

برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@comsats.edu.pk

عنوان

| | |
|----|------------------------------------------------|
| ix | دیاچہ |
| 3 | 1 بنیادی حقائق |
| 3 | 1.1 بنیادی اکائیاں |
| 3 | 1.2 غیر سمتی |
| 4 | 1.3 سمتیہ |
| 5 | 1.4 محدود |
| 5 | 1.4.1 کارتیسی محدودی نظام |
| 7 | 1.4.2 تکلی محدودی نظام |
| 9 | 1.5 سمتیہ رقبہ |
| 11 | 1.6 رقبہ عمودی تراش |
| 12 | 1.7 برقی اور مقناطیسی میدان |
| 12 | 1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت |
| 13 | 1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت |

| | | |
|----|----------------------------------------------------|------|
| 13 | سطحی اور حجمی کشافت | 1.8 |
| 13 | 1.8.1 سطحی کشافت | |
| 14 | حجمی کشافت | 1.9 |
| 15 | صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ | 1.10 |
| 15 | 1.10.1 صلیبی ضرب | |
| 17 | 1.10.2 نقطی ضرب | |
| 20 | 1.11 تفرق اور جزوی تفرق | |
| 20 | 1.12 خطی تکمیل | |
| 21 | 1.13 سطحی تکمیل | |
| 22 | 1.14 دوری سمتیہ | |
| 27 | 2 مقناطیسی ادوار | |
| 27 | 2.1 مزاحمت اور ہنگامی ہٹ | |
| 28 | 2.2 کشافستِ برقی رد اور برقی میدان کی شدت | |
| 30 | 2.3 برقی ادوار | |
| 32 | 2.4 مقناطیسی دور حصہ اول | |
| 34 | 2.5 کشافستِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت | |
| 36 | 2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم | |
| 40 | 2.7 خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی | |
| 47 | 2.8 مقناطیسی مادہ کے خواص | |
| 51 | 2.9 ہیجان شدہ لچھا | |

| | | |
|-----|--------|------------------------------------------------------|
| 57 | 3 | ٹرانسفارمر |
| 58 | 3.1 | ٹرانسفارمر کی اہمیت |
| 61 | 3.2 | ٹرانسفارمر کے اقسام |
| 61 | 3.3 | امالی برقی دباؤ |
| 63 | 3.4 | ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع |
| 66 | 3.5 | تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص |
| 70 | 3.6 | ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر |
| 71 | 3.7 | ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب |
| 72 | 3.8 | رکاوٹ کا تبادلہ |
| 77 | 3.9 | ٹرانسفارمر کا وولٹ-کمپیئر |
| 79 | 3.10 | ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار |
| 79 | 3.10.1 | لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا |
| 81 | 3.10.2 | رستا امالہ |
| 82 | 3.10.3 | ثانوی برقی رد اور قالب کے اثرات |
| 83 | 3.10.4 | ثانوی لچھے کا امالی برقی دباؤ |
| 83 | 3.10.5 | ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات |
| 85 | 3.10.6 | رکاوٹ کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ |
| 87 | 3.10.7 | ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار |
| 88 | 3.11 | کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ |
| 89 | 3.11.1 | کھلا دور معائنہ |
| 91 | 3.11.2 | کسر دور معائنہ |
| 95 | 3.12 | تین دوری ٹرانسفارمر |
| 103 | 3.13 | ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر |

| | | |
|-----|-------|---------------------------------------------------------|
| 105 | 4 | برقی اور میکانیکی توانائی کا باہمی تبادلہ |
| 105 | 4.1 | مقتناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ |
| 111 | 4.2 | تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام |
| 117 | 4.3 | توانائی اور ہمہ توانائی |
| 121 | 4.4 | متعدد لچھوں کا مقتناطیسی نظام |
| 129 | 5 | گھومتے مشین کے بنیادی اصول |
| 129 | 5.1 | قانون فیراڈے |
| 130 | 5.2 | معاصر مشین |
| 140 | 5.3 | محرك برقی دباو |
| 143 | 5.4 | پھیلے لچھے اور سائن نما مقتناطیسی دباو |
| 145 | 5.4.1 | بدلتی رو والے مشین |
| 154 | 5.5 | مقتناطیسی دباو کی گھومتی موجیں |
| 154 | 5.5.1 | ایک دوری کی لپٹی مشین |
| 155 | 5.5.2 | تین دوری کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ |
| 160 | 5.5.3 | تین دوری کی لپٹی مشین کا تریسی تجزیہ |
| 163 | 5.6 | محرك برقی دباو |
| 163 | 5.6.1 | بدلتی رو برقی جزیر |
| 168 | 5.6.2 | ایک سمتی رو برقی جزیر |
| 169 | 5.7 | ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ |
| 170 | 5.7.1 | توانائی کے طریقے سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب |
| 172 | 5.7.2 | مقتناطیسی بہاؤ سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب |

| | |
|---------------|-----------------------------------------------------|
| 179 | 6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین |
| 180 | 6.1 متعدد مرحلہ معاصر مشین |
| 183 | 6.2 معاصر مشین کے امالہ |
| 184 | 6.2.1 خود امالہ |
| 185 | 6.2.2 مشترکہ امالہ |
| 187 | 6.2.3 معاصر امالہ |
| 189 | 6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ |
| 191 | 6.4 برقی طاقت کی منتقلی |
| 196 | 6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات |
| 196 | 6.5.1 معاصر جزیئر: برقی بوجھ بالمقابل I_m کے خطوط |
| 197 | 6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالمقابل I_m کے خط |
| 199 | 6.6 کھلے دور اور کسر دور معائنہ |
| 199 | 6.6.1 کھلے دور معائنہ |
| 200 | 6.6.2 کسر دور معائنہ |

- 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج 212
- 7.2 مشین کی سرکے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ 212
- 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ 215
- 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ 215
- 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج 219
- 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے 220
- 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور 221
- 7.8 مساوی برقی دور پر غور 226
- 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھون دور یا ریاضی نمونہ 230
- 7.10 پنجرانما امالی موٹر 237
- 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ 237
- 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ 237
- 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ 239

- 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی 245
- 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل 247
- 8.2 یک سمتی جزیئر کی برقی دباؤ 251
- 8.3 قوت مروڑ 253
- 8.4 بیرونی پیمان اور خود پیمان یک سمتی جزیئر 255
- 8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط 259
- 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمتقابل برقی بوجھ 259
- 8.5.2 رفتار بالمتقابل قوت مروڑ 261

باب 5

گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشینوں کے بنیادی اصولوں پر غور کیا جائے گا۔ ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

5.1 قانون فیراڈے

قانون فیراڈے¹ کے تحت جب بھی کسی لچھے کا ارتباط بہاؤ λ وقت کے ساتھ تبدیل ہو، اس لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہو گا:

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = N \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (5.1)$$

چونکہ ہمیں برقی دباؤ کی قیمت ناکہ اس کے \mp سے دلچسپی ہے لہذا اس مساوات میں منفی کی علامت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

گھومتے مشین میں ارتباط بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے پیدا کی جاسکتی ہے۔ مثلاً لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھما کر یا ساکن لچھے میں مقناطیس گھما کر، وغیرہ وغیرہ۔

¹ Faraday's law

ان برقی مشینوں میں لچھے مقناطیسی قالب² پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاو حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاو بڑھایا جاتا ہے۔ مزید قالب کی شکل تبدیل کر کے مقناطیسی بہاو کو ضرورت کے مقام پر پہنچایا جاتا ہے۔

ان مشینوں کے قالب میں مقناطیسی بہاو وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہذا قالب میں بھنور نما برقی رو³ پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر باریک لوہے کی پٹری⁴ تہہ در تہہ رکھ قالب بنایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا، ٹرانسفارمر کا قالب بھی اسی طرح بنایا جاتا ہے۔

5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں معاصر برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے۔ اس کے قالب میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ مقناطیس کا مقام اس کے میکانیکی زاویہ θ_m سے بتلائی جاتی ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے مخالف زاویہ θ_m ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے، فی سیکنڈ n مکمل چکر کاٹتا ہو تب ہم کہتے ہیں کہ اس مقناطیس کے گھومنے کا تعدد n ہرٹز⁵ ہے۔ اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس $60n$ چکر فی منٹ⁶ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر 360° زاویہ یا 2π ریڈیئن⁷ پر مشتمل ہوتا ہے لہذا گھومنے کی اس رفتار کو $2\pi n$ ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہہ سکتے ہیں۔ یوں اگر مقناطیس f ہرٹز کی رفتار سے گھوم رہا ہو تب یہ $2\pi f$ ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے گا جس کو ω سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$(5.2) \quad \omega = 2\pi f$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار کو عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں بیان کیا جائے گا۔

شکل 5.1 میں مشین کے دو مقناطیسی قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطبی مشین کہتے ہیں۔ ساکن قالب میں، اندر کی جانب دو شکاف ہیں، جن میں N چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو a اور a' سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس لچھے کی بنا

²magnetic core

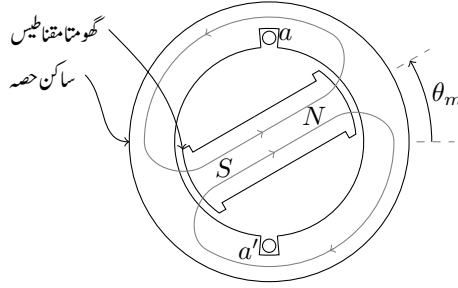
³eddy currents

⁴laminations

⁵Hertz

⁶rounds per minute, rpm

⁷radians



شکل 5.1: دو قطب، یک دوری معاصر جزئیٹر۔

اس مشین کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ چونکہ یہ لچھا جزئیٹر کے ساکن حصہ پر پایا جاتا ہے لہذا یہ لچھا بھی ساکن ہو گا جس کی بنا اسے ساکن لچھا⁸ کہتے ہیں۔

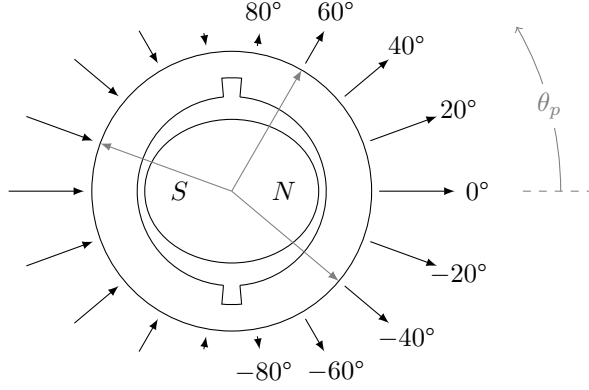
مقناطیس کا مقناطیسی بہاؤ شمالی قطب⁹ N سے خارج ہو کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول قالب میں سے گزر کر، دوسرے خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، مقناطیس کے جنوبی قطب¹⁰ S میں داخل ہو گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ یہ مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔ شکل 5.1 میں مقناطیس سیدھی سلاح کی مانند دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.2 میں مقناطیس تقریباً گول ہے اور اس کے محور کا زاویہ θ_m صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن قالب کے بیچ صفر زاویہ، $\theta = 0^\circ$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، $\theta = 90^\circ$ ، پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز پر ہچکچاہٹ کم ہو گی جبکہ زیادہ خلائی درز پر ہچکچاہٹ زیادہ ہو گی لہذا $\theta = 0^\circ$ پر خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزرے گا جبکہ $\theta = 90^\circ$ پر کم بہاؤ گزرے گا۔ خلائی درز کی لمبائی یوں تبدیل کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاؤ مقناطیس سے قالب میں عمودی زاویہ پر داخل ہوتا ہے۔ اگر خلائی درز میں B سائن نما ہو

$$(5.3) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

تب کشاف مقناطیسی بہاؤ B صفر زاویہ $\theta_p = 0^\circ$ پر زیادہ سے زیادہ اور نوے زاویہ، $\theta_p = 90^\circ$ ، پر صفر ہو گی اور خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ θ_p کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ θ_p کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کے مخالف

stator coil⁸
north pole⁹
south pole¹⁰



شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور زاویہ کا تبدیلی۔

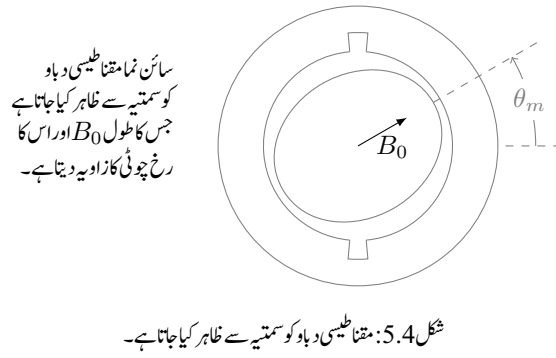
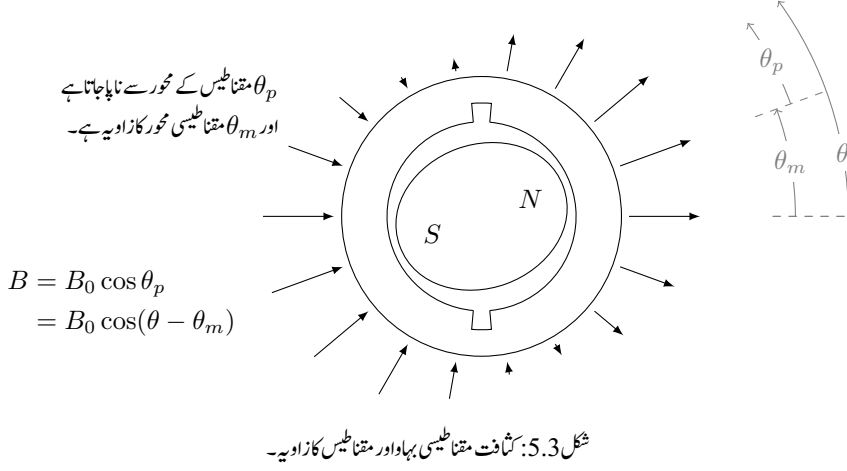
رخ ناپا جاتا ہے۔ شکل 5.2 میں ساکن حصے کے باہر نوکیلی لکیروں کی لمبائی سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت اور لکیروں کے رخ سے بہاؤ کا رخ دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے 40° ، 60° اور 160° زاویوں پر رداسی رخ دکھایا گیا ہے۔ زاویات 40° اور 60° پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ 160° پر مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ کے مخالف ہے۔ یوں شکل 5.2 میں آدھے درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ جبکہ باقی آدھے میں مخالف رداسی رخ ہو گا۔ خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B اور θ_p کا ترسیم سائن نما ہو گا۔ شکل 5.3 میں مقناطیس دوسرے زاویہ پر دکھایا گیا ہے۔ یاد رہے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مطلق قیمت مقناطیس کے شمالی قطب پر زیادہ سے زیادہ ہو گی اور شمالی قطب پر کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداسی رخ ہو گی۔ شکل 5.3 میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B ، زاویے θ_p اور θ_m دکھائے گئے ہیں جہاں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

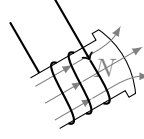
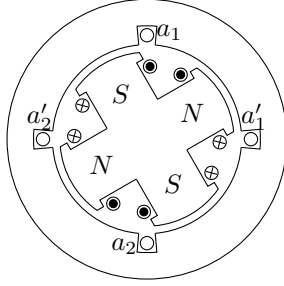
$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos \theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned} \quad (5.4)$$

یوں درج ذیل ہو گا۔

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \quad (5.5)$$

شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس کا سائن نما مقناطیسی دباؤ پیش کیا گیا ہے۔ جیسا شکل 5.4 میں دکھایا گیا ہے، ایسے مقناطیسی دباؤ کو عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کا حیثہ اور سمتیہ کا رخ مقناطیس کے شمال کو ظاہر کرتا ہے۔





شکل 5.5: چار قطب یک دوری معاصر جزیئر۔

شکل 5.3 میں مقناطیس کو لمحہ t_1 ، زاویہ $\theta_m(t_1)$ پر دکھایا گیا ہے جہاں ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ λ_θ ہے۔ اگر مقناطیس گھڑی کے مخالف رخ ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھوم رہا ہو تب ساکن لچھے میں اس لمحہ پر برقی دباؤ $e(t)$ پیدا ہو گا:

$$(5.6) \quad e(t) = \frac{d\lambda_\theta}{dt}$$

آدھے چکر، π ریڈین گھومنے کے، بعد مقناطیسی قطبین آپس میں جگہیں تبدیل کرتے ہیں، لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کا رخ الٹ ہو گا، لچھے میں ارتباط بہاؤ $\lambda_\theta -$ اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t) -$ ہو گا۔ ایک مکمل چکر بعد مقناطیس دوبارہ اسی مقام پر ہو گا جو شکل 5.3 میں دکھایا گیا ہے، ساکن لچھے کا ارتباط بہاؤ دوبارہ λ_θ اور اس میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ ہو گا۔ یوں جب بھی مقناطیس $\theta_m = 2\pi$ میکانی زاویہ طے کرے، امالی برقی دباؤ کے برقی زاویہ میں $\theta_e = 2\pi$ تبدیلی رونما ہوگی لہذا دو قطب، ایک لچھے کی مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e ایک دوسرے کے برابر ہوں گے:

$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس f_m چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہو تب لچھے میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ بھی ایک سیکنڈ میں f_m مکمل چکر کاٹے گا لہذا $e(t)$ کے تعدد f_e ¹¹ کی قیمت f_m ہرٹز¹² ہوگی۔

$$f_e = f_m$$

اس مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e وقت کے ساتھ تبدیل ہونے کے باوجود آپس میں ایک تناسب رکھتے ہیں لہذا ایسے مشین کو معاصر مشین¹³ کہتے ہیں۔ یہاں یہ تناسب ایک کے برابر ہے۔

¹¹ frequency

¹² Hertz

¹³ synchronous machine

شکل 5.5 میں چار قطب، یک دوری معاصر جزیئر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشینوں میں عموماً مقناطیس جبکہ بڑے مشینوں میں برقی مقناطیس¹⁴ استعمال ہوتے ہیں۔ اس شکل میں برقی مقناطیس استعمال کیے گئے ہیں۔ دو سے زائد قطبین والے مشینوں میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ قطب تصور کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس حوالہ قطب کو θ_m پر دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب $(\theta_m + \pi)$ زاویہ پر ہے۔

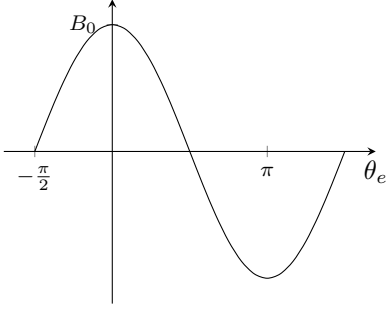
جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں مقناطیس کے چار قطبین ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ یک دوری آلات میں مقناطیسی قطبین کے جوڑوں کی تعداد اور ساکن لچھوں کی تعداد ایک دوسرے کے برابر ہوتی ہے۔ شکل 5.5 میں مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑی قطبین ہیں، لہذا اس مشین کے ساکن حصہ پر دو ساکن لچھے ہوں ہیں۔ ایک لچھے کو a_1 سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو a_2 سے۔ لچھے a_1 کو قالب میں موجود دو شکاف a_1 اور a_1' میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح a_2 لچھے کو دو شکاف a_2 اور a_2' میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ دونوں لچھوں کو سلسلہ وار¹⁵ جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جزیئر سے حاصل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کا دگنا ہو گا۔ یک دوری آلات میں قالب کو مقناطیس کے قطبین کی تعداد کے برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے مشین کا ہر ساکن لچھا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل 5.5 میں چار قطبین ہیں لہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیرتا ہے۔

ساکن اور حرکی لچھوں کی کارکردگی ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہے۔ اس کی وضاحت کرتے ہیں۔

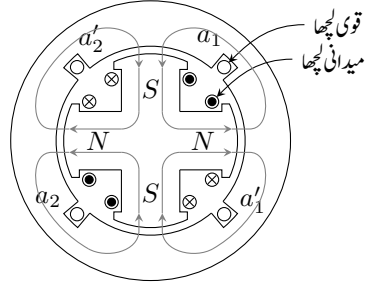
جیسا پہلے بھی ذکر کیا گیا چھوٹی گھومتی مشینوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی مشینوں میں برقی مقناطیس میدان فراہم کرتا ہے۔ اگرچہ اب تک کی اشکال میں مقناطیس کو گھومتا حصہ دکھایا گیا ہے، حقیقت میں مقناطیس کسی مشین میں گھومتا اور کسی میں ساکن ہو گا۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والے اس لچھے کو میدان لچھا¹⁶ کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا¹⁷ کہتے ہیں۔ برقی جزیئر کے قوی لچھے سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے ضیاع کے علاوہ تمام برقی طاقت قوی لچھے کو فراہم کی جاتی ہے۔

شکل 5.6 میں گھومتے اور ساکن حصہ کے بیچ خلائی درز میں شمالی قطب سے مقناطیسی بہاؤ باہر نکل کر قالب میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب پر مقناطیسی بہاؤ قالب سے نکل کر جنوبی قطب میں داخل ہوتا ہے۔ شکل 5.6 میں

electromagnet¹⁴
series connected¹⁵
field coil¹⁶
armature coil¹⁷



شکل 5.7: سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ۔



شکل 5.6: چار قطب، دو لچھے مشین میں مقناطیسی بہاؤ۔

اس مقناطیسی بہاؤ کی کثافت کو دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاؤ کا رخ دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گا۔ ان مشینوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں B سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس پر آگے غور کیا جائے گا۔ اگر تصور کر لیا جائے کہ B سائن نما ہے تب خلائی درز میں B کی مطلق قیمت شکل 5.7 کی طرح ہو گی جہاں θ_e برقی زاویہ ہے۔

P قطبی مقناطیس کے معاصر مشین کے لئے لکھ درج ذیل ہو گا۔

$$(5.7) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

$$(5.8) \quad f_e = \frac{P}{2} f_m$$

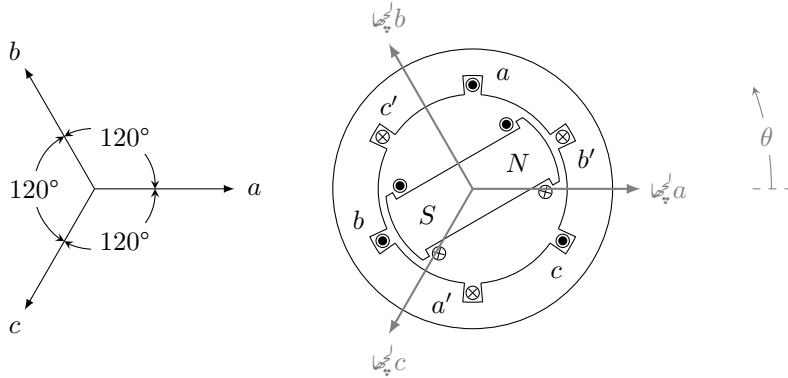
یہاں برقی اور میکانی تعدد کا تناسب 2 ہے۔

مثال 5.1: پاکستان میں گھریلو اور صنعتی صارفین کو 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے۔ یوں ہمارے ہاں $f_e = 50$ ہو گا۔

• اگر برقی طاقت دو قطبی جنریٹر سے حاصل کی جائے تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟۔

• اگر جنریٹر کے بیس قطب ہوں تب جنریٹر کی رفتار کتنی ہو گی؟

حل:



شکل 5.8: دو قطب، تین دوری معاصر مشین۔

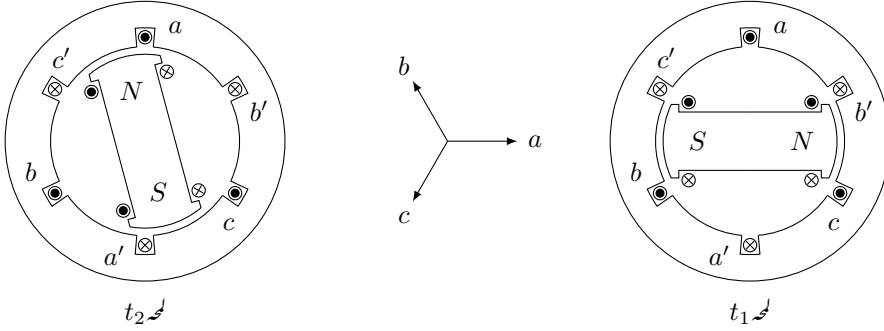
- مساوات 5.8 کے تحت دو قطبی، $P = 2$ ، جزیرہ کا میکانی رفتار $f_m = \frac{2}{50}(50) = 50$ سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ ¹⁸ ہو گا۔
- بیس قطبی، $P = 20$ ، جزیرہ کا میکانی رفتار $f_m = \frac{2}{20}(50) = 5$ سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ ہو گا۔

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جزیئر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جزیئر سست رفتار جبکہ ٹرہاؤں سے چلنے والے جزیئر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہذا پانی سے چلنے والے جزیئر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹرہاؤں سے چلنے والے جزیئر عموماً دو قطب کے ہوتے ہیں۔

شکل 5.8 میں دو قطب تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ ان میں ایک لچھا a ہے جو قالب میں شگاف a اور a' میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تب یہ بالکل شکل 5.1 میں دیا گیا مشین ہی تھا۔ البتہ دیے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

لچھے کا رخ درج ذیل طریقہ سے تعین کیا جاتا ہے۔

rpm, rounds per minute¹⁸



شکل 5.9: دو قطب تین دوری مشین۔

- دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کے رخ لپیٹیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کا رخ دے گا۔

شکل 5.8 میں لچھا a کا برقی رو شگاف a میں، کتاب کے صفحہ کو عمودی، باہر رخ جبکہ a' میں اس کے مخالف اندر رخ تصور کرتے ہوئے لچھا a کا رخ تیر دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اس رخ کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ یوں لچھا a صفر زاویہ پر لپیٹا گیا ہے، یعنی $\theta_a = 0^\circ$ ہے۔ باقی لچھوں کے زاویات لچھا a کے رخ سے، گھڑی کے مخالف رخ ناپے جاتے ہیں۔

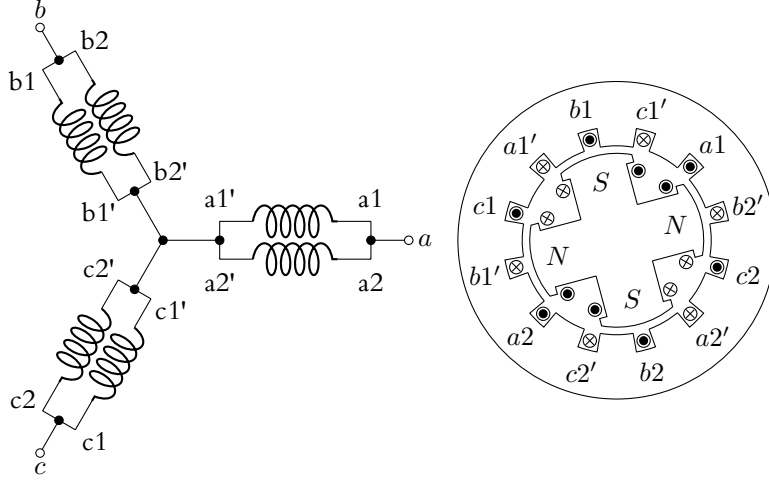
شکل 5.8 میں لچھا b کو شگاف b اور b' میں رکھا گیا ہے اور لچھا c کو شگاف c اور c' میں رکھا گیا ہے۔ مزید لچھا b کو 120° زاویہ اور لچھا c کو 240° زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یوں $\theta_b = 120^\circ$ اور $\theta_c = 240^\circ$ ہوں گے۔

شکل 5.9 میں دکھائے گئے لمحہ t_1 پر اگر لچھے a کا ارتباط بہاو $\lambda_a(t_1)$ ہو تو جب مقناطیس 120° کا زاویہ طے کر لے، اس لمحہ t_2 پر لچھے b کا ارتباط بہاو $\lambda_b(t_2)$ ہو گا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ لمحہ t_2 پر مقناطیس اور لچھا b آپس میں بالکل اسی طرح سے ہیں جیسے t_1 پر مقناطیس اور لچھا a تھے۔ لہذا لمحہ t_2 پر لچھا b کا ارتباط بہاو بالکل اتنا ہی ہو گا جتنا لمحہ t_1 پر a لچھا کا تھا۔ یعنی

$$(5.9) \quad \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

اسی طرح اگر مقناطیس مزید 120° زاویہ طے کرے تو اس لمحہ t_3 پر لچھا c کا ارتباط بہاو $\lambda_c(t_3)$ ہو گا اور مزید یہ کہ یہ $\lambda_a(t_1)$ کے برابر ہو گا۔ یوں

$$(5.10) \quad \lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$



شکل 5.10: چار قطب، تین دوری معاصر مشین۔

ہیں۔ ان لمحات پر ان لچھوں میں

$$(5.11) \quad e_a(t_1) = \frac{d\lambda_a(t_1)}{dt}$$

$$(5.12) \quad e_b(t_2) = \frac{d\lambda_b(t_2)}{dt}$$

$$(5.13) \quad e_c(t_3) = \frac{d\lambda_c(t_3)}{dt}$$

ہوں گے۔ مساوات 5.10 کی روشنی میں

$$(5.14) \quad e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3)$$

اگر شکل 5.9 میں صرف لچھا a پایا جاتا تو یہ بالکل شکل 5.1 کی طرح ہوتا اور اب اگر اس میں مقناطیس کو گھڑی کی اُلٹی سمت ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھمایا جاتا تو، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھے a میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوتی۔ شکل 5.9 میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں۔ لہذا اب شکل 5.9 میں اگر مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تو اس میں موجود تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوگی البتہ مساوات 5.14 کے تحت یہ برقی دباؤ آپس میں 120° کے زاویہ پر ہوں گے۔

شکل 5.10 میں چار قطب، تین دوری معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ گھومتے حصے پر شمال اور جنوبی قطب باری باری پائے جاتے ہیں۔ یوں شمال اور جنوب قطب کی ایک جوڑی 180° میکانی زاویہ طے کرتے ہیں۔ یہی 360° برقی زاویہ بنتا ہے۔ جیسا شکل 5.8 سے ظاہر ہے کہ ساکن حصے کے 360° برقی زاویہ پر تین دوری لچھے نسب کئے جاتے ہیں۔ یوں شکل 5.8 میں گھری کی الٹی سمت میں a, b, c, a', b', c' اور $a1, b1, c1$ اسی ترتیب سے پائے جاتے ہیں۔ شکل 5.10 میں دو قطبین کے احاطے یعنی 180° میکانی زاویہ میں آپ کو بالکل اسی طرح تین دور کے $a1, b1, c1$ اور $a2, b2, c2$ نظر آتے ہیں۔ بقایا دو قطبین کے احاطے میں بھی بالکل اسی طرح آپ کو $a2, b2, c2$ اور $a1, b1, c1$ نظر آتے ہیں۔ کسی بھی لمحہ $a1$ اور $a2$ لچھوں میں بالکل یکساں برقی دباؤ پیدا ہوگی۔ تین دوری دو یکساں لچھوں کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑ کر تین دوری برقی دباؤ حاصل کی جاتی ہے۔ شکل میں انہیں متوازی جوڑ کر دکھایا گیا ہے جہاں a لچھے کو صفر زاویہ پر تصور کیا گیا ہے۔

5.3 محرک برقی دباؤ

قانون لورینز¹⁹ کے تحت اگر برقی بار q مقناطیسی میدان B میں سمتی رفتار v سے حرکت کر رہا ہو تو اس پر قوت F اثر کرے گی جہاں

$$(5.15) \quad F = q(v \times B)$$

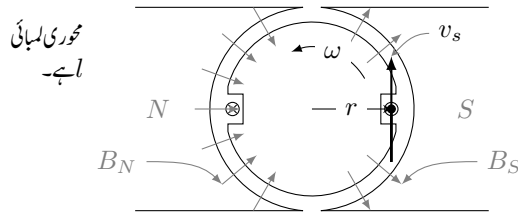
کے برابر ہے۔

یہاں سمتی رفتار سے مراد برقی بار کی سمتی رفتار ہے لہذا مقناطیسی میدان کو ساکن تصور کر کے اس میں برقی بار کی سمتی رفتار v ہوگی۔

اس قوت کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاتی ہے۔ اگر یہ برقی بار شروع کے نقطہ سے آخری نقطہ تک سمتی فاصلہ l طے کرے تو اس پر W کام ہو گا جہاں

$$(5.16) \quad W = F \cdot l = q(v \times B) \cdot l$$

¹⁹ Lorentz law
²⁰ charge



شکل 5.11: ایک چکر کا لچھا مقناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

اکائی مثبت برقی بار کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے مابین برقی دباؤ²¹ کہتے ہیں اور اس کی اکائی وولٹ²² V ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے مابین حاصل برقی دباؤ

$$(5.17) \quad e = \frac{W}{q} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

وولٹ ہوگی۔

اس طرح حرکت کی مدد سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ²³ کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کی برقی دباؤ بھی محرک برقی دباؤ کہلاتی ہے۔

اس مساوات کو شکل 5.11 میں استعمال کرتے ہیں۔ گھومتے حصہ پر ایک چکر کا چھانسا ہے۔ بائیں جانب خلاء میں لچھے کی برقی تار پر غور کریں۔ مساوات 5.15 کے تحت اس تار میں موجود مثبت برقی بار پر صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب قوت اثر انداز ہوگی اور اس میں موجود منفی برقی بار پر اس کی الٹ سمت قوت عمل کرے گی۔ اسی طرح مساوات 5.17 کے تحت صفحہ سے باہر جانب برقی تار کا سرا برقی دباؤ e کا مثبت سرا ہوگا اور صفحہ کی اندر جانب برقی تار کا سرا برقی دباؤ e کا منفی سرا ہوگا۔

اگر گھومتے حصہ کی محور پر نیکی محدود قائم کی جائے تو جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں B رداس کی سمت میں ہے جبکہ شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں B رداس کی الٹ سمت میں ہے۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار I_S کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_S &= v \mathbf{a}_\theta = \omega r \mathbf{a}_\theta \\ B_S &= B \mathbf{a}_r \\ l_S &= l \mathbf{a}_z \end{aligned} \quad (5.18)$$

potential difference, voltage²¹
voltage²²
electromotive force, emf²³

لہذا اس جانب لچھے کی ایک تار میں پیدا محرک برقی دباؤ

$$\begin{aligned}
 e &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\
 &= \omega r B l (\mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_r) \cdot \mathbf{a}_z \\
 &= \omega r B l (-\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_z \\
 &= -\omega r B l
 \end{aligned}
 \tag{5.19}$$

ہو گی۔

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شکاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت \mathbf{a}_z لی گئی ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ کے منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا \mathbf{a}_z کی سمت میں ہے یعنی اس کا نچلا سرا مثبت اور اوپر والا سرا منفی ہے۔ یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت $-\mathbf{a}_z$ یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں اندر کی جانب ہو گی جسے شکاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شکاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_N &= v \mathbf{a}_\theta = \omega r \mathbf{a}_\theta \\
 \mathbf{B}_N &= -B \mathbf{a}_r \\
 \mathbf{l}_N &= l \mathbf{a}_z
 \end{aligned}
 \tag{5.20}$$

اور یوں

$$\begin{aligned}
 e_N &= (\mathbf{v}_N \times \mathbf{B}_N) \cdot \mathbf{l}_N \\
 &= -\omega r B l (\mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_r) \cdot \mathbf{a}_z \\
 &= -\omega r B l (-\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_z \\
 &= \omega r B l
 \end{aligned}
 \tag{5.21}$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شکاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت \mathbf{a}_z لی گئی ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ کے مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سرا \mathbf{a}_z کی سمت میں ہے یعنی اس کا اوپر والا سرا مثبت اور نچلا سرا منفی ہے۔ یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت \mathbf{a}_z یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب ہو گی جسے شکاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دو برقی تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان دونوں کے نچلے سرے سلسلہ وار جڑے ہیں جو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔ یوں اس لچھے کے اوپر نظر آنے والے سروں پر کل برقی دباؤ e ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباؤ

کا مجموعہ ہو گا یعنی

$$\begin{aligned} e &= 2rlB\omega \\ (5.22) \quad &= AB\omega \end{aligned}$$

یہاں لچھے کا رقبہ $A = 2rl$ ہے۔ اگر ایک چکر سے اتنی برقی دباو حاصل ہوتی ہے تو N چکر کے لچھے سے

$$\begin{aligned} e &= \omega NAB \\ (5.23) \quad &= 2\pi f NAB \\ &= 2\pi f N\phi \end{aligned}$$

حاصل ہو گا۔

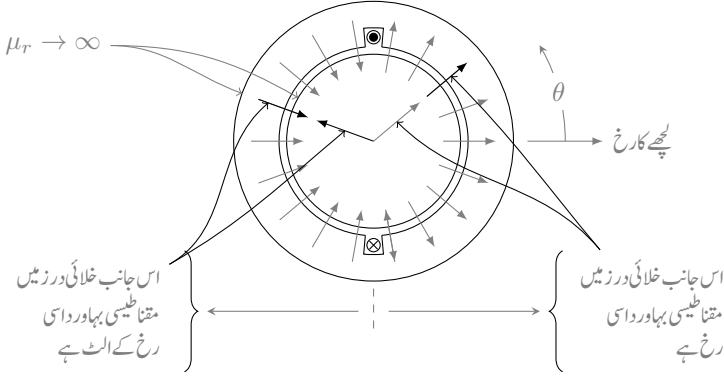
گھومتی آلوں میں خلائی درز میں B اور v ہر لمحہ عمودی ہوتے ہیں۔ مساوات 5.17 سے ظاہر ہے کہ اگر گھومنے کی رفتار اور محوری لمبائی معین ہوں تو پیدا کردہ برقی دباو ہر لمحہ B کے براہ راست متناسب ہو گا۔ لہذا اگر خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ B تبدیل ہو تو گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباو بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہو گا۔ یوں جس شکل کی برقی دباو حاصل کرنی ہو اسی شکل کی کثافت مقناطیسی دباو خلائی درز میں پیدا کرنی ہو گی۔ اگر سائن نما برقی دباو پیدا کرنی مقصد ہو تو خلائی درز میں محیط پر سائن نما کثافت مقناطیسی بہا ضروری ہے۔

اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت B پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔

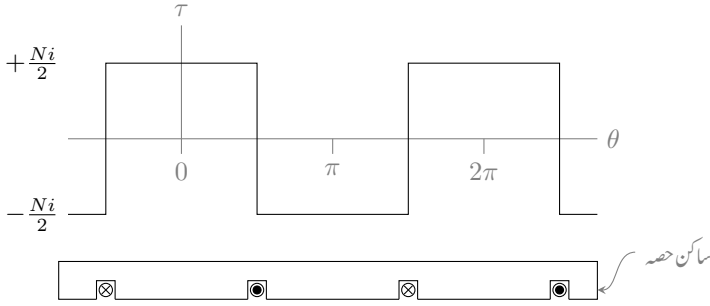
5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباو

ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں کچھ²⁴ لچھے دکھائے گئے۔ مزید یہ کہ ان آلوں میں گھومتے حصے پہ موجود مقناطیس کے ابھرے قطب²⁵ تھے۔ درحقیقت آلوں کے عموماً ہموار قطب²⁶ ہوتے ہیں اور ان میں پھیلے لچھے²⁷ پائے جاتے ہیں۔ ایسا کرنے سے ہم ساکن اور گھومتے حصوں کے درمیان خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو اور سائن نما کثافت مقناطیسی بہا پیدا کر سکتے ہیں۔

non-distributed coils²⁴
salient poles²⁵
non-salient poles²⁶
distributed winding²⁷



شکل 5.12: ساکن لچھا گچھ کی شکل میں ہے۔



شکل 5.13: گچھ لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ۔

شکل 5.12 میں ایک لچھا گچھ کی شکل کا دکھایا گیا ہے۔ اس کے گھومنے والا حصہ گول شکل کا ہے اور اس کا $\mu_r \rightarrow \infty$ ہے۔ ساکن حصے کا بھی $\mu_r \rightarrow \infty$ ہے۔ لچھے کا مقناطیسی دباؤ $\tau = Ni$ ہے۔ یہ مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی بہاؤ ϕ کو جنم دیتا ہے جس کو ہلکی سیاہی کی لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کو لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتے خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرنا پڑتا ہے۔ لہذا

$$(5.24) \quad \tau = Ni = 2Hl_a$$

یوں ساکن لچھے کا آدھا مقناطیسی دباؤ ایک خلائی درز اور آدھا دوسرے خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز میں کہیں پہ مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ)، رداس ²⁸ کی سمت میں ہیں اور کہیں پہ خلائی درز

میں متناطیسی دباؤ (اور متناطیسی بہاؤ)، رداس کی اُلٹی سمت میں ہیں۔ اگر ہم رداس کی سمت کو مثبت لیں تو متناطیسی بہاؤ (اور متناطیسی دباؤ) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان رداس ہی کی سمت میں ہیں لہذا یہاں یہ مثبت ہیں جبکہ باقی جگہ متناطیسی دباؤ (اور متناطیسی بہاؤ) رداس کی اُلٹ سمت میں ہیں لہذا یہاں یہ منفی ہیں۔ ایسا ہی شکل 5.13 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں خلائی درز میں متناطیسی دباؤ کو زاویہ کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان خلائی درز میں متناطیسی دباؤ τ_a لچھے کے متناطیسی دباؤ τ کا آدھا ہے اور اس کی سمت مثبت ہے جبکہ $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ کی درمیان خلائی درز میں متناطیسی دباؤ لچھے کے متناطیسی دباؤ کے آدھا ہے اور اس کی سمت منفی ہے۔ یاد رہے کہ متناطیسی دباؤ کی سمت کا تعین رداس کی سمت سے کیا جاتا ہے۔

5.4.1 بدلتی رو والے مشین

بدلتی رو (اے سی) مشین بناتے وقت یہ کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں متناطیسی دباؤ سائن نما ہو۔ ایسا کرنے کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اس سے سائن نما متناطیسی دباؤ کیسے حاصل ہوتی ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

فوریر تسلسل²⁹ کے تحت ہم کسی بھی تفاعل³⁰ $f(\theta_p)$ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.25) \quad f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p)$$

اگر اس تفاعل کا دوری عرصہ T ³¹ ہو تب

$$(5.26) \quad \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) d\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p d\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p d\theta_p \end{aligned}$$

Fourier series²⁹
function³⁰
time period³¹

کے برابر ہوں گے۔

مثال 5.2: شکل 5.13 میں دیئے گئے مقناطیسی دباؤ کا

- فوریر تسلسل حاصل کریں۔
- تیسری موسیقائی جز³² اور بنیادی جز³³ کی نسبت معلوم کریں۔

حل:

- مساوات 5.26 کی مدد سے

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} \left(-\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \right) + \left(\frac{Ni}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \left(-\frac{Ni}{2} \right) \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

اسی طرح

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p d\theta_p \right] \\ &= \frac{Ni}{2\pi} \left[-\frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} + \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\ &= \frac{Ni}{2n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} + 2 \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\ &= \left(\frac{4}{n\pi} \right) \left(\frac{Ni}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2} \end{aligned}$$

third harmonic component³²
fundamental component³³

اس مساوات میں n کی قیمت ایک، دو، تین وغیرہ کے لئے ملتا ہے

$$a_1 = \left(\frac{4}{\pi}\right) \left(\frac{Ni}{2}\right), \quad a_3 = -\left(\frac{4}{3\pi}\right) \left(\frac{Ni}{2}\right), \quad a_5 = \left(\frac{4}{5\pi}\right) \left(\frac{Ni}{2}\right)$$

$$a_2 = a_4 = a_6 = 0$$

اسی طرح

$$b_n = \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p d\theta_p \right]$$

$$= \frac{Ni}{2\pi} \left[\frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} - \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right]$$

$$= 0$$

• ان جوابات سے

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{\left(\frac{4}{3\pi}\right) \left(\frac{Ni}{2}\right)}{\left(\frac{4}{\pi}\right) \left(\frac{Ni}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

□ حاصل ہوتا ہے۔ لہذا تیسری موسیقائی جزو بنیادی جزو کے تیسرے حصے یعنی 33.33 فی صد کے برابر ہے۔

مثال 5.2 میں حاصل کئے گئے a_1, a_2, \dots استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ کا فورمیز تسلسل یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.27) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p - \frac{4}{3\pi} \frac{Ni}{2} \cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi} \frac{Ni}{2} \cos 5\theta_p + \dots$$

مثال 5.2 سے ظاہر ہے کہ مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جاسکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے کہ حقیقت میں استعمال ہونے والے مقناطیسی دباؤ میں موسیقائی اجزاء قابل نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے اسی مساوات کو یوں لکھتے ہیں۔

$$(5.28) \quad \tau_a = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_p = \tau_0 \cos \theta_p$$

جہاں

$$(5.29) \quad \tau_0 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

کے برابر ہے۔ اس مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ شکل 5.12 میں لچھے سے حاصل مقناطیسی دباؤ بالکل اسی طرح ہے جیسے شکل 5.2 میں سلاخ نما مقناطیس صفر زاویہ پر رکھے حالت میں دیتا۔ اگر یہاں یہ لچھا کسی ایسے زاویہ پر رکھا گیا ہوتا کہ اس سے حاصل مقناطیسی دباؤ زاویہ θ_m پر زیادہ سے زیادہ ہوتا تو یہ بالکل شکل 5.3 میں موجود مقناطیس کی طرح کا ہوتا۔ شکل 5.18 ایک ایسی ہی مثال ہے۔ ہم بالکل مساوات 5.62 کی طرح اس شکل میں لچھا a کے لئے لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.30) \quad \begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{p_a} \\ \theta_{p_a} &= \theta - \theta_{m_a} = \theta - 0^\circ \\ \tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta \end{aligned}$$

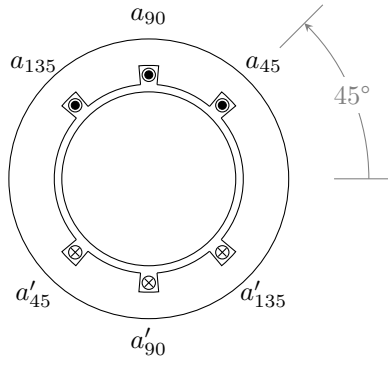
اسی طرح لچھا b اور c کے چونکہ $\theta_{m_b} = 120^\circ$ اور $\theta_{m_c} = 240^\circ$ لہذا ان کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.31) \quad \begin{aligned} \tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{p_b} \\ \theta_{p_b} &= \theta - \theta_{m_b} = \theta - 120^\circ \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_b}) = \tau_0 \cos(\theta - 120^\circ) \end{aligned}$$

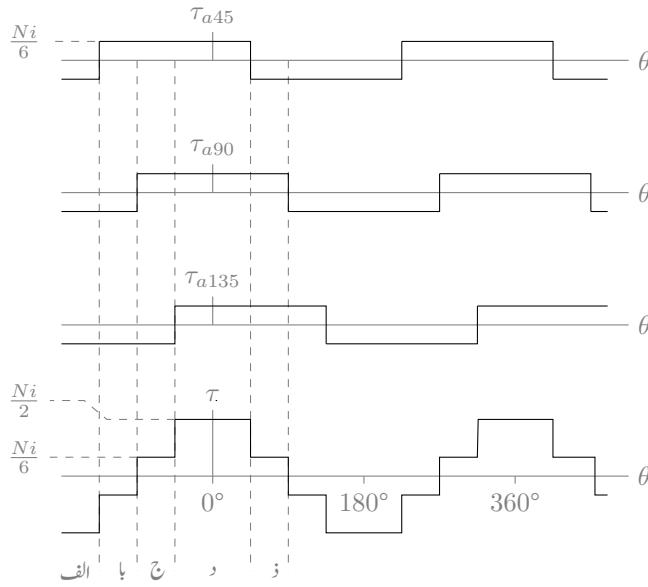
$$(5.32) \quad \begin{aligned} \tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{p_c} \\ \theta_{p_c} &= \theta - \theta_{m_c} = \theta - 240^\circ \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_c}) = \tau_0 \cos(\theta - 240^\circ) \end{aligned}$$

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہر گز نہیں لگتا لیکن مساوات 5.27 ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض آنکھوں کا دھوکہ ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اب اگر ہم کسی طرح مساوات 5.27 میں پہلے رکن کے علاوہ باقی سب رکن کو صفر کر سکیں تو ہم بالکل سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکتے ہیں۔

شکل 5.14 میں تقسیم شدہ لچھا دکھایا گیا ہے۔ یہاں شکل 5.12 میں دکھائے گئے N چکر کے لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ لہذا ان میں ہر چھوٹا لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا³⁴ جاتا ہے اور یوں ان میں یکساں برقی رو i گزرے گی۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا



شکل 5.14: پھیلا لچھا۔



شکل 5.15: پھیلے لچھے کا کل متناطبی دباو۔

ہے۔ پہلے لچھے کو شکاف a_{45} اور a'_{45} میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شکاف a_{90} اور a'_{90} میں اور تیسرے لچھے کو شکاف a_{135} اور a'_{135} میں رکھا گیا ہے۔

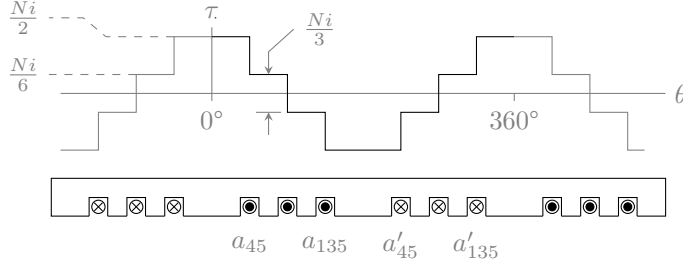
شکافوں کے ایک جوڑے کو ایک ہی طرح کے نام دیئے گئے ہیں، البتہ ایک شکاف کو a اور دوسرے کو a' نام دیا گیا ہے۔ یوں شکافوں کا پہلے جوڑا a_{45} اور a'_{45} ہے۔ a شکافوں کے نام ان کے زاویوں کی نسبت سے رکھے گئے ہیں۔ لہذا شکاف a_{45} درحقیقت 45° زاویہ پر ہے، شکاف a_{90} نوے درجہ زاویہ پر اور شکاف a_{135} ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔

چونکہ ہر لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے اور ان سب میں یکساں برقی رو i ہے، لہذا شکل 5.14 میں دیئے گئے پھیلے لچھے سے حاصل مقناطیسی دباؤ کا زاویہ کے ساتھ ترسیم شکل 5.15 کے نچلے ترسیم کی طرح ہو گا۔ اس شکل میں سب سے اوپر لچھا a_{45} کے مقناطیسی دباؤ کا ترسیم ہے۔ یہ بالکل شکل 5.13 میں دیئے ترسیم کی طرح ہے البتہ یہ صفر زاویہ سے -45° ہٹ کر ہے۔ اوپر سے دوسرا ترسیم لچھا a_{90} کا ہے جو ہو بہو شکل کی طرح ہے جبکہ اس سے نیچے لچھا a_{135} کا ترسیم ہے جو صفر زاویہ سے $+45^\circ$ ہٹ کر ہے۔ ان تینوں ترسیمات میں طول $\frac{Ni}{6}$ ہے۔

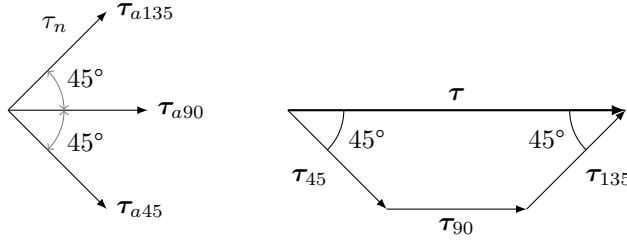
ان تینوں ترسیمات سے کل مقناطیسی دباؤ کا ترسیم یوں حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ بائیں جانب پہلی لکیر کی بائیں طرف علاقے کو الف کہا گیا ہے۔ اس علاقے میں پہلے تینوں ترسیمات کی مقدار $-\frac{Ni}{6}$ ہے لہذا ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{2}$ ہو گا۔ یہی سب سے نچلے کل مقناطیسی دباؤ کی ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح علاقہ ب میں پہلے ترسیم کی مقدار $+\frac{Ni}{6}$ ، دوسری ترسیم کی $-\frac{Ni}{6}$ اور تیسری کی بھی $-\frac{Ni}{6}$ ہے۔ ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{6}$ بنتا ہے جو کل مقناطیسی دباؤ ہے۔ علاقہ ج میں $+\frac{Ni}{6}$ ، $+\frac{Ni}{6}$ اور $-\frac{Ni}{6}$ غیر سمتیں ہیں جن کا مجموعہ $+\frac{Ni}{6}$ ہی کل مقناطیسی دباؤ ہے جو سب سے نچلے ترسیم میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح آپ پورا ترسیم کھینچ سکتے ہیں۔

شکل 5.15 کے نچلے ترسیم کو شکل 5.16 میں دوبارہ دکھایا گیا ہے۔

شکل 5.16 کا اگر شکل 5.15 کے ساتھ تقابل کیا جائے تو محض دیکھنے سے بھی یہ ظاہر ہے کہ شکل 5.16 زیادہ سائن نما موج کے نوعیت کا ہے۔ ہمیں فوراً تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ ملتا ہے۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ شکافوں کی جگہ اور ان میں لچھوں کے چکر کو یوں رکھا جاسکتا ہے کہ ان سے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ سائن نما کے زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔



شکل 5.16: پھیلے لچھے کا متناطیسی دباؤ۔



شکل 5.17: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاؤ۔

چونکہ پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پہ متناطیسی دباؤ نہیں بناتے لہذا ان سے حاصل کل متناطیسی دباؤ کا حیثہ ایک گتھ لچھے کے حیثہ سے قدر کم ہوتا ہے۔ اس اثر کو مساوات 5.29 میں جزو k_w کے ذریعہ یوں ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned} \tau_0 &= k_w \frac{4 Ni}{\pi 2} \\ \tau_a &= k_w \frac{4 Ni}{\pi 2} \cos \theta = \tau_0 \cos \theta \end{aligned} \quad (5.33)$$

اس مساوات میں k_w کو جزو پھیلاؤ³⁵ کہتے ہیں۔ یہ اکائی سے قدر کم ہوتا ہے یعنی

$$0 < k_w < 1 \quad (5.34)$$

مثال 5.3: شکل 5.14 میں دیئے گئے پھیلے لچھے کے لئے k_w معلوم کریں۔

حل: شکل 5.17 سے رجوع کریں۔ یہ تین چھوٹے لچھے برابر مقناطیسی دباؤ $\tau_n = \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2}$ پیدا کرتے ہیں، البتہ ان کی سمتیں مختلف ہیں۔ یہاں چونکہ ایک لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے لہذا $n = \frac{N}{3}$ ہے۔ ہم ان سمتیوں کو جمع کر کے ان کا مجموعی مقناطیسی دباؤ τ معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142 \tau_n\end{aligned}$$

یعنی

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3} \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

□

لہذا $k_w = 0.8047$ کے برابر ہے۔

مثال 5.4: تین دوری 50 ہرٹز پر چلنے والا ستارہ نما جڑے جنریٹر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جا رہا ہے۔ تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,m} = 0.9$ جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاؤ $k_{w,q} = 0.833$ ہیں۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور اس کی لمبائی $l = 2.828$ میٹر ہیں۔ خلائی درز $l_k = 0.04$ میٹر ہے۔ اگر اس کے میدانی لچھے میں 1000 ایمپیرز برقی رو ہے تو معلوم کریں

• میدانی مقناطیسی دباؤ کی زیادہ سے زیادہ مقدار۔

• خلائی درز میں کشافتِ مقناطیسی بہاؤ۔

• ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ۔

• محرک تار پر برقی دباؤ۔

حل:

•

$$\tau_0 = k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m}$$

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54 \text{ T}$$

$$\phi_0 = 2B_0 l r = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.28915 \text{ Wb}$$

$$\begin{aligned} E_{rms} &= 4.44 f k_{w,q} N_q \phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85 \text{ V} \end{aligned}$$

لہذا ستارہ جڑی جزیئر کی تار کی برقی دباو

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11000 \text{ V}$$

□

ہو گی۔

جیسا پہلے ذکر ہوا ہم چاہتے ہیں کہ سائن نما مقناطیسی دباو حاصل کر سکیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہ یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ بنیادی مقصد پورا ہو۔ شکل 5.16 میں ہم دیکھتے ہیں کہ صفر زاویہ کی دونوں جانب مقناطیسی دباو کی موج یکساں طور پر گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ یعنی جمع اور منفی سینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباو $\frac{N_i}{3}$ گھٹ جاتی ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر یہ یکساں طور پر مزید گھٹتی ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہوں کا فیصلہ فوریر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فوریر تسلسل میں موسیقائی جزو کم سے کم اور اس میں بنیادی جزو زیادہ سے زیادہ رکھے جاتے ہیں۔

ساکن لچھوں کی طرح حرکت کرتے لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباو حاصل ہو۔

5.5 متناطیسی دباؤ کی گھومتی موجیں

گھومتے آلوں میں لچھوں کو برقی دباؤ دیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ یہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

5.5.1 یک دوری کی لپٹی مشین

مساوات 5.33 میں ایک لچھے کی متناطیسی دباؤ یوں دی گئی ہے۔

$$(5.35) \quad \tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta$$

اگر اس لچھے میں متناطیسی بہاؤ بھی سائن نما ہو یعنی

$$(5.36) \quad i_a = I_0 \cos \omega t$$

تو

$$(5.37) \quad \tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{NI_0}{2} \cos \theta \cos \omega t = \tau_0 \cos \theta \cos \omega t$$

ہو گا جہاں

$$(5.38) \quad \tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{NI_0}{2}$$

کے برابر ہے۔ مساوات 5.37 کہتا ہے کہ یہ متناطیسی دباؤ زاویہ θ اور لمحہ t کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مندرجہ ذیل قلیہ سے دو ٹکڑوں میں توڑ سکتے ہیں۔

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

لہذا

$$(5.39) \quad \tau_a = \tau_0 \left[\frac{\cos(\theta + \omega t) + \cos(\theta - \omega t)}{2} \right] = \tau_a^- + \tau_a^+$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں

$$(5.40) \quad \tau_a^- = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta + \omega t)$$

$$(5.41) \quad \tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

ہیں۔ اس مساوات سے یہ بات سامنے آتی ہے کہ درحقیقت یہ مقناطیسی دباؤ دو الٹ سمتوں میں گھومنے والے مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں۔ اس کا پہلا جزو τ_a^- زاویہ θ گھٹنے کی جانب گھومتا ہے یعنی گھڑی کی سمت میں اور اس کا دوسرا جزو τ_a^+ گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتا ہے یعنی یہ زاویہ بڑھنے کی جانب گھومتا ہے۔

ایک دور کی لپٹی آلوں میں یہ کوشش کی جاتی ہے کہ ان دو گھومتے مقناطیسی دباؤ میں سے ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کیا جائے۔ اس طرح کرنے سے ایک ہر سمت میں کل مقناطیسی دباؤ گھومتا ملتا ہے جو بالکل اسی طرح کا ہوتا ہے جیسے ایک مقناطیس گھمایا جا رہا ہو۔ تین دوری آلوں میں یہ کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہوگا۔

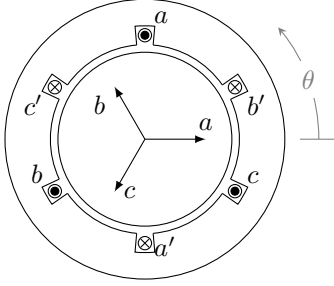
5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تخلیلی تجربہ

شکل 5.18 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات 5.30، 5.31 اور 5.32 میں ایسے تین لچھوں کی فوریز تسلسل کی بنیادی جزو دیئے گئے ہیں جو کے یہ ہیں۔

$$(5.42) \quad \begin{aligned} \tau_a &= k_w \frac{4 N_a i_a}{\pi} \cos \theta \\ \tau_b &= k_w \frac{4 N_b i_b}{\pi} \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4 N_c i_c}{\pi} \cos(\theta + 120^\circ) \end{aligned}$$

اگر ان تین لچھوں میں تین دوری برقی رو ہو یعنی

$$(5.43) \quad \begin{aligned} i_a &= I_0 \cos(\omega t + \alpha) \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}$$

شکل 5.18: تین دور کی لپٹی مشین۔

تو بالکل مساوات 5.37 کی طرح ہم مساوات 5.43 کی مدد سے مساوات 5.42 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos \theta \cos(\omega t + \alpha) \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)\end{aligned}\tag{5.44}$$

اگر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

ہو تو انہیں

$$\begin{aligned}\tau_a &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ \tau_b &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)] \\ \tau_c &= \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]\end{aligned}\tag{5.45}$$

لکھ سکتے ہیں جہاں

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2}\tag{5.46}$$

ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ τ ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم ثابت کرتے ہیں کہ

$$\cos \gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

کے برابر ہے۔ ہمیں معلوم ہے کہ

$$\begin{aligned}\cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta\end{aligned}$$

اگر ہم $\alpha = \gamma$ اور $\beta = 240^\circ$ لیں تو

$$\begin{aligned}\cos(\gamma + 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ - \sin \gamma \sin 240^\circ \\ \cos(\gamma - 240^\circ) &= \cos \gamma \cos 240^\circ + \sin \gamma \sin 240^\circ\end{aligned}$$

چونکہ $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ اور $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$ لہذا

$$\begin{aligned}\cos(\gamma + 240^\circ) &= -\frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma \\ \cos(\gamma - 240^\circ) &= -\frac{1}{2} \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma\end{aligned}$$

اب اس مساوات کو اگر ہم $\cos \gamma$ کے ساتھ جمع کریں تو جواب صفر ملتا ہے، یعنی

$$\cos \gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

لئے اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

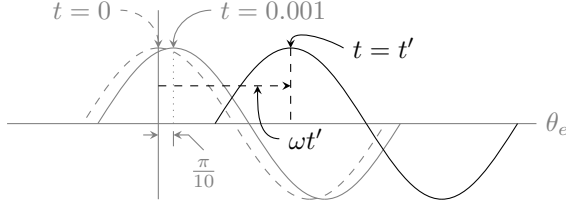
$$(5.47) \quad \cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0$$

اب ہم اگر مساوات 5.45 میں دئے τ_a ، τ_b اور τ_c کو جمع کریں اور ان میں مساوات 5.47 کا استعمال کریں تو ملتا ہے

$$(5.48) \quad \tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t - \alpha)$$

مساوات 5.48 کہتا ہے کہ کل مقتطیسی دباو کا حیثہ کسی ایک لمحے کے مقتطیسی دباو کے حیثہ کے $\frac{3}{2}$ گنا ہے۔ مزید یہ کہ یہ مقتطیسی دباو کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت گھوم رہی ہے۔ لہذا تین لچھوں کو 120° زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دوری برقی رو، جو آپس میں 120° پر ہوں، سے پہچان کرنے سے ایک ہی گھومتی مقتطیسی دباو کی موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ اگر کوئی دو برقی رو آپس میں تبدیل کئے جائیں تو مقتطیسی موج کے گھومنے کی سمت تبدیل ہو جاتی ہے۔ یہ مثال میں واضح کیا گیا ہے۔

اب ہم دیکھتے ہیں کہ مساوات 5.48 ایک گھومتی موج کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہمیں اس موج کی چوٹی کو دیکھنا ہو گا۔ ہم اپنی آسانی کے لئے α کو صفر لیتے ہیں۔ اس مثال میں ہم برقی رو کی تعدد 50 Hz لیتے ہیں۔



شکل 5.19: حرکت کرتی موج۔

اس موج کی چوٹی درحقیقت $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی ہی ہے لہذا ہم اسی کی چوٹی کو مد نظر رکھتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ $\cos \alpha$ کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک کے برابر ہے یعنی اس کی چوٹی ایک کے برابر ہے اور یہ اس مقام پر پائی جاتی ہے جہاں α صفر کے برابر ہو یعنی جب $\cos 0 = 1$ کے برابر ہو۔ لہذا $\cos \alpha$ کی چوٹی اسی جگہ ہوگی جہاں α صفر کے برابر ہوگا۔ اسی طرح $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی وہیں ہوگی جہاں $(\theta - \omega t)$ صفر کے برابر ہو یعنی $(\theta - \omega t) = 0$ پر۔

اب ابتدائی لمحہ یعنی $t = 0$ پر $\cos(\theta - \omega t)$ کی چوٹی $(\theta - \omega t) = 0$ پر ہوگی۔ اس کو حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t &= 0 \\ \theta - \omega \times 0 &= 0 \\ \theta &= 0\end{aligned}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل 5.19 میں ہلکی سیاہی میں نقطہ داو لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ ہم اس چوٹی کو کچھ وقفے کے بعد دوبارہ دیکھتے ہیں مثلاً $t = 0.001$ سیکنڈ کے بعد۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t &= 0 \\ \theta - \omega \times 0.001 &= 0 \\ \theta &= 0.001\omega = 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 = 0.3142 \text{ rad}\end{aligned}$$

اب یہ چوٹی 0.3142 یا $\frac{\pi}{10}$ برقی ریڈیئن یعنی 18° کے برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل میں ہلکی سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ یہ بات واضح ہے کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کی الٹی سمت یعنی زاویہ بڑھنے کی سمت میں گھوم گئی ہے۔ اسی طرح $t = 0.002$ پر یہ چوٹی 36° برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ کسی بھی لمحہ t' پر بالکل اسی طرح چوٹی کا مقام معلوم کیا جاسکتا ہے جسے شکل میں تیز سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t' &= 0 \\ \theta &= \omega t'\end{aligned}$$

اس مساوات سے یہ واضح ہے کہ چوٹی کا مقام متعین کرنے والا زاویہ بتدریج بڑھتا رہتا ہے۔ اس مساوات سے ہم ایک مکمل 2π برقی زاویہ کے چکر کا وقت T حاصل کر سکتے ہیں یعنی

$$t = \frac{\theta}{\omega} \quad (5.49)$$

$$T = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

اگر برقی رو کی تعدد 50 ہو تو یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ہر $0.02 = \frac{1}{50}$ سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹتی ہے یعنی یہ ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر کاٹتی ہے۔

اس مثال میں برقی زاویہ کی بات ہوتی رہی۔ دو قطب کی آلوں میں برقی زاویہ θ_e اور میکانی زاویہ θ_m برابر ہوتے ہیں۔ لہذا اگر دو قطب کی آلوں کی بات کی جائے تو مساوات 5.49 کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج f برقی یا میکانی چکر کاٹے گی جہاں f برقی رو کی تعدد ہے اور اگر P قطب رکھنے والی آلوں کی بات کی جائے تو چونکہ

$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m \quad (5.50)$$

لہذا ایسے آلوں میں یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں f مقناطیسی چکر یعنی $\frac{2}{P} f$ میکانی شکر کاٹے گی۔

اگر ہم برقی رو کی تعدد کو f_e سے ظاہر کریں، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو θ_e اور اس کے میکانی زاویہ کو θ_m سے ظاہر کریں اور اسی طرح اسی مقناطیسی دباؤ کی موج کے گھومنے کی رفتار کو ω_e یا ω_m سے ظاہر کریں تو

$$\omega_m = \frac{2}{P} \omega_e \quad \text{rad/s}$$

$$f_m = \frac{2}{P} f_e \quad \text{Hz}$$

$$n = \frac{120 f_e}{P} \quad \text{rpm} \quad (5.51)$$

ω_e اس موج کی معاصر رفتار برقی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے جبکہ ω_m بھی معاصر رفتار میکانی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے۔ اسی طرح f_e اس موج کی برقی معاصر رفتار برقی ہرٹز میں اور f_m اس کی میکانی معاصر رفتار ³⁶ میکانی ہرٹز میں ہے۔ برقی معاصر رفتار f_e ہرٹز ہونے کا مطلب یہ ہے کہ ایک سیکنڈ میں یہ موج f_e برقی چکر کا فاصلہ طے کرے گی جہاں ایک

³⁶synchronous speed

برقی چکر دو قطب کا فاصلہ یعنی 2π ریڈین کا زاویہ ہے۔ اسی طرح میکانی معاصر رفتار f_m ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ یہ موج ایک سیکنڈ میں f_m میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ ایک میکانی چکر عام زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں n میکانی چکر فی منٹ³⁷ کو ظاہر کرتے ہیں۔ یہ مساوات معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ ہم q دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے $\frac{2\pi}{q}$ برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں q دوری برقی رو ہو، ایک ہی سمت میں گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے جیسے ہم نے تین دوری مشین کے لئے دیکھا۔ مزید یہ کہ اس موج کا حیثہ کسی ایک لچھے سے پیدا مقناطیسی دباؤ کے حیثہ کے $\frac{q}{2}$ گنا ہو گا اور اس کے گھومنے کی رفتار $\omega_e = 2\pi f$ برقی ریڈین فی سیکنڈ ہو گی۔

5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا تریسی تجربہ

شکل 5.18 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس میں مثبت برقی رو کی سمتیں بھی دکھائی گئی ہیں، مثلاً a شگاف میں برقی رو صفحہ سے عمودی سمت میں باہر جانب کو ہے اور یہ بات نقطہ سے واضح کی گئی ہے۔ اسی طرح a' شگاف میں برقی دباؤ صفحہ سے عمودی سمت میں اندر کی جانب کو ہے اور یہ بات صلیب کے نشان سے واضح کی گئی ہے۔ اگر برقی رو مثبت ہو تو اس کی یہی سمت ہو گی اور اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ τ_a صفر زاویہ کی جانب ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاسکتی ہے۔ اب اگر اسی لچھے میں برقی رو منفی ہو تو اس کا مطلب ہے کہ برقی رو الٹ سمت میں ہے۔ یعنی اب برقی رو a شگاف میں صفحہ کے عمودی سمت میں اندر کی جانب ہے اور a' شگاف میں یہ صفحہ کے عمودی سمت میں باہر کی جانب کو ہے۔ لہذا اس برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ بھی پہلے سے الٹ سمت میں ہو گی یعنی یہ شکل میں دیئے گئے τ_a کے بالکل الٹ سمت میں ہو گی۔ اس تذکرہ کا بنیادی مقصد یہ تھا کہ آپ پر یہ بات واضح ہو جائے کہ برقی رو کے منفی ہونے سے اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت الٹ ہو جاتی ہے۔

اس شکل میں لچھوں میں برقی رو اور مقناطیسی دباؤ یہ ہیں

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos \omega t \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.52)$$

³⁷rpm, rounds per minute

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_a}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\
 (5.53) \quad \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_b}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_c}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

جبکہ ان کے مثبت سمتیں شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اب ہم مختلف اوقات پر ان مقداروں کا حساب لگاتے ہیں اور ان کا کل مجموعی مقناطیسی دباؤ حل کرتے ہیں۔

لحہ $t = 0$ پر ان مساوات سے ملتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
 (5.54) \quad i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 I_0 \\
 i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 I_0
 \end{aligned}$$

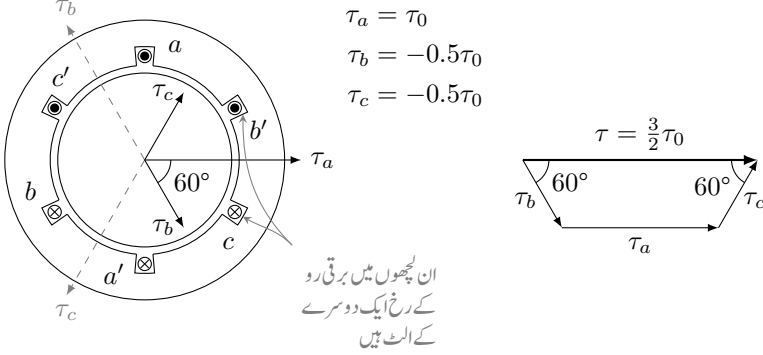
$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
 (5.55) \quad \tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 \tau_0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 \tau_0
 \end{aligned}$$

یہاں رکھ کر ذرا غور کریں۔ اس لحہ پر i_a مثبت ہے جبکہ i_b اور i_c منفی ہیں۔ لہذا i_a اُسی سمت میں ہے جو شکل 5.18 میں a اور a' شگافوں میں نقطے اور صلیب سے دکھائے گئے ہیں جبکہ i_b اور i_c شکل میں دیئے گئے سمتوں کے الٹ ہیں۔ ان تینوں برقی رو کی اس لحہ پر درست سمتیں شکل 5.20 میں دکھائی گئی ہیں۔ اس شکل میں تینوں مقناطیسی دباؤ بھی دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباؤ با آسانی بذریعہ ترسیم، مجموعہ سمتیات سے معلوم کیا جاسکتا ہے یا پھر الجبرا کے ذریعہ ایسا کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \mathbf{a}_x \\
 (5.56) \quad \tau_b &= 0.5 \tau_0 [\cos(60^\circ) \mathbf{a}_x - \sin(60^\circ) \mathbf{a}_y] \\
 \tau_c &= 0.5 \tau_0 [\cos(60^\circ) \mathbf{a}_x + \sin(60^\circ) \mathbf{a}_y]
 \end{aligned}$$

$$(5.57) \quad \boldsymbol{\tau} = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3}{2} \tau_0 \mathbf{a}_x$$



شکل 5.20: لمحہ $t_0 = 0$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباؤ۔

کل مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے ڈیڑھ گنا ہے اور یہ صفر زاویہ پر ہے۔ اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ لمحے بعد t_1 پر دوبارہ یہی سب حساب لگاتے ہیں۔ چونکہ مساوات 5.52 اور مساوات 5.53 میں متغیر t کے بجائے ωt کا استعمال زیادہ آسان ہے لہذا ہم لمحہ t_1 کو یوں چنتے ہیں کہ $\omega t_1 = 30^\circ$ کے برابر ہو۔ ایسا کرنے سے ہمیں یہ دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے۔

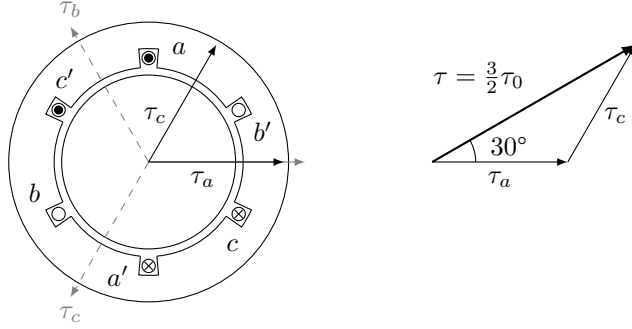
$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0
 \end{aligned}
 \tag{5.58}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0
 \end{aligned}
 \tag{5.59}$$

یہ شکل 5.21 میں دکھایا گیا ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ کا طول τ کو تکون کے ذریعہ یوں حل کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح اس کا زاویہ بھی اسی سے حاصل ہوتا ہے۔ یعنی

$$\tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2}\tau_0
 \tag{5.60}$$

اور چونکہ اس تکون کے دو اطراف برابر ہیں لہذا اس کے باقی دو زاویہ بھی برابر اور 30° ہیں۔



شکل 5.21: لمحہ 30° پر برقی رد اور مقناطیسی دباو۔

ہم دیکھتے ہیں کہ کل مقناطیسی دباو جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب وہ 30° کے زاویہ پر ہے یعنی وہ گھڑی کے اُلٹ سمت گھوم گیا ہے۔ اگر ہم اسی طرح 40° پر دیکھیں تو ہمیں کل مقناطیسی دباو اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ اب یہ 45° کے زاویہ پر ہو گا۔ اگر کسی لمحہ جب $\theta = \omega t$ کے برابر ہو یہ سارا حساب کیا جائے تو کل مقناطیسی دباو اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ یہ θ° کے زاویہ پر ہو گا۔

5.6 محرک برقی دباو

یہاں محرک برقی دباو³⁸ کو ایک اور زاویہ سے پیش کیا جاتا ہے۔

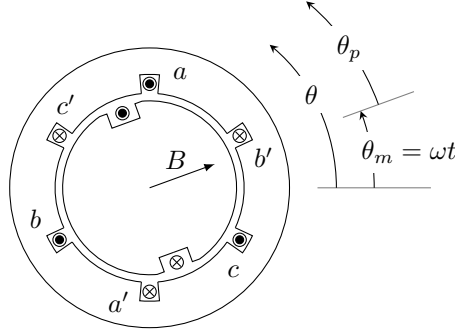
5.6.1 بدلتی رو برقی جزیئر

شکل 5.22 میں ایک بنیادی بدلتی رو جزیئر³⁹ دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباو پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نمائندہ مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوتی ہے، یعنی

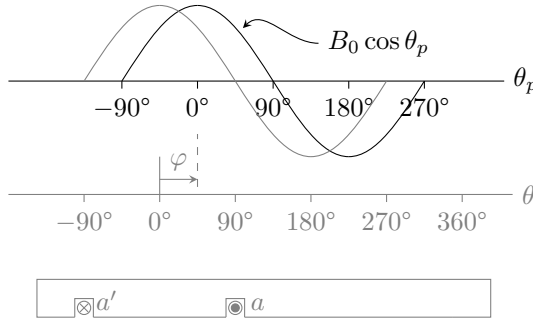
$$(5.61) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

³⁸ ابتدا میں حرکت سے پیدا ہونے والی برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدا کردہ برقی دباو کو محرک برقی دباو کہتے ہیں۔
³⁹ ac generator

$$\begin{aligned}
 B &= B_0 \cos \theta_p \\
 &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}$$



شکل 5.22: بنیادی بدلتی رجسٹریٹر۔



شکل 5.23: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاد۔

یہ مقناطیس ω زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ یوں اگر ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر یہ a لچھے کی سمت یعنی ہلکی سیاہی کی افقی لکیر کی سمت میں ہو تو لمحہ t پر یہ گھوم کر زاویہ $\theta_m = \omega t$ پر ہو گا۔ اس طرح یہی مساوات یوں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}
 \quad (5.62)$$

شکل 5.23 میں B کو زاویہ θ اور θ_p کے ساتھ ترسیم کیا گیا ہے۔ اسی ترسیم میں لچھا a بھی دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے لمحہ $t = 0$ پر B دکھایا گیا ہے جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور اس لچھے کا محور ایک ہی سمت میں ہوتے ہیں جبکہ کالی سیاہی میں اسی B کو کسی بھی لمحہ t پر دکھایا گیا ہے۔ اس لمحہ پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے مابین ϑ زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار ω پر منحصر ہے یعنی

$$\vartheta = \omega t \quad (5.63)$$

لحہ $t = 0$ پر لچھے میں سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزر رہی ہے۔ اگر خلائی درز بہت باریک ہو، تو اس کے اندر اور باہر جانب کے رداس تقریباً یکساں ہوں گے۔ برقی مقناطیس کے محور سے اس خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ اگر ρ ہو اور برقی مقناطیس کا دھرے ⁴⁰ کی سمت میں محوری لمبائی l ⁴¹ ہو تو اس لچھے میں وہی مقناطیسی بہاؤ ہو گا جو اس خلائی درز میں $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے مابین ہے۔ لحہ $t = 0$ پر اسے یوں معلوم کیا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned}
 \phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\
 &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= 2B_0 l \rho \\
 &= \phi_0
 \end{aligned}
 \tag{5.64}$$

جہاں آخر میں $\phi_a(0)$ کو ϕ_0 کہا گیا ہے۔ یہی حساب اگر لحہ t پر کی جائے تو کچھ یوں ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\
 &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \vartheta \\
 &= 2B_0 l \rho \cos \omega t
 \end{aligned}
 \tag{5.65}$$

axle⁴⁰
axial length⁴¹

جہاں $\vartheta = \omega t$ لیا گیا ہے۔ اسی مساوات کو یوں بھی حل کیا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.66) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اس مرتبہ مکمل زاویہ θ کے ساتھ کیا گیا ہے۔ انہیں مساوات 5.64 کی مدد سے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.67) \quad \phi_a(t) = 2B_0 l\rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t$$

بالکل مساوات 5.66 کی طرح ہم b اور c لچھوں کے لئے بھی مقناطیسی بہاؤ کی مساواتیں حل کر سکتے ہیں۔ شکل 5.22 میں a لچھے میں زاویہ $-\frac{\pi}{2}$ سے $+\frac{\pi}{2}$ تک کا مقناطیسی بہاؤ گزرتا ہے۔ اس لئے $\phi_a(t)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات 5.66 میں مکمل کے حدود بھی رکھے گئے تھے۔ اسی شکل سے واضح ہے کہ b لچھے کے مکمل کے حدود $+\frac{\pi}{6}$ اور $-\frac{7\pi}{6}$ جبکہ c کے حدود $+\frac{5\pi}{6}$ اور $+\frac{11\pi}{6}$ ہیں۔ یہ زاویے ریڈیئن میں دیئے گئے ہیں۔ یوں

$$\begin{aligned}
 \phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.68) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned}
 \phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.69) \quad &= B_0 l \rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
 &= B_0 l \rho \left[\sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l \rho \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})
 \end{aligned}$$

اگر ایک لچھے کے N چکر ہوں تو اس میں پیدا برقی دباؤ کو یوں معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
 (5.70) \quad \lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں $\frac{2\pi}{3}$ ریڈین کو 120° لکھا گیا ہے۔ ان سے لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ کا حساب یوں لگایا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= -\frac{d\lambda_a}{dt} = \omega N\phi_0 \sin \omega t \\
 (5.71) \quad e_b(t) &= -\frac{d\lambda_b}{dt} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\
 e_c(t) &= -\frac{d\lambda_c}{dt} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}
 e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 90^\circ) \\
 (5.72) \quad e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 150^\circ) \\
 e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 30^\circ)
 \end{aligned}$$

یہ مساوات تین دوری محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتے ہیں جو آپس میں 120° زاویہ پر ہیں۔ ان سب کا حیظ E_0 یکساں ہے جہاں

$$(5.73) \quad E_0 = \omega N\phi_0$$

اور ان برقی دباؤ کی موثر قیمت⁴²

$$(5.74) \quad E_{\text{موثر}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \phi_0$$

ہوگی۔ چونکہ $\phi = BA$ ہوتا ہے لہذا یہ مساوات بالکل صفحہ 52 پر دئے مساوات 2.52 کی طرح ہے۔

مساوات 5.72 سائن نما برقی دباؤ کو ظاہر کرتا ہے۔ اگرچہ اسے یہ سوچ کر حاصل کیا گیا کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ صرف برقی مقناطیس کی وجہ سے ہے تاہم برقی دباؤ کا اس سے کوئی تعلق نہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کس طرح وجود میں آئی اور یہ مساوات ان حالات کے لئے بھی درست ہے جہاں یہ مقناطیسی بہاؤ جنریٹر کے ساکن حصے میں پیدا ہوئی ہو یا ساکن اور حرکت پذیر دونوں حصوں میں پیدا ہوئی ہو۔

مساوات 5.74 ہمیں ایک گچھ لچھے میں پیدا برقی دباؤ دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تو اس کے مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباؤ ہم قدم نہیں ہوں گے لہذا ان سب کا مجموعی برقی دباؤ ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے قدر کم ہو گا۔ اس مساوات کو ہم ایک پھیلے لچھے کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

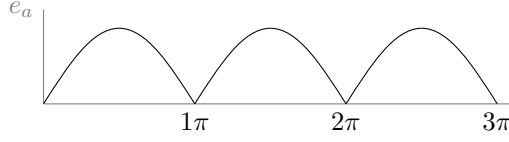
$$(5.75) \quad E_{\text{موثر}} = 4.44 k_w f N \phi_0$$

تین دوری برقی جنریٹروں کے k_w کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں یک دوری برقی دباؤ دیتی ہے۔ تین دوری برقی جنریٹروں میں ایسے تین لچھوں کے جوڑے ہوتے ہیں اور ان کو Y یعنی ستارہ نما یا Δ یعنی تکنونی جوڑا جاتا ہے۔

5.6.2 یک سمتی رو برقی جنریٹر

ہر گھومنے والا برقی جنریٹر بنیادی طور پر بدلتی رو جنریٹر ہی ہوتا ہے۔ البتہ جہاں یک سمتی برقی دباؤ⁴³ کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتی برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ ایسا الیکٹرانکس کے ذریعہ جنریٹر کے باہر برقیات⁴⁴ سمٹے کار⁴⁴ کی مدد سے کیا جاسکتا ہے یا پھر میکانی طریقے سے میکانی سمٹے کار⁴⁵ کی مدد سے جنریٹر کے اندر ہی کیا جاسکتا ہے۔ مساوات 5.71 میں دیئے گئے برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جائے تو یہ شکل 5.24 کی طرح ہو گا۔

rms⁴²
DC voltage⁴³
rectifier⁴⁴
commutator⁴⁵



شکل 5.24: یک دوری یک سمتی برقی دباؤ۔

مثال 5.5: شکل 5.24 میں یک سمتی برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔ اس یک سمتی برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

حل:

$$E_{\text{avg}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

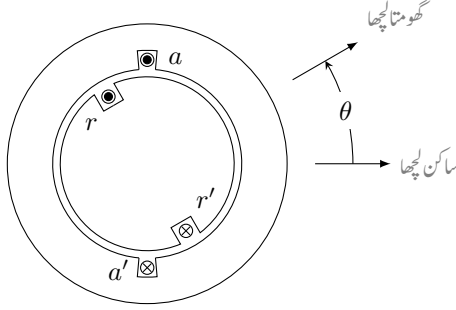
□

یک سمتی برقی جزیئر پر باقاعدہ تبصرہ کتاب کے باب میں کیا جائے گا۔

5.7 ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ

اس حصے میں ہم ایک کامل مشین میں قوتے مروڑ⁴⁶ کا حساب لگائیں گے۔ ایسا دو طریقوں سے کیا جاسکتا ہے۔ ہم مشین کو دو مقناطیس سمجھ کر ان کے مابین قوت کشش، قوت دفع اور قوت مروڑ کا حساب لگا سکتے ہیں یا پھر اس میں ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ سمجھ کر باب چار کی طرح توانائی اور کو توانائی کے استعمال سے اس کا حساب لگائیں۔ پہلے توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

⁴⁶torque



شکل 5.25: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

5.7.1 توانائی کے طریقے سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب

یہاں ہم ایک دوری مشین کی بات کریں گے۔ اس سے حاصل جوابات کو با آسانی زیادہ دور کی آلوں پر لاگو کیا جا سکتا ہے۔ شکل 5.25 میں یک دوری کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس کی دو لچھوں میں کچھ زاویہ ہو گا جسے θ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر جگہ یکساں ہے لہذا یہاں ابھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جائے گا۔ مزید یہ کہ قالب کی $\mu_r \rightarrow \infty$ تصور کی گئی ہے لہذا لچھوں کی امالہ صرف خلائی درز کی مقناطیسی مستقل μ_0 پر منحصر ہے۔

اس طرح ساکن لچھے کی امالہ L_{aa} اور گھومے لچھے کی امالہ L_{rr} مقررہ ہیں جبکہ ان کا مشترکہ امالہ $L_{ar}(\theta)$ زاویہ θ پر منحصر ہو گا۔ جب $\theta = 0$ یا $\theta = \pm 2\pi$ کے برابر ہو تو ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہا دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے۔ ایسے حالت میں ان کا مشترکہ امالہ زیادہ سے زیادہ ہو گا جسے L_{ar0} لکھتے ہیں۔ جب $\theta = \pm 180^\circ$ ہو اس لمحہ ایک مرتبہ پھر ایک لچھے کا سارا مقناطیسی بہا دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے البتہ اس لمحہ اس کی سمت الٹ ہوتی ہے لہذا اب ان کا مشترکہ امالہ بھی منفی ہو گا یعنی $-L_{ar0}$ اور جب $\theta = \pm 90^\circ$ ہو تب ان کا مشترکہ امالہ صفر ہو گا۔ اگر ہم یہ ذہن میں رکھیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہا سائن نما ہے تب

$$(5.76) \quad L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta$$

ہو گا۔ ہم ساکن اور گھومتے لچھوں کی ارتباط بہا کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(5.77) \quad \begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa} i_a + L_{ar}(\theta) i_r = L_{aa} i_a + L_{ar0} \cos(\theta) i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta) i_a + L_{rr} i_r = L_{ar0} \cos(\theta) i_a + L_{rr} i_r \end{aligned}$$

magnetic constant, permeability⁴⁷

اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_a اور گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r ہو تو ہم ان لچھوں کے سروں پر دیئے گئے برقی دباؤ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.78) \quad \begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = i_a R_a + L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_r}{dt} - L_{ar0} i_r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = i_r R_r + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_a}{dt} - L_{ar0} i_a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + L_{rr} \frac{di_r}{dt} \end{aligned}$$

یہاں θ برقی زاویہ ہے اور وقت کے ساتھ اس کی تبدیلی رفتار ω کو ظاہر کرتی ہے یعنی

$$(5.79) \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

میکانی قوت مروڑ بذریعہ کو توانائی حاصل کی جاسکتی ہے۔ کو توانائی صفحہ 127 پر مساوات 4.72 سے حاصل ہوتی ہے۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.80) \quad W'_m = \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{ar0} i_a i_r \cos \theta$$

اس سے میکانی قوت مروڑ T_m یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.81) \quad T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta_m}$$

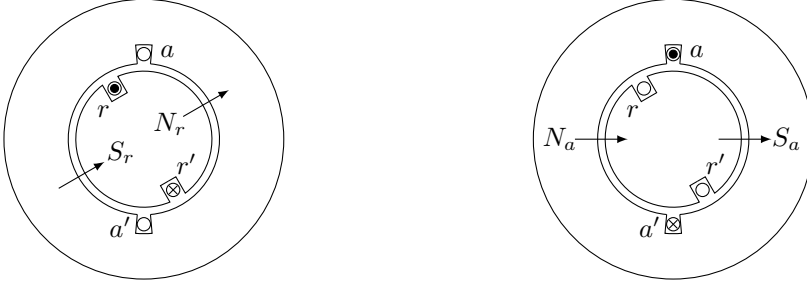
چونکہ P قطب مشینوں کے لئے

$$(5.82) \quad \theta = \frac{P}{2} \theta_m$$

لہذا ہمیں مساوات 5.81 سے ملتا ہے

$$(5.83) \quad T_m = -\frac{P}{2} L_{ar0} i_a i_r \sin \left(\frac{P}{2} \theta_m \right)$$

اس مساوات میں قوت مروڑ T_m منفی ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر کسی لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کے درمیان زاویہ مثبت ہو تو ان کے مابین قوت مروڑ منفی ہو گا یعنی قوت مروڑ ان دونوں مقناطیسی بہاؤ کو ایک سمت میں رکھنے کی کوشش کرے گا۔



شکل 5.26: لچھوں کے قطبین۔

5.7.2 مقناطیسی بہاؤ سے میکانیکی قوت مروڑ کا حساب

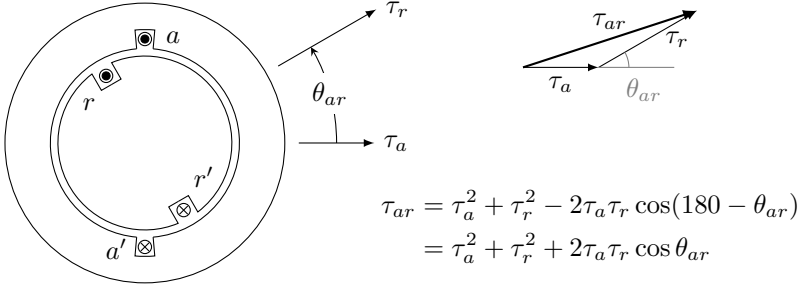
شکل 5.26 میں دو قطب والی یک دوری مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں بائیں جانب صرف گھومتے لچھے میں برقی رو ہے۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاؤ تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے، یعنی تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔ یہاں اگر صرف گھومتے حصے پر توجہ دی جائے تو یہ واضح ہے کہ گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اسی طرح شکل میں دائیں جانب صرف ساکن لچھے میں برقی رو ہے۔ اگر اس مرتبہ صرف ساکن حصے پر توجہ دی جائے تو اس کے بائیں جانب سے مقناطیسی بہاؤ نکل کر خلائی درز میں داخل ہوتی ہے، لہذا یہی اس کا شمالی قطب ہے اور اس مقناطیس کا محور بھی اسی تیر کی سمت میں ہے۔

یہاں یہ واضح رہے کہ اگرچہ کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں لیکن درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ سائمن-نما ہی ہیں اور تیر کے نشان ان مقناطیسی دباؤ کی موج کے چوٹی کو ظاہر کرتے ہیں۔

شکل 5.27 میں اب دونوں لچھوں میں برقی رو ہے۔ یہ واضح ہے کہ یہ بالکل دو مقناطیسوں کی طرح ہے اور ان کے الٹ قطبین کے مابین قوت کشش ہو گا، یعنی یہ دونوں لچھے ایک ہی سمت میں ہونے کی کوشش کریں گے۔

یہاں یہ زیادہ واضح ہے کہ یہ دو مقناطیس کوشش کریں گے کہ θ_{ar} صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانیکی قوت مروڑ θ_{ar} کے الٹ سمت میں ہو گا۔ یہی کچھ مساوات 5.83 کہتا ہے۔

ان برقی مقناطیسوں کے مقناطیسی دباؤ کو اگر ان کے مقناطیسی محور کی سمت میں τ_a اور τ_r سے ظاہر کیا جائے جہاں τ_r اور τ_a مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے برابر ہوں تو خلاء میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} ان کا جمع سمتیت ہو گا جیسے



شکل 5.27: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباؤ۔

شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول τ_{ar} کو سائن کے قلیہ⁴⁸ سے یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.84) \quad \begin{aligned} \tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \end{aligned}$$

خلائی درز میں یہ کل مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت H_{ar} کو جنم دے گا جو اس قلیہ سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.85) \quad \tau_{ar} = H_{ar} l_g$$

H_{ar} مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ اب جہاں خلاء میں مقناطیسی شدت H ہو وہاں مقناطیسی ہمہ توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} H^2$ ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط ہمہ توانائی کی کثافت اس خلائی درز میں H^2 کی اوسط ضرب $\frac{\mu_0}{2}$ ہوگی۔ کسی بھی سائن نما موج $H = H_0 \cos \theta$ کے H^2 کا اوسط $H_{\text{اوسط}}^2$ یوں حاصل کیا جاتا ہے۔

$$(5.86) \quad \begin{aligned} H_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2 \cos^2 \theta d\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi} \left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{H_0^2}{2} \end{aligned}$$

cosine law⁴⁸

لہذا خلائی درز میں اوسط ہمہ توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2}$ ہو گی اور اس خلاء میں کل ہمہ توانائی اس اوسط ہمہ توانائی ضرب خلاء کی حجم کے برابر ہو گا یعنی

$$(5.87) \quad W'_m = \frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \tau_{ar}^2$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی l_g ہے اور اس کی دھڑے ⁴⁹ کی سمت میں محوری لمبائی l ⁵⁰ ہے۔ محور سے خلاء کی اوسط رداسی فاصلہ r ہے۔ مزید یہ کہ $r \gg l_g$ ہے۔ اس طرح خلاء میں رداسی سمت میں کثافتِ مقناطیسی بہاو کی تبدیلی کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات 5.84 کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.88) \quad W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} (\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a \tau_r \cos \theta_{ar})$$

اس سے میکانی قوت مروڑ یوں حاصل کیا جاسکتا ہے

$$(5.89) \quad T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

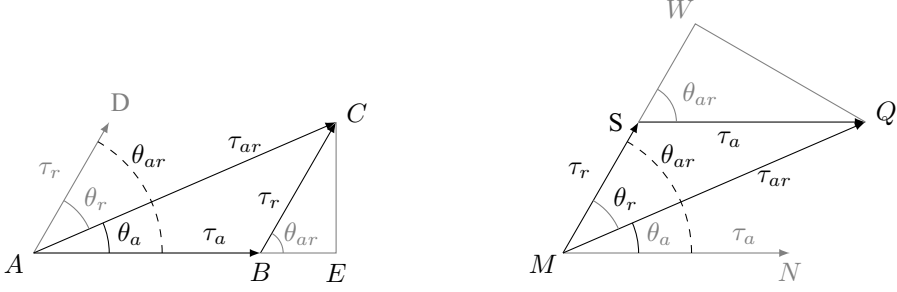
یہ حساب دو قطب والی مشین کے لئے لگایا گیا ہے۔ P قطب والے مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کا میکانی قوت مروڑ دیتا ہے لہذا ایسے مشین کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$(5.90) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ اس کے مطابق مشین کا میکانی قوت مروڑ اس کے ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے براہ راست تناسب ہے۔ اسی طرح یہ ان دونوں کے درمیان برقی زاویہ θ_{ar} کے سائن کے بھی براہ راست تناسب ہے۔ منفی میکانی قوت مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ θ_{ar} کے الٹ جانب ہے یعنی یہ میکانی قوت مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی جانب کو ہے۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک برابر مگر الٹ سمتوں میں میکانی قوت مروڑ ہوتا ہے البتہ ساکن حصے کا قوت مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہو جاتا ہے جبکہ گھومتے حصے کا میکانی قوت مروڑ اس حصے کو گھماتا ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ برقی رو کے براہ راست تناسب ہے لہذا τ_a اور i_a آپس میں براہ راست تناسب ہیں جبکہ τ_r اور i_r آپس میں براہ راست تناسب ہیں۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات 5.83 اور 5.90 ایک جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل برابر ہیں۔

⁴⁹axis
⁵⁰axial length



شکل 5.28: مقناطیسی بہاؤ اور ان کے زاویے۔

شکل 5.28 میں ایک مرتبہ پھر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں بائیں جانب ٹکون ΔAEC اور ΔBEC میں مشترکہ ہے اور ان دو ٹکونوں سے واضح ہے کہ

$$(5.91) \quad CE = \tau_r \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.92) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اسی طرح شکل 5.28 کے دائیں جانب ٹکون ΔMWQ اور ٹکون ΔSWQ میں WQ کا طرف مشترکہ ہے اور ان دو ٹکونوں سے واضح ہے کہ

$$(5.93) \quad WQ = \tau_a \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_r$$

اب اس مساوات کی مدد سے مساوات 5.90 یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(5.94) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

مساوات 5.90 مساوات 5.92 اور مساوات 5.94 کو ایک جگہ لکھتے ہیں۔

$$(5.95) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

$$T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$

ان مساوات سے یہ واضح ہے کہ میکانی قوت مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے یا پھر ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ اور کل مقناطیسی دباؤ اور ان دو کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکانی قوت مروڑ دو مقناطیسی دباؤ کے آپس میں رد عمل کی وجہ سے وجود میں آتا ہے اور یہ ان مقناطیسی دباؤ کی چوٹی اور ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ سب کا آپس میں تعلق رکھتے ہیں لہذا ان مساوات کو کئی مختلف طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} اور وہاں کثافت مقناطیسی بہاؤ B_{ar} کا تعلق

$$(5.96) \quad B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g}$$

استعمال کر کے مساوات 5.95 کے آخری جزو کو یوں لکھا جاسکتا ہے

$$(5.97) \quad T_m = -\frac{P}{2} \pi r l \tau_r B_{ar} \sin \theta_r$$

مقناطیسی آلوں میں مقناطیسی قالب کی مقناطیسی مستقل μ کی محدود صلاحیت کی وجہ سے قالب میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک ٹیلا تک ہی بڑھائی جاسکتی ہے۔ لہذا مشین بناتے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا پڑتا ہے۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔ اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے یہ لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جاسکتا ہے جہاں تک اس لچھے کو ٹھنڈا کرنا ممکن ہو۔ لہذا مقناطیسی دباؤ کو اس حد کے اندر رکھنا پڑتا ہے۔ چونکہ اس مساوات میں یہ دو بہت ضروری حدیں واضح طور پر سامنے ہیں اس لئے یہ مساوات مشین بنانے کی غرض سے بہت اہم ہے۔

اس مساوات کی ایک اور بہت اہم شکل اب دیکھتے ہیں۔ ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ ϕ_P ایک قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ $B_{اوسط}$ ضرب ایک قطب کا رقبہ A_P ہوتا ہے۔ جہاں

$$(5.98) \quad B_{اوسط} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos \theta \, d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

$$(5.99) \quad A_P = \frac{2\pi r l}{P}$$

لہذا

$$(5.100) \quad \phi_P = \frac{2B_0}{\pi} \frac{2\pi r l}{P}$$

اور

$$(5.101) \quad T_m = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_{ar} \tau_r \sin \theta_r$$

یہ مساوات معاصر مشینوں کے لئے بہت کارآمد ہے۔

- earth, 94
- eddy current loss, 62
- eddy currents, 62, 126
- electric field
 - intensity, 10
- electrical rating, 59
- electromagnet, 131
- electromotive force, 61, 137
- emf, 137
- enamel, 62
- energy, 43
- Euler, 21
- excitation, 61
- excitation current, 50, 60, 61
- excitation voltage, 61
- excited coil, 61

- Faraday's law, 38, 125
- field coil, 131, 251
- flux, 30
- Fourier series, 63, 142
- frequency, 130
- fundamental, 142
- fundamental component, 64

- generator
 - ac, 159
- ground current, 94
- ground wire, 94

- harmonic, 142
- harmonic components, 64

- ampere-turn, 32
- armature coil, 131, 251
- axle, 161

- carbon bush, 177
- cartesian system, 4
- charge, 10, 136
- circuit breaker, 178
- coercivity, 46
- coil
 - high voltage, 56
 - low voltage, 56
 - primary, 55
 - secondary, 55
- commutator, 164, 241
- conductivity, 25
- conservative field, 108
- core, 55, 126
- core loss, 62
- core loss component, 64
- Coulomb's law, 10
- cross product, 13
- cross section, 9
- current
 - transformation, 66
- cylindrical coordinates, 5

- delta connected, 92
- design, 195
- differentiation, 18
- dot product, 15

- E,I, 62

parallel connected, 253
 permeability, 26
 relative, 26
 phase current, 94
 phase difference, 23
 phase voltage, 94
 phasor, 21
 pole
 non-salient, 140
 salient, 140
 power, 43
 power factor, 23
 lagging, 23
 leading, 23
 power factor angle, 23
 power-angle law, 188
 primary
 side, 55

 rating, 96, 97
 rectifier, 164
 relative permeability, 26
 relay, 101
 reluctance, 25
 residual magnetic flux, 45
 resistance, 25
 rms, 49, 164
 rotor, 36
 rotor coli, 104
 rpm, 155

 saturation, 47
 scalar, 1
 self excited, 251
 self flux linkage, 42
 self inductance, 42
 separately excited, 251
 side
 secondary, 55
 single phase, 23, 59
 slip, 209
 slip rings, 176, 229

Henry, 39
 hunting, 178
 hysteresis loop, 46

 impedance transformation, 71
 in-phase, 69
 induced voltage, 38, 49, 61
 inductance, 39

 Joule, 43

 lagging, 22
 laminations, 31, 62, 126
 leading, 22
 leakage inductance, 79
 leakage reactance, 79
 line current, 94
 line voltage, 94
 linear circuit, 226
 load, 98
 Lorentz law, 136
 Lorenz equation, 102

 magnetic constant, 26
 magnetic core, 31
 magnetic field
 intensity, 11, 33
 magnetic flux
 density, 33
 leakage, 78
 magnetizing current, 64
 mmf, 30
 model, 81, 207
 mutual flux linkage, 43
 mutual inductance, 42

 name plate, 97
 non-salient poles, 177

 Ohm's law, 26
 open circuit test, 86
 orthonormal, 3

unit vector, 2

VA, 75

vector, 2

volt, 137

volt-ampere, 75

voltage, 137

DC, 164

transformation, 66

Watt, 43

Weber, 32

winding

distributed, 140

winding factor, 147

star connected, 92

stator, 36

stator coil, 104, 127

steady state, 175

step down transformer, 58

step up transformer, 58

surface density, 11

synchronous, 130

synchronous inductance, 184

synchronous speed, 155, 176

Tesla, 33

theorem

maximum power transfer, 229

Thevenin theorem, 226

three phase, 59, 92

time period, 100, 142

torque, 165, 209

pull out, 178

transformer

air core, 59

communication, 59

ideal, 65

transient state, 175

- ابتدائی
جانب، 55
لچھا، 55
ارتباط بہاؤ، 39
اضافی
زاویائی رفتار، 212
اکائی سمتیہ، 2
امالہ، 39
امالی برقی دباؤ، 38، 49، 61
اوہم میٹر، 237
ایک، تین پتریاں، 62
ایک مرحلہ، 59
ایک پیسہ چکر، 32
بار، 136
برقرار چالو، 100، 175
برقی بار، 10، 136
برقی دباؤ، 28، 137
تبادلہ، 56، 66
محرك، 137
پہچانی، 185
یک سمتی، 164
برقی رو، 28
بھنور نما، 126
تبادلہ، 66
پہچان انگیز، 50
برقی سکت، 59
برقی میدان، 10
شدت، 10، 28
بش، 177
بناوٹ، 86
بنیادی جزو، 64، 142
بو جھ، 98
بھنی، 114
بھنور نما
برقی رو، 62
ضیاع، 62
بھنور نما برقی رو، 126
بے بو جھ، 60
پتری، 31، 126
پتریاں، 62
پورا بو جھ، 197
پچھے، 80
پیش زاویہ، 22
تاخیری زاویہ، 22
تار کی برقی دباؤ، 94
تار کی برقی رو، 94
تانبہ، 28
تبادلہ
رکاوٹ، 71
تختی، 97
تدریجی تفرق، 113
تعدد، 130
تعقب، 178
تفرق، 18
جزوی، 18
تکمل، 18
تکوئی جوڑ، 92
توانائی، 43
تین مرحلہ، 59، 92
ٹرانسفارمر
برقی دباؤ والا، 59
بو جھ بردار، 68
خلائی قالب، 59
دباؤ گھٹاتا، 58
دباؤ گھٹاتا، 58
ذرائع ابلاغ، 59
رو والا، 59
کامل، 65
ٹسلا، 33
ٹھنڈی تار، 94
ثانوی جانب، 55
چاول، 43
جزو
پھیلاؤ، 147
جزو طاقت، 23
پیش، 23
تاخیری، 23

- جزیرہ
بدلتی رو، 159
جوڑ
تکوئی، 92
ستارہ نما، 92
چکر فی منٹ، 126
چوٹی، 211
خطی
برقی دور، 226
خودار تباط بہاؤ، 42
خودامالہ، 42
داخلی پیمان
سلسلہ وار، 253
متوازی، 253
مرکب، 253
دور چڑی مرکب، 253
دور شکن، 178
دوری عرصہ، 100، 142
دھرا، 161
رستا
امالہ، 79
متعاملہ، 79
رستا متعاملیت، 217
رفقار
اضافی زاویائی، 212
روغن، 62
ریاضی نمونہ، 81، 207
ریسے، 101
زاویہ جزو طاقت، 23
زمین، 94
زمینی برقی رو، 94
زمینی تار، 94
ساکن حصہ، 36
ساکن پچھا، 104، 127
ستارہ نما جوڑ، 92
سرک، 209
سرک چھلے، 176، 229
سطحی تحلیل، 181
سطحی کشافیت، 11
سکت، 96، 97
سلسلہ وار، 145
سمت کار، 241
برقیاتی، 164
میکانی، 164
سمتیہ، 2
عمودی اکائی، 3
سمتی رفتار، 102
سیرانیت، 47
ضرب
نقطہ، 15
ضرب صلیبی، 13
طاقت، 43
طاقت بالقابل زاویہ، 188
طول موج، 18
عارضی صورت، 175
عمودی تراش، 9
رقبہ، 9
غیر سمتی، 1
غیر معاصر، 178
فوریر، 250
فوریر تسلسل، 63، 142
فیراڈے
قانون، 38، 125
قالب، 126
قالبی ضیاع، 62
جزو، 64
قانون
اوہم، 26
کولمب، 10
لورینز، 136
قدامت پسند میدان، 108
قریب چڑی مرکب، 253

مرحلی فرق، 23
 مرکب جزیر، 253
 مزاحمت، 25
 مساوات اور نیز، 102
 مسئلہ
 تھون، 226
 زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی، 228
 مشترکہ ارتباط امالہ، 43
 مشترکہ امالہ، 42
 معاصر، 130
 معاصر امالہ، 184
 معاصر رفتار، 155، 176
 معائنہ
 کھلے دور، 86
 مقناطیس
 برقی، 131
 چال کا دائرہ، 46
 خاتم شدت، 46
 مقناطیسی برقی رو، 64
 مقناطیسی بہاؤ، 30
 رشتہ، 78
 کشاف، 33
 مقناطیسی چال، 52
 مقناطیسی دباؤ، 30
 سمت، 141
 مقناطیسی قالب، 31، 55
 مقناطیسی مستقل، 26، 166
 جزو، 26، 31
 مقناطیسی میدان
 شدت، 11، 33
 موثر، 19، 49
 موثر قیمت، 164
 موسیقائی جزو، 64، 142
 موصلیت، 25
 میدانی لچھے، 251
 واٹ، 43
 وولٹ، 137
 وولٹ-ایمپیئر، 75
 ویر، 32

قطب
 ابھرے، 140، 177
 ہموار، 140، 177
 قوت مروڑ، 165، 209
 انتہائی، 178
 قوی الیکٹرانکس، 207، 241
 قوی لچھے، 251
 کاربن بش، 177
 کارگزاری، 200
 کپیسٹر، 194
 کشاف
 برقی رو، 27
 کشاف مقناطیسی بہاؤ
 بقایا، 45
 کسر دور، 38
 گرم تار، 94
 گھومتا حصہ، 36
 گھومتا لچھا، 104
 لچھا
 ابتدائی، 55
 پھیلے، 140
 پیچیدار، 40
 ثانوی، 55
 زیادہ برقی دباؤ، 56
 ساکن، 104
 سمت، 133
 قوی، 131
 کم برقی دباؤ، 56
 گھومتا، 104
 میدانی، 131
 محدود
 کارتیسی، 4
 نکلی، 5
 محرک برقی دباؤ، 61
 محور، 161
 مخلوط عدد، 192
 مرحلی سمتیہ، 21، 186

یک سمتی رو
مشین، 241
یک مرحلہ، 23
یک مرحلہ برقی دباؤ، 94
یک مرحلہ برقی رو، 94
یولر مساوات، 21

ویبر-چکر، 39
ہچکچاہٹ، 25، 30
ہم قدم، 69
ہیجان، 61
بیرونی، 251
خود، 251
لچھا، 61
ہیجان انگیز
برقی دباؤ، 61
برقی رو، 61
ہیجان انگیز برقی رو، 60
ہیجانی برقی دباؤ، 185