

طبیعیات کے اصول

حنالد حنان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@hotmail.com

۲۰۲۲ جنوری ۲۳

عنوان

v	میری پہلی کتاب کا دیباچہ
۱	۱ پیش
۷	۱.۱ وقت
۹	۲.۱ کیفیت
۱۰	۱.۲.۱ کثافت
۱۳	۲ مخفی توانائی اور توانائی کی بقا
۱۷	۱.۰.۲ طاقت
۲۵	۳ مرکز کیفیت اور خطی معیار حرکت
۲۵	۱.۳ ایک بعد میں ٹپکی تصادم
۲۷	۲.۳ دو الباد میں تصادم
۲۹	۳.۳ متغیر کیفیت کا نظام: ہوائی بان
۳۱	جوابات

باب ۳

سرگزیمت اور خطی معیار حرکت

۳.۱ ایک بعد میں چکی تصادم

حرکت کی توانائی کی بقا درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(۳.۱) \quad \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

ان ہمزا د مساوات کو v_{1f} اور v_{2f} کے لئے حل کرنے کی خاطر ہم مساوات 71.9 کو

$$(۳.۲) \quad m_1(v_{1i} - v_{1f}) = -m_2(v_{2i} - v_{2f})$$

اور مساوات ۳.۱ درج ذیل صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(۳.۳) \quad m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = -m_2(v_{2i} - v_{2f})(v_{2i} + v_{2f})$$

مساوات ۳.۳ کو مساوات ۳.۲ سے تقسیم کرنے کے بعد کچھ الجبرا کے بعد درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$(۳.۴) \quad v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2i}$$

اور

$$(۳.۵) \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_{2i}$$

یاد رہے، زیر نوشت 1 اور 2 کسی خاص ترتیب سے مختص نہیں کیے گئے۔ مساوات 19.9 میں اور مساوات ۳.۴ اور مساوات ۳.۵ میں ان زیر نوشت کو آپس میں بدل کر لکھنے مساوات کی وہی جوڑی ملتی ہے۔ اس پر بھی توجہ

باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

دیں کہ $v_{2i} = 0$ لیئے، شکل 18.9 میں جسم 2 ساکن ہدف ہوگا، اور مساوات ۴.۳ اور مساوات ۵.۳ ہمیں بالترتیب مساوات 67.9 اور مساوات 68.9 دیتی ہیں۔

آزمائش ۱

شکل 18.9 میں گولے کا ابتدائی معیار حرکت 6 kg m s^{-1} اور اختتامی معیار حرکت (i) 2 kg m s^{-1} اور (ب) -2 kg m s^{-1} ہونے کی صورت میں ہدف کا اختتامی خطی معیار حرکت کیا ہوگا؟ اگر گولے کی ابتدائی اور اختتامی حرکی توانائی بالترتیب 5 J اور 2 J ہو، ہدف کی اختتامی حرکی توانائی کیا ہوگی؟

نمونہ سوال ۳: **چکے تصادم در چکے تصادم** شکل 20a.9 میں $v_{1i} = 10 \text{ m s}^{-1}$ سے چلتا ہوا سل 1 دو ساکن سلوں کی طرف بڑھتا ہے۔ تینوں سل ایک لکیر پر ہیں۔ یہ سل 2 سے ٹکراتا ہے جو آگے سل 3 سے جا کر ٹکراتا ہے، جس کی کیت $m_3 = 6.0 \text{ kg}$ ہے۔ دوسرے تصادم کے بعد سل 2 دوبارہ ساکن ہے، اور سل 3 کی رفتار $v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$ ہے (شکل 20b.9)۔ دونوں تصادم لچکی ہیں۔ سل 1 اور سل 2 کی کمیتیں کیا ہیں؟ سل 1 کی اختتامی رفتار v_{1f} کیا ہے؟

کلیدی تصورات

چونکہ ہم تصادم لچکدار تصور کرتے ہیں لہذا امیکانی توانائی کی بقا ہوگی (یوں ٹکر کی آواز، گرمی، اور ارتعاش کی بدولت توانائی کا ضیاع نظر انداز کیا جاتا ہے)۔ کوئی بیرونی افقی قوت سلوں پر عمل نہیں کرتی لہذا محور x پر خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی۔ ان دو جوہات کی بنیاد پر ہم دونوں تصادم پر مساوات 67.9 اور مساوات 68.9 کا اطلاق کر سکتے ہیں۔

حاجے پہلے تصادم سے آغاز کرتے ہوئے ہمیں اتنے زیادہ نامعلوم متغیرات سے واسطہ ہوگا کہ آگے بڑھنا مشکل ہوگا: ہم سلوں کی کیت اور اختتامی سمتی رفتار نہیں جانتے۔ انہیں پہلے تصادم سے آغاز کریں، جس میں سل 3 کے ساتھ ٹکرانے کے بعد سل 2 رکتی ہے۔ مساوات 67.9 کا اطلاق اس تصادم پر کرتے ہیں جہاں ترقیم تبدیل کرتے ہوئے v_{2i} تصادم سے قبل سل 2 کی رفتار اور v_{2f} تصادم کے بعد اس کی رفتار دیتی ہیں۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$v_{2f} = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} v_{2i}$$

اس میں $v_{2f} = 0$ (سل 2 رک جاتا ہے) ڈالنے کے بعد $m_3 = 6.0 \text{ kg}$ ڈال کر درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$m_2 = m_3 = 6.0 \text{ kg} \quad (\text{جواب})$$

اسی طرح ترقیم تبدیل کر کے دوسرے تصادم کے لئے مساوات 68.9 لکھتے ہیں

$$v_{3f} = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_{2i}$$

جہاں v_{3f} تیسرے سل کی اختتامی سمتی رفتار ہے۔ اس میں $m_3 = m_2$ ڈالنے کے بعد $v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$ ڈال کر درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$v_{2i} = v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$$

آئیں اب پہلے تصادم پر غور کریں؛ ہمیں سل 2 کے لئے مستعمل ترقیم پر توجہ دینی ہوگی: تصادم کے بعد سل 2 کی سمتی رفتار v_{2f} وہی ہے جو تصادم سے قبل اس کی سمتی رفتار $v_{2i} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$ تھی۔ پہلے تصادم پر مساوات 68 کا اطلاق کر کے دی گئی $v_{1i} = 10 \text{ m s}^{-1}$ ڈال کر ذیل ہوگا

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$5.0 \text{ m s}^{-1} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} (10 \text{ m s}^{-1})$$

جو ذیل دیگا۔

$$m_1 = \frac{1}{3} m_2 = \frac{1}{3} (6.0 \text{ kg}) = 2.0 \text{ kg} \quad (\text{جواب})$$

یہ نتیجہ اور دی گئی v_{1i} استعمال کرتے ہوئے پہلے تصادم پر مساوات 67.9 کا اطلاق کر کے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} m_2 - m_2}{\frac{1}{3} m_2 + m_2} (10 \text{ m s}^{-1}) = -5.0 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

□

۳.۲ دو ابعاد میں تصادم

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ درج ذیل کے نتائج حاصل ہوں گے۔

جب نظام کے لئے جس میں دو بعدی تصادم واقع ہو، ہر ایک محور پر معیار حرکت کی بقا کا اطلاق کرتے ہوئے، تصادم کے بعد محور پر معیار حرکت کے اجزاء کا اسی محور پر تصادم سے قبل معیار حرکت کے اجزاء کے ساتھ رشتہ جان سکیں۔

جب نظام کے لئے جس میں دو بعدی لچکی تصادم واقع ہو، (۱)، ہر ایک محور پر معیار حرکت کی بقا کا اطلاق کرتے ہوئے، تصادم کے بعد محور پر معیار حرکت کے اجزاء کا اسی محور پر تصادم سے قبل معیار حرکت کے اجزاء کے ساتھ رشتہ جان سکیں اور (ب) کل حرکی توانائی کی بقا کا اطلاق کر کے تصادم سے قبل اور تصادم کے بعد حرکی توانائیوں کا رشتہ جان سکیں۔

کلیدی تصور

اگر دو جسم ٹکرائیں اور ان کی حرکت ایک محور پر نہ ہو (تصادم آنے سے نہیں ہے)، تصادم دو بعدی ہو گا۔ اگر دو جسمی نظام ہند اور جدا ہو، تصادم پر معیار حرکت کی بقا کے قانون کا اطلاق ہو گا لہذا درج ہو گا۔

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

یہ قانون اجزاء کی صورت میں دو مساوات (ہر بعد کے لئے ایک مساوات) دیگا جو تصادم کو بیان کرتی ہیں۔ اگر تصادم لچکی بھی ہو (جو ایک خصوصی صورت ہے)، تصادم کے دوران حرکتی توانائی کی بقا (ذیل) تیسری مساوات دیگی۔

$$K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

دو بعد میں تصادم

جب دو اجسام کا تصادم ہو، اجسام کس رخ حرکت کرتے ہیں، اس کا تعین ان کے بیچ ضرب (چھٹکا) کرتی ہے۔ بالخصوص، جب تصادم آنے سے نہ ہو، اجسام اپنے اپنے ابتدائی محور پر نہیں رہتے۔ ایسے دو بعدی تصادم میں جو ہند، اور جدا نظام میں واقع ہو، کل خطی معیار حرکت کی بقا ہو گی۔

$$(۳.۶) \quad \vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

اگر تصادم لچکی بھی ہو (جو ایک خصوصی صورت ہے)، تب کل حرکتی توانائی کی بقا بھی ہو گی۔

$$(۳.۷) \quad K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

دو بعدی تصادم کا تجزیہ کرنے کے لئے مساوات ۳.۶ کو xy محددی نظام کے اجزاء کی صورت میں لکھنا زیادہ مفید ثابت ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، شکل 21.9 میں ساکن ہدف کو گولہ بغلی (ر آنے سے نہیں) ٹکراتا ہے۔ ان کے بیچ ضرب، اجسام کو محور x ، جس پر گولہ ابتدائی طور حرکت میں تھا، کے لحاظ سے θ_1 اور θ_2 زاویوں پر بھیجتی ہے۔ یہاں ہم مساوات ۳.۶ کو محور x کے ہمراہ ذیل

$$(۳.۸) \quad m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2$$

اور محور y کے ہمراہ ذیل لکھیں گے۔

$$(۳.۹) \quad 0 = -m_1 v_{1f} \sin \theta_1 + m_2 v_{2f} \sin \theta_2$$

ہم مساوات ۳.۷ کو (اس خصوصی صورت کے لئے) رفتار کے روپ میں لکھ سکتے ہیں۔

$$(۳.۱۰) \quad \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (\text{حرکتی توانائی})$$

مساوات ۳.۸ تا مساوات ۳.۱۰ میں سات متغیر ہیں: دو کمیت، m_1 اور m_2 ؛ تین رفتار، v_{1f} ، v_{1i} ، اور v_{2f} ؛ اور دو زاویے، θ_1 اور θ_2 ۔ اگر ہم ان میں سے کوئی بھی چار متغیرات جانتے ہوں، باقی تین متغیرات ان تین مساوات کو حل کر کے معلوم کیے جاسکتے ہیں۔

نمونہ سوال ۳.۲: فرض کریں شکل 21.9 میں گولے کا ابتدائی معیار حرکت 6 kg m s^{-1} ، جبکہ اختتامی معیار حرکت کا x جزو 4 kg m s^{-1} اور اختتامی معیار حرکت کا y جزو -3 kg m s^{-1} ہے۔ ہدف کے (۱) اختتامی معیار حرکت کا x جزو اور (ب) اختتامی معیار حرکت کا y جزو کیا ہوں گے؟ □

۳.۳ متغیر کمیت کا نظام: ہوائی بان

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

ہوائی بان: ایک پہلی مساوات استعمال کر کے ہوائی بان کی کمیت میں کمی کی شرح، ہوائی بان کے لحاظ سے احسراجی مادے کی اضافی رفتار، ہوائی بان کی کمیت، اور ہوائی بان کی اسراع کا رشتہ جان پائیں گے۔

ہوائی بان کی دوسری مساوات استعمال کر کے احسراجی مادے کی اضافی رفتار کے لحاظ سے ہوائی بان کی رفتار، اور ہوائی بان کی ابتدائی اور اختتامی کمیت کا رشتہ جان پائیں گے۔

ایک ایسا حرکت پذیر نظام جس کی کمیت دی گئی شرح سے تبدیل ہوتی ہو کے لئے اس شرح اور معیار حرکت میں تبدیلی کا رشتہ جان پائیں گے۔

کلیدی تصورات

بیسرونی قوتوں کی غیر موجودگی میں ہوائی بان درج ذیل لحقاتی شرح سے اسراع پذیر ہوگا،

$$Rv_{\text{اضافی}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

جہاں M ہوائی بان کی لحقاتی کمیت (بشمول غیر استعمال شدہ ایندھن)، R ایندھن کی شرح، اور اضافی v ہوائی بان کے لحاظ سے احسراجی اضافی رفتار ہے۔ جزو اضافی Rv ہوائی بان انجن کا دھکا ہے۔

مستقل R اور اضافی v کی صورت میں اگر ہوائی بان کی رفتار v_i سے تبدیل ہو کر v_f ہو جائے، اور کمیت M_i سے تبدیل ہو کر M_f ہو جائے تب درج ذیل ہوگا۔

$$v_f - v_i = v_{\text{اضافی}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$

جوابات

