

# برق آلات

خالد خان يوسفزئی

کامپیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد

khalidyousafzai@comsats.edu.pk



# عنوان

vii

دیباچہ

1	بنیادی حقائق	1
1	1.1 بنیادی اکائیاں	1.1
1	1.2 مقداری	1.2
1	1.3 سمتیہ	1.3
2	1.4 محدود، خط مرتب	1.4
2	1.4.1 کارتیسی محدود کا نظام	1.4.1
4	1.4.2 نلکی محدود کا نظام	1.4.2
6	1.5 سمتیہ رقبہ	1.5
7	1.6 رقبہ عمودی تراش	1.6
8	1.7 برقی میدان اور مقناطیسی میدان	1.7
8	1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت	1.7.1
9	1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت	1.7.2
9	1.8 سطحی اور حجمی کثافت	1.8
9	1.8.1 سطحی کثافت	1.8.1
10	1.9 حجمی کثافت	1.9
11	1.10 ضرب صلیبی اور ضرب نقطہ	1.10
11	1.10.1 ضرب صلیبی	1.10.1
13	1.10.2 ضرب نقطہ	1.10.2
15	1.11 تفرق اور جزوی تفرق	1.11
15	1.12 خطی تکمیل	1.12
16	1.13 سطحی تکمیل	1.13
17	1.14 دوری سمتیہ	1.14
21	2 مقناطیسی ادوار	2
21	2.1 مزاحمت اور ہچکچاہٹ	2.1
22	2.2 کثافت برقی رو اور برقی میدان کی شدت	2.2
23	2.3 برقی ادوار	2.3
24	2.4 مقناطیسی دور حصہ اول	2.4

26	کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی میدان کی شدت	2.5
28	مقناطیسی دور حصہ دوم	2.6
31	خود امالہ ، مشترکہ امالہ اور توانائی	2.7
36	مقناطیسی مادہ کے خصوصیات	2.8
40	بیجان شدہ لچھا	2.9
45	3 ٹرانسفارمر	
46	3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت	3.1
48	3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام	3.2
49	3.3 امالی برقی دباؤ	3.3
50	3.4 بیجان انگیز برقی رو اور مرکزی ضیاع	3.4
53	3.5 تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خصوصیات	3.5
56	3.6 ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر	3.6
57	3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب	3.7
57	3.8 مقاومت کا تبادلہ	3.8
62	3.9 ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمیپر	3.9
63	3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور اس کے مساوی دور	3.10
63	3.10.1 لچھے کی مزاحمت اور اس کی معاملہ علیحدہ کرنا	
64	3.10.2 رستا امالہ	
65	3.10.3 ثانوی برقی رو اور مرکز کے اثرات	
66	3.10.4 ثانوی لچھے کی امالی برقی دباؤ	
67	3.10.5 ثانوی لچھے کی مزاحمت اور معاملہ کے اثرات	
67	3.10.6 مقاومت کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ	
69	3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور	
71	3.11 کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ	3.11
71	3.11.1 کھلے دور معائنہ	
73	3.11.2 کسر دور معائنہ	
76	3.12 تین دور کے ٹرانسفارمر	3.12
83	3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزرنا	3.13
85	4 برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ	4
85	4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور مروڑ	4.1
90	4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام	4.2
94	4.3 توانائی اور کو-توانائی	4.3
99	4.4 زیادہ لچھوں کا مقناطیسی نظام	4.4
107	5 گھومتے مشین کے بنیادی اصول	5
107	5.1 قانونِ فیراڈے	5.1
108	5.2 معاصر مشین	5.2
116	5.3 محرک برقی دباؤ	5.3
118	5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ	5.4
120	5.4.1 بدلتی رو والے مشین	5.4.1

127	5.5	مقناطیسی دباؤ کی گھومتی موجیں
127	5.5.1	ایک دور کی لپٹی مشین
128	5.5.2	تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ
133	5.5.3	تین دور کی لپٹی مشین کا ترسیمی تجزیہ
136	5.6	محرك برقی دباؤ
136	5.6.1	بدلتی رو برقی جنریٹر
141	5.6.2	یک سمتی رو برقی جنریٹر
141	5.7	بموار قطب مشینوں میں مروڑ
142	5.7.1	توانائی کے طریقے سے میکانی مروڑ کا حساب
143	5.7.2	مقناطیسی بہاؤ سے میکانی مروڑ کا حساب
149	6	یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین
150	6.1	متعدد دور معاصر مشین
152	6.2	معاصر مشین کے امالہ
152	6.2.1	خود امالہ
153	6.2.2	مشترکہ امالہ
154	6.2.3	معاصر امالہ
156	6.3	معاصر مشین کا مساوی دور
157	6.4	برقی طاقت کی منتقلی
161	6.5	یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات
161	6.5.1	معاصر جنریٹر: برقی بوجھ بالمقابل $I_m$ کے خطوط
161	6.5.2	معاصر موٹر: $I_a$ بالمقابل $I_m$ کے خط
162	6.6	کھلے دور اور کسر دور معائنہ
163	6.6.1	کھلے دور معائنہ
163	6.6.2	کسر دور معائنہ
171	7	امالی مشین
172	7.1	ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج
172	7.2	مشین کی سرکنے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ
174	7.3	ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ
175	7.4	ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ
177	7.5	گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج
178	7.6	گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے
179	7.7	امالی موٹر کا مساوی برقی دور
182	7.8	مساوی برقی دور پر غور
184	7.9	امالی موٹر کا مساوی تھونن دور
188	7.10	پنجرا نما امالی موٹر
189	7.11	بے بوجھ موٹر اور جامد موٹر کے معائنہ
189	7.11.1	بے بوجھ موٹر کا معائنہ
190	7.11.2	جامد موٹر کا معائنہ

195	یک سمتی رو مشین	8
195	8.1 یک سمتی جنریٹر کی برقی دباؤ . . . . .	
197	8.2 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی . . . . .	
198	8.2.1 میکانی سمت کار کا تفصیلی جائزہ . . . . .	
199	8.3 مروڑ . . . . .	
200	8.4 خارجی بیجان شدہ اور داخلی بیجان شدہ یک سمتی جنریٹر . . . . .	
202	8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط . . . . .	
202	8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمقابل برقی بار . . . . .	
203	8.5.2 رفتار بالمقابل مروڑ . . . . .	

## دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ حاصل کر سکتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ حاصل کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔ یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینیئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں الیکٹریکل انجینیئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی ڈلی ہیں البتہ اسے درست بنانے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔  
میں یہاں کامسیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی  
28 اکتوبر 2011



## الباب 1

### بنیادی حقائق

اس کتاب میں جگہ جگہ مختلف حقائق آئیں گے جنہیں اس باب میں اکٹھے کرنے کی کوشش کی گئی ہے۔ یہ توقع کی جاتی ہے کہ یوں کتاب پڑھتے وقت اصل مضمون پر توجہ رکھنا زیادہ آسان ہوگا۔

#### 1.1 بنیادی اکائیاں

اس کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی<sup>1</sup> استعمال کیا جائے گا۔ اس نظام میں کمیت<sup>2</sup> کی اکائی کلوگرام، لمبائی کی اکائی میٹر اور وقت کی اکائی سیکنڈ ہے۔

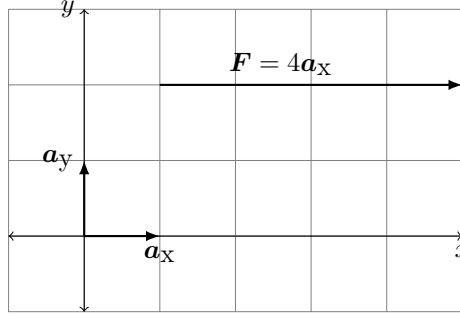
#### 1.2 مقداری

وہ متغیر جس کی مقدار معین ہو اسے مقداری<sup>3</sup> کہتے ہیں۔ اس کتاب میں مقداری متغیر کو سادہ طرز کی لکھائی میں انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے حروف یعنی  $a, b, \alpha, \dots$  یا بڑے حروف یعنی  $A, B, \Psi, \dots$  سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً برقی رو کو  $i$  یا  $I$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

#### 1.3 سمتیہ

وہ خط جس کا طول اور سمت معین ہو، اسے سمتیہ<sup>4</sup> کہتے ہیں۔ سمتیہ کو انگریزی یا لاطینی زبان کے چھوٹے یا بڑے حروف، جن کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو، سے ظاہر کیا جائے گا، مثلاً قوت کو  $F$  سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں شکل 1.1 سے رجوع کرنا بہتر ہے۔ ایک ایسا سمتیہ جس کا طول ایک کے برابر

International System Of Units, SI<sup>1</sup>  
mass<sup>2</sup>  
scalar<sup>3</sup>  
vector<sup>4</sup>



شکل 1.1: کارتیسی محدد

ہو، کو اکائی سمتیہ<sup>5</sup> کہتے ہیں۔ اس کتاب میں اکائی سمتیہ کو انگریزی زبان کے پہلے حرف کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا جائے گا، مثلاً اکائی سمتیہ  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ ،  $a_x$ ،  $a_y$ ،  $a_z$  کے تین عمودی سمتوں کو ظاہر کرتے ہیں۔  $a_x$  لکھتے ہوئے، زیرنوشت میں  $x$ ، اس بات کی نشان دہی کرتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ  $x$  کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر کسی سمتیہ کا طول اور اس کی سمت کو علیحدہ علیحدہ لکھنا ہو تو اس کے طول کو ظاہر کرنے کے لئے سادہ طرز کی لکھائی میں وہی حرف استعمال کیا جائے گا جو اس سمتیہ کو ظاہر کرنے کے لئے، موٹے طرز کی لکھائی میں، استعمال کیا گیا ہو۔ یعنی سمتیہ  $F$  کے طول کو  $F$  سے ظاہر کیا جائے گا۔ شکل میں سمتیہ  $F$  کا طول  $F$ ، چار کے برابر ہے۔ اگر کسی سمتیہ کی سمت میں ایک اکائی سمتیہ بنایا جائے تو یہ اکائی سمتیہ اس سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسے پہلے ذکر ہوا ہے ایسے اکائی سمتیہ کو انگریزی کے پہلے حرف، جس کو موٹے طرز کی لکھائی میں لکھا گیا ہو سے ظاہر کیا جائے گا یعنی سمتیہ  $F$  کی سمت کو  $a_F$  سے ظاہر کیا جائے گا۔ یہاں، زیرنوشت میں  $F$ ، اس بات کی یاد دہانی کراتا ہے کہ یہ اکائی سمتیہ  $F$  کی سمت کو ظاہر کر رہا ہے۔ شکل میں چونکہ قوت  $F$  کا رخ دائیں جانب ہے لہذا  $a_F$  اور  $a_x$  برابر ہیں۔

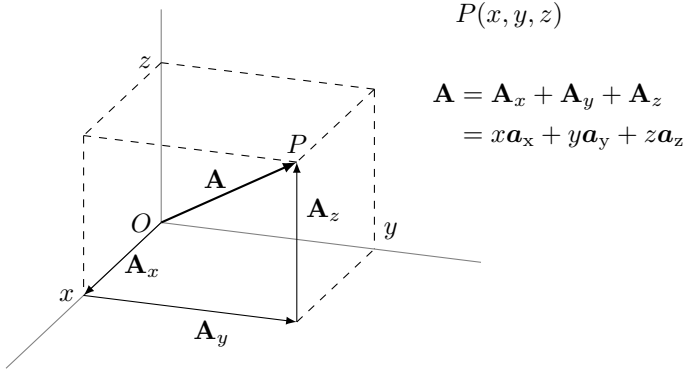
#### 1.4 محدد، خط مرتب

ایک ایسا طریقہ جس کے ذریعہ کسی نقطہ کا مقام متعین کیا جا سکے کو خط مرتب یا محدد کہتے ہیں۔ خلاء تین طرفہ ہے۔ لہذا اس میں کسی ایک نقطہ کے مقام کو تین محدد کی مدد سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ مزید یہ کہ خلاء میں کسی سمتیہ کو تین عمودی اکائی سمتیوں کی مدد سے لکھا جا سکتا ہے۔ اب ہم ایسے چند محدد کے نظام دیکھتے ہیں۔

##### 1.4.1 کارتیسی محدد کا نظام

شکل 1.1 میں خلاء کی دو سمتیں اکائی سمتیہ  $a_x$  اور  $a_y$  سے ظاہر کی گئی ہیں۔ یہ دونوں آپس میں عمودی ہیں یعنی ان کا آپس میں  $90^\circ$  کا زاویہ ہے۔ خلاء تین طرفہ ہے لہذا اسے تین عمودی اکائی سمتیات<sup>6</sup> سے ظاہر

<sup>5</sup> unit vector  
<sup>6</sup> orthonormal vectors



شکل 1.2: کارتیسی محدد نظام میں ایک سمتیہ

کیا جاتا ہے۔ ان سمتوں کی جانب، طول کو  $x, y, z$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آپ ان سے بخوبی واقف ہیں۔ اگر دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو  $a_x$  کی جانب رکھ کر انہیں  $a_y$  کی جانب موڑا جائے تو اس ہاتھ کا انگوٹھا  $a_z$  کی سمت کو ظاہر کرے گا۔ لہذا، خلاء کا یہ تین اکائی سمتوں والا نظام ایک دائیں ہاتھ کا نظام<sup>7</sup> ہے۔

شکل 1.2 میں ایک سمتیہ  $A$ ، مرکز سے نقطہ  $P(x, y, z)$  تک بنایا گیا ہے۔ اس سمتیہ کو ہم کارتیسی نظام محدد میں تین سمتیہ سے یوں ظاہر کر سکتے ہیں۔

$$(1.1) \quad A = A_x + A_y + A_z$$

یا

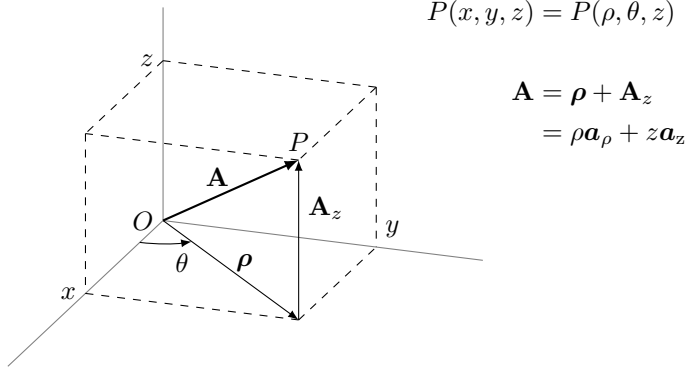
$$(1.2) \quad A = x a_x + y a_y + z a_z$$

کارتیسی محدد کے نظام میں اگر ہم متغیر  $z$  کو صفر رکھیں اور  $x, y$  کو تبدیل کریں تو ہمیں سطح  $x - y$  ملتی ہے۔ اس طرح اگر شکل 1.2 میں نقطہ  $P(2, 4, 3)$  ہو اور  $x - y$  سطح کو زمین سمجھا جائے تو شکل میں ڈبہ کے بالائی سطح پر  $z$  کی مقدار معین ہے یعنی  $z = 3$  جبکہ  $x$  صفر سے تین کے درمیان تبدیل اور  $y$  صفر سے چار کے درمیان تبدیل ہوتا ہے۔ یعنی اس ڈبہ کے بالائی سطح کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(1.3) \quad \text{ڈبے کا بالائی سطح} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ z = 3 \end{cases}$$

اسی طرح اگر  $z$  کو صفر اور تین کے درمیان ہر ممکن قیمت پر رکھ کر  $x$  اور  $y$  کو اسی طرح ان حدود کے درمیان تبدیل کیا جائے تو ہمیں اس ڈبہ کا پورا حجم حاصل ہوگا۔ لہذا اس ڈبہ کے حجم کو ہم یوں

<sup>7</sup>right handed coordinate system



شکل 1.3: نلکی محدود نظام

لکھ سکتے ہیں۔

$$(1.4) \quad \text{ڈبے کا حجم} = \begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y < 4 \\ 0 < z < 3 \end{cases}$$

1.4.2 نلکی محدود کا نظام

شکل 1.3 میں ایک سمتیہ  $A$  مرکز سے نقطہ  $P(x, y, z)$  تک بنایا گیا ہے۔ اس سمتیہ کو شکل میں دو سمتیوں کی مدد سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یعنی

$$(1.5) \quad A = \rho + A_z$$

یا

$$(1.6) \quad A = \rho a_\rho + z a_z$$

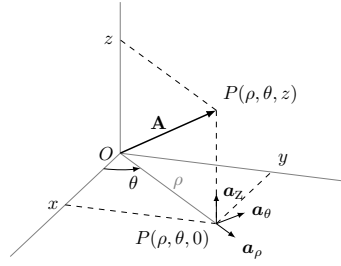
سمتیہ  $a_\rho$  سطح  $x - y$  پر ہے۔ اس شکل سے ظاہر ہے کہ

$$(1.7) \quad x = \rho \cos \theta$$

$$(1.8) \quad y = \rho \sin \theta$$

لہذا ہم نقطہ  $P(x, y, z)$  کو متغیر  $x, y, z$  کی جگہ متغیر  $\rho, \theta, z$  کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں  $P(\rho, \theta, z)$ ۔ لہذا ہم خلاء میں کسی بھی نقطہ کو اس کے تین متغیر  $\rho, \theta, z$  سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ وہ نظام جس میں متغیر  $\rho, \theta, z$  کسی نقطہ کو متعین کرنے کے لئے استعمال ہو تو اس کو **نلکی محدود**<sup>8</sup> کہتے ہیں۔ یہاں شکل 1.4 سے رجوع کریں۔ اس نظام کے تین عمودی اکائی سمتیہ  $a_\rho, a_\theta, a_z$  ہیں۔ یہ نظام

cylindrical co-ordinates<sup>8</sup>



شکل 1.4: نلکی نما محدد کی تعریف

ہی دائیں ہاتھ کا نظام ہے۔ لہذا اگر دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو اکائی سمتیہ  $a_\rho$  کی جانب رکھ کر انہیں  $a_\theta$  کی جانب موڑیں تو اس ہاتھ کا انگوٹھا  $a_z$  کی سمت میں ہوگا۔ یہ تین عمودی اکائی سمتیہ کی تفصیل یوں ہے۔

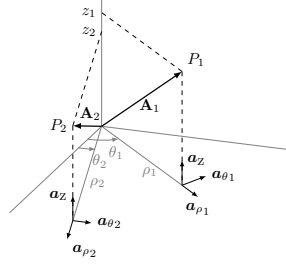
سطح  $x - y$  میں مرکز پر، محدد  $x$  سے زاویہ  $\theta$  کی جانب اگر اکائی سمتیہ بنائی جائے تو یہ اکائی سمتیہ  $a_\rho$  ہوگی۔ اگر اسی سطح  $x - y$  پر اکائی سمتیہ  $a_\rho$  کی عمودی سمت میں مرکز پر، زاویہ  $\theta$  بڑھانے والے سمت میں، ایک اکائی سمتیہ بنائی جائے تو یہ اکائی سمتیہ  $a_\theta$  ہوگی۔ اکائی سمتیہ  $a_z$  وہی اکائی سمتیہ ہے جو کارتیسی محدد نظام میں  $z$ ۔ یہاں یہ واضح رہے کہ اس نلکی محدد کے نظام میں  $a_\rho$  اور  $a_\theta$  کی سمتیں ہر نقطہ پر مختلف ہیں جیسا کہ شکل 1.5 میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں شکل 1.6 سے رجوع کریں۔ اگر نلکی محدد میں ایک سمتیہ ( جس کا متغیر  $z$  صفر کے برابر ہو، یعنی  $z = 0$  ) اور اس کا رداس  $\rho$  ایک مستقل مقدار ہو مثلاً  $\rho = \rho_0$  کو یوں بنایا جائے کہ اس کا زاویہ  $\theta$  کو صفر سے  $2\pi$  تک لے جایا جائے تو اس سمتیہ کی چونچ سطح  $x - y$  پر ایک دائرہ بنائے گی۔ اب اگر اسی سمتیہ کے متغیر  $z$  کو بھی تبدیل کیا جائے، مثلاً  $z$  کو صفر اور تین کے درمیان اس طرح تبدیل کیا جائے کہ ہر  $\theta$  پر  $z$  کو صفر سے تین تک لے جایا جائے تو یہ سمتیہ ایک نلکی بنائے گی۔ اسی وجہ سے اس نظام کو نلکی محدد کہتے ہیں۔ اب اگر ہم سمتیہ کے تینوں متغیر تبدیل کریں تو ہمیں نلکی کا حجم ملتا ہے۔ اگلے تین مساوات ان باتوں کو ظاہر کرتے ہیں۔

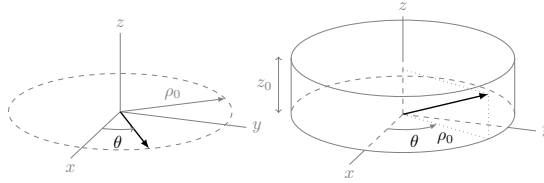
$$(1.9) \quad \text{دائرہ} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(1.10) \quad \text{نلکی نما سطح} = \begin{cases} \rho = \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$

$$(1.11) \quad \text{نلکی کا حجم} = \begin{cases} 0 < \rho < \rho_0 \\ 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < z < z_0 \end{cases}$$



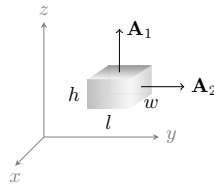
شکل 1.5: نلکی محدد میں اکائی سمتیہ  $\mathbf{a}_\rho$  اور  $\mathbf{a}_\theta$  پر نقطہ پر مختلف ہیں۔



شکل 1.6: نلکی محدد میں دائرہ اور نلکی

## 1.5 سمتیہ رقبہ

شکل 1.7 کو مد نظر رکھیں۔ کسی سطح سے اگر اس کے عمود کی جانب ایک فرضی لکیر کھینچی جائے تو اس لکیر پر اکائی سمتیہ اس سطح کی سمت کو ظاہر کرتی ہے۔ چونکہ کسی بھی سطح، مثلاً اس کتاب کا ایک صفحہ، کے دو اطراف ہوتے ہیں لہذا اس کے دو، آپس میں اُلٹ، سمتیں بیان کی جا سکتی ہیں۔ عموماً مسئلہ کو مد نظر رکھتے ہوئے ان میں سے ایک سمت کو اس سطح کی سمت لیا جاتا ہے۔ البتہ اگر یہ سطح بند سطح ہو، مثلاً گیند کی شکل کا ہو، تب باہر جانب کو ہی اس سطح کی سمت لیا جاتا ہے۔ شکل میں اوپر کی سطح  $\mathbf{A}_1$  کا رقبہ  $A_1$  ہے اور اس کی سمت  $\mathbf{a}_z$  ہے۔ لہذا  $\mathbf{A}_1$  سمتیہ کا طول  $A_1$  ہے اور اس کی سمت  $\mathbf{a}_z$  ہے یعنی



$$\mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = w l \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A2} = w h \mathbf{a}_y$$

شکل 1.7: سمتیہ رقبہ کا تعارف

$$A_1 = wl$$

$$\mathbf{a}_{A1} = \mathbf{a}_z$$

لہذا

$$(1.12) \quad \mathbf{A}_1 = A_1 \mathbf{a}_{A1} = wl \mathbf{a}_z$$

اسی طرح دائیں جانب سطح  $A_2$  سمتیہ کا طول  $A_2$  ہے اور اس کی سمت  $\mathbf{a}_{A2}$  ہے۔ یعنی

$$A_2 = wh$$

$$\mathbf{a}_{A2} = \mathbf{a}_y$$

لہذا

$$(1.13) \quad \mathbf{A}_2 = A_2 \mathbf{a}_{A1} = wh \mathbf{a}_y$$

یوں نیچے کی سطح کا رقبہ  $A_3 = wl$  ہے اور اس کی سمت خلاء کی اکائی سمتیہ  $\mathbf{a}_z$  کے الٹ ہے لہذا

$$(1.14) \quad \mathbf{A}_3 = A_3 \mathbf{a}_{A3} = wl(-\mathbf{a}_z) = -wl \mathbf{a}_z$$

یہاں دھیان کریں کہ رقبہ ہر صورت میں مثبت ہی ہوتا ہے البتہ اس کی سمت مثبت یا منفی ہو سکتی ہے۔ یہ بات کسی بھی سمتیہ کے لئے درست ہے لہذا کسی بھی سمتیہ کا طول ہر صورت میں مثبت ہی ہوتا ہے البتہ اس کی سمت مثبت یا منفی ہو سکتی ہے۔

## 1.6 رقبہ عمودی تراش

زاویہ قائمہ بناتے ہوئے لمبائی میں کسی چیز کی کٹائی کو **عمودی تراش**<sup>9</sup> کہتے ہیں۔ شکل 1.8 میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے۔ اس کو اکائی سمتیہ  $\mathbf{a}_y$  کی سمت میں لٹایا گیا ہے۔ اگر ہم تصور میں اس سلاخ کو لمبائی کی عمودی سمت میں کٹائیں تو اس کا جو سرا بنے گا اس سطح کے رقبہ کو **رقبہ عمودی تراش**<sup>10</sup> کہتے ہیں۔ شکل میں دکھایا گیا رقبہ عمودی تراش  $A$  کی مقدار  $A$  ہے جہاں

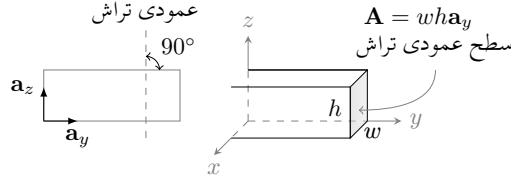
$$(1.15) \quad A = wh$$

مسئلہ کو دیکھتے ہوئے اس رقبہ عمودی تراش کی سمت کا تعین کیا جاتا ہے۔ شکل میں اس کی سمت  $\mathbf{a}_A$  خلاء کے اکائی سمتیہ  $\mathbf{a}_y$  کی جانب ہے لہذا

$$(1.16) \quad \mathbf{a}_A = \mathbf{a}_y$$

شکل میں بائیں جانب سلاخ کے نچلے کونے پر اکائی سمتیہ  $\mathbf{a}_y$  اور  $\mathbf{a}_z$  دکھائے گئے ہیں۔ ان کے ابتدائی نقطہ پر گول دائرہ میں ایک نقطہ دکھایا گیا ہے۔ گول دائرہ میں بند نقطہ صفحہ سے عمودی طور پر کتاب کی باہر جانب سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ یہاں یہ سمتیہ  $\mathbf{a}_x$  کی سمت دکھلا رہا ہے۔ اس کی الٹ سمت یعنی صفحہ کی عمودی اندر کی جانب کو گول دائرہ میں بند صلیب کے نشان سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

<sup>9</sup> cross section  
<sup>10</sup> cross sectional area



شکل 1.8: رقبہ عمودی تراش

## 1.7 برقی میدان اور مقناطیسی میدان

### 1.7.1 برقی میدان اور برقی میدان کی شدت

**کولمب کے قانون**<sup>11</sup> کے تحت چارج شدہ جسموں کے درمیان قوت کشش<sup>12</sup> یا قوت دفع<sup>13</sup> ان اجسام پر چارج کی مقدار کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور باہمی فاصلہ کے مربع کے بالعکس متناسب ہوتی ہے۔ اس قانون کو مساوات کی شکل میں یوں لکھا جاتا ہے۔

$$(1.17) \quad A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2}$$

اگر ایک چارج کسی جگہ موجود ہو اور دوسرا چارج اس کے قریب لایا جائے تو دوسرے چارج پر کشش یا دفع کی قوت عمل کرے گی جس کا تعین کولمب کے قانون سے ہوتا ہے۔ اگر دوسرے چارج کو پہلے چارج سے آہستہ آہستہ دور لے جائیں تو قوت کشش یا دفع کم ہوتی جاتی ہے۔ ایک خاص فاصلے کے بعد یہ قوت عملی طور پر صفر ہو جاتی ہے اور دوسرا چارج پہلے چارج کے حلقہ اثر سے باہر ہو جاتا ہے۔ اس حلقہ کے اندر واقع جگہ کو **برقی میدان** کہا جاتا ہے۔ برقی میدان کسی ایک چارج کی وجہ سے بھی ہو سکتا ہے اور بہت سے چارجوں کی وجہ سے بھی ہو سکتا ہے۔ لہذا برقی میدان کی تعریف یوں کی جاتی ہے۔

کسی چارج کے برقی میدان سے مراد چارج کے اردگرد وہ جگہ ہے جس میں اس کا برقی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

**برقی میدان کی شدت**<sup>14</sup>  $E$  کی مقدار اور اس کی سمت کسی مقام پر معلوم کرنے کا طریقہ یہ ہے کہ ایک مثبت اکائی چارج کو اگر کسی چارج  $Q$  کے برقی میدان میں رکھا جائے تو جس سمت میں وہ مثبت اکائی چارج حرکت کرے یا حرکت کرنے کے لئے مائل ہو، وہی برقی میدان کی شدت کی سمت ہوگی اور جو قوت اس پر اثر انداز ہو وہ برقی میدان کی شدت ہوگی۔ برقی میدان کی شدت کی اکائی **وولٹ فی میٹر**<sup>15</sup> ہے۔

کولمب کے قانون یعنی مساوات کی مدد سے ایک چارج  $Q$  کی برقی میدان کی شدت کی مقدار یوں حاصل کی جا سکتی ہے۔ چارج  $Q$  اور اکائی چارج یعنی ایک کولمب چارج کے درمیان قوت کشش یا قوت

Coulomb's law<sup>11</sup>  
attractive force<sup>12</sup>  
repulsive force<sup>13</sup>  
electric field intensity<sup>14</sup>  
V/m<sup>15</sup>



دفع

$$(1.18) \quad F = \frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

نیوٹن ہو گی۔ یہی برقی میدان کی شدت کی مقدار ہے یعنی

$$(1.19) \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

اگر دو چارجوں کے درمیان سیدھی لکیر کھینچی جائے تو ان کے مابین قوت کشش یا قوت دفع کی سمت اس لکیر کی سمت میں ہو گی۔

1.7.2 مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت

**مقناطیسی میدان اور مقناطیسی میدان کی شدت**<sup>16</sup> بالکل برقی میدان اور برقی میدان کی شدت کی طرح ہوتی ہے۔  
مقناطیسی میدان کی تعریف یوں کی جاتی ہے۔ کسی مقناطیس کے مقناطیسی میدان سے مراد مقناطیس کے اردگرد وہ جگہ ہے جس میں اس کا مقناطیسی اثر محسوس کیا جاتا ہے۔

1.8 سطحی اور حجمی کثافت

1.8.1 سطحی کثافت

اکائی رقبہ کی سطح پر کسی چیز کی کل مقدار کو اس چیز کی **سطحی کثافت**<sup>17</sup> کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر اگر رقبہ  $A$  پر کسی متغیرہ کی کل مقدار  $\phi$  ہو تب اس متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت  $B_{\text{اوسط}}$  یہ ہوگی

$$(1.20) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{\phi}{A}$$

اس مساوات کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے

$$(1.21) \quad \phi = B_{\text{اوسط}} A$$

یعنی اگر ہمیں کسی سطح پر ایک متغیرہ کی اوسط سطحی کثافت معلوم ہو تب ہم اس سطح پر اس متغیرہ کی کل مقدار اس مساوات کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں۔

اگر سطح پر متغیرہ ہر جگہ یکساں نہ ہو تب اس سطح پر سطحی کثافت جگہ جگہ تبدیل ہوگی۔ اس صورت میں اگر اتنا چھوٹا رقبہ لیا جائے کہ اس پر متغیرہ یکساں تصور کیا جا سکے تب اس نقطہ پر سطحی کثافت یوں حاصل ہوگی

$$(1.22) \quad B = \frac{\Delta\phi}{\Delta A}$$

<sup>16</sup> magnetic field intensity  
<sup>17</sup> surface density

جہاں  $\Delta A$  یہ چھوٹا رقبہ اور  $\Delta \phi$  اس پر متغیرہ کی چھوٹی سی مقدار ہے۔ اگر یہ رقبہ ایک نقطہ کی مانند کر دیا جائے تب اس مساوات کو یوں لکھا جائے گا۔

$$B = \frac{d\phi}{dA} \quad (1.23)$$

اس مساوات کو ہم یوں بھی بیان کر سکتے ہیں

$$d\phi = B dA \quad (1.24)$$

یعنی اگر ہمیں کسی نقطہ پر ایک متغیرہ کی سطحی کثافت معلوم ہو تب اس نقطہ کے چھوٹے سے رقبہ پر ہم اس متغیرہ کی کم سے کم کُل مقدار اس مساوات کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں۔ اسی طرح اگر ایک برقی تار کا رقبہ عمودی تراش  $A$  ہو اور اس میں برقی رو  $I$  گزر رہی ہو تو اس تار میں اوسط کثافت برقی رو

$$\rho_{\text{وسط}} = \frac{I}{A} \quad (1.25)$$

ہو گی۔

## 1.9 حجمی کثافت

اکاؤ حجم میں کسی چیز کی کُل مقدار کو اس چیز کی **حجمی کثافت** کہتے ہیں۔ یہاں ہم کمیت کی مثال لیتے ہیں۔ اگر کسی چیز کا حجم  $V$  اور اس کی کمیت  $m$  ہو تب اس کی اوسط حجمی کثافت یہ ہو گی۔

$$\rho_{\text{وسط}} = \frac{m}{V} \quad (1.26)$$

اسی طرح اگر اس چیز کی کمیت اس کے حجم میں جگہ جگہ مختلف ہو تب اس کی ایک نقطہ کی حجمی کثافت معلوم کرنے کے لئے اس کا اتنا چھوٹا حصہ لیا جاتا ہے کہ اس چھوٹے حصہ میں اس کی کمیت کو ہر جگہ یکساں تصور کیا جا سکے تب اس چھوٹے حصے کی حجمی کثافت یہ ہو گی۔

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1.27)$$

اب اگر اس چھوٹے حصے کو ایک نقطہ مانند کر دیا جائے تب ہم لکھ سکتے ہیں کہ

$$\rho = \frac{dm}{dV} \quad (1.28)$$

اور

$$dm = \rho dV \quad (1.29)$$

یعنی اگر ہمیں ایک نقطہ کی حجمی کثافت معلوم ہو تب ہم ایک نہایت چھوٹے حجم کی کمیت اس مساوات کی مدد سے حاصل کر سکتے ہیں۔

## 1.10 ضربِ صلیبی اور ضربِ نقطہ

دو مقداری متغیرات کا حاصل ضرب مقداری متغیرہ ہی ہوتی ہے جبکہ دو سمتیہ متغیرات کا حاصل ضرب سمتیہ متغیرہ یا مقداری متغیرہ ہو سکتی ہے۔ ان دو اقسام کے ضرب پر یہاں غور کیا جائے گا۔

## 1.10.1 ضربِ صلیبی

ایسی دو سمتیہ متغیرات کا ضرب جس کا حاصل ضرب سمتیہ متغیرہ ہو کو ضربِ صلیبی کہتے ہیں اور اسے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$(1.30) \quad C = A \times B$$

ضربِ صلیبی میں ضرب کے نشان کو صلیب کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسی سے اس کا نام ضربِ صلیبی لیا گیا ہے۔ حاصل ضرب سمتیہ  $C$  کی مقدار

$$(1.31) \quad C = |C| = |A||B| \sin \theta_{AB} \\ = AB \sin \theta_{AB}$$

ہے جہاں  $\theta_{AB}$  ان کے مابین زاویہ ہے۔ اس حاصل سمتیہ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے یوں حاصل کی جاتی ہے۔

اگر آپ دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو سمتیہ  $A$  کی سمت میں رکھ کر  $B$  سمتیہ کی سمت موڑیں تو اس ہاتھ کا انگوٹھا  $C$  سمتیہ کی سمت کو ظاہر کرے گا۔

مثال 1.1: مندرجہ ذیل ضربِ صلیبی حاصل کریں۔

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x \quad \bullet$$

حل: اس مثال میں سب سمتیہ اکائی ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے۔ لہذا

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_x \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_y \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_z = (1)(1) \sin 90(-\mathbf{a}_y) = -\mathbf{a}_y \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 90(-\mathbf{a}_x) = -\mathbf{a}_x \bullet$$

• اس مثال میں چونکہ دونوں سمتیہ ایک ہی جانب ہیں لہذا ان کے مابین زاویہ صفر ہے۔ صفر زاویہ کا سائن صفر ہی ہوتا ہے یعنی  $\sin 0 = 0$  لہذا ان دو سمتیہ کا ضربِ صلیبی صفر ہوگا

$$\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = (1)(1) \sin 0 = 0$$

$$\mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho = (1)(1) \sin 90 \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\theta \bullet$$

مثال 1.2: شکل 1.9 میں چار نیوٹن کی قوت  $F$  محور سے تین میٹر کی سمتیہ فاصلہ  $L$  پر لاگو ہے۔ اسی شکل میں اس کی تفصیل دی گئی ہے۔ اس قوت کی مروڑ حاصل کریں۔ حل: مروڑ  $T$  کی تعریف یہ ہے

$$T = L \times F \quad (1.32)$$

کارتیسی نظام میں اس سمتیہ فاصلہ کو یوں لکھا جا سکتا ہے

$$L = L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y \quad (1.33)$$

لہذا

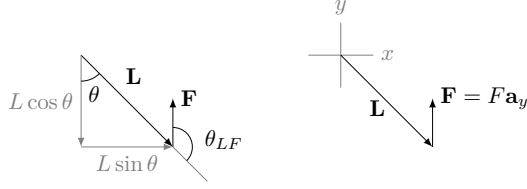
$$\begin{aligned} T &= (L \sin \theta \mathbf{a}_x - L \cos \theta \mathbf{a}_y) \times F \mathbf{a}_y \\ &= L \sin \theta \mathbf{a}_x \times F \mathbf{a}_y - L \cos \theta \mathbf{a}_y \times F \mathbf{a}_y \\ &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

یہاں پچھلی مثال کی مدد سے  $\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z$  اور  $\mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_y = 0$  لی گئی ہیں۔ یوں

$$T = LF \sin \theta \mathbf{a}_z = 12 \sin \theta \mathbf{a}_z \quad \text{N m}$$

ہے۔ اس مثال میں  $\theta_{LF} = 180^\circ - \theta$  ہے۔ چونکہ کسی بھی زاویہ  $\alpha$  کے لئے  $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$  ہوتا ہے لہذا اس مروڑ کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} T &= LF \sin \theta \mathbf{a}_z \\ &= LF \sin \theta_{LF} \mathbf{a}_z \end{aligned}$$



شکل 1.9: کارتیسی نظام میں مروڑ کا حل

یہی جواب ضربِ صلیبی کی تعریف یعنی مساوات اور دائیں ہاتھ کے قانون کی مدد سے زیادہ آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔

## 1.10.2 ضربِ نقطہ

ایسی دو سمتیہ متغیرات کا ضرب جس کا حاصل ضرب مقداری متغیرہ ہو کو ضربِ نقطہ کہتے ہیں اور اسے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$(1.34) \quad C = A \cdot B$$

ضربِ نقطہ میں ضرب کے نشان کو نقطہ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسی سے اس کا نام ضربِ نقطہ لیا گیا ہے۔

ضربِ نقطہ میں حاصل ضرب مقداری کی مقدار یوں حاصل ہوتی ہے

$$(1.35) \quad \begin{aligned} C &= A \cdot B \\ &= |A||B| \cos \theta_{AB} \\ &= AB \cos \theta_{AB} \end{aligned}$$

جہاں  $\theta_{AB}$  ان دو کے مابین زاویہ ہے۔

مثال 1.3: مندرجہ ذیل ضربِ نقطہ حاصل کریں

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y \quad \mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho \quad \mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta \quad \bullet$$

حل: اس مثال میں سب اکائی سمتیہ ہیں۔ اکائی سمتیہ کا طول ایک کے برابر ہوتا ہے۔

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = (1)(1) \cos 0 = 1 \quad \bullet$$

$$\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_y = (1)(1) \cos 0 = 1 \bullet$$

$$\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{a}_z = (1)(1) \cos 0 = 1 \bullet$$

$$\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \bullet$$

$$\mathbf{a}_y \cdot \mathbf{a}_z = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \bullet$$

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\rho = (1)(1) \cos 0 = 1 \bullet$$

$$\mathbf{a}_\rho \cdot \mathbf{a}_\theta = (1)(1) \cos 90^\circ = 0 \bullet$$

مثال 1.4: شکل 1.10 میں قوت  $\mathbf{F}$  ایک بوجھ کو دھکیل رہی ہے۔ سمتیہ فاصلہ  $\mathbf{L}$  طے کرنے پر قوت کتنا کام کر چکی ہوگی۔  
حل: کام  $W$  کی تعریف یہ ہے

$$(1.36) \quad W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{L}$$

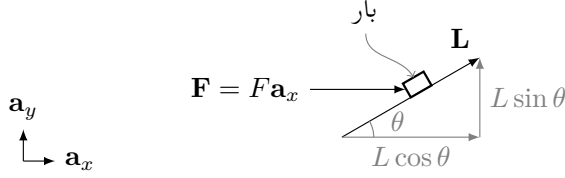
ہم کارتیسی نظام میں سمتیہ فاصلہ کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(1.37) \quad \mathbf{L} = L \cos \theta_{FL} \mathbf{a}_x + L \sin \theta_{FL} \mathbf{a}_y$$

لہذا

$$(1.38) \quad \begin{aligned} W &= (\mathbf{F} \cdot \mathbf{a}_x) \cdot (L \cos \theta_{FL} \mathbf{a}_x + L \sin \theta_{FL} \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta_{FL} (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x) + FL \sin \theta_{FL} (\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y) \\ &= FL \cos \theta_{FL} \end{aligned}$$

جہاں پچھلی مثال کی مدد سے  $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_x = 1$  اور  $\mathbf{a}_x \cdot \mathbf{a}_y = 0$  لی گئی ہیں۔ یہی جواب ضربِ نقطہ کی تعریف یعنی مساوات سے با آسانی حاصل ہوتا ہے۔



شکل 1.10: کارتیسی نظام میں کام

## 1.11 تفرق اور جُزوی تفرق

مساوات میں ایک تفاعل جس میں مقررہ ہے کا تفرق دیا گیا ہے جبکہ مساوات میں ایک تفاعل کا جُزوی تفرق دیا گیا ہے۔

$$(1.39) \quad \begin{aligned} B(\theta) &= B_0 \cos \theta \\ \frac{dB}{d\theta} &= -B_0 \sin \theta \end{aligned}$$

$$(1.40) \quad \partial W(x, \lambda) = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial \lambda} d\lambda$$

## 1.12 خطی تکمل

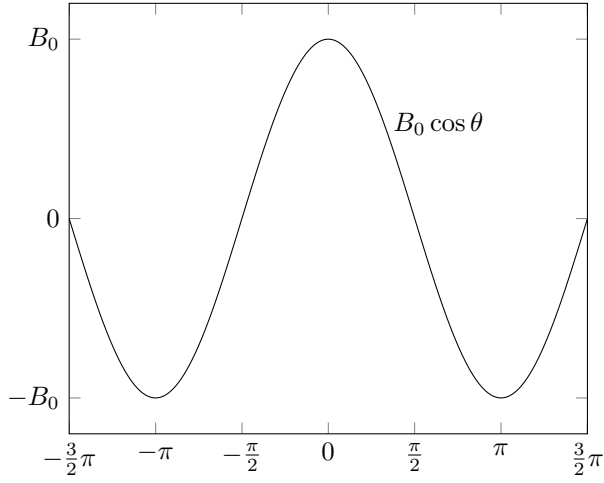
مساوات میں ایک تفاعل  $B(\theta)$  دیا گیا ہے جسے شکل 1.11 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کی طول موج  $2\pi$  ریڈیئن کے برابر ہے۔ ہم  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$  کے مابین اس کا اوسط معلوم کرتے ہیں۔ یہ تکمل سے یوں ہو گا۔

$$(1.41) \quad B(\theta) = B_0 \cos \theta$$

$$(1.42) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{B_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

اسی طرح اگر اسی خطہ پر تفاعل کے مربع یعنی  $B^2$  کا اوسط درکار ہو تو ایسا کرنا مساوات میں دکھایا گیا ہے۔

$$(1.43) \quad \begin{aligned} B_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\ &= \frac{B_0^2}{2} \end{aligned}$$



شکل 1.11: کوسائن موج

تفاعل کے مربع کی اوسط کا جزر بہت اہمیت رکھتا ہے۔ لہذا اس تفاعل کے مربع کی اوسط کا جزر  $B_{rms}$  مساوات کی مدد سے یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(1.44) \quad B_{rms} = \sqrt{B_{\text{اوسط}}^2} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}$$

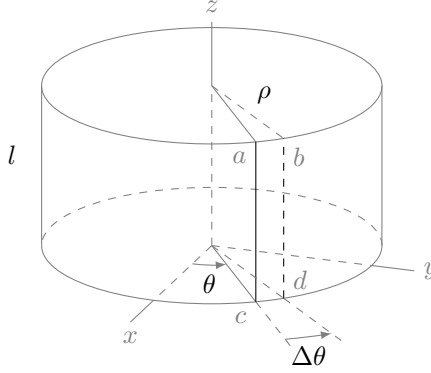
یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے جو آپ کو زبانی یاد ہونا چاہئے۔ یہ مساوات ہر سائن نما تفاعل کے لئے درست ہے۔ کسی بھی متغیر کے مربع کی اوسط کا جزر اس متغیر کا موثر قیمت کہلاتا ہے۔

### 1.13 سطحی تکمیل

مثال کے طور پر اگر مساوات شکل 1.12 میں نلی کے بیرونی سطح پر متغیر  $B$  کی مقدار بتلاقی ہے اور یہ متغیر سطحی کثافت کو ظاہر کرے ہم آدھے بیرونی سطح مثلاً زاویہ  $-\pi/2$  اور  $\pi/2$  کے مابین اس کی کل مقدار  $\phi$  معلوم کرتے ہیں۔ اس سطح میں نلی کے دونوں سرے شامل نہیں ہیں۔ ہم نلی کے بیرونی سطح پر رقبہ  $\Delta A$  لیتے ہیں جس کی قوس صغیرہ  $\rho \Delta \theta$  اور لمبائی  $l$  ہے۔ یہ سطح  $abcd$  ہے۔  $\Delta \theta$  کو نہایت کم کرتے ہوئے سطح کا رقبہ  $\rho l d\theta$  لکھا جا سکتا ہے۔ چونکہ اس سطح پر  $B$  کی مقدار محوری لمبائی کی جانب تبدیل نہیں ہو رہی اس لئے سطح  $\Delta A$  پر  $\Delta \phi = B \Delta A$  ہو گا اور کل  $\phi$  تکمیل کی مدد سے یوں حاصل ہو گا۔

$$(1.45) \quad \Delta \phi = B \Delta A = B_0 l \rho \cos \theta d\theta$$





شکل 1.12: نلی کی بیرونی سطح پر متغیرہ کا تکمل کل مقدار دے گی۔

$$(1.46) \quad \phi = B_0 l \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta \, d\theta = 2B_0 l \rho$$

اب ہم یہی مقدار نلی کے آدھے بیرونی سطح پر کہیں پر بھی حاصل کرنا چاہیں تو ہمیں صرف تکمل کے دو حد تبدیل کرنے ہوں گے۔ اگر ہم مساوات میں نچلا حد  $(-\pi/2 - \alpha)$  اور اوپر کا حد  $(\pi/2 - \alpha)$  لیں تو یہ حاصل ہوگا۔

$$(1.47) \quad \phi(\alpha) = B_0 l \rho \int_{-\pi/2 - \alpha}^{\pi/2 - \alpha} \cos \theta \, d\theta = 2B_0 l \rho \cos \alpha$$

یہاں  $\phi(\alpha)$  اس بات کو واضح کرتا ہے کہ نتیجہ  $\alpha$  پر منحصر ہے۔ یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ مساوات میں اگر  $\alpha = 0$  ہو تو مساوات ملتا ہے۔

## 1.14 دوری سمتیہ

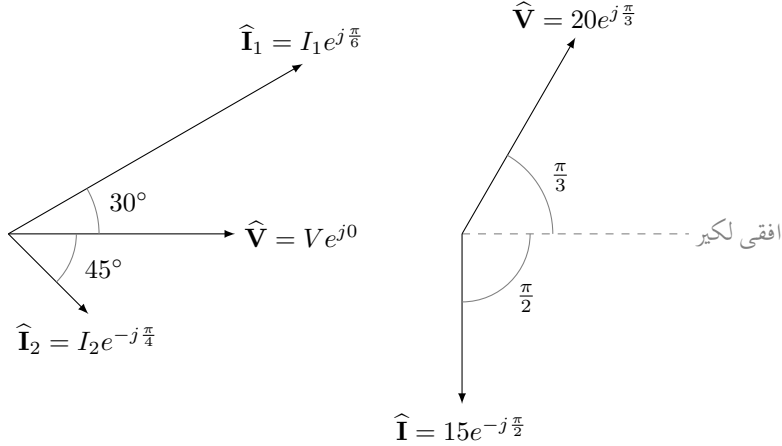
سائن نما موج جن کا تعدد معین ہو کو دوری سمتیہ سے ظاہر کرنا نہایت مفید ثابت ہوتا ہے۔ مساوات یولر

$$(1.48) \quad A_0 e^{\mp j(\omega t + \phi)} = A_0 \cos(\omega t + \phi) \mp j \sin(\omega t + \phi)$$

کی مدد سے کو۔ سائن موج یوں لکھی جا سکتی ہے

$$(1.49) \quad A_0 \cos(\omega t + \phi) = \frac{A_0}{2} \left( e^{j(\omega t + \phi)} - e^{-j(\omega t + \phi)} \right)$$

اس سے ثابت ہوتا ہے کہ کو۔ سائن موج دراصل دو مخلوط اعداد کا مجموعہ ہے۔ مساوات یولر ایک مخلوط عدد کو ظاہر کرتا ہے جس کے دو جُز ہیں۔ اس کا ایک جُز حقیقی عدد ہے اور اس کا دوسرا جُز فرضی



شکل 1.13: دوری سمتیہ

عدد ہے۔ اس کا حقیقی جُز کو۔ سائن موج کو ظاہر کرتا ہے۔ لہذا ایک کو۔ سائن موج  $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$  یا  $A_0 e^{-j(\omega t + \phi)}$  کا حقیقی جُز ہوتا ہے۔ رسمی طور پر سائن نما موج کو  $A_0 e^{j(\omega t + \phi)}$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مزید یہ کہ اس عدد کو چھوٹا کر کے صرف  $A_0 e^{j\phi}$  یا  $A_0 / \phi$  لکھا جاتا ہے۔ کو۔ سائن موج کے اس طرح ظاہر کرنے کو دوری سمتیہ کہتے ہیں جہاں اس سمتیہ کا طول  $A_0$  اور افقی لکیر سے زاویہ  $\phi$  ہے۔ دوری سمتیہ استعمال کرتے وقت آپ کو یہ ذہن میں رکھنا ہوتا ہے کہ یہ ایک کو۔ سائن موج ہے جس کا محیط  $A_0$ ، دوری زاویہ  $\phi$  اور زاویاتی تعدد  $\omega$  ہے۔

اس کتاب میں دوری سمتیہ کو سادہ طرز لکھائی میں انگریزی کے بڑے حروف جن پر ٹوپی کا نشان ہو سے ظاہر کیا جائے گا، یعنی  $\hat{I}$ ,  $\hat{V}$  وغیرہ اور ان کے طول کو بغیر ٹوپی کے نشان کے اسی حرف سے ظاہر کیا جائے گا۔ مثلاً برقی دباؤ  $v = 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$  کے لئے یہ سب درست ہیں۔

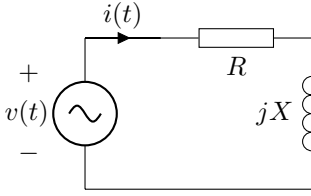
$$v = 20 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$$

$$\hat{V} = 20 e^{j\frac{\pi}{3}} \quad (1.50)$$

$$\hat{V} = 20 \angle \frac{\pi}{3}$$

$$V = 20$$

اس مساوات میں پہلا جُز ایک عام کو سائن موج ہے۔ دوسرا جُز اسی کو دوری سمتیہ سے ظاہر کر رہا ہے۔ تیسرا اس دوری سمتیہ کا طول اور چوٹا اس کا زاویہ بتلا رہا ہے۔ دوری سمتیہ کو عام سمتیوں کی طرح ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس مساوات میں  $\hat{V}$  کا طول 20 اور افقی لکیر سے زاویہ  $\frac{\pi}{3}$  ریڈیئن ہے۔ زاویہ افقی لکیر سے گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے۔ اس سمت میں زاویہ مثبت ہے۔ شکل 1.13 میں اسے اور چند اور دوری سمتیہ دکھائے گئے ہیں۔



$$\begin{aligned}
 Z &= R + jX \\
 |Z| &= \sqrt{R^2 + X^2} \\
 \phi_Z &= \tan^{-1} \frac{X}{R} \\
 v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
 i(t) &= \frac{V_0}{|Z|} \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z) \\
 &= I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)
 \end{aligned}$$

شکل 1.14: دوری سمتیہ کی مدد سے  $RL$  دور کا حل۔

برقی دور حل کرتے وقت برقی دباؤ  $\hat{V}$  کو افقی سمت میں بنا کر برقی رو  $\hat{I}$  اس کی نسبت سے بنایا جاتا ہے۔ شکل 1.13 میں  $\hat{I}_1$  تیس درجہ زاویہ برقی دباؤ سے آگے ہے جبکہ  $\hat{I}_2$  پینتالیس درجہ زاویہ اس کے پیچھے ہے۔ یہاں یہ دھیان رہے کہ شکل میں  $45^\circ$  مثبت لکھا گیا ہے۔ چونکہ یہ افقی لکیر سے زاویہ ناپنے کی اُلٹ سمت میں ہے لہذا یہ ایک منفی زاویہ ہے۔

یہاں دوری سمتیوں کو استعمال کر کے ایک سادہ برقی دور حل کرتے ہیں۔ یوں ان سے وابستگی پیدا ہو جائے گی اور ان کا استعمال بھی سیکھ لیں گے۔

شکل ایک سادہ  $R - L$  برقی دور ہے جس پر لاگو برقی دباؤ

$$\begin{aligned}
 v(t) &= V_0 \cos(\omega t + \alpha) \\
 (1.51) \quad \hat{V} &= V_0 \underline{\angle \alpha}
 \end{aligned}$$

ہے۔ دوری سمتیہ کے استعمال سے ہم اس میں برقی رو  $i(t)$  معلوم کرنا چاہتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \hat{I} &= \frac{\hat{V}}{R + jX} = \frac{V_0 \underline{\angle \alpha}}{|Z| \underline{\angle \phi_Z}} \\
 (1.52) \quad &= \frac{V_0}{|Z|} \underline{\angle \alpha - \phi_Z} = I_0 \underline{\angle \alpha - \phi_Z}
 \end{aligned}$$

جہاں  $\phi_Z$  مقاومت کا زاویہ ہے۔ لہذا

$$(1.53) \quad i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha - \phi_Z)$$



## الباب 2

### مقناطیسی ادوار

#### 2.1 مزاحمت اور ہچکچاہٹ

شکل 2.1 میں ایک سلاخ دکھائی گئی ہے۔ اس کی لمبائی کی سمت میں مزاحمت یہ ہے

$$(2.1) \quad R = \frac{l}{\sigma A}$$

جہاں  $\sigma$  موصلیت کو ظاہر کرتی ہے اور  $A = wh$  ہے۔ اگر اس سلاخ کا مقناطیسی مستقل  $\mu^1$  ہو تو اس سلاخ کی ہچکچاہٹ  $\Re^2$  یوں بیان کی جائے گی۔

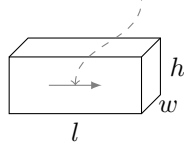
$$(2.2) \quad \Re = \frac{l}{\mu A}$$

مقناطیسی مستقل  $\mu$  کو عموماً خالی خلاء کی مقناطیسی مستقل  $\mu_0$  نسبت سے لکھا جاتا ہے یعنی

$$(2.3) \quad \mu = \mu_r \mu_0$$

permeability, magnetic constant<sup>1</sup>  
reluctance<sup>2</sup>

برقی رو یا مقناطیسی بہاؤ کی سمت



$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

$$\Re = \frac{l}{\mu A}$$

شکل 2.1: مزاحمت اور ہچکچاہٹ

جہاں  $\mu_r$  جزو مقناطیسی مستقل کہلاتی ہے۔ ہچکچاہٹ کی اکائی ایمپیئر۔ چکر فی ویئر ہے جس کی وضاحت آپ کو جلد ہو جائے گی۔

مثال 2.1: شکل میں دی گئی سلاخ کی ہچکچاہٹ معلوم کریں  $\mu_r = 2000$ ،  $l = 10 \text{ cm}$ ،  $h = 3 \text{ cm}$  اور  $w = 2.5 \text{ cm}$  ہیں۔  
حل:

$$\begin{aligned}\mathfrak{R} &= \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \\ &= \frac{10 \times 10^{-2}}{2000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} \\ &= 53\,044 \text{ A} \cdot \text{turns/Wb}\end{aligned}$$

## 2.2 کثافتِ برقی رو اور برقی میدان کی شدت

اگر اس سلاخ کے سروں پر برقی دباؤ  $v$  لاگو کی جائے جیسا کہ شکل 2.2 میں دکھایا گیا ہے تو اس میں برقی رو  $i$  گزریے گا جس کی مقدار اوہم کے قانون سے یوں حاصل ہوتی ہے

$$(2.4) \quad i = \frac{v}{R}$$

اس مساوات کو مساوات کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں

$$(2.5) \quad i = v \left( \frac{\sigma A}{l} \right)$$

یا

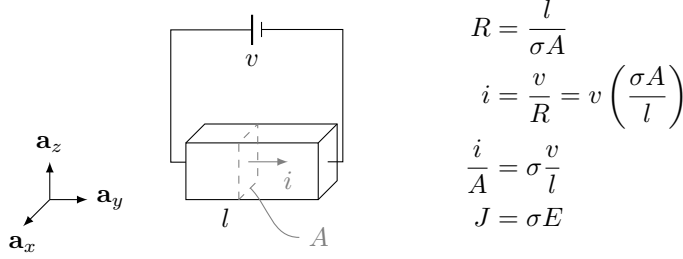
$$(2.6) \quad \frac{i}{A} = \sigma \left( \frac{v}{l} \right)$$

اسے مزید یوں لکھ سکتے ہیں

$$(2.7) \quad J = \sigma E$$

اگر شکل میں سمتیہ  $J$  کا طول  $J$  ہو اور سمتیہ  $E$  کا طول  $E$  ہو جہاں ان دونوں سمتیہ کی سمت  $a_y$  ہے تب اس مساوات کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(2.8) \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$



$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

$$i = \frac{v}{R} = v \left( \frac{\sigma A}{l} \right)$$

$$\frac{i}{A} = \sigma \frac{v}{l}$$

$$J = \sigma E$$

شکل 2.2: کثافت برقی رو اور برقی دباؤ کی شدت

یہ دونوں مساوات اوہم کے قانون کی ایک اور شکل ہیں۔ مساوات میں

$$(2.9) \quad J = \frac{i}{A}$$

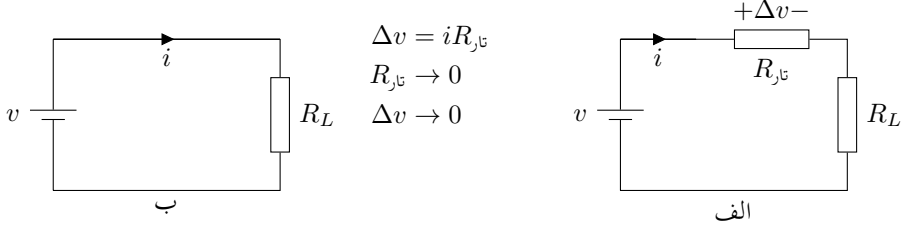
$$(2.10) \quad E = \frac{v}{l}$$

ہیں۔ شکل سے واضح ہے کہ برقی رو  $i$  سلاخ کی رقبہ عمودی تراش  $A$  سے گزرتی ہے لہذا مساوات کے تحت  $J$  رقی رو کی کثافت کو ظاہر کرتی ہے۔ اسی وجہ سے  $J$  کو کثافت برقی رو<sup>3</sup> ہی کہتے ہیں۔ اسی طرح مساوات سے یہ واضح ہے کہ  $E$  برقی دباؤ فی اکائی لمبائی کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں  $E$  کو برقی میدان کی شدت<sup>4</sup> کہتے ہیں۔ جہاں متن سے واضح ہو کہ برقی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں اس نام کو چھوٹا کر  $E$  کو میدانی شدت سے پکارا جاتا ہے۔ برقی میدان<sup>5</sup> سے مراد کسی چارج کے اردگرد وہ جگہ ہے جس میں اس چارج کا اثر محسوس کیا جاتا ہے۔ ہم بالکل اسی طرح مقناطیسی متغیر کے لئے بھی اس طرح کے مساوات لکھ سکتے ہیں۔ حصہ میں بھی یہی کریں گے۔

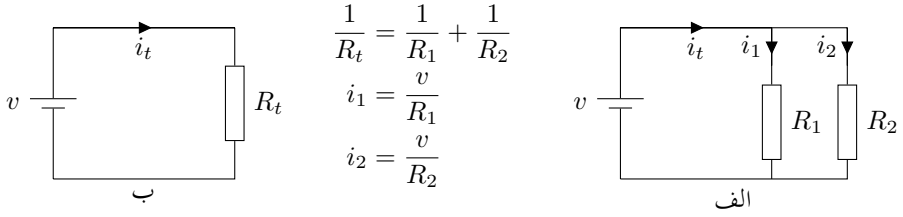
### 2.3 برقی ادوار

برقی دور میں برقی دباؤ<sup>6</sup>  $V$  کی وجہ سے برقی رو<sup>7</sup>  $i$  پیدا ہوتی ہے۔ تانبہ<sup>8</sup> کی موصلیت  $\sigma = 5.9 \times 10^7 \frac{S}{m}$  ہے جہاں  $\frac{S}{m}$  موصلیت کی اکائی ہے۔ لہذا تانبہ کی بنی تار کی مزاحمت  $R_{tar}$  قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ اگر ایسی تار میں برقی رو  $i$  کا گزر ہو تو اس تار کی مزاحمت میں اوہم کے قانون کے تحت برقی دباؤ  $\Delta v = i R_{tar}$  گھٹنے گی۔  $R_{tar}$  کی قابل نظر انداز ہونے کی وجہ سے یہ مقدار بھی قابل نظر انداز ہی ہوگی۔ اس کا مطلب

current density<sup>3</sup>  
electric field intensity<sup>4</sup>  
electric field<sup>5</sup>  
electric voltage<sup>6</sup>  
electric current<sup>7</sup>  
copper<sup>8</sup>



شکل 2.3: برقی دور میں تار کی مزاحمت کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔



شکل 2.4: برقی رو کم مزاحمت کے راستے زیادہ ہوتی ہے

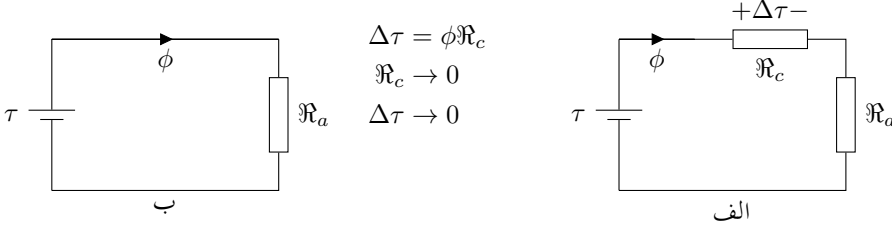
ہے کہ برقی تار کی مدد سے برقی دباؤ کی ایک جگہ سے دوسری جگہ رسائی بغیر کم ہوئے ممکن ہے۔ اسی لئے تانبہ کی تار کو عموماً برقی دباؤ کی ایک جگہ سے دوسری جگہ رسائی کے لئے استعمال کیا جاتا ہے اور اس کی مزاحمت کو صفر ہی سمجھا جاتا ہے۔ شکل الف میں ایک ایسا ہی برقی دور دکھایا گیا ہے۔ اس برقی دور میں کل تار کی مزاحمت  $R_{tar}$  ہے۔ اگر تار کی مزاحمت کو نظر انداز کیا جا سکے تو ہمیں برقی دور حصہ ب ملتا ہے۔ اس برقی دور میں برقی دباؤ  $v$  کو مزاحمت  $R$  تک بغیر کم کئے پہنچایا گیا ہے۔

شکل 2.4 میں ایک اور مثال دی گئی ہے۔ یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ برقی رو اس راستے زیادہ ہوتی ہے جس کی مزاحمت کم ہو۔ لہذا اگر  $R_1 < R_2$  ہو تو  $i_1 > i_2$  ہوگی۔

## 2.4 مقناطیسی دور حصہ اول

مقناطیسی دور بالکل برقی دور کی طرح ہوتے ہیں۔ بس ان میں برقی دباؤ  $v$  کی جگہ مقناطیسی دباؤ  $\tau$ ، برقی رو  $i$  کی جگہ مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  اور مزاحمت  $R$  کی جگہ ہچکچاہٹ  $\mathcal{R}$  ہوتی ہے۔ لہذا ہم بالکل ایک برقی دور کی طرح ایک مقناطیسی دور بنا سکتے ہیں۔ ایسا ہی ایک دور شکل 2.5 الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی کوشش یہی ہے کہ کسی طرح مقناطیسی دباؤ  $\tau$  کو بغیر کم کئے ہچکچاہٹ  $\mathcal{R}_a$  تک پہنچایا جائے۔ عموماً  $\mathcal{R}_a$  خلائی درز کی ہچکچاہٹ ہوتی ہے اور  $\mathcal{R}_c$  مقناطیسی مرکز کی۔ یہاں بھی اگر  $\mathcal{R}_c$  کو نظر انداز کرنا ممکن ہو تو ہمیں شکل 2.5 ب ملتا ہے جس میں مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  کو، بالکل اوہم کے قانون





شکل 2.5: مقناطیسی دور

کی طرح، مساوات سے حل کیا جا سکتا ہے۔ یعنی

$$(2.11) \quad \tau = \phi R_a$$

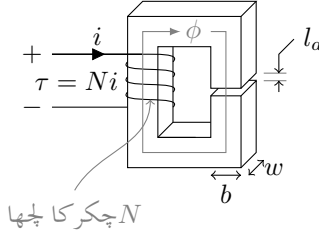
اگر  $R_c$  کو نظر انداز کرنا ممکن نہ ہو تب بالکل سلسلہ وار مزاحمتوں کی طرح ہم اس شکل میں دیئے گئے دو سلسلہ وار ہچکچاہٹوں کا مجموعہ ہچکچاہٹ  $R_s$  کو استعمال کر کے برقی رو کا حساب لگائیں گے، یعنی

$$(2.12) \quad R_s = R_a + R_c$$

$$(2.13) \quad \tau = \phi R_s$$

بالکل برقی مثال کی طرح، مقناطیسی دباؤ کو کم ہچکچاہٹ والے راستے سے اس جگہ پہنچایا جاتا ہے جہاں اس کی ضرورت ہو۔ مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ ہچکچاہٹ، مقناطیسی مستقل  $\mu$  سے منسلک ہے۔  $\mu$  کو عموماً  $\mu = \mu_r \mu_0$  لکھا جاتا ہے جہاں  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  ہینری فی میٹر<sup>9</sup> کے برابر ہے۔ لوہا، کچھ دھاتیں اور چند جدید مصنوعی اشیاء ایسی ہیں جن کی  $2000 < \mu_r < 80000$  ہے۔ لہذا انہیں کو مقناطیسی دباؤ ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقلی کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ البتہ  $\mu$  کی مقدار اتنی نہیں ہے کہ اس سے بنی سلاخ کی ہچکچاہٹ ہر جگہ نظر انداز کی جا سکے۔ مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ ہچکچاہٹ کم سے کم کرنے کی خاطر رقبہ عمودی تراش زیادہ سے زیادہ رکھنی پڑتی ہے۔ لہذا عموماً مقناطیسی دباؤ منتقل کرنے کے لئے ایک تار نہیں بلکہ خاصی زیادہ سطح عمودی تراش رکھنے والا راستہ درکار ہوتا ہے جسے مقناطیسی مرکز<sup>10</sup> کہتے ہیں۔ برقی آلوں میں استعمال مقناطیسی مرکز لوہے کی باریک چادر یا پتری<sup>11</sup> تہہ در تہہ رکھ کر بنائی جاتی ہے۔ مقناطیسی مرکز کے بارے میں ہم حصہ میں مزید معلومات حاصل کریں گے۔

Henry per meter<sup>9</sup>  
magnetic core<sup>10</sup>  
laminations<sup>11</sup>



$$H_a = \frac{\tau}{l_a} \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$l_a \ll w$$

$$l_a \ll b$$

شکل 2.6: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی میدان کی شدت۔

## 2.5 کثافتِ مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی میدان کی شدت

حصہ میں ہم نے برقی مثال دی۔ یہاں ہم مقناطیسی مثال پیش کرتے ہیں۔ شکل 2.6 میں ایک مقناطیسی مثال دکھائی گئی ہے۔ یہاں مقناطیسی مرکز کی  $\mu_r = \infty$  تصور کی گئی ہے لہذا اس مرکز کی ہچکچاہٹ  $\mathcal{R}_c$  صفر ہو گئی۔ لہذا جیسے حصہ میں تانبہ کی نار استعمال کی گئی تھی یہاں اسی طرح مقناطیسی مرکز کو مقناطیسی دباؤ  $\tau$  ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کے لئے استعمال کیا گیا ہے۔ اس شکل میں مقناطیسی دباؤ کو خلائی درز کی ہچکچاہٹ  $\mathcal{R}_a$  تک پہنچایا گیا ہے۔ لہذا یہاں کل ہچکچاہٹ صرف خلائی درز کی ہچکچاہٹ ہی ہے یعنی

$$(2.14) \quad \mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_z}$$

خلائی درز کے رقبہ عمودی تراش  $A_a$  کو مرکز کے رقبہ عمودی تراش  $\mathcal{R}_c$  کے برابر لیا گیا ہے۔ یعنی

$$(2.15) \quad A_a = A_c = wb$$

اگر خلائی درز کی لمبائی  $l_a$  مرکز کے رقبہ کے اطراف  $b$  اور  $w$  سے نہایت کم ہو یعنی  $l_a \ll w$  اور  $l_a \ll b$  تب ایسا کرنا ممکن ہوتا ہے۔ اس کتاب میں یہی تصور کیا جائے گا۔ مقناطیسی دباؤ کو یوں بیان کیا جاتا ہے

$$(2.16) \quad \tau = Ni$$

یعنی برقی تار کے چکر ضرب ان میں برقی رو۔ لہذا مقناطیسی دباؤ کی اکائی ایمپیئر۔چکر<sup>12</sup> ہے۔ بالکل حصہ کی طرح ہم مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(2.17) \quad \phi_a = \frac{\tau}{\mathcal{R}_a}$$

مقناطیسی بہاؤ کی اکائی ویبر<sup>13</sup> 14 ہے اور ہچکچاہٹ کی اکائی ایمپیئر۔چکر فی ویبر<sup>15</sup> ہے۔ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ  $\phi_a$  اور مرکز میں مقناطیسی بہاؤ  $\phi_c$  برابر ہیں۔ اس مساوات کو مساوات کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(2.18) \quad \phi_a = \tau \left( \frac{\mu_0 A_a}{l_a} \right)$$

$$(2.19) \quad \frac{\phi_a}{A_a} = \mu_0 \left( \frac{\tau}{l_a} \right)$$

اس مساوات میں بائیں جانب مقناطیسی بہاؤ فی اکائی رقبہ کو کثافتِ مقناطیسی بہاؤ  $B_a$ <sup>16</sup> اور دائیں جانب برقی دباؤ فی اکائی لمبائی کو مقناطیسی میدان کی شدت  $H_a$ <sup>17</sup> لکھا جا سکتا ہے۔ یعنی

$$(2.20) \quad B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$(2.21) \quad H_a = \frac{\tau}{l_a}$$

کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی اکائی ویبر فی مربہ میٹر ہے جس کو ٹیسلا<sup>18</sup> Tesla کا نام دیا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت کی اکائی ایمپیئر فی میٹر<sup>19</sup> ہے۔ لہذا مساوات کو ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(2.22) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

جہاں متن سے واضح ہو کہ مقناطیسی میدان کی بات ہو رہی ہے وہاں مقناطیسی میدان کی شدت کو میدان کی شدت<sup>20</sup> کہا جاتا ہے۔ شکل میں ہم دیکھتے ہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کی سمت، اکائی سمتیہ  $a_z$  کی الٹ سمت میں ہے لہذا ہم کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کو  $B_a = -B_a a_z$  لکھ سکتے ہیں۔ اسی طرح خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ اکائی سمتیہ  $a_z$  کی الٹ سمت میں دباؤ ڈال رہی ہے لہذا ہم مقناطیسی دباؤ کی شدت کو  $H_a = -H_a a_z$  لکھ سکتے ہیں۔ لہذا اس مساوات کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(2.23) \quad B_a = \mu_0 H_a$$

اگر خلاء کی جگہ کوئی ایسے مادہ ہو جس کی ہو، تب ہم اس مساوات کو یوں لکھتے

$$(2.24) \quad B = \mu H$$

<sup>13</sup>Weber

<sup>14</sup> یہ اکائی جرمنی کے ولیم اڈورڈ ویبر کے نام پر جن کا برقی و مقناطیسی میدان میں اہم کردار رہا ہے

<sup>15</sup> ampere-turn per weber

<sup>16</sup> magnetic flux density

<sup>17</sup> magnetic field intensity

<sup>18</sup> Tesla: یہ اکائی سریبا کے نکولا ٹیسلا کے نام پر جنہوں نے بدلتی رو برقی طاقت عام کرنے میں اہم کردار ادا کیا

<sup>19</sup> ampere per meter

<sup>20</sup> field intensity

مثال 2.2: شکل میں خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ 0.1 ٹیسلا درکار ہے۔ مرکز کی  $\mu_r = \infty$  ہے اور خلائی درز کی لمبائی 1 ملی میٹر ہے۔ اگر مرکز کے گرد برقی تار کے 100 چکر ہوں تو ان میں درکار برقی رو معلوم کریں۔  
حل:

$$\tau = \phi \mathcal{R}$$

$$Ni\phi \left( \frac{l}{\mu_0 A} \right)$$

$$\frac{\phi}{A} = \frac{Ni\mu_0}{l}$$

لہذا

$$0.1 = \frac{100 \times i \times 4\pi 10^{-7}}{0.001}$$

$$i = \frac{0.1 \times 0.001}{100 \times 4\pi 10^{-7}} = 0.79567 \text{ A}$$

یعنی 0.79567 ایمپیئر برقی رو سے خلائی درز میں 0.1 ٹیسلا کثافتِ مقناطیسی بہاؤ حاصل ہو جائے گی۔

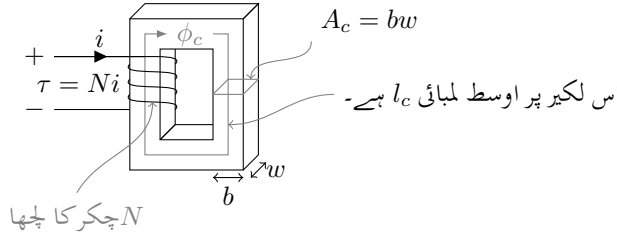
## 2.6 مقناطیسی دور حصہ دوم

شکل 2.7 میں ایک سادہ مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے جس میں مرکز کی مقناطیسی مستقل کو محدود تصور کیا گیا ہے۔ شکل میں مقناطیسی دباؤ  $\tau = Ni$  مقناطیسی مرکز میں مقناطیسی بہاؤ  $\phi_c$  کو جنم دیتی ہے۔ یہاں مرکز کا رقبہ عمودی تراش  $A_c$  ہر جگہ یکساں ہے اور مرکز کی اوسط لمبائی  $l_c$  ہے۔ مرکز میں مقناطیسی بہاؤ کی سمت فلیمنگ<sup>21</sup> کے دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جا سکتی ہے۔ اس قانون کو دو طریقوں سے بیان کیا جا سکتا ہے۔

- اگر ایک چمچے کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ ہاتھ کی چار انگلیاں چمچے میں برقی رو کی سمت میں لپٹی ہوں تو انگوٹھا اُس مقناطیسی بہاؤ کی سمت میں ہوگا جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آئیگا۔

- اگر ایک تار جس میں برقی رو کا گزر ہو، کو دائیں ہاتھ سے یوں پکڑا جائے کہ انگوٹھا برقی رو کی سمت میں ہو تو باقی چار انگلیاں اُس مقناطیسی رو، جو اس برقی رو کی وجہ سے وجود میں آئے، کی سمت میں لپٹی ہوں گی۔

<sup>21</sup>Fleming's right hand rule



شکل 2.7: سادہ مقناطیسی دور

ان دو بیانات میں پہلا بیان، چھپے میں مقناطیسی بہاؤ کی سمت معلوم کرنے کے لئے زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے جبکہ کسی ایک سیدھی تار کے گرد مقناطیسی بہاؤ کی سمت دوسرے بیان سے زیادہ آسانی سے معلوم کی جا سکتی ہے۔ لہذا مرکز میں مقناطیسی بہاؤ گھڑی کے سمت میں ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کو شکل میں تیر والے ہلکی سیاہی کے لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ یہاں مرکز کی ہچکچاہٹ

$$(2.25) \quad \mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c}$$

$$(2.26) \quad \phi_c = \frac{\tau}{\mathcal{R}_c} = Ni \left( \frac{\mu_c A_c}{l_c} \right)$$

اس طرح ہم سب متغیرات حاصل کر سکتے ہیں۔

مثال 2.3: شکل 2.8 میں ایک مقناطیسی مرکز دکھایا گیا ہے جہاں

$$(2.27) \quad \text{کور} = \begin{cases} h = 20 \text{ cm} & m = 10 \text{ cm} \\ n = 8 \text{ cm} & w = 2 \text{ cm} \\ l_a = 1 \text{ mm} & \mu_r = 40000 \end{cases}$$

ہیں۔ مرکز اور خلائی درز کی ہچکچاہٹیں حاصل کریں۔ حل:

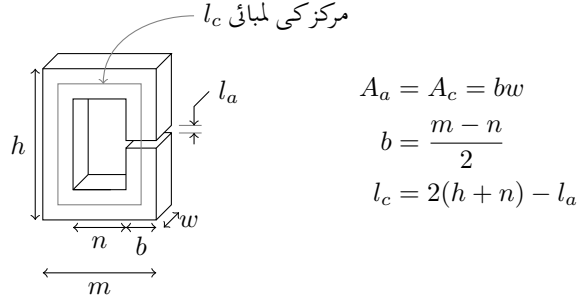
$$b = \frac{m - n}{2} = \frac{0.1 - 0.08}{2} = 0.01 \text{ m}$$

$$A_a = A_c = bw = 0.01 \times 0.02 = 0.0002 \text{ m}^2$$

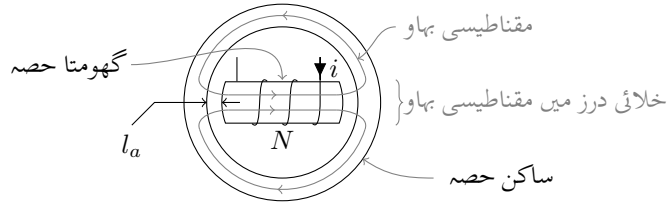
$$l_c = 2(h + n) - l_a = 2(0.2 + 0.08) - 0.001 = 0.559 \text{ m}$$

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0.559}{40000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.0002} = 55\,598 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{0.001}{4\pi \times 10^{-7} \times 0.0002} = 3\,978\,358 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$



شکل 2.8: خلائی درز اور مرکز کے ہچکچاہٹ



شکل 2.9: سادہ گھومنے والا مشین

ہم دیکھتے ہیں اگرچہ مرکز کی لمبائی خلائی درز کی لمبائی سے 559 گنا زیادہ ہے تب بھی خلائی درز کی ہچکچاہٹ 71 گنا زیادہ ہے یعنی  $R_a \gg R_c$

مثال 2.4: شکل 2.9 سے رجوع کریں۔ اگر ایک خلائی درز 5 ملی میٹر لمبا ہو اور گھومتے حصہ پر 1000 چکر ہوں تو خلائی درز میں 0.95 ٹیسلا کثافتِ برقی بہاؤ حاصل کرنے کی خاطر درکار برقی رو معلوم کریں۔ حل: اس شکل میں ایک گھومتے مشین، مثلاً موٹر، کی ایک سادہ شکل دکھائی گئی ہے۔ ایسے آلوں میں باہر کا حصہ ساکن رہتا ہے جس کو مشین کا ساکن حصہ کہتے ہیں اور اس ساکن حصہ کے اندر اس کا ایک حصہ گھومتا ہے جسے گھومتا حصہ کہتے ہیں۔ اس مثال میں ان دونوں حصوں کا  $\mu_r = \infty$  ہے لہذا ان کی ہچکچاہٹ صفر ہے۔ مقناطیسی بہاؤ ہلکی سیابی کے لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔ یہ خلائی درز میں سے، ایک مکمل چکر کے دوران، دو مرتبہ گزرتی ہے۔ یہ دو خلائی درز پر لحاظ سے ایک جیسے ہیں لہذا ان دونوں خلائی درز کی ہچکچاہٹ بھی برابر ہوں گی۔ مزید یہ کہ ان خلائی درز کی ہچکچاہٹ سلسلہ وار ہیں۔ شکل میں مقناطیسی بہاؤ کو گھومتے حصہ سے ساکن حصہ کی طرف، خلائی درز سے گزرتے دکھایا گیا ہے۔ خلائی درز کی لمبائی  $l_a$  بہت کم ہے لہذا خلائی درز کا عمودی رقبہ تراش  $A_a$  وہی ہو گا جو گھومتے حصہ کا ہے یعنی  $A_c$

ایک خلائی درز کی ہچکچاہٹ

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{l_a}{\mu_0 A_c}$$

ہے۔ لہذا کل ہچکچاہٹ ہوگی

$$\mathcal{R}_s = \mathcal{R}_a = \mathcal{R}_a = \frac{2l_a}{\mu_0 A_c}$$

یوں خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ  $\phi_a$  اور کثافتِ مقناطیسی بہاؤ  $B_a$  یہ ہوں گے۔

$$\phi_a = \frac{\tau}{\mathcal{R}_s} = (Ni) \left( \frac{\mu_0 A_c}{2l_a} \right)$$

$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a} = \frac{\mu_0 Ni}{2l_a}$$

اس مساوات میں اعداد استعمال کرتے ہیں

$$0.95 = \frac{4\pi 10^{-7} \times 1000 \times i}{2 \times 0.005}$$

$$i = \frac{0.95 \times 2 \times 0.005}{4\pi 10^{-7} \times 1000} = 7.56 \text{ A}$$

موثر اور جنریٹروں کی خلاء میں تقریباً ایک ٹیسلہ کثافتِ برقی بہاؤ ہوتی ہے۔

## 2.7 خود امالہ ، مشترکہ امالہ اور توانائی

مقناطیسی بہاؤ کی، وقت کے ساتھ تبدیلی، برقی دباؤ کو جنم دیتی ہے۔ لہذا اگر شکل کے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہو رہی ہو تو اس کی وجہ سے اس کے چلھے میں برقی دباؤ پیدا ہوگی جو کہ اس چلھے کے سروں پر نمودار ہوگی۔ اس طرح پیدا ہونے والی برقی دباؤ کو امالی برقی دباؤ<sup>22</sup> کہتے ہیں۔ قانونِ فیراڈے<sup>23</sup> کے تحت<sup>24</sup>

$$e = N \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial t} \quad (2.28)$$

اس مساوات میں ہم چلھے میں، وقت کے ساتھ تبدیل ہونے والی، مقناطیسی بہاؤ کو  $\phi$  سے ظاہر کر رہے ہیں۔  $N\phi$  کو چلھے کی ارتباطِ بہاؤ<sup>25</sup>  $\lambda$  کہتے ہیں جس کی اکائی ویبر-چکر<sup>26</sup> ہے۔ اس امالی برقی دباؤ کی سمت کا تعین یوں کیا جاتا ہے کہ اگر دیئے گئے چلھے کی سروں کو کسرِ دور<sup>27</sup> کیا جائے تو اس میں برقی

induced voltage<sup>22</sup>

Faraday's law<sup>23</sup>

مائیکل فیراڈے انکلسدان تھے جنہوں نے محرک برقی دباؤ دریافت کی

flux linkage<sup>25</sup>

weber-turn<sup>26</sup>

short circuit<sup>27</sup>

رواُس سمت میں ہوگی جس میں مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کو روکا جا سکے۔  
جن مقناطیسی دوروں میں مقناطیسی مستقل  $\mu$  کو اٹل مقدار تصور کیا جا سکے یا جن میں خلائی درز کی ہچکچاہٹ مرکز کی ہچکچاہٹ سے بہت زیادہ ہو یعنی  $\Re_a \gg \Re_c$ ، ان حالات میں ہم چلھے کی امالہ  $L$ <sup>28</sup> کو یوں بیان کرتے ہیں۔

$$(2.29) \quad L = \frac{\lambda}{i}$$

امالہ کی اکائی ویبر۔ چکر فی ایمپیئر ہے جس کو ہینری  $H$ <sup>29</sup> کا نام<sup>30</sup> دیا گیا ہے۔ لہذا

$$(2.30) \quad L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NB_c A_c}{i} = \frac{N^2 \mu_0 A_a}{l_a}$$

مثال 2.5: شکل میں اگر  $b = 5 \text{ cm}$ ,  $w = 4 \text{ cm}$ ,  $l_a = 3 \text{ mm}$  جبکہ چلھے کے 1000 چکر اور مرکز کے گرد اوسط لمبائی  $l_c = 30 \text{ cm}$  ہو تب ان دو صورتوں میں چلھے کی امالہ معلوم کریں۔

• مرکز کی  $\mu_r = \infty$  ہے۔

• مرکز کی  $\mu_r = 500$  ہے۔

حل: پہلی صورت میں مرکز کی  $\mu_r = \infty$  ہونے کی وجہ سے مرکز کی ہچکچاہٹ نظر انداز کی جا سکتی ہے۔ یوں

$$\begin{aligned} L &= \frac{N^2 \mu_0 w b}{l_a} \\ &= \frac{1000^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05}{0.003} \\ &= 0.838 \text{ H} \end{aligned}$$

دوسری صورت میں  $\mu_r = 500$  ہے۔ یوں مرکز کی ہچکچاہٹ صفر نہیں۔ خلاء اور مرکز کی ہچکچاہٹ پہلے دریافت کرتے ہیں

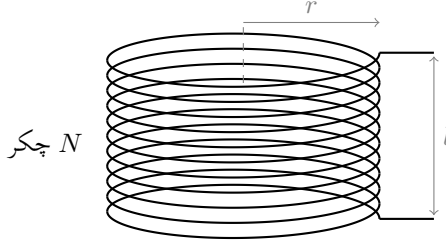
$$\begin{aligned} \Re_a &= \frac{l_a}{\mu_0 w b} = \frac{0.003}{4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 1193507 \text{ A} \cdot \text{t/Wb} \\ \Re_c &= \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 w b} = \frac{0.3}{500 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.04 \times 0.05} = 238701 \text{ A} \cdot \text{t/Wb} \end{aligned}$$

inductance<sup>28</sup>

Henry<sup>29</sup>

<sup>30</sup>امریکی سائنسدان جوزف ہینری جنہوں نے مائیکل فیراڈے سے علیحدہ طور پر محرک برقی دباؤ دریافت کی





شکل 2.10: پیچدار لچھا

لہذا

$$\phi = \frac{Ni}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c}$$

$$\lambda = N\phi = \frac{N^2 i}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c} = \frac{1000^2}{1193507 + 238701} = 0.698 \text{ H}$$

مثال 2.6: شکل 2.10 میں ایک پیچدار لچھا<sup>31</sup> دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل یوں ہے

$$N = 11, r = 0.49 \text{ m}, l = 0.94 \text{ m}$$

ایسے پیچدار لچھے کی بیشتر مقناطیسی بہاؤ لچھے کے اندر محوری سمت میں ہوتی ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاؤ کی مقدار قابلِ نظر انداز ہوتی ہے۔ یوں لچھے کے اندر محوری جانب مقناطیسی شدت

$$H = \frac{Ni}{l}$$

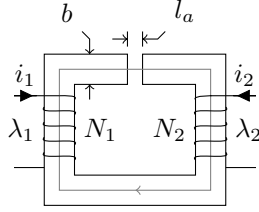
ہوتی ہے۔ اس لچھے کی خود امالہ حاصل کریں۔ حل:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 Ni}{l}$$

$$\phi = B\pi r^2 = \frac{\mu_0 Ni\pi r^2}{l}$$

$$\lambda = N\phi = \frac{\mu_0 N^2 i\pi r^2}{l}$$

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$



موٹائی =  $b$   
گہرائی =  $w$

$$\begin{aligned} A_a &= A_c = bw \\ \lambda_1 &= N_1 \phi \\ \lambda_2 &= N_2 \phi \\ \phi &= \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_c} \end{aligned}$$

شکل 2.11: دو لچھے والا مقناطیسی دور۔

یوں

$$L = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times \pi \times 0.49^2}{0.94} = 122 \mu\text{H}$$

یہ پیچدار لچھا میں نے 3000 کلوگرام لوہا گلانے والی بھٹی میں استعمال کیا ہے۔

شکل 2.11 میں دو لچھے والا ایک مقناطیسی دور دکھایا گیا ہے۔ ایک لچھے کے  $N_1$  چکر ہیں اور اس میں برقی رو  $i_1$  ہے اور دوسرا لچھا  $N_2$  چکر کا ہے اور اس میں برقی رو  $i_2$  ہے۔ دونوں لچھوں میں برقی رو کی سمتیں یوں ہیں کہ ان دونوں کا مقناطیسی دباؤ جمع ہو۔ یوں اگر مرکز کے امالہ کو نظر انداز کیا جائے تو ہم مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$(2.31) \quad \phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

یہاں  $\phi$  دونوں لچھوں کے مجموعی مقناطیسی دباؤ یعنی  $N_1 i_1 + N_2 i_2$  سے پیدا ہونے والا مقناطیسی بہاؤ ہے۔ اس مقناطیسی بہاؤ کی ان لچھوں کے ساتھ ارتباط کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(2.32) \quad \lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_1 + N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a} i_2$$

اس کو یوں لکھا جا سکتا ہے

$$(2.33) \quad \lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

جہاں

$$(2.34) \quad L_{11} = N_1^2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

$$(2.35) \quad L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_a}{l_a}$$

ہیں۔ یہاں  $L_{11}$  پہلے چلھے کی خود امالہ<sup>32</sup> ہے اور  $L_{11}i_1$  اس چلھے کی اپنے برقی رو  $i_1$  سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے جسے خود ارتباط بہاؤ<sup>33</sup> کہتے ہیں۔  $L_{12}$  ان دونوں چلھوں کا مشترکہ امالہ<sup>34</sup> ہے اور  $L_{12}i_2$  چلھا نمبر-1 کے ساتھ برقی رو  $i_2$  کی وجہ سے پیدا کردہ مقناطیسی بہاؤ کا ارتباط بہاؤ ہے جسے مشترکہ ارتباط بہاؤ<sup>35</sup> کہتے ہیں۔ بالکل اسی طرح ہم دوسرے چلھے کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$(2.36) \quad \lambda_2 = N_2\phi = N_2N_1\frac{\mu_0A_a}{l_a}i_1 + N_2^2\frac{\mu_0A_a}{l_a}i_2$$

$$(2.37) \quad = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

جہاں

$$(2.38) \quad L_{22} = N_2^2\frac{\mu_0A_a}{l_a}$$

$$(2.39) \quad L_{21} = L_{12} = N_2N_1\frac{\mu_0A_a}{l_a}$$

ہیں۔  $L_{22}$  دو نمبر چلھے کی خود امالہ اور  $L_{21} = L_{12}$  ان دو چلھوں کی مشترکہ امالہ ہے۔ یہاں یہ واضح کرنا ضروری ہے کہ امالہ کا تصور اس وقت کارآمد ہوتا جب ہم مقناطیسی مستقل  $\mu$  کو اٹل تصور کر سکیں۔ مساوات کو مساوات میں استعمال کریں تو

$$(2.40) \quad e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\partial (N\phi)}{\partial t} = \frac{\partial (Li)}{\partial t}$$

اگر امالہ مقررہ ہو جیسا کہ ساکن آلوں میں ہوتا ہے تب ہمیں امالہ کی جانی پہچانی مساوات ملتی ہے

$$(2.41) \quad e = L\frac{\partial i}{\partial t}$$

مگر اگر امالہ بھی تبدیل ہو جیسا کہ موثر اور جنریٹروں میں ہوتا ہے تب

$$(2.42) \quad e = L\frac{\partial i}{\partial t} + i\frac{\partial L}{\partial t}$$

توانائی<sup>36</sup> کی اکائی جاؤل<sup>37</sup>  $J$  ہے اور طاقت<sup>39</sup> کی اکائی<sup>40</sup> جاؤل فی سیکنڈ یا واٹ<sup>41</sup>  $W$  ہے۔

self inductance<sup>32</sup>

self flux linkage<sup>33</sup>

mutual inductance<sup>34</sup>

mutual flux linkage<sup>35</sup>

energy<sup>36</sup>

Joule<sup>37</sup>

جیمس پریسقوٹ جاؤل انگلستانی سائنسدان جنہوں نے حرارت اور میکانی کام کا رشتہ دریافت کیا

power<sup>39</sup>

سکالینڈ کے جیمز واٹ جنہوں نے بخارات پر چلنے والے انجن پر کام کیا

Watt<sup>41</sup>

اس کتاب میں توانائی یا کام کو  $W$  سے ظاہر کیا جائے گا مگر طاقت کی اکائی واٹ  $W$  کے لئے بھی ہی کی علامت استعمال ہوتی ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ اس سے غلطی پیش نہیں آئے گی اور استعمال کو دیکھ کر یہ فیصلہ کرنا کہ اس کا کون سا مطلب لیا جا رہا ہے دشوار نہ ہوگا۔  
وقت کے ساتھ توانائی کی شرح کو طاقت کہتے ہیں لہذا کسی چمچے کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$(2.43) \quad p = \frac{dW}{dt} = ei = i \frac{\partial \lambda}{\partial t}$$

لہذا ایک مقناطیسی دور میں  $t_1$  سے  $t_2$  تک کے وقفے میں مقناطیسی توانائی میں تبدیلی کو تکمل کے ذریعہ یوں حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$(2.44) \quad \Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$$

اگر مقناطیسی دور میں ایک ہی چمچا ہو اور اس دور میں امالہ اٹل ہو تب

$$(2.45) \quad \Delta W = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} d\lambda = \frac{1}{2L} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)$$

اگر ہم لمحہ  $t_1$  پہ  $\lambda_1 = 0$  تصور کریں تب ہم کسی دیئے گئے  $\lambda$  پہ مقناطیسی توانائی کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(2.46) \quad \Delta W = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{Li^2}{2}$$

## 2.8 مقناطیسی مادہ کے خصوصیات

مقناطیسی دوروں میں مرکز استعمال کرنے سے دو طرح کے فوائد حاصل ہوتے ہیں۔ مرکز کے استعمال سے ایک تو کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا کی جا سکتی ہے اور دوسری، مقناطیسی بہاؤ کو اپنی مرضی کے راستوں پابند کیا جاسکتا ہے۔ ٹرانسفارمر میں مرکز کو استعمال کر کے مقناطیسی بہاؤ کو اس طرح پابند کیا جاتا ہے کہ جو مقناطیسی بہاؤ ایک چمچے سے گزرتا ہے، وہی مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، باقی چمچوں سے بھی گزرتا ہے۔ موٹروں میں مرکز کو استعمال کر کے مقناطیسی بہاؤ کو یوں پابند کیا جاتا ہے کہ زیادہ سے زیادہ قوت پیدا ہو جبکہ جنریٹروں میں اسے زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ حاصل کرنے کی نیت سے پابند کیا جاتا ہے۔ مقناطیسی اشیاء کی  $B$  اور  $H$  کے تعلق کو گراف کے ذریعہ سے پیش کیا جاتا ہے۔ لوہا نما مقناطیسی اشیاء کی  $B - H$  گراف شکل 2.12۔ الف میں دکھائی گئی ہے۔ ایک لوہا نما مقناطیسی شہ جس میں کسی قسم کی مقناطیسی اثر نہ ہو کو نقطہ  $a$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس نقطہ پر

$$(2.47) \quad \begin{aligned} H_a &= 0 \\ B_a &= 0 \end{aligned}$$

ہیں۔

شکل 2.12:  $BH$  خطوط یا مقناطیسی چال کے دائرے

ایسی شہ کو چلھے میں رکھ کر اس پر مقناطیسی دباؤ لاگو کی جا سکتی ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت  $H$  لاگو کرنے سے لوہا نما مقناطیسی شہ میں کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B$  پیدا ہوگی۔ میدانی شدت بڑھانے سے کثافت مقناطیسی بہاؤ بھی بڑھے گی۔ اس عمل کو نقطہ  $a$  سے شروع ایک نوکدار خط سے دکھایا گیا ہے۔ میدانی شدت کو نقطہ  $b$  تک بڑھایا گیا ہے جہاں یہ مقداریں  $H_b$  اور  $B_b$  ہیں۔

اگر اس نقطہ تک پہنچنے کے بعد میدانی شدت کم کی جائے تو دیکھا یہ گیا ہے کہ واپسی کی خط مختلف راستہ اختیار کرتی ہے۔ یوں نقطہ  $b$  سے اگر میدانی شدت کم کرتے کرتے صفر کی جائے تو لوہا نما شہ کی کثافت مقناطیسی بہاؤ کم ہو کر نقطہ  $c$  پر آ پہنچتی ہے۔ نقطہ  $b$  سے نقطہ  $c$  تک نوکدار خط اس عمل کو دکھلا رہی ہے۔ اس نقطہ پر بیرونی میدانی شدت صفر ہے لیکن لوہا نما شہ کی کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں۔ یہ اب ایک مقناطیس بن گیا ہے جس کی کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B_c$  ہے۔ اس مقدار کو بقایا کثافت مقناطیسی بہاؤ<sup>42</sup> کہتے ہیں۔ مصنوعی مقناطیس اسی طرح بنائے جاتے ہیں۔

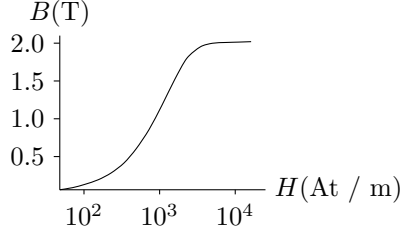
اگر یہاں سے میدانی شدت منفی سمت میں بڑھائی جائے تو  $B$  کم ہوتے ہوتے آخر کار ایک مرتبہ پھر صفر ہو جاتی ہے۔ اس نقطہ کو  $d$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسیت ختم کرنے کے لئے درکار میدانی شدت کی مقدار  $|H_d|$  کو مقناطیسیت ختم کرنے والی شدت یا خاتم شدت<sup>43</sup> کہتے ہیں۔

منفی سمت میں میدانی شدت بڑھاتے نقطہ  $e$  حاصل ہوتا ہے جہاں سے منفی سمت کی میدانی شدت کی مقدار ایک مرتبہ پھر کم کی جاتی ہے۔ یوں نقطہ  $f$  حاصل ہوتا ہے جہاں میدانی شدت صفر ہونے کے باوجود کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر نہیں۔ اس نقطہ پر لوہا نما شہ الٹ سمت میں مقناطیس بن چکا ہے اور  $B_f$  بقایا کثافت مقناطیسی بہاؤ ہے۔ اسی طرح اس جانب مقناطیسیت ختم کرنے کی شدت  $|H_g|$  ہے۔

اگر لوہا نما شہ پر باری باری مثبت اور منفی یکساں میدانی شدت کئی مرتبہ لاگو کی جائے تو اس کی  $B-H$  کی خط ایک بند دائرہ کی شکل اختیار کر لیتی ہے جسے مقناطیسی چال کا دائرہ<sup>44</sup> کہتے ہیں۔ یہی شکل کے حصہ الف میں دکھائی گئی ہے۔

حصہ الف میں نقطہ  $a$  سے نقطہ  $b$  پہنچنے کے بعد اگر میدانی شدت مزید بڑھائی جائے اور پھر مقناطیسی چال حاصل کی جائے تو شکل کے حصہ با کا بیرونی بند دائرہ ملتا ہے۔ حصہ الف کی مقناطیسی چال یہاں

magnetic flux/residual<sup>42</sup>  
coercivity<sup>43</sup>  
hysteresis loop<sup>44</sup>



شکل 2.13:  $M5$  سٹیل کی  $0.3048$  ملی میٹر موٹی پتری کا خط۔ میدان شدت کا پیمانہ لاگ ہے۔

اندرونی دائرہ سے دکھائی گئی ہے۔  
 شکل کی طرح کے خطوط کی چونچوں (یعنی زیادہ سے زیادہ مقدار واضح کرنے والے نکتوں) میں سے اگر ایک خط گزاری جائے تو شکل 2.13 حاصل ہوتی ہے۔ یہ شکل ٹرانسفارمروں میں استعمال ہونے والی  $0.3048$  ملی میٹر موٹی  $M5$  پتری کا گراف ہے۔ اس خط میں موجود مواد جدول 2.1 میں بھی دیا گیا ہے۔ عموماً مسائل اس خط میں موجود مواد سے حل ہوتے ہیں۔ دھیان رہے کہ اس خط میں  $H$  کا پیمانہ لاگ<sup>45</sup> میں دکھایا گیا ہے۔

لوہا نما مقناطیسی اشیاء پر لاگو مقناطیسی شدت بڑھانے سے کثافت مقناطیسی بہاؤ بڑھنے کی شرح بتدریج کم ہوتی جاتی ہے حتیٰ کہ آخر کار یہ شرح خلاء کی شرح  $\mu_0$  رہ جاتی ہے یعنی

$$(2.48) \quad \frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu_0$$

اس اثر کو سیرابیت<sup>46</sup> کہتے ہیں۔ یہ شکل 2.13 میں واضح ہے۔ گراف کو دیکھا جائے تو  $B$  کے کسی ایک متعین مقدار  $H$  کے لئے کے دو ممکنہ مقدار ہیں۔ اگر مقناطیسی بہاؤ بڑھ رہا ہو تو، گراف میں نیچے سے اوپر جانے والی لکیر، اس میں  $B$  اور  $H$  کے تعلق کو پیش کرتی ہے اور اگر مقناطیسی بہاؤ کم ہو رہا ہو تو، اوپر سے نیچے آنے والی لکیر، اس تعلق کو پیش کرتی ہے۔ چونکہ  $\mu = B/H$ ، لہذا  $B$  کے مقدار تبدیل ہونے سے  $\mu$  بھی تبدیل ہوتی ہے۔ باوجود اس کے ہم مقناطیسی دوروں میں یہ تصور کرتے ہیں کہ  $\mu$  ایک مقررہ ہے۔ یہ تصور کر لینے سے عموماً جواب پر زیادہ اثر نہیں پڑتا۔

مثال 2.7: شکل یا اس کے مساوی فہرست میں دیئے گئے مواد کو استعمال کرتے ہوئے شکل کی خلاء میں ایک ٹیسلہ اور دو ٹیسلہ کثافت مقناطیسی بہاؤ حاصل کرنے کے لئے درکار برقی رو معلوم کریں۔ اس شکل میں

$$b = 5 \text{ cm}, w = 4 \text{ cm}, l_a = 3 \text{ mm}, l_c = 30 \text{ cm}, N = 1000$$

ہیں۔ مرکز اور خلاء کی رقبہ عمودی تراش برابر لیں۔

<sup>45</sup>log  
<sup>46</sup>saturation

$B$	$H$	$B$	$H$	$B$	$H$	$B$	$H$	$B$	$H$	$B$	$H$
0.000	0	0.700	9	1.480	30	1.720	200	1.852	1000	1.998	9000
0.040	2	0.835	10	1.540	40	1.752	300	1.900	2000	2.000	10000
0.095	3	1.000	11.22	1.580	50	1.780	400	1.936	3000	2.020	20000
0.160	4	1.100	12.59	1.601	60	1.800	500	1.952	4000	2.040	30000
0.240	5	1.200	14.96	1.626	70	1.810	600	1.968	5000	2.048	40000
0.330	6	1.300	17.78	1.640	80	1.824	700	1.975	6000	2.060	50000
0.440	7	1.340	20	1.655	90	1.835	800	1.980	7000	2.070	60000
0.560	8	1.400	23.77	1.662	100	1.846	900	1.985	8000	2.080	70000

جدول 2.1: مقناطیسی بہاؤ بالمقابل شدت

حل: ایک ٹیسلہ کے لئے -  
 فہرست سے ہم دیکھتے ہیں کہ مرکز میں 1 ٹیسلہ حاصل کرنے کے لئے مرکز کو 11.22 ایمپیٹر-چکر  
 $H$  میٹر درکار ہے۔ یوں 30 سم لمبے مرکز کو  $0.3 \times 11.22 = 3.366$  ایمپیٹر چکر درکار ہیں۔  
 خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} = 795\,671$$

ایمپیٹر-چکر فی میٹر درکار ہیں۔ لہذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو  $0.003 \times 795\,671 = 2387$  ایمپیٹر چکر درکار  
 ہیں۔ یوں کل ایمپیٹر-چکر  $2387 + 3.366 = 2390.366$  ہیں جن سے

$$i = \frac{2390.366}{1000} = 2.39\text{ A}$$

حاصل ہوتی ہے۔  
 حل: دو ٹیسلہ کے لئے -  
 فہرست سے ہم دیکھتے ہیں کہ مرکز میں 2 ٹیسلہ حاصل کرنے کے لئے مرکز کو 10000 ایمپیٹر-چکر  
 فی میٹر  $H$  درکار ہے۔ یوں 30 سم لمبے مرکز کو  $0.3 \times 10000 = 3000$  ایمپیٹر چکر درکار ہیں۔ خلاء کو

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{2}{4\pi 10^{-7}} = 1\,591\,342$$

ایمپیٹر-چکر فی میٹر درکار ہیں۔ لہذا 3 ملی میٹر لمبی خلاء کو  $0.003 \times 1\,591\,342 = 4774$  ایمپیٹر چکر درکار  
 ہیں۔ یوں کل ایمپیٹر-چکر  $4774 + 3000 = 7774$  ہیں جن سے

$$i = \frac{7774}{1000} = 7.774\text{ A}$$

حاصل ہوتی ہے۔  
 اس مثال میں مقناطیسی سیرابیت کے اثرات واضح ہیں۔

## 2.9 بیجان شدہ لچھا

بدلتی رو میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہوتے ہیں یعنی یہ وقت کے ساتھ  $\sin \omega t$  یا  $\cos \omega t$  کا تعلق رکھتے ہیں۔ اس سبق میں ہم بدلتی رو سے لچھے کو بیجان کرنا اور اس سے نمودار ہونے والے برقی توانائی کے ضیاع کا تذکرہ کریں گے۔ شکل سے رجوع کریں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ

$$(2.49) \quad B = B_0 \sin \omega t$$

یوں مرکز میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ  $\varphi$

$$(2.50) \quad \varphi = A_c B = A_c B_0 \sin \omega t = \phi_0 \sin \omega t$$

ہے۔ اس مساوات میں مقناطیسی بہاؤ کا حیطہ  $\phi_0$  اور  $B$  کا حیطہ  $B_0$  کے مابین تبدیل ہوتے ہیں۔  $A_c$  مرکز کا رقبہ عمودی تراش ہے جو ہر جگہ یکساں ہے۔  $\omega = 2\pi f$  ہے جہاں  $f$  تعدد ہے۔ فیراڈے کے قانون یعنی مساوات کے تحت اس مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے لچھے میں  $e(t)$  برقی دباؤ پیدا ہوگی۔

$$(2.51) \quad \begin{aligned} e(t) &= \frac{\partial \lambda}{\partial t} \\ &= \omega N \phi_0 \cos \omega t \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= E_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

جس کا حیطہ

$$(2.52) \quad E_0 = \omega N \phi_0 = 2\pi f N A_c B_0$$

ہے۔  $e(t)$  کو امالی برقی دباؤ<sup>47</sup> کہتے ہیں۔ ہم بدلتی رو مقداروں کے مربع کی اوسط کے جزر میں دلچسپی رکھتے ہیں۔ یہی ان مقداروں کی موثر<sup>48</sup> قیمت ہوتی ہے۔ جیسا مساوات میں دیکھا گیا ہے، ایک سائن نما موج کی موثر قیمت اس کے حیطہ کے  $1/\sqrt{2}$  گنا ہوتی ہے لہذا

$$(2.53) \quad E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N A_c B_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N A_c B_0$$

یہ مساوات بہت اہمیت رکھتی ہے اور ہم اس کو بار بار استعمال کریں گے۔ بدلتی برقی دباؤ یا بدلتی برقی رو کی مقدار کی جب بھی ذکر ہو، یہ ان کی مربع کی اوسط کے جزر یعنی اس کے موثر قیمت کا ذکر ہوتا ہے۔ پاکستان میں گھریلو برقی دباؤ 220 وولٹ ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اس برقی دباؤ کی موثر قیمت 220 وولٹ ہے۔ چونکہ یہ سائن نما ہے لہذا اس کی چوٹی  $\sqrt{2} \times 220 = 311$  وولٹ ہے۔

induced voltage<sup>47</sup>  
root mean square, rms<sup>48</sup>



$\omega t$	$B$	$H$	$0.3H$	$i_\phi = \frac{0.3H}{27}$	$\omega t$	$B$	$H$	$0.3H$	$i_\phi = \frac{0.3H}{27}$
0.675	1.000	11.22	3.366	0.125	0.000	0.000	0	0.000	0.000
0.757	1.100	12.59	3.777	0.140	0.025	0.040	2	0.600	0.022
0.847	1.200	14.96	4.488	0.166	0.059	0.095	3	0.900	0.033
0.948	1.300	17.78	5.334	0.198	0.100	0.160	4	1.200	0.044
0.992	1.340	20	6.000	0.222	0.150	0.240	5	1.500	0.056
1.064	1.400	23.77	7.131	0.264	0.208	0.330	6	1.800	0.067
1.180	1.480	30	9.000	0.333	0.278	0.440	7	2.100	0.078
1.294	1.540	40	12.000	0.444	0.357	0.560	8	2.400	0.089
1.409	1.580	50	15.000	0.556	0.453	0.700	9	2.700	0.100
1.571	1.601	60	18.000	0.667	0.549	0.835	10	3.000	0.111

جدول 2.2: محرک برقی رو

مثال 2.8: شکل میں 27 چکر ہیں۔ مرکز کی لمبائی 30 سم جبکہ اس کا رقبہ عمودی تراش 229.253 مربع سم ہے۔ لچھے میں گھریلو 220 وولٹ موثر برقی دباؤ سے بیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ فہرست کی مدد سے مختلف برقی دباؤ پر محرک برقی رو معلوم کریں اور اس کا گراف بنائیں۔  
حل: گھریلو برقی دباؤ 50 ہرٹز کی سائن نما موج ہوتی ہے یعنی

$$v = \sqrt{2} \times 220 \cos(2\pi 50t) \quad (2.54)$$

مساوات کی مدد سے ہم کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی چوٹی حاصل کرتے ہیں

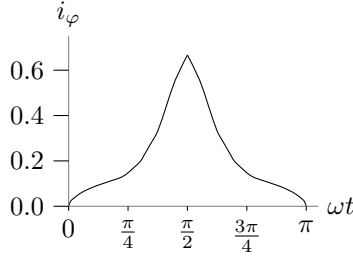
$$B_0 = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 27 \times 0.0229253} = 1.601 \text{ T} \quad (2.55)$$

لہذا مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ صفر سے 1.601 ٹیسلا کے درمیان تبدیل ہوتی رہتی ہے۔ یوں مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی مساوات یہ ہوگی

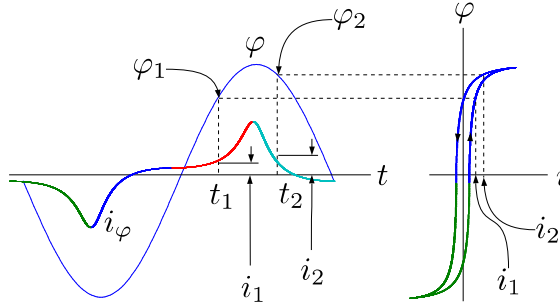
$$B = 1.601 \sin \omega t \quad (2.56)$$

ہم فہرست کی مدد سے کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کے 0 سے 1.601 ٹیسلا کے درمیان مختلف قیمتوں پر درکار محرک برقی رو  $i_\phi$  معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ ہم مختلف  $B$  پر فہرست سے مرکز کی  $H$  حاصل کریں گے جو کہ ایک میٹر لمبی مرکز کے لئے درکار ایمپیئر۔ چکر دیتی ہے۔ اس سے 30 سم لمبی مرکز کے لئے درکار ایمپیئر۔ چکر حل کر کے برقی رو حاصل کریں گے۔

جدول 2.2 مختلف کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کے لئے درکار محرک برقی رو دیتی ہے۔ جدول میں ہر  $B$  کی قیمت پر  $\omega t$  مساوات کی مدد سے حاصل کی گئی ہے۔  $\omega t$  بالمقابل محرک برقی رو کا گراف شکل 2.14 میں دیا گیا ہے۔



شکل 2.14:  $M5$  پتری کے مرکز میں 1.6 ٹیسلہ تک ہیجان پیدا کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو۔



شکل 2.15: ہیجان انگیز برقی رو۔

برقی چلھے میں برقی دباؤ سے ہیجان پیدا کیا جاتا ہے۔ ہیجان شدہ چلھے میں برقی رو کی وجہ سے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ پیدا ہوتا ہے۔ اس برقی رو  $i_\phi$  کو ہم ہیجان انگیز برقی رو<sup>49</sup> کہتے ہیں۔ مثال میں ہیجان انگیز برقی رو معلوم کی گئی جسے شکل 2.14 میں دکھایا گیا۔ اسے حاصل کرتے وقت مقناطیسی چال<sup>50</sup> کو نظر انداز کیا گیا۔ شکل 2.15 میں ہیجان انگیز برقی رو دکھائی گئی ہے جو مقناطیسی چال کو مدِ نظر رکھ کر حاصل کی گئی ہے۔ اس کو سمجھنا نہایت ضروری ہے۔ اس شکل میں دائیں جانب مقناطیسی چال کی خط ہے۔ چونکہ

$$\begin{aligned} Hl &= Ni \\ \varphi &= BA_c \end{aligned} \quad (2.57)$$

excitation current<sup>49</sup>  
hysteresis<sup>50</sup>

لہذا اس خط کو  $i_\varphi - \varphi$  کا خط تصور کیا جا سکتا ہے۔ شکل کی بائیں جانب مرکز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ  $\varphi$  دکھائی گئی ہے۔ یہ سائن نما مقناطیسی بہاؤ کی موج وقت کے ساتھ تبدیل ہوتی ہے۔ لمحہ  $t_1$  پر اس موج کی مقدار  $\varphi_1$  ہو گی۔ یہ شکل میں دکھائی گئی ہے۔ اتنی مقناطیسی بہاؤ حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو  $i_{\varphi_1}$  مقناطیسی چال کی خط سے حاصل کی جا سکتی ہے۔ اس ہیجان انگیز برقی رو کو شکل میں لمحہ  $t_1$  پر دکھایا گیا ہے۔

دھیان رہے کہ اس لمحہ مقناطیسی بہاؤ بڑھ رہی ہے لہذا مقناطیسی چال کی خط کا صحیح حصہ استعمال کرنا ضروری ہے۔ شکل میں اس حصہ کو  $efgb$  سے واضح کیا گیا ہے۔

اسی طرح ایک اور لمحہ  $t_2$  جب مقناطیسی بہاؤ کم ہو رہی ہے یہی کچھ دوبارہ شکل میں ہوتے دکھایا گیا ہے البتہ اس مرتبہ شکل میں  $bcd$  سے واضح کیا گیا حصہ استعمال کیا گیا ہے۔ اس لمحہ پر مقناطیسی بہاؤ  $\varphi_2$  ہے اور اسے حاصل کرنے کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو  $i_{\varphi_2}$  ہے۔

اگر اسی طرح مختلف لمحات پر درکار ہیجان انگیز برقی رو حاصل کی جائے تو ہمیں شکل میں دکھائی گئی  $i_\varphi$  کی خط ملے گی۔ یہ ایک غیر سائن نما خط ہے۔

اگر مرکز میں  $B = B_0 \sin \omega t$  ہو تو اس میں  $H$  اور  $i_\varphi$  ایک غیر سائن نما شکل اختیار کر لیتے ہیں۔ اس صورت میں ان کے موثر قیمتوں  $H_{c,rms}$  اور  $i_{\varphi,rms}$  کا تعلق یہ ہے

$$(2.58) \quad N i_{\varphi,rms} = l_c H_{c,rms}$$

مساوات اور سے ملتا ہے

$$(2.59) \quad E_{rms} i_{\varphi,rms} = \sqrt{2} \pi f B_0 H_{c,rms} A_c l_c$$

یہاں  $A_c l_c$  مرکز کا حجم ہے۔ لہذا یہ مساوات ہمیں  $A_c l_c$  حجم کی مرکز کو  $B_0$  کثافت مقناطیسی بہاؤ تک ہیجان کرنے کے لئے درکار  $E_{rms} i_{\varphi,rms}$  بتلاتا ہے۔ ایک مقناطیسی مرکز جس کا حجم  $A_c l_c$  اور میکانی کثافت  $\rho_c$  ہو، اس کی کمیت  $m_c = \rho_c A_c l_c$  ہو گی۔ یوں ہم، ایک کلوگرام مرکز، کے لئے مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(2.60) \quad P_a = \frac{E_{rms} i_{\varphi,rms}}{m_c} = \frac{\sqrt{2} \pi f}{\rho_c} B_0 H_{c,rms}$$

دیکھا جائے تو کسی ایک تعدد  $f$  پہ  $P_a$  کی قیمت صرف مرکز اور اس میں  $B_0$  پر منحصر ہے، چونکہ  $H_{c,rms}$  خود  $B_0$  پر منحصر ہے۔ (اسی وجہ سے مرکز بنانے والے، اکائی کمیت کے مرکز میں مختلف  $B_0$  پیدا کرنے کیلئے درکار  $E_{rms} i_{\varphi,rms}$ ، کو  $B_0$  اور  $P_a$  کے مابین گراف کی شکل میں دیتے ہیں۔ ایسا ہی ایک گراف شکل میں دکھایا گیا ہے۔



### الباب 3

## ٹرانسفارمر

ٹرانسفارمر وہ آلہ ہے جو بدلتی برقی دباؤ تبدیل کرتا ہے۔ یہ دو یا دو سے زیادہ چھوٹے پر مشتمل ہوتا ہے جو مقناطیسی مرکز<sup>1</sup> پر لپٹے ہوئے ہیں۔ یہ چھوٹے عموماً آپس میں جڑے ہوئے نہیں ہوتے۔ شکل 3.1-الف میں ٹرانسفارمر کی علامت دکھائی گئی ہے۔ دو چھوٹے کے درمیان متوازی لکیریں مقناطیسی مرکز کو ظاہر کرتی ہیں۔

دستیاب برقی دباؤ<sup>2</sup> پر ٹرانسفارمر کے ایک چھوٹے کو برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے اور باقی چھوٹے سے مختلف برقی دباؤ پر یہی برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے۔ جس چھوٹے پر برقی دباؤ لاگو کیا جائے اسے ابتدائی چھوٹا<sup>3</sup> کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو ابتدائی جانب<sup>4</sup> کہتے ہیں۔ اسی طرح جس چھوٹے (چھوٹے) سے برقی طاقت حاصل کی جاتی ہے اسے (انہیں) ثانوی چھوٹا<sup>5</sup> (چھوٹے) کہتے ہیں اور اس جانب کو ثانوی جانب<sup>6</sup> کہتے ہیں۔ یہ شکل کے حصہ با میں دکھایا گیا ہے۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب کو بائیں ہاتھ اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر عموماً<sup>7</sup> دو ہی چھوٹے پر مشتمل ہوتے ہیں۔ اس کتاب میں ہم دو ہی چھوٹے کے مقناطیسی مرکز پر لپٹے قوی ٹرانسفارمر پر تبصرہ کریں گے۔ ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کے چھوٹے کو کم برقی دباؤ کا چھوٹا<sup>7</sup> کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں جبکہ اس کے زیادہ برقی دباؤ کے چھوٹے کو زیادہ برقی دباؤ کا چھوٹا<sup>8</sup> کہتے ہیں اور ٹرانسفارمر کی اس جانب کو زیادہ برقی دباؤ والی جانب کہتے ہیں۔ یوں اگر ٹرانسفارمر کے کم برقی دباؤ کی جانب برقی دباؤ لاگو کیا جائے اور زیادہ برقی دباؤ کی جانب سے برقی دباؤ حاصل کیا جائے تو ٹرانسفارمر کی کم برقی دباؤ والی جانب کو ابتدائی جانب کہیں گے اور اس کی زیادہ برقی دباؤ والی جانب کو ثانوی جانب کہیں گے۔

<sup>1</sup> magnetic core

<sup>2</sup> بدلتی برقی دباؤ کی علامت میں مثبت اور منفی نشان وقت صفر پر برقی دباؤ کی مثبت اور منفی سرے ظاہر کرتے ہیں۔

<sup>3</sup> primary coil

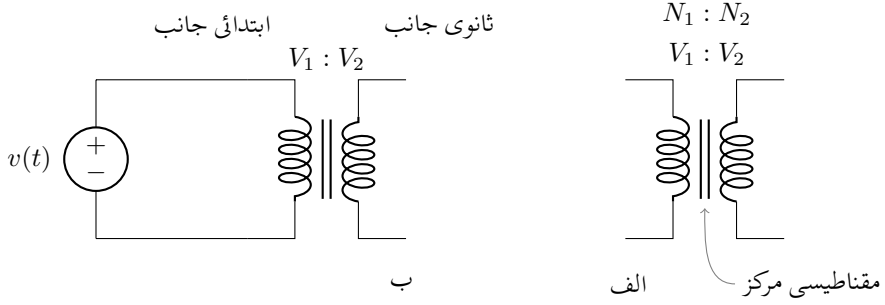
<sup>4</sup> primary side

<sup>5</sup> secondary coil

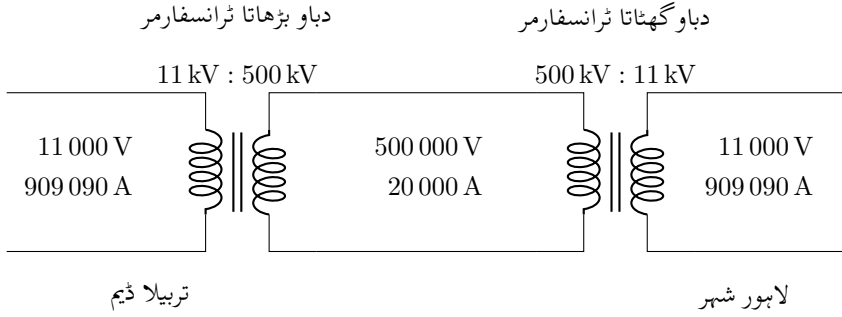
<sup>6</sup> secondary side

<sup>7</sup> low voltage coil

<sup>8</sup> high voltage coil



شکل 3.1: ٹرانسفارمر کی علامت۔



شکل 3.2: برقی طاقت کی منتقلی۔

### 3.1 ٹرانسفارمر کی اہمیت

بدلتی رو کی برقی طاقت اتنی مقبول اس لئے ہوئی ہے کہ یہ ایک جگہ سے دوسری جگہ با آسانی اور نہایت کم برقی طاقت کی ضیاع کے ساتھ منتقل کی جا سکتی ہے۔ ٹرانسفارمر کی تبادلہ برقی دباؤ کی خصوصیت ایسا کرنے میں کلیدی کردار ادا کرتی ہے۔ یہ ایک مثال سے بہتر سمجھا جا سکتا ہے۔

مثال 3.1: شکل 3.2 سے رجوع کریں۔ برقی دباؤ اور برقی رو کی حاصل ضرب برقی طاقت ہوتی ہے یعنی

$$p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

voltage transformation property<sup>9</sup>

اب تصور کریں کہ تربیلا ڈیم 10,000,000,000 واٹ یعنی دس گیگا واٹ<sup>10</sup> برقی طاقت پیدا کر رہا ہے اور اس طاقت کو لاہور<sup>11</sup> شہر منتقل کرنا ہے جہاں گھریلو صارفین کو یہ 220 وولٹ پر مہیا کرنی ہے۔ اگر ہم اس طاقت کو 220 وولٹ پر ہی منتقل کرنا چاہیں تو برقی رو

$$i = \frac{p}{v} = \frac{10\,000\,000\,000}{220} = 45\,454\,545\text{ A}$$

ہوگی۔ برقی تار میں کثافتِ برقی رو  $J_{au}$  تقریباً 5 ایمپیئر فی مربع ملی میٹر  $J_{au} = 5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$  ممکن ہوتی ہے۔ یہ ایک محفوظ کثافتِ برقی رو ہے۔ اگر برقی تار میں اس سے زیادہ برقی رو گزاری جائے تو اس کی مزاحمت میں برقی طاقت کے ضیاع سے یہ گرم ہو کر پگھل سکتی ہے۔ اس طرح مساوات سے برقی تار کا رقبہ عمودی تراش

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{45454545}{5} = 9\,090\,909\text{ mm}^2$$

ہوگا۔ گول تار تصور کریں تو اس کا رداس

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{9090909}{\pi}} = 1701\text{ mm} = 1.7\text{ m}$$

حاصل ہوتی ہے۔ آپ نے دیکھا کہ درکار برقی تار کا رداس 1.7 میٹر ہے۔ اتنی موٹی برقی تار کہیں نہیں پائی جاتی ہے<sup>12</sup>۔ اگر یہ تار المونیم کی بنی ہو جس کی کثافت  $\rho_v = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ہے تو ایک میٹر لمبی تار کی کمیت

$$m = 2700 \times \pi \times 1.7^2 \times 1 = 24\,513\text{ kg}$$

یعنی 24 ٹن ہوگی۔ المونیم اتنی مہنگی ہے کہ اس صورت میں اتنی برقی طاقت کو لاہور پہنچانا ممکن نہیں<sup>13</sup>۔ ڈیم پر ایک ٹرانسفارمر نسب کیا جائے جو برقی دباؤ کو بڑھا کر 500 000 وولٹ یعنی 500 کلو وولٹ کر دے تب صرف

$$i = \frac{p}{v} = \frac{10\,000\,000\,000}{500\,000} = 20\,000\text{ A}$$

ایمپیئر درکار ہوں گے جس کے لئے درکار برقی تار

$$A = \frac{i}{J_{au}} = \frac{20\,000}{5} = 4000\text{ mm}^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4000}{\pi}} = 35.7\text{ mm}$$

Giga Watt<sup>10</sup>

<sup>11</sup>ضلع صوابی میں بھی لاہور ایک تحصیل ہے لیکن اس شہر کو اتنی طاقت نہیں درکار

<sup>12</sup>آپ مائیں یا نہ مائیں، آپ نے بھی اتنی موٹی برقی تار کبھی نہیں دیکھی

<sup>13</sup>آج کل لاہور میں لوڈ شیدنگ اس وجہ سے نہیں

صرف 35 ملی میٹر رداس کی ہوگی۔

اس مثال میں اگر تربیلا ڈیم میں نسب جنریٹر 11000 وولٹ برقی دباؤ پیدا کر رہا ہو تو تربیلا ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو 11000 وولٹ سے بڑھا کر 500 کلو وولٹ کرے گا جبکہ لاہور شہر میں نسب ٹرانسفارمر اس برقی دباؤ کو 500 کلو وولٹ سے واپس 11000 وولٹ کر دے گا۔  
اسی مثال کو مزید آگے لے جاتے ہیں۔ شہر میں 220 وولٹ کی بجائے 11000 وولٹ صارف تک پہنچائے جائیں گے اور۔ وہیں نزدیک ایک اور ٹرانسفارمر 11000 وولٹ کو مزید گھٹا کر صارف کو 220 وولٹ فراہم کرے گی۔

شکل میں ڈیم سے شہر تک کا نظام دکھایا گیا ہے جہاں ڈیم پر نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ بڑھاتا ٹرانسفارمر<sup>14</sup> اور لاہور میں نسب ٹرانسفارمر کو برقی دباؤ گھٹاتا ٹرانسفارمر<sup>15</sup> کہا گیا ہے۔  
موجودہ دور میں برقی طاقت 11 کلو وولٹ اور 25 کلو وولٹ کے مابین پیدا کی جاتی ہے۔ اس کی منتقلی 110 کلو وولٹ اور 1000 کلو وولٹ کے مابین کی جاتی ہے جبکہ اس کا استعمال 1000 وولٹ سے کم پر کیا جاتا ہے۔

### 3.2 3.2 ٹرانسفارمر کے اقسام

گھروں اور کارخانوں کو برقی طاقت فراہم کرنے والے ٹرانسفارمر مقناطیسی مرکز پر لپٹے جاتے ہیں۔ یہ عموماً تین دور کے لئے لپٹے جاتے ہیں اور انہیں لوہے کے مرکز والے تین دور کے قوی ٹرانسفارمر<sup>16</sup> کہتے ہیں۔ نہایت چھوٹے ٹرانسفارمر عموماً لوہے کی مرکز والے ایک دور کے ہوتے ہیں۔ یہ گھریلو استعمال کے برقی مشین، مثلاً موبائل چارجر، میں لگے ہوتے ہیں اور 220 وولٹ سے برقی دباؤ مزید گھٹاتے ہیں۔  
کچھ ٹرانسفارمر اس طرح بنائے جاتے ہیں کہ ان کی ثانوی جانب برقی دباؤ ان کی ابتدائی جانب برقی دباؤ کی خاص نسبت سے ہو۔ یہ نسبت حاصل کرنے پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ انہیں میٹر والے دباؤ کے ٹرانسفارمر<sup>17</sup> کہتے ہیں۔ اسی طرح کچھ ٹرانسفارمر اس طرح بنائے جاتے ہیں کہ ان کی ثانوی جانب برقی رو، ابتدائی جانب برقی رو کی خاص نسبت سے ہو۔ یہ نسبت حاصل کرنے پر خاص توجہ دی جاتی ہے۔ ان کو میٹر والے رو کے ٹرانسفارمر<sup>18</sup> کہتے ہیں۔ یہ دو قسم کے ٹرانسفارمر برقی دباؤ اور برقی رو ناپنے کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔ ویسے تو ہر ٹرانسفارمر کسی نسبت سے ہی برقی دباؤ یا برقی رو کم یا زیادہ کرتا ہے لیکن جیسا پہلے ذکر ہوا ان دو قسم کے ٹرانسفارمر میں کم اور زیادہ کرنے کی نسبت پر خاص توجہ رکھی جاتی ہے۔ ان دو اقسام کے ٹرانسفارمر کی برقی اہلیت<sup>19</sup> نہایت کم<sup>20</sup> ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کے لچھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ خلاء کے ذریعہ بھی ممکن ہے۔ انہیں خلائی مرکز کے ٹرانسفارمر<sup>21</sup> کہتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر ذرائع ابلاغ<sup>22</sup> کے ادوار، یعنی ریڈیو، ٹی وی وغیرہ میں پائے

<sup>14</sup> step up transformer

<sup>15</sup> step down transformer

<sup>16</sup> iron core, three phase power transformer

<sup>17</sup> potential transformer

<sup>18</sup> current transformer

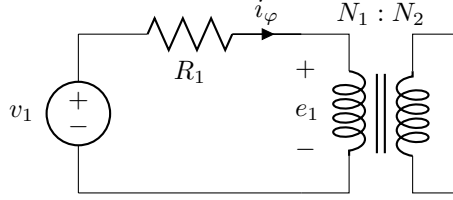
<sup>19</sup> electrical rating

<sup>20</sup> یہ عموماً تقریباً پچیس وولٹ ایمپیئر اہلیت کے ہوتے ہیں

<sup>21</sup> air core transformer

<sup>22</sup> communication transformer





شکل 3.3: بیرونی برقی دباؤ اور اندرونی امالی برقی دباؤ میں فرق۔

جاتے ہیں۔ ان ٹرانسفارمرز کی علامت شکل الف کی طرح ہوتی ہے مگر اس میں مقناطیسی مرکز ظاہر کرنے والی متوازی لکیریں نہیں ہوتیں۔

### 3.3 امالی برقی دباؤ

اس حصے کا بنیادی مقصد بیرونی برقی دباؤ  $v$  اور اندرونی امالی برقی دباؤ  $e$  میں فرق واضح کرنا اور اس سے تعلق رکھنے والی تکنیکی اصطلاح کا تعارف کرانا ہے۔

شکل 3.3 میں ایک بے بوجہ<sup>23</sup> ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے یعنی اس کے ثانوی لچھے کو کھلے دور رکھا گیا ہے۔ ابتدائی لچھے پر  $v_1$  برقی دباؤ لاگو کرنے سے ابتدائی لچھے میں ہیجان انگیز<sup>24</sup> برقی رو  $i_\phi$  گزرے گی۔ اس ہیجان انگیز برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ  $N_1 i_\phi$  مرکز میں مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  کو جنم دے گی۔ یہ بدلتی مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں امالی برقی دباؤ  $e_1$  پیدا کرتی ہے جہاں

$$(3.1) \quad e_1 = -\frac{d\lambda}{dt} = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

اس مساوات میں

- $\lambda$  ابتدائی لچھے کی مقناطیسی بہاؤ کے ساتھ ارتباط بہاؤ ہے
- $\phi$  مقناطیسی مرکز میں مقناطیسی بہاؤ جو دونوں لچھوں میں سے گزرتی ہے
- $N_1$  ابتدائی لچھے کے چکر

اگر اس ابتدائی لچھے کی برقی تار کی مزاحمت  $R_1$  ہو تب کرچاف کے قانون برائے برقی دباؤ سے

$$(3.2) \quad v_1 = i_\phi R_1 + e_1$$

شکل میں اس مزاحمت کو ٹرانسفارمر کے باہر دکھایا گیا ہے۔ اس لچھے کی رستا متعاملہ بھی ہوتی ہے لیکن اسے یہاں نظر انداز کیا گیا ہے۔ عام تر طاقت کے ٹرانسفارمر اور موثر میں مزاحمت  $R_1$  کے اثر کو

<sup>23</sup> unloaded  
<sup>24</sup> excitation current

بھی نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرنے سے ہم لکھ سکتے ہیں

$$(3.3) \quad v_1 = e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

مساوات 3.2 سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ بیرونی لاگو برقی دباؤ اور اندرونی امالی برقی دباؤ دو علیحدہ برقی دباؤ ہیں۔ یہ بات سمجھ لینا بہت ضروری ہے۔ مساوات 3.3 کے تحت ان دو برقی دباؤ کی مقداریں عموماً برابر ہوتی ہیں۔ اس کتاب میں عموماً مساوات 3.3 کی طرح مساواتوں میں دائیں جانب منفی کی علامت نہیں لکھی گئی۔ عموماً برقی دباؤ کی قیمت درکار ہوتی ہے ناکہ اس کی علامت۔<sup>25</sup> چلھا ہیجان<sup>26</sup> کرنے سے مراد اس پر بیرونی برقی دباؤ لاگو کرنا جبکہ چلھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ کو ہیجان انگیز برقی دباؤ<sup>27</sup> کہتے ہیں۔ چلھے کو ہیجان شدہ چلھا<sup>28</sup> جبکہ اس میں رواں برقی رو کو ہیجان انگیز برقی رو<sup>29</sup> کہتے ہیں۔

برقی دباؤ عموماً چلھے سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی سے حاصل کی جاتی ہے۔ اگر ایسا کرتے چلھا ساکن رہے، جیسا کہ ٹرانسفارمر میں ہوتا ہے، تب حاصل برقی دباؤ کو امالی برقی دباؤ<sup>30</sup> کہتے ہیں۔ اگر برقی دباؤ کا حصول مقناطیسی میدان میں چلھے کی حرکت سے ممکن بنایا جائے تب اسے محرک برقی دباؤ<sup>31</sup> کہتے ہیں۔ یاد رہے ان برقی دباؤ میں کسی قسم کا فرق نہیں ہوتا۔ انہیں مختلف نام صرف پہچان کی خاطر دئے جاتے ہیں۔

### 3.4 ہیجان انگیز برقی رو اور مرکزی ضیاع

جہاں مقناطیسی مرکز میں بدلتی مقناطیسی بہاؤ ثانوی چلھوں میں فائدہ مند برقی دباؤ پیدا کرتی ہے وہاں یہ مقناطیسی مرکز میں نقصان دہ برقی دباؤ کو بھی جنم دیتی ہے جس سے مقناطیسی مرکز میں بھنور نما برقی رو<sup>32</sup> پیدا ہوتی ہے۔ اس بھنور نما برقی رو کی وجہ سے مقناطیسی مرکز میں برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جسے بھنور نما برقی رو کا ضیاع<sup>33</sup> یا مرکزی ضیاع<sup>34</sup> کہتے ہیں۔ اس برقی طاقت کے ضیاع کو کم سے کم کرنے کیلئے مقناطیسی مرکز کو باریک لوہے کی پتیاں<sup>35</sup> تہ در تہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ ان پتروں پر غیر موصل روغن<sup>36</sup> کی تہ لگائی جاتی ہے تاکہ بھنور نما برقی رو کو روکا جا سکے۔ آپ دیکھیں گے کہ برقی مشین کا مرکز عموماً اسی طرح بنایا جاتا ہے۔ شکل اور میں 0.3048 ملی میٹر موٹی M5 مرکزی پتہ کی  $B - H$  مواد دی گئی ہے۔

<sup>25</sup> جس سے طلبا کو یہ غلط فہمی لاحق ہو جاتی ہے کہ یہ ایک ہی برقی دباؤ کے دو نام ہیں

excitation<sup>26</sup>

excitation voltage<sup>27</sup>

excited coil<sup>28</sup>

excitation current<sup>29</sup>

induced voltage<sup>30</sup>

electromotive force, emf<sup>31</sup>

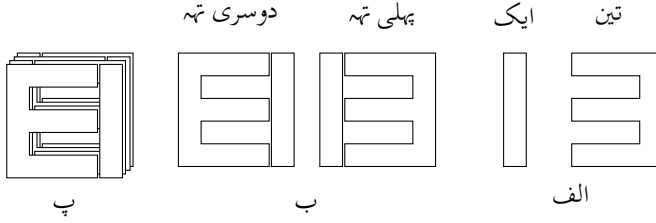
eddy currents<sup>32</sup>

eddy current loss<sup>33</sup>

core loss<sup>34</sup>

laminations<sup>35</sup>

enamel<sup>36</sup>



شکل 3.4: مرکزی پتری کے اشکال اور ان کو تہ در تہ رکھنے کا طریقہ۔

مرکزی پتریاں عموماً دو اشکال کی ہوتی ہیں۔ یہ شکل 3.4-الف میں دکھایا گیا ہے۔ ان کی شکل کی وجہ سے یہ ایک شکل اور تین<sup>37</sup> شکل کی پتریاں کہلاتے ہیں۔ شکل کے حصہ با میں ایک اور تین کو دو طرح آپس میں رکھا گیا ہے۔ ان دو طریقوں سے انہیں تہ در تہ رکھا جاتا ہے۔ لہذا اگر پہلی تہ میں ایک دائیں جانب اور تین بائیں جانب رکھا جائے تو اس کے اوپر دوسری تہ میں ایک کو بائیں جانب اور تین کو دائیں جانب رکھا جائے گا۔ تیسری تہ میں پھر ایک کو دائیں اور تین کو بائیں جانب رکھا جائے گا۔ اسی طرح انہیں جوڑ کر شکل کے حصہ د میں دکھائی گئی مرکز حاصل کی جاتی ہے۔

بیجان انگیز برقی رو بے بوجھ اور بوجھ سے لدے ٹرانسفارمر میں یکساں ہوتا ہے۔ جیسا کہ پہلے بھی ذکر کیا گیا ہے، قوی ٹرانسفارمر اور موٹروں میں برقی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہوتے ہیں جبکہ بیجان انگیز برقی رو ان میں غیر سائن نما ہوتی ہے لہذا اگر

$$\begin{aligned} \varphi &= \phi_0 \sin \omega t = \phi_0 \cos (\omega t - 90^\circ) \\ \dot{\varphi} &= \phi_0 \omega / 90^\circ \end{aligned} \quad (3.4)$$

ہو تو

$$\begin{aligned} e_1 &= N_1 \frac{d\varphi}{dt} = \omega N_1 \phi_0 \cos \omega t \\ \hat{E}_1 &= \omega N_1 \phi_0 / 90^\circ \end{aligned} \quad (3.5)$$

ہو<sup>38</sup> گی۔ یہاں  $\phi_0$  مقناطیسی بہاؤ کے حیطہ کو ظاہر کرتی ہے، اور  $\omega$  زاویاتی تعداد ارتعاش کو یعنی  $2\pi f$  جہاں  $f$  تعداد ارتعاش ہے جسے ہرٹز Hz میں ناپا جاتا ہے۔  $\hat{E}_1$  اور  $\hat{\varphi}$  کے مابین  $90^\circ$  کا زاویہ ہے۔ یہ شکل 3.5 میں دکھایا گیا ہے۔  $e_1$  برقی دباؤ کی موثر قیمت  $E_{rms}$

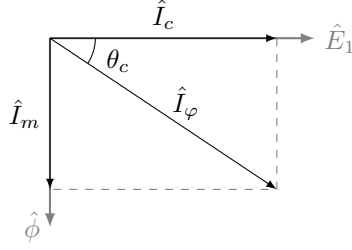
$$E_{rms} = \frac{\omega N_1 \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \phi_0 \quad (3.6)$$

ہے۔ اس کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$\phi_0 = \frac{E_{rms}}{4.44 f N_1} \quad (3.7)$$

$E, I^{37}$

<sup>38</sup> اس مساوات میں اور اس کے بعد پوری کتاب میں امالی برقی دباؤ کے ساتھ منفی کی علامت نہیں لگائی جائے گی



شکل 3.5: مختلف دوری سمتیوں کے زاوئے۔

یہاں رکھ کر دوبارہ نظر ثانی کرتے ہیں۔ اگر ایک پلھے  $E_{rms}$  موثر برقی دباؤ لاگو کی جائے تو یہ پلچھا اتنی ہیجان انگیز برقی رو  $i_\varphi$  گزرنے دیتی ہے جس سے نمودار ہونے والا مقناطیسی بہاؤ مساوات میں دیئے گئے مقناطیسی بہاؤ  $\phi_0$  کے برابر ہو۔ یہ بات نہ صرف ٹرانسفارمر بلکہ کسی بھی مقناطیسی دور کے لئے درست اور لازم ہے۔

غیر سائن نما ہیجان انگیز برقی رو  $\varphi$  کو فوریر تسلسل<sup>39</sup> سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

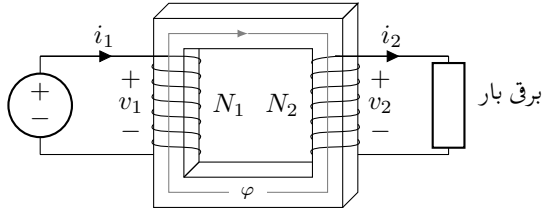
$$(3.8) \quad i_\varphi = \sum_n (a_n \cos n\omega t + b_n \sin \omega t)$$

اس میں  $(a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t)$  کو بنیادی جزو<sup>40</sup> کہتے ہیں اور باقی حصہ کو موسیقائی جزو<sup>41</sup> کہتے ہیں۔ بنیادی جز میں  $a_1 \cos \omega t$ ، مقناطیسی بہاؤ سے وجود میں آنے والے امالی برقی دباؤ  $e_1$ ، جو کہ مساوات میں دی گئی ہے کے ہم قدم ہے۔ یعنی یہ دونوں وقت کے ساتھ یکساں بڑھتے اور گھٹتے ہیں جبکہ اس میں  $b_1 \sin \omega t$  نوئے درجہ زاویہ  $e_1$  کے پیچھے رہتا ہے۔ ان میں  $a_1 \cos \omega t$  مرکز میں مختلف وجوہات سے برقی طاقت ضائع ہونے کو ظاہر کرتی ہے۔ اسی لئے اس جزو کو مرکزی ضیاع کا جزو<sup>42</sup> کہتے ہیں۔ ہیجان انگیز برقی رو  $i_\varphi$  سے اگر  $a_1 \cos \omega t$  منفی کی جائے تو بقایا کو مقناطیس بنانے والا برقی رو یا مقناطیسی برقی رو<sup>43</sup> کہتے ہیں۔ اس کی تیسری موسیقائی جز سب سے زیادہ اہم ہے۔ قوی ٹرانسفارمر میں یہ تیسری موسیقائی جز عموماً کل ہیجان انگیز برقی رو کے 40 فیصد ہوتی ہے۔

سوائے وہاں، جہاں ہیجان انگیز برقی رو کے اثرات پر غور کیا جا رہا ہو، ہم ہیجان انگیز برقی رو کے غیر سائن نما ہونے کو نظر انداز کرتے ہیں۔ قوی ٹرانسفارمر کی ہیجان انگیز برقی رو اس کی کل برقی رو<sup>44</sup> کے صرف 5 فیصد کے قریب ہوتی ہے۔ لہذا اس کا اثر بہت کم ہوتا ہے۔ لہذا ہم ہیجان انگیز برقی رو کو سائن نما تصور کر کے اس کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس فرضی سائن نما ہیجان انگیز برقی رو<sup>45</sup>  $\hat{I}_\varphi$  کی موثر قیمت  $I_{\varphi,rms}$ ، اصل ہیجان انگیز برقی رو کی موثر

Fourier series<sup>39</sup>  
fundamental component<sup>40</sup>  
harmonic components<sup>41</sup>  
core loss component<sup>42</sup>  
magnetizing current<sup>43</sup>

<sup>44</sup> کل برقی رو سے مراد وہ برقی رو ہے جو کل برقی بوجھ لادنے سے حاصل ہو  
<sup>45</sup> یعنی بدلتی برقی رو  $i_\varphi$  کو اب دوری سمتیہ کی مدد سے  $\hat{I}_\varphi$  لکھتے ہیں



شکل 3.6: بوجھ سے لدا کامل ٹرانسفارمر۔

قیمت کے برابر رکھی جاتی ہے جبکہ اس کا زاویہ  $\theta_c$  یوں رکھا جاتا ہے کہ اس سے حاصل برقی ضیاع اصل برقی ضیاع کے برابر ہو۔ شکل کی مدد سے یہ بات سمجھنی زیادہ آسان ہے۔ شکل میں اگر دیکھا جائے تو

$$(3.9) \quad p_c = E_{rms} I_{\phi, rms} \cos \theta_c$$

جہاں  $p_c$  مرکزی ضیاع ہے۔ لہذا اگر  $\hat{I}_{\phi}$  اور  $\hat{E}_1$  کے مابین  $\theta_c$  کا زاویہ ہو تو اس سے مرکزی ضیاع صحیح حاصل ہوتا ہے۔  $\hat{I}_{\phi}$  اسی زاویہ سے  $\hat{E}_1$  کے پیچھے رہتا ہے۔

### 3.5 تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو کے خصوصیات

ہم شکل 3.6 کی مدد سے ٹرانسفارمر کا مطالعہ کرتے ہیں۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ ابتدائی جانب چلھے کے  $N_1$  اور ثانوی جانب چلھے کے  $N_2$  چکر ہیں اور یہ کہ ان دونوں چلھوں کی مزاحمت صفر ہے۔ ہم مزید یہ کہتے ہیں کہ پوری مقناطیسی بہاؤ مرکز ہی میں رہتا ہے اور دونوں چلھوں سے گزرتا ہے۔ مرکز میں برقی توانائی ضائع نہیں ہوتی اور اس کی مقناطیسی مستقل اتنی زیادہ ہے کہ بیجان انگیز برقی رو قابل نظر انداز ہے۔ برقی رو  $i_1$  اور  $i_2$  کی سمتیں یوں رکھی گئی ہیں کہ ان سے وجود میں آنے والے مقناطیسی بہاؤ ایک دوسرے کی الٹ سمتوں میں ہیں۔ اصل ٹرانسفارمر ان باتوں پر تقریباً پورے اترتے ہیں۔ ایسے ٹرانسفارمر کو کامل ٹرانسفارمر فرہنگ ٹرانسفارمر<sup>46</sup> کہتے ہیں۔

جب اس کامل ٹرانسفارمر کے ابتدائی چلھے پر بدلتی برقی دباؤ  $v_1$  لاگو کیا جائے تو اس کے مرکز میں بدلتا مقناطیسی بہاؤ  $\phi_m$  وجود میں آئے گا جو ابتدائی چلھے میں لاگو برقی دباؤ  $v_1$  کے برابر امالی برقی دباؤ  $e_1$  کو جنم دے گا۔ لہذا

$$(3.10) \quad v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$$

یہ مقناطیسی بہاؤ دوسرے چلھے سے بھی گزرے گا اور اس میں  $e_2$  امالی برقی دباؤ کو جنم دے گا جو ثانوی جانب کے سروں پر برقی دباؤ  $v_2$  کی صورت میں حاصل ہوگا۔ یعنی

$$(3.11) \quad v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

ان دونوں کی نسبت سے

$$(3.12) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}}{N_2 \frac{d\varphi_m}{dt}} = \frac{N_1}{N_2}$$

لہذا ایک کامل ٹرانسفارمر دونوں چکروں کی نسبت سے برقی دباؤ کا تبادلہ<sup>47</sup> کرتا ہے۔ چونکہ یہ ایک کامل ٹرانسفارمر ہے لہذا اسے جتنی برقی طاقت ابتدائی جانب دی جائے اتنی ہی برقی طاقت اس سے ثانوی جانب حاصل ہوگی، یعنی

$$(3.13) \quad p = v_1 i_1 = v_2 i_2$$

یا

$$(3.14) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

مساوات 3.12 کی مدد سے

$$(3.15) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

یہ ایک انتہائی اہم نتیجہ ہے جو ٹرانسفارمر کی تبادلہ برقی دباؤ اور تبادلہ برقی رو<sup>48</sup> کی خصوصیات بیان کرتا ہے۔ اسے عموماً دو حصوں میں یوں لکھا جاتا ہے۔

$$(3.16) \quad \begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{N_2}{N_1} \end{aligned}$$

اس مساوات کی پہلی جُز کہتی ہے کہ ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ ان کے چکروں کی راست متناسب ہو گا جبکہ مساوات کی دوسری جُز کہتی ہے کہ ٹرانسفارمر کے دونوں جانب برقی رو ان کے چکروں کے بالعکس متناسب ہوگا۔

مثال 3.2: شکل میں اگر

$$\begin{aligned} \hat{V}_1 &= 220\angle 0 \\ N_1 : N_2 &= 220 : 22 \\ Z &= R = 10 \Omega \end{aligned}$$

voltage transformation<sup>47</sup>  
current transformation<sup>48</sup>

ہوں تو ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ اور برقی رو معلوم کریں۔

حل: ابتدائی جانب برقی دباؤ دیا گیا ہے یعنی 220 وولٹ جبکہ ثانوی جانب برقی دباؤ مساوات 3.16 کی پہلی جڑ کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے یعنی

$$\hat{V}_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 220\angle 0 = 22\angle 0$$

ثانوی جانب 22 وولٹ ہیں جو ابتدائی جانب برقی دباؤ کے ہم قدم ہے۔ ثانوی جانب یہ برقی دباؤ 10 اوہم کی مزاحمت میں برقی رو پیدا کرے گا جسے اوہم کے قانون سے حاصل کیا جاتا ہے یعنی

$$\hat{V}_2 = \frac{22\angle 0}{10} = 2.2\angle 0$$

ثانوی جانب 2.2 ایمپیئر برقی رو ہے۔ ابتدائی جانب کی برقی رو مساوات 3.16 کی دوسری جڑ کی مدد سے حاصل کی جاتی ہے یعنی

$$\hat{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2 = \frac{22}{220} \times 2.2\angle 0 = 0.22\angle 0$$

اس مثال کے نتائج ایک جگہ لکھ کر ان پر غور کرتے ہیں۔

$$\hat{V}_1 = 220\angle 0, \quad \hat{V}_2 = 22\angle 0, \quad \hat{I}_1 = 0.22\angle 0, \quad \hat{I}_2 = 2.2\angle 0$$

ہم دیکھتے ہیں ابتدائی جانب برقی دباؤ ثانوی جانب کی برقی دباؤ کے دس گنا ہے جبکہ برقی رو میں قصہ الٹ ہے۔ ثانوی جانب کی برقی رو ابتدائی جانب کی برقی رو کے دس گنا ہے۔ طاقت دونوں جانب برابر ہے۔ یہ نہایت اہم ہے کہ آپ اس بات کو اچھی طرح سمجھ لیں کہ جس جانب برقی دباؤ زیادہ ہوتا ہے اس جانب برقی رو کم ہوتی ہے۔ لہذا زیادہ برقی دباؤ کی جانب چلے گئے اور اس چلے میں نسبتاً باریک برقی تار استعمال ہوگی جبکہ کم برقی دباؤ کا چلھا کم چکر کا ہوگا اور اس میں نسبتاً موٹی برقی تار استعمال ہوگی۔

مثال 3.3: شکل الف سے رجوع کریں۔ اس شکل میں مقاومت  $Z_2$  کو بدلتی برقی دباؤ  $\hat{V}_1$  کے ساتھ ایک ٹرانسفارمر کے ذریعہ جوڑا گیا ہے۔ اگر

$$\hat{V}_1 = 110\angle 0, \quad Z_2 = R + jX = 3 + j2, \quad N_1 : N_2 = 220 : 22$$

ہوں تو مقاومت میں برقی رو اور طاقت کا ضیاع معلوم کریں۔

حل: ٹرانسفارمر کی تبادلہ برقی دباؤ کی خصوصیت سے اس کے ابتدائی جانب 110 وولٹ برقی دباؤ ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب تبدیل ہو کر  $\hat{V}_s$  ہو جائیں گے جہاں

$$\hat{V}_s = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 = \frac{22}{220} \times 110\angle 0 = 11\angle 0$$

ہے لہذا

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_s}{Z} = \frac{11/0}{3 + j2} = -3.05 \angle -33.69^\circ$$

اور برقی طاقت کا ضیاع  $p_z$

$$p_z = I_2^2 R = 3.05^2 \times 3 = 27.9 \text{ W}$$

### 3.6 ثانوی جانب بوجھ کا ابتدائی جانب اثر

یہاں شکل سے رجوع کریں۔ ہم حصہ میں دیکھ چکے ہیں کہ اگر ایک بے بوجھ ٹرانسفارمر کی ابتدائی چلھے پر بدلتی برقی دباؤ  $v_1$  لاگو کی جائے تو اس چلھے میں بیجان انگیز برقی رو  $i_\varphi$  گزرے گی۔ اس برقی رو کی مقناطیسی دباؤ  $N_1 i_\varphi$  مرکز میں مقناطیسی بہاؤ  $\varphi_m$  کو جنم دے گی۔ اگر چلھے کی مزاحمت صفر ہو تو  $\varphi_m$  ابتدائی چلھے میں  $e_1$  امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی جہاں

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

ہو گی۔

اب ہم ثانوی جانب برقی بوجھ لادتے ہیں۔ ایسا کرنے سے بوجھ سے لدے ٹرانسفارمر<sup>50</sup> کے ثانوی جانب برقی رو  $i_2$  رواں ہوگی جس کی وجہ سے  $N_2 i_2$  مقناطیسی دباؤ وجود میں آئیگی۔ اس مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ بوجھ  $\varphi$  پیدا ہوگا۔ اگر اس مقناطیسی بہاؤ کا کچھ نہ کیا جائے تو مرکز میں پہلے سے موجود مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہو کر بوجھ  $\varphi_m - \varphi = \varphi_{\text{نی}}$  ہو جائے گا اور یوں ابتدائی چلھے میں امالی دباؤ تبدیل ہو کر  $e_{\text{نی}}$  ہو جائے گا۔ لہذا ابتدائی جانب پر اب امالی دباؤ اور اس پر لاگو برقی دباؤ برابر نہیں ہونگے جو کہ مساوات کی موجودگی میں ناممکن ہے۔ لہذا اس مقناطیسی بہاؤ بوجھ  $\varphi$  کے اثر کو ختم کرنے کیلئے ابتدائی چلھے میں برقی رو  $i_1$  نمودار ہوگی جو اس مقناطیسی دباؤ یعنی  $N_2 i_2$  کے اثر کو ختم کر دے گی یعنی

$$(3.17) \quad N_1 i_1 = N_2 i_2$$

یہ وہ ذریعہ ہے جس سے ابتدائی جانب معلوم ہوتا ہے کہ ثانوی جانب پر بوجھ لدا ہے۔ شکل میں دونوں چلھوں میں برقی رو کی سمتیں یوں ہیں کہ ان کے مقناطیسی بہاؤ آپس میں الٹ سمت میں ہیں لہذا مرکز میں اب پھر مقناطیسی بہاؤ  $\varphi_m$  کے برابر ہے جیسا کہ ہونا چاہئے تھا۔ اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$(3.18) \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

یہ وہی مساوات ہے جو کامل ٹرانسفارمر کے لئے ثابت کی گئی تھی۔

<sup>49</sup>  $\varphi_m$  کو بہاؤ کہا گیا ہے۔  
loaded transformer<sup>50</sup>



## 3.7 ٹرانسفارمر کی علامت پر نقطوں کا مطلب

شکل میں ٹرانسفارمر کے چلھوں پر نکتے لگائے گئے ہیں۔ یہ نکتے اس بات کو ظاہر کرتے ہیں کہ اگر ایک طرف کے چلھے پر برقی دباؤ  $v_1$  یوں ہو کہ نکتے والا سرا مثبت اور بغیر نکتے والا سرا منفی ہو تو دوسرے چلھے پر برقی دباؤ  $v_2$  اس طرح ہو گا کہ اس چلھے کا بھی نکتے والا سرا مثبت اور بغیر نکتے والا سرا منفی ہوگا۔

مزید یہ کہ ابتدائی جانب برقی رو ٹرانسفارمر کے نکتے والے سرے سے ٹرانسفارمر کی اندر جانب ہو گا جبکہ ثانوی جانب برقی رو نقطہ والے سرے سے ٹرانسفارمر سے باہر نکلے گا۔  
یوں  $v_1$  اور  $v_2$  وقت کے ساتھ یکساں تبدیل ہوتے ہیں اور ان کے مابین صفر زاویہ ہے۔ لہذا یہ دو برقی دباؤ ہم قدم<sup>51</sup> ہیں۔

## 3.8 مقاومت کا تبادلہ

اس حصہ میں کامل ٹرانسفارمر میں مقاومت کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ شکل 3.7-الف میں ایک ٹرانسفارمر دکھایا گیا ہے جس کی ابتدائی جانب سائن نما برقی دباؤ  $\hat{V}_1 = V_1/\theta$  لاگو کیا گیا ہے۔ یہاں دوری سمتیہ استعمال کئے جائیں گے۔  
جیسے اوپر ذکر ہوا، برقی دباؤ  $\hat{V}_1$  اور آپس  $\hat{V}_2$  میں ہم قدم ہیں اور اسی طرح برقی رو  $\hat{I}_1$  اور آپس  $\hat{I}_2$  میں ہم قدم ہیں۔ مساوات کو دوری سمتیہ کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \hat{V}_2 \\ \hat{I}_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \hat{I}_2\end{aligned}\quad (3.19)$$

چونکہ مقاومت

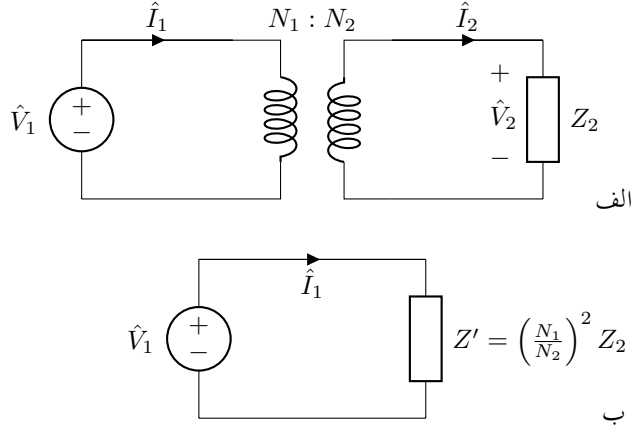
$$Z_2 = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = |Z_2| \angle \theta_z \quad (3.20)$$

کے برابر ہے لہذا

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \quad (3.21)$$

اب اگر ہم ٹرانسفارمر مع اس پر لدھے مقاومت کی جگہ برقی دباؤ  $\hat{V}_1$  کو مقاومت  $Z_1$  پر لاگو کریں جہاں اس مقاومت کی قیمت

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \quad (3.22)$$



شکل 3.7: ٹرانسفارمر کی متبادلہ مقاومت کی خصوصیت۔

ہو تو  $\hat{V}_1$  سے حاصل برقی رو یا اس سے حاصل برقی طاقت تبدیل نہیں ہوگی۔ یہ شکل ب میں دکھایا گیا ہے جہاں سے واضح ہے کہ

$$(3.23) \quad \frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = Z_1 = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

لہذا شکل کے الف اور با دونوں حصوں سے برقی دباؤ  $\hat{V}_1$  کی برقی رو مساوات 3.21 اور 3.23 سے یکساں حاصل ہوتی ہے یعنی

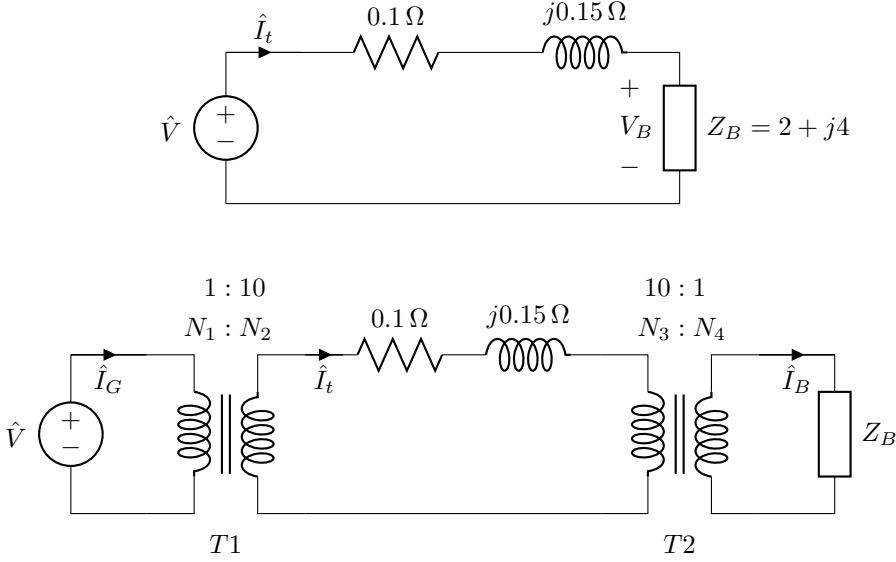
$$(3.24) \quad \hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{\left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2}$$

اور یوں الف اور با دونوں حصوں میں برقی دباؤ  $\hat{V}_1$  سے حاصل برقی طاقت برابر ہے یعنی

$$(3.25) \quad p = \hat{V}_1 \cdot \hat{I}_1 = \frac{V_1^2 \cos \theta_z}{\left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 |Z_2|}$$

یوں اگر ٹرانسفارمر کے ثانوی جانب مقاومت  $Z_2$  کا بوجھ ہو تو حساب کرتے وقت ہم یہ اخذ کر سکتے ہیں کہ ٹرانسفارمر مع مقاومت  $Z_2$  کی جگہ صرف  $Z_1$  مقاومت لگی ہے، جہاں  $Z_1$  مساوات 3.22 سے حاصل ہوتی ہے۔ مقاومت کا یوں ٹرانسفارمر کی ایک جانب سے دوسری جانب متبادلہ کیا جاسکتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی اس خاصیت کو متبادلہ مقاومت<sup>52</sup> کی خصوصیت کہتے ہیں۔

 impedance transformation<sup>52</sup>



شکل 3.8: برقی طاقت کی منتقلی۔

مثال 3.4: شکل 3.8-الف میں مقاومت  $Z_B$  کا برقی بوجھ ایک جنریٹر پر لدھا ہے۔ بوجھ تک برقی طاقت دو برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کیا گیا ہے۔ ان تاروں کی مجموعہ مقاومت  $Z_t$  ہے۔

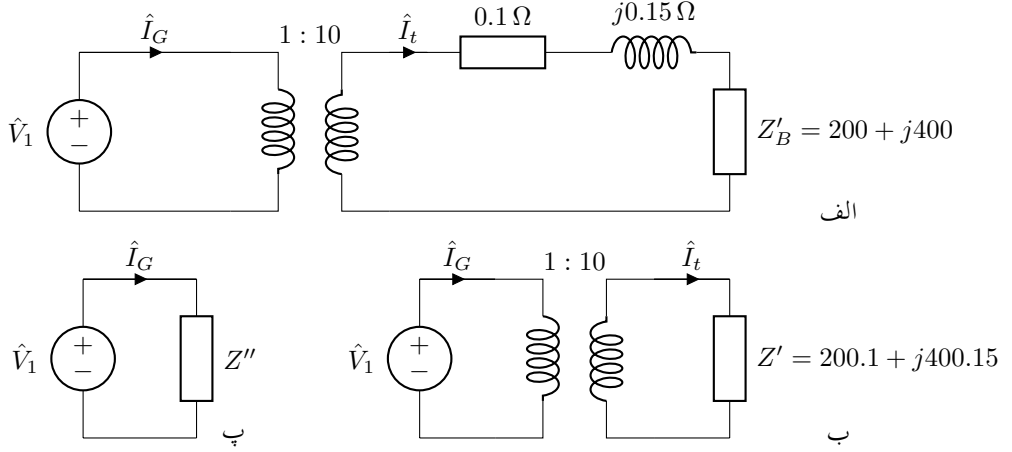
شکل-ب میں جنریٹر کے قریب نسب برقی دباؤ بڑھانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا بڑھاتا ہے اور برقی بوجھ کے قریب نسب برقی دباؤ گھٹانے والا ٹرانسفارمر برقی دباؤ کو دس گنا گھٹاتا ہے۔ اس حصہ میں وہی برقی تار استعمال کئے گئے ہیں لہذا ان کی بھی مجموعہ مقاومت  $Z_t$  ہی ہے۔ اگر

$$Z_B = 2 + j4, \quad Z_t = 0.1 + j0.15, \quad \hat{V} = 415\angle 0$$

ہوں تو دونوں صورتوں میں

• برقی بوجھ پر برقی دباؤ معلوم کریں،

• برقی تاروں میں برقی طاقت کی ضیاع معلوم کریں۔



شکل 3.9: ٹرانسفارمر قدم با قدم حل کرنے کا طریقہ۔

حل الف:

$$\begin{aligned} \hat{I}_G = \hat{I}_t = \hat{I}_B &= \frac{\hat{V}}{Z_t + Z_B} = \frac{415\angle 0}{0.1 + j0.15 + 2 + j4} \\ &= \frac{415\angle 0}{2.1 + j4.15} = 89.23\angle -63.159^\circ \\ &= 40.3 - j79.6 \end{aligned}$$

یوں مقاومت پر برقی دباؤ

$$\begin{aligned} \hat{V}_B = \hat{I}_B Z_B &= (40.3 - j79.6)(2 + j4) \\ &= 399 + j2 = 399\angle 0.287^\circ \end{aligned}$$

اور برقی تاروں میں برقی طاقت کا ضیاع ہے

$$p_t = I_t^2 R_t = 89.23^2 \times 0.1 = 796 \text{ W}$$

حل ب: شکل 3.8 اور شکل 3.9 سے رجوع کریں۔ شکل 3.8 میں ٹرانسفارمر  $T_2$  کے ثانوی جانب مقاومت کا مساوات کی مدد سے اس کی ابتدائی جانب تبادلہ سے ملتا ہے

$$Z'_B = Z_1 = \left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 Z_B = \left(\frac{10}{1}\right)^2 (2 + j4) = 200 + j400$$

یوں شکل 3.9- الف حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں اب برقی تار کی مقاومت اور تبادلہ شدہ مقاومت سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ان کے مجموعہ کو  $Z'$  کہتے ہوئے

$$Z' = Z_t + Z'_B = 0.1 + j0.15 + 200 + j400 = 200.1 + j400.15$$

یہ شکل 3.9- ب میں دکھایا گیا ہے۔ ایک مرتبہ دوبارہ مساوات استعمال کرتے ہوئے

$$Z'' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z' = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (200.1 + j400.15) = 2.001 + j4.0015$$

شکل 3.9- پ میں دکھایا گیا ہے۔ اب

$$\hat{I}_G = \frac{\hat{V}}{Z''} = \frac{415\angle 0}{2.001 + j4.0015} = 92.76\angle -63.432^\circ$$

یہاں سے شکل 3.9- ب کی مدد سے اگر جنریٹر کی برقی رو معلوم ہو تو تبادلہ برقی رو سے

$$\hat{I}_t = \left(\frac{N_1}{N_2}\right) \hat{I}_G = \left(\frac{1}{10}\right) 92.76\angle -63.432^\circ = 9.276\angle -63.432^\circ$$

اس سے برقی تار میں طاقت کا ضیاع

$$p_t = I_t^2 R_t = 9.276^2 \times 0.1 = 8.6 \text{ W}$$

اسی طرح شکل 3.8 میں اگر  $\hat{I}_t$  معلوم ہو تو تبادلہ برقی رو سے

$$\begin{aligned} \hat{I}_B &= \left(\frac{N_3}{N_4}\right) \hat{I}_t = \left(\frac{10}{1}\right) 9.276\angle -63.432^\circ \\ &= 92.76\angle -63.432^\circ = 41.5 - j82.9 \end{aligned}$$

اور مقاومت پر برقی دباؤ

$$\hat{V}_B = \hat{I}_B Z_B = (41.5 - j82.9) (2 + j4) = 414 + j0.2$$

ہوگی۔

ٹرانسفارمر کے بغیر برقی طاقت کی منتقلی میں برقی تاروں میں طاقت کی ضیاع 796 واٹ ہے جبکہ ٹرانسفارمر کے استعمال سے یہ صرف 8.6 واٹ ہے یعنی 92 گنا کم۔ یہی ٹرانسفارمر کی نہایت مقبولیت کی وجہ ہے۔

## 3.9 ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب برقی دباؤ ان چھوٹوں کے چکر پر منحصر ہوتا ہے۔ ٹرانسفارمر ایک خاص برقی دباؤ اور برقی رو کے لئے بنائے جاتے ہیں۔ ٹرانسفارمر جس برقی دباؤ  $V_1$  :  $V_2$  کے لئے بنائے جائیں یہ اس سے کم برقی دباؤ پر بھی استعمال کئے جا سکتے ہیں اگرچہ یہ عموماً بنائے گئے برقی دباؤ پر ہی چلائے جاتے ہیں۔ اسی طرح ٹرانسفارمر جتنی برقی رو  $I_1$  :  $I_2$  کے لئے بنائے جائیں انہیں اس سے کم برقی رو پر استعمال کیا جا سکتا ہے۔ حقیقت میں عموماً ٹرانسفارمر سے حاصل برقی رو اس حد سے کم ہی رکھی جاتی ہے۔

ٹرانسفارمر کی ایک جانب کی برقی دباؤ اور برقی رو کا حاصل ضرب اس کی دوسری جانب کی برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے یعنی

$$(3.26) \quad V_1 I_1 = V_2 I_2$$

برقی دباؤ اور برقی رو کے حاصل ضرب یعنی  $V_1 I_1$  یا  $V_2 I_2$  کو ٹرانسفارمر کی وولٹ ضرب ایمپیئر کہتے ہیں جسے عموماً چھوٹا کر کے صرف وولٹ-ایمپیئر<sup>53</sup> کہا جاتا ہے<sup>54</sup>۔ یہ ٹرانسفارمر کی برقی اہلیت کی ناپ ہے جو اس پر لگی تختی پر لکھا جاتا ہے۔ اس تختی پر ٹرانسفارمر کے برقی دباؤ اور برقی تعداد ارتعاش بھی لکھے جاتے ہیں۔ یوں ٹرانسفارمر کے وولٹ-ایمپیئر

$$(3.27) \quad \text{وولٹ ایمپیئر} = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

ہوں گے۔

اگرچہ یہاں ذکر ٹرانسفارمر کا ہو رہا ہے دراصل برقی مشین یعنی موٹر اور جنریٹر کی تختیوں پر بھی ان کے چالو حالت کے برقی دباؤ، ان کے وولٹ-ایمپیئر اور برقی تعداد ارتعاش لکھے جاتے ہیں۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ ان سب مشین کی کارکردگی کے بنیادی اصول ایک ہی طرح کے ہیں۔

مثال 3.5: ایک 25000 وولٹ-ایمپیئر اور 220 : 11000 وولٹ برقی اہلیت کے ٹرانسفارمر کے زیادہ برقی دباؤ کی جانب 11000 وولٹ لاگو ہیں۔

- اس کی ثانوی جانب زیادہ سے زیادہ کتنی برقی بوجھ ڈالی جا سکتی ہے۔
  - اس زیادہ سے زیادہ برقی بوجھ پر اس کے ابتدائی چلھے میں برقی رو حاصل کریں۔
- حل: اس ٹرانسفارمر کی معلومات یہ ہیں

$$25 \text{ kV A}, \quad 11000 : 220 \text{ V}$$

اس کی ثانوی جانب برقی دباؤ تبادلہ برقی دباؤ کی مساوات سے 220 وولٹ حاصل ہوتا ہے۔ یوں اس کی ثانوی جانب یعنی کم برقی دباؤ کی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو مساوات سے حاصل کیا جاتا ہے۔

$$I_2 = \frac{25000}{220} = 113.636 \text{ A}$$

volt-ampere, VA<sup>53</sup>

<sup>54</sup> وولٹ-ایمپیئر کو عموماً "کلو وولٹ-ایمپیئر یعنی kV A میں بیان کیا جاتا ہے

اسی طرح اس کی ابتدائی جانب زیادہ سے زیادہ برقی رو اسی مساوات سے یوں حاصل ہوتی ہے

$$I_1 = \frac{25000}{11000} = 2.27 \text{ A}$$

ٹرانسفارمر کی دونوں جانب پلھوں میں استعمال برقی تار کی موٹائی یوں رکھی جاتی ہے کہ ان میں کثافت برقی رو  $J$  <sup>55</sup> یکساں ہو۔ پلھوں کی مزاحمت میں برقی رو گزرنے سے برقی طاقت کا ضیاع ہوتا ہے جس سے یہ گرم ہوتے ہیں۔ ٹرانسفارمر کی برقی رو کی حد پلھوں کی گرمائش پر منحصر ہوتی ہے۔ ان کی زیادہ سے زیادہ حرارت کو محفوظ حد کے اندر رکھا جاتا ہے۔

بڑے ٹرانسفارمر کے مرکز اور پلھے ایک غیر موصل تیل سے بھری ٹینکی میں ڈبوئے رکھے جاتے ہیں۔ یہ تیل ایک تو برقی پلھوں کی حرارت کم کرنے میں مدد دیتا ہے اور دوسری جانب غیر موصل ہونے کی وجہ سے یہ زیادہ برقی دباؤ کے حصوں کو برقی طور پر جدا رکھنے میں مدد دیتا ہے۔ یہ تیل تقریباً  $80^\circ\text{C}$  پر خراب ہونا شروع ہو جاتا ہے اور ہر  $8^\circ\text{C}$  اضافی درجہ حرارت پر اس کی زندگی آدھی ہوتی رہتی ہے۔ یعنی اگر  $80^\circ\text{C}$  پر تیل کی کارآمد زندگی  $x$  سال ہے تو  $88^\circ\text{C}$  پر  $x/2$  سال اور  $96^\circ\text{C}$  پر یہ صرف  $x/4$  سال ہوگی۔

ٹرانسفارمر جس برقی دباؤ کے لئے بنایا جائے یہ اس پر لگی تختی پر لکھا جاتا ہے۔ اس سے حاصل برقی رو کی حد کو ایک مختلف طریقے سے لکھا جاتا ہے۔

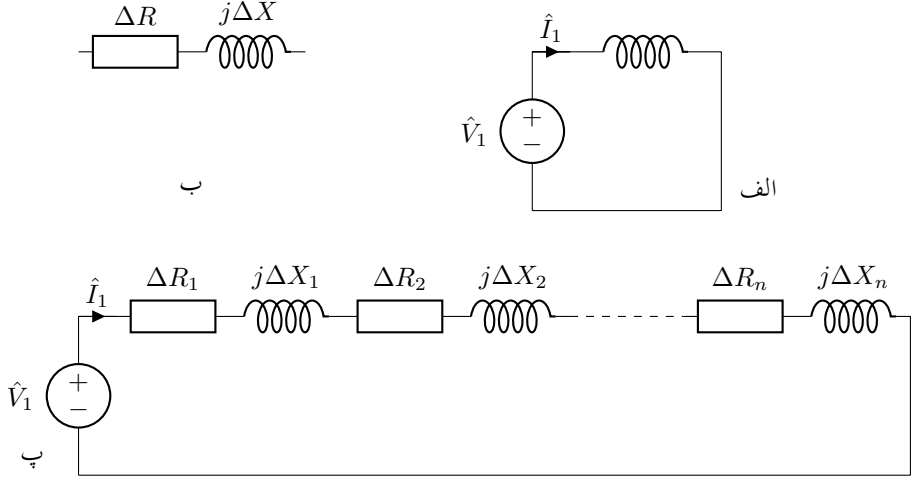
### 3.10 ٹرانسفارمر کے امالہ اور اس کے مساوی دور

#### 3.10.1 پلھے کی مزاحمت اور اس کی متعاملہ علیحدہ کرنا

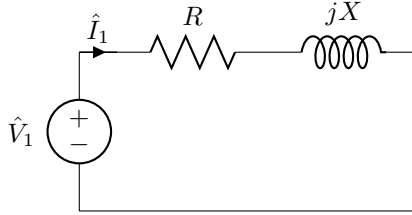
ٹرانسفارمر کی ابتدائی پلھے کی مزاحمت  $R_1$  کو ہم نے حصہ مساوات میں دیکھا۔ پلھے کی مزاحمت کو پلھے سے باہر پلھے کے ساتھ سلسلہ وار جڑا دکھایا گیا تھا۔ دیکھتے ہیں یہ کیسے ممکن ہوتا ہے۔ شکل 3.10-الف میں ایک پلھے پر بدلتی برقی دباؤ لاگو کا گیا ہے۔ اگر پلھے کی برقی تار کو نہایت چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تو اس کے ہر ٹکڑے کی نہایت کم مزاحمت اور متعاملہ ہوگی۔ ایسا ایک ٹکڑا شکل-ب میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ پلھا ان سب ٹکڑوں کے سلسلہ وار جڑنے سے بنا ہے لہذا شکل-الف کو ہم شکل-پ کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں پلھے کے  $n$  ٹکڑے کیے گئے ہیں۔ اس دور کی مساوات لکھ کر حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\hat{V}_1 &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + j\Delta X_1 + \Delta R_2 + j\Delta X_2 + \cdots \Delta R_n + j\Delta X_n) \\ &= \hat{I}_1 (\Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n) + \hat{I}_1 (j\Delta X_1 + j\Delta X_2 + \cdots j\Delta X_n) \\ &= \hat{I}_1 (R + jX)\end{aligned}$$

<sup>55</sup> 1000 kV A ٹرانسفارمر کی پلھوں میں کثافت برقی رو تقریباً  $3 \text{ A/mm}^2$  رکھی جاتی ہے



شکل 3.10: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ۔



شکل 3.11: لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کی علیحدگی۔

جہاں

$$R = \Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots \Delta R_n$$

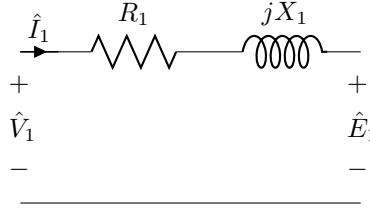
$$X = \Delta X_1 + \Delta X_2 + \cdots \Delta X_n$$

اس سے شکل 3.11 حاصل ہوتا ہے جس سے ثابت ہوتا ہے کہ حساب کتاب کی غرض سے لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ علیحدہ کیئے جا سکتے ہیں۔

### 3.10.2 رستہ امالہ

اوپر ایک کامل ٹرانسفارمر زیر بحث رہا۔ اب ہم ٹرانسفارمر میں ان عناصر کا ذکر کرتے ہیں جن کی وجہ سے ٹرانسفارمر غیر کامل ہو جاتا ہے۔ بہت سی جگہوں پر ٹرانسفارمر استعمال کرتے وقت ان عناصر کو





شکل 3.12: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ اول۔

مد نظر رکھ کر ہی اس کا صحیح استعمال ممکن ہوتا ہے۔ ان عناصر کے اثر کو شامل کرنے کے لئے ہم ٹرانسفارمر کا مساوی دور بناتے ہیں۔

ابتدائی چلھے کے مقناطیسی بہاؤ کو دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ پہلا حصہ وہ جو مرکز سے گزر کر ابتدائی اور ثانوی چلھے دونوں سے گزرتا ہے۔ یہ ان کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ہے اور دوسرا حصہ وہ جو صرف ابتدائی چلھے سے گزرتا ہے اور زیادہ تر مرکز کے باہر خلاء میں ہی رہتا ہے۔ اس کو رستا مقناطیسی بہاؤ<sup>56</sup> کہتے ہیں۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ ہوا میں مقناطیسی مستقل  $\mu_0$  مقررہ ہے لہذا یہاں ہچکچاہٹ بھی مقررہ ہے۔ یوں رستا مقناطیسی بہاؤ ابتدائی چلھے کی برقی رو کے براہ راست متناسب ہوتی ہے۔

اس کے اثر کو بالکل چلھے کی مزاحمت کی طرح چلھے سے باہر رستا امالہ<sup>57</sup>  $L_1$  یا رستا متعاملہ<sup>58</sup>  $X_1 = 2\pi f L_1$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

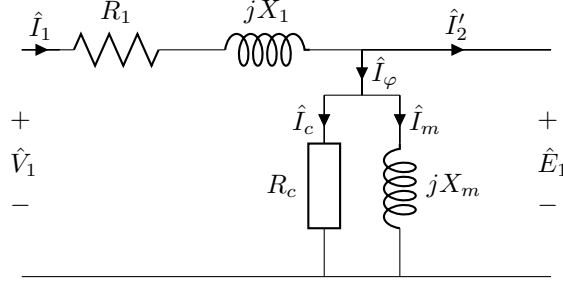
ٹرانسفارمر کے ابتدائی چلھے میں برقی رو  $\hat{I}_1$  گزرنے سے رستا متعاملہ میں  $\hat{V}_{X1} = j\hat{I}_1 X_1$  برقی دباؤ اور چلھے کے تار کی مزاحمت  $R_1$  میں  $\hat{V}_{R1} = \hat{I}_1 R_1$  برقی دباؤ گھٹتا ہے۔ یوں ابتدائی چلھے پر لاگو برقی دباؤ  $\hat{V}_1$  میں سے کچھ برقی دباؤ  $R_1$  میں کم ہوگا، کچھ متعاملہ  $X_1$  میں کم ہوگا اور بقیہ  $\hat{E}_1$  کے برابر ہوگا۔ یہ شکل 3.12 میں دکھایا گیا ہے۔

### 3.10.3 ثانوی برقی رو اور مرکز کے اثرات

مرکز میں دونوں چلھوں کا مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ان کے مجموعی مقناطیسی دباؤ کی وجہ سے وجود میں آتا ہے۔ البتہ اگر ہم کچھ یوں سوچیں تو یہ زیادہ بہتر ہوگا۔ ہم کہتے ہیں کہ ابتدائی برقی رو کو دو شرائط پوری کرنی ہوں گی۔ پہلی یہ کہ اسے مرکز میں ہیجانی مقناطیسی بہاؤ وجود میں لانا ہوگا اور دوسری یہ کہ اسے ثانوی چلھے کے پیدا کردہ مقناطیسی بہاؤ کو ختم کرنا ہوگا۔ لہذا ابتدائی برقی رو کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ ایک حصہ  $i_\phi$  جو ہیجانی مقناطیسی بہاؤ پیدا کرے اور دوسرا  $\hat{I}'_2$  جو ثانوی چلھے کے مقناطیسی دباؤ کے اثر کو ختم کرے۔ لہذا

$$(3.28) \quad \hat{I}'_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2$$

leakage magnetic flux<sup>56</sup>leakage inductance<sup>57</sup>leakage reactance<sup>58</sup>



شکل 3.13: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ دوم۔

اس باب کے حصہ میں اس پر تفصیل سے غور کیا گیا ہے۔ برقی رو  $i_\phi$  غیر سائن نما ہوتی ہے لیکن پھر بھی ہم اسے سائن نما  $\hat{I}_\phi$ <sup>59</sup> ہی تصور کرتے ہیں۔ اس کو ہم دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں یعنی

$$\hat{I}_\phi = \hat{I}_c + \hat{I}_m \quad (3.29)$$

جہاں  $\hat{I}_c$  اس کا وہ حصہ ہے جو ابتدائی لچھے کی امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_1$  کے ہم قدم ہے اور یہ مرکز میں برقی توانائی کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے جبکہ  $\hat{I}_m$  اس کا وہ حصہ ہے جو  $\hat{E}_1$  سے نوے درجہ زاویہ پیچھے<sup>60</sup> ہے اور لچھے میں مقناطیسی بہاؤ کو جنم دیتا ہے۔ برقی رو کے ان حصوں کو ہم ایک مزاحمت  $R_c$  اور ایک  $jX_m$  سے پیش کرتے ہیں۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔  $R_c$  کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ اس میں برقی طاقت کا ضیاع اصل مرکزی ضیاع کے برابر ہو یعنی  $p_c = E_{1,rms}^2 / R_c$ ، اسی طرح  $jX_m$  کی مقدار اتنی رکھی جاتی ہے کہ  $\hat{I}_m = \hat{E}_1 / jX_m$  ہو۔ ان دونوں، یعنی  $R_c$  اور  $jX_m$ ، کی مقدار اصل برقی دباؤ اور تعدد پر حاصل کئے جاتے ہیں۔ یہ شکل 3.13 میں دکھایا گیا ہے۔

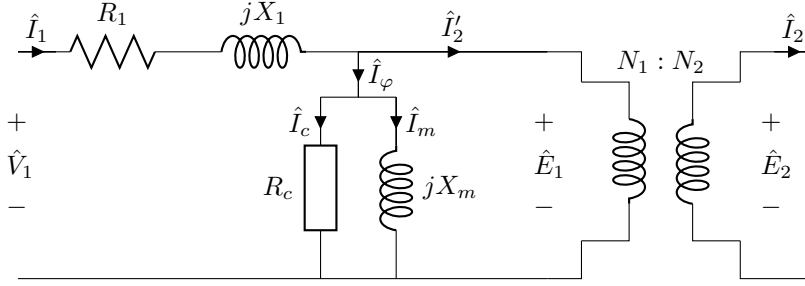
#### 3.10.4 ثانوی لچھے کی امالی برقی دباؤ

مرکز میں مشترکہ مقناطیسی بہاؤ ثانوی لچھے میں امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_2$  پیدا کرے گی اور چونکہ یہی مقناطیسی بہاؤ ابتدائی لچھے میں  $\hat{E}_1$  امالی پیدا کرتی ہے لہذا

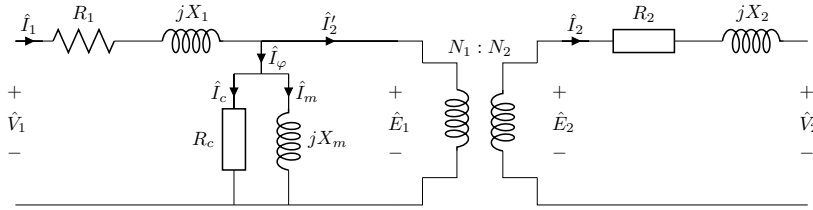
$$\frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (3.30)$$

گزشتہ دو مساواتوں یعنی اور کو ایک کامل ٹرانسفارمر سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ یہ شکل 3.14 میں دکھایا گیا ہے۔

<sup>59</sup> سائن نما برقی رو کو دوری سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے  
<sup>60</sup> lagging



شکل 3.14: ٹرانسفارمر مساوی دور، حصہ ٹوم۔



شکل 3.15: ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور۔

## 3.10.5 ثانوی لچھے کی مزاحمت اور متعاملہ کے اثرات

ثانوی لچھے کے سروں پر البتہ  $\hat{E}_2$  برقی دباؤ نہیں ہوگا چونکہ ثانوی لچھے کے، بالکل ابتدائی لچھے کی طرح، مزاحمت  $R_2$  اور متعاملہ  $jX_2$  ہوں گے جن میں ثانوی برقی رو  $\hat{I}_2$  کی وجہ سے برقی دباؤ گھٹے گا۔ لہذا ثانوی لچھے کے سروں پر برقی دباؤ  $\hat{V}_2$  قدر کم ہوگا۔ یعنی

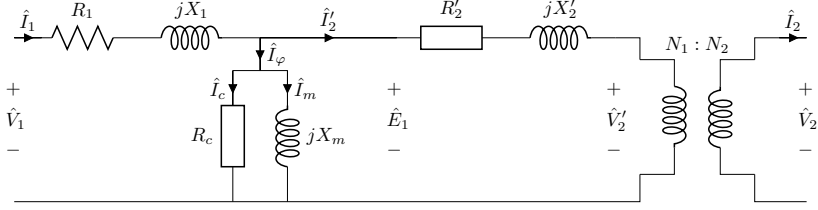
$$\hat{V}_2 = \hat{E}_2 - \hat{I}_2 R_2 - j\hat{I}_2 X_2 \quad (3.31)$$

یوں حاصل ٹرانسفارمر کا مکمل مساوی دور شکل 3.15 میں دکھایا گیا ہے۔

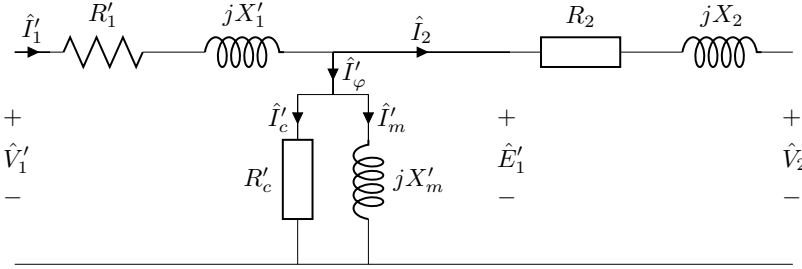
## 3.10.6 مقاومت کا ابتدائی یا ثانوی جانب تبادلہ

شکل 3.15 میں دکھائے دور کے سب جز کا تبادلہ ایک جانب سے دوسری جانب کیا جا سکتا ہے۔ یہ کرنے سے کامل ٹرانسفارمر کو مساوی دور کی بائیں یا دائیں جانب لے جایا جا سکتا ہے۔ شکل 3.16 میں ثانوی جانب کی مقاومت کا ابتدائی جانب تبادلہ کیا گیا ہے جبکہ شکل 3.17 میں ابتدائی جانب کی مقاومت کا ثانوی جانب تبادلہ کیا گیا ہے۔ اس طرح حاصل مساوی دور میں عموماً کامل ٹرانسفارمر بنایا ہی نہیں جاتا۔ یہی شکل 3.17 میں کیا گیا ہے۔

تبادلہ شدہ مقاومت  $Z$  کو  $Z'$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں  $R_2$  کے ٹرانسفارمر کی دوسری جانب تبادلہ کے بعد اسے  $R'_2$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔



شکل 3.16: ثانوی جانب مقاومت کا ابتدائی جانب تبادلہ کیا گیا ہے۔



شکل 3.17: ابتدائی جانب مقاومت کا ثانوی جانب تبادلہ کیا گیا ہے۔

ایسا دور استعمال کرتے وقت یہ ذہن میں رکھنا ہوتا ہے کہ ٹرانسفارمر کے کس جانب دور حل کیا جا رہا ہے۔

مثال 3.6: ایک 50 کلو وولٹ-ایمپیئر اور 2200 : 220 وولٹ برقی اہلیت کے ٹرانسفارمر کی زیادہ برقی دباؤ کی جانب کی رستا مقاومت  $Z_1 = 0.9 + j1.2$  اوہم اور کم برقی دباؤ کی جانب کی رستا مقاومت  $Z_2 = 0.0089 + j0.011$  اوہم ہے۔ اگر اس کی  $R_c = 6.4 \Omega$  اور  $X_m = 47 \Omega$  ہو تو اس کی شکل اور شکل میں استعمال ہونے والے جُز معلوم کریں۔  
حل حصہ اول: معلومات:

$$50 \text{ kV A}, \quad 50 \text{ Hz}, \quad 2200 : 220 \text{ V}$$

ٹرانسفارمر کے دونوں جانب کی برقی دباؤ لچھوں کے چکروں کی نسبت سے ہوتے ہیں لہذا

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{2200}{220} = \frac{10}{1}$$

یوں اگر ٹرانسفارمر کی مقاومت کا زیادہ برقی دباؤ کی جانب تبادلہ کیا جائے تو

$$\begin{aligned} R'_2 + jX'_2 &= \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 (R_2 + jX_2) \\ &= \left(\frac{10}{1}\right)^2 (0.0089 + j0.011) \\ &= 0.89 + j1.1 \end{aligned}$$

جبکہ اس کی بقایا مقاومت وہی رہیں گے۔ یوں شکل کے جز حاصل ہوئے۔  
حل حصہ دوم: اگر مساوی دور کی مقاومت کا کم برقی دباؤ کی جانب تبادلہ کیا جائے تب

$$\begin{aligned} R'_1 + jX'_1 &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 (R_1 + jX_1) \\ &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (0.9 + j1.2) \\ &= 0.009 + j0.012 \end{aligned}$$

اسی طرح

$$\begin{aligned} R'_c &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right) R_c = 0.064 \\ X'_m &= \left(\frac{N_2}{N_1}\right) X_m = 0.47 \end{aligned}$$

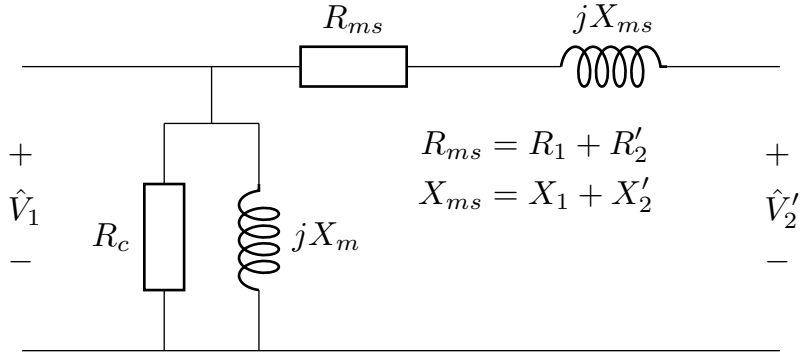
جبکہ  $Z_2$  وہی رہے گا۔

### 3.10.7 ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور

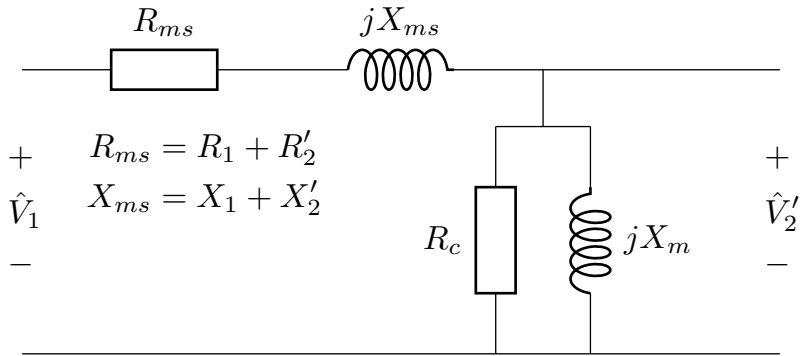
ایک انجینیئر کو جب ایک ٹرانسفارمر استعمال کرنا ہو تو وہ حساب کرتے وقت شکل میں دیئے گئے دور کو استعمال کر سکتا ہے۔ یہ دور حقیقی ٹرانسفارمر کی بہت اچھی عکاسی کرتا ہے۔ البتہ جہاں ہمیں نہایت صحیح جواب مطلوب نہ ہوں وہاں اس دور کی سادہ اشکال بھی استعمال کی جا سکتی ہیں۔ اس باب میں ہم ایسے ہی سادہ مساوی دوروں کا ذکر کریں گے۔

شکل 3.16 میں  $R_c$  اور  $X_m$  کو بائیں یا دائیں طرف لے جانے سے شکل 3.18 اور شکل 3.19 حاصل ہوتے ہیں۔ چونکہ  $\hat{I}_\phi$  کی مقدار نہایت کم<sup>61</sup> ہوتی ہے اس لئے ایسا کرنے سے حاصل جواب پر کوئی خاص فرق نہیں پڑتا۔ چونکہ اس شکل میں  $R_1$ ،  $R'_2$ ،  $X_1$  اور  $X'_2$  سلسلہ وار ہیں اس لئے ان کو جمع کیا جا سکتا

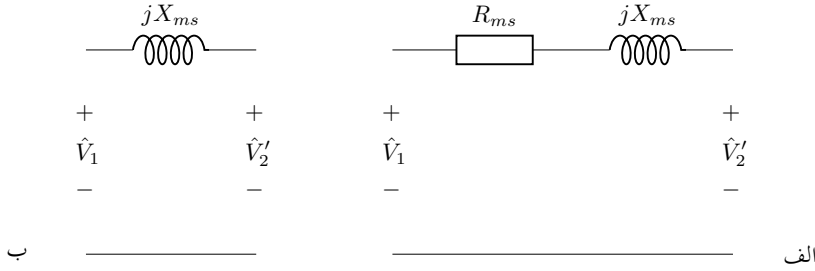
<sup>61</sup>  $\hat{I}_\phi$  ٹرانسفارمر کے کل برقی بوجھ کے صرف دو سے چھ فی صد ہوتی ہے



شکل 3.18:  $R_c$  اور  $jX_m$  کو بائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



شکل 3.19:  $R_c$  اور  $jX_m$  کو دائیں جانب منتقل کیا گیا ہے۔



شکل 3.20: ٹرانسفارمر کے سادہ مساوی ادوار۔

ہے شکل میں ان کو مساوی مزاحمت  $R_{ms}$  اور مساوی متعاملہ  $X_{ms}$  کہا گیا ہے۔ اسی قسم کے ادوار شکل 3.17 سے بھی حاصل ہوتے ہیں۔

ہم ایک قدم اور آگے جا سکتے ہیں اور  $\hat{I}_\phi$  کو مکمل طور پر نظر انداز کر سکتے ہیں یعنی اس کو ہم صفر تصور کر لیتے ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ مساوی دور میں  $R_c$  اور  $jX_m$  دونوں کو کھلے دور کیا جاتا ہے یعنی انہیں مساوی دور سے ہٹا دیا جاتا ہے۔ شکل 3.20-الف میں یہ دکھائے گئے ہیں۔ اس دور میں مرکز کے اثرات کو مکمل طور پر نظر انداز کیا گیا ہے۔

بیشتر وقت ہمیں اس سے بھی کم صحیح جواب مطلوب ہوتا ہے۔ چونکہ  $X_m \gg R_c$  لہذا ہم  $R_{ms}$  کو بھی نظر انداز کر سکتے ہیں۔ یوں شکل 3.20-ب حاصل ہوتا ہے۔

### 3.11 کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ

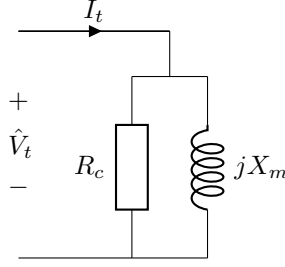
پچھلے حصے میں بیان کئے گئے ٹرانسفارمر کے مساوی دور کے جُز ٹرانسفارمر کے دو معائنوں سے حاصل کئے جا سکتے ہیں۔ ان معائنوں کو کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ کہتے ہیں۔ اس حصے میں انہیں پر غور کیا جائے گا۔

#### 3.11.1 کھلے دور معائنہ

کھلے دور معائنہ<sup>62</sup> جیسا کہ نام سے واضح ہے، ٹرانسفارمر کی ایک جانب چلھے کے سروں کو آزاد رکھ کر کیا جاتا ہے۔ یہ معائنہ اتنی برقی دباؤ اور تعدد یا ان کے قریب ترین مقداروں پر کیا جاتا ہے جتنے پر ٹرانسفارمر کی بناوٹ<sup>63</sup> ہو۔ اگرچہ یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے کسی بھی جانب کے چلھے پر کیا جا سکتا ہے، حقیقت میں اسے کم برقی دباؤ والی جانب کے چلھے پر کرنا آسان ہوتا ہے۔ یہ بات ایک مثال سے زیادہ آسانی سے سمجھ آتی ہے۔

مثلاً ہم 25 kV A اور 220 V : 11000 کا 50 Hz پر چلنے والے ایک دور کے ٹرانسفارمر کا معائنہ کرنا چاہتے ہیں۔ اگر یہ معائنہ اس کے گیارہ ہزار کے چلھے پر کیا جائے تو گیارہ ہزار برقی دباؤ کے لگ بھگ

open circuit test<sup>62</sup>  
design<sup>63</sup>



شکل 3.21: کھلے سرے معائنہ۔

برقی دباؤ استعمال کیا جائے گا اور اگر دو سو بیس برقی دباؤ والے چلھے پر کیا جائے تو دو سو بیس برقی دباؤ کے لگ بھگ برقی دباؤ استعمال کیا جائے گا۔ دونوں صورتوں میں تعدد 50 Hz کے لگ بھگ رکھا جائے گی۔ 11 kV کی برقی دباؤ پر کام کرنا نہایت خطرناک ثابت ہو سکتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ اس معائنہ کو کم برقی دباؤ والے چلھے پر ہی کیا جاتا ہے۔

جس برقی دباؤ پر ٹرانسفارمر عام حالات میں استعمال ہوتا ہے اس معائنہ میں کم برقی دباؤ والی جانب کے چلھے پر اتنے ہی یا اس کی قریب مقدار کی برقی دباؤ  $V_t$  لاگو کر کے کھلے دور برقی طاقت  $p_t$  اور کھلے دور برقی رو  $I_t$  ناپے جاتے ہیں۔ معائنہ حقیقت میں استعمال کے دوران برقی دباؤ کے جتنے قریب برقی دباؤ پر کیا جائے اتنا بہتر جواب حاصل ہوتا ہے۔ ٹرانسفارمر کی دوسری جانب چلھے کے سرے چونکہ آزاد رکھے جاتے ہیں اس لئے اس میں برقی رو صفر ہوگا۔ لہذا ناپا گیا برقی رو صرف ہیجان انگیز برقی رو  $I_\phi$  ہوگا۔ ٹرانسفارمر جتنی برقی رو کے لئے بنایا گیا ہو یہ برقی رو اس کے تقریباً دو سے چھ فیصد ہوتا ہے۔ شکل 3.16 کو مد نظر رکھتے ہوئے اگر ہم بائیں جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب تصور کریں تو شکل میں  $V_t$  کو  $V_1$  کی جگہ لاگو کرنا ہوگا۔ یوں ہم جو برقی رو ناپیں گے وہ مقداری<sup>64</sup>  $I_1$  ہوگا۔ چونکہ  $I_2'$  صفر کے برابر ہے لہذا  $I_1$  درحقیقت  $I_\phi$  کے مقدار  $I_\phi$  کے برابر ہوگا۔ یعنی اس طرح

$$I_t = I_1 = I_\phi$$

اتنی کم برقی رو سے چلھے کی مقاومت میں نہایت کم برقی دباؤ گھٹتا ہے، لہذا اسے نظر انداز کیا جاتا ہے یعنی

$$V_{R1} = I_t R_1 = I_\phi R_1 \approx 0$$

$$V_{X1} = I_1 X_1 = I_\phi X_1 \approx 0$$

یوں  $R_c$  اور  $X_m$  پر تقریباً  $V_t$  برقی دباؤ پایا جائے گا۔ یہ شکل 3.16 سے ظاہر ہے۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 3.21 حاصل ہوتا ہے۔

چونکہ برقی طاقت کا ضیاع صرف مزاحمت میں ہی ممکن ہے لہذا  $p_t$  صرف  $R_c$  میں ہی ضائع ہوگی۔

<sup>64</sup> scalar



یوں

$$p_t = \frac{V_t^2}{R_c}$$

لکھا جائے گا۔ یوں

$$(3.32) \quad R_c = \frac{V_t^2}{p_t}$$

حاصل ہوتا ہے۔  
اسی طرح چونکہ برقی دباؤ اور برقی رو کی مقداروں کے تناسب کو مقاومت کی مقدار کہتے ہیں لہذا

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

مگر شکل سے واضح ہے کہ

$$\frac{1}{Z_t} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m}$$

لہذا

$$Z_t = \frac{jR_cX_m}{R_c + jX_m}$$

$$|Z_t| = \frac{R_cX_m}{\sqrt{R_c^2 + X_m^2}}$$

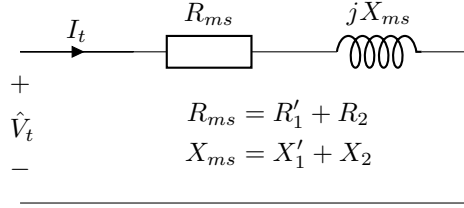
جس سے حاصل ہوتا ہے

$$(3.33) \quad X_m = \frac{R_c|Z_t|}{\sqrt{R_c^2 - |Z_t|^2}}$$

مساوات 3.32 سے  $R_c$  اور مساوات 3.33 سے  $X_m$  کا حساب لگایا جاتا ہے۔  
یاد رہے کہ حاصل کردہ  $R_c$  اور  $X_m$  ٹرانسفارمر کے اسی جانب کے لئے درست ہیں جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔ اگر ان کی قیمتیں دوسری جانب درکار ہوں تب تبادلہ مقاومت کا استعمال کرتے ہوئے اس جانب کی قیمتیں حاصل کی جا سکتی ہیں۔

## 3.11.2 کسر دور معائنہ

یہ معائنہ بھی پچھلے معائنہ کی طرح ٹرانسفارمر کے کسی بھی طرف کیا جا سکتا ہے مگر حقیقت میں اسے زیادہ برقی دباؤ کے لچھے پر ہی کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے۔ یہ معائنہ جتنے برقی رو کے لئے ٹرانسفارمر بنایا گیا



شکل 3.22: کسر دور معائنہ۔

ہو اتنی برقی رو یا اس کے قریب مقدار پر کیا جاتا ہے۔ یعنی اس معائنہ میں کوشش ہوتی ہے کہ ٹرانسفارمر کے چلھے میں اتنی برقی رو گزرے جتنی کے لئے یہ بنایا گیا ہو۔ لہذا اگر ہم پچھلے معائنہ میں استعمال ہونے والے ٹرانسفارمر کی بات آگے بڑھائیں تو اس کا زیادہ برقی دباؤ کا چلھا 2.2727 A اور کم برقی دباؤ کا چلھا 113.63 A کے لئے بنایا گیا ہے۔ لہذا اگر یہ معائنہ کم برقی دباؤ چلھے پر کیا جائے تو اسے 113.63 A پر کرنا ہوگا اور اگر زیادہ برقی دباؤ چلھے پر کیا جائے تو صرف 2.2727 A پر کرنا ہوگا جو کہ زیادہ آسان ہے۔

اس معائنہ میں کم برقی دباؤ چلھے کے دونوں سروں کو آپس میں جوڑا جاتا ہے یعنی انہیں کسر دور کر لیا جاتا ہے اور زیادہ برقی دباؤ چلھے پر اس جانب کی ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے دو سے بارہ فی صد کا برقی دباؤ  $V_t$  لاگو کر کے کسر دور برقی رو  $I_t$  اور کسر دور برقی طاقت  $p_t$  ناپے جاتے ہیں۔ جس چلھے کے سرے آپس میں کسر دور ہوتے ہیں اس میں سے برقی رو گزرتی ہے اور اس کا عکس دوسری جانب بھی موجود ہوتا ہے۔ یہ برقی رو ٹرانسفارمر کے ڈیزائن کردہ برقی رو کے لگ بھگ ہوتا ہے۔ اس معائنہ کا دور شکل 3.22 میں دکھایا گیا ہے۔ کھلے سرے معائنہ کی طرح اگر کسر دور معائنہ میں بھی شکل 3.16 کے بائیں جانب کو کم برقی دباؤ والی جانب تصور کریں تو  $V_t$  کو  $V_2$  کی جگہ لاگو کرنا ہوگا۔

چونکہ یہ معائنہ بہت کم برقی دباؤ پر کیا جاتا ہے لہذا اس معائنہ میں بیہجان انگیز برقی رو کو مکمل طور پر نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ شکل سے ہم دیکھتے ہیں کہ چونکہ برقی طاقت صرف مزاحمت میں ہی ضائع ہو سکتی ہے لہذا

$$p_t = I_t^2 (R_{ms})$$

ہوگا جس سے

$$R_{ms} = \frac{p_t}{I_t^2} \quad (3.34)$$

حاصل ہوتا ہے۔

کسر دور برقی رو اور برقی دباؤ سے ہمیں ملتی ہے

$$|Z_t| = \frac{V_t}{I_t}$$

مگر شکل سے واضح ہے کہ

$$Z_t = R_{ms} + jX_{ms}$$

$$|Z_t| = \sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}$$

لہذا

$$X_{ms} = \sqrt{|Z_t|^2 - R_{ms}^2} \quad (3.35)$$

مساوات 3.34 کُل مزاحمت دیتا ہے البتہ اس سے  $R_1$  یا  $R_2$  حاصل نہیں کیا جا سکتا۔ اسی طرح مساوات 3.35 سے  $X_1$  اور  $X_2$  علیحدہ نہیں کئے جا سکتے۔ کسر دور معائنہ سے اتنی ہی معلومات حاصل کرنا ممکن ہے۔ حقیقت میں اتنی معلومات کافی ہوتی ہے۔ اگر ان اجزاء ک علیحدہ علیحدہ قیمتیں درکار ہوں تو ایسی صورت میں تصور کیا جاتا ہے کہ

$$R'_1 = R_2$$

$$X'_1 = X_2$$

ہیں۔

چونکہ یہ معائنہ عموماً جہاں ٹرانسفارمر موجود ہو وہیں کرنا پڑتا ہے لہذا یہ ممکن نہیں ہوتا کہ ٹرانسفارمر کو بالکل اتنا برقی دباؤ دیا جائے جتنا درکار ہو بلکہ جو برقی دباؤ موجود ہو اسی سے کام چلانا پڑتا ہے۔ لیکن اس بات کا خیال بہت ضروری ہے کہ جو برقی دباؤ ٹرانسفارمر کو دیا جا رہا ہو وہ ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے دو سے بارہ فی صد ہو۔ مثلاً اگر اسی 220 V : 11000 ٹرانسفارمر کی بات کی جائے تو اس کے زیادہ برقی دباؤ چلھے پر 220 V اور 1320 V کے درمیان کوئی بھی برقی دباؤ دیا جا سکتا ہے۔ چونکہ ہمارے ہاں 220 V اور 440 V عام پائے جاتے ہیں لہذا ہم 220 V یا 440 V ہی استعمال کریں گے۔

یہاں یہ ایک مرتبہ دوبارہ یاد دہیانی کراتا جاؤں کہ ٹرانسفارمر کی ایک جانب چلھے کے سرے آپس میں جوڑ کر، یعنی انہیں کسر دور کر کے، دوسری جانب چلھے پر کسی بھی صورت میں اس جانب کی پوری برقی دباؤ لاگو نہیں کرنا۔ ایسا کرنا شدید خطرناک اور جان لیوا ثابت ہو سکتا ہے۔ یاد رہے کہ حاصل کردہ  $R_c$  اور  $X_m$  ٹرانسفارمر کے اسی جانب کے لئے درست ہیں جس جانب انہیں حاصل کیا گیا ہو۔ اگر ان کی قیمتیں دوسری جانب درکار ہوں تب تبادلہ مقاومت کا استعمال کرتے ہوئے اس جانب کی قیمتیں حاصل کی جا سکتی ہیں۔

مثال 3.7: ایک 25 کلو وولٹ۔ ایمپیئر، 220 : 11000 وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والے ٹرانسفارمر کے کھلے دور اور کسر دور معائنہ کئے جاتے ہیں جن کے نتائج یہ ہیں۔

- کھلے دور معائنہ کرتے وقت کم برقی دباؤ کی جانب 220 V لاگو کئے جاتے ہیں۔ اسی جانب برقی رو 39.64 A اور طاقت کا ضیاع 600 W ناپے جاتے ہیں۔
- کسر دور معائنہ کرتے وقت زیادہ برقی دباؤ کی جانب 440 V لاگو کئے جاتے ہیں۔ اسی جانب برقی رو 2.27 A اور طاقت کا ضیاع 560 W ناپے جاتے ہیں۔

کھلے دور حل:

$$|Z_t| = \frac{220}{39.64} = 5.55 \Omega$$

$$R_c = \frac{220^2}{600} = 80.67 \Omega$$

$$X_m = \frac{80.67 \times 5.55}{\sqrt{80.67^2 - 5.55^2}} = 5.56 \Omega$$

کسر دور حل:

$$Z_t = \frac{440}{2.27} = 193.83 \Omega$$

$$R_{ms} = \frac{560}{2 \times 2.27^2} = 108.68 \Omega$$

$$X_{ms} = \sqrt{193.83^2 - 108.68^2} = 160 \Omega$$

ان نتائج کو کم برقی دباؤ جانب منتقل کرتے ہوئے

$$\left( \frac{220}{11000} \right)^2 \times 108.68 = 43.47 \text{ m}\Omega$$

$$\left( \frac{220}{11000} \right)^2 \times 160 = 64 \text{ m}\Omega$$

یعنی

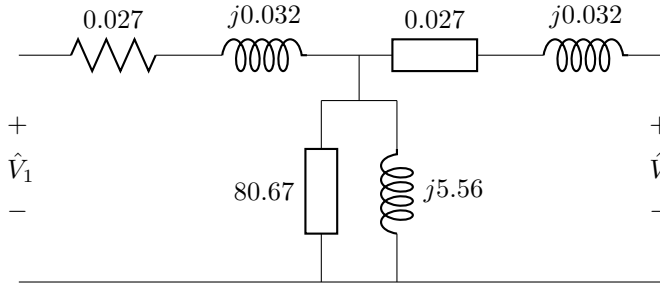
$$R_1 = R_2' = \frac{43.47 \text{ m}\Omega}{2} = 21.7 \text{ m}\Omega$$

$$X_1 = X_2' = \frac{64 \text{ m}\Omega}{2} = 32 \text{ m}\Omega$$

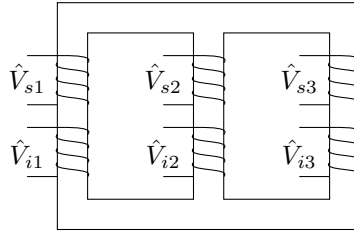
حاصل ہوتا ہے۔ ان نتائج سے حاصل کم برقی دباؤ جانب مساوی دور شکل 3.23 میں دکھایا گیا ہے۔

### 3.12 تین دور کے ٹرانسفارمر

اب تک ہم ایک دور کے ٹرانسفارمر پر غور کرتے رہے ہیں۔ حقیقت میں برقی طاقت کی منتقلی میں عموماً تین دور کے ٹرانسفارمر استعمال ہوتے ہیں۔ تین دور کا ٹرانسفارمر عام ایک دور کے تین یکساں ٹرانسفارمر اکٹھے رکھ کر بنایا جا سکتا ہے۔ یوں اگر ایک ٹرانسفارمر خراب ہو جائے تو اس کو ٹھیک ہونے کے لئے ہٹا کر بقایا دو ٹرانسفارمر دوبارہ چالو کئے جا سکتے ہیں۔ تین دور ٹرانسفارمر بنانے کا اس سے بہتر طریقہ شکل 3.24 میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک ہی مقناطیسی مرکز پر تینوں ٹرانسفارمر کے لچھے لپٹے گئے



شکل 3.23: کھلے دور اور کسر دور معائنہ سے کم برقی دباؤ جانب مساوی دور۔



شکل 3.24: ایک ہی مرکز پر تین ٹرانسفارمر۔

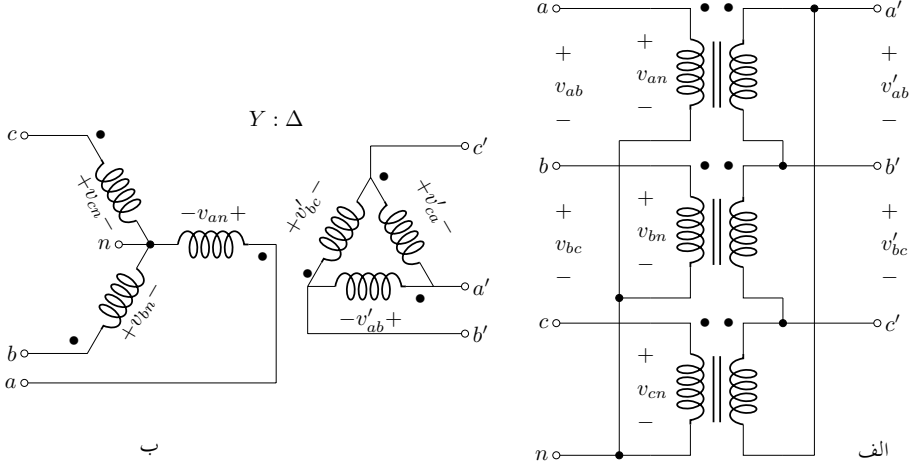
ہیں۔ اس شکل میں  $\hat{V}_{i1}$  پہلے ٹرانسفارمر کا ابتدائی چلھا جبکہ  $\hat{V}_{s1}$  اس کا ثانوی چلھا ہے۔ اس طرح کے تین دور کے ٹرانسفارمر سستے، ہلکے اور چھوٹے ہونے کی وجہ سے عام ہو گئے ہیں اور آپ کو روز مرہ زندگی میں یہی نظر آئیں گے۔ ان میں برقی ضیاع بھی قدر کم ہوتی ہے۔

شکل الف میں تین ٹرانسفارمر دکھائے گئے ہیں۔ ان تین ٹرانسفارمر کے ابتدائی چلھے آپس میں دو طریقوں سے جوڑے جا سکتے ہیں۔ ایک کو ستارا نما جوڑ<sup>65</sup> Y اور دوسرے کو تکونی جوڑ<sup>66</sup>  $\Delta$  کہتے ہیں۔ اسی طرح ان تینوں ٹرانسفارمر کے ثانوی چلھے انہیں دو طریقوں سے جوڑے جا سکتے ہیں۔ یوں انہیں جوڑنے کے چار ممکنہ طریقے ہیں یعنی

- ستارا: تکونی  $Y : \Delta$
- ستارا: ستارا  $Y : Y$
- تکونی: تکونی  $\Delta : \Delta$
- تکونی: ستارا  $\Delta : Y$

شکل 3.25۔ الف میں ان تین ٹرانسفارمر کے ابتدائی چلھوں کو ستارا نما جوڑا گیا ہے جبکہ ان کی ثانوی چلھوں کو تکونی جوڑا گیا ہے۔ شکل۔ ب میں تینوں ٹرانسفارمر کی ابتدائی چلھوں کو ستارہ نما دکھایا

<sup>65</sup> star connected  
<sup>66</sup> delta connected



شکل 3.25: تین دور کا ستارہ-تکونی ٹرانسفارمر

گیا ہے۔ اسی طرح ثانوی پلھوں کو تکونی دکھایا گیا ہے۔ انہی شکلوں کی وجہ سے ان کو ستارا نما جوڑ اور تکونی جوڑ کہتے ہیں۔

ایسی شکل بناتے وقت تینوں ٹرانسفارمرز کے ابتدائی پلھے کو جس زاویہ پر بنایا جاتا ہے اس کے ثانوی پلھے کو بھی اسی زاویہ پر بنایا جاتا ہے۔ یوں شکل کے حصہ الف میں سب سے اوپر ٹرانسفارمر جس کے ابتدائی جانب کے سرے  $an$  اور ثانوی جانب کے سرے  $a'n'$  ہیں کو حصہ با میں صفر زاویہ پر بنایا گیا ہے۔ تین دور کے ٹرانسفارمرز کو اس طرح کی علامتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان میں مرکز نہیں دکھایا جاتا۔

ٹرانسفارمر کے جوڑ بیان کرتے وقت بائیں جانب کے جوڑ کو پہلے اور دائیں جانب کی جوڑ کو بعد میں پکارتے ہیں۔ یوں شکل میں ٹرانسفارمر کو ستارا-تکونی جوڑ ٹرانسفارمر کہیں گے۔ اسی طرح ابتدائی جانب کو بائیں اور ثانوی جانب کو دائیں ہاتھ بنایا جاتا ہے۔ یوں اس شکل میں ابتدائی جانب ستارا نما ہے جبکہ ثانوی جانب تکونی ہے۔

ستارا نما جڑی جانب سے چار برقی تاریں نکلتی ہیں۔ اس جانب پلھوں کے مشترکہ سر  $n$  کو عموماً ٹرانسفارمر کے نزدیک زمین میں گہرائی تک دھنسا دیا جاتا ہے۔ اس تار کو زمینی تار<sup>67</sup> یا صرف زمین<sup>68</sup> کہتے ہیں۔ عام فہم میں اسے ٹھنڈی تار<sup>69</sup> کہتے ہیں۔ باقی تین یعنی  $a, b, c$  گرم تار<sup>70</sup> کہلاتے ہیں۔

ٹرانسفارمر کی پلھے پر برقی دباؤ کو دوری برقی دباؤ<sup>71</sup> کہتے ہیں اور پلھے میں برقی رو کو دوری برقی رو<sup>72</sup> کہتے ہیں۔ جبکہ ٹرانسفارمر سے باہر نکلتی کسی دو گرم تاروں کے مابین برقی دباؤ کو تار کی

ground<sup>67</sup>ground, earth, neutral<sup>68</sup>neutral<sup>69</sup>live wires<sup>70</sup>phase voltage<sup>71</sup>phase current<sup>72</sup>

برقی دباؤ  $\hat{V}_{\text{تار}}^{73}$  کہتے ہیں اور کسی بھی گرم تار میں برقی رو کو تار کی برقی رو  $\hat{I}_{\text{تار}}^{74}$  کہتے ہیں۔ زمینی تار میں برقی رو کو زمینی برقی رو  $\hat{I}^{75}$  کہتے ہیں۔ ستارا نما  $Y$  جانب دوری مقداروں اور تار کی مقداروں کا آپس میں یوں رشتہ ہے

$$\begin{aligned} V_{\text{تار}} &= \sqrt{3}V_{\text{دور}} \\ I_{\text{تار}} &= I_{\text{دور}} \end{aligned} \quad (3.36)$$

جبکہ تکونی  $\Delta$  جانب دوری اور تار کی مقداروں کا آپس میں یوں رشتہ ہے

$$\begin{aligned} V_{\text{تار}} &= V_{\text{دور}} \\ I_{\text{تار}} &= \sqrt{3}I_{\text{دور}} \end{aligned} \quad (3.37)$$

یہ دوری سمتیہ کے رشتے نہیں بلکہ ان کی مقداری قیمتوں کے رشتے ہیں۔ ان دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے

$$V_{\text{تار}}I_{\text{تار}} = \sqrt{3}V_{\text{دور}}I_{\text{دور}} \quad (3.38)$$

چونکہ ایک دور کی ٹرانسفارمر کی وولٹ-ایمپیئر  $V_{\text{دور}}I_{\text{دور}}$  ہیں اور ایسے تین ٹرانسفارمر مل کر ایک تین دور کا ٹرانسفارمر بناتے ہیں لہذا تین دور کے ٹرانسفارمر کی وولٹ-ایمپیئر اس کے تین گنا ہوں گے یعنی

$$3V_{\text{دور}}I_{\text{دور}} = 3 \times \frac{V_{\text{تار}}I_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}V_{\text{تار}}I_{\text{تار}} \quad (3.39)$$

یہ مساوات تین دور میں عام استعمال ہوتی ہے۔

ٹرانسفارمر کسی طرح بھی جوڑے جائیں وہ اپنی بنیادی کارکردگی تبدیل نہیں کرتے لہذا انہیں ستارا نما یا تکونی جوڑنے کے بعد بھی ان میں ہر ایک ٹرانسفارمر انفرادی طور پر مساوات اور پر پورے اترے گا۔ انہیں استعمال کر کے شکل میں دیئے گئے ٹرانسفارمر کے ابتدائی اور ثانوی جانب کی دوری اور تار کی مقداروں کے رشتے حاصل کئے جا سکتے ہیں۔ اس شکل میں  $a = N_1/N_2$  ہے جہاں  $N_1 : N_2$  ان میں ایک دور کی ٹرانسفارمر کے چکر کی نسبت ہے۔ تین دور کے ٹرانسفارمر پر لگی تختی پر دونوں جانب تار کی برقی دباؤ کی نسبت لکھی جاتی ہے۔

جیسے شکل 3.26 میں دکھایا گیا ہے ستارا-تکونی ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کی نسبت

$$\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \sqrt{3}a = \sqrt{3} \left( \frac{N_1}{N_2} \right) \quad (3.40)$$

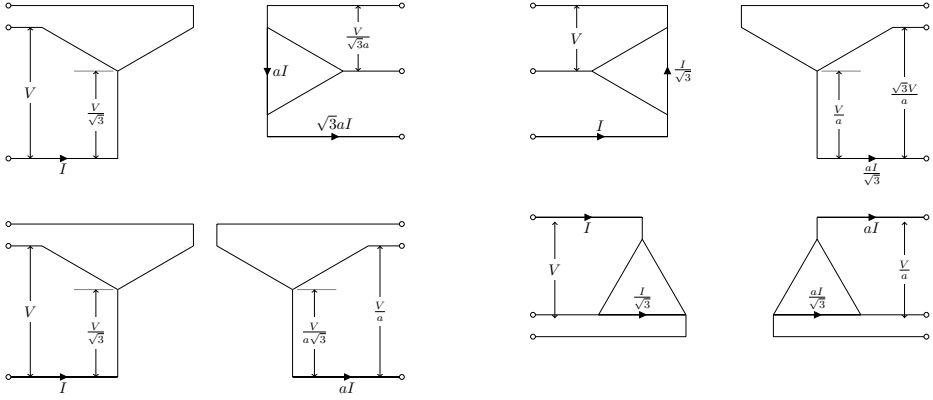
جبکہ ستارا-ستارا کا

$$\frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left( \frac{N_1}{N_2} \right) \quad (3.41)$$

line to line voltage<sup>73</sup>

line current<sup>74</sup>

ground current<sup>75</sup>



شکل 3.26: ابتدائی اور ثانوی جانب تار اور دوری مقداروں کے رشتے۔

تکونی۔ ستارا کا

$$(3.42) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{N_1}{N_2} \right)$$

اور تکونی۔ تکونی کا

$$(3.43) \quad \frac{V_{\text{ابتدائی}}}{V_{\text{ثانوی}}} = a = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)$$

ہے۔

مثال 3.8: ایک دور کے تین یکساں ٹرانسفارمر کو ستارا۔ تکونی  $\Delta$ :  $Y$  جوڑ کر تین دور کا ٹرانسفارمر بنایا گیا ہے۔ ایک دور کے ٹرانسفارمر کی برقی اہلیت درج ذیل ہے:

$$50 \text{ kV A}, \quad 6350 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

ستارا۔ تکونی ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب 11000 وولٹ کی تین دوری تار کی برقی دباؤ لاگو کیا گیا۔ اس تین دوری ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب تار کا برقی دباؤ معلوم کریں۔

حل: حل کرتے وقت ہم ایک دور کے ایک ٹرانسفارمر پر نظر رکھیں گے۔ ابتدائی جانب اگر ایک دور کے ٹرانسفارمر پر غور کیا جائے تو

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{6350}{440}$$

اور اس پر لاگو برقی دباؤ مساوات کی مدد سے

$$V_{\text{ابتدائی، دور}} = \frac{V_{\text{تار}}}{\sqrt{3}} = \frac{11000}{\sqrt{3}} = 6350.85 \text{ V}$$



ہے لہذا اس ایک دور ٹرانسفارمر کی ثانوی جانب مساوات کی مدد سے

$$V_{\text{ثانوی}} = \frac{N_2}{N_1} V_{\text{ابتدائی}} = \frac{440}{6350} \times 6350.85 \approx 440 \text{ V}$$

ہیں۔ چونکہ ثانوی جانب ان تین ٹرانسفارمرز کو تکیوں جوڑا گیا ہے لہذا مساوات کی مدد سے اس جانب تار کی برقی دباؤ یہی ہوگی۔ اس تین دور کے ٹرانسفارمر کی تار پر برقی دباؤ کی نسبت

$$\frac{V_{\text{ابتدائی، تار}}}{V_{\text{ثانوی، تار}}} = \frac{11000}{440}$$

ہے۔ چونکہ ایک دور ٹرانسفارمر 50 کلو وولٹ۔ ایمپیئر کا ہے لہذا یہ تین دوری ٹرانسفارمر 150 کلو وولٹ۔ ایمپیئر کا ہوگا۔ یوں اس تین دور کے ٹرانسفارمر کی اہلیت<sup>76</sup>

$$150 \text{ kV A}, \quad 11000 : 440 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

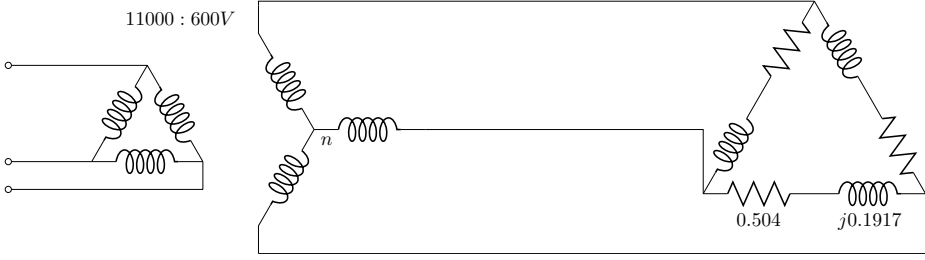
ہوگی۔

ٹرانسفارمر پر لگی تختی<sup>77</sup> پر اس کی اہلیت بیان ہوتی ہے جس میں ٹرانسفارمر کے دونوں جانب تار کے برقی دباؤ لکھے جاتے ہیں نہ کہ چھوٹے چکر۔

ستارا۔ ستارا جڑے ٹرانسفارمر عام طور استعمال نہیں ہوتے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ اگرچہ ان کی تین دور برقی دباؤ کے بنیادی جڑ آپس میں  $120^\circ$  زاویاتی فاصلے پر ہوتے ہیں لیکن ان کی تیسری موسیقائی جڑ آپس میں ہم قدم ہوتی ہیں۔ مرکز کی غیر بتدریج خصوصیات کی وجہ سے ٹرانسفارمر میں ہر صورت تیسری موسیقائی جڑ پائے جاتے ہیں۔ تیسری موسیقائی جڑ ہم قدم ہونے کی وجہ سے جمع ہو کر ایک نہایت بڑی برقی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جو کبھی کبھی برقی دباؤ کی بنیادی جڑ سے بھی زیادہ بڑے ہوتے ہیں۔

بقایا تین قسم کے جڑے ٹرانسفارمرز میں برقی دباؤ کی تیسری موسیقائی جڑ مسئلہ نہیں کرتی چونکہ ان میں تکیوں جڑے چھوٹے چکر میں برقی رو گردش کرنی شروع ہو جاتی ہے جو ان کے اثر کو ختم کر دیتی ہے۔ تین دور ٹرانسفارمر کے متوازن دور حل کرتے وقت ہم تصور کرتے ہیں کہ ٹرانسفارمر ستارا نما ہے۔ یوں اس کے ایک دور میں برقی رو، تار کی برقی رو ہی ہوگی اور اس کے ایک دور پر لاگو برقی دباؤ، دوری برقی دباؤ ہوگا۔ اسی طرح ہم تصور کرتے ہیں کہ اس پر لدھا برقی بوجھ بھی ستارا نما جڑا ہے۔ یوں تین دور کی جگہ ہم ایک دور کا نسبتاً آسان مسئلہ حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ یہ ایک مثال سے زیادہ بہتر سمجھ آئے گا۔

مثال 3.9: ایک تین دوری  $Y : \Delta$  2000 کلو وولٹ۔ ایمپیئر، 600 : 11000 وولٹ اور 50 ہرٹز پر چلنے والا کامل ٹرانسفارمر ایک تین دوری متوازن برقی بوجھ کو طاقت مہیا کر رہا ہے۔ یہ بوجھ تکیوں جڑا ہے جہاں بوجھ کا ہر حصہ  $(0.504 + j0.1917)$  کے برابر ہے۔ شکل 3.27 میں یہ دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.27: ٹرانسفارمر تکنونی متوازن بوجھ کو طاقت فراہم کر رہا ہے۔

• 1. اس شکل میں ہر جگہ برقی رو معلوم کریں۔

• 2. برقی بوجھ<sup>78</sup> کو درکار طاقت معلوم کریں

حل:  
پہلے تکنونی بوجھ کو ستارا نما بوجھ میں تبدیل کرتے ہیں

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3} = \frac{0.504 + j0.1917}{3} = 0.168 + j0.0639$$

اس بوجھ کو ستارا نما جڑا شکل 3.28 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ایک برقی تار جسے نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے کو ٹرانسفارمر کی زمینی نقطہ سے بوجھ کے مشترکہ سرے کے درمیان جڑا دکھایا گیا ہے۔ متوازن دور میں اس تار میں برقی رو صفر ہوگی۔ حل کرنے کی نیت سے ہم اس متوازن دور سے ایک حصہ لے کر حل کرتے ہیں۔  
یوں مساوی برقی بوجھ میں برقی رو

$$I = \frac{346.41}{0.168 + j0.0639} = 1927.262 \angle -20.825^\circ$$

ہوگی اور اس ایک حصہ میں طاقت

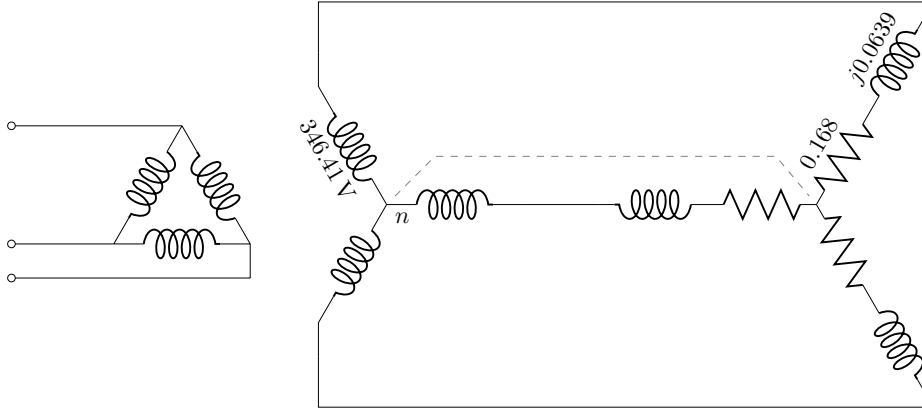
$$p = 346.41 \times 1927.262 \times \cos(-20.825^\circ) = 624007 \text{ W}$$

ہوگی۔ یوں برقی بوجھ کو پوری درکار برقی طاقت اس کے تین گنا ہوگی یعنی 1872 kW اس بوجھ کا جڑ طاقت<sup>79</sup>

$$\cos(-20.825^\circ) = 0.93467$$

ہے۔

<sup>78</sup>electrical load  
<sup>79</sup>power factor



شکل 3.28: تکونی بوجھ کو مٹاوی ستارہ بوجھ میں تبدیل کیا گیا ہے۔

تکونی بوجھ میں برقی رو  $1112.7 = 1927.262\sqrt{3}$  ایمپیئر ہوگی۔ ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب برقی تاروں میں برقی رو

$$\left( \frac{600}{11000} \right) \times 1927.262 = 105.12$$

ایمپیئر ہوگی۔

اس مثال میں جُز طاق 0.93467 ہے۔ اس کتاب کے لکھتے وقت پاکستان میں اگر صنعتی کارخانوں کی برقی بوجھ کی جُز طاق 0.9 سے کم ہو جائے تو برقی طاق فراہم کرنے والا ادارہ جرمانہ نافذ کرتا ہے۔

### 3.13 ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ زیادہ محرکی برقی رو کا گزرنا

ہم دیکھ چکے ہیں کہ اگر ٹرانسفارمر کے مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہو یعنی  $B = B_0 \sin \omega t$  تو اس کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v = e &= N \frac{\partial \phi}{\partial t} = N A_c \frac{\partial B}{\partial t} \\ &= \omega N A_c B_0 \cos \omega t \\ &= V_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

یعنی

$$B_0 = \frac{V_0}{\omega N A_c}$$

یہ مساوات برقرار چالو<sup>80</sup> ٹرانسفارمر کے لئے درست ہے۔  
تصور کریں کہ ایک ٹرانسفارمر کو چالو کیا جا رہا ہے۔ چالو ہونے سے پہلے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ صفر ہے اور جس لمحہ اسے چالو کیا جائے اس لمحہ بھی یہ صفر ہی رہتا ہے۔  
جس لمحہ ٹرانسفارمر کو چالو کیا جائے اس لمحہ لاگو برقی دباؤ

$$v = V_0 \cos(\omega t + \theta)$$

ہے۔ اگر  $\theta = \pi/2$  یہ لمحہ ہو تو آدھے دوری عرصہ<sup>81</sup> کے بعد مرکز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{N A_c} \int_0^{\pi/\omega} V_0 \cos(\omega t + \pi/2) dt \\ &= \frac{V_0}{\omega N A_c} \sin(\omega t + \pi/2)_0^{\pi/\omega} \\ &= - \left( \frac{2V_0}{\omega N A_c} \right) \end{aligned}$$

یعنی کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کا طول معمول سے دگنا ہو گا۔ اگر یہی حساب  $\theta = 0$  لمحہ کے لئے کیا جائے تو زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ بالکل مساوات کے عین مطابق ہو گا۔ ان دو زاویوں کے مابین زیادہ سے زیادہ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ ان دو حدوں کے درمیان رہتا ہے۔  
مرکز کی  $B - H$  خط غیر بتدریج بڑھتا ہے۔ لہذا  $B$  دگنا کرنے کی خاطر  $H$  کو کئی گنا بڑھانا ہو گا جو لچھے میں محرک برقی رو بڑھانے سے ہوتا ہے<sup>82</sup>۔ یہاں شکل سے رجوع کریں۔ قوی ٹرانسفارمر میں ہیجانِ کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی چوٹی  $1.3 \leq B_0 \leq 1$  ہوتی ہے۔ ٹرانسفارمر چالو کرتے لمحہ یوں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ 2 سے 2.6 ٹیسلا تک ہو سکتی ہے جس کے لئے درکار ہیجان انگیز برقی رو نہایت زیادہ ہو گی۔

steady state<sup>80</sup>time period<sup>81</sup><sup>82</sup> 2000 کلو وولٹ-ایمپیئر ٹرانسفارمر سے چالو کرتے وقت تھریٹراٹ کی آواز آتی ہے

## الباب 4

### برقی اور میکانی توانائی کا باہمی تبادلہ

برقی رو یا مقناطیسی بہاؤ کی مدد سے برقی توانائی کو میکانی توانائی یا میکانی توانائی کو برقی توانائی میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ مختلف مشین میں یہ عمل ہوتا ہے۔ ناپنے کے مشین نہایت کم طاقت کا تبادلہ کرتے ہیں۔ ان میں لاؤڈ سپیکر، مائکروفون وغیرہ شامل ہیں۔ ان کے برعکس ایک اور قسم کے مشین قوت پیدا کرتے ہیں۔ ان میں برقی مقناطیس، ریلے<sup>1</sup> وغیرہ شامل ہیں۔ ایک تیسری قسم، جن میں برقی موٹر اور جنریٹر شامل ہیں، لگاتار توانائی کو ایک شکل سے دوسری شکل میں تبدیل کرتے ہیں۔

اس باب میں مقناطیسی بہاؤ کی مدد سے توانائی کے تبادلہ پر غور کیا جائے گا۔ برقی رو کی مدد سے توانائی کے تبادلہ کو انہیں طرح کے طریقوں سے حل کیا جاتا ہے اگرچہ ان کا تذکرہ اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

اس باب میں جو تراکیب ہم سیکھیں گے وہ بہت اہمیت رکھتے ہیں اور انجینئرنگ میں بہت سے مسائل حل کرنے میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔

#### 4.1 مقناطیسی نظام میں قوت اور مروڑ

اگر ایک برقی میدان میں چارج  $q$  رکھا جائے تو اس پر قوت

$$F = qE \quad (4.1)$$

پائی جاتی ہے۔ اگر چارج مثبت ہو تو یہ قوت برقی شدت  $E$  کی سمت میں ہوتی ہے اور اگر چارج منفی ہو تو یہ قوت  $E$  کی الٹ سمت میں ہوتی ہے۔ اسی طرح اگر ایک چارج مقناطیسی میدان میں حرکت کر رہا ہو اور اس کی سمتی رفتار  $v$  ہو تو اس پر قوت

$$F = q(v \times B) \quad (4.2)$$

relay<sup>1</sup>  
velocity<sup>2</sup>

پائی جاتی ہے۔ اس مرتبہ مثبت چارج پر قوت کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون<sup>3</sup> سے معلوم کی جاتی ہے۔ اگر دائیں ہاتھ کی چار انگلیاں  $v$  کی سمت میں رکھ کر انہیں  $B$  کی سمت میں موڑا جائے تو انگوٹھا  $F$  کی سمت میں ہوگا۔ منفی چارج پر قوت اس کے مخالف سمت میں ہوگی۔ یہاں سمتی رفتار  $q$  اور  $B$  کے مابین ہے۔ اگر ایک چارج بیک وقت مقناطیسی اور برقی میدان میں حرکت کر رہا ہو تب اس پر قوت بھی گزشتہ دو قوانین ملا کر یعنی مساوات لورینز<sup>4</sup> سے ملتی ہے۔

$$(4.3) \quad F = q (E + v \times B)$$

مساوات 4.2 میں اگر  $v = dL/dt$  لی جائے تو اسے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(4.4) \quad \begin{aligned} F &= q \left( \frac{dL}{dt} \times B \right) \\ &= \frac{q}{dt} (dL \times B) \\ &= i (dL \times B) \end{aligned}$$

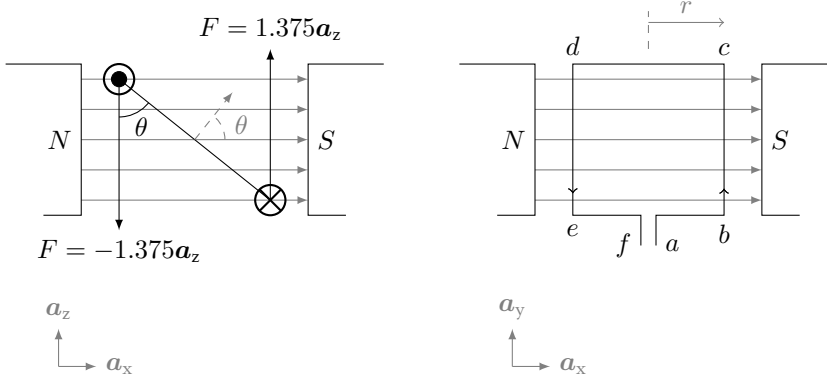
مثال 4.1: شکل 4.1 میں ایک چلہا مقناطیسی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ چلھے کی رداس 15 سم، محوری لمبائی 50 سم اور اس میں برقی رو 5 ایمپیئر ہے۔ کثافت مقناطیسی بہاؤ کو نقطہ دار نوک والی لکیریوں سے شمالی قطب سے جنوبی قطب کی جانب دکھایا گیا ہے۔ اگر کثافت مقناطیسی بہاؤ 0.55 ٹیسلا ہو تو

• چلھے کے اطراف پر قوت معلوم کریں اور

• چلھے پر مروڑ  $\tau$  معلوم کریں

حل: شکل کے حصہ الف اور با میں کارتیسی اکائی سمتیہ دیئے گئے ہیں۔ اگر برقی تار کے سروں کو نظر انداز کیا جائے اور اسے ایک بند دائرہ سمجھا جائے تو حصہ الف سے تار کی اطراف کی لمبائیاں برقی رو کی سمت

$$\begin{aligned} L_{bc} &= l a_y \\ L_{cd} &= -2r a_x \\ L_{de} &= -l a_y \\ L_{eb} &= 2r a_x \end{aligned}$$



شکل 4.1: ایک چکر کے لچھے پر قوت اور مروڑ

ہیں جبکہ  $B = B_0 a_x$  ہے۔ یوں مساوات 4.2 سے ان اطراف پر قوت

$$\begin{aligned} F_{bc} &= i (L_{bc} \times B_0 a_x) \\ &= 5 (0.5 a_y \times 0.55 a_x) \\ &= -1.375 a_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{cd} &= 5 (-0.3 a_x \times 0.55 a_x) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{de} &= 5 (-0.5 a_y \times 0.55 a_x) \\ &= 1.375 a_z \end{aligned}$$

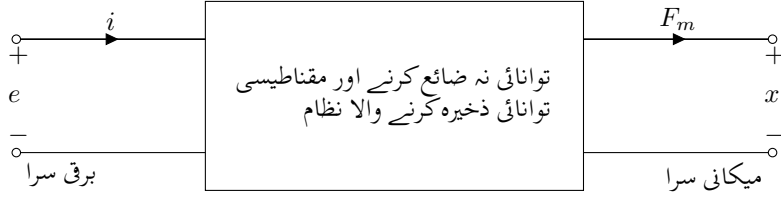
$$F_{ea} = 0$$

نیوٹن ہو گی۔ ہم دیکھتے ہیں کہ قوت محوری لمبائی کی جانب اطراف پر ہی لاگو ہے۔ یہ دو قوت حصہ با حصہ دیکھائے گئے ہیں جہاں سے یہ واضح ہے کہ یہ مروڑ پیدا کریں گی۔ اس مروڑ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے بھی با آسانی معلوم کی جا سکتی ہے۔ مروڑ

$$\begin{aligned} \tau &= -1.375 \times 2 \times 0.15 \times \sin \theta a_y \\ &= -0.4125 \sin \theta a_y \end{aligned}$$

نیوٹن۔ میٹر ہے۔

ان مساوات کا استعمال صرف سادہ ترین جگہوں ممکن ہوتا ہے۔ استعمال میں آنے والی مشین میں ان مساوات سے قوت کا تعین کرنا نہایت مشکل ثابت ہوتا ہے۔ اب ہم وہ طریقہ سیکھتے ہیں جس کی مدد سے ہم مختلف مشین میں قوت کا تعین کر سکیں گے۔ اس طریقہ کو توانائی کا طریقہ کہتے ہیں اور یہ توانائی کے اٹل ہونے پر مبنی ہے۔



شکل 4.2: برقی توانائی سے میکانی توانائی کے تبادلہ کا نظام۔

گھومتی برقی مشین میں عموماً دو چلھے ہوتے ہیں۔ ان میں ایک چلھا مشین کے ساکن حصہ پہ لپٹا ہوتا ہے اور اسی لئے ساکن رہتا ہے۔ لہذا اس کو ساکن چلھا<sup>5</sup> کہتے ہیں۔ دوسرا چلھا مشین کے گھومنے والے حصہ پہ لپٹا ہوتا ہے اور مشین گھومنے سے یہ بھی گھومتا ہے۔ لہذا اس کو گھومتا چلھا<sup>6</sup> کہتے ہیں۔ ایسے مشین کو اس طرح سمجھنا نہایت آسان ہے کہ ہم ان دو چلھوں کو دو مقناطیس سمجھیں۔ جس طرح دو مقناطیس اگر قریب لائے جائیں تو یہ کوشش کرتے ہیں کہ ایک کا شمال  $N$  دوسرے کے جنوب  $S$  کی سمت ہو۔

موٹر میں دونوں چلھے مقناطیس پیدا کرتے ہیں۔ ساکن چلھے کا مقناطیسی بہاؤ، گھومتے چلھے کے مقناطیسی بہاؤ سے کچھ آگے رہتا ہے اور اسے کھینچتا رہتا ہے۔ ایسا کرنے سے یہ کام کرتا ہے۔ جنریٹر میں اس کے برعکس گھومتا چلھا، ساکن چلھے پر کام کرتا ہے۔

توانائی کے طریقے کو شکل 4.2 کی مدد سے سمجھا جا سکتا ہے۔ یہاں مقناطیسی نظام کو ایک ڈبہ کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کو برقی توانائی مہیا کی جاتی ہے جس سے یہ میکانی توانائی پیدا کرتا ہے۔ یہاں برقی توانائی کے دو متغیر  $e$  اور  $i$  ہیں اور میکانی توانائی کے متغیر فاصلہ  $x$  اور میدانی قوت  $F_m$  ہیں۔ اس شکل میں بائیں جانب یعنی ابتدائی یا اولین جانب  $i$  کا رخ باہر سے اندر کی طرف ہے اور دائیں جانب یعنی ثانوی جانب  $F_m$  کا رخ اندر سے باہر کی جانب ہے۔ یہ ٹرانسفارمر دور کے شکل کی مانند ہے۔

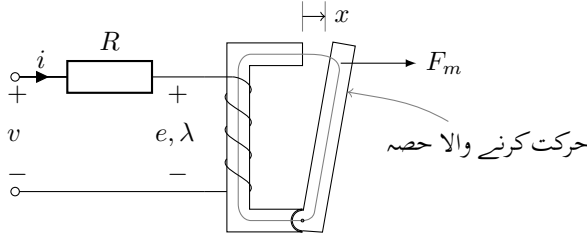
اگر نظام میں توانائی کی ضیاع کو توانائی کے ذخیرہ ہونے سے علیحدہ کرنا ممکن ہو تو ایسی صورت میں توانائی کے ضیاع کو بیرونی رکن سے پیش کیا جاتا ہے۔ شکل 4.3 میں ایک ایسا ہی نظام دکھایا گیا ہے جس میں چلھا برقی نظام کو پیش کرتا ہے اور حرکت کرنے والا حصہ میکانی نظام کو پیش کرتا ہے۔ یہاں چلھے میں توانائی کے ضیاع کو، بیرونی مزاحمت  $R$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔

توانائی کا بنیادی اصول کہتا ہے کہ توانائی نا تو پیدا کی جا سکتی ہے اور نا ہی اسے تباہ کیا جا سکتا ہے۔ اس کو صرف ایک قسم سے دوسرے قسم کی توانائی میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ لہذا اسے جو برقی توانائی برقی  $\partial W$  دی جائے اس میں سے کچھ میکانی توانائی  $\partial W_{\text{میکانی}}$  میں تبدیل ہوگی، کچھ مقناطیسی میدان میں ذخیرہ ہوگی یعنی مقناطیسی  $\partial W$  اور بقایا مختلف طریقوں سے ضائع  $\partial W$  ہوگی جو ہمارے کسی کام نہ آ سکے گی۔ یعنی

$$(4.5) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}} + \partial W_{\text{ضائع}}$$

stator coil<sup>5</sup>rotor coil<sup>6</sup><sup>7</sup>میدانی قوت  $F_m$  میں چھوٹی لکھائی میں  $m$  لفظ میدانی کو ظاہر کر رہا ہے۔





شکل 4.3: قوت پیدا کرنے والا آلا.

اگر برقی توانائی کے ضیاع کو نظر انداز کیا جائے تو

$$(4.6) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_{\text{مقناطیسی}}$$

اس مساوات کو  $\partial t$  سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے

$$(4.7) \quad \frac{\partial W_{\text{برقی}}}{\partial t} = \frac{\partial W_{\text{میکانی}}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{مقناطیسی}}}{\partial t}$$

یہ مساوات توانائی کی بجائے طاقت کی بات کرتا ہے۔ اگر ہم بائیں ہاتھ کی جانب یعنی برقی طاقت کو  $ei$  لکھیں اور دائیں ہاتھ کی جانب میکانی حصہ میں  $F_m \partial x = \partial W_{\text{میکانی}}$  لکھیں تو

$$(4.8) \quad ei = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں مقناطیسی  $W_m$  کو لکھا گیا ہے۔ مساوات کے استعمال سے اسے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(4.9) \quad i \frac{\partial \lambda}{\partial t} = F_m \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t}$$

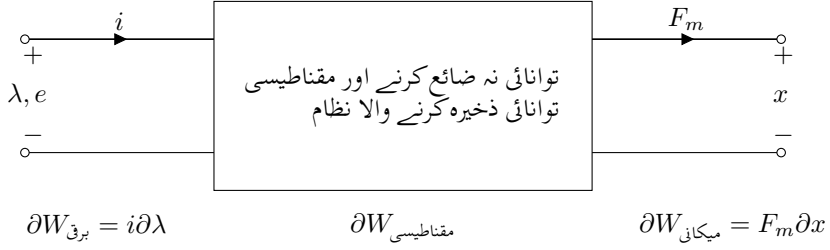
یا

$$(4.10) \quad i \partial \lambda = F_m \partial x + \partial W_m$$

مساوات 4.10 توانائی کے طریقہ کی بنیاد ہے۔ یہ مساوات استعمال کرتے وقت یاد رہے کہ قوت بنیادی طور پر لورینز کے قانون<sup>8</sup> سے ہی پیدا ہوتی ہے۔ مساوات 4.10 میں برقی متغیر  $i$  اور  $e$  کی بجائے  $i$  اور  $\lambda$  ہیں۔ لہذا شکل 4.2 کو شکل 4.4 کی طرح بھی بنایا جا سکتا ہے۔ کسی بھی تفاعل<sup>9</sup>  $z(x, y)$  کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

Lorenz equation<sup>8</sup>  
function<sup>9</sup>



شکل 4.4: توانائی کی شکل تبدیل کرنے والا ایک نظام۔

اسی طرح ہم  $W_m(x, \lambda)$  کے لئے لکھ سکتے ہیں۔

$$(4.11) \quad \partial W_m(x, \lambda) = \frac{\partial W_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda$$

اس مساوات اور مساوات 4.10 سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ

$$(4.12) \quad F_m(x, \lambda) = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$$

$$(4.13) \quad i(x, \lambda) = \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{x_0}$$

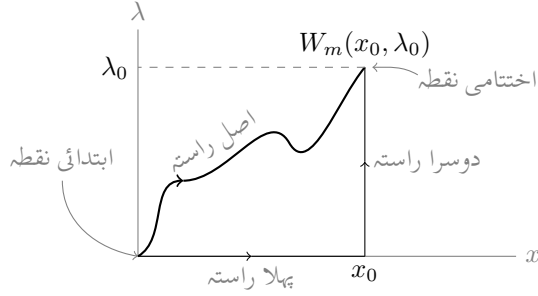
اگر ہم مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی  $W_m(x, \lambda)$  معلوم کر سکیں تو مساوات 4.12 کو استعمال کر کے ہم قوت کا حساب لگا سکتے ہیں۔ ہم اگلے حصہ میں یہی کرتے ہیں۔

## 4.2 تبادلہ توانائی والا ایک لچھے کا نظام

شکل میں ایک لچھے کا سادہ نظام دکھایا گیا ہے۔ لچھے میں برقی ضیاع کو بیرونی مزاحمت سے پیش کیا گیا ہے۔ میکانی نظام میں حرکت کرنے والے حصہ کے کمیت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔ اگر اس کمیت کے اثر کا بھی حساب لگانا ہو تو اس کمیت کو ایک بیرونی کمیت تصور کیا جا سکتا ہے۔ اس طرح تبادلہ توانائی کے نظام پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے۔

قوت پیدا کرنے والے مشین میں حرکت ناگزیر ہے۔ عموماً حرکت تب ممکن ہوتی ہے جب مقناطیسی مرکز میں خلا ہو جو کم اور زیادہ ہو سکے۔ عموماً  $\mathcal{R}_a \gg \mathcal{R}_c$  ہوتا ہے۔ لہذا جب بھی خلائی درز رکنے والی مقناطیسی دور حل کرنی ہو، ہم  $\mathcal{R}_c$  کو نظر انداز کر سکتے ہیں۔ ایسا کرنے سے، جیسا مساوات میں دیا گیا ہے، ہم مقناطیسی دباؤ  $\tau$  اور مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  کو براہ راست متناسب لکھ سکتے ہیں۔ اسی طرح مساوات کو اب ہم یوں لکھ سکتے ہیں

$$(4.14) \quad \lambda = L(x)i$$



شکل 4.5: مقناطیسی میدان میں توانائی۔

اس مساوات میں امالہ کو  $L(x)$  لکھ کر اس بات کی نشان دہی کی گئی ہے کہ یہ صرف اور صرف شکل میں خلا کی لمبائی  $x$  پر منحصر ہے۔

شکل میں قوت  $F_m$  کی سمت میں طے ہونے والا فاصلہ  $x$  ہے۔ یوں میکانی کام  $F_m dx = dW_{\text{میکانی}}$  کے برابر ہو گا جبکہ  $i d\lambda = \partial W_{\text{برقی}}$ ۔ یوں شکل کو مساوات 4.10 ظاہر کرتی ہے۔ اگر ہمیں مقناطیسی میدان میں ذخیرہ توانائی  $W_m$  معلوم کرنی ہو تو ہمیں مساوات 4.10 کا تکمل<sup>10</sup> لینا ہو گا۔ یعنی

$$(4.15) \quad \int \partial W_m = \int i(x, \lambda) d\lambda + \int F_m(x, \lambda) dx$$

اس تکمل کا حصول شکل 4.5 سے واضح ہو گا۔ ابتدائی نقطے پر مقناطیسی نظام کو کوئی برقی توانائی نہیں دی گئی۔ اس لئے اس میں برقی رو صفر ہے۔ برقی رو صفر ہونے کی وجہ سے مقناطیسی بہاؤ اور ارتباط بہاؤ بھی صفر ہے۔ اسی وجہ سے مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی بھی صفر ہے۔ یوں قوت اور حرکت بھی صفر ہے۔ یعنی ابتدائی نقطہ پر

$$i = \phi = \lambda = W_m = F_m = x = 0$$

ہے۔ ابتدائی نقطہ شکل 4.5 میں دکھایا گیا ہے۔ ہم اب لچھے کو برقی توانائی فراہم کرتے ہیں۔ لچھے میں برقی رو رواں ہوتی ہے جس سے قوت اور حرکت پیدا ہوتی ہے۔ ہم آخر کار اختتامی نقطے پہ پہنچ جاتے ہیں۔ اختتامی نقطہ بھی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس نقطہ پہ  $\lambda = \lambda_0$  اور  $x = x_0$  ہے اور یہاں مقناطیسی میدان میں توانائی  $W_m(x_0, \lambda_0)$  ہے۔ ہم ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ تک پہنچنے کے لئے برقی توانائی کو یوں بڑھاتے ہیں کہ  $\lambda$  اور  $x$  شکل 4.5 میں موٹی لکیر سے دکھائے اصل راستے پر رہیں۔ لہذا ہمیں آخری نقطہ پہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی  $W_m(x_0, \lambda_0)$  معلوم کرنے کے لئے مساوات کا اصل راستے پہ تکمل کرنا ہو گا۔ ایسا کرنا خاصا مشکل کام ہے۔ بجائے یہ ہم ایک بہتر راستہ اختیار کرتے ہیں۔

ہم اس حقیقت سے فائدہ اٹھاتے ہیں کہ مقناطیسی میدان ایک قدامت پسند میدان<sup>11</sup> ہے جس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی صرف اور صرف اختتامی نقطہ کے  $x_0$  اور  $\lambda_0$  کی مقدار پر

integral<sup>10</sup>  
conservative field<sup>11</sup>

منحصر ہے<sup>12</sup>۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ ہم جس راستے سے بھی آخری نقطہ تک پہنچیں ہمیں مقناطیسی میدان میں مقناطیسی توانائی یکساں ملے گی۔ لہذا ہم تکمیل کرتے وقت شکل 4.5 میں ابتدائی نقطہ سے پہلے راستے چلتے ہیں اور جب ہم فاصلہ  $x_0$  طے کر لیں تو یہاں سے دوسرا راستہ اختیار کر کے اختتامی نقطہ  $(x_0, \lambda_0)$  پہ پہنچتے ہیں۔ لہذا ہم مساوات کو اب دو ٹکڑوں میں لکھیں گے، نقطہ  $0, 0$  سے نقطہ  $(x_0, \lambda_0)$  تک اور پھر یہاں سے نقطہ  $(x_0, \lambda_0)$  تک

$$(4.16) \quad \int_{\text{اصل راستہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m$$

اس مساوات کی دائیں جانب جز کو باری باری دیکھتے ہیں۔ پہلے راستے تکمیل کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(4.17) \quad \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx$$

اس راستے جیسے شکل سے ظاہر ہے اگر ہم  $x = 0$  سے  $x = x_0$  تک چلیں تو اس پورے راستے پر  $\lambda$  صفر کے برابر ہی رہتا ہے۔ مساوات میں اس بات کو برقی رو  $i(x, 0)$  اور قوت  $F_m(x, 0)$  لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ  $\lambda$  کے شروع اور آخری مقدار برابر ہیں لہذا اس مساوات میں  $\int_0^0 i(x, 0) d\lambda = 0$  ہے۔

اگر  $\lambda = 0$  ہو تو مقناطیسی بہاؤ بھی صفر ہوگا۔ مقناطیسی بہاؤ کے صفر ہونے کا مطلب ہے کہ کوئی مقناطیسی اثر موجود نہیں لہذا قوت  $F_m$  بھی صفر ہوگا۔ اور ہم جانتے ہیں کہ صفر کا تکمیل صفر ہی ہوتا ہے۔ لہذا اس مساوات میں  $\int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$  ہوگا۔ یوں پہلے راستے پر تکمیل یعنی مساوات صفر کے برابر ہے یعنی

$$(4.18) \quad \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = \int_0^0 i(x, 0) d\lambda - \int_0^{x_0} F_m(x, 0) dx = 0$$

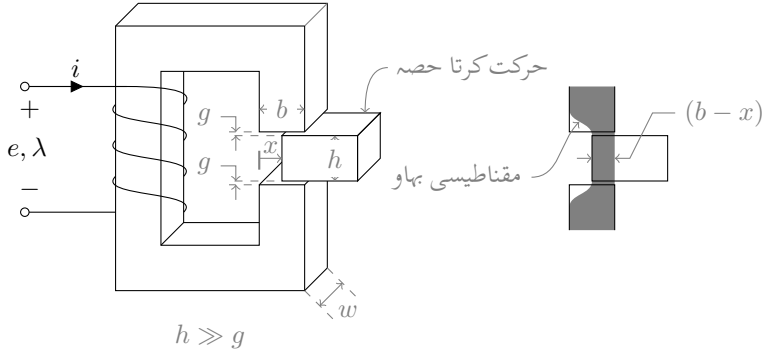
اسی طرح مساوات کی دوسرے راستے کے تکمیل کے جز کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(4.19) \quad \int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda - \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx$$

اس میں ہم دیکھتے ہیں کہ پورے راستے  $x = x_0$  رہتا ہے۔ قوت کا تکمیل صفر ہے چونکہ  $x$  کے ابتدائی اور اختتامی قیمتیں برابر ہیں۔ یعنی

$$(4.20) \quad \int_{x_0}^{x_0} F_m(x_0, \lambda) dx = 0$$

<sup>12</sup> تجاذبی میدان بھی قدامت پسند میدان ہے اسی لئے اگر کمیت  $m$  کو کسی بھی راستے  $h$  کی بلندی تک لے جایا جائے تو اس کی توانائی  $mgh$  ہو گی۔



شکل 4.6: حرکت اور توانائی۔

آخر میں رہ گیا برقی رو کا تکمل۔ مساوات کو استعمال کرتے ہوئے

$$(4.21) \quad \int_0^{\lambda_0} i(x_0, \lambda) d\lambda = \frac{1}{L(x_0)} \int_0^{\lambda_0} \lambda d\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

اس طرح ہمیں آخر کار مقناطیسی میدان میں توانائی کی مساوات حاصل ہو گئی۔

$$(4.22) \quad W = \frac{\lambda_0^2}{2L(x_0)}$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات کے ذریعہ قوت  $F_m(x, \lambda)$  اور مساوات کے ذریعہ برقی رو  $i(x, \lambda)$  کا حساب اب ممکن ہے۔

مثال 4.2: شکل 4.6 میں حرکت کرنے والا ایک مقناطیسی نظام دکھایا گیا ہے۔ حرکت کرنے والے حصے اور ساکن حصے کے مابین خلائی درز  $g$  ہے۔ اگر  $b = 0.2 \text{ m}$ ،  $g = 1 \text{ mm}$ ،  $N = 500$  اور  $w = 0.4 \text{ m}$  اور  $i = 30 \text{ A}$  ہوں تو اس خلائی درز میں توانائی  $W_m$  معلوم کریں۔

حل: چونکہ  $h \gg g$  ہے لہذا مقناطیسی بہاو کا بیشتر حصہ حرکت کرتے حصے سے گزرے گا۔ ساکن حصے میں مقناطیسی بہاو خلائی درز کے قریب مڑ کر حرکت کرتے حصے میں سے گزرے گا۔ ہمیں معلوم ہے کہ  $W_m = \frac{\lambda^2}{2L}$  اور  $L = \lambda i$  ہیں لہذا  $W_m = \frac{1}{2} L i^2$  لکھا جا سکتا ہے جہاں  $L = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g}$  اور  $A_g = w(b-x)$  کے برابر ہیں۔ یوں

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu_0 A_g}{2g} i^2 \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{500^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 0.4(0.2-x)}{2 \times 0.001} \times 30^2 \\ &= 28278(0.2-x) \end{aligned}$$

جاول کے برابر ہے۔

مثال 4.3: شکل میں توانائی کے طریقہ سے قوت  $F_m$  معلوم کریں۔  
 حل: مساوات کہتا ہے کہ  $F_m = - \left. \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \right|_{\lambda_0}$  ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ توانائی کے متغیر  $x$  اور  $\lambda$  ہونے چاہئے۔  
 مثال 4.2 میں ہم نے توانائی معلوم کی۔ البتہ یہ معلوم کرنے کے لئے ہم نے  $\lambda$  کی بجائے  $\lambda = Li$  استعمال کیا۔ یوں توانائی کے متغیر  $x$  اور  $i$  بن گئے۔ ہم  $W_m(x, i) = 28278(0.2 - x)$  کو استعمال نہیں کر سکتے۔ ہمیں  $W_m(x, \lambda)$  چاہئے۔ درست طریقہ یہ ہے

$$W_m(x, \lambda) = \frac{\lambda^2}{2L} = \frac{\lambda^2}{2 \left( \frac{N^2 \mu_0 A g}{2g} \right)} = \frac{g \lambda^2}{N^2 \mu_0 w (b - x)}$$

اب اسے مساوات میں استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{\partial W_m(x, \lambda)}{\partial x} \\ &= - \frac{g \lambda^2}{N^2 \mu_0 w (b - x)^2} \end{aligned}$$

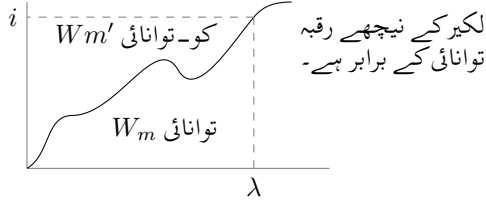
تفرق لینے کے بعد  $\lambda$  کی جگہ  $Li$  پُر کیا جا سکتا ہے۔ یوں قوت

$$\begin{aligned} F_m &= - \frac{g L^2 i^2}{N^2 \mu_0 w (b - x)^2} \\ &= - \frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} \\ &= -28278 \end{aligned}$$

نیوٹن حاصل ہوتا ہے۔ منفی قوت کا مطلب ہے کہ قوت  $x$  کی اُلٹ جانب ہے یعنی حرکت کرنے والا حصہ اس جانب حرکت کرے گا جس جانب فاصلہ کم ہوتا ہو۔

### 4.3 توانائی اور کو-توانائی

شکل 4.7 میں  $\lambda$  اور  $i$  کے مابین گراف دکھایا گیا ہے۔ جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ لکیر کے نیچے رقبہ دراصل توانائی ہی ہے۔ اگر ہم اس گراف پر کوئی ایک نقطہ  $(\lambda, i)$  لیں اور اس نکتے سے ایک لکیر نیچے کی طرف اور دوسری لکیر بائیں جانب کھینچے تو ہمیں ایک مستطیل ملتا ہے جس کا رقبہ  $\lambda i$  کے برابر



شکل 4.7: کو-توانائی کی تعریف۔

ہوگا۔ اگر اس میں سے ہم توانائی  $W_m$  منفی کر لیں تو جو مقدار ملتی ہے اس کو کو-توانائی  $W'_m$  کہتے ہیں یعنی

$$(4.23) \quad W'_m = \lambda i - W_m$$

اس مساوات کے تدریجی تفرق<sup>13</sup>

$$\begin{aligned} \partial W'_m &= \partial(\lambda i) - \partial W_m \\ &= \lambda \partial i + i \partial \lambda - \partial W_m \end{aligned}$$

میں مساوات کے استعمال سے

$$\partial W'_m = \lambda \partial i + i \partial \lambda - (i \partial \lambda - F_m \partial x)$$

یعنی

$$(4.24) \quad \partial W'_m = \lambda \partial i + F_m \partial x$$

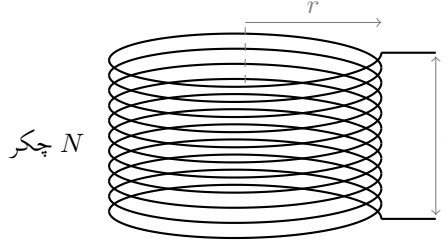
حاصل ہوتا ہے۔ مساوات ، ، اور کی طرح یہاں بھی کسی بھی تفاعل  $z(x, y)$  کا تدریجی فرق

$$\partial z(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

ہے۔ یوں ہم کو-توانائی  $W'_m(x, i)$  کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$(4.25) \quad \partial W'_m(x, i) = \frac{\partial W'_m}{\partial x} dx + \frac{\partial W'_m}{\partial i} di$$

<sup>13</sup>partial differential



شکل 4.8: پیچدار لچھا۔

اس مساوات کو مساوات کے سات دیکھیں تو

$$(4.26) \quad \lambda = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial i} \right|_{x_0}$$

$$(4.27) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{i_0}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ قوت معلوم کرنے کی یہ دوسری مساوات ہے۔ اس مساوات میں کو۔ توانائی استعمال ہوتی ہے جبکہ مساوات میں توانائی کے ذریعہ قوت حاصل کی گئی۔ بالکل توانائی کے طریقہ سے ان مساوات کے تکمل سے حاصل ہوتا ہے

$$(4.28) \quad W'_m(i_0, x_0) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x_0) di$$

جن نظام میں  $\lambda$  اور  $i$  تغیر راست ہوں اور جنہیں مساوات کے تعلق سے پیش کیا جا سکے ان کے لئے اس مساوات کو مزید یوں حل کیا جا سکتا ہے۔

$$(4.29) \quad W'_m(i, x) = \int_0^i L(x)i di = \frac{L(x)i^2}{2}$$

کچھ مسائل میں توانائی اور کچھ میں کو۔ توانائی کا استعمال زیادہ آسان ہوتا ہے۔

مثال 4.4: شکل 4.8 میں ایک پیچدار لچھا<sup>14</sup> دکھایا گیا ہے جس کی محوری لمبائی  $l$ ، رداس  $r$  اور چکر  $N$  ہیں۔ ایسے پیچدار لچھے کی مقناطیسی بہاؤ محوری سمت میں لچھے کے اندر ہی رہتی ہے۔ لچھے کے باہر مقناطیسی بہاؤ کی مقدار قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ یوں لچھے کے اندر محوری لمبائی کی سمت میں میدانی شدت  $H \approx NI/l$  ہوتی ہے۔

ایسے پیچدار لچھے موصل دھاتوں کو امالی برقی توانائی کے ذریعہ گلانے کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں۔ میں اس طرح کی 100 کلوواٹ سے 1500 کلو واٹ برقی طاقت کی 100 کلوگرام سے 3000 کلوگرام

<sup>14</sup>spiral coil



لوہا گلانے کی امالی برقی بھٹیاں<sup>15</sup> بناتا رہا ہوں جو 500 ہرٹز سے 1200 ہرٹز کے درمیان کام کرتی ہیں۔ اس طرح کے پیچدار چلھے میں غیر موصل پیالے میں موصل دھات کے ٹکڑے ڈالے جاتے ہیں اور اس چلھے میں بدلتی رو گزاری جاتی ہے۔ دھات میں بھنور نما امالی برقی رو اسے گرم کر کے پگلا دیتی ہے۔ لوہے کو یوں 1650 ڈگری ٹلسس<sup>16</sup> تک گرم کیا جاتا ہے۔

• اس پیچدار چلھے پر معین برقی رو  $I_0$  گزرنے کی صورت میں رداسی سمت میں میکانی دباؤ یعنی قوت فی مربع رقبہ معلوم کریں۔

• میری 3000 کلوگرام لوہا گلانے کی بھٹی کے پیچدار چلھے کی تفصیل کچھ یوں ہے۔

$$N = 11, \quad I_0 = 10\,000 \text{ A}, \quad l = 0.94 \text{ m}, \quad r = 0.49 \text{ m}$$

اس پر رداسی سمت میں میکانی دباؤ، نیوٹن فی مربع میٹر، میں حاصل کریں۔

حل الف:

ہم کو-توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

$$W'_m(r, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I_0^2}{2l}$$

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial r} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{l}$$

یہ مثبت قوت رداسی سمت میں باہر کی جانب ہے۔ چلھے کی گول سطح  $A = 2\pi r l$  ہے۔ یوں میکانی دباؤ

$$\frac{F}{A} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r I_0^2}{2\pi r l^2} = \frac{\mu_0 N^2 I_0^2}{2l^2}$$

ہے۔ حل ب:

$$\frac{F}{A} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 11^2 \times 10000^2}{2 \times 0.94^2} = 8605 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

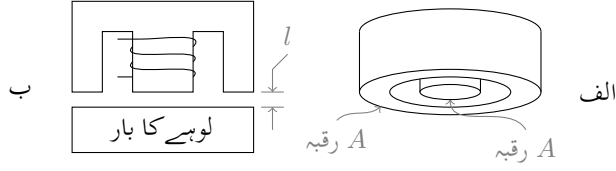
مثال 4.5: 2000 کلوواٹ سے 3000 کلوواٹ کی لوہا گلانے کی بھٹیاں 30 ٹن<sup>17</sup> سے 70 ٹن لوہا روزانہ گلاتی ہیں۔<sup>18</sup> اتنا وزن ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کرنے کی خاطر عموماً برقی مقناطیس استعمال ہوتا

high frequency, induction furnaces<sup>15</sup>

Celsius, Centigrade<sup>16</sup>

<sup>17</sup> ہزار کلوگرام ایک ٹن کے برابر ہوتے ہیں۔

<sup>18</sup> یہ میں اپنے تجربے کی بنیاد پر کہہ رہا ہوں۔



شکل 4.9: برقی مقناطیس۔

ہے۔ شکل 4.9- الف میں ایک ایسا ہی برقی مقناطیس دکھایا گیا ہے جس کی تفصیل کچھ یوں ہے۔

$$N = 300, \quad A = 0.8 \text{ m}^2, \quad I = 30 \text{ A}$$

اگر برقی مقناطیسی اور لوہے کے درمیان اوسط فاصلہ 2.5 سنٹی میٹر لیا جائے تو یہ برقی مقناطیسی کتنی کمیت لوہا اٹھا سکتی ہے۔  
حل:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2l}$$

$$W'_m(l, i) = \frac{Li^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l}$$

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial l} = -\frac{\mu_0 N^2 Ai^2}{4l^2} = -\frac{4\pi 10^{-7} \times 300^2 \times 0.8 \times 30^2}{4 \times 0.0254^2} = 31558 \text{ N}$$

یوں یہ مقناطیس  $\frac{31558}{9.8} = 3220 \text{ kg}$  کمیت اٹھا سکتا ہے۔

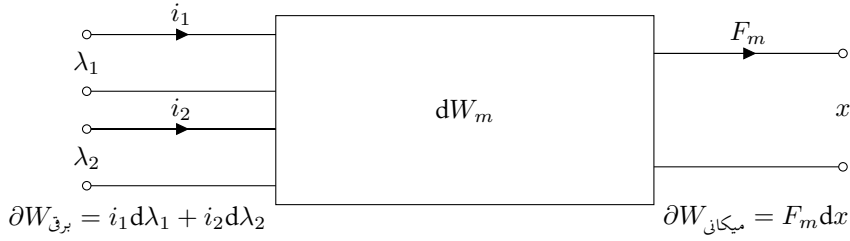
مثال 4.6: مثال 4.3 کو کو-توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔  
حل: مساوات سے

$$W'_m = \frac{L(x)i^2}{2} = \frac{N^2 \mu_0 w(b-x)i^2}{4g}$$

اور مساوات سے

$$F_m = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = -\frac{N^2 \mu_0 w i^2}{4g} = -28278 \text{ N}$$

یہ اتنی ہی قوت ہے۔ ہونا بھی ایسا ہی چاہئے۔



شکل 4.10: دو لچھوں کا نظام۔

#### 4.4 زیادہ لچھوں کا مقناطیسی نظام

ابھی تک صرف ایک لچھے کے نظام کا مطالعہ کیا گیا ہے۔ اس حصہ میں ایک سے زیادہ لچھوں کے نظام کا مطالعہ کیا جائے گا۔ زیادہ لچھوں کا نظام بھی بالکل ایک لچھے کے نظام کی طرح حل ہوتے ہیں۔ شکل 4.10 میں بائیں جانب ایک لچھے کا برقی رو  $i_1$  اور دوسرے لچھے کا برقی رو  $i_2$  ہے۔ لہذا

$$(4.30) \quad \partial W_{\text{برقی}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$(4.31) \quad \partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

$$(4.32) \quad i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 = F_m dx + \partial W_m$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں پہلی مساوات کو دوسری میں پُر کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی گئی جسے مزید یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(4.33) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - F_m dx$$

اب بالکل مساوات کی طرح

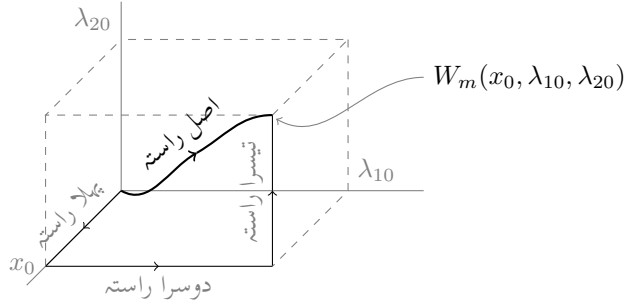
$$(4.34) \quad \partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx$$

اس مساوات میں ہم نے دائیں طرف کی جگہ لکھا ہے۔ مساوات 4.33 اور 4.34 سے حاصل ہوتا ہے

$$(4.35) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, x}$$

$$(4.36) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, x}$$

$$(4.37) \quad F_m = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$



شکل 4.11: دو لچھوں کے نظام میں مقناطیسی میدان میں توانائی۔

یہ مساوات تب استعمال ہو سکتے ہیں جب ہمیں توانائی  $W_m$  معلوم ہو لہذا ہم پہلے اسی کو معلوم کرتے ہیں۔

شکل 4.10 میں دونوں لچھوں کو اس طرح طاقت دی جاتی ہے کہ  $\lambda_1$  اور  $\lambda_2$  آہستہ آہستہ صفر سے بڑھتے ہوئے  $\lambda_{10}$  اور  $\lambda_{20}$  تک پہنچ جاتے ہیں اور سات ہی سات  $x$  صفر سے تبدیل ہو کر  $x_0$  ہو جاتا ہے۔ اس اصل راستے کو شکل 4.11 میں موٹی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ بالکل مساوات کی طرح ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$(4.38) \quad \int_{\text{اصل راستہ}} \partial W_m = \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m + \int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m + \int_{\text{تیسرا راستہ}} \partial W_m$$

ہم دائیں جانب کے تکمل کو باری باری حل کرتے ہیں۔

$$(4.39) \quad \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = \int_0^0 i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_0^{x_0} F_m dx$$

اگر تکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہذا

$$(4.40) \quad \int_0^0 i_1 d\lambda_1 = \int_0^0 i_2 d\lambda_2 = 0$$

ہوں گے۔ پہلے راستے  $\lambda_1$  اور  $\lambda_2$  دونوں صفر ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ دونوں لچھوں میں برقی رو صفر ہے، لہذا مقناطیسی بہاؤ کی غیر موجودگی میں قوت  $F_m = 0$  ہو گا اور صفر کا تکمل صفر ہی ہوتا ہے یعنی

$$(4.41) \quad \int_0^{x_0} F_m dx = \int_0^{x_0} 0 dx = 0$$

اس طرح

$$(4.42) \quad \int_{\text{پہلا راستہ}} \partial W_m = 0$$

حاصل ہوتا ہے۔ دوسرے راستے پر

$$(4.43) \quad \int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^0 i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

جیسا پہلے ذکر کیا گیا کہ اگر تکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہذا

$$(4.44) \quad \int_0^0 i_2 d\lambda_2 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

ہوں گے جس سے

$$(4.45) \quad \int_{\text{دوسرا راستہ}} \partial W_m = \int_0^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1$$

رہ جاتا ہے۔ یہاں ہمیں مساوات ، اور کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہ تین مساوات مندرجہ ذیل ہیں

$$(4.46) \quad \lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$(4.47) \quad \lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

$$(4.48) \quad L_{12} = L_{21}$$

ان مساواتوں کو ہم  $i_1$  اور  $i_2$  کے لئے حل کریں تو حاصل ہوتا ہے۔

$$(4.49) \quad i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}$$

$$(4.50) \quad i_2 = \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D}$$

جہاں

$$(4.51) \quad D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$$

کے برابر ہے۔ اب ہم مساوات میں استعمال کرتے ہیں۔ چونکہ دوسرے راستے پہ  $\lambda_2$  صفر ہے لہذا

$$(4.52) \quad \int_0^{\lambda_{10}} \left( \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \right) d\lambda_1 = \frac{L_{22}}{D} \int_0^{\lambda_{10}} \lambda_1 d\lambda_1 = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

کے برابر ہے۔ یوں

$$(4.53) \quad \int \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D}$$

تیسرا راستہ

حاصل ہوتا ہے۔  
اسی طرح تیسرے راستے پر

$$(4.54) \quad \int \partial W_m = \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 - \int_{x_0}^{x_0} F_m dx$$

تیسرا راستہ

جیسا پہلے ذکر کیا گیا کہ اگر تکمل کے ابتدائی اور اختتامی نقطے ایک ہی ہوں تو تکمل صفر کے برابر ہوتا ہے لہذا

$$(4.55) \quad \int_{\lambda_{10}}^{\lambda_{10}} i_1 d\lambda_1 = \int_{x_0}^{x_0} F_m dx = 0$$

ہوں گے اور بقایا حصے میں  $i_2$  پُر کرتے ہوئے

$$(4.56) \quad \begin{aligned} \int_0^{\lambda_{20}} i_2 d\lambda_2 &= \int_0^{\lambda_{20}} \left( \frac{L_{11}\lambda_2 - L_{21}\lambda_1}{D} \right) d\lambda_2 \\ &= \frac{L_{11}\lambda_{20}}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے

$$(4.57) \quad \int \partial W_m = \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

تیسرا راستہ

ملتا ہے۔  
مساوات ، اور کو جمع کر کے مساوات کا حل ملتا ہے۔

$$(4.58) \quad \int \partial W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

اسی طرح اگر ہم کو۔ توانائی سے حل کرتے تو

$$(4.59) \quad \partial W'_m(x, i_1, i_2) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + F_m dx$$

جہاں

$$(4.60) \quad \lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_1} \right|_{x, i_2}$$

$$(4.61) \quad \lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial i_2} \right|_{x, i_1}$$

$$(4.62) \quad F_m = \left. \frac{\partial W'_m(x, i_1, i_2)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2}$$

اسی طرح مساوات کی جگہ کو- توانائی کے لئے حاصل ہوتا ہے

$$(4.63) \quad W'_m(x, i_1, i_2) = \frac{1}{2} L_{11}(x) i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}(x) i_2^2 + L_{12}(x) i_1 i_2$$

جس سے قوت کی مساوات

$$(4.64) \quad F_m = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}(x)}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}(x)}{dx} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}(x)}{dx}$$

حاصل ہوتی ہے۔

مثال 4.7: شکل میں میکانی کام کو  $\partial W_{\text{میکانی}} = T_m d\theta$  لکھ کر توانائی کے طریقہ سے حل کریں۔  
حل:

$$\partial W_{\text{برقی}} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

$$\text{اور } \partial W_{\text{میکانی}} = T_m d\theta$$

$$\partial W_{\text{برقی}} = \partial W_{\text{میکانی}} + \partial W_m$$

میں پُر کرنے سے

$$(4.65) \quad \partial W_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_m d\theta$$

حاصل ہوتا ہے۔  $W_m$  کے جزوی تفرق

$$\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial W_m}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial W_m}{\partial \theta} d\theta$$

کا مساوات 4.65 کے ساتھ موازنہ کرنے سے

$$(4.66) \quad i_1 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta}$$

$$(4.67) \quad i_2 = \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta}$$

$$(4.68) \quad T_m = - \left. \frac{\partial W_m(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ ان مساوات کا آخری جز بالکل مساوات کی طرح ہے۔ اس کو حل کرنے کا ایک ایک قدم بالکل مساوات کو حل کرنے کی طرح ہوگا بس فاصلہ  $x$  کی جگہ زاویہ  $\theta$  آئے گا۔ یوں جواب میں میدان توانائی کے متغیرات  $\lambda_1, \lambda_2, \theta$  ہوں گے یعنی۔

$$(4.69) \quad W_m(\lambda_{10}, \lambda_{20}, \theta_0) = \int W_m = \frac{L_{22}\lambda_{10}^2}{2D} + \frac{L_{11}\lambda_{20}^2}{2D} - \frac{L_{21}\lambda_{10}\lambda_{20}}{D}$$

اسی طرح کو۔ توانائی کے لئے جواب یہ ہے

$$(4.70) \quad \partial W'_m(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_m d\theta$$

$$(4.71) \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \right|_{i_2, \theta} \\ \lambda_2 &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \right|_{i_1, \theta} \\ T_m &= \left. \frac{\partial W'_m(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2} \end{aligned}$$

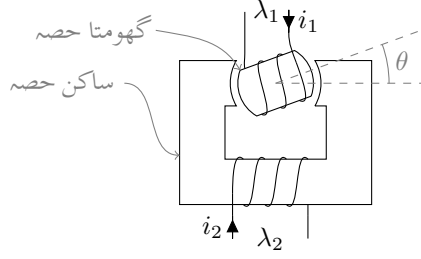
جہاں

$$(4.72) \quad W'_m(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + L_{12}i_1i_2$$

ہے۔

مثال 4.8: شکل 4.12 میں دو چھوٹے نظام دکھایا گیا ہے۔ اس نظام کا ایک حصہ ساکن رہتا ہے اور دوسرا گھوم سکتا ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کی اُلٹی جانب زاویہ  $\theta$  ناپا جاتا ہے۔ چھوٹوں کی خود امالہ اور





شکل 4.12: دو لچھوں کے نظام میں مروڑ۔

مشترکہ امالہ مندرجہ ذیل ہیں۔

$$L_{11} = 20 + 30 \cos 2\theta$$

$$L_{22} = (20 + 30 \cos 2\theta) \times 10^{-3}$$

$$L_{12} = 0.15 \cos \theta$$

برقی رو  $i_1 = 0.02 \text{ A}$ ,  $i_2 = 5 \text{ A}$  پر مروڑ  $T_m$  معلوم کریں۔  
حل: مساوات سے کو- توانائی حاصل ہوتی ہے اور مساوات کے آخری جز سے مروڑ یعنی

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} = -30i_1^2 \sin 2\theta - 30 \times 10^{-3} i_2^2 \sin 2\theta - 0.15i_1 i_2 \sin \theta \\ &= -0.012 \sin 2\theta - 0.75 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \\ &= -0.762 \sin 2\theta - 0.015 \sin \theta \end{aligned}$$

مروڑ منفی ہونے کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ کی اُلٹ سمت میں ہے۔ یوں اگر آپ زاویہ بڑھائیں گے تو یہ نظام اسے کم کرنے کی جانب مروڑ پیدا کرے گا اور اگر آپ زاویہ کم کرنے کی کوشش کریں تو یہ زاویہ بڑھانے کی جانب مروڑ پیدا کرے گا۔ سادہ زبان میں گھومتا حصہ اُفقی لکیر پر رہنے کی کوشش کرے گا۔



## الباب 5

# گھومتے مشین کے بنیادی اصول

اس باب میں مختلف گھومتے مشین کے بنیادی اصول پر غور کیا جائے گا۔ ظاہری طور پر مختلف مشین ایک ہی قسم کے اصولوں پر کام کرتے ہیں جنہیں اس باب میں اکٹھا کیا گیا ہے۔

### 5.1 قانونِ فیراڈے

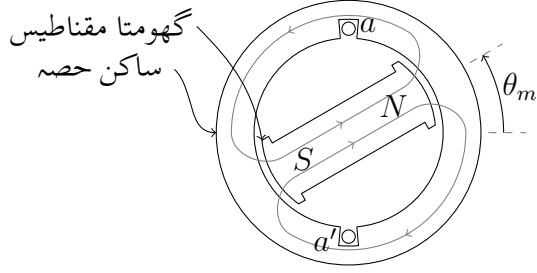
فیراڈے کے قانون<sup>1</sup> کے تحت جب بھی ایک چلھے کا ارتباطِ بہاؤ  $\lambda$  وقت کے ساتھ تبدیل ہو تو اس چلھے میں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ یعنی

$$e = -\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -N \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (5.1)$$

گھومتے مشین میں ارتباطِ بہاؤ کی تبدیلی مختلف طریقوں سے لائی جاتی ہے۔ یا تو چلھے کو ساکن مقناطیسی بہاؤ میں گھمایا جاتا ہے، یا پھر ساکن چلھے میں مقناطیس گھمایا جاتا ہے، وغیرہ وغیرہ۔ چلھے مقناطیسی مرکز<sup>2</sup> پر لپیٹے جاتے ہیں۔ اس طرح کم سے کم مقناطیسی دباؤ سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ حاصل کیا جاتا ہے اور چلھوں کے مابین مشترکہ مقناطیسی بہاؤ بڑھایا جاتا ہے۔ دیگر یہ کہ مرکز کی شکل تبدیل کر کہ مقناطیسی بہاؤ کو ضرورت کی جگہ پہنچایا جاتا ہے۔ چونکہ ایسے مشین کے مرکز میں مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے لہذا مرکز میں بھنور نما برقی رو<sup>3</sup> پیدا ہوتا ہے۔ ان بھنور نما برقی رو کو کم سے کم کرنے کی خاطر، مرکز کو باریک لوہے کی پتری<sup>4</sup> تہہ در تہہ رکھ کر بنایا جاتا ہے۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسے ٹرانسفارمروں میں کیا جاتا ہے۔

---

Faraday's law<sup>1</sup>  
magnetic core<sup>2</sup>  
eddy currents<sup>3</sup>  
laminations<sup>4</sup>



شکل 5.1: دو قطب، ایک دور کا معاصر جنریٹر۔

## 5.2 معاصر مشین

شکل 5.1 میں برقی جنریٹر کا ایک بنیادی شکل دکھایا گیا ہے۔ اس کے مرکز میں ایک مقناطیس ہے جو کہ گھوم سکتا ہے۔ مقناطیس کا مقام اس کے میکانی زاویہ  $\theta_m$  سے بتلائی جاتی ہے۔ افقی لکیر سے گھڑی کے الٹ سمت زاویہ  $\theta_m$  ناپا جاتا ہے۔

یہاں کچھ باتیں وضاحت طلب ہیں۔ اگر مقناطیس ایک مقررہ رفتار سے یوں گھوم رہا ہو کہ یہ ہر سیکنڈ میں  $n$  مکمل چکر لگائے تو ہم کہتے ہیں کہ مقناطیس کے گھومنے کی تعداد  $n$  ہرٹز<sup>5</sup> ہے۔ اسی بات کو یوں بھی بیان کیا جاتا ہے کہ مقناطیس  $60n$  چکر فی منٹ<sup>6</sup> کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک چکر  $360^\circ$  زاویہ یا  $2\pi$  ریڈیئن<sup>7</sup> پہ مشتمل ہوتا ہے۔ لہذا اسی گھومنے کی رفتار کو  $2\pi n$  ریڈیئن فی سیکنڈ بھی کہا جا سکتا ہے۔ اس بات کو اب ہم یوں بیان کر سکتے ہیں۔ اگر مقناطیس کے گھومنے کی تعداد  $f$  ہرٹز ہو تو یہ  $\omega$  ریڈیئن فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومتا ہے۔ جہاں

$$\omega = 2\pi f \quad (5.2)$$

اس کتاب میں گھومنے کی رفتار عموماً ریڈیئن فی سیکنڈ میں ہی بیان کی جائے گی۔ شکل میں دکھائے گئے مشین میں مقناطیس کے دو قطب ہیں، اس لئے اس کو دو قطب والا مشین کہتے ہیں۔ اس مشین میں ایک ساکن چلھا استعمال ہوا ہے جس کی وجہ سے اس کو ایک چلھے کا مشین بھی کہتے ہیں۔ اس کے باہر مقناطیسی مرکز ہے۔ مرکز میں، اندر کی جانب دو شکاف ہیں، جن میں  $N$  چکر کا چلھا موجود ہے۔ چلھے کو  $a$  اور  $a'$  سے واضح کیا گیا ہے۔ چونکہ یہ چلھا جنریٹر کے ساکن حصہ پہ پایا جاتا ہے لہذا یہ بھی ساکن رہتا ہے اور اسی وجہ سے اسے ساکن چلھا<sup>8</sup> کہتے ہیں۔ مقناطیس کا مقناطیسی بہاؤ اس کے شمالی قطب<sup>9</sup>  $N$  سے نکل کر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا، باہر گول مرکز میں سے گزر کر اور ایک مرتبہ پھر خلائی درز میں سے ہوتا ہوا مقناطیس کے جنوبی قطب<sup>10</sup>  $S$

Hertz<sup>5</sup>  
 rounds per minute, rpm<sup>6</sup>  
 radians<sup>7</sup>  
 stator coil<sup>8</sup>  
 north pole<sup>9</sup>  
 south pole<sup>10</sup>

میں داخل ہوتا ہے۔ اس مقناطیسی بہاؤ کو ہلکی سیابھی کے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ اگر غور کیا جائے تو یہ مقناطیسی بہاؤ، سارا کا سارا، ساکن چلھے میں سے بھی گزرتا ہے۔ شکل میں مقناطیس سیدھے سلاخ کی مانند دکھایا گیا ہے۔ شکل 5.2 میں اس مقناطیس کو تقریباً گول دکھایا گیا ہے۔ یہاں مقناطیس کے محور کا زاویہ  $\theta_m$  صفر کے برابر ہے۔ مقناطیس اور ساکن مرکز کے درمیان صفر زاویہ، یعنی  $\theta = 0$ ، پر خلائی درز کی لمبائی کم سے کم اور نوے زاویہ، یعنی  $|\theta| = 90^\circ$ ، پہ زیادہ سے زیادہ ہے۔ کم خلائی درز سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ ممکن ہوتا ہے۔ خلائی درز کو یوں تبدیل کیا جاتا ہے کہ خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی بہاؤ پیدا ہو۔ مقناطیسی بہاؤ مقناطیس سے مرکز میں عمودی زاویہ پہ داخل ہوتا ہے۔ اگر مقناطیس اور مرکز کے درمیان خلائی درز میں  $B$  سائن نما ہو، یعنی

$$B = B_0 \cos \theta_p \quad (5.3)$$

تو خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ  $B$  کی مقدار  $\theta_p$  کے ساتھ تبدیل ہوگی۔ یہ کثافت مقناطیسی بہاؤ صفر زاویہ، یعنی  $\theta_p = 0$ ، پہ زیادہ سے زیادہ ہوگی اور نوے زاویہ، یعنی  $|\theta_p| = 90^\circ$ ، پہ صفر ہوگی۔  $\theta_p$  کو مقناطیس کے شمالی قطب سے گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے۔ شکل میں ساکن حصے کے باہر نوک دار لکیروں سے اس کثافت مقناطیسی بہاؤ کی مقدار اور اس کی سمت دکھائی گئی ہے۔ شکل میں ہلکی سیابھی سے  $-40^\circ$ ،  $60^\circ$  اور  $160^\circ$  زاویوں پر رداس کی سمت بھی دکھائی گئی ہے۔ جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں،  $-40^\circ$  اور  $60^\circ$  زاویوں پر مقناطیسی بہاؤ عین رداسی سمت میں ہے۔ اس کے برعکس زاویہ  $160^\circ$  پر مقناطیسی بہاؤ رداسی سمت کے عین الٹ ہے۔ یوں شکل سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ آدھے خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ رداس کی سمت میں ہے اور آدھے میں یہ رداس کے الٹ سمت میں ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اگر ہم خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B$  اور زاویہ  $\theta_p$  کا گراف بنائیں تو یہ شکل کی طرح ہوگا۔ شکل میں مقناطیس کسی اور زاویہ پہ دکھایا گیا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ کثافت مقناطیسی بہاؤ کی مقدار ہر حالت میں مقناطیس کے شمالی قطب پہ زیادہ سے زیادہ ہوگا اور یہاں اس کا رخ رداس کی سمت میں ہوگا۔ شکل میں خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B$ ، زاویہ  $\theta_p$  اور  $\theta_m$  دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$B = B_0 \cos \theta_p \quad (5.4)$$

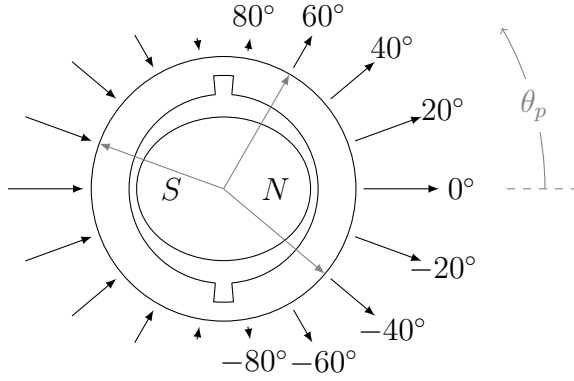
$$\theta_p = \theta - \theta_m$$

لہذا

$$B = B_0 \cos(\theta - \theta_m) \quad (5.5)$$

شکل 5.3 میں مقناطیس اور اس سے پیدا سائن نما مقناطیسی دباؤ دکھایا گیا ہے۔ ایسے مقناطیسی دباؤ کو ہم عموماً ایک سمتیہ سے ظاہر کرتے ہیں جہاں سمتیہ کا طول مقناطیسی دباؤ کے حیطہ کے برابر ہوتا ہے اور اس کی سمت مقناطیس کی شمال کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 5.4 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔ یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ اس سمتیہ کی سمت سائن نما مقناطیسی دباؤ کے حیطہ کو واضح کرتا ہے۔

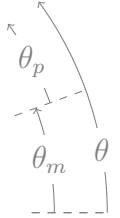
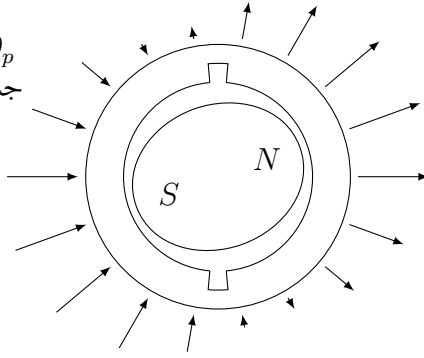
شکل میں مقناطیس کو کسی ایک لمحہ  $t_1$  زاویہ  $\theta_m(t_1)$  پہ دکھایا گیا ہے۔ یہاں ساکن چلھے کا ارتباط بہاؤ  $\lambda$  ہے۔ اگر مقناطیس، گھڑی کے الٹی سمت، ایک مقررہ رفتار  $\omega_0$  سے گھوم رہا ہو تو ساکن چلھے



شکل 5.2: کثافتِ مقناطیسی بہاؤ کی زاویہ کے ساتھ تبدیلی۔

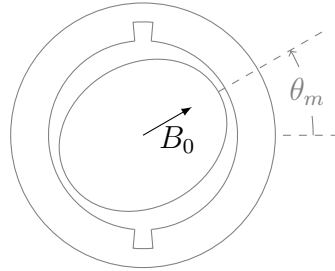
$\theta_p$  مقناطیس کے محور سے ناپا جاتا ہے جبکہ  $\theta_m$  مقناطیسی محور کا وازیہ ہے۔

$$B = B_0 \cos \theta_p \\ = B_0 \cos(\theta - \theta_m)$$

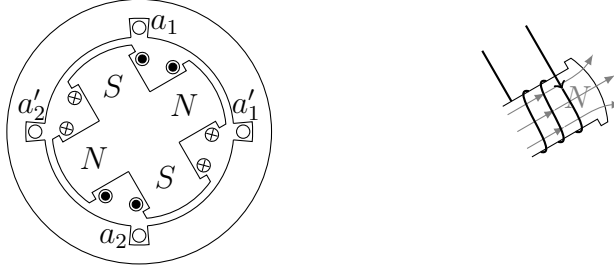


شکل 5.3: جب مقناطیس کسی زاویہ پہ ہو تو کثافتِ مقناطیسی بہاؤ یوں ہوگا

سائن نما مقناطیسی دباؤ کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے جس کا طول  $B_0$  اور اس کی سمت چوٹی کا زاویہ دیتی ہے۔



شکل 5.4: مقناطیسی دباؤ کو سمتیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔



شکل 5.5: چار قطب والا ایک دور معاصر جنریٹر۔

میں اس لمحہ  $e(t)$  برقی دباؤ پیدا ہوگا جہاں

$$(5.6) \quad e(t) = \frac{d\lambda_\theta}{dt}$$

کے برابر ہے۔ چونکہ ہمیں برقی دباؤ کی قیمت نا کہ اس کے  $\mp$  ہونے سے دلچسپی ہے لہذا اس مساوات میں منفی کی علامت کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

جب مقناطیس آدھا چکر، یعنی  $\pi$  ریڈیئن، گھومے تو اس کے دونوں قطب آپس میں جگہیں تبدیل کر لیں گے۔ چلھے میں مقناطیسی بہاؤ کی سمت الٹی ہو جائے گی۔ ساکن چلھے میں ارتباط بہاؤ اب  $\lambda_\theta -$  ہو جائے گا اور اس میں امالی برقی دباؤ  $-e(t)$  ہو جائیں گے۔ اور جب مقناطیس ایک مکمل چکر کاٹے تو مقناطیس ایک مرتبہ پھر اسی جگہ ہوگا جہاں یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ ساکن چلھے کا ارتباط بہاؤ ایک مرتبہ پھر  $\lambda_\theta$  ہی ہوگا اور اس میں امالی برقی دباؤ بھی ایک مرتبہ پھر  $e(t)$  ہی ہوں گے۔ یعنی مقناطیس اگر  $\theta_m = 2\pi$  کا زاویہ طے کرے تو امالی برقی دباؤ کے زاویہ میں  $\theta_e = 2\pi$  کی تبدیلی آتی ہے۔ لہذا دو قطب کی مشین میں میکانی زاویہ  $\theta_m$  اور برقی زاویہ  $\theta_e$  برابر ہوتے ہیں، یعنی

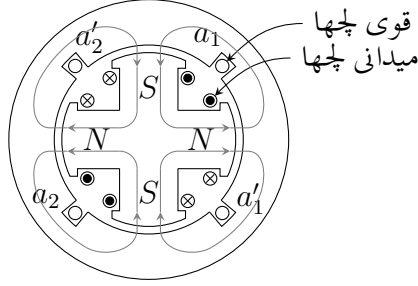
$$\theta_e = \theta_m$$

اس مشین میں اگر مقناطیس  $n$  چکر فی سیکنڈ کی رفتار سے گھومے تو چلھے میں امالی برقی دباؤ  $e(t)$  بھی ایک سیکنڈ میں  $n$  مکمل چکر کاٹے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ  $e(t)$  کے تعدد  $f_e$ <sup>11</sup> کی مقدار  $n$  ہرٹز<sup>12</sup> ہے۔ یعنی اس صورت میں  $f_e = n$  ہرٹز یا ہم کسی بھی تعدد کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$f_e = f_m$$

چونکہ اس مشین میں میکانی زاویہ  $\theta_m$  اور برقی زاویہ  $\theta_e$  وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے ہی آپس میں ایک نسبت رکھتے ہیں لہذا ایسے مشین کو معاصر مشین<sup>13</sup> کہتے ہیں۔ یہاں یہ نسبت ایک کی ہے۔ شکل 5.5 میں چار قطب والا ایک دور کا معاصر جنریٹر دکھایا گیا ہے۔ چھوٹے مشین میں عموماً مقناطیس ہی استعمال ہوتے ہیں۔ البتہ بڑے مشین میں برقی مقناطیس<sup>14</sup> استعمال ہوتے ہیں۔ شکل میں ایسا

frequency<sup>11</sup>Hertz<sup>12</sup>synchronous machine<sup>13</sup>electromagnet<sup>14</sup>



شکل 5.6: چار قطب اور دو لچھے والے مشین میں مقناطیسی بہاؤ۔

ہی دکھایا گیا ہے۔ دو سے زیادہ قطب والے مشین میں کسی ایک شمالی قطب کو حوالہ متن بنایا جاتا ہے۔ شکل میں اس قطب کو  $\theta_m$  پہ دکھایا گیا ہے اور یوں دوسرا شمالی قطب  $(\theta_m + \pi)$  کے زاویہ پہ ہے۔ جیسا کہ نام سے واضح ہے، اس مشین میں موجود مقناطیس کے چار قطب ہیں۔ ہر ایک شمالی قطب کے بعد ایک جنوبی قطب آتا ہے۔ ایک دور کی آلوں میں مقناطیس کے جتنے قطب کے جوڑے ہوتے ہیں، اس میں اتنے ہی ساکن لچھے ہوتے ہیں۔ چونکہ شکل میں دیئے گئے مشین کے چار قطب یعنی دو جوڑے قطب ہیں، لہذا اس مشین کے ساکن حصہ پہ دو ساکن لچھے لپٹے گئے ہیں۔ ایک لچھے کو  $a_1$  سے واضح کیا گیا ہے اور دوسرے کو  $a_2$  سے۔ لچھے  $a_1$  کو مرکز میں موجود دو شکاف  $a_1$  اور  $a'_1$  میں لپیٹا گیا ہے۔ اسی طرح  $a_2$  لچھے کو دو شکاف  $a_2$  اور  $a'_2$  میں رکھا گیا ہے۔ ان دونوں لچھوں میں یکساں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے۔ ان دونوں لچھوں کو سلسلہ وار<sup>15</sup> جوڑا جاتا ہے۔ اس طرح جنریٹر کی کل برقی دباؤ ایک لچھے میں پیدا برقی دباؤ کے دگنا ہوتا ہے۔ ایک دور کے آلوں میں اگر مرکز کو، مقناطیس کے جتنے قطب ہوں اتنے حصوں میں تقسیم کر لیا جائے، تو اس مشین کا ہر ایک ساکن لچھا ایسا ایک حصہ گھیرتا ہے۔ شکل میں چار قطب ہیں لہذا اس کا ایک لچھا نوے میکانی زاویہ کے احاطے کو گھیر رہا ہے۔

اب تک ہم نے گھومتے لچھے اور ساکن لچھے کی بات کی ہے۔ یہ دو لچھے دراصل دو بالکل مختلف کارکردگی کے حامل ہوتے ہیں۔ اس بات کی یہاں وضاحت کرتے ہیں۔

جیسا پہلے ہی ذکر ہوا چھوٹی گھومتی آلوں میں مقناطیسی میدان ایک مقناطیس ہی فراہم کرتی ہے جبکہ بڑے آلوں میں برقی مقناطیس یہ میدان فراہم کرتی ہے۔ اگرچہ اب تک کی شکلوں میں مقناطیس کو گھومتے حصہ کے طور پر دکھایا گیا ہے مگر حقیقت میں یہ کبھی مشین کا گھومتا حصہ اور کبھی یہ اس کا ساکن حصہ ہوتا ہے۔ میدان فراہم کرنے والا لچھا مشین کے کل برقی طاقت کے چند فی صد برابر برقی طاقت استعمال کرتا ہے۔ اس میدان فراہم کرنے والے لچھے کو میدانی لچھا<sup>16</sup> کہتے ہیں۔ اس کے برعکس مشین میں موجود دوسری نوعیت کے لچھے کو قوی لچھا<sup>17</sup> کہتے ہیں۔ برقی جنریٹر سے حاصل برقی طاقت اس قوی لچھے سے ہی حاصل کیا جاتا ہے۔ برقی موٹروں میں میدانی لچھے میں چند فی صد برقی طاقت کے خرچ کے علاوہ بقایا سارا برقی طاقت اسی قوی لچھے کو ہی فراہم کیا جاتا ہے۔

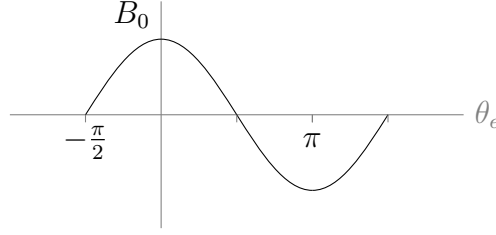
اب اگر ہم، گھومتے اور ساکن حصہ کے درمیان، خلائی درز میں  $B$  کو دیکھیں تو شمالی قطب سے

<sup>15</sup> series connected

field coil<sup>16</sup>

armature coil<sup>17</sup>





شکل 5.7: سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ۔

مقناطیسی بہاؤ باہر کی جانب نکل کر مرکز میں داخل ہوتا ہے جبکہ جنوبی قطب میں مقناطیسی بہاؤ مرکز سے نکل کر جنوبی قطب میں اندر کی جانب داخل ہوتا ہے۔ یہ شکل 5.6 میں دکھایا گیا ہے۔ یوں اگر ہم اس خلائی درز میں ایک گول چکر کٹائیں تو مقناطیسی بہاؤ کی سمت دو مرتبہ باہر کی جانب اور دو مرتبہ اندر کی جانب ہو گی۔ مزید یہ کہ آلون میں کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں  $B$  سائن نما ہو۔ یہ کیسے کیا جاتا ہے، اس کو ہم آگے پڑھے گے۔ لہذا اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ  $B$  سائن نما ہی ہے تب خلائی درز میں  $B$  کی مقدار، شکل 5.7 کی طرح ہو گی۔ اس شکل میں برقی زاویہ  $\theta_e$  استعمال کیا گیا ہے۔ یوں ہم ایک ایسی معاصر مشین جس میں  $P$  قطب مقناطیس پایا جاتا ہو کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$(5.7) \quad \theta_e = \frac{P}{2} \theta_m$$

$$(5.8) \quad f_e = \frac{P}{2} f_m$$

اس صورت میں میکانی اور برقی تعدد ایک مرتبہ پھر آپس میں ایک نسبت رکھتے ہیں۔

مثال 5.1: پاکستان میں گھروں اور کارخانوں میں 50 Hz کی برقی طاقت فراہم کی جاتی ہے یعنی ہمارے ہاں  $f_e = 50$  ہے۔

• اگر یہ برقی طاقت دو قطب کے جنریٹر سے حاصل کی جائے تو یہ جنریٹر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔

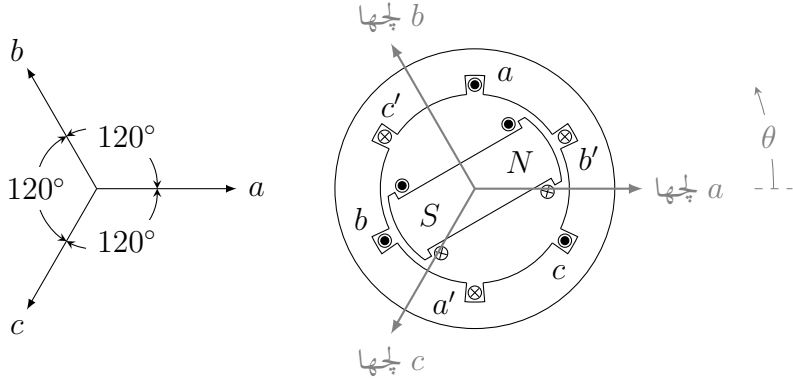
• اگر جنریٹر کے بیس قطب ہوں تب یہ جنریٹر کس رفتار سے گھمایا جائے گا۔

حل:

• مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ اگر یہ برقی طاقت دو قطب،  $P = 2$ ، والے جنریٹر سے حاصل کی جائے تو اس جنریٹر کو  $f_m = 50$  چکر فی سیکنڈ یعنی 3000 چکر فی منٹ<sup>18</sup> گھمانا ہو گا۔

• اگر یہی برقی طاقت بیس قطب،  $P = 20$ ، والے جنریٹر سے حاصل کی جائے تو پھر اس جنریٹر کو  $f_m = 5$  چکر فی سیکنڈ یعنی 300 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھمانا ہو گا۔

<sup>18</sup>rpm, rounds per minute



شکل 5.8: دو قطب والا تین دور کا معاصر مشین۔

اب یہ فیصلہ کس طرح کیا جائے کہ جنریٹر کے قطب کتنے رکھے جائیں۔ درحقیقت پانی سے چلنے والے جنریٹر سست رفتار جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جنریٹر تیز رفتار ہوتے ہیں، لہذا پانی سے چلنے والے جنریٹر زیادہ قطب رکھتے ہیں جبکہ ٹربائن سے چلنے والے جنریٹر آپ کو دو قطب کے ہی ملیں گے۔ شکل 5.8 میں دو قطب والا تین دور کا معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس میں تین ساکن چلھے ہیں۔ ان میں ایک چلھا  $a$  ہے جو مرکز میں شگاف  $a$  اور  $a'$  میں رکھا گیا ہے۔ اگر اس شکل میں باقی دو چلھے نہ ہوتے تو یہ بالکل شکل میں دیا گیا مشین ہی تھا۔ البتہ دیئے گئے شکل میں ایک کی بجائے تین ساکن چلھے ہیں۔

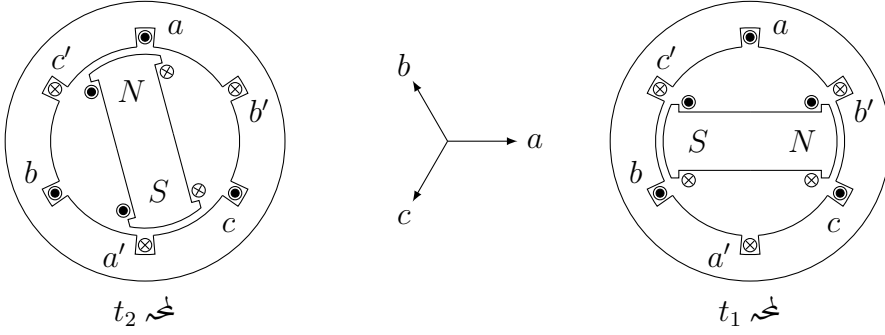
اگر  $a$  چلھا میں برقی رو یوں ہو کہ شگاف  $a$  میں برقی رو، کتاب کے صفحہ سے عمودی رخ میں باہر کی جانب ہو اور  $a'$  میں برقی رو کا رخ اس کے بالکل الٹ سمت میں ہو تو ہم چلھے کی سمت کا تعین دائیں ہاتھ کے ذریعہ یوں کرتے ہیں۔

- اگر ہم دائیں ہاتھ کی چار انگلیوں کو دونوں شگافوں میں برقی رو کی جانب لپیٹیں تو اسی ہاتھ کا انگوٹھا چلھے کی سمت متعین کرتا ہے۔

شکل میں چلھا  $a$  کی سمت تیر والی لکیر سے دکھائی گئی ہے۔ اس سمت کو ہم صفر زاویہ تصور کرتے ہیں۔ لہذا شکل میں  $a$  چلھا صفر زاویہ پر لپٹا گیا ہے، یعنی  $\theta_a = 0^\circ$  ہے۔ باقی چلھوں کے زاویہ، چلھا  $a$  کی سمت سے، گھڑی کی اُلٹی رخ، ناپے جاتے ہیں۔

شکل میں چلھا  $b$  کو شگاف  $b$  اور  $b'$  میں رکھا گیا ہے اور چلھا  $c$  کو شگاف  $c$  اور  $c'$  میں رکھا گیا ہے۔ مزید یہ کہ چلھا  $b$  کو  $120^\circ$  کے زاویہ پر اور چلھا  $c$  کو  $240^\circ$  زاویہ پر رکھا گیا ہے۔ یعنی  $\theta_b = 120^\circ$  اور  $\theta_c = 240^\circ$  ہیں۔

شکل 5.9 میں دکھائے گئے لمحہ  $t_1$  پر اگر چلھے  $a$  کا ارتباطِ بہاؤ  $\lambda_a(t_1)$  ہو تو جب مقناطیس  $120^\circ$  کا زاویہ طے کر لے، اس لمحہ  $t_2$  پر چلھے  $b$  کا ارتباطِ بہاؤ  $\lambda_b(t_2)$  ہو گا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ لمحہ  $t_2$  پر مقناطیس



شکل 5.9: دو قطب تین دور مشین

اور چلھا  $b$  آپس میں بالکل اسی طرح سے ہیں جیسے  $t_1$  پر مقناطیس اور چلھا  $a$  تھے۔ لہذا لمحہ  $t_2$  پر چلھا  $b$  کا ارتباط بہاؤ بالکل اتنا ہی ہوگا جتنا لمحہ  $t_1$  پر  $a$  چلھا کا تھا۔ یعنی

$$(5.9) \quad \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

اسی طرح اگر مقناطیس مزید  $120^\circ$  زاویہ طے کرے تو اس لمحہ  $t_3$  پر چلھا  $c$  کا ارتباط بہاؤ  $\lambda_c(t_3)$  ہوگا اور مزید یہ کہ یہ  $\lambda_a(t_1)$  کے برابر ہوگا۔ یوں

$$(5.10) \quad \lambda_c(t_3) = \lambda_b(t_2) = \lambda_a(t_1)$$

ہیں۔ ان لمحات پر ان چلھوں میں

$$(5.11) \quad e_a(t_1) = \frac{d\lambda_a(t_1)}{dt}$$

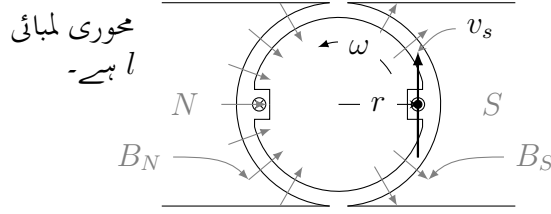
$$(5.12) \quad e_b(t_2) = \frac{d\lambda_b(t_2)}{dt}$$

$$(5.13) \quad e_c(t_3) = \frac{d\lambda_c(t_3)}{dt}$$

ہوں گے۔ مساوات کی روشنی میں

$$(5.14) \quad e_a(t_1) = e_b(t_2) = e_c(t_3)$$

اگر شکل میں صرف چلھا  $a$  پایا جاتا تو یہ بالکل شکل کی طرح ہوتا اور اب اگر اس میں مقناطیس کو گھڑی کی اُلٹی سمت ایک مقررہ رفتار  $\omega_0$  سے گھمایا جاتا تو، جیسے پہلے تذکرہ کیا گیا ہے، چلھے  $a$  میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوتی۔ شکل میں کسی ایک چلھے کو کسی دوسرے چلھے پر کوئی برتری حاصل نہیں۔ لہذا اب شکل میں اگر مقناطیس اسی طرح گھمایا جائے تو اس میں موجود تینوں ساکن چلھوں میں سائن نما برقی دباؤ پیدا ہوگی البتہ مساوات کے تحت یہ برقی دباؤ آپس میں  $120^\circ$  کے زاویہ پر ہوں گے۔



شکل 5.10: ایک چکر کا لچھا مقناطیسی میدان میں گھوم رہا ہے۔

### 5.3 محرک برقی دباؤ

قانونِ لورینز<sup>19</sup> کے تحت اگر چارج  $q$  مقناطیسی میدان  $B$  میں سمتی رفتار  $v$  سے حرکت کر رہا ہو تو اس پر قوت  $F$  اثر کرے گی جہاں

$$F = q(v \times B) \quad (5.15)$$

کے برابر ہے۔ یہاں سمتی رفتار سے مراد چارج کی سمتی رفتار ہے لہذا مقناطیسی میدان کو ساکن تصور کر کے اس میں برقی چارج کی سمتی رفتار  $v$  ہوگی۔

اس قوت کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جاتی ہے۔ اگر یہ چارج شروع کے نقطہ سے آخری نقطہ تک سمتی فاصلہ  $l$  طے کرے تو اس پر  $W$  کام ہوگا جہاں

$$W = F \cdot l = q(v \times B) \cdot l \quad (5.16)$$

اکائی مثبت چارج کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ منتقل کرنے کے لئے درکار کام کو ان دو نقطوں کے مابین برقی دباؤ<sup>20</sup> کہتے ہیں اور اس کی اکائی وولٹ<sup>21</sup>  $V$  ہے۔ یوں اس مساوات سے ان دو نقطوں کے مابین حاصل برقی دباؤ

$$e = \frac{W}{q} = (v \times B) \cdot l \quad (5.17)$$

وولٹ ہوگی۔

اس طرح حرکت کی مدد سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ<sup>22</sup> کہتے ہیں۔ روایتی طور پر کسی بھی طریقہ سے حاصل برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے ہیں۔ یوں کیمیائی برقی سیل وغیرہ کی برقی دباؤ بھی محرک برقی دباؤ کہلاتی ہے۔

اس مساوات کو شکل 5.10 میں استعمال کرتے ہیں۔ گھومتے حصہ پر ایک چکر کا لچھا نسب ہے۔ بائیں جانب خلاء میں لچھے کی برقی تار پر غور کریں۔ مساوات کے تحت اس تار میں موجود مثبت چارج پر صفحہ

Lorentz law<sup>19</sup>  
potential difference, voltage<sup>20</sup>  
volt<sup>21</sup>  
electromotive force, emf<sup>22</sup>

کی عمودی سمت میں باہر کی جانب قوت اثر انداز ہوگی اور اس میں موجود منفی چارج پر اس کی الٹ سمت قوت عمل کرے گی۔ اسی طرح مساوات کے تحت صفحہ سے باہر جانب برقی تار کا سیرا برقی دباؤ  $e$  کا مثبت سیرا ہوگا اور صفحہ کی اندر جانب برقی تار کا سیرا برقی دباؤ  $e$  کا منفی سیرا ہوگا۔ اگر گھومتے حصہ کی محور پر نلکی محدد قائم کی جائے تو جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں  $B$  رداس کی سمت میں ہے جبکہ شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے خلاء میں  $B$  رداس کی الٹ سمت میں ہے۔ یوں جنوبی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار  $l_S$  کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v_S &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_S &= B a_r \\ l_S &= l a_z \end{aligned} \quad (5.18)$$

لہذا اس جانب چمھے کی ایک تار میں پیدا محرک برقی دباؤ

$$\begin{aligned} e &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= \omega r B l (\mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_r) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= \omega r B l (-\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= -\omega r B l \end{aligned} \quad (5.19)$$

ہوگی۔

جنوبی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت  $\mathbf{a}_z$  لی گئی ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ کے منفی ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سیرا  $-\mathbf{a}_z$  کی سمت میں ہے یعنی اس کا نچلا سیرا مثبت اور اوپر والا سیرا منفی ہے۔ یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت  $-\mathbf{a}_z$  یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں اندر کی جانب ہوگی جسے شگاف میں دائرہ کے اندر صلیبی نشان سے ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی طرح شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں موجود برقی تار کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} v_N &= v a_\theta = \omega r a_\theta \\ B_N &= -B a_r \\ l_N &= l a_z \end{aligned} \quad (5.20)$$

اور یوں

$$\begin{aligned} e_N &= (\mathbf{v}_N \times \mathbf{B}_N) \cdot \mathbf{l}_N \\ &= -\omega r B l (\mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_r) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= -\omega r B l (-\mathbf{a}_z) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= \omega r B l \end{aligned} \quad (5.21)$$

شمالی مقناطیسی قطب کے سامنے شگاف میں برقی تار کی لمبائی کی سمت  $\mathbf{a}_z$  لی گئی ہے۔ اس مساوات میں برقی دباؤ کے مثبت ہونے کا مطلب ہے کہ برقی تار کا مثبت سیرا  $\mathbf{a}_z$  کی سمت میں ہے یعنی اس کا اوپر

والا سیرا مثبت اور نچلا سیرا منفی ہے۔ یوں اگر اس برقی تار میں برقی رو گزر سکے تو اس کی سمت  $a_z$  یعنی صفحہ کی عمودی سمت میں باہر کی جانب ہوگی جسے شگاف میں دائرہ کے اندر نقطہ کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔

یہ دو برقی تار مل کر ایک چکر کا چلھا بناتے ہیں۔ ان دونوں کے نچلے سرے سلسلہ وار جڑے ہیں جو شکل میں نہیں دکھایا گیا۔ یوں اس چلھے کے اوپر نظر آنے والے سروں پر کل برقی دباؤ  $e$  ان دو برقی تاروں میں پیدا برقی دباؤ کا مجموعہ ہوگا یعنی

$$\begin{aligned} e &= 2rlB\omega \\ (5.22) \quad &= AB\omega \end{aligned}$$

یہاں چلھے کا رقبہ  $A = 2rl$  ہے۔ اگر ایک چکر سے اتنی برقی دباؤ حاصل ہوتی ہے تو  $N$  چکر کے چلھے سے

$$\begin{aligned} e &= \omega NAB \\ (5.23) \quad &= 2\pi f NAB \\ &= 2\pi f N\phi \end{aligned}$$

حاصل ہوگا۔

گھومتی آلوں میں خلائی درز میں  $B$  اور  $v$  ہر لمحہ عمودی ہوتے ہیں۔ مساوات سے ظاہر ہے کہ اگر گھومنے کی رفتار اور محوری لمبائی معین ہوں تو پیدا کردہ برقی دباؤ ہر لمحہ  $B$  کے براہ راست متناسب ہوگا۔ لہذا اگر خلائی درز میں زاویہ کے ساتھ  $B$  تبدیل ہو تو گھومتے چلھے میں پیدا برقی دباؤ بھی زاویہ کے ساتھ تبدیل ہوگا۔ یوں جس شکل کی برقی دباؤ حاصل کرنی ہو اسی شکل کی کثافتِ مقناطیسی دباؤ خلائی درز میں پیدا کرنی ہوگی۔ اگر سائن نما برقی دباؤ پیدا کرنی مقصد ہو تو خلائی درز میں محیط پر سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ ضروری ہے۔

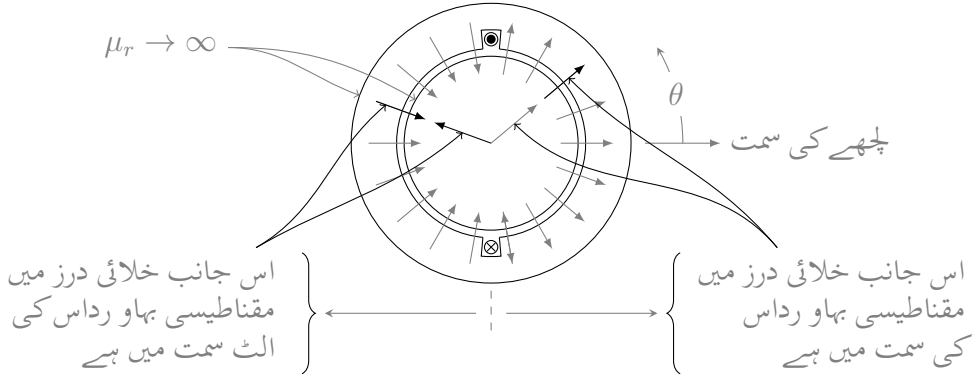
اگلے حصے میں خلائی درز میں ضرورت کے تحت  $B$  پیدا کرنے کی ترکیب بتلائی جائے گی۔

#### 5.4 پھیلے لچھے اور سائن نما مقناطیسی دباؤ

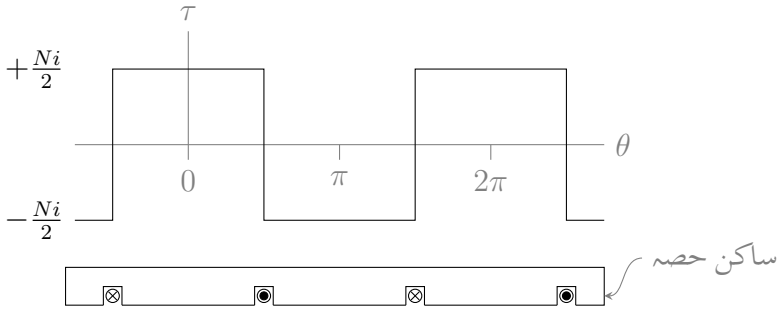
ہم نے اب تک جتنے مشین دیکھے ان سب میں چلھے ایک گچھ کی شکل میں تھے۔ مزید یہ کہ ان آلوں میں گھومتے حصے پہ موجود مقناطیس کے اُبھرے قطب<sup>23</sup> تھے۔ درحقیقت آلوں کے عموماً ہموار قطب<sup>24</sup> ہوتے ہیں اور ان میں پھیلے چلھے<sup>25</sup> پائے جاتے ہیں۔ ایسا کرنے سے ہم ساکن اور گھومتے حصوں کے درمیان خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباؤ اور سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ پیدا کر سکتے ہیں۔

شکل 5.11 میں ایک چلھا گچھ کی شکل کا دکھایا گیا ہے۔ اس کے گھومنے والا حصہ گول شکل کا ہے اور اس کا  $\mu_r \rightarrow \infty$  ہے۔ ساکن حصے کا بھی  $\mu_r \rightarrow \infty$  ہے۔ چلھے کا مقناطیسی دباؤ  $\tau = Ni$

salient poles<sup>23</sup>  
non-salient poles<sup>24</sup>  
distributed winding<sup>25</sup>



شکل 5.11: ساکن لچھا گچہ کی شکل میں ہے۔



شکل 5.12: گچہ لچھے کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ۔

ہے۔ یہ مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  کو جنم دیتا ہے جس کو ہلکی سیابہی کی لکیروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کو لچھے کے گرد ایک چکر کاٹتے خلائی درز میں سے دو مرتبہ گزرنا پڑتا ہے۔ لہذا

$$(5.24) \quad \tau = Ni = 2Hl_a$$

یوں ساکن لچھے کا آدھا مقناطیسی دباؤ ایک خلائی درز اور آدھا دوسرے خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز میں کہیں پہ مقناطیسی دباؤ ( اور مقناطیسی بہاؤ )، رداس کی <sup>26</sup> سمت میں ہیں اور کہیں پہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ ( اور مقناطیسی بہاؤ )، رداس کی الٹی سمت میں ہیں۔ اگر ہم رداس کی سمت کو مثبت لیں تو مقناطیسی بہاؤ ( اور مقناطیسی دباؤ )  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  کے درمیان رداس ہی کی سمت میں ہیں لہذا یہاں یہ مثبت ہیں جبکہ باقی جگہ مقناطیسی دباؤ ( اور مقناطیسی بہاؤ ) رداس کی الٹ سمت میں ہیں لہذا یہاں یہ منفی ہیں۔ ایسا ہی شکل 5.12 میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل

radius<sup>26</sup>

میں خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کو زاویہ کے ساتھ گراف کیا گیا ہے۔  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  کے درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ  $\tau_a$  چلھے کے مقناطیسی دباؤ  $\tau$  کا آدھا ہے اور اس کی سمت مثبت ہے جبکہ  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$  کی درمیان خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ چلھے کے مقناطیسی دباؤ کے آدھا ہے اور اس کی سمت منفی ہے۔ یاد رہے کہ مقناطیسی دباؤ کی سمت کا تعین رداس کی سمت سے کیا جاتا ہے۔

#### 5.4.1 بدلتی رو والے مشین

بدلتی رو (اے سی) مشین بناتے وقت یہ کوشش کی جاتی ہے کہ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہو۔ ایسا کرنے کی خاطر چلھوں کو ایک سے زیادہ شگافوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اس سے سائن نما مقناطیسی دباؤ کیسے حاصل ہوتی ہے، اس بات کی یہاں وضاحت کی جائے گی۔  
فوریر تسلسل<sup>27</sup> کے تحت ہم کسی بھی تفاعل<sup>28</sup>  $f(\theta_p)$  کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.25) \quad f(\theta_p) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\theta_p + b_n \sin n\theta_p)$$

اگر اس تفاعل کا دوری عرصہ  $T$  ہو تب

$$(5.26) \quad \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) d\theta_p \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \cos n\theta_p d\theta_p \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta_p) \sin n\theta_p d\theta_p \end{aligned}$$

کے برابر ہوں گے۔

مثال 5.2: شکل میں دیئے گئے مقناطیسی دباؤ کا

- فوریر تسلسل حاصل کریں۔
- تیسری موسیقائی جز<sup>30</sup> اور بنیادی جز<sup>31</sup> کی نسبت معلوم کریں۔

حل:

Fourier series<sup>27</sup>  
function<sup>28</sup>

time period<sup>29</sup>

third harmonic component<sup>30</sup>

fundamental component<sup>31</sup>



• مساوات کی مدد سے

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/2} \left( -\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left( \frac{Ni}{2} \right) d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} \left( -\frac{Ni}{2} \right) d\theta_p \right] \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[ \left( -\frac{Ni}{2} \right) \left( -\frac{\pi}{2} + \pi \right) + \left( \frac{Ni}{2} \right) \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) + \left( -\frac{Ni}{2} \right) \left( \pi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

اسی طرح

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/2} -\cos n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[ -\frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} + \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{\sin n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= \frac{Ni}{2n\pi} \left[ \sin \frac{n\pi}{2} + 2 \sin \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\
 &= \left( \frac{4}{n\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2}
 \end{aligned}$$

اس مساوات میں  $n$  کی قیمت ایک، دو، تین وغیرہ کے لئے ملتا ہے

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \left( \frac{4}{\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right), \quad a_3 = - \left( \frac{4}{3\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right), \quad a_5 = \left( \frac{4}{5\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right) \\
 a_2 &= a_4 = a_6 = 0
 \end{aligned}$$

اسی طرح

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{2\pi} \frac{Ni}{2} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/2} -\sin n\theta_p d\theta_p + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin n\theta_p d\theta_p + \int_{\pi/2}^{\pi} -\sin n\theta_p d\theta_p \right] \\
 &= \frac{Ni}{2\pi} \left[ \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi}^{-\pi/2} - \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} + \frac{\cos n\theta_p}{n} \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

• ان جوابات سے

$$\left| \frac{a_3}{a_1} \right| = \frac{\left( \frac{4}{3\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right)}{\left( \frac{4}{\pi} \right) \left( \frac{Ni}{2} \right)} = \frac{1}{3}$$

حاصل ہوتا ہے۔ لہذا تیسری موسیقائی جز بنیادی جز کے تیسرے حصے یعنی 33.33 فی صد کے برابر ہے۔

مثال 5.2 میں حاصل کئے گئے  $a_1, a_2, \dots$  استعمال کرتے ہوئے ہم خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ  $\tau$  کا فوریر تسلسل یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.27) \quad \tau_a = \frac{4 Ni}{\pi} \frac{1}{2} \cos \theta_p - \frac{4 Ni}{3\pi} \frac{1}{2} \cos 3\theta_p + \frac{4 Ni}{5\pi} \frac{1}{2} \cos 5\theta_p + \dots$$

مثال 5.2 سے ظاہر ہے کہ مقناطیسی دباؤ کے موسیقائی اجزاء کی قیمتیں اتنی کم نہیں کہ انہیں رد کیا جا سکے۔ جیسا آپ اس باب میں آگے دیکھیں گے کہ حقیقت میں استعمال ہونے والے مقناطیسی دباؤ میں موسیقائی اجزاء قابل نظر انداز ہوں گے اور ہمیں صرف بنیادی جزو سے غرض ہوگا۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم تسلسل کے موسیقائی اجزاء کو نظر انداز کرتے ہوئے اسی مساوات کو یوں لکھتے ہیں۔

$$(5.28) \quad \tau_a = \frac{4 Ni}{\pi} \frac{1}{2} \cos \theta_p = \tau_0 \cos \theta_p$$

جہاں

$$(5.29) \quad \tau_0 = \frac{4 Ni}{\pi} \frac{1}{2}$$

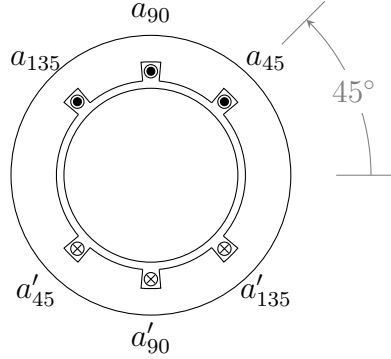
کے برابر ہے۔ اس مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ شکل میں چلنے سے حاصل مقناطیسی دباؤ بالکل اسی طرح ہے جیسے شکل میں سلاخ نما مقناطیس صفر زاویہ پر رکھے حالت میں دیتا۔ اگر یہاں یہ چلھا کسی ایسے زاویہ پر رکھا گیا ہوتا کہ اس سے حاصل مقناطیسی دباؤ زاویہ  $\theta_m$  پر زیادہ سے زیادہ ہوتا تو یہ بالکل شکل میں موجود مقناطیس کی طرح کا ہوتا۔ شکل ایک ایسی ہی مثال ہے۔ ہم بالکل مساوات کی طرح اس شکل میں چلھا  $a$  کے لئے لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.30) \quad \begin{aligned} \tau_a &= \tau_0 \cos \theta_{p_a} \\ \theta_{p_a} &= \theta - \theta_{m_a} = \theta - 0^\circ \\ \tau_a &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_m) = \tau_0 \cos \theta \end{aligned}$$

اسی طرح چلھا  $b$  اور  $c$  کے چونکہ  $\theta_{m_b} = 120^\circ$  اور  $\theta_{m_c} = 240^\circ$  لہذا ان کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.31) \quad \begin{aligned} \tau_b &= \tau_0 \cos \theta_{p_b} \\ \theta_{p_b} &= \theta - \theta_{m_b} = \theta - 120^\circ \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_b}) = \tau_0 \cos(\theta - 120^\circ) \end{aligned}$$

$$(5.32) \quad \begin{aligned} \tau_c &= \tau_0 \cos \theta_{p_c} \\ \theta_{p_c} &= \theta - \theta_{m_c} = \theta - 240^\circ \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\theta - \theta_{m_c}) = \tau_0 \cos(\theta - 240^\circ) \end{aligned}$$



شکل 5.13: پہلا لچھا۔

اگرچہ ظاہری طور پر خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما ہرگز نہیں لگتا لیکن مساوات ہمیں بتاتی ہے کہ یہ محض آنکھوں کا دھوکہ ہے۔ اس مقناطیسی دباؤ کا بیشتر حصہ سائن نما ہی ہے۔ اب اگر ہم کسی طرح مساوات میں پہلے رکن کے علاوہ باقی سب رکن کو صفر کر سکیں تو ہم بالکل سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکتے ہیں۔

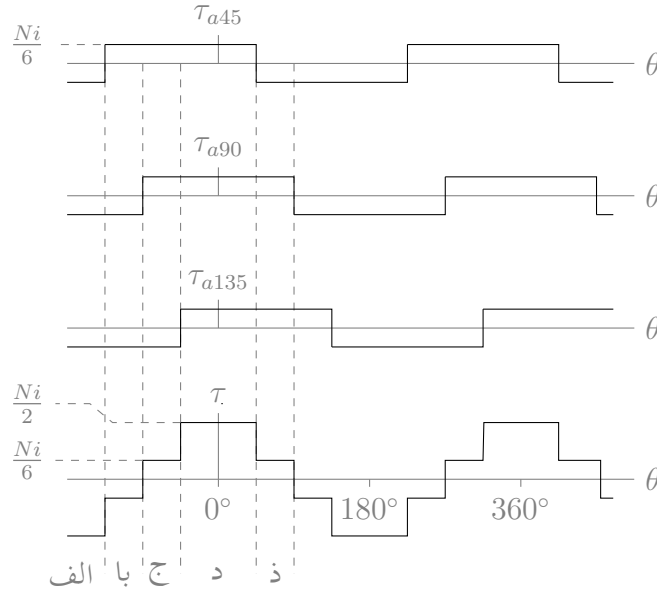
شکل 5.13 میں تقسیم شدہ لچھا دکھایا گیا ہے۔ یہاں شکل میں دکھائے گئے  $N$  چکر کے لچھے کو تین چھوٹے یکساں لچھوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ لہذا ان میں ہر چھوٹا لچھا  $\frac{N}{3}$  چکر کا ہے۔ ایسے چھوٹے لچھوں کو سلسلہ وار جوڑا<sup>32</sup> جاتا ہے اور یوں ان میں یکساں برقی رو  $i$  گزرے گی۔ ان تین لچھوں کو تین مختلف شگافوں میں رکھا گیا ہے۔ پہلے لچھے کو شگاف  $a_{45}$  اور  $a'_{45}$  میں رکھا گیا ہے۔ دوسرے لچھے کو شگاف  $a_{90}$  اور  $a'_{90}$  میں اور تیسرے لچھے کو شگاف  $a_{135}$  اور  $a'_{135}$  میں رکھا گیا ہے۔

شگافوں کے ایک جوڑے کو ایک ہی طرح کے نام دیئے گئے ہیں، البتہ ایک شگاف کو  $a$  اور دوسرے کو  $a'$  نام دیا گیا ہے۔ یوں شگافوں کا پہلے جوڑا  $a_{45}$  اور  $a'_{45}$  ہے۔  $a$  شگافوں کے نام ان کے زاویوں کی نسبت سے رکھے گئے ہیں۔ لہذا شگاف  $a_{45}$  درحقیقت  $45^\circ$  زاویہ پر ہے، شگاف  $a_{90}$  نہ درجہ زاویہ پر اور شگاف  $a_{135}$  ایک سو پینتیس درجہ زاویہ پر ہے۔

چونکہ ہر لچھا  $\frac{N}{3}$  چکر کا ہے اور ان سب میں یکساں برقی رو  $i$  ہے، لہذا شکل 5.13 میں دیئے گئے پہلے لچھے سے حاصل مقناطیسی دباؤ کا زاویہ کے ساتھ گراف شکل 5.14 کے نچلے گراف کی طرح ہو گا۔ اس شکل میں سب سے اوپر لچھا  $a_{45}$  کے مقناطیسی دباؤ کا گراف ہے۔ یہ بالکل شکل 5.12 میں دیئے گراف کی طرح ہے البتہ یہ صفر زاویہ سے  $-45^\circ$  ہٹ کر ہے۔ اوپر سے دوسرا گراف لچھا  $a_{90}$  کا ہے جو ہو بہو شکل کی طرح ہے جبکہ اس سے نیچے لچھا  $a_{135}$  کا گراف ہے جو صفر زاویہ سے  $+45^\circ$  ہٹ کر ہے۔ ان تینوں گرافوں میں طول  $\frac{Ni}{6}$  ہے۔

ان تینوں گرافوں سے کل مقناطیسی دباؤ کا گراف یوں حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں عمودی نقطہ دار لکیریں لگائی گئی ہیں۔ بائیں جانب پہلی لکیر کی بائیں طرف علاقے کو الف کہا گیا ہے۔ اس علاقے میں

series connected<sup>32</sup>



شکل 5.14: پہلے لچھے کی کُل مقناطیسی دباؤ۔

پہلے تینوں گرافوں کی مقدار  $-\frac{Ni}{6}$  ہے لہذا ان کا مجموعہ  $-\frac{Ni}{2}$  ہوگا۔ یہی سب سے نچلے کُل مقناطیسی دباؤ کی گراف میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح علاقہ ب میں پہلے گراف کی مقدار  $+\frac{Ni}{6}$ ، دوسری گراف کی  $-\frac{Ni}{6}$  اور تیسری کی بھی  $-\frac{Ni}{6}$  ہے۔ ان کا مجموعہ  $-\frac{Ni}{6}$  بنتا ہے جو کُل مقناطیسی دباؤ ہے۔ علاقہ ج میں  $+\frac{Ni}{6}$ ،  $+\frac{Ni}{6}$  اور  $-\frac{Ni}{6}$  مقداریں ہیں جن کا مجموعہ  $+\frac{Ni}{6}$  ہے۔ یہی کُل مقناطیسی دباؤ ہے جو سب سے نچلے گراف میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح آپ پورا گراف بنا سکتے ہیں۔

شکل 5.14 کے نچلے گراف کو شکل 5.15 میں دوبارہ دکھایا گیا ہے۔

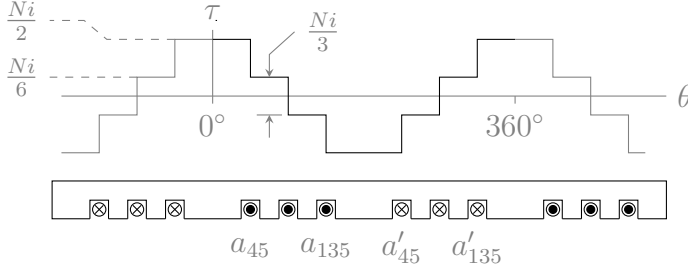
شکل 5.15 کا اگر شکل کے ساتھ تقابل کیا جائے تو محض دیکھنے سے ہی یہ ظاہر ہے کہ شکل 5.15 زیادہ سائن نما موج کے نوعیت کا ہے۔ ہمیں فوریتاً تسلسل حل کرنے سے بھی یہی نتیجہ ملتا ہے۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ شگافوں کی جگہ اور ان میں چلچھوں کے چکر کو یوں رکھا جا سکتا ہے کہ ان سے پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ سائن نما کے زیادہ سے زیادہ قریب ہو۔

چونکہ پھیلے لچھے کے مختلف حصے ایک ہی زاویہ پہ مقناطیسی دباؤ نہیں بناتے لہذا ان سے حاصل کُل مقناطیسی دباؤ کا حیطہ ایک گچھ لچھے کے حیطہ سے قدر کم ہوتا ہے۔ اس اثر کو مساوات میں جزو  $k_w$  کے ذریعہ یوں ظاہر کیا جاتا ہے۔

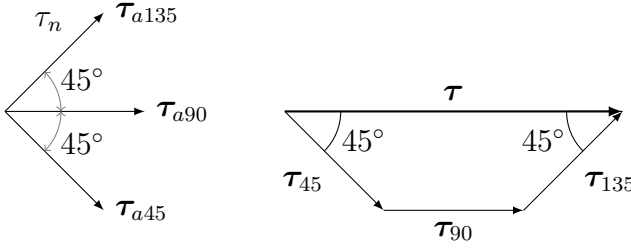
$$\tau_0 = k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{1}{2}$$

$$\tau_a = k_w \frac{4 Ni}{\pi} \frac{1}{2} \cos \theta = \tau_0 \cos \theta$$

(5.33)



شکل 5.15: پھیلے لچھے کا مقناطیسی دباؤ۔



شکل 5.16: پھیلے لچھے کا جزو پھیلاؤ۔

اس مساوات میں  $k_w$  کو جزو پھیلاؤ<sup>33</sup> کہتے ہیں۔ یہ اکائی سے قدر کم ہوتا ہے یعنی

$$(5.34) \quad 0 < k_w < 1$$

مثال 5.3: شکل 5.13 میں دیئے گئے پھیلے لچھے کے لئے  $k_w$  معلوم کریں۔  
 حل: شکل 5.16 سے رجوع کریں۔ یہ تین چھوٹے لچھے برابر مقناطیسی دباؤ  $\tau_n = \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2}$  پیدا کرتے ہیں، البتہ ان کی سمتیں مختلف ہیں۔ یہاں چونکہ ایک لچھا  $\frac{N}{3}$  چکر کا ہے لہذا  $n = \frac{N}{3}$  ہے۔ ہم ان سمتیوں کو جمع کر کے ان کا مجموعی مقناطیسی دباؤ  $\tau$  معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \tau_a &= \tau_n \cos 45^\circ + \tau_n + \tau_n \cos 45^\circ \\ &= 2.4142 \tau_n \end{aligned}$$

یعنی

$$\tau_a = 2.4142 \frac{4}{\pi} \frac{ni}{2} = \frac{2.4142}{3} \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} = 0.8047 \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2}$$

winding factor<sup>33</sup>

لہذا  $k_w = 0.8047$  کے برابر ہے۔

مثال 5.4: ایک تین دور 50 برٹر پر چلنے والا ستارا نما جزے جنریٹر کو 3000 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلایا جا رہا ہے۔ تیس چکر کے میدانی چھے کا جزو پھیلاؤ  $k_{w,m} = 0.9$  جبکہ پندرہ چکر قوی چھے کا جزو پھیلاؤ  $k_{w,q} = 0.833$  ہیں۔ مشین کا رداس 0.7495 میٹر اور اس کی لمبائی  $l = 2.828$  میٹر ہیں۔ خلائی درز  $l_k = 0.04$  میٹر ہے۔ اگر اس کے میدانی چھے میں 1000 ایمپیئر برقی رو ہے تو معلوم کریں

• میدانی مقناطیسی دباؤ کی زیادہ سے زیادہ مقدار۔

• خلائی درز میں کثافتِ مقناطیسی بہاؤ۔

• ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ۔

• محرک تار پر برقی دباؤ۔

حل:

•

$$\tau_0 = k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m}$$

•

$$\tau_0 = k_{w,m} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2} = 0.9 \times \frac{4}{\pi} \times \frac{30 \times 1000}{2} = 17186 \text{ A} \cdot \text{turns/m}$$

•

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 \frac{\tau_0}{l_k} = 4\pi 10^{-7} \times \frac{17186}{0.04} = 0.54 \text{ T}$$

•

$$\phi_0 = 2B_0 l r = 2 \times 0.54 \times 2.828 \times 0.7495 = 2.28915 \text{ Wb}$$

•

$$\begin{aligned} E_{rms} &= 4.44 f k_{w,q} N_q \phi_0 \\ &= 4.44 \times 50 \times 0.833 \times 15 \times 2.28915 \\ &= 6349.85 \text{ V} \end{aligned}$$

لہذا ستارا جڑی جنریٹر کی تار کی برقی دباؤ

$$\sqrt{3} \times 6349.85 \approx 11000 \text{ V}$$

ہو گی۔

جیسا پہلے ذکر ہوا ہم چاہتے ہیں کہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل کر سکیں۔ چھوٹے پلچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہ یوں چنے جاتے ہیں کہ یہ بنیادی مقصد پورا ہو۔ شکل میں ہم دیکھتے ہیں کہ صفر زاویہ کی دونوں جانب مقناطیسی دباؤ کی موج یکساں طور پر گھٹتی یا بڑھتی ہے۔ یعنی جمع اور منفی پینتالیس زاویہ پر مقناطیسی دباؤ  $\frac{Ni}{3}$  گھٹ جاتی ہے۔ اسی طرح جمع اور منفی نوے زاویہ پر یہ یکساں طور پر مزید گھٹتی ہے، وغیرہ وغیرہ۔ یہ ایک بنیادی اصول ہے جس کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

چھوٹے پلچھوں کے چکر اور شگافوں کی جگہوں کا فیصلہ فوریئر تسلسل کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ فوریئر تسلسل میں موسیقائی جُز کم سے کم اور اس میں بنیادی جُز زیادہ سے زیادہ رکھے جاتے ہیں۔ ساکن پلچھوں کی طرح حرکت کرتے پلچھوں کو بھی ایک سے زیادہ چھوٹے پلچھوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ سائن نما مقناطیسی دباؤ حاصل ہو۔

### 5.5 مقناطیسی دباؤ کی گھومتی موجیں

گھومتے آلوں میں پلچھوں کو برقی دباؤ دیا جاتا ہے جس سے اس کا گھومنے والا حصہ حرکت میں آتا ہے۔ یہاں ہم اس بات کا مطالعہ کرتے ہیں کہ یہ گھومنے کی حرکت کیسے پیدا ہوتی ہے۔

#### 5.5.1 ایک دور کی لپٹی مشین

مساوات میں ایک پلچھے کی مقناطیسی دباؤ یوں دی گئی ہے۔

$$(5.35) \quad \tau_a = k_w \frac{4 Ni}{\pi 2} \cos \theta$$

اگر اس پلچھے میں مقناطیسی بہاؤ بھی سائن نما ہو یعنی

$$(5.36) \quad i_a = I_0 \cos \omega t$$

تو

$$(5.37) \quad \tau_a = k_w \frac{4 NI_0}{\pi 2} \cos \theta \cos \omega t = \tau_0 \cos \theta \cos \omega t$$

ہو گا جہاں

$$(5.38) \quad \tau_0 = k_w \frac{4 NI_0}{\pi 2}$$

کے برابر ہے۔ مساوات کہتا ہے کہ یہ مقناطیسی دباؤ زاویہ  $\theta$  اور لمحہ  $t$  کے ساتھ تبدیل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مندرجہ ذیل قلیہ سے دو ٹکڑوں میں توڑ سکتے ہیں۔

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

لہذا

$$(5.39) \quad \tau_a = \tau_0 \left[ \frac{\cos(\theta + \omega t) + \cos(\theta - \omega t)}{2} \right] = \tau_a^- + \tau_a^+$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں

$$(5.40) \quad \tau_a^- = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta + \omega t)$$

$$(5.41) \quad \tau_a^+ = \frac{\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t)$$

ہیں۔ اس مساوات سے یہ بات سامنے آتی ہے کہ درحقیقت یہ مقناطیسی دباؤ دو آلٹ سمتوں میں گھومنے والے مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں۔ اس کا پہلا جزو  $\tau_a^-$  زاویہ  $\theta$  گھٹنے کی جانب گھومتا ہے یعنی گھڑی کی سمت میں اور اس کا دوسرا جزو  $\tau_a^+$  گھڑی کی الٹی سمت گھومتا ہے یعنی یہ زاویہ بڑھنے کی جانب گھومتا ہے۔

ایک دور کی لپٹی آلوں میں یہ کوشش کی جاتی ہے کہ ان دو گھومتے مقناطیسی دباؤ میں سے ایک کو بالکل ختم یا کم سے کم کیا جائے۔ اس طرح کرنے سے ایک ہر سمت میں کل مقناطیسی دباؤ گھومتا ملتا ہے جو بالکل اسی طرح کا ہوتا ہے جیسے ایک مقناطیس گھمایا جا رہا ہو۔ تین دور کے آلوں میں یہ کرنا نہایت آسان ہوتا ہے لہذا انہیں پہلے سمجھ لینا زیادہ بہتر ہوگا۔

### 5.5.2 تین دور کی لپٹی مشین کا تحلیلی تجزیہ

شکل 5.17 میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ مساوات ، اور میں ایسے تین چلھوں کی فوریئر تسلسل کی بنیادی جڑ دیئے گئے ہیں جو کہ یہ ہیں۔

$$(5.42) \quad \tau_a = k_w \frac{4 N_a i_a}{\pi} \cos \theta$$

$$(5.43) \quad \tau_b = k_w \frac{4 N_b i_b}{\pi} \cos(\theta - 120^\circ)$$

$$(5.44) \quad \tau_c = k_w \frac{4 N_c i_c}{\pi} \cos(\theta + 120^\circ)$$

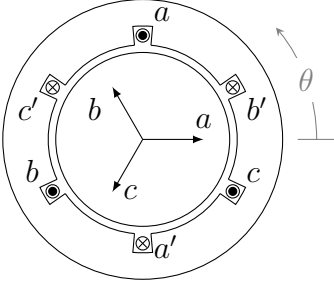
اگر ان تین چلھوں میں تین دوری برقی رو ہو یعنی

$$(5.45) \quad i_a = I_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$$(5.46) \quad i_b = I_0 \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ)$$

$$(5.47) \quad i_c = I_0 \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)$$





$$\begin{aligned}\tau_a &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0) \cos(\theta) \\ \tau_b &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \\ \tau_c &= \tau_0 \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)\end{aligned}$$

شکل 5.17: تین دور کی لپٹی مشین۔

تو بالکل مساوات کی طرح ہم مساوات کی مدد سے مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.48) \quad \tau_a = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_a I_0}{2} \cos \theta \cos(\omega t + \alpha)$$

$$(5.49) \quad \tau_b = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_b I_0}{2} \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha - 120^\circ)$$

$$(5.50) \quad \tau_c = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_c I_0}{2} \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\omega t + \alpha + 120^\circ)$$

اگر

$$N_a = N_b = N_c = N$$

ہو تو انہیں

$$(5.51) \quad \tau_a = \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]$$

$$(5.52) \quad \tau_b = \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]$$

$$(5.53) \quad \tau_c = \frac{\tau_0}{2} [\cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta - \omega t - \alpha)]$$

لکھ سکتے ہیں جہاں

$$(5.54) \quad \tau_0 = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2}$$

ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ  $\tau$  ان سب کا مجموعہ ہوگا۔ انہیں جمع کرنے سے پہلے ہم ثابت کرتے ہیں کہ

$$\cos \gamma + \cos(\gamma - 240^\circ) + \cos(\gamma + 240^\circ) = 0$$

کے برابر ہے۔ ہمیں معلوم ہے کہ

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

اگر ہم  $\alpha = \gamma$  اور  $\beta = 240^\circ$  لیں تو

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = \cos \gamma \cos 240^\circ - \sin \gamma \sin 240^\circ$$

$$\cos(\gamma - 240^\circ) = \cos \gamma \cos 240^\circ + \sin \gamma \sin 240^\circ$$

چونکہ  $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  اور  $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$  لہذا

$$\cos(\gamma + 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

$$\cos(\gamma - 240^\circ) = -\frac{1}{2} \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \gamma$$

اب اس مساوات کو اگر ہم  $\cos \gamma$  کے ساتھ جمع کریں تو جواب صفر ملتا ہے، یعنی

$$\cos \gamma + \cos(\gamma + 240^\circ) + \cos(\gamma - 240^\circ) = 0$$

$\gamma = \theta + \omega t + \alpha$  کے لئے اس مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

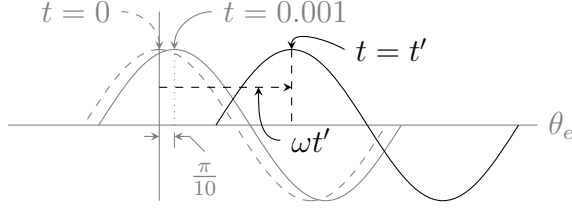
$$(5.55) \quad \cos(\theta + \omega t + \alpha) + \cos(\theta + \omega t + \alpha + 240^\circ) + \cos(\theta + \omega t + \alpha - 240^\circ) = 0$$

اب ہم اگر مساوات 5.51 میں دئے  $\tau_a$ ،  $\tau_b$  اور  $\tau_c$  کو جمع کریں اور ان میں مساوات 5.55 کا استعمال کریں تو ملتا ہے

$$(5.56) \quad \tau^+ = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega t - \alpha)$$

مساوات 5.56 کہتا ہے کہ کل مقناطیسی دباؤ کا حیطہ کسی ایک چمچے کے مقناطیسی دباؤ کے حیطہ کے  $\frac{3}{2}$  گنا ہے۔ مزید یہ کہ یہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت گھوم رہی ہے۔ لہذا تین چمچوں کو  $120^\circ$  زاویہ پر رکھنے اور انہیں تین دور کی برقی رو، جو آپس میں  $120^\circ$  پر ہوں، سے ہیجان کرنے سے ایک ہی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج وجود میں آتی ہے۔ یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ اگر کوئی دو برقی رو آپس میں تبدیل کئے جائیں تو مقناطیسی موج کے گھومنے کی سمت تبدیل ہو جاتی ہے۔ یہ مثال میں واضح کیا گیا ہے۔

اب ہم دیکھتے ہیں کہ مساوات 5.56 ایک گھومتے موج کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہمیں اس موج کی چوٹی کو دیکھنا ہوگا۔ ہم اپنی آسانی کے لئے  $\alpha$  کو صفر لیتے ہیں۔ اس مثال میں ہم برقی رو کی تعدد 50 Hz لیتے ہیں۔ اس موج کی چوٹی درحقیقت  $\cos(\theta - \omega t)$  کی چوٹی ہی ہے لہذا ہم اسی کی چوٹی کو مدنظر رکھتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ  $\cos \alpha$  کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک کے برابر ہے یعنی اس کی



شکل 5.18: حرکت کرتی موج۔

چوٹی ایک کے برابر ہے اور یہ اس مقام پر پائی جاتی ہے جہاں  $\alpha$  صفر کے برابر ہو یعنی جب  $\cos 0 = 1$  کے برابر ہو۔ لہذا  $\cos \alpha$  کی چوٹی اسی جگہ ہوگی جہاں  $\alpha$  صفر کے برابر ہوگا۔ اسی طرح  $\cos(\theta - \omega t)$  کی چوٹی وہیں ہوگی جہاں  $(\theta - \omega t)$  صفر کے برابر ہو یعنی  $(\theta - \omega t) = 0$  پر۔ اب ابتدائی لمحہ یعنی  $t = 0$  پر  $\cos(\theta - \omega t)$  کی چوٹی  $(\theta - \omega t) = 0$  پر ہوگی۔ اس کو حل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t &= 0 \\ \theta - \omega \times 0 &= 0 \\ \theta &= 0\end{aligned}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ موج کی چوٹی صفر برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل 5.18 میں ہلکی سیاہی میں نقطہ داو لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ ہم اس چوٹی کو کچھ وقفے کے بعد دوبارہ دیکھتے ہیں مثلاً  $t = 0.001$  سیکنڈ کے بعد۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t &= 0 \\ \theta - \omega \times 0.001 &= 0 \\ \theta &= 0.001\omega = 0.001 \times 2 \times \pi \times 50 = 0.3142 \text{ rad}\end{aligned}$$

اب یہ چوٹی  $0.3142$  یا  $\frac{\pi}{10}$  برقی ریڈیئن یعنی  $18^\circ$  کے برقی زاویہ پر ہے۔ اسے شکل میں ہلکی سیاہی کے ٹوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ یہ بات واضح ہے کہ مقناطیسی دباؤ کی موج گھڑی کی اُلٹی سمت یعنی زاویہ بڑھنے کی سمت میں گھوم گئی ہے۔ اسی طرح  $t = 0.002$  پر یہ چوٹی  $36^\circ$  برقی زاویہ پر نظر آئے گی۔ کسی بھی لمحہ  $t'$  پر بالکل اسی طرح چوٹی کا موام معلوم کیا جا سکتا ہے جسے شکل میں تیز سیاہی کے ٹوس لکیر سے دکھایا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}\theta - \omega t' &= 0 \\ \theta &= \omega t'\end{aligned}$$

اس مساوات سے یہ واضح ہے کہ چوٹی کا مقام متعین کرنے والا زاویہ بتدریج بڑھتا رہتا ہے۔ اس مساوات

سے ہم ایک مکمل  $2\pi$  برقی زاویہ کے چکر کا وقت  $T$  حاصل کر سکتے ہیں یعنی

$$t = \frac{\theta}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f}$$

اگر برقی رو کی تعدد 50 ہو تو یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ہر  $0.02 = \frac{1}{50}$  سیکنڈ میں ایک مکمل برقی چکر کاٹتی ہے یعنی یہ ایک سیکنڈ میں 50 برقی چکر کاٹتی ہے۔  
اس مثال میں برقی زاویہ کی بات ہوتی رہی۔ دو قطب کی آلوں میں برقی زاویہ  $\theta_e$  اور میکانی زاویہ  $\theta_m$  برابر ہوتے ہیں۔ لہذا اگر دو قطب کی آلوں کی بات کی جائے تو مساوات کے تحت ایک سیکنڈ میں مقناطیسی دباؤ کی موج  $f$  برقی یا میکانی چکر کاٹے گی جہاں  $f$  برقی رو کی تعدد ہے اور اگر  $P$  قطب رکھنے والی آلوں کی بات کی جائے تو چونکہ

$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m \quad (5.57)$$

لہذا ایسے آلوں میں یہ مقناطیسی دباؤ کی موج ایک سیکنڈ میں  $f$  مقناطیسی چکر یعنی  $\frac{2}{P}f$  میکانی شکر کاٹے گی۔

اگر ہم برقی رو کی تعدد کو  $f_e$  سے ظاہر کریں، مقناطیسی دباؤ کی موج کی چوٹی کے برقی زاویہ کو  $\theta_e$  اور اس کے میکانی زاویہ کو  $\theta_m$  سے ظاہر کریں اور اسی طرح اسی مقناطیسی دباؤ کی موج کے گھومنے کی رفتار کو  $\omega_e$  یا  $\omega_m$  سے ظاہر کریں تو

$$\omega_m = \frac{2}{P} \omega_e \quad \text{rad/s}$$

$$f_m = \frac{2}{P} f_e \quad \text{Hz}$$

$$n = \frac{120 f_e}{P} \quad \text{rpm} \quad (5.58)$$

$\omega_e$  اس موج کی معاصر رفتار برقی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے جبکہ  $\omega_m$  یہی معاصر رفتار میکانی زاویہ فی سیکنڈ میں ہے۔ اسی طرح  $f_e$  اس موج کی برقی معاصر رفتار برقی ہرٹز میں اور  $f_m$  اس کی میکانی معاصر رفتار<sup>34</sup> میکانی ہرٹز میں ہے۔ برقی معاصر رفتار  $f_e$  ہرٹز ہونے کا مطلب یہ ہے کہ ایک سیکنڈ میں یہ موج  $f_e$  برقی چکر کا فاصلہ طے کرے گی جہاں ایک برقی چکر دو قطب کا فاصلہ یعنی  $2\pi$  ریڈیئن کا زاویہ ہے۔ اسی طرح میکانی معاصر رفتار  $f_m$  ہرٹز ہونے کا مطلب ہے کہ یہ موج ایک سیکنڈ میں  $f_m$  میکانی چکر کا فاصلہ طے کرے گی۔ ایک میکانی چکر عام زندگی میں ایک چکر کو ہی کہتے ہیں۔ اس مساوات میں  $n$  میکانی چکر فی منٹ<sup>35</sup> کو ظاہر کرتے ہیں۔ یہ مساوات معاصر رفتار کی مساوات ہے۔  
یہاں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ ہم  $q$  دور کی لپٹی مشین جس کے چلنے  $\frac{2\pi}{q}$  برقی زاویہ پر رکھے گئے ہوں اور جن میں  $q$  دور کی برقی رو ہو، ایک ہی سمت میں گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو

synchronous speed<sup>34</sup>  
rpm, rounds per minute<sup>35</sup>

جنم دیتی ہے جیسے ہم نے تین دور کی مشین کے لئے دیکھا۔ مزید یہ کہ اس موج کا حیطہ کسی ایک پلچھے سے پیدا مقناطیسی دباؤ کے حیطہ کے  $\frac{q}{2}$  گنا ہو گا اور اس کے گھومنے کی رفتار  $\omega_e = 2\pi f$  برقی ریڈیئن فی سیکنڈ ہو گی۔

### 5.5.3 تین دور کی لپٹی مشین کا ترسیمی تجزیہ

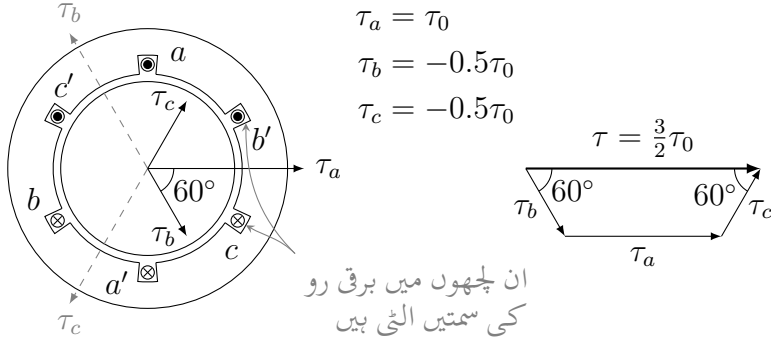
شکل میں تین دور کی لپٹی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس میں مثبت برقی رو کی سمتیں بھی دکھائی گئی ہیں، مثلاً  $a$  شگاف میں برقی رو صفحہ سے عمودی سمت میں باہر جانب کو ہے اور یہ بات نقطہ سے واضح کی گئی ہے۔ اسی طرح  $a'$  شگاف میں برقی دباؤ صفحہ سے عمودی سمت میں اندر کی جانب کو ہے اور یہ بات صلیب کے نشان سے واضح کی گئی ہے۔ اگر برقی رو مثبت ہو تو اس کی یہی سمت ہو گی اور اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ  $\tau_a$  صفر زاویہ کی جانب ہو گا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ پلچھے میں برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت دائیں ہاتھ کے قانون سے معلوم کی جا سکتی ہے۔ اب اگر اسی پلچھے میں برقی رو منفی ہو تو اس کا مطلب ہے کہ برقی رو الٹ سمت میں ہے۔ یعنی اب برقی رو  $a$  شگاف میں صفحہ کے عمودی سمت میں اندر کی جانب ہے اور  $a'$  شگاف میں یہ صفحہ کے عمودی سمت میں باہر کی جانب کو ہے۔ لہذا اس برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ بھی پہلے سے الٹ سمت میں ہو گی یعنی یہ شکل میں دیئے گئے  $\tau_a$  کے بالکل الٹ سمت میں ہو گی۔ اس تذکرہ کا بنیادی مقصد یہ تھا کہ آپ پر یہ بات واضح ہو جائے کہ برقی رو کے منفی ہونے سے اس سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی سمت الٹ ہو جاتی ہے۔ اس شکل میں پلچھوں میں برقی رو اور مقناطیسی دباؤ یہ ہیں

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos \omega t \\ i_b &= I_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.59)$$

$$\begin{aligned} \tau_a &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_a}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos \omega t = \tau_0 \cos \omega t \\ \tau_b &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_b}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t - 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\ \tau_c &= k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i_c}{2} = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N I_0}{2} \cos(\omega t + 120^\circ) = \tau_0 \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.60)$$

جبکہ ان کے مثبت سمتیں شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اب ہم مختلف اوقات پر ان مقداروں کا حساب لگاتے ہیں اور ان کا کُل مجموعی مقناطیسی دباؤ حل کرتے ہیں۔  
لحہ  $t = 0$  پر ان مساوات سے ملتا ہے۔

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 \cos 0 = I_0 \\ i_b &= I_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5 I_0 \\ i_c &= I_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5 I_0 \end{aligned} \quad (5.61)$$



شکل 5.19: لمحہ  $t_0 = 0$  پر برقی رو اور مقناطیسی دباؤ۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 0 = \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(0 - 120^\circ) = -0.5\tau_0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(0 + 120^\circ) = -0.5\tau_0
 \end{aligned}
 \tag{5.62}$$

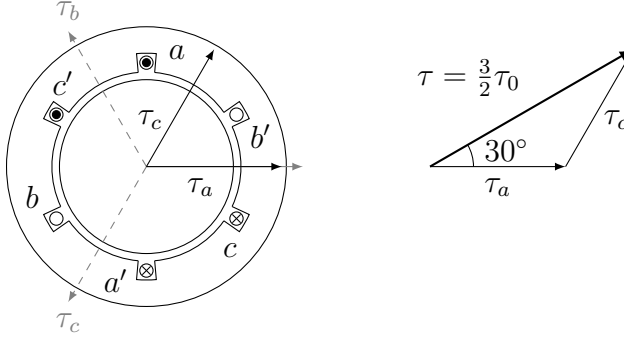
یہاں رکھ کر زرا غور کریں۔ اس لمحہ پر  $i_a$  مثبت ہے جبکہ  $i_b$  اور  $i_c$  منفی ہیں۔ لہذا  $i_a$  اُسی سمت میں ہے جو شکل میں دکھایا گیا ہے جبکہ  $i_b$  اور  $i_c$  شکل میں دیئے گئے سمتوں کے الٹ ہیں۔ ان تینوں برقی رو کی اس لمحہ پر درست سمتیں شکل 5.19 میں دکھائی گئی ہیں۔ اس شکل میں تینوں مقناطیسی دباؤ بھی دکھائے گئے ہیں۔

کل مقناطیسی دباؤ با آسانی بذریعہ گراف، جمع سمتیات سے معلوم کیا جا سکتا ہے یا پھر الجبرا کے ذریعہ ایسا کیا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \mathbf{a}_x \\
 \tau_b &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x - \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y] \\
 \tau_c &= 0.5\tau_0 [\cos(60^\circ)\mathbf{a}_x + \sin(60^\circ)\mathbf{a}_y]
 \end{aligned}
 \tag{5.63}$$

$$\tau = \tau_a + \tau_b + \tau_c = \frac{3}{2}\tau_0 \mathbf{a}_x
 \tag{5.64}$$

کل مقناطیسی دباؤ ایک چلھے کے مقناطیسی دباؤ کے ڈیڑھ گنا ہے اور یہ صفر زاویہ پر ہے۔ اب ہم گھڑی کو چلنے دیتے ہیں اور کچھ لمحے بعد  $t_1$  پر دوبارہ یہی سب حساب لگاتے ہیں۔ چونکہ مساوات اور میں متغیر  $t$  کے بجائے  $\omega t$  کا استعمال زیادہ آسان ہے لہذا ہم لمحہ  $t_1$  کو یوں چنتے ہیں کہ  $\omega t_1 = 30^\circ$  کے برابر



شکل 5.20: لمحہ  $\omega t_1 = 30^\circ$  پر برقی رو اور مقناطیسی دباؤ۔

ہو۔ ایسا کرنے سے ہمیں یہ دو مساواتوں سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 i_a &= I_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_0 \\
 i_b &= I_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 i_c &= I_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_0
 \end{aligned}
 \tag{5.65}$$

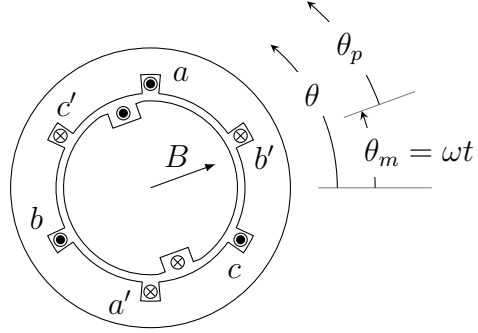
$$\begin{aligned}
 \tau_a &= \tau_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 \\
 \tau_b &= \tau_0 \cos(30^\circ - 120^\circ) = 0 \\
 \tau_c &= \tau_0 \cos(30^\circ + 120^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0
 \end{aligned}
 \tag{5.66}$$

یہ شکل 5.20 میں دکھایا گیا ہے۔ کل مقناطیسی دباؤ کا طول  $\tau$  کو نکون کے ذریعہ یوں حل کیا جا سکتا ہے۔ اسی طرح اس کا زاویہ بھی اسی سے حاصل ہوتا ہے۔ یعنی

$$\tau = \sqrt{\tau_a^2 + \tau_c^2 - 2\tau_a\tau_c \cos 120^\circ} = \frac{3}{2} \tau_0
 \tag{5.67}$$

اور چونکہ اس نکون کے دو اطراف برابر ہیں لہذا اس کے باقی دو زاویہ بھی برابر اور  $30^\circ$  ہیں۔ ہم دیکھتے ہیں کہ کل مقناطیسی دباؤ جو پہلے صفر زاویہ پر تھا اب وہ  $30^\circ$  کے زاویہ پر ہے یعنی وہ گھڑی کے اُلٹ سمت گھوم گیا ہے۔ اگر ہم اسی طرح  $\omega t = 40^\circ$  پر دیکھیں تو ہمیں کل مقناطیسی دباؤ اب بھی  $\frac{3}{2} \tau_0$  ہی ملے گا البتہ اب یہ  $45^\circ$  کے زاویہ پر ہو گا۔ اگر کسی لمحہ جب  $\omega t = \theta^\circ$  کے برابر ہو یہ سارا حساب کیا جائے تو کل مقناطیسی دباؤ اب بھی  $\frac{3}{2} \tau_0$  ہی ملے گا البتہ یہ  $\theta^\circ$  کے زاویہ پر ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 B &= B_0 \cos \theta_p \\
 &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}$$



شکل 5.21: بنیادی بدلتی رو جنریٹر۔

## 5.6 محرک برقی دباؤ

یہاں محرک برقی دباؤ<sup>36</sup> کو ایک اور زاویہ سے پیش کیا جاتا ہے۔

### 5.6.1 بدلتی رو برقی جنریٹر

شکل 5.21 میں ایک بنیادی بدلتی رو جنریٹر<sup>37</sup> دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا برقی مقناطیس، خلائی درز میں سائن نما مقناطیسی دباؤ پیدا کرتا ہے جس سے درز میں سائن نما کثافتِ مقناطیسی بہاؤ  $B$  پیدا ہوتی ہے، یعنی

$$(5.68) \quad B = B_0 \cos \theta_p$$

یہ مقناطیس  $\omega$  زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ یوں اگر ابتدائی لمحہ  $t = 0$  پر یہ  $a$  چلھے کی سمت یعنی ہلکی سیاہی کی اُفقی لکیر کی سمت میں ہو تو لمحہ  $t$  پر یہ گھوم کر زاویہ  $\theta_m = \omega t$  پر ہوگا۔ اس طرح مساوات یوں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 B &= B_0 \cos(\theta - \theta_m) \\
 &= B - 0 \cos(\theta - \omega t)
 \end{aligned}
 \quad (5.69)$$

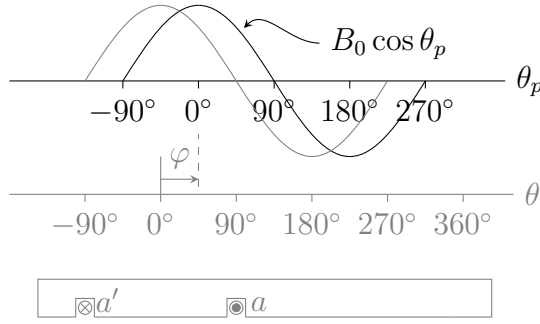
شکل 5.22 میں  $B$  کو زاویہ  $\theta$  اور  $\theta_p$  کے ساتھ گراف کیا گیا ہے۔ اسی گراف میں چلھا  $a$  بھی دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ہلکی سیاہی سے لمحہ  $t = 0$  پر  $B$  دکھایا گیا ہے جب گھومتے برقی مقناطیس کا محور اور اس چلھے کا محور ایک ہی سمت میں ہوتے ہیں جبکہ کالی سیاہی میں اسی  $B$  کو کسی بھی لمحہ  $t$  پر دکھایا گیا ہے۔ اس لمحہ پر برقی مقناطیس کے محور اور چلھے کے محور کے مابین  $\vartheta$  زاویہ ہے۔ یہ زاویہ برقی مقناطیس کے گھومنے کی رفتار  $\omega$  پر منحصر ہے یعنی

$$(5.70) \quad \vartheta = \omega t$$

<sup>36</sup> ابتدا میں حرکت سے پیدا ہونے والی برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے تھے۔ اب روایتی طور پر کسی بھی پیدہ کردہ برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ کہتے

ہیں۔<sup>37</sup> ac generator





شکل 5.22: لچھے میں سے گزرتا مقناطیسی بہاؤ۔

لحہ  $t = 0$  پر لچھے میں سے زیادہ سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ گزر رہی ہے۔ اگر خلائی درز بہت باریک ہو، تو اس کے اندر اور باہر جانب کے رداس تقریباً یکساں ہوں گے۔ برقی مقناطیس کے محور سے اس خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ اگر  $\rho$  ہو اور برقی مقناطیس کا ڈھرے<sup>38</sup> کی سمت میں محوری لمبائی<sup>39</sup>  $l$  ہو تو اس لچھے میں وہی مقناطیسی بہاؤ ہوگا جو اس خلائی درز میں  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  کے مابین ہے۔ لحہ  $t = 0$  پر اسے یوں معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(0) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos \theta_p) (l \rho d\theta_p) \\
 &= B_0 l \rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= 2B_0 l \rho \\
 &= \phi_0
 \end{aligned}
 \tag{5.71}$$

axle<sup>38</sup>  
axial length<sup>39</sup>

یہی حساب اگر لمحہ  $t$  پر کی جائے تو کچھ یوں ہو گا۔

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} (B_0 \cos \theta_p)(l\rho d\theta_p) \\
 (5.72) \quad &= B_0 l\rho \sin \theta_p \Big|_{-\frac{\pi}{2}-\vartheta}^{+\frac{\pi}{2}-\vartheta} \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \vartheta \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

جہاں  $\vartheta = \omega t$  لیا گیا ہے۔ اسی مساوات کو یوں بھی حل کیا جا سکتا ہے

$$\begin{aligned}
 \phi_a(t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.73) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\
 &= B_0 l\rho \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos \omega t
 \end{aligned}$$

اس مرتبہ تکمل زاویہ  $\theta$  کے ساتھ کیا گیا ہے۔ انہیں مساوات کی مدد سے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.74) \quad \phi_a(t) = 2B_0 l\rho \cos \omega t = \phi_0 \cos \omega t$$

بالکل مساوات کی طرح ہم  $b$  اور  $c$  چلھوں کے لئے بھی مقناطیسی بہاؤ کی مساواتیں حل کر سکتے ہیں۔ شکل میں  $a$  چلھے میں زاویہ  $-\frac{\pi}{2}$  سے  $+\frac{\pi}{2}$  تک کا مقناطیسی بہاؤ گزرتا ہے۔ اس لئے  $\phi_a(t)$  معلوم کرنے کے لئے مساوات میں تکمل کے حدود یہی رکھے گئے تھے۔ اسی شکل سے واضح ہے کہ  $b$  چلھے کے تکمل کے حدود  $+\frac{\pi}{6}$  اور  $+\frac{7\pi}{6}$  جبکہ  $c$  کے حدود  $+\frac{5\pi}{6}$  اور  $+\frac{11\pi}{6}$  ہیں۔ یہ زاویے ریڈیئن میں دیئے

گٹھے ہیں۔ یوں

$$\begin{aligned}
 \phi_b(t) &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.75) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[ \sin\left(\frac{7\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned}
 \phi_c(t) &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (B_0 \cos(\theta - \omega t))(l\rho d\theta) \\
 (5.76) \quad &= B_0 l\rho \sin(\theta - \omega t) \Big|_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \\
 &= B_0 l\rho \left[ \sin\left(\frac{11\pi}{6} - \omega t\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \omega t\right) \right] \\
 &= 2B_0 l\rho \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}$$

اگر ایک چمھے کے  $N$  چکر ہوں تو اس میں پیدا برقی دباؤ کو یوں معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= N\phi_a(t) = N\phi_0 \cos \omega t \\
 (5.77) \quad \lambda_b &= N\phi_b(t) = N\phi_0 \cos(\omega t - 120^\circ) \\
 \lambda_c &= N\phi_c(t) = N\phi_0 \cos(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

ان مساوات میں  $\frac{2\pi}{3}$  ریڈیئن کو  $120^\circ$  لکھا گیا ہے۔ ان سے چھوٹے میں پیدا امالی برقی دباؤ کا حساب یوں لگایا جا سکتا ہے۔

$$\begin{aligned} e_a(t) &= -\frac{d\lambda_a}{dt} = \omega N \phi_0 \sin \omega t \\ e_b(t) &= -\frac{d\lambda_b}{dt} = \omega N \phi_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\ e_c(t) &= -\frac{d\lambda_c}{dt} = \omega N \phi_0 \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (5.78)$$

ان مساوات کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} e_a(t) &= \omega N \phi_0 \cos(\omega t - 90^\circ) \\ e_b(t) &= \omega N \phi_0 \cos(\omega t + 150^\circ) \\ e_c(t) &= \omega N \phi_0 \cos(\omega t + 30^\circ) \end{aligned} \quad (5.79)$$

یہ مساوات تین دوری محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتے ہیں جو آپس میں  $120^\circ$  زاویہ پر ہیں۔ ان سب کا محیط  $E_0$  یکساں ہے جہاں

$$E_0 = \omega N \phi_0 \quad (5.80)$$

اور ان برقی دباؤ کی موثر قیمت<sup>40</sup>

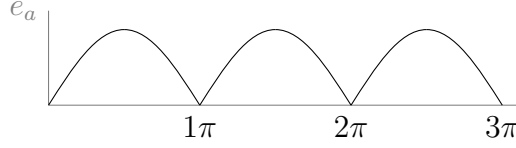
$$E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_0}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \phi_0 \quad (5.81)$$

ہوگی۔ مساوات سائن نما برقی دباؤ کو ظاہر کرتا ہے۔ چونکہ  $\phi = BA$  ہوتا ہے لہذا یہ مساوات بالکل مساوات کی طرح ہے۔ اگرچہ مساوات یہ سوچ کر حاصل کیا گیا کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ صرف برقی مقناطیس کی وجہ سے ہے تاہم برقی دباؤ کا اس سے کوئی تعلق نہیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ کس طرح وجود میں آئی اور یہ مساوات ان حالات کے لئے بھی درست ہے جہاں یہ مقناطیسی بہاؤ جنریٹر کے ساکن حصے میں پیدا ہوئی ہو یا ساکن اور حرکت پذیر دونوں حصوں میں پیدا ہوئی ہو۔

مساوات ہمیں ایک گچھ چلھے میں پیدا برقی دباؤ دیتی ہے۔ اگر چلھا تقسیم شدہ ہو تو اس کے مختلف شگافوں میں موجود اس چلھے کے حصوں میں برقی دباؤ ہم مرحلہ نہیں ہوں گے لہذا ان سب کا مجموعی برقی دباؤ ان سب کا حاصل جمع نہیں ہوگا بلکہ اس سے قدر کم ہوگا۔ اس مساوات کو ہم ایک پھیلے چلھے کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$E_{rms} = 4.44 k_w f N \phi_0 \quad (5.82)$$

تین دور برقی جنریٹروں کے  $k_w$  کی قیمت 0.85 تا 0.95 ہوتی ہے۔ یہ مساوات ہمیں ایک دور کی برقی دباؤ دیتی ہے۔ تین دور برقی جنریٹروں میں ایسے تین چلھوں کے جوڑے ہوتے ہیں اور ان کو  $Y$  یعنی ستارا نما یا  $\Delta$  یعنی ٹکونی جوڑا جاتا ہے۔



شکل 5.23: ایک دور کا یک سمتی برقی دباؤ۔

## 5.6.2 یک سمتی رو برقی جنریٹر

ہر گھومنے والا برقی جنریٹر بنیادی طور پر بدلتی رو جنریٹر ہی ہوتا ہے۔ البتہ جہاں یک سمتی برقی دباؤ<sup>41</sup> کی ضرورت ہو وہاں مختلف طریقوں سے بدلتی برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ ایسا الیکٹرانکس کے ذریعہ جنریٹر کے باہر برقیاتی سمت کار<sup>42</sup> کی مدد سے کیا جا سکتا ہے یا پھر میکانیکی طریقے سے میکانیکی سمت کار<sup>43</sup> کی مدد سے جنریٹر کے اندر ہی کیا جا سکتا ہے۔ مساوات میں دیئے گئے برقی دباؤ کو یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جائے تو یہ شکل کی طرح ہو گا۔

مثال 5.5: شکل 5.23 میں یک سمتی برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔ اس یک سمتی برقی دباؤ کی اوسط قیمت حاصل کریں۔  
حل:

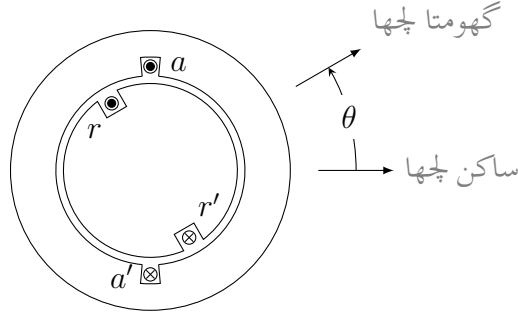
$$E_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega N \phi_0 \sin \omega t \, d(\omega t) = \frac{2\omega N \phi_0}{\pi}$$

یک سمتی برقی جنریٹر پر باقاعدہ تبصرہ کتاب کے باب میں کیا جائے گا۔

## 5.7 ہموار قطب مشینوں میں مروڑ

اس حصے میں ہم ایک کامل مشین میں مروڑ<sup>44</sup> کا حساب لگائیں گے۔ ایسا دو طریقوں سے کیا جا سکتا ہے۔ ہم مشین کو دو مقناطیس سمجھ کر ان کے مابین قوت کشش، قوت دفع اور مروڑ کا حساب لگا سکتے ہیں یا پھر اس میں ساکن اور گھومتے پلھوں کو امالہ سمجھ کر باب چار کی طرح توانائی اور کو توانائی کے استعمال سے اس کا حساب لگائیں۔ پہلے توانائی کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

DC voltage<sup>41</sup>  
rectifier<sup>42</sup>  
commutator<sup>43</sup>  
torque<sup>44</sup>



شکل 5.24: ساکن امالہ اور گھومتا امالہ۔

## 5.7.1 توانائی کے طریقے سے میکانی مروڑ کا حساب

یہاں ہم ایک دور کی مشین کی بات کریں گے۔ اس سے حاصل جوابات کو با آسانی زیادہ دور کی آلوں پر لاگو کیا جا سکتا ہے۔ شکل 5.24 میں ایک دور کی کامل مشین دکھائی گئی ہے۔ کسی بھی لمحہ اس کی دو چھوٹوں میں کچھ زاویہ ہوگا جسے  $\theta$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ خلائی درز ہر جگہ یکساں ہے لہذا یہاں اُبھرے قطب کے اثرات کو نظر انداز کیا جائے گا۔ مزید یہ کہ مرکز کی  $\mu_r \rightarrow \infty$  تصور کی گئی ہے لہذا چھوٹوں کی امالہ صرف خلائی درز کی مقناطیسی مستقل  $\mu_0$ <sup>45</sup> پر منحصر ہے۔

اس طرح ساکن چھوٹے کی امالہ  $L_{aa}$  اور گھومتے چھوٹے کی امالہ  $L_{rr}$  مقررہ ہیں جبکہ ان کا مشترکہ امالہ  $L_{ar}(\theta)$  زاویہ  $\theta$  پر منحصر ہوگا۔ جب  $\theta = 0$  یا  $\theta = \pm 2\pi$  کے برابر ہو تو ایک چھوٹے کا سارہ مقناطیسی بہاؤ دوسرے چھوٹے سے بھی گزرتا ہے۔ ایسے حالت میں ان کا مشترکہ امالہ زیادہ سے زیادہ ہو گا جسے  $L_{ar0}$  لکھتے ہیں۔ جب  $\theta = \pm 180^\circ$  ہو اس لمحہ ایک مرتبہ پھر ایک چھوٹے کا سارہ مقناطیسی بہاؤ دوسرے چھوٹے سے بھی گزرتا ہے البتہ اس لمحہ اس کی سمت اُلٹ ہوتی ہے لہذا اب ان کا مشترکہ امالہ بھی منفی ہوگا یعنی  $-L_{ar0}$  اور جب  $\theta = \pm 90^\circ$  ہو تب ان کا مشترکہ امالہ صفر ہوگا۔ اگر ہم یہ ذہن میں رکھیں کہ خلائی درز میں مقناطیسی بہاؤ سائن نما ہے تب

$$L_{ar} = L_{ar0} \cos \theta \quad (5.83)$$

ہوگا۔ ہم ساکن اور گھومتے چھوٹوں کی ارتباطِ بہاؤ کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ar}(\theta)i_r = L_{aa}i_a + L_{ar0} \cos(\theta)i_r \\ \lambda_r &= L_{ar}(\theta)i_a + L_{rr}i_r = L_{ar0} \cos(\theta)i_a + L_{rr}i_r \end{aligned} \quad (5.84)$$

اگر ساکن چھوٹے کی مزاحمت  $R_a$  اور گھومتے چھوٹے کی مزاحمت  $R_r$  ہو تو ہم ان چھوٹوں کے سروں پر دیئے

<sup>45</sup>magnetic constant, permeability

گئے برقی دباؤ کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.85) \quad \begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = i_a R_a + L_{aa} \frac{di_a}{dt} + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_r}{dt} - L_{ar0} i_r \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= i_r R_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = i_r R_r + L_{ar0} \cos \theta \frac{di_a}{dt} - L_{ar0} i_a \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + L_{rr} \frac{di_r}{dt} \end{aligned}$$

یہاں  $\theta$  برقی زاویہ ہے اور وقت کے ساتھ اس کی تبدیلی رفتار  $\omega$  کو ظاہر کرتی ہے یعنی

$$(5.86) \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

میکانی مروڑ بذریعہ کو توانائی حاصل کی جا سکتی ہے۔ کو توانائی مساوات سے حاصل ہوتی ہے۔ یہ مساوات موجودہ استعمال کے لئے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.87) \quad W'_m = \frac{1}{2} L_{aa} i_a^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{ar0} i_a i_r \cos \theta$$

اس سے میکانی مروڑ  $T_m$  یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.88) \quad T_m = \frac{\partial W'_m(\theta_m, i_a, i_r)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W'_m(\theta, i_a, i_r)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \theta_m}$$

چونکہ  $P$  قطب مشینوں کے لئے

$$(5.89) \quad \theta = \frac{P}{2} \theta_m$$

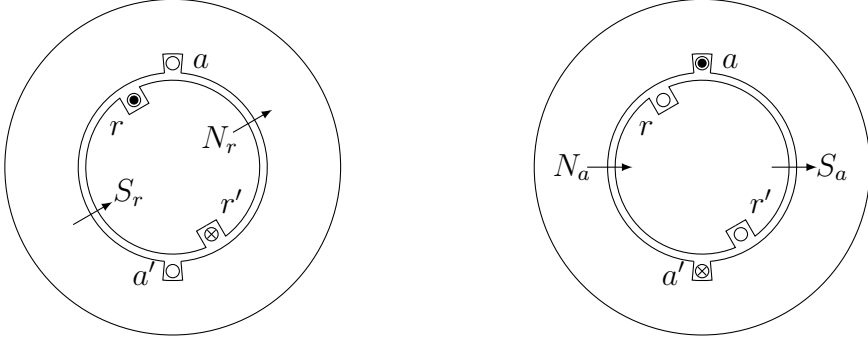
لہذا ہمیں مساوات سے ملتا ہے

$$(5.90) \quad T_m = -\frac{P}{2} L_{ar0} i_a i_r \sin \left( \frac{P}{2} \theta_m \right)$$

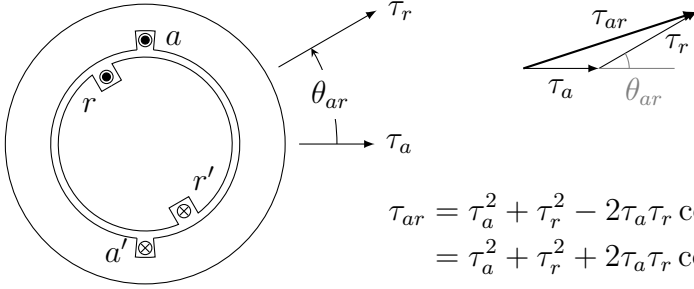
اس مساوات میں مروڑ  $T_m$  منفی ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر کسی لمحہ پر ساکن اور گھومتے چلھوں کے مقناطیسی بہاؤ کے درمیان زاویہ مثبت ہو تو ان کے مابین مروڑ منفی ہو گا یعنی مروڑ ان دونوں مقناطیسی بہاؤ کو ایک سمت میں رکھنے کی کوشش کرے گا۔

### 5.7.2 مقناطیسی بہاؤ سے میکانی مروڑ کا حساب

شکل 5.25 میں دو قطب والی ایک دور کی مشین دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں بائیں جانب صرف گھومتے چلھے میں برقی رو ہے۔ اس چلھے کا مقناطیسی بہاؤ تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے، یعنی تیر اس مقناطیس کے محور کو ظاہر کرتا ہے۔ یہاں اگر صرف گھومتے حصے پر توجہ دی جائے تو یہ واضح ہے کہ گھومتا حصہ ایک مقناطیس کی مانند ہے جس کے شمالی اور جنوبی قطبین شکل میں دیئے گئے ہیں۔ اسی طرح شکل میں دائیں جانب صرف ساکن چلھے میں برقی رو ہے۔ اگر اس مرتبہ صرف ساکن حصے پر توجہ دی



شکل 5.25: لچھوں کے قطبین۔



$$\begin{aligned} \tau_{ar} &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180 - \theta_{ar}) \\ &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \end{aligned}$$

شکل 5.26: خلائی درز میں مجموعی مقناطیسی دباؤ۔

جائے تو اس کے بائیں جانب سے مقناطیسی دباؤ نکل کر خلائی درز میں داخل ہوتی ہے، لہذا یہی اس کا شمالی قطب ہے اور اس مقناطیس کا محور بھی اسی تیر کی سمت میں ہے۔

یہاں یہ واضح رہے کہ اگرچہ گچھ پلھے دکھائے گئے ہیں لیکن درحقیقت دونوں پلھوں کے مقناطیسی دباؤ سائن۔ نما ہی ہیں اور تیر کے نشان ان مقناطیسی دباؤ کی موج کے چوٹی کو ظاہر کرتے ہیں۔

شکل 5.26 میں اب دونوں پلھوں میں برقی رو ہے۔ یہ واضح ہے کہ یہ بالکل دو مقناطیسوں کی طرح ہے اور ان کے الٹ قطبین کے مابین قوت کشش ہوگا، یعنی یہ دونوں پلھے ایک ہی سمت میں ہونے کی کوشش کریں گے۔

یہاں یہ زیادہ واضح ہے کہ یہ دو مقناطیس کوشش کریں گے کہ  $\theta_{ar}$  صفر کے برابر ہو یعنی ان کا میکانی مروڑ  $\theta_{ar}$  کے الٹ سمت میں ہوگا۔ یہی کچھ مساوات کہتا تھا۔

ان برقی مقناطیسوں کے مقناطیسی دباؤ کو اگر ان کے مقناطیسی محور کی سمت میں  $T_a$  اور  $T_r$  سے ظاہر کیا جائے جہاں  $T_a$  اور  $T_r$  مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے برابر ہوں تو خلاء میں کل مقناطیسی دباؤ  $T_{ar}$  ان کا جمع سمتیات ہوگا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا طول  $T_{ar}$  کوسائن کے قلیہ<sup>46</sup> سے

cosine law<sup>46</sup>



یوں حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned} \tau_{ar}^2 &= \tau_a^2 + \tau_r^2 - 2\tau_a\tau_r \cos(180^\circ - \theta_{ar}) \\ (5.91) \quad &= \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2\tau_a\tau_r \cos \theta_{ar} \end{aligned}$$

خلائی درز میں یہ کل مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت  $H_{ar}$  کو جنم دے گا جو اس قلیہ سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(5.92) \quad \tau_{ar} = H_{ar} l_g$$

$H_{ar}$  مقناطیسی شدت کی چوٹی کو ظاہر کرتا ہے۔ اب جہاں خلاء میں مقناطیسی شدت  $H$  ہو وہاں مقناطیسی کو-توانائی کی کثافت  $\frac{\mu_0}{2} H^2$  ہوتی ہے۔ خلائی درز میں اوسط کو-توانائی کی کثافت اس خلائی درز میں  $H^2$  کی اوسط ضرب  $\frac{\mu_0}{2}$  ہو گی۔ کسی بھی سائن نما موج  $H = H_0 \cos \theta$  کے  $H^2$  کا اوسط  $H_{\text{اوسط}}^2$  یوں حاصل کیا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned} H_{\text{اوسط}}^2 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H^2 d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H_0^2 \cos^2 \theta d\theta \\ (5.93) \quad &= \frac{H_0^2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \\ &= \frac{H_0^2}{\pi} \left[ \theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{H_0^2}{2} \end{aligned}$$

لہذا خلائی درز میں اوسط کو-توانائی کی کثافت  $\frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2}$  ہو گی اور اس خلاء میں کل کو-توانائی اس اوسط کو-توانائی ضرب خلاء کی حجم کے برابر ہو گا یعنی

$$(5.94) \quad W'_m = \frac{\mu_0}{2} \frac{H_{ar}^2}{2} 2\pi r l_g l = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \tau_{ar}^2$$

اس مساوات میں خلائی درز کی رداسی لمبائی  $l_g$  ہے اور اس کی دھڑے <sup>47</sup> کی سمت میں محوری لمبائی  $l$  <sup>48</sup> ہے۔ محور سے خلاء کی اوسط رداسی فاصلہ  $r$  ہے۔ مزید یہ کہ  $l_g \gg r$  ہے۔ اس طرح خلاء میں رداسی سمت میں کثافت مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کو نذر انداز کیا جا سکتا ہے۔ اس مساوات کو ہم مساوات کی

<sup>47</sup>axis  
<sup>48</sup>axial length

مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(5.95) \quad W'_m = \frac{\mu_0 \pi r l}{2 l_g} \left( \tau_a^2 + \tau_r^2 + 2 \tau_a \tau_r \cos \theta_{ar} \right)$$

اس سے میکانی مروڑ یوں حاصل کیا جا سکتا ہے

$$(5.96) \quad T_m = \frac{\partial W'_m}{\partial \theta_{ar}} = -\frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

یہ حساب دو قطب والی مشین کے لئے لگایا گیا ہے۔  $P$  قطب والے مشین کے لئے یہ مساوات ہر جوڑی قطب کا میکانی مروڑ دیتا ہے لہذا ایسے مشین کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$(5.97) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar}$$

یہ ایک بہت اہم مساوات ہے۔ اس کے مطابق مشین کا میکانی مروڑ اس کے ساکن اور گھومتے چلھوں کے مقناطیسی دباؤ کے چوٹی کے براہ راست متناسب ہے۔ اسی طرح یہ ان دونوں کے درمیان برقی زاویہ  $\theta_{ar}$  کے سائن کے بھی براہ راست متناسب ہے۔ منفی میکانی مروڑ کا مطلب ہے کہ یہ زاویہ  $\theta_{ar}$  کے الٹ جانب ہے یعنی یہ میکانی مروڑ اس زاویہ کو کم کرنے کی جانب کو ہے۔ مشین کے ساکن اور گھومتے حصوں پر ایک برابر مگر الٹ سمتوں میں میکانی مروڑ ہوتا ہے البتہ ساکن حصے کا مروڑ مشین کے وجود کے ذریعہ زمین تک منتقل ہو جاتا ہے جبکہ گھومتے حصے کا میکانی مروڑ اس حصے کو گھماتا ہے۔

چونکہ مقناطیسی دباؤ برقی رو کے براہ راست متناسب ہے لہذا  $\tau_a$  اور  $i_a$  آپس میں براہ راست متناسب ہیں جبکہ  $\tau_r$  اور  $i_r$  آپس میں براہ راست متناسب ہیں۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ مساوات اور ایک جیسے ہیں۔ درحقیقت یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ یہ دونوں بالکل برابر ہیں۔

شکل 5.27 میں ایک مرتبہ پھر ساکن اور گھومتے چلھوں کے مقناطیسی دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں بائیں جانب تکون  $\Delta AEC$  اور  $\Delta BEC$  میں  $CE$  مشترک ہے اور ان دو تکونوں سے واضح ہے کہ

$$(5.98) \quad CE = \tau_r \sin \theta_{ar} = \tau_a \sin \theta_a$$

اس مساوات کی مدد سے مساوات یوں لکھا جا سکتا ہے۔

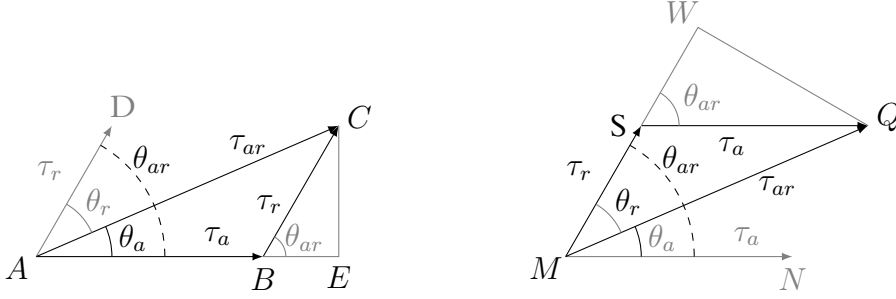
$$(5.99) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a$$

اسی طرح شکل 5.27 کے دائیں جانب تکون  $\Delta MWQ$  اور تکون  $\Delta SWQ$  میں  $WQ$  کا طرف مشترک ہے اور ان دو تکونوں سے واضح ہے کہ

$$(5.100) \quad WQ = \tau_a \sin \theta_{ar} = \tau_{ar} \sin \theta_r$$

اب اس مساوات کی مدد سے مساوات یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(5.101) \quad T_m = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r$$



شکل 5.27: مقناطیسی بہاؤ اور ان کے زاوئے۔

مساوات مساوات اور مساوات کو ایک جگہ لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 T_m &= -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_r \sin \theta_{ar} \\
 T_m &= -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_a \tau_{ar} \sin \theta_a \\
 T_m &= -\frac{P}{2} \frac{\mu_0 \pi r l}{l_g} \tau_r \tau_{ar} \sin \theta_r
 \end{aligned}
 \quad (5.102)$$

ان مساوات سے یہ واضح ہے کہ میکانی مروڑ کو دونوں چلھوں کے مقناطیسی دباؤ اور ان کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے یا پھر ایک چلھے کی مقناطیسی دباؤ اور کل مقناطیسی دباؤ اور ان دو کے مابین زاویہ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

اس بات کو یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ میکانی مروڑ دو مقناطیسی دباؤ کے آپس میں ردعمل کی وجہ سے وجود میں آتا ہے اور یہ ان مقناطیسی دباؤ کی چوٹی اور ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔ مقناطیسی دباؤ، مقناطیسی شدت، کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی بہاؤ سب کا آپس میں تعلق رکھتے ہیں لہذا ان مساوات کو کئی مختلف طریقوں سے لکھا جا سکتا ہے۔ مثلاً خلائی درز میں کل مقناطیسی دباؤ  $\tau_{ar}$  اور وہاں کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B_{ar}$  کا تعلق

$$B_{ar} = \frac{\mu_0 \tau_{ar}}{l_g} \quad (5.103)$$

استعمال کر کے مساوات کے آخری جز کو یوں لکھا جا سکتا ہے

$$T_m = -\frac{P}{2} \pi r l \tau_r B_{ar} \sin \theta_r \quad (5.104)$$

مقناطیسی آلون میں مقناطیسی مرکز کی مقناطیسی مستقل  $\mu$  کی محدود صلاحیت کی وجہ سے مرکز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ تقریباً ایک تسلسلہ تک ہی بڑھائی جا سکتی ہے۔ لہذا مشین بناتے وقت اس حد کو مد نظر رکھنا پڑتا ہے۔ اسی طرح گھومتے چلھے کا مقناطیسی دباؤ اس چلھے میں برقی رو پر منحصر ہوتا ہے۔

اس برقی رو سے چمچھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہوتی ہے جس سے یہ چمچھا گرم ہوتا ہے۔ برقی رو کو اس حد تک بڑھایا جا سکتا ہے جہاں تک اس چمچھے کو ٹھنڈا کرنا ممکن ہو۔ لہذا مقناطیسی دباؤ کو اس حد کے اندر رکھنا پڑتا ہے۔ چونکہ اس مساوات میں یہ دو بہت ضروری حدیں واضح طور پر سامنے ہیں اس لئے یہ مساوات مشین بنانے کی غرض سے بہت اہم ہے۔

اس مساوات کی ایک اور بہت اہم شکل اب دیکھتے ہیں۔ ایک قطب پر مقناطیسی بہاؤ  $\phi_P$  ایک قطب پر اوسط کثافت مقناطیسی بہاؤ اوسط  $B$  ضرب ایک قطب کا رقبہ  $A_P$  ہوتا ہے۔ جہاں

$$(5.105) \quad B_{\text{اوسط}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B_0 \cos \theta \, d\theta = \frac{2B_0}{\pi}$$

$$(5.106) \quad A_P = \frac{2\pi r l}{P}$$

لہذا

$$(5.107) \quad \phi_P = \frac{2B_0}{\pi} \frac{2\pi r l}{P}$$

اور

$$(5.108) \quad T_m = -\frac{\pi}{2} \left( \frac{P}{2} \right)^2 \phi_{ar} \tau_r \sin \theta_r$$

یہ مساوات معاصر مشینوں کے لئے بہت کارآمد ہے۔

## الباب 6

### یکساں حال، برقرار چالو معاصر مشین

جیسا کہ نام سے واضح ہے یہ وہ گھومنے والی مشین ہے جو ایک ہی رفتار سے گھومتی ہے اور یہ رفتار اس کو دیئے گئے برقی دباؤ کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔

جب کسی جنریٹر پر بوجھ تبدیل کیا جائے یا اسے فراہم میکانی طاقت فراہم کرنے والے کی رفتار تبدیل کی جائے تو جنریٹر نئی صورت حال کے مطابق چند ہی لمحات میں دوبارہ برقرار صورت اختیار کر لیتا ہے۔ اس برقرار چالو صورت میں اس کی رفتار، برقی دباؤ، برقی رو، درجہ حرارت وغیرہ مقررہ رہتے ہیں۔ اسی طرح اگر موثر پر بوجھ تبدیل ہو تو اسے درکار طاقت اور برقی رو تبدیل ہوں گے۔ بوجھ تبدیل ہونے سے پہلے موثر برقرار مقررہ برقی رو حاصل کرتا رہتا ہے اور اس کا درجہ حرارت ایک مقررہ قیمت پر رہتا ہے۔ اسی طرح بوجھ تبدیل ہونے کے چند ہی لمحات میں یہ دوبارہ ایک نئی برقرار چالو صورت اختیار کر لیتا ہے جہاں اس کی برقی رو ایک نئی قیمت پر برقرار رہتی ہے اور اس کا درجہ حرارت بھی ایک نئی قیمت اختیار کر لیتا ہے۔ دو مختلف برقرار چالو، یکساں صورتوں کے درمیان چند لمحات کے لئے مشین عارضی صورت<sup>1</sup> میں ہوتا ہے۔ اس باب میں یکساں حال، برقرار چالو<sup>2</sup> مشین پر تبصرہ کیا جائے گا۔

معاصر آلوں میں عموماً قوی چلھا ساکن رہتا ہے جبکہ میدانی چلھا معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔ قوی چلھوں کی برقی رو میدانی چلھوں کی برقی رو کی نسبت بہت زیادہ ہوتی ہے اور اسے سرک چلھوں کے ذریعہ گزارنا نہایت مشکل ہوتا ہے لہذا قوی چلھوں کو ساکن رکھا جاتا ہے جبکہ میدانی چلھوں کو گھمایا جاتا ہے۔

ہم یہ دیکھ چکے ہیں کہ تین دور کے لپٹے ساکن چلھوں میں اگر متوازن تین دور کی برقی رو ہو تو یہ ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے۔ اس گھومتے موج کی رفتار کو معاصر رفتار<sup>3</sup> کہتے ہیں۔ معاصر مشین کا گھومتا حصہ اسی رفتار سے گھومتا ہے۔

معاصر مشین کے میدانی چلھے کو یک سمتی برقی رو درکار ہوتی ہے جو یا تو سرک چلھوں کے ذریعہ اس تک باہر سے پہنچائی جاتی ہے یا پھر مشین کے ڈھڑے پر ہی نسب ایک چھوٹی یک سمتی جنریٹر سے اسے فراہم کی جاتی ہے۔

---

transient state<sup>1</sup>  
steady state<sup>2</sup>  
synchronous speed<sup>3</sup>

میدانی چلھا ایک میدان مقلطیسی دباؤ کو جنم دیتی ہے جو اس چلھے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتی ہے۔ لہذا معاصر مشین کے گھومتے اور ساکن چلھوں کے مقلطیسی دباؤ معاصر رفتار سے ہی گھومتے ہیں۔ اسی وجہ سے انہیں معاصر مشین کہتے ہیں۔

## 6.1 متعدد دور معاصر مشین

معاصر مشین عموماً تین دور کے ہوتے ہیں۔ ان کے تین دوری ساکن قوی چلھے خلاء میں  $120^\circ$  برقی زاویہ پر نسب ہوتے ہیں جبکہ اس کے میدان چلھے گھومتے حصے پر نسب ہوتے ہیں اور ان میں یک سمتی برقی رو ہوتی ہے۔

اگر مشین کے گھومتے حصے کو بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جائے تو یہ مشین ایک معاصر جنریٹر کے طور پر کام کرتی ہے اور اس کے تین دور کے ساکن قوی چلھوں میں تین دور کی برقی دباؤ پیدا ہوتی ہے جس کا برقی تعدد گھومنے کے رفتار پر منحصر ہوتا ہے۔ اس کے برعکس اگر مشین کے تین دور کے ساکن قوی چلھوں کو تین دور کا برقی طاقت مہیا کیا جائے تو یہ ایک معاصر موٹر کے طور پر کام کرتی ہے جو معاصر رفتار سے گھومتی ہے۔ مشین کی کل برقی قوت کے چند فی صد برابر برقی قوت اس کے میدان چلھے کو درکار ہوتی ہے۔ گھومتے چلھے تک برقی دباؤ مختلف طریقوں سے پہنچائی جاتی ہے۔ شکل میں گھومتے چلھے تک موصول سرک چلھے<sup>4</sup> کی مدد سے یک سمتی برقی رو پہنچانے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ یہ سرک چلھے اُسی دھڑے پر نسب ہوتے ہیں جس پر گھومتا چلھا نسب ہوتا ہے اور یہ اس چلھے کے ساتھ یکساں طور پر گھومتے ہیں۔ سرک چلھوں کے ہرونی سطح پر کاربن کے ساکن بُش، اسپرنگ کی مدد سے ان کے ساتھ دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ جب مشین چلتی ہے کاربن کے بُش ان سرک چلھوں پر سرکتے ہیں۔ اسپرنگ کا دباؤ ان کا برقی جوڑ مضبوط رکھتا ہے اور ان کے مابین چنگاریاں نہیں نکلتی۔ کاربن بُش کے ساتھ برقی تار لگی ہے۔ اس طرح یک سمتی برقی رو  $I_r$ ، کاربن بُش<sup>5</sup> سے سرک چلھوں اور یہاں سے گھومتے چلھے تک پہنچتی ہے۔

بڑے معاصر مشین میں میدان یک سمتی برقی رو عموماً ایک بدلتی رو برقی جنریٹر سے حاصل کی جاتی ہے جو معاصر مشین کے دھڑے پر ہی نسب ہوتی ہے اور اس کے ساتھ یکساں طور پر گھومتی ہے۔ اس چھوٹے جنریٹر کی برقی دباؤ کو دھڑے پر ہی نسب الیکٹرانکس کی مدد سے یک سمتی برقی دباؤ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یوں سرک چلھے کی ضرورت نہیں رہتی۔ سرک چلھے رگڑ کی وجہ سے خراب ہوتے ہیں جس کی وجہ سے معاصر مشین کو مرمت کی خاطر بند کرنا پڑتا ہے جو بہت مہنگا پڑتا ہے۔

اُپرے قطب<sup>6</sup> مشین پانی سے چلنے والے سست رفتار جنریٹر اور عام استعمال کے موٹروں کے لئے موزوں ہوتے ہیں جبکہ ہموار قطب<sup>7</sup> مشین تیز رفتار دو یا چار قطب والے ٹربائن جنریٹروں کے لئے موزوں ہوتے ہیں۔

کسی بھی مملکت کو درکار برقی توانائی ایک برقی جنریٹر سے دینا ممکن نہیں، لہذا حقیقت میں کچھ درجنوں سے لیکر کئی سو برقی جنریٹر بیک وقت یہ فریضہ سر انجام دے رہے ہوتے ہیں۔ ایک سے زیادہ جنریٹر استعمال کرنا سود مند ثابت ہوتا ہے۔ اوّل تو برقی توانائی کی ضرورت کے مطابق جنریٹر چالو کئے جا

slip rings<sup>4</sup>  
carbon bush<sup>5</sup>  
salient poles<sup>6</sup>  
non-salient poles<sup>7</sup>

سکتے ہیں اور پھر ان جنریٹروں کو ضرورت کی جگہ کے ممکنہ طور پر قریب نسب کیا جا سکتا ہے۔ کسی بھی اس طرح کے بڑے نظام میں ایک جنریٹر کی حیثیت بہت کم ہو جاتی ہے۔ ایک جنریٹر چالو یا بند کرنے سے پورے نظام پر کوئی خاص فرق نہیں پڑتا۔ اس صورت میں ہم اس نظام کو ایک مقررہ برقی دباؤ اور ایک مقررہ برقی تعدد رکھنے والا نظام تصور کر سکتے ہیں۔ معاصر جنریٹروں کے کئی اہم پہلو با آسانی سمجھے جا سکتے ہیں اگر یہ تصور کر لیا جائے کہ یہ ایک ایسے ہی نظام سے جوڑا گیا ہے۔

مساوات ایک معاصر مشین کا مروڑ بتلاتا ہے۔ اس مساوات کے مطابق برقی مقناطیسی مروڑ کی کوشش ہوتی ہے کہ وہ مشین میں موجود عمل کرنے والے مقناطیسی دباؤ کو سیدھ میں لائے۔ برقرار چالو مشین کا برقی مقناطیسی مروڑ اور اس کے ڈھرے پر لاگو میکانی مروڑ برابر ہوتے ہیں۔ جب مشین ایک جنریٹر کی حیثیت سے استعمال ہو تب میکانی طاقت ڈھرے کو گھماتا ہے اور گھومتے چلے کے مقناطیسی دباؤ کل مقناطیسی دباؤ سے گھومنے کی سمت میں آگے ہوتا ہے۔ مساوات سے حاصل مروڑ اس صورت میں گھومنے کو روکنے کی کوشش کرتا ہے۔ میکانی طاقت چلتے پانی، ایندھن سے چلتے انجن وغیرہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ اسی طرح اگر مشین ایک موٹر کی حیثیت سے استعمال ہو رہا ہو، تب صورت اس کے بالکل الٹ ہوگی۔

اگر کل مقناطیسی بہاؤ  $\phi_{ar}$  اور گھومتے چلے کے مقناطیسی دباؤ  $\tau_r$  تبدیل نہ ہو تب اسی مساوات کے مطابق مشین کا مروڑ  $\sin \theta_r$  کے ساتھ تبدیل ہوگا۔ اگر زاویہ  $\theta_r$  صفر ہو تب یہ مروڑ بھی صفر ہوگا۔ اب تصور کریں کہ یہی مشین ایک موٹر کے طور پر استعمال ہو رہی ہو۔ جیسے جیسے موٹر پر لدا میکانی بوجھ بڑھایا جائے ویسے ویسے اس کے ڈھرے پر میکانی مروڑ بڑھے گی۔ موٹر کو برابر کا برقی مقناطیسی مروڑ پیدا کرنا ہوگا جو یہ زاویہ بڑھا کر کرتا ہے۔ یہاں یہ سمجھنا ضروری ہے کہ موٹر ہر وقت معاصر رفتار سے ہی گھومتا ہے اور وہ یہ زاویہ پل بھر کے لئے آہستہ ہو کر ضرورت کے مطابق درست کرتا ہے۔ یعنی موٹر کا زاویہ  $\theta_r$  ہر وقت میکانی مروڑ کا تعقب<sup>8</sup> کرتی ہے۔

اگر موٹر پر لدا میکانی بوجھ بتدریج بڑھایا جائے تو ایک لمحہ آئے گا جب زاویہ  $\theta_r$  نوے درجہ یعنی  $\frac{\pi}{2}$  ریڈیئن تک پہنچ جائے گا۔ اس لمحہ موٹر اپنی انتہائی مروڑ<sup>9</sup> پیدا کر رہی ہوگی۔ اگر بوجھ مزید بڑھایا جائے تو موٹر کسی بھی صورت میں اس کے مقابلے کا مروڑ نہیں پیدا کر سکتی اور یہ موٹر رکھ جائے گی۔ ہم کہتے ہیں کہ موٹر نے غیر معاصر<sup>10</sup> صورت اختیار کر لی ہے۔ مساوات سے یہ ظاہر ہے کہ کل مقناطیسی بہاؤ یا گھومتے چلے کے مقناطیسی دباؤ بڑھا کر اس انتہائی مروڑ کی مقدار بڑھائی جا سکتی ہے۔

یہی صورت اگر مشین برقی جنریٹر کے طور پر استعمال کی جائے سامنے آتی ہے۔ جب بھی مشین غیر معاصر صورت اختیار کرے اسے جلد خود کار دور شکن<sup>11</sup> کی مدد سے برقی ہم رسانی سے الگ کر دیا جاتا ہے۔

ہم نے دیکھا کہ ایک معاصر موٹر صرف اور صرف معاصر رفتار سے ہی گھوم سکتی ہے اور صرف اسی رفتار پر گھومتی صورت میں مروڑ پیدا کر سکتی ہے لہذا اگر اسے ساکن حالت سے چالو کرنے کی کوشش کی جائے تو یہ کوشش ناکام رہے گی۔ ایسے موٹر کو پہلے کسے اور طریقے سے معاصر رفتار تک لایا جاتا ہے اور پھر اسے چالو کیا جاتا ہے۔ ایسا عموماً ایک چھوٹی امالی موٹر<sup>12</sup> کی مدد سے کیا جاتا ہے جو بے بوجھ معاصر موٹر کو، اس کے معاصر رفتار تک لے آتا ہے اور پھر اس معاصر موٹر کو چالو کیا

<sup>8</sup> hunting

<sup>9</sup> pull out torque

<sup>10</sup> lost synchronism

<sup>11</sup> circuit breaker

<sup>12</sup> induction motor

جاتا ہے۔ ایسی امالہ موثر معاصر موثر کے ڈھرے پر ہی نسب ہوتی ہے۔

## 6.2 معاصر مشین کے امالہ

ہم تصور کرتے ہیں کہ مشین دو قطب اور تین دور کی ہے اور اس کے چلھے ستارا نما جڑے ہیں۔ اس طرح چلھوں میں برقی رو، لائن برقی رو<sup>13</sup> ہی ہوگی اور ان پر لاگو برقی دباؤ، دوری برقی دباؤ ہوگی۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے جبکہ نتیجہ کسی بھی موثر کے لئے درست ہوتا ہے۔

شکل 6.2 میں ایک ایسا تین دور اور دو قطب والا معاصر مشین دکھایا گیا ہے۔ اس کا گھومتا حصہ نلی نما ہے۔ اس کو دو قطب کا مشین یا پھر  $P$  قطب کے مشین کا دو قطب کا حصہ سمجھا جا سکتا ہے۔ یہاں گچھ چلھے دکھائے گئے ہیں لیکن حقیقت میں پھیلے چلھے ہی استعمال ہوتے ہیں اور انہیں درحقیقت پھیلے چلھے ہی سمجھا جائے۔ اس طرح ہر چلھا سائن نما برقی دباؤ پیدا کرتا ہے جس کی چوٹی چلھے کی مقناطیسی محور کی سمت میں ہوتی ہے۔ چونکہ معاصر مشین میں گھومتے چلھے میں یک سمتی رو ہی ہوتا ہے لہذا اس کا مقناطیسی دباؤ ہر لمحہ گھومتے حصے کی مقناطیسی محور کی سمت میں ہی رہتا ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس طرح گھومتے چلھے کا مقناطیسی دباؤ گھومتے حصے کے ساتھ ساتھ معاصر رفتار سے گھومتا ہے۔

ہم فرض کرتے ہیں کہ مشین معاصر رفتار  $\omega$  سے گھوم رہی ہے۔ اس طرح اگر لمحہ  $t = 0$  پر دور<sup>14</sup>  $a$  اور گھومتے چلھے کے مقناطیسی محور ایک ہی سمت میں ہوں تب کسی بھی لمحہ پر ان کے مابین زاویہ  $\theta = \omega t$  ہوگا۔

امالہ کے حساب لگانے کے لئے شکل سے رجوع کریں۔ شکل میں محیط پر خلائی درز یکساں ہے اور اس کی رداسی سمت میں لمبائی  $l_g$  ہے۔ ساکن حصے میں شگافوں کے اثر کو نظر انداز کیا گیا ہے۔ محور سے خلائی درز تک کا اوسط رداسی فاصلہ  $\rho$  ہے اور مشین کی ڈھرے کی سمت میں محوری لمبائی  $l$  ہے۔ کسی بھی چلھے کے خود امالہ کا حساب کرتے وقت باقی سب چلھوں کو نظر انداز کریں۔ اس کا مطلب ہے کہ آپ تصور کریں کہ باقی سب چلھوں میں برقی رو صفر ہے یعنی ان چلھوں کے سرے آزاد رکھے گئے ہیں۔ حقیقت میں اگر آپ کبھی چلھوں کے خود امالہ کو مشین کی مدد سے ناپنا چاہیں تو آپ باقی سب چلھوں کے سرے آزاد ہی رکھیں گے۔

### 6.2.1 خود امالہ

گھومتے یا ساکن چلھے کی خود امالہ  $L$  زاویہ  $\theta$  پر منحصر نہیں۔ ان میں سے کسی بھی چلھے کی مقناطیسی دباؤ  $\tau$

$$(6.1) \quad \tau = k_w \frac{4 Ni}{\pi 2} \cos \theta_p$$

سے خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B$  پیدا ہوگی جہاں

$$(6.2) \quad B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{\tau}{l_g} = \mu_0 k_w \frac{4 Ni}{\pi 2 l_g} \cos \theta_p$$

line current<sup>13</sup>  
phase<sup>14</sup>



یہ مساوات زاویہ  $\theta_p$  کے ساتھ بدلتی کثافتِ مقناطیسی دباؤ  $B$  بتلاقی ہے۔ اس چلھے کا ایک قطب پرکُل مقناطیسی بہاؤ  $\phi$  کا حساب کرنے کے لئے ہمیں اس مساوات کا سطحی تکمل<sup>15</sup> یوں لینا ہوگا۔

$$\begin{aligned}
 \phi &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} B l \rho d\theta_p \\
 &= \mu_0 k_w \frac{4}{\pi} \frac{N i}{2 l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \theta_p d\theta_p \\
 &= \frac{4 \mu_0 k_w N i l \rho}{\pi l_g}
 \end{aligned}
 \tag{6.3}$$

اب ہم اس چلھے کی خود امالہ  $L$  مساوات سے یوں حاصل کر سکتے ہیں۔

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{k_w N \phi}{i} = \frac{4 \mu_0 k_w^2 N^2 l \rho}{\pi l_g}
 \tag{6.4}$$

یہ مساوات اس شکل میں کسی بھی چلھے کی خود امالہ دیتا ہے۔ یعنی

$$L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0} = \frac{4 \mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}
 \tag{6.5}$$

اور

$$L_{mm0} = \frac{4 \mu_0 k_{wm}^2 N_m^2 l \rho}{\pi l_g}
 \tag{6.6}$$

### 6.2.2 مشترکہ امالہ

اب ہم دو چلھوں کا مشترکہ امالہ حاصل کرتے ہیں۔ تصور کریں کہ صرف گھومتا چلھا مقناطیسی بہاؤ پیدا کر رہا ہے۔ ہم اس کا وہ حصہ جو  $a$  چلھے سے گزرنے کا حساب لگا کر ان کا مشترکہ امالہ حاصل کریں گے۔ شکل میں گھومتے اور  $a$  چلھے کے مابین کا زاویہ  $\theta$  ہے۔ اس صورت میں وہ مقناطیسی بہاؤ جو  $(-\frac{\pi}{2} - \theta) < \theta_p < (\frac{\pi}{2} - \theta)$  کے مابین ہو،  $a$  چلھے سے گزرنے گا۔ اس مقناطیسی بہاؤ کا حساب

<sup>15</sup> surface integral

مساوات میں تکمیل کے حد تبدیل کر کے یوں حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned}
 \phi_{am} &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} B l \rho d\theta_p \\
 &= \mu_0 k_{wm} \frac{4}{\pi} \frac{N_m i_m}{2l_g} l \rho \int_{-\frac{\pi}{2}-\theta}^{+\frac{\pi}{2}-\theta} \cos \theta_p d\theta_p \\
 &= \frac{4\mu_0 k_{wm} N_m i_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta
 \end{aligned}
 \tag{6.7}$$

اس مساوات سے ان کا مشترکہ امالہ یہ ہے

$$L_{am} = \frac{\lambda_{am}}{i_m} = \frac{k_{wa} N_a \phi_{am}}{i_m} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g} \cos \theta
 \tag{6.8}$$

اس کو یوں لکھ سکتے ہیں

$$L_{am} = L_{am0} \cos \theta
 \tag{6.9}$$

جہاں جیسے پہلے ذکر ہوا زاویہ  $\theta$  گھومنے کی رفتار پر منحصر ہے یعنی  $\theta = \omega t$  اور  $L_{am0}$  یہ ہے

$$L_{am0} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wm} N_a N_m l \rho}{\pi l_g}
 \tag{6.10}$$

اگرچہ یہ مساوات ایک گھومتے اور ایک ساکن چلنے کے لئے نکالا گیا ہے درحقیقت یہ اس شکل میں کسی بھی دو چلوں کے لئے درست ہے۔ یہ دونوں چلنے ساکن ہو تے تب بھی جواب یہی آتا۔ اگا یہ دونوں گھومتے ہوتے تب بھی جواب یہی آتا۔ لہذا دو ساکن یکساں چلنے مثلاً  $a$  اور  $b$  جن کے مابین  $120^\circ$  کا زاویہ ہے کا آپس کا مشترکہ امالہ یہ ہوگا

$$L_{ab} = \frac{4\mu_0 k_{wa} k_{wb} N_a N_b l \rho}{\pi l_g} \cos 120^\circ = -\frac{2\mu_0 k_{wa}^2 N_a^2 l \rho}{\pi l_g}
 \tag{6.11}$$

جہاں دونوں چلنے بالکل یکساں ہونے کی بدولت  $k_{wb} = k_{wa}$  اور  $N_b = N_a$  لئے گئے ہیں۔ اگر تینوں ساکن چلنے بالکل یکساں ہو تب ہم اس مساوات اور مساوات کی مدد سے یہ لکھ سکتے ہیں۔

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = -\frac{L_{aa0}}{2}
 \tag{6.12}$$

### 6.2.3 معاصر امالہ

مشین پر لاگو برقی دباؤ کو مشین کے چلوں کی خود امالہ، مشترکہ امالہ اور چلوں میں برقی رو کی مدد سے لکھا جا سکتا ہے۔ یہ کرنے کے لئے ہم پہلے چلوں کی ارتباطی بہاؤ  $\lambda$  کو ان کے امالہ اور ان میں برقی رو

کی مدد سے یوں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m \\
 \lambda_b &= L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bm}I_m \\
 \lambda_c &= L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cm}I_m \\
 \lambda_m &= L_{ma}i_a + L_{mb}i_b + L_{mc}i_c + L_{mm}I_m
 \end{aligned}
 \tag{6.13}$$

ان مساوات میں ساکن چلچھوں کے بدلتی برقی رو کو چھوٹے حروف یعنی  $i_a, i_b, i_c$  سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ گھومتے میدانی چلچھے کے یک سمتی برقی رو کو بڑے حرف  $I_m$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ان چار مساوات میں سے ہم کسی ایک کو چننتے ہیں اور اسے حل کرتے ہیں۔ چونکہ یہ چاروں مساوات ایک طرح کے ہیں اس لئے باقی بھی ایسے ہی حل ہوں گے۔ ہم ان میں سے پہلے مساوات لیتے ہیں یعنی

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{am}I_m
 \tag{6.14}$$

مساوات ہمیں  $a$  چلچھے کا خود امالہ دیتا ہے۔ یہ مساوات یہ تصور کر کے نکالا گیا تھا کہ اس چلچھے کا پورا مقناطیسی بہاؤ خلائی درز سے گزرتا ہے۔ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا اور کچھ مقناطیسی بہاؤ اس خلائی درز میں سے گزر کر دوسری جانب نہیں پہنچتا۔ ایسے مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے رستا امالہ  $L_{al}$  وجود میں آتا ہے۔ یہ بالکل ٹرانسفارمر کے رستا امالہ کی طرح ہے۔ یوں اس چلچھے کا کُل خود امالہ  $L_{aa}$  یہ ہے۔

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}
 \tag{6.15}$$

ہم مساوات مساوات مساوات اور مساوات کی مدد سے مساوات کو یوں لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}i_b - \frac{L_{aa0}}{2}i_c + L_{am0}I_m \cos \omega t \\
 &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}(i_b + i_c) + L_{am0}I_m \cos \omega t
 \end{aligned}
 \tag{6.16}$$

اب تین دور کے برقی رو کے لئے

$$i_a + i_b + i_c = 0
 \tag{6.17}$$

لہذا مساوات میں اس کو استعمال کرتے ملتا ہے

$$\begin{aligned}
 \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{L_{aa0}}{2}(-i_a) + L_{am0}I_m \cos \omega t \\
 &= \left(\frac{3}{2}L_{aa0} + L_{al}\right)i_a + L_{am0}I_m \cos \omega t \\
 &= L_s i_a + L_{am0}I_m \cos \omega t
 \end{aligned}
 \tag{6.18}$$

جہاں

$$L_s = \frac{3}{2}L_{aa0} + L_{al}
 \tag{6.19}$$

کو معاصر امالہ<sup>16</sup> کہتے ہیں۔

اس مساوات اور مساوات پر ایک مرتبہ دوبارہ غور کریں۔ یہ دونوں ملتے جلتے ہیں۔ وہاں کل گھومتا مقناطیسی دباؤ ایک چلھے کی مقناطیسی دباؤ کے  $\frac{3}{2}$  گھٹا تھا اور یہاں معاصر امالہ ایک چلھے کی املہ کے  $\frac{3}{2}$  گھٹا ہے۔ یہ دو مساوات درحقیقت ایک ہی حقیقت کے دو پہلو ہیں۔

معاصر امالہ تین حصوں پر مشتمل ہے۔ پہلا حصہ  $L_{aa0}$  ہے جو  $a$  چلھے کا خود امالہ ہے۔ دوسرا حصہ  $\frac{L_{aa0}}{2}$  اس چلھے یعنی  $a$  چلھے کا باقی دو چلھوں کے ساتھ اُس صورت میں مشترکہ امالہ ہے جب مشین میں تین دور کی متوازن برقی رو ہو۔ تیسرا حصہ  $L_{al}$  چلھے  $a$  کا رستا مالہ ہے۔ اس طرح معاصر امالہ مشین کے ایک چلھے کا ظاہری امالہ ہوتا ہے جب مشین میں متوازن برقی رو ہو۔

مثال 6.1: ایک معاصر جنریٹر کی ایک دور کا کل خود امالہ 2.2 mH اور رستا امالہ 0.2 mH ہیں۔ اس مشین کے دو دور کا آپس میں مشترکہ امالہ اور مشین کا معاصر امالہ حاصل کریں۔

حل: چونکہ  $L_{aa} = L_{aa0} + L_{al}$  لہذا  $L_{aa0} = 2 \text{ mH}$  ہے۔ مساوات کی مدد سے  $L_{ab} = -1 \text{ mH}$  اور مساوات کی مدد سے  $L_s = 3.2 \text{ mH}$  ہے۔

### 6.3 معاصر مشین کا مساوی دور

چلھا  $a$  پر لاگو برقی دباؤ اس چلھے کی مزاحمت  $R_a$  میں برقی دباؤ کے گھٹنے اور  $\lambda_a$  کے برقی دباؤ کے برابر ہوگا، یعنی

$$\begin{aligned} v_a &= i_a R_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \\ (6.20) \quad &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} - \omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\ &= i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{am} \end{aligned}$$

یہاں

$$\begin{aligned} e_{am} &= -\omega L_{am0} I_m \sin \omega t \\ (6.21) \quad &= \omega L_{am0} I_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

کو بیجانی برقی دباؤ یا اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ کہتے ہیں جو گھومتے چلھے سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کی وجہ سے وجود میں آتی ہے۔ اس کے موثر قیمت  $E_{am,rms}$  مساوات کی مدد سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(6.22) \quad E_{am,rms} = \frac{\omega L_{am0} I_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f L_{am0} I_m$$

مساوات کو ایک برقی دور سے ظاہر کیا جا سکتا ہے جسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی برقی آلا پر جب برقی دباؤ لاگو کیا جائے تو برقی رو کی مثبت سمت لاگو برقی دباؤ کے مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہوتی ہے۔ لہذا اس شکل میں برقی رو  $i_a$  لاگو برقی دباؤ  $v_a$  کی مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہے۔ یہ شکل ایک موثر کو ظاہر کرتی ہے جہاں موثر کے مثبت سرے پر برقی رو اندر کی جانب کو ہوتا ہے۔ اگر موثر کی بجائے ایک معاصر جنریٹر کی بات ہوتی تو یہ جنریٹر برقی دباؤ پیدا کرتا اور برقی رو اس جنریٹر کی مثبت سرے سے باہر کی جانب کو ہوتی۔ اس صورت میں ہمیں شکل کی جگہ شکل ملے گا۔ اس شکل کی مساوات اسی شکل سے یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$(6.23) \quad e_{am} = i_a R_a + L_s \frac{di_a}{dt} + v_a$$

یہاں یہ دھیان رہے کہ جنریٹر کے مساوی دور میں برقی رو کی مثبت سمت موثر کے مساوی دور میں برقی رو کی مثبت سمت کے الٹ ہے۔ اس کا دوری سمتیہ مساوات یوں لکھا جائے گا۔

$$(6.24) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s + \hat{V}_a$$

اس دوری سمتیہ کے مساوات کو شکل الف میں دکھایا گیا ہے۔ عام حالات میں  $X_s$  کی مقدار  $R_a$  سے سو سے دو سو گنا زیادہ ہوتی ہے۔

مثال 6.2: دو قطب 50 ہرٹز کا ایک معاصر جنریٹر 40 ایمپیئر میدانی برقی رو پر 2100 وولٹ دوری مربع کی اوسط برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔ اس مشین کی قوی اور میدانی چھوٹ کے مابین مشترکہ امالہ حاصل کریں۔ حل: مساوات سے

$$(6.25) \quad L_{am} = \frac{\sqrt{2} E_{am}}{\omega I_m} = \frac{\sqrt{2} \times 2100}{2 \times \pi \times 50 \times 40} = 0.2363 \text{ H}$$

## 6.4 برقی طاقت کی منتقلی

شکل ایک ٹرانسفارمر کا مساوی دور اور شکل ایک معاصر جنریٹر کا مساوی دور ہے۔ دونوں بالکل ایک طرح کے ہیں، لہذا مندرجہ ذیل بیان دونوں کے لئے درست ہوگا، اگرچہ یہاں ہمیں صرف معاصر آلوں سے دلچسپی ہے۔

معاصر آلوں میں معاصر متعاملہ چھپے کی مزاحمت سے بہت زیادہ ہوتا ہے لہذا اس کے مزاحمت کو نظر انداز کیا جاسکتا۔ ایسا ہی شکل کے حصہ با میں کیا گیا ہے۔

شکل ب کو اگر ہم ایک لمحے کے لئے ایک سادہ برقی دور سمجھیں جس کے بائیں جانب  $\hat{E}_{am}$  اور دائیں جانب  $\hat{V}_a$  برقی دباؤ ہے جن کے مابین ایک متعاملہ  $jX_s$  جڑا ہے۔ اس برقی دور میں برقی طاقت کے منتقلی کا حساب یوں ممکن ہے۔

شکل حصہ باکی دوری سمتیہ شکل میں دیا گیا ہے جس کے حصہ الف میں برقی رو  $\hat{I}_a$  برقی دباؤ  $\hat{V}_a$  کے زاویہ  $\phi$  پیچھے<sup>17</sup> ہے اور حصہ با میں برقی رو  $\phi$  زاویہ برقی دباؤ سے آگے<sup>18</sup> ہے۔ یاد رہے کہ  $\hat{V}_a$  اور  $\hat{I}_a$  کے مابین زاویہ  $\phi$  کو جزو طاقت کا زاویہ<sup>19</sup> کہتے ہیں اور اس زاویہ کے کو-سائن یعنی  $\cos \phi$  کو جزو طاقت<sup>20</sup> کہتے ہیں۔ چونکہ زاویہ افقی سمت سے گھڑی کی اُلٹی سمت ناپا جاتا ہے لہذا شکل الف میں  $\phi$  منفی زاویہ ہے اور  $\sigma$  مثبت زاویہ ہے جبکہ حصہ ب میں یہ دونوں مثبت ہیں۔ اس کا مطلب ہوا کہ پیچھے<sup>21</sup> زاویہ<sup>22</sup> منفی اور آگے<sup>22</sup> مثبت ہوتا ہے۔

دائیں جانب طاقت  $p_v$  منتقل ہو رہی ہے جہاں

$$(6.26) \quad p_v = V_a I_a \cos \phi$$

اور شکل میں حصہ الف کے لئے

$$(6.27) \quad \begin{aligned} \hat{I}_a = I_a / \phi_a &= \frac{\hat{E}_{am} - \hat{V}_a}{jX_s} \\ &= \frac{E_{am} \angle \sigma - V_a \angle 0}{X_s \angle \frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{E_{am} / \sigma - \pi/2 - V_a / -\pi/2}{X_s} \end{aligned}$$

ایک دوری سمتیہ کے دو جز ہوتے ہیں۔ اس کا حقیقی جز افقی سمت میں بنایا جاتا ہے اور اس کا فرضی جز حقیقی جز کے عمود میں بنایا جاتا ہے۔ شکل سے واضح ہے کہ اس مساوات کا حقیقی جز  $\hat{V}_a$  کے ہم قدم ہے لہذا

$$(6.28) \quad \begin{aligned} I_a \cos \phi_a &= \frac{E_{am}}{X_s} \cos \left( \sigma - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{V_a}{X_s} \cos \left( -\frac{\pi}{2} \right) \\ &= \frac{E_{am}}{X_s} \sin \sigma \end{aligned}$$

اس مساوات اور مساوات سے حاصل ہوتا ہے

$$p_v = \frac{V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

تین دور کی معاصر مشین کے لئے اس مساوات کو تین سے ضرب دیں یعنی

$$(6.29) \quad p_v = \frac{3V_a E_{am}}{X_s} \sin \sigma$$

lagging<sup>17</sup>

leading<sup>18</sup>

power factor angle<sup>19</sup>

power factor<sup>20</sup>

lagging angle<sup>21</sup>

leading angle<sup>22</sup>

یہ طاقت بالمقابل زاویہ<sup>23</sup> کا قانون ہے۔ اگر  $V_a$  معین ہو تو جنریٹر  $E_{am}$  یا  $\sigma$  بڑھا کر طاقت بڑھا سکتا ہے۔  $E_{am}$  گھومتے پلھے میں برقی رو بڑھا کر بڑھائی جاتی ہے۔ البتہ یہ ایک حد تک کرنا ممکن ہے۔ پلھے کی مزاحمت میں برقی توانائی ضائع ہونے سے یہ گرم ہوتا ہے اور اس کی حرارت کو خطرناک حد تک پہنچنے نہیں دیا جا سکتا۔ دوسری جانب  $\sigma$  کو نوے زاویہ تک بڑھایا جا سکتا ہے اور اس صورت میں جنریٹر زیادہ سے زیادہ طاقت مہیا کرے گا۔

$$(6.30) \quad p_{v, \text{انتہا}} = \frac{3V_a E_{am}}{X_s}$$

حقیقت میں جنریٹر کو اس طرح بنایا جاتا ہے کہ اس کی زیادہ سے زیادہ قابل استعمال طاقت نوے درجے سے کافی کم زاویہ پر ہو۔ نوے درجے پر جنریٹر کو قابو رکھنا مشکل ہو جاتا ہے۔

مثال 6.3: ایک 50 قطب ستارا جزی تین دور 50 ہرٹز 2300 وولٹ تار کی برقی دباؤ پر چلنے والی 1800 کلو وولٹ۔ ایمپیئر کی معاصر مشین کی ایک دور کا معاصر امالہ 2.1 اوہم ہے۔

• مشین کے برقی سروں پر 2300 وولٹ تار کی برقی دباؤ مہیا کرتے ہوئے اگر اس کی میدانی برقی رو اتنی رکھی جائے کہ مشین کے پورے بوجھ پر یہ ایک جزو طاقت پر چلے تو اس سے زیادہ سے زیادہ کتنی مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے۔

• اگر اسے 2 قطب 3000 چکر فی منٹ تین دور کی ستارا جزی 2300 وولٹ تار کی برقی دباؤ پیدا کرنے والی 2200 کلو وولٹ۔ ایمپیئر کی معاصر جنریٹر سے چلایا جائے جس کی ایک دور کی معاصر امالہ 2.3 اوہم ہو۔ موٹر پر اس کا پورا برقی بوجھ لاد کر جنریٹر کو معاصر رفتار پر چلاتے ہوئے دونوں آلوں کی میدانی برقی رو تبدیل کی جاتی ہے حتیٰ کہ موٹر ایک جزو طاقت پر چلنے لگے۔ دونوں آلوں کی میدانی برقی رو یہاں برقرار رکھ کر موٹر پر بوجھ آہستہ آہستہ بڑھائی جاتی ہے۔ اس صورت میں موٹر سے زیادہ سے زیادہ کتنی مروڑ حاصل کی جا سکتی ہے اور اس کی سروں پر تار کی برقی دباؤ کتنی ہوگی۔

حل:

• شکل 6.7 الف اور ب سے رجوع کریں۔ دوری برقی دباؤ اور کل برقی رو یہ ہے

$$\frac{2300}{\sqrt{3}} = 1327.9 \text{ V}$$

$$\frac{1800000}{\sqrt{3} \times 2300} = 451.84 \text{ A}$$

لہذا

$$\begin{aligned}
\hat{E}_{am,m} &= \hat{V}_a - j\hat{I}_a X_{s,m} \\
&= 1327.9/0^\circ - j451.84/0^\circ \times 2.1 \\
&= 1327.9 - j948.864 \\
&= 1632/-35.548^\circ
\end{aligned}$$

ہے۔ یوں مساوات سے ایک دور کی زیادہ سے زیادہ برقی طاقت

$$p_{\text{انتہا}} = \frac{1327.9 \times 1632}{2.1} = 1031968 \text{ W}$$

ہے۔ یوں تین دور کی زیادہ سے زیادہ طاقت 3095904 واٹ ہوگی۔ 50 ہرٹز اور 50 قطب سے مشین کی معاصر میکانی رفتار مساوات کی مدد سے دو چکر فی سیکنڈ حاصل ہوتی ہے یعنی  $f_m = 2$ ۔ یوں مشین سے زیادہ سے زیادہ مروڑ

$$T_{\text{انتہا}} = \frac{p_{\text{انتہا}}}{2\pi f_m} = \frac{3095904}{2 \times \pi \times 2} = 246364 \text{ N m}$$

حاصل ہوگی۔

- شکل ج سے رجوع کریں۔ پہلی جز کی طرح یہاں بھی موٹر کی برقی سروں پر تار کی برقی دباؤ 2300 وولٹ اور اس کی محرک برقی دباؤ 1632 وولٹ ہے۔ جنریٹر کی محرک برقی دباؤ

$$\begin{aligned}
\hat{E}_{am,g} &= \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_{s,g} \\
&= 1327.9/0^\circ + j451.84/0^\circ \times 2.3 \\
&= 1327.9 + j1039.233 \\
&= 1686/38.047^\circ
\end{aligned}$$

ہے۔ یہ صورت شکل کے حصہ د میں دکھائی گئی ہے۔

معاصر موٹر اس وقت زیادہ سے زیادہ طاقت پیدا کرے گی جب  $\hat{E}_{am,m}$  اور  $\hat{E}_{am,g}$  آپس میں  $90^\circ$  زاویہ پر ہوں۔ ایسا شکل کے حصہ ڈ میں دکھایا گیا ہے۔

اب مساوات میں ایک معاصر امالہ کی جگہ سلسلہ وار جڑی موٹر اور جنریٹر کی امالہ ہیں اور دو برقی دباؤ اب موٹر اور جنریٹر کی محرک برقی دباؤ ہیں۔ یوں موٹر کی ایک دور سے زیادہ سے زیادہ

$$p_{\text{انتہا}} = \frac{1686 \times 1632}{2.3 + 2.1} = 625352 \text{ W}$$

حاصل ہوں گے۔ تین دور سے یوں 1876056 واٹ حاصل ہوں گے اور زیادہ سے زیادہ مروڑ

$$T_{\text{انتہا}} = \frac{1876056}{2 \times \pi \times 2} = 149291 \text{ N m}$$

ہوگی۔



6.5. یکساں حال، برقرار چالو مشین کے خصوصیات

6.5.1 معصر جنریٹر: برقی بوجھ بالمقابل  $I_m$  کے خطوط

شکل ب کے لئے دوری سمتیوں کا مساوات یہ ہے

$$(6.31) \quad \hat{E}_{am} = \hat{V}_a + j\hat{I}_a X_s$$

اسے یوں لکھ سکتے ہیں

$$(6.32) \quad E_{am} \angle \sigma = V_a \angle 0 + I_a X_s \angle \frac{\pi}{2} + \phi$$

اس مساوات کو مخلوط عدد<sup>24</sup> کے طور پر یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} E_{am} \cos \sigma + j E_{am} \sin \sigma &= V_a \cos 0 + j V_a \sin 0 + I_a X_s \cos \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) + j I_a X_s \sin \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= E_{am,x} + j E_{am,y} \end{aligned}$$

اس مساوات سے  $\left| \hat{E}_{am} \right|$  یعنی  $E_{am}$  کی مقدار یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned} (6.33) \quad \left| \hat{E}_{am} \right| &= E_{am} = \sqrt{E_{am,x}^2 + E_{am,y}^2} \\ &= \sqrt{V_a^2 + (I_a X_s)^2 + 2 V_a I_a X_s \sin \phi} \end{aligned}$$

جنریٹر کے سروں پر معین  $V_a$  رکھتے ہوئے مختلف  $\phi$  کے لئے  $E_{am}$  بالمقابل  $I_a$  شکل میں گراف کیا گیا ہے۔ چونکہ  $E_{am}$  اور  $I_m$  براہ راست متناسب ہیں اور اسی طرح کسی ایک مخصوص جزو طاقت اور معین  $V_a$  کے لئے جنریٹر کا طاقت  $I_a$  کے براہ راست متناسب ہوتا ہے لہذا یہی گراف  $I_m$  بالمقابل جنریٹر کے طاقت کو بھی ظاہر کرتا ہے۔

6.5.2 معاصر موٹر:  $I_a$  بالمقابل  $I_m$  کے خط

معاصر موٹر کا مساوی دور شکل میں دکھایا گیا ہے اور اس کا دوری سمتیہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس میں مزاحمت نظر انداز کرنے سے اس کا دوری مساوات یوں ہوگا۔

$$\begin{aligned} (6.34) \quad \hat{V}_a &= \hat{E}_{am} + j\hat{I}_a X_s \\ V_a \angle 0 &= E_{am} \angle \sigma + j I_a \angle \phi X_s \\ &= E_{am} \angle \sigma + I_a X_s \angle \frac{\pi}{2} + \phi \end{aligned}$$

<sup>24</sup> complex number

اس مساوات میں زاویے موثر پر لاگو برقی دباؤ  $\hat{V}_a$  کے حوالہ سے ہیں، یعنی  $\hat{V}_a$  کا زاویہ صفر لیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ زاویہ ناپنے کی مثبت سمت افقی لکیر سے گھڑی کی اُلٹی سمت ہے لہذا آگے زاویہ<sup>25</sup> مثبت اور پیچھے زاویہ<sup>26</sup> منفی ہیں۔ اس مساوات سے امالی دباؤ  $E_{am}$  کی مقدار یوں حاصل ہوگی۔

$$\begin{aligned} E_{am} \angle \sigma &= V_a \angle 0 - I_a X_s \angle \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a - I_a X_s \cos \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) - j I_a X_s \sin \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) \\ &= V_a + I_a X_s \sin \phi - j I_a X_s \cos \phi \end{aligned}$$

لہذا

$$\begin{aligned} |E_{am}| &= \sqrt{(V_a + I_a X_s \sin \phi)^2 + (I_a X_s \cos \phi)^2} \\ (6.35) \quad &= \sqrt{V_a^2 + I_a^2 X_s^2 + 2 V_a I_a X_s \sin \phi} \end{aligned}$$

موثر پر لاگو برقی دباؤ اور اس پر میکانی بوجھ معین رکھ کر اس مساوات کو شکل میں گراف کیا گیا ہے۔ مختلف میکانی بوجھ رکھ کر ایسے کئی گراف بنائے گئے ہیں۔ یہ موثر کے  $E_{am}$  بالمقابل  $I_a$  خط ہیں۔ چونکہ امالی دباؤ  $I_m$  کے براہ راست متناسب ہے لہذا یہی موثر کے  $I_m$  بالمقابل  $I_a$  خط بھی ہیں۔ ان میں سے ہر خط ایک معین میکانی بوجھ  $p$  کے لئے ہے جہاں

$$(6.36) \quad p = V_a I_a \cos \phi$$

اس مساوات سے واضح ہے کہ اگر  $p$  اور  $V_a$  معین ہوں تو جزو طاقت تبدیل کر کے  $I_a$  تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ لہذا مساوت کو مساوات کی مدد سے گراف کیا جاتا ہے۔ یہ کچھ یوں کیا جاتا ہے۔ معین  $V_a$  اور  $p$  کے لئے مختلف  $I_a$  پر مساوات سے  $\phi$  حاصل کریں۔ ان  $I_a$  اور  $\phi$  کو مساوات میں استعمال کر کے  $E_{am}$  کا حساب لگائیں اور  $E_{am}$  بالمقابل  $I_a$  کا گراف بنائیں۔

موثر کی ان خطوط سے واضح ہے کہ  $I_m$  کو تبدیل کر کے موثر کی جزو طاقت تبدیل کی جا سکتی ہے۔ لہذا موثر کو آگے زاویہ یا پیچھے زاویہ پر چلایا جا سکتا ہے۔ اگر اسے آگے زاویہ پر رکھا جائے تو یہ ایک کیپیسٹر<sup>27</sup> کے طور پر استعمال ہو سکتا ہے اگرچہ ایسا کیا نہیں جاتا چونکہ کیپیسٹر کا استعمال زیادہ سستا پڑتا ہے۔

## 6.6 کھلے دور اور کسر دور معائنہ

معاصر مشین کے مساوی دور بنانے کے لئے اس کے جز معلوم کرنا لازم ہے۔ یہ دو قسم کے معائنوں سے کیا جاتا ہے۔ انہیں کھلے دور معائنہ اور کسر دور معائنہ کہتے ہیں۔ ان معائنوں سے مرکز کے سیراب ہونے کے اثرات بھی سامنے آتے ہیں۔ ہم نے ٹرانسفارمر کے لئے بھی اسی قسم کے معائنے کیے تھے۔ وہاں ہم نے دیکھا تھا کہ کھلے دور معائنہ اس برقی دباؤ پر کیا جاتا ہے جتنے کے لئے مشین بنائی گئی ہو جبکہ کسر دور معائنہ اس برقی رو پر کیا جاتا ہے جتنے کے لئے مشین بنائی گئی ہو۔ یہاں بھی ایسا ہی کیا جائے گا۔

leading angle<sup>25</sup>

lagging angle<sup>26</sup>

capacitor<sup>27</sup>

design<sup>28</sup>

## 6.6.1 کھلے دور معائنہ

معاصر مشین کے برقی سرے کھلے رکھ کر اور اسے معاصر رفتار پر گھماتے ہوئے مختلف  $I_m$  پر مشین کے سروں پر پیدا برقی دباؤ  $V_a$  ناپی جاتی ہے۔ ان دو کا گراف شکل الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہ خط مشین کے کھلے دور خاصیت ظاہر کرتا ہے۔ یہی خط مشین بنانے والے بھی مہیا کر سکتے ہیں۔

اس کتاب کے حصہ میں بتلایا گیا تھا کہ مرکز پر لاگو مقناطیسی دباؤ اگر بڑھایا جائے تو اس میں مقناطیسی ہاؤ بڑھتی ہے البتہ جلد ہی مرکز سیراب ہونے لگتا ہے۔ اس کا اثر شکل کے حصہ الف میں خط کے جھکنے سے واضح ہے۔ اگر مرکز سیراب نہ ہوتا تو یہ خط شکل میں دیئے سیدھی لکیر کی پیروی کرتا۔ شکل میں نقطہ دار لکڑیوں سے مشین کا پورا برقی دباؤ اور اس پر درکار برقی رو  $I_{m0}$  دکھلایا گیا ہے۔ یہ معائنہ کرتے وقت اگر ڈھرنے پر میکانی طاقت  $p_1$  ناپی جائے تو یہ بے بوجھ مشین کی طاقت کے ضیاع کے برابر ہوگی۔ اس کا بیشتر حصہ رگڑ کی وجہ سے، کچھ حصہ مرکز میں ضیاع کی وجہ سے اور کچھ گھومتے چلنے میں ضیاع کی وجہ سے ہوگا۔ یاد رہے کہ عموماً گھومتے چلنے کو یک سمتی جنریٹر سے برقی توانائی دی جاتی ہے اور یہ جنریٹر بھی مشین کے ڈھرنے پر ہی نسب ہوتا ہے لہذا اسے طاقت محرک<sup>29</sup> سے ہی ملتی ہے۔ بے بوجھ مشین اور بوجھ سے لدے مشین دونوں کا رگڑ سے طاقت کے ضیاع کو یکساں سمجھا جاتا ہے چونکہ رگڑ سے طاقت کے ضیاع کا مشین پر لدھے بوجھ سے کوئی خاص تعلق نہیں۔ اب اگر یہی معائنہ دوبارہ کیا جائے لیکن اس مرتبہ  $I_m$  بھی صفر رکھا جائے تو اس مرتبہ ناپا گیا طاقت  $p_2$  صرف رگڑ کی وجہ سے طاقت کے ضیاع کے برابر ہوگا۔ ان دو ناپے گئے طاقت کا فرق یعنی  $(p_1 - p_2)$  مرکز میں طاقت کے ضیاع اور گھومتے چلنے میں برقی ضیاع کے برابر ہوگا۔ گھومتے چلنے میں برقی ضیاع بہت کم ہوتا ہے اور اس کو عموماً مرکز کے ضیاع کا حصہ ہی تصور کیا جاتا ہے۔ اس طرح ناپے گئے مرکزی ضیاع کا ایک خط شکل ب میں دیا گیا ہے۔

## 6.6.2 کسر دور معائنہ

معاصر مشین کو معاصر رفتار پر جنریٹر کے طور چلاتے ہوئے اس کے ساکن چلنے کے سرے کسر دور کر کے مختلف  $I_m$  پر کسر دور برقی رو  $I_a$  ناپی جاتی ہے۔ ان دو کا گراف شکل الف میں دکھایا گیا ہے۔ یہ خط کسر دور مشین کی خاصیت دکھلاتا ہے۔ یہ معائنہ کرتے وقت یہ دھیان رکھنا بہت اہم ہے کہ  $I_a$  کی مقدار کہیں خطرناک حد تک نہ بڑھ جائے اسے جنریٹر کے پورے برقی بوجھ<sup>30</sup> پر  $I_a$  کی مقدار یا اس کی دگنی مقدار سے کم رکھنا ضروری ہے ورنہ مشین گرم ہو کر تباہ ہو سکتی ہے۔ کسر دور مشین میں، ڈیزائن کردہ برقی دباؤ کے، صرف دس سے پندرہ فیصد برقی دباؤ پر ہی اس میں سو فیصد برقی رو شروع ہو جاتی ہے۔ اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے خلائی درز میں اتنا ہی مقناطیسی ہاؤ کی درکار ہوتا ہے۔

شکل میں جنریٹر کا مساوی برقی دور دکھایا گیا ہے۔ اسے شکل میں کسر دور کر کے دکھایا گیا ہے۔ یہاں سے واضح ہے کہ

$$(6.37) \quad \hat{E}_{am} = \hat{I}_a R_a + j \hat{I}_a X_s$$

<sup>29</sup> گھومتے چلنے کو توانائی یک سمتی جنریٹر سے آتی ہے اور اس جنریٹر کو ڈھرنے سے آتی ہے۔  
full load<sup>30</sup>

$R_a$  کو نظر انداز کر کے اس مساوات سے معاصر امالہ یوں حاصل کیا جا سکتا ہے۔

$$(6.38) \quad X_s = \frac{|\hat{E}_{am}|}{|\hat{I}_a|} = \frac{E_{am}}{I_a}$$

اس مساوات میں  $\hat{I}_a$  کسر دور مشین کی برقی رو اور  $\hat{E}_{am}$  اس کی اسی حال میں ایک دور کی امالہ برقی دباؤ ہے۔ کھلے دور مشین میں  $\hat{I}_a$  صفر ہوتا ہے۔ مساوات سے واضح ہے کہ اگر  $\hat{I}_a$  صفر ہو تو  $\hat{E}_{am}$  اور  $\hat{V}_a$  برابر ہوں گے۔ لہذا ہم کسی معین  $I_{m0}$  پر شکل الف سے  $I_{a0}$  اور حصہ با سے  $V_{a0}$  معلوم کرتے ہیں اور ان سے  $X_s$  کا حساب لگاتے ہیں، یعنی

$$(6.39) \quad X_s = \frac{V_{a0}}{I_{a0}}$$

معاصر امالہ عموماً مشین کے پورے برقی دباؤ پر معلوم کی جاتی ہے تاکہ مرکز سیراب ہونے کے اثر کو بھی شامل کیا جائے۔ شکل میں ایسا ہی کیا گیا ہے۔  
معاصر امالہ مشین کو ستارا نما تصور کر کے اس کے ایک دور کے لئے حاصل کی جاتی ہے۔ لہذا اگر معائنہ کرتے وقت مشین کی تار برقی دباؤ<sup>31</sup> ناپے گئے ہوں تو انہیں  $\sqrt{3}$  سے تقسیم کر کے مشین کے ایک دور کے برقی دباؤ حاصل کر کے مساوات میں استعمال کریں، یعنی

$$(6.40) \quad V_{\text{دور}} = \frac{V_{\text{تا}}}{\sqrt{3}}$$

مثال 6.4: ایک 75 کلو وولٹ-ایمپیئر ستارا جڑی 415 وولٹ پر چلنے والی معاصر مشین کی کھلے دور اور کسر دور معائنہ کئے گئے۔ نتائج یہ ہیں۔

- کھلے دور معائنہ:  $V_{\text{تا}} = 415 \text{ V}$  اور  $I_m = 3.2 \text{ A}$  ہیں۔
  - کسر دور معائنہ: جب قوی چلھے کی برقی رو  $104 \text{ A}$  تھی تب میدانی چلھے کی برقی رو  $2.48 \text{ A}$  تھی اور جب قوی چلھے کی برقی رو  $126 \text{ A}$  تھی تب میدانی چلھے کی برقی رو  $3.2 \text{ A}$  تھی۔
- اس مشین کی معاصر امالہ حاصل کریں۔  
حل: ایک دور پر برقی دباؤ

$$V_{\text{دور}} = \frac{V_{\text{تا}}}{\sqrt{3}} = \frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$$

ہے۔ یہ کھلے دور برقی دباؤ 3.2 ایمپیئر میدان برقی رو پر حاصل ہوتی ہے۔ اتنی میدانی برقی رو پر کسر دور برقی رو 126 ایمپیئر ہیں لہذا ایک دور کی معاصر امالہ

$$X_s = \frac{239.6}{126} = 1.901 \Omega$$

ہو گی۔

کسر دور معائنہ کرتے وقت اگر دھڑے پر لاگو میکانی طاقت  $p_3$  ناپی جائے تو یہ کسر دور مشین کی کُل ضیاع ہو گی۔  $p_3$  ناپتے وقت کسر دور برقی رو  $I_{a,3}$  بھی ناپ لیں۔ اس کا کچھ حصہ مرکز کی برقی ضیاع، کچھ دونوں چلھوں میں برقی ضیاع اور کچھ رگڑ سے میکانی ضیاع سے ہے۔ اب اگر اس سے پچھلے معائنہ میں ناپی گئی رگڑ کی ضیاع  $p_2$  منفی کی جائے تو ہمیں چلھوں کی ضیاع اور مرکز کی ضیاع ملتا ہے۔ جیسا اُوپر عرض کیا گیا کہ کسر دور مشین میں پورا برقی رو، پورے برقی دباؤ کے صرف دس تا بیس فی صد پر حاصل ہو جاتا ہے اور اتنا کم برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے درکار مقناطیسی بہاؤ اتنا ہی کم ہوتا ہے۔ اتنے کم مقناطیسی بہاؤ پر مرکز میں ضیاع کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ اسی طرح کسی بھی کسر دور معاصر مشین کے گھومتے چلھے میں برقی ضیاع ساکن چلھے میں برقی ضیاع سے بہت کم ہوتا ہے اور اسے بھی نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ لہذا  $(p_3 - p_2)$  کو ساکن چلھے میں برقی ضیاع کے برابر لیا جاتا ہے۔ شکل میں ایک ایسا ہی خط دکھایا گیا ہے۔ لہذا

$$p_3 - p_2 = I_{a,3}^2 R_a$$

اس مساوات سے معاصر مشین کی مساوی مزاحمت یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$R_a = \frac{p_3 - p_2}{I_{a,3}^2} \quad (6.41)$$

مثال 6.5: ایک 75 کلو وولٹ۔ ایمپیئر 415 وولٹ پر چلنے والی معاصر مشین کے پورے برقی رو پر تینوں دور کی کُل کسر دور طاقت کا ضیاع 2.2 کلو واٹ ہے۔ اس مشین کی ایک دور کی موثر مزاحمت حاصل کریں۔

حل: ایک دور کا ضیاع  $733.33 \text{ W} = \frac{2200}{3}$  ہے۔ مشین کے پوری برقی رو

$$\frac{75000}{\sqrt{3}V_t} = 104.34 \text{ A}$$

ہے۔ لہذا

$$R_a = \frac{733.33}{104.34^2} = 0.067 \Omega$$

ہے۔

مثال 6.6: شکل میں 600 وولٹ، 50 ہرٹز، 4 قطب تکنی جڑی معاصر جنریٹر کی کھلے دور خط دکھائی گئی ہے۔ اس جنریٹر کی معاصر امالہ 0.1 اوہم اور قوی پلھے کی مزاحمت 0.01 اوہم ہے۔ پورے برقی بوجھ پر جنریٹر 0.92 کے جزو طاقت اور پیچھے زاویہ<sup>32</sup> پر 1000 ایمپیئر فراہم کرتا ہے۔ پورے بوجھ پر رگڑ کی ضیاع اور پلھے کی مزاحمت میں ضیاع کا مجموعہ 30 کلو واٹ جبکہ مرکز کی ضیاع 25 کلو واٹ ہے۔

- جنریٹر کی رفتار معلوم کریں۔
- بے بوجھ جنریٹر کی سروں پر 600 وولٹ برقی دباؤ کتنی میدانی برقی رو پر حاصل ہوگی۔
- اگر جنریٹر پر 0.92 پیچھے جزو طاقت والا 1000 ایمپیئر کا برقی بوجھ لادا جائے تو جنریٹر کے برقی سروں پر 600 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنی میدانی برقی رو درکار ہوگی۔
- جنریٹر پورے بوجھ پر کتنی طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ اس کو محرک کتنی میکانی طاقت فراہم کر رہا ہے۔ ان دو سے جنریٹر کی فی صد استعداد<sup>33</sup> حاصل کریں۔
- اگر جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر کتنی برقی دباؤ ہوگی۔
- اگر جنریٹر پر 1000 ایمپیئر 0.92 آگے جزو طاقت والا بوجھ لادا جائے تو جنریٹر کے برقی سروں پر 600 وولٹ برقرار رکھنے کے لئے کتنی میدانی برقی رو درکار ہوگی۔
- ان دو 1000 ایمپیئر پیچھے جزو طاقت اور آگے جزو طاقت بوجھ میں کونسی بوجھ زیادہ میدانی برقی رو پر حاصل ہوتی ہے۔ جنریٹر کس بوجھ سے زیادہ گرم ہوگا۔

حل:

- $f_e = \frac{P}{2} f_m$  سے  $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$  چکر فی سیکنڈ یا  $25 \times 60 = 1500$  چکر فی منٹ ہے۔
- یہ مشین تکنی جڑی ہے لہذا اس کی تار کی برقی دباؤ اور دوری برقی دباؤ برابر ہیں۔ شکل سے 600 وولٹ کے لئے درکار میدانی برقی رو تقریباً 4.2 ایمپیئر ہے۔
- جنریٹر کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ تکنی جنریٹر کی تار اور دور کی برقی رو کا تعلق  $I_{\text{تار}} = \sqrt{3} I_{\text{دور}}$  ہے لہذا  $I_{\text{دور}} = \frac{1000}{\sqrt{3}} = 577.35$  ایمپیئر ہے۔ اگر برقی سروں پر 600 وولٹ رہیں تو جنریٹر کی اندرونی پیدا ہوجانی برقی دباؤ

بدرجہ ذیل غلط ہے۔

lagging angle<sup>32</sup>  
efficiency<sup>33</sup>

$$\begin{aligned}
\hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\
&= 600\angle 0^\circ + 577.35\angle -23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\
&= 622.62 + j50.855 \\
&= 624.69\angle 4.669^\circ
\end{aligned}$$

شکل سے اتنی برقی دباؤ 4.8 ایمپیئر میدانی برقی رو پر حاصل ہوگی۔

• جنریٹر اس صورت میں

$$\begin{aligned}
p &= \sqrt{3} \hat{V}_a \cdot \hat{I}_a \\
&= \sqrt{3} \times 600 \times 1000 \times 0.92 \\
&= 956\,119\text{ W}
\end{aligned}$$

فراہم کر رہا ہے جبکہ محرک

$$p_m = 956.119 + 30 + 25 = 1011.12\text{ kW}$$

فراہم کر رہا ہے لہذا اس جنریٹر کی فی صد استعداد  $\eta = \frac{956.119}{1011.12} \times 100 = 94.56$  فی صد ہے۔

• اگر جنریٹر سے یک دم برقی بوجھ ہٹایا جائے تو اس لمحہ اس کے برقی سروں پر 624.69 پر وولٹ ہوں گے۔

• اس صورت میں

$$\begin{aligned}
\hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} + \hat{I}_a (R_a + jX_s) \\
&= 600\angle 0^\circ + 577.35\angle 23.07^\circ (0.01 + j0.1) \\
&= 585.31\angle 5.429^\circ
\end{aligned}$$

شکل سے اتنی برقی دباؤ 3.8 ایمپیئر پر حاصل ہوگی۔

• پیچھے جزو طاقت کے بوجھ پر جنریٹر کو زیادہ میدانی برقی رو درکار ہے۔ میدانی پلھے کی مزاحمت میں اس کی وجہ سے زیادہ برقی طاقت ضائع ہوگی اور جنریٹر یوں زیادہ گرم ہوگا۔

مثال 6.7: ایک 415 وولٹ، 40 کلو وولٹ۔ ایمپیئر تکونی جڑی 0.8 پیچھے جزو طاقت، 50 ہرٹز پر چلنے والی معاصر موٹر کی معاصر امالہ 2.2 اوہم ہے جبکہ اس کی مزاحمت قابل نظر انداز ہے۔ اس کی رگڑ اور پلھوں کی مزاحمت میں طاقت کا ضیاع ایک کلو واٹ جبکہ مرکزی ضیاع 800 واٹ ہے۔ یہ موٹر 12.2 کلو واٹ میکانیکی بوجھ سے لدی ہے اور یہ 0.8 آگے جزو طاقت پر چل رہی ہے۔

- اس کی دوری سمتیہ بنائیں۔ قوی پلھے کی برقی رو  $\hat{I}_a$  اور تار کی برقی رو  $\hat{I}_t$  حاصل کریں۔ موثر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ  $\hat{E}_a$  حاصل کریں۔
  - اب میکانی بوجھ آہستا آہستا بڑھا کر دگنی کی جاتی ہے۔ اس صورت میں موثر کی ردِ عمل دوری سمتیہ سے واضح کریں۔
  - اس دگنی میکانی بوجھ پر قوی پلھے کی برقی رو، تار کی برقی رو اور موثر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ حاصل کریں۔ موثر کی جزو طاقت بھی حاصل کریں۔
- حل:

- 0.8 آگے جزو طاقت  $36.87^\circ$  کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں تار کی برقی رو کا آگے زاویہ یہی ہو گا۔ موثر کو مہیا برقی طاقت اس کی میکانی طاقت اور طاق کے ضیاع کے برابر ہو گی یعنی

$$12200 + 1000 + 800 = 14000$$

واٹ یا 14 کلو واٹ جس کے لئے درکار تار کی برقی رو

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{p}{\sqrt{3}V_{a,s} \cos \theta} \\ &= \frac{14000}{\sqrt{3} \times 415 \times 0.8} \\ &= 24.346 \text{ A} \\ \hat{I}_t &= 24.346/36.87^\circ \end{aligned}$$

ہو گی۔ تکوئی جڑی موثر کی قوی پلھے کی برقی رو

$$I_a = \frac{I_t}{\sqrt{3}} = \frac{24.346}{\sqrt{3}} = 14.056 \text{ A}$$

ہو گی۔

موثر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ موثر کی مساوی دور شکل کی مدد سے

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{V}_{a,s} - jX_s \hat{I}_a \\ &= 415/0^\circ - j2.2 \times 14.056/36.87^\circ \\ &= 434.26/-3.266^\circ \end{aligned}$$

ہو گی۔ یہ شکل میں دکھائے گئے ہیں۔

- میکانی بوجھ بڑھنے سے موثر کو زیادہ برقی طاقت درکار ہو گی۔ یہ اس صورت ممکن ہو گا جب موثر کے قوی پلھے کی برقی رو بڑھ سکے۔ میدانی برقی رو معین ہونے کی وجہ سے موثر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ  $\hat{E}_a$  کی مقدار تبدیل نہیں ہو سکتی البتہ اس کا زاویہ تبدیل ہو سکتا ہے۔ موثر  $\hat{E}_a$

یہ غلط ہے۔ مزید  
ڈال ستارہ نما ہوتا  
ہے۔ اس کا خیال نہیں  
کھا گیا۔



کی مقدار تبدیل کئے بغیر برقی سروں پر لاگو برقی دباؤ  $\hat{V}_a$  اور  $\hat{E}_a$  کے مابین زاویہ بڑھا کر قوی چلھے کی برقی رو اور یوں حاصل برقی طاقت بڑھائے گا۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ شکل میں  $\hat{E}_a$  دوری سمتیہ کی نوک گول دائرہ پر رہتی ہے۔ یوں اس کا طول تبدیل نہیں ہوتا۔ زاویہ بڑھنے سے قوی چلھے کی برقی رو کی مقدار بڑھنا صاف ظاہر ہے۔

- دگنی میکانی بوجھ پر موثر کوئل  $26200 = 1000 + 800 + 24400$  واٹ یا  $26.2$  کلو واٹ برقی طاقت درکار ہے۔ مساوات کی مدد سے

$$\sigma = \sin^{-1} \left( \frac{pX_s}{3V_a E_a} \right) = \sin^{-1} \left( \frac{26200 \times 2.2}{3 \times 415 \times 434.2} \right) = 6.12^\circ$$

یوں موثر کی اندرونی ہیجانی برقی دباؤ  $434.26/-6.12^\circ$  ہو گی اور قوی چلھے کی برقی رو

$$\begin{aligned} \hat{I}_a &= \frac{\hat{V}_a - \hat{E}_a}{jX_s} \\ &= \frac{415/0^\circ - 434.26/-6.12^\circ}{j2.2} \\ &= 22.384/19.928^\circ \end{aligned}$$

ہو گی۔ اس طرح

$$\hat{I}_t = \sqrt{3}\hat{I}_a = 38.77/19.928^\circ$$

اور جزو طاقت  $\cos 19.928^\circ = 0.94$  ہو گا جہاں زاویہ طاقت آگے ہے۔



## الباب 7

### امالی مشین

گزشتہ برسوں میں قوی الیکٹرانکس<sup>1</sup> کی میدان میں بہت ترقی ہوئی۔ اس کا ایک نتیجہ یہ نکلا کہ امالی موٹروں کی رفتار پر قابو رکھنا ممکن ہوا اور یوں ان موٹروں نے کارخانوں میں یک سمتی رو موٹروں کی جگہ لینی شروع کی۔ یہاں یہ بتلاتا چلوں کہ اس سے پہلے جہاں بھی موٹر کی رفتار اہمیت رکھتی وہاں یک سمتی رو موٹر ہی استعمال ہوتی جن کی رفتار پر قابو رکھنا نہایت آسان ہوتا ہے۔ پچاس سال پہلے ترقی یافتہ ممالک میں یک سمتی سے امالی آلوں کی جانب تبدیلی شروع تھی۔ آج میں یہی تبدیلی پاکستان میں دیکھ رہا ہوں۔ امالی موٹروں کی مضبوطی اور دیر پا کام کرنے کی صلاحیت مثالی ہے۔ قوی الیکٹرانکس نے ان کی بے قابو رفتار کو قابو کر کے انہیں بلا مقابلہ بنا دیا۔

امالی موٹر ٹرانسفارمر کی ایک اور شکل ہے یا یوں کہنا بہتر ہوگا کہ یہ ایک ایسا ٹرانسفارمر ہے جس میں ثانوی چلھا حرکت بھی کرتا ہے۔ یوں امالی موٹر کے ساکن چلھے ٹرانسفارمر کے ابتدائی چلھے اور موٹر کے گھومتے چلھے ٹرانسفارمر کے ثانوی چلھوں کی جگہ ہوتے ہیں۔ موٹر کے ساکن چلھوں کو بیرونی برقی طاقت دی جاتی ہے جبکہ اس کے گھومتے چلھوں میں خلاء میں گھومتے مقناطیسی موج سے پیدا امالی برقی دباؤ ہی کام آتی ہے۔ اسی سے اس کا نام امالی موٹر نکلا ہے۔

اس باب کا مقصد امالی موٹر کی مساوی دور بنا کر اس کی خصوصیات پر غور کرنا ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ ان کا مساوی دور ٹرانسفارمر کے مساوی دور کی طرح کا ہے۔

یہاں بھی ہم تصور کرتے ہیں کہ موٹر دو قطب اور تین دور کی ہے اور اس کے چلھے ستارا نما جڑے ہیں۔ اس طرح چلھوں میں برقی رو، تار کی برقی رو ہی ہو گی اور ان پر لاگو برقی دباؤ، دوری برقی دباؤ ہو گی۔ ایسا کرنے سے مسئلہ پر غور کرنا آسان ہو جاتا ہے جبکہ نتیجہ کسی بھی موٹر کے لئے درست ہوتا ہے۔

---

<sup>1</sup>power electronics

### 7.1 ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی موج

امالی مشین کے ساکن لچھے بالکل معاصر مشین کے ساکن لچھوں کی طرح ہوتے ہیں۔ مزید یہ کہ اس کے گھومتے حصے کے اتنے ہی قطب ہوتے ہیں جتنے اس کے ساکن لچھوں کے ہوتے ہیں۔ اگر ان ساکن لچھوں کو متوازن تین دور کے برقی رو سے ہیجان کیا جائے تو یہ ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیں گے جسے مساوات میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات اس موج کی معاصر رفتار دیتی ہے۔ یہ دونوں مساوات یہاں یاد دہانی کے لئے دوبارہ دیئے جاتے ہیں۔ یہاں ساکن لچھوں میں برقی رو کی تعدد  $\omega_e$  لکھی گئی ہے اور  $\theta_0$  کو صفر لیا گیا ہے۔

$$\tau_s^+(\theta, t) = \frac{3\tau_0}{2} \cos(\theta - \omega_e t) \quad (7.1)$$

$$f_m = \frac{2}{P} f_e$$

### 7.2 مشین کی سرکنے اور گھومتی موجوں پر تبصرہ

ہم دو قطب کے مشین پر غور کر رہے ہیں۔  $P$  قطب کا تذکرہ بھی بالکل اسی طرح ہے۔ ساکن لچھوں میں تین دور کی برقی رو کی تعدد  $f_e$  ہے۔ مساوات کہتا ہے کہ دو قطب کی مشین میں موج کی معاصر رفتار بھی  $f_e$  چکر فی سیکنڈ ہے۔ اب تصور کریں کہ مشین کا گھومتا حصہ  $f$  میکانی چکر فی سیکنڈ سے موج کی سمت میں گھوم رہا ہے جہاں  $f < f_e$  ہے۔ اس صورت میں ہر سیکنڈ گھومتا حصہ مقناطیسی بہاؤ کی موج سے پیچھے سرک جائے گا۔ اس سرکنے کو موج کی معاصر رفتار کی نسبت سے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$s = \frac{f_s - f}{f_s} = \frac{f_e - f}{f_e} \quad (7.2)$$

یہاں  $s$  مشین کے سرک<sup>2</sup> کی ناپ ہے۔ اس مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔

$$f = f_s(1 - s) = f_e(1 - s) \quad (7.3)$$

$$\omega = \omega_s(1 - s) = \omega_e(1 - s)$$

یہاں غور کریں۔ مقناطیسی بہاؤ کی موج  $f_e$  زاویاتی رفتار سے گھوم رہی ہے جبکہ گھومتے لچھے کی زاویاتی رفتار  $f$  ہے۔ گھومتے لچھے کے حوالہ سے مقناطیسی بہاؤ کی موج  $(f_e - f)$  رفتار سے گھوم رہی ہے۔ یعنی اگر گھومتے لچھے کو ساکن تصور کیا جائے تو گھومتے مقناطیسی بہاؤ کی موج  $(f_e - f)$  اضافی رفتار سے گھوم رہی ہوگی۔ یوں گھومتے لچھے میں امالی برقی دباؤ کی تعدد بھی  $(f_e - f)$  ہوگی۔ مساوات کی مدد سے اس امالی برقی دباؤ کی تعدد  $f_r$  کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$f_r = f_e - f = f_e - f_e(1 - s) = s f_e \quad (7.4)$$

اگر مشین کو ایک امالی موٹر کے طور پر استعمال کیا جا رہا ہو تو اس کے گھومتے چلنے کسر دور رکھے جاتے ہیں۔ یوں ان چلھوں میں برقی رو کی تعدد  $sf_e$  اور ان کی مقدار چلھوں میں پیدا امالی برقی دباؤ اور چلھوں کی مقاومت پر منحصر ہوتی ہے۔ چلھوں کی مقاومت برقی رو کی تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔ ساکن موٹر جب چالو کی جائے تو اس کے سرک  $s$  کی قیمت ایک ہوتی ہے یعنی  $s = 1$  اور یوں اس کے گھومتے چلھوں میں برقی رو کی تعدد  $f_e$  ہوتی ہے۔ گھومتے چلھوں میں  $f_e$  تعدد کی برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دے گی جو معاصر رفتار سے گھومے گی۔ یہ بالکل اسی طرح ہے جیسے ساکن چلھوں میں برقی رو سے گھومتا مقناطیسی دباؤ کا موج وجود میں آتا ہے۔ لہذا ساکن اور گھومتے چلھے دونوں کے گھومتے مقناطیسی دباؤ کے موج ایک ہی رفتار سے گھومتے ہیں۔ یہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجیں دو گھومتے مقناطیسوں کی طرح ہیں جو کوشش کریں گے کہ ان کے مابین زاویہ صفر ہو۔ یوں موٹر مروڑ<sup>3</sup> پیدا ہوتا ہے جس کا حساب مساوات سے لگایا جا سکتا ہے۔ اگر موٹر کے ڈھرنے پر لدھے بوجھ کو مشین کا پیدا کردا مروڑ گھما سکے تو مشین گھومے گی۔ اس کی رفتار تیز ہو کر ایک برقرار حد تک پہنچ جائے گی۔ امالی موٹر کی رفتار کبھی بھی معاصر رفتار تک نہیں پہنچ سکتی چونکہ اس رفتار پر اس کے گھومتے چلھوں کی نسبت سے ساکن چلھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن ہوگی اور گھومتے چلھوں میں کوئی امالی برقی دباؤ پیدا نہیں ہوگا۔

جب موٹر چل پڑتی ہے تو اس کے گھومتے چلھوں میں برقی رو کی تعدد  $sf_e$  ہوتی ہے۔ ان برقی رو سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج گھومتے چلھے کے حوالہ سے  $sf_e$  رفتار سے گھومے گی چونکہ معاصر رفتار برقی رو کی تعدد کے برابر ہی ہوتی ہے۔ اب گھومتا چلھا از خود  $f$  رفتار سے گھوم رہا ہوتا ہے لہذا یہ موج درحقیقت خلاء میں  $(f + sf_e)$  رفتار سے گھومتی ہے۔ مساوات سے

$$f + sf_e = f + f_e - f = f_e \quad (7.5)$$

یہ ایک بہت اہم نتیجہ ہے۔ یہ مساوات کہتا ہے کہ موٹر کسی بھی رفتار سے گھوم رہی ہو، گھومتے چلھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن چلھوں سے پیدا مقناطیسی دباؤ کی موج کی رفتار سے ہی گھومتی ہے۔

مثال 7.1: ایک چار قطب کی ستارا جڑی 50 ہرٹز، 415 وولٹ پر چلنے والی امالی موٹر 15 کلو واٹ کی اپنی پوری بوجھ پر پانچ فی صد سرک پر چلتی ہے۔

- اس موٹر کی معاصر رفتار کیا ہے۔
- پورے بوجھ پر اس کی کیا رفتار ہے۔
- پورے بوجھ پر گھومتے چلھے میں برقی تعداد ارتعاش کیا ہے۔
- پورے بوجھ سے لدے موٹر کی دھرنے پر مروڑ حاصل کریں۔

حل:

torque<sup>3</sup>

- مساوات کی مدد سے معاصر رفتار  $f_m = \frac{2}{4} \times 50 = 25$  چکر فی سیکنڈ یا  $25 \times 60 = 1500$  چکر فی منٹ ہے۔
- پورے بوجھ سے لدا موٹر پانچ فی صد سرک پر چلتا ہے لہذا اس کی رفتار معاصر رفتار سے قدر کم ہوگی۔ موٹر کی رفتار مساوات کی مدد سے  $f = 25(1 - 0.05) = 23.75$  چکر فی سیکنڈ یا 1425 چکر فی منٹ ہوگی۔
- گھومتے چھپے کی برقی تعداد ارتعاش  $f_r = 0.05 \times 50 = 2.5$  ہرٹز ہے۔
- اس کے دھرنے پر مروڑ  $T_m = \frac{p}{\omega_m} = \frac{15000}{2 \times \pi \times 23.75} = 100.5 \text{ N m}$  ہوگی۔

### 7.3 ساکن لچھوں میں امالی برقی دباؤ

مساوات کا پہلا جز ساکن لچھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ مقناطیسی دباؤ مشین کی خلائی درز میں مقناطیسی شدت  $H^+(\theta)$  پیدا کرے گی جس سے وہاں کثافت مقناطیس بہاؤ  $B^+(\theta)$  پیدا ہوگا۔ اگر اس خلائی درز کی رداس کی سمت میں لمبائی  $l_g$  ہو تو

$$\begin{aligned}
 B^+(\theta) &= \mu_0 H^+(\theta) = \mu_0 \frac{\tau^+(\theta)}{l_g} \\
 (7.6) \quad &= \frac{3\mu_0 \tau_0}{2l_g} \cos(\theta - \omega_e t) \\
 &= B_0 \cos(\theta - \omega_e t)
 \end{aligned}$$

یہ مساوات بالکل مساوات کی طرح ہے۔ یوں مساوات اس مقناطیسی موج  $B^+(\theta)$  کی ساکن لچھوں میں پیدا کردہ امالی برقی دباؤ کو ظاہر کرے گی۔ یہ مساوات یہاں دوبارہ دیا جا رہا ہے۔

$$\begin{aligned}
 e_{as}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t - 90^\circ) = E_s \cos(\omega_t - 90^\circ) \\
 (7.7) \quad e_{bs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 150^\circ) = E_s \cos(\omega_t + 150^\circ) \\
 e_{cs}(t) &= \omega_e N_s \phi_0 \cos(\omega_t + 30^\circ) = E_s \cos(\omega_t + 30^\circ)
 \end{aligned}$$

جہاں  $N_s$  ساکن لچھے کے چکر ہیں اور

$$(7.8) \quad E_s = \omega_e N_s \phi_0$$

یہاں  $e_{as}(t)$  لکھتے ہوئے زیر نوشت میں  $a$ ، دور کو ظاہر کرتا ہے اور  $s$ ، ساکن<sup>4</sup> کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ساکن  $a$  دور کی لچھے کی امالی برقی دباؤ ہے۔ امالی موٹر کے دور  $a$  کی بات ہی آگے کرتے ہیں۔ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج اس دور کی لچھے میں امالی برقی دباؤ  $e_{as}(t)$  پیدا کرتی ہے۔

<sup>4</sup>لفظ ساکن میں حرف س کے آواز کو  $s$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔

### 7.4 ساکن لچھوں کی موج کا گھومتے لچھوں کے ساتھ اضافی رفتار اور ان میں پیدا امالی برقی دباؤ

مساوات کا پہلا جز، ساکن لچھوں کی پیدا کردہ، گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو ظاہر کرتا ہے۔ اس موج کی چوٹی<sup>5</sup> اس مقام پر ہوتی ہے جہاں  $(\theta - \omega_e t)$  صفر کے برابر ہو۔ یوں لمحہ صفر پر اس کی چوٹی صفر زاویہ پر ہوگی اور لمحہ  $t$  پر اس موج کی چوٹی زاویہ  $\omega_e t$  پر ہوگی۔ ساکن لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کا زاویہ کسی بھی نقطہ کے حوالے سے کیا جا سکتا ہے۔ اس کتاب میں صفر زاویہ ساکن لچھا  $a$  کو لیا جاتا ہے۔ اس طرح یہ زاویہ نقطہ دار افقی لکیر سے ناپا جاتا ہے۔ شکل میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں ایک امالی موثر دکھائی گئی ہے جس کے تین دوری ساکن لچھے ہیں۔ گھومتے لچھے بھی بالکل اسی طرح ہوتے ہیں اگرچہ شکل میں صرف ایک ہی گھومتا لچھا دکھایا گیا ہے۔ مشین  $f$  زاویاتی رفتار سے گھوم رہی ہے۔ تصور کریں کہ لمحہ صفر یعنی  $t = 0$  پر گھومتے حصہ کا  $a$  لچھا صفر زاویہ پر ہے، یعنی یہ نقطہ دار افقی لکیر پر ہے مزید یہ کہ اس لمحہ ساکن لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج بھی اسی افقی لکیر پر ہے۔ اب کچھ دیر بعد لمحہ  $t$  پر یہ موج زاویہ  $\omega_e t$  پر ہوگی۔ اتنی دیر میں گھومتا حصہ گھوم کر زاوی  $\omega t$  تک پہنچ جائے گا جہاں  $\omega = 2\pi f$  مشین کی زاویاتی میکانی رفتار ہے۔ یہ سب شکل میں دکھایا گیا ہے۔ لہذا لمحہ  $t$  پر موج اور گھومتے لچھے کے درمیان زاویہ  $\theta_z$  یہ ہو گا

$$(7.9) \quad \theta_z = \omega_e t - \omega t$$

اگرچہ مقناطیسی موج نے  $\omega_e t$  زاویہ طے کیا لیکن گھومتے لچھے کے حوالے سے اس نے صرف زاویہ  $(\omega_e t - \omega t)$  طے کیا۔ اسی طرح گھومتے لچھے کے حوالے سے اس موج کی اضافی<sup>6</sup> زاویاتی رفتار  $\omega_z$  یہ ہوگی۔

$$(7.10) \quad \omega_z = \frac{d\theta_z}{dt} = \omega_e - \omega$$

اس کو مساوات کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.11) \quad \omega_z = 2\pi(f_e - f) = 2\pi s f_e = s\omega_e$$

یہ مساوات کہتا ہے کہ گھومتے لچھے کے حوالے سے مقناطیسی موج کی رفتار سرک  $s$  پر منحصر ہے۔ اس موج کا حیطہ البتہ تبدیل نہیں ہوا۔ اس طرح گھومتے لچھے کے حوالے سے مقناطیسی موج کی مساوات جو کہ مساوات میں دی گئی ہے تبدیل ہو کر یہ بن جائے گی۔

$$(7.12) \quad B_{s,rz}^+(\theta, t) = B_0 \cos(\theta - \omega_z t) = B_0 \cos(\theta - s\omega_e t)$$

peak<sup>5</sup>

<sup>6</sup>  $\omega_z$  لکھتے ہوئے زیر نوشت میں  $z$ ، لفظ اضافی ک حرف ض کی آواز کو ظاہر کرتا ہے۔  
relative angular speed<sup>7</sup>

$B_{s,rz}^+$  میں + کا نشان گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں  $s, rz$  <sup>8</sup> اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ یہ موج ساکن چلھوں کی وجہ سے وجود میں آیا اور اسے گھومتے یعنی رواں چلھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔ مزید یہ کہ اس مساوات کی تعدد اضافی تعدد  $sw_e$  کے برابر ہے۔ یوں گھومتے چلھوں میں امالی برقی دباؤ مساوات کی طرح ہی ہوگی مگر ان کی تعدد  $\omega_z = sw_e t$  ہوگی یعنی <sup>9</sup>

$$\begin{aligned} e_{arz}(t) &= sw_e N_r \phi_0 \cos(sw_e t - 90^\circ) = sE_r \cos(sw_e t - 90^\circ) \\ e_{brz}(t) &= sw_e N_r \phi_0 \cos(sw_e t + 150^\circ) = sE_r \cos(sw_e t + 150^\circ) \\ e_{crz}(t) &= sw_e N_r \phi_0 \cos(sw_e t + 30^\circ) = sE_r \cos(sw_e t + 30^\circ) \end{aligned} \quad (7.13)$$

ان مساوات میں  $N_r$  گھومتے چلھے کے چکر ہیں اور

$$E_r = \omega_e N_r \phi_0 \quad (7.14)$$

اب تصور کریں کہ گھومتے چلھوں کو کسر دور کر دیا گیا ہے۔ یہ امالی برقی دباؤ گھومتے چلھوں میں برقی رو  $i_{arz}$  <sup>10</sup> وغیرہ پیدا کرے گی جس کی تعدد  $sw_e$  ہوگی۔ بالکل ساکن چلھے کی طرح، گھومتے چلھے کی مزاحمت  $R_r$  <sup>11</sup> اور اس کی امالہ  $L_r$  ہوگی جس کی متعاملیت  $jsw_e L_r$  ہوگی۔ اسے ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$jsw_e L_r = jsX_r \quad (7.15)$$

جہاں  $jX_r$  کو  $j\omega_e L_r$  کے برابر لیا گیا ہے، یعنی  $jX_r$  اس چلھے کی ساکن حالت میں متعاملیت ہے جب سرک ایک کے برابر ہو۔ گھومتے چلھوں میں برقی رو  $i_{arz}$  شکل کی مدد سے حاصل کی جا سکتی ہے جہاں گھومتے چلھے میں امالی برقی دباؤ  $e_{arz}(t)$  مساوات میں دیا گیا ہے۔ یہ شکل بالکل شکل کی طرح ہے لہذا مساوات اس میں برقی رو دے گی یعنی

$$\begin{aligned} i_{arz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(sw_e t - 90^\circ - \phi_z) \\ i_{brz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(sw_e t + 150^\circ - \phi_z) \\ i_{crz}(t) &= \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \cos(sw_e t + 30^\circ - \phi_z) \end{aligned} \quad (7.16)$$

یہ تین دور کے برقی رو ہیں جو آپس میں  $120^\circ$  کا زاویہ رکھتے ہیں۔ یہاں  $\phi_z$  مقاومت کا زاویہ <sup>12</sup> ہے۔ امید کی

<sup>8</sup> لفظ ساکن کے س کو ظاہر کرتا ہے،  $R$  لفظ رواں کے ر کو ظاہر کرتا ہے اور  $Z$  لفظ اضافی کے ض کو ظاہر کرتا ہے۔

<sup>9</sup>  $e_{arz}$  میں دور  $a$  ہے۔ گھومتے چلھے کو  $r$  اور اضافی کو  $Z$  ظاہر کرتا ہے۔

<sup>10</sup> یہاں  $r$  گھومتے چلھے کو ظاہر کرتا ہے اور  $Z$  اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ اس برقی رو کی تعدد، اضافی تعدد ہے۔

<sup>11</sup> ٹرانسفارمر کی استلا میں ثانوی لچھے کو زیر نوشت میں 2 سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں اسے  $r$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

<sup>12</sup> تکنیکی دنیا میں مقاومت کے زاویہ کے لئے  $\phi_z$  استعمال ہوتا ہے۔ یہاں بھی کیا گیا ہے۔



جاتی ہے کہ اسے آپ مقناطیسی دباؤ نہیں سمجھیں گے۔ یہاں

$$\phi_0 = -90^\circ - \phi_z$$

$$I_{0r} = \frac{sE_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}} \quad (7.17)$$

شکل سے واضح ہے کہ ایک گھومتے لچھے کی مزاحمت میں

$$p_r = I_{0r}^2 R_r \quad (7.18)$$

برقی طاقت کا ضیاع ہو گا۔ یہ طاقت حرارت میں تبدیل ہو کر اس مزاحمت کو گرم کرے گی۔

### 7.5 گھومتے لچھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج

ہم جانتے ہیں کہ ساکن تین دور لچھوں میں  $f_e$  تعدد کی برقی رو گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج کو جنم دیتی ہے جو اس ساکن لچھے کے حوالے سے  $f_e$  معاصر زاویاتی رفتار سے گھومتی ہے۔ اسی طرح گھومتے تین دور لچھوں میں  $s f_e$  تعدد کی برقی رو ایک گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج  $\tau_{rz}^+$  کو جنم دیتی ہے جو اس گھومتے لچھے کے حوالے سے  $s f_e$  زاویاتی رفتار سے گھومتی ہے۔

$$\tau_{rz}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_r I_{0r}}{\pi} \cos(\theta - s \omega_e t - \theta_0) \quad (7.19)$$

یہاں  $I_{0r}$  اور  $\theta_0$  مساوات میں دیئے گئے ہیں۔ اب چونکہ گھومتا لچھا از خود  $f$  زاویاتی رفتار سے گھوم رہا ہے لہذا اس کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ کی موج خلاء میں  $(f + s f_e)$  زاویاتی رفتار سے گھومتی ہے۔ اس رفتار کو مساوات کی مدد سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$f + s f_e = f_e(1 - s) + s f_e = f_e \quad (7.20)$$

لہذا گھومتے لچھوں کی مقناطیسی دباؤ کی موج کو ساکن لچھوں کے حوالے سے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\tau_{r,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_r I_{0r}}{\pi} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0) \quad (7.21)$$

$\tau_{r,s}^+$  میں + کا نشان گھڑی کی اُلٹی سمت گھومتی موج کو ظاہر کرتا ہے جبکہ زیر نوشت میں  $r, s$  اس بات کی وضاحت کرتا ہے کہ یہ موج گھومتے یعنی رواں لچھوں کی وجہ سے وجود میں آیا ہے مگر اسے ساکن لچھوں کے حوالے سے دیکھا جا رہا ہے۔

یہاں وقفہ لے کر ذرا غور کرتے ہیں۔ مساوات کے مطابق گھومتا لچھا خود کسی بھی رفتار سے گھوم رہا ہو، اس کی پیدا کردہ گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج ساکن لچھے کے پیدا کردہ موج کی رفتار سے ہی گھومے گی۔ لہذا مشین میں دو گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موجیں ہیں جو ایک ہی معاصر رفتار سے گھوم رہی ہیں۔ مساوات میں کہا گیا ہے کہ دو مقناطیسی دباؤ کی موجودگی پیدا کرتی ہیں جو ان کے مابین زاویہ پر منحصر ہے۔ لہذا امالی مشین میں موجود دو مقناطیسی موجیں پیدا کرتی ہیں اور اس کی مقدار ان دو موجوں کے مابین زاویہ پر منحصر ہوتی ہے۔ امالی موٹر اس پر لدے بوجھ کے مطابق ان دو موجوں کے مابین زاویہ رکھتی ہے اور یوں درکار پیدا کرتی ہے۔

## 7.6 گھومتے لچھوں کے مساوی فرضی ساکن لچھے

اب دوبارہ اصل موضوع پر آتے ہیں۔ اگر گھومتے لچھوں کی جگہ  $N_r$  چکر کے تین دور کے فرضی ساکن لچھے ہوں تو مساوات کی طرح ان میں امالی برقی دباؤ پیدا ہوگی یعنی<sup>13</sup>

$$\begin{aligned} e_{afs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t - 90^\circ) = E_r \cos(\omega_e t - 90^\circ) \\ e_{bfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 150^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 150^\circ) \\ e_{cfs}(t) &= \omega_e N_r \phi_0 \cos(\omega_e t + 30^\circ) = E_r \cos(\omega_e t + 30^\circ) \end{aligned} \quad (7.22)$$

مزید فرض کریں کہ ان فرضی ساکن لچھوں کی مزاحمت  $\frac{R_r}{s}$  اور متعاملیت  $jX_r$  ہیں یعنی

$$Z_{fs} = \frac{R_r}{s} + jX_r \quad (7.23)$$

اگر ان پر مساوات میں دیئے گئے برقی دباؤ لاگو کی جائے جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے تو ان میں برقی رو یہ ہوگی۔

$$\begin{aligned} i_{afs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i_{bfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i_{cfs}(t) &= \frac{E_r}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + X_r^2}} \cos(\omega_e t + 300^\circ - \phi_Z) = I_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned} \quad (7.24)$$

یہاں مساوات استعمال کی گئی ہے۔ اس مساوات میں دھیان رہے کہ مقاومت کا زاویہ  $\phi_Z$  وہی ہے جو گھومتے لچھے کا تھا یعنی

$$\phi_{fZ} = \tan^{-1} \frac{X}{\left(\frac{R}{s}\right)} = \tan^{-1} \frac{sX}{R} = \phi_Z \quad (7.25)$$

ان برقی رو کی تعدد  $\omega_e$  ہے اور ان کا پیدا کردہ گھومتا مقناطیسی موج یہ ہوگا۔

$$\tau_{fs,s}^+(\theta, t) = k_w \frac{4}{\pi} \frac{N_r I_{or}}{2} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0) \quad (7.26)$$

یہ مقناطیسی موج ہو ہو گھومتے لچھے کی موج  $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$  ہے۔

<sup>13</sup> ان مساوات میں زیر نوشت میں  $f$  لفظ فرضی کے ف کو ظاہر کرتا ہے۔

## 7.7 امالی موٹر کا مساوی برقی دور

ہم ٹرانسفارمر کی ابتدائی جانب چلھے کی برقی دور پہلے بنا چکے ہیں جہاں چلھے کی مزاحمت  $R_1$  اور اس کی رستا متعاملیت  $jX_1$  تھی۔ ٹرانسفارمر کے مرکز میں وقت کے ساتھ بدلتی مقناطیسی بہاؤ اس چلھے میں امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_1$  پیدا کرتی۔ یوں

$$(7.27) \quad \hat{V}_1 = \hat{I}_1 (R_1 + jX_1) + \hat{E}_1$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں  $\hat{V}_1$  ابتدائی چلھے پر لاگو بیرونی برقی دباؤ ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ امالی موٹر کے ساکن چلھے کے لئے بھی مساوات حاصل ہوگی۔  
تصور کریں کہ مشین کے گھومتے چلھے کھلے دور ہیں اور اس کے ساکن چلھوں پر تین دوری برقی دباؤ لاگو ہے۔ اس صورت میں ساکن چلھوں میں رواں برقی رو ایک گھومتے مقناطیسی دباؤ کی موج  $\tau_s^+(\theta, t)$  پیدا کرے گی جو مساوات میں دی گئی ہے۔

باب کے اس حصہ میں ہم مشین کے ایک دور کو مد نظر رکھیں گے، مثلاً دور  $a$ ۔ یہاں شکل سے رجوع کریں۔ اگر ساکن چلھے کی مزاحمت  $R_s$  اور متعاملیت  $jX_s$  ہو اور اس پر لاگو بیرونی برقی دباؤ  $v_s(t)$  ہو تو کرچاف<sup>15</sup> کے برقی دباؤ کے قانون کے تحت

$$(7.28) \quad v_s(t) = i_s R_s + L_s \frac{di_s}{dt} + e_s(t)$$

$e_s(t)$  مساوات میں دی گئی اس موج کی ساکن چلھے میں پیدا امالی برقی دباؤ ہے۔ اسی کو دوری سمتیہ کے طور پر یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.29) \quad \hat{V}_s = \hat{I}_s (R_s + jX_s) + \hat{E}_s$$

ٹرانسفارمر کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔ اگر موٹر کا گھومتا چلھا کھلے دور<sup>16</sup> رکھا جائے تو مرکز میں ایک ہی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج  $\tau_s^+(\theta, t)$  ہوگی۔ ساکن چلھے میں صرف برقی رو  $\hat{I}_\varphi$  ہوگا جو مرکز میں مقناطیسی بہاؤ  $\varphi_s$  کو جنم دے گی۔ یہ برقی رو  $\hat{I}_\varphi$  غیر سائن نما ہوتی ہے۔ فورئیر تسلسل<sup>17</sup> سے اس کے بنیادی جُز اور ہارمونی جُز معلوم کئے جا سکتے ہیں۔ اس کے بنیادی جُز کے دو حصے ہوتے ہیں۔ ایک حصہ  $\hat{I}_c$ ، لاگو بیرونی برقی دباؤ  $\hat{V}_s$  کے ہم قدم ہوتا ہے اور یہ مرکز میں طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے اور دوسرا حصہ  $\hat{V}_s$  سے نوے درجہ پیچھے زاویہ پر رہتا ہے۔  $\hat{I}_\varphi$  میں سے  $\hat{I}_c$  منفی کر کے بقایا کو مقناطیسی جزو کہتے ہیں اسے  $\hat{I}_m$  سے ظاہر کرتے ہیں۔ یوں مقناطیسی جُز بنیادی جُز کے پیچھے حصے اور باقی سارے ہارمونی جُز کے مجموعے پر مشتمل ہوتا ہے اور یہ مرکز میں مقناطیسی بہاؤ  $\varphi_s$  پیدا کرتا ہے۔

$$(7.30) \quad \hat{I}_\varphi = \hat{I}_c + \hat{I}_m$$

<sup>14</sup>leakage reactance<sup>15</sup>Kirchoff's voltage law<sup>16</sup>open circuited<sup>17</sup>Fourier series

امالی موٹر کے مساوی دور میں  $\hat{I}_c$  کو مزاحمت  $R_c$  سے اور  $\hat{I}_m$  کو  $jX_\varphi$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان دونوں کا حساب چلتے موٹر میں متوقع برقی تعدد اور امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_s$  پر کیا جاتا ہے یعنی

$$(7.31) \quad R_c = \frac{\hat{E}_s}{\hat{I}_c} = \frac{E_s}{I_c}$$

$$X_\varphi = \frac{|\hat{E}_s|}{|\hat{I}_m|} = \frac{E_s}{I_m}$$

مقناطیسی دباؤ کی موج  $\tau_s^+(\theta, t)$  گھومتے چلھے میں بھی امالی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔ مساوات میں اگر مقاومت میں برقی دباؤ کے گھٹنے کو نظر انداز کیا جائے تو لاگو بیرونی برقی دباؤ اور چلھے کی اندرونی امالی برقی دباؤ ہر حالت میں برابر ہوں گے۔ اب تصور کریں کہ گھومتے چلھے کسر دور کر دیے جائیں۔ ایسا کرتے ہی ان میں برقی رو گزرنے لگے گا جو مقناطیسی دباؤ کی موج  $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$  جو مساوات میں دی گئی ہے کو جنم دے گی۔ اس موج سے ساکن چلھے میں امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_s$  تبدیل ہو جائے گی اور یوں یہ لاگو برقی دباؤ کے برابر نہیں رہے گی۔ یہ ایک نا ممکنہ صورت حال ہے۔

ساکن چلھے میں امالی برقی دباؤ، لاگو برقی دباؤ کے برابر تب رہے گی کہ مرکز میں مقناطیسی دباؤ تبدیل نہ ہو۔ مشین کے مرکز میں مقناطیسی دباؤ برقرار یوں رہتی ہے کہ ساکن چلھے مقناطیسی دباؤ  $\tau_{r,s}^+(\theta, t)$  کی متضاد مقناطیسی دباؤ کی ایک موج پیدا کرتی ہے جو اس کے اثر کو مکمل طور پر ختم کر دیتی ہے۔ یہ موج پیدا کرنے کے لئے ساکن چلھوں میں برقی رو  $\hat{I}_\varphi$  سے بڑھ کر  $(\hat{I}_\varphi + \hat{I}_r)$  ہو جاتی ہے جہاں یہ اضافی برقی رو یہ ہیں۔

$$(7.32) \quad \begin{aligned} i'_{ar}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + \theta_0) \\ i'_{br}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t - 120^\circ + \theta_0) \\ i'_{cr}(t) &= I'_{or} \cos(\omega_e t + 120^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$

ان اضافی برقی رو کی متضاد مقناطیسی دباؤ کی موج یہ ہے

$$(7.33) \quad \tau_{(r)}^+(\theta, t) = k_w \frac{4 N_s I'_{or}}{\pi} \cos(\theta - \omega_e t - \theta_0)$$

ساکن چلھوں میں اضافی برقی رو نے ہر لمحہ گھومتے چلھوں کی برقی رو کے اثر کو ختم کرنا ہے لہذا یہ دونوں برقی رو ہم قدم<sup>18</sup> ہی ہوں گے۔ چونکہ یہ مساوات اور مساوات برابر ہیں

$$(7.34) \quad N_s I'_{0r} = N_r I_{0r}$$

لہذا ان سے حاصل ہوتا ہے۔

$$(7.35) \quad I'_{0r} = \left( \frac{N_r}{N_s} \right) I_{0r} = \left( \frac{N_r}{N_s} \right) \frac{s E_r}{\sqrt{R_r^2 + s^2 X_r^2}}$$

آپ نے دیکھا کہ گھومتے چھپے مقناطیسی دباؤ کی موج پیدا کرتے ہیں جن کے ذریعہ ساکن چھپوں کو معلوم ہوتا ہے کہ موثر پر بوجھ لدا ہے اور وہ اس کے مطابق لاگو برقی دباؤ سے برقی رو لیتی ہیں۔ یہاں تک امالی موثر کی مساوی برقی دور شکل میں دکھائی گئی ہے۔  
یہاں ذرہ شکل سے رجوع کریں۔ اس شکل میں

$$(7.36) \quad \begin{aligned} R'_r &= \left( \frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_r \\ X'_r &= \left( \frac{N_s}{N_r} \right)^2 X_r \end{aligned}$$

پر ساکن چھپوں کی امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_s$  لاگو ہے لہذا ان میں برقی رو یہ ہوں گی۔

$$(7.37) \quad \begin{aligned} i'_a(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) \\ i'_b(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) \\ i'_c(t) &= \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_Z) \end{aligned}$$

ان سب مساوات کا حیظہ برابر ہے۔ اس حیظے کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(7.38) \quad \frac{sE_s}{\sqrt{R_r'^2 + s^2 X_r'^2}} = \frac{s\omega_e N_s \phi_0}{\sqrt{\left( \frac{N_s}{N_r} \right)^2 (R_r^2 + s^2 X_r^2)}} = \left( \frac{N_r}{N_s} \right) I_{0r} = I'_{0r}$$

لہذا مساوات اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$(7.39) \quad \begin{aligned} i'_a(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t - 90^\circ - \phi_Z) \\ i'_b(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 150^\circ - \phi_Z) \\ i'_c(t) &= I'_{0r} \cos(\omega_e t + 30^\circ - \phi_Z) \end{aligned}$$

یہ مساوات بالکل مساوات کی طرح ہے۔ لہذا اگر شکل میں ساکن چھپوں کی امالی برقی دباؤ  $\hat{E}_s$  کے متوازی شکل جوڑا جائے تو ایسا کرنے سے ساکن چھپوں میں اتنا ہی اضافی برقی رو رواں ہوگا جو اصل موثر میں گھومتے چھپوں کی وجہ سے ہوتا ہے۔ شکل میں ایسا ہی کیا گیا ہے لہذا شکل میں دیا برقی دور، امالی موثر کی صحیح عکاسی کرتی ہے۔ یہی امالی موثر کی مساوی برقی دور ہے۔

## 7.8 مساوی برقی دور پر غور

مساوات ایک گھومتے پلھے میں برقی طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتا ہے۔ مساوات اور کی مدد سے اسے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(7.40) \quad p_{\text{ضیاع}} = I_{0r}^2 R_r = \left( \frac{N_s^2}{N_r^2} I_{0r}^2 \right) \left( \frac{N_r^2}{N_s^2} R_r' \right) = I_{0r}^2 R_r'$$

شکل سے ظاہر ہے کہ ایک گھومتے پلھے کو کل

$$(7.41) \quad p_r = I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s}$$

برقی طاقت دی جاتی ہے جس میں سے ضیاع  $p$  گھومتے پلھے کی مزاحمت میں ضائع ہو جاتی ہے اور بقایا بطور میکانی طاقت مشین کے درے پر پائی جاتی ہے یعنی

$$p = I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s} - I_{0r}^2 R_r' = I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s} (1 - s) = p_r (1 - s)$$

یوں تین دور کی لپٹی مشین جس میں تین پلھے ہوتے ہیں اس کے تین گنا میکانی طاقت فراہم کر سکتی ہے یعنی

$$(7.42) \quad p_{\text{میکانی}} = 3 I_{0r}^2 \frac{R_r'}{s} (1 - s) = 3 p_r (1 - s)$$

اس مساوات سے واضح ہے کہ اگر سرک ایک کے برابر ہو تو موٹر کوئی میکانی طاقت فراہم نہیں کرے گی اور گھومتے حصے کو جتنی برقی توانائی مل رہی ہو وہ ساری کی ساری اس میں ضائع ہو کر اسے گرم کرے گی۔ یوں موٹر کے گرم ہو کر جل جانے کا امکان ہوتا ہے۔ آپ اس مساوات سے دیکھ سکتے ہیں کہ امالی موٹر کی سرک صفر کے قریب رہنی چاہئے ورنہ یہ ناقابل قبول حد تک برقی توانائی ضائع کرے گا۔ ہم امالی موٹر کی مساوی برقی دور کو شکل کی طرح بھی بنا سکتے ہیں۔ اس شکل میں شکل میں دیئے مزاحمت  $\frac{R_r'}{s}$  کو دو حصوں میں لکھا گیا ہے یعنی

$$\frac{R_r'}{s} = R_r' + R_r' \left( \frac{1-s}{s} \right)$$

یوں شکل میں مزاحمت  $R_r'$  میں برقی طاقت کی ضیاع  $I_{0r}^2 R_r'$  گھومتے پلھے کی ضیاع ہے جبکہ مزاحمت  $R_r' \left( \frac{1-s}{s} \right)$  میں برقی طاقت کی ضیاع  $I_{0r}^2 R_r' \left( \frac{1-s}{s} \right)$  دراصل میکانی طاقت ہے۔ یاد رہے کہ تین دور کی مشین کے لئے یہاں سے حاصل نتائج کو تین سے ضرب دینا ہوگا۔

میکانی طاقت، مروڑ ضرب میکانی زاویاتی رفتار ہوتی ہے۔ امالی موٹر کی میکانی زاویاتی رفتار مساوات میں دی گئی ہے جبکہ مساوات میں میکانی معاصر رفتار  $\omega_{sm}$  دی گئی ہے۔ یوں

$$(7.43) \quad p = T_m \omega = T_m \times 2\pi f = T_m \times 2\pi(1-s)f_s = T_m(1-s)\omega_{sm}$$

لہذا

$$(7.44) \quad T_m = \frac{p}{(1-s)\omega_{sm}} = \frac{3I_{0r}^2 R_r'}{\omega_{sm} s}$$

اصل موثر میں رگڑ، مرکزی ضیاع، چلھوں میں ضیاع اور دیگر وجوہات کی بنا پر دھڑے پر طاقت یا مروڑ اس سے قدر کم ہوگی۔

ٹرانسفارمر کے سادہ ترین مساوی دور بناتے وقت  $R_c$  اور  $X_m$  کو نظر انداز کیا گیا تھا۔ امالی موثر میں ایسا کرنا ممکن نہیں ہوتا چونکہ موثر میں خلائی درز ہوتی ہے جس میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرنے کے لئے بہت زیادہ مقناطیسی دباؤ درکار ہوتی ہے۔ حقیقت میں بے بوجہ امالی موثر کو اپنے پورے برقی رو کے تیس سے پچاس فی صد برقی رو مرکز کو بیجان کرنے کے لئے درکار ہوتی ہے۔ مزید یہ کہ خلائی درز کی وجہ سے اس کی رستا املہ بھی زیادہ ہوتی ہے اور اسے نظر انداز کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ البتہ مساوی دور میں  $R_c$  کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں نقطہ دار لکیر کی بائیں جانب کا مساوی قہون دور بنایا جا سکتا ہے۔ ایسا کرنے سے امالی موثر پر غور کرنا نہایت آسان ہو جاتا ہے۔ اب ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔

مثال 7.2: ستارا جڑی چھ قطب پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی 15 کلو واٹ امالی موثر کے مساوی دور کے اجزاء یہ ہیں

$$R_s = 0.5 \Omega, \quad R_r' = 0.31 \Omega, \quad X_s = 0.9 \Omega, \quad X_r' = 0.34 \Omega, \quad X_m = 0.22 \Omega$$

موثر میں رگڑ سے طاقت کا ضیاع 600 واٹ ہے۔ مرکزی ضیاع کو اسی کا حصہ تصور کیا گیا ہے۔ اس کو اٹل تصور کیا جائے۔ یہ موثر درکار وولٹ اور تعداد ارتعاش پر دو فی صد سرک پر چل رہی ہے۔ اس حالت میں موثر کی رفتار، اس کے دھڑے پر پیدا مروڑ اور طاقت، اس کے ساکن چلھے کی برقی رو اور اس کی فی صد استعداد حاصل کریں۔

حل: موثر کی معاصر رفتار  $f_m = \frac{2}{6} \times 50 = 16.66$  چکر فی سیکنڈ یا  $16.66 \times 60 = 1000$  چکر فی منٹ۔ دو فی صد سرک پر موثر کی رفتار  $f = 16.66 \times (1 - 0.02) = 16.33$  چکر فی منٹ یا  $16.33 \times 60 = 979.8$  چکر فی منٹ ہے۔

شکل میں دائیں جانب

$$jX_r' + R_r' + R_r' \frac{1-s}{s} = jX_r' + \frac{R_r'}{s} = j0.34 + \frac{0.31}{0.02} = j0.34 + 15.5$$

اور  $jX_m$  متوازی جڑے ہیں۔ ان کی مساوی مقاومت یہ ہے

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{15.5 + j0.34} + \frac{1}{j22}$$

$$Z = 10.147 + j7.375 = R + jX$$

موٹر پر لاگو دوری برقی دباؤ  $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$  وولٹ ہے۔ یوں ساکن چھپے کی برقی رو

$$\begin{aligned}\hat{I}_s &= \frac{\hat{V}_s}{R_s + jX_s + Z} \\ &= \frac{239.6}{0.5 + j0.99 + 10.147 + j7.375} \\ &= 17.6956 / -38.155^\circ\end{aligned}$$

ہے۔ اس موٹر کے گھومتے حصہ کو وہی طاقت منتقل ہو رہی ہے جو مقاومت  $Z$  کو منتقل ہو رہی ہے۔ یعنی مساوات کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$p = I_{or}^2 \frac{R_r'}{s} = I_s^2 R = 17.6956^2 \times 10.147 = 3177.37 \text{ W}$$

تین دور کے لئے یہ مقدار  $3 \times 3177.37 = 9532$  واٹ ہو گی۔ مساوات موٹر کی اندرونی میکانی طاقت دیتی ہے یعنی

$$p_{\text{میکانی}} = 9532 \times (1 - 0.02) = 9341 \text{ W}$$

اس سے طاقت کا ضیاع منفی کر کے  $9341 - 600 = 8741$  واٹ رہ جاتا ہے۔ یہ موٹر کے دھرمے پر میکانی طاقت ہو گی جس سے دھرمے پر مروڑ

$$T = \frac{8741}{2 \times \pi \times 16.33} = 85.1 \text{ N m}$$

ہو گی۔

موٹر کو کل مہیا برقی طاقت  $10001.97 = \sqrt{3} \times 415 \times 17.6956 \times \cos(-38.155)$  واٹ ہے۔ یوں اس موٹر کی استعداد  $\frac{8741}{10001.97} \times 100 = 87.39\%$  ہے۔

## 7.9 امالی موٹر کا مساوی تھونن دور

مسئلہ تھونن<sup>19</sup> کے مطابق کسی بھی سادہ خطی برقی دور<sup>20</sup> کو اس کے دو برقی سروں کے مابین ایک مقاومت اور ایک برقی دباؤ کی مساوی دور سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ اس مساوی دور کو مساوی تھونن دور کہتے ہیں جبکہ اس مساوی تھونن دور کی مقاومت کو تھونن مقاومت اور برقی دباؤ کو تھونن برقی دباؤ کہتے ہیں۔ برقی دور کے دو برقی سروں کے مابین تھونن مقاومت حاصل کرنے کے لئے اس برقی دور کے اندرونی برقی دباؤ کسر دور کر کے ان دو برقی سروں کے مابین مقاومت معلوم کی جاتی ہے۔ یہی مقاومت، تھونن مقاومت ہے۔ انہیں برقی سروں پر تھونن برقی دباؤ حاصل کرنے کے لئے دیئے گئے برقی دور کے اندرونی برقی دباؤ برقرار

<sup>19</sup>Thevenin theorem  
<sup>20</sup>linear circuit



رکھ کر ان دو سروں پر برقی دباؤ معلوم کی جاتی ہے۔ یہی برقی دباؤ در حقیقت تھونن برقی دباؤ ہے۔ بعض اوقات ہم ایک برقی دور کے ایک خاص حصے کا مساوی تھونن دور بنانا چاہتے ہیں۔ ایسا کرتے وقت بقایا برقی دور کو اس حصے سے مکمل طور پر منقطع کیا جاتا ہے۔ یوں شکل سے واضح ہے کہ دو سروں الف اور با کے مابین مساوی تھونن مقاومت اور تھونن برقی دباؤ یہ ہیں۔

$$Z_t = \frac{(R_s + jX_s)jX_m}{R_s + jX_s + jX_m} = R_t + jX_t \quad (7.45)$$

$$\hat{V}_t = \frac{jX_m \hat{V}_s}{R_s + jX_s + jX_m} = V_t \angle \theta_t$$

کسی بھی مخلوط عدد<sup>21</sup> کی طرح  $Z_t$  کو ایک حقیقی عدد  $R_t$  اور ایک فرضی عدد  $jX_t$  کا مجموعہ لکھا جا سکتا ہے۔ یہی اس مساوات میں کیا گیا ہے۔ ہم یوں امالی موثر کی مساوی برقی دور کو شکل کی طرح بنا سکتے ہیں جہاں سے دوری سمتیہ کی استعمال سے مندرجہ ذیل برقی رو  $\hat{I}'_r$  حاصل ہوتی ہے۔

$$\hat{I}'_r = \frac{\hat{V}_t}{R_t + jX_t + \frac{R'_r}{s} + jX'_r} \quad (7.46)$$

$$|\hat{I}'_r| = I'_r = \frac{V_t}{\sqrt{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$

چونکہ  $I'_r$  کی قیمت پر  $\hat{V}_t$  کے زاویے کا کوئی اثر نہیں لہذا مساوی تھونن دور میں  $\hat{V}_t$  کی جگہ  $V/0$  استعمال کیا جا سکتا ہے۔ بقایا کتاب میں ایسا ہی کیا جائے گا۔ مساوات سے یوں تین دور کی لپٹی مشین کی مروڑ یہ ہوگی

$$T = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\left(R_t + \frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_t + X'_r)^2} = \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left(\frac{R'_r}{s}\right)}{\frac{R'^2_r}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + R_t^2 + (X_t + X'_r)^2} \quad (7.47)$$

اس مساوات کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں موثر کی رفتار کو معاصر رفتار کی نسبت سے دکھایا گیا ہے۔ موثر از خود گھومتے مقناطیسی موج کی سمت میں گھومتی ہے اور اس کی رفتار معاصر رفتار سے قدر کم رہتی ہے۔ زیادہ سرک پر موثر کی استعداد نہایت خراب ہو جاتی ہے۔ اسی لئے لگاتار استعمال کے وقت اسے تقریباً پانچ فیصد سے کم سرک پر چلایا جاتا ہے بلکہ ان کی تخلیق یوں کی جاتی ہے کہ امالی موثر اپنی پوری طاقت تقریباً پانچ فیصد سے کم سرک پر حاصل کر دیتی ہے۔

<sup>21</sup>complex number

اگر موثر کو زبردستی ساکن چلھوں کی گھومتے مقناطیسی موج کی سمت میں معاصر رفتار سے زیادہ رفتار پر گھمایا جائے تو یہ ایک جنریٹر کے طور پر کام کرنے شروع ہو جائے گی۔ ایسا کرنے کے لئے بیرونی میکانی طاقت درکار ہوگی۔ اگرچہ امالی مشین عام طور پر کبھی جنریٹر کے طور پر استعمال نہیں ہوتے البتہ ہوا سے برقی طاقت پیدا کرنے میں یہ جنریٹر کے طور پر کار آمد ثابت ہوتے ہیں۔

شکل میں منفی رفتار بھی دکھائی گئی ہے جہاں سرک ایک سے زیادہ ہے۔ ایسا تب ہوتا ہے جب موثر کو ساکن چلھوں کی گھومتی مقناطیسی دباؤ کی موج کی الٹ سمت میں گھمایا جائے۔ موثر کو جلد ساکن حالت میں لانے کے لئے یوں کیا جاتا ہے۔ تین دور کی موثر پر لاگو برقی دباؤ کی کسی دو دور کو آپس میں الٹا دیا جاتا ہے۔ اس طرح موثر کی ساکن چلھوں کی گھومتی مقناطیسی موج یکدم الٹ سمت میں گھومنے شروع ہو جاتی ہے جبکہ موثر ابھی پہلی سمت میں ہی گھوم رہی ہوتی ہے۔ اس طرح موثر تیزی سے آہستہ ہوتی ہے اور جیسے ہی موثر رکھ کر دوسری جانب گھومنا چاہتی ہے اس پر لاگو برقی دباؤ منقطع کر دی جاتی ہے۔ اسی لئے اس احاطے کو رکنے کا احاطہ کہتے ہیں۔

امالی موثر کی زیادہ سے زیادہ مروڑ مساوات سے یوں حاصل کی جا سکتی ہے۔ مروڑ اسی لمحہ زیادہ سے زیادہ ہوگی جب گھومتے حصے کو زیادہ سے زیادہ طاقت میسر ہو۔ زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرنے کے مسئلہ<sup>22</sup> کے مطابق مزاحمت  $\frac{R'_r}{s}$  میں طاقت کا ضیاع اس وقت زیادہ سے زیادہ ہوگا جب

$$(7.48) \quad \frac{R'_r}{s} = |R_t + jX_t + jX'_r| = \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}$$

ہو۔ اس مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرک  $s_z$  کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$(7.49) \quad s_z = \frac{R'_r}{\sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2}}$$

مساوات میں کسر کے نچلے حصے میں  $R_t^2 + (X_t + X'_r)^2$  کی جگہ مساوات کا مربع استعمال کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ مروڑ یوں حاصل کی جا سکتی ہے

$$(7.50) \quad \begin{aligned} T_z &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2 \left( \frac{R'_r}{s} \right)}{\frac{R_t'^2}{s^2} + 2R_t \frac{R'_r}{s} + \frac{R_t'^2}{s^2}} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left( R_t + \frac{R'_r}{s} \right)} \\ &= \frac{1}{\omega_{sm}} \frac{3V_t^2}{2 \left( R_t + \sqrt{R_t^2 + (X_t + X'_r)^2} \right)} \end{aligned}$$

جہاں آخری قدم پر مساوات کا استعمال دوبارہ کیا گیا۔

اس مساوات کے مطابق امالی موثر کی زیادہ سے زیادہ مروڑ اس کے گھومتے چھو کی مزاحمت پر منحصر نہیں۔ یہ ایک اہم معلومات ہے جسے استعمال کر کے امالی موثر کی زیادہ سے زیادہ مروڑ درکار رفتار پر یوں حاصل کی جا سکتی ہے۔

امالی موثر کے گھومتے چھو کی برقی سروں کو سرک چھلوں<sup>23</sup> کے ذریعہ باہر نکالا جاتا ہے<sup>24</sup> جہاں ان کے ساتھ سلسلہ وار بیرونی مزاحمت جوڑی جاتی ہے۔ اس طرح گھومتے چھو کی مزاحمت  $R_r$  بڑھائی جاتی ہے۔ ایسا کرنے سے مساوات کے مطابق زیادہ سے زیادہ مروڑ نسبتاً زیادہ سرک یعنی کم زاویاتی رفتار پر حاصل کی جا سکتی ہے۔ شکل میں مزاحمت  $R_r$  کے ساتھ ساکن موثر کو چالو کرتے وقت زیادہ سے زیادہ مروڑ حاصل ہو سکتی ہے۔ اس طرح بوجھ سے لدا موثر ساکن حالت سے ہی بوجھ اٹھانے کے قابل ہوتا ہے۔ چونکہ زیادہ سرک پر موثر کی استعداد خراب ہوتی ہے لہذا اس طرح موثر کو زیادہ دیر نہیں چلایا جاتا اور جیسے ہی اس کی رفتار بڑھ جاتی ہے، اس سے جڑے بیرونی مزاحمتیں منقطع کر کے گھومتے چھو کی برقی سرے کسر دور کر دیئے جاتے ہیں۔

مثال 7.3: مثال میں دی گئی امالی موثر اس مثال میں استعمال کریں۔ رگڑ سے طاقت کی ضیاع کو نظر انداز کریں۔

- اگر موثر درکار وولٹ اور تعداد ارتعاش پر تین فی صد سرک پر چل رہی ہو تو ساکن چھوے میں گھومتے چھوے کے حصہ کی برقی رو  $I_r'$  اور مشین کی اندرونی میکانی طاقت اور مروڑ حاصل کریں۔
  - موثر کی زیادہ سے زیادہ اندرونی پیدا مروڑ اور اس مروڑ پر موثر کی رفتار حاصل کریں۔
  - موثر کی چالو ہونے کے لمحہ پر مروڑ اور اسی لمحہ اس کی  $I_r'$  حاصل کریں۔
- حل:

- دوری برقی دباؤ  $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6$  استعمال کرتے ہوئے مساوات کی مدد سے

$$Z_t = \frac{(0.5 + j0.99) j22}{0.5 + j0.99 + j22} = 0.4576 + j0.9573$$

$$\hat{V}_t = \frac{j22 \times 239.6/0^\circ}{0.5 + j0.99 + j22} = 229.2/1.246^\circ$$

مساوات میں تین فی صد سرک پر  $\frac{R_r'}{s} = 10.3333$  کے استعمال سے

$$\hat{I}_r' = \frac{229.2/1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 10.3333 + j0.34} = 21.1/-5.6^\circ$$

$$I_r' = |\hat{I}_r'| = 21.1 \text{ A}$$

slip rings<sup>23</sup>  
<sup>24</sup> شکل کے نمونے پر۔

یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ مندرجہ بالا مساوات میں  $229.2/1.246^\circ$  کی جگہ  $229.2/0^\circ$  استعمال کرنے سے  $I_r'$  کی یہی قیمت حاصل ہوتی۔  
مساوات اور کی مدد سے

$$p_m = \frac{3 \times 21.1^2 \times 0.31}{0.03} \times (1 - 0.03) = 13387.46 \text{ W}$$

$$T = \frac{13387.46}{(1 - 0.03) \times 2 \times \pi \times 16.66} = 131.83 \text{ N m}$$

• مساوات سے زیادہ سے زیادہ طاقت پر سرک

$$s_z = \frac{0.31}{\sqrt{0.4576^2 + (0.9573 + 0.34)^2}} = 0.1638$$

اور اس پر موٹر کی رفتار  $1000 \times (1 - 0.1638) = 836.2$  چکر فی منٹ ہوگی۔

• چالو کرتے لمحہ پر سرک ایک ہوگی لہذا  $\frac{R_r'}{s} = 0.31$  ہوگا اور یوں

$$\hat{I}_r' = \frac{229.2/1.246^\circ}{0.4576 + j0.9573 + 0.31 + j0.34} = 152.07/-58.14^\circ$$

$$I_r' = 152 \text{ A}$$

اس لمحہ مروڑ

$$T = \frac{3 \times 152.07^2 \times 0.31}{2 \times \pi \times 16.66} = 205 \text{ N m}$$

مثال 7.4: ایک تین دور دو قطب ستارا جڑا پچاس ہرٹز پر چلنے والا امالی موٹر 2975 چکر فی منٹ کی رفتار پر بارہ کلوواٹ کے میکانیکی بوجھ سے لدا ہے۔ موٹر کی سرک اور دھڑے پر مروڑ حاصل کریں۔  
حل: معاصر رفتار  $\frac{2}{P} f_e = \frac{2}{2} \times 50 = 50$  چکر فی سیکنڈ یا  $3000 = 50 \times 60$  چکر فی منٹ ہے۔ یوں سرک  $s = \frac{3000 - 2975}{3000} = 0.00833$  یا  $0.833$  فی صد ہے۔ موٹر کی رفتار  $\frac{2975}{60} = 49.5833$  چکر فی سیکنڈ ہے لہذا اس کے دھڑے پر مروڑ  $\frac{12000}{2 \times \pi \times 49.58} = 38 \text{ N m}$  ہوگی۔

## 7.10 پنجرہ نما امالی موٹر

گھومتے چھوٹی کی ساخت پر زرا غور کرتے ہیں۔ گھومتے چھوٹی کے  $N_r$  چکر ہوتے ہیں جہاں  $N_r$  کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔ سادہ ترین صورت میں  $N_r$  ایک کے برابر ہو سکتا ہے یعنی ایک ہی چکر کا گھومتا

چلھا۔ اب بجائے اس کے کہ مرکز میں چلھوں کے لئے شگاف بنائے جائیں اور ہر شگاف میں تانبے کی تار کا ایک چکر لپٹا جائے ہم یوں بھی کر سکتے ہیں کہ ہر شگاف میں سیدھا تانبے کا ایک سلاخ رکھ دیں اور اس طرح کے سب سلاخوں کی ایک جانب کے سروں کو تانبے کی ایک دائرہ نما سلاخ سے کسر دور کر دیں اور اسی طرح دوسری جانب کے سب سروں کو بھی ایک تانبے کی دائرہ نما سلاخ سے کسر دور کر دیں۔ اس طرح تانبے کی سلاخوں کا پنچرا بن جاتا ہے۔ اسی لئے ایسے امالی موثر کو پنچرا نما امالی موثر کہتے ہیں۔

حقیقت میں شگافوں میں پگلا تانبا یا سلور<sup>25</sup> ڈالا جاتا ہے جو ٹنڈا ہو کر ٹھوس ہو جاتا ہے اور مرکز کو جھکڑ لیتا ہے۔ دونوں اطراف کے دائرہ نما کسر دور کرنے والے چھلے بھی اسی طرح اور اسی وقت بنائے جاتے ہیں۔ اس طرح یہ ایک مضبوط گھومتا حصہ بن جاتا ہے۔ اسی مضبوطی کی وجہ سے پنچرا نما امالی موثر نہایت مقبول ہوا ہے۔ ایسے موثر سالوں تک بغیر دیکھ بال کے کام کرتے ہیں اور عام زندگی میں ہر جگہ پائے جاتے ہیں۔ گھروں میں پانی کے پمپ اور پنکھے انہیں سے چلتے ہیں۔

## 7.11 بے بوجھ موثر اور جامد موثر کے معائنہ

امالی موثر کی کارکردگی دو معائنوں سے معلوم کی جاتی ہے۔ انہی سے اس کے مساوی برقی دور کے جُز بھی حاصل کئے جاتے ہیں۔ ہم تین دور کی امالی موثر کی مثال سے ان معائنوں کا تذکرہ کرتے ہیں۔

### 7.11.1 بے بوجھ موثر کا معائنہ

یہ معائنہ بالکل ٹرانسفارمر کے بے بوجھ معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں موثر کی ہیجان انگیز برقی رو اور بے بوجھ موثر میں طاقت کے ضیاع کی معلومات حاصل ہوتی ہیں۔

اس میں بے بوجھ امالی موثر پر تین دور کی مساوی برقی دباؤ<sup>26</sup>  $V_{bb}$  لاگو کر کے بے بوجھ موثر کی برقی طاقت کا ضیاع  $p_{bb}$  اور اس کے ساکن چلھے کی ہیجان انگیز برقی رو  $I_{s,bb}$  ناپی جاتی ہے۔ یہ معائنہ امالی موثر کی پورے برقی دباؤ اور برقی تعدد پر کیا جاتا ہے۔

بے بوجھ امالی موثر صرف اتنی مروڑ پیدا کرتی ہے جتنی رگڑ اور دیگر طاقت کے ضیاع کی وجہ سے درکار ہو۔ اتنی کم مروڑ بہت کم سرک پر حاصل ہو جاتی ہے۔ مساوات سے ظاہر ہے کہ بہت کم سرک پر  $I_r'$  ہی نہایت کم ہوگی اور اس سے گھومتے چلھوں میں برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ اسی بات کو شکل کی مدد سے بھی سمجھا جا سکتا ہے جہاں یہ واضح ہے کہ بہت کم سرک پر مزاحمت  $\frac{R'_r}{s}$  کی قیمت بہت زیادہ ہو جاتی ہے اور اس کو کھلے دور سمجھا جا سکتا ہے۔ ایسا کرنے سے شکل الف ملتا ہے۔

شکل الف میں  $R_c$  اور  $X_m$  کے متوازی دور کا مساوی سلسلہ وار دور شکل کے حصہ با میں دکھایا گیا ہے۔ کسی بھی امالی موثر کی  $R_c$  کی قیمت اس کی  $X_m$  کی قیمت سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔ متوازی

<sup>25</sup>copper, aluminium

<sup>26</sup> $V_{bb}$  لکھے ہوئے لفظ ہے بوجھ کے پہلے حروف ب اور ب کو زیر نوشت میں bb سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دور کی مقاومت  $Z_m$  سے مساوی سلسلہ وار مقاومت  $Z_s$  یوں حال ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{R_c j X_m}{R_c + j X_m} \\
 &= \frac{R_c j X_m}{R_c + j X_m} \frac{R_c - j X_m}{R_c - j X_m} \\
 &= \frac{j R_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2 + X_m^2} \\
 (7.51) \quad &\approx \frac{j R_c^2 X_m + R_c X_m^2}{R_c^2} \quad R_c \gg X_m \text{ چونکہ} \\
 &= j X_m + \frac{X_m^2}{R_c} = j X_m + R_c^* = Z_s
 \end{aligned}$$

بے بوجھ ٹرانسفارمر میں ابتدائی چلھوں کے برقی طاقت کے ضیاع کو بھی نظر انداز کیا جاتا ہے۔ بے بوجھ امالی موٹروں کی ہیجان انگیز برقی رو کافی زیادہ ہوتی ہے لہذا ان کے ساکن چلھوں کی برقی طاقت کے ضیاع کو نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔ بے بوجھ امالی موٹر کی  $p_{bb}$  سے اگر تین ساکن چلھوں کی برقی ضیاع منفی کی جائے تو اس میں میکانی طاقت کے ضیاع کا حساب لگایا جا سکتا ہے یعنی

$$(7.52) \quad p_{\text{ضیاع}} = p_{bb} - 3I_{s,bb}^2 R_s$$

میکانی طاقت کا ضیاع بے بوجھ اور بوجھ سے لدے موٹر کے لئے یکساں تصور کیا جاتا ہے۔ شکل کے حصہ با سے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 R_{bb} &= \frac{p_{bb}}{3I_{s,bb}^2} \\
 Z_{bb} &= \frac{V_{bb}}{I_{s,bb}} \\
 (7.53) \quad X_{bb} &= \sqrt{|Z_{bb}|^2 - R_{bb}^2} \\
 X_{bb} &= X_s + X_m
 \end{aligned}$$

یوں اس معائنہ سے موٹر کی بے بوجھ متعاملیت  $X_{bb}$  حاصل ہوتی ہے۔ اگر کسی طرح ساکن چلھے کی متعاملیت  $X_s$  معلوم ہو تب اس مساوات سے  $X_m$  حاصل کی جا سکتی ہے۔ اگلے معائنہ میں ہم  $X_s$  کا اندازہ لگا سکیں گے۔

#### 7.11.2 جامد موٹر کا معائنہ

یہ معائنہ ٹرانسفارمر کے کسر دور معائنہ کی طرح ہے۔ اس میں مشین کے رستا امالوں کی معلومات حاصل ہوتی ہے۔ البتہ امالی موٹر کا مسئلہ ذرا زیادہ پیچیدہ ہے۔ امالی موٹر کی رستا امالہ گھومتے چلھوں میں برقی تعدد اور مرکز کے سیراب ہونے پر منحصر ہوتے ہیں۔

اس معائنہ میں امالی موثر کے گھومتے حصے کو حرکت کرنے سے زبردستی روک دیا جاتا ہے جبکہ ساکن پلچھوں پر بیرونی برقی دباؤ  $V_{rk}$  لاگو کر کے برقی طاقت  $p_{rk}$  اور ساکن پلچھوں کی برقی رو  $I_{s,rk}$  ناپی جاتی ہیں۔ اصولی طور پر یہ معائنہ اُن حالات کو مدِ نظر رکھ کر کیا جاتا ہے جن پر موثر کی معلومات درکار ہوں۔

جس لمحہ ایک موثر کو ساکن حالت سے چالو کیا جائے اس لمحہ موثر کی سرک ایک کے برابر ہوتی ہے اور اس کے گھومتے پلچھوں میں عام تعدد  $f_e$  کی برقی رو  $I_{t=0}^{27}$  ہوتی ہے، لہذا اگر اس لمحہ کے نتائج درکار ہوں تو موثر کے ساکن پلچھوں پر عام تعدد یعنی  $f_e$  کی اتنی برقی دباؤ لاگو کی جائے گی جتنی سے اس کے گھومتے پلچھوں میں برقی رو  $I_{t=0}$  ہو۔ اسی طرح اگر عام چالو حالت میں بوجھ سے لدے موثر کے نتائج درکار ہوں جب موثر کی سرک  $s$  اور اس کے گھومتے پلچھوں میں برقی رو  $I_{t \rightarrow \infty}^{28}$  ہوتی ہے تو معائنہ میں  $s f_e$  تعدد کی برقی دباؤ استعمال کی جائے گی اور اس کی مقدار اتنی رکھی جائے گی جتنی سے گھومتے پلچھوں میں  $I_{t \rightarrow \infty}$  برقی رو وجود میں آئے۔ تقریباً  $20 \text{ kV A}$  سے چھوٹی موثروں میں برقی تعدد کے اثرات قابلِ نظر انداز ہوتے ہیں لہذا ان کا معائنہ  $f_e$  تعدد کی برقی دباؤ پر ہی کیا جاتا ہے۔

یہاں شکل کو رکے موثر کے معائنہ کی نقطہ نظر سے دوبارہ بناتے ہیں۔ رکے موثر کی سرک ایک کے برابر ہوتی ہے۔ مزید یہ کہ اس معائنہ میں لاگو برقی دباؤ عام چالو موثر پر لاگو برقی دباؤ سے خاصی کم ہوتی ہے۔ اتنی کم لاگو برقی دباؤ پر مرکزی ضیاع کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ شکل میں  $R_c$  کو کھلے دور کرنا مرکزی ضیاع کو نظر انداز کرنے کے مترادف ہے۔ ایسا کرنے سے شکل الف ملتا ہے۔ چونکہ  $s = 1$  ہے لہذا اس شکل میں  $\frac{R'_r}{s}$  کو  $R'_r$  لیا گیا ہے۔

شکل الف میں  $jX_m$  اور  $(R'_r + jX'_r)$  متوازی جڑے ہیں۔ ان کا مساوی سلسلہ وار دور شکل ب میں دکھایا گیا ہے۔ اس متوازی دور کی مزاحمت  $Z_m$  سے سلسلہ وار مزاحمت  $Z_s$  یوں حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{aligned}
 Z_m &= \frac{jX_m(R'_r + jX'_r)}{R'_r + j(X_m + X'_r)} \\
 &= \left( \frac{jX_m R'_r - X_m X'_r}{R'_r + j(X_m + X'_r)} \right) \left( \frac{R'_r - j(X_m + X'_r)}{R'_r - j(X_m + X'_r)} \right) \\
 (7.54) \quad &= \frac{jX_m R'^2_r + X_m R'_r(X_m + X'_r) - X_m X'_r R'_r + jX_m X'_r(X_m + X'_r)}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2} \\
 &= \frac{X_m^2 R'_r}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2} + \frac{j(X_m R'^2_r + X_m^2 X'_r + X_m X'^2_r)}{R'^2_r + (X_m + X'_r)^2} \\
 &= R_s^* + jX_s^* = Z_s
 \end{aligned}$$

اگر ان مساوات میں  $X_m \gg R'_r$  اور  $X_m \gg X'_r$  لیا جائے تو حاصل ہوتا ہے۔

$$(7.55) \quad R_s^* \approx R'_r \left( \frac{X_m}{X_m + X'_r} \right)^2$$

$$(7.56) \quad X_s^* \approx \frac{X_m R'^2_r}{X_m^2} + \frac{X_m^2 X'_r}{X_m^2} + \frac{X_m X'^2_r}{X_m^2} \approx X'_r$$

<sup>27</sup> اس لمحہ کے برقی رو کو چھوٹی لکھائی میں وقت صفر سے منسلک کیا گیا ہے یعنی  $t = 0$   
<sup>28</sup> زیرِ نوشت میں  $t \rightarrow \infty$  اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ موثر کافی دیر سے چالو ہے اور یہ ایک برقرار رفتار تک پہنچ گئی ہے۔

$X'_r$	$X_s$	خاصیت	گھومتا حصہ
$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$	کارکردگی گھومتے حصے کی مزاحمت پر منحصر	لپٹا ہوا
$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$	عام ابتدائی مروڑ، عام ابتدائی رو	بناوٹ A
$0.6X_{rk}$	$0.4X_{rk}$	عام ابتدائی مروڑ، کم ابتدائی رو	بناوٹ B
$0.7X_{rk}$	$0.3X_{rk}$	زیادہ ابتدائی مروڑ، کم ابتدائی رو	بناوٹ C
$0.5X_{rk}$	$0.5X_{rk}$	زیادہ ابتدائی مروڑ، زیادہ سرک	بناوٹ D

جدول 7.1: متعاملیت کی ساکن اور گھومتے حصوں میں تقسیم۔

اس معائنہ میں ناپے مقداروں اور شکل ب سے

$$\begin{aligned}
 Z_{rk} &= \frac{V_{rk}}{I_{s,rk}} \\
 R_{rk} &= \frac{p_{rk}}{3I_{s,rk}^2} \\
 X_{rk} &= \sqrt{|Z_{rk}|^2 - R_{rk}^2}
 \end{aligned}
 \tag{7.57}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اس مساوات کے پہلے جُز میں ناپے برقی دباؤ اور برقی رو سے مقاومت حاصل کی گئی ہے، اس کے دوسرے جُز سے مزاحمت اور تیسرے میں متعاملیت۔ اب شکل کے حصہ با سے واضح ہے کہ

$$X_{rk} = X_s + X'_r \tag{7.58}$$

امالی مشین مختلف خصوصیات کو مد نظر رکھ کر بنائے جاتے ہیں۔ عام آدمی کے آسانی کے لئے ایسے مشینوں کی درجہ بندی کی جاتی ہے۔ جدول 7.1 میں پنچرا نما امالی موٹر کے مختلف اقسام A, B, C, D اور ایسی مشین جن کا گھومتا حصہ چلھے پر مشتمل ہو، کے رستا متعاملیت  $X_{rk}$  کو ساکن اور گھومتے چلھوں میں تقسیم کرنا دکھایا گیا ہے۔ اس جدول کے مطابق، گھومتے چلھے والی مشین میں ساکن اور گھومتے متعاملیت برابر ہوتے ہیں۔ اسی طرح شکل ب سے واضح ہے کہ  $R_{rk} = R^* + R_s$  لہذا اگر ساکن چلھے کی مزاحمت  $R_s$  براہ راست مزاحمت ناپنے کے آلہ یعنی اوہم میٹر<sup>29</sup> سے ناپی جائے تو

$$R^* = R_{rk} - R_s \tag{7.59}$$

ہوگا اور اب  $R'_r$  کو مساوات سے حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں  $X_m$  بے بوجہ امالی موٹر کے معائنہ میں حاصل کی جاتی ہے۔

اوہم میٹر کی مدد سے ساکن چلھے کی مزاحمت ناپتے وقت یہ جاننا ضروری ہے کہ موٹر ستارا یا تکونی جڑی ہے۔ شکل میں چلھے کو دونوں طرح جڑا دکھایا گیا ہے۔ اگر ایک دور کی مزاحمت  $R_s$  ہو تو ستارا جڑی موٹر میں اوہم میٹر  $2R_s$  مزاحمت دے گی جبکہ تکونی جڑی موٹر کے لئے یہ  $\frac{2}{3}R_s$  مزاحمت دے گی۔



مثال 7.5: ستارا جڑی چار قطب پچاس ہرٹز اور 415 وولٹ پر چلنے والی موثر کے معائنہ کئے جاتے ہیں۔ موثر کی بناوٹ درجہ بندی A کے مطابق ہے۔ اوہم میٹر کسی بھی دو برقی سروں کے مابین 0.55 اوہم جواب دیتا ہے۔ بے بوجھ معائنہ 50 Hz اور 415 V پر کرتے ہوئے برقی رو 4.1 A اور طاقت کا ضیاع 906 W ناپے جاتے ہیں۔ جامد موثر معائنہ 15 Hz اور 50 V پر کرتے ہوئے برقی رو 13.91 A اور طاقت کا ضیاع 850 W ناپے جاتے ہیں۔ اس موثر کی مساوی برقی دور بنائیں اور پانچ فیصد سرک پر اس کی اندرونی میکانی طاقت حاصل کریں۔

حل: اوہم میٹر کے جواب سے ستارا جڑی موثر کے ساکن چلھے کی مزاحمت  $R_s = \frac{0.55}{2} = 0.275 \Omega$  حاصل ہوتی ہے۔ بے بوجھ معائنہ میں دوری برقی دباؤ  $\frac{415}{\sqrt{3}} = 239.6 \text{ V}$  ہے جس سے

$$R_{bb} = \frac{906}{3 \times 4.1^2} = 17.965 \Omega$$

$$|Z_B| = \frac{239.6}{4.1} = 58.439 \Omega$$

$$X_{bb} = \sqrt{58.439^2 - 17.965^2} = 55.609 \Omega = X_s + X_m$$

لہذا رکے موثر معائنہ کے نتائج سے  $X_s$  حاصل کرنے کے بعد  $X_m$  حاصل ہو جائے گی۔  
ساکن چلھے کی مزاحمت میں اس برقی رو پر کُل

$$3I_{bb}^2 R_s = 3 \times 4.1^2 \times 0.275 = 13.87 \text{ W}$$

برقی طاقت کا ضیاع ہوگا لہذا رگز اور دیگر طاقت کا ضیاع  $906 - 13.86 = 892$  واٹ ہوگا۔  
رکے موثر کے معائنہ میں دوری برقی دباؤ  $\frac{50}{\sqrt{3}} = 28.9$  وولٹ ہیں یوں اس معائنہ سے

$$R_{rk} = \frac{850}{3 \times 13.91^2} = 1.464 \Omega$$

$$|Z_{rk}| = \frac{28.9}{13.91} = 2.07 \Omega$$

$$X_{rk,15} = \sqrt{2.07^2 - 1.464^2} = 1.46 \Omega$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اس معائنہ میں برقی تعدد 15 ہرٹز تھی لہذا 50 ہرٹز پر متعاملیت

$$X_{rk,50} = \frac{50}{15} \times X_{rk,15} \approx 4.9 \Omega$$

ہے۔ درجہ بندی A کی امالی موثر کے لئے یہ متعاملت ساکن اور گھومتے چلھے میں یکساں تقسیم ہوتی ہے لہذا

$$X_s = X'_r = \frac{4.9}{2} = 2.45 \Omega$$

یوں

$$X_m = X_{bb} - X_s = 55.609 - 2.4553 \Omega$$

چونکہ  $R_s = 0.275$  اوہم ہے لہذا

$$R'_r = R_{rk} - R_s = 1.464 - 0.275 = 1.189 \Omega$$

ہوگا۔ یہ مساوی برقی دور شکل میں دکھایا گیا ہے۔  
پانچ فی صد سرک پر اندرونی میکانی طاقت کی خاطر بائیں جانب کا تھون مساوی دور استعمال کرتے ہوئے

$$V_t = 229/0.2833^\circ$$

$$Z_t = 0.251 + j2.343$$

$$|\hat{I}'_r| = 11.8 \text{ A}$$

$$p_m = \frac{3 \times 11.8^2 \times 0.974 \times (1 - 0.05)}{0.05} = 7730 \text{ W}$$


---

## الباب 8

### یک سمتی رو مشین

یک سمتی رو مشین یا تو یک سمتی رو<sup>1</sup> برقی طاقت پیدا کرتے ہیں یا پھر یہ یک سمتی رو برقی طاقت سے چلتے ہیں۔ ایک سمتی رو موٹروں کی اہمیت بتدریج کم ہوتی جا رہی ہے اور ان کی جگہ امالی موٹر استعمال ہونے لگے ہیں جو جدید طرز کے قوی الیکٹرانکس<sup>2</sup> سے قابو کئے جاتے ہیں۔ موجودہ دور میں گاڑیوں میں لگے ایک سمتی جنریٹر بھی دراصل سادہ بدلتی رو جنریٹر ہوتے ہیں جن کے اندر نسب ڈایوڈ<sup>3</sup> ان کی بدلتی محرک برقی دباؤ کو یک سمتی محرک برقی دباؤ میں تبدیل کر دیتی ہے۔

اس باب میں دو قطب کے یک سمتی آلوں کا مطالعہ کیا جائے گا۔ میکانی سمت کار رکھنے والے یک سمتی آلوں میں میدانی چلھا ساکن ہوتا ہے جبکہ قوی چلھا گھومتا ہے۔

#### 8.1 یک سمتی جنریٹر کی برقی دباؤ

گزشتہ حصہ میں شکل میں الف۔ با۔ ج اور د چلھے سلسلہ وار جڑے ہیں۔ اسی طرح ڈ۔ ذ۔ ر اور ژ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ حصہ میں مساوات ایک چلھے کی یک سمتی جنریٹر کی محرک برقی دباؤ  $e_1$  دیتی ہے۔ اسے یہاں یاد دہانی کی خاطر دوبارہ دیا جاتا ہے۔

$$(8.1) \quad e_1 = \omega N \phi_m = \omega N A B_m$$

اگر خلائی درز میں  $B_m$  کی مقدار ہر جگہ یکساں ہو تو سب چلھوں میں برابر محرک برقی دباؤ پیدا ہوگا۔ یوں شکل میں دکھائے لمحہ جنریٹر کی کل محرک برقی دباؤ  $e$  ایک چلھے کی محرک برقی دباؤ کی چار گنا ہوگی یعنی  $e = 4e_1 = 4\omega N A B_m$  جبکہ شکل میں دکھائے لمحہ صرف تین چلھوں کی محرک برقی دباؤ زیر استعمال آتی ہے یعنی اس لمحہ جنریٹر کی کل محرک برقی دباؤ یہ  $e = 3e_1 = 3\omega N A B_m$  ہوگی۔

شکل میں اس آٹھ دندوں والے میکانی سمت کار سے حاصل برقی دباؤ دکھائی گئی ہے۔ شکل میں یک سمتی برقی دباؤ پر سوار غیر ضروری لہریں دکھائی گئی ہیں۔ اگر جنریٹر میں ایک جوڑی قطب پر کل  $n$  چلھے

dc, direct current<sup>1</sup>  
power electronics<sup>2</sup>  
diode<sup>3</sup>

ہوں تو شکل کی طرح یہ دو  $\frac{n}{2}$  سلسلہ وار چلھوں جتنی محرکی برقی دباؤ پیدا کرے گی۔

$$(8.2) \quad e = \frac{n}{2} \omega N \phi_m = \frac{n}{2} \omega N A B_m$$

اس صورت میں یہ غیر ضروری لہریں کل یک سمتی برقی دباؤ کی تقریباً

$$(8.3) \quad \frac{\omega N \phi_m}{\frac{n}{2} \omega N \phi_m} \times 100 = \frac{2}{n} \times 100$$

فی صد ہوگی۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر فی قطب دندوں کی تعداد بڑھائی جائے تو حاصل برقی دباؤ زیادہ بھوار ہوگی اور یہ غیر ضروری لہریں قابل نظر انداز ہوں گے۔

اب تصور کریں کہ شکل میں دیئے مشین کی خلائی درز میں  $B_m$  کی مقدار ہر جگہ یکساں نہیں۔ اس صورت میں چلھوں میں محرک برقی دباؤ مساوات کے تحت مختلف زاویوں پر مختلف ہوگی۔ اس طرح مشین سے حاصل کل برقی دباؤ چار سلسلہ وار چلھوں کی مختلف محرک برقی دباؤ کے مجموعہ کے برابر ہوگی یعنی

$$(8.4) \quad e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$$

جہاں  $e_1, e_2, \dots$  مختلف چلھوں کی محرک برقی دباؤ کو ظاہر کرتے ہیں۔

اب شکل پر غور کریں۔ اگر گھومتا حصہ صرف ایک دندے برابر حرکت کرے تو اس شکل کی حالت دوبارہ حاصل ہوتی ہے اور اس سے حاصل برقی دباؤ بھی دوبارہ وہی ملتی ہے۔ اگر میکانی سمت کار کی فی قطب دندوں کی تعداد زیادہ کر دی جائے تو یہ حرکت قابل نظر انداز ہو جاتی ہے۔ اب اگر خلائی درز میں کثافت مقناطیسی بھاؤ بھواری کے ساتھ تبدیل ہو تو اتنی کم حرکت کے احاطے میں  $B_m$  کی مقدار میں کوئی خاص تبدیلی نہیں آئے گی اور اس احاطے میں اسے یکساں تصور کیا جا سکتا ہے۔ یوں اگر چلھا اس احاطے میں حرکت کرے تو اس میں محرک برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوگی۔ یعنی جس چلھے کی محرکی برقی دباؤ  $e_1$  ہے اُس کی اس احاطے میں محرکی برقی دباؤ یہی رہے گی۔ یوں اگرچہ  $e_1, e_2, \dots$  آپس میں مختلف ہو سکتے ہیں مگر ان کی مقدار قطعی ہے، لہذا اس صورت میں مساوات میں دی گئی محرکی برقی دباؤ کی مقدار بھی قطعی ہوگی۔

ہم نے دیکھا کہ اگر خلائی درز میں  $B_m$  بھواری کے ساتھ تبدیل ہو تو جنریٹر سے معیاری یک سمتی محرک برقی دباؤ حاصل ہوتی ہے۔ بدلتی رو جنریٹروں میں  $B_m$  سائن نما رکھنی ضروری ہوتی ہے۔ نہایت چھوٹی یک سمتی آلوں میں خلائی درز میں  $B_m$  یکساں رکھا جاتا ہے جبکہ بڑی آلوں میں اسے بھواری کے ساتھ تبدیل کیا جاتا ہے۔ جیسا اوپر ذکر ہوا عملاً میکانی سمت کار کے دندوں تک چلھوں کے سروں کی رسائی ممکن تب ہوتی ہے جب ہر شگاف میں دو چلھے رکھے جائیں۔ اس طرح رکھے چلھوں کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ آری کے دندوں کی مانند ہوتا ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

زیادہ قطب کے مشین میں شمالی اور جنوبی قطب کے ایک جوڑے کی پیدا یک سمتی برقی دباؤ مساوات سے حاصل ہوگی جہاں  $n$  ایک قطبین کے جوڑے پر میکانی سمت کار کے دندوں کی تعداد ہوگی۔ یوں زیادہ قطبین کے جوڑوں سے حاصل یک سمتی برقی دباؤ کو سلسلہ وار یا متوازی جوڑا جا سکتا ہے۔

## 8.2 میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی

جنریٹر بنیادی طور پر بدلتی رو برقی دباؤ ہی پیدا کرتا ہے۔ یک سمتی جنریٹر کے اندر نسب میکانی سمت کار<sup>4</sup> میکانی طریقہ سے اس بدلتی رو کو یک سمتی رو میں تبدیل کرتا ہے اور یوں جنریٹر کی برقی سروں سے یک سمتی برقی دباؤ حاصل ہوتا ہے۔

میکانی سمت کار کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس شکل میں جنریٹر کے قوی چلھے کو ایک چکر کا دکھایا گیا ہے اگرچہ حقیقت میں ایسا نہیں ہوتا۔ قوی چلھے کے برقی سروں کو د اور ڈ سے ظاہر کیا گیا ہے جو میکانی سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ قوی چلھا اور میکانی سمت کار ایک ہی ڈھرتے پر نسب ہوتے ہیں اور یوں یہ ایک ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ تصور کریں کہ یہ دونوں گھڑی کی الٹی سمت مقناطیسی میدان میں گھوم رہے ہیں۔ مقناطیسی میدان افقی سطح میں  $N$  سے  $S$  کی جانب ہے جسے نوکدار لکڑیوں سے دکھایا گیا ہے۔ میکانی سمت کار کے ساتھ کاربن کے ساکن بُش، اسپرنگ کی مدد سے دبا کر رکھے جاتے ہیں۔ ان کاربن کے بُشوں سے برقی دباؤ بیرون جنریٹر موصل برقی تاروں کے ذریعہ منتقل کی جاتی ہے۔ ان بُشوں کو مثبت نشان + اور منفی نشان - سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دکھائے گئے لمحے پر چلھے میں پیدا برقی دباؤ  $e$  کی وجہ سے چلھے کا برقی سیرا د مثبت اور اس کا برقی سیرا ڈ منفی ہے۔ یوں میکانی سمت کار کا حصہ د مثبت اور اس کا حصہ ڈ منفی ہے جس سے کاربن کے + نشان والا بُش مثبت اور - نشان والا بُش منفی ہے۔

آدھے چکر بعد خلا میں چلھے کی د اور ڈ اطراف آپس میں جگہیں تبدیل کر لیں گی۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ چلھے کے د اور ڈ اطراف اب بھی میکانی سمت کار کے د اور ڈ حصوں کے ساتھ جڑے ہیں۔ اس لمحے پر برقی دباؤ الٹ ہوگی اور اب اس کا د طرف منفی اور ڈ طرف مثبت ہوگا جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یہاں میکانی سمت کار کی کارکردگی سامنے آتی ہے اور ہم دیکھتے ہیں کہ کاربن کا + نشان والا بُش اب بھی مثبت اور - نشان والا بُش اب بھی منفی ہے۔ یوں جنریٹر کے بیرونی برقی سروں پر اب بھی برقی دباؤ پہلے کی سمت میں ہی ہے۔ میکانی سمت کار کے دانتوں کے مابین برقی دباؤ ہوتا ہے لہذا ان کو غیر موصل شہ کی مدد ایک دونوں سے اور ڈھرتے سے دور رکھا جاتا ہے۔

گھومتے وقت ایک ایسا لمحہ آتا ہے جب میکانی سمت کار کے دونوں دانت کاربن کے دونوں بُشوں کے ساتھ جڑے ہوتے ہیں یعنی اس لمحے کاربن کے بُش چلھے کو کسر دور کرتے ہیں۔ کاربن کے بُش محیط پر اس طرح رکھے جاتے ہیں کہ جس لمحے چلھے میں برقی دباؤ مثبت سے منفی یا منفی سے مثبت ہونے لگے اسی لمحے کاربن کے بُش چلھے کو کسر دور کرے۔ چونکہ اس لمحے چلھے کے پیدا کردہ برقی دباؤ صفر ہوتی ہے لہذا اسے کسر دور کرنے سے کوئی نقصان نہیں ہوتا۔ اس طرح حاصل برقی دباؤ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

یہاں دو دندوں والا میکانی سمت کار اور دو مقناطیسی قطب کے درمیان گھومتا ایک ہی قوی چلھا دکھایا گیا ہے۔ حقیقت میں جنریٹر کے بہت سارے قطب ہوں گے اور ہر ایک قطب کے لئے میکانی سمت کار کے کئی دندے ہوں گے۔ مزید یہ کہ نہایت چھوٹی آلوں میں مقناطیسی میدان مقناطیس ہی فراہم کرتا ہے جبکہ بڑی آلوں میں مقناطیسی میدان ساکن میدان چلھے فراہم کرتے ہیں۔ مشین کے دونوں قسم کے چلھے تقسیم شدہ ہوتے ہیں۔

اب ہم زیادہ دندوں کے ایک میکانی سمت کار کو دیکھتے ہیں۔

## 8.2.1 میکانی سمت کار کا تفصیلی جائزہ

پچھلے حصہ میں میکانی سمت کار کی بنیادی کارکردگی سمجھائی گئی۔ اس حصہ میں اس پر تفصیلاً غور کیا جائے گا۔ یہاں شکل سے رجوع کریں۔ اس شکل میں اندر کی جانب دکھائے گئے میکانی سمت کار کے دندوں کو ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ میکانی سمت کار کی اندر جانب کاربن بُش دکھائے گئے ہیں جبکہ بیرونِ جنریٹر برقی رو کو ظاہر کرتی ہے۔ شگافوں کو بھی ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس جنریٹر کے دو قطب ہیں جبکہ اس میں کُل آٹھ شگاف ہیں۔ اس طرح اگر ایک شگاف ایک قطب کے سامنے ہو تو تین شگاف چھوڑ کر موجود شگاف دوسرے قطب کے سامنے ہوگا۔ ہم کہتے ہیں کہ ایسے دو شگاف ایک قطب فاصلے پر ہیں مثلاً شگاف ایک اور پانچ ایک قطب کے فاصلے پر ہیں۔

شگافوں میں موجود چلھوں میں برقی رو کی سمتیں نقطہ اور صلیب سے ظاہر کئے گئے ہیں۔ نقطہ صفحہ سے عمودی طور پر باہر جانب کی سمت کو ظاہر کرتی ہے جبکہ صلیب کے نشان اس کی اُلٹ سمت کو ظاہر کرتی ہے۔ یوں پہلی شگاف میں برقی رو کی سمت عمودی طور پر اندر جانب کو ہے۔

ہر شگاف میں دو چلھے دکھائے گئے ہیں۔ پہلی شگاف کی اندر جانب موجود چلھا، میکانی سمت کار کی پہلی دانت سے جڑا ہے۔ یہ جوڑ موٹی لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔ شگاف کے نچلے سرے سے نکل کر یہ چلھا پانچ نمبر شگاف کے نچلے سرے میں باہر جانب کو داخل ہوتا ہے۔ اس بات کو نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح دو چلھے دوسرے اور چٹے شگافوں میں ہیں۔ ان میں ایک چلھا دوسرے شگاف میں اندر کی جانب اور چٹے شگاف میں باہر کی جانب ہے جبکہ دوسرا چلھا دوسرے شگاف میں باہر کی جانب اور چٹے شگاف میں اندر کی جانب ہے۔ نقطہ دار لکیریں صرف پہلی اور پانچویں شگاف کے لئے دکھائے گئے ہیں۔ آپ خود باقی شگافوں کے لئے انہیں بنا سکتے ہیں۔ ہر چلھے کی ایک طرف شگاف میں اندر جانب اور اس کی دوسری طرف ایک قطب دور موجود شگاف میں باہر جانب کو ہوتی ہے۔ میکانی سمت کار کا یہی پہلا دانت چوٹے شگاف کی باہر جانب موجود چلھے سے بھی جڑا ہے۔ آپ یہاں رکھ کر شکل کی مدد سے مشین میں برقی رو کی سمتیں سمجھیں اور تسلی کر لیں کہ یہ درست دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل میں چلھوں کو الف، با، ج وغیرہ نام دیئے گئے ہیں جبکہ میکانی سمت کار کے دندوں کو ہندسوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ کاربن کے بُش پہلے اور پانچویں دانت سے جڑے دکھائے گئے ہیں۔

اس شکل میں کاربن بُش سے برقی رو میکانی سمت کار کی پہلے دانت سے ہوتے ہوئے دو برابر مقداروں میں تقسیم ہو کر دو یکساں متوازی راستوں گزرے گی۔ ایک راستہ سلسلہ وار جڑے الف۔ با۔ ج اور د چلھوں سے بنتا ہے جبکہ دوسرا راستہ سلالہ وار جڑے ژ۔ ز۔ ذ اور ڈ چلھوں سے بنتا ہے۔ یہ دو سلسلہ وار راستے آپس میں متوازی جڑے ہیں۔ برقی رو کی سمت نقطہ دار چونچ ولی لکیر سے ظاہر کی گئی ہے۔ دو متوازی راستوں سے گزرتا برقی رو ایک مرتبہ دوبارہ مل کر ایک ہو جاتا ہے اور میکانی سمت کار کے پانچویں دانت سے جڑے کاربن بُش کے ذریعہ مشین سے باہر نکل جاتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ گھومتے حصے کی شگافوں میں موجود چلھوں میں برقی رو مقناطیسی دباؤ کو جنم دے گی جو ساکن مقناطیسی دباؤ کی عمودی سمت میں ہوگی جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یہ دو مقناطیسی دباؤ ڈھرتے پر گھڑی کی سمت میں مروڑ پیدا کریں گے۔ یوں اگر مشین موٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو تو یہ گھڑی کی سمت گھومے گی۔ اس صورت میں کاربن بُش پر بیرونی یک سمتی برقی دباؤ اس سمت میں لاگو کی جائے گی کہ اس میں برقی رو دکھلائی گئی سمت میں ہو۔

اب یہ تصور کریں کہ مشین ایک جنریٹر کے طور پر استعمال کی جا رہی ہو اور اسے گھڑی کی اُلٹی سمت

بیرونی میکانی طاقت سے گھمایا جا رہا ہو۔ یوں میکانی سمت کار کے آدھے دانت برابر حرکت کرنے کے بعد یہ شکل میں دکھلائے حالت اختیار کر لے گی۔ اس شکل میں دائیاں کاربن بُش میکانی سمت کار کے پہلے اور دوسرے دانت کے ساتھ جبکہ بائیاں کاربن بُش اس کے پانچویں اور چھٹے دانت کے ساتھ جڑ گئے ہیں۔ یوں پہلے اور پانچویں شگافوں میں موجود چھٹے کسر دور ہو گئے ہیں جبکہ بقایا شگافوں میں موجود چھوٹے دانت کی عمودی سمت میں ہو گا۔ اس لحہ کی صورت شکل میں زیادہ واضح ہے۔

مشین جب میکانی سمت کار کے ایک دانت برابر حرکت کر لے تو کاربن کے بُش دوسرے اور چھٹے دانت سے جڑ جائیں گے۔ پہلے اور پانچویں شگافوں میں برقی رو کی سمت پہلی سے اُلٹ ہو جائے گی جبکہ باقی شگافوں میں برقی رو کی سمتیں برقرار رہیں گی۔ گھومتے چھوٹے دانت کا برقی دباؤ اب بھی اُسی سمت میں ہو گا۔

جتنے لحے کے لئے کاربن کے بُش دو چھوٹے کسر دور کرتے ہیں اتنے وقت میں ان چھوٹے دانتوں میں برقی رو کی سمت اُلٹ ہو جاتی ہے۔ کوشش کی جاتی ہے کہ اس دوران برقی رو وقت کے ساتھ بتدریج تبدیل ہو۔ ایسا نہ ہونے سے کاربن کے بُش سے چنگاریاں نکلتی ہیں جن سے یہ بُش جلد ناکارہ ہو جاتے ہیں۔ حقیقت میں یک سمتی جنریٹر میں درجن دانت فی قطب والا میکانی سمت کار استعمال ہو گا اور اگر مشین نہایت چھوٹی نہ ہو تو اس میں دو سے زیادہ قطب ہوں گے۔

### 8.3 مروڑ

یک سمتی آلہ کی امالی برقی دباؤ اور مروڑ خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ کی شکل پر منحصر نہیں۔ اپنی سہولت کے لئے ہم ان کی خلائی درز میں مقناطیسی دباؤ سائن نما تصور کرتے ہیں۔ شکل میں دکھائے گئے قوی چھٹے کی مقناطیسی دباؤ کی بنیادی فوریر جزو<sup>5</sup>

$$(8.5) \quad \tau_q = \frac{8}{\pi^2} \frac{NI}{2}$$

ہے۔ یوں چونکہ یک سمتی مشین میں ساکن اور گھومتے چھوٹے دانتوں کی مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں لہذا ان میں مروڑ مساوات کی طرح

$$(8.6) \quad T = -\frac{\pi}{2} \left( \frac{P}{2} \right)^2 \phi_m \tau_q$$

ہو گی۔

مثال 8.1: دو قطب بارہ دندوں کے میکانی سمت کار کے یک سمتی جنریٹر میں ہر قوی چھٹا بیس چکر کا ہے۔ ایک چھٹے سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ 0.0442 ویر ہے۔ جنریٹر 3600 چکر فی منٹ کی رفتار سے گھوم رہا ہے۔

<sup>5</sup> fundamental Fourier component

- اس کی پیدا کی سمتی برقی دباؤ میں غیر ضروری لہریں کل برقی دباؤ کے کتنے فی صد ہیں۔
- یک سمتی برقی دباؤ حاصل کریں۔

حل:

- مساوات سے غیر ضروری لہریں  $\frac{2}{12} \times 100 = \frac{2}{12} \times 100 = 16.66$  فی صد ہیں۔
- جنریٹر کی رفتار  $60 = \frac{3600}{60}$  ہرٹز ہے یوں مساوات کی مدد سے حاصل کی سمتی برقی دباؤ

$$e = \frac{12}{2} \times 2 \times \pi \times 60 \times 20 \times 0.0442 = 1999.82 \text{ V}$$

ہے۔

#### 8.4 خارجی بیجان شدہ اور داخلی بیجان شدہ یک سمتی جنریٹر

خارجی بیجان شدہ<sup>6</sup> یک سمتی جنریٹر کے میدانی چلھے کو بیرونی یک سمتی برقی دباؤ مہیا کی جاتی ہے جبکہ داخلی بیجان شدہ<sup>7</sup> یک سمتی جنریٹر کے میدانی چلھے کو اس جنریٹر کی اپنی پیدا کردہ محرک برقی دباؤ ہی مہیا کی جاتی ہے۔ یک سمتی جنریٹر کی کارکردگی اس کو بیجان کرنے کے طریقے پر منحصر ہے۔ شکل حس الف میں قوی چلھے<sup>8</sup> اور میدانی چلھے<sup>9</sup> کو عمودی بنایا گیا ہے۔ یہ ایک سادہ طریقہ ہے جس سے یہ یاد رہتا ہے کہ ان چلھوں کی پیدا کردہ مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں۔ یہاں قوی چلھے کی شکل میکانی سمت کار کی طرح بنائی گئی ہے۔

چونکہ میدانی اور قوی چلھوں کی مقناطیسی دباؤ عمودی ہیں ہم اس سے یہ اخذ کرتے ہیں کہ ایک چلھے کی برقی دباؤ دوسرے چلھے کی برقی دباؤ پر اثر انداز نہیں ہوتی۔ اس کا مطلب ہے کہ مقناطیسی مرکز کی کسی ایک سمت میں سیرابیت اس سمت کی عمودی سمت میں سیرابیت پر اثر انداز نہیں ہوتی۔ شکل میں خارجی بیجان شدہ مشین کی میدانی چلھے کو بیرونی یک سمتی برقی طاقت مہیا کی گئی ہے۔ یوں میدانی چلھے کی برقی رو تبدیل کر کے اس کی میدانی مقناطیسی دباؤ  $\tau_m$ ، میدانی مقناطیسی بہاؤ  $\phi_m$  اور کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B_m$  تبدیل کی جا سکتی ہے۔ یہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یوں جنریٹر کی محرک برقی دباؤ مساوات کے تحت تبدیل کی جا سکتی ہے یا پھر موٹر کی مروڑ مساوات کے تحت تبدیل کی جا سکتی ہے۔

برقی رو بڑھانے سے مرکز کا سیراب ہونا شکل میں واضح ہے۔ یوں برقی رو بڑھاتے ہوئے شروع میں محرک برقی دباؤ اور میدانی چلھے کی برقی رو براہ راست متناسب ہوگی جبکہ زیادہ برقی رو پر ایسا نہیں۔ شکل میں خط با مشین کے کھلے سرے معائنہ سے حاصل کی جا سکتی ہے۔ اس شکل میں محرکی برقی دباؤ کو  $e$  کی بجائے  $e_{q0}$  لکھ کر اس بات کی یاد دہانی کرائی گئی ہے کہ یہ محرکی دباؤ قوی چلھے سے حاصل کی

separately excited<sup>6</sup>

self excited<sup>7</sup>

armature coil<sup>8</sup>

field coil<sup>9</sup>



گئی ہے اور یہ ایک معین رفتار  $\omega_0$  پر حاصل کی گئی ہے۔ اگر کسی اور رفتار  $\omega$  پر اس خط سے محرکی برقی دباؤ  $e_q$  حاصل کرنی ہو تو مساوات کی مدد سے

$$(8.7) \quad \frac{e_q}{e_{q0}} = \frac{\frac{n}{2}\omega NAB_m}{\frac{n}{2}\omega_0 NAB_m} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

یعنی

$$(8.8) \quad e_q = \frac{rpm}{rpm_0} e_{q0}$$

جہاں رفتار کو چکر فی منٹ<sup>10</sup> میں بھی لیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ یہ مساوات صرف اُس صورت میں درست ہے جب مقناطیسی میدان تبدیل نہ ہو۔

مقناطیسی مرکز اگر مقناطیس بنائی جائے تو اس میں بقایا مقناطیسی بہاؤ رہتی ہے۔ یہ شکل کے حصہ الف میں دکھائی گئی ہے۔ یوں اگر میدانی چلھے کو ہیجان نہ بھی کیا جائے تو جنریٹر کچھ محرکی برقی دباؤ پیدا کرے گی<sup>11</sup>۔ یہ بقایا محرکی برقی دباؤ شکل با میں صفر میدانی برقی رو پر دکھائی گئی ہے۔

اگر داخلی ہیجان شدہ جنریٹر کو ساکن حال سے چالو کیا جائے تو بقایا محرکی برقی دباؤ پیدا ہوگی۔ اس محرک برقی دباؤ سے میدانی چلھے میں برقی رو رواں ہوگا اور یوں مقناطیسی میدان پیدا ہوگا جس سے مشین ذرا زیادہ ہیجان ہو جائے گا اور یوں اس کی محرکی برقی دباؤ بھی کچھ بڑھ جائے گی۔ اس طرح کرتے کرتے مشین جلد پوری محرک برقی دباؤ پیدا کرنے شروع ہوتا ہے۔ یہ سب اسی اثنا میں ہوتا ہے جب مشین کی رفتار بڑھ رہی ہوتی ہے۔

شکل میں داخلی ہیجان شدہ مشین دکھائی گئی ہے جس کے میدانی اور قوی چلھے متوازی جڑے ہیں۔ اس طرح جڑی جنریٹر کو داخلی ہیجان شدہ متوازی جڑی<sup>12</sup> جنریٹر کہتے ہیں۔ اس شکل میں میدانی چلھے کے ساتھ ایک مزاحمت سلسلہ وار جڑی ہے۔ اس مزاحمت کو تبدیل کر کے میدانی برقی رو تبدیل کی جاتی ہے جس سے بالکل خارجی ہیجان شدہ مشین کی طرح جنریٹر کی محرکی برقی دباؤ یا موثر کی مرور تبدیل کی جاتی ہے۔

شکل میں داخلی ہیجان شدہ جنریٹر کی دو اور قسمیں دکھائی گئی ہیں۔ ایک داخلی ہیجان شدہ سلسلہ وار جڑی جنریٹر اور دوسری داخلی ہیجان شدہ مرکب جنریٹر ہے۔ سلسلہ وار جڑی جنریٹر میں میدانی اور قوی چلھے سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔ مرکب جنریٹر میں میدانی چلھے کے دو حصے ہوتے ہیں جن میں ایک قوی چلھے کے متوازی اور دوسرا اس کے سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں۔ مزید یہ کہ متوازی جڑا حصہ قوی چلھے کے قریب ہو سکتا ہے یا پھر یہ سلسلہ وار چلھے کے دوسری جانب یعنی دور جڑا ہو سکتا ہے۔ پہلی صورت میں اسے قریب جڑی مرکب جنریٹر اور دوسری صورت میں دور جڑی مرکب جنریٹر کہیں گے۔ شکل میں مرکب جنریٹر کے دونوں اشکال دکھائے گئے ہیں۔

یک سمتی موثر بھی اسی طرح پکارے جاتے ہیں۔ یعنی شکل کی طرح جڑی دو موثر کو خارجی ہیجان شدہ موثر اور داخلی ہیجان شدہ متوازی جڑی موثر کہیں گے۔ موثر میں قوی چلھے کی برقی رو کی سمت جنریٹر کے برقی رو کی سمت کے الٹ ہوتی ہے۔

ہر طرح جڑی یک سمتی جنریٹر کی میدانی مقناطیسی دباؤ اس کے میدانی چلھے کے چکر ضرب اس میں برقی رو کے برابر ہوتی ہے یعنی

$$(8.9) \quad \tau = N_m I_m$$

rpm, rounds per minute<sup>10</sup>

<sup>11</sup> آپ ٹھیک سوچ رہے ہیں۔ جنریٹر بنانے والے کارخانے میں مرکب کو پہلی مرتبہ مقناطیس بنانا پڑتا ہے  
<sup>12</sup> parallel connected

شکل میں داخلی ہیجان شدہ متوازی جڑی جنریٹر کی میدانی چلھے میں برقی رو اس چلھے اور اس کے ساتھ جڑی مزاحمت کے مجموعہ مزاحمت  $R = R_m + R'_m$  پر منحصر ہوگی یعنی  $I_m = \frac{V_s}{R}$  یوں داخلی ہیجان شدہ متوازی جڑی جنریٹر کے لئے اس مساوات کو یوں لکھا جائے گا۔

$$(8.10) \quad \tau_{m,m} = \frac{I_m V_s}{R_m + R'_m}$$

سلسلہ وار جڑی جنریٹر میں میدانی برقی رو جنریٹر کے قوی چلھے کی برقی رو کے برابر ہوتی ہے لہذا اس صورت میں اس مساوات کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$(8.11) \quad \tau_{m,s} = N_m I_q$$

شکل میں مرکب جنریٹر میں میدانی مقناطیسی دباؤ کے دو حصے ہیں۔ اس میں  $N_{mm}$  چکر کے متوازی جڑے میدانی چلھے میں برقی رو  $I_{mm}$  اور  $N_{ms}$  چکر کے سلسلہ وار جڑے میدانی چلھے میں برقی رو  $I_{ms}$  ہے لہذا

$$(8.12) \quad \tau_{m,mk} = N_{ms} I_{ms} + N_{mm} I_{mm}$$

## 8.5 یک سمتی مشین کی کارکردگی کے خط

### 8.5.1 حاصل برقی دباؤ بالمقابل برقی بار

مختلف طریقوں سے جڑے یک سمتی جنریٹروں سے حاصل برقی دباؤ بمقابلہ ان پر لدھے برقی بوجھ کے خط شکل میں دکھائے گئے۔ گھومتی رفتار معین تصور کی گئی ہے۔ ڈھڑے پر لاگو بیرونی میکانی طاقت جنریٹر کی مروڑ کے خلاف اسے گھماتے گی۔

ان خط کو سمجھنے کی خاطر پہلے خارجی ہیجان شدہ جنریٹر پر غور کرتے ہیں جس کی مساوی برقی دور شکل حصہ الف میں دی گئی ہے۔ خارجی ہیجان شدہ جنریٹر پر برقی بوجھ لادنے سے اس کے قوی چلھے کی مزاحمت  $R_q$ <sup>13</sup> میں برقی رو  $I_q$  گزرنے سے اس میں برقی دباؤ گھٹتی ہے۔ لہذا جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ  $V$ ، جنریٹر کی اندرونی محرک برقی دباؤ  $E_q$  سے قدر کم ہوتی ہے یعنی

$$(8.13) \quad V = E_q - I_q R_q$$

برقی بوجھ  $I_q$  بڑھانے سے جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ کم ہوگی۔ شکل میں خارجی ہیجان شدہ جنریٹر کی خط ایسا ہی رجحان ظاہر کرتی ہے۔ حقیقت میں کچھ اور وجوہات بھی کار آمد ہوتے ہیں جن سے یہ خط سیدھی نہیں بلکہ جھکی ہوتی ہے۔

متوازی جڑی جنریٹر کے خط کا یہی رجحان ہے۔ متوازی جڑی جنریٹر پر بھی برقی بوجھ لادنے سے قوی چلھے کی مزاحمت میں برقی دباؤ گھٹتی ہے۔ یوں اس کے میدانی چلھے پر لاگو برقی دباؤ کم ہو جاتی ہے جس سے میدانی چلھے میں برقی رو بھی گھٹتی ہے۔ اس سے محرک برقی دباؤ مزید کم ہوتی ہے۔ اس طرح ان جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ بمقابلہ برقی بوجھ کے خط کی ڈھلان بیرونی ہیجان جنریٹر کی خط سے زیادہ ہوتی ہے۔

<sup>13</sup> علامت  $R_q$  کے زینوشت میں  $q$  لفظ قوی کے پہلی حرف  $q$  کو ظاہر کرتی ہے۔

شکل میں سلسلہ وار اور مرکب جنریٹر کی مساوی برقی داؤ دکھائے گئے ہیں۔ سلسلہ وار جڑی جنریٹر کے میدانی چلھے میں لدھے بوجھ کی برقی رو ہی گزرتی ہے۔ اس طرح بوجھ بڑھانے سے میدانی مقناطیسی دباؤ بھی بڑھتی ہے جس سے محرک برقی دباؤ بڑھتی ہے۔ اس کا خط یہی دکھا رہا ہے۔ اس طرح جڑے جنریٹر عموماً استعمال نہیں ہوتے چونکہ ان سے حاصل برقی دباؤ، بوجھ کے ساتھ بہت زیادہ تبدیل ہوتی ہے۔ مرکب جڑی جنریٹر کی کارکردگی سلسلہ وار اور متوازی جڑی جنریٹروں کے مابین ہے۔ مرکب جنریٹر میں بوجھ بڑھانے سے قوی چلھے کی وجہ سے حاصل برقی دباؤ میں کمی کو میدانی چلھے کی بڑھتی مقناطیسی دباؤ پورا کرتی ہے۔ یوں مرکب جنریٹر سے حاصل برقی دباؤ اس پر لدھے بوجھ کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتی ہے۔

بیرونی ہیجان، متوازی اور مرکب جڑی جنریٹروں سے حاصل برقی دباؤ کو متوازی جڑی چلھے میں برقی رو کی مدد سے وسیع حد تک تبدیل کیا جا سکتا ہے۔

قوی چلھا چونکہ برقی بوجھ کو درکار برقی رو فراہم کرتی ہے لہذا یہ موٹی موصل تار کی بنی ہوئی ہے اور اس کے عموماً کم چکر ہوتے ہیں۔ سلسلہ وار جنریٹر کے میدانی چلھے سے چونکہ مشین کا پوری برقی رو ہی گزرتا ہے لہذا یہ بھی موٹی موصل تار کی بنی ہوئی ہے۔ باقی آلوں میں میدانی چلھے میں پورے برقی بوجھ کے چند ہی فی صد برقی رو گزرتی ہے لہذا یہ باریک موصل تار کی بنائی جاتی ہے اور اس کے عموماً زیادہ چکر ہوتے ہیں۔

#### 8.5.2 رفتار بالمقابل مروڑ

یہاں بھی شکل اور سے رجوع کریں البتہ شکل میں برقی رو کی سمتیں اُلٹ کر دیں۔ یک سمتی موٹر بھی جنریٹروں کی طرح مختلف طریقوں سے جڑے جاتے ہیں۔ موٹر کو معین بیرونی برقی دباؤ دی جاتی ہے جہاں سے یہ برقی رو حاصل کرتی ہے۔ برقی رو باہر سے قوی چلھے کی جانب چلتی ہے لہذا موٹر کے لئے لکھا جائے گا

$$V = E_q + I_q R_q$$

$$I = \frac{V - E_q}{R_q} \quad (8.14)$$

بیرونی ہیجان اور متوازی جڑی موٹروں میں میدانی چلھے کو برقرار معین بیرونی برقی دباؤ فراہم کی جاتی ہے لہذا میدانی مقناطیسی بہاؤ پر میکانی بوجھ کا کوئی اثر نہیں۔ بڑھتی میکانی بوجھ اٹھانے کی خاطر مساوات کے تحت قوی چلھے کی مقناطیسی بہاؤ بڑھنی ہوگی۔ یہ تب ممکن ہوگا کہ اس میں برقی رو بڑھے۔ مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ قوی چلھے کی محرکی برقی دباؤ  $E_q$  گھٹنے سے ہی ایسا ممکن ہے۔  $E_q$  موٹر کی رفتار پر منحصر ہے لہذا موٹر کی رفتار کم ہو جائے گی۔ یوں میکانی بوجھ بڑھانے سے موٹر کی رفتار کم ہوتی ہے۔ شکل میں یہ دکھایا گیا ہے۔

متوازی جڑی یا بیرونی ہیجان موٹر تقریباً معین رفتار ہی برقرار رکھتی ہے۔ اس کی رفتار بے بوجھ حالت سے پوری بوجھ تک تقریباً صرف پانچ فی صد گھٹتی ہے۔ ان موٹروں کی رفتار نہایت آسانی سے میدانی چلھے کی برقی رو تبدیل کر کے تبدیل کی جاتی ہے۔ ایسا میدانی چلھے کے ساتھ سلسلہ وار جڑی مزاحمت کی تبدیلی سے کیا جاتا ہے۔ ان کی رفتار یوں وسیع حدود کے مابین تبدیل کرنا ممکن ہوتا ہے۔ موٹر پر لاگو بیرونی برقی دباؤ تبدیل کر کے بھی رفتار قابو کی جا سکتی ہے۔ ایسا عموماً قوی الیکٹرانکس کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

ان موثر کی ساکن حال سے چالو کرتے لمحہ کی مروڑ اور ان کی زیادہ سے زیادہ مروڑ قوی چلھے تک برقی رو پہنچانے کی صلاحیت پر منحصر ہے یعنی یہ میکانی سمت کار پر منحصر ہے۔ سلسلہ وار جڑی موثر پر لدی میکانی بوجھ بڑھانے سے اس کے قوی اور میدانی چلھوں میں برقی رو بڑھے گی۔ میدانی مقناطیسی بہاؤ بڑھے گی اور مساوات کے تحت  $E_q$  کم ہوگی جو موثر کی رفتار کم ہونے سے ہوتی ہے۔ بوجھ بڑھانے سے ان موثر کی رفتار کافی زیادہ کم ہوتی ہے۔ ایسے موثر ان جگہوں بہتر ثابت ہوتے ہیں جہاں زیادہ مروڑ درکار ہو۔ بڑھتی مروڑ کے ساتھ ان کی رفتار کم ہونے سے ان کو درکار برقی طاقت مروڑ کے ساتھ زیادہ تبدیل نہیں ہوتا۔

یہاں اس بات کا ذکر ضروری ہے کہ بے بوجھ سلسلہ وار جڑی موثر کی رفتار خطرناک حد تک بڑھ سکتی ہے۔ ایسے موثر کو استعمال کرتے وقت اس بات کا خاص خیال رکھنا ضروری ہے کہ موثر ہر لمحہ بوجھ رہے۔

ساکن حالت سے موثر چالو کرتے وقت  $I_q$  کی قیمت زیادہ ہوتی ہے جس سے زیادہ مقناطیسی بہاؤ پیدا ہوتا ہے۔ یوں چالو کرتے وقت موثر کی مروڑ خاصی زیادہ ہوتی ہے۔ یہ ایک اچھی خوبی ہے جس سے بوجھ سے لدے موثر کو چالو کرنا آسان ہوتا ہے۔

مرکب موثر میں ان دو قسموں کی موثر کے خصوصیات پائے جاتے ہیں۔ جہاں بوجھ سے لدے موثر چالو کرنا ضروری ہو لیکن رفتار میں سلسلہ وار موثر جتنی تبدیلی منظور نہ ہو وہاں مرکب موثر کارآمد ثابت ہوتے ہیں۔

مثال 8.2: ایک 75 کلو واٹ 415 وولٹ اور 1200 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلنے والے متوازی جڑی یک سمتی موثر کے قوی چلھے کی مزاحمت 0.072 اوہم اور اس کی میدانی چلھے کی مزاحمت 83.2 اوہم ہے۔ موثر جس بوجھ سے لدا ہے اس پر موثر 1123 چکر فی منٹ کی رفتار سے چلتے ہوئے 112 ایمپیئر لے رہی ہے۔

- میدانی برقی رو اور قوی چلھے کی برقی رو حاصل کریں۔
- موثر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ حاصل کریں۔
- اگر میدانی چلھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے مگر قوی چلھے کی برقی رو تبدیل نہ ہو تو موثر کی رفتار حاصل کریں۔ مرکز کی سیرابیت کو نظر انداز کریں۔

حل:

- شکل سے رجوع کریں۔ 415 وولٹ پر میدانی چلھے کی برقی رو

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{83.2} = 4.988 \text{ A}$$

ہوگی۔ یوں قوی چلھے کی برقی رو  $I_q = I_b - I_m = 112 - 4.988 = 107.012 \text{ A}$

- یوں یک سمتی موثر کی اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

ہے۔

- اگر میدانی چلھے کی مزاحمت 100.2 اوہم کر دی جائے تب

$$I_m = \frac{V}{R_m + R'_m} = \frac{415}{100.2} = 4.1417 \text{ A}$$

ہوگی۔

- اگر قوی چلھے کی برقی رو 107.012 ایمپیئر ہی رکھی جائے تب

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 107.012 \times 0.072 = 407.295 \text{ V}$$

ہی رہے گی۔

- مساوات کی مدد سے چونکہ اندرونی پیدا کردہ برقی دباؤ تبدیل نہیں ہوئی مگر مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوا ہے لہذا موٹر کی رفتار تبدیل ہوگی۔ ان دو مقناطیسی بہاؤ اور رفتاروں پر اس مساوات کی نسبت

$$\frac{E_{q1}}{E_{q2}} = \frac{\frac{n}{2} \omega_1 N \phi_{m1}}{\frac{n}{2} \omega_2 N \phi_{m2}}$$

میں چونکہ  $E_{q1} = E_{q2}$  لہذا  $\omega_1 \phi_{m1} = \omega_2 \phi_{m2}$  ہوگا۔ مرکزی سیرابیت کو نظر انداز کرتے ہوئے چونکہ مقناطیسی بہاؤ میدانی دباؤ پر منحصر ہے جو از خود میدانی برقی رو پر منحصر ہے۔ لہذا اس آخری مساوات کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{rpm_1}{rpm_2} = \frac{\phi_{m2}}{\phi_{m1}} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}$$

جس سے نئی رفتار

$$rpm_2 = \frac{I_{m1}}{I_{m2}} \times rpm_1 = \frac{4.988}{4.1417} \times 1123 = 1352.47$$

چکر فی منٹ حاصل ہوتی ہے۔ اس مثال میں ہم دیکھتے ہیں کہ میدانی برقی رو کم کرنے سے موٹر کی رفتار بڑھتی ہے۔

مثال 8.3: ایک 60 کلو واٹ، 415 وولٹ، 1000 چکر فی منٹ متوازی جڑی یک سمتی موٹر کی قوی چلھے کی مزاحمت 0.05 اوہم اور میدانی چلھے کی 60 اوہم ہے۔ بے بوجھ موٹر کی رفتار 1000 چکر فی منٹ ہے۔ میدانی چلھا 1000 چکر کا ہے۔

- جب یہ موٹر ایمپیئر لے رہی ہو اس وقت اس کی رفتار معلوم کریں۔
- 140 ایمپیئر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔

- 210 ایمپیئر پر اس کی رفتار معلوم کریں۔
- اس موٹر کی رفتار بالمقابل مروڑ گراف کریں۔

حل:

- شکل 8.1 میں یہ موٹر دکھائی گئی ہے۔ متوازی میدانی چلھے کی برقی رو پر بوجھ لادنے سے کوئی فرق نہیں پڑتا۔ لہذا میدانی مقناطیسی بہاؤ بے بوجھ اور بوجھ سے لدے موٹر میں یکساں ہے۔ بے بوجھ یک سمتی موٹر کی قوی چلھے کی برقی رو  $I_q$  قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ اس طرح مساوات اور سے

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 0 \times R_q = 415 \text{ V}$$

$$I_m = \frac{V}{R_m} = \frac{415}{60} = 6.916 \text{ A}$$

یعنی 415 وولٹ محرکی برقی دباؤ پر رفتار 1000 چکر فی منٹ یا 16.66 چکر فی سیکنڈ ہے۔ 70 ایمپیئر برقی بوجھ پر بھی  $I_m = 6.916 \text{ A}$  ہی ہے جبکہ

$$I_q = I_b - I_m = 70 - 6.916 = 63.086 \text{ A}$$

لہذا مساوات سے اس صورت میں

$$E_q = V - I_q R_q = 415 - 63.086 \times 0.05 = 411.8458 \text{ V}$$

اور مساوات سے رفتار (چکر فی منٹ) یوں حاصل ہوتا ہے

$$rpm = \frac{e_q}{e_{q0}} rpm_0 = \frac{411.8458}{415} \times 1000 = 991.95$$

- یہی کچھ دوبارہ کرتے ہیں۔ یہاں  $I_b = 140 \text{ A}$  ہے۔

$$I_q = I_b - I_m = 140 - 6.916 = 133.084 \text{ A}$$

$$E_q = 415 - 133.084 \times 0.05 = 408.3458 \text{ V}$$

$$rpm = \frac{408.3458}{415} \times 1000 = 983.96$$

- یہاں  $I_b = 210 \text{ A}$  ہے۔

$$I_q = I_b - I_m = 210 - 6.916 = 203.084 \text{ A}$$

$$E_q = 415 - 203.084 \times 0.05 = 404.8458 \text{ V}$$

$$rpm = \frac{404.8458}{415} \times 1000 = 975.83$$

- موٹر میں طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہیں۔ یوں اس کی میکانی طاقت اسے فراہم کی گئی برقی طاقت کے برابر ہوگی یعنی

$$e_q I_q = T \omega \quad (8.15)$$

یوں پچھلے جز سے حاصل جوابات کی مدد سے بے بوجھ موٹر کی مروڑ صفر ہوگی یعنی  $T_0 = 0 \text{ N m}$  جبکہ 70 ایمپیئر پر مروڑ کی قیمت

$$T_{70} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{411.8458 \times 63.086}{2 \times \pi \times 16.5325} = 250 \text{ N m}$$

ہوگی۔ یہاں 991.95 چکر فی منٹ کی رفتار کو 16.5325 برٹز لکھا گیا ہے۔ اسی طرح

$$T_{140} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{408.3458 \times 133.084}{2 \times \pi \times 16.399} = 527 \text{ N m}$$

$$T_{210} = \frac{e_q I_q}{\omega} = \frac{404.8458 \times 203.084}{2 \times \pi \times 16.26} = 805 \text{ N m}$$

یہ نتائج شکل میں گراف کئے گئے ہیں۔

---





electromagnet, 111  
 electromotive force, 50, 116  
 emf, 116  
 enamel, 50  
 energy, 35  
 excitation, 50  
 excitation current, 42, 49, 50  
 excitation voltage, 50  
 excited coil, 50

Faraday's law, 31, 107  
 field coil, 112, 200  
 Fourier series, 52, 120  
 frequency, 111  
 fundamental, 120  
 fundamental component, 52

generator  
     ac, 136  
 ground current, 79  
 ground wire, 78

harmonic, 120  
 harmonic components, 52  
 Henry, 32  
 hunting, 151  
 hysteresis loop, 37

impedance transformation, 58  
 in-phase, 57  
 induced voltage, 31, 40, 50  
 inductance, 32

ampere-turn, 26  
 armature coil, 112, 200  
 axle, 137

carbon bush, 150  
 circuit breaker, 151  
 coercivity, 37

coil  
     high voltage, 45  
     low voltage, 45  
     primary, 45  
     secondary, 45  
 commutator, 141, 197  
 conservative field, 91  
 core, 45, 107  
 core loss, 50  
 core loss component, 52  
 Coulomb's law, 8  
 cross section, 7  
 current  
     transformation, 54  
 cylindrical co-ordinates, 4

delta connected, 77  
 design, 162

E,I, 51  
 earth, 78  
 eddy current loss, 50  
 eddy currents, 50, 107  
 electric field, 23  
     intensity, 8  
 electrical rating, 48

- power factor, 158
  - angle, 158
- power-angle law, 159
- primary
  - side, 45
- rating, 81
- rectifier, 141
- relative permeability, 22
- relay, 85
- reluctance, 21
- residual magnetic flux, 37
- rms, 40, 140
- rotor coli, 88
- rpm, 132
- saturation, 38
- scalar, 1
- self excited, 200
- self flux linkage, 35
- self inductance, 35
- separately excited, 200
- side
  - secondary, 45
- slip, 172
- slip rings, 150, 187
- star connected, 77
- stator coil, 88, 108
- steady state, 149
- step down transformer, 48
- step up transformer, 48
- surface density, 9
- synchronous, 111
- synchronous inductance, 156
- synchronous speed, 132, 149
- Tesla, 27
- theorem
  - maximum power transfer, 186
- Thevenin theorem, 184
- time period, 84, 120
- torque, 141, 173
- Joule, 35
- lagging, 158
- lagging angle, 158
- laminations, 25, 50, 107
- leading, 158
- leading angle, 158
- leakage inductance, 65
- leakage reactance, 65
- line current, 79
- line voltage, 79
- linear circuit, 184
- load, 82
- Lorentz law, 116
- Lorenz equation, 86
- magnetic constant, 21
- magnetic core, 25
- magnetic field
  - intensity, 9, 27
- magnetic flux
  - density, 27
  - leakage, 65
- magnetizing current, 52
- mutual flux linkage, 35
- mutual inductance, 35
- name plate, 81
- non-salient poles, 150
- open circuit test, 71
- orthonormal, 2
- parallel connected, 201
- permeability, 21
  - relative, 22
- phase current, 78
- phase voltage, 78
- pole
  - non-salient, 118
  - salient, 118
- power, 35

- آگے، 158  
 آگے زاویہ، 158
- ابتدائی  
 جانب، 45  
 لچھا، 45  
 ارتباط بہاؤ، 31  
 استعداد، 166
- اضافی  
 زاویاتی رفتار، 175  
 اکائی سمتیہ، 2  
 امالہ، 32  
 امالی برقی دباؤ، 31  
 امالی برقی دباؤ، 40، 50  
 اوہم میٹر، 192  
 اہلیت، 81  
 ایک، تین پتیاں، 51  
 ایمپیٹر-چکر، 26
- برقرار چالو، 84، 149  
 برقی اہلیت، 48  
 برقی دباؤ، 116
- تبادلہ، 46، 54  
 محرک، 116  
 بیجان، 156  
 یک سمتی، 141  
 برقی دباؤ، 23  
 برقی رو، 23
- بہنور نما، 107  
 تبادلہ، 54  
 بیجان انگیز، 42  
 برقی میدان، 23  
 شدت، 8، 23  
 بش، 150  
 بناوٹ، 71  
 بنیادی جزو، 52، 120  
 بوجھ، 82  
 بھٹی، 97  
 بہنور نما
- برقی رو، 50  
 ضیاع، 50  
 بہنور نما برقی رو، 107
- pull out, 151  
 transformer  
 air core, 48  
 communication, 48  
 ideal, 53  
 transient state, 149
- unit vector, 2
- VA, 62  
 vector, 1  
 volt, 116  
 volt-ampere, 62  
 voltage, 116  
 DC, 141  
 transformation, 54
- Watt, 35  
 Weber, 27  
 winding  
 distributed, 118  
 winding factor, 125

- بے بوجھ، 49
- ستارا نما، 77
- پتری، 25، 107
- پتیاں، 50
- پورا بوجھ، 163
- پیچھے، 66، 158
- پیچھے زاویہ، 158
- تار کی برقی دباؤ، 79
- تار کی برقی رو، 79
- تانبہ، 23
- تبادلہ
- مقاومت، 58
- تختی، 81
- تدریجی تفرق، 95
- تعدد، 111
- تعقب، 151
- تکونی جوڑ، 77
- توانائی، 35
- ٹرانسفارمر
- برقی دباؤ، میٹر، 48
- بوجھ بردار، 56
- خلائی مرکز والا، 48
- دباؤ بڑھانا، 48
- دباؤ گھٹانا، 48
- ذرائع ابلاغ، 48
- رو، میٹر، 48
- ٹھنڈی تار، 78
- ٹیسلس، 27
- ٹانوی جانب، 45
- جاؤل، 35
- جنزو
- پھیلاؤ، 125
- جنزو طاقت، 158
- زاویہ، 158
- جنریٹر
- بدلتی رو، 136
- جوڑ
- تکونی، 77
- چکر فی منٹ، 108
- چوٹی، 175
- خطی
- برقی دور، 184
- خود ارتباط بہاو، 35
- خود امالہ، 35
- داخلی بیجان
- سلسلہ وار، 201
- متوازی، 201
- مرکب، 201
- دور جزی مرکب، 201
- دور شکن، 151
- دوری برقی دباؤ، 78
- دوری برقی رو، 78
- دوری سمتیہ، 157
- دوری عرصہ، 84، 120
- ڈھرا، 137
- رستا
- امالہ، 65
- متعاملہ، 65
- رستا متعاملیت، 179
- رفتار
- اضافی زاویاتی، 175
- روغن، 50
- ریلے، 85
- زاویہ
- آگے، 158
- پیچھے، 158
- جنزو طاقت، 158
- زمین، 78
- زمینی برقی رو، 79
- زمینی تار، 78
- ساکن لچھا، 88، 108
- ستارا نما جوڑ، 77
- سرک، 172
- سرک چھلے، 150، 157

- سطحی تکمل، 153  
 سطحی کثافت، 9  
 سلسلہ وار، 123  
 سمت کار
- برقیاتی، 141  
 میکانی، 141، 197  
 سمتیہ، 1  
 عمودی اکائی، 2  
 سمتی رفتار، 85  
 سیرایت، 38
- طاقت، 35  
 طاقت بالمقابل زاویہ، 159
- عارضی صورت، 149  
 عمودی تراش، 7  
 رقبہ، 7
- غیر معاصر، 151
- فورئیر، 199  
 فورئیر تسلسل، 52، 120  
 فیراڈے  
 قانون، 31، 107
- قانون
- کولمب، 8  
 لورینز، 116  
 قدامت پسند میدان، 91  
 قریب جزی مرکب، 201  
 قطب
- ابھرے، 118، 150  
 ہموار، 118، 150  
 قوی الیکٹرانکس، 171، 195  
 قوی لچھے، 200
- کاربن بش، 150  
 کیپیسٹر، 162  
 کثافت
- برقی رو، 23  
 کثافت مقناطیسی بہاؤ  
 بقایا، 37  
 کسر دور، 31
- گرم تار، 78  
 گھومتا لچھا، 88
- لچھا
- ابتدائی، 45  
 پھیلے، 118  
 پیچدار، 33  
 ثانوی، 45  
 زیادہ برقی دباؤ، 45  
 ساکن، 88  
 سمت، 114  
 قوی، 112  
 کم برقی دباؤ، 45  
 گھومتا، 88  
 میدانی، 112
- محدد
- نلکی، 4  
 محرک برقی دباؤ، 50  
 محور، 137  
 مخلوط عدد، 161  
 مرکز، 107  
 مرکزی ضیاع، 50  
 جزو، 52  
 مروڑ، 141، 173  
 انتہائی، 151  
 مساوات لورینز، 86  
 مسئلہ
- تھونن، 184  
 زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی، 186  
 مشترکہ ارتباط امالہ، 35  
 مشترکہ امالہ، 35  
 معاصر، 111  
 مُعاصر امالہ، 156  
 معاصر رفتار، 132، 149  
 معائنہ
- کھلے دور، 71  
 مقداری، 1  
 مقناطیس
- برقی، 111  
 چال کا دائرہ، 37  
 خاتم شدت، 37

- مقناطیسی برقی رو، 52  
 مقناطیسی بہاؤ  
 رستا، 65  
 مقناطیسی بہاؤ  
 کثافت، 27  
 مقناطیسی چال، 42  
 مقناطیسی دباؤ  
 سمت، 120  
 مقناطیسی مرکز، 25، 45  
 مقناطیسی مستقل، 21، 142  
 جزو، 22  
 مقناطیسی میدان  
 شدت، 9، 27  
 موثر، 40  
 موثر قیمت، 140  
 موسیقائی جزو، 52، 120  
 میدانی لچھے، 200  
 واٹ، 35  
 وولٹ، 116  
 وولٹ-ایمپیئر، 62  
 ویر، 27  
 ویر-چکر، 31  
 ہچکچاہٹ، 21  
 ہم قدم، 57  
 بیجان، 50  
 خارجی، 200  
 لچھا، 50  
 بیجان انگیز  
 برقی دباؤ، 50  
 برقی رو، 50  
 بیجان انگیز برقی رو، 49  
 بیجان شدہ  
 داخلی، 200  
 بیجانی برقی دباؤ، 156  
 یک سمتی رو  
 مشین، 195