برقی آلات

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

دیباچہ vii

1 بنیادی حقائق 1
1.1 بنیادی اکائیاں . . . 1
1.2 مقداری . . . 1
1.3 سمتیہ . . . 1
1.4 محدد، خط مرتب . . . 2
1.4.1 کارتیسی محدد کا نظام . . . 2
1.4.2 نلکی محدد کا نظام . . . 4
1.5 سمتیہ رقبہ . . . 6
1.6 رقبہ عمودی تراش . . . 7
1.7 برقی میدان اور مقناطیسی میدان . . . 8
1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت . . . 8
1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت . . . 9
1.8 سطحی اور حجمی کثافت . . . 9
1.8.1 سطحی کثافت . . . 9
1.9 حجمی کثافت . . . 10
1.10 ضربِ صلیبی اور ضربِ نقطہ . . . 11
1.10.1 ضرب صلیبی . . . 11
1.10.2 ضربِ نقطہ . . . 13
1.11 تفرق اور جُزوی تفرق . . . 15
1.12 خطی تکمل . . . 15
1.13 سطحی تکمل . . . 16
1.14 دوری سمتیہ . . . 17

2 مقناطیسی ادوار 21
2.1 مزاحمت اور بچکچاہٹ . . . 21
2.2 کثافتِ برقی رو اور برقی میدان کی شدت . . . 22
2.3 برقی ادوار . . . 23
2.4 مقناطیسی دور حصہ اول . . . 24

2.5 کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی میدان کی شدت 26
2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم 28
2.7 خود امالہ ، مشترکہ امالہ اور توانائی 31
2.8 مقناطیسی مادہ کے خصوصیات 36
2.9 ہیجان شدہ لچھا 40

3 ٹرانسفارمر 45
3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت 46
3.2 3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام 48
3.3 امالی برقی دباؤ 49
3.4 ہیجان انگیز برقی رو اور مرکزی ضیاع 50
3.5 تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خصوصیات 53
3.6 ثانوی جانب بار کا ابتدائی جانب اثر 56
3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب 57
3.8 مقاومت کا تبادلہ 57
3.9 ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر 62
3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور اس کے مساوی دور 63
3.10.1 لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا 63
3.10.2 رِستا امالہ 64
3.10.3 ثانوی برقی رو اور مرکز کے اثرات 65
3.10.4 ثانوی لچھے کی امالی برقی دباؤ 66
3.10.5 ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات 67
3.10.6 مقاومت کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ 67
3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور 69
3.11 کھلے دور معائنہ اور کسرِ دور معائنہ 71
3.11.1 کھلے دور معائنہ 71
3.11.2 کسرِ دور معائنہ 73
3.12 تین دور کے ٹرانسفارمر 76
3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزرنا 83

4 برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ 85
4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور مروڑ 85
4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام 90
4.3 توانائی اور کو-توانائی 94
4.4 زیادہ لچھوں کا مقناطیسی نظام 99

5 گھومتے مشین کے بنیادی اصول 107
5.1 قانونِ فیراڈے 107
5.2 معاصر مشین 108
5.3 محرک برقی دباؤ 116
5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ 118
5.4.1 بدلتی رو والے مشین 120

5.5 مقناطیسی دباؤ کی گھومتی موجیں 127
5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین 127
5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ 128
5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا ترسیمی تجزیہ 133
5.6 محرک برقی دباؤ 136
5.6.1 بدلتی رو برقی جنریٹر 136
5.6.2 یک سمتی رو برقی جنریٹر 141
5.7 ہموار قطب مشینوں میں مروڑ 141
5.7.1 توانائی کے طریقے سے میکانی مروڑ کا حساب 142
5.7.2 مقناطیسی بہاؤ سے میکانی مروڑ کا حساب 143

6 یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین 149
6.1 متعدد دور معاصر مشین 150
6.2 معاصر مشین کے امالہ 152
6.2.1 خود امالہ 152
6.2.2 مشترکہ امالہ 153
6.2.3 معاصر امالہ 154
6.3 معاصر مشین کا مساوی دور 156
6.4 برقی طاقت کی منتقلی 157
6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات 161
6.5.1 معصر جنریٹر: برقی بار بالمقابل I_m کے خطوط 161
6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالمقابل I_m کے خط 161
6.6 کھلے دور اور کسرِ دور معائنہ 162
6.6.1 کُھلے دور معائنہ 163
6.6.2 کسرِ دور معائنہ 163

7 امالی مشین 171
7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج 172
7.2 مشین کی سرکنے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ 172
7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ 174
7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ 175
7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج 177
7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے 178
7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور 179
7.8 مساوی برقی دور پر غور 182
7.9 امالی موٹر کا مساوی تھونن دور 184
7.10 پنجرا نما امالی موٹر 188
7.11 بے بار موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ 189
7.11.1 بے بار موٹر کا معائنہ 189
7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ 190

8 یک سمتی رو مشین 195
8.1 یک سمتی جنریٹر کی برقی دباؤ . . . 195
8.2 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی . . . 197
8.2.1 میکانی سمت کار کا تفصیلی جائزہ . . . 198
8.3 مروڑ . . . 199
8.4 خارجی ہیجان شدہ اور داخلی ہیجان شدہ یک سمتی جنریٹر . . . 200
8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط . . . 202
8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمقابل برقی بار . . . 202
8.5.2 رفتار بالمقابل مروڑ . . . 203

دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ حاصل کر سکتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ حاصل کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظامِ اکائی استعمال کی گئ ہے۔اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔اردو زبان میں الیکٹریکل انجنیئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی ڈلی ہیں البتہ اسے درست بنانے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامسیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی
28 اکتوبر 2011

الباب 1

بنیادی حقائق

اس کتاب میں جگہ جگہ مختلف حقائق آئیں گے جنہیں اس باب میں اکٹھے کرنے کی کوشش کی گئی ہے۔یہ توقع کی جاتی ہے کہ یوں کتاب پڑھتے وقت اصل مضمون پر توجہ رکھنا زیادہ آسان ہوگا۔

1.1 بنیادی اکائیاں

اس کتاب میں **بین الاقوامی نظامِ اکائی**[1] استعمال کیا جائے گا۔ اس نظام میں کمیت[2] کی اکائی **کلوگرام** ، لمبائی کی اکائی **میٹر** اور وقت کی اکائی **سیکنڈ** ہے۔

1.2 مقداری

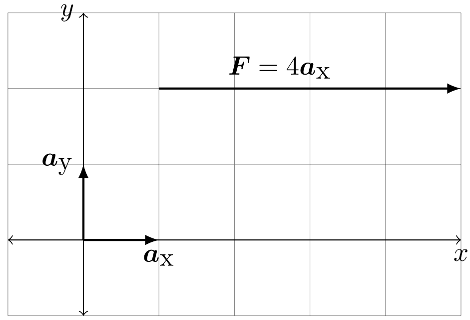
وہ متغیرہ جس کی مقدار معین ہو اسے **مقداری**[3] کہتے ہیں۔ اس کتاب میں مقداری متغیرہ کو سادہ طرز کی لکھائی میں انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے حروف یعنی $a, b, \alpha, \cdots$ یا بڑے حروف یعنی $A, B, \Psi, \cdots$ سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً برقی رو کو i یا I سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

1.3 سمتیہ

وہ خط جس کا طول اور سمت معین ہو، اسے **سمتیہ**[4] کہتے ہیں۔ سمتیہ کو انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے یا بڑے حروف، جن کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو، سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً قوت کو $\boldsymbol{F}$ سے ظاہر کیا جائے گا۔یہاں شکل 1.1 سے رجوع کرنا بہتر ہے۔ ایک ایسا سمتیہ جس کا طول ایک کے برابر

---

[1] International System Of Units, SI
[2] mass
[3] scalar
[4] vector



شکل 1.1: کارتیسی محدد

ہو، کو **اکائی سمتیہ**[5] کہتے ہیں۔ اس کتاب میں اکائی سمتیہ کو انگریزی زبان کے پہلے حرف کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا جائے گا، مثلاً اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}, \boldsymbol{a}_{\mathrm{Y}}, \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}$ خلاء کی تین عمودی سمتوں کو ظاہر کرتے ہیں۔ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$ لکھتے ہوئے، زیرنوشت میں x، اس بات کی نشان دہی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ خلاء کی x سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر کسی سمتیہ کا طول اور اس کی سمت کو علیحدہ علیحدہ لکھنا ہو تو اس کے طول کو ظاہر کرنے کے لئے سادہ طرز کی لکھائی میں وہی حرف استعمال کیا جائے گا جو اس سمتیہ کو ظاہر کرنے کے لئے، موٹے طرز کی لکھائی میں، استعمال کیا گیا ہو۔ یعنی سمتیہ $\boldsymbol{F}$ کے طول کو F سے ظاہر کیا جائے گا۔ شکل میں سمتیہ $\boldsymbol{F}$ کا طول F، چار کے برابر ہے۔ اگر کسی سمتیہ کی سمت میں ایک اکائی سمتیہ بنایا جائے تو یہ اکائی سمتیہ اس سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔جیسے پہلے ذکر ہوا ہے ایسے اکائی سمتیہ کو انگریزی کے پہلے حرف، جس کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو سے ظاہر کیا جائے گا یعنی سمتیہ $\boldsymbol{F}$ کی سمت کو $\boldsymbol{a}_F$ سے ظاہر کیا جائے گا۔یہاں، زیرنوشت میں F ، اس بات کی یاد دہانی کراتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ $\boldsymbol{F}$ کی سمت کو ظاہر کر رہا ہے۔ شکل میں چونکہ قوت $\boldsymbol{F}$ کا رخ دائیں جانب ہے لہٰذا $\boldsymbol{a}_F$ اور $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$ برابر ہیں۔

1.4 محدد، خط مرتب

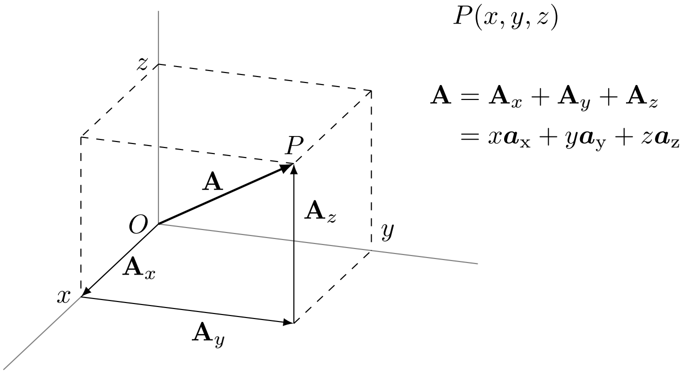
ایک ایسا طریقہ جس کے ذریعہ کسی نقطہ کا مقام متعین کیا جا سکے کو خط مرتب یا محدد کہتے ہیں۔

خلاء تین طرفہ ہے۔ لہٰذا اس میں کسی ایک نقطہ کے مقام کو تین محدد کی مدد سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ مزید یہ کہ خلاء میں کسی سمتیہ کو تین عمودی اکائی سمتیوں کی مدد سے لکھا جا سکتا ہے۔اب ہم ایسے چند محدد کے نظام دیکھتے ہیں۔

1.4.1 کارتیسی محدد کا نظام

شکل 1.1 میں خلاء کی دو سمتیں اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$ اور $\boldsymbol{a}_{\mathrm{Y}}$ سے ظاہر کی گئی ہیں۔یہ دونوں آپس میں عمودی ہیں یعنی ان کا آپس میں $90°$ کا زاویہ ہے۔خلاء تین طرفہ ہے لہٰذا اسے تین **عمودی اکائی سمتیات**[6] سے ظاہر

[5] unit vector
[6] orthonormal vectors



شکل 1.2: کارتیسی محدد نظام میں ایک سمتیہ

کیا جاتا ہے۔ ان سمتوں کی جانب، طول کو x, y, z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ ان سے بخوبی واقف ہیں۔

اگر دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}$ کی جانب رکھ کر انہیں $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ کی جانب موڑا جائے تو اس ہاتھ کا انگوٹھا $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ کی سمت کو ظاہر کرے گا۔لہٰذا، خلاء کا یہ تین اکائی سمتوں والا نظام ایک **دائیں ہاتھ کا نظام**[7] ہے۔

شکل 1.2 میں ایک سمتیہ $\boldsymbol{A}$، مرکز سے نقطہ $P(x,y,z)$ تک بنایا گیا ہے۔اس سمتیہ کو ہم کارتیسی نظام محدد میں تین سمتیہ سے یوں ظاہر کر سکتے ہیں۔

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_x + \boldsymbol{A}_y + \boldsymbol{A}_z \tag{1.1}$$

یا

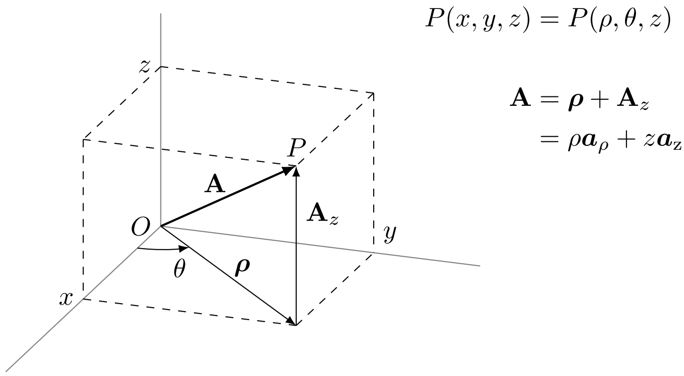
$$\boldsymbol{A} = x\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} + y\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} + z\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \tag{1.2}$$

کارتیسی محدد کے نظام میں اگر ہم متغیرہ z کو صفر رکھیں اور x, y کو تبدیل کریں تو ہمیں سطح $x-y$ ملتی ہے۔ اس طرح اگر شکل 1.2 میں نقطہ $P(2,4,3)$ ہو اور $x-y$ سطح کو زمین سمجھا جائے تو شکل میں ڈبہ کے بالائی سطح پر z کی مقدار معین ہے یعنی $z = 3$ جبکہ x صفر سے تین کے درمیان تبدیل اور y صفر سے چار کے درمیان تبدیل ہوتا ہے۔ یعنی اس ڈبہ کے بالائی سطح کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\text{ڈبے کا بالائی سطح} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ z = 3 \end{cases} \tag{1.3}$$

اسی طرح اگر z کو صفر اور تین کے درمیان ہر ممکن قیمت پر رکھ کر x اور y کو اسی طرح ان حدوں کے درمیان تبدیل کیا جائے تو ہمیں اس ڈبہ کا پورا حجم حاصل ہوگا۔ لہٰذا اس ڈبہ کے حجم کو ہم یوں

[7] right handed coordinate system



شکل 1.3: نلکی محدد نظام

لکھ سکتے ہیں۔

$$\text{ڈبے کا حجم} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ 0 < z < 3 \end{cases} \tag{1.4}$$

1.4.2 نلکی محدد کا نظام

شکل 1.3 میں ایک سمتیہ $\boldsymbol{A}$ مرکز سے نقطہ $P(x,y,z)$ تک بنایا گیا ہے۔ اس سمتیہ کو شکل میں دو سمتیوں کی مدد سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یعنی

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{A}_z \tag{1.5}$$

یا

$$\boldsymbol{A} = \rho\boldsymbol{a}_\rho + z\boldsymbol{a}_\mathrm{z} \tag{1.6}$$

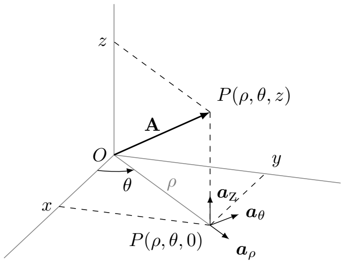
سمتیہ $\boldsymbol{a}_\rho$ سطح $x-y$ پر ہے۔ اس شکل سے ظاہر ہے کہ

$$x = \rho\cos\theta \tag{1.7}$$

$$y = \rho\sin\theta \tag{1.8}$$

لہٰذا ہم نقطہ $P(x,y,z)$ کو متغیرہ x,y,z کی جگہ متغیرہ ρ,θ,z کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں $P(\rho,\theta,z)$۔ لہٰذا ہم خلاء میں کسی بھی نقطہ کو اس کے تین متغیرہ ρ,θ,z سے ظاہر کر سکتے ہیں۔
وہ نظام جس میں متغیرہ ρ,θ,z کسی نقطہ کو متعین کرنے کے لئے استعمال ہو تو اس کو **نلکی محدد**[8] کہتے ہیں۔یہاں شکل 1.4 سے رجوع کریں۔ اس نظام کے تین عمودی اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_\rho, \boldsymbol{a}_\theta, \boldsymbol{a}_\mathrm{z}$ ہیں۔ یہ نظام

[8] cylindrical co-ordinates



شکل 1.4: نلکی نما محدد کی تعریف

بھی دائیں ہاتھ کا نظام ہے۔ لہٰذا اگر دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_\rho$ کی جانب رکھ کر انہیں $\boldsymbol{a}_\theta$ کی جانب موڑیں تو اس ہاتھ کا انگوٹھا $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ کی سمت میں ہوگا۔ یہ تین عمودی اکائی سمتیہ کی تفصیل یوں ہے۔

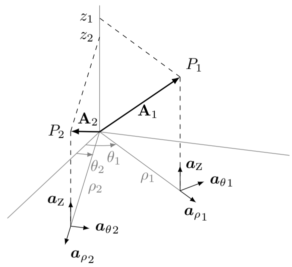
سطح $x-y$ میں مرکز پر، محدد x سے زاویہ θ کی جانب اگر اکائی سمتیہ بنائی جائے تو یہ اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_\rho$ ہو گی۔ اگر اسی سطح $x-y$ پر اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_\rho$ کی عمودی سمت میں مرکز پر، زاویہ θ بڑھانے والے سمت میں، ایک اکائی سمتیہ بنائی جائے تو یہ اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_\theta$ ہو گی۔ اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ وہی اکائی سمتیہ ہے جو کارتیسی محدد نظام میں تھی۔ یہاں یہ واضح رہے کہ اس نلکی محدد کے نظام میں $\boldsymbol{a}_\rho$ اور $\boldsymbol{a}_\theta$ کی سمتیں ہر نقطہ پر مختلف ہیں جیسا کہ شکل 1.5 میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں شکل 1.6 سے رجوع کریں۔ اگر نلکی محدد میں ایک سمتیہ (جس کا متغیرہ z صفر کے برابر ہو، یعنی $z=0$ ، اور اس کا رداس ρ ایک مستقل مقدار ہو مثلاً $\rho=\rho_0$) کو یوں بنایا جائے کہ اس کا زاویہ θ کو صفر سے 2π تک لے جایا جائے تو اس سمتیہ کی چونچ سطح $x-y$ پر ایک دائرہ بنائے گی۔ اب اگر اسی سمتیہ کے متغیرہ z کو بھی تبدیل کیا جائے، مثلاً z کو صفر اور تین کے درمیان اس طرح تبدیل کیا جائے کہ ہر θ پر z کو صفر سے تین تک لے جایا جائے تو یہ سمتیہ ایک نلکی بنائے گی۔ اسی وجہ سے اس نظام کو نلکی محدد کہتے ہیں۔ اب اگر ہم سمتیہ کے تینوں متغیرہ تبدیل کریں تو ہمیں نلکی کا حجم ملتا ہے۔ اگلے تین مساوات ان باتوں کو ظاہر کرتے ہیں۔

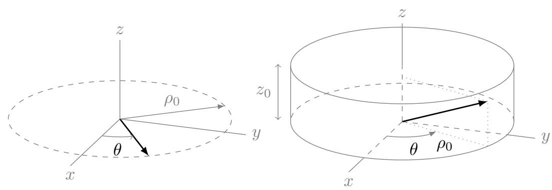
$$\text{دائرہ} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ z = 0 \end{cases} \tag{1.9}$$

$$\text{نلکی نما سطح} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases} \tag{1.10}$$

$$\text{نلکی کا حجم} = \begin{cases} 0 < \rho < \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases} \tag{1.11}$$



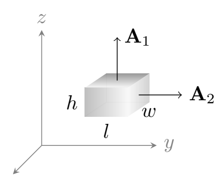
شکل 1.5: نلکی محدد میں اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_\rho$ اور $\boldsymbol{a}_\theta$ ہر نقطہ پر مختلف ہیں۔



شکل 1.6: نلکی محدد میں دائرہ اور نلکی

1.5 سمتیہ رقبہ

شکل 1.7 کو مدِ نظر رکھیں۔ کسی سطح سے اگر اس کے عمود کی جانب ایک فرضی لکیر کھینچی جائے تو اس لکیر پر اکائی سمتیہ اس سطح کی سمت کو ظاہر کرتی ہے۔ چونکہ کسی بھی سطح، مثلاً اس کتاب کا ایک صفحہ، کے دو اطراف ہوتے ہیں لہٰذا اس کے دو، آپس میں اُلٹ، سمتیں بیان کی جا سکتی ہیں۔ عموماً مسئلہ کو مدِ نظر رکھتے ہوئے ان میں سے ایک سمت کو اس سطح کی سمت لیا جاتا ہے۔ البتہ اگر یہ سطح بند سطح ہو ، مثلاً گیند کی شکل کا ہو، تب باہر جانب کو ہی اس سطح کی سمت لیا جاتا ہے۔ شکل میں اُوپر کی سطح $\boldsymbol{A_1}$ کا رقبہ A_1 ہے اور اس کی سمت $\boldsymbol{a}_{\text{z}}$ ہے۔ لہٰذا $\boldsymbol{A_1}$ سمتیہ کا طول A_1 ہے اور اس کی سمت $\boldsymbol{a}_{\text{z}}$ ہے یعنی



$$
\begin{aligned}
\mathbf{A}_1 &= A_1\mathbf{a}_{A1} = wl\mathbf{a}_z \\
\mathbf{A}_2 &= A_2\mathbf{a}_{A2} = wh\mathbf{a}_y
\end{aligned}
$$

شکل 1.7: سمتیہ رقبہ کا تعارف

$$A_1 = wl$$
$$\boldsymbol{a_{A1}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$$

لہٰذا

$$\boldsymbol{A_1} = A_1 \boldsymbol{a_{A1}} = wl\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \tag{1.12}$$

اسی طرح دائیں جانب سطح $\boldsymbol{A_2}$ سمتیہ کا طول A_2 ہے اور اس کی سمت $\boldsymbol{a_{A2}}$ ہے۔ یعنی

$$A_2 = wh$$
$$\boldsymbol{a_{A2}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$$

لہٰذا

$$\boldsymbol{A_2} = A_2 \boldsymbol{a_{A1}} = wh\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \tag{1.13}$$

یوں نیچے کی سطح کا رقبہ $A_3 = wl$ ہے اور اس کی سمت خلاء کی اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ کے اُلٹ ہے لہٰذا

$$\boldsymbol{A_3} = A_3 \boldsymbol{a_{A3}} = wl(-\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}) = -wl\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \tag{1.14}$$

یہاں دھیان کریں کہ رقبہ ہر صورت میں مثبت ہی ہوتا ہے البتہ اس کی سمت مثبت یا منفی ہو سکتی ہے۔ یہ بات کسی بھی سمتیہ کے لئے درست ہے لہٰذا کسی بھی سمتیہ کا طول ہر صورت میں مثبت ہی ہوتا ہے البتہ اس کی سمت مثبت یا منفی ہو سکتی ہے۔

1.6 رقبہ عمودی تراش

زاویہ قائمہ بناتے ہوئے لمبائی میں کسی چیز کی کٹائی کو **عمودی تراش**[9] کہتے ہیں۔

شکل 1.8 میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے۔ اس کو اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ کی سمت میں لٹایا گیا ہے۔ اگر ہم تصور میں اس سلاخ کو لمبائی کی عمودی سمت میں کاٹیں تو اس کا جو سرا بنے گا اس سطح کے رقبہ کو **رقبہ عمودی تراش**[10] کہتے ہیں۔ شکل میں دکھایا گیا رقبہ عمودی تراش $\boldsymbol{A}$ کی مقدار A ہے جہاں

$$A = wh \tag{1.15}$$

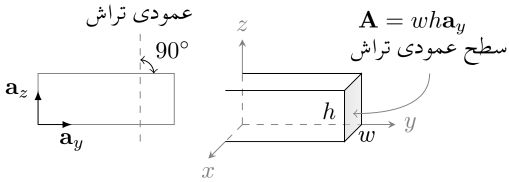
مسئلہ کو دیکھتے ہوئے اس رقبہ عمودی تراش کی سمت کا تعین کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس کی سمت $\boldsymbol{a_A}$ خلاء کے اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ کی جانب ہے لہٰذا

$$\boldsymbol{a_A} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \tag{1.16}$$

شکل میں بائیں جانب سلاخ کے نچلے کونے پر اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ اور $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ دکھائے گئے ہیں۔ان کے ابتدائی نقطہ پر گول دائرہ میں ایک نقطہ دکھایا گیا ہے۔گول دائرہ میں بند نقطہ صفحہ سے عمودی طور پر کتاب کی باہر جانب سمت کو ظاہر کرتا ہے۔یہاں یہ سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}$ کی سمت دکھلا رہا ہے۔اس کی اُلٹ سمت یعنی صفحہ کی عمودی اندر کی جانب کو گول دائرہ میں بند صلیب کے نشان سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

---

[9] cross section
[10] cross sectional area



شکل 1.8: رقبہ عمودی تراش

1.7 برقی میدان اور مقناطیسی میدان

1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت

کولمب کے قانون[11] کے تحت چارج شدہ جسموں کے درمیان قوت کشش[12] یا قوت دفع[13] ان اجسام پر چارج کی مقدار کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور باہمی فاصلہ کے مربع کے بالعکس متناسب ہوتی ہے۔ اس قانون کو مساوات کی شکل میں یوں لکھا جاتا ہے۔

$$A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \tag{1.17}$$

اگر ایک چارج کسی جگہ موجود ہو اور دوسرا چارج اس کے قریب لایا جائے تو دوسرے چارج پر کشش یا دفع کی قوت عمل کرے گی جس کا تعین کولمب کے قانون سے ہوتا ہے۔ اگر دوسرے چارج کو پہلے چارج سے آہستہ آہستہ دور لے جائیں تو قوت کشش یا دفع کم ہوتی جاتی ہے۔ ایک خاص فاصلے کے بعد یہ قوت عملی طور پر صفر ہو جاتی ہے اور دوسرا چارج پہلے چارج کے حلقہ اثر سے باہر ہو جاتا ہے۔ اس حلقہ کے اندر واقع جگہ کو **برقی میدان** کہا جاتا ہے۔ برقی میدان کسی ایک چارج کی وجہ سے بھی ہو سکتا ہے اور بہت سے چارجوں کی وجہ سے بھی ہو سکتا ہے۔ لہٰذا برقی میدان کی تعریف یوں کی جاتی ہے۔

کسی چارج کے برقی میدان سے مراد چارج کے اِردگرد وہ جگہ ہے جس میں اس کا برقی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

برقی میدان کی شدت[14] $\boldsymbol{E}$ کی مقدار اور اس کی سمت کسی مقام پر معلوم کرنے کا طریقہ یہ ہے کہ ایک مثبت اکائی چارج کو اگر کسی چارج Q کے برقی میدان میں رکھا جائے تو جس سمت میں وہ مثبت اکائی چارج حرکت کرے یا حرکت کرنے کے لئے مائل ہو، وہی برقی میدان کی شدت کی سمت ہو گی اور جو قوت اس پر اثر انداز ہو وہ برقی میدان کی شدت ہوگی۔برقی میدان کی شدت کی اکائی **وولٹ فی میٹر**[15] ہے۔

کولمب کے قانون یعنی مساوات کی مدد سے ایک چارج Q کی برقی میدان کی شدت کی مقدار یوں حاصل کی جا سکتی ہے۔چارج Q اور اکائی چارج یعنی ایک کولمب چارج کے درمیان قوتِ کشش یا قوتِ

[11] Coulomb's law
[12] attractive force
[13] repulsive force
[14] electric field intensity
[15] V/m

دفع

$$F = \frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \tag{1.18}$$

نیوٹن ہو گی۔یہی برق میدان کی شدت کی مقدار ہے یعنی

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \tag{1.19}$$

اگر دو چارجوں کے درمیان سیدھی لکیر کھینچی جائے تو ان کے مابین قوتِ کشش یا قوتِ دفع کی سمت اس لکیر کی سمت میں ہو گی۔

1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

مقناطیسی میدان اور **مقناطیسی میدان کی شدت**[16] بالکل برق میدان اور برق میدان کی شدت کی طرح ہوتی ہے۔

مقناطیسی میدان کی تعریف یوں کی جاتی ہے۔کسی مقناطیس کے مقناطیسی میدان سے مراد مقناطیس کے اِردگرد وہ جگہ ہے جس میں اس کا مقناطیسی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

1.8 سطحی اور حجمی کثافت

1.8.1 سطحی کثافت

اکائی رقبہ کی سطح پر کسی چیز کی کُل مقدار کو اس چیز کی **سطحی کثافت**[17] کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر اگر رقبہ A پر کسی متغیرہ کی کُل مقدار ϕ ہو تب اس متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت $B_{\text{اوسط}}$ یہ ہوگی

$$B_{\text{اوسط}} = \frac{\phi}{A} \tag{1.20}$$

اس مساوات کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے

$$\phi = B_{\text{اوسط}} A \tag{1.21}$$

یعنی اگر ہمیں کسی سطح پر ایک متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت معلوم ہو تب ہم اس سطح پر اس متغیرہ کی کُل مقدار اس مساوات کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں۔

اگر سطح پر متغیرہ ہر جگہ یکساں نہ ہو تب اس سطح پر سطحی کثافت جگہ جگہ تبدیل ہوگی۔ اس صورت میں اگر اتنا چھوٹا رقبہ لیا جائے کہ اس پر متغیرہ یکساں تصور کیا جا سکے تب اس نقطہ پر سطحی کثافت یوں حاصل ہوگی

$$B = \frac{\Delta\phi}{\Delta A} \tag{1.22}$$

---

magnetic field intensity[16]
surface density[17]

جہاں ΔA یہ چھوٹا رقبہ اور $\Delta \phi$ اس پر متغیرہ کی چھوٹی سی مقدار ہے۔ اگر یہ رقبہ ایک نقطہ کی مانند کر دیا جائے تب اس مساوات کو یوں لکھا جائے گا۔

$$B = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}A} \tag{1.23}$$

اس مساوات کو ہم یوں بھی بیان کر سکتے ہیں

$$\mathrm{d}\phi = B\,\mathrm{d}A \tag{1.24}$$

یعنی اگر ہمیں کسی نقطہ پر ایک متغیرہ کی سطحی کثافت معلوم ہو تب اس نقطہ کے چھوٹے سے رقبہ پر ہم اس متغیرہ کی کم سے کم کُل مقدار اس مساوات کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں۔
اسی طرح اگر ایک برقی تار کا رقبہ عمودی تراش A ہو اور اس میں برقی رو I گزر رہی ہو تو اس تار میں اوسط کثافتِ برقی رو

$$\rho_{\text{اوسط}} = \frac{I}{A} \tag{1.25}$$

ہو گی۔

1.9 حجمی کثافت

اکائی حجم میں کسی چیز کی کُل مقدار کو اس چیز کی **حجمی کثافت** کہتے ہیں۔یہاں ہم کمیت کی مثال لیتے ہیں۔ اگر کسی چیز کا حجم V اور اس کی کمیت m ہو تب اس کی اوسط حجمی کثافت یہ ہو گی۔

$$\rho_{\text{واسط}} = \frac{m}{V} \tag{1.26}$$

اسی طرح اگر اس چیز کی کمیت اس کے حجم میں جگہ جگہ مختلف ہو تب اس کی ایک نقطہ کی حجمی کثافت معلوم کرنے کے لئے اس کا اتنا چھوٹا حصہ لیا جاتا ہے کہ اس چھوٹے حصہ میں اس کی کمیت کو ہر جگہ یکساں تصور کیا جا سکے تب اس چھوٹے حصے کی حجمی کثافت یہ ہوگی۔

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} \tag{1.27}$$

اب اگر اس چھوٹے حصے کو ایک نقطہ مانند کر دیا جائے تب ہم لکھ سکتے ہیں کہ

$$\rho = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V} \tag{1.28}$$

اور

$$\mathrm{d}m = \rho\,\mathrm{d}V \tag{1.29}$$

یعنی اگر ہمیں ایک نقطہ کی حجمی کثافت معلوم ہو تب ہم ایک نہایت چھوٹے حجم کی کمیت اس مساوات کی مدد سے حاصل کر سکتے ہیں۔

1.10 ضربِ صلیبی اور ضربِ نقطہ

دو مقداری متغیرات کا حاصلِ ضرب مقداری متغیرہ ہی ہوتی ہے جبکہ دو سمتیہ متغیرات کا حاصلِ ضرب سمتیہ متغیرہ یا مقداری متغیرہ ہو سکتی ہے۔ان دو اقسام کے ضرب پر یہاں غور کیا جائے گا۔

1.10.1 ضرب صلیبی

ایسی دو سمتیہ متغیرات کا ضرب جس کا حاصلِ ضرب سمتیہ متغیرہ ہو کو ضربِ صلیبی کہتے ہیں اور اسے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} \tag{1.30}$$

ضربِ صلیبی میں ضرب کے نشان کو صلیب کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اسی سے اس کا نام ضربِ صلیبی لیا گیا ہے۔

حاصل ضرب سمتیہ $\boldsymbol{C}$ کی مقدار

$$\begin{aligned} C = &|\boldsymbol{C}| = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}| \sin\theta_{AB} \\ &= AB \sin\theta_{AB} \end{aligned} \tag{1.31}$$

ہے جہاں θ_{AB} ان کے مابین زاویہ ہے۔اس حاصل سمتیہ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے یوں حاصل کی جاتی ہے۔

اگر آپ دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو سمتیہ $\boldsymbol{A}$ کی سمت میں رکھ کر $\boldsymbol{B}$ سمتیہ کی سمت موڑیں تو اس ہاتھ کا انگوٹھا $\boldsymbol{C}$ سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرے گا۔

مثال 1.1: مندرجہ ذیل ضرب صلیبی حاصل کریں۔

- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \quad \boldsymbol{a}_{\rho} \times \boldsymbol{a}_{\theta} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \times \boldsymbol{a}_{\rho}$

حل: اس مثال میں سب سمتیہ اکائی ہیں۔اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے۔ لہٰذا

- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} = (1)(1)\sin 90 \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} = (1)(1)\sin 90 \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \times \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} = (1)(1)\sin 90 \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$

- $\boldsymbol{a}_{\text{x}} \times \boldsymbol{a}_{\text{z}} = (1)(1)\sin 90(-\boldsymbol{a}_{\text{y}}) = -\boldsymbol{a}_{\text{y}}$

- $\boldsymbol{a}_{\text{z}} \times \boldsymbol{a}_{\text{y}} = (1)(1)\sin 90(-\boldsymbol{a}_{\text{x}}) = -\boldsymbol{a}_{\text{x}}$

- اس مثال میں چونکہ دونوں سمتیہ ایک ہی جانب ہیں لہٰذا ان کے مابین زاویہ صفر ہے۔صفر زاویہ کا سائن صفر ہی ہوتا ہے یعنی $\sin 0 = 0$ لہٰذا ان دو سمتیہ کا ضربِ صلیبی صفر ہو گا
$\boldsymbol{a}_{\text{y}} \times \boldsymbol{a}_{\text{y}} = (1)(1)\sin 0 = 0$

- $\boldsymbol{a}_{\rho} \times \boldsymbol{a}_{\theta} = (1)(1)\sin 90\boldsymbol{a}_{\text{z}} = \boldsymbol{a}_{\text{z}}$

- $\boldsymbol{a}_{\text{z}} \times \boldsymbol{a}_{\rho} = (1)(1)\sin 90\boldsymbol{a}_{\theta} = \boldsymbol{a}_{\theta}$

مثال 1.2: شکل 1.9 میں چار نیوٹن کی قوت $\boldsymbol{F}$ محور سے تین میٹر کی سمتیہ فاصلہ $\boldsymbol{L}$ پر لاگو ہے۔اسی شکل میں اس کی تفصیل دی گئی ہے۔اس قوت کی مروڑ حاصل کریں۔ حل: مروڑ $\boldsymbol{T}$ کی تعریف یہ ہے

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{L} \times \boldsymbol{F} \tag{1.32}$$

کارتیسی نظام میں اس سمتیہ فاصلہ کو یوں لکھا جا سکتا ہے

$$\boldsymbol{L} = L\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{x}} - L\cos\theta\boldsymbol{a}_{\text{y}} \tag{1.33}$$

لہٰذا

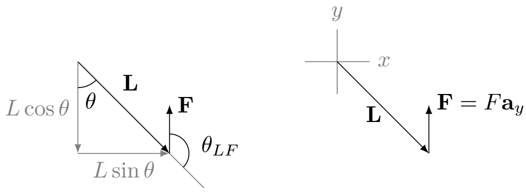
$$\begin{aligned}\boldsymbol{T} &= \left(L\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{x}} - L\cos\theta\boldsymbol{a}_{\text{y}}\right) \times F\boldsymbol{a}_{\text{y}}\\ &= L\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{x}} \times F\boldsymbol{a}_{\text{y}} - L\cos\theta\boldsymbol{a}_{\text{y}} \times F\boldsymbol{a}_{\text{y}}\\ &= LF\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{z}}\end{aligned}$$

یہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\boldsymbol{a}_{\text{x}} \times \boldsymbol{a}_{\text{y}} = \boldsymbol{a}_{\text{z}}$ اور $\boldsymbol{a}_{\text{y}} \times \boldsymbol{a}_{\text{y}} = 0$ لی گئی ہیں۔یوں

$$\boldsymbol{T} = LF\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{z}} = 12\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{z}} \quad \text{N m}$$

ہے۔اس مثال میں $\theta_{LF} = 180° - \theta$ ہے۔چونکہ کسی بھی زاویہ α کے لئے $\sin\alpha = \sin(180° - \alpha)$ ہوتا ہے لہٰذا اس مروڑ کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}\boldsymbol{T} &= LF\sin\theta\boldsymbol{a}_{\text{z}}\\ &= LF\sin\theta_{LF}\boldsymbol{a}_{\text{z}}\end{aligned}$$



شکل 1.9: کارتیسی نظام میں مروڑ کا حل

یہی جواب ضربِ صلیبی کی تعریف یعنی مساوات اور دائیں ہاتھ کے قانون کی مدد سے زیادہ آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔

1.10.2 ضربِ نقطہ

ایسی دو سمتیہ متغیرات کا ضرب جس کا حاصلِ ضرب مقداری متغیرہ ہو کو ضربِ نقطہ کہتے ہیں اور اسے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \tag{1.34}$$

ضربِ نقطہ میں ضرب کے نشان کو نقطہ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اسی سے اس کا نام ضربِ نقطہ لیا گیا ہے۔

ضربِ نقطہ میں حاصلِ ضرب مقداری کی مقدار یوں حاصل ہوتی ہے

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C} &= \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \\ &= |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}| \cos\theta_{AB} \\ &= AB\cos\theta_{AB} \end{aligned} \tag{1.35}$$

جہاں θ_{AB} ان دو کے مابین زاویہ ہے۔

مثال 1.3: مندرجہ ذیل ضربِ نقطہ حاصل کریں

- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$
- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \quad \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}} \quad \boldsymbol{a}_{\rho} \cdot \boldsymbol{a}_{\rho} \quad \boldsymbol{a}_{\rho} \cdot \boldsymbol{a}_{\theta}$

حل:اس مثال میں سب اکائی سمتیہ ہیں۔اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے۔

- $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} = (1)(1)\cos 0 = 1$

- $\boldsymbol{a}_{\text{y}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{y}} = (1)(1)\cos 0 = 1$
- $\boldsymbol{a}_{\text{z}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{z}} = (1)(1)\cos 0 = 1$
- $\boldsymbol{a}_{\text{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{y}} = (1)(1)\cos 90^\circ = 0$
- $\boldsymbol{a}_{\text{y}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{z}} = (1)(1)\cos 90^\circ = 0$
- $\boldsymbol{a}_{\rho} \cdot \boldsymbol{a}_{\rho} = (1)(1)\cos 0 = 1$
- $\boldsymbol{a}_{\rho} \cdot \boldsymbol{a}_{\theta} = (1)(1)\cos 90^\circ = 0$

مثال 1.4: شکل 1.10 میں قوت $\boldsymbol{F}$ ایک بار کو دھکیل رہی ہے۔سمتیہ فاصلہ $\boldsymbol{L}$ طے کرنے پر قوت کتنا کام کر چکی ہو گی۔

حل: کام W کی تعریف یہ ہے

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{L} \tag{1.36}$$

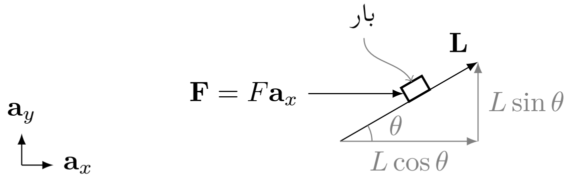
ہم کارتیسی نظام میں سمتیہ فاصلہ کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$\boldsymbol{L} = L\cos\theta_{FL}\boldsymbol{a}_{\text{x}} + L\sin\theta_{FL}\boldsymbol{a}_{\text{y}} \tag{1.37}$$

لہٰذا

$$\begin{aligned} W &= (F\boldsymbol{a}_{\text{x}}) \cdot (L\cos\theta_{FL}\boldsymbol{a}_{\text{x}} + L\sin\theta_{FL}\boldsymbol{a}_{\text{y}}) \\ &= FL\cos\theta_{FL}(\boldsymbol{a}_{\text{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{x}}) + FL\sin\theta_{FL}(\boldsymbol{a}_{\text{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{y}}) \\ &= FL\cos\theta_{FL} \end{aligned} \tag{1.38}$$

جہاں پچھلی مثال کی مدد سے $\boldsymbol{a}_{\text{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{x}} = 1$ اور $\boldsymbol{a}_{\text{x}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{y}} = 0$ لی گئی ہیں۔ یہی جواب ضربِ نقطہ کی تعریف یعنی مساوات سے با آسانی حاصل ہوتا ہے۔



شکل 1.10: کارتیسی نظام میں کام

1.11 تفرق اور جُزوی تفرق

مساوات میں ایک تفاعل جس میں مقررہ ہے کا تفرق دیا گیا ہے جبکہ مساوات میں ایک تفاعل کا جُزوی تفرق دیا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} B(\theta) &= B_0 \cos\theta \\ \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}\theta} &= -B_0 \sin\theta \end{aligned} \tag{1.39}$$

$$\partial W(x,\lambda) = \frac{\partial W}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial W}{\partial \lambda}\,\mathrm{d}\lambda \tag{1.40}$$

1.12 خطی تکمل

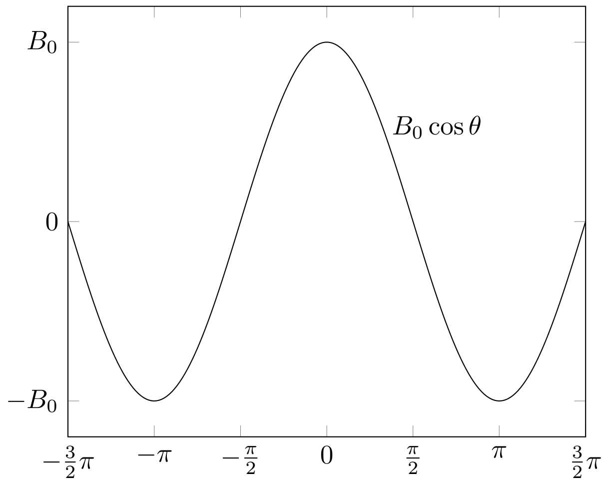
مساوات میں ایک تفاعل $B(\theta)$ دیا گیا ہے جسے شکل 1.11 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کی طولِ موج 2π ریڈئین کے برابر ہے۔ ہم $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ کے مابین اس کا اوسط معلوم کرتے ہیں۔ یہ تکمل سے یوں ہو گا۔

$$B(\theta) = B_0 \cos\theta \tag{1.41}$$

$$B_{\text{اوسط}} = \frac{B_0}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta\,\mathrm{d}\theta = \frac{2B_0}{\pi} \tag{1.42}$$

اسی طرح اگر اسی خطہ پر تفاعل کے مربع یعنی B^2 کا اوسط درکار ہو تو ایسا کرنا مساوات میں دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned} B^2_{\text{اوسط}} &= \frac{B_0^2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\theta\,\mathrm{d}\theta \\ &= \frac{B_0^2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2\theta}{2}\,\mathrm{d}\theta \\ &= \frac{B_0^2}{2} \end{aligned} \tag{1.43}$$



شکل 1.11: کوسائن موج

تفاعل کے مربع کی اوسط کا جزر بہت اہمیت رکھتا ہے۔لہٰذا اس تفاعل کے مربع کی اوسط کا جزر B_{rms} مساوات کی مدد سے یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$B_{rms}=\sqrt{B^2_{\text{اوسط}}}=\frac{B_0}{\sqrt{2}} \tag{1.44}$$

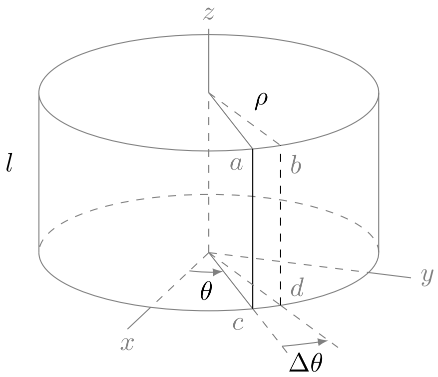
یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے جو آپ کو زبانی یاد ہونا چاہئے۔ یہ مساوات ہر سائن نما تفاعل کے لئے درست ہے۔کسی بھی متغیرہ کے مربع کی اوسط کا جزر اس متغیرہ کا موثر قیمت کہلاتا ہے۔

1.13 سطحی تکمل

مثال کے طور پر اگر مساوات شکل 1.12 میں نلی کے بیرونی سطح پر متغیرہ B کی مقدار بتلاتی ہے اور یہ متغیرہ سطحی کثافت کو ظاہر کرے ہم آدھے بیرونی سطح مثلاً زاویہ $-\pi/2$ اور $\pi/2$ کے مابین اس کی کُل مقدار ϕ معلوم کرتے ہیں۔اس سطح میں نلی کے دونوں سرے شامل نہیں ہیں۔

ہم نلی کے بیرونی سطح پر رقبہ ΔA لیتے ہیں جس کی قوسِ صغیرہ $\rho\Delta\theta$ اور لمبائی l ہے۔یہ سطح $abcd$ ہے۔$\Delta\theta$ کو نہایت کم کرتے ہوئے سطح کا رقبہ $\rho l\,\mathrm{d}\theta$ لکھا جا سکتا ہے۔چونکہ اس سطح پر B کی مقدار محوری لمبائی کی جانب تبدیل نہیں ہو رہی اس لئے سطح ΔA پر $\Delta\phi=B\Delta A$ ہو گا اور کُل ϕ تکمل کی مدد سے یوں حاصل ہو گا۔

$$\Delta\phi=B\Delta A=B_0 l\rho\cos\theta\,\mathrm{d}\theta \tag{1.45}$$



شکل 1.12: نلی کی بیرونی سطح پر متغیرہ کا تکمل کُل مقدار دے گی۔

$$\phi = B_0 l\rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta \,\mathrm{d}\theta = 2B_0 l\rho \tag{1.46}$$

اب ہم یہی مقدار نلی کے آدھے بیرونی سطح پر کہیں پر بھی حاصل کرنا چاہیں تو ہمیں صرف تکمل کے دو حد تبدیل کرنے ہوں گے۔ اگر ہم مساوات میں نچلا حد $(-\pi/2 - \alpha)$ اور اُوپر کا حد $(\pi/2 - \alpha)$ لیں تو یہ حاصل ہوگا۔

$$\phi(\alpha) = B_0 l\rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \cos\theta \,\mathrm{d}\theta = 2B_0 l\rho\cos\alpha \tag{1.47}$$

یہاں $\phi(\alpha)$ اس بات کو واضح کرتا ہے کہ نتیجہ α پر منحصر ہے۔ یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ مساوات میں اگر $\alpha = 0$ ہو تو مساوات ملتا ہے۔

1.14 دوری سمتیہ

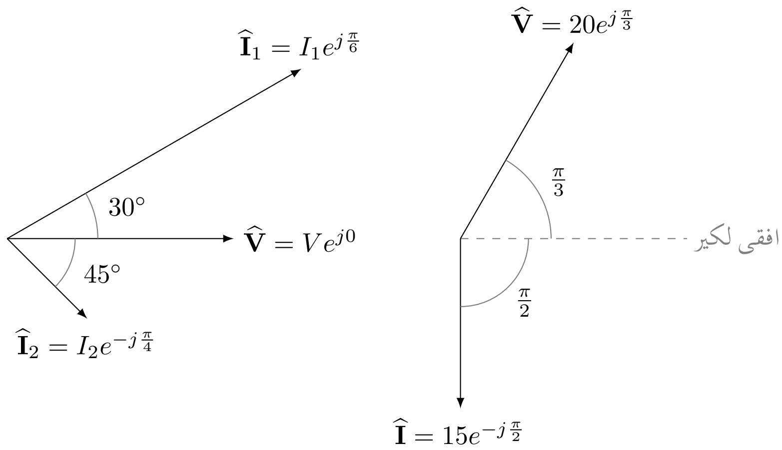
سائن نما موج جن کا تعدد معین ہو کو دوری سمتیہ سے ظاہر کرنا نہایت مفید ثابت ہوتا ہے۔ مساواتِ یولر

$$A_0 e^{\mp j(\omega t+\phi)} = A_0\cos(\omega t+\phi) \mp j\sin(\omega t+\phi) \tag{1.48}$$

کی مدد سے کو۔سائن موج یوں لکھی جا سکتی ہے

$$A_0\cos(\omega t+\phi) = \frac{A_0}{2}\left(e^{j(\omega t+\phi)} - e^{-j(\omega t+\phi)}\right) \tag{1.49}$$

اس سے ثابت ہوتا ہے کہ کو۔سائن موج دراصل دو مخلوط اعداد کا مجموعہ ہے۔ مساواتِ یولر ایک مخلوط عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کے دو جُز ہیں۔ اس کا ایک جُز حقیقی عدد ہے اور اس کا دوسرا جُز فرضی



شکل 1.13: دوری سمتیہ

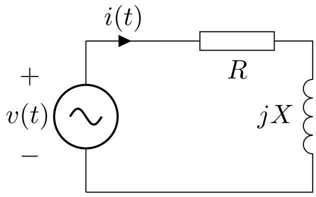
عدد ہے۔اس کا حقیقی جُز کو۔سائن موج کو ظاہر کرتا ہے۔ لہٰذا ایک کو۔سائن موج $A_0 e^{j(\omega t+\phi)}$ یا $A_0 e^{-j(\omega t+\phi)}$ کا حقیقی جُز ہوتا ہے۔ رسمی طور پر سائن نما موج کو $A_0 e^{j(\omega t+\phi)}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مزید یہ کہ اس عدد کو چھوٹا کر کے صرف $A_0 e^{j\phi}$ یا پھر $A_0\underline{/\phi}$ لکھا جاتا ہے۔کو۔سائن موج کے اس طرح ظاہر کرنے کو دوری سمتیہ کہتے ہیں جہاں اس سمتیہ کا طول A_0 اور اُفقی لکیر سے زاویہ ϕ ہے۔

دوری سمتیہ استعمال کرتے وقت آپ کو یہ ذہن میں رکھنا ہوتا ہے کہ یہ ایک کو۔سائن موج ہے جس کا حیطہ A_0 ، دوری زاویہ ϕ اور زاویاتی تعدد ω ہے۔

اس کتاب میں دوری سمتیہ کو سادہ طرزِ لکھائی میں انگریزی کے بڑے حروف جن پر ٹوپی کا نشان ہو سے ظاہر کیا جائے گا، یعنی $\hat{I}, \hat{V}$ وغیرہ اور ان کے طول کو بغیر ٹوپی کے نشان کے اسی حرف سے ظاہر کیا جائے گا۔مثلاً برقی دباؤ $v = 20\cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$ کے لئے یہ سب درست ہیں۔

$$
\begin{aligned}
v &= 20\cos(\omega t + \frac{\pi}{3}) \\
\hat{V} &= 20 e^{j\frac{\pi}{3}} \\
\hat{V} &= 20\underline{/\tfrac{\pi}{3}} \\
V &= 20
\end{aligned}
\tag{1.50}
$$

اس مساوات میں پہلا جُز ایک عام کوسائن موج ہے۔ دوسرا جُز اِسی کو دوری سمتیہ سے ظاہر کر رہا ہے۔ تیسرا اس دوری سمتیہ کا طول اور چوتھا اس کا زاویہ بتلا رہا ہے۔ دوری سمتیہ کو عام سمتیوں کی طرح ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس مساوات میں $\hat{V}$ کا طول 20 اور اُفقی لکیر سے زاویہ $\frac{\pi}{3}$ ریڈیئن ہے۔زاویہ اُفقی لکیر سے گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے۔ اس سمت میں زاویہ مثبت ہے۔ شکل 1.13 میں اسے اور چند اور دوری سمتیہ دکھائے گئے ہیں۔



$$
\begin{aligned}
Z &= R + jX \\
|Z| &= \sqrt{R^2 + X^2} \\
\phi_Z &= \tan^{-1} \frac{X}{R} \\
v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
i(t) &= \frac{V_0}{|Z|} \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z) \\
&= I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)
\end{aligned}
$$

شکل 1.14: دوری سمتیہ کی مدد سے RL دور کا حل۔

برقی دور حل کرتے وقت برقی دباؤ $\hat{V}$ کو اُفقی سمت میں بنا کر برقی رو $\hat{I}$ اس کی نسبت سے بنایا جاتا ہے۔شکل 1.13 میں $\hat{I}_1$ تیس درجہ زاویہ برقی دباؤ سے آگے ہے جبکہ $\hat{I}_2$ پینتالیس درجہ زاویہ اس کے پیچھے ہے۔یہاں یہ دھیان رہے کہ شکل میں 45° مثبت لکھا گیا ہے۔چونکہ یہ اُفقی لکیر سے زاویہ ناپنے کی اُلٹ سمت میں ہے لہٰذا یہ ایک منفی زاویہ ہے۔

یہاں دوری سمتیوں کو استعمال کر کے ایک سادہ برقی دور حل کرتے ہیں۔ یوں ان سے وابستگی پیدا ہو جائے گی اور ان کا استعمال بھی سیکھ لیں گے۔

شکل ایک سادہ $R-L$ برقی دور ہے جس پر لاگو برقی دباؤ

$$
\begin{aligned}
v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
\hat{V} &= V_0 \underline{/\alpha}
\end{aligned}
\tag{1.51}
$$

ہے۔دوری سمتیہ کے استعمال سے ہم اس میں برقی رو $i(t)$ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\hat{I} &= \frac{\hat{V}}{R + jX} = \frac{V_0 \underline{/\alpha}}{|Z| \underline{/\phi_Z}} \\
&= \frac{V_0}{|Z|} \underline{/\alpha - \phi_Z} = I_0 \underline{/\alpha - \phi_Z}
\end{aligned}
\tag{1.52}
$$

جہاں ϕ_Z مقاومت کا زاویہ ہے۔لہٰذا

$$
i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z) \tag{1.53}
$$

الباب 2

مقناطیسی ادوار

2.1 مزاحمت اور ہچکچاہٹ

شکل 2.1 میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے۔ اس کی لمبائی کی سمت میں مزاحمت یہ ہے

$$R = \frac{l}{\sigma A} \tag{2.1}$$

جہاں σ موصلیت کو ظاہر کرتی ہے اور $A = wh$ ہے۔ اگر اس سلاخ کا مقناطیسی مستقل[1] μ ہو تو اس سلاخ کی ہچکچاہٹ[2] $\Re$ یوں بیان کی جائے گی۔

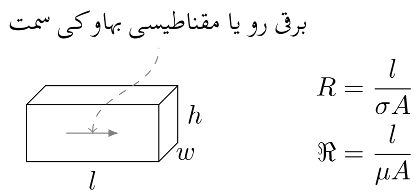
$$\Re = \frac{l}{\mu A} \tag{2.2}$$

مقناطیسی مستقل μ کو عموماً خالی خلاء کی مقناطیسی مستقلکی μ_0 نسبت سے لکھا جاتا ہے یعنی

$$\mu = \mu_r \mu_0 \tag{2.3}$$

---

[1] permeability, magnetic constant
[2] reluctance



شکل 2.1: مزاحمت اور ہچکچاہٹ

جہاں μ_r جزو مقناطیسی مستقل کہلاتی ہے۔ہچکچاہٹ کی اکائی ایمپیئر۔چکر فی ویبر ہے جس کی وضاحت آپ کو جلد ہو جائے گی۔

مثال 2.1: شکل میں دی گئی سلاخ کی ہچکچاہٹ معلوم کریں $\mu_r = 2000$، $l = 10\,\mathrm{cm}$، $h = 3\,\mathrm{cm}$ اور $w = 2.5\,\mathrm{cm}$ ہیں۔

حل:

$$\begin{aligned}\Re &= \frac{l}{\mu_r \mu_0 A}\\ &= \frac{10\times10^{-2}}{2000\times4\pi\times10^{-7}\times2.5\times10^{-2}\times3\times10^{-2}}\\ &= 53\,044\,\mathrm{A\cdot turns/Wb}\end{aligned}$$

2.2 کثافتِ برقی رو اور برقی میدان کی شدت

اگر اس سلاخ کے سروں پر برقی دباؤ v لاگو کی جائے جیسا کہ شکل 2.2 میں دکھایا گیا ہے تو اس میں برقی رو i گزرے گا جس کی مقدار اوہم کے قانون سے یوں حاصل ہوتی ہے

$$i = \frac{v}{R} \tag{2.4}$$

اس مساوات کو مساوات کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں

$$i = v\left(\frac{\sigma A}{l}\right) \tag{2.5}$$

یا

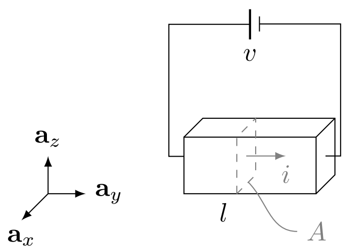
$$\frac{i}{A} = \sigma\left(\frac{v}{l}\right) \tag{2.6}$$

اسے مزید یوں لکھ سکتے ہیں

$$J = \sigma E \tag{2.7}$$

اگر شکل میں سمتیہ $\boldsymbol{J}$ کا طول J ہو اور سمتیہ $\boldsymbol{E}$ کا طول E ہو جہاں ان دونوں سمتیہ کی سمت $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ ہے تب اس مساوات کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{2.8}$$



$$R = \frac{l}{\sigma A}$$
$$i = \frac{v}{R} = v\left(\frac{\sigma A}{l}\right)$$
$$\frac{i}{A} = \sigma \frac{v}{l}$$
$$J = \sigma E$$

شکل 2.2: کثافتِ برقی رو اور برقی دباؤ کی شدت

یہ دونوں مساوات اوہم کے قانون کی ایک اور شکل ہیں۔ مساوات میں

$$J = \frac{i}{A} \tag{2.9}$$

$$E = \frac{v}{l} \tag{2.10}$$

ہیں۔ شکل سے واضح ہے کہ برقی رو i سلاخ کی رقبہ عمودی تراش A سے گزرتی ہے لہٰذا مساوات کے تحت J رقی رو کی کثافت کو ظاہر کرتی ہے۔ اسی وجہ سے J کو کثافتِ برقی رو [3] ہی کہتے ہیں۔ اسی طرح مساوات سے یہ واضح ہے کہ E برقی دباؤ فی اکائی لمبائی کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں E کو برقی میدان کی شدت[4] کہتے ہیں۔جہاں متن سے واضح ہو کہ برقی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں اس نام کو چھوٹا کر کے E کو میدانی شدت سے پکارا جاتا ہے۔برقی میدان[5] سے مُراد کسی چارج کے اِردگرد وہ جگہ ہے جس میں اس چارج کا اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

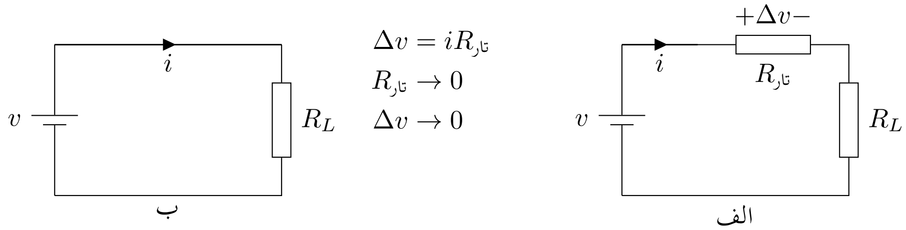
ہم بالکل اسی طرح مقناطیسی متغیرہ کے لئے بھی اس طرح کے مساوات لکھ سکتے ہیں۔ حصہ میں بھی یہی کریں گے۔

2.3 برقی ادوار

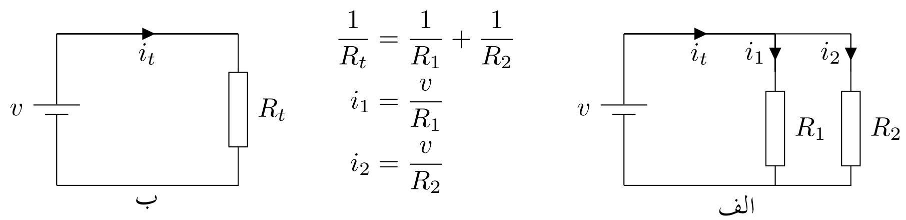
برقی دور میں برقی دباؤ[6] V کی وجہ سے برقی رو[7] i پیدا ہوتی ہے۔ تانبہ[8] کی موصلیت $\sigma = 5.9 \times 10^7 \, \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$ ہے جہاں $\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$ موصلیت کی اکائی ہے۔لہٰذا تانبہ کی بنی تار کی مزاحمت $R_{\text{تار}}$ قابلِ نظرانداز ہوتی ہے۔اگر ایسی تار میں برقی رو i کا گزر ہو تو اس تار کی مزاحمت میں اوہم کے قانون کے تحت برقی دباؤ $\Delta v = iR_{\text{تار}}$ گھٹے گی۔ $R_{\text{تار}}$ کی قابلِ نظر انداز ہونے کی وجہ سے یہ مقدار بھی قابلِ نظر انداز ہی ہو گی۔ اس کا مطلب

---

[3] current density
[4] electric field intensity
[5] electric field
[6] electric voltage
[7] electric current
[8] copper



شکل 2.3: برقی دور میں تار کی مزاحمت کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔



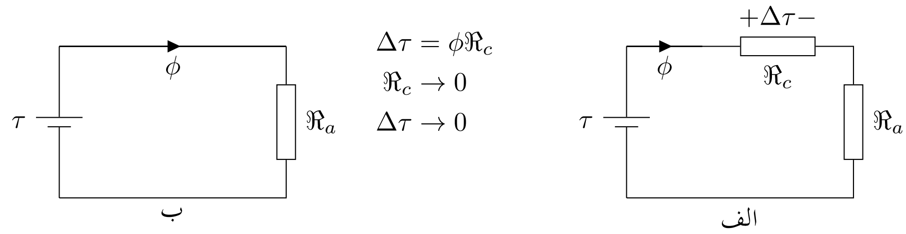
شکل 2.4: برقی رو کم مزاحمت کے راستے زیادہ ہوتی ہے

ہے کہ برقی تار کی مدد سے برقی دباؤ کی ایک جگہ سے دوسری جگہ رسائی بغیر کم ہوئے ممکن ہے۔اسی لئے تانبہ کی تار کو عموماً برقی دباؤ کی ایک جگہ سے دوسری جگہ رسائی کے لئے استعمال کیا جاتا ہے اور اس کی مزاحمت کو صفر ہی سمجھا جاتا ہے۔ شکل الف میں ایک ایسا ہی برقی دور دکھایا گیا ہے۔اس برقی دور میں کُل تار کی مزاحمت $R_{\text{تار}}$ ہے۔ اگر تار کی مزاحمت کو نظرانداز کیا جا سکے تو ہمیں برقی دور حصہ ب ملتا ہے۔اس برقی دور میں برقی دباؤ v کو مزاحمت R تک بغیر کم کئے پہنچایا گیا ہے۔

شکل 2.4 میں ایک اور مثال دی گئی ہے۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ برقی رو اس راستے زیادہ ہوتی ہے جس کی مزاحمت کم ہو۔ لہٰذا اگر $R_1 < R_2$ ہو تو $i_1 > i_2$ ہو گی۔

2.4 مقناطیسی دور حصہ اول

مقناطیسی دور بالکل برقی دور کی طرح ہوتے ہیں۔ بس ان میں برقی دباؤ v کی جگہ مقناطیسی دباؤ τ ، برقی رو i کی جگہ مقناطیسی بہاؤ ϕ اور مزاحمت R کی جگہ ہچکچاہٹ $\Re$ ہوتی ہے۔ لہٰذا ہم بالکل ایک برقی دور کی طرح ایک مقناطیسی دور بنا سکتے ہیں۔ ایسا ہی ایک دور شکل 2.5-الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی کوشش یہی ہے کہ کسی طرح مقناطیسی دباؤ τ کو بغیر کم کئے ہچکچاہٹ $\Re_a$ تک پہنچایا جائے۔ عموماً $\Re_a$ خلائی درز کی ہچکچاہٹ ہوتی ہے اور $\Re_c$ مقناطیسی مرکز کی۔ یہاں بھی اگر $\Re_c$ کو نظرانداز کرنا ممکن ہو تو ہمیں شکل 2.5-ب ملتا ہے جس میں مقناطیسی بہاؤ ϕ کو، بالکل اوہم کے قانون



شکل 2.5: مقناطیسی دور

کی طرح، مساوات سے حل کیا جا سکتا ہے۔ یعنی

$$\tau = \phi\Re_a \tag{2.11}$$

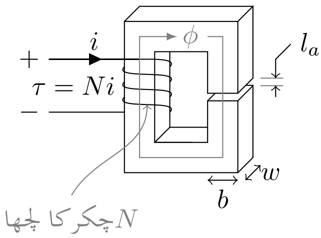
اگر $\Re_c$ کو نظرانداز کرنا ممکن نہ ہو تب بالکل سلسلہ وار مزاحمتوں کی طرح ہم اس شکل میں دیئے گئے دو سلسلہ وار ہچکچاہٹوں کا مجموعہ ہچکچاہٹ $\Re_s$ کو استعمال کر کے برق رو کا حساب لگائیں گے، یعنی

$$\Re_s = \Re_a + \Re_c \tag{2.12}$$

$$\tau = \phi\Re_s \tag{2.13}$$

بالکل برقی مثال کی طرح، مقناطیسی دباؤ کو کم ہچکچاہٹ والے راستے سے اس جگہ پہنچایا جاتا ہے جہاں اس کی ضرورت ہو۔ مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ ہچکچاہٹ، مقناطیسی مستقل μ سے منسلک ہے۔ μ کو عموماً $\mu = \mu_r\mu_0$ لکھا جاتا ہے جہاں $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ہینری فی میٹر[9] کے برابر ہے۔ لوہا، کچھ دھاتیں اور چند جدید مصنوعی اشیاء ایسی ہیں جن کی $2000 < \mu_r < 80000$ ہے۔ لہٰذا انہیں کو مقناطیسی دباؤ ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقلی کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ البتہ μ کی مقدار اتنی نہیں ہے کہ اس سے بنی سلاخ کی ہچکچاہٹ ہر جگہ نظرانداز کی جا سکے۔ مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ ہچکچاہٹ کم سے کم کرنے کی خاطر رقبہ عمودی تراش زیادہ سے زیادہ رکھنی پڑتی ہے۔ لہٰذا عموماً مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے کے لئے ایک تار نہیں بلکہ خاصی زیادہ سطح عمودی تراش رکھنے والا راستہ درکار ہوتا ہے جسے مقناطیسی مرکز[10] کہتے ہیں۔ برقی آلوں میں استعمال مقناطیسی مرکز لوہے کی باریک چادر یا پتری[11] تہہ در تہہ رکھ کر بنائی جاتی ہے۔ مقناطیسی مرکز کے بارے میں ہم حصہ میں مزید معلومات حاصل کریں گے۔

[9] Henry per meter
[10] magnetic core
[11] laminations



$$H_a = \frac{\tau}{l_a} \qquad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$
$$l_a \ll w$$
$$l_a \ll b$$

شکل 2.6: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی میدان کی شدت۔

2.5 کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی میدان کی شدت

حصہ میں ہم نے برقی مثال دی۔ یہاں ہم مقناطیسی مثال پیش کرتے ہیں۔ شکل 2.6 میں ایک مقناطیسی مثال دکھائی گئی ہے۔یہاں مقناطیسی مرکز کی $\mu_r = \infty$ تصور کی گئی ہے لہٰذا اس مرکز کی ہچکچاہٹ $\Re_c$ صفر ہو گی۔ لہٰذا جیسے حصہ میں تانبہ کی تار استعمال کی گئی تھی یہاں اسی طرح مقناطیسی مرکز کو مقناطیسی دباؤ τ ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کے لئے استعمال کیا گیا ہے۔ اس شکل میں مقناطیسی دباؤ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ $\Re_a$ تک پہنچایا گیا ہے۔

لہٰذا یہاں کُل ہچکچاہٹ صرف خلائی درز کی ہچکچاہٹ ہی ہے یعنی

$$\Re_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_z} \tag{2.14}$$

خلائی درز کے رقبہ عمودی تراش A_a کو مرکز کے رقبہ عمودی تراش $\Re_c$ کے برابر لیا گیا ہے۔ یعنی

$$A_a = A_c = wb \tag{2.15}$$

اگر خلائی درز کی لمبائی l_a مرکز کے رقبہ کے اطراف b اور w سے نہایت کم ہو یعنی $l_a \ll b$ اور $l_a \ll w$ تب ایسا کرنا ممکن ہوتا ہے۔ اس کتاب میں یہی تصور کیا جائے گا۔

مقناطیسی دباؤ کو یوں بیان کیا جاتا ہے

$$\tau = Ni \tag{2.16}$$

یعنی برقی تار کے چکر ضربِ ان میں برقی رو۔ لہٰذا مقناطیسی دباؤ کی اکائی ایمپیئر-چکر[12] ہے۔ بالکل حصہ کی طرح ہم مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\phi_a = \frac{\tau}{\Re_a} \tag{2.17}$$

---

[12] ampere-turn

مقناطیسی بہاؤ کی اکائی ویبر[13] [14] ہے اور ہچکچاہٹ کی اکائی ایمپیئر۔چکر فی ویبر[15] ہے۔ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_a اور مرکز میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_c برابر ہیں۔ اس مساوات کو مساوات کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\phi_a = \tau \left(\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \right) \tag{2.18}$$

$$\frac{\phi_a}{A_a} = \mu_0 \left(\frac{\tau}{l_a} \right) \tag{2.19}$$

اس مساوات میں بائیں جانب مقناطیسی بہاؤ فی اکائی رقبہ کو کثافتِ مقناطیسی بہاؤ[16] B_a اور دائیں جانب برقی دباؤ فی اکائی لمبائی کو مقناطیسی میدان کی شدت[17] H_a لکھا جا سکتا ہے۔یعنی

$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} \tag{2.20}$$

$$H_a = \frac{\tau}{l_a} \tag{2.21}$$

کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی اکائی ویبر فی مربع میٹر ہے جس کو ٹیسلہTesla[18] کا نام دیا گیا ہے۔مقناطیسی میدان کی شدت کی اکائی ایمپیئر فی میٹر[19] ہے۔ لہٰذا مساوات کو ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$B_a = \mu_0 H_a \tag{2.22}$$

جہاں متن سے واضح ہو کہ مقناطیسی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں مقناطیسی میدان کی شدت کو میدانی شدت[20] کہا جاتا ہے۔ شکل میں ہم دیکھتے ہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کی سمت، اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ کی الٹ سمت میں ہے لہٰذا ہم کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کو $\boldsymbol{B_a} = -B_a \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ لکھ سکتے ہیں۔ اسی طرح خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ کی الٹ سمت میں دباؤ ڈال رہی ہے لہٰذا ہم مقناطیسی دباؤ کی شدت کو $\boldsymbol{H_a} = -H_a \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ لکھ سکتے ہیں۔ لہٰذا اس مساوات کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\boldsymbol{B_a} = \mu_0 \boldsymbol{H_a} \tag{2.23}$$

اگر خلاء کی جگہ کوئی ایسے مادہ ہو جس کی ہو، تب ہم اس مساوات کو یوں لکھتے

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{2.24}$$

---

[13] Weber
[14] یہ اکائی جرمنی کے ولیم اڈورڈ ویبر کے نام ہے جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار رہا ہے
[15] ampere-turn per weber
[16] magnetic flux density
[17] magnetic field intensity
[18] Tesla: یہ اکائی سربیا کے نِکولا ٹیسلہ کے نام ہے جنہوں نے بدلتی رو برقی طاقت عام کرنے میں اہم کردار ادا کیا
[19] ampere per meter
[20] field intensity

مثال 2.2: شکل میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ 0.1 ٹیسلہ درکار ہے۔مرکز کی $\mu_r = \infty$ ہے اور خلائی درز کی لمبائی 1 ملی میٹر ہے۔اگر مرکز کے گرد برقی تار کے 100 چکر ہوں تو ان میں درکار برقی رو معلوم کریں۔
حل:

$$\begin{gathered}\tau = \phi \Re \\ Ni \phi \left(\frac{l}{\mu_0 A} \right) \\ \frac{\phi}{A} = \frac{N i \mu_0}{l}\end{gathered}$$

لہذا

$$\begin{aligned}0.1 &= \frac{100 \times i \times 4\pi 10^{-7}}{0.001} \\ i &= \frac{0.1 \times 0.001}{100 \times 4\pi 10^{-7}} = 0.795\,67\,\mathrm{A}\end{aligned}$$

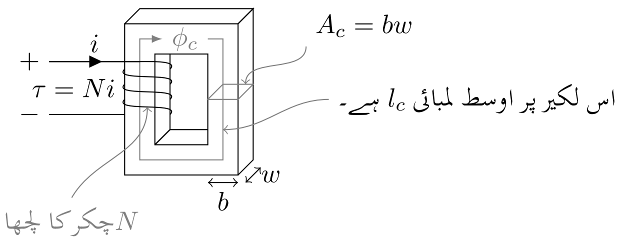
یعنی 0.79567 ایمپیئر برقی رو سے خلائی درز میں 0.1 ٹیسلہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ حاصل ہو جائے گی۔

2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم

شکل 2.7 میں ایک سادہ مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے جس میں مرکز کی مقناطیسی مستقل کو محدود تصور کیا گیا ہے۔شکل میں مقناطیسی دباؤ $\tau = Ni$ مقناطیسی مرکز میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_c کو جنم دیتی ہے۔ یہاں مرکز کا رقبہ عمودی تراش A_c ہر جگہ یکساں ہے اور مرکز کی اوسط لمبائی l_c ہے۔ مرکز میں مقناطیسی بہاؤ کی سمت فلیمنگ[21] کے دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جا سکتی ہے۔ اس قانون کو دو طریقوں سے بیان کیا جا سکتا ہے۔

- اگر ایک لچھے کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ ہاتھ کی چار انگلیاں لچھے میں برقی رو کی سمت میں لپٹی ہوں تو انگوٹھا اُس مقناطیسی بہاؤ کی سمت میں ہوگا جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آئیگا۔
- اگر ایک تار جس میں برقی رو کا گزر ہو، کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ انگوٹھا برقی رو کی سمت میں ہو تو باقی چار انگلیاں اُس مقناطیسی رو ، جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آئے، کی سمت میں لپٹی ہوں گی۔

[21] Fleming's right hand rule



شکل 2.7: سادہ مقناطیسی دور

ان دو بیانات میں پہلا بیان، لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کی سمت معلوم کرنے کے لئے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے جبکہ کسی ایک سیدھی تار کے گرد مقناطیسی بہاؤ کی سمت دوسرے بیان سے زیادہ آسانی سے معلوم کی جا سکتی ہے۔ لہٰذا مرکز میں مقناطیسی بہاؤ گھڑی کے سمت میں ہے۔ مقناطیسی بہاو کو شکل میں تیر والے ہلکی سیاہی کے لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یہاں مرکز کی ہچکچاہٹ

$$\Re_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c} \tag{2.25}$$

$$\phi_c = \frac{\tau}{\Re_c} = Ni\left(\frac{\mu_c A_c}{l_c}\right) \tag{2.26}$$

اس طرح ہم سب متغیرات حاصل کر سکتے ہیں۔

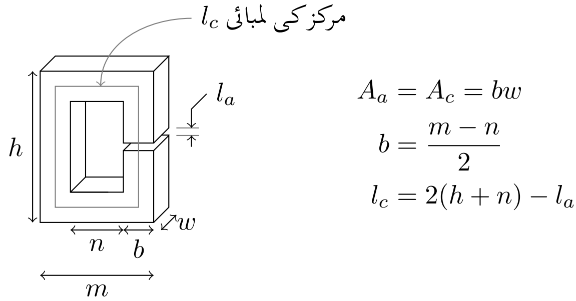
مثال 2.3: شکل 2.8 میں ایک مقناطیسی مرکز دکھایا گیا ہے جہاں

$$\text{کور} = \begin{cases} h = 20\,\mathrm{cm} & m = 10\,\mathrm{cm} \\ n = 8\,\mathrm{cm} & w = 2\,\mathrm{cm} \\ l_a = 1\,\mathrm{mm} & \mu_r = 40000 \end{cases} \tag{2.27}$$

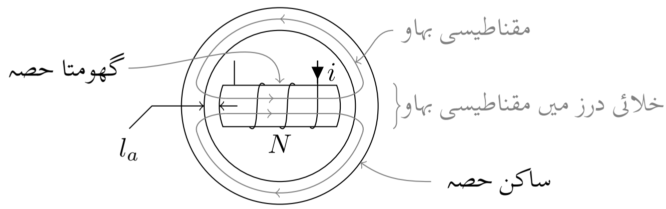
ہیں۔مرکز اور خلائی درز کی ہچکچاہٹیں حاصل کریں۔ حل:

$$\begin{aligned} b &= \frac{m-n}{2} = \frac{0.1-0.08}{2} = 0.01\,\mathrm{m} \\ A_a &= A_c = bw = 0.01 \times 0.02 = 0.0002\,\mathrm{m}^2 \\ l_c &= 2(h+n) - l_a = 2(0.2+0.08) - 0.001 = 0.559\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Re_c &= \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0.559}{40000 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 55\,598\,\mathrm{A \cdot t/Wb} \\ \Re_a &= \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{0.001}{4\pi 10^{-7} \times 0.0002} = 3\,978\,358\,\mathrm{A \cdot t/Wb} \end{aligned}$$



شکل 2.8: خلائی درز اور مرکز کے ہچکچاہٹ



شکل 2.9: سادہ گھومنے والا مشین

ہم دیکھتے ہیں اگرچہ مرکز کی لمبائی خلائی درز کی لمبائی سے 559 گنا زیادہ ہے تب بھی خلائی درز کی ہچکچاہٹ 71 گنا زیادہ ہے یعنی $\Re_c \ll \Re_a$

مثال 2.4: شکل 2.9 سے رجوع کریں۔اگر ایک خلائی درز 5 ملی میٹر لمبا ہو اور گھومتے حصہ پر 1000 چکر ہوں تو خلائی درز میں 0.95 ٹیسلہ کثافتِ برقی بہاؤ حاصل کرنے کی خاطر درکار برقی رو معلوم کریں۔ حل: اس شکل میں ایک گھومتے مشین، مثلاً موٹر، کی ایک سادہ شکل دکھائی گئی ہے۔ ایسے آلوں میں باہر کا حصہ ساکن رہتا ہے جس کو مشین کا ساکن حصہ کہتے ہیں اور اس ساکن حصہ کے اندر اس کا ایک حصہ گھومتا ہے جسے گھومتا حصہ کہتے ہیں۔ اس مثال میں ان دونوں حصوں کا $\mu_r = \infty$ ہے لہٰذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہے۔ مقناطیسی بہاؤ ہلکی سیاہی کے لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔ یہ خلائی درز میں سے، ایک مکمل چکر کے دوران، دو مرتبہ گزرتی ہے۔ یہ دو خلائی درز ہر لحاظ سے ایک جیسے ہیں لہٰذا ان دونوں خلائی درز کی ہچکچاہٹ بھی برابر ہوں گی۔مزید یہ کہ ان خلائی درز کی ہچکچاہٹ سلسلہ وار ہیں۔شکل میں مقناطیسی بہاؤ کو گھومتے حصہ سے ساکن حصہ کی طرف، خلائی درز سے گزرتے دکھایا گیا ہے۔خلائی درز کی لمبائی l_a بہت کم ہے لہٰذا خلائی درز کا عمودی رقبہ تراش A_a وہی ہو گا جو گھومتے حصہ کا ہے یعنی A_c

ایک خلائی درز کی ہچکچاہٹ

$$\Re_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{l_a}{\mu_0 \mathrm{A}_c}$$

ہے۔لہٰذا کُل ہچکچاہٹ ہو گی

$$\Re_s = \Re_a = \Re_a = \frac{2l_a}{\mu_0 A_c}$$

یوں خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ ϕ_a اور کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B_a یہ ہوں گے۔

$$\phi_a = \frac{\tau}{\Re_s} = (Ni)\left(\frac{\mu_0 A_c}{2l_a}\right)$$
$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} = \frac{\mu_0 Ni}{2l_a}$$

اس مساوات میں اعداد استعمال کرتے ہیں

$$0.95 = \frac{4\pi 10^{-7} \times 1000 \times i}{2 \times 0.005}$$
$$i = \frac{0.95 \times 2 \times 0.005}{4\pi 10^{-7} \times 1000} = 7.56\,\mathrm{A}$$

موٹر اور جنریٹروں کی خلاء میں تقریباً ایک ٹیسلہ کثافتِ برقی بہاؤ ہوتی ہے۔

2.7 خود امالہ ، مشترکہ امالہ اور توانائی

مقناطیسی بہاؤ کی، وقت کے ساتھ تبدیلی، برقی دباؤ کو جنم دیتی ہے۔ لہٰذا اگر شکل کے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہو رہی ہو تو اس کی وجہ سے اس کے لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہوگی جوکہ اس لچھے کے سروں پر نمودار ہوگی۔ اِس طرح پیدا ہونے والی برقی دباؤ کو امالی برقی دباؤ[22] کہتے ہیں۔ قانونِ فیراڈے[23] کے تحت[24]

$$e = N\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial t} \tag{2.28}$$

اس مساوات میں ہم لچھے میں، وقت کے ساتھ تبدیل ہونے والی، مقناطیسی بہاؤ کو ϕ سے ظاہر کر رہے ہیں۔$N\phi$ کو لچھے کی اِرتَباطِ بہاؤ[25] λ کہتے ہیں جس کی اکائی ویبر۔چکر[26] ہے۔ اس امالی برقی دباؤ کی سمت کا تعین یوں کیا جاتا ہے کہ اگر دیئے گئے لچھے کی سروں کو کسرِ دور[27] کیا جائے تو اِس میں برقی

[22] induced voltage
[23] Faraday's law
[24] مائکل فیراڈے انگلستانی سائنسدان تھے جنہوں نے محرک برقی دباؤ دریافت کی
[25] flux linkage
[26] weber-turn
[27] short circuit

رو اُس سمت میں ہو گی جس میں مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کو روکا جا سکے۔

جن مقناطیسی دوروں میں مقناطیسی مستقل μ کو اٹل مقدار تصور کیا جا سکے یا جن میں خلائی درز کی ہچکچاہٹ مرکز کی ہچکچاہٹ سے بہت زیادہ ہو یعنی $\Re_c \gg \Re_a$ ، ان حالات میں ہم لچھے کی امالہ[28] L کو یوں بیان کرتے ہیں۔

$$L = \frac{\lambda}{i} \tag{2.29}$$

امالہ کی اکائی ویبر۔چکر فی ایمپیئر ہے جس کو ہینری[29] H کا نام[30] دیا گیا ہے۔ لہٰذا

$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NB_cA_c}{i} = \frac{N^2\mu_0A_a}{l_a} \tag{2.30}$$

مثال 2.5: شکل میں اگر $b = 5\,\mathrm{cm}, w = 4\,\mathrm{cm}, l_a = 3\,\mathrm{mm}$ جبکہ لچھے کے 1000 چکر اور مرکز کے گرد اوسط لمبائی $l_c = 30\,\mathrm{cm}$ ہو تب ان دو صورتوں میں لچھے کی امالہ معلوم کریں۔

- مرکز کی $\mu_r = \infty$ ہے۔
- مرکز کی $\mu_r = 500$ ہے۔

حل: پہلی صورت میں مرکز کی $\mu_r = \infty$ ہونے کی وجہ سے مرکز کی ہچکچاہٹ نظرانداز کی جا سکتی ہے۔یوں

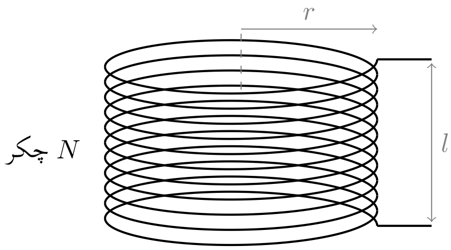
$$\begin{aligned} L &= \frac{N^2\mu_0wb}{l_a} \\ &= \frac{1000^2 \times 4\pi10^{-7} \times 0.04 \times 0.05}{0.003} \\ &= 0.838\,\mathrm{H} \end{aligned}$$

دوسری صورت میں $\mu_r = 500$ ہے۔یوں مرکز کی ہچکچاہٹ صفر نہیں۔خلاء اور مرکز کی ہچکچاہٹ پہلے دریافت کرتے ہیں

$$\begin{aligned} \Re_a &= \frac{l_a}{\mu_0wb} = \frac{0.003}{4\pi10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 1\,193\,507\,\mathrm{A\cdot t/Wb} \\ \Re_c &= \frac{l_c}{\mu_r\mu_0wb} = \frac{0.3}{500 \times 4\pi10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 238\,701\,\mathrm{A\cdot t/Wb} \end{aligned}$$

---

[28] inductance
[29] Henry
[30] امریکی سائنسدان جوزف ہینری جنہوں نے مائکل فیراڈے سے علیحدہ طور پر محرک برقی دباؤ دریافت کی



شکل 2.10: پیچدار لچھا

لہٰذا

$$\phi = \frac{Ni}{\Re_a + \Re_c}$$
$$\lambda = N\phi = \frac{N^2 i}{\Re_a + \Re_c}$$
$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{\Re_a + \Re_c} = \frac{1000^2}{1193507 + 238701} = 0.698\,\mathrm{H}$$

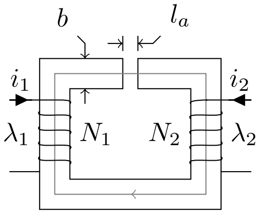
مثال 2.6: شکل 2.10 میں ایک پیچدار لچھا[31] دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل یوں ہے
$N = 11, r = 0.49\,\mathrm{m}, l = 0.94\,\mathrm{m}$
ایسے پیچدار لچھے کی بیشتر مقناطیسی بہاؤ لچھے کے اندر محوری سمت میں ہوتی ہے۔لچھے کے باہر مقناطیسی بہاؤ کی مقدار قابلِ نظرانداز ہوتی ہے۔یوں لچھے کے اندر محوری جانب مقناطیسی شدت

$$H = \frac{Ni}{l}$$

ہوتی ہے۔اس لچھے کی خود امالہ حاصل کریں۔ حل:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 N i}{l}$$
$$\phi = B\pi r^2 = \frac{\mu_0 N i \pi r^2}{l}$$
$$\lambda = N\phi = \frac{\mu_0 N^2 i \pi r^2}{l}$$
$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

[31] spiral coil



موٹائی $= b$

گہرائی $= w$

$$A_a = A_c = bw$$
$$\lambda_1 = N_1\phi$$
$$\lambda_2 = N_2\phi$$
$$\phi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\Re_a + \Re_c}$$

شکل 2.11: دو لچھے والا مقناطیسی دور۔

یوں

$$L = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times \pi \times 0.49^2}{0.94} = 122\,\mu\text{H}$$

یہ پیچدار لچھا میں نے 3000 کلو گرام لوہا گلانے والی بھٹی میں استعمال کیا ہے۔

شکل 2.11 میں دو لچھے والا ایک مقناطیسی دور دکھایا گیا ہے۔ ایک لچھے کے N_1 چکر ہیں اور اس میں برقی رو i_1 ہے اور دوسرا لچھا N_2 چکر کا ہے اور اس میں برقی رو i_2 ہے۔ دونوں لچھوں میں برقی رو کی سمتیں یوں ہیں کہ اِن دونوں کا مقناطیسی دباؤ جمع ہو۔ یوں اگر مرکز کے امالہ کو نظرانداز کیا جائے تو ہم مقناطیسی بہاؤ ϕ کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$\phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2)\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \tag{2.31}$$

یہاں ϕ دونوں لچھوں کے مجموعی مقناطیسی دباؤ یعنی $N_1 i_1 + N_2 i_2$ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی بہاؤ ہے۔ اس مقناطیسی بہاؤ کی ان لچھوں کے ساتھ اِرتَباط کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\lambda_1 = N_1\phi = N_1^2\frac{\mu_0 A_a}{l_a}i_1 + N_1 N_2\frac{\mu_0 A_a}{l_a}i_2 \tag{2.32}$$

اس کو یوں لکھا جا سکتا ہے

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \tag{2.33}$$

جہاں

$$L_{11} = N_1^2\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \tag{2.34}$$

$$L_{12} = N_1 N_2\frac{\mu_0 A_a}{l_a} \tag{2.35}$$

ہیں۔ یہاں L_{11} پہلے لچھے کی خود امالہ[32] ہے اور $L_{11}i_1$ اِس لچھے کی اپنے برقی رو i_1 سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ اِرتَباطِ بہاؤ ہے جسے خود اِرتباطِ بہاؤ[33] کہتے ہیں۔ L_{12} اِن دونوں لچھوں کا مشترکہ امالہ[34] ہے اور $L_{12}i_2$ لچھا نمبر۔1 کے ساتھ برقی رو i_2 کی وجہ سے پیدا کردہ مقناطیسی بہاؤ کا اِرتَباطِ بہاؤ ہے جسے مشترکہ اِرتَباطِ بہاؤ[35] کہتے ہیں ۔ بالکل اسی طرح ہم دوسرے لچھے کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$\lambda_2 = N_2\phi = N_2N_1\frac{\mu_0A_a}{l_a}i_1 + N_2^2\frac{\mu_0A_a}{l_a}i_2 \tag{2.36}$$

$$= L_{21}i_1 + L_{22}i_2 \tag{2.37}$$

جہاں

$$L_{22} = N_2^2\frac{\mu_0A_a}{l_a} \tag{2.38}$$

$$L_{21} = L_{12} = N_2N_1\frac{\mu_0A_a}{l_a} \tag{2.39}$$

ہیں۔ L_{22} دو نمبر لچھے کی خود امالہ اور $L_{21} = L_{12}$ ان دو لچھوں کی مشترکہ امالہ ہے۔ یہاں یہ واضح کرنا ضروری ہے کہ امالہ کا تصور اس وقت کارآمد ہوتا جب ہم مقناطیسی مستقل μ کو اٹل تصور کر سکیں۔ مساوات کو مساوات میں استعمال کریں تو

$$e = \frac{\partial\lambda}{\partial t} = \frac{\partial(N\phi)}{\partial t} = \frac{\partial(Li)}{\partial t} \tag{2.40}$$

اگر امالہ مقررہ ہو جیسا کہ ساکن آلوں میں ہوتا ہے تب ہمیں امالہ کی جانی پہچانی مساوات ملتی ہے

$$e = L\frac{\partial i}{\partial t} \tag{2.41}$$

مگر اگر امالہ بھی تبدیل ہو جیسا کہ موٹروں اور جنریٹروں میں ہوتا ہے تب

$$e = L\frac{\partial i}{\partial t} + i\frac{\partial L}{\partial t} \tag{2.42}$$

توانائی[36] کی اکائی جاؤل[37] J [38] ہے اور طاقت[39] کی اکائی[40] جاؤل فی سیکنڈ یا واٹ[41] W ہے۔

---

[32] self inductance
[33] self flux linkage
[34] mutual inductance
[35] mutual flux linkage
[36] energy
[37] Joule
[38] جیمس پریسقوٹ جاؤل انگلستانی سائنسدان جنہوں نے حرارت اور میکانی کام کا رشتہ دریافت کیا
[39] power
[40] سکاٹلینڈ کے جیمز واٹ جنہوں نے بخارات پر چلنے والے انجن پر کام کیا
[41] Watt

اس کتاب میں توانائی یا کام کو W سے ظاہر کیا جائے گا مگر طاقت کی اکائی واٹ W کے لئے بھی یہی کی علامت استعمال ہوتی ہے۔امید کی جاتی ہے کہ اس سے غلطی پیش نہیں آئے گی اور استعمال کو دیکھ کر یہ فیصلہ کرنا کہ اس کا کون سا مطلب لیا جا رہا ہے دشوار نہ ہوگا۔

وقت کے ساتھ توانائی کی شرح کو طاقت کہتے ہیں لہٰذا کسی لچھے کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$p = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = ei = i\frac{\partial \lambda}{\partial t} \tag{2.43}$$

لہٰذا ایک مقناطیسی دور میں t_1 سے t_2 تک کے وقفے میں مقناطیسی توانائی میں تبدیلی کو تکمل کے ذریعہ یوں حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$\Delta W = \int_{t1}^{t2} p \,\mathrm{d}t = \int_{\lambda 1}^{\lambda 2} i \,\mathrm{d}\lambda \tag{2.44}$$

اگر مقناطیسی دور میں ایک ہی لچھا ہو اور اس دور میں امالہ اٹل ہو تب

$$\Delta W = \int_{\lambda 1}^{\lambda 2} i \,\mathrm{d}\lambda = \int_{\lambda 1}^{\lambda 2} \frac{\lambda}{L} \,\mathrm{d}\lambda = \frac{1}{2L}\left(\lambda_2^2 - \lambda_1^2\right) \tag{2.45}$$

اگر ہم لمحہ t_1 پہ $\lambda_1 = 0$ تصور کریں تب ہم کسی دیئے گئے λ پہ مقناطیسی توانائی کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$\Delta W = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{Li^2}{2} \tag{2.46}$$

2.8 مقناطیسی مادہ کے خصوصیات

مقناطیسی دوروں میں مرکز استعمال کرنے سے دو طرح کے فوائد حاصل ہوتے ہیں۔ مرکز کے استعمال سے ایک تو کم مقناطیسی دباؤ سے زیاد مقناطیسی بہاؤ پیدا کی جا سکتی ہے اور دوسری، مقناطیسی بہاؤ کو اپنی مرضی کے راستوں پابند کیا جاسکتا ہے۔ ٹرانسفارمروں میں مرکز کو استعمال کر کے مقناطیسی بہاؤ کو اِس طرح پابند کیا جاتا ہے کہ جو مقناطیسی بہاؤ ایک لچھے سے گزرتا ہے، وہی مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، باقی لچھوں سے بھی گزرتا ہے۔ موٹروں میں مرکز کو استعمال کرکے مقناطیسی بہاؤ کو یوں پابند کیا جاتا ہے کہ زیادہ سے زیادہ قوت پیدا ہو جبکہ جنریٹروں میں اسے زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ حاصل کرنے کی نیت سے پابند کیا جاتا ہے۔ مقناطیسی اشیاء کی B اور H کے تعلق کو گراف کے ذریعہ سے پیش کیا جاتا ہے۔ لوہا نما مقناطیسی اشیاء کی $B-H$ گراف شکل 2.12۔الف میں دکھائی گئی ہے۔ایک لوہا نما مقناطیسی شہ جس میں کسی قسم کی مقناطیسی اثر نہ ہو کو نقطہ a سے ظاہر کیا گیا ہے۔اس نقطہ پر

$$\begin{aligned} H_a &= 0 \\ B_a &= 0 \end{aligned} \tag{2.47}$$

ہیں۔

شکل 2.12: BH خطوط یا مقناطیسی چال کے دائرے

ایسی شہ کو لچھے میں رکھ کر اس پر مقناطیسی دباؤ لاگو کی جا سکتی ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت H لاگو کرنے سے لوہا نما مقناطیسی شہ میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوگی۔میدانی شدت بڑھانے سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ بھی بڑھے گی۔اس عمل کو نقطہ a سے شروع ایک نوکدار خط سے دکھلایا گیا ہے۔میدانی شدت کو نقطہ b تک بڑھایا گیا ہے جہاں یہ مقداریں H_b اور B_b ہیں۔

اگر اس نقطہ تک پہنچنے کے بعد میدانی شدت کم کی جائے تو دیکھا یہ گیا ہے کہ واپسی کی خط مختلف راستہ اختیار کرتی ہے۔یوں نقطہ b سے اگر میدانی شدت کم کرتے کرتے صفر کی جائے تو لوہا نما شہ کی کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کم ہو کر نقطہ c پر آ پہنچتی ہے۔نقطہ b سے نقطہ c تک نوکدار خط اس عمل کو دکھلا رہی ہے۔اس نقطہ پر بیرونی میدانی شدت صفر ہے لیکن لوہا نما شہ کی کثافتِ مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں۔یہ اب ایک مقناطیس بن گیا ہے جس کی کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B_c ہے۔اس مقدار کو بقایا کثافتِ مقناطیسی بہاؤ[42] کہتے ہیں۔مصنوعی مقناطیس اسی طرح بنائے جاتے ہیں۔

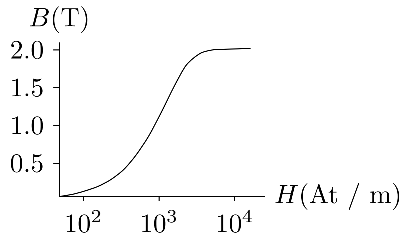
اگر یہاں سے میدانی شدت منفی سمت میں بڑھائی جائے تو B کم ہوتے ہوتے آخر کار ایک بار پھر صفر ہو جاتی ہے۔اس نقطہ کو d سے ظاہر کیا گیا ہے۔مقناطیسیت ختم کرنے کے لئے درکار میدانی شدت کی مقدار $|H_d|$ کو مقناطیسیت ختم کرنے والی شدت یا خاتم شدت[43] کہتے ہیں۔

منفی سمت میں میدانی شدت بڑھاتے نقطہ e حاصل ہوتا ہے جہاں سے منفی سمت کی میدانی شدت کی مقدار ایک بار پھر کم کی جاتی ہے۔یوں نقطہ f حاصل ہوتا ہے جہاں میدانی شدت صفر ہونے کے باوجود کثافتِ مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں۔اس نقطہ پر لوہا نما شہ اُلٹ سمت میں مقناطیس بن چکا ہے اور B_f بقایا کثافتِ مقناطیسی بہاؤ ہے۔اسی طرح اس جانب مقناطیسیت ختم کرنے کی شدت $|H_g|$ ہے۔

اگر لوہا نما شہ پر باری باری مثبت اور منفی یکساں میدانی شدت کئی بار لاگو کی جائے تو اس کی $B-H$ کی خط ایک بند دائرہ کی شکل اختیار کر لیتی ہے جسے مقناطیسی چال کا دائرہ[44] کہتے ہیں۔یہی شکل کے حصہ الف میں دکھائی گئی ہے۔

حصہ الف میں نقطہ a سے نقطہ b پہنچنے کے بعد اگر میدانی شدت مزید بڑھائی جائے اور پھر مقناطیسی چال حاصل کی جائے تو شکل کے حصہ با کا بیرونی بند دائرہ ملتا ہے۔حصہ الف کی مقناطیسی چال یہاں

magnetic flux!residual[42]
coercivity[43]
hysteresis loop[44]



شکل 2.13: $M5$ سٹیل کی 0.3048 ملی میٹر موٹی پتری کا خط۔ میدانی شدت کا پیمانہ لاگ ہے۔

اندرونی دائرہ سے دکھائی گئی ہے۔

شکل کی طرح کے خطوط کی چونچوں (یعنی زیادہ سے زیادہ مقدار واضح کرنے والے نکتوں) میں سے اگر ایک خط گزاری جائے تو شکل 2.13 حاصل ہوتی ہے۔یہ شکل ٹرانسفارمروں میں استعمال ہونے والی 0.3048 ملی میٹر موٹی $M5$ پتری کا گراف ہے۔ اس خط میں موجود مواد جدول 2.1 میں بھی دیا گیا ہے۔عموماً مسائل اس خط میں موجود مواد سے حل ہوتے ہیں۔دھیان رہے کہ اس خط میں H کا پیمانہ لاگ[45] میں دکھایا گیا ہے۔

لوہا نما مقناطیسی اشیاء پر لاگو مقناطیسی شدت بڑھانے سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ بڑھنے کی شرع بتدریج کم ہوتی جاتی ہے حتیٰ کہ آخر کار یہ شرح خلاء کی شرح μ_0 رہ جاتی ہے یعنی

$$\frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu_0 \tag{2.48}$$

اس اثر کو سیرابیت[46] کہتے ہیں۔یہ شکل 2.13 میں واضح ہے۔گراف کو دیکھا جائے تو B کے کسی ایک متعین مقدار H کے لئے کے دو ممکنہ مقدار ہیں۔ اگر مقناطیسی بہاؤ بڑھ رہا ہو تو، گراف میں نیچے سے اُوپر جانے والی لکیر، اِس میں B اور H کے تعلق کو پیش کرتی ہے اور اگر مقناطیسی بہاؤ کم ہو رہا ہو تو، اوپر سے نیچے آنے والی لکیر، اِس تعلق کو پیش کرتی ہے۔ چونکہ $\mu = B/H$ ، لہٰذا B کے مقدار تبدیل ہونے سے μ بھی تبدیل ہوتی ہے۔ باوجود اِس کے ہم مقناطیسی دوروں میں یہ تصور کرتے ہیں کہ μ ایک مقررہ ہے۔ یہ تصور کر لینے سے عموماً جواب پر زیادہ اثر نہیں پڑتا۔

مثال 2.7: شکل یا اس کے مساوی فہرست میں دیئے گئے مواد کو استعمال کرتے ہوئے شکل کی خلاء میں ایک ٹیسلہ اور دو ٹیسلہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ حاصل کرنے کے لئے درکار برقی رو معلوم کریں۔اس شکل میں

$$b = 5\,\mathrm{cm}, w = 4\,\mathrm{cm}, l_a = 3\,\mathrm{mm}, l_c = 30\,\mathrm{cm}, N = 1000$$

ہیں۔مرکز اور خلاء کی رقبہ عمودی تراش برابر لیں۔

---

[45] log
[46] saturation

B	H	B	H	B	H	B	H	B	H	B	H
0.000	0	0.700	9	1.480	30	1.720	200	1.852	1000	1.998	9000
0.040	2	0.835	10	1.540	40	1.752	300	1.900	2000	2.000	10000
0.095	3	1.000	11.22	1.580	50	1.780	400	1.936	3000	2.020	20000
0.160	4	1.100	12.59	1.601	60	1.800	500	1.952	4000	2.040	30000
0.240	5	1.200	14.96	1.626	70	1.810	600	1.968	5000	2.048	40000
0.330	6	1.300	17.78	1.640	80	1.824	700	1.975	6000	2.060	50000
0.440	7	1.340	20	1.655	90	1.835	800	1.980	7000	2.070	60000
0.560	8	1.400	23.77	1.662	100	1.846	900	1.985	8000	2.080	70000

جدول 2.1: مقناطیسی بہاو بالمقابل شدت

حل: ایک ٹیسلہ کے لئے۔
فہرست سے ہم دیکھتے ہیں کہ مرکز میں 1 ٹیسلہ حاصل کرنے کے لئے مرکز کو 11.22 ایمپیئر۔چکر فی میٹر H درکار ہے۔یوں 30 سم لمبے مرکز کو $0.3 \times 11.22 = 3.366$ ایمپیئر چکر درکار ہیں۔
خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} = 795\,671$$

ایمپیئر۔چکر فی میٹر درکار ہیں۔لہٰذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو $0.003 \times 795671 = 2387$ ایمپیئر چکر درکار ہیں۔یوں کُل ایمپیئر۔چکر $3.366 + 2387 = 2390.366$ ہیں جن سے

$$i = \frac{2390.366}{1000} = 2.39\,\mathrm{A}$$

حاصل ہوتی ہے۔
حل: دو ٹیسلہ کے لئے۔
فہرست سے ہم دیکھتے ہیں کہ مرکز میں 2 ٹیسلہ حاصل کرنے کے لئے مرکز کو 10000 ایمپیئر۔چکر فی میٹر H درکار ہے۔یوں 30 سم لمبے مرکز کو $0.3 \times 10000 = 3000$ ایمپیئر چکر درکار ہیں۔خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{2}{4\pi 10^{-7}} = 1\,591\,342$$

ایمپیئر۔چکر فی میٹر درکار ہیں۔لہٰذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو $0.003 \times 1591342 = 4774$ ایمپیئر چکر درکار ہیں۔یوں کُل ایمپیئر۔چکر $3000 + 4774 = 7774$ ہیں جن سے

$$i = \frac{7774}{1000} = 7.774\,\mathrm{A}$$

حاصل ہوتی ہے۔
اس مثال میں مقناطیسی سیرابیت کے اثرات واضح ہیں۔

2.9 ہیجان شدہ لچھا

بدلتی رو میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہوتے ہیں یعنی یہ وقت کے ساتھ $\sin \omega t$ یا $\cos \omega t$ کا تعلق رکھتے ہیں۔ اِس سبق میں ہم بدلتی رو سے لچھے کو ہیجان کرنا اور اس سے نمودار ہونے والے برقی توانائی کے ضیاع کا تذکرہ کریں گے۔ شکل سے رجوع کریں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ

$$B = B_0 \sin \omega t \tag{2.49}$$

یوں مرکز میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ φ

$$\varphi = A_c B = A_c B_0 \sin \omega t = \phi_0 \sin \omega t \tag{2.50}$$

ہے۔اس مساوات میں مقناطیسی بہاؤ کا حیطہ $\mp\phi_0$ اور B کا حیطہ $\mp B_0$ کے مابین تبدیل ہوتے ہیں۔A_c مرکز کا رقبہ عمودی تراش ہے جو ہر جگہ یکساں ہے ۔$\omega = 2\pi f$ ہے جہاں f تعدد ہے۔

فیراڈے کے قانون یعنی مساوات کے تحت اس مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے لچھے میں $e(t)$ برقی دباؤ پیدا ہو گی۔

$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{\partial \lambda}{\partial t} \\ &= \omega N \phi_0 \cos \omega t \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= E_0 \cos \omega t \end{aligned} \tag{2.51}$$

جس کا حیطہ

$$E_0 = \omega N \phi_0 = 2\pi f N A_c B_0 \tag{2.52}$$

ہے۔$e(t)$ کو امالی برقی دباؤ[47] کہتے ہیں۔

ہم بدلتی رو مقداروں کے مربع کی اوسط کے جزر میں دلچسپی رکھتے ہیں۔یہی ان مقداروں کی موثر[48] قیمت ہوتی ہے۔ جیسا مساوات میں دیکھا گیا ہے، ایک سائن نما موج کی موثر قیمت اس کے حیطہ کے $1/\sqrt{2}$ گنّا ہوتی ہے لہٰذا

$$E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N A_c B_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N A_c B_0 \tag{2.53}$$

یہ مساوات بہت اہمیت رکھتی ہے اور ہم اس کو بار بار استعمال کریں گے۔بدلتی برقی دباؤ یا بدلتی برقی رو کی مقدار کی جب بھی ذکر ہو، یہ ان کی مربع کی اوسط کے جزر یعنی اس کے موثر قیمت کا ذکر ہوتا ہے۔پاکستان میں گھریلو برقی دباؤ 220 وولٹ ہے۔اس کا مطلب ہے کہ اس برقی دباؤ کی موثر قیمت 220 وولٹ ہے۔ چونکہ یہ سائن نما ہے لہٰذا اس کی چوٹی $\sqrt{2} \times 220 = 311$ وولٹ ہے۔

[47] induced voltage
[48] root mean square, rms

ωt	B	H	$0.3H$	$i_\varphi = \frac{0.3H}{27}$	ωt	B	H	$0.3H$	$i_\varphi = \frac{0.3H}{27}$
0.675	1.000	11.22	3.366	0.125	0.000	0.000	0	0.000	0.000
0.757	1.100	12.59	3.777	0.140	0.025	0.040	2	0.600	0.022
0.847	1.200	14.96	4.488	0.166	0.059	0.095	3	0.900	0.033
0.948	1.300	17.78	5.334	0.198	0.100	0.160	4	1.200	0.044
0.992	1.340	20	6.000	0.222	0.150	0.240	5	1.500	0.056
1.064	1.400	23.77	7.131	0.264	0.208	0.330	6	1.800	0.067
1.180	1.480	30	9.000	0.333	0.278	0.440	7	2.100	0.078
1.294	1.540	40	12.000	0.444	0.357	0.560	8	2.400	0.089
1.409	1.580	50	15.000	0.556	0.453	0.700	9	2.700	0.100
1.571	1.601	60	18.000	0.667	0.549	0.835	10	3.000	0.111

جدول 2.2: محرک برقی رو

مثال 2.8: شکل میں 27 چکر ہیں۔ مرکز کی لمبائی 30 سم جبکہ اس کا رقبہ عمودی تراش 229.253 مربع سم ہے۔لچھے میں گھریلو 220 وولٹ موثر برقی دباؤ سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔فہرست کی مدد سے مختلف برقی دباؤ پر محرک برقی رو معلوم کریں اور اس کا گراف بنائیں۔
حل: گھریلو برقی دباؤ 50 ہرٹز کی سائن نما موج ہوتی ہے یعنی

$$v = \sqrt{2} \times 220 \cos(2\pi 50 t) \tag{2.54}$$

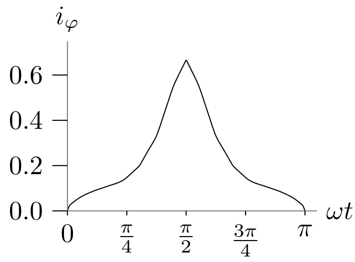
مساوات کی مدد سے ہم کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی چوٹی حاصل کرتے ہیں

$$B_0 = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 27 \times 0.0229253} = 1.601\,\mathrm{T} \tag{2.55}$$

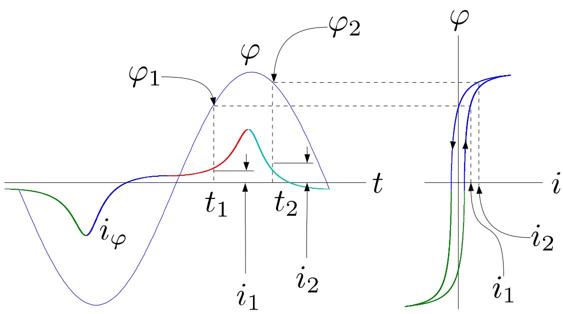
لہٰذا مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ صفر سے ∓ 1.601 ٹیسلہ کے درمیان تبدیل ہوتی رہتی ہے۔یوں مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مساوات یہ ہو گی

$$B = 1.601 \sin \omega t \tag{2.56}$$

ہم فہرست کی مدد سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کے 0 سے 1.601 ٹیسلہ کے درمیان مختلف قیمتوں پر درکار محرک برقی رو i_ϕ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ہم مختلف B پر فہرست سے مرکز کی H حاصل کریں گے جو کہ ایک میٹر لمبی مرکز کے لئے درکار ایمپیئر۔چکر دیتی ہے۔اس سے 30 سم لمبی مرکز کے لئے درکار ایمپیئر۔چکر حل کر کے برقی رو حاصل کریں گے۔
جدول 2.2 مختلف کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کے لئے درکار محرک برقی رو دیتی ہے۔جدول میں ہر B کی قیمت پر ωt مساوات کی مدد سے حاصل کی گئی ہے۔ωt بالمقابل محرک برقی رو کا گراف شکل 2.14 میں دیا گیا ہے۔



شکل 2.14: $M5$ پتری کے مرکز میں 1.6 ٹیسلہ تک ہیجان پیدا کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو۔



شکل 2.15: ہیجان انگیز برقی رو۔

برقی لچھے میں برقی دباؤ سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ہیجان شدہ لچھے میں برقی رو کی وجہ سے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ پیدا ہوتا ہے۔ اس برقی رو i_ϕ کو ہم ہیجان انگیز برقی رو[49] کہتے ہیں۔

مثال میں ہیجان انگیز برقی رو معلوم کی گئی جسے شکل 2.14 میں دکھایا گیا۔اسے حاصل کرتے وقت مقناطیسی چال[50] کو نظر انداز کیا گیا۔شکل 2.15 میں ہیجان انگیز برقی رو دکھائی گئی ہے جو مقناطیسی چال کو مدِ نظر رکھ کر حاصل کی گئی ہے۔ اس کو سمجھنا نہایت ضروری ہے۔ اس شکل میں دائیں جانب مقناطیسی چال کی خط ہے۔ چونکہ

$$
\begin{aligned}
Hl &= Ni \\
\varphi &= BA_c
\end{aligned}
\tag{2.57}
$$

[49] excitation current
[50] hysteresis

لہٰذا اس خط کو $i_\varphi - \varphi$ کا خط تصور کیا جا سکتا ہے۔شکل کی بائیں جانب مرکز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ φ دکھائی گئی ہے۔یہ سائن نما مقناطیسی بہاؤ کی موج وقت کے ساتھ تبدیل ہوتی ہے۔لمحہ t_1 پر اس موج کی مقدار φ_1 ہو گی۔ یہ شکل میں دکھائی گئی ہے۔اتنی مقناطیسی بہاؤ حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو $i_{\varphi 1}$ مقناطیسی چال کی خط سے حاصل کی جا سکتی ہے۔اس ہیجان انگیز برقی رو کو شکل میں لمحہ t_1 پر دکھایا گیا ہے۔

دھیان رہے کہ اس لمحہ مقناطیسی بہاؤ بڑھ رہی ہے لہٰذا مقناطیسی چال کی خط کا صحیح حصہ استعمال کرنا ضروری ہے۔ شکل میں اس حصہ کو $efgb$ سے واضح کیا گیا ہے۔

اسی طرح ایک اور لمحہ t_2 جب مقناطیسی بہاؤ کم ہو رہی ہے یہی کچھ دوبارہ شکل میں ہوتے دکھایا گیا ہے البتہ اس مرتبہ شکل میں $bcde$ سے واضح کیا گیا حصہ استعمال کیا گیا ہے۔اس لمحہ پر مقناطیسی بہاؤ φ_2 ہے اور اسے حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو $i_{\varphi 2}$ ہے۔

اگر اسی طرح مختلف لمحات پر درکار ہیجان انگیز برقی رو حاصل کی جائے تو ہمیں شکل میں دکھائی گئی i_φ کی خط ملے گی۔یہ ایک غیر سائن نما خط ہے۔

اگر مرکز میں $B = B_0 \sin \omega t$ ہو تو اِس میں H اور i_φ ایک غیر سائن نما شکل اختیار کر لیتے ہیں۔ اس صورت میں اِن کے موثر قیمتوں $H_{c,rms}$ اور $i_{\varphi,rms}$ کا تعلق یہ ہے

$$Ni_{\varphi,rms} = l_c H_{c,rms} \tag{2.58}$$

مساوات اور سے ملتا ہے

$$E_{rms} i_{\varphi,rms} = \sqrt{2}\pi f B_0 H_{c,rms} A_c l_c \tag{2.59}$$

یہاں $A_c l_c$ مرکز کا حجم ہے۔ لہٰذا یہ مساوات ہمیں $A_c l_c$ حجم کی مرکز کو B_0 کثافتِ مقناطیسی بہاؤ تک ہیجان کرنے کے لئے درکار $E_{rms} i_{\varphi,rms}$ بتلاتا ہے۔ ایک مقناطیسی مرکز جس کا حجم $A_c l_c$ اور میکانی کثافت ρ_c ہو، اس کی کمیت $m_c = \rho_c A_c l_c$ ہو گی۔ یوں ہم، ایک کلوگرام مرکز، کے لئے مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$P_a = \frac{E_{rms} i_{\varphi,rms}}{m_c} = \frac{\sqrt{2}\pi f}{\rho_c} B_0 H_{c,rms} \tag{2.60}$$

دیکھا جائے تو کسی ایک تعدد f پہ P_a کی قیمت صرف مرکز اور اس میں B_0 پر منحصر ہے، چونکہ $H_{c,rms}$ خود B_0 پر منحصر ہے۔ اِسی وجہ سے مرکز بنانے والے، اکائی کمیت کے مرکز میں مختلف B_0 پیدا کرنے کیلئے درکار $E_{rms} i_{\varphi,rms}$، کو B_0 اور P_a کے مابین گراف کی شکل میں دیتے ہیں۔ ایسا ہی ایک گراف شکل میں دکھایا گیا ہے۔

الباب 3

ٹرانسفارمر

ٹرانسفارمر وہ آلہ ہے جو بدلتی برقی دباؤ تبدیل کرتا ہے۔ یہ دو یا دو سے زیادہ لچھوں پر مشتمل ہوتا ہے جو مقناطیسی مرکز[1] پر لپٹے ہوتے ہیں۔یہ لچھے عموماً آپس میں جڑُے ہوئے نہیں ہوتے۔شکل 3.1۔الف میں ٹرانسفارمر کی علامت دکھائی گئی ہے۔دو لچھوں کے درمیان متوازی لکیریں مقناطیسی مرکز کو ظاہر کرتی ہیں۔

دستیاب برقی دباؤ[2] پر ٹرانسفارمر کے ایک لچھے کو برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے اور باقی لچھوں سے مختلف برقی دباؤ پر یہی برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔جس لچھے پر برقی دباؤ لاگو کیا جائے اسے ابتدائی لچھا[3] کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو ابتدائی جانب[4] کہتے ہیں۔اسی طرح جس لچھے (لچھوں) سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے اسے (انہیں) ثانوی لچھا[5] (لچھے) کہتے ہیں اور اس جانب کو ثانوی جانب[6] کہتے ہیں۔یہ شکل کے حصہ با میں دکھایا گیا ہے۔ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب کو بائیں ہاتھ اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر عموماً دو ہی لچھوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔اس کتاب میں ہم دو ہی لچھوں کے مقناطیسی مرکز پر لپٹے قوی ٹرانسفارمر پر تبصرہ کریں گے۔

ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کے لچھے کو کم برقی دباؤ کا لچھا[7] کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں جبکہ اس کے زیادہ برقی دباؤ کے لچھے کو زیادہ برقی دباؤ کا لچھا[8] کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو زیادہ برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں۔

یوں اگر ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کی جانب برقی دباؤ لاگو کیا جائے اور زیادہ برقی دباؤ کی جانب سے برقی دباؤ حاصل کیا جائے تو ٹرانسفارمر کی کم برقی دباؤ والی جانب کو ابتدائی جانب کہیں گے اور اس کی زیادہ برقی دباؤ والی جانب کو ثانوی جانب کہیں گے۔

---

[1] magnetic core

[2] بدلتی برقی دباؤ کی علامت میں مثبت اور منفی نشان وقت صفر پر برقی دباؤ کی مثبت اور منفی سرے ظاہر کرتے ہیں۔

[3] primary coil

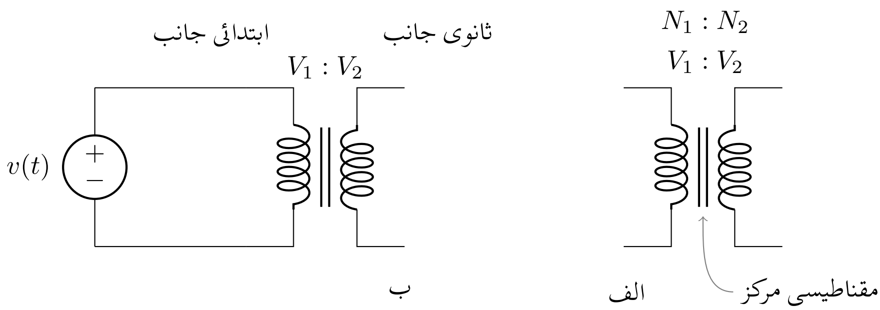
[4] primary side

[5] secondary coil

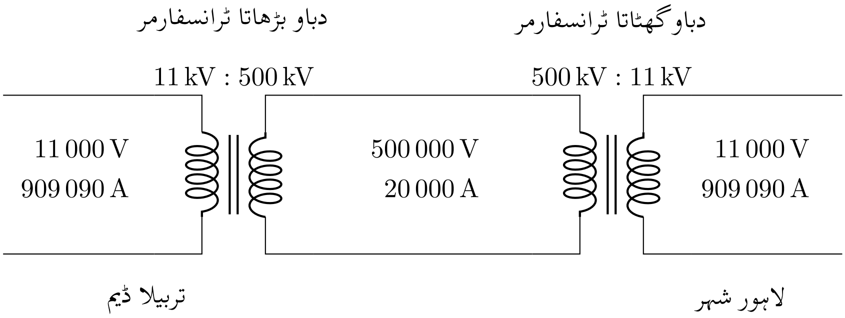
[6] secondary side

[7] low voltage coil

[8] high voltage coil



شکل 3.1: ٹرانسفارمر کی علامت۔



شکل 3.2: برقی طاقت کی منتقلی۔

3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت

بدلتی رو کی برقی طاقت اتنی مقبول اس لئے ہوئی ہے کہ یہ ایک جگہ سے دوسری جگہ با آسانی اور نہایت کم برقی طاقت کی ضیاع کے ساتھ منتقل کی جا سکتی ہے۔ٹرانسفارمر کی تبادلہ برقی دباؤ[9] کی خصوصیت ایسا کرنے میں کلیدی کردار ادا کرتی ہے۔ یہ ایک مثال سے بہتر سمجھا جا سکتا ہے۔

مثال 3.1: شکل 3.2 سے رجوع کریں۔برقی دباؤ اور برقی رو کی حاصلِ ضرب برقی طاقت ہوتی ہے یعنی

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

[9]voltage transformation property

اب تصور کریں کہ تربیلا ڈیم $10,000,000,000$ واٹ یعنی دس گیگا واٹ[10] برقی طاقت پیدا کر رہا ہے اور اس طاقت کو لاہور[11] شہر منتقل کرنا ہے جہاں گھریلو صارفین کو یہ 220 وولٹ پر مہیا کرنی ہے۔اگر ہم اس طاقت کو 220 وولٹ پر ہی منتقل کرنا چاہیں تو برقی رو

$$i = \frac{p}{v} = \frac{10\,000\,000\,000}{220} = 45\,454\,545\,\mathrm{A}$$

ہو گی۔برقی تار میں کثافتِ برقی رو J_{au} تقریباً 5 ایمپیئر فی مربع ملی میٹر $J_{au} = 5\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{mm}^2}$ ممکن ہوتی ہے۔یہ ایک محفوظ کثافتِ برقی رو ہے۔اگر برقی تار میں اس سے زیادہ برقی رو گزاری جائے تو اس کی مزاحمت میں برقی طاقت کے ضیاع سے یہ گرم ہو کر پگل سکتی ہے۔ اس طرح مساوات سے برقی تار کا رقبہ عمودی تراش

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{45454545}{5} = 9\,090\,909\,\mathrm{mm}^2$$

ہو گا۔ گول تار تصور کریں تو اس کا رداس

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{9090909}{\pi}} = 1701\,\mathrm{mm} = 1.7\,\mathrm{m}$$

حاصل ہوتی ہے۔آپ نے دیکھا کہ درکار برقی تار کا رداس 1.7 میٹر ہے۔اتنی موٹی برقی تار کہیں نہیں پائی جاتی ہے[12]۔اگر یہ تار المونیم کی بنی ہو جس کی کثافت $\rho_v = 2700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$ ہے تو ایک میٹر لمبی تار کی کمیت

$$m = 2700 \times \pi \times 1.7^2 \times 1 = 24\,513\,\mathrm{kg}$$

یعنی 24 ٹن ہوگی۔المونیم اتنی مہنگی ہے کہ اس صورت میں اتنی برقی طاقت کو لاہور پہنچانا ممکن نہیں[13]۔

ڈیم پر ایک ٹرانسفارمر نسب کیا جائے جو برقی دباؤ کو بڑھا کر 500 000 وولٹ یعنی 500 کلو وولٹ کر دے تب صرف

$$i = \frac{p}{v} = \frac{10\,000\,000\,000}{500\,000} = 20\,000\,\mathrm{A}$$

ایمپیئر درکار ہوں گے جس کے لئے درکار برقی تار

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{20\,000}{5} = 4000\,\mathrm{mm}^2$$
$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4000}{\pi}} = 35.7\,\mathrm{mm}$$

---

[10] Giga Watt

[11] ضلع صوابی میں بھی لاہور ایک تحصیل ہے لیکن اس شہر کو اتنی طاقت نہیں درکار

[12] آپ مانیں یا نہ مانیں، آپ نے بھی اتنی موٹی برقی تار کبھی نہیں دیکھی

[13] آج کل لاہور میں لوڈ شیڈنگ اس وجہ سے نہیں

صرف 35 ملی میٹر رداس کی ہو گی۔

اس مثال میں اگر تربیلا ڈیم میں نسب جنریٹر 11000 وولٹ برقی دباؤ پیدا کر رہا ہو تو تربیلا ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو 11000 وولٹ سے بڑھا کر 500 کلو وولٹ کرے گا جبکہ لاہور شہر میں نسب ٹرانسفارمر اس برقی دباؤ کو 500 کلو وولٹ سے واپس 11000 وولٹ کر دے گا۔

اسی مثال کو مزید آگے لے جاتے ہیں۔شہر میں 220 وولٹ کی بجائے 11000 وولٹ صارف تک پہنچائے جائیں گے اور۔وہیں نزدیک ایک اور ٹرانسفارمر 11000 وولٹ کو مزید گھٹا کر صارف کو 220 وولٹ فراہم کرے گی۔

شکل میں ڈیم سے شہر تک کا نظام دکھایا گیا ہے جہاں ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ بڑھاتا ٹرانسفارمر[14] اور لاہور میں نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ گھٹاتا ٹرانسفارمر[15] کہا گیا ہے۔

موجودہ دور میں برقی طاقت 11 کلو وولٹ اور 25 کلو وولٹ کے مابین پیدا کی جاتی ہے۔اس کی منتقلی 110 کلو وولٹ اور 1000 کلو وولٹ کے مابین کی جاتی ہے جبکہ اس کا استعمال 1000 وولٹ سے کم پر کیا جاتا ہے۔

3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام

گھروں اور کارخانوں کو برقی طاقت فراہم کرنے والے ٹرانسفارمر مقناطیسی مرکز پر لپٹے جاتے ہیں۔یہ عموماً تین دور کے لئے لپٹے جاتے ہیں اور انہیں لوہے کے مرکز والے تین دور کے قوی ٹرانسفارمر[16] کہتے ہیں۔

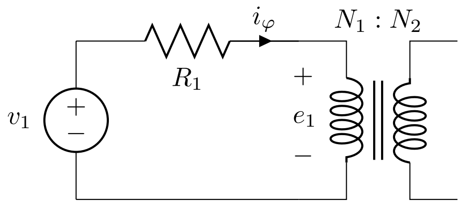
نہایت چھوٹے ٹرانسفارمر عموماً لوہے کی مرکز والے ایک دور کے ہوتے ہیں۔یہ گھریلو استعمال کے برقی مشین، مثلاً موبائل چارجر، میں لگے ہوتے ہیں اور 220 وولٹ سے برقی دباؤ مزید گھٹاتے ہیں۔

کچھ ٹرانسفارمر اس طرح بنائے جاتے ہیں کہ ان کی ثانوی جانب برقی دباؤ ان کی ابتدائی جانب برقی دباؤ کی خاص نسبت سے ہو۔یہ نسبت حاصل کرنے پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ انہیں میٹر والے دباؤ کے ٹرانسفارمر[17] کہتے ہیں۔اسی طرح کچھ ٹرانسفارمر اس طرح بنائے جاتے ہیں کہ ان کی ثانوی جانب برقی رو، ابتدائی جانب برقی رو کی خاص نسبت سے ہو۔ یہ نسبت حاصل کرنے پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ان کو میٹر والے رو کے ٹرانسفارمر[18] کہتے ہیں۔یہ دو قسم کے ٹرانسفارمر برقی دباؤ اور برقی رو ناپنے کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔ ویسے تو ہر ٹرانسفارمر کسی نسبت سے ہی برقی دباؤ یا برقی رو کم یا زیادہ کرتا ہے لیکن جیسا پہلے ذکر ہوا ان دو قسم کے ٹرانسفارمروں میں کم اور زیادہ کرنے کی نسبت پر خاص توجہ رکھی جاتی ہے۔ان دو اقسام کے ٹرانسفارمروں کی برقی اہلیت[19] نہایت کم[20] ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کے لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ خلاء کے ذریعہ بھی ممکن ہے۔انہیں خلائی مرکز کے ٹرانسفارمر[21] کہتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر ذرائع ابلاغ[22] کے ادوار، یعنی ریڈیو، ٹی وی وغیرہ میں پائے

---

[14] step up transformer
[15] step down transformer
[16] iron core, three phase power transformer
[17] potential transformer
[18] current transformer
[19] electrical rating
[20] یہ عموماً تقریباً پچیس وولٹ-ایمپیئر اہلیت کے ہوتے ہیں
[21] air core transformer
[22] communication transformer



شکل 3.3: بیرونی برقی دباؤ اور اندرونی امالی برقی دباؤ میں فرق۔

جاتے ہیں۔ان ٹرانسفارمروں کی علامت شکل الف کی طرح ہوتی ہے مگر اس میں مقناطیسی مرکز ظاہر کرنے والی متوازی لکیریں نہیں ہوتیں۔

3.3 امالی برقی دباؤ

اس حصے کا بنیادی مقصد بیرونی برقی دباؤ v اور اندرونی امالی برقی دباؤ e میں فرق واضح کرنا اور اس سے تعلق رکھنے والی تکنیکی اصطلاح کا تعارف کرانا ہے۔

شکل 3.3 میں ایک بے بار[23] ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے یعنی اس کے ثانوی لچھے کو کھلے دور رکھا گیا ہے۔ابتدائی لچھے پر v_1 برقی دباؤ لاگو کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز[24] برقی رو i_φ گزرے گی۔اس ہیجان انگیز برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ $N_1 i_\varphi$ مرکز میں مقناطیسی بہاؤ φ کو جنم دے گی۔ یہ بدلتی مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں امالی برقی دباؤ e_1 پیدا کرتی ہے جہاں

$$e_1 = -\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}t} = -N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{3.1}$$

اس مساوات میں

- λ ابتدائی لچھے کی مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ اِرتَباطِ بہاؤ ہے
- φ مقناطیسی مرکز میں مقناطیسی بہاؤ جو دونوں لچھوں میں سے گزرتی ہے
- N_1 ابتدائی لچھے کے چکر

اگر اس ابتدائی لچھے کی برقی تار کی مزاحمت R_1 ہو تب کرچاف کے قانون برائے برقی دباؤ سے

$$v_1 = i_\varphi R_1 + e_1 \tag{3.2}$$

شکل میں اس مزاحمت کو ٹرانسفارمر کے باہر دکھایا گیا ہے۔اس لچھے کی رِستا متعاملہ بھی ہوتی ہے لیکن اسے یہاں نظرانداز کیا گیا ہے۔عام تر طاقت کے ٹرانسفارمر اور موٹروں میں مزاحمت R_1 کے اثر کو

[23] unloaded
[24] excitation current

بھی نظرانداز کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے ہم لکھ سکتے ہیں

$$v_1 = e_1 = -N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{3.3}$$

مساوات 3.2 سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ بیرونی لاگو برقی دباؤ اور اندرونی امالی برقی دباؤ دو علیحدہ برقی دباؤ ہیں۔یہ بات سمجھ لینا بہت ضروری ہے۔مساوات 3.3 کے تحت ان دو برقی دباؤ کی مقداریں عموماً برابر ہوتی ہیں۔اس کتاب میں عموماً مساوات 3.3 کی طرح مساواتوں میں دائیں جانب منفی کی علامت نہیں لکھی گئی ۔عموماً برقی دباؤ کی قیمت درکار ہوتی ہے نا کہ اس کی علامت۔[25]

لچھا ہیجان[26] کرنے سے مراد اس پر بیرونی برقی دباؤ لاگو کرنا جبکہ لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ کو ہیجان انگیز برقی دباؤ[27] کہتے ہیں۔لچھے کو ہیجان شدہ لچھا[28] جبکہ اس میں رواں برقی رو کو ہیجان انگیز برقی رو[29] کہتے ہیں۔

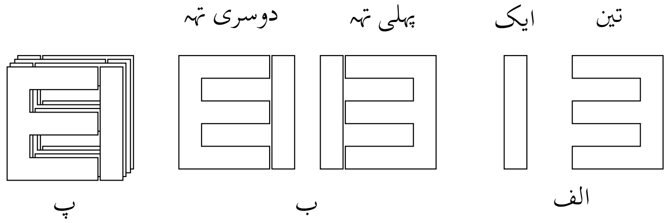
برقی دباؤ عموماً لچھے سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی سے حاصل کی جاتی ہے۔اگر ایسا کرتے لچھا ساکن رہے، جیسا کہ ٹرانسفارمر میں ہوتا ہے، تب حاصل برقی دباؤ کو امالی برقی دباؤ[30] کہتے ہیں۔اگر برقی دباؤ کا حصول مقناطیسی میدان میں لچھے کی حرکت سے ممکن بنایا جائے تب اسے محرک برقی دباؤ[31] کہتے ہیں۔یاد رہے ان برقی دباؤ میں کسی قسم کا فرق نہیں ہوتا۔انہیں مختلف نام صرف پہچان کی خاطر دئے جاتے ہیں۔

3.4 ہیجان انگیز برقی رو اور مرکزی ضیاع

جہاں مقناطیسی مرکز میں بدلتی مقناطیسی بہاؤ ثانوی لچھوں میں فائدہ مند برقی دباؤ پیدا کرتی ہے وہاں یہ مقناطیسی مرکز میں نقصان دہ برقی دباؤ کو بھی جنم دیتی ہے جس سے مقناطیسی مرکز میں بھنور نما برقی رو[32] پیدا ہوتی ہے۔ اس بھنور نما برقی رو کی وجہ سے مقناطیسی مرکز میں برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جسے بھنور نما برقی رو کا ضیاع[33] یا مرکزی ضیاع[34] کہتے ہیں۔ اس برقی طاقت کے ضیاع کو کم سے کم کرنے کیلئے مقناطیسی مرکز کو باریک لوہے کی پتریاں[35] تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ان پتریوں پر غیر موصل روغن[36] کی تہہ لگائی جاتی ہے تاکہ بھنور نما برقی رو کو روکا جا سکے۔آپ دیکھیں گے کہ برقی مشین کا مرکز عموماً اسی طرح بنایا جاتا ہے۔شکل اور میں 0.3048 ملی میٹر موٹی M5 مرکزی پتری کی $B-H$ مواد دی گئی ہے۔

---

[25] جس سے طلبا کو یہ غلط فہمی لاحق ہو جاتی ہے کہ یہ ایک ہی برقی دباؤ کے دو نام ہیں
[26] excitation
[27] excitation voltage
[28] excited coil
[29] excitation current
[30] induced voltage
[31] electromotive force, emf
[32] eddy currents
[33] eddy current loss
[34] core loss
[35] laminations
[36] enamel



شکل 3.4: مرکزی پتری کے اشکال اور ان کو تہہ در تہہ رکھنے کا طریقہ۔

مرکزی پتریاں عموما دو اشکال کی ہوتی ہیں۔یہ شکل 3.4۔الف میں دکھایا گیا ہے۔ان کی شکل کی وجہ سے یہ ایک شکل اور تین[37] شکل کی پتریاں کہلاتے ہیں۔ شکل کے حصہ با میں ایک اور تین کو دو طرح آپس میں رکھا گیا ہے۔ان دو طریقوں سے انہیں تہہ در تہہ رکھا جاتا ہے۔لہٰذا اگر پہلی تہہ میں ایک دائیں جانب اور تین بائیں جانب رکھا جائے تو اس کے اوپر دوسری تہہ میں ایک کو بائیں جانب اور تین کو دائیں جانب رکھا جائے گا۔تیسری تہہ میں پھر ایک کو دائیں اور تین کو بائیں جانب رکھا جائے گا۔اسی طرح انہیں جوڑ کر شکل کے حصہ د میں دکھائی گئی مرکز حاصل کی جاتی ہے۔

ہیجان انگیز برقی رو بے بار اور بار بردار ٹرانسفارمر میں یکساں ہوتا ہے ۔جیسا کہ پہلے بھی ذکر کیا گیا ہے، قوی ٹرانسفارمر اور موٹروں میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہوتے ہیں جبکہ ہیجان انگیز برقی رو ان میں غیر سائن نما ہوتی ہے لہٰذا اگر

$$
\begin{aligned}
\varphi &= \phi_0 \sin \omega t = \phi_0 \cos(\omega t - 90^\circ) \\
\hat{\varphi} &= \phi_0 \underline{/90^\circ}
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

ہو تو

$$
\begin{aligned}
e_1 &= N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \omega N_1 \phi_0 \cos \omega t \\
\hat{E}_1 &= \omega N_1 \phi_0 \underline{/0}
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

ہو[38] گی۔یہاں ϕ_0 مقناطیسی بہاؤ کے حیطہ کو ظاہر کرتی ہے،اور ω زاویاتی تعدادِ ارتعاش کو یعنی $2\pi f$ جہاں f تعدادِ ارتعاش ہے جسے ہرٹز Hz میں ناپا جاتا ہے۔ $\hat{E}_1$ اور $\hat{\varphi}$ کے مابین 90° کا زاویہ ہے۔یہ شکل 3.5 میں دکھایا گیا ہے۔ e_1 برقی دباؤ کی موثر قیمت E_{rms}

$$
E_{rms} = \frac{\omega N_1 \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \phi_0
\tag{3.6}
$$

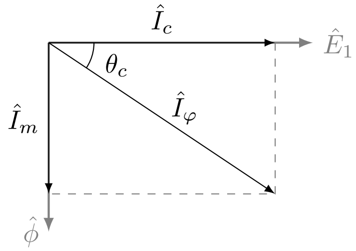
ہے۔اس کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$
\phi_0 = \frac{E_{rms}}{4.44 f N_1 \phi_0}
\tag{3.7}
$$

---

[37] E,I

[38] اس مساوات میں اور اس کے بعد پوری کتاب میں امالی برقی دباؤ کے ساتھ منفی کی علامت نہیں لگائی جائے گی



شکل 3.5: مختلف دوری سمتیوں کے زاویئے۔

یہاں ایک بار رکھ کر دوبارہ نظر ثانی کرتے ہیں۔ اگر ایک لچھے پر E_{rms} موثر برقی دباؤ لاگو کی جائے تو یہ لچھا اتنی ہیجان انگیز برقی رو i_φ گزرنے دیتی ہے جس سے نمودار ہونے والا مقناطیسی بہاؤ مساوات میں دیئے گئے مقناطیسی بہاؤ ϕ_0 کے برابر ہو۔ یہ بات نہ صرف ٹرانسفارمر بلکہ کسی بھی مقناطیسی دور کے لئے درست اور لازم ہے۔

غیر سائن نما ہیجان انگیز برقی رو i_φ کو فوریئر تسلسل[39] سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

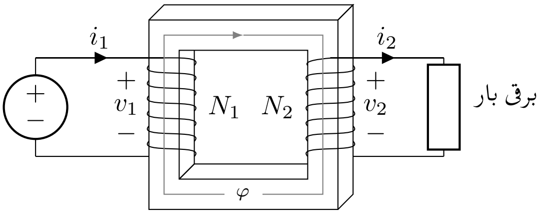
$$i_\varphi = \sum_n \left(a_n \cos n\omega t + b_n \sin \omega t\right) \tag{3.8}$$

اس میں $(a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t)$ کو بنیادی جزو[40] کہتے ہیں اور باقی حصہ کو موسیقائی جُزو[41] کہتے ہیں۔ بنیادی جُز میں $a_1 \cos \omega t$، مقناطیسی بہاؤ سے وجود میں آنے والے امالی برقی دباؤ e_1 ، جو کہ مساوات میں دی گئی ہے کے ہم قدم ہے۔ یعنی یہ دونوں وقت کے ساتھ یکساں بڑھتے اور گھٹتے ہیں جبکہ اس میں $b_1 \sin \omega t$ نوّے درجہ زاویہ e_1 کے پیچھے رہتا ہے۔ ان میں $a_1 \cos \omega t$ مرکز میں مختلف وجوہات سے برقی طاقت ضائع ہونے کو ظاہر کرتی ہے۔اسی لئے اس جُزو کو مرکزی ضیاع کا جُزو[42] کہتے ہیں۔ہیجان انگیز برقی رو i_φ سے اگر $a_1 \cos \omega t$ منفی کی جائے تو بقایا کو مقناطیس بنانے والا برقی رو یا مقناطیسی برقی رو[43] کہتے ہیں۔ اس کی تیسری موسیقائی جُز سب سے زیادہ اہم ہے۔ قوی ٹرانسفارمروں میں یہ تیسری موسیقائی جُز عموماً کُل ہیجان انگیز برقی رو کے 40 فیصد ہوتی ہے۔

سوائے وہاں، جہاں ہیجان انگیز برقی رو کے اثرات پر غور کیا جارہا ہو، ہم ہیجان انگیز برقی رو کے غیر سائن نما ہونے کو نظرانداز کرتے ہیں۔ قوی ٹرانسفارمر کی ہیجان انگیز برقی رو اس کی کُل برقی رو[44] کے صرف 5 فیصد کے قریب ہوتی ہے۔ لہٰذا اس کا اثر بہت کم ہوتا ہے۔ لہٰذا ہم ہیجان انگیز برقی رو کو سائن نما تصور کر کے اس کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس فرضی سائن نما ہیجان انگیز برقی رو[45] $\hat{I}_\varphi$ کی موثر قیمت $I_{\varphi,rms}$ ، اصل ہیجان انگیز برقی رو کی موثر

---

[39] Fourier series
[40] fundamental component
[41] harmonic components
[42] core loss component
[43] magnetizing current
[44] کُل برقی رو سے مراد وہ برقی رو ہے جو کُل برقی بار لادنے سے حاصل ہو
[45] یعنی بدلتی برقی رو i_φ کو اب دوری سمتیہ کی مدد سے $\hat{I}_\varphi$ لکھتے ہیں



شکل 3.6: ایک کامل بار بردار ٹرانسفارمر۔

قیمت کے برابر رکھی جاتی ہے جبکہ اس کا زاویہ θ_c یوں رکھا جاتا ہے کہ اس سے حاصل برقی ضیاع اصل برقی ضیاع کے برابر ہو۔ شکل کی مدد سے یہ بات سمجھنی زیادہ آسان ہے۔ شکل میں اگر دیکھا جائے تو

$$p_c = E_{rms} I_{\varphi,rms} \cos\theta_c \tag{3.9}$$

جہاں p_c مرکزی ضیاع ہے۔ لہٰذا اگر $\hat{I_\varphi}$ اور $\hat{E_1}$ کے مابین θ_c کا زاویہ ہو تو اس سے مرکزی ضیاع صحیح حاصل ہوتا ہے۔ $\hat{I_\varphi}$ اسی زاویہ سے $\hat{E_1}$ کے پیچھے رہتا ہے۔

3.5 تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خصوصیات

ہم شکل 3.6 کی مدد سے ٹرانسفارمر کا مطالعہ کرتے ہیں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ ابتدائی جانب لچھے کے N_1 اور ثانوی جانب لچھے کے N_2 چکر ہیں اور یہ کہ ان دونوں لچھوں کی مزاحمت صفر ہے۔ ہم مزید یہ کہتے ہیں کہ پوری مقناطیسی بہاؤ مرکز ہی میں رہتا ہے اور دونوں لچھوں سے گزرتا ہے۔ مرکز میں برقی توانائی ضائع نہیں ہوتی اور اس کی مقناطیسی مستقل اتنی زیادہ ہے کہ ہیجان انگیز برقی رو قابلِ نظر انداز ہے۔ برقی رو i_1 اور i_2 کی سمتیں یوں رکھی گئی ہیں کہ ان سے وجود میں آنے والے مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کی اُلٹ سمتوں میں ہیں۔ اصل ٹرانسفارمر ان باتوں پر تقریباً پورے اترتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر کو کامل ٹرانسفارمرفرہنگٹرانسفارمر!کامل[46] کہتے ہیں۔

جب اس کامل ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے پر بدلتی برقی دباؤ v_1 لاگو کیا جائے تو اس کے مرکز میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ φ_m وجود میں آئے گا جو ابتدائی لچھے میں لاگو برقی دباؤ v_1 کے برابر امالی برقی دباؤ e_1 کو جنم دے گا۔ لہٰذا

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t} \tag{3.10}$$

یہ مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرے گا اور اس میں e_2 امالی برقی دباؤ کو جنم دے گا جو ثانوی جانب کے سروں پر برقی دباؤ v_2 کی صورت میں حاصل ہوگا۔ یعنی

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t} \tag{3.11}$$

---

[46] ideal transformer

ان دونوں کی نسبت سے

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t}}{N_2 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t}} = \frac{N_1}{N_2} \tag{3.12}$$

لہٰذا ایک کامل ٹرانسفارمر دونوں لچھوں کے چکروں کی نسبت سے برقی دباؤ کا تبادلہ[47] کرتا ہے۔
چونکہ یہ ایک کامل ٹرانسفارمر ہے لہٰذا اسے جتنی برقی طاقت ابتدائی جانب دی جائے اتنی ہی برقی طاقت اس سے ثانوی جانب حاصل ہو گی، یعنی

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2 \tag{3.13}$$

یا

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} \tag{3.14}$$

مساوات 3.12 کی مدد سے

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2} \tag{3.15}$$

یہ ایک انتہائی اہم نتیجہ ہے جو ٹرانسفارمر کی تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو[48] کی خصوصیات بیان کرتا ہے۔ اسے عموماً دو حصوں میں یوں لکھا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{N_2}{N_1} \end{aligned} \tag{3.16}$$

اس مساوات کی پہلی جُز کہتی ہے کہ ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ ان کے چکروں کی راست متناسب ہو گا جبکہ مساوات کی دوسری جُز کہتی ہے کہ ٹرانسفارمر کے دونوں جانب برقی رو ان کے چکروں کے بالعکس متناسب ہو گا۔

مثال 3.2: شکل میں اگر

$$\begin{aligned} \hat{V}_1 &= 220\underline{/0} \\ N_1 : N_2 &= 220 : 22 \\ Z = R &= 10\,\Omega \end{aligned}$$

---

[47] voltage transformation
[48] current transformation

ہوں تو ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ اور برقی رو معلوم کریں۔

حل: ابتدائی جانب برقی دباؤ دیا گیا ہے یعنی 220 وولٹ جبکہ ثانوی جانب برقی دباؤ مساوات 3.16 کی پہلی جُز کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے یعنی

$$\hat{V_2} = \frac{N_2}{N_1}\hat{V_1} = \frac{22}{220} \times 220\underline{/0} = 22\underline{/0}$$

ثانوی جانب 22 وولٹ ہیں جو ابتدائی جانب برقی دباؤ کے ہم قدم ہے۔ثانوی جانب یہ برقی دباؤ 10 اوہم کی مزاحمت میں برقی رو پیدا کرے گا جسے اوہم کے قانون سے حاصل کیا جاتا ہے یعنی

$$\hat{V_2} = \frac{22\underline{/0}}{10} = 2.2\underline{/0}$$

ثانوی جانب 2.2 ایمپیئر برقی رو ہے۔ ابتدائی جانب کی برقی رو مساوات 3.16 کی دوسری جُز کی مدد سے حاصل کی جاتی ہے یعنی

$$\hat{I_1} = \frac{N_2}{N_1}\hat{I_2} = \frac{22}{220} \times 2.2\underline{/0} = 0.22\underline{/0}$$

اس مثال کے نتائج ایک جگہ لکھ کر ان پر غور کرتے ہیں۔

$$\hat{V_1} = 220\underline{/0}, \quad \hat{V_2} = 22\underline{/0}, \quad \hat{I_1} = 0.22\underline{/0}, \quad \hat{I_2} = 2.2\underline{/0}$$

ہم دیکھتے ہیں ابتدائی جانب برقی دباؤ ثانوی جانب کی برقی دباؤ کے دس گنا ہے جبکہ برقی رو میں قصہ اُلٹ ہے۔ثانوی جانب کی برقی رو ابتدائی جانب کی برقی رو کے دس گنا ہے۔طاقت دونوں جانب برابر ہے۔یہ نہایت اہم ہے کہ آپ اس بات کو اچھی طرح سمجھ لیں کہ جس جانب برقی دباؤ زیادہ ہوتا ہے اس جانب برقی رو کم ہوتی ہے۔ لہٰذا زیادہ برقی دباؤ کی جانب لچھے کے چکر زیادہ ہوں گے اور اس لچھے میں نسبتاً باریک برقی تار استعمال ہوگی جبکہ کم برقی دباؤ کا لچھا کم چکر کا ہو گا اور اس میں نسبتاً موٹی برقی تار استعمال ہو گی۔

مثال 3.3: شکل الف سے رجوع کریں۔ اس شکل میں مقاومت Z_2 کو بدلتی برقی دباؤ $\hat{V_1}$ کے ساتھ ایک ٹرانسفارمر کے ذریعہ جوڑا گیا ہے۔اگر

$$\hat{V_1} = 110\underline{/0}, \quad Z_2 = R + jX = 3 + j2, \quad N_1 : N_2 = 220 : 22$$

ہوں تو مقاومت میں برقی رو اور طاقت کا ضیاع معلوم کریں۔

حل: ٹرانسفارمر کی تبادلہ برقی دباؤ کی خصوصیت سے اس کے ابتدائی جانب 110 وولٹ برقی دباؤ ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب تبدیل ہوکر $\hat{V_s}$ ہو جائیں گے جہاں

$$\hat{V_s} = \frac{N_2}{N_1}\hat{V_1} = \frac{22}{220} \times 110\underline{/0} = 11\underline{/0}$$

ہے لہٰذا

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_s}{Z} = \frac{11\angle 0}{3 + j2} = -3.05\angle -33.69^\circ$$

اور برقی طاقت کا ضیاع p_z

$$p_z = I_2^2 R = 3.05^2 \times 3 = 27.9\,\mathrm{W}$$

3.6 ثانوی جانب بار کا ابتدائی جانب اثر

یہاں شکل سے رجوع کریں۔ہم حصہ میں دیکھ چکے ہیں کہ اگر ایک بے بار ٹرانسفارمر کی ابتدائی لچھے پر بدلتی برقی دباؤ v_1 لاگو کی جائے تو اس لچھے میں ہیجان انگیز برقی رو i_φ گزرے گی۔اس برقی رو کی مقناطیسی دباؤ $N_1 i_\varphi$ مرکز میں مقناطیسی بہاؤ φ_m[49] کو جنم دے گی ۔اگر لچھے کی مزاحمت صفر ہو تو φ_m ابتدائی لچھے میں e_1 امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی جہاں

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}t}$$

ہو گی۔

اب ہم ثانوی جانب برقی بار لادتے ہیں۔ ایسا کرنے سے بار بردار ٹرانسفارمر[50] کے ثانوی جانب برقی رو i_2 رواں ہوگی جس کی وجہ سے $N_2 i_2$ مقناطیسی دباؤ وجود میں آئیگی۔ اس مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ $\varphi_{\text{بار}}$ پیدا ہوگا۔ اگر اس مقناطیسی بہاؤ کا کچھ نہ کیا جائے تو مرکز میں پہلے سے موجود مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہو کر $\varphi_{\text{نئی}} = \varphi_m - \varphi_{\text{بار}}$ ہو جائے گا اور یوں ابتدائی لچھے میں امالی دباؤ تبدیل ہو کر $e_{\text{نئی}}$ ہو جائے گا۔ لہٰذا ابتدائی جانب پر اب امالی دباؤ اور اس پر لاگو برقی دباؤ برابر نہیں ہونگے جو کہ مساوات کی موجودگی میں ناممکن ہے۔ لہٰذا اس مقناطیسی بہاؤ $\varphi_{\text{بار}}$ کے اثر کو ختم کرنے کیلئے ابتدائی لچھے میں برقی رو i_1 نمودار ہو گی جو اس مقناطیسی دباؤ یعنی $N_2 i_2$ کے اثر کو ختم کر دے گی یعنی

$$N_1 i_1 = N_2 i_2 \tag{3.17}$$

یہ وہ ذریعہ ہے جس سے ابتدائی جانب معلوم ہوتا ہے کہ ثانوی جانب پر بار لدا ہے۔ شکل میں دونوں لچھوں میں برقی رو کی سمتیں یوں ہیں کہ ان کے مقناطیسی بہاؤ آپس میں اُلٹ سمت میں ہیں لہٰذا مرکز میں اب پھر مقناطیسی بہاؤ φ_m کے برابر ہے جیسا کہ ہونا چاہئے تھا۔ اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \tag{3.18}$$

یہ وہی مساوات ہے جو کامل ٹرانسفارمر کے لئے ثابت کی گئی تھی۔

---

[49] φ کو یہاں φ_m کہا گیا ہے۔
[50] loaded transformer

3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب

شکل میں ٹرانسفارمر کے لچھوں پر نکتے لگائے گئے ہیں۔ یہ نکتے اس بات کو ظاہر کرتے ہیں کہ اگر ایک طرف کے لچھے پر برقی دباؤ v_1 یوں ہو کہ نکتے والا سرا مثبت اور بغیر نکتے والا سرا منفی ہو تو دوسرے لچھے پر برقی دباؤ v_2 اس طرح ہو گا کہ اس لچھے کا بھی نکتے والا سرا مثبت اور بغیر نکتے والا سرا منفی ہوگا۔

مزید یہ کہ ابتدائی جانب برقی رو ٹرانسفارمر کے نکتے والے سرے سے ٹرانسفارمر کی اندر جانب ہو گا جبکہ ثانوی جانب برقی رو نقطہ والے سرے سے ٹرانسفارمر سے باہر نکلے گا۔

یوں v_1 اور v_2 وقت کے ساتھ یکساں تبدیل ہوتے ہیں اور ان کے مابین صفر زاویہ ہے۔ لہٰذا یہ دو برقی دباؤ ہم قدم[51] ہیں۔

3.8 مقاومت کا تبادلہ

اس حصہ میں کامل ٹرانسفارمر میں مقاومت کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔شکل 3.7۔الف میں ایک ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس کی ابتدائی جانب سائن نما برقی دباؤ $\hat{V_1} = V_1\underline{/\theta}$ لاگو کیا گیا ہے۔یہاں دوری سمتیہ استعمال کئے جائیں گے۔

جیسے اُوپر ذِکر ہوا، برقی دباؤ $\hat{V_1}$ اور $\hat{V_2}$ آپس میں ہم قدم ہیں اور اسی طرح برقی رو $\hat{I_1}$ اور $\hat{I_2}$ آپس میں ہم قدم ہیں۔ مساوات کو دوری سمتیہ کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}\hat{V_1} &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right)\hat{V_2}\\ \hat{I_1} &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)\hat{I_2}\end{aligned} \tag{3.19}$$

چونکہ مقاومت

$$Z_2 = \frac{\hat{V_2}}{\hat{I_2}} = |Z_2|\underline{/\theta_z} \tag{3.20}$$

کے برابر ہے لہٰذا

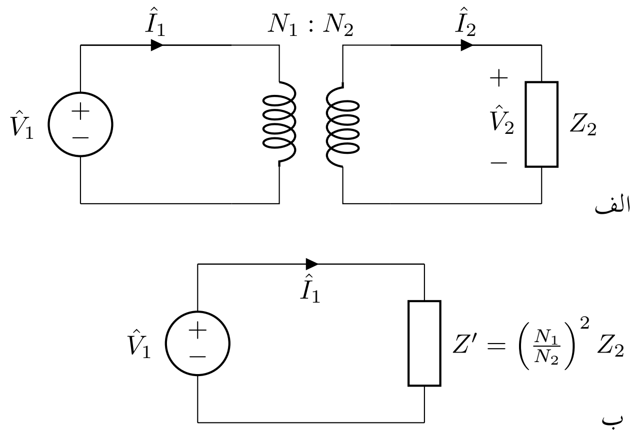
$$\frac{\hat{V_1}}{\hat{I_1}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\frac{\hat{V_2}}{\hat{I_2}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{3.21}$$

اب اگر ہم ٹرانسفارمر بمع اس پر لدھے مقاومت کی جگہ برقی دباؤ $\hat{V_1}$ کو مقاومت Z_1 پر لاگو کریں جہاں اس مقاومت کی قیمت

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{3.22}$$

---

[51] in-phase



شکل 3.7: ٹرانسفارمر کی تبادلہ مقاومت کی خصوصیت۔

ہو تو $\hat{V}_1$ سے حاصل برقی رو یا اس سے حاصل برقی طاقت تبدیل نہیں ہو گی۔یہ شکل ب میں دکھایا گیا ہے جہاں سے واضح ہے کہ

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{3.23}$$

لہٰذا شکل کے الف اور با دونوں حصوں سے برقی دباؤ $\hat{V}_1$ کی برقی رو مساوات 3.21 اور 3.23 سے یکساں حاصل ہوتی ہے یعنی

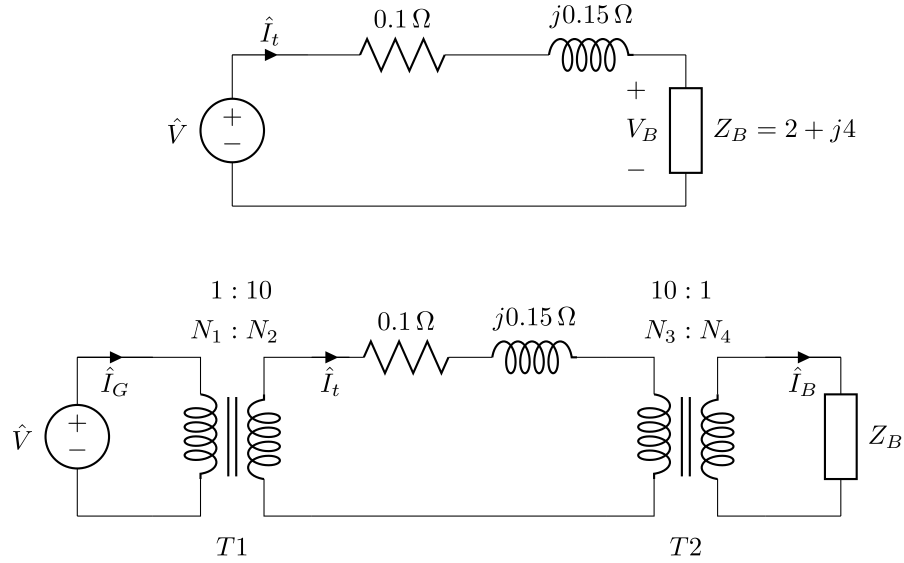
$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2} \tag{3.24}$$

اور یوں الف اور با دونوں حصوں میں برقی دباؤ $\hat{V}_1$ سے حاصل برقی طاقت برابر ہے یعنی

$$p = \hat{V}_1 \cdot \hat{I}_1 = \frac{V_1^2 \cos\theta_z}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 |Z_2|} \tag{3.25}$$

یوں اگر ٹرانسفارمر کے ثانوی جانب مقاومت Z_2 کا بار ہو تو حساب کرتے وقت ہم یہ اخذ کر سکتے ہیں کہ ٹرانسفارمر بمع مقاومت Z_2 کی جگہ صرف Z_1 مقاومت لگی ہے، جہاں Z_1 مساوات 3.22 سے حاصل ہوتی ہے۔ مقاومت کا یوں ٹرانسفارمر کی ایک جانب سے دوسری جانب تبادلہ کیا جاسکتا ہے۔ٹرانسفارمر کی اس خاصیت کو تبادلہ مقاومت[52] کی خصوصیت کہتے ہیں۔

[52] impedance transformation



شکل 3.8: برقی طاقت کی منتقلی۔

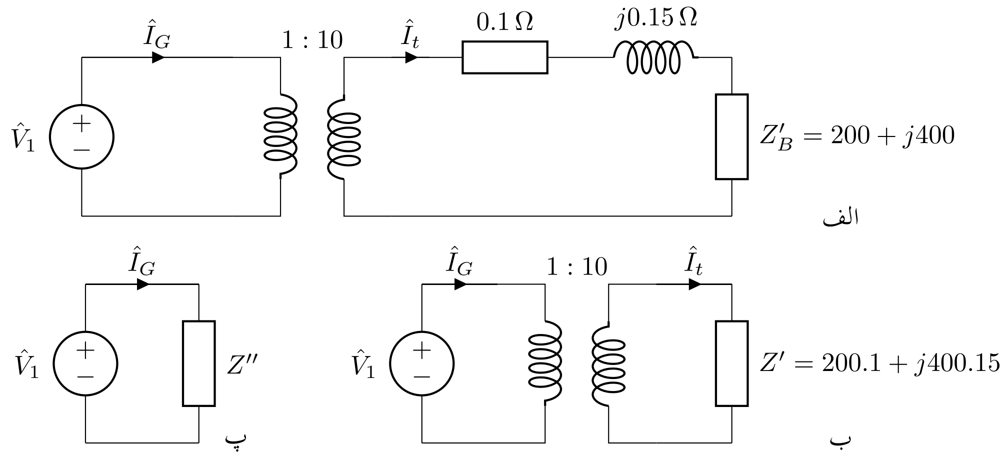
مثال 3.4: شکل 3.8-الف میں مقاومت Z_B کا برقی بار ایک جنریٹر پر لدھا ہے۔بار تک برقی طاقت دو برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کیا گیا ہے۔ان تاروں کی مجموعہ مقاومت Z_t ہے۔

شکل-ب میں جنریٹر کے قریب نسب برقی دباؤ بڑھانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا بڑھاتا ہے اور برقی بار کے قریب نسب برقی دباؤ گھٹانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا گھٹاتا ہے۔اس حصہ میں وہی برقی تار استعمال کئے گئے ہیں لہٰذا ان کی بھی مجموعہ مقاومت Z_t ہی ہے۔ اگر

$$Z_B = 2 + j4, \quad Z_t = 0.1 + j0.15, \quad \hat{V} = 415\underline{/0}$$

ہوں تو دونوں صورتوں میں

- برقی بار پر برقی دباؤ معلوم کریں،
- برقی تاروں میں برقی طاقت کی ضیاع معلوم کریں۔



شکل 3.9: ٹرانسفارمر قدم با قدم حل کرنے کا طریقہ۔

حل الف:

$$\begin{aligned}\hat{I_G} = \hat{I_t} = \hat{I_B} &= \frac{\hat{V}}{Z_t + Z_B} = \frac{415\underline{/0}}{0.1 + j0.15 + 2 + j4}\\ &= \frac{415\underline{/0}}{2.1 + j4.15} = 89.23\underline{/-63.159^\circ}\\ &= 40.3 - j79.6\end{aligned}$$

یوں مقاومت پر برقی دباؤ

$$\begin{aligned}\hat{V_B} = \hat{I_B} Z_B &= (40.3 - j79.6)\,(2 + j4)\\ &= 399 + j2 = 399\underline{/0.287^\circ}\end{aligned}$$

اور برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع ہے

$$p_t = I_t^2 R_t = 89.23^2 \times 0.1 = 796\,\mathrm{W}$$

حل ب: شکل 3.8 اور شکل 3.9 سے رجوع کریں۔شکل 3.8 میں ٹرانسفارمر T_2 کے ثانوی جانب مقاومت کا مساوات کی مدد سے اس کی ابتدائی جانب تبادلہ سے ملتا ہے

$$Z'_B = Z_1 = \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 Z_B = \left(\frac{10}{1}\right)^2 (2 + j4) = 200 + j400$$

یوں شکل 3.9-الف حاصل ہوتا ہے۔اس شکل میں اب برقی تار کی مقاومت اور تبادلہ شدہ مقاومت سلسلہ وار جُڑے ہیں۔ان کے مجموعہ کو Z' کہتے ہوئے

$$Z' = Z_t + Z'_B = 0.1 + j0.15 + 200 + j400 = 200.1 + j400.15$$

یہ شکل 3.9-ب میں دکھایا گیا ہے۔ایک مرتبہ دوبارہ مساوات استعمال کرتے ہوئے

$$Z'' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z' = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (200.1 + j400.15) = 2.001 + j4.0015$$

شکل 3.9-پ میں دکھایا گیا ہے۔اب

$$\hat{I_G} = \frac{\hat{V}}{Z''} = \frac{415\underline{/0}}{2.001 + j4.0015} = 92.76\underline{/-63.432^\circ}$$

یہاں سے شکل 3.9-ب کی مدد سے اگر جنریٹر کی برقی رو معلوم ہو تو تبادلہ برقی رو سے

$$\hat{I}_t = \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \hat{I_G} = \left(\frac{1}{10}\right) 92.76\underline{/-63.432^\circ} = 9.276\underline{/-63.432^\circ}$$

اس سے برقی تار میں طاقت کا ضیاع

$$p_t = I_t^2 R_t = 9.276^2 \times 0.1 = 8.6\,\mathrm{W}$$

اسی طرح شکل 3.8 میں اگر $\hat{I}_t$ معلوم ہو تو تبادلہ برقی رو سے

$$\begin{aligned}\hat{I_B} &= \left(\frac{N_3}{N_4}\right) \hat{I}_t = \left(\frac{10}{1}\right) 9.276\underline{/-63.432^\circ} \\ &= 92.76\underline{/-63.432^\circ} = 41.5 - j82.9\end{aligned}$$

اور مقاومت پر برقی دباؤ

$$\hat{V_B} = \hat{I_B} Z_B = (41.5 - j82.9)\,(2 + j4) = 414 + j0.2$$

ہو گی۔

ٹرانسفارمر کے بغیر برقی طاقت کی منتقلی میں برقی تاروں میں طاقت کی ضیاع 796 واٹ ہے جبکہ ٹرانسفارمر کے استعمال سے یہ صرف 8.6 واٹ ہے یعنی 92 گنا کم۔یہی ٹرانسفارمر کی نہایت مقبولیت کی وجہ ہے۔

3.9 ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ ان لچھوں کے چکر پر منحصر ہوتا ہے۔ٹرانسفارمر ایک خاص برقی دباؤ اور برقی رو کے لئے بنائے جاتے ہیں۔ٹرانسفارمر جس برقی دباؤ $V_1 : V_2$ کے لئے بنائے جائیں یہ اس سے کم برقی دباؤ پر بھی استعمال کئے جا سکتے ہیں اگرچہ یہ عموماً بنائے گئے برقی دباؤ پر ہی چلائے جاتے ہیں۔اسی طرح ٹرانسفارمر جتنی برقی رو $I_1 : I_2$ کے لئے بنائے جائیں انہیں اس سے کم برقی رو پر استعمال کیا جا سکتا ہے۔حقیقت میں عموماً ٹرانسفارمر سے حاصل برقی رو اس حد سے کم ہی رکھی جاتی ہے۔

ٹرانسفارمر کی ایک جانب کی برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب اس کی دوسری جانب کی برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے یعنی

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \tag{3.26}$$

برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصلِ ضرب یعنی $V_1 I_1$ یا $V_2 I_2$ کو ٹرانسفارمر کی وولٹ ضربِ ایمپیئر کہتے ہیں جسے عموماً چھوٹا کر کے صرف وولٹ۔ایمپیئر [53] کہا جاتا ہے[54]۔یہ ٹرانسفارمر کی برقی اہلیت کی ناپ ہے جو اس پر لگی تختی پر لکھا جاتا ہے۔اس تختی پر ٹرانسفارمر کے برقی دباؤ اور برقی تعدادِ ارتعاش بھی لکھے جاتے ہیں۔یوں ٹرانسفارمر کے وولٹ۔ایمپیئر

$$\text{وولٹ ایمپیئر} = V_1 I_1 = V_2 I_2 \tag{3.27}$$

ہوں گے۔

اگرچہ یہاں ذکر ٹرانسفارمر کا ہو رہا ہے دراصل برقی مشین یعنی موٹر اور جنریٹر کی تختیوں پر بھی ان کے چالو حالت کے برقی دباؤ، ان کے وولٹ۔ایمپیئر اور برقی تعدادِ ارتعاش لکھے جاتے ہیں۔اس کی وجہ یہ ہے کہ ان سب مشین کی کارکردگی کے بنیادی اصول ایک ہی طرح کے ہیں۔

مثال 3.5: ایک 25000 وولٹ۔ایمپیئر اور 220 : 11000 وولٹ برقی اہلیت کے ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کی جانب 11000 وولٹ لاگو ہیں۔

- اس کی ثانوی جانب زیادہ سے زیادہ کتنی برقی بار ڈالی جا سکتی ہے۔
- اس زیادہ سے زیادہ برقی بار پر اس کے ابتدائی لچھے میں برقی رو حاصل کریں۔

حل: اس ٹرانسفارمر کی معلومات یہ ہیں

$$25\,\mathrm{kV\,A}, \quad 11000 : 220\,\mathrm{V}$$

اس کی ثانوی جانب برقی دباؤ تبادلہ برقی دباؤ کی مساوات سے 220 وولٹ حاصل ہوتا ہے۔یوں اس کی ثانوی جانب یعنی کم برقی دباؤ کی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو مساوات سے حاصل کیا جاتا ہے۔

$$I_2 = \frac{25000}{220} = 113.636\,\mathrm{A}$$

---

[53] volt-ampere, VA

[54] وولٹ-ایمپیئر کو عموماً کلو وولٹ-ایمپیئر یعنی $\mathrm{kV\,A}$ میں بیان کیا جاتا ہے

اسی طرح اس کی ابتدائی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو اسی مساوات سے یوں حاصل ہوتی ہے

$$I_1 = \frac{25000}{11000} = 2.27\,\mathrm{A}$$

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب لچھوں میں استعمال برقی تار کی موٹائی یوں رکھی جاتی ہے کہ ان میں کثافتِ برقی رو J[55] یکساں ہو۔لچھوں کی مزاحمت میں برقی رو گزرنے سے برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جس سے یہ گرم ہوتے ہیں۔ٹرانسفارمر کی برقی رو کی حد لچھوں کی گرمائش پر منحصر ہوتی ہے۔ان کی زیادہ سے زیادہ حرارت کو محفوظ حد کے اندر رکھا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر کے مرکز اور لچھے ایک غیر موصل تیل سے بھری ٹینکی میں ڈبوئے رکھے جاتے ہیں۔یہ تیل ایک تو برقی لچھوں کی حرارت کم کرنے میں مدد دیتا ہے اور دوسری جانب غیر موصل ہونے کی وجہ سے یہ زیادہ برقی دباؤ کے حصوں کو برقی طور پر جدا رکھنے میں مدد دیتا ہے۔یہ تیل تقریباً $80\,^{\circ}\mathrm{C}$ پر خراب ہونا شروع ہو جاتا ہے اور ہر $8\,^{\circ}\mathrm{C}$ اضافی درجہ حرارت پر اس کی زندگی آدھی ہوتی رہتی ہے۔یعنی اگر $80\,^{\circ}\mathrm{C}$ پر تیل کی کارآمد زندگی x سال ہے تو $88\,^{\circ}\mathrm{C}$ پر $x/2$ سال اور $96\,^{\circ}\mathrm{C}$ پر یہ صرف $x/4$ سال ہو گی۔

ٹرانسفارمر جس برقی دباؤ کے لئے بنایا جائے یہ اس پر لگی تختی پر لکھا جاتا ہے۔اس سے حاصل برقی رو کی حد کو ایک مختلف طریقے سے لکھا جاتا ہے۔

3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور اس کے مساوی دور

3.10.1 لچھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا

ٹرانسفارمر کی ابتدائی لچھے کی مزاحمت R_1 کو ہم نے حصہ مساوات میں دیکھا۔لچھے کی مزاحمت کو لچھے سے باہر لچھے کے ساتھ سلسلہ وار جڑا دکھایا گیا تھا۔دیکھتے ہیں یہ کیسے ممکن ہوتا ہے۔

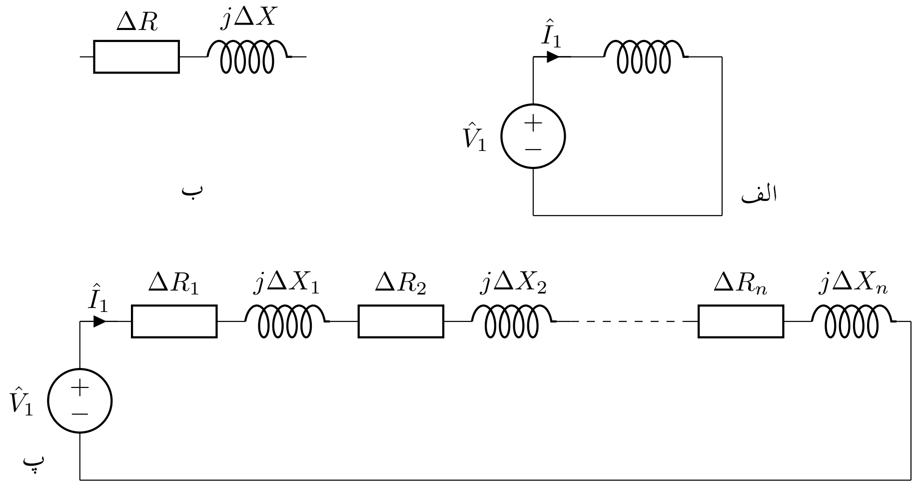
شکل 3.10۔الف میں ایک لچھے پر بدلتی برقی دباؤ لاگو کیا گیا ہے۔اگر لچھے کی برقی تار کو نہایت چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تو اس کے ہر ٹکڑے کی نہایت کم مزاحمت اور متعاملہ ہو گی۔ایسا ایک ٹکڑا شکل۔ب میں دکھایا گیا ہے۔چونکہ لچھا ان سب ٹکڑوں کے سلسلہ وار جڑنے سے بنا ہے لہٰذا شکل۔الف کو ہم شکل۔پ کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں لچھے کے n ٹکڑے کیے گیے ہیں۔

اس دور کی مساوات لکھ کر حل کرتے ہیں۔

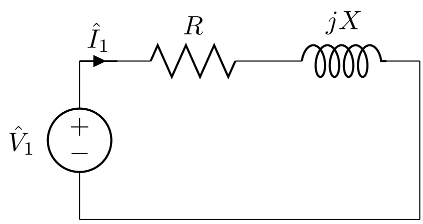
$$\begin{aligned}
\hat{V}_1 &= \hat{I}_1\left(\Delta R_1 + j\Delta X_1 + \Delta R_2 + j\Delta X_2 + \cdots \Delta R_n + j\Delta X_n\right)\\
&= \hat{I}_1\left(\Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n\right) + \hat{I}_1\left(j\Delta X_1 + j\Delta X_2 + \cdots j\Delta X_n\right)\\
&= \hat{I}_1\left(R + jX\right)
\end{aligned}$$

---

[55] $1000\,\mathrm{kV\,A}$ ٹرانسفارمر کی لچھوں میں کثافتِ برقی رو تقریباً $3\,\mathrm{A/mm^2}$ رکھی جاتی ہے



شکل 3.10: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ۔



شکل 3.11: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کی علیحدگی۔

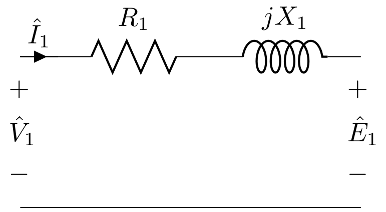
جہاں

$$
\begin{aligned}
R &= \Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n \\
X &= \Delta X_1 + \Delta X_2 + \cdots \Delta X_n
\end{aligned}
$$

اس سے شکل 3.11 حاصل ہوتا ہے جس سے ثابت ہوتا ہے کہ حساب کتاب کی غرض سے لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ علیحدہ کیئے جا سکتے ہیں۔

3.10.2 رِستا امالہ

اوپر ایک کامل ٹرانسفارمر زیرِ بحث رہا۔ اب ہم ٹرانسفارمر میں ان عناصر کا ذکر کرتے ہیں جن کی وجہ سے ٹرانسفارمر غیر کامل ہو جاتا ہے۔ بہت سی جگھوں پر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت ان عناصر کو



شکل 3.12: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ اول۔

مدِ نظر رکھ کر ہی اس کا صحیح استعمال ممکن ہوتا ہے۔ ان عناصر کے اثر کو شامل کرنے کے لئے ہم ٹرانسفارمر کا مساوی دور بناتے ہیں۔

ابتدائی لچھے کے مقناطیسی بہاؤ کو دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ پہلا حصہ وہ جو مرکز سے گزر کر ابتدائی اور ثانوی لچھے دونوں سے گزرتا ہے۔ یہ ان کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ہے اور دوسرا حصہ وہ جو صرف ابتدائی لچھے سے گزرتا ہے اور زیادہ تر مرکز کے باہر خلاء میں ہی رہتا ہے۔ اس کو رستا مقناطیسی بہاؤ[56] کہتے ہیں۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ ہوا میں مقناطیسی مستقل μ_0 مقررہ ہے لہٰذا یہاں ہچکچاہٹ بھی مقررہ ہے۔ یوں رستا مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے کی برقی رو کے براہ راست متناسب ہوتی ہے۔

اس کے اثر کو بالکل لچھے کی مزاحمت کی طرح لچھے سے باہر رستا امالہ[57] L_1 یا رستا متعاملہ[58] $X_1 = 2\pi f L_1$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے میں برقی رو $\hat{I}_1$ گزرنے سے رستا متعاملہ میں $\hat{V}_{X1} = j\hat{I}_1 X_1$ برقی دباؤ اور لچھے کے تار کی مزاحمت R_1 میں $\hat{V}_{R1} = \hat{I}_1 R_1$ برقی دباؤ گھٹتا ہے۔

یوں ابتدائی لچھے پر لاگو برقی دباؤ $\hat{V}_1$ میں سے کچھ برقی دباؤ R_1 میں کم ہو گا، کچھ متعاملہ X_1 میں کم ہو گا اور بقایا $\hat{E}_1$ کے برابر ہوگا۔ یہ شکل 3.12 میں دکھایا گیا ہے۔

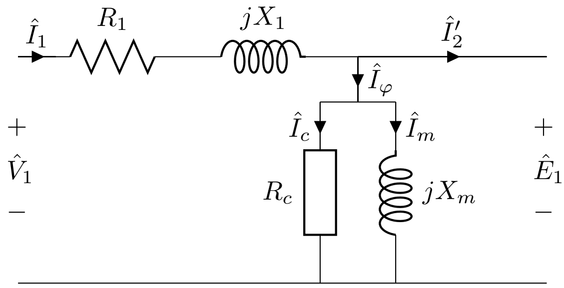
3.10.3 ثانوی برقی رو اور مرکز کے اثرات

مرکز میں دونوں لچھوں کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ان کے مجموعی مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ البتہ اگر ہم کچھ یوں سوچیں تو یہ زیادہ بہتر ہو گا۔ ہم کہتے ہیں کہ ابتدائی برقی رو کو دو شرائط پوری کرنی ہو نگی۔ پہلی یہ کہ اسے مرکز میں ہیجانی مقناطیسی بہاؤ وجود میں لانا ہوگا اور دوسری یہ کہ اسے ثانوی لچھے کے پیدا کردہ مقناطیسی بہاؤ کو ختم کرنا ہوگا۔ لہٰذا ابتدائی برقی رو کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ ایک حصہ i_φ جو ہیجانی مقناطیسی بہاؤ پیدا کرے اور دوسرا $\hat{I}_2'$ جو ثانوی لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے اثر کو ختم کرے۔ لہٰذا

$$\hat{I}_2' = \frac{N_2}{N_1}\hat{I}_2 \tag{3.28}$$

---

[56] leakage magnetic flux
[57] leakage inductance
[58] leakage reactance



شکل 3.13: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ دوم۔

اس باب کے حصہ میں اس پر تفصیل سے غور کیا گیا ہے۔ برقی رو i_φ غیر سائن نما ہوتی ہے لیکن پھر بھی ہم اسے سائن نما[59] $\hat{I}_\varphi$ ہی تصور کرتے ہیں۔ اس کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں یعنی

$$\hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m \tag{3.29}$$

جہاں $\hat{I}_c$ اس کا وہ حصہ ہے جو ابتدائی لچھے کی امالی برقی دباؤ $\hat{E}_1$ کے ہم قدم ہے اور یہ مرکز میں برقی توانائی کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے جبکہ $\hat{I}_m$ اس کا وہ حصہ ہے جو $\hat{E}_1$ سے نوے درجہ زاویہ پیچھے[60] ہے اور لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کو جنم دیتا ہے۔ برقی رو کے ان حصوں کو ہم ایک مزاحمت R_c اور ایک jX_m سے پیش کرتے ہیں۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔R_c کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ اس میں برقی طاقت کا ضیاع اصل مرکزی ضیاع کے برابر ہو یعنی $p_c = E^2_{1,rms}/R_c$ ، اسی طرح jX_m کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ $\hat{I}_m = \hat{E}_1/jX_m$ ہو۔ان دونوں، یعنی R_c اور jX_m ، کی مقدار اصل برقی دباؤ اور تعدد پر حاصل کئے جاتے ہیں۔ یہ شکل 3.13 میں دکھایا گیا ہے۔

3.10.4 ثانوی لچھے کی امالی برقی دباؤ

مرکز میں مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ثانوی لچھے میں امالی برقی دباؤ $\hat{E}_2$ پیدا کرے گی اور چونکہ یہی مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں $\hat{E}_1$ امالی پیدا کرتی ہے لہٰذا

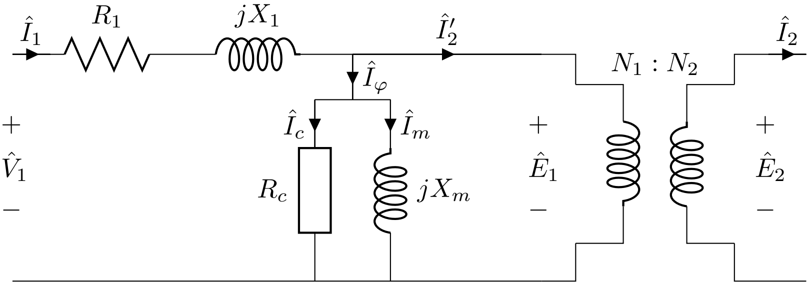
$$\frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{3.30}$$

گزشتہ دو مساواتوں یعنی اور کو ایک کامل ٹرانسفارمر سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ یہ شکل 3.14 میں دکھایا گیا ہے۔

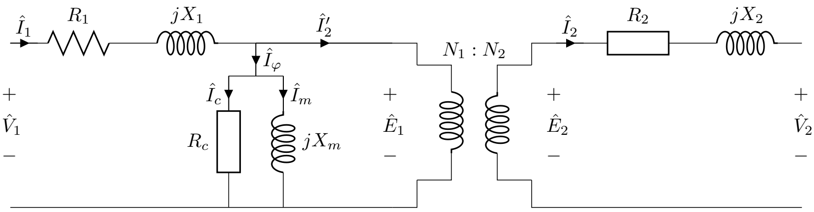
---

[59] سائن نما برقی رو کو دوری سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے

[60] lagging



شکل 3.14: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ ثوم۔



شکل 3.15: ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور۔

3.10.5 ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات

ثانوی لچھے کے سروں پر البتہ $\hat{E}_2$ برق دباؤ نہیں ہوگا چونکہ ثانوی لچھے کے، بالکل ابتدائی لچھے کی طرح، مزاحمت R_2 اور متعاملہ jX_2 ہوں گے جن میں ثانوی برق رو $\hat{I}_2$ کی وجہ سے برقی دباؤ گھٹے گا۔ لہٰذا ثانوی لچھے کے سروں پر برقی دباؤ $\hat{V}_2$ قدرِ کم ہوگا۔ یعنی

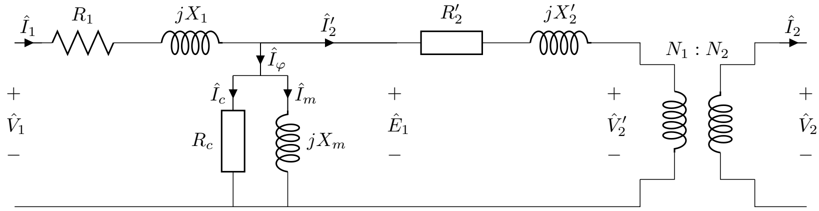
$$\hat{V}_2 = \hat{E}_2 - \hat{I}_2 R_2 - j\hat{I}_2 X_2 \tag{3.31}$$

یوں حاصل ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور شکل 3.15 میں دکھایا گیا ہے۔

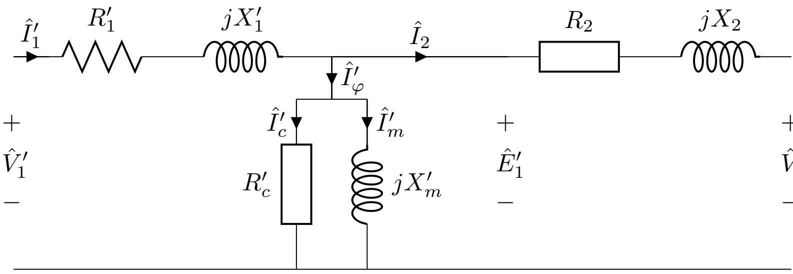
3.10.6 مقاومت کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ

شکل 3.15 میں دکھائے دور کے سب جز کا تبادلہ ایک جانب سے دوسری جانب کیا جا سکتا ہے۔ یہ کرنے سے کامل ٹرانسفارمر کو مساوی دور کی بائیں یا دائیں جانب لے جایا جا سکتا ہے۔شکل 3.16 میں ثانوی جانب کی مقاومت کا ابتدائی جانب تبادلہ کیا گیا ہے جبکہ شکل 3.17 میں ابتدائی جانب کی مقاومت کا ثانوی جانب تبادلہ کیا گیا ہے۔اس طرح حاصل مساوی دور میں عموماً کامل ٹرانسفارمر بنایا ہی نہیں جاتا۔یہی شکل 3.17 میں کیا گیا ہے۔

تبادلہ شدہ مقاومت Z کو Z' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔یوں R_2 کے ٹرانسفارمر کی دوسری جانب تبادلہ کے بعد اسے R'_2 سے ظاہر کیا گیا ہے۔



شکل 3.16: ثانوی جانب مقاومت کا ابتدائی جانب تبادلہ کیا گیا ہے۔



شکل 3.17: ابتدائی جانب مقاومت کا ثانوی جانب تبادلہ کیا گیا ہے۔

ایسا دور استعمال کرتے وقت یہ ذہن میں رکھنا ہوتا ہے کہ ٹرانسفارمر کے کس جانب دور حل کیا جا رہا ہے۔

مثال 3.6: ایک 50 کلو وولٹ۔ایمپیئر اور 2200 : 220 وولٹ برقی اہلیت کے ٹرانسفارمر کی زیادہ برقی دباؤ کی جانب کی رستا مقاومت $Z_1 = 0.9 + j1.2$ اوہم اور کم برقی دباؤ کی جانب کی رِستا مقاومت $Z_2 = 0.0089 + j0.011$ اوہم ہے۔اگر اس کی $R_c = 6.4\,\Omega$ اور $X_m = 47\,\Omega$ ہو تو اس کی شکل اور شکل میں استعمال ہونے والے جزُ معلوم کریں۔

حل حصہ اول: معلومات:

$$50\,\mathrm{kV\,A}, \quad 50\,\mathrm{Hz}, \quad 2200 : 220\,\mathrm{V}$$

ٹرانسفارمر کے دونوں جانب کی برقی دباؤ لچھوں کے چکروں کی نسبت سے ہوتے ہیں لہٰذا

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{2200}{220} = \frac{10}{1}$$

یوں اگر ٹرانسفارمر کی مقاومت کا زیادہ برقی دباؤ کی جانب تبادلہ کیا جائے تو

$$\begin{aligned}
R_2' + jX_2' &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 (R_2 + jX_2) \\
&= \left(\frac{10}{1}\right)^2 (0.0089 + j0.011) \\
&= 0.89 + j1.1
\end{aligned}$$

جبکہ اس کی بقایا مقاومت وہی رہیں گے۔یوں شکل کے جُز حاصل ہوئے۔

حل حصہ دوم: اگر مساوی دور کی مقاومت کا کم برقی دباؤ کی جانب تبادلہ کیا جائے تب

$$\begin{aligned}
R_1' + jX_1' &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 (R_1 + jX_1) \\
&= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (0.9 + j1.2) \\
&= 0.009 + j0.012
\end{aligned}$$

اسی طرح

$$\begin{aligned}
R_c' &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right) R_c = 0.064 \\
X_m' &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right) X_m = 0.47
\end{aligned}$$

جبکہ Z_2 وہی رہے گا۔

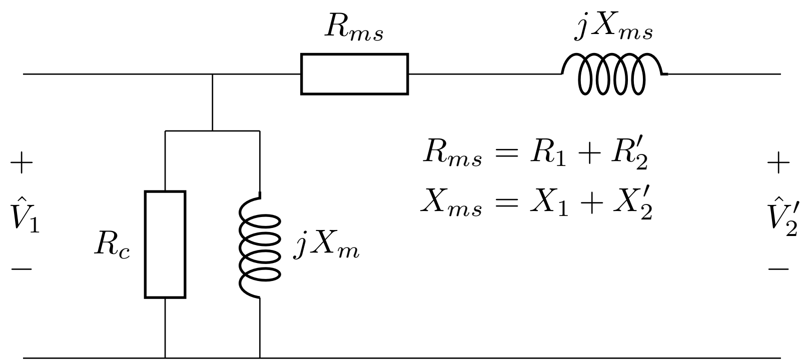
3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور

ایک انجنیئر کو جب ایک ٹرانسفارمر استعمال کرنا ہو تو وہ حساب کرتے وقت شکل میں دیئے گئے دور کو استعمال کر سکتا ہے۔ یہ دور حقیقی ٹرانسفارمر کی بہت اچھی عکاسی کرتا ہے۔ البتہ جہاں ہمیں نہایت صحیح جواب مطلوب نہ ہوں وہاں اس دور کی سادہ اشکال بھی استعمال کی جا سکتیں ہیں۔ اس باب میں ہم ایسے ہی سادہ مساوی دوروں کا ذکر کریں گے۔

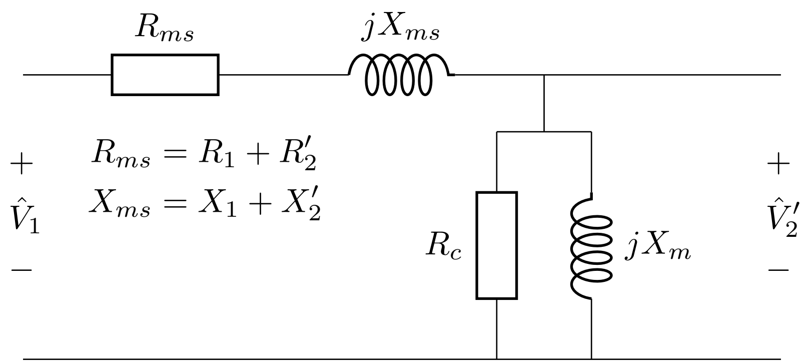
شکل 3.16 میں R_c اور X_m کو بائیں یا دائیں طرف لے جانے سے شکل 3.18 اور شکل 3.19 حاصل ہوتے ہیں۔چونکہ $\hat{I}_\varphi$ کی مقدار نہایت کم[61] ہوتی ہے اس لئے ایسا کرنے سے حاصل جواب پر کوئی خاص فرق نہیں پڑتا۔ چونکہ اس شکل میں R_1، R_2'، X_1 اور X_2' سلسلہ وار ہیں اس لئے ان کو جمع کیا جا سکتا

---

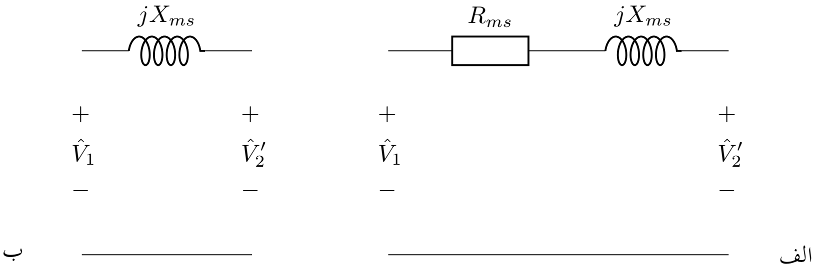
[61] $\hat{I}_\varphi$ ٹرانسفارمر کے کُل برقی بار کے صرف دو سے چھ فی صد ہوتی ہے



شکل 3.18: R_c اور jX_m کو بائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



شکل 3.19: R_c اور jX_m کو دائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



شکل 3.20: ٹرانسفارمر کے سادہ مساوی ادوار۔

ہے شکل میں ان کو مساوی مزاحمت R_{ms} اور مساوی متعاملہ X_{ms} کہا گیا ہے۔اسی قسم کے ادوار شکل 3.17 سے بھی حاصل ہوتے ہیں۔

ہم ایک قدم اور آگے جا سکتے ہیں اور $\hat{I}_\varphi$ کو مکمل طور پر نظر انداز کر سکتے ہیں یعنی اس کو ہم صفر تصور کر لیتے ہیں۔اس کا مطلب ہے کہ مساوی دور میں R_c اور jX_m دونوں کو کھلے دور کیا جاتا ہے یعنی انہیں مساوی دور سے ہٹا دیا جاتا ہے۔ شکل 3.20۔الف میں یہ دکھائے گئے ہیں۔اس دور میں مرکز کے اثرات کو مکمل طور پر نظرانداز کیا گیا ہے۔

بیشتر وقت ہمیں اس سے بھی کم صحیح جواب مطلوب ہوتا ہے۔چونکہ $R_c \gg X_m$ لہٰذا ہم R_{ms} کو بھی نظرانداز کر سکتے ہیں۔یوں شکل 3.20۔ب حاصل ہوتا ہے۔

3.11 کھلے دور معائنہ اور کسرِ دور معائنہ

پچھلے حصے میں بیان کئے گئے ٹرانسفارمر کے مساوی دور کے جُز ٹرانسفارمر کے دو معائنوں سے حاصل کئے جا سکتے ہیں۔ ان معائنوں کو کھلے دور معائنہ اور کسرِ دور معائنہ کہتے ہیں۔اس حصے میں انہیں پر غور کیا جائے گا۔

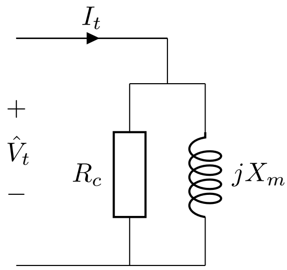
3.11.1 کھلے دور معائنہ

یہ حصہ دوبارہ لکھا گ ہے لہٰذا اشکال پر نظ رکھیں

کھلے دور معائنہ[62] جیسا کہ نام سے واضح ہے، ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سروں کو آزاد رکھ کر کیا جاتا ہے۔ یہ معائنہ اتنی برقی دباؤ اور تعدد یا ان کے قریب ترین مقداروں پر کیا جاتا ہے جتنے پر ٹرانسفارمر کی بناوٹ[63] ہو۔ اگرچہ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے کسی بھی جانب کے لچھے پر کیا جا سکتا ہے، حقیقت میں اسے کم برقی دباؤ والی جانب کے لچھے پر کرنا آسان ہوتا ہے۔یہ بات ایک مثال سے زیادہ آسانی سے سمجھ آتی ہے۔

مثلاً ہم $25\,\mathrm{kV\,A}$ اور $220\,\mathrm{V} : 11000$ کا $50\,\mathrm{Hz}$ پر چلنے والے ایک دور کے ٹرانسفارمر کا معائنہ کرنا چاہتے ہیں۔ اگر یہ معائنہ اس کے گیارہ ہزار کے لچھے پر کیا جائے تو گیارہ ہزار برقی دباؤ کے لگ بھگ

[62] open circuit test
[63] design



شکل 3.21: کھلے سِرے معائنہ۔

برقی دباؤ استعمال کیا جائے گا اور اگر دو سو بیس برقی دباؤ والے لچھے پر کیا جائے تو دو سو بیس برقی دباؤ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال کیا جائے گا۔ دونوں صورتوں میں تعدد $50\,\mathrm{Hz}$ کے لگ بھگ رکھا جائے گی۔$11\,\mathrm{kV}$ کی برقی دباؤ پر کام کرنا نہایت خطرناک ثابت ہو سکتا ہے۔یہی وجہ ہے کہ اس معائنہ کو کم برقی دباؤ والے لچھے پر ہی کیا جاتا ہے۔

جس برقی دباؤ پر ٹرانسفارمر عام حالات میں استعمال ہوتا ہے اس معائنہ میں کم برقی دباؤ والی جانب کے لچھے پر اتنے ہی یا اس کی قریب مقدار کی برقی دباؤ V_t لاگو کر کے کھلے دور برقی طاقت p_t اور کھلے دور برقی رو I_t ناپے جاتے ہیں۔معائنہ حقیقت میں استعمال کے دوران برقی دباؤ کے جتنے قریب برقی دباؤ پر کیا جائے اتنا بہتر جواب حاصل ہوتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی دوسری جانب لچھے کے سرے چونکہ آزاد رکھے جاتے ہیں اس لئے اس میں برقی رو صفر ہوگا۔ لہٰذا ناپا گیا برقی رو صرف ہیجان انگیز برقی رو $\hat{I}_\varphi$ ہوگا۔ ٹرانسفارمر جتنی برقی رو کے لئے بنایا گیا ہو یہ برقی رو اس کے تقریباً دو سے چھ فیصد ہوتا ہے۔شکل 3.16 کو مد نظر رکھتے ہوئے اگر ہم بائیں جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب تصور کریں تو شکل میں V_t کو V_1 کی جگہ لاگو کرنا ہو گا۔یوں ہم جو برقی رو ناپیں گے وہ مقداری[64] I_1 ہو گا۔ چونکہ I_2' صفر کے برابر ہے لہٰذا I_1 درحقیقت $\hat{I}_\varphi$ کے مقدار I_φ کے برابر ہوگا۔ یعنی اس طرح

$$I_t = I_1 = I_\varphi$$

اتنی کم برقی رو سے لچھے کی مقاومت میں نہایت کم برقی دباؤ گھٹتا ہے،لہٰذا اسے نظر انداز کیا جاتا ہے یعنی

$$\begin{aligned} V_{R1} &= I_t R_1 = I_\varphi R_1 \approx 0 \\ V_{X1} &= I_1 X_1 = I_\varphi X_1 \approx 0 \end{aligned}$$

یوں R_c اور X_m پر تقریباً V_t برقی دباؤ پایا جائے گا۔ یہ شکل 3.16 سے ظاہر ہے۔ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 3.21 حاصل ہوتا ہے۔

چونکہ برقی طاقت کا ضیاع صرف مزاحمت میں ہی ممکن ہے لہٰذا p_t صرف R_c میں ہی ضائع ہو گی۔

---

[64] scalar

یوں

$$p_t = \frac{V_t^2}{R_c}$$

لکھا جائے گا۔یوں

$$R_c = \frac{V_t^2}{p_t} \tag{3.32}$$

حاصل ہوتا ہے۔
اسی طرح چونکہ برقی دباؤ اور برقی رو کی مقداروں کے تناسب کو مقاومت کی مقدار کہتے ہیں لہٰذا

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

مگر شکل سے واضح ہے کہ

$$\frac{1}{Z_t} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m}$$

لہٰذا

$$\begin{aligned} Z_t &= \frac{jR_cX_m}{R_c + jX_m} \\ |Z_t| &= \frac{R_cX_m}{\sqrt{R_c^2 + X_m^2}} \end{aligned}$$

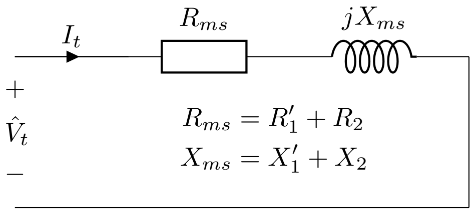
جس سے حاصل ہوتا ہے

$$X_m = \frac{R_c|Z_t|}{\sqrt{R_c^2 - |Z_t|^2}} \tag{3.33}$$

مساوات 3.32 سے R_c اور مساوات 3.33 سے X_m کا حساب لگایا جاتا ہے۔
یاد رہے کہ حاصل کردہ R_c اور X_m ٹرانسفارمر کے اسی جانب کے لئے درست ہیں جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔اگر ان کی قیمتیں دوسری جانب درکار ہوں تب تبادلہ مقاومت کا استعمال کرتے ہوئے اس جانب کی قیمتیں حاصل کی جا سکتی ہیں۔

3.11.2 کسرِ دور معائنہ

یہ معائنہ بھی پچھلے معائنہ کی طرح ٹرانسفارمر کے کسی بھی طرف کیا جا سکتا ہے مگر حقیقت میں اسے زیادہ برقی دباؤ کے لچھے پر ہی کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے۔ یہ معائنہ جتنے برقی رو کے لئے ٹرانسفارمر بنایا گیا



شکل 3.22: کسر دور معائنہ۔

ہو اتنی برقی رو یا اس کے قریب مقدار پر کیا جاتا ہے۔یعنی اس معائنہ میں کوشش ہوتی ہے کہ ٹرانسفارمر کے لچھے میں اتنی برقی رو گزرے جتنی کے لئے یہ بنایا گیا ہو۔ لہٰذا اگر ہم پچھلے معائنہ میں استعمال ہونے والے ٹرانسفارمر کی بات آگے بڑھائیں تو اس کا زیادہ برقی دباؤ کا لچھا 2.2727 A اور کم برقی دباؤ کا لچھا 113.63 A کے لئے بنایا گیا ہے۔ لہٰذا اگر یہ معائنہ کم برقی دباؤ لچھے پر کیا جائے تو اسے 113.63 A پر کرنا ہوگا اور اگر زیادہ برقی دباؤ لچھے پر کیا جائے تو صرف 2.2727 A پر کرنا ہوگا جو کہ زیادہ آسان ہے۔

اس معائنہ میں کم برقی دباؤ لچھے کے دونوں سروں کو آپس میں جوڑا جاتا ہے یعنی انہیں کسرِ دور کر لیا جاتا ہے اور زیادہ برقی دباؤ لچھے پر اس جانب کی ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے دو سے بارہ فی صد کا برقی دباؤ V_t لاگو کر کے کسرِ دور برقی رو I_t اور کسرِ دور برقی طاقت p_t ناپے جاتے ہیں۔ جس لچھے کے سرے آپس میں کسرِ دور ہوتے ہیں اس میں سے برقی رو گزرتی ہے اور اس کا عکس دوسری جانب بھی موجود ہوتا ہے۔ یہ برقی رو ٹرانسفارمر کے ڈیزائن کردہ برقی رو کے لگ بھگ ہوتا ہے۔ اس معائنہ کا دور شکل 3.22 میں دکھایا گیا ہے۔کھلے سرے معائنے کی طرح اگر کسر دور معائنے میں بھی شکل 3.16 کے بائیں جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب تصور کریں تو V_t کو V_2 کی جگہ لاگو کرنا ہو گا۔

چونکہ یہ معائنہ بہت کم برقی دباؤ پر کیا جاتا ہے لہٰذا اس معائنہ میں ہیجان انگیز برقی رو کو مکمل طور پر نظرانداز کیا جا سکتا ہے۔ شکل سے ہم دیکھتے ہیں کہ چونکہ برقی طاقت صرف مزاحمت میں ہی ضائع ہو سکتی ہے لہٰذا

$$p_t = I_t^2 \left(R_{ms}\right)$$

ہو گا جس سے

$$R_{ms} = \frac{p_t}{I_t^2} \tag{3.34}$$

حاصل ہوتا ہے۔

کسرِ دور برقی رو اور برقی دباؤ سے ہمیں ملتی ہے

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

مگر شکل سے واضح ہے کہ

$$
\begin{aligned}
Z_t &= R_{ms} + jX_{ms} \\
|Z_t| &= \sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}
\end{aligned}
$$

لہٰذا

$$
X_{ms} = \sqrt{|Z_t|^2 - R_{ms}^2} \tag{3.35}
$$

مساوات 3.34 کُل مزاحمت دیتا ہے البتہ اس سے R_1 یا R_2 حاصل نہیں کیا جا سکتا۔اسی طرح مساوات 3.35 سے X_1 اور X_2 علیحدہ نہیں کئے جا سکتے۔کسر دور معائنہ سے اتنی ہی معلومات حاصل کرنا ممکن ہے۔حقیقت میں اتنی معلومات کافی ہوتی ہے۔ اگر ان اجزاءک علیحدہ علیحدہ قیمتیں درکار ہوں تو ایسی صورت میں تصور کیا جاتا ہے کہ

$$
\begin{aligned}
R_1' &= R_2 \\
X_1' &= X_2
\end{aligned}
$$

ہیں۔

چونکہ یہ معائنہ عموماً جہاں ٹرانسفارمر موجود ہو وہیں کرنا پڑتا ہے لہٰذا یہ ممکن نہیں ہوتا کہ ٹرانسفارمر کو بالکل اتنا برقی دباؤ دیا جائے جتنا درکار ہو بلکہ جو برقی دباؤ موجود ہو اسی سے کام چلانا پڑتا ہے۔ لیکن اس بات کا خیال بہت ضروری ہے کہ جو برقی دباؤ ٹرانسفارمر کو دیا جا رہا ہو وہ ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے دو سے بارہ فی صد ہو۔ مثلاً اگر اسی 11000 : 220 V ٹرانسفارمر کی بات کی جائے تو اس کے زیادہ برقی دباؤ لچھے پر 220 V اور 1320 V کے درمیان کوئی بھی برقی دباؤ دیا جا سکتا ہے۔ چونکہ ہمارے ہاں 220 V اور 440 V عام پائے جاتے ہیں لہٰذا ہم 220 V یا 440 V ہی استعمال کریں گے۔

یہاں یہ ایک مرتبہ دوبارہ یاد دھیانی کراتا جاؤں کہ ٹرانسفارمر کی ایک جانب لچھے کے سرے آپس میں جوڑ کر، یعنی انہیں کسرِ دور کر کے، دوسری جانب لچھے پر کسی بھی صورت میں اس جانب کی پوری برقی دباؤ لاگو نہیں کرنا۔ ایسا کرنا شدید خطرناک اور جان لیوا ثابت ہو سکتا ہے۔

یاد رہے کہ حاصل کردہ R_c اور X_m ٹرانسفارمر کے اسی جانب کے لئے درست ہیں جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔اگر ان کی قیمتیں دوسری جانب درکار ہوں تب تبادلہ مقاومت کا استعمال کرتے ہوئے اس جانب کی قیمتیں حاصل کی جا سکتی ہیں۔

مثال 3.7: ایک 25 کلو وولٹ۔ایمپیئر، 220 : 11000 وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والے ٹرانسفارمر کے کھلے دور اور کسرِ دور معائنہ کئے جاتے ہیں جن کے نتائج یہ ہیں۔

- کھلے دور معائنہ کرتے وقت کم برقی دباؤ کی جانب 220 V لاگو کئے جاتے ہیں۔اسی جانب برقی رو 39.64 A اور طاقت کا ضیاع 600 W ناپے جاتے ہیں۔
- کسرِ دور معائنہ کرتے وقت زیادہ برقی دباؤ کی جانب 440 V لاگو کئے جاتے ہیں۔اسی جانب برقی رو 2.27 A اور طاقت کا ضیاع 560 W ناپے جاتے ہیں۔

کھلے دور حل:

$$
\begin{aligned}
|Z_t| &= \frac{220}{39.64} = 5.55\,\Omega \\
R_c &= \frac{220^2}{600} = 80.67\,\Omega \\
X_m &= \frac{80.67 \times 5.55}{\sqrt{80.67^2 - 5.55^2}} = 5.56\,\Omega
\end{aligned}
$$

کسر دور حل:

$$
\begin{aligned}
Z_t &= \frac{440}{2.27} = 193.83\,\Omega \\
R_{ms} &= \frac{560}{2 \times 2.27^2} = 108.68\,\Omega \\
X_{ms} &= \sqrt{193.83^2 - 108.68^2} = 160\,\Omega
\end{aligned}
$$

ان نتائج کو کم برقی دباو جانب منتقل کرتے ہوئے

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{220}{11000}\right)^2 \times 108.68 = 43.47\,\mathrm{m\Omega} \\
\left(\frac{220}{11000}\right)^2 \times 160 = 64\,\mathrm{m\Omega}
\end{aligned}
$$

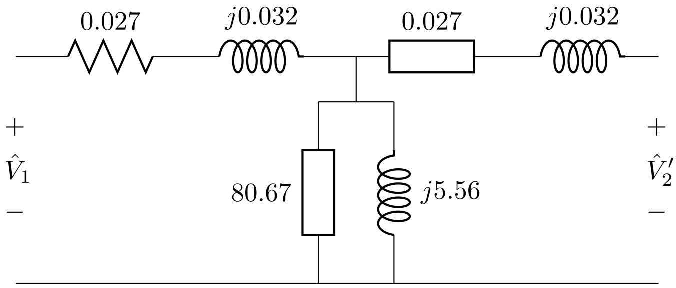
یعنی

$$
\begin{aligned}
R_1 = R_2' &= \frac{43.47\,\mathrm{m\Omega}}{2} = 21.7\,\mathrm{m\Omega} \\
X_1 = X_2' &= \frac{64\,\mathrm{m\Omega}}{2} = 32\,\mathrm{m\Omega}
\end{aligned}
$$

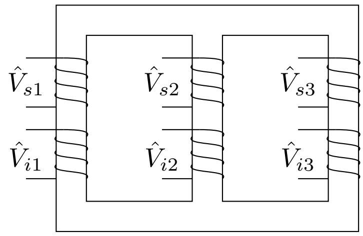
حاصل ہوتا ہے۔ان نتائج سے حاصل کم برقی دباو جانب مساوی دور شکل 3.23 میں دکھایا گیا ہے۔

3.12 تین دور کے ٹرانسفارمر

اب تک ہم ایک دور کے ٹرانسفارمر پر غور کرتے رہے ہیں۔حقیقت میں برقی طاقت کی منتقلی میں عموماً تین دور کے ٹرانسفارمر استعمال ہوتے ہیں۔تین دور کا ٹرانسفارمر عام ایک دور کے تین یکساں ٹرانسفارمر اکٹھے رکھ کر بنایا جا سکتا ہے۔یوں اگر ایک ٹرانسفارمر خراب ہو جائے تو اس کو ٹھیک ہونے کے لئے ہٹا کر بقایا دو ٹرانسفارمر دوبارہ چالو کئے جا سکتے ہیں۔تین دور ٹرانسفارمر بنانے کا اس سے بہتر طریقہ شکل 3.24 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک ہی مقناطیسی مرکز پر تینوں ٹرانسفارمر کے لچھے لپٹے گئے



شکل 3.23: کھلے دور اور کسرِ دور معائنہ سے کم برقی دباو جانب مساوی دور۔



شکل 3.24: ایک ہی مرکز پر تین ٹرانسفارمر۔

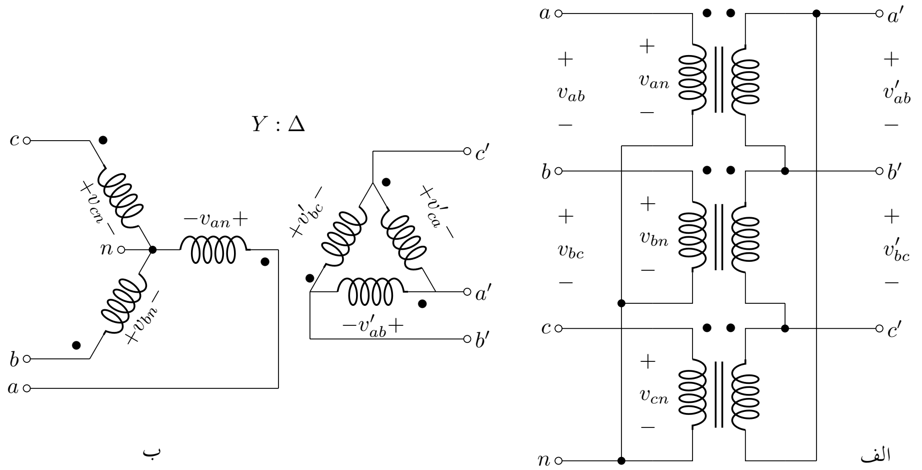
ہیں۔اس شکل میں $\hat{V}_{i1}$ پہلے ٹرانسفارمر کا ابتدائی لچھا جبکہ $\hat{V}_{s1}$ اس کا ثانوی لچھا ہے۔اس طرح کے تین دور کے ٹرانسفارمر سستے، ہلکے اور چھوٹے ہونے کی وجہ سے عام ہو گئے ہیں اور آپ کو روز مرہ زندگی میں یہی نظر آئیں گے۔ان میں برقی ضیاع بھی قدرِ کم ہوتی ہے۔

شکل الف میں تین ٹرانسفارمر دکھائے گئے ہیں۔ان تین ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے آپس میں دو طریقوں سے جوڑے جا سکتے ہیں۔ایک کو ستارا نما جوڑ[65] Y اور دوسرے کو تکونی جوڑ[66] Δ کہتے ہیں۔اسی طرح ان تینوں ٹرانسفارمروں کے ثانوی لچھے انہیں دو طریقوں سے جوڑے جا سکتے ہیں۔یوں انہیں جوڑنے کے چار ممکنہ طریقے ہیں یعنی

- ستارا:تکونی $Y : \Delta$
- ستارا:ستارا $Y : Y$
- تکونی:تکونی $\Delta : \Delta$
- تکونی:ستارا $\Delta : Y$

شکل 3.25-الف میں ان تین ٹرانسفارمروں کے ابتدائی لچھوں کو ستارا نما جوڑا گیا ہے جبکہ ان کی ثانوی لچھوں کو تکونی جوڑا گیا ہے۔شکل-ب میں تینوں ٹرانسفارمر کی ابتدائی لچھوں کو ستارہ نما دکھایا

[65] star connected
[66] delta connected



شکل 3.25: تین دور کا ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر

گیا ہے۔اسی طرح ثانوی لچھوں کو تکونی دکھایا گیا ہے۔انہی شکلوں کی وجہ سے ان کو ستارا نما جوڑ اور تکونی جوڑ کہتے ہیں۔

ایسی شکل بناتے وقت تینوں ٹرانسفارمروں کے ابتدائی لچھے کو جس زاویہ پر بنایا جاتا ہے اس کے ثانوی لچھے کو بھی اُسی زاویہ پر بنایا جاتا ہے۔یوں شکل کے حصہ الف میں سب سے اوپر ٹرانسفارمر جس کے ابتدائی جانب کے سِرے an اور ثانوی جانب کے سِرے $a'n'$ ہیں کو حصہ با میں صفر زاویہ پر بنایا گیا ہے۔تین دور کے ٹرانسفارمروں کو اس طرح کی علامتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان میں مرکز نہیں دکھایا جاتا۔

ٹرانسفارمر کے جوڑ بیان کرتے وقت بائیں جانب کے جوڑ کو پہلے اور دائیں جانب کی جوڑ کو بعد میں پکارتے ہیں۔یوں شکل میں ٹرانسفارمر کو ستارا۔تکونی جُڑا ٹرانسفارمر کہیں گے۔اسی طرح ابتدائی جانب کو بائیں اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔یوں اس شکل میں ابتدائی جانب ستارا نما ہے جبکہ ثانوی جانب تکونی ہے۔

ستارا نما جڑی جانب سے چار برقی تاریں نکلتی ہیں۔اس جانب لچھوں کے مشترکہ سِرا n کو عموماً ٹرانسفارمر کے نزدیک زمین میں گہرائی تک دھنسا دیا جاتا ہے۔اس تار کو زمینی تار[67] یا صرف زمین[68] کہتے ہیں۔عام فہم میں اسے ٹھنڈی تار[69] کہتے ہیں۔باقی تین یعنی a, b, c گرم تار[70] کہلاتے ہیں۔

ٹرانسفارمر کی لچھے پر برقی دباؤ کو دوری برقی دباؤ $\hat{V}_{\text{دور}}$[71] کہتے ہیں اور لچھے میں برقی رو کو دوری برقی رو $\hat{I}_{\text{دور}}$[72] کہتے ہیں۔ جبکہ ٹرانسفارمر سے باہر نکلتی کسی دو گرم تاروں کے مابین برقی دباؤ کو تار کی

---

[67] ground
[68] ground, earth,neutral
[69] neutral
[70] live wires
[71] phase voltage
[72] phase current

برقی دباؤ $\hat{V}_{\text{تار}}$ [73] کہتے ہیں اور کسی بھی گرم تار میں برقی رو کو تار کی برقی رو $\hat{I}_{\text{تار}}$ [74] کہتے ہیں۔ زمینی تار میں برقی رو کو زمینی برقی رو $\hat{I}_{\text{زمینی}}$ [75] کہتے ہیں۔

ستارا نما Y جانب دوری مقداروں اور تار کی مقداروں کا آپس میں یوں رشتہ ہے

$$
\begin{aligned}
V_{\text{تار}} &= \sqrt{3}V_{\text{دور}} \\
I_{\text{تار}} &= I_{\text{دور}}
\end{aligned} \tag{3.36}
$$

جبکہ تکونی Δ جانب دوری اور تار کی مقداروں کا آپس میں یوں رشتہ ہے

$$
\begin{aligned}
V_{\text{تار}} &= V_{\text{دور}} \\
I_{\text{تار}} &= \sqrt{3}I_{\text{دور}}
\end{aligned} \tag{3.37}
$$

یہ دوری سمتیہ کے رشتے نہیں بلکہ ان کی مقداری قیمتوں کے رشتے ہیں۔ان دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے

$$
V_{\text{تار}}I_{\text{تار}} = \sqrt{3}V_{\text{دور}}I_{\text{دور}} \tag{3.38}
$$

چونکہ ایک دور کی ٹرانسفارمر کی وولٹ۔ایمپیئر $V_{\text{دور}}I_{\text{دور}}$ ہیں اور ایسے تین ٹرانسفارمر مل کر ایک تین دور کا ٹرانسفارمر بناتے ہیں لہٰذا تین دور کے ٹرانسفارمر کی وولٹ۔ایمپیئر اس کے تین گنا ہوں گے یعنی

$$
\text{وولٹ۔ایمپیئر} = 3V_{\text{دور}}I_{\text{دور}} = 3 \times \frac{V_{\text{تار}}I_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}V_{\text{تار}}I_{\text{تار}} \tag{3.39}
$$

یہ مساوات تین دور میں عام استعمال ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کسی طرح بھی جوڑے جائیں وہ اپنی بنیادی کارکردگی تبدیل نہیں کرتے لہٰذا انہیں ستارا نما یا تکونی جوڑنے کے بعد بھی ان میں ہر ایک ٹرانسفارمر انفرادی طور پر مساوات اور پر پورے اترے گا۔انہیں استعمال کر کے شکل میں دیئے گئے ٹرانسفارمروں کے ابتدائی اور ثانوی جانب کی دوری اور تار کی مقداروں کے رشتے حاصل کئے جا سکتے ہیں۔اس شکل میں $a = N_1/N_2$ ہے جہاں $N_1 : N_2$ ان میں ایک دور کی ٹرانسفارمر کے چکر کی نسبت ہے۔تین دور کے ٹرانسفارمر پر لگی تختی پر دونوں جانب تار کی برقی دباؤ کی نسبت لکھی جاتی ہے۔

جیسے شکل 3.26 میں دکھایا گیا ہے ستارا۔تکونی ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کی نسبت

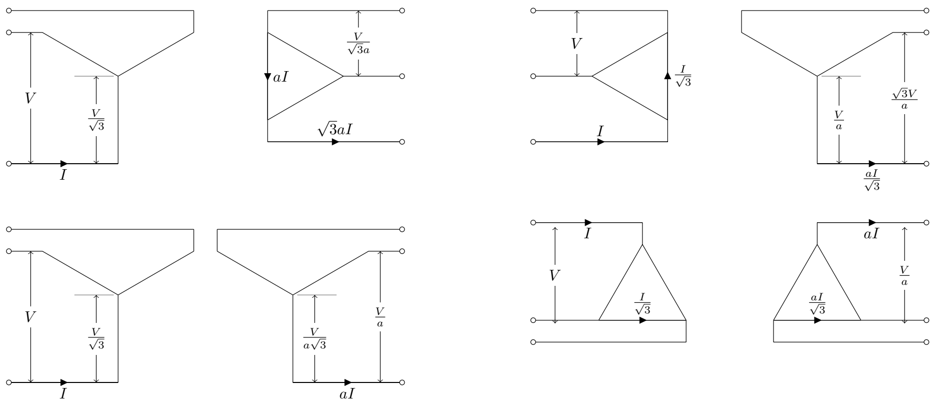
$$
\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \sqrt{3}a = \sqrt{3}\left(\frac{N_1}{N_2}\right) \tag{3.40}
$$

جبکہ ستارا۔ستارا کا

$$
\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \tag{3.41}
$$

---

[73] line to line voltage
[74] line current
[75] ground current



شکل 3.26: ابتدائی اور ثانوی جانب تار اور دوری مقداروں کے رشتے۔

تکونی۔ستارا کا

$$\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}}=\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{N_1}{N_2}\right) \tag{3.42}$$

اور تکونی۔تکونی کا

$$\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}}=a=\left(\frac{N_1}{N_2}\right) \tag{3.43}$$

ہے۔

مثال 3.8: ایک دور کے تین یکساں ٹرانسفارمروں کو ستارا۔تکونی Δ : Y جوڑ کر تین دور کا ٹرانسفارمر بنایا گیا ہے۔ایک دور کے ٹرانسفارمر کی برقی اہلیت درج ذیل ہے:

$$50\,\mathrm{kV\,A},\quad 6350:440\,\mathrm{V},\quad 50\,\mathrm{Hz}$$

ستارا۔تکونی ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب 11000 وولٹ کی تین دوری تار کی برقی دباؤ لاگو کیا گیا۔اس تین دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب تار کا برقی دباؤ معلوم کریں۔

حل: حل کرتے وقت ہم ایک دور کے ایک ٹرانسفارمر پر نظر رکھیں گے۔ ابتدائی جانب اگر ایک دور کے ٹرانسفارمر پر غور کیا جائے تو

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{V_1}{V_2}=\frac{6350}{440}$$

اور اس پر لاگو برقی دباؤ مساوات کی مدد سے

$$V_{\text{ابتدائی، دور}}=\frac{V_{\text{تار}}}{\sqrt{3}}=\frac{11000}{\sqrt{3}}=6350.85\,\mathrm{V}$$

ہے لہٰذا اس ایک دور ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب مساوات کی مدد سے

$$V_{\text{ثانوی}} = \frac{N_2}{N_1} V_{\text{ابتدائی}} = \frac{440}{6350} \times 6350.85 \approx 440\,\mathrm{V}$$

ہیں۔چونکہ ثانوی جانب ان تین ٹرانسفارمروں کو تکونی جوڑا گیا ہے لہٰذا مساوات کی مدد سے اس جانب تار کی برقی دباؤ یہی ہو گی۔اس تین دور کے ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کی نسبت

$$\frac{V_{\text{ابتدائی، تار}}}{V_{\text{ثانوی، تار}}} = \frac{11000}{440}$$

ہے۔چونکہ ایک دور ٹرانسفارمر 50 کلو وولٹ۔ایمپیئر کا ہے لہٰذا یہ تین دوری ٹرانسفارمر 150 کلو وولٹ۔ایمپیئر کا ہو گا۔یوں اس تین دور کے ٹرانسفارمر کی اہلیت[76]

$$150\,\mathrm{kV\,A}, \quad 11000:440\,\mathrm{V}, \quad 50\,\mathrm{Hz}$$

ہو گی۔

ٹرانسفارمر پر لگی تختی[77] پر اس کی اہلیت بیان ہوتی ہے جس میں ٹرانسفارمر کے دونوں جانب تار کے برقی دباؤ لکھے جاتے ہیں نہ کہ لچھوں کے چکر۔

ستارا۔ستارا جڑے ٹرانسفارمر عام طور استعمال نہیں ہوتے۔اس کی وجہ یہ ہے کہ اگرچہ ان کی تین دور برقی دباؤ کے بنیادی جُز آپس میں $120°$ زاویاتی فاصلے پر ہوتے ہیں لیکن ان کی تیسری موسیقائی جُز آپس میں ہم قدم ہوتی ہیں۔مرکز کی غیر بتدریج خصوصیات کی وجہ سے ٹرانسفارمر میں ہر صورت تیسری موسیقائی جُز پائے جاتے ہیں۔تیسری موسیقائی جُز ہم قدم ہونے کی وجہ سے جمع ہو کر ایک نہایت بڑی برقی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جو کبھی کبھی برقی دباؤ کی بنیادی جُز سے بھی زیادہ بڑے ہوتے ہیں۔

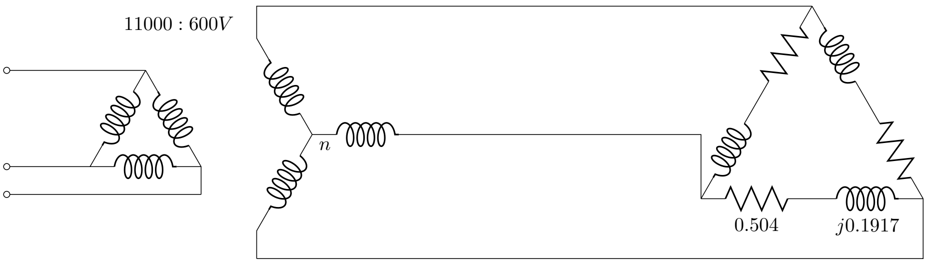
بقایا تین قسم کے جڑے ٹرانسفارمروں میں برقی دباؤ کی تیسری موسیقائی جُز مسئلہ نہیں کرتیں چونکہ ان میں تکونی جُڑے لچھوں میں برقی رو گردش کرنی شروع ہو جاتی ہے جو ان کے اثر کو ختم کر دیتی ہے۔

تین دور ٹرانسفارمر کے متوازن دور حل کرتے وقت ہم تصور کرتے ہیں کہ ٹرانسفارمر ستارا نما ہے۔یوں اس کے ایک دور میں برقی رو، تار کی برقی رو ہی ہو گی اور اس کے ایک دور پر لاگو برقی دباؤ، دوری برقی دباؤ ہو گا۔اسی طرح ہم تصور کرتے ہیں کہ اس پر لدھا برقی بار بھی ستارا نما جُڑا ہے۔یوں تین دور کی جگہ ہم ایک دور کا نسبتاً آسان مسئلہ حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔یہ ایک مثال سے زیادہ بہتر سمجھ آئے گا۔

مثال 3.9: ایک تین دوری $Y:\Delta$ 2000 کلو وولٹ۔ایمپیئر، $600:11000$ وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والا کامل ٹرانسفارمر ایک تین دوری متوازن برقی بار کو طاقت مہیا کر رہا ہے۔یہ بار تکونی جڑا ہے جہاں بار کا ہر حصہ $(0.504 + j0.1917)$ کے برابر ہے۔شکل 3.27 میں یہ دکھایا گیا ہے۔

---

[76] rating
[77] name plate



شکل 3.27: ٹرانسفارمر تکونی متوازن بار کو طاقت فراہم کر رہا ہے۔

- 1. اس شکل میں ہر جگہ برقی رو معلوم کریں۔
- 2. برقی بار[78] کو درکار طاقت معلوم کریں

حل:
پہلے تکونی بار کو ستارا نما بار میں تبدیل کرتے ہیں

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} = \frac{0.504 + j0.1917}{3} = 0.168 + j0.0639$$

اس بار کو ستارا نما جڑا شکل 3.28 میں دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں ایک برقی تار جسے نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے کو ٹرانسفارمر کی زمینی نقطہ سے بار کے مشترکہ سِرے کے درمیان جڑا دکھایا گیا ہے۔متوازن دور میں اس تار میں برقی رو صفر ہوگی۔حل کرنے کی نیت سے ہم اس متوازن دور سے ایک حصہ لے کر حل کرتے ہیں۔
یوں مساوی برقی بار میں برقی رو

$$I = \frac{346.41}{0.168 + j0.0639} = 1927.262\underline{/-20.825^\circ}$$

ہو گی اور اس ایک حصہ میں طاقت

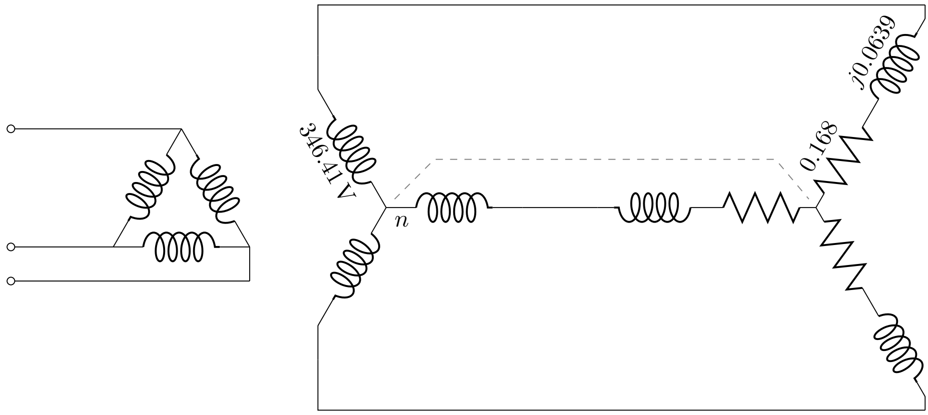
$$p = 346.41 \times 1927.262 \times \cos(-20.825^\circ) = 624\,007\,\mathrm{W}$$

ہوگی۔ یوں برقی بار کو پوری درکار برقی طاقت اس کے تین گنا ہو گی یعنی $1872\,\mathrm{kW}$ اس بار کا جُز طاقت[79]

$$\cos(-20.825^\circ) = 0.93467$$

ہے۔

[78] electrical load
[79] power factor



شکل 3.28: تکونی بار کو مثاوی ستارہ بار میں تبدیل کیا گیا ہے۔

تکونی بار میں برقی رو $1112.7 = 1927.262\sqrt{3}$ ایمپیئر ہو گی۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب برقی تاروں میں برقی رو

$$\left(\frac{600}{11000}\right) \times 1927.262 = 105.12$$

ایمپیئر ہو گی۔

اس مثال میں جُز طاقت 0.93467 ہے۔اس کتاب کے لکھتے وقت پاکستان میں اگر صنعتی کارخانوں کی برقی بار کی جُز طاقت 0.9 سے کم ہو جائے تو برقی طاقت فراہم کرنے والا ادارہ جرمانہ نافذ کرتا ہے۔

3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزرنا

ہم دیکھ چکے ہیں کہ اگر ٹرانسفارمر کے مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہو یعنی $B = B_0 \sin \omega t$ تو اس کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v = e = N\frac{\partial \varphi}{\partial t} &= NA_c\frac{\partial B}{\partial t} \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= V_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

یعنی

$$B_0 = \frac{V_0}{\omega N A_c}$$

یہ مساوات برقرار چالو[80] ٹرانسفارمر کے لئے درست ہے۔

تصور کریں کہ ایک ٹرانسفارمر کو چالو کیا جا رہا ہے۔ چالو ہونے سے پہلے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ صفر ہے اور جس لمحہ اسے چالو کیا جائے اس لمحہ بھی یہ صفر ہی رہتا ہے۔

جس لمحہ ٹرانسفارمر کو چالو کیا جائے اس لمحہ لاگو برقی دباؤ

$$v = V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

ہے۔اگر $\theta = \pi/2$ یہ لمحہ ہو تو آدھے دوری عرصہ[81] کے بعد مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{NA_c} \int_0^{\pi/\omega} V_0 \cos(\omega t + \pi/2) \,\mathrm{d}t \\ &= \frac{V_0}{\omega N A_c} \sin(\omega t + \pi/2)_0^{\pi/\omega} \\ &= -\left(\frac{2V_0}{\omega N A_c}\right) \end{aligned}$$

یعنی کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کا طول معمول سے دگنا ہو گا۔اگر یہی حساب $\theta = 0$ لمحہ کے لئے کیا جائے تو زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ بالکل مساوات کے عین مطابق ہو گا۔ ان دو زاویوں کے مابین زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ ان دو حدوں کے درمیان رہتا ہے۔

مرکز کی $B - H$ خط غیر بتدریج بڑھتا ہے۔لٰہذا B دگنا کرنے کی خاطر H کو کئی گنا بڑھانا ہو گا جو لچھے میں محرک برقی رو بڑھانے سے ہوتا ہے[82]۔یہاں شکل سے رجوع کریں۔قوی ٹرانسفارمروں میں ہیجانی کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی چوٹی $1 \leq B_0 \leq 1.3$ ہوتی ہے۔ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ یوں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ 2 سے 2.6 ٹیسلہ تک ہو سکتی ہے جس کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو نہایت زیادہ ہو گی۔

[80] steady state
[81] time period
[82] 2000 کلو وولٹ-ایمپیئر ٹرانسفارمر سے چالو کرتے وقت تھرتھراہٹ کی آواز آتی ہے

الباب 4

برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رو یا مقناطیسی بہاؤ کی مدد سے برقی توانائی کو میکانی توانائی یا میکانی توانائی کو برقی توانائی میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ مختلف مشین میں یہ عمل ہوتا ہے۔ ناپنے کے مشین نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں۔ ان میں لاؤڈ سپیکر، مائکروفون وغیرہ شامل ہیں۔ ان کے برعکس ایک اور قسم کے مشین قوت پیدا کرتے ہیں۔ ان میں برقی مقناطیس، رِیلے[1] وغیرہ شامل ہیں۔ ایک تیسری قسم، جن میں برقی موٹر اور جنریٹر شامل ہیں، لگاتار توانائی کو ایک شکل سے دوسری شکل میں تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاؤ کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔برقی رو کی مدد سے توانائی کے تبادلہ کو انہیں طرح کے طریقوں سے حل کیا جاتا ہے اگرچہ ان کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

اس باب میں جو تراکیب ہم سیکھیں گے وہ بہت اہمیت رکھتے ہیں اور انجنیئرنگ میں بہت سے مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔

4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور مروڑ

اگر ایک برقی میدان میں چارج q رکھا جائے تو اس پر قوت

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} \tag{4.1}$$

پائی جاتی ہے۔اگر چارج مثبت ہو تو یہ قوت برقی شدت $\boldsymbol{E}$ کی سمت میں ہوتی ہے اور اگر چارج منفی ہو تو یہ قوت $\boldsymbol{E}$ کی الٹ سمت میں ہوتی ہے۔ اسی طرح اگر ایک چارج مقناطیسی میدان میں حرکت کر رہا ہو اور اس کی سمتی رفتار[2] $\boldsymbol{v}$ ہو تو اس پر قوت

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right) \tag{4.2}$$

[1] relay
[2] velocity

پائی جاتی ہے۔ اس مرتبہ مثبت چارج پر قوت کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون[3] سے معلوم کی جاتی ہے۔ اگر دائیں ہاتھ کی چار انگلیاں $\boldsymbol{v}$ کی سمت میں رکھ کر انہیں $\boldsymbol{B}$ کی سمت میں موڑا جائے تو انگوٹھا $\boldsymbol{F}$ کی سمت میں ہوگا۔ منفی چارج پر قوت اس کے مخالف سمت میں ہوگی۔یہاں سمتی رفتار q اور $\boldsymbol{B}$ کے مابین ہے۔ اگر ایک چارج بیک وقت مقناطیسی اور برقی میدان میں حرکت کر رہا ہو تب اس پر قوت ہمیں گزشتہ دو قوانین ملا کر یعنی مساوات لورینز[4] سے ملتی ہے۔

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right) \tag{4.3}$$

مساوات 4.2 میں اگر $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\,\mathrm{d}t$ لی جائے تو اسے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F} &= q\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{B}\right)\\ &= \frac{q}{\mathrm{d}t}\left(\mathrm{d}\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}\right)\\ &= i\left(\mathrm{d}\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}\right)\end{aligned} \tag{4.4}$$

مثال 4.1: شکل 4.1 میں ایک لچھا مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔لچھے کی رداس 15 سم، محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیئر ہے۔کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کو نقطہ دار نوک والی لکیروں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کی جانب دکھایا گیا ہے۔اگر کثافتِ مقناطیسی بہاؤ 0.55 ٹیسلہ ہو تو

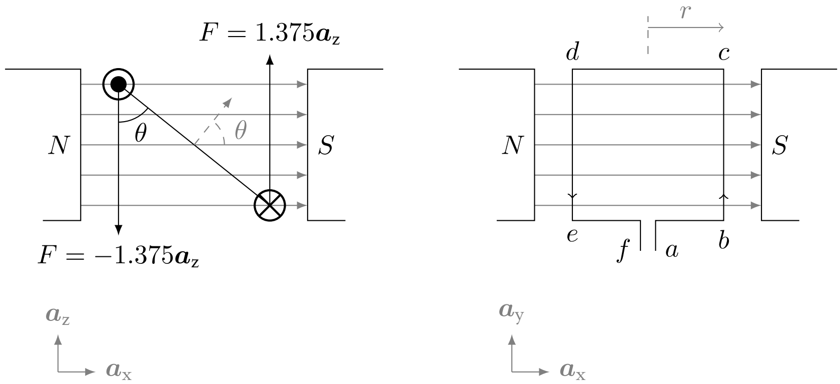
- لچھے کے اطراف پر قوت معلوم کریں اور
- لچھے پر مروڑ $\boldsymbol{\tau}$ معلوم کریں

حل: شکل کے حصہ الف اور با میں کارتیسی اکائی سمتیہ دیئے گئے ہیں۔اگر برقی تار کے سروں کو نظر انداز کیا جائے اور اسے ایک بند دائرہ سمجھا جائے تو حصہ الف سے تار کی اطراف کی لمبائیاں برقی رو کی سمت

$$\begin{aligned}\boldsymbol{L}_{bc} &= l\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\\ \boldsymbol{L}_{cd} &= -2r\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\\ \boldsymbol{L}_{de} &= -l\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\\ \boldsymbol{L}_{eb} &= 2r\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\end{aligned}$$

---

[3] right hand rule
[4] Lorenz equation



شکل 4.1: ایک چکر کے لچھے پر قوت اور مروڑ

ہیں جبکہ $\boldsymbol{B}=B_0\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}$ ہے۔یوں مساوات 4.2 سے ان اطراف پر قوت

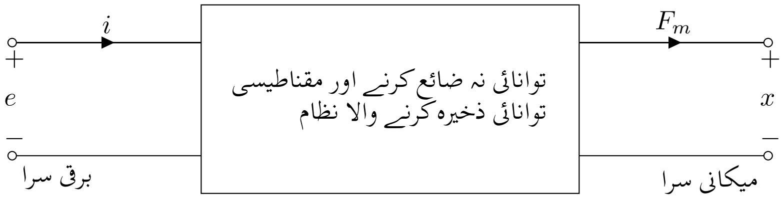
$$\begin{aligned}
\boldsymbol{F}_{bc} &= i\left(\boldsymbol{L}_{bc}\times B_0\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right)\\
&= 5\left(0.5\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\times 0.55\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right)\\
&= -1.375\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}\\
\boldsymbol{F}_{cd} &= 5\left(-0.3\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\times 0.55\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right)\\
&= 0\\
\boldsymbol{F}_{de} &= 5\left(-0.5\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\times 0.55\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}\right)\\
&= 1.375\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}\\
\boldsymbol{F}_{ea} &= 0
\end{aligned}$$

نیوٹن ہو گی۔ہم دیکھتے ہیں کہ قوت محوری لمبائی کی جانب اطراف پر ہی لاگو ہے۔یہ دو قوت حصہ با میں دکھائے گئے ہیں جہاں سے یہ واضح ہے کہ یہ مروڑ پیدا کریں گی۔ اس مروڑ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے بھی با آسانی معلوم کی جا سکتی ہے۔مروڑ

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\tau} &= -1.375\times 2\times 0.15\times\sin\theta\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\\
&= -0.4125\sin\theta\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}
\end{aligned}$$

نیوٹن۔میٹر ہے۔

ان مساوات کا استعمال صرف سادہ ترین جگہوں ممکن ہوتا ہے۔ استعمال میں آنے والی مشین میں ان مساوات سے قوت کا تعین کرنا نہایت مشکل ثابت ہوتا ہے۔ اب ہم وہ طریقہ سیکھتے ہیں جس کی مدد سے ہم مختلف مشین میں قوت کا تعین کر سکیں گے۔ اس طریقہ کو توانائی کا طریقہ کہتے ہیں اور یہ توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔



شکل 4.2: برقی توانائی سے میکانی توانائی کے تبادلہ کا نظام۔

گھومتی برقی مشین میں عموماً دو لچھے ہوتے ہیں۔ ان میں ایک لچھا مشین کے ساکن حصہ پہ لپٹا ہوتا ہے اور اسی لئے ساکن رہتا ہے۔ لہٰذا اس کو ساکن لچھا[5] کہتے ہیں ۔ دوسرا لچھا مشین کے گھومنے والے حصہ پہ لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ لہٰذا اس کو گھومتا لچھا[6] کہتے ہیں۔ ایسے مشین کو اس طرح سمجھنا نہایت آسان ہے کہ ہم ان دو لچھوں کو دو مقناطیس سمجھیں۔ جس طرح دو مقناطیس اگر قریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال N دوسرے کے جنوب S کی سمت ہو۔

موٹر میں دونوں لچھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ ساکن لچھے کا مقناطیسی بہاؤ، گھومتے لچھے کے مقناطیسی بہاؤ سے کچھ آگے رہتا ہے اور اسے کھینچتا رہتا ہے۔ ایسا کرنے سے یہ کام کرتا ہے۔ جنریٹر میں اس کے برعکس گھومتا لچھا، ساکن لچھے پر کام کرتا ہے۔

توانائی کے طریقے کو شکل 4.2 کی مدد سے سمجھا جا سکتا ہے۔یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس سے یہ میکانی توانائی پیدا کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے دو متغیرہ e اور i ہیں اور میکانی توانائی کے متغیرہ فاصلہ x اور میدانی قوت[7] F_m ہیں۔ اس شکل میں بائیں جانب یعنی ابتدائی یا اولین جانب i کا رُخ باہر سے اندر کی طرف ہے اور دائیں جانب یعنی ثانوی جانب F_m کا رُخ اندر سے باہر کی جانب ہے۔یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل کی مانند ہے۔

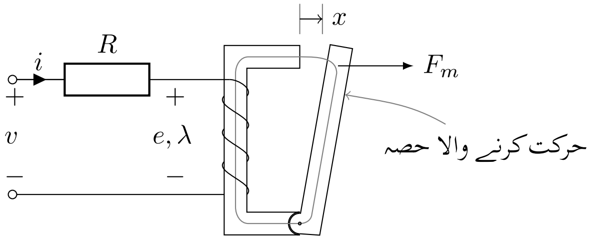
اگر نظام میں توانائی کی ضیاع کو توانائی کے ذخیرہ ہونے سے علیحدہ کرنا ممکن ہو تو ایسی صورت میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن سے پیش کیا جاتا ہے۔ شکل 4.3 میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں لچھا برقی نظام کو پیش کرتا ہے اور حرکت کرنے والا حصہ میکانی نظام کو پیش کرتا ہے۔ یہاں لچھے میں توانائی کے ضیاع کو، بیرونی مزاحمت R سے ظاہر کیا گیا ہے۔

توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جا سکتی ہے اور نا ہی اسے تباہ کیا جا سکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ لہٰذا اسے جو برقی توانائی $\partial W_{\text{برقی}}$ دی جائے اس میں سے کچھ میکانی توانائی $\partial W_{\text{میکانی}}$ میں تبدیل ہو گی، کچھ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ ہوگی یعنی $\partial W_{\text{مقناطیسی}}$ اور بقایا مختلف طریقوں سے ضائع $\partial W_{\text{ضائع}}$ ہو گی جو ہمارے کسی کام نہ آ سکے گی۔ یعنی

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}} \tag{4.5}$$

---

[5] stator coil
[6] rotor coil
[7] میدانی قوت F_m میں چھوٹی لکھائی میں m لفظ میدانی کو ظاہر کر رہا ہے۔



شکل 4.3: قوت پیدا کرنے والا آلا۔

اگر برقی توانائی کے ضیاع کو نظرانداز کیا جائے تو

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} \tag{4.6}$$

اس مساوات کو ∂t سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے

$$\frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقناطیسی}}}{\partial t} \tag{4.7}$$

یہ مساوات توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتا ہے۔ اگر ہم بائیں ہاتھ کی جانب یعنی برقی طاقت کو ei لکھیں اور دائیں ہاتھ کی جانب میکانی حصہ میں $F_m \partial x = \partial W_{\text{میکانی}}$ لکھیں تو

$$ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t} \tag{4.8}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں $W_{\text{مقناطیسی}}$ کو W_m لکھا گیا ہے۔مساوات کے استعمال سے اسے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$i \frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t} \tag{4.9}$$

یا

$$i \partial \lambda = F_m \partial x + \partial W_m \tag{4.10}$$

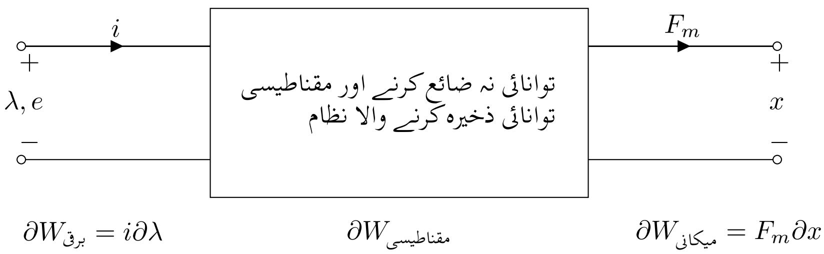
مساوات 4.10 توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ یہ مساوات استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لورینز کے قانون[8] سے ہی پیدا ہوتی ہے۔مساوات 4.10 میں برقی متغیرہ i اور e کی بجائے i اور λ ہیں۔ لہٰذا شکل 4.2 کو شکل 4.4 کی طرح بھی بنایا جا سکتا ہے۔

کسی بھی تفاعل[9] $z(x, y)$ کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} \, \mathrm{d}x + \frac{\partial z}{\partial y} \, \mathrm{d}y$$

---

[8] Lorenz equation
[9] function



شکل 4.4: توانائی کی شکل تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

اسی طرح ہم $W_m(x, \lambda)$ کے لئے لکھ سکتے ہیں۔

$$\partial W_m(x, \lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda}\,\mathrm{d}\lambda \tag{4.11}$$

اس مساوات اور مساوات 4.10 سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ

$$F_m(x, \lambda) = -\left.\frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial t}\right|_{\lambda_0} \tag{4.12}$$

$$i(x, \lambda) = \left.\frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial \lambda}\right|_{x_0} \tag{4.13}$$

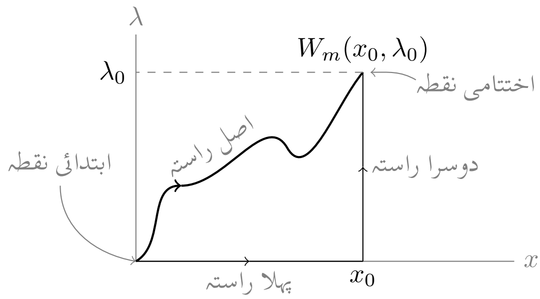
اگر ہم مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x, \lambda)$ معلوم کر سکیں تو مساوات 4.12 کو استعمال کر کے ہم قوت کا حساب لگا سکتے ہیں۔ ہم اگلے حصہ میں یہی کرتے ہیں۔

4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل میں ایک لچھے کا سادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے پیش کیا گیا ہے۔ میکانی نظام میں حرکت کرنے والے حصہ کے کمیت کو نظرانداز کیا گیا ہے۔ اگر اس کمیت کے اثر کا بھی حساب لگانا ہو تو اس کمیت کو ایک بیرونی کمیت تصور کیا جا سکتا ہے۔ اس طرح تبادلہ توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والے مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔عموماً حرکت تب ممکن ہوتی ہے جب مقناطیسی مرکز میں خلا ہو جو کم اور زیادہ ہو سکے۔ عموماً $\Re_a \gg \Re_c$ ہوتا ہے۔لہٰذا جب بھی خلائی درز رکنے والی مقناطیسی دور حل کرنی ہو، ہم $\Re_c$ کو نظرانداز کر سکتے ہیں۔ایسا کرنے سے، جیسا مساوات میں دیا گیا ہے، ہم مقناطیسی دباؤ τ اور مقناطیسی بہاؤ ϕ کو براہ راست متناسب لکھ سکتے ہیں۔ اسی طرح مساوات کو اب ہم یوں لکھ سکتے ہیں

$$\lambda = L(x) i \tag{4.14}$$



شکل 4.5: مقناطیسی میدان میں توانائی۔

اس مساوات میں امالہ کو $L(x)$ لکھ کر اس بات کی نشان دہی کی گئی ہے کہ یہ صرف اور صرف شکل میں خلا کی لمبائی x پر منحصر ہے۔

شکل میں قوت F_m کی سمت میں طے ہونے والا فاصلہ x ہے۔ یوں میکانی کام $\partial W_{\text{میکانی}} = F_m \, \mathrm{d}x$ کے برابر ہو گا جبکہ $\partial W_{\text{برقی}} = i \, \mathrm{d}\lambda$۔ یوں شکل کو مساوات 4.10 ظاہر کرتی ہے۔ اگر ہمیں مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی W_m معلوم کرنی ہو تو ہمیں مساوات 4.10 کا تکمل[10] لینا ہو گا۔ یعنی

$$\int \partial W_m = \int i(x,\lambda) \, \mathrm{d}\lambda + \int F_m(x,\lambda) \, \mathrm{d}x \tag{4.15}$$

اس تکمل کا حصول شکل 4.5 سے واضح ہوگا۔ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی نہیں دی گئی۔ اس لئے اس میں برقی رو صفر ہے۔ برقی رو صفر ہونے کی وجہ سے مقناطیسی بہاؤ اور اِرتَباطِ بہاؤ بھی صفر ہے۔اسی وجہ سے مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی صفر ہے۔یوں قوت اور حرکت بھی صفر ہے۔ یعنی ابتدائی نقطہ پر

$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ہے۔ابتدائی نقطہ شکل 4.5 میں دکھایا گیا ہے۔ ہم اب لچھے کو برقی توانائی فراہم کرتے ہیں۔ لچھے میں برقی رو رواں ہوتی ہے جس سے قوت اور حرکت پیدا ہوتی ہے۔ ہم آخر کار اختتامی نقطے پہ پہنچ جاتے ہیں۔اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پہ $\lambda = \lambda_0$ اور $x = x_0$ ہے اور یہاں مقناطیسی میدان میں توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ ہے۔ہم ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھاتے ہیں کہ λ اور x شکل 4.5 میں موٹی لکیر سے دکھائے اصل راستے پر رہیں۔لہٰذا ہمیں آخری نقطہ پہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی $W_m(x_0, \lambda_0)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات کا اصل راستے پہ تکمل کرنا ہوگا۔ ایسا کرنا خاصا مشکل کام ہے۔ بجائے یہ ہم ایک بہتر راستہ اختیار کرتے ہیں۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقناطیسی میدان ایک قدامت پسند میدان[11] ہے جس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے x_0 اور λ_0 کی مقدار پر

---

[10] integral
[11] conservative field

منحصر ہے[12]۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ ہم جس راستے سے بھی آخری نقطہ تک پہنچیں ہمیں مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی یکساں ملے گی۔ لہٰذا ہم تکمل کرتے وقت شکل 4.5 میں ابتدائی نقطہ سے پہلے راستے چلتے ہیں اور جب ہم فاصلہ x_0 طے کر لیں تو یہاں سے دوسرا راستہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ (x_0, λ_0) پہ پہنچتے ہیں۔ لہٰذا ہم مساوات کو اب دو ٹکڑوں میں لکھیں گے، نقطہ $0, 0$ سے نقطہ $(x_0, 0)$ تک اور پھر یہاں سے نقطہ (x_0, λ_0) تک

$$\int_{\text{اصل راستہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m \tag{4.16}$$

اس مساوات کی دائیں جانب جز کو باری باری دیکھتے ہیں۔پہلے راستے تکمل کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = \int_0^0 i(x, 0)\,\mathrm{d}\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0)\,\mathrm{d}x \tag{4.17}$$

اس راستے جیسے شکل سے ظاہر ہے اگر ہم $x = 0$ سے $x = x_0$ تک چلیں تو اس پورے راستے پر λ صفر کے برابر ہی رہتا ہے۔ مساوات میں اس بات کو برقی رو $i(x, 0)$ اور قوت $F_m(x, 0)$ لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ λ کے شروع اور آخری مقدار برابر ہیں لہٰذا اس مساوات میں $\int_0^0 i(x, 0)\,\mathrm{d}\lambda = 0$ ہے۔

اگر $\lambda = 0$ ہو تو مقناطیسی بہاؤ بھی صفر ہوگا۔ مقناطیسی بہاؤ کے صفر ہونے کا مطلب ہے کہ کوئی مقناطیسی اثر موجود نہیں لہٰذا قوت F_m بھی صفر ہوگا۔ اور ہم جانتے ہیں کہ صفر کا تکمل صفر ہی ہوتا ہے۔ لہٰذا اس مساوات میں $\int_0^{x_0} F_m(x, 0)\,\mathrm{d}x = 0$ ہوگا۔ یوں پہلے راستے پر تکمل یعنی مساوات صفر کے برابر ہے یعنی

$$\int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = \int_0^0 i(x, 0)\,\mathrm{d}\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0)\,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.18}$$

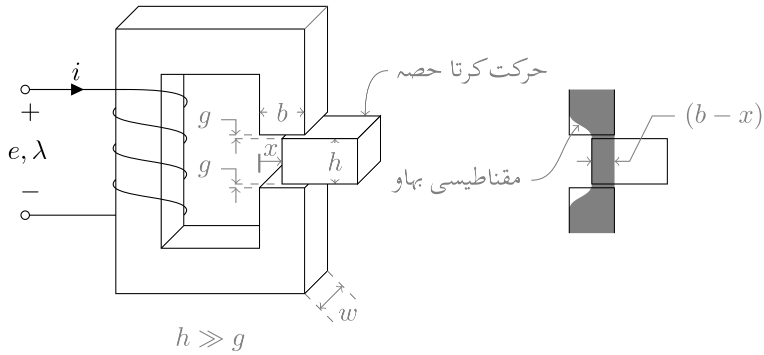
اسی طرح مساوات کی دوسرے راستے کے تکمل کے جُز کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda)\,\mathrm{d}\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda)\,\mathrm{d}x \tag{4.19}$$

اس میں ہم دیکتے ہیں کہ پورے راستے $x = x_0$ رہتا ہے۔ قوت کا تکمل صفر ہے چونکہ x کے ابتدائی اور اختتامی قیمتیں برابر ہیں۔ یعنی

$$\int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda)\,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.20}$$

[12]تجاذبی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے اسی لئے اگر کمیت m کو کسی بھی راستے h کی بلندی تک لے جایا جائے تو اس کی توانائی mgh ہو گی۔



شکل 4.6: حرکت اور توانائی۔

آخر میں رہ گیا برقی رو کا تکمل۔ مساوات کو استعمال کرتے ہوئے

$$\int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda)\,\mathrm{d}\lambda = \frac{1}{L(x_0)}\int_0^{\lambda_0} \lambda\,\mathrm{d}\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)} \tag{4.21}$$

اس طرح ہمیں آخر کار مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات حاصل ہو گئی۔

$$W = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)} \tag{4.22}$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات کے ذریعہ قوت $F_m(x, \lambda)$ اور مساوات کے ذریعہ برقی رو $i(x, \lambda)$ کا حساب اب ممکن ہے۔

مثال 4.2: شکل 4.6 میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکت کرنے والے حصے اور ساکن حصے کے مابین خلائی درز g ہے۔ اگر $N = 500$، $g = 1\,\mathrm{mm}$، $b = 0.2\,\mathrm{m}$، $w = 0.4\,\mathrm{m}$ اور $i = 30\,\mathrm{A}$ ہوں تو اس خلائی درز میں توانائی W_m معلوم کریں۔

حل: چونکہ $h \gg g$ ہے لہٰذا مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ حرکت کرتے حصے سے گزرے گا۔ساکن حصے میں مقناطیسی بہاو خلائی درز کے قریب مڑ کر حرکت کرتے حصے میں سے گزرے گا۔ہمیں معلوم ہے کہ $W_m = \frac{\lambda^2}{2L}$ اور $L = \lambda i$ ہیں لہٰذا $W_m = \frac{1}{2}Li^2$ لکھا جا سکتا ہے جہاں $L = \frac{N^2\mu_0 A_g}{2g}$ اور $A_g = w(b-x)$ کے برابر ہیں۔یوں

$$\begin{aligned}
W_m &= \frac{1}{2}\frac{N^2\mu_0 A_g}{2g}i^2\\
&= \frac{1}{2}\times\frac{500^2\times 4\pi 10^{-7}\times 0.4(0.2-x)}{2\times 0.001}\times 30^2\\
&= 28278(0.2-x)
\end{aligned}$$

جاول کے برابر ہے۔

مثال 4.3: شکل میں توانائی کے طریقہ سے قوت F_m معلوم کریں۔

حل: مساوات کہتا ہے کہ $F_m = -\left.\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial x}\right|_{\lambda_0}$ ہے۔اس کا مطلب ہے کہ توانائی کے متغیرہ x اور λ ہونے چاہئے۔

مثال 4.2 میں ہم نے توانائی معلوم کی۔البتہ یہ معلوم کرنے کے لئے ہم نے λ کی بجائے $\lambda = Li$ استعمال کیا۔ یوں توانائی کے متغیرہ x اور i بن گئے ۔ ہم $W_m(x,i) = 28278(0.2 - x)$ کو استعمال نہیں کر سکتے۔ ہمیں $W_m(x,\lambda)$ چاہئے۔ درست طریقہ یہ ہے

$$W_m(x,\lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2\left(\frac{N^2\mu_0 A_g}{2g}\right)} = \frac{g\lambda^2}{N^2\mu_0 w(b-x)}$$

اب اسے مساوات میں استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}
F_m &= -\frac{\partial W_m(x,\lambda)}{\partial x}\\
&= -\frac{g\lambda^2}{N^2\mu_0 w(b-x)^2}
\end{aligned}$$

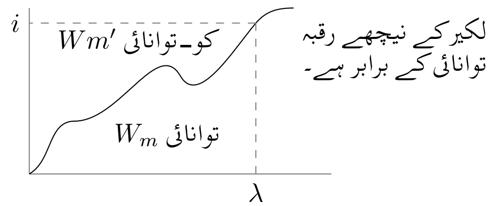
تفرق لینے کے بعد λ کی جگہ Li پُر کیا جا سکتا ہے۔یوں قوت

$$\begin{aligned}
F_m &= -\frac{gL^2i^2}{N^2\mu_0 w(b-x)^2}\\
&= -\frac{N^2\mu_0 w i^2}{4g}\\
&= -28\,278
\end{aligned}$$

نیوٹن حاصل ہوتا ہے۔منفی قوت کا مطلب ہے کہ قوت x کی اُلٹ جانب ہے یعنی حرکت کرنے والا حصہ اس جانب حرکت کرے گا جس جانب فاصلہ کم ہوتا ہو۔

4.3 توانائی اور کو-توانائی

شکل 4.7 میں λ اور i کے مابین گراف دکھایا گیا ہے۔ جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ لکیر کے نیچے رقبہ دراصل توانائی ہی ہے۔ اگر ہم اس گراف پر کوئی ایک نقطہ (λ, i) لیں اور اس نکتے سے ایک لکیر نیچے کی طرف اور دوسری لکیر بائیں جانب کھینچے تو ہمیں ایک مستطیل ملتا ہے جس کا رقبہ λi کے برابر



شکل 4.7: کو-توانائی کی تعریف۔

ہو گا۔ اگر اس میں سے ہم توانائی W_m منفی کر لیں تو جو مقدار ملتی ہے اس کو کو۔توانائی W'_m کہتے ہیں یعنی

$$W'_m = \lambda i - W_m \tag{4.23}$$

اس مساوات کے تدریجی تفرق[13]

$$\begin{aligned}\partial W'_m &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m\end{aligned}$$

میں مساوات کے استعمال سے

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

یعنی

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + F_m \partial x \tag{4.24}$$

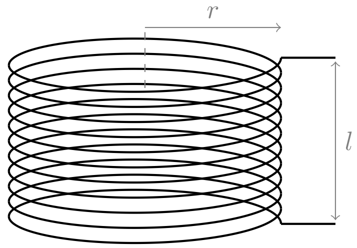
حاصل ہوتا ہے۔
مساوات ، ، اور کی طرح یہاں بھی کسی بھی تفاعل $z(x,y)$ کا تدریجی فرق

$$\partial z(x,y) = \frac{\partial z}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial z}{\partial y}\,\mathrm{d}y$$

ہے۔یوں ہم کو۔توانائی $W'_m(x,i)$ کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$\partial W'_m(x,i) = \frac{\partial W'_m}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial W'_m}{\partial i}\,\mathrm{d}i \tag{4.25}$$

[13] partial differential



شکل 4.8: پیچدار لچھا۔

اس مساوات کو مساوات کے سات دیکھیں تو

$$\lambda = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial i} \right|_{x_0} \tag{4.26}$$

$$F_m = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{i_0} \tag{4.27}$$

حاصل ہوتے ہیں۔قوت معلوم کرنے کی یہ دوسری مساوات ہے۔ اس مساوات میں کو۔توانائی استعمال ہوتی ہے جبکہ مساوات میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔

بالکل توانائی کے طریقہ سے ان مساوات کے تکمل سے حاصل ہوتا ہے

$$W'_m(i_0, x_0) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x_0)\,\mathrm{d}i \tag{4.28}$$

جن نظام میں λ اور i تغیر راست ہوں اور جنہیں مساوات کے تعلق سے پیش کیا جا سکے ان کے لئے اس مساوات کو مزید یوں حل کیا جا سکتا ہے۔

$$W'_m(i, x) = \int_0^{i} L(x) i\,\mathrm{d}i = \frac{L(x) i^2}{2} \tag{4.29}$$

کچھ مسائل میں توانائی اور کچھ میں کو۔توانائی کا استعمال زیادہ آسان ہوتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.8 میں ایک پیچدار لچھا[14] دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی l، رداس r اور چکر N ہیں۔ایسے پیچدار لچھے کی مقناطیسی بہاؤ محوری سمت میں لچھے کے اندر ہی رہتی ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاؤ کی مقدار قابلِ نظر انداز ہوتی ہے۔یوں لچھے کے اندر محوری لمبائی کی سمت میں میدانی شدت $H \approx NI/l$ ہوتی ہے۔

ایسے پیچدار لچھے موصل دھاتوں کو امالی برقی توانائی کے ذریعہ گلانے کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں۔میں اس طرح کی 100 کلوواٹ سے 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی 100 کلوگرام سے 3000 کلوگرام

[14] spiral coil

لوہا گلانے کی امالی برقی بھٹیاں[15] بناتا رہا ہوں جو 500 ہرٹز سے 1200 ہرٹز کے درمیاں کام کرتی ہیں۔اس طرح کے پیچدار لچھے میں غیر موصل پیالے میں موصل دھات کے ٹکڑے ڈالے جاتے ہیں اور اس لچھے میں بدلتی رو گزاری جاتی ہے۔دھات میں بھنور نما امالی برقی رو اسے گرم کر کے پگلا دیتی ہے۔لوہے کو یوں 1650 ڈگری ٹلسئس[16] تک گرم کیا جاتا ہے۔

- اس پیچدار لچھے پر معین برقی رو I_0 گزرنے کی صورت میں رداسی سمت میں میکانی دباؤ یعنی قوت فی مربع رقبہ معلوم کریں۔
- میری 3000 کلوگرام لوہا گلانے کی بھٹی کے پیچدار لچھے کی تفصیل کچھ یوں ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000\,\mathrm{A}, \quad l = 0.94\,\mathrm{m}, \quad r = 0.49\,\mathrm{m}$$

اس پر رداسی سمت میں میکانی دباؤ، نیوٹن فی مربع میٹر، میں حاصل کریں۔

حل الف:
ہم کو۔توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
L &= \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} \\
W'_m(r,i) &= \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l} \\
F &= \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l}
\end{aligned}$$

یہ مثبت قوت رداسی سمت میں باہر کی جانب ہے۔لچھے کی گول سطح $A = 2\pi r l$ ہے۔یوں میکانی دباو

$$\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}$$

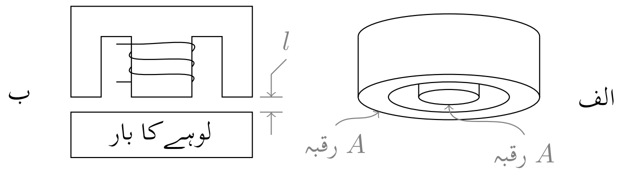
ہے۔

حل ب:

$$\frac{F}{A} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times 10000^2}{2 \times 0.94^2} = 8605\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

مثال 4.5: 2000 کلوواٹ سے 3000 کلوواٹ کی لوہا گلانے کی بھٹیاں 30 ٹن[17] سے 70 ٹن لوہا روزانہ گلاتی ہیں۔[18]اتنا وزن ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کی خاطر عموما برقی مقناطیس استعمال ہوتا

[15] high frequency, induction furnaces
[16] Celsius, Centigrade
[17] ہزار کلوگرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔
[18] یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔



شکل 4.9: برقی مقناطیس۔

ہے۔شکل 4.9۔الف میں ایک ایسا ہی برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل کچھ یوں ہے۔

$$N = 300, \quad A = 0.8\,\mathrm{m}^2, \quad I = 30\,\mathrm{A}$$

اگر برقی مقناطیسی اور لوہے کے درمیان اوسط فاصلہ 2.5 سنٹی میٹر لیا جائے تو یہ برقی مقناطیسی کتنی کمیت لوہا اٹھا سکتی ہے۔
حل:

$$\begin{aligned}
L &= \frac{\mu_0 N^2 A}{2l} \\
W'_m(l,i) &= \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 A i^2}{4l} \\
F &= \frac{\partial W_m}{\partial l} = -\frac{\mu_0 N^2 A i^2}{4l^2} = -\frac{4\pi 10^{-7} \times 300^2 \times 0.8 \times 30^2}{4 \times 0.0254^2} = 31\,558\,\mathrm{N}
\end{aligned}$$

یوں یہ مقناطیس $\frac{31558}{9.8} = 3220\,\mathrm{kg}$ کمیٹ اٹھا سکتا ہے۔

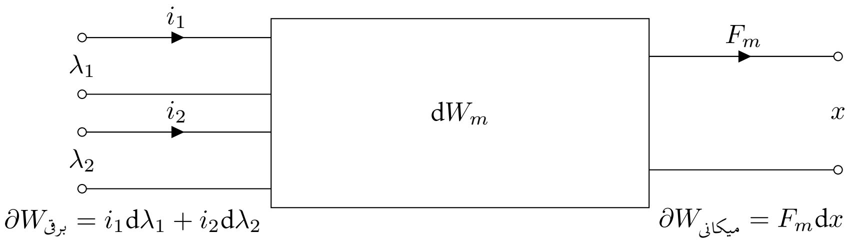
مثال 4.6: مثال 4.3 کو کو۔توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔
حل: مساوات سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2 \mu_0 w (b-x) i^2}{4g}$$

اور مساوات سے

$$F_m = \frac{\partial W_m}{\partial x} = -\frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} = -28\,278\,\mathrm{N}$$

یہ اتنی ہی قوت ہے۔ہونا بھی ایسا ہی چاہئے۔



شکل 4.10: دو لچھوں کا نظام۔

4.4 زیادہ لچھوں کا مقناطیسی نظام

ابھی تک صرف ایک لچھے کے نظام کا مطالعہ کیا گیا ہے۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام کا مطالعہ کیا جائے گا۔ زیادہ لچھوں کا نظام بھی بالکل ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل 4.10 میں بائیں جانب ایک لچھے کا برقی رو i_1 اور دوسرے لچھے کا برقی رو i_2 ہے۔ لہٰذا

$$\partial W_{\text{برقی}} = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 \tag{4.30}$$

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m \tag{4.31}$$

$$i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 = F_m \,\mathrm{d}x + \partial W_m \tag{4.32}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی گئی جسے مزید یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.33}$$

اب بالکل مساوات کی طرح

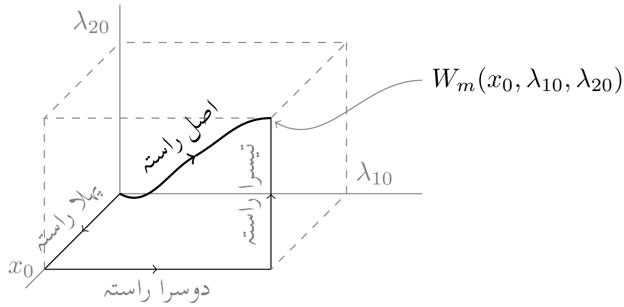
$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} \,\mathrm{d}\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} \,\mathrm{d}\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} \,\mathrm{d}x \tag{4.34}$$

اس مساوات میں ہم نے دائیں طرف کی جگہ لکھا ہے۔ مساوات 4.33 اور 4.34 سے حاصل ہوتا ہے

$$i_1 = \left.\frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1}\right|_{\lambda_2, x} \tag{4.35}$$

$$i_2 = \left.\frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2}\right|_{\lambda_1, x} \tag{4.36}$$

$$F_m = \left.\frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x}\right|_{\lambda_1, \lambda_2} \tag{4.37}$$



شکل 4.11: دو لچھوں کے نظام میں مقناطیسی میدان میں توانائی۔

یہ مساوات تب استعمال ہو سکتے ہیں جب ہمیں توانائی W_m معلوم ہو لہٰذا ہم پہلے اسی کو معلوم کرتے ہیں۔

شکل 4.10 میں دونوں لچھوں کو اس طرح طاقت دی جاتی ہے کہ λ_1 اور λ_2 آہستہ آہستہ صفر سے بڑھتے ہوئے λ_{1_0} اور λ_{2_0} تک پہنچ جاتے ہیں اور ساتھ ہی ساتھ x صفر سے تبدیل ہو کر x_0 ہو جاتا ہے۔ اس اصل راستے کو شکل 4.11 میں موٹی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ بالکل مساوات کی طرح ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\int_{\text{اصل راستہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m + \int_{\text{تیسرا راستہ}} \partial W_m \tag{4.38}$$

ہم دائیں جانب کے تکمل کو باری باری حل کرتے ہیں۔

$$\int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + \int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.39}$$

اگر تکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہٰذا

$$\int_0^0 i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 = \int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 = 0 \tag{4.40}$$

ہوں گے۔پہلے راستے λ_1 اور λ_2 دونوں صفر ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہٰذا مقناطیسی بہاؤ کی غیر موجودگی میں قوت $F_m = 0$ ہو گا اور صفر کا تکمل صفر ہی ہوتا ہے یعنی

$$\int_0^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x = \int_0^{x_0} 0 \,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.41}$$

اس طرح

$$\int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = 0 \tag{4.42}$$

حاصل ہوتا ہے۔دوسرے راستے پر

$$\int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{1_0}} i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + \int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.43}$$

جیسا پہلے ذکر کیا گیا کہ اگر تکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہٰذا

$$\int_0^0 i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.44}$$

ہوں گے جس سے

$$\int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{1_0}} i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 \tag{4.45}$$

رہ جاتا ہے۔یہاں ہمیں مساوات ، اور کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہ تین مساوات مندرجہ ذیل ہیں

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \tag{4.46}$$

$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \tag{4.47}$$

$$L_{12} = L_{21} \tag{4.48}$$

ان مساواتوں کو ہم i_1 اور i_2 کے لئے حل کریں تو حاصل ہوتا ہے۔

$$i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \tag{4.49}$$

$$i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D} \tag{4.50}$$

جہاں

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21} \tag{4.51}$$

کے برابر ہے۔اب ہم مساوات میں استعمال کرتے ہیں۔ چونکہ دوسرے راستے پہ λ_2 صفر ہے لہٰذا

$$\int_0^{\lambda_{1_0}} \left(\frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \right) \mathrm{d}\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D} \int_0^{\lambda_{1_0}} \lambda_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D} \tag{4.52}$$

کے برابر ہے۔یوں

$$\int_{\text{تیسرا راستہ}} \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D} \tag{4.53}$$

حاصل ہوتا ہے۔
اسی طرح تیسرے راستے پر

$$\int_{\text{تیسرا راستہ}} \partial W_m = \int_{\lambda_{1_0}}^{\lambda_{1_0}} i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{2_0}} i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.54}$$

جیسا پہلے ذکر کیا گیا کہ اگر تکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہٰذا

$$\int_{\lambda_{1_0}}^{\lambda_{1_0}} i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m \,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.55}$$

ہوں گے اور بقایا حصے میں i_2 پُر کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}\int_0^{\lambda_{2_0}} i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{2_0}} \left(\frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D}\right) \mathrm{d}\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}\lambda_{2_0}}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}\end{aligned} \tag{4.56}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے

$$\int_{\text{تیسرا راستہ}} \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{2_0}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{1_0}\lambda_{2_0}}{D} \tag{4.57}$$

ملتا ہے۔
مساوات ، اور کو جمع کر کے مساوات کا حل ملتا ہے۔

$$\int \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_{2_0}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{1_0}\lambda_{2_0}}{D} \tag{4.58}$$

اسی طرح اگر ہم کو۔توانائی سے حل کرتے تو

$$\partial W_m'(x, i_1, i_2) = \lambda_1 \,\mathrm{d}i_1 + \lambda_2 \,\mathrm{d}i_2 + F_m \,\mathrm{d}x \tag{4.59}$$

جہاں

$$\lambda_1 = \left.\frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_1}\right|_{x,i_2} \tag{4.60}$$

$$\lambda_2 = \left.\frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_2}\right|_{x,i_1} \tag{4.61}$$

$$F_m = \left.\frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x}\right|_{i_1,i_2} \tag{4.62}$$

اسی طرح مساوات کی جگہ کو۔توانائی کے لئے حاصل ہوتا ہے

$$W'_m(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2}L_{11}(x)i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}(x)i_2^2 + L_{12}(x)i_1 i_2 \tag{4.63}$$

جس سے قوت کی مساوات

$$F_m = \frac{i_1^2}{2}\frac{\mathrm{d}L_{11}(x)}{\mathrm{d}x} + \frac{i_2^2}{2}\frac{\mathrm{d}L_{22}(x)}{\mathrm{d}x} + i_1 i_2\frac{\mathrm{d}L_{12}(x)}{\mathrm{d}x} \tag{4.64}$$

حاصل ہوتی ہے۔

مثال 4.7: شکل میں میکانی کام کو $\partial W_{\text{میکانی}} = T_m \,\mathrm{d}\theta$ لکھ کر توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔

حل:

$$\partial W_{\text{برقی}} = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2$$

اور $\partial W_{\text{میکانی}} = T_m \,\mathrm{d}\theta$ کو

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

میں پُر کرنے سے

$$\partial W_m = i_1 \,\mathrm{d}\lambda_1 + i_2 \,\mathrm{d}\lambda_2 - T_m \,\mathrm{d}\theta \tag{4.65}$$

حاصل ہوتا ہے۔W_m کے جزوی تفرق

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1}\,\mathrm{d}\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2}\,\mathrm{d}\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta}\,\mathrm{d}\theta$$

کا مساوات 4.65 کے ساتھ موازنہ کرنے سے

$$i_1 = \left.\frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1}\right|_{\lambda_2, \theta} \tag{4.66}$$

$$i_2 = \left.\frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2}\right|_{\lambda_1, \theta} \tag{4.67}$$

$$T_m = -\left.\frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta}\right|_{\lambda_1, \lambda_2} \tag{4.68}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ان مساوات کا آخری جز بالکل مساوات کی طرح ہے۔اس کو حل کرنے کا ایک ایک قدم بالکل مساوات کو حل کرنے کی طرح ہوگا بس فاصلہ x کی جگہ زاویہ θ آئے گا۔یوں جواب میں میدانی توانائی کے متغیرات $\lambda_1, \lambda_2, \theta$ ہوں گے یعنی۔

$$W_m(\lambda_{1_0}, \lambda_{2_0}, \theta_0) = \int W_m = \frac{L_{22}\lambda_{1_0}^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_{2_0}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{1_0}\lambda_{2_0}}{D} \tag{4.69}$$

اسی طرح کو۔توانائی کے لئے جواب یہ ہے

$$\partial W_m'(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 \,\mathrm{d}i_1 + \lambda_2 \,\mathrm{d}i_2 + T_m \,\mathrm{d}\theta \tag{4.70}$$

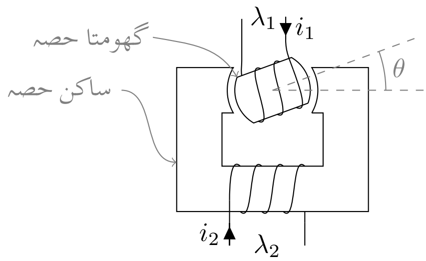
$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \left.\frac{\partial W_m'(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1}\right|_{i_2, \theta} \\
\lambda_2 &= \left.\frac{\partial W_m'(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2}\right|_{i_1, \theta} \\
T_m &= \left.\frac{\partial W_m'(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta}\right|_{i_1, i_2}
\end{aligned} \tag{4.71}$$

جہاں

$$W_m'(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + L_{12}i_1 i_2 \tag{4.72}$$

ہے۔

مثال 4.8: شکل 4.12 میں دو لچھوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔افقی لکیر سے گھڑی کی اُلٹی جانب زاویہ θ ناپا جاتا ہے۔لچھوں کی خود امالہ اور



شکل 4.12: دو لچھوں کے نظام میں مروڑ۔

مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
L_{11} &= 20 + 30\cos 2\theta \\
L_{22} &= (20 + 30\cos 2\theta) \times 10^{-3} \\
L_{12} &= 0.15\cos\theta
\end{aligned}
$$

برقی رو $i_1 = 0.02\,\mathrm{A}, i_2 = 5\,\mathrm{A}$ پر مروڑ T_m معلوم کریں۔
حل:مساوات سے کو۔توانائی حاصل ہوتی ہے اور مساوات کے آخری جز سے مروڑ یعنی

$$
\begin{aligned}
T_m = \frac{\partial W_m'}{\partial \theta} &= -30 i_1^2 \sin 2\theta - 30 \times 10^{-3} i_2^2 \sin 2\theta - 0.15 i_1 i_2 \sin\theta \\
&= -0.012\sin 2\theta - 0.75\sin 2\theta - 0.015\sin\theta \\
&= -0.762\sin 2\theta - 0.015\sin\theta
\end{aligned}
$$

مروڑ منفی ہونے کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ کی اُلٹ سمت میں ہے۔یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں گے تو یہ نظام اسے کم کرنے کی جانب مروڑ پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم کرنے کی کوشش کریں تو یہ زاویہ بڑھانے کی جانب مروڑ پیدا کرے گا۔سادہ زبان میں گھومتا حصہ اُفقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔

الباب 5

گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشین کے بنیادی اصول پر غور کیا جائے گا۔ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

5.1 قانونِ فیراڈے

فیراڈے کے قانون[1] کے تحت جب بھی ایک لچھے کا اِرتَباطِ بہاؤ λ وقت کے ساتھ تبدیل ہو تو اس لچھے میں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ یعنی

$$e=-\frac{\partial \lambda}{\partial t}=-N\frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{5.1}$$

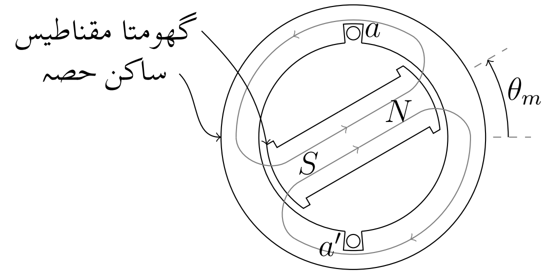
گھومتے مشین میں اِرتَباطِ بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے لائی جاتی ہے۔ یا تو لچھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھمایا جاتا ہے، یا پھر ساکن لچھے میں مقناطیس گھمایا جاتا ہے، وغیرہ وغیرہ۔

لچھے مقناطیسی مرکز[2] پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ حاصل کیا جاتا ہے اور لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ بڑھایا جاتا ہے۔ دیگر یہ کہ مرکز کی شکل تبدیل کر کہ مقناطیسی بہاؤ کو ضرورت کی جگہ پہنچایا جاتا ہے۔

چونکہ ایسے مشین کے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہٰذا مرکز میں بھنور نما برقی رو[3] پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر، مرکز کو باریک لوہے کی پتری[4] تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے ۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسے ٹرانسفارمروں میں کیا جاتا ہے۔

---

[1] Faraday's law
[2] magnetic core
[3] eddy currents
[4] laminations



شکل 5.1: دو قطب، ایک دور کا معاصر جنریٹر۔

5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے۔ اس کے مرکز میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ مقناطیس کا مقام اس کے میکانی زاویہ θ_m سے بتلائی جاتی ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے الٹ سمت زاویہ θ_m ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے یوں گھوم رہا ہو کہ یہ ہر سیکنڈ میں n مکمل چکر لگائے تو ہم کہتے ہیں کہ مقناطیس کے گھومنے کی تعدد n ہرٹز[5] ہے۔اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس $60n$ چکر فی منٹ[6] کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر $360°$ زاویہ یا 2π ریڈیئن[7] پہ مشتمل ہوتا ہے۔ لہٰذا اسی گھومنے کی رفتار کو $2\pi n$ ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہا جا سکتا ہے۔اس بات کو اب ہم یوں بیان کر سکتے ہیں۔ اگر مقناطیس کے گھومنے کی تعدد f ہرٹز ہو تو یہ ω ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہے۔ جہاں

$$\omega = 2\pi f \tag{5.2}$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں ہی بیان کی جائے گی۔

شکل میں دکھائے گئے مشین میں مقناطیس کے دو قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطب والا مشین کہتے ہیں۔ اس مشین میں ایک ساکن لچھا استعمال ہوا ہے جس کی وجہ سے اس کو ایک لچھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ اس کے باہر مقناطیسی مرکز ہے۔ مرکز میں، اندر کی جانب دو شکاف ہیں، جن میں N چکر کا لچھا موجود ہے۔ لچھے کو a اور a' سے واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ یہ لچھا جنریٹر کے ساکن حصہ پہ پایا جاتا ہے لہٰذا یہ بھی ساکن رہتا ہے اور اسی وجہ سے اسے ساکن لچھا[8] کہتے ہیں۔

مقناطیس کا مقناطیسی بہاؤ اس کے شمالی قطب[9] N سے نکل کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول مرکز میں سے گزر کر اور ایک بار پھر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا مقناطیس کے جنوبی قطب[10] S میں

[5] Hertz
[6] rounds per minute, rpm
[7] radians
[8] stator coil
[9] north pole
[10] south pole

داخل ہوتا ہے۔ اس مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیاہی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ اگر غور کیا جائے تو یہ مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، ساکن لچھے میں سے بھی گزرتا ہے۔

شکل میں مقناطیس سیدھے سلاخ کی مانند دکھایا گیا ہے۔ شکل 5.2 میں اس مقناطیس کو تقریباً گول دکھایا گیا ہے۔یہاں مقناطیس کے محور کا زاویہ θ_m صفر کے برابر ہے۔مقناطیس اور ساکن مرکز کے درمیان صفر زاویہ، یعنی $\theta = 0$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، یعنی $|\theta| = 90°$ ، پہ زیادہ سے زیادہ ہے۔کم خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاو ممکن ہوتا ہے۔خلائی درز کو یوں تبدیل کیا جاتا ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاؤ مقناطیس سے مرکز میں عمودی زاویہ پہ داخل ہوتا ہے۔ اگر مقناطیس اور مرکز کے درمیان خلائی درز میں B سائن نما ہو، یعنی

$$B = B_0 \cos \theta_p \tag{5.3}$$

تو خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ B کی مقدار θ_p کے ساتھ تبدیل ہوگی۔یہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ صفر زاویہ،یعنی $\theta_p = 0$، پہ زیادہ سے زیادہ ہو گی اور نوے زاویہ، یعنی $|\theta_p| = 90°$ ، پہ صفر ہو گی۔θ_p کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے۔ شکل میں ساکن حصے کے باہر نوک دار لکیروں سے اس کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مقدار اور اس کی سمت دکھائی گئی ہے۔شکل میں ہلکی سیاہی سے $-40°$، $60°$ اور $160°$ زاویوں پر رداس کی سمت بھی دکھائی گئی ہے۔جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں،$-40°$ اور $60°$ زاویوں پر مقناطیسی بہاؤ عین رداسی سمت میں ہے۔اس کے برعکس زاویہ $160°$ پر مقناطیسی بہاو رداسی سمت کے عین الٹ ہے۔یوں شکل سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ آدھے خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ رداس کی سمت میں ہے اور آدھے میں یہ رداس کے اُلٹ سمت میں ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اگر ہم خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B اور زاویہ θ_p کا گراف بنائیں تو یہ شکل کی طرح ہوگا۔ شکل میں مقناطیس کسی اور زاویہ پہ دکھایا گیا ہے۔یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مقدار ہر حالت میں مقناطیس کے شمالی قطب پہ زیادہ سے زیادہ ہوگا اور یہاں اس کا رُخ رداس کی سمت میں ہو گا۔ شکل میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B، زاویے θ_p اور θ_m دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

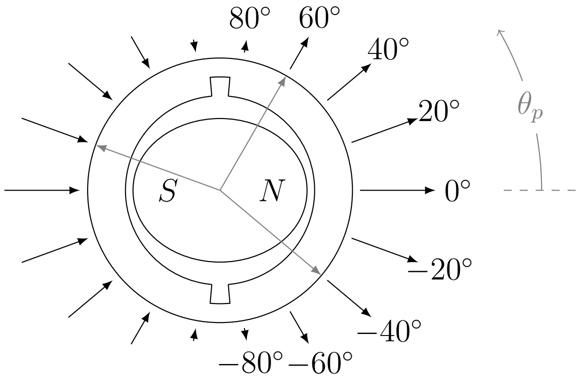
$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos \theta_p \\ \theta_p &= \theta - \theta_m \end{aligned} \tag{5.4}$$

لہٰذا

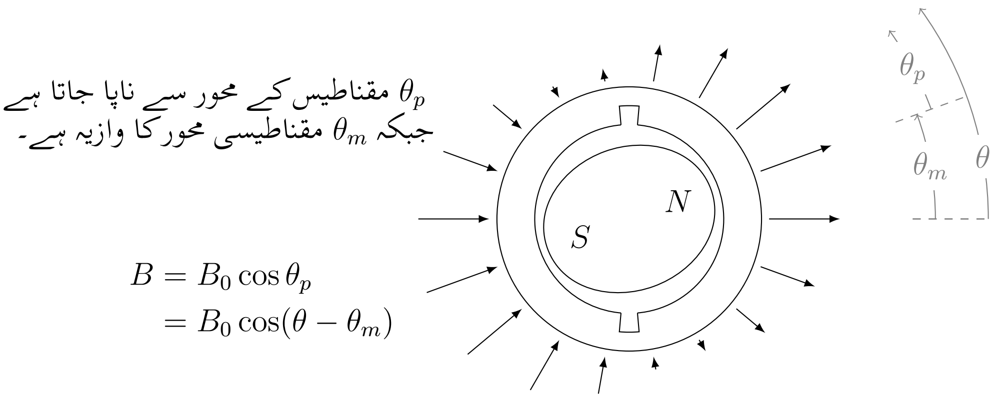
$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \tag{5.5}$$

شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس سے پیدا سائن نما مقناطیسی دباؤ دکھایا گیا ہے۔ ایسے مقناطیسی دباؤ کو ہم عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کرتے ہیں جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کے حیطہ کے برابر ہوتا ہے اور اس کی سمت مقناطیس کی شمال کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 5.4 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔ یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ اس سمتیہ کی سمت سائن نما مقناطیسی دباؤ کے حیطہ کو واضح کرتا ہے۔

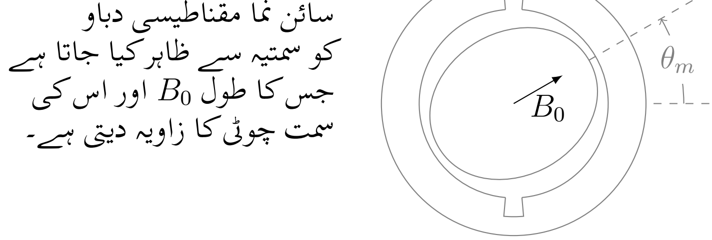
شکل میں مقناطیس کو کسی ایک لمحہ t_1 زاویہ $\theta_m(t_1)$ پہ دکھایا گیا ہے۔ یہاں ساکن لچھے کا اِرتَباطِ بہاؤ λ_θ ہے۔ اگر مقناطیس، گھڑی کے الٹی سمت، ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھوم رہا ہو تو ساکن لچھے



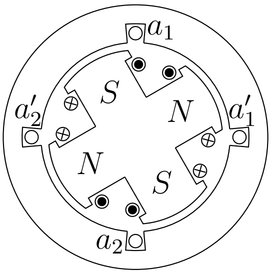
شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی زاویہ کے ساتھ تبدیلی۔

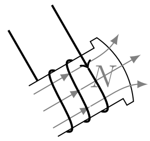


شکل 5.3: جب مقناطیس کسی زاویہ پہ ہو تو کثافتِ مقناطیسی بہاؤ یوں ہوگا



شکل 5.4: مقناطیسی دباؤ کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔





شکل 5.5: چار قطب والا ایک دور معاصر جنریٹر۔

میں اس لمحہ $e(t)$ برقی دباؤ پیدا ہوگا جہاں

$$e(t) = \frac{\mathrm{d}\lambda_\theta}{\mathrm{d}t} \tag{5.6}$$

کے برابر ہے۔چونکہ ہمیں برقی دباو کی قیمت نا کہ اس کے $\mp$ ہونے سے دلچسپی ہے لہٰذا اس مساوات میں منفی کی علامت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

جب مقناطیس آدھا چکر،یعنی π ریڈیئن، گھومے تو اس کے دونوں قطب آپس میں جگہیں تبدیل کر لیں گے۔ لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کی سمت اُلٹی ہو جائے گی۔ ساکن لچھے میں اِرتَباطِ بہاؤ اب $-\lambda_\theta$ ہو جائے گا اور اس میں امالی برقی دباؤ $-e(t)$ ہو جائیں گے۔ اور جب مقناطیس ایک مکمل چکر کاٹے تو مقناطیس ایک بار پھر اسی جگہ ہوگا جہاں یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ ساکن لچھے کا اِرتَباطِ بہاؤ ایک بار پھر λ_θ ہی ہو گا اور اس میں امالی برقی دباؤ بھی ایک بار پھر $e(t)$ ہی ہوں گے۔ یعنی مقناطیس اگر $\theta_m = 2\pi$ کا زاویہ طے کرے تو امالی برقی دباؤ کے زاویہ میں $\theta_e = 2\pi$ کی تبدیلی آتی ہے۔ لہٰذا دو قطب کی مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e برابر ہوتے ہیں، یعنی

$$\theta_e = \theta_m$$

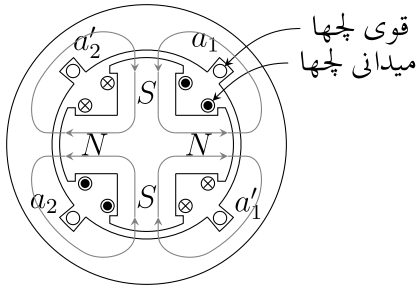
اس مشین میں اگر مقناطیس n چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے تو لچھے میں امالی برقی دباؤ $e(t)$ بھی ایک سیکنڈ میں n مکمل چکر کاٹے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ $e(t)$ کے تعدد[11] f_e کی مقدار n ہرٹز[12] ہے۔ یعنی اس صورت میں $f_e = n$ ہرٹز یا ہم کسی بھی تعدد کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$f_e = f_m$$

چونکہ اس مشین میں میکانی زاویہ θ_m اور برقی زاویہ θ_e وقت کے سات تبدیل ہوتے بھی آپس میں ایک نسبت رکھتے ہیں لہٰذا ایسے مشین کو معاصر مشین[13] کہتے ہیں۔ یہاں یہ نسبت ایک کی ہے۔

شکل 5.5 میں چار قطب ولا ایک دور کا معاصر جنریٹر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشین میں عموماً مقناطیس ہی استعمال ہوتے ہیں۔ البتہ بڑے مشین میں برقی مقناطیس[14] استعمال ہوتے ہیں۔ شکل میں ایسا

[11] frequency
[12] Hertz
[13] synchronous machine
[14] electromagnet



شکل 5.6: چار قطب اور دو لچھے والے مشین میں مقناطیسی بہاو۔

ہی دکھایا گیا ہے۔ دو سے زیادہ قطب والے مشین میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ متن بنایا جاتا ہے۔ شکل میں اس قطب کو θ_m پہ دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب $(\theta_m + \pi)$ کے زاویہ پہ ہے۔

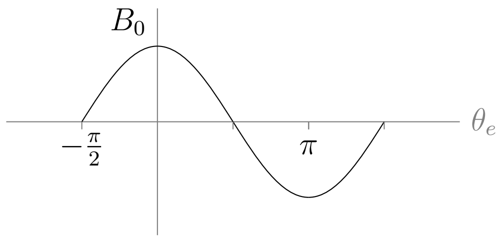
جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں موجود مقناطیس کے چار قطب ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ ایک دور کی آلوں میں مقناطیس کے جتنے قطب کے جوڑے ہوتے ہیں، اس میں اتنے ہی ساکن لچھے ہوتے ہیں۔ چونکہ شکل میں دیئے گئے مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑے قطب ہیں، لہٰذا اس مشین کے ساکن حصہ پہ دو ساکن لچھے لپٹے گئے ہیں۔ ایک لچھے کو a_1 سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو a_2 سے۔لچھے a_1 کو مرکز میں موجود دو شگاف a_1 اور a_1' میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح a_2 لچھے کو دو شگاف a_2 اور a_2' میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتی ہے۔ ان دونوں لچھوں کو سلسلہ وار[15] جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جنریٹر کی کُل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کے دگنا ہوتا ہے۔ایک دور کے آلوں میں اگر مرکز کو، مقناطیس کے جتنے قطب ہوں اتنے حصوں میں تقسیم کر لیا جائے، تو اس مشین کا ہر ایک ساکن لچھا ایسا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل میں چار قطب ہیں لہٰذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیر رہا ہے۔

اب تک ہم نے گھومتے لچھے اور ساکن لچھے کی بات کی ہے۔یہ دو لچھے دراصل دو بالکل مختلف کارکردگی کے حامل ہوتے ہیں۔اس بات کی یہاں وضاحت کرتے ہیں۔

جیسا پہلے بھی ذکر ہوا چھوٹی گھومتی آلوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس ہی فراہم کرتی ہے جبکہ بڑے آلوں میں برقی مقناطیس یہ میدان فراہم کرتی ہے۔اگرچہ اب تک کی شکلوں میں مقناطیس کو گھومتے حصہ کے طور پر دکھایا گیا ہے مگر حقیقت میں یہ کبھی مشین کا گھومتا حصہ اور کبھی یہ اس کا ساکن حصہ ہوتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کُل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔اس میدان فراہم کرنے والے لچھے کو میدانی لچھا[16] کہتے ہیں۔اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا[17] کہتے ہیں۔برقی جنریٹر سے حاصل برقی طاقت اس قوی لچھے سے ہی حاصل کیا جاتا ہے ۔برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے خرچ کے علاوہ بقایا سارا برقی طاقت اسی قوی لچھے کو ہی فراہم کیا جاتا ہے۔

اب اگر ہم، گھومتے اور ساکن حصہ کے درمیان، خلائی درز میں B کو دیکھیں تو شمالی قطب سے

[15] series connected
[16] field coil
[17] armature coil



شکل 5.7: سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاو۔

مقناطیسی بہاؤ باہر کی جانب نکل کر مرکز میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب میں مقناطیسی بہاؤ مرکز سے نکل کر جنوبی قطب میں اندر کی جانب داخل ہوتا ہے۔ یہ شکل 5.6 میں دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کاٹیں تو مقناطیسی بہاؤ کی سمت دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گی۔ مزید یہ کہ آلوں میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں B سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس کو ہم آگے پڑھے گے۔ لہٰذا اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ B سائن نما ہی ہے تب خلائی درز میں B کی مقدار، شکل 5.7 کی طرح ہو گی۔اس شکل میں برقی زاویہ θ_e استعمال کیا گیا ہے۔

یوں ہم ایک ایسی معاصر مشین جس میں P قطب مقناطیس پایا جاتا ہو کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m \tag{5.7}$$

$$f_e = \frac{P}{2}f_m \tag{5.8}$$

اس صورت میں میکانی اور برقی تعدد ایک بار پھر آپس میں ایک نسبت رکتے ہیں۔

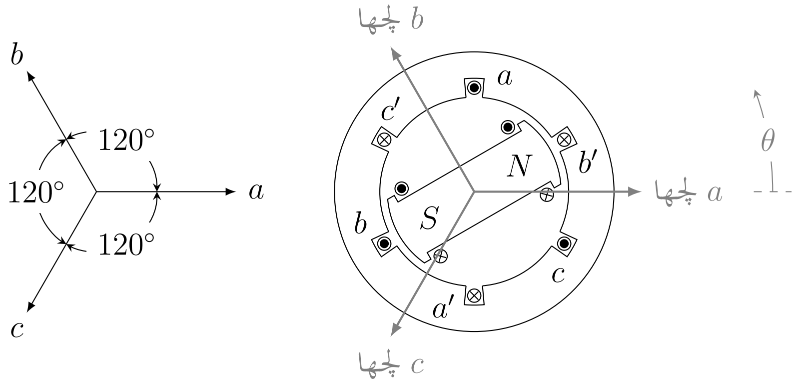
مثال 5.1: پاکستان میں گھروں اور کارخانوں میں 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے یعنی ہمارے ہاں $f_e = 50$ ہے۔

- اگر یہ برقی طاقت دو قطب کے جنریٹر سے حاصل کی جائے تو یہ جنریٹر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔
- اگر جنریٹر کے بیس قطب ہوں تب یہ جنریٹر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔

حل:

- مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ اگر یہ برقی طاقت دو قطب،$P = 2$، والے جنریٹر سے حاصل کی جائے تو اس جنریٹر کو $f_m = 50$ چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ[18] گھمانا ہو گا۔
- اگر یہی برقی طاقت بیس قطب، $P = 20$، والے جنریٹر سے حاصل کی جائے تو پھر اس جنریٹر کو $f_m = 5$ چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھمانا ہو گا۔

[18] rpm, rounds per minute



شکل 5.8: دو قطب والا تین دور کا معاصر مشین۔

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جنریٹر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جنریٹر سست رفتار جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جنریٹر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہٰذا پانی سے چلنے والے جنریٹر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جنریٹر آپ کو دو قطب کے ہی ملیں گے۔

شکل 5.8 میں دو قطب والا تین دور کا معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔اس میں تین ساکن لچھے ہیں۔ان میں ایک لچھا a ہے جو مرکز میں شگاف a اور a' میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو لچھے نہ ہوتے تو یہ بالکل شکل میں دیا گیا مشین ہی تھا۔البتہ دیئے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن لچھے ہیں۔

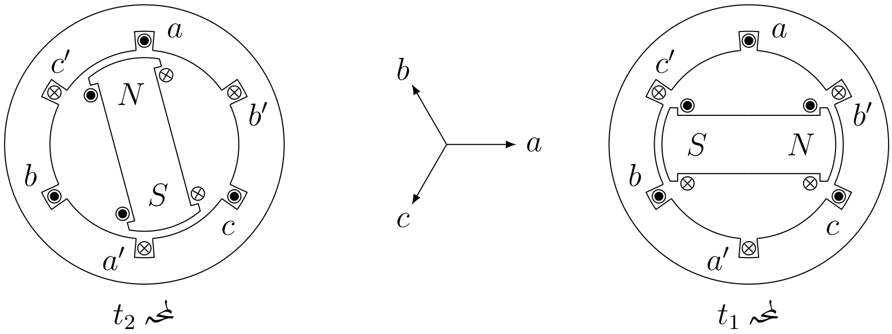
اگر a لچھا میں برقی رو یوں ہو کہ شگاف a میں برقی رو ، کتاب کے صفحہ سے عمودی رُخ میں باہر کی جانب ہو اور a' میں برقی رو کا رخ اس کے بالکل الٹ سمت میں ہو تو ہم لچھے کی سمت کا تعین دائیں ہاتھ کے ذریعہ یوں کرتے ہیں۔

- اگر ہم دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کی جانب لپٹیں تو اسی ہاتھ کا انگوٹھا لچھے کی سمت متعین کرتا ہے۔

شکل میں لچھا a کی سمت تیر والی لکیر سے دکھائی گئی ہے۔ اس سمت کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ لہٰذا شکل میں a لچھا صفر زاویہ پر لپٹا گیا ہے، یعنی $\theta_a = 0°$ ہے۔ باقی لچھوں کے زاویہ ، لچھا a کی سمت سے، گھڑی کی اُلٹی رُخ، ناپے جاتے ہیں۔

شکل میں لچھا b کو شگاف b اور b' میں رکھا گیا ہے اور لچھا c کو شگاف c اور c' میں رکھا گیا ہے۔ مزید یہ کہ لچھا b کو $120°$ کے زاویہ پر اور لچھا c کو $240°$ زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یعنی $\theta_b = 120°$ اور $\theta_c = 240°$ ہیں۔

شکل 5.9 میں دکھائے گئے لمحہ t_1 پر اگر لچھے a کا اِرتَباطِ بہاؤ $\lambda_a(t_1)$ ہو تو جب مقناطیس $120°$ کا زاویہ طے کر لے، اس لمحہ t_2 پر لچھے b کا اِرتَباطِ بہاؤ $\lambda_b(t_2)$ ہو گا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ لمحہ t_2 پر مقناطیس



شکل 5.9: دو قطب تین دور مشین

اور لچھا b آپس میں بالکل اسی طرح سے ہیں جیسے t_1 پر مقناطیس اور لچھا a تھے۔ لہٰذا لمحہ t_2 پر لچھا b کا اِرتَباطِ بہاؤ بالکل اتنا ہی ہوگا جتنا لمحہ t_1 پر a لچھاکا تھا۔ یعنی

$$\lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1) \tag{5.9}$$

اسی طرح اگر مقناطیس مزید $120°$ زاویہ طے کرے تو اس لمحہ t_3 پر لچھا c کا اِرتَباطِ بہاؤ $\lambda_c(t_3)$ ہوگا اور مزید یہ کہ یہ $\lambda_a(t_1)$ کے برابر ہوگا۔یوں

$$\lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1) \tag{5.10}$$

ہیں۔ان لمحات پر ان لچھوں میں

$$e_a(t_1) = \frac{\mathrm{d}\lambda_a(t_1)}{\mathrm{d}t} \tag{5.11}$$

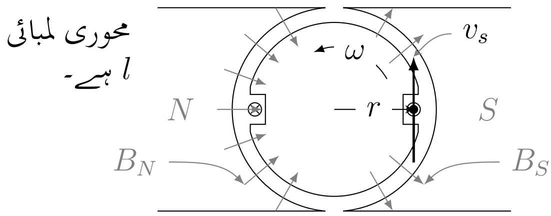
$$e_b(t_2) = \frac{\mathrm{d}\lambda_b(t_2)}{\mathrm{d}t} \tag{5.12}$$

$$e_c(t_3) = \frac{\mathrm{d}\lambda_c(t_3)}{\mathrm{d}t} \tag{5.13}$$

ہوں گے۔مساوات کی روشنی میں

$$e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3) \tag{5.14}$$

اگر شکل میں صرف لچھا a پایا جاتا تو یہ بالکل شکل کی طرح ہوتا اور اب اگر اس میں مقناطیس کو گھڑی کی اُلٹی سمت ایک مقررہ رفتار ω_0 سے گھمایا جاتا تو، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، لچھے a میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوتی۔شکل میں کسی ایک لچھے کو کسی دوسرے لچھے پر کوئی برتری حاصل نہیں۔ لہٰذا اب شکل میں اگر مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تو اس میں موجود تینوں ساکن لچھوں میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوگی البتہ مساوات کے تحت یہ برقی دباؤ آپس میں $120°$ کے زاویہ پر ہوں گے۔



شکل 5.10: ایک چکر کا لچھا مقناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

5.3 محرک برقی دباؤ

قانونِ لورینز[19] کے تحت اگر چارج q مقناطیسی میدان $\boldsymbol{B}$ میں سمتی رفتار $\boldsymbol{v}$ سے حرکت کر رہا ہو تو اس پر قوت $\boldsymbol{F}$ اثر کرے گی جہاں

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \tag{5.15}$$

کے برابر ہے۔
یہاں سمتی رفتار سے مراد چارج کی سمتی رفتار ہے لہٰذا مقناطیسی میدان کو ساکن تصور کر کے اس میں برقی چارج کی سمتی رفتار $\boldsymbol{v}$ ہو گی۔
اس قوت کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاتی ہے۔اگر یہ چارج شروع کے نقطہ سے آخری نقطہ تک سمتی فاصلہ $\boldsymbol{l}$ طے کرے تو اس پر W کام ہوگا جہاں

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{l} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{l} \tag{5.16}$$

اکائی مثبت چارج کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے مابین برقی دباؤ[20] کہتے ہیں اور اس کی اکائی وولٹ[21] V ہے۔یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے مابین حاصل برقی دباؤ

$$e = \frac{W}{q} = (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{l} \tag{5.17}$$

وولٹ ہو گی۔
اس طرح حرکت کی مدد سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ[22] کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کی برقی دباؤ بھی محرک برقی دباؤ کہلاتی ہے۔
اس مساوات کو شکل 5.10 میں استعمال کرتے ہیں۔گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔بائیں جانب خلاء میں لچھے کی برقی تار پر غور کریں۔مساوات کے تحت اس تار میں موجود مثبت چارج پر صفحہ

---

[19] Lorentz law
[20] potential difference, voltage
[21] volt
[22] electromotive force, emf

کی عمودی سمت میں باہر کی جانب قوت اثرانداز ہوگی اور اس میں موجود منفی چارج پر اس کی اُلٹ سمت قوت عمل کرے گی۔اسی طرح مساوات کے تحت صفحہ سے باہر جانب برقی تار کا سِرا برقی دباؤ e کا مثبت سِرا ہوگا اور صفحہ کی اندر جانب برقی تار کا سِرا برقی دباؤ e کا منفی سِرا ہوگا۔

اگر گھومتے حصہ کی محور پر نلکی محدد قائم کی جائے تو جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں $\boldsymbol{B}$ رداس کی سمت میں ہے جبکہ شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں $\boldsymbol{B}$ رداس کی اُلٹ سمت میں ہے۔یوں جنوبی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار $\boldsymbol{l}_S$ کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_S &= v\boldsymbol{a}_\theta = \omega r\boldsymbol{a}_\theta \\
\boldsymbol{B}_S &= B\boldsymbol{a}_\mathrm{r} \\
\boldsymbol{l}_S &= l\boldsymbol{a}_\mathrm{z}
\end{aligned}
\tag{5.18}
$$

لہٰذا اس جانب لچھے کی ایک تار میں پیدا محرک برقی دباؤ

$$
\begin{aligned}
e &= (\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{l} \\
&= \omega rBl(\boldsymbol{a}_\theta\times\boldsymbol{a}_\mathrm{r})\cdot\boldsymbol{a}_\mathrm{z} \\
&= \omega rBl(-\boldsymbol{a}_\mathrm{z})\cdot\boldsymbol{a}_\mathrm{z} \\
&= -\omega rBl
\end{aligned}
\tag{5.19}
$$

ہو گی۔

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت $\boldsymbol{a}_\mathrm{z}$ لی گئی ہے۔اس مساوات میں برقی دباؤ کے منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سِرا $-\boldsymbol{a}_\mathrm{z}$ کی سمت میں ہے یعنی اس کا نچلا سِرا مثبت اور اوپر والا سِرا منفی ہے۔یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت $-\boldsymbol{a}_\mathrm{z}$ یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں اندر کی جانب ہوگی جسے شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

nit angular the
etting are vectors
vith mixed
nit spherical
vectors

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_N &= v\boldsymbol{a}_\theta = \omega r\boldsymbol{a}_\theta \\
\boldsymbol{B}_N &= -B\boldsymbol{a}_\mathrm{r} \\
\boldsymbol{l}_N &= l\boldsymbol{a}_\mathrm{z}
\end{aligned}
\tag{5.20}
$$

اور یوں

$$
\begin{aligned}
e_N &= (\boldsymbol{v}_N\times\boldsymbol{B}_N)\cdot\boldsymbol{l}_N \\
&= -\omega rBl(\boldsymbol{a}_\theta\times\boldsymbol{a}_\mathrm{r})\cdot\boldsymbol{a}_\mathrm{z} \\
&= -\omega rBl(-\boldsymbol{a}_\mathrm{z})\cdot\boldsymbol{a}_\mathrm{z} \\
&= \omega rBl
\end{aligned}
\tag{5.21}
$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت $\boldsymbol{a}_\mathrm{z}$ لی گئی ہے۔اس مساوات میں برقی دباؤ کے مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سِرا $\boldsymbol{a}_\mathrm{z}$ کی سمت میں ہے یعنی اس کا اوپر

والا سِرا مثبت اور نچلا سِرا منفی ہے۔یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت $\boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}$ یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب ہوگی جسے شگاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دو برقی تار مل کر ایک چکر کا لچھا بناتے ہیں۔ ان دونوں کے نچلے سِرے سلسلہ وار جڑے ہیں جو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔یوں اس لچھے کے اوپر نظر آنے والے سروں پر کُل برقی دباؤ e ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباؤ کا مجموعہ ہو گا یعنی

$$
\begin{aligned}
e &= 2rlB\omega \\
&= AB\omega
\end{aligned}
\tag{5.22}
$$

یہاں لچھے کا رقبہ $A = 2rl$ ہے۔اگر ایک چکر سے اتنی برقی دباؤ حاصل ہوتی ہے تو N چکر کے لچھے سے

$$
\begin{aligned}
e &= \omega NAB \\
&= 2\pi fNAB \\
&= 2\pi fN\phi
\end{aligned}
\tag{5.23}
$$

حاصل ہوگا۔

گھومتی آلوں میں خلائی درز میں $\boldsymbol{B}$ اور $\boldsymbol{v}$ ہر لمحہ عمودی ہوتے ہیں۔مساوات سے ظاہر ہے کہ اگر گھومنے کی رفتار اور محوری لمبائی معین ہوں تو پیدا کردہ برقی دباؤ ہر لمحہ B کے براہِ راست متناسب ہوگا۔لہٰذا اگر خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ B تبدیل ہو تو گھومتے لچھے میں پیدا برقی دباؤ بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوگا۔یوں جس شکل کی برقی دباؤ حاصل کرنی ہو اُسی شکل کی کثافتِ مقناطیسی دباؤ خلائی درز میں پیدا کرنی ہوگی۔اگر سائن نما برقی دباؤ پیدا کرنی مقصد ہو تو خلائی درز میں محیط پر سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ ضروری ہے۔

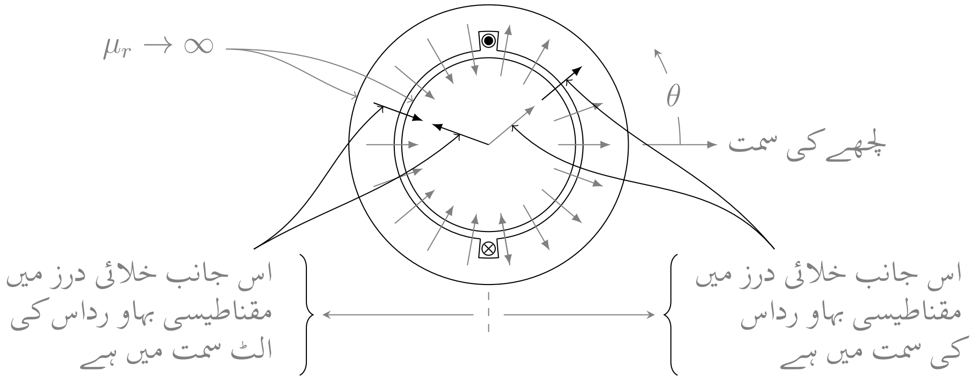
اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت B پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔

5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ

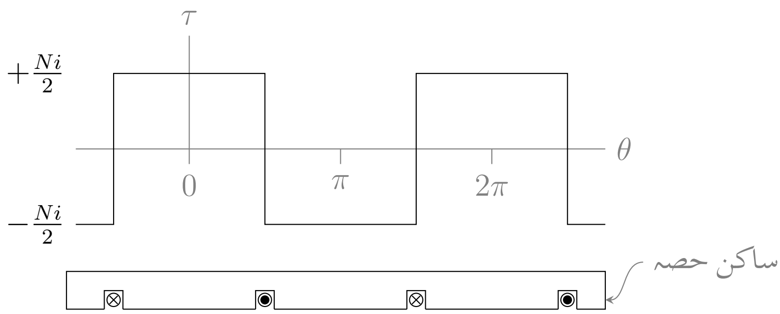
ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں لچھے ایک گچھ کی شکل میں تھے۔ مزید یہ کہ ان آلوں میں گھومتے حصے پہ موجود مقناطیس کے اُبھرے قطب[23] تھے۔ درحقیقت آلوں کے عموماً ہموار قطب[24] ہوتے ہیں اور ان میں پھیلے لچھے[25] پائے جاتے ہیں۔ ایسا کرنے سے ہم ساکن اور گھومتے حصوں کے درمیان خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباؤ اور سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ پیدا کر سکتے ہیں۔

شکل 5.11 میں ایک لچھا گچھ کی شکل کا دکھایا گیا ہے۔اس کے گھومنے والا حصہ گول شکل کا ہے اور اس کا $\mu_r \to \infty$ ہے۔ساکن حصے کا بھی $\mu_r \to \infty$ ہے۔ لچھے کا مقناطیسی دباؤ $\tau = Ni$

salient poles[23]
non-salient poles[24]
distributed winding[25]



شکل 5.11: ساکن لچھا گچھ کی شکل میں ہے۔



شکل 5.12: گچھ لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباو۔

ہے۔ یہ مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی بہاؤ ϕ کو جنم دیتا ہے جس کو ہلکی سیاہی کی لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کو لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتے خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرنا پڑتا ہے۔ لہٰذا

$$\tau = Ni = 2Hl_a \tag{5.24}$$

یوں ساکن لچھے کا آدھا مقناطیسی دباؤ ایک خلائی درز اور آدھا دوسرے خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز میں کہیں پہ مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ)، رداس[26] کی سمت میں ہیں اور کہیں پہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ)، رداس کی اُلٹی سمت میں ہیں۔ اگر ہم رداس کی سمت کو مثبت لیں تو مقناطیسی بہاؤ (اور مقناطیسی دباؤ) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان رداس ہی کی سمت میں ہیں لہٰذا یہاں یہ مثبت ہیں جبکہ باقی جگہ مقناطیسی دباؤ (اور مقناطیسی بہاؤ) رداس کی اُلٹ سمت میں ہیں لہٰذا یہاں یہ منفی ہیں۔ ایسا ہی شکل 5.12 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل

[26] radius

میں خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کو زاویہ کے ساتھ گراف کیا گیا ہے۔ $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ کے درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ_a لچھے کے مقناطیسی دباؤ τ کا آدھا ہے اور اس کی سمت مثبت ہے جبکہ $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ کی درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے آدھا ہے اور اس کی سمت منفی ہے۔ یاد رہے کہ مقناطیسی دباؤ کی سمت کا تعین رداس کی سمت سے کیا جاتا ہے۔

5.4.1 بدلتی رو والے مشین

بدلتی رو (اے سی) مشین بناتے وقت یہ کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہو۔ایسا کرنے کی خاطر لچھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اس سے سائن نما مقناطیسی دباؤ کیسے حاصل ہوتی ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔

فوریئر تسلسل[27] کے تحت ہم کسی بھی تفاعل[28] $f(\theta_p)$ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p) \tag{5.25}$$

اگر اس تفاعل کا دوری عرصہ[29] T ہو تب

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \, \mathrm{d}\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p \, \mathrm{d}\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p \, \mathrm{d}\theta_p \end{aligned} \tag{5.26}$$

کے برابر ہوں گے۔

مثال 5.2: شکل میں دیئے گئے مقناطیسی دباؤ کا

- فوریئر تسلسل حاصل کریں۔
- تیسری موسیقائی جز[30] اور بنیادی جز[31] کی نسبت معلوم کریں۔

حل:

[27] Fourier series
[28] function
[29] time period
[30] third harmonic component
[31] fundamental component

- مساوات کی مدد سے

$$
\begin{aligned}
a_0 &= \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\pi}^{-\pi/2}\left(-\frac{Ni}{2}\right)\mathrm{d}\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\frac{Ni}{2}\right)\mathrm{d}\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi}\left(-\frac{Ni}{2}\right)\mathrm{d}\theta_p\right] \\
&= \frac{1}{2\pi}\left[\left(-\frac{Ni}{2}\right)\left(-\frac{\pi}{2}+\pi\right) + \left(\frac{Ni}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right) + \left(-\frac{Ni}{2}\right)\left(\pi-\frac{\pi}{2}\right)\right] \\
&= 0
\end{aligned}
$$

اسی طرح

$$
\begin{aligned}
a_n &= \frac{2}{2\pi}\frac{Ni}{2}\left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p\right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi}\left[-\left.\frac{\sin n\theta_p}{n}\right|_{-\pi}^{-\pi/2} + \left.\frac{\sin n\theta_p}{n}\right|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \left.\frac{\sin n\theta_p}{n}\right|_{\pi/2}^{\pi}\right] \\
&= \frac{Ni}{2n\pi}\left[\sin\frac{n\pi}{2} + 2\sin\frac{n\pi}{2} + \sin\frac{n\pi}{2}\right] \\
&= \left(\frac{4}{n\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right)\sin\frac{n\pi}{2}
\end{aligned}
$$

اس مساوات میں n کی قیمت ایک، دو، تین وغیرہ کے لئے ملتا ہے

$$
\begin{aligned}
&a_1 = \left(\frac{4}{\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right), \quad a_3 = -\left(\frac{4}{3\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right), \quad a_5 = \left(\frac{4}{5\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right) \\
&a_2 = a_4 = a_6 = 0
\end{aligned}
$$

اسی طرح

$$
\begin{aligned}
b_n &= \frac{2}{2\pi}\frac{Ni}{2}\left[\int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sin n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p\right] \\
&= \frac{Ni}{2\pi}\left[\left.\frac{\cos n\theta_p}{n}\right|_{-\pi}^{-\pi/2} - \left.\frac{\cos n\theta_p}{n}\right|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \left.\frac{\cos n\theta_p}{n}\right|_{\pi/2}^{\pi}\right] \\
&= 0
\end{aligned}
$$

- ان جوابات سے

$$
\left|\frac{a_3}{a_1}\right| = \frac{\left(\frac{4}{3\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right)}{\left(\frac{4}{\pi}\right)\left(\frac{Ni}{2}\right)} = \frac{1}{3}
$$

حاصل ہوتا ہے۔لہٰذا تیسری موسیقائی جز بنیادی جز کے تیسرے حصے یعنی 33.33 فی صد کے برابر ہے۔

مثال 5.2 میں حاصل کئے گئے $a_1, a_2, \cdots$ استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ τ کا فوریئر تسلسل یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\tau_a = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta_p - \frac{4}{3\pi}\frac{Ni}{2}\cos 3\theta_p + \frac{4}{5\pi}\frac{Ni}{2}\cos 5\theta_p + \cdots \tag{5.27}$$

مثال 5.2 سے ظاہر ہے کہ مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جا سکے۔جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے کہ حقیقت میں استعمال ہونے والے مقناطیسی دباؤ میں موسیقائی اجزاء قابلِ نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہو گا۔اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے اسی مساوات کو یوں لکھتے ہیں۔

$$\tau_a = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta_p = \tau_0\cos\theta_p \tag{5.28}$$

جہاں

$$\tau_0 = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2} \tag{5.29}$$

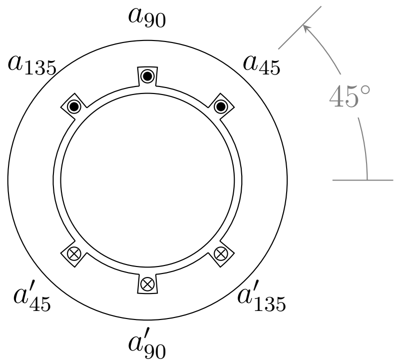
کے برابر ہے۔اس مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ شکل میں لچھے سے حاصل مقناطیسی دباؤ بالکل اسی طرح ہے جیسے شکل میں سلاخ نما مقناطیس صفر زاویہ پر رکھے حالت میں دیتا۔ اگر یہاں یہ لچھا کسی ایسے زاویہ پر رکھا گیا ہوتا کہ اس سے حاصل مقناطیسی دباؤ زاویہ θ_m پر زیادہ سے زیادہ ہوتا تو یہ بالکل شکل میں موجود مقناطیس کی طرح کا ہوتا۔ شکل ایک ایسی ہی مثال ہے۔ ہم بالکل مساوات کی طرح اس شکل میں لچھا a کے لئے لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0\cos\theta_{p_a}\\ \theta_{p_a} &= \theta - \theta_{m_a} = \theta - 0^\circ\\ \tau_a &= \tau_0\cos(\theta-\theta_m) = \tau_0\cos\theta\end{aligned} \tag{5.30}$$

اسی طرح لچھا b اور c کے چونکہ $\theta_{m_b} = 120^\circ$ اور $\theta_{m_c} = 240^\circ$ لہٰذا ان کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_b &= \tau_0\cos\theta_{p_b}\\ \theta_{p_b} &= \theta - \theta_{m_b} = \theta - 120^\circ\\ \tau_b &= \tau_0\cos(\theta-\theta_{m_b}) = \tau_0\cos(\theta-120^\circ)\end{aligned} \tag{5.31}$$

$$\begin{aligned}\tau_c &= \tau_0\cos\theta_{p_c}\\ \theta_{p_c} &= \theta - \theta_{m_c} = \theta - 240^\circ\\ \tau_c &= \tau_0\cos(\theta-\theta_{m_c}) = \tau_0\cos(\theta-240^\circ)\end{aligned} \tag{5.32}$$



شکل 5.13: پھیلا لچھا۔

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہرگز نہیں لگتا لیکن مساوات ہمیں بتلاتی ہے کہ یہ محض آنکھوں کا دھوکہ ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اب اگر ہم کسی طرح مساوات میں پہلے رکن کے علاوہ باقی سب رکن کو صفر کر سکیں تو ہم بالکل سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکتے ہیں۔

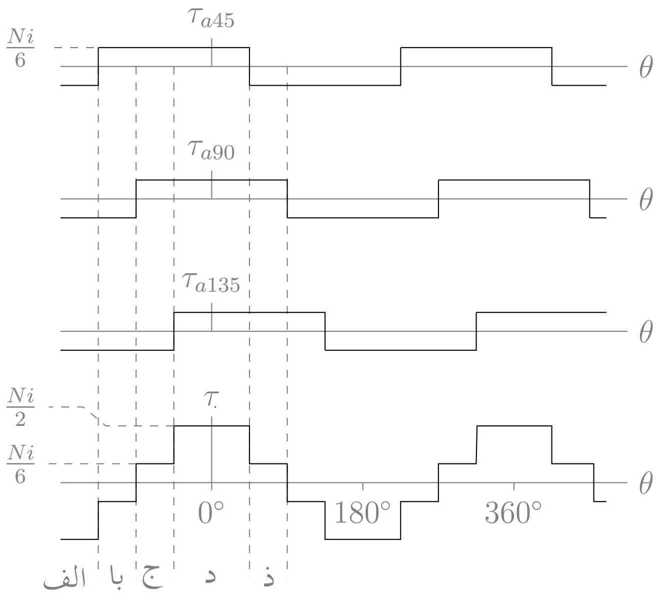
شکل 5.13 میں تقسیم شدہ لچھا دکھایا گیا ہے۔ یہاں شکل میں دکھائے گئے N چکر کے لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔لہٰذا ان میں ہر چھوٹا لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا[32] جاتا ہے اور یوں ان میں یکساں برقی رو i گزرے گی۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا ہے۔پہلے لچھے کو شگاف a_{45} اور a'_{45} میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شگاف a_{90} اور a'_{90} میں اور تیسرے لچھے کو شگاف a_{135} اور a'_{135} میں رکھا گیا ہے۔

شگافوں کے ایک جوڑے کو ایک ہی طرح کے نام دیئے گئے ہیں، البتہ ایک شگاف کو a اور دوسرے کو a' نام دیا گیا ہے۔یوں شگافوں کا پہلے جوڑا a_{45} اور a'_{45} ہے۔ a شگافوں کے نام ان کے زاویوں کی نسبت سے رکھے گئے ہیں۔لہٰذا شگاف a_{45} درحقیقت $45°$ زاویہ پر ہے، شگاف a_{90} نبے درجہ زاویہ پر اور شگاف a_{135} ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔

چونکہ ہر لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے اور ان سب میں یکساں برقی رو i ہے، لہٰذا شکل 5.13 میں دیئے گئے پھیلے لچھے سے حاصل مقناطیسی دباؤ کا زاویہ کے ساتھ گراف شکل 5.14 کے نچلے گراف کی طرح ہو گا۔اس شکل میں سب سے اُوپر لچھا a_{45} کے مقناطیسی دباؤ کا گراف ہے۔ یہ بالکل شکل 5.12 میں دیئے گراف کی طرح ہے البتہ یہ صفر زاویہ سے $-45°$ ہٹ کر ہے۔اُوپر سے دوسرا گراف لچھا a_{90} کا ہے جو ہو بہو شکل کی طرح ہے جبکہ اس سے نیچے لچھا a_{135} کا گراف ہے جو صفر زاویہ سے $+45°$ ہٹ کر ہے۔ان تینوں گرافوں میں طول $\frac{Ni}{6}$ ہے۔

ان تینوں گرافوں سے کُل مقناطیسی دباؤ کا گراف یوں حاصل ہوتا ہے۔اس شکل میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ بائیں جانب پہلی لکیر کی بائیں طرف علاقے کو الف کہا گیا ہے۔اس علاقے میں

[32] series connected



شکل 5.14: پھیلے لچھے کی کُل مقناطیسی دباو۔

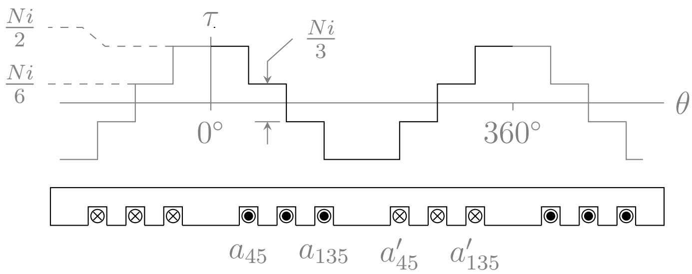
پہلے تینوں گرافوں کی مقدار $-\frac{Ni}{6}$ ہے لہٰذا ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{2}$ ہو گا۔یہی سب سے نچلے کُل مقناطیسی دباؤ کی گراف میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح علاقہ ب میں پہلے گراف کی مقدار $+\frac{Ni}{6}$ ، دوسری گراف کی $-\frac{Ni}{6}$ اور تیسری کی بھی $-\frac{Ni}{6}$ ہے۔ ان کا مجموعہ $-\frac{Ni}{6}$ بنتا ہے جو کُل مقناطیسی دباؤ ہے۔علاقہ ج میں $+\frac{Ni}{6}$، $+\frac{Ni}{6}$ اور $-\frac{Ni}{6}$ مقداریں ہیں جن کا مجموعہ $+\frac{Ni}{6}$ ہی کُل مقناطیسی دباؤ ہے جو سب سے نچلے گراف میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح آپ پورا گراف بنا سکتے ہیں۔

شکل 5.14 کے نچلے گراف کو شکل 5.15 میں دوبارہ دکھایا گیا ہے۔

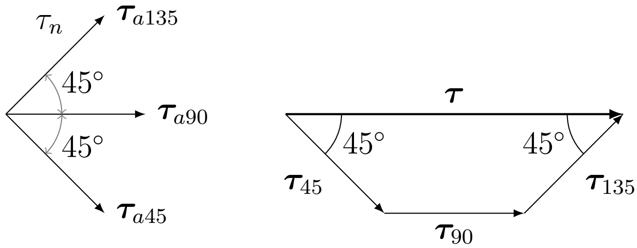
شکل 5.15 کا اگر شکل کے ساتھ تقابل کیا جائے تو محض دیکھنے سے بھی یہ ظاہر ہے کہ شکل 5.15 زیادہ سائن نما موج کے نوعیت کا ہے۔ ہمیں فوریئر تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ ملتا ہے۔ہم دیکھ سکتے ہیں کہ شگافوں کی جگہ اور ان میں لچھوں کے چکر کو یوں رکھا جا سکتا ہے کہ ان سے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ سائن نما کے زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

چونکہ پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پہ مقناطیسی دباؤ نہیں بناتے لہٰذا ان سے حاصل کُل مقناطیسی دباؤ کا حیطہ ایک گچھ لچھے کے حیطہ سے قدرِ کم ہوتا ہے۔اس اثر کو مساوات میں جزو k_w کے ذریعہ یوں ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\tau_0 &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \\
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos\theta = \tau_0 \cos\theta
\end{aligned}
\tag{5.33}
$$



شکل 5.15: پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباو۔



شکل 5.16: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاو۔

اس مساوات میں k_w کو جزو پھیلاؤ[33] کہتے ہیں۔ یہ اکائی سے قدرِ کم ہوتا ہے یعنی

$$0 < k_w < 1 \tag{5.34}$$

مثال 5.3: شکل 5.13 میں دیئے گئے پھیلے لچھے کے لئے k_w معلوم کریں۔

حل: شکل 5.16 سے رجوع کریں۔ یہ تین چھوٹے لچھے برابر مقناطیسی دباؤ $\tau_n = \frac{4}{\pi}\frac{ni}{2}$ پیدا کرتے ہیں، البتہ ان کی سمتیں مختلف ہیں۔یہاں چونکہ ایک لچھا $\frac{N}{3}$ چکر کا ہے لہٰذا $n = \frac{N}{3}$ ہے۔ ہم ان سمتیوں کو جمع کر کے ان کا مجموعی مقناطیسی دباؤ τ معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ\\ &= 2.4142\tau_n\end{aligned}$$

یعنی

$$\tau_a = 2.4142\frac{4}{\pi}\frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3}\frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2} = 0.8047\frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}$$

---

[33] winding factor

لہٰذا $k_w = 0.8047$ کے برابر ہے۔

مثال 5.4: ایک تین دور 50 ہرٹز پر چلنے والا ستارا نما جڑے جنریٹر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جا رہا ہے۔تیس چکر کے میدانی لچھے کا جزو پھیلاو $k_{w,m} = 0.9$ جبکہ پندرہ چکر قوی لچھے کا جزو پھیلاو $k_{w,q} = 0.833$ ہیں۔مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور اس کی لمبائی $l = 2.828$ میٹر ہیں۔خلائی درز $l_k = 0.04$ میٹر ہے۔اگر اس کے میدانی لچھے میں 1000 ایمپیئر برقی رو ہے تو معلوم کریں

- میدانی مقناطیسی دباؤ کی زیادہ سے زیادہ مقدار۔
- خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ۔
- ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ۔
- محرک تار پر برقی دباؤ۔

حل:

- $$\tau_0 = k_{w,m}\frac{4}{\pi}\frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17\,186\,\mathrm{A\cdot turns/m}$$

- $$\tau_0 = k_{w,m}\frac{4}{\pi}\frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17\,186\,\mathrm{A\cdot turns/m}$$

- $$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54\,\mathrm{T}$$

- $$\phi_0 = 2B_0 l r = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.289\,15\,\mathrm{Wb}$$

- $$\begin{aligned} E_{rms} &= 4.44 f k_{w,q} N_q \phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

لہٰذا ستارا جڑی جنریٹر کی تار کی برقی دباؤ

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11\,000\,\mathrm{V}$$

ہو گی۔

جیسا پہلے ذکر ہوا ہم چاہتے ہیں کہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکیں۔ چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہ یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ بنیادی مقصد پورا ہو۔ شکل میں ہم دیکھتے ہیں کہ صفر زاویہ کی دونوں جانب مقناطیسی دباؤ کی موج یکساں طور پر گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ یعنی جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباؤ $\frac{Ni}{3}$ گھٹ جاتی ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر یہ یکساں طور پر مزید گھٹتی ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے لچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہوں کا فیصلہ فوریئر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔فوریئر تسلسل میں موسیقائی جُز کم سے کم اور اس میں بنیادی جُز زیادہ سے زیادہ رکھے جاتے ہیں۔

ساکن لچھوں کی طرح حرکت کرتے لچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے لچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو۔

5.5 مقناطیسی دباؤ کی گھومتی موجیں

گھومتے آلوں میں لچھوں کو برقی دباؤ دیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ یہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین

مساوات میں ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ یوں دی گئی ہے۔

$$\tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos\theta \tag{5.35}$$

اگر اس لچھے میں مقناطیسی بہاؤ بھی سائن نما ہو یعنی

$$i_a = I_0 \cos\omega t \tag{5.36}$$

تو

$$\tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{NI_0}{2} \cos\theta \cos\omega t = \tau_0 \cos\theta \cos\omega t \tag{5.37}$$

ہو گا جہاں

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{NI_0}{2} \tag{5.38}$$

کے برابر ہے۔مساوات کہتا ہے کہ یہ مقناطیسی دباؤ زاویہ θ اور لمحہ t کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مندرجہ ذیل قلیہ سے دو ٹکڑوں میں توڑ سکتے ہیں۔

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2}$$

لہٰذا

$$\tau_a = \tau_0\left[\frac{\cos(\theta+\omega t)+\cos(\theta-\omega t)}{2}\right] = \tau_a^- + \tau_a^+ \tag{5.39}$$

لکھا جا سکتا ہے۔یوں

$$\tau_a^- = \frac{\tau_0}{2}\cos(\theta+\omega t) \tag{5.40}$$

$$\tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2}\cos(\theta-\omega t) \tag{5.41}$$

ہیں۔اس مساوات سے یہ بات سامنے آتی ہے کہ درحقیقت یہ مقناطیسی دباؤ دو اُلٹ سمتوں میں گھومنے والے مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں۔ اس کا پہلا جزو τ_a^- زاویہ θ گھٹنے کی جانب گھومتا ہے یعنی گھڑی کی سمت میں اور اس کا دوسرا جزو τ_a^+ گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتا ہے یعنی یہ زاویہ بڑھنے کی جانب گھومتا ہے۔

ایک دور کی لپٹی آلوں میں یہ کوشش کی جاتی ہے کہ ان دو گھومتے مقناطیسی دباؤ میں سے ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کیا جائے۔ اس طرح کرنے سے ایک ہی سمت میں کُل مقناطیسی دباؤ گھومتا ملتا ہے جو بالکل اسی طرح کا ہوتا ہے جیسے ایک مقناطیس گھمایا جا رہا ہو۔ تین دور کے آلوں میں یہ کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہٰذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہو گا۔

5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل 5.17 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔مساوات ، اور میں ایسے تین لچھوں کی فوریئر تسلسل کی بنیادی جُز دیئے گئے ہیں جو کہ یہ ہیں۔

$$\tau_a = k_w\frac{4}{\pi}\frac{N_a i_a}{2}\cos\theta \tag{5.42}$$

$$\tau_b = k_w\frac{4}{\pi}\frac{N_b i_b}{2}\cos(\theta-120^\circ) \tag{5.43}$$

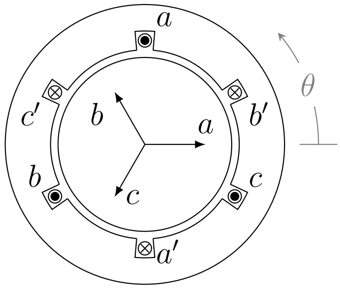
$$\tau_c = k_w\frac{4}{\pi}\frac{N_c i_c}{2}\cos(\theta+120^\circ) \tag{5.44}$$

اگر ان تین لچھوں میں تین دوری برق رو ہو یعنی

$$i_a = I_0\cos(\omega t+\alpha) \tag{5.45}$$

$$i_b = I_0\cos(\omega t+\alpha-120^\circ) \tag{5.46}$$

$$i_c = I_0\cos(\omega t+\alpha+120^\circ) \tag{5.47}$$



$$\tau_a = \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta)$$
$$\tau_b = \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ)$$
$$\tau_c = \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)$$

شکل 5.17: تین دور کی لپٹی مشین۔

تو بالکل مساوات کی طرح ہم مساوات کی مدد سے مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos\theta \cos(\omega t + \alpha) \tag{5.48}$$
$$\tau_b = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ) \tag{5.49}$$
$$\tau_c = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ) \tag{5.50}$$

اگر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

ہو تو انہیں

$$\tau_a = \frac{\tau_0}{2} \left[\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)\right] \tag{5.51}$$
$$\tau_b = \frac{\tau_0}{2} \left[\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)\right] \tag{5.52}$$
$$\tau_c = \frac{\tau_0}{2} \left[\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)\right] \tag{5.53}$$

لکھ سکتے ہیں جہاں

$$\tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \tag{5.54}$$

ہے۔کل مقناطیسی دباؤ τ ان سب کا مجموعہ ہو گا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم ثابت کرتے ہیں کہ

$$\cos\gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

کے برابر ہے۔ہمیں معلوم ہے کہ

$$
\begin{aligned}
\cos(\alpha+\beta) &= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \\
\cos(\alpha-\beta) &= \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta
\end{aligned}
$$

اگر ہم $\alpha = \gamma$ اور $\beta = 240°$ لیں تو

$$
\begin{aligned}
\cos(\gamma+240°) &= \cos\gamma\cos 240° - \sin\gamma\sin 240° \\
\cos(\gamma-240°) &= \cos\gamma\cos 240° + \sin\gamma\sin 240°
\end{aligned}
$$

چونکہ $\cos 240° = -\frac{1}{2}$ اور $\sin 240° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ لہٰذا

$$
\begin{aligned}
\cos(\gamma+240°) &= -\frac{1}{2}\cos\gamma + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma \\
\cos(\gamma-240°) &= -\frac{1}{2}\cos\gamma - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma
\end{aligned}
$$

اب اس مساوات کو اگر ہم $\cos\gamma$ کے ساتھ جمع کریں تو جواب صفر ملتا ہے، یعنی

$$
\cos\gamma + \cos(\gamma+240°) + \cos(\gamma-240°) = 0
$$

$\gamma = \theta + \omega t + \alpha$ کے لئے اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

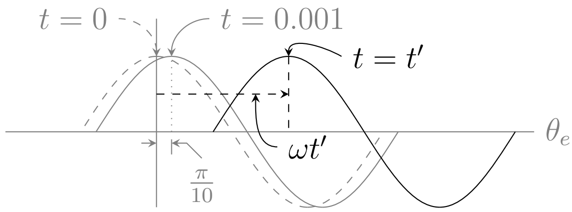
$$
\cos(\theta+\omega t+\alpha) + \cos(\theta+\omega t+\alpha+240°) + \cos(\theta+\omega t+\alpha-240°) = 0 \tag{5.55}
$$

اب ہم اگر مساوات 5.51 میں دئے τ_a ، τ_b اور τ_c کو جمع کریں اور ان میں مساوات 5.55 کا استعمال کریں تو ملتا ہے

$$
\tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2}\cos(\theta - \omega t - \alpha) \tag{5.56}
$$

مساوات 5.56 کہتا ہے کہ کُل مقناطیسی دباؤ کا حیطہ کسی ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے حیطہ کے $\frac{3}{2}$ گنا ہے۔مزید یہ کہ یہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت گھوم رہی ہے۔ لہٰذا تین لچھوں کو $120°$ زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دور کی برقی رو، جو آپس میں $120°$ پر ہوں، سے ہیجان کرنے سے ایک ہی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ اگر کوئی دو برقی رو آپس میں تبدیل کئے جائیں تو مقناطیسی موج کے گھومنے کی سمت تبدیل ہو جاتی ہے۔ یہ مثال میں واضح کیا گیا ہے۔

اب ہم دیکھتے ہیں کہ مساوات 5.56 ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے۔یہ کرنے کے لئے ہمیں اس موج کی چوٹی کو دیکھنا ہوگا۔ہم اپنی آسانی کے لئے α کو صفر لیتے ہیں۔ اس مثال میں ہم برقی رو کی تعدد $50\,\mathrm{Hz}$ لیتے ہیں۔ اس موج کی چوٹی درحقیقت $\cos(\theta-\omega t)$ کی چوٹی ہی ہے لہٰذا ہم اسی کی چوٹی کو مدنظر رکھتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ $\cos\alpha$ کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک کے برابر ہے یعنی اس کی



شکل 5.18: حرکت کرتی موج۔

چوٹی ایک کے برابر ہے اور یہ اس مقام پر پائی جاتی ہے جہاں α صفر کے برابر ہو یعنی جب $\cos 0 = 1$ کے برابر ہو۔ لہٰذا $\cos\alpha$ کی چوٹی اسی جگہ ہوگی جہاں α صفر کے برابر ہوگا۔اسی طرح $\cos(\theta-\omega t)$ کی چوٹی وہیں ہو گی جہاں $(\theta-\omega t)$ صفر کے برابر ہو یعنی $(\theta-\omega t)=0$ پر۔

اب ابتدائی لمحہ یعنی $t=0$ پر $\cos(\theta-\omega t)$ کی چوٹی $(\theta-\omega t)=0$ پر ہو گی۔ اس کو حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\theta-\omega t&=0\\
\theta-\omega\times 0&=0\\
\theta&=0
\end{aligned}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہے۔اسے شکل 5.18 میں ہلکی سیاہی میں نقطہ داو لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ہم اس چوٹی کو کچھ وقفے کے بعد دوبارہ دیکتے ہیں مثلاً $t=0.001$ سیکنڈ کے بعد۔

$$\begin{aligned}
&\theta-\omega t=0\\
&\theta-\omega\times 0.001=0\\
&\theta=0.001\omega=0.001\times2\times\pi\times50=0.3142\,\mathrm{rad}
\end{aligned}$$

اب یہ چوٹی 0.3142 یا $\frac{\pi}{10}$ برقی ریڈیئن یعنی $18°$ کے برقی زاویہ پر ہے۔اسے شکل میں ہلکی سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔یہ بات واضح ہے کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت یعنی زاویہ بڑھنے کی سمت میں گھوم گئی ہے۔ اسی طرح $t=0.002$ پر یہ چوٹی $36°$ برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔کسی بھی لمحہ t' پر بالکل اسی طرح چوٹی کا موام معلوم کیا جا سکتا ہے جسے شکل میں تیز سیاہی کے ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}
\theta-\omega t'&=0\\
\theta&=\omega t'
\end{aligned}$$

اس مساوات سے یہ واضح ہے کہ چوٹی کا مقام متعین کرنے والا زاویہ بتدریج بڑھتا رہتا ہے۔اس مساوات

سے ہم ایک مکمل 2π برقی زاویہ کے چکر کا وقت T حاصل کر سکتے ہیں یعنی

$$t = \frac{\theta}{\omega}$$
$$T = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

اگر برقی رو کی تعدد 50 ہو تو یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ہر $0.02 = \frac{1}{50}$ سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹتی ہے یعنی یہ ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر کاٹتی ہے۔

اس مثال میں برقی زاویہ کی بات ہوتی رہی۔ دو قطب کی آلوں میں برقی زاویہ θ_e اور میکانی زاویہ θ_m برابر ہوتے ہیں۔ لہٰذا اگر دو قطب کی آلوں کی بات کی جائے تو مساوات کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج f برقی یا میکانی چکر کاٹے گی جہاں f برقی رو کی تعدد ہے اور اگر P قطب رکھنے والی آلوں کی بات کی جائے تو چونکہ

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m \tag{5.57}$$

لہٰذا ایسے آلوں میں یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں f مقناطیسی چکر یعنی $\frac{2}{P}f$ میکانی شکر کاٹے گی۔

اگر ہم برقی رو کی تعدد کو f_e سے ظاہر کریں، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو θ_e اور اس کے میکانی زاویہ کو θ_m سے ظاہر کریں اور اسی طرح اسی مقناطیسی دباؤ کی موج کے گھومنے کی رفتار کو ω_e یا ω_m سے ظاہر کریں تو

$$\begin{aligned} \omega_m &= \frac{2}{P}\omega_e \quad \text{rad/s} \\ f_m &= \frac{2}{P}f_e \quad \text{Hz} \\ n &= \frac{120 f_e}{P} \quad \text{rpm} \end{aligned} \tag{5.58}$$

ω_e اس موج کی معاصر رفتار برقی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے جبکہ ω_m یہی معاصر رفتار میکانی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے۔اسی طرح f_e اس موج کی برقی معاصر رفتار برقی ہرٹز میں اور f_m اس کی میکانی معاصر رفتار[34] میکانی ہرٹز میں ہے۔برقی معاصر رفتار f_e ہرٹز ہونے کا مطلب یہ ہے کہ ایک سیکنڈ میں یہ موج f_e برقی چکر کا فاصلہ طے کرے گی جہاں ایک برقی چکر دو قطب کا فاصلہ یعنی 2π ریڈیئن کا زاویہ ہے۔اسی طرح میکانی معاصر رفتار f_m ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ یہ موج ایک سیکنڈ میں f_m میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ایک میکانی چکر عام زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں n میکانی چکر فی منٹ[35] کو ظاہر کرتے ہیں۔یہ مساوات معاصر رفتار کی مساوات ہے۔

یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ ہم q دور کی لپٹی مشین جس کے لچھے $\frac{2\pi}{q}$ برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں q دور کی برقی رو ہو، ایک ہی سمت میں گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو

[34] synchronous speed
[35] rpm, rounds per minute

جنم دیتی ہے جیسے ہم نے تین دور کی مشین کے لئے دیکھا۔ مزید یہ کہ اس موج کا حیطہ کسی ایک لچھے سے پیدا مقناطیسی دباؤ کے حیطہ کے $\frac{q}{2}$ گنا ہو گا اور اس کے گھومنے کی رفتار $\omega_e = 2\pi f$ برقی ریڈیئن فی سیکنڈ ہو گی۔

5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا ترسیمی تجزیہ

شکل میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس میں مثبت برقی رو کی سمتیں بھی دکھائی گئی ہیں، مثلاً a شگاف میں برقی رو صفحہ سے عمودی سمت میں باہر جانب کو ہے اور یہ بات نقطہ سے واضح کی گئی ہے۔ اسی طرح a' شگاف میں برقی دباؤ صفحہ سے عمودی سمت میں اندر کی جانب کو ہے اور یہ بات صلیب کے نشان سے واضح کی گئی ہے۔ اگر برقی رو مثبت ہو تو اس کی یہی سمت ہو گی اور اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ $\boldsymbol{\tau}_a$ صفر زاویہ کی جانب ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جا سکتی ہے۔ اب اگر اسی لچھے میں برقی رو منفی ہو تو اس کا مطلب ہے کہ برقی رو اُلٹ سمت میں ہے۔ یعنی اب برقی رو a شگاف میں صفحہ کے عمودی سمت میں اندر کی جانب ہے اور a' شگاف میں یہ صفحہ کے عمودی سمت میں باہر کی جانب کو ہے۔ لہٰذا اس برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ بھی پہلے سے اُلٹ سمت میں ہو گی یعنی یہ شکل میں دیئے گئے $\boldsymbol{\tau}_a$ کے بالکل اُلٹ سمت میں ہو گی۔ اس تذکرہ کا بنیادی مقصد یہ تھا کہ آپ پر یہ بات واضح ہو جائے کہ برقی رو کے منفی ہونے سے اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت اُلٹ ہو جاتی ہے۔

اس شکل میں لچھوں میں برقی رو اور مقناطیسی دباؤ یہ ہیں

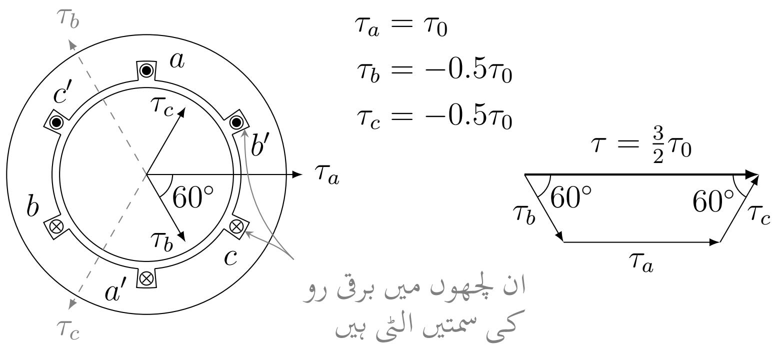
$$
\begin{aligned}
i_a &= I_0 \cos \omega t \\
i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
\end{aligned} \tag{5.59}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_a}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\
\tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_b}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
\tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_c}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
\end{aligned} \tag{5.60}
$$

جبکہ ان کے مثبت سمتیں شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اب ہم مختلف اوقات پر ان مقداروں کا حساب لگاتے ہیں اور ان کا کُل مجموعی مقناطیسی دباؤ حل کرتے ہیں۔

لمحہ $t = 0$ پر ان مساوات سے ملتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\
i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 I_0 \\
i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 I_0
\end{aligned} \tag{5.61}
$$



شکل 5.19: لمحہ $t_0 = 0$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباو۔

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
\tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5\tau_0 \\
\tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5\tau_0
\end{aligned} \tag{5.62}
$$

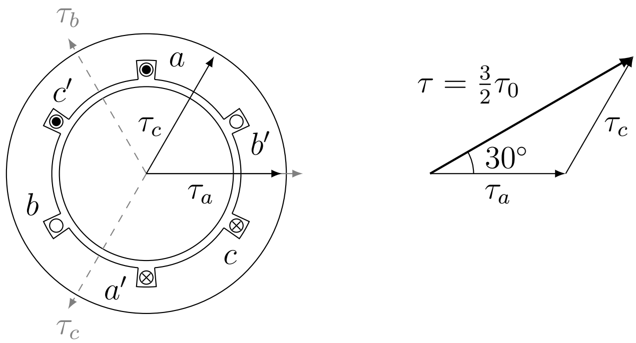
یہاں رکھ کر زرا غور کریں۔اس لمحہ پر i_a مثبت ہے جبکہ i_b اور i_c منفی ہیں۔ لہٰذا i_a اُسی سمت میں ہے جو شکل میں دکھایا گیا ہے جبکہ i_b اور i_c شکل میں دیئے گئے سمتوں کے اُلٹ ہیں۔ ان تینوں برقی رو کی اس لمحہ پر درست سمتیں شکل 5.19 میں دکھائی گئی ہیں۔اس شکل میں تینوں مقناطیسی دباؤ بھی دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباؤ با آسانی بذریعہ گراف، جمع سمتیات سے معلوم کیا جا سکتا ہے یا پھر الجبرا کے ذریعہ ایسا کیا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\tau}_a &= \tau_0 \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \\
\boldsymbol{\tau}_b &= 0.5\tau_0 \left[\cos(60^\circ)\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} - \sin(60^\circ)\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\right] \\
\boldsymbol{\tau}_c &= 0.5\tau_0 \left[\cos(60^\circ)\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} + \sin(60^\circ)\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}\right]
\end{aligned} \tag{5.63}
$$

$$
\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_a + \boldsymbol{\tau}_b + \boldsymbol{\tau}_c = \frac{3}{2}\tau_0 \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} \tag{5.64}
$$

کل مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کے مقناطیسی دباؤ کے ڈیڑھ گنا ہے اور یہ صفر زاویہ پر ہے۔ اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ لمحے بعد t_1 پر دوبارہ یہی سب حساب لگاتے ہیں۔ چونکہ مساوات اور میں متغیرہ t کے بجائے ωt کا استعمال زیادہ آسان ہے لہٰذا ہم لمحہ t_1 کو یوں چنتے ہیں کہ $\omega t_1 = 30^\circ$ کے برابر



شکل 5.20: لمحہ $\omega t_1 = 30^\circ$ پر برقی رو اور مقناطیسی دباو۔

ہو۔ ایسا کرنے سے ہمیں یہ دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\
i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0
\end{aligned}
\tag{5.65}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\
\tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
\tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0
\end{aligned}
\tag{5.66}
$$

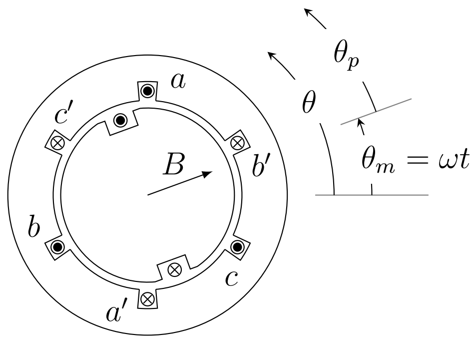
یہ شکل 5.20 میں دکھایا گیا ہے۔کل مقناطیسی دباؤ کا طول τ کو تکون کے ذریعہ یوں حل کیا جا سکتا ہے۔ اسی طرح اس کا زاویہ بھی اسی سے حاصل ہوتا ہے۔ یعنی

$$
\tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2}\tau_0 \tag{5.67}
$$

اور چونکہ اس تکون کے دو اطراف برابر ہیں لہٰذا اس کے باقی دو زاویہ بھی برابر اور 30° ہیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ کُل مقناطیسی دباؤ جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب وہ 30° کے زاویہ پر ہے یعنی وہ گھڑی کے اُلٹ سمت گھوم گیا ہے۔ اگر ہم اسی طرح $\omega t = 40^\circ$ پر دیکھیں تو ہمیں کُل مقناطیسی دباؤ اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ اب یہ 45° کے زاویہ پر ہو گا۔اگر کسی لمحہ جب $\omega t = \theta^\circ$ کے برابر ہو یہ سارا حساب کیا جائے تو کُل مقناطیسی دباؤ اب بھی $\frac{3}{2}\tau_0$ ہی ملے گا البتہ یہ θ° کے زاویہ پر ہوگا۔

$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos\theta_p \\ &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega t) \end{aligned}$$



شکل 5.21: بنیادی بدلتی رو جنریٹر۔

5.6 محرک برقی دباؤ

یہاں محرک برقی دباؤ[36] کو ایک اور زاویہ سے پیش کیا جاتا ہے۔

5.6.1 بدلتی رو برقی جنریٹر

شکل 5.21 میں ایک بنیادی بدلتی رو جنریٹر[37] دکھایا گیا ہے۔اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباؤ پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوتی ہے، یعنی

$$B = B_0 \cos\theta_p \tag{5.68}$$

یہ مقناطیس ω زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔یوں اگر ابتدائی لمحہ $t = 0$ پر یہ a لچھے کی سمت یعنی ہلکی سیاہی کی اُفقی لکیر کی سمت میں ہو تو لمحہ t پر یہ گھوم کر زاویہ $\theta_m = \omega t$ پر ہوگا۔اس طرح مساوات یوں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\ &= B - 0 \cos(\theta - \omega t) \end{aligned} \tag{5.69}$$

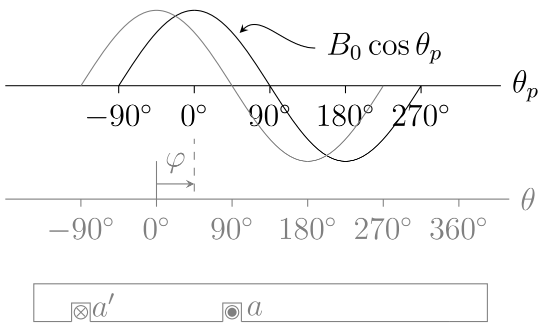
شکل 5.22 میں B کو زاویہ θ اور θ_p کے ساتھ گراف کیا گیا ہے۔ اسی گراف میں لچھا a بھی دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں ہلکی سیاہی سے لمحہ $t = 0$ پر B دکھایا گیا ہے جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور اس لچھے کا محور ایک ہی سمت میں ہوتے ہیں جبکہ کالی سیاہی میں اسی B کو کسی بھی لمحہ t پر دکھایا گیا ہے۔اس لمحہ پر برقی مقناطیس کے محور اور لچھے کے محور کے مابین ϑ زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار ω پر منحصر ہے یعنی

$$\vartheta = \omega t \tag{5.70}$$

---

[36] ابتدا میں حرکت سے پیدا ہونے والی برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے تھے۔اب روایتی طور پر کسی بھی طرح پیدہ کردہ برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔

[37] ac generator



شکل 5.22: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاو۔

لمحہ $t=0$ پر لچھے میں سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزر رہی ہے۔ اگر خلائی درز بہت باریک ہو، تو اس کے اندر اور باہر جانب کے رداس تقریباً یکساں ہوں گے۔ برقی مقناطیس کے محور سے اس خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ اگر ρ ہو اور برقی مقناطیس کا دُھرے[38] کی سمت میں محوری لمبائی[39] l ہو تو اس لچھے میں وہی مقناطیسی بہاؤ ہو گا جو اس خلائی درز میں $\frac{\pi}{2} > \theta > -\frac{\pi}{2}$ کے مابین ہے۔ لمحہ $t=0$ پر اسے یوں معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0\cos\theta_p)(l\rho\,\mathrm{d}\theta_p) \\
&= B_0 l\rho \sin\theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
&= 2B_0 l\rho \\
&= \phi_0
\end{aligned}
\tag{5.71}
$$

[38] axle
[39] axial length

یہی حساب اگر لمحہ t پر کی جائے تو کچھ یوں ہو گا۔

$$\begin{aligned}\phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}\\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0\cos\theta_p)(l\rho\,\mathrm{d}\theta_p)\\ &= B_0 l\rho\sin\theta_p\Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta}\\ &= 2B_0 l\rho\cos\vartheta\\ &= 2B_0 l\rho\cos\omega t\end{aligned} \tag{5.72}$$

جہاں $\vartheta = \omega t$ لیا گیا ہے۔اسی مساوات کو یوں بھی حل کیا جا سکتا ہے

$$\begin{aligned}\phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}\\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0\cos(\theta-\omega t))(l\rho\,\mathrm{d}\theta)\\ &= B_0 l\rho\sin(\theta-\omega t)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\\ &= B_0 l\rho\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}-\omega t\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{2}-\omega t\right)\right]\\ &= 2B_0 l\rho\cos\omega t\end{aligned} \tag{5.73}$$

اس مرتبہ تکمل زاویہ θ کے ساتھ کیا گیا ہے۔ انہیں مساوات کی مدد سے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\phi_a(t) = 2B_0 l\rho\cos\omega t = \phi_0\cos\omega t \tag{5.74}$$

بالکل مساوات کی طرح ہم b اور c لچھوں کے لئے بھی مقناطیسی بہاؤ کی مساواتیں حل کر سکتے ہیں۔شکل میں a لچھے میں زاویہ $-\frac{\pi}{2}$ سے $+\frac{\pi}{2}$ تک کا مقناطیسی بہاؤ گزرتا ہے۔ اس لئے $\phi_a(t)$ معلوم کرنے کے لئے مساوات میں تکمل کے حدود یہی رکھے گئے تھے۔ اسی شکل سے واضح ہے کہ b لچھے کے تکمل کے حدود $+\frac{\pi}{6}$ اور $+\frac{7\pi}{6}$ جبکہ c کے حدود $+\frac{5\pi}{6}$ اور $+\frac{11\pi}{6}$ ہیں۔یہ زاویے ریڈیئن میں دیئے

گئے ہیں۔یوں

$$
\begin{aligned}
\phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho \, \mathrm{d}\theta) \\
&= B_0 l\rho \, \sin(\theta - \omega t)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
&= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right)\right] \\
&= 2B_0 l\rho \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})
\end{aligned}
\tag{5.75}
$$

اور

$$
\begin{aligned}
\phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho \, \mathrm{d}\theta) \\
&= B_0 l\rho \, \sin(\theta - \omega t)\Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
&= B_0 l\rho \left[\sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right)\right] \\
&= 2B_0 l\rho \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})
\end{aligned}
\tag{5.76}
$$

اگر ایک لچھے کے N چکر ہوں تو اس میں پیدا برقی دباؤ کو یوں معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
\lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
\lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
\end{aligned}
\tag{5.77}
$$

ان مساوات میں $\frac{2\pi}{3}$ ریڈیئن کو $120°$ لکھا گیا ہے۔ان سے لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ کا حساب یوں لگایا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} e_a(t) &= -\frac{\mathrm{d}\lambda_a}{\mathrm{d}t} = \omega N\phi_0 \sin\omega t \\ e_b(t) &= -\frac{\mathrm{d}\lambda_b}{\mathrm{d}t} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t - 120°) \\ e_c(t) &= -\frac{\mathrm{d}\lambda_c}{\mathrm{d}t} = \omega N\phi_0 \sin(\omega t + 120°) \end{aligned} \tag{5.78}$$

ان مساوات کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t - 90°) \\ e_b(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 150°) \\ e_c(t) &= \omega N\phi_0 \cos(\omega t + 30°) \end{aligned} \tag{5.79}$$

یہ مساوات تین دوری محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتے ہیں جو آپس میں $120°$ زاویہ پر ہیں۔ان سب کا حیطہ E_0 یکساں ہے جہاں

$$E_0 = \omega N\phi_0 \tag{5.80}$$

اور ان برقی دباؤ کی موثر قیمت[40]

$$E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N\phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N\phi_0 \tag{5.81}$$

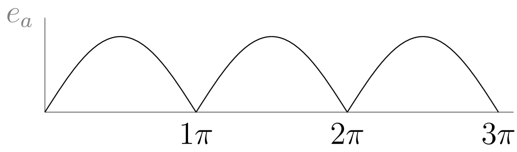
ہو گی۔ مساوات سائن نما برقی دباؤ کو ظاہر کرتا ہے۔ چونکہ $\phi = BA$ ہوتا ہے لہٰذا یہ مساوات بالکل مساوات کی طرح ہے۔ اگرچہ مساوات یہ سوچ کر حاصل کیا گیا کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ صرف برقی مقناطیس کی وجہ سے ہے تاہم برقی دباؤ کا اس سے کوئی تعلق نہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کس طرح وجود میں آئی اور یہ مساوات ان حالات کے لئے بھی درست ہے جہاں یہ مقناطیسی بہاؤ جنریٹر کے ساکن حصے میں پیدا ہوئی ہو یا ساکن اور حرکت پذیر دونوں حصوں میں پیدا ہوئی ہو۔

مساوات ہمیں ایک گچھ لچھے میں پیدا برقی دباؤ دیتی ہے۔ اگر لچھا تقسیم شدہ ہو تو اس کے مختلف شگافوں میں موجود اس لچھے کے حصوں میں برقی دباؤ ہم مرحلہ نہیں ہوں گے لہٰذا ان سب کا مجموعی برقی دباؤ ان سب کا حاصل جمع نہیں ہو گا بلکہ اس سے قدرِ کم ہو گا۔ اس مساوات کو ہم ایک پھیلے لچھے کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$E_{rms} = 4.44 k_w f N\phi_0 \tag{5.82}$$

تین دور برقی جنریٹروں کے k_w کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں ایک دور کی برقی دباؤ دیتی ہے۔ تین دور برقی جنریٹروں میں ایسے تین لچھوں کے جوڑے ہوتے ہیں اور ان کو Y یعنی ستارا نما یا Δ یعنی تکونی جوڑا جاتا ہے۔

[40] rms



شکل 5.23: ایک دور کا یک سمتی برقی دباو۔

5.6.2 یک سمتی رو برقی جنریٹر

ہر گھومنے والا برقی جنریٹر بنیادی طور پر بدلتی رو جنریٹر ہی ہوتا ہے۔ البتہ جہاں یک سمتی برقی دباؤ[41] کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتی برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ ایسا الیکٹرانکس کے ذریعہ جنریٹر کے باہر برقیاتی سمت کار[42] کی مدد سے کیا جا سکتا ہے یا پھر میکانی طریقے سے میکانی سمت کار[43] کی مدد سے جنریٹر کے اندر ہی کیا جا سکتا ہے۔ مساوات میں دیئے گئے برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جائے تو یہ شکل کی طرح ہو گا۔

مثال 5.5: شکل 5.23 میں یک سمتی برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔اس یک سمتی برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔

حل:

$$E_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \omega N\phi_0 \sin\omega t \,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{2\omega N\phi_0}{\pi}$$

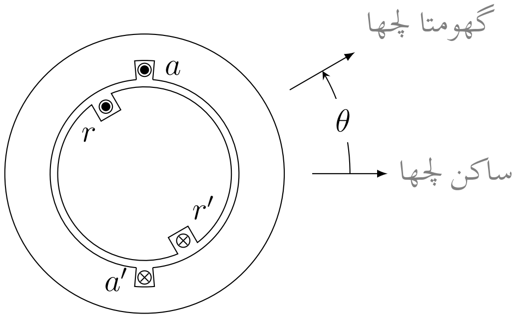
یک سمتی برقی جنریٹر پر باقائدہ تبصرہ کتاب کے باب میں کیا جائے گا۔

5.7 ہموار قطب مشینوں میں مروڑ

اس حصے میں ہم ایک کامل مشین میں مروڑ[44] کا حساب لگائیں گے۔ ایسا دو طریقوں سے کیا جا سکتا ہے۔ ہم مشین کو دو مقناطیس سمجھ کر ان کے مابین قوتِ کشش، قوتِ دفع اور مروڑ کا حساب لگا سکتے ہیں یا پھر اس میں ساکن اور گھومتے لچھوں کو امالہ سمجھ کر باب چار کی طرح توانائی اور کو توانائی کے استعمال سے اس کا حساب لگائیں۔ پہلے توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

---

41. DC voltage
42. rectifier
43. commutator
44. torque



شکل 5.24: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

5.7.1 توانائی کے طریقے سے میکانی مروڑ کا حساب

یہاں ہم ایک دور کی مشین کی بات کریں گے۔ اس سے حاصل جوابات کو با آسانی زیادہ دور کی آلوں پر لاگو کیا جا سکتا ہے۔ شکل 5.24 میں ایک دور کی کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس کی دو لچھوں میں کچھ زاویہ ہو گا جسے θ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر جگہ یکساں ہے لہٰذا یہاں اُبھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جائے گا۔ مزید یہ کہ مرکز کی $\mu_r \to \infty$ تصور کی گئی ہے لہٰذا لچھوں کی امالہ صرف خلائی درز کی مقناطیسی مستقل[45] μ_0 پر منحصر ہے۔

اس طرح ساکن لچھے کی امالہ L_{aa} اور گھومے لچھے کی امالہ L_{rr} مقررہ ہیں جبکہ ان کا مشترکہ امالہ $L_{ar}(\theta)$ زاویہ θ پر منحصر ہو گا۔ جب $\theta = 0$ یا $\theta = \mp 2\pi$ کے برابر ہو تو ایک لچھے کا سارہ مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے۔ ایسے حالت میں ان کا مشترکہ امالہ زیادہ سے زیادہ ہو گا جسے L_{ar0} لکھتے ہیں۔ جب $\theta = \mp 180^\circ$ ہو اس لمحہ ایک بار پھر ایک لچھے کا سارہ مقناطیسی بہاؤ دوسرے لچھے سے بھی گزرتا ہے البتہ اس لمحہ اس کی سمت اُلٹ ہوتی ہے لہٰذا اب ان کا مشترکہ امالہ بھی منفی ہو گا یعنی $-L_{ar0}$ اور جب $\theta = \mp 90^\circ$ ہو تب ان کا مشترکہ امالہ صفر ہو گا۔ اگر ہم یہ ذہن میں رکھیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہے تب

$$L_{ar} = L_{ar0} \cos\theta \tag{5.83}$$

ہو گا۔ہم ساکن اور گھومتے لچھوں کی اِرتَباطِ بہاؤ کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa} i_a + L_{ar}(\theta) i_r = L_{aa} i_a + L_{ar0} \cos(\theta) i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta) i_a + L_{rr} i_r = L_{ar0} \cos(\theta) i_a + L_{rr} i_r \end{aligned} \tag{5.84}$$

اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_a اور گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r ہو تو ہم ان لچھوں کے سروں پر دیئے

[45] magnetic constant, permeability

گئے برقی دباؤ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
v_a &= i_a R_a + \frac{\mathrm{d}\lambda_a}{\mathrm{d}t} = i_a R_a + L_{aa}\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + L_{ar0}\cos\theta\frac{\mathrm{d}i_r}{\mathrm{d}t} - L_{ar0}i_r\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \\
v_r &= i_r R_r + \frac{\mathrm{d}\lambda_r}{\mathrm{d}t} = i_r R_r + L_{ar0}\cos\theta\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} - L_{ar0}i_a\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + L_{rr}\frac{\mathrm{d}i_r}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}
\tag{5.85}
$$

یہاں θ برقی زاویہ ہے اور وقت کے ساتھ اس کی تبدیلی رفتار ω کو ظاہر کرتی ہے یعنی

$$
\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega \tag{5.86}
$$

میکانی مروڑ بذریعہ کو توانائی حاصل کی جا سکتی ہے۔ کو توانائی مساوات سے حاصل ہوتی ہے۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$
W'_m = \frac{1}{2}L_{aa}i_a^2 + \frac{1}{2}L_{rr}i_r^2 + L_{ar0}i_a i_r\cos\theta \tag{5.87}
$$

اس سے میکانی مروڑ T_m یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$
T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial\theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial\theta}\frac{\partial\theta}{\partial\theta_m} \tag{5.88}
$$

چونکہ P قطب مشینوں کے لئے

$$
\theta = \frac{P}{2}\theta_m \tag{5.89}
$$

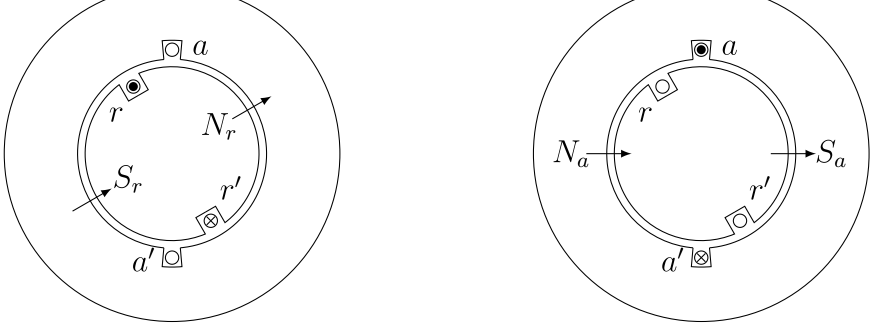
لہٰذا ہمیں مساوات سے ملتا ہے

$$
T_m = -\frac{P}{2}L_{ar0}i_a i_r\sin\left(\frac{P}{2}\theta_m\right) \tag{5.90}
$$

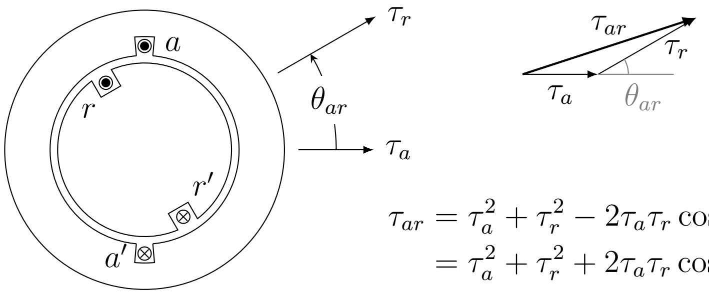
اس مساوات میں مروڑ T_m منفی ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر کسی لمحہ پر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی بہاؤ کے درمیان زاویہ مثبت ہو تو ان کے مابین مروڑ منفی ہو گا یعنی مروڑ ان دونوں مقناطیسی بہاؤ کو ایک سمت میں رکھنے کی کوشش کرے گا۔

5.7.2 مقناطیسی بہاؤ سے میکانی مروڑ کا حساب

شکل 5.25 میں دو قطب والی ایک دور کی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں بائیں جانب صرف گھومتے لچھے میں برقی رو ہے۔ اس لچھے کا مقناطیسی بہاؤ تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے، یعنی تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔ یہاں اگر صرف گھومتے حصے پر توجہ دی جائے تو یہ واضح ہے کہ گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اسی طرح شکل میں دائیں جانب صرف ساکن لچھے میں برقی رو ہے۔ اگر اس مرتبہ صرف ساکن حصے پر توجہ دی



شکل 5.25: لچھوں کے قطبین۔



$$
\begin{aligned}
\tau_{ar} &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r\cos(180 - \theta_{ar}) \\
&= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r\cos\theta_{ar}
\end{aligned}
$$

شکل 5.26: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباو۔

جائے تو اس کے بائیں جانب سے مقناطیسی بہاؤ نکل کر خلائی درز میں داخل ہوتی ہے، لہٰذا یہی اس کا شمالی قطب ہے اور اس مقناطیس کا محور بھی اسی تیر کی سمت میں ہے۔

یہاں یہ واضح رہے کہ اگرچہ کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں لیکن درحقیقت دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ سائن۔نما ہی ہیں اور تیر کے نشان ان مقناطیسی دباؤ کی موج کے چوٹی کو ظاہر کرتے ہیں۔

شکل 5.26 میں اب دونوں لچھوں میں برقی رو ہے۔ یہ واضح ہے کہ یہ بالکل دو مقناطیسوں کی طرح ہے اور ان کے اُلٹ قطبین کے مابین قوتِ کشش ہو گا، یعنی یہ دونوں لچھے ایک ہی سمت میں ہونے کی کوشش کریں گے۔

یہاں یہ زیادہ واضح ہے کہ یہ دو مقناطیس کوشش کریں گے کہ θ_{ar} صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانی مروڑ θ_{ar} کے اُلٹ سمت میں ہو گا۔ یہی کچھ مساوات کہتا تھا۔

ان برقی مقناطیسوں کے مقناطیسی دباؤ کو اگر ان کے مقناطیسی محور کی سمت میں $\boldsymbol{\tau}_a$ اور $\boldsymbol{\tau}_r$ سے ظاہر کیا جائے جہاں τ_a اور τ_r مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے برابر ہوں تو خلاء میں کُل مقناطیسی دباؤ $\boldsymbol{\tau}_{ar}$ ان کا جمع سمتیات ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول τ_{ar} کوسائن کے قلیہ[46] سے

[46]cosine law

یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}\tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r\cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r\cos\theta_{ar}\end{aligned} \tag{5.91}$$

خلائی درز میں یہ کُل مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت H_{ar} کو جنم دے گا جو اس قلیہ سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\tau_{ar} = H_{ar} l_g \tag{5.92}$$

H_{ar} مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ اب جہاں خلاء میں مقناطیسی شدت H ہو وہاں مقناطیسی کو۔توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2}H^2$ ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط کو۔توانائی کی کثافت اس خلائی درز میں H^2 کی اوسط ضربِ $\frac{\mu_0}{2}$ ہو گی۔ کسی بھی سائن نما موج $H = H_0\cos\theta$ کے H^2 کا اوسط $H^2_{\text{اوسط}}$ یوں حاصل کیا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned}H^2_{\text{اوسط}} &= \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 \,\mathrm{d}\theta \\ &= \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2\cos^2\theta \,\mathrm{d}\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2\theta}{2}\,\mathrm{d}\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi}\left.\frac{\theta + \frac{\sin 2\theta}{2}}{2}\right|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{H_0^2}{2}\end{aligned} \tag{5.93}$$

لہٰذا خلائی درز میں اوسط کو۔توانائی کی کثافت $\frac{\mu_0}{2}\frac{H_{ar}^2}{2}$ ہو گی اور اس خلاء میں کُل کو۔توانائی اس اوسط کو۔توانائی ضربِ خلاء کی حجم کے برابر ہو گا یعنی

$$W_m' = \frac{\mu_0}{2}\frac{H_{ar}^2}{2}2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g}\tau_{ar}^2 \tag{5.94}$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی l_g ہے اور اس کی دُھرے[47] کی سمت میں محوری لمبائی[48] l ہے۔ محور سے خلاء کی اوسط رداسی فاصلہ r ہے۔ مزید یہ کہ $r \gg l_g$ ہے۔ اس طرح خلاء میں رداسی سمت میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کو نذر انداز کیا جا سکتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات کی

[47] axis
[48] axial length

مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g}\left(\tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a \tau_r \cos\theta_{ar}\right) \tag{5.95}$$

اس سے میکانی مروڑ یوں حاصل کیا جا سکتا ہے

$$T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a \tau_r \sin\theta_{ar} \tag{5.96}$$

یہ حساب دو قطب والی مشین کے لئے لگایا گیا ہے۔P قطب والے مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کا میکانی مروڑ دیتا ہے لہٰذا ایسے مشین کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$T_m = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a \tau_r \sin\theta_{ar} \tag{5.97}$$

یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ اس کے مطابق مشین کا میکانی مروڑ اس کے ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے براہ راست متناسب ہے۔ اسی طرح یہ ان دونوں کے درمیان برقی زاویہ θ_{ar} کے سائن کے بھی براہ راست متناسب ہے۔ منفی میکانی مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ θ_{ar} کے الٹ جانب ہے یعنی یہ میکانی مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی جانب کو ہے۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک برابر مگر الٹ سمتوں میں میکانی مروڑ ہوتا ہے البتہ ساکن حصے کا مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہو جاتا ہے جبکہ گھومتے حصے کا میکانی مروڑ اس حصے کو گھماتا ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ برقی رو کے براہ راست متناسب ہے لہٰذا τ_a اور i_a آپس میں براہ راست متناسب ہیں جبکہ τ_r اور i_r آپس میں براہ راست متناسب ہیں۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات اور ایک جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل برابر ہیں۔

شکل 5.27 میں ایک بار پھر ساکن اور گھومتے لچھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں بائیں جانب تکون ΔAEC اور ΔBEC میں CE مشترکہ ہے اور ان دو تکونوں سے واضح ہے کہ

$$CE = \tau_r \sin\theta_{ar} = \tau_{ar}\sin\theta_a \tag{5.98}$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات یوں لکھا جا سکتا ہے۔

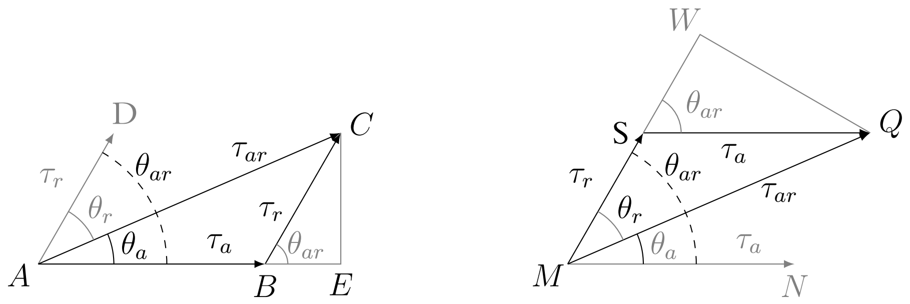
$$T_m = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a \tau_{ar} \sin\theta_a \tag{5.99}$$

اسی طرح شکل 5.27 کے دائیں جانب تکون ΔMWQ اور تکون ΔSWQ میں WQ کا طرف مشترکہ ہے اور ان دو تکونوں سے واضح ہے کہ

$$WQ = \tau_a \sin\theta_{ar} = \tau_{ar}\sin\theta_r \tag{5.100}$$

اب اس مساوات کی مدد سے مساوات یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$T_m = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_r \tau_{ar} \sin\theta_r \tag{5.101}$$



شکل 5.27: مقناطیسی بہاو اور ان کے زاوئے۔

مساوات مساوات اور مساوات کو ایک جگہ لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
T_m &= -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a \tau_r \sin\theta_{ar}\\
T_m &= -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_a \tau_{ar} \sin\theta_{a}\\
T_m &= -\frac{P}{2}\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g}\tau_r \tau_{ar} \sin\theta_{r}
\end{aligned} \tag{5.102}
$$

ان مساوات سے یہ واضح ہے کہ میکانی مروڑ کو دونوں لچھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے یا پھر ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ اور کُل مقناطیسی دباؤ اور ان دو کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکانی مروڑ دو مقناطیسی دباؤ کے آپس میں ردعمل کی وجہ سے وجود میں آتا ہے اور یہ ان مقناطیسی دباؤ کی چوٹی اور ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔

مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ سب کا آپس میں تعلق رکھتے ہیں لہٰذا ان مساوات کو کئی مختلف طریقوں سے لکھا جا سکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کُل مقناطیسی دباؤ τ_{ar} اور وہاں کثافت مقناطیسی بہاؤ B_{ar} کا تعلق

$$
B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g} \tag{5.103}
$$

استعمال کر کے مساوات کے آخری جز کو یوں لکھا جا سکتا ہے

$$
T_m = -\frac{P}{2}\pi r l \tau_r B_{ar} \sin\theta_r \tag{5.104}
$$

مقناطیسی آلوں میں مقناطیسی مرکز کی مقناطیسی مستقل μ کی محدود صلاحیت کی وجہ سے مرکز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک ٹسلہ تک ہی بڑھائی جا سکتی ہے۔ لہٰذا مشین بناتے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا پڑتا ہے۔ اسی طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ اس لچھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔

اس برقی رو سے لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے یہ لچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جا سکتا ہے جہاں تک اس لچھے کو ٹھنڈا کرنا ممکن ہو۔ لہٰذا مقناطیسی دباؤ کو اس حد کے اندر رکھنا پڑتا ہے۔ چونکہ اس مساوات میں یہ دو بہت ضروری حدیں واضح طور پر سامنے ہیں اس لئے یہ مساوات مشین بنانے کی غرض سے بہت اہم ہے۔

اس مساوات کی ایک اور بہت اہم شکل اب دیکھتے ہیں۔ ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ ϕ_P ایک قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ $B_{\text{اوسط}}$ ضربِ ایک قطب کا رقبہ A_P ہوتا ہے۔ جہاں

$$B_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos\theta \,\mathrm{d}\theta = \frac{2B_0}{\pi} \tag{5.105}$$

$$A_P = \frac{2\pi r l}{P} \tag{5.106}$$

لہٰذا

$$\phi_P = \frac{2B_0}{\pi}\frac{2\pi r l}{P} \tag{5.107}$$

اور

$$T_m = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{P}{2}\right)^2 \phi_{ar}\tau_r \sin\theta_r \tag{5.108}$$

یہ مساوات معاصر مشینوں کے لئے بہت کار آمد ہے۔

الباب 6

یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

جیسا کہ نام سے واضح ہے یہ وہ گھومنے والی مشین ہے جو ایک ہی رفتار سے گھومتی ہے اور یہ رفتار اس کو دیئے گئے برقی دباؤ کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

جب کسی جنریٹر پر بار تبدیل کیا جائے یا اسے فراہم میکانی طاقت فراہم کرنے والے کی رفتار تبدیل کی جائے تو جنریٹر نئی صورتِ حال کے مطابق چند ہی لمحات میں دوبارہ برقرار صورت اختیار کر لیتا ہے۔اس برقرار چالو صورت میں اس کی رفتار، برقی دباؤ، برقی رو، درجہ حرارت وغیرہ مقررہ رہتے ہیں۔اسی طرح اگر موٹر پر بار تبدیل ہو تو اسے درکار طاقت اور برقی رو تبدیل ہوں گے۔بار تبدیل ہونے سے پہلے موٹر برقرار مقررہ برقی رو حاصل کرتا رہتا ہے اور اس کا درجہ حرارت ایک مقررہ قیمت پر رہتا ہے۔اسی طرح بار تبدیل ہونے کے چند ہی لمحات میں یہ دوبارہ ایک نئی برقرار چالو صورت اختیار کر لیتا ہے جہاں اس کی برقی رو ایک نئی قیمت پر برقرار رہتی ہے اور اس کا درجہ حرارت بھی ایک نئی قیمت اختیار کر لیتا ہے۔دو مختلف برقرار چالو، یکساں صورتوں کے درمیان چند لمحات کے لئے مشین عارضی صورت[1] میں ہوتا ہے۔اس باب میں یکساں حال، برقرار چالو[2] مشین پر تبصرہ کیا جائے گا۔

معاصر آلوں میں عموماً قوی لچھا ساکن رہتا ہے جبکہ میدانی لچھا معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔قوی لچھوں کی برقی رو میدانی لچھوں کی برقی رو کی نسبت بہت زیادہ ہوتی ہے اور اسے سرک چھلوں کے ذریعہ گزارنا نہایت مشکل ہوتا ہے لہٰذا قوی لچھوں کو ساکن رکھا جاتا ہے جبکہ میدانی لچھوں کو گھمایا جاتا ہے۔

ہم یہ دیکھ چکے ہیں کہ تین دور کے لپٹے ساکن لچھوں میں اگر متوازن تین دور کی برقی رو ہو تو یہ ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے۔اس گھومتے موج کی رفتار کو معاصر رفتار[3] کہتے ہیں۔ معاصر مشین کا گھومتا حصہ اسی رفتار سے گھومتا ہے۔

معاصر مشین کے میدانی لچھے کو یک سمتی برقی رو درکار ہوتی ہے جو یا تو سرک چھلوں کے ذریعہ اس تک باہر سے پہنچائی جاتی ہے یا پھر مشین کے دُھرّے پر ہی نسب ایک چھوٹی یک سمتی جنریٹر سے اسے فراہم کی جاتی ہے۔

---

[1] transient state
[2] steady state
[3] synchronous speed

میدانی لچھا ایک میدانی مقناطیسی دباؤ کو جنم دیتی ہے جو اس لچھے کے ساتھ ساتھ معصر رفتار سے گھومتی ہے۔ لہٰذا معاصر مشین کے گھومتے اور ساکن لچھوں کے مقناطیسی دباؤ معاصر رفتار سے ہی گھومتے ہیں۔ اسی وجہ سے انہیں معاصر مشین کہتے ہیں۔

6.1 متعدد دور معاصر مشین

معاصر مشین عموماً تین دور کے ہوتے ہیں۔ان کے تین دوری ساکن قوی لچھے خلاء میں $120°$ برقی زاویہ پر نسب ہوتے ہیں جبکہ اس کے میدانی لچھے گھومتے حصے پر نسب ہوتے ہیں اور ان میں یک سمتی برقی رو ہوتی ہے۔

اگر مشین کے گھومتے حصے کو بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جائے تو یہ مشین ایک معاصر جنریٹر کے طور پر کام کرتی ہے اور اس کے تین دور کے ساکن قوی لچھوں میں تین دور کی برقی دباؤ پیدا ہوتی ہے جس کا برقی تعدد گھومنے کے رفتار پر منحصر ہوتا ہے۔ اس کے برعکس اگر مشین کے تین دور کے ساکن قوی لچھوں کو تین دور کا برقی طاقت مہیا کیا جائے تو یہ ایک معاصر موٹر کے طور کام کرتی ہے جو معاصر رفتار سے گھومتی ہے۔مشین کی کُل برقی قوت کے چند فی صد برابر برقی قوت اس کے میدان لچھے کو درکار ہوتی ہے۔ گھومتے لچھے تک برقی دباؤ مختلف طریقوں سے پہنچائی جاتی ہے۔شکل میں گھومتے لچھے تک موصل سرک چھلے[4] کی مدد سے یک سمتی برقی رو پہنچانے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ یہ سرک چھلے اُسی دُھرے پر نسب ہوتے ہیں جس پر گھومتا لچھا نسب ہوتا ہے اور یہ اس لچھے کے ساتھ یکساں طور پر گھومتے ہیں۔ سرک چھلوں کے بھِرونی سطح پر کاربن کے ساکن بُش، اسپرنگ کی مدد سے ان کے ساتھ دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ جب مشین چلتی ہے کاربن کے بُش ان سرک چھلوں پر سرکتے ہیں۔ اسپرنگ کا دباؤ ان کا برقی جوڑ مضبوط رکھتا ہے اور ان کے مابین چنگاریاں نہیں نکلتی۔ کاربن بُش کے ساتھ برقی تار لگی ہے۔ اس طرح یک سمتی برقی رو I_r ، کاربن بُش[5] سے سرک چھلوں اور یہاں سے گھومتے لچھے تک پہنچتی ہے۔

بڑے معاصر مشین میں میدانی یک سمتی برقی رو عموماً ایک بدلتی رو برقی جنریٹر سے حاصل کی جاتی ہے جو معاصر مشین کے دُھرے پر ہی نسب ہوتی ہے اور اس کے ساتھ یکساں طور پر گھومتی ہے۔اس چھوٹے جنریٹر کی برقی دباؤ کو دھرے پر ہی نسب الیکٹرانکس کی مدد سے یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں سرک چھلے کی ضرورت نہیں رہتی۔سرک چھلے رگڑ کی وجہ سے خراب ہوتے ہیں جس کی وجہ سے معاصر مشین کو مرمت کی خاطر بند کرنا پڑتا ہے جو بہت مہنگا پڑتا ہے۔

اُبھرے قطب[6] مشین پانی سے چلنے والے سست رفتار جنریٹر اور عام استعمال کے موٹروں کے لئے موزوں ہوتے ہیں جبکہ ہموار قطب[7] مشین تیز رفتار دو یا چار قطب والے ٹربائن جنریٹروں کے لئے موزوں ہوتے ہیں۔

کسی بھی مملکت کو درکار برقی توانائی ایک برقی جنریٹر سے دینا ممکن نہیں، لہٰذا حقیقت میں کچھ درجنوں سے لیکر کئی سو برقی جنریٹر بیک وقت یہ فریضہ سر انجام دے رہے ہوتے ہیں۔ ایک سے زیادہ جنریٹر استعمال کرنا سود مند ثابت ہوتا ہے۔ اوّل تو برقی توانائی کی ضرورت کے مطابق جنریٹر چالو کئے جا

---

[4] slip rings
[5] carbon bush
[6] salient poles
[7] non-salient poles

سکتے ہیں اور پھر ان جنریٹروں کو ضرورت کی جگہ کے ممکنہ طور پر قریب نسب کیا جا سکتا ہے۔ کسی بھی اس طرح کے بڑے نظام میں ایک جنریٹر کی حیثیت بہت کم ہو جاتی ہے۔ ایک جنریٹر چالو یا بند کرنے سے پورے نظام پر کوئی خاص فرق نہیں پڑتا۔ اس صورت میں ہم اس نظام کو ایک مقررہ برقی دباؤ اور ایک مقررہ برقی تعدد رکھنے والا نظام تصور کر سکتے ہیں۔ معاصر جنریٹروں کے کئی اہم پہلو با آسانی سمجھے جا سکتے ہیں اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ یہ ایک ایسے ہی نظام سے جوڑا گیا ہے۔

مساوات ایک معاصر مشین کا مروڑ بتلاتا ہے۔اس مساوات کے مطابق برقی مقناطیسی مروڑ کی کوشش ہوتی ہے کہ وہ مشین میں موجود عمل کرنے والے مقناطیسی دباؤ کو سیدھ میں لائے۔ برقرار چالو مشین کا برقی مقناطیسی مروڑ اور اس کے دُھرے پر لاگو میکانی مروڑ برابر ہوتے ہیں۔ جب مشین ایک جنریٹر کی حیثیت سے استعمال ہو تب میکانی طاقت دُھرے کو گھماتا ہے اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ کُل مقناطیسی دباؤ سے گھومنے کی سمت میں آگے ہوتا ہے۔ مساوات سے حاصل مروڑ اس صورت میں گھومنے کو روکنے کی کوشش کرتا ہے۔میکانی طاقت چلتے پانی، ایندھن سے چلتے انجن وغیرہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ اسی طرح اگر مشین ایک موٹر کی حیثیت سے استعمال ہو رہا ہو، تب صورت اس کے بالکل اُلٹ ہو گی۔

اگر کُل مقناطیسی بہاؤ ϕ_{ar} اور گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ τ_r تبدیل نہ ہو تب اسی مساوات کے مطابق مشین کا مروڑ $\sin\theta_r$ کے ساتھ تبدیل ہوگا۔ اگر زاویہ θ_r صفر ہو تب یہ مروڑ بھی صفر ہوگا۔ اب تصور کریں کہ یہی مشین ایک موٹر کے طور پر استعمال ہو رہی ہو۔ جیسے جیسے موٹر پر لدھا میکانی بار بڑھایا جائے ویسے ویسے اس کے دُھّرے پر میکانی مروڑ بڑھے گی۔ موٹر کو برابر کا برقی مقناطیسی مروڑ پیدا کرنا ہوگا جو یہ زاویہ بڑھا کر کرتا ہے۔یہاں یہ سمجھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر وقت معاصر رفتار سے ہی گھومتا ہے اور وہ یہ زاویہ پل بھر کے لئے آہستا ہو کر ضرورت کے مطابق درست کرتا ہے۔یعنی موٹر کا زاویہ θ_r ہر وقت میکانی مروڑ کا تعقب[8] کرتی ہے۔

اگر موٹر پر لدھا میکانی بار بتدریج بڑھایا جائے تو ایک لمحہ آئے گا جب زاویہ θ_r نوے درجہ یعنی $\frac{\pi}{2}$ ریڈیئن تک پہنچ جائے گا۔ اس لمحہ موٹر اپنی انتہائی مروڑ[9] پیدا کر رہی ہوگی۔ اگر بار مزید بڑھایا جائے تو موٹر کسی بھی صورت میں اس کے مقابلے کا مروڑ نہیں پیدا کر سکتی اور یہ موٹر رکھ جائے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ موٹر نے غیر معاصر[10] صورت اختیار کر لی ہے۔ مساوات سے یہ ظاہر ہے کہ کُل مقناطیسی بہاؤ یا گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ بڑھا کر اس انتہائی مروڑ کی مقدار بڑھائی جا سکتی ہے۔

یہی صورت اگر مشین برقی جنریٹر کے طور پر استعمال کی جائے سامنے آتی ہے۔ جب بھی مشین غیر معاصر صورت اختیار کرے اسے جلد خودکار دور شکن[11] کی مدد سے برقی بھم رسانی سے الگ کر دیا جاتا ہے۔

ہم نے دیکھا کہ ایک معاصر موٹر صرف اور صرف معاصر رفتار سے ہی گھوم سکتی ہے اور صرف اسی رفتار پر گھومتی صورت میں مروڑ پیدا کر سکتی ہے لہٰذا اگر اسے ساکن حالت سے چالو کرنے کی کوشش کی جائے تو یہ کوشش ناکام رہے گی۔ ایسے موٹر کو پہلے کسے اور طریقے سے معاصر رفتار تک لایا جاتا ہے اور پھر اسے چالو کیا جاتا ہے۔ ایسا عموماً ایک چھوٹی امالی موٹر[12] کی مدد سے کیا جاتا ہے جو بے بار معاصر موٹر کو، اس کے معاصر رفتار تک لے آتا ہے اور پھر اس معاصر موٹر کو چالو کیا

---

hunting[8]
pull out torque[9]
lost synchronism[10]
circuit breaker[11]
induction motor[12]

جاتا ہے۔ ایسی امالہ موٹر معاصر موٹر کے دُھرے پر ہی نسب ہوتی ہے۔

6.2 معاصر مشین کے امالہ

ہم تصور کرتے ہیں کہ مشین دو قطب اور تین دور کی ہے اور اس کے لچھے ستارا نما جڑے ہیں۔اس طرح لچھوں میں برقی رو، لائن برقی رو[13] ہی ہو گی اور ان پر لاگو برقی دباؤ، دوری برقی دباؤ ہو گی۔ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

شکل 6.2 میں ایک ایسا تین دور اور دو قطب والا معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا حصہ نلی نما ہے۔اس کو دو قطب کا مشین یا پھر P قطب کے مشین کا دو قطب کا حصہ سمجھا جا سکتا ہے۔

یہاں کچھ لچھے دکھائے گئے ہیں لیکن حقیقت میں پھیلے لچھے ہی استعمال ہوتے ہیں اور انہیں درحقیقت پھیلے لچھے ہی سمجھا جائے۔ اس طرح ہر لچھا سائن نما برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جس کی چوٹی لچھے کی مقناطیسی محور کی سمت میں ہوتی ہے۔ چونکہ معاصر مشین میں گھومتے لچھے میں یک سمتی رو ہی ہوتا ہے لہٰذا اس کا مقناطیسی دباؤ ہر لمحہ گھومتے حصے کی مقناطیسی محور کی سمت میں ہی رہتا ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس طرح گھومتے لچھے کا مقناطیسی دباؤ گھومتے حصے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔

ہم فرض کرتے ہیں کہ مشین معاصر رفتار ω سے گھوم رہی ہے۔ اس طرح اگر لمحہ $t=0$ پر دور[14] a اور گھومتے لچھے کے مقناطیسی محور ایک ہی سمت میں ہوں تب کسی بھی لمحہ پر ان کے مابین زاویہ $\theta=\omega t$ ہو گا۔

امالہ کے حساب لگانے کے لئے شکل سے رجوع کریں۔ شکل میں محیط پر خلائی درز یکساں ہے اور اس کی رداسی سمت میں لمبائی l_g ہے۔ساکن حصے میں شگافوں کے اثر کو نظرانداز کیا گیا ہے۔محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ ρ ہے اور مشین کی دُھرے کی سمت میں محوری لمبائی l ہے۔

کسی بھی لچھے کے خود امالہ کا حساب کرتے وقت باقی سب لچھوں کو نظرانداز کریں۔ اس کا مطلب ہے کہ آپ تصور کریں کہ باقی سب لچھوں میں برقی رو صفر ہے یعنی ان لچھوں کے سرے آزاد رکھے گئے ہیں۔ حقیقت میں اگر آپ کبھی لچھوں کے خود امالہ کو مشین کی مدد سے ناپنا چاہیں تو آپ باقی سب لچھوں کے سرے آزاد ہی رکھیں گے۔

6.2.1 خود امالہ

گھومتے یا ساکن لچھے کی خود امالہ L زاویہ θ پر منحصر نہیں۔ ان میں سے کسی بھی لچھے کی مقناطیسی دباؤ τ

$$\tau=k_w\frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta_p \tag{6.1}$$

سے خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ B پیدا ہوگی جہاں

$$B=\mu_0 H=\mu_0\frac{\tau}{l_g}=\mu_0 k_w\frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2l_g}\cos\theta_p \tag{6.2}$$

[13] line current
[14] phase

یہ مساوات زاویہ θ_p کے ساتھ بدلتی کثافتِ مقناطیسی دباؤ B بتلاتی ہے۔ اس لچھے کا ایک قطب پر کُل مقناطیسی بہاؤ ϕ کا حساب کرنے کے لئے ہمیں اس مساوات کا سطحی تکمل[15] یوں لینا ہوگا۔

$$
\begin{aligned}
\phi &= \int \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} Bl\rho \, \mathrm{d}\theta_p \\
&= \mu_0 k_w \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2l_g} l\rho \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos\theta_p \, \mathrm{d}\theta_p \\
&= \frac{4\mu_0 k_w N i l \rho}{\pi l_g}
\end{aligned} \tag{6.3}
$$

اب ہم اس لچھے کی خود امالہ L مساوات سے یوں حاصل کر سکتے ہیں۔

$$
L = \frac{\lambda}{i} = \frac{k_w N \phi}{i} = \frac{4\mu_0 k_w^2 N^2 l \rho}{\pi l_g} \tag{6.4}
$$

یہ مساوات اس شکل میں کسی بھی لچھے کی خود امالہ دیتا ہے۔یعنی

$$
L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0} = \frac{4\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g} \tag{6.5}
$$

اور

$$
L_{mm0} = \frac{4\mu_0 k_{wm}^2 N_m^2 l \rho}{\pi l_g} \tag{6.6}
$$

6.2.2 مشترکہ امالہ

اب ہم دو لچھوں کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔تصور کریں کہ صرف گھومتا لچھا مقناطیسی بہاؤ پیدا کر رہا ہے۔ ہم اس کا وہ حصہ جو a لچھے سے گزرے کا حساب لگا کر ان کا مشترکہ امالہ حاصل کریں گے۔شکل میں گھومتے اور a لچھے کے مابین کا زاویہ θ ہے۔اس صورت میں وہ مقناطیسی بہاؤ جو $(\frac{\pi}{2} - \theta) < \theta_p < (-\frac{\pi}{2} - \theta)$ کے مابین ہو، a لچھے سے گزرے گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا حساب

[15] surface integral

مساوات میں تکمل کے حد تبدیل کر کے یوں حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned}\phi_{am} &= \int \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}\\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} Bl\rho \,\mathrm{d}\theta_p\\ &= \mu_0 k_{wm}\frac{4}{\pi}\frac{N_m i_m}{2l_g} l\rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} \cos\theta_p \,\mathrm{d}\theta_p\\ &= \frac{4\mu_0 k_{wm} N_m i_m l\rho}{\pi l_g}\cos\theta\end{aligned} \tag{6.7}$$

اس مساوات سے ان کا مشترکہ امالہ یہ ہے

$$L_{am} = \frac{\lambda_{am}}{i_m} = \frac{k_{wa}N_a\phi_{am}}{i_m} = \frac{4\mu_0 k_{wa}k_{wm}N_a N_m l\rho}{\pi l_g}\cos\theta \tag{6.8}$$

اس کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$L_{am} = L_{am0}\cos\theta \tag{6.9}$$

جہاں جیسے پہلے ذکر ہوا زاویہ θ گھومنے کی رفتار پر منحصر ہے یعنی $\theta = \omega t$ اور L_{am0} یہ ہے

$$L_{am0} = \frac{4\mu_0 k_{wa}k_{wm}N_a N_m l\rho}{\pi l_g} \tag{6.10}$$

اگرچہ یہ مساوات ایک گھومتے اور ایک ساکن لچھے کے لئے نکالا گیا ہے درحقیقت یہ اس شکل میں کسی بھی دو لچھوں کے لئے درست ہے۔ یہ دونوں لچھے ساکن ہو تے تب بھی جواب یہی آتا۔ اگا یہ دونوں گھومتے ہوتے تب بھی جواب یہی آتا۔ لہٰذا دو ساکن یکساں لچھے مثلاً a اور b جن کے مابین $120°$ کا زاویہ ہے کا آپس کا مشترکہ امالہ یہ ہوگا

$$L_{ab} = \frac{4\mu_0 k_{wa}k_{wb}N_a N_b l\rho}{\pi l_g}\cos 120° = -\frac{2\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l\rho}{\pi l_g} \tag{6.11}$$

جہاں دونوں لچھے بالکل یکساں ہونے کی بدولت $k_{wb} = k_{wa}$ اور $N_b = N_a$ لئے گئے ہیں۔اگر تینوں ساکن لچھے بالکل یکساں ہو تب ہم اس مساوات اور مساوات کی مدد سے یہ لکھ سکتے ہیں۔

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{L_{aa0}}{2} \tag{6.12}$$

6.2.3 معاصر امالہ

مشین پر لاگو برقی دباؤ کو مشین کے لچھوں کی خود امالہ، مشترکہ امالہ اور لچھوں میں برقی رو کی مدد سے لکھا جا سکتا ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہم پہلے لچھوں کی اِرتَباطِ بہاؤ λ کو ان کے امالہ اور ان میں برقی رو

کی مدد سے یوں لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\lambda_a &= L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{am} I_m \\
\lambda_b &= L_{ba} i_a + L_{bb} i_b + L_{bc} i_c + L_{bm} I_m \\
\lambda_c &= L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cc} i_c + L_{cm} I_m \\
\lambda_m &= L_{ma} i_a + L_{mb} i_b + L_{mc} i_c + L_{mm} I_m
\end{aligned} \tag{6.13}
$$

ان مساوات میں ساکن لچھوں کے بدلتی برقی رو کو چھوٹے حروف یعنی i_a, i_b, i_c سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ گھومتے میدانی لچھے کے یک سمتی برقی رو کو بڑے حرف I_m سے ظاہر کیا گیا ہے۔
ان چار مساوات میں سے ہم کسی ایک کو چُنتے ہیں اور اسے حل کرتے ہیں۔ چونکہ یہ چاروں مساوات ایک طرح کے ہیں اس لئے باقی بھی ایسے ہی حل ہوں گے۔ ہم ان میں سے پہلے مساوات لیتے ہیں یعنی

$$
\lambda_a = L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{am} I_m \tag{6.14}
$$

مساوات ہمیں a لچھے کا خود امالہ دیتا ہے۔ یہ مساوات یہ تصور کر کے نکالا گیا تھا کہ اس لچھے کا پورا مقناطیسی بہاؤ خلائی درز سے گزرتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا اور کچھ مقناطیسی بہاؤ اس خلائی درز میں سے گزر کر دوسری جانب نہیں پہنچتا۔ ایسے مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے رستا امالہ L_{al} وجود میں آتا ہے۔ یہ بالکل ٹرانسفارمر کے رستا امالہ کی طرح ہے۔ یوں اس لچھے کا کُل خود امالہ L_{aa} یہ ہے۔

$$
L_{aa} = L_{aa0} + L_{al} \tag{6.15}
$$

ہم مساوات مساوات اور مساوات کی مدد سے مساوات کو یوں لکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\lambda_a &= \left(L_{aa0} + L_{al}\right) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} i_b - \frac{L_{aa0}}{2} i_c + L_{am0} I_m \cos \omega t \\
&= \left(L_{aa0} + L_{al}\right) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} \left(i_b + i_c\right) + L_{am0} I_m \cos \omega t
\end{aligned} \tag{6.16}
$$

اب تین دور کے برقی رو کے لئے

$$
i_a + i_b + i_c = 0 \tag{6.17}
$$

لہٰذا مساوات میں اس کو استعمال کرتے ملتا ہے

$$
\begin{aligned}
\lambda_a &= \left(L_{aa0} + L_{al}\right) i_a - \frac{L_{aa0}}{2} \left(-i_a\right) + L_{am0} I_m \cos \omega t \\
&= \left(\frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al}\right) i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t \\
&= L_s i_a + L_{am0} I_m \cos \omega t
\end{aligned} \tag{6.18}
$$

جہاں

$$
L_s = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al} \tag{6.19}
$$

کو معاصر امالہ[16] کہتے ہیں۔

اس مساوات اور مساوات پر ایک بار دوبارہ غور کریں۔ یہ دونوں ملتے جلتے ہیں۔ وہاں کُل گھومتا مقناطیسی دباؤ ایک لچھے کی مقناطیسی دباؤ کے $\frac{3}{2}$ گھنا تھا اور یہاں معاصر امالہ ایک لچھے کی املہ کے $\frac{3}{2}$ گھنا ہے۔ یہ دو مساوات درحقیقت ایک ہی حقیقت کے دو پہلو ہیں۔

معاصر امالہ تین حصوں پر مشتمل ہے۔ پہلا حصہ L_{aa0} ہے جو a لچھے کا خود امالہ ہے۔ دوسرا حصہ $\frac{L_{aa0}}{2}$ اس لچھے یعنی a لچھے کا باقی دو لچھوں کے ساتھ اُس صورت میں مشترکہ امالہ ہے جب مشین میں تین دور کی متوازن برقی رو ہو۔تیسرا حصہ L_{al} لچھے a کا رستا مالہ ہے۔ اس طرح معاصر امالہ مشین کے ایک لچھے کا ظاہری امالہ ہوتا ہے جب مشین میں متوازن برقی رو ہو۔

مثال 6.1: ایک معاصر جنریٹر کی ایک دور کا کُل خود امالہ $2.2\,\mathrm{mH}$ اور رستا امالہ $0.2\,\mathrm{mH}$ ہیں۔اس مشین کے دو دور کا آپس میں مشترکہ امالہ اور مشین کا معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل:چونکہ $L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$ لہٰذا $L_{aa0} = 2\,\mathrm{mH}$ ہے۔مساوات کی مدد سے $L_{ab} = -1\,\mathrm{mH}$ اور مساوات کی مدد سے $L_s = 3.2\,\mathrm{mH}$ ہے۔

6.3 معاصر مشین کا مساوی دور

لچھا a پر لاگو برقی دباؤ اس لچھے کی مزاحمت R_a میں برقی دباؤ کے گھٹنے اور λ_a کے برقی دباؤ کے برابر ہوگا، یعنی

$$
\begin{aligned}
v_a &= i_a R_a + \frac{\mathrm{d}\lambda_a}{\mathrm{d}t} \\
&= i_a R_a + L_s \frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} - \omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
&= i_a R_a + L_s \frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + e_{am}
\end{aligned} \tag{6.20}
$$

یہاں

$$
\begin{aligned}
e_{am} &= -\omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\
&= \omega L_{am0} I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)
\end{aligned} \tag{6.21}
$$

کو ہیجانی برقی دباؤ یا اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ کہتے ہیں جو گھومتے لچھے سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے وجود میں آتی ہے۔ اس کے موثر قیمت $E_{am,rms}$ مساوات کی مدد سے حاصل ہوتا ہے۔

$$
E_{am,rms} = \frac{\omega L_{am0} I_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f L_{am0} I_m \tag{6.22}
$$

---

[16] synchronous inductance

مساوات کو ایک برقی دور سے ظاہر کیا جا سکتا ہے جسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔کسی بھی برقی آلا پر جب برقی دباؤ لاگو کیا جائے تو برقی رو کی مثبت سمت لاگو برقی دباؤ کے مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہوتی ہے۔لہٰذا اس شکل میں برقی رو i_a لاگو برقی دباؤ v_a کی مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہے۔یہ شکل ایک موٹر کو ظاہر کرتی ہے جہاں موٹر کے مثبت سرے پر برقی رو اندر کی جانب کو ہوتا ہے۔

اگر موٹر کی بجائے ایک معاصر جنریٹر کی بات ہوتی تو یہ جنریٹر برقی دباؤ پیدا کرتا اور برقی رو اس جنریٹر کی مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہوتی۔ اس صورت میں ہمیں شکل کی جگہ شکل ملے گا۔اس شکل کی مساوات اسی شکل سے یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$e_{am} = i_a R_a + L_s \frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + v_a \tag{6.23}$$

یہاں یہ دھیان رہے کہ جنریٹر کے مساوی دور میں برقی رو کی مثبت سمت موٹر کے مساوی دور میں برقی رو کی مثبت سمت کے اُلٹ ہے۔اس کا دوری سمتیہ مساوات یوں لکھا جائے گا۔

$$\hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j\hat{I}_a X_s + \hat{V}_a \tag{6.24}$$

اس دوری سمتیہ کے مساوات کو شکل الف میں دکھایا گیا ہے۔عام حالات میں X_s کی مقدار R_a سے سو سے دو سو گنا زیادہ ہوتی ہے۔

مثال 6.2: دو قطب 50 ہرٹز کا ایک معاصر جنریٹر 40 ایمپیئر میدانی برقی رو پر 2100 وولٹ دوری مربع کی اوسط برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔اس مشین کی قوی اور میدانی لچھوں کے مابین مشترکہ امالہ حاصل کریں۔

حل: مساوات سے

$$L_{am} = \frac{\sqrt{2}E_{am}}{\omega I_m} = \frac{\sqrt{2}\times 2100}{2\times\pi\times 50\times 40} = 0.2363\,\mathrm{H} \tag{6.25}$$

6.4 برقی طاقت کی منتقلی

شکل ایک ٹرانسفارمر کا مساوی دور اور شکل ایک معاصر جنریٹر کا مساوی دور ہے۔ دونوں بالکل ایک طرح کے ہیں، لہٰذا مندرجہ ذیل بیان دونوں کے لئے درست ہوگا، اگرچہ یہاں ہمیں صرف معاصر آلوں سے دلچسپی ہے۔

معاصر آلوں میں معاصر متعاملہ لچھے کی مزاحمت سے بہت زیادہ ہوتا ہے لہٰذا اس کے مزاحمت کو نظرانداز کیا جاسکتا ۔ ایسا ہی شکل کے حصہ با میں کیا گیا ہے۔

شکل ب کو اگر ہم ایک لمحے کے لئے ایک سادہ برقی دور سمجھیں جس کے بائیں جانب $\hat{E}_{am}$ اور دائیں جانب $\hat{V}_a$ برقی دباؤ ہے جن کے مابین ایک متعاملہ jX_s جڑا ہے۔ اس برقی دور میں برقی طاقت کے منتقلی کا حساب یوں ممکن ہے۔

شکل حصہ با کی دوری سمتیہ شکل میں دیا گیا ہے جس کے حصہ الف میں برقی رو $\hat{I}_a$ برقی دباؤ $\hat{V}_a$ کے زاویہ ϕ پیچھے[17] ہے اور حصہ با میں برقی رو ϕ زاویہ برقی دباؤ سے آگے[18] ہے۔ یاد رہے کہ $\hat{V}_a$ اور $\hat{I}_a$ کے مابین زاویہ ϕ کو جزو طاقت کا زاویہ[19] کہتے ہیں اور اس زاویہ کے کو-سائن یعنی $\cos\phi$ کو جُزو طاقت[20] کہتے ہیں۔ چونکہ زاویہ اُفقی سمت سے گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے لہٰذا شکل الف میں ϕ منفی زاویہ ہے اور σ مثبت زاویہ ہے جبکہ حصہ ب میں یہ دونوں مثبت ہیں۔ اس کا مطلب ہوا کہ پیچھے زاویہ[21] منفی اور آگے زاویہ[22] مثبت ہوتا ہے۔

دائیں جانب طاقت p_v منتقل ہو رہی ہے جہاں

$$p_v = V_a I_a \cos\phi \tag{6.26}$$

اور شکل میں حصہ الف کے لئے

$$\begin{aligned}
\hat{I}_a = I_a\angle\phi_a &= \frac{\hat{E}_{am} - \hat{V}_a}{jX_s}\\
&= \frac{E_{am}\angle\sigma - V_a\angle 0}{X_s\angle\frac{\pi}{2}}\\
&= \frac{E_{am}\angle\sigma - \pi/2 - V_a\angle -\pi/2}{X_s}
\end{aligned} \tag{6.27}$$

ایک دوری سمتیہ کے دو جُز ہوتے ہیں۔ اس کا حقیقی جُز اُفقی سمت میں بنایا جاتا ہے اور اس کا فرضی جُز حقیقی جُز کے عمود میں بنایا جاتا ہے۔شکل سے واضح ہے کہ اس مساوات کا حقیقی جُز $\hat{V}_a$ کے ہم قدم ہے لہٰذا

$$\begin{aligned}
I_a \cos\phi_a &= \frac{E_{am}}{X_s}\cos\left(\sigma - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{V_a}{X_s}\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)\\
&= \frac{E_{am}}{X_s}\sin\sigma
\end{aligned} \tag{6.28}$$

اس مساوات اور مساوات سے حاصل ہوتا ہے

$$p_v = \frac{V_a E_{am}}{X_s}\sin\sigma$$

تین دور کی معاصر مشین کے لئے اس مساوات کو تین سے ضرب دیں یعنی

$$p_v = \frac{3V_a E_{am}}{X_s}\sin\sigma \tag{6.29}$$

---

[17] lagging
[18] leading
[19] power factor angle
[20] power factor
[21] lagging angle
[22] leading angle

یہ طاقت بالمقابل زاویہ[23] کا قانون ہے۔اگر V_a معین ہو تو جنریٹر E_{am} یا σ بڑھا کر طاقت بڑھا سکتا ہے۔E_{am} گھومتے لچھے میں برقی رو بڑھا کر بڑھائی جاتی ہے۔البتہ یہ ایک حد تک کرنا ممکن ہے۔ لچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہونے سے یہ گرم ہوتا ہے اور اس کی حرارت کو خطرناک حد تک پہنچنے نہیں دیا جا سکتا۔ دوسری جانب σ کو نوے زاویہ تک بڑھایا جا سکتا ہے اور اس صورت میں جنریٹر زیادہ سے زیادہ طاقت مہیا کرے گا۔

$$p_{v,\text{انتہا}} = \frac{3V_a E_{am}}{X_s} \tag{6.30}$$

حقیقت میں جنریٹر کو اس طرح بنایا جاتا ہے کہ اس کی زیادہ سے زیادہ قابلِ استعمال طاقت نوے درجے سے کافی کم زاویہ پر ہو۔ نوے درجے پر جنریٹر کو قابو رکھنا مشکل ہو جاتا ہے۔

مثال 6.3: ایک 50 قطب ستارا جڑی تین دور 50 ہرٹز 2300 وولٹ تار کی برقی دباؤ پر چلنے والی 1800 کلو وولٹ۔ایمپیئر کی معاصر مشین کی ایک دور کا معاصر امالہ 2.1 اوہم ہے۔

- مشین کے برقی سروں پر 2300 وولٹ تار کی برقی دباؤ مہیا کرتے ہوئے اگر اس کی میدانی برقی رو اتنی رکھی جائے کہ مشین کے پورے بار پر یہ ایک جزو طاقت پر چلے تو اس سے زیادہ سے زیادہ کتنی مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے۔

- اگر اسے 2 قطب 3000 چکر فی منٹ تین دور کی ستارا جڑی 2300 وولٹ تار کی برقی دباؤ پیدا کرنے والی 2200 کلو وولٹ۔ایمپیئر کی معاصر جنریٹر سے چلایا جائے جس کی ایک دور کی معاصر امالہ 2.3 اوہم ہو۔موٹر پر اس کا پورا برقی بار لاد کر جنریٹر کو معاصر رفتار پر چلاتے ہوئے دونوں آلوں کی میدانی برقی رو تبدیل کی جاتی ہے حتیٰ کہ موٹر ایک جزو طاقت پر چلنے لگے۔دونوں آلوں کی میدانی برقی رو یہاں برقرار رکھ کر موٹر پر بار آہستہ آہستہ بڑھائی جاتی ہے۔اس صورت میں موٹر سے زیادہ سے زیادہ کتنی مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے اور اس کی سروں پر تار کی برقی دباؤ کتنی ہوگی۔

حل:

- شکل 6.7 الف اور ب سے رجوع کریں۔دوری برقی دباؤ اور کُل برقی رو یہ ہے

$$\frac{2300}{\sqrt{3}} = 1327.9\,\text{V}$$
$$\frac{1800000}{\sqrt{3} \times 2300} = 451.84\,\text{A}$$

---

[23] power-angle law

لہٰذا

$$\begin{aligned}\hat{E}_{am,m} &= \hat{V}_a - j\hat{I}_a X_{s,m}\\ &= 1327.9\underline{/0^\circ} - j451.84\underline{/0^\circ} \times 2.1\\ &= 1327.9 - j948.864\\ &= 1632\underline{/-35.548^\circ}\end{aligned}$$

ہے۔یوں مساوات سے ایک دور کی زیادہ سے زیادہ برقی طاقت

$$p_{\text{انتہا}} = \frac{1327.9 \times 1632}{2.1} = 1\,031\,968\,\mathrm{W}$$

ہے ۔یوں تین دور کی زیادہ سے زیادہ طاقت 3 095 904 واٹ ہو گی۔50 ہرٹز اور 50 قطب سے مشین کی معاصر میکانی رفتار مساوات کی مدد سے دو چکر فی سیکنڈ حاصل ہوتی ہے یعنی $f_m = 2$۔یوں مشین سے زیادہ سے زیادہ مروڑ

$$T_{\text{انتہا}} = \frac{p_{\text{انتہا}}}{2\pi f_m} = \frac{3095904}{2 \times \pi \times 2} = 246\,364\,\mathrm{N\,m}$$

حاصل ہو گی۔

- شکل ج سے رجوع کریں۔پہلی جز کی طرح یہاں بھی موٹر کی برقی سروں پر تار کی برقی دباؤ 2300 وولٹ اور اس کی محرک برقی دباؤ 1632 وولٹ ہے۔ جنریٹر کی محرک برقی دباؤ

$$\begin{aligned}\hat{E}_{am,g} &= \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_{s,g}\\ &= 1327.9\underline{/0^\circ} + j451.84\underline{/0^\circ} \times 2.3\\ &= 1327.9 + j1039.233\\ &= 1686\underline{/38.047^\circ}\end{aligned}$$

ہے۔یہ صورت شکل کے حصہ د میں دکھائی گئی ہے۔

معاصر موٹر اس وقت زیادہ سے زیادہ طاقت پیدا کرے گی جب $\hat{E}_{am,g}$ اور $\hat{E}_{am,m}$ آپس میں 90° زاویہ پر ہوں۔ ایسا شکل کے حصہ ڈ میں دکھایا گیا ہے ۔

اب مساوات میں ایک معاصر امالہ کی جگہ سلسلہ وار جڑی موٹر اور جنریٹر کی امالہ ہیں اور دو برقی دباؤ اب موٹر اور جنریٹر کی محرک برقی دباؤ ہیں۔یوں موٹر کی ایک دور سے زیادہ سے زیادہ

$$p_{\text{انتہا}} = \frac{1686 \times 1632}{2.3 + 2.1} = 625\,352\,\mathrm{W}$$

حاصل ہوں گے۔تین دور سے یوں 1 876 056 واٹ حاصل ہوں گے اور زیادہ سے زیادہ مروڑ

$$T_{\text{انتہا}} = \frac{1876056}{2 \times \pi \times 2} = 149\,291\,\mathrm{N\,m}$$

ہو گی۔

6.5 یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات

6.5.1 معصر جنریٹر: برقی بار بالمقابل I_m کے خطوط

شکل ب کے لئے دوری سمتیوں کا مساوات یہ ہے

$$\hat{E}_{am} = \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_s \tag{6.31}$$

اسے یوں لکھ سکتے ہیں

$$E_{am}\angle\sigma = V_a\angle 0 + I_a X_s \angle\frac{\pi}{2}+\phi \tag{6.32}$$

اس مساوات کو مخلوط عدد[24] کے طور پر یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} E_{am}\cos\sigma + jE_{am}\sin\sigma &= V_a\cos 0 + jV_a\sin 0 + I_aX_s\cos\left(\frac{\pi}{2}+\phi\right) + jI_aX_s\sin\left(\frac{\pi}{2}+\phi\right) \\ &= E_{am,x} + jE_{am,y} \end{aligned}$$

اس مساوات سے $\left|\hat{E}_{am}\right|$ یعنی E_{am} کی مقدار یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned} \left|\hat{E}_{am}\right| = E_{am} &= \sqrt{E_{am,x}^2 + E_{am,y}^2} \\ &= \sqrt{V_a^2 + (I_aX_s)^2 + 2V_aI_aX_s\sin\phi} \end{aligned} \tag{6.33}$$

جنریٹر کے سروں پر معین V_a رکھتے ہوئے مختلف ϕ کے لئے E_{am} بالمقابل I_a شکل میں گراف کیا گیا ہے۔ چونکہ E_{am} اور I_m براہِ راست متناسب ہیں اور اسی طرح کسی ایک مخصوص جُزو طاقت اور معین V_a کے لئے جنریٹر کا طاقت I_a کے براہِ راست متناسب ہوتا ہے لہٰذا یہی گراف I_m بالمقابل جنریٹر کے طاقت کو بھی ظاہر کرتا ہے۔

6.5.2 معاصر موٹر: I_a بالمقابل I_m کے خط

معاصر موٹر کا مساوی دور شکل میں دکھایا گیا ہے اور اس کا دوری سمتیہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس میں مزاحمت نظرانداز کرنے سے اس کا دوری مساوات یوں ہوگا۔

$$\begin{aligned} \hat{V}_a &= \hat{E}_{am} + j\hat{I}_aX_s \\ V_a\angle 0 &= E_{am}\angle\sigma + jI_a\angle\phi X_s \\ &= E_{am}\angle\sigma + I_aX_s\angle\frac{\pi}{2}+\phi \end{aligned} \tag{6.34}$$

---

[24] complex number

اس مساوات میں زاویے موٹر پر لاگو برقی دباؤ $\hat{V}_a$ کے حوالہ سے ہیں، یعنی $\hat{V}_a$ کا زاویہ صفر لیا گیا ہے۔یاد رہے کہ زاویہ ناپنے کی مثبت سمت اُفقی لکیر سے گھڑی کی اُلٹی سمت ہے لہٰذا آگے زاویہ[25] مثبت اور پیچھے زاویہ[26] منفی ہیں۔ اس مساوات سے امالی دباؤ E_{am} کی مقدار یوں حاصل ہوگی۔

$$\begin{aligned}
E_{am}\angle\underline{\sigma} &= V_a\angle\underline{0} - I_a X_s \angle\underline{\tfrac{\pi}{2}+\phi} \\
&= V_a - I_a X_s \cos\left(\frac{\pi}{2}+\phi\right) - jI_a X_s \sin\left(\frac{\pi}{2}+\phi\right) \\
&= V_a + I_a X_s \sin\phi - jI_a X_s \cos\phi
\end{aligned}$$

لہٰذا

$$\begin{aligned}
|E_{am}| &= \sqrt{(V_a + I_a X_s \sin\phi)^2 + (I_a X_s \cos\phi)^2} \\
&= \sqrt{V_a^2 + I_a^2 X_s^2 + 2V_a I_a X_s \sin\phi}
\end{aligned} \tag{6.35}$$

موٹر پر لاگو برقی دباؤ اور اس پر میکانی بار معین رکھ کر اس مساوات کو شکل میں گراف کیا گیا ہے۔مختلف میکانی بار رکھ کر ایسے کئی گراف بنائے گئے ہیں۔ یہ موٹر کے E_{am} بالمقابل I_a خط ہیں۔ چونکہ امالی دباؤ I_m کے براہِ راست متناسب ہے لہٰذا یہی موٹر کے I_m بالمقابل I_a خط بھی ہیں۔ان میں سے ہر خط ایک معین میکانی بار p کے لئے ہے جہاں

$$p = V_a I_a \cos\phi \tag{6.36}$$

اس مساوات سے واضح ہے کہ اگر p اور V_a معین ہوں تو جُزو طاقت تبدیل کر کے I_a تبدیل کیا جا سکتا ہے۔لہٰذا مساوت کو مساوات کی مدد سے گراف کیا جاتا ہے۔ یہ کچھ یوں کیا جاتا ہے۔معین V_a اور p کے لئے مختلف I_a پر مساوات سے ϕ حاصل کریں۔ ان I_a اور ϕ کو مساوات میں استعمال کر کے E_{am} کا حساب لگائیں اور E_{am} بالمقابل I_a کا گراف بنائیں۔

موٹر کی ان خطوط سے واضح ہے کہ I_m کو تبدیل کر کے موٹر کی جزو طاقت تبدیل کی جا سکتی ہے۔ لہٰذا موٹر کو آگے زاویہ یا پیچھے زاویہ پر چلایا جا سکتا ہے۔ اگر اسے آگے زاویہ پر رکھا جائے تو یہ ایک کپیسٹر[27] کے طور پر استعمال ہو سکتا ہے اگرچہ ایسا کیا نہیں جاتا چونکہ کپیسٹر کا استعمال زیادہ سستا پڑتا ہے۔

6.6 کھلے دور اور کسرِ دور معائنہ

معاصر مشین کے مساوی دور بنانے کے لئے اس کے جُز معلوم کرنا لازم ہے۔یہ دو قسم کے معائنوں سے کیا جاتا ہے۔ انہیں کھلے دور معائنہ اور کسرِ دور معائنہ کہتے ہیں۔ان معائنوں سے مرکز کے سیراب ہونے کے اثرات بھی سامنے آتے ہیں۔ہم نے ٹرانسفارمر کے لئے بھی اسی قسم کے معائنے کیے تھے۔وہاں ہم نے دیکھا تھا کہ کُھلے دور معائنہ اس برقی دباؤ پر کیا جاتا ہے جتنے کے لئے مشین بنائی[28] گئی ہو جبکہ کسرِ دور معائنہ اس برقی رو پر کیا جاتا ہے جتنے کے لئے مشین بنائی گئی ہو۔یہاں بھی ایسا ہی کیا جائے گا۔

[25] leading angle
[26] lagging angle
[27] capacitor
[28] design

6.6.1 کُھلے دور معائنہ

معاصر مشین کے برقی سرے کُھلے رکھ کر اور اسے معاصر رفتار پر گُھماتے ہوئے مختلف I_m پر مشین کے سروں پر پیدا برقی دباؤ V_a ناپی جاتی ہے ۔ان دو کا گراف شکل الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہ خط مشین کے کُھلے دور خاصیت ظاہر کرتا ہے۔ یہی خط مشین بنانے والے بھی مہیا کر سکتے ہیں۔

اس کتاب کے حصہ میں بتلایا گیا تھا کہ مرکز پر لاگو مقناطیسی دباؤ اگر بڑھایا جائے تو اس میں مقناطیسی بہاؤ بڑھتی ہے البتہ جلد ہی مرکز سیراب ہونے لگتا ہے۔اس کا اثر شکل کے حصہ الف میں خط کے جُھکنے سے واضح ہے۔اگر مرکز سیراب نہ ہوتا تو یہ خط شکل میں دیئے سیدھی لکیر کی پیروی کرتا۔شکل میں نقطہ دار لکیروں سے مشین کا پورا برقی دباؤ اور اس پر درکار برقی رو I_{m0} دکھلایا گیا ہے۔

یہ معائنہ کرتے وقت اگر دُھرے پر میکانی طاقت p_1 ناپی جائے تو یہ بے بار مشین کی طاقت کے ضیاع کے برابر ہوگی۔ اس کا بیشتر حصہ رگڑ کی وجہ سے، کچھ حصہ مرکز میں ضیاع کی وجہ سے اور کچھ گھومتے لچھے میں ضیاع کی وجہ سے ہوگا۔یاد رہے کہ عموماً گھومتے لچھے کو یک سمتی جنریٹر سے برقی توانائی دی جاتی ہے اور یہ جنریٹر بھی مشین کے دُھرے پر ہی نسب ہوتا ہے لہٰذا اسے طاقت محرک[29] سے ہی ملتی ہے۔ بے بار مشین اور بار بردار مشین دونوں کا رگڑ سے طاقت کے ضیاع کو یکساں سمجھا جاتا ہے چونکہ رگڑ سے طاقت کے ضیاع کا مشین پر لدھے بار سے کوئی خاص تعلق نہیں۔ اب اگر یہی معائنہ دوبارہ کیا جائے لیکن اس مرتبہ I_m بھی صفر رکھا جائے تو اس مرتبہ ناپا گیا طاقت p_2 صرف رگڑ کی وجہ سے طاقت کے ضیاع کے برابر ہوگا۔ان دو ناپے گئے طاقت کا فرق یعنی $(p_1 - p_2)$ مرکز میں طاقت کے ضیاع اور گھومتے لچھے میں برقی ضیاع کے برابر ہوگا۔گھومتے لچھے میں برقی ضیاع بہت کم ہوتا ہے اور اس کو عموماً مرکز کے ضیاع کا حصہ ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس طرح ناپے گئے مرکزی ضیاع کا ایک خط شکل ب میں دیا گیا ہے۔

6.6.2 کسرِ دور معائنہ

معاصر مشین کو معاصر رفتار پر جنریٹر کے طور چلاتے ہوئے اس کے ساکن لچھے کے سِرے کسرِ دور کر کے مختلف I_m پر کسرِ دور برقی رو I_a ناپی جاتی ہے۔ ان دو کا گراف شکل الف میں دکھایا گیا ہے۔یہ خط کسرِ دور مشین کی خاصیت دکھلاتا ہے۔ یہ معائنہ کرتے وقت یہ دھیان رکھنا بہت اہم ہے کہ I_a کی مقدار کہیں خطرناک حد تک نہ بڑھ جائے اسے جنریٹر کے پورے برقی بار[30] پر I_a کی مقدار یا اس کی دگنی مقدار سے کم رکھنا ضروری ہے ورنہ مشین گرم ہو کر تباہ ہو سکتی ہے۔کسرِ دور مشین میں، ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے، صرف دس سے پندرہ فیصد برقی دباؤ پر ہی اس میں سو فیصد برقی رو شروع ہو جاتی ہے۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے خلائی درز میں اتنا ہی مقناطیسی بہاؤ کی درکار ہوتا ہے۔

شکل میں جنریٹر کا مساوی برقی دور دکھایا گیا ہے۔ اسے شکل میں کسرِ دور کر کے دکھایا گیا ہے۔یہاں سے واضح ہے کہ

$$\hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j\hat{I}_a X_s \tag{6.37}$$

[29] گھومتے لچھے کو توانائی یک سمتی جنریٹر سے آتی ہے اور اس جنریٹر کو دُھرے سے آتی ہے۔
[30] full load

R_a کو نظر انداز کرکے اس مساوات سے معاصر امالہ یوں حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$X_s = \frac{\left|\hat{E}_{am}\right|}{\left|\hat{I}_a\right|} = \frac{E_{am}}{I_a} \tag{6.38}$$

اس مساوات میں $\hat{I}_a$ کسرِ دور مشین کی برقی رو اور $\hat{E}_{am}$ اس کی اسی حال میں ایک دور کی امالہ برقی دباؤ ہے۔ کھلے دور مشین میں $\hat{I}_a$ صفر ہوتا ہے ۔مساوات سے واضح ہے کہ اگر $\hat{I}_a$ صفر ہو تو $\hat{E}_{am}$ اور $\hat{V}_a$ برابر ہوں گے۔ لہٰذا ہم کسی معین I_{m0} پر شکل الف سے I_{a0} اور حصہ با سے V_{a0} معلوم کرتے ہیں اور ان سے X_s کا حساب لگاتے ہیں، یعنی

$$X_s = \frac{V_{a0}}{I_{a0}} \tag{6.39}$$

معاصر امالہ عموماً مشین کے پورے برقی دباؤ پر معلوم کی جاتی ہے تاکہ مرکز سیراب ہونے کے اثر کو بھی شامل کیا جائے۔شکل میں ایسا ہی کیا گیا ہے۔

معاصر امالہ مشین کو ستارا نما تصور کرکے اس کے ایک دور کے لئے حاصل کی جاتی ہے۔لہٰذا اگر معائنہ کرتے وقت مشین کی تار برقی دباؤ[31] ناپے گئے ہوں تو انہیں $\sqrt{3}$ سے تقسیم کرکے مشین کے ایک دور کے برقی دباؤ حاصل کرکے مساوات میں استعمال کریں، یعنی

$$V_{\text{دور}} = \frac{V_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} \tag{6.40}$$

مثال 6.4: ایک 75 کلو وولٹ۔ایمپیئر ستارا جڑی 415 وولٹ پر چلنے والی معاصر مشین کی کھلے دور اور کسرِ دور معائنہ کئے گئے۔نتائج یہ ہیں۔

- کھلے دور معائنہ: $V_{\text{تار}} = 415\,\mathrm{V}$ اور $I_m = 3.2\,\mathrm{A}$ ہیں۔

- کسر دور معائنہ: جب قوی لچھے کی برقی رو $104\,\mathrm{A}$ تھی تب میدانی لچھے کی برقی رو $2.48\,\mathrm{A}$ تھی اور جب قوی لچھے کی برقی رو $126\,\mathrm{A}$ تھی تب میدانی لچھے کی برقی رو $3.2\,\mathrm{A}$ تھی۔

اس مشین کی معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: ایک دور پر برقی دباؤ

$$V_{\text{دور}} = \frac{V_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6\,\mathrm{V}$$

---

[31] line voltage

ہے۔یہ کھلے دور برقی دباؤ 3.2 ایمپیئر میدانی برقی رو پر حاصل ہوتی ہے۔ اتنی میدانی برقی رو پر کسرِ دور برقی رو 126 ایمپیئر ہیں لہٰذا ایک دور کی معاصر امالہ

$$X_s = \frac{239.6}{126} = 1.901\,\Omega$$

ہو گی۔

کسرِ دور معائنہ کرتے وقت اگر دُھرے پر لاگو میکانی طاقت p_3 ناپی جائے تو یہ کسرِ دور مشین کی کُل ضیاع ہو گی۔p_3 ناپتے وقت کسرِ دور برقی رو $I_{a,3}$ بھی ناپ لیں۔اس کا کچھ حصہ مرکز کی برقی ضیاع، کچھ دونوں لچھوں میں برقی ضیاع اور کچھ رگڑ سے میکانی ضیاع سے ہے۔اب اگر اس سے پچھلے معائنہ میں ناپی گئی رگڑ کی ضیاع p_2 منفی کی جائے تو ہمیں لچھوں کی ضیاع اور مرکز کی ضیاع ملتا ہے۔ جیسا اُوپر عرض کیا گیا کہ کسرِ دور مشین میں پورا برقی رو، پورے برقی دباؤ کے صرف دس تا بیس فی صد پر حاصل ہو جاتا ہے اور اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے درکار مقناطیسی بہاؤ اتنا ہی کم ہوتا ہے۔ اتنے کم مقناطیسی بہاؤ پر مرکز میں ضیاع کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ اسی طرح کسی بھی کسرِ دور معاصر مشین کے گھومتے لچھے میں برقی ضیاع ساکن لچھے میں برقی ضیاع سے بہت کم ہوتا ہے اور اسے بھی نظرانداز کیا جا سکتا ہے۔لہٰذا $(p_3 - p_2)$ کو ساکن لچھے میں برقی ضیاع کے برابر لیا جاتا ہے۔شکل میں ایک ایسا ہی خط دکھایا گیا ہے۔لہٰذا

$$p_3 - p_2 = I_{a,3}^2 R_a$$

اس مساوات سے معاصر مشین کی مساوی مزاحمت یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$R_a = \frac{p_3 - p_2}{I_{a,3}^2} \tag{6.41}$$

مثال 6.5: ایک 75 کلو وولٹ۔ایمپیئر 415 وولٹ پر چلنے والی معاصر مشین کے پورے برقی رو پر تینوں دور کی کُل کسرِ دور طاقت کا ضیاع 2.2 کلو واٹ ہے۔ اس مشین کی ایک دور کی موثر مزاحمت حاصل کریں۔

حل:ایک دور کا ضیاع $\frac{2200}{3} = 733.33\,\mathrm{W}$ ہے ۔مشین کے پوری برقی رو

$$\frac{75000}{\sqrt{3}V_{\text{تار}}} = 104.34\,\mathrm{A}$$

ہے۔لہٰذا

$$R_a = \frac{733.33}{104.34^2} = 0.067\,\Omega$$

ہے۔

مثال 6.6: شکل میں 600 وولٹ، 50 ہرٹز، 4 قطب تکونی جڑی معاصر جنریٹر کی کھلے دور خط دکھائی گئی ہے۔اس جنریٹر کی معاصر امالہ 0.1 اوہم اور قوی لچھے کی مزاحمت 0.01 اوہم ہے۔پورے برقی بار پر جنریٹر 0.92 کے جزو طاقت اور پیچھے زاویہ[32] پر 1000 ایمپیئر فراہم کرتا ہے۔پورے بار پر رگڑ کی ضیاع اور لچھے کی مزاحمت میں ضیاع کا مجموعہ 30 کلو واٹ جبکہ مرکز کی ضیاع 25 کلو واٹ ہے۔

- جنریٹر کی رفتار معلوم کریں۔
- بے بار جنریٹر کی سروں پر 600 وولٹ برقی دباؤ کتنی میدانی برقی رو پر حاصل ہو گی۔
- اگر جنریٹر پر 0.92 پیچھے جزو طاقت والا 1000 ایمپیئر کا برقی بار لادا جائے تو جنریٹر کے برقی سروں پر 600 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنی میدانی برقی رو درکار ہو گی۔
- جنریٹر پورے بار پر کتنی طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ اس کو محرک کتنی میکانی طاقت فراہم کر رہا ہے۔ان دو سے جنریٹر کی فی صد استعداد[33] حاصل کریں۔
- اگر جنریٹر سے یک دم برقی بار ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر کتنی برقی دباؤ ہوگی۔
- اگر جنریٹر پر 1000 ایمپیئر 0.92 آگے جزو طاقت والا بار لادا جائے تو جنریٹر کے برقی سروں پر 600 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنی میدانی برقی رو درکار ہوگی۔
- ان دو 1000 ایمپیئر پیچھے جزو طاقت اور آگے جزو طاقت باروں میں کونسی بار زیادہ میدانی برقی رو پر حاصل ہوتی ہے۔جنریٹر کس بار سے زیادہ گرم ہو گا۔

حل:

- $f_e = \frac{P}{2} f_m$ سے $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ ہے۔
- یہ مشین تکونی جڑی ہے لہٰذا اس کی تار کی برقی دباؤ اور دوری برقی دباؤ برابر ہیں۔شکل سے 600 وولٹ کے لئے درکار میدانی برقی رو تقریباً 4.2 ایمپیئر ہے۔
- جنریٹر کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔تکونی جنریٹر کی تار اور دور کی برقی رو کا تعلق $I_{\text{تار}} = \sqrt{3} I_{\text{دور}}$ ہے لہٰذا $I_{\text{دور}} = \frac{1000}{\sqrt{3}} = 577.35$ ایمپیئر ہے۔اگر برقی سروں پر 600 وولٹ رہیں تو جنریٹر کی اندرونی پیدا ہیجانی برقی دباؤ

ندرجہ ذیل غلط ہے۔

---

[32] lagging angle
[33] efficiency

$$\begin{aligned}\hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} + \hat{I}_a \left(R_a + jX_s\right) \\ &= 600\underline{/0^\circ} + 577.35\underline{/-23.07^\circ}\,(0.01 + j0.1) \\ &= 622.62 + j50.855 \\ &= 624.69\underline{/4.669^\circ}\end{aligned}$$

شکل سے اتنی برقی دباؤ 4.8 ایمپیئر میدانی برقی رو پر حاصل ہو گی۔

- جنریٹر اس صورت میں

$$\begin{aligned}p &= \sqrt{3}\hat{V}_a \cdot \hat{I}_a \\ &= \sqrt{3} \times 600 \times 1000 \times 0.92 \\ &= 956\,119\,\mathrm{W}\end{aligned}$$

فراہم کر رہا ہے جبکہ محرک

$$p_m = 956.119 + 30 + 25 = 1011.12\,\mathrm{kW}$$

فراہم کر رہا ہے لہٰذا اس جنریٹر کی فی صد استعداد $\eta = \frac{956.119}{1011.12} \times 100 = 94.56$ فی صد ہے۔

- اگر جنریٹر سے یک دم برقی بار ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر 624.69 پر وولٹ ہوں گے۔
- اس صورت میں

$$\begin{aligned}\hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} + \hat{I}_a \left(R_a + jX_s\right) \\ &= 600\underline{/0^\circ} + 577.35\underline{/23.07^\circ}\,(0.01 + j0.1) \\ &= 585.31\underline{/5.429^\circ}\end{aligned}$$

شکل سے اتنی برقی دباؤ 3.8 ایمپیئر پر حاصل ہو گی۔

- پیچھے جزو طاقت کے بار پر جنریٹر کو زیادہ میدانی برقی رو درکار ہے۔میدانی لچھے کی مزاحمت میں اس کی وجہ سے زیادہ برقی طاقت ضائع ہو گی اور جنریٹر یوں زیادہ گرم ہوگا۔

مثال 6.7: ایک 415 وولٹ، 40 کلو وولٹ۔ایمپیئر تکونی جڑی 0.8 پیچھے جزو طاقت، 50 ہرٹز پر چلنی والی معاصر موٹر کی معاصر امالہ 2.2 اوہم ہے جبکہ اس کی مزاحمت قابلِ نظرانداز ہے۔اس کی رگڑ اور لچھوں کی مزاحمت میں طاقت کا ضیاع ایک کلو واٹ جبکہ مرکزی ضیاع 800 واٹ ہے۔یہ موٹر 12.2 کلوواٹ میکانی بار سے لدی ہے اور یہ 0.8 آگے جزو طاقت پر چل رہی ہے۔

- اس کی دوری سمتیہ بنائیں۔قوی لچھے کی برقی رو $\hat{I}_a$ اور تار کی برقی رو $\hat{I}_t$ حاصل کریں۔موٹر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ $\hat{E}_a$ حاصل کریں۔
- اب میکانی بار آہستہ آہستہ بڑھا کر دگنی کی جاتی ہے۔اس صورت میں موٹر کی ردِ عمل دوری سمتیہ سے واضح کریں ۔
- اس دگنی میکانی بار پر قوی لچھے کی برقی رو، تار کی برقی رو اور موٹر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ حاصل کریں۔موٹر کی جزو طاقت بھی حاصل کریں۔

حل:

- 0.8 آگے جزو طاقت $36.87°$ کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں تار کی برقی رو کا آگے زاویہ یہی ہو گا۔موٹر کو مہیا برقی طاقت اس کی میکانی طاقت اور طاق کے ضیاع کے برابر ہو گی یعنی

$$12200 + 1000 + 800 = 14000$$

واٹ یا 14 کلو واٹ جس کے لئے درکار تار کی برقی رو

$$\begin{aligned}
I_t &= \frac{p}{\sqrt{3}V_{a,s}\cos\theta} \\
&= \frac{14000}{\sqrt{3}\times 415\times 0.8} \\
&= 24.346\,\mathrm{A} \\
\hat{I}_t &= 24.346\underline{/36.87^\circ}
\end{aligned}$$

ہو گی۔تکونی جڑی موٹر کی قوی لچھے کی برقی رو

$$I_a = \frac{I_t}{\sqrt{3}} = \frac{24.346}{\sqrt{3}} = 14.056\,\mathrm{A}$$

ہو گی۔

ویہ غلط ہے۔مزید اڈل ستارہ نما ہوتا ے۔اس کا خیال نہیں کھا گیا۔

موٹر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ موٹر کی مساوی دور شکل کی مدد سے

$$\begin{aligned}
\hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} - jX_s\hat{I}_a \\
&= 415\underline{/0^\circ} - j2.2\times 14.056\underline{/36.87^\circ} \\
&= 434.26\underline{/-3.266^\circ}
\end{aligned}$$

ہو گی۔یہ شکل میں دکھائے گئے ہیں۔

- میکانی بار بڑھنے سے موٹر کو زیادہ برقی طاقت درکار ہو گی۔ یہ اس صورت ممکن ہو گا جب موٹر کے قوی لچھے کی برقی رو بڑھ سکے۔میدانی برقی رو معین ہونے کی وجہ سے موٹر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ $\hat{E}_a$ کی مقدار تبدیل نہیں ہو سکتی البتہ اس کا زاویہ تبدیل ہو سکتا ہے۔موٹر $\hat{E}_a$

کی مقدار تبدیل کئے بغیر برقی سروں پر لاگو برقی دباؤ $\hat{V}_a$ اور $\hat{E}_a$ کے مابین زاویہ بڑھا کر قوی لچھے کی برقی رو اور یوں حاصل برقی طاقت بڑھائے گا۔یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔شکل میں $\hat{E}_a$ دوری سمتیہ کی نوک گول دائرہ پر رہتی ہے۔یوں اس کا طول تبدیل نہیں ہوتا۔زاویہ بڑھنے سے قوی لچھے کی برقی رو کی مقدار بڑھنا صاف ظاہر ہے۔

- دگنی میکانی بار پر موٹر کو کُل $26200 = 1000 + 800 + 24400$ واٹ یا 26.2 کلو واٹ برقی طاقت درکار ہے۔مساوات کی مدد سے

$$\sigma = \sin^{-1}\left(\frac{pX_s}{3V_aE_a}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{26200 \times 2.2}{3 \times 415 \times 434.2}\right) = 6.12^\circ$$

یوں موٹر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ $434.26\underline{/-6.12^\circ}$ ہو گی اور قوی لچھے کی برقی رو

$$\begin{aligned}\hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a - \hat{E}_a}{jX_s}\\ &= \frac{415\underline{/0^\circ} - 434.26\underline{/-6.12^\circ}}{j2.2}\\ &= 22.384\underline{/19.928^\circ}\end{aligned}$$

ہو گی۔اس طرح

$$\hat{I}_t = \sqrt{3}\hat{I}_a = 38.77\underline{/19.928^\circ}$$

اور جزو طاقت $\cos 19.928^\circ = 0.94$ ہو گا جہاں زاویہ طاقت آگے ہے۔

الباب 7

امالی مشین

گزشتہ برسوں میں قوی الیکٹرانکس[1] کی میدان میں بہت ترقی ہوئی۔اس کا ایک نتیجہ یہ نکلا کہ امالی موٹروں کی رفتار پر قابو رکھنا ممکن ہوا اور یوں ان موٹروں نے کارخانوں میں یک سمتی رو موٹروں کی جگہ لینی شروع کی۔یہاں یہ بتلاتا چلوں کہ اس سے پہلے جہاں بھی موٹر کی رفتار اہمیت رکھتی وہاں یک سمتی رو موٹر ہی استعمال ہوتی جن کی رفتار پر قابو رکھنا نہایت آسان ہوتا ہے۔پچاس سال پہلے ترقی یافتہ ممالک میں یک سمتی سے امالی آلوں کی جانب تبدیلی شروع تھی۔ آج میں یہی تبدیلی پاکستان میں دیکھ رہا ہوں۔ امالی موٹروں کی مضبوطی اور دیر پا کام کرنے کی صلاحیت مثالی ہے۔ قوی الیکٹرانکس نے ان کی بے قابو رفتار کو قابو کر کے انہیں بلا مقابلہ بنا دیا۔

امالی موٹر ٹرانسفارمر کی ایک اور شکل ہے یا یوں کہنا بہتر ہوگا کہ یہ ایک ایسا ٹرانسفارمر ہے جس میں ثانوی لچھا حرکت بھی کرتا ہے۔یوں امالی موٹر کے ساکن لچھے ٹرانسفارمر کے ابتدائی لچھے اور موٹر کے گھومتے لچھے ٹرانسفارمر کے ثانوی لچھوں کی جگہ ہوتے ہیں۔موٹر کے ساکن لچھوں کو بیرونی برقی طاقت دی جاتی ہے جبکہ اس کے گھومتے لچھوں میں خلاء میں گھومتے مقناطیسی موج سے پیدا امالی برقی دباؤ ہی کام آتی ہے۔اسی سے اس کا نام امالی موٹر نکلا ہے۔

اس باب کا مقصد امالی موٹر کی مساوی دور بنا کر اس کی خصوصیات پر غور کرنا ہے۔ہم دیکھیں گے کہ ان کا مساوی دور ٹرانسفارمر کے مساوی دور کی طرح کا ہے۔

یہاں بھی ہم تصور کرتے ہیں کہ موٹر دو قطب اور تین دور کی ہے اور اس کے لچھے ستارا نما جڑے ہیں۔اس طرح لچھوں میں برقی رو، تار کی برقی رو ہی ہو گی اور ان پر لاگو برقی دباؤ، دوری برقی دباؤ ہو گی۔ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

[1]power electronics

7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج

امالی مشین کے ساکن لچھے بالکل معاصر مشین کے ساکن لچھوں کی طرح ہوتے ہیں۔مزید یہ کہ اس کے گھومتے حصے کے اتنے ہی قطب ہوتے ہیں جتنے اس کے ساکن لچھوں کے ہوتے ہیں ۔اگر ان ساکن لچھوں کو متوازن تین دور کے برقی رو سے ہیجان کیا جائے تو یہ ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیں گے جسے مساوات میں دکھایا گیا ہے۔مساوات اس موج کی معاصر رفتار دیتی ہے۔یہ دونوں مساوات یہاں یاد دھیانی کے لئے دوبارہ دیئے جاتے ہیں۔یہاں ساکن لچھوں میں برقی رو کی تعدد ω_e لکھی گئی ہے اور θ_0 کو صفر لیا گیا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\tau_s^+(\theta, t) &= \frac{3\tau_0}{2}\cos(\theta - \omega_t) \\
f_m &= \frac{2}{P} f_e
\end{aligned}
\tag{7.1}
$$

7.2 مشین کی سرکنے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ

ہم دو قطب کے مشین پر غور کر رہے ہیں۔P قطب کا تذکرہ بھی بالکل اسی طرح ہے۔ساکن لچھوں میں تین دور کی برقی رو کی تعدد f_e ہے۔مساوات کہتا ہے کہ دو قطب کی مشین میں موج کی معاصر رفتار بھی f_e چکر فی سیکنڈ ہے۔ اب تصور کریں کہ مشین کا گھومتا حصہ f میکانی چکر فی سیکنڈ سے موج کی سمت میں گھوم رہا ہے جہاں $f_e > f$ ہے۔ اس صورت میں ہر سیکنڈ گھومتا حصہ مقناطیسی بہاؤ کی موج سے پیچھے سرک جائے گا۔اس سرکنے کو موج کی معاصر رفتار کی نسبت سے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$
s = \frac{f_s - f}{f_s} = \frac{f_e - f}{f_e}
\tag{7.2}
$$

یہاں s مشین کے سرک[2] کی ناپ ہے۔اس مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
f &= f_s(1-s) = f_e(1-s) \\
\omega &= \omega_s(1-s) = \omega_e(1-s)
\end{aligned}
\tag{7.3}
$$

یہاں غور کریں۔ مقناطیسی بہاؤ کی موج f_e زاویاتی رفتار سے گھوم رہی ہے جبکہ گھومتے لچھے کی زاویاتی رفتار f ہے۔گھومتے لچھے کے حوالہ سے مقناطیسی بہاؤ کی موج $(f_e - f)$ رفتار سے گھوم رہی ہے۔یعنی اگر گھومتے لچھے کو ساکن تصور کیا جائے تو گھومتے مقناطیسی بہاؤ کی موج $(f_e - f)$ اضافی رفتار سے گھوم رہی ہو گی۔یوں گھومتے لچھے میں امالی برقی دباؤ کی تعدد بھی $(f_e - f)$ ہوگی۔مساوات کی مدد سے اس امالی برقی دباؤ کی تعدد f_r کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$
f_r = f_e - f = f_e - f_e(1-s) = sf_e
\tag{7.4}
$$

---

[2] slip

اگر مشین کو ایک امالی موٹر کے طور پر استعمال کیا جا رہا ہو تو اس کے گھومتے لچھے کسرِ دور رکھے جاتے ہیں۔یوں ان لچھوں میں برقی رو کی تعدد sf_e اور ان کی مقدار لچھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ اور لچھوں کی مقاومت پر منحصر ہوتی ہے۔ لچھوں کی مقاومت برقی رو کی تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

ساکن موٹر جب چالو کی جائے تو اس کے سرک s کی قیمت ایک ہوتی ہے یعنی $s = 1$ اور یوں اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو کی تعدد f_e ہوتی ہے۔ گھومتے لچھوں میں f_e تعدد کی برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دے گی جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔یہ بالکل اسی طرح ہے جیسے ساکن لچھوں میں برقی رو سے گھومتا مقناطیسی دباؤ کا موج وجود میں آتا ہے۔لہٰذا ساکن اور گھومتے لچھے دونوں کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کے موج ایک ہی رفتار سے گھومتے ہیں۔یہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجیں دو گھومتے مقناطیسوں کی طرح ہیں جو کوشش کریں گے کہ ان کے مابین زاویہ صفر ہو۔یوں موٹر مروڑ[3] پیدا ہوتا ہے جس کا حساب مساوات سے لگایا جا سکتا ہے۔اگر موٹر کے دُھرّے پر لدھے بار کو مشین کا پیدا کردا مروڑ گھما سکے تو مشین گھومے گی۔اس کی رفتار تیز ہو کر ایک برقرار حد تک پہنچ جائے گی۔ امالی موٹر کی رفتار کبھی بھی معاصر رفتار تک نہیں پہنچ سکتی چونکہ اس رفتار پر اس کے گھومتے لچھوں کی نسبت سے ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن ہو گی اور گھومتے لچھوں میں کوئی امالی برقی دباؤ پیدا نہیں ہوگا۔

جب موٹر چل پڑتی ہے تو اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو کی تعدد sf_e ہوتی ہے۔ ان برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج گھومتے لچھے کے حوالہ سے sf_e رفتار سے گھومے گی چونکہ معاصر رفتار برقی رو کی تعدد کے برابر ہی ہوتی ہے۔اب گھومتا لچھا از خود f رفتار سے گھوم رہا ہوتا ہے لہٰذا یہ موج درحقیقت خلاء میں $(f + sf_e)$ رفتار سے گھومتی ہے۔مساوات سے

$$f + sf_e = f + f_e - f = f_e \tag{7.5}$$

یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے۔ یہ مساوات کہتا ہے کہ موٹر کسی بھی رفتار سے گھوم رہی ہو، گھومتے لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج کی رفتار سے ہی گھومتی ہے۔

مثال 7.1: ایک چار قطب کی ستارا جڑی 50 ہرٹز، 415 وولٹ پر چلنے والی امالی موٹر 15 کلو واٹ کی اپنی پوری بار پر پانچ فی صد سرک پر چلتی ہے۔

- اس موٹر کی معاصر رفتار کیا ہے۔
- پورے بار پر اس کی کیا رفتار ہے۔
- پورے بار پر گھومتے لچھے میں برقی تعدادِ ارتعاش کیا ہے۔
- پورے بار سے لدے موٹر کی دھرے پر مروڑ حاصل کریں۔

حل:

[3] torque

- مساوات کی مدد سے معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$ چکر فی سیکنڈ یا $25 \times 60 = 1500$ چکر فی منٹ ہے۔
- پورے بار سے لدا موٹر پانچ فی صد سرک پر چلتا ہے لہٰذا اس کی رفتار معاصر رفتار سے قدرِ کم ہوگی۔موٹر کی رفتار مساوات کی مدد سے $f = 25(1 - 0.05) = 23.75$ چکر فی سیکنڈ یا 1425 چکر فی منٹ ہو گی۔
- گھومتے لچھے کی برقی تعدادِ ارتعاش $f_r = 0.05 \times 50 = 2.5$ ہرٹز ہے۔
- اس کے دھرے پر مروڑ $T_m = \frac{p}{\omega_m} = \frac{15000}{2 \times \pi \times 23.75} = 100.5\,\mathrm{N\,m}$ ہو گی۔

7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ

مساوات کا پہلا جُز ساکن لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتی ہے۔یہ مقناطیسی دباؤ مشین کی خلائی درز میں مقناطیسی شدت $H^+(\theta)$ پیدا کرے گی جس سے وہاں کثافت مقناطیس بہاؤ $B^+(\theta)$ پیدا ہوگا۔ اگر اس خلائی درز کی رداس کی سمت میں لمبائی l_g ہو تو

$$\begin{aligned} B^+(\theta) = \mu_0 H^+(\theta) &= \mu_0 \frac{\tau^+(\theta)}{l_g} \\ &= \frac{3\mu_0 \tau_0}{2 l_g} \cos(\theta - \omega_e t) \\ &= B_0 \cos(\theta - \omega_e t) \end{aligned} \tag{7.6}$$

یہ مساوات بالکل مساوات کی طرح ہے۔ یوں مساوات اس مقناطیسی موج $B^+(\theta)$ کی ساکن لچھوں میں پیدا کردہ امالی برقی دباؤ کو ظاہر کرے گی ۔یہ مساوات یہاں دوبارہ دیا جا رہا ہے۔

$$\begin{aligned} e_{as}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t - 90°) = E_s \cos(\omega_t - 90°) \\ e_{bs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 150°) = E_s \cos(\omega_t + 150°) \\ e_{cs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 30°) = E_s \cos(\omega_t + 30°) \end{aligned} \tag{7.7}$$

جہاں N_s ساکن لچھے کے چکر ہیں اور

$$E_s = \omega_e N_s \phi_0 \tag{7.8}$$

یہاں $e_{as}(t)$ لکھتے ہوئے زیر نوشت میں a ، دور کو ظاہر کرتا ہے اور s، ساکن[4] کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ساکن a دور کی لچھے کی امالی برقی دباؤ ہے۔امالی موٹر کے دور a کی بات ہی آگے کرتے ہیں۔گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج اس دور کی لچھے میں امالی برقی دباؤ $e_{as}(t)$ پیدا کرتی ہے۔

---

[4] لفظ ساکن میں حرف س کے آواز کو s سے ظاہر کیا گیا ہے۔

7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ

مساوات کا پہلا جُز، ساکن لچھوں کی پیدا کردہ، گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتا ہے۔اس موج کی چوٹی[5] اس مقام پر ہوتی ہے جہاں $(\theta - \omega_e t)$ صفر کے برابر ہو۔ یوں لمحہ صفر پر اس کی چوٹی صفر زاویہ پر ہوگی اور لمحہ t پر اس موج کی چوٹی زاویہ $\omega_e t$ پر ہو گی۔ ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کا زاویہ کسی بھی نقطہ کے حوالے سے کیا جا سکتا ہے۔ اس کتاب میں صفر زاویہ ساکن لچھا a کو لیا جاتا ہے۔اس طرح یہ زاویہ نقطہ دار اُفقی لکیر سے ناپا جاتا ہے۔شکل میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں ایک امالی موٹر دکھائی گئی ہے جس کے تین دوری ساکن لچھے ہیں۔
گھومتے لچھے بھی بالکل اسی طرح ہوتے ہیں اگرچہ شکل میں صرف ایک ہی گھومتا لچھا دکھایا گیا ہے۔مشین f زاویاتی رفتار سے گھوم رہی ہے۔ تصور کریں کہ لمحہ صفر یعنی $t = 0$ پر گھومتے حصہ کا لچھا a صفر زاویہ پر ہے، یعنی یہ نقطہ دار اُفقی لکیر پر ہے مزید یہ کہ اس لمحہ ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج بھی اسی اُفقی لکیر پر ہے۔ اب کچھ دیر بعد لمحہ t پر یہ موج زاویہ $\omega_e t$ پر ہو گی۔ اتنی دیر میں گھومتا حصہ گھوم کر زاوی ωt تک پہنچ جائے گا جہاں $\omega = 2\pi f$ مشین کی زاویاتی میکانی رفتار ہے۔یہ سب شکل میں دکھایا گیا ہے۔لہٰذا لمحہ t پر موج اور گھومتے لچھے کے درمیان زاویہ θ_z یہ ہو گا

$$\theta_z = \omega_e t - \omega t \tag{7.9}$$

اگرچہ مقناطیسی موج نے $\omega_e t$ زاویہ طے کیا لیکن گھومتے لچھے کے حوالے سے اس نے صرف زاویہ $(\omega_e t - \omega t)$ طے کیا۔اسی طرح گھومتے لچھے کے حوالے سے اس موج کی اضافی[6] زاویاتی رفتار[7] ω_z یہ ہو گی۔

$$\omega_z = \frac{\mathrm{d}\theta_z}{\mathrm{d}t} = \omega_e - \omega \tag{7.10}$$

اس کو مساوات کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\omega_z = 2\pi(f_e - f) = 2\pi s f_e = s\omega_e \tag{7.11}$$

یہ مساوات کہتا ہے کہ گھومتے لچھے کے حوالے سے مقناطیسی موج کی رفتار سرک s پر منحصر ہے۔اس موج کا حیط البتہ تبدیل نہیں ہوا۔ اس طرح گھومتے لچھے کے حوالے سے مقناطیسی موج کی مساوات جو کہ مساوات میں دی گئی ہے تبدیل ہو کر یہ بن جائے گی۔

$$B^{+}_{s,rz}(\theta, t) = B_0 \cos(\theta - \omega_z t) = B_0 \cos(\theta - s\omega_e t) \tag{7.12}$$

---

[5] peak
[6] ω_z لکھتے ہوئے زیر نوشت میں z، لفظ اضافی کے حرف ض کی آواز کو ظاہر کرتا ہے۔
[7] relative angular speed

$B^+_{s,rz}$ میں $+$ کا نشان گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں s, rz [8] اس بات کی یاد دھیانی کرتا ہے کہ یہ موج ساکن لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا اور اسے گھومتے یعنی رواں لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔مزید یہ کہ اس مساوات کی تعدد اضافی تعدد $s\omega_e$ کے برابر ہے۔

یوں گھومتے لچھوں میں امالی برقی دباؤ مساوات کی طرح ہی ہو گی مگر ان کی تعدد $\omega_z = s\omega_e t$ ہو گی یعنی[9]

$$
\begin{aligned}
e_{arz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t - 90^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t - 90^\circ) \\
e_{brz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 150^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 150^\circ) \\
e_{crz}(t) &= s\omega_e N_r \phi_0 \cos(s\omega_e t + 30^\circ) = sE_r \cos(s\omega_e t + 30^\circ)
\end{aligned}
\tag{7.13}
$$

ان مساوات میں N_r گھومتے لچھے کے چکر ہیں اور

$$
E_r = \omega_e N_r \phi_0 \tag{7.14}
$$

اب تصور کریں کہ گھومتے لچھوں کو کسرِ دور کر دیا کیا گیا ہے۔یہ امالی برقی دباؤ گھومتے لچھوں میں برقی رو i_{arz}[10] وغیرہ پیدا کرے گی جس کی تعدد $s\omega_e$ ہو گی۔بالکل ساکن لچھے کی طرح، گھومتے لچھے کی مزاحمت R_r[11] اور اس کی امالہ L_r ہو گی جس کی متعاملیت $js\omega_e L_r$ ہو گی۔اسے ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$
js\omega_e L_r = jsX_r \tag{7.15}
$$

جہاں jX_r کو $j\omega_e L_r$ کے برابر لیا گیا ہے، یعنی jX_r اس لچھے کی ساکن حالت میں متعاملیت ہے جب سرک ایک کے برابر ہو۔گھومتے لچھوں میں برقی رو i_{arz} شکل کی مدد سے حاصل کی جا سکتی ہے جہاں گھومتے لچھے میں امالی برقی دباؤ $e_{arz}(t)$ مساوات میں دیا گیا ہے۔یہ شکل بالکل شکل کی طرح ہے لہٰذا مساوات اس میں برقی رو دے گی یعنی

$$
\begin{aligned}
i_{arz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos\left(s\omega_e t - 90^\circ - \phi_z\right) \\
i_{brz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos\left(s\omega_e t + 150^\circ - \phi_z\right) \\
i_{crz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos\left(s\omega_e t + 30^\circ - \phi_z\right)
\end{aligned}
\tag{7.16}
$$

یہ تین دور کے برقی رو ہیں جو آپس میں 120° کا زاویہ رکھتے ہیں۔یہاں ϕ_z مقاومت کا زاویہ[12] ہے۔امید کی

---

[8] s لفظ ساکن کے س کو ظاہر کرتا ہے ، r لفظ رواں کے ر کو ظاہر کرتا ہے اور z لفظ اضافی کے ض کو ظاہر کرتا ہے۔

[9] e_{arz} میں دور a ہے۔گھومتے لچھے کو r اور اضافی کو z ظاہر کرتا ہے۔

[10] یہاں r گھومتے لچھے کو ظاہر کرتا ہے اور z اس بات کی یاد دھیانی کرتا ہے کہ اس برقی رو کی تعدد، اضافی تعدد ہے۔

[11] ٹرانسفارمر کی استلا میں ثانوی لچھے کو زیر نوشت میں 2 سے ظاہر کرتے ہیں۔یہاں اسے r سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

[12] تکنیکی دنیا میں مقاومت کے زاویہ کے لئے ϕ_z استعمال ہوتا ہے۔یہاں یہی کیا گیا ہے۔

جاتی ہے کہ اسے آپ مقناطیسی بہاؤ نہیں سمجھیں گے۔یہاں

$$\phi_0 = -90^\circ - \phi_z$$
$$I_{0r} = \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \tag{7.17}$$

شکل سے واضح ہے کہ ایک گھومتے لچھے کی مزاحمت میں

$$p_r = I_{or}^2 R_r \tag{7.18}$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا۔یہ طاقت حرارت میں تبدیل ہو کر اس مزاحمت کو گرم کرے گی۔

7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج

ہم جانتے ہیں کہ ساکن تین دور لچھوں میں f_e تعدد کی برقی رو گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے جو اس ساکن لچھے کے حوالے سے f_e معاصر زاویاتی رفتار سے گھومتی ہے۔ اسی طرح گھومتے تین دور لچھوں میں sf_e تعدد کی برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج τ_{rz}^+ کو جنم دیتی ہے جو اس گھومتے لچھے کے حوالے سے sf_e زاویاتی رفتار سے گھومتی ہے۔

$$\tau_{rz}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos\left(\theta - s\omega_e t - \theta_0\right) \tag{7.19}$$

یہاں I_{0r} اور θ_0 مساوات میں دیئے گئے ہیں۔اب چونکہ گھومتا لچھا از خود f زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے لہٰذا اس کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج خلاء میں $(f + sf_e)$ زاویاتی رفتار سے گھومتی ہے۔ اس رفتار کو مساوات کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$f + sf_e = f_e(1-s) + sf_e = f_e \tag{7.20}$$

لہٰذا گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کو ساکن لچھوں کے حوالے سے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\tau_{r,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos\left(\theta - \omega_e t - \theta_0\right) \tag{7.21}$$

$\tau_{r,s}^+$ میں $+$ کا نشان گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں r, s اس بات کی وضاحت کرتا ہے کہ یہ موج گھومتے یعنی رواں لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا ہے مگر اسے ساکن لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔

یہاں وقفہ لے کر ذرا غور کرتے ہیں۔مساوات کے مطابق گھومتا لچھا خود کسی بھی رفتار سے گھوم رہا ہو، اس کی پیدا کردہ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھے کے پیدا کردہ موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔لہٰذا مشین میں دو گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں جو ایک ہی معاصر رفتار سے گھوم رہی ہیں۔مساوات میں کہا گیا ہے کہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجودگی پیدا کرتی ہیں جو ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہے۔لہٰذا امالی مشین میں موجود دو مقناطیسی موجیں پیدا کرتی ہیں اور اس کی مقدار ان دو موجوں کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتی ہے۔امالی موٹر اس پر لدے بار کے مطابق ان دو موجوں کے مابین زاویہ رکھتی ہے اور یوں درکار پیدا کرتی ہے۔

7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے

اب دوبارہ اصل موضوع پر آتے ہیں۔اگر گھومتے لچھوں کی جگہ N_r چکر کے تین دور کے فرضی ساکن لچھے ہوں تو مساوات کی طرح ان میں امالی برقی دباؤ پیدا ہو گی یعنی[13]

$$
\begin{aligned}
e_{afs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t - 90^\circ) = E_r \cos(\omega_e t - 90^\circ) \\
e_{bfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 150^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 150^\circ) \\
e_{cfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 30^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 30^\circ)
\end{aligned} \tag{7.22}
$$

مزید فرض کریں کہ ان فرضی ساکن لچھوں کی مزاحمت $\frac{R_r}{s}$ اور متعاملیت jX_r ہیں یعنی

$$
Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r \tag{7.23}
$$

اگر ان پر مساوات میں دیئے گئے برقی دباؤ لاگو کی جائے جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے تو ان میں برقی رو یہ ہو گی۔

$$
\begin{aligned}
i_{afs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\
i_{bfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\
i_{cfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 300^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0)
\end{aligned} \tag{7.24}
$$

یہاں مساوات استعمال کی گئی ہے۔اس مساوات میں دھیان رہے کہ مقاومت کا زاویہ ϕ_Z وہی ہے جو گھومتے لچھے کا تھا یعنی

$$
\phi_{fZ} = \tan^{-1} \frac{X}{\left(\frac{R}{s}\right)} = \tan^{-1} \frac{sX}{R} = \phi_Z \tag{7.25}
$$

ان برقی رو کی تعدد ω_e ہے اور ان کا پیدا کردہ گھومتا مقناطیسی موج یہ ہو گا۔

$$
\tau^{+}_{fs,s}(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{0r}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0) \tag{7.26}
$$

یہ مقناطیسی موج ہو بہو گھومتے لچھے کی موج $\tau^{+}_{r,s}(\theta, t)$ ہے ۔

---

[13] ان مساوات میں زیر نوشت میں f لفظ فرضی کے ف کو ظاہر کرتا ہے۔

7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور

ہم ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب لچھے کی برقی دور پہلے بنا چکے ہیں جہاں لچھے کی مزاحمت R_1 اور اس کی رستا متعاملیت[14] jX_1 تھی۔ ٹرانسفارمر کے مرکز میں وقت کے ساتھ بدلتی مقناطیسی بہاؤ اس لچھے میں امالی برقی دباؤ $\hat{E}_1$ پیدا کرتی۔ یوں

$$\hat{V}_1 = \hat{I}_1 \left(R_1 + jX_1\right) + \hat{E}_1 \tag{7.27}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں $\hat{V}_1$ ابتدائی لچھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ ہے۔ہم دیکھیں گے کہ امالی موٹر کے ساکن لچھے کے لئے بھی یہی مساوات حاصل ہو گی۔

تصور کریں کہ مشین کے گھومتے لچھے کھلے دور ہیں اور اس کے ساکن لچھوں پر تین دوری برقی دباؤ لاگو ہے۔ اس صورت میں ساکن لچھوں میں رواں برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta,t)$ پیدا کرے گی جو مساوات میں دی گئی ہے۔

باب کے اس حصہ میں ہم مشین کے ایک دور کو مدِ نظر رکھیں گے، مثلاً دور a ۔ یہاں شکل سے رجوع کریں۔اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_s اور متعاملیت jX_s ہو اور اس پر لاگو بیرونی برقی دباؤ $v_s(t)$ ہو تو کرچاف[15] کے برقی دباؤ کے قانون کے تحت

$$v_s(t) = i_s R_s + L_s \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + e_s(t) \tag{7.28}$$

$e_s(t)$ مساوات میں دی گئی اس موج کی ساکن لچھے میں پیدا امالی برقی دباؤ ہے ۔اسی کو دوری سمتیہ کے طور پر یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\hat{V}_s = \hat{I}_s \left(R_s + jX_s\right) + \hat{E}_s \tag{7.29}$$

ٹرانسفارمر کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔اگر موٹر کا گھومتا لچھا کھلے دور[16] رکھا جائے تو مرکز میں ایک ہی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta,t)$ ہو گی۔ساکن لچھے میں صرف برقی رو $\hat{I}_\varphi$ ہو گا جو مرکز میں مقناطیسی بہاؤ φ_s کو جنم دے گی۔ یہ برقی رو $\hat{I}_\varphi$ غیر سائن نما ہوتی ہے۔ فورئیر تسلسل[17] سے اس کے بنیادی جُز اور ہارمونی جُز معلوم کئے جا سکتے ہیں۔ اس کے بنیادی جُز کے دو حصے ہوتے ہیں۔ ایک حصہ $\hat{I}_c$، لاگو بیرونی برقی دباؤ $\hat{V}_s$ کے ہم قدم ہوتا ہے اور یہ مرکز میں طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے اور دوسرا حصہ $\hat{V}_s$ سے نوے درجہ پیچھے زاویہ پر رہتا ہے۔$\hat{I}_\varphi$میں سے $\hat{I}_c$ منفی کر کے بقایا کو مقناطیسی جزو کہتے ہیں اسے $\hat{I}_m$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ یوں مقناطیسی جُز بنیادی جُز کے پیچھے حصے اور باقی سارے ہارمونی جُز کے مجموعے پر مشتمل ہوتا ہے اور یہ مرکز میں مقناطیسی بہاؤ φ_s پیدا کرتا ہے۔

$$\hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m \tag{7.30}$$

---

[14] leakage reactance
[15] Kirchoff's voltage law
[16] open circuited
[17] Fourier series

امالی موٹر کے مساوی دور میں $\hat{I}_c$ کو مزاحمت R_c سے اور $\hat{I}_m$ کو jX_φ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان دونوں کا حساب چلتے موٹر میں متوقع برقی تعدد اور امالی برقی دباؤ $\hat{E}_s$ پر کیا جاتا ہے یعنی

$$\begin{aligned} R_c &= \frac{\hat{E}_s}{\hat{I}_c} = \frac{E_s}{I_c} \\ X_\varphi &= \frac{\left|\hat{E}_s\right|}{\left|\hat{I}_m\right|} = \frac{E_s}{I_m} \end{aligned} \tag{7.31}$$

مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_s^+(\theta,t)$ گھومتے لچھے میں بھی امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔مساوات میں اگر مقاومت میں برقی دباؤ کے گھٹنے کو نظر انداز کیا جائے تو لاگو بیرونی برقی دباؤ اور لچھے کی اندرونی امالی برقی دباؤ ہر حالت میں برابر ہوں گے۔اب تصور کریں کہ گھومتے لچھے کسرِ دور کر دیے جائیں۔ ایسا کرتے ہی ان میں برقی رو گزرنے لگے گا جو مقناطیسی دباؤ کی موج $\tau_{r,s}^+(\theta,t)$ جو مساوات میں دی گئی ہے کو جنم دے گی۔ اس موج سے ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ $\hat{E}_s$ تبدیل ہو جائے گی اور یوں یہ لاگو برقی دباؤ کے برابر نہیں رہے گی۔ یہ ایک نا ممکنہ صورتِ حال ہے۔

ساکن لچھے میں امالی برقی دباؤ، لاگو برقی دباؤ کے برابر تب رہے گی کہ مرکز میں مقناطیسی دباؤ تبدیل نہ ہو۔ مشین کے مرکز میں مقناطیسی دباؤ برقرار یوں رہتی ہے کہ ساکن لچھے مقناطیسی دباؤ $\tau_{r,s}^+(\theta,t)$ کی متضاد مقناطیسی دباؤ کی ایک موج پیدا کرتی ہے جو اس کے اثر کو مکمل طور پر ختم کر دیتی ہے۔یہ موج پیدا کرنے کے لئے ساکن لچھوں میں برقی رو $\hat{I}_\varphi$ سے بڑھ کر $(\hat{I}_\varphi+\hat{I}_r')$ ہو جاتی ہے جہاں یہ اضافی برقی رو یہ ہیں۔

$$\begin{aligned} i_{ar}'(t) &= I_{or}'\cos(\omega_e t+\theta_0) \\ i_{br}'(t) &= I_{or}'\cos(\omega_e t-120^\circ+\theta_0) \\ i_{cr}'(t) &= I_{or}'\cos(\omega_e t+120^\circ+\theta_0) \end{aligned} \tag{7.32}$$

ان اضافی برقی رو کی متضاد مقناطیسی دباؤ کی موج یہ ہے

$$\tau_{(r)}^+(\theta,t) = k_w\frac{4}{\pi}\frac{N_s I_{0r}'}{2}\cos(\theta-\omega_e t-\theta_0) \tag{7.33}$$

ساکن لچھوں میں اضافی برقی رو نے ہر لمحہ گھومتے لچھوں کی برقی رو کے اثر کو ختم کرنا ہے لہٰذا یہ دونوں برقی رو ہم قدم[18] ہی ہوں گے۔چونکہ یہ مساوات اور مساوات برابر ہیں

$$N_s I_{0r}' = N_r I_{0r} \tag{7.34}$$

لہٰذا ان سے حاصل ہوتا ہے۔

$$I_{0r}' = \left(\frac{N_r}{N_s}\right) I_{0r} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right)\frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2+s^2X_r^2}} \tag{7.35}$$

---

[18] in-phase

آپ نے دیکھا کہ گھومتے لچھے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جن کے ذریعہ ساکن لچھوں کو معلوم ہوتا ہے کہ موٹر پر بار لدھا ہے اور وہ اس کے مطابق لاگو برقی دباؤ سے برقی رو لیتی ہیں۔یہاں تک امالی موٹر کی مساوی برقی دور شکل میں دکھائی گئی ہے۔

یہاں ذرہ شکل سے رجوع کریں۔ اس شکل میں

$$
\begin{aligned}
R_r' &= \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 R_r \\
X_r' &= \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 X_r
\end{aligned}
\tag{7.36}
$$

پر ساکن لچھوں کی امالی برقی دباؤ $\hat{E}_s$ لاگو ہے لہٰذا ان میں برقی رو یہ ہوں گی۔

$$
\begin{aligned}
i_a'(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) \\
i_b'(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) \\
i_c'(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_Z)
\end{aligned}
\tag{7.37}
$$

ان سب مساوات کا حیطہ برابر ہے۔اس حیطے کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} = \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 (R_r^2 + s^2 X_r^2)}} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right) I_{0r} = I_{0r}'
\tag{7.38}
$$

لہٰذا مساوات اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_a'(t) &= I_{0r}' \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) \\
i_b'(t) &= I_{0r}' \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) \\
i_c'(t) &= I_{0r}' \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_Z)
\end{aligned}
\tag{7.39}
$$

یہ مساوات بالکل مساوات کی طرح ہے۔ لہٰذا اگر شکل میں ساکن لچھوں کی امالی برقی دباؤ $\hat{E}_s$ کے متوازی شکل جوڑا جائے تو ایسا کرنے سے ساکن لچھوں میں اُتنا ہی اضافی برقی رو رواں ہو گا جو اصل موٹر میں گھومتے لچھوں کی وجہ سے ہوتا ہے۔ شکل میں ایسا ہی کیا گیا ہے لہٰذا شکل میں دیا برقی دور، امالی موٹر کی صحیح عکاسی کرتی ہے۔ یہی امالی موٹر کی مساوی برقی دور ہے۔

7.8 مساوی برقی دور پر غور

مساوات ایک گھومتے لچھے میں برقی طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے۔مساوات اور کی مدد سے اسے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$p_{\text{ضیاع}} = I_{0r}^2 R_r = \left(\frac{N_s^2}{N_r^2} I_{0r}'^2\right)\left(\frac{N_r^2}{N_s^2} R_r'\right) = I_{0r}'^2 R_r' \tag{7.40}$$

شکل سے ظاہر ہے کہ ایک گھومتے لچھے کو کُل

$$p_r = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} \tag{7.41}$$

برقی طاقت دی جاتی ہے جس میں سے $p_{\text{ضیاع}}$ گھومتے لچھے کی مزاحمت میں ضائع ہو جاتی ہے اور بقایا بطور میکانی طاقت مشین کے درّے پر پائی جاتی ہے یعنی

$$p = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s} - I_{0r}'^2 R_r' = I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s}(1-s) = p_r(1-s)$$

یوں تین دور کی لپٹی مشین جس میں تین لچھے ہوتے ہیں اس کے تین گنا میکانی طاقت فراہم کر سکتی ہے یعنی

$$p_{\text{میکانی}} = 3 I_{0r}'^2 \frac{R_r'}{s}(1-s) = 3p_r(1-s) \tag{7.42}$$

اس مساوات سے واضح ہے کہ اگر سرک ایک کے برابر ہو تو موٹر کوئی میکانی طاقت فراہم نہیں کرے گی اور گھومتے حصے کو جتنی برقی توانائی مل رہی ہو وہ ساری کی ساری اس میں ضائع ہو کر اسے گرم کرے گی۔ یوں موٹر کے گرم ہو کر جل جانے کا امکان ہوتا ہے۔ آپ اس مساوات سے دیکھ سکتے ہیں کہ امالی موٹر کی سرک صفر کے قریب رہنی چاہئے ورنہ یہ ناقابلِ قبول حد تک برقی توانائی ضائع کرے گا۔

ہم امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل کی طرح بھی بنا سکتے ہیں۔ اس شکل میں شکل میں دیئے مزاحمت $\frac{R_r'}{s}$ کو دو حصوں میں لکھا گیا ہے یعنی

$$\frac{R_r'}{s} = R_r' + R_r'\left(\frac{1-s}{s}\right)$$

یوں شکل میں مزاحمت R_r' میں برقی طاقت کی ضیاع $I_{0r}'^2 R_r'$ گھومتے لچھے کی ضیاع ہے جبکہ مزاحمت $R_r'\left(\frac{1-s}{s}\right)$ میں برقی طاقت کی ضیاع $I_{0r}'^2 R_r'\left(\frac{1-s}{s}\right)$ دراصل میکانی طاقت ہے۔یاد رہے کہ تین دور کی مشین کے لئے یہاں سے حاصل نتائج کو تین سے ضرب دینا ہوگا۔

میکانی طاقت، مروڑ ضربِ میکانی زاویاتی رفتار ہوتی ہے۔ امالی موٹر کی میکانی زاویاتی رفتار مساوات میں دی گئی ہے جبکہ مساوات میں میکانی معاصر رفتار ω_{sm} دی گئی ہے۔یوں

$$p = T_m \omega = T_m \times 2\pi f = T_m \times 2\pi(1-s) f_s = T_m (1-s)\omega_{sm} \tag{7.43}$$

لہٰذا

$$T_m = \frac{p}{(1-s)\omega_{sm}} = \frac{3I_{0r}'^2}{\omega_{sm}} \frac{R_r'}{s} \tag{7.44}$$

اصل موٹر میں رگڑ، مرکزی ضیاع، لچھوں میں ضیاع اور دیگر وجوہات کی بنا پر دُھرّے پر طاقت یا مروڑ اس سے قدرِ کم ہو گی۔

ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور بناتے وقت R_c اور X_m کو نظرانداز کیا گیا تھا۔ امالی موٹر میں ایسا کرنا ممکن نہیں ہوتا چونکہ موٹروں میں خلائی درز ہوتی ہے جس میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنے کے لئے بہت زیادہ مقناطیسی دباؤ درکار ہوتی ہے۔حقیقت میں بے بار امالی موٹر کو اپنے پورے برقی رو کے تیس سے پچاس فی صد برقی رو مرکز کو ہیجان کرنے کے لئے درکار ہوتی ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز کی وجہ سے اس کی رِستا امالہ بھی زیادہ ہوتی ہے اور اسے نظر انداز کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ البتہ مساوی دور میں R_c کو نظرانداز کیا جا سکتا ہے جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں نقطہ دار لکیر کی بائیں جانب کا مساوی تھونن دور بنایا جا سکتا ہے۔ایسا کرنے سے امالی موٹر پر غور کرنا نہایت آسان ہو جاتا ہے۔ اب ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔

مثال 7.2: ستارا جڑی چھ قطب پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی 15 کلو واٹ امالی موٹر کے مساوی دور کے اجزاء یہ ہیں

$$R_s = 0.5\,\Omega, \quad R_r' = 0.31\,\Omega, \quad X_s = 0.9\,\Omega, \quad X_r' = 0.34\,\Omega, \quad X_m = 0.22\,\Omega$$

موٹر میں رگڑ سے طاقت کا ضیاع 600 واٹ ہے۔مرکزی ضیاع کو اسی کا حصہ تصور کیا گیا ہے۔ اس کو اٹل تصور کیا جائے۔یہ موٹر درکار وولٹ اور تعدادِ ارتعاش پر دو فی صد سرک پر چل رہی ہے۔اس حالت میں موٹر کی رفتار، اس کے دھرے پر پیدا مروڑ اور طاقت، اس کے ساکن لچھے کی برقی رو اور اس کی فی صد استعداد حاصل کریں۔

حل: موٹر کی معاصر رفتار $f_m = \frac{2}{6} \times 50 = 16.66$ چکر فی سیکنڈ یا $16.66 \times 60 = 1000$ چکر فی منٹ۔دو فی صد سرک پر موٹر کی رفتار $f = 16.66 \times (1 - 0.02) = 16.33$ چکر فی سیکنڈ یا $16.33 \times 60 = 979.8$ چکر فی منٹ ہے۔

شکل میں دائیں جانب

$$jX_r' + R_r' + R_r'\frac{1-s}{s} = jX_r' + \frac{R_r'}{s} = j0.34 + \frac{0.31}{0.02} = j0.34 + 15.5$$

اور jX_m متوازی جڑے ہیں۔ان کی مساوی مقاومت یہ ہے

$$\begin{aligned}\frac{1}{Z} &= \frac{1}{15.5 + j0.34} + \frac{1}{j22}\\ Z &= 10.147 + j7.375 = R + jX\end{aligned}$$

موٹر پر لاگو دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ وولٹ ہے۔ یوں ساکن لچھے کی برقی رو

$$\begin{aligned}\hat{I}_s &= \frac{\hat{V}_s}{R_s + jX_s + Z}\\ &= \frac{239.6}{0.5 + j0.99 + 10.147 + j7.375}\\ &= 17.6956\underline{/-38.155^\circ}\end{aligned}$$

ہے۔اس موٹر کے گھومتے حصہ کو وہی طاقت منتقل ہو رہی ہے جو مقاومت Z کو منتقل ہو رہی ہے۔یعنی مساوات کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$p = I'^2_{or}\frac{R'_r}{s} = I_s^2 R = 17.6956^2 \times 10.147 = 3177.37\,\mathrm{W}$$

تین دور کے لئے یہ مقدار $3 \times 3177.37 = 9532$ واٹ ہو گی۔مساوات موٹر کی اندرونی میکانی طاقت دیتی ہے یعنی

$$p_{\text{میکانی}} = 9532 \times (1 - 0.02) = 9341\,\mathrm{W}$$

اس سے طاقت کا ضیاع منفی کر کے $9341 - 600 = 8741$ واٹ رہ جاتا ہے۔یہ موٹر کے دھرے پر میکانی طاقت ہو گی جس سے دھرے پر مروڑ

$$T = \frac{8741}{2 \times \pi \times 16.33} = 85.1\,\mathrm{N\,m}$$

ہو گی۔

موٹر کو کُل مہیا برقی طاقت $\sqrt{3} \times 415 \times 17.6956 \times \cos(-38.155) = 10001.97$ واٹ ہے۔ یوں اس موٹر کی استعداد $\frac{8741}{10001.97} \times 100 = 87.39\,\%$ ہے۔

7.9 امالی موٹر کا مساوی تھونن دور

مسئلہ تھوِنن[19] کے مطابق کسی بھی سادہ خطی برقی دور[20] کو اس کے دو برقی سروں کے مابین ایک مقاومت اور ایک برقی دباؤ کی مساوی دور سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔اس مساوی دور کو مساوی تھوِنن دور کہتے ہیں جبکہ اس مساوی تھوِنن دور کی مقاومت کو تھوِنن مقاومت اور برقی دباؤ کو تھوِنن برقی دباؤ کہتے ہیں۔

برقی دور کے دو برقی سروں کے مابین تھوِنن مقاومت حاصل کرنے کے لئے اس برقی دور کے اندرونی برقی دباؤ کسرِ دور کر کے ان دو برقی سروں کے مابین مقاومت معلوم کی جاتی ہے۔یہی مقاومت، تھوِنن مقاومت ہے۔انہیں برقی سروں پر تھوِنن برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے دیئے گئے برقی دور کے اندرونی برقی دباؤ برقرار

---

[19] Thevenin theorem
[20] linear circuit

رکھ کر ان دو سروں پر برقی دباؤ معلوم کی جاتی ہے۔ یہی برقی دباؤ در حقیقت تھوِنن برقی دباؤ ہے۔بعض اوقات ہم ایک برقی دور کے ایک خاص حصے کا مساوی تھوِنن دور بنانا چاہتے ہیں۔ایسا کرتے وقت بقایا برقی دور کو اس حصے سے مکمل طور پر منقطع کیا جاتا ہے۔

یوں شکل سے واضح ہے کہ دو سروں الف اور با کے مابین مساوی تھوِنن مقاومت اور تھوِنن برقی دباؤ یہ ہیں۔

$$
\begin{aligned}
Z_t &= \frac{(R_s + jX_s)\, jX_m}{R_s + jX_s + jX_m} = R_t + jX_t \\
\hat{V}_t &= \frac{jX_m \hat{V}_s}{R_s + jX_s + jX_m} = V_t \underline{/\theta_t}
\end{aligned}
\tag{7.45}
$$

کسی بھی مخلوط عدد[21] کی طرح Z_t کو ایک حقیقی عدد R_t اور ایک فرضی عدد jX_t کا مجموعہ لکھا جا سکتا ہے۔ یہی اس مساوات میں کیا گیا ہے۔

ہم یوں امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں سے دوری سمتیہ کی استعمال سے مندرجہ ذیل برقی رو $\hat{I}'_r$ حاصل ہوتی ہے۔

$$
\begin{aligned}
\hat{I}'_r &= \frac{\hat{V}_t}{R_t + jX_t + \frac{R'_r}{s} + jX'_r} \\
\left|\hat{I}'_r\right| = I'_r &= \frac{V_t}{\sqrt{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2}}
\end{aligned}
\tag{7.46}
$$

چونکہ I'_r کی قیمت پر $\hat{V}_t$ کے زاویے کا کوئی اثر نہیں لہٰذا مساوی تھونن دور میں $\hat{V}_t$ کی جگہ $V\underline{/0}$ استعمال کیا جا سکتا ہے۔بقایا کتاب میں ایسا ہی کیا جائے گا۔

مساوات سے یوں تین دور کی لپٹی مشین کی مروڑ یہ ہو گی

$$
T = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2} = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\frac{R'^2_r}{s^2} + 2R_t\frac{R'_r}{s} + R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}
\tag{7.47}
$$

اس مساوات کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں موٹر کی رفتار کو معاصر رفتار کی نسبت سے دکھایا گیا ہے۔موٹر ازخود گھومتے مقناطیسی موج کی سمت میں گھومتی ہے اور اس کی رفتار معاصر رفتار سے قدرِ کم رہتی ہے۔زیادہ سرک پر موٹر کی استعداد نہایت خراب ہو جاتی ہے۔ اسی لئے لگاتار استعمال کے وقت اسے تقریباً پانچ فیصد سے کم سرک پر چلایا جاتا ہے بلکہ ان کی تخلیق یوں کی جاتی ہے کہ امالی موٹر اپنی پوری طاقت تقریباً پانچ فیصد سے کم سرک پر حاصل کر دیتی ہے۔

---

[21] complex number

اگر موٹر کو زبردستی ساکن لچھوں کی گھومتے مقناطیسی موج کی سمت میں معاصر رفتار سے زیادہ رفتار پر گھمایا جائے تو یہ ایک جنریٹر کے طور پر کام کرنے شروع ہو جائے گی۔ایسا کرنے کے لئے بیرونی میکانی طاقت درکار ہوگی ۔اگرچہ امالی مشین عام طور پر کبھی جنریٹر کے طور پر استعمال نہیں ہوتے البتہ ہوا سے برقی طاقت پیدا کرنے میں یہ جنریٹر کے طور پر کار آمد ثابت ہوتے ہیں۔

شکل میں منفی رفتار بھی دکھائی گئی ہے جہاں سرک ایک سے زیادہ ہے۔ ایسا تب ہوتا ہے جب موٹر کو ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کی اُلٹ سمت میں گھمایا جائے۔موٹر کو جلد ساکن حالت میں لانے کے لئے یوں کیا جاتا ہے۔تین دور کی موٹر پر لاگو برقی دباؤ کی کسی دو دور کو آپس میں اُلٹا دیا جاتا ہے۔ اس طرح موٹر کی ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج یکدم اُلٹ سمت میں گھومنے شروع ہو جاتی ہے جبکہ موٹر ابھی پہلی سمت میں ہی گھوم رہی ہوتی ہے۔اس طرح موٹر تیزی سے آہستا ہوتی ہے اور جیسے ہی موٹر رکھ کر دوسری جانب گھومنا چاہتی ہے اس پر لاگو برقی دباؤ منقطع کر دی جاتی ہے۔اسی لئے اس احاطے کو رکنے کا احاطہ کہتے ہیں۔

امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ مروڑ مساوات سے یوں حاصل کی جا سکتی ہے۔مروڑ اُسی لمحہ زیادہ سے زیادہ ہو گی جب گھومتے حصے کو زایدہ سے زیادہ طاقت میسر ہو۔زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کے مسئلہ[22] کے مطابق مزاحمت $\frac{R_r'}{s}$ میں طاقت کا ضیاع اس وقت زیادہ سے زیادہ ہو گا جب

$$\frac{R_r'}{s} = \left|R_t + jX_t + jX_r'\right| = \sqrt{R_t^2 + (X_t + X_r')^2} \tag{7.48}$$

ہو۔اس مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرک s_z کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$s_z = \frac{R_r'}{\sqrt{R_t^2 + (X_t + X_r')^2}} \tag{7.49}$$

مساوات میں کسر کے نچلے حصے میں $R_t^2 + (X_t + X_r')^2$ کی جگہ مساوات کا مربع استعمال کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ مروڑ یوں حاصل کی جا سکتی ہے

$$\begin{aligned} T_z &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R_r'}{s}\right)}{\frac{R_r'^2}{s^2} + 2R_t \frac{R_r'}{s} + \frac{R_r'^2}{s^2}} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2\left(R_t + \frac{R_r'}{s}\right)} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2\left(R_t + \sqrt{R_t^2 + (X_t + X_r')^2}\right)} \end{aligned} \tag{7.50}$$

جہاں آخری قدم پر مساوات کا استعمال دوبارہ کیا گیا۔

[22] maximum power theorem

اس مساوات کے مطابق امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ مروڑ اس کے گھومتے لچھوں کی مزاحمت پر منحصر نہیں۔ یہ ایک اہم معلومات ہے جسے استعمال کر کے امالی موٹر کی زیادہ سے زیادہ مروڑ درکار رفتار پر یوں حاصل کی جا سکتی ہے۔

امالی موٹر کے گھومتے لچھوں کے برقی سروں کو سرک چھلوں[23] کے ذریعہ باہر نکالا جاتا ہے[24] جہاں ان کے ساتھ سلسلہ وار بیرونی مزاحمت جوڑی جاتی ہے۔اس طرح گھومتے لچھوں کی مزاحمت R_r بڑھائی جاتی ہے۔ ایسا کرنے سے مساوات کے مطابق زیادہ سے زیادہ مروڑ نسبتاً زیادہ سرک یعنی کم زاویائی رفتار پر حاصل کی جا سکتی ہے۔ شکل میں مزاحمت $R_{r,د}$ کے ساتھ ساکن موٹر کو چالو کرتے وقت زیادہ سے زیادہ مروڑ حاصل ہو سکتی ہے۔اس طرح بار بردار موٹر ساکن حالت سے ہی بار اُٹھانے کے قابل ہوتا ہے۔ چونکہ زیادہ سرک پر موٹر کی استعداد خراب ہوتی ہے لہٰذا اس طرح موٹر کو زیادہ دیر نہیں چلایا جاتا اور جیسے ہی اس کی رفتار بڑھ جاتی ہے، اس سے جڑُے بیرونی مزاحمتیں منقطع کر کے گھومتے لچھوں کے برقی سِرے کسرِ دور کر دیئے جاتے ہیں۔

مثال 7.3: مثال میں دی گئی امالی موٹر اس مثال میں استعمال کریں۔رگڑ سے طاقت کی ضیاع کو نظر انداز کریں۔

- اگر موٹر درکار وولٹ اور تعدادِ ارتعاش پر تین فی صد سرک پر چل رہی ہو تو ساکن لچھے میں گھومتے لچھے کے حصہ کی برقی رو I_r' اور مشین کی اندرونی میکانی طاقت اور مروڑ حاصل کریں۔
- موٹر کی زیادہ سے زیادہ اندرونی پیدا مروڑ اور اس مروڑ پر موٹر کی رفتار حاصل کریں۔
- موٹر کی چالو ہونے کے لمحہ پر مروڑ اور اسی لمحہ اس کی I_r' حاصل کریں۔

حل:

- دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$ استعمال کرتے ہوئے مساوات کی مدد سے

$$
\begin{aligned}
Z_t &= \frac{(0.5+j0.99)\,j22}{0.5+j0.99+j22} = 0.4576+j0.9573 \\
\hat{V}_t &= \frac{j22 \times 239.6\underline{/0^\circ}}{0.5+j0.99+j22} = 229.2\underline{/1.246^\circ}
\end{aligned}
$$

مساوات میں تین فی صد سرک پر $\frac{R_r'}{s} = 10.3333$ کے استعمال سے

$$
\begin{aligned}
\hat{I}_r' &= \frac{229.2\underline{/1.246^\circ}}{0.4576+j0.9573+10.3333+j0.34} = 21.1\underline{/-5.6^\circ} \\
I_r' &= \left|\hat{I}_r'\right| = 21.1\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

---

[23] slip rings
[24] شکل کے نمونے پر۔

یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ مندرجہ بالا مساوات میں $229.2\underline{/1.246^\circ}$ کی جگہ $229.2\underline{/0^\circ}$ استعمال کرنے سے I_r' کی یہی قیمت حاصل ہوتی۔
مساوات اور کی مدد سے

$$p_m = \frac{3\times 21.1^2\times 0.31}{0.03}\times(1-0.03) = 13\,387.46\,\mathrm{W}$$
$$T = \frac{13387.46}{(1-0.03)\times 2\times\pi\times 16.66} = 131.83\,\mathrm{N\,m}$$

- مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرک

$$s_z = \frac{0.31}{\sqrt{0.4576^2+(0.9573+0.34)^2}} = 0.1638$$

اور اس پر موٹر کی رفتار $1000\times(1-0.1638) = 836.2$ چکر فی منٹ ہو گی۔

- چالو کرتے لمحہ پر سرک ایک ہو گی لہٰذا $\frac{R_r'}{s} = 0.31$ ہو گا اور یوں

$$\hat{I}_r' = \frac{229.2\underline{/1.246^\circ}}{0.4576+j0.9573+0.31+j0.34} = 152.07\underline{/-58.14^\circ}$$
$$I_r' = 152\,\mathrm{A}$$

اس لمحہ مروڑ

$$T = \frac{3\times 152.07^2\times 0.31}{2\times\pi\times 16.66} = 205\,\mathrm{N\,m}$$

مثال 7.4: ایک تین دور دو قطب ستارا جڑا پچاس ہرٹز پر چلنے والا امالی موٹر 2975 چکر فی منٹ کی رفتار پر بارہ کلوواٹ کے میکانی بار سے لدا ہے۔موٹر کی سرک اور دھرے پر مروڑ حاصل کریں۔
حل:معاصر رفتار $\frac{2}{P}f_e = \frac{2}{2}\times 50 = 50$ چکر فی سیکنڈ یا $50\times 60 = 3000$ چکر فی منٹ ہے۔یوں سرک $s = \frac{3000-2975}{3000} = 0.00833$ یا 0.833 فی صد ہے۔ موٹر کی رفتار $\frac{2975}{60} = 49.5833$ چکر فی سیکنڈ ہے لہٰذا اس کے دھرے پر مروڑ $\frac{12000}{2\times\pi\times 49.58} = 38\,\mathrm{N\,m}$ ہو گی۔

7.10 پنجرا نما امالی موٹر

گھومتے لچھوں کی ساخت پر زرا غور کرتے ہیں۔ گھومتے لچھوں کے N_r چکر ہوتے ہیں جہاں N_r کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔سادہ ترین صورت میں N_r ایک کے برابر ہو سکتا ہے یعنی ایک ہی چکر کا گھومتا

لچھا۔اب بجائے اس کے کہ مرکز میں لچھوں کے لئے شگاف بنائے جائیں اور ہر شگاف میں تانبے کی تار کا ایک چکر لپٹا جائے ہم یوں بھی کر سکتے ہیں کہ ہر شگاف میں سیدھا تانبے کا ایک سلاخ رکھ دیں اور اس طرح کے سب سلاخوں کی ایک جانب کے سروں کو تانبے کی ایک دائرہ نما سلاخ سے کسرِ دور کر دیں اور اسی طرح دوسری جانب کے سب سروں کو بھی ایک تانبے کی دائرہ نما سلاخ سے کسرِ دور کر دیں۔ اس طرح تانبے کی سلاخوں کا پنجرا بن جاتا ہے۔اسی لئے ایسے امالی موٹروں کو پنجرا نما امالی موٹر کہتے ہیں۔

حقیقت میں شگافوں میں پگلا تانبا یا سلور[25] ڈالا جاتا ہے جو ٹھنڈا ہو کر ٹھوس ہو جاتا ہے اور مرکز کو جھکڑ لیتا ہے۔دونوں اطراف کے دائرہ نما کسرِ دور کرنے والے چھلے بھی اِسی طرح اور اِسی وقت بنائے جاتے ہیں۔ اس طرح یہ ایک مضبوط گھومتا حصہ بن جاتا ہے۔ اسی مضبوطی کی وجہ سے پنجرا نما امالی موٹر نہایت مقبول ہوا ہے۔ ایسے موٹر سالوں تک بغیر دیکھ بھال کے کام کرتے ہیں اور عام زندگی میں ہر جگہ پائے جاتے ہیں۔گھروں میں پانی کے پمپ اور پنکھے اِنہیں سے چلتے ہیں۔

7.11 بے بار موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ

امالی موٹر کی کارکردگی دو معائنوں سے معلوم کی جاتی ہے۔ انہی سے اس کے مساوی برقی دور کے جُز بھی حاصل کئے جاتے ہیں۔ہم تین دور کی امالی موٹر کی مثال سے ان معائنوں کا تذکرہ کرتے ہیں۔

7.11.1 بے بار موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ بالکل ٹرانسفارمر کے بے بار معائنہ کی طرح ہے۔اس میں موٹر کی ہیجان انگیز برقی رو اور بے بار موٹر میں طاقت کے ضیاع کی معلومات حاصل ہوتی ہیں۔

اس میں بے بار امالی موٹر پر تین دور کی مساوی برقی دباؤ[26] V_{bb} لاگو کر کے بے بار موٹر کی برقی طاقت کا ضیاع p_{bb} اور اس کے ساکن لچھے کی ہیجان انگیز برقی رو $I_{s,bb}$ ناپی جاتی ہے۔یہ معائنہ امالی موٹر کی پورے برقی دباؤ اور برقی تعدد پر کیا جاتا ہے۔

بے بار امالی موٹر صرف اتنی مروڑ پیدا کرتی ہے جتنی رگڑ اور دیگر طاقت کے ضیاع کی وجہ سے درکار ہو۔اتنی کم مروڑ بہت کم سرک پر حاصل ہو جاتی ہے۔مساوات سے ظاہر ہے کہ بہت کم سرک پر I_r' بھی نہایت کم ہوگی اور اس سے گھومتے لچھوں میں برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ اسی بات کو شکل کی مدد سے بھی سمجھا جا سکتا ہے جہاں یہ واضح ہے کہ بہت کم سرک پر مزاحمت $\frac{R_r'}{s}$ کی قیمت بہت زیادہ ہو جاتی ہے اور اس کو کُھلے دور سمجھا جا سکتا ہے۔ایسا کرنے سے شکل الف ملتا ہے۔

شکل الف میں R_c اور jX_m کے متوازی دور کا مساوی سلسلہ وار دور شکل کے حصہ با میں دکھایا گیا ہے۔کسی بھی امالی موٹر کی R_c کی قیمت اس کی X_m کی قیمت سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔متوازی

---

[25] copper, aluminium

[26] V_{bb} لکھتے ہوئے لفظ بے بار کے پہلے حروف ب اور ب کو زیر نوشت میں bb سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دور کی مقاومت Z_m سے مساوی سلسلہ وار مقاومت Z_s یوں حال ہوتی ہے۔

$$
\begin{aligned}
Z_m &= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \\
&= \frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m}\frac{R_c - jX_m}{R_c - jX_m} \\
&= \frac{jR_c^2X_m + R_cX_m^2}{R_c^2 + X_m^2} \\
&\approx \frac{jR_c^2X_m + R_cX_m^2}{R_c^2} \qquad \text{چونکہ} R_c \gg X_m \\
&= jX_m + \frac{X_m^2}{R_c} = jX_m + R_c^* = Z_s
\end{aligned} \tag{7.51}
$$

بے بار ٹرانسفارمروں میں ابتدائی لچھوں کے برقی طاقت کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاتا ہے۔بے بار امالی موٹروں کی ہیجان انگیز برقی رو کافی زیادہ ہوتی ہے لہٰذا ان کے ساکن لچھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔ بے بار امالی موٹر کی p_{bb} سے اگر تین ساکن لچھوں کی برقی ضیاع منفی کی جائے تو اس میں میکانی طاقت کے ضیاع کا حساب لگایا جا سکتا ہے یعنی

$$
p_{\text{ضیاع}} = p_{bb} - 3I_{s,bb}^2 R_s \tag{7.52}
$$

میکانی طاقت کا ضیاع بے بار اور بار بردار موٹر کے لئے یکساں تصور کیا جاتا ہے۔
شکل کے حصہ با سے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
R_{bb} &= \frac{p_{bb}}{3I_{s,bb}^2} \\
Z_{bb} &= \frac{V_{bb}}{I_{s,bb}} \\
X_{bb} &= \sqrt{|Z_{bb}|^2 - R_{bb}^2} \\
X_{bb} &= X_s + X_m
\end{aligned} \tag{7.53}
$$

یوں اس معائنہ سے موٹر کی بے بار متعاملیت X_{bb} حاصل ہوتی ہے۔اگر کسی طرح ساکن لچھے کی متعاملیت X_s معلوم ہو تب اس مساوات سے X_m حاصل کی جا سکتی ہے۔اگلے معائنہ میں ہم X_s کا اندازہ لگا سکیں گے۔

7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے کسرِ دور معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں مشین کے رِستا امالوں کی معلومات حاصل ہوتی ہے۔البتہ امالی موٹر کا مسئلہ ذرا زیادہ پیچیدہ ہے۔امالی موٹر کی رِستا امالہ گھومتے لچھوں میں برقی تعدد اور مرکز کے سیراب ہونے پر منحصر ہوتے ہیں۔

اس معائنہ میں امالی موٹر کے گھومتے حصے کو حرکت کرنے سے زبردستی روک دیا جاتا ہے جبکہ ساکن لچھوں پر بیرونی برقی دباؤ V_{rk} لاگو کر کے برقی طاقت p_{rk} اور ساکن لچھوں کی برقی رو $I_{s,rk}$ ناپی جاتی ہیں۔ اصولی طور پر یہ معائنہ اُن حالات کو مدِ نظر رکھ کر کیا جاتا ہے جن پر موٹر کی معلومات درکار ہوں۔

جس لمحہ ایک موٹر کو ساکن حالت سے چالو کیا جائے اس لمحہ موٹر کی سرک ایک کے برابر ہوتی ہے اور اس کے گھومتے لچھوں میں عام تعدد f_e کی برقی رو[27] $I_{t=0}$ ہوتی ہے، لہٰذا اگر اس لمحہ کے نتائج درکار ہوں تو موٹر کے ساکن لچھوں پر عام تعدد یعنی f_e کی اتنی برقی دباؤ لاگو کی جائے گی جتنی سے اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو $I_{t=0}$ ہو۔ اسی طرح اگر عام چالو حالت میں بار بردار موٹر کے نتائج درکار ہوں جب موٹر کی سرک s اور اس کے گھومتے لچھوں میں برقی رو[28] $I_{t\to\infty}$ ہوتی ہے تو معائنہ میں sf_e تعدد کی برقی دباؤ استعمال کی جائے گی اور اس کی مقدار اتنی رکھی جائے گی جتنی سے گھومتے لچھوں میں $I_{t\to\infty}$ برقی رو وجود میں آئے۔تقریباً $20\,\mathrm{kV\,A}$ سے چھوٹی موٹروں میں برقی تعدد کے اثرات قابلِ نظر انداز ہوتے ہیں لہٰذا ان کا معائنہ f_e تعدد کی برقی دباؤ پر ہی کیا جاتا ہے۔

یہاں شکل کو رکے موٹر کے معائنہ کی نقطہ نظر سے دوبارہ بناتے ہیں۔رکے موٹر کی سرک ایک کے برابر ہوتی ہے۔مزید یہ کہ اس معائنہ میں لاگو برقی دباؤ عام چالو موٹر پر لاگو برقی دباؤ سے خاصی کم ہوتی ہے۔اتنی کم لاگو برقی دباؤ پر مرکزی ضیاع کو نظرانداز کیا جا سکتا ہے۔شکل میں R_c کو کھلے دور کرنا مرکزی ضیاع کو نظرانداز کرنے کے مترادف ہے۔ایسا کرنے سے شکل الف ملتا ہے۔چونکہ $s=1$ ہے لہٰذا اس شکل میں $\frac{R_r'}{s}$ کو R_r' لیا گیا ہے۔

شکل الف میں jX_m اور $(R_r'+jX_r')$ متوازی جڑے ہیں۔ ان کا مساوی سلسلہ وار دور شکل ب میں دکھایا گیا ہے۔اس متوازی دور کی مزاحمت Z_m سے سلسلہ وار مزاحمت Z_s یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$
\begin{aligned}
Z_m &= \frac{jX_m(R_r'+jX_r')}{R_r'+j(X_m+X_r')}\\
&= \left(\frac{jX_mR_r'-X_mX_r'}{R_r'+j(X_m+X_r')}\right)\left(\frac{R_r'-j(X_m+X_r')}{R_r'-j(X_m+X_r')}\right)\\
&= \frac{jX_mR_r'^2+X_mR_r'(X_m+X_r')-X_mX_r'R_r'+jX_mX_r'(X_m+X_r')}{R_r'^2+(X_m+X_r')^2}\\
&= \frac{X_m^2R_r'}{R_r'^2+(X_m+X_r')^2}+\frac{j(X_mR_r'^2+X_m^2X_r'+X_mX_r'^2)}{R_r'^2+(X_m+X_r')^2}\\
&= R_s^*+jX_s^*=Z_s
\end{aligned}
\tag{7.54}
$$

اگر ان مساوات میں $X_m \gg R_r'$ اور $X_m \gg X_r'$ لیا جائے تو حاصل ہوتا ہے۔

$$R_s^* \approx R_r'\left(\frac{X_m}{X_m+X_r'}\right)^2 \tag{7.55}$$

$$X_s^* =\approx \frac{X_mR_r'^2}{X_m^2}+\frac{X_m^2X_r'}{X_m^2}+\frac{X_mX_r'^2}{X_m^2}\approx X_r' \tag{7.56}$$

[27] اس لمحہ کے برقی رو کو چھوٹی لکھائی میں وقت صفر سے منسلک کیا گیا ہے یعنی $t=0$

[28] زیر نوشت میں $t\to\infty$ اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ موٹر کافی دیر سے چالو ہے اور یہ ایک برقرار رفتار تک پہنچ گئی ہے۔

گھومتا حصہ	خاصیت	X_s	X'_r
لپٹا ہوا	کارکردگی گھومتے حصے کی مزاحمت پر منحصر	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ A	عام ابتدائی مروڑ، عام ابتدائی رو	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$
بناوٹ B	عام ابتدائی مروڑ، کم ابتدائی رو	$0.4X_{rk}$	$0.6X_{rk}$
بناوٹ C	زیادہ ابتدائی مروڑ، کم ابتدائی رو	$0.3X_{rk}$	$0.7X_{rk}$
بناوٹ D	زیادہ ابتدائی مروڑ، زیادہ سرک	$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$

جدول 7.1: متعاملیت کی ساکن اور گھمتے حصوں میں تقسیم۔

اس معائنہ میں ناپے مقداروں اور شکل ب سے

$$\begin{aligned} Z_{rk} &= \frac{V_{rk}}{I_{s,rk}} \\ R_{rk} &= \frac{p_{rk}}{3I_{s,rk}^2} \\ X_{rk} &= \sqrt{\left|Z_{rk}\right|^2 - R_{rk}^2} \end{aligned} \tag{7.57}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اس مساوات کے پہلے جُز میں ناپے برقی دباؤ اور برقی رو سے مقاومت حاصل کی گئی ہے، اس کے دوسرے جُز سے مزاحمت اور تیسرے میں متعاملیت۔
اب شکل کے حصہ با سے واضح ہے کہ

$$X_{rk} = X_s + X'_r \tag{7.58}$$

امالی مشین مختلف خصوصیات کو مد نظر رکھ کر بنائے جاتے ہیں۔عام آدمی کے آسانی کے لئے ایسے مشینوں کی درجہ بندی کی جاتی ہے۔جدول 7.1 میں پنجرا نما امالی موٹر کے مختلف اقسام A, B, C, D اور ایسی مشین جن کا گھمتا حصہ لچھے پر مشتمل ہو، کے رِستا متعاملیت X_{rk} کو ساکن اور گھومتے لچھوں میں تقسیم کرنا دکھایا گیا ہے۔اس جدول کے مطابق، گھومتے لچھے والی مشین میں ساکن اور گھومتے متعاملیت برابر ہوتے ہیں۔ اسی طرح شکل ب سے واضح ہے کہ $R_{rk} = R^* + R_s$ لہٰذا اگر ساکن لچھے کی مزاحمت R_s براہِ راست مزاحمت ناپنے کے آلہ یعنی اوہم میٹر[29] سے ناپی جائے تو

$$R^* = R_{rk} - R_s \tag{7.59}$$

ہو گا اور اب R'_r کو مساوات سے حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں X_m بے بار امالی موٹر کے معائنہ میں حاصل کی جاتی ہے۔
اوہم میٹر کی مدد سے ساکن لچھے کی مزاحمت ناپتے وقت یہ جاننا ضروری ہے کہ موٹر ستارا یا تکونی جڑی ہے۔شکل میں لچھے کو دونوں طرح جڑا دکھایا گیا ہے۔ اگر ایک دور کی مزاحمت R_s ہو تو ستارا جڑی موٹر میں اوہم میٹر $2R_s$ مزاحمت دے گی جبکہ تکونی جڑی موٹر کے لئے یہ $\frac{2}{3}R_s$ مزاحمت دے گی۔

[29]Ohm meter

مثال 7.5: ستارا جڑی چار قطب پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی موٹر کے معائنہ کئے جاتے ہیں۔ موٹر کی بناوٹ درجہ بندی A کے مطابق ہے۔اوہم میٹر کسی بھی دو برقی سروں کے مابین 0.55 اوہم جواب دیتا ہے۔بے بار معائنہ $50\,\mathrm{Hz}$ اور $415\,\mathrm{V}$ پر کرتے ہوئے برقی رو $4.1\,\mathrm{A}$ اور طاقت کا ضیاع $906\,\mathrm{W}$ ناپے جاتے ہیں۔جامد موٹر معائنہ $15\,\mathrm{Hz}$ اور $50\,\mathrm{V}$ پر کرتے ہوئے برقی رو $13.91\,\mathrm{A}$ اور طاقت کا ضیاع $850\,\mathrm{W}$ ناپے جاتے ہیں۔اس موٹر کی مساوی برقی دور بنائیں اور پانچ فیصد سرک پر اس کی اندرونی میکانی طاقت حاصل کریں۔

حل: اوہم میٹر کے جواب سے ستارا جڑی موٹر کے ساکن لچھے کی مزاحمت $R_s = \frac{0.55}{2} = 0.275\,\Omega$ حاصل ہوتی ہے۔بے بار معائنہ میں دوری برقی دباؤ $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6\,\mathrm{V}$ ہے جس سے

$$R_{bb} = \frac{906}{3\times 4.1^2} = 17.965\,\Omega$$
$$|Z_B| = \frac{239.6}{4.1} = 58.439\,\Omega$$
$$X_{bb} = \sqrt{58.439^2 - 17.965^2} = 55.609\,\Omega = X_s + X_m$$

لہٰذا رکے موٹر معائنہ کے نتائج سے X_s حاصل کرنے کے بعد X_m حاصل ہو جائے گی۔

ساکن لچھے کی مزاحمت میں اس برقی رو پر کُل

$$3I_{bb}^2R_s = 3\times 4.1^2 \times 0.275 = 13.87\,\mathrm{W}$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا لہٰذا رگڑ اور دیگر طاقت کا ضیاع $906 - 13.86 = 892$ واٹ ہو گا۔

رکے موٹر کے معائنہ میں دوری برقی دباؤ $\frac{50}{\sqrt{3}} = 28.9$ وولٹ ہیں یوں اس معائنہ سے

$$R_{rk} = \frac{850}{3\times 13.91^2} = 1.464\,\Omega$$
$$|Z_{rk}| = \frac{28.9}{13.91} = 2.07\,\Omega$$
$$X_{rk,15} = \sqrt{2.07^2 - 1.464^2} = 1.46\,\Omega$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اس معائنہ میں برقی تعدد 15 ہرٹز تھی لہٰذا 50 ہرٹز پر متعاملیت

$$X_{rk,50} = \frac{50}{15}\times X_{rk,15} \approx 4.9\,\Omega$$

ہے۔درجہ بندی A کی امالی موٹر کے لئے یہ متعاملت ساکن اور گھومتے لچھے میں یکساں تقسیم ہوتی ہے لہٰذا

$$X_s = X_r' = \frac{4.9}{2} = 2.45\,\Omega$$

یوں

$$X_m = X_{bb} - X_s = 55.609 - 2.4553\,\Omega$$

چونکہ $R_s = 0.275$ اوہم ہے لہٰذا

$$R_r' = R_{rk} - R_s = 1.464 - 0.275 = 1.189\,\Omega$$

ہوگا۔یہ مساوی برقی دور شکل میں دکھایا گیا ہے۔
پانچ فی صد سرک پر اندرونی میکانی طاقت کی خاطر بائیں جانب کا تھونن مساوی دور استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned}
V_t &= 229\underline{/0.2833^\circ} \\
Z_t &= 0.251 + j2.343 \\
\left|\hat{I}_r'\right| &= 11.8\,\mathrm{A} \\
p_m &= \frac{3 \times 11.8^2 \times 0.974 \times (1 - 0.05)}{0.05} = 7730\,\mathrm{W}
\end{aligned}$$

الباب 8

یک سمتی رو مشین

یک سمتی رو مشین یا تو یک سمتی رو[1] برقی طاقت پیدا کرتے ہیں یا پھر یہ یک سمتی رو برقی طاقت سے چلتے ہیں۔یک سمتی رو موٹروں کی اہمیت بتدریج کم ہوتی جا رہی ہے اور ان کی جگہ امالی موٹر استعمال ہونے لگے ہیں جو جدید طرز کے قوی الیکٹرانکس[2] سے قابو کئے جاتے ہیں۔موجودہ دور میں گاڑیوں میں لگے یک سمتی جنریٹر بھی دراصل سادہ بدلتی رو جنریٹر ہوتے ہیں جن کے اندر نسب ڈایوڈ[3] ان کی بدلتی محرک برقی دباؤ کو یک سمتی محرک برقی دباؤ میں تبدیل کر دیتی ہے۔

اس باب میں دو قطب کے یک سمتی آلوں کا مطالعہ کیا جائے گا۔میکانی سمت کار رکھنے والے یک سمتی آلوں میں میدانی لچھا ساکن ہوتا ہے جبکہ قوی لچھا گھومتا ہے۔

8.1 یک سمتی جنریٹر کی برقی دباؤ

گزشتہ حصہ میں شکل میں الف۔با۔ج اور د لچھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ اسی طرح ڈ۔ذ۔ر اور ڑ سلسلہ وار جڑے ہیں۔حصہ میں مساوات ایک لچھے کی یک سمتی جنریٹر کی محرک برقی دباؤ e_1 دیتی ہے۔ اسے یہاں یاد دھیانی کی خاطر دوبارہ دیا جاتا ہے۔

$$e_1 = \omega N \phi_m = \omega N A B_m \tag{8.1}$$

اگر خلائی درز میں B_m کی مقدار ہر جگہ یکساں ہو تو سب لچھوں میں برابر محرک برقی دباؤ پیدا ہوگا۔یوں شکل میں دکھائے لمحہ جنریٹر کی کُل محرک برقی دباؤ e ایک لچھے کی محرک برقی دباؤ کی چار گنا ہوگی یعنی $e = 4e_1 = 4\omega NAB_m$ جبکہ شکل میں دکھائے لمحہ صرف تین لچھوں کی محرکی برقی دباؤ زیرِ استعمال آتی ہے یعنی اس لمحہ جنریٹر کی کُل محرک برقی دباؤ یہ $e = 3e_1 = 3\omega NAB_m$ ہو گی۔

شکل میں اس آٹھ دندوں والے میکانی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔شکل میں یک سمتی برقی دباؤ پر سوار غیر ضروری لہریں دکھائی گئی ہیں۔اگر جنریٹر میں ایک جوڑی قطب پر کُل n لچھے

[1] dc, direct current
[2] power electronics
[3] diode

ہوں تو شکل کی طرح یہ دو $\frac{n}{2}$ سلسلہ وار لچھوں جتنی محرکی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔

$$e = \frac{n}{2}\omega N\phi_m = \frac{n}{2}\omega NAB_m \tag{8.2}$$

اس صورت میں یہ غیر ضروری لہریں کُل یک سمتی برقی دباؤ کی تقریباً

$$\frac{\omega N\phi_m}{\frac{n}{2}\omega N\phi_m} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100 \tag{8.3}$$

فی صد ہو گی۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر فی قطب دندوں کی تعداد بڑھائی جائے تو حاصل برقی دباؤ زیادہ ہموار ہوگی اور یہ غیر ضروری لہریں قابلِ نظر انداز ہوں گے۔

اب تصور کریں کہ شکل میں دیئے مشین کی خلائی درز میں B_m کی مقدار ہر جگہ یکساں نہیں۔اس صورت میں لچھوں میں محرک برقی دباؤ مساوات کے تحت مختلف زاویوں پر مختلف ہوگی۔اس طرح مشین سے حاصل کُل برقی دباؤ چار سلسلہ وار لچھوں کی مختلف محرک برقی دباؤ کے مجموعہ کے برابر ہوگی یعنی

$$e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \tag{8.4}$$

جہاں $e_1, e_2, \cdots$ مختلف لچھوں کی محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتے ہیں۔

اب شکل پر غور کریں۔اگر گھومتا حصہ صرف ایک دندے برابر حرکت کرے تو اس شکل کی حالت دوبارا حاصل ہوتی ہے اور اس سے حاصل برقی دباؤ بھی دوبارا وہی ملتی ہے۔اگر میکانی سمت کار کی فی قطب دندوں کی تعداد زیادہ کر دی جائے تو یہ حرکت قابلِ نظر انداز ہو جاتی ہے۔ اب اگر خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ ہمواری کے ساتھ تبدیل ہو تو اتنی کم حرکت کے احاطے میں B_m کی مقدار میں کوئی خاص تبدیلی نہیں آئے گی اور اس احاطے میں اسے یکساں تصور کیا جا سکتا ہے۔یوں اگر لچھا اس احاطے میں حرکت کرے تو اس میں محرک برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوگی۔یعنی جس لچھے کی محرکی برقی دباؤ e_1 ہے اُس کی اس احاطے میں محرکی برقی دباؤ یہی رہے گی۔یوں اگرچہ $e_1, e_2, \cdots$ آپس میں مختلف ہو سکتے ہیں مگر ان کی مقدار قطعی ہے، لہٰذا اس صورت میں مساوات میں دی گئی محرکی برقی دباؤ کی مقدار بھی قطعی ہوگی۔

ہم نے دیکھا کہ اگر خلائی درز میں B_m ہمواری کے ساتھ تبدیل ہو تو جنریٹر سے معیاری یک سمتی محرک برقی دباؤ حاصل ہوتی ہے۔بدلتی رو جنریٹروں میں B_m سائن نما رکھنی ضروری ہوتی ہے۔نہایت چھوٹی یک سمتی آلوں میں خلائی درز میں B_m یکساں رکھا جاتا ہے جبکہ بڑی آلوں میں اسے ہمواری کے ساتھ تبدیل کیا جاتا ہے۔جیسا اوپر ذکر ہوا عملاً میکانی سمت کار کے دندوں تک لچھوں کے سروں کی رسائی ممکن تب ہوتی ہے جب ہر شگاف میں دو لچھے رکھے جائیں۔ اس طرح رکھے لچھوں کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ آری کے دندوں کی مانند ہوتا ہے۔یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

زیادہ قطب کے مشین میں شمالی اور جنوبی قطب کے ایک جوڑے کی پیدا یک سمتی برقی دباؤ مساوات سے حاصل ہو گی جہاں n ایک قطبین کے جوڑے پر میکانی سمت کار کے دندوں کی تعداد ہو گی۔یوں زیادہ قطبین کے جوڑیوں سے حاصل یک سمتی برقی دباؤ کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑا جا سکتا ہے۔

8.2 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی

جنریٹر بنیادی طور پر بدلتی رو برقی دباؤ ہی پیدا کرتا ہے۔ یک سمتی جنریٹر کے اندر نسب میکانی سمت کار[4] میکانی طریقہ سے اس بدلتی رو کو یک سمتی رو میں تبدیل کرتا ہے اور یوں جنریٹر کی برقی سروں سے یک سمتی برقی دباؤ حاصل ہوتا ہے۔

میکانی سمت کار کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں جنریٹر کے قوی لچھے کو ایک چکر کا دکھایا گیا ہے اگرچہ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا۔قوی لچھے کے برقی سروں کو د اور ڈ سے ظاہر کیا گیا ہے جو میکانی سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جُڑے ہیں۔قوی لچھا اور میکانی سمت کار ایک ہی دُھرّے پر نسب ہوتے ہیں اور یوں یہ ایک ساتھ حرکت کرتے ہیں۔تصور کریں کہ یہ دونوں گھڑی کی اُلٹی سمت مقناطیسی میدان میں گھوم رہے ہیں۔مقناطیسی میدان اُفقی سطح میں N سے S کی جانب ہے جسے نوکدار لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ میکانی سمت کار کے ساتھ کاربن کے ساکن بُش، اسپرنگ کی مدد سے دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ان کاربن کے بُشوں سے برقی دباؤ بیرونِ جنریٹر موصل برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کی جاتی ہے۔ان بُشوں کو مثبت نشان + اور منفی نشان − سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دکھائے گئے لمحہ پر لچھے میں پیدا برقی دباؤ e کی وجہ سے لچھے کا برقی سِرا د مثبت اور اس کا برقی سرا ڈ منفی ہے۔یوں میکانی سمت کار کا حصہ د مثبت اور اس کا حصہ ڈ منفی ہے جس سے کاربن کے + نشان والا بُش مثبت اور − نشان والا بُش منفی ہے۔

آدھے چکر بعد خلا میں لچھے کی د اور ڈ اطراف آپس میں جگہیں تبدیل کر لیں گی۔یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔لچھے کے د اور ڈ اطراف اب بھی میکانی سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جُڑے ہیں۔ اس لمحہ پر لچھے پر برقی دباؤ اُلٹ ہو گی اور اب اس کا د طرف منفی اور ڈ طرف مثبت ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔یہاں میکانی سمت کار کی کارکردگی سامنے آتی ہے اور ہم دیکھتے ہیں کہ کاربن کا + نشان والا بُش اب بھی مثبت اور − نشان والا بُش اب بھی منفی ہے۔ یوں جنریٹر کے بیرونی برقی سروں پر اب بھی برقی دباؤ پہلے کی سمت میں ہی ہے۔میکانی سمت کاری کے دانتوں کے مابین برقی دباؤ ہوتا ہے لہٰذا ان کو غیر موصل شہ کی مدد ایک دونوں سے اور دُھرّے سے دور رکھا جاتا ہے۔

گھومتے وقت ایک ایسا لمحہ آتا ہے جب میکانی سمت کار کے دونوں دانت کاربن کے دونوں بُشوں کے ساتھ جُڑے ہوتے ہیں یعنی اس لمحہ کاربن کے بُش لچھے کو کسرِ دور کرتے ہیں۔ کاربن کے بُش محیط پر اس طرح رکھے جاتے ہیں کہ جس لمحہ لچھے میں برقی دباؤ مثبت سے منفی یا منفی سے مثبت ہونے لگے اسی لمحہ کاربن کے بُش لچھے کو کسرِ دور کرے۔چونکہ اس لمحہ لچھے کے پیدا کردہ برقی دباؤ صفر ہوتی ہے لہٰذا اسے کسرِ دور کرنے سے کوئی نقصان نہیں ہوتا۔اس طرح حاصل برقی دباؤ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں دو دندوں والا میکانی سمت کار اور دو مقناطیسی قطب کے درمیان گھومتا ایک ہی قوی لچھا دکھایا گیا ہے۔حقیقت میں جنریٹر کے بہت سارے قطب ہوں گے اور ہر ایک قطب کے لئے میکانی سمت کار کے کئی دندے ہوں گے۔مزید یہ کہ نہایت چھوٹی آلوں میں مقناطیسی میدان مقناطیس ہی فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی آلوں میں مقناطیسی میدان ساکن میدانی لچھے فراہم کرتے ہیں۔ مشین کے دونوں قسم کے لچھے تقسیم شدہ ہوتے ہیں۔

اب ہم زیادہ دندوں کے ایک میکانی سمت کار کو دیکھتے ہیں۔

[4] commutator

8.2.1 میکانی سمت کار کا تفصیلی جائزہ

پچھلے حصہ میں میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی سمجھائی گئی۔ اس حصہ میں اس پر تفصیلاً غور کیا جائے گا۔یہاں شکل سے رجوع کریں۔اس شکل میں اندر کی جانب دکھائے گئے میکانی سمت کار کے دندوں کو ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔میکانی سمت کار کی اندر جانب کاربن بُش دکھائے گئے ہیں جبکہ i بیرونِ جنریٹر برقی رو کو ظاہر کرتی ہے۔شگافوں کو بھی ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔اس جنریٹر کے دو قطب ہیں جبکہ اس میں کُل آٹھ شگاف ہیں۔اس طرح اگر ایک شگاف ایک قطب کے سامنے ہو تو تین شگاف چھوڑ کر موجود شگاف دوسرے قطب کے سامنے ہوگا۔ہم کہتے ہیں کہ ایسے دو شگاف ایک قطب فاصلے پر ہیں مثلاً شگاف ایک اور پانچ ایک قطب کے فاصلے پر ہیں۔

شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو کی سمتیں نقطہ اور صلیب سے ظاہر کئے گئے ہیں۔ نقطہ صفحہ سے عمودی طور پر باہر جانب کی سمت کو ظاہر کرتی ہے جبکہ صلیب کے نشان اس کی اُلٹ سمت کو ظاہر کرتی ہے۔یوں پہلی شگاف میں برقی رو کی سمت عمودی طور پر صفحہ کی اندر جانب کو ہے۔

ہر شگاف میں دو لچھے دکھائے گئے ہیں۔پہلی شگاف کی اندر جانب موجود لچھا، میکانی سمت کار کی پہلی دانت سے جُڑا ہے۔یہ جوڑ موٹی لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔شگاف کے نچلے سِرے سے نکل کر یہ لچھا پانچ نمبر شگاف کے نچلے سِرے میں باہر جانب کو داخل ہوتا ہے۔اس بات کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔اسی طرح دو لچھے دوسرے اور چٹے شگافوں میں ہیں۔ان میں ایک لچھا دوسرے شگاف میں اندر کی جانب اور چٹے شگاف میں باہر کی جانب ہے جبکہ دوسرا لچھا دوسرے شگاف میں باہر کی جانب اور چٹے شگاف میں اندر کی جانب ہے۔ نقطہ دار لکیریں صرف پہلی اور پانچویں شگاف کے لئے دکھائے گئے ہیں۔آپ خود باقی شگافوں کے لئے انہیں بنا سکتے ہیں۔ہر لچھے کی ایک طرف شگاف میں اندر جانب اور اس کی دوسری طرف ایک قطب دور موجود شگاف میں باہر جانب کو ہوتی ہے۔میکانی سمت کار کا یہی پہلا دانت چوتھے شگاف کی باہر جانب موجود لچھے سے بھی جُڑا ہے۔آپ یہاں رکھ کر شکل کی مدد سے مشین میں برقی رو کی سمتیں سمجھیں اور تسلی کر لیں کہ یہ درست دکھائے گئے ہیں۔اس شکل میں لچھوں کو الف، با، ج وغیرہ نام دیئے گئے ہیں جبکہ میکانی سمت کار کے دندوں کو ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔کاربن کے بُش پہلے اور پانچویں دانت سے جڑے دکھائے گئے ہیں۔

اس شکل میں کاربن بُش سے برقی رو میکانی سمت کار کی پہلے دانت سے ہوتے ہوئے دو برابر مقداروں میں تقسیم ہو کر دو یکساں متوازی راستوں گزرے گی۔ایک راستہ سلسلہ وار جڑے الف۔با۔ج اور د لچھوں سے بنتا ہے جبکہ دوسرا راستہ سلالہ وار جڑے ڑ۔ز۔ذ اور ڈ لچھوں سے بنتا ہے۔یہ دو سلسلہ وار راستے آپس میں متوازی جڑے ہیں۔برقی رو کی سمت نقطہ دار چونچ ولی لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔دو متوازی راستوں سے گزرتا برقی رو ایک بار دوبارہ مل کر ایک ہو جاتا ہے اور میکانی سمت کار کے پانچویں دانت سے جڑے کاربن بُش کے ذریعہ مشین سے باہر نکل جاتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ گھومتے حصے کی شگافوں میں موجود لچھوں میں برقی رو مقناطیسی دباؤ کو جنم دے گی جو ساکن مقناطیسی دباؤ کی عمودی سمت میں ہوگی جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے۔یہ دو مقناطیسی دباؤ دُھرّے پر گھڑی کی سمت میں مروڑ پیدا کریں گے۔یوں اگر مشین موٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو تو یہ گھڑی کی سمت گھومے گی۔اس صورت میں کاربن بُش پر بیرونی یک سمتی برقی دباؤ اس سمت میں لاگو کی جائے گی کہ اس میں برقی رو دکھلائی گئی سمت میں ہو۔

اب یہ تصور کریں کہ مشین ایک جنریٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو اور اسے گھڑی کی اُلٹی سمت

بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جا رہا ہو۔یوں میکانی سمت کار کے آدھے دانت برابر حرکت کرنے کے بعد یہ شکل میں دکھلائے حالت اختیار کر لے گی۔اس شکل میں دائیاں کاربن بُش میکانی سمت کار کے پہلے اور دوسرے دانت کے ساتھ جبکہ بائیاں کاربن بُش اس کے پانچویں اور چھٹے دانت کے ساتھ جُڑ گئے ہیں۔یوں پہلے اور پانچویں شگافوں میں موجود لچھے کسرِ دور ہو گئے ہیں جبکہ بقایا شگافوں میں موجود لچھوں میں حسبِ معمول برقی رو ہو گا جن سے مقناطیسی دباؤ اب بھی پہلے کی طرح ساکن مقناطیسی کی دباؤ کی عمودی سمت میں ہوگا۔اس لمحہ کی صورت شکل میں زیادہ واضح ہے۔

مشین جب میکانی سمت کار کے ایک دانت برابر حرکت کر لے تو کاربن کے بُش دوسرے اور چھٹے دانت سے جُڑ جائیں گے۔پہلے اور پانچویں شگافوں میں برقی رو کی سمت پہلی سے اُلٹ ہو جائے گی جبکہ باقی شگافوں میں برقی رو کی سمتیں برقرار رہیں گی۔گھومتے لچھوں کا برقی دباؤ اب بھی اُسی سمت میں ہو گا۔

جتنے لمحے کے لئے کاربن کے بُش دو لچھوں کو کسرِ دور کرتے ہیں اتنے وقت میں ان لچھوں میں برقی رو کی سمت اُلٹ ہو جاتی ہے۔کوشش کی جاتی ہے کہ اس دوران برقی رو وقت کے ساتھ بتدریج تبدیل ہو۔ایسا نہ ہونے سے کاربن کے بُش سے چنگاریاں نکلتی ہیں جن سے یہ بُش جلد ناکارہ ہو جاتے ہیں۔

حقیقت میں یک سمتی جنریٹر میں درجن دانت فی قطب والا میکانی سمت کار استعمال ہو گا اور اگر مشین نہایت چھوٹی نہ ہو تو اس میں دو سے زیادہ قطب ہوں گے۔

8.3 مروڑ

یک سمتی آلوں کی امالی برقی دباؤ اور مروڑ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کی شکل پر منحصر نہیں۔اپنی سہولت کے لئے ہم ان کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما تصور کرتے ہیں۔شکل میں دکھائے گئے قوی لچھے کی مقناطیسی دباؤ کی بنیادی فوریئر جزو[5]

$$\tau_q = \frac{8}{\pi^2}\frac{NI}{2} \tag{8.5}$$

ہے۔یوں چونکہ یک سمتی مشین میں ساکن اور گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں لہٰذا ان میں مروڑ مساوات کی طرح

$$T = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{P}{2}\right)^2 \phi_m \tau_q \tag{8.6}$$

ہو گی۔

مثال 8.1: دو قطب بارہ دندوں کے میکانی سمت کار کے یک سمتی جنریٹر میں ہر قوی لچھا بیس چکر کا ہے۔ایک لچھے سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ 0.0442 ویبر ہے۔جنریٹر 3600 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔

[5] fundamental Fourier component

- اس کی پیدا یک سمتی برقی دباؤ میں غیر ضروری لہریں کُل برقی دباؤ کے کتنے فی صد ہیں۔
- یک سمتی برقی دباؤ حاصل کریں۔

حل:

- مساوات سے غیر ضروری لہریں $\frac{2}{n} \times 100 = \frac{2}{12} \times 100 = 16.66$ فی صد ہیں۔
- جنریٹر کی رفتار $\frac{3600}{60} = 60$ ہرٹز ہے یوں مساوات کی مدد سے حاصل یک سمتی برقی دباؤ

$$e = \frac{12}{2} \times 2 \times \pi \times 60 \times 20 \times 0.0442 = 1999.82\,\mathrm{V}$$

ہے۔

8.4 خارجی ہیجان شدہ اور داخلی ہیجان شدہ یک سمتی جنریٹر

خارجی ہیجان شدہ[6] یک سمتی جنریٹر کے میدانی لچھے کو بیرونی یک سمتی برقی دباؤ مہیا کی جاتی ہے جبکہ داخلی ہیجان شدہ[7] یک سمتی جنریٹر کے میدانی لچھے کو اس جنریٹر کی اپنی پیدا کردہ محرک برقی دباؤ ہی مہیا کی جاتی ہے۔یک سمتی جنریٹر کی کارکردگی اس کو ہیجان کرنے کے طریقے پر منحصر ہے۔

شکل حسِ الف میں قوی لچھے[8] اور میدانی لچھے[9] کو عمودی بنایا گیا ہے۔ یہ ایک سادہ طریقہ ہے جس سے یہ یاد رہتا ہے کہ ان لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں۔یہاں قوی لچھے کی شکل میکانی سمت کار کی طرح بنائی گئی ہے۔

چونکہ میدانی اور قوی لچھوں کی مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں ہم اس سے یہ اخذ کرتے ہیں کہ ایک لچھے کی برقی دباؤ دوسرے لچھے کی برقی دباؤ پر اثر انداز نہیں ہوتی۔اس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی مرکز کی کسی ایک سمت میں سیرابیت اس سمت کی عمودی سمت میں سیرابیت پر اثر انداز نہیں ہوتی۔

شکل میں خارجی ہیجان شدہ مشین کی میدانی لچھے کو بیرونی یک سمتی برقی طاقت مہیا کی گئی ہے۔یوں میدانی لچھے کی برقی رو تبدیل کر کے اس کی میدانی مقناطیسی دباؤ τ_m، میدانی مقناطیسی بہاؤ ϕ_m اور کثافتِ مقناطیسی بہاؤ B_m تبدیل کی جا سکتی ہے۔یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔یوں جنریٹر کی محرک برقی دباؤ مساوات کے تحت تبدیل کی جا سکتی ہے یا پھر موٹر کی مروڑ مساوات کے تحت تبدیل کی جا سکتی ہے۔

برقی رو بڑھانے سے مرکز کا سیراب ہونا شکل میں واضح ہے۔یوں برقی رو بڑھاتے ہوئے شروع میں محرک برقی دباؤ اور میدانی لچھے کی برقی رو براہِ راست متناسب ہوگی جبکہ زیادہ برقی رو پر ایسا نہیں۔شکل میں خط با مشین کے کُھلے سِرے معائنہ سے حاصل کی جا سکتی ہے۔اس شکل میں محرکی برقی دباؤ کو e کی بجائے e_{q0} لکھ کر اس بات کی یاد دھیانی کرائی گئی ہے کہ یہ محرکی دباو قوی لچھے سے حاصل کی

---

[6] separately excited
[7] self excited
[8] armature coil
[9] filed coil

گئی ہے اور یہ ایک معین رفتار ω_0 پر حاصل کی گئی ہے۔اگر کسی اور رفتار ω پر اس خط سے محرکی برقی دباؤ e_q حاصل کرنی ہو تو مساوات کی مدد سے

$$\frac{e_q}{e_{q0}} = \frac{\frac{n}{2}\omega NAB_m}{\frac{n}{2}\omega_0 NAB_m} = \frac{\omega}{\omega_0} \tag{8.7}$$

یعنی

$$e_q = \frac{rpm}{rpm_0} e_{q0} \tag{8.8}$$

جہاں رفتار کو چکر فی منٹ[10] میں بھی لیا گیا ہے۔یاد رہے کہ یہ مساوات صرف اُس صورت میں درست ہے جب مقناطیسی میدان تبدیل نہ ہو۔

مقناطیسی مرکز اگر مقناطیس بنائی جائے تو اس میں بقایا مقناطیسی بہاؤ رہتی ہے۔یہ شکل کے حصہ الف میں دکھائی گئی ہے۔یوں اگر میدانی لچھے کو ہیجان نہ بھی کیا جائے تو جنریٹر کچھ محرکی برقی دباؤ پیدا کرے گی[11]۔ یہ بقایا محرکی برقی دباؤ شکل با میں صفر میدانی برقی رو پر دکھائی گئی ہے۔

اگر داخلی ہیجان شدہ جنریٹر کو ساکن حال سے چالو کیا جائے تو بقایا محرکی برقی دباؤ پیدا ہو گی۔اس محرک برقی دباؤ سے میدانی لچھے میں برقی رو رواں ہو گا اور یوں مقناطیسی میدان پیدا ہو گا جس سے مشین ذرا زیادہ ہیجان ہو جائے گا اور یوں اس کی محرکی برقی دباؤ بھی کچھ بڑھ جائے گی۔اس طرح کرتے کرتے مشین جلد پوری محرک برقی دباؤ پیدا کرنے شروع ہوتا ہے۔یہ سب اسی اثنا میں ہوتا ہے جب مشین کی رفتار بڑھ رہی ہوتی ہے۔

شکل میں داخلی ہیجان شدہ مشین دکھائی گئی ہے جس کے میدانی اور قوی لچھے متوازی جُڑے ہیں۔ اس طرح جُڑی جنریٹر کو داخلی ہیجان شدہ متوازی جُڑی[12] جنریٹر کہتے ہیں۔اس شکل میں میدانی لچھے کے ساتھ ایک مزاحمت سلسلہ وار جُڑی ہے۔اس مزاحمت کو تبدیل کر کے میدانی برقی رو تبدیل کی جاتی ہے جس سے بالکل خارجی ہیجان شدہ مشین کی طرح جنریٹر کی محرکی برقی دباؤ یا موٹر کی مروڑ تبدیل کی جاتی ہے۔

شکل میں داخلی ہیجان شدہ جنریٹر کی دو اور قسمیں دکھائی گئی ہیں۔ ایک داخلی ہیجان شدہ سلسلہ وار جُڑی جنریٹر اور دوسری داخلی ہیجان شدہ مرکب جنریٹر ہے۔سلسلہ وار جُڑی جنریٹر میں میدانی اور قوی لچھے سلسلہ وار جُڑے ہوتے ہیں۔مرکب جنریٹر میں میدانی لچھے کے دو حصے ہوتے ہیں جن میں ایک قوی لچھے کے متوازی اور دوسرا اس کے سلسلہ وار جُڑے ہوتے ہیں۔مزید یہ کہ متوازی جُڑا حصہ قوی لچھے کے قریب ہو سکتا ہے یا پھر یہ سلسلہ وار لچھے کے دوسری جانب یعنی دور جُڑا ہو سکتا ہے۔پہلی صورت میں اسے قریب جڑی مرکب جنریٹر اور دوسری صورت میں دور جڑی مرکب جنریٹر کہیں گے۔شکل میں مرکب جنریٹر کے دونوں اشکال دکھائے گئے ہیں۔

یک سمتی موٹر بھی اسی طرح پکارے جاتے ہیں۔یعنی شکل کی طرح جُڑی دو موٹروں کو خارجی ہیجان شدہ موٹر اور داخلی ہیجان شدہ متوازی جُڑی موٹر کہیں گے۔موٹر میں قوی لچھے کی برقی رو کی سمت جنریٹر کے برقی رو کی سمت کے اُلٹ ہوتی ہے۔

ہر طرح جڑی یک سمتی جنریٹر کی میدانی مقناطیسی دباؤ اس کے میدانی لچھے کے چکر ضربِ اس میں برقی رو کے برابر ہوتی ہے یعنی

$$\tau = N_m I_m \tag{8.9}$$

---

[10] rpm, rounds per minute

[11] آپ ٹھیک سوچ رہے ہیں۔جنریٹر بنانے والے کارخانے میں مرکز کو پہلی بار مقناطیس بنانا پڑتا ہے

[12] parallel connected

شکل میں داخلی ہیجان شدہ متوازی جڑی جنریٹر کی میدانی لچھے میں برقی رو اس لچھے اور اس کے ساتھ جڑی مزاحمت کے مجموعہ مزاحمت $R = R_m + R'_m$ پر منحصر ہو گی یعنی $I_m = \frac{V_s}{R}$ یوں داخلی ہیجان شدہ متوازی جڑی جنریٹر کے لئے اس مساوات کو یوں لکھا جائے گا۔

$$\tau_{m,m} = \frac{I_m V_s}{R_m + R'_m} \tag{8.10}$$

سلسلہ وار جڑی جنریٹر میں میدانی برقی رو جنریٹر کے قوی لچھے کی برقی رو کے برابر ہوتی ہے لہٰذا اس صورت میں اس مساوات کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\tau_{m,s} = N_m I_q \tag{8.11}$$

شکل میں مرکب جنریٹر میں میدانی مقناطیسی دباؤ کے دو حصے ہیں۔اس میں N_{mm} چکر کے متوازی جڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{mm} اور N_{ms} چکر کے سلسلہ وار جڑے میدانی لچھے میں برقی رو I_{ms} ہے لہٰذا

$$\tau_{m,mk} = N_{ms} I_{ms} + N_{mm} I_{mm} \tag{8.12}$$

8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط

8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمقابل برقی بار

مختلف طریقوں سے جُڑے یک سمتی جنریٹروں سے حاصل برقی دباؤ بمقابلہ ان پر لدھے برقی بار کے خط شکل میں دکھائے گئے۔گھومتی رفتار معین تصور کی گئی ہے۔دُھرّے پر لاگو بیرونی میکانی طاقت جنریٹر کی مروڑ کے خلاف اسے گھمائے گی۔

ان خط کو سمجھنے کی خاطر پہلے خارجی ہیجان شدہ جنریٹر پر غور کرتے ہیں جس کی مساوی برقی دور شکل حصہ الف میں دی گئی ہے۔خارجی ہیجان شدہ جنریٹر پر برقی بار لادنے سے اس کے قوی لچھے کی مزاحمت[13] R_q میں برقی رو I_q گزرنے سے اس میں برقی دباؤ گھٹتی ہے۔لہٰذا جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ V، جنریٹر کی اندرونی محرک برقی دباؤ E_q سے قدرِ کم ہوتی ہے یعنی

$$V = E_q - I_q R_q \tag{8.13}$$

برقی بار I_q بڑھانے سے جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ کم ہوگی۔شکل میں خارجی ہیجان شدہ جنریٹر کی خط ایسا ہی رجحان ظاہر کرتی ہے۔حقیقت میں کچھ اور وجوہات بھی کار آمد ہوتے ہیں جن سے یہ خط سیدھی نہیں بلکہ جھکی ہوتی ہے۔

متوازی جُڑی جنریٹر کے خط کا یہی رجحان ہے۔ متوازی جُڑی جنریٹر پر بھی برقی بار لادنے سے قوی لچھے کی مزاحمت میں برقی دباؤ گھٹتی ہے ۔یوں اس کے میدانی لچھے پر لاگو برقی دباؤ کم ہو جاتی ہے جس سے میدانی لچھے میں برقی رو بھی گھٹتی ہے۔ اس سے محرک برقی دباؤ مزید کم ہوتی ہے۔اس طرح ان جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ بمقابلہ برقی بار کے خط کی ڈھلان بیرونی ہیجان جنریٹر کی خط سے زیادہ ہوتی ہے۔

[13] علامت Rq کے زیرنوشت میں q لفظ قوی کے پہلی حرف ق کو ظاہر کرتی ہے ۔

شکل میں سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کی مساوی برقی داو دکھائے گئے ہیں۔سلسلہ وار جُڑی جنریٹر کے میدانی لچھے میں لدھے بار کی برقی رو ہی گزرتی ہے۔اس طرح بار بڑھانے سے میدانی مقناطیسی دباؤ بھی بڑھتی ہے جس سے محرک برقی دباؤ بڑھتی ہے۔اس کا خط یہی دکھا رہا ہے۔اس طرح جُڑے جنریٹر عموماً استعمال نہیں ہوتے چونکہ ان سے حاصل برقی دباؤ، بار کے ساتھ بہت زیادہ تبدیل ہوتی ہے۔

مرکب جُڑی جنریٹر کی کارکردگی سلسلہ وار اور متوازی جُڑی جنریٹروں کے مابین ہے۔مرکب جنریٹر میں بار بڑھانے سے قوی لچھے کی وجہ سے حاصل برقی دباؤ میں کمی کو میدانی لچھے کی بڑھتی مقناطیسی دباؤ پورا کرتی ہے۔یوں مرکب جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ اس پر لدھے بار کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتی ہے۔

بیرونی ہیجان، متوازی اور مرکب جُڑی جنریٹروں سے حاصل برقی دباؤ کو متوازی جُڑی لچھے میں برقی رو کی مدد سے وسیع حد تک تبدیل کیا جا سکتا ہے۔

قوی لچھا چونکہ برقی بار کو درکار برقی رو فراہم کرتی ہے لہٰذا یہ موٹی موصل تار کی بنی ہوتی ہے اور اس کے عموماً کم چکر ہوتے ہیں۔سلسلہ وار جنریٹر کے میدانی لچھے سے چونکہ مشین کا پوری برقی رو ہی گزرتا ہے لہٰذا یہ بھی موٹی موصل تار کی بنی ہوتی ہے۔باقی آلوں میں میدانی لچھے میں پورے برقی بار کے چند ہی فی صد برقی رو گزرتی ہے لہٰذا یہ باریک موصل تار کی بنائی جاتی ہے اور اس کے عموماً زیادہ چکر ہوتے ہیں۔

8.5.2 رفتار بالمقابل مروڑ

یہاں بھی شکل اور سے رجوع کریں البتہ شکل میں برقی رو کی سمتیں اُلٹ کر دیں۔یک سمتی موٹر بھی جنریٹروں کی طرح مختلف طریقوں سے جُڑے جاتے ہیں۔موٹر کو معین بیرونی برقی دباؤ دی جاتی ہے جہاں سے یہ برقی رو حاصل کرتی ہے۔برقی رو باہر سے قوی لچھے کی جانب چلتی ہے لہٰذا موٹر کے لئے لکھا جائے گا

$$
\begin{aligned}
V &= E_q + I_q R_q \\
I &= \frac{V - E_q}{R_q}
\end{aligned}
\tag{8.14}
$$

بیرونی ہیجان اور متوازی جُڑی موٹروں میں میدانی لچھے کو برقرار معین بیرونی برقی دباؤ فراہم کی جاتی ہے لہٰذا میدانی مقناطیسی بہاؤ پر میکانی بار کا کوئی اثر نہیں۔بڑھتی میکانی بار اٹھانے کی خاطر مساوات کے تحت قوی لچھے کی مقناطیسی بہاؤ بڑھنی ہوگی۔یہ تب ممکن ہوگا کہ اس میں برقی رو بڑھے۔ مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ قوی لچھے کی محرکی برقی دباؤ E_q گھٹنے سے ہی ایسا ممکن ہے۔E_q موٹر کی رفتار پر منحصر ہے لہٰذا موٹر کی رفتار کم ہو جائے گی۔یوں میکانی بار بڑھانے سے موٹر کی رفتار کم ہوتی ہے۔ شکل میں یہ دکھایا گیا ہے۔

متوازی جُڑی یا بیرونی ہیجان موٹر تقریباً معین رفتار ہی برقرار رکھتی ہے۔اس کی رفتار بے بار حالت سے پوری طرح بار بردار حالت تک تقریباً صرف پانچ فی صد گھٹتی ہے۔ان موٹروں کی رفتار نہایت آسانی سے میدانی لچھے کی برقی رو تبدیل کر کے تبدیل کی جاتی ہے۔ایسا میدانی لچھے کے ساتھ سلسلہ وار جُڑی مزاحمت کی تبدیلی سے کیا جاتا ہے۔ان کی رفتار یوں وسیع حدوں کے مابین تبدیل کرنا ممکن ہوتا ہے۔موٹر پر لاگو بیرونی برقی دباؤ تبدیل کر کے بھی رفتار قابو کی جا سکتی ہے۔ایسا عموماً قوی الیکٹرانکس کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

ان موٹر کی ساکن حال سے چالو کرتے لمحہ کی مروڑ اور ان کی زیادہ سے زیادہ مروڑ قوی لچھے تک برقی رو پہنچانے کی صلاحیت پر منحصر ہے یعنی یہ میکانی سمت کار پر منحصر ہے۔
سلسلہ وار جڑی موٹر پر لدی میکانی بار بڑھانے سے اس کے قوی اور میدانی لچھوں میں برقی رو بڑھے گی۔ میدانی مقناطیسی بہاؤ بڑھے گی اور مساوات کے تحت E_q کم ہوگی جو موٹر کی رفتار کم ہونے سے ہوتی ہے۔ بار بڑھانے سے ان موٹر کی رفتار کافی زیادہ کم ہوتی ہے۔ایسے موٹر ان جگہوں بہتر ثابت ہوتے ہیں جہاں زیادہ مروڑ درکار ہو۔بڑھتی مروڑ کے ساتھ ان کی رفتار کم ہونے سے ان کو درکار برقی طاقت مروڑ کے ساتھ زیادہ تبدیل نہیں ہوتا۔
یہاں اس بات کا ذکر ضروری ہے کہ بے بار سلسلہ وار جڑی موٹر کی رفتار خطرناک حد تک بڑھ سکتی ہے۔ایسے موٹر کو استعمال کرتے وقت اس بات کا خاص خیال رکھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر لمحہ بار بردار رہے۔
ساکن حالت سے موٹر چالو کرتے وقت I_q کی قیمت زیادہ ہوتی ہے جس سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا ہوتا ہے۔یوں چالو کرتے وقت موٹر کی مروڑ خاصی زیادہ ہوتی ہے۔ یہ ایک اچھی خوبی ہے جس سے بار بردار ساکن موٹر کو چالو کرنا آسان ہوتا ہے۔
مرکب موٹروں میں ان دو قسموں کی موٹروں کے خصوصیات پائے جاتے ہیں۔جہاں بار بردار موٹر چالو کرنا ضروری ہو لیکن رفتار میں سلسلہ وار موٹر جتنی تبدیلی منظور نہ ہو وہاں مرکب موٹر کارآمد ثابت ہوتے ہیں۔

مثال 8.2: ایک 75 کلو واٹ 415 وولٹ اور 1200 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلنے والے متوازی جڑی یک سمتی موٹر کے قوی لچھے کی مزاحمت 0.072 اوہم اور اس کی میدانی لچھے کی مزاحمت 83.2 اوہم ہے۔موٹر جس بار سے لدا ہے اس پر موٹر 1123 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلتے ہوئے 112 ایمپیئر لے رہی ہے۔

- میدانی برقی رو اور قوی لچھے کی برقی رو حاصل کریں۔
- موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ حاصل کریں۔
- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے مگر قوی لچھے کی برقی رو تبدیل نہ ہو تو موٹر کی رفتار حاصل کریں۔مرکز کی سیرابیت کو نظرانداز کریں۔

حل:

- شکل سے رجوع کریں۔415 وولٹ پر میدانی لچھے کی برقی رو

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{83.2} = 4.988\,\mathrm{A}$$

ہو گی۔یوں قوی لچھے کی برقی رو $I_q = I_b - I_m = 112 - 4.988 = 107.012\,\mathrm{A}$ ہے۔

- یوں یک سمتی موٹر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295\,\mathrm{V}$$

ہے۔

- اگر میدانی لچھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے تب

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{100.2} = 4.1417\,\mathrm{A}$$

ہو گی ۔

- اگر قوی لچھے کی برقی رو 107.012 ایمپیئر ہی رکھی جائے تب

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295\,\mathrm{V}$$

ہی رہے گی۔

- مساوات کی مدد سے چونکہ اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوئی مگر مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوا ہے لہٰذا موٹر کی رفتار تبدیل ہو گی۔ان دو مقناطیسی بہاؤ اور رفتاروں پر اس مساوات کی نسبت

$$\frac{E_{q1}}{E_{q2}} = \frac{\frac{n}{2}\omega_1 N \phi_{m1}}{\frac{n}{2}\omega_2 N \phi_{m2}}$$

میں چونکہ $E_{q1} = E_{q2}$ لہٰذا $\omega_1 \phi_{m1} = \omega_2 \phi_{m2}$ ہو گا۔مرکزی سیرابیت کو نظرانداز کرتے ہوئے چونکہ مقناطیسی بہاؤ میدانی دباؤ پر منحصر ہے جو از خود میدانی برقی رو پر منحصر ہے۔ لہٰذا اس آخری مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{rpm_1}{rpm_2} = \frac{\phi_{m2}}{\phi_{m1}} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}$$

جس سے نئی رفتار

$$rpm_2 = \frac{I_{m1}}{I_{m2}} \times rpm_1 = \frac{4.988}{4.1417} \times 1123 = 1352.47$$

چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔اس مثال میں ہم دیکھتے ہیں کہ میدانی برقی رو کم کرنے سے موٹر کی رفتار بڑھتی ہے۔

مثال 8.3: ایک 60 کلو واٹ، 415 وولٹ، 1000 چکر فی منٹ متوازی جڑی یک سمتی موٹر کی قوی لچھے کی مزاحمت 0.05 اوہم اور میدانی لچھے کی 60 اوہم ہے۔بے بار موٹر کی رفتار 1000 چکر فی منٹ ہے۔میدانی لچھا 1000 چکر کا ہے۔

- جب یہ موٹر ایمپیئر لے رہی ہو اس وقت اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 140 ایمپیئر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔

- 210 ایمپیئر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- اس موٹر کی رفتار بالمقابل مروڑ گراف کریں ۔

حل:

- شکل 8.1 میں یہ موٹر دکھائی گئی ہے۔متوازی میدانی لچھے کی برقی رو پر بار لادنے سے کوئی فرق نہیں پڑتا۔لہٰذا میدانی مقناطیسی بہاؤ بے بار اور بار بردار موٹر میں یکساں ہے۔بے بار یک سمتی موٹر کی قوی لچھے کی برقی رو I_q قابلِ نظر انداز ہوتی ہے۔اس طرح مساوات اور سے

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 0 \times R_q = 415\,\mathrm{V}$$
$$I_m = \frac{V}{R_m} = \frac{415}{60} = 6.916\,\mathrm{A}$$

یعنی 415 وولٹ محرکی برقی دباؤ پر رفتار 1000 چکر فی منٹ یا 16.66 چکر فی سیکنڈ ہے۔70 ایمپیئر برقی بار پر بھی $I_m = 6.916\,\mathrm{A}$ ہی ہے جبکہ

$$I_q = I_b - I_m = 70 - 6.916 = 63.086\,\mathrm{A}$$

لہٰذا مساوات سے اس صورت میں

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 63.086 \times 0.05 = 411.8458\,\mathrm{V}$$

اور مساوات سے رفتار (چکر فی منٹ) یوں حاصل ہوتا ہے

$$rpm = \frac{e_q}{e_{q0}} rpm_0 = \frac{411.8458}{415} \times 1000 = 991.95$$

- یہی کچھ دوبارہ کرتے ہیں۔یہاں $I_b = 140\,\mathrm{A}$ ہے۔

$$I_q = I_b - I_m = 140 - 6.916 = 133.084\,\mathrm{A}$$
$$E_q = 415 - 133.084 \times 0.05 = 408.3458\,\mathrm{V}$$
$$rpm = \frac{408.3458}{415} \times 1000 = 983.96$$

- یہاں $I_b = 210\,\mathrm{A}$ ہے۔

$$I_q = I_b - I_m = 210 - 6.916 = 203.084\,\mathrm{A}$$
$$E_q = 415 - 203.084 \times 0.05 = 404.8458\,\mathrm{V}$$
$$rpm = \frac{404.8458}{415} \times 1000 = 975.83$$

- موٹر میں طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہیں۔ یوں اس کی میکانی طاقت اسے فراہم کی گئی برقی طاقت کے برابر ہو گی یعنی

$$e_q I_q = T\omega \tag{8.15}$$

یوں پچھلے جز سے حاصل جوابات کی مدد سے بے بار موٹر کی مروڑ صفر ہو گی یعنی $T_0 = 0\,\mathrm{N\,m}$ جبکہ 70 ایمپیئر پر مروڑ کی قیمت

$$T_{70} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{411.8458 \times 63.086}{2 \times \pi \times 16.5325} = 250\,\mathrm{N\,m}$$

ہو گی۔یہاں 991.95 چکر فی منٹ کی رفتار کو 16.5325 ہرٹز لکھا گیا ہے۔ اسی طرح

$$T_{140} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{408.3458 \times 133.084}{2 \times \pi \times 16.399} = 527\,\mathrm{N\,m}$$
$$T_{210} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{404.8458 \times 203.084}{2 \times \pi \times 16.26} = 805\,\mathrm{N\,m}$$

یہ نتائج شکل میں گراف کئے گئے ہیں۔