

طبیعیات کے اصول

خالد حنان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyousafzai@hotmail.com

۴ مارچ ۲۰۲۲

عنوان

۷	میری پہلی کتاب کا دیباچہ
۱	۱ پیش‌نہ
۷	۱.۱ وقت
۹	۲.۱ کیفیت
۱۰	۱.۲.۱ کشافیت
۱۲	۲.۲.۱ وقت
۲۱	۲ خط مستقیم پر حرکت
۲۳	۳ سمتیات
۲۷	۴ دو اور تین ابعاد میں حرکت
۲۹	۵ قوت اور حرکت الف
۳۱	۶ قوت اور حرکت با
۳۳	۷ حرکت توانائی اور کام
۳۵	۸ مخفی توانائی اور توانائی کی بقا
۳۹	۱.۰.۸ طاقت
۴۱	۱.۸ مخفی توانائی
۴۲	۲.۸ میکانیکی توانائی کی بقا
۴۷	۹ مرکز کیفیت اور خطی معیار حرکت
۴۷	۱.۹ ایک بُعد میں لچکی تصادم
۴۹	۲.۹ دو ابعاد میں تصادم
۵۱	۳.۹ تغیر کیفیت کا نظام: ہوائی بان

۷۹	گھساو	۱۰
۷۹	گھساو کے متغیر	۱.۱۰
۸۵	۱.۱.۱۰ کلیدی تصور	
۹۰	مستقل زاوی اسراع کا گھساو	۲.۱۰
۹۳	خطی اور زاوی متغیرات کا رشتہ	۳.۱۰
۹۹	گھساو کی حرکی توانائی	۴.۱۰
۱۰۱	گھمیری جہود کا حساب	۵.۱۰
۱۰۷	قوت مسروڑ	۶.۱۰
۱۰۹	نیوٹن کا قانون دوم برائے گھساو	۷.۱۰
۱۱۴	کام اور گھمیری حرکی توانائی	۸.۱۰
۱۴۱	لڑھکاؤ، قوت مسروڑ، اور زاوی معیار حرکت	۱۱
۱۴۱	۱.۱۱ مستقیم حرکت اور گھساو مسل کر لڑھکاؤ دیتے ہیں	
۱۴۴	۲.۱۱ لڑھکاؤ کی قوتیں اور حرکی توانائی	
۱۴۹	۳.۱۱ ڈوری دار لٹو	
۱۵۰	۴.۱۱ قوت مسروڑ پر نظر ثانی	
۱۵۳	۵.۱۱ زاوی معیار حرکت	
۱۵۶	۶.۱۱ نیوٹن کا قانون دوم، زاوی روپ	
۱۶۰	۷.۱۱ استوار جسم کا زاوی معیار حرکت	
۱۶۴	۸.۱۱ زاوی معیار حرکت کی بقا	
۱۶۹	۹.۱۱ ممکن چپرخ کی استقبالی حرکت	
۱۸۹	۱۲ توازن اور پلک	
۱۸۹	۱.۱۲ توازن	
۱۹۰	۱.۱.۱۲ طبیعیات کیا ہے؟	
۱۹۵	۲.۱۲ سکونی توازن کی چند مثالیں	
۲۰۲	۳.۱۲ پلک	
۲۲۵	۱۳ تجاذب	
۲۲۵	۱.۱۳ نیوٹن کا قانون تجاذب	
۲۲۹	۲.۱۳ تجاذب اور اصول انطباق	
۲۳۲	۳.۱۳ سطح زمین کے متغیر تجاذب	
۲۳۶	۴.۱۳ زمین کے اندر تجاذب	
۲۳۹	۵.۱۳ تجاذبی مخفی توانائی	
۲۴۵	۶.۱۳ سیارے اور سیارچے: قوانین کپلر	
۲۴۷	جوابات	

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو دور کی بات، ان کے لئے انگریزی زبان خود ایک رکاوٹ ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی حنا طر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر متعل تیکنیکی اصطلاحات استعمال کئے جائیں۔ جہاں اصطلاحات موجود نہ تھیں وہاں روزمرہ استعمال الفاظ چنے گئے۔ تیکنیکی اصطلاحات کی چٹائیوں کی گئی ہے کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہے۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

امید کی جاتی ہے یہ کتاب ایک دن حلاقتاً اردو زبان میں انجینیری نصاب کی کتاب کے طور پر پڑھائی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینیری کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور جہاں بھی کتاب میں غلطی نظر آئے، اس کی نشاندہی میری برقیاتی پتہ پر کریں؛ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے سرزد ہوئی ہیں جنہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائیر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

حسالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011ء

باب ۱

پیمائش

طبیعیات کیا ہے؟

سائنس و انجینئری پیمائش اور موازنے پر مبنی ہے۔ چیزوں کی پیمائش اور موازنے کے لئے قواعد کی ضرورت پیش آتی ہے؛ پیمائش اور موازنے کے بعد تعین کرنے کے لئے تجربات کا سہارا لینا ہوگا۔ طبیعیات اور انجینئری کا ایک مقصد ان تجربات کی بنیاد پر اور تجربہ کرنا ہے۔

چیزوں کی پیمائش

طبیعیات میں ملوث مقداروں کی پیمائش کی طریقہ جان کر ہم طبیعیات دریافت کرتے ہیں۔ ان مقداروں میں لمبائی، وقت، کمیت، درجہ حرارت، دباؤ، اور برقی روشنائی ہیں۔

ہم ہر طبعی مقدار کا موازنہ ایک معیار^۱ کے ساتھ کر کے طبعی مقدار کو اس کی اکائیوں میں ناپتے ہیں۔ اس مقدار کی ناپ کو ایک منظم نام دیا جاتا ہے جسے اکائی^۲ کہتے ہیں۔ مثلاً، لمبائی کی پیمائش میٹر (m) میں کی جاتی ہے۔ معیار سے مراد، مقدار کی ٹھیک ایک اکائی ہے۔ جیسا آپ دیکھیں گے لمبائی کا معیار، جو ٹھیک ایک میٹر کے برابر ہے، اُس فاصلہ کو کہتے ہیں جو حناء میں، ایک مخصوص دورانیہ میں، شعاع طے کرتی ہے۔ ہم اکائی اور اس کے معیار کی تعریف جیسا چاہیں کر سکتے ہیں۔ تاہم، ضروری ہے کہ دنیا کے باقی سائنسدان بھی اس تعریف کو معنی خیز اور قابل استعمال مانیں۔

ایک معیار، مثلاً لمبائی کا معیار، طے کرنے کے بعد ہمیں وہ طریقہ کار وضع کرنا ہوگی جس سے ہر لمبائی، چاہے وہ ہائیڈروجن جوہر کا رداس ہو یا دور کسی ستارے تک فاصلہ، اس معیار کی صورت میں ظاہر کی جاسکے۔ ایسی

¹standard
²unit

باب ۱. پیمائش

ایک ترکیب فیتے کا استعمال ہے؛ لمبائی کے معیار کو فیتہ تخمیناً ظاہر کرتا ہے۔ بہر حال، بہت سے موازنوں میں بلا واسطہ طریقے استعمال کیے جاتے ہیں۔ مثلاً، جوہر کا رداس یا قطر ہی ستارے تک فاصلہ فیتہ استعمال کر کے نہیں ناپا جاسکتا۔

اسی مقادیر طبعی مقادیر کی تعداد اتنی زیادہ ہے کہ انہیں منظم کرنا ایک مسئلہ ہے۔ خوش قسمتی سے تمام مقادیر غیر تابع نہیں ہیں؛ مثلاً، رفتار در حقیقت لمبائی اور وقت کی تناسب کو کہتے ہیں۔ بین الاقوامی متفقہ معاہدے کے تحت چند طبعی مقادیر، مثلاً، لمبائی، کمیت، اور وقت کو اسی مقادیر منتخب کر کے صرف انہی کو معیار مختص کیے گئے۔ باقی طبعی مقادیر ان ”اسی مقادیر“ اور انہیں کے معیار (جنہیں اسی معیار^۳ کہتے ہیں) کی صورت میں ناپے جاتے ہیں۔ مثلاً، اسی مقادیر لمبائی اور وقت اور ان کے اسی معیار کی شکل میں ”رفتار“ تعین کیا جاتا ہے۔

اسی معیار کا مقابلہ رسانی اور غیر متغیر ہونا لازمی ہے۔ اگر ہم بازو کی لمبائی کو معیار لمبائی تسلیم کریں تب یہ قابل رسانی ضرور ہوگی، البتہ ہر شخص کے لئے یہ لمبائی مختلف ہوگی لہذا یہ غیر متغیر نہیں ہے۔ سائنس و انجینئری میں زیادہ سے زیادہ درستگی مطلوب ہونے کی پیش نظر ہم اسی معیار کی غیر متغیریت پر خصوصی توجہ دیتے ہیں۔ اس کے بعد اسی معیار کی بہتر سے بہتر نقل بن کر ان لوگوں کو فراہم کرتے ہیں جنہیں ضرورت ہو۔

اکائیوں کا بین الاقوامی نظام

۱۹۶۰ء میں ناپ و تول کے عمومی اجلاس میں سات مقادیر کو بطور اسی مقدار منتخب کر کے بین الاقوامی نظام اکائی کے اسس بنے گئے۔ بین الاقوامی نظام اکائی کو مختصراً ”SI نظام“ کہتے ہیں۔ جدول ۱.۱ میں تین اسی مقدار لمبائی، کمیت، اور وقت دکھائے گئے ہیں۔ ان اکائیوں کی تعریف انسانی جامت مد نظر رکھتے ہوئے کی گئی۔

جدول ۱.۱: بین الاقوامی نظام اکائی کی تین اسی مقادیر کی اکائیاں

مقدار	اکائی کا نام	اکائی کی علامت
لمبائی	میٹر	m
کمیت	کلوگرام	kg
وقت	سیکنڈ	s

کئی مشتق اکائیوں^۵ کی تعریف ان اسی اکائیوں کی صورت میں کی جاتی ہے۔ مثلاً، طاقت کی SI اکائی، جو واط^۶ (W) کہلاتی ہے، کی تعریف کمیت، لمبائی، اور وقت کی اسی اکائیوں کی صورت میں کی جاتی ہے۔ یوں، جیسا آپ باب ۷ میں دیکھیں گے، درج ذیل ہوگا:

$$(۱.۱) \quad 1 \text{ W} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \text{ s}^{-3}$$

base quantities^۲
base standards^۴
derived units^۵
watt^۶

جہاں آخر میں کلوگرام مربع میٹر فی کعب سیکنڈ پڑھا جائے گا۔

بہت بڑی یا بہت چھوٹی مقداریں، جن سے ہمیں طبیعیات میں عموماً واسطہ ہوگا، سائنس ترقیم ے میں لکھی جاتی ہیں، جو دس کی طاقت استعمال کرتی ہے۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$(۱.۲) \quad 3\,560\,000\,000\,m = 3.56 \times 10^9\,m$$

$$(۱.۳) \quad 0.000\,000\,492\,s = 4.92 \times 10^{-7}\,s$$

کمپیوٹر میں سائنسی ترقیم مزید مختصر لکھی جاتی ہے؛ مثلاً، $3.56E9$ اور $4.92E-7$ ، جہاں E ”دس کی طاقت“ ظاہر کرتا ہے۔ کئی حسابے کار^۸ (کلوکیٹر) مزید مختصر انداز استعمال کرتے ہوئے E کو حتمی جگہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ہم اپنی آسانی کے لئے بہت بڑی یا بہت چھوٹی پیمائش جدول ۱.۲ میں پیش سابقے استعمال کر کے لکھتے ہیں۔

جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں ہر سابقہ دس کی ایک مخصوص طاقت ظاہر کرتا ہے، جو بطور جزو ضربی استعمال کیا جاتا ہے۔ بین الاقوامی نظام اکائی کے ساتھ سابقہ منسلک کرنے سے مراد اس اکائی کو مطابقتی جزو ضربی سے ضرب دینا ہے۔ یوں ہم کسی ایک مخصوص برقی طاقت کو

$$(۱.۴) \quad 1.27\,GW = 1.27 \times 10^9\,واٹ$$

یا کسی مخصوص وقتی دورانیہ کو درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۱.۵) \quad 2.35\,ns = 2.35 \times 10^{-9}\,سیکنڈ$$

چند سابقہ، جو ملی لٹر، سنی میٹر، کلوگرام یا میگا بائٹ میں استعمال ہوتے ہیں، سے آپ ضرور واقف ہوں گے۔

اکائی کی تبدیلی

بعض اوقات طبیعی مقداروں کی اکائی تبدیل کرنے کی ضرورت پیش آتی ہے۔ ہم اصل پیمائش کو ”تبدیلی جزو“، جو ایک (1) کے برابر اکائیوں کی نسبت ہوگی، سے ضرب دیتے ہیں۔ مثلاً، ایک منٹ اور ساٹھ سیکنڈ مباشر دورانیہ ظاہر کرتے ہیں، لہذا درج ذیل ہوگا۔

$$\frac{1\,min}{60\,s} = 1$$

یا

$$\frac{60\,s}{1\,min} = 1$$

یوں $(1\,min)/(60\,s)$ یا $(60\,s)/(1\,min)$ تناسب بطور متبادل جزو^۹ استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ہم ہرگز $\frac{1}{60}$ یا

scientific notation^۷
calculator^۸
conversion factor^۹

جدول ۱.۲: بین الاقوامی نظام اکائی کے سابقہ

علامت	سابقہ	حبز و ضربی
Y	یوٹا	10^{24}
Z	زیٹا	10^{21}
E	اکا	10^{18}
P	پٹا	10^{15}
T	ٹیرا	10^{12}
G	گیگا	10^9
M	میگا	10^6
k	کلو	10^3
h	ہکٹو	10^2
da	ڈیکا	10^1
d	ڈیسی	10^{-1}
c	سنٹی	10^{-2}
m	ملی	10^{-3}
μ	مائیکرو	10^{-6}
n	نینو	10^{-9}
p	پیکو	10^{-12}
f	فیپٹو	10^{-15}
a	ایٹو	10^{-18}
z	زپٹو	10^{-21}
y	یکٹو	10^{-24}

$60 = 1$ نہیں لکھ سکتے؛ ہر عدد اور اسکی اکائی کو اکٹھا رکھنا ہوگا۔

ایک (1) سے ضرب دینے سے مقدار کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی لہذا ہم جب چاہیں تبدیلی حبزو استعمال کر سکتے ہیں۔ ایسا کرتے ہوئے ہم غیر ضروری اکائیوں کو منسوخ کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر دو منٹ کو سیکنڈ میں تبدیل کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$(1.2) \quad 2 \text{ min} = (2 \text{ min})(1) = (2 \text{ min})\left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}\right) = 120 \text{ s}$$

اگر تبادلہ حبزو ضرب متعارف کرنے سے غیر ضروری اکائیاں ایک دوسرے کے ساتھ منسوخ نہ ہوتی ہوں تب حبزو ضربی کو الٹ کر دوبارہ کوشش کریں۔ اکائیوں کی تبادلہ میں اکائیوں پر متغیرات اور اعداد کے الجبرائی قواعد لاگو

ہوں گے۔

مبانی

۱۹۲۰ء میں فرنس کی نوزائیدہ جمہوریہ نے ناپ اور تول کا ایک نیا نظام قائم کیا۔ میٹر اس کا سنگ بنیادی تھا، جو قطب شمال سے خط استوا تک فاصلے کا کڑواں حصہ لیا گیا۔ بعد میں عملی وجوہات کی بنا پر اس زمینی معیار کو ترک کرتے ہوئے، پلانٹیم و ایریڈیم^{۱۰} کی ایک سلاخ پر لگائے گئے دو باریک لکسیروں کے بیچ فاصلہ میٹر^{۱۱} "مقرر پایا" یہ معیار^{۱۲} میٹر سلاخ^{۱۳} ۱۲ پیرس شہر کے قریب ناپ و تول کے بین الاقوامی محکمہ میں رکھا گیا ہے۔ اس سلاخ کی بہترین نقل، دنیا کی معیار ساز تجربہ گاہوں کو (بطور ثانوی معیار) فراہم کی گئی۔ ثانوی معیار^{۱۴} سے، مزید قابل رسائی معیار تیار کیے گئے، حتیٰ کہ آخر کار ہر پیشانہ آلہ معیاری میٹر سلاخ پر مبنی تھا۔

کچھ عرصہ بعد، سلاخ پر دو باریک لکسیروں کے بیچ فاصلہ کے معیاری میٹر سے بہتر معیار کی ضرورت پیش آئی۔ ۱۹۶۰ء میں شعاع کے طول موج پر مبنی میٹر کے معیار پر اتفاق کیا گیا۔ یہ معیار کرپٹن 86 (جو کرپٹن^{۱۵} کا ایک مخصوص ہم حسابے) کے جوہروں سے خارج ایک مخصوص نارنجی سرخ شعاع کے 1650763.73 طول موج کا فاصلہ ٹھہرایا گیا۔ یہ شعاع دنیا میں کہیں بھی گیلی^{۱۶} خروچ^{۱۷} سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ نئے معیار کو پرانے معیار (میٹر سلاخ) کے قریب سے قریب رکھنے کی غرض سے تول موج کی (مذکورہ بالا عجیب) تعداد منتخب کی گئی۔

کچھ عرصہ تک یہ معیار سائنسی دنیا کی ضروریات پوری کر پایا، تاہم سائنس کی دنیا بہت جلد اتنی آگے بڑھ چکی کہ کرپٹن 86 کے طول موج پر مبنی معیار سائنسی ضروریات پوری کرنے کے قابل نہیں رہا۔ آخر کار ۱۹۸۳ء میں ایک نذر فیصلہ کیا گیا، اور میٹر وہ فاصلہ مقرر پایا جو شعاع ایک مخصوص دورانیہ میں طے کرتی ہے۔ ناپ و تول کے سترھویں (17) عمومی اجلاس میں درج ذیل طے پایا۔

تعریف: حلاء میں ایک سیکنڈ کے $\frac{1}{299792458}$ حصے میں شعاع کا طے کردہ فاصلہ میٹر^{۱۸} کہلائے گا۔

□

وقت کا (مذکورہ بالا) دورانیہ یوں منتخب کیا گیا کہ شعاع کی رفتار c ٹھیک درج ذیل ہو۔

$$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$$

شعاع کی رفتار اٹل ہے۔ یوں شعاع کی رفتار سے میٹر اخذ کرنا ایک بہتر قدم تھا۔

platinum-iridium^{۱۰}

meter^{۱۱}

standard meter bar^{۱۲}

secondary standards^{۱۳}

krypton^{۱۴}

gas discharge tube^{۱۵}

meter^{۱۶}

باب ۱. پیمائش

جدول ۱.۳ میں فنصلوں کی وسیع سعت پیش ہے، جو کہکشاں فنصلوں سے لے کر انتہائی چھوٹی چیزوں کی لمبائیاں دیتا ہے۔

جدول ۱.۳: چند تخمینہ فنصلے

پیمائش	میٹر میں لمبائی
اول ترین پیدا کہکشاں تک فنصلہ	2×10^{26}
اندرومد کہکشاں تک فنصلہ	2×10^{22}
قریب ترین تارے تک فنصلہ	4×10^{16}
پلوٹو تک فنصلہ	6×10^{12}
زمین کا رداس	6×10^6
بلند ترین پہاڑی کی اونچائی	9×10^3
صفحے کی موٹائی	1×10^{-4}
علامتی دائرہ کی لمبائی	1×10^{-8}
ہائیڈروجن جوہر کا رداس	5×10^{-11}
پروٹان کا رداس	1×10^{-15}

بامعنی اعداد اور اشاریہ کے مقام

منرض کریں آپ ایک مسئلے پر کام کر رہے ہیں جس میں ہر قیمت دو ہندسوں پر مشتمل ہے۔ ان ہندسوں کو بامعنی ہندسے^۷ کہتے ہیں۔ اپنا جواب پیش کرتے ہوئے آپ اتنے ہندسے ہی استعمال کریں گے۔ اگر مواد دو ہندسوں میں دیا گیا ہو تب جواب بھی دو ہندسوں پر مشتمل ہو گا۔ اگرچہ آپ کا حساب کارنتائج زیادہ ہندسوں میں پیش کرتا ہے، یہ (اضافی) ہندسے بے معنی ہیں۔

اس کتاب میں، دیے گئے مواد میں کم سے کم بامعنی ہندسوں کے برابر، حساب کے اختتامی نتائج پور پور کر کے پیش کیے جائیں گے۔ (ہاں، بعض اوقات ایک اضافی بامعنی ہندسہ بھی رکھا جائے گا)۔ اگر ضائع کیے جانے والے ہندسوں میں بایاں ترین ہندسہ 5 کے برابر یا اس سے بڑا ہو تب آخری رہنے دیا گیا ہندسے کو ”اوپر پور پور“ کیا جاتا ہے؛ دیگر صورت اس کو جوں کا توں رکھا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر 11.3516 کو تین بامعنی ہندسوں میں پور پور کر کے 11.4 جبکہ 11.3279 کو تین بامعنی ہندسوں میں پور پور کرتے ہوئے 11.3 لکھا جائے گا۔ (اس کتاب میں نتائج پیش کرتے ہوئے پور پور کیے جانے کے باوجود \approx کی بجائے عموماً = علامت استعمال کی جائے گی)۔

عدد 3.15 یا 3.15×10^3 میں بامعنی ہندسوں کی تعداد صاف ظاہر ہے؛ عدد 3000 میں بامعنی ہندسے کتنے ہیں؟ کیا صرف ایک بامعنی ہندسہ 3×10^3 تک معلوم ہے، یا یہ حیار بامعنی ہندسوں 3.000×10^3 تک معلوم ہے؟ اس کتاب میں 3000 کی طرز پر اعداد میں تمام صغروں کو بامعنی تصور کیا جائے گا۔

بامعنی ہندسوں اور اشاریہ کے مقام دو مختلف باتیں ہیں۔ درج ذیل فنصلوں 35.6 mm، 3.56 m، اور

^۷significant figures

0.003 56 m پر غور کریں۔ تمام میں تین یا معنی ہندسے ہیں، تاہم ان میں اشاریہ کے معتام بالترتیب ایک، دو، اور پانچ ہیں۔

مثال ۱.۱: دھاگے کا گیند، قدر کے رتبہ کی تجویز۔

دنیا میں دھاگے کے سب سے بڑے گیند کاردا اس 2 m ہے۔ اس گیند میں دھاگے کی کل لمبائی L کتنی ہوگی؟ اگر چہ ہم گیند سے دھاگہ کھول کر لمبائی L ناپ سکتے ہیں، تاہم ہم ایسا نہیں کرنا چاہتے۔ ہم حساب کے ذریعہ اس کی لمبائی کا تخمینہ لگانا چاہتے ہیں۔ ہمیں فقط رفتار کا متر ہی رتبہ درکار ہے۔

حاجہ

ہم مندرجہ کرتے ہیں گیند کر دی ہے؛ اس کاردا اس $R = 2 \text{ m}$ ہے۔ دھاگہ لپیٹے ہوئے دھاگے کے مختلف حصوں کے بیچ حالی جگہ ضرور ہوگی جس کے بارے میں جاننا ناممکن بات ہے۔ ان حالی جگہوں کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم دھاگے کا عمودی تراش ذرا زیادہ تصور کرتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ دھاگے کا عمودی تراش (گول کی بجائے) چوکور ہے جس کا ضلع $d = 4 \text{ mm}$ ہے۔ یوں اس کا رقبہ عمودی تراش d^2 ، لمبائی L ، اور کل حجم درج ذیل ہوگا:

$$V = (L \text{ لمبائی}) (d^2 \text{ رقبہ عمودی تراش})$$

جو گیند کے حجم $\frac{4}{3} \pi R^3$ کے برابر ہوگا: π کو تخمیناً 3 لیتے ہوئے یہ حجم $4R^3$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں درج ذیل ہوگا

$$d^2 L = 4R^3$$

جس سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{4R^3}{d^2} \\ &= \frac{4(2 \text{ m})^3}{(4 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \\ &= 2 \times 10^6 \text{ m} \approx 10^6 \text{ m} \approx 10^3 \text{ km} \end{aligned}$$

(اتنے سادہ حساب کے لئے حساب کارر کی ضرورت پیش نہیں ہونی چاہئے۔) قدر کے متر ہی رتبہ تک گیند میں تقریباً 1000 km دھاگہ ہے۔

□

۱.۱. وقت

وقت کے دو پہلو ہیں۔ روزمرہ زندگی میں ہم کام کا ج ترتیب سے رکھنے کی غرض سے وقت جاننا چاہتے ہیں۔ سائنس کی دنیا میں ہم عموماً جاننا چاہتے ہیں کہ ایک واقعہ کتنی دیر وقوع پذیر ہوا۔ یوں وقت کے کسی بھی معیار کو

باب ۱. پیمائش

دوسوالیات کا جواب دینا ہوگا: کرب ہوا؟ اس کا دورانیہ کتنا تھا؟ جدول ۱.۴ میں چند وقتی وقتے پیش ہیں، جہاں پلانک وقتے^{۱۸} سے مراد ابتدائی دھماکے^{۱۹} کے بعد وہ اول ترین وقت ہے جب طبیعیات کے قواعد (جس طرح انہیں ہم اس وقت جانتے ہیں) متاثر اطلاق ہوں گے۔

جدول ۱.۴: چند تخمینی دورانیے

پیمائش	سیکنڈ میں دورانیہ
پروٹان کا عرصہ حیات (محض اندازہ)	3×10^{40}
کائنات کی عمر	5×10^{17}
ہرم خوف کی عمر	1×10^{11}
انسانی زندگی (متوقع)	2×10^9
ایک دن	9×10^4
انسانی دل کی دھڑکنوں کے بیچ وقفہ	8×10^{-1}
میون کا عرصہ حیات	2×10^{-6}
تجربہ گاہ میں مختصر ترین شعاع کا دورانیہ	1×10^{-16}
غیر مستحکم ترین ذرے کا عرصہ حیات	1×10^{-23}
پلانک وقفہ	1×10^{-43}

وہ مظہر جو اپنے آپ کو دہراتا ہو وقت کا معیار مقرر کیا جاسکتا ہے۔ محور کے گرد زمین کا ایک چکر، جودن کی لمبائی تعین کرتا ہے، صدیوں تک بطور وقت کا معیار استعمال کیا گیا۔ سنگے مردہ^{۲۰} (کوآرٹز) گھڑی، جس میں ایک سنگ مردہ چھلے کو مسلسل ارتعاش پذیر رکھا جاتا ہے، کی پیمائش بندی فلکیاتی مشاہدات کے ذریعہ، زمین کے گھومنے کے ساتھ کر کے، تجربہ گاہ میں وقتی وقفوں کی پیمائش کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ تاہم جدید سائنس و انجینئری کو درکار درستگی ایسی پیمائش بندی سے ممکن نہیں۔

بہتر معیار وقت کی ضرورت کے درپیش جوہری گھڑیاں^{۲۱} تیار کی گئیں۔ ۱۹۶۷ء میں ناپ و تول کے تیسرے عمومی اجلاس میں سیزیم گھڑی^{۲۲} پر مبنی معیاری سیکنڈ پر اتفاق کیا گیا۔

تعریف: سیزیم 133 جوہر سے خارج ایک مخصوص طول موج کی شعاع کے 9 192 631 770 ارتعاش کو درکار وقت ایک سیکنڈ^{۲۳} ٹہرایا گیا۔

□

planktime^{۱۸}
bigbang^{۱۹}
quartz^{۲۰}
atomicclocks^{۲۱}
cesiumclock^{۲۲}
second^{۲۳}

جوہری گھڑیاں انتہائی درست وقت بتاتی ہیں۔ دو سیزیم گھڑیوں میں ایک سیکنڈ منفرق چھ ہزار سال چلنے کے بعد پیدا ہوگا۔ اس وقت تیار کی جانے والی گھڑیوں کی درستگی 10^{18} میں ایک حصے کے برابر ہے، یعنی 10^{18} سیکنڈ (جو تقریباً 3×10^{10} سال کے برابر ہے) میں صرف ایک سیکنڈ کا منفرق ہو سکتا ہے۔

۱.۲ کمیت

معیاری کلوگرام

فرنس کے شہر پیرس کے متریب ناپ و تول کے بین الاقوامی محکمہ میں رکھے گئے پلاٹینم واریڈیم کا ایک شلنڈر، بین الاقوامی معاہدہ کے تحت، ایک کلوگرام کمیت ٹھہرایا گیا۔ اس کی بہتر سے بہتر نقل دنیا کے بیشتر معیار ساز تجربہ گاہوں کو فراہم کی گئی جن کو استعمال کرتے ہوئے ترازو کی مدد سے کسی بھی جسم کی کمیت ناپی جاسکتی ہے۔ جدول ۱.۵ میں قدر کے 83 رتبوں پر پھیلی کمیتوں کو کلوگرام کی صورت میں پیش کیا گیا ہے۔

جدول ۱.۵: چند تخمینی کمیت

چیز	کلوگرام میں کمیت
معروف کائنات	1×10^{53}
ہماری کہکشاں	2×10^{41}
سورج	2×10^{30}
چاند	7×10^{22}
سیارچہ ارس	5×10^{15}
چھوٹا پہاڑ	1×10^{12}
سمندری جہاز	7×10^7
ہاتھی	5×10^3
انگور	3×10^{-3}
دھول کی ذرہ	7×10^{-10}
پینسلین سال	5×10^{-17}
یورینیم جوہر	4×10^{-25}
پروٹان	2×10^{-27}
ایکٹران	9×10^{-31}

دوسرا معیار کمیت

جوہروں کی کمیت کا موازنہ معیاری کلوگرام کی بجائے، زیادہ درستگی کے ساتھ، دیگر جوہروں کے ساتھ کیا جاسکتا ہے۔ اسی کی بنا، ہم دوم معیار کمیت بھی رکھتے ہیں۔ کاربن 12 جوہر کو بین الاقوامی معاہدہ کے تحت 12 جوہری کمیتی اکائیوں کی کمیت

مختص کی گئی۔ ان دو اکائیوں کے بیچ رشتہ درج ذیل ہے

$$1 \text{ u} = 1.660 538 86 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (1.7)$$

جہاں آخری دو ہندسوں میں عدم یقینیت ± 10 ہے۔ سائنس دان کافی درستگی کے ساتھ تجربے کے ذریعے کسی بھی جوہر کی کمیت کاربن 12 کی کمیت کے لحاظ سے تعین کر سکتے ہیں۔ اس وقت، کمیت کی روزمرہ زندگی میں متعلقہ اکائیاں، مثلاً کلوگرام، استعمال کرتے ہوئے ہم اتنی درستگی حاصل کرنے سے متصر ہیں۔

۱.۲.۱ کثافت

کثافت ρ سے مراد اکائی حجم میں کمیت ہے۔

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.8)$$

اس پر باب 14 میں مزید تبصرہ کیا جائے گا۔ کثافت کو عام طور پر کلوگرام فی مربع میٹر یا گرام فی مربع سنٹی میٹر میں ناپا جاتا ہے۔ پانی کی کثافت ایک گرام فی مربع سنٹی میٹر یا ایک ہزار کلوگرام فی مربع میٹر ہے جس کو عموماً موازنہ کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ پانی کی کثافت کے لحاظ سے تازہ برف کی کثافت 10% اور پلاسٹک کی کثافت تقریباً 21% جبکہ لکڑی کی کثافت صرف 64% ہے۔

مثال ۱.۲: کثافت اور ریت کی کار

ایسے زلزلہ کے دوران جس میں زمین کی ریت کی کار^{۲۶} ہو، بھاری جسم زمین میں دھنس سکتا ہے۔ ریت کے دوران مٹی کے ذرے نہایت کم رگڑ محسوس کرتے ہوئے ریلنا شروع کرتے ہیں اور زمین دلدل کی کیفیت اختیار کرتی ہے۔ ریتیلی زمین کی ریت کی کار کے مسکنات کی پیشگوئی زمین کے نمونے کی تناسب e کے روپ میں کی جاسکتی ہے۔

$$e = \frac{V_{\text{خلا}}}{V_{\text{دلت}}} \quad (1.9)$$

یہاں $V_{\text{دلت}}$ نمونے میں ریت کے ذرات کا کل حجم جبکہ $V_{\text{خلا}}$ ذروں کے بیچ خلا کا کل حجم ہے۔ اگر e فاصل قیمت 0.80 سے تجاوز کرتا ہو، زلزلہ کے دوران ریت کی کار کا امکان ہوگا۔ مطابقتی ریت کی کثافت ρ کیا ہوگی؟ ٹھوس سیلیکان ڈائی آکسائیڈ، (SiO_2) (جو ریت کا بنیادی جزو ہے) کی کثافت $\rho_{\text{SiO}_2} = 2.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ہے۔

کلیدی تصویر

نمونے میں ریت کی کثافت ρ سے مراد اکائی حجم میں کمیت ہے؛ جو ریت کے تمام ذروں کی کل کمیت m اور نمونے کے کل حجم V کا تناسب:

$$\rho_{\text{ریت}} = \frac{m_{\text{ریت}}}{V_{\text{کل}}} \quad (1.10)$$

ہے۔

حما ہے: نمونے کا کل حجم $V_{کل}$ درج ذیل ہے

$$V_{کل} = V_{دائے} + V_{حلا}$$

مساوات ۱.۹ میں $V_{حلا}$ ڈال کر ریٹ V کے لیے حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$(1.11) \quad V_{دائے} = \frac{V_{کل}}{1 + e}$$

مساوات 8.1 کے تحت ریٹ کے ذرات کی کل کمیت $m_{ریٹ}$ سیلیکان ڈائی آکسائیڈ کی کثافت ضرب ریٹ کے ذرات کا کل حجم:

$$(1.12) \quad m_{ریٹ} = \rho_{SiO_2} V_{دائے}$$

ہوگا۔ اس کو مساوات ۱.۱۰ میں ڈال کر کے مساوات ۱.۱۱ سے $V_{ریٹ}$ ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$(1.13) \quad \rho_{ریٹ} = \frac{\rho_{SiO_2}}{V_{کل}} \frac{V_{کل}}{1 + e}$$

منسل قیمت $e = 0.80$ اور $\rho_{SiO_2} = 2.600 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ پر کر کے ہم دیکھتے ہیں کہ رشتہ کارہی اس صورت ہوگی جب ریٹ کی کثافت درج ذیل سے کم ہو۔

$$\rho = \frac{2.600 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}}{1.80} = 1.4 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

□

رشتہ کارہی میں عمارت کئی میٹر زمین میں دھنسن سکتی ہے۔

نظر ثانی اور خلاصہ

طبیعیات میں پیمائش

طبیعی مقدار کی پیمائش پر طبیعیات مبنی ہے۔ کچھ طبیعی مقدار (مثلاً لمبائی، وقت، اور کمیت) اساسی مقدار منتخب کیے گئے، ہر ایک کی تعریف معیار کے مطابق کی گئی اور اس کو پیمائش کی اکائی (مثلاً m، s، kg) مختص کی گئی۔ دیگر طبیعی مقدار کی تعریف ان اساسی مقدار اور ان کے معیار اور اکائیوں کی صورت میں کی جاتی ہے۔

بین الاقوامی اکائی

اس کتاب میں بین الاقوامی اکائی (SI) استعمال کی گئی۔ جدول 1.1 میں دکھائی گئی تین طبیعی مقدار پر ابتدائی بابوں میں استعمال کی جائیں گی۔ بین الاقوامی معاہدوں کے تحت اساسی مقداروں کے معیار طے کیے گئے، جو ہر ایک کے لیے قابل رسائی اور غیر تغیر ہیں۔ اساسی مقدار اور ان سے اخذ دیگر مقدار کی تمام طبیعی پیمائشیں انہی معیار کے تحت کی جاتی ہے۔ جدول 2.1 میں پیش علامتیں اور سابقے استعمال کر کے پیمائشی ترقیم کی سادہ صورت حاصل ہوتی ہے۔

اکائیوں کی باہم تبدیلی

اکائیوں کی تبدیلی زنجیری طریقے سے جاسکتی ہے، جس میں اصل مواد کو ایک بعد دیگرے تبدیلی ضربوں سے، جنہیں ایک (1) کے روپ میں لکھا گیا ہو، ضرب دے کر، اکائیوں سے الجبرائی معادیر کی طرح نپٹا جاتا ہے حتیٰ کہ درکار اکائیاں رہ جائیں۔

لمبائی

وہ فاصلہ ہے جو انتہائی معین و متقی وقفے کے دوران بصری شعاع طے کرتی ہے، میٹر کی تعریف ہے۔

۱.۲.۲ وقت

سیکنڈ کی تعریف سیزیم 133 جوہر سے خارج شعاع کی صورت میں کی جاتی ہے۔ معیار برقرار رکھتی تجربہ کار گاہوں میں موجود جوہری گھڑیوں کے صحیح و متقی اشارے پوری دنیا میں نشر کیے جاتے ہیں۔

کمیت

پیرس شہر کے قریب رکھے گئے پلاٹینم و ایرڈیم کمیتی معیار، کلوگرام کی تعریف ہے۔ جوہری پیمانہ پر پیمائش کے لیے جوہری کمیتی اکائی استعمال کی جاتی ہے جس کی تعریف کاربن 12 جوہر کی صورت میں کی جاتی ہے۔

کثافت

کسی بھی چیز کی کثافت ρ سے مراد اکائی حجم میں اس کی کمیت ہے۔

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.8)$$

سوالات

لمبائی اور دیگر اشیاء کی پیمائش

سوال ۱.۱: زمین تخمیناً ایک کرہ ہے جس کا رداس $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ ہے۔ اس کا (ا) محیط کلو میٹر میں، (ب) سطحی رقبہ مربع کلو میٹر میں، اور (ج) حجم کعبی کلو میٹر میں کتنا ہے؟

سوال ۱.۲: اشاعت کاری میں لمبائی کی مستعمل اکائی نقطہ کہلاتی ہے، جو انچ کے $\frac{1}{72}$ حصے کے برابر ہے۔ مربع نقطہ کی صورت میں 0.1 مربع انچ لکھیں۔

سوال ۱.۳: ایک مائیکرو میٹر ($1 \mu\text{m}$) کو عموماً مائیکران کہتے ہیں۔ (ا) کتنے مائیکران 1 km کے برابر ہیں؟ (ب) سنٹی میٹر کا کتنا حصہ $1 \mu\text{m}$ ہوگا؟ (ج) کتنے مائیکران ایک گز کے برابر ہوں گے؟

جدول ۱.۶: ملی گرام، گرام، اور کلو گرام کی چند قیمتیں۔

kg	g	mg
		300 mg
		0.50 g
		0.02 kg

سوال ۱.۴: اس کتاب میں منسلک نقطہ اور پیکا اکائی میں رکھے گئے ہیں: 12 نقطے 1 پیکا کے برابر ہے، اور 6 پیکا 1 انچ کے برابر۔ اگر کتاب میں ایک شکل 0.80 cm عرض رکھی گئی ہو، تب یہ (۱) پیکا اکائیوں میں اور (ب) نقطہ اکائیوں میں کتنی عرض رکھی گئی ہے؟

سوال ۱.۵: ایک معتدلے میں گھوڑے 4.0 منرلانگ دوڑ لگا کر طے کرتے ہیں۔ اس منسلک کو (۱) عصا اور (ب) زنجیر کی صورت میں لکھیں۔ (ایک منرلانگ 201.168 m کے برابر ہے۔ ایک عصا 5.0292 m اور ایک زنجیر 20.117 m کے برابر ہے)

سوال ۱.۶: جدول مکمل کریں۔ (۱) جدول مکمل کریں۔ (ب) 55 mg کتنے kg کے برابر ہوگا؟ (ج) 12 cm³ حجم کتنے لٹر کے برابر ہوگا؟

سوال ۱.۷: ماقوائی معمار پانی کا حجم عموماً ایکڑ فٹ میں ناپتے ہیں، جس سے مراد ایک ایکڑ رقبے پر ایک فٹ گہرا پانی ہے۔ ایک شہر جس کا رقبہ 26 km² ہے میں 30 منٹ کی بارش 2 انچ پانی برساتی ہے۔ شہر پر کتنا ایکڑ فٹ پانی برستا ہے؟

سوال ۱.۸: ایک سڑک 32 میل اور 5 منرلانگ لمبی ہے۔ اس کی لمبائی km میں کتنی ہوگی؟
سوال ۱.۹: بہر منجر جنوبی ۷۷ تقسیریا نیم دائری ہے (شکل 1.5) جس کا رداس 2000 km ہے۔ اس میں برف کی اوسط موٹائی 3000 m ہے۔ بحیر منجر جنوبی میں کتنے cm³ برف پایا جاتا ہے؟ (زمین کی سطح مستوی تصور کریں۔)

وقت

سوال ۱.۱۰: بہت وسیع ممالک مثلاً روس میں مختلف مقامات پر گڑبڑوں کا وقت ایک دوسرے سے مختلف ہوتا ہے۔ (۱) خط تول بلد کے کتنے درجے چلنے کے بعد ایک گھنٹے کا منرق پایا جائے گا؟ (اشارہ: زمین 24 گھنٹے میں 360° گھومتی ہے۔) ایک خط تول بلد کتنے منٹ کے برابر ہوگا؟

سوال ۱.۱۱: منرانیسی انقلاب کے بعد تقریباً 10 سال تک حکومت کو شش کرتی رہی کہ وقت کی پیمائش مضرب 10 رکھی جائے؟ ایک ہفتہ میں 10 دن، ایک دن میں 10 گھنٹے، ایک گھنٹہ میں

100 منٹ، اور ایک منٹ میں 100 s رکھے گئے۔

(۱) فرائسی اعشاری ہفتہ اور معیاری ہفتہ کی نسبت، اور (ب) فرائسی اعشاری سیکنڈ اور معیاری سیکنڈ کی نسبت کیا ہے؟

سوال ۱.۱۲: دنیا کا تیز ترین بڑھتا پودا ”ہیروپوکا“ کہلاتا ہے جو 14 دن میں 3.7 m بڑا۔ پودے کے بڑھنے کی شرح $\mu\text{m s}^{-1}$ کتنی ہے؟

سوال ۱.۱۳: تین گھڑیاں الف، ب، اور پ مختلف رفتار سے چلتی ہیں اور ہر ایک وقت صفر نہیں دیتی۔ شکل 6.1 میں چار موقوف پران کی ہر ایک وقت پیمائش دکھائی گئی ہے۔ (مثال کے طور پر جس لمحہ گھڑی ب 25 s دیتی ہے، گھڑی پ 92 s دیتی ہے۔) اگر دو واقعات گھڑی الف پر 600 s فاصلے پر واقع ہوں، یہ (الف) گھڑی ب پر اور (ب) گھڑی ج پر کتنے فاصلے پر واقع ہوں گے؟ (ج) جس لمحہ گھڑی الف 400 s دیتی ہے اس لمحہ گھڑی ب کیا دے گی؟ (د) جس وقت گھڑی الف 15 s دیتی ہے، اس وقت گھڑی ب کیا دے گی؟ (قبل از صفر واقعات منفی علامت کے تصور کریں۔)

سوال ۱.۱۴: ایک درس (جو 50 منٹ کا ہے) تخمیناً ایک خورد صدی کا ہوگا۔

(۱) ایک خورد صدی دورانیہ کتنے منٹ ہوگا؟ (ب) درج ذیل کلیہ استعمال کرتے ہوئے تخمینہ میں فی صد منرق تلاش کریں۔

$$= \left(\frac{\text{تخمیناً} - \text{اصل}}{\text{اصل}} \right) 100$$

سوال ۱.۱۵: دو ہفتوں کا وقت کتنے μs ہوگا؟

سوال ۱.۱۶: معیاری وقت کا دار و مدار جوہری گھڑیوں پر ہے۔ اس سے بہتر معیار سیکنڈ ناہض^{۲۸} پر مبنی ہو سکتا ہے، جو گھومتے نیوٹرائز تارے^{۲۹} (انتہائی ٹھوس تارے جن میں صرف نیوٹران پائے جاتے ہیں) ہیں۔ ان میں سے کئی انتہائی زیادہ مستحکم شرح سے گھومتے ہیں، اور ہر چکر کے دوران ایک مرتبہ زمین پر شعاع ڈالتے ہیں (سمندر کے کنارے منارہ نور^{۳۰} کی طرح جو سمندری جہاز کو خطے سے آگاہ کرتا ہے)۔ ناہض PSR 1937 21 ایک ایسا تارہ ہے جو ایک چکر $3 \text{ ms} \pm 1.557\,806\,448\,872\,75$ میں پورا کرتا ہے، جہاں آخر میں ± 3 آخری ہندسہ میں عدم یقینیت دیتا ہے (اس کا ہر گز $\pm 3 \text{ ms}$ مطلب نہیں)۔

(۱) یہ ناہض 7.00 دنوں میں کتنے چکر کاڑتا ہے؟ (ب) یہ ناہض 10 لاکھ مرتبہ ٹھیک کتنے وقت میں چکر کاڑتا ہے، اور (ج) اس سے وابستہ عدم یقینیت کیا ہوگا؟

سوال ۱.۱۷: تجربہ گاہ میں پانچ گھڑیوں کی جانچ پڑتال کی جاتی ہے۔ ہفتے کے سات دن ٹھیک دوپہر 12 بجے گھڑیوں کی ساعت ذیل جدول میں پیش ہے۔ بہترین ساعت رکھنے والی گھڑی پہلے رکھ کر گڑیوں کی درجہ بندی کریں۔ اپنے انتخاب کی وجہ پیش کریں۔

^{۲۸}pulsars
^{۲۹}neutronstar
^{۳۰}lighthouse

دن	A	B	C	D	E
اتوار	12 : 36 : 40	11 : 59 : 59	15 : 50 : 45	12 : 03 : 59	12 : 03 : 59
پیر	12 : 36 : 56	12 : 00 : 02	15 : 51 : 43	12 : 02 : 52	12 : 02 : 49
منگل	12 : 37 : 12	11 : 59 : 57	15 : 52 : 41	12 : 01 : 45	12 : 01 : 54
بدھ	12 : 37 : 27	12 : 00 : 07	15 : 53 : 39	12 : 00 : 38	12 : 01 : 52
جمعرات	12 : 37 : 44	12 : 00 : 02	15 : 54 : 37	11 : 59 : 31	12 : 01 : 32
جمع	12 : 37 : 59	11 : 59 : 56	15 : 55 : 35	11 : 58 : 24	12 : 01 : 22
ہفت	12 : 38 : 14	12 : 00 : 03	15 : 56 : 33	11 : 57 : 17	12 : 01 : 12

سوال ۱.۱۸: زمین کی گردش دن بدن آہستہ ہو رہی ہے، اور دن لمبا ہوتا جا رہا ہے۔ پہلی عیسوی صدی کا آخری دن صدی کے پہلے دن سے 1 ms لمبا تھا۔ 20 صدیوں میں ایک دن کا دورانیہ کل کتنا بڑا؟

سوال ۱.۱۹: خط استوا پر سکون سمندر کے کنارے ریت پر لیٹ کر آپ غروب ہوتے سورج کا نظارہ کر رہے ہیں۔ جیسے ہی سورج کا بالا سر سمندر کے پیچھے غروب ہوتا ہے، آپ گھڑی میں وقت دیکھ کر قلم بند کرتے ہیں۔ اس کے بعد اتنی بلندی پر کھڑے ہو کر کہ آپ کی آنکھ $H = 1.70 \text{ m}$ زیادہ اونچائی پر ہو، آپ دوبارہ سورج کے بالا سر کو غروب ہوتے دیکھ کر وقت قلم بند کرتے ہیں۔ کل دورانیہ $t = 11.1 \text{ s}$ ملتا ہے۔ زمین کا رداس r کتنا ہے؟

کیفیت

سوال ۱.۲۰: ۱۹۹۲ میں شیشے کی سب سے بڑی بوتل بنائی گئی جس کا حجم 193 امریکی گیلن تھا۔ (۱) یہ بوتل $1.0 \mu\text{m}^3$ سے کتنا کم ہے؟ (ب) اگر بوتل 1.8 g min^{-1} کی شرح سے پانی سے بھری جائے، کتنا وقت درکار ہوگا؟ پانی کی کثافت 1000 kg m^{-3} ہے۔

سوال ۱.۲۱: زمین کی کثافت $5.98 \times 10^{24} \text{ kg m}^{-3}$ ہے۔ زمین کے جوہر (ایٹم) کی اوسط کثافت تقریباً 40 u ہے۔ زمین میں کل کتنے جوہر ہیں؟

سوال ۱.۲۲: سونے کی کثافت 19.32 g cm^{-3} ہے، اور یہ سب سے زیادہ تار پذیر ^{۳۱}دھات ہے، جس کو دبا کر باریک پتہ یا کھینچ کر باریک تار بنایا جاسکتا ہے۔ (۱) اگر 27.63 g سونے سے $1.000 \mu\text{m}$ موٹی چادر بنائی جائے، اس چادر کا رقبہ کتنا ہوگا؟ (ب) اس کے برعکس، اگر اس سے $2.500 \mu\text{m}$ رداس کا تار بنایا جائے، اس تار کی لمبائی کتنی ہوگی؟

سوال ۱.۲۳: (۱) پانی کی کثافت ٹھیک 1 g cm^{-3} مندرجہ کرتے ہوئے، 1 m^3 پانی کی کثافت تلاش کریں۔ (ب) اگر ایک برتن سے 5700 m^3 پانی کی نکاسی 10.0 گھنٹوں میں ہو، نکاسی کثافت کی شرح kg s^{-1} میں کتنی ہوگی؟

سوال ۱.۲۴: ساحل سمندر پر ریت زیادہ تر کروی سلیکان ڈائی آکسائیڈ کے دانوں پر مشتمل ہے، جن کا اوسط رداس $50 \mu\text{m}$ اور کثافت 2600 kg m^{-3} ہے۔ کتنی کثافت کے ریٹیلی دانوں کا کل سطحی رقبہ (تمام انفرادی کروں کا مجموعی رقبہ) 1.00 m ضلع کے مکعب کے سطحی رقبہ کے برابر ہوگا؟

باب ۱. پیمائش

سوال ۱.۲۵: تیز بارش کے دوران پھاڑی کا ایک حصہ، جس کی افقی لمبائی 2.5 km، ڈھلوان کے ہمراہ لمبائی 0.8 km، اور موٹائی 2 m ہے، نیچے گرتا ہے۔ مٹی وادی میں $0.4 \text{ km} \times 0.4 \text{ km}$ رقبے پر یکساں تقسیم ہوتی ہے۔ مٹی کی کثافت 1900 kg m^{-3} لیں۔ وادی کے 4 m^2 رقبے پر مٹی کی کیت کیا ہوگی؟

سوال ۱.۲۶: تودہ ابر بادل کے 1 cm^3 میں تقریباً 50 تا 500 پانی کے قطرے پائے جاتے ہیں، جن کا عمومی رداس $10 \mu\text{m}$ ہوگا۔ دیے گئے سعت کے لیے، درج ذیل کی کتہر اور بلند تر قیمتیں کیا ہوں گی؟ (۱) تکلی شکل و صورت کے تودہ ابر بادل، جس کا رداس 1 km اور فتہ 3 km ہو، میں کتنا m^3 پانی ہوگا؟ (ب) پانی ایک لیٹر کی کتھی بوتلیں بھر سکتا ہے؟ (ج) پانی کی کثافت 1000 kg m^{-3} ہے۔ بادل میں پانی کی کیت کیا ہوگی؟

سوال ۱.۲۷: لوہے کی کثافت 7.87 g cm^{-3} ہے، جبکہ لوہے کے جوہر (ایٹم) کی کیت $9.27 \times 10^{-26} \text{ kg}$ ہے۔ فرض کریں جوہر کروی ہے اور ان کے بیچ فاصلہ نہیں پایا جاتا۔ (۱) لوہے کے جوہر کا حجم اور (ب) مترتی جوہر کے مسراکز کے بیچ فاصلہ کیا ہوگا؟

سوال ۱.۲۸: جوہر کے ایک مول ^{23}Na سے مسرا د عدد 6.02×10^{23} ہے۔ موٹی گھریلو بلی میں، مقدار کے مترتی رتبہ تک، کتنے مول جوہر ہوں گے؟ ہائیڈروجن جوہر، آکسیجن جوہر، اور کاربن جوہر کی کیمتیں بالترتیب 1 u ، 16 u ، اور 12 u ہیں۔

سوال ۱.۲۹: آپ ملائیشیا کے مویشی منڈی میں بیل خریدتے ہیں، جس کا وزن معیامی اکائیوں میں 28.9 پکول ہے: ایک پکول 100 جن کے برابر ہے، ایک جن 16 تایل، ایک تایل 10 پی، اور ایک پی 10 ہون کے برابر ہے۔ ایک ہون کی کیت 0.3779 g ہے۔ بیل کی کیت kg میں کتھی ہے؟

سوال ۱.۳۰: رستہ ہونے ظرف میں پانی انڈیا جاتا ہے۔ پانی کی کیت وقت t کا قافلہ $m = 5.00t^{0.8} - 20.00$ ہے، جہاں $t \geq 0$ ، m کی اکائی گرام، اور t کی اکائی سیکنڈ ہے۔ (۱) کس لمحے پر پانی کی کیت اعظم ہے، اور (ب) اعظم کیت کتھی ہے؟ کیت میں تبدیلی کی شرح، kg min^{-1} اکائیوں میں، (ج) $t = 2.00 \text{ s}$ اور (د) $t = 5.00 \text{ s}$ پر کیا ہے؟

سوال ۱.۳۱: سیدھا کھڑا برتن، جس کی تہ کا رقبہ 14 cm با 17 cm ہے، مٹھائی سے بھرا جاتا ہے۔ انفرادی مٹھائی کی کیت 0.0200 g اور حجم 50.0 mm^3 ہے۔ مٹھائیوں کے بیچ خلا نظر انداز کریں۔ برتن میں مٹھائیوں کی بلندی کی شرح 0.250 cm s^{-1} ہے۔ برتن میں مٹھائی کی کیت میں اضافہ کی شرح (کلوگرام فی منٹ) کیا ہے؟

اضافی سوالات

سوال ۱.۳۲: حقیقی گھر کے لحاظ سے 12 : 1 پیمانے سے گڑیا گھر بنایا جاتا ہے (یعنی گڑیا کے گھر کا ہر ضلع حقیقی گھر کے مطابق ضلع کا $\frac{1}{12}$ ہوگا)۔ ساتھ ہی حقیقی گھر کے 144 : 1 پیمانے سے مزید چھوٹا گھر تعمیر کیا جاتا ہے، جو گڑیا گھر کے اندر رکھا جائے گا۔ فرض کریں، حقیقی گھر (شکل 7.1) کی لمبائی (سانے سے) 20 m، گہرائی

12 m، اور بلندی 6 m ہے، اور اس کا چھت ڈھلوانی ہے، جس کی اونچائی 3.0 m ہے۔ (i) گڑیا گھر اور (ب) گڑیا گھر کے اندر رکھے جانے والے مزید چھوٹے گھر کا حجم، مربع میٹر میں، کیا ہوگا؟

سوال ۱.۳۳: برصغیر میں لمبائی کی قدیم اکائی کو س ہے جو آئین اکبری میں پانچ ہزار گز کے برابر رکھا گیا۔ برطانوی سامراج نے اکبری گز 33 انچ مقرر کیا۔ یوں کو س تقریباً 419 m کے برابر ہے۔ مغلیہ دور کی شاہراہوں (جی ٹی روڈ) پر جگہ جگہ اب بھی کو س میں رکھنے نظر آتے ہیں۔ دریائے سندھ پر انک کے تقریب پرانے پل کے نزدیک ایسا ایک میںار اب بھی کھڑا ہے۔ مغلیہ دور میں پر سنگ (یا فرسخ) بھی استعمال ہوتا رہا۔ پر سنگ وہ فاصلہ ہے جو گھوڑا چل کر ایک گھنٹے میں طے کرتا ہے۔ یوں ایک پر سنگ تقریباً 3 میل کے برابر ہے۔ موٹروے پر لاہور سے ملتان تک کا فاصلہ 350 km اور 306 m ہے۔ یہ فاصلہ کتنے کو س اور کتنے پر سنگ ہے؟

جواب: 83.6 کو س، 73 پر سنگ

سوال ۱.۳۴: موجودہ دور میں ایک گز 36 انچ یعنی تین فٹ کے برابر مانا جاتا ہے۔ پاکستان میں اراضی کی پیمائش ایکڑ، کنال، مرلہ میں کی جاتی ہے۔ ایک ایکڑ میں آٹھ کنال اور ایک کنال 20 مرلہ کے برابر ہے۔ ایک کنال ٹھیک 605 مربع گز یعنی 505.857 m^2 کے برابر ہے۔ (i) 48.5 کنال کا رقبہ کتنے مرلہ ہوگا، (ب) یہی رقبہ کتنے مربع گز ہوگا؟ (ج) 1135 ایکڑ کا رقبہ چوکور ہے۔ اس کا ایک کنارہ کتنے گز ہوگا؟

جواب: (i) 970 مرلہ، (ب) 29343 مربع گز، (ج) 2344 گز

سوال ۱.۳۵: ایک من 3۵ وزن دس دھڑی کے برابر، ایک دھڑی چار سیر کے برابر، ایک سیر چار پاؤ کے برابر، اور ایک پاؤ چار چھٹانک کے برابر ہے۔ ایک من ٹھیک 37.3242 kg کے برابر ہے۔ ایک شخص تین من دودھڑی پانچ سیر تین پاؤ اور دو چھٹانک گندم خریدتا ہے۔ گندم کی کیت kg میں کتنی ہے؟

جواب: 124.919 431 9 kg

سوال ۱.۳۶: سونے کے وزن کی اکائی تولہ ۳۶ ہے۔ ایک تولہ 12 ماشوں کے برابر ہے۔ ایک تولہ ٹھیک 11.663 803 8 g کے برابر ہے۔ آپ سنار سے پانچ تولہ اور سات ماشے کا سونا خریدتے ہیں۔ یہ کتنے گرام کے برابر ہوگا؟

جواب: 65.122 88 g

سوال ۱.۳۷: چینی کے کعبی دانے کا ضلع 1 cm ہے۔ اگر کعبی ڈبے میں ایک مول چینی کے کعبی دانے ہوں، ڈبے کا ضلع کیا ہوگا؟ (ایک مول 6.02×10^{23} کو کہتے ہیں۔)

سوال ۱.۳۸: ایک یوسف زئی حسان کے پاس 12 ہزار حبریب کی اراضی ہے۔ ایک حبریب چار کنال کے برابر ہے، اور ایک کنال 101.1716 m^2 کے برابر ہے۔ یہ اراضی مربع ہے۔ اس مربع کا ضلع کتنے km ہوگا؟

جواب: 1.102 km

باب ۱. پیمائش

سوال ۱.۳۹: برطانوی گیلن امریکی گیلن سے مختلف ہے: ایک برطانوی گیلن 4.546 090 لیٹر، جبکہ ایک امریکی گیلن 3.785 411 8 لیٹر کے برابر ہے۔ برطانیہ میں خریدی گئی گاڑی کے بنانے والے دعویٰ کرتے ہیں کہ ان کی گاڑی ایک گیلن تیل میں 40 km فاصلہ طے کرتی ہے۔ ایک شخص گاڑی خرید کر امریکہ لے جاتا ہے۔ امریکہ میں 750 میل فاصلہ (i) کتنے گیلن تیل میں طے ہونا متوقع ہے اور (ب) گاڑی حقیقتاً کتنا تیل استعمال کرے گی؟

سوال ۱.۴۰: اس باب میں پیش کیے گئے مواد کو استعمال کرتے ہوئے دریافت کریں کہ 1.0 kg ہائیڈروجن حاصل کرنے کے لیے ہائیڈروجن جوہروں کی تعداد کتنی ہوگی۔ ہائیڈروجن جوہر کی کمیت 1.0 u ہے۔

سوال ۱.۴۱: ایک ڈرمی جس کی لمبائی دو فٹ ہے کا حجم 100 لیٹر ہے۔ اس کا رداس cm میں کیا ہوگا؟
جواب: 22.85 cm

سوال ۱.۴۲: پانی (H_2O) کے سالمے میں دو ہائیڈروجن اور ایک آکسیجن جوہر پایا جاتا ہے۔ ہائیڈروجن جوہر کی کمیت 1.0 u اور آکسیجن جوہر کی کمیت 16 u ہے۔ (i) پانی کے سالمے کی کمیت کتنے kg ہوگی؟ (ب) دنیا کے تمام بحیرہ میں (تخمیناً) کل 1.4×10^{21} kg پانی پایا جاتا ہے۔ اس پانی میں کتنے سالمے ہوں گے؟

سوال ۱.۴۳: ایک شخص خوراک کی مقدار کم کر کے ایک ہفتہ میں 2.3 kg کمیت گھٹا سکتا ہے۔ کمیت گھٹنے کی شرح $mg s^{-1}$ میں لکھیں۔

سوال ۱.۴۴: پانی کی کثافت $1.0 \times 10^3 kg m^{-3}$ ہے۔ سوال ۱.۴۳ میں دیے گئے شہر پر کتنی کمیت کا پانی برسا؟

سوال ۱.۴۵: (i) بعض اوقات خوردبینی طبیعیات میں وقت کی اکائی μs استعمال کی جاتی ہے، جو تقریباً $10^{-8} s$ کے برابر ہے۔ کیا سال میں سیکنڈوں سے زیادہ سیکنڈ میں ٹیک پائے جاتے ہیں؟ (ب) زمین پر بنی آدم $e6$ سال گزار چکا ہے، جبکہ کائنات $e10$ سال پرانی ہے۔ اگر کائنات کی پوری عمر ایک ”کائناتی دن“ تصور کی جائے، جس میں ”کائناتی سیکنڈ“ کی تعداد اتنی ہی ہو جتنی ایک سادہ دن میں سادہ سیکنڈوں کی تعداد ہوتی ہے، تو بنی آدم کتنے سیکنڈ سے زمین پر ہے؟

سوال ۱.۴۶: کوئلے کی کھان سے سالانہ 26 m گہرائی تک 200 ایکڑ رقبہ کا کوئلہ حاصل کیا جاتا ہے۔ یہ کوئلہ کتنے km^3 کے برابر ہے؟

سوال ۱.۴۷: سورج اور زمین کے درمیان اوسط فاصلے کو ایک فلکیاتی اکائی $3.0 \times 10^8 m s^{-1}$ ہے۔ روشنی کی رفتار فلکیاتی اکائی فی منٹ میں لکھیں۔
۳۸ کہتے ہیں۔ روشنی کی رفتار

سوال ۱.۴۸: مشرقی نیولا کی کمیت تقریباً 75 g ہوتی ہے، جو تخمیناً 7.5 مول جوہر کے برابر ہے۔ (جوہروں کا ایک مول 6.02×10^{23} جوہر کے برابر ہے۔) نیولا کے جسم میں جوہر کی اوسط کمیت کو جوہری کمیتی اکائی (u) میں لکھیں۔

سوال ۱.۴۹: حبالان میں لمبائی کی روایتی اکائی **کین** ^{۳۹} ہے۔ (ایک کین 1.97 m کے برابر ہے) (ا) مسریح کین اور مسریح میٹر کی نسبت اور (ب) کعبی کین اور کعبی میٹر کی نسبت کیا ہے؟ ایک ہیلن، جس کی بلندی 5.05 کین اور رداس 3.00 کین ہے، کا حجم (ج) کعبی کین اور (د) کعبی میٹر میں کیا ہوگا؟

سوال ۱.۵۰: آپ مشرق کی طرف 24.5 میل کشتی چلاتے ہیں جبکہ آپ کو 24.5 سمندری میل سفر کرنا بھتا۔ ایک سمندری میل 1.1508 زمینی میل کے برابر ہے۔ آپ اصل مقام سے کتنا دور ہیں؟

باب ۲

خط مستقیم پر حرکت

باب ۳

سمتیات

سوال ۳.۱: ایک سمتیہ جس کا مقدار 7.3 m ہے مثبت x محور کے رخ سے گھڑی کی سوئی کے مخالف رخ 250° پر xy مستوی میں پایا جاتا ہے، الف اس کا x جزو اور ب واکی جزو تلاش کریں۔

سوال ۳.۲: سمتیہ ہٹا و r کا مقدار 15 m ہے اور یہ xy مستوی میں زاویہ $30^\circ = \theta$ کہ رخ ہے، شکل 26.3 دیکھیں اس سمتیہ کے الف x جزو اور ب y جزو تلاش کریں۔

سوال ۳.۳: سمتیہ a کا x جزو -25 m اور y جزو +40 m ہے۔ الف سمتیہ a کا مقدار کتنا ہے؟ ب سمتیہ a کے رخ اور محور x کے مثبت رخ کے بیچ زاویہ کتنا ہے؟

سوال ۳.۴: درج ذیل زاویوں کو ریڈین میں بیان کریں: الف 20° ، ب 50° ، ج 100° ۔ درج ذیل زاویوں کو درجہ جات کی صورت میں پیش کریں: د 330.0 ریڈین، ج 10.2 ریڈین، و 70.7 ریڈین۔

سوال ۳.۵: ایک بحری جہاز شمال کے رخ 120 km دور نقطہ کی جانب پہنچنا چاہتا ہے۔ سفر کے آغاز سے پہلے ہی ایک غیر متوقع آندھی اس کو نقطہ آغاز سے مشرق جانب 100 km دور دھکیلتا ہے۔ اس جہاز کو اختتامی نقطہ پر پہنچنے کے لیے الف کتنا فاصلہ طے کرنا ہوگا طے کرنا ہوگا اور (ب) اسے کس رخ سفر کرنا ہوگا؟

سوال ۳.۶: شکل 27.3 میں ایک بھاری مشین کو افقی رخ سے زاویہ $20^\circ = \theta$ پر رکھے گئے تختے پر $d = 12.5$ m فاصلے تک گھسیٹا جاتا ہے۔ اس مشین کو (الف) انتہائی روح اور (ب) افقی رخ کتنا دور منتقل کیا گیا؟

سوال ۳.۷: ایک ہٹا و جس کا مقدار 3 m ہے اور دوسرا ہٹا و جس کا مقدار 4 m ہے پر غور کریں۔ دکھائیں کہ ان ہٹا و سمتیات کو استعمال کرتے ہوئے (الف) 7 m، (ب) 1 m، اور (ج) 5 m قدر کے ہٹا و حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ Module 2.3 کا کئی سمتیات، سمتیات کی جمع بذریعہ اجزاء

سوال ۳.۸: ایک شخص 3.1 km شمال کی طرف چلنے کے بعد 2.4 km مغرب اور آخر میں 5.2 km جنوب کے رخ چلتا ہے۔ (الف) اس کے حرکت کو ظاہر کرنے کے لیے سمتی نقشہ بنائیں۔ ایک

پرنده اس نقطہ آغاز سے سیدھا نقطہ اختتام تک اڑتے ہوئے (ب) کتنا فاصلہ طے کرے گا اور (ج) کس رخ طے کرے گا؟

سوال ۳.۹: درج ذیل دو سمتیات دیے گئے ہیں

$$a = (4\text{ m})i - (3\text{ m})j + (1\text{ m})k$$

اور

$$b = (-1\text{ m})i + (1\text{ m})j + (4\text{ m})k$$

اکائی سمتیہ علاقیت میں (الف) $\vec{a} + \vec{b}$ ، (ب) $\vec{a} - \vec{b}$ اور (ج) ایک تیسرا سمتیہ c تلاش کریں جہاں $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$ ہے۔

سوال ۳.۱۰: ہٹاؤ c اور d کے میٹروں میں اجزاء $c_x = 7.4$ ، $c_y = -3.8$ ، $c_z = -6.1$ ؛ $d_x = 4.4$ ، $d_y = -2.0$ ، $d_z = 3.3$ ہیں۔ ان ہٹاؤ کو مجموعہ \vec{r} کے (الف) x ، (ب) y اور (ج) z اجزاء تلاش کریں

سوال ۳.۱۱: (الف) اگر $\vec{a} = (4\text{ m})\hat{i} + (3\text{ m})\hat{j}$ اور $\vec{b} = (-13\text{ m})\hat{i} + (7\text{ m})\hat{j}$ ہوں تب اکائی سمتیہ علاقیت میں مجموعہ $a + b$ کیا ہوگا؟ اس مجموعہ کا (ب) فکٹر اور (ج) رخ کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۲: ایک گاڑی کو مشرق کی طرف 50 km، اس کے بعد شمال کی طرف 30 km اور آخر میں شمال سے مشرق جانب 30° کے رخ 25 km چلایا جاتا ہے۔ اس کا سمتی نقشہ بنائیں۔ ابتدائی نقطہ سے گاڑی کی کل ہٹاؤ کا (الف) فکٹر اور (ب) زاویہ تلاش۔

سوال ۳.۱۳: ایک شخص اپنے موجودہ مقام سے 3.4 km دور شمال سے مشرق جانب 35° کے رخ مقام پر پہنچنا چاہتا ہے۔ تاہم اس کو مجبوراً ایسی گلیوں سے گزرنا ہوگا جو مشرق سے مغرب یا شمال سے جنوب ہیں۔ یہ شخص کتنا کم سے کم فاصلہ طے کر کے اس مقام تک پہنچ سکتا ہے؟

سوال ۳.۱۴: ہموار سہرا میں xy محدود نظام کے مبداء سے آغاز کرتے ہوئے xy محدود (مانس) 14 میٹر کم 30 میٹر) $(-140\text{ m}, 30\text{ m})$ کہ مقام کو پہنچنا چاہتے ہیں۔ آپ کو صرف چار مرتبہ سیدھ میں چلنے کی اجازت ہے۔ آپ کی حرکت کے x اور y اجزاء میٹروں میں بالترتیب درج ذیل ہیں: (60 اور 20)، اس کے بعد $(-70$ اور $bx)$ ، اس کے بعد $(c$ اور $-20)$ ، اور آخر میں $(-60$ اور $-70)$ ۔ ہتائیں (الف) جوز bx اور (ب) جوز cy کیا ہوں گے؟ مجموعی ہٹاؤ کا (ج) فکٹر اور (د) مثبت x محور کے لحاظ سے زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۵: شکل 3.28 میں دکھائے گئے سمتیات a اور b دونوں کے فکٹر 10 m ہیں جبکہ ان کے زاویات $\theta_1 = 30^\circ$ اور $\theta_2 = 105^\circ$ ہیں۔ ان کے سمتی مجموعہ r کے (الف) x اور (ب) y اجزاء تلاش کریں۔ (ج) سمتیہ r کا فکٹر اور (د) مثبت x محور کے رخ کے ساتھ r کا زاویہ تلاش کریں۔

سوال ۳.۱۶: ہٹاؤ سمتیات $\vec{a} = (3\text{ m})\hat{i} + (4\text{ m})\hat{j}$ اور $\vec{b} = (5\text{ m})\hat{i} + (-2\text{ m})\hat{j}$ کے لئے (الف) اکائی سمتیہ علاقیت میں، اور (ب) فکٹر اور (ج) سمتیہ i کے لحاظ سے زاویہ کی صورت میں $a + b$ بیان کریں۔ اسی طرح (د) اکائی سمتیہ علاقیت میں، اور (د) فکٹر اور (ط) زاویہ کی صورت میں $b - a$ بیان کریں۔

سوال ۳.۱۷: تین سمتیات a ، b ، اور c مستوی xy میں پائے جاتے ہیں اور ہر ایک کا فکٹر 50 m ہے۔ مثبت x محور کے رخ کے لحاظ سے ان کے رخ بالترتیب 30° ، 195° اور 315° ہیں۔ سمتیہ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ کا (الف) فکٹر اور

(ب) زاویہ کیا ہوگا اور سمتیہ $\vec{c} + \vec{b} - \vec{a}$ کا (ج) مقدار اور (ح) زاویہ کیا ہوگا؟ ایک ایسے چوتھے سمتیہ \vec{d} کا (د) مقدار اور (ز) زاویہ کیا ہوگا جو $0 = (\vec{c} + \vec{d}) - (\vec{a} + \vec{b})$ کو مطمئن کرتا ہو؟

سوال ۱۸.۳: مجموعہ $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ میں سمتیہ سمتیہ \vec{A} کا مقدار 12 m اور مثبت x رخ سے خلاف گھڑی زاویہ 40° ہے، جبکہ سمتیہ \vec{B} کا مقدار 15 m اور منفی x رخ سے خلاف گھڑی زاویہ 20° ہے۔ سمتیہ \vec{B} کا (الف) مقدار اور (ب) مثبت x محور کے لحاظ سے زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۱۹.۳: ایک بانچپہ میں 1 m اطراف کے چوکور خانوں کا شطرنج کی کھیل کا میدان بنایا جاتا ہے ایک گھوڑا درج ذیل قدم لیتا ہے: 1 دو چوکور (قدم) آگے، ایک چوکور دائیں؛ 2 دو چوکور بائیں، ایک چوکور آگے؛ 3 دو چوکور آگے، ایک چوکور بائیں۔ آگے چلنے کے رخ کے لحاظ سے گھوڑا کے مجموعی ہٹاؤ کا (الف) مقدار اور (ب) زاویہ کیا ہوگا؟

باب ۴

دو اور تین ابعاد میں حرکت

باب ۵

قوت اور حرکت الف

باب ۶

قوت اور حرکت با

باب ۷

حس کی توانائی اور کام

باب ۸

مخفی توانائی اور توانائی کی بقا

اختتامی حال میں اسپرنگ ڈھیلے حال میں ہوگا اور ہوا باز کن زمینی سطح پر ہوگا، لہذا نظام کی اختتامی میکانی توانائی ذیل ہوگی۔

$$\begin{aligned} E_{\text{میکانی},2} &= K_2 + U_{e2} + U_{g2} \\ &= 0 + 0 + 0 \end{aligned} \quad (۸.۱)$$

آئیں اب زمینی سطح راہ اور تیراک کی حراری توانائی میں تبدیلی $\Delta E_{\text{حر}}$ کی بات کرتے ہیں۔ مساوات 31.8 سے $\Delta E_{\text{حر}}$ کے لئے (رگڑی قوت و تدر ضرب رگڑ کا فاصلہ) $f_k L$ ڈالاجا سکتا ہے۔ مساوات 2.6 سے ہم جانتے ہیں $f_k = \mu_k F_N$ ہوگا، جہاں F_N عمودی قوت ہے۔ خط میں تیراک رگڑ کے ساتھ افقی حرکت کرتا ہے لہذا F_N کی تدر mg کے برابر ہوگی (اوپر وار اور نشیب وار قوت برابر ہوں گی)۔ یوں میکانی توانائی سے رگڑ درج ذیل مقدار کو ہٹاتی کرے گی۔

$$\Delta E_{\text{حر}} = \mu_k mgL \quad (۸.۲)$$

(مزید تجربہ کے بغیر یہ جاننا ممکن نہیں اس توانائی کا کتنا حصہ تیراک کو اور کتنا راہ کو منتقل ہوگا۔ ہم صرف کل مقدار جانتے ہیں۔)

مساوات 43.8 تا مساوات ۸.۲ کو مساوات 42.8 میں پر کرنے سے

$$0 = \frac{1}{2}kd^2 + mgh - \mu_k mgL \quad (۸.۳)$$

ملتا ہے، لہذا درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{kd^2}{2\mu_k mg} + \frac{h}{\mu_k} \\ &= \frac{(3.2 \times 10^3 \text{ N m}^{-1})(5 \text{ m})^2}{2(0.800)(200 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)} + \frac{35 \text{ m}}{0.800} \\ &= 69.3 \text{ m} \end{aligned}$$

جواب

آخر میں اس بات پر توجہ دیں کہ ریاضی حل کتنا آسان تھا۔ سوچ سمجھ کر نظام تعین کر کے یاد رکھتے ہوئے کہ یہ جدا نظام ہے، ہم توانائی کی بقا کا قانون استعمال کر پاتے ہیں۔ یوں نظام کے ابتدائی اور اختتامی حال توانائیوں کو، درمیانے حال جانے بغیر، برابر رکھا جاسکتا ہے۔ بالخصوص، غنیر ہموار راہ پر تیسراک کی حرکت پر غور کرنے کی ضرورت پیش نہیں آئی۔ اس کی بجائے، اگر ہم قوانین نیوٹن استعمال کریں، ہمیں راہ کی مکمل معلومات جاننا ہوگا اور حساب بھی مشکل ہوتا۔

نظر ثانی اور خلاصہ

بقائی قوت

وہ قوت، جو کسی بند راہ پر حرکت کرتے ہوئے ذرہ پر، کسی ابتدائی نقطہ سے چل کر اسی نقطہ پر واپس پہنچ کر، صفر صافی کام کرتی ہو **بقائی قوت** ہوتی ہے۔ ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک قوت دو نقطوں کے بیچ حرکت کرتے ہوئے ذرے پر جو صافی کام کرے وہ راہ پر منحصر نہ ہو تب قوت بقائی ہوگی۔ تجاذبی قوت اور اسپرنگ قوت بقائی ہیں؛ حرکت کی رگڑی قوت غیر بقائی ہے۔

مخفی توانائی

وہ توانائی جو ایسے نظام کی تشکیل کے ساتھ وابستہ ہو جس میں بقائی قوت عمل پیرا ہو **مخفی توانائی** کہلاتی ہے۔ جب نظام کے اندر ذرے پر بقائی قوت کام W کرے، نظام کی مخفی توانائی میں تبدیلی ΔU ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = -W \quad (8.1)$$

نقطہ x_i سے نقطہ x_f پہنچنے پر، نظام کی مخفی توانائی میں تبدیلی درج ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (8.6)$$

تجاذبی مخفی توانائی

زمین اور اس کے متغیر ذرے کے نظام سے وابستہ مخفی توانائی کو **تجاذبی مخفی توانائی** کہتے ہیں۔ اگر ذرہ y_i بلندی سے y_f بلندی منتقل ہو، زمین و ذرہ نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں رونا ہونے والی تبدیلی ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg\Delta y \quad (8.7)$$

حوالہ نقطہ y_i پر رکھ کر اور اس نقطہ پر تجاذبی مخفی توانائی $U_i = 0$ رکھ کر کسی بھی بلندی y پر ذرے کی تجاذبی مخفی توانائی درج ذیل ہوگی۔

$$U(y) = mgy \quad (8.9)$$

لچکی مخفی توانائی

لچکدار جسم کی حالت کھینچ یا حالت داب سے وابستہ توانائی کو **لچکی مخفی توانائی** کہتے ہیں۔ ایک اسپرنگ، جو اس وقت قوت $F = -kx$ پیدا کرتا ہے جب اس کے آزاد سر کا ہشاد x ہو، کی لچکی مخفی توانائی ذیل ہوگی۔

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad (8.11)$$

حوالہ تنظیم وہ ہوگا جب اسپرنگ ڈھیلا ہو، $x = 0$ اور $U = 0$ ہو۔

میکانی توانائی

حسری توانائی K اور مخفی توانائی U کا مجموعہ نظام کی میکانی توانائی E ہوگا۔

$$E_{\text{میکانی}} = K + U \quad (8.12)$$

جدا نظام سے مراد وہ نظام ہے جس میں ”بیرونی قوت“ توانائی کی تبدیلی کا سبب نہیں بنتی۔ اگر صرف تجاذبی قوتیں جدا نظام کے اندرون کام کرتی ہوں، تب نظام کی میکانی توانائی $E_{\text{میکانی}}$ تبدیل نہیں ہو سکتی۔ **میکانی توانائی کے بقا کا اصول** درج ذیل لکھا جاسکتا ہے، جہاں زیر نوشتہ توانائی کے انتقال کے دوران مختلف لحاظ ظاہر کرتی ہیں۔

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \quad (8.17)$$

یہ اصول درج ذیل بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$\Delta E_{\text{میکانی}} = \Delta K + \Delta U = 0 \quad (8.18)$$

مخفی توانائی منحنیات

ایک نظام، جس میں ایک بعدی قوت $F(x)$ ذرے پر عمل پیرا ہو، کی مخفی توانائی تعادل $U(x)$ جانتے ہوئے ہم یہ قوت تلاش کر سکتے ہیں۔

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} \quad (8.22)$$

اگر تعادل $U(x)$ کی ترسیم دی گئی ہو، کسی بھی نقطہ x پر، ترسیم کی ڈھال کی مخفی اس نقطہ پر قوت $F(x)$ ہوگی اور ذرے کی حرکی توانائی درج ذیل ہوگی، جہاں E میکانیکی نظام کی میکانیکی توانائی ہے۔

$$K(x) = E_{\text{میکانی}} - U(x) \quad (8.24)$$

موناوالپس نقطہ سے مراد وہ نقطہ ہے جس پر ذرہ حرکت کا رخ تبدیل کرتا ہے؛ اس نقطہ پر $K = 0$ ہوگا۔ جن نقطوں پر $U(x)$ کی ترسیم کی ڈھال صفر ہو ان نقطوں پر ذرہ توازن میں ہوگا؛ ان نقطوں پر $F(x) = 0$ ہوگا۔

نظام پر بیرونی قوت کا کردہ کام

کام W سے مراد وہ توانائی ہے جو نظام پر بیرونی قوت کے عمل کی بنا نظام سے باہر یا نظام کے اندر منتقل ہو۔ جہاں ایک سے زیادہ قوتیں عمل پیرا ہوں وہاں منتقل توانائی ان کا مجموعی صافی کام ہوگی۔ رگڑ کی غیر موجودگی میں نظام پر کیا گیا کام اور نظام کی میکانیکی توانائی میں تبدیلی ΔE برابر ہوگی۔

$$W = E_{\text{میکانی}} = \Delta K + \Delta U(x) \quad (8.26, 8.25)$$

نظام کے اندر حرکی رگڑی قوت کی موجودگی میں میں نظام کی حرکی توانائی E تبدیل ہوگی۔ (حرکی توانائی نظام میں جو ہر اور سالموں کی بلا منسوب حرکت سے وابستہ ہے) ایسی صورت میں نظام پر کیا گیا کام درج ذیل ہوگا۔

$$W = E_{\text{میکانی}} + \Delta E_{\text{حر}} \quad (8.33)$$

یہ تبدیلی $\Delta E_{\text{حر}}$ بیرونی قوت سے پیدا ہونے والی مقدار d اور رگڑی قوت کی مقدار f_k پر منحصر ہے۔

$$E_{\text{حر}} = f_k d \quad (8.31)$$

توانائی کی بقا

نظام کی کل توانائی (جو میکانیکی توانائی اور اندرونی توانائیوں، بشمول حرکی توانائی، کا مجموعہ ہوگا) میں تبدیلی اس توانائی کے برابر ہوگی جو نظام سے باہر یا نظام کے اندر منتقل کی جائے۔ اس تجرباتی حقیقت کو توانائی کے بقا کہتے ہیں۔ نظام پر کیا کام W ہونے کی صورت میں ذیل ہوگا۔

$$W = \Delta E = E_{\text{میکانی}} + E_{\text{حر}} + E_{\text{اندرونی}} \quad (8.35)$$

جدا انظام $W = 0$ کے لئے اس سے

$$E_{\text{میکانی}} + E_{\text{حر}} + E_{\text{اندرونی}} = 0 \quad (8.36)$$

اور

$$E_{\text{میکانی},2} = E_{\text{میکانی},1} - \Delta E_{\text{حر}} - \Delta E_{\text{اندرونی}} \quad (8.37)$$

حاصل ہوں گے، جہاں زیر نوشتہ، 1 اور 2، دو مختلف لحاظات ظاہر کرتی ہیں۔

۸.۰.۱ طاقت

قوت کی بنیاد طاقت، اس توانائی کے انتقال کی شرح کو کہتے ہیں، جو قوت منتقل کرتی ہے۔ یوں Δt دورانیہ میں اگر قوت توانائی ΔE منتقل کرتی ہو تب اس قوت کی اوسط طاقت درج ذیل ہوگی۔

$$P_{\text{اوسط}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (8.40)$$

قوت کی لحاظاتی طاقت ذیل ہوگی۔

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (8.41)$$

سوالات

سوال ۸.۱: شکل 18.8 میں افقی حرکت کرتا ہوا جسم نقطہ دار اختتامی لکیر تک تین ہلار گزراستوں سے پہنچ سکتا ہے، جن میں فقط بلندی کا مندرجہ ہے۔ ان راہ کی درجہ بندی (I) اختتامی لکیر پر جسم کی رفتار کے لحاظ سے اور (ب) اختتامی لکیر تک جسم کے پہنچنے کے دورانیہ حرکت کے لحاظ سے کریں؛ زیادہ قیمت کا نتیجہ اول رکھیں۔

سوال ۸.۲: ایک ذرے کی مخفی توانائی تفاعل شکل 19.8 میں پیش ہے۔ (I) ذرے پر قوت کی مقدار کے لحاظ سے خط AB ، BC ، CD ، اور DE کی درجہ بندی کریں۔ زیادہ قیمت کا نتیجہ اول رکھیں۔ (ب) بائیں مخفی توانائی کنواں میں پھنس جانے کے لئے ذرے کی میکانی توانائی $E_{\text{میکانی}}$ کو کس قیمت سے تجاوز کرنے کی اجازت نہیں؟ (ج) دائیں کنواں میں پھنسنے کے لئے یہ قیمت کیا ہوگی؟ (د) دونوں کنووں میں حرکت کر سکنے لیکن نقطہ H سے دائیں نکلنے کی صلاحیت نہ رکھنے کی صورت میں وہ قیمت کیا ہوگی؟ جبزود کی صورت میں BC ، DE ، اور FG میں سے کس خط میں ذرے کی حرکت توانائی (ہ) زیادہ سے زیادہ، (و) کم سے کم ہوگی؟

سوال ۸.۳: نقطہ i سے نقطہ f تک ایک براہ راست راستہ اور چپار راستے گھوم کر جاتے ہیں۔ براہ راست راستے پر اور تین گھوم کر جانے والے راستوں پر ذرے پر بقائی قوت $F_{\text{بقائی}}$ عمل کرتی ہے۔ چوتھے راستے پر ذرے پر بقائی قوت $F_{\text{بقائی}}$ اور غیر بقائی قوت $F_{\text{غیر بقائی}}$ عمل کرتی ہیں۔ نقطہ i سے نقطہ j جاتے ہوئے ذرے کی میکانی توانائی میں تبدیلی ΔE ، گھوم کر جانے والی راہوں کے ہر سیدھے حصے پر (حاصل میں) درج ہے۔ (I) براہ راست راستے

پر i سے j تک ΔE کیا ہوگی؟ (ب) اس ایک راہ پر جس پر غنیرہائی E عمل پیرا ہے، غنیرہائی E کی بدولت ΔE کیا ہوگی؟

سوال ۸.۴: ایک جسم جسم 3 m بلندی سے بلارگڑ راہ پر رہا کیا جاتا ہے (شکل 21.8)۔ چوٹیوں کی بلندیاں شکل میں دی گئی ہیں۔ تمام چوٹیاں ایک جیسی دائری ہیں، اور جسم کسی بھی چوٹی سے اڑ کر نہیں گرتا۔ (ا) وہ کونسی پہلی چوٹی ہے جسے جسم پار کرنے سے متاثر ہوگا؟ (ب) اس چوٹی کو پار نہ کرنے کے بعد جسم کیا کرے گا؟ جن چوٹیوں کو جسم پار کر پاتا ہے، کس چوٹی پر جسم کی (ج) مرکز مائل قوت زیادہ سے زیادہ ہوگی، اور (د) کس چوٹی پر اس کی عمودی قوت کم سے کم ہوگی؟

سوال ۸.۵: ایک جسم بلارگڑ میلان پر A تا C حرکت کرنے کے بعد افقی خطہ CD سے گزرتا ہے، جہاں رگڑی قوت عمل پیرا ہے۔ کیا جسم کی حرکت توانائی (ا) خطہ AB ، (ب) خطہ BC ، اور (ج) خطہ CD میں بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا مستقل رہتی ہے؟ (د) کیا ان خطوں میں جسم کی میکانیکی توانائی بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا مستقل رہتی ہے؟

سوال ۸.۶: ایک بیلن کو، جو انتہائی سلاخ پر چڑھا ہوا ہے، رسی سے اوپر کھینچا جاتا ہے (شکل 23a.8)۔ تنگ سوراخ کی بدولت یہ سلاخ پر چست بیٹھا ہے لہذا رگڑی قوت کافی زیادہ ہے۔ آپ کی قوت بیلن و سلاخ وزمین نظام پر $W = 100 \text{ J}$ کام کرتی ہے (شکل 23b.8)۔ نظام کی توانائیوں کو شکل 23c.8 میں ”فترہ بند“ کیا گیا ہے: حرکت توانائی K میں اضافہ 50 J ، اور تحبذنی توانائی U_g میں اضافہ 20 J ہے۔ ان کے علاوہ نظام میں صرف حرکت توانائی E تبدیل ہوتی ہے۔ حرکت توانائی میں تبدیلی ΔE کیا ہوگی؟

سوال ۸.۷: شکل 24.8 میں دکھایا نظام سوال ۸.۶ میں پیش نظام کی طرح ہے۔ یہاں بیلن سے بندھی رسی آپ نیچے کھینچتے ہیں۔ نیچے جاتے ہوئے بیلن میز پر رکھے جسم کو دوسری رسی کی مدد سے کھینچتا ہے۔ یہاں بھی بیلن و سلاخ وزمین نظام کو شکل 23b.8 میں پیش نظام کی طرح تصور کریں۔ آپ نظام پر 200 J کام کرتے ہیں۔ نظام جسم پر 60 J کام کرتا ہے۔ نظام کے اندرون میں حرکت توانائی میں 130 J اضافہ، اور تحبذنی توانائی میں 20 J کمی رونما ہوئی۔ (ا) شکل 23c.8 کی طرز پر نظام کی توانائی کو ”فترہ بند“ کریں۔ (ب) نظام کے اندر حرکت توانائی میں تبدیلی کتنی ہوگی؟

سوال ۸.۸: ایک جسم شکل 25.8 میں راہ پر چلتے ہوئے h بلندی سے اترتا ہے۔ ماسوائے خفلی افقی حصہ کے، جس میں جسم D فاصلہ کرنے کے بعد رک جاتا ہے، راہ بلارگڑ ہے۔ (ا) بلند h کم کرنے سے جسم D سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر فاصلہ طے کرے گا؟ (ب) اس کے برعکس، جسم کی کیت بڑھانے سے جسم D سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر فاصلہ طے کرے گا؟

سوال ۸.۹: ایک جسم میلان پر اترتا ہے۔ شکل 26.8 میں تین صورتیں پیش کی گئی ہیں، جہاں میلان بلارگڑ نہیں ہیں۔ تینوں صورتوں میں جسم ایک جتنی بلندی سے آغاز کرتے ہوئے حرکت کرتا ہے حتیٰ کہ حرکت توانائی سے روک پاتی ہے۔ ان صورتوں کی درجہ بندی حرکت توانائی میں اضافہ کے لحاظ سے کریں۔ زیادہ قیمت اول رکھیں۔

سوال ۸.۱۰: تین گیند ایک بلندی اور ایک رفتار سے پھینکتے جاتے ہیں (شکل 27.8)۔ ایک گیند سیدھا اوپر پھینکا جاتا ہے۔ دوسرا انتہائی لکیر سے معمولی زاویہ پر پھینکا جاتا ہے۔ تیسرا بلارگڑ میلان پر روتا کیا جاتا ہے۔ گیندوں کی درجہ بندی، نقطہ دار لکیر پر پہنچ کر ان کی رفتار کے لحاظ سے کریں۔ زیادہ قیمت اول رکھیں۔

سوال ۸.۱۱: جب ایک ذرہ f سے i اور j سے i شکل 28.8 میں دکھائے راستوں پر دکھائے رخ حرکت کرتا ہے، ایک بقائی قوت \vec{F} اس پر عمل کرے، شکل میں پیش کش کام کرتی ہے۔ نقطہ f سے براہ راست j منتقل ہونے کی صورت میں ذرے پر \vec{F} کتنا کام کرے گا؟

۸.۱ مخفی توانائی

سوال ۸.۱: ایک اسپرنگ جو 7.5 cm دبئی حالت میں 25 J لچکی مخفی توانائی ذخیرہ کرتا ہو کام قیاس پکڑ کیا ہوگا؟

سوال ۸.۲: پہیلی چوٹی جس کی بلندی $h = 42$ m کو سر کر کے، بلارگر تفریحی گاڑی جس کی قیمت $m = 825$ kg ہے، کی رفتار $v_0 = 17 \text{ m s}^{-1}$ ہے (شکل 29.8)۔ اس نقطہ سے (ا) نقطہ A ، (ب) نقطہ B ، اور (ج) نقطہ C تک تحبذی قوت گاڑی پر کتنا کام کرتی ہے؟ نقطہ C پر گاڑی وزمین نظام کی تحبذی مخفی توانائی صفر لیستے ہوئے اس کی قیمت اس وقت کیا ہوگی جب گاڑی (د) نقطہ B اور (ه) نقطہ A پر ہو؟ (و) قیمت m دگنی کرنے سے نقطہ A اور نقطہ B کے بیچ نظام کی تحبذی مخفی توانائی میں تبدیلی بڑھے گی، گھٹے گی، یا تبدیل نہیں ہوگی؟

سوال ۸.۳: آپ 2 kg قیمت کی کتاب $D = 10$ m بلندی سے کھڑکی سے نیچے دوست کو گراتے ہو۔ آپ کے دوست کے ہاتھ وزمین سے $d = 1.5$ m بلندی (شکل 30.8) پر ہیں۔ (ا) آپ کے دوست کے ہاتھوں تک پہنچتے ہوئے کتاب پر تحبذی قوت کتنا کام W_g کرے گی؟ (ب) گرنے کے دوران کتاب وزمین نظام کی تحبذی مخفی توانائی میں تبدیلی ΔU کتنی ہوگی؟ اگر زمین پر نظام کی تحبذی مخفی توانائی U صفر ہو، (ج) پوری بلندی پر U کیا ہوگی؟ (د) آپ کے دوست کے ہاتھوں میں پہنچ کر U کیا ہوگی؟ اب زمینی سطح پر $U = 100$ J لیں اور دوبارہ (ه) W_g ، (و) ΔU ، (ز) پوری بلندی پر U ، اور (ح) دوست کے ہاتھوں میں U تلاش کریں۔

سوال ۸.۴: ایک گیند جس کی قیمت $m = 0.341$ kg ہے بلا قیمت سلاخ جس کی لمبائی $L = 0.452$ m ہے کے ایک سر کے ساتھ باندھا ہوا ہے۔ سلاخ کا دوسرا سر چول دار ہے، جو گیند کو انتصابی دائرے میں حرکت کی اجازت دیتا ہے۔ سلاخ کو افقی رکھ کر نیچے رخ اتنا دھکا دیا جاتا ہے کہ گیند جھول کر انتصابی بالا مقام تک بمشکل پہنچ پاتا ہے، جہاں اس کی رفتار صفر ہوتی ہے۔ تحبذی قوت گیند پر ابتدائی نقطہ سے (ا) نیچے ترین نقطہ تک، (ب) بالاترین نقطہ تک، (ج) ابتدائی نقطہ کے ہم بلند دائیں ہاتھ نقطہ تک کتنا کام کرتی ہے؟ ابتدائی نقطہ پر گیند وزمین نظام کی تحبذی مخفی توانائی صفر لیستے ہوئے، اس کی قیمت اس وقت کیا ہوگی جب گیند (د) نیچے ترین نقطہ، (ه) بالاترین نقطہ، اور ابتدائی نقطہ کے ہم بلند دائیں ہاتھ نقطہ پر ہو؟ (ز) مضر ض کریں گیند کو اتنی ابتدائی دھکیل دی جاتی ہے کہ یہ بالاترین نقطہ پر غییر صفر رفتار سے پہنچتا ہے۔ کیا اس مرتبہ نیچے ترین نقطہ سے بالاترین نقطہ تک ΔU پہلے کے لحاظ سے زیادہ، کم، یا وہی ہوگا؟

سوال ۸.۵: نصف کردی برتن، جس کا رداس $r = 22$ cm ہے، کے کنارے سے 2 g برتنانی پرت پھسلنے دی جاتی ہے۔ پرت اور برتن کا تماس بے رگڑ ہے۔ (ا) برتن کی تہہ تک اترتے ہوئے پرت پر تحبذی مخفی توانائی کتنا کام کرتی ہے؟ (ب) پرت وزمین نظام کی مخفی توانائی میں اس اترنے کے دوران کتنی تبدیلی رونما ہوگی؟ (ج) اگر یہ مخفی توانائی برتن کی تہہ میں صفر لی جہائے، تب برتن کے کنارے پر اس کی قیمت کیا ہوگی؟ (د) اس کے برعکس، اگر برتن کے

کنسارے پر جہاں پر ت رہا کی گئی، مخفی توانائی صفر کی بجائے تب برتن کی تہہ میں اس کی قیمت کیا ہوگی؟ (ہ) پر ت کی قیمت دگنی کرنے سے کیا جزو اتا جزو د کے جوابات میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا نتائج تبدیل نہیں ہوں گے؟

سوال ۸.۶: ایک سل جس کی قیمت $m = 0.032 \text{ kg}$ ہے شکل 33.8 کے بے رگر گھیر در گھیر پر حرکت کرتی ہے، جہاں گھیر کا رداس $R = 12 \text{ cm}$ ہے۔ گھیر کے خپلے حصے سے $h = 5.0 R$ بلند نقطہ P سے ساکن سل رہا کی جاتی ہے۔ تجاذبی قوت سل پر نقطہ P سے نقطہ Q تک، (ب) گھیر کی چوٹی تک، کتنا کام کرتی ہے؟ سل وزمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی گھیر کے تل پر صفر لیتے ہوئے، مخفی توانائی اس وقت کیا ہوگی جب سل (ج) نقطہ P پر، (د) نقطہ Q پر، اور (ہ) گھیر کی چوٹی پر ہو؟ (و) سل محض رہا کرنے کی بجائے اسے راہ کے ہمسراہ نیچے رخ دکھایا جاتا ہے۔ کیا جزو اتا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۸.۷: ایک پستلی سلاخ جس کی قیمت قابل نظر انداز اور لمبائی $L = 2 \text{ m}$ ہے کایک سرچول دار ہے جو سلاخ کو انتظامی دائرے میں چکر کی اجازت دیتا ہے۔ سلاخ کے دوسرے سر کے ساتھ $m = 5 \text{ kg}$ کیت کا گیند باندھا گیا ہے۔ سلاخ کو ایک طرف $\theta_0 = 30^\circ$ زاویہ تک کھینچ کر $\vec{v}_0 = 0$ ابتدائی سمتی رفتار کے ساتھ رہا کیا جاتا ہے۔ خپلے ترین نقطے تک اترنے پر، (ا) تجاذبی قوت گیند پر کتنا کام کرتی ہے اور (ب) گیند وزمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں تبدیلی کیا ہوگی؟ (ج) خپلے نقطہ پر تجاذبی مخفی توانائی صفر لیتے ہوئے اس کی قیمت نقطہ رہائی پر کیا ہوگی؟ (د) زاویہ θ_0 بڑھانے سے کیا جزو اتا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا ان میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۸.۸: کھڑی چٹان جس کی بلندی 12.5 m ہے، کی چوٹی سے افق کے ساتھ 41° اوپر رخ 14 ms^{-1} ابتدائی سمتی رفتار کے ساتھ 1.50 kg کا برف گولا پھینکا جاتا ہے۔ (ا) چٹان کے سر سے نیچے ہموار وزمین تک پرواز کے دوران برف گولا پر تجاذبی قوت کتنا کام کرتی ہے؟ (ب) پرواز کے دوران گولا وزمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں کتنی تبدیلی رونما ہوتی ہے؟ (ج) چٹان کی چوٹی پر تجاذبی مخفی توانائی کی قیمت صفر لیتے ہوئے، اس کی قیمت اس وقت کیا ہوگی جب گولا نیچے زمین پر ہو؟

۸.۲ میکانی توانائی کی بقا

سوال ۸.۱: تفسیری گامی گاڑی کی رفتار سوال ۸.۲ میں (ا) نقطہ A پر، (ب) نقطہ B پر، اور (ج) نقطہ C پر کیا ہوگی؟ (د) آخری پہاڑ، جس کو گاڑی سر کرنے سے متصر ہے، پر گاڑی کس بلند تک پہنچے پائے گی؟ (ہ) گاڑی کی قیمت دگنی کرنے سے جزو اتا جزو د کے جوابات کیا ہوں گے؟

سوال ۸.۲: (ا) ہاتھوں کو پہنچ کر کتاب کی رفتار سوال ۸.۳ میں کیا ہوگی؟ (ب) کتاب کی قیمت دگنی کرنے سے یہ رفتار کیا ہوگی؟ (ج) اس کے برعکس، اگر کتاب نیچے پھینکی جائے، کیا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا اس میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۸.۳: (ا) برتن کی تہہ کو پہنچ کر سوال ۸.۵ میں برفانی پر ت کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) پر ت کی قیمت دگنی کرنے سے یہ رفتار کیا ہوگی؟ (ج) اس کے برعکس، اگر پر ت کو برتن کے ہمسراہ ابتدائی نیچے رفتار دی جائے، کیا جزو د کے

جواب میں اضافہ ہوگا، کیا ہوگی، یا اس میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۸.۴: (۱) توانائی کے تراکیب، ناکہ باب 4 کے تراکیب، استعمال کرتے ہوئے سوال ۸.۸ میں کھڑی چٹان کی چوٹی سے نیچے زمین پر پہنچ کر برف گولے کی رفتار تلاش کریں۔ (ب) زاویہ پھینک افق سے 41° نیچے رکھے سے رفتار کیا ہو گی؟ (ج) کیت 2.5 kg کرنے سے رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۸.۵: اسپرنگ بندوق سے 5.0 g چھرا سیدھا اوپر مارا جاتا ہے۔ دبے اسپرنگ پر چھرے کے مقام سے 20 m بلندی تک پہنچنے کے لئے اسپرنگ کو 8.0 cm دبانا ہوگا۔ (۱) چھرا زمین نظام کی تبدیلی مخفی توانائی میں چھرے کے 20 m صعود کے دوران کتنی تبدیلی ΔU_g ہوگی؟ (ب) چھرا پھینکنے کے دوران اسپرنگ کی لچکی مخفی توانائی میں تبدیلی ΔU_s کیا ہوگی؟ (ج) اسپرنگ کا مقیاس پلک کیا ہے؟

سوال ۸.۶: (۱) انتصابی بالا نقطہ تک صفر رفتار کے ساتھ پہنچنے کے لئے سوال ۸.۴ میں گیند کی ابتدائی رفتار کیا ہو گی؟ (ب) ایسی صورت میں گیند کی رفتار (ب) زیریں ترین نقطہ پر اور (ج) ابتدائی مقام کے ہم بلند دائیں نقطہ پر کیا ہوگی؟ (د) کیا گیند کی کیت دگنی کرنے سے جزو اتنا جزو ج کے جواب میں اضافہ ہوگا، کیا ہوگی، یا ان میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۸.۷: ایک ٹرک جس کے بریک ناکارہ ہو چکے ہیں 130 km h^{-1} رفتار کے ساتھ سوات تیز رو شاہراہ 1 پر پہاڑی سے اتر رہا ہے جب ڈرائیور اس کو حفاظتی روکے میلاں 2 پر ڈالتا ہے جس کا زاویہ میلان $15^\circ = \theta$ ہے (شکل 35.8)۔ ٹرک کی کیت $1.2 \times 10^4 \text{ kg}$ ہے۔ (۱) ٹرک کو روک پانے کے لئے میلان کی کم سے کم لمبائی L کیا ہے؟ (ٹرک کو ایک ذرہ تصور کریں اور اس مفروضے کا جواز پیش کریں)۔ (ب) ٹرک کی کیت کم کرنے سے اور (ج) اس کی رفتار بڑھانے سے، کیا کم سے کم درکار لمبائی L بڑھے گی، کم ہوگی، یا اس میں کوئی تبدیلی نہیں آئے گی؟

سوال ۸.۸: ایک سل جس کی کیت 700 g ہے، انتصابی اسپرنگ جس کا مقیاس پلک $k = 400 \text{ N m}^{-1}$ اور کیت قابل نظر انداز ہے، کے اوپر h_0 بلندی سے (ساکن حالت سے) گرنے دیا جاتا ہے۔ سل اور اسپرنگ آپس میں جڑ جاتے ہیں اور اس وقت لمحاتی رکے ہیں جب اسپرنگ 19.0 cm دب جائے۔ رکے تک (۱) اسپرنگ پر سل کتنا کام کرتی ہے اور (ب) سل پر اسپرنگ کتنا کام کرتا ہے۔ (ج) h_0 کی قیمت کیا ہے؟ (د) سل کو $2h_0$ بلندی سے رہا کرنے کی صورت میں اسپرنگ کتنا دبے گا؟

سوال ۸.۹: سل پر سوال ۸.۶ میں نقطہ Q پر صافی عمل پیرا قوت کی مقدار کا (۱) افقی جزو اور (ب) انتصابی جزو کیا ہوں گے؟ (ج) سل کس بلندی h سے رہا کرتی ہوگی اگر ہم چاہتے ہوں کہ یہ گھیر کی چوٹی پر راہ سے اٹھنے لگے۔ (راہ سے سل اس وقت اٹھنے لگے گی جب سل پر راہ کی عمودی قوت صفر ہو)۔ (د) ابتدائی بلندی کی سرعت $h = 6R$ ۽ $h = 0$ کے لئے چوٹی پر پہنچ کر سل پر عمودی قوت کی قدر ترسیم کریں۔

سوال ۸.۱۰: (۱) گیند کی رفتار زیریں ترین نقطہ پر سوال ۸.۷ میں کیا ہوگی؟ (ب) گیند کی کیت بڑھانے سے کیا رفتار بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا تبدیل نہیں ہوتی؟

سوال ۸.۱۱: ایک پتھر جس کی کیت 8.00 kg ہے، اسپرنگ پر ساکن پڑا ہے (شکل 36.8)۔ اسپرنگ کو پتھر 10.0 cm دباتا ہے۔ (۱) اسپرنگ کا مقیاس پلک کیا ہے؟ (ب) پتھر کو مسزید 30.0 cm دبا کر رہا کیا

جباتا ہے۔ رہا کرنے سے قبل دبے اسپرنگ کی لچکی مخفی توانائی کیا ہوگی؟ (ج) نقطہ رہائی سے بلند تر نقطہ پہنچ کر پتھر و زمین نظام کی تبدیلی مخفی توانائی میں کتنی تبدیلی رونما ہوگی؟ (د) نقطہ رہائی سے یہ بلند تر نقطہ کتنی اونچائی پر ہے؟

سوال ۸.۱۲: متماثل نظر انداز کیت کے 4.0 m لمبے دھاگے کے ساتھ 2.0 kg پتھر باندھ کر ایک رفاص حاصل کیا جاتا ہے۔ زیریں تر نقطہ سے گزرتے وقت پتھر کی رفاار 8.0 m s^{-1} ہے۔ (ا) اس کی رفاار اس وقت کیا ہوگی جب دھاگا انقصاب کے ساتھ 60° زاویہ بناتا ہو؟ (ب) پتھر کی حرکاء کے دوران انقصاب کے ساتھ دھاگا زیادہ سے زیادہ کتنا زاویہ بنائے گا؟ (ج) اگر پتھر کے زیریں تر نقطہ پر رفاص و زمین نظام کی مخفی توانائی صفر رکھی جائے، نظام کی کل میکائی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۸.۱۳: ایک رفاص جس کی لمبائی $L = 1.25 \text{ m}$ ہے شکل 34.8 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے بلور (جس میں عملارفاص کی پوری کیت سموئی ہے) کی رفاار اس وقت v_0 ہوگی جب رفاص کا دھاگا انقصاب کے ساتھ $\theta_0 = 40.0^\circ$ زاویہ پر ہو۔ (ا) اگر $v_0 = 8.00 \text{ m s}^{-1}$ ہو، زیریں تر نقطہ پر بلور کی رفاار کیا ہوگی؟ اگر نیچے جانے کے بعد دھاگا سیدھا رکھے ہوئے (ب) رفاص افقی حالت، اور (ج) انقصابی حالت اختیار پائے، v_0 کی کم سے کم قیمت کیا ہوگی؟ (د) زاویہ θ_0 چند درجے بڑھانے سے کیا حبزوب اور حبزواج کے جواب میں اضافہ ہوگا، کی ہوگی، یا ان میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۸.۱۴: ایک سکی باز جس کی کیت 60 kg ہے، ساکن حالت سے سکی اچھال میلان کے انقصاب سے $H = 20 \text{ m}$ بلند نقطہ سے آغا ز کر کے (شکل 37.8) زاویہ $\theta = 28^\circ$ پر میلان چھوڑتا ہے۔ ہوائی رگڑ نظر انداز کریں اور میلان بلار گڑ تصور کریں۔ (ا) میلان کے انقصاب سے کتنی زیادہ سے زیادہ بلندی h تک یہ پہنچے گا؟ (ب) اگر سکی باز ساز و سامان اٹھا کر روانا ہو، کیا h کی قیمت میں اضافہ ہوگا، کی ہوگی، یا وہی رہے گی؟

سوال ۸.۱۵: ایک دھاگا جس کی لمبائی $L = 120 \text{ cm}$ ہے کایک سر بندھا ہوا جبکہ دوسرے سے گیسند لٹکائی گئی ہے۔ بندھے سر سے $d = 75.0 \text{ cm}$ فاصلے پر دیوار میں نقطہ P پر ایک میخ موجود ہے۔ دھاگا افقی رکھے ہوئے (جیسا شکل 38.8 میں دکھایا گیا ہے) ساکن گیسند رہا کیا جاتا ہے، جو نقطہ دار قوس پر چلے گا۔ (ا) زیریں ترین نقطہ پر، اور (ب) میخ میں دھاگا پھنسنے کے بعد بلند ترین نقطہ پر گیسند کی رفاار کیا ہوگی؟

سوال ۸.۱۶: ایک سل جس کی کیت $m = 2.0 \text{ kg}$ ہے اسپرنگ پر $h = 40 \text{ cm}$ بلندی سے گرنے دیا جاتا ہے (شکل 39.8)۔ اسپرنگ کا مقیاس لچک $k = 1960 \text{ N m}^{-1}$ ہے۔ اسپرنگ زیادہ سے زیادہ کتنا دبے گا؟

سوال ۸.۱۷: لمحہ $t = 0$ پر 1.0 kg گیسند بلندی سے $\vec{v} = (18 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (24 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$ کے ساتھ روانا کیا جاتا ہے۔ گیسند و زمین نظام کی ΔU لمحہ $t = 0$ تا $t = 6.0 \text{ s}$ کیا ہوگی (آزادانہ گڑنا تصور کریں)؟

سوال ۸.۱۸: محور x پر حرکاء کرتے ہوئے ذرے پر بقائی قوا $\vec{F} = (6.0x - 12)\hat{i} \text{ N}$ عمل کرتی ہے، جہاں x میٹروں میں ہے۔ اس قوا کے ساتھ وابستہ مخفی توانائی U نقطہ $x = 0$ پر 27 J ہے۔ (ا) مخفی توانائی U کا قفا عمل x کی صورت میں لکھیں جہاں x میٹروں میں ہے۔ (ب) زیادہ سے زیادہ مثبت مخفی توانائی کیا ہے؟ x کی کس (ج) مثبت قیمت اور (د) منفی قیمت پر مخفی توانائی صفر ہے؟

سوال ۸.۱۹: کھڑی چٹان سے 688 N وزن کا شخص 18 m لمبی رسی سے جھولتا ہے (شکل 40.8)۔ چٹان کی چوٹی سے زیریں ترین نقطہ تک نشیب 3.2 m ہے۔ رسی اس وقت ٹوٹے گی جب اس کو 950 N سے زیادہ قوا کھینچے۔ (ا)

کیاری ٹوٹے گی؟ (ب) رسی نہ ٹوٹنے کی صورت میں نشیب کے دوران رسی پر زیادہ سے زیادہ قوت کتنی ہوگی؟ رسی ٹوٹنے کی صورت میں، ٹوٹنے وقت رسی انتصاب کے ساتھ کس زاویے پر ہوگی؟

سوال ۸.۲۰: ہوائی بندوق میں نصب اسپرنگ شکل 41a.8 پر پورا اترتا ہے؛ جو قوت بالمقابل اسپرنگ کا داب یا دراضی دیتا ہے۔ اسپرنگ کو 5.5 cm دبا کر 3.8 g چھرا بندوق سے مارا جاتا ہے۔ (ا) اگر چھرا اس لمحے رہا ہو جب اسپرنگ اپنے ڈھیلے حالت کو پہنچے، چھرے کی رفتار اس لمحے کیا ہوگی؟ (ب) اس کے برعکس، تصور کریں چھرا اسپرنگ کو پکڑے رکھتا ہے اور اسپرنگ کو کھینچ کر 1.5 cm لمبا کرنے کے بعد اس سے علیحدہ ہوتا ہے۔ چھرے کی رفتار اس لمحے کیا ہوگی جب یہ اسپرنگ سے علیحدہ ہوتا ہے؟

سوال ۸.۲۱: ایک سل جس کی کمیت $m = 12 \text{ kg}$ ہے ساکن حالت سے $\theta = 30^\circ$ بلار گڑ میلان پر رہا کیا جاتا ہے (شکل 42.8)۔ میلان پر سل سے نیچے ایک اسپرنگ ہے جس کو 270 N قوت 2.0 cm دبا کرتی ہے۔ اسپرنگ کو 5.5 cm دبا کر سل لمحاتی رکتی ہے۔ (ا) نقطہ رہائی سے رکنے کے نقطہ تک میلان پر سل کتنا فاصلہ طے کرتی ہے؟ (ب) سل کی رفتار اس لمحے کیا ہوگی جب وہ اسپرنگ کو چھوٹی ہے؟

سوال ۸.۲۲: بلار گڑ میلان جس کا زاویہ $\theta = 40^\circ$ ہے پر رکھا 2.0 kg ڈب ایک ڈوری کے ذریعہ، جو چپرخنی سے گزرتی ہے، اسپرنگ سے باندھا گیا ہے۔ اسپرنگ کا مقیاس پلاک $k = 120 \text{ N m}^{-1}$ ہے (شکل 43.8)۔ ڈور میں جھول نہیں اور اسپرنگ ڈھیلا ہے۔ ڈب ساکن حالت سے رہا کیا جاتا ہے۔ چپرخنی کو بلار گڑ اور بلا کمیت تصور کریں۔ (ا) میلان پر 10 cm نیچے رخ چپل کر ڈبے کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) نقطہ رہائی سے میلان پر ڈبے کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد لمحاتی رکتا ہے، اور اس لمحے پر ڈبے کے اسراع کی (ج) قدر اور (د) رخ (میلان پر اوپر یا نیچے رخ) کیا ہوں گے؟

سوال ۸.۲۳: بلار گڑ میلان جس کا زاویہ $\theta = 30.0^\circ$ ہے پر $m = 2.00 \text{ kg}$ سل $k = 19.6 \text{ N cm}^{-1}$ مقیاس پلاک اسپرنگ کے ساتھ ملا کر رکھی جاتی ہے، تاہم یہ ایک دوسرے کے ساتھ جڑے نہیں ہیں (شکل 44.8)۔ اسپرنگ کو 20.0 cm دبا کر رہا کیا جاتا ہے۔ (ا) ڈبے اسپرنگ کی لچکی مخفی توانائی کیا ہوگی؟ (ب) سل وز مسین کی تحب ذیلی مخفی توانائی میں تبدیلی، نقطہ رہائی سے میلان پر بلند تر نقطہ تک سل کے پہنچنے تک، کتنی ہوگی؟ (ج) نقطہ رہائی سے سل میلان پر بلند تر نقطہ تک کتنا فاصلہ طے کرتی ہے۔

باب ۹

مرکزیت اور خطی معیار حرکت

۹.۱ ایک بُعد میں چکی تصادم

حرکت توانائی کی بقا درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(9.1) \quad \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

ان ہمزاد مساوات کو v_{1f} اور v_{2f} کے لئے حل کرنے کی خاطر ہم مساوات 71.9 کو

$$(9.2) \quad m_1(v_{1i} - v_{1f}) = -m_2(v_{2i} - v_{2f})$$

اور مساوات ۹.۱ درج ذیل صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(9.3) \quad m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = -m_2(v_{2i} - v_{2f})(v_{2i} + v_{2f})$$

مساوات ۹.۳ کو مساوات ۹.۲ سے تقسیم کر کے کچھ الجبرا کے بعد درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$(9.4) \quad v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2i}$$

اور

$$(9.5) \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_{2i}$$

یاد رہے، زیر نوشت 1 اور 2 کسی خاص ترتیب سے مختص نہیں کیے گئے۔ مساوات 19.9 میں اور مساوات ۹.۴ اور مساوات ۹.۵ میں ان زیر نوشت کو آپس میں بدل کر لکھنے مساوات کی وہی جوڑی ملتی ہے۔ اس پر بھی توجہ

باب ۹. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

دیں کہ $v_{2i} = 0$ لیئے، شکل 18.9 میں جسم 2 ساکن ہدف ہوگا، اور مساوات ۹.۴ اور مساوات ۹.۵ ہمیں بالترتیب مساوات 67.9 اور مساوات 68.9 دیتی ہیں۔

آزمائش ۱

شکل 18.9 میں گولے کا ابتدائی معیار حرکت 6 kg m s^{-1} اور اختتامی معیار حرکت (i) 2 kg m s^{-1} اور (ب) -2 kg m s^{-1} ہونے کی صورت میں ہدف کا اختتامی خطی معیار حرکت کیا ہوگا؟ اگر گولے کی ابتدائی اور اختتامی حرکی توانائی بالترتیب 5 J اور 2 J ہو، ہدف کی اختتامی حرکی توانائی کیا ہوگی؟ □

نمونہ سوال ۹.۱: کچھ تصادم در کچھ تصادم شکل 20a.9 میں $v_{1i} = 10 \text{ m s}^{-1}$ سے چلتا ہوا سل 1 دو ساکن سلوں کی طرف بڑھتا ہے۔ تینوں سل ایک لکیر پر ہیں۔ یہ سل 2 سے ٹکراتا ہے جو آگے سل 3 سے جا کر ٹکراتا ہے، جس کی کیت $m_3 = 6.0 \text{ kg}$ ہے۔ دوسرے تصادم کے بعد سل 2 دوبارہ ساکن ہے، اور سل 3 کی رفتار $v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$ ہے (شکل 20b.9)۔ دونوں تصادم لچکی ہیں۔ سل 1 اور سل 2 کی کمیتیں کیا ہیں؟ سل 1 کی اختتامی رفتار v_{1f} کیا ہے؟

کلیدی تصورات

چونکہ ہم تصادم لچکدار تصور کرتے ہیں لہذا ایک کانی توانائی کی بقا ہوگی (یوں ٹکر کی آواز، گرمی، اور ارتعاش کی بدولت توانائی کا ضیاع نظر انداز کیا جاتا ہے)۔ کوئی بیرونی افقی قوت سلوں پر عمل نہیں کرتی لہذا محور x پر خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی۔ ان دو وجوہات کی بنا پر ہم دونوں تصادم پر مساوات 67.9 اور مساوات 68.9 کا اطلاق کر سکتے ہیں۔

حاجہ پہلے تصادم سے آغاز کرتے ہوئے ہمیں اتنے زیادہ نامعلوم متغیرات سے واسطہ ہوگا کہ آگے بڑھنا مشکل ہوگا: ہم سلوں کی کیت اور اختتامی سمتی رفتار نہیں جانتے۔ آئیں پہلے تصادم سے آغاز کریں، جس میں سل 3 کے ساتھ ٹکرانے کے بعد سل 2 رکتی ہے۔ مساوات 67.9 کا اطلاق اس تصادم پر کرتے ہیں جہاں ترقیم تبدیل کرتے ہوئے v_{2i} تصادم سے قبل سل 2 کی رفتار اور v_{2f} تصادم کے بعد اس کی رفتار دیتی ہیں۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$v_{2f} = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} v_{2i}$$

اس میں $v_{2f} = 0$ (سل 2 رکتا ہے) ڈالنے کے بعد $m_3 = 6.0 \text{ kg}$ ڈال کر درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$m_2 = m_3 = 6.0 \text{ kg} \quad (\text{جواب})$$

اسی طرح ترقیم تبدیل کر کے دوسرے تصادم کے لئے مساوات 68.9 لکھتے ہیں

$$v_{3f} = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_{2i}$$

جہاں v_{3f} تیسرے سل کی اختتامی سمتی رفتار ہے۔ اس میں $m_3 = m_2$ ڈالنے کے بعد $v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$ ڈال کر درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$v_{2i} = v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$$

آئیں اب پہلے تصادم پر غور کریں؛ ہمیں سل 2 کے لئے مستعمل ترقیم پر توجہ دینی ہوگی: تصادم کے بعد سل 2 کی سمتی رفتار v_{2f} وہی ہے جو تصادم سے قبل اس کی سمتی رفتار $v_{2i} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$ تھی۔ پہلے تصادم پر مساوات 68 کا اطلاق کر کے دی گئی $v_{1i} = 10 \text{ m s}^{-1}$ ڈال کر ذیل ہوگا

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$5.0 \text{ m s}^{-1} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} (10 \text{ m s}^{-1})$$

جو ذیل دیگا۔

$$m_1 = \frac{1}{3} m_2 = \frac{1}{3} (6.0 \text{ kg}) = 2.0 \text{ kg} \quad (\text{جواب})$$

یہ نتیجہ اور دی گئی v_{1i} استعمال کرتے ہوئے پہلے تصادم پر مساوات 67.9 کا اطلاق کر کے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} m_2 - m_2}{\frac{1}{3} m_2 + m_2} (10 \text{ m s}^{-1}) = -5.0 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

□

۹.۲ دو ابعاد میں تصادم

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ درج ذیل کے مقابیل ہوں گے۔

جد انظام کے لئے جس میں دو بُعدی تصادم واقع ہو، ہر ایک محور پر معیار حرکت کی بقا کا اطلاق کرتے ہوئے، تصادم کے بُعد محور پر معیار حرکت کے اجزاء کا اسی محور پر تصادم سے قبل معیار حرکت کے اجزاء کے ساتھ رشتہ جان سکیں۔

جد انظام کے لئے جس میں دو بُعدی لچکی تصادم واقع ہو، (ا)، ہر ایک محور پر معیار حرکت کی بقا کا اطلاق کرتے ہوئے، تصادم کے بعد محور پر معیار حرکت کے اجزاء کا اسی محور پر تصادم سے قبل معیار حرکت کے اجزاء کے ساتھ رشتہ جان سکیں اور (ب) کل حرکی توانائی کی بقا کا اطلاق کر کے تصادم سے قبل اور تصادم کے بعد حرکی توانائیوں کا رشتہ جان سکیں۔

کلیدی تصور

اگر دو جسم ٹکرائیں اور ان کی حرکت ایک محور پر نہ ہو (تصادم آمنے سامنے سے نہیں ہے)، تصادم دو بُعدی ہو گا۔ اگر دو جسمی نظام ہند اور جہد ہو، تصادم پر معیار حرکت کی بقا کے قانون کا اطلاق ہو گا لہذا درج ہو گا۔

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

یہ قانون اجزاء کی صورت میں دو مساوات (ہر بُعد کے لئے ایک مساوات) دیگا جو تصادم کو بیان کرتی ہیں۔ اگر تصادم لچکی بھی ہو (جو ایک خصوصی صورت ہے)، تصادم کے دوران حرکت کی توانائی کی بقا (ذیل) تیسری مساوات دیگی۔

$$K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

دو ابعاد میں تصادم

جب دو اجسام کا تصادم ہو، اجسام کس رخ حرکت کرتے ہیں، اس کا تعین ان کے بیچ ضرب (چھٹکا) کرتی ہے۔ بالخصوص، جب تصادم آمنے سامنے سے نہ ہو، اجسام اپنے اپنے ابتدائی محور پر نہیں رہتے۔ ایسے دو بُعدی تصادم میں جو ہند، اور جہد نظام میں واقع ہو، کل خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی۔

$$(۹.۶) \quad \vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

اگر تصادم لچکی بھی ہو (جو ایک خصوصی صورت ہے)، تب کل حرکت کی توانائی کی بقا بھی ہوگی۔

$$(۹.۷) \quad K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

دو بُعدی تصادم کا تجزیہ کرنے کے لئے مساوات ۹.۶ کو xy محددی نظام کے اجزاء کی صورت میں لکھنا زیادہ مفید ثابت ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، شکل 21.9 میں ساکن ہدف کو گولا بغلی (آمنے سامنے سے نہیں) ٹکراتا ہے۔ ان کے بیچ ضرب، اجسام کو محور x ، جس پر گولا ابتدائی طور حرکت میں تھا، کے لحاظ سے θ_1 اور θ_2 زاویوں پر بھیجتی ہے۔ یہاں ہم مساوات ۹.۶ کو محور x کے ہمراہ ذیل

$$(۹.۸) \quad m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2$$

اور محور y کے ہمراہ ذیل لکھیں گے۔

$$(۹.۹) \quad 0 = -m_1 v_{1f} \sin \theta_1 + m_2 v_{2f} \sin \theta_2$$

ہم مساوات ۹.۷ کو (اس خصوصی صورت کے لئے) رفتار کے روپ میں لکھ سکتے ہیں۔

$$(۹.۱۰) \quad \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (\text{حرکت کی توانائی})$$

۹.۸ تا ۹.۱۰ میں سات متغیر ہیں: دو کمیت، m_1 اور m_2 ؛ تین رفتار، v_{1i} ، v_{1f} ، اور v_{2f} ؛ اور دو زاویے، θ_1 اور θ_2 ۔ اگر ہم ان میں سے کوئی بھی چار متغیرات جانتے ہوں، باقی تین متغیرات ان تین مساوات کو حل کر کے معلوم کیے جاسکتے ہیں۔

نمونہ سوال ۹.۲: فرض کریں شکل 21.9 میں گولے کا ابتدائی معیار حرکت 6 kg m s^{-1} ، جبکہ اختتامی معیار حرکت کا x جزو 4 kg m s^{-1} اور اختتامی معیار حرکت کا y جزو -3 kg m s^{-1} ہے۔ ہدف کے (۱) اختتامی معیار حرکت کا x جزو اور (ب) اختتامی معیار حرکت کا y جزو کیا ہوں گے؟ □

۹.۳ تغیر کیفیت کا نظام: ہوائی بان

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

ہوائی بان: اکی پہلی مساوات استعمال کر کے ہوائی بان کی کمیت میں کمی کی شرح، ہوائی بان کے لحاظ سے خرچہ^۲ مادے کی اضافی رفتار، ہوائی بان کی کمیت، اور ہوائی بان کی اسراع کا رشتہ جان پائیں گے۔

ہوائی بان کی دوسری مساوات استعمال کر کے خرچہ مادے کی اضافی رفتار کے لحاظ سے ہوائی بان کی رفتار، اور ہوائی بان کی ابتدائی اور اختتامی کمیت کا رشتہ جان پائیں گے۔

ایک ایسا حرکت پذیر نظام جس کی کمیت دی گئی شرح سے تبدیل ہوتی ہو کے لئے اس شرح اور معیار حرکت میں تبدیلی کا رشتہ جان پائیں گے۔

کلیدی تصورات

بیسرونی قوتوں کی غیر موجودگی میں ہوائی بان درج ذیل لحقاتی شرح سے اسراع پذیر ہوگا،

$$Rv_{\text{اضافی}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

جہاں M ہوائی بان کی لحقاتی کمیت (بشمول غیر استعمال شدہ ایندھن)، R ایندھن کی شرح، اور اضافی v ہوائی بان کے لحاظ سے خرچہ کی اضافی رفتار ہے۔ جزو اضافی Rv ہوائی بان انجن کا دھکا ہے۔

مستقل R اور اضافی v کی صورت میں اگر ہوائی بان کی رفتار v_i سے تبدیل ہو کر v_f ہو جائے، اور کمیت M_i سے تبدیل ہو کر M_f ہو جائے تب درج ذیل ہوگا۔

$$v_f - v_i = v_{\text{اضافی}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$

متغیر کیت کے نظام: ہوائی بان

اب تک ہم مندرجہ کرتے رہے ہیں کہ نظام کی کل کیت اٹل ہے۔ بعض اوقات، مثلاً ہوائی بان میں، ایسا نہیں ہو گا۔ اڑان سے قبل ہجو ترہ روانگی^۳ پر کھڑے ہوائی بان کی زیادہ تر کیت دراصل ایندھن ہوگی، جو آخر کار جہل کر ہوائی بان کے انجن کی ٹوٹی^۴ سے دھوئیں کی شکل میں خارج ہوگا۔ اسراع پذیر ہوائی بان کی متغیر کیت سے نیچے کی حنا طریوٹن کے دوسرے متاعدے کا اطلاق، صرف ہوائی بان کی بجائے، ہوائی بان اور خارجی مواد دونوں کو اکٹھا لیتے ہوئے کیا جاتا ہے۔ ہوائی بان کی اسراع کے دوران اس نظام کی کیت تبدیل نہیں ہوگی۔

اسراع کی تلاش

مندرجہ کریں ہم جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے ساکن بیٹھے فنائے ماورا^۵ میں، جہاں کوئی تجاذبی یا ہوائی کی رگڑی قوت موجود نہیں، ہوائی بان کو اسراع کرتا دیکھ رہے ہیں۔ اس یک بُعدی حرکت کے لئے ہم، اختیاری لمحہ t پر، ہوائی بان کی کیت M اور مستقی رفتار v مندرجہ کرتے ہیں (شکل 9.22a)۔

شکل 9.22b وقت دورانیہ dt کے بعد صورت حال پیش کرتی ہے۔ ہوائی بان کی مستی رفتار $v + dv$ اور کیت $M + dM$ ہیں، جہاں کیت میں تبدیلی dM منفی مقدار ہے۔ وقفہ dt کے دوران ہوائی بان سے خارج مواد کی کیت $-dM$ اور جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے مواد کی مستی رفتار U ہے۔

معیار حرکت کی بقا ہوگی

ہمارا نظام ہوائی بان اور وقفہ dt میں خارج مواد پر مشتمل ہے۔ نظام ہند اور جدا ہے لہذا وقفہ dt کے دوران نظام کی خطی معیار حرکت کی بقا لازمی ہے۔ یوں ذیل ہوگا

$$P_i = P_f \quad (9.11)$$

جہاں زیر نوشتہ i اور f بالترتیب وقفہ dt کے آغاز میں اور اس کے اختتام پر قیمتیں ظاہر کرتی ہیں۔ مساوات 9.11 درج ذیل لکھی جاسکتی ہے

$$Mv = -dMU + (M + dM)(v + dv) \quad (9.12)$$

جہاں دائیں ہاتھ پہلا جزو وقفہ dt کے دوران خارج کردہ مواد کا خطی معیار حرکت اور دوسرا جزو وقفہ dt کے اختتام پر ہوائی بان کا خطی معیار حرکت ہے۔

اضافی رفتار کا استعمال

مساوات ۹.۱۲ کی سادہ صورت ہوائی بان اور حنرج مواد کے بیچ اضافی رفتار v استعمال کر کے حاصل کی جا سکتی ہے۔ اضافی رفتار اور چوکھٹ کے لحاظ سے سمتی رفتاروں کے بیچ درج ذیل تعلق پایا جاتا ہے۔

$$\left(\begin{array}{c} \text{چوکھٹ کے لحاظ سے} \\ \text{حنرج مواد کی سمتی رفتار} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{حنرج مواد کے لحاظ سے} \\ \text{ہوائی بان کی سمتی رفتار} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{چوکھٹ کے لحاظ سے} \\ \text{بان کی سمتی رفتار} \end{array} \right)$$

اس کو علامتی روپ میں لکھتے ہیں۔

$$(v + dv) = v_{\text{اضافی}} + U$$

$$(9.13) \quad U = v + dv - v_{\text{اضافی}} \quad \text{یعنی}$$

اس نتیجہ کو مساوات ۹.۱۲ میں U کی جگہ ڈال کر کچھ الجبرا کے بعد ذیل حاصل ہوگا۔

$$(9.14) \quad -dM v_{\text{اضافی}} = M dv$$

دونوں اطراف dt سے تقسیم کرتے ہیں۔

$$(9.15) \quad -\frac{dM}{dt} v_{\text{اضافی}} = M \frac{dv}{dt}$$

ہم dM/dt (جو ہوائی بان کی کیمیت میں کمی کی شرح ہے) کو $-R$ لکھتے ہیں، جہاں R ایندھن جلنے کی (مثبت) شرح ہے، اور dv/dt ہوائی بان کی اسراع ہے۔ ان تبدیلیوں کے ساتھ مساوات ۹.۱۵ ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$(9.16) \quad Rv_{\text{اضافی}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

ہر لمحے پر مقداریر کی قیمتیں مساوات ۹.۱۶ مطمئن کرتی ہیں۔

مساوات ۹.۱۶ کا بائیں ہاتھ قوت کا بُعد $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N}$ رکھتا ہے اور صرف ہوائی بان کی بناوٹ پر منحصر ہے؛ یعنی، شرح R پر، جس سے ایندھن (کیمیت) صرف کیا جاتا ہے، اور رفتار v پر، جس سے یہ کیمیت ہوائی بان سے حنارج کی جاتی ہے۔ ہم اس جزو Rv کو ہوائی بان کی قوت T دھکیل دیتے ہیں اور $T = Ma$ کو ۹.۱۶ سے ظاہر کرتے ہیں۔ مساوات ۹.۱۶ کو $T = Ma$ لکھ کر نیوٹن کا دو سرعات a حاصل ہوتا ہے، جہاں اس لمحے پر جب ہوائی بان کی کیمیت M ہے اس کی اسراع a ہے۔

سمتی رفتار کی تلاش

ہم جاننا چاہتے ہیں کہ جیسے جیسے ہوائی بان ایندھن صرف کرتا ہے اس کی سمتی رفتار کیسے تبدیل ہوگی۔ مساوات ۹.۱۴ ذیل کہتی ہے۔

$$dv = -v_{\text{اضافی}} \frac{dM}{M}$$

اس کے مکمل

$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_{\text{اضافی}} \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

میں M_i ہوائی بان کی ابتدائی کیت اور M_f اختتامی کیت ہے۔ مکمل لینے سے ذیل حاصل ہوگا

$$(9.14) \quad v_f - v_i = v_{\text{اضافی}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$

جو ہوائی بان کی کیت M_i سے گھٹ کر M_f ہونے کی صورت میں ہوائی بان کی رفتار میں اضافہ دیتی ہے۔ (مساوات ۹.۱۴ میں علامت \ln قدرتی لوگار تھم علامت کرتی ہے۔) ہم یہاں کثیر المراحل^۸ ہوائی بان کی افادیت جان سکتے ہیں جو ایندھن ختم ہونے پر حالی ٹینک سے چھٹکارا حاصل کر کے M_f گھٹاتا ہے۔ مثالی ہوائی بان مطلوبہ مقام پر صرف ضروری سا زو سامان کے ساتھ پہنچے گا۔

نمونہ سوال ۹.۳: **ہوائی بان کا انجن، قوت، دھکیل، اسراع** اس باب کی تمام گزشتہ مثالوں میں نظام کی کیت اٹل تھی۔ یہاں ہم ایسے نظام (ہوائی بان) کی بات کرتے ہیں جس کی کیت بتدریج کم ہوتی ہے۔ ایک ہوائی بان جس کی ابتدائی کیت $M_i = 850 \text{ kg}$ ہے $R = 2.3 \text{ kg s}^{-1}$ شرح سے ایندھن صرف کرتا ہے۔ ہوائی بان کے لحاظ سے حرج مواد کی رفتار $v_{\text{اضافی}} = 2800 \text{ m s}^{-1}$ ہے۔ (۱) ہوائی بان کا انجن کتنی قوت دھکیل پیدا کرتا ہے؟

کلیدی تصور

مساوات ۹.۱۶ کے تحت ایندھن صرف کرنے کی شرح R کو حرج مواد کی اضافی رفتار $v_{\text{اضافی}}$ سے ضرب دینے سے قوت دھکیل T حاصل ہوگی۔

حساب: یوں درج ذیل ہوگا۔

$$T = Rv_{\text{اضافی}} = (2.3 \text{ kg s}^{-1})(2800 \text{ m s}^{-1})$$

$$= 6440 \text{ N} \approx 6400 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

(ب) ہوائی بان کی ابتدائی اسراع کیا ہوگی؟

کلیدی تصور

ہم ہوائی بان کی قوت دھکیل T اور اس کی اسراع کی قدر a کا رشتہ $T = Ma$ جانتے ہیں، جہاں M ہوائی بان کی کیت ہے۔ لیکن، جیسے جیسے ایندھن صرف ہوتا ہے M گھٹتی اور a بڑھتا ہے۔ ہمیں ابتدائی اسراع درکار ہے لہذا ہم ہوائی بان کی ابتدائی کیت M_i لیں گے۔

حساب: ان معلومات سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$a = \frac{T}{M} = \frac{6440 \text{ N}}{850 \text{ kg}} = 7.6 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

سطح زمین سے سیدھا اوپر اڑان کے لئے ضروری ہے کہ ابتدائی اسراع $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ سے زیادہ ہو۔ یعنی، ابتدائی اسراع کو سطح زمین پر تحب ذیلی اسراع سے زیادہ ہونا ہوگا۔ دوسرے لفظوں میں، ہوائی بان پر ابتدائی تحب ذیلی قوت، جس کی قدر $M_i g$ ہے

$$(850 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) = 8330 \text{ N}$$

سے قوت دھکیل T کا زیادہ ہونا لازمی ہے، ورنہ ہوائی بان زمین سے اٹھنے کے مقابل نہیں ہوگا۔ چونکہ اس ہوائی بان کی قوت دھکیل (جو یہاں $T = 6440 \text{ N}$ ہے) درکار قدر سے کم ہے لہذا یہ ہوائی بان اڑ نہیں پائے گا؛ یہاں زیادہ طاقتور ہوائی بان کی ضرورت ہے۔

□

نظر ثانی اور خلاصہ

مرکز رکیت

ایک نظام جو n ذرات پر مشتمل ہو کے مرکز رکیت کی تعریف وہ نقطہ ہے جس کے محدود درج ذیل ہوں۔

$$x_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$

$$y_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i$$

$$(9.5) \quad z_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i$$

اس کو مختصر اُذیل لکھا جاسکتا ہے، جہاں M نظام کی کل کیت $\sum_{i=1}^n m_i$ ہے۔

$$(9.8) \quad \vec{r}_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i$$

نیوٹن کا دوسرا قانون برائے ذرات کا نظام

ایک نظام، جو ذرات پر مشتمل ہو، کے مرکز رکیت کی حرکت نیوٹن کے دوسرے قانون برائے ذرات پر مشتمل نظام کے تحت ہوگی، جو ذیل کہتا ہے۔

$$(9.14) \quad \vec{F}_{\text{مرکز رکیت}} = M \vec{a}$$

باب ۹. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

یہاں نظام پر لاگو تمام بیرونی قوتیں مل کر صافی قوت \vec{F} دیتی ہیں۔ نظام کی کل کیت M ، اور نظام کے مرکز کیت کی اسراع مرکز کیت \vec{a} ہے۔

خطی معیار حرکت اور نیوٹن کا دوسرا قانون

تہذا ذرے کے لئے، مقدار \vec{p} متعارف کر کے، جو اس ذرے کا خطی معیار حرکت کہلاتا ہے اور جس کی تعریف ذیل ہے،

$$(۹.۲۲) \quad \vec{p} = m\vec{v}$$

ہم نیوٹن کا دوسرا قانون اس معیار حرکت کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

$$(۹.۲۳) \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

ذرات پر مشتمل نظام کے لئے مذکورہ بالا دو تعلق ذیل لکھ جائیں گے۔

$$(۹.۲۴, ۹.۲۵) \quad \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{اور} \quad \vec{P} = M\vec{v} \quad \text{مرکز کیت}$$

تصادم اور ضرب

تصادم میں ملوث ذرہ نما جسم پر معیار حرکت کے روپ میں نیوٹن کے دوسرے قانون کا اطلاق ضربے و خطی معیار حرکت کے مسئلہ دیگا:

$$(۹.۲۶, ۹.۳۱) \quad \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p} = \vec{J}$$

جہاں جسم کے خطی معیار حرکت میں تبدیلی $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ ہے، اور ضربے \vec{J} وہ قوت $\vec{F}(t)$ ہے جو تصادم کے دوران دوسرا جسم اس (پہلے جسم) پر لاگو کرتا ہے۔

$$(۹.۳۰) \quad \vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt$$

اگر تصادم کا دورانیہ Δt اور اس دوران $\vec{F}(t)$ کی اوسط قیمت $F_{\text{اوسط}}$ ہو تب یک بُعدی حرکت کے لئے ذیل ہوگا۔

$$(۹.۳۵) \quad J = F_{\text{اوسط}} \Delta t$$

سکن جسم پر کیت m کے ذرے، جن کی رفتار v ہے، برس کر ذیل اوسط قوت پیدا کرتے ہیں

$$(۹.۳۷) \quad F_{\text{اوسط}} = -\frac{n}{\Delta t} \Delta p = -\frac{n}{\Delta t} m \Delta v$$

جہاں ساکن جسم سے ذروں کے تصادم کی شرح $n/\Delta t$ ، اور ہر ایک ذرے کی رفتار میں تبدیلی Δv ہے (جسم ساکن رہتا ہے)۔ یہ اوسط قوت ذیل بھی لکھی جاسکتی ہے

$$F_{\text{اوسط}} = - \frac{\Delta M}{\Delta t} \Delta v \quad (9.40)$$

جہاں $\Delta M/\Delta t$ وہ شرح ہے جس سے کیت ساکن جسم سے ٹکراتی ہے۔ درج بالا دو مساوات میں اگر ذرے تصادم کے بعد رک جاتے ہوں تب $\Delta v = -v$ ہوگا، اور اگر ذرے جسم پر ٹپکی کھا کر رفتار میں تبدیلی کے بغیر واپس لوٹیں تب $\Delta v = -2v$ ہوگا۔

خطی معیار حرکت کی بقا

جب نظام پر بیرونی قوت عمل نہیں کرتی، لہذا اس نظام کا خطی معیار حرکت تبدیل نہیں ہوگا۔

$$\vec{P} = \text{مستقل} \quad (\text{بند، جدا نظام}) \quad (9.42)$$

اس کو ذیل بھی لکھ سکتے ہیں جہاں زیر نوشت کسی ابتدائی لمحہ اور اختتامی لمحہ کو ظاہر کرتی ہیں۔

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad (\text{بند، جدا نظام}) \quad (9.43)$$

مذکورہ بالا دونوں مساوات خطی معیار حرکت کے بقا کو بیان کرتی ہیں۔

ایک بُعد میں غیر لچکی تصادم

دو اجسام کی غیر لچکی تصادم میں دو جسمی نظام کی حرکت توانائی کی بقا نہیں ہوگی (حرکت توانائی مستقل نہیں ہوگی)۔ اگر نظام بند اور جدا ہو، نظام کے کل خطی معیار حرکت کی بقا لازماً ہوگی (یہ مستقل ہوگا)، جس کو سمتیہ روپ میں ذیل لکھا جاسکتا ہے، جہاں زیر نوشت i اور j بالترتیب تصادم سے عین قبل اور اس کے عین بعد لمحات ظاہر کرتی ہیں۔

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad (9.50)$$

ذروں کی حرکت ایک محور پر ہونے کی صورت میں تصادم ایک بُعدی ہوگا اور ہم مذکورہ بالا مساوات کو محور کے ہمراہ سمتی رفتار اجزاء کی صورت میں ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (9.51)$$

اگر دو جسم آپس میں چپک جائیں، تصادم مکمل غیر لچکی ہوگا اور دونوں اجسام کی اختتامی سمتی رفتار V ہوگی (کیونکہ یہ آپس میں جڑے ہیں)۔

مرکز کیت کی حرکت

دو متصادم اجسام کے بند، جدا نظام کے مرکز کیت پر تصادم اثر انداز نہیں ہوگا۔ بالخصوص، مرکز کیت کی سمتی رفتار مرکز کیت \vec{v} کو تصادم تبدیل نہیں کرتا۔

ایک بُعد میں لچکی تصادم

لچکی تصادم ایک خاص قسم کا تصادم ہے جس میں متصادم اجسام کے نظام کی حرکت توانائی برقرار رہتی ہے۔ اگر نظام بند اور جدا بھی ہو، اس کا خطی معیار حرکت بھی برقرار رہے گا۔ یک بُعدی تصادم کے لئے، جس میں جسم 2 ہدف اور جسم 1 گولا ہے، حرکتی توانائی اور خطی معیار حرکت کی بقا، تصادم کے عین بعد سمتی رفتاروں کے لئے درج ذیل مساوات دیتی ہیں۔

$$(9.67) \quad v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$(9.68) \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

دو ابعاد میں تصادم

اگر دو جسم یوں ٹکرائیں کہ ان کی حرکت ایک ہی محور پر نہ ہو (ٹکرائنے والے سے نہیں)، تصادم دو بُعدی ہوگا۔ اگر دو جسمی نظام بند اور جدا ہو، معیار حرکت کی بقا کے قانون کا اطلاق تصادم پر ہوگا جو ذیل لکھا جائے گا۔

$$(9.69) \quad \vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

اجزاء کے روپ میں یہ قانون دو مساوات دے گا جو تصادم کو بیان کریں گی (دو ابعاد میں ہر بُعد کے لئے ایک مساوات)۔ اگر تصادم لچکی بھی ہو (خصوصی صورت)، تصادم کے دوران حرکتی توانائی کی بقا تیسری مساوات دیگی۔

$$(9.70) \quad K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

متغیر کیتی نظام

سیرونی قوتوں کی عدم موجودگی میں ہوائی بان ذیل لمحاتی شرح سے اسراع پذیر ہوگا

$$(9.81) \quad Rv_{\text{ہوائی بان}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

جہاں M ہوائی بان کی لمحاتی کیت (جس میں غنیر استعمال شدہ ایندھن شامل ہے)، R ایندھن کے اصراف کی شرح، اور $v_{\text{ہوائی بان}}$ ہوائی بان کے لحاظ سے شرح کی اضافی رفتار ہے۔ جب $Rv_{\text{ہوائی بان}}$ کی انجن کی قوت سے

دھکیلا ہے۔ جب ایک ہوائی بان کی، جس کی R اور $v_{\text{ہوائی بان}}$ اٹل ہو، کیت M_i سے M_f ہونے پر اس کی رفتار v_i سے v_f ہو، درج ذیل ہوگا۔

$$(9.82) \quad v_f - v_i = v_{\text{ہوائی بان}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$

سوالات

سوال ۹.۱: تین ذرات جن پر بیرونی قوتیں عمل کرتی ہیں کا فضائی جانزہ شکل 9-23 میں پیش ہے۔ دو ذروں پر قوتوں کی متدریس اور سمتیں دی گئی ہیں۔ تین ذروی نظام کا مرکز کمیت (ا) ساکن، (ب) دائیں رخ مستقل سمتی رفتار سے، اور (ج) اوپر وار اسراع پذیر ہونے کی صورت میں تیسری قوت کی متدر اور سمت تلاش کریں۔

سوال ۹.۲: بلار گڑ مستوی پر مستقل سمتی رفتاروں سے حرکت کرتے ہوئے ایک برابر کمیت کے چار ذروں کا فضائی جانزہ شکل 9-24 میں پیش ہے۔ سمتی رفتاروں کے رخ دیے گئے ہیں؛ ان کی متدریں برابر ہیں۔ ذروں کی جوڑیاں بنائیں۔ کون سی جوڑی ایسا نظام دیتی ہے جس کا مرکز کمیت (ساکن ہے، (ب) ساکن ہے اور مبدا پر ہے، اور (ج) مبدا سے گزرتا ہے؟

سوال ۹.۳: فرض کریں ایک ڈب، جو x محور پر مستقل مثبت سمتی رفتار سے حرکت میں ہو، دھماکے سے دو ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ ایک ٹکڑا، جس کی کمیت m_1 ہے، مثبت سمتی رفتار \vec{v}_1 سے حرکت کرتا ہے۔ دوسرا ٹکڑا جس کی کمیت m_2 ہے (ا) مثبت سمتی رفتار \vec{v}_2 (شکل 9-25a)، (ب) منفی سمتی رفتار \vec{v}_2 (شکل 9-25b)، یا (ج) صفر سمتی رفتار (شکل 9-25c) رکھ سکتا ہے۔ ان ممکن نتائج کی درجہ بندی مطابقتی \vec{v}_1 کی متدر کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۹.۴: تصادم میں ملوث جسم کے لئے قوت کی متدر بالمتقابل وقت کی تریسات شکل 9-26 میں پیش ہیں۔ تریسات کی درجہ بندی جسم پر قوت دھکیل کی متدر کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۹.۵: بلار گڑ مستوی پر حرکت کرتے تین ڈبوں پر عمل پیرا قوت کا فضائی نظارہ شکل 9-27 میں پیش ہے۔ ہر ایک ڈب کے لئے، کیا محور x اور محور y کے ہمراہ خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی؟

سوال ۹.۶: تین یا چار یکساں ذروں کا گروہ، جو محور x یا محور y کے متوازی ایک رفتار سے حرکت کرتے ہوں، شکل 9-28 میں دکھایا گیا ہے۔ مرکز کمیت کی رفتار کے لحاظ سے ان کی درجہ بندی، اعظم اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۹.۷: ایک سل بلار گڑ فرسش پر حرکت کر کے اس جتنی کمیت کی دوسری سل سے ٹکراتی ہے۔ شکل 9-29 میں سلوں کی حرکت کی توانائی K کی چار ممکن تریسات پیش ہیں۔ (ا) ان میں سے کون سی طبیعی وجوہات کی بنا پر ممکن نہیں؟ باقی میں سے کونسی (ب) لچکی تصادم اور (ج) غنیر لچکی تصادم بہتر ظاہر کرتی ہے؟

سوال ۹.۸: بلار گڑ فرسش پر محور x کے ہمراہ سل 1 ساکن سل 2 کی طرف بڑھتا ہے۔ عین لچکی تصادم سے قبل لمحہ پر ان کی تصویر کشی شکل 9-30 میں کی گئی ہے۔ اس لمحہ پر دو سل نظام کے مرکز کمیت کے تین ممکن معتام بھی پیش ہیں۔ (نقطہ B سلوں کے مراکز کے درمیان نصف فاصلے پر ہے۔) اگر تصادم کے بعد نظام کا مرکز کمیت (ا) A پر، (ب) B پر، اور (ج) C پر ہو، کیا سل 1 ساکن ہوگا؟ آگے کی طرف گامزن ہوگا؟ پیچھے کی طرف گامزن ہوگا؟

سوال ۹.۹: دو اجسام محور x کے ہمراہ یک بئدی لچکی تصادم کا شکار ہوتے ہیں۔ شکل 9-31 میں اجسام اور مرکز کمیت کے معتام بالمتقابل وقت تریسات پیش ہیں۔ (ا) کیا دونوں جسم ابتدائی طور پر حرکت میں تھے، یا ان میں سے ایک ساکن تھا؟ کونسا لکیری قطع (ب) تصادم سے قبل اور (ج) تصادم کے بعد مرکز کمیت دیتا ہے؟ (د) کیا تصادم سے قبل زیادہ تیز حرکت کرتے جسم کی کمیت دوسرے جسم کی کمیت سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اس

کے برابر ہے؟

سوال ۹.۱۰: افقی مندرش پر سل ابتدائی طور ساکن، محور x کے ہمراہ مثبت رخ، یا محور کے منفی رخ حرکت میں ہے۔ سل دھماکے سے دو ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے جو اسی محور پر حرکت کرتے ہیں۔ مندرش کریں سل اور اس کے دو ٹکڑے ایک بند اور جدا نظام دیتے ہیں۔ سل اور ٹکڑوں کے معیار حرکت بالمتقابل وقت t کی چھ ترسیلات شکل 32.9 میں پیش ہیں۔ کونسی ترسیلات طبعی ناممکن ہیں؟ وجوہات پیش کریں۔

سوال ۹.۱۱: محور x پر کیت m_1 کا سل بلارگز مندرش پر چلتا ہوا کیت m_2 کے ساکن سل سے لچکی تصادم ہوتا ہے۔ شکل 33.9 میں سل 1 کا مقام x بالمتقابل وقت t ٹھوس لکیر سے پیش کیا گیا ہے، جس پر نقطہ تصادم x_c اور وقت تصادم t_c کی نشاندہی کی گئی ہے۔ اگر (ا) $m_1 < m_2$ اور (ب) $m_1 > m_2$ ہو، تصادم کے بعد سل 1 نقطہ دار راہ A, B, C, D میں کس پر گامزن ہوگا؟ (ج) اگر $m_1 = m_2$ ہو یہ راہ 1، 2، 3، 4، اور 4 میں کس پر گامزن ہوگا؟

سوال ۹.۱۲: دو جسم اور ان کے مرکز کیت کی مقام بالمتقابل وقت کی چار ترسیلات پیش ہیں۔ یہ جسم بند اور جدا نظام دیتے ہیں اور محور x پر چلتے ہوئے ایک بعدی مکمل غیر لچکی تصادم کا شکار ہوتے ہیں۔ کیا ترسیم 1 میں (ا) دو جسم اور (ب) مرکز کیت محور x پر مثبت رخ یا منفی رخ حرکت کرتے ہیں؟ (ج) کونسی ترسیم طبعی ناممکن ہے؟ وجوہات پیش کریں۔

مرکز کیت

سوال ۹.۱۳: کیت 2.00 kg ذرے کا xy مدد $(-1.20 \text{ m}, 0.500 \text{ m})$ ، اور کیت 4.00 kg ذرے کا xy مدد $(0.600 \text{ m}, -0.750 \text{ m})$ ہے۔ دونوں افقی مستوی پر پائے جاتے ہیں۔ کیت 3.00 kg کا تیسرا ذرہ کس (ا) x اور (ب) y پر رکھ کر تین ذروی نظام کا مرکز کیت $(-0.500 \text{ m}, -0.700 \text{ m})$ پر ہوگا؟

سوال ۹.۱۴: تین ذروی نظام جس میں $m_1 = 3.0 \text{ kg}$ ، $m_2 = 4.0 \text{ kg}$ ، اور $m_3 = 8.0 \text{ kg}$ ہے شکل 35.9 میں پیش ہے۔ محور کے پیم $x_s = 2.0 \text{ m}$ اور $y_s = 2.0 \text{ m}$ کے لحاظ سے رکھے گئے ہیں۔ نظام کے مرکز کیت (ا) x محدد اور (ب) y محدد کیا ہوگا؟ (ج) کیا m_3 بتدریج بڑھانے سے مرکز کیت اس ذرے کی جانب منتقل ہوگا، اس سے دور منتقل ہوگا، یا ساکن رہے گا؟

سوال ۹.۱۵: ایک سل جس کے اضلاع $d_1 = 11.0 \text{ cm}$ ، $d_2 = 2.80 \text{ cm}$ ، اور $d_3 = 13.0 \text{ cm}$ ہیں شکل 36.9 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا نصف حصہ المونیم (کثافت 2.70 g cm^{-3}) اور آدھا لوہے (کثافت 7.85 g cm^{-3}) کا ہے۔ سل کے مرکز کیت (ا) x محدد، (ب) y محدد، اور (ج) z محدد کیا ہوگا؟

سوال ۹.۱۶: تین یکساں پیکر ڈنڈیاں جن میں ہر ایک کی لمبائی $L = 22 \text{ cm}$ ہے سل کر الٹ نون غنڈہ بناتی ہیں (شکل 37.9)۔ انتصابی ڈنڈی کی کیت 14 g اور افقی ڈنڈی کی کیت 42 g ہے۔ نظام کے مرکز کیت (ا) x محدد اور (ب) y محدد کیا ہوگا؟

سوال ۹.۱۷: یکساں موٹائی کا چادر شکل 38.9 میں پیش ہے۔ اگر $L = 5.0 \text{ cm}$ ہو چادر کے مرکز کیت (ا) x محدد اور (ب) y محدد کیا ہوگا؟

سوال ۹.۱۸: متابل نظر انداز موٹائی کی یکساں دھاتی چادر سے بنایا گیا کعب شکل 39.9 میں پیش ہے۔ کعب اوپر سے کھلا ہے اور اس کا کنارہ $L = 40 \text{ cm}$ لمبا ہے۔ کعب کے مرکز کیت کا (i) محدود، (ب) y محدود، اور (ج) z محدود تلاش کریں۔

سوال ۹.۱۹: ایونیا سالہ (NH_3) ، جس میں ہائیڈروجن جوہر (H) متاوی الاضلاع مثلث بناتے ہیں، شکل 40.9 میں پیش ہے۔ مثلث کا مرکز ہر H جوہر سے $d = 9.40 \times 10^{-11} \text{ m}$ فاصلے پر ہے۔ نائیٹروجن جوہر N اس ہرم کی چوٹی پر واقع ہے جس کا تل تین H جوہر بناتے ہیں۔ نائیٹروجن اور ہائیڈروجن کی جوہری کیت نسبت 13.9، اور نائیٹروجن تاہائیڈروجن فاصلہ $L = 10.14 \times 10^{-11} \text{ m}$ ہے۔ سالہ کے مرکز کیت کا (i) x محدود اور (ب) y محدود کیا ہوگا؟

سوال ۹.۲۰: یکساں پیکر کی بوتل جس کی کیت 0.140 kg اور لمبائی 12.0 cm ہے، میں 0.354 kg مشروب بھری ہے (شکل 41.9)۔ بوتل کے سر اور تل میں، مشروب خارج کرنے کی عنصر سے، باریک سوراخ (جو بوتل کی کیت پر اثر انداز نہیں ہوتے) کیے جاتے ہیں۔ (i) مکمل بھری بوتل (مجم مشروب) کے مرکز کیت کی اور (ب) مکمل خالی بوتل کے مرکز کیت کی بلندی h کیا ہوگی؟ (ج) جیسے جیسے مشروب خارج ہوتا ہے، h کو کیا ہوگا؟ (د) مرکز کیت کے لمحاتی بلندی کو x کہہ کر اس کی کتر قیت تلاش کریں۔

نیوٹن کا دوسرا تعدد برائے ذرات کا نظام

سوال ۹.۲۱: ایک پتھر $0 = t$ پر گرنے دیا جاتا ہے۔ دوسرا پتھر جس کی کیت دگنی ہے، اسی بلندی سے، $t = 100 \text{ ms}$ پر گرنے دیا جاتا ہے۔ (i) نقطہ رہائی سے، $t = 300 \text{ ms}$ پر، دو پتھر نظام کا مرکز کیت کتنا نیچے ہوگا؟ (دونوں پتھر اس لمحے تک ہوا میں ہیں۔) (ب) اس لمحے پر دو پتھر نظام کا مرکز کیت کس رفتار سے حرکت کرتا ہے؟

سوال ۹.۲۲: چورہا بتی پر 1000 kg کیت کی گاڑی کھڑی ہے۔ جیسے ہی بتی سبز ہوتی ہے گاڑی 4.0 ms^{-2} مستقل اسراع سے حرکت میں آتی ہے۔ عین اسی لمحے ایک ٹرک جس کی کیت 2000 kg اور جو 8.0 ms^{-1} رفتار سے چل رہا ہے گاڑی سے آگے نکلتا ہے۔ (i) گاڑی وٹرک نظام کا مرکز کیت $t = 3.0 \text{ s}$ بعد بتی سے کتنا دور اور (ب) اس کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۲۳: زیٹون کا ایک بڑا پھل $(m = 0.50 \text{ kg})$ xy محدودی نظام کے مرکز پر، اور جو برازیل $M = 1.5 \text{ kg}$ نقطہ $(1.0 \text{ m}, 2.0 \text{ m})$ پر پڑا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر قوت $\vec{F}_z = (2.0\hat{i} + 3.0\hat{j}) \text{ N}$ زیٹون کے پھل پر اور $\vec{F}_j = (-3.0\hat{i} - 2.0\hat{j}) \text{ N}$ جو برازیل پر عمل کرنا شروع کرتی ہیں۔ لمحہ $t = 0$ کے لحاظ سے $t = 4.0 \text{ s}$ پر زیٹون و جو نظام کے مرکز کیت کا ہٹاوا کائی سستی ترقیم میں کیا ہوگا؟

سوال ۹.۲۴: دو پھسلن باز، جن میں سے ایک کی کیت 65 kg اور دوسرے کی 40 kg ہے، 10 m لمبا ڈنڈا، جس کی کیت متابل نظر انداز ہے، ہٹامے رنڈ پر کھڑے ہیں۔ ڈنڈے کے سروں سے آغاز کرتے ہوئے پھسلن باز ڈنڈا کھینچ کر، ڈنڈے کے ہمراہ حرکت کرتے ہوئے قریب آکر، ملتے ہیں۔ کم کیتی شخص کتنا فاصلہ طے کرتا ہے؟

سوال ۹.۲۵: ایک گولا 20 ms^{-1} کی ابتدائی سستی رفتار \vec{v}_0 کے ساتھ افق سے $\theta_0 = 60^\circ$ زاویہ اوپر پھینکا جاتا ہے۔ خط حرکت کے بلند تر نقطہ پر گولا دھماکے سے دو برابر ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے (شکل 9-42)۔ ایک ٹکڑا جس

باب ۹. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

کارفتر دھماکے کے عین بعد صفر سے سیدھا نیچے گرتا ہے۔ دوسرا ٹکڑا توپ سے کتنے فاصلے پر گرتا ہے؟ (ہوائی رگڑ نظر انداز کریں اور زمین ہموار تصور کریں۔)

سوال ۹.۲۶: وقت $t = 0$ پر دو ذرے محدودی نظام کے مبداء سے پھینکے جاتے ہیں (شکل 9-43)۔ ذرہ 1 جس کی کیت $m_1 = 5.00 \text{ g}$ ہے بلار گڑا فقی زمین پر محور x کے ہمراہ 10.0 ms^{-1} رفتار سے روانا کیا جاتا ہے۔ ذرہ 2 جس کی کیت $m_2 = 3.00 \text{ g}$ ہے 20 ms^{-1} سے اوپری زاویے پر یوں پھینکا جاتا ہے کہ یہ ہر لمحہ ذرہ 1 کے ٹھیک اوپر رہتا ہے۔ (ا) دو ذرے کے نظام کا مرکز کیت کتنی زیادہ سے زیادہ بلندی H کو پہنچتا ہے؟ اکائی سستی ترقیم میں مرکز کیت کی (ب) سستی رفتار اور (ج) اسراع اس لمحے کیا ہوگی جب مرکز کیت بلندی H پر ہو؟

سوال ۹.۲۷: ایک ریڑھی جو ہوائی ڈگر پر چلتی ہے سی کے ذریعہ اینٹ سے منسلک ہے جو ٹکڑا رہی ہے (شکل 9-44)۔ ریڑھی کی کیت $m_1 = 0.600 \text{ kg}$ اور اس کا مرکز کیت ابتدائی طور پر $(-0.500 \text{ m}, 0 \text{ m})$ محدود ہے۔ اینٹ کی کیت $m_2 = 0.400 \text{ kg}$ اور اس کا مرکز کیت ابتدائی طور پر $(0 \text{ m}, -0.100 \text{ m})$ محدود ہے۔ سی اور چرخہ کی کیت متبادل نظر انداز ہے۔ ریڑھی ساکن حالت سے رہا کی جاتی ہے۔ ریڑھی اور اینٹ حرکت کرتی ہیں حتیٰ کہ ریڑھی چرخہ سے ٹکراتی ہے۔ ریڑھی اور ہوائی ڈگر کے چرخہ، اور چرخہ اور دھڑے کے چرخہ متبادل نظر انداز ہے۔ (ا) ریڑھی و اینٹ نظام کے مرکز کیت کی اسراع اکائی سستی ترقیم میں کیا ہوگی؟ (ب) مرکز کیت کی سستی رفتار بطور وقت t کا تغافل کیا ہوگی؟ (ج) مرکز کیت کی راہ ترمیم کریں۔ (د) اگر راہ قوسی ہو، کیا یہ دائیں اوپر جانب یا بائیں نیچے جانب ابھرتی ہے، اور اگر راہ سیدھی ہو، x محور اور راہ کے چرخہ زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۹.۲۸: زیراب جس کی کیت 80 kg ہے اور اسد جو ہلکا ہے 30 kg ساکن کشتی میں بیٹھ (ناران میں) کر سیف السلوک جھیل کا نظارہ کر رہے ہیں۔ ان کی نشیں 3.0 m فاصلے پر، اور کشتی کے مرکز کیت کے لحاظ سے میٹاکلی واقع ہیں۔ دونوں آپس میں نشیں تبدیل کرتے ہیں۔ اگر کشتی کا مرکز کیت گھاٹ کے لحاظ سے 40 cm افقی حرکت کرے، اسد کی کیت کیا ہوگی؟

سوال ۹.۲۹: کنارے $D = 6.1 \text{ m}$ فاصلے پر 4.5 kg کٹا 18 kg کشتی میں کھڑا ہے (شکل 9-45)۔ الف) یہ کنارے کی طرف 2.4 m چل کر کرتا ہے۔ کٹا اب کنارے سے کتنا دور ہوگا؟ کشتی اور پانی کے چرخہ رگڑ نظر انداز کریں۔ (اشارہ: شکل-ب دیکھیں۔)

خطی معیار حرکت

سوال ۹.۳۰: ایک گیند جس کی کیت 0.70 kg ہے 5.0 ms^{-1} افقی حرکت کر کے انتہائی دیوار سے ٹکرا کر 2.0 ms^{-1} رفتار سے واپس پلٹتا ہے۔ گیند کے خطی معیار حرکت میں تبدیلی کیا ہوگی؟

سوال ۹.۳۱: ایک ٹرک، جس کی کیت 2100 kg ہے، شمال کی طرف 41 km h^{-1} چلتے ہوئے مشرق کو مڑ کر 51 km h^{-1} اسراع پذیر ہوتا ہے۔ (ا) ٹرک کے حرکتی توانائی میں تبدیلی کیا ہوگی؟ ٹرک کے معیار حرکت میں تبدیلی کی (ب) رفتار اور (ج) تبدیلی کارخ کیا ہوگا؟

سوال ۹.۳۲: ہم سطح زمین پر رکھا گیند وقت $t = 0$ پر سطح زمین سے مار کر روانا کیا جاتا ہے۔ گیند کا معیار حرکت p بالقابل وقت t شکل 46.9 میں پیش ہے (جہاں $p_0 = 6.0 \text{ kg ms}^{-1}$ اور p_1

۹.۳۱: 4.0 kg m s^{-1} ہے۔ گیند کا ابتدائی زاویہ کیا ہے؟ (اشارہ: وہ حل تلاش کریں جس میں ترسیم کا زیریں ترین نقطہ پڑھنے کی ضرورت پیش نہ آئے۔)

سوال ۹.۳۳: بلا سے ٹکرانے سے عین قبل 0.30 kg کیت کا گیند 15 m s^{-1} سمتی رفتار سے افق سے نیچے 35° زاویے کے ساتھ گامزن ہے۔ بلے کے ساتھ تماس کے دوران گیند کے معیار حرکت میں تبدیلی کی مقدار کیا ہوگی اگر گیند (i) سیدھا انتہائی نیچے رخ 20 m s^{-1} ، اور (ب) افقی واپس 20 m s^{-1} کی رفتار سے لوٹے؟

سوال ۹.۳۴: شکل 47.9 میں 0.165 kg کیت گیند کا فضائی جہازہ پیش ہے۔ گیند اطرانی دیوار سے ٹپکی کھاتا دکھایا گیا ہے۔ گیند کی ابتدائی رفتار 2.00 m s^{-1} اور زاویہ $\theta_1 = 30^\circ$ ہے۔ ٹپکی گیند کے سمتی رفتار کا y جزو الٹ کرتا ہے جبکہ x جزو اثر انداز نہیں ہوتا۔ (i) زاویہ θ_2 کیا ہوگا؟ (ب) گیند کے خطی معیار حرکت میں تبدیلی اکائی سمتی ترقیم میں کیا ہوگی؟ (گیند کے لڑھکاؤ کا یہاں کوئی کردار نہیں۔)

تصادم اور ضرب

سوال ۹.۳۵: ایک مسخرہ 12 m بلندی سے 30 cm گہرے پانی میں پیسٹ کے بل گر کر لوگوں کا دانت لیتا ہے۔ مندرجہ کریں، عین پانی کی تہ کو پہنچ کر یہ شخص رکتا ہے۔ اس کی کیت مندرجہ کر کے اس پر پانی کی ضرب کی مقدار تلاش کریں۔

سوال ۹.۳۶: چھتر سپای 370 m بلندی پر پرواز کرتے ہوئے طیارے سے کودتا ہے۔ بد قسمتی سے اس کی چھتری نہیں کھل پاتی۔ وہ برف میں گر کر معمولی زخمی ہوتا ہے۔ مندرجہ کریں زمین پر پہنچ کر اس کی (اخیر) رفتار 56 m s^{-1} اور کیت (بج سارو سامان) 85 kg ہے، اور اس پر برف کی قوت کی مقدار $1.2 \times 10^5 \text{ N}$ ہے (جس پر انسان مشکل سے زندہ رہا پاتا ہے)۔ (i) برف کی تہ کم سے کم کتنی موٹی ہے؟ (ب) اس پر برف کی ضرب کی مقدار کیا ہے؟

سوال ۹.۳۷: زمین پر 1.2 kg کا گیند 25 m s^{-1} رفتار سے انتہائی گرتا ہے۔ ٹپکی کے بعد اس کی ابتدائی رفتار 10 m s^{-1} ہے۔ (i) تماس کے دوران گیند پر کتنی ضرب عمل کرتی ہے؟ (ب) اگر گیند 0.020 s کے لئے زمین کے ساتھ مس ہو، زمین پر گیند کی اوسط قوت کتنی ہوگی؟

سوال ۹.۳۸: عین اس وقت جب ایک شخص، جس کی کیت 70 kg ہے، کرسی پر بیٹھتا ہے اس کا شراقتی دوست کرسی کھینچ لیتا ہے، جس کی بدولت پہلا شخص 0.50 m نیچے زمین پر گر جاتا ہے۔ اگر زمین کے ساتھ تصادم کا دورانیہ 0.082 s ہو، تصادم کے دوران شخص پر زمین (i) کی ضرب اور (ب) اوسط قوت کتنی ہوگی؟

سوال ۹.۳۹: محور x پر ابتدائی طور پر مثبت رخ 14 m s^{-1} سے حرکت کرتے ہوئے 0.40 kg گیند پر 27 ms کے لئے مدد کے منفی رخ قوت عمل کرتی ہے۔ قوت کی مقدار میں تبدیلی پانی جاتی ہے اور ضرب کی مقدار 32.4 N s ہے۔ قوت لاگو کرنے کے عین بعد گیند کی (i) رفتار اور (ب) اس کا رخ کیا ہوگا؟ (ج) قوت کی اوسط مقدار اور (د) گیند پر ضرب کا رخ کیا ہوگا؟

سوال ۹.۴۰: ایک پھلوان میز پر 13 ms^{-1} رفتار سے تھپڑ مارتا ہے۔ اس کا ہاتھ 5.0 ms کے تصادم میں رکتا ہے۔ فرض کریں تصادم کے دوران ہاتھ اور بازو ایک دوسرے پر اثر انداز نہیں ہوتے اور ہاتھ کی کیت 0.70 kg ہے۔ ہاتھ پر میز کی (ا) ضرب کی مقدار اور (ب) اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۴۱: ہدف پر 3 g کی 100 گولیاں فی سیکنڈ شرح سے چلائی جاتی ہیں۔ گولی کی رفتار 500 ms^{-1} ہے۔ فرض کریں گولیاں اسی رفتار سے ٹپک کر واپس لوٹی ہیں۔ ہدف پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۴۲: دو اوسط قوت دیوار پر 0.250 kg کے برف گولے 4.00 ms^{-1} رفتار سے لگاتار عمودی مارے جاتے ہیں۔ ہر گولا دیوار سے چپکتا ہے۔ شکل 49.9 میں دیوار پر دو متوازی تصادم کی قوت کی مقدار F بالقابل وقت t پیش ہے۔ تصادم کی تکرار کا وقفہ $\Delta t_r = 50.0 \text{ ms}$ اور دورانیہ $\Delta t_d = 10 \text{ ms}$ ہے، جو ترسیم پر مساوی الاسٹین مثلث بناتے ہیں۔ ہر تصادم کی قوت کی زیادہ سے زیادہ مقدار $F_{\text{max}} = 200 \text{ N}$ ہے۔ ہر تصادم کے دوران دیوار پر (ا) ضرب اور (ب) اوسط قوت کی مقداریں کیا ہوں گی؟ (ج) کئی تصادم کے دوران دیوار پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۴۳: بلند کن کی ٹکر سے پہلے اچھلتا بلند کن کار سا ٹوٹتا ہے اور بد قسمتی سے اس کا حفاظتی نظام بھی ناکارہ ہوتا ہے، جس کی بدولت یہ 36 m بلندی سے گرتا ہے۔ زمین پر پہنچ کر 90 kg سوار 5.0 ms کے تصادم میں رکتا ہے۔ (فرض کریں بلند کن اور سوار یہ شخص ٹپکی کھاتے ہیں۔) تصادم کے دوران شخص پر (ا) ضرب اور (ب) اوسط قوت کی مقداریں کیا ہوں گی؟ اگر عین تصادم سے قبل، بلند کن کے لحاظ سے شخص 7.0 ms^{-1} کی رفتار سے اوپر چھلانگ لگائے (ج) ضرب اور (د) اوسط قوت کی مقداریں کیا ہوں گی (رکنے کا دورانیہ وہی تصور کریں)؟

سوال ۹.۴۴: بچوں کا کھلونا جس کی کیت 5.0 kg ہے محور x پر حرکت کر سکتا ہے۔ شکل 50.9 اس قوت کا جبزو F_x دیتی ہے جو کھلونے پر، جو اس کن حالت سے لمحہ $t = 0$ پر روانہ ہوتا ہے، عمل کرتی ہے۔ محور F_x کا پیمانہ $F_{xs} = 5.0 \text{ N}$ تعین کرتی ہے۔ اکائی سمتی ترقیم میں (ا) لمحہ $t = 4.0 \text{ s}$ اور (ب) $t = 7.0 \text{ s}$ پر \vec{p} کیا ہوگا، اور $t = 9.0 \text{ s}$ پر \vec{v} کیا ہوگی؟

سوال ۹.۴۵: عین تصادم سے قبل اور عین تصادم کے بعد 0.300 kg گیند بلے سے ٹکراتا ہوا شکل 51.9 میں دکھایا گیا ہے۔ عین تصادم سے قبل گیند کی سمتی رفتار \vec{v}_1 کی مقدار 12.0 ms^{-1} اور زاویہ $\theta_1 = 35.0^\circ$ ہے۔ تصادم کے عین بعد گیند کی سمتی رفتار \vec{v}_2 کی مقدار 10.0 ms^{-1} ہے اور یہ سیدھا اوپر رخ حرکت کرتا ہے۔ تصادم کا دورانیہ 2.00 ms ہے۔ گیند پر بلے کی ضرب (ا) کی مقدار اور (ب) مثلث x محور کے لحاظ سے رخ کیا ہیں؟ گیند پر بلے کی اوسط قوت کی (ج) مقدار اور (د) رخ کیا ہیں؟

سوال ۹.۴۶: براعظم امریکہ کے وسطی اور جنوبی علاقوں میں افنی چھپکلی پانی جاتی ہے جو پانی کی سطح پر پچھلی دو ٹانگوں کی مدد سے دوڑ سکتی ہے۔ قدم لیتے ہوئے چھپکلی پہلے زور سے پانی کی سطح پر پاؤں سے تھپڑ مارتی ہے، اور اس کے بعد پاؤں کو پانی میں اس تیزی سے نیچے دھکیلتی ہے کہ پاؤں کے اوپر ہوا کا غبارہ بن جاتا ہے۔ اس سے قبل کہ ہوا کے غبارے میں اطراف سے پانی بھر آئے چھپکلی اسی پھرتی سے پاؤں واپس اوپر کھینچ کر پانی کی قوت گھساٹے سے بچ پاتی ہے۔ ڈوبنے سے بچنے کے لئے ضروری ہے کہ تھپڑ، نیچے دھکیل اور پاؤں واپس اٹھانے کے دوران اوپری اوسط ضرب، تجاذبی قوت کی نشیب وار ضرب کے برابر ہو۔ فرض کریں افنی چھپکلی کی کیت 90.0 g ، ہر پاؤں کی کیت 3.00 g ، تھپڑ کے وقت پاؤں کی رفتار

1.50 m s⁻¹ ، اور ایک قدم کا اوسط دورانیہ 0.600 s ہے۔ (ا) تھپڑ کے دوران چھپکلی پر ضرب کی مقدار کیا ہے؟ (تصور کریں یہ ضرب سیدھی اوپر رخ ہے۔) (ب) ایک قدم کے 0.600 s دورانیہ میں تھپڑ کی قوت کی چھپکلی پر نشین وار ضرب کتنی ہے؟ (ج) کیا چھپکلی کو سہارا تھپڑ دیتا ہے، نیچے دھکیل دیتی ہے، یا دونوں کا حصہ تقسیم برابر ہے؟

سوال ۹.۴: دیوار کے ساتھ 58 g کمیت کا گیند ٹکراتا ہے۔ شکل 53.9 میں تصادم کی قوت کی مقدار F بالاقابل وقت t ترسیم کی گئی ہے۔ گیند کی، دیوار کو عمودی، ابتدائی رفتار 34 m s^{-1} ہے؛ گیند ٹپکی کے بعد تقریباً ہی رفتار سے، دیوار کو عمودی، واپس لوٹتا ہے۔ تصادم کے دوران گیند پر دیوار کی قوت کی زیادہ سے زیادہ مقدار بتائیے F کیا ہو گی؟

سوال ۹.۴۸: بلار گزرنے والی سطح پر 0.25 kg مقرر ساکن پڑا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر $\vec{F} = (12.0 - 3.00t^2)\hat{i}$ افقی قوت، جہاں قوت نیوٹن میں اور وقت سیکنڈ میں ہے، مقرر کو حرکت دیتی ہے۔ قوت کی مقدار صفر ہونے تک یہ مقرر پر عمل کرتی ہے۔ (ا) لمحہ $t = 0.500 \text{ s}$ اور $t = 1.25 \text{ s}$ کے بیچ مقرر پر قوت کی ضرب کی مقدار کیا ہوگی؟ (ب) وقت $t = 0$ سے اس لمحے تک جب $F = 0$ ہو، مقرر کے معیار حرکت میں تبدیلی کیا ہوگی؟

سوال ۹.۴۹: کھلاڑی 0.45 kg گیند کو، جو ساکن ہے، لات مارتا ہے۔ کھلاڑی کا پاؤں گیند کے ساتھ $3.0 \times 10^{-3} \text{ s}$ کے لئے مس ہے اور لات کی قوت درج ذیل ہے، جہاں $0 \leq t \leq 3.0 \times 10^{-3} \text{ s}$ اور t سیکنڈوں میں ہے۔

$$F(t) = [(6.0 \times 10^6)t - (2.0 \times 10^9)t^2] \text{ N}$$

تماس کے دوران (ا) لات سے گیند پر ضرب کی مقدار، (ب) گیند پر اوسط قوت کی مقدار، (ج) گیند پر زیادہ سے زیادہ قوت کی مقدار، اور (د) عین اس لمحے گیند کی سمتی رفتار کی مقدار جس لمحے گیند لات سے علیحدہ ہوتا ہے تلاش کریں۔

سوال ۹.۵۰: ایک گیند جس کی کمیت 300 g اور رفتار 6.0 m s^{-1} ہے، دیوار کے ساتھ زاویہ $\theta = 30^\circ$ سے ٹکرا کر اسی رفتار اور زاویہ سے ٹپکی کے بعد واپس ہوتا ہے۔ شکل 54.9 میں فضا کی جانب زد کھایا گیا ہے۔ گیند اور دیوار آپس میں 10 ms کے لئے مس رہتے ہیں۔ اکائی سمتی ترقیم میں (ا) گیند پر دیوار کی ضرب اور (ب) دیوار پر گیند کی ضرب کیا ہوگی، اور (ج) دیوار پر گیند کی اوسط قوت کیا ہوگی؟

خطی معیار حرکت کی بقا

سوال ۹.۵۱: بلار گزرنے والی سطح پر 91 kg کمیت کا لیٹا ہوا شخص 68 g پتھر کو 4.0 m s^{-1} رفتار سے سطح پر روانہ کرتا ہے۔ یہ شخص نتیجتاً کتنی رفتار حاصل کرتا ہے؟

سوال ۹.۵۲: زمین کے لحاظ سے $43\,000 \text{ km h}^{-1}$ رفتار سے پرواز کرتا فضا کی طیارہ استعمال شدہ ہوائی بان موٹر (کمیت $4m$) کو فضا کا مرقیہ (کمیت m) سے علیحدہ کر کے مرقیہ کے لحاظ سے 82 km h^{-1} رفتار سے پیچھے پھینکتا ہے۔ علیحدگی کے فوراً بعد فضا کا مرقیہ کی رفتار زمین کے لحاظ سے کیا ہوگی؟

باب ۹۔ مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۹.۵۳: دو طرفہ ہوائی بان شکل 55.9 میں دکھایا گیا ہے، جس کا وسطی حصہ C (جس کی کیت $M = 6.00 \text{ kg}$ ہے) اور اطرافنی حصے L اور R (جن کی انفرادی کیت 2.00 kg ہے) ہیں۔ ہوائی بان بلا رگڑ منرشن پر x محور کے مبداء پر ابتدائی طور ساکن پڑا ہے۔ چھوٹے دھماکوں سے اطراف کے حصے علیحدہ کر کے x محور پر وسطی حصے سے دور روانا کیے جاسکتے ہیں۔ کچھ یوں کیا جاتا ہے: (1) وقت $t = 0$ پر حصہ L کو، باقی حصے کو مقتتل سمتی رفتار کے لحاظ سے، 3.00 m s^{-1} رفتار سے بائیں پھینکا جاتا ہے۔ (2) اس کے بعد، وقت $t = 0.80 \text{ s}$ پر حصہ R کو، 3.00 m s^{-1} رفتار سے، حصہ C کو مقتتل سمتی رفتار کے لحاظ سے، دائیں پھینکا جاتا ہے۔ وقت $t = 2.80 \text{ s}$ پر (i) حصہ C کی سمتی رفتار کیا ہوگی اور (ب) اس کے مرکز کا مقام کیا ہوگا؟

سوال ۹.۵۴: ایک جسم جس کی کیت m اور مشاہدہ کار کے لحاظ سے رفتار v ہے، دھماکے سے دو حصوں میں تقسیم ہوتا ہے، جہاں ایک ٹکڑے کی کیت دوسرے ٹکڑے کی کیت کی تین گنا ہے؛ دھماکہ فضائے مادہ میں واقع ہوتا ہے جہاں تجاذبی قوت نہیں پایا جاتا۔ کم کیتی ٹکڑا مشاہدہ کار کے لحاظ سے رک جاتا ہے۔ مشاہدہ کار کی حوالہ چوکھٹ میں ناپتے ہوئے دھماکہ نظام کو کتنی حیر کی توانائی مقتتل کرتا ہے؟

سوال ۹.۵۵: زیادہ بلندی تک پہنچنے کی غرض سے، عین چھلانگ سے قبل، کھلاڑی دو وزن اور اٹھاتا اور چھلانگ کے بعد، پرواز کے دوران، نیچے زور سے پھینکتا ہے۔ مندرجہ کریں ایک کھلاڑی کی کیت 78 kg اور ایک وزن کی کیت 5.50 kg ہے۔ یہ کھلاڑی بلند چھلانگ کی بجائے لمبی چھلانگ لگانا چاہتا ہے۔ اس غرض سے چھلانگ کے دوران بلند ترین نقطہ پر پہنچ کر کھلاڑی وزن افقی یوں پیچھے پھینکتا ہے کہ زمین کے لحاظ سے ان کی افقی سمتی رفتار صفر ہوتی ہے۔ لمحہ اٹھان پر کھلاڑی کی سمتی رفتار، بغیر وزن اور بیع وزن دونوں صورتوں میں، $\vec{v} = (9.5\hat{i} + 4.0\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$ ہے اور زمین کو ہم سطح تصور ہے۔ وزن کا استعمال اس کو کتنی اضافی فاصلے طے کرتا ہے؟

سوال ۹.۵۶: ساکن جسم دھماکے سے دو ٹکڑوں R اور L میں تقسیم ہوتا ہے، جو بلا رگڑ سطح پر گزرنے کے بعد رگڑ کے خطوں میں داخل ہو کر آخر کار رکتے ہیں (شکل 57.9)۔ ٹکڑا L ، جس کی کیت 2.0 kg ، اور جس کا سامنا $\mu_L = 0.40$ حیر کی رگڑ کے مستقل سے ہے، $d_L = 0.15 \text{ m}$ فاصلے میں رکتا ہے۔ ٹکڑا R ، جس کا سامنا $\mu_R = 0.50$ حیر کی رگڑ کے مستقل سے ہے، $d_R = 0.25 \text{ m}$ فاصلے میں رکتا ہے۔ اس ٹکڑے کی کیت کیا ہے؟

سوال ۹.۵۷: ایک جسم جس کی کیت 20.0 kg ہے فضا میں x محور کے مثبت رخ 200 m s^{-1} رفتار سے حرکت کے دوران اندرونی دھماکے کی وجہ سے تین ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ ایک ٹکڑا جس کی کیت 10.0 kg ہے، نقطہ دھماکہ سے مثبت y محور کے رخ 100 m s^{-1} رفتار سے روانا ہوتا ہے۔ دوسرا ٹکڑا، جس کی کیت 4.0 kg ہے، منفی x محور پر 500 m s^{-1} سے روانا ہوتا ہے۔ (i) اکائی سمتی ترقیم میں تیسرے ٹکڑے کی سمتی رفتار تلاش کریں۔ (ب) دھماکے میں کتنی توانائی رہا ہوتی ہے؟ تجاذبی قوت کے اثرات نظر انداز کریں۔

سوال ۹.۵۸: ایک جسم، جس کی کیت 4.0 kg ہے، بلا رگڑ سطح پر حرکت کرتے ہوئے دھماکے سے دو ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ ایک ٹکڑا 3.0 m s^{-1} شمال کو اور دوسرا 5.0 m s^{-1} مشرق سے 30° شمال کی طرف روانا ہوتا ہے۔ جسم کی ابتدائی رفتاری کیا ہے؟

سوال ۹.۵۹: ایک جسم جو xy محدودی نظام کے مبداء پر ساکن پڑا ہے دھماکے سے تین ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ عین دھماکے کے بعد ایک ٹکڑا، جس کی کمیت m ہے، \hat{i} (-30 m s^{-1}) سمتی رفتار سے اور دوسرا ٹکڑا، جس کی کمیت بھی m ہے، \hat{j} (-30 m s^{-1}) سمتی رفتار سے حرکت کرتے ہیں۔ تیسرے ٹکڑے کی کمیت $3m$ ہے۔ عین دھماکے کے بعد تیسرے ٹکڑے کی سمتی رفتار کی (ا) مقدار کیا ہوگی اور (ب) رخ کیا ہوگا؟

سوال ۹.۶۰: ذرہ A اور ذرہ B جن کے بیچ دبا ہوا اسپرنگ ہے کو زبردستی اکٹھے پکڑ کر رکھا گیا ہے۔ رہا کرنے پر اسپرنگ انہیں مخالف رخوں دھکیل کر ان سے علیحدہ ہوتا ہے۔ ذرہ A کی کمیت ذرہ B کی کمیت کی 2.00 گنا ہے، اور دبا اسپرنگ میں ذخیرہ مخفی توانائی 60 J ہے۔ فرض کریں اسپرنگ کی کمیت قابل نظر انداز ہے اور اس کی توانائی مکمل طور پر ذروں کو منتقل ہوتی ہے۔ توانائی کا انتقال مکمل ہونے پر (ا) ذرہ A اور (ب) ذرہ B کی حرکتی توانائی کیا ہوگی؟

معیار حرکت اور تصادم میں حرکتی توانائی

سوال ۹.۶۱: منجنیقی رتاص جس کی کمیت 2.0 kg ہے، پر 10 g گولی چلائی جاتی ہے۔ رتاص کا مرکز کمیت 12 cm بلندی تک پہنچتا ہے۔ فرض کریں گولی رتاص میں دھنسن جاتی ہے۔ گولی کی ابتدائی رفتار کیا ہے؟

سوال ۹.۶۲: بلا رگڑ مندرشش پر لکڑی کا تختہ جس کی کمیت 700 g ہے ساکن پڑا ہے۔ اس پر 5.20 g گولی چلائی جاتی ہے جو 672 m s^{-1} سے حرکت کرتے ہوئے تختہ کو مار کر اس سے پار 428 m s^{-1} رفتار سے خارج ہوتی ہے۔ (ا) تختے کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) تختہ و گولی نظام کے مرکز کمیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۶۳: بلا رگڑ مندرشش پر پڑے دو ساکن جسم پر 3.50 g گولی افقی ماری جاتی ہے (شکل 58.9-الف)۔ گولی جسم 1 ، جس کی کمیت 1.20 kg ہے، سے گزر کر دوسرے جسم، جس کی کمیت 1.80 kg ہے، میں دھنسن جاتی ہے جس کی بدولت جسم 1 کی رفتار $v_1 = 0.630 \text{ m s}^{-1}$ اور جسم 2 کی رفتار $v_2 = 1.40 \text{ m s}^{-1}$ حاصل کرتے ہیں (شکل 58.9-ب)۔ جسم 1 سے نکالا گیا مواد نظر انداز کرتے ہوئے، گولہ کی رفتار اس لمحے تلاش کریں جب یہ جسم 1 سے (ا) نکلتی اور (ب) داخل ہوتی ہے۔

سوال ۹.۶۴: ایک گولی جس کی کمیت 10 g ہے سیدھا اوپر 1000 m s^{-1} رفتار سے حرکت کرتے ہوئے ابتدائی طور ساکن 5.0 kg سل کے مرکز کمیت سے گزرتی ہے۔ گولی سل سے گزر کر 400 m s^{-1} رفتار سے خارج ہو کر اوپر وار حرکت کرتی ہے۔ سل ابتدائی مقام سے کتنی بلندی تک اٹھتا ہے؟

سوال ۹.۶۵: ایلا سکا میں گاڑی اور بارہ سگا کے تصادم عام بات ہے۔ فرض کریں 1000 kg گاڑی 500 kg ساکن بارہ سگا سے ٹکراتی ہے۔ (ا) حرکتی توانائی کا کتنا فی صد حصہ توانائی کے دیگر صورتوں میں تبدیل ہوگا؟ اس قسم کا مسئلہ عرب ممالک میں پایا جاتا ہے جہاں گاڑی اور اونٹ کا ٹکر عام ہے۔ (ب) اگر یہی گاڑی ساکن اونٹ سے ٹکرائے جس کی کمیت 300 kg ہے تب کتنی فی صد حرکتی توانائی ضائع ہوگی؟ (ج) کیا جانور کی کمیت بڑھنے سے فی صد توانائی کا ضیاع بڑھتا ہے یا گھٹتا ہے؟

سوال ۹.۶۶: انتصابی محور پر مخالف رخ حرکت کرتے لبدی کے دو گولوں کے بیچ مکمل غیر لچکی تصادم ہوتا ہے۔ عین تصادم سے قبل ایک گولا، جس کی کمیت 3.0 kg ہے، 20 m s^{-1} اوپر وار اور دوسرا گولا، جس کی

کیت 2.0 kg ہے، 12 m s^{-1} سے نشیب وار حرکت کرتا ہے۔ نقطہ تصادم سے دونوں گولوں کا مجموعہ کتنی بلندی تک پہنچتے ہے؟ (ہوائی رگڑ نظر انداز کریں۔)

سوال ۹.۶۷: ایک سل جس کی کیت 5.0 kg اور رفتار 3.0 m s^{-1} دوسری سل جس کی کیت 10 kg اور اسی رخ رفتار 2.0 m s^{-1} ہے سے ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد 10 kg سل اسی رخ 2.5 m s^{-1} سے حرکت کرتی ہے۔ (۱) تصادم کے بعد دوسری سل کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) تصادم کی وجہ سے دو سل نظام کی کل حرکی توانائی میں کتنی تبدیلی رونما ہوتی ہے؟ (ج) اس کے برعکس، اگر 10 kg سل کی اسی رخ رفتار 4.0 m s^{-1} ہو، تب کل حرکی توانائی میں تبدیلی کتنی ہوگی؟ (د) جبزوج میں حاصل جواب کی وجہ پیش کریں۔

سوال ۹.۶۸: سرخ اشارے پر کھڑی گاڑی A (کیت 1100 kg) کو پیچھے سے گاڑی B (کیت 1400 kg) ٹکراتی ہے (شکل 60.9)۔ دونوں گاڑی نم سڑک پر (جس کی $\mu_k = 0.13$ کافی کم ہے) پھسل کر آہستہ کار $d_A = 8.2 \text{ m}$ اور $d_B = 6.1 \text{ m}$ فاصلے طے کرنے کے بعد رکتی ہیں۔ عین تصادم کے بعد (۱) گاڑی A اور (ب) گاڑی B کی رفتار کیا ہے؟ (ج) مندرجہ کریں تصادم کے دوران خطی معیار حرکت کی بقا ہوتی ہے۔ عین تصادم سے قبل گاڑی B کی رفتار کیا ہوگی؟ (د) بتائیں یہ مفروضہ کیوں غلط ہو سکتا ہے۔

سوال ۹.۶۹: بلا رگڑ مندرش پر ساکن اسپرنگ بندوق، جس کی کیت $M = 240 \text{ g}$ ہے، کی نالی میں $m = 60 \text{ g}$ گیند $v_i = 22 \text{ m s}^{-1}$ رفتار سے پھینکی جاتی ہے (شکل 61.9)۔ گیند نالی میں اس مقام پر اڑ جاتا ہے جہاں اسپرنگ زیادہ سے زیادہ دبا ہے۔ گیند اور نالی کے بیچ رگڑ کی بنا حر توانائی میں اضافہ و متبادل نظر انداز ہے۔ (۱) اس لمحے بندوق کی رفتار کیا ہوگی جب گیند نالی میں رکتا ہے؟ (ب) گیند کی ابتدائی حرکی توانائی کا کتنا حصہ اسپرنگ میں ذخیرہ ہوگا؟

سوال ۹.۷۰: سل 2 جس کی کیت 1.0 kg ہے بلا رگڑ مندرش پر ساکن ڈھیلے اسپرنگ (جس کا مقیاس 200 N m^{-1} ہے) کے ایک سر کے ساتھ مس ہے۔ اسپرنگ کا دوسرا سر دیوار کے ساتھ چکا جبڑا ہے۔ سل 1، جس کی کیت 2.0 kg ہے، $v_2 = 4.0 \text{ m s}^{-1}$ رفتار سے سل 2 سے ٹکرا کر اس کے ساتھ جبڑا جاتا ہے۔ جب سل لحاقی رکتے ہیں، اس لمحے اسپرنگ کتنا دبا ہوگا؟

سوال ۹.۷۱: سل 1 (کیت 2.0 kg) دائیں رخ 10 m s^{-1} اور سل 2 (کیت 5.0 kg) دائیں رخ 3 m s^{-1} حرکت میں ہیں (شکل 63.9)۔ مندرش بلا رگڑ ہے اور سل 2 کے ساتھ اسپرنگ چکا جبڑا ہے جس کی اسپرنگ مستقل 1120 N m^{-1} ہے۔ تصادم کے دوران اسپرنگ کا دبا اس وقت زیادہ سے زیادہ ہوگا جب دونوں سل کی سمتی رفتار ایک ہو۔ زیادہ سے زیادہ دبا تلاش کریں۔

ایک بعد میں لچکی تصادم

سوال ۹.۷۲: بلا رگڑ مندرش پر سل A (کیت 1.6 kg) حرکت کرتا ہوا سل B (کیت 2.4 kg) سے ٹکراتا ہے (شکل 64.9)۔ تصادم سے قبل تین سمتی رفتار (i) اور تصادم کے بعد تین سمتی رفتار (f) بھی پیش ہیں؛ مطابقتی رفتار $v_{Ai} = 5.5 \text{ m s}^{-1}$ ، $v_{Bi} = 2.5 \text{ m s}^{-1}$ اور $v_{Bf} = 4.9 \text{ m s}^{-1}$ ہیں۔ سمتی رفتار v_{Af} کی (۱) رفتار اور (ب) رخ (دائیں یا بائیں) کیا ہیں؟ (ج) کیا تصادم لچکی ہے؟

سوال ۹.۷۳: بلارگڑ خطی ہوائی ڈگر پر 340 g ریڑھی 1.2 m s^{-1} ابتدائی رفتار سے چپل کرنا معلوم رکیت کی ساکن ریڑھی سے ٹکراتی ہے۔ تصادم کے بعد پہلی ریڑھی رخ برقرار رکھ کر 0.66 m s^{-1} سے حرکت کرتی ہے۔ (ا) دوسری ریڑھی کی رکیت کیا ہے؟ (ب) تصادم کے بعد اس کی رفتار کیا ہوگی؟ (ج) دوسری ریڑھی نظام کے مرکز رکیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۷۴: طینیم 10 کے دو کرہ ایک رفتار سے چپل کر آئے سانے سے لچکی تصادم کا شکار ہوتے ہیں۔ تصادم کے بعد ایک کرہ، جس کی رکیت 300 g ہے، رک جاتا ہے۔ (ا) دوسرے کرہ کی رکیت کیا ہے؟ (ب) اگر دونوں کرہ کی ابتدائی رفتار 2.00 m s^{-1} ہو، دو کرہ نظام کے مرکز رکیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۷۵: بلارگڑ منر شل پر m_1 رکیت کی شل چپل کر ساکن شل، جس کی رکیت $3m_1 = m_2$ ہے، سے یک بُعدی لچکی تصادم میں مبتلا ہوتی ہے۔ تصادم سے قبل دو جسی نظام کے مرکز رکیت کی رفتار 3.00 m s^{-1} ہے۔ تصادم کے بعد (ا) مرکز رکیت اور (ب) شل 2 کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۷۶: رکیت 0.500 kg کا فولادی گیند 70.0 cm ڈور سے لٹک رہا ہے (شکل 65.9)۔ گیند کو ایک جانب اٹھایا جاتا ہے اور جب ڈور افقی ہوا سے رہا کیا جاتا ہے۔ نچلے ترین نقطہ پر پہنچ کر یہ 2.5 kg کی فولادی شل سے ٹکراتا ہے جو بلارگڑ منر شل پر ساکن پڑا ہے۔ تصادم لچکی ہے۔ عین تصادم کے بعد (ا) گیند کی رفتار اور (ب) شل کی رفتار تلاش کریں۔

سوال ۹.۷۷: ایک جسم، جس کی رکیت 2.0 kg ہے، دوسرے ساکن جسم سے لچکی ٹکر کے بعد، رخ برقرار رکھ کر، ایک چوہٹائی رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ (ا) دوسرے جسم کی رکیت تلاش کریں۔ (ب) اگر 2.0 kg کی ابتدائی رفتار 4.0 m s^{-1} ہو، دو جسی نظام کے مرکز رکیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۷۸: بلارگڑ منر شل پر m_1 رکیت کا شل 1 محور x پر 4.0 m s^{-1} سے حرکت کرتے ہوئے شل 2، جو ساکن ہے اور جس کی رکیت $m_2 = 0.40m_1$ ہے، سے یک بُعدی لچکی تصادم کرتی ہے۔ اس کے بعد اجسام پھلتے ہوئے ایسے خطہ میں داخل ہو کر آخر کار رکتے ہیں جہاں سر کی رگڑ کا عددی سر 0.50 ہے۔ اس خطہ میں (ا) شل 1 اور (ب) شل 2 کتنا فاصلہ طے کرتی ہے؟

سوال ۹.۷۹: بلارگڑ منر شل پر ذرہ 1 جس کی رکیت $m_1 = 0.30 \text{ kg}$ ہے دائیں رخ محور x پر 2.0 m s^{-1} رفتار سے پھسل کر چلتا ہے (شکل 66.9)۔ نقطہ $x = 0$ پر اس کا ایک بُعدی لچکی تصادم ذرہ 2 کے ساتھ ہوتا ہے، جو ساکن ہے اور جس کی رکیت $m_2 = 0.40 \text{ kg}$ ہے۔ تصادم کے بعد ذرہ 2 دیوار سے، جو $x_w = 70 \text{ cm}$ پر واقع ہے، ٹپکی کھا کر، رفتار میں تبدیلی کے بغیر، واپس لوٹتا ہے۔ محور x پر ذروں کا آپس میں دوسرا تصادم کس نقطہ پر ہوگا؟

سوال ۹.۸۰: شل 1، جس کی رکیت m_1 ہے، ساکن حالت سے میلان پر $h = 2.50 \text{ m}$ بلندی سے روانہ ہو کر ساکن شل 2 کے ساتھ ٹکراتی ہے، جس کی رکیت $m_2 = 2.00m_1$ ہے (شکل 67.9)۔ تصادم کے بعد شل 2 ایسے خطہ میں داخل ہو کر، جہاں سر کی رگڑ کا عددی سر $\mu_k = 0.500$ ہے، فاصلہ d طے کرنے کے بعد رکتی ہے۔ (ا) لچکی اور (ب) مکمل غیر لچکی تصادم کی صورت میں d کی قیمت تلاش کریں۔

سوال ۹.۸۱: چھوٹے گیند کو بڑے گیند کے ٹھیک اوپر معمولی بلندی پر رکھ کر دونوں کو بیک وقت $h = 1.8 \text{ m}$ بلندی سے گرنے دیا جاتا ہے (گیندوں کے رداس h کے لحاظ سے قابل نظر انداز ہیں)۔ ان کی کیت بالترتیب m اور $M = 0.63 \text{ kg}$ ہے (شکل 68.9-الف)۔ (i) اگر بڑا گیند زمین سے ٹپکی ٹپکی کھائے اور اس کے بعد چھوٹا گیند بڑے گیند سے ٹپکی ٹپکی کھائے، تو چھوٹے گیند کی کیت m کتنی ہونی چاہیے کہ بڑا گیند چھوٹے گیند سے ٹکرا کر رک جائے؟ (ب) ایسی صورت میں چھوٹا گیند کتنی بلندی تک جائے گا (شکل 68.9-ب)؟

سوال ۹.۸۲: فطرص 1، جس کی کیت $m_1 = 0.20 \text{ kg}$ ہے، بلارگزمیز پر پھلتا ہوا ساکن فطرص 2 سے یکے بعد دیگرے ٹپکی تصادم کا شکار ہوتا ہے (شکل 69.9)۔ فطرص 2 میز سے زمین پر کنارہ سے d فاصلہ دور گرتا ہے۔ فطرص 1 تصادم کے بعد واپس ہو کر میز کے مخالف کنارے سے $2d$ فاصلہ دور زمین پر گرتا ہے۔ فطرص 2 کی کیت کیا ہے؟ (اشارہ: علامتوں پر نظر رکھیں)۔

دو ابعاد میں تصادم

سوال ۹.۸۳: ذرہ 1 ذرہ الفا اور ذرہ 2 مرکزہ آکسیجن^{۱۲} ہے (شکل 21.9)۔ ذرہ الفا زاویہ $\theta_1 = 64.0^\circ$ پر بکھرتا ہے اور مرکزہ آکسیجن $1.20 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$ کی رفتار سے زاویہ $\theta_2 = 51.0^\circ$ پر پلٹتا ہے۔ جوہری کیت اکائیوں میں ذرہ الفا کی کیت 4.0 u اور مرکزہ آکسیجن کی کیت 16.0 u ہے۔ ذرہ الفا کی (i) اختتامی اور (ب) ابتدائی رفتار کیا ہیں؟

سوال ۹.۸۴: محور x پر مثبت رخ v رفتار سے گیند B چل کر مبدا پر ساکن گیند A سے ٹکراتا ہے۔ A اور B کی کمیتیں مختلف ہیں۔ تصادم کے بعد B منفی y محور کے رخ $\frac{v}{2}$ رفتار سے روانہ ہوتا ہے۔ (i) A کس رخ حرکت کرے گا؟ (ب) دکھائیں کہ دی گئی معلومات سے A کی رفتار معلوم نہیں کی جاسکتی۔

سوال ۹.۸۵: برابر کیت کے دو جسم جو ایک ابتدائی رفتار سے حرکت کرتے ہیں غمیر ٹپکی تصادم کے بعد ایک ساتھ نصف ابتدائی رفتار سے حرکت کرتے ہیں۔ ان کی ابتدائی سمتی رفتار کے بیچ زاویہ تلاش کریں۔

سوال ۹.۸۶: دو اجسام A اور B ٹکراتے ہیں۔ تصادم سے قبل ان کی سمتی رفتار بالترتیب $\vec{v}_A = (15\hat{i} + 30\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$ اور $\vec{v}_B = (-10\hat{i} + 5.0\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$ ہیں۔ تصادم کے بعد $\vec{v}_A = (-5.0\hat{i} + 20\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$ ہے۔ (i) B کی اختتامی سمتی رفتار اور (ب) کل حرکتی توانائی میں تبدیلی (جمع علامت) تلاش کیا ہیں؟

سوال ۹.۸۷: پروٹان A جس کی رفتار 500 m s^{-1} ہے ساکن پروٹان B سے ٹپکی ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد ان کی سمتی رفتار آپس میں عمودی ہیں اور A ابتدائی رخ کے ساتھ 60° زاویہ بناتا ہے۔ تصادم کے بعد (i) پروٹان A اور (ب) پروٹان B کی رفتار کیا ہیں؟

تغیر کیفیت کے نظام: ہوائی بان

سوال ۹.۸۸: مشتری کی طرف منہ کیے تحقیق خلائی طیارہ، جس کی کمیت 6090 kg ہے، سورج کے لحاظ سے 105 m s^{-1} رفتار پر چلتے ہوئے دم سے 80.0 kg حشر طیارے کے لحاظ سے 253 m s^{-1} کی رفتار سے خارج کرتا ہے۔ طیارے کی اختتامی رفتار کیا ہے؟

سوال ۹.۸۹: دو لمبے بھبرے ساکن پانی میں ایک رخ رواں ہیں۔ ایک کی رفتار 10 km h^{-1} اور دوسرے کی 20 km h^{-1} ہے (شکل 70.9)۔ جتنی دیر تیز بھبرا آہستہ بھبرے سے آگے نکلتا ہے، اتنی دیر آہستہ بھبرے سے کوئلہ 1000 kg min^{-1} شرح سے دوسرے بھبرا میں پھینکا جاتا ہے۔ فرض کریں بھبرا اور پانی کے بیچ رگڑی قوت بھبرا کی کمیت پر منحصر نہیں اور کوئلہ مستی رفتار کو عمودی پھینکا جاتا ہے۔ رفتار برقرار رکھنے کے لئے (ا) تیز بھبرا اور (ب) آہستہ بھبرا کے انجن کو کتنی اضافی قوت پیدا کرنی ہوگی؟

سوال ۹.۹۰: فضاے ماوراء میں جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے ساکن ہوائی بان پر غور کریں۔ ہوائی بان کا انجن کسی مخصوص دورانیہ کے لئے چلایا جاتا ہے۔ جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے ہوائی بان کی رفتار (ا) حشر رفتار (ہوائی بان کے لحاظ سے حشر مواد کی رفتار) کے برابر اور (ب) حشر رفتار کی دگنی ہونے کے لئے ہوائی بان کی کمیتی تناسب (ابتدائی کمیت کا تناسب اختتامی کمیت کے لحاظ سے) کتنی ہونا ضروری ہے؟

سوال ۹.۹۱: جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے فضاے ماوراء میں موجود ساکن ہوائی بان کی کمیت $2.55 \times 10^5 \text{ kg}$ ہے جس میں سے $1.81 \times 10^5 \text{ kg}$ ایندھن ہے۔ ہوائی بان کا انجن 250 s دورانیہ کے لئے چالو کیا جاتا ہے؛ اس دوران ایندھن 480 kg s^{-1} شرح سے استعمال ہوتا ہے۔ ہوائی بان کے لحاظ سے حشر مواد کی رفتار 3.27 km s^{-1} ہے۔ (ا) ہوائی بات کی قوت دھکیل کتنی ہے؟ اس دورانیہ کے بعد ہوائی بان کی (ب) کمیت اور (ج) رفتار کیا ہیں؟

اضافی سوالات

سوال ۹.۹۲: ایک جسم پر نظر جمائے ریڈار کے مطابق جسم کا تعین گر سمتیہ $\vec{r} = (3500 - 160t)\hat{i} + 2700\hat{j}$ ہے، جہاں r کی پیمائش میٹر میں اور t کی سیکنڈ میں ہے۔ ریڈار کا x محور مشرق کے رخ اور y محور شمال کے رخ ہے۔ اگر جسم 250 kg کمیت کا موسمیاتی مسزائل ہو، (ا) اس کا خطی معیار حرکت اور (ب) اس کے حرکت کا رخ کیا ہوگا، اور (ج) اس پر صافی قوت کتنی ہے؟

سوال ۹.۹۳: ہوائی بان کا آخری حصہ، جو 7600 m s^{-1} کی رفتار سے حرکت میں ہے، دو حصوں پر مشتمل ہے، جنہیں آپس میں جکڑا گیا ہے۔ ایک حصہ ہوائی بان کا خول ہے جس کی کمیت 290.0 kg ہے، اور دوسرا وہ ساز و سامان کی ڈبی جس کی کمیت 150.0 kg ہے۔ انہیں علیحدہ کرنے پر، ان کے بیچ دباؤ سپرنگ، انہیں ایک دوسرے کے لحاظ سے 910.0 m s^{-1} اضافی رفتار سے علیحدہ کرتا ہے۔ علیحدگی کے بعد (ا) ہوائی بان خول اور (ب) ساز و سامان ڈبی کی رفتار کیا ہوں گی؟ تمام سمتی رفتار ایک محور پر فرض کریں۔ (ج) علیحدگی سے قبل اور (د) علیحدگی کے بعد کل حرکی توانائی تلاش کریں۔ (ہ) ان میں مشرق کی وجہ پیش کریں۔

سوال ۹.۹۳: بلند عمارت کا پڑھنے دار اندام^{۱۳}

بلند عمارت کا تراش شکل 71a.9 میں پیش ہے۔ ہر منزل، مثلاً K ، اس سے اوپر تمام منازل کا وزن W اٹھاتی ہے۔ عام طور عمارت کی تعمیر حفاظتی ضریب^{۱۴} s کے تحت کی جاتی ہے (جہاں $s > 1$ ہوگا) تاکہ یہ مزید زیادہ وزن sW برداشت کر سکے۔ لیکن ایسی صورت میں جہاں K اور L کے بیچ ستون اچانک منہدم ہو کر بالائی منزل کو K پر آزادانہ گرنے دے (شکل 71b.9)، تصادم کے دوران قوت sW سے تباہ کر سکتی ہے۔ یوں مختصر توقف کے بعد K منزل J پر گرے گا، جو I پر گرے، حتیٰ کہ تمام منزل زمین بوس ہوں۔ دو منزل کے بیچ فاصلہ 4.0 m اور تمام منزل کی کیت ایک برابر مندرج کریں۔ مزید مندرج کریں کہ K سے اوپر منزل کا K کے ساتھ تصادم 1.5 ms دورانیہ کا ہے۔ ان سہل گیر صورت میں پرت دار اندام سے بچنے کے لئے s کی کم سے کم قیمت کیا ہے؟

سوال ۹.۹۵: "انسانی" ایک اہم لفظ ہے۔ شکل 72.9 میں سل L ، جس کی کیت $m_L = 1.00\text{ kg}$ ، اور سل B ، جس کی کیت $m_B = 0.500\text{ kg}$ ہے، اور جن کے بیچ دبا سپرنگ ہے، جکڑ کر رکھے گئے ہیں۔ رہا کرنے پر، دبا سپرنگ سلوں کو بلارگڑ میں پر مخالف رخ دھکیلتا ہے اور خود ان سے علیحدہ ہو کر مندرج پر گر جاتا ہے۔ سپرنگ کی کیت متبادل نظر انداز ہے۔ (i) اگر زمین کے لحاظ سے سل L کو اسپرنگ 1.20 m s^{-1} اضافی رفتار دے، سل R اگلے 0.800 s میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟ (ب) اس کے برعکس، اگر سل R کی سمتی رفتار کے لحاظ سے سل L کو اسپرنگ 1.20 m s^{-1} اضافی رفتار دے، سل R اگلے 0.800 s میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

سوال ۹.۹۶: بلارگڑ مندرج پر دو ذرے پھسلتے ہوئے مستقل سمتی رفتار سے حرکت کرتے ہیں؛ شکل 73.9 میں ان کا فضائی جائزہ پیش ہے۔ ان کی کیت ایک برابر اور ابتدائی رفتار $v = 4.00\text{ m s}^{-1}$ ہے اور ان کا تصادم اس نقطے پر ہوتا ہے جہاں ان کی راہیں ایک دوسرے کو کاٹتی ہیں۔ محور x یوں منتخب کیا گیا ہے آمدی راہوں کے بیچ زاویے کو برابر حصوں میں کاٹ کر $\theta = 40^\circ$ دے۔ تصادم کے دائیں جانب حصے کو محور x اور ہندسوں سے موسوم چار نقطہ دار لکیریں، صرف سے موسوم چار حصوں میں تقسیم کرتی ہیں۔ اگر تصادم (i) مکمل لچکی، (ب) لچکی، اور (ج) غیر لچکی ہو، ذرے کس حصے میں یا کس لکیر پر حرکت کرتی ہیں؟

سوال ۹.۹۷: رفتار کا انداد انزائش

سل 1، جس کی کیت m_1 ہے، بلارگڑ مندرج پر محور x کے ہمراہ 4.00 m s^{-1} رفتار v_{1i} سے حرکت میں ہے۔ اس کا ایک بُعدی لچکی تصادم ساکن سل 2 سے ہوتا ہے، جس کی کیت $m_2 = 2.00m_1$ ہے (شکل 74.9)۔ اس کے بعد سل 2 کا ایک بُعدی لچکی تصادم سل 3 سے ہوتا ہے، جس کی کیت $m_3 = 2.00m_2$ ہے۔ (i) اس وقت سل 3 کی رفتار کیا ہوگی؟ کیا سل 3 کی (ب) رفتار، (ج) حرکت توانائی، اور (د) معیار حرکت کی قیمت سل 1 کی ابتدائی قیمت سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اتنی ہی ہے؟

سوال ۹.۹۸: رفتار کی انزائش

سل 1، جس کی کیت m_1 ہے، بلارگڑ مندرج پر محور x کے ہمراہ 4.00 m s^{-1} رفتار v_{1i} سے حرکت میں ہے۔ اس کا ایک بُعدی لچکی تصادم ساکن سل 2 سے ہوتا ہے، جس کی کیت

سوال ۹.۹۹: ایک گیند جس کی کمیت $m_2 = 0.500m_1$ ہے (شکل 75.9)۔ اس کے بعد سل 2 کا ایک بُعدی لچکی تصادم سل 3 سے ہوتا ہے، جس کی کمیت $m_3 = 0.500m_2$ ہے۔ (i) اس وقت سل 3 کی رفتار کیا ہوگی؟ کیا سل 3 کی (ب) رفتار، (ج) حرکی توانائی، اور (د) معیار حرکت کی قیمت سل 1 کی ابتدائی قیمت سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اتنی ہی ہے؟

سوال ۹.۱۰۰: ایک گیند جس کی کمیت 150 g ہے 5.2 ms^{-1} سے حرکت کرتے ہوئے دیوار سے ٹپکی کھا کر صرف 50% حرکی توانائی کے ساتھ واپس ہوتا ہے۔ (i) عین ٹپکی کے بعد گیند کی رفتار کیا ہے؟ (ب) دیوار پر گیند کی ضرب کی مقدار کیا ہے؟ (ج) گیند اور دیوار 7.6 ms کے لئے تاس میں ہیں۔ اس دورانے میں گیند پر دیوار کی اوسط قوت کی مقدار کیا ہے؟

سوال ۹.۱۰۱: حنائی طیارے کے دو حصوں کو جبکہ کر ساتھ رکھنے والے دھماکہ خیز فتالوں کے دھماکے سے علیحدہ کیا جاتا ہے۔ ان حصوں کی کمیت 1200 kg اور 1800 kg ہے؛ ہر ایک حصے پر فتالوں کے دھماکے کی ضرب کی مقدار 300 N s ہے۔ حصے کس اضافی رفتار سے علیحدہ ہوتے ہیں؟

سوال ۹.۱۰۱: ایک گاڑی، جس کی کمیت 1400 kg ہے، 5.3 ms^{-1} رفتار سے ابتدائی طور پر محور y کے ہمراہ شمال کی طرف حرکت میں ہے۔ دائیں ہاتھ 90° موڑ 4.6 s میں پورا کرتے ہی غیر محتاط ڈرائیور گاڑی سیدھا پیٹھر پر چڑھاتا ہے، جو گاڑی کو 350 ms میں روک پاتا ہے۔ اکائی سمتی ترقیم میں گاڑی پر (i) موڑ کاٹنے کی وجہ سے، اور (ب) تصادم کی وجہ سے ضرب کیا ہوگی؟ (ج) موڑ کے دوران اور (د) تصادم کے دوران گاڑی پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟ (ہ) موڑ کے دوران گاڑی پر اوسط قوت کار کیا ہوگا؟

سوال ۹.۱۰۲: تابکار والدینہ مرکزہ^{۱۵} مختلف دختر مرکزہ^{۱۶} میں بدل کر ایک الیکٹران اور ایک نیوٹرینو^{۱۷} خارج کرتا ہے۔ والدینہ مرکزہ xy محدود نظام کے مبداء پر ساکن تھا۔ الیکٹران i ($-1.2 \times 10^{-22}\text{ kg ms}^{-1}$) اور نیوٹرینو j ($-6.4 \times 10^{-23}\text{ kg ms}^{-1}$) خطی معیار حرکت لے کر نکلتا ہے۔ دختر مرکزہ کے خطی معیار حرکت کی (i) مقدار اور (ب) رخ کیا ہیں؟ (ج) اگر دختر مرکزہ کی کمیت $5.8 \times 10^{-26}\text{ kg}$ ہو، اس کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۰۳: ایک شخص، جس کی کمیت 75 kg ہے، 39 kg کمیت کی ریڑھی پر سوار ہے جو 2.3 ms^{-1} سمتی رفتار سے حرکت میں ہے۔ وہ زمین کے لحاظ سے مضمر افقی رفتار کے ساتھ ریڑھی سے کودتا ہے۔ ریڑھی کی سمتی رفتار میں تبدیلی بمع علامت کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۰۴: بلا رگز مضمرش پر ساکن دو سل جن کی کمیتیں 1.0 kg اور 3.0 kg ہیں اسپرنگ کے ذریعہ آپس میں جڑی ہیں۔ انہیں ایک دوسرے کے رخ سمتی رفتار یوں دی جاتی ہیں کہ ان کا مرکز کمیت ساکن رہتا ہے اور سل 1 کی رفتار 1.7 ms^{-1} ہوتی ہے۔ سل 2 کی سمتی رفتار کیا ہے؟

سوال ۹.۱۰۵: مال بردار ریل گاڑی، جس کی کمیت $3.18 \times 10^4\text{ kg}$ ہے، ڈرائیور کے ساکن ڈبے سے ٹکراتا ہے۔ دونوں آپس میں جڑ جاتے ہیں اور ابتدائی حرکی توانائی کا 27.0% حرکی توانائی، صوتی توانائی، ارتعاش، وغیرہ کو منتقل ہوتا ہے۔ ڈرائیور کے ڈبے کی کمیت تلاش کریں۔

^{۱۵} parent nucleus
^{۱۶} daughter nucleus
^{۱۷} neutrino

باب ۹. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۹.۱۰۶: ایک گاڑی، جس کی کیت 2400 kg ہے، سیدھی سڑک پر 80 km h^{-1} رفتار سے دوڑ رہی ہے۔ اس کے پیچھے 1600 kg کیت کی گاڑی 60 km h^{-1} رفتار سے دوڑ رہی ہے۔ ان کا مرکز کیت کس رفتار سے حرکت کرتا ہے؟

سوال ۹.۱۰۷: گیند 1، جو 2.2 m s^{-1} سے حرکت کر رہا ہے، بالکل اسی طرح کے دوسرے گیند 2 سے، جو ساکن ہے، معمولی ٹکراتا ہے (شکل 21.9)۔ تصادم کے بعد گیند 2 زاویہ $60^\circ = \theta_2$ پر 1.1 m s^{-1} سے حرکت کرتا ہے۔ تصادم کے بعد گیند 1 کی سمتی رفتار کی (ا) مقدار اور (ب) رخ کیا ہیں؟ (ج) دیے گئے مواد کے تحت کیا تصادم لچکی یا غیر لچکی ہے؟

سوال ۹.۱۰۸: نظام شمسی سے ایک ہوائی بان $6.0 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ رفتار سے دور روانہ ہے۔ ہوائی بان کا انجن چالو کرنے سے، ہوائی بان کے لحاظ سے، $3.0 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ رفتار سے خارج خارج ہوتا ہے۔ اس لمحے ہوائی بان کی کیت $4.0 \times 10^4 \text{ kg}$ اور اسراع 2.0 m s^{-2} ہے۔ (ا) انجن کی قوت دھکیل کتنی ہے؟ (ب) اس دوران خارج کس شرح (kg s^{-1}) سے خارج ہوگا؟

سوال ۹.۱۰۹: تین یکساں گیند کا نصفائی حبابزہ شکل 76.9 میں پیش ہے۔ گیند 2 اور 3 آپس میں مس ہیں اور گیند 1 کی راہ کو عمودی صاف بستہ ہیں۔ گیند 1 کی سمتی رفتار کی مقدار $v_0 = 10 \text{ m s}^{-1}$ اور رخ باقی دو گیند کے نقطہ تماس کو ہے۔ تصادم کے بعد گیند 2 کی سمتی رفتار کی (ا) مقدار اور (ب) رخ، گیند 3 کی سمتی رفتار کی (ج) مقدار اور (د) رخ، اور گیند 1 کی سمتی رفتار کی (ه) مقدار اور (و) رخ کیا ہیں؟ (اشعار: رگڑ کی غیر موجودگی میں، ہر ضرب، متصادم گیندوں کے مراکز کو ملانے والی لکیر کے ہمراہ، مس سطح کو عمودی ہوگی۔)

سوال ۹.۱۱۰: ایک گیند، جس کی کیت 0.15 kg ہے، $(6.50 \text{ m s}^{-1})\hat{j} + (5.00 \text{ m s}^{-1})\hat{i}$ سمتی رفتار سے چلتے ہوئے دیوار سے ٹکراتا ہے۔ دیوار سے ٹپکی کے بعد گیند کی سمتی رفتار $(4.00 \text{ m s}^{-1})\hat{k}$ تبدیل، (ب) گیند پر ضرب، اور (ج) دیوار پر ضرب کیا ہیں؟

سوال ۹.۱۱۱: دو یکساں برتن جن میں ایک جتنی چینی بھری ہے ایک ڈور کے ذریعہ جڑے ہیں، جو بلا رگڑ چپرنی کے اوپر سے گزرتی ہے (شکل 77.9)۔ ڈور اور چپرنی کی کیت متبادل نظر انداز ہے، جبکہ ایک برتن اور اس میں بھری چینی کی کیت 500 g ہے۔ برتن کے وسط ایک دوسرے سے 50 mm فاصلے پر اور برتن ایک جتنی بلندی پر جکڑ کر رکھے گئے ہیں۔ برتن 1 کے وسط اور دوبرتی نظام کے مرکز کیت میں (ا) ابتدائی افقی فاصلہ اور (ب) برتن 1 سے 20 g چینی برتن 2 میں منتقل کرنے کے بعد، کتنا ہوگا؟ چینی منتقل کرنے کے بعد برتن رہا کیے جاتے ہیں۔ رہائی کے بعد مرکز کیت (ج) کس رخ اور (د) اسراع کی کتنی مقدار سے حرکت کرتا ہے؟

سوال ۹.۱۱۲: ایک گیند ہموار منریشن پر چلتے ہوئے یکساں گیند سے ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد پہلا گیند اپنے ابتدائی رخ کے ساتھ 22.0° زاویہ پر 3.50 m s^{-1} کی رفتار سے حرکت کرتا ہے جبکہ دوسرے گیند کی رفتار 2.00 m s^{-1} ہے۔ (ا) پہلے گیند کے ابتدائی کے ساتھ دوسرے گیند کے رخ کا زاویہ اور (ب) پہلے گیند کی ابتدائی رفتار تلاش کریں۔ (ج) کیا (کیت کے وسط کی) حرکت توانائی کی بقا ہوگی؟ (گیند کا گھومتا نظر انداز کریں۔)

سوال ۹.۱۱۳: بلا رگڑ $h = 0.40 \text{ m}$ بلند میز کے کنارے پر ساکن 2.0 kg ڈبے کو 3.2 kg ڈبے 3.0 m s^{-1} رفتار سے چلتے ہوئے ٹکراتا ہے (شکل 78.9)۔ دونوں ڈبے آپس میں چپک کر منریشن پر گر جاتے ہیں۔ عین منریشن

پر پہنچنے سے قبل ان کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۱۳: ایک غبارہ، جس کی (مجموعی) کمیت 320 kg ہے، سے ایک شخص، جس کی کمیت 80 kg ہے، سیڑھی کے ذریعے لٹک رہا ہے (شکل 79.9)۔ زمین کے لحاظ سے غبارہ ابتدائی طور ساکن ہے۔ اگر سیڑھی کے لحاظ سے یہ شخص 2.5 m s^{-1} رفتار سے سیڑھی چڑھنا شروع کرے تب غبارہ (i) کس رخ اور (ب) کس رفتار سے حرکت کرے گا؟ اگر شخص چڑھنا روک دے تب غبارے کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۱۵: دیوار کے ساتھ ملا کر رکھے بلار گز میسر پر $m_1 = 6.6 \text{ kg}$ کمیت کی اینٹ 1 پڑی ہے (شکل 80.9)۔ دیوار اور اینٹ کے بیچ m_2 کمیت کی اینٹ 2 رکھ کر اینٹ 1 کے رخ v_{2i} رفتار کے ساتھ روانا کی جاتی ہے۔ اینٹ 1 کے بعد دیوار سے ٹکرانے کے بعد دونوں اینٹوں کی سمتی رفتار ایک ہے۔ m_2 تلاش کریں۔ تمام تصادم لچکی ہیں (دیوار سے تصادم اینٹ کی رفتار تبدیل نہیں کرتا)۔

سوال ۹.۱۱۶: **بصری کھیل**^{۱۸} میں ایک نظارہ پیش کرنا مقصود ہے جس میں 1500 kg کمیت کی 3.0 m لمبی گاڑی 4000 kg کی 14 m کشتی کے اوپر ایک سرے سے دوسرے سر تک مرع ہو کر بندرگاہ کی گودی (جو کشتی سے معمولی نیچے ہے) میں پرواز کر کے پہنچتی ہے (شکل 81.9)۔ کشتی ابتدائی طور پر گودی سے مس ہے؛ کشتی بغیر رگڑ پانی میں حرکت کر سکتی ہے؛ گاڑی اور کشتی دونوں کی کمیت لمبائی پر تخمیناً یکساں تقسیم تصور کیا جاسکتا ہے۔ عین پرواز سے قبل کشتی اور گودی میں فاصلہ کیا ہوگا؟

سوال ۹.۱۱۷: محدود x پر مثبت رخ 8.0 m s^{-1} سے 3.0 kg جسم حرکت کرتے ہوئے کمیت M کے ساکن جسم سے ایک بُدی لچکی ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد کمیت M کا جسم محور کے مثبت رخ 6.0 m s^{-1} سمتی رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ کمیت M کتنی ہے؟

سوال ۹.۱۱۸: چبوترہ کے ساتھ کھلی ریل گاڑی کا 2140 kg ڈب، جو بلار گز حرکت کر سکتا ہے، ساکن کھڑا ہے۔ ایک پہلوان جس کی کمیت 242 kg ہے پٹری کے ہمراہ 5.3 m s^{-1} رفتار سے دوڑ کر کھلاڈبے میں کودتا ہے۔ اگر پہلوان کھلاڈبے (i) پر کھڑا ہو جائے، (ب) کھلاڈبے کے لحاظ سے اسی رخ 5.3 m s^{-1} سے دوڑے، اور (ج) ابتدائی رخ کے مخالف کھلاڈبے کے لحاظ سے 5.3 m s^{-1} رفتار سے دوڑے تب کھلاڈبے کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۱۹: زمین پر 6100 kg ہوائی بان انتصابی اڑان کے لئے تیار کھڑا ہے۔ حشرج کی رفتار 1200 m s^{-1} ہے۔ (i) ہوائی بان کو تحبازی قوت کے برابر قدر کی ابتدائی قوت دھکیل دینے کے لئے اور (ب) ہوائی بان کو انتصابی اوپر رخ 21 m s^{-2} اسراع دینے کے لئے نی سیکنڈ کتنا ایندھن جلاتا ہوگا؟

سوال ۹.۱۲۰: ایک مقیاس، جس کی کمیت 500.0 kg ہے، 400.0 kg چھوٹے طیارے سے جڑا ہے، جو ساکن بڑے حلالی طیارے کے لحاظ سے 1000 m s^{-1} پر حرکت میں ہے۔ ایک چھوٹا دھماکہ مقیاس کو پیچھے کی طرف، چھوٹے طیارے کی سمتی رفتار کے لحاظ سے، 100.0 m s^{-1} سے بھیجتا ہے۔ بڑے طیارے پر بیٹھے شخص کے لحاظ سے مقیاس اور چھوٹے طیارے کی کل حرکی توانائی میں، دھماکے کی وجہ سے، اضافہ کی شرح کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۲۱: (i) زمین و چاند کا مرکز کمیت زمین کے مرکز سے کس فاصلے پر ہے؟ (ضمیمہ C میں زمین اور چاند کی کمیت اور ان کے بیچ فاصلہ دیا گیا ہے)۔ (ب) یہ فاصلہ زمین کے رداس کا کتنا فی صد ہے؟

باب ۹. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۹.۱۲۲: ایک دیوار سے 140 g گیند 7.8 m s^{-1} کی رفتار سے عمودی ٹکرا کر اسی رفتار سے واپس لوٹا ہے۔ لچکی تصادم کا دورانیہ 3.80 ms ہے۔ دیوار پر تصادم کے دوران گیند کی (ا) ضرب اور (ب) اوسط قوت کی قدر کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۲۳: پھسلنی گاڑی، جس کی کیت 2900 kg ہے، 250 m s^{-1} رفتار سے پشوری پر ہوائی بان سے چپلائی جاتی ہے۔ راستے میں زمین پر پانی کا تالاب آتا ہے۔ چلتی گاڑی سے کٹگیروں میں ڈبو کر اڑتے پانی کا رخ پھسلنی گاڑی میں رکھی حالی ٹینس کی طرف کیا جاتا ہے۔ خطی معیار حرکت کی بقا کا اصول استعمال کر کے بتائیں ٹینسکی میں 920 kg پانی جمع ہونے کے بعد پھسلنی گاڑی کی رفتار کیا ہوگی؟ (کٹگیروں پر رگڑی قوت نظر انداز کریں۔)

سوال ۹.۱۲۴: ہوائی بندوق 2.0 g چھڑے فی سیکنڈ 500 m s^{-1} رفتار سے مارتی ہے۔ چھڑوں کو ایک سخت (غیر لچکی) دیوار روکتی ہے۔ (ا) ایک چھڑے کی معیار حرکت کی قدر، (ب) ایک چھڑے کی حرکت کی توانائی، اور (ج) دیوار پر چھڑوں کی بھرمار کی اوسط قوت کی قدر کیا ہوگی؟ (د) اگر ہر چھڑا 0.60 ms کے لئے دیوار کے ساتھ تماس میں رہے، تماس کے دوران ایک چھڑے کا دیوار پر اوسط قوت کی قدر کیا ہوگی؟ (ه) یہ قوت حبزوج میں تلاش کی گئی قوت سے کیوں اتنی مختلف ہے؟

سوال ۹.۱۲۵: ریل گاڑی کا ڈب دانے اٹھانے والے برقی زمینہ^{۱۹} کے نیچے سے 3.20 m s^{-1} رفتار سے گزرتا ہے۔ ریل گاڑی کے ڈبے میں 540 kg min^{-1} شہر سے دانے گرتے ہیں۔ ریل گاڑی کے ڈبے کو مستقل رفتار پر رکھنے کے لئے درکار قوت کی قدر کیا ہے؟ (رگڑ نظر انداز کریں۔)

سوال ۹.۱۲۶: یکساں موٹائی کے چوکور چادر سے چھوٹا چوکور حصہ کاٹا جاتا ہے (شکل 82.9)۔ بڑے چوکور کا ضلع $6d$ اور چھوٹے کا $2d$ ہے۔ باقی حصے کے مرکز کیت کا (ا) x محدد اور (ب) y محدد کیا ہے؟

سوال ۹.۱۲۷: لمحہ $t = 0$ سے ابتدائی طور ساکن ذرے پر، جس کی کیت $2.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$ ہے $\vec{F}_1 = (4.00\hat{i} + 5.00\hat{j}) \text{ N}$ قوت عمل کرتی ہے، اور ابتدائی طور ساکن دوسرے ذرے پر، جس کی کیت $4.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$ ہے، $\vec{F}_2 = (2.00\hat{i} - 4.00\hat{j}) \text{ N}$ قوت عمل کرتی ہے۔ وقت $t = 0$ تا $t = 2.00 \text{ ms}$ دوزوی نظام کے مرکز کیت کے ہٹاؤ کی (ا) قدر اور (ب) شہت x محور کے لحاظ سے زاویہ کیا ہوگا؟ (ج) لمحہ $t = 2.00 \text{ ms}$ پر مرکز کیت کی حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۲۸: ساکن ذرے A ، جس کی کیت 0.10 kg ہے، اور B ، جس کی کیت 0.30 kg ہے، ایک دوسرے سے 1.0 m فاصلے پر رہا کیے جاتے ہیں۔ ذرے ایک دوسرے کو $1.0 \times 10^{-2} \text{ N}$ مستقل قوت سے کھینچتے ہیں۔ نظام پر کوئی بیرونی قوت عمل نہیں کرتی۔ (ا) اس وقت نظام کے مرکز کیت کی رفتار کیا ہوگی جب ذروں کے بیچ فاصلہ 0.50 m ہو؟ (ب) ان کا تصادم A کے ابتدائی مقام سے کتنے فاصلے پر ہوگا؟

سوال ۹.۱۲۹: دوزروں کی ٹکر ہوتی ہے۔ ان کی سمتی رفتار $\vec{v}_1 = (-4.00 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (-5.00 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$ اور $\vec{v}_2 = (6.00 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (-2.00 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$ اور کیت 2.00 kg اور 4.00 kg ہیں۔ تصادم انہیں آپس میں جوڑتا ہے۔ ان کی سمتی رفتار (ا) اکائی سمتی ترقیم روپ میں اور (ب) قدر اور (ج) زاویہ کے روپ میں کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۳۰: دو کروی نظام (شکل 20.9) میں کرہ 1 کی کمیت 50 g اور ابتدائی بلندی $h_1 = 9.0 \text{ cm}$ اور کرہ 2 کی کمیت 85 g ہے۔ کرہ 1 رہا کرنے کے بعد کرہ 2 سے لچکی ٹکراتا ہے۔ (ا) کرہ 1 اور (ب) کرہ 2 کتنے بلندی کو پہنچتے ہیں؟ (اشارہ: پورم پور قیمتیں استعمال نہ کریں۔)

سوال ۹.۱۳۱: سل 1 بلا رگڑ منر شش پر محور x کے ہمراہ 0.75 m s^{-1} رفتار سے حرکت کرتے ہوئے ساکن سل 2 سے لچکی ٹکراتی ہے (شکل 83.9)۔ درج ذیل جدول (یکساں جسامت) سلوں کی کمیت، لمبائی، اور لمحہ $t = 0$ پر سل کے وسط کا مقام دیتا ہے۔ (ا) لمحہ $t = 0$ پر، (ب) جس لمحے سل مس ہوتے ہیں، اور (ج) $t = 4.0 \text{ s}$ پر دو جسی نظام کا مرکز کمیت کہاں ہوگا؟

سل	کمیت (kg)	لمبائی (cm)	$t = 0$ پر وسط
1	0.25	5.0	$x = -1.5 \text{ m}$
2	0.50	6.0	$x = 0$

سوال ۹.۱۳۲: ایک جسم مثبت x محور کے رخ 2.0 m s^{-1} رفتار سے حرکت میں ہے؛ جسم پر کوئی قوت عمل نہیں کرتی۔ اندرونی دھماکہ جسم کو دو برابر ٹکڑوں میں تقسیم کرتا ہے، اور کل حرکی توانائی میں 16 J کا اضافہ کرتا ہے۔ ایک ٹکڑے کی کمیت 4.0 kg ہے۔ اگلا حصہ اپنا رخ برعکس رکھتا ہے۔ (ا) پچھلے حصے اور (ب) اگلے حصے کی رفتار کیا ہے؟

سوال ۹.۱۳۳: ابتدائی طور پر ساکن ہائیڈروجن جوہر سے الیکٹران ایک بعدی لچکی تصادم کرتا ہے۔ الیکٹران کی ابتدائی حرکی توانائی کا کتنی فی صد جوہر کو منتقل ہوگا؟ (جوہر کی کمیت الیکٹران کے کمیت کی 1840 گنا ہے۔)

سوال ۹.۱۳۴: ریل گاڑی کا کھلا ڈب، جس کا وزن 2415 N ہے، مثبت x محور کے رخ بلا رگڑ 18.2 m s^{-1} رفتار سے حرکت میں ہے۔ ایک شخص، جس کا وزن 915 N ہے، اس ڈبے پر کھڑا ہے۔ ڈبے کے لحاظ سے شخص محور x کے منفی رخ 4.0 m s^{-1} رفتار سے دوڑ لگاتا ہے۔ ڈبے کی رفتار میں اضافہ کتنا ہوگا؟

سوال ۹.۱۳۵: بے انسان تحقیقی حنائی طیارہ (کمیت m اور سورج کے لحاظ سے رفتار $v = 10.5 \text{ km s}^{-1}$) مشتری (کمیت M اور سورج کے لحاظ سے رفتار $V_J = 13.0 \text{ km s}^{-1}$) کی طرف بڑھتا ہے (شکل 84.9)۔ یہ طیارہ مشتری کے گرد گھوم کر واپس لوٹتا ہے۔ سورج کے لحاظ سے طیارے کی رفتار اب کیا ہوگی؟ اس عمل، جس کو فلائنگ کاوار^{۲۰} کہتے ہیں، کو تصادم تصور کر کے حل کیا جاسکتا ہے۔ مشتری کی کمیت طیارے کی کمیت سے بہت بہت زیادہ ہے ($M \gg m$)۔

سوال ۹.۱۳۶: پکی منر شش پر 0.550 kg گیند 12.0 m s^{-1} رفتار سے سیدھا کر ٹپکی کھا کر 3.00 m s^{-1} سے اچھلتا ہے۔ انتہائی اوپر رخ محور y کا مثبت رخ لیں۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں (ا) گیند کی معیار حرکت میں تبدیلی، (ب) گیند پر ضرب، اور (ج) منر شش پر ضرب کیا ہیں؟

سوال ۹.۱۳۷: ساکن جوہری مرکزہ xy محدودی نظام کے مبداء پر تین ذروں میں ٹکڑے ہوتا ہے۔ ذرہ 1، جس کی کمیت $16.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ہے، مبداء سے $(6.00 \times 10^6 \text{ m s}^{-1})\hat{i}$ رفتار سے دور ہوتا ہے؛ ذرہ 2، جس کی کمیت $8.35 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ہے، مبداء سے $(-8.00 \times 10^6 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$ رفتار سے دور ہوتا ہے۔ (ا) اکائی سمتیہ ترقیم

باب ۹. مرکز کیمیت اور خطی معیار حرکت

میں تیسرے ذرے کی خطی معیار حرکت کیا ہوگی۔ اس کی کیمیت $11.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ہے۔ (ب) اس عمل کے دوران کتنی حرکت کی توانائی پیدا ہوتی ہے؟

سوال ۹.۱۳۸: ذرہ 1، جس کی کیمیت 200 g ہے، اور رفتار 3.0 m s^{-1} ہے 400 g کیمیت کے ساکن ذرے سے ایک بڑی ٹکرائے۔ اگر تھادم (ا) لچکی ہو اور (ب) مکمل غیر لچکی ہو، ذرہ 1 پر ضرب کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۹.۱۳۹: چاند کے ایک صفر میں ضروری پایا گیا کہ جس وقت چاند کے لحاظ سے طیارے کی رفتار 400 m s^{-1} ہو، طیارے کی رفتار 2.2 m s^{-1} بڑھائی جائے۔ طیارے کے لحاظ سے خراج کی اضافی رفتار 1000 m s^{-1} ہے۔ اتنا اضافہ پانے کے لئے طیارے کی ابتدائی کیمیت کی کتنی نسبت جلائی ہوگی؟

سوال ۹.۱۴۰: ایک ساکن گیند، جس کی کیمیت 0.20 kg ہے، کو ڈنڈے سے 14 ms دورانیے پر 32 N اوسط قوت کے ساتھ مارا جاتا ہے۔ تھادم کے بعد گیند کی رفتار کیا ہوگی؟

باب ۱۰

گھماؤ

۱۰.۱ گھماؤ کے متغیر

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ درج ذیل کے نتائج حاصل ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے اگر جسم کے تمام حصے ایک محور کے گرد ہم قدم گھومیں، یہ استوار جسم ہوگا۔ (اس باب میں ایسے اجسام پر گفتگو کی جائے گی۔)
۲. جان پائیں گے کہ اندرونی حوالہ لکسیر اور مقررہ بیرونی حوالہ لکسیر کے بیچ زاویہ، استوار جسم کا زاویاتی مقام دیگا۔
۳. ابتدائی اور اختتامی زاویاتی مقام کا زاویاتی ہٹاؤ کے ساتھ تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۴. اوسط زاویہ سمتی رفتار، زاویہ ہٹاؤ، اور ہٹاؤ کو درکار دورانیے کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۵. اوسط زاویہ اسراع، زاویہ سمتی رفتار میں تبدیلی، اور اس تبدیلی کو درکار دورانیے کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۶. جان پائیں گے کہ خلاف گھسڑی حرکت مثبت رخ اور گھسڑی وار حرکت منفی رخ ہوگا۔
۷. زاویہ مقام کو وقت کا تناسب جاننے والے کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویہ سمتی رفتار اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویہ سمتی رفتار تعین کر پائیں گے۔
۸. زاویہ مقام بالمتقابل وقت کی ترمیم سے کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویہ سمتی رفتار اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویہ سمتی رفتار تعین کر پائیں گے۔
۹. جان پائیں گے کہ لمحاتی زاویہ سمتی رفتار کی رفتار لمحاتی زاویہ سمتی رفتار ہوگی۔

۱۰۔ زاویہ سمتی رفتار کا وقت کا تناسب جانتے ہوئے، کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویہ اسراع اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویہ اسراع تعین کر پائیں گے۔

۱۱۔ زاویہ سمتی رفتار بالمتقابل وقت کی ترسیم سے کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویہ اسراع اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویہ اسراع تعین کر پائیں گے۔

۱۲۔ وقت کے ساتھ زاویہ اسراع تناسب کا عمل کا مکمل لے کر جسم کی زاویہ سمتی رفتار میں تبدیلی تعین کر پائیں گے۔
وقت کے ساتھ زاویہ سمتی رفتار تناسب کا عمل کا مکمل لے کر جسم کے زاویہ معتام میں تبدیلی تعین کر پائیں گے۔

کلیدی تصور

• مقررہ محور، جو محور گھماؤ کہلاتی ہے، کے گرد استوار جسم کا گھماؤ بیان کرنے کی خاطر، جسم کے اندر محور کو عمودی حوالہ لکیر مندرجہ کی جاتی ہے جو جسم کے ساتھ ہم قدم محور کے گرد گھومتی ہے۔ ایک مقررہ رخ کے ساتھ اس لکیر کا زاویہ معتام θ ناپا جاتا ہے۔ جب θ کی پیمائش ریڈین میں ہو، ذیل ہوگا،

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

جہاں رداس r کے دائری راہ کا قوسی مناسلہ s اور ریڈین میں زاویہ θ ہے۔

• زاویہ کی درجہ میں اور چکر میں پیمائش کار ریڈین پیمائش سے تعلق ذیل ہے۔

$$1 \text{ چکر} = 360^\circ = 2\pi \text{ ریڈین}$$

• ایک جسم جو محور گھماؤ کے گرد گھوم کر اپنا زاویہ معتام θ_1 سے تبدیل کر کے θ_2 کرے، ذیل زاویہ ہٹاؤ سے گزرتا ہے،

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

جہاں خلاف گھسڑی گھماؤ کے لئے $\Delta\theta$ مثبت اور گھسڑی وار گھماؤ کے لئے منفی ہوگا۔

• اگر جسم Δt دورانیہ میں $\Delta\theta$ زاویہ ہٹاؤ گھومے، اس کی اوسط زاویہ سمتی رفتار ω اوسط ذیل ہوگی۔

$$\omega_{\text{اوسط}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

جسم کی (لمحاتی) زاویہ سمتی رفتار ω ذیل ہوگی۔

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

اوسط زاویہ سمتی رفتار ω اور سمتی رفتار ω دونوں سمتی معتمدیر ہیں، جن کا رخ دایاں ہاتھ متعده دیگا۔
خلاف گھسڑی گھماؤ کے لئے ان کا رخ مثبت اور گھسڑی وار گھماؤ کے لئے منفی ہوگا۔ زاویہ سمتی رفتار کی متدر جسم کی زاویہ رفتار ہوگی۔

• اگر $t_2 - t_1 = \Delta t$ دورانیہ میں جسم کی زاویہ سستی رفتار ω_1 سے تبدیل ہو کر ω_2 ہو، اس کا اوسط زاویہ اسراع α ذیل ہوگا۔

$$\alpha_{\text{اوسط}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

جسم کا (لمحاتی) زاویہ اسراع α ذیل ہوگا۔

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

اوسط α اور α دونوں سستی معنایں ہیں۔

طبیعیات کیا ہے؟

جیسا ہم پہلے ذکر کر چکے، طبیعیات کی توجہ کا ایک مرکز ”حرکیات“ ہے۔ تاہم، اب تک ہم صرف مستقیم حرکت پر بات کرتے رہے ہیں، جس میں جسم سیدھی یا قوسی لکیر پر حرکت کرتا ہے (شکل 10-1a)۔ اب ہم گھماؤ پر نظر ڈالتے ہیں، جس میں جسم کسی محور کے گرد گھومتا ہے (شکل 10-1b)۔

گھماؤ تقریباً ہر مشین میں نظر آتا ہے، اور جب آپ دروازہ کھولتے ہیں آپ اس کو دیکھتے ہیں۔ کھیل میں گھماؤ اہم کردار ادا کرتا ہے، جیسا گیند کو زیادہ دور پھینکنے کے لئے (گھومتے گیند کو ہوا زیادہ دیر اٹھا کر سکتی ہے)، اور کرکٹ میں گیند قوسی راہ پر پھینکنے کے لئے (گھومتے گیند کو ہوا دائیں یا بائیں دھکیلتی ہے)۔ گھماؤ زیادہ اہم مسائل، جیسا عمر رسیدہ ہوائی جہاز میں دھاتی حصوں کا ٹوٹ پھوٹ، میں بھی کلیدی کردار ادا کرتا ہے۔

گھماؤ پر بحث سے قبل، حرکت میں ملوث متغیرات متعارف کرتے ہیں، جیسا ہم نے باب 2 میں مستقیم حرکت پر بحث سے قبل کیا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ گھماؤ کے متغیرات عین باب 2 میں یک بُعدی حرکت کے متغیرات کی طرح ہیں؛ ایک اہم خصوصی صورت وہ ہے جہاں اسراع (جو یہاں زاویہ اسراع ہوگا) مستقل ہو۔ ہم دیکھتے ہیں نیوٹن کا دوسرا قانون زاویہ حرکت کے لئے بھی لکھا جاسکتا ہے، تاہم اب قوت کی بجائے ایک نئی مقدار جو قوت مساوی کہلاتی ہے استعمال کرنا ہوگا۔ کام اور کام و حرکی توانائی مسئلے کا اطلاق بھی گھماؤ و حرکت پر کیا جاسکتا ہے، تاہم کیت کی بجائے ایک نئی مقدار جو زاویہ موجود کہلاتی ہے استعمال کرنا ہوگا۔ مختصر، ہم جو کچھ پڑھ چکے ہیں، اس کا اطلاق گھماؤ و حرکت میں ہوگا، تاہم کبھی کبھار معمولی تبدیلی کی ضرورت پیش آئے گی۔

انتباہ: اگرچہ اس باب میں زیادہ تر حقائق محض دوبارہ پیش کیے گئے ہیں، دیکھایا گیا ہے کہ طلب و طالبات کو اس باب میں دشواری پیش آتی ہے۔ اساتذہ کرام اس کی کئی وجوہات پیش کرتے ہیں جن میں سے دو پر اتفاق پایا جاتا ہے: 1 یہاں علامت کی تعداد بہت زیادہ ہے (جنہیں یونانی حروف میں لکھ کر مشکل میں مزید اضافہ پیدا ہوتا ہے)، اور 2 آپ خطی حرکت سے زیادہ واقف ہیں (اسی لئے کمرے کے ایک کونے سے دوسرے کونے تک آپ با آسانی جاسکتے ہیں)، لیکن گھماؤ آپ کا واسطہ کم رہا ہے (اسی لئے تفسیر گاہ میں آپ تفسیری جھولے پر سوار ہونے کے لئے پیچھے ہٹنے کے لئے راضی ہوتے ہیں)۔ جہاں آپ کو دشواری ہو، دیکھیں آیا

مسئلے کو باب 2 کا ایک بُدی خطی مسئلہ تصور کرنے آسانی پیدا ہوتی ہے۔ مثلاً، اگر آپ سے زاویہ مناسلہ معلوم کرنے کو کہا جائے، وقتقی طور پر لفظ زاویہ کو بھول جائیں اور دیکھیں آیا باب 2 کی ترقیم اور تصورات استعمال کر کے جواب حاصل کرنا آسان ہوتا ہے۔

گھماؤ کے متغیر

ہم مقررہ محور پر استوار جسم کے گھماؤ پر غور کرنا چاہتے ہیں۔ استوار جسم^۱ سے مراد وہ جسم ہے جس کے تمام حصے، جسم کی شکل و صورت تبدیل کیے بغیر، ہم قدم گھوم سکتے ہیں۔ مقررہ محور^۲ سے مراد وہ محور ہے جو حرکت نہیں کرتی اور جس پر گھوما جاسکتا ہے۔ یوں ہم ایسے جسم پر غور نہیں کریں گے جیسا سورج (جو گیس کا کرہ ہے) جس کے حصے ایک ساتھ حرکت نہیں کرتے۔ ہم زمین پر لڑھکتے گیئند کی بھی بات نہیں کرتے چونکہ اس کی محور خود حرکت پذیر ہے (ایسی گیئند کی حرکت، گھماؤ اور متقیم حرکت کا ملاپ ہے)۔

شکل 2.10 میں مقررہ محور پر، جو محور گھماؤ یا گھماؤ کی محور کہلاتی ہے، اختیاری شکل کا استوار جسم گھوم رہا ہے۔ حالص گھماؤ (زاویہ حرکت) میں، جسم کا ہر نقطہ ایسے دائرہ پر حرکت کرتا ہے، جس کا مرکز محور گھماؤ پر واقع ہے، اور ہر نقطہ کسی مخصوص وقتقی وقفہ میں ایک جتنا زاویہ طے کرتا ہے۔ حالص متقیم حرکت (خطی حرکت) میں، جسم کا ہر نقطہ کسی مخصوص وقتقی دورانیہ میں ایک جتنا خطی مناسلہ طے کرتا ہے۔

آئیں باری باری خطی متقادیر مقام، ہٹاؤ، سمتی رفتار، اور اسراع کے مائل زاویہ متقادیر پر غور کرتے ہیں۔

زاویہ مقام

شکل 2.10 میں گھماؤ کو عمودی، جسم کے ساتھ گھومتی، جسم سے پکی حبڑی حوالہ لکیر دکھائی گئی ہے۔ کسی مقررہ رخ کے ساتھ، جس کو ہم صفر زاویہ مقام^۳ مانتے ہیں، اس لکیر کا زاویہ لکیر کا زاویہ مقام^۴ ہوگا۔ شکل 3.10 میں محور x کے مثبت رخ کے ساتھ زاویہ مقام θ ناپا گیا ہے۔ ہندسہ سے ہم جانتے ہیں درج ذیل ہوگا۔

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{ریڈین ناپ}) \quad (10.1)$$

یہاں محور x (جو صفر زاویہ مقام ہے) سے حوالہ لکیر تک دائری قوس کی لمبائی s ، اور دائرے کا رداس r ہے۔

اس طرح تعین کیا گیا زاویہ، درج یا حکر کی بجائے، ریڈین^۵ میں ناپا جاتا ہے۔ ریڈین دو لمبائیوں کی نسبت (تقابلی تعلق) ہے لہذا یہ بے بعد حالص عدد ہوگا۔ دائرے کا محیط $2\pi r$ ہے لہذا ایک مکمل دائرے میں 2π

rigidbody^۱
fixedaxis^۲
rotationaxis^۳
zeroangularposition^۴
angularposition^۵
radian^۶

ریڈیئن ہوں گے۔

$$(۱۰.۲) \quad 2\pi \text{ ریڈیئن} = \frac{2\pi r}{r} = 360^\circ = 1 \text{ چکر}$$

یا

$$(۱۰.۳) \quad 0.159 \text{ چکر} = 57.3^\circ = 1 \text{ ریڈیئن}$$

محور گھماؤ پر حوالہ لکیر کی مکمل چکر کے بعد ہم θ واپس صفر نہیں کرتے۔ اگر حوالہ لکیر صفر زاوی معتام سے ابتدا کر کے دو چکر مکمل کرے، لکیر کا زاوی معتام $\theta = 4\pi$ ریڈیئن ہوگا۔

محور x پر حوالہ مستقیم حرکت کے لئے $x(t)$ ، یعنی معتام بالمقابل وقت، جانتے ہوئے ہم حرکت پذیر جسم کے بارے میں وہ سب کچھ معلوم کر سکتے ہیں جنہیں جاننا مقصود ہو۔ اسی طرح، حوالہ لکیر کے لئے $\theta(t)$ ، یعنی زاوی معتام بالمقابل وقت، جانتے ہوئے ہم گھومتے جسم کے بارے میں وہ سب کچھ معلوم کر سکتے ہیں جنہیں جاننا مقصود ہو۔

زاوی ہٹاؤ

اگر شکل 3.10 کا جسم محور گھماؤ پر شکل 4.10 کی طرح گھوم کر حوالہ لکیر کا زاوی معتام θ_1 سے تبدیل کر کے θ_2 کرے، جسم کا زاوی ہٹاؤ $\Delta\theta$ ذیل ہوگا۔

$$(۱۰.۴) \quad \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

زاوی ہٹاؤ کی یہ تعریف نہ صرف استوار جسم بلکہ جسم کے ہر اندرونی ذرہ کے لئے درست ہے۔

گھڑیاں منفی ہیں۔ محور x پر مستقیم حرکت کی صورت میں جسم کا ہٹاؤ Δx مثبت یا منفی ہوگا، جو، محور پر جسم کی حرکت کے رخ پر منحصر ہے۔ اسی طرح، گھماؤ کی صورت میں جسم کا زاوی ہٹاؤ $\Delta\theta$ درج ذیل متاعدہ کے تحت مثبت یا منفی ہوگا۔

متاعدہ ۱۰.۱: حوالہ لکیر کی زاوی ہٹاؤ مثبت اور گھڑی وار ہٹاؤ منفی ہوگا۔

”گھڑیاں منفی ہیں“ کا فہم اس متاعدہ کو یاد رکھنے میں مدد دے سکتا ہے۔ یاد رہے گھڑی کے سیکنڈ کی سوئی کا ہر قدم آپ کی زندگی کا نئی ہے۔

آزمائش ۱

فحص اپنے وسطی محور کے گرد گھوم سکتا ہے۔ درج ذیل ابتدائی اور اختتامی زاوی معتام کی ترتیب جوڑیوں میں کونسی منفی زاوی ہٹاؤ دیتی ہیں؟ (۱) ابتدائی -3 ریڈیئن، اختتامی $+5$ ریڈیئن؛ (ب) ابتدائی -3 ریڈیئن، اختتامی -7 ریڈیئن؛ (ج) ابتدائی 7 ریڈیئن، اختتامی -3 ریڈیئن۔ □

زاوی ستمی رفتار

منرض کریں ایک جسم وقت t_1 پر زاوی مفتام θ_1 پر اور وقت t_2 پر زاوی مفتام θ_2 پر ہو، جیسا شکل 4.10 میں دکھایا گیا ہے۔ ہم t_1 تا t_2 و ستمی دورانیہ Δt میں جسم کی اوسط زاوی ستمی رفتار $\omega_{\text{اوسط}}$ کی تعریف ذیل کرتے ہیں،

$$(10.5) \quad \omega_{\text{اوسط}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

جہاں وقت دورانیہ Δt میں زاوی ہٹاؤ $\Delta\theta$ ہے۔ (زاوی ستمی رفتار کے لئے یونانی حرفوف تہجی کا، چھوٹی لکھائی میں، آخری حرف اومیگا ω استعمال کیا جائے گا۔) مساوات 10.5 میں Δt صفر کے قریب تر کرنے سے نسبت کی درج ذیل تحدیدی قیت حاصل ہوگی جو لمحاتی زاوی ستمی رفتار ω (یا مختصراً زاوی ستمی رفتار) کہلاتی ہے۔

$$(10.6) \quad \omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

اگر $\theta(t)$ معلوم ہو، اس کا تفرق لے کر زاوی ستمی رفتار ω حاصل ہوگی۔

چونکہ اس جسم کے تمام ذرے ہم قدم ہیں، لہذا مساوات 10.5 اور مساوات 10.6 انا صرف مکمل گھومتے استوار جسم کے لئے بلکہ جسم کے ہر ذرے کے لئے درست ہیں۔ زاوی ستمی رفتار کی عمومی متعل اکائی ریڈین فی سیکنڈ (rad s^{-1})، چکر فی سیکنڈ، اور چکر فی منٹ ہے۔

محور x پر مثبت رخ حرکت کرتے ہوئے ذرے کی ستمی رفتار v مثبت جبکہ منفی رخ حرکت کی صورت میں منفی ہوگی۔ اسی طرح محور پر مثبت رخ (خلاف گھڑی) گھماؤ کی صورت میں استوار جسم کی زاوی ستمی رفتار مثبت جبکہ منفی رخ (گھڑی وار) گھماؤ کی صورت میں منفی ہوگی۔ ”گھڑیاں منفی ہیں“ اب بھی درست ہے۔ (زاوی ستمی رفتار کی قدر زاوی رفتار کہلاتی ہے۔ ہم زاوی رفتار کے لئے بھی ω علامت استعمال کریں گے۔

زاوی اسراع

گھومتے ہوئے جسم کی زاوی ستمی رفتار مستقل نہ ہونے کی صورت میں جسم زاوی اسراع سے دوچار ہوگا۔ منرض کریں وقت t_1 پر جسم کی زاوی ستمی رفتار ω_1 اور t_2 پر ω_2 ہے۔ دورانیہ t_1 تا t_2 میں گھومتے ہوئے جسم کی اوسط زاوی اسراع $\alpha_{\text{اوسط}}$ کی تعریف ذیل ہے،

$$(10.7) \quad \alpha_{\text{اوسط}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

average angular velocity^{*}
instantaneous angular velocity[^]
angular speed[^]
average angular acceleration⁺

جہاں $\Delta\omega$ زاویہ سستی رفتار میں Δt کے دوران تبدیل ہے۔ لحاظ سے زاویہ اسراع^۱ (یا مختصراً زاویہ اسراع)، جس سے ہمیں زیادہ دلچسپی ہے، Δt صفر کے قریب تر کرنے سے نسبت کی، درج ذیل، تحدیدی قیمت کو کہتے ہیں۔

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (10.8)$$

مساوات ۱۰.۷ اور مساوات ۱۰.۸ جسم کے ہر ذرے کے لئے درست ہیں۔ زاویہ اسراع کی عمومی مستعمل اکائی ریڈیئن فی مربع سیکنڈ (rad s^{-2}) اور چکر فی مربع سیکنڈ ہے۔

نمونہ سوال ۱۰.۱: زاویہ مقام سے زاویہ سمتی رفتار کا حصول

شکل 5a.10 میں فطرص اپنے وسطی محور کے گرد گھوم رہا ہے۔ فطرص پر حوالہ لکیر کا زاویہ مقام $\theta(t)$ ذیل ہے، جہاں t اور θ بالترتیب سیکنڈ اور ریڈیئن میں ہیں، اور صفر زاویہ مقام شکل میں دکھایا گیا ہے۔

$$\theta = -1.00 - 0.600t + 0.250t^2 \quad (10.9)$$

(آپ چاہیں تو وقتی طور پر لفظ ”زاویہ مقام“ سے ”زاویہ“ خارج کر کے اور θ علامت کی جگہ x استعمال کر کے مسئلے کو باب 2 کی ترقیم میں لے جائیں۔ آپ کو باب 2 کی یک بُعدی حرکت کے مقام کی مساوات حاصل ہو گی۔)

(۱) فطرص کا زاویہ مقام بالمتقابل وقت $t = -3.0 \text{ s}$ تا $t = 5.4 \text{ s}$ ترسیم کریں۔ فطرص اور اس پر زاویہ مقام کی حوالہ لکیر کا خاکہ کہ $t = -2.0 \text{ s}$ ، اور $t = 4.0 \text{ s}$ ، اور اس لمحے پر بنائیں جب ترسیم t محور سے گزرتی ہے۔

۱۰.۱.۱ کلیدی تصور

فطرص کے زاویہ مقام سے مراد اس پر کھینچی حوالہ لکیر کا مقام $\theta(t)$ ہے، جو مساوات ۱۰.۹ دیتی ہے؛ لہذا ہم مساوات ۱۰.۹ ترسیم کرتے ہیں؛ نتیجہ شکل 5b.10 میں پیش ہے۔

حاجہ: فطرص اور حوالہ لکیر کا مقام کسی مخصوص لمحے پر خاکہ بنانے کے لئے ضروری ہے کہ اس لمحے پر ہمیں θ معلوم ہو، جو مساوات ۱۰.۹ میں لمحے کا وقت ڈالنے سے حاصل ہوگا۔ یوں $t = -2.0 \text{ s}$ کے لئے ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \theta &= -1.00 - (0.600)(-2.0) + (0.250)(-2.0)^2 \\ &= 1.2 \text{ rad} = 1.2 \text{ rad} \frac{360^\circ}{2\pi \text{ ریڈیئن}} = 69^\circ \end{aligned}$$

یہ نتیجہ کہتا ہے کہ فطرص پر موجود حوالہ لکیر لمحہ $t = -2.0 \text{ s}$ پر صفر مقام سے مثبت رخ (خلاف گھڑی) 1.2 ریڈیئن یعنی 69° گھوم کر ہوگی۔ شکل 5b.10 کے خاکہ 1 میں حوالہ لکیر کا یہ مقام دکھایا گیا ہے۔

اسی طرح $t = 0$ پر θ کی قیمت -1.00 ریڈیئن یا -57° ہوگی، جس کے تحت حوالہ لکیر صفر زاویہ مقام سے 1.0 ریڈیئن یا 57° منفی رخ (گھڑی وار) گھوم کر ہوگی، جیسا کہ 3 میں دکھایا گیا ہے۔ لمحہ $t = 4.0 \text{ s}$ پر θ کی قیمت

^۱instantaneous angular acceleration

0.60 ریڈیئن یعنی 34° ہوگی (حنا کہ 5)۔ جس لمحے ترمیم محور t سے گزرتی ہے، $\theta = 0$ ہوگا اور حوالہ لکیر لحاتی عین صفر مقام پر ہوگی (حنا کہ 2 اور 4)۔

(ب) شکل 5b.10 میں $\theta(t)$ کی کم سے کم قیمت کس سمت t پر ہوگی؟ θ کی کم سے کم قیمت کیا ہے؟

کلیدی تصور

تفاعل کی انتہا قیمت (یہاں کم سے کم قیمت) معلوم کرنے کی خاطر ہم تفاعل عمل کا ایک گنٹا تفرق لے کر صفر کے برابر رکھتے ہیں۔

حاجے: تفاعل $\theta(t)$ کا ایک گنٹا تفرق ذیل ہے۔

$$\frac{d\theta}{dt} = -0.600 + 0.500t \quad (10.10)$$

اس کو صفر کے برابر رکھ کر t کے لئے حل کر کے لمحے سمت t حاصل ہوگا جس پر $\theta(t)$ کی قیمت کم سے کم ہوگی۔

$$t = 1.2 \text{ s} \quad (\text{جواب})$$

$\theta(t)$ کی کم سے کم قیمت جاننے کے لئے ہم مساوات 10.9 میں سمت t ڈالتے ہیں، جو ذیل دیگا۔

$$\theta = -77.9^\circ \approx -1.36 \text{ ریڈیئن} \quad (\text{جواب})$$

$\theta(t)$ کی کم سے کم قیمت (شکل 5b.10 میں نشیب) صفر زاوی مقام سے متروص کی زیادہ سے زیادہ گھڑی وار گھماو ہے، جو حنا کہ 3 سے کچھ زیادہ ہوگا۔

(ج) متروص کی زاوی سمتی رفتار ω وقت $t = -3.0 \text{ s}$ تا $t = 6.0 \text{ s}$ ترمیم کریں۔ متروص کا حنا کہ $t = -2.0 \text{ s}$ ، $t = 4.0 \text{ s}$ ، اور سمت t پر بنائیں، اور بتائیں ان لحات پر گھومنے کارخ اور ω کی علامت کیا ہوگی۔

کلیدی تصور

مساوات 10.6 کے تحت زاوی سمتی رفتار ω سے مراد $d\theta/dt$ ہے جو مساوات 10.10 دیتی ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$\omega = -0.600 + 0.500t \quad (10.11)$$

اس تفاعل، $\omega(t)$ ، کی ترمیم شکل 5c.10 میں پیش ہے۔ یہ تفاعل خطی ہے لہذا اس کی ترمیم ایک سیدھی لکیر ہے۔ ترمیم کی ڈھلوان 0.500 rad s^{-2} ہے اور انتہائی محور (جو دکھایا نہیں گیا) کو ترمیم $-0.600 \text{ rad s}^{-1}$ پر قطع کرتی ہے۔

حاجے: متروص کا حنا کہ $t = -2.0 \text{ s}$ پر بنانے کی خاطر ہم مساوات 10.11 میں یہ قیمت ڈال کر ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$\omega = -1.6 \text{ rad s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

منفی کی علامت کہتی ہے کہ $t = -2.0 \text{ s}$ پر متحرک گھڑی وار (منفی رخ) گھوم رہا ہے (جیسا شکل 5c.10 میں دائیں ہاتھ کے حلقے میں دکھایا گیا ہے)۔

مسواۓ ۱۰.۱۱ میں $t = 4.0 \text{ s}$ ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\omega = 1.4 \text{ rad s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

مغز مثبت علامت کہتی ہے متحرک مثبت رخ (خلاف گھڑی) گھوم رہا ہے (شکل 5c.10 میں دائیں ہاتھ کے حلقے)۔

کسیر t کے لئے ہم جانتے ہیں $d\theta/dt = 0$ ہوگا۔ یوں $\omega = 0$ ہوگا۔ جب حوالہ لکیر، شکل 5b.10 میں θ میں θ کی کم سے کم قیمت کو پہنچتی ہے، متحرک لمحاتی رکتا ہے، جیسا شکل 5c.10 میں وسطی حلقہ عندیہ دیتا ہے۔ شکل 5c.10 میں ω بالمتقابل t کی ترسیم پر صفر نقطہ، جہاں ترسیم منفی (گھڑی وار) گھماؤ سے مثبت (خلاف گھڑی) گھماؤ کا آغاز کرتی ہے، وہ نقطہ ہے جہاں متحرک لمحاتی رکتا ہے۔

(د) جب زوایا حیزوج کے نتائج استعمال کر کے $t = -3.0 \text{ s}$ و $t = 6.0 \text{ s}$ پر متحرک کی حرکت بیان کریں۔

بیان: جب ہم، $t = -3.0 \text{ s}$ پر، متحرک پر پہلی مرتبہ نظر ڈالتے ہیں، اس کا زاویہ مقام مثبت، گھماؤ گھڑی وار اور رفتار میں کی دیکھنے کو ملتی ہے۔ یہ $\theta = -1.36$ ریڈین پر لمحاتی رکنے کے بعد خلاف گھڑی گھومنا شروع کرتا ہے اور آخر کار اس کا زاویہ مقام دوبارہ مثبت ہوتا ہے۔ □

نمونی سوال ۱۰.۲: زاویہ اسراع سے زاویہ سمتی رفتار کا حصول

ایک بچہ لٹو ذیل زاویہ اسراع سے گھماتا ہے، جہاں t اور α بالترتیب سیکنڈ اور ریڈین فی مربع سیکنڈ میں ہے۔

$$\alpha = 5t^3 - 4t$$

لحہ $t = 0$ پر لٹو کی زاویہ سمتی رفتار 5 rad s^{-1} ، اور حوالہ لکیر کا زاویہ مقام $\theta = 2$ ریڈین ہے۔

(۱) لٹو کی زاویہ سمتی رفتار $\omega(t)$ کا ریاضی فترہ حاصل کریں؛ یعنی ایسا تقاضا عمل معلوم کریں جو وقت پر زاویہ سمتی رفتار کا انحصار صریحاً دے۔ (ہم جانتے ہیں ایسا تقاضا عمل موجود ہے چونکہ لٹو زاویہ اسراع سے گزر رہا ہے؛ یوں اس کی زاویہ سمتی رفتار تبدیل ہوگی۔)

کلیدی تصور

$\alpha(t)$ تعریف کے روئے $\omega(t)$ کا وقتی تفرق ہوگا۔ یوں، وقت کے لحاظ سے $\alpha(t)$ کا کھل $\omega(t)$ دیگا۔

حاجہ: مساوات ۱۰.۸ ذیل کہتی ہے

$$d\omega = \alpha dt$$

لہذا

$$\int d\omega = \int \alpha dt$$

ہوگا جو ذیل کے گی، جہاں C مکمل کا مستقل ہے۔

$$\omega = \int (5t^3 - 4t) dt = \frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2 + C$$

ہم جانتے ہیں $t = 0$ پر $\omega = 5 \text{ rad s}^{-1}$ ہے؛ اس معلومات کو درج بالا میں ڈال کر:

$$5 \text{ rad s}^{-1} = 0 - 0 + C$$

مکمل کا مستقل $C = 5 \text{ rad s}^{-1}$ حاصل ہوگا۔ یوں درکار تفاعل ذیل ہوگا۔

$$\omega = \frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2 + 5 \quad (\text{جواب})$$

(ب) لٹو کے زاوی معتام $\theta(t)$ کا ریاضی فترہ تلاش کریں۔

کلیدی تصور

تعریف کے روئے $\theta(t)$ کا وقتی تفرق $\omega(t)$ دیگا۔ یوں، وقت کے لحاظ سے $\omega(t)$ کا مکمل $\theta(t)$ دیگا۔
حاصل: مساوات ۱۰.۶ کے تحت:

$$d\theta = \omega dt$$

ہوگا جس سے ذیل لکھا جاسکتا ہے،

$$\begin{aligned} \theta &= \int \omega dt = \int \left(\frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2 + 5 \right) dt \\ &= \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t + C' \\ &= \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t + 2 \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□

جہاں $t = 0$ پر $\theta = 2 \text{ rad}$ ہونے کی قیمت حاصل کی گئی۔

کیا زاوی متا دیر سمتیات ہیں؟

ہم اکیلے ذرے کا مقام، سمتی رفتار، اور اسراع سمتیات سے بیان کر سکتے ہیں۔ اگر ذرہ صرف ایک محور پر حرکت کرتا ہو، سمتی ترقیم استعمال کرنا ضرورت نہیں۔ ایسے ذرے کو صرف دو رخ دستیاب ہیں جنہیں مثبت اور منفی علامت سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

اسی طرح استوار جسم و فائدہ محور پر، محور کے ہمراہ دیکھتے ہوئے، صرف خلاف گھڑی اور گھڑی وار گھوم سکتا ہے۔ ان رخ کو ہم مثبت اور منفی سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ یہاں ایک سوال اٹھتا ہے: ”کیا ہم گھومتے جسم کے زاوی ہٹاؤ، زاوی سمتی رفتار، اور زاوی اسراع کو سمتیات سمجھ سکتے ہیں؟“ اس کا جواب ہے ”جی ہاں“ (زاوی ہٹاؤ کے لئے نیچے پیش انتباہ ضرور دیکھیں۔)

زاوی سمتی رفتار۔ زاوی سمتی رفتار کو دیکھیں۔ شکل 6a.10 میں $\omega = 33\frac{1}{3}$ چکر فی سیکنڈ کی مستقل زاوی رفتار سے گھڑی وار رخ گھومتا ہوا مترص دکھایا گیا ہے۔ جیسا شکل 6b.10 میں دکھایا گیا ہے، ہم اس کی سمتی زاوی رفتار گھماؤ کے محور پر سمتیہ $\vec{\omega}$ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس کا طریقہ کاریوں ہے: سمتیہ کی لمبائی کسی موزوں پیمانہ کے تحت رکھی جاتی ہے، مثلاً 1 cm کو 10 چکر فی منٹ کی مطابقت سے رکھ جاسکتا ہے۔ اس کے بعد $\vec{\omega}$ کا رخ تعین کرنے کے لئے ہم دائیں ہاتھ کا قاعدہ استعمال کرتے ہیں، جو شکل 6c.10 میں پیش ہے: مترص کو دائیں ہاتھ میں یوں پکڑیں کہ انگلیاں گھماؤ کے رخ ہوں۔ آپ کا سیدھا کھڑا انگوٹھا زاوی سمتی رفتار کے سمتیہ کا رخ دیگا۔ اگر مترص مخالف رخ گھومے، دائیں ہاتھ کا قاعدہ کے تحت $\vec{\omega}$ بھی مخالف رخ ہوگا۔

زاوی متا دیر سمتیات سے ظاہر کرنے کی عادت مشکل سے ڈلتی ہے۔ ہم فوراً سوچتے ہیں کہ سمتیہ کے ہمراہ کوئی چیز حرکت کرے گی۔ یہاں ایسا نہیں ہوگا۔ اس کے بجائے کوئی چیز (جیسا استوار جسم) سمتیہ کے رخ کے گرد گھومتی ہے۔ حائل گھماؤ کی دنیا میں، سمتیہ کا رخ کسی چیز کی حرکت کا رخ نہیں بلکہ گھماؤ کی محور دیگا۔ بہر حال، سمتیہ حرکت بھی تعین کرتا ہے۔ مزید، یہ سمتیات سلجھانے کے ان تمام قواعد کی تعمیل کرتا ہے جو باب 3 میں پیش کیے گئے۔ زاوی اسراع α بھی ایک سمتیہ ہے، اور یہ بھی ان قواعد کی تعمیل کرتا ہے۔

اس باب میں صرف فائدہ محور پر گھماؤ کی بات کی جائے گی۔ ان میں سمتیات استعمال کرنے کی ضرورت نہیں؛ ہم زاوی سمتی رفتار کو ω اور زاوی اسراع کو α سے ظاہر کر کے، خلاف گھڑی گھماؤ کو مثبت اور گھڑی وار گھماؤ کو منفی کی علامت سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

زاوی ہٹاؤ۔ پہلے انتباہ کی بات کرتے ہیں: زاوی ہٹاؤ (ماسوائے انتہائی چھوٹا ہٹاؤ) کو سمتیہ سے ظاہر نہیں کیا جاسکتا۔ کیوں نہیں؟ ہم یقیناً اس کے رخ اور قدر کی بات کر سکتے ہیں، جیسا شکل 6.10 میں زاوی سمتی رفتار کے لئے کیا گیا۔ تاہم، سمتیہ سے ظاہر کیے جانے کے قابل ہونے کے لئے ضروری ہے کہ مقدار سمتیہ جمع کے قواعد پر پورا اترتی ہو۔ ان قواعد میں ایک قاعدہ کہتا ہے کہ سمتیات جمع کرتے وقت ان کی ترتیب غبیر ضروری ہے۔ زاوی ہٹاؤ اس قاعدہ پر پورا نہیں اترتا۔

شکل 7.10 میں دی گئی مثال پر غور کریں۔ ایک کتاب کو، جو ابتدائی طور پر افقی پڑی ہے، دو مرتبہ 90° زاوی ہٹاؤ سے گزارا گیا ہے: ایک مرتبہ شکل 7a.10 اور دوسری مرتبہ شکل 7b.10 کی طرح۔ دونوں میں ہٹاؤ برابر، لیکن ترتیب ایک نہیں، اور آخر میں کتاب ایک حسی سمت بند نہیں۔ دوسری مثال لیتے ہیں۔ دایاں

ہاتھ لٹکا کر ہتھیلی ران پر رکھیں۔ کلائی سخت کر کے، (1) بازو سامنے اتنا اٹھائیں کہ افقی ہو، (2) اس کو پورا دائیں لے جائیں، اور (3) اس کے بعد ہاتھ واپس نیچے ران تک لے جائیں۔ آپ کی ہتھیلی اب سامنے رخ ہوگی۔ اگر آپ یہی عمل الٹ ترتیب سے دہرائیں، آپ کی ہتھیلی آخر میں کس رخ ہوگی؟ ان مثال سے ہم دیکھتے ہیں کہ زاوی ہٹاؤ کا مجموعہ انہیں جمع کرنے کی ترتیب پر منحصر ہے، لہذا ہٹاؤ کو سمتیہ تصور نہیں کیا جاسکتا۔

۱۰.۲ مستقل زاوی اسراع کا گھاو

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابیل ہوں گے۔

۱. مستقل زاوی اسراع کی صورت میں زاوی مقام، زاوی ہٹاؤ، زاوی سمتی رفتار، زاوی اسراع، اور گزرے دار اپنے کے تعلق (جدول ۱۰.۱) استعمال کر پائیں گے۔

کلیدی تصور

• مستقل زاوی اسراع (جس میں α مستقل ہوگا) گھاو حرکت کی ایک اہم خصوصی صورت ہے، جس کی ممبرد حرکیات مساوات ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_0 + \alpha t \\ \theta - \theta_0 &= \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \\ \theta - \theta_0 &= \frac{1}{2}(\omega + \omega_0)t \\ \theta - \theta_0 &= \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2\end{aligned}$$

مستقل زاوی اسراع کا گھاو

مستقیم حرکت میں مستقل خطی اسراع کی حرکت (مثلاً، زمین پر گرتا ہوا جسم) ایک اہم خصوصی صورت ہے۔ جدول 1.2 میں اس طرح کی حرکت کو مطمئن کرتی مساوات پیش کی گئیں۔

حاصل گھاو میں مستقل زاوی اسراع ایک اہم خصوصی صورت ہے؛ اس کو مطمئن کرنے والی مطابقتی مساوات پائی جاتی ہیں۔ ہم انہیں یہاں اخذ نہیں کریں گے، بلکہ مطابقتی خطی مساوات میں مساوی زاوی متغیرات ڈال کر انہیں پیش کرتے ہیں۔ جدول ۱۰.۱ میں مساوات کی دونوں فہرست (مساوات 11.2 اور مساوات 15.2 تا مساوات 18.2؛ مساوات ۱۰.۱۲ تا مساوات ۱۰.۱۶) پیش کی گئی ہیں۔

یاد رہے مساوات 11.2 اور مساوات 15.2 مستقل خطی اسراع کی بنیادی مساوات ہیں، جن سے فہرست کی باقی تمام مساوات اخذ کی جاسکتی ہیں۔ اس طرح، مساوات ۱۰.۱۲ اور مساوات ۱۰.۱۳ مستقل زاوی اسراع کی بنیادی مساوات ہیں، جن سے زاوی مساوات کی فہرست کی باقی تمام مساوات اخذ کی جاسکتی ہیں۔ مستقل

جدول ۱۰.۱: مستقل خطی اسراع اور مستقل زاوی اسراع کی حرکت کی مساوات

خطی مساوات	زاوی مساوات
(2.11) $v = v_0 + at$	(۱۰.۱۲) $\omega = \omega_0 + \alpha t$
(2.15) $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	(۱۰.۱۳) $\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
(2.16) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	(۱۰.۱۴) $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$
(2.17) $x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	(۱۰.۱۵) $\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$
(2.18) $x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	(۱۰.۱۶) $\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2$

زاوی اسراع کا سادہ مسئلہ حل کرنے کے لئے آپ عموماً زاوی فہرست سے (اگر یہ فہرست آپ کے پاس موجود ہو) ایک مساوات استعمال کر پائیں گے۔ آپ وہ مساوات منتخب کریں گے جس میں صرف وہ متغیر غیر معلوم ہو جو آپ کو درکار ہو۔ بہتر طریقہ یہ ہو گا کہ آپ مساوات ۱۰.۱۲ اور مساوات ۱۰.۱۳ یا دکر لیں اور جب ضرورت پیش آئے، انہیں بطور ہمزاد مساوات حل کریں۔

آزمائش ۲

گھومے جسم کا زاوی مقام $\theta(t)$ چار مختلف صورتوں میں (۱) $\theta = 3t - 4$ ، (ب) $\theta = -5t^3 + 4t^2 + 6$ ، (ج) $\theta = 2/t^2 - 4/t$ اور (د) $\theta = 5t^2 - 3$ ہے۔ جدول ۱۰.۱ کی زاوی مساوات کا اطلاق کن صورتوں پر ہو گا؟ □

نمونہ سوال ۱۰.۳: مستقل زاوی اسراع، پلکے کا پاٹے

شکل 8.10 میں پائے مستقل زاوی اسراع $\alpha = 0.34 \text{ rad s}^{-2}$ سے گھوم رہا ہے۔ وقت $t = 0$ پر اس کی زاوی سمتی رفتار $\omega_0 = -4.6 \text{ rad s}^{-1}$ ہے، اور اس پر کھینچی گئی حوالہ لکیر کا مقام $\theta_0 = 0$ ہے۔

(۱) وقت $t = 0$ سے کتنی دیر بعد حوالہ لکیر زاوی مقام $\theta = 5.0$ چکر پر ہو گی؟

کلیدی تصویر

چونکہ زاوی اسراع مستقل ہے لہذا ہم جدول ۱۰.۱ سے مساوات چن سکتے ہیں۔ ہم مساوات ۱۰.۱۳

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

کا انتخاب اس لئے کرتے ہیں کہ اس میں صرف ایک متغیر، t ، نامعلوم ہے اور ہمیں یہی درکار ہے۔

حماچہ: دی گئی معلومات ڈال کر اور $\theta_0 = 0$ اور $5.0 = 10\pi \text{ rad}$ چکر θ لیتے ہوئے ذیل ہوگا۔

$$10\pi \text{ rad} = (-4.6 \text{ rad s}^{-1})t + \frac{1}{2}(0.35 \text{ rad s}^{-2})t^2$$

(انکسوں کے ثبات کی خاطر ہم 5.0 چکر کو 10π ریڈین میں تبدیل کرتے ہیں۔) اس دودرجی الجبرائی مساوات کو حل کرنے سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$t = 32 \text{ s} \quad (\text{جواب})$$

ان ایک عجیب بات پر غور کریں۔ جب ہم پہلی مرتبہ پاٹ پر نظر ڈالتے ہیں یہ منفی رخ گھوم کر $\theta = 0$ سمت بند مقام سے گزرتا ہے۔ اس کے باوجود 32 s بعد ہم اسے $\theta = 5.0$ چکر مثبت سمت بند مقام پر پاتے ہیں۔ اس دورانیے میں ایسا کیا ہوا کہ پاٹ مثبت سمت بند مقام پر ہو سکتا ہے؟

(ب) وقت $t = 0$ اور $t = 32 \text{ s}$ کے بیچ پاٹ کے گھماؤ پر تبصرہ کریں۔

تبصرہ: پاٹ ابتدائی طور پر منفی (گھڑی وار) رخ -4.6 rad s^{-1} ω_0 زاوی رفتار سے حرکت کرتا ہے، تاہم اس کا زاوی اسراع α مثبت ہے۔ ابتدائی زاوی رفتار اور زاوی اسراع کی علامتیں الٹ ہونے کی بدولت پاٹ منفی رخ چلتے چلتے بتدریج آہستہ ہوتے رک کر مثبت رخ گھومنا شروع کرتا ہے۔ حوالہ لکیر مثبت رخ چل کر $\theta = 0$ مقام سے دوبارہ گزرتی ہے اور $t = 32 \text{ s}$ گزرنے تک مثبت رخ مزید 5.0 چکر کاٹ چکا ہوتا ہے۔

(ج) پاٹ کس وقت t پر لمحائی رکتا ہے؟

حماچہ: ہم دوبارہ زاوی مساوات کی فہرست پر نظر ڈالتے ہیں اور ایسی مساوات لینا چاہتے ہیں جس میں صرف t نامعلوم متغیر ہو۔ تاہم، اب مساوات میں ω کا ہونا بھی ضروری ہے، تاکہ ہم اس کو 0 لے کر مطابقتی t کے لئے حل کریں۔ ہم مساوات ۱۰.۱۲ منتخب کرتے ہیں، جو ذیل دیگی۔

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{0 - (-4.6 \text{ rad s}^{-1})}{0.35 \text{ rad s}^{-2}} = 13 \text{ s} \quad (\text{جواب})$$

□

نمونہ سوال ۱۰.۳: مستقل زاوی اسراع، پیسے کے سوار

تفریح گاہ میں ایک بڑا پہیا چلاتے ہوئے آپ کی نظر پیسے پر سوار ایک شخص پر پڑتی ہے جو پریشان نظر آتا ہے۔ آپ پیسے کی زاوی سمتی رفتار مستقل زاوی اسراع کے ساتھ 3.40 rad s^{-1} سے 20.0 چکروں میں کم کر کے 2.00 rad s^{-1} کرتے ہیں۔ (اس شخص کو ”گھومت شخص“ تصور کرنے سے ”مستقیم حرکت کرتا شخص“ کہنا زیادہ بہتر ہوگا۔)

(۱) زاوی سمتی رفتار کی کمی کے دوران مستقل زاوی اسراع کیا ہوگی؟

کلیدی تصور

پہلے کی زاوی اسراع مستقل ہے، لہذا ہم اس کی زاوی مستقیم رفتار اور زاوی ہٹاؤ کا تعلق مستقل زاوی اسراع کی مساوات (مساوات ۱۰.۱۲ اور مساوات ۱۰.۱۳) سے جان سکتے ہیں۔

حاجے: آئیں دیکھیں آیا ہم ان بنیادی مساوات کو حل کر پائیں گے۔ ابتدائی زاوی مستقیم رفتار ω_0 3.40 rad s^{-1} ، زاوی ہٹاؤ 20.0 چکر $\theta - \theta_0 =$ ، اور ہٹاؤ کے آخر پر زاوی مستقیم رفتار $\omega = 2.00 \text{ rad s}^{-1}$ ہے۔ ہم مستقل زاوی اسراع α جاننا چاہتے ہیں۔ دونوں مساوات میں وقت t پایا جاتا ہے، جس میں ضروری نہیں ہم دلچسپی رکھتے ہوں۔

نامعلوم t خارج کرنے کے لئے ہم مساوات ۱۰.۱۲ سے

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha}$$

لکھ کر مساوات ۱۰.۱۳ میں ڈالتے ہیں۔

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha} \right)^2$$

α کے لئے حل کر کے، دی گئی معلومات پُر کر کے، اور 20.0 چکر کو 125.7 rad میں بدل کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2(\theta - \theta_0)} = \frac{(2.00 \text{ rad s}^{-1})^2 - (3.40 \text{ rad s}^{-1})^2}{2(125.7 \text{ rad})} \\ &= -0.0301 \text{ rad s}^{-2} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

(ب) رفتار کتنے وقت میں کم کی گئی؟

حاجے: چونکہ اب ہم α جانتے ہیں، مساوات ۱۰.۱۲ استعمال کر کے t حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} t &= \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{2.00 \text{ rad s}^{-1} - 3.40 \text{ rad s}^{-1}}{-0.0301 \text{ rad s}^{-2}} \\ &= 46.5 \text{ s} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□

۱۰.۳ خطی اور زاوی متغیرات کا رشتہ

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

۱. متائم محور پر گھومتے ہوئے استوار جسم کے زاوی متغیرات (زاوی مقام، زاوی سمتی رفتار، اور زاوی اسراع) کا جسم پر ایک ذرے، جو کسی رداس پر پایا جاتا ہو، کے خطی متغیرات (مقام، سمتی رفتار، اور اسراع) کے ساتھ تعلق جان پائیں گے۔

۲. مماسی اسراع اور رداسی اسراع میں تمیز کر پائیں گے، اور کسی محور پر گھومتے ہوئے جسم پر موجود ذرے کے لئے بڑھتی زاوی رفتار اور گھسٹی زاوی رفتار کی صورت میں دونوں کے سمتیہ جان پائیں گے۔

کلیدی تصور

• گھومتے جسم پر محور گھماوے عمودی فاصلہ r پر پائے جانے والا نقطہ، رداس r کے دائرے پر حرکت کرتا ہے۔ اگر جسم زاویہ θ گھومے، یہ نقطہ درج ذیل قوسی فاصلہ s طے کرے گا، جہاں θ ریڈین میں ناپا جائے گا۔

$$s = \theta r \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

• اس نقطے کا خطی سمتی رفتار \vec{v} دائرے کو مماسی ہوگا؛ نقطے کا خطی رفتار ذیل ہوگا، جہاں ω جسم اور نقطے کا (ریڈین فی سیکنڈ) زاوی رفتار ہے۔

$$v = \omega r \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

• اس نقطے کے خطی اسراع \vec{a} کے دو حصے ہوں گے؛ ایک مماسی جسم اور دو سراداسی جسم۔ مماسی جسم ذیل ہوگا، جہاں α جسم کے (ریڈین فی مربع سیکنڈ میں) زاوی اسراع کی مقدار ہے۔

$$a_t = \alpha r \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

رداسی جسم ذیل ہوگا۔

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

• اگر یہ نقطہ یکساں دائری حرکت کرتا ہو، اس نقطے اور جسم کا دوری عرصہ T ذیل ہوگا۔

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

خطی اور زاوی متغیرات کا رشتہ

محور گھماوے کے گرد دائرے پر مستقل خطی رفتار v کے ساتھ حرکت کرتے ہوئے ذرے کی یکساں دائری حرکت پر حصہ 5.4 میں غور کیا گیا۔ جب استوار جسم کسی محور پر گھومتا ہے، جسم کا پھر ذرا اپنے ایک دائرے پر اسی محور کے گرد گھومتا ہے۔ چونکہ جسم استوار (بلا لچک) ہے، ایسے تمام ذرے ہم قدم چل کر ایک جتنے وقت میں ایک چکر مکمل کرتے ہیں؛ ان سب کی زاوی رفتار ω برابر ہے۔

تاہم، ایک ذرہ جتنا محور سے دور ہوگا، اتنا اس کے دائرے کا محیط بڑا ہوگا، لہذا اس کی خطی رفتار v اتنی زیادہ ہوگی۔ گھومنے والے جھولے^{۱۲} پر بیٹھ کر آپ اسے محسوس کر سکتے ہیں۔ مرکز سے جتنے فاصلے پر بھی آپ ہوں، آپ کی زاوی رفتار ω ایک جتنی ہوگی، تاہم مرکز سے دور ہونے پر آپ کی خطی رفتار v بڑھے گی۔

ہم جسم پر کسی مخصوص نقطے کے خطی متغیرات s ، v ، a اور جسم کے زاوی متغیرات θ ، ω ، اور α کا تعلق جاننا چاہتے ہیں۔ متغیرات کی ان فہرست کا رشتہ محور گھماوے نقطے کے عمودی فاصلہ r کے ذریعے ہوگا۔ یہ عمودی فاصلہ، نقطے اور محور گھماوے کے بیچ عمودی لکیر پر ناپا جائے گا۔ یہ فاصلہ اس دائرے کا رداس r ہوگا جس پر محور گھماوے کے گرد نقطہ حرکت کرتا ہے۔

مستام

اگر استوار جسم پر کھینچی گئی حوالہ لکیر زاویہ θ گھومے، محور گھماوے r فاصلے پر موجود جسم کے اندر نقطہ دائری قوس پر فاصلہ s طے کرے گا، جہاں s کی قیمت مساوات ۱۰.۱۰ دیتی ہے۔

$$s = \theta r \quad (\text{ریڈین ناپ}) \quad (10.10)$$

مساوات ۱۰.۱۰ ہمارا پسلی خطی و زاوی تعلق ہے۔ انتباہ: زاویہ θ کا ناپ ریڈین میں لازمی ہے چونکہ درج بالا مساوات زاویے کے ریڈین میں ناپ کی تعریف ہے۔

رفتار

رداس r کو مستقل رکھ کر وقت کے ساتھ مساوات ۱۰.۱۰ کا تفریق ذیل دیگا۔

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt} r$$

لیکن، ds/dt نقطے کی خطی رفتار (خطی سمتی رفتار کی مقدار)، اور $d\theta/dt$ گھومتے جسم کی زاوی رفتار ω ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$v = \omega r \quad (\text{ریڈین ناپ}) \quad (10.11)$$

انتباہ: زاوی رفتار ω لازماً ریڈین فی سیکنڈ میں ناپی جائے گی۔

استوار جسم کے تمام اندرونی نقطے ایک زاوی رفتار ω سے گھومتے ہیں لہذا مساوات ۱۰.۱۱ کہتی ہے زیادہ رداس r پر واقع نقطے کی خطی رفتار v زیادہ ہوگی۔ شکل 9a.10 ہمیں یاد دلاتی ہے کہ ہر نقطے کی خطی سمتی رفتار ہمیشہ نقطے کی دائری راہ کو مماسی ہوگی۔

اگر جسم کا زاوی رفتار ω مستقل ہو، مساوات ۱۰.۱۱ کہتی ہے جسم کے اندر نقطے کی خطی رفتار v بھی مستقل ہوگی۔ یوں، جسم کے اندر موجود ہر نقطہ یکساں دائری حرکت کرتا ہے۔ استوار جسم کے ہر اندرونی نقطے کی حرکت کا دوری عرصہ T مساوات 35.4 ذیل دیتی ہے۔

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (10.12)$$

اس مساوات کے تحت، ایک چکر کے فاصلے $2\pi r$ کو اس رفتار سے تقسیم کر کے جس سے فاصلہ طے کیا جائے، ایک چکر کا وقت حاصل ہوگا۔ مساوات ۱۰.۱۸ سے v ڈال کر r منسوخ کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{ریڈینن ناپ}) \quad (10.20)$$

یہ معادل مساوات کہتی ہے ایک چکر کا زاوی فاصلہ، 2π ریڈینن، اس زاوی رفتار سے تقسیم کر کے، جس سے زاوی فاصلہ طے کیا جائے، ایک چکر کا وقت حاصل ہوگا۔

اسراع

رداس r مستقل رکھ کر t کے لحاظ سے مساوات ۱۰.۱۸ کا تفسیق ذیل دیگا۔

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r \quad (10.21)$$

یہاں ہم ایک پیچیدگی کا سامنا کرتے ہیں۔ مساوات ۱۰.۲۱ کا بایاں ہاتھ dv/dt خطی اسراع کے صرف اس حصے کو ظاہر کرتا ہے جو خطی سمتی رفتار v کی تبدیلی کا ذمہ دار ہے۔ سمتی رفتار v کی طرح خطی اسراع کا یہ حصہ نقطے کی راہ کو مماسی ہوگا۔ ہم اسے خطی اسراع کا مماسی جزو a_t کہہ کر ذیل لکھتے ہیں، جہاں $a = d\omega/dt$ ہے۔

$$a_t = \alpha r \quad (\text{ریڈینن ناپ}) \quad (10.22)$$

انتباہ: مساوات ۱۰.۲۲ میں زاوی اسراع α کارڈینن ناپ میں ہونا لازم ہے۔ ساتھ ہی، جیسا مساوات 34.4 ہمیں بتاتی ہے، دائری راہ پر گامزن ذرے (یا نقطے) کے خطی اسراع کا (رداسی مرکز کے رخ) رداسی جزو $a_r = \frac{v^2}{r}$ ہوگا، جو خطی سمتی رفتار v کے رخ میں تبدیلی کا ذمہ دار ہوگا۔ مساوات ۱۰.۱۸ سے v ڈال کر یہ جزو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{ریڈینن ناپ}) \quad (10.23)$$

یوں، جیسا شکل 9b.10 میں دکھایا گیا ہے، استوار گھومتے جسم پر نقطے کے خطی اسراع کے عموماً دو جزو ہوں گے۔ جب بھی جسم کی زاوی سمتی رفتار غیر صفر ہو، رداسی اندر کی طرف کا جزو a_r موجود ہوگا (جو مساوات ۱۰.۲۳ دیتی ہے)۔ مماسی جزو a_t (جو مساوات ۱۰.۲۱ دیتی ہے) اس صورت ہوگا جب زاوی اسراع غیر صفر ہو۔

آزمائش ۳

گھومنے والے جھولے کے حلقہ پر چبونی بیٹھی ہے۔ اگر اس نظام (گھومنا والا جھولا و چبونی) کی زاوی سمتی رفتار مستقل ہو، کیا چبونی کا (۱) رداسی اسراع اور (ب) مماسی اسراع ہوگا؟ اگر ω گھٹ رہی ہو، کیا چبونی کا (ج) رداسی اسراع اور (د) مماسی اسراع ہوگا؟ □

نمونہ سوال ۱۰.۵: تفریح گاہ میں ایک بڑے حلقہ کے بناوٹ

ہمیں ایک بڑا افقی حلقہ، جس کا رداس 33.1 m ہوگا، بنانے کو کہا گیا ہے جو انتہائی دھرے پر چلے

گا۔ (یہ چین میں موجود دنیا کے سب سے بڑے پیچے جتنا ہو گا۔) سوار حلقے کے بیرونی دیوار میں موجود دروازے سے داخل ہو کر اس دیوار کے ساتھ کھڑے ہوں گے (شکل 10a.10)۔ حلقے پر حوالہ لکیر کا زاوی معتم $\theta(t)$ لمحہ $t = 0$ سے لمحہ $t = 2.30$ s تک ذیل دیتی ہے، جہاں $c = 6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3}$ ہے۔

$$\theta = ct^3 \quad (10.۲۴)$$

لمحہ $t = 2.30$ s کے بعد جھولنے کے پھیرا مکمل ہونے تک زاوی رفتار مستقل رکھی جائے گی۔ گھومنا شروع ہونے کے بعد، سوار کے پاؤں تلے فرسش ہشادی جائے گی، لیکن وہ گرے گا نہیں؛ بلکہ وہ دیوار کے ساتھ مغبوطی سے جکڑا محسوس کرے گا۔ لمحہ $t = 2.20$ s پر شخص کی زاوی رفتار ω ، خطی رفتار v ، زاوی اسراع α ، مماسی اسراع a_t ، رداسی اسراع a_r ، اور اسراع \vec{a} تلاش کرتے ہیں۔

کلیدی تصور

(1) مساوات ۱۰.۶ زاوی رفتار ω دیتی ہے۔ (2) مساوات ۱۰.۱۸ (دائری راہ پر) خطی رفتار v اور (محور گھماوے کے گرد) زاوی رفتار ω کا تعلق $v = \omega r$ دیتی ہے۔ (3) مساوات ۱۰.۸ زاوی اسراع α دیتی ہے $\alpha = d\omega/dt$ ۔ (4) مساوات ۱۰.۲۲ (دائری راہ کے ہمسار) مماسی اسراع a_t اور (محور گھماوے کے گرد) زاوی اسراع α کا تعلق $a_t = \alpha r$ دیتی ہے۔ (5) مساوات ۱۰.۲۳ ارداسی اسراع $a_r = -\omega^2 r$ دیتی ہے۔ (6) مماسی اور رداسی اسراع پورے اسراع \vec{a} کے دو آپس میں عمودی جزو ہیں۔

حماجے: آئیں ان اقدام سے گزریں۔ دیے گئے زاوی معتم تفارعل کا وقتی تفرق لے کر $t = 2.20$ s پر کر کے زاوی مستقی رفتار معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}(ct^3) = 3ct^2 \\ (10.۲۵) \quad &= 3(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s})^2 \\ &= 0.928 \text{ rad s}^{-1} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

مساوات ۱۰.۱۸ اس لمحے کی ذیل خطی رفتار دیتی ہے۔

$$\begin{aligned} v &= \omega r = 3ct^2 r \\ (10.۲۶) \quad &= 3(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s})^2(33.1 \text{ m}) \\ &= 30.7 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

اگرچہ یہ رفتار (111 km h^{-1}) تیز ہے، ایسی رفتار تفریح گاہوں میں عام ہیں، اور خطرے کا باعث نہیں؛ (جیسا باب 2 میں ذکر کیا گیا) ہمارا جسم اسراع کو رد عمل کرتا ہے، خطی رفتار کو نہیں (ہم رفتار پیسا نہیں سرعت پیسائیں)۔ مساوات ۱۰.۲۶ کہتی ہے خطی رفتار، وقت کے مربع کے ساتھ بڑھے گی (تاہم یہ اضافہ $t = 2.20$ s پر رک جائے گا)۔

اس کے بعد، مساوات ۱۰.۲۵ کا وقت تفرق لے کر زاوی اسراع معلوم کرتے ہیں۔

$$\alpha = \frac{d\omega}{dr} = \frac{d}{dt}(3ct^2) = 6ct$$

$$= 6(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s}) = 0.843 \text{ rad s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

اب مساوات ۱۰.۲۲ مماسی اسراع a_t دیگی:

$$a_t = \alpha r = 6ctr$$

$$(10.22) \quad = 6(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s})(33.1 \text{ m})$$

$$= 27.91 \text{ m s}^{-2} \approx 27.9 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

جو $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ جہاں g ہے، کے برابر ہے (جو مناسب ہے اور پُر لطف ہوگا)۔ مساوات ۱۰.۲۷ کہتی ہے مماسی اسراع وقت کے ساتھ بڑھ رہا ہے (تاہم یہ اضافہ $t = 2.30 \text{ s}$ پر رک جائے گا)۔ مساوات ۱۰.۲۳ سے رداسی اسراع لکھتے کر:

$$a_r = \omega^2 r$$

مساوات ۱۰.۲۵ سے $\omega = 3ct^2$ ڈالتے ہیں:

$$a_r = (3ct^2)^2 r = 9c^2 t^4 r$$

$$(10.28) \quad = 9(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})^2 (2.20 \text{ s})^4 (33.1 \text{ m})$$

$$= 28.49 \text{ m s}^{-2} \approx 28.5 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

جو $2.9g$ دیتا ہے (یہ بھی مناسب ہے اور پُر لطف ہوگا)۔

رداسی اور مماسی اسراع ایک دوسرے کو عمودی ہیں اور سوار کے اسراع \vec{a} کے جزو ہیں (شکل 10b.10)۔ اسراع \vec{a} کی مقدار ذیل ہوگی:

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

$$(10.29) \quad = \sqrt{(28.49 \text{ m s}^{-2})^2 + (27.91 \text{ m s}^{-2})^2}$$

$$\approx 39.9 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

جو $4.1g$ کے برابر ہے (یہ یقیناً پُر لطف ہوگا!)۔ یہ تمام مقادیر مناسب ہیں۔

اسراع \vec{a} کی سمت بندی جاننے کے لئے ہم زاویہ θ معلوم کرتے ہیں (شکل 10b.10)۔

$$\tan \theta = \frac{a_t}{a_r}$$

آئیں اعدادی نتائج پُر کرنے کی بجائے ہم مساوات ۱۰.۲ اور مساوات ۱۰.۲۸ کے الجبرائی نتائج استعمال کرتے ہیں۔

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{6ctr}{9c^2t^4r} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2}{3ct^3} \right) \quad (10.30)$$

ریاضی نتیجے کا بڑا فائدہ یہ ہے کہ ہم اب دیکھ سکتے ہیں کہ (1) زاویے پر رداس کا کوئی اثر نہیں ہوگا اور (2) اس کی قیمت t کی قیمت 0 تا 2.20 s بڑھانے سے گھٹتی ہے۔ رداسی اسراع (جو t^4 پر منحصر ہے) بہت جلد مماسی اسراع (جو صرف t پر منحصر ہے) پر غالب ہو کر سمتیہ اسراع \vec{a} کو رداسی رخ موڑتا ہے۔ وقت $t = 2.20$ s پر ذیل ہوگا۔

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2}{3(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s})^3} = 44.4^\circ \quad (\text{جواب})$$

□

۱۰.۴ گھماؤ کی حرکی توانائی

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ درج ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. ذرے کا گھمیری جود نقطہ پر تلاش کرپائیں گے۔
۲. متاثرہ محور کے گرد گھومتے ہوئے متعدد ذروں کا کل گھمیری جود تلاش کرپائیں گے۔
۳. گھمیری جود اور زاوی رفتار کی صورت میں جسم کی گھمیری حرکی توانائی تعین کرپائیں گے۔

کلیدی تصویر

• متاثرہ محور پر گھومتے استوار جسم کی حرکی توانائی K ذیل ہوگی،

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (\text{ریڈیئین ناپ})$$

جہاں I جسم کا گھمیری جود کہلاتا ہے، جس کی تعریف انفرادی ذروں کے نظام کے لئے درج ذیل ہے۔

$$I = \sum m_i r_i^2$$

گھماؤ کی حرکی توانائی

میسز آرا کا تیزی سے گھومتا دھار دار پھسل بقیہ گھومنے کی بنا حرکی توانائی رکھتا ہے۔ ہم اس توانائی کو کس طرح بیان کر سکتے ہیں؟ ہم توانائی کے عمومی کلیہ $K = \frac{1}{2} mv^2$ سے پورے آرا کی حرکی توانائی حاصل نہیں کر سکتے چونکہ یہ آرے کے مرکز کمیت کی حرکی توانائی دیکھ، جو صفر ہے۔

اس کے بجائے، میز آرا (اور کسی بھی دوسرے گھومتے استوار جسم) کو ہم مختلف رفتار سے حرکت کرتے ذروں کا مجموعہ تصور کرتے ہیں۔ ان ذروں کی انفرادی حرکی توانائیاں جمع کر کے پورے جسم کی حرکی توانائی حاصل کی جا سکتی ہے۔ یوں گھومتے جسم کی حرکی توانائی ذیل ہوگی،

$$K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2 + \dots$$

$$= \sum \frac{1}{2}m_i v_i^2 \quad (10.31)$$

جہاں i ویں ذرے کی کیت m_i اور رفتار v_i ہے۔ مجموعہ جسم کے تمام ذروں پر لیا جائے گا۔

مساوات ۱۰.۳۱ میں مشکل یہ ہے کہ ہر ذرے کی رفتار دوسرے سے مختلف ہو سکتی ہے۔ اس مشکل سے بچنے کی خاطر ہم مساوات ۱۰.۱۸ سے $v = \omega r$ ڈال کر ذیل لکھتے ہیں، جس میں ω تمام ذروں کے لئے برابر ہے۔

$$K = \sum \frac{1}{2}m_i(\omega r_i)^2 = \frac{1}{2}\left(\sum m_i r_i^2\right)\omega^2 \quad (10.32)$$

مساوات ۱۰.۳۲ میں دائیں ہاتھ تو سین میں بند متدار، محور گھماؤ کے لحاظ سے گھومتے جسم کی کیت کی تقسیم پیش کرتی ہے۔ یہ متدار، محور گھماؤ کے لحاظ سے گھومتے جسم کا گھمیری جمود^{۱۳} (یا جمودی معیار اثر^{۱۴}) کہلاتا ہے، جس کو ہم I سے ظاہر کرتے ہیں۔ محور گھماؤ کے لحاظ سے جسم کے I کی قیمت اٹل ہوگی۔ (انتباہ: I کی قیمت صرف اس صورت با معنی ہوگی جب اس محور کا ذکر کیا جائے)۔ کسی دوسری محور گھماؤ پر اسی جسم کا I عموماً مختلف ہوگا، تاہم اب بھی اس کی قیمت مستقل ہوگی۔

ہم ذیل لکھ کر،

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (\text{گھمیری جمود}) \quad (10.33)$$

مساوات ۱۰.۳۲ میں ڈال کر مطلوبہ تعلق:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (\text{ریڈینن ناپ}) \quad (10.34)$$

حاصل کرتے ہیں۔ چونکہ $v = \omega r$ استعمال کر کے درج بالا تعلق حاصل کیا گیا لہذا ω کی قیمت ریڈینن ناپ میں لکھنی ضروری ہے۔ جمودی معیار اثر I کی اکائی کلوگرام مربع میٹر (kg m^2) ہے۔

طریقہ کار۔ اگر جسم چند ذروں پر مشتمل ہو، ہم ہر ذرے کی انفرادی حرکی توانائی mr^2 تلاش کر کے تمام کا مجموعہ، مساوات ۱۰.۳۳ کی طرح، لے کر جسم کا کل گھمیری جمود I معلوم کر سکتے ہیں۔ جسم کی کل گھمیری حرکی توانائی جاننے کے لئے معلوم شدہ I کو مساوات ۱۰.۳۴ میں ڈالنا ہوگا۔ چند ذروں کے لئے یہ طریقہ کار استعمال کیا

^{۱۳} rotational inertia
^{۱۴} moment of inertia

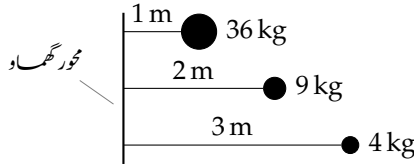
جائے گا: اگر جسم میں ذروں کی تعداد بہت زیادہ ہو (جیسا ایک سلاخ میں ہوگا) تب کیا ہوگا؟ اگلے حصے میں ہم اس قسم کے استمراری اجسام کو نیپٹا سکیں گے؛ فنکرمٹ کریں، نتائج منٹوں میں حاصل ہوں گے۔

مساوات ۱۰.۳۳ جو خالص گھماؤ کی صورت میں استوار جسم کی توانائی $K = \frac{1}{2} I \omega^2$ دیتی ہے، خالص مستقیم حرکت کی صورت میں جسم کی توانائی کلیہ مرکزیت $K = \frac{1}{2} M v^2$ کی زاوی معادل ہے۔ دونوں کلیوں میں $\frac{1}{2}$ جزو ضربی پایا جاتا ہے۔ ایک کلیہ میں کیت M جبکہ دوسرے میں I (جس میں کیت اور کیت کی تقسیم دونوں شامل ہیں) پایا جاتا ہے۔ ساتھ ہی دونوں کلیوں میں رفتار کا مربع پایا جاتا ہے (ایک میں مستقیم اور دوسرے میں زاوی)۔ مستقیم اور زاوی حرکت کی توانائی دو مختلف توانائیاں نہیں۔ دونوں حرکت کی توانائی ہے، تاہم مسئلہ دیکھ کر موزوں صورت اپنائی گئی ہے۔

ہم پہلے کہہ چکے ہیں کہ گھومتے جسم کا گھمیری جمود نا صرف کیت بلکہ کیت کی تقسیم پر بھی منحصر ہوگا۔ آئیں ایک ایسی مثال دیکھیں جس کو آپ حقیقتاً محسوس کر سکتے ہیں۔ ایک لمبی اور بھاری سلاخ، پہلے طوی محور پر (شکل 11a.10) اور اس کے بعد وسطی نقطہ سے گزرتی اور سلاخ کو عمودی محور پر (شکل 11b.10) گھمائیں۔ دونوں صورتوں میں کیت ایک جتنی ہے، تاہم پہلی صورت میں گھمانا زیادہ آسان ہوگا۔ پہلی صورت میں کیت کی تقسیم محور گھماؤ کے زیادہ قریب ہے؛ یوں شکل 11a.10 میں سلاخ کا گھمیری جمود شکل 11b.10 سے کم ہوگا جس کی بدولت شکل 11a.10 میں گھمانا زیادہ آسان ہوگا۔ کم گھمیری جمود کی صورت میں گھمانا زیادہ آسان ہوگا۔

آزمائش ۴

تین کرہ انصافی محور کے گرد گھومتے شکل میں دکھائے گئے ہیں۔ ہر کیت کے مرکز سے محور تک عمودی فاصلہ بھی دیا گیا ہے۔ اس محور پر گھمیری جمود کے لحاظ سے کمیتوں کی درجہ بندی کریں۔ زیادہ قیمت اول رکھیں۔



□

۱۰.۵ گھمیری جمود کا حساب

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

۱. ان اجسام کا گھمیری جمود معلوم کر پائیں گے جو جدول 1.10 میں دیے گئے ہیں۔

۲. جسم کے کسیتی ٹکڑوں پر مکمل لے کر جسم کا گھمیری جمود تلاش کر پائیں گے۔

۳. جسم کے مرکز کیت سے گزرتی محور گھماؤ سے ہٹ کر متوازی محور کے لئے متوازی محور مسئلے کا اطلاق کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

• انفرادی ذروں پر مشتمل جسم کے گھمیری جھود کی تعریف:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

اور جس جسم میں کیت کی تقسیم استمراری ہو ذیل ہے۔

$$I = \int r^2 dm$$

انفرادی ذرے کا محور گھماؤ سے عمودی فاصلہ r_i ہے۔ اسی طرح مکمل میں کیت کے ٹکڑے کا محور گھماؤ سے عمودی فاصلہ r ہے اور مکمل پورے جسم پر لیا جاتا ہے تاکہ کیت کے تمام ٹکڑے شامل کیے جائیں۔

• کسی بھی محور پر جسم کے گھمیری جھود I اور مرکز کیت سے گزرتی متوازی محور پر اسی جسم کے گھمیری جھود کا تعلق:

$$I = I_{\text{مرکز کیت}} + Mh^2$$

مسئلہ متوازی محور دیتا ہے۔ دو محوروں کے بیچ عمودی فاصلہ h ہے، اور مرکز کیت سے گزرتی محور گھماؤ پر جسم کا گھمیری جھود مرکز کیت I ہے۔ مرکز کیت سے گزرتی محور گھماؤ سے جتنا دور اصل محور گھماؤ ہٹائی گئی، ہم h کو وہ فاصلہ تصور کر سکتے ہیں۔

گھمیری جھود کا حساب

چند ذروں پر مشتمل استوار جسم کا گھمیری جھود، محور گھماؤ پر، مساوات (۱۰.۳۳) $(I = \sum m_i r_i^2)$ دیتی ہے: یوں ہم ہر ذرے کا mr^2 تلاش کر کے تمام کا مجموعہ لیتے ہیں۔ (یاد رکھیں کہ محور گھماؤ سے ذرے کا عمودی فاصلہ r ہوگا۔)

اگر جسم متعریب متعریب انتہائی زیادہ ذروں پر مشتمل ہو (جسم استمراری ہوگا)، مساوات ۱۰.۳۳ کا استعمال بہت لمبا کام ہوگا جس کے لئے کمپیوٹر درکار ہوگا۔ بہتر یہ ہوگا، ہم مساوات ۱۰.۳۳ کے مجموعہ کی جگہ مکمل لے کر گھمیری جھود کی تعریف ذیل کریں۔

$$(10.35) \quad I = \int r^2 dm \quad (\text{گھمیری جھود، استمراری جسم})$$

جدول 2.10 میں عام شکل و صورت کے نواجم کے لئے، مکمل کے نتائج پیش کیے گئے ہیں اور مشتمل محور گھماؤ کی نشاندہی کی گئی ہے۔

مسئلہ متوازی محور

فرض کریں ہم دی گئی محور گھماؤ پر ایک جسم کا، جس کی کمیت M ہو، گھمیری جمود I جاننا چاہتے ہیں۔ یقیناً، ہم مساوات ۱۰.۳۵ کے عمل سے I حاصل کر سکتے ہیں۔ تاہم، جسم کے مرکز کمیت سے گزرتی ایسی محور گھماؤ، جو دی گئی محور کے متوازی ہو، پر گھمیری جمود مرکز کمیت I جاننے ہوئے، ایک آسان راستہ اختیار کیا جاسکتا ہے۔ مرکز کمیت سے گزرتی محور گھماؤ اور دی گئی محور کے بیچ عمودی فاصلہ h ہونے کی صورت میں (یاد رہے، دونوں محور آپس میں متوازی ہیں) دی گئی محور پر گھمیری جمود I ذیل ہوگا۔

$$I = I_{\text{مرکز کمیت}} + Mh^2 \quad (\text{مسئلہ متوازی محور}) \quad (10.36)$$

یوں تصور کریں جیسا مرکز کمیت سے گزرتی محور گھماؤ کو دور ہٹا کر h فاصلے پر رکھا گیا ہے۔ یہ مساوات مسئلہ متوازی محور^{۱۵} کہلاتی ہے۔

مسئلہ متوازی محور کا ثبوت

شکل 12.10 میں اختیاری شکل و صورت جسم کا، جس کا مرکز کمیت O ہے، عمودی تراش دکھایا گیا ہے۔ محدد نظام کا مبدا O پر رکھیں۔ شکل کے مستوی کو عمودی، O سے گزرتی، ایک محور لیں؛ اس محور کو متوازی، نقطہ P سے گزرتی، دوسری محور لیں۔ نقطہ P کے محدد a اور b ہیں۔ فرض کریں کسی عمومی محدد x اور y پر dm کمیت کا چھوٹا ٹکڑا ہے۔ نقطہ P پر محور کے لحاظ سے جسم کا گھمیری جمود مساوات ۱۰.۳۵ کے تحت ذیل ہوگا،

$$I = \int r^2 dm = \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm$$

جس کو ترتیب نو کے بعد ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$I = \int (x^2 + y^2) dm - 2a \int x dm - 2b \int y dm + \int (a^2 + b^2) dm \quad (10.37)$$

مرکز کمیت کی تعریف (مساوات 9.9) کہتی ہے، مساوات ۱۰.۳۷ کے درمیانے دو مکمل مرکز کمیت (ایک مستقل سے ضرب کر کے) دیتے ہیں، لہذا یہ مکمل (انفرادی طور پر) صفر کے برابر ہوں گے۔ چونکہ O سے dm تک فاصلہ R ہے جو $x^2 + y^2$ کے برابر ہے لہذا پہلا مکمل مرکز کمیت I دیگا۔ شکل 12.10 کو دیکھ کر ہم جاننے ہیں مساوات ۱۰.۳۷ کا آخری مکمل Mh^2 کے برابر ہے، جہاں جسم کی کل کمیت M ہے۔ یوں مساوات ۱۰.۳۷ تخفیف کے بعد مساوات ۱۰.۳۶ ادیتی ہے، جسے ہم ثابت کرنا چاہتے تھے۔

آزمائش ۵

شکل ۱۰.۳۷ میں کتاب کی طرح جسم (جس کا ایک ضلع دوسرے سے لمبا ہے) اور جسم کے رخ کو عمودی چار مکمل محور گھماؤ دکھائے گئے ہیں۔ جسم کے گھمیری جمود کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر، ان محور کی درجہ بندی کریں۔ □

نمونہ سوال ۱۰.۶: دو ذروں جسم کا گھمیری جھود

شکل 13a.10 میں کیت m کے دو ذروں پر مشتمل استوار جسم دکھایا گیا ہے۔ متابل نظر انداز کیت کا سلاخ، جس کی لمبائی L ہے کیتوں کے بیچ لگا ہے۔

(۱) سلاخ کو عمودی، جسم کے مرکز کیت سے گزرتی محور گھاو (جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے) پر جسم کا گھمیری جھود کیا ہوگا؟

کلیدی تصور

جسم صرف دو ذروں پر (جن کی کیت ہے) مشتمل ہے، لہذا ہم مکمل کے بجائے مساوات ۱۱۰.۳۳ استعمال کر کے گھمیری جھود مرکز کیت I تلاش کر سکتے ہیں۔ ہم انفرادی کیت کا گھمیری جھود تلاش کر کے دونوں کا مجموعہ لیں گے۔

حاجہ: محور گھاو سے $\frac{1}{2}L$ عمودی فاصلے پر کیت m کے دو ذروں کا (مجموعی) گھمیری جھود ذیل ہوگا۔

$$I = \sum m_i r_i^2 = (m) \left(\frac{1}{2}L\right)^2 + (m) \left(\frac{1}{2}L\right)^2 \\ = \frac{1}{2}mL^2 \quad (\text{جواب})$$

(ب) پہلی محور کو متوازی، سلاخ کے بائیں سرے گزرتی، محور گھاو (شکل 13b.10) پر جسم کا گھمیری جھود کیا ہوگا؟

کلیدی تصورات

اتنی آسان صورت میں I با آسانی دونوں طریقوں سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ پہلا طریقہ جزو کی طرح ہے۔ دوسرا، زیادہ طاقتور طریقہ مسئلہ متوازی محور استعمال کرتا ہے۔

پہلا طریقہ: ہم جزو کی طرح I معلوم کرتے ہیں، تاہم اب سلاخ کے بائیں سرے پر موجود ذرے کا r_i صفر اور دائیں سرے پر ذرے کا L ہوگا۔ مساوات ۱۱۰.۳۳ اب ذیل دیگی۔

$$I = m(0)^2 + m(L)^2 = mL^2 \quad (\text{جواب})$$

دوسرا طریقہ: ہم مرکز کیت سے گزرتی محور گھاو پر جسم کا گھمیری جھود جانتے ہیں اور دوسرا محور مرکز کیت سے گزرتی محور کو متوازی ہے لہذا مسئلہ متوازی محور (مساوات ۱۰.۳۶) بروئے کار لایا جاسکتا ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$I = I_{\text{مرکز کیت}} + Mh^2 = \frac{1}{2}mL^2 + (2m) \left(\frac{1}{2}L\right)^2 \\ = mL^2 \quad (\text{جواب})$$

□

نمونہ سوال ۱۰.۷: یکساں سلاخ کا گھمیری جھود با متکمل

کیت M اور لمبائی L کی یکساں سلاخ محور x پر یوں رکھا گیا ہے کہ سلاخ کا وسط مبداء پر ہو (شکل 14.10)۔

(۱) سلاخ کے وسط پر، سلاخ کو عمودی محور گھاو پر سلاخ کا گھمیری جھود کیا ہوگا؟

کلیدی تصورات

(۱) سلاخ انتہائی زیادہ ذروں پر، جو محور گھماوے انتہائی زیادہ تعداد کے مختلف فاصلوں پر موجود ہیں، مشتمل ہے۔ ہم ہر ذرے کا انفرادی گھمیری جمود ہرگز معلوم نہیں کرنا چاہتے۔ (ہم اپنی باقی تمام زندگی اس کام میں گزار سکتے ہیں۔) لہذا، ہم محور گھماوے r فاصلے پر کیت کے ایک چھوٹے ٹکڑے dm کے لئے گھمیری جمود کا عمومی الجبرائی فہرہ: $r^2 dm$ لکھتے ہیں۔ (۲) ایک ایک کر کے تمام چھوٹے حصوں کے گھمیری جمود جمع کرنے کے بجائے، ہم اس فہرے کا مکمل لے کر مجموعہ معلوم کرتے ہیں۔ مساوات ۱۰.۳۵ سے ذیل لکھ جاتا ہے۔

$$I = \int r^2 dm \quad (10.38)$$

(۳) سلاخ یکساں ہے اور محور گھماوے عین مرکز کیت سے گزرتا ہے، لہذا ہم گھمیری جمود مرکز کیت I معلوم کر رہے ہیں۔

حاصل: ہم محدود x کے لحاظ سے مکمل حاصل کرنا چاہتے ہیں (ناکہ کیت m کے لحاظ سے جیسا مکمل کہتا ہے)، لہذا کیت کے ٹکڑے dm کا سلاخ کے ہمراہ لمبائی dx کے ساتھ رشتہ درکار ہوگا۔ (شکل 14.10 میں ایک ایسا ٹکڑا دکھایا گیا ہے۔) سلاخ یکساں ہے، لہذا تمام ٹکڑوں کی کیت اور لمبائی کی نسبت برابر ہوگی۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$\frac{dm}{dx} = \frac{M}{L}$$

یا

$$dm = \frac{M}{L} dx$$

مساوات ۱۰.۳۸ میں r کی جگہ x اور dm کی جگہ درج بالا نتیجہ ڈال کر، سلاخ کے ایک سرے دوسرے سمت تک (یعنی $x = -\frac{L}{2}$ تا $x = \frac{L}{2}$) مکمل لیتے ہوئے کیت کے تمام ٹکڑے شامل کرتے ہیں۔ یوں ذیل ملتا ہے۔

$$\begin{aligned} I &= \int_{x=-L/2}^{x=L/2} x^2 \left(\frac{M}{L} \right) dx \\ &= \frac{M}{3L} \left[x^3 \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{M}{3L} \left[\left(\frac{L}{2} \right)^3 - \left(-\frac{L}{2} \right)^3 \right] \\ &= \frac{1}{12} ML^2 \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

(ب) ایک نئی محور گھماوے پر، جو سلاخ کے بائیں سرے گزرتی اور سلاخ کو عمودی ہے، سلاخ کا گھمیری جمود کیا ہوگا؟

کلیدی تصورات

ہم محور x کا مبدأ سلاخ کے بائیں سرے پر منتقل کر کے مکمل $x = 0$ تا $x = L$ لے کر I معلوم کر سکتے ہیں۔ تاہم، ہم زیادہ آسان اور طاقتور مسئلہ متوازی محور (مساوات ۱۰.۳۶) استعمال کرتے ہیں، جس میں محور گھماوے کی سمت بندی تبدیل کیے بغیر اسے دوسری جگہ منتقل کرتے ہیں۔

حاجے: مرکز کیت سے گزرتی محور کے متوازی، سلاخ کے بائیں سر پر، نئی محور رکھ کر ہم مسئلہ متوازی محور (مساوات ۱۰.۳۶) استعمال کر سکتے ہیں۔ ہم جنزواے جانتے ہیں کہ $I = \frac{1}{12}ML^2$ مرکز کیت I ہے۔ شکل 14.10 میں سلاخ کے وسط سے نئی محور گھماؤ تک فاصلہ $\frac{1}{2}L$ ہے۔ یوں مساوات ۱۰.۳۶ ذیل دیگی۔

$$I = I_{\text{مرکز کیت}} + Mh^2 = \frac{1}{12}ML^2 + (M)(\frac{1}{2}L)^2$$

$$= \frac{1}{3}ML^2 \quad (\text{جواب})$$

□ درحقیقت، یہ نتیجہ سلاخ کے بائیں یا دائیں سر پر ہر، سلاخ کو عمودی، محور گھماؤ کے لئے درست ہے۔

نمونہ سوال ۱۰.۸: گھمیری جمودی توانائی؛ چکری پرکھ

مشین کے بڑے حصوں کا، جو لمبے عرصہ تیز رفتار سے چکر کاٹتے ہوں، معائنہ چکری پرکھ کے نظام میں کرنا ضروری ہے۔ اس نظام میں، فولادی سیلن کے اندر، جس کی اندرونی جانب سیر کی اینٹیں نصب ہوں، مشین کے حصے کو مخصوص چکری رفتار تک (جس پر حصے کو پرکھنا مقصود ہو) لایا جاتا ہے۔ اس دوران سیلن کا منہ فولادی ڈھکن سے بند رکھا جاتا ہے۔ اگر مشین کا حصہ مطلوب چکری رفتار برداشت نہ کرتے ہوئے ٹوٹ جائے، اس کے ٹکڑے سیر کی ملائم اینٹوں میں دھنس کر محفوظ ہوں گے، جن کا معائنہ بعد میں کرنا ممکن ہوگا۔

۱۹۸۵ء میں ایک ادارہ نے، جو مشین پر کھنے کا کام کرتا ہے، 272 kg ٹھوس فولادی (مترص شکل کا) مدور، جس کا رداس $R = 38.0 \text{ cm}$ تھا، پر کھنے کا کام لیا۔ عین $\omega = 14000$ چکری منٹ کی زاویائی رفتار کو پہنچ کر آزمائش کار معمار^{۱۲} ایک آواز سنتا ہے۔ تقتیش کرنے پر معلوم ہوا سیر کی اینٹیں کمرے سے باہر بھسکری پڑی ہیں، کمرے کا دروازہ گاڑیاں کھڑی کرنے کی جگہ میں پڑا ملا، ایک سیر کی اینٹ پڑوسی کے باورچی خانے کی دیوار توڑ کر اندر پہنچی تھی، ادارے کی عمارت کے ستون ناکارہ ہو چکے تھے، چکر خانہ کا پکافرش 0.5 cm زمین میں دھنس چکا تھا، اور چکری نظام کا 900 kg ڈھکن اڑ کر چھت سے گزرتے ہوئے بالائی منزل میں داخل ہونے بعد واپس چکری نظام پر گر کر پڑا تھا۔ خوش قسمتی سے کوئی بھی ٹکڑا آزمائش کار معمار کے کمرے کی طرف نہیں گیا۔

اس دھماکے میں کتنی توانائی خارج کی گئی؟

کلیدی تصویر

خارج توانائی 14000 چکری منٹ پر مدور کی گھمیری حر کی توانائی K کے برابر ہوگی۔

حاجے: ہم مساوات ۱۰.۳۴ سے K کی قیمت $\frac{1}{2}I\omega^2 = K$ تلاش کرتے ہیں، لیکن اس سے پہلے مدور کا گھمیری جمود I جاننا ضروری ہے۔ مترص کا گھمیری جمود $I = \frac{1}{2}MR^2$ کے تحت ($I = \frac{1}{2}MR^2$) ہے۔ یوں ذیل ہو گا۔

$$I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}(272 \text{ kg})(0.38 \text{ m})^2 = 19.64 \text{ kg m}^2$$

مدور کی زاویہ رفتار، ریڈیئن ناپ میں حاصل کرتے ہیں۔

$$\omega = (2\pi \text{ ریڈیئن فی چکر}) (14000 \text{ چکر فی منٹ}) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right)$$

$$= 1.466 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1}$$

یوں مساوات ۱۰.۳۴ کے تحت حناج توانائی ذیل ہے (جو بہت بڑی مقدار ہے)۔

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} (19.64 \text{ kg m}^2) (1.466 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1})^2$$

$$= 2.1 \times 10^7 \text{ J} \quad (\text{جواب})$$

□

۱۰.۶ قوت مسروڑ

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. حنا پائیں گے کہ جسم پر قوت مسروڑ میں قوت اور، محور گھماوے قوت کے نقطہ اطلاق تک، تعین کر سکتے ہیں۔
۲. (۱) تعین کر سکتے ہیں اور سمتیہ قوت کے بیچ زاویہ کی مدد سے، (ب) خط عمل اور قوت کے معیار اثر کے بازو کی مدد سے، اور (ج) تعین کر سکتے ہیں قوت کے عمودی جزو کی مدد سے قوت مسروڑ تلاش کر پائیں گے۔
۳. حنا پائیں گے کہ قوت مسروڑ حنا کے لئے محور گھماوے حنا لازم ہے۔
۴. حنا پائیں گے کہ قوت مسروڑ کو مثبت یا منفی علامت مختص کی جاتی ہے، جس کا دارومدار اس رخ پر ہوگا جس رخ قوت مسروڑ جسم کو محور گھماوے پر گھمانے کی کوشش کرتی ہے (یاد رہے، ”گھڑیاں منفی ہیں“۔)
۵. جہاں ایک سے زیادہ قوت مسروڑ جسم پر عمل کرتی ہوں، صافی قوت مسروڑ حاصل کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- قوت \vec{F} کی، محور گھماوے پر جسم کو گھمانے کی، کوشش کو قوت مسروڑ کہتے ہیں۔ اگر محور گھماوے کے لحاظ سے، \vec{F} جس نقطہ پر عمل کرتی ہو، اس نقطے کا تعین کر سکتے ہیں، تب قوت مسروڑ کی مقدار ذیل ہوگی،

$$\tau = rF_t = r_{\perp} R = rF \sin \phi$$

- جہاں \vec{r} کو \vec{F} کا عمودی جزو F_t ہے اور ϕ قوت \vec{F} اور سمتیہ \vec{r} کے بیچ زاویہ ہے۔ محور گھماوے اور \vec{F} سے گزرتی مبسوط لکیر کے بیچ عمودی فاصلہ r_{\perp} ہے۔ مبسوط لکیر کو \vec{F} کا ”خط عمل“، اور r_{\perp} کو \vec{F} کا ”معیار اثر“ کہتے ہیں۔ اسی طرح r کو F_t کا معیار اثر کہیں گے۔

• قوت مسروڑ کی اکائی نیوٹن میٹر (Nm) ہے۔ ساکن جسم کو محور گھماؤ پر خلاف گھڑی گھمانے کی کوشش کرنے والی قوت مسروڑ τ مثبت ہوگی، گھڑی وار گھمانے کی کوشش کرنے والی منفی ہوگی۔

قوت مسروڑ

دروازے کا دستہ چول سے دور، کسی مقصد سے، رکھا جاتا ہے۔ دروازہ کھولنے کے لئے قوت لگانی ضروری ہے، تاہم قوت کا رخ اور لگانے کا مقام بھی اہمیت رکھتے ہیں۔ اگر آپ، دستے کے بجائے، چول کے قریب قوت کا اطلاق کریں یا دروازے کی سطح کو قوت 90° پر لاگو نہ کریں، دروازہ کھولنے کے لئے آپ کو اس قوت سے زیادہ قوت درکار ہوگی، جو دستے پر دروازے کی سطح کو عمودی درکار چاہیے۔

شکل 16a.10 میں جسم کا عمودی تراش دکھایا گیا ہے۔ یہ جسم، O سے گزرتی، تراش کو عمودی محور گھماؤ پر، آزادی سے گھوم سکتا ہے۔ نقطہ P پر، جس کا O کے لحاظ سے تعین کر سکتے ہیں، قوت \vec{F} کا اطلاق کیا گیا ہے۔ \vec{F} اور \vec{r} کا رخ آپس میں زاویہ ϕ پر ہیں۔ (ہم اپنی آسانی کے لئے صرف ان قوت کی بات کرتے ہیں، جن کا محور گھماؤ کو متوازی حبزو نہیں پایا جاتا: یوں \vec{F} صفحے کی سطح میں ہوگی۔)

یہ جاننے کے لئے کہ محور گھماؤ پر \vec{F} جسم کو کیسے گھماتی ہے، ہم \vec{F} کو دو اجزاء میں تقسیم کرتے ہیں (شکل 16b.10)۔ ایک حبزو، جو ردای حبزو F_r کہلاتا ہے، \vec{F} کے ہمراہ ہو گا۔ چونکہ یہ حبزو O سے گزرتی لکیر کے ہمراہ ہے، لہذا یہ گھماؤ میں کردار ادا نہیں کرتا۔ (اگر آپ دروازے کو دروازے کے سطح کے ہمراہ کھینچیں، دروازہ کبھی بھی نہیں کھلے گا۔) \vec{F} کا دوسرا حبزو، جو مماسی حبزو F_t کہلاتا ہے، \vec{F} کو عمودی ہے اور اس کی قدر $F_t = F \sin \phi$ ہے۔ یہ حبزو گھماؤ کا سبب بنتا ہے۔

قوت مسروڑ کا حساب۔ \vec{F} کی جسم گھمانے کی صلاحیت، قوت \vec{F} کے مماسی حبزو F_t کی قدر کے علاوہ O سے (قوت کے) اطلاقی نقطے کے فاصلے پر منحصر ہے۔ ان دونوں وجوہات کو شامل کرنے کی خاطر ہم (درج ذیل) ایک نئی مقدار متعارف کرتے ہیں جو قوت مسروڑ τ کہلاتی ہے، جو دو حبزوں کا حاصل ضرب ہوگا۔

$$\tau = (r)(F \sin \phi) \quad (10.39)$$

قوت مسروڑ کا حساب (درج ذیل) دو معادل طریقوں:

$$\tau = (r)(F \sin \phi) = rF_t \quad (10.40)$$

اور

$$\tau = (r)(F \sin \phi) = r_\perp F \quad (10.41)$$

سے ممکن ہے، جہاں O پر محور گھماؤ اور \vec{F} سمتیہ سے گزرتی مبسوط لکیر کے بیچ عمودی فاصلہ r_\perp ہے (شکل 16c.10)۔ اس مبسوط لکیر کو \vec{F} کا خط عمل^{۱۸}، اور r_\perp کو \vec{F} کا معیار اثر کا بازو^{۱۹} کہتے ہیں۔ شکل 16b.10 میں دکھایا گیا ہے کہ ہم \vec{F} کی قدر r کو حبزو قوت F_t کا معیار اثر کا بازو کہہ سکتے ہیں۔

torque^{۱۷}
line of action^{۱۸}
moment arm^{۱۹}

جب آپ کسی جسم، مثلاً پیچ کس، پر اس نیت سے قوت لگاتے ہیں کہ یہ گھومے، آپ قوت مسروڑ لاگو کرتے ہیں۔ قوت مسروڑ کی بین الاقوامی اکائی نیوٹن میٹر (Nm) ہے۔ انتباہ: نیوٹن میٹر کی اکائی کام کے لئے بھی مستعمل ہے۔ تاہم، قوت مسروڑ اور کام دو مختلف معنیاں ہیں۔ کام کے لئے عام طور حوال اکائی ($1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$) استعمال کی جاتی ہے جبکہ قوت مسروڑ کے لئے صرف نیوٹن میٹر اکائی استعمال ہوگی۔

گھڑیاں منفی ہیں۔ باب 11 میں قوت مسروڑ کے لئے سمتیہ ترقیم استعمال کی جائے گی؛ یہاں واحد محور پر گھماؤ کی بات کی جائے گی لہذا الجبرائی علامت استعمال کی جائے گی۔ اگر قوت مسروڑ خلاف گھڑی گھماؤ پیدا کرنے کی کوشش کرے، یہ مثبت ہوگی اور اگر گھڑی وار کوشش کرے تب منفی ہوگی۔ (حصہ 1.10 میں ہم نے کہا ”گھڑیاں منفی ہیں“۔ یہ فقرہ یہاں بھی کارآمد ہے۔)

اصول الطباق (جس کا ذکر باب 5 میں کیا گیا) کو قوت مسروڑ مطبق کرتے ہیں: جب جسم پر کئی قوت مسروڑ عمل کرتی ہوں، جسم پر صافی قوت مسروڑ^{۲۰} (یا ماحصل قوت مسروڑ^{۲۱}) انفرادی قوت مسروڑ کا مجموعہ ہوگا۔ صافی قوت مسروڑ کی علامت صافی ہے۔

آزمائش ۶

میٹر سلاخ فضا کی جائزہ شکل؟؟ میں پیش ہے؛ سلاخ کا چول 20 cm پر پایا جاتا ہے۔ سلاخ پر پانچوں قوت افقی اور ان کی متدیریں برابر ہیں۔ اعظم قیمت اول رکھ کر، قوتوں کی درجہ بندی ان کی پسیدافوت مسروڑ کے لحاظ سے کریں۔ □

۱۰.۷ نیوٹن کا قانون دوم برائے گھماؤ

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. گھماؤ کی صورت میں جسم پر صافی قوت مسروڑ کا، جسم کے گھمیری جہود اور گھمیری اسراع کے ساتھ، رشتہ نیوٹن کے دوسرے قانون سے جان پائیں گے۔ تمام معنیاں مختص محور گھماؤ کے لحاظ سے ہیں۔

کلیدی تصور

• نیوٹن کے دوسرے قانون کا گھمیری مشاغل ذیل ہے،

$$\tau_{\text{صافی}} = I\alpha$$

جہاں ذرے یا استوار جسم پر صافی قوت مسروڑ $\tau_{\text{صافی}}$ ہے، محور گھماؤ پر ذرے یا جسم کا گھمیری جہود I ہے، اور α اس محور پر ماحصل زاوی اسراع ہے۔

نیوٹن کا دوسرا قانون برائے گھماو

قوت مسرورزاستوار جسم کو گھما سکتی ہے، جیسا آپ دروازہ قوت مسرور سے کھولتے اور بند کرتے ہیں۔ ہم استوار جسم پر صافی قوت مسرور τ منی اور محور گھماو پر جسم کی اس زاوی اسراع α کا تعلق جاننا چاہتے ہیں جو یہ قوت مسرور پیدا کرتی ہے۔ ہم نیوٹن کے دوسرے قانون ($F = ma$) کو دیکھ کر، جو محدودی محور پر کمیت m کے جسم پر صافی قوت F منی سے پیدا جسم کی خطی اسراع a کا تعلق دیتا ہے، ایسا کریں گے۔ ہم F منی کی جگہ m ، τ منی کی جگہ I اور a کی جگہ α رکھ کر ذیل لکھتے ہیں۔

$$\tau_{\text{منی}} = I\alpha \quad (\text{نیوٹن کا دوسرا قانون برائے گھماو}) \quad (۱۰.۴۲)$$

مسوات ۱۰.۴۲ کا ثبوت

پہلے شکل 17.10 میں پیش سادہ صورت کے لئے مسوات ۱۰.۴۲ ثابت کرتے ہیں۔ بلا کمیت سلاخ اور اس کے ایک سر پر کمیت m کا ذرہ مل کر استوار جسم دیتے ہیں۔ سلاخ کی لمبائی r ہے اور یہ اپنے دوسرے سر پر، سطح صنف کو عمودی محور گھماو (دھرے) پر، گھوم سکتی ہے۔ یوں، ذرہ صرف دائری راہ پر، جس کے وسط پر محور گھماو ہے، حرکت کا محباز ہے۔

ذرے پر قوت \vec{F} عمل کرتی ہے۔ تاہم، ذرہ صرف دائری راہ پر حرکت کر سکتا ہے، لہذا قوت کا صرف مماسی حبزو F_t (جو دائری راہ کو مماس سے) ذرے کو اس راہ پر مسرع کر سکتا ہے۔ ہم F_t اور اس راہ پر ذرے کے مماسی اسراع a_t کا تعلق نیوٹن کے دوسرے قانون سے لکھتے ہیں۔

$$F_t = ma_t$$

ذرے پر قوت مسرور، مسوات ۱۰.۴۰ کے تحت ذیل ہوگا۔

$$\tau = F_t r = ma_t r$$

مسوات ۱۰.۲۲ ($a_t = \alpha r$) سے اس کو ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\tau = m(\alpha r)r = (mr^2)\alpha \quad (۱۰.۴۳)$$

دائیں ہاتھ قوسین میں بند مقدار، محور گھماو پر ذرے کا گھمیری جمود ہے (مسوات ۱۰.۳۳ دیکھیں، تاہم یہاں صرف ایک ذرے کی بات کی جباری ہے)۔ یوں گھمیری جمود کے لئے I لکھ کر مسوات ۱۰.۴۳ ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$\tau = I\alpha \quad (\text{ریڈیئن نا پ}) \quad (۱۰.۴۴)$$

جہاں ایک سے زیادہ قوت ذرے پر عمل کرتی ہوں مسوات ۱۰.۴۴ ذیل صورت اختیار کرے گی، جسے ہم ثابت کرنا چاہتے تھے۔

$$\tau_{\text{منی}} = I\alpha \quad (\text{ریڈیئن نا پ}) \quad (۱۰.۴۵)$$

چونکہ ہر جسم انفرادی ذروں کا مجموعہ ہوگا لہذا اس مساوات کو کسی بھی استوار جسم تک، جو مقررہ محور گھماؤ پر گھومتا ہو، وسعت دی جاسکتی ہے۔

آزمائش ۷

شکل ۱۰.۹؟ میں میٹر سلاخ کا فضا کی جہازہ پیش ہے۔ سلاخ کے وسط سے بائیں جانب نقطہ چول ہے جس پر سلاخ چکر کاٹ سکتی ہے۔ سلاخ پر دو افقی قوت \vec{F}_1 اور \vec{F}_2 لگاؤ کی جاتی ہیں۔ صرف \vec{F}_1 دکھائی گئی ہے۔ قوت \vec{F}_2 سلاخ کو عمودی ہے اور سلاخ کے دائیں سر پر لگاؤ کی جاتی ہے۔ سلاخ گھومنے کی صورت میں (i) \vec{F}_2 کا رخ کیا ہو گا اور (ب) کیا \vec{F}_2 کی قیمت F_1 سے کم ہوگی، زیادہ ہوگا، یا اس کے برابر ہوگی؟ □

نمونہ سوال ۱۰.۹: نیوٹن کے قانون دوم برائے گھماؤ کا کولامیہ استعمال

کولام کشتی کا وہ داو ہے جس میں پہلوان دو سرے کو کولہ کی زد پر لا کر گراتا ہے۔ آئیں پہلوانوں کی کشتی کو طبعی دان کے نقطہ نظر سے دیکھیں۔ کولہ پر 80 kg حریف کو چڑھا کر \vec{F} قوت کے ساتھ دائیں کولہ پر نقطہ گھماؤ (محور گھماؤ) رکھ کر $d_1 = 0.30 \text{ m}$ معیار اثر کا بازو استعمال کرتے ہوئے، آپ حریف کو زمین پر مارتے ہیں (شکل 18.10)۔ آپ نقطہ گھماؤ پر اس کو $\alpha = 6.0 \text{ rad s}^{-2}$ زاوی اسراع سے (جو شکل میں گھڑی وار ہے) گھمانا چاہتے ہیں۔ فرض کریں نقطہ گھماؤ کے لحاظ سے اس کا گھمیری جمود $I = 15 \text{ kg m}^2$ ہے۔

(i) زمین پر گر جانے سے قبل اگر آپ حریف کو آگے جھکا کر اس کا مرکز کیت اپنے کولہ پر رکھیں تو \vec{F} کی قدر کیا ہوگی (شکل 18a.10)؟

کلیدی تصور

ہم F کا زاوی اسراع سے رشتہ نیوٹن کے قانون دوم برائے گھماؤ $I\alpha = \tau$ سے جانتے ہیں۔

حما: زمین سے حریف کے پاؤں اٹھنے کے بعد، ہم کہہ سکتے ہیں اس پر تین قوت عمل پیرا ہوں گی: آپ کی کھینچ \vec{F} ، نقطہ گھماؤ پر آپ کی حریف پر عمودی قوت \vec{N} (شکل 18.10 میں اسے نہیں دکھایا گیا)، اور تجاذبی قوت \vec{F}_g ۔ نقطہ گھماؤ پر تینوں قوتوں کی قوت سروژ جانتے ہوئے ہم $I\alpha = \tau$ استعمال کر پائیں گے۔

مساوات ۱۰.۴۱ ($\tau = r_{\perp} F$) کے تحت آپ کی کھینچ \vec{F} سے پیدا قوت سروژ $-d_1 F$ ہوگی، جہاں d_1 معیار اثر کا بازو r_{\perp} ہے، اور منفی علامت کہتی ہے کہ یہ سروژ گھڑی وار گھماؤ کی کوشش کرتی ہے۔ قوت \vec{N} نقطہ گھماؤ سے گزرتی ہے لہذا اس کا معیار اثر کا بازو $r_{\perp} = 0$ ہوگا اور یوں اس کی قوت سروژ بھی صفر ہوگی۔ تجاذبی قوت \vec{F}_g حریف کے مرکز کیت پر عمل کرتی ہے۔ مرکز کیت عین نقطہ گھماؤ پر ہے لہذا \vec{F}_g کا معیار اثر کا بازو $r_{\perp} = 0$ ہوگا اور یوں اس کی قوت سروژ بھی صفر ہوگی۔ یوں حریف پر صرف آپ کی کھینچ \vec{F} کی قوت سروژ عمل کرتی ہے اور ہم $I\alpha = \tau$ ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$-d_1 F = I\alpha$$

یوں ذیل حاصل ہوگا۔

$$F = \frac{-I\alpha}{d_1} = \frac{-(15 \text{ kg m}^2)(-6.0 \text{ rad s}^{-2})}{0.30 \text{ m}}$$

$$= 300 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

(ب) اگر گرنے سے پہلے آپ کا سریف سیدھا کھڑا ہے تاکہ \vec{F}_g کا معیار اثر کا بازو $d_2 = 0.12 \text{ m}$ ہو تب \vec{F} کی مقدار کیا ہوگا (شکل 18b.10)؟

کلیدی تصویر

چونکہ $\vec{F}_g = mg$ کا معیار اثر کا بازو اب صفر نہیں، اس کی قوت مسرور اب $d_2 mg$ ہوگی جو مخالف گھڑی ہونے کی بنیاد ہے۔

حاجے: ہم $I\alpha = \tau$ اب ذیل لکھتے ہیں

$$-d_1 F + d_2 mg = I\alpha$$

جو ذیل دیگا۔

$$F = 300 \text{ N} + \frac{(0.12 \text{ m})(80 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2})}{0.30 \text{ m}}$$

$$= 613.5 \text{ N} \approx 610 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

اس نتیجے کے تحت اگر آپ سریف کو جھکا کر اس کا مرکز کیت اپنے کولہ پر رکھ سکیں، آپ کو کافی زیادہ قوت لگانی ہوگی۔ ایک اچھا پہلو ان یہ حقیقت جانتا ہے۔

□

نمونہ سوال ۱۰.۱۰: نیوٹن کا دوسرا قانون، قوتیں، مروڑ، قرص

کیت $M = 2.5 \text{ kg}$ اور رداس $R = 20 \text{ cm}$ کا یکساں مترص مقررہ افقی دھڑے پر نصب شکل 19a.10 میں دکھایا گیا ہے۔ مترص کے چکا ^{۲۲} پر بلا کیت دھاگہ لپیٹ کر اس سے $m = 1.2 \text{ kg}$ کیت کی اینٹ آویزاں کی گئی ہے۔ ساکن اینٹ رہا کی جاتی ہے۔ اینٹ کا اسراع، مترص کا زاوی اسراع، اور دھاگے میں تناؤ تلاش کریں۔ دھاگہ پھلتا نہیں اور دھڑا بے رگڑ ہے۔

کلیدی تصورات

(۱) اینٹ کو ایک نظام تصور کر کے اس کی اسراع a اور اس پر عمل پیرا قوت کا تعلق ہم نیوٹن کے متانون دوم ($\vec{F} = m\vec{a}$) سے لکھ سکتے ہیں۔ (۲) مترص کو ایک نظام تصور کرتے ہوئے ہم اس کے زاوی اسراع α اور اس پر قوت مسرور کا تعلق نیوٹن کے متانون دوم برائے گھماؤ ($\tau = I\alpha$) سے لکھ سکتے ہیں۔ (۳) اینٹ اور مترص کی

حرکات کو ملانے کے لئے ہم اس حقیقت کو بروئے کار لاتے ہیں کہ اینٹ کا خطی اسراع a اور مترص کے چکا کا (مماسی) خطی اسراع a_t برابر ہیں۔ (الجتنے سے بچنے کی خاطر ہم اسراع کی مقداروں اور الجبرائی علامتوں پر علیحدہ علیحدہ غور کرتے ہیں۔)

لہٰذا **پُر توجہ:** شکل 19b.10 کے آزاد جسی ح کے میں اینٹ پر لاگو قوتیں دکھائی گئی ہیں: دھماگے سے قوت \vec{T} ، اور تہذیبی قوت \vec{F}_g کی قدر mg ہے۔ انضابی y محور کے ہمراہ احبزاء کے لئے نیوٹن کا قانون دوم $ma_y = F_{y,ص}$ لکھتے ہیں:

$$(10.۴۶) \quad T - mg = m(-a)$$

جہاں (محور y کے ہمراہ نیچے رخ) اسراع کی قدر a ہے۔ تاہم، ہم اس مساوات کو a کے لئے حل نہیں کر سکتے، چونکہ اس میں دوسرا نامعلوم متغیر T بھی پایا جاتا ہے۔

قرص پر قوتے مروڑ: گزشتہ مرتبہ جب ہم محور y سے آگے بڑھ نہیں سکے، ہم نے محور x کا ہمارا لیا۔ اس مرتبہ ہم مترص کے گھا کا ہمارا اٹھاتے ہوئے نیوٹن کا قانون دوم زاویہ روپ میں لکھتے ہیں۔ قوت مروڑ اور گھمیری وجود I تلاش کرنے کے لئے، ہم نقطہ O پر، مترص کو عمودی اور اس کے وسط سے گزرتی لکیر، محور گھا ولیتے ہیں (شکل 19c.10)۔

مساوات ۱۰.۴۰ ($\tau = rF_t$) قوت مروڑ دیتی ہے۔ مترص پر تہذیبی قوت اور دھرے کی قوت دونوں مترص کے وسط پر عمل کرتے ہیں لہٰذا ان کا فاصلہ $r = 0$ اور یوں قوت مروڑ صفر ہوں گی۔ مترص پر دھماگے کی قوت $r = R$ \vec{T} فاصلے پر مترص کے چکا پر مماسی عمل کرتی ہے۔ اس طرح، اس کی قوت مروڑ $-RT$ ہوگی؛ چونکہ قوت مروڑ مترص کو ساکن حالت سے گھڑی وار گھمانے کی کوشش کرتی ہے لہٰذا اس کی علامت منفی ہے۔ منفی (گھڑی وار) زاویہ اسراع کی قدر α لیتے ہیں۔ جدول 2c.10 کے تحت مترص کا گھمیری وجود $\frac{1}{2}MR^2$ ہے۔ یوں عمومی مساوات $I\alpha = \tau$ ذیل لکھی جائے گی،

$$(10.۴۷) \quad -RT = \frac{1}{2}MR^2(-\alpha)$$

بظاہر، یہ مساوات کسی کام کی نہیں ہے؛ اس میں دو نامعلوم متغیرات α اور T پائے جاتے ہیں جبکہ ہمیں a چاہیے۔ طبعی علم بروئے کار لاتے ہوئے ہم اس کو فائدہ مند ٹھہرا سکتے ہیں: چونکہ دھماگہ پھیلتا نہیں، اینٹ کے خطی اسراع کی قدر a اور مترص کے چکا کے (مماسی) اسراع کی قدر a_t برابر ہوں گی۔ یوں، مساوات ۱۰.۲۲ ($a_t = \alpha r$) کے تحت $\alpha = a/R$ ہوگا۔ مساوات ۱۰.۴۷ میں یہ معلومات ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$(10.۴۸) \quad T = \frac{1}{2}Ma$$

نتائج کی بجائے: مساوات ۱۰.۴۶ اور مساوات ۱۰.۴۸ ملا کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} a &= g \frac{2m}{M + 2m} = (9.8 \text{ m s}^{-2}) \frac{(2)(1.2 \text{ kg})}{2.5 \text{ kg} + (2)(1.2 \text{ kg})} \\ &= 4.8 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

اب مساوات ۱۰.۴۸ سے T حاصل ہوگا۔

$$T = \frac{1}{2} Ma = \frac{1}{2} (2.5 \text{ kg}) (4.8 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 6.0 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

جیسا ہمیں توقع کرنی چاہیے، گرتی اینٹ کا اسراع a آزادانہ گرنے کے اسراع g سے کم، اور دھماگے میں تناؤ $T = 6.0 \text{ N}$ لٹکی اینٹ پر تھبائی قوت $mg = 11.8 \text{ N}$ سے کم ہے۔ ساتھ ہی ہم دیکھتے ہیں کہ a اور T دونوں پر مقرر کی کیفیت پر منحصر ہیں جبکہ ان پر رداس کا کوئی اثر نہیں۔

تصدیق کے طور پر، ہم دیکھتے ہیں کہ بلاکیست مقرر ($M = 0$) کی صورت میں $a = g$ اور $T = 0$ ہوگا۔ ہم یہی توقع رکھتے ہیں؛ اینٹ ایک آزاد جسم کی طرح زمین پر گرتی ہے۔ مساوات ۱۰.۲۲ سے مقرر کے زاوی اسراع کی قدر تلاش کرتے ہیں۔

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{4.8 \text{ m s}^{-2}}{0.2 \text{ m}} = 24 \text{ rad s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

□

۱۰.۸ کام اور گھمیری حرکی توانائی

مقاصد
اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے نتائج ہوں گے۔

۱. گھومتے جسم پر لاگو قوت مسرور کا زاویہ گھماؤ کے لحاظ سے مکمل لے کر، گھومتے جسم پر لاگو قوت مسرور کا سرانجام کام معلوم کر پائیں گے۔
۲. مسئلہ کام و حرکی توانائی استعمال کر کے جسم کے گھمیری حرکی توانائی میں تبدیلی اور سرانجام کام کا رشتہ جان پائیں گے۔
۳. کام اور اس زاویے کے تعلق سے، جس پر جسم گھومتا ہے، متقل قوت مسرور کا سرانجام کام تلاش کر پائیں گے۔
۴. کام کی شرح معلوم کر کے قوت مسرور کی طاقت جان پائیں گے۔
۵. کسی لمحے پر قوت مسرور اور اس لمحے پر زاوی سستی رفتار کے رشتہ سے قوت مسرور کی طاقت جان پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- زاوی حرکت میں کام اور طاقت کی ذیل مساوات مستقیم حرکت کی مساوات سے مطابقت

رکھتی ہیں۔

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

$$P = \frac{dW}{dt} \tau \omega$$

• جب τ مستقل ہو، مکمل گھٹ کر ذیل دیگا۔

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i)$$

• گھومتے اجسام کے لئے مسئلہ کام و حرکی توانائی ذیل روپ اختیار کرتا ہے۔

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2 = W$$

کام اور گھمیری حرکی توانائی

جیسا ہم باب 7 میں ذکر کر چکے، جب قوت F استوار جسم پر، جس کی کمیت m ہو، عمل کرے اس کو محدودی محور پر مسرع کرے، قوت اس جسم پر کام سرانجام دیتی ہے۔ یوں، جسم کی حرکی توانائی ($K = \frac{1}{2} m v^2$) تبدیل ہو سکتی ہے۔ فرض کریں جسم کی صرف یہی توانائی تبدیل ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں حرکی توانائی کی تبدیلی ΔK اور کام W کا تعلق درج ذیل مسئلہ کام و حرکی توانائی (مسوات 10.7) دیگا۔

$$(10.۴۹) \quad \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = W \quad (\text{مسئلہ کام و حرکی توانائی})$$

محور x پر رہنے کی پابند حرکت کے لئے کام کی درج ذیل مساوات 32.7 دیگی۔

$$(10.۵۰) \quad W = \int_{x_i}^{x_f} F dx \quad (\text{کام، یک بُعدی حرکت})$$

جب F مستقل اور جسم کا ہوا d ہو، یہ گھٹ کر $W = Fd$ دیتی ہے۔ کام کرنے کی شرح طاقت کہلاتی ہے، جو ہم مساوات 43.7 اور مساوات 48.7 سے معلوم کر سکتے ہیں۔

$$(10.۵۱) \quad P = \frac{dW}{dt} = Fv \quad (\text{طاقت، یک بُعدی حرکت})$$

آئیں اس سے ملتی جلتی گھمیری صورت پر غور کرتے ہیں۔ جب قوت مسروڑ، مقررہ محور گھماؤ پر، استوار جسم کو مسرع کرے، قوت مسروڑ جسم پر کام W سرانجام دیتی ہے۔ یوں، جسم کی گھمیری حرکی توانائی ($K = \frac{1}{2} I \omega^2$) تبدیل ہو سکتی ہے۔ فرض کریں جسم کی صرف یہی توانائی تبدیل ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں حرکی توانائی میں تبدیلی ΔK اور

کام W کا رشتہ مسئلہ کام و حرکی توانائی دیکھا، تاہم اب حرکی توانائی کے بجائے گھمیری حرکی توانائی کی بات کی جائے گی۔

$$(۱۰.۵۲) \quad \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2 \quad (\text{مسئلہ کام و حرکی توانائی})$$

یہاں، I مقررہ محور پر جسم کا گھمیری جمود اور ω_i اور ω_f کام سے قبل اور اس کے بعد جسم کی زاوی رفتار ہیں۔
ساتھ ہی، ہم مساوات 52.10 کی معادل گھمیری مساوات سے کام تلاش کر سکتے ہیں:

$$(۱۰.۵۳) \quad W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau \, d\theta \quad (\text{کام، مقررہ محور پر گھماؤ})$$

جہاں τ وہ قوت مسروڑ ہے جو کام W سرانجام دیتی ہے، اور θ_i اور θ_f کام سے قبل اور اس کے بعد، جسم کے زاوی مقام ہیں۔ جب τ مستقل ہو، مساوات ۱۰.۵۳ اگھٹ کر ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(۱۰.۵۴) \quad W = \tau(\theta_f - \theta_i) \quad (\text{کام، مستقل قوت مسروڑ})$$

کام کرنے کی شرح طاقت کہلاتی ہے، جو ہم مساوات 51.10 کی معادل گھمیری ذیل مساوات سے تلاش کر سکتے ہیں۔

$$(۱۰.۵۵) \quad P = \frac{dW}{dt} = \tau \omega \quad (\text{طاقت، مقررہ محور پر گھماؤ})$$

جدول ۱۰.۲ میں مقررہ محور پر استوار جسم کے گھماؤ کی چند مساوات اور مطابقتی مستقیم حرکت کی مساوات پیش ہیں۔

مساوات ۱۰.۵۲ تا مساوات ۱۰.۵۵ کا ثبوت

آئیں دوبارہ شکل 17.10 کو دیکھتے ہیں۔ بلاکیت سلاخ اور اس کے ایک سر پر کیت m کا ذرہ مل کر استوار جسم دیتے ہیں۔ گھماؤ کے دوران، قوت \vec{F} جسم پر کام سرانجام دیتی ہے۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ \vec{F} جسم کی صرف حرکی توانائی تبدیل کرتی ہے۔ ایسی صورت میں مساوات ۱۰.۴۹ کا مسئلہ کام و حرکی توانائی استعمال کیا جاسکتا ہے لہذا ذیل ہوگا۔

$$(۱۰.۵۶) \quad \Delta K = K_f - K_i = W$$

مساوات ۱۰.۵۶ میں $K = \frac{1}{2} m v^2$ اور مساوات ۱۰.۱۸ ($v = \omega r$) استعمال کر کے اسے ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۱۰.۵۷) \quad \Delta K = \frac{1}{2} m r^2 \omega_f^2 - \frac{1}{2} m r^2 \omega_i^2 = W$$

مساوات ۱۰.۳۳ کے تحت واحد ذروی جسم کا گھمیری جمود $I = m r^2$ ہے، جو مساوات ۱۰.۵۷ میں ڈال کر ذیل حاصل ہوگا، جو مساوات ۱۰.۵۲ ہے۔

$$\Delta K = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2 = W$$

جدول ۱۰.۲: مستقیم اور منحنی گھمیری حرکت کی چند مساوات

خالص مستقیم حرکت (مقررہ رخ)	خالص گھماؤ (مقررہ محور)
مقام x	زاوی مقام θ
مستقیم رفتار $v = dx/dt$	زاوی سستی رفتار $\omega = d\theta/dt$
اسراع $a = dv/dt$	زاوی اسراع $\alpha = d\omega/dt$
کمیت m	گھمیری جمود I
نیوٹن کا قانون دوم $F_{\text{مقنی}} = ma$	نیوٹن کا قانون دوم $\tau_{\text{مقنی}} = I\alpha$
کام $W = \int F dx$	کام $W = \int \tau d\theta$
حرکی توانائی $K = \frac{1}{2}mv^2$	حرکی توانائی $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
طاقة (مستقل قوت) $P = Fv$	طاقة (مستقل قوت) $P = \tau\omega$
مسئلہ کام و حرکی توانائی $W = \Delta K$	مسئلہ کام و حرکی توانائی $W = \Delta K$

ہم نے مساوات ایک ذروی جسم کے لئے ثابت کی، تاہم ہر جسم متعدد ذروں پر مشتمل ہوگا لہذا یہ مقررہ محور پر گھمائے گئے ہر استوار جسم کے لئے درست ہے۔

آئیں اب شکل 17.10 میں جسم پر سرانجام کام W اور جسم پر \vec{F} کی بنا قوت مسرور τ کا تعلق جانیں۔ جب ذرہ دائری راہ پر چلتے ہوئے ds فاصلہ طے کرتا ہے، قوت کا صرف مماسی جزو F_t اس راہ پر ذرے کو اسراع پذیر کرتا ہے۔ یوں صرف F_t ذرے پر کام سرانجام دیگی۔ ہم اس کام dW کو $F_t ds$ لکھتے ہیں۔ ہم ds کی جگہ $r d\theta$ لکھ سکتے ہیں، جہاں ذرہ زاویہ $d\theta$ طے کرتا ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$(10.58) \quad dW = F_t r d\theta$$

مساوات 10.58 سے ہم دیکھتے ہیں کہ ماحصل $F_t r$ اور قوت مسرور τ برابر ہوں گے لہذا مساوات 10.58 اذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$(10.59) \quad dW = \tau d\theta$$

یوں θ_i تا θ_f کے متناہی زاوی ہٹاؤ کے دوران سرانجام کام ذیل ہوگا،

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

جو مساوات 10.53 ہے۔ یہ مساوات مقررہ محور پر گھومتے ہر استوار جسم کے لئے درست ہے۔ مساوات 10.59 سے بلاواسطہ مساوات 10.53 حاصل ہوتی ہے۔

گھمیری حرکت کے لئے مساوات ۱۰.۵۹ سے طاقت P لکھتے ہیں:

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau \omega$$

جو مساوات ۱۰.۵۵ ہے۔

نمونہ سوال ۱۰.۱۱: کام، گھمیری حرکت، توانائی، قوت، مروت، قرص

شکل 19.10 میں وقت $t = 0$ پر مترص ساکن حالت سے آغاز کرتا ہے؛ بلاکیٹ دھاگے میں تناؤ 6.0 N اور مترص کا زاویہ اسراع -24 rad s^{-2} ہے۔ اس کی گھمیری حرکت کی توانائی $t = 2.5 \text{ s}$ پر کیا ہوگی؟

کلیدی تصور

ہم مساوات ۱۰.۳۳ ($K = \frac{1}{2} I \omega^2$) سے K تلاش کر سکتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ $I = \frac{1}{2} MR^2$ ہے، تاہم $t = 2.5 \text{ s}$ پر ω نہیں جانتے۔ زاویہ اسراع α کی مستقل قیمت -24 rad s^{-2} لہذا ہم جدول ۱۰.۱ میں پیش مستقل زاویہ اسراع کی مساوات استعمال کر سکتے ہیں۔

حاجے: ہم α اور $\omega_0 = 0$ جانتے ہیں اور ω جاننا چاہتے ہیں، لہذا مساوات ۱۰.۱۲ استعمال کرتے ہیں۔

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \alpha t = \alpha t$$

مساوات ۱۰.۳۳ میں $\omega = \alpha t$ اور $I = \frac{1}{2} MR^2$ ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} MR^2 \right) (\alpha t)^2 = \frac{1}{4} M (R \alpha t)^2 \\ &= \frac{1}{4} 2.5 \text{ kg} [(0.20 \text{ m})(-24 \text{ rad s}^{-2})(2.5 \text{ s})]^2 \\ &= 90 \text{ J} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

کلیدی تصور

ہم یہی جواب سرانجام کام سے مترص کی حرکت کی توانائی معلوم کر کے حاصل کر سکتے ہیں۔

حاجے: پہلے ہم مترص پر صافی سرانجام کام W اور مترص کی حرکت کی توانائی میں تبدیلی کا رشتہ، مساوات ۱۰.۵۲ ($K_f - K_i = W$) میں پیش، مسئلہ کام و حرکت کی توانائی سے لکھتے ہیں۔ K_f کی جگہ K اور K_i کی جگہ 0 ڈال کر ذیل ہوگا۔

$$(10.60) \quad K = K_i + W = 0 + W = W$$

اس کے بعد، ہم کام W جاننا چاہیں گے۔ مساوات ۱۰.۵۳ یا مساوات ۱۰.۵۴ سے W اور مترص پر عمل پیرا قوت مروت کا تعلق لکھا جا سکتا ہے۔ دھاگے کی قوت \vec{T} واحد قوت ہے جس کی قوت مروت

(-TR) زاوی اسراع پیدا کر کے متحرک پر کام سرانجام دیتی ہے۔ چونکہ α مستقل ہے، لہذا یہ قوت مسرور بھی مستقل ہوگی۔ یوں مساوات ۱۰.۵۳ استعمال کی جا سکتی ہے، جس سے ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i) = -TR(\theta_f - \theta_i) \quad (10.61)$$

چونکہ α مستقل ہے، مساوات ۱۰.۱۳ استعمال کر کے $\theta_f - \theta_i$ معلوم کیا جاسکتا ہے۔ یوں $\omega_i = 0$ کے لئے ذیل ہو گا۔

$$\theta_f - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} \alpha t^2$$

اس کو مساوات ۱۰.۶۱ میں ڈال کر حاصل نتیجہ مساوات ۱۰.۶۰ میں پڑ کرتے ہیں۔ دی گئی معلومات $T = 6.0 \text{ N}$ اور $\alpha = -24 \text{ rad s}^{-2}$ ڈال کر ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} K &= W = -TR(\theta_f - \theta_i) = -TR\left(\frac{1}{2} \alpha t^2\right) = -\frac{1}{2} TR \alpha t^2 \\ &= -\frac{1}{2} (6.0 \text{ N})(0.20 \text{ m})(-24 \text{ rad s}^{-2})(2.5 \text{ s})^2 \\ &= 90 \text{ J} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□

نظر ثانی اور خلاصہ

زاویہ مقام مسرورہ محور پر، جو محور گھماؤ کہلاتی ہے، استوار جسم کے گھماؤ کی بات کرتے ہوئے، ہم مندرجہ کرتے ہیں کہ جسم کے ساتھ، محور گھماؤ کو عمودی حوالہ لیکر پکی جڑی ہے، جو جسم کے ساتھ گھومتی ہے۔ کسی مخصوص مسرورہ رخ کے لحاظ سے ہم اس لکیر کا زاویہ مقام θ ناپتے ہیں۔ جب θ کی پیمائش ریڈیئنز میں ہو، ذیل ہو گا، جہاں دائری راہ کی قوسی لمبائی s ، رداس r ، اور زاویہ θ ہے۔

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{ریڈیئنز ناپ}) \quad (10.1)$$

ریڈیئنز، چکر، اور درجات میں ناپ کا تعلق ذیل ہے۔

$$1 \text{ چکر} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad} \quad (10.2)$$

زاویہ ہٹاؤ جب ایک جسم محور گھماؤ پر گھوم کر اپنا زاویہ مقام θ_1 سے تبدیل کر کے θ_2 کرے، جسم کا زاویہ ہٹاؤ ذیل ہو گا،

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \quad (10.3)$$

جہاں خلاف گھڑی گھماؤ کے لئے $\Delta\theta$ مثبت اور گھڑی وار کے لئے منفی ہو گا۔

زاویہ سمتی رفتار اور رفتار اگر ومتی دورانیہ Δt میں جسم $\Delta\theta$ زاوی ہٹاؤ گھومے، اس کی اوسط زاویہ سمتی رفتار اوسط θ ذیل ہوگی۔

$$(۱۰.۵) \quad \omega_{\text{اوسط}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

جسم کی (الحاقی) زاویہ سمتی رفتار ذیل ہوگی۔

$$(۱۰.۶) \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

اوسط ω اور ω سمتیات ہیں، جن کا رخ دائیں ہاتھ کا قانون (شکل 6.10)۔ خلاف گھڑی گھماؤ کے لئے دونوں مثبت اور گھڑی وار گھماؤ کے لئے منفی ہوں گے۔ جسم کے زاویہ سمتی رفتار کی مقدار اس کی زاویہ رفتار کہلاتی ہے۔

زاویہ اسراع اگر t_1 تا t_2 کے ومتی وقفہ Δt میں جسم کی زاویہ سمتی رفتار ω_1 سے تبدیل ہو کر ω_2 ہو، جسم کا اوسط زاویہ اسراع ذیل ہوگا۔

$$(۱۰.۷) \quad \alpha_{\text{اوسط}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

جسم کی (الحاقی) زاویہ اسراع ذیل ہوگا۔

$$(۱۰.۸) \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

اوسط α اور α دونوں سمتیات ہیں۔

مستقل زاویہ اسراع کے مجرد حرکیات مساواتے مستقل زاوی اسراع (مستقل α) گھیری حرکت کی ایک خاص قسم ہے۔ اس کی مجرد حرکیات مساواتے، جو جدول ۱۰.۱ میں دی گئی ہیں، ذیل ہیں۔

$$(۱۰.۱۲) \quad \omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$(۱۰.۱۳) \quad \theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$(۱۰.۱۴) \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$(۱۰.۱۵) \quad \theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$$

$$(۱۰.۱۶) \quad \theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2$$

ظہ اور زاویہ متغیرات کا تعلق گھومتے استوار جسم کا اندرونی نقطہ، جو محور گھماؤ سے r عمودی فاصلہ پر ہو، رداس r کے دائرے پر حرکت کرتا ہے۔ اگر جسم زاویہ θ سے گھومے، یہ نقطہ ذیل قوسی فاصلہ s طے کرتا ہے، جہاں θ کا ناپ ریڈین میں ہے۔

$$(۱۰.۱۷) \quad s = \theta r \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

نقطے کا خطی سمتی رفتار \vec{v} دائرے کو مماسی ہوگا؛ نقطے کی خطی رفتار v ذیل ہوگی،

$$v = \omega r \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (10.18)$$

جہاں ω جسم کی (ریڈیئن فی سیکنڈ میں) زاویائی رفتار ہے۔

نقطے کے خطی اسراع \vec{a} کا مماسی اور رداسی جزو ہوگا۔ مماسی جزو ذیل ہوگا،

$$a_t = \alpha r \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (10.22)$$

جہاں (ریڈیئن فی مربع سیکنڈ میں) جسم کے زاویائی اسراع کی قدر α ہے۔ اسراع \vec{a} کا رداسی جزو ذیل ہوگا۔

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (10.23)$$

اگر نقطہ یکساں دائری حرکت کرتا ہو، جسم اور نقطے کی حرکت کا دوری عرصہ T ذیل ہوگا۔

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (10.20, 10.19)$$

گھمیری حرکت توانائی اور گھمیری جمود مقررہ محور پر گھومتے ہوئے استوار جسم کی حرکی توانائی K ذیل ہوگی،

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (10.32)$$

جہاں I جسم کا گھمیری جمود ہے، جس کی تعریف انفرادی ذروں کے نظام کے لئے:

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (10.33)$$

اور استمراری کمیتی تقسیم کے جسم کے لئے ذیل ہے۔

$$I = \int r^2 dm \quad (10.35)$$

ان مساوات میں، محور گھماوے مطلوب کمیتی نکلے تک عمودی فاصلہ r_i اور r ہے، اور مکمل پورے جسم پر لیا جائے گا تاکہ اس میں تمام کمیتی نکلے شامل ہوں۔

مسئلہ متوازی محور کسی بھی محور پر جسم کے گھمیری جمود I کا تعلق، اسی جسم کے مرکز کمیت پر متوازی محور کے لحاظ سے گھمیری جمود کے ساتھ مسئلہ متوازی محور دیتا ہے۔

$$I = I_{\text{مرکز کمیت}} + Mh^2 \quad (10.36)$$

یہاں دونوں محور کے بیچ منسلک h ہے، اور مرکز کثیت پر محور کے لحاظ سے جسم کا گھمیری جھود مرکز کثیت I ہے۔ ہم h کو مرکز کثیت پر واقع محور سے اصل محور گھماؤ کا ہٹاؤ تصور کر سکتے ہیں۔

قوتیں مروڑ گھمیری محور پر قوت \vec{F} کی بنا جسم پر گھومنے کے اثر کو قوت مروڑ کہتے ہیں۔ اگر محور گھماؤ کے لحاظ سے جس نقطہ پر \vec{F} عمل پیرا ہوا اس کا تسین گر سمتیہ \vec{r} ہو، تب قوت مروڑ کی قدر ذیل ہوگی،

$$\tau = rF_t = r_{\perp} F = rF \sin \phi \quad (۱۰.۳۹، ۱۰.۴۰، ۱۰.۴۱)$$

جہاں \vec{r} کو \vec{F} کا عمودی جہزو F_t ، اور \vec{r} اور \vec{F} کے بیچ زاویہ ϕ ہے۔ محور گھماؤ اور \vec{F} سمتیہ سے گزرتی مبسوط لکیر کے بیچ عمودی منسلک r_{\perp} ہے اس لکیر کو \vec{F} کا خط عمل کہتے ہیں، اور r_{\perp} کو \vec{F} کے معیار اثر کا بازو کہتے ہیں۔ اسی طرح F_t کے معیار اثر کا بازو r ہے۔

قوت مروڑ کی بین الاقوامی اکائی نیوٹن میٹر (Nm) ہے۔ اگر ساکن جسم کو قوت مروڑ τ خلاف گھڑی گھمانے کی کوشش کرے، τ مثبت ہوگی اور اگر گھڑی وار گھمانے کی کوشش کرے تب منفی ہوگی۔

نیوٹن کے قانون دوم کا زاویہ روپ نیوٹن کے قانون دوم کا زاویہ مثال ذیل ہے،

$$\tau_{\text{مافی}} = I\alpha \quad (۱۰.۴۵)$$

جہاں ذرے یا استوار جسم پر قوت مروڑ $\tau_{\text{مافی}}$ ، محور گھماؤ پر ذرے یا جسم کا گھمیری جھود I ، اور α اس محور پر ماحصل زاویہ اسراع ہے۔

کام اور گھمیریہ حرکت توانائی گھمیری حرکت میں کام اور طاقت کے حساب کی (درج ذیل) مساوات مستقیم حرکت کی مساوات سے مطابقت رکھتی ہیں۔

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta \quad (۱۰.۵۳)$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\omega \quad (۱۰.۵۵)$$

جب τ مستقل ہو مساوات ۱۰.۵۳ گھٹ کر ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i) \quad (۱۰.۵۴)$$

گھومتے اجسام کے لئے مسئلہ کام و حرکت کی توانائی ذیل روپ اختیار کرتا ہے۔

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} I\omega_f^2 - \frac{1}{2} I\omega_i^2 = W \quad (۱۰.۵۶)$$

سوالات

سوال ۱۰.۱: انتہائی دھرے پر مقرر کی زاوی سستی رفتار بالقابل وقت ترسیم شکل 20.10 میں پیش ہے۔ مقرر کے چکا پر ایک نقطہ کے لئے لمحات a ، b ، c ، اور d کی درجہ بندی، اعظم اول رکھ کر، (۱) مماسی اور (ب) رداسی اسراع کی قدر کے لحاظ سے کریں۔

سوال ۱۰.۲: انتہائی دھرے پر مقرر کے گھماؤ کی تین صورتوں کے لئے زاوی معتام θ بالقابل قوت t شکل 21.10 میں پیش ہے۔ ہر ایک صورت میں گھماؤ کا رخ کسی زاوی معتام θ ہوگا۔ (۱) ہر صورت کے لئے کیا $\theta = 0$ کے لحاظ سے، θ گھڑی وار ہے، خلاف گھڑی ہے، یا عین $\theta = 0$ پر ہے؟ ہر ایک صورت میں (ب) کیا $t = 0$ سے قبل، اس کے بعد، یا ای لمحے ω منفر ہوگا اور (ج) کیا α مثبت، منفی، یا منفر ہوگا؟

سوال ۱۰.۳: مقرر کے وسط سے گزرتا انتہائی دھرے پر گھومتے مقرر کے چکا پر قوت لاگو کر کے اس کی زاوی سستی رفتار تبدیل کی جاتی ہے۔ اس کی بالترتیب ابتدائی اور اختتامی سستی رفتار چار مختلف صورتوں میں ذیل ہیں: (۱) ابتدائی -2 rad s^{-1} ، اختتامی 5 rad s^{-1} ؛ (ب) 2 rad s^{-1} ، 5 rad s^{-1} ؛ (ج) -2 rad s^{-1} ، -5 rad s^{-1} ؛ (د) 2 rad s^{-1} ، -5 rad s^{-1} ۔ اعظم قیمت اول رکھ کر ان صورتوں کی درجہ بندی قوت مسروڑ کے سرانجام کام کے لحاظ سے کریں۔

سوال ۱۰.۴: شکل 22a.10 کے مقرر کا زاوی معتام شکل 22b.10 دیتی ہے۔ کیا (۱) $t = 1 \text{ s}$ پر، (ب) $t = 2 \text{ s}$ پر، اور (ج) $t = 3 \text{ s}$ پر اس کی زاوی سستی رفتار مثبت، منفی، یا منفر ہے؟ (د) کیا زاوی اسراع مثبت یا منفی ہے؟

سوال ۱۰.۵: مقرر کے وسط سے گزرتا انتہائی دھرے پر گھومتے مقرر پر قوت \vec{F}_1 اور \vec{F}_2 عمل کرتی ہیں (شکل 23.10)۔ گھماؤ کے دوران، جو خلاف گھڑی اور مستقل ہے، قوت دکھائے گئے زاویہ برقرار رکھتی ہیں۔ تاہم، ہم چاہتے ہیں کہ \vec{F}_1 کی قدر تبدیل کیے بغیر \vec{F}_1 کا زاویہ θ گھٹائیں۔ (۱) سستی زاوی رفتار تبدیل نہ ہونے کے لئے کیا \vec{F}_2 کی قدر بڑھانی ہوگی، گھٹانی ہوگی، یا برقرار رکھنی ہوگی؟ کیا (ب) \vec{F}_1 اور (ج) \vec{F}_2 مقرر کو گھڑی وار یا خلاف گھڑی گھمانے کی کوشش کرتی ہیں؟

سوال ۱۰.۶: ایک چوکور جو نقطہ P پر انتہائی دھرے کے گرد گھوم سکتا ہے، کافضائی جانزہ شکل 24.10 میں لیا گیا ہے۔ چوکور پر برابر مقرر کی پانچ قوت عمل کرتی ہیں، اور P ضلع کا وسطی نقطہ ہے۔ نقطہ P پر قوت مسروڑ کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، قوتوں کی درجہ بندی کریں۔

سوال ۱۰.۷: افقی چول دار صلاح کافضائی جانزہ شکل 25a.10 میں پیش ہے۔ صلاح پر دو قوت عمل کرتی ہیں، تاہم صلاح ساکن رہتا ہے۔ اب اگر صلاح اور \vec{F}_2 کے بیچ زاویہ 90° سے گھٹائیں اور صلاح اب بھی ساکن رہے، کیا \vec{F}_2 بڑھانی ہوگی، گھٹانی ہوگی، یا برقرار رکھنی ہوگی؟

سوال ۱۰.۸: افقی چول دار صلاح کافضائی جانزہ شکل 25b.10 میں پیش ہے۔ صلاح کو قوت \vec{F}_1 اور \vec{F}_2 چول پر گھاتی ہیں؛ \vec{F}_2 اور صلاح کے بیچ زاویہ ϕ ہے۔ صلاح کے زاوی اسراع کی قدر کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، زاویہ ϕ کی درجہ ذیل قیمتوں کی درجہ بندی کریں: 90° ، 70° ، اور 110° ۔

سوال ۱۰.۹: یکساں موٹائی کے دھاتی چادر کا چوکور جس سے 25% حصہ کاٹا گیا ہے، شکل 26.10 میں دکھایا گیا ہے۔ شکل پر تین حسی نقطے دیے گئے ہیں۔ ان نقطوں پر انتہائی محور کے گرد چادر کے گھمیری جمود کے لحاظ سے، اعظم اول

رکھ کر، نقطوں کی درجہ بندی کریں۔

سوال ۱۰.۱۰: تین چٹے (ایک جتنے رداس کے) فطرص، جو فطرص کے وسط پر انقباضی دھرے کے گرد گھوم سکتے ہیں، شکل 27.10 میں پیش ہیں۔ تینوں فطرص وہی دو مادہ سے بنے ہیں۔ ایک مادہ دوسرے سے زیادہ کثیف ہے (فی اکائی حجم کثیت کو کثافت کہتے ہیں)۔ فطرص 1 اور 3 کا بیرونی نصف حصہ کثیف مادے کا ہے۔ فطرص 2 کا اندرونی نصف حصہ کثیف مادے کا ہے۔ ایک جتنی فطرص کی دو قوتیں فطرص کے بیرونی کنارے پر یا دو مادہ کے جوڑ پر، مساوی عمل کرتی ہیں۔ (ا) فطرص کے وسط پر قوت مسروڑ، (ب) فطرص کے وسط پر گھمیری جود، اور (ج) فطرص کے اسراع کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، فطرص کی درجہ بندی کریں۔

سوال ۱۰.۱۱: میسر سلاح کا آدھا حصہ لکڑی کا اور آدھا فولاد کا بنا ہوا ہے (شکل 28a.10)۔ لکڑی والے سر O پر چول ہے۔ فولادی سر a پر قوت F عمل کرتی ہے۔ شکل 28b.10 میں سلاح الٹی رکھی جاتی ہے اور فولادی سر O' پر چول جبکہ لکڑی والے سر a' پر قوت لاگو کی جاتی ہے۔ کیا شکل 28a.10 میں پسیدہ زاوی اسراع شکل 28b.10 میں پسیدہ زاوی اسراع سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر ہے؟

سوال ۱۰.۱۲: یکساں کثیتی تقسیم کے تین فطرص شکل 29.10 میں پیش ہیں۔ فطرص کا رداس R اور کثیت M دیے گئے ہیں۔ فطرص کے وسط پر فطرص کو عمودی محور گھماو کے گرد فطرص گھوم سکتے ہیں۔ اپنے اپنے محور گھماو پر گھمیری جود کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، فطرص کی درجہ بندی کریں۔

سوالات

گھماو کے متغیر

سوال ۱۰.۱: ایک اچھا کھلاڑی 60 فٹ دور کھلاڑی تک 85 میل فی گھنٹہ کی رفتار اور 1800 چکر فی منٹ کے گھماو سے گیند پھینک سکتا ہے۔ دوسرے کھلاڑی تک پہنچ کر گیند نے کتنے چکر مکمل کیے ہوں گے؟

سوال ۱۰.۲: گھڑی کی (ا) سیکنڈوں کی سوئی، (ب) منٹوں کی سوئی، اور (ج) گھنٹوں کی سوئی کی زاوی رفتار ریڈیئن فی سیکنڈ میں تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۳: ڈبل روٹی کا مکھن لگا ٹکڑا میز سے پھسل کر زمین پر چپک کر کھاتا گرتا ہے۔ میز سے زمین تک فاصلہ 76 cm اور 1 سے کم چپکر کی صورت میں (ا) کم سے کم اور (ب) زیادہ سے زیادہ زاوی رفتار کیا ہوگی کہ زمین پر لگنے کے بعد مکھن لگا طرف زمین پر ہو؟

سوال ۱۰.۴: گھومتے پہیے پر ایک نقطے کا زاوی معام $\theta = 2.0 + 4.0t^2 + 2.0t^3$ ہے، جہاں θ کاناپ ریڈیئن اور t کا سیکنڈ میں ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر نقطے کا (ا) زاوی معام اور (ب) زاوی سمتی رفتار کیا ہوگا؟ لمحہ $t = 4.0$ s پر اس کا زاوی سمتی رفتار کیا ہوگا؟ (ج) لمحہ $t = 2.0$ s پر اس کا زاوی اسراع تلاش کریں۔ (د) کیا اس کا زاوی اسراع مستقل ہے؟

سوال ۱۰.۵: پانی تک 10 m بلند چپ بوتہ سے تیراک 2.5 چپکر کھاکر پہنچتا ہے۔ صفر ابتدائی انقباضی سمتی رفتار فرض کر کے، پرواز کے دوران تیراک کی اوسط زاوی سمتی رفتار تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۶: گھومتے پیپے کے چکا پر ایک نقطے کا زاوی معتم $\theta = 4.0t - 3.0t^2 + t^3$ ہے، جہاں θ کاناپ ریڈین اور t کاسیکنڈ میں ہے۔ لمحہ (۱) $t = 2.0$ s اور (ب) $t = 4.0$ s پر زاوی معتمی رفتار کیا ہوں گی؟ (ج) وقت $t = 2.0$ s سے $t = 4.0$ s تک دورانیے میں اوسط زاوی اسراع کیا ہوگا؟ اس دورانیے کے (ج) آغاز میں اور (د) اختتام پر لمحاتی زاوی اسراع کیا ہوگا؟

سوال ۱۰.۷: ایک پیہا میں، جس کا رداس 30 cm ہے، آٹھ تیلیاں برابر فاصلوں پر نصب ہیں۔ پیہا مقررہ دھرے پر 2.5 چکر فی سیکنڈ گھوم رہا ہے۔ آپ 20 cm لمبا تیر مار کر، دھرے کے متوازی، تیلیوں کو چھوئے بغیر، پیپے کے اندر سے گزارنا چاہتے ہیں۔ تیر اور تیلیوں کو انتہائی پست تصور کریں۔ (۱) تیر کی کم سے کم رفتار کیا ہو سکتی ہے؟ (ب) کیا دھرے اور چکا کے بیچ مارنے کا نقطہ اہمیت رکھتا ہے؟ اگر اہمیت رکھتا ہو، بہترین معتم کیا ہوگا؟

سوال ۱۰.۸: پیپے کا زاوی اسراع $\alpha = 6.0t^4 - 4.0t^2$ ہے، جہاں α کاناپ ریڈین فی مربع سیکنڈ اور t کاسیکنڈ میں ہے۔ وقت $t = 0$ پر پیپے کی زاوی معتمی رفتار 2.0 rad s^{-1} اور زاوی معتم 1.0 rad ہے۔ (۱) زاوی معتمی رفتار (rad s^{-1}) اور (ب) زاوی معتم (ریڈین) کے تقاطع وقت (سیکنڈ) کے لحاظ سے لکھیں۔

مستقل زاوی اسراع کا گھا

سوال ۱۰.۹: اپنے وسطی محور پر ڈرم 12.60 rad s^{-1} زاوی معتمی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ اگر اب ڈرم 4.20 rad s^{-2} کی مستقل شرح سے آہستہ ہو، اس کو رکھنے تک (۱) کتنا وقت چاہیے ہوگا اور (ب) رکھنے تک یہ کتنا زاوی گھومے گا؟

سوال ۱۰.۱۰: ساکن حالت سے آغاز کر کے ایک مقررہ اپنے وسطی محور پر مستقل زاوی اسراع سے گھومتا ہے۔ ابتدائی 5.0 s میں مقررہ 25 rad گھومتا ہے۔ اس دورانیے میں (۱) زاوی اسراع اور (ب) اوسط زاوی معتمی رفتار کی مقدار کیا ہیں؟ (ج) اس 5.0 s دورانیے کے اختتام پر لمحاتی معتمی رفتار کیا ہوگی؟ (د) زاوی اسراع برقرار رہنے کی صورت میں اگلے 5.0 s میں مقررہ مزید کتنا زاوی طے کرتا ہے؟

سوال ۱۰.۱۱: ایک مقررہ جو ابتدائی طور 120 rad s^{-1} سے گھوم رہا ہے، 4.0 rad s^{-2} قدر کے مستقل اسراع سے آہستہ ہوتا ہے۔ (۱) مقررہ کے رکھنے تک کتنا وقت درکار ہوگا؟ (ب) رکھنے تک مقررہ کتنا زاوی طے کرے گا؟

سوال ۱۰.۱۲: ایک گاڑی کی کل 23 (انجن) کی زاوی رفتار 12 s میں 1200 چکر فی منٹ سے بڑھا کر 3000 چکر فی منٹ کی جاتی ہے۔ (۱) اس کا اسراع چکر فی مربع منٹ میں کیا ہوگا؟ (ب) ان 12 s میں کل (انجن) کتنے چکر کاٹتی ہے؟

سوال ۱۰.۱۳: 40 23 23 چکروں میں 1.5 rad s^{-1} زاوی رفتار سے ساکن حالت کو پہنچتا ہے۔ (۱) مستقل زاوی اسراع مندرج کرتے ہوئے، رکھنے کے لئے درکار وقت معلوم کریں۔ (ب) اس کا زاوی اسراع کیا ہوگا؟ (ج) 40 چکر میں سے ابتدائی 20 چکر اٹن پہیا کتنے وقت میں کاٹتا ہے؟

سوال ۱۰.۱۴: ساکن حالت سے آغاز کر کے، مستقل اسراع کے ساتھ، اپنی وسطی محور پر مقررہ گھومتا ہے۔ کسی

ایک لمحے فترص 10 چکر فی سیکنڈ سے گھومتا ہے؛ 60 چکر بعد اس کی زاوی رفتار 15 چکر فی سیکنڈ ہے۔ (ا) فترص کا زاوی اسراع، (ب) یہ 60 چکر کو درکار دورانیہ، (ج) 10 چکر فی سیکنڈ رفتار تک پہنچنے کے لئے درکار دورانیہ، اور (د) ساکن حالت سے 10 چکر فی سیکنڈ رفتار تک پہنچنے تک کل چکر تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۱۵: فترص کے وسطی نقطہ سے گزرتی انتصابی دھڑے پر ساکن حالت سے فترص آغاز کر کے $\alpha = 3.0 \text{ rad s}^{-2}$ سے چل پڑتا ہے۔ کسی مخصوص 4.0 s دورانیے میں فترص 120π ریڈین گھومتا ہے۔ فترص کتنے وقت میں 4.0 s دورانیے کو پہنچتا ہے؟

سوال ۱۰.۱۶: ساکن حالت سے آغاز کر کے محور گھماؤ پر فترص زاوی اسراع 1.50 rad s^{-2} سے چلتا ہے۔ (ا) ابتدائی 2.00 چکر اور (ب) اگلے 2.00 چکر کتنے وقت میں طے ہوں گے؟

سوال ۱۰.۱۷: لمحہ $t = 0$ پر اژن پیمے کی زاوی سمتی رفتار 4.7 rad s^{-1} ، مستقل زاوی اسراع -0.25 rad s^{-2} ، اور حوالہ لکیر $\theta_0 = 0$ پر ہے۔ (ا) حوالہ لکیر مثبت رخ زیادہ سے زیادہ کتنی زاویہ بندرت θ طے کرے گی؟ کس وقت حوالہ لکیر (ب) پہلی مرتبہ اور (ج) دوسری مرتبہ بندرت $\theta = \frac{1}{2}\theta_0$ پر ہوگی؟ کس (د) منفی وقت اور (ه) مثبت وقت پر حوالہ لکیر $\theta = 10.5 \text{ rad}$ پر ہوگی؟ (و) θ بالقابل t ترسیم کر کے اس پر اپنے جوابات کی نشاندہی کریں۔

سوال ۱۰.۱۸: نابض^{۲۵} تیزی سے گھومتے نیوٹران تارہ کو کہتے ہیں جو منارہ نور کی طرح شعاع خارج کرتا ہے۔ نابض ہر چکر کے دوران زمین پر ایک مرتبہ شعاع مارتا ہے۔ دو متواتر شعاعوں کے بیچ دورانیہ ناپ کر گھومنے کا دوری عرصہ T معلوم کیا جاتا ہے۔ سدیم الرطاض^{۲۶} میں موجود نابض کا دوری عرصہ $T = 0.033 \text{ s}$ ہے، جو ایک سال میں 1.26×10^{-5} سیکنڈ شرح سے بڑھ رہا ہے۔ (ا) نابض کا زاوی اسراع α کیا ہے؟ (ب) اگر α مستقل ہو، نابض آج سے کتنے سال بعد رک جائے گا؟ (ج) نابض ۱۰۵۴ میں دیکھے گئے مستعرا اعظم^{۲۷} دھماکے میں پیدا ہوا۔ مستقل α تصور کر کے ابتدائی T تلاش کریں۔

خطی اور زاوی متغیرات کا رشتہ

سوال ۱۰.۱۹: خلائی طیارہ $29\,000 \text{ km h}^{-1}$ رفتار سے چلتے ہوئے 3220 km رداس کا دائری موڑ کاٹتا ہے۔ طیارے (ا) کی زاوی سمتی رفتار، (ب) رداسی اسراع، اور (ج) مماسی اسراع کی فتریں کیا ہیں؟

سوال ۱۰.۲۰: ایک جسم مقررہ محور پر گھومتا ہے، اور جسم پر حوالہ لکیر مازاوی مقام $\theta = 0.40e^{2t}$ ہے، جہاں θ ریڈین میں اور t سیکنڈوں میں ہے۔ محور گھماؤ سے 4.0 cm فاصلے پر نقطہ ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر نقطہ (ا) کے اسراع کے مماسی جزو اور (ب) اسراع کے رداسی جزو کی فتر کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۲۱: ۱۹۱۱ء اور ۱۹۹۰ء کے بیچ اطالیہ کے شہر پیماس میں واقع جھکا برج^{۲۸} کی چوٹی جنوب کے رخ سلاسلہ اوسطاً 1.2 mm حرکت کرتی رہی۔ برج 55 m بلند ہے۔ برج کے پیندا پر برج کی زاوی رفتار ریڈین فی سیکنڈ میں کتنی ہے؟

^{۲۵}pulsar
^{۲۶}Crabnebula
^{۲۷}supernova
^{۲۸}leaning tower of Pisa

سوال ۱۰.۲۲: خلا باز کو 10 m رداس کے مرکز گریزہ^{۲۹} میں $\theta = 0.30t^2$ کے لحاظ سے گھما کر جانچا جاتا ہے۔ وقت $t = 5.0$ s پر (ا) زاویہ مستقیم رفتار، (ب) خطی سمتی رفتار، (ج) مماسی اسراع، اور (د) رداسی اسراع کی مقداریں کیا ہوں گی؟

سوال ۱۰.۲۳: ایک اڑن پہیا جس کا قطر 1.20 m ہے 200 چکر فی منٹ کی زاویہ رفتار سے گھوم رہا ہے۔ (ا) اڑن پہیے کی زاویہ رفتار ریڈین فی سیکنڈ میں کتنی ہے؟ (ب) اڑن پہیے کے چکر پر نقطے کی خطی رفتار کیا ہوگی؟ (ج) پہیے کی زاویہ رفتار 60 s میں بڑھا کر 1000 چکر فی منٹ کرنے کے لئے مستقل زاویہ اسراع (چکر فی مربع منٹ میں) کیا ہوگا؟

سوال ۱۰.۲۴: گراموفون^{۳۰} کی سوئی (پلاسٹک کی بنی ہوئی) تھالی^{۳۱} کی چوڑیوں پر چل کر آواز پیدا کرتی ہے۔ چوڑی میں بیچ و خم پر چل کر سوئی ارتعاش پذیر ہوگی۔ گراموفون میکانیکی ارتعاش کو پہلے برقی ارتعاش میں اور اس کے بعد آواز میں تبدیل کرتا ہے۔ مندرجہ کریں تھالی $33\frac{1}{2}$ چکر فی منٹ شرح سے گھومتی ہے، جس چوڑی کو بجایا جا رہا ہے، اس کا رداس 10.0 cm ہے، اور چوڑی میں خم یکساں 1.75 mm فاصلوں پر پائے جاتے ہیں۔ خم کس شرح (کمر فی سیکنڈ) سے سوئی کو نکراتے ہیں؟

سوال ۱۰.۲۵: (ا) سطح زمین پر 40° شمال کے خط عرض^{۳۲} پر واقع نقطے کی قطبی محور پر زاویہ رفتار ω کیا ہوگی؟ (زمین کی قطبی محور پر گھومتی ہے۔) (ب) اس نقطے کی خطی رفتار v کیا ہوگی؟ خط استوا^{۳۳} پر واقع نقطے کی (ج) ω اور (د) v کیا ہوں گی؟

سوال ۱۰.۲۶: دغانی^{۳۴} (دھانی انجن) کا اڑن پہیا 150 چکر فی منٹ کی مستقل زاویہ سمتی رفتار سے حرکت میں ہے۔ بھاپ روکنے پر ہریم^{۳۵} کی رگڑ اور ہوائی رکاوٹ پہیے کو 2.2 گھنٹوں میں روکتی ہیں۔ (ا) رکنے کے دوران پہیے کا مستقل زاویہ اسراع، چکر فی مربع منٹ میں، کیا ہوگا؟ (ب) رکنے تک پہیا کتنے چکر کاٹتا ہے؟ (ج) جس لمحہ اڑن پہیے کی زاویہ رفتار 75 چکر فی منٹ ہے، پہیے پر محور گھماوے 50 cm فاصلے پر نقطے کی خطی اسراع کا مماسی جزو کیا ہوگا؟ (د) ذرے کے صافی اسراع کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۲۷: تختہ گھوم^{۳۶} پر، جو $33\frac{1}{3}$ چکر فی منٹ سے گھوم رہا ہے، بیچ کا دانہ محور گھماوے 6.0 cm فاصلے پر پڑا ہے۔ (ا) بیچ کا اسراع کیا ہے اور (ب) پھسلنے سے بچنے کے لئے کم سے کم سکونی رگڑ کا مستقل کیا ہوگا؟ (ج) اگر ساکن حالت سے تختہ اس رفتار تک 0.25 s میں مستقل زاویہ اسراع سے پہنچا ہو، پھسلنے سے بچنے کے لئے کم سے کم سکونی رگڑ کا مستقل کیا ہوگا؟

سوال ۱۰.۲۸: رداس $r_A = 10$ cm اور $r_C = 25$ cm کے پہیوں کو پٹ B ملاتا ہے (شکل 31.10)۔ ساکن حالت سے پہیا A کی زاویہ رفتار 1.6 rad s^{-2} مستقل شرح سے بڑھاتی جاتی ہے۔ پہیا C کو 1000 چکر فی منٹ تک پہنچنے کے لئے کتنا وقت درکار ہوگا (پٹ پھسلتا نہیں ہے)؟ (اشارہ: اگر پٹ پھسلے نہیں، دونوں پہیوں کے

centrifuge^{۲۹}
gramophone^{۳۰}
vinyl record^{۳۱}
latitude^{۳۲}
equator^{۳۳}
steam engine^{۳۴}
bearing^{۳۵}
turntable^{۳۶}

چپے برابر خطی رفتار سے حرکت کریں گے۔)

سوال ۱۰.۲۹: روشنی کی رفتار ناپنے کی ایک پرانی ترکیب شکل 32.10 میں دکھائی گئی ہے، جس میں شگاف دار گھومتا پہیا استعمال کیا جاتا ہے۔ پیپے کے بیرونی کنارے پر شگاف سے کرن گزر کر دور آئینے سے ٹکرا کر، اسی راہ پر واپس چلتے ہوئے، پیپے پر پہنچتی ہے؛ اس دوران میں پہیا ایک شگاف آگے بڑھتا ہے؛ یوں کرن اگلے شگاف سے گزر پاتی ہے۔ پیپے کا رداس 5.0 cm، شگافوں کی تعداد 500، اور آئینے تک فاصلہ $L = 500 \text{ m}$ ہے۔ پیمائش سے معلوم ہوتا ہے کہ روشنی کی رفتار $3.0 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$ ہے۔ (ا) پیپے کی مستقل (زاوی) رفتار کیا ہے؟ (ب) پیپے کے کنارے پر نقطے کی خطی رفتار کیا ہے؟

سوال ۱۰.۳۰: مسکن پرنچ کے ۳۷ اڑن پیپے کو، جس کا رداس 2.83 cm ہے، ساکن حالت سے 14.2 rad s^{-2} سے مسرّع کر کے 2760 چکر فی منٹ کی زاوی رفتار تک لایا جاتا ہے۔ (ا) اس دوران پیپے کے چکا پر واقع نقطے کے مماسی اسراع کیا ہوگا؟ (ب) پوری رفتار پر گھومنے کے دوران نقطے کا رداسی اسراع کیا ہوگا؟ (ج) اختتامی رفتار تک پہنچنے تک چکا پر واقع نقطے کتنے فاصلے طے کرتا ہے؟

سوال ۱۰.۳۱: ایک مترص، جس کا رداس 0.25 m ہے، مترص کی وسطی انتصابی محور پر 800 rad گھمانا مقصود ہے۔ ساکن حالت سے آغاز کر کے، ابتدائی 400 rad کے دوران مترص کو مستقل α_1 شرح سے مسرّع کیا جاتا ہے جس کے بعد مستقل α_1 - شرح سے اس کی زاوی رفتار گھٹائی جاتی ہے، حتیٰ کہ مترص رک جاتا ہے۔ ضروری ہے کہ مترص کے کسی حصے کے مرکز مائل اسراع کی قدر 400 m s^{-2} سے تجاوز نہ کرے۔ (ا) گھماؤ کا کم سے کم دوران کیا ہو سکتا ہے؟ (ب) مطابقتی α_1 کی قیمت کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۳۲: ساکن حالت سے آغاز کر کے گاڑی 30.0 m رداس کی دائری راہ پر چلتی ہے۔ اس کی رفتار 0.500 m s^{-2} مستقل شرح سے بڑھتی ہے۔ (ا) مماسی خطی اسراع کی قدر 15.0 s بعد کیا ہوگی؟ (ب) اس لمحے پر گاڑی کا مماسی سمتیہ اسراع اور گاڑی کی سمتی رفتار آپس میں کس زاویے پر ہیں؟

گھماؤ کی حرکت کی توانائی

سوال ۱۰.۳۳: ایک پہیا 602 چکر فی منٹ سے گھوم رہا ہے اور اس کی حرکت کی توانائی 24 400 J ہے۔ پیپے کا گھمیری جھود تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۳۴: ایک پتلی سلاخ ایک سر پر گھمائی جاتی ہے۔ شکل 33.10 میں سلاخ کی زاوی رفتار بالقابل وقت پیش ہے۔ محور ω کا پیمانہ $\omega_s = 6.0 \text{ rad s}^{-1}$ تعین کرتا ہے۔ (ا) سلاخ کے زاوی اسراع کی قدر کیا ہے؟ (ب) لمحہ $t = 4.0 \text{ s}$ پر سلاخ کی گھمیری حرکت کی توانائی 1.60 J ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سلاخ کی حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

گھمیری جمود کا حساب

سوال ۱۰.۳۵: دو یکساں ٹھوس بیلن اپنے اپنے وسطی (طولی) محور پر 235 rad s^{-1} سے گھوم رہے ہیں۔ ان کی انفرادی کمیت 1.25 kg تاہم رداس مختلف ہیں۔ (۱) چھوٹے بیلن کی، جس کا رداس 0.25 m ہے، اور (ب) بڑے بیلن کی، جس کا رداس 0.75 m ہے، گھمیری حسی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۳۶: فترص کے وسط سے رداس h فاصلے پر محور کے گرد فترص گھوم سکتا ہے (شکل 34a.10)۔ فترص کے وسط سے کنارے تک h کی قیتوں کے لئے فترص کا گھمیری جمود I شکل 34b.10 میں ترسیم کیا گیا ہے۔ محور I کا پیسانہ $I_A = 0.050 \text{ kg m}^2$ اور $I_B = 0.150 \text{ kg m}^2$ تعین کرتے ہیں۔ فترص کی کمیت تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۳۷: میٹر سلاخ، جس کی کمیت 0.56 kg ہے، کا گھمیری جمود 20 cm نشان پر واقع سلاخ کو عمودی محور پر تلاش کریں۔ (میٹر سلاخ کو پستی سلاخ تصور کریں۔)

سوال ۱۰.۳۸: بلا کمیت سلاخ کے ساتھ تین ذرے چسپاں کیے گئے ہیں (شکل 35.10)۔ سلاخ کی لمبائی $L = 6.00 \text{ cm}$ اور ذروں کی انفرادی کمیت 0.0100 kg ہے۔ یہ نظام سلاخ کے بائیں سر پر واقع نقطہ O سے گزرتی عمودی محور پر گھوم سکتا ہے۔ ہم ایک ذرہ ہٹاتے ہیں (جو 33% کمیت ہٹاتا ہے)۔ محور سے (۱) فتریب ترین ذرہ اور (ب) دور ترین ذرہ ہٹانے پر، نظام کا گھمیری جمود کتنے فی صد کم ہوگا؟

سوال ۱۰.۳۹: اڑن سپرے کو برقی موٹر سے 200π ریڈیئن فی سیکنڈ رفتار تک پہنچا کر گھومتے اڑن سپرے میں ذخیرہ توانائی سے ٹرک چلایا جا سکتا ہے۔ فرض کریں اڑن سپرے ٹھوس اور یکساں بیلن ہے، جس کی کمیت 500 kg اور رداس 1.0 m ہے۔ (۱) بھرائی کے بعد اڑن سپرے کی حسی توانائی کتنی ہوگی؟ (ب) اگر ٹرک اوسطاً 8.0 kW طاقت استعمال کرتا ہو، بھرائی کتنی دیر میں دوبارہ کرنی ہوگی؟

سوال ۱۰.۴۰: بالکل ایک جیسے 15 فترص سیدھ میں رکھ کر سلاخ کی شکل میں، جس کی لمبائی $L = 1.0000 \text{ m}$ اور (کل) کمیت $M = 100.0 \text{ mg}$ ہے، جوڑے گئے ہیں (شکل 36.10)۔ فترص یکساں ہیں اور پورا نظام درمیانے فترص کے وسطی نقطہ O پر گھوم سکتا ہے۔ (۱) اس محور پر نظام کا گھمیری جمود تلاش کریں۔ (ب) نظام کو M کمیت اور L لمبائی کی سلاخ تصور کرنے سے جبدول $2e.10$ کا کلیہ استعمال کرنے سے گھمیری جمود کے حساب میں کتنے فی صد سہو پیدا ہوگا۔

سوال ۱۰.۴۱: دو ذروں کو، جن کی انفرادی کمیت $m = 0.85 \text{ kg}$ ہے، ایک دوسرے کے ساتھ O پر واقع محور گھماؤ کے ساتھ سے دو سلاخ جوڑتی ہیں۔ ان سلاخوں کی انفرادی کمیت اور لمبائی $M = 1.2 \text{ kg}$ اور $d = 5.6 \text{ cm}$ ہے (شکل 37.10)۔ نظام محور گھماؤ پر $\omega = 0.30 \text{ rad s}^{-2}$ زاویہ رفتار سے گھومتا ہے۔ محور O پر نظام (۱) کا گھمیری جمود اور (ب) حسی توانائی کیا ہیں؟

سوال ۱۰.۴۲: چار ذروں کی کمیتیں اور محدد ذیل ہیں: $x = 0 \text{ cm}$ ، $y = 2.0 \text{ cm}$ ، $x = 2.0 \text{ cm}$ ، $y = 5.0 \text{ cm}$ ، $x = -3.0 \text{ cm}$ ، $y = -3.0 \text{ cm}$ ، $x = -2.0 \text{ cm}$ ، $y = 3.0 \text{ cm}$ ، $x = 4.0 \text{ cm}$ ، $y = 4.0 \text{ cm}$ ۔ محور (۱) x ، (ب) y ، (ج) z پر نظام کا گھمیری جمود تلاش کریں۔ (د) ہم جبڑا اور جبڑوب کے جوابات کو بالترتیب A اور B سے ظاہر کرتے ہیں۔ جبڑوج کا جواب A اور B کے روپ میں لکھیں۔

سوال ۱۰.۴۳: ٹھوس سل کی کمیت 0.172 kg اور اضلاع $a = 3.5 \text{ cm}$ ، $b = 8.4 \text{ cm}$ ، اور $c = 1.4 \text{ cm}$ ہیں (شکل 38.10)۔ بڑی سطح کو عمودی، ایک کونے سے گزرتی، محور گھماؤ پر سل کا گھمیری جمود تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۴۴: چار ایک جیسے ذروں کو، جن کی انفرادی کمیت 0.50 kg ہے، $2.0 \text{ m} \times 2.0 \text{ m}$ چوکور کی چار راس پر رکھے جاتے ہیں، اور انہیں بلا کمیت سلاخوں سے، جو چوکور کے اضلاع بناتے ہیں، جوڑا جاتا ہے۔ (ا) مخالف اضلاع کے وسطی نقطوں سے گزرتی محور گھماؤ پر، جو چوکور کی سطح میں پایا جاتا ہے، (ب) ایک ضلع کے وسطی نقطہ سے گزرتی محور گھماؤ پر، جو چوکور کی سطح کو عمودی ہے، اور (ج) وتری مخالف ذروں سے گزرتی محور گھماؤ پر، جو چوکور کی سطح میں پایا جاتا ہے، اس استوار جسم کا گھمیری جمود تلاش کریں۔

قوت مسروڑ

سوال ۱۰.۴۵: ایک جسم پر، جس کا چول نقطہ O پر ہے، دو قوت عمل کرتی ہیں (شکل 39.10)۔ اگر $r_1 = 1.30 \text{ m}$ ، $r_2 = 2.15 \text{ m}$ ، $F_1 = 4.20 \text{ N}$ ، اور $\theta_1 = 75.0^\circ$ اور $\theta_2 = 60.0^\circ$ ہو، چول پر صافی قوت مسروڑ کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۴۶: ایک جسم پر، جس کا چول O پر ہے، تین قوت عمل کرتی ہیں (شکل 40.10) جو ذیل ہیں: نقطہ A پر جو O سے 8.0 m فاصلے پر ہے $F_A = 10 \text{ N}$ ؛ نقطہ B پر جو O سے 4.0 m فاصلے پر ہے $F_B = 16 \text{ N}$ ؛ اور نقطہ C پر جو O سے 3.0 m فاصلے پر ہے $F_C = 19 \text{ N}$ ۔ چول پر صافی قوت مسروڑ تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۴۷: بلا کمیت، لمبی، سلاخ کے ایک سر پر 0.75 kg گیند باندھ کر، سلاخ کا دوسرا سر چول سے لٹکایا جاتا ہے۔ جب حاصل رفتار صاف انصاف کے ساتھ 30° پر ہو، چول پر تحبذی قوت مسروڑ کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۴۸: سائیکل کے پائیدان کا بازو 0.152 m ہے اور سائیکل سوار پائیدان پر 111 N نشینی قوت لاگو کرتا ہے۔ پائیدان بازو کے چول پر اس وقت قوت مسروڑ کی مقدار کیا ہوگی جب انصاف کے ساتھ پائیدان کا زاویہ (ا) 30° ، (ب) 90° ، اور (ج) 180° ہو؟

نیوٹن کا قانون دوم برائے گھماؤ

سوال ۱۰.۴۹: تختہ غوطہ 3° سے تالاب میں کود کر غوطہ خور کی زاوی رفتار، اس کے مرکز کمیت پر، 220 ms میں صفر سے 6.20 rad s^{-1} ہوتی ہے۔ مرکز کمیت پر اس کا گھمیری جمود 12.0 kg m^2 ہے۔ پرواز کے دوران (ا) غوطہ خور کے اوسط زاوی اسراع اور (ب) تختہ سے غوطہ خور پر بیرونی اوسط قوت مسروڑ کی مقدار کیا ہیں؟

سوال ۱۰.۵۰: پیسے پر 32.0 N m قوت مسروڑ 25.0 rad s^{-2} زاوی اسراع پیدا کرتی ہے۔ پیسے کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۱۰.۵۱: بلار گڑافتی دھرے پر رداس 5.00 cm کا R کا جڑ ثقل 3° انصب ہے، جس سے کمیت

divingboard³⁸
pulley³⁹

سوال ۱۰.۸: $m_1 = 460 \text{ g}$ کی سل 1 اور کمیت $m_2 = 500 \text{ g}$ کی سل 2 لٹکی ہے (شکل 41.10)۔ ساکن حسات سے رہائی پر 5.0 s میں سل 2 75.0 cm گرتی ہے۔ دھاگہ ہرگز نہیں پھسلتا۔ (ا) سلوں کے زاوی اسراع کی قدر کیا ہے؟ (ب) تناو T_2 اور (ج) T_1 کتنا ہے؟ (د) حبر ثقیل کے زاوی اسراع کی قدر کیا ہے؟ (ه) حبر ثقیل کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۱۰.۵۲: ایک سیلن، جس کی کمیت 2.0 kg ہے، اپنی وسطی طولی محور پر، جو O پر واقع ہے، گھوم سکتا ہے (شکل 42.10)۔ لاگو قوت ذیل ہیں: $F_1 = 6.0 \text{ N}$ ، $F_2 = 4.0 \text{ N}$ ، $F_3 = 2.0 \text{ N}$ ، اور $F_4 = 5.0 \text{ N}$ ۔ ساتھ ہی $r = 5.0 \text{ cm}$ اور $R = 12 \text{ cm}$ ہیں۔ (ا) سیلن کے زاوی اسراع (ا) کی قدر اور (ب) رخ تلاش کریں۔ (گھاو کے دوران سیلن کے لحاظ سے قوت انہیں زاویوں پر رہتی ہیں۔)

سوال ۱۰.۵۳: یکاں مٹر ص اپنی وسطی انتھائی محور پر گھوم سکتا ہے (شکل 43.10)۔ مٹر ص، جو ابتدائی طور پر ساکن ہے، کی کمیت 20.0 g اور رداس 2.0 cm ہے۔ لمحہ 0 = t پر دکھائی گئی دو قوت مٹر ص کے چکا پر ماسی لاگو کی جاتی ہیں، جن کی بدولت $t = 1.25 \text{ s}$ پر مٹر ص کی حلاف گھڑی زاوی سستی رفتار 250 rad s^{-1} ہوگی۔ قوت \vec{F}_1 کی قدر 0.100 N ہے۔ قوت \vec{F}_2 کی قدر تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۵۴: جاپانی کشتی جوڈو کہلاتی ہے۔ ایک داومیں آپ حریف کا بایاں پاؤں مار کر اٹھاتے ہیں اور ساتھ ہی اس کو وردی سے پکڑ کر بائیں کھینچتے ہیں۔ نتیجتاً، حریف اپنے دائیں پاؤں پر گھوم کر زمین پر گر جاتا ہے۔ شکل 44.10 میں آپ کا حریف دکھایا گیا ہے، جس میں اس کا بایاں پاؤں زمین سے اٹھا دکھایا گیا ہے۔ محور گھاو نقطہ O پر ہے۔ تباذنی قوت \vec{F}_g اس کے مرکز کمیت پر عمل کرتی ہے، جو O سے $d = 28 \text{ cm}$ افقی فاصلے پر ہے۔ اس کی کمیت 70 kg اور O پر گھمیری جمود 65 kg m^2 ہے۔ (ا) آپ کی قوت \vec{F}_a متاثر نظر انداز ہونے کی صورت میں اور (ب) آپ کی قوت افقی، اس کی قدر 300 N، اور نقطہ اطلاق کی بلندی $h = 1.4 \text{ m}$ ہونے کی صورت میں O پر حریف کا ابتدائی زاوی اسراع کیا ہوگا؟

سوال ۱۰.۵۵: یکاں موٹائی اور کشاف (کمیت فی اکائی حجم) کے پلاسٹک کی بے متاعده چادر نقطہ O پر واقع، سطح چادر کو عمودی، محور پر گھمائی جاتی ہے (شکل 45a.10)۔ اس محور پر چادر کا گھمیری جمود درج ذیل ترکیب سے ناپا جاتا ہے۔ رداس 2.00 cm اور کمیت 0.500 kg کا دائری مٹر ص چادر کے ساتھ یوں چسپاں کیا جاتا ہے کہ مٹر ص کا وسط O پر ہو (شکل 45b.10)۔ لٹو پر دھاگہ لپیٹنے کی طرح مٹر ص پر دھاگہ لپیٹ کر دھاگہ 5.0 s کے لئے کھینچ جاتا ہے۔ نتیجتاً، مٹر ص کے چکا پر ماسی لاگو 0.400 N متقل قوت مٹر ص اور چادر دونوں کو گھماتی ہے۔ ماحصل زاوی رفتار 114 rad s^{-1} ہے۔ محور گھاو پر چادر کا گھمیری جمود کیا ہوگا؟

سوال ۱۰.۵۶: دو ذرے 1 اور 2 جن کی انفرادی کمیت m ہے بلا کمیت سلاخ کے سروں پر حبڑے ہیں (شکل 46.10)۔ سلاخ کی لمبائی $L_1 + L_2$ ہے، جہاں $L_1 = 20 \text{ cm}$ اور $L_2 = 80 \text{ cm}$ ہے۔ چول پر سلاخ افقی رکھ کر رہا کی جاتی ہے۔ (ا) ذرہ 1 اور (ب) ذرہ 2 کے ابتدائی اسراع کی قدر کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۵۷: ایک حبر ثقیل کا رداس 10 cm اور دھرے پر گھمیری جمود $1.0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ ہے۔ حبر ثقیل کے چکا پر ماسی تغیر پذیر قوت $F = 0.50t + 0.30t^2$ لاگو کی جاتی ہے، جہاں F نیوٹن میں اور t سیکنڈ میں ہے۔ حبر ثقیل ابتدائی طور ساکن ہے۔ وقت $t = 3.0 \text{ s}$ پر اس (ا) کا زاوی اسراع اور (ب) زاوی

رفتار کیا ہوں گے؟

کام اور گھمیری حسی توانائی

سوال ۱۰.۵۸: (i) اگر شکل 19.10 میں $M = 400 \text{ g}$ ، $R = 12 \text{ cm}$ اور $m = 50 \text{ g}$ ہو، ساکن حالت سے رہائی کے بعد 50 cm اتر کر سل کی رفتار کیا ہوگی؟ توانائی کی بقا کا اصول استعمال کر کے جواب معلوم کریں۔ (ب) رداس $R = 5.0 \text{ cm}$ لے کر جواب دوبارہ حاصل کریں۔

سوال ۱۰.۵۹: گاڑی کا خمدار دھرا^{۴۰} (کریٹک شافٹ) 1800 چکر فی منٹ رفتار سے گھومتے ہوئے انجن سے دھسے (اکسل) تک 74.6 kW شرح سے توانائی پہنچاتا ہے۔ خمدار دھسے کی کتنی قوت سرورضراہم کرتا ہے؟

سوال ۱۰.۶۰: ایک پتلی سلاخ، جس کی لمبائی 0.75 m اور کمیت 0.42 kg ہے، ایک سرے لٹکی ہے۔ سلاخ کو ایک جانب کھینچ کر رہا کر کے رفتار کی طرح جھولنے دیا جاتا ہے؛ نشیب سے سلاخ 4.0 rad s^{-1} زاویہ رفتار سے گزرتی ہے۔ رگڑ اور ہوائی رکاوٹ نظر انداز کریں۔ (i) نشیبی مقام پر سلاخ کی حسی توانائی کیا ہوگی اور (ب) سلاخ کا سر کمیت نشیبی نقطہ سے کتنی بلندی تک پہنچ پاتا ہے؟

سوال ۱۰.۶۱: ایک پہیا، جس کو دائری پتلی سلاخ تصور کیا جاسکتا ہے، کی کمیت 32.0 kg اور رداس 1.20 m ہے اور اس کی زاویہ رفتار 280 چکر فی منٹ ہے۔ پہیے کو 15.0 s میں روکنا مقصود ہے۔ (i) پہیا روکنے میں کتنا کام سرانجام ہوگا؟ (ب) درکار اوسط طاقت کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۶۲: تین ذروں کو، جن کی انفرادی کمیت 0.0100 kg ہے، بلا کمیت 6.00 cm لمبی سلاخ کے ساتھ جوڑا گیا ہے جو، سلاخ کے سر پر نقطہ O پر واقع سلاخ کو عمودی، محور پر گھوم سکتی ہے (شکل 35.10)۔ گھمیری شرح کو (i) 0 سے 20.0 rad s^{-1} کرنے، (ب) 20.0 rad s^{-1} سے 40.0 rad s^{-1} کرنے، اور (ج) 40.0 rad s^{-1} سے 60.0 rad s^{-1} کرنے میں کتنا کام درکار ہوگا؟ (د) نظام کی حسی (جہول میں) توانائی بالمقابل (مربع ریڈین فی مربع سیکنڈ میں) مربع شرح گھماؤ کی ترسیم کی ڈھلوان کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۶۳: میٹر سلاخ زمین پر کھڑی کر کے گرنے دی جاتی ہے۔ عین زمین پر پہنچ کر سلاخ کے دوسرے سر کی رفتار کیا ہوگی؟ زمین پر رکھا گیا سر پھلتا نہیں۔ (اشارہ: میٹر سلاخ کو پتلی سلاخ تصور کر کے توانائی کی بقا کا اصول بروئے کار لائیں۔)

سوال ۱۰.۶۴: یکاں بیلن کو، جس کا رداس 10 cm اور کمیت 20 kg ہے، یوں رکھا جاتا ہے کہ بیلن کی وسطی طولی محور کے متوازی، 5.0 cm فاصلے پر، افقی محور کے گرد گھوم سکے۔ (i) محور گھماؤ پر بیلن کا گھمیری، جمود تلاش کریں۔ (ب) بیلن کی وسطی طولی محور کو محور گھماؤ کی بلندی پر رکھ کر ساکن بیلن رکھا جاتا ہے۔ نشیب سے گزرتے وقت بیلن کی زاویہ رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۶۵: ایک بلند بیلنی آتش دان جس کی بنیاد کمزور پڑ گئی تھی گر جاتا ہے۔ آتش دان کو پتلی سلاخ تصور کریں جس کی لمبائی 55.0 m ہے۔ گرنے کے دوران جس لمحے انتصاب کے ساتھ آتش دان 35.0° زاویہ بناتا ہے

، اس کے بلا سر کا (۱) ردی اسراع، اور (ب) مماسی اسراع کیا ہوں گے؟ (اشارہ: توانائی کی بقا بروئے کار لائیں تاکہ قوت سروڈ (ج) مماسی اسراع کس زاویے θ پر $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ کے برابر ہوگا؟

سوال ۱۰.۶۶: یکساں کردی خول، جس کی کمیت $M = 4.5 \text{ kg}$ اور رداس $R = 8.5 \text{ cm}$ ہے، انتصابی وسطی محور پر بلار گڑ گھوم سکتا ہے (شکل 47.10)۔ بلا کمیت دھاگہ، جس سے $m = 0.60 \text{ kg}$ کمیت کا جسم لٹکا ہے، حبر ثقیل پر گزار کر کرہ کے خط استوا پر لپیٹا جاتا ہے۔ حبر ثقیل کا گھمیری جمود $I = 3.0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ اور رداس $r = 5.0 \text{ cm}$ ہے۔ حبر ثقیل کا دھرا بلار گڑ ہے؛ دھاگہ حبر ثقیل پر پھلتا نہیں ہے۔ ساکن حالت سے 82 cm گرنے کے بعد جسم کی رفتار کیا ہوگی؟ توانائی کی بقا استعمال کریں۔

سوال ۱۰.۶۷: پشلا گھمیر (کمیت m اور رداس $R = 0.150 \text{ m}$) اور پتلی سلاخ (کمیت m اور لمبائی $L = 2.00 \text{ m}$) جوڑ کر استوار نظام بنایا گیا ہے (شکل 48.10)۔ نظام سیدھا کھڑا ہے، تاہم معمولی ہلانے پر نظام، سلاخ کے خنچل سر پر واقع، سلاخ اور گھیرا^{۳۱} کے مستوی میں موجود، افقی محور کے گرد گھومتا ہے۔ فرض کریں معمولی ہلانے سے منتقل متاثر نظر انداز ہے۔ نشیبی نقطہ سے گزرتے وقت نظام کی زاوی رفتار کیا ہوگی؟

اضافی سوال

سوال ۱۰.۶۸: دو ٹھوس یکساں کرہ کی انفرادی کمیت 1.65 kg ، اور رداس 0.226 m اور 0.854 m ہیں۔ دونوں اپنی اپنی محور پر، جو کرہ کے مرکز سے گزرتی ہے، گھوم سکتے ہیں۔ (۱) چھوٹے کرہ کو ساکن حالت سے 15.5 s میں 317 rad s^{-1} زاوی رفتار تک لانے کے لئے درکار τ کی مقدار کیا ہے؟ (ب) کرہ کے خط استوا پر مماسی قوت کی مقدار F کیا ہوگی جو اتنی قوت سروڈ دے؟ (ج) τ اور F بڑے کرہ کے لئے کیا ہیں؟

سوال ۱۰.۶۹: رداس $r = 2.00 \text{ cm}$ کا چھوٹا مترص، رداس $R = 4.00 \text{ cm}$ کے بڑے مترص کے کنارے یوں جوڑا گیا ہے کہ دونوں ایک مستوی میں ہوں (شکل 49.10)۔ بڑے مترص کے مرکز O پر واقع عمودی محور کے گرد نظام گھوم سکتا ہے۔ دونوں مترص کی یکساں کثافت (کمیت فی اکائی حجم) $1.40 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ اور یکساں موٹائی 5.00 mm ہے۔ محور گھماؤ پر نظام کا گھمیری جمود تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۷۰: ایک پہیا ساکن حالت سے آغاز کر کے 2.00 rad s^{-2} مستقل اسراع کے ساتھ گھومتا ہے۔ کسی مخصوص 3.00 s دورانیے میں پہیا 90.0 rad گھومتا ہے۔ (۱) اس 3.00 s دورانیے کے آغاز میں پہیے کی زاوی سستی رفتار کیا ہے؟ (ب) 3.00 s دورانیے سے قبل پہیا کتنی دیر حرکت میں رہا؟

سوال ۱۰.۷۱: دو جسم، جن کی انفرادی کمیت 6.20 kg ہے، بلا کمیت دھاگے سے آپس میں باندھے گئے ہیں (شکل 50.10)۔ دھاگہ 2.40 cm رداس اور $7.40 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ گھمیری جمود کے حبر ثقیل سے گزرتا ہے۔ حبر ثقیل پر دھاگہ پھلتا نہیں ہے؛ ہم نہیں جانتے آیا میز اور جسم کے بیچ رگڑ ہے یا نہیں؛ حبر ثقیل کا دھرا بلار گڑ ہے۔ ساکن حالت سے رہائی پر 91.0 ms میں حبر ثقیل 0.130 rad گھومتا ہے، اور اجسام کا اسراع مستقل ہے۔

(۱) جبر ثقل کے زاوی اسراع کی مقدار، (ب) اجسام کے اسراع کی مقدار، (ج) دھماگے کا تباہ T_1 اور (د) دھماگے کا تباہ T_2 کیا ہیں؟

سوال ۱۰.۷۲: پتلی سلاخ، جس کی کمیت 6.40 kg اور لمبائی 1.20 m ہے، کے دونوں سر پر 1.06 kg کا گیند نصب کیا جاتا ہے۔ سلاخ کے مرکز پر واقع انتہائی محور پر سلاخ افقی مستوی میں گھوم سکتی ہے۔ کسی مخصوص لمحے پر سلاخ 39.0 چکر فی منٹ سے گھومتی ہے۔ رگڑ کی وجہ سے 32.0 s میں یہ رک جاتی ہے۔ رگڑ کی آہستہ کن μ^2 قوت سرورز مستقل تصور کریں۔ (۱) زاوی اسراع، (ب) آہستہ کن قوت سرورز، (ج) میکائی توانائی سے حرری توانائی میں رگڑ کی بن منتقل توانائی کی مقدار، اور (د) ان 32.0 s میں چکر کی تعداد تلاش کریں۔ (۵) فرض کریں آہستہ کن قوت سرورز مستقل نہیں۔ کیا جبزوا، ب، ج، اور د مزید معلومات دیے بغیر معلوم کیے جا سکتے ہیں؟ جو معلوم کی جا سکتی ہیں ان کی قیمتیں کیا ہوں گی؟

سوال ۱۰.۷۳: ہیلی کاپٹر کے یکساں پر کی لمبائی 7.8 m اور کمیت 110 kg ہے، اور ایک متابلہ اس کو مدور دھرے کے ساتھ جوڑا ہے۔ (۱) جب مدور 320 چکر فی منٹ سے گھومتا ہے (جو اس کی پوری رفتار ہے)، متابلہ پر دھرے کی قوت کی مقدار کیا ہوگی؟ (اشارہ: اس حساب کے لئے پڑ کو کمیتی نقطہ تصور کیا جا سکتا ہے جو پڑ کے مرکز کمیت پر واقع ہو۔ کیوں؟) (ب) ساکن حالت سے 6.70 s میں پوری رفتار تک پہنچانے کے لئے مدور پر درکار قوت سرورز کیا ہوگی؟ ہوا کی رگڑ نظر انداز کریں (اس حساب میں پڑ کو کمیتی نقطہ تصور نہیں کیا جا سکتا۔ کیوں نہیں؟ پتلی سلاخ پر یکساں کمیتی تقسیم تصور کیا جا سکتا ہے۔) (ج) 320 چکر فی منٹ تک پہنچانے کے لئے قوت سرورز پر پڑ کتنا کام سر انجام دیگی؟

سوال ۱۰.۷۴: دو مترص اپنی اپنی وسطی انتہائی محور پر گھوم سکتے ہیں (شکل 51.10)۔ لمحہ 0 = t پر دونوں مترص کے حوالہ لکیر ایک جیسی سمت بند ہیں۔ مترص A پہلے سے 9.5 rad s^{-1} زاوی رفتار سے حرکت میں ہے۔ مترص B جو ساکن ہے اب 2.2 rad s^{-2} مستقل زاوی اسراع سے چل پڑتا ہے۔ (۱) حوالہ لکیروں کا زاویہ θ کس وقت t پر لمحائی ایک جتنا ہوگا؟ (ب) کیا 0 = t کے بعد t وہ پہلا لمحہ ہے جب دونوں حوالہ لکیر سیدھ میں ہیں؟

سوال ۱۰.۷۵: رسی پر چلنے والا شخص اپنا مرکز کمیت رسی پر رکھتا ہے۔ لمبا اور بھارا ڈنڈا ہاتھ میں ہونا مددگار ثابت ہوتا ہے: اگر مرکز کمیت رسی سے دائیں منتقل ہو اور رسی پر گھوم کر گرنے کا خطرہ ہو، شخص ڈنڈے کو بائیں حرکت دے کر گھماو آہستہ کر کے سنبھالتا ہے۔ فرض کریں شخص کی کمیت 70.0 kg اور رسی پر گھمیری جود 15.0 kg m^2 ہے۔ رسی پر اس کے زاوی اسراع کی مقدار کیا ہوگی اگر اس کا مرکز کمیت رسی سے 5.0 cm دائیں ہو، اور (۱) اس کے پاس ڈنڈا سنبھالے ہو اور (ب) اگر اس کے پاس 14.0 kg ڈنڈا ہو جس کا مرکز کمیت رسی سے 10 cm بائیں ہو؟

سوال ۱۰.۷۶: اس پہلی 0 = t پر ساکن حالت سے آغاز کر کے مستقل زاوی اسراع سے گزرتا ہے۔ لمحہ 0 = t پر پہلے کی زاوی مستقل رفتار 5.0 rad s^{-1} ہے۔ اسراع 20 s = t تک برقرار رہنے کے بعد یکدم ختم ہوتا ہے۔ وقت 0 = t تا 40 s = t میں پہلی کتنا زاویہ طے کرتا ہے؟

سوال ۱۰.۷۷: تختہ گھوم $33\frac{1}{3}$ چکر فی منٹ کی رفتار سے 30 s میں بتدریج آہستہ ہو کر رکتا ہے۔ (۱) اس کا (مستقل) زاوی اسراع، چکر فی مربع منٹ میں، تلاش کریں۔ (ب) اس دورانے میں تختہ کتنے چکر کاٹتا ہے؟

سوال ۱۰.۷۸: تین $L = 0.600 \text{ m}$ لمبی یکساں پتلی سلاخوں سے استوار جسم بنایا گیا ہے، جولا طینی حسی H کی شکل میں ہے (شکل 52.10)۔ جسم افقی محور پر، جو ایک ٹانگہ کی ہمراہ ہے، گھوم سکتا ہے۔ جسم کا مستوی افقی رکھ کر جسم گرنے دیا جاتا ہے۔ جب یہ مستوی انتہائی مقام کو پہنچتا ہے، جسم کی زاوی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۷۹: (i) دکھائیں کہ کیت M اور رداس R کے ٹھوس سیلن کا وسطی محور پر گھمیری جمود، اور کیت M اور رداس $R/\sqrt{2}$ کے گھیرا کا وسطی محور پر گھمیری جمود برابر ہیں۔ (ب) دکھائیں کہ کسی بھی جسم کا، جس کی کیت M ہو، کسی بھی محور پر گھمیری جمود I معادل گھیرا کا اسی محور پر گھمیری جمود کے برابر ہوگا۔ معادل گھیرا کی کیت M اور رداس k ذیل ہوگا۔

$$k = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

معادل گھیرا کا رداس k اس جسم کا رداس k^3 ہوتا ہے۔

سوال ۱۰.۸۰: دائری مٹرس 6.00 s میں مستقل زاوی اسراع کے ساتھ زاوی مقام $\theta_1 = 10.0 \text{ rad}$ سے زاوی مقام $\theta_2 = 70.0 \text{ rad}$ پہنچتا ہے۔ مقام θ_2 پر جسم کی زاوی سستی رفتار 15.0 rad s^{-2} ہے۔ (i) جسم کی زاوی سستی رفتار θ_1 پر کیا تھی؟ (ب) زاوی اسراع کیا ہے؟ (ج) ابتدائی ساکن حالت میں مٹرس کا زاوی مقام کیا تھ؟ (د) ابتدائے (جس کو ہم $t = 0$ کہتے ہیں) θ بالمقابل t ، اور زاوی رفتار ω بالمقابل t ترسیم کریں۔

سوال ۱۰.۸۱: ایک پتلی یکساں سلاخ جس کی لمبائی 2.0 m ہے، ایک سر پر واقع بلار گزار افقی کیل پر گھوم سکتی ہے (شکل 53.10)۔ افق سے $\theta = 40^\circ$ اوپر رکھ کر ساکن حالت سے سلاخ رهاکی جاتی ہے۔ افقی مقام سے گزرتے وقت سلاخ کی زاوی رفتار توانائی کی بقا کا اصول استعمال کر کے تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۸۲: ایک چرخ ہندولا k^3 جس کا قطر 76 m ہے 36 کلو گزیوں پر مشتمل ہے۔ ہر گازی میں 60 سوار بیٹھ سکتے ہیں۔ تمام سواریاں بٹھا کر چرخ ہندولا کو 1 چکر فی 2 منٹ کی مستقل زاوی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ صرف سواروں کو گھمانے کے لئے درکار کام کی تخمینہ قیمت تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۸۳: کیت $M = 500 \text{ g}$ اور رداس $R = 12.0 \text{ cm}$ کے یکساں مٹرس کے گرد بلا کیت دھاگہ لپیٹ کر دھاگے کے سروں سے $m_1 = 400 \text{ g}$ کیت اور $m_2 = 600 \text{ g}$ کیت کی سل آویزاں کی جاتی ہیں (شکل 41.10)۔ مٹرس کے وسطی افقی محور پر مٹرس بلار گزار گھوم سکتا ہے؛ دھاگہ پھسلتا نہیں ہے۔ نظام ساکن حالت سے رهاکیا جاتا ہے۔ (i) سل کے اسراع کی مقدار، (ب) بائیں جانب دھاگے کا تناؤ T_1 ، اور (ج) دائیں جانب دھاگے کا تناؤ T_2 تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۸۴: وسطی سائبریا میں، جون 30 ۱۹۰۸ء کی صبح کے سات بج کر چودہ منٹ پر، 61° شمال خط عرض بلد اور 102° مشرق خط طول بلد پر، کچھ بلندی پر ایک خوفناک دھماکہ ہوا۔ جو آگ کا شعلہ اٹھا وہ جوہری دھماکے سے پہلے انسان نے کبھی نہیں دیکھا۔ یہ واقعہ دریا ٹنگکا کے مٹریب پیش آیا جس کی بنیاد ٹنگکا وقوعہ k^5 ہوتا ہے۔ ایک اتفاقی شاہد کے مطابق ”آسمان کا بہت بڑا حصہ وقوعہ کی لپیٹ میں آیا۔“ یہ غالباً 140 m چوڑے پتھری

radius of gyration k^3 Ferris wheel k^3 Tunguska event k^5

سیارچہ کے پھٹنے سے پیدا ہوا۔ (۱) صرف زمین کا گھماؤ مد نظر رکھتے ہوئے، معلوم کریں کہ سیارچہ کتنی دیر بعد پینچنے پر دھماکہ 25° مشرق کے خط طول بلد پر واقع شہر بلسکی کے اوپر ہوتا۔ ایسی صورت میں شہر مکمل طور پر تباہ ہو جاتا۔ (ب) اس کے برعکس اگر سیارچہ دھاتی ہوتا، یہ سطح زمین پر پینچ پاتا۔ کتنی دیر بعد پینچنے پر دھماکہ بحیرہ القیانوس میں 20° مغرب کے خط طول بلد پر ہوتا؟ (دھماکے سے پیدا ہونے والی بحیرہ القیانوس کے دونوں اطراف ساحلی آبادی تباہ کرتا۔)

سوال ۱۰.۸۵: گالف کا گیند افق سے 20° زاویے پر 60 m s^{-1} رفتار اور 90 rad s^{-1} شرح گھماو سے پھینکا جاتا ہے۔ ہوا کی گھساٹ نظر انداز کریں۔ بلند ترین نقطے تک پہنچنے تک گیند کتنے چکر کاٹتا ہے؟

سوال ۱۰.۸۶: دو دائری چھلوں کا مرکز ایک نقطے پر رکھ کر انہیں تین بلاکیت سلاخوں سے ہم سطحی جوڑا جاتا ہے (شکل 54.10)۔ نظام کے مرکز پر واقع انتصابی محور کے گرد نظام، جو فی الحال ساکن ہے، گھوم سکتا ہے۔ چھلوں کی کیت، اندرونی رداس، اور بیرونی رداس درج ذیل جدول میں پیش ہیں۔ بیرونی چھلا کے بیرونی کنارے پر 0.300 s کے لئے 12.0 N قوت لگاؤ کی جاتی ہے۔ اس دورانیے میں نظام کی زاویہ رفتار میں تبدیلی کیا ہوگی؟

چھلا	کیت (kg)	اندرونی رداس (m)	بیرونی رداس (m)
1	0.120	0.0160	0.0450
2	0.240	0.0900	0.1400

سوال ۱۰.۸۷: بلا رگڑ افقی دھارے پر 0.20 m رداس کا پہیا نصب کیا جاتا ہے۔ بلاکیت دھاگہ پیسے کے گر دلیپٹ کر دھاگے کے آزاد سر کے ساتھ، افق سے $20^\circ = \theta$ بلا رگڑ میلان پر رکھی، 2.0 kg اینٹ باندھی جاتی ہے (شکل 55.10)۔ میلان سطح کے ہمراہ اینٹ 2.0 m s^{-2} اسراع سے نشیبی حرکت کرتی ہے۔ دھارے پر پیسے کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۱۰.۸۸: ایک پستلے کروئی خول کا رداس 1.90 m ہے۔ خول کو 960 N m قوت مسروڑ، کرہ کے مرکز پر واقع محور کے لحاظ سے، 6.20 rad s^{-2} زاویہ اسراع دیتی ہے۔ (۱) اس محور پر کرہ کا گھمیری جمود اور (ب) خول کی کیت کیا ہے؟

سوال ۱۰.۸۹: سائیکل سوار، جس کی کیت 70 kg ہے، چڑھائی پر چڑھتے ہوئے باری باری سائیکل کے نشیب وار حرکت کرتے پاندان پر اپنی پوری کیت ڈالتا ہے۔ پاندان 0.40 m قطر دائرے پر چلتا ہے۔ پاندان کے محور گھماؤ پر سائیکل سوار زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مسروڑ ڈالتا ہے۔

سوال ۱۰.۹۰: انجن کا اڑن پہیا 25.0 rad s^{-1} زاویہ رفتار سے گھومتا ہے۔ انجن بند کرنے پر اڑن پہیا مستقل شرح سے بتدریج آہستہ ہو کر 20.0 s میں رکتا ہے۔ (۱) اڑن پہیے کا زاویہ اسراع، (ب) رکنے تک طے شدہ زاویہ، اور (ج) رکنے تک کاٹے گئے چکر تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۹۱: رداس 0.20 m کا پہیا بلا رگڑ افقی محور پر نصب ہے (شکل 19a.10)۔ محور پر پیسے کا گھمیری جمود 0.400 kg m^2 ہے۔ بلاکیت دھاگہ پیسے کے محیط پر پلیٹ کر دھاگے کا دوسرا سر 6.0 kg اینٹ سے باندھا جاتا ہے۔ ساکن حالت سے نظام رہا کیا جاتا ہے۔ جب اینٹ کی حرکت توانائی 6.0 J ہوتی ہے، (۱) پیسے کی گھمیری حرکت کی توانائی کیا ہوگی اور (ب) اینٹ کتنا نشیب وار فاصلہ طے کر چکی ہوگی؟

سوال ۱۰.۹۲: دو دھیا کھنکھار کے مرکز سے سورج کا فاصلہ 2.3×10^4 نوری سل ہے۔ کہکشاں کے مرکز کے گرد سورج 250 km s^{-1} رفتار سے گھومتا ہے۔ (i) کہکشاں کے مرکز کے گرد سورج ایک چکر کتنے عرصہ میں مکمل کرتا ہے؟ (ب) سورج کی پیدائش سے اب تک، سورج کتنے چکر کاٹ چکا ہے۔ سورج کی پیدائش کو 4.5×10^9 سال ہو چکے ہیں۔

سوال ۱۰.۹۳: بلار گڑافتی محور پر رداس 0.20 m کا پھیا نصب ہے۔ محور پر پیپے کا گھمیری جمود 0.050 kg m^2 ہے۔ پیپے کے گرد لیٹ دھاگے کے سرے 2.0 kg اینٹ بندھی ہے جو بلار گڑافتی سطح پر حرکت کر سکتی ہے۔ اگر اینٹ پر $P = 3.0 \text{ N}$ قوت کی لاگو کی جائے، جیسا شکل 56.10 میں دکھایا گیا ہے، پیپے کے زاوی اسراع کی مقدار کیا ہوگی؟ دھاگہ پیپے پر پھلتا نہیں ہے۔

سوال ۱۰.۹۴: ایک ہوائی جہاز کا، جو زمین کے لحاظ سے 480 km h^{-1} سے پرواز کر رہا ہے، پنکھا 2000 چکر فی منٹ سے گھوم رہا ہے۔ (i) ہوا باز اور (ب) زمین پر کھڑے شخص کے نقطہ نظر سے رداس 1.50 m پنکھے کے پڑکا سرکس خطی رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ جہاز کی سمتی رفتار اور پنکھے کا دھرامتوازی ہیں۔

سوال ۱۰.۹۵: تین کمیتوں کو بلا کمیت سلاخوں سے جوڑ کر استوار جسم بنایا گیا ہے (شکل 57.10)۔ جسم کو نقطہ P پر واقع، جسم کی سطح کو عمودی، محور پر گھمانا مقصود ہے۔ اگر $M = 0.40 \text{ kg}$ ، $a = 30 \text{ cm}$ ، اور $b = 50 \text{ cm}$ ہو، ساکن حالت سے جسم کو 5.0 rad s^{-1} زاوی رفتار تک پہنچانے کے لئے کتنا کام درکار ہوگا؟

سوال ۱۰.۹۶: مشروب کے ڈبے میں کنجی کا شمول مشروبات کی صنعت میں ایک بڑا قدم بھتا۔ ڈبے کے بالا سر میں وسطی تالے پر کنجی حرکت کر سکتی ہے۔ کنجی کا ایک سر اوپر کھینچنے سے کنجی کا دوسرا سر ڈبے کے بالا سر کے کمزور کردہ حصے کو نیچے دباتی ہے۔ اگر آپ 10 N قوت سے کنجی اوپر کھینچیں، کمزور کردہ حصے پر کتنی قوت عمل کرتی ہے؟ (مشروب کا ڈب لے کر اس عمل پر غور کرنا ہوگا۔)

سوال ۱۰.۹۷: جہاز کا پڑ شکل 58.10 میں پیش ہے، جو نقطہ B پر واقع انتہائی محور کے گرد 2000 چکر فی منٹ سے گھومتا ہے۔ نقطہ A کا، جو محور سے پڑ کا دور ترین نقطہ ہے، رداس 1.50 m ہے۔ (i) نقطہ B اور محور سے 0.150 m رداسی فاصلے پر موجود نقطے کے مرکز مائل اسراع کی مقدار میں فرق a کتنا ہوگا؟ (ب) a بالمقابل رداسی فاصلے کی تناسبیم کھینچیں۔

سوال ۱۰.۹۸: بلار گڑافتی محور پر، شکل 59.10 میں پیش نظام استعمال کر کے، 30 kg کا ڈب اٹھایا جاتا ہے۔ بیرونی رداس $R = 0.50 \text{ m}$ جبکہ ناچھ $r = 0.20 \text{ m}$ کا رداس r ہے۔ افقی قوت \vec{F} ، جس کی مقدار 140 N ہے، لاگو کرنے سے ڈب 0.8 m s^{-2} قدر کے اسراع سے اوپر اٹھتا ہے۔ محور پر نظام کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۱۰.۹۹: بلا کمیت سلاخ، جس کی لمبائی 0.780 m ہے، کے ایک سر پر 1.30 kg گیند نصب ہے۔ سلاخ کے دوسرے سر پر نظام افقی دائرے میں 5010 چکر فی منٹ رفتار سے گھومتا ہے۔ (i) محور گھماؤ پر نظام کا گھمیری جمود تلاش کریں۔ (ب) گھماؤ کے مخالف رخ، گیند پر ہوائی گھساٹ $2.30 \times 10^{-2} \text{ N}$ ہے۔ نظام کو مستقل رفتار سے گھومتے رکھنے کے لئے کتنی قوت سرورڈر کار ہوگی؟

سوال ۱۰.۱۰۰: دو پستلی سلاخیں (جن کی انفرادی کمیت 0.20 kg ہے) آپس میں جوڑ کر، شکل 60.10 میں پیش، استوار جسم بنایا جاتا ہے۔ ایک سلاخ کی لمبائی $L_1 = 0.40 \text{ m}$ اور دوسرے کی $L_2 = 0.50 \text{ m}$ ہے۔ (۱) چھوٹی سلاخ کے وسطی نقطے پر واقع، سطح صاف کو عمودی، محور پر استوار جسم کا گھمیری جمود تلاش کریں۔ (ب) لمبی سلاخ کے وسطی نقطے پر واقع، سطح صاف کو عمودی، محور پر استوار جسم کا گھمیری جمود تلاش کریں۔

سوال ۱۰.۱۰۱: چار حبر ثقیل کو دو پٹوں سے ملایا جاتا ہے (شکل 61.10)۔ حبر ثقیل A (رداس 15 cm) محرک حبر ثقیل ہے، اور 10 rad s^{-1} سے گھومتا ہے۔ حبر ثقیل B (رداس 10 cm) اور حبر ثقیل A کو پٹ 1 ملاتا ہے۔ حبر ثقیل B' (رداس 5 cm) اور حبر ثقیل B ہم محور ہیں اور آپس میں یکے کے بعد ہیں۔ حبر ثقیل C (رداس 25 cm) اور حبر ثقیل B' کو پٹ 2 ملاتا ہے۔ (۱) پٹ 1 پر نقطے کی خطی رفتار، (ب) حبر ثقیل B کی زاوی رفتار، (ج) حبر ثقیل B' کی زاوی رفتار، (د) پٹ 2 پر نقطے کی خطی رفتار، اور (ه) حبر ثقیل C کی زاوی رفتار تلاش کریں۔ (اشارہ: اگر دو حبر ثقیل ملانے والا پٹ نہ پھلتا ہو، ان حبر ثقیل کے چپکا کی ماسی رفتاریں برابر ہوں گی۔)

سوال ۱۰.۱۰۲: تین گیند کو تین سلاخ ملا کر استوار جسم دیتے ہیں (شکل 62.10)، جہاں $M = 1.6 \text{ kg}$ ، $L = 0.60 \text{ m}$ ، اور $\theta = 30^\circ$ ہے۔ گیند کو ذرہ تصور کیا جاسکتا ہے اور سلاخ بلا کمیت ہیں۔ (۱) نقطہ P پر واقع جسم کی سطح کو عمودی محور پر اور (ب) نقطہ P پر واقع اور $2L$ لمبی سلاخ کو عمودی، اور جسم کے متوی میں پائی جانے والی محور پر جسم کی گھمیری حرکی توانائی اس صورت میں تلاش کریں جب جسم کی زاوی رفتار 1.2 rad s^{-1} ہو۔

سوال ۱۰.۱۰۳: نقطہ A پر موجود افقی محور کے گرد (شکل 63.10) نقطہ A سلاخ کے سرے $d = 1.0 \text{ m}$ فاصلے پر ہے۔ انتصابی مقام سے گزرتے وقت سلاخ کی حرکی توانائی 20 J ہے۔ (۱) محور A پر سلاخ کا گھمیری جمود کیا ہے؟ (ب) سلاخ کے سر B کی (خطی) رفتار اس وقت کیا ہوگی جب سلاخ انتصابی مقام سے گزرتی ہو؟ (ج) اوپر جاتے ہوئے سلاخ کس زاویہ θ پر لمبائی رکھتی ہے؟

سوال ۱۰.۱۰۴: چار ذروں کو، جن کی انفرادی کمیت 0.20 kg ہے، چوکور کے کونوں پر رکھا جاتا ہے۔ چوکور کا اضلاع کی انفرادی لمبائی 0.50 m ہے۔ ذروں کو بلا کمیت سلاخوں سے جوڑا جاتا ہے۔ استوار جسم انتصابی متوی میں افقی محور A کے گرد گھوم سکتا ہے۔ A ایک ذرے کے مرکز سے گزرتی ہے۔ سلاخ AB افقی رکھ کر جسم کو ساکن حالت سے رہا کیا جاتا ہے (شکل 64.10)۔ (۱) محور A پر جسم کا گھمیری جمود کیا ہے؟ (ب) جب سلاخ AB انتصابی مقام سے جھول کر گزرتی ہے، A پر جسم کی زاوی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۱۰۵: چیتا کو 114 km h^{-1} کی حیرت کن رفتار پر دوڑنا دیکھا گیا ہے۔ فرض کریں آپ چیتا کے ہمراہ گاڑی میں چلتے ہوئے چیتا کی رفتار جاننے کے لئے رفتار پیما پر نظر ڈالتے ہیں جو 114 km h^{-1} دیتا ہے۔ آپ گاڑی کو چیتا سے مستقل طور پر 8.0 m دور رکھتے ہیں، تاہم چیتا گاڑی کے ذرے سے مسلسل دور بنتے ہوئے 92 m ردا سی راہ پر دوڑتا ہے۔ یوں آپ 100 m ردا سے دور کے دائرے پر گاڑی چلاتے ہیں۔ (۱) دائرے راہ پر چلتے ہوئے آپ کی اور چیتا کی زاوی رفتار کیا ہے؟ (ب) اس راہ پر چیتا کی خطی رفتار کیا ہوگی؟ (اگر آپ دائری راہ کی لمبائیوں میں منحنی حساب میں شامل نہ کرتے، آپ کہتے چیتا کی رفتار 114 km h^{-1} ہے؛ جو سراسر غلط ہوگا۔ بلکہ ہر اسی غلطی کی بنا چیتا کی رفتار اتنی زیادہ

بتائی گئی۔)

سوال ۱۰.۱۰۶: ایک پیسے کے چکا پر نقطے کی رفتار 6.2 s میں 12 m s^{-1} سے مستقل شرح سے بڑھتے ہوئے 25 m s^{-1} ہوتی ہے۔ پیسے کا قطر 0.75 m ہے۔ پیسے کی اوسط زاوی اسراع کیا ہوگی؟

سوال ۱۰.۱۰۷: ایک جبر ثقیل، جس کا قطر 8.0 cm ہے، کے گرد 5.6 m ڈور لپیٹی جاتی ہے۔ ساکن حالت سے آغاز کر کے اس کو 1.5 rad s^{-2} مستقل اسراع دیا جاتا ہے۔ (ا) ڈور مکمل اترنے تک جبر ثقیل کتنا زاویہ طے کرتا ہے، اور (ب) ایسا کتنی دیر میں ہوگا؟

سوال ۱۰.۱۰۸: اگر اموفون کی ہتالی $33\frac{1}{3}$ چکر فی منٹ سے گھمائی جاتی ہے۔ (ا) اس کی زاوی رفتار ریڈین فی سیکنڈ میں کیا ہوگی؟ ہتالی کے محور گھماوے (ب) 15 cm اور (ج) 7.4 cm رداسی فاصلے پر نقطے کی خطی رفتار کیا ہوگی؟

باب ۱۱

لڑھکاؤ، قوت سروٹ، اور زاوی معیار حرکت

۱۱.۱ مستقیم حرکت اور گھماؤ مل کر لڑھکا دیتے ہیں

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے نتائج ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے کہ لڑھکاؤ حوالہ مستقیم حرکت اور حوالہ گھماؤ کا مجموعہ ہے۔
۲. ہموار لڑھکاؤ میں مرکز کیت کی رفتار اور جسم کی زاوی رفتار کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

• رداس R کے پہیے کے لئے جو ہموار سطح پر لڑھکا رہا ہو ذیل ہوگا:

$$v = \omega R$$

جہاں مرکز کیت v پہیے کے مرکز کیت کی خطی رفتار اور ω پہیے کے وسط پر پہیے کی زاوی رفتار ہے۔

- پہیے کو نقطہ P کے گرد، جو ”مخروش“ کے ساتھ مس ہے، لمحاتی گھومتا تصور کیا جاسکتا ہے۔ مرکز کیت کے گرد اور اس نقطہ کے گرد جسم کی زاوی رفتار برابر ہے۔

طبیعیات کیا ہے؟

جیسا باب ۱۰ میں ذکر کیا گیا، گھماؤ کا مطالعہ طبیعیات میں شامل ہے۔ غالباً، اس مطالعے کا اہم ترین اطلاق پہیے اور پہیے نما اجسام کا لڑھکاؤ ہے۔ یہ اطلاقی طبیعیات بہت عرصے سے استعمال میں ہے۔ قدیم

زمانے میں بھاری اجسام لڑھکاتے ہوئے ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کیے جاتے تھے۔ آج کل ہم گاڑی میں سامان رکھ کر ایک جگہ سے دوسری جگہ لڑھکاتے ہیں۔

لڑھکاؤ کی طبیعیات اور انجینئری اتنی پرانی ہے کہ اس میں نئے تصور ممکن نظر نہیں آتے۔ تاہم، پیچے دار تحفہ زیادہ پرانا نہیں۔ ہمارا کام یہاں لڑھکاؤ کی حرکت کو سادہ بنانا ہے۔

مستقیم حرکت اور گھومتی حرکت

سطح پر ہمواری سے لڑھکتے اجسام پر یہاں غور کیا جائے گا: یعنی جسم بغیر اچھے یا پھسلے سطح پر حرکت کرتا ہے۔ شکل 2.11 میں ہموار لڑھکاؤ کی پیچیدگی دکھائی گئی ہے: اگرچہ جسم کا مرکز کیت سیدھی لکیر پر حرکت کرتا ہے، چکا پر نقطہ یقیناً ایسا نہیں کرتا۔ بہر حال، اس حرکت کو مرکز کیت کی مستقیم حرکت اور باقی جسم کا، اس مرکز پر، گھماؤ تصور کیا جاسکتا ہے۔

اسے سمجھنے کے لئے، فرض کریں آپ سڑک کے کنارے کھڑے ہو کر، گزرتے ہوئے سائیکل کے پیچے کا مطالعہ کرتے ہیں (شکل 3.11)۔ جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے، پیچے کا مرکز کیت O مستقل رفتار مرکز کیت v سے آگے بڑھتا ہے۔ نقطہ P، جہاں پہیا سڑک کو مس کرتا ہے، بھی مرکز کیت v رفتار سے آگے بڑھتا ہے، اور یوں P ہمیشہ O کے ٹھیک نیچے رہتا ہے۔

ومتقی دورانیہ t کے دوران O، اور P دونوں فاصلہ s طے کرتے ہیں۔ سائیکل سوار کے نقطہ نظر سے، پہیا زاویہ θ طے کرتا ہے اور جو نقطہ t کے آغاز میں زمین پر ہت قوسی فاصلہ s طے کرتا ہے۔ مساوات ۱۱.۱ اقوسی فاصلہ s اور زاویہ θ کا تعلق دیتی ہے:

$$(11.1) \quad s = \theta R$$

جہاں R پیچے کا رداس ہے۔ پیچے کے مرکز (یکساں پیچے کا مرکز کیت) کی خطی رفتار مرکز کیت v ہم ds/dt سے جان سکتے ہیں۔ پیچے کے مرکز پر پیچے کی زاوی رفتار $d\theta/dt$ ہوگی۔ یوں R مستقل رکھتے ہوئے، مساوات ۱۱.۱ کا وقت کے ساتھ تفرق ذیل دیگا۔

$$(11.2) \quad v = \omega R \quad (\text{ہموار لڑھکاؤ حرکت})$$

دونوں کا ملاچہ۔ شکل 4.11 میں دکھایا گیا ہے کہ پیچے کی لڑھکنی حرکت حالص مستقیم حرکت اور حالص گھمیری حرکت کا مجموعہ ہے۔ شکل 4a.11 حالص گھمیری حرکت پیش کرتی ہے (جس میں مرکز پر محور گھماؤ ساکن تصور کیا جاتا ہے): پیچے کا ہر نقطہ، مرکز پر، زاوی رفتار ω سے گھومتا ہے۔ (ایسی حرکت پر باب ۱۰ میں غور کیا گیا)۔ پیچے کے باہری کنارے (چکا) پر ہر نقطہ کی خطی رفتار مرکز کیت v مساوات ۱۱.۲ دیتی ہے۔ شکل 4b.11 میں حالص مستقیم حرکت پیش ہے (جس میں تصور کیا جاتا ہے کہ پہیا گھوم نہیں رہا): پیچے کا ہر نقطہ مرکز کیت v رفتار سے دائیں حرکت کرتا ہے۔

شکل 4a.11 اور شکل 4b.11 مل کر، شکل 4c.11 میں پیش، پیچے کی اصل لڑھکنی حرکت دیتی ہیں۔ حرکات کے ملاپ میں پیچے کا خپلا نقطہ (P) ساکن ہے جبکہ پیچے کا بالا نقطہ (T)، کسی بھی دوسرے نقطے سے زیادہ تیز، مرکزیت 2v رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ شکل 5.11 میں ان نتائج کا اشباتی مظاہرہ کیا گیا ہے، جہاں سائیکل کے لڑھکنی پیچے کا وقتی افشا^۲ پیش ہے۔ آپ دیکھ کر بتا سکتے ہیں کہ پیچے کا بالا حصہ زیادہ تیزی سے حرکت کرتا ہے، چونکہ اس حصے کی تیلیاں مدہم نظر آتی ہیں۔

سطح پر دائری جسم کی ہموار لڑھکنی حرکت کو، شکل 4a.11 اور شکل 4b.11 کی طرح، حناص گھمیری حرکت اور حناص مستقیم حرکت میں علیحدہ علیحدہ کیا جاسکتا ہے۔

لڑھکاؤ بطور حناص گھماؤ

شکل 6.11 میں پیچے کا لڑھکاؤ نئے انداز میں پیش کیا گیا ہے؛ جس نقطے پر پہیا سڑک مس کرتا ہے، ”سڑک“ کے اس نقطے سے گزرتی محور پر پہیا گھومتا ہے؛ یہ محور مرکزیت v رفتار سے حرکت میں ہوگی۔ ہم لڑھکاؤ کو، شکل 4c.11 میں نقطہ P سے گزرتی، پیچے کو عموددار، محور پر حناص گھماؤ تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل 6.11 میں سمتیات، لڑھکنی پیچے پر نقطوں کی لحاتی سمتی رفتار دیتے ہیں۔

سوال: ساکن مشاہدہ کار اس محور پر سائیکل کے لڑھکنی پیچے کو کیا زاوی رفتار مختص کرے گا؟

جواب: وہی زاوی رفتار ω جو سائیکل سوار مرکزیت کے گرد حناص گھماؤ کا مشاہدہ کرتے ہوئے پیچے کو مختص کرتا ہے۔

اس جواب کی تصدیق کرنے کی خاطر، ہم ساکن مشاہدہ کار کے نقطہ نظر سے لڑھکنی پیچے کے منسراز کی خطی رفتار تلاش کرتے ہیں۔ پیچے کا رداس R لیتے ہوئے، پیچے کا منسراز شکل 6.11 میں P پر واقع محور سے 2R فاصلے پر ہوگا، لہذا منسراز کی خطی رفتار (مساوات ۱۱.۲ استعمال کر کے) ذیل ہوگی:

$$\text{منسرازیت } v = (\omega)(2R) = 2(\omega R) = 2v$$

جو شکل 4c.11 کے عین مطابق ہے۔ آپ شکل 4c.11 میں پیش، نقطہ O اور P کی، خطی رفتار کی تصدیق بھی اس طرح کر سکتے ہیں۔

آزمائش ۱

ایک سائیکل کے پچھلے پیچے کا رداس اگلے پیچے کے رداس کا دوگنا ہے۔ (ا) کیا چپلنے کے دوران بڑے پیچے کے منسراز کی خطی رفتار چھوٹے پیچے کے منسراز کی خطی رفتار سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اس کے برابر ہے؟ (ب) کیا پچھلے پیچے کی زاوی رفتار اگلے پیچے کی زاوی رفتار سے زیادہ ہے، کم ہے، یا دونوں برابر ہیں؟

□

۱۱.۲ لڑھکاؤ کی قوتیں اور حرکتی توانائی

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مسائل ہوں گے۔

۱. مرکز کیت کی مستقیم حرکتی توانائی اور مرکز کیت کے گرد گھمیری حرکتی توانائی کا مجموعہ حاصل کر کے جسم کی حرکتی توانائی معلوم کر پائیں گے۔
۲. ہمواری کے ساتھ لڑھکنی جسم کی حرکتی توانائی میں تبدیلی اور جسم پر سرانجام کام کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۳. ہموار لڑھکاؤ (پنڈا بغیر پھسلن) کے لئے، میکانی توانائی کی بقا استعمال کر کے ابتدائی توانائی کی قیمتوں اور اختتامی توانائی کی قیمتوں کا تعلق جان پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- ہموار لڑھکنی پیپے کی حرکتی توانائی ذیل ہے،

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2$$

جہاں مرکز کیت پر جسم کا گھمیری جہود مرکز کیت I اور پیپے کی کیت M ہے۔

- اگر پہیا مسرغ کیا جائے، اور پہیا اب بھی ہمواری کے ساتھ لڑھکتا ہے، مرکز کیت کے اسراع مرکز کیت \vec{a} اور مرکز پر زاوی اسراع α کا تعلق ذیل ہوگا۔

$$a = \alpha R$$

- اگر θ زاویہ کے میلان پر پہیا ہمواری کے ساتھ اترتے ہوئے لڑھکتا ہو، اس کا اسراع، میلان کے ہمراہ اوپر رخ محور x پر، ذیل ہوگا۔

$$a = - \frac{g \sin \theta}{1 + I/MR^2}$$

لڑھکاؤ کی حرکتی توانائی

آئیں سکن مشاہدہ کار کے نقطہ نظر سے لڑھکنی پیپے کی حرکتی توانائی معلوم کریں۔ اگر ہم شکل 6.11 میں نقطہ P سے گزرتی محور پر لڑھکاؤ کو خالص گھماؤ تصور کریں، تب مساوات ۱۰.۳۴ ذیل دیگی،

$$K = \frac{1}{2} I_P \omega^2 \quad (11.3)$$

جہاں P پر واقع محور کے گرد پہیے کا گھمیری جمود I_P اور پہیے کی زاوی رفتار ω ہے۔ مساوات ۱۰.۳۶ کے مسئلہ متوازی محور ($I = I_{\text{مرکزیت}} + Mh^2$) کے تحت ذیل ہوگا،

$$(11.4) \quad I_P = I_{\text{مرکزیت}} + MR^2$$

جہاں M پہیے کی کمیت، مرکز کمیت سے گزرتی محور پر گھمیری جمود مرکزیت I ، اور R (پہیے کا رداس) عمود دار فاصلہ h ہے۔ مساوات ۱۱.۴ کو مساوات ۱۱.۳ میں ڈال کر:

$$K = \frac{1}{2} I_{\text{مرکزیت}} \omega^2 + \frac{1}{2} MR^2 \omega^2$$

اور مساوات ۱۱.۲ ($v = \omega R$) استعمال کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$(11.5) \quad K = \frac{1}{2} I_{\text{مرکزیت}} \omega^2 + \frac{1}{2} Mv^2$$

حبزو $\omega^2 I_{\text{مرکزیت}} \frac{1}{2}$ کو مرکز کمیت سے گزرتی محور پر پہیے کے لڑھکاؤ سے وابستہ مرکزی توانائی تصور کیا جاسکتا ہے (شکل 4a.11)، اور حبزو مرکزیت $\frac{1}{2} Mv^2$ کو پہیے کے مرکز کمیت کی مستقیم حرکت سے وابستہ مرکزی توانائی تصور کیا جاسکتا ہے (شکل 4b.11)۔ یوں ذیل متاعده ابھرتا ہے۔

لڑھکنی جسم کی دو قسم کی مرکزی توانائیاں ہوں گی: مرکز کمیت پر گھماؤ کی بدولت گھمیری مرکزی توانائی ($\omega^2 I_{\text{مرکزیت}} \frac{1}{2}$) اور مرکز کمیت کی مستقیم حرکت کی بدولت مستقیم مرکزی توانائی ($\frac{1}{2} Mv^2$)۔

لڑھکاؤ کی قوتیں

رگڑ اور لڑھکاؤ

اگر پہیا مستقل رفتار سے لڑھکتا ہو، جیسا شکل 3.11 میں دکھایا گیا ہے، نقطہ تماس P پر پہیا ہرگز نہیں پھسلتا لہذا اس نقطے پر رگڑ نہیں ہوگی۔ تاہم، اگر صافی قوت پہیے کو تیز یا آہستہ کرتی ہو، تب یہ صافی قوت مرکز کمیت کو حرکت کے رخ اسراع مرکزیت \vec{a} بخشنے گی۔ ساتھ ہی پہیا تیز یا آہستہ گھومے گا، لہذا زاوی اسراع α بھی ہوگا۔ ان اسراع کی بدولت پہیا P پر پھسل سکتا ہے۔ یوں P پر رگڑی قوت عمل کرتی ہوئے پہیے کو پھسلنے سے روکتی ہے۔

اگر پہیا پھسلے نہیں، یہ قوت سکونی رگڑی قوت \vec{f}_s ہوگی اور حرکت ہموار لڑھکاؤ ہوگا۔ ایسی صورت میں، (R مستقل رکھ کر) وقت کے ساتھ مساوات ۱۱.۲ کا تفریق لے کر خطی اسراع مرکزیت \vec{a} کی مقدار اور زاوی اسراع کی مقدار α کا تعلق حاصل کر سکتے ہیں۔ بائیں ہاتھ dv/dt مرکزیت dv درحقیقت مرکزیت a اور دائیں ہاتھ $d\omega/dt$ درحقیقت α ہے۔ یوں ہموار لڑھکاؤ کے لئے ذیل ہوگا۔

$$(11.6) \quad a_{\text{مرکزیت}} = \alpha R \quad (\text{ہموار لڑھکنی حرکت})$$

جب پہلے پر عمل پیرا صافی قوت کی بدولت پہلی پھسلے، تب شکل 3.11 میں P پر حرکی رگڑی قوت f_k عمل کرے گی؛ حرکت تب ہموار لڑھکاؤ نہیں ہوگی، اور مساوات ۱۱.۶ کا اطلاق نہیں ہوگا۔ اس باب میں صرف ہموار لڑھکنی حرکت پر بات کی جائے گی۔

شکل 7.11 میں، افقی سطح پر دائیں رخ لڑھکتے ہوئے، سائیکل مقابلے کے آغاز کی طرح، پہلی زیادہ تیز گھمایا جاتا ہے۔ زیادہ تیز گھماؤ کی بدولت P پر پہلی پھسل کر بائیں جانب چاہتا ہے۔ نقطہ P پر دائیں رخ رگڑی قوت اس رجحان کا مقابلہ کرتی ہے۔ اگر پہلی پھسلے نہیں، یہ قوت سکونی رگڑی قوت f_s ہوگی (جیسا دکھایا گیا ہے)، حرکت ہموار لڑھکاؤ ہوگی، اور مساوات ۱۱.۶ کا اطلاق ہوگا۔ (رگڑ کی غیر موجودگی میں سائیکل مقابلہ ممکن نہیں ہوگا۔)

اگر شکل 7.11 میں پہلی آہستہ کیا جائے، ہمیں شکل دو طرح تبدیل کرنی ہوگی: مرکز کیت کے اسراع مرکز کیت \vec{a} کا رخ اور نقطہ P پر رگڑی قوت f_s کا رخ اب بائیں رخ ہوگا۔

میلان سے نیچے لڑھکاؤ

شکل 8.11 میں گول یکساں جسم، جس کی کیت M اور رداس R ہے، زاویہ θ کے میلان پر ہمواری سے، محور x کے ہمراہ، نیچے لڑھک رہا ہے۔ ہم میلان کے ہمراہ اترائی کے رخ جسم کے اسراع x ، مرکز کیت a کا ریاضی فہرہ تلاش کرنا چاہتے ہیں۔ نیوٹن کے قانون دوم کی خطی صورت ($F_{\text{نی}} = Ma$) اور زاوی صورت ($\tau = I\alpha$) صورت دونوں استعمال کر کے ایسا کرتے ہیں۔

جسم پر قوتوں کا خاکہ بنانے سے آغاز کرتے ہیں (شکل 8.11)۔

۱. جسم پر تجاذبی قوت \vec{F}_g نشیب وار ہے۔ اس سمتیہ کی دم جسم کے مرکز کیت پر رکھی جاتی ہے۔ میلان کے ہمراہ $F_g \sin \theta$ ہے جو $Mg \sin \theta$ کے برابر ہوگا۔

۲. میلان کو عمود دار حبزو \vec{F}_N ہے۔ یہ حبزو نقطہ تماس P پر عمل کرتا ہے، تاہم شکل 8.11 میں، \vec{F}_N کا رخ تبدیل کیے بغیر، اس کو یوں کھکایا گیا ہے کہ اس کی دم جسم کے مرکز کیت پر ہو۔

۳. نقطہ تماس P پر عمل پیرا سکونی رگڑی قوت f_s میلان کے ہمراہ چڑھائی کے رخ ہے۔ (کیا آپ بتا سکتے ہیں، کیوں؟ اگر P پر جسم پھسلے، وہ اترائی کے رخ پھسلے گا۔ یوں مخالف رگڑی قوت چڑھائی کے رخ ہوگی۔)

ہم شکل 8.11 میں محور x کے ہمراہ اجزاء کے لئے نیوٹن کا قانون دوم ($F_{\text{نی},x} = ma_x$) لکھتے ہیں۔

$$f_s - Mg \sin \theta = Ma_{\text{نی},x} \quad (11.4)$$

اس مساوات میں دو نامعلوم متغیرات، f_s اور $a_{\text{نی},x}$ ، پائے جاتے ہیں۔ (ہم f_s کی قیمت، رگڑی قوت کی زیادہ سے زیادہ قیمت، بلند تر f_s فرض نہیں کر سکتے۔ ہم صرف اتنا جانتے ہیں کہ رگڑی قوت اتنی ہے کہ جسم پھسلتا نہیں اور میلان پر ہمواری سے لڑھکتا اترتا ہے۔)

ہم اب جسم کے مرکز کیت پر جسم کے گھماؤ پر نیوٹن کے قانون دوم کا اطلاق کرتے ہیں۔ پہلے، مساوات ۱۰.۴ ($\tau = r_{\perp} F$) استعمال کر کے مرکز کیت کے لحاظ سے جسم پر قوت مسروڑ لکھتے ہیں۔ رگڑی قوت f_s کے معیار اثر کا بازو R ہے، لہذا اس کی قوت مسروڑ Rf_s ہوگی، جو اس لئے مثبت ہے کہ شکل 8.11 میں یہ جسم کو مخالف

گھڑی گھمانے کی کوشش کرتی ہے۔ مرکزیت کے لحاظ سے قوت \vec{F}_g اور \vec{F}_N کے معیار اثر بازو صفر ہیں، لہذا ان کی قوت سرور صفر ہوں گی۔ جسم کے مرکزیت سے گزرتی محور پر نیوٹن کا قانون دوم زاوی روپ $(\tau_{\text{مغنی}} = I\alpha)$ میں لکھتے ہیں۔

$$Rf_s = I\alpha \quad (11.8)$$

اس مساوات میں دو نامعلوم متغیرات، f_s اور α پائے جاتے ہیں۔

جسم ہموار لڑھکتا ہے لہذا مساوات ۱۱.۶ ($\alpha R = a$) استعمال کر کے نامعلوم a اور α کا تعلق لکھ جاسکتا ہے۔ تاہم، ہمیں ہوشیاری سے کام لینا ہوگا، چونکہ یہاں a مغنی (محور x پر مغنی رخ ہے) اور α مثبت (خلاف گھڑی) ہے۔ یوں مساوات ۱۱.۸ میں α کی جگہ a/R مرکزیت $a -$ ڈال کر f_s کے لئے حل کر کے ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$f_s = -I \frac{a}{R^2} \quad (11.9)$$

مساوات ۱۱.۷ میں f_s کی جگہ مساوات ۱۱.۹ کا دایاں ہاتھ ڈال کر ذیل ملتا ہے۔

$$a = -\frac{g \sin \theta}{1 + I/MR^2} \quad (11.10)$$

اس مساوات کو استعمال کر کے، افق کے ساتھ زاویہ θ کے میلان پر کے ہمراہ لڑھکتے جسم کا خطی اسراع a مرکزیت حاصل ہوگا۔

یاد رہے، تجاذبی قوت جسم کو میلان پر اترنے پر مجبور کرتی ہے، تاہم جسم کو گھومنے اور یوں لڑھکنے پر رگڑی قوت مجبور کرتی ہے۔ اگر آپ رگڑ خارج کر دیں (مثلاً، میلان کو تیل سے چسکنا کر کے) یا $Mg \sin \theta$ کو بلند تر f_s سے زیادہ کر دیں، ہموار لڑھکاؤ خارج ہو جائے گا اور جسم لڑھکنے کی بجائے میلان پر پھسل کر اترے گا۔

آزمائش ۲

فطرص A اور B ایک چپے ہیں اور فطرص پر ایک جتنی رفتار سے لڑھکتے ہیں۔ فطرص A کے سامنے میلان آتا ہے جس پر یہ زیادہ سے زیادہ h تک پہنچتا ہے۔ فطرص B متاثر، لیکن بلا رگڑ، میلان پر چپڑھتا ہے۔ کیا h سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر بلندی تک B پہنچے گا؟ □

نمونہ سوال ۱۱.۱: یکساں گیند، جس کی کمیت $M = 6.00 \text{ kg}$ اور رداس R ہے، زاویہ $\theta = 30.0^\circ$ میلان سے، ساکن حالت سے آغاز کر کے، ہموار لڑھکتا اترتا ہے (شکل 8.11)۔

(۱) انتصابی $h = 1.20 \text{ m}$ نیچے زمین کو پہنچتے گیند کی رفتار کیا ہوگی؟

کلیدی تصورات

چونکہ صرف تجاذبی قوت، جو بقائی قوت ہے، گیند پر کام سرانجام دیتی ہے، لہذا میلان پر لڑھک کر اترنے کے دوران گیند وزمین نظام کی میکانی توانائی E کی بقا ہوگی۔ میلان سے گیند پر عمود دار قوت گیند کی راہ کو عمودی ہونے کی وجہ سے کوئی کام سرانجام نہیں دیتی۔ گیند پھسلتا نہیں (ہموار لڑھکتا ہے) لہذا رگڑی قوت کوئی توانائی حسی توانائی میں تبدیلی نہیں کرتی۔

یوں میکانی توانائی کی بقا ہوگی $E_f = E_i$:

$$(11.11) \quad K_f + U_f = K_i + U_i$$

جہاں زیر نوشت f اور i بالترتیب (زمین پر پہنچ کر) اختتامی اور (ساکن حالت) ابتدائی قیمتیں ظاہر کرتی ہیں۔ تجاذبی مخفی توانائی کی ابتدائی قیمت $U_i = Mgh$ (جہاں M گیند کی کمیت ہے) اور اختتامی قیمت $U_f = 0$ ہے۔ ابتدائی حسی توانائی $K_i = 0$ ہے اختتامی حسی توانائی جاننے کے لئے اضافی تصور درکار ہے: چونکہ گیند لڑھکتا ہے اس کی حسی توانائی میں مستقیم اور گھمیری جزو شامل ہوں گے، جنہیں شامل کرنے کے لئے مساوات ۱۱.۵ اکاویاں ہاتھ استعمال کرتے ہیں۔

حاجے: مساوات ۱۱.۱۱ میں ڈالنے سے ذیل حاصل ہوگا:

$$(11.12) \quad \left(\frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2 \right) + 0 = 0 + Mgh$$

جہاں گیند کے مرکز کمیت سے گزرتی محور پر گیند کا گھمیری جمود مرکز کمیت I ، زمین پر پہنچ کر گیند کی رفتار (جو ہم تلاش کرنا چاہتے ہیں) مرکز کمیت v ، اور زمین پر پہنچ کر زاوی رفتار ω ہے۔

چونکہ گیند ہموار لڑھکتا ہے، ہم مساوات ۱۱.۲ استعمال کر کے ω کی جگہ R/v مرکز کمیت v پر کر کے مساوات ۱۱.۱۲ میں نامعلوم متغیرات کی تعداد کم کر سکتے ہیں۔ ایسا کر کے، اور جدول 2f.10 سے مرکز کمیت I کی جگہ $\frac{2}{5} MR^2$ ڈال کر مرکز کمیت v کے لئے حل کرنے سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$v = \sqrt{\left(\frac{10}{7}\right)gh} = \sqrt{\left(\frac{10}{7}\right)(9.8 \text{ m s}^{-2})(1.20 \text{ m})}$$

$$= 4.10 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

یاد رہے، جواب M اور R پر منحصر نہیں۔

(ب) میلان پر لڑھک کر اترنے کے دوران گیند پر رگڑی قوت کی مقدار اور رخ کیا ہیں؟

کلیدی تصور

چونکہ گیند ہموار لڑھکتا ہے، مساوات ۱۱.۹ گیند پر رگڑی قوت دیگی۔

حاجے: مساوات ۱۱.۹ استعمال کرنے سے قبل ہمیں مساوات ۱۱.۱۰ سے گیند کا اسراع معلوم کرنا ہوگا۔

$$a_{\text{مرکز کیت } x} = -I_{\text{مرکز کیت}} \frac{a_{\text{مرکز کیت } x}}{R^2} = -\frac{2}{5} MR^2 \frac{a_{\text{مرکز کیت } x}}{R^2} = -\frac{2}{5} Ma_{\text{مرکز کیت } x}$$

$$= -\frac{2}{5} (6.00 \text{ kg})(-3.50 \text{ m s}^{-2}) = 8.40 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

یاد رہے ہمیں کیت M درکار تھی جبکہ رداس R نہیں تھا۔ یوں، 30° میلان پر 6.00 kg ہموار لڑھکتے گیند پر، گیند کے رداس سے قطع نظر، رگڑی قوت 8.40 N ہوگی، تاہم بڑی کیت کی صورت میں رگڑی قوت زیادہ ہوگی۔ □

۱۱.۳ ڈوری دار لٹو

مقاصد اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. ڈوری پر اوپر نیچے حرکت کرتے ڈوری دار لٹو کا آزاد جسمی خاکہ بنائیں گے۔
۲. حبان پائیں گے کہ ڈوری دار لٹو، ایسا جسم ہے جو 90° زاویہ میلان پر ہموار اوپر نیچے لڑھکتا ہے۔
۳. ڈوری پر اوپر نیچے حرکت کرتے ڈوری دار لٹو کے اسراع اور گھمیری جمود کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۴. ڈوری پر اوپر نیچے حرکت کے دوران ڈوری دار لٹو کی دور میں تناو تعین کر پائیں گے۔

کلیدی تصور

- ڈوری دار لٹو جو ڈور پر اوپر یا نیچے حرکت کرتا ہو کو 90° میلان پر ہموار لڑھکتا جسم تصور کیا جاسکتا ہے۔

ڈوری دار لٹو

ڈوری پر h فاصلہ اتر کر ڈوری دار لٹو کی مخفی توانائی میں mgh کمی واقع ہوگی جبکہ اس کی حرکی توانائی کے مستقیم حصہ (مرکز کیت $\frac{1}{2} Mv^2$) اور گھمیری حصہ ($\frac{1}{2} I \omega^2$) میں اضافہ ہوگا۔

ڈوری دار لٹو کی ایک نئی قسم میں ڈور کو دھرے کے ساتھ سخت باندھنے کے بجائے ڈور کو دھرے کے گرد ڈھیرا گھیرا دیا جاتا ہے۔ جب لٹو نیچے اترتے ہوئے ڈور کے پیندا کو ”ٹکراتا“ ہے، دھرے پر ڈور اوپر وار قوت لاگو کر کے لٹو کی نشیبی حرکت روکتی ہے۔ اس کے بعد لٹو صرف گھمیری حرکی توانائی کے ساتھ (دھرا گھیر میں چکر کاٹتا ہوا) گھومتا ہے۔ لٹو ”سوتے ہوئے“ چکر کاٹتا رہتا ہے؛ ڈور کو جھکا دینے پر ڈور دھرے کو پکڑتی ہے، ”لٹو بیدار ہوتا ہے“، اور اوپر چپڑھنا شروع کرتا ہے۔ ڈور کے پیندا پر لٹو کی گھمیری حرکی توانائی (اور یوں سونے کا دورانیہ) بڑھانے کی خاطر لٹو کو ساکن حالت سے روانہ کرنے کی بجائے ابتدائی رفتار مرکز کیت v اور ω کے ساتھ نشیب وار پھینکا جاتا ہے۔

ڈور پر نشیب وار اترنے کے دوران لٹوکا خطی اسراع مرکزیت a جاننے کے لئے، شکل 8.11 میں میلان پر اترتے لڑھکتے جسم کی طرح، نیوٹن کا قانون دوم (خطی اور گھمیری روپ میں) استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ماسوائے ذیل، تجزیہ بالکل اسی طرح ہوگا۔

۱. افق کے ساتھ θ زاویے کے میلان پر اترنے کے بجائے ڈوری دار لٹو افق کے ساتھ 90° زاویے کی ڈور پر اترتا ہے۔
 ۲. رداس R کی بیرونی سطح پر لڑھکتے کے بجائے ڈوری دار لٹو رداس R_0 کے دھڑے پر لڑھکتا ہے (شکل 9a.11)۔
 ۳. رگڑی قوت f_s کے بجائے، ڈوری دار لٹو کو ڈور کا تناؤ T آہستہ کرتا ہے (شکل 9b.11)۔
- موجودہ تجزیہ بھی مساوات ۱۱.۱۰ اڈے گا۔ آئیں مساوات ۱۱.۱۰ کی ترقیم تبدیل کر کے اور $90^\circ = \theta$ ڈال کر خطی اسراع ذیل لکھتے ہیں:

$$(11.13) \quad a_{\text{مرکزیت}} = -\frac{g}{1 + I_{\text{مرکزیت}}/MR_0^2}$$

جہاں لٹو کے مرکزیت پر لٹوکا گھمیری جمود مرکزیت I اور کیت M ہے۔ ڈوری پر اوپر چڑھنے کے دوران ڈوری دار لٹو کا اسراع بھی نشیبی اسراع ہوگا۔

۱۱.۴ قوت سرور پر نظر ثانی

مقاصد

- اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔
۱. جان پائیں گے کہ قوت سرور ایک سمتیہ مقدار ہے۔
۲. جان پائیں گے کہ جس نقطہ پر قوت سرور تعین کیا جائے اس کا ذکر صحیحاً کرنا لازم ہے۔
۳. ذرے پر عمل پیرا قوت کی ذرے پر قوت سرور، اکائی سمتیہ ترقیم یا تدر و زاویہ ترقیم کے روپ میں، ذرے کے تعین کر سمتیہ اور قوت سمتیہ کے صلیبی ضرب سے حاصل کر پائیں گے۔
۴. صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ متاعده استعمال کر کے قوت سرور کا رخ تعین کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- تین ابعاد میں، قوت سرور \vec{T} ایک سمتیہ مقدار ہوگی، جو کسی مقررہ نقطہ (عموماً مبدا) کے لحاظ سے تعین کی جاتی ہے؛ اس کی تعریف ذیل ہے:

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$$

جہاں \vec{F} ذرے پر لاگو قوت اور \vec{r} کسی مقررہ نقطہ کے لحاظ سے ذرے کا تعین کر سمتیہ ہے، جو ذرے کا مقام دیتا ہے۔

• قوت مسروڑ $\vec{\tau}$ کی مقدار τ ذیل ہوگی:

$$\tau = rF \sin \phi = rF_{\perp} = r_{\perp} F$$

جہاں \vec{F} اور \vec{r} کے بیچ زاویہ ϕ ہے، \vec{F} کا عمود دار جزو F_{\perp} ، اور \vec{F} کا معیار اثر کا بازو r_{\perp} ہے۔

• قوت مسروڑ $\vec{\tau}$ کا رخ صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ واعدہ دیگا۔

قوت مسروڑ پر نظر ثانی

باب ۱۰ میں مقررہ محور کے گرد گھومنے کے متاثر استوار جسم کے لئے قوت مسروڑ τ کی تعریف پیش کی گئی۔ ہم قوت مسروڑ کی تعریف کو وسعت دے کر (مقررہ محور کے بجائے) مقررہ نقطہ کے لحاظ سے کسی بھی راہ پر حرکت کرتے ہوئے انفرادی ذرے کے لئے استعمال کرتے ہیں۔ راہ کا دائری ہونا ضروری نہیں، اور ہم قوت مسروڑ کو سمتیہ $\vec{\tau}$ لکھتے ہیں جس کا رخ کچھ بھی ہو سکتا ہے۔ قوت مسروڑ کی مقدار کلیہ سے اور رخ صلیبی ضرب کے دایاں ہاتھ واعدہ سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

شکل 10a.11 میں، نقطہ A پر مستوی xy میں ایسا ایک ذرہ دکھایا گیا ہے۔ ذرے پر، مستوی میں قوت، \vec{F} عمل کرتی ہے، اور مبدا O کے لحاظ سے ذرے کا مقام تعین کر سکتی ہے۔ مقررہ نقطہ O کے لحاظ سے ذرے پر عمل پیرا قوت $\vec{\tau}$ کی تعریف ذیل ہے۔

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{قوت مسروڑ کی تعریف} \quad (11.14)$$

قوت مسروڑ $\vec{\tau}$ کی اس تعریف میں سمتی (صلیبی) ضرب کی تحبیب حصہ 3.3 کے قواعد سے کی جاسکتی ہے۔ $\vec{\tau}$ کا رخ جاننے کے لئے، سمتیہ \vec{F} کو (رخ تبدیل کیے بغیر) کھسکا کر اس کی دم مبدا O پر رکھی جاتی ہے، یوں، جیسا شکل 10b.11 میں دکھایا گیا ہے، سمتی ضرب کے دونوں سمتیات کی دم ایک نقطہ پر ہوگی۔ اب ہم شکل 19a.3 میں پیش دایاں ہاتھ واعدہ استعمال کرتے ہوئے، دائیں ہاتھ کی چپرائٹیاں \vec{r} پر رکھ کر (ضرب میں پہلا سمتیہ ہے) \vec{F} کی طرف بکھاتے ہیں (جو ضرب میں دوسرا سمتیہ ہے)۔ سیدھا کھڑا انگوٹھا $\vec{\tau}$ کا رخ دیگا۔ شکل 10b.11 میں $\vec{\tau}$ کا رخ محور z کے مثبت رخ ہے۔

$\vec{\tau}$ کی مقدار جاننے کے لئے، ہم مساوات 27.3 ($c = ab \sin \phi$) کا عمومی نتیجہ بروئے کار لاتے ہیں، جو ذیل دیگا:

$$\tau = rF \sin \phi \quad (11.15)$$

جہاں \vec{r} اور \vec{F} کے دم ایک نقطہ پر رکھ کر سمتیات کے بیچ چھوٹا زاویہ ϕ ہے۔ شکل 10b.11 سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات 11.15 ذیل لکھی جاسکتی ہے:

$$\tau = rF_{\perp} \quad (11.16)$$

جہاں F_{\perp} (جو $F \sin \phi$ کے برابر ہے) \vec{F} کا عمود دار جزو ہے۔ شکل 10c.11 کو دیکھ کر مساوات 11.15 ذیل بھی لکھی جاسکتی ہے:

$$\tau = r_{\perp} F \quad (11.17)$$

جہاں $r_{\perp} = r \sin \phi$ (جو برابر ہے) \vec{F} کا معیار اثر کا بازو (\vec{F} کے خط عمل اور O کے بیچ عمود دار فاصلہ) ہے۔

آزمائش ۳

ذریے کا تعین گر سمتیہ \vec{r} ، مثبت محور z کے ہمسراہ پایا جاتا ہے۔ اگر ذریے پر قوت سرور (۱) صفر ہو، (ب) محور x کے منفی رخ ہو، اور (ج) محور y کے منفی رخ ہو، قوت سرور پیدا کرنے والی قوت کا رخ کیا ہوگا؟ □

نمونہ سوال ۱۱.۲: قوت کے بدولتے ذریے پر قوت سرور

شکل 11a.11 میں، 2.0 N متدر کی تین قوت ذریے پر عمل کرتی ہیں۔ ذرہ، مستوی xy میں، نقطہ A پر ہے، جس کا تعین گر سمتیہ \vec{r} ، جہاں $r = 3.0 \text{ m}$ اور $\theta = 30^\circ$ ہے۔ مبدا O کے لحاظ سے ہر قوت کی انفرادی قوت سرور کیا ہے؟

کلیدی تصویر

چونکہ قوت ایک مستوی میں نہیں پائی جاتیں، ہمیں صلیبی ضرب استعمال کرنا ہوگی، جس کی متدر مساوات ۱۱.۱۵ $(\tau = rF \sin \phi)$ دیگی اور رخ دایاں ہاتھ متعدہ دیگا۔

حاجے: ہم مبدا O کے لحاظ سے قوت سرور جاننا چاہتے ہیں لہذا دیا گیا تعین گر سمتیہ صلیبی ضرب میں درکار سمتیہ \vec{r} ہوگا۔ قوت اور \vec{r} کے بیچ زاویہ ϕ جاننے کے لئے ہم شکل 11a.11 میں دیے گئے سمتیہ قوت باری باری یوں کھٹکتے ہیں کہ ان کی دم O پر ہو۔ انتقال کے بعد قوت \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ، اور \vec{F}_3 بالترتیب شکل 11b.11، شکل 11c.11، اور شکل 11d.11 میں، جو مستوی xz کا نظارہ دیتی ہیں، دکھائی گئی ہیں (جن میں سمتیہ قوت اور تعین گر سمتیہ کے بیچ زاویے باآسانی نظر آتے ہیں)۔ شکل 11d.11 میں \vec{r} اور \vec{F}_3 کے رخ کے بیچ زاویہ 90° ہے اور علامت \otimes کہتی ہے \vec{F}_3 صفحہ میں عمود دار اندر رخ ہے۔ (صفحہ سے عمود دار نکلنے کی صورت میں \odot علامت استعمال کی جاتی ہے۔)

مساوات ۱۱.۱۵ استعمال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\tau_1 = rF_1 \sin \phi_1 = (3.0 \text{ m})(2.0 \text{ N})(\sin 150^\circ) = 3.0 \text{ N m}$$

$$\tau_2 = rF_2 \sin \phi_2 = (3.0 \text{ m})(2.0 \text{ N})(\sin 120^\circ) = 5.2 \text{ N m}$$

$$\tau_3 = rF_3 \sin \phi_3 = (3.0 \text{ m})(2.0 \text{ N})(\sin 90^\circ) = 6.0 \text{ N m} \quad (\text{جواب})$$

اب دائیں ہاتھ متعدہ استعمال کرتے ہوئے، دائیں ہاتھ کی چپا انگلیاں \vec{r} کے رخ رکھ کر \vec{F} کے رخ (سمتیات کے رخ کے بیچ چھوٹے زاویے) گھماتے ہیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، جو چپا انگلیوں کو عمود دار رکھا گیا ہے، قوت سرور کا رخ دیگا۔ یوں \vec{r}_1 شکل 11b.11 میں صفحہ کے اندر جانے کے رخ ہوگا؛ \vec{r}_2 شکل 11c.11 میں صفحہ سے باہر نکلنے کے رخ ہوگا؛ اور \vec{r}_3 کا رخ شکل 11d.11 میں دکھایا گیا ہے۔ تینوں قوت سرور سمتیات شکل 11e.11 میں پیش ہیں۔ □

۱۱.۵ زاوی معیار حرکت

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے فتاویل ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے کہ زاوی معیار حرکت ایک سمتیہ مقدار ہے۔

۲. جان پائیں گے کہ جس مقررہ نقطے کے لحاظ سے زاوی معیار حرکت تعین کیا جائے اس کا ذکر صریحاً کرنا لازم ہے۔

۳. اکائی سمتیہ ترقیم یا تدرؤ زاویہ ترقیم میں، ذرے کے تعین گر سمتیہ اور معیار حرکت سمتیہ کا صلیبی ضرب لے کر ذرے کا زاوی معیار حرکت تعین کر پائیں گے۔

۴. صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ وعدہ استعمال کر کے زاوی معیار حرکت کا رخ تعین کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

• ایک ذرہ، جس کا خطی معیار حرکت \vec{p} ، کمیت m ، اور خطی سمتی رفتار \vec{v} ہو، کا مقررہ نقطے کے لحاظ سے (جو عموماً مبدا ہوگا) زاوی معیار حرکت $\vec{\ell}$ کی تعریف ذیل سمتی مقدار ہے۔

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

• زاوی معیار حرکت $\vec{\ell}$ کی قدر ℓ ذیل ہوگی:

$$\begin{aligned}\ell &= rmv \sin \phi \\ &= rp_{\perp} = rmv_{\perp} \\ &= r_{\perp} p = r_{\perp} mv\end{aligned}$$

جہاں \vec{r} اور \vec{p} کے بیچ زاویہ ϕ ہے، \vec{r} کو \vec{p} اور \vec{v} کے عمود دار جزو p_{\perp} اور v_{\perp} ہیں، اور مقررہ نقطے سے مبسوط \vec{p} تک عمود دار فاصلہ r_{\perp} ہے۔

• دایاں ہاتھ وعدہ $\vec{\ell}$ کا رخ دیگا: دائیں ہاتھ کی چار انگلیاں \vec{r} کے رخ پر (ابتدائی طور) رکھ کر انہیں گھما کر \vec{p} کے رخ پر رکھیں۔ دائیں ہاتھ کا سیدھا کھڑا گھوش $\vec{\ell}$ کا رخ دیگا۔

زاوی معیار حرکت

یاد کریں، خطی معیار حرکت \vec{p} اور خطی معیار حرکت کی بقا کا اصول انتہائی طاقتور اوزار ہیں۔ انہیں استعمال کر کے نتائج کی، مثلاً دو گاڑیوں کے تصادم کی تفصیل جانے بغیر تصادم کی، پیچیدگی کی جاسکتی ہے۔ یہاں ہم \vec{p} کے زاوی مد مقابل پر تبصرہ شروع کرتے ہیں جس کا اختتام حصہ 8.11 میں بقائی اصول کے مد مقابل پر ہوگا۔

شکل 12.11 میں مستوی xy میں نقطہ A سے کیت m اور خطی معیار حرکت \vec{p} ($m\vec{v} = \vec{p}$) کا ذرہ گزرتا دکھایا گیا ہے۔ مبدا O کے لحاظ سے ذرے کا زاوی معیار حرکت ℓ سمتیہ مقدار ہوگا جس کی تعریف ذیل ہے،

$$(11.18) \quad \vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v}) \quad (\text{زاوی معیار حرکت کی تعریف})$$

جہاں O کے لحاظ سے ذرے کا تعین گر سمتیہ \vec{r} ہے۔ مبدا O کے لحاظ سے جب ذرہ معیار حرکت \vec{p} ($m\vec{v} = \vec{p}$) کے رخ کرتا ہے، اس کا تعین گر سمتیہ \vec{r} مبدا O کے گرد گھمیری حرکت کرتا ہے۔ غور کریں، O پر زاوی معیار حرکت کے لئے ضروری نہیں کہ ذرہ خود O کے گرد گھومتا ہو۔ مساوت 11.1۴ اور مساوات 11.1۸ کا موازنہ کرنے سے معلوم ہوگا کہ زاوی معیار حرکت اور خطی معیار حرکت کا آپس میں وہی رشتہ ہے جو قوت سرور کا قوت کے ساتھ ہے۔ بین الاقوامی نظام اکائی میں زاوی معیار حرکت کی اکائی کلوگرام مربع میٹر فی سیکنڈ ($\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$) ہے، جو حوالہ سیکنڈ (Js) کا معادل ہے۔

رخ۔ شکل 12.11 میں زاوی معیار حرکت سمتیہ $\vec{\ell}$ کا رخ جاننے کے لئے، ہم سمتیہ \vec{p} کو کھسکا کر کے اس کی دم مبدا O پر رکھتے ہیں۔ اس کے بعد صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ وعدہ استعمال کر کے انگلیوں کو \vec{r} سے \vec{p} لپیٹتے ہیں۔ سیدھا کھڑا انگوٹھا $\vec{\ell}$ کا رخ، شکل 12.11 میں، محور z کا مثبت رخ دیتا ہے۔ یہ مثبت رخ، محور z پر تعین گر سمتیہ \vec{r} کے خلاف گھڑی گھاؤ کے عین مطابق ہے، جو ذرے کی حرکت سے پیدا ہوتی ہے۔ ($\vec{\ell}$ کی منفی قیمت محور z پر گھڑی وار گھاؤ ظاہر کرے گی۔)

قدر۔ زاوی معیار حرکت $\vec{\ell}$ کی قدر معلوم کرنے کے لئے ہم مساوات 27.3 کا عمومی نتیجہ ذیل لکھتے ہیں:

$$(11.19) \quad \ell = rmv \sin \phi$$

جہاں \vec{r} اور \vec{p} کی دم ایک نقطہ پر رکھ کر سمتیات کے بیچ چھوٹا زاویہ ϕ ہے۔ شکل 12a.11 دیکھ کر مساوات 11.1۹ ذیل لکھی جاسکتی ہے:

$$(11.۲۰) \quad \ell = rp_{\perp} = rmv_{\perp}$$

جہاں \vec{r} کو \vec{p} کا عمود دار جزو p_{\perp} ہے، اور \vec{v} کو \vec{v}_{\perp} کا عمود دار جزو ہے۔ شکل 12b.11 دیکھ کر مساوات 11.1۹ ذیل بھی لکھی جاسکتی ہے:

$$(11.۲۱) \quad \ell = r_{\perp}p = r_{\perp}mv$$

جہاں مبسوط \vec{p} سے O کا عمود دار فاصلہ r_{\perp} ہے۔

اہم۔ دو پہلو پر غور کریں: (1) زاوی معیار حرکت صرف کسی مخصوص مبدا کے لحاظ سے معنی خیز ہے اور (2) اس کا رخ ہر صورت اس مستوی کو عمودی ہوگا جو تعین گر سمتیہ \vec{r} اور خطی معیار حرکت سمتیہ \vec{p} مل کر بناتے ہیں۔

آزمائش ۴

شکل؟؟ میں ذرہ 1 اور 2 نقطہ O کے گر بالترتیب در داس 2 m اور 4 m کے دائروں پر حرکت کرتے ہیں۔ شکل ب میں ذرہ 3 اور 4 نقطہ O سے بالترتیب 4 m اور 2 m عمود دار فاصلوں پر خط مستقیم پر حرکت کرتے ہیں۔ ذرہ 5 نقطہ O سے باہری رخ حرکت کرتا ہے۔ تمام ذروں کی کمیت اور رفتار برابر ہیں۔ (ا) نقطہ O پر زاوی معیار حرکت کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، ذروں کی درجہ بندی کریں۔ (ب) نقطہ O پر کن ذروں کا زاوی معیار حرکت منفی ہے؟ □

نمونی سوال ۱۱.۳: دو ذروں کا زاوی معیار حرکت

افقی راہوں پر دو ذرے مستقل معیار حرکت کے ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ شکل 13.11 میں ان کا فضائی جانبازہ پیش ہے۔ ذرہ 1، جس کے معیار حرکت کی قدر $p_1 = 5.0 \text{ kg m s}^{-1}$ اور تعین گر سمتیہ \vec{r}_1 ہے، نقطہ O سے 2.0 m فاصلے پر گزرے گا۔ ذرہ 2، جس کے معیار حرکت کی قدر $p_2 = 2.0 \text{ kg m s}^{-1}$ اور تعین گر سمتیہ \vec{r}_2 ہے، نقطہ O سے 4.0 m فاصلے پر گزرے گا۔ دو ذروں کا نظام کا نقطہ O پر صافی زاوی معیار حرکت L کیا ہوگا؟

کلیدی تصویر

انفرادی زاوی معیار حرکت ℓ_1 اور ℓ_2 معلوم کرنے کے بعد جمع کر کے ہم صافی معیار حرکت L تلاش کر سکتے ہیں۔ ان کی قدریں مساوات ۱۱.۱۸ تا مساوات ۱۱.۲۱ میں ہر ایک سے تعین کی جاسکتی ہیں۔ البتہ، ہمیں عمود دار فاصلے $r_{\perp 1} = (2.0 \text{ m})$ اور $r_{\perp 2} = (4.0 \text{ m})$ اور معیار حرکت کی قدریں p_1 اور p_2 دی گئی ہیں لہذا مساوات ۱۱.۲۱ کا استعمال زیادہ آسان ہوگا۔

حما: ذرہ 1 کے لئے مساوات ۱۱.۲۱ اذیل دی گئی۔

$$\begin{aligned}\ell_1 &= r_{\perp 1} p_1 = (2.0 \text{ m})(5.0 \text{ kg m s}^{-1}) \\ &= 10 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

سمتیہ ℓ_1 کا رخ مساوات ۱۱.۱۸ اور سمتیات کے صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ متاعده دے گا۔ صلیبی ضرب $\vec{r}_1 \times \vec{p}_1$ صفحہ سے باہر نکلنے کے رخ، شکل 13.11 کے مستوی کو عمود دار ہوگا۔ یہ مثبت رخ ہے، جو ذرے کی حرکت کے دوران ذرے کے تعین گر سمتیہ \vec{r}_1 کا نقطہ O کے گرد خلاف گھڑی گھماؤ کے عین مطابق ہے۔ یوں ذرہ 1 کا زاوی معیار حرکت سمتیہ ذیل ہوگا۔

$$\ell_1 = +10 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

اسی طرح ℓ_2 کی قدر ذیل

$$\begin{aligned}\ell_2 &= r_{\perp 2} p_2 = (4.0 \text{ m})(2.0 \text{ kg m s}^{-1}) \\ &= 8.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

اور $\vec{r}_2 \times \vec{p}_2$ سمتیہ حاصل ضرب صفحہ سے باہر رخ ہے، جو منفی رخ ہے، اور جو ذرہ 2 کی حرکت کے دوران O کے گرد \vec{r}_2 کے گھڑی وار حرکت کے عین مطابق ہے۔ یوں ذرہ 2 کا زاوی معیار حرکت سمتیہ ذیل ہوگا۔

$$\ell_2 = -8.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

باب ۱۱۔ لڑھکاؤ، قوت، سرور، اور زاوی معیار حرکت

دو ذروی نظام کا صافی زاوی معیار حرکت ذیل ہوگا۔

$$L = \ell_1 + \ell_2 = +10 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} + (-8.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}) \\ = +2.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

□ مثبت علامت کہتی ہے O پر نظام کا صافی معیار حرکت صفحے سے باہر نکلنے کے رخ ہے۔

۱۱.۶ نیوٹن کا قانون دوم، زاوی روپ

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متا بل ہوں گے۔

۱. زاوی روپ میں نیوٹن کا قانون دوم استعمال کر کے، کسی مخصوص نقطہ کے لحاظ سے، ذرے پر عمل پیرا قوت سرور اور ذرے کے زاوی معیار حرکت میں پیدا تبدیلی کا رشتہ جان پائیں گے۔

کلیدی تصور

• نیوٹن کا قانون دوم کا زاوی روپ ذیل ہے:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$$

جہاں $\vec{\tau}$ ذرے پر صافی قوت سرور اور $\vec{\ell}$ ذرے کا زاوی معیار حرکت ہے۔

نیوٹن کا قانون دوم، زاوی روپ

نیوٹن کا قانون دوم ذیل روپ میں:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{واحد ذرہ}) \quad (11.22)$$

واحد ذرے کے لئے، قوت اور خطی معیار حرکت کے بیچ متربی رشتہ احبا گر کرتا ہے۔ ہم خطی اور زاوی مقادیر کی متوازیت دیکھ چکے ہیں اور توقع کر سکتے ہیں کہ قوت سرور اور زاوی معیار حرکت کے بیچ بھی متربی تعلق ہوگا۔ مساوات ۱۱.۲۲ کو دیکھ کر ہم ذیل تعلق کی توقع کرتے ہیں۔

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{\ell}}{dt} \quad (\text{واحد ذرہ}) \quad (11.23)$$

یقیناً، مساوات ۱۱.۲۳ واحد ذرے کے لئے نیوٹن کے قانون دوم کا زاوی روپ ہے:

ذرے پر تمام قوت سرور کا (مستی) مجموعہ ذرے کے زاوی معیار حرکت میں تبدیلی کے برابر ہوگا۔

□

کسی مخصوص نقطہ کے لحاظ سے، جو عموماً محددی نظام کا مبداء ہوگا، قوت سرور \vec{r} اور زاوی معیار حرکت $\vec{\ell}$ تعین کیے بغیر مساوات ۱۱.۲۳ بے معنی ہوگی۔

مساوات ۱۱.۲۳ کا ثبوت

ہم مساوات ۱۱.۱۸ سے آغاز کرتے ہیں، جو ذرے کے زاوی معیار حرکت کی تعریف ہے:

$$\vec{\ell} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

جہاں \vec{r} ذرے کا تعین کر سمتیہ اور \vec{v} ذرے کی مستی رفتار ہے۔ دونوں اطراف کا تقسوق t کے لحاظ سے لیتے ہیں۔

$$(11.23) \quad \frac{d\vec{\ell}}{dt} = m\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v}\right)$$

البتہ، $d\vec{v}/dt$ ذرے کا اسراع \vec{a} ، اور $d\vec{r}/dt$ ذرے کی مستی رفتار ہے۔ یوں مساوات ۱۱.۲۴ ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m(\vec{r} \times \vec{a} + \vec{v} \times \vec{v})$$

اب $\vec{v} \times \vec{v} = 0$ ہے (چونکہ سمتیہ کا اپنے ساتھ زاویہ صفر ہے لہذا سمتیہ کا اپنے ساتھ مستی ضرب ہمیشہ صفر کے برابر ہوگا۔) یوں آخری جبزو خارج ہوگا اور ذیل رہ جائے گا۔

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m(\vec{r} \times \vec{a}) = \vec{r} \times m\vec{a}$$

ہم نیوٹن کا قانون دوم ($m\vec{a} = \vec{F}$) استعمال کر کے $m\vec{a}$ کی جگہ \vec{F} ڈال کر ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$(11.25) \quad \frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \sum (\vec{r} \times \vec{F})$$

یہاں علامت \sum کہتی ہے تمام قوتوں کے مستی ضرب $\vec{r} \times \vec{F}$ کا مجموعہ لینا ہوگا۔ البتہ، مساوات ۱۱.۱۴ سے ہم جانتے ہیں (درج بالا) ہر مستی ضرب کسی ایک قوت سے وابستہ قوت سرور ہوگا۔ یوں، مساوات ۱۱.۲۵ ذیل کہتی ہے:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$$

مستی حاصل ضرب کا تقسوق لیتے ہوئے مستعمل متادیر کی ترتیب برقرار رکھیں۔ یوں یہاں \vec{r} ہمیشہ \vec{v} سے پہلے ہوگا۔

جوساوات ۱۱.۲۳ ہے، جسے ہم ثابت کرنا چاہتے تھے۔

آزمائش ۵

کل؟؟ میں کسی ایک لمحے پر ذرے کا تعین کر سکتی ہوں، اور ذرے کو مسرع کرنے والی قوتوں کے حصار ممکنہ رخ دیے گئے ہیں۔ تمام قوت سطح xy میں ہیں۔ (۱) نقطہ O پر ذرے کے زاوی معیار حرکت میں تبدیلی $(d\vec{\ell}/dt)$ کی قدر کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر، قوتوں کی درجہ بندی کریں۔ (ب) نقطہ O پر کوئی قوت تبدیلی کی منفی شرح دیتی ہے؟ □

نمونہ سوال ۱۱.۱: قوت سرور اور زاوی معیار حرکت کا وقت تفرق

ایک ذرہ جس کی کمیت 0.500 kg ہے اور جس کا تعین کر سکتی ذیل ہے، مستقیم خط پر حرکت میں ہے (مشکل 14a.11):

$$\vec{r} = (-2.00t^2 - t)\hat{i} + 5.00\hat{j}$$

جہاں \vec{r} میٹر میں اور t سیکنڈ میں ہے، اور آغاز $t = 0$ پر ہوتا ہے۔ تعین کر سکتی مبداسے ذرے کے مرکز کی نشاندہی کرتا ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں، ذرے کا زاوی معیار حرکت $\vec{\ell}$ اور ذرے پر قوت سرور \vec{F} مبداسے لحاظ سے (یا مبداسے) تلاش کریں۔ ذرے کی حرکت کو مد نظر رکھتے ہوئے ان معیادیر کی الجبرائی علامت کی وجہ پیش کریں۔

کلیدی تصورات

(۱) جس نقطہ پر ذرے کا زاوی معیار حرکت تلاش کرنا ہوا اس کی نشاندہی کرنا لازم ہے۔ یہاں وہ نقطہ مبداسے واقع ہے۔ (۲) مساوات ۱۱.۱۸ $(\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v}))$ ذرے کا زاوی معیار حرکت $\vec{\ell}$ دیتی ہے۔ (۳) ذرے کے زاوی معیار حرکت سے وابستہ علامت $(+ \text{ یا } -)$ ، ذرے کی حرکت کے دوران ذرے کے تعین کر سکتی کے (محور گھماؤ کے گرد) گھماؤ کی سمت دیتی ہے: گھڑی وار منفی اور خلاف گھڑی مثبت ہوگا۔ (۴) اگر ذرے پر قوت سرور اور ذرے کا زاوی معیار حرکت ایک نقطہ پر حاصل کیے گئے ہوں، تب قوت سرور اور زاوی معیار حرکت کا تعلق مساوات ۱۱.۲۳ $(\vec{\tau} = d\vec{\ell}/dt)$ دیگی۔

حاجہ: مساوات ۱۱.۱۸ استعمال کر کے مبداسے زاوی معیار حرکت تلاش کرنے کے لئے ضروری ہے کہ پہلے تعین کر سکتی کا وقت تفرق لے کر ذرے کی سمتی رفتار کا الجبرائی فترہ حاصل کیا جائے۔ مساوات 10.4 $(\vec{v} = d\vec{r}/dt)$ کو دیکھ کر ہم ذیل لکھتے ہیں:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{d}{dt}((-2.00t^2 - t)\hat{i} + 5.00\hat{j}) \\ &= (-4.00t - 1.00)\hat{i}\end{aligned}$$

جہاں \vec{v} میٹر فی سیکنڈ میں ہے۔

اس کے بعد مساوات 27.3 میں صلیبی ضرب کا دکھایا گیا ڈھانچہ استعمال کر کے \vec{r} اور \vec{v} کا صلیبی

ضرب معلوم کرتے ہیں۔

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - b_y a_z)\hat{i} + (a_z b_x - b_z a_x)\hat{j} + (a_x b_y - b_x a_y)\hat{k}$$

یہاں \vec{r} کو عمومی سمتیہ \vec{a} اور \vec{v} کو عمومی سمتیہ \vec{b} ظاہر کرتا ہے۔ چونکہ ہم ضرورت سے زیادہ کام نہیں کرنا چاہتے، آئیں عمومی صلیبی ضرب میں پڑ کردہ بدل پر غور کرتے ہیں۔ چونکہ \vec{r} میں z جزو اور \vec{v} میں y اور z اجزاء نہیں پائے جاتے، اس عمومی صلیبی ضرب کا صرف آخری جزو $(-b_x a_y)\hat{k}$ غیر صفر ہے۔ یوں، زیادہ الجبرائی دوڑ کے بغیر ذیل لکھتے ہیں۔

$$\vec{r} \times \vec{v} = -(-4.00t - 1.00)(5.00)\hat{k} = (20.0t + 5.00)\hat{k} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

یاد رہے، ہمیشہ کی طرح صلیبی ضرب جو سمتیہ دیتی ہے وہ ابتدائی سمتیات کو عمود دار ہوگا۔ مساوات ۱۱.۱۸ پوری کرنے کے لئے، کیمت سے ضرب دے کر ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \vec{\ell} &= (0.500 \text{ kg})[(20.0t + 5.00)\hat{k} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}] \\ &= (10.0t + 2.50)\hat{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

مبدأ پر قوت مسر و اب مساوات ۱۱.۲۳ سے فوراً حاصل ہوگا:

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \frac{d}{dt}(10.0t + 2.50)\hat{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \\ &= 10.0\hat{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 10.0\hat{k} \text{ N m} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

جو محور z کے مثبت رخ ہے۔

ہمارا $\vec{\ell}$ کا نتیجہ کہتا ہے زاوی معیار حرکت محور z کے مثبت رخ ہے۔ تعین گر سمتیہ کے گھماؤ کی صورت میں ”مثبت“ نتیجہ کا مطلب سمجھنے کے لئے اس سمتیہ کی قیمت مختلف اوقات پر معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} t = 0, & \quad \vec{r}_0 = 5.00\hat{j} \text{ m} \\ t = 1.00 \text{ s}, & \quad \vec{r}_1 = -3.00\hat{i} + 5.00\hat{j} \text{ m} \\ t = 2.00 \text{ s}, & \quad \vec{r}_2 = -10.0\hat{i} + 5.00\hat{j} \text{ m} \end{aligned}$$

یہ نتائج شکل 14b.11 میں پیش ہیں؛ ہم دیکھتے ہیں کہ ذرے کے ساتھ ساتھ چپلنے کے لئے \vec{r} خلاف گھڑی گھومتا ہے۔ یہی گھماؤ کا مثبت رخ ہے۔ یوں، اگرچہ ذرہ خود سیدھی لکیر پر حرکت کرتا ہے، مبدأ کے لحاظ سے یہ اس کی حرکت خلاف گھڑی ہے، اور یوں اس کا زاوی معیار حرکت مثبت ہے۔

ہم $\vec{\ell}$ کے رخ کا مطلب، صلیبی ضرب (یہاں $\vec{v} \times \vec{r}$ یا آپ چاہیں $\vec{r} \times \vec{v}$ ، جو ایک رخ دیتے ہیں) کا دایاں ہاتھ متعده استعمال کر کے سمجھ سکتے ہیں۔ ذرے کی حرکت کے دوران کسی بھی معیار اثر کے لئے، دائیں ہاتھ کی چار انگلیاں

صلیبی ضرب کے اول سمتیہ \vec{r} کے رخ رکھی جاتی ہیں (شکل 14c.11)۔ ہاتھ یوں سمت بند کیا جاتا ہے کہ ہتھیلی کے گرد انگلیاں با آسانی گھما کر صلیبی ضرب کے دوسرے سمتیہ \vec{v} کے رخ کی جانبیں (شکل 14d.11)۔ اس پورے عمل کے دوران انگوٹھے کو چار انگلیوں کے لحاظ سے عمود دار رکھا جاتا ہے۔ انگوٹھا صلیبی ضرب کے نتیجے کا رخ دیگا۔ جیسا شکل 14e.11 میں دکھایا گیا ہے، ماحصل سمتیہ محور z کے مثبت رخ (جو شکل کے مستوی سے سیدھا باہر نکلتا ہے) اور گزشتہ نتیجے کے عین مطابق ہے۔ شکل 14e.11 میں \vec{r} کا رخ بھی دیا گیا ہے، جو محور z کے مثبت رخ ہے؛ چونکہ، زاوی معیار حرکت اسی رخ ہے اور اس کی مقدار بڑھ رہی ہے۔

□

۱۱.۷ استوار جسم کا زاوی معیار حرکت

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. ذروں پر مشتمل نظام کے لئے، نیوٹن کا قانون دوم زاوی روپ میں استعمال کر کے نظام پر صافی قوت سرور اور نظام کے زاوی معیار حرکت میں پیدا تبدیلی کی شرح کا تعلق جان پائیں گے۔

۲. مقررہ محور کے گرد گھومتے استوار جسم کے زاوی معیار حرکت اور اسی محور کے گرد جسم کے گھمیری جمود اور زاوی رفتار کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔

۳. اگر دو جسم ایک ہی محور گھماؤ کے گرد گھومتے ہوں، ان کے کل زاوی معیار حرکت کا حساب کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

• ذروں پر مشتمل نظام، کا زاوی معیار حرکت \vec{L} انفرادی ذروں کے زاوی معیار حرکت کا مجموعہ ہوگا۔

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \cdots + \vec{L}_n = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i$$

• اس زاوی معیار حرکت کی تبدیلی کی شرح نظام پر صافی بیرونی قوت سرور کے برابر ہوگی (جو نظام کے اندرونی ذروں اور نظام کے باہر ذروں کے باہم عمل سے پیدا قوت سرور کا سمتی مجموعہ ہوگا)۔

$$\vec{\tau}_{\text{صافی}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{ذروں پر مشتمل نظام})$$

• مقررہ محور پر گھومتے استوار جسم کے لئے،، محور گھماؤ کے متوازی زاوی معیار حرکت کا جب زو ذیل ہوگا۔

$$L = I\omega \quad (\text{استوار جسم، مقررہ محور})$$

ذروں پر مشتمل نظام کا زاوی معیار حرکت

مبدأ کے لحاظ سے ذروں پر مشتمل نظام کے زاوی معیار حرکت پر غور کرتے ہیں۔ نظام کا کل زاوی معیار حرکت \vec{L} انفرادی ذروں کے زاوی معیار حرکت $\vec{\ell}$ کا (مستی) مجموعہ ہوگا۔

$$(11.26) \quad \vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 + \vec{\ell}_3 + \dots + \vec{\ell}_n = \sum_{i=1}^n \vec{\ell}_i$$

انفرادی زاوی معیار حرکت کو زیر نوشت i سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دیگر ذروں کے ساتھ یا نظام کے بیرون کے ساتھ باہم عمل کی بنا انفرادی ذرے کا زاوی معیار حرکت وقت کے ساتھ تبدیل ہو سکتا ہے۔ ہم \vec{L} میں پیدا تبدیلی مساوات ۱۱.۲۶ کا (ذیل) و مستقی تفرق معلوم کر سکتے ہیں۔

$$(11.27) \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d\vec{\ell}_i}{dt}$$

مساوات ۱۱.۲۳ سے ہم دیکھتے ہیں کہ i ویں ذرے پر صافی قوت $d\vec{\ell}_i/dt$ سروڑ ہوگی۔ مساوات ۱۱.۲۷ ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$(11.28) \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{\tau}_{\text{صافی},i}$$

یعنی، نظام کے زاوی معیار حرکت \vec{L} کی تبدیلی کی شرح انفرادی ذروں پر قوت سروڑ کے مستی مجموعہ کے برابر ہوگا۔ ان قوت سروڑ میں (ذروں کے بیچ قوتوں کی بنا) اندرونی قوت سروڑ اور (ذروں پر نظام سے باہر اجسام کی قوت کی بنا) بیرونی قوت سروڑ شامل ہیں۔ تاہم، ذروں کے بیچ قوت (نیوٹن کے متوازن سوم کی بنا) جوڑیوں کے روپ میں ہوگی لہذا ان کی مجموعی قوت سروڑ صفر ہوگی۔ یوں، نظام کے کل زاوی معیار حرکت \vec{L} کو صرف نظام پر عمل پیرا بیرونی قوت سروڑ تبدیلی کرتی ہیں۔

صافی بیرونی قوتے سروڑ۔ نظام میں تمام ذروں پر بیرونی قوت سروڑ کا مستی مجموعہ $\vec{\tau}_{\text{صافی}}$ صافی بیرونی قوت سروڑ کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں مساوات ۱۱.۲۸ ذیل لکھی جا سکتی ہے:

$$(11.29) \quad \vec{\tau}_{\text{صافی}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{ذروں پر مشتمل نظام})$$

جونیوٹن کے متوازن دوم کا زاوی روپ ہے۔ اس کے تحت ذیل ہوگا۔

ذروں پر مشتمل نظام پر صافی بیرونی قوت سروڑ $\vec{\tau}_{\text{صافی}}$ نظام کے کل زاوی معیار حرکت \vec{L} کی تبدیلی کی شرح کے برابر ہوگی۔

مسوات ۱۱.۲۹ اور $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ (مسوات 27.9) مثال ہیں تاہم اول الذکر زیادہ احتیاط مانگتی ہے: قوت سرور اور نظام کا زاوی معیار حرکت ایک مبداء کے لحاظ سے ناپت لازمی ہے۔ اگر اندرونی جمودی چھوٹ کے لحاظ سے نظام کا مرکز کیت سرع نہ ہو، مبداء کسی بھی نقطے پر ہو سکتا ہے، اگر سرع ہو، تب لازم ہے کہ مبداء مرکز کیت پر ہو۔ مثال کے طور پر، پیچے کو ذروں پر مشتمل نظام تصور کریں۔ اگر زمین کے لحاظ سے ساکن محور پر پہیا گھومتا ہو، تب مسوات ۱۱.۲۹ استعمال کرتے وقت زمین کے لحاظ سے کوئی بھی ساکن نقطہ بطور مبداء تسلیم کیا جاسکتا ہے۔ البتہ، اگر پہیا سرع محور کے گرد گھومتا ہو (جیسے جب پہیا میلان پر لڑھکتا نیچے آتا ہے)، تب صرف پیچے کا مرکز کیت مبداء تسلیم کیا جاسکتا ہے۔

مقررہ محور پر استوار جسم کا زاوی معیار حرکت

ذروں پر مشتمل نظام (ذروی نظام) جو ایک استوار جسم دیتا ہے کا زاوی معیار حرکت تلاش کرتے ہیں۔ شکل 15a.11 میں ایسا ایک جسم دکھایا گیا ہے۔ محور z یہاں مقررہ محور گھماوے ج کے گرد جسم مستقل زاوی رفتار ω سے گھومتا ہے۔ اس محور پر ہم جسم کا زاوی معیار حرکت جاننا چاہتے ہیں۔

ہم جسم کے تمام کمیتی ٹکڑوں کا انفرادی زاوی معیار حرکت معلوم کر کے ان کے z جزو کا مجموعہ لے کر یا کر سکتے ہیں۔ شکل 5a.11 میں کیت Δm_i کا کمیتی ٹکڑا محور z کے گرد دائری راہ پر حرکت کرے گا۔ مبداء O کے لحاظ سے اس کمیتی ٹکڑے کا مقام تعین کر سمتیہ \vec{r}_i دیگا۔ اس ٹکڑے کے دائری راہ کا رداس $r_{\perp i}$ ہوگا، جو ٹکڑے اور محور z کے بیچ عمود دار فاصلہ ہے۔

مبداء O کے لحاظ سے اس کمیتی ٹکڑے کے زاوی معیار حرکت ℓ_i کی قدر مسوات ۱۱.۱۹ دی گئی:

$$\ell_i = (r_i)(p_i)(\sin 90^\circ) = (r_i)(\Delta m_i v_i)$$

جہاں p_i اور v_i کمیتی ٹکڑے کا خطی معیار حرکت اور خطی رفتار ہے، اور \vec{r}_i اور \vec{p}_i کے بیچ زاویہ 90° ہے۔ اس کمیتی ٹکڑے کا زاوی معیار حرکت ℓ_i شکل 5b.11 میں دکھایا گیا ہے؛ اس کا رخ \vec{r}_i اور \vec{p}_i دونوں کو لازمًا عمود دار ہوگا۔

جو z ۔ ہم محور گھماوے کے، جو یہاں محور z ہے، متوازی ℓ_i کا جزو جاننا چاہتے ہیں۔ جزو z ذیل ہوگا۔

$$\ell_{iz} = \ell_i \sin \theta = (r_i \sin \theta)(\Delta m_i v_i) = r_{\perp i} \Delta m_i v_i$$

پورے جسم کے زاوی معیار حرکت کا z جزو معلوم کرنے کے لئے جسم کے تمام کمیتی ٹکڑوں کے زاوی معیار حرکت کے z جزو کا مجموعہ لینا ہوگا۔ چونکہ $v = \omega r_{\perp}$ ہے لہذا ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$L_z = \sum_{i=1}^n \ell_{iz} = \sum_{i=1}^n \Delta m_i v_i r_{\perp i} = \sum_{i=1}^n \Delta m_i (\omega r_{\perp i}) r_i$$

(۱۱.۳۰)

$$= \omega \left(\sum_{i=1}^n \Delta m_i r_{\perp i}^2 \right)$$

جدول ۱۱.۱: مستقیم اور گھمیری حرکت کے مزید مطابقتی متغیرات اور رشتے

مستقیم	گھمیری
قوت \vec{F}	قوت مسرور $\vec{\tau} (= \vec{r} \times \vec{F})$
خطی معیار حرکت \vec{p}	زاوی معیار حرکت $\vec{\ell} (= \vec{r} \times \vec{p})$
خطی معیار حرکت $\vec{P} (= \sum \vec{p}_i)$	زاوی معیار حرکت $\vec{L} (= \sum \vec{\ell}_i)$
خطی معیار حرکت $\vec{P} = M\vec{v}$ مرکزیت	زاوی معیار حرکت $L = I\omega$
نیوٹن کا قانون دوم $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	نیوٹن کا قانون دوم $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
مستقل \vec{P}	مستقل \vec{L}

یہاں ω مستقل (جسم کے تمام نقطوں کے لئے ایک برابر) ہے لہذا اس کو مجموعہ کی علامت سے باہر لکھا جا سکتا ہے۔

مساوات ۱۱.۳۰ میں $\sum \Delta m_i r_{\perp i}^2$ مقررہ محور کے گرد جسم کا گھمیری جمود I ہے (مساوات ۱۰.۳۳ دیکھیں)۔ یوں مساوات ۱۱.۳۰ ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$L = I\omega \quad (\text{استوار جسم، مقررہ محور}) \quad (11.31)$$

ہم نے زیر نوشتہ z نہیں لکھا، تاہم آپ نے یاد رکھنا ہو گا کہ مساوات ۱۱.۳۱ میں زاوی معیار حرکت محور گھماؤ پر زاوی معیار حرکت ہو گا۔ (ہم نے کوئی محور گھماؤ لیسینی تھی۔ یہاں محور z لی گئی۔ لہذا زاوی معیار حرکت اس محور گھماؤ کے لحاظ سے ہو گا جس پر اسے حاصل کیا گیا ہو۔) ساتھ ہی اس مساوات میں I بھی اسی محور گھماؤ کے لحاظ سے ہو گا۔

جدول ۱۱.۱، جو جدول ۱۰.۱ کو وسعت دیتا ہے، مطابقتی خطی اور زاوی رشتے پیش کرتا ہے۔

آزمائش ۶

فترض، گھمیرا، اور کرہ کو، لٹو کی طرح دھکا لپیٹ کر، مقررہ وسطی محور پر گھمایا جاتا ہے (شکل؟؟)۔ دھکا گتینوں جسم پر ایک جتنی مستقل ماسی قوت \vec{F} لاگو کرتا ہے۔ تینوں جسم ابتداً لی طور ساکن ہیں، ان کی کسرت اور رداس ایک برابر ہیں۔ گھومتے اجسام کی درجہ بندی (۱) وسطی محور پر زاوی معیار حرکت اور (ب) زاوی رفتار کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر، کریں۔ □

۱۱.۸ زاوی معیار حرکت کی بقا

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱۔ کسی مخصوص محور کے ہمراہ نظام پر بیرونی صافی قوت مسرور کی عدم موجودگی میں، زاوی معیار حرکت کی بقا استعمال کر کے محور پر ابتدائی زاوی معیار حرکت کی قیمت کا رشتہ بعد کی قیمت کے ساتھ جان پائیں گے۔

کلیدی تصور

• نظام پر بیرونی صافی قوت مسرور صفر ہونے کی صورت میں، نظام کا زاوی معیار حرکت \vec{L} ایک مستقل ہو گا۔ یوں ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \text{مستقل} & (\text{حدا نظام}) \\ \vec{L}_i &= \vec{L}_f & (\text{حدا نظام}) \end{aligned}$$

اس کو زاوی معیار حرکت کی بقا کا قانون کہتے ہیں۔

زاوی معیار حرکت کی بقا

ہم توانائی کی بقا اور خطی معیار حرکت کی بقا کی بات کر چکے، جو طاقتور قوانین بقا ہیں۔ اب زاوی معیار حرکت کی بقا کی بات کرتے ہیں، جو تیسرا قانون بقا ہے۔ ہم مساوات ۱۱.۲۹ $d\vec{L}/dt = \vec{\tau}$ سے آغاز کرتے ہیں، جو نیوٹن کے قانون دوم کا زاوی روپ ہے۔ بیرونی صافی قوت مسرور کے عدم موجودگی میں یہ مساوات $d\vec{L}/dt = 0$ روپ اختیار کرتی ہے۔ یوں ذیل ہو گا۔

$$\vec{L} = \text{مستقل} \quad (\text{حدا نظام}) \quad (11.32)$$

یہ نتیجہ، جو ذیل دو طرح بھی لکھا جاسکتا ہے، زاوی معیار حرکت کے بقا کا قانون کہلاتا ہے۔

$$\left(\text{صافی زاوی معیار حرکت} \right)_{\text{بعد میں وقت } t_f} = \left(\text{صافی زاوی معیار حرکت} \right)_{\text{ابتدائی وقت } t_i}$$

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \quad (\text{حدا نظام}) \quad (11.33)$$

مساوات ۱۱.۳۲ اور مساوات ۱۱.۳۳ اذیل کہتی ہیں۔

نظام پر صافی بیرونی قوت مسرور صفر ہونے کی صورت میں، اس سے قطع نظر کہ نظام کے اندر کیا تبدیلیاں رونما ہوں، نظام کا زاوی معیار حرکت \vec{L} برقرار رہے گا (ایک مستقل ہو گا)۔

ساوات ۱۱.۳۲ اور ساوات ۱۱.۳۳ سمتیہ مساوات ہیں: جو تین آپس میں عمود دار رخ پر زاوی معیار حرکت کی بقا کی تین جبزوی مساوات دیں گی۔ نظام پر بیرونی صافی قوت مسروڑ موجود ہونے کی صورت میں، قوت مسروڑ پر منحصر ہوگا، آیا زاوی معیار حرکت کی بقا صرف ایک یا دو رخ ہو، تاہم، تینوں رخ زاوی معیار حرکت کی بقا کبھی نہیں ہوگی۔

اگر کسی محور کے ہمراہ نظام پر صافی بیرونی قوت مسروڑ کا جزو صفر ہو، تب اس سے قطع نظر کہ نظام میں کیا تبدیلیاں رونما ہوں، اس محور کے ہمراہ نظام کے زاوی معیار حرکت کا جزو تبدیل نہیں ہوگا۔

یہ ایک طاقتور فقرہ ہے: یہاں ہم نظام کے ابتدائی اور اختتامی حالت میں دلچسپی رکھتے ہیں؛ درمیانی حالت پر غور کرنے کی ضرورت نہیں۔

اس متاع عدے کا اطلاق شکل 15.11 میں پیش جہاں پر، جو محور z کے گرد گھومتا ہے، کیا جاسکتا ہے۔ فرض کریں کسی طرح جسم، محور گھاو کے لحاظ سے کیت کی تقسیم نو کر کے، محور گھاو پر اپنا گھمیری جمود تبدیل کرتا ہے۔ ساوات ۱۱.۳۲ اور ساوات ۱۱.۳۳ کہتی ہیں جسم کا زاوی معیار حرکت تبدیل نہیں ہو سکتا۔ ساوات ۱۱.۳۳ میں (گھمیری محور پر زاوی معیار حرکت کی) مساوات ۱۱.۳۱ ڈال کر یہ قانون بقا کو ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f \quad (11.33)$$

اس مساوات میں زیر نوشتہ i اور f کیتی تقسیم نو سے قبل اور اس کے بعد گھمیری جمود اور زاوی رفتار ظاہر کرتے ہیں۔

باقی دو قوانین بقا کی طرح، جن پر ہم بحث کر چکے ہیں، مساوات ۱۱.۳۲ اور مساوات ۱۱.۳۳ نیوٹنی میکانیات کی حدود سے باہر بھی متبادل اطلاق ہیں۔ ان کا اطلاق ان ذروں پر بھی ہوگا جو روشنی کی رفتار کے متضرب رفتار پر حرکت میں ہوں (جہاں نیوٹنی میکانیات کارآمد نہیں رہتی اور جہاں خصوصی نظریہ اضافت استعمال کرنا ہوگا)، اور ان کا اطلاق زیر جوہر ذروں پر بھی ہوگا (جہاں کوانٹم میکانیات کا راج چلتا ہے)۔ آج تک ایسی کوئی مثال نہیں دیکھی گئی جو زاوی معیار حرکت کی بقا کے قانون کو مطمئن نہ کرتی ہو۔

اب ہم تین ایسی مثالوں پر بحث کرتے ہیں جن میں اس قانون کی دخل اندازی پائی جاتی ہے۔

۱. چکر کھاتا رضا کار شکل 16.11 میں ایک طالب علم تپائی پر، جو انقباضی محور پر گھوم سکتی ہے، بیٹھا دکھایا گیا ہے۔ پھیلے ہاتھوں میں وزن بھرتے طالب علم کو ابتدائی زاوی رفتار ω_i سے گھمایا گیا۔ اس کا زاوی معیار حرکت سمتیہ L انقباضی محور پر اوپر رخ ہے۔

طالب علم ہاتھ جسم کے متضرب کرتا ہے؛ کیت محور گھاو کے متضرب کرنے سے طالب علم کا گھمیری جمود I_i سے گھٹ کر I_f ہوگا، اور اس کے گھومنے کی شرح ω_i سے بڑھ کر ω_f ہوگی۔ ہاتھ پھیلا کر (وزن دور کر کے) طالب علم اپنی رفتار دوبارہ گھٹاتا ہے۔ طالب علم، تپائی، اور وزن پر مشتمل نظام پر کوئی صافی بیرونی قوت مسروڑ عمل نہیں کرتی۔ یوں، اس سے قطع نظر کہ طالب علم اپنے ہاتھ کہاں رکھتا ہے، محور گھاو پر نظام کا

زاوی معیار حرکت تبدیل نہیں ہوگا۔ شکل 16a.11 میں طالب علم کا زاوی رفتار ω ، کافی کم ہے اور اس کا گھمیری جمود I_i نسبتاً زیادہ۔ مساوات ۱۱.۳۴ کے تحت شکل 16b.11 میں I_f کے گھٹنے کی تلافی، زاوی رفتار میں اضافہ کرتا ہے۔

۲. غوطہ باز شکل 17.11 میں کافی دار تختے سے غوطہ باز ڈیڑھ کلا بازیاں کھاتا دکھایا گیا ہے۔ جیسا آپ توقع کر سکتے ہیں، اس کا مرکز کیت قطع مکانی راہ پر چلتا ہے۔ کافی دار تختے سے، کلا باز اپنے مرکز کیت سے گزرتی محور پر، غمیر مبہم زاوی معیار حرکت L کے ساتھ روانا ہوتا ہے، جو شکل 17.11 میں صفحہ کو عمود دار ہوگا۔ پرواز کے دوران کلا باز پر کوئی صافی بیرونی قوت سرور عمل نہیں کرتی، لہذا محور گھماؤ پر اس کا زاوی معیار حرکت تبدیل نہیں ہو سکتا۔ ہاتھ اور پییر جسم کے متریب کرنے پر اسی محور کے لحاظ سے، اس کے گھمیری جمود میں کمی رونما ہوگی، اور یوں مساوات ۱۱.۳۴ کے تحت اس کے زاوی رفتار میں اضافہ پیدا ہوگا۔ سطحیائی کو پہنچ کر کلا باز پورے جسم کو سیدھ میں کر کے گھمیری جمود بڑھا کر اور زاوی رفتار گھٹاتا ہے، تاکہ پانی میں داخل ہوتے وقت کم سے کم چھینٹیں اڑائے۔ زیادہ پیچیدہ غوطہ، جس میں کلا باز جسم کو بل دیتے ہوئے کلا بازیاں کھاتا ہے، پوری پرواز کے دوران، غوطہ باز کے زاوی معیار حرکت کی، قدر اور رخ دونوں میں، بقا لازماً ہوگی۔

۳. لمبی چھلانگ جب کھلاڑی دوڑ کر لمبی چھلانگ کے لئے زمین سے اچھلتا ہے، افقی محور پر کھلاڑی کو آخری قدم آگے رخ گھماؤ کا زاوی معیار حرکت دیتا ہے۔ ایسا گھماؤ کھلاڑی کو زمین پر صحیح طریقے سے اترنے نہیں دیتا۔ زمین پر پہنچ کر کھلاڑی کی ٹانگیں اکٹھی اور اس زاویہ پر آگے ہونی چاہیے کہ ریت میں ایڑیوں کا نشان زیادہ سے زیادہ فاصلے پر بنے۔ اڑان کے بعد کوئی بیرونی قوت سرور عمل کرتی ہے لہذا زاوی معیار حرکت (کی بقا کی بدولت) تبدیل نہیں ہوگا۔ البتہ، کھلاڑی بازوؤں کو چپکے دے کر زاوی معیار حرکت کا بیشتر حصہ بازوؤں کو منتقل کر سکتا ہے (شکل 18.11)۔ یوں جسم سیدھا رہ کر اتار کے دوران درست سمت بند ہوگا۔

۴. باز گر ایک پاؤں پر کھڑا ہو کر دوسرے ٹانگہ کو جسم کے ساتھ 90° زاویہ پر رکھ کر نہایت کم زاوی رفتار سے گھومتا ہے (شکل 19a.11)۔ اس کی زاوی رفتار بمشکل نظر آتی ہے۔ وہ تیزی سے ٹانگہ نیچے کر کے اچھلتا ہے، یوں جسم اور ٹانگوں کے بیچ زاویہ θ ہوگا (شکل 19b.11)۔ عمود دار ٹانگہ کا زاویہ کم کرنے سے اس کا گھمیری جمود کم ہوگا۔ باز گر کے جسم پر کوئی بیرونی صافی قوت سرور عمل نہیں کرتی لہذا اس کا زاوی معیار حرکت تبدیل نہیں ہو سکتا۔ یوں گھمیری جمود کم ہونے کی وجہ سے اس کی زاوی رفتار بڑھے گی۔ تماشائی کو یکدم تیز گھومنا حیران کرتا ہے۔ واپس زمین کو پہنچنے سے قبل باز گر ٹانگہ کو عمود دار کر کے زاوی رفتار دوبارہ کم کر کے زمین پر اترتا ہے۔

آزمائش ۷

ایک چھوٹا مقرر، جس کے چکا پر بھونرا بیٹھا ہے، انتصابی محور کے گرد گھوم رہا ہے۔ اگر بھونرا مقرر کے وسط کی جانب کلبائے، کس بھونرا مقرر نظام کا (۱) گھمیری جمود، (ب) زاوی معیار حرکت، اور (ج) زاوی رفتار (وسطی محور کے لحاظ سے) بڑھے گا (گی)، گھٹے گا (گی)، یا تبدیل نہیں ہوگا (گی)؟ □

نمونی سوال ۱۱.۵: زاوی معیار حرکت کسے کہتا، گھومتے پیسے کا مظاہرہ

شکل 20a.11 میں ایک طالب علم تپائی پر بیٹھا دکھایا گیا ہے۔ تپائی انتصابی محور پر گھوم سکتی ہے۔ طالب علم، جو ابتدائی طور ساکن ہے، سائیکل کا پہیا پکڑے ہوئے ہے، جس کے چکا کا وزن سید سے بڑھایا گیا ہے۔ وسطی محور کے لحاظ سے پہیے کا گھمیری جود $I_w = 1.2 \text{ kg m}^2$ ہے۔ (چکے پر سید لگانے پہیے کا گھمیری جود بڑھایا گیا ہے۔)

پہیے کا زاوی رفتار 3.9 چکر فی سیکنڈ ہے اور فضا سے نیچے دیکھ کر اس کا رخ مخالف گھڑی ہے۔ پہیے کا دھرا انتصابی ہے، اور اس کے زاوی معیار حرکت \vec{L}_w کا رخ انتصابی اوپر وار ہے۔

طالب علم پہیے کو الٹ کرتا ہے (شکل 20b.11) لہذا اب فضا سے نیچے دیکھتے ہوئے پہیا گھڑی وار گھومتا ہے۔ اس کا زاوی معیار حرکت اب \vec{L}_w ہو گا۔ پہیا الٹ کرنے کی وجہ سے طالب علم، تپائی، اور پہیے کا وسط بطور مرکب استوار جسم تپائی کے محور گھاؤ کے گرد گھمیری جود $I_b = 6.8 \text{ kg m}^2$ کے ساتھ گھومتے ہیں۔ (پہیا اپنے وسطی محور کے گرد گھومتا ہے، تاہم اس سے مرکب جسم کا کینی تقسیم اثر انداز نہیں ہوتا؛ یوں I_b کی قیمت وہی ہوگی چاہے پہیا گھومتا ہو یا نہ گھومتا ہو۔) پہیا الٹ کرنے کے بعد، مرکب جسم کس زاوی رفتار ω_b اور کس رخ گھومتا ہے؟

کلیدی تصورات

۱. زاوی رفتار ω_b کا، جو ہم جاننا چاہتے ہیں، تپائی کے محور گھاؤ پر، مرکب جسم کے اختتامی زاوی معیار حرکت \vec{L}_b کے ساتھ تعلق مساوات ۱۱.۳۱ دیتی ہے۔

۲. پہیے کی ابتدائی زاوی رفتار ω_w اور پہیے کے وسط کے گرد، پہیے کے زاوی معیار حرکت \vec{L}_w کا تعلق یہی مساوات دیتی ہے۔

۳. \vec{L}_b اور \vec{L}_w کا مجموعہ طالب علم، تپائی، اور پہیے کا کل زاوی معیار حرکت کل \vec{L} دیگا۔

۴. پہیا الٹ کرنے کے دوران نظام پر کوئی صافی بیرونی قوت مسرؤ عمل نہیں کرتی جو کسی انتصابی محور پر کل \vec{L} تبدیل کر سکتی تھی۔ (پہیا الٹ کرتے وقت، طالب علم اور پہیے پر قوتوں سے پیدا قوت مسرؤ نظام کی اندرونی ہیں۔) یوں، بشمول تپائی کا محور گھاؤ، کسی بھی انتصابی محور پر نظام کے کل زاوی معیار حرکت کی بقا ہوگی۔

حماچہ: شکل 20c.11 میں سمتیاء کل \vec{L} کی بقا ظاہر کرتے ہیں۔ اس بقا کو انتصابی محور کے ہمسراہ اجزاء کے روپ میں بھی لکھا جاسکتا ہے:

$$(11.35) \quad L_{b,f} + L_{w,f} = L_{b,i} + L_{w,i}$$

جہاں i اور f بالترتیب (پہیا الٹ کرنے سے قبل) ابتدائی حال اور (پہیا الٹ کرنے کے بعد) اختتامی حال ظاہر کرتی ہیں۔ پہیا الٹ کرنے سے پہلے کا زاوی معیار حرکت سمتیاء $L_{w,f}$ ہوا لہذا تاہم $L_{w,f}$ کی جگہ $L_{w,i}$ ڈالتے ہیں۔ اب اگر $L_{b,i} = 0$ (ابتدائی طور پر طالب علم، تپائی، اور پہیے کا وسط ساکن تھے) رکھا جائے، مساوات ۱۱.۳۵ اذیل دیگی۔

$$L_{b,f} = 2L_{w,i}$$

باب ۱۱۔ لڑھکاؤ، قوت، سرور، اور زاوی معیار حرکت

مسوات ۱۱.۳۱ استعمال کرتے ہوئے، ہم اب $I_{b,f}$ کی جگہ $I_b \omega_b$ اور $L_{w,i}$ کی جگہ $I_w \omega_w$ ڈال کر ω_b کے لئے حل کر کے ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$\omega_b = \frac{2I_w}{I_b} \omega_w = \frac{(2)(1.2 \text{ kg m}^2)(3.9 \text{ چکرنی منٹ})}{6.8 \text{ kg m}^2}$$

$$= 1.4 \text{ چکرنی منٹ} \quad (\text{جواب})$$

مثبت جواب کہتی، نقصان دیکھتے ہوئے، تپائی کے محور پر طالب علم خلاف گھڑی گھومتا ہے۔ اگر طالب علم رکھنا چاہے، اس کو پہلے واپس اصل حالت میں لانا ہوگا (یعنی ایک مرتبہ دوبارہ پہلے الٹ کرنا ہوگا)۔

□

نمونہ سوال ۱۱.۶: زاوی معیار حرکت کے بقا، قرص پر بھونزا

کیسٹ 6.00 m اور رداس R کے مقررہ پر کیسٹ m کا بھونزا سوار ہے۔ مقررہ انتہائی وسطی محور پر $\omega_i = 1.50 \text{ rad s}^{-1}$ زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ بھونزا جو ابتدائی طور $0.800R$ پر ہوتا، کلبلا کر مقررہ کے چکا پر پہنچتا ہے۔ بھونزا کو ایک ذرہ تصور کریں۔ چکا پر پہنچ کر بھونزا کی زاوی رفتار کیا ہوگی۔

کلیدی تصورات

(۱) بھونزا کے کلبلانے سے بھونزا و مقررہ نظام کی کمیتی تقسیم (لہذا گھمیری جمود) تبدیل ہوتی ہے۔ (۲) بیرونی قوت سرور کی عدم موجودگی میں نظام کی زاوی معیار حرکت اٹل ہوگا۔ (بھونزا کے کلبلانے کی قوتیں اور قوت سرور نظام کی اندرونی ہیں۔) (۳) مسوات ۱۱.۳۱ ($L = I\omega$) استوار جسم کا زاوی معیار حرکت دیتی ہے۔

حماچہ: ہم اختتامی زاوی رفتار حباننا چاہتے ہیں۔ ہم اختتامی زاوی معیار حرکت L_f کو ابتدائی زاوی معیار حرکت L_i کے برابر رکھتے ہیں (چونکہ دونوں میں زاوی رفتار شامل ہے)۔ ان میں گھمیری جمود بھی شامل ہے۔ لہذا کلبلانے سے قبل اور کلبلانے کے بعد بھونزا و مقررہ نظام کے گھمیری جمود کی تلاش سے آغاز کرتے ہیں۔

وسطی محور پر گھومتے مقررہ کا گھمیری جمود جدول 2c.10 کے تحت $\frac{1}{2}MR^2$ ہے۔ کیسٹ M کی جگہ 6.00 m ڈال کر مقررہ کا (ذیل) گھمیری جمود تلاش کرتے ہیں۔

$$I_d = 3.00mR^2 \quad (11.37)$$

(ہمیں m اور R معلوم نہیں، لیکن طبیعیات کا ہاتھ بھتام کر چلتے ہیں۔)

مسوات ۱۱.۳۳ سے ہم حبانے ہیں کہ بھونزا کا (ذرے کا) گھمیری جمود mr^2 ہوگا۔ بھونزا کا ابتدائی رداس $r = 0.800R$ اور اختتامی رداس R ڈال کر محور گھم اور بھونزا کا ابتدائی گھمیری جمود I_{bi} :

$$I_{bi} = 0.64mR^2 \quad (11.38)$$

اور اختتامی گھمیری جمود I_{bf} حاصل کرتے ہیں۔

(۱۱.۳۸)

$$I_{bf} = mR^2$$

یوں بھونزاو متصرص نظام کا ابتدائی گھمیری جمود I_i ذیل:

(۱۱.۳۹)

$$I_i = I_d + I_{bi} = 3.64mR^2$$

اور اختتامی گھمیری جمود I_f ذیل ہوگا۔

(۱۱.۴۰)

$$I_f = I_d + I_{bf} = 4.00mR^2$$

اس کے بعد، مساوات ۱۱.۳۱ ($L = I\omega$) استعمال کرتے ہوئے ہم نظام کے اختتامی زاوی معیار حرکت L_f کو نظام کے ابتدائی زاوی معیار حرکت L_i کے برابر رکھتے ہیں۔

$$I_f\omega_f = I_i\omega_i$$

آپ دیکھ سکتے ہیں، چکا کی طرف بھونزا کے کلبانے سے کچھ کمیت محور گھاو سے دور منتقل ہوتی ہے، لہذا نظام کا گھمیری جمود بڑھتا ہے، جو ω گھٹنے کا سبب بنتا ہے۔

□

۱۱.۹ مسکن چرخشی کی استقبالی حرکت

مقاصد

اس حصے کو پڑھ کر آپ ذیل کے فتا بل ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے کہ چکر کھاتے مسکن چرخشی پر تعبذنی قوت عمل کر کے اس کے چکر کی زاوی معیار حرکت سمتیہ کو (لہذا مسکن چرخشی کو) انتصابی محور کے گرد گھماتی ہے۔ اس گھومتی حرکت کو استقبالی حرکت کہتے ہیں۔

۲. مسکن چرخشی کی استقبالی حرکت شرح تلاش کر پائیں گے۔

۳. جان پائیں گے کہ استقبالی حرکت شرح پر مسکن چرخشی کی کمیت کا کوئی اثر نہیں۔

کلیدی تصور

• چکر کھاتی مسکن چرخشی کے تیک سے گزرتی انتصابی محور کے گرد مسکن چرخشی ذیل شرح سے استقبالی حرکت کر سکتی ہے:

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega}$$

جہاں M مسکن چرخشی کی کمیت، r معیار اثر کا بازو، I گھمیری جمود، اور ω شرح چکر ہے۔

gyroscope^۴

مکن چہرخی کی استقبالی حرکت

دھرے پر نسب پہنچا جو دھرے پر چکر کاٹ سکتا ہو، سادہ مکن چہرخی دیگا۔ اگر ساکن مکن چہرخی کے دھرے کا ایک سرتیک پر رکھ کر (شکل 22a.11) مکن چہرخی چوڑی جائے، وہ دھرے کے ٹھیلے سر پر گھوم کر نیچے گرے گی۔ چونکہ گرنے میں گھوماش مل ہے، اس پر نیوٹن کا قانون دوم لاگو ہوگا، جو (ذیل) مساوات ۱۱.۲۹ دیتی ہے۔

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (11.۲۱)$$

یہ مساوات کہتی ہے کہ نشیب وار گھاؤ (مکن چہرخی گرنے کا عمل) پیدا کرنے والی قوت مسروڑ مکن چہرخی کے زاوی معیار حرکت \vec{L} کو ابتدائی قیمت (صفر) سے تبدیل کرے گی۔ مکن چہرخی کے مرکز کیت پر، جس کو ہم پیپر کا مرکز تسلیم کرتے ہیں، عمل پیرا انتخابی قوت $M\vec{g}$ قوت مسروڑ $\vec{\tau}$ پیدا کرتی ہے۔ تیک کے سر کے لحاظ سے، جو شکل 22a.11 میں O پر واقع ہے، معیار اثر کا بازو \vec{r} ہے۔ قوت مسروڑ $\vec{\tau}$ کی مقدار ذیل:

$$\tau = Mgr \sin 90^\circ = Mgr \quad (11.۲۲)$$

اور رخ شکل 22a.11 میں دکھایا گیا ہے۔ ($M\vec{g}$ اور $\vec{\tau}$ کے بیچ زاویہ 90° ہے۔)

تیز چکر کھاتی مکن چہرخی کا رویہ مختلف ہوگا۔ مندرجہ ذیل دھرا افق سے اوپر وار زاویے پر رکھ کر مکن چہرخی رہا کی جاتی ہے۔ ابتدا میں مکن چہرخی معمولی نیچے (گرتے ہوئے) گھومتی ہے، لیکن اس کے بعد دھرے پر چکر کاٹتے ہوئے، نقطہ تیک O سے گزرتی انضامی محور کے گرد افقی گھومنا شروع کرتی ہے، جو استقبال حرکت^۸ کہلاتا ہے۔

مکن چہرخی گرتے کیوں نہیں؟ چکر ناکاٹتے ہوئے مکن چہرخی کی طرح چکر کاٹتی مکن چہرخی نیچے کیوں نہیں گرتی؟ رہا کرنے پر مکن چہرخی گرنا شروع کرتی ہے، تاہم $M\vec{g}$ کی پیدا کردہ قوت مسروڑ ابتدائی زاوی معیار حرکت کو صفر قیمت سے تبدیل نہیں کرتی، بلکہ چکر سے پیدا غیر صفر قیمت سے تبدیل کرتی ہے۔

یہ سمجھنے کے لئے کہ ابتدائی غیر صفر زاوی معیار حرکت کیسے مکن چہرخی کو استقبالی حرکت پر مجبور کرتا ہے، ہمیں چکر سے پیدا مکن چہرخی کے زاوی معیار حرکت \vec{L} پر غور کرنا ہوگا۔ صورت حال آسان بنانے کی خاطر، ہم مندرجہ ذیل ہیں کہ \vec{L} کے لحاظ سے استقبالی حرکت سے پیدا زاوی معیار حرکت متبادل نظر انداز ہے۔ ساتھ ہی، جیسا شکل aa.22b میں دکھایا گیا ہے، ہم مندرجہ ذیل ہیں کہ جس لمحے استقبال حرکت شروع ہوتی ہے، دھرا افقی ہے۔ مساوات ۱۱.۳۱ سے \vec{L} کی مقدار لکھتے ہیں:

$$L = I\omega \quad (11.۳۳)$$

جہاں دھرے کے لحاظ سے I مکن چہرخی کا گھمیری، جو دھرے پر چکر کاٹنے کی پہلے کی زاوی رفتار ω ہے۔ جیسا شکل 22b.11 میں دکھایا گیا ہے سمتیہ \vec{L} دھرے کے ہمراہ ہوگا۔ چونکہ \vec{L} معیار اثر کے بازو \vec{r} کو متوازی ہے، قوت مسروڑ $\vec{\tau}$ لازماً \vec{L} کو عمود دار ہوگا۔

مساوات ۱۱.۴۱ کہتی ہے، وقتی وقفہ dt میں قوت $\vec{\tau}$ مکن چرخ کی زاوی معیار حرکت کی قیمت میں (ذیل) معمولی تبدیلی $d\vec{L}$ پیدا کرتی ہے۔

$$d\vec{L} = \vec{\tau} dt \quad (11.42)$$

تاہم، تیز چکر کا مکن چرخ کے لئے، \vec{L} کی قدر مساوات ۱۱.۴۳ کے تحت اٹل ہے۔ یوں قوت $\vec{\tau}$ صرف \vec{L} کا رخ تبدیل کر سکتا ہے، تاکہ اس کی مقدار۔

مساوات ۱۱.۴۳ کے تحت $d\vec{L}$ کا رخ $\vec{\tau}$ کے رخ، \vec{L} کو عمود دار ہوگا۔ زاوی معیار حرکت کی مقدار L تبدیل کیے بغیر، $\vec{\tau}$ کے رخ میں \vec{L} تبدیل کرنے کا واحد طریقہ، جیسا شکل 22c.11 میں دکھایا گیا ہے، محور z کے گرد \vec{L} گھمانا ہے۔ \vec{L} کی مقدار برقرار رہتی ہے، سمتیہ \vec{L} کا سر دائری راہ پر چلتا ہے، اور $\vec{\tau}$ ہمیشہ اس راہ کو ماسی رہتا ہے۔ چونکہ \vec{L} لازماً اس دھڑے کے رخ ہوگا، دھڑے کو محور z کے گرد $\vec{\tau}$ کے رخ گھومنا ہوگا۔ یوں استقبالی حرکت پیدا ہو گی۔ ابتدائی زاوی معیار حرکت میں تبدیلی کے رد عمل کے دوران چکر کا مکن چرخ کی کو نیوٹن کے قانون دوم (کے زاوی روپ) پر پورا اترنا ہوگا؛ یوں کرنے کے بجائے اس کو استقبالی حرکت کرنی ہوگی۔

استقبالی حرکت۔ ہم مساوات ۱۱.۴۳ اور مساوات ۱۱.۴۲ استعمال کر کے $d\vec{L}$ کی مقدار تلاش کر کے:

$$dL = \tau dt = Mgr dt \quad (11.45)$$

استقبالی حرکت کی شرح Ω تلاش کر سکتے ہیں۔ باریک وقتی وقفہ dt میں \vec{L} میں معمولی تبدیلی رونما ہوگی، دھڑا اور \vec{L} محور z کے گرد استقبالی حرکت کرتے ہوئے چھوٹے زاویہ $d\phi$ سے گزرتے ہیں۔ (شکل 22c.11 میں زاویہ $d\phi$ بڑھا چڑھا کر پیش کیا گیا ہے، تاکہ اس کی وضاحت ہو۔) مساوات ۱۱.۴۳ اور مساوات ۱۱.۴۵ کی مدد سے $d\phi$ ذیل حاصل ہوگا۔

$$d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{Mgr dt}{I\omega}$$

دونوں اطراف dt سے تقسیم کر کے شرح $\Omega = d\phi/dt$ رکھ کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega} \quad (\text{استقبالی حرکت کی شرح}) \quad (11.46)$$

یہ نتیجہ اس مفروضے کے تحت درست ہوگا کہ چکر کا مکن کی شرح ω زیادہ ہو۔ یاد رہے، ω بڑھانے سے Ω گھٹتا ہے۔ ساتھ ہی یاد رکھیں، اگر تجدی قوت Mg مکن چرخ پر عمل نہ کرتی استقبالی حرکت نہ ہوتی، تاہم I کیت M کا قفا عمل ہے لہذا مساوات ۱۱.۴۶ میں کیت کٹ جائے گا اور Ω کیت پر منحصر نہیں ہوگا۔

مساوات ۱۱.۴۶ کا اطلاق اس چکر کا مکن چرخ پر بھی ہوگا جس کا دھڑا افق کے ساتھ زاویہ پر ہو۔ اس کا اطلاق چکر کا مکن چرخ پر بھی ہوگا، چونکہ لودر حقیقت افق کے ساتھ زاویہ پر مکن چرخ ہی ہے۔

نظر ثانی اور خلاصہ

لوہکتے اجسام رداس R کا پہیا جو ہمواری سے لڑھکتا ہو کے لئے ذیل ہوگا:

$$(11.2) \quad v_{\text{مرکزیت}} = \omega R$$

جہاں پہیے کے مرکزیت کی خطی رفتار مرکزیت v اور وسط کے گرد پہیے کی زاوی رفتار ω ہے۔ پہیے کو ”سٹرک“ کے نقطہ P کے، جہاں پہیا سٹرک سے تماس میں ہے، گرد لچاتی گھومت تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس نقطہ پر پہیے کی زاوی رفتار پہیے کے وسط پر پہیے کی زاوی رفتار کے برابر ہوگی۔ لڑھکاتے پہیے کی حرکت کی توانائی ذیل ہے:

$$(11.5) \quad K = \frac{1}{2} I_{\text{مرکزیت}} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{\text{مرکزیت}}^2$$

جہاں مرکزیت پر پہیے کا گھمیری جمود مرکزیت I ہے اور پہیے کی کیت M ہے۔ اگر پہیا مسرع کیا جائے اور ہموار لڑھکنی ہو، مرکزیت کا اسراع مرکزیت \vec{a} اور وسط کے گرد زاوی اسراع α کا تعلق ذیل ہوگا۔

$$(11.2) \quad a_{\text{مرکزیت}} = \alpha R$$

اگر پہیا زاویہ θ میلان سے ہموار نیچے لڑھکنی ہو، میلان کے اوپر وار ہمسراہ محور x پر اس کا اسراع ذیل ہوگا۔

$$(11.10) \quad a_{x, \text{مرکزیت}} = - \frac{g \sin \theta}{1 + I_{\text{مرکزیت}} / MR^2}$$

قوتے سرور بطور سمتیہ تین ابعاد میں، $\vec{\tau}$ ایک سمتیہ ہوگا جو کسی مقررہ نقطہ (جو عموماً مبدا ہوگا) کے لحاظ سے معین ہوگا: اس کی تعریف ذیل ہے:

$$(11.13) \quad \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

جہاں ذرے پر لاگو قوت \vec{F} اور کسی اٹل نقطہ کے لحاظ سے ذرے کا مقام \vec{r} سمتیہ $\vec{\tau}$ دیتا ہے۔ $\vec{\tau}$ کی قدر ذیل ہے:

$$(11.12, 11.14, 11.15) \quad \tau = rF \sin \phi = rF_{\perp} = r_{\perp} F$$

جہاں \vec{F} اور \vec{r} کے بیچ زاویہ ϕ ہے، \vec{r} کو عمود دار \vec{F} کا جزو F_{\perp} ہے، اور \vec{F} کا معیار اثر کا بازو r_{\perp} ہے۔ دائیں ہاتھ کا متعده $\vec{\tau}$ کارخ دیگا۔

ذرے کا زاوی معیار حرکت ایک ذرے جس کی کیت m ، خطی معیار حرکت \vec{p} ، اور خطی سمتی رفتار \vec{v} ہوگا زاوی معیار حرکت $\vec{\ell}$ ایک سمتیہ (ذیل) ہوگا جو کسی اٹل نقطہ (جو عموماً مبدا ہوگا) کے لحاظ سے معین ہوگا۔

$$(11.18) \quad \vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$\vec{\ell}$ کی متدر ذیل دیتی ہیں:

$$(11.19) \quad \ell = rmv \sin \phi$$

$$(11.20) \quad \ell = rp_{\perp} = rmv_{\perp}$$

$$(11.21) \quad \ell = r_{\perp}p = r_{\perp}mv$$

جہاں \vec{r} اور \vec{p} کے بیچ زاویہ ϕ ہے، \vec{r} کو عمود دار \vec{p} اور \vec{v} کے جبزو p_{\perp} اور v_{\perp} ہیں، اور اٹل نقطے کا ممسوط \vec{p} سے عمود دار مناسلہ r_{\perp} ہے۔ دایاں ہاتھ متاعده $\vec{\ell}$ کا رخ دیگا۔

نیوٹن کے قانون دوم کا زاویہ روچہ ذرے کے لئے نیوٹن کا قانون دوم زاویہ روچہ میں ذیل لکھا جاسکتا ہے:

$$(11.22) \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$$

جہاں ذرے پر صافی قوت مسروڑ صافی $\vec{\tau}$ اور ذرے کا زاویہ معیار حرکت $\vec{\ell}$ ہے۔

ذروں پر مشتمل نظام کا زاویہ معیار حرکت ذروں پر مشتمل نظام کا زاویہ معیار حرکت \vec{L} ذروں کے انفرادی زاویہ معیار حرکت $\vec{\ell}_i$ کا سمتیہ مجموعہ ہوگا۔

$$(11.23) \quad \vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 + \vec{\ell}_3 + \dots + \vec{\ell}_n = \sum_{i=1}^n \vec{\ell}_i$$

اس زاویہ معیار حرکت کا وقتی تفرق نظام پر صافی بیرونی قوت مسروڑ (نظام سے باہر ذروں کے ساتھ باہم عمل سے پیدا قوت مسروڑ کے سمتی مجموعہ) کے برابر ہوگا۔

$$(11.24) \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{ذروں پر مشتمل نظام})$$

استوار جسم کا زاویہ معیار حرکت مقررہ محور پر گھومتے ہوئے استوار جسم کا، محور گھماؤ کو متوازی، زاویہ معیار حرکت کا جبزو ذیل ہوگا۔

$$(11.25) \quad L = I\omega \quad (\text{استوار جسم، مقررہ محور})$$

زاویہ معیار حرکت کے بقا نظام پر صافی بیرونی قوت مسروڑ صفر ہونے کی صورت میں نظام کا زاویہ معیار حرکت \vec{L} اٹل ہوگا۔

$$(11.26) \quad \vec{L} = \text{مستقل} \quad (\text{جدا نظام})$$

$$(11.27) \quad \vec{L}_i = \vec{L}_f \quad (\text{جدا نظام})$$

یہ زاوی معیار حرکت کے بقا کا قانون ہے۔

مسکن پڑنے کے استقبال حرکت چکر کاٹتی مسکن چپرخنی تیک سے گزرتی انتصابی محور پر ذیل شرح سے استقبال حرکت کر سکتی ہے:

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega} \quad (11.۴۶)$$

جہاں M مسکن چپرخنی کی کمیت، r معیار اثر کا بازو، I گھمیری جمود، اور ω چکر کاٹنے کی شرح ہے۔

سوالات

سوال ۱۱.۱: ایک کمیت اور ایک مستقل رفتار پر چلتے ہوئے تین ذروں کے سمتی رفتار سمتیات شکل 23.11 میں دکھائے گئے ہیں۔ نقاط a ، b ، c اور d چوکور کی راس پر جبکہ e اس کے مرکز پر ہے۔ ان نقطوں کی درجہ بندی، اعظم قیمت اول رکھ کر، نقطہ پر تین ذروی نظام کے صافی زاوی معیار حرکت کے لحاظ سے کریں۔

سوال ۱۱.۲: ذرہ A اور ذرہ B کا xyz محدد $(1\text{ m}, 1\text{ m}, 0)$ اور $(1\text{ m}, 0, 1\text{ m})$ ہے (شکل 24.11)۔ ہر ایک ذرے پر تین گسنتی دار قوت عمل کرتی ہیں، جن کی مقدار ایک برابر اور رخ ایک ایک محدودی محور کے رخ ہے۔ (ا) کون سی قوت مبداء پر محور y کے متوازی قوت مسروڑ پیدا کرتی ہے؟ (ب) مبداء کے لحاظ سے آرے پر قوت مسروڑ کی مقدار کے لحاظ سے قوتوں کی درجہ بندی، اعظم قیمت اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۱۱.۳: ڈوری دار لٹوکا دھاگہ \vec{F}_2 (قوت) سے (جس کا خط عمل میز پر نقطہ تماس سے گزرتا ہے)، (ب) قوت \vec{F}_1 (جس کا خط عمل نقطہ تماس سے بلندی پر گزرتا ہے)، اور (ج) قوت \vec{F}_3 (جس کا خط عمل نقطہ تماس سے دائیں گزرتا ہے) سے کھینچا جاتا ہے۔ ابتدائی طور ساکن ڈوری دار لٹوکا کیا ہوگا؟

سوال ۱۱.۴: کسی مقررہ نقطہ کے لحاظ سے ذرے کے تعین گر سمتیہ \vec{r} کی مقدار 3 m ، اور ذرے پر قوت \vec{F} کی مقدار 4 N ہے۔ اگر دایہ قوت مسروڑ کی مقدار (ا) صفر اور (ب) 12 N m ہو، \vec{r} اور \vec{F} کے رخ کے بیچ زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۱۱.۵: مبداء پر رکھے ذرے پر ایک مقدار کی تین قوت عمل کرتے ہیں (شکل 26.11)۔ \vec{F}_1 سیدھا صفحے کے اندر رخ عمل کرتی ہے۔ قوتوں کی درجہ بندی، اعظم قیمت اول رکھ کر، (ا) نقطہ P_1 ، (ب) نقطہ P_2 ، اور (ج) نقطہ P_3 پر پیدا قوت مسروڑ کے لحاظ سے کریں۔

سوال ۱۱.۶: ایک ذرے کا زاوی معیار حرکت $\ell(t)$ چار مختلف صورتوں میں (ا) $\ell = 3t + 4$ ؛ (ب) $\ell = 2$ ؛ (ج) $\ell = 4/t$ ؛ (د) $\ell = 4t^2 - 6t^2$ ہے۔ کس صورت میں ذرے پر صافی قوت مسروڑ کی مقدار (ا) صفر ہے، (ب) مثبت اور مستقل ہے، (ج) منفی اور مقدار بڑھ رہی ہے ($t > 0$)، اور (د) منفی اور مقدار گھٹ رہی ہے ($t > 0$)؟

سوال ۱۱.۷: انتصابی محور پر خلاف گھمڑی گھومتے مقررہ کے چکر پر بھونزا بیٹھا ہے۔ بھونزا گھومنے کے رخ چکر پر چلنا شروع کرتا ہے۔ کیا ذیل مدت ادیر کی (محور گھاؤ پر ناپی) مقدار بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا تبدیل نہیں ہوتی؟ (مقررہ خلاف گھمڑی چلتا رہتا ہے۔) (ا) بھونزا مقررہ نظام کا زاوی معیار حرکت، (ب) بھونزا کا زاوی معیار حرکت اور زاوی سمتی رفتار، اور (ج) مقررہ کا زاوی معیار حرکت اور زاوی سمتی رفتار۔ (د) اگر بھونزا گھومنے کے الٹ رخ چلتا ہو تب جوابات کیا ہوں گے؟

سوال ۱۱.۸: مستطیل سل جو وسطی نقطہ O سے گزرتی انصبانی محور کے گرد گھوم سکتی ہے کافضائی نظارہ شکل 27.11 میں پیش ہے۔ سات مقامات سے ہوائی بندوق سے چھرا سل پر مارا جا سکتا ہے، جو سل میں دھن جاتا ہے۔ چھروں کی کیت ایک جیسی اور رفتار ایک برابر ہے۔ (۱) مقامات کی درجہ بندی، اعظم قیت اول رکھ کر، چھرا گلنے کے بعد سل (اور چھرا) کی زاوی رفتار کے لحاظ سے کریں۔ (ب) فضا سے دیکھتے ہوئے کن راہ کے لئے سل (اور چھرا) کی O پر زاوی معیار حرکت منفی ہوگی؟

سوال ۱۱.۹: شکل 28.11 میں پیپے کے زاوی معیار حرکت کی فتر L بالقابل وقت t پیش ہے۔ چار حرف دار وقتی دورانیوں کی درجہ بندی پیپے پر عمل پیرا قوت سرود کی فتر کے لحاظ سے کریں۔ اعظم قیت اول رکھیں۔

سوال ۱۱.۱۰: متقل سمتی رفتار \vec{v} پر چلتا ہوا ذرہ اور پانچ نقطے بمع xy محدود شکل 29.11 میں دکھائے گئے ہیں۔ نقطہ پر ذرے کے زاوی معیار حرکت کی فتر کے لحاظ سے نقطوں کی درجہ بندی کریں۔ اعظم قیت اول رکھیں۔

سوال ۱۱.۱۱: توپ کا گولا اور سنجاسکن حالت سے میلان پر نشیب وار لڑھکتے ہیں۔ کیا توپ کے گولے کاکچے سے (۱) زمین تک پہنچنے کا دورانیہ اور (ب) زمین پر پہنچ کر خطی حسی کی توانائی زیادہ ہوگی، کم ہوگی، یا دونوں برابر ہیں؟

سوال ۱۱.۱۲: پیتل کے ٹھوس بیلن اور لکڑی کے ٹھوس بیلن کی کیت اور رداس ایک ہیں (لکڑی کا بیلن زیادہ لمب ہے)۔ ایک ساتھ رہائی کے بعد دونوں میلان پر لڑھکتے اترتے ہیں۔ (۱) کونسا بیلن زمین پر پہلے پہنچے گا، یا کب دونوں ایک ساتھ پہنچتے ہیں؟ (ب) لکڑی کے بیلن کا سرکٹ کر بیلن کو پیتل کے بیلن جتنا بنایا جاتا ہے، اور پیتل کے بیلن کی وسطی لمبی محور میں سوراخ کر کے کیت گھٹا کر دونوں بیلن کی کیت برابر کی جاتی ہے۔ اب کونسا بیلن مقابلے میں برتری حاصل کرتا ہے، یا دونوں مقابلے میں برابر ثابت ہوتے ہیں؟

سوالات

مستقیم حرکت اور گھماؤ مسل کر لڑھکا دیتے ہیں

سوال ۱۱.۱: ایک گاڑی 80 km h^{-1} رفتار سے استوا سڑک پر محور x کے مثبت رخ چیل رہی ہے۔ اس کے پیسیوں کا قطر 66 cm ہے۔ گاڑی میں سوار شخص کے لحاظ سے، اکائی سمتیہ ترقیم میں، پیپے کے (۱) وسط، (ب) بالا سر، اور (ج) نچلے سر کی سمتی رفتار \vec{v} کیا ہوگی، اور پیپے کے (د) وسط، (ه) بالا سر، اور (و) نچلے سر کے اسراع کی فتر a کیا ہوگی؟ سڑک کے کنارے شخص کے لحاظ سے، اکائی سمتیہ ترقیم میں، پیپے کے (ز) وسط، (ح) بالا سر، اور (ط) نچلے سر کی سمتی رفتار \vec{v} کیا ہوگی، اور پیپے کے (ی) وسط، (یا) بالا سر، اور (یب) نچلے سے کے اسراع کی فتر a کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۲: ایک گاڑی، جس کے پیسیوں کا قطر 75.0 cm ہے، 80 km h^{-1} سے حرکت میں ہے۔ (۱) پیپے کے دھرے کے لحاظ سے پیپے کا زاوی رفتار کیا ہوگا؟ (ب) پیپے کے 30.0° مکمل چکر میں (بغیر پھلے) گاڑی روکی جاتی ہے۔ پیپے کے زاوی اسراع کی فتر کیا ہوگی؟ (ج) رکنے کے دوران گاڑی کتنی فاصلہ طے کرتی ہے؟

لڑھکاؤ کی قوتیں اور حرکت کی توانائی

سوال ۱۱.۳: افقی زمین پر 140 kg کا گھیرا لڑھکتا ہے۔ گھیرے کا مرکز کیت 0.150 m s^{-1} رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ گھیرا روکنے کے لئے کتنی کام سرانجام کرنا ہوگا؟

سوال ۱۱.۴: ٹھوس یکساں کرہ میلان پر لڑھکتا اترتا ہے۔ (ا) کرہ کے مرکز کیت کے زاوی اسراع کی مقدار 0.10 g ہونے کے لئے زاویہ میلان کیا ہوگا؟ (ب) اگر بلار گزسل اسی میلان پر پھسل کر اترے، کیا اس کے اسراع کی مقدار زیادہ ہوگی، کم ہوگی، یا وہی ہوگی؟ کیوں؟

سوال ۱۱.۵: ایک گاڑی، جس کی کیت 1000 kg ہے، کا پھیا 10 kg ہے۔ چلتی گاڑی کے کل حرکت کی توانائی کا کتنا حصہ (چار) پھیروں کے دھڑے پر گھماؤ کی بدولت ہوگا؟ پھیروں کو یکساں مقرر تصور کریں۔ آپ کو پھیروں کا رداس جاننے کی ضرورت کیوں درپیش نہیں؟

سوال ۱۱.۶: شکل 30.11 میں، 30° میلان پر 0.500 kg کیت اور 6.00 cm رداس کی لڑھکنی جسم کی رفتار v بالقابل وقت t ترسیم کی گئی ہے۔ رفتار کی محور کا پیمانہ $v_s = 4.0 \text{ m s}^{-1}$ طے کرتا ہے۔ جسم کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۱۱.۷: ٹھوس سیلن، جس کا رداس 10 cm اور کیت 12 kg ہے، ساکن حالت سے آغاز کر کے $\theta = 30^\circ$ زاویہ کی چھت پر $L = 6.0 \text{ m}$ فاصلہ بغیر پھسل لڑھک کر طے کرتا ہے (شکل 31.11)۔ (ا) چھت سے گرتے لمحے طویل محور پر سیلن کا زاوی رفتار کیا ہوگا؟ (ب) چھت کا کنارہ زمین سے $H = 5.0 \text{ m}$ بلندی پر ہے۔ چھت کے کنارے سے سیلن کتنے افقی فاصلے پر استوا زمین پر گرے گا؟

سوال ۱۱.۸: شکل 32.11 میں 0.400 kg کیت کے ٹھوس یکساں گیند کی، جو محور x پر ہموار لڑھک سکتا ہے، مثنی توانائی $U(x)$ ترسیم کی گئی ہے۔ محور $U_s = 100 \text{ J}$ طے کرتا ہے۔ محور x پر مثنی رخ 75 J میکانی توانائی کے ساتھ گیند $x = 7.0 \text{ m}$ پر روانہ کیا جاتا ہے۔ (ا) اگر گیند $x = 0 \text{ m}$ تک پہنچ سکتا ہو، اس کی رفتار وہاں پہنچ کر کیا ہوگا، اور اگر وہاں تک پہنچنے کے قابل نہ ہو، تب واپس ہونے کا نقطہ کیا ہوگا؟ (ب) اگر گیند $x = 7.0 \text{ m}$ پر گیند 75 J توانائی کے ساتھ مثبت رخ روانہ کیا جاتا ہے۔ (ب) اگر گیند $x = 13 \text{ m}$ تک پہنچ سکتا ہو، اس کی رفتار وہاں پہنچ کر کیا ہوگا، اور اگر وہاں تک پہنچنے کے قابل نہ ہو، تب واپس ہونے کا نقطہ کیا ہوگا؟

سوال ۱۱.۹: ٹھوس گیند ساکن حالت سے $H = 6.0 \text{ m}$ بلندی سے آغاز کر کے ہموار لڑھکتا ہوا $h = 2.0 \text{ m}$ اونچے افقی کنارے سے گرتا ہے (شکل 33.11)۔ نقطہ A سے کتنے افقی فاصلے پر گیند زمین پر گرے گا؟

سوال ۱۱.۱۰: ایک کھوکھلا کرہ جس کا رداس 0.15 m اور مرکز کیت سے گزرتی محور پر گھمیری جمود $I = 0.040 \text{ kg m}^2$ ہے، افقی سے 30° زاویہ کے میلان پر ہموار لڑھک کر اوپر وار حرکت کرتا ہے۔ ابتدائی نقطہ پر کرہ کی کل حرکت کی توانائی 20 J ہے۔ (ا) ابتدائی حرکت کی توانائی ک کتنا حصہ گھمیری ہے؟ (ب) ابتدائی نقطہ پر کرہ کے مرکز کیت کی رفتار کیا ہے؟ ابتدائی نقطہ سے میلان کے ہمراہ اوپر وار 1.0 m فاصلہ طے کرنے کے بعد، اس کی (ج) کل حرکت کی توانائی اور (د) مرکز کیت کی رفتار کیا ہیں؟

سوال ۱۱.۱۱: رداس 0.30 m اور کیت 10 kg پھیروں پر 10 N مقدار کی مستقل افقی قوت \vec{F} لاگو کی جاتی ہے (شکل 34.11)۔ پھیلا افقی سطح پر ہموار لڑھکتا ہے، اور اس کے مرکز کیت کے اسراع کی مقدار 0.60 m s^{-2} ہے۔

(۱) اکائی سمتیہ ترقیم میں پیچے پر رگڑی قوت کیا ہے؟ (ب) مسرکز کیت سے گزرتی مسرکز گھبراہ پر پیچے کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۱۱.۱۲: پیتل کا ٹھوس گیند، جس کی کیت 0.280 kg ہے، گھیردر گھیر راہ کے سیدھے حصے پر ہا کرنے سے راہ کے ہمسراہ ہموار لڑھک سکتا ہے (شکل 35.11)۔ دائری گھیر کا رداس $R = 14.0 \text{ cm}$ ، اور گیند کا رداس $r \ll R$ ہے۔ (۱) اگر گھیر کے مسراہ پر پہنچ کر گیند راہ سے علیحدہ ہونے کے دہانے پر ہو، h کیا ہوگی؟ (ب) اگر گیند $h = 6.00R$ پر رہا کیا جائے، نقطہ Q پر پہنچ کر گیند پر قوت کی (ب) قدر اور (ج) رخ کیا ہوں گے؟

سوال ۱۱.۱۳: غیر یکساں گیند۔ ایک گیند، جس کا رداس R اور کیت M ہے، ساکن حالت سے میلان پر ہموار لڑھک کر اترنے کے بعد رداس 0.48 m کے دائری گھیر پہنچتا ہے (شکل 36.11)۔ گیند کی ابتدائی بلندی $h = 0.36 \text{ m}$ ہے۔ گھیر کے نشیبی نقطے پر پہنچ کر گیند پر عمودی قوت کی قدر $2.00Mg$ ہے۔ اندرونی کرہ (جو یکساں کثافت مادے سے بنا ہے) کے اوپر کروئی خول (جو کسی دوسرے یکساں کثافت کے مادے سے بنا ہے) چپڑھا کر گیند بنا یا گیا ہے۔ گیند کے گھمیری جمود کا عمومی کلیہ $I = \beta MR^2$ ہے، تاہم β کی قیمت 0.4 نہیں ہے (یکساں گیند کے لئے $\beta = 0.4$ ہوتا)۔ β کی قیمت تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۱۴: ایک چھوٹا، ٹھوس، یکساں گیند نقطہ P سے پھیکا جاتا ہے تاکہ گیند افقی راہ پر ہموار لڑھک کر، میلان پر چپڑھا کر، سطح مسر تنفع پہنچے (شکل 37.11)۔ سطح مسر تنفع کے کنارے سے افقی فاصلہ d دور گیند دوسری (نچلی) سطح مسر تنفع پر گر جاتا ہے۔ انتسابی بلندیاں $h_1 = 5.00 \text{ cm}$ اور $h_2 = 1.60 \text{ cm}$ ہیں۔ اگر $d = 6.00 \text{ cm}$ ہو، نقطہ P پر گیند کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۱۵: رداس $R = 11 \text{ cm}$ کا گیند افقی راہ پر روانہ کیا جاتا ہے (شکل 38.11)۔ گیند ابتدائی رفتار $v_0 = 8.5 \text{ ms}^{-1}$ ، مسرکز کیت v کے ساتھ راہ پر گھسٹتا ہے اور اس کی ابتدائی زاوی رفتار $\omega_0 = 0$ ہے۔ گیند اور راہ کے بیچ مسر کی رگڑ کا مستقل 0.21 ہے۔ مسر کی رگڑی قوت f_k گیند پر عمل پسیرا ہو کر گیند کو خطی مسر کرتی ہے اور ساتھ ہی قوت مسر وڑ پیدا کرتی ہے، جو گیند کو زاوی مسر کرتی ہے۔ خطی رفتار مسرکز کیت v کافی گھٹنے اور زاوی رفتار ω کافی بڑھنے کے بعد گیند گھسٹنا بند کرتا ہے اور ہموار لڑھکنا شروع کرتا ہے۔ (۱) اس لمحے پر ω کی صورت میں مسرکز کیت v کیا ہوگا؟ گھسٹا کے دوران گیند کا (ب) خطی اسراع اور (ج) زاوی اسراع کیا ہوں گے؟ (د) گیند کتنی دیر گھسٹتا ہے؟ (و) گیند کتنے فاصلہ گھسٹتا ہے؟ (و) جس لمحے گیند ہموار لڑھکنا شروع کرتا ہے اس لمحے مسرکز کیت v کیا ہوگا؟

سوال ۱۱.۱۶: غیر یکساں بیلنی جم۔ شکل 39.11 میں کیت M اور رداس R کا بیلنی جم ہموار لڑھک کر میلان سے اتر کر افقی حصے پر پہنچتا ہے۔ یہاں سے وہ لڑھک کر، کنارے سے $d = 0.506 \text{ m}$ افقی فاصلے پر زمین پر گر جاتا ہے۔ جم کی ابتدائی بلندی $H = 0.90 \text{ m}$ اور میلان کا کنارہ $h = 0.10 \text{ m}$ بلند ہے۔ اندرونی بیلن (جو یکساں کثافت کے مادے سے بنا ہے) پر بیرونی بیلنی خول (جو مختلف یکساں کثافت کے مادے سے بنا ہے) چپڑھا کر جم بنایا گیا ہے۔ جم کا گھمیری جمود عمومی کلیہ $I = \beta MR^2$ دیتا ہے، جہاں β کی قیمت 0.5 نہیں ہے (یکساں بیلن کی صورت میں $\beta = 0.5$ ہوگا)۔ β تلاش کریں۔

سوال ۱۷: (۱) ڈوری دار لٹوکا گھمیری جمود 980 g cm^2 اور کیت 120 g ہے۔ اس کے دھڑے کا رداس 3.2 mm اور ڈور کی لمبائی 120 cm ہے۔ ڈوری دار لٹوکا کن حالت سے ڈوری کے آخری سر تک لڑھکتا ہے، (۱) اس کے خطی اسراع کی مقدار کیا ہو گی؟ (ب) ڈور کے آخری سر تک لٹوکا کی دیر میں پہنچتا ہے؟ (ج) ڈور کے آخری سر کو پہنچ کر لٹوکا (ج) خطی رفتار، (د) مستقیم حرکی توانائی، (ه) گھمیری حرکی توانائی، اور (و) زاوی رفتار کیا ہیں؟

قوت سروژپر نظر ثانی

سوال ۱۱.۲۴: کالی سرچ کی بوتل کے لحاظ سے $(3.0 \text{ m}, -2.0 \text{ m}, 4.0 \text{ m})$ محدود پر پڑی ہے۔ بوتل پر ذیل قوت عمل کرتی ہے (i) $\vec{F}_1 = (3.0 \text{ N})\hat{i} - (4.0 \text{ N})\hat{j} + (5.0 \text{ N})\hat{k}$ ، (ii) $\vec{F}_2 = (-3.0 \text{ N})\hat{i} - (4.0 \text{ N})\hat{j} - (5.0 \text{ N})\hat{k}$

۱۱.۹: (۵.۰ N) \hat{k} ، اور (ج) \vec{F}_1 اور \vec{F}_2 کا مجموعہ۔ مبداء کے لحاظ سے بوتل پر قوت سرورڈ اکائی سمتیہ ترتیم میں کیا ہوگی؟ (د) نقطہ (3.0 m, 2.0 m, 4.0 m) کے لحاظ سے جبوزج کی قوت سرورڈ دوبارہ تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۲۵: قوت $\vec{F} = (-8.0 \text{ N})\hat{i} + (6.0 \text{ N})\hat{j}$ ایک ذرے پر عمل کرتی ہے جبکہ تعین گر سمتیہ $\vec{r} = (3.0 \text{ m})\hat{i} + (4.0 \text{ m})\hat{j}$ ہے۔ (ا) اکائی سمتیہ ترتیم میں ذرے پر مبداء کے لحاظ سے قوت سرورڈ کیا ہوگی، اور (ب) \vec{F} اور \vec{r} کے بیچ زاویہ کیا ہوگا؟

زاوی معیار حرکت

سوال ۱۱.۲۶: شکل 40.11 میں دکھائے گئے پر ذرہ P، جس کی کمیت 2.0 kg ہے، کا تعین گر سمتیہ \vec{r} ہے جس کی مقدار 3.0 m اور زاویہ $\theta_1 = 45^\circ$ ہے، اور سمتی رفتار \vec{v} ہے جس کی مقدار 4.0 m اور زاویہ $\theta_2 = 30^\circ$ ہے۔ قوت \vec{F} جس کی مقدار 2.0 N اور زاویہ $\theta_3 = 30^\circ$ ہے پر عمل پیرا ہے۔ تینوں سمتیہ xy مستوی میں واقع ہیں۔ مبداء کے لحاظ سے P کے زاوی معیار حرکت (ا) کی مقدار اور (ب) رخ کیا ہے، اور P پر قوت سرورڈ (ج) کی مقدار اور (د) رخ کیا ہے؟

سوال ۱۱.۲۷: ایک جسم، جس کی کمیت 0.25 kg، تعین گر سمتیہ $\vec{r} = (2.0\hat{i} - 2.0\hat{k}) \text{ m}$ ، اور سمتی رفتار $\vec{v} = (-5.0\hat{i} + 5.0\hat{k}) \text{ ms}^{-1}$ ہے، پر قوت $\vec{F} = 4.0\hat{j} \text{ N}$ لگاتی عمل کرتی ہے۔ مبداء کے لحاظ سے اور اکائی سمتیہ ترتیم میں (ا) جسم کا زاوی معیار حرکت اور (ب) جسم پر قوت سرورڈ کیا ہے؟

سوال ۱۱.۲۸: نقطہ (x, y) سے، جس کے محدد (3.0, -4.0) m ہیں، کمیت 2.0 kg کا ذرہ نا جسم مستوی میں سمتی رفتار سے حرکت کرتے گزرتا ہے۔ سمتی رفتار کے جبزو $v_x = 30 \text{ ms}^{-1}$ اور $v_y = 60 \text{ ms}^{-1}$ ہیں۔ اس لمحے پر، اکائی سمتیہ ترتیم میں (ا) مبداء اور (ب) نقطہ (-2.0, -2.0) m کے لحاظ سے جسم کا زاوی معیار حرکت کیا ہوگا؟

سوال ۱۱.۲۹: شکل 41.11 میں لگاتی نظارہ پیش ہے۔ دوزرے xy مستوی میں حرکت کرتے ہیں۔ ذرہ P_1 کی کمیت 6.5 kg، رفتار $v_1 = 2.2 \text{ ms}^{-1}$ ، اور مبداء O سے فاصلہ $d_1 = 1.5 \text{ m}$ ہے۔ ذرہ P_2 کی کمیت 3.1 kg، رفتار $v_2 = 3.6 \text{ ms}^{-1}$ ، اور مبداء O سے فاصلہ $d_2 = 2.8 \text{ m}$ ہے۔ مبداء O کے لحاظ سے دو ذروں نظام کے صافی زاوی معیار حرکت (ا) کی مقدار اور (ب) رخ کیا ہے؟

سوال ۱۱.۳۰: جس لمحے 2.00 kg جسم کا مبداء کے لحاظ سے ہٹاؤ $\vec{d} = (2.00 \text{ m})\hat{i} + (4.00 \text{ m})\hat{j} - (3.00 \text{ m})\hat{k}$ ہے، اس کی سمتی رفتار $\vec{v} = -(6.00 \text{ ms}^{-1})\hat{i} + (3.00 \text{ ms}^{-1})\hat{j} + (3.00 \text{ ms}^{-1})\hat{k}$ ہے اور اس پر قوت $\vec{F} = (6.00 \text{ N})\hat{i} - (8.00 \text{ N})\hat{j} + (4.00 \text{ N})\hat{k}$ عمل کرتی ہے۔ (ا) جسم کا اسراع، (ب) مبداء کے لحاظ سے جسم کا زاوی معیار حرکت، (ج) مبداء کے لحاظ سے جسم پر عمل پیرا قوت سرورڈ، اور (د) جسم کی سمتی رفتار اور جسم پر عمل پیرا قوت کے بیچ زاویہ تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۳۱: ایک گیند جس کی کمیت 0.400 kg ہے 40.0 ms^{-1} ابتدائی رفتار سے سیدھا اوپر وار پھینکا جاتا ہے (شکل 42.11)۔ نقطہ رہائی سے 2.00 m افقی فاصلے پر واقع نقطہ P کے لحاظ سے، جب گیند (ا) بلند ترین نقطے پر ہو اور جب (ب) واپس گرتے ہوئے نصف بلندی پر ہو، گیند کا زاوی معیار حرکت کیا ہوگا؟ گیند پر انتخابی

قوت کی قوت سرور P کے لحاظ سے اس وقت کیا ہوگی جب گیند (ج) بلند ترین نقطے پر ہو اور جب گیند (د) واپس گرتے ہوئے نصف بلندی پر ہو؟

نیوٹن کا قانون دوم، زاوی روپ

سوال ۱۱.۳۲: مبداء کے لحاظ سے ذرے پر دو قوت عمل کرتی ہیں: \vec{r}_1 کی مقدار 2.0 N m اور اس کا رخ محور x کے مثبت رخ ہے، اور \vec{r}_2 جس کی مقدار 4.0 N m اور رخ محور y کے منفی رخ ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں $d\vec{r}/dt$ تلاش کریں، جہاں مبداء کے لحاظ سے ذرے کا زاوی معیار حرکت \vec{r} ہے۔

سوال ۱۱.۳۳: وقت $t = 0$ پر 3.0 kg ذرے کی سمتی رفتار $\hat{j}(6.0 \text{ ms}^{-1}) - \hat{i}(5.0 \text{ ms}^{-1})$ ہے، اور مقام $x = 3.0 \text{ m}$ ، $y = 8.0 \text{ m}$ ہے۔ ذرے کو 7.0 N قوت محور x کے منفی رخ کھینچتی ہے۔ مبداء کے لحاظ سے (ا) ذرے کا زاوی معیار حرکت، (ب) ذرے پر عمل پیرا قوت سرور، اور (ج) زاوی معیار حرکت کی تبدیلی کی شرح تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۳۴: محور z کے مثبت جانب سے دیکھتے ہوئے ذرہ مستوی xy میں مبداء کے گرد گھڑی وار حرکت کرتا ہے۔ اگر مبداء کے لحاظ سے ذرے کے زاوی معیار حرکت کی مقدار (ا) $4.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ، (ب) $4.0t^2 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ، (ج) $4.0\sqrt{t} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ، اور (د) $4.0/t^2 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ہو، اکائی سمتیہ ترقیم میں ذرے پر قوت سرور کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۳۵: وقت t پر، سمتیہ $\vec{r} = 4.0t^2\hat{j} - (2.0t + 6.0t^2)\hat{i}$ مبداء کے لحاظ سے xy محدد نظام میں 3.0 kg ذرے کا مقام دیتا ہے (جہاں \vec{r} میٹر میں اور t سیکنڈ میں ہے)۔ (ا) مبداء کے لحاظ سے ذرے پر عمل پیرا قوت سرور کا ریاضی فشرہ تلاش کریں۔ (ب) کیا مبداء کے لحاظ سے ذرے کا زاوی معیار حرکت بڑھ رہا ہے، گھٹ رہا ہے، یا تبدیل نہیں ہو رہا؟

استوار جسم کا زاوی معیار حرکت

سوال ۱۱.۳۶: تین گھومتے مفرص کو دوپٹے ملائے ہیں (شکل 43.11)۔ ایک پٹ مفرص A اور C کے چکا پر لپٹا ہے۔ دوسرا پٹ مفرص A کے وسطی ناچھ اور مفرص B کے چکا پر لپٹا ہے۔ پٹے ہمواری سے بغیر پھسلے چکا اور ناچھ پر حرکت کرتے ہیں۔ مفرص A کا رداس R ؛ اس کے ناچھ کا رداس $0.500R$ ؛ مفرص B کا رداس $0.2500R$ ؛ اور مفرص C کا رداس $2.000R$ ہے۔ مفرص B اور C کی کثافت (کیٹ فی اکائی حجم) اور موٹائیاں برابر ہیں۔ مفرص C اور مفرص B کے زاوی معیار حرکت کی مقداروں کی نسبت کیا ہے؟

سوال ۱۱.۳۷: کیٹ $m = 23 \text{ g}$ کے تین ذرے، تین بلا کیٹ سلاخوں سے جھکڑے ہیں، جن کی لمبائیاں $d = 12 \text{ cm}$ ہے۔ استوار جسم O کے گرد زاوی رفتار $\omega = 0.85 \text{ rad s}^{-1}$ سے گھومتا ہے۔ نقطہ O پر (ا) جسم کا گھمیری جمود، (ب) درمیانے ذرے کے زاوی معیار حرکت کی مقدار، اور (ج) جسم کے زاوی معیار حرکت کی مقدار کیا ہے؟

سوال ۱۱.۳۸: ریگ مال کا مترص، جس کا گھمیری جمود $1.2 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ ہے، برقی برما سے جوڑا گیا ہے جس کی موٹر مترص کے وسطی محور پر 16 N m قدر کی قوت سرورڈ پیدا کرتی ہے۔ اگر قوت سرورڈ 33 ms کے لئے مترص کی جانب سے، اس محور پر مترص (ا) کے زاوی معیار حرکت اور (ب) زاوی سمتی رفتار کی قدر کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۳۹: وسطی محور پر اڑن پیسے کا گھمیری جمود 0.140 kg m^2 ہے۔ اس کا زاوی معیار حرکت 1.5 s میں $3.00 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ سے گھٹ کر $0.800 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ہو جاتا ہے۔ (ا) اس دورانے میں اڑن پیسے پر، وسطی محور کے لحاظ سے، اوسط قوت سرورڈ کی قدر کیا ہے؟ (ب) مستقل زاوی اسراع مندرجہ کرتے ہوئے، اس دورانے میں پہلی اکت زاوی طے کرتا ہے؟ (ج) پیسے پر کتنے کام سر انجام ہوگا؟ (د) پیسے کی اوسط طاقت کیا ہے؟

سوال ۱۱.۴۰: ایک مترص، جس کا گھمیری جمود 7.00 kg m^2 ہے، تابع وقت قوت سرورڈ $\tau = (5.00 + 2.00t) \text{ N m}$ کے زیر اثر انتقبانی محور پر گھومتا ہے۔ وقت $t = 1.00 \text{ s}$ پر اس کا زاوی معیار حرکت $5.00 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ہے۔ وقت $t = 3.00 \text{ s}$ پر اس کا زاوی معیار حرکت کیا ہوگا؟

سوال ۱۱.۴۱: دائری گھیرا اور چوکور سے استوار جسم بنایا گیا ہے (شکل 45.11)۔ گھیرا کا رداس R اور کیت m ہے۔ چوکور چار پستلی یکاں سلاخوں سے بنایا گیا ہے جہاں ایک سلاخ کی کیت m اور لمبائی R ہے۔ انتقبانی محور پر استوار جسم 2.5 s دوری عرصہ کی مستقل رفتار سے گھومتا ہے۔ مندرجہ کریں $R = 0.50 \text{ m}$ اور $m = 2.0 \text{ kg}$ ہے۔ محور گھماؤ پر جسم (ا) گھمیری جمود اور (ب) زاوی معیار حرکت تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۴۲: ابتدائی سکن مترص پر، شکل 46.11 میں پیش، قوت سرورڈ τ عمل کرتی ہے۔ مترص وسطی انتقبانی محور پر گھوم سکتا ہے۔ محور τ کا پیمانہ $\tau_s = 4.0 \text{ N m}$ طے کرتا ہے۔ وقت (ا) $t = 7.0 \text{ s}$ اور (ب) $t = 20 \text{ s}$ پر گھمیری محور پر مترص کا زاوی معیار حرکت کیا ہوگا؟

زاوی معیار حرکت کی بقا

سوال ۱۱.۴۳: دو پھسلن باز، جن کی کمیتیں 50 kg ہیں، متوازی راہوں پر، جن کے بیچ 3.0 m فاصلہ ہے، ایک دوسرے کی طرف پھسل کر حرکت میں ہیں (شکل 47.11)۔ ان کی آپس میں محالفت سمتی رفتار 1.4 ms^{-1} ہے۔ ایک پھسلن باز کیت لمبا ڈنڈا، ایک سرے پکڑ کر، اٹھائے ہوا ہے، اور دوسرا پھسلن باز قریب گزرتے وقت ڈنڈے کا دوسرا سر پکڑ لیتا ہے۔ اس کے بعد دونوں ڈنڈے کے وسط کے گرد گھومتے ہیں۔ پھسلن تختوں اور برن کے بیچ رگڑ متبادل نظر انداز ہے۔ (ا) حرکت کے دائرے کا رداس، (ب) پھسلن باز کی زاوی رفتار، اور (ج) دو پھسلن باز نظام کی حرکی توانائی کیا ہے؟ اس کے بعد، پھسلن باز ڈنڈے کو کھینچ کر قریب آتے ہیں، حتیٰ کہ ان کے بیچ فاصلہ 1.0 m رہ جاتا ہے۔ (د) ان کی زاوی رفتار اور (ه) نظام کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟ (و) حرکی توانائی میں اضافے کے لئے توانائی کہاں سے آئی؟

سوال ۱۱.۴۴: ایک چوہا، جس کی کیت 0.17 kg ہے، انتقبانی محور پر نسب رداس 15 cm مترص کے چکا پر حنائف گھڑی حرکت میں ہے۔ مترص کا گھمیری جمود $5.0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ ہے، اور دھڑلار گڑھے۔ زمین

کے لحاظ سے چوبیس کی رفتار 2.0 m s^{-1} ہے، اور مٹرس کی گھڑی وار زاوی رفتار $\omega_0 = 2.8 \text{ rad s}^{-1}$ ہے۔ چوبیس کو چکا پر کھانے کو کچھ ملتا ہے لہذا وہ رک کر کھانا شروع کرتا ہے۔ (ا) چوبیس کے بعد مٹرس کی زاوی رفتار کیا ہو گی؟ (ب) کیا بھونز کے رکنے کے دوران میکائی توانائی کی بقا ہو گی؟

سوال ۱۱.۴۵: ایک شخص چپو تراپر کھڑا ہے۔ چپو ترا (بلا رگڑ) 1.2 چکر فی منٹ کی زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ شخص کے ہاتھ باہر کو پھیلے ہوئے ہیں اور اس کے دونوں ہاتھوں میں ایک ایک اینٹ ہے۔ وسطی انتصابی محور پر شخص، اینٹیں، اور چپو ترا پر مشتمل نظام کا گھمیری جود 6.0 kg m^2 ہے۔ دونوں ہاتھ مٹریب کرنے سے نظام کا گھمیری جود گھٹ کر 2.0 kg m^2 ہو جاتا ہے۔ (ا) چپو ترا کی نئی زاوی رفتار کیا ہو گی اور (ب) نظام کی نئی حرکت کی توانائی اور پرانی حرکت کی توانائی کی نسبت کیا ہو گی؟ (ج) اضافی حرکت کی توانائی کہاں سے آئی؟

سوال ۱۱.۴۶: انہدام پذیر چکر دار ستارے کے گھمیری جود کی قیمت ابتدائی قیمت کی $\frac{1}{3}$ ہے۔ نئی گھمیری حرکت کی توانائی اور ابتدائی گھمیری حرکت کی توانائی کی نسبت کیا ہو گی؟

سوال ۱۱.۴۷: ایک بڑے پیسے پر، جو انتصابی محور کے گرد بلا رگڑ گھوم سکتا ہے، پٹری نسب ہے (شکل 48.11)۔ ساکن پٹری پر کیت m کی کھلونائیں گاڑی رکھ کر ریل گاڑی کو برقی طاقت مندرجہ ذیل کی جاتی ہے۔ پٹری کے لحاظ سے ریل گاڑی 0.15 m s^{-1} رفتار کو پہنچتی ہے۔ اگر پیسے کی کیت 1.1 m اور رداس 0.43 m ہو، اس کی زاوی رفتار کیا ہو گی؟ (پیسے کو گھیرا تصور کریں؛ رگڑ اور تیلیوں کی کیت نظر انداز کریں۔)

سوال ۱۱.۴۸: ایک چوبار داس R دائری مٹرس کے مرکز سے چکا کی طرف چلتا ہے۔ مٹرس انتصابی محور پر، بیرونی قوت سرور کی عدم موجودگی میں، گھوم رہا ہے۔ چوبار داس نظام کی زاوی رفتار شکل 49.11 میں پیش ہے ($\omega_a = 5.0 \text{ rad s}^{-1}$ اور $\omega_b = 6.0 \text{ rad s}^{-1}$ ہے)۔ چکا پر پہنچ کر مٹرس کے گھمیری جود کا کتنا حصہ چوبیس کا ہو گا؟

سوال ۱۱.۴۹: دو مٹرس کم رگڑی انتصابی دھڑے پریوں نصب کیے گئے ہیں کہ انہیں مسزودج کر کے ایک جسم کی طرح گھمایا جاسکے۔ پہلے مٹرس کا گھمیری جود، محور گھماؤ پر، 3.30 kg m^2 ہے اور یہ خلاف گھڑی 450 چکر فی منٹ گھوم رہا ہے۔ دوسرا مٹرس، جس کا محور گھماؤ پر گھمیری جود 6.60 kg m^2 ہے، خلاف گھڑی 900 چکر فی منٹ سے گھوم رہا ہے۔ انہیں مسزودج کیا جاتا ہے۔ (ا) ان کا زاوی رفتار اب کیا ہو گا؟ اس کے برعکس اگر ابتدائی طور پر دوسرا مٹرس گھڑی وار 900 چکر فی منٹ گھومتا، تب انہیں ملانے کے بعد ان کی (ب) زاوی رفتار اور (ج) گھومنے کا رخ کیا ہوتے؟

سوال ۱۱.۵۰: برقی موٹر کے مدور کا وسطی محور پر گھمیری جود $I_m = 2.0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ ہے۔ تحقیق حنائی طیارے میں موٹر نسب کر کے طیارے کی سمت بندی کی جاتی ہے۔ موٹر کا دھڑا طیارے کے وسطی محور کے ہمراہ ہے؛ محور پر طیارے کا گھمیری جود $I_p = 12 \text{ kg m}^2$ ہے۔ طیارے کو وسطی محور پر 30° گھمانے کے لئے مدور کو کتنے چکر دینے ہوں گے؟

سوال ۱۱.۵۱: مثال نظر انداز گھمیری جود کے دھڑے پر پہیا 800 چکر فی منٹ زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ دوسرا ساکن پہیا، جس کا گھمیری جود دگن ہے، یکدم پہلے پیسے کے ساتھ مسزودج کیا جاتا ہے۔ (ا) دو پہیوں اور دھڑے کا زاوی رفتار کیا ہو گا؟ (ب) ابتدائی گھمیری حرکت کی توانائی کا کتنا حصہ ضائع ہو گا؟

سوال ۱۱.۵۲: ایک بھونزا جس کی کمیت m ہے ایک فطرص کے چکا پر بیٹھا ہے۔ فطرص کی کمیت $4.00m$ ہے اور یہ انتضانی محور پر آزادانہ گھوم سکتا ہے۔ فطرص اور بھونزا کی ابتدائی زاویہ سمتی رفتار 0.260 rad s^{-1} ہے۔ اس کے بعد بھونزا نصف رداسی فاصلہ طے کر کے دھرے کے فطریب آتا ہے۔ (۱) بھونزا فطرص نظام کا زاویہ سمتی رفتار کیا ہوگا؟ (ب) نظام کی نئی حرکی توانائی K اور ابتدائی حرکی توانائی K_0 کی نسبت K/K_0 کیا ہوگی؟ (ج) حرکی توانائی میں تبدیلی کی وجہ کیا ہے؟

سوال ۱۱.۵۳: ایک یکساں پستلی سلاخ وسطی نقطہ O پر واقع انتضانی محور کے گرد گھوم سکتی ہے۔ سلاخ کی لمبائی $0.500m$ اور کمیت 4.00 kg ہے (شکل 50.11)۔ ساکن سلاخ کے ایک سر پر 3.00 g گولی افقی چپلائی جاتی ہے۔ فضا کی جانب سے سلاخ کے ساتھ گولی کی راہ کا زاویہ $\theta = 60.0^\circ$ (شکل 50.11)۔ اگر گولی سلاخ میں دھنس جائے اور تصادم کے عین بعد سلاخ کی زاویہ سمتی رفتار 10 rad s^{-1} ہو، عین تصادم سے قبل گولی کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۵۴: ایک چھالو اپنے وسطی نقطہ کے گرد انتضانی محور پر گھوم سکتا ہے شکل 51.11 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا بیرونی رداس $R_2 = 0.800m$ اور اندرونی رداس $R_1 = R_2/2.00$ ہے۔ چھالے کی کمیت $M = 8.00 \text{ kg}$ ہے، جبکہ دھرے اور چھالے کو دھرے کے ساتھ جھکڑنے والی تیلیوں کی کمیت متبادل نظر انداز ہے۔ گھیر کے بیرونی کنارے، رداس R_2 پر کمیت $m = M/4.00$ کی بلی بیٹھی ہے اور گھیر 8.00 rad s^{-1} زاویہ رفتار سے گھوم رہا ہے۔ اگر بلی چپل کر اندرونی رداس R_1 کو پہنچے، بلی و گھیر نظام کی حرکی توانائی میں کتنا اضافہ ہوگا؟

سوال ۱۱.۵۵: گراموفون کی ہتلی، جس کی کمیت 0.10 kg اور رداس $0.10m$ ہے، وسطی انتضانی محور پر 4.7 rad s^{-1} زاویہ رفتار سے گھوم رہی ہے۔ محور گھماؤ پر ہتلی کا گھمیری جہود $5.0 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ ہے۔ کمیت 0.020 kg کی لبدی اوپر سے گر کر ہتلی کے کنارے پر چپک جاتی ہے۔ اس کے فوراً بعد ہتلی کی زاویہ رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۵۶: لمبی چھالانگ میں زمین سے اچھلتے وقت کھلاڑی کو زاویہ معیار حرکت منتقل ہوتا ہے جو کھلاڑی کو آگے کی طرف گھما کر طے شدہ فاصلہ کم بناتا ہے۔ اس اثر کو کم کرنے کی عرض سے کھلاڑی بازو سیدھے کر کے شکل 18.11 کی طرز پر گھما کر یہ زاویہ معیار حرکت بازو کو منتقل کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ ایک بازو 0.700 s میں 0.500 چکر اور دوسرا 1 چکر مکمل کرتا ہے۔ بازو کو 4.0 kg کمیت کی $0.60m$ لمبی سلاخ تصور کریں، جو ایک سر کے گرد گھومتی ہے۔ کھلاڑی کی حوالہ چوکھٹ میں، کندھوں سے گزرتی مشترک محور پر بازو کا کل زاویہ معیار حرکت کیا ہے؟

سوال ۱۱.۵۷: یکساں فطرص، جس کی کمیت $10m$ اور رداس $3.0r$ ہے انتضانی محور کے گرد گھوم سکتا ہے۔ دوسرا چھوٹا فطرص، جس کی کمیت m اور رداس r ہے، بڑے فطرص پر ہم مرکز رکھا گیا ہے۔ ابتدائی طور پر دونوں فطرص ایک ساتھ 20 rad s^{-1} زاویہ سمتی رفتار سے گھومتے ہیں۔ معمولی بیرونی لرزش کی بنا چھوٹا فطرص بڑے فطرص پر پھسلتا ہے۔ آخر کار بڑے فطرص کے بیرونی کنارے میں چھوٹے فطرص کا بیرونی کنارہ پھنس جاتا ہے۔ اس کے بعد دونوں فطرص دوبارہ (بغیر پھسلن) ایک ساتھ گھومتے ہیں۔ (۱) بڑے فطرص کے محور پر اب ان کی زاویہ سمتی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) نظام کی نئی حرکی توانائی اور ابتدائی حرکی توانائی کی نسبت K/K_0 کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۵۸: دائری فطرص کی شکل کا چپو ترا وسطی انتضانی محور پر بلار گڑ گھومتا ہے۔ چپو تراے کی کمیت 150 kg ،

رداس 2.0 m، اور محور گھماو کے گرد گھمیری جمود 300 kg m^2 ہے۔ ایک طالب علم جس کی کمیت 60 kg ہے چپ بوتے کے چکا سے دھسے کی جانب آہستہ آہستہ چلتا ہے۔ جس وقت طالب علم چکا پر بھتا، اگر اس وقت نظام کی زاوی رفتار 1.5 rad s^{-1} ہو، تب اس وقت زاوی رفتار کیا ہوگی جب طالب علم وسط سے 0.50 m فاصلے پر ہو؟

سوال ۱۱.۵۹: ایک سلاخ، جس کی کمیت M اور رداس 0.800 m ہے، وسطی انتصابی محور پر 20.0 rad s^{-1} زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ ایک ذرہ، جس کی کمیت $M/3.00$ ہے، اور جو سلاخ کے ایک سرے سے چپکا ہوا ہے، علیحدہ ہو کر اس لمحے سلاخ کو عمود دار راہ پر روانا ہوتا ہے۔ خارج ہونے کے فوراً بعد، ذرے کی رفتار v_p سلاخ کے سر کی رفتار سے 6.00 m s^{-1} زیادہ ہے۔ v_p تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۶۰: ایک غیر یکساں سلاخ، جس کی کمیت 0.50 kg اور لمبائی 0.60 m ہے، ایک سرے سے لٹکایا گیا ہے۔ اس کے دوسرے سر کے ساتھ 0.50 kg سل باندھی گئی ہے (شکل 53.11)۔ سل پر 1.0 g گولی چلائی جاتی ہے۔ سل و سلاخ و گولی نظام محور A کے گرد گھومتا ہے۔ محور A پر سلاخ کا گھمیری جمود 0.060 kg m^2 ہے۔ سل کو ایک ذرہ تصور کریں جو عین سل کے سر پر واقع ہے۔ (i) محور A پر نظام کا گھمیری جمود کیا ہے؟ (ب) اگر عین تصادم کے بعد A پر نظام کی زاوی رفتار 4.5 rad s^{-1} ہو، عین تصادم سے قبل گولی کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۶۱: یکساں سلاخ (کمیت 1.0 kg ، لمبائی 0.60 m) شکل 54.11 کے متوی میں 0.12 kg m^2 گھمیری جمود کے ساتھ، ایک سرے گزرتی محور پر گھومتا ہے۔ نشی نقطہ سے گزرتے ہوئے سلاخ 0.20 kg لبدی سے ٹکراتی ہے، جو سلاخ کے سر سے چپک جاتی ہے۔ اگر عین تصادم سے قبل سلاخ کی زاوی رفتار 2.4 rad s^{-1} ہو، لبدی و سلاخ نظام کی زاوی رفتار عین تصادم کے بعد کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۶۲: نانش گاہ میں بازگیر 1.87 s t میں چار تلامبازیاں کھاکر ساتھی کو پہنچتا ہے۔ ابتدائی اور آخری چوتھائی تلامبازی کے دوران وہ جسم سیدھا رکھتا ہے (شکل 55.11)، اور اس کے مرکز کمیت (جس کو نقطہ سے ظاہر کیا گیا ہے) پر گھمیری جمود $I_1 = 19.9 \text{ kg m}^2$ ہے۔ پرواز کے باقی حصہ میں وہ جسم کو زمین پر بیٹھنے کی صورت میں رکھتا ہے؛ اس دوران اس کا گھمیری جمود $I_2 = 3.93 \text{ kg m}^2$ ہے۔ بیٹھے حالت میں اس کی زاوی رفتار ω_2 کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۶۳: انتصابی محور پر گھومنے کے متابل ساکن جھولا، جس کا رداس 2.0 m ہے، کے چکا پر 30 kg کمیت کا چپ کھڑا ہے۔ محور گھماو پر جھولے کا گھمیری جمود 150 kg m^2 ہے۔ اس کا دوسرے 1.0 kg کمیت کا گیند اس کی طرف پھینکتا ہے۔ عین گیند پکڑنے سے قبل گیند کی سمتی رفتار \vec{v} افقی ہے اور اس کی مقدار 12 m s^{-1} ہے، اور جھولے کو ماسی لکیر کے ساتھ اس کا زاویہ $\phi = 37^\circ$ ہے (جیسا شکل 56.11 میں دکھایا گیا ہے)۔ عین گیند پکڑنے کے بعد جھولے کی زاوی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۶۴: ایک بازگیر، جس کی زاوی رفتار ω_i ہے، کا گھمیری جمود دو حصوں پر مشتمل ہے: جسم کے لحاظ سے ایک ٹانگہ $\theta = 90^\circ$ زاویہ پر رکھ کر، ٹانگہ کا گھمیری جمود $I_1 = 1.44 \text{ kg m}^2$ ہے اور باقی جسم (جس کا بیشتر حصہ تنے پر مشتمل ہے) کا گھمیری جمود $I_2 = 0.660 \text{ kg m}^2$ ہے (شکل 19a.11)۔ وہ جسم کے لحاظ سے دونوں ٹانگوں کا زاویہ $\theta = 30.0^\circ$ رکھتا ہے جس سے اس کی زاوی رفتار ω_f ہو جاتی ہے (شکل 19b.11)۔ اگر I_2 تبدیل نہ ہو، نسبت

ω_f/ω_i کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۶۵: ایک پتلی سلاخ، جس کی کیت متابل نظر انداز ہے اور جس کی لمبائی 50 cm ہے، کے دونوں سر پر 2.0 kg کیت کا گیند باندھا گیا ہے۔ سلاخ بلا رگڑ وسطی نقطہ پر واقع افقی محور کے گرد گھوم سکتی ہے۔ افقی سلاخ کے سر پر بندھے گیند پر 50.0 g کیت کی لمبی 3.00 m s^{-1} رفتار سے گر کر گیند سے چپک جاتی ہے (شکل 57.11)۔ (۱) عین اس لمحے کے بعد جب لمبی گیند پر گرتی ہے، نظام کی زاویہ رفتار کیا ہوگی؟ (ب) تصادم کے بعد نظام کی حرکت توانائی اور تصادم سے قبل لمبی کی حرکت توانائی کی نسبت کیا ہوگی؟ (ج) نظام کتنا زاویہ گھوم کر لمحاتی رکھتا ہے؟

سوال ۱۱.۶۶: بلا رگڑ سطح پر $h = 20 \text{ cm}$ کی بلندی سے 50 g سل پھسل کر 100 g کیت کی پتلی یکاں سلاخ کے سر سے چپکتا ہے (شکل 58.11)۔ سلاخ کی لمبائی 40 cm ہے اور نقطہ O پر گھوم کر زاویہ θ تک پہنچ کر لمحاتی رکھتی ہے۔ θ تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۶۷: پتلی یکاں سلاخ، جس کی کیت M اور لمبائی 0.600 m ہے، وسطی نقطہ O پر واقع انتقبالی محور کے گرد 80.0 rad s^{-1} زاویہ رفتار سے خلاف گھڑی گھوم رہی ہے۔ شکل 59.11 میں اس کا فضائی حبانزہ پیش کیا گیا ہے۔ ایک ذرہ، جس کی کیت $M/3.00$ اور جو 40.0 m s^{-1} افقی خطی رفتار سے حرکت میں ہے، سلاخ سے ٹکرا کر اس کے ساتھ چپک جاتا ہے۔ تصادم کے لمحے پر ذرے کی راہ اور سلاخ آپس میں عمود دار ہیں، اور تصادم کے مقام کا فاصلہ سلاخ کے وسط سے d ہے۔ (۱) تصادم کے بعد سلاخ اور ذرہ ساکن ہونے کی صورت میں d کیا ہوگا؟ (ب) اگر d اس قیمت سے زیادہ ہو، تصادم کے بعد سلاخ اور ذرے کی زاویہ رفتار کارخ کیا ہوگا؟

مسکن چپرنی کی استقبالی حرکت

سوال ۱۱.۶۸: انتقباب سے 30° زاویہ پر محور کے گرد لٹو 30 چپکرنی منٹ کی زاویہ رفتار سے گھومتا ہے۔ لٹو کی کیت 0.50 kg، محور گھاپر اس کا گھمیری جھود $10^{-4} \text{ kg m}^2 \times 5.0$ ، اور نقطہ چول سے اس کا مسرکز کیت 4.0 cm فاصلے پر ہے۔ فضائی حبانزہ لیتے ہوئے اس کارخ گھڑی وار ہے۔ (۱) اس کا استقبالی حرکت کی شرح کیا ہوگی اور (ب) فضا سے دیکھتے ہوئے استقبالی حرکت کارخ کیا ہوگا؟

سوال ۱۱.۶۹: یکاں مقصرص، جس کا رداس 50 cm ہے، کے وسط پر بلا کیت دھرانسب کر کے مسکن چپرنی بنائی گئی ہے۔ دھرے کی لمبائی 11 cm ہے۔ دھرا افقی ہے اور اس کا ایک سرٹیک پر ہے۔ اگر چپکر کی شرح 1000 چپکرنی منٹ ہو، استقبالی حرکت کی شرح کیا ہوگی؟

اضافی سوال

سوال ۱۱.۷۰: یکاں ٹھوس گیند سطح پر ہموار لڑھک کر 15° زاویہ کے میلان پر چپڑھتا ہے۔ میلان پر 1.50 m لڑھکنے کے بعد گیند لمحاتی رکتا ہے۔ گیند کی ابتدائی رفتار کیا ہے؟

سوال ۱۱.۷۱: یکساں ٹھوس سیلن کے گرد و دور لپیٹ کر 12 N کی قدر کی مستقل افقی قوت \vec{F} سے کھینچی جاتی ہے (شکل 60.11)۔ سیلن کی کمیت 10.0 kg اور رداس 0.10 m ہے، اور یہ افقی سطح پر ہموار لڑھکتا ہے۔ (۱) سیلن کے مرکز کمیت کے زاوی اسراع کی قدر کیا ہے؟ (ب) مرکز کمیت پر سیلن کے زاوی اسراع کی قدر کیا ہے؟ (ج) اکائی سمتیہ ترتیم میں، سیلن پر گڑی قوت کیا ہے؟

سوال ۱۱.۷۲: باریک چادر سے بنایا گیا پائپ مندرش پر لڑھکتا ہے۔ لمبائی کے ہمراہ وسطی محور پر اس کی مستقیم حرکت کی توانائی اور گھمیری حرکت کی توانائی کی نسبت تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۷۳: محور x پر کمیت 3.0 kg کی کھلونا گاڑی مستقیم رفتار $-2.0t^3 \hat{i} \text{ m s}^{-1}$ سے حرکت میں ہے، جہاں t سیکنڈ میں ہے۔ مبداء کے لحاظ سے $t > 0$ کے لئے (۱) گاڑی کا زاوی معیار حرکت \vec{L} اور (ب) گاڑی پر قوت \vec{T} تلاش کریں۔ نقطہ (2.0 m, 5.0 m, 0) پر (ج) \vec{L} اور (د) \vec{T} تلاش کریں۔ نقطہ (2.0 m, -5.0 m, 0) پر (ه) \vec{L} اور (و) \vec{T} تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۷۴: وسطی محور پر ایک پہیا زاوی معیار حرکت 600 kg m^2 کے ساتھ گھڑی وار گھومتا ہے۔ وقت $t = 0$ پر، پہیہ کا رخ الٹ کرنے کی غرض سے پہیے پر 50.0 N m قدر کی قوت سرور لاگو کی جاتی ہے۔ کس لمحے (ت) پہیے کی زاوی رفتار صفر ہوگی؟

سوال ۱۱.۷۵: کھیل کے میدان میں ایک چھوٹا جھولا ہے جو انتہائی محور پر گھومتا ہے۔ جھولے کا رداس 1.20 m اور کمیت 180 kg ہے۔ اس کا رداس دوڑ (باب ۱۰ میں سوال ۱۰.۷۹) دیکھیں) 91.0 cm ہے۔ ایک بچہ جس کی کمیت 44.0 kg ہے، ساکن جھولے کے چکا کو عمود دار راہ پر 3.00 m s^{-1} رفتار سے دوڑ کر جھولے پر چھلانگ لگا کر چڑھتا ہے۔ جھولے کے دھرے کی رگڑ نظر انداز کریں۔ (۱) دھرے پر جھولے کا گھمیری جمود کیا ہے، (ب) دھرے کے لحاظ سے دوڑتے ہوئے بچے کے زاوی معیار حرکت کی قدر کیا ہے، اور (ج) جھولے پر چڑھنے کے بعد جھولے اور بچے کی زاوی رفتار کیا ہے؟

سوال ۱۱.۷۶: سنگ غارا کی یکساں سل کی شکل کتاب کی طرح ہے۔ سل کی لمبائی 20 cm، چوڑائی 15 cm، اور موٹائی 1.2 cm ہے۔ سنگ حنار کی کثافت (کمیت فی اکائی حجم) 2.64 g cm^{-3} ہے۔ سل کی وسط سے ایک کونے تک نصف فاصلے پر واقع سل کے رخ کو عمودی محور کے گرد سل گھوم سکتی ہے۔ اس محور پر سل کا زاوی معیار حرکت $0.104 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ہے۔ محور پر اس کی گھمیری حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۷۷: دو ذرے جن کی کمیتیں $2.90 \times 10^{-4} \text{ kg}$ ہیں مخالف رخ 5.46 m s^{-1} رفتار سے متوازی راہ پر چلتے ہیں۔ راہوں کے بیچ فاصلہ 4.20 cm ہے۔ (۱) دو راہ کے بیچ وسطی نقطہ کے لحاظ سے دو ذروں کی نظام کی زاوی معیار حرکت کی قدر L کیا ہے؟ (ب) کیا کسی دوسرے نقطہ کے لحاظ سے زاوی معیار حرکت کی قیمت مختلف ہوگی؟ اگر ایک ذرے کا رخ الٹ کر دیا جائے، (ج) جبزوا، اور (د) جبزوب کے جواب کیا ہوں گے؟

سوال ۱۱.۷۸: ایک پہیا، جس کا رداس 0.250 m اور ابتدائی رفتار 43.0 m s^{-1} ہے، 225 m فاصلے طے کرنے کے رکتا ہے۔ (۱) اس کے خطی اسراع اور (ب) زاوی اسراع کی قدر کیا ہے؟ وسطی محور پر اس کا گھمیری جمود 0.155 kg m^2 ہے۔ پہیے پر رگڑ کی بدولت قوت سرور تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۷۹: پہلیا A اور B کو ایک پٹ ملا تا ہے، جو پھسلتا نہیں ہے۔ B کا رداس A کے رداس کا تین گنا ہے۔ (۱) اگر دونوں پہریوں کا اپنے اپنے وسطی محور پر زاوی معیار حرکت ایک جتنا ہو اور (ب) اگر ان کی گھمیری حرکت کی توانائی ایک جتنی ہو، تب گھمیری جمود کی نسبت I_A/I_B کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۸۰: ایک ذرہ، جس کی کمیت 2.50 kg اور مندرش پر افقی سمتی رفتار $\hat{j}(-3.00 \text{ m s}^{-1})$ ہے، کا مکمل غیر لچکی تصادم دوسرے ذرے کے ساتھ ہوتا ہے، جس کی کمیت 4.00 kg اور مندرش پر افقی سمتی رفتار $\hat{i}(4.50 \text{ m s}^{-1})$ ہے۔ تصادم کے معتام کا محدود $(-0.100 \text{ m}, -0.500 \text{ m})$ ہے۔ تصادم کے بعد، اکائی سمتیہ ترقیم میں، مبداء کے لحاظ سے، آپس میں چسپاں ذروں کا زاوی معیار حرکت تلاش کریں۔

سوال ۱۱.۸۱: ایک پہلیا، جس کی کمیت 10.0 kg اور رداس 0.400 m ہے، کے وسط پر بلا کمیت دھرا استوار (جھکڑ کر) نسب ہے (شکل 62.11)۔ دھرے کا رداس 0.200 m ، اور دھرے پر پیسے دھرے کا گھمیری جمود 0.600 kg m^2 ہے۔ افق کے ساتھ $\theta = 30.0^\circ$ میلان کے مندر پر پہلیا ابتدائی طور پر ساکن رکھا جاتا ہے۔ دھرا میلان کی سطح مس کرتا ہے جبکہ پہلیا سطح میں بنی جھری کے اندر، سطح مس کیے بغیر، چلتا ہے۔ رہائی کے بعد، دھرا بغیر پھسلے، میلان پر ہموار لڑھک کر اترتا ہے۔ سطح پر 2.00 m چلنے کے بعد، پہلیا دھرے کے نظام کی (۱) گھمیری حرکت کی توانائی اور (ب) مستقیم حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۸۲: ایک سربر انتضالی محور کے گرد یکساں افقی مستوی میں گھومتا ہے۔ سلاح کی لمبائی 6.00 m اور وزن 10.0 N ہے، اور اس کی زاوی رفتار 240 چکر فی منٹ ہے۔ (۱) محور گھاو پر اس کا گھمیری جمود اور (ب) اس محور پر زاوی معیار حرکت کی قدر کیا ہوگی؟

سوال ۱۱.۸۳: ٹھوس کرہ، جس کا وزن 36.0 N ہے، 30.0° میلان پر لڑھک کر چڑھتا ہے۔ میلان پر روانا ہونے سے قبل کرہ کے مرکز کمیت کی مستقیم رفتار 4.90 m s^{-1} ہے۔ (۱) یہاں کرہ کی حرکت کی توانائی کیا ہے؟ (ب) میلان پر چڑھتے ہوئے کرہ کتنا فاصلہ طے کرتا ہے؟ (ج) کیا جزوب کا جواب کرہ کی کمیت پر منحصر ہے؟

سوال ۱۱.۸۴: مندرض کریں سوال ۱۱.۱۷ میں ڈوری دار لٹور ہا کرنے کے بجائے ڈور پر نیچے رخ 1.3 m s^{-1} رفتار سے پھینکا جاتا ہے۔ (۱) ڈور کے اختتام تک لٹوکتنے دیر میں پہنچے گا؟ (ب) ڈور کے اختتام پر پہنچتے وقت اس کی (ب) کل حرکت کی توانائی، (ج) خطی رفتار، (د) مستقیم حرکت کی توانائی، (و) زاوی رفتار، اور (و) گھمیری حرکت کی توانائی کیا ہیں؟

سوال ۱۱.۸۵: ساکن جھولے پر، جس کا رداس R اور گھمیری جمود I ہے، کے چکا پر کمیت M کی لڑکی کھڑی ہے۔ جھولا انتضالی محور پر گھوم سکتا ہے۔ جھولے کے چکا کو مماسی رخ، لڑکی کمیت m کا پتھر افقی پھینکتی ہے۔ زمین کے لحاظ سے پتھر کی رفتار v ہے۔ پتھر پھینکنے کے بعد (۱) جھولے کی زاوی رفتار اور (ب) لڑکی کی خطی رفتار کیا ہیں؟

سوال ۱۱.۸۶: افقی سطح پر رداس R اور کمیت m کا جسم v رفتار سے ہموار لڑھک رہا ہے۔ اس کے بعد جسم میلان پر h بلندی تک چڑھ پاتا ہے۔ (۱) اگر $h = 3v^2/4g$ ہو، جسم کے مرکز کمیت سے گزرتی محور پر جسم کا گھمیری جمود کیا ہے؟ (ب) جسم کی شکل کیا ہو سکتی ہے؟

باب ۱۲

توازن اور لچک

۱۲.۱ توازن

مقاصد

۱۔ اس حصہ کو پڑھ کر آپ ذیل کے نتائج ہوں گے۔

۱۔ توازن اور سکونی توازن میں فرق کرپائیں گے۔

۲۔ سکونی توازن کے چار شرائط جان پائیں گے۔

۳۔ مرکز ثقل اور اس کا مرکز کیت سے تعلق سمجھ پائیں گے۔

۴۔ ذروں کی دی گئی تقسیم کے لئے مرکز ثقل اور مرکز کیت کے محدود حساب کرپائیں گے۔

کلیدی تصویر

• استوار جسم جب ساکن ہو، وہ سکونی توازن میں ہوگا۔ ایسے جسم کے لئے، جسم پر بیرونی قوتوں کا مجموعہ صفر ہوگا۔

$$\vec{F}_{\text{نتی}} = 0 \quad (\text{قوتوں کا توازن})$$

اگر تمام قوت xy مستوی میں ہوں، یہ مساوات ذیل دو جزوی مساوات کی معادل ہوگی۔

$$F_{\text{نتی},x} = 0 \quad \text{اور} \quad F_{\text{نتی},y} = 0 \quad (\text{قوتوں کا توازن})$$

• سکونی توازن سے مراد یہ بھی ہے کہ کسی بھی نقطے کے لحاظ سے جسم پر بیرونی قوت مرکز کا مجموعہ صفر ہو

گا:

$$\vec{\tau}_{\text{صافی}} = 0 \quad (\text{قوت مسروڑ کا توازن})$$

اور اگر تمام قوت \vec{F}_i مستوی میں ہوں تب تمام قوت مسروڑ سمیت محور z کو متوازی ہوں گے، اور قوت مسروڑ کے توازن کی مساوات ذیل یک جزوی مساوات کی معادل ہوگی۔

$$\tau_{\text{صافی}} = 0 \quad (\text{قوت مسروڑ کا توازن})$$

• تجاذبی قوت جسم کے ہر ذرے پر انفرادی عمل کرتی ہے۔ تمام انفرادی اعمال کا صافی اثر جاننے کے لئے مرکز کیت پر معادل تجاذبی قوت \vec{F}_g فرض کرنی ہوگی۔ اگر جسم کے تمام ٹکڑوں پر ثقلی اسراع \vec{g} ایک ہو، ثقلی مرکز جسم کے مرکز کیت پر ہوگا۔

۱۲.۱.۱ طبیعیات کیسے؟

انسانی بنائی چیزیں، لاگو قوتوں سے قطع نظر، مستحکم تصور کی جاتی ہیں۔ تجاذبی قوت اور ہوائی قوتوں کے باوجود ہم توقع کرتے ہیں کہ عمارت کھڑی رہے گی، اور پل سمندر میں گرے گا نہیں۔

طبیعیات کے مرکز توجہ وہ حقیقت ہے جو عمل پسیر قوتوں کے باوجود جسم کو مستحکم رکھتا ہے۔ اس باب میں استحکام کے دو نقطہ نظر پر غور کیا جائے گا: استوار جسم پر عمل پسیر قوت اور قوت مسروڑ کا توازن اور ناستوار اجسام کی پلک، جس پر اجسام کا منحنی ہونا منحصر ہے۔ اگر طبیعیات درست کی جائے، اس پر انجینئری اور طبیعیات کے جبریدوں میں لاتعداد مضامین لکھے جائیں گے، اگر غلط کی جائے، اخبار کا سرنامہ بنے گا اور فوٹو ٹی کارروائی ہوگی۔

توازن

ذیل اجسام پر غور کریں: (1) میز پر پڑی ساکن کتاب، (2) بلا رگڑ سطح پر مستقل سمتی رفتار سے حرکت پذیر مٹر، (3) چھت کے پتکے کے چکر کھاتے پڑ، اور (4) سیدھی راہ پر چلتے سائیکل کا پہاڑیا۔ ان چار اجسام کے لئے

۱. مرکز کیت کا خطی معیار حرکت \vec{P} ایک مستقل ہے۔

۲. مرکز کیت یا کسی دوسرے نقطہ کے لحاظ سے ان کا زاوی معیار حرکت \vec{L} بھی ایک مستقل ہے۔

ہم کہتے ہیں یہ جسم توازن میں ہیں۔ یوں توازن کے دو شرائط ذیل ہیں۔

$$\vec{P} = \text{مستقل} \quad \text{اور} \quad \vec{L} = \text{مستقل} \quad (12.1)$$

اس باب میں ہم صرف ان صورتوں پر غور کرتے ہیں جہاں مساوات ۱۲.۱ میں مستقل کی قیمت صفر ہو؛ یعنی ہم ان اجسام میں دلچسپی رکھتے ہیں جو حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے ساکن ہوں؛ خطی سکون اور گھمیری سکون میں ہم دلچسپی رکھتے ہیں۔

ایسے اجسام سکونی توازن^۲ میں ہوں گے۔ باب کے آغاز میں چار اجسام میں صرف میز پر پڑی کتاب سکونی توازن میں ہے۔

شکل 1.12 میں دکھائی گئی چٹان، فی الحال، سکونی توازن میں ہے۔ صاحب، پل، گھر، وغیرہ بھی سکونی توازن میں ہیں؛ یہ وقت گزرنے کے باوجود ساکن رہتے ہیں۔

جیسا ہم حصہ 3.8 میں ذکر کر چکے، اگر سکونی توازن سے قوت کے بل بوتے پر نکالے جانے کے بعد جسم واپس سکونی توازن کو لوٹے، ہم کہتے ہیں یہ جسم مستحکم سکونی توازن میں ہے۔ نصف کرہ کے قتل میں رکھا گیا نچاس کی ایک مثال ہے۔ اس کے برعکس، اگر چھوٹی قوت جسم کو ہلا کر توازن ختم کر پائے، جسم غیر مستحکم سکونی توازن میں ہوگا۔

زنجیرے اثر۔ فرض کریں ہم ایک اینٹ یوں کھڑی کریں کہ اس کا مرکز کیت عین ایک کنارے کے اوپر ہو (شکل 2a.12)۔ تجاذبی قوت \vec{F}_g کا خط عمل اسی کنارے سے گزرتا ہے لہذا اس کنارے پر \vec{F}_g کی قوت سرورضہ صفر ہوگی۔ اینٹ توازن میں ہے۔ معمولی اضطراب اس توازن کو بر باد کر دیگا۔ جیسے ہی \vec{F}_g کا خط عمل کنارے سے ایک طرف ہو (شکل 2b.12)، \vec{F}_g کی پیدا کردہ قوت سرورضہ اینٹ کو اس طرف گھمائے گی۔ یوں شکل 2a.12 میں اینٹ غیر مستحکم توازن میں ہے۔

شکل 2c.12 میں اینٹ اتنی غیر مستحکم نہیں۔ اینٹ گرانے کے لئے ضروری ہے کہ قوت اینٹ اتنی گھمائے کہ اینٹ کا مرکز کیت کنارے کو پار کر جائے۔ معمولی قوت اس اینٹ کو نہیں گرا سکتی، تاہم انٹلی سے جھٹکا دے کر اسے گرایا جاسکتا ہے۔ (ایسٹوں کو قطار میں کھڑا کر کے، پہلی اینٹ کو جھٹکا دے کر گرانے سے تمام اینٹیں گرائی جاسکتی ہیں۔)

سلا۔ شکل 2d.12 میں دکھایا گیا سلا مزید زیادہ مستحکم ہے۔ مرکز کیت کو سلا کے کنارے کی دوسری طرف لی جانے کے لئے مرکز کیت کو کافی زیادہ دور لے جانا ہوگا۔ انٹلی کا جھٹکا سلا کا پاس نہیں پاٹ سکتا۔ (اسی لئے سلا قطار میں رکھ کر زنجیری اثر پیدا نہیں کیا جاسکتا۔) شکل 3.12 میں شہتیر پر بیٹھا مسرور سلا کی مانند جبکہ اس پر کھڑا مسرور اینٹ کی مانند ہوگا (جس کو ہوا کا جھٹکا نیچے لاسکتا ہے)۔

سکونی توازن اطلاقی انجینئری کے لئے بہت ضروری ہے۔ تخلیق کار تمام بیرونی قوت اور قوت سرورضہ کی نشاندہی کر کے، بہتر ترازیب اور مواد استعمال کر کے، یقینی بناتا ہے کہ ان کی موجودگی کے باوجود عمارت یا مشین مستحکم رہے۔ یوں پل کا نقش تیار کرتے وقت تخلیق کار تفصیلی تجزیہ کر کے یقینی بناتا ہے کہ پل پر آمدورفت اور ہوائی قوتوں کو پل سہ سکے۔

توازن کے شرائط

جسم کی مستقیم حرکت، خطی معیار حرکت کے روپ میں نیوٹن کے قانون دوم کو، جو (ذیل) مساوات 27.9 دیتی ہے، مطمئن کرتی ہے۔

$$\vec{F}_{\text{نتی}} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (12.2)$$

اگر جسم مستقیم توازن میں ہو، یعنی اگر \vec{P} ایک مستقل ہو، تب $d\vec{P}/dt = 0$ ہوگا لہذا لازماً درج ذیل ہوگا۔

$$(۱۲.۳) \quad \vec{F}_{\text{صافی}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت})$$

جسم کی گھمیری حرکت، زاوی معیار حرکت کے روپ میں نیوٹن کے قانون دوم کو، جو (ذیل) مساوات ۱۱.۲۹ دیتی ہے، مطبق کرتی ہے۔

$$(۱۲.۴) \quad \vec{\tau}_{\text{صافی}} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

اگر جسم گھمیری توازن میں ہو، یعنی اگر \vec{L} ایک مستقل ہو، تب $d\vec{L}/dt = 0$ ہوگا لہذا لازماً درج ذیل ہوگا۔

$$(۱۲.۵) \quad \vec{\tau}_{\text{صافی}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت مسروڑ})$$

یوں جسم کا توازن میں ہونے کے لئے ذیل دو شرائط ہیں۔

۱. جسم پر تمام بیرونی قوتوں کا سمتی مجموعہ صفر ہونا لازم ہے۔

۲. ہر ممکن نقطہ کے لحاظ سے، جسم پر بیرونی قوت مسروڑ کا سمتی مجموعہ صفر ہونا لازم ہے۔

ہاں یہ شرائط کوئی توازن کے لئے بھی ہیں۔ یہ شرائط عمومی صورت کے لئے بھی درست ہیں، جہاں \vec{P} اور \vec{L} مستقل ضرور لیکن غیر صفر ہوں۔

مساوات ۱۲.۳ اور مساوات ۱۲.۵، بطور سمتی مساوات، درحقیقت (ذیل) تین تین جزوی مساوات کی معادل ہیں۔

$$(۱۲.۶) \quad \begin{array}{ll} \text{متوازن قوت مسروڑ} & \text{متوازن قوت} \\ F_{\text{صافی},x} = 0 & \tau_{\text{صافی},x} = 0 \\ F_{\text{صافی},y} = 0 & \tau_{\text{صافی},y} = 0 \\ F_{\text{صافی},z} = 0 & \tau_{\text{صافی},z} = 0 \end{array}$$

اصل مساواتے۔ ہم صرف ان صورتوں پر غور کرتے ہیں جس میں جسم پر لاگو قوت xy مستوی میں پائے جاتے ہیں۔ یوں مسئلہ کم پیچیدہ ہوگا۔ اس طرح جسم پر عمل پیرا قوت صرف محور z کی متوازی محور کے گرد جسم گھما سکتے ہیں۔ اس مفروضے کے ساتھ مساوات ۱۲.۶ میں سے قوت کی ایک مساوات اور قوت مسروڑ کی دو مساوات سے چھکارا حاصل ہوگا۔ یوں ذیل باقی رہتی ہیں۔

$$(۱۲.۷) \quad F_{\text{صافی},x} = 0$$

$$(۱۲.۸) \quad F_{\text{صافی},y} = 0$$

$$(۱۲.۹) \quad \tau_{\text{صافی},z} = 0$$

یہاں، z ، صافی قوت سروڑ ہے جو محور z یا اس کے متوازی کسی محور پر بیرونی قوت پیدا کرتی ہیں۔

جی ہوئی برف پر مستقل سمتی رفتار سے حرکت کرتا مقرر صاوات ۱۲.۷، صاوات ۱۲.۸، اور صاوات ۱۲.۹ مطمئن کرتا ہے، لہذا یہ توازن میں ہوگا، تاہم یہ سکونی توازن میں ہرگز نہیں۔ سکونی توازن کے لئے مقرر صا کا خطی معیار حرکت \vec{P} ایک مستقل ہونے کے ساتھ ساتھ صفر ہونا لازم ہے؛ مقرر صا کا جی ہوئی برف پر ساکن ہونا لازم ہے۔ سکونی توازن کے لئے درج ذیل شرط بھی لازم ہے۔

جسم کے خطی معیار حرکت \vec{P} کا صفر ہونا لازم ہے۔

آزمائش ۱

یکساں سلاخ، جس پر سلاخ کو عمود دار دو یا دو سے زیادہ قوت عمل کرتی ہیں، کے چھ فضائی نظارے شکل؟؟ میں پیش ہیں۔ قوتوں کی قدریں (غیر صفر رکھ کر اور) تبدیل کر کے کون کوئی سلاخ سکونی توازن میں لائی جاسکتی ہیں؟ □

مرکز ثقل

جسم پر تجبذنی قوت، جسم کے انفرادی ٹکڑوں (جوہر) پر تجبذنی قوتوں کا سمتی مجموعہ ہوگا۔ انفرادی ٹکڑوں کی بات کرتے ہوئے ہم ذیل کہتے ہیں۔

جسم پر تجبذنی قوت \vec{F}_g ”عملاً“ جسم کے مرکز ثقل \vec{r}_g پر عمل کرتی ہے۔

یہاں لفظ ”عملاً“ کا مطلب یہ ہے کہ اگر کسی طرح انفرادی ٹکڑوں پر تجبذنی قوت ختم کر دی جائے اور تجبذنی قوت \vec{F}_g جسم کے مرکز ثقل پر پیدا کر دی جائے، جسم پر صافی قوت اور (کسی بھی محور کے لحاظ سے) جسم پر صافی قوت سروڑ تبدیل نہیں ہوں گی۔

اب تک، ہم فرض کرتے رہے ہیں کہ تجبذنی قوت \vec{F}_g جسم کے مرکز کیت پر عمل کرتی ہے، جو اس کے مترادف ہے کہ ہم کہیں جسم کا مرکز ثقل جسم کے مرکز کیت پر پایا جاتا ہے۔ یاد کریں، کیت M جسم پر تجبذنی قوت $\vec{F}_g = M\vec{g}$ عمل کرتی ہے، جہاں \vec{g} جسم کا وہ اسراع ہے جو جسم پر \vec{F}_g لاگو کرنے سے پیدا ہوگا۔ نیچے دیے گئے ثبوت میں ہم ذیل ثابت کریں گے۔

اگر جسم کے تمام ٹکڑوں کے لئے \vec{g} ایک ہو، جسم کا مرکز ثقل اور جسم کا مرکز کیت ایک نقطہ پر ہوں گے۔

سطح زمین پر \vec{g} کی قدر بہت کم تبدیل ہوتی ہے اور (عام زندگی میں جن بلند یوں سے ہمیں واسطہ پڑتا ہے ان) بلندی کے ساتھ \vec{g} کی قدر زیادہ تبدیل نہیں ہوتی لہذا روزمرہ اشیاء کے لئے درج بالا تخمیناً درست ہوگا۔ یوں چوبے یا بھینس

کے لئے تجاذبی قوت کا ان کے مرکز کیت پر عمل پیرا ہونا فرض کرنا درست ہوگا۔ ذیل ثبوت کے بعد ہم اسی مفروضے پر چلیں گے۔

ثبوت

ہم جسم کے انفرادی ٹکڑوں پر پہلے غور کرتے ہیں۔ شکل 4a.12 میں وسیع جسم، جس کی کیت M ، اور جسم کا ایک چھوٹا ٹکڑا جس کی کیت m_i ہے، پیش ہے۔ ہر ٹکڑے پر تجاذبی قوت \vec{F}_{gi} ، جو $m_i \vec{g}_i$ کے برابر ہے، عمل کرتی ہے۔ \vec{g}_i میں زیر نوشت کہتی ہے \vec{g}_i ٹکڑا i کے مقام پر ثقلی اسراع ہے (دیگر ٹکڑوں کے لئے اس کی قیمت مختلف ہو سکتی ہے)۔

شکل 4a.12 میں ہر ایک ٹکڑے پر قوت \vec{F}_{gi} عمل کر کے، مبداء O کے لحاظ سے ٹکڑے پر قوت مسروڑ τ_i ، جس کا معیار اثر کا بازو x_i ہے، پیدا کرتی ہے۔ مساوات ۱۰.۴۱ $(\tau = r_{\perp} F)$ کی راہ نمائی میں ہم ہر ایک قوت مسروڑ τ_i ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۱۲.۱۰) \quad \tau_i = x_i F_{gi}$$

یوں، جسم کے تمام ٹکڑوں پر صافی قوت مسروڑ ذیل ہوگی۔

$$(۱۲.۱۱) \quad \tau_{\text{صافی}} = \sum \tau_i = \sum x_i F_{gi}$$

اب، پورا جسم لیتے ہیں۔ شکل 4b.12 میں جسم کے مرکز ثقل پر تجاذبی قوت \vec{F}_g عمل کرتا دکھایا گیا ہے۔ مبداء O کے لحاظ سے اس قوت کا معیار اثر کا بازو مرکز ثقل x اور جسم پر پیدا قوت مسروڑ τ ہے۔ مساوات ۱۰.۴۱ دوبارہ استعمال کر کے یہ قوت مسروڑ ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(۱۲.۱۲) \quad \tau = x \text{ مرکز ثقل } F_g$$

جسم پر تجاذبی قوت \vec{F}_g ، جسم کے تمام ٹکڑوں پر تجاذبی قوت \vec{F}_{gi} کا مجموعہ ہوگا۔ یوں مساوات ۱۲.۱۲ میں F_g کی جگہ $\sum F_{gi}$ ڈال کر ذیل لکھا جائے گا۔

$$(۱۲.۱۳) \quad \tau = x \sum \text{مرکز ثقل } F_{gi}$$

یاد کریں، مرکز ثقل پر عمل پیرا قوت \vec{F}_g سے پیدا قوت مسروڑ اس صافی قوت مسروڑ کے برابر ہوگا جو جسم کے تمام ٹکڑوں پر عمل پیرا قوت \vec{F}_g پیدا کرتی ہیں۔ (مرکز ثقل کی تعریف یہی ہے۔) یوں مساوات ۱۲.۱۳ کا τ ، مساوات ۱۲.۱۱ کے صافی τ کے برابر ہے۔ دونوں مساوات کو برابر رکھ کر ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\sum \text{مرکز ثقل } F_{gi} = \sum x_i F_{gi}$$

F_{gi} کی جگہ $m_i g_i$ ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۱۲.۱۴) \quad \sum \text{مرکز ثقل } m_i g_i = \sum x_i m_i g_i$$

اب کلیدی تصویر پیش کرتے ہیں: اگر ٹکڑوں کا معتمات پر اسراع g_i ایک ہو، ہم g_i منسوخ کر کے ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۱۲.۱۵) \quad \sum m_i = \sum x_i m_i$$

تمام ٹکڑوں کی کمیتوں کا مجموعہ $\sum m_i$ جسم کی کمیت M دیتا ہے۔ یوں مساوات ۱۲.۱۵ ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(۱۲.۱۶) \quad x = \frac{1}{M} \sum x_i m_i$$

اس مساوات کا دایاں ہاتھ جسم کے مرکز ثقل (مساوات 4.9) کا محدود مرکز ثقل x دیتی ہے۔ یوں ثبوت مکمل ہوتا ہے۔ اگر جسم کے تمام ٹکڑوں کے معتمات پر تحب ذبی اسراع ایک ہو، جسم کا مرکز ثقل اور مرکز کمیت مماثل ہوں گے۔

$$(۱۲.۱۷) \quad \text{مرکز کمیت} = \text{مرکز ثقل}$$

۱۲.۲ سکونی توازن کی چند مثالیں

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابیل ہوں گے۔

۱. سکونی توازن کے لئے قوت اور قوت سروڑ کی شرائط کا اطلاق کر پائیں گے۔

۲. سمجھ پائیں گے کہ مبداء (جس کے لحاظ سے قوت سروڑ کا حساب کیا جائے گا) کا معتمات سوچ سمجھ کر منتخب کرنے سے ایک یا ایک سے زیادہ نامعلوم قوت کو قوت سروڑ کی مساوات سے خارج کرنا ممکن ہوگا، جس سے قوت سروڑ کا حساب آسان ہوگا۔

کلیدی تصویر

• جب استوار جسم ساکن حالت میں ہو، ہم کہتے ہیں وہ سکونی توازن میں ہے۔ ایسے جسم کے لئے، جسم پر بیرونی قوتوں کا سمی مجموعہ صفر کے برابر ہوگا۔

$$\vec{F}_{\text{نی}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت})$$

اگر تبا قوت x, y مستوی میں ہوں، درج بالا سمی مساوات ذیل دو جزوی مساوات کے مترادف ہو گی۔

$$F_{\text{نی},y} = 0 \quad \text{اور} \quad F_{\text{نی},x} = 0 \quad (\text{متوازن قوت})$$

• سکونی توازن سے یہ بھی مراد ہے کہ، کسی بھی نقطہ کے لحاظ سے، جسم پر بیرونی قوت سروڑ کا سمی مجموعہ صفر کے برابر ہوگا۔

$$\vec{\tau}_{\text{نی}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت سروڑ})$$

اگر بیرونی قوت xy مستوی میں ہوں، تمام قوت سرورز محور z کے متوازی ہوں گی، اور درج بالا سمتی مساوات ذیل جبزوی مساوات کی مائل ہوگی۔

$$\tau_{z, \text{مائل}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت سرورز})$$

سکونی توازن کی چند مثالیں

یہاں ہم سکونی توازن کے کئی نمونی مسائل پر غور کریں گے۔ ہر مسئلے میں ایک یا ایک سے زیادہ اجسام پر مبنی نظام منتخب کر کے توازن کی مساوات (مساوات ۱۲.۷، مساوات ۱۲.۸، اور مساوات ۱۲.۹) کا اطلاق کریں گے۔ تمام قوت xy مستوی میں ہیں لہذا قوت سرورز z محور کو متوازی ہوں گے۔ یوں، مساوات ۱۲.۹ کا اطلاق کرتے ہوئے، ہم محور z کے متوازی قوت سرورز کی محور منتخب کرتے ہیں۔ اگرچہ محور z کے متوازی ہر محور پر مساوات ۱۲.۹ کا اطلاق ممکن ہے، جیسا آپ دیکھیں گے، بعض محور کے انتخاب کی صورت میں ایک یا ایک سے زیادہ نامعلوم قوت خارج ہوں گی، جس کی بدولت مساوات ۱۲.۹ کا حل نسبتاً آسان ہوگا۔

آزمائش ۲

یکساں سلاخ، جو سکونی توازن میں ہے، کا فضائی جائزہ شکل ۱۲.۱۰ میں پیش ہے۔ (۱) کیا قوتوں کو متوازن کر کے آپ \vec{F}_1 اور \vec{F}_2 کی متدریں تلاش کر سکتے ہیں؟ (ب) \vec{F}_2 کی متدر تلاش کرنے کے لئے، محور گھماؤ کس نقطہ پر رکھ کر \vec{F}_1 کو مساوات سے خارج کیا جاسکتا ہے؟ (ج) \vec{F}_2 کی متدر 65 N حاصل ہوگی۔ \vec{F}_1 کی متدر کیا ہے؟ □

نمونہ سوال ۱۲.۱: افقی شہتیری متوازن بنانا

شکل 5a.12 میں، کیت $m = 1.8 \text{ kg}$ کی یکساں شہتیری، جس کی لمبائی L ہے، دو ترازو پر رکھی گئی ہے۔ کیت $M = 2.7 \text{ kg}$ کی یکساں شہتیری پر رکھی گئی ہے۔ سل کامرکز شہتیری کے بائیں سرے $L/4$ فاصلے پر ہے۔ ترازو کی وزن دیں گے؟

کلیدی تصورات

سکونی توازن کا کوئی بھی مسئلہ حل کرنے سے پہلے ذیل کرنا ہوگا: نظام کی نشاندہی کریں اور اس کا آزاد جسمی خاکہ بنائیں، جس پر تمام قوتوں کی نشاندہی ہو۔ یہاں ہم شہتیری اور سل کو نظام مانتے ہیں۔ اس کے بعد، نظام پر قوت دکھائیں، جیسا شکل 5b.12 کے آزاد جسمی خاکہ میں کیا گیا ہے۔ (نظام کے انتخاب کے لئے تجربہ درکار ہے، اور عموماً ایک سے زیادہ ممکنات ہوں گے۔) نظام سکونی توازن میں ہے، لہذا قوتوں کے توازن کی مساوات (مساوات ۱۲.۷ اور مساوات ۱۲.۸) اور قوت سرورز کے توازن کی مساوات (مساوات ۱۲.۹) کا اطلاق کیا جاسکتا ہے۔

حماچہ: بائیں ترازو سے شہتیری پر عمودی قوت \vec{F}_1 اور دائیں ترازو سے عمودی قوت \vec{F}_r ہے۔ ہم ان قوت کی متدریں حباننا چاہتے ہیں۔ تجاذبی قوت $\vec{F}_{g,r}$ شہتیر $\vec{F}_{g,m}$ کے برابر ہے، شہتیری کے مرکز کیت پر عمل کرتی ہے۔ اسی طرح، سل پر تجاذبی قوت $\vec{F}_{g,s}$ جو $M\vec{g}$ کے برابر ہے، سل کے مرکز کیت پر عمل کرتی ہے۔ تاہم، شکل 5b.12 سادہ بنانے کی عرض ہے، سل کو نقطہ سے ظاہر کیا گیا ہے، اور سمتیہ سل $\vec{F}_{g,s}$ کی دم اس نقطہ پر رکھی

گئی ہے۔ (سمتیں \vec{F}_g کا رخ تبدیل کیے بغیر، قوت کے خط عمل پر سمتیہ کی گھساٹ، شکل کو عمود دار کسی بھی محور پر، \vec{F}_g کی قوت سروڑ تبدیل نہیں کرتی۔)

قوتوں کا x جزو موجود نہیں لہذا مساوات ۱۲.۷ = 0) $F_{x, \text{سنی}}$ کوئی معلومات فراہم نہیں کرتی۔
مساوات ۱۲.۸ = 0) $F_{y, \text{سنی}}$ y اجزاء کے لئے ذیل دیتی ہے۔

$$(12.18) \quad F_l + F_r - Mg - mg = 0$$

اس مساوات میں دو نامعلوم قوت، F_l اور F_r ، موجود ہیں لہذا ہمیں قوت سروڑ کے توازن کی مساوات ۱۲.۹ بھی استعمال کرنی ہوگی۔ ہم شکل 5.12 کے مستوی کو عمود دار کسی بھی محور گھاو پر مساوات کا اطلاق کر سکتے ہیں۔ آئیں شہتیری کے بائیں سر پر محور گھاو رکھ کر حل کریں۔ ہم قوت سروڑ کو علامت مختص کرنے کا عمومی طریقہ بروئے کار لائیں گے: اگر ساکن جسم کو محور گھاو پر قوت سروڑ گھڑی وار گھمانے کی کوشش کرے، قوت سروڑ منفی ہوگی؛ اگر حنائف گھڑی گھمانے کی کوشش کرے، قوت سروڑ مثبت ہوگی۔ آخر میں ہم قوت سروڑ $r_\perp F$ روپ میں لکھتے ہیں، جہاں \vec{F}_l کے لئے r_\perp کی قیمت 0، $M\vec{g}$ کے لئے $L/4$ ، $m\vec{g}$ کے لئے $L/2$ ، اور \vec{F}_r کے لئے L ہے۔
اب ہم توازن کی مساوات 0 = $\tau_{\text{سنی}}$ ذیل لکھ سکتے ہیں

$$(0)(F_l) - (L/4)(Mg) - (L/2)(mg) + (L)(F_r) = 0$$

جو ذیل دیں۔

$$\begin{aligned} F_r &= \frac{1}{4}Mg + \frac{1}{2}mg \\ &= \frac{1}{4}(2.7 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) + \frac{1}{2}(1.8 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) \\ &= 15.44 \text{ N} \approx 15 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

اب F_l کے لئے مساوات ۱۲.۱۸ حل کر کے درج بالا نتیجہ پر کر کے ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} F_l &= (M + m)g - F_r \\ &= (2.7 \text{ kg} + 1.8 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) - 15.44 \text{ N} \\ &= 28.66 \text{ N} \approx 29 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

لائحہ عمل پر غور کریں: قوت کے توازن کی مساوات لکھ کر، دو نامعلوم متغیرات کی بنا، ہم پھنس گئے۔ اگر ہم بغیر سوچے سمجھے کسی محور پر قوت سروڑ کے توازن کی مساوات لکھتے، ہمیں وہاں بھی دو نامعلوم متغیرات کا سامنا ہوتا۔ تاہم، ایک نامعلوم قوت، جو یہاں \vec{F}_l ہے، کے نقطہ اطلاق سے گزرتی محور منتخب کر کے، ہم پھنسنے سے بچ گئے۔ اس انتخاب کی بدولت، قوت سروڑ کے توازن کی مساوات سے نامعلوم مقدار F_l خارج ہوتی ہے، اور یوں ہم مساوات حل کر کے F_r دریافت کرنے میں کامیاب ہوئے۔ اس کے بعد، قوت کے توازن کی مساوات دوبارہ لیتے ہوئے باقی قوت کی مقدار معلوم کرنا ممکن ہوا۔ □

نمونہ سوال ۱۲.۲: پچول دار بازو متوازن بنانا

شکل 6a.12 میں (کیت $M = 430 \text{ kg}$ کی) تجوری کو معاون چول دار بازو سے بلاکیت رستی کے ذریعے لکاد کھایا گیا ہے، جہاں $a = 1.9 \text{ m}$ اور $b = 2.5 \text{ m}$ ہے۔ بازو کی کیت $m = 85 \text{ kg}$ ، اور افقی رسا بلاکیت ہے۔

(۱) رسا میں تناؤ T_c کیا ہے؟ دوسرے لفظوں میں بازو پر رسا کی قوت \vec{T}_c کی مقدار کیا ہے؟

کلیدی تصورات

یہاں نظام چول دار بازو ہے، جس پر عمل پیرا قوت شکل 6b.12 کے آزاد جسی خانے میں پیش ہیں۔ رسا سے بازو پر قوت \vec{T}_c ہے۔ تجاذبی قوت $m\vec{g}$ کے برابر ہے، بازو کے مرکز کیت (بازو کے وسط) پر عمل کرتی ہے۔ چول سے بازو پر قوت کا انتصابی جزو \vec{F}_v ، اور افقی جزو \vec{F}_h ہے۔ رستی سے بازو پر قوت \vec{T}_r ہے۔ بازو، رستی، اور تجوری ساکن ہیں، لہذا \vec{T}_r کی مقدار تجوری کے وزن کے برابر: $T_r = Mg$ ہوگی۔ ہم xy مددی نظام کا مبدأ O چول پر رکھتے ہیں۔ نظام سکونی توازن میں ہے، لہذا اس پر توازن کی مساوات کا اطلاق ہوگا۔

حماچہ: مساوات ۱۲.۹ ($\tau_{\text{صافی}} = 0$) سے آغاز کرتے ہیں۔ یاد رہے، ہم قوت \vec{T}_c کی مقدار جاننا چاہتے ہیں، ناکہ نقطہ O پر موجود چال پر عمل پیرا قوت \vec{F}_v اور \vec{F}_h کی قدریں۔ قوت مسروڑ کے حساب سے \vec{F}_v اور \vec{F}_h خارج کرنے کی غرض سے ہم نقطہ O سے گزرتی، شکل کے مستوی کو عمود دار محور گھماؤ منتخب کرتے ہیں۔ یوں \vec{F}_v اور \vec{F}_h کے معیار اثر کا بازو صفر ہوں گے۔ شکل 6b.12 میں \vec{T}_r ، \vec{T}_c ، اور $m\vec{g}$ کے خط عمل نقطہ دار ہیں۔ مطابقتی معیار اثر کا بازو a ، b ، اور $b/2$ ہیں۔

قوت مسروڑ کو $r_{\perp} F$ روپ میں لکھ کر، قوت مسروڑ کی علامت کا متاعده استعمال کر کے، توازن کی مساوات $\tau_{\text{صافی}} = 0$ ذیل لکھی جائے گی۔

$$(a)(T_c) - (b)(T_r) - \left(\frac{1}{2}b\right)(mg) = 0 \quad (12.19)$$

T_r کی جگہ Mg ڈال کر T_c کے لئے حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} T_c &= \frac{gb(M + \frac{1}{2}m)}{a} \\ &= \frac{(9.8 \text{ m s}^{-2})(2.5 \text{ m})(430 \text{ kg} + 85/2 \text{ kg})}{1.9 \text{ m}} \\ &= 6093 \text{ N} \approx 6100 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

(ب) چول سے بازو پر صافی قوت کی مقدار F تلاش کریں۔

کلیدی تصور

اب ہمیں افقی جزو F_h اور انتصابی جزو F_v درکار ہیں، جن سے صافی قوت کی مقدار F حاصل ہوگی۔ ہم T_c جاننے ہیں لہذا بازو پر قوت کی توازن کی مساوات کا اطلاق کرتے ہیں۔

حاجے: افقی توازن کے لئے، ہم $F_{\text{مفنی},x} = 0$ ذیل لکھ سکتے ہیں:

$$F_h - T_c = 0 \quad (12.20)$$

اور یوں ذیل ہوگا۔

$$F_h = T_c = 6093 \text{ N}$$

انتہائی جزو کے لئے ہم $F_{\text{مفنی},y} = 0$ کو درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$F_v - mg - T_r = 0$$

T_r کی جگہ Mg ڈال کر F_v کے لئے حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} F_v &= (m + M)g = (85 \text{ kg} + 430 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) \\ &= 5047 \text{ N} \end{aligned}$$

مسئلہ فیثاغورث استعمال کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_h^2 + F_v^2} \\ &= \sqrt{(6093 \text{ N})^2 + (5047 \text{ N})^2} \approx 7900 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

یاد رہے، F کی قیمت تجوری اور بازو کے مجموعی وزن: 5000 N ، یا افقی راس میں تناؤ: 6100 N سے کافی زیادہ ہے۔ □

نمونہ سوال ۱۲.۳: دیوار کے ساتھ کھڑی سیزھی

شکل 7a.12 میں سیزھی، جس کی لمبائی $L = 12 \text{ m}$ اور کمیت $m = 45 \text{ kg}$ ہے، چپکنی دیوار کے ساتھ ٹیک لگا کر کھڑی ہے (چپکنی دیوار اور سیزھی کے پچر گز نہیں ہوگی)۔ سیزھی کا بالا سر مندرش سے $h = 9.3 \text{ m}$ بلندی پر ہے، اور سیزھی کا مرکز کمیت نیچے سرے سے سیزھی کے ہمراہ $L/3$ فاصلے پر ہے۔ مندرش بلار گز نہیں ہے۔ ایک شخص، جس کی کمیت $M = 72 \text{ kg}$ ہے، سیزھی چڑھتا ہے حتیٰ کہ، سیزھی کے نیچے سرے شخص کا مرکز کمیت $L/2$ فاصلے پر ہوتا ہے۔ سیزھی پر دیوار اور مندرش سے قوتوں کی فہرستیں کیا ہوں گی؟

کلیدی تصورات

ہم شخص اور سیزھی کو اپنا نظام مان کر نظام کا آزاد جسمی خاکہ، جس پر عمل پیرا قوت دکھائے گئے ہیں، بناتے ہیں (شکل 7b.12)۔ نظام سکونی توازن میں ہے، لہذا اس پر قوت کی توازن اور قوت سرور کی توازن کی مساوات (مساوات ۱۲.۷ تا ۱۲.۹) کا اطلاق ممکن ہے۔

حاجے: شکل 7b.12 میں شخص کو سیزھی پر نقطے سے ظاہر کیا گیا ہے۔ شخص پر تذبذبی قوت Mg کے سمتیہ کو خط عمل (سمتیہ قوت سے گزرتی اور اس کے ہمراہ لکیر) پر گھسیٹ کر، سمتیہ کی دم نقطے پر رکھی گئی ہے۔ (قوت یوں منتقل کرنے

سے، شکل کو عمود دار، کسی بھی محور گھماؤ کے لحاظ سے قوت سروژ تبدیل نہیں ہوتی۔ یوں، قوت سروژ کی توازن کی مساوات، جو ہم استعمال کریں گے، اثر انداز نہیں ہوتی۔)

دیوار سے سیڑھی پر صرف افقی قوت \vec{F}_w عمل کرتی ہے (بلا گرڈ دیوار پر رگڑی قوت موجود نہیں ہو سکتی، لہذا سیڑھی پر دیوار کے ہمراہ انتہائی قوت صفر ہوگی)۔ منبرش سے سیڑھی پر قوت \vec{F}_p کا افقی جزو \vec{F}_{px} ہے جو کوئی رگڑی قوت ہے، اور انتہائی جزو \vec{F}_{py} ہے جو عمودی قوت ہے۔

توازن کی مساوات استعمال کرنے کی خاطر، ہم مساوات ۱۲.۹ ($\tau_{z, \text{net}} = 0$) سے آغاز کرتے ہیں، جو قوت سروژ کی توازن کی مساوات ہے۔ قوت سروژ کے حساب کے لئے محور گھماؤ منتخب کرتے وقت، یاد رہے سیڑھی کے دوسروں پر دو نامعلوم قوت (\vec{F}_p اور \vec{F}_w) پائے جاتے ہیں۔ ان میں سے ایک، مثلاً \vec{F}_p ، خارج کرنے کے لئے ہم محور گھماؤ، شکل کے متوازی کو عمود دار، نقطہ O پر رکھتے ہیں (شکل 7b.12)۔ ہم محدود نظام کا مبداء بھی O پر رکھتے ہیں۔ ہم O پر قوت سروژ مساوات ۱۰.۳۹ تا مساوات ۱۰.۴۱ میں سے کوئی ایک استعمال کر کے معلوم کر سکتے ہیں، تاہم یہاں مساوات ۱۰.۴۱ ($\tau = r_{\perp} F$) کا استعمال سب سے آسان ہے۔ مبداء کا مقام سوچ سمجھ کر منتخب کرنے سے قوت سروژ کا حساب آسان بنایا جاسکتا ہے۔

دیوار سے افقی قوت \vec{F}_w کا معیار اثر کا بازو r_{\perp} معلوم کرنے کے لئے، ہم اس سمتیہ کے اندر گزرنا خط عمل کھینچتے ہیں (شکل 7c.12 میں اس کو نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے)۔ یوں O سے خط عمل تک عمود دار فاصلہ r_{\perp} ہو گا۔ شکل 7c.12 میں r_{\perp} محور y کے ہمراہ، h کے برابر ہے۔ ہم اسی طرح تجاذبی قوت $M\vec{g}$ اور $m\vec{g}$ کے خط عمل کھینچ کر دیکھتے ہیں کہ ان کا معیار اثر کا بازو محور x کے ہمراہ ہے۔ شکل 7a.12 میں دی گئی a کے لئے، معیار اثر کا بازو بالترتیب $a/2$ (شخص نصف سیڑھی چڑھ چکا ہے) اور $a/3$ (سیڑھی کا مرکز کیت، سیڑھی کے نچلے سرے، ایک تہائی فاصلے پر ہے) ہیں۔ چونکہ \vec{F}_{px} اور \vec{F}_{py} مبداء پر عمل پیرا ہیں لہذا ان کے معیار اثر کا بازو صفر ہے۔

قوت سروژ $r_{\perp} F$ روپ میں لکھ کر، توازن کی مساوات $\tau_{z, \text{net}} = 0$ ذیل لکھی جائے گی۔

$$(12.21) \quad -(h)(F_w) + (a/2)(Mg) + (a/3)(mg) + (0)(F_{px}) + (0)(F_{py}) = 0$$

(مثبت قوت سروژ خلاف گھڑی گھماؤ کے مترادف اور منفی قوت سروژ گھڑی وار گھماؤ کے مترادف ہے۔)

سیڑھی، دیوار، اور منبرش و تائیں یکون بناتے ہیں، جس پر مسئلہ فیثاغورث کا اطلاق ذیل دیگا۔

$$a = \sqrt{L^2 - h^2} = 7.58 \text{ m}$$

اس کے بعد، مساوات ۱۲.۲۱ ذیل دیگی۔

$$\begin{aligned} F_w &= \frac{ga(M/2 + m/3)}{h} \\ &= \frac{(9.8 \text{ m s}^{-2})(7.58 \text{ m})(72/2 \text{ kg} + 45/3 \text{ kg})}{9.3 \text{ m}} \\ &= 407 \text{ N} \approx 410 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

اب ہمیں شکل 7d.12 اور قوت کی توازن کی مساوات استعمال کرنی ہوگی۔ مساوات $F_{\text{مخ},x} = 0$ ذیل دیگی:

$$F_w - F_{px} = 0$$

لہذا ذیل ہوگا۔

$$F_{px} = F_w = 410 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

مساوات $F_{\text{مخ},y} = 0$ ذیل دیگی:

$$F_{py} - Mg - mg = 0$$

لہذا ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} F_{py} &= (M + m)g = (72 \text{ kg} + 45 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) \\ &= 1146.6 \text{ N} \approx 1100 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□

نمونہ سوال ۱۲.۳: پیسا کے جھکا بڑھ کا توازن

منرض کریں پیسا کا بڑھ، رداس $R = 9.8 \text{ m}$ ، کا حنائی یکساں بیلن ہے، جو $h = 60 \text{ m}$ بلند ہے۔ اس کا مرکز کیت، وسطی محور پر، $h/2$ بلندی پر پایا جاتا ہے۔ شکل 8a.12 میں بیلن سیدھا کھڑا ہے۔ شکل 8b.12 میں بیلن دائیں طرف (بڑھ کے جنوب جانب) $\theta = 5.5^\circ$ جھکا ہے، جو مرکز کیت کو d فاصلہ دور کرتا ہے۔ منرض کریں، زمین صرف دو قوت بڑھ پر پیدا کرتی ہے۔ عمودی قوت \vec{F}_{NL} بائیں (شمالی) دیوار پر، اور عمودی قوت \vec{F}_{NR} دائیں (جنوبی) دیوار پر۔ جھکاؤ کی بدولت قدر F_{NR} میں کتنی فی صد تبدیلی رونما ہوتی ہے؟

کلیدی تصور

چونکہ بڑھ کھڑا ہے، یہ توازن میں ہوگا اور کسی بھی نقطہ کے لحاظ سے اس کر قوت سروٹ کا مجموعہ صفر ہوگا۔
 حجاب: ہم دائیں دیوار پر F_{NR} جانب چاہتے ہیں، ناکہ بائیں دیوار پر F_{NL} لہذا بائیں طرف چول رکھ کر قوت سروٹ کا حساب کرتے ہیں۔ سیدھا کھڑے بڑھ پر عمل پیرا قوت شکل 8c.12 میں دیے گئے ہیں۔ تجاذبی قوت mg ، جو مرکز کیت پر عمل کرتی ہے، کا خط عمل انتصابی ہے اور اس کا معیار اثر کا بازو (چول سے خط عمل کا عمود دار فاصلہ) R ہے۔ منتخب چول کے لحاظ سے اس قوت کے ساتھ وابستہ قوت سروٹ بڑھ کو گھڑی وار گھمانے کی کوشش کرتی ہے لہذا یہ منفی ہوگی۔ جنوبی دیوار پر عمود دار قوت \vec{F}_{NR} کا خط عمل انتصابی ہے، اور اس کا معیار اثر کا بازو $2R$ ہے۔ چول پر اس قوت سے وابستہ قوت سروٹ خلاف گھڑی گھاوپیدا کرتی ہے لہذا یہ مثبت ہوگی۔
 آئیں قوت سروٹ کے توازن کی مساوات ($\tau_{\text{مخ},z} = 0$) لکھیں:

$$-(R)(mg) + (2R)(F_{NR}) = 0$$

جو ذیل دیتی ہے۔

$$F_{NR} = \frac{1}{2}mg$$

یہ نتیجہ بغیر حل کیے ہم جان سکتے تھے: مرکز کیت وسطی محور پر پایا جاتا ہے، لہذا دایاں طرف سیلن کا نصف وزن اٹھاتا ہے۔

شکل 8b.12 میں مرکز کیت دائیں طرف منتقل ہے، جہاں d ذیل ہے۔

$$d = \frac{1}{2}h \tan \theta$$

قوت سروڑ کے توازن کی مساوات میں اب تذبذب قوت کا معیار اثر کا بازو $R + d$ ہوگا اور دائیں عمودی قوت کی قدر F'_{NR} نئی قیمت ہوگی (شکل 8d.12)۔ یوں ذیل لکھا جاتا ہے:

$$-(R + d)(mg) + (2R)(F'_{NR}) = 0$$

جو ذیل دیگا۔

$$F'_{NR} = \frac{R + d}{2R}mg$$

اس نئی قیمت کو پرانی قیمت سے تقسیم کر کے d کی قیمت ڈال کر ذیل ہوگا۔

$$\frac{F'_{NR}}{F_{NR}} = \frac{R + d}{R} = 1 + \frac{d}{R} = 1 + \frac{0.5h \tan \theta}{R}$$

اس میں $h = 60 \text{ m}$ ، $R = 9.8 \text{ m}$ ، اور $\theta = 5.5^\circ$ ڈال کر ذیل نتیجہ حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{F'_{NR}}{F_{NR}} = 1.29$$

یوں ہمارے سادہ نمونہ کے تحت، اگرچہ جھکاؤ بہت معمولی ہے، جنوبی دیوار پر قوت میں اضافہ تقریباً 30 فی صد بڑھا ہے، جس کی وجہ سے جنوبی دیوار پھٹنے کا خطرہ لاحق ہے۔ بارش کے ساتھ بروج کے نیچے سے مٹی نکل جانا جھکاؤ کی وجہ بنی ہے۔ بروج کے نیچے پانی کے انعکاس کا نظام نصب کر کے جھکاؤ پر متبویا گیا ہے۔ □

۱۲.۳ چکر

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. بلا تعین صورت جان پائیں گے۔

۲. جبر، بگاڑ، اور مقیاس ینگ کے تعلق کی مساوات تناو اور داب کے لئے استعمال کر پائیں گے۔
۳. مغلوبی مضبوطی اور اخیر مضبوطی میں منرق جان پائیں گے۔
۴. جبر، بگاڑ، اور مقیاس قینچ کی مساوات کا اطلاق قینچ کرنے (کاٹنے) کے لئے کر پائیں گے۔
۵. ماتوائی داب، بگاڑ، اور مقیاس حجم کے تعلق کی مساوات کا اطلاق ماتوائی جبر کے لئے کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- جسم پر قوتوں کی عمل سے جسم کے لچکی رویہ (منح ہونے) کو تین مقیاس پکڑ بیان کرتے ہیں۔ بگاڑ (لبانی میں کسری تبدیلی) اور اطلاقی جبر (اکائی رقبہ پر قوت) کا (درج ذیل) رشتہ خطی ہے، جہاں تناسبی مستقل مقیاس کہلاتا ہے۔

$$\text{بگاڑ} \times \text{مقیاس} = \text{جبر}$$

- تان یا داب کی صورت میں جبر و بگاڑ کا رشتہ ذیل لکھا جاتا ہے:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

- جہاں $\Delta L/L$ جسم میں تان یا داب کا بگاڑ، F بگاڑ پیدا کرنے والی لاگو قوت کی مقدار، A عمودی تراش کا رقبہ ہے جس پر F (رقبہ کو عمود دار) لاگو کی گئی ہے، اور E جسم کا مقیاس ینگ ہے۔ جبر F/A ہوگا۔

- قینچ جبر کی صورت میں جسم کا جبر و بگاڑ رشتہ ذیل لکھا جاتا ہے:

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L}$$

- جہاں $\Delta x/L$ جس کا قینچ بگاڑ، Δx لاگو قوت \vec{F} کے رخ میں جسم کے ایک سر کا ہٹاؤ، اور G جسم کا مقیاس قینچ ہے۔ جبر F/A ہوگا۔

- ماتوائی داب کی صورت میں جسم پر اطراف کا سیال جبر لاگو کرتا ہے؛ جبر و بگاڑ کا رشتہ ذیل لکھا جائے گا:

$$p = B \frac{\Delta V}{V}$$

- جہاں p جسم پر سیال کا دباؤ (ماتوائی جبر) ہے، $\Delta V/V$ دباؤ کی پیدا (بگاڑ) جسم کے حجم میں مطلق کسری تبدیلی ہے، اور B جسم کا مقیاس حجم ہے۔

بلا تعین جسم

اس باب کے مسائل میں ہمارے پاس صرف تین غیر تابع مساوات ہوں گے، عموماً توازن قوت کی دو اور محور گھماؤ پر توازن قوت سرور کی ایک مساوات ہوگی۔ یوں، اگر کسی مسئلے میں تین سے زیادہ نامعلوم متغیر ہوں، ہم اس کو حل کرنے سے قاصر ہوں گے۔

غیر میٹاکل بوجھ سے لدے ہوئی گاڑی پر غور کریں۔ اس کے چاروں پہیوں پر ایک دوسرے سے مختلف قوت کیا ہیں؟ چونکہ ہمارے پاس صرف تین مساوات ہیں لہذا ان قوتوں کو معلوم کرنا ممکن نہیں۔ اسی طرح، تین پائے کے میز کا توازن کا مسئلہ ہم حل کر سکتے ہیں، تاہم چار پائے کے میز کے لئے حل ممکن نہیں ہوگا۔ اس طرح کے مسائل جن میں مساوات سے نامعلوم متغیر کی تعداد زیادہ ہو، بلا تعین کہلاتے ہیں۔

اس کے باوجود، حقیقی دنیا میں بلا تعین مسائل کے حل موجود ہیں۔ اگر آپ گاڑی کے پہیوں کو چار مختلف ترازو پر رکھیں، یقیناً ترازو غیر مبہم نتائج دیں گی؛ جن کا مجموعہ عین گاڑی کے وزن کے برابر ہوگا۔ ایسی کونسی بات ہے جو ہم نہیں جانتے، اور جس کے نہ جاننے ہوئے ہم مسئلہ حل کرنے سے قاصر ہیں؟

حقیقت یہ ہے، کہے بغیر، ہم جن اجسام پر سکونی توازن کی مساوات کا اطلاق کرتے ہیں، ہم انہیں کامل استوار تصور کرتے ہیں۔ یعنی ہم فرض کرتے ہیں کہ لاگو قوت ان اجسام کو کسی طرح بھی منہ نہیں کرتی۔ درحقیقت کامل استوار جسم کہیں نہیں پایا جاتا۔ مثلاً، گاڑی کے پہیے آسانی سے بوجھ تلے منہ ہو کر سکونی توازن کے مقام پر بیٹھتے ہیں۔

آپ کا واسطہ چار پائے کے لڑکھڑاتے میز سے ضرور پڑا ہوگا۔ ایک پائے کے نیچے تہ دار کاغذ رکھ کر اسے مستحکم کیا جاسکتا ہے۔ میز پر باقی بھٹانے سے اگر میز ٹوٹ نہ جائے، آپ یقین کر سکتے ہیں اس کے پائے گاڑی کے پہیوں کی طرح منہ ہوں گے۔ چاروں پائے زمین کو مس کریں گے، ان پر زمین سے عمود دار قوتیں غیر مبہم (اور ایک دوسرے سے مختلف) قیمت اختیار کریں گی، اور میز لڑکھڑائے گا نہیں (شکل 9.12)۔ ایسی یا اس سے ملتی جلتی صورتوں میں، جہاں منہ ہونا شامل ہو، ہم قوت کی انفرادی قیمت کیسے جان سکتے ہیں؟

بلا تعین مسئلہ حل کرنے کے لئے، توازن کی مساوات کے ساتھ ہمیں پلک کی معلومات بھی بروئے کار لانی ہوگی۔ طبیعیات کی وہ شاخ جو قوت کے زیر اثر اجسام کے منہ جانے کی بات کرتی ہے، پلک کہلاتی ہے۔

آزمائش ۳

چھت سے یکساں سلاخ، جس کا وزن 10 N ہے، دو دھاروں سے لٹکایا گیا ہے، جو سلاخ پر اوپر وار \vec{F}_1 اور \vec{F}_2 قوت پیدا کرتے ہیں۔ شکل؟ میں سلاخ چار مختلف نقطوں سے باندھ کر لٹکایا گیا ہے۔ ان میں کونسی صورت بلا تعین ہے، اگر ہے بھی۔ (بلا تعین صورت میں ہم \vec{F}_1 اور \vec{F}_2 معلوم نہیں کر پائیں گے۔)

□

پکچر

بہت سارے جوہر، تین بُعدی حبابی میں متوازن معامات پر بیٹھ کر، دھاتی جسم، مثلاً، کیل بناتے ہیں۔ تین بُعدی حبابی تکراری نظم و ضبط رکھتی ہے اور اس میں ہر جوہر متر ہی جوہر سے مقررہ فاصلے پر ہوگا۔ تین جوہر قوتیں، جنہیں شکل 10.12 میں اسپرنگ سے ظاہر کیا گیا ہے، جوہر کو اپنی جگہ پر رکھتی ہیں۔ یہ حبابی حیرت کن استواریت رکھتی ہے؛ دوسرے لفظوں میں تین جوہر قوت نہایت طاقتور ہیں، اور شکل 10.12 میں اسپرنگ بہت زیادہ اکڑ ہوں گے۔ یہی وجہ ہے، ہم عام اجسام، مثلاً، دھاتی سیرم، میز، اور پیچ کو کامل استوار سمجھتے ہیں۔ ہاں ربر اور پلاسٹک کے اجسام ہمیں استوار نظر نہیں آتے۔ ان اجسام کے جوہر شکل 10.12 کی طرح استوار حبابی نہیں بناتے؛ بلکہ یہ سالماتی چکیلی زنجیر بناتے ہیں جو متر ہی زنجیر کے ساتھ ڈھیلی جھنکی رکھتے ہیں۔

حقیقی ”استوار“ اجسام کسی حد تک لچکی ہوں گے، اور یوں انہیں دبا کر، تان کر، اور سروڑ کر ہم ان کی شکل و صورت معمولی تبدیل کر سکتے ہیں۔ درپیش معتمدیر جاننے کے لئے، چھت سے انتصابی لٹکی فولادی سلاخ پر غور کرتے ہیں، جس کی لمبائی 1 m اور قطر 1 cm ہے۔ سلاخ کے سرے چھوٹی گاڑی لٹکانے سے سلاخ کی لمبائی میں 0.5 mm یعنی 0.05 % کا اضافہ ہوگا۔ مزید، گاڑی ہٹانے پر سلاخ واپس اپنی اصل لمبائی اختیار کرتی ہے۔

سلاخ سے دو گاڑیاں لٹکانے پر، سلاخ ہمیشہ کے لئے کھنچ جاتی ہے، اور وزن ہٹانے سے اصل لمبائی اختیار نہیں کرتی۔ تین گاڑیاں لٹکانے پر، سلاخ ٹوٹ جائے گی۔ عین ٹوٹنے سے قبل، لمبائی میں اضافہ 0.2 % سے کم ہوگا۔ اگرچہ جامت کے اضلاع میں تبدیلی زیادہ نہیں، انجینئری میں اس کے دور رس نتائج ہوں گے۔ (آیا جہاز کا پڑ جہاز کے ساتھ جبراً ہے گا، یقیناً، یہ اہمیت کے حامل بات ہے۔)

تین طریقے۔ قوت لاگو کرنے پر، ٹھوس جسم کا طول و عرض تین طرح تبدیل ہو سکتا ہے۔ شکل 11a.12 میں، سیلن کھنچ کر لمب کیا گیا ہے۔ شکل 11b.12 میں، سیلن کی لمبی محور کو عمود دار قوت لاگو کر کے سیلن منحن کیا گیا ہے۔ شکل 11c.12 میں سیال میں ٹھوس جسم رکھ کر بلند داب کے زیر اثر تمام اطراف سے جسم دبایا گیا ہے۔ منحن ہونے کی ان تین صورتوں میں یہ بات مشترک ہے کہ جبر، یعنی اکائی رقبہ پر لاگو قوت، جسم میں بگاڑ^۱ (کسری تبدیلی) پیدا کرتا ہے۔ شکل 11a.12 میں تناوی جبر، شکل 11b.12 میں قنچ جبر، اور شکل 11c.12 میں ماقوائی جبر دکھایا گیا ہے۔

جبر اور بگاڑ تینوں صورتوں میں مختلف روپ اختیار کرتے ہیں، تاہم انجینئری کے مقاصد کے لئے جبر اور بگاڑ راست متناسب ہیں۔ راست متناسب کا مستقل **مقیاس پکچر** کے کبلا تا ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$\text{بگاڑ} \times \text{مقیاس} = \text{جبر} \quad (12.22)$$

تناوی خاصیت کے معیاری پرکھ میں پرکھی سیلن (جیسا شکل 12.12 میں دکھایا گیا ہے) پر تناوی جبر صفر قیمت سے آہستہ آہستہ بڑھایا جاتا ہے حتیٰ کہ سیلن ٹوٹ جائے، اور ساتھ ساتھ بگاڑ ناپ کر ترسیم کی جاتی ہے۔ یوں شکل 13.12 کی طرز کی جبر بالمقابل بگاڑ ترسیم حاصل ہوگی۔ لاگو جبر کی وسیع حد تک جبر اور بگاڑ کا تعلق خطی ہے، اور جبر ہٹانے پر پرکھی جسم واپس اصل طول و عرض اختیار کرتا ہے؛ اس خطی خطہ میں مساوات 12.22

stress^۵
strain^۶
modulus of elasticity^۷

کا اطلاق ہوگا۔ پرکھی جسم کی مغلوبہ مضبوطی S_y^A سے جبر بڑھانے پر جسم ہمیشہ کے لئے مسخ ہو جاتا ہے۔ جبر مسلسل بڑھانے پر جب اخیر مضبوطی S_u^A کو پہنچتی ہے، جسم ٹوٹ جاتا ہے۔

تان اور داب

سادہ تان یا داب کے لئے، جسم پر جبر کی تعریف F/A ہے، جہاں جسم کے رقبہ A پر عمود دار قوت کی مقدار F ہے۔ بگاڑ سے مسر ادبے بعد مقدار $\Delta L/L$ ہے، جو جسم کی لمبائی میں کسری (یا بعض اوقات فی صد) تبدیلی ہوگی۔ اگر جسم ایک لمبی سلاح ہو اور جبر مغلوبہ مضبوطی سے تجاوز نہ کرے، ناصر ف پوری سلاح کا بگاڑ بلکہ اس کے ہر ٹکڑے کا بگاڑ دیے گئے جبر کے لئے ایک جتنا ہوگا۔ چونکہ بگاڑ بے بعد ہے، مساوات ۱۲.۲۲ میں مقیاس کے بعد وہی ہوگا جو جبر کا ہے؛ یعنی قوت فی اکائی رقبہ۔

تناوی اور دباؤ جبر کے مقیاس کو **مقیاس ینگ**^{۱۰} کہتے ہیں، جس کو انجینئری میں E سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں مساوات ۱۲.۲۲ ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (12.23)$$

جسم میں بگاڑ $\Delta L/L$ یا آسانی بگاڑ **پیم** سے ناپا جاتا ہے (شکل 14.12)، جس کو جسم کے ساتھ گوند سے چسپاں کیا جاتا ہے؛ اس کے برقی خواص بگاڑ پر منحصر ہیں، جنہیں ناپ کر بگاڑ ناپا جاتا ہے۔

اگرچہ تان اور داب دونوں میں جسم کا مقیاس ینگ تقریباً ایک ہو سکتا ہے، جسم کی اخیر مضبوطی جبر کے دو قسموں کے لئے بالکل مختلف ہوگی۔ کانکریٹ (کنکر اور سینٹ کے مالے سے بنائی گئی) داب میں انتہائی مضبوط لیکن تان میں اتنی کمزور کہ تان کی صورت میں کہیں استعمال نہیں ہوتی۔ جدول ۱۲.۱ میں انجینئری دلچسپی کے چند اشیاء کے مقیاس ینگ اور دیگر لچکی خواص پیش ہیں۔

قیچ

قیچ کی صورت میں بھی جبر فی اکائی رقبہ قوت ہوگا، تاہم قوت سمتیہ رقبے کے مستوی میں ہوگا نہ کہ رقبے کو عمود دار۔ بگاڑ بے بعد نسبت $\Delta x/L$ ہوگی، جہاں متادیر کی تعریف شکل 11b.12 میں پیش ہے۔ مطابقتی مقیاس، جس کو انجینئری شعبہ میں G سے ظاہر کیا جاتا ہے، کو **مقیاس قیچ**^{۱۲} کہتے ہیں۔ قیچ کے لئے مساوات ۱۲.۲۲ ذیل لکھی جائے گی۔

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L} \quad (12.24)$$

گھا کے دوران بوجھ پڑنے پر دھرا قیچ سے ٹوٹتا ہے اور جھکنے کے دوران ہڈی قیچ سے ٹوٹتی ہے۔

yieldstrength^۸
ultimatestrength^۹
Young'smodulus^{۱۰}
strain^{۱۱}
shear modulus^{۱۲}

جدول ۱۲.۱: انجینئری دلچسپی کے منتخب اشیاء کے چند لچکی خواص

مادہ	کثافت ρ (kg m^{-3})	مقیاس ینگ E (10^9 N m^{-2})	اخیر مضبوطی S_u (10^6 N m^{-2})	مغلوبی مضبوطی S_y (10^6 N m^{-2})
فولاد	7860	200	400	250
سلور	2710	70	110	95
شیشہ	2190	65	50	—
کانکریٹ	2320	30	40	—
لکڑ	525	13	50	—
ہڈی	1900	9	170	—
پالی اسٹرن	1050	3	48	—

ماقوائی جبر

شکل 11c.12 میں سیال کا دباؤ (فشار سیال) p جسم پر جبر پیدا کرتا ہے، اور جیسا آپ باب 14 میں دیکھیں گے، دباؤ کی تعریف اکائی رقبہ پر قوت ہے۔ ہگڑ $\Delta V/V$ ہوگا، جہاں جسم کا اصل (ابتدائی) حجم V اور حجم میں تبدیلی کی مطلق قیمت ΔV ہے۔ مطابقتی مقیاس، جس کی علامت B ہے، مادے کا مقیاس $\Delta V/V$ کا کہلاتا ہے۔ ہم کہتے ہیں جسم زیر ماقوائی دباؤ ہے، اور دباؤ کو ماقوائی جبر پر کارا حساب کتا ہے۔ یہاں مساوات ۱۲.۲۲ ذیل لکھی جائے گی۔

$$p = B \frac{\Delta V}{V} \quad (12.25)$$

پانی کے لئے مقیاس جسم $2.2 \times 10^9 \text{ N m}^{-2}$ اور فولاد کے لئے عددی $1.6 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ ہے۔ بحر اکاہل کی تہہ میں، جو اوسطاً 4000 m ہے، دباؤ $4.0 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$ ہوگا۔ اس گہرائی پر پانی کے دباؤ سے پانی کے حجم میں کسری تبدیلی $\Delta V/V$ کی قیمت 1.8% ہوگی؛ فولادی جسم کے لئے صرف 0.025% ہوگی۔ عموماً، ٹھوس اجسام، استوار جوہری حبائی کی بدولت، سیال سے کم داب پذیر ہوں گے، جس میں جوہر یا سالہ فتر جی جوہر یا سالہ کے ساتھ کمزور جفتگی رکھتا ہے۔

نمونہ سوال ۱۲.۵: کھینچے سلاخ میں جبر اور ہگڑ

فولادی سلاخ کا ایک سر شنبہ میں پکڑ کر، دوسرے سر کی سطح پر $F = 62 \text{ kN}$ فتر کی عمود دار قوت (سطح پر یکساں) لاگو کر کے سلاخ کھینچی جاتی ہے۔ قوت لاگو کرنے سے قبل، سلاخ کا رداس $R = 9.5 \text{ mm}$ اور لمبائی $L = 81 \text{ cm}$ ہے۔ سلاخ پر جبر، سلاخ کی طوالت، اور ہگڑ کیا ہیں؟

کلیدی تصورات

(1) اسلخ کے سر پر قوت عمود دار اور یکساں ہے لہذا قوت کی قدر F اور رقبہ A کی نسبت، جبر ہوگا۔ مساوات ۱۲.۲۳ کا بائیں ہاتھ یہی نسبت ہے۔ (2) طوالت ΔL کا جبر اور مقیاس ینگ E سے تعلق مساوات ۱۲.۲۳ $(F/A = E\Delta L/L)$ دیتی ہے۔ (3) طوالت اور اصل لمبائی L کی نسبت بگاڑ ہوگا۔
 حماچہ: جبر تلاش کرنے کے لئے ہم درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \text{جبر} = \frac{F}{A} &= \frac{F}{\pi R^2} = \frac{6.2 \times 10^4 \text{ N}}{(\pi)(9.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \\ &= 2.2 \times 10^8 \text{ N m}^{-2} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

فولاد کا مغبولی جبر $2.5 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ ہے، لہذا اسلخ ٹوٹنے کے قریب ہوگی۔
 فولاد کا مقیاس ینگ جدول ۱۲.۱ سے دیکھ کر معلوم کرتے ہیں۔ یوں مساوات ۱۲.۲۳ سے ذیل طوالت حاصل ہوگی۔

$$\begin{aligned} \Delta L &= \frac{(F/A)L}{E} = \frac{(2.2 \times 10^8 \text{ N m}^{-2})(0.81 \text{ m})}{2.0 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}} \\ &= 8.9 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.89 \text{ mm} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

بگاڑ ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \frac{\Delta L}{L} &= \frac{8.9 \times 10^{-4} \text{ m}}{0.81 \text{ m}} \\ &= 1.1 \times 10^{-3} = 0.11 \% \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□

نمونہ سوال ۱۲.۶: لوکھڑاتے میز کا توازن

ایک میز کے تین پائے 1.00 m اور چوہت $d = 0.50 \text{ mm}$ زیادہ لمبے ہیں، جس کی بدولت میز لڑکھڑاتا ہے۔ میز پر $M = 290 \text{ kg}$ کمیت کا فولادی سیلن رکھنے سے میز کے چاروں پائے زیر داب ہوتے ہیں اور میز لڑکھڑاتا بند کرتا ہے۔ (میز کی کمیت M سے بہت کم ہے۔) پائے لکڑے کے ہیں اور ان کا عمودی تراش رقبہ $A = 1.0 \text{ cm}^2$ اور مقیاس ینگ $E = 1.3 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ ہے۔ فشرش سے میز کے پایوں پر قوت کی قدریں معلوم کریں۔

کلیدی تصورات

ہم میز اور فولادی سیلن کو تلفظ مانتے ہیں۔ صورت حال شکل 9.12 کی طرح ہے؛ فشرش صرف اتنا ہے کہ یہاں میز پر فولادی سیلن رکھا گیا ہے۔ اگر میز کا بالائے تختہ استوا سطح ہو، پائے لازماً درج ذیل طرح زیر داب ہوں گے: ہر چھوٹا پایا برابر دبا ہوگا (ہم اس مقدار کو ΔL_3 لکھتے ہیں) لہذا تینوں پر قوت کی ایک جتنی قدر F_3 عمل کرے گی۔ واحد لمبایا

زیادہ دبے گا (جس کو ہم ΔL_4 لکھتے ہیں) لہذا اس پر قوت کی مقدار F_4 بڑی ہوگی۔ دوسرے لفظوں میں میز کا تختہ استوا ہونے کی صورت میں ذیل ہوگا۔

$$\Delta L_4 = \Delta L_3 + d \quad (12.26)$$

مساوات ۱۲.۲۳، لمبائی میں تبدیلی اور اس تبدیلی کو پیدا کرنے والی مقدار کا تعلق $\Delta L = FL/AE$ دیتی ہے، جہاں پائے کی اصل لمبائی L ہے۔ مساوات ۱۲.۲۶ میں ΔL_3 اور ΔL_4 کے لئے یہ تعلق استعمال کیا جاسکتا ہے۔

حاجہ: یوں اس تعلق سے ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\frac{F_4 L}{AE} = \frac{F_3 L}{AE} + d \quad (12.27)$$

اس مساوات میں دو نامعلوم متغیرات، F_3 اور F_4 ہیں لہذا اسے حل کرنا ممکن نہیں۔

F_3 اور F_4 کی دوسری مساوات لکھنے کی غرض سے ہم انتہائی y محور منتخب کر کے انتہائی قوتوں کی توازن کی مساوات ($F_{y, \text{نتیجہ}} = 0$) لکھتے ہیں:

$$3F_3 + F_4 - Mg = 0 \quad (12.28)$$

جہاں نظام پر تہ ذیلی قوت Mg کے برابر ہے۔ (تین پایوں پر قوت \vec{F}_3 ہے۔) ہم مزاد مساوات ۱۲.۲۷ اور مساوات ۱۲.۲۸، مثلاً F_3 کے لئے، حل کرنے کے لئے ہم مساوات ۱۲.۲۸ سے $Mg - 3F_3 = F_4$ لکھ کر مساوات ۱۲.۲۷ میں ڈالتے ہیں، جس کو حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} F_3 &= \frac{Mg}{4} - \frac{dAE}{4L} \\ &= \frac{(290 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2})}{4} - \frac{(5.0 \times 10^{-4} \text{ m})(10^{-4} \text{ m}^2)(1.3 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2})}{(4)(1.00 \text{ m})} \\ &= 548 \text{ N} \approx 5.5 \times 10^2 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

مساوات ۱۲.۲۸ سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} F_4 &= Mg - 3F_3 = (290 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) - 3(548 \text{ N}) \\ &\approx 1.2 \text{ kN} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ہر چھوٹا پایا 0.42 m اور لمبا پایا 0.92 m دبا ہے۔

نظر ثانی اور خلاصہ

سکونی توازن جب استوار جسم ساکن ہو ہم کہتے ہیں وہ **سکونی توازن** ^{۱۳} میں ہے۔ ایسے جسم پر بیرونی قوتوں کا سستی مجموعہ صفر کے برابر ہوگا۔

$$\vec{F}_{\text{نی}} = 0 \quad (\text{توازن قوت}) \quad (۱۲.۳)$$

اگر تمام قوت xy مستوی میں ہوں، یہ سستی مساوات ذیل دو جزوی مساوات کی معادل ہے۔

$$F_{\text{نی},x} = 0 \quad \text{اور} \quad F_{\text{نی},y} = 0 \quad (\text{توازن قوت}) \quad (۱۲.۸, ۱۲.۴)$$

سکونی توازن سے یہ بھی مراد ہے کہ کسی بھی نقطہ کے لحاظ سے جسم پر بیرونی قوت مسروڑ کا سستی مجموعہ صفر کے برابر ہوگا۔

$$\vec{\tau}_{\text{نی}} = 0 \quad (\text{توازن قوت مسروڑ}) \quad (۱۲.۵)$$

اگر قوت xy مستوی میں ہوں، تمام قوت مسروڑ سمتیات محور z کو متوازی ہوں گے، اور مساوات ۱۲.۵ ذیل واحد جزوی مساوات کی معادل ہوگی۔

$$\tau_{\text{نی},z} = 0 \quad (\text{توازن قوت مسروڑ}) \quad (۱۲.۹)$$

مرکز کمیتے جسم کے ہر حصے پر تجاذبی قوت انفرادی طور پر عمل کرتی ہے۔ انفرادی اعمال کا صافی اثر جاننے کے لئے جسم کے مرکز کمیتے پر مساوی کل تجاذبی قوت \vec{F}_g تصور کرنا ہوگا۔ اگر جسم کے تمام حصوں پر ثقلی اسراع g ایک ہو، مرکز کمیت اور مرکز ثقل ایک نقطہ پر ہوں گے۔

مقیاس پکے جسم پر عمل پیرا قوتوں کو جسم کا رد عمل، جو منحنی ہونے کی صورت میں ہوگا، تین مقیاس پکے سے بیان کیا جاتا ہے۔ بگاڑ (لمبائی میں کسری تبدیلی) اور پھر (اکائی رقبے پر قوت) کا تعلق خطی ہے، جہاں تناسب کا مستقل مقیاس کہلاتا ہے۔ ان کا عمومی رشتہ ذیل ہے۔

$$\text{بگاڑ} \times \text{مقیاس} = \text{جبر} \quad (۱۲.۲۲)$$

تائز اور دابے جب جسم تان یا داب کے زیر اثر ہو، مساوات ۱۲.۲۲ ذیل لکھی جائے گی:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (۱۲.۲۳)$$

جہاں $\Delta L/L$ جسم کا تناؤ، بگاڑ یا داب بگاڑ ہے، F لاگو قوت \vec{F} کی مقدار، A وہ رقبہ عمودی تراش ہے جس پر قوت \vec{F} (شکل 11a.12 میں عموددار) عمل کرتی ہے، اور E جسم کا مقیاس پکے ہے۔ جبر F/A ہوگا۔

تفہیم جب جسم جبر قوت کے زیر اثر ہو، مساوات ۱۲.۲۲ ذیل لکھی جائے گی:

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L}$$

جہاں $\Delta x/L$ جسم کا بگاڑ تفہیم ہے، Δx لاگو قوت \vec{F} کے رخ (جیسا شکل 11b.12 میں دکھایا گیا ہے) جسم کے ایک سر کا ہوا ہے، اور G جسم کا مقیاس تفہیم ہے۔ جبر F/A ہوگا۔

ماقوانہ جبر جب تمام اطراف سے سیال کا دباؤ جسم پر ماقوانی دباؤ ڈالتا ہو، مساوات ۱۲.۲۲ ذیل لکھی جائے گی:

$$p = B \frac{\Delta V}{V} \quad (12.25)$$

جہاں جسم پر سیال کی وجہ سے دباؤ (ماقوانی جبر) p ہے، بگاڑ $\Delta V/V$ جسم کے حجم میں p کی بدولت مطلق کسری تبدیلی ہے، اور B جسم کا مقیاس حجم ہے۔

سوالات

سوال ۱۲.۱: سلاخ کا ایک سر دیوار کے ساتھ چولدار ہے، جبکہ سلاخ کا دوسرا سر اسرستی سے باندھا گیا ہے (شکل 15.12)۔ لکھ کر حساب کیے بغیر دی گئی تین صورتوں کی درجہ بندی (۱) اسرستی سے سلاخ پر قوت، (ب) سلاخ پر چول کے انتصابی قوت، اور (ج) چول سے سلاخ پر افقی قوت کی مقدار کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر کریں۔

سوال ۱۲.۲: استوار شہتیر دو ستون پر رکھا گیا ہے جو زمین میں دھننے ہوئے ہیں (شکل 16.12)۔ بھاری تجوری چھ مختلف مقامات پر باری باری رکھی جاتی ہے۔ شہتیر کی کمیت نظر انداز کریں۔ (۱) ستون A پر زیادہ سے زیادہ داب اول رکھ کر اور زیادہ سے زیادہ تان آخر میں رکھ کر، ان مقامات کی درجہ بندی کریں، اور وہ مقام (اگر موجود ہو) معلوم کریں جو ستون پر صفر قوت دیگا۔ (ب) ستون B پر قوت کے لحاظ سے ان مقامات کی درجہ بندی کریں۔

سوال ۱۲.۳: گھومتے ہوئے یکاں فتر ص، جو بلار گڑ فتر ص پر پھسل کر حرکت کرتا ہے، کے فضائی جائزہ شکل 17.12 میں پیش ہیں۔ ہر ایک فتر ص پر F ، $2F$ ، اور $3F$ فتر کی تین قوتیں چکر پر، یا وسط پر، اور پاچا اور وسط کے نصف فاصلے پر، عمل کرتی ہیں۔ قوت سمتیاء فتر ص کے ساتھ گھومتے ہیں، اور شکل 17.12 میں ان کا لحاظ رخ دائیں یا بائیں ہے۔ کون کون سے فتر ص توازن میں ہیں؟

سوال ۱۲.۴: ایک سیزھی بلار گڑ دیوار کے ساتھ ٹیک لگا کر کھڑی ہے، جبکہ فتر ص کی رگڑی قوت اس کو پھسل کر گرنے سے روکتی ہے۔ فتر ص کریں آپ سیزھی کے پیندا کو دیوار کے فتر ص لاتے ہیں۔ بتائیں درج ذیل میں کون فتر کے لحاظ سے بڑھتا ہے، گھٹتا ہے، یا وہی رہتا ہے؟ (۱) فتر ص سے سیزھی پر انتصابی قوت، (ب) دیوار سے سیزھی پر قوت، (ج) فتر ص کی سیزھی پر سکونی رگڑی قوت، اور (د) سکونی رگڑی قوت کی زیادہ سے زیادہ قیمت بلند تر f_s ۔

سوال ۱۲.۵: چار کھلونا پرندے شکل 18.12 میں تین بلاکیت سلاخوں سے لٹکے دکھائے گئے ہیں۔ تمام سلاخ افقی ہیں۔ ہر سلاخ ڈور سے لٹکی ہے جو سلاخ کے بائیں سر سے ایک چوہتائی فاصلے پر باندھی گئی ہے۔ اگر پرندہ 1 کی کمیت $m_1 = 48 \text{ kg}$ ہو، (۱) پرندہ 2، (ب) پرندہ 3، اور (ج) پرندہ 4 کی کمیت کیا ہوگی؟

سوال ۱۲.۶: یکساں ڈنڈا، جس پر چار قوت عمل کرتی ہیں، کا نصفائی جانزہ شکل 19.12 میں پیش ہے۔ فرض کریں ہم محور گھماؤ نقطہ O پر رکھ کر قوت مسروڑ تلاش کر دیکھیں قوت مسروڑ توازن میں ہیں۔ کیا قوت مسروڑ تب بھی توازن میں ہوں گی اگر ہم محور گھماؤ (i) نقطہ A پر (ڈنڈے پر)، (ب) نقطہ B پر (ڈنڈے کی سیدھ میں)، (ج) نقطہ C پر (ڈنڈے کی ایک جانب) رکھیں؟ (د) فرض کریں نقطہ O پر قوت مسروڑ توازن میں نہیں ہیں۔ کیا کوئی نقطہ ایسا ہوگا جس پر قوت مسروڑ توازن میں ہوں گی؟

سوال ۱۲.۷: ساکن سلاخ AC، جس کی کمیت 5.0 kg ہے، دیوار کے ساتھ رستی، اور سلاخ اور دیوار کے بیچ رگڑ کی مدد سے رکھا گیا ہے (شکل 20.12)۔ یکساں سلاخ کی لمبائی 1 m ہے اور زاویہ $\theta = 30^\circ$ ہے۔ (i) واحد مساوات استعمال کر کے سلاخ پر رستی کی قوت T کی مقدار تلاش کرنے کے لئے محور گھماؤ کس نقطہ پر رکھنا ہوگا؟ اس محور کے لحاظ سے، اور خلاف گھڑی قوت مسروڑ مثبت لیتے ہوئے، (ب) سلاخ کے وزن کی قوت مسروڑ τ_{wO} اور (ج) سلاخ پر رستی کی کھینچ کی قوت مسروڑ τ_r کی علامت کیا ہوگی؟ (د) کیا τ_r کی مقدار τ_{wO} کی مقدار سے کم ہے، زیادہ ہے، یا دونوں برابر ہیں؟

سوال ۱۲.۸: تین کھلونے بلا کمیت جبر ثقل اور ڈور کے نظام سے لٹکے ہیں (شکل 21.12)۔ ایک ڈور چھت سے لٹک کر دائیں جبر ثقل سے ہو کر آخر کار بائیں ہاتھ نیچے جبر ثقل پر اختتام پذیر ہوتی ہے۔ جبر ثقل کے گرد ڈور آدھا چکر لپٹی ہے۔ دیگر چھوٹی ڈور سے جبر ثقل چھت سے، یا کھلونے جبر ثقل سے، لٹکائے گئے ہیں۔ دو کھلونوں کا وزن دیا گیا ہے۔ (i) تیسرے کھلونے کا وزن کیا ہے؟ (اشارہ: جب ڈور ایک جبر ثقل کے گرد آدھا چکر کاٹے، جبر ثقل پر ڈور کی تان کی دگنی قوت عمل کرتی ہے۔) (ب) بائیں ہاتھ چھوٹی ڈور، جس کی نشاندہی T سے کی گئی ہے، میں تان کتنی ہے؟

سوال ۱۲.۹: انتہائی سلاخ کا نچلا سر چول دار ہے جبکہ اس کا بالا سر رستی سے بندھا ہوا ہے (شکل 22.12)۔ سلاخ پر افقی قوت \vec{F}_a لاگو کی جاتی ہے۔ قوت لاگو کرنے کا نقطہ بلند کرنے سے کیا رستی میں تان بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا تبدیل نہیں ہوتی؟

سوال ۱۲.۱۰: افقی سل دور رستیوں، A اور B، سے لٹکی ہے (شکل 23.12)۔ مساوائے ابتدائی لمبائیوں کے، رستیاں متماثل ہیں۔ رستی A کے لحاظ سے سل کا مرکز کمیت B کے زیادہ متریب ہے۔ (i) سل کے مرکز کمیت پر قوت مسروڑ ناپتے ہوئے کیا A کی قوت مسروڑ کی مقدار B کی قوت مسروڑ کی مقدار سے زیادہ ہوگی، کم ہوگی، یا اس کے برابر ہوگی؟ (ب) سل پر کوئی رستی زیادہ قوت ڈالتی ہے؟ (ج) اگر اس وقت رستیوں کی لمبائیاں برابر ہے، کس رستی کی ابتدائی لمبائی (سل لٹکانے سے قبل) کم تھی؟

سوال ۱۲.۱۱: ذیل جدول میں تین سلاخوں کی ابتدائی لمبائیاں اور سلاخوں کے سر پر قوت لاگو کرنے کے بعد لمبائیوں میں تبدیلی پیش ہے۔ ہر گاڑ کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر، سلاخوں کی درجہ بندی کریں۔

ابتدائی لمبائی	لمبائی میں تبدیلی	
سلاخ A	$2L_0$	ΔL_0
سلاخ B	$4L_0$	$2\Delta L_0$
سلاخ C	$10L_0$	$4\Delta L_0$

سوال ۱۲.۱۲: سات حبر ثقیل شکل 24.12 میں دکھائے گئے ہیں۔ ایک لمبی رستی تمام حبر ثقیل کے گرد لپٹی ہے، جبکہ چھوٹی رستیاں حبر ثقیل کو چھت سے یا وزن کو حبر ثقیل سے لٹکاتی ہیں۔ ایک کے علاوہ تمام وزن (نیوٹن میں) دیے گئے ہیں۔ (۱) یہ وزن کتنا ہے؟ (اشارہ: جب رستی حبر ثقیل کے گرد نصف دائرہ لپٹی ہو، حبر ثقیل پر قوت رستی کے تناؤ کی دگنی ہوگی۔) (ب) چھوٹی رستی جس کی نشاندہی T سے کی گئی ہے، میں تان کتنی ہے؟

سوالات

توازن

سوال ۱۲.۱: روزمرہ اجسام کی پوری جامت پر g اتنا معمولی تبدیل ہوتا ہے کہ کسی بھی جسم کا مرکز کیت اور مرکز ثقل ایک تصور کیا جاسکتا ہے۔ آئیے ایک فرضی مثال لیتے ہیں جہاں g زیادہ تبدیل ہوتا ہو۔ شکل 25.12 میں چھ ذرے دو قطار میں، بلا کیت سلاخوں کے ڈھانچے پر جبڑا گیا ہے۔ ہر ذرے کی کیت m ہے۔ کنارے پر متری ذروں کے بیچ فاصلہ 2.00 m ہے۔ ذیل جدول ہر ذرے کے مقام پر g کی قیمت (ms^{-2} میں) دیتا ہے۔ دیا گیا محدود نظام استعمال کر کے چھ ذروی نظام کے مرکز کیت کا (۱) x محدود مرکز کیت x اور (ب) y محدود مرکز کیت y تلاش کریں۔ (ج) چھ ذروی نظام کے مرکز ثقل کا (ج) x محدود مرکز ثقل x اور (د) y محدود مرکز ثقل y تلاش کریں۔

ذره	g	ذره	g
1	8.00	4	7.40
2	7.80	5	7.60
3	7.60	6	7.80

سکونی توازن کی چند مثالیں

سوال ۱۲.۲: ایک گاڑی، جس کی کیت 1360 kg ہے، کے اگلے اور پچھلے دھروں کے بیچ 3.05 m فاصلہ ہے۔ مرکز کیت اگلے دھرے سے 1.78 m پیچھے ہے۔ استواز میں پر کھڑی گاڑی کے (۱) اگلے پیچے پر اور (ب) پچھلے پیچے پر زمین سے کتنی قوت پڑتی ہے؟

سوال ۱۲.۳: یکساں کرہ، جس کی کیت $m = 0.85 \text{ kg}$ اور رداس $r = 4.2 \text{ cm}$ ہے، بلا کیت رستی سے دیوار کے ساتھ بندھا ہے (شکل 26.12)۔ کرہ کے مرکز کیت سے $L = 8.0 \text{ cm}$ بلندی پر رستی دیوار سے بندھی ہے۔ (۱) رستی میں تناؤ اور (ب) دیوار سے کرہ پر قوت تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۴: کمان کو وسطی نقطہ سے کھینچا جاتا ہے حتیٰ کہ تیسرا انداز کی قوت اور ڈور میں تان برابر ہوں۔ ڈور کے دو حصوں میں زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۵: ایک رستی دو نقطوں کے بیچ افقی باندھی جاتی ہے۔ ان نقطوں کے بیچ فاصلہ 3.44 m ہے۔ رستی کے وسط سے 3160 N وزن لٹکانے سے، رستی 35.0 cm جھکتی ہے۔ رستی میں تان کیا ہے؟

سوال ۱۲.۶: ایک پاڑ، جس کی کمیت 60 kg اور لمبائی 5.0 m ہے، کو افقی حالت میں پاڑ کے سر پر بندھی انتہائی رتیاں رکھتی ہیں۔ پار کے ایک سرے 1.5 m فاصلے پر 80 kg کا شخص کھڑا ہے۔ (ا) متر مبی رستی اور (ب) دور رستی میں تان معلوم کریں۔

سوال ۱۲.۷: ایک شخص، جس کی کمیت 75 kg ہے، 10 kg کمیت کی 5.0 m لمبی سیڑھی استعمال کرتا ہے۔ سیڑھی کا ایک سر دیوار سے 2.5 m فاصلے پر اور دوسرا بلار گڑ دیوار کے ساتھ جوڑ کر، شخص سیڑھی چڑھتا ہے۔ (ا) سیڑھی کی دیوار پر قوت اور (ب) زمین کی سیڑھی پر قوت کی مقدار کیا ہے، اور (ج) افق کے ساتھ سیڑھی پر زمین کی قوت کا زاویہ کیا ہے؟

سوال ۱۲.۸: متوازن ہندولے پر بیٹھے گنتی دار بچوں کا وزن (نیوٹن میں) شکل 27.12 میں پیش ہے۔ چول f پر (ا) صفحہ سے باہر رخ اور (ب) صفحہ کے اندر رخ محور پر کونسا بچہ سب سے بڑی قوت سرور پیدا کرتا ہے؟

سوال ۱۲.۹: افقی میٹر مسطر تلوار کی دھار پر ۱۵ 50.0 cm کی نشان پر توازن میں ہے۔ 12.0 cm نشان پر دو سکے، جن کی انفرادی کمیت 5.00 g ہے، رکھنے سے مسطر 45.5 cm نشان پر توازن اختیار کرتا ہے۔ میٹر مسطر کی کمیت تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۱۰: شکل 28.12 کا نظام توازن میں ہے، اور درمیانی ڈور افقی ہے۔ سل A کا وزن 40 N، سل B کا وزن 50 N، اور زاویہ $\phi = 35^\circ$ ہے۔ (ا) تناؤ T_1 ، (ب) تناؤ T_2 ، (ج) تناؤ T_3 ، اور (د) زاویہ θ تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۱۱: ایک غوطہ باز، جس کا وزن 580 N ہے، $L = 4.5$ m لمبے بلا کمیت تختہ غوطہ پر کھڑا ہے۔ تختہ دو تیکے سے جوڑا گیا ہے، جن کے بیچ فاصلہ $d = 1.5$ m ہے۔ تختہ پر بائیں تیکے کی قوت (ا) کی مقدار اور (ب) رخ (اوپر یا نیچے) کیا ہیں؟ تختہ پر دائیں تیکے کی قوت (ج) کی مقدار اور (د) رخ کیا ہیں؟ (و) کونسا تیکہ (بایاں یا دائیں) کھچا جا رہا ہے، اور (و) کونسا تیکہ دبا جا رہا ہے؟

سوال ۱۲.۱۲: کیچر میں پھنسی گاڑی کو نکالنے کے لئے ایک شخص گاڑی کا اگلا حصہ رستی کے ذریعہ 18 m دور کھینچے کے ساتھ باندھ کر رستی کو وسطی نقطہ سے 550 N قوت کے ساتھ پہلو کی طرف کھینچتا ہے (شکل 30.12)۔ رستی کا وسطی نقطہ اپنی جگہ سے 0.30 m دور ہوتا ہے، تاہم گاڑی ٹس سے مس نہیں ہوتی۔ رستی سے گاڑی پر قوت کی مقدار کیا ہے؟ (رستی کھینچ کر لمبی ہوتی ہے۔)

سوال ۱۲.۱۳: شکل 31.12 میں ٹانگے کے نچلے حصہ اور پاؤں کی اندرونی ساخت پیش ہے۔ بچوں پر کھڑا ہونے کے لئے ایڑی زمین سے اٹھائی جاتی ہے اور زمین کو پاؤں، عملاً، نقطہ P پر مس کرتا ہے۔ فرض کریں $a = 5.0$ cm، $b = 15$ cm، اور شخص کا وزن $W = 900$ N ہے۔ نقطہ A پر پنڈلی کے عضلہ کی قوت (ا) کی مقدار اور (ب) رخ (اوپر یا نیچے) کیا ہیں؟ اس نقطہ پر پنڈلی کی ہڈی کی قوت (ج) کی مقدار اور (د) رخ (اوپر یا نیچے) کیا ہیں؟

سوال ۱۲.۱۴: افقی یکساں پاڑ، جس کی لمبائی 2.0 m اور کمیت 50.0 kg ہے، عمارت سے دور سوں کے ذریعے لٹکا ہے (شکل 32.12)۔ پاڑ پر کئی رنگ وروغن کے ڈبلے رکھا گئے ہیں۔ ان ڈبلوں کی مجموعی کمیت 75.0 kg ہے۔ دائیں رستی میں

تناو 722 N ہے۔ رنگ کے ڈبوں کا مرکز کیت اس رستی سے کتنے افقی فاصلے پر ہے؟

سوال ۱۲.۱۵: قوت \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 اور \vec{F}_3 ایک ڈھانچے پر، جس کا نصفانی جانبہ شکل 33.12 میں پیش ہے، عمل پیرا ہیں۔ ڈھانچہ متوازن بنانے کی غرض سے ہم چوتھی قوت نقطہ P پر لاگو کرتے ہیں۔ چوتھی قوت کا افقی جزو \vec{F}_h اور انتہائی جزو \vec{F}_v ہے۔ ہمیں معلوم ہے کہ $a = 2.0 \text{ m}$ ، $b = 3.0 \text{ m}$ ، $c = 1.0 \text{ m}$ ، $F_1 = 20 \text{ N}$ ، $F_2 = 10 \text{ N}$ اور $F_3 = 5.0 \text{ N}$ ہے۔ (ب) F_v ، (ج) d تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۱۶: مکعب یکساں پیٹی، جس کا ضلع 0.750 m اور وزن 500 N ہے، مندرش پر انتہائی چھوٹی اکڑ کا وٹ کے ساتھ مس پڑی ہے۔ مندرش سے کتنے کم سے کم بلندی پر 350 N افقی قوت لاگو کر کے پیٹی پٹنی جاسکتی ہے؟

سوال ۱۲.۱۷: ایک شہتیر، جس کا وزن 500 N اور لمبائی 3.0 m ہے، افقی لٹکا ہے (شکل 34.12)۔ اس جابیاں سرچول دار ہے اور دایاں سررستی سے باندھا گیا ہے۔ رستی کا دوسرا سرچول D سے بلندی پر دیوار میں لگے وٹا بلے سے باندھا گیا ہے۔ رستی، بغیر ٹوٹے، زیادہ سے زیادہ 1200 N تناو برداشت کر سکتی ہے۔ (ا) D کو کونسی قیمت رستی میں اتنا تناو پیدا کرے گی؟ (ب) رستی کو ٹوٹنے سے بچانے کے لئے کیا D اس قیمت سے بڑھانی ہوگی یا گھٹانی ہوگی؟

سوال ۱۲.۱۸: افقی پاڑ 2، جس کی یکساں کیت $m_2 = 30.0 \text{ kg}$ اور لمبائی $L_2 = 2.00 \text{ m}$ ہے، افقی پاڑ 1 سے لٹک رہا ہے، جس کی یکساں کیت $m_1 = 50.0 \text{ kg}$ ہے (شکل 35.12)۔ پاڑ 2 پر کیلوں کی ڈبی رکھی گئی ہے، جس کی کیت 20.0 kg اور جس کا مرکز کیت پاڑ کے بائیں سرے $d = 0.500 \text{ m}$ فاصلے پر ہے۔ بالادائیں ہاتھ رستی میں تناو T کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۱۹: سرو تا کی مدد سے احسروٹ توڑنے کے لئے احسروٹ کے چھلکا پر دونوں جانب سے 40 N قوت درکار ہے۔ شکل 36.12 میں پیش سر و تا میں $L = 12 \text{ cm}$ اور $d = 2.6 \text{ cm}$ ہے۔ سرو تا کے دستے پر درکار عمود اور قوت F_{\perp} تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۲۰: ایک کھلاڑی $M = 7.2 \text{ kg}$ گیند ہاتھ میں پکڑے ہوئے ہے (شکل 37.12)۔ اوپری بازو انتہائی ہے اور خچلا بازو، جس کی کیت 1.8 kg ہے، افقی ہے۔ (ا) خچلے بازو پر اوپری بازو کے عضلہ کی قوت کی مقدار کیا ہوگی؟ (ب) کوہنی پر ہڈیوں کے بیچ قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۱۲.۲۱: شکل 38.12 میں نظام توازن میں ہے۔ کانکرٹ سل، جس کی کیت 225 kg ہے، یکساں بازو سے لٹک رہی ہے، جس کی کیت 45.0 kg ہے۔ ایک رستی زمین سے، بازو کے اوپر سے گزر کر، سل کو پہنچ کر، سل کو پکڑ کر رکھتی ہے۔ زاویہ $\phi = 30.0^\circ$ اور $\theta = 45.0^\circ$ کے لئے (ا) رستی میں تناو T ، اور چول سے بازو پر قوت کا (ب) افقی اور (ج) انتہائی جزو کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۲۲: شکل 39.12 میں چٹان پیسا دکھایا گیا ہے، جو پیچھے جھک کر، شگاف کے ایک طرف ہاتھوں سے کھینچ کر اور شگاف کی دوسری طرف پاؤں سے دھکیل کر، چٹان چنڑھ رہا ہے۔ شگاف کی چوڑائی $w = 0.20 \text{ m}$ اور چٹان پیسا کا مرکز کیت شگاف سے $d = 0.40 \text{ m}$ افقی فاصلے پر ہے۔ پتھر اور ہاتھوں کے بیچ سکونی رگڑ کا مستقل $\mu_1 = 0.40$ ، اور پتھر اور جوتوں کے بیچ $\mu_2 = 1.2$ ہے۔ (ا) چٹان پیسا کی حفاظت کے لئے ہاتھوں کی کم سے کم افقی کھینچ اور پاؤں کی کم سے کم افقی دھکیل کیا ہے؟ (ب) جزو امیں حاصل نتیجے کے لئے ہاتھوں اور پاؤں کے بیچ انتہائی فاصلہ h کیا ہوگا؟ اگر راستے میں گیل پتھر آئے جس کی بدولت μ_1 اور μ_2 کی قیمتیں گھٹتی ہیں

(ج) حبزو اور (د) حبزو ب کے نتائج کو کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۲۳: یکساں شہتیر، جس کا وزن 222 N ہے، کا ایک سرچول دار ہے، اس کا دوسرا سررشتی کے ذریعہ دیوار سے باندھا گیا ہے۔ دیوار اور شہتیر دونوں کے ساتھ رشتی زاویہ $\theta = 30.0^\circ$ بنائی ہے (شکل 40.12)۔ (ا) رشتی میں تان، اور شہتیر پر چول کی قوت کا (ب) افقی اور (ج) انتصابی حبزو کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۲۴: چٹان پیسا، جس کا وزن 533.8 N ہے، کو رشتی تھام کر رکھے ہوئے ہے، جو لمبیٹن کنڈا سے گزر کر اس کے کوٹھڑی سے بندھی ہے (شکل 41.12)۔ رشتی کی قوت کا خط عمل چٹان پیسا کے مرکز کیت سے گزرتا ہے۔ شکل میں $\theta = 40.0^\circ$ اور $\phi = 30.0^\circ$ ہے۔ اگر اس کے پاؤں پھسلنے کے دہانے پر ہوں، جو توں اور پتھر کے بیچ سکونی رگڑ کا مستقل کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۲۵: شکل 42.12 میں پیسے کو سیڑھی پر چڑھانے کے لئے پیسے کے دھرے پر افقی قوت F کی مدد کیا ہوگی؟ سیڑھی کی بلندی $h = 3.00 \text{ cm}$ ، پیسے کا رداس $r = 6.00 \text{ cm}$ اور کیت $m = 0.800 \text{ kg}$ ہے۔

سوال ۱۲.۲۶: ایک شخص بلار گزبرف کی انتصابی دیوار کے ساتھ جھک کر کھڑا ہے (شکل 43.12)۔ شکل میں $a = 0.914 \text{ m}$ اور $L = 2.10 \text{ m}$ ہے۔ اس کا مرکز کیت پاؤں سے $d = 0.940 \text{ m}$ فاصلے پر ہے۔ اگر وہ پھسلنے کے دہانے پر ہو، زمین اور پاؤں کے بیچ سکونی رگڑ کا مستقل کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۲۷: حبز ثقیل نظام سے 15 kg سل اٹھائی گئی ہے (شکل 43.12)۔ شخص کا اوپری بازو انتصابی اور نچلا بازو افق کے ساتھ $\theta = 30^\circ$ زاویے پر ہے۔ نچلے بازو اور ہاتھ کی مجموعی کیت 2.0 kg ہے، اور اس کا مرکز کیت کوہنی پر ہڈیوں کے نقطہ تماس سے $d_1 = 15 \text{ cm}$ فاصلے پر ہے۔ اوپری بازو کا پچھلا پٹھا نچلے بازو کو نقطہ تماس سے پیچھے $d_2 = 2.5 \text{ cm}$ فاصلے پر انتصابی اوپر کھینچتا ہے۔ شکل میں $d_3 = 35 \text{ cm}$ ہے۔ نچلے بازو پر پٹے کی قوت (ا) کی مدد اور (ب) رخ (اوپر یا نیچے) کیا ہیں؟ نچلے بازو پر اوپری بازو کی ہڈی کی قوت (ج) کی مدد اور (د) رخ (اوپر یا نیچے) کیا ہیں؟

سوال ۱۲.۲۸: شکل 45.12 میں یکساں شہتیر کی لمبائی $L = 3.00 \text{ m}$ ، وزن $W = 300 \text{ N}$ ، اور زاویہ $\theta = 30.0^\circ$ ہے۔ سل کا وزن $W = 300 \text{ N}$ ہے۔ رشتی زیادہ سے زیادہ 500 N تनाव برداشت کر سکتی ہے۔ (ا) رشتی بند ٹوٹنے کے لئے x کی زیادہ سے زیادہ قیمت کیا ہے؟ اگر سل x کی اس زیادہ سے زیادہ پر ہو، چول سے شہتیر پر قوت (ب) کا افقی حبزو اور (ج) انتصابی حبزو کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۲۹: ایک دروازے کی اونچائی، انتصابی محور y کے ہمراہ 2.1 m اور چوڑائی، افقی محور x کے ہمراہ 0.91 m ہے۔ دروازے کے بالا سرے 0.30 m پر چول اور نچلے سرے 0.30 m پر چول دروازے کی آدھی آدھی کیت اٹھاتے ہیں۔ دروازے کی کیت 27 kg ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں دروازے پر (ا) بالا چول اور (ب) نچلے چول کی قوت تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۳۰: یکساں چوکور تختی، جس کا ضلع $L = 2.00 \text{ m}$ اور کیت 50.0 kg ہے، بلا کیت افقی سلاخ، جس کی لمبائی $d_{H1} = 3.0 \text{ m}$ ہے، سے لٹکی ہے۔ سلاخ کے سرے رشتی، چول سے $d_{V1} = 4.00 \text{ m}$ بلند نقطے پر، دیوار سے باندھی گئی ہے۔ (ا) رشتی میں تان تلاش کریں۔ دیوار سے سلاخ پر قوت کے افقی حبزو (ب) کی مدد اور (ج) رخ (بائیں یا دائیں) تلاش کریں۔ دیوار سے سلاخ پر قوت کے انتصابی حبزو (د) کی مدد اور (ه) رخ (اوپر یا نیچے) تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۳۱: غیبریکساں سلاخ دو بلا کیت رستیوں سے افقی لٹکا ہو ہے (شکل 47.12)۔ ایک رستی انتصاب کے ساتھ $\theta = 36.9^\circ$ زاویہ اور دوسری رستی انتصاب لے ساتھ $\phi = 53.1^\circ$ زاویہ بنائی ہے۔ اگر سلاخ کی لمبائی

$L = 6.10 \text{ m}$ ہو، سلاخ کے مرکز کیت سے بائیں سرکام فاصلہ x تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۳۲: ایک ڈرائیور افقی سڑک پر چلتے ہوئے ہنگامی بریک لگاتا ہے (شکل 48.12)۔ گاڑی کے چاروں جکڑ بند پیسے سڑک پر پھسلنے ہیں۔ سڑک اور پیسوں کے بیچ حسی رگڑ کا مستقل 0.40 ہے۔ اگلے اور پیچھے دھروں کے بیچ فاصلہ $L = 4.2 \text{ m}$ ، اور گاڑی کا مرکز کیت اگلے دھرے سے $d = 1.8 \text{ m}$ پیچھے اور سڑک سے $h = 0.75 \text{ m}$ اونچا ہے۔ گاڑی کا وزن 11 kN ہے۔ (۱) گاڑی رکنے کے اسراع کی مقدار، (ب) پیچھے ایک پیسے پر انتصابی قوت کی مقدار، (ج) اگلے ایک پیسے پر انتصابی قوت کی مقدار، (د) پیچھے ایک پیسے پر قوت روک کی مقدار، اور (ه) اگلے ایک پیسے پر قوت روک کی مقدار تلاش کریں۔ (اشارہ: اگرچہ گاڑی حسی توازن میں نہیں، یہ گھمیری توازن میں ضرور ہے۔)

سوال ۱۲.۳۳: انتصابی یکاں شہتیر، جس کی لمبائی L ہے، کا خچلا سرچول دار ہے (شکل 49a.12)۔ خچلے سرے y فاصلے پر افقی قوت F_a شہتیر پر لاگو کی جاتی ہے۔ شہتیر کا بالا سر رستی سے باندھا ہوا ہے، جو افقی کے ساتھ زاویہ θ بناتی ہے۔ اس رستی کی بدولت، لاگو قوت کے باوجود، شہتیر سیدھا کھڑا رہتا ہے۔ شکل 49b.12 میں رستی کا تناؤ T بالمتقابل لاگو قوت کا مقام بطور کسر y/L ترسیم کیا گیا ہے۔ محور T کا پیمانہ $T_s = 600 \text{ N}$ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔ شکل 49c.12 میں چول سے شہتیر پر افقی قوت کی مقدار F_h بالمتقابل y/L ترسیم کی گئی ہے۔ (۱) زاویہ θ اور (ب) F_a کی مقدار تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۳۴: شکل 45.12 میں پتلی افقی سلاخ AB ، جس کی لمبائی L اور وزن متابل نظر انداز ہے، انتصابی دیوار کے ساتھ نقطہ A پر چول دار بنایا گیا ہے۔ سلاخ کا دوسرا سر پتلی رستی BC کے ذریعہ، جو افقی کے ساتھ زاویہ θ بناتی ہے، نقطہ B سے باندھا گیا ہے۔ سلاخ پر W وزن کی سل کہیں بھی رکھی جاسکتی ہے۔ دیوار سے سل کے مرکز کیت تک فاصلہ x لیا جاتا ہے۔ (۱) رستی میں تان، اور چول کا سلاخ پر قوت کا (ب) افقی جزو اور (ج) انتصابی جزو بطور تعلق x معلوم کریں۔

سوال ۱۲.۳۵: ریت سے بھرے کعبی ڈبے کا وزن 890 N ہے۔ اس کے ایک بالا کنارے پر افقی دھکیل سے ہم ڈبے کو پلٹنا چاہتے ہیں۔ (۱) کتنی کم سے کم قوت درکار ہوگی؟ (ب) مندرجہ ذیل کے بیچ کم سے کم سکونی رگڑ کا مستقل کتنا درکار ہے؟ (ج) اگر ڈبے پلٹنے کا زیادہ موثر طریقہ موجود ہو، ڈبے پر بلا واسطہ کتنی کم سے کم قوت درکار ہوگی؟ (اشارہ: عمیق پلٹنے وقت، عمودی قوت کا مقام کیا ہوگا؟)

سوال ۱۲.۳۶: چٹان پیسا، جس کی کیت 70 kg ہے، شکل 50.12 میں ایک ہاتھ کی انگلیوں کے پورے لٹک رہا ہے۔ اس کے پاؤں، کوئی سہارا مہیا کیے بغیر، $H = 2.0 \text{ m}$ نیچے چٹان کو مس کرتے ہیں۔ چٹان پیسا کا مرکز کیت دیوار سے $a = 0.20 \text{ m}$ فاصلے پر ہے۔ مندرجہ کریں، ہاتھ کی چاروں انگلیوں پر برابر قوت پائی جاتی ہے۔ (۱) ایک انگلی پر قوت کا (۱) افقی جزو F_h اور (ب) انتصابی جزو F_v کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۳۷: یکاں تختہ، جس کی لمبائی $L = 6.10 \text{ m}$ اور وزن 445 N ہے، زمین پر رکھ کر $h = 3.05 \text{ m}$ بلند دیوار کے سر پر نصب بیمر کے ساتھ کھڑا کیا گیا ہے (شکل 51.12)۔ تختہ 70° کے لئے توازن میں رہتا ہے، تاہم $\theta < 70^\circ$ پر پھسلتا ہے۔ زمین اور تختے کے بیچ سکونی رگڑ کا مستقل تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۳۸: یکاں شہتیر A اور B دیوار کے ساتھ چول سے منسلک، اور آپس میں ڈھیلے متابل سے جکڑے ہیں (ایک شہتیر دوسرے پر قوت مروڑ لاگو نہیں کر سکتا)۔ شہتیر A کی لمبائی $L_A = 2.40 \text{ m}$ اور کیت

54.0 kg ہے؛ شہتیر B کی کمیت 68.0 kg ہے (شکل 52.12)۔ چولوں کے بیچ فاصلہ $d = 1.80 \text{ m}$ ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں (i) شہتیر A پر اس کے چول کی قوت، اور (ب) شہتیر A پر متابلی کی قوت، (ج) شہتیر B پر اس کے چول کی قوت، اور (د) شہتیر B پر متابلی کی قوت کیا ہے؟

سوال ۱۲.۳۹: شکل 53.12 میں گھریلو استعمال کی سیڑھی دکھائی گئی ہے۔ AC اور CE کی لمبائیاں 2.44 m ہیں اور ان کے بیچ C پر چول ہے۔ نصف بلندی پر ٹیکے SLAX BD، جس کی لمبائی 0.762 m ہے، نصب کی گئی ہے۔ ایک شخص، جس کا وزن 854 N ہے، سیڑھی کے ہمراہ 1.80 m چڑھتا ہے۔ زمین بارگڑ اور سیڑھی بلاکیت تصور کریں۔ (i) ٹیکے SLAX میں تان اور زمین سے سیڑھی پر قوت کی مقدار نقطہ A اور E پر تلاش کریں۔ (اشارہ: سیڑھی کے حصے علیحدہ (جدا) کر کے توازن کی شرائط بروئے کار لائیں۔)

سوال ۱۲.۴۰: شکل 54.12 میں یکساں افقی شہتیر دکھائی گئی ہے، جس کی کمیت m_b اور لمبائی L ہے۔ شہتیر کا بائیں سر دیوار پر نصب چول سے جوڑا گیا ہے جبکہ اس کا دایاں سر رستی سے لٹکا ہے، جو افقی کے ساتھ زاویہ θ پر ہے۔ شہتیر کے بائیں سر سے x فاصلے پر، شہتیر پر m_p کمیت کا ڈب رکھا گیا ہے۔ کل کمیت $m_b + m_p = 61.22 \text{ kg}$ ہے۔ شکل 54b.12 میں رستی کی تان T بالقابل ڈبے کا مقام بطور x/L ترسیم کیا گیا ہے۔ محور T کا پیسان $T_a = 500 \text{ N}$ اور $T_b = 700 \text{ N}$ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔ (i) زاویہ θ ، (ب) کمیت m_b اور (ج) کمیت m_p تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۴۱: کعبی کریٹ، جس کا ضلع 1.2 m ہے، میں کل (مشین) رکھی گئی ہے۔ کریٹ اور کل کا مرکز کمیت کریٹ کے ہندسی وسط سے 0.30 m بلندی پر ہے۔ کریٹ میلان پر، جو افقی کے ساتھ θ زاویہ بناتا ہے، رکھا گیا ہے۔ θ کی قیمت صفر سے بتدریج بڑھانے سے آخر وہ زاویہ پہنچتا ہے جس پر کریٹ الٹ جائے گا (میلان پر) نیچے پھسلنا شروع کرے گا۔ اگر میلان اور کریٹ کے بیچ کوئی رگڑ کا مستقل $\mu_s = 0.60$ ہو، (i) کیا کریٹ الٹتا ہے یا پھسلتا ہے، اور (ب) ایسا کس زاویہ θ پر ہوگا؟ اگر $\mu_s = 0.70$ ہو، (ج) کیا کریٹ الٹے گا یا پھسلے گا، اور (د) ایسا کس زاویہ θ پر ہوگا؟ (اشارہ الٹنے کے لمحے پر عمودی قوت کا مقام کیا ہوگا؟)

سوال ۱۲.۴۲: شکل 7.12 اس سے وابستہ نمونی سوال میں مفرش اور سیڑھی کے بیچ کوئی رگڑ کا مستقل 0.53 لیں۔ سیڑھی کے ہمراہ لکتنا چڑھ کر شخص سیڑھی کو پھسلنے کے دہانے پہنچاتا ہے؟

پلکے

سوال ۱۲.۴۳: دیوار سے 4.8 cm قطر کی سلور کی SLAX افقی 5.3 cm باہر نکلی ہوئی ہے۔ SLAX کے سر سے 1200 kg جسم لٹکایا گیا ہے۔ سلور کا مقیاس قیچ $3.0 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ ہے۔ SLAX کی کمیت نظر انداز کریں۔ (i) SLAX پر جبر قیچ اور (ب) SLAX کے سر کا جھکاؤ تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۴۴: شکل 55.12 میں کسی مادے کی جبر و بگاڑ مخفی پیش کی گئی ہے۔ جبر کے محور کا پیسان $s = 300$ کے لحاظ سے، 10^6 N m^{-2} کی اکائیوں میں، رکھا گیا ہے۔ (i) مقیاس یگ اور (ب) مادے کی تخمینی مغلوبی مضبوطی کیا ہے؟

سوال ۱۲.۴۵: شکل 56.12 میں سیلن A اور B پرائنٹ افقی رکھی گئی ہے۔ سیلن کے بالا سر کے رتبوں کا تعلق

$A_A = 2A_B$ اور سیلن کے مقیاس ینگ کا تعلق $E_A = 2E_B$ ہے۔ اینٹ رکھنے سے قبل دونوں سیلن کی لمبائی ایک تھی۔ اینٹ کی کیت کا کتن حصہ (i) سیلن A اور (ب) سیلن B اٹھاتا ہے؟ اینٹ کے مرکز کیت سے سیلن کے طولی محور تک فاصلے d_A اور d_B ہیں۔ (ج) نسبت d_A/d_B کیا ہوگی؟

سوال ۱۲.۴۶: مسکڑے کے حبال کی ڈور کی تخمینی جبر و بگاڑ منحنی شکل 57.12 میں جبر 2.00 تک پیش ہے، جس پر ڈور ٹوٹتی ہے۔ انقباضی محور کا پیاسہ $a = 0.12 \text{ GN m}^{-2}$ ، $b = 0.30 \text{ GN m}^{-2}$ ، $c = 0.80 \text{ GN m}^{-2}$ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔ مندرجہ ذیل کی ابتدا کی لمبائی 0.80 cm ، ابتدا کی رقبہ عمودی تراش $8.0 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ اور (کھینچ کے دوران) حجم مستقل ہے۔ ڈور کی لمبائی میں تبدیلی اور ڈور کی ابتدائی لمبائی کی نسبت ڈور کا بگاڑ ہے؛ قوت تصادم اور ابتدائی رقبہ عمودی تراش کی نسبت ڈور پر جبر ہے۔ مندرجہ ذیل منحنی کے نیچے رقبہ ڈور پر قوت تصادم کا سرانجام کام دیتا ہے۔ ساتھ ہی مندرجہ کریں، جب ایک ڈور اڑتے ہوئے کیڑے کو پکڑتی ہے، کیڑے کی حرکی توانائی اس ڈور کو کھینچ کر لمبا کرنے میں صرف ہوتی ہے۔ (i) کتنی حرکی توانائی ڈور کو ٹوٹنے کے دہانے پہنچتی ہے؟ (ب) ایک مکھی، جس کی کیت 6.00 mg اور رفتار 1.70 m s^{-1} ہے، کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟ ایک سارنگ، جس کی کیت 0.388 g اور رفتار 0.420 m s^{-1} ہے، کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟ (ج) مکھی اور (د) سارنگ مسکڑے کی ڈور توڑ پائیں گے؟

سوال ۱۲.۴۷: سطح زمین سے $d = 60 \text{ m}$ گہرائی پر 5.8 m چوڑی، $H = 7.2 \text{ m}$ بلند، اور $L = 150 \text{ m}$ لمبی (چپٹی چھت کی) سرنگ کھودنا مقصود ہے (شکل 58.12)۔ سرنگ کی چھت کو چوکور عمودی تراش کے فولادی ستون سہارا دیں گے۔ ستون کا عمودی تراش رقبہ 960 cm^2 ہوگا۔ زمین کی 1.0 cm^3 مٹی کی کیت 2.8 g ہے۔ (i) ستون کل کتنا وزن اٹھائیں گے؟ (ب) ستون پر دباؤ جبر، ستون کی مغلوبی مضبوطی کا نصف رکھنے کے لئے ستونوں کی تعداد کیا ہوگی؟

سوال ۱۲.۴۸: سلور کے تار کی جبر و بگاڑ منحنی شکل 59.12 میں پیش ہے۔ تار کو دونوں اطراف سے کھینچ کر منحنی حاصل کی گئی۔ جبر کا پیاسہ $s = 7.0$ کے لحاظ سے، 10^7 N m^{-2} کی اکائیوں میں، رکھا گیا ہے۔ تار کی ابتدائی لمبائی 0.800 m اور ابتدائی رقبہ عمودی تراش $2.00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ ہے۔ تار میں 1.00×10^{-3} بگاڑ پیدا کرنے کے لئے کتن کام سرانجام کرنا ہوگا؟

350Q49 سوال ۱۲.۴۹: شکل 60.12 میں 103 kg کایاں شہتیر فولادی تار، A اور B، سے لٹکا دکھایا گیا ہے۔ تاروں کا رداس 1.20 mm ہے۔ تار A کی ابتدائی لمبائی 2.50 m تھی جو B کی لمبائی سے 2.00 mm کم تھی۔ اب شہتیر افقی ہے۔ شہتیر پر (i) تار A اور (ب) تار B کی قوت کی قدر کیا ہے؟ (ج) نسبت d_A/d_B کیا ہوگی؟

سوال ۱۲.۵۰: مسکڑے کے حبال کی ڈور کے وسطی نقطہ پر کیڑا پھنسا ہوا شکل 61.12 میں دکھایا گیا ہے۔ ڈور $8.20 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ جبر اور 2.00 cm بگاڑ پر ٹوٹے گی۔ ابتدائی طور ڈور افقی تھی؛ اس کی لمبائی 2.00 cm اور رقبہ عمودی تراش $8.00 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ تھا۔ کیڑے کے وزن کے زیر اثر کھینچ کر لمبا ہونے کے دوران ڈور کا حجم تبدیل نہیں ہوتا۔ اگر کیڑا ڈور کو ٹوٹنے کے دہانے پہنچائے، کیڑے کی کیت کیا ہوگی؟ (مسکڑا حبال یوں بناتا ہے کہ بڑا اور خطرناک کیڑا، مثلاً سارنگ، پھنسنے کی صورت میں حبال ٹوٹ جائے۔)

سوال ۱۲.۵۱: انقباضی محور پر گھومنے کے مقابل استوار سلاخ کا فضا کی جانزہ شکل 62.12 میں پیش ہے۔ ایک چپے ریز کے روک A اور B استوار دیوار کے ساتھ دب کر سلاخ کو روکتے ہیں۔ دھڑے سے ان کا فاصلہ $r_A = 7.0 \text{ cm}$ اور $r_B = 4.0 \text{ cm}$ ہے۔ ابتدائی طور پر روک، بغیر دہلے، دیوار سے مس ہیں۔ دھڑے سے

$R = 5.0 \text{ cm}$ مناسطے پر، دھڑے کو عمود دار، قوت F لاگو کی جاتی ہے، جس کی مقدار 220 N ہے۔ (۱) روک A اور (ب) روک B کو دبائے والی قوتوں کی مقداریں تلاش کریں۔

اضافی سوالات

سوال ۱۲.۵۲: گرنے کے بعد، 95 kg کمیت کا چٹان پیسا اپنے آپ کو رستی سے لٹکا ہوا پاتا ہے۔ رستی کی ابتدائی لمبائی 15 m اور قطر 9.6 mm تھا۔ اب رستی 2.8 cm زیادہ لمبی ہے۔ رستی کے لئے (۱) جبر، (ب) بگاڑ، اور (ج) مقیاس نیک تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۵۳: سلیٹ کی مستطیل سل، تختی چٹان پر، جو افق کے ساتھ $26^\circ = \theta$ زاویہ بناتا ہے، پڑا ہوا ہے (شکل 63.12)۔ سل کی لمبائی $L = 43 \text{ m}$ ، چوڑائی $W = 12 \text{ m}$ ، اور موٹائی $T = 2.5 \text{ m}$ ہے، اور 1.0 cm^3 کی کمیت 3.2 g ہے۔ سل اور تختی چٹان کے بیچ سکونی رگڑ کا مستقل 0.39 ہے۔ (۱) سل پر، تختی چٹان کو متوازی، متوازن قوت تلاش کریں۔ (ب) سل پر سکونی رگڑی قوت کی مقدار تلاش کریں۔ جب W اور T کے نتائج سے ظاہر ہو گا کہ سل پھسلنے کے دہانے پر ہے۔ (۱) تختی چٹان کی سطح کو عمود دار، لمبے لمبے قوتوں کی مدد سے سل مستحکم بنایا جاتا ہے (شکل 63.12) میں دو قوتیں دکھائے گئے ہیں۔ متبادل کارقبہ عمودی تراش 6.4 cm^2 ہے اور یہ $3.6 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ قوتیں جبر پر ٹوٹتا ہے۔ قوتوں کی کم سے کم درکار تعداد کیا ہے؟ تصور کریں قوتوں سے عمود دار قوت تبدیل نہیں ہوتی۔

سوال ۱۲.۵۴: یکاں سیڑھی، جس کی لمبائی 5.0 m اور وزن 400 N ہے، بلار گڑ انتصابی دیوار کے ساتھ ٹیک لگا کر کھڑی ہے۔ استوازمین اور سیڑھی کے بیچ سکونی رگڑ کا مستقل 0.46 ہے۔ سیڑھی بغیر پھسلے، دیوار سے کتنے زیادہ سے زیادہ افقی مناسطے پر سیڑھی کا پیر رکھا جاسکتا ہے؟

سوال ۱۲.۵۵: شکل 64.12 میں سل A (کمیت 10 kg) مندرش پر توازن میں ہے، تاہم سل B (کمیت 5.0 kg) کا وزن معمولی زیادہ ہونے کی صورت میں یہ پھسلے گی۔ زاویہ $\theta = -30^\circ$ کے لئے سل A اور مندرش کے بیچ سکونی رگڑ کا مستقل کیا ہے؟

سوال ۱۲.۵۶: دو عمارتوں کے بیچ یکساں میلان تیز ہواؤں میں عمارتوں کی حرکت کی اجازت دیتا ہے (شکل 65a.12)۔ میلان کا بایاں سرچول دار اور دایاں سر بیروم سے جڑا ہے جو دیوار پر اوپر نیچے چل سکتا ہے۔ بیروم پر عمارت سے انتصابی قوت نہیں پائی جاتی؛ بیروم پر صرف افقی قوت، جس کی مقدار F_h ہے، پائی جاتی ہے۔ عمارتوں کے بیچ افقی مناسطہ $D = 4.00 \text{ m}$ ہے۔ میلان کے سروں کے بیچ انتصابی مناسطہ $h = 0.490 \text{ m}$ ہے۔ بائیں سے ایک شخص میلان پر چل کر گزرتا ہے۔ شکل 65b.12 میں F_h بالقابل بائیں عمارت سے شخص کا افقی مناسطہ x ترسیم کیا گیا ہے۔ محور F_h کا پیمانہ $a = 20 \text{ kN}$ اور $b = 25 \text{ kN}$ کے لحاظ سے رکھا گیا ہے۔ (۱) میلان کی کمیت اور (ب) شخص کی کمیت کیا ہے؟

سوال ۱۲.۵۷: افق کے ساتھ $45^\circ = \theta$ زاویہ بناتے ہوئے بلار گڑ میلان پر 10 kg کرہ کو رستی سے باندھ کر رکھا گیا ہے (شکل 66.12)۔ رستی میں تناؤ تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۵۸: یکاں شہتیر، جس کی کمیت 40.0 kg ہے، دو بیلن پر رکھا گیا ہے (شکل 67a.12)۔ شہتیر کا مرکز بیلنوں کے بیچ درمیانی نقطہ کے اوپر ہے۔ شہتیر پر انتصابی لکیریں برابر مناسطوں پر لگائی گئی ہیں۔ دو لکیر بیلن

کے عین اوپر ہیں؛ بیلن B پر 10 kg کمیت کا ڈبہ رکھا گیا ہے۔ شہتیر پر (i) بیلن A اور (ب) بیلن B کی قوت کی قدریں تلاش کریں۔ اب شہتیر بائیں منتقل کیا جاتا ہے، حتیٰ کہ اس کا دایاں سر بیلن B کے اوپر ہو (شکل 67b.12)۔ شہتیر پر (ج) بیلن A اور (د) بیلن B کی قوت کی قدریں تلاش کریں۔ اس کے بعد بیلن دائیں منتقل کیا جاتا ہے۔ فرض کریں شہتیر کی لمبائی 0.800 m ہے۔ (ہ) ڈبے اور بیلن B کے بیچ کتنے افقی فنصلے پر شہتیر اور بیلن A تماس میں نہیں رہتے؟

سوال ۱۲.۵۹: تعمیراتی بائی، جس کی کمیت 817 kg ہے (شکل 68.12)، رستی A سے لٹک رہی ہے، جو خود نقطہ O پر رستی B اور رستی C سے باندھی گئی ہے، جو افق کے ساتھ زاویہ $\theta_1 = 51.0^\circ$ اور $\theta_2 = 66.0^\circ$ پر ہیں۔ (i) رستی A، (ب) رستی B، اور (ج) رستی C میں تناؤ تلاش کریں۔ (اشارہ: دو نامعلوم متغیرات کی دو مساوات حل کرنے کی بجائے محور کو شکل میں دکھائی گئی محور کے معتام پر رکھیں۔)

سوال ۱۲.۶۰: شکل 69.12 میں کمیت m کا ڈبہ چھوٹی ڈور سے لٹکا ہے؛ یہ ڈور خود دیوار سے ڈور 1 اور چھت سے ڈور 2 کے ذریعہ باندھی گئی ہے۔ افق کے ساتھ ڈور 1 کا زاویہ $\phi = 40^\circ$ اور ڈور 2 کا زاویہ θ ہے۔ (i) ڈور 2 میں کم سے کم تناؤ کس θ پر ہوگی؟ (ب) ڈور 2 میں، mg کی صورت میں، کم سے کم تناؤ کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۶۱: قوت \vec{F} شکل 70.12 میں جبر ثقل اور 6.40 kg بے کو توازن میں رکھتی ہے۔ جبر ثقل کی کمیت اور رگڑ قابل نظر انداز ہے۔ بالارستی میں تناؤ T تلاش کریں۔ (اشارہ: جبر ثقل کے گرد آدھا چکر لپیٹ کر رستی کا تناؤ جبر ثقل پر قوت کا نصف ہوگا۔)

سوال ۱۲.۶۲: کونکے کی کھان میں برقی زینہ 2.5 cm قطر کے فولادی رستی سے لٹکا ہے۔ برقی زینہ اور اس میں سوار امیراد کی مجموعی کمیت 670 kg ہے۔ (i) جب زینہ 12 m اور (ب) 362 m رستی سے لٹکا ہو، رستی کی لمبائی میں کتنا اضافہ ہوگا؟ (رستی کی کمیت نظر انداز کریں۔)

سوال ۱۲.۶۳: چار یکساں اینٹ ایک دوسرے کے اوپر یوں رکھی گئی ہیں کہ ہر اینٹ کچھ حصہ نچلی اینٹ سے آگے بڑھتا ہو (شکل 71.12)۔ اس حالت میں جب اینٹوں کا انبار گرنے کے دہانے پر ہو (i) a_1 ، (ب) a_2 ، (ج) a_3 ، (د) a_4 اور (ہ) h کی زیادہ سے زیادہ قیمت، L کی صورت میں، تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۶۴: ایک چپے، m کمیت کے یکساں اور بلار گز دو کرے استوا مستطیل ظرف میں رکھے گئے ہیں (شکل 72.12)۔ ان کے مراکز کو ملانے والی لکیر افق کے ساتھ 45° زاویہ بناتی ہے۔ کردوں پر (i) ظرف کی تہ سے، (ب) ظرف کی بائیں طرف سے، (ج) ظرف کی دائیں طرف سے، اور (د) ایک دوسرے سے قوت کی قدر کیا ہوگی؟ (اشارہ: ایک کرہ کی دوسرے کرہ پر قوت، کرہ کے مراکز کے بیچ لکیر کے ہمراہ ہوگی۔)

سوال ۱۲.۶۵: یکساں شہتیر، جس کی لمبائی 3.2 m اور وزن 60 N ہے، کا نچلا سر چول دار ہے۔ شہتیر کے بالا سر پر 50 N قدر کی افقی قوت \vec{F} عمل پیرا ہے (شکل 73.12)۔ شہتیر کو رستی انتہائی رکھتی ہے، جو زمین کے ساتھ $\theta = 25^\circ$ زاویہ بناتی ہے اور شہتیر کے ساتھ زمین سے $h = 2.0$ m بلند نقطے پر بندھی ہوئی ہے۔ (i) رستی میں تناؤ کیا ہوگا اور (ب) اکائی سمتیہ ترقیم میں شہتیر پر چول کی قوت کیا ہوگی؟

سوال ۱۲.۶۶: ایک شہتیر کی لمبائی 5.0 m اور کمیت 53 kg ہے۔ شکل 74.12 میں شہتیر کو چول اور رستی افقی رکھے ہیں۔ رسی کا زاویہ $\theta = 60^\circ$ ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں شہتیر پر چول کی قوت کیا ہے؟

سوال ۱۲.۶۷: تانے کے ٹھوس مکعب کا ضلع 85.5 cm ہے۔ تانے کا مقیاس حجم $1.4 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ ہے۔ ضلع کی لمبائی 85 cm کرنے کے لئے مکعب پر کتنا جبردر کار ہوگا؟

سوال ۱۲.۶۸: ایک مسزور یکاں شہتیر کو زمین سے اٹھا کر کھڑا کرنا چاہتا ہے۔ شہتیر کی لمبائی 2.50 m اور وزن 500 N ہے۔ کسی ایک لمحے پر، مسزور لمحاتی شہتیر کو ساکن رکھتا ہے۔ اس لمحے شہتیر کا بالا سر زمین سے $d = 1.50 \text{ m}$ بلندی پر ہے اور مسزور قوت \vec{P} ، شہتیر کو عمود دار، شہتیر پر لاگو کرتا ہے (شکل 75.12)۔ (ا) قوت کی مقدار P کیا ہوگی؟ (ب) شہتیر پر زمین کی (عسانی) قوت کی مقدار کیا ہوگی؟ (ج) اس لمحے پر، شہتیر نہ پھسلنے کے لئے شہتیر اور زمین کے بیچ کم سے کم سکونی رگڑ کا مستقل کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۶۹: کیت m کی یکاں سلاخ کا پھل سچول دار ہے، جبکہ اس کا بالا سر رستی سے دیوار کے ساتھ باندھا گیا ہے (شکل 76.12)۔ اگر زاویہ $\theta = 60^\circ$ ہو، رستی میں تناؤ $mg/2$ رکھنے کے لئے θ_2 کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۷۰: ایک شخص، جس کی کیت 73 kg ہے، ایک پل پر کھڑا ہے، جس کی لمبائی L ہے۔ وہ ایک سر سے $L/4$ فاصلے پر ہے۔ پل یکاں ہے اور اس کا وزن 2.7 kN ہے۔ پل پر (ا) شخص سے دور پل کے تیک کی اور (ب) مقررہ تیک کی انتصابی قوت کی مقدار تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۷۱: افقی مندرش پر یکاں مکعب، جس کا ضلع 8.0 cm ہے، رکھا گیا ہے۔ مکعب اور مندرش کے بیچ سکونی رگڑ کا مستقل μ ہے۔ مکعب کے انتصابی سطح پر، زمین سے 7.0 cm بلندی پر، سطح کے وسطی انتصابی لکیر پر افقی قوت \vec{P} لاگو کی جاتی ہے۔ قوت کی مقدار بتدریج بڑھائی جاتی ہے۔ سکونی رگڑ کے مستقل μ کی کن قیمتوں کے لئے آئندہ کار مکعب (ا) پھسلے گا اور (ب) پلے گا؟ (اشارہ: عسین پلٹنے وقت عمودی قوت کس مقام پر ہوگی؟)

سوال ۱۲.۷۲: شکل 77.12 میں پیش نظام توازن میں ہے۔ زاویہ $\theta = 60^\circ$ اور $\theta_2 = 20^\circ$ ہے، اور گیند کی کیت $M = 2.0 \text{ kg}$ ہے۔ (ا) ذور ab اور (ب) ذور bc میں تناؤ کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۷۳: یکاں سیدھی کی لمبائی 10 m اور وزن 200 N ہے۔ شکل 78.12 میں بلار گڑ دیوار کے ساتھ، زمین سے $h = 8.0 \text{ m}$ بلندی پر، سیدھی ٹیک لگائے ہوئے ہے۔ سیدھی کے پیرے (سیدھی کے ہمراہ) $d = 2.0 \text{ m}$ فاصلے پر، افقی قوت \vec{F} لاگو کی جاتی ہے۔ (ا) اگر قوت کی مقدار $F = 50 \text{ N}$ ہو، اکائی سمتیہ ترقیم میں زمین کی سیدھی پر قوت کیا ہوگی؟ (ب) اگر $F = 150 \text{ N}$ ہو، سیدھی پر زمین کی قوت، اکائی سمتیہ ترقیم میں، کیا ہوگی؟ (ج) مندرش کریں، زمین اور سیدھی کے بیچ سکونی رگڑ کا مستقل 0.38 ہے؛ کتنی کم سے کم قوت F لاگو کرنے سے، سیدھی کا پیر دیوار کی طرف حرکت کرنا شروع کرے گا؟

سوال ۱۲.۷۴: استوار اور بلا کیت سلاخ کے دونوں سر پر پلہ لٹکا کر ترازو بنایا جاتا ہے۔ سلاخ ایک نقطہ پر، جو وسطی نہیں، گھوم سکتا ہے۔ پلوں میں غیر برابر کیت رکھ کر ترازو توازن میں لایا جاتا ہے۔ بائیں پلہ میں نامعلوم کیت m کو دائیں پلہ میں کیت m_1 متوازن کرتی ہے۔ کیت m دائیں پلہ میں رکھ کر، بائیں پلہ میں کیت m_2 رکھ کر ترازو توازن میں لایا جاتا ہے۔ دکھائیں کہ $m = \sqrt{m_1 m_2}$ ہوگا۔

سوال ۱۲.۷۵: شکل 79.12 میں استوار چوکور چوکھا چار ضلعی سلاخ AB ، BC ، CD ، اور DA کے علاوہ دو وتری سلاخ AC اور BD پر مشتمل ہے، جو نقطہ E پر ایک دوسرے کے اوپر آزادانہ گزرتے ہیں۔ چکر دار بکسوا G استعمال کر کے سلاخ AB باہر رخ 535 N وتر کے تناؤ میں ڈالی جاتی ہے۔ (ا) کون کون سی سلاخ تناؤ میں ہے؟ (ب) ان سلاخوں میں تناؤ کی مقدار کیا ہے اور (ج) باقی سلاخوں میں دباؤ کی مقدار کیا ہے؟ (اشارہ: تشاکل استعمال)

کر کے مسئلہ انتہائی آسان بنایا جاسکتا ہے۔)

سوال ۱۲.۷۶: ایک کھلاڑی، جس کی کمیت 46.0 kg ہے، یکساں شہتیر کے ایک سر پر کھڑا ہے (شکل 80.12)۔ شہتیر کی لمبائی 5.0 m اور کمیت 250 kg ہے (جس میں تیک کی کمیت شامل نہیں)۔ شہتیر کے سر سے تیک کا فاصلہ 0.540 m ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں شہتیر پر (i) تیک 1 اور (ب) تیک 2 کی قوت تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۷۷: افقی بیلن، جس کی کمیت 300 kg ہے، شکل 81.12 میں پیش ہے۔ تین فولادی تار بیلن کو سہارا دیتے ہیں۔ تار 1 اور 3 بیلن کے سروں پر اور تار 2 بیلن کے وسط پر بندھا ہوا ہے۔ انفرادی تار کا رقبہ عمودی تراش $2.00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ ہے۔ ابتدائی طور پر (بیلن لٹکانے سے قبل) تار 1 اور 3 کی انفرادی لمبائی 2.0000 m تھی، جبکہ تار 2 ان سے 6.00 mm زیادہ لمبا تھا۔ اب (بیلن لٹکانے کے بعد) تینوں تار کی لمبائی ایک ہے۔ (i) تار 1 اور (ب) تار 2 میں تناؤ کیا ہوگا؟

سوال ۱۲.۷۸: یکساں شہتیر، جس کی لمبائی 12.0 m ہے، کو افقی رستی اور چول سہارا دیتے ہیں (شکل 82.12)۔ انتصاب کے ساتھ شہتیر کا زاویہ $\theta = 50.0^\circ$ ہے۔ رستی میں تان 400 N ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں (i) شہتیر پر تباذنی قوت اور (ب) شہتیر پر چول کی قوت کیا ہے؟

سوال ۱۲.۷۹: ایک چیمے، یکساں چار اینٹوں کو میز پر دو مختلف طریقوں سے، شکل 83.12 میں، انبار کیا گیا ہے (سوال ۱۲.۶۳ سے موازنہ کریں)۔ اینٹ کی لمبائی L ہے۔ ہم دونوں طریقوں میں فاصلہ h بڑھانا چاہتے ہیں۔ دونوں طریقوں کے لئے a_1 ، a_2 ، b_1 اور b_2 کی موزوں قیمتیں اور h تلاش کریں۔

سوال ۱۲.۸۰: سلور کا بیلنی سلاخ، جس کی ابتدائی لمبائی 0.8000 m اور رداس $1000.0 \mu\text{m}$ ہے، کا ایک سر شگنچہ میں پکڑ کر دوسرا سر، لمبائی کے متوازی، مشین سے کھینچا جاتا ہے۔ مندرجہ کریں کھینچنے کے دوران سلاخ کی کثافت (کمیت فی اکائی حجم) تبدیل نہیں ہوتی۔ رداس گھٹا کر $999.9 \mu\text{m}$ کرنے کے لئے درکار قوت کی مقدار کیا ہوگی۔ (مغلوٹی مغبوطی سے متوازن نہیں کیا جاتا۔)

سوال ۱۲.۸۱: تین آدمی L لمبی شہتیر اٹھا کر لے جا رہے ہیں۔ بچے پر شہتیر رکھ کر دو آدمی پٹا اٹھائے ہوئے ہیں جبکہ ایک آدمی شہتیر کا سر اٹھایا ہوا ہے۔ تینوں پر برابر وزن ہے۔ شہتیر کے آزاد سر سے پٹے کتنے فاصلے پر ہے؟ (بچے کا وزن نظر انداز کریں۔)

سوال ۱۲.۸۲: اگر نمونی سوال ۱۲.۲ کے شکل 6a.12 میں (چوکور) شہتیر لکڑی کا ہو، اس کی موٹائی کتنی ہوگی اگر دباؤ جبر کی قیمت مغلوٹی مغبوطی کا $\frac{1}{6}$ ہو؟

سوال ۱۲.۸۳: شکل 84.12 میں دو ساکن ڈبے اور تین رستوں کا نظام دکھایا گیا ہے۔ ڈبہ A ، جس کی کمیت 11.0 kg ہے، $\theta = 30.0^\circ$ میلان پر رکھا گیا ہے؛ ڈبہ B ، جس کی کمیت 7.00 kg ہے، رستی سے لٹک رہی ہے۔ ڈبہ A سے بندھی رستی بلارگز میلان کے متوازی ہے۔ (i) بالارستی میں تان کیا ہے، اور (ب) بالارستی افق کے ساتھ کس زاویے پر ہے؟

سوال ۱۲.۸۴: رستی کا سر گھیرا کی شکل میں باندھ کر دوسرا سر درخت کی شاخ پر باندھ کر جھولا ہوا بنایا جاتا ہے۔ بچہ گھیرا میں بیٹھا ہے اور رستی انتصابی ہے۔ بچے کو افقی قوت سے والد ایک طرف کھینچتا ہے۔ انتصاب کے ساتھ رستی کا زاویہ 15° اور رستی میں تان 280 N ہے جب والد بچے کو چھوڑتا ہے۔ (i) بچے کا وزن کیا ہے؟ (ب) حسین

رہائی سے قبل بچے پر والد کی افقی قوت کی مقدار کیا ہے؟ (ج) اگر والد زیادہ سے زیادہ 93 N مقدار کی افقی قوت لاگو کر سکتا ہو، انتصاب کے ساتھ رشتی کا زیادہ سے زیادہ زاویہ کیا ہو سکتا ہے؟

سوال ۱۲.۸۵: شکل 50.12 میں چٹان پیسا کی انگلی کے پور کی تفصیل شکل 85a.12 میں پیش ہے۔ خیلے بازو سے پٹا چل کر انگلی کے آخری (تیسرے) پور کو پکڑے ہوئے ہے۔ راستے میں پٹا کئی رہبر عتلاف سے گزرتا ہے، جنہیں جرثقیل^{۱۶} کہتے ہیں۔ جرثقیل A2 انگلی کے پہلے پور کی ہڈی سے جڑا ہے؛ جرثقیل A4 انگلی کے دوسرے پور کی ہڈی سے جڑا ہے۔ انگلی کو ہتھیلی کے رخ (منہ کی شکل میں) بند کرنے کے لئے خیلے بازو کا عضلہ، جرثقیل کے اندر سے گزرتے پٹے کو کھینچتا ہے۔ شکل 85b.12 میں انگلی کے دوسرے پور کی ہڈی، جس کی لمبائی d ہے، کی کارکردگی کی سادہ شکل پیش ہے۔ پٹے کی کھینچ F_t اس نقطہ پر عمل کرتی ہے جہاں پٹا جرثقیل A4 میں داخل ہوتا ہے؛ یہ نقطہ ہڈی کے ہمراہ $d/3$ فاصلے پر ہے۔ اگر شکل 50.12 میں ہر ایک جھکی انگلی پر قوت کے جزو $F_H = 13.4\text{ N}$ اور $F_V = 162.4\text{ N}$ ہوں، F_t کی مقدار کیا ہوگی؟ نتیجہ غالباً برداشت کے قابل ہے، لیکن اگر چٹان پیسا صرف ایک یا دو انگلیوں سے لٹکا ہو، جرثقیل A2 اور A4 کو نقصان پہنچ سکتا ہے (جو چٹان پیسا کی عمومی بیماری ہے)۔

سوال ۱۲.۸۶: برومانی علاقوں، مثلاً مری، میں چھت دھاتی چادر سے ب. بنایا جاتا ہے۔ ایسی ایک چھت میں 0.91 m ضلع کا چوکور دروازہ بنایا گیا ہے، جس کا ایک کنارہ چولدار اور مخالف کنارے پر چٹنی نصب ہے۔ دروازے کا مرکز کمیت چوکور کے وسط سے 10 cm چولدار کنارے کی طرف ہے۔ (i) چٹنی پر اور (ب) چول پر دروازے کی قوت کی مقداریں کیا ہیں؟

سوال ۱۲.۸۷: ذرے پر قوت $\vec{F}_1 = 8.40\hat{i} - 5.70\hat{j}$ اور $\vec{F}_2 = 16.0\hat{i} + 4.10\hat{j}$ عمل پیرا ہیں۔ ان قوتوں کے مجموعہ کو متوازن بنانے والی قوت \vec{F}_3 کا (i) x جزو اور (ب) y جزو کیا ہے؟ (ج) مثبت x محور کے ساتھ \vec{F}_3 کا زاویہ کیا ہے؟

سوال ۱۲.۸۸: پیسا کا جھکا بڑج 59.1 m اونچا اور اس کا قطر 7.44 m ہے۔ بڑج کا سر انتصاب سے 4.01 m دور ہٹا ہوا ہے۔ بڑج کو یکساں دائری سیلن تصور کریں۔ (i) بڑج کا سر مزید کتنا دور ہونے پر بڑج لڑھکنے کے دہانے پر ہوگا؟ (ب) اس وقت انتصاب کے ساتھ بڑج کا زاویہ کیا ہوگا؟

باب ۱۳

تجاذب

۱۳.۱ نیوٹن کا قانون تجاذب

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. دو ذروں کی کیمت اور ان کے بیچ مصلے کا ذروں کی باہمی تجاذبی قوت کے ساتھ تعلق نیوٹن کے قانون تجاذب سے جان پائیں گے۔
 ۲. جان پائیں گے کہ مادے کا یکساں کردی خول ذرے کو، جو خول سے باہر ہو، بالکل اس طرح کھینچتا ہے جیسے خول کی کیمت خول کے مرکز پر واقع ہو۔
 ۳. ذرے پر دوسرے ذرے یا مادے کی یکساں کردی تقسیم کی قوت تجاذب آزاد جسمی حاکہ سے ظاہر کر پائیں گے۔
- کلیدی تصورات

- کائنات میں ہر ذرہ دوسرے ذرے کو ذیل متدر کی تجاذبی قوت سے اپنی طرف کھینچتا ہے:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (\text{نیوٹن کا قانون تجاذب})$$

جہاں m_1 اور m_2 ذروں کی کیمتیں، r ان کے بیچ مصلہ، اور $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ تجاذبی مستقل ہے۔

- وسیع اجسام کے بیچ تجاذبی قوت معلوم کرنے کی حاکہ، جسم کے اندر تمام انفرادی ذروں پر انفرادی قوت کا مجموعہ (کمل) لینا ہوگا۔ تاہم، اگر ایک جسم یکساں کردی خول یا کردی تشاکل ٹھوس جسم ہو، بیرونی جسم پر اس کی

صافی تجاذبی قوت معلوم کرتے وقت خول یا ٹھوس جسم کی کیت جسم کے مرکز پر تصور کی جاسکتی ہے۔

طبیعیات کیا ہے؟

طبیعیات کا ایک مقصد، قوت تجاذب کا سمجھنا ہے۔ قوت تجاذب ہمیں زمین پر رکھتی ہے، چاند کو زمین کے گرد مدار، اور زمین کو سورج کے گرد مدار میں رکھتی ہے۔ اس کا اثر ہماری **دو دھیا کہکشاں**^۱ کے ہر کونے تک پہنچ کر، اربوں ستاروں، لاتعداد جوہر اور ستاروں کے بیچ دھول کے ذروں کو کہکشاں میں جکڑ کر رکھتا ہے۔ ہم دو دھیا کہکشاں، جو ستاروں کا مقررہ نا جھرمٹ ہے، کے کنارے کے متریب، کہکشاں کے مرکزے سے 2.6×10^4 نوری سال (2.5×10^{20} m) فاصلے پر مرکزے کے گرد آہستہ آہستہ طواف کرتے ہوئے، ملتے ہیں۔

تجاذبی قوت بین کہکشان فاصلے طے کر کے کہکشاں کے معیامی گروہ کو، جس میں دو دھیا کہکشاں کے علاوہ **اندرودا**^۲ کہکشاں (شکل 1.13) جو زمین سے 2.3×10^6 نوری سال فاصلے پر ہے، اور کئی **بالشتیا**^۳ کہکشاں، جیسے **سحابہ کبیر**^۴، شامل ہے۔ کہکشاں کا معیامی گروہ از خود **مقامی عظیم خوشہ** کا حصہ ہے، جس کو تجاذبی قوت انتہائی زیادہ کمیتی خطے کی طرف، جو عظیم **جالب** کہلاتا ہے، کھینچ رہا ہے۔ یہ خطے زمین سے 3.0×10^8 نوری سال کے فاصلے پر، دو دھیا کہکشاں کی دوسرے طرف، واقع ہے۔ تجاذبی قوت اس سے بھی زیادہ دور رس ہے، چونکہ یہ پوری کائنات کو، جس کا حجم ہر دریغ بڑھ رہا ہے، ایک ساتھ رکھتا ہے۔ **ثقبہ اسود**، جو کائنات میں انتہائی پراسرار اجسام میں سے ایک ہے، کا دار و مدار بھی اسی قوت پر ہے۔ جب سورج سے بڑا ستارہ زندگی کے اختتام کو پہنچتا ہے، اس کے ذروں کے بیچ تجاذبی قوت ستارے کو اپنے آپ پر منہدم کر کے **ثقبہ اسود** پیدا کرتی ہے۔ منہدم ستارے کی سطح پر تجاذبی قوت اتنی زیادہ ہوتی ہے کہ سطح سے کوئی ذرہ منہدم نہیں ہو سکتا اور نا ہی روشنی نکل سکتی ہے (اسی لئے اس کو **ثقبہ اسود**، یعنی ”سیاہ سورخ“ کہتے ہیں)۔ اگر کوئی ستارہ **ثقبہ اسود** کے زیادہ متریب پہنچے، **ثقبہ اسود** کی توانا تجاذبی قوت ستارے کو چیر پھاڑ کر **ثقبہ (سورخ)** کے اندر کھینچ لیتی ہے۔ متعدد ستارے نوچنے پر اس سے بے پناہ **کمیتی ثقبہ اسود**^۵ بنتا ہے۔ ایسے بھیانک اور پراسرار اجسام سے کائنات بھری نظر آتی ہے۔ یقیناً ہماری اپنی دو دھیا کہکشاں کے مرکز پر ایک **ثقبہ اسود** پایا جاتا ہے، جو **القوس A*** کہلاتا ہے، اور جس کی کیت تقریباً 3.7×10^6 شمسی کیت کے برابر ہے۔ اس کی تجاذبی قوت اتنی توانا ہے کہ متریبی ستارے مدار میں گھومتے ہوئے صرف 15.2 سال میں **القوس A*** کے گرد چکر مکمل کرتے ہیں۔

اگرچہ تجاذبی قوت مکمل سمجھنے سے اب بھی ہم متصر ہیں، اسے سمجھنے کا ابتدائی نقطہ نیوٹن کا قانون تجاذب ہے۔

milkywaygalaxy^۱

Andromeda^۲

dwarf^۳

LargeMagellanicCloud^۴

LocalSupercluster^۵

GreatAttractor^۶

blackhole^۷

supermassiveblackhole^۸

نیوٹن کافٹانن تجاذب

مختلف مساوات پر بات کرنے سے قبل ذرہ سوچتے ہیں۔ ہم زمین کے ساتھ مس رہتے ہیں؛ مس رکھنے کی قوت اتنی زیادہ نہیں کہ ہمیں گھسیٹ کر چلنا پڑے اور ناپی اتنی کم ہے کہ آئے دن سرچھت سے نکل آئے۔ ساتھ ہی یہ قوت ہمیں زمین پر رکھتی ہے، تاہم اتنی طاقتور نہیں کہ ہم ایک دوسرے کے ساتھ جبر حبائیں۔ یقیناً قوت کشش کا دار و مدار جسم میں مادے کی مقدار پر ہے۔ زمین میں مادے کی مقدار بہت زیادہ ہے، لہذا زمین کی کشش بھی بہت زیادہ ہے، جبکہ انسان کے جسم میں مادے کی مقدار بہت کم ہے، اور اسی لئے دو انسانی اجسام کے بیچ قوت کشش اتنی کم ہے کہ اسے محسوس کرنا ممکن نہیں۔ مزید، ایک مادہ دوسرے مادہ کو کھینچتا ہے؛ ان کے بیچ قوت دفع نہیں پائی جاتی۔

ماضی میں انسان جاننا تھا کہ زمین ہمیں نشیب وار کھینچتی ہے (خاص کر اس وقت جب زمین پر گر کرنے سے ناک کی بڑی ٹوٹی تھی)، تاہم ان کا خیال تھا کہ یہ قوت صرف زمین کی خاصیت ہے جس کا آسمان میں فلکیاتی اجسام کی حرکت سے کوئی واسطہ نہیں۔ تاہم ۱۶۸۵ء میں، 23 سالہ، اسحاق نیوٹن کو اس بات کی سمجھ آئی کہ چاند کو یہی قوت زمین کے گرد گھومنے پر مجبور کرتی ہے۔ بالخصوص، انہوں نے دکھایا کہ کائنات میں ہر جسم، ہر دوسرے جسم کو کھینچتا ہے۔ اجسام کا ایک دوسرے کی طرف حرکت کرنے کے رجحان کو تجاذب^۹ کہتے ہیں، اور اجسام میں وہ مادہ جو قوت کشش پیدا کرتی ہے "کمیت" کہلاتا ہے۔ اگر نیوٹن کے سرپر سبب کرنے کا واقعہ درست ہو، تب سبب کی کمیت اور زمین کی کمیت کے بیچ کشش سبب کے کرنے کا سبب تھی۔ زمین کی کمیت اتنی زیادہ ہے کہ یہ قوت، جو تقریباً 0.80 N ہوگی، محسوس کی جاسکتی ہے۔ اس کے برعکس، دو تیریب کھڑے اشخاص کے بیچ قوت، جو تقریباً 1 μN ہوگی، محسوس نہیں کی جاسکتی۔

دو وسیع اجسام، جیسے دو شخص، کے بیچ تجاذبی توانائی کا حساب کرنا مشکل ہو گا۔ ہم دو ذروں (جن کی جامت صفر تصور کی جائے گی) کے بیچ نیوٹن کے قانون تجاذب کے اطلاق پر غور کرتے ہیں۔ فرض کریں ذروں کی کمیت m_1 اور m_2 اور ان کے بیچ فاصلہ r ہے۔ ایک ذرے کی دوسرے ذرے پر قوت کشش کی مقدار ذیل ہوگی:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (\text{نیوٹن کافٹانن تجاذب}) \quad (۱۳.۱)$$

جس G تجاذبی مستقل^{۱۰} ہے، جس کی قیمت ذیل ہے۔

$$\begin{aligned} G &= 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \\ &= 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \end{aligned} \quad (۱۳.۲)$$

شکل 2a.13 میں ذرہ 1 (کمیت m_1) پر ذرہ 2 (کمیت m_2) کی تجاذبی قوت \vec{F} پیش ہے۔ قوت کا رخ، ذرہ 2 کی طرف ہے اور چونکہ ذرہ 2 کی طرف ذرہ 1 کشش محسوس کرتا ہے لہذا یہ قوت کشش کہلاتی ہے۔ قوت کی مقدار مساوات ۱۳.۱ سے حاصل ہوگی۔ ذرہ 1 سے ردائی باہر نکلتی محور r ، جو ذرہ 2 سے بھی گزرتی ہے، کے مثبت رخ کے ہمراہ قوت \vec{F} عمل کرتی ہے (شکل 2b.13)۔ اکائی سمتیہ \hat{r} (جو بے بعدی سمتیہ ہے اور جس کی مقدار 1 ہے) استعمال کرتے

^۹gravitation
^{۱۰}gravitation constant

ہوئے، جو ذرہ 1 سے دوری کے رخ محور r کے ہمراہ واقع ہے (شکل 13.2c)، \vec{F} بیان کیا جاسکتا ہے۔ یوں، مساوات ۱۳.۱ استعمال کرتے ہوئے ذرہ 1 پر قوت ذیل ہوگی۔

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (13.3)$$

ذرہ 2 پر ذرہ 1 کی قوت کی مقدار وہی ہے جو ذرہ 1 پر ذرہ 2 کی مقدار ہے، تاہم اس کا رخ مخالف ہوگا۔ دونوں قوت مسل کر متوازن سوم جوڑی قوت دیتے ہیں، اور ہم دوزروں کے بیچ قوت تجاذب کی بات کر سکتے ہیں جس کی مقدار مساوات ۱۳.۱ دیتی ہے۔ دوزروں کے بیچ قوت تجاذب پر دیگر اجسام کا اثر نہیں پایا جاتا، اگرچہ یہ اجسام ان ذروں کے درمیان ہی کیوں نہ ہوں۔ دوسرے لفظوں میں، کوئی جسم ایک ذرے کو دوسرے ذرے کی تجاذبی قوت سے بچا نہیں سکتا۔

دی گئی کیت کے ذروں کی، جو کسی مخصوص منسل پر ہوں، تجاذبی قوت کا ذرہ تجاذبی مستقل G پر منحصر ہے۔ اگرچہ دوسرے G کی قیمت دس گنا کی جائے، زمین کی کشش آپ کو زمین پر گرا دیگی، اور G کی قیمت دس گنا کم کر دی جائے، آپ چھلانگ لگا کر عمارت پار کر پائیں گے۔

دیگر اجسام۔ اگرچہ، نیوٹن کا متوازن تجاذب ذروں کے لئے ہے، جب تک اجسام کی جسامت، اجسام کے بیچ منسل کے لحاظ سے بہت کم ہو، متوازن تجاذب کا اطلاق وسیع اجسام پر بھی ممکن ہے۔ زمین اور چاند ایک دوسرے سے اتنی دوری پر ہیں کہ انہیں تھمیت ذرے تصور کیا جاسکتا ہے؛ لیکن سیب اور زمین کا کیا ہوگا؟ سیب کے نقطہ نظر سے زمین اتنی وسیع ہے کہ اسے ذرہ تصور کرنا درست نہ ہوگا۔

نیوٹن نے (ذیل) مسئلہ خول کے ذریعہ زمین اور سیب کا مسئلہ حل کیا۔

مادے کا یکساں کر دی خول، کرہ سے باہر واقع ذرے کو یوں کھینچتا ہے گویا خول کی تمام کیت خول کے مرکز پر ہو۔

زمین کو خول کے اوپر خول چڑھا جسم تصور کیا جاسکتا ہے۔ ہر خول بیرونی ذرے کو یوں کھینچتا ہے گویا خول کے مرکز پر خول کی تمام کیت واقع ہو۔ یوں سطح زمین سے اوپر ذرے کو تمام خول یوں کھینچتے ہیں گویا زمین کی پوری کیت زمین کے مرکز پر واقع ہو۔ یوں، سیب کے نقطہ نظر سے زمین اس ذرے کی مانند ہے جو زمین کے مرکز پر واقع ہے اور جس کی کیت زمین کی کیت کے برابر ہے۔

قانون سوم جوڑی قوت۔ فرض کریں، جیسا شکل 3.13 میں دکھایا گیا ہے، سیب کو زمین 0.80 N مقدار

کی قوت سے نیچے کھینچتی ہے۔ اب زمین کو سیب 0.80 N مقدار کی قوت سے اوپر کھینچے گا اور یہ قوت زمین کے مرکز پر عمل پیرا ہوگی۔ باب 5 کی زبان میں یہ قوت مسل کر نیوٹن کے متوازن سوم میں جوڑی قوت دیتی ہیں۔ اگرچہ، ان کی مقدار ایک ہے، جب سیب رہا کیا جائے وہ قوت سیب پر مختلف اسراع عائد کرتی ہیں۔ سیب کے اسراع کی مقدار 9.8 m s^{-1} ہوگی، جو سطح زمین کے متریب گرتے جسم کا اسراع ہے۔ سیب وزمین نظام کے مرکز سے حبڑی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے زمین کے اسراع کی مقدار صرف $1 \times 10^{-25} \text{ m s}^{-2}$ ہوگی۔ یقیناً، سیب کے گرنے کے دوران زمین ساکن نظر آتی ہے۔

ایک ذرہ باری باری درج ذیل اجسام کے باہر رکھا جاتا ہے، جن کی انفرادی کمیت m ہے۔ (1) ایک بڑا یکساں ٹھوس کرہ، (2) ایک بڑا یکساں کروی خول، (3) ایک چھوٹا یکساں ٹھوس کرہ، اور (4) ایک چھوٹا یکساں خول۔ ہر مرتبہ ذرے اور کرہ کے مرکز کا فاصلہ d رکھا جاتا ہے۔ ذرے پر قوت کی مقدار کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر، ان اجسام کی درجہ بندی کریں۔

□

۱۳.۲ تجاذب اور اصول انطباق

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

۱. جہاں ذرے پر ایک سے زیادہ تجاذبی قوت عمل پیرا ہوں، قوتوں کو ظاہر کرنے والا آزاد جسمی حنا کہ بن پائیں گے، جس میں قوت سمتیات کی دم عین ذرے پر ہوگی۔

۲. جہاں ایک سے زیادہ تجاذبی قوت ذرے پر عمل پیرا ہوں، انفرادی قوت کو سمتیہ تصور کر کے تمام کا مجموعہ لے کر صافی قوت تلاش کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

• تجاذبی قوت اصول انطباق پر پورا اترتی ہے؛ یعنی، جہاں n ذرے باہم عمل کرتے ہوں، ایک ذرے پر، جس کا صرف 1 ہے، صافی قوت \vec{F}_1 باقی تمام ذروں کو باری باری لے کر، انفرادی قوتوں کا مجموعہ ہوگا:

$$\vec{F}_{1, \text{صافی}} = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{1i}$$

جہاں ذرہ 1 پر ذرہ 2، 3، ...، n کی قوتوں کا سمتی مجموعہ لیا جائے گا۔

• وسیع جسم کی ذرے پر قوت \vec{F}_1 معلوم کرنے کے لئے، وسیع جسم کو تفریقی کیت dm کے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جاتا ہے، جو ذرے پر تفریقی قوت $d\vec{F}$ پیدا کرتی ہیں؛ تمام تفریقی قوتوں کا مکمل ان کا مجموعہ دیگا۔

$$\vec{F}_1 = \int d\vec{F}$$

تجاذب اور اصول انطباق

اصول انطباق "استعمال کر کے، ذروں کے گروہ میں، ایک ذرے پر باقی ذروں کی صافی (یا حاصل) تجاذبی قوت معلوم کی جاتی ہے۔ یہ ایک عمومی اصول ہے، جو کہتا ہے انفرادی اثرات کا مجموعہ صافی اثر دیگا۔ یہاں، اس اصول کے تحت منتخب ذرے پر باقی تمام ذروں کا (ایک ایک کر کے) انفرادی قوت تجاذب حاصل کر کے ان کا سمتی

مجموعہ لے کر صافی تجاذبی قوت حاصل کیا جائے گا۔ سمتیات کا مجموعہ لینا ہم جانتے ہیں۔ قوت کے سمتیات کا مجموعہ بھی اسی طرح حاصل کیا جائے گا۔

مذکورہ بالا آخری دو جملوں میں پیش دو نقطوں پر دوبارہ غور کرتے ہیں۔ (1) قوت در حقیقت سمتیہ ہیں جن کے رخ مختلف ہو سکتے ہیں لہذا ان کا سمتی مجموعہ لینا ضروری ہے، جو قوتوں کے رخ کا حساب بھی رکھے گا۔ (جب دو آدمی آپ کو مخالف رخ کھینچیں، ان کی صافی قوت یقیناً اس سے مختلف ہوگی جب دونوں آپ کو ایک رخ کھینچیں۔) (2) ہم انفرادی قوتوں کا مجموعہ لیتے ہیں۔ کتنا مشکل ہوتا اگر صافی قوت کسی جسم کو مضبوطی پر منحصر ہوتی جس کی قیمت ہر قوت کے لئے صورت حال کے مطابق مختلف ہوتی، یا اگر ایک قوت کی موجودگی دوسری قوت پر اثر انداز ہوتی۔ ہماری خوش قسمتی ہے کہ دنیا اتنی پیچیدہ نہیں، ہم قوتوں کا سادہ سمتی مجموعہ لیتے ہیں۔

جہاں n باہم عمل ذرے ہوں، وہاں ذرہ 1 پر باقی ذروں کی تجاذبی قوتوں کا اصول انطباق ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$\vec{F}_{1, \text{صافی}} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{15} + \dots + \vec{F}_{1n} \quad (۱۳.۴)$$

یہاں ذرہ 1 پر صافی قوت $\vec{F}_{1, \text{صافی}}$ ہے اور، مثال کے طور پر، ذرہ 1 پر ذرہ 3 کی قوت \vec{F}_{13} ہے۔ اس مساوات کو مختصر (ذیل) سمتی مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔

$$\vec{F}_{1, \text{صافی}} = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{1i} \quad (۱۳.۵)$$

حقیقی اجماع۔ ذرے پر حقیقی (وسیع) جسم کی تجاذبی قوت کیا ہوگی؟ ہم جسم کو اتنے چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کرتے ہیں کہ ہر ٹکڑے کو ذرہ تصور کرنا ممکن ہو۔ اس کے بعد مساوات ۱۳.۵ استعمال کر کے ذرے پر تمام ٹکڑوں کی قوتوں کا سمتی مجموعہ لیتے ہیں۔ تحدیدی صورت میں ہم وسیع جسم کو تشریفاتی ٹکڑوں میں تقسیم کرتے ہیں جن کی انفرادی کمیت dm اور انفرادی تشریفاتی قوت $d\vec{F}$ ہوگی، اور مساوات ۱۳.۵ ذیل شکل کاروبار اختیار کرتی ہے:

$$\vec{F}_1 = \int d\vec{F} \quad (۱۳.۶)$$

جہاں عمل پورے جسم پر لیا جاتا ہے اور ہم زیر نوشت ”صافی“ لکھنا بند کرتے ہیں۔ اگر وسیع جسم ایک یکساں کرہ یا کروی خول ہو، مساوات ۱۳.۶ کے سمتی عمل سے چھٹکارہ حاصل کیا جاسکتا ہے؛ ہم جسم کی کمیت اس کے مرکز کمیت پر تصور کر کے مساوات ۱۳.۱ استعمال کرتے ہیں۔

نمونہ سوال ۱۳.۱: صافی تجاذبی قوت، دو الباعدی، تیز ذروں

شکل 4a.13 میں ذرہ 1، ذرہ 2، اور ذرہ 3 پیش ہیں جن کی کمیت $m_1 = 6.0 \text{ kg}$ اور $m_2 = m_3 = 4.0 \text{ kg}$ ہے، اور جہاں $a = 2.0 \text{ cm}$ ہے۔ ذرہ 1 پر باقی ذروں کی صافی قوت $\vec{F}_{1, \text{صافی}}$ کیا ہے؟

کلیدی تصورات

(1) چونکہ ہمیں ذروں سے واسطے ہے، ذرہ 1 پر باقی ذروں کی تجاذبی قوت کی قدر مساوات ۱۳.۱ ($F = Gm_1m_2/r^2$)

سے حاصل ہوگی۔ (2) ذرہ 1 پر تجاذبی قوت اس ذرے کے رخ ہوگی جو قوت پیدا کرتی ہے۔ (3) یہ قوتیں ایک محور پر نہیں پائی جاتیں لہذا ان کی متدروں کو جمع یا منفی نہیں کیا جاسکتا۔ انہیں سمتیت کی طرح جمع کرنا ہوگا۔

حاصل: مساوات ۱۳.۱ کے تحت ذرہ 1 پر ذرہ 2 کی قوت \vec{F}_{12} کی متدر ذیل ہوگی۔

$$\begin{aligned} F_{12} &= \frac{Gm_1m_2}{a^2} \\ (13.2) \quad &= \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2})(6.0 \text{ kg})(4.0 \text{ kg})}{(0.020 \text{ m})^2} \\ &= 4.00 \times 10^{-6} \text{ N} \end{aligned}$$

اسی طرح ذرہ 1 پر ذرہ 3 کی قوت کی متدر ذیل ہوگی۔

$$\begin{aligned} F_{13} &= \frac{Gm_1m_3}{(2a)^2} \\ (13.8) \quad &= \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2})(6.0 \text{ kg})(4.0 \text{ kg})}{(0.040 \text{ m})^2} \\ &= 1.00 \times 10^{-6} \text{ N} \end{aligned}$$

قوت \vec{F}_{12} مثبت محور y رخ (شکل 4b.13) ہے جس کا صرف y جزو F_{12} ہوگا۔ اسی طرح \vec{F}_{13} منفی محور x رخ ہے جس کا صرف x جزو $-F_{13}$ ہوگا (شکل 4c.13)۔ (یاد رہے، ہم قوتوں کی دم اس ذرے پر رکھتے ہیں جو قوت محسوس کرتا ہو۔)

ذرہ 1 پر صافی قوت $\vec{F}_{1,}$ تلاش کرنے کے لئے ہمیں دونوں قوت کو سمتیت کی طرح جمع کرنا ہوگا (شکل 4d.13 اور شکل 4e.13)۔ یہاں $-F_{13}$ اور F_{12} قوت $\vec{F}_{1,}$ کے x اور y جزو ہیں۔ یوں مساوات 6.3 استعمال کر کے متدر تلاش کرنے کے بعد $\vec{F}_{1,}$ کا رخ معلوم کرتے ہیں۔ متدر ذیل ہے۔

$$\begin{aligned} F_{1,} &= \sqrt{(F_{12})^2 + (-F_{13})^2} \\ &= \sqrt{(4.00 \times 10^{-6} \text{ N})^2 + (-1.00 \times 10^{-6} \text{ N})^2} \\ &= 4.1 \times 10^{-6} \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

مثبت محور x کے ساتھ $\vec{F}_{1,}$ کا زاویہ مساوات 6.3 کے تحت ذیل ہوگا۔

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_{12}}{-F_{13}} = \tan^{-1} \frac{4.00 \times 10^{-6} \text{ N}}{-1.00 \times 10^{-6} \text{ N}} = -76^\circ$$

کیا یہ زاویہ درست معلوم ہوتا ہے؟ (شکل 4f.13) بالکل نہیں، چونکہ $\vec{F}_{1,}$ کا زاویہ \vec{F}_{12} اور \vec{F}_{13} کے درمیان ہوگا۔ باب 3 سے یاد کریں، محاسبے $^\circ$ (کلکولیٹر) \tan^{-1} کی دو ممکنہ جوابات میں سے ایک دیگا۔ دوسرا

جواب جاننے کے لئے زاویے کے ساتھ 180° جمع کرنا ہوگا:

$$-76^\circ + 180^\circ = 104^\circ \quad (\text{جواب})$$

□

جو مانی \vec{F}_1 کا درست زاویہ نظر آتا ہے (شکل 4g.13)۔

آزمائش ۲

تین ذرے، جن کی کمیت برابر ہے، کو چار مختلف صورتوں میں رکھا گیا ہے (شکل ۱؟؟)۔ (۱) جس ذرے کو m سے ظاہر کیا گیا ہے، اس پر صافی تجاذبی قوت کی مقدار کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر، چار صورتوں کی درجہ بندی کریں۔ (ب) کیا صورت 2 میں صافی قوت کا رخ اس لکیر کے زیادہ متریب ہے جس کی لمبائی d ہے یا جس کی لمبائی D ہے؟ □

۱۳.۳ سطح زمین کے متریب تجاذب

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. آزاد گرنے کا اسراع اور تجاذبی اسراع میں تمیز کر پائیں گے۔

۲. یکساں، کروئی فلکیاتی جسم کے متریب لیکن اس سے باہر تجاذبی اسراع کا حساب کر پائیں گے۔

۳. پیمائشی وزن اور تجاذبی قوت کی مقدار میں تمیز کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

• ایک ذرے کا (جس کی کمیت m ہے) تجاذبی اسراع a_g صرف اور صرف، ذرے پر عمل پیرا، تجاذبی قوت کی بنا ہے۔ یکساں، کروئی جسم، جس کی کمیت M ہے، کے مرکز سے r فاصلے پر واقع ذرہ پر عمل پیرا تجاذبی قوت کی مقدار F مساوات ۱۳.۱ سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ یوں، نیوٹن کے قانون دوم کے تحت ذیل ہوگا:

$$F = ma_g$$

جس سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$a_g = \frac{GM}{r^2}$$

• زمین کی کمیتی تقسیم یکساں نہیں، زمین مکمل کروئی نہیں، اور زمین اپنے مرکز کے گرد گھوم رہی ہے لہذا سطح زمین کے متریب ذرے کا حقیقی آزاد گرنے کا اسراع تجاذبی اسراع a_g سے معمولی مختلف ہوگا، اور ذرے کا وزن (mg کے برابر ہے) ذرے پر تجاذبی قوت کی مقدار سے مختلف ہوگا۔

جدول ۱۳.۱: بلندی کے ساتھ a_g کی تبدیلی

بلندی مثال	a_g (m s^{-2})	بلندی (km)
اوسط سطح زمین	9.83	0
سگرماتا	9.80	8.8
بلند ترین انسان بردار غبارہ	9.71	36.6
حیاتی جہاز کامدار	8.70	400
مواصلاتی سیارچے کامدار	0.225	35700

سطح زمین کے متغریب تجاذب

آئیں فرض کریں زمین یکساں کر دی ہے اور اس کی کمیت M ہے۔ زمین سے باہر، زمین کے مرکز سے r فاصلے پر واقع ذرہ، جس کی کمیت m ہے، پر زمین کی تجاذبی قوت کی مقدار، F ، مساوات ۱۳.۱ دیتی ہے۔

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (13.9)$$

اگر ذرہ ہاکیا جائے، تجاذبی قوت \vec{F} کی بنا ذرہ تجاذبی اسراع \vec{a}_g کے ساتھ زمین کے مرکز کی طرف گئے گا۔ نیوٹن کا قانون دوم قوت کی مقدار F اور اسراع a_g کا ذیل تعلق دیتا ہے۔

$$F = ma_g \quad (13.10)$$

مساوات ۱۳.۱۰ میں a_g سے F ڈال کر a_g کے لئے حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$a_g = \frac{GM}{r^2} \quad (13.11)$$

سطح زمین سے مختلف بلندیوں کے لئے a_g کی قیمتیں جدول ۱۳.۱ میں پیش ہیں۔ دنیا کی بلند ترین چوٹی سگرماتا^{۱۴} پر $a_g = 9.80 \text{ m s}^{-2}$ ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ 400 km کی بلندی پر بھی a_g کی قیمت خاصی ہے۔

ہم حصہ 1.5 سے، زمین کا گھاؤ نظر انداز کر کے، زمین کو جمودی چوکھٹ تصور کرتے رہے ہیں۔ اس تسہیل کی بنا ہم فرض کرتے رہے ہیں کہ ذرے کے آزاد گرنے کا اسراع g اور ذرے کا تجاذبی اسراع (جس کو اب ہم a_g کہتے ہیں) ایک ہیں۔ مزید، ہم فرض کرتے رہے ہیں کہ زمین پر ہر کہیں g کی قیمت مستقل اور 9.8 m s^{-2} ہے۔ تاہم، (درج ذیل) تین وجوہات کی بنا، کسی بھی مقام پر g کی پیمائشی قیمت، اس مقام پر مساوات ۱۳.۱۱ سے حاصل a_g کی قیمت سے مختلف ہو گی: (1) زمین کی کمیتی تقسیم یکساں نہیں، (2) زمین مکمل کر دی نہیں، اور (3) زمین گھوم رہی

^{۱۴}gravitational acceleration
^{۱۵}Mount Everest

ہے۔ ساتھ ہی، چونکہ g کی قیمت a_g کی قیمت سے مختلف ہے، انہیں تین وجوہات کی بنا، ذرے کی پیمائشی وزن mg ، مساوات ۱۳.۹ سے حاصل، ذرے پر تجاذبی قوت کی قدر سے مختلف ہوگی۔ آئیں ان وجوہات پر غور کریں۔

۱. زمین کے کمیت تقسیم یکساں نہیں۔ زمین کے رداس کے ساتھ زمین کی کثافت (کمیت فی اکائی حجم) میں تبدیلی شکل 5.13 میں پیش ہے، اور زمین کے قشر (بیرونی پرت) کی کثافت سطح زمین پر ایک مقام سے دوسرے مقام مختلف ہے۔ یوں سطح زمین پر g کی قیمت ایک مقام سے دوسرے مقام مختلف ہوگی۔

۲. زمین مکمل کر دہ نہیں۔ زمین تخمیناً ترخیمی سطح ہے جو قطبین پر چھٹی اور خط استوا پر ابھری ہے۔ اس کا استوائی رداس (زمین کے مرکز سے خط استوا تک فاصلہ) قطبی رداس (مرکز سے شمالی قطب یا جنوبی قطب تک فاصلہ) سے 21 km زیادہ ہے۔ یوں، زمین کے اندرونی کثیف خط کو، قطبین پر نقطہ خط استوا پر نقطہ سے زیادہ متفریب ہوگا۔ یہ ایک وجہ ہے جس کی بنا، سطح سمندر پر رہتے ہوئے خط استوا سے شمالی قطب یا جنوبی قطب کی طرف چلے ہوئے آزاد گھرنے کے اسراع g کی پیمائشی قیمت بڑھتی ہے۔ جیسے جیسے آپ قطبین کی طرف بڑھتے ہیں، آپ زمین کے مرکز کے متفریب ہوتے جاتے ہیں، اور نیوٹن کے قانون تجاذب کے تحت، g بڑھتی ہے۔

۳. زمین گھوم رہی ہے۔ زمین کی محور گھاؤ شمالی اور جنوبی قطب سے گزرتی ہے۔ قطبین کے علاوہ، سطح زمین پر کسی بھی نقطہ پر واقع جسم محور گھاؤ کے گرد دائرے پر گھومتا ہے اور یوں دائرے کے مرکز کے رخ مرکز مائل اسراع محسوس کرے گا۔ مرکز مائل اسراع کی بدولت دائرے کے مرکز کے رخ مرکز مائل صافی قوت بھی ہوگی۔

یہ سمجھنے کے لئے کہ زمین کا گھاؤ g کو a_g سے کس طرح مختلف بناتا ہے، ہم ایک سادہ مثال پر غور کرتے ہیں۔ فرض کریں خط استوا پر کمیت m کا کریٹ ترازو پر رکھا گیا ہے۔ شمالی قطب پر بلندی سے نظارہ شکل 6a.13 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 6b.13 میں کریٹ کا آزاد جسمی حنا کہ، کریٹ پر عمل پیرا دو قوت دکھاتا ہے۔ دونوں قوت محور r کے ہمراہ ہیں، جو مرکز زمین سے رداسی باہر رخ ہے۔ کریٹ پر ترازو کی عمودی قوت \vec{F}_N مثبت محور r کے رخ، باہر کی طرف ہے۔ تجاذبی قوت، جو $m\vec{a}_g$ ہوگی، اندر کی طرف ہے۔ چونکہ کریٹ مرکز زمین کے گرد زمین کے ساتھ ساتھ گھومتا ہے، مرکز زمین کی طرف کریٹ کا مرکز مائل اسراع \vec{a} ہوگا۔ مساوات ۱۰.۲۳ ($a_r = \omega^2 r$) کے تحت یہ اسراع $\omega^2 R$ کے برابر ہوگا، جہاں ω زمین کی زاوی رفتار اور R دائرے کا رداس (جو تخمیناً زمین کے رداس کے برابر ہوگا) ہے۔ یوں محور r پر قوتوں کے لئے نیوٹن کا قانون دوم ($F_{r, \text{صافی}} = ma_r$) ذیل لکھا جائے گا۔

$$F_N - ma_g = m(-\omega^2 R) \quad (۱۳.۱۲)$$

عمودی قوت کی قدر F_N ترازو پر ٹاپا گیا وزن mg ہے۔ مساوات ۱۳.۱۲ میں F_N کی جگہ mg ڈال کر ذیل حاصل ہوگا:

$$mg = ma_g - m(\omega^2 R) \quad (۱۳.۱۳)$$

جو ذیل کہتی ہے۔

$$(کمیت ضرب مرکز مائل اسراع) - (تجاذبی قوت کی مقدار) = (ناپاگیا وزن)$$

یوں زمین کے گھماؤ کی بدولت کریٹ کا ناپاگیا وزن تجاذبی قوت کی مقدار سے کم ہوگا۔

اسراع میں فرق۔ مساوات ۱۳.۱۳ میں دونوں اطراف m منسوخ کر کے اسراع g اور اسراع a_g کا مطابقتی فقرہ حاصل کرتے ہیں:

$$g = a_g - \omega^2 R \quad (۱۳.۱۴)$$

جو ذیل کہتا ہے۔

$$(مركز مائل اسراع) - (تجاذبی اسراع) = (آزاد گرنے کا اسراع)$$

یوں زمین کے گھماؤ کی بدولت آزاد گرنے کا اسراع تجاذبی اسراع سے کم ہوگا۔

خط استوا۔ اسراع g اور اسراع a_g میں منفرق $\omega^2 R$ کے برابر ہے، جو خط استوا پر زیادہ سے زیادہ ہوگا (خط استوا پر کریٹ جس دائرے پر گھومتا ہے، اس کا رداس زیادہ سے زیادہ ہوگا)۔ اسراع کی قیمتوں میں منفرق جاننے کے لئے ہم مساوات ۱۰.۵ ($\omega = \Delta\theta/\Delta t$) اور زمین کا رداس $R = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ استعمال کرتے ہیں۔ زمین کے ایک چکر کے لئے $\Delta\theta$ کی قیمت 2π ریڈیئن اور Δt کی قیمت تقریباً 24 گھنٹے ہے۔ ان قیمتوں کو استعمال کر کے (اور گھنٹوں کو سیکنڈ میں بدل کر)، ہم دیکھتے ہیں کہ g کی قیمت a_g کی قیمت سے صرف 0.034 m s^{-2} کم ہے (جو 9.8 m s^{-2} کے لحاظ سے کافی کم ہے)۔ اسی وجہ کی بنا، ہم g اور a_g میں منفرق کو عموماً نظر انداز کرتے ہیں۔ اسی طرح، وزن اور تجاذبی قوت کی مقدار میں منفرق بھی عموماً نظر انداز کیا جاتا ہے۔

نمونہ سوال ۱۳.۲: سر اور پیر پر اسراع میں فرق

(۱) ایک خلاباز، جس کا فاصلہ $h = 1.70 \text{ m}$ ہے، مرکز زمین سے $r = 6.77 \times 10^6 \text{ m}$ فاصلے پر خلائی طیارے میں ”پیر نیچے“ تیر رہا ہے۔ اس کے سر اور پیر پر تجاذبی اسراع میں منفرق کتنا ہوگا؟

کلیدی تصورات

ہم زمین کو یکساں کرہ تصور کر سکتے ہیں، جس کی کمیت M_E ہے۔ یوں، مرکز زمین سے r فاصلے پر تجاذبی اسراع مساوات ۱۳.۱۱ کے تحت ذیل ہوگا۔

$$a_g = \frac{GM_E}{r^2} \quad (۱۳.۱۵)$$

ہم پیر کا فاصلہ $r = 6.77 \times 10^6 \text{ m}$ اور سر کا فاصلہ $r = 6.77 \times 10^6 \text{ m} + 1.70 \text{ m}$ لے کر دونوں مقام پر اسراع معلوم کر کے ان کے منفرق جان سکتے ہیں۔ تاہم، r کے لحاظ سے h کی قیمت اتنی کم ہے، یوں اسراع کی دو قیمتوں میں منفرق اتنا معمولی ہوگا کہ عین ممکن ہے محاسب (کیلو لیٹر) دونوں کی قیمت ایک دے اور یوں منفرق صفر حاصل ہوگا، جو درست نہیں۔ بہتر طریقہ ذیل ہے: چونکہ خلاباز کے سر اور پیر کے منفرق r میں تقریبی منفرق dr پایا جاتا ہے، ہمیں r کے لحاظ سے مساوات ۱۳.۱۵ کا منفرق لینا چاہیے۔

حاجے: رداس r کے لحاظ سے مساوات ۱۳.۱۵ کا تفرق ذیل دیا:

$$(۱۳.۱۶) \quad da_g = -2 \frac{GM_E}{r^3} dr$$

جہاں r میں تفریقی تبدیلی dr کی بنا تفریقی تجاذبی اسراع میں تفریقی تبدیلی da_g ہے۔ خلا باز کے لئے، $dr = h$ اور $r = 6.77 \times 10^6 \text{ m}$ ہے۔ مساوات ۱۳.۱۶ میں یہ معلومات ڈال کر ذیل حاصل ہوگا:

$$da_g = -2 \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2})(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6.77 \times 10^6 \text{ m})^3} (1.70 \text{ m})$$

$$= -4.37 \times 10^{-6} \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

جہاں زمین کی کیت M ضمیمہ C سے لی گئی ہے۔ اس نتیجہ کے تحت زمین کی طرف خلا باز کے پیر کا اسراع اس کے سر کے اسراع سے معمولی زیادہ ہے۔ یہ منفرق (جو دو چیزوں کے اثر^{۱۵} کہلاتا ہے) خلا باز کے جسم کو کھینچ کر لمبا کرنے کی کوشش کرتا ہے، تاہم یہ منفرق اتنا معمولی ہے کہ وہ کبھی بھی اسے محسوس نہیں کر پائے گا۔

(ب) اب منفرق کریں خلا باز ”پیر نیچے“ اسی رداس $r = 6.77 \times 10^6 \text{ m}$ پر ثقب اسود کے گرد گھومتا ہے، جس کی کیت $M_h = 1.99 \times 10^{31} \text{ kg}$ (سورج کے 10 گنا) ہے۔ اس کے سر اور پیر پر اسراع میں منفرق کیا ہوگا؟ ثقب اسود کی ایک ریاضی سطح (جوانتی وقوع^{۱۶} کہلاتی ہے) کا رداس $R_h = 2.95 \times 10^4 \text{ m}$ ہے۔ افق وقوع سے، یا اس کے اندر سے، کوئی چیز باہر نہیں نکل سکتی؛ روشنی بھی اس سے نہیں نکل سکتی۔ (اسی سے ثقب اسود یعنی سیاہ روزن کا نام نکلا ہے۔) خلا باز اس سطح سے کافی باہر ($r = 229 R_h$) معلق ہے۔

حاجے: یہاں بھی خلا باز کے سر اور پیر میں r کا تفریقی منفرق dr پایا جاتا ہے، لہذا ہم دوبارہ مساوات ۱۳.۱۶ استعمال کرتے ہیں۔ تاہم، اب M_E کی جگہ $M_h = 1.99 \times 10^{31} \text{ kg}$ ہوگا۔ یوں ذیل حاصل ہوگا۔

$$da_g = -2 \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2})(1.99 \times 10^{31} \text{ kg})}{(6.77 \times 10^6 \text{ m})^3} (1.70 \text{ m})$$

$$= -14.5 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

خلا باز کے پیر پر اسراع اس کے سر پر اسراع سے کافی زیادہ ہے۔ اگرچہ خلا باز اس کھینچ کو برداشت کر پائے گا لیکن کافی درد کے ساتھ۔ اگر وہ ثقب اسود کے مزید متریب جائے، اسراع میں منفرق اتنا بڑھ سکتا ہے کہ اس کے جسم کو چیر پھاڑ دے۔ □

۱۳.۴ زمین کے اندر تجاذب

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. حبان پائیں گے کہ یکساں خول اس ذرے پر کوئی تجاذبی قوت نہیں ڈالتی جو خول کے اندر ہو۔
۲. مادہ کے ناگھونے والے یکساں کرہ کے اندر واقع ذرے پر تجاذبی قوت کا حساب کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- مادے کا یکساں خول اس ذرے پر کوئی صافی تجاذبی قوت لاگو نہیں کرتا جو اس خول کے اندر ہو۔
- یکساں ٹھوس کرہ کے اندر، مرکز سے r فاصلے پر، واقع ذرے پر تجاذبی قوت \vec{F} صرف اس کمیت $M_{r_{\text{اند}}$ کی بدولت ہوگی جو رداس r کرہ کے اندر ہے:

$$M_{r_{\text{اند}}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho = \frac{M}{R^3} r^3$$

جہاں ٹھوس کرہ کی کثافت ρ ، رداس R ، اور کمیت M ہے۔ ہم اندر کی کمیت $M_{r_{\text{اند}}}$ کو ٹھوس کرہ کے مرکز پر ایک ذرے کی کمیت تصور کر کے نیوٹن کا قانون تجاذب استعمال کرتے ہیں۔ یوں کمیت m پر ذیل قدر کی قوت عمل پیرا ہوگی۔

$$F = \frac{GmM}{R^3} r^3$$

زمین کے اندر تجاذب

نیوٹن کا مسئلہ خول یکساں خول کے اندر واقع ذرے پر لاگو کر کے ذیل حاصل ہوگا۔
مادے کے یکساں خول کے اندر موجود ذرے پر خول صافی تجاذبی قوت لاگو نہیں کرتا۔

انتباہ: اس کا ہر گز یہ مطلب نہیں کہ ذرے پر خول کے مختلف حصوں کا تجاذبی قوت جادو سے غائب ہو جاتا ہے۔ درحقیقت، خول کے تمام ٹکڑوں کے تجاذبی قوت کا مجموعہ صفر کے برابر ہوگا۔

اگر زمین کی کمیت کی تقسیم یکساں ہوتی، سطح زمین پر موجود ذرے پر تجاذبی قوت زیادہ سے زیادہ ہوتی، اور ذرے کو سطح سے دور باہر کی طرف لے جانے سے ذرے پر قوت کم ہوتی۔ ذرے کو سطح کے اندر زمین کے مرکز کی طرف لے جانے سے تجاذبی قوت وہ طرح اثر انداز ہوگی۔ (1) چونکہ ذرہ زمین کے مرکز کے قریب ہوگا، اس پر تجاذبی قوت بڑھے گی۔ (2) چونکہ ذرے کے رداسی فاصلہ سے باہر خول ذرے پر صافی تجاذبی قوت پیدا نہیں کرتا لہذا ذرے پر تجاذبی قوت گھٹے گی۔

یکساں زمین کے اندر واقع کمیت m کے جسم پر تجاذبی قوت معلوم کرتے ہیں۔ شکل 7.13 میں زمین کے آراپر، شمالی قطب سے جنوبی قطب تک، سرنگ دکھائی گئی ہے، جہاں جنوبی قطب سے سرنگ میں جسم گر کر مرکز زمین سے r فاصلے پر پہنچا ہے۔ اس لمحے جسم پر صرف $M_{r_{\text{اند}}}$ صافی تجاذبی قوت پیدا کرتی ہے، جو رداس r کرہ کے اندر (نقطہ) دار لکیر کے اندر (موجود کمیت ہے۔ نقطہ) دار لکیر سے باہر خول جسم پر صافی تجاذبی قوت پیدا

نہیں کرتا۔ مزید، ہم $M_{اند}$ کو زمین کے مرکز پر موجود ذرے کی کمیت تصور کر سکتے ہیں۔ یوں، مساوات ۱۳.۱ سے جسم پر تجاذبی قوت کی مقدار تلاش کرتے ہیں۔

$$F = \frac{GmM_{اند}}{r^2} \quad (۱۳.۱۷)$$

چونکہ ہم یکساں کثافت ρ تصور کر رہے ہیں، ہم اس اندر کی کمیت کو زمین کی کل کمیت M اور رداس R کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \text{کل کمیت} &= \frac{\text{اندر کی کمیت}}{\text{اندر کا حجم}} = \frac{\text{کثافت}}{\text{کل حجم}} \\ \rho &= \frac{M_{اند}}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \end{aligned}$$

$M_{اند}$ کے لئے حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$M_{اند} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = \frac{M}{R^3} r^3 \quad (۱۳.۱۸)$$

مساوات ۱۳.۱۷ میں مساوات ۱۳.۱۸ سے $M_{اند}$ (کی دائیں ترین قیمت) ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$F = \frac{GmM}{R^3} r \quad (۱۳.۱۹)$$

جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں، زمین کے مرکز پر، جہاں $r = 0$ ہوگا، تجاذبی قوت صفر کے برابر ہے۔

مساوات ۱۳.۱۹ کو سمتیہ قوت \vec{F} اور مرکز زمین سے باہر رخ رداہی محور کے ہمراہ جسم کے تعین گر سمتیہ \vec{r} کی صورت میں بھی لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات ۱۳.۱۹ میں تمام مستقلات کو K سے ظاہر کر کے ذیل لکھا جائے گا:

$$\vec{F} = -K\vec{r} \quad (۱۳.۲۰)$$

جہاں \vec{F} اور \vec{r} کی مخالف سمتوں کو منفی کی علامت شامل کر کے ظاہر کیا گیا ہے۔ مساوات ۱۳.۲۰ کا روپ قانون ہک (مساوات 20.7، $\vec{F} = -k\vec{d}$) کی طرح ہے۔ یوں (یکساں زمین کی صورت میں)، اسپرنگ پر نسب جسم کی طرح، یہ جسم ارتعاش پذیر ہوگا، اور مرکز زمین ارتعاش کا مرکز ہوگا۔ جنوبی قطب سے سرنگ میں گر کر جسم مرکز زمین سے گزر کر شمالی قطب پہنچتا ہے۔ وہاں سے جسم واپس مرکز زمین کی طرف گر کر مرکز زمین سے گزر کر جنوبی قطب پہنچے گا، اور یہ سلسلہ اسی طرح چلتا رہے گا۔

حقیقی دنیا کی کمیتی تقسیم غیریکیاں ہے (شکل 5.13) لہذا جیسے جیسے جسم زمین کی مرکز کی طرف گرتا ہے، اس پر ابتدائی طور قوت بڑھے گی۔ ایک مخصوص گہرائی پر قوت زیادہ سے زیادہ قیمت کو پہنچے گی اور اس کے بعد قوت کم ہونا شروع کرے گی۔

۱۳.۵ تجاذبی مخفی توانائی

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. ذروں (یا یکساں کروں جنہیں ذرے تصور کیا جاسکے) کے نظام کی تجاذبی مخفی توانائی کا حساب کر پائیں گے۔
۲. حبان پائیں گے کہ تجاذبی قوت محسوس کرتا ذرہ جب ابتدائی نقطہ سے اختتامی نقطہ پہنچتا ہے، تجاذبی قوت کا ذرے پر سراسر انجام کام (اور یوں تجاذبی مخفی توانائی میں تبدیلی) راہ پر منحصر نہیں۔
۳. جب جرم منسلکی (یا سکن جسم) کے متغیر ایک ذرہ حرکت کرتا ہے، ذرے پر جرم کی تجاذبی قوت استعمال کر کے تجاذبی قوت کے سراسر انجام کام کا حساب کر پائیں گے۔
۴. جرم منسلکی (یا سکن جسم) کے لحاظ سے حرکت کرتے جسم پر (مشمول تجاذبی مخفی توانائی) میکانی توانائی کی بقا کا اطلاق کر پائیں گے۔
۵. جرم منسلکی (جو عموماً یکساں کرہ تصور کیا جائے گا) سے ذرے کی مندراری کے لئے درکار توانائی کی وجوہات سمجھ پائیں گے۔
۶. جرم منسلکی سے ٹکرنے کے لئے ذرے کی مندراری کی رفتار تلاش کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- دو ذروں، جن کی کمیتیں M اور m ہیں، کے بیچ منسلک لامتناہی سے گھٹا کر r کرتے ہوئے، ایک ذرے پر دوسرے ذرے کی تجاذبی توانائی کا سراسر انجام کام، دو ذروی نظام، جس میں ذروں کے بیچ منسلک r ہو، کی مخفی توانائی $U(r)$ کے منفی کے برابر ہوگا۔ یہ توانائی ذیل ہوگی۔

$$U = -\frac{GMm}{r} \quad (\text{تجاذبی مخفی توانائی})$$

- دو سے زیادہ ذروں پر مشتمل نظام کی کل تجاذبی مخفی توانائی U تمام جوڑیوں کی مخفی توانائیوں کا مجموعہ ہوگا۔ مثال کے طور پر، تین ذروں کے لئے، جن کی کمیتیں m_1 ، m_2 ، اور m_3 ہیں ذیل ہوگا۔

$$U = -\left(\frac{Gm_1m_2}{r_{12}} + \frac{Gm_1m_3}{r_{13}} + \frac{Gm_2m_3}{r_{23}}\right)$$

- کمیت M اور رداس R کے جرم منسلکی سے مندرار (یعنی اس سے لامتناہی منسلک پر پہنچنے) کے لئے جرم منسلکی کی سطح پر جسم کی رفتار کم از کم (ذیل) مندراری کی رفتار کے برابر ہونا لازم ہے۔

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

تجاذبی مخفی توانائی

زمین و ذروی نظام کی تجاذبی مخفی توانائی پر ہم حصہ ۸.۱ میں بات کر چکے ہیں۔ ہم نے ذرہ سطح زمین کے متریب رکھتا کہ تجاذبی قوت مستقل تصور کرنا ممکن ہو۔ اس کے بعد ہم نے نظام کے کسی حوالہ تفکیک کے لئے تجاذبی مخفی توانائی صفر کے برابر رکھی۔ عموماً، اس تفکیک میں ذرہ سطح زمین پر ہوتا تھا۔ سطح زمین سے دور ذرے کے لئے ذرے اور زمین کے بیچ فاصلہ گھٹانے سے تجاذبی مخفی توانائی گھٹتی تھی۔

یہاں، ہم اپنی سوچ کو وسعت دے کر کیت m اور M کے دو ذروں، جن کے بیچ فاصلہ r ہے، کی تجاذبی مخفی توانائی U پر غور کرتے ہیں۔ اب بھی ہم ایک حوالہ تفکیک منتخب کرتے ہیں جس کی U صفر رکھی جاتی ہے۔ تاہم، مساوات سادہ رکھنے کی خاطر، حوالہ تفکیک میں دوری کا فاصلہ r اتنا بڑا رکھا جاتا ہے کہ اس کو لامتناہی تصور کرنا ممکن ہو۔ یہاں بھی، دوری کا فاصلہ گھٹانے سے تجاذبی مخفی توانائی گھٹے گی۔ چونکہ $r = \infty$ کے لئے $U = 0$ ہے، کسی بھی مستثنیٰ منسلے کے لئے تجاذبی توانائی منفی ہوگی، جو ذرے متریب کرنے سے مزید زیادہ منفی ہوگی۔

ان حقائق کو مد نظر رکھ کر، ہم دو ذروی نظام کی تجاذبی مخفی توانائی ذیل لیتے ہیں (اس کا جو ذرہ جلد پیش کریں گے)۔

$$U = -\frac{GMm}{r} \quad (\text{تجاذبی مخفی توانائی}) \quad (۱۳.۲۱)$$

یاد رہے، r لامتناہی کے متریب ترکرنے سے $U(r)$ صفر کے متریب تر پہنچتی ہے، اور r ہر مستثنیٰ قیمت کے لئے $U(r)$ منفی ہوگا۔

بول چال کا انداز۔ مساوات ۱۳.۲۱ میں پیش مخفی توانائی دو ذروی نظام کی مخفی توانائی ہے، نا کہ ایک یا دوسرے ذرے کی۔ ایک کوئی طریقہ موجود نہیں جس سے ہم توانائی کا کچھ حصہ ایک ذرے کو اور کچھ حصہ دوسرے ذرے کو مختص کریں۔ تاہم، $m \gg M$ کی صورت میں، جو زمین (جس کی کیت M ہے) اور گیند (جس کی کیت m ہے) کے لئے درست ہوگا، ہم عموماً ”گیند کی مخفی توانائی“ کی بات کرتے ہیں۔ ہم یوں اس لئے کر سکتے ہیں کہ، جب زمین کے متریب گیند حرکت کرے زمین و گیند نظام کی مخفی توانائی میں تبدیلی تقریباً مکمل طور پر گیند کی حرکت کی توانائی میں تبدیلی کے روپ میں نظر آتی ہے؛ زمین کی حرکت کی توانائی میں تبدیلی اتنی کم ہوگی کہ اسے ناپنا ممکن نہیں ہوگا۔ اسی طرح حصہ 7.13 میں، مصنوعی سیارچہ کی کیت زمینی کیت سے اتنی کم ہے کہ ہم زمین کی مدار میں ”مصنوعی سیارچہ کی مخفی توانائی“ کی بات کریں گے۔ ہم پلہ کیت کے اجسام کی مخفی توانائی کی بات کرتے ہوئے، ہمیں محتاط رہ کر انہیں ایک نظام تصور کرنا ہوگا۔

متعدد ذرات۔ دو سے زیادہ ذروں پر مشتمل نظام کی صورت میں ہم ذروں کی ایک ایک جوڑی باری باری لے کر ان کی تجاذبی مخفی توانائی مساوات ۱۳.۲۱ سے حاصل کر کے، تمام کا الجبرائی مجموعہ لیتے ہیں۔ جوڑی کی تجاذبی مخفی توانائی حاصل کرتے وقت باقی ذروں کی موجودگی نظر انداز کی جاتی ہے۔ شکل 8.13 کی تینوں جوڑیوں پر مساوات ۱۳.۲۱ کا اطلاق کر کے نظام کی (ذیل) تجاذبی مخفی توانائی حاصل ہوگی۔

$$U = -\left(\frac{Gm_1m_2}{r_{12}} + \frac{Gm_1m_3}{r_{13}} + \frac{Gm_2m_3}{r_{23}}\right) \quad (۱۳.۲۲)$$

مساوات ۱۳.۲۱ کا ثبوت

آئیں شکل 9.13 میں دکھائی گئی راہ پر سیدھا اوپر وار، زمین سے دوری کے رخ، گیند بھیجتے ہیں۔ مرکز زمین سے R رداسی فاصلے پر، راہ کے نقطہ P پر، گیند کی تحبذنی مخفی توانائی U کا الجبرائی فسترہ تلاش کرتے ہیں۔ گیند کے نقطہ P سے روانہ ہو کر زمین سے لامتناہی فاصلے تک سفر کے دوران گیند پر تحبذنی قوت کا سرانجام کام W تلاش کر کے، ہم ایسا کر سکتے ہیں۔ تحبذنی قوت $\vec{F}(r)$ تغیر پذیر قوت ہے (اس کی فتر r پر منحصر ہے)، لہذا کام تلاش کرنے کے لئے ہم 5.7 کی ترکیب استعمال کرنی ہوں گی۔ سمتیہ ترقیم میں ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$W = \int_R^\infty \vec{F}(r) \cdot d\vec{r} \quad (13.22)$$

مکمل میں قوت $\vec{F}(r)$ اور گیند کی راہ پر تغیریاتی ہٹا و سمتیہ $d\vec{r}$ کا غیر سمتی (نقطی) ضرب پایا جاتا ہے، جو ذیل لکھا جاسکتا ہے:

$$\vec{F}(r) \cdot d\vec{r} = F(r) dr \cos \phi \quad (13.22)$$

جہاں $\vec{F}(r)$ اور $d\vec{r}$ کے بیچ زاویہ ϕ ہے۔ زاویہ ϕ کی جگہ 180° اور $F(r)$ کی جگہ مساوات ۱۳.۱ ڈال کر مساوات ۱۳.۲۳ ذیل روپ اختیار کرتی ہے:

$$\vec{F}(r) \cdot d\vec{r} = -\frac{GMm}{r^2} dr$$

جہاں زمین کی کمیت M اور گیند کی کمیت m ہے۔ اس کو مساوات ۱۳.۲۳ میں ڈال کر عمل لیتے ہیں:

$$\begin{aligned} W &= -GMm \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = \left[\frac{GMm}{r} \right]_R^\infty \\ (13.25) \quad &= 0 - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{R} \end{aligned}$$

جہاں نقطہ P سے (جو فاصلہ R پر واقع ہے) لامتناہی فاصلے پر گیند پہنچانے کے لئے درکار کام W ہوگا۔ مساوات 1.8 $\Delta U = -W$ کہتی ہے ہم کام کو مخفی توانائی کے روپ میں ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$U_\infty - U = -W$$

چونکہ لامتناہی پر مخفی توانائی U_∞ صفر، نقطہ P پر مخفی توانائی U ، اور W کام ہے جو مساوات ۱۳.۲۵ دیتی ہے، لہذا یہ مساوات ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$U = W = -\frac{GMm}{R}$$

اس میں R کی جگہ r لکھ کر مساوات ۱۳.۲۱ حاصل ہوگا۔ یوں ثبوت مکمل ہوتا ہے۔

راہ پر غیر انحصار

شکل 10.13 میں تین رداسی لمبائیوں اور تین دائری قوس (جن کا مرکز زمین ہے) پر مشتمل راہ پر چل کر گیند کو نقطہ A سے نقطہ G منتقل کیا گیا ہے۔ نقطہ A سے نقطہ G تک سفر کے دوران گیند پر زمین کی تجاذبی قوت \vec{F} کے سرانجام کل کام W میں ہم دلچسپی رکھتے ہیں۔ تینوں دائری راہ کے ہر نقطہ پر \vec{F} اور راہ آپس میں عمود دار ہیں لہذا ان قوسی راہوں پر سرانجام کام صفر ہوگا۔ یوں W صرف تین رداسی راہ پر \vec{F} کے سرانجام کام کا مجموعہ ہوگا۔

معرض کریں، ہم لحاقی طور قوسی راہوں کی لمبائی گھٹا کر صفر کرتے ہیں۔ ہم اب گیند کو ایک رداسی راہ پر A سے سیدھا G پہنچاتے ہیں۔ کیا ایسا کرنے سے W تبدیل ہوگا؟ جی نہیں۔ قوسی راہ پر سرانجام کام صفر ہے لہذا ان راہ کو ہٹانے سے کام پر اثر نہیں پڑتا۔ نقطہ A سے نقطہ G تک راہ اب یقیناً پہلی راہ سے مختلف ہے، تاہم \vec{F} کا سرانجام کام وہی ہے۔

ہم حصہ 1.8 میں اس طرح کے نتیجے پر عمومی بحث کر چکے ہیں۔ یاد رہے، تجاذبی قوت ایک بقائی قوت ہے۔ یوں ابتدائی نقطہ i سے ذرہ اختتامی نقطہ f منتقل کرتے ہوئے، ذرے پر تجاذبی قوت کا سرانجام کام ان نقطوں کے بیچ راہ پر منحصر نہیں ہوگا۔ مساوات 1.8 کے تحت، نقطہ i سے نقطہ f تجاذبی مخفی توانائی میں تبدیلی ΔU ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = U_f - U_i = -W \quad (۱۳.۲۶)$$

چونکہ بقائی قوت کا سرانجام کام W اصل راہ پر منحصر نہیں، تجاذبی مخفی توانائی میں تبدیلی ΔU بھی راہ پر منحصر نہیں۔

مخفی توانائی اور قوت

مساوات ۱۳.۲۱ کے ثبوت میں، ہم نے تفاعل قوت $\vec{F}(r)$ سے مخفی توانائی کا تفاعل $U(r)$ حاصل کیا۔ ہم توقع کرتے ہیں کہ الٹ چل کر مخفی توانائی کے تفاعل سے آغاز کر کے تفاعل قوت حاصل کرنا ممکن ہوگا۔ مساوات 22.8 ($F(x) = -dU(x)/dx$) سے سبق لیتے ہوئے، ہم ذیل لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} F &= -\frac{dU}{dr} = -\frac{d}{dr} \left(-\frac{GMm}{r} \right) \\ &= -\frac{GMm}{r^2} \end{aligned} \quad (۱۳.۲۷)$$

یہ نیوٹن کا فائنون تجاذب (مساوات ۱۳.۱) ہے۔ مخفی علامت کہتی ہے کہ کیت m پر قوت کا رخ رداسی اندر وار، کیت M کے رخ، ہے۔

مصار کی رفتار

اگر آپ پتھر آسمان کی طرف اوپر وار پھینکیں، پتھر کی رفتار بتدریج کم ہوگی حتیٰ کہ یہ لحاقی رک کر واپس زمین پر گرے گا۔ زیادہ ابتدائی رفتار کے ساتھ روانا کرنے پر پتھر زیادہ بلندی تک پہنچتا ہے۔ پتھر کی ابتدائی رفتار

اتنی بڑھائی جاسکتی ہے کہ اس کا لحاظ رکھنے کا نقطہ لامتناہی پر واقع ہو۔ اس رفتار کو (زمین سے) فرار کی رفتار^{۱۷} کہتے ہیں۔

فرض کریں کہ m کا گولا کسی سیارہ (یا کسی جرم منطکی یا نظام) کی سطح سے فضا کی رفتار v سے روانہ ہوتا ہے۔ گولے کی حرکی توانائی K کی قیمت $\frac{1}{2}mv^2$ ، اور مخفی توانائی U ذیل ہوگی جو مساوات ۱۳.۲۱ سے حاصل کی جاسکتی ہے:

$$U = -\frac{GMm}{R}$$

جہاں سیارہ کی کمیت M اور اس کا رداس R ہے۔

لامتناہی پہنچ کر، گولا لہجائی رکھتا ہے لہذا اس کی حرکی توانائی صفر ہوگی۔ گولے کی مخفی توانائی بھی صفر ہوگی، چونکہ لامتناہی فاصلے پر دو جسم ہماری صفر مخفی توانائی تشکیل ہے۔ اس طرح، لامتناہی پر گولے کی کل توانائی صفر ہوگا۔ توانائی کی بقا کے اصول کے تحت، سیارہ کی سطح پر بھی گولے کی کل توانائی صفر ہونی چاہیے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{R}\right) = 0$$

اس سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (13.28)$$

یاد رہے، v کی قیمت اس پر منحصر نہیں کہ گولا سطح سیارہ سے کس رخ پھینکا جاتا ہے۔ تاہم، اس رفتار کا حصول زیادہ آسان ہوگا اگر گولا اس رخ پھینکا جائے جس رخ، سیارہ کی اپنی محور کے گرد گھمنا کی بدولت، سطح سیارہ حرکت کرتی ہو۔ مثلاً، حیدرآباد سے مصنوعی سیارہ حلامیں بھیجنے کے لئے ہوائی بان (راکٹ) مشرق وار روانہ کیا جائے گا، تاکہ زمین کی گردش کی بنا حیدرآباد پر سطح زمین کی 1500 km h^{-1} مشرق وار رفتار سے فائدہ اٹھایا جاسکے۔

کسی بھی جرم منطکی کا رداس R اور کمیت M مساوات ۱۳.۲۸ میں پُر کر کے اس سے جسم کی فضا کی رفتار معلوم کی جاسکتی ہے۔ جدول ۱۳.۲ میں چند فضا کی رفتاریں پیش ہیں۔

سیرس^{۱۸} سب سے بڑا سیارچہ^{۱۹} ہے؛ العبور با^{۲۰} ایک سفید بالشتیا^{۲۱} ہے؛ اور مستعر اعظم^{۲۲} میں دھماکے سے پھٹنے کے بعد تارے کا منہدم قلب نیوٹران تارا کہلاتا ہے۔

آزمائش ۳

کمیت M کے کرہ سے آپ کمیت m کا گیند دور لے جاتے ہیں۔ (ا) کیا گیند وکرہ نظام کی تجاذبی مخفی توانائی بڑھتی ہے یا گھٹتی ہے؟ (ب) کیا گیند اور کرہ کے بیچ تجاذبی قوت مثبت یا منفی کام کرتی ہے؟ □

escapespeed^{۱۷}
Ceres^{۱۸}
asteroid^{۱۹}
SiriusB^{۲۰}
whitedwarf^{۲۱}
supernova^{۲۲}

جدول ۱۳.۲: چند مندرار کی رفتاریں

جرم منکلی	کمیت (kg)	رداس (m)	مندرار کی رفتار (km s ⁻¹)
سیرس سیارچہ	1.17×10^{21}	3.8×10^5	0.64
زمین کا چاند	7.36×10^{22}	1.74×10^6	2.38
زمین	5.98×10^{24}	6.37×10^6	11.2
مشتری	1.90×10^{27}	7.15×10^7	59.5
سورج	1.99×10^{30}	6.96×10^8	618
الجور B	2×10^{30}	1×10^7	5200
نیوٹران تارا	2×10^{30}	1×10^4	2×10^5

نمونہ سوال ۱۳.۳: خلا سے سیارچے کا زمین پر گرنا، میکانیکی توانائی
ایک سیارچہ، جو زمین سے 10 زمینی رداس کے فاصلے پر ہے، کی زمین کے لحاظ سے رفتار 12 km s^{-1} ہے، اور وہ سیدھا زمین کے طرف گامزن ہے۔ کرہ باد ۲۳ کا سیارچہ پر اثر نظر انداز کر کے سطح زمین پر پہنچ کر سیارچے کی رفتار v_f تلاش کریں۔

کلیدی تصورات

چونکہ سیارچے پر کرہ باد کا اثر نظر انداز کیا جاتا ہے، سیارچہ و زمین نظام کی میکانیکی توانائی کی بقا ہوگی۔ یوں (سطح زمین پر پہنچ کر) سیارچے کی اختتامی میکانیکی توانائی اس کی ابتدائی میکانیکی توانائی کے برابر ہوگی۔ حرکی توانائی K اور تحبذی مخفی توانائی U کی صورت میں یوں ذیل لکھا جائے گا۔

$$K_f + U_f = K_i + U_i \quad (۱۳.۲۹)$$

ساتھ ہی، اگر ہم نظام کو جہد تصور کریں، گرنے کے دوران نظام کے ابتدائی معیار حرکت کی بقا بھی ہوگی۔ یوں، سیارچے اور زمین کے معیار حرکت میں تبدیلی کی قدریں برابر اور علامت الٹ ہوں گی۔ تاہم، سیارچے کی کمیت کے لحاظ سے زمین کی کمیت اتنی زیادہ ہے کہ زمین کی رفتار میں تبدیلی سیارچے کی رفتار میں تبدیلی کے لحاظ سے قابل نظر انداز ہوگی۔ اس طرح، زمین کی حرکی توانائی میں تبدیلی بھی قابل نظر انداز ہوگی۔ یوں، مساوات ۱۳.۲۹ میں حرکی توانائیاں صرف سیارچے کی تصور کی جاسکتی ہیں۔

حاجے: سیارچے کی کمیت m ، زمین کی کمیت M ($5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$) اور زمین کا رداس R_E ($6.37 \times 10^6 \text{ m}$) لیتے ہیں۔ سیارچہ ابتدائی طور $10R_E$ فاصلے پر ہے۔ مساوات ۱۳.۲۱ سے U اور K

کی جگہ $\frac{1}{2}mv^2$ ڈال کر مساوات ۱۳.۲۹ لکھی جائے گی۔

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GMm}{R_E} = \frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GMm}{10R_E}$$

ترتیب نو کے بعد معلومات پُر کر کے ذیل حاصل ہوگا:

$$\begin{aligned} v_f^2 &= v_i^2 + \frac{2GM}{R_E} \left(1 - \frac{1}{10}\right) \\ &= (12 \times 10^3 \text{ m s}^{-1})^2 + \frac{2(6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2})(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{6.37 \times 10^6 \text{ m}} 0.9 \\ &= 2.567 \times 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \end{aligned}$$

جس سے اختتامی رفتار ذیل حاصل ہوگی۔

$$v_f = 1.60 \times 10^4 \text{ m s}^{-1} = 16 \text{ km s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

اس رفتار پر، سیارچہ زیادہ بڑا نہ ہونے کی صورت میں بھی خاص نقصان کر سکتا ہے۔ صرف 5 m قطر کا سیارچہ اس رفتار سے زمین پر گر کر ہیروشیا پر گرائے گئے ایٹمی بم جتنی تباہی برپا کرے گا۔ اس جسامت کے تقریباً 50 کروڑ سیارچے زمینی مدار کے قریب پائے جاتے ہیں، اور ۱۹۹۴ میں ان میں سے ایک زمین کے کرہ باد میں داخل ہو کر جنوبی بحر الکاہل میں 20 km کی بلندی پر دھماکے کے ساتھ سے پھٹا۔ □

۱۳.۶ سیارے اور سیارچے: قوانین کپلر

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے نتائج ہوں گے۔

۱. کپلر^{۲۲} کے تین قوانین جان پائیں گے۔

۲. جان پائیں گے کپلر کا کونسا قانون زاوی معیار حرکت کی بقا کے معادل ہے۔

۳. بیضوی مدار کے حناکہ پر نصف اکبر محور، عن الاسرکزیت، حفیض شمسی، اوج شمسی، اور نقاط ماسکہ جان پائیں گے۔

۴. بیضوی مدار کے لئے اکبر محور، عن الاسرکزیت، حفیض شمسی، اور اوج شمسی کے تعلق کا اطلاق کر پائیں گے۔

۵. مدار میں متدرج یا مصنوعی سیارچہ کے لئے، مدار کا دوری عرصہ، رداس، اور اس جسم فسلکی کی کیت کا کپلر رشتہ استعمال کر پائیں گے، جس کے گرد مدار ہو۔

کلیدی تصورات

• تدرتی اور مصنوعی سیارچوں کی حرکت کپلر کے (درج ذیل تین) قوانین مطمین کرتی ہے۔

۱. مدار کائناتون۔ تمام سیارات بیضوی مدار میں گھومتے ہیں جن کے ایک ماسکہ پر سورج واقع ہوگا۔
۲. رفتوں کائناتون۔ سیارہ اور سورج کو ملانے والی لکیر برابر وقت و فاصلے میں ایک جتنا رقبہ جھاڑتی ہے۔
۳. دوری عرصہ کائناتون۔ سیارے کے دوری عرصہ T کا مربع اس کے مدار کے نصف اکبر محور a کے مکعب کے برابر ہوگا۔ دائری مدار کے لئے، جس کا رداس r ہو ذیل ہوگا:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3 \quad (\text{دوری عرصہ کائناتون})$$

جہاں M کششی جسم کی کیت ہوگی، جو نظام شمسی میں سورج ہوگا۔ بیضوی سیاروی مدار کے لئے r کی جگہ نصف اکبر محور a رکھا جائے گا۔

سیارے اور سیارچے: قوانین کپلر

ستاروں کے پس منظر میں سیاروں کی بظاہر بے مقصد چلن زمانہ قدیم سے انسان کی حیرانی کا سبب بن رہا۔ شکل 11.13 میں مربع کی گھیر در گھیر حرکت بالخصوص حیران کن تھی۔ یوہانس کپلر (۱۵۷۱ء تا ۱۶۳۰ء) نے اپنی زندگی ان حرکات کا راز فاش کرنے میں گزاری۔ انہوں نے زندگی بھر کے مشاہدات میں کشیر مواد جمع کر کے ان سے تجربی قوانین اخذ کیے۔ بعد میں نیوٹن (۱۶۴۲ء تا ۱۷۲۷ء) نے دکھایا کہ کپلر کے قوانین نیوٹن کے قانون تجاذب سے اخذ کیے جاسکتے ہیں۔

اس حصہ میں کپلر کے تین قوانین پر غور کی جائے گی۔ اگرچہ، یہاں ہم سورج کے گرد سیاروں کی حرکت پر ان کا اطلاق کریں گے، ان کا اطلاق زمین یا کسی دوسرے وسطی جسم کے مدار میں تدرتی اور مصنوعی سیارچوں پر بھی ہوگا۔

قانون مدار: تمام سیارے بیضوی مدار پر حرکت کرتے ہیں اور سورج بیضوی مدار کے ایک ماسکہ پر ہوگا۔

جوابات

