

برقی آلات

خالد خان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@comsats.edu.pk

تاریخ درستی: 12 مئی 2020

عنوان

ix

دیباچہ

| | | |
|----|--|----|
| 1 | بنیادی حقائق | 1 |
| 1 | 1.1 بنیادی اکائیاں | 1 |
| 1 | 1.2 غیر سمتی | 1 |
| 2 | 1.3 سمتیہ | 2 |
| 3 | 1.4 محدود | 3 |
| 3 | 1.4.1 کارتیسی محدودی نظام | 3 |
| 5 | 1.4.2 تکلی محدودی نظام | 5 |
| 7 | 1.5 سمتیہ رقبہ | 7 |
| 9 | 1.6 رقبہ عمودی تراش | 9 |
| 10 | 1.7 برقی اور مقناطیسی میدان | 10 |
| 10 | 1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت | 10 |
| 11 | 1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت | 11 |

| | | |
|----|---|--------|
| 11 | سطحی اور حجمی کشافت | 1.8 |
| 11 | سطحی کشافت | 1.8.1 |
| 12 | حجمی کشافت | 1.9 |
| 13 | صلیبی ضرب اور ضرب نقطہ | 1.10 |
| 13 | صلیبی ضرب | 1.10.1 |
| 15 | نقطی ضرب | 1.10.2 |
| 18 | تفرق اور جزوی تفرق | 1.11 |
| 18 | خطی مکمل | 1.12 |
| 19 | سطحی مکمل | 1.13 |
| 20 | دوری سمتیہ | 1.14 |
| 25 | مقناطیسی ادوار | 2 |
| 25 | مزامت اور پنکچا ہٹ | 2.1 |
| 26 | کشافتِ برقی رد اور برقی میدان کی شدت | 2.2 |
| 28 | برقی ادوار | 2.3 |
| 30 | مقناطیسی دور حصہ اول | 2.4 |
| 32 | کشافتِ مقناطیسی بہا اور مقناطیسی میدان کی شدت | 2.5 |
| 34 | مقناطیسی دور حصہ دوم | 2.6 |
| 38 | خود امالہ، مشترکہ امالہ اور توانائی | 2.7 |
| 45 | مقناطیسی مادہ کے خواص | 2.8 |
| 49 | بیجان شدہ لچھا | 2.9 |

| | | |
|-----|--------|--|
| 55 | 3 | ٹرانسفارمر |
| 56 | 3.1 | ٹرانسفارمر کی اہمیت |
| 59 | 3.2 | ٹرانسفارمر کے اقسام |
| 59 | 3.3 | امالی برقی دباؤ |
| 61 | 3.4 | ہیجان انگیز برقی رد اور قابلی ضیاع |
| 64 | 3.5 | تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خواص |
| 68 | 3.6 | ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر |
| 69 | 3.7 | ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب |
| 70 | 3.8 | رکاوٹ کا تبادلہ |
| 75 | 3.9 | ٹرانسفارمر کا وولٹ-کمپیئر |
| 77 | 3.10 | ٹرانسفارمر کے امالہ اور مساوی ادوار |
| 77 | 3.10.1 | لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا |
| 79 | 3.10.2 | رستا امالہ |
| 80 | 3.10.3 | ثانوی برقی رد اور قالب کے اثرات |
| 81 | 3.10.4 | ثانوی لچھے کا امالی برقی دباؤ |
| 81 | 3.10.5 | ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات |
| 83 | 3.10.6 | رکاوٹ کا ابتدائی ثانوی جانب تبادلہ |
| 85 | 3.10.7 | ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی ادوار |
| 86 | 3.11 | کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ |
| 87 | 3.11.1 | کھلا دور معائنہ |
| 89 | 3.11.2 | کسر دور معائنہ |
| 93 | 3.12 | تین دوری ٹرانسفارمر |
| 101 | 3.13 | ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزر |

| | | |
|-----|-------|--|
| 103 | 4 | برقی اور میکانیکی توانائی کا باہمی تبادلہ |
| 103 | 4.1 | مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ |
| 109 | 4.2 | تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام |
| 114 | 4.3 | توانائی اور ہم-توانائی |
| 119 | 4.4 | متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام |
| 129 | 5 | گھومتے مشین کے بنیادی اصول |
| 129 | 5.1 | قانون فیراڈے |
| 130 | 5.2 | معاصر مشین |
| 141 | 5.3 | محرک برقی دباؤ |
| 144 | 5.4 | پچیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ |
| 146 | 5.4.1 | بدلتا رو مشین |
| 154 | 5.5 | مقناطیسی دباؤ کی گھومتی امواج |
| 154 | 5.5.1 | ایک دور کی لپٹی مشین |
| 156 | 5.5.2 | تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ |
| 160 | 5.5.3 | تین دور کی لپٹی مشین کا ترسیبی تجزیہ |
| 164 | 5.6 | محرک برقی دباؤ |
| 164 | 5.6.1 | بدلتا رو برقی جزیئر |
| 169 | 5.6.2 | یک سمت رو برقی جزیئر |
| 170 | 5.7 | ہموار قطب مشینوں میں قوت مروڑ |
| 171 | 5.7.1 | میکانیکی قوت مروڑ بذریعہ ترکیب توانائی |
| 173 | 5.7.2 | میکانیکی قوت مروڑ بذریعہ مقناطیسی بہاؤ |

| | |
|---------------|---|
| 179 | 6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین |
| 180 | 6.1 متعدد دوری معاصر مشین |
| 183 | 6.2 معاصر مشین کے امالہ |
| 184 | 6.2.1 خود امالہ |
| 185 | 6.2.2 مشترکہ امالہ |
| 187 | 6.2.3 معاصر امالہ |
| 189 | 6.3 معاصر مشین کا مساوی دور یا ریاضی نمونہ |
| 191 | 6.4 برقی طاقت کی منتقلی |
| 195 | 6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خواص |
| 195 | 6.5.1 معاصر جزیر: برقی بوجھ بالقابل I_m کے خط |
| 196 | 6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالقابل I_m کے خط |
| 199 | 6.6 کھلا دور اور کسر دور معائنہ |
| 199 | 6.6.1 کھلا دور معائنہ |
| 200 | 6.6.2 کسر دور معائنہ |

- 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج 212
- 7.2 مشین کا سر کا دور گھومتی امواج پر تبصرہ 212
- 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ 215
- 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ 215
- 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج 219
- 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے 220
- 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور 221
- 7.8 مساوی برقی دور پر غور 226
- 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھون دور یا ریاضی نمونہ 230
- 7.10 پنجرہ نما امالی موٹر 236
- 7.11 بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ 237
- 7.11.1 بے بوجھ موٹر کا معائنہ 237
- 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ 239

- 8.1 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی 245
- 8.1.1 میکانی سمت کار کی تفصیل 247
- 8.2 یک سمت جزیرہ کار برقی دباؤ 252
- 8.3 قوت مروڑ 254
- 8.4 بیرونی پیمان اور خود پیمان یک سمت جزیرہ 255
- 8.5 یک سمت مشین کی کارکردگی کے خط 260
- 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمتقابل برقی بوجھ 260
- 8.5.2 رفتار بالمتقابل قوت مروڑ 262

باب 4

برقی اور میکائی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رو یا مقناطیسی بہاؤ کی مدد سے برقی توانائی کو میکائی توانائی یا میکائی توانائی کو برقی توانائی میں مختلف مشین تبدیل کرتے ہیں۔ پیمائشی آلات، لاؤڈ سپیکر، مائکروفون، وغیرہ نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں جبکہ ریپلے¹، برقی مقناطیس، وغیرہ، قوت پیدا کرتے ہیں۔ کئی مشین، جن میں برقی موٹر اور جزیئر شامل ہیں، ایک قسم کی توانائی کو دوسری قسم کی توانائی میں مسلسل تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاؤ کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ برقی رو کی مدد سے بھی توانائی کا تبادلہ سمجھا جاسکتا ہے جس کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

اس باب میں ہم وہ اہم تراکیب سیکھیں گے جو انجینیری مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوں گے۔

4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور قوت مروڑ

برقی میدان E میں برقی بار q پر درج ذیل قوت اثر انداز ہوگی۔

$$F = qE \quad (4.1)$$

relay¹

مثبت برقی بار پر قوت برقی شدت E کے رخ ہو گی جبکہ منفی بار پر قوت E کے مخالف رخ ہو گی۔

مقناطیسی میدان میں متحرک بار q ، جس کی سمتی رفتار v ہو، پر درج ذیل قوت اثر انداز ہو گی۔

$$(4.2) \quad F = q(v \times B)$$

مثبت برقی بار پر قوت کا رخ دائیں ہاتھ کا قانون³ دیگا۔ دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کو باقی انگلیوں کے ساتھ برقرار قائم رکھ کر اس ہاتھ کی چار انگلیوں کو v کے رخ سے شروع کر کے، چھوٹے زاویہ پر گھما کر، B کے رخ موڑنے سے انگوٹھا F کا رخ دیگا۔ منفی بار پر قوت مخالف رخ ہو گی۔

یہاں سمتی رفتار q اور B کے بیچ ہے۔

برقی اور مقناطیسی (دونوں) میدان میں حرکت پذیر بار پر قوت مساوات 4.1 اور مساوات 4.2 کے مجموعہ سے حاصل ہو گی جس کو مساوات لورینز⁴ کہتے ہیں۔

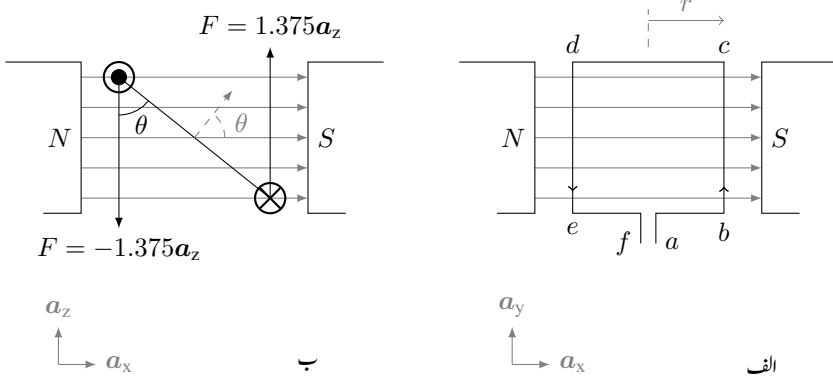
$$(4.3) \quad F = q(E + v \times B) \quad \text{مساوات لورینز}$$

مساوات 4.2 میں $v = dL/dt$ لکھ کر درج ذیل حاصل ہو گا جہاں آخری قدم پر $i = q/dt$ لکھا گیا ہے۔

$$(4.4) \quad \begin{aligned} F &= q \left(\frac{dL}{dt} \times B \right) \\ &= \frac{q}{dt} (dL \times B) \\ &= i (dL \times B) \end{aligned}$$

مثال 4.1: شکل 4.1 میں ایک لچھا مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے کا رداس 15 سم، محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیر ہے۔ کثافت مقناطیسی بہاؤ کو نقطہ دار نوکیلی لکیروں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کے رخ دکھایا گیا ہے۔ اگر کثافت مقناطیسی بہاؤ 0.55 ٹسلا ہو تب

- لچھے کے اطراف پر قوت دریافت کریں اور
- لچھے پر قوت مروڑ τ دریافت کریں۔



شکل 4.1: ایک چکر کے لچھے پر قوت اور قوت سرور

حل: شکل-الف اور ب میں کار تیلی اکائی سمتیات دکھائے گئے ہیں۔ برقی تار کے سروں کو نظر انداز کرتے ہوئے اسے ایک بند مستطیل تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل-الف میں برقی رو کے رخ تار کے اطراف کی لمبائیاں درج ذیل ہوں گی جبکہ $B = B_0 a_x$ ہو گا۔

$$L_{bc} = l a_y$$

$$L_{cd} = -2r a_x$$

$$L_{de} = -l a_y$$

$$L_{eb} = 2r a_x$$

یوں مساوات 4.2 کے تحت ان اطراف پر قوت (نیوٹن) درج ذیل ہو گی۔

$$F_{bc} = i (L_{bc} \times B_0 a_x)$$

$$= 5 (0.5 a_y \times 0.55 a_x)$$

$$= -1.375 a_z$$

$$F_{cd} = 5 (-0.3 a_x \times 0.55 a_x)$$

$$= 0$$

$$F_{de} = 5 (-0.5 a_y \times 0.55 a_x)$$

$$= 1.375 a_z$$

$$F_{ea} = 0$$

velocity²
right hand rule³
Lorenz equation⁴

ہم دیکھتے ہیں کہ صرف محوری اطراف پر قوتیں پائی جاتی ہیں جنہیں شکل 4.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔ محوری اطراف پر اثر انداز قوت، مروڑ پیدا کرتی ہیں جس کا رخ دائیں ہاتھ کے قانون سے حاصل ہو گا۔ مستطیل تار پر قوت مروڑ (نیوٹن میٹر) درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned}\tau &= -1.375 \times 2 \times 0.15 \times \sin \theta a_y \\ &= -0.4125 \sin \theta a_y\end{aligned}$$

□

مساوات 4.1 تا مساوات 4.3 کا استعمال صرف سادہ ترین صورتوں میں ممکن ہوتا ہے۔ حقیقی مشینوں میں ان مساوات سے قوت تعین کرنا مشکل ثابت ہوتا ہے۔ آئیں ایک ایسی ترکیب سیکھتے ہیں جس سے ہم مختلف مشینوں میں پائی جانی والی قوتیں تعین کر سکیں۔ اس ترکیب ہم۔ توانائی کا طریقہ کہتے ہیں جو توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔

گھومتی برقی مشین عموماً دو لچھوں پر مشتمل ہوتی ہیں۔ ان میں ایک لچھا مشین کے ساکن حصہ پر لپٹا ہوتا ہے جس کی بنیاد ساکن رہتا ہے اور ساکن لچھا⁵ کہلاتا ہے۔ دوسرا لچھا مشین کے گھومنے والے حصہ پر لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ اس کو گھومتا لچھا⁶ کہتے ہیں۔ ان لچھوں کو دو عدد مقناطیس تصور کرتے ہوئے ایسی مشینوں کی کارکردگی باآسانی سمجھی جاسکتی ہے۔

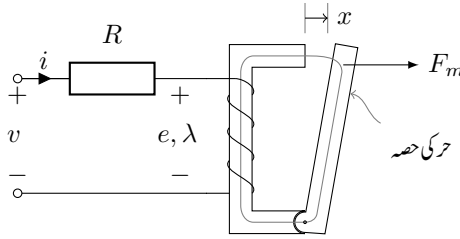
جس طرح دو مقناطیس اگر قریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال N دوسرے کے جنوب S کی سمت ہو۔

موٹر کے دو لچھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ ایک مقناطیس کے شمال N اور دوسرے کے جنوب S کے بیچ قوت کشش پائی جاتی ہے۔ ساکن لچھے کا مقناطیس بہاؤ گھومتے لچھے کے مقناطیس بہاؤ سے کچھ آگے رہ کر اسے کھینچ کر کام کرتا ہے۔ جزیئر میں اس کے برعکس گھومتا لچھا، ساکن لچھے پر کام کرتے ہوئے اس میں برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔

توانائی کے طریقے کو شکل 4.2 کی مدد سے سمجھا جاسکتا ہے۔ یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ مانند دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس کو یہ میکائی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے متغیرات e



شکل 4.2: برقی توانائی سے میکانیکی توانائی کے متبادلہ کا نظام۔



شکل 4.3: قوت پیدا کرنے والا آلہ۔

اور i ہیں جبکہ میکانیکی توانائی کے متغیرات فاصلہ x اور میدان قوت F_m^7 ہیں۔ اس شکل میں بائیں یعنی ابتدائی یا اولین جانب i کا رخ باہر سے اندر ہے جبکہ دائیں یعنی ثانوی جانب F_m کا رخ اندر سے باہر رخ ہے۔ یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل 3.7 کی مانند ہے۔

جہاں نظام میں توانائی کے ضیاع کو ذخیرہ توانائی سے علیحدہ کرنا ممکن ہو وہاں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 4.3 میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں لچھا برقی نظام اور حرکی حصہ میکانیکی نظام کو ظاہر کرتے ہیں اور لچھے میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی مزاحمت R سے ظاہر کیا گیا ہے۔

توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جاسکتی ہے اور نا ہی اسے تباہ کیا جاسکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ یوں نظام کو فراہم برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}}$ کا ایک حصہ میکانیکی توانائی $\partial W_{\text{میکانی}}$ میں تبدیل ہو گا جبکہ اس کا دوسرا حصہ، مقنطیسی $\partial W_{\text{مقنطیسی}}$ میدان میں ذخیرہ ہو گا اور باقی حصہ، ضائع $\partial W_{\text{ضائع}}$ ، مختلف طریقوں سے ضائع ہو گیا جو ہمارے کسی کام نہ آ سکے گا:

$$(4.5) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقنطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}}$$

⁷ میدان قوت F_m میں چھوٹی لکھائی میں m لفظ میدان کو ظاہر کر رہا ہے۔

برقی توانائی کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے

$$(4.6) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقتناطیسی}}$$

لکھا جاسکتا ہے جس کو ∂t سے تقسیم کر کے

$$(4.7) \quad \frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقتناطیسی}}}{\partial t}$$

لکھا جاسکتا ہے جو توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتی ہے۔ اس مساوات کے بائیں ہاتھ برقی طاقت کو ei اور دائیں ہاتھ میکانی حصہ میں $F_m \partial x = \partial W_{\text{میکانی}}$ لکھ کر

$$(4.8) \quad ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

حاصل ہو گا جہاں W_m کو W لکھا گیا ہے۔ مساوات 2.27 استعمال کرتے ہوئے اس کو

$$(4.9) \quad i \frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ دونوں اطراف کو ∂t سے ضرب دے کر ترتیب نو کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.10) \quad \partial W_m = i \partial \lambda - F_m \partial x$$

مساوات 4.10 توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ اس مساوات کو استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لورینز کے قانون⁸ سے ہی پیدا ہوتی ہے۔ مساوات 4.10 میں برقی متغیرات i اور e کی بجائے λ اور x ہیں۔ لہذا شکل 4.2 کو شکل 4.4 کی طرح بھی بنایا جاسکتا ہے۔

کسی بھی تفاعل⁹ $z(x, y)$ کا کل تفرق درج ذیل ہو گا جہاں $\frac{\partial z}{\partial x}$ لیتے ہوئے y کو مستقل تصور کیا جاتا ہے اور $\frac{\partial z}{\partial y}$ لیتے ہوئے x کو مستقل تصور کیا جاتا ہے۔

$$(4.11) \quad \partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$



شکل 4.4: توانائی کی قسم تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

اسی طرح $W_m(x, \lambda)$ کا کل تفرق

$$(4.12) \quad \partial W_m(x, \lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda$$

ہو گا جس کا موازنہ مساوات 4.10 کے ساتھ کر کے درج ذیل اخذ کیا جاسکتا ہے جہاں ایک متغیر کے ساتھ جزوی تفرق لیتے وقت دوسرے متغیر کو صریحاً مستقل ظاہر کیا گیا ہے۔

$$(4.13) \quad F_m(x, \lambda) = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$$

$$(4.14) \quad i(x, \lambda) = \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{x_0}$$

مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x, \lambda)$ دریافت کر کے مساوات 4.13 کی استعمال سے قوت دریافت کی جاسکتی ہے۔ اگلے حصہ میں مقناطیسی توانائی کا حصول سکھایا جائے گا۔

4.2 تبادله توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل 4.3 میں ایک لچھے کا سادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ میکانیکی نظام میں حرکی حصہ کی کمیت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔ جہاں اس کمیت کا اثر جاننا ضروری ہو وہاں اس کو ایک بیرونی کمیت تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح تبادله توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہوتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والی مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔ عموماً حرکت تب ممکن ہوگی جب مقناطیسی قالب میں قابل تبدیل خلاء موجود ہو۔ قالب میں خلاء کی موجودگی کی بنیاد پر $\Re_c \gg \Re_a$ ہو گا اور ایسا مقناطیسی دور حل کرتے

ہوئے \mathcal{R}_c کو نظر انداز کیا جائے گا۔ یوں، جیسا مساوات 2.19 میں دیا گیا ہے، مقناطیسی دباؤ τ اور مقناطیسی بہاؤ ϕ براہ راست متناسب ہوں گے۔ ایسی صورت میں مساوات 2.29 میں امالہ L شکل 4.3 میں خلاء کی لمبائی x پر منحصر ہوگی لہذا اس مساوات کو درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$(4.15) \quad \lambda = L(x)i$$

شکل 4.3 میں قوت F_m کے رخ طے ہونے والا فاصلہ x ہے۔ یوں میکانیکی کام $dW_{\text{میکانی}} = F_m dx$ ہو گا جبکہ فراہم برقی توانائی $dW_{\text{برقی}} = i d\lambda$ ہوگی۔ یوں شکل 4.3 کو مساوات 4.10 ظاہر کرتی ہے۔ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی W_m کو مساوات 4.10 کا مکمل¹⁰ لے کر حاصل کرتے ہیں۔

$$(4.16) \quad \int \partial W_m(x, \lambda) = \int i(x, \lambda) d\lambda - \int F_m(x, \lambda) dx$$

اس مکمل کا حصول شکل 4.5 سے واضح ہو گا۔ ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی فراہم نہیں کی گئی ہے۔ یوں نظام میں برقی رو صفر ہوگی جس کی بنا مقناطیسی بہاؤ اور ارتباط بہاؤ بھی صفر ہوں گے لہذا مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی صفر ہوگی۔ کسی بھی مقناطیس کی قوت کشش اس کی مقناطیسی بہاؤ پر منحصر ہوتی ہے لہذا صفر مقناطیسی بہاؤ کی بنا اس نظام میں قوت کشش صفر ہو گا اور یوں اس میں حرکت بھی صفر ہو گا۔ اس طرح ابتدائی نقطے پر درج ذیل ہوں گے۔

$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ابتدائی نقطہ شکل 4.5 میں دکھایا گیا ہے۔ اب لچھے کو برقی توانائی فراہم کی جاتی ہے۔ لچھے میں برقی رو کی بنا قوت اور حرکت پیدا ہوگی۔ آخر کار نظام اختتامی نقطے پر پہنچے گا۔ اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پر $\lambda = \lambda_0$ اور $x = x_0$ ہیں اور مقناطیسی میدان میں توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ ہے۔ ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھایا جاتا ہے کہ λ اور x شکل 4.5 میں موٹی لکیر (اصل راستے) پر رہیں۔ آخری نقطہ پر مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ جاننے کے لئے اصل راستے پر مساوات 4.16 کا مکمل حاصل کرنا ہو گا جو ایک مشکل کام ہے۔ اس راہ پر مکمل کی بجائے ہم متبادل راستہ اختیار کرتے ہیں۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقناطیسی میدان ایک قدامت پسند میدان¹¹ ہے جس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے x_0 اور λ_0 کی مقدار پر منحصر ہوگی¹²۔ چونکہ

integral¹⁰
conservative field¹¹

¹² تجاویزی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے۔ اسی لئے اگر کیت m کو کسی بھی راستے h کی بندی تک لے جایا جائے تو اس کی خفی توانائی mgh ہوگی۔



شکل 4.5: مقناطیسی میدان میں توانائی۔

توانائی کا دارومدار راہ پر منحصر نہیں ہے لہذا توانائی کے حصول کے مکمل میں ہم من پسند راستہ اختیار کرتے ہیں۔ ہم مکمل لیتے ہوئے شکل 4.5 میں ابتدائی نقطہ سے پہلی راہ چل کر فاصلہ x_0 طے کر کے دوسری راہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ (x_0, λ_0) تک پہنچتے ہیں۔ یوں مساوات 4.16 کو دو مکملات کا مجموعہ لکھا جائے گا۔ ایک مکمل نقطہ $(0, 0)$ سے نقطہ $(x_0, 0)$ تک اور دوسرا یہاں سے نقطہ (x_0, λ_0) تک لیا جائے گا:

$$(4.17) \quad \int_{\text{اصلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x, \lambda)$$

اس مساوات کے دائیں ہاتھ مکملات کو باری باری دیکھتے ہیں۔ پہلی راہ مکمل کو مساوات 4.16 کی مدد سے لکھتے ہیں۔

$$(4.18) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, \lambda) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx$$

جیسا شکل 4.5 میں دکھایا گیا ہے، پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہے۔ مساوات 4.18 میں اس بات کو برقی رو $i(x, 0)$ اور قوت $F_m(x, 0)$ لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ ابتدائی اور اختتامی نقطوں پر λ صفر ہے لہذا $\int_0^0 i(x, 0) d\lambda = 0$ ہو گا۔ ایسے مکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے جس کا ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک دوسرے کے برابر ہوں۔

پہلی راہ پر $\lambda = 0$ ہونے کی بنا اس راہ پر مقناطیسی بہاؤ بھی صفر ہو گا لہذا اس راہ پر مقناطیسی اثر نہیں پایا جائے گا اور قوت F_m صفر ہو گا۔ ہم جانتے ہیں کہ صفر کا مکمل صفر ہوتا ہے لہذا $\int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$ ہو گا۔ یوں

پہلی راہ پر کا مکمل (مساوات 4.18) صفر ہو گا:

$$(4.19) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m(x, 0) = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$$

مساوات 4.17 میں دوسری راہ کا مکمل

$$(4.20) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m(x_0, \lambda) = \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx$$

ہو گا۔ دوسری راہ پر $x = x_0$ ہے لہذا مساوات 4.20 میں دائیں ہاتھ دوسرے مکمل کا ابتدائی نقطہ x_0 اور اختتامی نقطہ بھی x_0 ہو گا جس کی بنا قوت کا مکمل صفر ہو گا:

$$(4.21) \quad \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx = 0$$

آخر میں مساوات 4.20 کے دائیں ہاتھ، برقی رو کا مکمل حل کرنا باقی ہے۔ مساوات 4.15 استعمال کرتے ہوئے اسے حل کرتے ہیں۔

$$(4.22) \quad \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda = \frac{1}{L(x_0)} \int_0^{\lambda_0} \lambda d\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

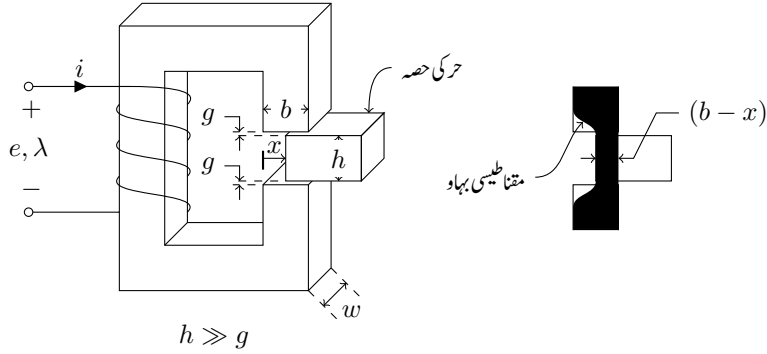
مساوات 4.20، مساوات 4.21 اور مساوات 4.22 کے نتائج استعمال کرتے ہوئے مساوات 4.17 میں دیے مکمل کا حل لکھتے ہیں:

$$W(x_0, \lambda_0) = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

اس مساوات میں اختتامی نقطہ کو عمومی نقطہ (x, λ) لیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا جو مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات ہے۔

$$(4.23) \quad W(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$$

مساوات 4.23 کی مدد سے مساوات 4.13 کے ذریعہ قوت $F_m(x, \lambda)$ اور مساوات 4.14 کے ذریعہ برقی رو $i(x, \lambda)$ کا حساب اب ممکن ہے۔



شکل 4.6: حرکت اور توانائی۔

مثال 4.2: شکل 4.6 میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکی اور ساکن حصوں کے بیچ خلائی درز g موجود ہے۔ اگر $N = 500$ ، $g = 1 \text{ mm}$ ، $b = 0.2 \text{ m}$ ، $w = 0.4 \text{ m}$ اور $i = 30 \text{ A}$ ہوں تب اس خلائی درز میں توانائی W_m کیا ہوگی؟

حل: چونکہ $h \gg g$ ہے لہذا ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ بالائی بازو سے نچلے بازو تک پہنچنے کے لئے حرکی حصہ سے گزرے گا (شکل 4.6)۔ یوں ساکن حصہ میں مقناطیسی بہاو خلائی درز کے قریب مڑ کر حرکی حصے میں سے گزرے گا۔ توانائی کے کلیہ $W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$ میں $\lambda = L(x)i$ پر کرنے سے $W_m(x, i) = \frac{1}{2} L(x) i^2$ لکھا جاسکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g}$ اور $A_g = w(b-x)$ ہیں۔ یوں

$$(4.24) \quad W_m(x, i) = \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu_0 w(b-x)}{2g} i^2$$

ہو گا جس میں دی گئی معلومات پر کرنے سے درج ذیل توانائی حاصل ہوگی (جس کی اکائی جاول ہے)۔

$$\begin{aligned} W_m(x, i) &= \frac{1}{2} \times \frac{500^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.4(0.2-x)}{2 \times 0.001} \times 30^2 \\ &= 28278(0.2-x) \end{aligned}$$

□

مثال 4.3: شکل 4.6 میں توانائی کے طریقہ سے قوت F_m دریافت کریں۔

حل: مساوات 4.13 کہتی ہے کہ $F_m = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$ ہو گا جہاں توانائی کے متغیرات x اور λ ہیں۔

مثال 4.2 میں مساوات 4.24 حاصل کی جو توانائی کا کلیہ ہے۔ ایسا کرتے ہوئے λ کی جگہ $L(x)i$ پر کیا گیا جس کی بنا مساوات 4.24 میں W_m کے متغیرات x اور λ کی بجائے x اور i ہیں۔ قوت کے حصول کے لئے مساوات 4.24 استعمال نہیں کیا جاسکتا ہے۔ ہمیں توانائی کے درست متغیرات درکار ہوں گے تاکہ توانائی $W_m(x, \lambda)$ ہو (آپ مساوات 4.24 کا تفرق لے کر تسلی کر لیں کہ اس سے درست قوت حاصل نہیں ہوتا ہے)۔ درست طریقہ درج ذیل ہے۔

$$(4.25) \quad W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2 \left(\frac{N^2 \mu_0 A g}{2g} \right)} = \frac{g \lambda^2}{N^2 \mu_0 w (b - x)}$$

مساوات 4.25 اور مساوات 4.13 مل کر درج ذیل دیتی ہیں۔

$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \\ &= - \frac{g \lambda^2}{N^2 \mu_0 w (b - x)^2} \end{aligned}$$

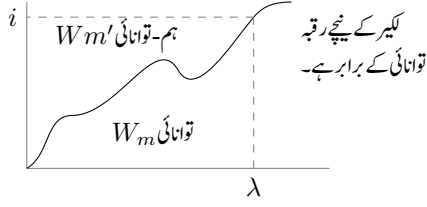
تفرق لینے کے بعد λ کی جگہ Li پر کیا جاسکتا ہے۔ یوں قوت

$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{gL^2 i^2}{N^2 \mu_0 w (b - x)^2} \\ &= - \frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} \\ &= -28278 \end{aligned}$$

نیوٹن حاصل ہوتی ہے۔ قوت کی علامت منفی ہے جس کے تحت قوت گھٹتے x رخ ہو گی۔ یوں حرکی حصہ بائیں رخ کھینچا جائے گا۔ □

4.3 توانائی اور ہم-توانائی

شکل 4.7 میں λ اور i کے مابین ترسیم دکھایا گیا ہے۔ اس لکیر کے نیچے رقبہ ہم-توانائی W_m تصور کریں۔ اس ترسیم پر کوئی ایک نقطہ (λ, i) لے کر ایک لکیر نیچے اور دوسری بائیں کھینچ کر ایک مستطیل مکمل کیا گیا ہے جس کا



شکل 4.7: ہم-توانائی کی تعریف۔

رقبہ λi ہے۔ مستطیل کے رقبہ سے توانائی W_m منفی کرنے سے حاصل رقبہ ہم-توانائی W_m' ¹³ کہلاتا ہے۔

(4.26)

$$W_m' = \lambda i - W_m$$

ہم-توانائی کے جزوی فرق

$$\begin{aligned} \partial W_m' &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m \end{aligned}$$

میں مساوات 4.10 کا استعمال

$$\partial W_m' = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

یعنی

(4.27)

$$\partial W_m' = \lambda \partial i + F_m \partial x$$

دیگا۔

یہاں بھی مساوات 4.11 تا مساوات 4.14 کی طرح کسی بھی تفاعل $z(x, y)$ کا جزوی فرق

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

ہو گا لہذا ہم-توانائی $W_m'(x, i)$ کا جزوی فرق درج ذیل ہو گا۔

(4.28)

$$\partial W_m'(x, i) = \frac{\partial W_m'}{\partial x} dx + \frac{\partial W_m'}{\partial i} di$$

مساوات 4.28 کا مساوات 4.27 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.29) \quad \lambda = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial i} \right|_{x_0}$$

اور

$$(4.30) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{i_0}$$

مساوات 4.30 قوت دریافت کرنے کا دوسرا کلیہ دیتی ہے۔ مساوات 4.30 میں ہم توانائی جبکہ مساوات 4.13 میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔

توانائی کے طریقہ کی طرح مساوات 4.29 سے درج ذیل مکمل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.31) \quad W'_m(i_0, x_0) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x_0) di$$

جن نظام میں λ اور i کا تعلق تغیر راست ہو، جس کو مساوات 2.29 بیان کرتی ہو، ان کے لئے درج بالا مکمل کا حل درج ذیل ہو گا جہاں i_0, x_0 کی بجائے عمومی متغیرات i اور x لکھے گئے ہیں۔

$$(4.32) \quad W'_m(i, x) = \int_0^i L(x)i di = \frac{L(x)i^2}{2}$$

بعض مسائل میں توانائی اور بعض میں ہم توانائی کا استعمال زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.8 میں ایک پیچدار لچھا دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی l ، رداس r اور چکر N ہیں۔ پیچدار لچھے کے مقناطیسی بہاؤ کا بیشتر حصہ محوری رخ لچھے کے اندر رہتا ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاؤ کو نظر انداز کرتے ہوئے لچھے کے اندر محوری لمبائی رخ میدان شدت $H \approx \frac{NI}{l}$ ہو گی۔

موصول دھات کو امالی برقی توانائی سے پگھلانے کے لئے پیچدار لچھا استعمال کیا جاتا ہے۔ میں 100 تا 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی امالی برقی بھٹیائے¹⁴ بناتا رہا جو بالترتیب 500 تا 1200 ہرٹز پر کام کرتی اور 100 سے 3000 کلو گرام لوہا پگھلاتی ہیں۔

¹⁴high frequency, induction furnaces



شکل 4.8: پیچدار لچھا۔

امالی بھٹی کے پیچدار لچھے کے اندر غیر موصل پیالے میں دھات کے ٹکڑے ڈال کر لچھے میں بدلتا رو گزاری جاتی ہے جو دھات میں بھنور نما امالی برقی رو پیدا کرتی ہے۔ بھنور نما رو دھات کو گرم کر کے پگھلاتی ہے۔ امالی برقی بھٹی میں لوہے کو 1650 ڈگری سلسیئہ¹⁵ تک گرم کیا جاتا ہے۔

پیچدار لچھے میں برقی رو I_0 کی بنا لچھے پر رداسی رخ میکانی دباؤ یعنی قوت فی مربع رقبہ پیدا ہو گا۔ میری 3000 کلو گرام لوہا پگھلانے کی بھٹی کے پیچدار لچھے کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000 \text{ A}, \quad l = 0.94 \text{ m}, \quad r = 0.49 \text{ m}$$

اس پر رداسی رخ میکانی دباؤ (نیوٹن فی مربع میٹر) حاصل کریں۔

حل: ہم-توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

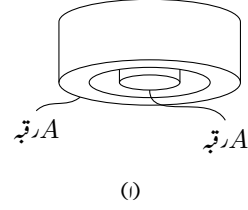
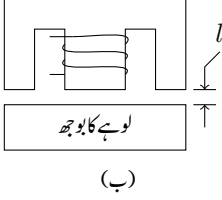
$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

$$W'_m(r, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l}$$

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l}$$

اس قوت کی علامت مثبت ہے لہذا یہ رداسی رخ باہر جانب ہو گا۔ لچھے کو نکلی تصور کریں جس کی گول سطح کا رقبہ $A = 2\pi r l$ ہو گا۔ یوں میکانی دباؤ درج ذیل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}$$



شکل 4.9: برقی مقناطیس۔

دی گئی معلومات پر کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\frac{F}{A} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times 10\,000^2}{2 \times 0.94^2} = 8605 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

□

مثال 4.5: 2700 کلوواٹ امالی بھٹی یومیہ 70 ٹن¹⁶ لوہا پگھلاتی¹⁷ ہے۔ اتنے وزن کی منتقلی کے لئے برقی مقناطیس استعمال کیا جاتا ہے۔ شکل 4.9 میں ایک ایسا برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل درج ذیل ہے۔

$$N = 300, \quad A = 0.8 \text{ m}^2, \quad I = 30 \text{ A}$$

برقی مقناطیس اور لوہے کے بیچ اوسط فاصلہ 2.5 سنٹی میٹر لیں۔ یہ برقی مقناطیس کتنی کیت کا لوہا اٹھا سکتا ہے؟

حل:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2l}$$

$$W'_m(l, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l}$$

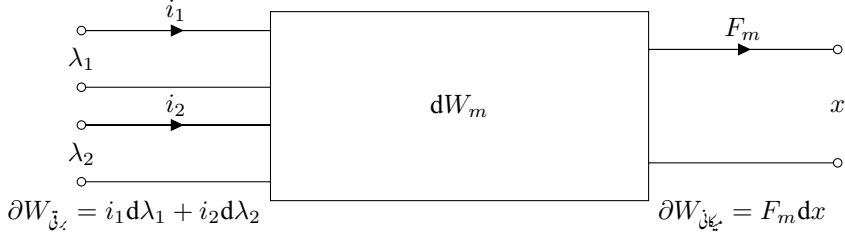
$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial l} = -\frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l^2} = -\frac{4\pi 10^{-7} \times 300^2 \times 0.8 \times 30^2}{4 \times 0.0254^2} = -31\,558 \text{ N}$$

قوت کی علامت منفی ہے۔ یوں یہ مقناطیس اور لوہے کے بیچ فاصلہ کم کرنے کی کوشش کرتی ہے۔ یہ مقناطیس

□ $\frac{31558}{9.8} = 3220 \text{ kg}$ کیت اٹھا سکتا ہے۔

¹⁶ ہزار کلوگرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔

¹⁷ یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔



شکل 4.10: دو لچھوں کا نظام۔

مثال 4.6: مثال 4.3 کو ہم توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: مساوات 4.32 سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2\mu_0 w(b-x)i^2}{4g}$$

لکھ کر مساوات 4.30 سے درج ذیل قوت حاصل ہوتی ہے۔

$$F_m = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = -\frac{N^2\mu_0 w i^2}{4g} = -28\,278 \text{ N}$$

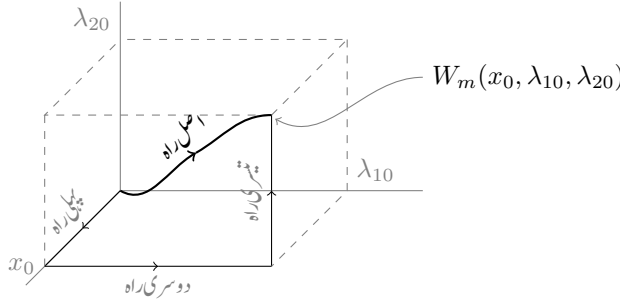
□

4.4 متعدد لچھوں کا مقناطیسی نظام

اب تک ایک لچھے کے نظام پر غور کیا گیا۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام پر غور کیا جائے گا۔ متعدد لچھوں کا نظام بھی ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل 4.10 میں ایک لچھے کا برقی رو i_1 اور دوسرے لچھے کا برقی رو i_2 ہے۔ اس نظام کے لئے درج ذیل لکھنا ممکن ہے جہاں W_m ذخیرہ توانائی کو ظاہر کرتی ہے۔

$$(4.33) \quad \partial W_{\lambda_1} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$(4.34) \quad \partial W_{\lambda_2} = \partial W_{\lambda_1} + \partial W_m$$



شکل 4.11: دو لچھوں کے نظام میں مقناطیسی میدان میں توانائی۔

پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے درج ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے جس میں $\partial W_m = F_m dx$ لکھا گیا ہے۔

$$(4.35) \quad i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 = F_m dx + \partial W_m$$

اس کی ترتیب نو درج ذیل دیگی۔

$$(4.36) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - F_m dx$$

اب بالکل مساوات 4.12 کی طرح درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.37) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx$$

مساوات 4.36 اور 4.37 کے موازنہ سے درج ذیل تعلقات اخذ ہوتے ہیں۔

$$(4.38) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, x}$$

$$(4.39) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, x}$$

$$(4.40) \quad F_m = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

ان مساوات کا استعمال تب ممکن ہو گا جب ہمیں توانائی W_m معلوم ہو لہذا ہم پہلے توانائی دریافت کرتے ہیں۔

شکل 4.10 میں لچھوں کو یوں طاقت دی جاتی ہے کہ λ_1 اور λ_2 صفر سے بالترتیب λ_{10} اور λ_{20} تک پہنچتے ہیں اور ساتھ ہی x صفر سے تبدیل ہو کر x_0 ہوتا ہے۔ اس عمل کو شکل 4.11 میں موٹی لکیر سے بطور "اصلی راہ" اور

دکھایا گیا ہے۔ مساوات 4.17 کی طرح ذخیرہ توانائی کے تکمل کے لئے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(4.41) \quad \int_{\text{اصلی راہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m + \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m$$

ہم دائیں ہاتھ کے کمالات کو باری باری حل کرتے ہیں۔

پہلی راہ پر λ_1 اور λ_2 صفر رہتے ہیں جبکہ x کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت x_0 ہے۔ یوں پہلی راہ پر تکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.42) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m dx$$

کسی بھی تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک دوسرے جیسا ہونے کی صورت میں تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ، پہلے دو کمالات صفر ہوں گے:

$$(4.43) \quad \int_0^0 i_1 d\lambda_1 = \int_0^0 i_2 d\lambda_2 = 0$$

پہلی راہ پر λ_1 اور λ_2 صفر ہیں، یعنی، دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہذا مقناطیسی بہاؤ اور قوت F_m صفر ہوں گے۔ یوں مساوات 4.42 میں قوت کا تکمل صفر ہو گا۔

$$(4.44) \quad \int_0^{x_0} F_m dx = \int_0^{x_0} 0 dx = 0 \quad (\text{صفر کا تکمل صفر ہو گا})$$

مساوات 4.43 اور مساوات 4.44 کے نتائج کے تحت پہلی راہ پر تکمل صفر ہو گا۔

$$(4.45) \quad \int_{\text{پہلی راہ}} \partial W_m = 0$$

دوسری راہ پر λ_1 کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت λ_{10} ہے، λ_2 صفر رہتا ہے جبکہ x کی قیمت x_0 رہتی ہے۔ یوں دوسری راہ پر تکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.46) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں تکمل صفر ہو گا:

$$\int_0^0 i_2 d\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

یوں مساوات 4.46 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(4.47) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1$$

یہاں مساوات 2.33، 2.36 اور 2.38 کی ضرورت پیش آئے گی جنہیں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(4.48) \quad \lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$(4.49) \quad \lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

$$(4.50) \quad L_{12} = L_{21}$$

مساوات 4.48 اور مساوات 4.49 کو i_1 اور i_2 کے لئے حل کے

$$(4.51) \quad i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}$$

$$(4.52) \quad i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D}$$

حاصل ہو گا جہاں D درج ذیل ہے۔

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$$

مساوات 4.47 کو مساوات 4.51 کے برابر ٹھہرا کر، دوسری راہ پر λ_2 صفر لے کر درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$\int_0^{\lambda_{10}} \left(\frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \right) d\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D} \int_0^{\lambda_{10}} \lambda_1 d\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

یوں دوسری راہ پر تکمل کی قیمت درج ذیل ہو گی۔

$$(4.53) \quad \int_{\text{دوسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

تیسری راہ پر λ_1 کی قیمت λ_{10} اور x کی قیمت x_0 پر برقرار رہتی ہے جبکہ λ_2 کی ابتدائی قیمت 0 اور اختتامی قیمت λ_{20} ہے۔ یوں تیسری راہ پر تکمل درج ذیل ہو گا۔

$$(4.54) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

تکمل کا ابتدائی اور اختتامی نقطہ ایک جیسا ہونے کی صورت میں تکمل کی قیمت صفر ہوتی ہے لہذا درج بالا میں دائیں ہاتھ پہلا اور تیسرا تکمل صفر ہو گا:

$$(4.55) \quad \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

مساوات 4.52 کی استعمال سے مساوات 4.54 کا باقی حصہ حل کرتے ہیں۔

$$(4.56) \quad \begin{aligned} \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{20}} \left(\frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_{10}}{D} \right) d\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}}{D} \int_0^{\lambda_{20}} \lambda_2 d\lambda_2 - \frac{L_{21}\lambda_{10}}{D} \int_0^{\lambda_{20}} d\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D} \end{aligned}$$

مساوات 4.55 اور مساوات 4.56 کی نتائج سے تیسری راہ کا تکمل درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.57) \quad \int_{\text{تیسری راہ}} \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

مساوات 4.45، 4.53 اور 4.57 کو جمع کر کے مساوات 4.41 کا درج ذیل حل حاصل ہو گا جہاں λ_{10} ، λ_{20} ، x_0 کی جگہ عمومی متغیرات x ، λ_2 ، λ_1 لکھے گئے ہیں۔

$$(4.58) \quad W_m(x, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$

دو لچھوں کے نظام میں ہم۔ توانائی کی تعریف

$$W'_m = i_1\lambda_1 + i_2\lambda_2 - W_m$$

ہو گی۔ یوں درج ذیل ہو گا۔

$$\partial W'_m = i_1 \partial \lambda_1 + \lambda_1 \partial i_1 + i_2 \partial \lambda_2 + \lambda_2 \partial i_2 - \partial W_m$$

مساوات 4.36 استعمال کرتے ہوئے ہم۔ توانائی کے جزوی فرق کی مساوات حاصل ہو گی:

$$(4.59) \quad \partial W'_m(x, i_1, i_2) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + F_m dx$$

جبکہ λ_1 ، λ_2 اور F_m کی مساواتیں درج ذیل ہوں گی۔

$$(4.60) \quad \lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_1} \right|_{x, i_2}$$

$$(4.61) \quad \lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_2} \right|_{x, i_1}$$

$$(4.62) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2}$$

مساوات 4.58 کی مقابل ہم-توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$(4.63) \quad W'_m(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2} L_{11}(x) i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}(x) i_2^2 + L_{12}(x) i_1 i_2$$

ہم-توانائی سے قوت حاصل کرتے ہیں:

$$(4.64) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2} = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}(x)}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}(x)}{dx} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}(x)}{dx}$$

مثال 4.7: شکل 4.10 میں میکانیکی کام کو $T_m d\theta = \partial W_{\text{میکانی}}$ لکھ کر توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل: توانائی کی مساوات

$$\partial W_{\text{میکانی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

میں

$$\partial W_{\text{میکانی}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

اور $T_m d\theta = \partial W_{\text{میکانی}}$ پر کر کے ترتیب نو سے درج ذیل حاصل ہو گا۔

$$(4.65) \quad \partial W_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_m d\theta$$

W_m کے جزوی فرق

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} d\theta$$

کا مساوات 4.65 کے ساتھ موازنہ کرنے سے درج ذیل اخذ کیے جاسکتے ہیں۔

$$(4.66) \quad i_1 = \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \Big|_{\lambda_2, \theta}$$

$$(4.67) \quad i_2 = \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \Big|_{\lambda_1, \theta}$$

$$(4.68) \quad T_m = - \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

مساوات 4.65 عین مساوات 4.36 کی مانند ہے۔ مساوات 4.65 حل کرنے کا ایک ایک قدم مساوات 4.36 حل کرنے کی طرح ہے، بس فاصلہ x کی جگہ زاویہ θ آئے گا۔ یوں جواب میں میدان توانائی کے متغیرات $\lambda_1, \lambda_2, \theta$ ہوں گے:

$$(4.69) \quad W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{L_{22}\lambda_1^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_2^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_1\lambda_2}{D}$$

اسی طرح ہم توانائی کے لئے درج ذیل ہوں گے۔

$$(4.70) \quad \partial W'_m(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_m d\theta$$

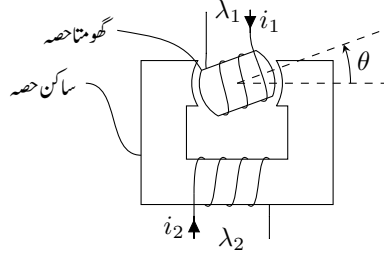
$$(4.71) \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \Big|_{i_2, \theta} \\ \lambda_2 &= \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \Big|_{i_1, \theta} \\ T_m &= \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i_1, i_2} \end{aligned}$$

ہم توانائی کی مساوات درج ذیل ہو گی۔

$$(4.72) \quad W'_m(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + L_{12}i_1i_2$$

□

مثال 4.8: شکل 4.12 میں دو لچھوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کی سوئیوں کے مخالف رخ گھومتے ہوئے زاویہ θ ناپا جاتا ہے۔ لچھوں کی خود امالہ



شکل 4.12: دو لچھوں کے نظام میں قوت مروڑ۔

اور مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$L_{11} = 20 + 30 \cos 2\theta$$

$$L_{22} = (20 + 30 \cos 2\theta) \times 10^{-3}$$

$$L_{12} = 0.15 \cos \theta$$

برقی رو $i_1 = 0.02 \text{ A}$, $i_2 = 5 \text{ A}$ پر قوت مروڑ T_m معلوم کریں۔

حل: مساوات 4.72 ہم توانائی دیتی ہے۔

$$W'_m = \frac{1}{2}(20 + 30 \cos 2\theta)i_1^2 + \frac{1}{2}(20 + 30 \cos 2\theta)(10^{-3})i_2^2 + (0.15 \cos \theta)i_1 i_2$$

مساوات 4.71 کا آخری جزو قوت مروڑ دیتی ہے۔

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} = -30i_1^2 \sin 2\theta - 30 \times 10^{-3}i_2^2 \sin 2\theta - 0.15i_1 i_2 \sin \theta \\ &= -0.012 \sin 2\theta - 0.75 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \\ &= -0.762 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \end{aligned}$$

قوت مروڑ کی علامت منفی ہے لہذا یہ زاویہ میں تبدیلی کی مخالفت کرے گا۔ یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں (مثبت θ) تو یہ نظام زاویہ کم کرنے کے رخ قوت مروڑ (منفی T_m) پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم (منفی θ) کرنے کی کوشش کریں تو یہ نظام زاویہ بڑھانے کے رخ قوت مروڑ (مثبت T_m) پیدا کرے گا۔ سادہ زبان میں گھومتا حصہ افقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔

□

- earth, 95
- eddy current loss, 62
- eddy currents, 61, 130
- electric field
 - intensity, 10
- electrical rating, 59
- electromagnet, 135
- electromotive force, 61, 141
- electronics
 - power, 211
- emf, 141
- enamel, 62
- energy, 44
 - co, 115
- Euler, 20
- excitation current, 52, 60, 61
- excitation voltage, 61
- excite, 61
- excited coil, 61

- Faraday's law, 38, 129
- field coil, 135, 255
- flux, 30
- Fourier series, 63, 145
- frequency, 134
- fundamental, 146
- fundamental component, 64

- generator
 - ac, 163
- ground current, 95
- ground wire, 95

- ampere-turn, 33
- armature coil, 135, 255

- capacitor, 199
- carbon bush, 181
- cartesian system, 4
- charge, 10, 140
- circuit breaker, 183
- coercivity, 46
- coil
 - high voltage, 56
 - low voltage, 56
 - primary, 55
 - secondary, 55
- commutator, 168, 245
- conductivity, 25
- conservative field, 111
- core, 55, 130
- core loss, 62
- core loss component, 64
- Coulomb's law, 10
- cross product, 13
- cross section, 9
- current
 - transformation, 66
- cylindrical coordinates, 5

- delta connected, 94
- differentiation, 18
- dot product, 15

- E,I, 62

Ohm's law, 26
 open circuit test, 87
 orthonormal, 3

 parallel connected, 258
 permeability, 26
 relative, 26
 phase current, 95
 phase difference, 22
 phase voltage, 95
 phasor, 21
 pole
 non-salient, 143
 salient, 143
 power, 44
 power factor, 22
 lagging, 22
 leading, 22
 power factor angle, 22
 power-angle law, 192
 primary
 side, 55

 rating, 97, 98
 rectifier, 168
 relative permeability, 26
 relay, 103
 reluctance, 25
 residual magnetic flux, 46
 resistance, 25
 rms, 19, 50, 168
 rotor, 37
 rotor coil, 106
 rpm, 159

 saturation, 47
 scalar, 1
 self excited, 255
 self flux linkage, 43
 self inductance, 43
 separately excited, 255
 side

harmonic, 146
 harmonic components, 64
 Henry, 40
 hunting, 182
 hysteresis loop, 47

 impedance transformation, 71
 induced voltage, 38, 50, 61
 inductance, 40
 leakage, 187
 induction
 motor, 211

 Joule, 44

 lagging, 22
 laminations, 31, 62, 130
 leading, 22
 leakage inductance, 79
 leakage reactance, 79
 line current, 95
 line voltage, 95
 linear circuit, 230
 load, 99
 Lorentz law, 140
 Lorenz equation, 104

 magnetic constant, 26
 magnetic core, 31
 magnetic field
 intensity, 11, 33
 magnetic flux
 density, 33
 leakage, 79
 magnetizing current, 64
 mmf, 30
 model, 81, 211
 mutual flux linkage, 43
 mutual inductance, 43

 name plate, 98
 non-salient poles, 181

transformer
 air core, 59
 communication, 59
 ideal, 65
 oil, 77
 transient state, 179

unit vector, 2

VA, 76

vector, 2

volt, 140

volt-ampere, 76

voltage, 140

 DC, 168

 transformation, 65

Watt, 44

Weber, 33

winding

 distributed, 143

winding factor, 151

 secondary, 55

single phase, 23, 59

slip, 213

slip rings, 180, 233

squirrel cage, 236

star connected, 94

stator, 37

stator coil, 106, 131

steady state, 179

step down transformer, 58

step up transformer, 58

surface density, 11

synchronous, 134

synchronous inductance, 188

synchronous speed, 159, 180

Tesla, 33

theorem

 maximum power transfer, 233

Thevenin theorem, 230

three phase, 59, 93

time period, 101, 145

torque, 169, 213

 pull out, 182

بھنور نما برقی رو، 130
بے بوجھ، 60

پتری، 130، 31
پتریاں، 62
پیش زاویہ، 22

تاخیری، 80
تاخیری زاویہ، 22
تار کا برقی دباؤ، 95
تار کا برقی رو، 95
تانا، 28
تبادلہ

رکاوٹ، 71
تنجی، 98
تعدد، 134
تعقب، 182
تفرق، 18
جزوی، 18
تکونی جوڑ، 94
توانائی، 44

ہمہ، 115
تین دوری، 93، 59

ٹرانسفارمر
برقی دباؤ والا، 59
بوجھ بردار، 68
تیل، 77
خلائی قالب، 59
دباؤ بڑھاتا، 58
دباؤ گھٹاتا، 58
ذرائع ابلاغ، 59
رووالا، 59
کامل، 65

ٹسلا، 33
ٹھنڈی تار، 95

ثانوی جانب، 55

چاول، 44
جزو

پھیلاؤ، 151

ابتدائی

جانب، 55
لچھا، 55

ارتباط بہاؤ، 39
اضافی

زاویائی رفتار، 216
اکائی سمتیہ، 2
امالہ، 40

رستا، 187
امالی

برقی دباؤ، 50
امالی برقی دباؤ، 61، 38
ایک، تین پتریاں، 62
ایمپیسر چکر، 33

بار، 140
برقرار چالو، 179، 101
برقی گھیر، 199
برقیات

قوی، 211

برقی بار، 140، 10

برقی دباؤ، 140، 28

تبادلہ، 65، 56
محرک، 141

پہچانی، 189

یک سمت، 168
برقی رو، 28

بھنور نما، 130

تبادلہ، 66

پہچان انگیز، 52

برقی سکت، 59

برقی میدان، 10

شدت، 28، 10

بش، 181

بناوٹ، 87

بنیادی جزو، 146، 64

بوجھ، 99

بھتی، 117

بھنور نما

برقی رو، 61

ضیاع، 62

- جزو طاقت، 22
پیش، 22
تاخیری، 22
جزیر
بدلتارو، 163
جوڑ
تکونی، 94
ستارہ نما، 94
چکر فی منٹ، 130
چوٹی، 215
حال
عارضی، 179
یکساں، 179
خطی
برقی دور، 230
خودارتباط بہاد، 43
خودامالہ، 43
داخلی ہیجان
سلسلہ وار، 258
متوازی، 258
مرکب، 258
دور جزا مرکب، 258
دور شکن، 183
دوری سمتیہ، 190، 21
دوری عرصہ، 145، 101
رستا
امالہ، 79
متعاملہ، 79
رستا متعاملیت، 221
رفقار
اضافی زاویائی، 216
روغن، 62
روک، 232
ریاضی نمونہ، 211، 81
رسلے، 103
زاویائی فرق، 22
زاویہ جزو طاقت، 22
زمین، 95
زمینی برقی رو، 95
زمینی تار، 95
ساکن حصہ، 37
ساکن لچھا، 106، 131
ستارہ نما جوڑ، 94
سرکاو، 213
سرک چھلے، 180، 233
سطحی عمل، 185
سطحی کثافت، 11
سکت، 97، 98
سلسلہ وار، 149
سمت کار، 245
برقیاتی، 168
میکانی، 168
سمتیہ، 2
عمودی اکائی، 3
سمتی رفتار، 104
سیرابیت، 47
ضرب
نقطہ، 15
ضرب صلیبی، 13
طاقت، 44
طاقت بالمتقابل زاویہ، 192
طول موج، 18
عمودی تراش، 9
رقبہ، 9
غیر سمتی، 1
غیر معاصر، 182
فوریز، 254
فوریز سلسل، 63، 145
فیراڈے
قانون، 38، 129
قالب، 130

- قالبی ضیاع، 62
جزو، 64
قانون
اوہم، 26
کولمب، 10
لورینز، 140
قدامت پسند میدان، 111
قریب بڑا مرکب، 258
قطب
ایہرے، 181، 143
ہموار، 181، 143
قوت مروڑ، 169، 213
انتہائی، 182
قوی برقیات، 245
قوی لچھے، 255
کاربن بش، 181
کارگزاری، 204
کشافت
برقی رو، 28
کشافت مقناطیسی بہاؤ
بقایا، 46
کسر دور، 39
گرم ہمار، 95
گھومتا حصہ، 37
گھومتا لچھا، 106
لچھا
ابتدائی، 55
پھیلے، 143
پتھچدار، 41
ثانوی، 55
رخ، 137
زیادہ برقی دباؤ، 56
ساکن، 106
قوی، 135
کم برقی دباؤ، 56
گھومتا، 106
میدانی، 135
محدود
کار تیشی، 4
تکلی، 5
محرک برقی دباؤ، 61
مجوری
لمبائی، 165
مخلوط عدد، 196
مرکب جزئیہ، 258
مزاحمت، 25
مزاحمت پتیا، 241
مساوات لورینز، 104
مسئلہ
تھونن، 230
زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی، 233
مشیر کہ ارتباط امالہ، 43
مشیر کہ امالہ، 43
معاصر، 134
مشین، 180
معاصر امالہ، 188
معاصر رفتار، 159، 180
معائنہ
کھلا دور، 87
مقناطیس
برقی، 135
چال کا دائرہ، 47
خاتم شدت، 46
مقناطیسی برقی رو، 64
مقناطیسی بہاؤ، 30
رستا، 79
کشافت، 33
مقناطیسی چال، 52
مقناطیسی دباؤ، 30
رخ، 145
مقناطیسی قالب، 31، 55
مقناطیسی مستقل، 26، 170
جزو، 26، 31
مقناطیسی میدان
شدت، 11، 33
موٹر
امالی، 211

ہیجان انگیز
برقی دباؤ، 61
برقی رو، 61
ہیجان انگیز برقی رو، 60
ہیجانی برقی دباؤ، 189
یک دوری، 23، 59
یک دوری برقی دباؤ، 95
یک دوری برقی رو، 95
یک سمت رو
مشین، 245
یو لرمساوات، 20

پنجرہ نما، 236
موثر، 19، 50
موثر قیمت، 168
موسیقیائی جزو، 64، 146
موصلیت، 25
میدانی لچھے، 255
واٹ، 44
وولٹ، 140
وولٹ-ایمپیر، 76
ویبر، 33
ویبر-پھر، 39
ہچکچاہٹ، 25، 30
ہیجان، 61
بیرونی، 255
خود، 255
لچھا، 61