \left( \frac{P}{2} \right)^2 \phi_{ar} \tau_r \sin \theta_r$$

یہ مساوات معاصر مشینوں کے لئے بہت کارآمد ہے۔



- earth, 94
- eddy current loss, 62
- eddy currents, 62, 126
- electric field
  - intensity, 10
- electrical rating, 59
- electromagnet, 131
- electromotive force, 61, 137
- emf, 137
- enamel, 62
- energy, 43
- Euler, 21
- excitation, 61
- excitation current, 50, 60, 61
- excitation voltage, 61
- excited coil, 61
  
- Faraday's law, 38, 125
- field coil, 131, 251
- flux, 30
- Fourier series, 63, 142
- frequency, 130
- fundamental, 142
- fundamental component, 64
  
- generator
  - ac, 159
- ground current, 94
- ground wire, 94
  
- harmonic, 142
- harmonic components, 64
  
- ampere-turn, 32
- armature coil, 131, 251
- axle, 161
  
- carbon bush, 177
- cartesian system, 4
- charge, 10, 136
- circuit breaker, 178
- coercivity, 46
- coil
  - high voltage, 56
  - low voltage, 56
  - primary, 55
  - secondary, 55
- commutator, 164, 241
- conductivity, 25
- conservative field, 108
- core, 55, 126
- core loss, 62
- core loss component, 64
- Coulomb's law, 10
- cross product, 13
- cross section, 9
- current
  - transformation, 66
- cylindrical coordinates, 5
  
- delta connected, 92
- design, 195
- differentiation, 18
- dot product, 15
  
- E,I, 62

parallel connected, 253  
 permeability, 26  
     relative, 26  
 phase current, 94  
 phase difference, 23  
 phase voltage, 94  
 phasor, 21  
 pole  
     non-salient, 140  
     salient, 140  
 power, 43  
 power factor, 23  
     lagging, 23  
     leading, 23  
 power factor angle, 23  
 power-angle law, 188  
 primary  
     side, 55  
  
 rating, 96, 97  
 rectifier, 164  
 relative permeability, 26  
 relay, 101  
 reluctance, 25  
 residual magnetic flux, 45  
 resistance, 25  
 rms, 49, 164  
 rotor, 36  
 rotor coli, 104  
 rpm, 155  
  
 saturation, 47  
 scalar, 1  
 self excited, 251  
 self flux linkage, 42  
 self inductance, 42  
 separately excited, 251  
 side  
     secondary, 55  
 single phase, 23, 59  
 slip, 209  
 slip rings, 176, 229

Henry, 39  
 hunting, 178  
 hysteresis loop, 46  
  
 impedance transformation, 71  
 in-phase, 69  
 induced voltage, 38, 49, 61  
 inductance, 39  
  
 Joule, 43  
  
 lagging, 22  
 laminations, 31, 62, 126  
 leading, 22  
 leakage inductance, 79  
 leakage reactance, 79  
 line current, 94  
 line voltage, 94  
 linear circuit, 226  
 load, 98  
 Lorentz law, 136  
 Lorenz equation, 102  
  
 magnetic constant, 26  
 magnetic core, 31  
 magnetic field  
     intensity, 11, 33  
 magnetic flux  
     density, 33  
     leakage, 78  
 magnetizing current, 64  
 mmf, 30  
 model, 81, 207  
 mutual flux linkage, 43  
 mutual inductance, 42  
  
 name plate, 97  
 non-salient poles, 177  
  
 Ohm's law, 26  
 open circuit test, 86  
 orthonormal, 3

unit vector, 2

VA, 75

vector, 2

volt, 137

volt-ampere, 75

voltage, 137

DC, 164

transformation, 66

Watt, 43

Weber, 32

winding

distributed, 140

winding factor, 147

star connected, 92

stator, 36

stator coil, 104, 127

steady state, 175

step down transformer, 58

step up transformer, 58

surface density, 11

synchronous, 130

synchronous inductance, 184

synchronous speed, 155, 176

Tesla, 33

theorem

maximum power transfer, 229

Thevenin theorem, 226

three phase, 59, 92

time period, 100, 142

torque, 165, 209

pull out, 178

transformer

air core, 59

communication, 59

ideal, 65

transient state, 175

- ابتدائی  
جانب، 55  
لچھا، 55  
ارتباط بہاؤ، 39  
اضافی  
زاویائی رفتار، 212  
اکائی سمتیہ، 2  
امالہ، 39  
امالی برقی دباؤ، 38، 49، 61  
اوہم میٹر، 237  
ایک، تین پتریاں، 62  
ایک مرحلہ، 59  
ایک پیسہ چکر، 32  
بار، 136  
برقرار چالو، 100، 175  
برقی بار، 10، 136  
برقی دباؤ، 28، 137  
تبادلہ، 56، 66  
محرك، 137  
پہچانی، 185  
یک سمتی، 164  
برقی رو، 28  
بھنور نما، 126  
تبادلہ، 66  
پہچان انگیز، 50  
برقی سکت، 59  
برقی میدان، 10  
شدت، 10، 28  
بش، 177  
بناوٹ، 86  
بنیادی جزو، 64، 142  
بو جھ، 98  
بھنی، 114  
بھنور نما  
برقی رو، 62  
ضیاع، 62  
بھنور نما برقی رو، 126  
بے بو جھ، 60  
پتری، 31، 126  
پتریاں، 62  
پورا بو جھ، 197  
پیچھے، 80  
پیش زاویہ، 22  
تاخیری زاویہ، 22  
تار کی برقی دباؤ، 94  
تار کی برقی رو، 94  
تانبہ، 28  
تبادلہ  
رکاوٹ، 71  
تختی، 97  
تدریجی تفرق، 113  
تعدد، 130  
تعقب، 178  
تفرق، 18  
جزوی، 18  
تکمل، 18  
تکوئی جوڑ، 92  
توانائی، 43  
تین مرحلہ، 59، 92  
ٹرانسفارمر  
برقی دباؤ والا، 59  
بو جھ بردار، 68  
خلائی قالب، 59  
دباؤ بڑھاتا، 58  
دباؤ گھٹاتا، 58  
ذرائع ابلاغ، 59  
رو والا، 59  
کامل، 65  
ٹسلا، 33  
ٹھنڈی تار، 94  
ثانوی جانب، 55  
چاول، 43  
جزو  
پھیلاؤ، 147  
جزو طاقت، 23  
پیش، 23  
تاخیری، 23

- جزیر 159، بدلتی رو، 176، 229، سرک چھلے،  
 سطحی تحلیل، 181،  
 سطحی کشافیت، 11،  
 سکت، 96، 97،  
 سلسلہ وار، 145،  
 سمت کار، 241،  
 برقیاتی، 164،  
 میکانی، 164،  
 سمتیہ، 2،  
 عمودی اکائی، 3،  
 سمتی رفتار، 102،  
 سیرابیت، 47،  
 ضرب  
 نقطہ، 15،  
 ضرب صلیبی، 13،  
 طاقت، 43،  
 طاقت بالقابل زاویہ، 188،  
 طول موج، 18،  
 عارضی صورت، 175،  
 عمودی تراش، 9،  
 رقبہ، 9،  
 غیر سمتی، 1،  
 غیر معاصر، 178،  
 فورئیر، 250،  
 فورئیر تسلسل، 63، 142،  
 فیراڈے  
 قانون، 38، 125،  
 قالب، 126،  
 قالبی ضیاع، 62،  
 جزو، 64،  
 قانون  
 اوہم، 26،  
 کولمب، 10،  
 لورینز، 136،  
 قدامت پسند میدان، 108،  
 قریب جڑی مرکب، 253،  
 جزیر  
 بدلتی رو، 159،  
 جوڑ  
 ٹکونی، 92،  
 ستارہ نما، 92،  
 چکر فی منٹ، 126،  
 چوٹی، 211،  
 خطی  
 برقی دور، 226،  
 خودارتباط بہاء، 42،  
 خودامالہ، 42،  
 داخلی پیمان  
 سلسلہ وار، 253،  
 متوازی، 253،  
 مرکب، 253،  
 دور جڑی مرکب، 253،  
 دور شکن، 178،  
 دوری عرصہ، 100، 142،  
 دھرا، 161،  
 رستا  
 امالہ، 79،  
 متعاملہ، 79،  
 رستائیت، 217،  
 رفتار  
 اضافی زاویائی، 212،  
 روغن، 62،  
 ریاضی نمونہ، 81، 207،  
 ریلے، 101،  
 زاویہ جزو طاقت، 23،  
 زمین، 94،  
 زمینی برقی رو، 94،  
 زمینی تار، 94،  
 ساکن حصہ، 36،  
 ساکن پچھا، 104، 127،  
 ستارہ نما جوڑ، 92،  
 سرک، 209،



مرحلی فرق، 23  
 مرکب جزیر، 253  
 مزاجت، 25  
 مساوات لوریز، 102  
 مسئلہ  
 تھون، 226  
 زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی، 228  
 مشترکہ ارتباط امالہ، 43  
 مشترکہ امالہ، 42  
 معاصر، 130  
 معاصر امالہ، 184  
 معاصر رفتار، 155، 176  
 معائنہ  
 کھلے دور، 86  
 مقناطیس  
 برقی، 131  
 چال کا دائرہ، 46  
 خاتم شدت، 46  
 مقناطیسی برقی رو، 64  
 مقناطیسی بہاؤ، 30  
 رشتہ، 78  
 کشاف، 33  
 مقناطیسی چال، 52  
 مقناطیسی دباؤ، 30  
 سمت، 141  
 مقناطیسی قالب، 31، 55  
 مقناطیسی مستقل، 26، 166  
 جزو، 26، 31  
 مقناطیسی میدان  
 شدت، 11، 33  
 موثر، 19، 49  
 موثر قیمت، 164  
 موسیقائی جزو، 64، 142  
 موصلیت، 25  
 میدانی لچھے، 251  
 واٹ، 43  
 وولٹ، 137  
 وولٹ-ایمپیئر، 75  
 وپیر، 32

قطب  
 ابھرے، 140، 177  
 ہموار، 140، 177  
 قوت مروڑ، 165، 209  
 انتہائی، 178  
 قوی الیکٹرانکس، 207، 241  
 قوی لچھے، 251  
 کاربن بش، 177  
 کارگزاری، 200  
 کپیسٹر، 194  
 کشاف  
 برقی رو، 27  
 کشاف مقناطیسی بہاؤ  
 بقایا، 45  
 کسر دور، 38  
 گرم تار، 94  
 گھومتا حصہ، 36  
 گھومتا لچھا، 104  
 لچھا  
 ابتدائی، 55  
 پھیلے، 140  
 پیچیدار، 40  
 ثانوی، 55  
 زیادہ برقی دباؤ، 56  
 ساکن، 104  
 سمت، 133  
 قوی، 131  
 کم برقی دباؤ، 56  
 گھومتا، 104  
 میدانی، 131  
 محدود  
 کارتیسی، 4  
 نکلی، 5  
 محرک برقی دباؤ، 61  
 محور، 161  
 مخلوط عدد، 192  
 مرحلی سمتیہ، 21، 186

یک سمتی رو  
مشین، 241  
یک مرحلہ، 23  
یک مرحلہ برقی دباؤ، 94  
یک مرحلہ برقی رو، 94  
یولر مساوات، 21

ویبر-چکر، 39  
ہچکچاہٹ، 25، 30  
ہم قدم، 69  
ہیجان، 61  
بیرونی، 251  
خود، 251  
لچھا، 61  
ہیجان انگیز  
برقی دباؤ، 61  
برقی رو، 61  
ہیجان انگیز برقی رو، 60  
ہیجانی برقی دباؤ، 185