

# طبیعیات کے اصول

خالد حنان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@hotmail.com

۱۹ جنوری ۲۰۲۲



# عنوان

v	میری پہلی کتاب کا دیباچہ
۱	۱ پیش کش
۷	۱.۱ وقت
۹	۲.۱ کیفیت
۱۰	۱.۲.۱ کثافت
۱۳	۲.۲.۱ وقت
۱۷	۲ مخفی توانائی اور توانائی کی بقا
۲۱	۱.۰.۲ طاقت
۲۹	۳ مرکزیت اور خطی معیار حرکت
۲۹	۱.۳ ایک بُد میں لچکی تصادم
۳۱	۲.۳ دو الباد میں تصادم
۳۳	۳.۳ تغیر مرکزیت کا نظام: ہوائی بان
۶۱	۴ گھماؤ
۶۱	۱.۴ گھماؤ کے متغیر
۶۷	جوابات



# میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو دور کی بات، ان کے لئے انگریزی زبان خود ایک رکاوٹ ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی حنا طر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر متعل تیکنیکی اصطلاحات استعمال کئے جائیں۔ جہاں اصطلاحات موجود نہ تھیں وہاں روزمرہ استعمال الفاظ چنے گئے۔ تیکنیکی اصطلاحات کی چٹائیوں کی گئی ہے کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہے۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

امید کی جاتی ہے یہ کتاب ایک دن حلاقتاً اردو زبان میں انجینیری نصاب کی کتاب کے طور پر پڑھائی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینیری کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور جہاں بھی کتاب میں غلطی نظر آئے، اس کی نشاندہی میری برقیاتی پتہ پر کریں؛ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے سرزد ہوئی ہیں جنہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائیر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

حسان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011ء

# باب ۱

## پیمائش

### طبیعیات کیا ہے؟

سائنس و انجینئری پیمائش اور موازنے پر مبنی ہے۔ چیزوں کی پیمائش اور موازنے کے لئے قواعد کی ضرورت پیش آتی ہے؛ پیمائش اور موازنے کے بعد تعین کرنے کے لئے تجربات کا سہارا لینا ہوگا۔ طبیعیات اور انجینئری کا ایک مقصد ان تجربات کی بنیاد ڈالنا اور تجربہ کرنا ہے۔

### چیزوں کی پیمائش

طبیعیات میں ملوث مقداروں کی پیمائش کی طریقہ جان کر ہم طبیعیات دریافت کرتے ہیں۔ ان مقداروں میں لمبائی، وقت، کمیت، درجہ حرارت، دباؤ، اور برقی روشناس ہیں۔

ہم ہر طبیعی مقدار کا موازنہ ایک معیار<sup>۱</sup> کے ساتھ کر کے طبعی مقدار کو اس کی اکائیوں میں ناپتے ہیں۔ اس مقدار کی ناپ کو ایک منظم نام دیا جاتا ہے جسے اکائی<sup>۲</sup> کہتے ہیں۔ مثلاً، لمبائی کی پیمائش میٹر (m) میں کی جاتی ہے۔ معیار سے مراد، مقدار کی ٹھیک ایک اکائی ہے۔ جیسا آپ دیکھیں گے لمبائی کا معیار، جو ٹھیک ایک میٹر کے برابر ہے، اس فاصلہ کو کہتے ہیں جو حناء میں، ایک مخصوص دورانیہ میں، شعاع طے کرتی ہے۔ ہم اکائی اور اس کے معیار کی تعریف جیسا چاہیں کر سکتے ہیں۔ تاہم، ضروری ہے کہ دنیا کے باقی سائنسدان بھی اس تعریف کو معنی خیز اور قابل استعمال مانیں۔

ایک معیار، مثلاً لمبائی کا معیار، طے کرنے کے بعد ہمیں وہ طریقہ کار وضع کرنا ہوگی جس سے ہر لمبائی، چاہے وہ ہائیڈروجن جوہر کا رداس ہو یا دور کسی ستارے تک فاصلہ، اس معیار کی صورت میں ظاہر کی جاسکے۔ ایسی

<sup>1</sup>standard  
<sup>2</sup>unit

## باب ۱. پیمائش

ایک ترکیب فیتے کا استعمال ہے؛ لمبائی کے معیار کو فیتہ تخمیناً ظاہر کرتا ہے۔ بہر حال، بہت سے موازنوں میں بلا واسطہ طریقے استعمال کیے جائیں گے۔ مثلاً، جوہر کا رداس یا قطر ہی ستارے تک فاصلہ فیتہ استعمال کر کے نہیں ناپا جا سکتا۔

اسی مقادیر طبعی مقادیر کی تعداد اتنی زیادہ ہے کہ انہیں منظم کرنا ایک مسئلہ ہے۔ خوش قسمتی سے تمام مقادیر غیر تابع نہیں ہیں؛ مثلاً، رفتار در حقیقت لمبائی اور وقت کی تناسب کو کہتے ہیں۔ بین الاقوامی متفقہ معاہدے کے تحت چند طبعی مقادیر، مثلاً، لمبائی، کمیت، اور وقت کو اسی مقادیر منتخب کر کے صرف انہی کو معیار مختص کیے گئے۔ باقی طبعی مقادیر ان ”اسی مقادیر“ اور انہیں کے معیار (جنہیں اسی مقادیر ۳ کہتے ہیں) کی صورت میں ناپے جاتے ہیں۔ مثلاً، اسی مقادیر لمبائی اور وقت اور ان کے اسی معیار کی شکل میں ”رفتار“ تعین کیا جاتا ہے۔

اسی معیار کا مقابلہ رسانی اور غیر متغیر ہونا لازمی ہے۔ اگر ہم بازو کی لمبائی کو معیار لمبائی تسلیم کریں تب یہ قابل رسانی ضرور ہوگی، البتہ ہر شخص کے لئے یہ لمبائی مختلف ہوگی لہذا یہ غیر متغیر نہیں ہے۔ سائنس و انجینئری میں زیادہ سے زیادہ درستگی مطلوب ہونے کی پیش نظر ہم اسی معیار کی غیر متغیریت پر خصوصی توجہ دیتے ہیں۔ اس کے بعد اسی معیار کی بہتر سے بہتر نقل بن کر ان لوگوں کو فراہم کرتے ہیں جنہیں ضرورت ہو۔

## اکائیوں کا بین الاقوامی نظام

۱۹۶۰ء میں ناپ و تول کے عمومی اجلاس میں سات مقادیر کو بطور اسی مقدار منتخب کر کے بین الاقوامی نظام اکائی کے اسس بنے گئے۔ بین الاقوامی نظام اکائی کو مختصراً ”SI نظام“ کہتے ہیں۔ جدول ۱.۱ میں تین اسی مقدار لمبائی، کمیت، اور وقت دکھائے گئے ہیں۔ ان اکائیوں کی تعریف انسانی جامت مد نظر رکھتے ہوئے کی گئی۔

جدول ۱.۱: بین الاقوامی نظام اکائی کی تین اسی مقادیر کی اکائیاں

مقدار	اکائی کا نام	اکائی کی علامت
لمبائی	میٹر	m
کمیت	کلوگرام	kg
وقت	سیکنڈ	s

کئی مشتق اکائیوں کی تعریف ان اسی اکائیوں کی صورت میں کی جاتی ہے۔ مثلاً، طاقت کی SI اکائی، جو واط<sup>۶</sup> (W) کہلاتی ہے، کی تعریف کمیت، لمبائی، اور وقت کی اسی اکائیوں کی صورت میں کی جاتی ہے۔ یوں، جیسا آپ باب ۷ میں دیکھیں گے، درج ذیل ہوگا:

$$(۱.۱) \quad 1 \text{ W} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \text{ s}^{-3}$$

base quantities<sup>۶</sup>  
base standards<sup>۷</sup>  
derived units<sup>۵</sup>  
watt<sup>۱</sup>



جہاں آخر میں کلوگرام مربع میٹر فی کعب سیکنڈ پڑھا جائے گا۔

بہت بڑی یا بہت چھوٹی مقداریں، جن سے ہمیں طبیعیات میں عموماً واسطہ ہوگا، سائنس ترقیم ے میں لکھی جاتی ہیں، جو دس کی طاقت استعمال کرتی ہے۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$(۱.۲) \quad 3\,560\,000\,000\,m = 3.56 \times 10^9\,m$$

$$(۱.۳) \quad 0.000\,000\,492\,s = 4.92 \times 10^{-7}\,s$$

کمپیوٹر میں سائنسی ترقیم مزید مختصر لکھی جاتی ہے؛ مثلاً،  $3.56E9$  اور  $4.92E-7$ ، جہاں  $E$  ”دس کی طاقت“ ظاہر کرتا ہے۔ کئی حسابے کار<sup>۸</sup> (کلوکیٹر) مزید مختصر انداز استعمال کرتے ہوئے  $E$  کو حتمی جگہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ہم اپنی آسانی کے لئے بہت بڑی یا بہت چھوٹی پیمائش جدول ۱.۲ میں پیش سابقے استعمال کر کے لکھتے ہیں۔

جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں ہر سابقہ دس کی ایک مخصوص طاقت ظاہر کرتا ہے، جو بطور جزو ضربی استعمال کیا جاتا ہے۔ بین الاقوامی نظام اکائی کے ساتھ سابقہ منسلک کرنے سے مراد اس اکائی کو مطابقتی جزو ضربی سے ضرب دینا ہے۔ یوں ہم کسی ایک مخصوص برقی طاقت کو

$$(۱.۴) \quad 1.27\,GW = 1.27 \times 10^9\,واٹ$$

یا کسی مخصوص وقتی دورانیہ کو درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۱.۵) \quad 2.35\,ns = 2.35 \times 10^{-9}\,سیکنڈ$$

چند سابقہ، جو ملی لٹر، سنی میٹر، کلوگرام یا میگا بائٹ میں استعمال ہوتے ہیں، سے آپ ضرور واقف ہوں گے۔

## اکائی کی تبدیلی

بعض اوقات طبیعی مقداروں کی اکائی تبدیل کرنے کی ضرورت پیش آتی ہے۔ ہم اصل پیمائش کو ”تبدیلی جزو“، جو ایک (1) کے برابر اکائیوں کی نسبت ہوگی، سے ضرب دیتے ہیں۔ مثلاً، ایک منٹ اور ساٹھ سیکنڈ مشا دورانیہ ظاہر کرتے ہیں، لہذا درج ذیل ہوگا۔

$$\frac{1\,min}{60\,s} = 1$$

یا

$$\frac{60\,s}{1\,min} = 1$$

یوں  $(1\,min)/(60\,s)$  یا  $(60\,s)/(1\,min)$  تناسب بطور متبادل جزو<sup>۹</sup> استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ہم ہرگز  $\frac{1}{60}$  یا

scientific notation<sup>۷</sup>  
calculator<sup>۸</sup>  
conversion factor<sup>۹</sup>

جدول ۱.۲: بین الاقوامی نظام اکائی کے سابقہ

علامت	سابقہ	حبز و ضربی
Y	یوٹا	$10^{24}$
Z	زیٹا	$10^{21}$
E	اکا	$10^{18}$
P	پٹا	$10^{15}$
T	ٹیرا	$10^{12}$
G	گیگا	$10^9$
M	میگا	$10^6$
k	کلو	$10^3$
h	ہکٹو	$10^2$
da	ڈیکا	$10^1$
d	ڈیسی	$10^{-1}$
c	سنٹی	$10^{-2}$
m	ملی	$10^{-3}$
$\mu$	مائیکرو	$10^{-6}$
n	نینو	$10^{-9}$
p	پیکو	$10^{-12}$
f	فیپٹو	$10^{-15}$
a	ایٹو	$10^{-18}$
z	زپٹو	$10^{-21}$
y	یکٹو	$10^{-24}$

$60 = 1$  نہیں لکھ سکتے؛ ہر عدد اور اسکی اکائی کو اکٹھا رکھنا ہوگا۔

ایک (1) سے ضرب دینے سے مقدار کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی لہذا ہم جب چاہیں تبدیلی حبزو استعمال کر سکتے ہیں۔ ایسا کرتے ہوئے ہم غیر ضروری اکائیوں کو منسوخ کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر دو منٹ کو سیکنڈ میں تبدیل کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$(1.2) \quad 2 \text{ min} = (2 \text{ min})(1) = (2 \text{ min})\left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}\right) = 120 \text{ s}$$

اگر تبادلہ حبزو ضرب متعارف کرنے سے غیر ضروری اکائیاں ایک دوسرے کے ساتھ منسوخ نہ ہوتی ہوں تب حبزو ضربی کو الٹ کر دوبارہ کوشش کریں۔ اکائیوں کی تبادلہ میں اکائیوں پر متغیرات اور اعداد کے الجبرائی قواعد لاگو

ہوں گے۔

## لمبائی

۱۹۲ء میں فرنس کی نوزائیدہ جمہوریہ نے ناپ اور تول کا ایک نیا نظام قائم کیا۔ میٹر اس کا سنگ بنیادی تھ، جو قطب شمال سے خط استوا تک فاصلے کا کڑواں حصہ لیا گیا۔ بعد میں عملی وجوہات کی بنا پر اس زمینی معیار کو ترک کرتے ہوئے، پلانٹیم واریٹیم<sup>۱۰</sup> کی ایک سلاخ پر لگائے گئے دو باریک لکسیروں کے بیچ فاصلہ میٹر<sup>۱۱</sup> "مقرر پایا" یہ معیار<sup>۱۲</sup> میٹر سلاخ<sup>۱۳</sup> پیرس شہر کے قریب ناپ و تول کے بین الاقوامی محکمہ میں رکھا گیا ہے۔ اس سلاخ کی بہترین نقل، دنیا کی معیار ساز تجربہ گاہوں کو (بطور ثانوی معیار) فراہم کی گئی۔ ثانوی معیار<sup>۱۴</sup> سے، مزید قابل رسائی معیار تیار کیے گئے، حتیٰ کہ آخر کار ہر پیشانشی آلہ معیاری میٹر سلاخ پر مبنی تھا۔

کچھ عرصہ بعد، سلاخ پر دو باریک لکسیروں کے بیچ فاصلہ کے معیاری میٹر سے بہتر معیار کی ضرورت پیش آئی۔ ۱۹۶۰ء میں شعاع کے طول موج پر مبنی میٹر کے معیار پر اتفاق کیا گیا۔ یہ معیار کرپٹن 86 (جو کرپٹن<sup>۱۵</sup> کا ایک مخصوص ہم حسابے) کے جوہروں سے خارج ایک مخصوص نارنجی سرخ شعاع کے 1650763.73 طول موج کا فاصلہ ٹھہرایا گیا۔ یہ شعاع دنیا میں کہیں بھی گیلی<sup>۱۶</sup> خروچ<sup>۱۷</sup> سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ نئے معیار کو پرانے معیار (میٹر سلاخ) کے قریب سے قریب رکھنے کی غرض سے تول موج کی (مذکورہ بالا عجیب) تعداد منتخب کی گئی۔

کچھ عرصہ تک یہ معیار سائنسی دنیا کی ضروریات پوری کر پایا، تاہم سائنس کی دنیا بہت جلد اتنی آگے بڑھ چکی کہ کرپٹن 86 کے طول موج پر مبنی معیار سائنسی ضروریات پوری کرنے کے قابل نہیں رہا۔ آخر کار ۱۹۸۳ء میں ایک نذر فیصلہ کیا گیا، اور میٹر وہ فاصلہ مقرر پایا جو شعاع ایک مخصوص دورانیہ میں طے کرتی ہے۔ ناپ و تول کے سترھویں (17) عمومی اجلاس میں درج ذیل طے پایا۔

تعریف: حلاء میں ایک سیکنڈ کے  $\frac{1}{299792458}$  حصے میں شعاع کا طے کردہ فاصلہ میٹر<sup>۱۸</sup> کہلائے گا۔

□

وقت کا (مذکورہ بالا) دورانیہ یوں منتخب کیا گیا کہ شعاع کی رفتار  $c$  ٹھیک درج ذیل ہو۔

$$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$$

شعاع کی رفتار اٹل ہے۔ یوں شعاع کی رفتار سے میٹر اخذ کرنا ایک بہتر قدم تھا۔

platinum-iridium<sup>۱۰</sup>

meter<sup>۱۱</sup>

standard meter bar<sup>۱۲</sup>

secondary standards<sup>۱۳</sup>

krypton<sup>۱۴</sup>

gas discharge tube<sup>۱۵</sup>

meter<sup>۱۶</sup>

## باب ۱. پیمائش

جدول ۱.۳ میں فنصلوں کی وسیع سعت پیش ہے، جو کہکشاں فنصلوں سے لے کر انتہائی چھوٹی چیزوں کی لمبائیاں دیتا ہے۔

جدول ۱.۳: چند تخمینہ فنصلے

پیمائش	میٹر میں لمبائی
اول ترین پیدا کہکشاں تک فنصلہ	$2 \times 10^{26}$
اندرومد کہکشاں تک فنصلہ	$2 \times 10^{22}$
قریب ترین تارے تک فنصلہ	$4 \times 10^{16}$
پلوٹو تک فنصلہ	$6 \times 10^{12}$
زمین کا رداس	$6 \times 10^6$
بلند ترین پہاڑی کی اونچائی	$9 \times 10^3$
صفحے کی موٹائی	$1 \times 10^{-4}$
علامتی دائرہ کی لمبائی	$1 \times 10^{-8}$
ہائیڈروجن جوہر کا رداس	$5 \times 10^{-11}$
پروٹان کا رداس	$1 \times 10^{-15}$

## بامعنی اعداد اور اشاریہ کے مقام

منرض کریں آپ ایک مسئلے پر کام کر رہے ہیں جس میں ہر قیمت دو ہندسوں پر مشتمل ہے۔ ان ہندسوں کو بامعنی ہندسے<sup>۷</sup> کہتے ہیں۔ اپنا جواب پیش کرتے ہوئے آپ اتنے ہندسے ہی استعمال کریں گے۔ اگر مواد دو ہندسوں میں دیا گیا ہو تب جواب بھی دو ہندسوں پر مشتمل ہوگا۔ اگرچہ آپ کا حساب کارنتائج زیادہ ہندسوں میں پیش کرتا ہے، یہ (اضافی) ہندسے بامعنی ہیں۔

اس کتاب میں، دیے گئے مواد میں کم سے کم بامعنی ہندسوں کے برابر، حساب کے اختتامی نتائج پورپور کر کے پیش کیے جائیں گے۔ (ہاں، بعض اوقات ایک اضافی بامعنی ہندسہ بھی رکھا جائے گا)۔ اگر ضائع کیے جانے والے ہندسوں میں بایاں ترین ہندسہ 5 کے برابر یا اس سے بڑا ہو تب آخری رہنے دیا گیا ہندسے کو ”اوپر پورپور“ کیا جاتا ہے؛ دیگر صورت اس کو جوں کا توں رکھا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر 11.3516 کو تین بامعنی ہندسوں میں پورپور کر کے 11.4 جبکہ 11.3279 کو تین بامعنی ہندسوں میں پورپور کرتے ہوئے 11.3 لکھا جائے گا۔ (اس کتاب میں نتائج پیش کرتے ہوئے پورپور کیے جانے کے باوجود  $\approx$  کی بجائے عموماً = علامت استعمال کی جائے گی)۔

عدد 3.15 یا  $3.15 \times 10^3$  میں بامعنی ہندسوں کی تعداد صاف ظاہر ہے؛ عدد 3000 میں بامعنی ہندسے کتنے ہیں؟ کیا صرف ایک بامعنی ہندسہ  $3 \times 10^3$  تک معلوم ہے، یا یہ حیار بامعنی ہندسوں  $3.000 \times 10^3$  تک معلوم ہے؟ اس کتاب میں 3000 کی طرز پر اعداد میں تمام صغروں کو بامعنی تصور کیا جائے گا۔

بامعنی ہندسوں اور اشاریہ کے مقام دو مختلف باتیں ہیں۔ درج ذیل فنصلوں 35.6 mm، 3.56 m، اور

<sup>۷</sup>significant figures

0.003 56 m پر غور کریں۔ تمام میں تین با معنی ہندسے ہیں، تاہم ان میں اشاریہ کے معتام بالترتیب ایک، دو، اور پانچ ہیں۔

مثال ۱.۱: دھاگے کا گیند، قدر کے رتبہ کی تجویز۔

دنیا میں دھاگے کے سب سے بڑے گیند کاردا اس 2 m ہے۔ اس گیند میں دھاگے کی کل لمبائی  $L$  کتنی ہوگی؟ اگر چہ ہم گیند سے دھاگہ کھول کر لمبائی  $L$  ناپ سکتے ہیں، تاہم ہم ایسا نہیں کرنا چاہتے۔ ہم حساب کے ذریعہ اس کی لمبائی کا تخمینہ لگانا چاہتے ہیں۔ ہمیں فقط فطر کا متر ہی رتبہ درکار ہے۔

حاجہ

ہم مندرجہ کرتے ہیں گیند کر دی ہے؛ اس کاردا اس  $R = 2 \text{ m}$  ہے۔ دھاگہ لپیٹنے ہوئے دھاگے کے مختلف حصوں کے بیچ حالی جگہ ضرور ہوگی جس کے بارے میں جاننا ناممکن بات ہے۔ ان حالی جگہوں کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم دھاگے کا عمودی تراش ذرا زیادہ تصور کرتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ دھاگے کا عمودی تراش (گول کی بجائے) چوکور ہے جس کا ضلع  $d = 4 \text{ mm}$  ہے۔ یوں اس کا رقبہ عمودی تراش  $d^2$ ، لمبائی  $L$ ، اور کل حجم درج ذیل ہوگا:

$$V = (L \text{ لمبائی}) (d^2 \text{ رقبہ عمودی تراش})$$

جو گیند کے حجم  $\frac{4}{3} \pi R^3$  کے برابر ہوگا:  $\pi$  کو تخمیناً 3 لیتے ہوئے یہ حجم  $4R^3$  لکھا جاسکتا ہے۔ یوں درج ذیل ہوگا

$$d^2 L = 4R^3$$

جس سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{4R^3}{d^2} \\ &= \frac{4(2 \text{ m})^3}{(4 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \\ &= 2 \times 10^6 \text{ m} \approx 10^6 \text{ m} \approx 10^3 \text{ km} \end{aligned}$$

(اتنے سادہ حساب کے لئے حساب کارر کی ضرورت پیش نہیں ہونی چاہئے۔) فطر کے متر ہی رتبہ تک گیند میں تقریباً 1000 km دھاگہ ہے۔

□

## ۱.۱. وقت

وقت کے دو پہلو ہیں۔ روز مرہ زندگی میں ہم کام کاج ترتیب سے رکھنے کی غرض سے وقت جاننا چاہتے ہیں۔ سائنس کی دنیا میں ہم عموماً جاننا چاہتے ہیں کہ ایک واقعہ کتنی دیر وقوع پذیر ہوا۔ یوں وقت کے کسی بھی معیار کو

## باب ۱. پیمائش

دوسوالیات کا جواب دینا ہوگا: کرب ہوا؟ اس کا دورانیہ کتنا تھا؟ جدول ۱.۴ میں چند وقتی وقتے پیش ہیں، جہاں پلانک وقتے<sup>۱۸</sup> سے سراد ابتدائی دھماکے<sup>۱۹</sup> کے بعد وہ اول ترین وقت ہے جب طبیعیات کے قواعد (جس طرح انہیں ہم اس وقت جانتے ہیں) متاثر اطلاق ہوں گے۔

جدول ۱.۴: چند تخمینی دورانیے

پیمائش	سیکنڈ میں دورانیہ
پروٹان کا عمرص حیات (محض اندازہ)	$3 \times 10^{40}$
کائنات کی عمر	$5 \times 10^{17}$
ہرم خوف کی عمر	$1 \times 10^{11}$
انسانی زندگی (متوقع)	$2 \times 10^9$
ایک دن	$9 \times 10^4$
انسانی دل کی دھڑکنوں کے بیچ وقفہ	$8 \times 10^{-1}$
میون کا عمرص حیات	$2 \times 10^{-6}$
تجربہ گاہ میں مختصر ترین شعاع کا دورانیہ	$1 \times 10^{-16}$
غیر مستحکم ترین ذرے کا عمرص حیات	$1 \times 10^{-23}$
پلانک وقفہ	$1 \times 10^{-43}$

وہ مظہر جو اپنے آپ کو دہراتا ہو وقت کا معیار مقرر کیا جاسکتا ہے۔ محور کے گرد زمین کا ایک چکر، جودن کی لمبائی تعین کرتا ہے، صدیوں تک بطور وقت کا معیار استعمال کیا گیا۔ سنگے مردہ<sup>۲۰</sup> (کوآرٹز) گھڑی، جس میں ایک سنگ مردہ چھلے کو مسلسل ارتعاش پذیر رکھا جاتا ہے، کی پیمائش بندی فلکیاتی مشاہدات کے ذریعہ، زمین کے گھومنے کے ساتھ کر کے، تجربہ گاہ میں وقتی وقفوں کی پیمائش کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ تاہم جدید سائنس و انجینئری کو درکار درستگی ایسی پیمائش بندی سے ممکن نہیں۔

بہتر معیار وقت کی ضرورت کے درپیش جوہری گھڑیاں<sup>۲۱</sup> تیار کی گئیں۔ ۱۹۶۷ء میں ناپ و تول کے تیسرھویں عمومی اجلاس میں سیزیم گھڑی<sup>۲۲</sup> پر مبنی معیاری سیکنڈ پر اتفاق کیا گیا۔

تعریف: سیزیم 133 جوہر سے خارج ایک مخصوص طول موج کی شعاع کے 9 192 631 770 ارتعاش کو درکار وقت ایک سیکنڈ<sup>۲۳</sup> ٹہرایا گیا۔

□

planktime<sup>۱۸</sup>  
bigbang<sup>۱۹</sup>  
quartz<sup>۲۰</sup>  
atomicclocks<sup>۲۱</sup>  
cesiumclock<sup>۲۲</sup>  
second<sup>۲۳</sup>

جوہری گھڑیاں انتہائی درست وقت بتاتی ہیں۔ دو سیزیم گھڑیوں میں ایک سیکنڈ منفرق چھ ہزار سال چلنے کے بعد پیدا ہوگا۔ اس وقت تیار کی جانے والی گھڑیوں کی درستگی  $10^{18}$  میں ایک حصے کے برابر ہے، یعنی  $10^{18}$  سیکنڈ (جو تقریباً  $3 \times 10^{10}$  سال کے برابر ہے) میں صرف ایک سیکنڈ کا منفرق ہو سکتا ہے۔

## ۱.۲ کمیت

### معیاری کلوگرام

فرنس کے شہر پیرس کے متریب ناپ و تول کے بین الاقوامی محکمہ میں رکھے گئے پلاٹینم واریڈیم کا ایک شلنڈر، بین الاقوامی معاہدہ کے تحت، ایک کلوگرام کمیت ٹھہرایا گیا۔ اس کی بہتر سے بہتر نقل دنیا کے بیشتر معیار ساز تجربہ گاہوں کو فراہم کی گئی جن کو استعمال کرتے ہوئے ترازو کی مدد سے کسی بھی جسم کی کمیت ناپی جاسکتی ہے۔ جدول ۱.۵ میں قدر کے 83 رتبوں پر پھیلی کمیتوں کو کلوگرام کی صورت میں پیش کیا گیا ہے۔

### جدول ۱.۵: چند تخمینی کمیت

چیز	کلوگرام میں کمیت
معروف کائنات	$1 \times 10^{53}$
ہماری کہکشاں	$2 \times 10^{41}$
سورج	$2 \times 10^{30}$
چاند	$7 \times 10^{22}$
سیارچہ اِراس	$5 \times 10^{15}$
چھوٹا پھسڑ	$1 \times 10^{12}$
سمندری جہاز	$7 \times 10^7$
ہاتھی	$5 \times 10^3$
انگور	$3 \times 10^{-3}$
دھول کی ذرہ	$7 \times 10^{-10}$
پسینلین سال	$5 \times 10^{-17}$
یورینیم جوہر	$4 \times 10^{-25}$
پروٹان	$2 \times 10^{-27}$
ایکٹران	$9 \times 10^{-31}$

### دوم معیار کمیت

جوہروں کی کمیت کا موازنہ معیاری کلوگرام کی بجائے، زیادہ درستگی کے ساتھ، دیگر جوہروں کے ساتھ کیا جاسکتا ہے۔ اسی کی بنا، ہم دوم معیار کمیت بھی رکھتے ہیں۔ کاربن 12 جوہر کو بین الاقوامی معاہدہ کے تحت 12 جوہری کمیت اکائیوں کی کمیت

مختص کی گئی۔ ان دو اکائیوں کے پھر شدہ درج ذیل ہے

$$(۱.۷) \quad 1 \text{ u} = 1.66053886 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

جہاں آئنسٹین دو ہندسوں میں عدم یقینیت  $\pm 10$  ہے۔ سائنس دان کافی درستگی کے ساتھ تجربے کے ذریعہ کسی بھی جوہر کی کمیت کاربن 12 کی کمیت کے لحاظ سے تعین کر سکتے ہیں۔ اس وقت، کمیت کی روزمرہ زندگی میں مستعمل اکائیاں، مثلاً کلوگرام، استعمال کرتے ہوئے ہم اتنی درستگی حاصل کرنے سے متصر ہیں۔

### ۱.۲.۱ کثافت

کثافت  $\rho$  سے مراد اکائی حجم میں کمیت ہے۔

$$(۱.۸) \quad \rho = \frac{m}{V}$$

اس پر باب 14 میں مزید تبصرہ کیا جائے گا۔ کثافت کو عام طور پر کلوگرام فی مربع میٹر یا گرام فی مربع سنٹی میٹر میں ناپا جاتا ہے۔ پانی کی کثافت ایک گرام فی مربع سنٹی میٹر یا ایک ہزار کلوگرام فی مربع میٹر ہے جس کو عموماً موازنہ کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ پانی کی کثافت کے لحاظ سے تازہ برف کی کثافت 10% اور پلاسٹیم کی کثافت تقریباً 21 گنا جبکہ لکڑی کی کثافت صرف 64% ہے۔



مثال ۱.۲: کثافت اور رقتی کاری  
ایسے زلزلہ کے دوران جس میں زمین کی رقتی کاری<sup>۲۶</sup> ہو، بھاری جسم زمین میں دھنسل سکتا ہے۔ رقت کے دوران مٹی کے ذرے نہایت کم رگڑ محسوس کرتے ہوئے ریلنا شروع کرتے ہیں اور زمین دلدل کی کیفیت اختیار کرتی ہے۔ ریتیلی زمین کی رقتی کاری کے مسکنات کی پیچیدگی زمین کے نمونے کی تناسب حنلا  $e$  کے روپ میں کی جاسکتی ہے۔

$$(۱.۹) \quad e = \frac{V_{\text{حنلا}}}{V_{\text{دائ}}}$$

یہاں  $V_{\text{دائ}}$  نمونے میں ریت کے ذرات کا کل حجم جبکہ  $V_{\text{حنلا}}$  ذروں کے بیچ حنلا کا کل حجم ہے۔ اگر  $e$  منسل قیمت 0.80 سے تجاوز کرتا ہو، زلزلہ کے دوران رقتی کاری کا امکان ہوگا۔ مطابقتی ریت کی کثافت  $\rho_{\text{ریت}}$  کیا ہوگی؟ ٹھوس سیلیکان ڈائی آکسائیڈ،  $(\text{SiO}_2)$  (جو ریت کا بنیادی جزو ہے) کی کثافت =  $\rho_{\text{SiO}_2} = 2.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  ہے۔

### کلیدی تصور

نمونے میں ریت کی کثافت  $\rho_{\text{ریت}}$  سے مراد اکائی حجم میں کیفیت ہے؛ جو ریت کے تمام ذروں کی کل کیفیت  $m_{\text{ریت}}$  اور نمونے کے کل حجم  $V_{\text{کل}}$  کا تناسب:

$$(۱.۱۰) \quad \rho_{\text{ریت}} = \frac{m_{\text{ریت}}}{V_{\text{کل}}}$$

ہے۔

حاجہ: نمونے کا کل حجم  $V_{\text{کل}}$  درج ذیل ہے

$$V_{\text{کل}} = V_{\text{دائ}} + V_{\text{حنلا}}$$

مساوات ۱.۹ میں  $V_{\text{حنلا}}$  ڈال کر ریت  $V$  کے لیے حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۱.۱۱) \quad V_{\text{دائ}} = \frac{V_{\text{کل}}}{1 + e}$$

مساوات 8.1 کے تحت ریت کے ذرات کی کل کیفیت  $m_{\text{ریت}}$  سیلیکان ڈائی آکسائیڈ کی کثافت ضرب ریت کے ذرات کا کل حجم:

$$(۱.۱۲) \quad m_{\text{ریت}} = \rho_{\text{SiO}_2} V_{\text{دائ}}$$

ہوگا۔ اس کو مساوات ۱.۱۰ میں ڈال کر کے مساوات ۱.۱۱ سے ریت  $V$  ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۱.۱۳) \quad \rho_{\text{ریت}} = \frac{\rho_{\text{SiO}_2} V_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}} (1 + e)}$$

باب ۱. پیمائش

منسل قیمت  $e = 0.80$  اور  $\rho_{\text{SiO}_2} = 2.600 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  پر کر کے ہم دیکھتے ہیں کہ رتق کاری اس صورت ہوگی جب ریت کی کثافت درج ذیل سے کم ہو۔

$$\rho = \frac{2.600 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}}{1.80} = 1.4 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

□

رتق کاری میں عمارت کئی میٹر زمین میں دھنس سکتی ہے۔

سوال ۱.۶: ایک سمتیہ جس کا فتر 7.3 m ہے مثبت x محور کے رخ سے گھڑی کی سوئی کے مخالف رخ  $250^\circ$  پر yx مستوی میں پایا جاتا ہے، الف اس کا x جز اور ب وائی جز تلاش کریں۔

سوال ۱.۷: سمتیہ ہٹاؤ کا فتر 15 m ہے اور یہ yx مستوی میں زاویہ  $30^\circ = \theta$  کہ رخ ہے، شکل 26.3 دیکھیں اس سمتیہ کے الف x جز اور ب y جز تلاش کریں۔

سوال ۱.۸: سمتیہ a کا x جز 25 m اور y جز 40 m ہے۔ الف سمتیہ a کا فتر کتنا ہے؟ ب سمتیہ a کے رخ اور محور x کے مثبت رخ کے بیچ زاویہ کتنا ہے؟

سوال ۱.۹: درج ذیل زاویوں کو ریڈین میں بیان کریں: الف  $20^\circ$ ، ب  $50^\circ$ ، ج  $100^\circ$ ۔ درج ذیل زاویوں کو درجوں کی صورت میں پیش کریں: 330.0 ریڈین، 10.2 ریڈین، 70.7 ریڈین۔

سوال ۱.۱۰: ایک بحری جہاز شمال کے رخ 120 km دور نقطہ کی جانب پہنچنا چاہتا ہے۔ سفر کے آغاز سے پہلے ہی ایک غیر متوقع اندھی اس کو نقطہ آغاز سے مشرق جانب 100 km دور دھکیلتا ہے۔ اس جہاز کو اختتامی نقطہ پر پہنچنے کے لیے الف کتنا فاصلہ طے کرنا ہوگا طے کرنا ہوگا اور (ب) اسے کس رخ سفر کرنا ہوگا؟

سوال ۱.۱۱: شکل 27.3 میں ایک بحری مشین کو الف کی رخ سے زاویہ  $20^\circ = \theta$  پر رکھے گئے تختے پر  $d = 12.5$  m فاصلے تک گھسیٹا جاتا ہے۔ اس مشین کو (الف) انتصابی روح اور (ب) الف کی رخ کتنا دور منتقل کیا گیا؟

سوال ۱.۱۲: ایک ہٹاؤ جس کا فتر 3 m ہے اور دوسرا ہٹاؤ جس کا فتر 4 m ہے پر غور کریں۔ دکھائیں کہ ان ہٹاؤ سمیت کو استعمال کرتے ہوئے (الف) 7 m، (ب) 1 m، اور (ج) 5 m فتر کے ہٹاؤ حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ Module 2.3 اکائی سمتیات، سمتیات کی جمع بذریعہ اجزاء

سوال ۱.۱۳: ایک شخص 3.1 km شمال کی طرف چلنے کے بعد 2.4 km معرب اور احمر میں 5.2 km جنوب کے رخ چلتا ہے۔ (الف) اس کے حرکت کو ظاہر کرنے کے لیے سمتی نقشہ بنائیں۔ ایک پرندہ اس نقطہ آغاز سے سیدھا نقطہ اختتام تک اڑتے ہوئے (ب) کتنا فاصلہ طے کرے گا اور (ج) کس رخ طے کرے گا؟

سوال ۱.۱۴: درج ذیل دو سمتیات دیے گئے ہیں

$$a = (4\text{ m})i - (3\text{ m})j + (1\text{ m})k$$

اور

$$b = (-1\text{ m})i + (1\text{ m})j + (4\text{ m})k$$

اکائی سمتیہ علامتیت میں (الف)  $\vec{a} + \vec{b}$ ، (ب)  $\vec{a} - \vec{b}$  اور (ج) ایک تیسرا سمتیہ c تلاش کریں جہاں  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$  ہے۔

سوال ۱.۱۵: ہٹاؤ c اور d کے میٹروں میں اجزاء  $c_x = 7.4$ ،  $c_y = -3.8$ ،  $c_z = -6.1$ ؛  $d_x = 4.4$ ،  $d_y = -2.0$ ،  $d_z = 3.3$  ہیں۔ ان ہٹاؤ کو مجموعہ  $\vec{r}$  کے (الف) x، (ب) y، اور (ج) z اجزاء تلاش کریں

سوال ۱.۱۶: (الف) اگر  $\vec{a} = (4\text{ m})\hat{i} + (3\text{ m})\hat{j}$  اور  $\vec{b} = (-13\text{ m})\hat{i} + (7\text{ m})\hat{j}$  ہوں تب اکائی سمتیہ علامتیت میں مجموعہ  $a + b$  کیا ہوگا؟ اس مجموعہ کا (ب) فتر اور (ج) رخ کیا ہوگا؟

## باب ۱۔ پیمائش

سوال ۱.۱۷: ایک گاڑی کو مشرک کی طرف 50 km، اس کے بعد شمال کی طرف 30 km اور احسر میں شمال سے مشرک جانب  $30^\circ$  کے رخ 25 km چلایا جاتا ہے۔ اس کا سمتی نقشہ بنائیں۔ ابتدائی نقطہ سے گاڑی کی کل ہٹاؤ کا (الف) فتر اور (ب) زاویہ تلاش۔

سوال ۱.۱۸: ایک شخص اپنے موجودہ مقام سے 3.4 km دور شمال سے مشرک جانب  $35^\circ$  کے رخ مقام پر پہنچنا چاہتا ہے۔ تاہم اس کو مجبوراً ایسی گلیوں سے گزرنا ہوگا جو مشرق سے مغرب یا شمال سے جنوب ہیں۔ یہ شخص کتنا کم سے کم فاصلہ طے کر کے اس مقام تک پہنچ سکتا ہے؟

سوال ۱.۱۹: ہموار صحرا میں  $xy$  محوری نظام کے ممتاز سے اعزاز کرتے ہوئے  $xy$  محدود (مانس 14 میٹر کم 30 میٹر)  $(-140\text{ m}, 30\text{ m})$  کہ مقام کو پہنچنا چاہتے ہیں۔ آپ کو صرف چار مرتبہ سید میں چلنے کی اجازت ہے۔ آپ کی حرکت کے  $x$  اور  $y$  اجزاء میٹروں میں بالترتیب درج ذیل ہیں: (60 اور 20)، اس کے بعد  $(-70\text{ m}, bx)$ ، اس کے بعد  $(c\text{ اور }20)$ ، اور احسر میں  $(-60\text{ اور }-70)$ ۔ بتائیں (الف)  $bx$  اور (ب)  $cy$  کیا ہوں گے؟ مجموعی ہٹاؤ کا (ج) فتر اور (ح) ہٹت  $x$  محور کے لحاظ سے زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۱.۲۰: شکل 3.28 میں دکھائے گئے سمتیات  $a$  اور  $b$  دونوں کے فتر 10 m ہیں جبکہ ان کے زاویات  $\theta_1 = 30^\circ$  اور  $\theta_2 = 105^\circ$  ہیں۔ ان کے سمتی مجموعہ  $r$  کے (الف)  $x$  اور (ب)  $y$  اجزاء تلاش کریں۔ (ج) سمتیہ  $r$  کا فتر اور (ح) سمت  $x$  محور کے رخ کے ساتھ  $r$  کا زاویہ تلاش کریں۔

سوال ۱.۲۱: ہٹاؤ سمتیات  $\vec{a} = (3\text{ m})\hat{i} + (4\text{ m})\hat{j}$  اور  $\vec{b} = (5\text{ m})\hat{i} + (-2\text{ m})\hat{j}$  کے لئے (الف) ایکسائی سمتیہ علامتیت میں، اور (ب) فتر اور (ج) سمتیہ  $i$  کے لحاظ سے زاویہ کی صورت میں  $a + b$  بیان کریں۔ اسی طرح (د) ایکسائی سمتیہ علامتیت میں، اور (ح) فتر اور (ط) زاویہ کی صورت میں  $b - a$  بیان کریں۔

سوال ۱.۲۲: تین سمتیات  $a$ ،  $b$ ، اور  $c$  مستوی  $xy$  میں پائے جاتے ہیں اور ہر ایک کا فتر 50 m ہے۔ ہٹت  $x$  محور کے رخ کے لحاظ سے ان کے رخ بالترتیب  $30^\circ$ ،  $195^\circ$  اور  $315^\circ$  ہیں۔ سمتیہ  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  کا (الف) فتر اور (ب) زاویہ کیا ہوگا اور سمتیہ  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  کا (ج) فتر اور (ح) زاویہ کیا ہوگا؟ ایک ایسے چوتھے سمتیہ  $\vec{d}$  کا (د) فتر اور (ز) زاویہ کیا ہوگا جو  $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{d}) = 0$  کو مطمئن کرتا ہو؟

سوال ۱.۲۳: مجموعہ  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$  میں سمتیہ سمتیہ  $\vec{A}$  کا فتر 12 m اور ہٹت  $x$  رخ سے خلاف گڑی زاویہ  $40^\circ$  ہے، جبکہ سمتیہ  $\vec{B}$  کا فتر 15 m اور منفی  $x$  رخ سے خلاف گھڑی زاویہ  $20^\circ$  ہے۔ سمتیہ  $\vec{B}$  کا (الف) فتر اور (ب) ہٹت  $x$  محور کے لحاظ سے زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۱.۲۴: ایک باغچہ میں 1 m اطراف کے چوکور خانوں کا شطرنج کی کھیل کا میدان بنایا جاتا ہے ایک نانٹ درج ذیل فترم لیتا ہے: 1 دو چوکور اگے، ایک چوکور دائیں؛ 2 دو چوکور بائیں، ایک چوکور اگے؛ 3 دو چوکور آگے، ایک چوکور بائیں۔ اگے چلنے کے رخ کے لحاظ سے نانٹ کے مجموعی ہٹاؤ کا (الف) فتر اور (ب) زاویہ کیا ہوگا؟

## باب ۲

### مخفی توانائی اور توانائی کی بقا

اختتامی حال میں اسپرنگ ڈھیلے حال میں ہوگا اور ہوا باز سکن زمینی سطح پر ہوگا، لہذا نظام کی اختتامی میکانی توانائی ذیل ہوگی۔

$$\begin{aligned} E_{\text{میکانی},2} &= K_2 + U_{e2} + U_{g2} \\ (2.1) \quad &= 0 + 0 + 0 \end{aligned}$$

آئیں اب زمینی سطح راہ اور تیراک کی حراری توانائی میں تبدیلی  $\Delta E_{\text{حر}}$  کی بات کرتے ہیں۔ مساوات 31.8 سے  $\Delta E_{\text{حر}}$  کے لئے (رگڑی قوت و تدر ضرب رگڑ کا فاصلہ)  $f_k L$  ڈالاجا سکتا ہے۔ مساوات 2.6 سے ہم جانتے ہیں  $f_k = \mu_k F_N$  ہوگا، جہاں  $F_N$  عمودی قوت ہے۔ خط میں تیراک رگڑ کے ساتھ افقی حرکت کرتا ہے لہذا  $F_N$  کی تدر  $mg$  کے برابر ہوگی (اوپر وار اور نشیب وار قوت برابر ہوں گی)۔ یوں میکانی توانائی سے رگڑ درج ذیل مقدار کو ہٹا کرے گی۔

$$(2.2) \quad \Delta E_{\text{حر}} = \mu_k mgL$$

(مزید تجربہ کے بغیر یہ جاننا ممکن نہیں اس توانائی کا کتنا حصہ تیراک کو اور کتنا راہ کو منتقل ہوگا۔ ہم صرف کل مقدار جانتے ہیں۔)

مساوات 43.8 تا مساوات ۲.۲ کو مساوات 42.8 میں پر کرنے سے

$$(2.3) \quad 0 = \frac{1}{2}kd^2 + mgh - \mu_k mgL$$

ملتا ہے، لہذا درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{kd^2}{2\mu_k mg} + \frac{h}{\mu_k} \\ &= \frac{(3.2 \times 10^3 \text{ N m}^{-1})(5 \text{ m})^2}{2(0.800)(200 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)} + \frac{35 \text{ m}}{0.800} \\ &= 69.3 \text{ m} \end{aligned}$$

جواب

آخر میں اس بات پر توجہ دیں کہ ریاضی حل کتنا آسان بھتا۔ سوچ سمجھ کر نظام تعین کر کے یاد رکھتے ہوئے کہ یہ جدا نظام ہے، ہم توانائی کی بقا کا قانون استعمال کر پاتے ہیں۔ یوں نظام کے ابتدائی اور اختتامی حال توانائیوں کو، درمیانے حال جانے بغیر، برابر رکھا جاسکتا ہے۔ بالخصوص، غیر ہموار راہ پر تیسراک کی حرکت پر غور کرنے کی ضرورت پیش نہیں آئی۔ اس کی بجائے، اگر ہم قوانین نیوٹن استعمال کریں، ہمیں راہ کی مکمل معلومات جاننا ہوگا اور حساب بھی مشکل ہوتا۔

## نظریاتی اور خلاصہ

### بقائی قوت

وہ قوت، جو کسی بند راہ پر حرکت کرتے ہوئے ذرہ پر، کسی ابتدائی نقطہ سے چل کر اسی نقطہ پر واپس پہنچ کر، صفر صافی کام کرتی ہو **بقائی قوت** ہے۔ ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک قوت دو نقطوں کے بیچ حرکت کرتے ہوئے ذرے پر جو صافی کام کرے وہ راہ پر منحصر نہ ہو تب قوت بقائی ہوگی۔ تب ذیلی قوت اور اسپرنگ قوت بقائی ہیں؛ حرکتی رگڑی قوت غیر بقائی ہے۔

### مخفی توانائی

وہ توانائی جو ایسے نظام کی تشکیل کے ساتھ وابستہ ہو جس میں بقائی قوت عمل پیرا ہو **مخفی توانائی** کہلاتی ہے۔ جب نظام کے اندر ذرے پر بقائی قوت کام  $W$  کرے، نظام کی مخفی توانائی میں تبدیلی  $\Delta U$  ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = -W \quad (8.1)$$

نقطہ  $x_i$  سے نقطہ  $x_f$  پہنچنے پر، نظام کی مخفی توانائی میں تبدیلی درج ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (8.6)$$

### تجاذبی مخفی توانائی

زمین اور اس کے متغیر ذرے کے نظام سے وابستہ مخفی توانائی کو **تجاذبی مخفی توانائی** کہتے ہیں۔ اگر ذرہ  $y_i$  بلندی سے  $y_f$  بلندی منتقل ہو، زمین و ذرہ نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں رونا ہونے والی تبدیلی ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg\Delta y \quad (8.7)$$

**حوالہ نقطہ**  $y_i$  پر رکھ کر اور اس نقطہ پر تجاذبی مخفی توانائی  $U_i = 0$  رکھ کر کسی بھی بلندی  $y$  پر ذرے کی تجاذبی مخفی توانائی درج ذیل ہوگی۔

$$U(y) = mgy \quad (8.9)$$

### لچکی مخفی توانائی

لچکدار جسم کی حالت کھینچ یا حالت داب سے وابستہ توانائی کو **لچکی مخفی توانائی** کہتے ہیں۔ ایک اسپرنگ، جو اس وقت قوت  $F = -kx$  پیدا کرتا ہے جب اس کے آزاد سر کا ہشاد  $x$  ہو، کی لچکی مخفی توانائی ذیل ہوگی۔

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad (8.11)$$

**حوالہ تنظیم** وہ ہوگا جب اسپرنگ ڈھیلا ہو،  $x = 0$  اور  $U = 0$  ہو۔

### میکانی توانائی

حسری توانائی  $K$  اور مخفی توانائی  $U$  کا مجموعہ نظام کی میکانی توانائی  $E$  ہوگا۔

$$E_{\text{میکانی}} = K + U \quad (8.12)$$

**جدا نظام** سے مراد وہ نظام ہے جس میں ”بیرونی قوت“ توانائی کی تبدیلی کا سبب نہیں بنتی۔ اگر صرف تجاذبی قوتیں جدا نظام کے اندرون کام کرتی ہوں، تب نظام کی میکانی توانائی  $E$  تبدیل نہیں ہو سکتی۔ **میکانی توانائی کے بقا کا اصول** درج ذیل لکھا جاسکتا ہے، جہاں زیر نوشتہ توانائی کے انتقال کے دوران مختلف لحاظ ظاہر کرتی ہیں۔

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \quad (8.17)$$

یہ اصول درج ذیل بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$\Delta E_{\text{میکانی}} = \Delta K + \Delta U = 0 \quad (8.18)$$

### مخفی توانائی منحنیات

ایک نظام، جس میں ایک بعدی قوت  $F(x)$  ذرے پر عمل پیرا ہو، کی مخفی توانائی تعادل  $U(x)$  جانتے ہوئے ہم یہ قوت تلاش کر سکتے ہیں۔

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} \quad (8.22)$$

اگر تعادل  $U(x)$  کی ترسیم دی گئی ہو، کسی بھی نقطہ  $x$  پر، ترسیم کی ڈھال کی مخفی اس نقطہ پر قوت  $F(x)$  ہوگی اور ذرے کی حرکی توانائی درج ذیل ہوگی، جہاں  $E$  میکانیکی نظام کی میکانیکی توانائی ہے۔

$$K(x) = E_{\text{میکانی}} - U(x) \quad (8.24)$$

موناوالپس نقطہ سے مراد وہ نقطہ ہے جس پر ذرہ حرکت کا رخ تبدیل کرتا ہے؛ اس نقطہ پر  $K = 0$  ہوگا۔ جن نقطوں پر  $U(x)$  کی ترسیم کی ڈھال صفر ہو ان نقطوں پر ذرہ توازن میں ہوگا؛ ان نقطوں پر  $F(x) = 0$  ہوگا۔

### نظام پر بیرونی قوت کا کردہ کام

کام  $W$  سے مراد وہ توانائی ہے جو نظام پر بیرونی قوت کے عمل کی بنا نظام سے باہر یا نظام کے اندر منتقل ہو۔ جہاں ایک سے زیادہ قوتیں عمل پیرا ہوں وہاں منتقل توانائی ان کا مجموعی صاف کام ہوگی۔ رگڑ کی غیر موجودگی میں نظام پر کیا گیا کام اور نظام کی میکانیکی توانائی میں تبدیلی  $\Delta E$  برابر ہوگی۔

$$W = E_{\text{میکانی}} = \Delta K + \Delta U(x) \quad (8.26, 8.25)$$

نظام کے اندر حرکی رگڑی قوت کی موجودگی میں میں نظام کی حرکی توانائی  $E_{\text{حرکی}}$  تبدیل ہوگی۔ (حرکی توانائی نظام میں جو ہر اور سالموں کی بلا منسوب حرکت سے وابستہ ہے) ایسی صورت میں نظام پر کیا گیا کام درج ذیل ہوگا۔

$$W = E_{\text{میکانی}} + \Delta E_{\text{حرکی}} \quad (8.33)$$

یہ تبدیلی  $\Delta E_{\text{حرکی}}$  بیرونی قوت سے پیدا ہونے والی مقدار  $d$  اور رگڑی قوت کی مقدار  $f_k$  پر منحصر ہے۔

$$E_{\text{حرکی}} = f_k d \quad (8.31)$$

### توانائی کی بقا

نظام کی کل توانائی (جو میکانیکی توانائی اور اندرونی توانائیوں، بشمول حرکی توانائی، کا مجموعہ ہوگا) میں تبدیلی اس توانائی کے برابر ہوگی جو نظام سے باہر یا نظام کے اندر منتقل کی جائے۔ اس تجرباتی حقیقت کو توانائی کا بقا کہتے ہیں۔ نظام پر کیا کام  $W$  ہونے کی صورت میں ذیل ہوگا۔

$$W = \Delta E = E_{\text{میکانی}} + E_{\text{حرکی}} + E_{\text{اندرونی}} \quad (8.35)$$



جدا نظام  $W = 0$  کے لئے اس سے

$$E_{\text{میکانی}} + E_{\text{حر}} + E_{\text{اندرونی}} = 0 \quad (8.36)$$

اور

$$E_{\text{میکانی},2} = E_{\text{میکانی},1} - \Delta E_{\text{حر}} - \Delta E_{\text{اندرونی}} \quad (8.37)$$

حاصل ہوں گے، جہاں زیر نوشت، 1 اور 2، دو مختلف لحاظات ظاہر کرتی ہیں۔

### ۲.۰.۱ طاقت

قوت کی بنیاد طاقت، اس توانائی کے انتقال کی شرح کو کہتے ہیں، جو قوت منتقل کرتی ہے۔ یوں  $\Delta t$  دورانیہ میں اگر قوت توانائی  $\Delta E$  منتقل کرتی ہو تب اس قوت کی اوسط طاقت درج ذیل ہوگی۔

$$P_{\text{اوسط}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (8.40)$$

قوت کی لحاظاتی طاقت ذیل ہوگی۔

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (8.41)$$

### سوالات

سوال ۲.۱: شکل 18.8 میں افقی حرکت کرتا ہوا جسم نقطہ دار اختتامی لکیر تک تین بلاز گزراستوں سے پہنچ سکتا ہے، جن میں فقط بلندی کا مندرجہ ہے۔ ان راہ کی درجہ بندی (I) اختتامی لکیر پر جسم کی رفتار کے لحاظ سے اور (ب) اختتامی لکیر تک جسم کے پہنچنے کے دورانیہ حرکت کے لحاظ سے کریں؛ زیادہ قیمت کا نتیجہ اول رکھیں۔

سوال ۲.۲: ایک ذرے کی مخفی توانائی تفاعل شکل 19.8 میں پیش ہے۔ (I) ذرے پر قوت کی قدر کے لحاظ سے خط  $AB$ ،  $BC$ ،  $CD$ ، اور  $DE$  کی درجہ بندی کریں۔ زیادہ قیمت کا نتیجہ اول رکھیں۔ (ب) بائیں مخفی توانائی کنواں میں پھنس جانے کے لئے ذرے کی میکائی توانائی  $E_{\text{میکانی}}$  کو کس قیمت سے تجاوز کرنے کی اجازت نہیں؟ (ج) دائیں کنواں میں پھنسنے کے لئے یہ قیمت کیا ہوگی؟ (د) دونوں کنواں میں حرکت کر سکنے لیکن نقطہ  $H$  سے دائیں نکلنے کی صلاحیت نہ رکھنے کی صورت میں وہ قیمت کیا ہوگی؟ جبزود کی صورت میں  $BC$ ،  $DE$ ، اور  $FG$  میں سے کس خط میں ذرے کی حرکت توانائی (ہ) زیادہ سے زیادہ، (و) کم سے کم ہوگی؟

سوال ۲.۳: نقطہ  $i$  سے نقطہ  $f$  تک ایک براہ راست راستہ اور چپار راستے گھوم کر جاتے ہیں۔ براہ راست راستے پر اور تین گھوم کر جانے والے راستوں پر ذرے پر بقائی قوت  $F_{\text{بقائی}}$  عمل کرتی ہے۔ چوتھے راستے پر ذرے پر بقائی قوت  $F_{\text{بقائی}}$  اور غیر بقائی قوت  $F_{\text{غیر بقائی}}$  عمل کرتی ہیں۔ نقطہ  $i$  سے نقطہ  $j$  جاتے ہوئے ذرے کی میکائی توانائی میں تبدیلی  $\Delta E$ ، گھوم کر جانے والی راہوں کے ہر سیدھے حصے پر (حاصل میں) درج ہے۔ (I) براہ راست راستے

پر  $i$  سے  $j$  تک  $\Delta E$  کی ہوگی؟ (ب) اس ایک راہ پر جس پر غیر برقی  $E$  عمل پیرا ہے، غیر برقی  $E$  کی بدولت  $\Delta E$  کی ہوگی؟

سوال ۲.۴: ایک جسم  $3\text{ m}$  بلندی سے بلار گڑ راہ پر رہا کیا جاتا ہے (شکل 21.8)۔ چوٹیوں کی بلندیاں شکل میں دی گئی ہیں۔ تمام چوٹیاں ایک جیسی دائری ہیں، اور جسم کسی بھی چوٹی سے اڑ کر نہیں گرتا۔ (ا) وہ کونسی پہلی چوٹی ہے جسے جسم پار کرنے سے متاثر ہوگا؟ (ب) اس چوٹی کو پار نہ کرنے کے بعد جسم کیا کرے گا؟ جن چوٹیوں کو جسم پار کر پاتا ہے، کس چوٹی پر جسم کی (ج) مرکز مائل قوت زیادہ سے زیادہ ہوگی، اور (د) کس چوٹی پر اس کی عمودی قوت کم سے کم ہوگی؟

سوال ۲.۵: ایک جسم بلار گڑ میلان پر  $A$  تا  $C$  حرکت کرنے کے بعد افقی خطہ  $CD$  سے گزرتا ہے، جہاں رگڑی قوت عمل پیرا ہے۔ کیا جسم کی حرکت توانائی (ا) خطہ  $AB$ ، (ب) خطہ  $BC$ ، اور (ج) خطہ  $CD$  میں بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا مستقل رہتی ہے؟ (د) کیا ان خطوں میں جسم کی میکانیکی توانائی بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا مستقل رہتی ہے؟

سوال ۲.۶: ایک بیلن کو، جو انتہائی سلاخ پر چڑھا ہوا ہے، رسی سے اوپر کھینچا جاتا ہے (شکل 23a.8)۔ تنگ سوراخ کی بدولت یہ سلاخ پر چست بیٹھا ہے لہذا رگڑی قوت کافی زیادہ ہے۔ آپ کی قوت بیلن و سلاخ وزمین نظام پر  $W = 100\text{ J}$  کام کرتی ہے (شکل 23b.8)۔ نظام کی توانائیوں کو شکل 23c.8 میں ”فترہ بند“ کیا گیا ہے: حرکت توانائی  $K$  میں اضافہ  $50\text{ J}$ ، اور تحبازی توانائی  $U_g$  میں اضافہ  $20\text{ J}$  ہے۔ ان کے علاوہ نظام میں صرف حرکت توانائی  $E$  تبدیل ہوتی ہے۔ حرکت توانائی میں تبدیلی  $\Delta E$  کی ہوگی؟

سوال ۲.۷: شکل 24.8 میں دکھایا نظام سوال ۲.۶ میں پیش نظام کی طرح ہے۔ یہاں بیلن سے بندھی رسی آپ نیچے کھینچتے ہیں۔ نیچے جاتے ہوئے بیلن میز پر رکھے جسم کو دو سرری رسی کی مدد سے کھینچتا ہے۔ یہاں بھی بیلن و سلاخ وزمین نظام کو شکل 23b.8 میں پیش نظام کی طرح تصور کریں۔ آپ نظام پر  $200\text{ J}$  کام کرتے ہیں۔ نظام جسم پر  $60\text{ J}$  کام کرتا ہے۔ نظام کے اندرون میں حرکت توانائی میں  $130\text{ J}$  اضافہ، اور تحبازی توانائی میں  $20\text{ J}$  کمی رونما ہوئی۔ (ا) شکل 23c.8 کی طرز پر نظام کی توانائی کو ”فترہ بند“ کریں۔ (ب) نظام کے اندر حرکت توانائی میں تبدیلی کتنی ہوگی؟

سوال ۲.۸: ایک جسم شکل 25.8 میں راہ پر چلتے ہوئے  $h$  بلندی سے اترتا ہے۔ ماسوائے خفلی افقی حصہ کے، جس میں جسم  $D$  فاصلہ کرنے کے بعد رک جاتا ہے، راہ بلار گڑ ہے۔ (ا) بلند  $h$  کم کرنے سے جسم  $D$  سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر فاصلہ طے کرے گا؟ (ب) اس کے برعکس، جسم کی کیت بڑھانے سے جسم  $D$  سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر فاصلہ طے کرے گا؟

سوال ۲.۹: ایک جسم میلان پر اترتا ہے۔ شکل 26.8 میں تین صورتیں پیش کی گئی ہیں، جہاں میلان بلار گڑ نہیں ہیں۔ تینوں صورتوں میں جسم ایک جتنی بلندی سے آغاز کرتے ہوئے حرکت کرتا ہے حتیٰ کہ حرکت توانائی سے اسے روک پاتی ہے۔ ان صورتوں کی درجہ بندی حرکت توانائی میں اضافہ کے لحاظ سے کریں۔ زیادہ قیمت اول رکھیں۔

سوال ۲.۱۰: تین گیند ایک بلندی اور ایک رفتار سے پھینکے جاتے ہیں (شکل 27.8)۔ ایک گیند سیدھا اوپر پھینکا جاتا ہے۔ دوسرا انتہائی لکیر سے معمولی زاویہ پر پھینکا جاتا ہے۔ تیسرا بلار گڑ میلان پر روتا کیا جاتا ہے۔ گیندوں کی درجہ بندی، نقطہ دار لکیر پر پہنچ کر ان کی رفتار کے لحاظ سے کریں۔ زیادہ قیمت اول رکھیں۔

سوال ۲.۱۱: جب ایک ذرہ  $f$  سے  $i$  اور  $j$  سے  $i$  شکل 28.8 میں دکھائے راستوں پر دکھائے رخ حرکت کرتا ہے، ایک بقائی قوت  $\vec{F}$  اس پر عمل کر کے، شکل میں پیش کش کام کرتی ہے۔ نقطہ  $f$  سے براہ راست  $j$  منتقل ہونے کی صورت میں ذرے پر  $\vec{F}$  کتنا کام کرے گا؟

### مخفی توانائی

سوال ۲.۱۲: ایک اسپرنگ جو 7.5 cm دبی حالت میں 25 J لچکی مخفی توانائی ذخیرہ کرتا ہو کام قیاس پکڑ کیا ہوگا؟

سوال ۲.۱۳: پہلی چوٹی جس کی بلندی  $h = 42$  m کو سر کر کے، بلارگرڈ تفریحی گاڑی جس کی کمیت  $m = 825$  kg ہے، کی رفتار  $v_0 = 17$  m s<sup>-1</sup> ہے (شکل 29.8)۔ اس نقطہ سے (ا) نقطہ  $A$ ، (ب) نقطہ  $B$ ، اور (ج) نقطہ  $C$  تک تحبذی قوت گاڑی پر کتنا کام کرتی ہے؟ نقطہ  $C$  پر گاڑی وزمین نظام کی تحبذی مخفی توانائی صفر لیتے ہوئے اس کی قیمت اس وقت کیا ہوگی جب گاڑی (د) نقطہ  $B$  اور (ه) نقطہ  $A$  پر ہو؟ (و) کمیت  $m$  دگنی کرنے سے نقطہ  $A$  اور نقطہ  $B$  کے بیچ نظام کی تحبذی مخفی توانائی میں تبدیلی بڑھے گی، گھٹے گی، یا تبدیل نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۱۴: آپ 2 kg کمیت کی کتاب  $D = 10$  m بلندی سے کھڑکی سے نیچے دوست کو گراتے ہو۔ آپ کے دوست کے ہاتھ زمین سے  $d = 1.5$  m بلندی (شکل 30.8) پر ہیں۔ (ا) آپ کے دوست کے ہاتھوں تک پہنچتے ہوئے کتاب پر تحبذی قوت کتنا کام  $W_g$  کرے گی؟ (ب) گرنے کے دوران کتاب وزمین نظام کی تحبذی مخفی توانائی میں تبدیلی  $\Delta U$  کتنی ہوگی؟ اگر زمین پر نظام کی تحبذی مخفی توانائی  $U$  صفر ہو، (ج) پوری بلندی پر  $U$  کیا ہوگی؟ (د) آپ کے دوست کے ہاتھوں میں پہنچ کر  $U$  کیا ہوگی؟ اب زمینی سطح پر  $U = 100$  J لیں اور دوبارہ (ه)  $W_g$ ، (و)  $\Delta U$ ، (ز) پوری بلندی پر  $U$ ، اور (ح) دوست کے ہاتھوں میں  $U$  تلاش کریں۔

سوال ۲.۱۵: ایک گیند جس کی کمیت  $m = 0.341$  kg ہے بلا کمیت سلاخ جس کی لمبائی  $L = 0.452$  m ہے کے ایک سر کے ساتھ باندھا ہوا ہے۔ سلاخ کا دوسرا سر چول دار ہے، جو گیند کو انتہائی دائرے میں حرکت کی اجازت دیتا ہے۔ سلاخ کو افقی رکھ کر نیچے رخ اتنا دھکا دیا جاتا ہے کہ گیند جھول کر انتہائی بالا مقام تک بمشکل پہنچ پاتا ہے، جہاں اس کی رفتار صفر ہوتی ہے۔ تحبذی قوت گیند پر ابتدائی نقطہ سے (ا) غچیلے ترین نقطہ تک، (ب) بالاترین نقطہ تک، (ج) ابتدائی نقطہ کے ہم بلند دائیں ہاتھ نقطہ تک کتنا کام کرتی ہے؟ ابتدائی نقطہ پر گیند وزمین نظام کی تحبذی مخفی توانائی صفر لیتے ہوئے، اس کی قیمت اس وقت کیا ہوگی جب گیند (د) غچیلے ترین نقطہ، (ه) بالاترین نقطہ، اور ابتدائی نقطہ کے ہم بلند دائیں ہاتھ نقطہ پر ہو؟ (ز) مندرجہ کریں گیند کو اتنی ابتدائی دھکیل دی جاتی ہے کہ یہ بالاترین نقطہ پر غصیر صفر رفتار سے پہنچتا ہے۔ کیا اس مرتبہ غچیلے ترین نقطہ سے بالاترین نقطہ تک  $\Delta U$  پہلے کے لحاظ سے زیادہ، کم، یا وہی ہوگا؟

سوال ۲.۱۶: نصف کروی برتن، جس کا رداس  $r = 22$  cm ہے، کے کنارے سے 2 g برفانی پرت پھسلنے دی جاتی ہے۔ پرت اور برتن کا تماس بے رگڑ ہے۔ (ا) برتن کی تہہ تک اترتے ہوئے پرت پر تحبذی مخفی توانائی کتنا کام کرتی ہے؟ (ب) پرت وزمین نظام کی مخفی توانائی میں اس اترنے کے دوران کتنی تبدیلی رونما ہوگی؟ (ج) اگر یہ مخفی توانائی برتن کی تہہ میں صفر لی جائے، تب برتن کے کنارے پر اس کی قیمت کیا ہوگی؟ (د) اس کے برعکس، اگر برتن کے

کنسارے پر جہاں پر ت رہا کی گئی، مخفی توانائی صفر کی بجائے تب برتن کی تہہ میں اس کی قیمت کیا ہوگی؟ (ہ) پر ت کی قیمت دگنی کرنے سے کیا جزو اتا جزو د کے جوابات میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا نتائج تبدیل نہیں ہوں گے؟

سوال ۲.۱۷: ایک سل جس کی قیمت  $m = 0.032 \text{ kg}$  ہے شکل 33.8 کے بے رگز گھیر در گھیر پر حرکت کرتی ہے، جہاں گھیر کا رداس  $R = 12 \text{ cm}$  ہے۔ گھیر کے نیچے حصے سے  $h = 5.0 R$  بلند نقطہ  $P$  سے ساکن سل رہا کی جاتی ہے۔ تجاذبی قوت سل پر نقطہ  $P$  سے نقطہ (ا)  $Q$  تک، (ب) گھیر کی چوٹی تک، کتنا کام کرتی ہے؟ سل وزمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی گھیر کے تل پر صفر لیتے ہوئے، مخفی توانائی اس وقت کیا ہوگی جب سل (ج) نقطہ  $P$  پر، (د) نقطہ  $Q$  پر، اور (ہ) گھیر کی چوٹی پر ہو؟ (و) سل محض رہا کرنے کی بجائے اسے راہ کے ہمراہ نیچے رخ دھکا دیا جاتا ہے۔ کیا جزو اتا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۱۸: ایک پستلی سلاح جس کی قیمت قابل نظر انداز اور لمبائی  $L = 2 \text{ m}$  ہے کایک سرچول دار ہے جو سلاح کو انتہائی دائرے میں چکر کی احبازت دیتا ہے۔ سلاح کے دوسرے سرے کے ساتھ  $m = 5 \text{ kg}$  قیمت کا گیند باندھا گیا ہے۔ سلاح کو ایک طرف  $\theta_0 = 30^\circ$  زاویہ تک کھینچ کر  $\vec{v}_0 = 0$  ابتدائی سمتی رفتار کے ساتھ رہا کیا جاتا ہے۔ نیچے ترین نقطے تک اترنے پر، (ا) تجاذبی قوت گیند پر کتنا کام کرتی ہے اور (ب) گیند وزمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں تبدیلی کیا ہوگی؟ (ج) نیچے نقطہ پر تجاذبی مخفی توانائی صفر لیتے ہوئے اس کی قیمت نقطہ رہائی پر کیا ہوگی؟ (د) زاویہ  $\theta_0$  بڑھانے سے کیا جزو اتا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا ان میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۱۹: کھڑی چٹان جس کی بلندی  $12.5 \text{ m}$  ہے، کی چوٹی سے افق کے ساتھ  $41^\circ$  اوپر رخ  $14 \text{ m s}^{-1}$  ابتدائی سمتی رفتار کے ساتھ  $1.50 \text{ kg}$  کا برف گولا پھینکا جاتا ہے۔ (ا) چٹان کے سرے سے نیچے ہموار زمین تک پر دواز کے دوران برف گولا پر تجاذبی قوت کتنا کام کرتی ہے؟ (ب) پرواز کے دوران گولا وزمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں کتنی تبدیلی رونما ہوتی ہے؟ (ج) چٹان کی چوٹی پر تجاذبی مخفی توانائی کی قیمت صفر لیتے ہوئے، اس کی قیمت اس وقت کیا ہوگی جب گولا نیچے زمین پر ہو؟

### میکانی توانائی کی بقا

سوال ۲.۲۰: تفسیری گاڑی کی رفتار سوال ۲.۱۳ میں (ا) نقطہ  $A$  پر، (ب) نقطہ  $B$  پر، اور (ج) نقطہ  $C$  پر کیا ہوگی؟ (د) آخری پہاڑ، جس کو گاڑی سر کرنے سے متاثر ہے، پر گاڑی کس بلند تک پہنچ پائے گی؟ (ہ) گاڑی کی قیمت دگنی کرنے سے جزو اتا جزو د کے جوابات کیا ہوں گے؟

سوال ۲.۲۱: (ا) ہاتھوں کو پہنچ کر کتاب کی رفتار سوال ۲.۱۳ میں کیا ہوگی؟ (ب) کتاب کی قیمت دگنی کرنے سے یہ رفتار کیا ہوگی؟ (ج) اس کے برعکس، اگر کتاب نیچے پھینکی جائے، کیا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا اس میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۲۲: (ا) برتن کی تہہ کو پہنچ کر سوال ۲.۱۶ میں برفانی پر ت کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) پر ت کی قیمت دگنی کرنے سے یہ رفتار کیا ہوگی؟ (ج) اس کے برعکس، اگر پر ت کو برتن کے ہمراہ ابتدائی نیچے رفتاری بجائے، کیا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا اس میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۲۳: (i) توانائی کے تراکیب، ناکہ باب 4 کے تراکیب، استعمال کرتے ہوئے سوال ۲.۱۹ میں کھڑی چٹان کی چوٹی سے نیچے زمین پر پہنچ کر برف گولے کی رفتار تلاش کریں۔ (ب) زاویہ پھینک افقی سے  $41^\circ$  نیچے رکھنے سے رفتار کیا ہوگی؟ (ج) کیت  $2.5 \text{ kg}$  کرنے سے رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۲.۲۴: اسپرنگ بندوق سے  $5.0 \text{ g}$  چھرا سیدھا اوپر مارا جاتا ہے۔ دبے اسپرنگ پر چھرے کے مقام سے  $20 \text{ m}$  بلندی تک پہنچنے کے لئے اسپرنگ کو  $8.0 \text{ cm}$  دبانا ہوگا۔ (i) چھرا زمین نظام کی تحبذنی مخفی توانائی میں چھرے کے  $20 \text{ m}$  صعود کے دوران کتنی تبدیلی  $\Delta U_g$  ہوگی؟ (ب) چھرا پھینکنے کے دوران اسپرنگ کی لچکی مخفی توانائی میں تبدیلی  $\Delta U_s$  کیا ہوگی؟ (ج) اسپرنگ کا مقیاس پک کیا ہے؟

سوال ۲.۲۵: (i) انتصابی بالا نقطہ تک صفر رفتار کے ساتھ پہنچنے کے لئے سوال ۲.۱۵ میں گیند کی ابتدائی رفتار کیا ہوگی؟ ایسی صورت میں گیند کی رفتار (ب) زیریں ترین نقطہ پر اور (ج) ابتدائی مقام کے ہم بلند دائیں نقطہ پر کیا ہوگی؟ (د) کیا گیند کی کیت دگنی کرنے سے جزو اتاح جزو ج کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا ان میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۲۶: ایک ٹرک جس کے بریک ناکارہ ہو چکے ہیں  $130 \text{ km h}^{-1}$  رفتار کے ساتھ سوات تیز رو شاہراہ 'ا' پر پہاڑی سے اتر رہا ہے جب ڈرائیور اس کو حفاظتی روکے میلا <sup>۲</sup> پر ڈالتا ہے جس کا زاویہ میلان  $15^\circ = \theta$  ہے (شکل 35.8)۔ ٹرک کی کیت  $1.2 \times 10^4 \text{ kg}$  ہے۔ (i) ٹرک کو روک پانے کے لئے میلان کی کم سے کم لمبائی  $L$  کیا ہے؟ (ٹرک کو ایک ذرہ تصور کریں اور اس مفروضے کا جواز پیش کریں)۔ (ب) ٹرک کی کیت کم کرنے سے اور (ج) اس کی رفتار بڑھانے سے، کیا کم سے کم درکار لمبائی  $L$  بڑھے گی، کم ہوگی، یا اس میں کوئی تبدیلی نہیں آئے گی؟

سوال ۲.۲۷: ایک سل جس کی کیت  $700 \text{ g}$  ہے، انتصابی اسپرنگ جس کا مقیاس پک  $k = 400 \text{ N m}^{-1}$  اور کیت متابل نظر انداز ہے، کے اوپر  $h_0$  بلندی سے (ساکن حالت سے) گرنے دیا جاتا ہے۔ سل اور اسپرنگ آپس میں جڑ جاتے ہیں اور اس وقت لمحاتی رکتے ہیں جب اسپرنگ  $19.0 \text{ cm}$  دب جائے۔ رکنے تک (i) اسپرنگ پر سل کتنا کام کرتی ہے اور (ب) سل پر اسپرنگ کتنا کام کرتا ہے۔ (ج)  $h_0$  کی قیمت کیا ہے؟ (د) سل کو  $2h_0$  بلندی سے رہا کرنے کی صورت میں اسپرنگ کتنا دبے گا؟

سوال ۲.۲۸: سل پر سوال ۲.۱۷ میں نقطہ  $Q$  پر صافی عمل پیرا قوت کی مقدار (i) افقی جزو اور (ب) انتصابی جزو کیا ہوں گے؟ (ج) سل کس بلندی  $h$  سے رہا کرتی ہوگی اگر ہم چاہتے ہوں کہ یہ گھیر کی چوٹی پر راہ سے اٹھنے لگے۔ (راہ سے سل اس وقت اٹھنے لگے گی جب سل پر راہ کی عمودی قوت صفر ہو)۔ (د) ابتدائی بلندی کی سعیت  $h = 0$  تا  $h = 6R$  کے لئے چوٹی پر پہنچ کر سل پر عمودی قوت کی مقدار رسم کریں۔

سوال ۲.۲۹: (i) گیند کی رفتار زیریں ترین نقطہ پر سوال ۲.۱۸ میں کیا ہوگی؟ (ب) گیند کی کیت بڑھانے سے کیا رفتار بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا تبدیل نہیں ہوتی؟

سوال ۲.۳۰: ایک پتھر جس کی کیت  $8.00 \text{ kg}$  ہے، اسپرنگ پر ساکن پڑا ہے (شکل 36.8)۔ اسپرنگ کو پتھر  $10.0 \text{ cm}$  دباتا ہے۔ (i) اسپرنگ کا مقیاس پک کیا ہے؟ (ب) پتھر کو مزید  $30.0 \text{ cm}$  دبا کر رہا کیا

جباتا ہے۔ رہا کرنے سے قبل دبے اسپرنگ کی لچکی مخفی توانائی کیا ہوگی؟ (ج) نقطہ رہائی سے بلند تر نقطہ پہنچ کر پتھر و زمین نظام کی تحزبی مخفی توانائی میں کتنی تبدیلی رونما ہوگی؟ (د) نقطہ رہائی سے یہ بلند تر نقطہ کتنی اونچائی پر ہے؟

سوال ۲.۳۱: متماثل نظر انداز کیفیت کے 4.0 m لمبے دھاگے کے ساتھ 2.0 kg پتھر باندھ کر ایک روتاص حاصل کیا جاتا ہے۔ زیریں تر نقطہ سے گزرتے وقت پتھر کی رفتار  $8.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (ا) اس کی رفتار اس وقت کیا ہوگی جب دھاگا انتصاب کے ساتھ  $60^\circ$  زاویہ بناتا ہو؟ (ب) پتھر کی حرکت کے دوران انتصاب کے ساتھ دھاگا زیادہ سے زیادہ کتنا زاویہ بنائے گا؟ (ج) اگر پتھر کے زیریں تر نقطہ پر روتاص و زمین نظام کی مخفی توانائی صفر رکھی جائے، نظام کی کل میکانیکی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۲.۳۲: ایک روتاص جس کی لمبائی  $L = 1.25 \text{ m}$  ہے شکل 34.8 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے بلور (جس میں عمل روتاص کی پوری کیفیت سموئی ہے) کی رفتار اس وقت  $v_0$  ہوگی جب روتاص کا دھاگا انتصاب کے ساتھ  $\theta_0 = 40.0^\circ$  زاویہ پر ہو۔ (ا) اگر  $v_0 = 8.00 \text{ m s}^{-1}$  ہو، زیریں تر نقطہ پر بلور کی رفتار کیا ہوگی؟ اگر نیچے جانے کے بعد دھاگا سیدھا رکھتے ہوئے (ب) روتاص افقی حالت، اور (ج) انتصابی حالت اختیار پائے،  $v_0$  کی کم سے کم قیمت کیا ہوگی؟ (د) زاویہ  $\theta_0$  چند درجے بڑھانے سے کیا حبزوب اور حبزوح کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا ان میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۳۳: ایک سکی باز جس کی کمیت 60 kg ہے، ساکن حالت سے سکی اچھال میلان کے اختتام سے  $H = 20 \text{ m}$  بلند نقطہ سے آغاز کر کے (شکل 37.8) زاویہ  $\theta = 28^\circ$  پر میلان چھوڑتا ہے۔ ہوائی رگڑ نظر انداز کریں اور میلان بلار گز تصور کریں۔ (ا) میلان کے اختتام سے کتنی زیادہ سے زیادہ بلندی  $h$  تک یہ پہنچے گا؟ (ب) اگر سکی باز ساڑو سامان اٹھا کر روانہ ہو، کیا  $h$  کی قیمت میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا وہی رہے گی؟

سوال ۲.۳۴: ایک دھاگا جس کی لمبائی  $L = 120 \text{ cm}$  ہے کا ایک سر بندھا ہوا جبکہ دوسرے سے گیند لٹکائی گئی ہے۔ بندھے سر سے  $d = 75.0 \text{ cm}$  فاصلے پر دیوار میں نقطہ  $P$  پر ایک میخ موجود ہے۔ دھاگا افقی رکھتے ہوئے (جیسا شکل 38.8 میں دکھایا گیا ہے) ساکن گیند رہا کیا جاتا ہے، جو نقطہ دار قوس پر چلے گا۔ (ا) زیریں ترین نقطہ پر، اور (ب) میخ میں دھاگا پھنسنے کے بعد بلند ترین نقطہ پر گیند کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۲.۳۵: ایک سل جس کی کمیت  $m = 2.0 \text{ kg}$  ہے اسپرنگ پر  $h = 40 \text{ cm}$  بلندی سے گرنے دیا جاتا ہے (شکل 39.8)۔ اسپرنگ کا مقیاس پلاک  $k = 1960 \text{ N m}^{-1}$  ہے۔ اسپرنگ زیادہ سے زیادہ کتنا دبے گا؟

سوال ۲.۳۶: لمحہ  $t = 0$  پر  $1.0 \text{ kg}$  گیند بلند کھبے سے  $\vec{v} = (18 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (24 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$  کے ساتھ روانا کیا جاتا ہے۔ گیند و زمین نظام کی  $\Delta U$  لمحہ  $t = 0$  تا  $t = 6.0 \text{ s}$  کیا ہوگی (آزادانہ گرنا تصور کریں)؟

سوال ۲.۳۷: محور  $x$  پر حرکت کرتے ہوئے ذرے پر بقائی قوت  $\vec{F} = (6.0x - 12)\hat{i} \text{ N}$  عمل کرتی ہے، جہاں  $x$  میٹروں میں ہے۔ اس قوت کے ساتھ وابستہ مخفی توانائی  $U$  نقطہ  $x = 0$  پر 27 J ہے۔ (ا) مخفی توانائی  $U$  کا تفاعل  $x$  کی صورت میں لکھیں جہاں  $x$  میٹروں میں ہے۔ (ب) زیادہ سے زیادہ مثبت مخفی توانائی کیا ہے؟  $x$  کی کس (ج) مثبت قیمت اور (د) منفی قیمت پر مخفی توانائی صفر ہے؟

سوال ۲.۳۸: کھٹری چٹان سے 688 N وزن کا شخص 18 m لمبی رسی سے جھولتا ہے (شکل 40.8)۔ چٹان کی چوٹی سے زیریں ترین نقطہ تک نشیب 3.2 m ہے۔ رسی اس وقت ٹوٹے گی جب اس کو 950 N سے زیادہ قوت کھینچے۔ (ا)

کیا رسی ٹوٹے گی؟ (ب) رسی نہ ٹوٹنے کی صورت میں نشیب کے دوران رسی پر زیادہ سے زیادہ قوت کتنی ہوگی؟ رسی ٹوٹنے کی صورت میں، ٹوٹنے وقت رسی انتصاب کے ساتھ کس زاویے پر ہوگی؟

سوال ۲۰۳۹: ہوائی بندوق میں نسب اسپرنگ شکل 41a.8 پر پورا اترتا ہے؛ جو قوت بالمقابل اسپرنگ کا داب یا دراضی دیتا ہے۔ اسپرنگ کو 5.5 cm دبا کر 3.8 g چھرا بندوق سے مارا جاتا ہے۔ (ا) اگر چھرا اس لمحے رہا ہو جب اسپرنگ اپنے ڈھیلے حالت کو پہنچے، چھرے کی رفتار اس لمحے کیا ہوگی؟ (ب) اس کے برعکس، تصور کریں چھرا اسپرنگ کو پکڑے رکھتا ہے اور اسپرنگ کو کھینچ کر 1.5 cm لمبا کرنے کے بعد اس سے علیحدہ ہوتا ہے۔ چھرے کی رفتار اس لمحے کیا ہوگی جب یہ اسپرنگ سے علیحدہ ہوتا ہے؟

سوال ۲۰۴۰: ایک سل جس کی کمیت  $m = 12 \text{ kg}$  ہے ساکن حالت سے  $\theta = 30^\circ$  بلار گڑ میلان پر رہا کیا جاتا ہے (شکل 42.8)۔ میلان پر سل سے نیچے ایک اسپرنگ ہے جس کو 270 N قوت 2.0 cm دبا سکتی ہے۔ اسپرنگ کو 5.5 cm دبا کر سل لمحاتی رکتی ہے۔ (ا) نقطہ رہائی سے رکنے کے نقطہ تک میلان پر سل کتنا فاصلہ طے کرتی ہے؟ (ب) سل کی رفتار اس لمحے کیا ہوگی جب وہ اسپرنگ کو چھوٹی ہے؟

سوال ۲۰۴۱: بلار گڑ میلان جس کا زاویہ  $\theta = 40^\circ$  ہے پر رکھا 2.0 kg ڈب ایک ڈوری کے ذریعہ، جو چپرخی سے گزرتی ہے، اسپرنگ سے باندھا گیا ہے۔ اسپرنگ کا مقیاس پلک  $k = 120 \text{ N m}^{-1}$  ہے (شکل 43.8)۔ ڈور میں جھول نہیں اور اسپرنگ ڈھیلا ہے۔ ڈب ساکن حالت سے رہا کیا جاتا ہے۔ چپرخی کو بلار گڑ اور بلا کمیت تصور کریں۔ (ا) میلان پر 10 cm نیچے رخ چپل کر ڈبے کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) نقطہ رہائی سے میلان پر ڈبے کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد لمحاتی رکتا ہے، اور اس لمحے پر ڈبے کے اسراع کی (ج) قدر اور (د) رخ (میلان پر اوپر یا نیچے رخ) کیا ہوں گے؟

سوال ۲۰۴۲: بلار گڑ میلان جس کا زاویہ  $\theta = 30.0^\circ$  ہے پر  $m = 2.00 \text{ kg}$  سل  $k = 19.6 \text{ N cm}^{-1}$  مقیاس پلک اسپرنگ کے ساتھ ملا کر رکھی جاتی ہے، تاہم یہ ایک دوسرے کے ساتھ جڑے نہیں ہیں (شکل 44.8)۔ اسپرنگ کو 20.0 cm دبا کر رہا کیا جاتا ہے۔ (ا) ڈبے اسپرنگ کی لچکی مخفی توانائی کیا ہوگی؟ (ب) سل وز مسین کی تذبذب مخفی توانائی میں تبدیلی، نقطہ رہائی سے میلان پر بلند تر نقطہ تک سل کے پہنچنے تک، کتنی ہوگی؟ (ج) نقطہ رہائی سے سل میلان پر بلند تر نقطہ تک کتنا فاصلہ طے کرتی ہے۔





## باب ۳

# سرگزیمت اور خطی معیار حرکت

### ۳.۱ ایک بُعد میں چکی تصادم

حرکت توانائی کی بقا درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(۳.۱) \quad \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

ان ہمزا د مساوات کو  $v_{1f}$  اور  $v_{2f}$  کے لئے حل کرنے کی خاطر ہم مساوات 71.9 کو

$$(۳.۲) \quad m_1(v_{1i} - v_{1f}) = -m_2(v_{2i} - v_{2f})$$

اور مساوات ۳.۱ درج ذیل صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(۳.۳) \quad m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = -m_2(v_{2i} - v_{2f})(v_{2i} + v_{2f})$$

مساوات ۳.۳ کو مساوات ۳.۲ سے تقسیم کر کے کچھ الجبرا کے بعد درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$(۳.۴) \quad v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2i}$$

اور

$$(۳.۵) \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_{2i}$$

یاد رہے، زیر نوشت 1 اور 2 کسی خاص ترتیب سے مختص نہیں کیے گئے۔ مساوات 19.9 میں اور مساوات ۳.۴ اور مساوات ۳.۵ میں ان زیر نوشت کو آپس میں بدل کر لکھنے مساوات کی وہی جوڑی ملتی ہے۔ اس پر بھی توجہ

باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

دیں کہ  $v_{2i} = 0$  لیئے، شکل 18.9 میں جسم 2 ساکن ہدف ہوگا، اور مساوات ۳.۴ اور مساوات ۳.۵ ہمیں بالترتیب مساوات 67.9 اور مساوات 68.9 دیتی ہیں۔

آزمائش ۱

شکل 18.9 میں گولے کا ابتدائی معیار حرکت  $6 \text{ kg m s}^{-1}$  اور اختتامی معیار حرکت (i)  $2 \text{ kg m s}^{-1}$  اور (ب)  $-2 \text{ kg m s}^{-1}$  ہونے کی صورت میں ہدف کا اختتامی خطی معیار حرکت کیا ہوگا؟ اگر گولے کی ابتدائی اور اختتامی حرکی توانائی بالترتیب  $5 \text{ J}$  اور  $2 \text{ J}$  ہو، ہدف کی اختتامی حرکی توانائی کیا ہوگی؟

نمونہ سوال ۳: چکے تصادم در چکے تصادم شکل 20a.9 میں  $v_{1i} = 10 \text{ m s}^{-1}$  سے چلتا ہوا سل 1 دو ساکن سلوں کی طرف بڑھتا ہے۔ تینوں سل ایک لکیر پر ہیں۔ یہ سل 2 سے ٹکراتا ہے جو آگے سل 3 سے جا کر ٹکراتا ہے، جس کی کیت  $m_3 = 6.0 \text{ kg}$  ہے۔ دوسرے تصادم کے بعد سل 2 دوبارہ ساکن ہے، اور سل 3 کی رفتار  $v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے (شکل 20b.9)۔ دونوں تصادم لچکی ہیں۔ سل 1 اور سل 2 کی کمیتیں کیا ہیں؟ سل 1 کی اختتامی رفتار  $v_{1f}$  کیا ہے؟

کلیدی صورتیں

چونکہ ہم تصادم لچکدار تصور کرتے ہیں لہذا امیکانی توانائی کی بقا ہوگی (یوں ٹکر کی آواز، گرمی، اور ارتعاش کی بدولت توانائی کا ضیاع نظر انداز کیا جاتا ہے)۔ کوئی بیرونی افقی قوت سلوں پر عمل نہیں کرتی لہذا محور  $x$  پر خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی۔ ان دو جوہات کی بنیاد پر ہم دونوں تصادم پر مساوات 67.9 اور مساوات 68.9 کا اطلاق کر سکتے ہیں۔

حاجے پہلے تصادم سے آغاز کرتے ہوئے ہمیں اتنے زیادہ نامعلوم متغیرات سے واسطہ ہوگا کہ آگے بڑھنا مشکل ہوگا: ہم سلوں کی کیت اور اختتامی سمتی رفتار نہیں جانتے۔ انہیں پہلے تصادم سے آغاز کریں، جس میں سل 3 کے ساتھ ٹکرانے کے بعد سل 2 رکتی ہے۔ مساوات 67.9 کا اطلاق اس تصادم پر کرتے ہیں جہاں ترقیم تبدیل کرتے ہوئے  $v_{2i}$  تصادم سے قبل سل 2 کی رفتار اور  $v_{2f}$  تصادم کے بعد اس کی رفتار دیتی ہیں۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$v_{2f} = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} v_{2i}$$

اس میں  $v_{2f} = 0$  (سل 2 رک جاتا ہے) ڈالنے کے بعد  $m_3 = 6.0 \text{ kg}$  ڈال کر درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$m_2 = m_3 = 6.0 \text{ kg} \quad (\text{جواب})$$

اسی طرح ترقیم تبدیل کر کے دوسرے تصادم کے لئے مساوات 68.9 لکھتے ہیں

$$v_{3f} = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_{2i}$$

جہاں  $v_{3f}$  تیسرے سل کی اختتامی سمتی رفتار ہے۔ اس میں  $m_3 = m_2$  ڈالنے کے بعد  $v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$  ڈال کر درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$v_{2i} = v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$$

آئیں اب پہلے تصادم پر غور کریں؛ ہمیں سل 2 کے لئے مستعمل ترقیم پر توجہ دینی ہوگی: تصادم کے بعد سل 2 کی سمتی رفتار  $v_{2f}$  وہی ہے جو تصادم سے قبل اس کی سمتی رفتار  $v_{2i} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$  تھی۔ پہلے تصادم پر مساوات 68 کا اطلاق کر کے دی گئی  $v_{1i} = 10 \text{ m s}^{-1}$  ڈال کر ذیل ہوگا

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$5.0 \text{ m s}^{-1} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} (10 \text{ m s}^{-1})$$

جو ذیل دیگا۔

$$m_1 = \frac{1}{3} m_2 = \frac{1}{3} (6.0 \text{ kg}) = 2.0 \text{ kg} \quad (\text{جواب})$$

یہ نتیجہ اور دی گئی  $v_{1i}$  استعمال کرتے ہوئے پہلے تصادم پر مساوات 67.9 کا اطلاق کر کے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} m_2 - m_2}{\frac{1}{3} m_2 + m_2} (10 \text{ m s}^{-1}) = -5.0 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

□

## ۳.۲ دو ابعاد میں تصادم

### مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ درج ذیل کے مقابیل ہوں گے۔

جد انظام کے لئے جس میں دو بُعدی تصادم واقع ہو، ہر ایک محور پر معیار حرکت کی بقا کا اطلاق کرتے ہوئے، تصادم کے بُعد محور پر معیار حرکت کے اجزاء کا اسی محور پر تصادم سے قبل معیار حرکت کے اجزاء کے ساتھ رشتہ جان سکیں۔

جد انظام کے لئے جس میں دو بُعدی لچکی تصادم واقع ہو، (ا)، ہر ایک محور پر معیار حرکت کی بقا کا اطلاق کرتے ہوئے، تصادم کے بعد محور پر معیار حرکت کے اجزاء کا اسی محور پر تصادم سے قبل معیار حرکت کے اجزاء کے ساتھ رشتہ جان سکیں اور (ب) کل حرکی توانائی کی بقا کا اطلاق کر کے تصادم سے قبل اور تصادم کے بعد حرکی توانائیوں کا رشتہ جان سکیں۔

## کلیدی تصور

اگر دو جسم ٹکرائیں اور ان کی حرکت ایک محور پر نہ ہو (تصادم آمنے سامنے سے نہیں ہے)، تصادم دو بُعدی ہو گا۔ اگر دو جسمی نظام ہند اور جہد ہو، تصادم پر معیار حرکت کی بقا کے قوانون کا اطلاق ہو گا لہذا درج ہو گا۔

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

یہ قوانون اجزاء کی صورت میں دو مساوات (ہر بعد کے لئے ایک مساوات) دیگا جو تصادم کو بیان کرتی ہیں۔ اگر تصادم لچکی بھی ہو (جو ایک خصوصی صورت ہے)، تصادم کے دوران حرکت کی توانائی کی بقا (ذیل) تیسری مساوات دیگی۔

$$K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

## دو بُعد میں تصادم

جب دو اجسام کا تصادم ہو، اجسام کس رخ حرکت کرتے ہیں، اس کا تعین ان کے بیچ ضرب (چھٹکا) کرتی ہے۔ بالخصوص، جب تصادم آمنے سامنے سے نہ ہو، اجسام اپنے اپنے ابتدائی محور پر نہیں رہتے۔ ایسے دو بُعدی تصادم میں جو ہند، اور جہد نظام میں واقع ہو، کل خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی۔

$$(۳.۶) \quad \vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

اگر تصادم لچکی بھی ہو (جو ایک خصوصی صورت ہے)، تب کل حرکت کی توانائی کی بقا بھی ہوگی۔

$$(۳.۷) \quad K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

دو بُعدی تصادم کا تجزیہ کرنے کے لئے مساوات ۳.۶ کو  $xy$  محددی نظام کے اجزاء کی صورت میں لکھنا زیادہ مفید ثابت ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، شکل 21.9 میں ساکن ہدف کو گولا بغلی (آمنے سامنے سے نہیں) ٹکراتا ہے۔ ان کے بیچ ضرب، اجسام کو محور  $x$ ، جس پر گولا ابتدائی طور حرکت میں تھا، کے لحاظ سے  $\theta_1$  اور  $\theta_2$  زاویوں پر بھیجتی ہے۔ یہاں ہم مساوات ۳.۶ کو محور  $x$  کے ہمراہ ذیل

$$(۳.۸) \quad m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2$$

اور محور  $y$  کے ہمراہ ذیل لکھیں گے۔

$$(۳.۹) \quad 0 = -m_1 v_{1f} \sin \theta_1 + m_2 v_{2f} \sin \theta_2$$

ہم مساوات ۳.۷ کو (اس خصوصی صورت کے لئے) رفتار کے روپ میں لکھ سکتے ہیں۔

$$(۳.۱۰) \quad \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (\text{حرکت کی توانائی})$$

مساوات ۳.۸ تا مساوات ۳.۱۰ میں سات تغیر ہیں: دو کمیت،  $m_1$  اور  $m_2$ ؛ تین رفتار،  $v_{1i}$ ،  $v_{1f}$ ، اور  $v_{2f}$ ؛ اور دو زاویے،  $\theta_1$  اور  $\theta_2$ ۔ اگر ہم ان میں سے کوئی بھی چار متغیرات جانتے ہوں، باقی تین متغیرات ان تین مساوات کو حل کر کے معلوم کیے جاسکتے ہیں۔

نمونہ سوال ۳.۲: فرض کریں شکل 21.9 میں گولے کا ابتدائی معیار حرکت  $6 \text{ kg m s}^{-1}$ ، جبکہ اختتامی معیار حرکت کا  $x$  جزو  $4 \text{ kg m s}^{-1}$  اور اختتامی معیار حرکت کا  $y$  جزو  $-3 \text{ kg m s}^{-1}$  ہے۔ ہدف کے (۱) اختتامی معیار حرکت کا  $x$  جزو اور (ب) اختتامی معیار حرکت کا  $y$  جزو کیا ہوں گے؟ □

### ۳.۳ تغیر کیفیت کا نظام: ہوائی بان

#### مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

**ہوائی بان:** اکی پہلی مساوات استعمال کر کے ہوائی بان کی کمیت میں کمی کی شرح، ہوائی بان کے لحاظ سے خرچہ مادے کی اضافی رفتار، ہوائی بان کی کمیت، اور ہوائی بان کی اسراع کا رشتہ جان پائیں گے۔

ہوائی بان کی دوسری مساوات استعمال کر کے خرچہ مادے کی اضافی رفتار کے لحاظ سے ہوائی بان کی رفتار، اور ہوائی بان کی ابتدائی اور اختتامی کمیت کا رشتہ جان پائیں گے۔

ایک ایسا حرکت پذیر نظام جس کی کمیت دی گئی شرح سے تبدیل ہوتی ہو کے لئے اس شرح اور معیار حرکت میں تبدیلی کا رشتہ جان پائیں گے۔

#### کلیدی تصورات

بیسرونی قوتوں کی غیر موجودگی میں ہوائی بان درج ذیل لحاتی شرح سے اسراع پذیر ہوگا،

$$Rv_{\text{اضافی}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

جہاں  $M$  ہوائی بان کی لحاتی کمیت (بشمول غیر استعمال شدہ ایندھن)،  $R$  ایندھن کی شرح، اور اضافی  $v$  ہوائی بان کے لحاظ سے خرچہ کی اضافی رفتار ہے۔ جزو اضافی  $Rv$  ہوائی بان انجن کا دھکا ہے۔

مستقل  $R$  اور اضافی  $v$  کی صورت میں اگر ہوائی بان کی رفتار  $v_i$  سے تبدیل ہو کر  $v_f$  ہو جائے، اور کمیت  $M_i$  سے تبدیل ہو کر  $M_f$  ہو جائے تب درج ذیل ہوگا۔

$$v_f - v_i = v_{\text{اضافی}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$

## متغیر کیت کے نظام: ہوائی بان

اب تک ہم مندرجہ کرتے رہے ہیں کہ نظام کی کل کیت اٹل ہے۔ بعض اوقات، مثلاً ہوائی بان میں، ایسا نہیں ہو گا۔ اڑان سے قبل چوتراہ روانگی<sup>۳</sup> پر کھڑے ہوائی بان کی زیادہ تر کیت دراصل ایندھن ہوگی، جو آخر کار جیل کر ہوائی بان کے انجن کی ٹوٹی<sup>۴</sup> سے دھوئیں کی شکل میں خارج ہوگا۔ اسراع پذیر ہوائی بان کی متغیر کیت سے نیپٹے کی حنا ٹریوٹن کے دوسرے متاعدے کا اطلاق، صرف ہوائی بان کی بجائے، ہوائی بان اور خارجی مواد دونوں کو اکٹھا لیتے ہوئے کیا جاتا ہے۔ ہوائی بان کی اسراع کے دوران اس نظام کی کیت تبدیل نہیں ہوگی۔

## اسراع کی تلاش

مندرجہ کریں ہم جمودی حوالہ چھو کٹ کے لحاظ سے ساکن بیٹھے فضائے ماورا<sup>۵</sup> میں، جہاں کوئی تجاذبی یا ہوائی کی رگڑی قوت موجود نہیں، ہوائی بان کو اسراع کرتا دیکھ رہے ہیں۔ اس یک بعدی حرکت کے لئے ہم، اختیاری لمحہ  $t$  پر، ہوائی بان کی کیت  $M$  اور سمتی رفتار  $v$  مندرجہ کرتے ہیں (شکل 22a.9)۔

شکل 22b.9 وقت دورانیہ  $dt$  کے بعد صورت حال پیش کرتی ہے۔ ہوائی بان کی سمتی رفتار  $v + dv$  اور کیت  $M + dM$  ہیں، جہاں کیت میں تبدیلی  $dM$  منفی مقدار ہے۔ وقفہ  $dt$  کے دوران ہوائی بان سے خارج مواد کی کیت  $-dM$  اور جمودی حوالہ چھو کٹ کے لحاظ سے مواد کی سمتی رفتار  $U$  ہے۔

## معیار حرکت کی بقا ہوگی

ہمارا نظام ہوائی بان اور وقفہ  $dt$  میں خارج مواد پر مشتمل ہے۔ نظام ہند اور جدا ہے لہذا وقفہ  $dt$  کے دوران نظام کی خطی معیار حرکت کی بقا لازمی ہے۔ یوں ذیل ہوگا

$$P_i = P_f \quad (۳.۱۱)$$

جہاں زیر نوشتہ  $i$  اور  $f$  بالترتیب وقفہ  $dt$  کے آغاز میں اور اس کے اختتام پر قیمتیں ظاہر کرتی ہیں۔ مساوات ۳.۱۱ درج ذیل لکھی جاسکتی ہے

$$Mv = -dMU + (M + dM)(v + dv) \quad (۳.۱۲)$$

جہاں دائیں ہاتھ پہلا جزو وقفہ  $dt$  کے دوران خارج کردہ مواد کا خطی معیار حرکت اور دوسرا جزو وقفہ  $dt$  کے اختتام پر ہوائی بان کا خطی معیار حرکت ہے۔

## اضافی رفتار کا استعمال

مساوات ۱۲ کی سادہ صورت ہوائی بان اور حنرج مواد کے بیچ اضافی رفتار  $v$  اضافی استعمال کر کے حاصل کی جا سکتی ہے۔ اضافی رفتار اور چھوٹے کے لحاظ سے سمتی رفتاروں کے بیچ درج ذیل تعلق پایا جاتا ہے۔

$$\left( \text{حنرج مواد کی سمتی رفتار} \right) = \left( \text{ہوائی بان کی سمتی رفتار} \right) + \left( \text{چھوٹے کے لحاظ سے} \right)$$

اس کو علامتی روپ میں لکھتے ہیں۔

$$(v + dv) = v_{\text{اضافی}} + U$$

(۳.۱۳)

$$U = v + dv - v_{\text{اضافی}}$$

یعنی

اس نتیجہ کو مساوات ۱۲ میں  $U$  کی جگہ ڈال کر کچھ الجبرا کے بعد ذیل حاصل ہوگا۔

(۳.۱۴)

$$-dM v_{\text{اضافی}} = M dv$$

دونوں اطراف  $dt$  سے تقسیم کرتے ہیں۔

(۳.۱۵)

$$-\frac{dM}{dt} v_{\text{اضافی}} = M \frac{dv}{dt}$$

ہم  $dM/dt$  (جو ہوائی بان کی کیمیت میں کمی کی شرح ہے) کو  $R$  لکھتے ہیں، جہاں  $R$  ایندھن جلنے کی (مثبت) شرح ہے، اور  $dv/dt$  ہوائی بان کی اسراع ہے۔ ان تبدیلیوں کے ساتھ مساوات ۱۵ ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

(۳.۱۶)

$$Rv_{\text{اضافی}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

ہر لمحے پر مقداریر کی قیمتیں مساوات ۱۶ مطمئن کرتی ہیں۔

مساوات ۱۶ کا بائیں ہاتھ قوت کا بُعد ( $\text{kg} \cdot \text{ms}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{ms}^{-1} = \text{N}$ ) رکھتا ہے اور صرف ہوائی بان کی بناوٹ پر منحصر ہے؛ یعنی، شرح  $R$  پر، جس سے ایندھن (کیمیت) صرف کیا جاتا ہے، اور رفتار  $v$  اضافی پر،

جس سے یہ کیمیت ہوائی بان سے حنارج کی جاتی ہے۔ ہم اس جزو اضافی  $Rv$  کو ہوائی بان کی قوت  $T$  دھکیل دیتے ہیں اور  $T$  سے ظاہر کرتے ہیں۔ مساوات ۱۶ کو  $T = Ma$  لکھ کر نیوٹن کا دوسرا قانون حاصل ہوتا ہے، جہاں اس لمحے پر جب ہوائی بان کی کیمیت  $M$  ہے اس کی اسراع  $a$  ہے۔

## سمتی رفتار کی تلاش

ہم جاننا چاہتے ہیں کہ جیسے ہوائی بان ایندھن صرف کرتا ہے اس کی سمتی رفتار کیسے تبدیل ہوگی۔ مساوات ۱۳ ذیل کہتی ہے۔

$$dv = -v_{\text{اضافی}} \frac{dM}{M}$$

اس کے مکمل

$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_{\text{اضافی}} \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

میں  $M_i$  ہوائی بان کی ابتدائی کیت اور  $M_f$  اختتامی کیت ہے۔ مکمل لینے سے ذیل حاصل ہوگا

$$(۳.۱۷) \quad v_f - v_i = v_{\text{اضافی}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$

جو ہوائی بان کی کیت  $M_i$  سے گھٹ کر  $M_f$  ہونے کی صورت میں ہوائی بان کی رفتار میں اضافہ دیتی ہے۔ (مساوات ۳.۱۷ میں علامت  $\ln$  قدرتی لوگارتم ظاہر کرتی ہے۔) ہم یہاں **کثیر المراحل**<sup>۸</sup> ہوائی بان کی افادیت جان سکتے ہیں جو ایندھن ختم ہونے پر حالی ٹینک سے چھکارا حاصل کر کے  $M_f$  گھٹاتا ہے۔ مثالی ہوائی بان مطلوبہ مقام پر صرف ضروری سا زو سامان کے ساتھ پہنچے گا۔

نمونہ سوال ۳.۳: **ہوائی بان کا انجن، قوت، دھکیل، اسراع** اس باب کی تمام گزشتہ مثالوں میں نظام کی کیت اٹل تھی۔ یہاں ہم ایسے نظام (ہوائی بان) کی بات کرتے ہیں جس کی کیت بتدریج کم ہوتی ہے۔ ایک ہوائی بان جس کی ابتدائی کیت  $M_i = 850 \text{ kg}$  ہے  $R = 2.3 \text{ kg s}^{-1}$  شرح سے ایندھن صرف کرتا ہے۔ ہوائی بان کے لحاظ سے خسران مواد کی رفتار  $v_{\text{اضافی}} = 2800 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (۱) ہوائی بان کا انجن کتنی قوت دھکیل پیدا کرتا ہے؟

کلیدی تصور

مساوات ۳.۱۶ کے تحت ایندھن صرف کرنے کی شرح  $R$  کو خسران مواد کی اضافی رفتار  $v_{\text{اضافی}}$  سے ضرب دینے سے قوت دھکیل  $T$  حاصل ہوگی۔  
حساب: یوں درج ذیل ہوگا۔

$$T = Rv_{\text{اضافی}} = (2.3 \text{ kg s}^{-1})(2800 \text{ m s}^{-1}) \\ = 6440 \text{ N} \approx 6400 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

(ب) ہوائی بان کی ابتدائی اسراع کیا ہوگی؟

کلیدی تصور

ہم ہوائی بان کی قوت دھکیل  $T$  اور اس کی اسراع کی قدر  $a$  کا رشتہ  $T = Ma$  جانتے ہیں، جہاں  $M$  ہوائی بان کی کیت ہے۔ لیکن، جیسے جیسے ایندھن صرف ہوتا ہے  $M$  گھٹتی اور  $a$  بڑھتا ہے۔ ہمیں ابتدائی اسراع درکار ہے لہذا ہم ہوائی بان کی ابتدائی کیت  $M_i$  لیں گے۔



حساب: ان معلومات سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$a = \frac{T}{M} = \frac{6440 \text{ N}}{850 \text{ kg}} = 7.6 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

سطح زمین سے سیدھا اوپر اڑان کے لئے ضروری ہے کہ ابتدائی اسراع  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$  سے زیادہ ہو۔ یعنی، ابتدائی اسراع کو سطح زمین پر تحب ذیلی اسراع سے زیادہ ہونا ہوگا۔ دوسرے لفظوں میں، ہوائی بان پر ابتدائی تحب ذیلی قوت، جس کی قدر  $M_i g$  ہے

$$(850 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) = 8330 \text{ N}$$

سے قوت دھکیل  $T$  کا زیادہ ہونا لازمی ہے، ورنہ ہوائی بان زمین سے اٹھنے کے مقابل نہیں ہوگا۔ چونکہ اس ہوائی بان کی قوت دھکیل (جو یہاں  $T = 6440 \text{ N}$  ہے) درکار قدر سے کم ہے لہذا یہ ہوائی بان اڑ نہیں پائے گا؛ یہاں زیادہ طاقتور ہوائی بان کی ضرورت ہے۔

□

## نظر ثانی اور خلاصہ

### مرکز رکیت

ایک نظام جو  $n$  ذرات پر مشتمل ہو کے مرکز رکیت کی تعریف وہ نقطہ ہے جس کے محدود درج ذیل ہوں۔

$$x_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$

$$y_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i$$

$$z_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i \quad (9.5)$$

اس کو مختصر اُذیل لکھا جاسکتا ہے، جہاں  $M$  نظام کی کل کیت  $\sum_{i=1}^n m_i$  ہے۔

$$\vec{r}_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \quad (9.8)$$

نیوٹن کا دوسرا قانون برائے ذرات کا نظام

ایک نظام، جو ذرات پر مشتمل ہو، کے مرکز رکیت کی حرکت نیوٹن کے دوسرے قانون برائے ذرات پر مشتمل نظام کے تحت ہوگی، جو ذیل کہتا ہے۔

$$\vec{F}_{\text{مرکز رکیت}} = M \vec{a} \quad (9.14)$$

باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

یہاں نظام پر لاگو تمام بیرونی قوتیں مل کر صافی قوت  $\vec{F}$  بنتی ہیں۔ نظام کی کل کیت  $M$ ، اور نظام کے مرکز کیت کی اسراع مرکز کیت  $\vec{a}$  ہے۔

خطی معیار حرکت اور نیوٹن کا دوسرا قانون

تہا ذرے کے لئے، مقدار  $\vec{p}$  متعارف کر کے، جو اس ذرے کا خطی معیار حرکت کہلاتا ہے اور جس کی تعریف ذیل ہے،

$$(۹.۲۲) \quad \vec{p} = m\vec{v}$$

ہم نیوٹن کا دوسرا قانون اس معیار حرکت کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

$$(۹.۲۳) \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

ذرات پر مشتمل نظام کے لئے مذکورہ بالا دو تعلق ذیل لکھا جائیں گے۔

$$(۹.۲۴, ۹.۲۵) \quad \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{اور} \quad \vec{P} = M\vec{v} \quad \text{مرکز کیت}$$

تصادم اور ضرب

تصادم میں ملوث ذرہ نما جسم پر معیار حرکت کے روپ میں نیوٹن کے دوسرے قانون کا اطلاق ضربے و خطی معیار حرکت کا مسئلہ دیگا:

$$(۹.۳۲, ۹.۳۱) \quad \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p} = \vec{J}$$

جہاں جسم کے خطی معیار حرکت میں تبدیلی  $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$  ہے، اور ضربے  $\vec{J}$  وہ قوت  $\vec{F}(t)$  ہے جو تصادم کے دوران دوسرا جسم اس (پہلے جسم) پر لاگو کرتا ہے۔

$$(۹.۳۰) \quad \vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt$$

اگر تصادم کا دورانیہ  $\Delta t$  اور اس دوران  $\vec{F}(t)$  کی اوسط قیمت  $F_{\text{اوسط}}$  ہو تب یک بُعدی حرکت کے لئے ذیل ہوگا۔

$$(۹.۳۵) \quad J = F_{\text{اوسط}} \Delta t$$

ساکن جسم پر کیت  $m$  کے ذرے، جن کی رفتار  $v$  ہے، برس کر ذیل اوسط قوت پیدا کرتے ہیں

$$(۹.۳۷) \quad F_{\text{اوسط}} = -\frac{n}{\Delta t} \Delta p = -\frac{n}{\Delta t} m \Delta v$$

جہاں ساکن جسم سے ذروں کے تصادم کی شرح  $n/\Delta t$ ، اور ہر ایک ذرے کی رفتار میں تبدیلی  $\Delta v$  ہے (جسم ساکن رہتا ہے)۔ یہ اوسط قوت ذیل بھی لکھی جاسکتی ہے

$$F_{\text{اوسط}} = - \frac{\Delta M}{\Delta t} \Delta v \quad (۹.۴۰)$$

جہاں  $\Delta M/\Delta t$  وہ شرح ہے جس سے کمیت ساکن جسم سے ٹکراتی ہے۔ درج بالا دو مساوات میں اگر ذرے تصادم کے بعد رک جاتے ہوں تب  $\Delta v = -v$  ہوگا، اور اگر ذرے جسم پر ٹپکی کھا کر رفتار میں تبدیلی کے بغیر واپس لوٹیں تب  $\Delta v = -2v$  ہوگا۔

### خطی معیار حرکت کی بقا

جب نظام پر بیرونی قوت عمل نہیں کرتی، لہذا اس نظام کا خطی معیار حرکت تبدیل نہیں ہوگا۔

$$\vec{P} = \text{مستقل} \quad (\text{بند، جدا نظام}) \quad (۹.۴۲)$$

اس کو ذیل بھی لکھ سکتے ہیں جہاں زیر نوشت کسی ابتدائی لمحہ اور اختتامی لمحہ کو ظاہر کرتی ہیں۔

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad (\text{بند، جدا نظام}) \quad (۹.۴۳)$$

مذکورہ بالا دونوں مساوات خطی معیار حرکت کے بقا کو بیان کرتی ہیں۔

### ایک بُعد میں غیر لچکی تصادم

دو اجسام کی غیر لچکی تصادم میں دو جسمی نظام کی حرکت توانائی کی بقا نہیں ہوگی (حرکت توانائی مستقل نہیں ہوگی)۔ اگر نظام بند اور جدا ہو، نظام کے کل خطی معیار حرکت کی بقا لازماً ہوگی (یہ مستقل ہوگا)، جس کو سمتیہ روپ میں ذیل لکھا جاسکتا ہے، جہاں زیر نوشت  $i$  اور  $j$  بالترتیب تصادم سے عین قبل اور اس کے عین بعد لمحات ظاہر کرتی ہیں۔

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad (۹.۵۰)$$

ذروں کی حرکت ایک محور پر ہونے کی صورت میں تصادم ایک بُعدی ہوگا اور ہم مذکورہ بالا مساوات کو محور کے ہمراہ سمتی رفتار اجزاء کی صورت میں ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (۹.۵۱)$$

اگر دو جسم آپس میں چپک جائیں، تصادم مکمل غیر لچکی ہوگا اور دونوں اجسام کی اختتامی سمتی رفتار  $V$  ہوگی (کیونکہ یہ آپس میں جڑے ہیں)۔

### مرکز کیت کی حرکت

دو متصادم اجسام کے بند، جدا نظام کے مرکز کیت پر تصادم اثر انداز نہیں ہوگا۔ بالخصوص، مرکز کیت کی سمتی رفتار مرکز کیت  $\vec{v}$  کو تصادم تبدیل نہیں کرتا۔

### ایک بُعد میں لچکی تصادم

لچکی تصادم ایک خاص قسم کا تصادم ہے جس میں متصادم اجسام کے نظام کی حرکت توانائی برقرار رہتی ہے۔ اگر نظام بند اور جدا بھی ہو، اس کا خطی معیار حرکت بھی برقرار رہے گا۔ یک بُعدی تصادم کے لئے، جس میں جسم 2 ہدف اور جسم 1 گولا ہے، حرکتی توانائی اور خطی معیار حرکت کی بقا، تصادم کے عین بعد سمتی رفتاروں کے لئے درج ذیل مساوات دیتی ہیں۔

$$(9.67) \quad v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$(9.68) \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

### دو البعاد میں تصادم

اگر دو جسم یوں ٹکرائیں کہ ان کی حرکت ایک ہی محور پر نہ ہو (ٹکرائنے سے نہیں)، تصادم دو بُعدی ہوگا۔ اگر دو جسمی نظام بند اور جدا ہو، معیار حرکت کی بقا کے قانون کا اطلاق تصادم پر ہوگا جو ذیل لکھا جائے گا۔

$$(9.69) \quad \vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

اجزاء کے روپ میں یہ قانون دو مساوات دے گا جو تصادم کو بیان کریں گی (دو البعاد میں ہر بُعد کے لئے ایک مساوات)۔ اگر تصادم لچکی بھی ہو (خصوصی صورت)، تصادم کے دوران حرکتی توانائی کی بقا تیسری مساوات دیگی۔

$$(9.70) \quad K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

### متغیر کیتی نظام

سیرونی قوتوں کی عدم موجودگی میں ہوائی بان ذیل لمحاتی شرح سے اسراع پذیر ہوگا

$$(9.71) \quad Rv_{\text{ہوائی بان}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

جہاں  $M$  ہوائی بان کی لمحاتی کیت (جس میں غنیر استعمال شدہ ایندھن شامل ہے)،  $R$  ایندھن کے اصراف کی شرح، اور  $v_{\text{ہوائی بان}}$  کے لحاظ سے شرح کی اضافی رفتار ہے۔ جب  $Rv_{\text{ہوائی بان}}$  کی انجن کی قوت سے

دھکیلا ہے۔ جب ایک ہوائی بان کی، جس کی  $R$  اور  $v_{\text{ہوائی بان}}$  اٹل ہو، کیت  $M_i$  سے  $M_f$  ہونے پر اس کی رفتار  $v_i$  سے  $v_f$  ہو، درج ذیل ہوگا۔

$$(9.72) \quad v_f - v_i = v_{\text{ہوائی بان}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$

## سوالات

سوال ۳.۱: تین ذرات جن پر بیرونی قوتیں عمل کرتی ہیں کافضائی جانزہ شکل 9-23 میں پیش ہے۔ دو ذروں پر قوتوں کی مقداریں اور سمتیں دی گئی ہیں۔ تین ذروی نظام کا مرکز کمیت (ا) ساکن، (ب) دائیں رخ مستقل سمتی رفتار سے، اور (ج) اوپر وار اسراع پذیر ہونے کی صورت میں تیسری قوت کی مقدار اور سمت تلاش کریں۔

سوال ۳.۲: بلار گڑ مستوی پر مستقل سمتی رفتاروں سے حرکت کرتے ہوئے ایک برابر کمیت کے چار ذروں کافضائی جانزہ شکل 9-24 میں پیش ہے۔ سمتی رفتاروں کے رخ دیے گئے ہیں؛ ان کی مقداریں برابر ہیں۔ ذروں کی جوڑیاں بنائیں۔ کون سی جوڑی ایسا نظام دیتی ہے جس کا مرکز کمیت (ساکن ہے، (ب) ساکن ہے اور مبدا پر ہے، اور (ج) مبدا سے گزرتا ہے؟

سوال ۳.۳: فرض کریں ایک ڈب، جو  $x$  محور پر مستقل مثبت سمتی رفتار سے حرکت میں ہو، دھماکے سے دو ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ ایک ٹکڑا، جس کی کمیت  $m_1$  ہے، مثبت سمتی رفتار  $\vec{v}_1$  سے حرکت کرتا ہے۔ دوسرا ٹکڑا جس کی کمیت  $m_2$  ہے (ا) مثبت سمتی رفتار  $\vec{v}_2$  (شکل 9-25a)، (ب) منفی سمتی رفتار  $\vec{v}_2$  (شکل 9-25b)، یا (ج) صفر سمتی رفتار (شکل 9-25c) رکھ سکتا ہے۔ ان ممکن نتائج کی درجہ بندی مطابقتی  $\vec{v}_1$  کی مقدار کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۳.۴: تصادم میں ملوث جسم کے لئے قوت کی مقدار بالمقابل وقت کی تریسات شکل 9-26 میں پیش ہیں۔ تریسات کی درجہ بندی جسم پر قوت دھکیل کی مقدار کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۳.۵: بلار گڑ مستوی پر حرکت کرتے تین ڈبوں پر عمل پیرا قوت کافضائی نظامہ شکل 9-27 میں پیش ہے۔ ہر ایک ڈب کے لئے، کیا محور  $x$  اور محور  $y$  کے ہمراہ خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی؟

سوال ۳.۶: تین یا چار یکساں ذروں کا گروہ، جو محور  $x$  یا محور  $y$  کے متوازی ایک رفتار سے حرکت کرتے ہوں، شکل 9-28 میں دکھایا گیا ہے۔ مرکز کمیت کی رفتار کے لحاظ سے ان کی درجہ بندی، اعظم اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۳.۷: ایک سل بلار گڑ مندرش پر حرکت کر کے اس جتنی کمیت کی دوسری سل سے ٹکراتی ہے۔ شکل 9-29 میں سلوں کی حرکت توانائی  $K$  کی چار ممکنہ تریسات پیش ہیں۔ (ا) ان میں سے کون سی طبیعی وجوہات کی بنا پر ممکن نہیں؟ باقی میں سے کونسی (ب) لچکی تصادم اور (ج) غیر لچکی تصادم بہتر ظاہر کرتی ہے؟

سوال ۳.۸: بلار گڑ مندرش پر محور  $x$  کے ہمراہ سل 1 ساکن سل 2 کی طرف بڑھتا ہے۔ عین لچکی تصادم سے قبل لمحہ پر ان کی تصویر کشی شکل 9-30 میں کی گئی ہے۔ اس لمحہ پر دو سل نظام کے مرکز کمیت کے تین ممکنہ مقام بھی پیش ہیں۔ (نقطہ  $B$  سلوں کے مراکز کے درمیان نصف فاصلے پر ہے۔) اگر تصادم کے بعد نظام کا مرکز کمیت (ا)  $A$  پر، (ب)  $B$  پر، اور (ج)  $C$  پر ہو، کیا سل 1 ساکن ہوگا؟ آگے کی طرف گامزن ہوگا؟ پیچھے کی طرف گامزن ہوگا؟

سوال ۳.۹: دو اجسام محور  $x$  کے ہمراہ ایک بعدی لچکی تصادم کا شکار ہوتے ہیں۔ شکل 9-31 میں اجسام اور مرکز کمیت کے مقام بالمقابل وقت تریسات پیش ہیں۔ (ا) کیا دونوں جسم ابتدائی طور پر حرکت میں تھے، یا ان میں سے ایک ساکن تھا؟ کونسا لکیری قطع (ب) تصادم سے قبل اور (ج) تصادم کے بعد مرکز کمیت دیتا ہے؟ (د) کیا تصادم سے قبل زیادہ تیز حرکت کرتے جسم کی کمیت دوسرے جسم کی کمیت سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اس

کے برابر ہے؟

سوال ۳.۱۰: افقی مندرش پر سل ابتدائی طور ساکن، محور  $x$  کے ہمراہ مثبت رخ، یا محور کے منفی رخ حرکت میں ہے۔ سل دھماکے سے دو ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے جو اسی محور پر حرکت کرتے ہیں۔ مندرش کریں سل اور اس کے دو ٹکڑے ایک بند اور جدا نظام دیتے ہیں۔ سل اور ٹکڑوں کے معیار حرکت بالمتقابل وقت  $t$  کی چھ ترسیات شکل 32.9 میں پیش ہیں۔ کونسی ترسیات طبعی ناممکن ہیں؟ وجوہات پیش کریں۔

سوال ۳.۱۱: محور  $x$  پر کیت  $m_1$  کا سل بلار گزر مندرش پر چلتا ہو ا کیت  $m_2$  کے ساکن سل سے لچکی تصادم ہوتا ہے۔ شکل 33.9 میں سل 1 کا مقام  $x$  بالمتقابل وقت  $t$  ٹھوس لکیر سے پیش کیا گیا ہے، جس پر نقطہ تصادم  $x_c$  اور وقت تصادم  $t_c$  کی نشاندہی کی گئی ہے۔ اگر (ا)  $m_1 < m_2$  اور (ب)  $m_1 > m_2$  ہو، تصادم کے بعد سل 1 نقطہ دار راہ  $A, B, C, D$  میں کس پر گامزن ہوگا؟ (ج) اگر  $m_1 = m_2$  ہو یہ راہ 1، 2، 3، 4، اور 4 میں کس پر گامزن ہوگا؟

سوال ۳.۱۲: دو جسم اور ان کے مرکز کیت کی مقام بالمتقابل وقت کی چار ترسیات پیش ہیں۔ یہ جسم بند اور جدا نظام دیتے ہیں اور محور  $x$  پر چلتے ہوئے ایک بعدی مکمل غیر لچکی تصادم کا شکار ہوتے ہیں۔ کیا ترسیم 1 میں (ا) دو جسم اور (ب) مرکز کیت محور  $x$  پر مثبت رخ یا منفی رخ حرکت کرتے ہیں؟ (ج) کونسی ترسیم طبعی ناممکن ہے؟ وجوہات پیش کریں۔

### مرکز کیت

سوال ۳.۱۳: کیت 2.00 kg ذرے کا  $xy$  محدود  $(-1.20 \text{ m}, 0.500 \text{ m})$ ، اور کیت 4.00 kg ذرے کا  $xy$  محدود  $(0.600 \text{ m}, -0.750 \text{ m})$  ہے۔ دونوں افقی مستوی پر پائے جاتے ہیں۔ کیت 3.00 kg کا تیسرا ذرہ کس (ا)  $x$  اور (ب)  $y$  پر رکھ کر تین ذروی نظام کا مرکز کیت  $(-0.500 \text{ m}, -0.700 \text{ m})$  پر ہوگا؟

سوال ۳.۱۴: تین ذروی نظام جس میں  $m_1 = 3.0 \text{ kg}$ ،  $m_2 = 4.0 \text{ kg}$ ، اور  $m_3 = 8.0 \text{ kg}$  ہے شکل 35.9 میں پیش ہے۔ محور کے پیم  $x_s = 2.0 \text{ m}$  اور  $y_s = 2.0 \text{ m}$  کے لحاظ سے رکھے گئے ہیں۔ نظام کے مرکز کیت (ا)  $x$  محدود اور (ب)  $y$  محدود کیا ہوگا؟ (ج) کیا  $m_3$  بتدریج بڑھانے سے مرکز کیت اس ذرے کی جانب منتقل ہوگا، اس سے دور منتقل ہوگا، یا ساکن رہے گا؟

سوال ۳.۱۵: ایک سل جس کے اضلاع  $d_1 = 11.0 \text{ cm}$ ،  $d_2 = 2.80 \text{ cm}$ ، اور  $d_3 = 13.0 \text{ cm}$  ہیں شکل 36.9 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا نصف حصہ المونیم (کثافت  $2.70 \text{ g cm}^{-3}$ ) اور آدھا لوہے (کثافت  $7.85 \text{ g cm}^{-3}$ ) کا ہے۔ سل کے مرکز کیت (ا)  $x$  محدود، (ب)  $y$  محدود، اور (ج)  $z$  محدود کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۶: تین یکساں پیکر ڈنڈیاں جن میں ہر ایک کی لمبائی  $L = 22 \text{ cm}$  ہے سل کر الٹ نون غنڈہ بناتی ہیں (شکل 37.9)۔ انتصابی ڈنڈی کی کیت 14 g اور افقی ڈنڈی کی کیت 42 g ہے۔ نظام کے مرکز کیت (ا)  $x$  محدود اور (ب)  $y$  محدود کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۷: یکساں موٹائی کا چادر شکل 38.9 میں پیش ہے۔ اگر  $L = 5.0 \text{ cm}$  ہو چادر کے مرکز کیت (ا)  $x$  محدود اور (ب)  $y$  محدود کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۸: متابل نظر انداز موٹائی کی یکساں دھاتی چادر سے بنایا گیا مکعب شکل 39.9 میں پیش ہے۔ مکعب اوپر سے کھلا ہے اور اس کا کنارہ  $L = 40 \text{ cm}$  لمبا ہے۔ مکعب کے مرکز کیمت کا (i) محدود، (ب)  $y$  محدود، اور (ج)  $z$  محدود تلاش کریں۔

سوال ۳.۱۹: ایونیا سال ( $\text{NH}_3$ )، جس میں ہائیڈروجن جوہر (H) متاوی الاضلاع مثلث بناتے ہیں، شکل 40.9 میں پیش ہے۔ مثلث کا مرکز ہر H جوہر سے  $d = 9.40 \times 10^{-11} \text{ m}$  فاصلے پر ہے۔ نائیٹروجن جوہر N اس ہر م کی چوٹی پر واقع ہے جس کا تل تین H جوہر بناتے ہیں۔ نائیٹروجن اور ہائیڈروجن کی جوہری کیمت نسبت 13.9، اور نائیٹروجن تاہائیڈروجن فاصلہ  $L = 10.14 \times 10^{-11} \text{ m}$  ہے۔ سال کے مرکز کیمت کا (i) محدود اور (ب)  $y$  محدود کیا ہوگا؟

سوال ۳.۲۰: یکساں پیکر کی بوتل جس کی کیمت 0.140 kg اور لمبائی 12.0 cm ہے، میں 0.354 kg مشروب بھری ہے (شکل 41.9)۔ بوتل کے سر اور تل میں، مشروب خارج کرنے کی عنصر سے، باریک سوراخ (جو بوتل کی کیمت پر اثر انداز نہیں ہوتے) کیے جاتے ہیں۔ (i) مکمل بھری بوتل (مجم مشروب) کے مرکز کیمت کی اور (ب) مکمل خالی بوتل کے مرکز کیمت کی بلندی  $h$  کیا ہوگی؟ (ج) جیسے جیسے مشروب خارج ہوتا ہے،  $h$  کو کیا ہوگا؟ (د) مرکز کیمت کے لمحاتی بلندی کو  $x$  کہہ کر اس کی کمتر قیمت تلاش کریں۔

### نیوٹن کا دوسرا تعادہ برائے ذرات کا نظام

سوال ۳.۲۱: ایک پتھر  $t = 0$  پر گرنے دیا جاتا ہے۔ دوسرا پتھر جس کی کیمت دگنی ہے، اسی بلندی سے،  $t = 100 \text{ ms}$  پر گرنے دیا جاتا ہے۔ (i) نقطہ رہائی سے،  $t = 300 \text{ ms}$  پر، دو پتھر نظام کا مرکز کیمت کتنا نیچے ہوگا؟ (دونوں پتھر اس لمحے تک ہوا میں ہیں)۔ (ب) اس لمحے پر دو پتھر نظام کا مرکز کیمت کس رفتار سے حرکت کرتا ہے؟

سوال ۳.۲۲: چوراہا بتی پر 1000 kg کیمت کی گاڑی کھڑی ہے۔ جیسے ہی بتی سبز ہوتی ہے گاڑی  $4.0 \text{ ms}^{-2}$  مستقل اسراع سے حرکت میں آتی ہے۔ عین اسی لمحے ایک ٹرک جس کی کیمت 2000 kg اور جو  $8.0 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے چل رہا ہے گاڑی سے آگے نکلتا ہے۔ (i) گاڑی وٹرک نظام کا مرکز کیمت  $t = 3.0 \text{ s}$  بعد بتی سے کتنا دور اور (ب) اس کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۲۳: زیٹون کا ایک بڑا پھل ( $m = 0.50 \text{ kg}$ )  $xy$  محدودی نظام کے مرکز پر، اور جو برازیل  $M = 1.5 \text{ kg}$  نقطہ  $(1.0 \text{ m}, 2.0 \text{ m})$  پر پڑا ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر قوت  $\vec{F}_z = (2.0\hat{i} + 3.0\hat{j}) \text{ N}$  زیٹون کے پھل پر اور  $\vec{F}_j = (-3.0\hat{i} - 2.0\hat{j}) \text{ N}$  جو برازیل پر عمل کرنا شروع کرتی ہیں۔ لمحہ  $t = 0$  کے لحاظ سے  $t = 4.0 \text{ s}$  پر زیٹون و جو نظام کے مرکز کیمت کا ہٹاوا کائی سستی ترقیم میں کیا ہوگا؟

سوال ۳.۲۴: دو پھسلن باز، جن میں سے ایک کی کیمت 65 kg اور دوسرے کی 40 kg ہے، 10 m لمبا ڈنڈا، جس کی کیمت متابل نظر انداز ہے، ہٹامے رنڈ پر کھڑے ہیں۔ ڈنڈے کے سروں سے آغاز کرتے ہوئے پھسلن باز ڈنڈا کھینچ کر، ڈنڈے کے ہمراہ حرکت کرتے ہوئے قریب آکر، ملتے ہیں۔ کم کمیتی شخص کتنا فاصلہ طے کرتا ہے؟

سوال ۳.۲۵: ایک گولا  $20 \text{ ms}^{-1}$  کی ابتدائی سستی رفتار  $\vec{v}_0$  کے ساتھ افق سے  $\theta_0 = 60^\circ$  زاویہ اوپر پھینکا جاتا ہے۔ خط حرکت کے بلند تر نقطہ پر گولا دھماکے سے دو برابر ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے (شکل 9-42)۔ ایک ٹکڑا جس

### باب ۳: مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

کارفتر درهما کے عین بعد صفر ہے سیدھا نیچے گرتا ہے۔ دوسرا ٹکڑا توپ سے کتنے فاصلے پر گرتا ہے؟ (ہوائی رگڑ نظر انداز کریں اور زمین ہموار تصور کریں۔)

سوال ۳.۲۶: وقت  $t = 0$  پر دو ذرے محدودی نظام کے مبداء سے پھینکے جاتے ہیں (شکل 9-43)۔ ذرہ 1 جس کی کیت  $m_1 = 5.00 \text{ g}$  ہے بلارگڑ افقی زمین پر محور  $x$  کے ہمراہ  $10.0 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے روانا کیا جاتا ہے۔ ذرہ 2 جس کی کیت  $m_2 = 3.00 \text{ g}$  ہے  $20 \text{ ms}^{-1}$  سے اوپری زاویے پر یوں پھینکا جاتا ہے کہ یہ ہر لمحہ ذرہ 1 کے ٹھیک اوپر رہتا ہے۔ (ا) دو ذرے نظام کا مرکز کیت کتنی زیادہ سے زیادہ بلندی  $H$  کو پہنچتا ہے؟ اکائی سستی ترقیم میں مرکز کیت کی (ب) سستی رفتار اور (ج) اسراع اس لمحے کیا ہوگی جب مرکز کیت بلند  $H$  پر ہو؟

سوال ۳.۲۷: ایک ریڑھی جو ہوائی ڈگر پر چلتی ہے سی کے ذریعہ اینٹ سے منسلک ہے جو ٹکڑے (شکل 44.9)۔ ریڑھی کی کیت  $m_1 = 0.600 \text{ kg}$  اور اس کا مرکز کیت ابتدائی طور پر  $(-0.500 \text{ m}, 0 \text{ m})$  محدود ہے۔ اینٹ کی کیت  $m_2 = 0.400 \text{ kg}$  اور اس کا مرکز کیت ابتدائی طور پر  $(0 \text{ m}, -0.100 \text{ m})$  محدود ہے۔ سی اور چرخ کی کیت متبادل نظر انداز ہے۔ ریڑھی ساکن حالت سے رہا کی جاتی ہے۔ ریڑھی اور اینٹ حرکت کرتی ہیں حتیٰ کہ ریڑھی چرخ سے ٹکراتی ہے۔ ریڑھی اور ہوائی ڈگر کے چرخ رگڑ، اور چرخ اور دھڑے کے چرخ رگڑ متبادل نظر انداز ہے۔ (ا) ریڑھی و اینٹ نظام کے مرکز کیت کی اسراع اکائی سستی ترقیم میں کیا ہوگی؟ (ب) مرکز کیت کی سستی رفتار بطور وقت  $t$  کا تغافل کیا ہوگی؟ (ج) مرکز کیت کی راہ ترمیم کریں۔ (د) اگر راہ قوسی ہو، کیا یہ دائیں اوپر جانب یا بائیں نیچے جانب ابھرتی ہے، اور اگر راہ سیدھی ہو،  $x$  محور اور راہ کے چرخ زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۳.۲۸: زیاب جس کی کیت  $80 \text{ kg}$  ہے اور اسد جو ہکا ہے  $30 \text{ kg}$  ساکن کشتی میں بیٹھ (ناران میں) کر سیف السلوک جھیل کا نظارہ کر رہے ہیں۔ ان کی نشیں  $3.0 \text{ m}$  فاصلے پر، اور کشتی کے مرکز کیت کے لحاظ سے میٹاکلی واقع ہیں۔ دونوں آپس میں نشیں تبدیل کرتے ہیں۔ اگر کشتی کا مرکز کیت گھاٹ کے لحاظ سے  $40 \text{ cm}$  افقی حرکت کرے، اسد کی کیت کیا ہوگی؟

سوال ۳.۲۹: کنارے  $D = 6.1 \text{ m}$  فاصلے پر  $4.5 \text{ kg}$  کتا  $18 \text{ kg}$  کشتی میں کھڑا ہے (شکل 45.9-الف)۔ یہ کنارے کی طرف  $2.4 \text{ m}$  چل کر کرتا ہے۔ کتا اب کنارے سے کتنا دور ہوگا؟ کشتی اور پانی کے چرخ رگڑ نظر انداز کریں۔ (اشارہ: شکل-ب دیکھیں۔)

### خطی معیار حرکت

سوال ۳.۳۰: ایک گیند جس کی کیت  $0.70 \text{ kg}$  ہے  $5.0 \text{ ms}^{-1}$  افقی حرکت کر کے انتہائی دیوار سے ٹکرا کر  $2.0 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے واپس پلٹتا ہے۔ گیند کے خطی معیار حرکت میں تبدیلی کیا ہوگی؟

سوال ۳.۳۱: ایک ٹرک، جس کی کیت  $2100 \text{ kg}$  ہے، شمال کی طرف  $41 \text{ km h}^{-1}$  چلتے ہوئے مشرق کو مڑ کر  $51 \text{ km h}^{-1}$  اسراع پذیر ہوتا ہے۔ (ا) ٹرک کے حرکتی توانائی میں تبدیلی کیا ہوگی؟ ٹرک کے معیار حرکت میں تبدیلی کی (ب) رفتار اور (ج) تبدیلی کار کیا ہوگا؟

سوال ۳.۳۲: ہم سطح زمین پر رکھا گیند وقت  $t = 0$  پر سطح زمین سے مار کر روانا کیا جاتا ہے۔ گیند کا معیار حرکت  $p$  بالقابل وقت  $t$  شکل 46.9 میں پیش ہے (جہاں  $p_0 = 6.0 \text{ kg ms}^{-1}$  اور  $p_1$  )



۳.۳۱:  $4.0 \text{ kg m s}^{-1}$  ہے۔ گیند کا ابتدائی زاویہ کیا ہے؟ (اشارہ: وہ حل تلاش کریں جس میں ترسیم کا زیریں ترین نقطہ پڑھنے کی ضرورت پیش نہ آئے۔)

سوال ۳.۳۳: بلا سے ٹکرانے سے عین قبل  $0.30 \text{ kg}$  کیت کا گیند  $15 \text{ m s}^{-1}$  سمتی رفتار سے افق سے نیچے  $35^\circ$  زاویے کے ساتھ گامزن ہے۔ بلے کے ساتھ تماس کے دوران گیند کے معیار حرکت میں تبدیلی کی مقدار کیا ہوگی اگر گیند (i) سیدھا انتہائی نیچے رخ  $20 \text{ m s}^{-1}$ ، اور (ب) افقی واپس  $20 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے لوٹے؟

سوال ۳.۳۴: شکل 47.9 میں  $0.165 \text{ kg}$  کیت گیند کا فضائی جہازہ پیش ہے۔ گیند اطرانی دیوار سے ٹپکی کھاتا دکھایا گیا ہے۔ گیند کی ابتدائی رفتار  $2.00 \text{ m s}^{-1}$  اور زاویہ  $\theta_1 = 30^\circ$  ہے۔ ٹپکی گیند کے سمتی رفتار کا  $y$  جزو الٹ کرتا ہے جبکہ  $x$  جزو اثر انداز نہیں ہوتا۔ (i) زاویہ  $\theta_2$  کیا ہوگا؟ (ب) گیند کے خطی معیار حرکت میں تبدیلی کا کئی سمتی ترقیم میں کیا ہوگی؟ (گیند کے لڑھکاؤ کا یہاں کوئی کردار نہیں۔)

### تصادم اور ضرب

سوال ۳.۳۵: ایک مسخرہ  $12 \text{ m}$  بلندی سے  $30 \text{ cm}$  گہرے پانی میں پیٹ کے بل گر کر لوگوں کا دانت لیتا ہے۔ مندرجہ کریں، عین پانی کی تہ کو پہنچ کر یہ شخص رکتا ہے۔ اس کی کیت مندرجہ کر کے اس پر پانی کی ضرب کی مقدار تلاش کریں۔

سوال ۳.۳۶: چھتر سپای  $370 \text{ m}$  بلندی پر پرواز کرتے ہوئے طیارے سے کودتا ہے۔ بد قسمتی سے اس کی چھتری نہیں کھل پاتی۔ وہ برف میں گر کر معمولی زخمی ہوتا ہے۔ مندرجہ کریں زمین پر پہنچ کر اس کی (اخیر) رفتار  $56 \text{ m s}^{-1}$  اور کیت (بج سارو سامان)  $85 \text{ kg}$  ہے، اور اس پر برف کی قوت کی مقدار  $1.2 \times 10^5 \text{ N}$  ہے (جس پر انسان مشکل سے زندہ رہ پاتا ہے)۔ (i) برف کی تہ کم سے کم کتنی موٹی ہے؟ (ب) اس پر برف کی ضرب کی مقدار کیا ہے؟

سوال ۳.۳۷: زمین پر  $1.2 \text{ kg}$  کا گیند  $25 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے انتہائی گرتا ہے۔ ٹپکی کے بعد اس کی ابتدائی رفتار  $10 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (i) تماس کے دوران گیند پر کتنی ضرب عمل کرتی ہے؟ (ب) اگر گیند  $0.020 \text{ s}$  کے لئے زمین کے ساتھ مس ہو، زمین پر گیند کی اوسط قوت کتنی ہوگی؟

سوال ۳.۳۸: عین اس وقت جب ایک شخص، جس کی کیت  $70 \text{ kg}$  ہے، کرسی پر بیٹھتا ہے اس کا شراقتی دوست کرسی کھینچ لیتا ہے، جس کی بدولت پہلا شخص  $0.50 \text{ m}$  نیچے زمین پر گرتا ہے۔ اگر زمین کے ساتھ تصادم کا دورانیہ  $0.082 \text{ s}$  ہو، تصادم کے دوران شخص پر زمین (i) کی ضرب اور (ب) اوسط قوت کتنی ہوگی؟

سوال ۳.۳۹: محور  $x$  پر ابتدائی طور پر مثبت رخ  $14 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتے ہوئے  $0.40 \text{ kg}$  گیند پر  $27 \text{ ms}$  کے لئے محدود کے منفی رخ قوت عمل کرتی ہے۔ قوت کی مقدار میں تبدیلی پائی جاتی ہے اور ضرب کی مقدار  $32.4 \text{ N s}$  ہے۔ قوت لاگو کرنے کے عین بعد گیند کی (i) رفتار اور (ب) اس کا رخ کیا ہوگا؟ (ج) قوت کی اوسط مقدار اور (د) گیند پر ضرب کا رخ کیا ہوگا؟

### باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۳.۳۰: ایک پسولان میسر پر  $13 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے تھپڑ مارتا ہے۔ اس کا ہاتھ  $5.0 \text{ ms}$  کے تصادم میں رکتا ہے۔ فرض کریں تصادم کے دوران ہاتھ اور بازو ایک دوسرے پر اثر انداز نہیں ہوتے اور ہاتھ کی کیت  $0.70 \text{ kg}$  ہے۔ ہاتھ پر میسر کی (ا) ضرب کی مقدار اور (ب) اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۳۱: ہدف پر  $3 \text{ g}$  کی  $100$  گولیاں فی سیکنڈ شرح سے چلائی جاتی ہیں۔ گولی کی رفتار  $500 \text{ ms}^{-1}$  ہے۔ فرض کریں گولیاں اسی رفتار سے ٹپک کر واپس لوٹتی ہیں۔ ہدف پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۳۲: دو اوسط قوت دیوار پر  $0.250 \text{ kg}$  کے برف گولے  $4.00 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے لگاتار عمودی مارے جاتے ہیں۔ ہر گولا دیوار سے چپکتا ہے۔ شکل 49.9 میں دیوار پر دو متوازی تصادم کی قوت کی مقدار  $F$  بالقابل وقت  $t$  پیش ہے۔ تصادم کی تکرار کا وقفہ  $\Delta t_r = 50.0 \text{ ms}$  اور دورانیہ  $\Delta t_d = 10 \text{ ms}$  ہے، جو ترسیم پر مساوی الاسٹین مثلث بناتے ہیں۔ ہر تصادم کی قوت کی زیادہ سے زیادہ مقدار  $F_{\text{max}} = 200 \text{ N}$  ہے۔ ہر تصادم کے دوران دیوار پر (ا) ضرب اور (ب) اوسط قوت کی مقداریں کیا ہوں گی؟ (ج) کئی تصادم کے دوران دیوار پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۳۳: بلند کن کی نمرے پہلے اچھلتا بلند کن کار سا ٹوٹتا ہے اور بد قسمتی سے اس کا حفاظتی نظام بھی ناکارہ ہوتا ہے، جس کی بدولت یہ  $36 \text{ m}$  بلندی سے گرتا ہے۔ زمین پر پہنچ کر  $90 \text{ kg}$  سوار  $5.0 \text{ ms}$  کے تصادم میں رکتا ہے۔ (فرض کریں بلند کن اور سوار یہ شخص ٹپکی کھاتے ہیں۔) تصادم کے دوران شخص پر (ا) ضرب اور (ب) اوسط قوت کی مقداریں کیا ہوں گی؟ اگر عین تصادم سے قبل، بلند کن کے لحاظ سے شخص  $7.0 \text{ ms}^{-1}$  کی رفتار سے اوپر چھلانگ لگائے (ج) ضرب اور (د) اوسط قوت کی مقداریں کیا ہوں گی (رکنے کا دورانیہ وہی تصور کریں)؟

سوال ۳.۳۴: بچوں کا کھلونا جس کی کیت  $5.0 \text{ kg}$  ہے محور  $x$  پر حرکت کر سکتا ہے۔ شکل 50.9 اس قوت کا جبزو  $F_x$  دیتی ہے جو کھلونے پر، جو ساکن حالت سے لمحہ  $t = 0$  پر روتا ہوتا ہے، عمل کرتی ہے۔ محور  $F_x$  کا پیمانہ  $F_{xs} = 5.0 \text{ N}$  تعین کرتی ہے۔ اکائی سمتی ترقیم میں (ا) لمحہ  $t = 4.0 \text{ s}$  اور (ب)  $t = 7.0 \text{ s}$  پر  $\vec{p}$  کیا ہوگا، اور  $t = 9.0 \text{ s}$  پر  $\vec{v}$  کیا ہوگی؟

سوال ۳.۳۵: عین تصادم سے قبل اور عین تصادم کے بعد  $0.300 \text{ kg}$  گیند بلے سے ٹکراتا ہوا شکل 51.9 میں دکھایا گیا ہے۔ عین تصادم سے قبل گیند کی سمتی رفتار  $\vec{v}_1$  کی مقدار  $12.0 \text{ ms}^{-1}$  اور زاویہ  $\theta_1 = 35.0^\circ$  ہے۔ تصادم کے عین بعد گیند کی سمتی رفتار  $\vec{v}_2$  کی مقدار  $10.0 \text{ ms}^{-1}$  ہے اور یہ سیدھا اوپر رخ حرکت کرتا ہے۔ تصادم کا دورانیہ  $2.00 \text{ ms}$  ہے۔ گیند پر بلے کی ضرب (ا) کی مقدار اور (ب) مثلث  $x$  محور کے لحاظ سے رخ کیا ہیں؟ گیند پر بلے کی اوسط قوت کی (ج) مقدار اور (د) رخ کیا ہیں؟

سوال ۳.۳۶: براعظم امریکہ کے وسطی اور جنوبی علاقوں میں افنی چھپکلی پانی جاتی ہے جو پانی کی سطح پر پچھلی دو ٹانگوں کی مدد سے دوڑ سکتی ہے۔ قدم لیتے ہوئے چھپکلی پہلے زور سے پانی کی سطح پر پاؤں سے تھپڑ مارتی ہے، اور اس کے بعد پاؤں کو پانی میں اس تیزی سے نیچے دھکیلتی ہے کہ پاؤں کے اوپر ہوا کا غبارہ بن جاتا ہے۔ اس سے قبل کہ ہوا کے غبارے میں اطراف سے پانی بھر آئے چھپکلی اسی پھرتی سے پاؤں واپس اوپر کھینچ کر پانی کی قوت گھساٹے سے بچ پاتی ہے۔ ڈوبنے سے بچنے کے لئے ضروری ہے کہ تھپڑ، نیچے دھکیل اور پاؤں واپس اٹھانے کے دوران اوپری اوسط ضرب، تجاذبی قوت کی نشیب وار ضرب کے برابر ہو۔ فرض کریں افنی چھپکلی کی کیت  $90.0 \text{ g}$ ، ہر پاؤں کی کیت  $3.00 \text{ g}$ ، تھپڑ کے وقت پاؤں کی رفتار

1.50 m s<sup>-1</sup> ، اور ایک قدم کا اوسط دورانیہ 0.600 s ہے۔ (ا) تھپڑ کے دوران چھپکلی پر ضرب کی مقدار کیا ہے؟ (تصور کریں یہ ضرب سیدھی اوپر رخ ہے۔) (ب) ایک قدم کے 0.600 s دورانیہ میں تھپڑ کی قوت کی چھپکلی پر نشین وار ضرب کتنی ہے؟ (ج) کیا چھپکلی کو سہارا تھپڑ دیتا ہے، نیچے دھکیل دیتی ہے، یا دونوں کا حصہ تقسیم برابر ہے؟

سوال ۳.۴۷: دیوار کے ساتھ 58 g کیمت کا گیند ٹکراتا ہے۔ شکل 53.9 میں تصادم کی قوت کی مقدار  $F$  بالاقابل وقت  $t$  ترسیم کی گئی ہے۔ گیند کی، دیوار کو عمودی، ابتدائی رفتار  $34 \text{ m s}^{-1}$  ہے؛ گیند ٹپکی کے بعد تقریباً ہی رفتار سے، دیوار کو عمودی، واپس لوٹتا ہے۔ تصادم کے دوران گیند پر دیوار کی قوت کی زیادہ سے زیادہ مقدار بتائیے کیا ہو گی؟

سوال ۳.۴۸: بلار گڑبڑ مانی سطح پر 0.25 kg مقرر ص ساکن پڑا ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر  $\vec{F} = (12.0 - 3.00t^2)\hat{i}$  افقی قوت، جہاں قوت نیوٹن میں اور وقت سیکنڈ میں ہے، مقرر ص کو حرکت دیتی ہے۔ قوت کی مقدار ص صفر ہونے تک یہ مقرر ص پر عمل کرتی ہے۔ (ا) لمحہ  $t = 0.500 \text{ s}$  اور  $t = 1.25 \text{ s}$  کے بیچ مقرر ص پر قوت کی ضرب کی مقدار کیا ہو گی؟ (ب) وقت  $t = 0$  سے اس لمحے تک جب  $F = 0$  ہو، مقرر ص کے معیار حرکت میں تبدیلی کیا ہو گی؟

سوال ۳.۴۹: کھلاڑی 0.45 kg گیند کو، جو ساکن ہے، لات مارتا ہے۔ کھلاڑی کا پاؤں گیند کے ساتھ  $3.0 \times 10^{-3} \text{ s}$  کے لئے مس ہے اور لات کی قوت درج ذیل ہے، جہاں  $0 \leq t \leq 3.0 \times 10^{-3} \text{ s}$  اور  $t$  سیکنڈوں میں ہے۔

$$F(t) = [(6.0 \times 10^6)t - (2.0 \times 10^9)t^2] \text{ N}$$

تماس کے دوران (ا) لات سے گیند پر ضرب کی مقدار، (ب) گیند پر اوسط قوت کی مقدار، (ج) گیند پر زیادہ سے زیادہ قوت کی مقدار، اور (د) عین اس لمحے گیند کی سمتی رفتار کی مقدار جس لمحے گیند لات سے علیحدہ ہوتا ہے تلاش کریں۔

سوال ۳.۵۰: ایک گیند جس کی کیمت 300 g اور رفتار  $6.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے، دیوار کے ساتھ زاویہ  $\theta = 30^\circ$  سے ٹکرا کر اسی رفتار اور زاویہ سے ٹپکی کے بعد واپس ہوتا ہے۔ شکل 54.9 میں فضائی جانب زد کھایا گیا ہے۔ گیند اور دیوار آپس میں 10 ms کے لئے مس رہتے ہیں۔ اکائی سمتی ترقیم میں (ا) گیند پر دیوار کی ضرب اور (ب) دیوار پر گیند کی ضرب کیا ہو گی، اور (ج) دیوار پر گیند کی اوسط قوت کیا ہو گی؟

### خطی معیار حرکت کی بقا

سوال ۳.۵۱: بلار گڑبڑ سطح پر 91 kg کیمت کا لیٹا ہوا شخص 68 g پتھر کو  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے سطح پر روانہ کرتا ہے۔ یہ شخص نتیجتاً کتنی رفتار حاصل کرتا ہے؟

سوال ۳.۵۲: زمین کے لحاظ سے  $43\,000 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے پرواز کرتا فضائی طیارہ استعمال شدہ ہوائی بان موٹر (کیمت 4m) کو فٹابو کار مقیاسہ (کیمت  $m$ ) سے علیحدہ کر کے مقیاسہ کے لحاظ سے  $82 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے پیچھے پھینکتا ہے۔ علیحدگی کے فوراً بعد فٹابو کار مقیاسہ کی رفتار زمین کے لحاظ سے کیا ہو گی؟

### باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۵۳.۳: دو طرفہ ہوائی بان شکل 55.9 میں دکھایا گیا ہے، جس کا وسطی حصہ  $C$  (جس کی کیت  $M = 6.00 \text{ kg}$  ہے) اور اطرافنی حصے  $L$  اور  $R$  (جن کی انفرادی کیت  $2.00 \text{ kg}$  ہے) ہیں۔ ہوائی بان بلا رگڑ منرشن پر  $x$  محور کے مبداء پر ابتدائی طور ساکن پڑا ہے۔ چھوٹے دھماکوں سے اطراف کے حصے علیحدہ کر کے  $x$  محور پر وسطی حصے سے دور روانا کیے جاسکتے ہیں۔ کچھ یوں کیا جاتا ہے: (1) وقت  $t = 0$  پر حصہ  $L$  کو، باقی حصے کو مقتتل سمتی رفتار کے لحاظ سے،  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے بائیں پھینکا جاتا ہے۔ (2) اس کے بعد، وقت  $t = 0.80 \text{ s}$  پر حصہ  $R$  کو،  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے، حصہ  $C$  کو مقتتل سمتی رفتار کے لحاظ سے، دائیں پھینکا جاتا ہے۔ وقت  $t = 2.80 \text{ s}$  پر (i) حصہ  $C$  کی سمتی رفتار کیا ہوگی اور (ب) اس کے مرکز کا مقام کیا ہوگا؟

سوال ۵۳.۳: ایک جسم جس کی کیت  $m$  اور مشاہدہ کار کے لحاظ سے رفتار  $v$  ہے، دھماکے سے دو حصوں میں تقسیم ہوتا ہے، جہاں ایک ٹکڑے کی کیت دوسرے ٹکڑے کی کیت کی تین گنا ہے؛ دھماکہ فضائے مادہ میں واقع ہوتا ہے جہاں تجاذبی قوت نہیں پایا جاتا۔ کم کیتی ٹکڑا مشاہدہ کار کے لحاظ سے رک جاتا ہے۔ مشاہدہ کار کی حوالہ چھو کٹ میں ناپتے ہوئے دھماکہ نظام کو کتنی حرکت کی توانائی مقتتل کرتا ہے؟

سوال ۵۵.۳: زیادہ بلندی تک پہنچنے کی عرض سے، عین چھلانگ سے قبل، کھلاڑی دو وزن اوپر اٹھاتا اور چھلانگ کے بعد، پرواز کے دوران، نیچے زور سے پھینکتا ہے۔ منرض کریں ایک کھلاڑی کی کیت  $78 \text{ kg}$  اور ایک وزن کی کیت  $5.50 \text{ kg}$  ہے۔ یہ کھلاڑی بلند چھلانگ کی بجائے لمبی چھلانگ لگانا چاہتا ہے۔ اس عرض سے چھلانگ کے دوران بلند ترین نقطہ پر پہنچ کر کھلاڑی وزن افقی یوں پیچھے پھینکتا ہے کہ زمین کے لحاظ سے ان کی افقی سمتی رفتار صفر ہوتی ہے۔ لمحہ اٹھان پر کھلاڑی کی سمتی رفتار، بغیر وزن اور بیع وزن دونوں صورتوں میں،  $\vec{v} = (9.5\hat{i} + 4.0\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$  ہے اور زمین کو ہم سطح تصور ہے۔ وزن کا استعمال اس کو کتنی اضافی فاصلے طے کرتا ہے؟

سوال ۵۶.۳: ساکن جسم دھماکے سے دو ٹکڑوں  $R$  اور  $L$  میں تقسیم ہوتا ہے، جو بلا رگڑ سطح پر گزرنے کے بعد رگڑ کے خطوں میں داخل ہو کر آخر کار رکتے ہیں (شکل 57.9)۔ ٹکڑا  $L$ ، جس کی کیت  $2.0 \text{ kg}$ ، اور جس کا سامنا  $\mu_L = 0.40$  حرکت کی رگڑ کے مستقل سے ہے،  $d_L = 0.15 \text{ m}$  فاصلے میں رکتا ہے۔ ٹکڑا  $R$ ، جس کا سامنا  $\mu_R = 0.50$  حرکت کی رگڑ کے مستقل سے ہے،  $d_R = 0.25 \text{ m}$  فاصلے میں رکتا ہے۔ اس ٹکڑے کی کیت کیا ہے؟

سوال ۵۷.۳: ایک جسم جس کی کیت  $20.0 \text{ kg}$  ہے فضا میں  $x$  محور کے مثبت رخ  $200 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت کے دوران اندرونی دھماکے کی وجہ سے تین ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ ایک ٹکڑا جس کی کیت  $10.0 \text{ kg}$  ہے، نقطہ دھماکہ سے مثبت  $y$  محور کے رخ  $100 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے روانا ہوتا ہے۔ دوسرا ٹکڑا، جس کی کیت  $4.0 \text{ kg}$  ہے، منفی  $x$  محور پر  $500 \text{ m s}^{-1}$  سے روانا ہوتا ہے۔ (i) اکائی سمتی ترقیم میں تیسرے ٹکڑے کی سمتی رفتار تلاش کریں۔ (ب) دھماکے میں کتنی توانائی رہا ہوتی ہے؟ تجاذبی قوت کے اثرات نظر انداز کریں۔

سوال ۵۸.۳: ایک جسم، جس کی کیت  $4.0 \text{ kg}$  ہے، بلا رگڑ سطح پر حرکت کرتے ہوئے دھماکے سے دو  $2.0 \text{ kg}$  ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ ایک ٹکڑا  $3.0 \text{ m s}^{-1}$  شمال کو اور دوسرا  $5.0 \text{ m s}^{-1}$  مشرق سے  $30^\circ$  شمال کی طرف روانا ہوتا ہے۔ جسم کی ابتدائی رفتار کیا ہے؟

سوال ۳.۵۹: ایک جسم جو  $xy$  محددی نظام کے مبدأ پر ساکن پڑا ہے دھماکے سے تین ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ عین دھماکے کے بعد ایک ٹکڑا، جس کی کمیت  $m$  ہے،  $\hat{i}(-30 \text{ m s}^{-1})$  سمتی رفتار سے اور دوسرا ٹکڑا، جس کی کمیت بھی  $m$  ہے،  $\hat{j}(-30 \text{ m s}^{-1})$  سمتی رفتار سے حرکت کرتے ہیں۔ تیسرے ٹکڑے کی کمیت  $3m$  ہے۔ عین دھماکے کے بعد تیسرے ٹکڑے کی سمتی رفتار کی (i) مقدار کیا ہوگی اور (ب) رخ کیا ہوگا؟

سوال ۳.۶۰: ذرہ  $A$  اور ذرہ  $B$  جن کے بیچ دبا ہوا اسپرنگ ہے کو زبردستی اکٹھے پکڑ کر رکھا گیا ہے۔ رہا کرنے پر اسپرنگ انہیں مختلف رخوں دھکیل کر ان سے علیحدہ ہوتا ہے۔ ذرہ  $A$  کی کمیت ذرہ  $B$  کی کمیت کی  $2.00$  گنا ہے، اور دبلے اسپرنگ میں ذخیرہ مخفی توانائی  $60 \text{ J}$  ہے۔ مندرجہ کریں اسپرنگ کی کمیت متبادل نظر انداز ہے اور اس کی توانائی مکمل طور پر ذروں کو منتقل ہوتی ہے۔ توانائی کا انتقال مکمل ہونے پر (i) ذرہ  $A$  اور (ب) ذرہ  $B$  کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟

### معیار حرکت اور تصادم میں حرکی توانائی

سوال ۳.۶۱: منبجی رفتار جس کی کمیت  $2.0 \text{ kg}$  ہے، پر  $10 \text{ g}$  گولی چلائی جاتی ہے۔ رفتار کا مرکز کمیت  $12 \text{ cm}$  بلندی تک پہنچتا ہے۔ مندرجہ کریں گولی رفتار میں دھنس جاتی ہے۔ گولی کی ابتدائی رفتار کیا ہے؟

سوال ۳.۶۲: بلا رگڑ منریشن پر لکڑی کا تختہ جس کی کمیت  $700 \text{ g}$  ہے ساکن پڑا ہے۔ اس پر  $5.20 \text{ g}$  گولی چلائی جاتی ہے جو  $672 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتے ہوئے تختہ کو مار کر اس سے پار  $428 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے خارج ہوتی ہے۔ (i) تختے کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) تختہ و گولی نظام کے مرکز کمیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۶۳: بلا رگڑ منریشن پر پڑے دو ساکن جسم پر  $3.50 \text{ g}$  گولی افقی ماری جاتی ہے (شکل 58.9-الف)۔ گولی جسم  $1$ ، جس کی کمیت  $1.20 \text{ kg}$  ہے، سے گزر کر دوسرے جسم، جس کی کمیت  $1.80 \text{ kg}$  ہے، میں دھنس جاتی ہے جس کی بدولت جسم  $1$  کی رفتار  $v_1 = 0.630 \text{ m s}^{-1}$  اور جسم  $2$  کی رفتار  $v_2 = 1.40 \text{ m s}^{-1}$  حاصل کرتے ہیں (شکل 58.9-ب)۔ جسم  $1$  سے نکالا گیا مواد نظر انداز کرتے ہوئے، گولہ کی رفتار اس لئے تلاش کریں جب یہ جسم  $1$  سے (i) ٹکیتی اور (ب) داخشی ہوتی ہے۔

سوال ۳.۶۴: ایک گولی جس کی کمیت  $10 \text{ g}$  ہے سیدھا اوپر  $1000 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت کرتے ہوئے ابتدائی طور ساکن  $5.0 \text{ kg}$  سل کے مرکز کمیت سے گزرتی ہے۔ گولی سل سے گزر کر  $400 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے خارج ہو کر اوپر وار حرکت کرتی ہے۔ سل ابتدائی مقام سے کتنی بلندی تک اٹھتا ہے؟

سوال ۳.۶۵: ایلا سکا میں گاڑی اور بارہ سنگا کے تصادم عام بات ہے۔ مندرجہ کریں  $1000 \text{ kg}$  گاڑی  $500 \text{ kg}$  ساکن بارہ سنگا سے ٹکراتی ہے۔ (i) حرکی توانائی کا کتنا فی صد حصہ توانائی کے دیگر صورتوں میں تبدیل ہوگا؟ اس قسم کا مسئلہ عرب ممالک میں پایا جاتا ہے جہاں گاڑی اور اونٹ کا ٹکڑا عام ہے۔ (ب) اگر یہی گاڑی ساکن اونٹ سے ٹکرائے جس کی کمیت  $300 \text{ kg}$  ہے تب کتنی فی صد حرکی توانائی ضائع ہوگی؟ (ج) کیا جانور کی کمیت بڑھنے سے فی صد توانائی کا ضیاع بڑھتا ہے یا گھٹتا ہے؟

سوال ۳.۶۶: انتصابی محور پر مختلف رخ حرکت کرتے لبدی کے دو گولوں کے بیچ مکمل غیر لچکی تصادم ہوتا ہے۔ عین تصادم سے قبل ایک گولا، جس کی کمیت  $3.0 \text{ kg}$  ہے،  $20 \text{ m s}^{-1}$  اوپر وار اور دوسرا گولا، جس کی

کیت  $2.0 \text{ kg}$  ہے،  $12 \text{ m s}^{-1}$  سے نشیب وار حرکت کرتا ہے۔ نقطہ تصادم سے دونوں گولوں کا مجموعہ کتنی بلندی تک پہنچتے ہے؟ (ہوائی رگڑ نظر انداز کریں۔)

سوال ۳۶: ایک سل جس کی کیت  $5.0 \text{ kg}$  اور رفتار  $3.0 \text{ m s}^{-1}$  دوسری سل جس کی کیت  $10 \text{ kg}$  اور اسی رخ رفتار  $2.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے سے ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد  $10 \text{ kg}$  سل اسی رخ  $2.5 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتی ہے۔ (ا) تصادم کے بعد دوسری سل کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) تصادم کی وجہ سے دو سل نظام کی کل حرکی توانائی میں کتنی تبدیلی رونما ہوتی ہے؟ (ج) اس کے برعکس، اگر  $10 \text{ kg}$  سل کی اسی رخ رفتار  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  ہو، تب کل حرکی توانائی میں تبدیلی کتنی ہوگی؟ (د) جبزوج میں حاصل جواب کی وجہ پیش کریں۔

سوال ۳۷: سرخ اشارے پر کھڑی گاڑی A (کیت  $1100 \text{ kg}$ ) کو پیچھے سے گاڑی B (کیت  $1400 \text{ kg}$ ) ٹکراتی ہے (شکل 60.9)۔ دونوں گاڑی نم سڑک پر (جس کی  $\mu_k = 0.13$  کافی کم ہے) پھسل کر آہستہ کار  $d_A = 8.2 \text{ m}$  اور  $d_B = 6.1 \text{ m}$  فاصلے طے کرنے کے بعد رکتی ہیں۔ عین تصادم کے بعد (ا) گاڑی A اور (ب) گاڑی B کی رفتار کیا ہے؟ (ج) فرض کریں تصادم کے دوران خطی معیار حرکت کی بقا ہوتی ہے۔ عین تصادم سے قبل گاڑی B کی رفتار کیا ہوگی؟ (د) بتائیں یہ مفروضہ کیوں غلط ہو سکتا ہے۔

سوال ۳۸: بلا رگڑ مندرش پر ساکن اسپرنگ بندوق، جس کی کیت  $M = 240 \text{ g}$  ہے، کی نالی میں  $m = 60 \text{ g}$  گیند  $v_i = 22 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے پھینکی جاتی ہے (شکل 61.9)۔ گیند نالی میں اس مقام پر اڑ جاتا ہے جہاں اسپرنگ زیادہ سے زیادہ دبا ہے۔ گیند اور نالی کے بیچ رگڑ کی بنا حر توانائی میں اضافہ و متبادل نظر انداز ہے۔ (ا) اس لمحے بندوق کی رفتار کیا ہوگی جب گیند نالی میں رکتا ہے؟ (ب) گیند کی ابتدائی حرکی توانائی کا کتنا حصہ اسپرنگ میں ذخیرہ ہوگا؟

سوال ۳۹: سل 2 جس کی کیت  $1.0 \text{ kg}$  ہے بلا رگڑ مندرش پر ساکن ڈھیلے اسپرنگ (جس کا مقیاس  $200 \text{ N m}^{-1}$  ہے) کے ایک سر کے ساتھ مس ہے۔ اسپرنگ کا دوسرا سر دیوار کے ساتھ چکا جبڑا ہے۔ سل 1، جس کی کیت  $2.0 \text{ kg}$  ہے،  $v_2 = 4.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے سل 2 سے ٹکرا کر اس کے ساتھ جبڑا جاتا ہے۔ جب سل لحاقی رکتے ہیں، اس لمحے اسپرنگ کتنا دبا ہوگا؟

سوال ۴۰: سل 1 (کیت  $2.0 \text{ kg}$ ) دائیں رخ  $10 \text{ m s}^{-1}$  اور سل 2 (کیت  $5.0 \text{ kg}$ ) دائیں رخ  $3 \text{ m s}^{-1}$  حرکت میں ہیں (شکل 63.9)۔ مندرش بلا رگڑ ہے اور سل 2 کے ساتھ اسپرنگ چکا جبڑا ہے جس کی اسپرنگ مستقل  $1120 \text{ N m}^{-1}$  ہے۔ تصادم کے دوران اسپرنگ کا دبا اس وقت زیادہ سے زیادہ ہوگا جب دونوں سل کی سمتی رفتار ایک ہو۔ زیادہ سے زیادہ دبا تلاش کریں۔

### ایک بعد میں لچکی تصادم

سوال ۴۱: بلا رگڑ مندرش پر سل A (کیت  $1.6 \text{ kg}$ ) حرکت کرتا ہوا سل B (کیت  $2.4 \text{ kg}$ ) سے ٹکراتا ہے (شکل 64.9)۔ تصادم سے قبل تین سمتی رفتار (i) اور تصادم کے بعد تین سمتی رفتار (f) بھی پیش ہیں؛ مطابقتی رفتار  $v_{Ai} = 5.5 \text{ m s}^{-1}$ ،  $v_{Bi} = 2.5 \text{ m s}^{-1}$  اور  $v_{Bf} = 4.9 \text{ m s}^{-1}$  ہیں۔ سمتی رفتار  $v_{Af}$  کی (ا) رفتار اور (ب) رخ (دائیں یا بائیں) کیا ہیں؟ (ج) کیا تصادم لچکی ہے؟

سوال ۳.۳: بلا رگڑ خطی ہوائی ڈگر پر  $340 \text{ g}$  ریڑھی  $1.2 \text{ m s}^{-1}$  ابتدائی رفتار سے چل کر نامعلوم کیفیت کی ساکن ریڑھی سے ٹکراتی ہے۔ تصادم کے بعد پہلی ریڑھی رخ برقرار رکھ کر  $0.66 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتی ہے۔ (i) دوسری ریڑھی کی کیفیت کیا ہے؟ (ب) تصادم کے بعد اس کی رفتار کیا ہوگی؟ (ج) دوسری ریڑھی نظام کے مرکز کیفیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۴: طینیم <sup>۱۰</sup> کے دو کرہ ایک رفتار سے چل کر آئے سانے سے لچکی تصادم کا شکار ہوتے ہیں۔ تصادم کے بعد ایک کرہ، جس کی کیفیت  $300 \text{ g}$  ہے، رک جاتا ہے۔ (i) دوسرے کرہ کی کیفیت کیا ہے؟ (ب) اگر دونوں کرہ کی ابتدائی رفتار  $2.00 \text{ m s}^{-1}$  ہو، دوسرے نظام کے مرکز کیفیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۵: بلا رگڑ فزیشن پر  $m_1$  کیفیت کی سل چل کر ساکن سل، جس کی کیفیت  $3m_1 = m_2$  ہے، سے یک بُدی لچکی تصادم میں مبتلا ہوتی ہے۔ تصادم سے قبل دو جسی نظام کے مرکز کیفیت کی رفتار  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ تصادم کے بعد (i) مرکز کیفیت اور (ب) سل 2 کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۶: کیفیت  $0.500 \text{ kg}$  کا فولادی گیند  $70.0 \text{ cm}$  ڈور سے لٹک رہا ہے (شکل 65.9)۔ گیند کو ایک جانب اٹھایا جاتا ہے اور جب ڈور افقی ہوا سے رہا کیا جاتا ہے۔ نیچے ترین نقطہ پر پہنچ کر یہ  $2.5 \text{ kg}$  کی فولادی سل سے ٹکراتا ہے جو بلا رگڑ فزیشن پر ساکن پڑا ہے۔ تصادم لچکی ہے۔ عین تصادم کے بعد (i) گیند کی رفتار اور (ب) سل کی رفتار تلاش کریں۔

سوال ۳.۷: ایک جسم، جس کی کیفیت  $2.0 \text{ kg}$  ہے، دوسرے ساکن جسم سے لچکی ٹکر کے بعد، رخ برقرار رکھ کر، ایک چوہٹائی رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ (i) دوسرے جسم کی کیفیت تلاش کریں۔ (ب) اگر  $2.0 \text{ kg}$  کی ابتدائی رفتار  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  ہو، دو جسی نظام کے مرکز کیفیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۸: بلا رگڑ فزیشن پر  $m_1$  کیفیت کا سل 1 محور  $x$  پر  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتے ہوئے سل 2، جو ساکن ہے اور جس کی کیفیت  $m_2 = 0.40m_1$  ہے، سے یک بُدی لچکی تصادم کرتی ہے۔ اس کے بعد اجسام پھسلنے ہوئے ایسے خطہ میں داخل ہو کر آخر کار رکتے ہیں جہاں حرکی رگڑ کا عددی سر  $0.50$  ہے۔ اس خطہ میں (i) سل 1 اور (ب) سل 2 کتنا فاصلہ طے کرتی ہے؟

سوال ۳.۹: بلا رگڑ فزیشن پر ذرہ 1 جس کی کیفیت  $m_1 = 0.30 \text{ kg}$  ہے دائیں رخ محور  $x$  پر  $2.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے پھسل کر چلتا ہے (شکل 66.9)۔ نقطہ  $x = 0$  پر اس کا ایک بُدی لچکی تصادم ذرہ 2 کے ساتھ ہوتا ہے، جو ساکن ہے اور جس کی کیفیت  $m_2 = 0.40 \text{ kg}$  ہے۔ تصادم کے بعد ذرہ 2 دیوار سے، جو  $x_w = 70 \text{ cm}$  پر واقع ہے، ٹپکی کھا کر، رفتار میں تبدیلی کے بغیر، واپس لوٹتا ہے۔ محور  $x$  پر ذروں کا آپس میں دوسرا تصادم کس نقطہ پر ہوگا؟

سوال ۳.۱۰: سل 1، جس کی کیفیت  $m_1$  ہے، ساکن حالت سے میلان پر  $h = 2.50 \text{ m}$  بلندی سے روانہ ہو کر ساکن سل 2 کے ساتھ ٹکراتی ہے، جس کی کیفیت  $m_2 = 2.00m_1$  ہے (شکل 67.9)۔ تصادم کے بعد سل 2 ایسے خطہ میں داخل ہو کر، جہاں حرکی رگڑ کا عددی سر  $\mu_k = 0.500$  ہے، فاصلہ  $d$  طے کرنے کے بعد رکتی ہے۔ (i) لچکی اور (ب) مکمل غیر لچکی تصادم کی صورت میں  $d$  کی قیمت تلاش کریں۔

سوال ۳.۸۱: چھوٹے گیند کو بڑے گیند کے ٹھیک اوپر معمولی بلندی پر رکھ کر دونوں کو بیک وقت  $h = 1.8 \text{ m}$  بلندی سے گرنے دیا جاتا ہے (گیندوں کے رداس  $h$  کے لحاظ سے قابل نظر انداز ہیں)۔ ان کی کیت بالترتیب  $m$  اور  $M = 0.63 \text{ kg}$  ہے (شکل 68.9-الف)۔ (i) اگر بڑا گیند زمین سے ٹپکی ٹپکی کھائے اور اس کے بعد چھوٹا گیند بڑے گیند سے ٹپکی ٹپکی کھائے، تو چھوٹے گیند کی کیت  $m$  کتنی ہونی چاہیے کہ بڑا گیند چھوٹے گیند سے ٹکرا کر رک جائے؟ (ب) ایسی صورت میں چھوٹا گیند کتنی بلندی تک جائے گا (شکل 68.9-ب)؟

سوال ۳.۸۲: فطرص 1، جس کی کیت  $m_1 = 0.20 \text{ kg}$  ہے، بلارگزمیز پر پھلتا ہوا ساکن فطرص 2 سے یکے بعدی ٹپکی تصادم کا شکار ہوتا ہے (شکل 69.9)۔ فطرص 2 میز سے زمین پر کنارہ سے  $d$  فاصلہ دور گرتا ہے۔ فطرص 1 تصادم کے بعد واپس ہو کر میز کے مخالف کنارے سے  $2d$  فاصلہ دور زمین پر گرتا ہے۔ فطرص 2 کی کیت کیا ہے؟ (اشارہ: عملاتوں پر نظر رکھیں)۔

### دو البعاد میں تصادم

سوال ۳.۸۳: ذرہ 1 ذرہ الفا<sup>۱۱</sup> اور ذرہ 2 مرکزہ آکسیجن<sup>۱۲</sup> ہے (شکل 21.9)۔ ذرہ الفا زاویہ  $\theta_1 = 64.0^\circ$  پر بکھرتا ہے اور مرکزہ آکسیجن  $1.20 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے زاویہ  $\theta_2 = 51.0^\circ$  پر پلٹتا ہے۔ جوہری کیت اکائیوں میں ذرہ الفا کی کیت  $4.0 \text{ u}$  اور مرکزہ آکسیجن کی کیت  $16.0 \text{ u}$  ہے۔ ذرہ الفا کی (i) اختتامی اور (ب) ابتدائی رفتار کیا ہیں؟

سوال ۳.۸۴: محور  $x$  پر پشت رخ  $v$  رفتار سے گیند  $B$  چل کر مبدا پر ساکن گیند  $A$  سے ٹکراتا ہے۔  $A$  اور  $B$  کی کمیتیں مختلف ہیں۔ تصادم کے بعد  $B$  منفی  $y$  محور کے رخ  $\frac{v}{2}$  رفتار سے روانہ ہوتا ہے۔ (i)  $A$  کس رخ حرکت کرے گا؟ (ب) دکھائیں کہ دی گئی معلومات سے  $A$  کی رفتار معلوم نہیں کی جاسکتی۔

سوال ۳.۸۵: برابر کیت کے دو جسم جو ایک ابتدائی رفتار سے حرکت کرتے ہیں غنیر ٹپکی تصادم کے بعد ایک ساتھ نصف ابتدائی رفتار سے حرکت کرتے ہیں۔ ان کی ابتدائی سمتی رفتار کے بیچ زاویہ تلاش کریں۔

سوال ۳.۸۶: دو اجسام  $A$  اور  $B$  ٹکراتے ہیں۔ تصادم سے قبل ان کی سمتی رفتار بالترتیب  $\vec{v}_A = (15\hat{i} + 30\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$  اور  $\vec{v}_B = (-10\hat{i} + 5.0\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$  ہیں۔ تصادم کے بعد  $\vec{v}_A = (-5.0\hat{i} + 20\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (i)  $B$  کی اختتامی سمتی رفتار اور (ب) کل حرکتی توانائی میں تبدیلی (جمع علامت) تلاش کیا ہیں؟

سوال ۳.۸۷: پروٹان  $A$  جس کی رفتار  $500 \text{ m s}^{-1}$  ہے ساکن پروٹان  $B$  سے ٹپکی ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد ان کی سمتی رفتار آپس میں عمودی ہیں اور  $A$  ابتدائی رخ کے ساتھ  $60^\circ$  زاویہ بناتا ہے۔ تصادم کے بعد (i) پروٹان  $A$  اور (ب) پروٹان  $B$  کی رفتار کیا ہیں؟

<sup>۱۱</sup>alphaparticle  
<sup>۱۲</sup>oxygennucleus



### تغیر کمیت کے نظام: ہوائی بان

سوال ۳.۸۸: مشتری کی طرف منہ کیے تحقیقی خلائی طیارہ، جس کی کمیت  $6090 \text{ kg}$  ہے، سورج کے لحاظ سے  $105 \text{ m s}^{-1}$  رفتار پر چلتے ہوئے دم سے  $80.0 \text{ kg}$  حشر طیارے کے لحاظ سے  $253 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے خارج کرتا ہے۔ طیارے کی اختتامی رفتار کیا ہے؟

سوال ۳.۸۹: دو لمبے بھرے ساکن پانی میں ایک رخ رواں ہیں۔ ایک کی رفتار  $10 \text{ km h}^{-1}$  اور دوسرے کی  $20 \text{ km h}^{-1}$  ہے (شکل 70.9)۔ جتنی دیر تیز بھر آہستہ بھرے سے آگے نکلتا ہے، اتنی دیر آہستہ بھرے سے کوئلہ  $1000 \text{ kg min}^{-1}$  شرح سے دوسرے بھر میں پھینکا جاتا ہے۔ فرض کریں بھر اور پانی کے بیچ رگڑی قوت بھر کی کمیت پر منحصر نہیں اور کوئلہ سستی رفتار کو عمودی پھینکا جاتا ہے۔ رفتار برقرار رکھنے کے لئے (ا) تیز بھر اور (ب) آہستہ بھر کے انجن کو کتنی اضافی قوت پیدا کرنی ہوگی؟

سوال ۳.۹۰: فضاے ماورائے زمین جمودی حوالہ چھو کرٹ کے لحاظ سے ساکن ہوائی بان پر غور کریں۔ ہوائی بان کا انجن کسی مخصوص دورانیہ کے لئے چلایا جاتا ہے۔ جمودی حوالہ چھو کرٹ کے لحاظ سے ہوائی بان کی رفتار (ا) حشر رفتار (ہوائی بان کے لحاظ سے حشر مواد کی رفتار) کے برابر اور (ب) حشر رفتار کی دگنی ہونے کے لئے ہوائی بان کی کمیتی تناسب (ابتدائی کمیت کا تناسب اختتامی کمیت کے لحاظ سے) کتنی ہونا ضروری ہے؟

سوال ۳.۹۱: جمودی حوالہ چھو کرٹ کے لحاظ سے فضاے ماورائے زمین موجود ساکن ہوائی بان کی کمیت  $2.55 \times 10^5 \text{ kg}$  ہے جس میں سے  $1.81 \times 10^5 \text{ kg}$  ایندھن ہے۔ ہوائی بان کا انجن  $250 \text{ s}$  دورانیہ کے لئے چلایا جاتا ہے؛ اس دوران ایندھن  $480 \text{ kg s}^{-1}$  شرح سے استعمال ہوتا ہے۔ ہوائی بان کے لحاظ سے حشر مواد کی رفتار  $3.27 \text{ km s}^{-1}$  ہے۔ (ا) ہوائی بات کی قوت دھکیل کتنی ہے؟ اس دورانیہ کے بعد ہوائی بان کی (ب) کمیت اور (ج) رفتار کیا ہیں؟

### اضافی سوالات

سوال ۳.۹۲: ایک جسم پر نظر جمائے ریڈار کے مطابق جسم کا تعین گرمیہ  $\vec{r} = (3500 - 160t)\hat{i} + 2700\hat{j} + 300\hat{k}$  ہے، جہاں  $r$  کی پیمائش میٹر میں اور  $t$  کی سیکنڈ میں ہے۔ ریڈار کا  $x$  محور مشرق کے رخ اور  $y$  محور شمال کے رخ ہے۔ اگر جسم  $250 \text{ kg}$  کمیت کا موسمیاتی مسزائل ہو، (ا) اس کا خطی معیار حرکت اور (ب) اس کے حرکت کا رخ کیا ہوگا، اور (ج) اس پر صافی قوت کتنی ہے؟

سوال ۳.۹۳: ہوائی بان کا آخری حصہ، جو  $7600 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے حرکت میں ہے، دو حصوں پر مشتمل ہے، جنہیں آپس میں جکڑا گیا ہے۔ ایک حصہ ہوائی بان کا خول ہے جس کی کمیت  $290.0 \text{ kg}$  ہے، اور دوسرا وہ ساز و سامان ڈلی جس کی کمیت  $150.0 \text{ kg}$  ہے۔ انہیں علیحدہ کرنے پر، ان کے بیچ دباؤ سپرنگ، انہیں ایک دوسرے کے لحاظ سے  $910.0 \text{ m s}^{-1}$  اضافی رفتار سے علیحدہ کرتا ہے۔ علیحدگی کے بعد (ا) ہوائی بان خول اور (ب) ساز و سامان ڈلی کی رفتار کیا ہوں گی؟ تمام سمتی رفتار ایک محور پر فرض کریں۔ (ج) علیحدگی سے قبل اور (د) علیحدگی کے بعد کل حرکی توانائی تلاش کریں۔ (ہ) ان میں مشرق کی وجہ پیش کریں۔

سوال ۹۳: ۳: بلند عمارت کا پڑھنے دار انہدام<sup>۱۳</sup>

بلند عمارت کا تراش شکل 71a.9 میں پیش ہے۔ ہر منزل، مثلاً  $K$ ، اس سے اوپر تمام منازل کا وزن  $W$  اٹھاتی ہے۔ عام طور عمارت کی تعمیر حفاظتی ضریب  $s^{14}$  کے تحت کی جاتی ہے (جہاں  $s > 1$  ہوگا) تاکہ یہ مزید زیادہ وزن  $sW$  برداشت کر سکے۔ لیکن ایسی صورت میں جہاں  $K$  اور  $L$  کے بیچ ستون اچانک منہدم ہو کر بالائی منزل کو  $K$  پر آزادانہ گرنے دے (شکل 71b.9)، تصادم کے دوران قوت  $sW$  سے تھوڑا کر سکتی ہے۔ یوں مختصر توقف کے بعد  $K$  منزل  $J$  پر گرے گا، جو  $I$  پر گرے، حتیٰ کہ تمام منزل زمین بوس ہوں۔ دو منزل کے بیچ فاصلہ  $4.0\text{ m}$  اور تمام منزل کی کیت ایک برابر مندرجہ کریں۔ مزید مندرجہ کریں کہ  $K$  سے اوپر منزل کا  $K$  کے ساتھ تصادم  $1.5\text{ ms}$  دورانیہ کا ہے۔ ان سہل گیر صورت میں پرت دار انہدام سے بچنے کے لئے  $s$  کی کم سے کم قیمت کیا ہے؟

سوال ۹۵: ۳: ”اضافی“ ایک اہم لفظ ہے۔ شکل 72.9 میں سل  $L$ ، جس کی کیت  $m_L = 1.00\text{ kg}$ ، اور سل  $B$ ، جس کی کیت  $m_B = 0.500\text{ kg}$  ہے، اور جن کے بیچ دبا سپرنگ ہے، جکڑ کر رکھے گئے ہیں۔ رہا کرنے پر، دبا سپرنگ سلوں کو ہلار گڑ میں پر مختلف رخ دھکیلتا ہے اور خود ان سے علیحدہ ہو کر مندرجہ پر گر جاتا ہے۔ سپرنگ کی کیت قابل نظر انداز ہے۔ (i) اگر زمین کے لحاظ سے سل  $L$  کو اسپرنگ  $1.20\text{ m s}^{-1}$  اضافی رفتار دے، سل  $R$  اگلے  $0.800\text{ s}$  میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟ (ب) اس کے برعکس، اگر سل  $R$  کی سمتی رفتار کے لحاظ سے سل  $L$  کو اسپرنگ  $1.20\text{ m s}^{-1}$  اضافی رفتار دے، سل  $R$  اگلے  $0.800\text{ s}$  میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

سوال ۹۶: ۳: ہلار گڑ مندرجہ پر دو ذرے پھسلتے ہوئے مستقل سمتی رفتار سے حرکت کرتے ہیں؛ شکل 73.9 میں ان کا فضائی جائزہ پیش ہے۔ ان کی کیت ایک برابر اور ابتدائی رفتار  $v = 4.00\text{ m s}^{-1}$  ہے اور ان کا تصادم اس نقطے پر ہوتا ہے جہاں ان کی راہیں ایک دوسرے کو کاٹتی ہیں۔ محور  $x$  یوں منتخب کیا گیا ہے آمدی راہوں کے بیچ زاویے کو برابر حصوں میں کاٹ کر  $\theta = 40^\circ$  دے۔ تصادم کے دائیں جانب حصے کو محور  $x$  اور ہندسوں سے موسوم چار نقطہ دار لکیریں، صرف سے موسوم چار حصوں میں تقسیم کرتی ہیں۔ اگر تصادم (i) مکمل لچکی، (ب) لچکی، اور (ج) غسیر لچکی ہو، ذرے کس حصے میں یا کس لکیر پر حرکت کرتی ہیں؟

سوال ۹۷: ۳: رفتار کا اندازہ انزائش  
سل 1، جس کی کیت  $m_1$  ہے، ہلار گڑ مندرجہ پر محور  $x$  کے ہمراہ  $v_{1i} = 4.00\text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت میں ہے۔ اس کا ایک بُعدی لچکی تصادم ساکن سل 2 سے ہوتا ہے، جس کی کیت  $m_2 = 2.00m_1$  ہے (شکل 74.9)۔ اس کے بعد سل 2 کا ایک بُعدی لچکی تصادم سل 3 سے ہوتا ہے، جس کی کیت  $m_3 = 2.00m_2$  ہے۔ (i) اس وقت سل 3 کی رفتار کیا ہوگی؟ کیا سل 3 کی (ب) رفتار، (ج) حرکت توانائی، اور (د) معیار حرکت کی قیمت سل 1 کی ابتدائی قیمت سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اتنی ہی ہے؟

سوال ۹۸: ۳: رفتار کی انزائش  
سل 1، جس کی کیت  $m_1$  ہے، ہلار گڑ مندرجہ پر محور  $x$  کے ہمراہ  $v_{1i} = 4.00\text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت میں ہے۔ اس کا ایک بُعدی لچکی تصادم ساکن سل 2 سے ہوتا ہے، جس کی کیت

سوال ۳.۹۹:  $m_2 = 0.500m_1$  ہے (شکل 75.9)۔ اس کے بعد سل 2 کا ایک بُعدی لچکی تصادم سل 3 سے ہوتا ہے، جس کی کمیت  $m_3 = 0.500m_2$  ہے۔ (i) اس وقت سل 3 کی رفتار کیا ہوگی؟ کیا سل 3 کی (ب) رفتار، (ج) حرکی توانائی، اور (د) معیار حرکت کی قیمت سل 1 کی ابتدائی قیمت سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اتنی ہی ہے؟

سوال ۳.۱۰۰: ایک گیند جس کی کمیت 150 g ہے  $5.2 \text{ ms}^{-1}$  سے حرکت کرتے ہوئے دیوار سے ٹپکی کھا کر صرف 50 % حرکی توانائی کے ساتھ واپس ہوتا ہے۔ (i) عین ٹپکی کے بعد گیند کی رفتار کیا ہے؟ (ب) دیوار پر گیند کی ضرب کی مقدار کیا ہے؟ (ج) گیند اور دیوار 7.6 ms کے لئے تاس میں ہیں۔ اس دورانے میں گیند پر دیوار کی اوسط قوت کی مقدار کیا ہے؟

سوال ۳.۱۰۱: خلائی طیارے کے دو حصوں کو جبکہ کر ساتھ رکھنے والے دھماکہ خیز فتالوں کے دھماکے سے علیحدہ کیا جاتا ہے۔ ان حصوں کی کمیت 1200 kg اور 1800 kg ہے؛ ہر ایک حصے پر فتالوں کے دھماکے کی ضرب کی مقدار 300 Ns ہے۔ حصے کس اضافی رفتار سے علیحدہ ہوتے ہیں؟

سوال ۳.۱۰۱: ایک گاڑی، جس کی کمیت 1400 kg ہے،  $5.3 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے ابتدائی طور پر محور  $y$  کے ہمراہ شمال کی طرف حرکت میں ہے۔ دائیں ہاتھ  $90^\circ$  موڑ 4.6 s میں پورا کرتے ہی غیر محتاط ڈرائیور گاڑی سیدھا پیٹھر پر چڑھاتا ہے، جو گاڑی کو 350 ms میں روک پاتا ہے۔ اکائی سمتی ترقیم میں گاڑی پر (i) موڑ کاٹنے کی وجہ سے، اور (ب) تصادم کی وجہ سے ضرب کیا ہوگی؟ (ج) موڑ کے دوران اور (د) تصادم کے دوران گاڑی پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟ (ہ) موڑ کے دوران گاڑی پر اوسط قوت کار کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۰۲: تابکار والدینہ مرکبہ<sup>۱۵</sup> مختلف دختر مرکبہ<sup>۱۶</sup> میں بدل کر ایک الیکٹران اور ایک نیوٹرینو<sup>۱۷</sup> خارج کرتا ہے۔ والدینہ مرکبہ  $xy$  محدود نظام کے مبداء پر ساکن تھا۔ الیکٹران  $i$  ( $-1.2 \times 10^{-22} \text{ kg ms}^{-1}$ ) اور نیوٹرینو  $j$  ( $-6.4 \times 10^{-23} \text{ kg ms}^{-1}$ ) خطی معیار حرکت لے کر نکلتا ہے۔ دختر مرکبہ کے خطی معیار حرکت کی (i) مقدار اور (ب) رخ کیا ہیں؟ (ج) اگر دختر مرکبہ کی کمیت  $5.8 \times 10^{-26} \text{ kg}$  ہو، اس کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۰۳: ایک شخص، جس کی کمیت 75 kg ہے، 39 kg کمیت کی ریزھی پر سوار ہے جو  $2.3 \text{ ms}^{-1}$  سمتی رفتار سے حرکت میں ہے۔ وہ زمین کے لحاظ سے مضمر افقی رفتار کے ساتھ ریزھی سے کودتا ہے۔ ریزھی کی سمتی رفتار میں تبدیلی بمع علامت کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۰۴: بلا رگڑ مضمرش پر ساکن دو سل جن کی کمیتیں 1.0 kg اور 3.0 kg ہیں اسپرنگ کے ذریعہ آپس میں جڑی ہیں۔ انہیں ایک دوسرے کے رخ سمتی رفتار یوں دی جاتی ہیں کہ ان کا مرکز کمیت ساکن رہتا ہے اور سل 1 کی رفتار  $1.7 \text{ ms}^{-1}$  ہوتی ہے۔ سل 2 کی سمتی رفتار کیا ہے؟

سوال ۳.۱۰۵: مال بردار ریل گاڑی، جس کی کمیت  $3.18 \times 10^4 \text{ kg}$  ہے، ڈرائیور کے ساکن ڈبے سے ٹکراتا ہے۔ دونوں آپس میں جڑ جاتے ہیں اور ابتدائی حرکی توانائی کا 27.0 % حرکی توانائی، صوتی توانائی، ارتعاش، وغیرہ کو منتقل ہوتا ہے۔ ڈرائیور کے ڈبے کی کمیت تلاش کریں۔

<sup>۱۵</sup> parent nucleus  
<sup>۱۶</sup> daughter nucleus  
<sup>۱۷</sup> neutrino

### باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۳.۱۰۶: ایک گاڑی، جس کی کیت  $2400 \text{ kg}$  ہے، سیدھی سڑک پر  $80 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے دوڑ رہی ہے۔ اس کے پیچھے  $1600 \text{ kg}$  کیت کی گاڑی  $60 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے دوڑ رہی ہے۔ ان کا مرکز کیت کس رفتار سے حرکت کرتا ہے؟

سوال ۳.۱۰۷: گیند 1، جو  $2.2 \text{ ms}^{-1}$  سے حرکت کر رہا ہے، بالکل اسی طرح کے دوسرے گیند 2 سے، جو ساکن ہے، معمولی ٹکراتا ہے (شکل 21.9)۔ تصادم کے بعد گیند 2 زاویہ  $60^\circ = \theta_2$  پر  $1.1 \text{ ms}^{-1}$  سے حرکت کرتا ہے۔ تصادم کے بعد گیند 1 کی سمتی رفتار کی (ا) مقدار اور (ب) رخ کیا ہیں؟ (ج) دیے گئے مواد کے تحت کیا تصادم لچکی یا غیر لچکی ہے؟

سوال ۳.۱۰۸: نظام شمسی سے ایک ہوائی بان  $10^3 \text{ ms}^{-1} \times 6.0$  رفتار سے دور روانہ ہے۔ ہوائی بان کا انجن چالو کرنے سے، ہوائی بان کے لحاظ سے،  $10^3 \text{ ms}^{-1} \times 3.0$  رفتار سے خارج خارج ہوتا ہے۔ اس لمحے ہوائی بان کی کیت  $10^4 \text{ kg} \times 4.0$  اور اسراع  $2.0 \text{ ms}^{-2}$  ہے۔ (ا) انجن کی قوت دھکیل کتنی ہے؟ (ب) اس دوران خارج کس شرح (  $\text{kg s}^{-1}$  ) سے خارج ہوگا؟

سوال ۳.۱۰۹: تین یکساں گیند کا فنکشنائی حبابزہ شکل 76.9 میں پیش ہے۔ گیند 2 اور 3 آپس میں مس ہیں اور گیند 1 کی راہ کو عمودی صاف بستہ ہیں۔ گیند 1 کی سمتی رفتار کی مقدار  $v_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$  اور رخ باقی دو گیند کے نقطہ تماس کو ہے۔ تصادم کے بعد گیند 2 کی سمتی رفتار کی (ا) مقدار اور (ب) رخ، گیند 3 کی سمتی رفتار کی (ج) مقدار اور (د) رخ، اور گیند 1 کی سمتی رفتار کی (ه) مقدار اور (و) رخ کیا ہیں؟ (اشارہ: رگڑ کی غیر موجودگی میں، ہر ضرب، متصادم گیندوں کے مراکز کو ملانے والی لکیر کے ہمراہ، مس سطح کو عمودی ہوگی۔)

سوال ۳.۱۱۰: ایک گیند، جس کی کیت  $0.15 \text{ kg}$  ہے،  $(6.50 \text{ ms}^{-1})\hat{j} + (5.00 \text{ ms}^{-1})\hat{i}$  سمتی رفتار سے چلتے ہوئے دیوار سے ٹکراتا ہے۔ دیوار سے ٹپکی کے بعد گیند کی سمتی رفتار  $(-3.20 \text{ ms}^{-1})\hat{k} + (3.50 \text{ ms}^{-1})\hat{j} + (2.00 \text{ ms}^{-1})\hat{i}$  ہے۔ (ا) گیند کے معیار حرکت میں تبدیلی، (ب) گیند پر ضرب، اور (ج) دیوار پر ضرب کیا ہیں؟

سوال ۳.۱۱۱: دو یکساں برتن جن میں ایک جتنی چینی بھری ہے ایک ڈور کے ذریعہ جڑے ہیں، جو بلار گڑھ چرخی کے اوپر سے گزرتی ہے (شکل 77.9)۔ ڈور اور چرخی کی کیت متبادل نظر انداز ہے، جبکہ ایک برتن اور اس میں بھری چینی کی کیت  $500 \text{ g}$  ہے۔ برتن کے وسط ایک دوسرے سے  $50 \text{ mm}$  فاصلے پر اور برتن ایک جتنی بلندی پر جکڑ کر رکھے گئے ہیں۔ برتن 1 کے وسط اور دو برتنی نظام کے مرکز کیت میں (ا) ابتدائی افقی فاصلہ اور (ب) برتن 1 سے  $20 \text{ g}$  چینی برتن 2 میں منتقل کرنے کے بعد، کتنا ہوگا؟ چینی منتقل کرنے کے بعد برتن رہا کیے جاتے ہیں۔ رہائی کے بعد مرکز کیت (ج) کس رخ اور (د) اسراع کی کتنی مقدار سے حرکت کرتا ہے؟

سوال ۳.۱۱۲: ایک گیند ہموار مندرشش پر چلتے ہوئے یکساں گیند سے ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد پہلا گیند اپنے ابتدائی رخ کے ساتھ  $22.0^\circ$  زاویے پر  $3.50 \text{ ms}^{-1}$  کی رفتار سے حرکت کرتا ہے جبکہ دوسرے گیند کی رفتار  $2.00 \text{ ms}^{-1}$  ہے۔ (ا) پہلے گیند کے ابتدائی کے ساتھ دوسرے گیند کے رخ کا زاویہ اور (ب) پہلے گیند کی ابتدائی رفتار تلاش کریں۔ (ج) کیا (کیت کے وسط کی) حرکت توانائی کی بقا ہوگی؟ (گیند کا گھومتا نظر انداز کریں۔)

سوال ۳.۱۱۳: بلار گڑھ  $h = 0.40 \text{ m}$  بلند میز کے کنارے پر ساکن  $2.0 \text{ kg}$  ڈبے کو  $3.2 \text{ kg}$  ڈبے  $3.0 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے چلتے ہوئے ٹکراتا ہے (شکل 78.9)۔ دونوں ڈبے آپس میں چپک کر مندرشش پر گر تے ہیں۔ عین مندرشش

پر پہنچنے سے قبل ان کی حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۱۳: ایک غبارہ، جس کی (مجموعی) کمیت 320 kg ہے، سے ایک شخص، جس کی کمیت 80 kg ہے، سیڑھی کے ذریعے لٹک رہا ہے (شکل 79.9)۔ زمین کے لحاظ سے غبارہ ابتدائی طور ساکن ہے۔ اگر سیڑھی کے لحاظ سے یہ شخص  $2.5 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے سیڑھی چڑھنا شروع کرے تب غبارہ (i) کس رخ اور (ب) کس رفتار سے حرکت کرے گا؟ اگر شخص چڑھنا روک دے تب غبارے کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۱۵: دیوار کے ساتھ ملا کر رکھے بلار گز میز پر  $m_1 = 6.6 \text{ kg}$  کمیت کی اینٹ 1 پڑی ہے (شکل 80.9)۔ دیوار اور اینٹ کے بیچ  $m_2$  کمیت کی اینٹ 2 رکھ کر اینٹ 1 کے رخ  $v_{2i}$  رفتار کے ساتھ روانہ کی جاتی ہے۔ اینٹ 1 کے بعد دیوار سے ٹکرانے کے بعد دونوں اینٹوں کی سمتی رفتار ایک ہے۔  $m_2$  تلاش کریں۔ تمام تصادم لچکی ہیں (دیوار سے تصادم اینٹ کی رفتار تبدیل نہیں کرتا)۔

سوال ۳.۱۱۶: **بصری کھیل** ۱۸ میں ایک نظارہ پیش کرنا مقصود ہے جس میں 1500 kg کمیت کی 3.0 m لمبی گاڑی 4000 kg کی 14 m کشتی کے اوپر ایک سرے سے دوسرے سر تک مربع ہو کر بندرگاہ کی گودی (جو کشتی سے معمولی نیچے ہے) میں پرواز کر کے پہنچتی ہے (شکل 81.9)۔ کشتی ابتدائی طور پر گودی سے مس ہے؛ کشتی بغیر رگڑ پانی میں حرکت کر سکتی ہے؛ گاڑی اور کشتی دونوں کی کمیت لمبائی پر تخمیناً یکساں تقسیم تصور کیا جاسکتا ہے۔ عین پرواز سے قبل کشتی اور گودی میں فاصلہ کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۱۷: محدود  $x$  پر مثبت رخ  $8.0 \text{ m s}^{-1}$  سے  $3.0 \text{ kg}$  جسم حرکت کرتے ہوئے کمیت  $M$  کے ساکن جسم سے ایک بُدی لچکی ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد کمیت  $M$  کا جسم محور کے مثبت رخ  $6.0 \text{ m s}^{-1}$  سمتی رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ کمیت  $M$  کتنی ہے؟

سوال ۳.۱۱۸: چبوترہ کے ساتھ کھلی ریل گاڑی کا 2140 kg ڈبہ، جو بلار گز حرکت کر سکتا ہے، ساکن کھڑا ہے۔ ایک پہلوان جس کی کمیت 242 kg ہے پٹری کے ہمراہ  $5.3 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے دوڑ کر کھلاڈبے میں کودتا ہے۔ اگر پہلوان کھلاڈبے (i) پر کھڑا ہو جائے، (ب) کھلاڈبے کے لحاظ سے اسی رخ  $5.3 \text{ m s}^{-1}$  سے دوڑے، اور (ج) ابتدائی رخ کے مخالف کھلاڈبے کے لحاظ سے  $5.3 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے دوڑے تب کھلاڈبے کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۱۹: زمین پر 6100 kg ہوائی بان انتصابی اڑان کے لئے تیار کھڑا ہے۔ حشرج کی رفتار  $1200 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (i) ہوائی بان کو تحبازی قوت کے برابر رفتار کی ابتدائی قوت دھکیل دینے کے لئے اور (ب) ہوائی بان کو انتصابی اوپر رخ  $21 \text{ m s}^{-2}$  اسراع دینے کے لئے فی سیکنڈ کتنا ایندھن جلاانا ہوگا؟

سوال ۳.۱۲۰: ایک مقیاس، جس کی کمیت 500.0 kg ہے، 400.0 kg چھوٹے طیارے سے جڑا ہے، جو ساکن بڑے خلائی طیارے کے لحاظ سے  $1000 \text{ m s}^{-1}$  پر حرکت میں ہے۔ ایک چھوٹا دھماکہ مقیاس کو پیچھے کی طرف، چھوٹے طیارے کی نئی سمتی رفتار کے لحاظ سے،  $100.0 \text{ m s}^{-1}$  سے بھیجتا ہے۔ بڑے طیارے پر بیٹھے شخص کے لحاظ سے مقیاس اور چھوٹے طیارے کی کل حرکت کی توانائی میں، دھماکے کی وجہ سے، اضافہ کی شرح کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۲۱: (i) زمین و چاند کا مرکز کمیت زمین کے مرکز سے کس فاصلے پر ہے؟ (ضمیمہ C میں زمین اور چاند کی کمیت اور ان کے بیچ فاصلہ دیا گیا ہے)۔ (ب) یہ فاصلہ زمین کے رداس کا کتنا فی صد ہے؟

### باب ۳: مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۱۲۲:۳ ایک دیوار سے 140 g گیند  $7.8 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے عمودی ٹکرا کر اسی رفتار سے واپس لوٹا ہے۔ لچکی تصادم کا دورانیہ 3.80 ms ہے۔ دیوار پر تصادم کے دوران گیند کی (ا) ضرب اور (ب) اوسط قوت کی قدر کیا ہوگی؟

سوال ۱۲۳:۳ پھسلنی گاڑی، جس کی کیت 2900 kg ہے،  $250 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے پشوری پر ہوائی بان سے چپلائی جاتی ہے۔ راستے میں زمین پر پانی کا تالاب آتا ہے۔ چلتی گاڑی سے کٹگیروں میں ڈبو کر اڑتے پانی کا رخ پھسلنی گاڑی میں رکھی حالی ٹینس کی طرف کیا جاتا ہے۔ خطی معیار حرکت کی بقا کا اصول استعمال کر کے بتائیں ٹینسکی میں 920 kg پانی جمع ہونے کے بعد پھسلنی گاڑی کی رفتار کیا ہوگی؟ (کٹگیروں پر رگڑی قوت نظر انداز کریں۔)

سوال ۱۲۴:۳ ہوائی بندوق 2.0 g چھرے فی سیکنڈ  $500 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے مارتی ہے۔ چھروں کو ایک سخت (غیر لچکی) دیوار روکتی ہے۔ (ا) ایک چھرے کی معیار حرکت کی مقدار، (ب) ایک چھرے کی حرکت کی توانائی، اور (ج) دیوار پر چھروں کی بھرمار کی اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟ (د) اگر ہر چھرا 0.60 ms کے لئے دیوار کے ساتھ تماس میں رہے، تماس کے دوران ایک چھرے کا دیوار پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟ (ه) یہ قوت حبزوج میں تلاش کی گئی قوت سے کیوں اتنی مختلف ہے؟

سوال ۱۲۵:۳ ریل گاڑی کا ڈب دانے اٹھانے والے برقی زینہ<sup>۱۹</sup> کے نیچے سے  $3.20 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے گزرتا ہے۔ ریل گاڑی کے ڈبے میں  $540 \text{ kg min}^{-1}$  شہر سے دانے گرتے ہیں۔ ریل گاڑی کے ڈبے کو مستقل رفتار پر رکھنے کے لئے درکار قوت کی مقدار کیا ہے؟ (رگڑ نظر انداز کریں۔)

سوال ۱۲۶:۳ یکساں موٹائی کے چوکور چپا در سے چھوٹا چوکور حصہ کاٹا جاتا ہے (شکل 82.9)۔ بڑے چوکور کا ضلع  $6d$  اور چھوٹے کا  $2d$  ہے۔ باقی حصے کے مرکز کیت کا (ا)  $x$  محدد اور (ب)  $y$  محدد کیا ہے؟

سوال ۱۲۷:۳ لمحہ  $t = 0$  سے ابتدائی طور ساکن ذرے پر، جس کی کیت  $2.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$  ہے  $\vec{F}_1 = (4.00\hat{i} + 5.00\hat{j}) \text{ N}$  قوت عمل کرتی ہے، اور ابتدائی طور ساکن دوسرے ذرے پر، جس کی کیت  $4.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$  ہے،  $\vec{F}_2 = (2.00\hat{i} - 4.00\hat{j}) \text{ N}$  قوت عمل کرتی ہے۔ وقت  $t = 0$  تا  $t = 2.00 \text{ ms}$  دوزوی نظام کے مرکز کیت کے ہٹاؤ کی (ا) مقدار اور (ب) شہت  $x$  محور کے لحاظ سے زاویہ کیا ہوگا؟ (ج) لمحہ  $t = 2.00 \text{ ms}$  پر مرکز کیت کی حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۱۲۸:۳ ساکن ذرے A، جس کی کیت 0.10 kg ہے، اور B، جس کی کیت 0.30 kg ہے، ایک دوسرے سے 1.0 m فاصلے پر رہا کیے جاتے ہیں۔ ذرے ایک دوسرے کو  $1.0 \times 10^{-2} \text{ N}$  مستقل قوت سے کھینچتے ہیں۔ نظام پر کوئی بیرونی قوت عمل نہیں کرتی۔ (ا) اس وقت نظام کے مرکز کیت کی رفتار کیا ہوگی جب ذروں کے بیچ فاصلہ 0.50 m ہو؟ (ب) ان کا تصادم A کے ابتدائی مقام سے کتنے فاصلے پر ہوگا؟

سوال ۱۲۹:۳ دوزروں کی ٹکڑ ہوتی ہے۔ ان کی سمتی رفتار  $\vec{v}_1 = (-4.00 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (-5.00 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$  اور  $\vec{v}_2 = (6.00 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (-2.00 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$  اور کیت بالستریب 2.00 kg اور 4.00 kg ہیں۔ تصادم انہیں آپس میں جوڑتا ہے۔ ان کی سمتی رفتار (ا) اکائی سمتی ترقیم روپ میں اور (ب) مقدار اور (ج) زاویہ کے روپ میں کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۳۰: دو کروی نظام (شکل 20.9) میں کرہ 1 کی کمیت 50 g اور ابتدائی بلندی  $h_1 = 9.0 \text{ cm}$  اور کرہ 2 کی کمیت 85 g ہے۔ کرہ 1 رہا کرنے کے بعد کرہ 2 سے لچکی ٹکراتا ہے۔ (ا) کرہ 1 اور (ب) کرہ 2 کتنے بلندی کو پہنچتے ہیں؟ (اشارہ: پورم پورم پر تین تین استعمال نہ کریں۔)

سوال ۳.۱۳۱: سل 1 بلا رگڑ منرشن پر محور  $x$  کے ہمراہ  $0.75 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت کرتے ہوئے ساکن سل 2 سے لچکی ٹکراتا ہے (شکل 83.9)۔ درج ذیل جدول (یکساں جسامت) سلوں کی کمیت، لمبائی، اور لمحہ  $t = 0$  پر سل کے وسط کا مقام دیتا ہے۔ (ا) لمحہ  $t = 0$  پر، (ب) جس لمحے سل مس ہوتے ہیں، اور (ج)  $t = 4.0 \text{ s}$  پر دو جسی نظام کا مرکز کمیت کہاں ہوگا؟

سل	کمیت (kg)	لمبائی (cm)	$t = 0$ پر وسط
1	0.25	5.0	$x = -1.5 \text{ m}$
2	0.50	6.0	$x = 0$

سوال ۳.۱۳۲: ایک جسم مثبت  $x$  محور کے رخ  $2.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت میں ہے؛ جسم پر کوئی قوت عمل نہیں کرتی۔ اندرونی دھماکہ جسم کو دو برابر ٹکڑوں میں تقسیم کرتا ہے، اور کل حرکی توانائی میں 16 J کا اضافہ کرتا ہے۔ ایک ٹکڑے کی کمیت 4.0 kg ہے۔ اگلا حصہ اپنا رخ برقرار رکھتا ہے۔ (ا) پچھلے حصے اور (ب) اگلے حصے کی رفتار کیا ہے؟

سوال ۳.۱۳۳: ابتدائی طور پر ساکن ہائیڈروجن جوہر سے الیکٹران ایک بعدی لچکی تصادم کرتا ہے۔ الیکٹران کی ابتدائی حرکی توانائی کا کتنی فی صد جوہر کو منتقل ہوگا؟ (جوہر کی کمیت الیکٹران کے کمیت کی 1840 گنا ہے۔)

سوال ۳.۱۳۴: ریل گاڑی کا کھلا ڈب، جس کا وزن 2415 N ہے، مثبت  $x$  محور کے رخ بلا رگڑ  $18.2 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت میں ہے۔ ایک شخص، جس کا وزن 915 N ہے، اس ڈبے پر کھڑا ہے۔ ڈبے کے لحاظ سے شخص محور  $x$  کے منفی رخ  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے دوڑ لگاتا ہے۔ ڈبے کی رفتار میں اضافہ کتنا ہوگا؟

سوال ۳.۱۳۵: بے انسان تحقیقی خلائی طیارہ (کمیت  $m$  اور سورج کے لحاظ سے رفتار  $v = 10.5 \text{ km s}^{-1}$ ) مشتری (کمیت  $M$  اور سورج کے لحاظ سے رفتار  $V_J = 13.0 \text{ km s}^{-1}$ ) کی طرف بڑھتا ہے (شکل 84.9)۔ یہ طیارہ مشتری کے گرد گھوم کر واپس لوٹتا ہے۔ سورج کے لحاظ سے طیارے کی رفتار اب کیا ہوگی؟ اس عمل، جس کو فلائنگ کاوار<sup>۲۰</sup> کہتے ہیں، کو تصادم تصور کر کے حل کیا جاسکتا ہے۔ مشتری کی کمیت طیارے کی کمیت سے بہت بہت زیادہ ہے ( $M \gg m$ )۔

سوال ۳.۱۳۶: بکی منرشن پر 0.550 kg گیند  $12.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے سیدھا گر کر ٹپکی کھا کر  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  سے اچھلتا ہے۔ انتہائی اوپر رخ محور  $y$  کا مثبت رخ لیں۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں (ا) گیند کی معیار حرکت میں تبدیلی، (ب) گیند پر ضرب، اور (ج) منرشن پر ضرب کیا ہیں؟

سوال ۳.۱۳۷: ساکن جوہری مرکزہ  $xy$  محددی نظام کے مبداء پر تین ذروں میں ٹکڑے ہوتا ہے۔ ذرہ 1، جس کی کمیت  $16.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ہے، مبداء سے  $(6.00 \times 10^6 \text{ m s}^{-1})\hat{i}$  رفتار سے دور ہوتا ہے؛ ذرہ 2، جس کی کمیت  $8.35 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ہے، مبداء سے  $(-8.00 \times 10^6 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$  رفتار سے دور ہوتا ہے۔ (ا) اکائی سمتیہ ترقیم

### باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

میں تیسرے ذرے کی خطی معیار حرکت کیا ہوگی۔ اس کی کیت  $11.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ہے۔ (ب) اس عمل کے دوران کتنی حرکت توانائی پیدا ہوتی ہے؟

سوال ۳.۱۳۸: ذرہ 1، جس کی کیت 200 g ہے، اور رفتار  $3.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے 400 g کیت کے ساکن ذرے سے ایک بڑی ٹکرات ہے۔ اگر تصادم (ا) لچکی ہو اور (ب) مکمل غیر لچکی ہو، ذرہ 1 پر ضرب کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۳۹: چاند کے ایک صفر میں ضروری پایا گیا کہ جس وقت چاند کے لحاظ سے طیارے کی رفتار  $400 \text{ m s}^{-1}$  ہو، طیارے کی رفتار  $2.2 \text{ m s}^{-1}$  بڑھائی جائے۔ طیارے کے لحاظ سے خراج کی اضافی رفتار  $1000 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ اتنا اضافہ پانے کے لئے طیارے کی ابتدائی کیت کی کتنی نسبت جلائی ہوگی؟

سوال ۳.۱۴۰: ایک ساکن گیند، جس کی کیت 0.20 kg ہے، کو ڈنڈے سے 14 ms دورانیے پر 32 N اوسط قوت کے ساتھ مارا جاتا ہے۔ تصادم کے بعد گیند کی رفتار کیا ہوگی؟



## باب ۴

# گھماؤ

### ۴.۱ گھماؤ کے متغیر

#### مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ درج ذیل کے نتائج حاصل ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے اگر جسم کے تمام حصے ایک محور کے گرد ہم قدم گھومیں، یہ استوار جسم ہوگا۔ (اس باب میں ایسے اجسام پر گفتگو کی جائے گی۔)
۲. جان پائیں گے کہ اندرونی حوالہ لکسیر اور مقررہ بیرونی حوالہ لکسیر کے بیچ زاویہ، استوار جسم کا زاویائی مقام دیگا۔
۳. ابتدائی اور اختتامی زاویائی مقام کا زاویائی ہٹاؤ کے ساتھ تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۴. اوسط زاویائی سمتی رفتار، زاویائی ہٹاؤ، اور ہٹاؤ کو درکار دورانیے کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۵. اوسط زاویائی اسراع، زاویائی سمتی رفتار میں تبدیلی، اور اس تبدیلی کو درکار دورانیے کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۶. جان پائیں گے کہ خلاف گھسڑی حرکت مثبت رخ اور گھسڑی وار حرکت منفی رخ ہوگا۔
۷. زاویائی مقام کو وقت کا تناسب جانتے ہوئے، کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویائی سمتی رفتار اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویائی سمتی رفتار تعین کر پائیں گے۔
۸. زاویائی مقام بالقابل وقت کی ترمیم سے کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویائی سمتی رفتار اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویائی سمتی رفتار تعین کر پائیں گے۔
۹. جان پائیں گے کہ لمحاتی زاویائی سمتی رفتار کی مقدار لمحاتی زاویائی رفتار ہوگی۔

۱۰. زاویائی سمتی رفتار کو وقت کا تناسب جانتے ہوئے، کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویائی اسراع اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویائی اسراع تعین کر پائیں گے۔

۱۱. زاویائی سمتی رفتار بالمقابل وقت کی ترسیم سے کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویائی اسراع اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویائی اسراع تعین کر پائیں گے۔

۱۲. وقت کے ساتھ زاویائی اسراع تناسب کا مکمل لے کر جسم کی زاویائی سمتی رفتار میں تبدیلی تعین کر پائیں گے۔  
وقت کے ساتھ زاویائی سمتی رفتار تناسب کا مکمل لے کر جسم کے زاویائی معتام میں تبدیلی تعین کر پائیں گے۔

### کلیدی تصور

• مقررہ محور، جو محور گھماؤ کہلاتی ہے، کے گرد استوار جسم کا گھماؤ بیان کرنے کی خاطر، جسم کے اندر محور کو عمودی حوالہ لکیر مندرجہ کی جاتی ہے جو جسم کے ساتھ ہم قدم محور کے گرد گھومتی ہے۔ ایک مقررہ رخ کے ساتھ اس لکیر کا زاویائی معتام  $\theta$  ناپا جاتا ہے۔ جب  $\theta$  کی پیمائش ریڈین میں ہو، ذیل ہوگا،

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

جہاں رداس  $r$  کے دائری راہ کا قوسی فاصلہ  $s$  اور ریڈین میں زاویہ  $\theta$  ہے۔

• زاویہ کی درجہ میں اور چکر میں پیمائش کا ریڈین پیمائش سے تعلق ذیل ہے۔

$$1 \text{ چکر} = 360^\circ = 2\pi \text{ ریڈین}$$

• ایک جسم جو محور گھماؤ کے گرد گھوم کر اپنا زاویائی معتام  $\theta_1$  سے تبدیل کر کے  $\theta_2$  کرے، ذیل زاویائی ہٹاؤ ہے،

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

جہاں خلاف گھٹری گھماؤ کے لئے  $\Delta\theta$  مثبت اور گھٹری وار گھماؤ کے لئے منفی ہوگا۔

• اگر جسم  $\Delta t$  دورانیہ میں  $\Delta\theta$  زاویائی ہٹاؤ گھومے، اس کی اوسط زاویائی سمتی رفتار  $\omega$  ذیل ہوگی۔

$$\omega_{\text{اوسط}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

جسم کی (لمحاتی) زاویائی سمتی رفتار  $\omega$  ذیل ہوگی۔

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

اوسط زاویائی سمتی رفتار  $\omega_{\text{اوسط}}$  اور سمتی رفتار  $\omega$  دونوں سمتی رفتار ہیں، جن کا رخ دایاں ہاتھ متعصبہ دیگا۔  
خلاف گھٹری گھماؤ کے لئے ان کا رخ مثبت اور گھٹری وار گھماؤ کے لئے منفی ہوگا۔ زاویائی سمتی رفتار کی متدرج جسم کی زاویائی رفتار ہوگی۔

• اگر  $t_2 - t_1 = \Delta t$  دورانیہ میں جسم کی زاویائی سمتی رفتار  $\omega_1$  سے تبدیل ہو کر  $\omega_2$  ہو، اس کا اوسط زاویائی اسراع  $\alpha$  ذیل ہوگا۔

$$\alpha_{\text{اوسط}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

جسم کا (لمحائی) زاویائی اسراع  $\alpha$  ذیل ہوگا۔

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$\alpha$  اور  $\alpha$  دونوں سمتی معتاد ہیں۔

### طبیعیات کیا ہے؟

جیسا ہم پہلے ذکر کر چکے، طبیعیات کی توجہ کا ایک مرکز ”حرکیات“ ہے۔ تاہم، اب تک ہم صرف مستقیم حرکت پر بات کرتے رہے ہیں، جس میں جسم سیدھی یا قوسی لکیر پر حرکت کرتا ہے (شکل 1a-10)۔ اب ہم گھماؤ پر نظر ڈالتے ہیں، جس میں جسم کسی محور کے گرد گھومتا ہے (شکل 1b-10)۔

گھاؤ تقریباً ہر مشین میں نظر آتا ہے، اور جب آپ دروازہ کھولتے ہیں آپ اس کو دیکھتے ہیں۔ کھیل میں گھاؤ اہم کردار ادا کرتا ہے، جیسا گیند کو زیادہ دور پھینکنے کے لئے (گھومتے گیند کو ہوا زیادہ دیر اٹھا کر سکتی ہے)، اور کرکٹ میں گیند قوسی راہ پر پھینکنے کے لئے (گھومتے گیند کو ہوا دائیں یا بائیں دھکیلتی ہے)۔ گھاؤ زیادہ اہم مسائل، جیسا عمر رسیدہ ہوائی جہاز میں دھاتی حصوں کا ٹوٹ پھوٹ، میں بھی کلیدی کردار ادا کرتا ہے۔

گھاؤ پر بحث سے قبل، حرکت میں ملوث متغیرات متعارف کرتے ہیں، جیسا ہم نے باب 2 میں مستقیم حرکت پر بحث سے قبل کیا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ گھاؤ کے متغیرات عین باب 2 میں یک بُعدی حرکت کے متغیرات کی طرح ہیں؛ ایک اہم خصوصی صورت وہ ہے جہاں اسراع (جو یہاں زاویائی اسراع ہوگا) مستقل ہو۔ ہم دیکھتے ہیں نیوٹن کا دوسرا قانون حرکت کے لئے بھی لکھا جاسکتا ہے، تاہم اب قوت کی بجائے ایک نئی مقدار جو قوت مساوی کہلاتی ہے استعمال کرنا ہوگا۔ کام اور کام و حرکی توانائی مسئلے کا اطلاق بھی گھاؤ و حرکت پر کیا جاسکتا ہے، تاہم کیت کی بجائے ایک نئی مقدار جو زاویائی جمود کہلاتی ہے استعمال کرنا ہوگا۔ مختصراً، ہم جو کچھ پڑھ چکے ہیں، اس کا اطلاق گھاؤ و حرکت میں ہوگا، تاہم کبھی کبھار معمولی تبدیلی کی ضرورت پیش آئے گی۔

انتباہ: اگرچہ اس باب میں زیادہ تر حقائق محض دوبارہ پیش کیے گئے ہیں، دیکھایا گیا ہے کہ طلب و طالبات کو اس باب میں دشواری پیش آتی ہے۔ اساتذہ کرام اس کی کئی وجوہات پیش کرتے ہیں جن میں سے دو پر اتفاق پایا جاتا ہے: 1 یہاں علامت کی تعداد بہت زیادہ ہے (جنہیں یونانی حروف میں لکھ کر مشکل میں مزید اضافہ پیدا ہوتا ہے)، اور 2 آپ خطی حرکت سے زیادہ واقف ہیں (اسی لئے کمرے کے ایک کونے سے دوسرے کونے تک آپ با آسانی جاسکتے ہیں)، لیکن گھاؤ سے آپ کا واسطہ کم رہا ہے (اسی لئے تفسیر گاہ میں آپ تفسیر جی بھولے پر سوار ہونے کے لئے پیسہ خرچ کرنے کے لئے راضی ہوتے ہیں)۔ جہاں آپ کو دشواری ہو، دیکھیں

آیا مسئلے کو باب 2 کا ایک بُدی خطی مسئلہ تصور کرنے آسانی پیدا ہوتی ہے۔ مثلاً، اگر آپ سے زاویائی فاصلہ معلوم کرنے کو کہا جائے، وقتی طور پر لفظ زاویائی کو بھول جائیں اور دیکھیں آیا باب 2 کی ترقیم اور تصورات استعمال کر کے جواب حاصل کرنا آسان ہوتا ہے۔

### گھماؤ کے متغیر

ہم مقررہ محور پر استوار جسم کے گھماؤ پر غور کرنا چاہتے ہیں۔ استوار جسم<sup>۱</sup> اے سرادوہ جسم ہے جس کے تمام حصے، جسم کی شکل و صورت تبدیل کیے بغیر، ہم قدم گھوم سکتے ہیں۔ مقررہ محور<sup>۲</sup> اے سرادوہ محور ہے جو حرکت نہیں کرتی اور جس پر گھوما جاسکتا ہے۔ یوں ہم ایسے جسم پر غور نہیں کریں گے جیسا سورج (جو گیس کا کرہ ہے) جس کے حصے ایک ساتھ حرکت نہیں کرتے۔ ہم زمین پر لڑھکتے گیند کی بھی بات نہیں کرتے چونکہ اس کا محور خود حرکت پذیر ہے (ایسی گیند کی حرکت، گھماؤ اور متقیم حرکت کا ملاپ ہے)۔

شکل 2.10 میں مقررہ محور پر، جو محور گھماؤ یا گھماؤ کی محور کہلاتی ہے، اختیاری شکل کا استوار جسم گھوم رہا ہے۔ حوالہ گھماؤ (زاویائی حرکت) میں، جسم کا ہر نقطہ ایسے دائرہ پر حرکت کرتا ہے، جس کا مرکز محور گھماؤ پر واقع ہے، اور ہر نقطہ کسی مخصوص وقتی وقفہ میں ایک جتنا زاویہ طے کرتا ہے۔ حوالہ متقیم حرکت (خطی حرکت) میں، جسم کا ہر نقطہ کسی مخصوص وقتی دورانیہ میں ایک جتنا خطی فاصلہ طے کرتا ہے۔

آئیں باری باری خطی متادیر متام، ہٹاؤ، وقتی رفتار، اور اسراع کے مماثل زاویائی متادیر پر غور کرتے ہیں۔

### زاویائی متام

شکل 2.10 میں گھماؤ کو عمودی، جسم کے ساتھ گھومتی، جسم سے پکی حبڑی حوالہ لکیر دکھائی گئی ہے۔ کسی مقررہ رخ کے ساتھ، جس کو ہم صفر زاویائی مقام<sup>۳</sup> مانتے ہیں، اس لکیر کا زاویہ لکیر کا زاویائی مقام<sup>۴</sup> ہوگا۔ شکل 3.10 میں محور  $x$  کے مثبت رخ کے ساتھ زاویائی مقام  $\theta$  ناپا گیا ہے۔ ہندسہ سے ہم جانتے ہیں درج ذیل ہوگا۔

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{ریڈین ناپ}) \quad (۴.۱)$$

یہاں محور  $x$  (جو صفر زاویائی مقام ہے) سے حوالہ لکیر تک دائری قوس کی لمبائی  $s$ ، اور دائرے کا رداس  $r$  ہے۔

اس طرح تعین کیا گیا زاویہ، درجہ یا چکر کی بجائے، ریڈین<sup>۵</sup> میں ناپا جاتا ہے۔ ریڈین دو لمبائیوں کی نسبت (تقابل تعلق) ہے لہذا یہ بے بعد حوالہ عدد ہوگا۔ دائرے کا محیط  $2\pi r$  ہے لہذا ایک مکمل دائرے میں  $2\pi$

rigidbody<sup>۱</sup>  
fixedaxis<sup>۲</sup>  
rotationaxis<sup>۳</sup>  
zeroangularposition<sup>۴</sup>  
angularposition<sup>۵</sup>  
radian<sup>۶</sup>

ریڈیئن ہوں گے۔

$$(۴.۲) \quad 2\pi \text{ ریڈیئن} = \frac{2\pi r}{r} = 360^\circ = 1 \text{ چکر}$$

یا

$$(۴.۳) \quad 0.159 \text{ چکر} = 57.3^\circ = 1 \text{ ریڈیئن}$$

محور گھماؤ پر حوالہ لکسیر کی مکمل چکر کے بعد ہم  $\theta$  واپس صفر نہیں کرتے۔ اگر حوالہ لکسیر صفر زاویائی معیار سے ابتدا کر کے دو چکر مکمل کرے، لکسیر کا زاویائی معیار  $\theta = 4\pi$  ریڈیئن ہوگا۔

محور  $x$  پر حوالہ مستقیم حرکت کے لئے  $x(t)$ ، یعنی معیار بالقابل وقت، جانتے ہوئے ہم حرکت پذیر جسم کے بارے میں وہ سب کچھ معلوم کر سکتے ہیں جنہیں جاننا مقصود ہو۔ اسی طرح، حوالہ گھماؤ کے لئے  $\theta(t)$ ، یعنی زاویائی معیار بالقابل وقت، جانتے ہوئے ہم گھومتے جسم کے بارے میں وہ سب کچھ معلوم کر سکتے ہیں جنہیں جاننا مقصود ہو۔

زاویائی ہٹاؤ

اگر شکل 3.10 کا جسم محور گھماؤ پر شکل 4.10 کی طرح گھوم کر حوالہ لکسیر کا زاویائی معیار  $\theta_1$  سے تبدیل کر کے  $\theta_2$  کرے، جسم کا زاویائی ہٹاؤ  $\Delta\theta$  ذیل ہوگا۔

$$(۴.۴) \quad \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

زاویائی ہٹاؤ کی یہ تعریف صرف استوار جسم بلکہ جسم کے اندر ہر ذرہ کے لئے درست ہے۔

**گھڑیاں منفی ہیں۔** محور  $x$  پر مستقیم حرکت کی صورت میں جسم کا ہٹاؤ  $\Delta x$  مثبت یا منفی ہوگا، جو، محور پر جسم کی حرکت کے رخ پر منحصر ہے۔ اسی طرح، گھماؤ کی صورت میں جسم کا زاویائی ہٹاؤ  $\Delta\theta$  درج ذیل متعادلہ کے تحت مثبت یا منفی ہوگا۔

متعادلہ ۴.۱: خلاف گھڑی زاویائی ہٹاؤ مثبت اور گھڑی وار ہٹاؤ منفی ہوگا۔

”گھڑیاں منفی ہیں“ کا فقرہ اس متعادلے کو یاد رکھنے میں مدد دے سکتا ہے۔ یاد رہے گھڑی کے سیکنڈ کی سوئی کا ہر قدم آپ کی زندگی کا ٹی ہے۔

آزمائش ۱

فطرص اپنے وسطی محور کے گرد گھوم سکتا ہے۔ درج ذیل ابتدائی اور اختتامی زاویائی معیار کی سر ترتیب جوڑیوں میں کوئی منفی زاویائی ہٹاؤ دیتی ہیں؟ (۱) ابتدائی  $-3$  ریڈیئن، اختتامی  $+5$  ریڈیئن؛ (ب) ابتدائی  $-3$  ریڈیئن، اختتامی  $-7$  ریڈیئن؛ (ج) ابتدائی  $7$  ریڈیئن، اختتامی  $-3$  ریڈیئن۔

## زاویائی مستی رفتار

فرض کریں ایک جسم وقت  $t_1$  پر زاویائی مقام  $\theta_1$  پر اور وقت  $t_2$  پر زاویائی مقام  $\theta_2$  پر ہو، جیسا شکل 4.10 میں دکھایا گیا ہے۔ ہم  $t_1$  تا  $t_2$  وستی دورانیہ  $\Delta t$  میں جسم کی اوسط زاویائی سمتی رفتار  $\omega$  کی تعریف ذیل کرتے ہیں،

$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (۴.۵)$$

جہاں وقت دورانیہ  $\Delta t$  میں زاویائی ہٹاؤ  $\Delta\theta$  ہے۔ (زاویائی مستی رفتار کے لئے یونانی حرف تہجی کا، چھوٹی لکھائی میں، آخری حرف اومیگا  $\omega$  استعمال کیا جائے گا۔)

جوابات

