

طبیعیات کے اصول

حنالد حنان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@hotmail.com

۳۱ جنوری ۲۰۲۲

عنوان

v	میری پہلی کتاب کا دیباچہ
۱	۱ پیش
۷	۱.۱ وقت
۹	۲.۱ کیت
۱۰	۱.۲.۱ کثافت
۱۷	۲ مخفی توانائی اور توانائی کی بقا
۲۱	۱.۰.۲ طاقت
۲۹	۳ مرکز کیت اور خطی معیار حرکت
۲۹	۱.۳ ایک بُند میں لچکی تصادم
۳۱	۲.۳ دو الباد میں تصادم
۳۳	۳.۳ تغیر کیت کا نظام: ہوائی بان
۶۱	۴ گھماؤ
۶۱	۱.۴ گھماؤ کے متغیر
۶۷	۱.۱.۴ کلیدی تصور
۷۲	۲.۴ مستقل اسراع کے ساتھ گھماؤ
۷۵	۳.۴ خطی اور زاوی متغیرات کا رشتہ
۸۱	۴.۴ گھماؤ کی حرکت کی توانائی
۸۳	۵.۴ گھمیری جہود کا حساب
۸۹	۶.۴ قوت مسروڑ
۹۱	۷.۴ نیوٹن کا دوسرا قانون برائے گھماؤ
۹۶	۸.۴ کام اور گھمیری حرکت کی توانائی
۱۲۳	۵ لڑھکاؤ، قوت مسروڑ، اور زاوی معیار حرکت
۱۲۳	۱.۵ مستقیم حرکت اور گھماؤ مل کر لڑھکاؤ دیتے ہیں

۲.۵ لڑھکاؤ کی قوتیں اور حسر کی توانائی ۱۳۶

جوابات ۱۳۹

باب ۵

لڑھکاؤ، قوت سروٹ، اور زاوی معیار حرکت

۵.۱ مستقیم حرکت اور گھماؤ مل کر لڑھکا دیتے ہیں

مقاصد
اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے نتائج ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے کہ لڑھکاؤ حوالہ مستقیم حرکت اور حوالہ گھماؤ کا مجموعہ ہے۔
۲. ہموار لڑھکاؤ میں مرکز کیت کی رفتار اور جسم کی زاوی رفتار کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

• رداس R کے پہیے کے لئے جو ہموار سطح پر لڑھکا رہا ہو ذیل ہوگا:

$$v = \omega R$$

جہاں مرکز کیت v پہیے کے مرکز کیت کی خطی رفتار اور ω پہیے کے وسط پر پہیے کی زاوی رفتار ہے۔

- پہیے کو نقطہ P کے گرد، جو ”مشرش“ کے ساتھ مس ہے، لمبائی گھومتا تصور کیا جاسکتا ہے۔ مرکز کیت کے گرد اور اس نقطہ کے گرد جسم کی زاوی رفتار برابر ہے۔

طبیعیات کیا ہے؟

جیسا باب ۴ میں ذکر کیا گیا، گھماؤ کا مطالعہ طبیعیات میں شامل ہے۔ غالباً، اس مطالعے کا اہم ترین اطلاق پہیے اور پہیے نما اجسام کا لڑھکاؤ ہے۔ یہ اطلاقی طبیعیات بہت عرصے سے استعمال میں ہے۔ قدیم

زمانے میں بھاری اجسام لڑھکاتے ہوئے ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کیے جاتے تھے۔ آج کل ہم گاڑی میں سامان رکھ کر ایک جگہ سے دوسری جگہ لڑھکاتے ہیں۔

لڑھکاؤ کی طبیعیات اور انجینئری اتنی پرانی ہے کہ اس میں نئے تصور ممکن نظر نہیں آتے۔ تاہم، پیچے دار تحفہ زیادہ پرانا نہیں۔ ہمارا کام یہاں لڑھکاؤ کی حرکت کو سادہ بنانا ہے۔

مستقیم حرکت اور گھومتی حرکت

سطح پر ہمواری سے لڑھکتے اجسام پر یہاں غور کیا جائے گا؛ یعنی جسم بغیر اچھے یا پھسلے سطح پر حرکت کرتا ہے۔ شکل 2.11 میں ہموار لڑھکاؤ کی پیچیدگی دکھائی گئی ہے: اگرچہ جسم کا مرکز کیت سیدھی لکیر پر حرکت کرتا ہے، چکا پر نقطہ یقیناً ایسا نہیں کرتا۔ بہر حال، اس حرکت کو مرکز کیت کی مستقیم حرکت اور باقی جسم کا، اس مرکز پر، گھماؤ تصور کیا جاسکتا ہے۔

اسے سمجھنے کے لئے، فرض کریں آپ سڑک کے کنارے کھڑے ہو کر، گزرتے ہوئے سائیکل کے پیچے کا مطالعہ کرتے ہیں (شکل 3.11)۔ جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے، پیچے کا مرکز کیت O مستقل رفتار مرکز کیت v سے آگے بڑھتا ہے۔ نقطہ P ، جہاں پہیا سڑک کو مس کرتا ہے، بھی مرکز کیت v رفتار سے آگے بڑھتا ہے، اور یوں P ہمیشہ O کے ٹھیک نیچے رہتا ہے۔

ومتقی دورانیہ t کے دوران O اور P دونوں فاصلہ s طے کرتے ہیں۔ سائیکل سوار کے نقطہ نظر سے، پہیا زاویہ θ طے کرتا ہے اور جو نقطہ t کے آغاز میں زمین پر ہت قوسی فاصلہ s طے کرتا ہے۔ مساوات ۵.۱ قوسی فاصلہ s اور زاویہ θ کا تعلق دیتی ہے:

$$(5.1) \quad s = \theta R$$

جہاں R پیچے کا رداس ہے۔ پیچے کے مرکز (یکساں پیچے کا مرکز کیت) کی خطی رفتار مرکز کیت v ہم ds/dt سے جبان سکتے ہیں۔ پیچے کے مرکز پر پیچے کی زاوی رفتار $d\theta/dt$ ہوگی۔ یوں R مستقل رکھتے ہوئے، مساوات ۵.۱ کا وقت کے ساتھ تفرق ذیل دیگا۔

$$(5.2) \quad v = \omega R \quad (\text{ہموار لڑھکاؤ حرکت})$$

دونوں کا ملاحظہ۔ شکل 4.11 میں دکھایا گیا ہے کہ پیچے کی لڑھکنی حرکت حائل مستقیم حرکت اور حائل گھمیری حرکت کا مجموعہ ہے۔ شکل 4a.11 حائل گھمیری حرکت پیش کرتی ہے (جس میں مرکز پر محور گھماؤ ساکن تصور کیا جاتا ہے): پیچے کا ہر نقطہ، مرکز پر، زاوی رفتار ω سے گھومتا ہے۔ (ایسی حرکت پر باب ۴ میں غور کیا گیا)۔ پیچے کے باہری کنارے (چکا) پر ہر نقطہ کی خطی رفتار مرکز کیت v مساوات ۵.۲ دیتی ہے۔ شکل 4b.11 میں حائل مستقیم حرکت پیش ہے (جس میں تصور کیا جاتا ہے کہ پہیا گھوم نہیں رہا): پیچے کا ہر نقطہ مرکز کیت v رفتار سے دائیں حرکت کرتا ہے۔

شکل 4a.11 اور شکل 4b.11 مل کر، شکل 4c.11 میں پیش، پیچے کی اصل لڑھکنی حرکت دیتی ہیں۔ حرکات کے ملاپ میں پیچے کا خچال نقطہ (P) ساکن ہے جبکہ پیچے کا بالانقطہ (T)، کسی بھی دوسرے نقطہ سے زیادہ تیز، مرکزیت 2v رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ شکل 5.11 میں ان نتائج کا اشباعتی مظاہرہ کیا گیا ہے، جہاں سائیکل کے لڑھکنی پیچے کا وقت ^۲ پیش ہے۔ آپ دیکھ کر بتا سکتے ہیں کہ پیچے کا بالانقطہ زیادہ تیزی سے حرکت کرتا ہے، چونکہ اس حصے کی تیلیاں مدھم نظر آتی ہیں۔

سطح پر دائری جسم کی ہموار لڑھکنی حرکت کو، شکل 4a.11 اور شکل 4b.11 کی طرح، حناص گھمیری حرکت اور حناص مستقیم حرکت میں علیحدہ علیحدہ کیا جاسکتا ہے۔

لڑھکا و بطور حناص گھماؤ

شکل 6.11 میں پیچے کا لڑھکاؤ نے انداز میں پیش کیا گیا ہے؛ جس نقطہ پر پہا سڑک مس کرتا ہے، اس نقطہ سے گزرتی محور پر پہا گھومتا ہے؛ یہ محور مرکزیت v رفتار سے حرکت میں ہوگی۔ ہم لڑھکاؤ کو، شکل 4c.11 میں نقطہ P سے گزرتی، پیچے کو عمود دار، محور پر حناص گھماؤ تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل 6.11 میں سمتیات، لڑھکنی پیچے پر نقطوں کی لحاتی سمتی رفتار دیتے ہیں۔

سوال: ساکن مشاہدہ کار اس محور پر سائیکل کے لڑھکنی پیچے کو کیا زاوی رفتار مختص کرے گا؟

جواب: وہی زاوی رفتار ω جو سائیکل سوار مرکزیت کے گرد حناص گھماؤ کا مشاہدہ کرتے ہوئے پیچے کو مختص کرتا ہے۔

اس جواب کی تصدیق کرنے کی خاطر، ہم ساکن مشاہدہ کار کے نقطہ نظر سے لڑھکنی پیچے کے منراز کی خطی رفتار تلاش کرتے ہیں۔ پیچے کا رداس R لیتے ہوئے، پیچے کا منراز شکل 6.11 میں P پر واقع محور سے 2R فاصلے پر ہوگا، لہذا منراز کی خطی رفتار (مسوات ۱۵.۲ استعمال کر کے) ذیل ہوگی:

$$\text{منرازیت } v = (\omega)(2R) = 2(\omega R) = 2v$$

جو شکل 4c.11 کے عین مطابق ہے۔ آپ شکل 4c.11 میں پیش، نقطہ O اور P کی، خطی رفتار کی تصدیق بھی اس طرح کر سکتے ہیں۔

آزمائش ۱

ایک سائیکل کے پچھلے پیچے کا رداس اگلے پیچے کے رداس کا دگن ہے۔ (ا) کیا چلنے کے دوران بڑے پیچے کے منراز کی خطی رفتار چھوٹے پیچے کے منراز کی خطی رفتار سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اس کے برابر ہے؟ (ب) کیا پچھلے پیچے کی زاوی رفتار اگلے پیچے کی زاوی رفتار سے زیادہ ہے، کم ہے، یا دونوں برابر ہیں؟

۵.۲ لڑھکاؤ کی قوتیں اور حرکتی توانائی

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. مرکز کیت کی مستقیم حرکتی توانائی اور مرکز کیت کے گرد گھمیری حرکتی توانائی کا مجموعہ حاصل کر کے جسم کی حرکتی توانائی معلوم کر پائیں گے۔
۲. ہمواری کے ساتھ لڑھکنی جسم کی حرکتی توانائی میں تبدیلی اور جسم پر سرانجام کام کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۳. ہموار لڑھکاؤ (پنڈا بغیر پھسلن) کے لئے، میکانی توانائی کی بقا استعمال کر کے ابتدائی توانائی کی قیمتوں اور اختتامی توانائی کی قیمتوں کا تعلق جان پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- ہموار لڑھکنی پیپے کی حرکتی توانائی ذیل ہے،

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2$$

مرکز کیت مرکز کیت

جہاں مرکز کیت پر جسم کا گھمیری جہود مرکز کیت I اور پیپے کی کیت M ہے۔

- اگر پہیا مسرغ کیا جائے، اور پہیا اب بھی ہمواری کے ساتھ لڑھکتا ہے، مرکز کیت کے اسراع مرکز کیت \vec{a} اور مرکز پر زاوی اسراع α کا تعلق ذیل ہوگا۔

$$a = \alpha R$$

مرکز کیت

- اگر θ زاویہ کے میلان پر پہیا ہمواری کے ساتھ نیچے لڑھکتا ہو، اس کا اسراع، میلان کے ہمراہ اوپر رخ محور x پر، ذیل ہوگا۔

$$a = - \frac{g \sin \theta}{1 + I/MR^2}$$

مرکز کیت

لڑھکاؤ کی حرکتی توانائی

آئیں سکن مشاہدہ کار کے نقطہ نظر سے لڑھکنی پیپے کی حرکتی توانائی معلوم کریں۔ اگر ہم شکل 6.11 میں نقطہ P سے گزرتی محور پر لڑھکاؤ کو خالص گھم و تصور کریں، تب مساوات ۴.۳۳ ذیل دیگی،

$$K = \frac{1}{2} I_P \omega^2 \quad (۵.۳)$$

جہاں P پر واقع محور کے گرد پہیے کا گھمیری جہود I_P اور پہیے کی زاوی رفتار ω ہے۔ مساوات ۴.۳۶ کے مسئلہ متوازی محور ($I = I_{\text{مرکزیت}} + Mh^2$) کے تحت ذیل ہوگا،

$$(۵.۴) \quad I_P = I_{\text{مرکزیت}} + MR^2$$

جہاں M پہیے کی کمیت، مرکز کمیت سے گزرتی محور پر گھمیری جہود مرکزیت I ، اور R (پہیے کا رداس) عمود دار فاصلہ h ہے۔ مساوات ۵.۲ کو مساوات ۵.۳ میں ڈال کر:

$$K = \frac{1}{2} I_{\text{مرکزیت}} \omega^2 + \frac{1}{2} MR^2 \omega^2$$

اور مساوات ۵.۲ ($v = \omega R$) استعمال کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۵.۵) \quad K = \frac{1}{2} I_{\text{مرکزیت}} \omega^2 + \frac{1}{2} Mv^2$$

جبزو ω^2 مرکزیت I کو مرکز کمیت سے گزرتی محور پر پہیے کے لڑھکاؤ سے وابستہ حسی توانائی تصور کیا جاسکتا ہے (شکل 4a.11)، اور جبزو مرکزیت $\frac{1}{2} Mv^2$ کو پہیے کے مرکز کمیت کی مستقیم حرکت سے وابستہ حسی توانائی تصور کیا جاسکتا ہے (شکل 4b.11)۔ یوں ذیل متاعده ابھرتا ہے۔

متاعده: لڑھکنی جسم کی دو قسم کی حسی توانائیاں ہوں گی: مرکز کمیت پر گھاؤ کی بدولت گھمیری حسی توانائی ($\frac{1}{2} I_{\text{مرکزیت}} \omega^2$) اور مرکز کمیت کی مستقیم حرکت کی بدولت مستقیم حسی توانائی ($\frac{1}{2} Mv^2$)۔

لڑھکاؤ کی قوتیں

رگڑ اور لڑھکاؤ

اگر پہیا مستقل رفتار سے لڑھکتا ہو، جیسا شکل 3.11 میں دکھایا گیا ہے، نقطہ تماس P پر پہیا ہرگز نہیں پھسلتا لہذا اس نقطے پر رگڑ نہیں ہوگی۔ تاہم، اگر صافی قوت پہیے کو تیز یا آہستہ کرتی ہو، تب یہ صافی قوت مرکز کمیت کو حرکت کے رخ اسراع مرکزیت \vec{a} بخشنے گی۔ ساتھ ہی پہیا تیز یا آہستہ گھومے گا، لہذا زاوی اسراع α بھی ہوگا۔ ان اسراع کی بدولت پہیا P پر پھسل سکتا ہے۔ یوں P پر رگڑی قوت عمل کرتی ہوئے پہیے کو پھسلنے سے روکتی ہے۔

اگر پہیا پھسلے نہیں، یہ قوت سکونی رگڑی قوت \vec{f}_s ہوگی اور حرکت ہموار لڑھکاؤ ہوگا۔ ایسی صورت میں، (R مستقل رکھ کر) وقت کے ساتھ مساوات ۵.۲ کا تفرق لے کر خطی اسراع مرکزیت \vec{a} کی قدر اور زاوی اسراع کی قدر α کا تعلق حاصل کر سکتے ہیں۔ بائیں ہاتھ dv/dt مرکزیت d در حقیقت مرکزیت a اور دائیں ہاتھ $d\omega/dt$ در حقیقت α ہے۔ یوں ہموار لڑھکاؤ کے لئے ذیل ہوگا۔

$$(۵.۶) \quad a_{\text{مرکزیت}} = \alpha R \quad (\text{ہموار لڑھکنی حرکت})$$

جب پہلے پر عمل پیرا صافی قوت کی بدولت پہیا پھسلے، تب شکل 3.11 میں P پر حرکتی رگڑی قوت f_k عمل کرے گی؛ حرکت تب ہموار لڑھکاؤ نہیں ہوگی، اور مساوات ۵.۶ کا اطلاق نہیں ہوگا۔ اس باب میں صرف ہموار لڑھکنی حرکت پر بات کی جائے گی۔

شکل 7.11 میں، افقی سطح پر دائیں رخ لڑھکتے ہوئے، سائیکل مقابلے کے آغاز کی طرح، پہیا زیادہ تیز گھمایا جاتا ہے۔ زیادہ تیز گھماؤ کی بدولت P پر پہیا پھسل کر بائیں جانب چاہتا ہے۔ نقطہ P پر دائیں رخ رگڑی قوت اس رجحان کا مقابلہ کرتی ہے۔ اگر پہیا پھسلے نہیں، یہ قوت سکونی رگڑی قوت f_s ہوگی (جیسا دکھایا گیا ہے)، حرکت ہموار لڑھکاؤ ہوگی، اور مساوات ۵.۶ کا اطلاق ہوگا۔ (رگڑ کی غیر موجودگی میں سائیکل مقابلہ ممکن نہیں ہوگا۔)

اگر شکل 7.11 میں پہیا آہستہ کیا جائے، ہمیں شکل دو طرح تبدیل کرنی ہوگی: مرکز کمیت کے اسراع مرکز کمیت \vec{a} کا رخ اور نقطہ P پر رگڑی قوت f_s کا رخ اب بائیں رخ ہوگا۔

میلان سے نیچے لڑھکاؤ

جوابات

