

# طبیعیات کے اصول

خالد حنان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyoufazai@hotmail.com

۱۲/فروری ۲۰۲۳



# عنوان

|    |                                    |
|----|------------------------------------|
| v  | میری پہلی کتاب کا دیباچہ           |
| ۱  | ۱ پیش                              |
| ۷  | ۱.۱ وقت                            |
| ۹  | ۲.۱ کیفیت                          |
| ۱۰ | ۱.۲.۱ کثافت                        |
| ۱۳ | ۲.۲.۱ وقت                          |
| ۱۹ | ۲ مخفی توانائی اور توانائی کی بقا  |
| ۲۳ | ۱.۰.۲ طاقت                         |
| ۳۱ | ۳ مرکز کیفیت اور خطی معیار حرکت    |
| ۳۱ | ۱.۳ ایک بُعد میں لچکی تصادم        |
| ۳۳ | ۲.۳ دو البعاد میں تصادم            |
| ۳۵ | ۳.۳ تغیر کیفیت کا نظم: ہوائی بان   |
| ۶۳ | ۴ گھماؤ                            |
| ۶۳ | ۱.۴ گھماؤ کے متغیر                 |
| ۶۹ | ۱.۱.۴ کلیدی تصور                   |
| ۷۴ | ۲.۴ مستقل زاوی اسراع کا گھماؤ      |
| ۷۷ | ۳.۴ خطی اور زاوی متغیرات کا رشتہ   |
| ۸۳ | ۴.۴ گھماؤ کی حرکت کی توانائی       |
| ۸۵ | ۵.۴ گھمیری جود کا حساب             |
| ۹۱ | ۶.۴ قوت سروڑ                       |
| ۹۳ | ۷.۴ نیوٹن کا قانون دوم برائے گھماؤ |
| ۹۸ | ۸.۴ کام اور گھمیری حرکت کی توانائی |

|     |  |   |
|-----|--|---|
| ۱۲۵ | لڑھکاؤ، قوت مسروڑ، اور زاوی معیار حرکت           | ۵ |
| ۱۲۵ | ۱.۵ مستقیم حرکت اور گھساو مسل کر لڑھکاؤ دیتے ہیں |   |
| ۱۲۸ | ۲.۵ لڑھکاؤ کی قوتیں اور حرکت کی توانائی          |   |
| ۱۳۳ | ۳.۵ ڈوری دار لٹو                                 |   |
| ۱۳۴ | ۴.۵ قوت مسروڑ پر نظر ثانی                        |   |
| ۱۳۷ | ۵.۵ زاوی معیار حرکت                              |   |
| ۱۴۰ | ۶.۵ نیوٹن کا قانون دوم، زاوی روپ                 |   |
| ۱۴۴ | ۷.۵ استوار جسم کا زاوی معیار حرکت                |   |
| ۱۴۸ | ۸.۵ زاوی معیار حرکت کی بقا                       |   |
| ۱۵۳ | ۹.۵ مسکن چرخ کی استقبالی حرکت                    |   |
| ۱۷۳ | ۶ توازن اور پلک                                  |   |
| ۱۷۳ | ۱.۶ توازن  |   |
| ۱۷۴ | ۱.۶ طبیعیات کیا ہے؟                              |   |
| ۱۷۹ | ۲.۶ سکونی توازن کی چند مثالیں                    |   |
| ۱۸۷ | جوابات   |   |

# میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو دور کی بات، ان کے لئے انگریزی زبان خود ایک رکاوٹ ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی حنا طر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر متعل تیکنیکی اصطلاحات استعمال کئے جائیں۔ جہاں اصطلاحات موجود نہ تھیں وہاں روزمرہ استعمال الفاظ چنے گئے۔ تیکنیکی اصطلاحات کی چٹائیوں کی گئی ہے کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہے۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

امید کی جاتی ہے یہ کتاب ایک دن حلاقتاً اردو زبان میں انجینیری نصاب کی کتاب کے طور پر پڑھائی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینیری کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور جہاں بھی کتاب میں غلطی نظر آئے، اس کی نشاندہی میری برقیاتی پتہ پر کریں؛ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے سرزد ہوئی ہیں جنہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائیر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

حسالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011ء

## باب ۱

# پیمائش

### طبیعیات کیا ہے؟

سائنس و انجینئری پیمائش اور موازنے پر مبنی ہے۔ چیزوں کی پیمائش اور موازنے کے لئے قواعد کی ضرورت پیش آتی ہے؛ پیمائش اور موازنے کے بعد تعین کرنے کے لئے تجربات کا سہارا لینا ہوگا۔ طبیعیات اور انجینئری کا ایک مقصد ان تجربات کی بنیاد پر اور تجربہ کرنا ہے۔

### چیزوں کی پیمائش

طبیعیات میں ملوث مقداروں کی پیمائش کی طریقہ جان کر ہم طبیعیات دریافت کرتے ہیں۔ ان مقداروں میں لمبائی، وقت، کمیت، درجہ حرارت، دباؤ، اور برقی روشناس ہیں۔

ہم ہر طبعی مقدار کا موازنہ ایک معیار<sup>۱</sup> کے ساتھ کر کے طبعی مقدار کو اس کی اکائیوں میں ناپتے ہیں۔ اس مقدار کی ناپ کو ایک منظم نام دیا جاتا ہے جسے **اکائی**<sup>۲</sup> کہتے ہیں۔ مثلاً، لمبائی کی پیمائش میٹر (m) میں کی جاتی ہے۔ معیار سے مراد، مقدار کی ٹھیک ایک اکائی ہے۔ جیسا آپ دیکھیں گے لمبائی کا معیار، جو ٹھیک ایک میٹر کے برابر ہے، اُس فاصلہ کو کہتے ہیں جو حناء میں، ایک مخصوص دورانیہ میں، شعاع طے کرتی ہے۔ ہم اکائی اور اس کے معیار کی تعریف جیسا چاہیں کر سکتے ہیں۔ تاہم، ضروری ہے کہ دنیا کے باقی سائنسدان بھی اس تعریف کو معنی خیز اور قابل استعمال مانیں۔

ایک معیار، مثلاً لمبائی کا معیار، طے کرنے کے بعد ہمیں وہ طریقہ کار وضع کرنا ہوگی جس سے ہر لمبائی، چاہے وہ ہائیڈروجن جوہر کا رداس ہو یا دور کسی ستارے تک فاصلہ، اس معیار کی صورت میں ظاہر کی جاسکے۔ ایسی

<sup>1</sup> standard  
<sup>2</sup> unit

## باب ۱. پیمائش

ایک ترکیب فیتے کا استعمال ہے؛ لمبائی کے معیار کو فیتہ تخمیناً ظاہر کرتا ہے۔ بہرحال، بہت سے موازنوں میں بلا واسطہ طریقے استعمال کیے جاتے ہیں۔ مثلاً، جوہر کا رداس یا قطر ہی ستارے تک فاصلہ فیتہ استعمال کر کے نہیں ناپا جاسکتا۔

اسی مقادیر طبعی مقادیر کی تعداد اتنی زیادہ ہے کہ انہیں منظم کرنا ایک مسئلہ ہے۔ خوش قسمتی سے تمام مقادیر غیر تابع نہیں ہیں؛ مثلاً، رفتار درحقیقت لمبائی اور وقت کی تناسب کو کہتے ہیں۔ بین الاقوامی متفقہ معاہدے کے تحت چند طبعی مقادیر، مثلاً، لمبائی، کمیت، اور وقت کو اسی مقادیر منتخب کر کے صرف انہی کو معیار مختص کیے گئے۔ باقی طبعی مقادیر ان ”اسی مقادیر“ اور انہیں کے معیار (جنہیں اسی معیار<sup>۳</sup> کہتے ہیں) کی صورت میں ناپے جاتے ہیں۔ مثلاً، اسی مقادیر لمبائی اور وقت اور ان کے اسی معیار کی شکل میں ”رفتار“ تعین کیا جاتا ہے۔

اسی معیار کا مقابلہ رسانی اور غیر متغیر ہونا لازمی ہے۔ اگر ہم بازو کی لمبائی کو معیار لمبائی تسلیم کریں تب یہ قابل رسانی ضرور ہوگی، البتہ ہر شخص کے لئے یہ لمبائی مختلف ہوگی لہذا یہ غیر متغیر نہیں ہے۔ سائنس و انجینئری میں زیادہ سے زیادہ درستگی مطلوب ہونے کی پیش نظر ہم اسی معیار کی غیر متغیریت پر خصوصی توجہ دیتے ہیں۔ اس کے بعد اسی معیار کی بہتر سے بہتر نقل بن کر ان لوگوں کو فراہم کرتے ہیں جنہیں ضرورت ہو۔

## اکائیوں کا بین الاقوامی نظام

۱۹۶۰ء میں ناپ و تول کے عمومی اجلاس میں سات مقادیر کو بطور اسی مقدار منتخب کر کے بین الاقوامی نظام اکائی کے اسس بنے گئے۔ بین الاقوامی نظام اکائی کو مختصراً ”SI نظام“ کہتے ہیں۔ جدول ۱.۱ میں تین اسی مقدار لمبائی، کمیت، اور وقت دکھائے گئے ہیں۔ ان اکائیوں کی تعریف انسانی جامت مد نظر رکھتے ہوئے کی گئی۔

جدول ۱.۱: بین الاقوامی نظام اکائی کی تین اسی مقادیر کی اکائیاں

| مقدار  | اکائی کا نام | اکائی کی علامت |
|--------|--------------|----------------|
| لمبائی | میٹر         | m              |
| کمیت   | کلوگرام      | kg             |
| وقت    | سیکنڈ        | s              |

کئی مشتق اکائیوں<sup>۵</sup> کی تعریف ان اسی اکائیوں کی صورت میں کی جاتی ہے۔ مثلاً، طاقت کی SI اکائی، جو واط<sup>۶</sup> (W) کہلاتی ہے، کی تعریف کمیت، لمبائی، اور وقت کی اسی اکائیوں کی صورت میں کی جاتی ہے۔ یوں، جیسا آپ باب ۷ میں دیکھیں گے، درج ذیل ہوگا:

$$(۱.۱) \quad 1 \text{ W} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \text{ s}^{-3}$$

base quantities<sup>۴</sup>  
base standards<sup>۴</sup>  
derived units<sup>۵</sup>  
watt<sup>۶</sup>



جہاں آخر میں کلوگرام مربع میٹر فی کعب سیکنڈ پڑھا جائے گا۔

بہت بڑی یا بہت چھوٹی مقداریں، جن سے ہمیں طبیعیات میں عموماً واسطہ ہوگا، سائنس ترقیم ے میں لکھی جاتی ہیں، جو دس کی طاقت استعمال کرتی ہے۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$(۱.۲) \quad 3\,560\,000\,000\,m = 3.56 \times 10^9\,m$$

$$(۱.۳) \quad 0.000\,000\,492\,s = 4.92 \times 10^{-7}\,s$$

کمپیوٹر میں سائنسی ترقیم مزید مختصر لکھی جاتی ہے؛ مثلاً،  $3.56E9$  اور  $4.92E-7$ ، جہاں  $E$  ”دس کی طاقت“ ظاہر کرتا ہے۔ کئی حسابے کار<sup>۸</sup> (کلوکیٹر) مزید مختصر انداز استعمال کرتے ہوئے  $E$  کو حتمی جگہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ہم اپنی آسانی کے لئے بہت بڑی یا بہت چھوٹی پیمائش جدول ۱.۲ میں پیش سابقے استعمال کر کے لکھتے ہیں۔ جیسا آپ دیکھ سکتے ہیں ہر سابقہ دس کی ایک مخصوص طاقت ظاہر کرتا ہے، جو بطور جزو ضربی استعمال کیا جاتا ہے۔ بین الاقوامی نظام اکائی کے ساتھ سابقہ منسلک کرنے سے مراد اس اکائی کو مطابقتی جزو ضربی سے ضرب دینا ہے۔ یوں ہم کسی ایک مخصوص برقی طاقت کو

$$(۱.۴) \quad 1.27\,GW = 1.27 \times 10^9\,واٹ$$

یا کسی مخصوص وقتی دورانیہ کو درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۱.۵) \quad 2.35\,ns = 2.35 \times 10^{-9}\,سیکنڈ$$

چند سابقے، جو ملی لٹر، سنی میٹر، کلوگرام یا میگا بائٹ میں استعمال ہوتے ہیں، سے آپ ضرور واقف ہوں گے۔

## اکائی کی تبدیلی

بعض اوقات طبیعی مقداروں کی اکائی تبدیل کرنے کی ضرورت پیش آتی ہے۔ ہم اصل پیمائش کو ”تبدیلی جزو“، جو ایک (1) کے برابر اکائیوں کی نسبت ہوگی، سے ضرب دیتے ہیں۔ مثلاً، ایک منٹ اور ساٹھ سیکنڈ مباشر دورانیہ ظاہر کرتے ہیں، لہذا درج ذیل ہوگا۔

$$\frac{1\,min}{60\,s} = 1$$

یا

$$\frac{60\,s}{1\,min} = 1$$

یوں  $(1\,min)/(60\,s)$  یا  $(60\,s)/(1\,min)$  تناسب بطور متبادل جزو<sup>۹</sup> استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ہم ہرگز  $\frac{1}{60}$  یا

<sup>۸</sup>scientific notation  
<sup>۸</sup>calculator  
<sup>۹</sup>conversion factor

جدول ۱.۲: بین الاقوامی نظام اکائی کے سابقہ

| علامت | سابقہ   | حبز و ضربی |
|-------|---------|------------|
| Y     | یوٹا    | $10^{24}$  |
| Z     | زیٹا    | $10^{21}$  |
| E     | اکا     | $10^{18}$  |
| P     | پٹا     | $10^{15}$  |
| T     | ٹیرا    | $10^{12}$  |
| G     | گیگا    | $10^9$     |
| M     | میگا    | $10^6$     |
| k     | کلو     | $10^3$     |
| h     | ہکٹو    | $10^2$     |
| da    | ڈیکا    | $10^1$     |
| d     | ڈیسی    | $10^{-1}$  |
| c     | سنٹی    | $10^{-2}$  |
| m     | ملی     | $10^{-3}$  |
| $\mu$ | مائیکرو | $10^{-6}$  |
| n     | نینو    | $10^{-9}$  |
| p     | پیکو    | $10^{-12}$ |
| f     | فیپٹو   | $10^{-15}$ |
| a     | ایٹو    | $10^{-18}$ |
| z     | زپٹو    | $10^{-21}$ |
| y     | یکٹو    | $10^{-24}$ |

$60 = 1$  نہیں لکھ سکتے؛ ہر عدد اور اسکی اکائی کو اکٹھا رکھنا ہوگا۔

ایک (1) سے ضرب دینے سے مقدار کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی لہذا ہم جب چاہیں تبدیلی حبزو استعمال کر سکتے ہیں۔ ایسا کرتے ہوئے ہم غیر ضروری اکائیوں کو منسوخ کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر دو منٹ کو سیکنڈ میں تبدیل کرتے ہوئے درج ذیل لکھا جائے گا۔

$$(1.2) \quad 2 \text{ min} = (2 \text{ min})(1) = (2 \text{ min})\left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}\right) = 120 \text{ s}$$

اگر تبادلہ حبزو ضرب متعارف کرنے سے غیر ضروری اکائیاں ایک دوسرے کے ساتھ منسوخ نہ ہوتی ہوں تب حبزو ضربی کو الٹ کر دوبارہ کوشش کریں۔ اکائیوں کی تبادلہ میں اکائیوں پر متغیرات اور اعداد کے الجبرائی قواعد لاگو

ہوں گے۔

## مبانی

۱۹۲۰ء میں فرنس کی نوزائیدہ جمہوریہ نے ناپ اور تول کا ایک نیا نظام قائم کیا۔ میٹر اس کا سنگ بنیادی تھا، جو قطب شمال سے خط استوا تک فاصلے کا کڑواں حصہ لیا گیا۔ بعد میں عملی وجوہات کی بنا پر اس زمینی معیار کو ترک کرتے ہوئے، پلانٹیم و ایریڈیم<sup>۱۰</sup> کی ایک سلاخ پر لگائے گئے دو باریک لکسیروں کے بیچ فاصلہ میٹر<sup>۱۱</sup> "مقرر پایا" یہ معیار<sup>۱۲</sup> میٹر سلاخ<sup>۱۳</sup> ۱۲ پیرس شہر کے قریب ناپ و تول کے بین الاقوامی محکمہ میں رکھا گیا ہے۔ اس سلاخ کی بہترین نقل، دنیا کی معیار ساز تجربہ گاہوں کو (بطور ثانوی معیار) فراہم کی گئی۔ ثانوی معیار<sup>۱۴</sup> سے، مزید قابل رسائی معیار تیار کیے گئے، حتیٰ کہ آخر کار ہر پیشانشی آلہ معیاری میٹر سلاخ پر مبنی تھا۔

کچھ عرصہ بعد، سلاخ پر دو باریک لکسیروں کے بیچ فاصلہ کے معیاری میٹر سے بہتر معیار کی ضرورت پیش آئی۔ ۱۹۶۰ء میں شعاع کے طول موج پر مبنی میٹر کے معیار پر اتفاق کیا گیا۔ یہ معیار کرپٹن 86 (جو کرپٹن<sup>۱۵</sup> کا ایک مخصوص ہم حسابے) کے جوہروں سے خارج ایک مخصوص نارنجی سرخ شعاع کے 1650763.73 طول موج کا فاصلہ ٹھہرایا گیا۔ یہ شعاع دنیا میں کہیں بھی گیلی<sup>۱۶</sup> خروچ<sup>۱۷</sup> سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ نئے معیار کو پرانے معیار (میٹر سلاخ) کے قریب سے قریب رکھنے کی غرض سے تول موج کی (مذکورہ بالا عجیب) تعداد منتخب کی گئی۔

کچھ عرصہ تک یہ معیار سائنسی دنیا کی ضروریات پوری کر پایا، تاہم سائنس کی دنیا بہت جلد اتنی آگے بڑھ چکی کہ کرپٹن 86 کے طول موج پر مبنی معیار سائنسی ضروریات پوری کرنے کے قابل نہیں رہا۔ آخر کار ۱۹۸۳ء میں ایک نذر فیصلہ کیا گیا، اور میٹر وہ فاصلہ مقرر پایا جو شعاع ایک مخصوص دورانیہ میں طے کرتی ہے۔ ناپ و تول کے سترھویں (17) عمومی اجلاس میں درج ذیل طے پایا۔

تعریف: حلاء میں ایک سیکنڈ کے  $\frac{1}{299792458}$  حصے میں شعاع کا طے کردہ فاصلہ میٹر<sup>۱۸</sup> کہلائے گا۔

□

وقت کا (مذکورہ بالا) دورانیہ یوں منتخب کیا گیا کہ شعاع کی رفتار  $c$  ٹھیک درج ذیل ہو۔

$$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$$

شعاع کی رفتار اٹل ہے۔ یوں شعاع کی رفتار سے میٹر اخذ کرنا ایک بہتر قدم تھا۔

platinum-iridium<sup>۱۰</sup>

meter<sup>۱۱</sup>

standard meter bar<sup>۱۲</sup>

secondary standards<sup>۱۳</sup>

krypton<sup>۱۴</sup>

gas discharge tube<sup>۱۵</sup>

meter<sup>۱۶</sup>

## باب ۱. پیمائش

جدول ۱.۳ میں فنصلوں کی وسیع سعت پیش ہے، جو کہکشاں فنصلوں سے لے کر انتہائی چھوٹی چیزوں کی لمبائیاں دیتا ہے۔

جدول ۱.۳: چند تخمینہ فنصلے

| پیمائش                        | میٹر میں لمبائی     |
|-------------------------------|---------------------|
| اول ترین پیدا کہکشاں تک فنصلہ | $2 \times 10^{26}$  |
| اندرومد کہکشاں تک فنصلہ       | $2 \times 10^{22}$  |
| قریب ترین تارے تک فنصلہ       | $4 \times 10^{16}$  |
| پلوٹو تک فنصلہ                | $6 \times 10^{12}$  |
| زمین کا رداس                  | $6 \times 10^6$     |
| بلند ترین پہاڑی کی اونچائی    | $9 \times 10^3$     |
| صفحے کی موٹائی                | $1 \times 10^{-4}$  |
| علامتی دائرہ کی لمبائی        | $1 \times 10^{-8}$  |
| ہائیڈروجن جوہر کا رداس        | $5 \times 10^{-11}$ |
| پروٹان کا رداس                | $1 \times 10^{-15}$ |

## بامعنی اعداد اور اشاریہ کے مقام

منرض کریں آپ ایک مسئلے پر کام کر رہے ہیں جس میں ہر قیمت دو ہندسوں پر مشتمل ہے۔ ان ہندسوں کو بامعنی ہندسے<sup>۷</sup> کہتے ہیں۔ اپنا جواب پیش کرتے ہوئے آپ اتنے ہندسے ہی استعمال کریں گے۔ اگر مواد دو ہندسوں میں دیا گیا ہو تب جواب بھی دو ہندسوں پر مشتمل ہو گا۔ اگرچہ آپ کا حساب کارنتائج زیادہ ہندسوں میں پیش کرتا ہے، یہ (اضافی) ہندسے بے معنی ہیں۔

اس کتاب میں، دیے گئے مواد میں کم سے کم بامعنی ہندسوں کے برابر، حساب کے اختتامی نتائج پور پور کر کے پیش کیے جائیں گے۔ (ہاں، بعض اوقات ایک اضافی بامعنی ہندسہ بھی رکھا جائے گا)۔ اگر ضائع کیے جانے والے ہندسوں میں بایاں ترین ہندسہ 5 کے برابر یا اس سے بڑا ہو تب آخری رہنے دیا گیا ہندسے کو ”اوپر پور پور“ کیا جاتا ہے؛ دیگر صورت اس کو جوں کا توں رکھا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر 11.3516 کو تین بامعنی ہندسوں میں پور پور کر کے 11.4 جبکہ 11.3279 کو تین بامعنی ہندسوں میں پور پور کرتے ہوئے 11.3 لکھا جائے گا۔ (اس کتاب میں نتائج پیش کرتے ہوئے پور پور کیے جانے کے باوجود  $\approx$  کی بجائے عموماً = علامت استعمال کی جائے گی)۔

عدد 3.15 یا  $3.15 \times 10^3$  میں بامعنی ہندسوں کی تعداد صاف ظاہر ہے؛ عدد 3000 میں بامعنی ہندسے کتنے ہیں؟ کیا صرف ایک بامعنی ہندسہ  $3 \times 10^3$  تک معلوم ہے، یا یہ حیار بامعنی ہندسوں  $3.000 \times 10^3$  تک معلوم ہے؟ اس کتاب میں 3000 کی طرز پر اعداد میں تمام صغروں کو بامعنی تصور کیا جائے گا۔

بامعنی ہندسوں اور اشاریہ کے مقام دو مختلف باتیں ہیں۔ درج ذیل فنصلوں 35.6 mm، 3.56 m، اور

<sup>۷</sup>significant figures

0.003 56 m پر غور کریں۔ تمام میں تین یا معنی ہندسے ہیں، تاہم ان میں اشاریہ کے معتام بالترتیب ایک، دو، اور پانچ ہیں۔

مثال ۱.۱: دھاگے کا گیند، قدر کے رتبہ کی تجویز۔

دنیا میں دھاگے کے سب سے بڑے گیند کاردا اس 2 m ہے۔ اس گیند میں دھاگے کی کل لمبائی  $L$  کتنی ہوگی؟ اگر چہ ہم گیند سے دھاگہ کھول کر لمبائی  $L$  ناپ سکتے ہیں، تاہم ہم ایسا نہیں کرنا چاہتے۔ ہم حساب کے ذریعہ اس کی لمبائی کا تخمینہ لگانا چاہتے ہیں۔ ہمیں فقط رفتار کا متر ہی رتبہ درکار ہے۔

حاجہ

ہم مندرجہ کرتے ہیں گیند کر دی ہے؛ اس کاردا اس  $R = 2 \text{ m}$  ہے۔ دھاگہ لپیٹے ہوئے دھاگے کے مختلف حصوں کے بیچ حالی جگہ ضرور ہوگی جس کے بارے میں جاننا ناممکن بات ہے۔ ان حالی جگہوں کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم دھاگے کا عمودی تراش ذرا زیادہ تصور کرتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ دھاگے کا عمودی تراش  $d^2$  لمبائی  $L$ ، اور کل حجم درج ذیل ہوگا:

$$V = d^2 L \text{ (لمبائی) (رقبہ عمودی تراش)}$$

جو گیند کے حجم  $\frac{4}{3} \pi R^3$  کے برابر ہوگا؛  $\pi$  کو تخمیناً 3 لیتے ہوئے یہ حجم  $4R^3$  لکھا جاسکتا ہے۔ یوں درج ذیل ہوگا

$$d^2 L = 4R^3$$

جس سے درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{4R^3}{d^2} \\ &= \frac{4(2 \text{ m})^3}{(4 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \\ &= 2 \times 10^6 \text{ m} \approx 10^6 \text{ m} \approx 10^3 \text{ km} \end{aligned}$$

(اتنے سادہ حساب کے لئے حساب کارر کی ضرورت پیش نہیں ہونی چاہئے۔) قدر کے متر ہی رتبہ تک گیند میں تقریباً 1000 km دھاگہ ہے۔ □

## ۱.۱. وقت

وقت کے دو پہلو ہیں۔ روزمرہ زندگی میں ہم کام کا ترتیب سے رکھنے کی غرض سے وقت جاننا چاہتے ہیں۔ سائنس کی دنیا میں ہم عموماً جاننا چاہتے ہیں کہ ایک واقعہ کتنی دیر وقوع پذیر ہوا۔ یوں وقت کے کسی بھی معیار کو

## باب ۱. پیمائش

دوسوالیات کا جواب دینا ہوگا: کرب ہوا؟ اس کا دورانیہ کتنا تھا؟ جدول ۱.۴ میں چند وقتی وقتے پیش ہیں، جہاں پلانک وقتے<sup>۱۸</sup> سے سراد ابتدائی دھماکے<sup>۱۹</sup> کے بعد وہ اول ترین وقت ہے جب طبیعیات کے قواعد (جس طرح انہیں ہم اس وقت جانتے ہیں) متاثر اطلاق ہوں گے۔

جدول ۱.۴: چند تخمینی دورانیے

| پیمائش                                   | سیکنڈ میں دورانیہ   |
|--|---------------------|
| پروٹان کا عمر ص حیات (محض اندازہ)        | $3 \times 10^{40}$  |
| کائنات کی عمر                            | $5 \times 10^{17}$  |
| ہرم خوف کی عمر                           | $1 \times 10^{11}$  |
| انسانی زندگی (متوقع)                     | $2 \times 10^9$     |
| ایک دن                                   | $9 \times 10^4$     |
| انسانی دل کی دھڑکنوں کے بیچ وقفہ         | $8 \times 10^{-1}$  |
| میون کا عمر ص حیات                       | $2 \times 10^{-6}$  |
| تجربہ گاہ میں مختصر ترین شعاع کا دورانیہ | $1 \times 10^{-16}$ |
| غیر مستحکم ترین ذرے کا عمر ص حیات        | $1 \times 10^{-23}$ |
| پلانک وقفہ                               | $1 \times 10^{-43}$ |

وہ مظہر جو اپنے آپ کو دہراتا ہو وقت کا معیار مقرر کیا جاسکتا ہے۔ محور کے گرد زمین کا ایک چکر، جودن کی لمبائی تعین کرتا ہے، صدیوں تک بطور وقت کا معیار استعمال کیا گیا۔ سنگے مردہ<sup>۲۰</sup> (کوآرٹز) گھڑی، جس میں ایک سنگ مردہ چھلے کو مسلسل ارتعاش پذیر رکھا جاتا ہے، کی پیمائش بندی فلکیاتی مشاہدات کے ذریعہ، زمین کے گھومنے کے ساتھ کر کے، تجربہ گاہ میں وقتی وقفوں کی پیمائش کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ تاہم جدید سائنس و انجینئری کو درکار درستگی ایسی پیمائش بندی سے ممکن نہیں۔

بہتر معیار وقت کی ضرورت کے درپیش جوہری گھڑیاں<sup>۲۱</sup> تیار کی گئیں۔ ۱۹۶۷ء میں ناپ و تول کے تیسرھویں عمومی اجلاس میں سیزیم گھڑی<sup>۲۲</sup> پر مبنی معیاری سیکنڈ پر اتفاق کیا گیا۔

تعریف: سیزیم 133 جوہر سے خارج ایک مخصوص طول موج کی شعاع کے 9 192 631 770 ارتعاش کو درکار وقت ایک سیکنڈ<sup>۲۳</sup> ٹہرایا گیا۔

□

planktime<sup>۱۸</sup>  
bigbang<sup>۱۹</sup>  
quartz<sup>۲۰</sup>  
atomicclocks<sup>۲۱</sup>  
cesiumclock<sup>۲۲</sup>  
second<sup>۲۳</sup>

جوہری گھڑیاں انتہائی درست وقت بتاتی ہیں۔ دو سیزیم گھڑیوں میں ایک سیکنڈ منفرق چھ ہزار سال چلنے کے بعد پیدا ہوگا۔ اس وقت تیار کی جانے والی گھڑیوں کی درستگی  $10^{18}$  میں ایک حصے کے برابر ہے، یعنی  $10^{18}$  سیکنڈ (جو تقریباً  $3 \times 10^{10}$  سال کے برابر ہے) میں صرف ایک سیکنڈ کا منفرق ہو سکتا ہے۔

## ۱.۲ کمیت

### معیاری کلوگرام

فرنس کے شہر پیرس کے متریب ناپ و تول کے بین الاقوامی محکمہ میں رکھے گئے پلاٹینم واریڈیم کا ایک شلنڈر، بین الاقوامی معاہدہ کے تحت، ایک کلوگرام کمیت ٹھہرایا گیا۔ اس کی بہتر سے بہتر نقل دنیا کے بیشتر معیار ساز تجربہ گاہوں کو فراہم کی گئی جن کو استعمال کرتے ہوئے ترازو کی مدد سے کسی بھی جسم کی کمیت ناپی جاسکتی ہے۔ جدول ۱.۵ میں قدر کے 83 رتبوں پر پھیلی کمیتوں کو کلوگرام کی صورت میں پیش کیا گیا ہے۔

### جدول ۱.۵: چند تخمینی کمیت

| چیز          | کلوگرام میں کمیت    |
|--------------|---------------------|
| معروف کائنات | $1 \times 10^{53}$  |
| ہماری کہکشاں | $2 \times 10^{41}$  |
| سورج         | $2 \times 10^{30}$  |
| چاند         | $7 \times 10^{22}$  |
| سیارچہ اِراس | $5 \times 10^{15}$  |
| چھوٹا پھسڑ   | $1 \times 10^{12}$  |
| سمندری جہاز  | $7 \times 10^7$     |
| ہاتھی        | $5 \times 10^3$     |
| انگور        | $3 \times 10^{-3}$  |
| دھول کی ذرہ  | $7 \times 10^{-10}$ |
| پسینلین سال  | $5 \times 10^{-17}$ |
| یورینیم جوہر | $4 \times 10^{-25}$ |
| پروٹان       | $2 \times 10^{-27}$ |
| ایکٹران      | $9 \times 10^{-31}$ |

### دوم معیار کمیت

جوہروں کی کمیت کا موازنہ معیاری کلوگرام کی بجائے، زیادہ درستگی کے ساتھ، دیگر جوہروں کے ساتھ کیا جاسکتا ہے۔ اسی کی بنا، ہم دوم معیار کمیت بھی رکھتے ہیں۔ کاربن 12 جوہر کو بین الاقوامی معاہدہ کے تحت 12 جوہری کمیت اکائیوں کی کمیت

مختص کی گئی۔ ان دو اکائیوں کے پھر شدہ درج ذیل ہے

$$(۱.۷) \quad 1 \text{ u} = 1.66053886 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

جہاں آئنسٹین دو ہندسوں میں عدم یقینیت  $\pm 10$  ہے۔ سائنس دان کافی درستگی کے ساتھ تجربے کے ذریعہ کسی بھی جوہر کی کمیت کاربن 12 کی کمیت کے لحاظ سے تعین کر سکتے ہیں۔ اس وقت، کمیت کی روزمرہ زندگی میں مستعمل اکائیاں، مثلاً کلوگرام، استعمال کرتے ہوئے ہم اتنی درستگی حاصل کرنے سے متصر ہیں۔

### ۱.۲.۱ کثافت

کثافت  $\rho$  سے مراد اکائی حجم میں کمیت ہے۔

$$(۱.۸) \quad \rho = \frac{m}{V}$$

اس پر باب 14 میں مزید تبصرہ کیا جائے گا۔ کثافت کو عام طور پر کلوگرام فی مربع میٹر یا گرام فی مربع سنٹی میٹر میں ناپا جاتا ہے۔ پانی کی کثافت ایک گرام فی مربع سنٹی میٹر یا ایک ہزار کلوگرام فی مربع میٹر ہے جس کو عموماً موازنہ کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ پانی کی کثافت کے لحاظ سے تازہ برف کی کثافت 10% اور پلاسٹیم کی کثافت تقریباً 21 گنا جبکہ لکڑی کی کثافت صرف 64% ہے۔



مثال ۱.۲: کثافت اور رقتی کاری  
ایسے زلزلہ کے دوران جس میں زمین کی رقتی کاری<sup>۲۶</sup> ہو، بھاری جسم زمین میں دھنسل سکتا ہے۔ رقت کے دوران مٹی کے ذرے نہایت کم رگڑ محسوس کرتے ہوئے ریلنا شروع کرتے ہیں اور زمین دلدل کی کیفیت اختیار کرتی ہے۔ ریتیلی زمین کی رقتی کاری کے مسکنات کی پیچھوٹی زمین کے نمونے کی تناسب حنلا  $e$  کے روپ میں کی جاسکتی ہے۔

$$(1.9) \quad e = \frac{V_{\text{حنلا}}}{V_{\text{دائے}}}$$

یہاں  $V_{\text{دائے}}$  نمونے میں ریت کے ذرات کا کل حجم جبکہ  $V_{\text{حنلا}}$  ذروں کے بیچ حنلا کا کل حجم ہے۔ اگر  $e$  منسل قیمت 0.80 سے تجاوز کرتا ہو، زلزلہ کے دوران رقتی کاری کا امکان ہوگا۔ مطابقتی ریت کی کثافت  $\rho_{\text{ریت}}$  کیا ہوگی؟ ٹھوس سیلیکان ڈائی آکسائیڈ،  $(\text{SiO}_2)$  (جو ریت کا بنیادی جزو ہے) کی کثافت =  $\rho_{\text{SiO}_2} = 2.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  ہے۔

### کلیدی تصویر

نمونے میں ریت کی کثافت  $\rho_{\text{ریت}}$  سے مراد اکائی حجم میں کیفیت ہے؛ جو ریت کے تمام ذروں کی کل کیفیت  $m_{\text{ریت}}$  اور نمونے کے کل حجم  $V_{\text{کل}}$  کا تناسب:

$$(1.10) \quad \rho_{\text{ریت}} = \frac{m_{\text{ریت}}}{V_{\text{کل}}}$$

ہے۔

حاجہ: نمونے کا کل حجم  $V_{\text{کل}}$  درج ذیل ہے

$$V_{\text{کل}} = V_{\text{دائے}} + V_{\text{حنلا}}$$

مساوات ۱.۹ میں  $V_{\text{حنلا}}$  ڈال کر ریت  $V$  کے لیے حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$(1.11) \quad V_{\text{دائے}} = \frac{V_{\text{کل}}}{1 + e}$$

مساوات 8.1 کے تحت ریت کے ذرات کی کل کیفیت  $m_{\text{ریت}}$  سیلیکان ڈائی آکسائیڈ کی کثافت ضرب ریت کے ذرات کا کل حجم:

$$(1.12) \quad m_{\text{ریت}} = \rho_{\text{SiO}_2} V_{\text{دائے}}$$

ہوگا۔ اس کو مساوات ۱.۱۰ میں ڈال کر کے مساوات ۱.۱۱ سے ریت  $V$  ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$(1.13) \quad \rho_{\text{ریت}} = \frac{\rho_{\text{SiO}_2} V_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}} (1 + e)}$$

باب ۱. پیمائش

منسل قیمت  $e = 0.80$  اور  $\rho_{\text{SiO}_2} = 2.600 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  پر کر کے ہم دیکھتے ہیں کہ رتقیق کاری اس صورت ہوگی جب ریت کی کثافت درج ذیل سے کم ہو۔

$$\rho = \frac{2.600 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}}{1.80} = 1.4 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

□

رتقیق کاری میں عمارت کئی میٹر زمین میں دھنس سکتی ہے۔

## نظر ثانی اور خلاصہ

### طبیعیات میں پیمائش

طبیعی معتادیر کی پیمائش پر طبیعیات مبنی ہے۔ کچھ طبیعی معتادیر (مثلاً لمبائی، وقت، اور کمیت) اساسی مقدار منتخب کیے گئے، ہر ایک کی تعریف معیار کے مطابق کی گئی اور اس کو پیمائش کی اکائی (مثلاً  $m$ ،  $s$ ، اور  $kg$ ) منحصر کی گئی۔ دیگر طبیعی معتادیر کی تعریف ان اساسی مقدار اور ان کے معیار اور اکائیوں کی صورت میں کی جاتی ہے۔

### بین الاقوامی اکائی

اس کتاب میں بین الاقوامی اکائی (SI) استعمال کی گئی۔ جدول 1.1 میں دکھائی گئی تین طبیعی معتادیر ابتدائی بابوں میں استعمال کی جائیں گی۔ بین الاقوامی معاہدوں کے تحت اساسی مقداروں کے معیار طے کیے گئے، جو ہر ایک کے لیے قابل رسائی اور غیر تغیر ہیں۔ اساسی مقدار اور ان سے اخذ دیگر معتادیر کی تمام طبیعی پیمائشیں انہی معیار کے تحت کی جاتی ہے۔ جدول 2.1 میں پیش علامتیں اور سابقے استعمال کر کے پیمائشی ترقیم کی سادہ صورت حاصل ہوتی ہے۔

### اکائیوں کی باہم تبدیلی

اکائیوں کی تبدیلی زنجیری طریقے سے جاسکتی ہے، جس میں اصل مواد کو یک بعد دیگرے تبدیلی ضربوں سے، جنہیں ایک (1) کے روپ میں لکھا گیا ہو، ضرب دے کر، اکائیوں سے الجبرائی معتادیر کی طرح نپٹا جاتا ہے حتیٰ کہ درکار اکائیاں رہ جائیں۔

### لمبائی

وہ فاصلہ ہے جو انتہائی معین و مستقیم وقت کے دوران بصری شعاع طے کرتی ہے، میٹر کی تعریف ہے۔

### ۱.۲.۲ وقت

سیکنڈ کی تعریف سیزیم 133 جوہر سے خارج شعاع کی صورت میں کی جاتی ہے۔ معیار برقرار رکھتی تجربہ گاہوں میں موجود جوہری گھڑیوں کے صحیح و مستقیم اشارے پوری دنیا میں نشر کیے جاتے ہیں۔

### کمیت

پیرس شہر کے مترب رکھے گئے پلانٹیم و اریڈیم کمیتی معیار، کلوگرام کی تعریف ہے۔ جوہری پیمانہ پر پیمائش کے لیے جوہری کمیتی اکائی استعمال کی جاتی ہے جس کی تعریف کاربن 12 جوہر کی صورت میں کی جاتی ہے۔

## کثافت

کسی بھی چیز کی کثافت  $\rho$  سے مراد اکائی حجم میں اس کی کمیت ہے۔

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.8)$$

## سوالات

### لمبائی اور دیگر اشیاء کی پیمائش

سوال ۱.۱: زمین تقریباً ایک کرہ ہے جس کا رداس  $6.37 \times 10^6 \text{ m}$  ہے۔ اس کا (۱) محیط کلو میٹر میں، (ب) سطحی رقبہ مربع میٹر کلو میٹر میں، اور (ج) حجم کعبی کلو میٹر میں کتنا ہے؟

سوال ۱.۲: اشاعت کاری میں لمبائی کی مستعمل اکائی نقطہ کہلاتی ہے، جو انچ کے  $\frac{1}{72}$  حصے کے برابر ہے۔ مربع نقطہ کی صورت میں 0.1 مربع انچ لکھیں۔

سوال ۱.۳: ایک مائیکرو میٹر ( $1 \mu\text{m}$ ) کو عموماً مائیکران کہتے ہیں۔ (۱) کتنے مائیکران 1 km کے برابر ہیں؟ (ب) سنٹی میٹر کا کتنا حصہ  $1 \mu\text{m}$  ہوگا؟ (ج) کتنے مائیکران ایک گز کے برابر ہوں گے؟

سوال ۱.۴: اس کتاب میں منسلک نقطہ اور پیکا اکائی میں رکھے گئے ہیں: 12 نقطے 1 پیکا کے برابر ہے، اور 6 پیکا 1 انچ کے برابر۔ اگر کتاب میں ایک شکل 0.80 cm عطا رکھی گئی ہو، تب یہ (۱) پیکا اکائیوں میں اور (ب) نقطہ اکائیوں میں کتنی عطا رکھی گئی ہے؟

سوال ۱.۵: ایک مقابلے میں گھوڑے 4.0 منرلائنگ دوڑ لگا کر طے کرتے ہیں۔ اس منسلک کو (۱) عصا اور (ب) زنجیر کی صورت میں لکھیں۔ (ایک منرلائنگ 201.168 m کے برابر ہے۔ ایک عصا 5.0292 m اور ایک زنجیر 20.117 m کے برابر ہے)

جدول ۱.۶: اہلی گرام، گرام، اور کلو گرام کی چند قیمتیں۔

| kg | g | mg      |
|----|---|---------|
|    |   | 300 mg  |
|    |   | 0.50 g  |
|    |   | 0.02 kg |

سوال ۱.۶: جدول ۱.۶ مکمل کریں۔ (۱) جدول مکمل کریں۔ (ب) 55 mg کتنے kg کے برابر ہوگا؟ (ج)  $12 \text{ cm}^3$  حجم کتنے لٹر کے برابر ہوگا؟

سوال ۱.۷: ماقوائی معیار پانی کا حجم عموماً ایکڑ فٹ میں ناپتے ہیں، جس سے مراد ایک ایکڑ رقبے پر ایک فٹ گہرا پانی ہے۔ ایک شہر جس کا رقبہ  $26 \text{ km}^2$  ہے میں 30 منٹ کی بارش 2 انچ پانی برساتی ہے۔ شہر پر کتنا ایکڑ فٹ پانی برستا ہے؟

سوال ۱.۸: ایک سڑک 32 میل اور 5 منرلائگ لمبی ہے۔ اس کی لمبائی km میں کتنی ہوگی؟

سوال ۱.۹: بہر منجمد جنوبی ۲۷ تقریباً نیم دائری ہے (شکل 1.5) جس کا رداس 2000 km ہے۔ اس میں برف کی اوسط موٹائی 3000 m ہے۔ بحیر منجمد جنوبی میں کتنے  $\text{cm}^3$  برف پایا جاتا ہے؟ (زمین کی سطح مستوی تصور کریں۔)

## وقت

سوال ۱.۱۰: بہت وسیع ممالک مثلاً روس میں مختلف مقامات پر گزروں کا وقت ایک دوسرے سے مختلف ہوتا ہے۔ (۱) خط تول بلد کے کتنے درجے چلنے کے بعد ایک گھنٹے کا مشرق پایا جائے گا؟ (اشارہ: زمین 24 گھنٹے میں  $360^\circ$  گھومتی ہے۔) ایک خط تول بلد کتنے منٹ کے برابر ہوگا؟

سوال ۱.۱۱: فرانسیسی انقلاب کے بعد تقریباً 10 سال تک حکومت کو شش کرتی رہی کہ وقت کی پیمائش مضرب 10 رکھی جائے؟ ایک ہفتہ میں 10 دن، ایک دن میں 10 گھنٹے، ایک گھنٹہ میں 100 منٹ، اور ایک منٹ میں 100 s رکھے گئے۔

(۱) فرانسیسی اعشاری ہفتہ اور معیاری ہفتہ کی نسبت، اور (ب) فرانسیسی اعشاری سیکنڈ اور معیاری سیکنڈ کی نسبت کیا ہے؟

سوال ۱.۱۲: دنیا کا تیز ترین بڑھتا پودا ”ہیپروپوکا“ کہلاتا ہے جو 14 دن میں 3.7 m بڑا۔ پودے کے بڑھنے کی شرح  $\mu\text{m s}^{-1}$  کتنی ہے؟

سوال ۱.۱۳: تین گھڑیاں الف، ب، اور پ مختلف رفتار سے چلتی ہیں اور بیک وقت صفر نہیں دیتی۔ شکل 6.1 میں چار موقوں پر ان کی بیک وقت پیمائش دکھائی گئی ہے۔ (مثال کے طور پر جس لمحہ گھڑی ب 25 s دیتی

## باب ۱. پیمائش

ہے، گھڑی پ 92 s دیتی ہے۔ اگر دو واقعات گھڑی الف پر 600 s فاصلے پر واقع ہوں، یہ (الف) گھڑی ب پر اور (ب) گھڑی ج پر کتنے فاصلے پر واقع ہوں گے؟ (ج) جس لمحے گھڑی الف 400 s دیتی ہے اس لمحے گھڑی ب کیا دے گی؟ (د) جس وقت گھڑی الف 15 s دیتی ہے، اس وقت گھڑی ب کیا دے گی؟ (قبل از صفر واقعات منفی علامت کے تصور کریں۔)

سوال ۱.۱۴: ایک درس (جو 50 منٹ کا ہے) تخمیناً ایک خورد مدی کا ہوگا۔

(۱) ایک خورد مدی دورانہ کتنے منٹ ہوگا؟ (ب) درج ذیل کلیہ استعمال کرتے ہوئے تخمین میں فی صد فرق تلاش کریں۔

$$= \left( \frac{\text{تخمین} - \text{اصل}}{\text{اصل}} \right) 100$$

سوال ۱.۱۵: دو ہفتوں کا وقت کتنے  $\mu\text{s}$  ہوگا؟

سوال ۱.۱۶: معیاری وقت کا دار و مدار جوہری گھڑیوں پر ہے۔ اس سے بہتر معیار سیکنڈ نابض<sup>۲۸</sup> پر مبنی ہو سکتا ہے، جو گھومتے نیوٹرون تارے<sup>۲۹</sup> (انتہائی ٹھوس تارے جن میں صرف نیوٹرون پائے جاتے ہیں) ہیں۔ ان میں سے کئی انتہائی زیادہ مستحکم شرح سے گھومتے ہیں، اور ہر چکر کے دوران ایک مرتبہ زمین پر شعاع ڈالتے ہیں (سمندر کے کنارے منارہ نور<sup>۳۰</sup> کی طرح جو سمندری جہاز کو خطرے سے آگاہ کرتا ہے)۔ نابض PSR 1937 21 ایک ایسا تارہ ہے جو ایک چکر  $1.557\ 806\ 448\ 872\ 75 \pm 3\ \text{ms}$  میں پورا کرتا ہے، جہاں آخر میں  $\pm 3$  آخری ہندسہ میں عدم یقینیت دیتا ہے (اس کا ہرگز  $\pm 3\ \text{ms}$  مطلب نہیں)۔

(۱) نابض 7.00 دنوں میں کتنے چکر کاٹتا ہے؟ (ب) یہ نابض 10 لاکھ مرتبہ ٹھیک کتنے وقت میں چکر کاٹتا ہے، اور (ج) اس سے وابستہ عدم یقینیت کیا ہوگا؟

سوال ۱.۱۷: ایک سمتیہ جس کا فتر در 7.3 m ہے مثبت x محور کے رخ سے گھڑی کی سوئی کے مخالف رخ  $250^\circ$  پر xy مستوی میں پایا جاتا ہے، الف اس کا x جز اور ب وائی جز تلاش کریں۔

سوال ۱.۱۸: سمتیہ ہٹاؤ کا فتر در 15 m ہے اور یہ xy مستوی میں زاویہ  $30^\circ = \theta$  کہ رخ ہے، شکل 26.3 دیکھیں اس سمتیہ کے الف x جز اور ب y جز تلاش کریں۔

سوال ۱.۱۹: سمتیہ a کا x جز 25 m اور y جز 40 m ہے۔ الف سمتیہ a کا فتر کتنا ہے؟ ب سمتیہ a کے رخ اور محور x کے مثبت رخ کے بیچ زاویہ کتنا ہے؟

سوال ۱.۲۰: درج ذیل زاویوں کو ریڈین میں بیان کریں: الف  $20^\circ$ ، ب  $50^\circ$ ، ج  $100^\circ$ ۔ درج ذیل زاویوں کو درجوں کی صورت میں پیش کریں: 330.0 ریڈین، 10.2 ریڈین، 70.7 ریڈین۔

سوال ۱.۲۱: ایک بحری جہاز شمال کے رخ 120 km دور نقطہ کی جانب پہنچنا چاہتا ہے۔ سفر کے اعزاز سے پہلے ہی ایک غیر متوقع اندھی اس کو نقطہ اعزاز سے مشرق جانب 100 km دور دھکیلتا ہے۔ اس جہاز کو اختتامی نقطہ پر پہنچنے کے لیے الف کتنا فاصلہ طے کرنا ہوگا طے کرنا ہوگا اور (ب) اسے کس رخ سفر کرنا ہوگا؟

سوال ۱.۲۲: شکل 27.3 میں ایک بھاری مشین کو الف کی رخ سے زاویہ  $20^\circ = \theta$  پر رکھے گئے تختے پر  $d = 12.5$  m فاصلے تک گھسیٹا جاتا ہے۔ اس مشین کو (الف) انشعابی روح اور (ب) الف کی رخ کتنا دور منتقل کیا گیا؟

سوال ۱.۲۳: ایک ہٹاؤ جس کا فتر در 3 m ہے اور دوسرا ہٹاؤ جس کا فتر در 4 m ہے پر غور کریں۔ دکھائیں کہ ان ہٹاؤ سمیات کو استعمال کرتے ہوئے (الف) 7 m، (ب) 1 m، اور (ج) 5 m فتر کے ہٹاؤ حاصل کیے جا سکتے ہیں۔ Module 2.3 اکائی سمیات، سمیات کی جمع بذریعہ اجزاء

سوال ۱.۲۴: ایک شخص 3.1 km شمال کی طرف چلنے کے بعد 2.4 km مغرب اور آخر میں 5.2 km جنوب کے رخ چلتا ہے۔ (الف) اس کے حرکت کو ظاہر کرنے کے لیے سمتی نقشہ بنائیں۔ ایک پرندہ اس نقطہ اعزاز سے سیدھا نقطہ اختتام تک اڑتے ہوئے (ب) کتنا فاصلہ طے کرے گا اور (ج) کس رخ طے کرے گا؟

سوال ۱.۲۵: درج ذیل دو سمیات دیے گئے ہیں

$$a = (4\text{ m})i - (3\text{ m})j + (1\text{ m})k$$

اور

$$b = (-1\text{ m})i + (1\text{ m})j + (4\text{ m})k$$

اکائی سمتیہ علامت میں (الف)  $\vec{a} + \vec{b}$ ، (ب)  $\vec{a} - \vec{b}$  اور (ج) ایک تیسرا سمتیہ c تلاش کریں جہاں  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$  ہے۔

سوال ۱.۲۶: ہٹاؤ c اور d کے میٹروں میں اجزاء  $c_x = 7.4$ ،  $c_y = -3.8$ ،  $c_z = -6.1$ ؛  $d_x = 4.4$ ،  $d_y = -2.0$ ،  $d_z = 3.3$  ہیں۔ ان ہٹاؤ کو مجموعہ  $\vec{r}$  کے (الف) x، (ب) y، اور (ج) z اجزاء تلاش کریں

سوال ۱.۲۷: (الف) اگر  $\vec{a} = (4\text{ m})\hat{i} + (3\text{ m})\hat{j}$  اور  $\vec{b} = (-13\text{ m})\hat{i} + (7\text{ m})\hat{j}$  ہوں تب اکائی سمتیہ علامت میں مجموعہ  $a + b$  کیا ہوگا؟ اس مجموعہ کا (ب) فتر اور (ج) رخ کیا ہوگا؟

## باب ۱. پیمائش

سوال ۱.۲۸: ایک گاڑی کو مشرک کی طرف 50 km، اس کے بعد شمال کی طرف 30 km اور احسر میں شمال سے مشرک جانب  $30^\circ$  کے رخ 25 km چلایا جاتا ہے۔ اس کا سمتی نقشہ بنائیں۔ ابتدائی نقطہ سے گاڑی کی کل ہٹاؤ کا (الف) فتر اور (ب) زاویہ تلاش۔

سوال ۱.۲۹: ایک شخص اپنے موجودہ مقام سے 3.4 km دور شمال سے مشرک جانب  $35^\circ$  کے رخ مقام پر پہنچنا چاہتا ہے۔ تاہم اس کو مجبوراً ایسی گلیوں سے گزرنا ہوگا جو مشرق سے مغرب یا شمال سے جنوب ہیں۔ یہ شخص کتنا کم سے کم فاصلہ طے کر کے اس مقام تک پہنچ سکتا ہے؟

سوال ۱.۳۰: ہموار صحرا میں  $xy$  محاتی نظام کے ممتاز سے اعزاز کرتے ہوئے  $xy$  محدود (مانس 14 میٹر کم 30 میٹر)  $(-140\text{ m}, 30\text{ m})$  کہ مقام کو پہنچنا چاہتے ہیں۔ آپ کو صرف چار مرتبہ سید میں چلنے کی اجازت ہے۔ آپ کی حرکت کے  $x$  اور  $y$  اجزاء میٹروں میں بالترتیب درج ذیل ہیں: (60 اور 20)، اس کے بعد  $(-70\text{ m}, bx)$ ، اس کے بعد  $(c\text{ اور } 20)$ ، اور احسر میں  $(-60\text{ اور } -70)$ ۔ بتائیں (الف) جواز  $bx$  اور (ب) جواز  $cy$  کیا ہوں گے؟ مجموعی ہٹاؤ کا (ج) فتر اور (ح) ہشت  $x$  محور کے لحاظ سے زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۱.۳۱: شکل 3.28 میں دکھائے گئے سمتیات  $a$  اور  $b$  دونوں کے فتر 10 m ہیں جبکہ ان کے زاویات  $\theta_1 = 30^\circ$  اور  $\theta_2 = 105^\circ$  ہیں۔ ان کے سمتی مجموعہ  $r$  کے (الف)  $x$  اور (ب)  $y$  اجزاء تلاش کریں۔ (ج) سمتیہ  $r$  کا فتر اور (ح) سمت  $x$  محور کے رخ کے ساتھ  $r$  کا زاویہ تلاش کریں۔

سوال ۱.۳۲: ہٹاؤ سمتیات  $\vec{a} = (3\text{ m})\hat{i} + (4\text{ m})\hat{j}$  اور  $\vec{b} = (5\text{ m})\hat{i} + (-2\text{ m})\hat{j}$  کے لئے (الف) ایکھائی سمتیہ علامت میں، اور (ب) فتر اور (ج) سمتیہ  $i$  کے لحاظ سے زاویہ کی صورت میں  $a + b$  بیان کریں۔ اسی طرح (د) ایکھائی سمتیہ علامت میں، اور (ح) فتر اور (ط) زاویہ کی صورت میں  $b - a$  بیان کریں۔

سوال ۱.۳۳: تین سمتیات  $a$ ،  $b$ ، اور  $c$  مستوی  $xy$  میں پائے جاتے ہیں اور ہر ایک کا فتر 50 m ہے۔ مثبت  $x$  محور کے رخ کے لحاظ سے ان کے رخ بالترتیب  $30^\circ$ ،  $195^\circ$  اور  $315^\circ$  ہیں۔ سمتیہ  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  کا (الف) فتر اور (ب) زاویہ کیا ہوگا اور سمتیہ  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  کا (ج) فتر اور (ح) زاویہ کیا ہوگا؟ ایک ایسے چوتھے سمتیہ  $\vec{d}$  کا (د) فتر اور (ز) زاویہ کیا ہوگا جو  $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{d}) = 0$  کو مطمئن کرتا ہو؟

سوال ۱.۳۴: مجموعہ  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$  میں سمتیہ سمتیہ  $\vec{A}$  کا فتر 12 m اور ہشت  $x$  رخ سے خلاف گڑی زاویہ  $40^\circ$  ہے، جبکہ سمتیہ  $\vec{B}$  کا فتر 15 m اور منفی  $x$  رخ سے خلاف گھڑی زاویہ  $20^\circ$  ہے۔ سمتیہ  $\vec{B}$  کا (الف) فتر اور (ب) ہشت  $x$  محور کے لحاظ سے زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۱.۳۵: ایک باغیچہ میں 1 m اطراف کے چوکور خانوں کا شطرنج کی کھیل کا میدان بنایا جاتا ہے ایک نانٹ درج ذیل فترم لیتا ہے: 1 دو چوکور اگے، ایک چوکور دائیں؛ 2 دو چوکور بائیں، ایک چوکور اگے؛ 3 دو چوکور آگے، ایک چوکور بائیں۔ اگے چلنے کے رخ کے لحاظ سے نانٹ کے مجموعی ہٹاؤ کا (الف) فتر اور (ب) زاویہ کیا ہوگا؟



## باب ۲

### مخفی توانائی اور توانائی کی بقا

اختتامی حال میں اسپرنگ ڈھیلے حال میں ہوگا اور ہوا باز کن زمینی سطح پر ہوگا، لہذا نظام کی اختتامی میکانی توانائی ذیل ہوگی۔

$$(۲.۱) \quad E_{2, \text{میکانی}} = K_2 + U_{e2} + U_{g2} \\ = 0 + 0 + 0$$

آئیں اب زمینی سطح راہ اور تیراک کی حراری توانائی میں تبدیلی  $\Delta E_{\text{حر}}$  کی بات کرتے ہیں۔ مساوات 31.8 سے  $\Delta E_{\text{حر}}$  کے لئے (رگڑی قوت و تدر ضرب رگڑ کا فاصلہ)  $f_k L$  ڈالاجا سکتا ہے۔ مساوات 2.6 سے ہم جانتے ہیں  $f_k = \mu_k F_N$  ہوگا، جہاں  $F_N$  عمودی قوت ہے۔ خط میں تیراک رگڑ کے ساتھ افقی حرکت کرتا ہے لہذا  $F_N$  کی تدر  $mg$  کے برابر ہوگی (اوپر وار اور نشیب وار قوت برابر ہوں گی)۔ یوں میکانی توانائی سے رگڑ درج ذیل مقدار کو ہٹائی کرے گی۔

$$(۲.۲) \quad \Delta E_{\text{حر}} = \mu_k mgL$$

(مزید تجربہ کے بغیر یہ جاننا ممکن نہیں اس توانائی کا کتنا حصہ تیراک کو اور کتنا راہ کو منتقل ہوگا۔ ہم صرف کل مقدار جانتے ہیں۔)

مساوات 43.8 تا مساوات ۲.۲ کو مساوات 42.8 میں پر کرنے سے

$$(۲.۳) \quad 0 = \frac{1}{2}kd^2 + mgh - \mu_k mgL$$

ملتا ہے، لہذا درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} L &= \frac{kd^2}{2\mu_k mg} + \frac{h}{\mu_k} \\ &= \frac{(3.2 \times 10^3 \text{ N m}^{-1})(5 \text{ m})^2}{2(0.800)(200 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)} + \frac{35 \text{ m}}{0.800} \\ &= 69.3 \text{ m} \end{aligned}$$

جواب

آخر میں اس بات پر توجہ دیں کہ ریاضی حل کتنا آسان تھا۔ سوچ سمجھ کر نظام تعین کر کے یاد رکھتے ہوئے کہ یہ جدا نظام ہے، ہم توانائی کی بقا کا قانون استعمال کر پاتے ہیں۔ یوں نظام کے ابتدائی اور اختتامی حال توانائیوں کو، درمیانے حال جانے بغیر، برابر رکھا جاسکتا ہے۔ بالخصوص، غنیر ہموار راہ پر تیسراک کی حرکت پر غور کرنے کی ضرورت پیش نہیں آئی۔ اس کی بجائے، اگر ہم قوانین نیوٹن استعمال کریں، ہمیں راہ کی مکمل معلومات جاننا ہوگا اور حساب بھی مشکل ہوتا۔

## نظر ثانی اور خلاصہ

### بقائی قوت

وہ قوت، جو کسی بند راہ پر حرکت کرتے ہوئے ذرہ پر، کسی ابتدائی نقطہ سے چل کر اسی نقطہ پر واپس پہنچ کر، صفر صافی کام کرتی ہو **بقائی قوت** ہوتی ہے۔ ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک قوت دو نقطوں کے بیچ حرکت کرتے ہوئے ذرے پر جو صافی کام کرے وہ راہ پر منحصر نہ ہو تب قوت بقائی ہوگی۔ تجاذبی قوت اور اسپرنگ قوت بقائی ہیں؛ حرکی رگڑی قوت غیر بقائی ہے۔

### مخفی توانائی

وہ توانائی جو ایسے نظام کی تشکیل کے ساتھ وابستہ ہو جس میں بقائی قوت عمل پیرا ہو **مخفی توانائی** کہلاتی ہے۔ جب نظام کے اندر ذرے پر بقائی قوت کام  $W$  کرے، نظام کی مخفی توانائی میں تبدیلی  $\Delta U$  ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = -W \quad (8.1)$$

نقطہ  $x_i$  سے نقطہ  $x_f$  پہنچنے پر، نظام کی مخفی توانائی میں تبدیلی درج ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (8.6)$$

### تجاذبی مخفی توانائی

زمین اور اس کے متغیر ذرے کے نظام سے وابستہ مخفی توانائی کو **تجاذبی مخفی توانائی** کہتے ہیں۔ اگر ذرہ  $y_i$  بلندی سے  $y_f$  بلندی منتقل ہو، زمین و ذرہ نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں رونا ہونے والی تبدیلی ذیل ہوگی۔

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg\Delta y \quad (8.7)$$

**حوالہ نقطہ**  $y_i$  پر رکھ کر اور اس نقطہ پر تجاذبی مخفی توانائی  $U_i = 0$  رکھ کر کسی بھی بلندی  $y$  پر ذرے کی تجاذبی مخفی توانائی درج ذیل ہوگی۔

$$U(y) = mgy \quad (8.9)$$

### لچکی مخفی توانائی

لچکدار جسم کی حالت کھینچ یا حالت داب سے وابستہ توانائی کو **لچکی مخفی توانائی** کہتے ہیں۔ ایک اسپرنگ، جو اس وقت قوت  $F = -kx$  پیدا کرتا ہے جب اس کے آزاد سر کا ہوا  $x$  ہو، کی لچکی مخفی توانائی ذیل ہوگی۔

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad (8.11)$$

**حوالہ تنظیم** وہ ہوگا جب اسپرنگ ڈھیلا ہو،  $x = 0$  اور  $U = 0$  ہو۔

### میکانی توانائی

حسری توانائی  $K$  اور مخفی توانائی  $U$  کا مجموعہ نظام کی میکانی توانائی  $E$  ہوگا۔

$$E_{\text{میکانی}} = K + U \quad (8.12)$$

جدا نظام سے مراد وہ نظام ہے جس میں ”بیرونی قوت“ توانائی کی تبدیلی کا سبب نہیں بنتی۔ اگر صرف تجاذبی قوتیں جدا نظام کے اندرون کام کرتی ہوں، تب نظام کی میکانی توانائی  $E_{\text{میکانی}}$  تبدیل نہیں ہو سکتی۔ **میکانی توانائی کے بقا کا اصول** درج ذیل لکھا جاسکتا ہے، جہاں زیر نوشتہ توانائی کے انتقال کے دوران مختلف لحاظ ظاہر کرتی ہیں۔

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \quad (8.17)$$

یہ اصول درج ذیل بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$\Delta E_{\text{میکانی}} = \Delta K + \Delta U = 0 \quad (8.18)$$

### مخفی توانائی منحنیات

ایک نظام، جس میں ایک بعدی قوت  $F(x)$  ذرے پر عمل پیرا ہو، کی مخفی توانائی تعادل  $U(x)$  جانتے ہوئے ہم یہ قوت تلاش کر سکتے ہیں۔

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} \quad (8.22)$$

اگر تعادل  $U(x)$  کی ترسیم دی گئی ہو، کسی بھی نقطہ  $x$  پر، ترسیم کی ڈھال کی مخفی اس نقطہ پر قوت  $F(x)$  ہوگی اور ذرے کی حرکی توانائی درج ذیل ہوگی، جہاں  $E$  میکانیکی نظام کی میکانیکی توانائی ہے۔

$$K(x) = E_{\text{میکانی}} - U(x) \quad (8.24)$$

موٹا واہیں نقطہ سے سرادودہ نقطہ ہے جس پر ذرہ حرکت کا رخ تبدیل کرتا ہے؛ اس نقطہ پر  $K = 0$  ہوگا۔ جن نقطوں پر  $U(x)$  کی ترسیم کی ڈھال صفر ہو ان نقطوں پر ذرہ توازن میں ہوگا؛ ان نقطوں پر  $F(x) = 0$  ہوگا۔

### نظام پر بیرونی قوت کا کردہ کام

کام  $W$  سے سرادودہ توانائی ہے جو نظام پر بیرونی قوت کے عمل کی بنا نظام سے باہر یا نظام کے اندر منتقل ہو۔ جہاں ایک سے زیادہ قوتیں عمل پیرا ہوں وہاں منتقل توانائی ان کا مجموعی صافی کام ہوگی۔ رگڑ کی غیر موجودگی میں نظام پر کیا گیا کام اور نظام کی میکانیکی توانائی میں تبدیلی  $\Delta E$  برابر ہوگی۔

$$W = E_{\text{میکانی}} = \Delta K + \Delta U(x) \quad (8.26, 8.25)$$

نظام کے اندر حرکی رگڑی قوت کی موجودگی میں میں نظام کی حرکی توانائی  $E$  تبدیل ہوگی۔ (حرکی توانائی نظام میں جو ہر اور سالموں کی بلا منسوب حرکت سے وابستہ ہے) ایسی صورت میں نظام پر کیا گیا کام درج ذیل ہوگا۔

$$W = E_{\text{میکانی}} + \Delta E_{\text{حر}} \quad (8.33)$$

یہ تبدیلی  $\Delta E_{\text{حر}}$  بیرونی قوت سے پیدا ہونے والی مقدار  $d$  اور رگڑی قوت کی مقدار  $f_k$  پر منحصر ہے۔

$$E_{\text{حر}} = f_k d \quad (8.31)$$

### توانائی کی بقا

نظام کی کل توانائی (جو میکانیکی توانائی اور اندرونی توانائیوں، بشمول حرکی توانائی، کا مجموعہ ہوگا) میں تبدیلی اس توانائی کے برابر ہوگی جو نظام سے باہر یا نظام کے اندر منتقل کی جائے۔ اس تجرباتی حقیقت کو توانائی کا بقا کہتے ہیں۔ نظام پر کیا کام  $W$  ہونے کی صورت میں ذیل ہوگا۔

$$W = \Delta E = E_{\text{میکانی}} + E_{\text{حر}} + E_{\text{اندرونی}} \quad (8.35)$$

جدا انظام  $W = 0$  کے لئے اس سے

$$E_{\text{میکانی}} + E_{\text{حر}} + E_{\text{اندرونی}} = 0 \quad (8.36)$$

اور

$$E_{\text{میکانی},2} = E_{\text{میکانی},1} - \Delta E_{\text{حر}} - \Delta E_{\text{اندرونی}} \quad (8.37)$$

حاصل ہوں گے، جہاں زیر نوشت، 1 اور 2، دو مختلف لحاظات ظاہر کرتی ہیں۔

### ۲.۰.۱ طاقت

قوت کی بنیاد طاقت، اس توانائی کے انتقال کی شرح کو کہتے ہیں، جو قوت منتقل کرتی ہے۔ یوں  $\Delta t$  دورانیہ میں اگر قوت توانائی  $\Delta E$  منتقل کرتی ہو تب اس قوت کی اوسط طاقت درج ذیل ہوگی۔

$$P_{\text{اوسط}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (8.40)$$

قوت کی لحاظاتی طاقت ذیل ہوگی۔

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (8.41)$$

### سوالات

سوال ۲.۱: شکل 18.8 میں افقی حرکت کرتا ہوا جسم نقطہ دار اختتامی لکیر تک تین بلاز گزراستوں سے پہنچ سکتا ہے، جن میں فقط بلندی کا مندرجہ ہے۔ ان راہ کی درجہ بندی (I) اختتامی لکیر پر جسم کی رفتار کے لحاظ سے اور (ب) اختتامی لکیر تک جسم کے پہنچنے کے دورانیہ حرکت کے لحاظ سے کریں؛ زیادہ قیمت کا نتیجہ اول رکھیں۔

سوال ۲.۲: ایک ذرے کی مخفی توانائی تفاعل شکل 19.8 میں پیش ہے۔ (I) ذرے پر قوت کی مقدار کے لحاظ سے خط  $AB$ ،  $BC$ ،  $CD$ ، اور  $DE$  کی درجہ بندی کریں۔ زیادہ قیمت کا نتیجہ اول رکھیں۔ (ب) بائیں مخفی توانائی کنواں میں پھنس جانے کے لئے ذرے کی میکانی توانائی  $E_{\text{میکانی}}$  کو کس قیمت سے تجاوز کرنے کی اجازت نہیں؟ (ج) دائیں کنواں میں پھنسنے کے لئے یہ قیمت کیا ہوگی؟ (د) دونوں کنواں میں حرکت کر سکنے لیکن نقطہ  $H$  سے دائیں نکلنے کی صلاحیت نہ رکھنے کی صورت میں وہ قیمت کیا ہوگی؟ جب زود کی صورت میں  $BC$ ،  $DE$ ، اور  $FG$  میں سے کس خط میں ذرے کی حرکت توانائی (ہ) زیادہ سے زیادہ، (و) کم سے کم ہوگی؟

سوال ۲.۳: نقطہ  $i$  سے نقطہ  $f$  تک ایک براہ راست راستہ اور چار راستے گھوم کر جاتے ہیں۔ براہ راست راستے پر اور تین گھوم کر جانے والے راستوں پر ذرے پر بقائی قوت  $F_{\text{بقائی}}$  عمل کرتی ہے۔ چوتھے راستے پر ذرے پر بقائی قوت  $F_{\text{بقائی}}$  اور غیر بقائی قوت  $F_{\text{غیر بقائی}}$  عمل کرتی ہیں۔ نقطہ  $i$  سے نقطہ  $j$  جاتے ہوئے ذرے کی میکانی توانائی میں تبدیلی  $\Delta E$ ، گھوم کر جانے والی راہوں کے ہر سیدھے حصے پر (حاصل میں) درج ہے۔ (I) براہ راست راستے

پر  $i$  سے  $j$  تک  $\Delta E$  کی ہوگی؟ (ب) اس ایک راہ پر جس پر غیر برقی  $E$  عمل پیرا ہے، غیر برقی  $E$  کی بدولت  $\Delta E$  کی ہوگی؟

سوال ۲.۴: ایک جسم  $3\text{ m}$  بلندی سے بلار گڑ راہ پر رہا کیا جاتا ہے (شکل 21.8)۔ چوٹیوں کی بلندیاں شکل میں دی گئی ہیں۔ تمام چوٹیاں ایک جیسی دائری ہیں، اور جسم کسی بھی چوٹی سے اڑ کر نہیں گرتا۔ (ا) وہ کونسی پہلی چوٹی ہے جسے جسم پار کرنے سے متاثر ہوگا؟ (ب) اس چوٹی کو پار نہ کرنے کے بعد جسم کیا کرے گا؟ جن چوٹیوں کو جسم پار کر پاتا ہے، کس چوٹی پر جسم کی (ج) مرکز مائل قوت زیادہ سے زیادہ ہوگی، اور (د) کس چوٹی پر اس کی عمودی قوت کم سے کم ہوگی؟

سوال ۲.۵: ایک جسم بلار گڑ میلان پر  $A$  تا  $C$  حرکت کرنے کے بعد افقی خطہ  $CD$  سے گزرتا ہے، جہاں رگڑی قوت عمل پیرا ہے۔ کیا جسم کی حرکت توانائی (ا) خطہ  $AB$ ، (ب) خطہ  $BC$ ، اور (ج) خطہ  $CD$  میں بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا مستقل رہتی ہے؟ (د) کیا ان خطوں میں جسم کی میکانیکی توانائی بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا مستقل رہتی ہے؟

سوال ۲.۶: ایک بیلن کو، جو انتہائی سلاخ پر چڑھا ہوا ہے، رسی سے اوپر کھینچا جاتا ہے (شکل 23a.8)۔ تنگ سوراخ کی بدولت یہ سلاخ پر چست بیٹھا ہے لہذا رگڑی قوت کافی زیادہ ہے۔ آپ کی قوت بیلن و سلاخ وزمین نظام پر  $W = 100\text{ J}$  کام کرتی ہے (شکل 23b.8)۔ نظام کی توانائیوں کو شکل 23c.8 میں ”فترہ بند“ کیا گیا ہے: حرکت توانائی  $K$  میں اضافہ  $50\text{ J}$ ، اور تحبازی توانائی  $U_g$  میں اضافہ  $20\text{ J}$  ہے۔ ان کے علاوہ نظام میں صرف حرکت توانائی  $E$  تبدیل ہوتی ہے۔ حرکت توانائی میں تبدیلی  $\Delta E$  کی ہوگی؟

سوال ۲.۷: شکل 24.8 میں دکھایا نظام سوال ۲.۶ میں پیش نظام کی طرح ہے۔ یہاں بیلن سے بندھی رسی آپ نیچے کھینچتے ہیں۔ نیچے جاتے ہوئے بیلن میز پر رکھے جسم کو دوسری رسی کی مدد سے کھینچتا ہے۔ یہاں بھی بیلن و سلاخ وزمین نظام کو شکل 23b.8 میں پیش نظام کی طرح تصور کریں۔ آپ نظام پر  $200\text{ J}$  کام کرتے ہیں۔ نظام جسم پر  $60\text{ J}$  کام کرتا ہے۔ نظام کے اندرون میں حرکت توانائی میں  $130\text{ J}$  اضافہ، اور تحبازی توانائی میں  $20\text{ J}$  کمی رونما ہوئی۔ (ا) شکل 23c.8 کی طرز پر نظام کی توانائی کو ”فترہ بند“ کریں۔ (ب) نظام کے اندر حرکت توانائی میں تبدیلی کتنی ہوگی؟

سوال ۲.۸: ایک جسم شکل 25.8 میں راہ پر چلتے ہوئے  $h$  بلندی سے اترتا ہے۔ ماسوائے خفلی افقی حصہ کے، جس میں جسم  $D$  فاصلہ کرنے کے بعد رک جاتا ہے، راہ بلار گڑ ہے۔ (ا) بلند  $h$  کم کرنے سے جسم  $D$  سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر فاصلہ طے کرے گا؟ (ب) اس کے برعکس، جسم کی کیت بڑھانے سے جسم  $D$  سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر فاصلہ طے کرے گا؟

سوال ۲.۹: ایک جسم میلان پر اترتا ہے۔ شکل 26.8 میں تین صورتیں پیش کی گئی ہیں، جہاں میلان بلار گڑ نہیں ہیں۔ تینوں صورتوں میں جسم ایک جتنی بلندی سے آغاز کرتے ہوئے حرکت کرتا ہے حتیٰ کہ حرکت توانائی سے روک پاتی ہے۔ ان صورتوں کی درجہ بندی حرکت توانائی میں اضافہ کے لحاظ سے کریں۔ زیادہ قیمت اول رکھیں۔

سوال ۲.۱۰: تین گیند ایک بلندی اور ایک رفتار سے پھینکتے جاتے ہیں (شکل 27.8)۔ ایک گیند سیدھا اوپر پھینکا جاتا ہے۔ دوسرا انتہائی لکیر سے معمولی زاویہ پر پھینکا جاتا ہے۔ تیسرا بلار گڑ میلان پر روتا کیا جاتا ہے۔ گیندوں کی درجہ بندی، نقطہ دار لکیر پر پہنچ کر ان کی رفتار کے لحاظ سے کریں۔ زیادہ قیمت اول رکھیں۔

سوال ۲.۱۱: جب ایک ذرہ  $f$  سے  $i$  اور  $j$  سے  $i$  شکل 28.8 میں دکھائے راستوں پر دکھائے رخ حرکت کرتا ہے، ایک بقائی قوت  $\vec{F}$  اس پر عمل کرے، شکل میں پیش کش کام کرتی ہے۔ نقطہ  $f$  سے براہ راست  $j$  منتقل ہونے کی صورت میں ذرے پر  $\vec{F}$  کتنا کام کرے گا؟

### مخفی توانائی

سوال ۲.۱۲: ایک اسپرنگ جو 7.5 cm دبی حالت میں 25 J لچکی مخفی توانائی ذخیرہ کرتا ہو کام قیاس پکد کیا ہوگا؟

سوال ۲.۱۳: پہلی چوٹی جس کی بلندی  $h = 42$  m کو سر کر کے، بلارگرڈ تفریحی گاڑی جس کی کمیت  $m = 825$  kg ہے، کی رفتار  $v_0 = 17$  m s<sup>-1</sup> ہے (شکل 29.8)۔ اس نقطہ سے (ا) نقطہ  $A$ ، (ب) نقطہ  $B$ ، اور (ج) نقطہ  $C$  تک تحبذی قوت گاڑی پر کتنا کام کرتی ہے؟ نقطہ  $C$  پر گاڑی وزمین نظام کی تحبذی مخفی توانائی صفر لیتے ہوئے اس کی قیمت اس وقت کیا ہوگی جب گاڑی (د) نقطہ  $B$  اور (ه) نقطہ  $A$  پر ہو؟ (و) کمیت  $m$  دگنی کرنے سے نقطہ  $A$  اور نقطہ  $B$  کے بیچ نظام کی تحبذی مخفی توانائی میں تبدیلی بڑھے گی، گھٹے گی، یا تبدیل نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۱۴: آپ 2 kg کمیت کی کتاب  $D = 10$  m بلندی سے کھڑکی سے نیچے دوست کو گراتے ہو۔ آپ کے دوست کے ہاتھ زمین سے  $d = 1.5$  m بلندی (شکل 30.8) پر ہیں۔ (ا) آپ کے دوست کے ہاتھوں تک پہنچتے ہوئے کتاب پر تحبذی قوت کتنا کام  $W_g$  کرے گی؟ (ب) گرنے کے دوران کتاب وزمین نظام کی تحبذی مخفی توانائی میں تبدیلی  $\Delta U$  کتنی ہوگی؟ اگر زمین پر نظام کی تحبذی مخفی توانائی  $U$  صفر ہو، (ج) پوری بلندی پر  $U$  کیا ہوگی؟ (د) آپ کے دوست کے ہاتھوں میں پہنچ کر  $U$  کیا ہوگی؟ اب زمینی سطح پر  $U = 100$  J لیں اور دوبارہ (ه)  $W_g$ ، (و)  $\Delta U$ ، (ز) پوری بلندی پر  $U$ ، اور (ح) دوست کے ہاتھوں میں  $U$  تلاش کریں۔

سوال ۲.۱۵: ایک گیند جس کی کمیت  $m = 0.341$  kg ہے بلا کمیت سلاخ جس کی لمبائی  $L = 0.452$  m ہے کے ایک سر کے ساتھ باندھا ہوا ہے۔ سلاخ کا دوسرا سر چول دار ہے، جو گیند کو انتہائی دائرے میں حرکت کی اجازت دیتا ہے۔ سلاخ کو افقی رکھ کر نیچے رخ اتنا دھکا دیا جاتا ہے کہ گیند جھول کر انتہائی بالا مقام تک بمشکل پہنچ پاتا ہے، جہاں اس کی رفتار صفر ہوتی ہے۔ تحبذی قوت گیند پر ابتدائی نقطہ سے (ا) غچیلے ترین نقطہ تک، (ب) بالاترین نقطہ تک، (ج) ابتدائی نقطہ کے ہم بلند دائیں ہاتھ نقطہ تک کتنا کام کرتی ہے؟ ابتدائی نقطہ پر گیند وزمین نظام کی تحبذی مخفی توانائی صفر لیتے ہوئے، اس کی قیمت اس وقت کیا ہوگی جب گیند (د) غچیلے ترین نقطہ، (ه) بالاترین نقطہ، اور ابتدائی نقطہ کے ہم بلند دائیں ہاتھ نقطہ پر ہو؟ (ز) مندرجہ کریں گیند کو اتنی ابتدائی دھکیل دی جاتی ہے کہ یہ بالاترین نقطہ پر غصیر صفر رفتار سے پہنچتا ہے۔ کیا اس مرتبہ غچیلے ترین نقطہ سے بالاترین نقطہ تک  $\Delta U$  پہلے کے لحاظ سے زیادہ، کم، یا وہی ہوگا؟

سوال ۲.۱۶: نصف کروی برتن، جس کا رداس  $r = 22$  cm ہے، کے کنارے  $2$  g برفانی پرت پھسلنے دی جاتی ہے۔ پرت اور برتن کا تماس بے رگڑ ہے۔ (ا) برتن کی تہہ تک اترتے ہوئے پرت پر تحبذی مخفی توانائی کتنا کام کرتی ہے؟ (ب) پرت وزمین نظام کی مخفی توانائی میں اس اترنے کے دوران کتنی تبدیلی رونما ہوگی؟ (ج) اگر یہ مخفی توانائی برتن کی تہہ میں صفر لی جائے، تب برتن کے کنارے پر اس کی قیمت کیا ہوگی؟ (د) اس کے برعکس، اگر برتن کے

کنسارے پر جہاں پر ت رہا کی گئی، مخفی توانائی صفر کی بجائے تب برتن کی تہہ میں اس کی قیمت کیا ہوگی؟ (ہ) پر ت کی قیمت دگنی کرنے سے کیا جزو اتا جزو د کے جوابات میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا نتائج تبدیل نہیں ہوں گے؟

سوال ۲.۱۷: ایک سل جس کی قیمت  $m = 0.032 \text{ kg}$  ہے شکل 33.8 کے بے رگز گھیر در گھیر پر حرکت کرتی ہے، جہاں گھیر کا رداس  $R = 12 \text{ cm}$  ہے۔ گھیر کے نیچے حصے سے  $h = 5.0 R$  بلند نقطہ  $P$  سے ساکن سل رہا کی جاتی ہے۔ تجاذبی قوت سل پر نقطہ  $P$  سے نقطہ (ا)  $Q$  تک، (ب) گھیر کی چوٹی تک، کتنا کام کرتی ہے؟ سل وزمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی گھیر کے تل پر صفر لیٹے ہوئے، مخفی توانائی اس وقت کیا ہوگی جب سل (ج) نقطہ  $P$  پر، (د) نقطہ  $Q$  پر، اور (ہ) گھیر کی چوٹی پر ہو؟ (و) سل محض رہا کرنے کی بجائے اسے راہ کے ہمراہ نیچے رخ دھکا دیا جاتا ہے۔ کیا جزو اتا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۱۸: ایک پستلی سلاح جس کی قیمت قابل نظر انداز اور لمبائی  $L = 2 \text{ m}$  ہے کایک سرچول دار ہے جو سلاح کو انتہائی دائرے میں چکر کی احبازت دیتا ہے۔ سلاح کے دوسرے سر کے ساتھ  $m = 5 \text{ kg}$  قیمت کا گیند باندھا گیا ہے۔ سلاح کو ایک طرف  $\theta_0 = 30^\circ$  زاویہ تک کھینچ کر  $\vec{v}_0 = 0$  ابتدائی سمتی رفتار کے ساتھ رہا کیا جاتا ہے۔ نیچے ترین نقطے تک اترنے پر، (ا) تجاذبی قوت گیند پر کتنا کام کرتی ہے اور (ب) گیند وزمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں تبدیلی کیا ہوگی؟ (ج) نیچے نقطہ پر تجاذبی مخفی توانائی صفر لیٹے ہوئے اس کی قیمت نقطہ رہائی پر کیا ہوگی؟ (د) زاویہ  $\theta_0$  بڑھانے سے کیا جزو اتا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا ان میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۱۹: کھڑی چٹان جس کی بلندی  $12.5 \text{ m}$  ہے، کی چوٹی سے افق کے ساتھ  $41^\circ$  اوپر رخ  $14 \text{ m s}^{-1}$  ابتدائی سمتی رفتار کے ساتھ  $1.50 \text{ kg}$  کا برف گولا پھیکا جاتا ہے۔ (ا) چٹان کے سر سے نیچے ہموار زمین تک پر داز کے دوران برف گولا پر تجاذبی قوت کتنا کام کرتی ہے؟ (ب) پر داز کے دوران گولا وزمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں کتنی تبدیلی رونما ہوتی ہے؟ (ج) چٹان کی چوٹی پر تجاذبی مخفی توانائی کی قیمت صفر لیٹے ہوئے، اس کی قیمت اس وقت کیا ہوگی جب گولا نیچے زمین پر ہو؟

### میکانی توانائی کی بقا

سوال ۲.۲۰: تفسیر کی گاڑی کی رفتار سوال ۲.۱۳ میں (ا) نقطہ  $A$  پر، (ب) نقطہ  $B$  پر، اور (ج) نقطہ  $C$  پر کیا ہوگی؟ (د) آخری پہاڑ، جس کو گاڑی سر کرنے سے متاثر ہے، پر گاڑی کس بلند تک پہنچ پائے گی؟ (ہ) گاڑی کی قیمت دگنی کرنے سے جزو اتا جزو د کے جوابات کیا ہوں گے؟

سوال ۲.۲۱: (ا) ہاتھوں کو پہنچ کر کتاب کی رفتار سوال ۲.۱۳ میں کیا ہوگی؟ (ب) کتاب کی قیمت دگنی کرنے سے یہ رفتار کیا ہوگی؟ (ج) اس کے برعکس، اگر کتاب نیچے پھینکی جائے، کیا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا اس میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۲۲: (ا) برتن کی تہہ کو پہنچ کر سوال ۲.۱۶ میں برفانی پر ت کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) پر ت کی قیمت دگنی کرنے سے یہ رفتار کیا ہوگی؟ (ج) اس کے برعکس، اگر پر ت کو برتن کے ہمراہ ابتدائی نیچے رفتاری جائے، کیا جزو د کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا اس میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟



سوال ۲.۲۳: (i) توانائی کے تراکیب، ناکہ باب 4 کے تراکیب، استعمال کرتے ہوئے سوال ۲.۱۹ میں کھڑی چٹان کی چوٹی سے نیچے زمین پر پہنچ کر برف گولے کی رفتار تلاش کریں۔ (ب) زاویہ پھینک افقی سے  $41^\circ$  نیچے رکھنے سے رفتار کیا ہوگی؟ (ج) کیت  $2.5 \text{ kg}$  کرنے سے رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۲.۲۴: اسپرنگ بندوق سے  $5.0 \text{ g}$  چھرا سیدھا اوپر مارا جاتا ہے۔ دبے اسپرنگ پر چھرے کے مقام سے  $20 \text{ m}$  بلندی تک پہنچنے کے لئے اسپرنگ کو  $8.0 \text{ cm}$  دبانا ہوگا۔ (i) چھرا زمین نظام کی تجاذبی مخفی توانائی میں چھرے کے  $20 \text{ m}$  صعود کے دوران کتنی تبدیلی  $\Delta U_g$  ہوگی؟ (ب) چھرا اچھٹکنے کے دوران اسپرنگ کی لچکی مخفی توانائی میں تبدیلی  $\Delta U_s$  کیا ہوگی؟ (ج) اسپرنگ کامقیاس لچک کیا ہے؟

سوال ۲.۲۵: (i) انتضابی نقطہ تک صفر رفتار کے ساتھ پہنچنے کے لئے سوال ۲.۱۵ میں گیند کی ابتدائی رفتار کیا ہوگی؟ ایسی صورت میں گیند کی رفتار (ب) زیریں ترین نقطہ پر اور (ج) ابتدائی مقام کے ہم بلند دائیں نقطہ پر کیا ہوگی؟ (د) کس گیند کی کیت دگنی کرنے سے جزو اتاجز و ج کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا ان میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۲۶: ایک ٹرک جس کے بریک ناکارہ ہو چکے ہیں  $130 \text{ km h}^{-1}$  رفتار کے ساتھ سوات تیز رو شاہراہ 'ا' پر پہاڑی سے اتر رہا ہے جب ڈرائیور اس کو حفاظتی روکے میلا <sup>۲</sup> پر ڈالتا ہے جس کا زاویہ میلان  $15^\circ = \theta$  ہے (شکل 35.8)۔ ٹرک کی کیت  $1.2 \times 10^4 \text{ kg}$  ہے۔ (i) ٹرک کو روک پانے کے لئے میلان کی کم سے کم لمبائی  $L$  کیا ہے؟ (ٹرک کو ایک ذرہ تصور کریں اور اس مفروضے کا جواز پیش کریں)۔ (ب) ٹرک کی کیت کم کرنے سے اور (ج) اس کی رفتار بڑھانے سے، کیا کم سے کم درکار لمبائی  $L$  بڑھے گی، کم ہوگی، یا اس میں کوئی تبدیلی نہیں آئے گی؟

سوال ۲.۲۷: ایک سل جس کی کیت  $700 \text{ g}$  ہے، انتضابی اسپرنگ جس کا مقیاس لچک  $k = 400 \text{ N m}^{-1}$  اور کیت متابل نظر انداز ہے، کے اوپر  $h_0$  بلندی سے (ساکن حالت سے) گرنے دیا جاتا ہے۔ سل اور اسپرنگ آپس میں جڑ جاتے ہیں اور اس وقت لمحاتی رکتے ہیں جب اسپرنگ  $19.0 \text{ cm}$  دب جائے۔ رکنے تک (i) اسپرنگ پر سل کتنا کام کرتی ہے اور (ب) سل پر اسپرنگ کتنا کام کرتا ہے۔ (ج)  $h_0$  کی قیمت کیا ہے؟ (د) سل کو  $2h_0$  بلندی سے رہا کرنے کی صورت میں اسپرنگ کتنا دبے گا؟

سوال ۲.۲۸: سل پر سوال ۲.۱۷ میں نقطہ  $Q$  پر صافی عمل پیرا قوت کی مقدار (i) افقی جزو اور (ب) انتضابی جزو کیا ہوں گے؟ (ج) سل کس بلندی  $h$  سے رہا کرتی ہوگی اگر ہم چاہتے ہوں کہ یہ گھیر کی چوٹی پر راہ سے اٹھنے لگے۔ (راہ سے سل اس وقت اٹھنے لگے گی جب سل پر راہ کی عمودی قوت صفر ہو)۔ (د) ابتدائی بلندی کی سعیت  $h = 0$  تا  $h = 6R$  کے لئے چوٹی پر پہنچ کر سل پر عمودی قوت کی مقدار رسم کریں۔

سوال ۲.۲۹: (i) گیند کی رفتار زیریں تر نقطہ پر سوال ۲.۱۸ میں کیا ہوگی؟ (ب) گیند کی کیت بڑھانے سے کیا رفتار بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا تبدیل نہیں ہوتی؟

سوال ۲.۳۰: ایک پتھر جس کی کیت  $8.00 \text{ kg}$  ہے، اسپرنگ پر ساکن پڑا ہے (شکل 36.8)۔ اسپرنگ کو پتھر  $10.0 \text{ cm}$  دباتا ہے۔ (i) اسپرنگ کا مقیاس لچک کیا ہے؟ (ب) پتھر کو مزید  $30.0 \text{ cm}$  دبا کر رہا کیا

جباتا ہے۔ رہا کرنے سے قبل دبے اسپرنگ کی لچکی مخفی توانائی کیا ہوگی؟ (ج) نقطہ رہائی سے بلند تر نقطہ پہنچ کر پتھر و زمین نظام کی تبدیلی مخفی توانائی میں کتنی تبدیلی رونما ہوگی؟ (د) نقطہ رہائی سے یہ بلند تر نقطہ کتنی اونچائی پر ہے؟

سوال ۲.۳۱: متماثل نظر انداز کیفیت کے 4.0 m لمبے دھاگے کے ساتھ 2.0 kg پتھر باندھ کر ایک روتاص حاصل کیا جاتا ہے۔ زیریں تر نقطہ سے گزرتے وقت پتھر کی رفتار  $8.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (ا) اس کی رفتار اس وقت کیا ہوگی جب دھاگا انحناب کے ساتھ  $60^\circ$  زاویہ بناتا ہو؟ (ب) پتھر کی حرکت کے دوران انحناب کے ساتھ دھاگا زیادہ سے زیادہ کتنا زاویہ بنائے گا؟ (ج) اگر پتھر کے زیریں تر نقطہ پر روتاص و زمین نظام کی مخفی توانائی صفر رکھی جائے، نظام کی کل میکانیکی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۲.۳۲: ایک روتاص جس کی لمبائی  $L = 1.25 \text{ m}$  ہے شکل 34.8 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے بلور (جس میں عمل روتاص کی پوری کیفیت سموئی ہے) کی رفتار اس وقت  $v_0$  ہوگی جب روتاص کا دھاگا انحناب کے ساتھ  $\theta_0 = 40.0^\circ$  زاویہ پر ہو۔ (ا) اگر  $v_0 = 8.00 \text{ m s}^{-1}$  ہو، زیریں تر نقطہ پر بلور کی رفتار کیا ہوگی؟ اگر نیچے جانے کے بعد دھاگا سیدھا رکھتے ہوئے (ب) روتاص افقی حالت، اور (ج) انحنابی حالت اختیار پائے،  $v_0$  کی کم سے کم قیمت کیا ہوگی؟ (د) زاویہ  $\theta_0$  چند درجے بڑھانے سے کیا حبزوب اور حبزوح کے جواب میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا ان میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی؟

سوال ۲.۳۳: ایک سکی باز جس کی کمیت 60 kg ہے، ساکن حالت سے سکی اچھال میلان کے اختتام سے  $H = 20 \text{ m}$  بلند نقطہ سے آغاز کر کے (شکل 37.8) زاویہ  $\theta = 28^\circ$  پر میلان چھوڑتا ہے۔ ہوائی رگڑ نظر انداز کریں اور میلان بلار گڑ تصور کریں۔ (ا) میلان کے اختتام سے کتنی زیادہ سے زیادہ بلندی  $h$  تک یہ پہنچے گا؟ (ب) اگر سکی باز ساڑو سامان اٹھا کر روانہ ہو، کیا  $h$  کی قیمت میں اضافہ ہوگا، کمی ہوگی، یا وہی رہے گی؟

سوال ۲.۳۴: ایک دھاگا جس کی لمبائی  $L = 120 \text{ cm}$  ہے کا ایک سر بندھا ہوا جبکہ دوسرے سے گیند لٹکائی گئی ہے۔ بندھے سر سے  $d = 75.0 \text{ cm}$  فاصلے پر دیوار میں نقطہ  $P$  پر ایک میخ موجود ہے۔ دھاگا افقی رکھتے ہوئے (جیسا شکل 38.8 میں دکھایا گیا ہے) ساکن گیند رہا کیا جاتا ہے، جو نقطہ دار قوس پر چلے گا۔ (ا) زیریں ترین نقطہ پر، اور (ب) میخ میں دھاگا پھنسنے کے بعد بلند ترین نقطہ پر گیند کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۲.۳۵: ایک سل جس کی کمیت  $m = 2.0 \text{ kg}$  ہے اسپرنگ پر  $h = 40 \text{ cm}$  بلندی سے گرنے دیا جاتا ہے (شکل 39.8)۔ اسپرنگ کا مقیاس پلاک  $k = 1960 \text{ N m}^{-1}$  ہے۔ اسپرنگ زیادہ سے زیادہ کتنا دبے گا؟

سوال ۲.۳۶: لمحہ  $t = 0$  پر  $1.0 \text{ kg}$  گیند بلند کھبے سے  $\vec{v} = (18 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (24 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$  کے ساتھ روانا کیا جاتا ہے۔ گیند و زمین نظام کی  $\Delta U$  لمحہ  $t = 0$  تا  $t = 6.0 \text{ s}$  کیا ہوگی (آزادانہ گرتا تصور کریں)؟

سوال ۲.۳۷: محور  $x$  پر حرکت کرتے ہوئے ذرے پر بقائی قوت  $\vec{F} = (6.0x - 12)\hat{i} \text{ N}$  عمل کرتی ہے، جہاں  $x$  میٹروں میں ہے۔ اس قوت کے ساتھ وابستہ مخفی توانائی  $U$  نقطہ  $x = 0$  پر 27 J ہے۔ (ا) مخفی توانائی  $U$  کا تفاعل  $x$  کی صورت میں لکھیں جہاں  $x$  میٹروں میں ہے۔ (ب) زیادہ سے زیادہ مثبت مخفی توانائی کیا ہے؟  $x$  کی کس (ج) مثبت قیمت اور (د) منفی قیمت پر مخفی توانائی صفر ہے؟

سوال ۲.۳۸: کھٹری چٹان سے 688 N وزن کا شخص 18 m لمبی رسی سے جھولتا ہے (شکل 40.8)۔ چٹان کی چوٹی سے زیریں ترین نقطہ تک نشیب 3.2 m ہے۔ رسی اس وقت ٹوٹے گی جب اس کو 950 N سے زیادہ قوت کھینچے۔ (ا)

کیا رسی ٹوٹے گی؟ (ب) رسی نہ ٹوٹنے کی صورت میں نشیب کے دوران رسی پر زیادہ سے زیادہ قوت کتنی ہوگی؟ رسی ٹوٹنے کی صورت میں، ٹوٹنے وقت رسی انتصاب کے ساتھ کس زاویے پر ہوگی؟

سوال ۲.۳۹: ہوائی بندوق میں نصب اسپرنگ شکل 41a.8 پر پورا اترتا ہے؛ جو قوت بالمقابل اسپرنگ کا داب یا دراضی دیتا ہے۔ اسپرنگ کو 5.5 cm دبا کر 3.8 g چھرا بندوق سے مارا جاتا ہے۔ (ا) اگر چھرا اس لمحے رہا ہو جب اسپرنگ اپنے ڈھیلے حالت کو پہنچے، چھرے کی رفتار اس لمحے کیا ہوگی؟ (ب) اس کے برعکس، تصور کریں چھرا اسپرنگ کو پکڑے رکھتا ہے اور اسپرنگ کو کھینچ کر 1.5 cm لمبا کرنے کے بعد اس سے علیحدہ ہوتا ہے۔ چھرے کی رفتار اس لمحے کیا ہوگی جب یہ اسپرنگ سے علیحدہ ہوتا ہے؟

سوال ۲.۴۰: ایک سل جس کی کمیت  $m = 12 \text{ kg}$  ہے ساکن حالت سے  $\theta = 30^\circ$  بلار گڑ میلان پر رہا کیا جاتا ہے (شکل 42.8)۔ میلان پر سل سے نیچے ایک اسپرنگ ہے جس کو 270 N قوت 2.0 cm دبا سکتی ہے۔ اسپرنگ کو 5.5 cm دبا کر سل لمحاتی رکتی ہے۔ (ا) نقطہ رہائی سے رکنے کے نقطہ تک میلان پر سل کتنا فاصلہ طے کرتی ہے؟ (ب) سل کی رفتار اس لمحے کیا ہوگی جب وہ اسپرنگ کو چھوٹی ہے؟

سوال ۲.۴۱: بلار گڑ میلان جس کا زاویہ  $\theta = 40^\circ$  ہے پر رکھا 2.0 kg ڈب ایک ڈوری کے ذریعہ، جو چپرخ سے گزرتی ہے، اسپرنگ سے باندھا گیا ہے۔ اسپرنگ کا مقیاس پلک  $k = 120 \text{ N m}^{-1}$  ہے (شکل 43.8)۔ ڈور میں جھول نہیں اور اسپرنگ ڈھیلا ہے۔ ڈب ساکن حالت سے رہا کیا جاتا ہے۔ چپرخ کو بلار گڑ اور بلا کمیت تصور کریں۔ (ا) میلان پر 10 cm نیچے رخ چپل کر ڈبے کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) نقطہ رہائی سے میلان پر ڈبے کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد لمحاتی رکتا ہے، اور اس لمحے پر ڈبے کے اسراع کی (ج) قدر اور (د) رخ (میلان پر اوپر یا نیچے رخ) کیا ہوں گے؟

سوال ۲.۴۲: بلار گڑ میلان جس کا زاویہ  $\theta = 30.0^\circ$  ہے پر  $m = 2.00 \text{ kg}$  سل  $k = 19.6 \text{ N cm}^{-1}$  مقیاس پلک اسپرنگ کے ساتھ ملا کر رکھی جاتی ہے، تاہم یہ ایک دوسرے کے ساتھ جڑے نہیں ہیں (شکل 44.8)۔ اسپرنگ کو 20.0 cm دبا کر رہا کیا جاتا ہے۔ (ا) ڈبے اسپرنگ کی لچکی مخفی توانائی کیا ہوگی؟ (ب) سل وز مسین کی تذبذبی مخفی توانائی میں تبدیلی، نقطہ رہائی سے میلان پر بلند تر نقطہ تک سل کے پہنچنے تک، کتنی ہوگی؟ (ج) نقطہ رہائی سے سل میلان پر بلند تر نقطہ تک کتنا فاصلہ طے کرتی ہے۔



## باب ۳

# مرکزیت اور خطی معیار حرکت

## ۳.۱ ایک بُد میں چکی تصادم

حرکت توانائی کی بقا درج ذیل لکھی جائے گی۔

$$(۳.۱) \quad \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

ان ہمزاد مساوات کو  $v_{1f}$  اور  $v_{2f}$  کے لئے حل کرنے کی خاطر ہم مساوات 71.9 کو

$$(۳.۲) \quad m_1(v_{1i} - v_{1f}) = -m_2(v_{2i} - v_{2f})$$

اور مساوات ۳.۱ درج ذیل صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(۳.۳) \quad m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = -m_2(v_{2i} - v_{2f})(v_{2i} + v_{2f})$$

مساوات ۳.۳ کو مساوات ۳.۲ سے تقسیم کر کے کچھ الجبرا کے بعد درج ذیل حاصل ہوں گے۔

$$(۳.۴) \quad v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2i}$$

اور

$$(۳.۵) \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_{2i}$$

یاد رہے، زیر نوشت 1 اور 2 کسی خاص ترتیب سے مختص نہیں کیے گئے۔ مساوات 19.9 میں اور مساوات ۳.۴ اور مساوات ۳.۵ میں ان زیر نوشت کو آپس میں بدل کر لکھنے مساوات کی وہی جوڑی ملتی ہے۔ اس پر بھی توجہ

### باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

دیں کہ  $v_{2i} = 0$  لیئے، شکل 18.9 میں جسم 2 ساکن ہدف ہوگا، اور مساوات ۳.۴ اور مساوات ۳.۵ ہمیں بالترتیب مساوات 67.9 اور مساوات 68.9 دیتی ہیں۔

آزمائش ۱

شکل 18.9 میں گولے کا ابتدائی معیار حرکت  $6 \text{ kg m s}^{-1}$  اور اختتامی معیار حرکت (i)  $2 \text{ kg m s}^{-1}$  اور (ب)  $-2 \text{ kg m s}^{-1}$  ہونے کی صورت میں ہدف کا اختتامی خطی معیار حرکت کیا ہوگا؟ اگر گولے کی ابتدائی اور اختتامی حرکی توانائی بالترتیب 5 J اور 2 J ہو، ہدف کی اختتامی حرکی توانائی کیا ہوگی؟

نمونہ سوال ۳: **چکے تصادم در چکے تصادم** شکل 20a.9 میں  $v_{1i} = 10 \text{ m s}^{-1}$  سے چلتا ہوا سل 1 دو ساکن سلوں کی طرف بڑھتا ہے۔ تینوں سل ایک لکیر پر ہیں۔ یہ سل 2 سے ٹکراتا ہے جو آگے سل 3 سے جا کر ٹکراتا ہے، جس کی کیت  $m_3 = 6.0 \text{ kg}$  ہے۔ دوسرے تصادم کے بعد سل 2 دوبارہ ساکن ہے، اور سل 3 کی رفتار  $v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے (شکل 20b.9)۔ دونوں تصادم لچکی ہیں۔ سل 1 اور سل 2 کی کمیتیں کیا ہیں؟ سل 1 کی اختتامی رفتار  $v_{1f}$  کیا ہے؟

**کلیدی صورت**

چونکہ ہم تصادم لچکدار تصور کرتے ہیں لہذا امیکانی توانائی کی بقا ہوگی (یوں ٹکر کی آواز، گرمی، اور ارتعاش کی بدولت توانائی کا ضیاع نظر انداز کیا جاتا ہے)۔ کوئی بیرونی افقی قوت سلوں پر عمل نہیں کرتی لہذا محور  $x$  پر خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی۔ ان دو جوہات کی بنیاد پر ہم دونوں تصادم پر مساوات 67.9 اور مساوات 68.9 کا اطلاق کر سکتے ہیں۔

**حاجے** پہلے تصادم سے آغاز کرتے ہوئے ہمیں اتنے زیادہ نامعلوم متغیرات سے واسطہ ہوگا کہ آگے بڑھنا مشکل ہوگا: ہم سلوں کی کیت اور اختتامی سمتی رفتار نہیں جانتے۔ انہیں پہلے تصادم سے آغاز کریں، جس میں سل 3 کے ساتھ ٹکرانے کے بعد سل 2 رکتی ہے۔ مساوات 67.9 کا اطلاق اس تصادم پر کرتے ہیں جہاں ترقیم تبدیل کرتے ہوئے  $v_{2i}$  تصادم سے قبل سل 2 کی رفتار اور  $v_{2f}$  تصادم کے بعد اس کی رفتار دیتی ہیں۔ یوں درج ذیل ہوگا۔

$$v_{2f} = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} v_{2i}$$

اس میں  $v_{2f} = 0$  (سل 2 رک جاتا ہے) ڈالنے کے بعد  $m_3 = 6.0 \text{ kg}$  ڈال کر درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$m_2 = m_3 = 6.0 \text{ kg} \quad (\text{جواب})$$

اسی طرح ترقیم تبدیل کر کے دوسرے تصادم کے لئے مساوات 68.9 لکھتے ہیں

$$v_{3f} = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_{2i}$$

جہاں  $v_{3f}$  تیسرے سل کی اختتامی سمتی رفتار ہے۔ اس میں  $m_3 = m_2$  ڈالنے کے بعد  $v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$  ڈال کر درج ذیل حاصل ہوگا۔

$$v_{2i} = v_{3f} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$$

آئیں اب پہلے تصادم پر غور کریں؛ ہمیں سل 2 کے لئے مستعمل ترقیم پر توجہ دینی ہوگی: تصادم کے بعد سل 2 کی سمتی رفتار  $v_{2f}$  وہی ہے جو تصادم سے قبل اس کی سمتی رفتار  $v_{2i} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$  تھی۔ پہلے تصادم پر مساوات 68 کا اطلاق کر کے دی گئی  $v_{1i} = 10 \text{ m s}^{-1}$  ڈال کر ذیل ہوگا

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$5.0 \text{ m s}^{-1} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} (10 \text{ m s}^{-1})$$

جو ذیل دیگا۔

$$m_1 = \frac{1}{3} m_2 = \frac{1}{3} (6.0 \text{ kg}) = 2.0 \text{ kg} \quad (\text{جواب})$$

یہ نتیجہ اور دی گئی  $v_{1i}$  استعمال کرتے ہوئے پہلے تصادم پر مساوات 67.9 کا اطلاق کر کے درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} m_2 - m_2}{\frac{1}{3} m_2 + m_2} (10 \text{ m s}^{-1}) = -5.0 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

□

## ۳.۲ دو ابعاد میں تصادم

### مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ درج ذیل کے مقابیل ہوں گے۔

جد انظام کے لئے جس میں دو بُعدی تصادم واقع ہو، ہر ایک محور پر معیار حرکت کی بقا کا اطلاق کرتے ہوئے، تصادم کے بُعد محور پر معیار حرکت کے اجزاء کا اسی محور پر تصادم سے قبل معیار حرکت کے اجزاء کے ساتھ رشتہ جان سکیں۔

جد انظام کے لئے جس میں دو بُعدی لچکی تصادم واقع ہو، (ا)، ہر ایک محور پر معیار حرکت کی بقا کا اطلاق کرتے ہوئے، تصادم کے بعد محور پر معیار حرکت کے اجزاء کا اسی محور پر تصادم سے قبل معیار حرکت کے اجزاء کے ساتھ رشتہ جان سکیں اور (ب) کل حرکی توانائی کی بقا کا اطلاق کر کے تصادم سے قبل اور تصادم کے بعد حرکی توانائیوں کا رشتہ جان سکیں۔

## کلیدی تصور

اگر دو جسم ٹکرائیں اور ان کی حرکت ایک محور پر نہ ہو (تصادم آمنے سامنے سے نہیں ہے)، تصادم دو بُعدی ہو گا۔ اگر دو جسمی نظام ہند اور جہد ہو، تصادم پر معیار حرکت کی بقا کے قوانون کا اطلاق ہو گا لہذا درج ہو گا۔

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

یہ قوانون اجزاء کی صورت میں دو مساوات (ہر بُعد کے لئے ایک مساوات) دیگا جو تصادم کو بیان کرتی ہیں۔ اگر تصادم لچکی بھی ہو (جو ایک خصوصی صورت ہے)، تصادم کے دوران حرکت کی توانائی کی بقا (ذیل) تیسری مساوات دیگی۔

$$K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

## دو ابعاد میں تصادم

جب دو اجسام کا تصادم ہو، اجسام کس رخ حرکت کرتے ہیں، اس کا تعین ان کے بیچ ضرب (چھٹکا) کرتی ہے۔ بالخصوص، جب تصادم آمنے سامنے سے نہ ہو، اجسام اپنے اپنے ابتدائی محور پر نہیں رہتے۔ ایسے دو بُعدی تصادم میں جو ہند، اور جہد نظام میں واقع ہو، کل خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی۔

$$(۳.۶) \quad \vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

اگر تصادم لچکی بھی ہو (جو ایک خصوصی صورت ہے)، تب کل حرکت کی توانائی کی بقا بھی ہوگی۔

$$(۳.۷) \quad K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

دو بُعدی تصادم کا تجزیہ کرنے کے لئے مساوات ۳.۶ کو  $xy$  محدودی نظام کے اجزاء کی صورت میں لکھنا زیادہ مفید ثابت ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، شکل 21.9 میں ساکن ہدف کو گولا بغلی (آمنے سامنے سے نہیں) ٹکراتا ہے۔ ان کے بیچ ضرب، اجسام کو محور  $x$ ، جس پر گولا ابتدائی طور حرکت میں تھا، کے لحاظ سے  $\theta_1$  اور  $\theta_2$  زاویوں پر بھیجتی ہے۔ یہاں ہم مساوات ۳.۶ کو محور  $x$  کے ہمراہ ذیل

$$(۳.۸) \quad m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2$$

اور محور  $y$  کے ہمراہ ذیل لکھیں گے۔

$$(۳.۹) \quad 0 = -m_1 v_{1f} \sin \theta_1 + m_2 v_{2f} \sin \theta_2$$

ہم مساوات ۳.۷ کو (اس خصوصی صورت کے لئے) رفتار کے روپ میں لکھ سکتے ہیں۔

$$(۳.۱۰) \quad \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (\text{حرکت کی توانائی})$$



مساوات ۳.۸ تا مساوات ۳.۱۰ میں سات تغیر ہیں: دو کمیت،  $m_1$  اور  $m_2$ ؛ تین رفتار،  $v_{1i}$ ،  $v_{1f}$ ، اور  $v_{2f}$ ؛ اور دو زاویے،  $\theta_1$  اور  $\theta_2$ ۔ اگر ہم ان میں سے کوئی بھی چار متغیرات جانتے ہوں، باقی تین متغیرات ان تین مساوات کو حل کر کے معلوم کیے جاسکتے ہیں۔

نمونہ سوال ۳.۲: فرض کریں شکل 21.9 میں گولے کا ابتدائی معیار حرکت  $6 \text{ kg m s}^{-1}$ ، جبکہ اختتامی معیار حرکت کا  $x$  جزو  $4 \text{ kg m s}^{-1}$  اور اختتامی معیار حرکت کا  $y$  جزو  $-3 \text{ kg m s}^{-1}$  ہے۔ ہدف کے (۱) اختتامی معیار حرکت کا  $x$  جزو اور (ب) اختتامی معیار حرکت کا  $y$  جزو کیا ہوں گے؟ □

### ۳.۳ تغیر کیفیت کا نظام: ہوائی بان

#### مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

ہوائی بان: اکی پہلی مساوات استعمال کر کے ہوائی بان کی کمیت میں کمی کی شرح، ہوائی بان کے لحاظ سے خرچہ مادے کی اضافی رفتار، ہوائی بان کی کمیت، اور ہوائی بان کی اسراع کا رشتہ جان پائیں گے۔

ہوائی بان کی دوسری مساوات استعمال کر کے خرچہ مادے کی اضافی رفتار کے لحاظ سے ہوائی بان کی رفتار، اور ہوائی بان کی ابتدائی اور اختتامی کمیت کا رشتہ جان پائیں گے۔

ایک ایسا حرکت پذیر نظام جس کی کمیت دی گئی شرح سے تبدیل ہوتی ہو کے لئے اس شرح اور معیار حرکت میں تبدیلی کا رشتہ جان پائیں گے۔

#### کلیدی تصورات

بیسرونی قوتوں کی غیر موجودگی میں ہوائی بان درج ذیل لحاتی شرح سے اسراع پذیر ہوگا،

$$Rv_{\text{اضافی}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

جہاں  $M$  ہوائی بان کی لحاتی کمیت (بشمول غیر استعمال شدہ ایندھن)،  $R$  ایندھن کی شرح، اور اضافی  $v$  ہوائی بان کے لحاظ سے خرچہ کی اضافی رفتار ہے۔ جزو اضافی  $Rv$  ہوائی بان انجن کا دھکا ہے۔

مستقل  $R$  اور اضافی  $v$  کی صورت میں اگر ہوائی بان کی رفتار  $v_i$  سے تبدیل ہو کر  $v_f$  ہو جائے، اور کمیت  $M_i$  سے تبدیل ہو کر  $M_f$  ہو جائے تب درج ذیل ہوگا۔

$$v_f - v_i = v_{\text{اضافی}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$

### متغیر کیت کے نظام: ہوائی بان

اب تک ہم مندرجہ کرتے رہے ہیں کہ نظام کی کل کیت اٹل ہے۔ بعض اوقات، مثلاً ہوائی بان میں، ایسا نہیں ہو گا۔ اڑان سے قبل ہجو ترہ روانگی<sup>۳</sup> پر کھڑے ہوائی بان کی زیادہ تر کیت دراصل ایندھن ہوگی، جو آخر کار جہل کر ہوائی بان کے انجن کی ٹوٹی<sup>۴</sup> سے دھوئیں کی شکل میں خارج ہوگا۔ اسراع پذیر ہوائی بان کی متغیر کیت سے نیچے کی حنا طریوٹن کے دوسرے متاعدے کا اطلاق، صرف ہوائی بان کی بجائے، ہوائی بان اور خارجی مواد دونوں کو اکٹھا لیتے ہوئے کیا جاتا ہے۔ ہوائی بان کی اسراع کے دوران اس نظام کی کیت تبدیل نہیں ہوگی۔

### اسراع کی تلاش

مندرجہ کریں ہم جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے ساکن بیٹھے فنائے ماورا<sup>۵</sup> میں، جہاں کوئی تجاذبی یا ہوائی کی رگڑی قوت موجود نہیں، ہوائی بان کو اسراع کرتا دیکھ رہے ہیں۔ اس یک بُعدی حرکت کے لئے ہم، اختیاری لمحہ  $t$  پر، ہوائی بان کی کیت  $M$  اور مستقی رفتار  $v$  مندرجہ کرتے ہیں (شکل 22a.9)۔

شکل 22b.9 وقت دورانیہ  $dt$  کے بعد صورت حال پیش کرتی ہے۔ ہوائی بان کی مستی رفتار  $v + dv$  اور کیت  $M + dM$  ہیں، جہاں کیت میں تبدیلی  $dM$  منفی مقدار ہے۔ وقفہ  $dt$  کے دوران ہوائی بان سے خارج مواد کی کیت  $-dM$  اور جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے مواد کی مستی رفتار  $U$  ہے۔

### معیار حرکت کی بقا ہوگی

ہمارا نظام ہوائی بان اور وقفہ  $dt$  میں خارج مواد پر مشتمل ہے۔ نظام ہند اور جدا ہے لہذا وقفہ  $dt$  کے دوران نظام کی خطی معیار حرکت کی بقا لازمی ہے۔ یوں ذیل ہوگا

$$P_i = P_f \quad (۳.۱۱)$$

جہاں زیر نوشتہ  $i$  اور  $f$  بالترتیب وقفہ  $dt$  کے آغاز میں اور اس کے اختتام پر قیمتیں ظاہر کرتی ہیں۔ مساوات ۳.۱۱ درج ذیل لکھی جاسکتی ہے

$$Mv = -dMU + (M + dM)(v + dv) \quad (۳.۱۲)$$

جہاں دائیں ہاتھ پہلا جزو وقفہ  $dt$  کے دوران خارج کردہ مواد کا خطی معیار حرکت اور دوسرا جزو وقفہ  $dt$  کے اختتام پر ہوائی بان کا خطی معیار حرکت ہے۔

## اضافی رفتار کا استعمال

مساوات ۳.۱۲ کی سادہ صورت ہوائی بان اور حنرج مواد کے بیچ اضافی رفتار  $v$  اضافی استعمال کر کے حاصل کی جا سکتی ہے۔ اضافی رفتار اور چوکھٹ کے لحاظ سے سمتی رفتاروں کے بیچ درج ذیل تعلق پایا جاتا ہے۔

$$\left( \begin{array}{c} \text{چوکھٹ کے لحاظ سے} \\ \text{حنرج مواد کی سمتی رفتار} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{حنرج مواد کے لحاظ سے} \\ \text{ہوائی بان کی سمتی رفتار} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{چوکھٹ کے لحاظ سے} \\ \text{بان کی سمتی رفتار} \end{array} \right)$$

اس کو علامتی روپ میں لکھتے ہیں۔

$$(v + dv) = v_{\text{اضافی}} + U$$

$$(۳.۱۳) \quad U = v + dv - v_{\text{اضافی}} \quad \text{یعنی}$$

اس نتیجہ کو مساوات ۳.۱۲ میں  $U$  کی جگہ ڈال کر کچھ الجبرا کے بعد ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۳.۱۴) \quad -dM v_{\text{اضافی}} = M dv$$

دونوں اطراف  $dt$  سے تقسیم کرتے ہیں۔

$$(۳.۱۵) \quad -\frac{dM}{dt} v_{\text{اضافی}} = M \frac{dv}{dt}$$

ہم  $dM/dt$  (جو ہوائی بان کی کیمیت میں کمی کی شرح ہے) کو  $R$  لکھتے ہیں، جہاں  $R$  ایندھن جلنے کی (مثبت) شرح ہے، اور  $dv/dt$  ہوائی بان کی اسراع ہے۔ ان تبدیلیوں کے ساتھ مساوات ۳.۱۵ ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$(۳.۱۶) \quad Rv_{\text{اضافی}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

ہر لمحے پر مقداریر کی قیمتیں مساوات ۳.۱۶ مطمئن کرتی ہیں۔

مساوات ۳.۱۶ کا بائیں ہاتھ قوت کا بُعد ( $\text{kg} \cdot \text{ms}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{ms}^{-1} = \text{N}$ ) رکھتا ہے اور صرف ہوائی بان کی بناوٹ پر منحصر ہے؛ یعنی، شرح  $R$  پر، جس سے ایندھن (کیمیت) صرف کیا جاتا ہے، اور رفتار  $v$  اضافی پر، جس سے یہ کیمیت ہوائی بان سے حنارج کی جاتی ہے۔ ہم اس جزو اضافی  $Rv$  کو ہوائی بان کی قوت  $T$  دھکیلے کہتے ہیں اور  $T$  سے ظاہر کرتے ہیں۔ مساوات ۳.۱۶ کو  $T = Ma$  لکھ کر نیوٹن کا دو سرعاتوں حاصل ہوتا ہے، جہاں اس لمحے پر جب ہوائی بان کی کیمیت  $M$  ہے اس کی اسراع  $a$  ہے۔

## سمتی رفتار کی تلاش

ہم جاننا چاہتے ہیں کہ جیسے جیسے ہوائی بان ایندھن صرف کرتا ہے اس کی سمتی رفتار کیسے تبدیل ہوگی۔ مساوات ۳.۱۴ ذیل کہتی ہے۔

$$dv = -v_{\text{اضافی}} \frac{dM}{M}$$

اس کے مکمل

$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_{\text{اضافی}} \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

میں  $M_i$  ہوائی بان کی ابتدائی کیت اور  $M_f$  اختتامی کیت ہے۔ مکمل لینے سے ذیل حاصل ہوگا

$$(۳.۱۷) \quad v_f - v_i = v_{\text{اضافی}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$

جو ہوائی بان کی کیت  $M_i$  سے گھٹ کر  $M_f$  ہونے کی صورت میں ہوائی بان کی رفتار میں اضافہ دیتی ہے۔ (مساوات ۳.۱۷ میں علامت  $\ln$  قدرتی لوگارتم ظاہر کرتی ہے۔) ہم یہاں **کثیر المراحل**<sup>۸</sup> ہوائی بان کی افادیت جان سکتے ہیں جو ایندھن ختم ہونے پر حالی ٹینکی سے چھکارا حاصل کر کے  $M_f$  گھٹاتا ہے۔ مثالی ہوائی بان مطلوبہ مقام پر صرف ضروری ساز و سامان کے ساتھ پہنچے گا۔

نمونہ سوال ۳.۳: **ہوائی بان کا انجن، قوت، دھکیل، اسراع** اس باب کی تمام گزشتہ مثالوں میں نظام کی کیت اٹل تھی۔ یہاں ہم ایسے نظام (ہوائی بان) کی بات کرتے ہیں جس کی کیت بتدریج کم ہوتی ہے۔ ایک ہوائی بان جس کی ابتدائی کیت  $M_i = 850 \text{ kg}$  ہے  $R = 2.3 \text{ kg s}^{-1}$  شرح سے ایندھن صرف کرتا ہے۔ ہوائی بان کے لحاظ سے خسر ج مواد کی رفتار  $v_{\text{اضافی}} = 2800 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (۱) ہوائی بان کا انجن کتنی قوت دھکیل پیدا کرتا ہے؟

### کلیدی تصور

مساوات ۳.۱۶ کے تحت ایندھن صرف کرنے کی شرح  $R$  کو خسر ج مواد کی اضافی رفتار  $v_{\text{اضافی}}$  سے ضرب دینے سے قوت دھکیل  $T$  حاصل ہوگی۔

حساب: یوں درج ذیل ہوگا۔

$$T = Rv_{\text{اضافی}} = (2.3 \text{ kg s}^{-1})(2800 \text{ m s}^{-1})$$

$$= 6440 \text{ N} \approx 6400 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

(ب) ہوائی بان کی ابتدائی اسراع کیا ہوگی؟

### کلیدی تصور

ہم ہوائی بان کی قوت دھکیل  $T$  اور اس کی اسراع کی قدر  $a$  کا رشتہ  $T = Ma$  جانتے ہیں، جہاں  $M$  ہوائی بان کی کیت ہے۔ لیکن، جیسے جیسے ایندھن صرف ہوتا ہے  $M$  گھٹتی اور  $a$  بڑھتا ہے۔ ہمیں ابتدائی اسراع درکار ہے لہذا ہم ہوائی بان کی ابتدائی کیت  $M_i$  لیں گے۔

حساب: ان معلومات سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$a = \frac{T}{M} = \frac{6440 \text{ N}}{850 \text{ kg}} = 7.6 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

سطح زمین سے سیدھا اوپر اڑان کے لئے ضروری ہے کہ ابتدائی اسراع  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$  سے زیادہ ہو۔ یعنی، ابتدائی اسراع کو سطح زمین پر تحب ذی اسراع سے زیادہ ہونا ہوگا۔ دوسرے لفظوں میں، ہوائی بان پر ابتدائی تحب ذی قوت، جس کی قدر  $M_i g$  ہے

$$(850 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) = 8330 \text{ N}$$

سے قوت دھکیل  $T$  کا زیادہ ہونا لازمی ہے، ورنہ ہوائی بان زمین سے اٹھنے کے مقابل نہیں ہوگا۔ چونکہ اس ہوائی بان کی قوت دھکیل (جو یہاں  $T = 6440 \text{ N}$  ہے) درکار قدر سے کم ہے لہذا یہ ہوائی بان اڑ نہیں پائے گا؛ یہاں زیادہ طاقتور ہوائی بان کی ضرورت ہے۔

□

## نظر ثانی اور خلاصہ

### مرکز رکیت

ایک نظام جو  $n$  ذرات پر مشتمل ہو کے مرکز رکیت کی تعریف وہ نقطہ ہے جس کے محدود درج ذیل ہوں۔

$$x_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$

$$y_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i$$

$$z_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i \quad (9.5)$$

اس کو مختصر اُذیل لکھا جاسکتا ہے، جہاں  $M$  نظام کی کل کیت  $\sum_{i=1}^n m_i$  ہے۔

$$\vec{r}_{\text{مرکز رکیت}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \quad (9.8)$$

### نیوٹن کا دوسرا قانون برائے ذرات کا نظام

ایک نظام، جو ذرات پر مشتمل ہو، کے مرکز رکیت کی حرکت نیوٹن کے دوسرے قانون برائے ذرات پر مشتمل نظام کے تحت ہوگی، جو ذیل کہتا ہے۔

$$\vec{F}_{\text{مرکز رکیت}} = M \vec{a} \quad (9.14)$$

باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

یہاں نظام پر لاگو تمام بیرونی قوتیں مل کر صافی قوت  $\vec{F}$  بنتی ہیں۔ نظام کی کل کیت  $M$ ، اور نظام کے مرکز کیت کی اسراع مرکز کیت  $\vec{a}$  ہے۔

### خطی معیار حرکت اور نیوٹن کا دوسرا قانون

تہا ذرے کے لئے، مقدار  $\vec{p}$  متعارف کر کے، جو اس ذرے کا خطی معیار حرکت کہلاتا ہے اور جس کی تعریف ذیل ہے،

$$(۹.۲۲) \quad \vec{p} = m\vec{v}$$

ہم نیوٹن کا دوسرا قانون اس معیار حرکت کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

$$(۹.۲۳) \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

ذرات پر مشتمل نظام کے لئے مذکورہ بالا دو تعلق ذیل لکھا جائیں گے۔

$$(۹.۲۴, ۹.۲۵) \quad \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{اور} \quad \vec{P} = M\vec{v} \quad \text{مرکز کیت}$$

### تصادم اور ضرب

تصادم میں ملوث ذرہ نما جسم پر معیار حرکت کے روپ میں نیوٹن کے دوسرے قانون کا اطلاق ضربے و خطی معیار حرکت کے مسئلہ دیگا:

$$(۹.۳۲, ۹.۳۱) \quad \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p} = \vec{J}$$

جہاں جسم کے خطی معیار حرکت میں تبدیلی  $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$  ہے، اور ضربے  $\vec{J}$  وہ قوت  $\vec{F}(t)$  ہے جو تصادم کے دوران دوسرا جسم اس (پہلے جسم) پر لاگو کرتا ہے۔

$$(۹.۳۰) \quad \vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt$$

اگر تصادم کا دورانیہ  $\Delta t$  اور اس دوران  $\vec{F}(t)$  کی اوسط قیمت  $F_{\text{اوسط}}$  ہو تب یک بُعدی حرکت کے لئے ذیل ہوگا۔

$$(۹.۳۵) \quad J = F_{\text{اوسط}} \Delta t$$

سکن جسم پر کیت  $m$  کے ذرے، جن کی رفتار  $v$  ہے، برس کر ذیل اوسط قوت پیدا کرتے ہیں

$$(۹.۳۷) \quad F_{\text{اوسط}} = -\frac{n}{\Delta t} \Delta p = -\frac{n}{\Delta t} m \Delta v$$

جہاں ساکن جسم سے ذروں کے تصادم کی شرح  $n/\Delta t$ ، اور ہر ایک ذرے کی رفتار میں تبدیلی  $\Delta v$  ہے (جسم ساکن رہتا ہے)۔ یہ اوسط قوت ذیل بھی لکھی جاسکتی ہے

$$F_{\text{اوسط}} = - \frac{\Delta M}{\Delta t} \Delta v \quad (9.40)$$

جہاں  $\Delta M/\Delta t$  وہ شرح ہے جس سے کمیت ساکن جسم سے ٹکراتی ہے۔ درج بالا دو مساوات میں اگر ذرے تصادم کے بعد رک جاتے ہوں تب  $\Delta v = -v$  ہوگا، اور اگر ذرے جسم پر ٹپکی کھا کر رفتار میں تبدیلی کے بغیر واپس لوٹیں تب  $\Delta v = -2v$  ہوگا۔

### خطی معیار حرکت کی بقا

جب نظام پر بیرونی قوت عمل نہیں کرتی، لہذا اس نظام کا خطی معیار حرکت تبدیل نہیں ہوگا۔

$$\vec{P} = \text{مستقل} \quad (\text{بند، جدا نظام}) \quad (9.42)$$

اس کو ذیل بھی لکھ سکتے ہیں جہاں زیر نوشت کسی ابتدائی لمحہ اور اختتامی لمحہ کو ظاہر کرتی ہیں۔

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad (\text{بند، جدا نظام}) \quad (9.43)$$

مذکورہ بالا دونوں مساوات خطی معیار حرکت کے بقا کو بیان کرتی ہیں۔

### ایک بُعد میں غیر لچکی تصادم

دو اجسام کی غیر لچکی تصادم میں دو جسمی نظام کی حرکت توانائی کی بقا نہیں ہوگی (حرکت توانائی مستقل نہیں ہوگی)۔ اگر نظام بند اور جدا ہو، نظام کے کل خطی معیار حرکت کی بقا لازماً ہوگی (یہ مستقل ہوگا)، جس کو سمتیہ روپ میں ذیل لکھا جاسکتا ہے، جہاں زیر نوشت  $i$  اور  $j$  بالترتیب تصادم سے عین قبل اور اس کے عین بعد لمحات ظاہر کرتی ہیں۔

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad (9.50)$$

ذروں کی حرکت ایک محور پر ہونے کی صورت میں تصادم ایک بُعدی ہوگا اور ہم مذکورہ بالا مساوات کو محور کے ہمراہ سمتی رفتار اجزاء کی صورت میں ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (9.51)$$

اگر دو جسم آپس میں چپک جائیں، تصادم مکمل غیر لچکی ہوگا اور دونوں اجسام کی اختتامی سمتی رفتار  $V$  ہوگی (کیونکہ یہ آپس میں جڑے ہیں)۔

## مرکز کیت کی حرکت

دو متصادم اجسام کے بند، جدا نظام کے مرکز کیت پر تصادم اثر انداز نہیں ہوگا۔ بالخصوص، مرکز کیت کی سمتی رفتار مرکز کیت  $\vec{v}$  کو تصادم تبدیل نہیں کرتا۔

## ایک بُعد میں لچکی تصادم

لچکی تصادم ایک خاص قسم کا تصادم ہے جس میں متصادم اجسام کے نظام کی حرکت توانائی برقرار رہتی ہے۔ اگر نظام بند اور جدا بھی ہو، اس کا خطی معیار حرکت بھی برقرار رہے گا۔ یک بُعدی تصادم کے لئے، جس میں جسم 2 ہدف اور جسم 1 گولا ہے، حرکتی توانائی اور خطی معیار حرکت کی بقا، تصادم کے عین بعد سمتی رفتاروں کے لئے درج ذیل مساوات دیتی ہیں۔

$$(9.67) \quad v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$(9.68) \quad v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

## دو ابعاد میں تصادم

اگر دو جسم یوں ٹکرائیں کہ ان کی حرکت ایک ہی محور پر نہ ہو (ٹکرائنے والے سے نہیں)، تصادم دو بُعدی ہوگا۔ اگر دو جسمی نظام بند اور جدا ہو، معیار حرکت کی بقا کے قانون کا اطلاق تصادم پر ہوگا جو ذیل لکھا جائے گا۔

$$(9.69) \quad \vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

اجزاء کے روپ میں یہ قانون دو مساوات دے گا جو تصادم کو بیان کریں گی (دو ابعاد میں ہر بُعد کے لئے ایک مساوات)۔ اگر تصادم لچکی بھی ہو (خصوصی صورت)، تصادم کے دوران حرکتی توانائی کی بقا تیسری مساوات دیگی۔

$$(9.70) \quad K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

## متغیر کیتی نظام

سیرونی قوتوں کی عدم موجودگی میں ہوائی بان ذیل لمحاتی شرح سے اسراع پذیر ہوگا

$$(9.71) \quad Rv_{\text{ہوائی بان}} = Ma \quad (\text{ہوائی بان کی پہلی مساوات})$$

جہاں  $M$  ہوائی بان کی لمحاتی کیت (جس میں غیر استعمال شدہ ایندھن شامل ہے)،  $R$  ایندھن کے اصراف کی شرح، اور  $v_{\text{ہوائی بان}}$  ہوائی بان کے لحاظ سے شرح کی اضافی رفتار ہے۔ جب  $Rv_{\text{ہوائی بان}}$  کی انجن کی قوت سے

دھکیل ہے۔ جب ایک ہوائی بان کی، جس کی  $R$  اور  $v_{\text{ہوائی بان}}$  اٹل ہو، کیت  $M_i$  سے  $M_f$  ہونے پر اس کی رفتار  $v_i$  سے  $v_f$  ہو، درج ذیل ہوگا۔

$$(9.72) \quad v_f - v_i = v_{\text{ہوائی بان}} \ln \frac{M_i}{M_f} \quad (\text{ہوائی بان کی دوسری مساوات})$$



### سوالات

سوال ۳.۱: تین ذرات جن پر بیرونی قوتیں عمل کرتی ہیں کا فضائی جانزہ شکل 9-23 میں پیش ہے۔ دو ذروں پر قوتوں کی متدریس اور سمتیں دی گئی ہیں۔ تین ذروی نظام کا مرکز کمیت (ا) ساکن، (ب) دائیں رخ مستقل سمتی رفتار سے، اور (ج) اوپر وار اسراع پذیر ہونے کی صورت میں تیسری قوت کی متدر اور سمت تلاش کریں۔

سوال ۳.۲: بلار گڑ مستوی پر مستقل سمتی رفتاروں سے حرکت کرتے ہوئے ایک برابر کمیت کے چار ذروں کا فضائی جانزہ شکل 9-24 میں پیش ہے۔ سمتی رفتاروں کے رخ دیے گئے ہیں؛ ان کی متدریں برابر ہیں۔ ذروں کی جوڑیاں بنائیں۔ کون سی جوڑی ایسا نظام دیتی ہے جس کا مرکز کمیت (ساکن ہے)، (ب) ساکن ہے اور مبدا پر ہے، اور (ج) مبدا سے گزرتا ہے؟

سوال ۳.۳: فرض کریں ایک ڈب، جو  $x$  محور پر مستقل مثبت سمتی رفتار سے حرکت میں ہو، دھماکے سے دو ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ ایک ٹکڑا، جس کی کمیت  $m_1$  ہے، مثبت سمتی رفتار  $\vec{v}_1$  سے حرکت کرتا ہے۔ دوسرا ٹکڑا جس کی کمیت  $m_2$  ہے (ا) مثبت سمتی رفتار  $\vec{v}_2$  (شکل 9-25a)، (ب) منفی سمتی رفتار  $\vec{v}_2$  (شکل 9-25b)، یا (ج) صفر سمتی رفتار (شکل 9-25c) رکھ سکتا ہے۔ ان ممکن نتائج کی درجہ بندی مطابقتی  $\vec{v}_1$  کی متدر کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۳.۴: تصادم میں ملوث جسم کے لئے قوت کی متدر بالمقابل وقت کی تریسات شکل 9-26 میں پیش ہیں۔ تریسات کی درجہ بندی جسم پر قوت دھکیل کی متدر کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۳.۵: بلار گڑ مستوی پر حرکت کرتے تین ڈبوں پر عمل پیرا قوت کا فضائی نظارہ شکل 9-27 میں پیش ہے۔ ہر ایک ڈب کے لئے، کیا محور  $x$  اور محور  $y$  کے ہمراہ خطی معیار حرکت کی بقا ہوگی؟

سوال ۳.۶: تین یا چار یکساں ذروں کا گروہ، جو محور  $x$  یا محور  $y$  کے متوازی ایک رفتار سے حرکت کرتے ہوں، شکل 9-28 میں دکھایا گیا ہے۔ مرکز کمیت کی رفتار کے لحاظ سے ان کی درجہ بندی، اعظم اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۳.۷: ایک سل بلار گڑ منر شش پر حرکت کر کے اس جتنی کمیت کی دوسری سل سے ٹکراتی ہے۔ شکل 9-29 میں سلوں کی حرکی توانائی  $K$  کی چار ممکن تریسات پیش ہیں۔ (ا) ان میں سے کون سی طبیعی وجوہات کی بنا پر ممکن نہیں؟ باقی میں سے کونسی (ب) لچکی تصادم اور (ج) غنیر لچکی تصادم بہتر ظاہر کرتی ہے؟

سوال ۳.۸: بلار گڑ منر شش پر محور  $x$  کے ہمراہ سل 1 ساکن سل 2 کی طرف بڑھتا ہے۔ عین لچکی تصادم سے قبل لمحہ پر ان کی تصویر کشی شکل 9-30 میں کی گئی ہے۔ اس لمحہ پر دو سل نظام کے مرکز کمیت کے تین ممکن معتام بھی پیش ہیں۔ (نقطہ  $B$  سلوں کے مراکز کے درمیان نصف فاصلے پر ہے۔) اگر تصادم کے بعد نظام کا مرکز کمیت (ا)  $A$  پر، (ب)  $B$  پر، اور (ج)  $C$  پر ہو، کیا سل 1 ساکن ہوگا؟ آگے کی طرف گامزن ہوگا؟ پیچھے کی طرف گامزن ہوگا؟

سوال ۳.۹: دو اجسام محور  $x$  کے ہمراہ یک بعدی لچکی تصادم کا شکار ہوتے ہیں۔ شکل 9-31 میں اجسام اور مرکز کمیت کے معتام بالمقابل وقت تریسات پیش ہیں۔ (ا) کیا دونوں جسم ابتدائی طور پر حرکت میں تھے، یا ان میں سے ایک ساکن تھا؟ کونسا لکیری قطع (ب) تصادم سے قبل اور (ج) تصادم کے بعد مرکز کمیت دیتا ہے؟ (د) کیا تصادم سے قبل زیادہ تیز حرکت کرتے جسم کی کمیت دوسرے جسم کی کمیت سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اس

کے برابر ہے؟

سوال ۳.۱۰: افقی مندرش پر سل ابتدائی طور ساکن، محور  $x$  کے ہمراہ مثبت رخ، یا محور کے منفی رخ حرکت میں ہے۔ سل دھماکے سے دو ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے جو اسی محور پر حرکت کرتے ہیں۔ مندرش کریں سل اور اس کے دو ٹکڑے ایک بند اور جدا نظام دیتے ہیں۔ سل اور ٹکڑوں کے معیار حرکت بالمتقابل وقت  $t$  کی چھ ترسیات شکل 32.9 میں پیش ہیں۔ کونسی ترسیات طبعی ناممکن ہیں؟ وجوہات پیش کریں۔

سوال ۳.۱۱: محور  $x$  پر کیت  $m_1$  کا سل بلا رگڑ مندرش پر چلتا ہو ا کیت  $m_2$  کے ساکن سل سے لچکی تصادم ہوتا ہے۔ شکل 33.9 میں سل 1 کا مقام  $x$  بالمتقابل وقت  $t$  ٹھوس لکیر سے پیش کیا گیا ہے، جس پر نقطہ تصادم  $x_c$  اور وقت تصادم  $t_c$  کی نشاندہی کی گئی ہے۔ اگر (ا)  $m_1 < m_2$  اور (ب)  $m_1 > m_2$  ہو، تصادم کے بعد سل 1 نقطہ دار راہ  $A, B, C, D$  میں کس پر گامزن ہوگا؟ (ج) اگر  $m_1 = m_2$  ہو یہ راہ 1، 2، 3، 4، اور 4 میں کس پر گامزن ہوگا؟

سوال ۳.۱۲: دو جسم اور ان کے مرکز کیت کی مقام بالمتقابل وقت کی چار ترسیات پیش ہیں۔ یہ جسم بند اور جدا نظام دیتے ہیں اور محور  $x$  پر چلتے ہوئے ایک بعدی مکمل غیر لچکی تصادم کا شکار ہوتے ہیں۔ کیا ترسیم 1 میں (ا) دو جسم اور (ب) مرکز کیت محور  $x$  پر مثبت رخ یا منفی رخ حرکت کرتے ہیں؟ (ج) کونسی ترسیم طبعی ناممکن ہے؟ وجوہات پیش کریں۔

## مرکز کیت

سوال ۳.۱۳: کیت 2.00 kg ذرے کا  $xy$  محدود  $(-1.20 \text{ m}, 0.500 \text{ m})$ ، اور کیت 4.00 kg ذرے کا  $xy$  محدود  $(0.600 \text{ m}, -0.750 \text{ m})$  ہے۔ دونوں افقی مستوی پر پائے جاتے ہیں۔ کیت 3.00 kg کا تیسرا ذرہ کس (ا)  $x$  اور (ب)  $y$  پر رکھ کر تین ذروی نظام کا مرکز کیت  $(-0.500 \text{ m}, -0.700 \text{ m})$  پر ہوگا؟

سوال ۳.۱۴: تین ذروی نظام جس میں  $m_1 = 3.0 \text{ kg}$ ،  $m_2 = 4.0 \text{ kg}$ ، اور  $m_3 = 8.0 \text{ kg}$  ہے شکل 35.9 میں پیش ہے۔ محور کے پیم  $x_s = 2.0 \text{ m}$  اور  $y_s = 2.0 \text{ m}$  کے لحاظ سے رکھے گئے ہیں۔ نظام کے مرکز کیت (ا)  $x$  محدود اور (ب)  $y$  محدود کیا ہوگا؟ (ج) کیا  $m_3$  بتدریج بڑھانے سے مرکز کیت اس ذرے کی جانب منتقل ہوگا، اس سے دور منتقل ہوگا، یا ساکن رہے گا؟

سوال ۳.۱۵: ایک سل جس کے اضلاع  $d_1 = 11.0 \text{ cm}$ ،  $d_2 = 2.80 \text{ cm}$ ، اور  $d_3 = 13.0 \text{ cm}$  ہیں شکل 36.9 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا نصف حصہ المونیم (کثافت  $2.70 \text{ g cm}^{-3}$ ) اور آدھا لوہے (کثافت  $7.85 \text{ g cm}^{-3}$ ) کا ہے۔ سل کے مرکز کیت (ا)  $x$  محدود، (ب)  $y$  محدود، اور (ج)  $z$  محدود کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۶: تین یکساں پیکر ڈنڈیاں جن میں ہر ایک کی لمبائی  $L = 22 \text{ cm}$  ہے سل کر الٹ نون غنڈہ بناتی ہیں (شکل 37.9)۔ انتصابی ڈنڈی کی کیت 14 g اور افقی ڈنڈی کی کیت 42 g ہے۔ نظام کے مرکز کیت (ا)  $x$  محدود اور (ب)  $y$  محدود کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۷: یکساں موٹائی کا چادر شکل 38.9 میں پیش ہے۔ اگر  $L = 5.0 \text{ cm}$  ہو چادر کے مرکز کیت (ا)  $x$  محدود اور (ب)  $y$  محدود کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۸: متابل نظر انداز موٹائی کی یکساں دھاتی چادر سے بنایا گیا مکعب شکل 39.9 میں پیش ہے۔ مکعب اوپر سے کھلا ہے اور اس کا کنارہ  $L = 40 \text{ cm}$  لمبا ہے۔ مکعب کے مرکز کیمت کا (i) محدود، (ب)  $y$  محدود، اور (ج)  $z$  محدود تلاش کریں۔

سوال ۳.۱۹: ایونیا سال ( $\text{NH}_3$ )، جس میں ہائیڈروجن جوہر (H) متاوی الاضلاع مثلث بناتے ہیں، شکل 40.9 میں پیش ہے۔ مثلث کا مرکز ہر H جوہر سے  $d = 9.40 \times 10^{-11} \text{ m}$  فاصلے پر ہے۔ نائیٹروجن جوہر N اس ہر م کی چوٹی پر واقع ہے جس کا تل تین H جوہر بناتے ہیں۔ نائیٹروجن اور ہائیڈروجن کی جوہری کیمت نسبت 13.9، اور نائیٹروجن تا ہائیڈروجن فاصلہ  $L = 10.14 \times 10^{-11} \text{ m}$  ہے۔ سال کے مرکز کیمت کا (i) محدود اور (ب)  $y$  محدود کیا ہوگا؟

سوال ۳.۲۰: یکساں پیکر کی بوتل جس کی کیمت 0.140 kg اور لمبائی 12.0 cm ہے، میں 0.354 kg مشروب بھری ہے (شکل 41.9)۔ بوتل کے سر اور تل میں، مشروب خارج کرنے کی عنصر سے، باریک سوراخ (جو بوتل کی کیمت پر اثر انداز نہیں ہوتے) کیے جاتے ہیں۔ (i) مکمل بھری بوتل (مجم مشروب) کے مرکز کیمت کی اور (ب) مکمل خالی بوتل کے مرکز کیمت کی بلندی  $h$  کیا ہوگی؟ (ج) جیسے جیسے مشروب خارج ہوتا ہے،  $h$  کو کیا ہوگا؟ (د) مرکز کیمت کے لمحاتی بلندی کو  $x$  کہہ کر اس کی کمر قیمت تلاش کریں۔

### نیوٹن کا دوسرا تعددہ برائے ذرات کا نظام

سوال ۳.۲۱: ایک پتھر  $t = 0$  پر گرنے دیا جاتا ہے۔ دوسرا پتھر جس کی کیمت دگنی ہے، اسی بلندی سے،  $t = 100 \text{ ms}$  پر گرنے دیا جاتا ہے۔ (i) نقطہ رہائی سے،  $t = 300 \text{ ms}$  پر، دو پتھر نظام کا مرکز کیمت کتنا نیچے ہوگا؟ (دونوں پتھر اس لمحے تک ہوا میں ہیں)۔ (ب) اس لمحے پر دو پتھر نظام کا مرکز کیمت کس رفتار سے حرکت کرتا ہے؟

سوال ۳.۲۲: چوراہا بتی پر 1000 kg کیمت کی گاڑی کھڑی ہے۔ جیسے ہی بتی سبز ہوتی ہے گاڑی  $4.0 \text{ ms}^{-2}$  مستقل اسراع سے حرکت میں آتی ہے۔ عین اسی لمحے ایک ٹرک جس کی کیمت 2000 kg اور جو  $8.0 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے چل رہا ہے گاڑی سے آگے نکلتا ہے۔ (i) گاڑی و ٹرک نظام کا مرکز کیمت  $t = 3.0 \text{ s}$  بعد بتی سے کتنا دور اور (ب) اس کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۲۳: زیٹون کا ایک بڑا پھل ( $m = 0.50 \text{ kg}$ )  $xy$  محدودی نظام کے مرکز پر، اور جو برازیل  $M = 1.5 \text{ kg}$  نقطہ  $(1.0 \text{ m}, 2.0 \text{ m})$  پر پڑا ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر قوت  $\vec{F}_z = (2.0\hat{i} + 3.0\hat{j}) \text{ N}$  زیٹون کے پھل پر اور  $\vec{F}_j = (-3.0\hat{i} - 2.0\hat{j}) \text{ N}$  جو برازیل پر عمل کرنا شروع کرتی ہیں۔ لمحہ  $t = 0$  کے لحاظ سے  $t = 4.0 \text{ s}$  پر زیٹون و جو نظام کے مرکز کیمت کا ہٹاوا کائی سستی ترقیم میں کیا ہوگا؟

سوال ۳.۲۴: دو پھسلن باز، جن میں سے ایک کی کیمت 65 kg اور دوسرے کی 40 kg ہے، 10 m لمبا ڈنڈا، جس کی کیمت متابل نظر انداز ہے، ہٹامے رنڈ پر کھڑے ہیں۔ ڈنڈے کے سروں سے آغاز کرتے ہوئے پھسلن باز ڈنڈا کھینچ کر، ڈنڈے کے ہمراہ حرکت کرتے ہوئے قریب آکر، ملتے ہیں۔ کم کیمتی شخص کتنا فاصلہ طے کرتا ہے؟

سوال ۳.۲۵: ایک گولا  $20 \text{ ms}^{-1}$  کی ابتدائی سستی رفتار  $\vec{v}_0$  کے ساتھ افق سے  $\theta_0 = 60^\circ$  زاویہ اوپر پھینکا جاتا ہے۔ خط حرکت کے بلند تر نقطہ پر گولا دھماکے سے دو برابر ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے (شکل 9-42)۔ ایک ٹکڑا جس

### باب ۳: مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

کارفتر دھماکے کے عین بعد صفر سے سیدھا نیچے گرتا ہے۔ دوسرا ٹکڑا توپ سے کتنے فاصلے پر گرتا ہے؟ (ہوائی رگڑ نظر انداز کریں اور زمین ہموار تصور کریں۔)

سوال ۳.۲۶: وقت  $t = 0$  پر دو ذرے محدودی نظام کے مبداء سے پھینکے جاتے ہیں (شکل 9-43)۔ ذرہ 1 جس کی کیت  $m_1 = 5.00 \text{ g}$  ہے بلارگڑ افقی زمین پر محور  $x$  کے ہمراہ  $10.0 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے روانا کیا جاتا ہے۔ ذرہ 2 جس کی کیت  $m_2 = 3.00 \text{ g}$  ہے  $20 \text{ ms}^{-1}$  سے اوپری زاویے پر یوں پھینکا جاتا ہے کہ یہ ہر لمحہ ذرہ 1 کے ٹھیک اوپر رہتا ہے۔ (ا) دو ذرے کا مرکز کیت کتنی زیادہ سے زیادہ بلندی  $H$  کو پہنچتا ہے؟ اکائی مستقی ترقیم میں مرکز کیت کی (ب) مستی رفتار اور (ج) اسراع اس لمحے کیا ہوگی جب مرکز کیت بلند  $H$  پر ہو؟

سوال ۳.۲۷: ایک ریڑھی جو ہوائی ڈگر پر چلتی ہے رسی کے ذریعہ اینٹ سے منسلک ہے جو ٹکڑا رہی ہے (شکل 44.9)۔ ریڑھی کی کیت  $m_1 = 0.600 \text{ kg}$  اور اس کا مرکز کیت ابتدائی طور پر  $(-0.500 \text{ m}, 0 \text{ m})$  محدود ہے۔ اینٹ کی کیت  $m_2 = 0.400 \text{ kg}$  اور اس کا مرکز کیت ابتدائی طور پر  $(0 \text{ m}, -0.100 \text{ m})$  محدود ہے۔ رسی اور چرخہ کی کیت متبادل نظر انداز ہے۔ ریڑھی ساکن حالت سے رہا کی جاتی ہے۔ ریڑھی اور اینٹ حرکت کرتی ہیں حتیٰ کہ ریڑھی چرخہ سے ٹکراتی ہے۔ ریڑھی اور ہوائی ڈگر کے چکر رگڑ، اور چرخہ اور دھڑے کے چکر رگڑ متبادل نظر انداز ہے۔ (ا) ریڑھی و اینٹ نظام کے مرکز کیت کی اسراع اکائی مستی ترقیم میں کیا ہوگی؟ (ب) مرکز کیت کی مستی رفتار بطور وقت  $t$  کا تغافل کیا ہوگی؟ (ج) مرکز کیت کی راہ ترمیم کریں۔ (د) اگر راہ قوسی ہو، کیا یہ دائیں اوپر جانب یا بائیں نیچے جانب ابھرتی ہے، اور اگر راہ سیدھی ہو،  $x$  محور اور راہ کے چکر زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۳.۲۸: زیاب جس کی کیت  $80 \text{ kg}$  ہے اور اسد جو ہکا ہے  $30 \text{ kg}$  ساکن کشتی میں بیٹھ (ناران میں) کر سیف السلوک جھیل کا نظارہ کر رہے ہیں۔ ان کی نشیں  $3.0 \text{ m}$  فاصلے پر، اور کشتی کے مرکز کیت کے لحاظ سے میٹاکلی واقع ہیں۔ دونوں آپس میں نشیں تبدیل کرتے ہیں۔ اگر کشتی کا مرکز کیت گھاٹ کے لحاظ سے  $40 \text{ cm}$  افقی حرکت کرے، اسد کی کیت کیا ہوگی؟

سوال ۳.۲۹: کنارے  $D = 6.1 \text{ m}$  فاصلے پر  $4.5 \text{ kg}$  کٹا  $18 \text{ kg}$  کشتی میں کھڑا ہے (شکل 45.9-الف)۔ یہ کنارے کی طرف  $2.4 \text{ m}$  چل کر رکتا ہے۔ کٹا اب کنارے سے کتنا دور ہوگا؟ کشتی اور پانی کے چکر رگڑ نظر انداز کریں۔ (اشارہ: شکل-ب دیکھیں۔)

### خطی معیار حرکت

سوال ۳.۳۰: ایک گیند جس کی کیت  $0.70 \text{ kg}$  ہے  $5.0 \text{ ms}^{-1}$  افقی حرکت کر کے انتہائی دیوار سے ٹکرا کر  $2.0 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے واپس پلٹتا ہے۔ گیند کے خطی معیار حرکت میں تبدیلی کیا ہوگی؟

سوال ۳.۳۱: ایک ٹرک، جس کی کیت  $2100 \text{ kg}$  ہے، شمال کی طرف  $41 \text{ km h}^{-1}$  چلتے ہوئے مشرق کو مڑ کر  $51 \text{ km h}^{-1}$  اسراع پذیر ہوتا ہے۔ (ا) ٹرک کے حرکت کی توانائی میں تبدیلی کیا ہوگی؟ ٹرک کے معیار حرکت میں تبدیلی کی (ب) رفتار اور (ج) تبدیلی کار کیا ہوگا؟

سوال ۳.۳۲: ہم سطح زمین پر رکھا گیند وقت  $t = 0$  پر سطح زمین سے مار کر روانا کیا جاتا ہے۔ گیند کا معیار حرکت  $p$  بالقابل وقت  $t$  شکل 46.9 میں پیش ہے (جہاں  $p_0 = 6.0 \text{ kg ms}^{-1}$  اور  $p_1$

۳.۳۱:  $4.0 \text{ kg m s}^{-1}$  ہے۔ گیند کا ابتدائی زاویہ کیا ہے؟ (اشارہ: وہ حل تلاش کریں جس میں ترسیم کا زیریں ترین نقطہ پڑھنے کی ضرورت پیش نہ آئے۔)

سوال ۳.۳۳: بلا سے ٹکرانے سے عین قبل  $0.30 \text{ kg}$  کیت کا گیند  $15 \text{ m s}^{-1}$  سمتی رفتار سے افق سے نیچے  $35^\circ$  زاویے کے ساتھ گامزن ہے۔ بلے کے ساتھ تماس کے دوران گیند کے معیار حرکت میں تبدیلی کی مقدار کیا ہوگی اگر گیند (i) سیدھا انتہائی نیچے رخ  $20 \text{ m s}^{-1}$ ، اور (ب) افقی واپس  $20 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے لوٹے؟

سوال ۳.۳۴: شکل 47.9 میں  $0.165 \text{ kg}$  کیت گیند کا فضائی جہازہ پیش ہے۔ گیند اطرانی دیوار سے ٹپکی کھاتا دکھایا گیا ہے۔ گیند کی ابتدائی رفتار  $2.00 \text{ m s}^{-1}$  اور زاویہ  $\theta_1 = 30^\circ$  ہے۔ ٹپکی گیند کے سمتی رفتار کا  $y$  جزو الٹ کرتا ہے جبکہ  $x$  جزو اثر انداز نہیں ہوتا۔ (i) زاویہ  $\theta_2$  کیا ہوگا؟ (ب) گیند کے خطی معیار حرکت میں تبدیلی کا کئی سمتی ترقیم میں کیا ہوگی؟ (گیند کے لڑھکاو کا یہاں کوئی کردار نہیں۔)

### تصادم اور ضرب

سوال ۳.۳۵: ایک مسخرہ  $12 \text{ m}$  بلندی سے  $30 \text{ cm}$  گہرے پانی میں پیٹ کے بل گر کر لوگوں کا دانت لیتا ہے۔ مندرجہ کریں، عین پانی کی تہ کو پہنچ کر یہ شخص رکتا ہے۔ اس کی کیت مندرجہ کر کے اس پر پانی کی ضرب کی مقدار تلاش کریں۔

سوال ۳.۳۶: چھتر سپای  $370 \text{ m}$  بلندی پر پرواز کرتے ہوئے طیارے سے کودتا ہے۔ بد قسمتی سے اس کی چھتری نہیں کھل پاتی۔ وہ برف میں گر کر معمولی زخمی ہوتا ہے۔ مندرجہ کریں زمین پر پہنچ کر اس کی (اخیر) رفتار  $56 \text{ m s}^{-1}$  اور کیت (بج سارو سامان)  $85 \text{ kg}$  ہے، اور اس پر برف کی قوت کی مقدار  $1.2 \times 10^5 \text{ N}$  ہے (جس پر انسان مشکل سے زندہ رہ پاتا ہے)۔ (i) برف کی تہ کم سے کم کتنی موٹی ہے؟ (ب) اس پر برف کی ضرب کی مقدار کیا ہے؟

سوال ۳.۳۷: زمین پر  $1.2 \text{ kg}$  کا گیند  $25 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے انتہائی گرتا ہے۔ ٹپکی کے بعد اس کی ابتدائی رفتار  $10 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (i) تماس کے دوران گیند پر کتنی ضرب عمل کرتی ہے؟ (ب) اگر گیند  $0.020 \text{ s}$  کے لئے زمین کے ساتھ مس ہو، زمین پر گیند کی اوسط قوت کتنی ہوگی؟

سوال ۳.۳۸: عین اس وقت جب ایک شخص، جس کی کیت  $70 \text{ kg}$  ہے، کرسی پر بیٹھتا ہے اس کا شراقتی دوست کرسی کھینچ لیتا ہے، جس کی بدولت پہلا شخص  $0.50 \text{ m}$  نیچے زمین پر گرتا ہے۔ اگر زمین کے ساتھ تصادم کا دورانیہ  $0.082 \text{ s}$  ہو، تصادم کے دوران شخص پر زمین (i) کی ضرب اور (ب) اوسط قوت کتنی ہوگی؟

سوال ۳.۳۹: محور  $x$  پر ابتدائی طور پر مثبت رخ  $14 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتے ہوئے  $0.40 \text{ kg}$  گیند پر  $27 \text{ ms}$  کے لئے محدود کے منفی رخ قوت عمل کرتی ہے۔ قوت کی مقدار میں تبدیلی پائی جاتی ہے اور ضرب کی مقدار  $32.4 \text{ N s}$  ہے۔ قوت لاگو کرنے کے عین بعد گیند کی (i) رفتار اور (ب) اس کا رخ کیا ہوگا؟ (ج) قوت کی اوسط مقدار اور (د) گیند پر ضرب کا رخ کیا ہوگا؟

### باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۳.۴۰: ایک پسولان میسر پر  $13 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے تھپڑ مارتا ہے۔ اس کا ہاتھ  $5.0 \text{ ms}$  کے تصادم میں رکتا ہے۔ فرض کریں تصادم کے دوران ہاتھ اور بازو ایک دوسرے پر اثر انداز نہیں ہوتے اور ہاتھ کی کیت  $0.70 \text{ kg}$  ہے۔ ہاتھ پر میسر کی (۱) ضرب کی مقدار اور (ب) اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۴۱: ہدف پر  $3 \text{ g}$  کی  $100$  گولیاں فی سیکنڈ شرح سے چلائی جاتی ہیں۔ گولی کی رفتار  $500 \text{ ms}^{-1}$  ہے۔ فرض کریں گولیاں اسی رفتار سے ٹپک کر واپس لوٹتی ہیں۔ ہدف پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۴۲: دو اوسط قوت دیوار پر  $0.250 \text{ kg}$  کے برف گولے  $4.00 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے لگاتار عمودی مارے جاتے ہیں۔ ہر گولا دیوار سے چپکتا ہے۔ شکل 49.9 میں دیوار پر دو متوازی تصادم کی قوت کی مقدار  $F$  بالقابل وقت  $t$  پیش ہے۔ تصادم کی تکرار کا وقفہ  $\Delta t_r = 50.0 \text{ ms}$  اور دورانیہ  $\Delta t_d = 10 \text{ ms}$  ہے، جو ترسیم پر مساوی الاسٹین مثلث بناتے ہیں۔ ہر تصادم کی قوت کی زیادہ سے زیادہ مقدار  $F_{\text{max}} = 200 \text{ N}$  ہے۔ ہر تصادم کے دوران دیوار پر (۱) ضرب اور (ب) اوسط قوت کی مقداریں کیا ہوں گی؟ (ج) کئی تصادم کے دوران دیوار پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۴۳: بلند کن کی ٹکر سے پہلے اچھلتا بلند کن کار سا ٹوٹتا ہے اور بد قسمتی سے اس کا حفاظتی نظام بھی ناکارہ ہوتا ہے، جس کی بدولت یہ  $36 \text{ m}$  بلندی سے گرتا ہے۔ زمین پر پہنچ کر  $90 \text{ kg}$  سوار  $5.0 \text{ ms}$  کے تصادم میں رکتا ہے۔ (فرض کریں بلند کن اور سوار یہ شخص ٹپکی کھاتے ہیں۔) تصادم کے دوران شخص پر (۱) ضرب اور (ب) اوسط قوت کی مقداریں کیا ہوں گی؟ اگر عین تصادم سے قبل، بلند کن کے لحاظ سے شخص  $7.0 \text{ ms}^{-1}$  کی رفتار سے اوپر چھلانگ لگائے (ج) ضرب اور (د) اوسط قوت کی مقداریں کیا ہوں گی (رکنے کا دورانیہ وہی تصور کریں)؟

سوال ۳.۴۴: بچوں کا کھلونا جس کی کیت  $5.0 \text{ kg}$  ہے محور  $x$  پر حرکت کر سکتا ہے۔ شکل 50.9 اس قوت کا جبزو  $F_x$  دیتی ہے جو کھلونے پر، جو اس کن حالت سے لمحہ  $t = 0$  پر روانہ ہوتا ہے، عمل کرتی ہے۔ محور  $F_x$  کا پیمانہ  $F_{xs} = 5.0 \text{ N}$  تعین کرتی ہے۔ اکائی سمتی ترقیم میں (۱) لمحہ  $t = 4.0 \text{ s}$  اور (ب)  $t = 7.0 \text{ s}$  پر  $\vec{p}$  کیا ہوگا، اور  $t = 9.0 \text{ s}$  پر  $\vec{v}$  کیا ہوگی؟

سوال ۳.۴۵: عین تصادم سے قبل اور عین تصادم کے بعد  $0.300 \text{ kg}$  گیند بلے سے ٹکراتا ہوا شکل 51.9 میں دکھایا گیا ہے۔ عین تصادم سے قبل گیند کی سمتی رفتار  $\vec{v}_1$  کی مقدار  $12.0 \text{ ms}^{-1}$  اور زاویہ  $\theta_1 = 35.0^\circ$  ہے۔ تصادم کے عین بعد گیند کی سمتی رفتار  $\vec{v}_2$  کی مقدار  $10.0 \text{ ms}^{-1}$  ہے اور یہ سیدھا اوپر رخ حرکت کرتا ہے۔ تصادم کا دورانیہ  $2.00 \text{ ms}$  ہے۔ گیند پر بلے کی ضرب (۱) کی مقدار اور (ب) مثلث  $x$  محور کے لحاظ سے رخ کیا ہیں؟ گیند پر بلے کی اوسط قوت کی (ج) مقدار اور (د) رخ کیا ہیں؟

سوال ۳.۴۶: براعظم امریکہ کے وسطی اور جنوبی علاقوں میں افنی چھپکلی پانی جاتی ہے جو پانی کی سطح پر پچھلی دو ٹانگوں کی مدد سے دوڑ سکتی ہے۔ قدم لیتے ہوئے چھپکلی پہلے زور سے پانی کی سطح پر پاؤں سے تھپڑ مارتی ہے، اور اس کے بعد پاؤں کو پانی میں اس تیزی سے نیچے دھکیلتی ہے کہ پاؤں کے اوپر ہوا کا غبارہ بن جاتا ہے۔ اس سے قبل کہ ہوا کے غبارے میں اطراف سے پانی بھر آئے چھپکلی اسی پھرتی سے پاؤں واپس اوپر کھینچ کر پانی کی قوت گھساٹے سے بچ پاتی ہے۔ ڈوبنے سے بچنے کے لئے ضروری ہے کہ تھپڑ، نیچے دھکیل اور پاؤں واپس اٹھانے کے دوران اوپری اوسط ضرب، تجاذبی قوت کی نشیب وار ضرب کے برابر ہو۔ فرض کریں افنی چھپکلی کی کیت  $90.0 \text{ g}$ ، ہر پاؤں کی کیت  $3.00 \text{ g}$ ، تھپڑ کے وقت پاؤں کی رفتار

1.50 m s<sup>-1</sup> ، اور ایک قدم کا اوسط دورانیہ 0.600 s ہے۔ (ا) تھپڑ کے دوران چھپکلی پر ضرب کی مقدار کیا ہے؟ (تصور کریں یہ ضرب سیدھی اوپر رخ ہے۔) (ب) ایک قدم کے 0.600 s دورانیہ میں تھپڑ کی قوت کی چھپکلی پر نشین وار ضرب کتنی ہے؟ (ج) کیا چھپکلی کو سہارا تھپڑ دیتا ہے، نیچے دھکیل دیتی ہے، یا دونوں کا حصہ تقسیماً برابر ہے؟

سوال ۳.۴: دیوار کے ساتھ 58 g کیمت کا گیند ٹکراتا ہے۔ شکل 53.9 میں تصادم کی قوت کی مقدار  $F$  بالاقابل وقت  $t$  ترسیم کی گئی ہے۔ گیند کی، دیوار کو عمودی، ابتدائی رفتار  $34 \text{ m s}^{-1}$  ہے؛ گیند ٹپکی کے بعد تقریباً ہی رفتار سے، دیوار کو عمودی، واپس لوٹتا ہے۔ تصادم کے دوران گیند پر دیوار کی قوت کی زیادہ سے زیادہ مقدار بتائیے  $F$  کیا ہو گی؟

سوال ۳.۸: بلار گڑبڑ مانی سطح پر 0.25 kg مقرر ص ساکن پڑا ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر  $\vec{F} = (12.0 - 3.00t^2)\hat{i}$  افقی قوت، جہاں قوت نیوٹن میں اور وقت سیکنڈ میں ہے، مقرر ص کو حرکت دیتی ہے۔ قوت کی مقدار ص صفر ہونے تک یہ مقرر ص پر عمل کرتی ہے۔ (ا) لمحہ  $t = 0.500 \text{ s}$  اور  $t = 1.25 \text{ s}$  کے بیچ مقرر ص پر قوت کی ضرب کی مقدار کیا ہو گی؟ (ب) وقت  $t = 0$  سے اس لمحے تک جب  $F = 0$  ہو، مقرر ص کے معیار حرکت میں تبدیلی کیا ہو گی؟

سوال ۳.۹: کھلاڑی 0.45 kg گیند کو، جو ساکن ہے، لات مارتا ہے۔ کھلاڑی کا پاؤں گیند کے ساتھ  $3.0 \times 10^{-3} \text{ s}$  کے لئے مس ہے اور لات کی قوت درج ذیل ہے، جہاں  $0 \leq t \leq 3.0 \times 10^{-3} \text{ s}$  اور  $t$  سیکنڈوں میں ہے۔

$$F(t) = [(6.0 \times 10^6)t - (2.0 \times 10^9)t^2] \text{ N}$$

تماس کے دوران (ا) لات سے گیند پر ضرب کی مقدار، (ب) گیند پر اوسط قوت کی مقدار، (ج) گیند پر زیادہ سے زیادہ قوت کی مقدار، اور (د) عین اس لمحے گیند کی سمتی رفتار کی مقدار جس لمحے گیند لات سے علیحدہ ہوتا ہے تلاش کریں۔

سوال ۳.۵۰: ایک گیند جس کی کیمت 300 g اور رفتار  $6.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے، دیوار کے ساتھ زاویہ  $\theta = 30^\circ$  سے ٹکرا کر اسی رفتار اور زاویہ سے ٹپکی کے بعد واپس ہوتا ہے۔ شکل 54.9 میں فضا کی جانب زد کھایا گیا ہے۔ گیند اور دیوار آپس میں 10 ms کے لئے مس رہتے ہیں۔ اکائی سمتی ترقیم میں (ا) گیند پر دیوار کی ضرب اور (ب) دیوار پر گیند کی ضرب کیا ہو گی، اور (ج) دیوار پر گیند کی اوسط قوت کیا ہو گی؟

### خطی معیار حرکت کی بقا

سوال ۳.۵۱: بلار گڑبڑ سطح پر 91 kg کیمت کا لیٹا ہوا شخص 68 g پتھر کو  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے سطح پر روانہ کرتا ہے۔ یہ شخص نتیجتاً کتنی رفتار حاصل کرتا ہے؟

سوال ۳.۵۲: زمین کے لحاظ سے  $43\,000 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے پرواز کرتا فضا کی طیارہ استعمال شدہ ہوائی بان موٹر (کیمت  $4m$ ) کو فضا کا مرقیاسہ (کیمت  $m$ ) سے علیحدہ کر کے مرقیاسہ کے لحاظ سے  $82 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے پیچھے پھینکتا ہے۔ علیحدگی کے فوراً بعد فضا کا مرقیاسہ کی رفتار زمین کے لحاظ سے کیا ہو گی؟

### باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۵۳.۳: دو طرفہ ہوائی بان شکل 55.9 میں دکھایا گیا ہے، جس کا وسطی حصہ  $C$  (جس کی کیت  $M = 6.00 \text{ kg}$  ہے) اور اطرافنی حصے  $L$  اور  $R$  (جن کی انفرادی کیت  $2.00 \text{ kg}$  ہے) ہیں۔ ہوائی بان بلا رگڑ منرشن پر  $x$  محور کے مبداء پر ابتدائی طور ساکن پڑا ہے۔ چھوٹے دھماکوں سے اطراف کے حصے علیحدہ کر کے  $x$  محور پر وسطی حصے سے دور روانا کیے جاسکتے ہیں۔ کچھ یوں کیا جاتا ہے: (1) وقت  $t = 0$  پر حصہ  $L$  کو، باقی حصے کو منتقل سمتی رفتار کے لحاظ سے،  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے بائیں پھینکا جاتا ہے۔ (2) اس کے بعد، وقت  $t = 0.80 \text{ s}$  پر حصہ  $R$  کو،  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے، حصہ  $C$  کو منتقل سمتی رفتار کے لحاظ سے، دائیں پھینکا جاتا ہے۔ وقت  $t = 2.80 \text{ s}$  پر (i) حصہ  $C$  کی سمتی رفتار کیا ہوگی اور (ب) اس کے مرکز کا مقام کیا ہوگا؟

سوال ۵۳.۳: ایک جسم جس کی کیت  $m$  اور مشاہدہ کار کے لحاظ سے رفتار  $v$  ہے، دھماکے سے دو حصوں میں تقسیم ہوتا ہے، جہاں ایک ٹکڑے کی کیت دوسرے ٹکڑے کی کیت کی تین گنا ہے؛ دھماکہ فضائے مادہ میں واقع ہوتا ہے جہاں تجاذبی قوت نہیں پایا جاتا۔ کم کیتی ٹکڑا مشاہدہ کار کے لحاظ سے رک جاتا ہے۔ مشاہدہ کار کی حوالہ چوکھٹ میں ناپتے ہوئے دھماکہ نظام کو کتنی حرکت کی توانائی منتقل کرتا ہے؟

سوال ۵۵.۳: زیادہ بلندی تک پہنچنے کی غرض سے، عسین چھلانگ سے قبل، کھلاڑی دو وزن اوپر اٹھاتا اور چھلانگ کے بعد، پرواز کے دوران، نیچے زور سے پھینکتا ہے۔ مندرجہ کریں ایک کھلاڑی کی کیت  $78 \text{ kg}$  اور ایک وزن کی کیت  $5.50 \text{ kg}$  ہے۔ یہ کھلاڑی بلند چھلانگ کی بجائے لمبی چھلانگ لگانا چاہتا ہے۔ اس غرض سے چھلانگ کے دوران بلند ترین نقطہ پر پہنچ کر کھلاڑی وزن افقی یوں پیچھے پھینکتا ہے کہ زمین کے لحاظ سے ان کی افقی سمتی رفتار صفر ہوتی ہے۔ لمحہ اٹھان پر کھلاڑی کی سمتی رفتار، بغیر وزن اور بیع وزن دونوں صورتوں میں،  $\vec{v} = (9.5\hat{i} + 4.0\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$  ہے اور زمین کو ہم سطح تصور ہے۔ وزن کا استعمال اس کو کتنی اضافی فاصلے طے کرتا ہے؟

سوال ۵۶.۳: ساکن جسم دھماکے سے دو ٹکڑوں  $R$  اور  $L$  میں تقسیم ہوتا ہے، جو بلا رگڑ سطح پر گزرنے کے بعد رگڑ کے خطوں میں داخل ہو کر آخر کار رکتے ہیں (شکل 57.9)۔ ٹکڑا  $L$ ، جس کی کیت  $2.0 \text{ kg}$ ، اور جس کا سامنا  $\mu_L = 0.40$  حرکت کی رگڑ کے مستقل سے ہے،  $d_L = 0.15 \text{ m}$  فاصلے میں رکتا ہے۔ ٹکڑا  $R$ ، جس کا سامنا  $\mu_R = 0.50$  حرکت کی رگڑ کے مستقل سے ہے،  $d_R = 0.25 \text{ m}$  فاصلے میں رکتا ہے۔ اس ٹکڑے کی کیت کیا ہے؟

سوال ۵۷.۳: ایک جسم جس کی کیت  $20.0 \text{ kg}$  ہے فضا میں  $x$  محور کے مثبت رخ  $200 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت کے دوران اندرونی دھماکے کی وجہ سے تین ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ ایک ٹکڑا جس کی کیت  $10.0 \text{ kg}$  ہے، نقطہ دھماکہ سے مثبت  $y$  محور کے رخ  $100 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے روانا ہوتا ہے۔ دوسرا ٹکڑا، جس کی کیت  $4.0 \text{ kg}$  ہے، منفی  $x$  محور پر  $500 \text{ m s}^{-1}$  سے روانا ہوتا ہے۔ (i) اکائی سمتی ترقیم میں تیسرے ٹکڑے کی سمتی رفتار تلاش کریں۔ (ب) دھماکے میں کتنی توانائی رہا ہوتی ہے؟ تجاذبی قوت کے اثرات نظر انداز کریں۔

سوال ۵۸.۳: ایک جسم، جس کی کیت  $4.0 \text{ kg}$  ہے، بلا رگڑ سطح پر حرکت کرتے ہوئے دھماکے سے دو ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ ایک ٹکڑا  $3.0 \text{ m s}^{-1}$  شمال کو اور دوسرا  $5.0 \text{ m s}^{-1}$  مشرق سے  $30^\circ$  شمال کی طرف روانا ہوتا ہے۔ جسم کی ابتدائی رفتار کیا ہے؟



سوال ۳.۵۹: ایک جسم جو  $xy$  محددی نظام کے مبدأ پر ساکن پڑا ہے دھماکے سے تین ٹکڑوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ عین دھماکے کے بعد ایک ٹکڑا، جس کی کمیت  $m$  ہے،  $\hat{i}(-30 \text{ m s}^{-1})$  سمتی رفتار سے اور دوسرا ٹکڑا، جس کی کمیت بھی  $m$  ہے،  $\hat{j}(-30 \text{ m s}^{-1})$  سمتی رفتار سے حرکت کرتے ہیں۔ تیسرے ٹکڑے کی کمیت  $3m$  ہے۔ عین دھماکے کے بعد تیسرے ٹکڑے کی سمتی رفتار کی (i) مقدار کیا ہوگی اور (ب) رخ کیا ہوگا؟

سوال ۳.۶۰: ذرہ  $A$  اور ذرہ  $B$  جن کے بیچ دبا ہوا اسپرنگ ہے کو زبردستی اکٹھے پکڑ کر رکھا گیا ہے۔ رہا کرنے پر اسپرنگ انہیں مختلف رخوں دھکیل کر ان سے علیحدہ ہوتا ہے۔ ذرہ  $A$  کی کمیت ذرہ  $B$  کی کمیت کی  $2.00$  گنا ہے، اور دبلے اسپرنگ میں ذخیرہ مخفی توانائی  $60 \text{ J}$  ہے۔ مندرجہ کریں اسپرنگ کی کمیت متبادل نظر انداز ہے اور اس کی توانائی مکمل طور پر ذروں کو منتقل ہوتی ہے۔ توانائی کا انتقال مکمل ہونے پر (i) ذرہ  $A$  اور (ب) ذرہ  $B$  کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟

### معیار حرکت اور تصادم میں حرکی توانائی

سوال ۳.۶۱: منجنیقی رفتار جس کی کمیت  $2.0 \text{ kg}$  ہے، پر  $10 \text{ g}$  گولی چلائی جاتی ہے۔ رفتار کا مرکز کمیت  $12 \text{ cm}$  بلندی تک پہنچتا ہے۔ مندرجہ کریں گولی رفتار میں دھنس جاتی ہے۔ گولی کی ابتدائی رفتار کیا ہے؟

سوال ۳.۶۲: بلا رگڑ مندرجہ بالا پر لکڑی کا تختہ جس کی کمیت  $700 \text{ g}$  ہے ساکن پڑا ہے۔ اس پر  $5.20 \text{ g}$  گولی چلائی جاتی ہے جو  $672 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتے ہوئے تختہ کو مار کر اس سے پار  $428 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے خارج ہوتی ہے۔ (i) تختہ کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) تختہ و گولی نظام کے مرکز کمیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۶۳: بلا رگڑ مندرجہ بالا پر پڑے دو ساکن جسم پر  $3.50 \text{ g}$  گولی افقی ماری جاتی ہے (شکل 58.9-الف)۔ گولی جسم  $1$ ، جس کی کمیت  $1.20 \text{ kg}$  ہے، سے گزر کر دوسرے جسم، جس کی کمیت  $1.80 \text{ kg}$  ہے، میں دھنس جاتی ہے جس کی بدولت جسم  $1$  کی رفتار  $v_1 = 0.630 \text{ m s}^{-1}$  اور جسم  $2$  کی رفتار  $v_2 = 1.40 \text{ m s}^{-1}$  حاصل کرتے ہیں (شکل 58.9-ب)۔ جسم  $1$  سے نکالا گیا مواد نظر انداز کرتے ہوئے، گولہ کی رفتار اس لئے تلاش کریں جب جسم  $1$  سے (i) ٹکیتی اور (ب) داخشی ہوتی ہے۔

سوال ۳.۶۴: ایک گولی جس کی کمیت  $10 \text{ g}$  ہے سیدھا اوپر  $1000 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت کرتے ہوئے ابتدائی طور ساکن  $5.0 \text{ kg}$  سل کے مرکز کمیت سے گزرتی ہے۔ گولی سل سے گزر کر  $400 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے خارج ہو کر اوپر وار حرکت کرتی ہے۔ سل ابتدائی مقام سے کتنی بلندی تک اٹھتا ہے؟

سوال ۳.۶۵: ایلا سکا میں گاڑی اور بارہ سنگا کے تصادم عام بات ہے۔ مندرجہ کریں  $1000 \text{ kg}$  گاڑی  $500 \text{ kg}$  ساکن بارہ سنگا سے ٹکراتی ہے۔ (i) حرکی توانائی کا کتنا فی صد حصہ توانائی کے دیگر صورتوں میں تبدیل ہوگا؟ اس قسم کا مسئلہ عرب ممالک میں پایا جاتا ہے جہاں گاڑی اور اونٹ کا ٹکرا عام ہے۔ (ب) اگر یہی گاڑی ساکن اونٹ سے ٹکرائے جس کی کمیت  $300 \text{ kg}$  ہے تب کتنی فی صد حرکی توانائی ضائع ہوگی؟ (ج) کیا جانور کی کمیت بڑھنے سے فی صد توانائی کا ضیاع بڑھتا ہے یا گھٹتا ہے؟

سوال ۳.۶۶: انتصابی محور پر مختلف رخ حرکت کرتے لبدی کے دو گولوں کے بیچ مکمل غیر لچکی تصادم ہوتا ہے۔ عین تصادم سے قبل ایک گولا، جس کی کمیت  $3.0 \text{ kg}$  ہے،  $20 \text{ m s}^{-1}$  اوپر وار اور دوسرا گولا، جس کی

کیت  $2.0 \text{ kg}$  ہے،  $12 \text{ m s}^{-1}$  سے نشیب وار حرکت کرتا ہے۔ نقطہ تصادم سے دونوں گولوں کا مجموعہ کتنی بلندی تک پہنچتے ہے؟ (ہوائی رگڑ نظر انداز کریں۔)

سوال ۳.۶۷: ایک سل جس کی کیت  $5.0 \text{ kg}$  اور رفتار  $3.0 \text{ m s}^{-1}$  دوسری سل جس کی کیت  $10 \text{ kg}$  اور اسی رخ رفتار  $2.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے سے ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد  $10 \text{ kg}$  سل اسی رخ  $2.5 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتی ہے۔ (۱) تصادم کے بعد دوسری سل کی رفتار کیا ہوگی؟ (ب) تصادم کی وجہ سے دو سل نظام کی کل حرکی توانائی میں کتنی تبدیلی رونما ہوتی ہے؟ (ج) اس کے برعکس، اگر  $10 \text{ kg}$  سل کی اسی رخ رفتار  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  ہو، تب کل حرکی توانائی میں تبدیلی کتنی ہوگی؟ (د) جبزوج میں حاصل جواب کی وجہ پیش کریں۔

سوال ۳.۶۸: سرخ اشارے پر کھڑی گاڑی A (کیت  $1100 \text{ kg}$ ) کو پیچھے سے گاڑی B (کیت  $1400 \text{ kg}$ ) ٹکراتی ہے (شکل 60.9)۔ دونوں گاڑی نم سڑک پر (جس کی  $\mu_k = 0.13$  کافی کم ہے) پھسل کر آہستہ کار  $d_A = 8.2 \text{ m}$  اور  $d_B = 6.1 \text{ m}$  فاصلے طے کرنے کے بعد رکتی ہیں۔ عین تصادم کے بعد (۱) گاڑی A اور (ب) گاڑی B کی رفتار کیا ہے؟ (ج) مندرجہ کریں تصادم کے دوران خطی معیار حرکت کی بقا ہوتی ہے۔ عین تصادم سے قبل گاڑی B کی رفتار کیا ہوگی؟ (د) بتائیں یہ مفروضہ کیوں غلط ہو سکتا ہے۔

سوال ۳.۶۹: بلا رگڑ مندرش پر ساکن اسپرنگ بندوق، جس کی کیت  $M = 240 \text{ g}$  ہے، کی نالی میں  $m = 60 \text{ g}$  گیند  $v_i = 22 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے پھینکی جاتی ہے (شکل 61.9)۔ گیند نالی میں اس مقام پر اڑ جاتا ہے جہاں اسپرنگ زیادہ سے زیادہ دبا ہے۔ گیند اور نالی کے بیچ رگڑ کی بنا حر توانائی میں اضافہ و متبادل نظر انداز ہے۔ (۱) اس لمحے بندوق کی رفتار کیا ہوگی جب گیند نالی میں رکتا ہے؟ (ب) گیند کی ابتدائی حرکی توانائی کا کتنا حصہ اسپرنگ میں ذخیرہ ہوگا؟

سوال ۳.۷۰: سل 2 جس کی کیت  $1.0 \text{ kg}$  ہے بلا رگڑ مندرش پر ساکن ڈھیلے اسپرنگ (جس کا مقیاس  $200 \text{ N m}^{-1}$  ہے) کے ایک سر کے ساتھ مس ہے۔ اسپرنگ کا دوسرا سر دیوار کے ساتھ چکا جبڑا ہے۔ سل 1، جس کی کیت  $2.0 \text{ kg}$  ہے،  $v_2 = 4.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے سل 2 سے ٹکرا کر اس کے ساتھ جبڑا جاتا ہے۔ جب سل لحاقی رکے ہیں، اس لمحے اسپرنگ کتنا دبا ہوگا؟

سوال ۳.۷۱: سل 1 (کیت  $2.0 \text{ kg}$ ) دائیں رخ  $10 \text{ m s}^{-1}$  اور سل 2 (کیت  $5.0 \text{ kg}$ ) دائیں رخ  $3 \text{ m s}^{-1}$  حرکت میں ہیں (شکل 63.9)۔ مندرش بلا رگڑ ہے اور سل 2 کے ساتھ اسپرنگ چکا جبڑا ہے جس کی اسپرنگ مستقل  $1120 \text{ N m}^{-1}$  ہے۔ تصادم کے دوران اسپرنگ کا دبا اس وقت زیادہ سے زیادہ ہوگا جب دونوں سل کی سمتی رفتار ایک ہو۔ زیادہ سے زیادہ دبا تلاش کریں۔

### ایک بعد میں لچکی تصادم

سوال ۳.۷۲: بلا رگڑ مندرش پر سل A (کیت  $1.6 \text{ kg}$ ) حرکت کرتا ہوا سل B (کیت  $2.4 \text{ kg}$ ) سے ٹکراتا ہے (شکل 64.9)۔ تصادم سے قبل تین سمتی رفتار (i) اور تصادم کے بعد تین سمتی رفتار (f) بھی پیش ہیں؛ مطابقتی رفتار  $v_{Ai} = 5.5 \text{ m s}^{-1}$ ،  $v_{Bi} = 2.5 \text{ m s}^{-1}$  اور  $v_{Bf} = 4.9 \text{ m s}^{-1}$  ہیں۔ سمتی رفتار  $v_{Af}$  کی (۱) رفتار اور (ب) رخ (دائیں یا بائیں) کیا ہیں؟ (ج) کیا تصادم لچکی ہے؟

سوال ۳.۳: بلا رگڑ خطی ہوائی ڈگر پر  $340 \text{ g}$  ریڑھی  $1.2 \text{ m s}^{-1}$  ابتدائی رفتار سے چل کر نامعلوم کیفیت کی ساکن ریڑھی سے ٹکراتی ہے۔ تصادم کے بعد پہلی ریڑھی رخ برقرار رکھ کر  $0.66 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتی ہے۔ (i) دوسری ریڑھی کی کیفیت کیا ہے؟ (ب) تصادم کے بعد اس کی رفتار کیا ہوگی؟ (ج) دوسری ریڑھی نظام کے مرکز کیفیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۴: طینیم <sup>۱۰</sup> کے دو کرہ ایک رفتار سے چل کر آئے سانے سے لچکی تصادم کا شکار ہوتے ہیں۔ تصادم کے بعد ایک کرہ، جس کی کیفیت  $300 \text{ g}$  ہے، رک جاتا ہے۔ (i) دوسرے کرہ کی کیفیت کیا ہے؟ (ب) اگر دونوں کرہ کی ابتدائی رفتار  $2.00 \text{ m s}^{-1}$  ہو، دوسرے نظام کے مرکز کیفیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۵: بلا رگڑ فزیشن پر  $m_1$  کیفیت کی سل چل کر ساکن سل، جس کی کیفیت  $3m_1 = m_2$  ہے، سے یک بُدی لچکی تصادم میں مبتلا ہوتی ہے۔ تصادم سے قبل دو جسی نظام کے مرکز کیفیت کی رفتار  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ تصادم کے بعد (i) مرکز کیفیت اور (ب) سل 2 کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۶: کیفیت  $0.500 \text{ kg}$  کا فولادی گیند  $70.0 \text{ cm}$  ڈور سے لٹک رہا ہے (شکل 65.9)۔ گیند کو ایک جانب اٹھایا جاتا ہے اور جب ڈور افقی ہوا سے رہا کیا جاتا ہے۔ نیچے ترین نقطہ پر پہنچ کر یہ  $2.5 \text{ kg}$  کی فولادی سل سے ٹکراتا ہے جو بلا رگڑ فزیشن پر ساکن پڑا ہے۔ تصادم لچکی ہے۔ عین تصادم کے بعد (i) گیند کی رفتار اور (ب) سل کی رفتار تلاش کریں۔

سوال ۳.۷: ایک جسم، جس کی کیفیت  $2.0 \text{ kg}$  ہے، دوسرے ساکن جسم سے لچکی ٹکر کے بعد، رخ برقرار رکھ کر، ایک چوہٹائی رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ (i) دوسرے جسم کی کیفیت تلاش کریں۔ (ب) اگر  $2.0 \text{ kg}$  کی ابتدائی رفتار  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  ہو، دو جسی نظام کے مرکز کیفیت کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۸: بلا رگڑ فزیشن پر  $m_1$  کیفیت کا سل 1 محور  $x$  پر  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت کرتے ہوئے سل 2، جو ساکن ہے اور جس کی کیفیت  $m_2 = 0.40m_1$  ہے، سے یک بُدی لچکی تصادم کرتی ہے۔ اس کے بعد اجسام پھسلنے ہوئے ایسے خطہ میں داخل ہو کر آخر کار رکتے ہیں جہاں حرکی رگڑ کا عددی سر  $0.50$  ہے۔ اس خطہ میں (i) سل 1 اور (ب) سل 2 کتنا فاصلہ طے کرتی ہے؟

سوال ۳.۹: بلا رگڑ فزیشن پر ذرہ 1 جس کی کیفیت  $m_1 = 0.30 \text{ kg}$  ہے دائیں رخ محور  $x$  پر  $2.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے پھسل کر چلتا ہے (شکل 66.9)۔ نقطہ  $x = 0$  پر اس کا ایک بُدی لچکی تصادم ذرہ 2 کے ساتھ ہوتا ہے، جو ساکن ہے اور جس کی کیفیت  $m_2 = 0.40 \text{ kg}$  ہے۔ تصادم کے بعد ذرہ 2 دیوار سے، جو  $x_w = 70 \text{ cm}$  پر واقع ہے، ٹپکی کھا کر، رفتار میں تبدیلی کے بغیر، واپس لوٹتا ہے۔ محور  $x$  پر ذروں کا آپس میں دوسرا تصادم کس نقطہ پر ہوگا؟

سوال ۳.۱۰: سل 1، جس کی کیفیت  $m_1$  ہے، ساکن حالت سے میلان پر  $h = 2.50 \text{ m}$  بلندی سے روانہ ہو کر ساکن سل 2 کے ساتھ ٹکراتی ہے، جس کی کیفیت  $m_2 = 2.00m_1$  ہے (شکل 67.9)۔ تصادم کے بعد سل 2 ایسے خطہ میں داخل ہو کر، جہاں حرکی رگڑ کا عددی سر  $\mu_k = 0.500$  ہے، فاصلہ  $d$  طے کرنے کے بعد رکتی ہے۔ (i) لچکی اور (ب) مکمل غیر لچکی تصادم کی صورت میں  $d$  کی قیمت تلاش کریں۔

سوال ۳.۸۱: چھوٹے گیند کو بڑے گیند کے ٹھیک اوپر معمولی بلندی پر رکھ کر دونوں کو بیک وقت  $h = 1.8 \text{ m}$  بلندی سے گرنے دیا جاتا ہے (گیندوں کے رداس  $h$  کے لحاظ سے قابل نظر انداز ہیں)۔ ان کی کیت بالترتیب  $m$  اور  $M = 0.63 \text{ kg}$  ہے (شکل 68.9-الف)۔ (i) اگر بڑا گیند زمین سے ٹپکی ٹپکی کھائے اور اس کے بعد چھوٹا گیند بڑے گیند سے ٹپکی ٹپکی کھائے، تو چھوٹے گیند کی کیت  $m$  کتنی ہونی چاہیے کہ بڑا گیند چھوٹے گیند سے ٹکرا کر رک جائے؟ (ب) ایسی صورت میں چھوٹا گیند کتنی بلندی تک جائے گا (شکل 68.9-ب)؟

سوال ۳.۸۲: فطرص 1، جس کی کیت  $m_1 = 0.20 \text{ kg}$  ہے، بلارگزمیز پر پھلتا ہوا ساکن فطرص 2 سے یکے بعدی ٹپکی تصادم کا شکار ہوتا ہے (شکل 69.9)۔ فطرص 2 میز سے زمین پر کنارہ سے  $d$  فاصلہ دور گرتا ہے۔ فطرص 1 تصادم کے بعد واپس ہو کر میز کے مخالف کنارے سے  $2d$  فاصلہ دور زمین پر گرتا ہے۔ فطرص 2 کی کیت کیا ہے؟ (اشارہ: عملاتوں پر نظر رکھیں)۔

### دو ابعاد میں تصادم

سوال ۳.۸۳: ذرہ 1 ذرہ الفا<sup>۱۱</sup> اور ذرہ 2 مرکزہ آکسیجن<sup>۱۲</sup> ہے (شکل 21.9)۔ ذرہ الفا زاویہ  $\theta_1 = 64.0^\circ$  پر بکھرتا ہے اور مرکزہ آکسیجن  $1.20 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے زاویہ  $\theta_2 = 51.0^\circ$  پر پلٹتا ہے۔ جوہری کیت اکائیوں میں ذرہ الفا کی کیت  $4.0 \text{ u}$  اور مرکزہ آکسیجن کی کیت  $16.0 \text{ u}$  ہے۔ ذرہ الفا کی (i) اختتامی اور (ب) ابتدائی رفتار کیا ہیں؟

سوال ۳.۸۴: محور  $x$  پر پشت رخ  $v$  رفتار سے گیند  $B$  چل کر مبدا پر ساکن گیند  $A$  سے ٹکراتا ہے۔  $A$  اور  $B$  کی کمیتیں مختلف ہیں۔ تصادم کے بعد  $B$  منفی  $y$  محور کے رخ  $\frac{v}{2}$  رفتار سے روانہ ہوتا ہے۔ (i)  $A$  کس رخ حرکت کرے گا؟ (ب) دکھائیں کہ دی گئی معلومات سے  $A$  کی رفتار معلوم نہیں کی جاسکتی۔

سوال ۳.۸۵: برابر کیت کے دو جسم جو ایک ابتدائی رفتار سے حرکت کرتے ہیں غنیر ٹپکی تصادم کے بعد ایک ساتھ نصف ابتدائی رفتار سے حرکت کرتے ہیں۔ ان کی ابتدائی سمتی رفتار کے بیچ زاویہ تلاش کریں۔

سوال ۳.۸۶: دو اجسام  $A$  اور  $B$  ٹکراتے ہیں۔ تصادم سے قبل ان کی سمتی رفتار بالترتیب  $\vec{v}_A = (15\hat{i} + 30\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$  اور  $\vec{v}_B = (-10\hat{i} + 5.0\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$  ہیں۔ تصادم کے بعد  $\vec{v}_A = (-5.0\hat{i} + 20\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (i)  $B$  کی اختتامی سمتی رفتار اور (ب) کل حرکتی توانائی میں تبدیلی (جمع علامت) تلاش کیا ہیں؟

سوال ۳.۸۷: پروٹان  $A$  جس کی رفتار  $500 \text{ m s}^{-1}$  ہے ساکن پروٹان  $B$  سے ٹپکی ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد ان کی سمتی رفتار آپس میں عمودی ہیں اور  $A$  ابتدائی رخ کے ساتھ  $60^\circ$  زاویہ بناتا ہے۔ تصادم کے بعد (i) پروٹان  $A$  اور (ب) پروٹان  $B$  کی رفتار کیا ہیں؟

### تغیر کیفیت کے نظام: ہوائی بان

سوال ۳.۸۸: مشتری کی طرف منہ کیے تحقیقی خلائی طیارہ، جس کی کمیت  $6090 \text{ kg}$  ہے، سورج کے لحاظ سے  $105 \text{ m s}^{-1}$  رفتار پر چلتے ہوئے دم سے  $80.0 \text{ kg}$  حشر طیارے کے لحاظ سے  $253 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے خارج کرتا ہے۔ طیارے کی اختتامی رفتار کیا ہے؟

سوال ۳.۸۹: دو لمبے بجبرے ساکن پانی میں ایک رخ رواں ہیں۔ ایک کی رفتار  $10 \text{ km h}^{-1}$  اور دوسرے کی  $20 \text{ km h}^{-1}$  ہے (شکل 70.9)۔ جتنی دیر تیز بجبرا آہستہ بجبرے سے آگے نکلتا ہے، اتنی دیر آہستہ بجبرے سے کوئلہ  $1000 \text{ kg min}^{-1}$  شرح سے دوسرے بجبرا میں پھینکا جاتا ہے۔ فرض کریں بجبرا اور پانی کے بیچ رگڑی قوت بجبرا کی کمیت پر منحصر نہیں اور کوئلہ سمتی رفتار کو عمودی پھینکا جاتا ہے۔ رفتار برقرار رکھنے کے لئے (ا) تیز بجبرا اور (ب) آہستہ بجبرا کے انجن کو کتنی اضافی قوت پیدا کرنی ہوگی؟

سوال ۳.۹۰: فضاے ماورامیں جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے ساکن ہوائی بان پر غور کریں۔ ہوائی بان کا انجن کسی مخصوص دورانیہ کے لئے چلایا جاتا ہے۔ جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے ہوائی بان کی رفتار (ا) حشر رفتار (ہوائی بان کے لحاظ سے حشر مواد کی رفتار) کے برابر اور (ب) حشر رفتار کی دگنی ہونے کے لئے ہوائی بان کی کمیتی تناسب (ابتدائی کمیت کا تناسب اختتامی کمیت کے لحاظ سے) کتنی ہونا ضروری ہے؟

سوال ۳.۹۱: جمودی حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے فضاے ماورامیں موجود ساکن ہوائی بان کی کمیت  $2.55 \times 10^5 \text{ kg}$  ہے جس میں سے  $1.81 \times 10^5 \text{ kg}$  ایندھن ہے۔ ہوائی بان کا انجن  $250 \text{ s}$  دورانیہ کے لئے چالو کیا جاتا ہے؛ اس دوران ایندھن  $480 \text{ kg s}^{-1}$  شرح سے استعمال ہوتا ہے۔ ہوائی بان کے لحاظ سے حشر مواد کی رفتار  $3.27 \text{ km s}^{-1}$  ہے۔ (ا) ہوائی بات کی قوت دھکیل کتنی ہے؟ اس دورانیہ کے بعد ہوائی بان کی (ب) کمیت اور (ج) رفتار کیا ہیں؟

### اضافی سوالات

سوال ۳.۹۲: ایک جسم پر نظر جمائے ریڈار کے مطابق جسم کا تعین گرمیہ  $\vec{r} = (3500 - 160t)\hat{i} + 2700\hat{j} + 300\hat{k}$  ہے، جہاں  $r$  کی پیمائش میٹر میں اور  $t$  کی سیکنڈ میں ہے۔ ریڈار کا  $x$  محور مشرق کے رخ اور  $y$  محور شمال کے رخ ہے۔ اگر جسم  $250 \text{ kg}$  کمیت کا موسمیاتی مسزائل ہو، (ا) اس کا خطی معیار حرکت اور (ب) اس کے حرکت کا رخ کیا ہوگا، اور (ج) اس پر صافی قوت کتنی ہے؟

سوال ۳.۹۳: ہوائی بان کا آخری حصہ، جو  $7600 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے حرکت میں ہے، دو حصوں پر مشتمل ہے، جنہیں آپس میں جکڑا گیا ہے۔ ایک حصہ ہوائی بان کا خول ہے جس کی کمیت  $290.0 \text{ kg}$  ہے، اور دوسرا وہ ساز و سامان ڈلی جس کی کمیت  $150.0 \text{ kg}$  ہے۔ انہیں علیحدہ کرنے پر، ان کے بیچ دباؤ سپرنگ، انہیں ایک دوسرے کے لحاظ سے  $910.0 \text{ m s}^{-1}$  اضافی رفتار سے علیحدہ کرتا ہے۔ علیحدگی کے بعد (ا) ہوائی بان خول اور (ب) ساز و سامان ڈلی کی رفتار کیا ہوں گی؟ تمام سمتی رفتار ایک محور پر فرض کریں۔ (ج) علیحدگی سے قبل اور (د) علیحدگی کے بعد کل حرکی توانائی تلاش کریں۔ (ہ) ان میں مشرق کی وجہ پیش کریں۔

سوال ۳.۹۳: بلند عمارت کا پڑھنے دار انہدام<sup>۱۳</sup>

بلند عمارت کا تراش شکل 71a.9 میں پیش ہے۔ ہر منزل، مثلاً  $K$ ، اس سے اوپر تمام منازل کا وزن  $W$  اٹھاتی ہے۔ عام طور عمارت کی تعمیر حفاظتی ضریب  $s^{14}$  کے تحت کی جاتی ہے (جہاں  $s > 1$  ہوگا) تاکہ یہ مزید زیادہ وزن  $sW$  برداشت کر سکے۔ لیکن ایسی صورت میں جہاں  $K$  اور  $L$  کے بیچ ستون اچانک منہدم ہو کر بالائی منزل کو  $K$  پر آزادانہ گرنے دے (شکل 71b.9)، تصادم کے دوران قوت  $sW$  سے تھوڑا کر سکتی ہے۔ یوں مختصر توقف کے بعد  $K$  منزل  $J$  پر گرے گا، جو  $I$  پر گرے، حتیٰ کہ تمام منزل زمین بوس ہوں۔ دو منزل کے بیچ فاصلہ  $4.0\text{ m}$  اور تمام منزل کی کیت ایک برابر مندرجہ کریں۔ مزید مندرجہ کریں کہ  $K$  سے اوپر منزل کا  $K$  کے ساتھ تصادم  $1.5\text{ ms}$  دورانیہ کا ہے۔ ان سہل گیر صورت میں پرت دار انہدام سے بچنے کے لئے  $s$  کی کم سے کم قیمت کیا ہے؟

سوال ۳.۹۵: "اضافی" ایک اہم لفظ ہے۔ شکل 72.9 میں سل  $L$ ، جس کی کیت  $m_L = 1.00\text{ kg}$ ، اور سل  $B$ ، جس کی کیت  $m_B = 0.500\text{ kg}$  ہے، اور جن کے بیچ دبا سپرنگ ہے، جکڑ کر رکھے گئے ہیں۔ رہا کرنے پر، دبا سپرنگ سلوں کو ہلار گڑ میں پر مختلف رخ دھکیلتا ہے اور خود ان سے علیحدہ ہو کر مندرجہ پر گر جاتا ہے۔ اسپرنگ کی کیت متبادل نظر انداز ہے۔ (i) اگر زمین کے لحاظ سے سل  $L$  کو اسپرنگ  $1.20\text{ m s}^{-1}$  اضافی رفتار دے، سل  $R$  اگلے  $0.800\text{ s}$  میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟ (ب) اس کے برعکس، اگر سل  $R$  کی سمتی رفتار کے لحاظ سے سل  $L$  کو اسپرنگ  $1.20\text{ m s}^{-1}$  اضافی رفتار دے، سل  $R$  اگلے  $0.800\text{ s}$  میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

سوال ۳.۹۶: ہلار گڑ مندرجہ پر دو ذرے پھسلتے ہوئے مستقل سمتی رفتار سے حرکت کرتے ہیں؛ شکل 73.9 میں ان کا فضائی جائزہ پیش ہے۔ ان کی کیت ایک برابر اور ابتدائی رفتار  $v = 4.00\text{ m s}^{-1}$  ہے اور ان کا تصادم اس نقطے پر ہوتا ہے جہاں ان کی راہیں ایک دوسرے کو کاٹتی ہیں۔ محور  $x$  یوں منتخب کیا گیا ہے آمدی راہوں کے بیچ زاویے کو برابر حصوں میں کاٹ کر  $\theta = 40^\circ$  دے۔ تصادم کے دائیں جانب حصے کو محور  $x$  اور ہندسوں سے موسوم چار نقطہ دار لکیریں، صرف سے موسوم چار حصوں میں تقسیم کرتی ہیں۔ اگر تصادم (i) کسل لچکی، (ب) لچکی، اور (ج) غسیر لچکی ہو، ذرے کس حصے میں یا کس لکیر پر حرکت کرتی ہیں؟

سوال ۳.۹۷: رفتار کا اندازہ انزائش  
سل 1، جس کی کیت  $m_1$  ہے، ہلار گڑ مندرجہ پر محور  $x$  کے ہمراہ  $v_{1i} = 4.00\text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت میں ہے۔ اس کا ایک بُعدی لچکی تصادم ساکن سل 2 سے ہوتا ہے، جس کی کیت  $m_2 = 2.00m_1$  ہے (شکل 74.9)۔ اس کے بعد سل 2 کا ایک بُعدی لچکی تصادم سل 3 سے ہوتا ہے، جس کی کیت  $m_3 = 2.00m_2$  ہے۔ (i) اس وقت سل 3 کی رفتار کیا ہوگی؟ کیا سل 3 کی (ب) رفتار، (ج) حرکت توانائی، اور (د) معیار حرکت کی قیمت سل 1 کی ابتدائی قیمت سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اتنی ہی ہے؟

سوال ۳.۹۸: رفتار کی انزائش  
سل 1، جس کی کیت  $m_1$  ہے، ہلار گڑ مندرجہ پر محور  $x$  کے ہمراہ  $v_{1i} = 4.00\text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت میں ہے۔ اس کا ایک بُعدی لچکی تصادم ساکن سل 2 سے ہوتا ہے، جس کی کیت

سوال ۳.۹۹:  $m_2 = 0.500m_1$  ہے (شکل 75.9)۔ اس کے بعد سل 2 کا ایک بُعدی لچکی تصادم سل 3 سے ہوتا ہے، جس کی کمیت  $m_3 = 0.500m_2$  ہے۔ (i) اس وقت سل 3 کی رفتار کیا ہوگی؟ کیا سل 3 کی (ب) رفتار، (ج) حرکی توانائی، اور (د) معیار حرکت کی قیمت سل 1 کی ابتدائی قیمت سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اتنی ہی ہے؟

سوال ۳.۱۰۰: ایک گیند جس کی کمیت 150 g ہے  $5.2 \text{ ms}^{-1}$  سے حرکت کرتے ہوئے دیوار سے ٹپکی کھا کر صرف 50 % حرکی توانائی کے ساتھ واپس ہوتا ہے۔ (i) عین ٹپکی کے بعد گیند کی رفتار کیا ہے؟ (ب) دیوار پر گیند کی ضرب کی مقدار کیا ہے؟ (ج) گیند اور دیوار 7.6 ms کے لئے تاس میں ہیں۔ اس دورانے میں گیند پر دیوار کی اوسط قوت کی مقدار کیا ہے؟

سوال ۳.۱۰۱: خلائی طیارے کے دو حصوں کو جبکہ کر ساتھ رکھنے والے دھماکے خیز فتالوں کے دھماکے سے علیحدہ کیا جاتا ہے۔ ان حصوں کی کمیت 1200 kg اور 1800 kg ہے؛ ہر ایک حصے پر فتالوں کے دھماکے کی ضرب کی مقدار 300 Ns ہے۔ حصے کس اضافی رفتار سے علیحدہ ہوتے ہیں؟

سوال ۳.۱۰۱: ایک گاڑی، جس کی کمیت 1400 kg ہے،  $5.3 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے ابتدائی طور پر محور y کے ہمراہ شمال کی طرف حرکت میں ہے۔ دائیں ہاتھ  $90^\circ$  موڑ 4.6 s میں پورا کرتے ہی غیر محتاط ڈرائیور گاڑی سیدھا پیٹھر پر چڑھاتا ہے، جو گاڑی کو 350 ms میں روک پاتا ہے۔ اکائی سمتی ترقیم میں گاڑی پر (i) موڑ کاٹنے کی وجہ سے، اور (ب) تصادم کی وجہ سے ضرب کیا ہوگی؟ (ج) موڑ کے دوران اور (د) تصادم کے دوران گاڑی پر اوسط قوت کی مقدار کیا ہوگی؟ (ہ) موڑ کے دوران گاڑی پر اوسط قوت کار کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۰۲: تابکار والدینہ مرکبہ<sup>۱۵</sup> مختلف دختر مرکبہ<sup>۱۶</sup> میں بدل کر ایک الیکٹران اور ایک نیوٹرینو<sup>۱۷</sup> خارج کرتا ہے۔ والدینہ مرکبہ x y محمدی نظام کے مبداء پر ساکن تھا۔ الیکٹران  $\hat{i} (1.2 \times 10^{-22} \text{ kg ms}^{-1})$  اور نیوٹرینو  $\hat{j} (-6.4 \times 10^{-23} \text{ kg ms}^{-1})$  خطی معیار حرکت لے کر نکلتا ہے۔ دختر مرکبہ کے خطی معیار حرکت کی (i) مقدار اور (ب) رخ کیا ہیں؟ (ج) اگر دختر مرکبہ کی کمیت  $5.8 \times 10^{-26} \text{ kg}$  ہو، اس کی حرکی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۰۳: ایک شخص، جس کی کمیت 75 kg ہے، 39 kg کمیت کی ریزھی پر سوار ہے جو  $2.3 \text{ ms}^{-1}$  سمتی رفتار سے حرکت میں ہے۔ وہ زمین کے لحاظ سے مضمر افقی رفتار کے ساتھ ریزھی سے کودتا ہے۔ ریزھی کی سمتی رفتار میں تبدیلی بمع علامت کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۰۴: بلا رگڑ منرخش پرساکن دو ساکن کمیتیں 1.0 kg اور 3.0 kg ہیں اسپرنگ کے ذریعہ آپس میں جڑی ہیں۔ انہیں ایک دوسرے کے رخ سمتی رفتار یوں دی جاتی ہیں کہ ان کا مرکز کمیت ساکن رہتا ہے اور سل 1 کی رفتار  $1.7 \text{ ms}^{-1}$  ہوتی ہے۔ سل 2 کی سمتی رفتار کیا ہے؟

سوال ۳.۱۰۵: مال بردار ریل گاڑی، جس کی کمیت  $3.18 \times 10^4 \text{ kg}$  ہے، ڈرائیور کے ساکن ڈبے سے ٹکراتا ہے۔ دونوں آپس میں جڑ جاتے ہیں اور ابتدائی حرکی توانائی کا 27.0 % حرکی توانائی، صوتی توانائی، ارتعاش، وغیرہ کو منتقل ہوتا ہے۔ ڈرائیور کے ڈبے کی کمیت تلاش کریں۔

<sup>۱۵</sup> parent nucleus  
<sup>۱۶</sup> daughter nucleus  
<sup>۱۷</sup> neutrino

### باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۳.۱۰۶: ایک گاڑی، جس کی کیت  $2400 \text{ kg}$  ہے، سیدھی سڑک پر  $80 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے دوڑ رہی ہے۔ اس کے پیچھے  $1600 \text{ kg}$  کیت کی گاڑی  $60 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے دوڑ رہی ہے۔ ان کا مرکز کیت کس رفتار سے حرکت کرتا ہے؟

سوال ۳.۱۰۷: گیند 1، جو  $2.2 \text{ ms}^{-1}$  سے حرکت کر رہا ہے، بالکل اسی طرح کے دوسرے گیند 2 سے، جو ساکن ہے، معمولی ٹکراتا ہے (شکل 21.9)۔ تصادم کے بعد گیند 2 زاویہ  $60^\circ = \theta_2$  پر  $1.1 \text{ ms}^{-1}$  سے حرکت کرتا ہے۔ تصادم کے بعد گیند 1 کی سمتی رفتار کی (ا) مقدار اور (ب) رخ کیا ہیں؟ (ج) دیے گئے مواد کے تحت کیا تصادم لچکی یا غیر لچکی ہے؟

سوال ۳.۱۰۸: نظام شمسی سے ایک ہوائی بان  $6.0 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے دور روانہ ہے۔ ہوائی بان کا انجن چالو کرنے سے، ہوائی بان کے لحاظ سے،  $3.0 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے خارج خارج ہوتا ہے۔ اس لمحے ہوائی بان کی کیت  $4.0 \times 10^4 \text{ kg}$  اور اسراع  $2.0 \text{ ms}^{-2}$  ہے۔ (ا) انجن کی قوت دھکیل کتنی ہے؟ (ب) اس دوران خارج کس شرح (  $\text{kg s}^{-1}$  ) سے خارج ہوگا؟

سوال ۳.۱۰۹: تین یکساں گیند کا فنضائی جانبہ شکل 76.9 میں پیش ہے۔ گیند 2 اور 3 آپس میں مس ہیں اور گیند 1 کی راہ کو عمودی صاف بستہ ہیں۔ گیند 1 کی سمتی رفتار کی مقدار  $v_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$  اور رخ باقی دو گیند کے نقطہ تماس کو ہے۔ تصادم کے بعد گیند 2 کی سمتی رفتار کی (ا) مقدار اور (ب) رخ، گیند 3 کی سمتی رفتار کی (ج) مقدار اور (د) رخ، اور گیند 1 کی سمتی رفتار کی (ه) مقدار اور (و) رخ کیا ہیں؟ (اشعار: رگڑ کی غیر موجودگی میں، ہر ضرب، متصادم گیندوں کے مراکز کو ملانے والی لکیر کے ہمراہ، مس سطح کو عمودی ہوگی۔)

سوال ۳.۱۱۰: ایک گیند، جس کی کیت  $0.15 \text{ kg}$  ہے،  $(6.50 \text{ ms}^{-1})\hat{j} + (5.00 \text{ ms}^{-1})\hat{i}$  سمتی رفتار سے چلتے ہوئے دیوار سے ٹکراتا ہے۔ دیوار سے ٹپکی کے بعد گیند کی سمتی رفتار  $(-3.20 \text{ ms}^{-1})\hat{k} + (3.50 \text{ ms}^{-1})\hat{j} + (2.00 \text{ ms}^{-1})\hat{i}$  ہے۔ (ا) گیند کے معیار حرکت میں تبدیلی، (ب) گیند پر ضرب، اور (ج) دیوار پر ضرب کیا ہیں؟

سوال ۳.۱۱۱: دو یکساں برتن جن میں ایک جتنی چینی بھری ہے ایک ڈور کے ذریعہ جڑے ہیں، جو بلار گڑ چسپنی کے اوپر سے گزرتی ہے (شکل 77.9)۔ ڈور اور چسپنی کی کیت متبادل نظر انداز ہے، جبکہ ایک برتن اور اس میں بھری چینی کی کیت  $500 \text{ g}$  ہے۔ برتن کے وسط ایک دوسرے سے  $50 \text{ mm}$  فاصلے پر اور برتن ایک جتنی بلندی پر جکڑ کر رکھے گئے ہیں۔ برتن 1 کے وسط اور دوبرتی نظام کے مرکز کیت میں (ا) ابتدائی افقی فاصلہ اور (ب) برتن 1 سے  $20 \text{ g}$  چینی برتن 2 میں منتقل کرنے کے بعد، کتنا ہوگا؟ چینی منتقل کرنے کے بعد برتن رہا کیے جاتے ہیں۔ رہائی کے بعد مرکز کیت (ج) کس رخ اور (د) اسراع کی کتنی مقدار سے حرکت کرتا ہے؟

سوال ۳.۱۱۲: ایک گیند ہموار مندرشش پر چلتے ہوئے یکساں گیند سے ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد پہلا گیند اپنے ابتدائی رخ کے ساتھ  $22.0^\circ$  زاویے پر  $3.50 \text{ ms}^{-1}$  کی رفتار سے حرکت کرتا ہے جبکہ دوسرے گیند کی رفتار  $2.00 \text{ ms}^{-1}$  ہے۔ (ا) پہلے گیند کے ابتدائی کے ساتھ دوسرے گیند کے رخ کا زاویہ اور (ب) پہلے گیند کی ابتدائی رفتار تلاش کریں۔ (ج) کیا (کیت کے وسط کی) حرکت توانائی کی بقا ہوگی؟ (گیند کا گھومتا نظر انداز کریں۔)

سوال ۳.۱۱۳: بلار گڑ  $h = 0.40 \text{ m}$  بلند میز کے کنارے پر ساکن  $2.0 \text{ kg}$  ڈبے کو  $3.2 \text{ kg}$  ڈبے  $3.0 \text{ ms}^{-1}$  رفتار سے چلتے ہوئے ٹکراتا ہے (شکل 78.9)۔ دونوں ڈبے آپس میں چپک کر مندرشش پر گر تے ہیں۔ عین مندرشش



پر پہنچنے سے قبل ان کی حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۱۳: ایک غبارہ، جس کی (مجموعی) کمیت 320 kg ہے، سے ایک شخص، جس کی کمیت 80 kg ہے، سیدھی کے ذریعے لٹک رہا ہے (شکل 79.9)۔ زمین کے لحاظ سے غبارہ ابتدائی طور ساکن ہے۔ اگر سیدھی کے لحاظ سے یہ شخص  $2.5 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے سیدھی چپڑھنا شروع کرے تب غبارہ (i) کس رخ اور (ب) کس رفتار سے حرکت کرے گا؟ اگر شخص چپڑھنا روک دے تب غبارے کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۱۵: دیوار کے ساتھ ملا کر رکھے بلار گز میز پر  $m_1 = 6.6 \text{ kg}$  کمیت کی اینٹ 1 پڑی ہے (شکل 80.9)۔ دیوار اور اینٹ کے بیچ  $m_2$  کمیت کی اینٹ 2 رکھ کر اینٹ 1 کے رخ  $v_{2i}$  رفتار کے ساتھ روانہ کی جاتی ہے۔ اینٹ 1 کے بعد دیوار سے ٹکرانے کے بعد دونوں اینٹوں کی سمتی رفتار ایک ہے۔  $m_2$  تلاش کریں۔ تمام تصادم لچکی ہیں (دیوار سے تصادم اینٹ کی رفتار تبدیل نہیں کرتا)۔

سوال ۳.۱۱۶: **بصری کھیل** ۱۸ میں ایک نظارہ پیش کرنا مقصود ہے جس میں 1500 kg کمیت کی 3.0 m لمبی گاڑی 4000 kg کی 14 m کشتی کے اوپر ایک سرے سے دوسرے سر تک مربع ہو کر بندرگاہ کی گودی (جو کشتی سے معمولی نیچے ہے) میں پرواز کر کے پہنچتی ہے (شکل 81.9)۔ کشتی ابتدائی طور پر گودی سے مس ہے؛ کشتی بغیر رگڑ پانی میں حرکت کر سکتی ہے؛ گاڑی اور کشتی دونوں کی کمیت لمبائی پر تخمیناً یکساں تقسیم تصور کیا جاسکتا ہے۔ عین پرواز سے قبل کشتی اور گودی میں فاصلہ کیا ہوگا؟

سوال ۳.۱۱۷: محدود  $x$  پر مثبت رخ  $8.0 \text{ m s}^{-1}$  سے  $3.0 \text{ kg}$  جسم حرکت کرتے ہوئے کمیت  $M$  کے ساکن جسم سے ایک بُدی لچکی ٹکراتا ہے۔ تصادم کے بعد کمیت  $M$  کا جسم محور کے مثبت رخ  $6.0 \text{ m s}^{-1}$  سمتی رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ کمیت  $M$  کتنی ہے؟

سوال ۳.۱۱۸: چبوترہ کے ساتھ کھلی ریل گاڑی کا 2140 kg ڈبہ، جو بلار گز حرکت کر سکتا ہے، ساکن کھڑا ہے۔ ایک پہلوان جس کی کمیت 242 kg ہے پٹری کے ہمراہ  $5.3 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے دوڑ کر کھلاڈبے میں کودتا ہے۔ اگر پہلوان کھلاڈبے (i) پر کھڑا ہو جائے، (ب) کھلاڈبے کے لحاظ سے اسی رخ  $5.3 \text{ m s}^{-1}$  سے دوڑے، اور (ج) ابتدائی رخ کے مخالف کھلاڈبے کے لحاظ سے  $5.3 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے دوڑے تب کھلاڈبے کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۱۹: زمین پر 6100 kg ہوائی بان انتصابی اڑان کے لئے تیار کھڑا ہے۔ حشرج کی رفتار  $1200 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (i) ہوائی بان کو تحبازی قوت کے برابر تدر کی ابتدائی قوت دھکیل دینے کے لئے اور (ب) ہوائی بان کو انتصابی اوپر رخ  $21 \text{ m s}^{-2}$  اسراع دینے کے لئے فی سیکنڈ کتنا ایندھن جلاانا ہوگا؟

سوال ۳.۱۲۰: ایک مقیاس، جس کی کمیت 500.0 kg ہے، 400.0 kg چھوٹے طیارے سے جڑا ہے، جو ساکن بڑے خلائی طیارے کے لحاظ سے  $1000 \text{ m s}^{-1}$  پر حرکت میں ہے۔ ایک چھوٹا دھماکہ مقیاس کو پیچھے کی طرف، چھوٹے طیارے کی نئی سمتی رفتار کے لحاظ سے،  $100.0 \text{ m s}^{-1}$  سے بھیجتا ہے۔ بڑے طیارے پر بیٹھے شخص کے لحاظ سے مقیاس اور چھوٹے طیارے کی کل حرکت کی توانائی میں، دھماکے کی وجہ سے، اضافہ کی شرح کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۲۱: (i) زمین و چاند کا مرکز کمیت زمین کے مرکز سے کس فاصلے پر ہے؟ (ضمیمہ C میں زمین اور چاند کی کمیت اور ان کے بیچ فاصلہ دیا گیا ہے)۔ (ب) یہ فاصلہ زمین کے رداس کا کتنا فی صد ہے؟

### باب ۳: مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

سوال ۱۲۲:۳: ایک دیوار سے 140 g گیند  $7.8 \text{ m s}^{-1}$  کی رفتار سے عمودی ٹکرا کر اسی رفتار سے واپس لوٹا ہے۔ لچکی تصادم کا دورانیہ 3.80 ms ہے۔ دیوار پر تصادم کے دوران گیند کی (ا) ضرب اور (ب) اوسط قوت کی قدر کیا ہوگی؟

سوال ۱۲۳:۳: پھسلنی گاڑی، جس کی کیت 2900 kg ہے،  $250 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے پشوری پر ہوائی بان سے چیلانی جاتی ہے۔ راستے میں زمین پر پانی کا تالاب آتا ہے۔ چلتی گاڑی سے کفگیر پانی میں ڈبو کر اڑتے پانی کا رخ پھسلنی گاڑی میں رکھی حالی ٹینس کی طرف کیا جاتا ہے۔ خطی معیار حرکت کی بقا کا اصول استعمال کر کے بتائیں ٹینسکی میں 920 kg پانی جمع ہونے کے بعد پھسلنی گاڑی کی رفتار کیا ہوگی؟ (کفگیر پر رگڑی قوت نظر انداز کریں۔)

سوال ۱۲۴:۳: ہوائی بندوق 2.0 g چھرے فی سیکنڈ  $500 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے مارتی ہے۔ چھروں کو ایک سخت (غیر لچکی) دیوار روکتی ہے۔ (ا) ایک چھرے کی معیار حرکت کی قدر، (ب) ایک چھرے کی حرکت کی توانائی، اور (ج) دیوار پر چھروں کی بھرمار کی اوسط قوت کی قدر کیا ہوگی؟ (د) اگر ہر چھرا 0.60 ms کے لئے دیوار کے ساتھ تماس میں رہے، تماس کے دوران ایک چھرے کا دیوار پر اوسط قوت کی قدر کیا ہوگی؟ (ه) یہ قوت حبزوج میں تلاش کی گئی قوت سے کیوں اتنی مختلف ہے؟

سوال ۱۲۵:۳: ریل گاڑی کا ڈب دانے اٹھانے والے برقی ذریعہ <sup>۱۹</sup> کے نیچے سے  $3.20 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے گزرتا ہے۔ ریل گاڑی کے ڈبے میں  $540 \text{ kg min}^{-1}$  شہر سے دانے گرتے ہیں۔ ریل گاڑی کے ڈبے کو مستقل رفتار پر رکھنے کے لئے درکار قوت کی قدر کیا ہے؟ (رگڑ نظر انداز کریں۔)

سوال ۱۲۶:۳: یکساں موٹائی کے چوکور چادر سے چھوٹا چوکور حصہ کاٹا جاتا ہے (شکل 82.9)۔ بڑے چوکور کا ضلع  $6d$  اور چھوٹے کا  $2d$  ہے۔ باقی حصے کے مرکز کیت کا (ا)  $x$  محدد اور (ب)  $y$  محدد کیا ہے؟

سوال ۱۲۷:۳: لمحہ  $t = 0$  سے ابتدائی طور ساکن ذرے پر، جس کی کیت  $2.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$  ہے  $\vec{F}_1 = (4.00\hat{i} + 5.00\hat{j}) \text{ N}$  قوت عمل کرتی ہے، اور ابتدائی طور ساکن دوسرے ذرے پر، جس کی کیت  $4.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$  ہے،  $\vec{F}_2 = (2.00\hat{i} - 4.00\hat{j}) \text{ N}$  قوت عمل کرتی ہے۔ وقت  $t = 0$  تا  $t = 2.00 \text{ ms}$  دوزوی نظام کے مرکز کیت کے ہٹاؤ کی (ا) قدر اور (ب) شہت  $x$  محور کے لحاظ سے زاویہ کیا ہوگا؟ (ج) لمحہ  $t = 2.00 \text{ ms}$  پر مرکز کیت کی حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۱۲۸:۳: ساکن ذرے A، جس کی کیت 0.10 kg ہے، اور B، جس کی کیت 0.30 kg ہے، ایک دوسرے سے 1.0 m فاصلے پر رہا کیے جاتے ہیں۔ ذرے ایک دوسرے کو  $1.0 \times 10^{-2} \text{ N}$  مستقل قوت سے کھینچتے ہیں۔ نظام پر کوئی بیرونی قوت عمل نہیں کرتی۔ (ا) اس وقت نظام کے مرکز کیت کی رفتار کیا ہوگی جب ذروں کے بیچ فاصلہ 0.50 m ہو؟ (ب) ان کا تصادم A کے ابتدائی مقام سے کتنے فاصلے پر ہوگا؟

سوال ۱۲۹:۳: دوزروں کی ٹکڑ ہوتی ہے۔ ان کی سمتی رفتار  $\vec{v}_1 = (-4.00 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (-5.00 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$  اور  $\vec{v}_2 = (6.00 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (-2.00 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$  اور کیت بالستریب 2.00 kg اور 4.00 kg ہیں۔ تصادم انہیں آپس میں جوڑتا ہے۔ ان کی سمتی رفتار (ا) اکائی سمتی ترقیم روپ میں اور (ب) قدر اور (ج) زاویہ کے روپ میں کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۳۰: دو کروی نظام (شکل 20.9) میں کرہ 1 کی کمیت 50 g اور ابتدائی بلندی  $h_1 = 9.0 \text{ cm}$  اور کرہ 2 کی کمیت 85 g ہے۔ کرہ 1 رہا کرنے کے بعد کرہ 2 سے لچکی ٹکراتا ہے۔ (ا) کرہ 1 اور (ب) کرہ 2 کتنے بلندی کو پہنچتے ہیں؟ (اشارہ: پورم پورم پر تین تین استعمال نہ کریں۔)

سوال ۳.۱۳۱: سل 1 بلا رگڑ منر شش پر محور  $x$  کے ہمراہ  $0.75 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت کرتے ہوئے ساکن سل 2 سے لچکی ٹکراتا ہے (شکل 83.9)۔ درج ذیل جدول (یکساں جسامت) سلوں کی کمیت، لمبائی، اور لمحہ  $t = 0$  پر سل کے وسط کا مقام دیتا ہے۔ (ا) لمحہ  $t = 0$  پر، (ب) جس لمحے سل مس ہوتے ہیں، اور (ج)  $t = 4.0 \text{ s}$  پر دو جسی نظام کا مرکز کمیت کہاں ہوگا؟

| سل | کمیت (kg) | لمبائی (cm) | $t = 0$ پر وسط       |
|----|-----------|-------------|----------------------|
| 1  | 0.25      | 5.0         | $x = -1.5 \text{ m}$ |
| 2  | 0.50      | 6.0         | $x = 0$              |

سوال ۳.۱۳۲: ایک جسم مثبت  $x$  محور کے رخ  $2.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت میں ہے؛ جسم پر کوئی قوت عمل نہیں کرتی۔ اندرونی دھماکہ جسم کو دو برابر ٹکڑوں میں تقسیم کرتا ہے، اور کل حرکی توانائی میں 16 J کا اضافہ کرتا ہے۔ ایک ٹکڑے کی کمیت 4.0 kg ہے۔ اگلا حصہ اپنا رخ برعکس رکھتا ہے۔ (ا) پچھلے حصے اور (ب) اگلے حصے کی رفتار کیا ہے؟

سوال ۳.۱۳۳: ابتدائی طور پر ساکن ہائیڈروجن جوہر سے الیکٹران ایک بعدی لچکی تصادم کرتا ہے۔ الیکٹران کی ابتدائی حرکی توانائی کا کتنی فی صد جوہر کو منتقل ہوگا؟ (جوہر کی کمیت الیکٹران کے کمیت کی 1840 گنا ہے۔)

سوال ۳.۱۳۴: ریل گاڑی کا کھلا ڈب، جس کا وزن 2415 N ہے، مثبت  $x$  محور کے رخ بلا رگڑ  $18.2 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت میں ہے۔ ایک شخص، جس کا وزن 915 N ہے، اس ڈبے پر کھڑا ہے۔ ڈبے کے لحاظ سے شخص محور  $x$  کے منفی رخ  $4.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے دوڑ لگاتا ہے۔ ڈبے کی رفتار میں اضافہ کتنا ہوگا؟

سوال ۳.۱۳۵: بے انسان تحقیقی خلائی طیارہ (کمیت  $m$  اور سورج کے لحاظ سے رفتار  $v = 10.5 \text{ km s}^{-1}$ ) مشتری (کمیت  $M$  اور سورج کے لحاظ سے رفتار  $V_J = 13.0 \text{ km s}^{-1}$ ) کی طرف بڑھتا ہے (شکل 84.9)۔ یہ طیارہ مشتری کے گرد گھوم کر واپس لوٹتا ہے۔ سورج کے لحاظ سے طیارے کی رفتار اب کیا ہوگی؟ اس عمل، جس کو فلائنگ کاوار<sup>۲۰</sup> کہتے ہیں، کو تصادم تصور کر کے حل کیا جاسکتا ہے۔ مشتری کی کمیت طیارے کی کمیت سے بہت بہت زیادہ ہے ( $M \gg m$ )۔

سوال ۳.۱۳۶: بکی منر شش پر 0.550 kg گیند  $12.0 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے سیدھا گر کر ٹپکی کھا کر  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  سے اچھلتا ہے۔ انتہائی اوپر رخ محور  $y$  کا مثبت رخ لیں۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں (ا) گیند کی معیار حرکت میں تبدیلی، (ب) گیند پر ضرب، اور (ج) منر شش پر ضرب کیا ہیں؟

سوال ۳.۱۳۷: ساکن جوہری مرکزہ  $xy$  محدودی نظام کے مبداء پر تین ذروں میں ٹکڑے ہوتا ہے۔ ذرہ 1، جس کی کمیت  $16.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ہے، مبداء سے  $(6.00 \times 10^6 \text{ m s}^{-1})\hat{i}$  رفتار سے دور ہوتا ہے؛ ذرہ 2، جس کی کمیت  $8.35 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ہے، مبداء سے  $(-8.00 \times 10^6 \text{ m s}^{-1})\hat{j}$  رفتار سے دور ہوتا ہے۔ (ا) اکائی سمتیہ ترقیم

### باب ۳. مرکز کیت اور خطی معیار حرکت

میں تیسرے ذرے کی خطی معیار حرکت کیا ہوگی۔ اس کی کیت  $11.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ہے۔ (ب) اس عمل کے دوران کتنی حرکت توانائی پیدا ہوتی ہے؟

سوال ۳.۱۳۸: ذرہ 1، جس کی کیت 200 g ہے، اور رفتار  $3.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے 400 g کیت کے ساکن ذرے سے ایک بڑی ٹکراتا ہے۔ اگر تصادم (ا) لچکی ہو اور (ب) مکمل غیر لچکی ہو، ذرہ 1 پر ضرب کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۳.۱۳۹: چاند کے ایک صفر میں ضروری پایا گیا کہ جس وقت چاند کے لحاظ سے طیارے کی رفتار  $400 \text{ m s}^{-1}$  ہو، طیارے کی رفتار  $2.2 \text{ m s}^{-1}$  بڑھائی جائے۔ طیارے کے لحاظ سے خراج کی اضافی رفتار  $1000 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ اتنا اضافہ پانے کے لئے طیارے کی ابتدائی کیت کی کتنی نسبت جلائی ہوگی؟

سوال ۳.۱۴۰: ایک ساکن گیند، جس کی کیت 0.20 kg ہے، کو ڈنڈے سے 14 ms دورانیے پر 32 N اوسط قوت کے ساتھ مارا جاتا ہے۔ تصادم کے بعد گیند کی رفتار کیا ہوگی؟

## باب ۴

## گھماؤ

### ۴.۱ گھماؤ کے متغیر

#### مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ درج ذیل کے نتائج حاصل ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے اگر جسم کے تمام حصے ایک محور کے گرد ہم قدم گھومیں، یہ استوار جسم ہوگا۔ (اس باب میں ایسے اجسام پر گفتگو کی جائے گی۔)
۲. جان پائیں گے کہ اندرونی حوالہ لکسیر اور مقررہ بیرونی حوالہ لکسیر کے بیچ زاویہ، استوار جسم کا زاویاتی مقام دیگا۔
۳. ابتدائی اور اختتامی زاویاتی مقام کا زاویاتی ہٹاؤ کے ساتھ تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۴. اوسط زاویہ سمتی رفتار، زاویہ ہٹاؤ، اور ہٹاؤ کو درکار دورانیے کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۵. اوسط زاویہ اسراع، زاویہ سمتی رفتار میں تبدیلی، اور اس تبدیلی کو درکار دورانیے کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۶. جان پائیں گے کہ خلاف گھسڑی حرکت مثبت رخ اور گھسڑی وار حرکت منفی رخ ہوگا۔
۷. زاویہ مقام کو وقت کا تناسب جاننے والے کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویہ سمتی رفتار اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویہ سمتی رفتار تعیین کر پائیں گے۔
۸. زاویہ مقام بالمتقابل وقت کی ترمیم سے کسی بھی لمحے پر لمحاتی زاویہ سمتی رفتار اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاویہ سمتی رفتار تعیین کر پائیں گے۔
۹. جان پائیں گے کہ لمحاتی زاویہ سمتی رفتار کی مقدار لمحاتی زاویہ سمتی رفتار ہوگی۔

۱۰. زاوی سستی رفتار کو وقت کا تناسب جباتے ہوئے، کسی بھی لمحے پر لحقاتی زاوی اسراع اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاوی اسراع تعین کر پائیں گے۔

۱۱. زاوی سستی رفتار بالمتقابل وقت کی ترسیم سے کسی بھی لمحے پر لحقاتی زاوی اسراع اور دو مختلف وقتوں کے بیچ اوسط زاوی اسراع تعین کر پائیں گے۔

۱۲. وقت کے ساتھ زاوی اسراع تناسب کا عمل کا مکمل لے کر جسم کی زاوی سستی رفتار میں تبدیلی تعین کر پائیں گے۔

وقت کے ساتھ زاوی سستی رفتار تناسب کا عمل کا مکمل لے کر جسم کے زاوی معتام میں تبدیلی تعین کر پائیں گے۔

### کلیدی تصور

• مقررہ محور، جو محور گھماؤ کہلاتی ہے، کے گرد استوار جسم کا گھماؤ بیان کرنے کی خاطر، جسم کے اندر محور کو عمودی حوالہ لکیر مندرجہ کی جاتی ہے جو جسم کے ساتھ ہم قدم محور کے گرد گھومتی ہے۔ ایک مقررہ رخ کے ساتھ اس لکیر کا زاوی معتام  $\theta$  ناپا جاتا ہے۔ جب  $\theta$  کی پیمائش ریڈین میں ہو، ذیل ہوگا،

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

جہاں  $r$  داس  $r$  کے دائری راہ کا قوسی مناسلہ  $s$  اور ریڈین میں زاویہ  $\theta$  ہے۔

• زاویہ کی درجہ میں اور چکر میں پیمائش کار ریڈین پیمائش سے تعلق ذیل ہے۔

$$1 \text{ چکر} = 360^\circ = 2\pi \text{ ریڈین}$$

• ایک جسم جو محور گھماؤ کے گرد گھوم کر اپنا زاوی معتام  $\theta_1$  سے تبدیل کر کے  $\theta_2$  کرے، ذیل زاوی ہٹاؤ سے گزرتا ہے،

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

جہاں خلاف گھسڑی گھماؤ کے لئے  $\Delta\theta$  مثبت اور گھسڑی وار گھماؤ کے لئے منفی ہوگا۔

• اگر جسم  $\Delta t$  دورانیہ میں  $\Delta\theta$  زاوی ہٹاؤ گھومے، اس کی اوسط زاوی سستی رفتار  $\omega$  اوسط ذیل ہوگی۔

$$\omega_{\text{اوسط}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

جسم کی (لحقاتی) زاوی سستی رفتار  $\omega$  ذیل ہوگی۔

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

اوسط زاوی سستی رفتار  $\omega$  اور سستی رفتار  $\omega$  دونوں سستی رفتار ہیں، جن کا رخ دایاں ہاتھ متعادلہ دیگا۔ خلاف گھسڑی گھماؤ کے لئے ان کا رخ مثبت اور گھسڑی وار گھماؤ کے لئے منفی ہوگا۔ زاوی سستی رفتار کی مقدار جسم کی زاوی رفتار ہوگی۔

• اگر  $t_2 - t_1 = \Delta t$  دورانیہ میں جسم کی زاوی سستی رفتار  $\omega_1$  سے تبدیل ہو کر  $\omega_2$  ہو، اس کا اوسط زاوی اسراع  $\alpha$  ذیل ہوگا۔

$$\alpha_{\text{اوسط}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

جسم کا (لمحائی) زاوی اسراع  $\alpha$  ذیل ہوگا۔

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$\alpha$  اور  $\alpha$  دونوں سستی معنادیر ہیں۔

### طبیعیات کیا ہے؟

جیسا ہم پہلے ذکر کر چکے، طبیعیات کی توجہ کا ایک مرکز ”حرکیات“ ہے۔ تاہم، اب تک ہم صرف مستقیم حرکت پر بات کرتے رہے ہیں، جس میں جسم سیدھی یا قوسی لکیر پر حرکت کرتا ہے (شکل 1a-10)۔ اب ہم گھماؤ پر نظر ڈالتے ہیں، جس میں جسم کسی محور کے گرد گھومتا ہے (شکل 1b-10)۔

گھاؤ تقریباً ہر مشین میں نظر آتا ہے، اور جب آپ دروازہ کھولتے ہیں آپ اس کو دیکھتے ہیں۔ کھیل میں گھاؤ اہم کردار ادا کرتا ہے، جیسا گیند کو زیادہ دور پھینکنے کے لئے (گھومتے گیند کو ہوا زیادہ دیر اٹھا کر سکتی ہے)، اور کرکٹ میں گیند قوسی راہ پر پھینکنے کے لئے (گھومتے گیند کو ہوا دائیں یا بائیں دھکیلتی ہے)۔ گھاؤ زیادہ اہم مسائل، جیسا عمر رسیدہ ہوائی جہاز میں دھاتی حصوں کا ٹوٹ پھوٹ، میں بھی کلیدی کردار ادا کرتا ہے۔

گھاؤ پر بحث سے قبل، حرکت میں ملوث متغیرات متعارف کرتے ہیں، جیسا ہم نے باب 2 میں مستقیم حرکت پر بحث سے قبل کیا۔ ہم دیکھتے ہیں کہ گھاؤ کے متغیرات عین باب 2 میں یک بُعدی حرکت کے متغیرات کی طرح ہیں؛ ایک اہم خصوصی صورت وہ ہے جہاں اسراع (جو یساں زاوی اسراع ہوگا) مستقل ہو۔ ہم دیکھتے ہیں نیوٹن کا دوسرا قانون زاوی حرکت کے لئے بھی لکھا جاسکتا ہے، تاہم اب قوت کی بجائے ایک نئی مقدار جو قوت مساوی کہلاتی ہے استعمال کرنا ہوگا۔ کام اور کام و حرکی توانائی مسئلے کا اطلاق بھی گھاؤ و حرکت پر کیا جاسکتا ہے، تاہم کیت کی بجائے ایک نئی مقدار جو زاوی جھود کہلاتی ہے استعمال کرنا ہوگا۔ مختصر، ہم جو کچھ پڑھ چکے ہیں، اس کا اطلاق گھاؤ و حرکت میں ہوگا، تاہم کبھی کبھار معمولی تبدیلی کی ضرورت پیش آئے گی۔

انتباہ: اگرچہ اس باب میں زیادہ تر حقائق محض دوبارہ پیش کیے گئے ہیں، دیکھایا گیا ہے کہ طلب و طالبات کو اس باب میں دشواری پیش آتی ہے۔ اساتذہ کرام اس کی کئی وجوہات پیش کرتے ہیں جن میں سے دو پر اتفاق پایا جاتا ہے: 1 یہاں علامت کی تعداد بہت زیادہ ہے (جنہیں یونانی حروف میں لکھ کر مشکل میں مزید اضافہ پیدا ہوتا ہے)، اور 2 آپ خطی حرکت سے زیادہ واقف ہیں (اسی لئے کمرے کے ایک کونے سے دوسرے کونے تک آپ با آسانی جاسکتے ہیں)، لیکن گھاؤ آپ کا واسطہ کم رہا ہے (اسی لئے تفسیر گاہ میں آپ تفسیری جھولے پر سوار ہونے کے لئے پیچھے خسر چنے کے لئے راضی ہوتے ہیں)۔ جہاں آپ کو دشواری ہو، دیکھیں آیا

مسئلے کو باب 2 کا ایک بُدی خطی مسئلہ تصور کرنے آسانی پیدا ہوتی ہے۔ مثلاً، اگر آپ سے زاویہ منسلک معلوم کرنے کو کہا جائے، وستی طور پر لفظ زاویہ کو بھول جائیں اور دیکھیں آیا باب 2 کی ترقیم اور تصورات استعمال کر کے جواب حاصل کرنا آسان ہوتا ہے۔

### گھماؤ کے متغیر

ہم مقررہ محور پر استوار جسم کے گھماؤ پر غور کرنا چاہتے ہیں۔ استوار جسم<sup>۱</sup> سے مراد وہ جسم ہے جس کے تمام حصے، جسم کی شکل و صورت تبدیل کیے بغیر، ہم قدم گھوم سکتے ہیں۔ مقررہ محور<sup>۲</sup> سے مراد وہ محور ہے جو حرکت نہیں کرتی اور جس پر گھوما جاسکتا ہے۔ یوں ہم ایسے جسم پر غور نہیں کریں گے جیسا سورج (جو گیس کا کرہ ہے) جس کے حصے ایک ساتھ حرکت نہیں کرتے۔ ہم زمین پر لڑھکتے گیسنہ کی بھی بات نہیں کرتے چونکہ اس کی محور خود حرکت پذیر ہے (ایسی گیسنہ کی حرکت، گھماؤ اور مستقیم حرکت کا ملاپ ہے)۔

شکل 2.10 میں مقررہ محور پر، جو محور گھماؤ یا گھماؤ کی محور کہلاتی ہے، اختیاری شکل کا استوار جسم گھوم رہا ہے۔ حالص گھماؤ (زاویہ حرکت) میں، جسم کا ہر نقطہ ایسے دائرہ پر حرکت کرتا ہے، جس کا مرکز محور گھماؤ پر واقع ہے، اور ہر نقطہ کسی مخصوص وقتی وقفہ میں ایک جتنا زاویہ طے کرتا ہے۔ حالص مستقیم حرکت (خطی حرکت) میں، جسم کا ہر نقطہ کسی مخصوص وقتی دورانیہ میں ایک جتنا خطی منسلک طے کرتا ہے۔

آئیں باری باری خطی مقدار پر مقام، ہٹاؤ، وستی رفتار، اور اسراع کے مماثل زاویہ مقدار پر غور کرتے ہیں۔

### زاویہ مقام

شکل 2.10 میں گھماؤ کو عمودی، جسم کے ساتھ گھومتی، جسم سے پکی حبڑی حوالہ لکیر دکھائی گئی ہے۔ کسی مقررہ رخ کے ساتھ، جس کو ہم صفر زاویہ مقام<sup>۳</sup> مانتے ہیں، اس لکیر کا زاویہ لکیر کا زاویہ مقام<sup>۴</sup> ہوگا۔ شکل 3.10 میں محور  $x$  کے مثبت رخ کے ساتھ زاویہ مقام  $\theta$  ناپا گیا ہے۔ ہندسہ سے ہم جانتے ہیں درج ذیل ہوگا۔

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{ریڈین ناپ}) \quad (۳.۱)$$

یہاں محور  $x$  (جو صفر زاویہ مقام ہے) سے حوالہ لکیر تک دائری قوس کی لمبائی  $s$ ، اور دائرے کا رداس  $r$  ہے۔

اس طرح تعین کیا گیا زاویہ، درجہ یا حیکر کی بجائے، ریڈین<sup>۵</sup> میں ناپا جاتا ہے۔ ریڈین دو لمبائیوں کی نسبت (تقابل تعلق) ہے لہذا یہ بے بعد حالص عدد ہوگا۔ دائرے کا محیط  $2\pi r$  ہے لہذا ایک مکمل دائرے میں  $2\pi$

rigidbody<sup>۱</sup>  
fixedaxis<sup>۲</sup>  
rotationaxis<sup>۳</sup>  
zeroangularposition<sup>۴</sup>  
angularposition<sup>۵</sup>  
radian<sup>۶</sup>



ریڈیئن ہوں گے۔

$$(۳.۲) \quad 2\pi \text{ ریڈیئن} = \frac{2\pi r}{r} = 360^\circ = 1 \text{ چکر}$$

یا

$$(۳.۳) \quad 0.159 \text{ چکر} = 57.3^\circ = 1 \text{ ریڈیئن}$$

محور گھاؤ پر حوالہ لکیر کی مکمل چکر کے بعد ہم  $\theta$  واپس صفر نہیں کرتے۔ اگر حوالہ لکیر صفر زاوی مقام سے ابتدا کر کے دو چکر مکمل کرے، لکیر کا زاوی مقام  $\theta = 4\pi$  ریڈیئن ہوگا۔

محور  $x$  پر حوالہ مستقیم حرکت کے لئے  $x(t)$ ، یعنی مقام بالمقابل وقت، جانتے ہوئے ہم حرکت پذیر جسم کے بارے میں وہ سب کچھ معلوم کر سکتے ہیں جنہیں جاننا مقصود ہو۔ اسی طرح، حوالہ گھاؤ کے لئے  $\theta(t)$ ، یعنی زاوی مقام بالمقابل وقت، جانتے ہوئے ہم گھومتے جسم کے بارے میں وہ سب کچھ معلوم کر سکتے ہیں جنہیں جاننا مقصود ہو۔

### زاوی ہٹاؤ

اگر شکل 3.10 کا جسم محور گھاؤ پر شکل 4.10 کی طرح گھوم کر حوالہ لکیر کا زاوی مقام  $\theta_1$  سے تبدیل کر کے  $\theta_2$  کرے، جسم کا زاوی ہٹاؤ  $\Delta\theta$  ذیل ہوگا۔

$$(۳.۴) \quad \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

زاوی ہٹاؤ کی یہ تعریف نہ صرف استوار جسم بلکہ جسم کے ہر اندرونی ذرہ کے لئے درست ہے۔

**گھڑیاں منفی ہیں۔** محور  $x$  پر مستقیم حرکت کی صورت میں جسم کا ہٹاؤ  $\Delta x$  مثبت یا منفی ہوگا، جو، محور پر جسم کی حرکت کے رخ پر منحصر ہے۔ اسی طرح، گھاؤ کی صورت میں جسم کا زاوی ہٹاؤ  $\Delta\theta$  درج ذیل متاعدہ کے تحت مثبت یا منفی ہوگا۔

متاعدہ ۳.۱: خلاف گھڑی زاوی ہٹاؤ مثبت اور گھڑی وار ہٹاؤ منفی ہوگا۔

”گھڑیاں منفی ہیں“ کا فترہ اس متاعدہ کو یاد رکھنے میں مدد دے سکتا ہے۔ یاد رہے گھڑی کے سیکنڈ کی سوئی کا ہر قدم آپ کی زندگی کا ٹی ہے۔

آزمائش ۱

فترہ اپنے وسطی محور کے گرد گھوم سکتا ہے۔ درج ذیل ابتدائی اور اختتامی زاوی مقام کی سرتب جوڑیوں میں کونسی منفی زاوی ہٹاؤ دیتی ہیں؟ (۱) ابتدائی  $-3$  ریڈیئن، اختتامی  $+5$  ریڈیئن؛ (ب) ابتدائی  $-3$  ریڈیئن، اختتامی  $-7$  ریڈیئن؛ (ج) ابتدائی  $7$  ریڈیئن، اختتامی  $-3$  ریڈیئن۔

### زاوی سستی رفتار

منرض کریں ایک جسم وقت  $t_1$  پر زاوی مقام  $\theta_1$  پر اور وقت  $t_2$  پر زاوی مقام  $\theta_2$  پر ہو، جیسا شکل 4.10 میں دکھایا گیا ہے۔ ہم  $t_1$  تا  $t_2$  و سستی دورانیہ  $\Delta t$  میں جسم کی اوسط زاوی سستی رفتار  $\omega$  کی تعریف ذیل کرتے ہیں،

$$\omega_{\text{اوسط}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (۴.۵)$$

جہاں وقت دورانیہ  $\Delta t$  میں زاوی ہٹاؤ  $\Delta\theta$  ہے۔ (زاوی سستی رفتار کے لئے یونانی حرف ولف تہجی کا، چھوٹی لکھائی میں، آخری حرف اومیگا  $\omega$  استعمال کیا جائے گا۔) مساوات ۴.۵ میں  $\Delta t$  صفر کے قریب تر کرنے سے نسبت کی درج ذیل تحدیدی قیمت حاصل ہوگی جو لحاظ سے زاوی سستی رفتار  $\omega$  (یا مختصراً زاوی سستی رفتار) کہلاتی ہے۔

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (۴.۶)$$

اگر  $\theta(t)$  معلوم ہو، اس کا تفریق لے کر زاوی سستی رفتار  $\omega$  حاصل ہوگی۔

چونکہ اس جسم کے تمام ذرے ہم قدم ہیں، لہذا مساوات ۴.۵ اور مساوات ۴.۶ نا صرف مکمل گھومتے استوار جسم کے لئے بلکہ جسم کے ہر ذرے کے لئے درست ہیں۔ زاوی سستی رفتار کی عمومی متعل اکائی ریڈین فی سیکنڈ ( $\text{rad s}^{-1}$ )، چکر فی سیکنڈ، اور چکر فی منٹ ہے۔

محور  $x$  پر مثبت رخ حرکت کرتے ہوئے ذرے کی سستی رفتار  $v$  مثبت جبکہ منفی رخ حرکت کی صورت میں منفی ہوگی۔ اسی طرح محور پر مثبت رخ (خلاف گھڑی) گھماؤ کی صورت میں استوار جسم کی زاوی سستی رفتار مثبت جبکہ منفی رخ (گھڑی وار) گھماؤ کی صورت میں منفی ہوگی۔ ”گھڑیاں منفی ہیں“ اب بھی درست ہے۔ (زاوی سستی رفتار کی مقدار زاوی رفتار کہلاتی ہے۔ ہم زاوی رفتار کے لئے بھی  $\omega$  علامت استعمال کریں گے۔

### زاوی اسراع

گھومتے ہوئے جسم کی زاوی سستی رفتار مستقل نہ ہونے کی صورت میں جسم زاوی اسراع سے دوچار ہوگا۔ منرض کریں وقت  $t_1$  پر جسم کی زاوی سستی رفتار  $\omega_1$  اور  $t_2$  پر  $\omega_2$  ہے۔ دورانیہ  $t_1$  تا  $t_2$  میں گھومتے ہوئے جسم کی اوسط زاوی اسراع  $\alpha$  کی تعریف ذیل ہے،

$$\alpha_{\text{اوسط}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (۴.۷)$$

average angular velocity<sup>\*</sup>  
instantaneous angular velocity<sup>^</sup>  
angular speed<sup>^</sup>  
average angular acceleration<sup>+</sup>

جہاں  $\Delta\omega$  زاویہ سمتی رفتار میں  $\Delta t$  کے دوران تبدیل ہے۔ لحاظ سے زاویہ اسراع<sup>۱</sup> (یا مختصراً زاویہ اسراع)، جس سے ہمیں زیادہ دلچسپی ہے،  $\Delta t$  صفر کے قریب تر کرنے سے نسبت کی، درج ذیل، تحدیدی قیمت کو کہتے ہیں۔

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (۴.۸)$$

مساوات ۴.۷ اور مساوات ۴.۸ جسم کے ہر ذرے کے لئے درست ہیں۔ زاویہ اسراع کی عمومی مستعمل اکائی ریڈین فی مربع سیکنڈ ( $\text{rad s}^{-2}$ ) اور چکر فی مربع سیکنڈ ہے۔

نمونہ سوال ۴.۱: زاویہ مقام سے زاویہ سمتی رفتار کا حصول

شکل 5a.10 میں فطرص اپنے وسطی محور کے گرد گھوم رہا ہے۔ فطرص پر حوالہ لکیر کا زاویہ مقام  $\theta(t)$  ذیل ہے، جہاں  $t$  اور  $\theta$  بالترتیب سیکنڈ اور ریڈین میں ہیں، اور صفر زاویہ مقام شکل میں دکھایا گیا ہے۔

$$\theta = -1.00 - 0.600t + 0.250t^2 \quad (۴.۹)$$

(آپ چاہیں تو وقتی طور پر لفظ ”زاویہ مقام“ سے ”زاویہ“ خارج کر کے اور  $\theta$  علامت کی جگہ  $x$  استعمال کر کے مسئلے کو باب 2 کی ترقیم میں لے جائیں۔ آپ کو باب 2 کی یک بُعدی حرکت کے مقام کی مساوات حاصل ہو گی۔)

(۱) فطرص کا زاویہ مقام بالمتبادل وقت  $t = -3.0 \text{ s}$  تا  $t = 5.4 \text{ s}$  ترسیم کریں۔ فطرص اور اس پر زاویہ مقام کی حوالہ لکیر کا خاکہ کہ  $t = -2.0 \text{ s}$ ، اور  $t = 4.0 \text{ s}$ ، اور اس لمحے پر بنائیں جب ترسیم  $t$  محور سے گزرتی ہے۔

### ۴.۱.۱ کلیری تصور

فطرص کے زاویہ مقام سے مراد اس پر کھینچی حوالہ لکیر کا مقام  $\theta(t)$  ہے، جو مساوات ۴.۹ دی گئی ہے؛ لہذا ہم مساوات ۴.۹ ترسیم کرتے ہیں؛ نتیجہ شکل 5b.10 میں پیش ہے۔

حاجہ: فطرص اور حوالہ لکیر کا مقام کسی مخصوص لمحے پر خاکہ بنانے کے لئے ضروری ہے کہ اس لمحے پر ہمیں  $\theta$  معلوم ہو، جو مساوات ۴.۹ میں لمحے کا وقت ڈالنے سے حاصل ہوگا۔ یوں  $t = -2.0 \text{ s}$  کے لئے ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \theta &= -1.00 - (0.600)(-2.0) + (0.250)(-2.0)^2 \\ &= 1.2 \text{ rad} = 1.2 \text{ rad} \frac{360^\circ}{2\pi \text{ ریڈین}} = 69^\circ \end{aligned}$$

یہ نتیجہ کہتا ہے کہ فطرص پر موجود حوالہ لکیر لمحہ  $t = -2.0 \text{ s}$  پر صفر مقام سے مثبت رخ (خلاف گھڑی) 1.2 ریڈین یعنی  $69^\circ$  گھوم کر ہوگی۔ شکل 5b.10 کے خاکہ 1 میں حوالہ لکیر کا یہ مقام دکھایا گیا ہے۔

اسی طرح  $t = 0$  پر  $\theta$  کی قیمت  $-1.00$  ریڈین یا  $-57^\circ$  ہوگی، جس کے تحت حوالہ لکیر صفر زاویہ مقام سے 1.0 ریڈین یا  $57^\circ$  منفی رخ (گھڑی وار) گھوم کر ہوگی، جیسا کہ 3 میں دکھایا گیا ہے۔ لمحہ  $t = 4.0 \text{ s}$  پر  $\theta$  کی قیمت

<sup>۱</sup>instantaneous angular acceleration

0.60 ریڈیئن یعنی  $34^\circ$  ہوگی (حنا کہ 5)۔ جس لمحے ترمیم محور  $t$  سے گزرتی ہے،  $\theta = 0$  ہوگا اور حوالہ لکیر لحاتی عین صفر مقام پر ہوگی (حنا کہ 2 اور 4)۔

(ب) شکل 5b.10 میں  $\theta(t)$  کی کم سے کم قیمت کس سمت  $t$  پر ہوگی؟  $\theta$  کی کم سے کم قیمت کیا ہے؟

### کلیدی تصور

تفاعل کی انتہا قیمت (یہاں کم سے کم قیمت) معلوم کرنے کی خاطر ہم تفاعل عمل کا ایک گنتا تفرق لے کر صفر کے برابر رکھتے ہیں۔

حاجے: تفاعل  $\theta(t)$  کا ایک گنتا تفرق ذیل ہے۔

$$\frac{d\theta}{dt} = -0.600 + 0.500t \quad (۴.۱۰)$$

اس کو صفر کے برابر رکھ کر  $t$  کے لئے حل کر کے لمحے سمت  $t$  حاصل ہوگا جس پر  $\theta(t)$  کی قیمت کم سے کم ہوگی۔

$$t = 1.2 \text{ s} \quad (\text{جواب})$$

$\theta(t)$  کی کم سے کم قیمت جاننے کے لئے ہم مساوات ۴.۹ میں سمت  $t$  ڈالتے ہیں، جو ذیل دیگا۔

$$\theta = -77.9^\circ \approx -1.36 \text{ ریڈیئن} \quad (\text{جواب})$$

$\theta(t)$  کی کم سے کم قیمت (شکل 5b.10 میں نشیب) صفر زاوی مقام سے متروص کی زیادہ سے زیادہ گھڑی وار گھماو ہے، جو حنا کہ 3 سے کچھ زیادہ ہوگا۔

(ج) متروص کی زاوی سمتی رفتار  $\omega$  وقت  $t = -3.0 \text{ s}$  تا  $t = 6.0 \text{ s}$  ترمیم کریں۔ متروص کا حنا کہ  $t = -2.0 \text{ s}$ ،  $t = 4.0 \text{ s}$ ، اور سمت  $t$  پر بنائیں، اور بتائیں ان لحات پر گھومنے کارخ اور  $\omega$  کی علامت کیا ہوگی۔

### کلیدی تصور

مساوات ۴.۶ کے تحت زاوی سمتی رفتار  $\omega$  سے مراد  $d\theta/dt$  ہے جو مساوات

۴.۱۰ دیتی ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$\omega = -0.600 + 0.500t \quad (۴.۱۱)$$

اس تفاعل،  $\omega(t)$ ، کی ترمیم شکل 5c.10 میں پیش ہے۔ یہ تفاعل خطی ہے لہذا اس کی ترمیم ایک سیدھی لکیر ہے۔ ترمیم کی ڈھلوان  $0.500 \text{ rad s}^{-2}$  ہے اور انتہائی محور (جو دکھایا نہیں گیا) کو ترمیم  $-0.600 \text{ rad s}^{-1}$  پر قطع کرتی ہے۔

حاجے: متروص کا حنا کہ  $t = -2.0 \text{ s}$  پر بنانے کی خاطر ہم مساوات ۴.۱۱ میں یہ قیمت ڈال کر ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$\omega = -1.6 \text{ rad s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

منفی کی علامت کہتی ہے کہ  $t = -2.0 \text{ s}$  پر متحرک گھڑی وار (منفی رخ) گھوم رہا ہے (جیسا شکل 5c.10 میں دائیں ہاتھ کے حنائے میں دکھایا گیا ہے)۔

مسوات ۴.۱۱ میں  $t = 4.0 \text{ s}$  ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\omega = 1.4 \text{ rad s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

مغز مثبت علامت کہتی ہے متحرک مثبت رخ (حناف گھڑی) گھوم رہا ہے (شکل 5c.10 میں دائیں ہاتھ کے حنائے)۔

کسیر  $t$  کے لئے ہم جانتے ہیں  $d\theta/dt = 0$  ہوگا۔ یوں  $\omega = 0$  ہوگا۔ جب حوالہ لکیر، شکل 5b.10 میں  $\theta$  میں  $\theta$  کی کم سے کم قیمت کو پہنچتی ہے، متحرک لمحاتی رکتا ہے، جیسا شکل 5c.10 میں وسطی حنائے عندیہ دیتا ہے۔ شکل 5c.10 میں  $\omega$  بالمتقابل  $t$  کی ترسیم پر صفر نقطہ، جہاں ترسیم منفی (گھڑی وار) گھماؤ سے مثبت (حناف گھڑی) گھماؤ کا آغاز کرتی ہے، وہ نقطہ ہے جہاں متحرک لمحاتی رکتا ہے۔

(د) جب زواتا جب زواج کے نتائج استعمال کر کے  $t = -3.0 \text{ s}$  و  $t = 6.0 \text{ s}$  متحرک کی حرکت بیان کریں۔

بیاض: جب ہم،  $t = -3.0 \text{ s}$  پر، متحرک پر پہلی مرتبہ نظر ڈالتے ہیں، اس کا زاویہ مقام مثبت، گھماؤ گھڑی وار اور رفتار میں کی دیکھنے کو ملتی ہے۔ یہ  $\theta = -1.36$  ریڈین پر لمحاتی رکنے کے بعد حنائے گھڑی گھومنا شروع کرتا ہے اور آخر کار اس کا زاویہ مقام دوبارہ مثبت ہوتا ہے۔ □

نمونی سوال ۴.۲: زاویہ اسراع سے زاویہ سمتی رفتار کا حصول

ایک بچہ لٹو ذیل زاویہ اسراع سے گھماتا ہے، جہاں  $t$  اور  $\alpha$  بالترتیب سیکنڈ اور ریڈین فی مربع سیکنڈ میں ہے۔

$$\alpha = 5t^3 - 4t$$

لمحہ  $t = 0$  پر لٹو کی زاویہ سمتی رفتار  $5 \text{ rad s}^{-1}$ ، اور حوالہ لکیر کا زاویہ مقام  $\theta = 2$  ریڈین ہے۔

(۱) لٹو کی زاویہ سمتی رفتار  $\omega(t)$  کا ریاضی فترہ حاصل کریں؛ یعنی ایسا تقاضا عمل معلوم کریں جو وقت پر زاویہ سمتی رفتار کا انحصار صریحاً دے۔ (ہم جانتے ہیں ایسا تقاضا عمل موجود ہے چونکہ لٹو زاویہ اسراع سے گزر رہا ہے؛ یوں اس کی زاویہ سمتی رفتار تبدیل ہوگی۔)

**کلیدی تصور**

$\alpha(t)$  تعریف کے روئے  $\omega(t)$  کا وقتی تفرق ہوگا۔ یوں، وقت کے لحاظ سے  $\alpha(t)$  کا کھل  $\omega(t)$  دیگا۔

حماہ: مساوات ۴.۸ ذیل کہتی ہے

$$d\omega = \alpha dt$$

لہذا

$$\int d\omega = \int \alpha dt$$

ہوگا جو ذیل کے گی، جہاں  $C$  مکمل کا مستقل ہے۔

$$\omega = \int (5t^3 - 4t) dt = \frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2 + C$$

ہم جانتے ہیں  $t = 0$  پر  $\omega = 5 \text{ rad s}^{-1}$  ہے؛ اس معلومات کو درج بالا میں ڈال کر:

$$5 \text{ rad s}^{-1} = 0 - 0 + C$$

مکمل کا مستقل  $C = 5 \text{ rad s}^{-1}$  حاصل ہوگا۔ یوں درکار تفاعل ذیل ہوگا۔

$$\omega = \frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2 + 5 \quad (\text{جواب})$$

(ب) لٹو کے زاوی معتام  $\theta(t)$  کا ریاضی فترہ تلاش کریں۔

**کلیدی تصور**

تعریف کے روئے  $\theta(t)$  کا وقتی تفرق  $\omega(t)$  دیگا۔ یوں، وقت کے لحاظ سے  $\omega(t)$  کا مکمل  $\theta(t)$  دیگا۔

حاصل: مساوات ۴.۶ کے تحت:

$$d\theta = \omega dt$$

ہوگا جس سے ذیل لکھا جاسکتا ہے،

$$\begin{aligned} \theta &= \int \omega dt = \int \left( \frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2 + 5 \right) dt \\ &= \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t + C' \\ &= \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t + 2 \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□

جہاں  $t = 0$  پر  $\theta = 2 \text{ rad}$  جانتے ہوئے  $C'$  کی قیمت حاصل کی گئی۔

## کیا زاوی متا دیر سمتیات ہیں؟

ہم اکیلے ذرے کا مقام، سمتی رفتار، اور اسراع سمتیات سے بیان کر سکتے ہیں۔ اگر ذرہ صرف ایک محور پر حرکت کرتا ہو، سمتی ترقیم استعمال کرنا ضرورت نہیں۔ ایسے ذرے کو صرف دو رخ دستیاب ہیں جنہیں مثبت اور منفی علامت سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

اسی طرح استوار جسم قائمہ محور پر، محور کے ہمراہ دیکھتے ہوئے، صرف خلاف گھڑی اور گھڑی وار گھوم سکتا ہے۔ ان رخ کو ہم مثبت اور منفی سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ یہاں ایک سوال اٹھتا ہے: ”کیا ہم گھومتے جسم کے زاوی ہٹاؤ، زاوی سمتی رفتار، اور زاوی اسراع کو سمتیات سمجھ سکتے ہیں؟“ اس کا جواب ہے ”جی ہاں“ (زاوی ہٹاؤ کے لئے نیچے پیش انتباہ ضرور دیکھیں۔)

**زاوی سمتی رفتار۔** زاوی سمتی رفتار کو دیکھیں۔ شکل 6a.10 میں  $\omega = 33\frac{1}{3}$  چکر فی سیکنڈ کی مستقل زاوی رفتار سے گھڑی وار رخ گھومتا ہوا مترص دکھایا گیا ہے۔ جیسا شکل 6b.10 میں دکھایا گیا ہے، ہم اس کی سمتی زاوی رفتار گھماؤ کے محور پر سمتیہ  $\vec{\omega}$  سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس کا طریقہ کار یوں ہے: سمتیہ کی لمبائی کسی موزوں پیمانہ کے تحت رکھی جاتی ہے، مثلاً 1 cm کو 10 چکر فی منٹ کی مطابقت سے رکھ جاسکتا ہے۔ اس کے بعد  $\vec{\omega}$  کا رخ تعین کرنے کے لئے ہم دائیں ہاتھ کا قاعدہ استعمال کرتے ہیں، جو شکل 6c.10 میں پیش ہے: مترص کو دائیں ہاتھ میں یوں پکڑیں کہ انگلیاں گھماؤ کے رخ ہوں۔ آپ کا سیدھا کھڑا انگوٹھا زاوی سمتی رفتار کے سمتیہ کارن دیگا۔ اگر مترص مخالف رخ گھومے، دائیں ہاتھ کا قاعدہ کے تحت  $\vec{\omega}$  بھی مخالف رخ ہوگا۔

زاوی متا دیر سمتیات سے ظاہر کرنے کی عادت مشکل سے ڈلتی ہے۔ ہم فوراً سوچتے ہیں کہ سمتیہ کے ہمراہ کوئی چیز حرکت کرے گی۔ یہاں ایسا نہیں ہوگا۔ اس کے بجائے کوئی چیز (جیسا استوار جسم) سمتیہ کے رخ کے گرد گھومتی ہے۔ حنا گھماؤ کی دنیا میں، سمتیہ کارن کسی چیز کی حرکت کارن نہیں بلکہ گھماؤ کی محور دیگا۔ بہر حال، سمتیہ حرکت بھی تعین کرتا ہے۔ مزید، یہ سمتیات سلجھانے کے ان تمام قواعد کی تعمیل کرتا ہے جو باب 3 میں پیش کیے گئے۔ زاوی اسراع  $\alpha$  بھی ایک سمتیہ ہے، اور یہ بھی ان قواعد کی تعمیل کرتا ہے۔

اس باب میں صرف قائمہ محور پر گھماؤ کی بات کی جائے گی۔ ان میں سمتیات استعمال کرنے کی ضرورت نہیں؛ ہم زاوی سمتی رفتار کو  $\omega$  اور زاوی اسراع کو  $\alpha$  سے ظاہر کر کے، خلاف گھڑی گھماؤ کو مثبت اور گھڑی وار گھماؤ کو منفی کی علامت سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

**زاوی ہٹاؤ۔** پہلے انتباہ کی بات کرتے ہیں: زاوی ہٹاؤ (ماسوائے انتہائی چھوٹا ہٹاؤ) کو سمتیہ سے ظاہر نہیں کیا جاسکتا۔ کیوں نہیں؟ ہم یقیناً اس کے رخ اور قدر کی بات کر سکتے ہیں، جیسا شکل 6.10 میں زاوی سمتی رفتار کے لئے کیا گیا۔ تاہم، سمتیہ سے ظاہر کیے جانے کے قابل ہونے کے لئے ضروری ہے کہ مقدار سمتیہ جمع کے قواعد پر پورا اترتی ہو۔ ان قواعد میں ایک قاعدہ کہتا ہے کہ سمتیات جمع کرتے وقت ان کی ترتیب غبیر ضروری ہے۔ زاوی ہٹاؤ اس قاعدہ پر پورا نہیں اترتا۔

شکل 7.10 میں دی گئی مثال پر غور کریں۔ ایک کتاب کو، جو ابتدائی طور پر افقی پڑی ہے، دو مرتبہ  $90^\circ$  زاوی ہٹاؤ سے گزارا گیا ہے: ایک مرتبہ شکل 7a.10 اور دوسری مرتبہ شکل 7b.10 کی طرح۔ دونوں میں ہٹاؤ برابر، لیکن ترتیب ایک نہیں، اور آخر میں کتاب ایک حسی سمت بند نہیں۔ دوسری مثال لیتے ہیں۔ دایاں

ہاتھ لٹکا کر ہتھیلی ران پر رکھیں۔ کلائی سخت کر کے، (1) بازو سامنے اتنا اٹھائیں کہ افقی ہو، (2) اس کو پورا دائیں لے جائیں، اور (3) اس کے بعد ہاتھ واپس نیچے ران تک لے جائیں۔ آپ کی ہتھیلی اب سامنے رخ ہوگی۔ اگر آپ یہی عمل الٹ ترتیب سے دہرائیں، آپ کی ہتھیلی آخر میں کس رخ ہوگی؟ ان مثال سے ہم دیکھتے ہیں کہ زاوی ہٹاؤ کا مجموعہ انہیں جمع کرنے کی ترتیب پر منحصر ہے، لہذا ہٹاؤ کو سمتیہ تصور نہیں کیا جاسکتا۔

## ۴.۲ مستقل زاوی اسراع کا گھاو

### مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابیل ہوں گے۔

1. مستقل زاوی اسراع کی صورت میں زاوی مقام، زاوی ہٹاؤ، زاوی سمتی رفتار، زاوی اسراع، اور گزرے دار اپنے کے تعلق (جدول ۴.۱) استعمال کر پائیں گے۔

### کلیدی تصور

- مستقل زاوی اسراع (جس میں  $\alpha$  مستقل ہوگا) گھاو حرکت کی ایک اہم خصوصی صورت ہے، جس کی ممبرد حرکیات مساوات ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_0 + \alpha t \\ \theta - \theta_0 &= \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \\ \theta - \theta_0 &= \frac{1}{2}(\omega + \omega_0)t \\ \theta - \theta_0 &= \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2\end{aligned}$$

## مستقل زاوی اسراع کا گھاو

مستقیم حرکت میں مستقل خطی اسراع کی حرکت (مثلاً، زمین پر گرتا ہوا جسم) ایک اہم خصوصی صورت ہے۔ جدول 1.2 میں اس طرح کی حرکت کو مطمئن کرتی مساوات پیش کی گئیں۔

حاصل گھاو میں مستقل زاوی اسراع ایک اہم خصوصی صورت ہے؛ اس کو مطمئن کرنے والی مطابقتی مساوات پائی جاتی ہیں۔ ہم انہیں یہاں اخذ نہیں کریں گے، بلکہ مطابقتی خطی مساوات میں مساوی زاوی متغیرات ڈال کر انہیں پیش کرتے ہیں۔ جدول ۴.۱ میں مساوات کی دونوں فہرست (مساوات 11.2 اور مساوات 15.2 تا مساوات 18.2؛ مساوات ۴.۱۲ تا مساوات ۴.۱۶) پیش کی گئی ہیں۔

یاد رہے مساوات 11.2 اور مساوات 15.2 مستقل خطی اسراع کی بنیادی مساوات ہیں، جن سے فہرست کی باقی تمام مساوات اخذ کی جاسکتی ہیں۔ اس طرح، مساوات ۴.۱۲ اور مساوات ۴.۱۳ مستقل زاوی اسراع کی بنیادی مساوات ہیں، جن سے زاوی مساوات کی فہرست کی باقی تمام مساوات اخذ کی جاسکتی ہیں۔ مستقل



جدول ۴.۱: مستقل خطی اسراع اور مستقل زاوی اسراع کی حرکت کی مساوات

| خطی مساوات                                 | زاوی مساوات   |
|--|---|
| (2.11) $v = v_0 + at$                      | (۴.۱۲) $\omega = \omega_0 + \alpha t$                           |
| (2.15) $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ | (۴.۱۳) $\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ |
| (2.16) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$         | (۴.۱۴) $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$     |
| (2.17) $x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$   | (۴.۱۵) $\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$    |
| (2.18) $x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$    | (۴.۱۶) $\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2$   |

زاوی اسراع کا سادہ مسئلہ حل کرنے کے لئے آپ عموماً زاوی فہرست سے (اگر یہ فہرست آپ کے پاس موجود ہو) ایک مساوات استعمال کر پائیں گے۔ آپ وہ مساوات منتخب کریں گے جس میں صرف وہ متغیر غیر معلوم ہو جو آپ کو درکار ہو۔ بہتر طریقہ یہ ہوگا کہ آپ مساوات ۴.۱۲ اور مساوات ۴.۱۳ یاد کر لیں اور جب ضرورت پیش آئے، انہیں بطور ہمزاد مساوات حل کریں۔

آزمائش ۲

گھومے جسم کا زاوی مقام  $\theta(t)$  چار مختلف صورتوں میں (ا)  $\theta = 3t - 4$ ، (ب)  $\theta = -5t^3 + 4t^2 + 6$ ، (ج)  $\theta = 2/t^2 - 4/t$  اور (د)  $\theta = 5t^2 - 3$  ہے۔ جدول ۴.۱ کی زاوی مساوات کا اطلاق کن صورتوں پر ہوگا؟

نمونہ سوال ۴.۳: مستقل زاوی اسراع، چمک کا پاٹے

شکل 8.10 میں پاٹے مستقل زاوی اسراع  $\alpha = 0.34 \text{ rad s}^{-2}$  سے گھوم رہا ہے۔ وقت  $t = 0$  پر اس کی زاوی سمتی رفتار  $\omega_0 = -4.6 \text{ rad s}^{-1}$  ہے، اور اس پر کھینچی گئی حوالہ لکیر کا مقام  $\theta_0 = 0$  ہے۔

(ا) وقت  $t = 0$  سے کتنی دیر بعد حوالہ لکیر زاوی مقام  $\theta = 5.0$  چکر پر ہوگی؟

کلیدی تصور

چونکہ زاوی اسراع مستقل ہے لہذا ہم جدول ۴.۱ سے مساوات چن سکتے ہیں۔ ہم مساوات ۴.۱۳

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

کا انتخاب اس لئے کرتے ہیں کہ اس میں صرف ایک متغیر،  $t$ ، نامعلوم ہے اور ہمیں یہی درکار ہے۔

حماچہ: دی گئی معلومات ڈال کر اور  $\theta_0 = 0$  اور  $5.0 = 10\pi \text{ rad}$  چکر  $\theta$  لیتے ہوئے ذیل ہوگا۔

$$10\pi \text{ rad} = (-4.6 \text{ rad s}^{-1})t + \frac{1}{2}(0.35 \text{ rad s}^{-2})t^2$$

(انکسوں کے ثبات کی خاطر ہم  $5.0$  چکر کو  $10\pi$  ریڈین میں تبدیل کرتے ہیں۔) اس دودرجی الجبرائی مساوات کو حل کرنے سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$t = 32 \text{ s} \quad (\text{جواب})$$

ان ایک عجیب بات پر غور کریں۔ جب ہم پہلی مرتبہ پاٹ پر نظر ڈالتے ہیں یہ منفی رخ گھوم کر  $\theta = 0$  سمت بند مقام سے گزرتا ہے۔ اس کے باوجود  $32 \text{ s}$  بعد ہم اسے  $\theta = 5.0$  چکر مثبت سمت بند مقام پر پاتے ہیں۔ اس دورانیے میں ایسا کیا ہوا کہ پاٹ مثبت سمت بند مقام پر ہو سکتا ہے؟

(ب) وقت  $t = 0$  اور  $t = 32 \text{ s}$  کے بیچ پاٹ کے گھماؤ پر تبصرہ کریں۔

تبصرہ: پاٹ ابتدائی طور پر منفی (گھڑی وار) رخ  $-4.6 \text{ rad s}^{-1}$   $\omega_0 =$  زاوی رفتار سے حرکت کرتا ہے، تاہم اس کا زاوی اسراع  $\alpha$  مثبت ہے۔ ابتدائی زاوی رفتار اور زاوی اسراع کی علامتیں الٹ ہونے کی بدولت پاٹ منفی رخ چلتے چلتے بتدریج آہستہ ہوتے رک کر مثبت رخ گھومنا شروع کرتا ہے۔ حوالہ لکیر مثبت رخ چل کر  $\theta = 0$  مقام سے دوبارہ گزرتی ہے اور  $t = 32 \text{ s}$  گزرنے تک مثبت رخ مزید  $5.0$  چکر کاٹ چکا ہوتا ہے۔

(ج) پاٹ کس وقت  $t$  پر لمحائی رکتا ہے؟

حماچہ: ہم دوبارہ زاوی مساوات کی فہرست پر نظر ڈالتے ہیں اور ایسی مساوات لینا چاہتے ہیں جس میں صرف  $t$  نامعلوم متغیر ہو۔ تاہم، اب مساوات میں  $\omega$  کا ہونا بھی ضروری ہے، تاکہ ہم اس کو  $0$  لے کر مطابقتی  $t$  کے لئے حل کریں۔ ہم مساوات ۴.۱۲ منتخب کرتے ہیں، جو ذیل دیگی۔

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{0 - (-4.6 \text{ rad s}^{-1})}{0.35 \text{ rad s}^{-2}} = 13 \text{ s} \quad (\text{جواب})$$

□

نمونہ سوال ۴.۴: مستقل زاوی اسراع، پیسے کے سوار

تفریح گاہ میں ایک بڑا پہیا چلاتے ہوئے آپ کی نظر پیسے پر سوار ایک شخص پر پڑتی ہے جو پریشان نظر آتا ہے۔ آپ پیسے کی زاوی سمتی رفتار مستقل زاوی اسراع کے ساتھ  $3.40 \text{ rad s}^{-1}$  سے  $20.0$  چکروں میں کم کر کے  $2.00 \text{ rad s}^{-1}$  کرتے ہیں۔ (اس شخص کو ”گھومت شخص“ تصور کرنے سے ”مستقیم حرکت کرتا شخص“ کہنا زیادہ بہتر ہوگا۔)

(ا) زاوی سمتی رفتار کی کمی کے دوران مستقل زاوی اسراع کیا ہوگی؟

## کلیدی تصور

پہلے کی زاوی اسراع مستقل ہے، لہذا ہم اس کی زاوی مستقیم رفتاری اور زاوی ہٹاؤ کا تعلق مستقل زاوی اسراع کی مساوات (مساوات ۴.۱۲ اور مساوات ۴.۱۳) سے جان سکتے ہیں۔

حاجے: آئیں دیکھیں آیا ہم ان بنیادی مساوات کو حل کر پائیں گے۔ ابتدائی زاوی مستقیم رفتاری  $\omega_0$   $\omega = 2.00 \text{ rad s}^{-1}$ ، زاوی ہٹاؤ  $20.0$  چکر  $\theta - \theta_0$ ، اور ہٹاؤ کے آخر پر زاوی مستقیم رفتاری  $\omega = 2.00 \text{ rad s}^{-1}$  ہے۔ ہم مستقل زاوی اسراع  $\alpha$  جاننا چاہتے ہیں۔ دونوں مساوات میں وقت  $t$  پایا جاتا ہے، جس میں ضروری نہیں ہم دلچسپی رکھتے ہوں۔

نامعلوم  $t$  خارج کرنے کے لئے ہم مساوات ۴.۱۲ سے

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha}$$

لکھ کر مساوات ۴.۱۳ میں ڈالتے ہیں۔

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 \left( \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} \alpha \left( \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} \right)^2$$

$\alpha$  کے لئے حل کر کے، دی گئی معلومات پر کر کے، اور  $20.0$  چکر کو  $125.7 \text{ rad}$  میں بدل کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2(\theta - \theta_0)} = \frac{(2.00 \text{ rad s}^{-1})^2 - (3.40 \text{ rad s}^{-1})^2}{2(125.7 \text{ rad})} \\ &= -0.0301 \text{ rad s}^{-2} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

(ب) رفتاری کتنے وقت میں کم کی گئی؟

حاجے: چونکہ اب ہم  $\alpha$  جانتے ہیں، مساوات ۴.۱۲ استعمال کر کے  $t$  حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{aligned} t &= \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{2.00 \text{ rad s}^{-1} - 3.40 \text{ rad s}^{-1}}{-0.0301 \text{ rad s}^{-2}} \\ &= 46.5 \text{ s} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□

## ۴.۳ خطی اور زاوی متغیرات کا رشتہ

## مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

۱. متائم محور پر گھومتے ہوئے استوار جسم کے زاوی متغیرات (زاوی مقام، زاوی سمتی رفتار، اور زاوی اسراع) کا جسم پر ایک ذرے، جو کسی رداس پر پایا جاتا ہو، کے خطی متغیرات (مقام، سمتی رفتار، اور اسراع) کے ساتھ تعلق جان پائیں گے۔

۲. مماسی اسراع اور رداسی اسراع میں تمیز کر پائیں گے، اور کسی محور پر گھومتے ہوئے جسم پر موجود ذرے کے لئے بڑھتی زاوی رفتار اور گھسٹی زاوی رفتار کی صورت میں دونوں کے سمتیہ جان پائیں گے۔

### کلیدی تصور

• گھومتے جسم پر محور گھماوے عمودی فاصلہ  $r$  پر پائے جانے والا نقطہ، رداس  $r$  کے دائرے پر حرکت کرتا ہے۔ اگر جسم زاویہ  $\theta$  گھومے، یہ نقطہ درج ذیل قوسی فاصلہ  $s$  طے کرے گا، جہاں  $\theta$  ریڈین میں ناپا جائے گا۔

$$s = \theta r \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

• اس نقطے کا خطی سمتی رفتار  $\vec{v}$  دائرے کو مماسی ہوگا؛ نقطے کا خطی رفتار ذیل ہوگا، جہاں  $\omega$  جسم اور نقطے کا (ریڈین فی سیکنڈ) زاوی رفتار ہے۔

$$v = \omega r \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

• اس نقطے کے خطی اسراع  $\vec{a}$  کے دو حصے ہوں گے؛ ایک مماسی جسم اور دو رداسی جسم۔ مماسی جسم ذیل ہوگا، جہاں  $\alpha$  جسم کے (ریڈین فی مربع سیکنڈ میں) زاوی اسراع کی مقدار ہے۔

$$a_t = \alpha r \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

رداسی جسم ذیل ہوگا۔

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

• اگر یہ نقطہ یکساں دائری حرکت کرتا ہو، اس نقطے اور جسم کا دوری عرصہ  $T$  ذیل ہوگا۔

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{ریڈین ناپ})$$

### خطی اور زاوی متغیرات کا رشتہ

محور گھماوے کے گرد دائرے پر مستقل خطی رفتار  $v$  کے ساتھ حرکت کرتے ہوئے ذرے کی یکساں دائری حرکت پر حصہ 5.4 میں غور کیا گیا۔ جب استوار جسم کسی محور پر گھومتا ہے، جسم کا پھر ذرا اپنے ایک دائرے پر اسی محور کے گرد گھومتا ہے۔ چونکہ جسم استوار (بلا لچک) ہے، ایسے تمام ذرے ہم قدم چل کر ایک جتنے وقت میں ایک چکر مکمل کرتے ہیں؛ ان سب کی زاوی رفتار  $\omega$  برابر ہے۔

تاہم، ایک ذرہ جتنا محور سے دور ہوگا، اتنا اس کے دائرے کا محیط بڑا ہوگا، لہذا اس کی خطی رفتار  $v$  اتنی زیادہ ہوگی۔ گھومنے والے جھولے<sup>۱۲</sup> پر بیٹھ کر آپ اسے محسوس کر سکتے ہیں۔ مرکز سے جتنے فاصلے پر بھی آپ ہوں، آپ کی زاوی رفتار  $\omega$  ایک جتنی ہوگی، تاہم مرکز سے دور ہونے پر آپ کی خطی رفتار  $v$  بڑھے گی۔

ہم جسم پر کسی مخصوص نقطے کے خطی متغیرات  $s$ ،  $v$ ،  $a$  اور  $\theta$ ،  $\omega$ ، اور  $\alpha$  کا تعلق جاننا چاہتے ہیں۔ متغیرات کی ان فہرست کا رشتہ محور گھاوے نقطے کے عمودی فاصلہ  $r$  کے ذریعے ہوگا۔ یہ عمودی فاصلہ، نقطے اور محور گھاوے کے بیچ عمودی لکیر پر ناپا جائے گا۔ یہ فاصلہ اس دائرے کا رداس  $r$  ہوگا جس پر محور گھاوے کے گرد نقطہ حرکت کرتا ہے۔

### مستام

اگر استوار جسم پر کھینچی گئی حوالہ لکیر زاویہ  $\theta$  گھومے، محور گھاوے  $r$  فاصلے پر موجود جسم کے اندر نقطہ دائری قوس پر فاصلہ  $s$  طے کرے گا، جہاں  $s$  کی قیمت مساوات ۳.۱۲ دیتی ہے۔

$$s = \theta r \quad (\text{ریڈین ناپ}) \quad (۳.۱۲)$$

مساوات ۳.۱۲ ہمارا پہلی خطی و زاوی تعلق ہے۔ انتباہ: زاویہ  $\theta$  کا ناپ ریڈین میں لازمی ہے چونکہ درج بالا مساوات زاویے کے ریڈین میں ناپ کی تعریف ہے۔

### رفتار

رداس  $r$  کو مستقل رکھ کر وقت کے ساتھ مساوات ۳.۱۲ کا تفریق ذیل دیگا۔

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt} r$$

لیکن،  $ds/dt$  نقطے کی خطی رفتار (خطی سمتی رفتار کی قدر)، اور  $d\theta/dt$  گھومتے جسم کی زاوی رفتار  $\omega$  ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$v = \omega r \quad (\text{ریڈین ناپ}) \quad (۳.۱۸)$$

انتباہ: زاوی رفتار  $\omega$  لازماً ریڈین فی سیکنڈ میں ناپی جائے گی۔

استوار جسم کے تمام اندرونی نقطے ایک زاوی رفتار  $\omega$  سے گھومتے ہیں لہذا مساوات ۳.۱۸ کہتی ہے زیادہ رداس  $r$  پر واقع نقطے کی خطی رفتار  $v$  زیادہ ہوگی۔ شکل 9a.10 ہمیں یاد دلاتی ہے کہ ہر نقطے کی خطی سمتی رفتار ہمیشہ نقطے کی دائری راہ کو مماسی ہوگی۔

اگر جسم کا زاوی رفتار  $\omega$  مستقل ہو، مساوات ۳.۱۸ کہتی ہے جسم کے اندر نقطے کی خطی رفتار  $v$  بھی مستقل ہوگی۔ یوں، جسم کے اندر موجود ہر نقطہ یکساں دائری حرکت کرتا ہے۔ استوار جسم کے ہر اندرونی نقطے کی حرکت کا دوری عرصہ  $T$  مساوات 35.4 ذیل دیتی ہے۔

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (۳.۱۹)$$

اس مساوات کے تحت، ایک چکر کے فاصلے  $2\pi r$  کو اس رفتار سے تقسیم کر کے جس سے فاصلہ طے کیا جائے، ایک چکر کا وقت حاصل ہوگا۔ مساوات ۴.۱۸ سے  $v$  ڈال کر  $r$  منسوخ کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۴.۲۰)$$

یہ معادل مساوات کہتی ہے ایک چکر کا زاوی فاصلہ،  $2\pi$  ریڈیئن، اس زاوی رفتار سے تقسیم کر کے، جس سے زاوی فاصلہ طے کیا جائے، ایک چکر کا وقت حاصل ہوگا۔

### اسراع

رداس  $r$  مستقل رکھ کر  $t$  کے لحاظ سے مساوات ۴.۱۸ کا تفسیق ذیل دیگا۔

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r \quad (۴.۲۱)$$

یہاں ہم ایک پیچیدگی کا سامنا کرتے ہیں۔ مساوات ۴.۲۱ کا بائیں ہاتھ  $dv/dt$  خطی اسراع کے صرف اس حصے کو ظاہر کرتا ہے جو خطی سمتی رفتار  $v$  کی تبدیلی کا ذمہ دار ہے۔ سمتی رفتار  $v$  کی طرح خطی اسراع کا یہ حصہ نقطے کی راہ کو ماسی ہوگا۔ ہم اسے خطی اسراع کا ماسی جزو  $a_t$  کہہ کر ذیل لکھتے ہیں، جہاں  $\alpha = d\omega/dt$  ہے۔

$$a_t = \alpha r \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۴.۲۲)$$

انتباہ: مساوات ۴.۲۲ میں زاوی اسراع  $\alpha$  کا ریڈیئن ناپ میں ہونا لازم ہے۔ ساتھ ہی، جیسا مساوات 34.4 ہمیں بتاتی ہے، دائری راہ پر گامزن ذرے (یا نقطے) کے خطی اسراع کا (رداسی مرکز کے رخ) رداسی جزو  $a_r = \frac{v^2}{r}$  ہوگا، جو خطی سمتی رفتار  $v$  کے رخ میں تبدیلی کا ذمہ دار ہوگا۔ مساوات ۴.۱۸ سے  $v$  ڈال کر یہ جزو درج ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۴.۲۳)$$

یوں، جیسا شکل 9b.10 میں دکھایا گیا ہے، استوار گھومتے جسم پر نقطے کے خطی اسراع کے عموماً دو جزو ہوں گے۔ جب بھی جسم کی زاوی سمتی رفتار غیر صفر ہو، رداسی اندر کی طرف کا جزو  $a_r$  موجود ہوگا (جو مساوات ۴.۲۳ دیتی ہے)۔ ماسی جزو  $a_t$  (جو مساوات ۴.۲۱ دیتی ہے) اس صورت ہوگا جب زاوی اسراع غیر صفر ہو۔

### آزمائش ۳

گھومنے والے جھولے کے حلقہ پر چوٹی بیٹھی ہے۔ اگر اس نظام (گھومنا والا جھولا و چوٹی) کی زاوی سمتی رفتار مستقل ہو، کیا چوٹی کا (۱) رداسی اسراع اور (ب) ماسی اسراع ہوگا؟ اگر  $\omega$  گھٹ رہی ہو، کیا چوٹی کا (ج) رداسی اسراع اور (د) ماسی اسراع ہوگا؟

نمونہ سوال ۴.۵: تفریح گاہ میں ایک بڑے حلقہ کے بناوٹ

ہمیں ایک بڑا افقی حلقہ، جس کا رداس  $33.1 \text{ m}$  ہوگا، بنانے کو کہا گیا ہے جو انتہائی دھرے پر چلے

گا۔ (یہ چین میں موجود دنیا کے سب سے بڑے پیچے جتنا ہو گا۔) سوار حلقے کے بیرونی دیوار میں موجود دروازے سے داخل ہو کر اس دیوار کے ساتھ کھڑے ہوں گے (شکل 10a.10)۔ حلقے پر حوالہ لکیر کا زاوی معتام  $\theta(t)$  لمحہ  $t = 0$  سے لمحہ  $t = 2.30 \text{ s}$  تک ذیل دیتی ہے، جہاں  $c = 6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3}$  ہے۔

$$\theta = ct^3 \quad (۳.۲۴)$$

لمحہ  $t = 2.30 \text{ s}$  کے بعد جھولنے کے پھیرا مکمل ہونے تک زاوی رفتار مستقل رکھی جائے گی۔ گھومنا شروع ہونے کے بعد، سوار کے پاؤں تلے فرسش ہشادی جائے گی، لیکن وہ گرے گا نہیں؛ بلکہ وہ دیوار کے ساتھ مغبوطی سے جکڑا محسوس کرے گا۔ لمحہ  $t = 2.20 \text{ s}$  پر شخص کی زاوی رفتار  $\omega$ ، خطی رفتار  $v$ ، زاوی اسراع  $\alpha$ ، مماسی اسراع  $a_t$ ، رداسی اسراع  $a_r$ ، اور اسراع  $\vec{a}$  تلاش کرتے ہیں۔

### کلیدی تصور

(1) مساوات ۳.۶ زاوی رفتار  $\omega$  دیتی ہے۔ (2) مساوات ۳.۱۸ (دائری راہ پر) خطی رفتار  $v$  اور (محور گھماو کے گرد) زاوی رفتار  $\omega$  کا تعلق  $v = \omega r$  دیتی ہے۔ (3) مساوات ۳.۸ زاوی اسراع  $\alpha$  دیتی ہے  $\alpha = d\omega/dt$ ۔ (4) مساوات ۳.۲۲ (دائری راہ کے ہمرہ) مماسی اسراع  $a_t$  اور (محور گھماو کے گرد) زاوی اسراع  $\alpha$  کا تعلق  $a_t = \alpha r$  دیتی ہے۔ (5) مساوات ۳.۲۳ رداسی اسراع  $a_r = \omega^2 r$  دیتی ہے۔ (6) مماسی اور رداسی اسراع پورے اسراع  $\vec{a}$  کے دو آپس میں عمودی جزوی ہیں۔

حماہ: آئیں ان اقدام سے گزریں۔ دیے گئے زاوی معتام تفاسل کا وقتی تفسیق لے کر  $t = 2.20 \text{ s}$  پر کر کے زاوی مستقی رفتار معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}(ct^3) = 3ct^2 \\ (۳.۲۵) \quad &= 3(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s})^2 \\ &= 0.928 \text{ rad s}^{-1} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

مساوات ۳.۱۸ اس لمحے کی ذیل خطی رفتار دیگی۔

$$\begin{aligned} v &= \omega r = 3ct^2 r \\ (۳.۲۶) \quad &= 3(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s})^2(33.1 \text{ m}) \\ &= 30.7 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

اگرچہ یہ رفتار  $(111 \text{ km h}^{-1})$  تیز ہے، ایسی رفتار تفسیق گاہوں میں عام ہیں، اور خطرے کا باعث نہیں؛ (جیسا باب 2 میں ذکر کیا گیا) ہمارا جسم اسراع کو رد عمل کرتا ہے، خطی رفتار کو نہیں (ہم رفتار پیسا نہیں سرعت پیسائیں)۔ مساوات ۳.۲۶ کہتی ہے خطی رفتار، وقت کے مربع کے ساتھ بڑھے گی (تاہم یہ اضافہ  $t = 2.20 \text{ s}$  پر رک جائے گا)۔

اس کے بعد، مساوات ۴.۲۵ کا وقت تفرق لے کر زاوی اسراع معلوم کرتے ہیں۔

$$\alpha = \frac{d\omega}{dr} = \frac{d}{dt}(3ct^2) = 6ct$$

$$= 6(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s}) = 0.843 \text{ rad s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

اب مساوات ۴.۲۲ مماسی اسراع  $a_t$  دیگی:

$$a_t = \alpha r = 6ctr$$

$$(۴.۲۷) \quad = 6(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s})(33.1 \text{ m})$$

$$= 27.91 \text{ m s}^{-2} \approx 27.9 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

جو  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$  جہاں  $g$  ہے، کے برابر ہے (جو مناسب ہے اور پُر لطف ہوگا)۔ مساوات ۴.۲۷ کہتی ہے مماسی اسراع وقت کے ساتھ بڑھ رہا ہے (تاہم یہ اضافہ  $t = 2.30 \text{ s}$  پر رک جائے گا)۔ مساوات ۴.۲۳ سے رداسی اسراع لکھتے کر:

$$a_r = \omega^2 r$$

مساوات ۴.۲۵ سے  $\omega = 3ct^2$  ڈالتے ہیں:

$$a_r = (3ct^2)^2 r = 9c^2 t^4 r$$

$$(۴.۲۸) \quad = 9(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})^2 (2.20 \text{ s})^4 (33.1 \text{ m})$$

$$= 28.49 \text{ m s}^{-2} \approx 28.5 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

جو  $2.9g$  دیتا ہے (یہ بھی مناسب ہے اور پُر لطف ہوگا)۔

رداسی اور مماسی اسراع ایک دوسرے کو عمودی ہیں اور سوار کے اسراع  $\vec{a}$  کے جزو ہیں (شکل 10b.10)۔ اسراع  $\vec{a}$  کی مقدار ذیل ہوگی:

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

$$(۴.۲۹) \quad = \sqrt{(28.49 \text{ m s}^{-2})^2 + (27.91 \text{ m s}^{-2})^2}$$

$$\approx 39.9 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

جو  $4.1g$  کے برابر ہے (یہ یقیناً پُر لطف ہوگا!)۔ یہ تمام مقادیر مناسب ہیں۔

اسراع  $\vec{a}$  کی سمت بندی جاننے کے لئے ہم زاویہ  $\theta$  معلوم کرتے ہیں (شکل 10b.10)۔

$$\tan \theta = \frac{a_t}{a_r}$$



آئیں اعدادی نتائج پُر کرنے کی بجائے ہم مساوات ۴.۲ اور مساوات ۴.۲۸ کے الجبرائی نتائج استعمال کرتے ہیں۔

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{6ctr}{9c^2t^4r} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{2}{3ct^3} \right) \quad (۴.۳۰)$$

ریاضی نتیجے کا بڑا فائدہ یہ ہے کہ ہم اب دیکھ سکتے ہیں کہ (۱) زاویے پر رداس کا کوئی اثر نہیں ہوگا اور (۲) اس کی قیمت  $t$  کی قیمت 0 تا 2.20 s بڑھانے سے گھٹتی ہے۔ رداسی اسراع (جو  $t^4$  پر منحصر ہے) بہت جلد مماسی اسراع (جو صرف  $t$  پر منحصر ہے) پر غالب ہو کر سمتیہ اسراع  $\vec{a}$  کو رداسی رخ موڑتا ہے۔ وقت  $t = 2.20$  s پر ذیل ہوگا۔

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2}{3(6.39 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-3})(2.20 \text{ s})^3} = 44.4^\circ \quad (\text{جواب})$$

□

## ۴.۴ گھماؤ کی حرکتی توانائی

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ درج ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. ذرے کا گھمیری جود نقطہ پر تلاش کرپائیں گے۔
۲. متاثرہ محور کے گرد گھومتے ہوئے متعدد ذروں کا کل گھمیری جود تلاش کرپائیں گے۔
۳. گھمیری جود اور زاوی رفتار کی صورت میں جسم کی گھمیری حرکت کی توانائی تعین کرپائیں گے۔

کلیدی تصویر

• متاثرہ محور پر گھومتے استوار جسم کی حرکتی توانائی  $K$  ذیل ہوگی،

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (\text{ریڈیئین ناپ})$$

جہاں  $I$  جسم کا گھمیری جود کہلاتا ہے، جس کی تعریف انفرادی ذروں کے نظام کے لئے درج ذیل ہے۔

$$I = \sum m_i r_i^2$$

## گھماؤ کی حرکتی توانائی

میسز آرا کا تیزی سے گھومتا دھار دار پھسل بقیہ گھومنے کی بنا حرکتی توانائی رکھتا ہے۔ ہم اس توانائی کو کس طرح بیان کر سکتے ہیں؟ ہم توانائی کے عمومی کلیہ  $K = \frac{1}{2} mv^2$  سے پورے آرا کی حرکتی توانائی حاصل نہیں کر سکتے چونکہ یہ آرے کے مرکز کمیت کی حرکتی توانائی دیکھ، جو صفر ہے۔

اس کے بجائے، میز آرا (اور کسی بھی دوسرے گھومتے استوار جسم) کو ہم مختلف رفتار سے حرکت کرتے ذروں کا مجموعہ تصور کرتے ہیں۔ ان ذروں کی انفرادی حرکی توانائیاں جمع کر کے پورے جسم کی حرکی توانائی حاصل کی جا سکتی ہے۔ یوں گھومتے جسم کی حرکی توانائی ذیل ہوگی،

$$K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2 + \dots$$

$$= \sum \frac{1}{2}m_i v_i^2 \quad (۴.۳۱)$$

جہاں  $i$  ویں ذرے کی کیت  $m_i$  اور رفتار  $v_i$  ہے۔ مجموعہ جسم کے تمام ذروں پر لیا جائے گا۔  
 مساوات ۴.۳۱ میں مشکل یہ ہے کہ ہر ذرے کی رفتار دوسرے سے مختلف ہو سکتی ہے۔ اس مشکل سے بچنے کی خاطر ہم مساوات ۴.۱۸ سے  $v = \omega r$  ڈال کر ذیل لکھتے ہیں، جس میں  $\omega$  تمام ذروں کے لئے برابر ہے۔

$$K = \sum \frac{1}{2}m_i(\omega r_i)^2 = \frac{1}{2}\left(\sum m_i r_i^2\right)\omega^2 \quad (۴.۳۲)$$

مساوات ۴.۳۲ میں دائیں ہاتھ قوسین میں بند مقدار، محور گھماؤ کے لحاظ سے گھومتے جسم کی کیت کی تقسیم پیش کرتی ہے۔ یہ مقدار، محور گھماؤ کے لحاظ سے گھومتے جسم کا گھمیریہ جمود<sup>۱۳</sup> (یا جمودی معیار اثر<sup>۱۴</sup>) کہلاتا ہے، جس کو ہم  $I$  سے ظاہر کرتے ہیں۔ محور گھماؤ کے لحاظ سے جسم کے  $I$  کی قیمت اٹل ہوگی۔ (انتباہ:  $I$  کی قیمت صرف اس صورت با معنی ہوگی جب اس محور کا ذکر کیا جائے۔) کسی دوسری محور گھماؤ پر اسی جسم کا  $I$  عموماً مختلف ہوگا، تاہم اب بھی اس کی قیمت مستقل ہوگی۔  
 ہم ذیل لکھ کر،

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (\text{گھمیریہ جمود}) \quad (۴.۳۳)$$

مساوات ۴.۳۲ میں ڈال کر مطلوبہ تعلق:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (\text{ریڈینن ناپ}) \quad (۴.۳۴)$$

حاصل کرتے ہیں۔ چونکہ  $v = \omega r$  استعمال کر کے درج بالا تعلق حاصل کیا گیا لہذا  $\omega$  کی قیمت ریڈینن ناپ میں لکھنی ضروری ہے۔ جمودی معیار اثر  $I$  کی اکائی کلوگرام مربع میٹر ( $\text{kg m}^2$ ) ہے۔

طریقہ کار۔ اگر جسم چند ذروں پر مشتمل ہو، ہم ہر ذرے کی انفرادی حرکی توانائی  $mr^2$  تلاش کر کے تمام کا مجموعہ، مساوات ۴.۳۳ کی طرح، لے کر جسم کا کل گھمیریہ جمود  $I$  معلوم کر سکتے ہیں۔ جسم کی کل گھمیریہ حرکی توانائی جاننے کے لئے معلوم شدہ  $I$  کو مساوات ۴.۳۴ میں ڈالنا ہوگا۔ چند ذروں کے لئے یہ طریقہ کار استعمال کیا

<sup>۱۳</sup> rotational inertia  
<sup>۱۴</sup> moment of inertia

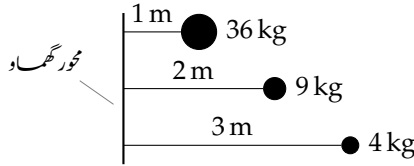
جائے گا: اگر جسم میں ذروں کی تعداد بہت زیادہ ہو (جیسا ایک سلاخ میں ہوگا) تب کیا ہوگا؟ اگلے حصے میں ہم اس قسم کے استمراری اجسام کو نیپٹا سکیں گے؛ فنکرمٹ کریں، نتائج منٹوں میں حاصل ہوں گے۔

مساوات ۴.۳۴ جو خالص گھماؤ کی صورت میں استوار جسم کی توانائی  $K = \frac{1}{2} I \omega^2$  دیتی ہے، خالص مستقیم حرکت کی صورت میں جسم کی توانائی کلیہ مرکزیت  $K = \frac{1}{2} M v^2$  کی زاوی معادل ہے۔ دونوں کلیوں میں  $\frac{1}{2}$  جب زوضری پایا جاتا ہے۔ ایک کلیہ میں کیت  $M$  جبکہ دوسرے میں  $I$  (جس میں کیت اور کیت کی تقسیم دونوں شامل ہیں) پایا جاتا ہے۔ ساتھ ہی دونوں کلیوں میں رفتار کا مربع جمع پایا جاتا ہے (ایک میں مستقیم اور دوسرے میں زاوی)۔ مستقیم اور زاوی حرکت کی توانائی دو مختلف توانائیاں نہیں۔ دونوں حرکت کی توانائی ہے، تاہم مسئلہ دیکھ کر موزوں صورت اپنائی گئی ہے۔

ہم پہلے کہہ چکے ہیں کہ گھومتے جسم کا گھمیری جمود ناصرف کیت بلکہ کیت کی تقسیم پر بھی منحصر ہوگا۔ آئیں ایک ایسی مثال دیکھیں جس کو آپ حقیقتاً محسوس کر سکتے ہیں۔ ایک لمبی اور بھاری سلاخ، پہلے طوی محور پر (شکل 11a.10) اور اس کے بعد وسطی نقطہ سے گزرتی اور سلاخ کو عمودی محور پر (شکل 11b.10) گھمائیں۔ دونوں صورتوں میں کیت ایک جتنی ہے، تاہم پہلی صورت میں گھماؤ زیادہ آسان ہوگا۔ پہلی صورت میں کیت کی تقسیم محور گھماؤ کے زیادہ قریب ہے؛ یوں شکل 11a.10 میں سلاخ کا گھمیری جمود شکل 11b.10 سے کم ہوگا جس کی بدولت شکل 11a.10 میں گھماؤ زیادہ آسان ہوگا۔ کم گھمیری جمود کی صورت میں گھماؤ زیادہ آسان ہوگا۔

آزمائش ۴

تین کرہ انتصابی محور کے گرد گھومتے شکل میں دکھائے گئے ہیں۔ ہر کیت کے مرکز سے محور تک عمودی فاصلہ بھی دیا گیا ہے۔ اس محور پر گھمیری جمود کے لحاظ سے کیتوں کی درجہ بندی کریں۔ زیادہ قیمت اول رکھیں۔



## ۴.۵ گھمیری جمود کا حساب

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

۱. ان اجسام کا گھمیری جمود معلوم کر پائیں گے جو جدول 1.10 میں دیے گئے ہیں۔
۲. جسم کے کیتی ٹکڑوں پر مکمل لے کر جسم کا گھمیری جمود تلاش کر پائیں گے۔
۳. جسم کے مرکز کیت سے گزرتی محور گھماؤ سے ہٹ کر متوازی محور کے لئے متوازی محور مسئلے کا اطلاق کر پائیں گے۔

## کلیدی تصورات

• انفرادی ذروں پر مشتمل جسم کے گھمیری جھود کی تعریف:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

اور جس جسم میں کیت کی تقسیم استمراری ہو ذیل ہے۔

$$I = \int r^2 dm$$

انفرادی ذرے کا محور گھماؤ سے عمودی فاصلہ  $r_i$  ہے۔ اسی طرح مکمل میں کیت کے ٹکڑے کا محور گھماؤ سے عمودی فاصلہ  $r$  ہے اور مکمل پورے جسم پر لیا جاتا ہے تاکہ کیت کے تمام ٹکڑے شامل کیے جائیں۔

• کسی بھی محور پر جسم کے گھمیری جھود  $I$  اور مرکز کیت سے گزرتی متوازی محور پر اسی جسم کے گھمیری جھود کا تعلق:

$$I = I_{\text{مرکز کیت}} + Mh^2$$

مسئلہ متوازی محور دیتا ہے۔ دو محوروں کے بیچ عمودی فاصلہ  $h$  ہے، اور مرکز کیت سے گزرتی محور گھماؤ پر جسم کا گھمیری جھود مرکز کیت  $I$  ہے۔ مرکز کیت سے گزرتی محور گھماؤ سے جتنا دور اصل محور گھماؤ ہٹائی گئی، ہم  $h$  کو وہ فاصلہ تصور کر سکتے ہیں۔

## گھمیری جھود کا حساب

چند ذروں پر مشتمل استوار جسم کا گھمیری جھود، محور گھماؤ پر، مساوات (۴.۳۳)  $(I = \sum m_i r_i^2)$  دیتی ہے؛ یوں ہم ہر ذرے کا  $mr^2$  تلاش کر کے تمام کا مجموعہ لیتے ہیں۔ (یاد رکھیں کہ محور گھماؤ سے ذرے کا عمودی فاصلہ  $r$  ہوگا۔)

اگر جسم قریب قریب انتہائی زیادہ ذروں پر مشتمل ہو (جسم استمراری ہوگا)، مساوات (۴.۳۳) کا استعمال بہت لمبا کام ہوگا جس کے لئے کمپیوٹر درکار ہوگا۔ بہتر یہ ہوگا، ہم مساوات (۴.۳۳) کے مجموعہ کی جگہ مکمل لے کر گھمیری جھود کی تعریف ذیل کریں۔

$$(۴.۳۵) \quad I = \int r^2 dm \quad (\text{گھمیری جھود، استمراری جسم})$$

جدول 2.10 میں عام شکل و صورت کے نواحام کے لئے، مکمل کے نتائج پیش کیے گئے ہیں اور مشتمل محور گھماؤ کی نشاندہی کی گئی ہے۔

## مسئلہ متوازی محور

فرض کریں ہم دی گئی محور گھماؤ پر ایک جسم کا، جس کی کمیت  $M$  ہو، گھمیری جمود  $I$  جاننا چاہتے ہیں۔ یقیناً، ہم مساوات ۴.۳۵ کے مکمل سے  $I$  حاصل کر سکتے ہیں۔ تاہم، جسم کے مرکز کمیت سے گزرتی ایسی محور گھماؤ، جو دی گئی محور کے متوازی ہو، پر گھمیری جمود مرکز کمیت  $I$  جاننے ہوئے، ایک آسان راستہ اختیار کیا جاسکتا ہے۔ مرکز کمیت سے گزرتی محور گھماؤ اور دی گئی محور کے بیچ عمودی فاصلہ  $h$  ہونے کی صورت میں (یاد رہے، دونوں محور آپس میں متوازی ہیں) دی گئی محور پر گھمیری جمود  $I$  ذیل ہوگا۔

$$I = I_{\text{مرکز کمیت}} + Mh^2 \quad (\text{مسئلہ متوازی محور}) \quad (۴.۳۶)$$

یوں تصور کریں جیسا مرکز کمیت سے گزرتی محور گھماؤ کو دور ہٹا کر  $h$  فاصلے پر رکھا گیا ہے۔ یہ مساوات مسئلہ متوازی محور<sup>۱۵</sup> کہلاتی ہے۔

## مسئلہ متوازی محور کا ثبوت

شکل 12.10 میں اختیاری شکل و صورت جسم کا، جس کا مرکز کمیت  $O$  ہے، عمودی تراش دکھایا گیا ہے۔ محدد نظام کا مبدا  $O$  پر رکھیں۔ شکل کے مستوی کو عمودی،  $O$  سے گزرتی، ایک محور لیں؛ اس محور کو متوازی، نقطہ  $P$  سے گزرتی، دوسری محور لیں۔ نقطہ  $P$  کے محدد  $a$  اور  $b$  ہیں۔ فرض کریں کسی عمومی محدد  $x$  اور  $y$  پر  $dm$  کمیت کا چھوٹا ٹکڑا ہے۔ نقطہ  $P$  پر محور کے لحاظ سے جسم کا گھمیری جمود مساوات ۴.۳۵ کے تحت ذیل ہوگا،

$$I = \int r^2 dm = \int [(x - a)^2 + (y - b)^2] dm$$

جس کو ترتیب نو کے بعد ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$I = \int (x^2 + y^2) dm - 2a \int x dm - 2b \int y dm + \int (a^2 + b^2) dm \quad (۴.۳۷)$$

مرکز کمیت کی تعریف (مساوات 9.9) کہتی ہے، مساوات ۴.۳۷ کے درمیانے دو مکمل مرکز کمیت (ایک مستقل سے ضرب کر کے) دیتے ہیں، لہذا یہ مکمل (انفرادی طور پر) صفر کے برابر ہوں گے۔ چونکہ  $O$  سے  $dm$  تک فاصلہ  $R$  ہے جو  $x^2 + y^2$  کے برابر ہے لہذا پہلا مکمل مرکز کمیت  $I$  دیگا۔ شکل 12.10 کو دیکھ کر ہم جاننے ہیں مساوات ۴.۳۷ کا آخری مکمل  $Mh^2$  کے برابر ہے، جہاں جسم کی کل کمیت  $M$  ہے۔ یوں مساوات ۴.۳۷ تخفیف کے بعد مساوات ۴.۳۶ دیتی ہے، جسے ہم ثابت کرنا چاہتے تھے۔

## آزمائش ۵

شکل ۱؟ میں کتاب کی طرح جسم (جس کا ایک ضلع دوسرے سے لمبا ہے) اور جسم کے رخ کو عمودی چار ممکنہ محور گھماؤ دکھائے گئے ہیں۔ جسم کے گھمیری جمود کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر، ان محور کی درجہ بندی کریں۔

<sup>۱۵</sup> parallel axis theorem

نمونہ سوال ۴.۶: دو ذروں کا گھمیریہ جمود

شکل 13a.10 میں کمیت  $m$  کے دو ذروں پر مشتمل استوار جسم دکھایا گیا ہے۔ متبادل نظر انداز کمیت کا سلاخ، جس کی لمبائی  $L$  ہے کمیتوں کے بیچ لگا ہے۔

(۱) سلاخ کو عمودی، جسم کے مرکز کمیت سے گزرتی محور گھماؤ (جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے) پر جسم کا گھمیریہ جمود کیا ہوگا؟

### کلیدی تصویر

جسم صرف دو ذروں پر (جن کی کمیت ہے) مشتمل ہے، لہذا ہم مکمل کے بجائے مساوات ۱۴.۳۳ استعمال کر کے گھمیریہ جمود مرکز کمیت  $I$  تلاش کر سکتے ہیں۔ ہم انفرادی کمیت کا گھمیریہ جمود تلاش کر کے دونوں کا مجموعہ لیں گے۔

حصہ: محور گھماؤ سے  $\frac{1}{2}L$  عمودی فاصلے پر کمیت  $m$  کے دو ذروں کا (مجموعی) گھمیریہ جمود ذیل ہوگا۔

$$I = \sum m_i r_i^2 = (m) \left(\frac{1}{2}L\right)^2 + (m) \left(\frac{1}{2}L\right)^2 \\ = \frac{1}{2}mL^2 \quad (\text{جواب})$$

(ب) پہلی محور کو متوازی، سلاخ کے بائیں سرے سے گزرتی، محور گھماؤ (شکل 13b.10) پر جسم کا گھمیریہ جمود کیا ہوگا؟

### کلیدی تصورات

اتنی آسان صورت میں  $I$  با آسانی دونوں طریقوں سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ پہلا طریقہ جزو کی طرح ہے۔ دوسرا، زیادہ طاقتور طریقہ مسئلہ متوازی محور استعمال کرتا ہے۔

پہلا طریقہ: ہم جزو کی طرح  $I$  معلوم کرتے ہیں، تاہم اب سلاخ کے بائیں سرے پر موجود ذرے کا  $r_i$  صفر اور دائیں سرے پر ذرے کا  $L$  ہوگا۔ مساوات ۱۴.۳۳ اب ذیل دیگی۔

$$I = m(0)^2 + m(L)^2 = mL^2 \quad (\text{جواب})$$

دوسرا طریقہ: ہم مرکز کمیت سے گزرتی محور گھماؤ پر جسم کا گھمیریہ جمود جانتے ہیں اور دوسرا محور مرکز کمیت سے گزرتی محور کو متوازی ہے لہذا مسئلہ متوازی محور (مساوات ۴.۳۶) بروئے کار لایا جاسکتا ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$I = I_{\text{مرکز کمیت}} + Mh^2 = \frac{1}{2}mL^2 + (2m) \left(\frac{1}{2}L\right)^2 \\ = mL^2 \quad (\text{جواب})$$

□

نمونہ سوال ۴.۷: یکساں سلاخ کا گھمیریہ جمود بالکل

کمیت  $M$  اور لمبائی  $L$  کی یکساں سلاخ محور  $x$  پر یوں رکھا گیا ہے کہ سلاخ کا وسط مبدا پر ہو (شکل 14.10)۔

(۱) سلاخ کے وسط پر، سلاخ کو عمودی محور گھماؤ پر سلاخ کا گھمیری جمود کیا ہوگا؟

### کلیدی تصورات

(۱) سلاخ انتہائی زیادہ ذروں پر، جو محور گھماؤ سے انتہائی زیادہ تعداد کے مختلف فاصلوں پر موجود ہیں، مشتمل ہے۔ ہم ہر ذرے کا انفرادی گھمیری جمود ہرگز معلوم نہیں کرنا چاہتے۔ (ہم اپنی باقی تمام زندگی اس کام میں گزار سکتے ہیں۔) لہذا، ہم محور گھماؤ سے  $r$  فاصلے پر کیت کے ایک چھوٹے ٹکڑے  $dm$  کے لئے گھمیری جمود کا عمومی الجبرائی فہرہ:  $r^2 dm$  لکھتے ہیں۔ (۲) ایک ایک کر کے تمام چھوٹے حصوں کے گھمیری جمود جمع کرنے کے بجائے، ہم اس فہرے کا مکمل لے کر مجموعہ معلوم کرتے ہیں۔ مساوات ۴.۳۵ سے ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$I = \int r^2 dm \quad (۴.۳۸)$$

(۳) سلاخ یکساں ہے اور محور گھماؤ عین مرکز کیت سے گزرتا ہے، لہذا ہم گھمیری جمود مرکز کیت  $I$  معلوم کر رہے ہیں۔

حما: ہم محدود  $x$  کے لحاظ سے مکمل حاصل کرنا چاہتے ہیں (ناکہ کیت  $m$  کے لحاظ سے جیسا مکمل کہتا ہے)، لہذا کیت کے ٹکڑے  $dm$  کا سلاخ کے ہمراہ لمبائی  $dx$  کے ساتھ رشتہ درکار ہوگا۔ (شکل 14.10 میں ایک ایسا ٹکڑا دکھایا گیا ہے۔) سلاخ یکساں ہے، لہذا اتمام ٹکڑوں کی کیت اور لمبائی کی نسبت برابر ہوگی۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$\frac{dm}{dx} = \frac{M}{L} \quad \text{سلاخ کی کیت} \quad \text{سلاخ کی لمبائی}$$

یا

$$dm = \frac{M}{L} dx$$

مساوات ۴.۳۸ میں  $r$  کی جگہ  $x$  اور  $dm$  کی جگہ درج بالا منتخب ڈال کر، سلاخ کے ایک سرے سے دوسرے سر تک (یعنی  $x = -\frac{L}{2}$  تا  $x = \frac{L}{2}$ ) مکمل لیتے ہوئے کیت کے تمام ٹکڑے شامل کرتے ہیں۔ یوں ذیل ملتا ہے۔

$$\begin{aligned} I &= \int_{x=-L/2}^{x=L/2} x^2 \left( \frac{M}{L} \right) dx \\ &= \frac{M}{3L} \left[ x^3 \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{M}{3L} \left[ \left( \frac{L}{2} \right)^3 - \left( -\frac{L}{2} \right)^3 \right] \\ &= \frac{1}{12} ML^2 \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

(ب) ایک نئی محور گھماؤ پر، جو سلاخ کے بائیں سرے گزرتی اور سلاخ کو عمودی ہے، سلاخ کا گھمیری جمود کیا ہوگا؟

### کلیدی تصورات

ہم محور  $x$  کا مبد اسلاخ کے بائیں سرپر منتقل کر کے تھمل  $x = 0$  تا  $x = L$  لے کر  $I$  معلوم کر سکتے ہیں۔ تاہم، ہم زیادہ آسان اور طاقتور مسئلہ متوازی محور (مساوات ۴.۳۶) استعمال کرتے ہیں، جس میں محور گھماو کی سمت بندی تبدیل کیے بغیر اسے دوسری جگہ منتقل کرتے ہیں۔

حاجے: مرکز کیت سے گزرتی محور کے متوازی، اسلاخ کے بائیں سرپر، نئی محور رکھ کر ہم مسئلہ متوازی محور (مساوات ۴.۳۶) استعمال کر سکتے ہیں۔ ہم جزو اسے جانتے ہیں کہ  $\frac{1}{12}ML^2 = I_{\text{مرکز کیت}}$  ہے۔ شکل 14.10 میں اسلاخ کے وسط سے نئی محور گھماو تک فاصلہ  $\frac{1}{2}L$  ہے۔ یوں مساوات ۴.۳۶ ذیل دی گئی۔

$$I = I_{\text{مرکز کیت}} + Mh^2 = \frac{1}{12}ML^2 + (M)\left(\frac{1}{2}L\right)^2$$

$$= \frac{1}{3}ML^2 \quad (\text{جواب})$$

□ یہ حقیقت، یہ نتیجہ اسلاخ کے بائیں یا دائیں سرپر ہر، اسلاخ کو عمودی، محور گھماو کے لئے درست ہے۔

نمونہ سوال ۴.۸: گھمیری جو دیوانہ، پکڑے پکڑے

مشین کے بڑے حصوں کا، جو لمبے عرصہ میں رفتار سے چکر کاٹتے ہوں، معائنہ چکری پرکھ کے نظام میں کرنا ضروری ہے۔ اس نظام میں، فولادی سیلن کے اندر، جس کی اندرونی جانب سیر کی اینٹیں نصب ہوں، مشین کے حصے کو مخصوص چکری رفتار تک (جس پر حصے کو پرکھنا مقصود ہو) لایا جاتا ہے۔ اس دوران، سیلن کا منہ فولادی ڈھکن سے بند رکھا جاتا ہے۔ اگر مشین کا حصہ مطلوب چکری رفتار پر داشت نہ کرتے ہوئے ٹوٹ جائے، اس کے ٹکڑے سیر کی ملائم اینٹوں میں دھنس کر محفوظ ہوں گے، جن کا معائنہ بعد میں کرنا ممکن ہوگا۔

۱۹۸۵ء میں ایک ادارہ نے، جو مشین پر کھنے کا کام کرتا ہے، 272 kg ٹھوس فولادی (مترص شکل کا) مدور، جس کا رداس  $R = 38.0 \text{ cm}$  تھا، پر کھنے کا کام لیا۔ سین 14000  $\omega$  چکری منصف کی زاویائی رفتار کو پہنچ کر آزمائش کار معمار<sup>۱۱</sup> ایک آواز سنتا ہے۔ تفتیش کرنے پر معلوم ہوا سیر کی اینٹیں کسرے سے باہر بھسکی پڑی ہیں، کسرے کا دروازہ گاڑیاں کھڑی کرنے کی جگہ میں پڑا ملا، ایک سیر کی اینٹ پڑوسی کے باورچی خانے کی دیوار توڑ کر اندر پہنچی تھی، ادارے کی عمارت کے ستون ناکارہ ہو چکے تھے، چکر خانہ کا پکا مندرش 0.5 cm زمین میں دھنس چکا تھا، اور چکری نظام کا 900 kg ڈھکن اڑ کر چھت سے گزرتے ہوئے بالائی منزل میں داخل ہونے بعد واپس چکری نظام پر گر کر پڑا تھا۔ خوش قسمتی سے کوئی بھی ٹکڑا آزمائش کار معمار کے کسرے کی طرف نہیں گیا۔

اس دھماکے میں کتنی توانائی خارج کی گئی؟

### کلیدی تصور

خارج توانائی 14000 چکری منصف پر مدور کی گھمیری حسر کی توانائی  $K$  کے برابر ہوگی۔



حاجے: ہم مساوات ۴.۳۴ سے  $K$  کی قیمت  $K = \frac{1}{2} I \omega^2$  تلاش کرتے ہیں، لیکن اس سے پہلے مدور کا گھمیری جود  $I$  جاننا ضروری ہے۔ فطرص کا گھمیری جود جدول 2c.10 کے تحت  $(I = \frac{1}{2} MR^2)$  ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$I = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} (272 \text{ kg}) (0.38 \text{ m})^2 = 19.64 \text{ kg m}^2$$

مدور کی زاوی رفتار، ریڈین ناپ میں حاصل کرتے ہیں۔

$$\omega = (2\pi \text{ ریڈین فی سپر}) (14000 \text{ سپر فی منٹ}) \left( \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right)$$

$$= 1.466 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1}$$

یوں مساوات ۴.۳۴ کے تحت حنارچ توانائی ذیل ہے (جو بہت بڑی مقدار ہے)۔

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} (19.64 \text{ kg m}^2) (1.466 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1})^2$$

$$= 2.1 \times 10^7 \text{ J} \quad (\text{جواب})$$

□

## ۴.۶ قوت مسروڑ

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے قابل ہوں گے۔

۱. حبان پائیں گے کہ جسم پر قوت مسروڑ میں قوت اور، محور گھماوے قوت کے نقطہ اطلاق تک، تعین کر سکتے شامل ہیں۔
۲. (۱) تعین کر سکتے اور سمتیہ قوت کے بیچ زاویہ کی مدد سے، (ب) خط عمل اور قوت کے معیار اثر کے بازو کی مدد سے، اور (ج) تعین کر سکتے قوت کے عمودی جزو کی مدد سے قوت مسروڑ تلاش کر پائیں گے۔
۳. حبان پائیں گے کہ قوت مسروڑ حبانے کے لئے محور گھماو حباننا لازم ہے۔
۴. حبان پائیں گے کہ قوت مسروڑ کو مثبت یا منفی علامت مختص کی جاتی ہے، جس کا دارومدار اس رخ پر ہوگا جس رخ قوت مسروڑ جسم کو محور گھماو پر گھمانے کی کوشش کرتی ہے (یاد رہے، ”گھڑیاں منفی ہیں“۔)
۵. جہاں ایک سے زیادہ قوت مسروڑ جسم پر عمل کرتی ہوں، صافی قوت مسروڑ حاصل کر پائیں گے۔

## کلیدی تصورات

- قوت  $\vec{\tau}$  کی، محور گھماو پر جسم کو گھمانے کی، کوشش کو قوت مسروڑ کہتے ہیں۔ اگر محور گھماو کے لحاظ سے،  $\vec{\tau}$  جس نقطہ پر عمل کرتی ہو، اس نقطے کا تعین کر سکتے ہو، تب قوت مسروڑ کی قدر ذیل ہوگی،

$$\tau = rF_t = r_{\perp} R = rF \sin \phi$$

جہاں  $\vec{r}$  کو  $\vec{F}$  کا عمودی جزو  $F_t$  ہے اور  $\phi$  قوت  $\vec{F}$  اور سمتیہ  $\vec{r}$  کے بیچ زاویہ ہے۔ محور گھماو اور  $\vec{F}$  سے گزرتی مہبوط لکسیر کے بیچ عمودی فاصلہ  $r_{\perp}$  ہے۔ مہبوط لکسیر کو  $\vec{F}$  کا ”خط عمل“، اور  $r_{\perp}$  کو  $\vec{F}$  کا ”معیار اثر“ کہتے ہیں۔ اسی طرح  $r$  کو  $F_t$  کا معیار اثر کہیں گے۔

• قوت مسروڑ کی اکائی نیوٹن میٹر (Nm) ہے۔ ساکن جسم کو محور گھماو پر خلاف گھڑی گھمانے کی کوشش کرنے والی قوت مسروڑ  $\tau$  مثبت ہوگی، گھڑی وار گھمانے کی کوشش کرنے والی منفی ہوگی۔

### قوت مسروڑ

دروازے کا دستہ چول سے دور، کسی مقصد سے، رکھا جاتا ہے۔ دروازہ کھولنے کے لئے قوت لگانی ضروری ہے، تاہم قوت۔ کارخ اور لگانے کا مقصد بھی اہمیت رکھتے ہیں۔ اگر آپ، دستے کے بجائے، چول کے متریب قوت کا اطلاق کریں یا دروازے کی سطح کو قوت  $90^\circ$  پر لاگو نہ کریں، دروازہ کھولنے کے لئے آپ کو اس قوت سے زیادہ قوت درکار ہوگی، جو دستے پر دروازے کی سطح کو عمودی درکار چاہیے۔

شکل 16a.10 میں جسم کا عمودی تراش دکھایا گیا ہے۔ یہ جسم، O سے گزرتی، تراش کو عمودی محور گھماو پر، آزادی سے گھوم سکتا ہے۔ نقطہ P پر، جس کا O کے لحاظ سے تقسین گر سمتیہ  $\vec{r}$  ہے، قوت  $\vec{F}$  کا اطلاق کیا گیا ہے۔  $\vec{F}$  اور  $\vec{r}$  کرخ آپس میں زاویہ  $\phi$  پر ہیں۔ (ہم اپنی آسانی کے لئے صرف ان قوت کی بات کرتے ہیں، جن کا محور گھماو کو متوازی جزو نہیں پایا جاتا؛ یوں  $\vec{F}$  صفحے کی سطح میں ہوگی۔)

یہ جاننے کے لئے کہ محور گھماو پر  $\vec{F}$  جسم کو کیسے گھماتی ہے، ہم  $\vec{F}$  کو دو اجزاء میں تقسیم کرتے ہیں (شکل 16b.10)۔ ایک جزو، جو ردای جزو  $F_r$  کہلاتا ہے،  $\vec{r}$  کے ہمراہ ہوگا۔ چونکہ یہ جزو O سے گزرتی لکسیر کے ہمراہ ہے، لہذا یہ گھماو میں کردار ادا نہیں کرتا۔ (اگر آپ دروازے کو دروازے کے سطح کے ہمراہ کھینچیں، دروازہ کبھی بھی نہیں کھلے گا۔)  $\vec{F}$  کا دوسرا جزو، جو مماسی جزو  $F_t$  کہلاتا ہے،  $\vec{r}$  کو عمودی ہے اور اس کی قدر  $F_t = F \sin \phi$  ہے۔ یہ جزو گھماو کا سبب بنتا ہے۔

قوتے مروڑ کا حصہ  $\vec{F}$  کی جسم گھمانے کی صلاحیت، قوت  $\vec{F}$  کے مماسی جزو  $F_t$  کی قدر کے علاوہ O سے (قوت کے) اطلاقی نقطے کے فاصلے پر منحصر ہے۔ ان دونوں وجوہات کو شامل کرنے کی خاطر ہم (درج ذیل) ایک نئی مقدار متعارف کرتے ہیں جو قوتے مروڑ  $\tau$  کہلاتی ہے، جو دو جزو ضربوں کا حاصل ضرب ہوگا۔

$$\tau = (r)(F \sin \phi) \quad (۴.۳۹)$$

قوت مسروڑ کا حساب (درج ذیل) دو معادل طریقوں:

$$\tau = (r)(F \sin \phi) = rF_t \quad (۴.۴۰)$$

اور

$$\tau = (r)(F \sin \phi) = r_{\perp} F \quad (۴.۴۱)$$

سے ممکن ہے، جہاں  $O$  پر محور گھماؤ اور  $\vec{F}$  سمتیہ سے گزرتی مبسوط لکیر کے بیچ عمودی فاصلہ  $r_{\perp}$  ہے (شکل 16c.10)۔ اس مبسوط لکیر کو  $\vec{F}$  کا نقطہ عمل<sup>۱۸</sup> اور  $r_{\perp}$  کو  $\vec{F}$  کا معیار اثر کا بازو<sup>۱۹</sup> کہتے ہیں۔ شکل 16b.10 میں دکھایا گیا ہے کہ ہم  $\vec{r}$  کی قدر  $r$  کو جبز قوت  $F_t$  کا معیار اثر کا بازو کہہ سکتے ہیں۔

جب آپ کسی جسم، مثلاً بیچ کس، پر اس نیت سے قوت لگاتے ہیں کہ یہ گھومے، آپ قوت مسروڑ لاگو کرتے ہیں۔ قوت مسروڑ کی بین الاقوامی اکائی نیوٹن میٹر (Nm) ہے۔ انتباہ: نیوٹن میٹر کی اکائی کام کے لئے بھی مستعمل ہے۔ تاہم، قوت مسروڑ اور کام دو مختلف مفادات ہیں۔ کام کے لئے عام طور حوال اکائی ( $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$ ) استعمال کی جاتی ہے جبکہ قوت مسروڑ کے لئے صرف نیوٹن میٹر اکائی استعمال ہوگی۔

**گھڑیاں منفی ہیں۔** باب 11 میں قوت مسروڑ کے لئے سمتیہ ترقیم استعمال کی جائے گی؛ یہاں واحد محور پر گھماؤ کی بات کی جائے گی لہذا الجبرائی علامت استعمال کی جائے گی۔ اگر قوت مسروڑ خلاف گھڑی گھماؤ پیدا کرنے کی کوشش کرے، یہ مثبت ہوگی اور اگر گھڑی وار کوشش کرے تب منفی ہوگی۔ (حصہ 1.10 میں ہم نے کہا ”گھڑیاں منفی ہیں“۔ یہ فترہ یہاں بھی کارآمد ہے۔)

اصول الطباق (جس کا ذکر باب 5 میں کیا گیا) کو قوت مسروڑ مطبق کرتے ہیں: جب جسم پر کئی قوت مسروڑ عمل کرتی ہوں، جسم پر صافی قوت مسروڑ<sup>۲۰</sup> (یا ماحصل قوت مسروڑ<sup>۲۱</sup>) انفرادی قوت مسروڑ کا مجموعہ ہوگا۔ صافی قوت مسروڑ کی علامت صافی ہے۔

آزمائش ۶

میٹر سلاخ کا فضائی جوازہ شکل ۴.۷ میں پیش ہے؛ سلاخ کا چول 20 cm پر پایا جاتا ہے۔ سلاخ پر انچوں قوت افقی اور ان کی قدریں برابر ہیں۔ اعظم قیمت اول رکھ کر، قوتوں کی درجہ بندی ان کی پیدا قوت مسروڑ کے لحاظ سے کریں۔

## ۴.۷ نیوٹن کا قانون دوم برائے گھماؤ

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے قابل ہوں گے۔

۱. گھماؤ کی صورت میں جسم پر صافی قوت مسروڑ کا، جسم کے گھمیری جود اور گھمیری اسراع کے ساتھ، رشتہ نیوٹن کے دوسرے قانون سے حبان پائیں گے۔ تمام مفادات محور گھماؤ کے لحاظ سے ہیں۔

کلیدی تصور

<sup>۱۸</sup>line of action  
<sup>۱۹</sup>moment arm  
<sup>۲۰</sup>net torque  
<sup>۲۱</sup>resultant torque

• نیوٹن کے دوسرے قانون کا گھمیری مثال ذیل ہے،

$$\tau_{\text{مافی}} = I\alpha$$

جہاں ذرے یا استوار جسم پر مافی قوت مسروڑ  $\tau_{\text{مافی}}$  ہے، محور گھماو پر ذرے یا جسم کا گھمیری جمود  $I$  ہے، اور  $\alpha$  اس محور پر ماحصل زاوی اسراع ہے۔

### نیوٹن کا دوسرا قانون برائے گھماو

قوت مسروڑ استوار جسم کو گھما سکتی ہے، جیسا آپ دروازہ قوت مسروڑ سے کھولتے اور بند کرتے ہیں۔ ہم استوار جسم پر مافی قوت مسروڑ  $\tau_{\text{مافی}}$  اور محور گھماو پر جسم کی اس زاوی اسراع  $\alpha$  کا تعلق جاننا چاہتے ہیں جو یہ قوت مسروڑ پیدا کرتی ہے۔ ہم نیوٹن کے دوسرے قانون ( $F_{\text{مافی}} = ma$ ) کو دیکھ کر، جو محدودی محور پر کمیت  $m$  کے جسم پر مافی قوت  $F_{\text{مافی}}$  سے پیدا جسم کی خطی اسراع  $a$  کا تعلق دیتا ہے، ایسا کریں گے۔ ہم  $F_{\text{مافی}}$  کی جگہ  $m$ ،  $\tau_{\text{مافی}}$  کی جگہ  $I$ ، اور  $a$  کی جگہ  $\alpha$  رکھ کر ذیل لکھتے ہیں۔

$$\tau_{\text{مافی}} = I\alpha \quad (\text{نیوٹن کا دوسرا قانون برائے گھماو}) \quad (۴.۴۲)$$

### مساوات ۴.۴۲ کا ثبوت

پہلے شکل 17.10 میں پیش سادہ صورت کے لئے مساوات ۴.۴۲ ثابت کرتے ہیں۔ بلا کمیت سلاخ اور اس کے ایک سر پر کمیت  $m$  کا ذرہ مل کر استوار جسم دیتے ہیں۔ سلاخ کی لمبائی  $r$  ہے اور یہ اپنے دوسرے سر پر، سطح صغف کو عمودی محور گھماو (دھڑے) پر، گھوم سکتی ہے۔ یوں، ذرہ صرف دائری راہ پر، جس کے وسط پر محور گھماو ہے، حرکت کا محباز ہے۔

ذرے پر قوت  $\vec{F}$  عمل کرتی ہے۔ تاہم، ذرہ صرف دائری راہ پر حرکت کر سکتا ہے، لہذا قوت کا صرف مماسی جزو  $F_t$  (جو دائری راہ کو مماس سے) ذرے کو اس راہ پر مسرع کر سکتا ہے۔ ہم  $F_t$  اور اس راہ پر ذرے کے مماسی اسراع  $a_t$  کا تعلق نیوٹن کے دوسرے قانون سے لکھتے ہیں۔

$$F_t = ma_t$$

ذرے پر قوت مسروڑ، مساوات ۴.۴۰ کے تحت ذیل ہوگا۔

$$\tau = F_t r = ma_t r$$

مساوات ۴.۴۲ ( $a_t = \alpha r$ ) سے اس کو ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$\tau = m(\alpha r)r = (mr^2)\alpha \quad (۴.۴۳)$$

دائیں ہاتھ تو سین میں بند متدار، محور گھماو پر ذرے کا گھمیری جمود ہے (مساوات ۴.۴۳ دیکھیں، تاہم یہاں صرف ایک ذرے کی بات کی جا رہی ہے)۔ یوں گھمیری جمود کے لئے  $I$  لکھ کر مساوات ۴.۴۳ ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$\tau = I\alpha \quad (\text{ریڈینن نا پ}) \quad (۴.۴۴)$$

جہاں ایک سے زیادہ قوت ذرے پر عمل کرتی ہوں مساوات ۴.۴۳ ذیل صورت اختیار کرے گی، جسے ہم ثابت کرنا چاہتے تھے۔

$$\tau_{\text{نیٹو}} = I\alpha \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۴.۴۵)$$

چونکہ ہر جسم انفرادی ذروں کا مجموعہ ہو گا لہذا اس مساوات کو کسی بھی استوار جسم تک، جو مقصورہ محور گھماؤ پر گھومتا ہو، وسعت دی جاسکتی ہے۔

آزمائش ۷

شکل ۴.۹؟ میں میٹر سلاخ کا فصائی جانبہ پیش ہے۔ سلاخ کے وسط سے بائیں جانب نقطہ پچل ہے جس پر سلاخ چکر کاٹ سکتی ہے۔ سلاخ پر دو افقی قوت  $\vec{F}_1$  اور  $\vec{F}_2$  لگاؤ کی جاتی ہیں۔ صرف  $\vec{F}_1$  دکھائی گئی ہے۔ قوت  $\vec{F}_2$  سلاخ کو عمودی ہے اور سلاخ کے دائیں سر پر لگاؤ کی جاتی ہے۔ سلاخ نہ گھومنے کی صورت میں  $\vec{F}_2$  کا رخ کیا ہو گا اور (ب) کی قیمت  $F_1$  سے کم ہوگی، زیادہ ہوگا، یا اس کے برابر ہوگی؟

نمونہ سوال ۴.۹: نیوٹن کے قانون دوم برائے گھماؤ کا کولامیہ استعمال

کولام کشتی کا وہ داو ہے جس میں پہلوان دو سرے کو کولہے کی زد پر لا کر گراتا ہے۔ آئیں پہلوانوں کی کشتی کو طبعی دان کے نقطہ نظر سے دیکھیں۔ کولہے پر 80 kg حریف کو چڑھا کر  $\vec{F}$  قوت کے ساتھ دائیں کولہے پر نقطہ گھماؤ (محور گھماؤ) رکھ کر  $d_1 = 0.30 \text{ m}$  معیار اثر کا بازو استعمال کرتے ہوئے، آپ حریف کو زمین پر مارتے ہیں (شکل 18.10)۔ آپ نقطہ گھماؤ پر اس کو  $\alpha = 6.0 \text{ rad s}^{-2}$  زاوی اسراع سے (جو شکل میں گھڑی وار ہے) گھماتا چاہتے ہیں۔ فرض کریں نقطہ گھماؤ کے لحاظ سے اس کا گھمیری جھود  $I = 15 \text{ kg m}^2$  ہے۔

(۱) زمین پر گرانے سے قبل اگر آپ حریف کو آگے جھکا کر اس کا مرکز کیت اپنے کولہے پر رکھیں تو  $\vec{F}$  کی قدر کیا ہوگی (شکل 18a.10)؟

کلیدی تصویر

ہم  $F$  کا زاوی اسراع سے رشتہ نیوٹن کے قانون دوم برائے گھماؤ  $I\alpha = \tau_{\text{نیٹو}}$  سے جانتے ہیں۔

حماچہ: زمین سے حریف کے پاؤں اٹھنے کے بعد، ہم کہہ سکتے ہیں اس پر تین قوت عمل پیرا ہوں گی: آپ کی کھینچ  $\vec{F}$ ، نقطہ گھماؤ پر آپ کی حریف پر عمودی قوت  $\vec{N}$  (شکل 18.10 میں اے نہیں دکھایا گیا)، اور تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$ ۔ نقطہ گھماؤ پر تینوں قوتوں کی قوت سروڈ جانتے ہوئے ہم  $I\alpha = \tau_{\text{نیٹو}}$  استعمال کر پائیں گے۔

مساوات ۴.۴۱ ( $\tau = r_{\perp} F$ ) کے تحت آپ کی کھینچ  $\vec{F}$  سے پیدا قوت سروڈ  $F d_1 -$  ہوگی، جہاں  $d_1$  معیار اثر کا بازو  $r_{\perp}$  ہے، اور منفی علامت کہتی ہے کہ یہ سروڈ گھڑی وار گھماؤ کی کوشش کرتی ہے۔ قوت  $\vec{N}$  نقطہ گھماؤ سے گزرتی ہے لہذا اس کا معیار اثر کا بازو  $r_{\perp} = 0$  ہوگا اور یوں اس کی قوت سروڈ بھی صفر ہوگی۔ تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$  حریف کے مرکز کیت پر عمل کرتی ہے۔ مرکز کیت عین نقطہ گھماؤ پر ہے لہذا  $\vec{F}_g$  کا معیار اثر کا بازو

$r_{\perp} = 0$  ہوگا اور یوں اس کی قوت سروڑ بھی صفر ہوگی۔ یوں حرینف پر صرف آپ کی کھینچ  $\vec{F}$  کی قوت سروڑ عمل کرتی ہے اور ہم  $I\alpha = \tau_{\text{نی}}$  ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$-d_1 F = I\alpha$$

یوں ذیل حاصل ہوگا۔

$$F = \frac{-I\alpha}{d_1} = \frac{-(15 \text{ kg m}^2)(-6.0 \text{ rad s}^{-2})}{0.30 \text{ m}}$$

$$= 300 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

(ب) اگر کرنے سے پہلے آپ کا حرینف سیدھا کھڑا ہے تاکہ  $\vec{F}_g$  کا معیار اثر کا بازو  $d_2 = 0.12 \text{ m}$  ہو تب  $\vec{F}$  کی مقدار کیا ہوگا (شکل 18b.10)؟

**کلیدی تصور**

چونکہ  $\vec{F}_g = mg$  کا معیار اثر کا بازو صفر نہیں، اس کی قوت سروڑ اب  $d_2 mg$  ہوگی جو خلاف گھڑی ہونے کی بنیشت ہے۔

حاجے: ہم  $I\alpha = \tau_{\text{نی}}$  اب ذیل لکھتے ہیں

$$-d_1 F + d_2 mg = I\alpha$$

جو ذیل دیگا۔

$$F = 300 \text{ N} + \frac{(0.12 \text{ m})(80 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2})}{0.30 \text{ m}}$$

$$= 613.5 \text{ N} \approx 610 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

اس نتیجے کے تحت اگر آپ حرینف کو جھکا کر اس کا مرکز کیت اپنے کولہے پر رکھ سکیں، آپ کو کافی زیادہ قوت لگانی ہوگی۔ ایک اچھا پہلو ان یہ حقیقت جانتا ہے۔

□

نمونہ سوال ۴.۱۰: نیوٹن کا دوسرا قانون، قوت سروڑ، قرص

کیت  $M = 2.5 \text{ kg}$  اور رداس  $R = 20 \text{ cm}$  کا یکساں مترص مقررہ افقی دھڑے پر نصب شکل 19a.10 میں دکھایا گیا ہے۔ مترص کے چکا<sup>۲۲</sup> پر بلا کیت دھاگہ لپیٹ کر اس سے  $m = 1.2 \text{ kg}$  کیت کی اینٹ ساکن اینٹ کی گئی ہے۔ ساکن اینٹ رہا کی جاتی ہے۔ اینٹ کا اسراع، مترص کا زاوی اسراع، اور دھاگے میں تناؤ تلاش کریں۔ دھاگہ پھسلتا نہیں اور دھڑا لے رگڑ ہے۔

## کلیدی تصورات

(1) اینٹ کو ایک نظام تصور کر کے اس کی اسراع  $a$  اور اس پر عمل پیرا قوت کا تعلق ہم نیوٹن کے قانون دوم ( $\vec{F}_{\text{نتی}} = m\vec{a}$ ) سے لکھ سکتے ہیں۔ (2) مقررہ کو ایک نظام تصور کرتے ہوئے ہم اس کے زاوی اسراع  $\alpha$  اور اس پر قوت مسرور کا تعلق نیوٹن کے قانون دوم برائے گھماؤ ( $\tau_{\text{نتی}} = I\alpha$ ) سے لکھ سکتے ہیں۔ (3) اینٹ اور مقررہ کی حرکات کو ملانے کے لئے ہم اس حقیقت کو بروئے کار لاتے ہیں کہ اینٹ کا خطی اسراع  $a$  اور مقررہ کے چپکا کا (مماسی) خطی اسراع  $a_t$  برابر ہیں۔ (الچھنے سے بچنے کی خاطر ہم اسراع کی متدروں اور الجبرائی علامتوں پر علیحدہ علیحدہ غور کرتے ہیں۔)

اینٹ پر **قوتیں**: شکل 19b.10 کے آزاد جسی حنا کے میں اینٹ پر لاگو قوتیں دکھائی گئی ہیں: دھماگے سے قوت  $\vec{T}$ ، اور تھبازی قوت  $\vec{F}_g$  کی متدر  $mg$  ہے۔ انتصابی  $y$  محور کے ہمراہ اجزاء کے لئے نیوٹن کا قانون دوم  $F_{\text{نتی},y} = ma_y$  لکھتے ہیں:

$$(۴.۴۶) \quad T - mg = m(-a)$$

جہاں (محور  $y$  کے ہمراہ نیچے رخ) اسراع کی متدر  $a$  ہے۔ تاہم، ہم اس مساوات کو  $a$  کے لئے حل نہیں کر سکتے، چونکہ اس میں دوسرا نامعلوم متغیر  $T$  بھی پایا جاتا ہے۔

**قرص پر قوتیں**: گزشتہ مرتبہ جب ہم محور  $y$  سے آگے بڑھ نہیں سکے، ہم نے محور  $x$  کا سہارا لیا۔ اس مرتبہ ہم مقررہ کے گھماؤ کا سہارا اٹھاتے ہوئے نیوٹن کا قانون دوم زاوی روپ میں لکھتے ہیں۔ قوت مسرور اور گھمیری وجود  $I$  تلاش کرنے کے لئے، ہم نقطہ  $O$  پر، مقررہ کو عمودی اور اس کے وسط سے گزرتی لکیر، محور گھماؤ لیتے ہیں (شکل 19c.10)۔

مساوات ۴.۴۰ ( $\tau = rF_t$ ) قوت مسرور دیتی ہے۔ مقررہ پر تھبازی قوت اور دھماگے کی قوت دونوں مقررہ کے وسط پر عمل کرتے ہیں لہذا ان کا فاصلہ  $r = 0$  اور یوں قوت مسرور صفر ہوں گی۔ مقررہ پر دھماگے کی قوت  $\vec{T} = R \vec{T}$  فاصلے پر مقررہ کے چپکا پر مماسی عمل کرتی ہے۔ اس طرح، اس کی قوت مسرور  $RT$  ہوگی؛ چونکہ قوت مسرور مقررہ کو ساکن حالت سے گھڑی وار گھمانے کی کوشش کرتی ہے لہذا اس کی علامت منفی ہے۔ منفی (گھڑی وار) زاوی اسراع کی متدر  $\alpha$  لیتے ہیں۔ جدول 2c.10 کے تحت مقررہ کا گھمیری وجود  $\frac{1}{2}MR^2$  ہے۔ یوں عمومی مساوات  $I\alpha = \tau_{\text{نتی}}$  ذیل لکھی جائے گی،

$$(۴.۴۷) \quad -RT = \frac{1}{2}MR^2(-\alpha)$$

بظاہر، یہ مساوات کسی کام کی نہیں ہے؛ اس میں دو نامعلوم متغیرات  $\alpha$  اور  $T$  پائے جاتے ہیں جبکہ ہمیں  $a$  چاہیے۔ طبعی علم بروئے کار لاتے ہوئے ہم اس کو فائدہ مند ٹھہرا سکتے ہیں: چونکہ دھماگہ پھسلتا نہیں، اینٹ کے خطی اسراع کی متدر  $a$  اور مقررہ کے چپکا کے (مماسی) اسراع کی متدر  $a_t$  برابر ہوں گی۔ یوں، مساوات ۴.۲۲ ( $a_t = \alpha r$ ) کے تحت  $\alpha = a/R$  ہوگا۔ مساوات ۴.۴۷ میں یہ معلومات ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۴.۴۸) \quad T = \frac{1}{2}Ma$$

نتائج کی بجائے: مساوات ۴.۲۶ اور مساوات ۴.۲۸ ملا کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$a = g \frac{2m}{M + 2m} = (9.8 \text{ m s}^{-2}) \frac{(2)(1.2 \text{ kg})}{2.5 \text{ kg} + (2)(1.2 \text{ kg})}$$

$$= 4.8 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{جواب})$$

اب مساوات ۴.۲۸ سے  $T$  حاصل ہوگا۔

$$T = \frac{1}{2} Ma = \frac{1}{2} (2.5 \text{ kg}) (4.8 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 6.0 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

جیسا ہمیں توقع کرنی چاہیے، گرتی اینٹ کا اسراع  $a$  آزادانہ گرنے کے اسراع  $g$  سے کم، اور دھماگے میں تناؤ  $T = 6.0 \text{ N}$  ایسکی اینٹ پر تباہی قوت  $mg = 11.8 \text{ N}$  سے کم ہے۔ ساتھ ہی ہم دیکھتے ہیں کہ  $a$  اور  $T$  دونوں پر مقرر کی کیفیت پر منحصر ہیں جبکہ ان پر رداس کا کوئی اثر نہیں۔

تصدیق کے طور پر، ہم دیکھتے ہیں کہ بلا کمیت مقرر ( $M = 0$ ) کی صورت میں  $a = g$  اور  $T = 0$  ہوگا۔ ہم یہی توقع رکھتے ہیں؛ اینٹ ایک آزاد جسم کی طرح زمین پر گرتی ہے۔ مساوات ۴.۲۲ سے مقرر کے زاوی اسراع کی مقدار تلاش کرتے ہیں۔

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{4.8 \text{ m s}^{-2}}{0.2 \text{ m}} = 24 \text{ rad s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

□

## ۴.۸ کام اور گھمیری حرکی توانائی

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مسائل ہوں گے۔

۱. گھومتے جسم پر لاگو قوت مسرور کا زاویہ گھماؤ کے لحاظ سے مکمل لے کر، گھومتے جسم پر لاگو قوت مسرور کا سرانجام کام معلوم کر پائیں گے۔

۲. مسئلہ کام و حرکی توانائی استعمال کر کے جسم کے گھمیری حرکی توانائی میں تبدیلی اور سرانجام کام کا رشتہ جان پائیں گے۔

۳. کام اور اس زاویے کے تعلق سے، جس پر جسم گھومتا ہے، متعلق قوت مسرور کا سرانجام کام تلاش کر پائیں گے۔

۴. کام کی شرح معلوم کر کے قوت مسرور کی طاقت جان پائیں گے۔

۵. کسی لمحے پر قوت مسرور اور اس لمحے پر زاوی سستی رفتار کے رشتہ سے قوت مسرور کی طاقت جان پائیں گے۔



## کلیدی تصورات

• زاوی حرکت میں کام اور طاقت کی ذیل مساوات مستقیم حرکت کی مساوات سے مطابقت رکھتی ہیں۔

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

$$P = \frac{dW}{dt} \tau \omega$$

• جب  $\tau$  مستقل ہو، مکمل گھٹ کر ذیل دیگا۔

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i)$$

• گھومتے اجسام کے لئے مسئلہ کام و حرکی توانائی ذیل روپ اختیار کرتا ہے۔

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2 = W$$

## کام اور گھمیری حرکی توانائی

جیسا ہم باب 7 میں ذکر کر چکے، جب قوت  $F$  استوار جسم پر، جس کی کمیت  $m$  ہو، عمل کرے اس کو محدد محور پر مسرع کرے، قوت اس جسم پر کام سرانجام دیتی ہے۔ یوں، جسم کی حرکی توانائی ( $K = \frac{1}{2} mv^2$ ) تبدیل ہو سکتی ہے۔ فرض کریں جسم کی صرف یہی توانائی تبدیل ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں حرکی توانائی کی تبدیلی  $\Delta K$  اور کام  $W$  کا تعلق درج ذیل مسئلہ کام و حرکی توانائی (مساوات 10.7) دیگا۔

$$(۴.۴۹) \quad \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2 = W \quad (\text{مسئلہ کام و حرکی توانائی})$$

محور  $x$  پر رہنے کی پابند حرکت کے لئے کام کی درج ذیل مساوات 32.7 دیگی۔

$$(۴.۵۰) \quad W = \int_{x_i}^{x_f} F dx \quad (\text{کام، یک بُعدی حرکت})$$

جب  $F$  مستقل اور جسم کا ہٹاؤ  $d$  ہو، یہ گھٹ کر  $W = Fd$  دیتی ہے۔ کام کرنے کی شرح طاقت کہلاتی ہے، جو ہم مساوات 43.7 اور مساوات 48.7 سے معلوم کر سکتے ہیں۔

$$(۴.۵۱) \quad P = \frac{dW}{dt} = Fv \quad (\text{طاقت، یک بُعدی حرکت})$$

آئیں اس سے ملتی جلتی گھمیری صورت پر غور کرتے ہیں۔ جب قوت مسروڑ، مقررہ محور گھماؤ پر، استوار جسم کو مسرع کرے، قوت مسروڑ جسم پر کام  $W$  سرانجام دیتی ہے۔ یوں، جسم کی گھمیری حرکی توانائی ( $K = \frac{1}{2} I \omega^2$ ) تبدیل ہو سکتی ہے۔ فرض کریں جسم کی صرف یہی توانائی تبدیل ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں حرکی توانائی میں تبدیلی  $\Delta K$  اور کام  $W$  کارشتہ مسئلہ کام و حرکی توانائی دیگا، تاہم اب حرکی توانائی کے بجائے گھمیری حرکی توانائی کی بات کی جائے گی۔

$$(۴.۵۲) \quad \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2 \quad (\text{مسئلہ کام و حرکی توانائی})$$

یہاں،  $I$  مقررہ محور پر جسم کا گھمیری جمود اور  $\omega_i$  اور  $\omega_f$  کام سے قبل اور اس کے بعد جسم کی زاوی رفتار ہیں۔

ساتھ ہی، ہم مساوات 52.10 کی معادل گھمیری مساوات سے کام تلاش کر سکتے ہیں:

$$(۴.۵۳) \quad W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta \quad (\text{کام، مقررہ محور پر گھماؤ})$$

جہاں  $\tau$  وہ قوت مسروڑ ہے جو کام  $W$  سرانجام دیتی ہے، اور  $\theta_i$  اور  $\theta_f$  کام سے قبل اور اس کے بعد، جسم کے زاوی مقام ہیں۔ جب  $\tau$  مستقل ہو، مساوات ۴.۵۳ گھٹ کر ذیل صورت اختیار کرتی ہے۔

$$(۴.۵۴) \quad W = \tau(\theta_f - \theta_i) \quad (\text{کام، مستقل قوت مسروڑ})$$

کام کرنے کی شرح طاقت کہلاتی ہے، جو ہم مساوات 51.10 کی معادل گھمیری ذیل مساوات سے تلاش کر سکتے ہیں۔

$$(۴.۵۵) \quad P = \frac{dW}{dt} = \tau \omega \quad (\text{طاقت، مقررہ محور پر گھماؤ})$$

جدول ۴.۲ میں مقررہ محور پر استوار جسم کے گھماؤ کی چند مساوات اور مطابقتی مستقیم حرکت کی مساوات پیش ہیں۔

### مساوات ۴.۵۲ تا مساوات ۴.۵۵ کا ثبوت

آئیں دوبارہ شکل 17.10 کو دیکھتے ہیں۔ بلا کمیت سلاخ اور اس کے ایک سر پر کمیت  $m$  کا ذرہ مسل کر استوار جسم دیتے ہیں۔ گھماؤ کے دوران، قوت  $\vec{F}$  جسم پر کام سرانجام دیتی ہے۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ  $\vec{F}$  جسم کی صرف حرکی توانائی تبدیل کرتی ہے۔ ایسی صورت میں مساوات ۴.۵۹ کا مسئلہ کام و حرکی توانائی استعمال کیا جاسکتا ہے لہذا ذیل ہوگا۔

$$(۴.۵۶) \quad \Delta K = K_f - K_i = W$$

مساوات ۴.۵۶ میں  $K = \frac{1}{2} m v^2$  اور مساوات ۴.۱۸ استعمال کر کے اسے ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$(۴.۵۷) \quad \Delta K = \frac{1}{2} m r^2 \omega_f^2 - \frac{1}{2} m r^2 \omega_i^2 = W$$

جدول ۴.۲: مستقیم اور منحنی گھمیری حرکت کی چند مساوات

| منحلی گھماؤ (مقررہ محور)        | منحلی مستقیم حرکت (مقررہ رخ)               |
|---------------------------------|--|
| $\theta$                        | مقام $x$                                   |
| $\omega = d\theta/dt$           | منحلی رفتار $v = dx/dt$                    |
| $\alpha = d\omega/dt$           | اسراع $a = dv/dt$                          |
| $I$                             | کمیت $m$                                   |
| $\tau_{\text{منحلی}} = I\alpha$ | نیوٹن کا قانون دوم $F_{\text{منحلی}} = ma$ |
| $W = \int \tau \theta$          | کام $W = \int F dx$                        |
| $K = \frac{1}{2} I \omega^2$    | حرکت کی توانائی $K = \frac{1}{2} m v^2$    |
| $P = \tau \omega$               | طاقة (مستقل قوت) $P = Fv$                  |
| $W = \Delta K$                  | مسئلہ کام و حرکت کی توانائی $W = \Delta K$ |

مساوات ۴.۳۳ کے تحت واحد ذروی جسم کا گھمیری جود  $I = mr^2$  ہے، جو مساوات ۴.۵۷ میں ڈال کر ذیل حاصل ہوگا، جو مساوات ۴.۵۲ ہے۔

$$\Delta K = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2 = W$$

ہم نے مساوات یک ذروی جسم کے لئے ثابت کی، تاہم ہر جسم متعدد ذروں پر مشتمل ہوگا لہذا یہ مقررہ محور پر گھمائے گئے ہر استوار جسم کے لئے درست ہے۔

آئیں اب شکل 17.10 میں جسم پر سرائخام کام  $W$  اور جسم پر  $\vec{F}$  کی بنا قوت مسروڑ  $\tau$  کا تعلق جانیں۔ جب ذرہ دائری راہ پر چلتے ہوئے  $ds$  فاصلہ طے کرتا ہے، قوت کا صرف ماسی جزو  $F_t$  اس راہ پر ذرے کو اسراع پذیر کرتا ہے۔ یوں صرف  $F_t$  ذرے پر کام سرائخام دیگی۔ ہم اس کام  $dW$  کو  $F_t ds$  لکھتے ہیں۔ ہم  $ds$  کی جگہ  $r d\theta$  لکھ سکتے ہیں، جہاں ذرہ زاویہ  $d\theta$  طے کرتا ہے۔ یوں ذیل ہوگا۔

$$dW = F_t r d\theta \quad (۴.۵۸)$$

مساوات ۴.۴۰ سے ہم دیکھتے ہیں کہ حاصل  $F_t r$  اور قوت مسروڑ  $\tau$  برابر ہوں گے لہذا مساوات ۴.۵۸ ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$dW = \tau d\theta \quad (۴.۵۹)$$

یوں  $\theta_i$  تا  $\theta_f$  کے مستثنای زاوی ہٹاؤ کے دوران سرائخام کام ذیل ہوگا،

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

جو مساوات ۴.۵۳ ہے۔ یہ مساوات مقررہ محور پر گھومتے ہر استوار جسم کے لئے درست ہے۔ مساوات ۴.۵۹ سے بلاواسطہ مساوات ۴.۵۴ حاصل ہوتی ہے۔

گھمیری حرکت کے لئے مساوات ۴.۵۹ سے طاقت  $P$  لکھتے ہیں:

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau \omega$$

جو مساوات ۴.۵۵ ہے۔

نمونہ سوال ۴.۱۱: کام، گھمیری حرکت توانائی، قوت، مرون، قرص

شکل 19.10 میں وقت  $t = 0$  پر مترس ساکن حالت سے آغاز کرتا ہے؛ بلاکیت دھاگے میں تناؤ  $6.0 \text{ N}$  اور مترس کا زاویہ اسراع  $-24 \text{ rad s}^{-2}$  ہے۔ اس کی گھمیری حرکت توانائی  $t = 2.5 \text{ s}$  پر کیا ہوگی؟

کلیدی تصور

ہم مساوات ۴.۳۴ ( $K = \frac{1}{2} I \omega^2$ ) سے  $K$  تلاش کر سکتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ  $I = \frac{1}{2} MR^2$  ہے، تاہم  $t = 2.5 \text{ s}$  پر  $\omega$  نہیں جانتے۔ زاویہ اسراع  $\alpha$  کی مستقل قیمت  $-24 \text{ rad s}^{-2}$  لہذا ہم جدول ۴.۱ میں پیش مستقل زاویہ اسراع کی مساوات استعمال کر سکتے ہیں۔

حاجے: ہم  $\alpha$  اور  $\omega_0 = 0$  جانتے ہیں اور  $\omega$  جاننا چاہتے ہیں، لہذا مساوات ۴.۱۲ استعمال کرتے ہیں۔

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \alpha t = \alpha t$$

مساوات ۴.۳۴ میں  $\omega = \alpha t$  اور  $I = \frac{1}{2} MR^2$  ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} MR^2 \right) (\alpha t)^2 = \frac{1}{4} M (\alpha t)^2 \\ &= \frac{1}{4} 2.5 \text{ kg} [(0.20 \text{ m})(-24 \text{ rad s}^{-2})(2.5 \text{ s})]^2 \\ &= 90 \text{ J} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

کلیدی تصور

ہم یہی جواب سرانجام کام سے مترس کی حرکت توانائی معلوم کر کے حاصل کر سکتے ہیں۔

حاجے: پہلے ہم مترس پر صافی سرانجام کام  $W$  اور مترس کی حرکت توانائی میں تبدیلی کا رشتہ، مساوات ۴.۵۲ ( $K_f - K_i = W$ ) میں پیش، مسئلہ کام و حرکت توانائی سے لکھتے ہیں۔  $K_f$  کی جگہ  $K$  اور  $K_i$  کی جگہ  $0$  ڈال کر ذیل ہوگا۔

$$(۴.۶۰) \quad K = K_i + W = 0 + W = W$$

اس کے بعد، ہم کام  $W$  جاننا چاہیں گے۔ مساوات ۴.۵۳ یا مساوات ۴.۵۴ سے  $W$  اور مترس پر عمل پیرا قوت مسرود کا تعلق لکھا جاسکتا ہے۔ دھاگے کی قوت  $\vec{T}$  واحد قوت ہے جس کی قوت مسرود

( $-TR$ ) زاوی اسراع پیدا کر کے متحرک پر کام سرانجام دیتی ہے۔ چونکہ  $\alpha$  مستقل ہے، لہذا یہ قوت مسرور بھی مستقل ہوگی۔ یوں مساوات ۱۳.۵۳ استعمال کی جاسکتی ہے، جس سے ذیل لکھا جاتا ہے۔

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i) = -TR(\theta_f - \theta_i) \quad (۱۳.۶۱)$$

چونکہ  $\alpha$  مستقل ہے، مساوات ۱۳.۱۳ استعمال کر کے  $\theta_f - \theta_i$  معلوم کیا جاسکتا ہے۔ یوں  $\omega_i = 0$  کے لئے ذیل ہو گا۔

$$\theta_f - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} \alpha t^2$$

اس کو مساوات ۱۳.۶۱ میں ڈال کر حاصل نتیجہ مساوات ۱۳.۶۰ میں پُر کرتے ہیں۔ دی گئی معلومات  $T = 6.0 \text{ N}$  اور  $\alpha = -24 \text{ rad s}^{-2}$  ڈال کر ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} K &= W = -TR(\theta_f - \theta_i) = -TR\left(\frac{1}{2} \alpha t^2\right) = -\frac{1}{2} TR \alpha t^2 \\ &= -\frac{1}{2} (6.0 \text{ N})(0.20 \text{ m})(-24 \text{ rad s}^{-2})(2.5 \text{ s})^2 \\ &= 90 \text{ J} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□

### نظریاتی اور حلاصہ

**زاویہ مقام** مقررہ محور پر، جو محور گھماؤ کہلاتی ہے، استوار جسم کے گھاؤ کی بات کرتے ہوئے، ہم مندرجہ کرتے ہیں کہ جسم کے ساتھ، محور گھماؤ کو عمودی حوالہ لیکر پکی جڑی ہے، جو جسم کے ساتھ گھومتی ہے۔ کسی مخصوص مقررہ رخ کے لحاظ سے ہم اس لکیر کا زاویہ مقام  $\theta$  ناپتے ہیں۔ جب  $\theta$  کی پیمائش ریڈیئنز میں ہو، ذیل ہوگا، جہاں دائری راہ کی قوسی لمبائی  $s$ ، رداس  $r$ ، اور زاویہ  $\theta$  ہے۔

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۱۳.۱)$$

ریڈیئن، چکر، اور درجات میں ناپ کا تعلق ذیل ہے۔

$$1 \text{ چکر} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad} \quad (۱۳.۲)$$

**زاویہ ہٹاؤ** جب ایک جسم محور گھماؤ پر گھوم کر اپنا زاویہ مقام  $\theta_1$  سے تبدیل کر کے  $\theta_2$  کرے، جسم کا زاویہ ہٹاؤ ذیل ہوگا،

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \quad (۱۳.۳)$$

جہاں خلاف گھڑی گھماؤ کے لئے  $\Delta\theta$  مثبت اور گھڑی وار کے لئے منفی ہوگا۔

زاویہ سمتی رفتار اور رفتار اگر ومتی دورانیہ  $\Delta t$  میں جسم  $\Delta\theta$  زاوی ہٹاؤ گھومے، اس کی اوسط زاویہ سمتی رفتار اوسط  $\theta$  ذیل ہوگی۔

$$\omega_{\text{اوسط}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (۴.۵)$$

جسم کی (الحاقی) زاویہ سمتی رفتار ذیل ہوگی۔

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (۴.۶)$$

اوسط  $\omega$  اور  $\omega$  سمتیات ہیں، جن کا رخ دائیں ہاتھ کا قانون (شکل 6.10)۔ خلاف گھڑی گھماؤ کے لئے دونوں مثبت اور گھڑی وار گھماؤ کے لئے منفی ہوں گے۔ جسم کے زاویہ سمتی رفتار کی مقدار اس کی زاویہ رفتار کہلاتی ہے۔

زاویہ اسراع اگر  $t_1$  تا  $t_2$  کے ومتی وقفہ  $\Delta t$  میں جسم کی زاویہ سمتی رفتار  $\omega_1$  سے تبدیل ہو کر  $\omega_2$  ہو، جسم کا اوسط زاویہ اسراع ذیل ہوگا۔

$$\alpha_{\text{اوسط}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (۴.۷)$$

جسم کی (الحاقی) زاویہ اسراع ذیل ہوگا۔

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (۴.۸)$$

اوسط  $\alpha$  اور  $\alpha$  دونوں سمتیات ہیں۔

مستقل زاویہ اسراع کے مجرد حرکیات مساواتے مستقل زاوی اسراع (مستقل  $\alpha$ ) گھیری حرکت کی ایک خاص قسم ہے۔ اس کی مجرد حرکیات مساوات، جو جدول ۴.۱ میں دی گئی ہیں، ذیل ہیں۔

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (۴.۱۲)$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (۴.۱۳)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \quad (۴.۱۴)$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t \quad (۴.۱۵)$$

$$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (۴.۱۶)$$

نظری اور زاویہ متغیرات کا تعلق گھومتے استوار جسم کا اندرونی نقطہ، جو محور گھماؤ سے  $r$  عمودی فاصلہ پر ہو، رداس  $r$  کے دائرے پر حرکت کرتا ہے۔ اگر جسم زاویہ  $\theta$  سے گھومے، یہ نقطہ ذیل قوسی فاصلہ  $s$  طے کرتا ہے، جہاں  $\theta$  کا ناپ ریڈین میں ہے۔

$$s = \theta r \quad (\text{ریڈین ناپ}) \quad (۴.۱۷)$$

نقطے کا خطی سمتی رفتار  $\vec{v}$  دائرے کو مماسی ہوگا؛ نقطے کی خطی رفتار  $v$  ذیل ہوگی،

$$v = \omega r \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۳.۱۸)$$

جہاں  $\omega$  جسم کی (ریڈیئن فی سیکنڈ میں) زاوی رفتار ہے۔

نقطے کے خطی اسراع  $\vec{a}$  کا مماسی اور رداسی جزو ہوگا۔ مماسی جزو ذیل ہوگا،

$$a_t = \alpha r \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۳.۲۲)$$

جہاں (ریڈیئن فی مربع سیکنڈ میں) جسم کے زاوی اسراع کی قدر  $\alpha$  ہے۔ اسراع  $\vec{a}$  کا رداسی جزو ذیل ہوگا۔

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۳.۲۳)$$

اگر نقطہ یکساں دائری حرکت کرتا ہو، جسم اور نقطے کی حرکت کا دوری عرصہ  $T$  ذیل ہوگا۔

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۳.۲۰, ۳.۱۹)$$

گھمیری حرکت توانائی اور گھمیری جمود مقررہ محور پر گھومتے ہوئے استوار جسم کی حرکی توانائی  $K$  ذیل ہوگی،

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (\text{ریڈیئن ناپ}) \quad (۳.۳۲)$$

جہاں  $I$  جسم کا گھمیری جمود ہے، جس کی تعریف انفرادی ذروں کے نظام کے لئے:

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (۳.۳۳)$$

اور استمراری کمیتی تقسیم کے جسم کے لئے ذیل ہے۔

$$I = \int r^2 dm \quad (۳.۳۵)$$

ان مساوات میں، محور گھماوے مطلوب کمیتی نکلے تک عمودی فاصلہ  $r_i$  اور  $r$  ہے، اور تکمل پورے جسم پر لیا جائے گا تاکہ اس میں تمام کمیتی نکلے شامل ہوں۔

مسئلہ متوازی محور کسی بھی محور پر جسم کے گھمیری جمود  $I$  کا تعلق، اسی جسم کے مرکز کمیت پر متوازی محور کے لحاظ سے گھمیری جمود کے ساتھ مسئلہ متوازی محور دیتا ہے۔

$$I = I_{\text{مرکز کمیت}} + Mh^2 \quad (۳.۳۶)$$

یہاں دونوں محور کے بیچ فاصلہ  $h$  ہے، اور مرکز کیت پر محور کے لحاظ سے جسم کا گھمیری جھود مرکز کیت  $I$  ہے۔ ہم  $h$  کو مرکز کیت پر واقع محور سے اصل محور گھماؤ کا ہٹاؤ تصور کر سکتے ہیں۔

قوتیں مروڑ گھمیری محور پر قوت  $\vec{F}$  کی بنا جسم پر گھومنے کے اثر کو قوت مروڑ کہتے ہیں۔ اگر محور گھماؤ کے لحاظ سے جس نقطہ پر  $\vec{F}$  عمل پیرا ہوا اس کا تعین گر سمتیہ  $\vec{r}$  ہو، تب قوت مروڑ کی قدر ذیل ہوگی،

$$\tau = rF_t = r_{\perp}F = rF \sin \phi \quad (۴.۳۹, ۴.۴۰, ۴.۴۱)$$

جہاں  $\vec{r}$  کو  $\vec{F}$  کا عمودی جہزو  $F_t$ ، اور  $\vec{r}$  اور  $\vec{F}$  کے بیچ زاویہ  $\phi$  ہے۔ محور گھماؤ اور  $\vec{F}$  سمتیہ سے گزرتی مبسوط لکیر کے بیچ عمودی فاصلہ  $r_{\perp}$  ہے اس لکیر کو  $\vec{F}$  کا خط عمل کہتے ہیں، اور  $r_{\perp}$  کو  $\vec{F}$  کے معیار اثر کا بازو کہتے ہیں۔ اسی طرح  $F_t$  کے معیار اثر کا بازو  $r$  ہے۔

قوت مروڑ کی بین الاقوامی اکائی نیوٹن میٹر (Nm) ہے۔ اگر ساکن جسم کو قوت مروڑ  $\tau$  خلاف گھڑی گھمانے کی کوشش کرے،  $\tau$  مثبت ہوگی اور اگر گھڑی وار گھمانے کی کوشش کرے تب منفی ہوگی۔

نیوٹن کے قانون دوم کا زاویہ روچے نیوٹن کے قانون دوم کا زاویہ مثال ذیل ہے،

$$\tau_{\text{مافی}} = I\alpha \quad (۴.۴۵)$$

جہاں ذرے یا استوار جسم پر قوت مروڑ  $\tau_{\text{مافی}}$ ، محور گھماؤ پر ذرے یا جسم کا گھمیری جھود  $I$ ، اور  $\alpha$  اس محور پر ماحصل زاویہ اسراع ہے۔

کام اور گھمیریہ حرکت توانائی گھمیری حرکت میں کام اور طاقت کے حساب کی (درج ذیل) مساوات مستقیم حرکت کی مساوات سے مطابقت رکھتی ہیں۔

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta \quad (۴.۵۳)$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\omega \quad (۴.۵۵)$$

جب  $\tau$  مستقل ہو مساوات ۴.۵۳ گھٹ کر ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i) \quad (۴.۵۴)$$

گھومتے اجسام کے لئے مسئلہ کام و حرکت کی توانائی ذیل روپ اختیار کرتا ہے۔

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2 = W \quad (۴.۵۶)$$



## سوالات

سوال ۳.۱: انتضابی دھرے پر مقرر کی زاوی سستی رفتار بالمقابل وقت ترسیم شکل 20.10 میں پیش ہے۔ مقرر کے چکا پر ایک نقطہ کے لئے لمحات  $a$ ،  $b$ ،  $c$  اور  $d$  کی درجہ بندی، اعظم اول رکھ کر، (۱) مماسی اور (ب) رداسی اسراع کی قدر کے لحاظ سے کریں۔

سوال ۳.۲: انتضابی دھرے پر مقرر کے گھاؤ کی تین صورتوں کے لئے زاوی معتام  $\theta$  بالمقابل قوت  $t$  شکل 21.10 میں پیش ہے۔ ہر ایک صورت میں گھاؤ کا رخ کسی زاوی معتام  $\theta$  واپس ہوگا۔ (۱) ہر صورت کے لئے کیا  $\theta = 0$  کے لحاظ سے واپس  $\theta$  گھڑی وار ہے، خلاف گھڑی ہے، یا عین  $\theta = 0$  پر ہے؟ ہر ایک صورت میں (ب) کیا  $t = 0$  سے قبل، اس کے بعد، یا اسی لمحے  $\omega$  منصر ہوگا اور (ج) کیا  $\alpha$  مثبت، منفی، یا منصر ہوگا؟

سوال ۳.۳: مقرر کے وسط سے گزرتا انتضابی دھرے پر گھومتے مقرر کے چکا پر قوت لاگو کر کے اس کی زاوی سستی رفتار تبدیل کی جاتی ہے۔ اس کی بالترتیب ابتدائی اور اختتامی سستی رفتار چار مختلف صورتوں میں ذیل ہیں: (۱) ابتدائی  $-2 \text{ rad s}^{-1}$ ، اختتامی  $5 \text{ rad s}^{-1}$ ؛ (ب)  $2 \text{ rad s}^{-1}$ ،  $5 \text{ rad s}^{-1}$ ؛ (ج)  $-2 \text{ rad s}^{-1}$ ،  $-5 \text{ rad s}^{-1}$ ؛ (د)  $2 \text{ rad s}^{-1}$ ،  $-5 \text{ rad s}^{-1}$ ۔ اعظم قیمت اول رکھ کر ان صورتوں کی درجہ بندی قوت سرود کے سرانجام کام کے لحاظ سے کریں۔

سوال ۳.۴: شکل 22a.10 کے مقرر کا زاوی معتام شکل 22b.10 دیتی ہے۔ کیا (۱)  $t = 1 \text{ s}$  پر، (ب)  $t = 2 \text{ s}$  پر، اور (ج)  $t = 3 \text{ s}$  پر اس کی زاوی سستی رفتار مثبت، منفی، یا منصر ہے؟ (د) کیا زاوی اسراع مثبت یا منفی ہے؟

سوال ۳.۵: مقرر کے وسط سے گزرتا انتضابی دھرے پر گھومتے مقرر پر قوت  $\vec{F}_1$  اور  $\vec{F}_2$  عمل کرتی ہیں (شکل 23.10)۔ گھاؤ کے دوران، جو خلاف گھڑی اور مستقل ہے، قوت دکھائے گئے زاویے پر مقرر رکھتی ہیں۔ تاہم، ہم چاہتے ہیں کہ  $\vec{F}_1$  کی قدر تبدیل کیے بغیر  $\vec{F}_1$  کا زاویہ  $\theta$  گھٹائیں۔ (۱) سستی زاوی رفتار تبدیل نہ ہونے کے لئے کیا  $\vec{F}_2$  کی قدر بڑھانی ہوگی، گھٹانی ہوگی، یا برقرار رکھنی ہوگی؟ کیا (ب)  $\vec{F}_1$  اور (ج)  $\vec{F}_2$  مقرر کو گھڑی وار یا خلاف گھڑی گھمانے کی کوشش کرتی ہیں؟

سوال ۳.۶: ایک چوکور جو نقطہ  $P$  پر انتضابی دھرے کے گرد گھوم سکتا ہے، کا فضائی جوازہ شکل 24.10 میں لیا گیا ہے۔ چوکور پر برابر مقرر کی پانچ قوت عمل کرتی ہیں، اور  $P$  ضلع کا وسطی نقطہ ہے۔ نقطہ  $P$  پر قوت سرود کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، قوتوں کی درجہ بندی کریں۔

سوال ۳.۷: افقی چول دار سلاخ کا فضائی جوازہ شکل 25a.10 میں پیش ہے۔ سلاخ پر دو قوت عمل کرتی ہیں، تاہم سلاخ ساکن رہتا ہے۔ اب اگر سلاخ اور  $\vec{F}_2$  کے بیچ زاویہ  $90^\circ$  سے گھٹائیں اور سلاخ اب بھی ساکن رہے، کیا  $\vec{F}_2$  بڑھانی ہوگی، گھٹانی ہوگی، یا برقرار رکھنی ہوگی؟

سوال ۳.۸: افقی چول دار سلاخ کا فضائی جوازہ شکل 25b.10 میں پیش ہے۔ سلاخ کو قوت  $\vec{F}_1$  اور  $\vec{F}_2$  چول پر گھاتی ہیں؛  $\vec{F}_2$  اور سلاخ کے بیچ زاویہ  $\phi$  ہے۔ سلاخ کے زاوی اسراع کی قدر کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، زاویہ  $\phi$  کی درج ذیل قیمتوں کی درجہ بندی کریں:  $90^\circ$ ،  $70^\circ$ ، اور  $110^\circ$ ۔

سوال ۳.۹: یکساں موٹائی کے دھاتی چار چوکور جس سے % 25 حصہ کاٹا گیا ہے، شکل 26.10 میں دکھایا گیا ہے۔ شکل پر تین حسی نقطے دیے گئے ہیں۔ ان نقطوں پر انتضابی محور کے گرد چادر کے گھمیری جود کے لحاظ سے، اعظم اول

رکھ کر، نقطوں کی درجہ بندی کریں۔

سوال ۴.۱۰: تین چٹے (ایک جتنے رداس کے) فطرص، جو فطرص کے وسط پر انتہائی دھسے کے گرد گھوم سکتے ہیں، شکل 27.10 میں پیش ہیں۔ تینوں فطرص وہی دو مادہ سے بنے ہیں۔ ایک مادہ دوسرے سے زیادہ کثیف ہے (فی اکائی حجم کثیت کو کثافت کہتے ہیں)۔ فطرص 1 اور 3 کا بیرونی نصف حصہ کثیف مادے کا ہے۔ فطرص 2 کا اندرونی نصف حصہ کثیف مادے کا ہے۔ ایک جتنی فطرص کی دو قوتیں فطرص کے بیرونی کنارے پر یا دو مادہ کے جوڑ پر، مساوی عمل کرتی ہیں۔ (ا) فطرص کے وسط پر قوت مسروڑ، (ب) فطرص کے وسط پر گھمیری جود، اور (ج) فطرص کے اسراع کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، فطرص کی درجہ بندی کریں۔

سوال ۴.۱۱: میٹر سلاخ کا آدھا حصہ لکڑی کا اور آدھا فولاد کا بنا ہوا ہے (شکل 28a.10)۔ لکڑی والے سر O پر چول ہے۔ فولادی سر a پر قوت  $F$  عمل کرتی ہے۔ شکل 28b.10 میں سلاخ الٹی رکھی جاتی ہے اور فولادی سر O' پر چول جبکہ لکڑی والے سر a' پر قوت لاگو کی جاتی ہے۔ کیا شکل 28a.10 میں پیداواری اسراع شکل 28b.10 میں پیداواری اسراع سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر ہے؟

سوال ۴.۱۲: یکساں کثیتی تقسیم کے تین فطرص شکل 29.10 میں پیش ہیں۔ فطرص کا رداس R اور کثیت M دیے گئے ہیں۔ فطرص کے وسط پر فطرص کو عمودی محور گھماو کے گرد فطرص گھوم سکتے ہیں۔ اپنے اپنے محور گھماو پر گھمیری جود کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، فطرص کی درجہ بندی کریں۔

### سوالات

### گھماو کے متغیر

سوال ۴.۱: ایک اچھا کھلاڑی 60 فٹ دور کھلاڑی تک 85 میل فی گھنٹہ کی رفتار اور 1800 چکر فی منٹ کے گھماوے گیند پھینک سکتا ہے۔ دوسرے کھلاڑی تک پہنچ کر گیند نے کتنے چکر مکمل کیے ہوں گے؟

سوال ۴.۲: گھڑی کی (ا) سیکنڈوں کی سوئی، (ب) منٹوں کی سوئی، اور (ج) گھنٹوں کی سوئی کی زاویہ رفتار ریڈیئن فی سیکنڈ میں تلاش کریں۔

سوال ۴.۳: ذیل روٹی کا مکھن لگا مکھن لگا میز سے پھسل کر زمین پر چپک کھاتا گرتا ہے۔ میز سے زمین تک فاصلہ 76 cm اور 1 سے کم چپکر کی صورت میں (ا) کم سے کم اور (ب) زیادہ سے زیادہ زاویہ رفتار کیا ہوگی کہ زمین پر لگنے کے بعد مکھن لگا طرف زمین پر ہو؟

سوال ۴.۴: گھومتے پیسے پر ایک نقطے کا زاویہ مقام  $\theta = 2.0 + 4.0t^2 + 2.0t^3$  ہے، جہاں  $\theta$  کاناپ ریڈیئن اور t کا سیکنڈ میں ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر نقطے کا (ا) زاویہ مقام اور (ب) زاویہ سمتی رفتار کیا ہوگا؟ لمحہ  $t = 4.0$  s پر اس کا زاویہ سمتی رفتار کیا ہوگا؟ (ج) لمحہ  $t = 2.0$  s پر اس کا زاویہ اسراع تلاش کریں۔ (د) کیا اس کا زاویہ اسراع مستقل ہے؟

سوال ۴.۵: پانی تک 10 m بلند چپوترہ سے تیراک 2.5 چپکر کھاکر پہنچتا ہے۔ صفرا ابتدائی انتہائی سمتی رفتار فرض کر کے، پرواز کے دوران تیراک کی اوسط زاویہ سمتی رفتار تلاش کریں۔

سوال ۴.۶: گھومتے پیسے کے چکار ایک نقطے کا زاوی معام  $\theta = 4.0t - 3.0t^2 + t^3$  ہے، جہاں  $\theta$  کاناپ ریڈین اور  $t$  کا سینڈ میں ہے۔ لمحہ (۱)  $t = 2.0$  s اور (ب)  $t = 4.0$  s پر زاوی سستی رفتار کیا ہوں گی؟ (ج) وقت  $t = 2.0$  s سے  $t = 4.0$  s تک دورانیے میں اوسط زاوی اسراع کیا ہوگا؟ اس دورانیے کے (ج) آغاز میں اور (د) اختتام پر لمحاتی زاوی اسراع کیا ہوگا؟

سوال ۴.۷: ایک پھیامیں، جس کا رداس 30 cm ہے، آٹھ تیلیاں برابر فاصلوں پر نصب ہیں۔ پھیامقررہ دھرے پر 2.5 چکر فی سینڈ گھوم رہا ہے۔ آپ 20 cm لمبا تیر مار کر، دھرے کے متوازی، تیلیوں کو چھوئے بغیر، پیسے کے اندر سے گزارنا چاہتے ہیں۔ تیر اور تیلیوں کو انتہائی پست تصور کریں۔ (۱) تیر کی کم سے کم رفتار کیا ہو سکتی ہے؟ (ب) کیا دھرے اور چکار کے بیچ مارنے کا نقطہ اہمیت رکھتا ہے؟ اگر اہمیت رکھتا ہو، بہترین معام کیا ہوگا؟

سوال ۴.۸: پیسے کا زاوی اسراع  $\alpha = 6.0t^4 - 4.0t^2$  ہے، جہاں  $\alpha$  کاناپ ریڈین فی مربع سینڈ اور  $t$  کا سینڈ میں ہے۔ وقت  $t = 0$  پر پیسے کی زاوی سستی رفتار  $2.0 \text{ rad s}^{-1}$  اور زاوی معام  $1.0 \text{ rad}$  ہے۔ (۱) زاوی سستی رفتار ( $\text{rad s}^{-1}$ ) اور (ب) زاوی معام (ریڈین) کے قفا عمل وقت (سینڈ) کے لحاظ سے لکھیں۔

### مستقل زاوی اسراع کا گھا

سوال ۴.۹: اپنے وسطی محور پر ڈرم  $12.60 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی سستی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ اگر اب ڈرم  $4.20 \text{ rad s}^{-2}$  کی مستقل شرح سے آہستہ ہو، اس کو رکھنے تک (۱) کتنا وقت چاہیے ہوگا اور (ب) رکھنے تک یہ کتنا زاوی گھومے گا؟

سوال ۴.۱۰: ساکن حالت سے آغاز کر کے ایک مقرر اپنے وسطی محور پر مستقل زاوی اسراع سے گھومتا ہے۔ ابتدائی 5.0 s میں مقرر 25 rad گھومتا ہے۔ اس دورانیے میں (۱) زاوی اسراع اور (ب) اوسط زاوی سستی رفتار کی مقدار کیا ہیں؟ (ج) اس 5.0 s دورانیے کے اختتام پر لمحاتی سستی رفتار کیا ہوگی؟ (د) زاوی اسراع برقرار رہنے کی صورت میں اگلے 5.0 s میں مقرر مزید کتنا زاوی طے کرتا ہے؟

سوال ۴.۱۱: ایک مقرر جو ابتدائی طور  $120 \text{ rad s}^{-1}$  سے گھوم رہا ہے،  $4.0 \text{ rad s}^{-2}$  مقدار کے مستقل اسراع سے آہستہ ہوتا ہے۔ (۱) مقرر کے رکھنے تک کتنا وقت درکار ہوگا؟ (ب) رکھنے تک مقرر کتنا زاوی طے کرے گا؟

سوال ۴.۱۲: ایک گاڑی کی کل  $23$  (انجن) کی زاوی رفتار 12 s میں 1200 چکر فی منٹ سے بڑھا کر 3000 چکر فی منٹ کی جاتی ہے۔ (۱) اس کا اسراع چکر فی مربع منٹ میں کیا ہوگا؟ (ب) ان 12 s میں کل (انجن) کتنے چکر کاٹتی ہے؟

سوال ۴.۱۳: اڑنے پھیا  $40$  چکروں میں  $1.5 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی رفتار سے ساکن حالت کو پہنچتا ہے۔ (۱) مستقل زاوی اسراع مندرج کرتے ہوئے، رکھنے کے لئے درکار وقت معلوم کریں۔ (ب) اس کا زاوی اسراع کیا ہوگا؟ (ج) 40 چکر میں سے ابتدائی 20 چکر اڑنا پھیا کتنے وقت میں کاٹتا ہے؟

سوال ۴.۱۴: ساکن حالت سے آغاز کر کے، مستقل اسراع کے ساتھ، اپنی وسطی محور پر مقرر گھومتا ہے۔ کسی

ایک لمحے فترص 10 چکر فی سیکنڈ سے گھومتا ہے؛ 60 چکر بعد اس کی زاوی رفتار 15 چکر فی سیکنڈ ہے۔ (ا) فترص کا زاوی اسراع، (ب) یہ 60 چکر کو درکار دورانیہ، (ج) 10 چکر فی سیکنڈ رفتار تک پہنچنے کے لئے درکار دورانیہ، اور (د) ساکن حالت سے 10 چکر فی سیکنڈ رفتار تک پہنچنے تک کل چکر تلاش کریں۔

سوال ۴.۱۵: فترص کے وسطی نقطہ سے گزرتی انتہائی دھڑے پر ساکن حالت سے فترص آغاز کر کے  $\alpha = 3.0 \text{ rad s}^{-2}$  سے چل پڑتا ہے۔ کسی مخصوص 4.0 s دورانیے میں فترص  $120\pi$  ریڈین گھومتا ہے۔ فترص کتنے وقت میں 4.0 s دورانیے کو پہنچتا ہے؟

سوال ۴.۱۶: ساکن حالت سے آغاز کر کے محور گھماؤ پر فترص زاوی اسراع  $1.50 \text{ rad s}^{-2}$  سے چلتا ہے۔ (ا) ابتدائی 2.00 چکر اور (ب) اگلے 2.00 چکر کتنے وقت میں طے ہوں گے؟

سوال ۴.۱۷: لمحہ  $t = 0$  پر اژن پیسے کی زاوی سمتی رفتار  $4.7 \text{ rad s}^{-1}$ ، متقل زاوی اسراع  $-0.25 \text{ rad s}^{-2}$ ، اور حوالہ لکیر  $\theta_0 = 0$  پر ہے۔ (ا) حوالہ لکیر مثبت رخ زیادہ سے زیادہ کتنا زاویہ بندرت  $\theta$  طے کرے گی؟ کس وقت حوالہ لکیر (ب) پہلی مرتبہ اور (ج) دوسری مرتبہ بندرت  $\theta = \frac{1}{2}\theta_0$  پر ہوگی؟ کس (د) منفی وقت اور (ه) مثبت وقت پر حوالہ لکیر  $\theta = 10.5 \text{ rad}$  پر ہوگی؟ (و)  $\theta$  بالقابل  $t$  ترسیم کر کے اس پر اپنے جوابات کی نشاندہی کریں۔

سوال ۴.۱۸: نابض<sup>۲۵</sup> تیزی سے گھومتے نیوٹران تارہ کو کہتے ہیں جو منارہ نور کی طرح شعاع خارج کرتا ہے۔ نابض ہر چکر کے دوران زمین پر ایک مرتبہ شعاع مارتا ہے۔ دو متواتر شعاعوں کے بیچ دورانیہ ناپ کر گھومنے کا دوری عرصہ  $T$  معلوم کیا جاتا ہے۔ سدیم السطای<sup>۲۶</sup> میں موجود نابض کا دوری عرصہ  $T = 0.033 \text{ s}$  ہے، جو ایک سال میں  $1.26 \times 10^{-5}$  سیکنڈ شرح سے بڑھ رہا ہے۔ (ا) نابض کا زاوی اسراع  $\alpha$  کیا ہے؟ (ب) اگر  $\alpha$  متقل ہو، نابض آج سے کتنے سال بعد رک جائے گا؟ (ج) یہ نابض ۱۰۵۴ میں دیکھے گئے متقل اعظم<sup>۲۷</sup> دھماکے میں پیدا ہوا۔ متقل  $\alpha$  تصور کر کے ابتدائی  $T$  تلاش کریں۔

### خطی اور زاوی متغیرات کا رشتہ

سوال ۴.۱۹: حنائی طیارہ  $29\,000 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے چلتے ہوئے  $3220 \text{ km}$  رداس کا دائری موڑ کاٹتا ہے۔ طیارے (ا) کی زاوی سمتی رفتار، (ب) رداسی اسراع، اور (ج) مماسی اسراع کی فتریں کیا ہیں؟

سوال ۴.۲۰: ایک جسم مقصرہ محور پر گھومتا ہے، اور جسم پر حوالہ لکیر مازاوی معتام  $\theta = 0.40e^{2t}$  ہے، جہاں  $\theta$  ریڈین میں اور  $t$  سیکنڈوں میں ہے۔ محور گھماؤ سے  $4.0 \text{ cm}$  فاصلے پر نقطہ ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر نقطہ (ا) کے اسراع کے مماسی جبزو اور (ب) اسراع کے رداسی جبزو کی فتر کیا ہوگی؟

سوال ۴.۲۱: ۱۹۱۱ اور ۱۹۹۰ کے بیچ اطالیہ کے شہر پیزا میں واقع جھکا برج<sup>۲۸</sup> کی چوٹی جنوب کے رخ سالانہ اوسطاً  $1.2 \text{ mm}$  حرکت کرتی رہی۔ برج  $55 \text{ m}$  بلند ہے۔ برج کے پیندا پر برج کی زاوی رفتار ریڈین فی سیکنڈ میں کتنی ہے؟

<sup>۲۵</sup>pulsar  
<sup>۲۶</sup>Crabnebula  
<sup>۲۷</sup>supernova  
<sup>۲۸</sup>leaning tower of Pisa

سوال ۲۲: حنا باز کو 10 m رداس کے مرکز گریزہ<sup>۲۹</sup> میں  $\theta = 0.30t^2$  کے لحاظ سے گھما کر حنا چھتا ہے۔ وقت  $t = 5.0$  s پر (ا) زاویہ سستی رفتار، (ب) خطی سستی رفتار، (ج) مماسی اسراع، اور (د) رداسی اسراع کی قدریں کیا ہوں گی؟

سوال ۲۳: ایک اڑن پہیا جس کا قطر 1.20 m ہے 200 چکر فی منٹ کی زاویہ رفتار سے گھوم رہا ہے۔ (ا) اڑن پہیے کی زاویہ رفتار ریڈین فی سیکنڈ میں کتنی ہے؟ (ب) اڑن پہیے کے چکر پر نقطے کی خطی رفتار کیا ہوگی؟ (ج) پہیے کی زاویہ رفتار 60 s میں بڑھا کر 1000 چکر فی منٹ کرنے کے لئے مستقل زاویہ اسراع (چکر فی مربع منٹ میں) کیا ہوگا؟

سوال ۲۴: گراموفون<sup>۳۰</sup> کی سوئی (پلاسٹک کی بنی ہوئی) تھالی<sup>۳۱</sup> کی چوڑیوں پر چل کر آواز پیدا کرتی ہے۔ چوڑی میں بچہ و حتم پر چل کر سوئی ارتعاش پذیر ہوگی۔ گراموفون میکانی ارتعاش کو پہلے برقی ارتعاش میں اور اس کے بعد آواز میں تبدیل کرتا ہے۔ مندرجہ کریں تھالی  $33\frac{1}{2}$  چکر فی منٹ شرح سے گھومتی ہے، جس چوڑی کو بجایا جا رہا ہے، اس کا رداس 10.0 cm ہے، اور چوڑی میں حتم یکساں 1.75 mm فاصلوں پر پائے جاتے ہیں۔ حتم کس شرح (کمر فی سیکنڈ) سے سوئی کو نکراتے ہیں؟

سوال ۲۵: (ا) سطح زمین پر  $40^\circ$  شمال کے خط عرض<sup>۳۲</sup> پر واقع نقطے کی قطبی محور پر زاویہ رفتار  $\omega$  کیا ہوگی؟ (زمین قطبی محور پر گھومتی ہے۔) (ب) اس نقطے کی خطی رفتار  $v$  کیا ہوگی؟ خط استوا<sup>۳۳</sup> پر واقع نقطے کی (ج)  $\omega$  اور (د)  $v$  کیا ہوں گی؟

سوال ۲۶: دغانی<sup>۳۴</sup> (دھانی انجن) کا اڑن پہیا 150 چکر فی منٹ کی مستقل زاویہ سستی رفتار سے حرکت میں ہے۔ بھاپ روکنے پر بیرم<sup>۳۵</sup> کی رگڑ اور ہوائی رکاوٹ پہیے کو 2.2 گھنٹوں میں روکتی ہیں۔ (ا) رکنے کے دوران پہیے کا مستقل زاویہ اسراع، چکر فی مربع منٹ میں، کیا ہوگا؟ (ب) رکنے تک پہیا کتنے چکر کاٹتا ہے؟ (ج) جس لمحہ اڑن پہیے کی زاویہ رفتار 75 چکر فی منٹ ہے، پہیے پر محور گھماوے 50 cm فاصلے پر نقطے کی خطی اسراع کا مماسی جزو کیا ہوگا؟ (د) ذرے کے صافی اسراع کی قدر کیا ہوگی؟

سوال ۲۷: تینہ گھوم<sup>۳۶</sup> پر، جو  $33\frac{1}{3}$  چکر فی منٹ سے گھوم رہا ہے، بچہ کا دامن محور گھماوے 6.0 cm فاصلے پر پڑا ہے۔ (ا) بچے کا اسراع کیا ہے اور (ب) پھسلنے سے بچنے کے لئے کم سے کم سکونی رگڑ کا مستقل کیا ہوگا؟ (ج) اگر ساکن حالت سے تخت اس رفتار تک 0.25 s میں مستقل زاویہ اسراع سے پہنچا ہو، پھسلنے سے بچنے کے لئے کم سے کم سکونی رگڑ کا مستقل کیا ہوگا؟

سوال ۲۸: رداس  $r_A = 10$  cm اور  $r_C = 25$  cm کے پہیوں کو پٹ B ملاتا ہے (شکل 31.10)۔ ساکن حالت سے پہیا A کی زاویہ رفتار  $1.6 \text{ rad s}^{-2}$  مستقل شرح سے بڑھائی جاتی ہے۔ پہیا C کو 1000 چکر فی منٹ تک پہنچنے کے لئے کتنا وقت درکار ہوگا (پٹ پھسلتا نہیں ہے)؟ (اشارہ: اگر پٹ پھسلے نہیں، دونوں پہیوں کے

centrifuge<sup>۲۹</sup>  
gramophone<sup>۳۰</sup>  
vinyl record<sup>۳۱</sup>  
latitude<sup>۳۲</sup>  
equator<sup>۳۳</sup>  
steam engine<sup>۳۴</sup>  
bearing<sup>۳۵</sup>  
turntable<sup>۳۶</sup>

چپے برابر خطی رفتار سے حرکت کریں گے۔)

سوال ۴.۲۹: روشنی کی رفتار نانپے کی ایک پرانی ترکیب شکل 32.10 میں دکھائی گئی ہے، جس میں شگاف دار گھومتا پہیا استعمال کیا جاتا ہے۔ پیپے کے بیرونی کنارے پر شگاف سے کرن گزر کر دور آئینے سے ٹکرا کر، اسی راہ پر واپس چلتے ہوئے، پیپے پر پہنچتی ہے؛ اس دوران یہ میں پہیا ایک شگاف آگے بڑھتا ہے؛ یوں کرن اگلے شگاف سے گزر پاتی ہے۔ پیپے کا رداس 5.0 cm، شگافوں کی تعداد 500، اور آئینے تک فاصلہ  $L = 500 \text{ m}$  ہے۔ پینانش سے معلوم ہوتا ہے کہ روشنی کی رفتار  $3.0 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$  ہے۔ (ا) پیپے کی مستقل (زاوی) رفتار کیا ہے؟ (ب) پیپے کے کنارے پر نقطے کی خطی رفتار کیا ہے؟

سوال ۴.۳۰: **مکین چرخ** کے اڑن پیپے کو، جس کا رداس 2.83 cm ہے، ساکن حالت سے  $14.2 \text{ rad s}^{-2}$  سے مسرع کر کے 2760 چکر فی منٹ کی زاوی رفتار تک لایا جاتا ہے۔ (ا) اس دوران پیپے کے چکا پر واقع نقطے کے مماسی اسراع کیا ہوگا؟ (ب) پوری رفتار پر گھومنے کے دوران نقطے کا رداسی اسراع کیا ہوگا؟ (ج) اختتامی رفتار تک پہنچنے تک چکا پر واقع نقطے کتنا فاصلہ طے کرتا ہے؟

سوال ۴.۳۱: ایک مقررص، جس کا رداس 0.25 m ہے، مقررص کی وسطی انتصابی محور پر  $800 \text{ rad}$  گھمانا مقصود ہے۔ ساکن حالت سے آغاز کر کے، ابتدائی  $400 \text{ rad}$  کے دوران مقررص کو مستقل  $\alpha_1$  شرح سے مسرع کیا جاتا ہے جس کے بعد مستقل  $\alpha_1$  - شرح سے اس کی زاوی رفتار گھٹائی جاتی ہے، حتیٰ کہ مقررص رک جاتا ہے۔ ضروری ہے کہ مقررص کے کسی حصے کے مرکز مائل اسراع کی قدر  $400 \text{ m s}^{-2}$  سے تجاوز نہ کرے۔ (ا) گھماؤ کا کم سے کم دوران یہ کنٹنا ہو سکتا ہے؟ (ب) مطابقتی  $\alpha_1$  کی قیمت کیا ہوگی؟

سوال ۴.۳۲: ساکن حالت سے آغاز کر کے گاڑی 30.0 m رداس کی دائری راہ پر چلتی ہے۔ اس کی رفتار  $0.500 \text{ m s}^{-2}$  مستقل شرح سے بڑھتی ہے۔ (ا) مماسی خطی اسراع کی قدر 15.0 s بعد کیا ہوگی؟ (ب) اس لمحے پر گاڑی کا مماسی سمتیہ اسراع اور گاڑی کی سمتی رفتار آپس میں کس زاویے پر ہیں؟

### گھماؤ کی حرکت کی توانائی

سوال ۴.۳۳: ایک پہیا 602 چکر فی منٹ سے گھوم رہا ہے اور اس کی حرکت کی توانائی 24 400 J ہے۔ پیپے کا گھمیری جہود تلاش کریں۔

سوال ۴.۳۴: ایک پتلی سلاح ایک سر پر گھمائی جاتی ہے۔ شکل 33.10 میں سلاح کی زاوی رفتار بالاقابل وقت پیش ہے۔ محور  $\omega$  کا پیمانہ  $\omega_s = 6.0 \text{ rad s}^{-1}$  تعین کرتا ہے۔ (ا) سلاح کے زاوی اسراع کی قدر کیا ہے؟ (ب) لمحہ  $t = 4.0 \text{ s}$  پر سلاح کی گھمیری حرکت کی توانائی 1.60 J ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر سلاح کی حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

## گھمیری جمود کا حساب

سوال ۴.۳۵: دو یکساں ٹھوس بیلن اپنے اپنے وسطی (طولی) محور پر  $235 \text{ rad s}^{-1}$  سے گھوم رہے ہیں۔ ان کی انفرادی کمیت  $1.25 \text{ kg}$  تاہم رداس مختلف ہیں۔ (ا) چھوٹے بیلن کی، جس کا رداس  $0.25 \text{ m}$  ہے، اور (ب) بڑے بیلن کی، جس کا رداس  $0.75 \text{ m}$  ہے، گھمیری حسر کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۴.۳۶: مترص کے وسط سے رداس  $h$  فاصلے پر محور کے گرد مترص گھوم سکتا ہے (شکل 34a.10)۔ مترص کے وسط سے کنارے تک  $h$  کی قیمتوں کے لئے مترص کا گھمیری جمود  $I$  شکل 34b.10 میں ترسیم کیا گیا ہے۔ محور  $I$  کا پیسانہ  $I_A = 0.050 \text{ kg m}^2$  اور  $I_B = 0.150 \text{ kg m}^2$  تعین کرتے ہیں۔ مترص کی کمیت تلاش کریں۔

سوال ۴.۳۷: میٹر سلاخ، جس کی کمیت  $0.56 \text{ kg}$  ہے، کا گھمیری جمود  $20 \text{ cm}$  نشان پر واقع سلاخ کو عمودی محور پر تلاش کریں۔ (میٹر سلاخ کو پستلی سلاخ تصور کریں۔)

سوال ۴.۳۸: بلا کمیت سلاخ کے ساتھ تین ذرے چسپاں کیے گئے ہیں (شکل 35.10)۔ سلاخ کی لمبائی  $L = 6.00 \text{ cm}$  اور ذروں کی انفرادی کمیت  $0.0100 \text{ kg}$  ہے۔ یہ نظام سلاخ کے بائیں سر پر واقع نقطہ  $O$  سے گزرتی عمودی محور پر گھوم سکتا ہے۔ ہم ایک ذرہ ہٹاتے ہیں (جو  $33\%$  کمیت ہٹاتا ہے)۔ محور سے (ا) متریب ترین ذرہ اور (ب) دور ترین ذرہ ہٹانے پر، نظام کا گھمیری جمود کتنے فی صد کم ہوگا؟

سوال ۴.۳۹: اٹن پیپے کو برقی موٹر سے  $200\pi$  ریڈیئن فی سیکنڈ رفتار تک پہنچا کر گھومتے اٹن پیپے میں ذخیرہ توانائی سے ٹرک چلایا جا سکتا ہے۔ فرض کریں اٹن پیپا ٹھوس اور یکساں بیلن ہے، جس کی کمیت  $500 \text{ kg}$  اور رداس  $1.0 \text{ m}$  ہے۔ (ا) بھرائی کے بعد اٹن پیپے کی حسر کی توانائی کتنی ہوگی؟ (ب) اگر ٹرک اوسطاً  $8.0 \text{ kW}$  طاقت استعمال کرتا ہو، بھرائی کتنی دیر میں دوبارہ کرنی ہوگی؟

سوال ۴.۴۰: بالکل ایک جیسے  $15$  مترص سیدھ میں رکھ کر سلاخ کی شکل میں، جس کی لمبائی  $L = 1.0000 \text{ m}$  اور (کل) کمیت  $M = 100.0 \text{ mg}$  ہے، جوڑے گئے ہیں (شکل 36.10)۔ مترص یکساں ہیں اور پورا نظام درمیانے مترص کے وسطی نقطہ  $O$  پر گھوم سکتا ہے۔ (ا) اس محور پر نظام کا گھمیری جمود تلاش کریں۔ (ب) نظام کو  $M$  کمیت اور  $L$  لمبائی کی سلاخ تصور کرنے سے جبدول  $2e.10$  کا کلیہ استعمال کرنے سے گھمیری جمود کے حساب میں کتنے فی صد سہو پیدا ہوگا۔

سوال ۴.۴۱: دو ذروں کو، جن کی انفرادی کمیت  $m = 0.85 \text{ kg}$  ہے، ایک دوسرے کے ساتھ اور  $O$  پر واقع محور گھاؤ کے ساتھ سے دو سلاخ جوڑتی ہیں۔ ان سلاخوں کی انفرادی کمیت اور لمبائی  $M = 1.2 \text{ kg}$  اور  $d = 5.6 \text{ cm}$  ہے (شکل 37.10)۔ نظام محور گھاؤ پر  $\omega = 0.30 \text{ rad s}^{-2}$  زاوی رفتار سے گھومتا ہے۔ محور  $O$  پر نظام (ا) کا گھمیری جمود اور (ب) حسر کی توانائی کیا ہیں؟

سوال ۴.۴۲: چار ذروں کی کمیتیں اور محدود ذیل ہیں:  $x = 0 \text{ cm}$ ،  $y = 2.0 \text{ cm}$ ،  $x = 2.0 \text{ cm}$ ،  $y = 2.0 \text{ cm}$ ،  $x = -2.0 \text{ cm}$ ،  $y = -3.0 \text{ cm}$ ،  $x = -3.0 \text{ cm}$ ،  $y = 4.0 \text{ cm}$ ۔ محور (ا)  $x$ ، (ب)  $y$ ، (ج)  $z$  پر نظام کا گھمیری جمود تلاش کریں۔ (د) ہم جبڑا اور جبڑوب کے جوابات کو بالترتیب  $A$  اور  $B$  سے ظاہر کرتے ہیں۔ جبڑوج کا جواب  $A$  اور  $B$  کے روپ میں لکھیں۔

سوال ۴.۴۳: ٹھوس سل کی کیت 0.172 kg اور اضلاع  $a = 3.5 \text{ cm}$ ،  $b = 8.4 \text{ cm}$ ، اور  $c = 1.4 \text{ cm}$  ہیں (شکل 38.10)۔ بڑی سطح کو عمودی، ایک کونے سے گزرتی، محور گھماو پر سل کا گھمیری جمود تلاش کریں۔

سوال ۴.۴۴: چار ایک جیسے ذروں کو، جن کی انفرادی کیت 0.50 kg ہے،  $2.0 \text{ m} \times 2.0 \text{ m}$  چوکور کی چار اس پر رکھے جاتے ہیں، اور انہیں بلا کیت سلاخوں سے، جو چوکور کے اضلاع بناتے ہیں، جوڑا جاتا ہے۔ (ا) مخالف اضلاع کے وسطی نقطوں سے گزرتی محور گھماو پر، جو چوکور کی سطح میں پایا جاتا ہے، (ب) ایک ضلع کے وسطی نقطہ سے گزرتی محور گھماو پر، جو چوکور کی سطح کو عمودی ہے، اور (ج) وتری مخالف ذروں سے گزرتی محور گھماو پر، جو چوکور کی سطح میں پایا جاتا ہے، اس استوار جسم کا گھمیری جمود تلاش کریں۔

### قوت مسروڑ

سوال ۴.۴۵: ایک جسم پر، جس کا چول نقطہ O پر ہے، دو قوت عمل کرتی ہیں (شکل 39.10)۔ اگر  $r_1 = 1.30 \text{ m}$ ،  $r_2 = 2.15 \text{ m}$ ،  $F_1 = 4.20 \text{ N}$ ،  $\theta_1 = 75.0^\circ$  اور  $\theta_2 = 60.0^\circ$  ہو، چول پر صافی قوت مسروڑ کیا ہوگی؟

سوال ۴.۴۶: ایک جسم پر، جس کا چول O پر ہے، تین قوت عمل کرتی ہیں (شکل 40.10) جو ذیل ہیں: نقطہ A پر جو O سے 8.0 m فاصلے پر ہے  $F_A = 10 \text{ N}$ ؛ نقطہ B پر جو O سے 4.0 m فاصلے پر ہے  $F_B = 16 \text{ N}$ ؛ اور نقطہ C پر جو O سے 3.0 m فاصلے پر ہے  $F_C = 19 \text{ N}$ ۔ چول پر صافی قوت مسروڑ تلاش کریں۔

سوال ۴.۴۷: بلا کیت، 1.25 m لمبی، سلاخ کے ایک سر پر 0.75 kg گیند باندھ کر، سلاخ کا دوسرا سر چول سے لٹکایا جاتا ہے۔ جب حاصل رفاص انتصاب کے ساتھ  $30^\circ$  پر ہو، چول پر تحب ذبی قوت مسروڑ کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۴.۴۸: سائیکل کے پائیدان کا بازو 0.152 m ہے اور سائیکل سواری پائیدان پر 111 N نشینی قوت لاگو کرتا ہے۔ پائیدان بازو کے چول پر اس وقت قوت مسروڑ کی مقدار کیا ہوگی جب انتصاب کے ساتھ پائیدان کا زاویہ (ا)  $30^\circ$ ، (ب)  $90^\circ$ ، اور (ج)  $180^\circ$  ہو؟

### نیوٹن کا قانون دوم برائے گھماو

سوال ۴.۴۹: تختہ غوطہ  $3^\circ$  سے تالاب میں کود کر غوطہ خور کی زاوی رفتار، اس کے مرکز کیت پر، 220 ms میں صفر سے  $6.20 \text{ rad s}^{-1}$  ہوتی ہے۔ مرکز کیت پر اس کا گھمیری جمود  $12.0 \text{ kg m}^2$  ہے۔ پرواز کے دوران (ا) غوطہ خور کے اوسط زاوی اسراع اور (ب) تختہ سے غوطہ خور پر بیرونی اوسط قوت مسروڑ کی مقدار کیا ہیں؟

سوال ۴.۵۰: پیسے پر 32.0 N m قوت مسروڑ  $25.0 \text{ rad s}^{-2}$  زاوی اسراع پیدا کرتی ہے۔ پیسے کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۴.۵۱: بلا رگڑ افقی دھرے پر رداس 5.00 cm کا  $R$  کا جڑ ثقل  $3^\circ$  نصب ہے، جس سے کیت

divingboard<sup>۳۸</sup>  
pulley<sup>۳۹</sup>



سوال ۴.۸:  $m_1 = 460 \text{ g}$  کی سل 1 اور کمیت  $m_2 = 500 \text{ g}$  کی سل 2 لٹکی ہے (شکل 41.10)۔ ساکن حسات سے رہائی پر 5.0 s میں سل 2 75.0 cm گرتی ہے۔ دھاگہ ہرگز نہیں پھسلتا۔ (i) سلوں کے زاوی اسراع کی مقدار کیا ہے؟ (ب) تناو  $T_2$  اور  $T_1$  کتنا ہے؟ (د) حسر ثقیل کے زاوی اسراع کی مقدار کیا ہے؟ (ه) حسر ثقیل کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۴.۵۲: ایک بیلن، جس کی کمیت 2.0 kg ہے، اپنی وسطی طولی محور پر، جو O پر واقع ہے، گھوم سکتا ہے (شکل 42.10)۔ لاگو قوت ذیل ہیں:  $F_1 = 6.0 \text{ N}$ ،  $F_2 = 4.0 \text{ N}$ ،  $F_3 = 2.0 \text{ N}$ ، اور  $F_4 = 5.0 \text{ N}$ ۔ ساتھ ہی  $r = 5.0 \text{ cm}$  اور  $R = 12 \text{ cm}$  ہیں۔ (i) بیلن کے زاوی اسراع (i) کی مقدار اور (ب) رخ تلاش کریں۔ (گھاو کے دوران بیلن کے لحاظ سے قوت انہیں زاویوں پر رہتی ہیں۔)

سوال ۴.۵۳: یکساں مٹر صر اپنی وسطی انتصابی محور پر گھوم سکتا ہے (شکل 43.10)۔ مٹر صر، جو ابتدائی طور پر ساکن ہے، کی کمیت 20.0 g اور رداس 2.0 cm ہے۔ لمحہ  $t = 0$  پر دکھائی گئی دو قوت مٹر صر کے چکا پر ماسی لاگو کی حباتی ہیں، جن کی بدولت  $t = 1.25 \text{ s}$  پر مٹر صر کی حلاف گھڑی زاوی سستی رفتار  $250 \text{ rad s}^{-1}$  ہوگی۔ قوت  $\vec{F}_1$  کی مقدار 0.100 N ہے۔ قوت  $\vec{F}_2$  کی مقدار تلاش کریں۔

سوال ۴.۵۴: حبابانی نشتی جوڈو کہلاتی ہے۔ ایک داو میں آپ حریف کا بایاں پاؤں مار کر اٹھاتے ہیں اور ساتھ ہی اس کو وردی سے پکڑ کر بائیں کھینچتے ہیں۔ نتیجتاً، حریف اپنے دائیں پاؤں پر گھوم کر زمین پر گر جاتا ہے۔ شکل 44.10 میں آپ کا حریف دکھایا گیا ہے، جس میں اس کا بایاں پاؤں زمین سے اٹھا دکھایا گیا ہے۔ محور گھاو نقطہ O پر ہے۔ تباذنی قوت  $\vec{F}_g$  اس کے مرکز کمیت پر عمل کرتی ہے، جو O سے  $d = 28 \text{ cm}$  افقی فاصلے پر ہے۔ اس کی کمیت 70 kg اور O پر گھمیری جمود  $65 \text{ kg m}^2$  ہے۔ (i) آپ کی قوت  $\vec{F}_a$  متاثر نظر انداز ہونے کی صورت میں اور (ب) آپ کی قوت افقی، اس کی مقدار 300 N، اور نقطہ اطلاق کی بلندی  $h = 1.4 \text{ m}$  ہونے کی صورت میں O پر حریف کا ابتدائی زاوی اسراع کیا ہوگا؟

سوال ۴.۵۵: یکساں موٹائی اور کشاف (کمیت فی اکائی حجم) کے پلاسٹک کی بے متاعده چادر نقطہ O پر واقع، سطح چادر کو عودی، محور پر گھمائی جاتی ہے (شکل 45a.10)۔ اس محور پر چادر کا گھمیری جمود درج ذیل ترکیب سے ناپا جاتا ہے۔ رداس 2.00 cm اور کمیت 0.500 kg کا دائری مٹر صر چادر کے ساتھ یوں چسپاں کیا جاتا ہے کہ مٹر صر کا وسط O پر ہو (شکل 45b.10)۔ لٹو پر دھاگہ لپیٹنے کی طرح مٹر صر پر دھاگہ لپیٹ کر دھاگہ 5.0 s کے لئے کھینچ جاتا ہے۔ نتیجتاً، مٹر صر کے چکا پر ماسی لاگو 0.400 N متقل قوت مٹر صر اور چادر دونوں کو گھماتی ہے۔ ماحصل زاوی رفتار  $114 \text{ rad s}^{-1}$  ہے۔ محور گھاو پر چادر کا گھمیری جمود کیا ہوگا؟

سوال ۴.۵۶: دو ذرے 1 اور 2 جن کی انفرادی کمیت  $m$  ہے بلا کمیت سلاخ کے سروں پر حبڑے ہیں (شکل 46.10)۔ سلاخ کی لمبائی  $L_1 + L_2$  ہے، جہاں  $L_1 = 20 \text{ cm}$  اور  $L_2 = 80 \text{ cm}$  ہے۔ چول پر سلاخ افقی رکھ کر با کی جاتی ہے۔ (i) ذرہ 1 اور (ب) ذرہ 2 کے ابتدائی اسراع کی مقدار کیا ہوگی؟

سوال ۴.۵۷: ایک حسر ثقیل کا رداس 10 cm اور دھرے پر گھمیری جمود  $1.0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$  ہے۔ حسر ثقیل کے چکا پر ماسی تغیر پذیر قوت  $F = 0.50t + 0.30t^2$  لاگو کی جاتی ہے، جہاں  $F$  نیوٹن میں اور  $t$  سیکنڈ میں ہے۔ حسر ثقیل ابتدائی طور ساکن ہے۔ وقت  $t = 3.0 \text{ s}$  پر اس (i) کا زاوی اسراع اور (ب) زاوی

رفتار کیا ہوں گے؟

### کام اور گھمیری حسی توانائی

سوال ۴.۵۸: (i) اگر شکل 19.10 میں  $M = 400 \text{ g}$ ،  $R = 12 \text{ cm}$  اور  $m = 50 \text{ g}$  ہو، ساکن حالت سے رہائی کے بعد  $50 \text{ cm}$  اتر کر سل کی رفتار کیا ہوگی؟ توانائی کی بقا کا اصول استعمال کر کے جواب معلوم کریں۔ (ب) رداس  $R = 5.0 \text{ cm}$  لے کر جواب دوبارہ حاصل کریں۔

سوال ۴.۵۹: گاڑی کا خمدار دھرا  $^{20}$  (کریٹک شافٹ)  $1800$  چکر فی منٹ رفتار سے گھومتے ہوئے انجن سے دھسے (اکسل) تک  $74.6 \text{ kW}$  شرح سے توانائی پہنچاتا ہے۔ خمدار دھسے کتنی قوت مسرور فرما رہا ہے؟

سوال ۴.۶۰: ایک پستلی سلاخ، جس کی لمبائی  $0.75 \text{ m}$  اور کمیت  $0.42 \text{ kg}$  ہے، ایک سرے لٹکی ہے۔ سلاخ کو ایک جانب کھینچ کر رہا کر کے رفتار کی طرح چھولنے دیا جاتا ہے؛ نتیجہ سے سلاخ  $4.0 \text{ rad s}^{-1}$  زاویہ رفتار سے گزرتی ہے۔ رگڑ اور ہوائی رکاوٹ نظر انداز کریں۔ (i) نشیبی مقام پر سلاخ کی حسی توانائی کیا ہوگی اور (ب) سلاخ کا سر کمیت نشیبی نقطہ سے کتنی بلندی تک پہنچ پاتا ہے؟

سوال ۴.۶۱: ایک پہیہ، جس کو دائری پستلی سلاخ تصور کیا جاسکتا ہے، کی کمیت  $32.0 \text{ kg}$  اور رداس  $1.20 \text{ m}$  ہے اور اس کی زاویہ رفتار  $280$  چکر فی منٹ ہے۔ پہیے کو  $15.0 \text{ s}$  میں روکنا مقصود ہے۔ (i) پہیہ روکنے میں کتنا کام سرانجام ہوگا؟ (ب) درکار اوسط طاقت کیا ہوگی؟

سوال ۴.۶۲: تین ذروں کو، جن کی انفرادی کمیت  $0.0100 \text{ kg}$  ہے، بلا کمیت  $6.00 \text{ cm}$  لمبی سلاخ کے ساتھ جوڑا گیا ہے جو، سلاخ کے سر پر نقطہ O پر واقع سلاخ کو عمودی، محور پر گھوم سکتی ہے (شکل 35.10)۔ گھمیری شرح کو (i)  $0$  سے  $20.0 \text{ rad s}^{-1}$  کرنے، (ب)  $20.0 \text{ rad s}^{-1}$  سے  $40.0 \text{ rad s}^{-1}$  کرنے، اور (ج)  $40.0 \text{ rad s}^{-1}$  سے  $60.0 \text{ rad s}^{-1}$  کرنے میں کتنا کام درکار ہوگا؟ (د) نظام کی حسی (جہول میں) توانائی بالمقابل (مربع ریڈین فی مربع سینڈ میں) مربع شرح گھماؤ کی ترسیم کی ڈھلوان کیا ہوگی؟

سوال ۴.۶۳: میٹر سلاخ زمین پر کھڑی کر کے گرنے دی جاتی ہے۔ عین زمین پر پہنچ کر سلاخ کے دوسرے سر کی رفتار کیا ہوگی؟ زمین پر رکھا گیا سر پھلتا نہیں۔ (اشارہ: میٹر سلاخ کو پستلی سلاخ تصور کر کے توانائی کی بقا کا اصول بروئے کار لائیں۔)

سوال ۴.۶۴: یکساں بیلن کو، جس کا رداس  $10 \text{ cm}$  اور کمیت  $20 \text{ kg}$  ہے، یوں رکھا جاتا ہے کہ بیلن کی وسطی طولی محور کے متوازی،  $5.0 \text{ cm}$  فاصلے پر، افقی محور کے گرد گھوم سکے۔ (i) محور گھماؤ پر بیلن کا گھمیری جمود تلاش کریں۔ (ب) بیلن کی وسطی طولی محور کو محور گھماؤ کی بلندی پر رکھ کر ساکن بیلن رکھا جاتا ہے۔ نتیجہ سے گزرتے وقت بیلن کی زاویہ رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۴.۶۵: ایک بلند بیلنی آتش دان جس کی بنیاد کمزور پڑ گئی تھی گرتا ہے۔ آتش دان کو پستلی سلاخ تصور کریں جس کی لمبائی  $55.0 \text{ m}$  ہے۔ گرنے کے دوران جس لمحے انتصاب کے ساتھ آتش دان  $35.0^\circ$  زاویہ بناتا ہے

، اس کے بلا سر کا (۱) رداسی اسراع، اور (ب) مماسی اسراع کیا ہوں گے؟ (اشارہ: توانائی کی بقا بروئے کار لائیں تاکہ قوت سروڈ (ج) مماسی اسراع کس زاویے  $\theta$  پر  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$  کے برابر ہوگا؟

سوال ۴.۶۶: یکساں کروی خول، جس کی کمیت  $M = 4.5 \text{ kg}$  اور رداس  $R = 8.5 \text{ cm}$  ہے، انتضائی وسطی محور پر بلار گڑ گھوم سکتا ہے (شکل 47.10)۔ بلا کمیت دھاگہ، جس سے  $m = 0.60 \text{ kg}$  کمیت کا جسم لٹکا ہے، حبر ثقیل پر گزار کر کرہ کے خط استوا پر لپیٹا جاتا ہے۔ حبر ثقیل کا گھمیری جمود  $I = 3.0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$  اور رداس  $r = 5.0 \text{ cm}$  ہے۔ حبر ثقیل کا دھرا بلار گڑ ہے؛ دھاگہ حبر ثقیل پر پھلتا نہیں ہے۔ ساکن حالت سے  $82 \text{ cm}$  گرنے کے بعد جسم کی رفتار کیا ہوگی؟ توانائی کی بقا استعمال کریں۔

سوال ۴.۶۷: پتلا گھیر (کمیت  $m$  اور رداس  $R = 0.150 \text{ m}$ ) اور پتلی سلاخ (کمیت  $m$  اور لمبائی  $L = 2.00 \text{ m}$ ) جوڑ کر استوار نظام بنایا گیا ہے (شکل 48.10)۔ نظام سیدھا کھڑا ہے، تاہم معمولی ہلانے پر نظام، سلاخ کے خنچلے سر پر واقع، سلاخ اور گھیر<sup>۳۱</sup> کے مستوی میں موجود، افقی محور کے گرد گھومتا ہے۔ فرض کریں معمولی ہلانے سے منتقل متاثر نظر انداز ہے۔ نشیبی نقطہ سے گزرتے وقت نظام کی زاوی رفتار کیا ہوگی؟

### اضافی سوال

سوال ۴.۶۸: دو ٹھوس یکساں کرہ کی انضرا دی کمیت  $1.65 \text{ kg}$ ، اور رداس  $0.226 \text{ m}$  اور  $0.854 \text{ m}$  ہیں۔ دونوں اپنی اپنی محور پر، جو کرہ کے مرکز سے گزرتی ہے، گھوم سکتے ہیں۔ (۱) چھوٹے کرہ کو ساکن حالت سے  $15.5 \text{ s}$  میں  $317 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی رفتار تک لانے کے لئے درکار  $\tau$  کی مقدار کیا ہے؟ (ب) کرہ کے خط استوا پر مماسی قوت کی مقدار  $F$  کیا ہوگی جو اتنی قوت سروڈ ہے؟ (ج)  $\tau$  اور (د)  $F$  بڑے کرہ کے لئے کیا ہیں؟

سوال ۴.۶۹: رداس  $r = 2.00 \text{ cm}$  کا چھوٹا مترص، رداس  $R = 4.00 \text{ cm}$  کے بڑے مترص کے کنارے یوں جوڑا گیا ہے کہ دونوں ایک مستوی میں ہوں (شکل 49.10)۔ بڑے مترص کے مرکز  $O$  پر واقع عمودی محور کے گرد نظام گھوم سکتا ہے۔ دونوں مترص کی یکساں کثافت (کمیت فی اکائی حجم)  $1.40 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  اور یکساں موٹائی  $5.00 \text{ mm}$  ہے۔ محور گھماؤ پر نظام کا گھمیری جمود تلاش کریں۔

سوال ۴.۷۰: ایک پہیساکن حالت سے آغاز کر کے  $2.00 \text{ rad s}^{-2}$  مستقل اسراع کے ساتھ گھومتا ہے۔ کسی مخصوص  $3.00 \text{ s}$  دورانے میں پہیا  $90.0 \text{ rad}$  گھومتا ہے۔ (۱) اس  $3.00 \text{ s}$  دورانے کے آغاز میں پہیے کی زاوی سہتی رفتار کیا ہے؟ (ب)  $3.00 \text{ s}$  دورانے سے قبل پہیا کتنی دیر حرکت میں رہا؟

سوال ۴.۷۱: دو جسم، جن کی انضرا دی کمیت  $6.20 \text{ kg}$  ہے، بلا کمیت دھاگے سے آپس میں باندھے گئے ہیں (شکل 50.10)۔ دھاگہ  $2.40 \text{ cm}$  رداس اور  $7.40 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$  گھمیری جمود کے حبر ثقیل سے گزرتا ہے۔ حبر ثقیل پر دھاگہ پھلتا نہیں؛ ہم نہیں جانتے آیا میز اور جسم کے بیچ رگڑ ہے یا نہیں؛ حبر ثقیل کا دھرا بلار گڑ ہے۔ ساکن حالت سے رہائی پر  $91.0 \text{ ms}$  میں حبر ثقیل  $0.130 \text{ rad}$  گھومتا ہے، اور اجسام کا اسراع مستقل ہے۔

(۱) جبر ثقل کے زاوی اسراع کی قدر، (ب) اجسام کے اسراع کی قدر، (ج) دھماگے کا تباہ  $T_1$  اور (د) دھماگے کا تباہ  $T_2$  کیا ہیں؟

سوال ۴.۲: پتلی سلاخ، جس کی کمیت 6.40 kg اور لمبائی 1.20 m ہے، کے دونوں سر پر 1.06 kg کا گیند نصب کیا جاتا ہے۔ سلاخ کے مرکز پر واقع انتصابی محور پر سلاخ افقی مستوی میں گھوم سکتی ہے۔ کسی مخصوص لمحے پر سلاخ 39.0 چکر فی منٹ سے گھومتی ہے۔ رگڑ کی وجہ سے 32.0 s میں یہ رک جاتی ہے۔ رگڑ کی آہستہ کن  $\mu$  قوت سرور مستقل تصور کریں۔ (۱) زاوی اسراع، (ب) آہستہ کن قوت سرور، (ج) میکائی توانائی سے حرری توانائی میں رگڑ کی بن منتقل توانائی کی قدر، اور (د) ان 32.0 s میں چکر کی تعداد تلاش کریں۔ (۴) فرض کریں آہستہ کن قوت سرور مستقل نہیں۔ کیا جبروا، ب، ج، اور د مزید معلومات دیے بغیر معلوم کیے جا سکتے ہیں؟ جو معلوم کی جا سکتی ہیں ان کی قیمتیں کیا ہوں گی؟

سوال ۴.۳: ہیلی کاپٹر کے یکساں پر کی لمبائی 7.8 m اور کمیت 110 kg ہے، اور ایک متابلہ اس کو مدور دھرے کے ساتھ جوڑا ہے۔ (۱) جب مدور 320 چکر فی منٹ سے گھومتا ہے (جو اس کی پوری رفتار ہے)، متابلہ پر دھرے کی قوت کی قدر کیا ہوگی؟ (اشارہ: اس حساب کے لئے پڑ کو کمیتی نقطہ تصور کیا جا سکتا ہے جو پڑ کے مرکز کمیت پر واقع ہو۔ کیوں؟) (ب) ساکن حالت سے 6.70 s میں پوری رفتار تک پہنچانے کے لئے مدور پر درکار قوت سرور کیا ہوگی؟ ہوا کی رگڑ نظر انداز کریں (اس حساب میں پڑ کو کمیتی نقطہ تصور نہیں کیا جا سکتا۔ کیوں نہیں؟ پتلی سلاخ پر یکساں کمیتی تقسیم تصور کیا جا سکتا ہے۔) (ج) 320 چکر فی منٹ تک پہنچانے کے لئے قوت سرور پڑ کتنا کام سر انجام دیگی؟

سوال ۴.۴: دو مترس اپنی اپنی وسطی انتصابی محور پر گھوم سکتے ہیں (شکل 51.10)۔ لمحہ  $t = 0$  پر دونوں مترس کے حوالہ لکیر ایک جیسی سمت بند ہیں۔ مترس A پہلے سے  $9.5 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی رفتار سے حرکت میں ہے۔ مترس B جو ساکن ہے اب  $2.2 \text{ rad s}^{-2}$  مستقل زاوی اسراع سے چل پڑتا ہے۔ (۱) حوالہ لکیروں کا زاویہ  $\theta$  کس وقت  $t$  پر لمحاتی ایک جتنا ہوگا؟ (ب) کیا  $t = 0$  کے بعد  $t$  وہ پہلا لمحہ ہے جب دونوں حوالہ لکیر سیدھ میں ہیں؟

سوال ۴.۵: رسی پر چپنے والا شخص اپنا مرکز کمیت رسی پر رکھتا ہے۔ لمبا اور بھارا ڈنڈا ہاتھ میں ہونا مددگار ثابت ہوتا ہے: اگر مرکز کمیت رسی سے دائیں منتقل ہو اور رسی پر گھوم کر گرنے کا خطرہ ہو، شخص ڈنڈے کو بائیں حرکت دے کر گھاو آہستہ کر کے سنبھالتا ہے۔ فرض کریں شخص کی کمیت 70.0 kg اور رسی پر گھمیری جود  $15.0 \text{ kg m}^2$  ہے۔ رسی پر اس کے زاوی اسراع کی قدر کیا ہوگی اگر اس کا مرکز کمیت رسی سے 5.0 cm دائیں ہو، اور (۱) اس کے پاس ڈنڈا نہ ہو اور (ب) اگر اس کے پاس 14.0 kg ڈنڈا ہو جس کا مرکز کمیت رسی سے 10 cm بائیں ہو؟

سوال ۴.۶: اس پہا  $t = 0$  پر ساکن حالت سے آغاز کر کے مستقل زاوی اسراع سے گزرتا ہے۔ لمحہ  $t = 2.0 \text{ s}$  پر پہا کی زاوی مستی رفتار  $5.0 \text{ rad s}^{-1}$  ہے۔ اسراع  $t = 20 \text{ s}$  تک برقرار رہنے کے بعد یکدم ختم ہوتا ہے۔ وقت  $t = 0$  تا  $t = 40 \text{ s}$  میں پہا کتنا زاویہ طے کرتا ہے؟

سوال ۴.۷: تختہ گھوم  $33\frac{1}{3}$  چکر فی منٹ کی رفتار سے 30 s میں بتدریج آہستہ ہو کر رکتا ہے۔ (۱) اس کا (مستقل) زاوی اسراع، چکر فی منٹ میں، تلاش کریں۔ (ب) اس دورانے میں تختہ کتنے چکر کاٹتا ہے؟

سوال ۴.۷۸: تین  $L = 0.600 \text{ m}$  لمبی یکساں پتلی سلاخوں سے استوار جسم بنایا گیا ہے، جولا طینی حسی H کی شکل میں ہے (شکل 52.10)۔ جسم افقی محور پر، جو ایک ٹانگہ کی ہمراہ ہے، گھوم سکتا ہے۔ جسم کا مستوی افقی رکھ کر جسم گرنے دیا جاتا ہے۔ جب یہ مستوی انتصابی مقام کو پہنچتا ہے، جسم کی زاوی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۴.۷۹: (۱) دکھائیں کہ کیت  $M$  اور رداس  $R$  کے ٹھوس سیلن کا وسطی محور پر گھمیری جمود، اور کیت  $M$  اور رداس  $R/\sqrt{2}$  کے گھیرا کا وسطی محور پر گھمیری جمود برابر ہیں۔ (ب) دکھائیں کہ کسی بھی جسم کا، جس کی کیت  $M$  ہو، کسی بھی محور پر گھمیری جمود  $I$  معادل گھیرا کا اسی محور پر گھمیری جمود کے برابر ہوگا۔ معادل گھیرا کی کیت  $M$  اور رداس  $k$  ذیل ہوگا۔

$$k = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

معادل گھیرا کا رداس  $k$  اس جسم کا رداس  $k$  ہوتا ہے۔

سوال ۴.۸۰: دائری مٹرس  $6.00 \text{ s}$  میں مستقل زاوی اسراع کے ساتھ زاوی مقام  $\theta_1 = 10.0 \text{ rad}$  سے زاوی مقام  $\theta_2 = 70.0 \text{ rad}$  پہنچتا ہے۔ مقام  $\theta_2$  پر جسم کی زاوی سستی رفتار  $15.0 \text{ rad s}^{-2}$  ہے۔ (۱) جسم کی زاوی سستی رفتار  $\theta_1$  پر کیا تھی؟ (ب) زاوی اسراع کیا ہے؟ (ج) ابتدائی ساکن حالت میں مٹرس کا زاوی مقام کیا تھا؟ (د) ابتدائے (جس کو ہم  $t = 0$  کہتے ہیں)  $\theta$  بالمقابل  $t$ ، اور زاوی رفتار  $\omega$  بالمقابل  $t$  ترسیم کریں۔

سوال ۴.۸۱: ایک پتلی یکساں سلاخ جس کی لمبائی  $2.0 \text{ m}$  ہے، ایک سر پر واقع بلار گزار افقی کیل پر گھوم سکتی ہے (شکل 53.10)۔ افق سے  $\theta = 40^\circ$  اوپر رکھ کر ساکن حالت سے سلاخ رهاکی جاتی ہے۔ افقی مقام سے گزرتے وقت سلاخ کی زاوی رفتار توانائی کی بقا کا اصول استعمال کر کے تلاش کریں۔

سوال ۴.۸۲: ایک چرخ ہندولا  $^{۴۴}$  جس کا قطر  $76 \text{ m}$  ہے  $36$  کلو گزیوں پر مشتمل ہے۔ ہر گازی میں  $60$  سوار بیٹھ سکتے ہیں۔ تمام سواریاں بٹھا کر چرخ ہندولا کو  $1$  چکر فی  $2$  منٹ کی مستقل زاوی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ صرف سواروں کو گھمانے کے لئے درکار کام کی تخمینہ قیمت تلاش کریں۔

سوال ۴.۸۳: کیت  $M = 500 \text{ g}$  اور رداس  $R = 12.0 \text{ cm}$  کے یکساں مٹرس کے گرد بلا کیت دھاگہ لپیٹ کر دھاگے کے سروں سے  $m_1 = 400 \text{ g}$  کیت اور  $m_2 = 600 \text{ g}$  کیت کی سل آویزاں کی جاتی ہیں (شکل 41.10)۔ مٹرس کے وسطی افقی محور پر مٹرس بلار گزار گھوم سکتا ہے؛ دھاگہ پھسلتا نہیں ہے۔ نظام ساکن حالت سے رهاکیا جاتا ہے۔ (۱) سل کے اسراع کی مقدار، (ب) بائیں جانب دھاگے کا تناؤ  $T_1$ ، اور (ج) دائیں جانب دھاگے کا تناؤ  $T_2$  تلاش کریں۔

سوال ۴.۸۴: وسطی سائبریا میں، جون 30 ۱۹۰۸ کی صبح کے سات بج کر چودہ منٹ پر،  $61^\circ$  شمال خط عرض بلد اور  $102^\circ$  مشرق خط طول بلد پر، کچھ بلندی پر ایک خوفناک دھماکہ ہوا۔ جو آگ کا شعلہ اٹھا وہ جوہری دھماکے سے پہلے انسان نے کبھی نہیں دیکھا۔ یہ واقعہ دریائے گنگا کے مٹریب پیش آیا جس کی بنیاد تینگکا وقوعہ  $^{۴۵}$  کہلاتا ہے۔ ایک اتفاقی شاہد کے مطابق ”آسمان کا بہت بڑا حصہ وقوعہ کی لپیٹ میں آیا۔“ یہ غالباً  $140 \text{ m}$  چوڑے پتھری

سیارچہ کے پھٹنے سے پیدا ہوا۔ (۱) صرف زمین کا گھاو مد نظر رکھتے ہوئے، معلوم کریں کہ سیارچہ کتنی دیر بعد پینچنے پر دھماکہ  $25^\circ$  مشرق کے خط طول بلد پر واقع شہر بلنسی کے اوپر ہوتا۔ ایسی صورت میں شہر مکمل طور پر تباہ ہو جاتا۔ (ب) اس کے برعکس اگر سیارچہ دھاتی ہوتا، یہ سطح زمین پر پینچ پاتا۔ کتنی دیر بعد پینچنے پر دھماکہ بحیرہ اقیانوس میں  $20^\circ$  مغرب کے خط طول بلد پر ہوتا؟ (دھماکے سے پیدا ہونے والی بحیرہ اقیانوس کے دونوں اطراف ساحلی آبادی تباہ کرتا۔)

سوال ۸۵. گالف کا گیند افق سے  $20^\circ$  زاویے پر  $60 \text{ m s}^{-1}$  رفتار اور  $90 \text{ rad s}^{-1}$  شرح گھاو سے پھینکا جاتا ہے۔ ہوا کی گھساٹ نظر انداز کریں۔ بلند ترین نقطے تک پینچنے تک گیند کتنے چکر کاٹتا ہے؟

سوال ۸۶. دو دائری چھلوں کا مرکز ایک نقطے پر رکھ کر انہیں تین بلاکیت سلاخوں سے ہم سطحی جوڑا جاتا ہے (شکل 54.10)۔ نظام کے مرکز پر واقع انتصابی محور کے گرد نظام، جو فی الحال ساکن ہے، گھوم سکتا ہے۔ چھلوں کی کیت، اندرونی رداس، اور بیرونی رداس درج ذیل جدول میں پیش ہیں۔ بیرونی چھلا کے بیرونی کنارے پر  $0.300 \text{ s}$  کے لئے  $12.0 \text{ N}$  قوت لگاؤ کی جاتی ہے۔ اس دورانیے میں نظام کی زاویہ رفتار میں تبدیلی کیا ہوگی؟

| چھلا | کیت (kg) | اندرونی رداس (m) | بیرونی رداس (m) |
|------|----------|------------------|-----------------|
| 1    | 0.120    | 0.0160           | 0.0450          |
| 2    | 0.240    | 0.0900           | 0.1400          |

سوال ۸۷. بلا رگڑ افقی دھارے پر  $0.20 \text{ m}$  رداس کا پہیہ نصب کیا جاتا ہے۔ بلاکیت دھاگہ پیسے کے گرد لپیٹ کر دھاگے کے آزاد سر کے ساتھ، افق سے  $20^\circ = \theta$  بلا رگڑ میلان پر رکھی،  $2.0 \text{ kg}$  اینٹ باندھی جاتی ہے (شکل 55.10)۔ میلان سطح کے ہمراہ اینٹ  $2.0 \text{ m s}^{-2}$  اسراع سے نشیبی حرکت کرتی ہے۔ دھارے پر پیسے کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۸۸. ایک پتیلے کرومی خول کا رداس  $1.90 \text{ m}$  ہے۔ خول کو  $960 \text{ N m}$  قوت مسروڑ، کرہ کے مرکز پر واقع محور کے لحاظ سے،  $6.20 \text{ rad s}^{-2}$  زاویہ اسراع دیتی ہے۔ (۱) اس محور پر کرہ کا گھمیری جمود اور (ب) خول کی کیت کیا ہے؟

سوال ۸۹. سائیکل سوار، جس کی کیت  $70 \text{ kg}$  ہے، چڑھائی پر چڑھتے ہوئے باری باری سائیکل کے نشیب وار حرکت کرتے پاندان پر اپنی پوری کیت ڈالتا ہے۔ پاندان  $0.40 \text{ m}$  قطر دائرے پر چلتا ہے۔ پاندان کے محور گھاو پر سائیکل سوار زیادہ سے زیادہ کتنی قوت مسروڑ ڈالتا ہے۔

سوال ۹۰. انجن کا اڑن پہیہ  $25.0 \text{ rad s}^{-1}$  زاویہ رفتار سے گھومتا ہے۔ انجن بند کرنے پر اڑن پہیہ مستقل شرح سے بتدریج آہستہ ہو کر  $20.0 \text{ s}$  میں رکتا ہے۔ (۱) اڑن پہیے کا زاویہ اسراع، (ب) رکنے تک طے شدہ زاویہ، اور (ج) رکنے تک کاٹے گئے چکر تلاش کریں۔

سوال ۹۱. رداس  $0.20 \text{ m}$  کا پہیہ بلا رگڑ افقی محور پر نصب ہے (شکل 19a.10)۔ محور پر پیسے کا گھمیری جمود  $0.400 \text{ kg m}^2$  ہے۔ بلاکیت دھاگہ پیسے کے محیط پر لپیٹ کر دھاگے کا دوسرا سر  $6.0 \text{ kg}$  اینٹ سے باندھا جاتا ہے۔ ساکن حالت سے نظام رہا کیا جاتا ہے۔ جب اینٹ کی حرکت توانائی  $6.0 \text{ J}$  ہوتی ہے، (۱) پیسے کی گھمیری حرکت کی توانائی کیا ہوگی اور (ب) اینٹ کتنی نشیب وار فاصلہ طے کر چکی ہوگی؟

سوال ۴.۹۲: دو دھیا کھٹا <sup>۴۶</sup> کے مرکز سے سورج کا فاصلہ  $2.3 \times 10^4$  نوری سل ہے۔ کہکشاں کے مرکز کے گرد سورج  $250 \text{ km s}^{-1}$  رفتار سے گھومتا ہے۔ (i) کہکشاں کے مرکز کے گرد سورج ایک چکر کتنے عرصہ میں مکمل کرتا ہے؟ (ب) سورج کی پیدائش سے اب تک، سورج کتنے چکر کاٹ چکا ہے۔ سورج کی پیدائش کو  $4.5 \times 10^9$  سال ہو چکے ہیں۔

سوال ۴.۹۳: بلار گڑا فنی محور پر ردا س  $0.20 \text{ m}$  کا پھیا نصب ہے۔ محور پر پیپے کا گھمیری جمود  $0.050 \text{ kg m}^2$  ہے۔ پیپے کے گرد لیٹ دھاگے کے سرے  $2.0 \text{ kg}$  اینٹ بندھی ہے جو بلار گڑا فنی سطح پر حرکت کر سکتی ہے۔ اگر اینٹ پر  $P = 3.0 \text{ N}$  قدر کی قوت لاگو کی جائے، جیسا شکل 56.10 میں دکھایا گیا ہے، پیپے کے زاوی اسراع کی مقدار کیا ہوگی؟ دھاگہ پیپے پر پھلتا نہیں ہے۔

سوال ۴.۹۴: ایک ہوائی جہاز کا، جو زمین کے لحاظ سے  $480 \text{ km h}^{-1}$  سے پرواز کر رہا ہے، پنکھا  $2000$  چکر فی منٹ سے گھوم رہا ہے۔ (i) ہوا باز اور (ب) زمین پر کھڑے شخص کے نقطہ نظر سے ردا س  $1.50 \text{ m}$  پنکھے کے پڑکا سرکس خطی رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ جہاز کی سمتی رفتار اور پنکھے کا دھرامتوازی ہیں۔

سوال ۴.۹۵: تین کمیتوں کو بلا کمیت سلاخوں سے جوڑ کر استوار جم بنایا گیا ہے (شکل 57.10)۔ جم کو نقطہ  $P$  پر واقع، جسم کی سطح کو عمودی، محور پر گھماتا مقصود ہے۔ اگر  $M = 0.40 \text{ kg}$ ،  $a = 30 \text{ cm}$ ، اور  $b = 50 \text{ cm}$  ہو، ساکن حالت سے جم کو  $5.0 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی رفتار تک پہنچانے کے لئے کتنا کام درکار ہوگا؟

سوال ۴.۹۶: مشروب کے ڈبے میں کنجی کا مشمول مشروبات کی صنعت میں ایک بڑا قدم بھتا۔ ڈبے کے بالا سر میں وسطی تالے پر کنجی حرکت کر سکتی ہے۔ کنجی کا ایک سر اوپر کھینچنے سے کنجی کا دوسرا سر ڈبے کے بالا سر کے کمزور کردہ حصے کو نیچے دباتی ہے۔ اگر آپ  $10 \text{ N}$  قوت سے کنجی اوپر کھینچیں، کمزور کردہ حصے پر کتنی قوت عمل کرتی ہے؟ (مشروب کا ڈب لے کر اس عمل پر غور کرنا ہوگا۔)

سوال ۴.۹۷: جہاز کا پڑکا شکل 58.10 میں پیش ہے، جو نقطہ  $B$  پر واقع انتصابی محور کے گرد  $2000$  چکر فی منٹ سے گھومتا ہے۔ نقطہ  $A$  کا، جو محور سے پڑکا دور ترین نقطہ ہے، ردا س  $1.50 \text{ m}$  ہے۔ (i) نقطہ  $B$  اور محور سے  $0.150 \text{ m}$  ردا سی فاصلے پر موجود نقطے کے مرکز مائل اسراع کی مقدار میں فرق  $a$  کتنا ہوگا؟ (ب)  $a$  بالمقابل ردا سی فاصلے کی ترسیم کھینچیں۔

سوال ۴.۹۸: بلار گڑا فنی محور پر، شکل 59.10 میں پیش نظام استعمال کر کے،  $30 \text{ kg}$  کا ڈب اٹھایا جاتا ہے۔ بیرونی ردا س  $R = 0.50 \text{ m}$  جبکہ ناچھ  $r = 0.20 \text{ m}$  کا ردا س  $r$  ہے۔ افنی قوت  $\vec{F}$ ، جس کی مقدار  $140 \text{ N}$  ہے، لاگو کرنے سے ڈب  $0.8 \text{ m s}^{-2}$  قدر کے اسراع سے اوپر اٹھتا ہے۔ محور پر نظام کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۴.۹۹: بلا کمیت سلاخ، جس کی لمبائی  $0.780 \text{ m}$  ہے، کے ایک سر پر  $1.30 \text{ kg}$  گیند نصب ہے۔ سلاخ کے دوسرے سر پر نظام افنی دائرے میں  $5010$  چکر فی منٹ رفتار سے گھومتا ہے۔ (i) محور گھاو پر نظام کا گھمیری جمود تلاش کریں۔ (ب) گھاو کے مخالف رخ، گیند پر ہوائی گھاٹ  $2.30 \times 10^{-2} \text{ N}$  ہے۔ نظام کو مستقل رفتار سے گھومتے رکھنے کے لئے کتنی قوت سرورڈر کار ہوگی؟

سوال ۴.۱۰۰: دو پتلی سلاخیں (جن کی انفرادی کمیت 0.20 kg ہے) آپس میں جوڑ کر، شکل 60.10 میں پیش، استوار جسم بنایا جاتا ہے۔ ایک سلاخ کی لمبائی  $L_1 = 0.40 \text{ m}$  اور دوسرے کی  $L_2 = 0.50 \text{ m}$  ہے۔ (۱) چھوٹی سلاخ کے وسطی نقطے پر واقع، سطح صاف کو عمودی، محور پر استوار جسم کا گھمیری جمود تلاش کریں۔ (ب) لمبی سلاخ کے وسطی نقطے پر واقع، سطح صاف کو عمودی، محور پر استوار جسم کا گھمیری جمود تلاش کریں۔

سوال ۴.۱۰۱: چار حبر ثقیل کو دو پٹوں سے ملایا جاتا ہے (شکل 61.10)۔ حبر ثقیل A (رداس 15 cm) محرک حبر ثقیل ہے، اور  $10 \text{ rad s}^{-1}$  سے گھومتا ہے۔ حبر ثقیل B (رداس 10 cm) اور حبر ثقیل A کو پٹ 1 ملاتا ہے۔ حبر ثقیل B' (رداس 5 cm) اور حبر ثقیل B ہم محور ہیں اور آپس میں یکے کے برابر ہیں۔ حبر ثقیل C (رداس 25 cm) اور حبر ثقیل B' کو پٹ 2 ملاتا ہے۔ (۱) پٹ 1 پر نقطے کی خطی رفتار، (ب) حبر ثقیل B کی زاوی رفتار، (ج) حبر ثقیل B' کی زاوی رفتار، (د) پٹ 2 پر نقطے کی خطی رفتار، اور (ه) حبر ثقیل C کی زاوی رفتار تلاش کریں۔ (اشارہ: اگر دو حبر ثقیل ملانے والا پٹ نہ پھیلتا ہو، ان حبر ثقیل کے چکا کی ماسی رفتاریں برابر ہوں گی۔)

سوال ۴.۱۰۲: تین گیند کو تین سلاخ ملا کر استوار جسم دیتے ہیں (شکل 62.10)، جہاں  $M = 1.6 \text{ kg}$ ،  $L = 0.60 \text{ m}$ ، اور  $\theta = 30^\circ$  ہے۔ گیند کو ذرہ تصور کیا جاسکتا ہے اور سلاخ بلا کمیت ہیں۔ (۱) نقطہ P پر واقع جسم کی سطح کو عمودی محور پر اور (ب) نقطہ P پر واقع اور  $2L$  لمبی سلاخ کو عمودی، اور جسم کے متوی میں پائی جانے والی محور پر جسم کی گھمیری حرکت کی توانائی اس صورت میں تلاش کریں جب جسم کی زاوی رفتار  $1.2 \text{ rad s}^{-1}$  ہو۔

سوال ۴.۱۰۳: نقطہ A پر موجود افقی محور کے گرد (3.0 kg کمیت اور 4.0 m لمبی) پتلی یکساں سلاخ آزادانہ گھومتی ہے (شکل 63.10)۔ نقطہ A سلاخ کے سرے سے  $d = 1.0 \text{ m}$  فاصلے پر ہے۔ انتہائی مقام سے گزرتے وقت سلاخ کی حرکت کی توانائی 20 J ہے۔ (۱) محور A پر سلاخ کا گھمیری جمود کیا ہے؟ (ب) سلاخ کے سر B کی (خطی) رفتار اس وقت کیا ہوگی جب سلاخ انتہائی مقام سے گزر رہی ہو؟ (ج) اوپر جاتے ہوئے سلاخ کس زاویہ  $\theta$  پر لمحاتی رکتی ہے؟

سوال ۴.۱۰۴: چار ذروں کو، جن کی انفرادی کمیت 0.20 kg ہے، چوکور کے کونوں پر رکھا جاتا ہے۔ چوکور کا اضلاع کی انفرادی لمبائی 0.50 m ہے۔ ذروں کو بلا کمیت سلاخوں سے جوڑا جاتا ہے۔ استوار جسم انتہائی متوی میں افقی محور A کے گرد گھوم سکتا ہے۔ A ایک ذرے کے مرکز سے گزرتی ہے۔ سلاخ AB افقی رکھ کر جسم کو ساکن حالت سے رہا کیا جاتا ہے (شکل 64.10)۔ (۱) محور A پر جسم کا گھمیری جمود کیا ہے؟ (ب) جب سلاخ AB انتہائی مقام سے جھول کر گزرتی ہے، A پر جسم کی زاوی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۴.۱۰۵: چیتا کو  $114 \text{ km h}^{-1}$  کی حیرت کن رفتار پر دوڑتا دیکھا گیا ہے۔ فرض کریں آپ چیتا کے ہمراہ گاڑی میں چلتے ہوئے چیتا کی رفتار جاننے کے لئے رفتار پیما پر نظر ڈالتے ہیں جو  $114 \text{ km h}^{-1}$  دیتا ہے۔ آپ گاڑی کو چیتا سے مستقل طور پر 8.0 m دور رکھتے ہیں، تاہم چیتا گاڑی کے ذرے سے مسلسل دور ہوتے ہوئے 92 m رداسی راہ پر دوڑتا ہے۔ یوں آپ 100 m رداس کے دائرے پر گاڑی چلاتے ہیں۔ (۱) دائرے راہ پر چلتے ہوئے آپ کی اور چیتا کی زاوی رفتار کیا ہے؟ (ب) اس راہ پر چیتا کی خطی رفتار کیا ہوگی؟ (اگر آپ دائری راہ کی لمبائیوں میں منحنی حساب میں شامل نہ کرتے، آپ کتے چیتا کی رفتار  $114 \text{ km h}^{-1}$  ہے؛ جو سراسر غلط ہوگا۔ بلکہ ہر اسی غلطی کی بنا چیتا کی رفتار اتنی زیادہ



بتائی گئی۔)

سوال ۴.۱۰۶: ایک پیپے کے چکا پر نقطے کی رفتار  $6.2 \text{ s}$  میں  $12 \text{ m s}^{-1}$  سے مستقل شرح سے بڑھتے ہوئے  $25 \text{ m s}^{-1}$  ہوتی ہے۔ پیپے کا قطر  $0.75 \text{ m}$  ہے۔ پیپے کی اوسط زاوی اسراع کیا ہوگی؟

سوال ۴.۱۰۷: ایک جبر ثقیل، جس کا قطر  $8.0 \text{ cm}$  ہے، کے گرد  $5.6 \text{ m}$  ڈور لپیٹی جاتی ہے۔ ساکن حالت سے آغاز کر کے اس کو  $1.5 \text{ rad s}^{-2}$  مستقل اسراع دیا جاتا ہے۔ (ا) ڈور مکمل اترنے تک جبر ثقیل کتنے زاویے طے کرتا ہے، اور (ب) ایسا کتنی دیر میں ہوگا؟

سوال ۴.۱۰۸: گراموفون کی پھتالی  $33\frac{1}{3}$  چکر فی منٹ سے گھمائی جاتی ہے۔ (ا) اس کی زاوی رفتار ریڈین فی سیکنڈ میں کیا ہوگی؟ پھتالی کے محور گھماوے (ب)  $15 \text{ cm}$  اور (ج)  $7.4 \text{ cm}$  رداسی فاصلے پر نقطے کی خطی رفتار کیا ہوگی؟



## باب ۵

# لڑھکاؤ، قوت سروٹ، اور زاوی معیار حرکت

### ۵.۱ مستقیم حرکت اور گھماؤ مل کر لڑھکا دیتے ہیں

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے کہ لڑھکاؤ حوالہ مستقیم حرکت اور حوالہ گھماؤ کا مجموعہ ہے۔
۲. ہموار لڑھکاؤ میں مرکز کیت کی رفتار اور جسم کی زاوی رفتار کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

• رداس  $R$  کے پہیے کے لئے جو ہموار سطح پر لڑھکا رہا ہو ذیل ہوگا:

$$v = \omega R$$

جہاں مرکز کیت  $v$  پہیے کے مرکز کیت کی خطی رفتار اور  $\omega$  پہیے کے وسط پر پہیے کی زاوی رفتار ہے۔

- پہیے کو نقطہ  $P$  کے گرد، جو ”مشرش“ کے ساتھ مس ہے، لمحاتی گھومتا تصور کیا جاسکتا ہے۔ مرکز کیت کے گرد اور اس نقطہ کے گرد جسم کی زاوی رفتار برابر ہے۔

### طبیعیات کیا ہے؟

جیسا باب ۴ میں ذکر کیا گیا، گھماؤ کا مطالعہ طبیعیات میں شامل ہے۔ غالباً، اس مطالعے کا اہم ترین اطلاق پہیے اور پہیے نما اجسام کا لڑھکاؤ ہے۔ یہ اطلاقی طبیعیات بہت عرصے سے استعمال میں ہے۔ قدیم

زمانے میں بھاری اجسام لڑھکاتے ہوئے ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کیے جاتے تھے۔ آج کل ہم گاڑی میں سامان رکھ کر ایک جگہ سے دوسری جگہ لڑھکاتے ہیں۔

لڑھکاؤ کی طبیعیات اور انجینئری اتنی پرانی ہے کہ اس میں نئے تصور ممکن نظر نہیں آتے۔ تاہم، پیچے دار تحفہ زیادہ پرانا نہیں۔ ہمارا کام یہاں لڑھکاؤ کی حرکت کو سادہ بنانا ہے۔

### مستقیم حرکت اور گھومتی حرکت

سطح پر ہمواری سے لڑھکتے اجسام پر یہاں غور کیا جائے گا؛ یعنی جسم بغیر اچھے یا پھسلے سطح پر حرکت کرتا ہے۔ شکل 2.11 میں ہموار لڑھکاؤ کی پیچیدگی دکھائی گئی ہے: اگرچہ جسم کا مرکز کیت سیدھی لکیر پر حرکت کرتا ہے، چکا پر نقطہ یقیناً ایسا نہیں کرتا۔ بہر حال، اس حرکت کو مرکز کیت کی مستقیم حرکت اور باقی جسم کا، اس مرکز پر، گھماؤ تصور کیا جاسکتا ہے۔

اسے سمجھنے کے لئے، فرض کریں آپ سڑک کے کنارے کھڑے ہو کر، گزرتے ہوئے سائیکل کے پیچے کا مطالعہ کرتے ہیں (شکل 3.11)۔ جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے، پیچے کا مرکز کیت  $O$  مستقل رفتار مرکز کیت  $v$  سے آگے بڑھتا ہے۔ نقطہ  $P$ ، جہاں پہیا سڑک کو مس کرتا ہے، بھی مرکز کیت  $v$  رفتار سے آگے بڑھتا ہے، اور یوں  $P$  ہمیشہ  $O$  کے ٹھیک نیچے رہتا ہے۔

ومتقی دورانیہ  $t$  کے دوران  $O$  اور  $P$  دونوں فاصلہ  $s$  طے کرتے ہیں۔ سائیکل سوار کے نقطہ نظر سے، پہیا زاویہ  $\theta$  طے کرتا ہے اور جو نقطہ  $t$  کے آغاز میں زمین پر ہت قوسی فاصلہ  $s$  طے کرتا ہے۔ مساوات ۵.۱ قوسی فاصلہ  $s$  اور زاویہ  $\theta$  کا تعلق دیتی ہے:

$$(5.1) \quad s = \theta R$$

جہاں  $R$  پیچے کا رداس ہے۔ پیچے کے مرکز (یکساں پیچے کا مرکز کیت) کی خطی رفتار مرکز کیت  $v$  ہم  $ds/dt$  سے جبانہ سکتے ہیں۔ پیچے کے مرکز پر پیچے کی زاوی رفتار  $d\theta/dt$  ہوگی۔ یوں  $R$  مستقل رکھتے ہوئے، مساوات ۵.۱ کا وقت کے ساتھ تفرق ذیل دیگا۔

$$(5.2) \quad v = \omega R \quad (\text{ہموار لڑھکاؤ حرکت})$$

دونوں کا ملاحظہ۔ شکل 4.11 میں دکھایا گیا ہے کہ پیچے کی لڑھکنی حرکت حائل مستقیم حرکت اور حائل گھمیری حرکت کا مجموعہ ہے۔ شکل 4a.11 حائل گھمیری حرکت پیش کرتی ہے (جس میں مرکز پر محور گھماؤ ساکن تصور کیا جاتا ہے): پیچے کا ہر نقطہ، مرکز پر، زاوی رفتار  $\omega$  سے گھومتا ہے۔ (ایسی حرکت پر باب ۴ میں غور کیا گیا)۔ پیچے کے باہری کنارے (چکا) پر ہر نقطہ کی خطی رفتار مرکز کیت  $v$  مساوات ۵.۲ دیتی ہے۔ شکل 4b.11 میں حائل مستقیم حرکت پیش ہے (جس میں تصور کیا جاتا ہے کہ پہیا گھوم نہیں رہا): پیچے کا ہر نقطہ مرکز کیت  $v$  رفتار سے دائیں حرکت کرتا ہے۔

شکل 4a.11 اور شکل 4b.11 مل کر، شکل 4c.11 میں پیش، پیچے کی اصل لڑھکنی حرکت دیتی ہیں۔ حرکات کے ملاپ میں پیچے کا خپلا نقطہ (P) ساکن ہے جبکہ پیچے کا بالانقطہ (T)، کسی بھی دوسرے نقطے سے زیادہ تیز، مرکزیت 2v رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ شکل 5.11 میں ان نتائج کا اشباتی مظاہرہ کیا گیا ہے، جہاں سائیکل کے لڑھکنی پیچے کا وقت <sup>۲</sup>افشا پیش ہے۔ آپ دیکھ کر بتا سکتے ہیں کہ پیچے کا بالاحصہ زیادہ تیزی سے حرکت کرتا ہے، چونکہ اس حصے کی تیلیاں مدہم نظر آتی ہیں۔

سطح پر دائری جسم کی ہموار لڑھکنی حرکت کو، شکل 4a.11 اور شکل 4b.11 کی طرح، حناص گھمیری حرکت اور حناص مستقیم حرکت میں علیحدہ علیحدہ کیا جاسکتا ہے۔

### لڑھکاؤ بطور حناص گھماؤ

شکل 6.11 میں پیچے کا لڑھکاؤ نئے انداز میں پیش کیا گیا ہے؛ جس نقطے پر پہیا سڑک مس کرتا ہے، ”سڑک“ کے اس نقطے سے گزرتی محور پر پہیا گھومتا ہے؛ یہ محور مرکزیت v رفتار سے حرکت میں ہوگی۔ ہم لڑھکاؤ کو، شکل 4c.11 میں نقطہ P سے گزرتی، پیچے کو عموددار، محور پر حناص گھماؤ تصور کرتے ہیں۔ یوں شکل 6.11 میں سمتیات، لڑھکنی پیچے پر نقطوں کی لحاتی سمتی رفتار دیتے ہیں۔

سوال: ساکن مشاہدہ کار اس محور پر سائیکل کے لڑھکنی پیچے کو کیا زاوی رفتار مختص کرے گا؟

جواب: وہی زاوی رفتار  $\omega$  جو سائیکل سوار مرکزیت کے گرد حناص گھماؤ کا مشاہدہ کرتے ہوئے پیچے کو مختص کرتا ہے۔

اس جواب کی تصدیق کرنے کی خاطر، ہم ساکن مشاہدہ کار کے نقطہ نظر سے لڑھکنی پیچے کے منسراز کی خطی رفتار تلاش کرتے ہیں۔ پیچے کا رداس R لیتے ہوئے، پیچے کا منسراز شکل 6.11 میں P پر واقع محور سے 2R فاصلے پر ہوگا، لہذا منسراز کی خطی رفتار (مساوات ۱۵.۲ استعمال کر کے) ذیل ہوگی:

$$\text{منسرازیت } v = (\omega)(2R) = 2(\omega R) = 2v$$

جو شکل 4c.11 کے عین مطابق ہے۔ آپ شکل 4c.11 میں پیش، نقطہ O اور P کی، خطی رفتار کی تصدیق بھی اس طرح کر سکتے ہیں۔

### آزمائش ۱

ایک سائیکل کے پچھلے پیچے کا رداس اگلے پیچے کے رداس کا دوگنا ہے۔ (ا) کیا چپلنے کے دوران بڑے پیچے کے منسراز کی خطی رفتار چھوٹے پیچے کے منسراز کی خطی رفتار سے زیادہ ہے، کم ہے، یا اس کے برابر ہے؟ (ب) کیا پچھلے پیچے کی زاوی رفتار اگلے پیچے کی زاوی رفتار سے زیادہ ہے، کم ہے، یا دونوں برابر ہیں؟

## ۵.۲ لڑھکاؤ کی قوتیں اور حرکتی توانائی

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. مرکز کیت کی مستقیم حرکتی توانائی اور مرکز کیت کے گرد گھمیری حرکتی توانائی کا مجموعہ حاصل کر کے جسم کی حرکتی توانائی معلوم کر پائیں گے۔
۲. ہمواری کے ساتھ لڑھکنی جسم کی حرکتی توانائی میں تبدیلی اور جسم پر سرانجام کام کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۳. ہموار لڑھکاؤ (پنڈا بغیر پھسلن) کے لئے، میکانی توانائی کی بقا استعمال کر کے ابتدائی توانائی کی قیمتوں اور اختتامی توانائی کی قیمتوں کا تعلق جان پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- ہموار لڑھکنی پیپے کی حرکتی توانائی ذیل ہے،

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2$$

جہاں مرکز کیت پر جسم کا گھمیری جہود مرکز کیت  $I$  اور پیپے کی کیت  $M$  ہے۔

- اگر پہیا مسرغ کیا جائے، اور پہیا اب بھی ہمواری کے ساتھ لڑھکتا ہے، مرکز کیت کے اسراع مرکز کیت  $\vec{a}$  اور مرکز پر زاوی اسراع  $\alpha$  کا تعلق ذیل ہوگا۔

$$a = \alpha R$$

- اگر  $\theta$  زاویہ کے میلان پر پہیا ہمواری کے ساتھ اترتے ہوئے لڑھکتا ہو، اس کا اسراع، میلان کے ہمراہ اوپر رخ محور  $x$  پر، ذیل ہوگا۔

$$a = - \frac{g \sin \theta}{1 + I/MR^2}$$

## لڑھکاؤ کی حرکتی توانائی

آئیں سکن مشاہدہ کار کے نقطہ نظر سے لڑھکنی پیپے کی حرکتی توانائی معلوم کریں۔ اگر ہم شکل 6.11 میں نقطہ  $P$  سے گزرتی محور پر لڑھکاؤ کو خالص گھماؤ تصور کریں، تب مساوات ۴.۳۳ ذیل دیگی،

$$K = \frac{1}{2} I_P \omega^2 \quad (۵.۳)$$

جہاں  $P$  پر واقع محور کے گرد پہیے کا گھمیری جہود  $I_P$  اور پہیے کی زاوی رفتار  $\omega$  ہے۔ مساوات ۴.۳۶ کے مسئلہ متوازی محور ( $I = I_{\text{مرکزیت}} + Mh^2$ ) کے تحت ذیل ہوگا،

$$(۵.۴) \quad I_P = I_{\text{مرکزیت}} + MR^2$$

جہاں  $M$  پہیے کی کمیت، مرکزیت سے گزرتی محور پر گھمیری جہود مرکزیت  $I$ ، اور  $R$  (پہیے کا رداس) عموددار فاصلہ  $h$  ہے۔ مساوات ۵.۲ کو مساوات ۵.۳ میں ڈال کر:

$$K = \frac{1}{2} I_{\text{مرکزیت}} \omega^2 + \frac{1}{2} MR^2 \omega^2$$

اور مساوات ۵.۲ ( $v = \omega R$ ) استعمال کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۵.۵) \quad K = \frac{1}{2} I_{\text{مرکزیت}} \omega^2 + \frac{1}{2} Mv^2$$

حبزو  $\omega^2 I_{\text{مرکزیت}}$  کو مرکزیت سے گزرتی محور پر پہیے کے لڑھکاؤ سے وابستہ حسی توانائی تصور کیا جاسکتا ہے (شکل 4a.11)، اور حبزو مرکزیت  $\frac{1}{2} Mv^2$  کو پہیے کے مرکزیت کی مستقیم حرکت سے وابستہ حسی توانائی تصور کیا جاسکتا ہے (شکل 4b.11)۔ یوں ذیل متاعده ابھرتا ہے۔

لڑھکنی جسم کی دو قسم کی حسی توانائیاں ہوں گی: مرکزیت پر گھماؤ کی بدولت گھمیری حسی توانائی ( $\omega^2 I_{\text{مرکزیت}}$ ) اور مرکزیت کی مستقیم حرکت کی بدولت مستقیم حسی توانائی ( $\frac{1}{2} Mv^2$ )۔

### لڑھکاؤ کی قوتیں

#### رگڑ اور لڑھکاؤ

اگر پہیا مستقل رفتار سے لڑھکتا ہو، جیسا شکل 3.11 میں دکھایا گیا ہے، نقطہ تماس  $P$  پر پہیا ہرگز نہیں پھسلتا لہذا اس نقطے پر رگڑ نہیں ہوگی۔ تاہم، اگر صافی قوت پہیے کو تیز یا آہستہ کرتی ہو، تب یہ صافی قوت مرکزیت کو حرکت کے رخ اسراع مرکزیت  $\vec{a}$  بخشنے گی۔ ساتھ ہی پہیا تیز یا آہستہ گھومے گا، لہذا زاوی اسراع  $\alpha$  بھی ہوگا۔ ان اسراع کی بدولت پہیا  $P$  پر پھسل سکتا ہے۔ یوں  $P$  پر رگڑی قوت عمل کرتی ہوئے پہیے کو پھسلنے سے روکتی ہے۔

اگر پہیا پھسلے نہیں، یہ قوت سکونی رگڑی قوت  $\vec{f}_s$  ہوگی اور حرکت ہموار لڑھکاؤ ہوگا۔ ایسی صورت میں، ( $R$  مستقل رکھ کر) وقت کے ساتھ مساوات ۵.۲ کا تفرق لے کر خطی اسراع مرکزیت  $\vec{a}$  کی قدر اور زاوی اسراع کی قدر  $\alpha$  کا تعلق حاصل کر سکتے ہیں۔ بائیں ہاتھ  $dv/dt$  مرکزیت  $d$  در حقیقت مرکزیت  $a$  اور دائیں ہاتھ  $d\omega/dt$  در حقیقت  $\alpha$  ہے۔ یوں ہموار لڑھکاؤ کے لئے ذیل ہوگا۔

$$(۵.۶) \quad a_{\text{مرکزیت}} = \alpha R \quad (\text{ہموار لڑھکنی حرکت})$$

جب پیسے پر عمل پیرا صافی قوت کی بدولت پہیا پھسلے، تب شکل 3.11 میں  $P$  پر حرکی رگڑی قوت  $f_k$  عمل کرے گی؛ حرکت تب ہموار لڑھکاؤ نہیں ہوگی، اور مساوات ۵.۶ کا اطلاق نہیں ہوگا۔ اس باب میں صرف ہموار لڑھکنی حرکت پر بات کی جائے گی۔

شکل 7.11 میں، افقی سطح پر دائیں رخ لڑھکتے ہوئے، سائیکل مقابلے کے آغاز کی طرح، پہیا زیادہ تیز گھمایا جاتا ہے۔ زیادہ تیز گھماؤ کی بدولت  $P$  پر پہیا پھسل کر بائیں جانب چاہتا ہے۔ نقطہ  $P$  پر دائیں رخ رگڑی قوت اس رجحان کا مقابلہ کرتی ہے۔ اگر پہیا پھسلے نہیں، یہ قوت سکونی رگڑی قوت  $f_s$  ہوگی (جیسا دکھایا گیا ہے)، حرکت ہموار لڑھکاؤ ہوگی، اور مساوات ۵.۶ کا اطلاق ہوگا۔ (رگڑ کی غیر موجودگی میں سائیکل مقابلہ ممکن نہیں ہوگا۔)

اگر شکل 7.11 میں پہیا آہستہ کیا جائے، ہمیں شکل دو طرح تبدیل کرنی ہوگی: مرکز کیت کے اسراع مرکز کیت  $\vec{a}$  کا رخ اور نقطہ  $P$  پر رگڑی قوت  $f_s$  کا رخ اب بائیں رخ ہوگا۔

### میلان سے نیچے لڑھکاؤ

شکل 8.11 میں گول یکساں جسم، جس کی کیت  $M$  اور رداس  $R$  ہے، زاویہ  $\theta$  کے میلان پر ہمواری سے، محور  $x$  کے ہمراہ، نیچے لڑھک رہا ہے۔ ہم میلان کے ہمراہ اترائی کے رخ جسم کے اسراع  $x$ ، مرکز کیت  $a$  کا ریاضی فہرہ تلاش کرنا چاہتے ہیں۔ نیوٹن کے قانون دوم کی خطی صورت ( $F_{\text{نی}} = Ma$ ) اور زاوی صورت ( $\tau = I\alpha$ ) صورت دونوں استعمال کر کے ایسا کرتے ہیں۔

جسم پر قوتوں کا خاکہ بنانے سے آغاز کرتے ہیں (شکل 8.11)۔

۱. جسم پر تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$  نشیب وار ہے۔ اس سمتیہ کی دم جسم کے مرکز کیت پر رکھی جاتی ہے۔ میلان کے ہمراہ  $F_g \sin \theta$  ہے جو  $Mg \sin \theta$  کے برابر ہوگا۔

۲. میلان کو عمود دار حبزو  $\vec{F}_N$  ہے۔ یہ حبزو نقطہ تماس  $P$  پر عمل کرتا ہے، تاہم شکل 8.11 میں،  $\vec{F}_N$  کا رخ تبدیل کیے بغیر، اس کو یوں کھکایا گیا ہے کہ اس کی دم جسم کے مرکز کیت پر ہو۔

۳. نقطہ تماس  $P$  پر عمل پیرا سکونی رگڑی قوت  $f_s$  میلان کے ہمراہ چڑھائی کے رخ ہے۔ (کیا آپ بتا سکتے ہیں، کیوں؟ اگر  $P$  پر جسم پھسلے، وہ اترائی کے رخ پھسلے گا۔ یوں مخالف رگڑی قوت چڑھائی کے رخ ہوگی۔)

ہم شکل 8.11 میں محور  $x$  کے ہمراہ اجزاء کے لئے نیوٹن کا قانون دوم ( $F_{\text{نی},x} = ma_x$ ) لکھتے ہیں۔

$$(۵.۷) \quad f_s - Mg \sin \theta = Ma_{\text{نی},x}$$

اس مساوات میں دو نامعلوم متغیرات،  $f_s$  اور  $a_{\text{نی},x}$ ، پائے جاتے ہیں۔ (ہم  $f_s$  کی قیمت، رگڑی قوت کی زیادہ سے زیادہ قیمت، بلند تر  $f_s$  فرض نہیں کر سکتے۔ ہم صرف اتنا جانتے ہیں کہ رگڑی قوت اتنی ہے کہ جسم پھسلتا نہیں اور میلان پر ہمواری سے لڑھکتا اترتا ہے۔)

ہم اب جسم کے مرکز کیت پر جسم کے گھماؤ پر نیوٹن کے قانون دوم کا اطلاق کرتے ہیں۔ پہلے، مساوات ۴.۴۱ ( $\tau = r_{\perp} F$ ) استعمال کر کے مرکز کیت کے لحاظ سے جسم پر قوت سرور  $f_s$  رگڑی قوت  $f_s$  کے معیار اثر کا بازو  $R$  ہے، لہذا اس کی قوت سرور  $Rf_s$  ہوگی، جو اس لئے مثبت ہے کہ شکل 8.11 میں یہ جسم کو خلاف



گھڑی گھمانے کی کوشش کرتی ہے۔ مرکزیت کے لحاظ سے قوت  $\vec{F}_g$  اور  $\vec{F}_N$  کے معیار اثر بازو صفر ہیں، لہذا ان کی قوت سروڈ صفر ہوں گی۔ جسم کے مرکزیت سے گزرتی محور پر نیوٹن کا قانون دوم زاوی روپ  $(\tau = I\alpha)$  مافی ہیں۔

$$(۵.۸) \quad Rf_s = I_{\text{مرکزیت}} \alpha$$

اس مساوات میں دو نامعلوم متغیرات،  $f_s$  اور  $\alpha$  پائے جاتے ہیں۔

جسم ہموار لڑھکتا ہے لہذا مساوات ۵.۶ ( $\alpha R =$  مرکزیت  $a$ ) استعمال کر کے نامعلوم  $x$  مرکزیت  $a$  اور  $\alpha$  کا تعلق کھجاسکتا ہے۔ تاہم، ہمیں ہوشیاری سے کام لینا ہوگا، چونکہ یہاں  $x$  مرکزیت  $a$  منفی (محور  $x$  پر منفی رخ ہے) اور  $\alpha$  مثبت (خلاف گھڑی) ہے۔ یوں مساوات ۵.۸ میں  $\alpha$  کی جگہ  $-a/R$  مرکزیت  $a$  ڈال کر  $f_s$  کے لئے حل کر کے ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$(۵.۹) \quad f_s = -I_{\text{مرکزیت}} \frac{a_{x \text{ مرکزیت}}}{R^2}$$

مساوات ۵.۷ میں  $f_s$  کی جگہ مساوات ۵.۹ کا دایاں ہاتھ ڈال کر ذیل ملت ہے۔

$$(۵.۱۰) \quad a_{x \text{ مرکزیت}} = -\frac{g \sin \theta}{1 + I_{\text{مرکزیت}}/MR^2}$$

اس مساوات کو استعمال کر کے، افق کے ساتھ زاویہ  $\theta$  کے میلان پر کے ہمراہ لڑھکتے جسم کا خطی اسراع  $x$  مرکزیت  $a$  حاصل ہوگا۔

یاد رہے، تجبذنی قوت جسم کو میلان پر اترنے پر مجبور کرتی ہے، تاہم جسم کو گھومنے اور یوں لڑھکنے پر رگڑی قوت مجبور کرتی ہے۔ اگر آپ رگڑ خارج کر دیں (مثلاً، میلان کو تسیل سے چکنا کر کے) یا  $Mg \sin \theta$  کو بلند تر  $f_s$  سے زیادہ کر دیں، ہموار لڑھکاؤ خارج ہو جائے گا اور جسم لڑھکنے کی بجائے میلان پر پھسل کر اترے گا۔

آزمائش ۲

مترص  $A$  اور  $B$  ایک جیسے ہیں اور مترشش پر ایک جتنی رفتار سے لڑھکتے ہیں۔ مترص  $A$  کے سامنے میلان آتا ہے جس پر یہ زیادہ سے زیادہ  $h$  تک پہنچتا ہے۔ مترص  $B$  متشل، لیکن ہلار گڑ، میلان پر چڑھتا ہے۔ کیا  $h$  سے زیادہ، کم، یا اس کے برابر بلندی تک  $B$  پہنچے گا؟

نمونہ سوال ۵.۱: یکساں گیند، جس کی کمیت  $M = 6.00 \text{ kg}$  اور رداس  $R$  ہے، زاویہ  $\theta = 30.0^\circ$  میلان سے، ساکن حالت سے آغاز کر کے، ہموار لڑھکتا اترتا ہے (شکل 8.11)۔

(۱) انتصابی  $h = 1.20 \text{ m}$  نیچے زمین کو پہنچتے کر گیند کی رفتار کیا ہوگی؟

### کلیدی تصورات

چونکہ صرف تجاذبی قوت، جو بقائی قوت ہے، گیند پر کام سرانجام دیتی ہے، لہذا میلان پر لڑھک کر اترنے کے دوران گیند وزمین نظام کی میکانیکی توانائی  $E$  کی بقا ہوگی۔ میلان سے گیند پر عمود دار قوت گیند کی راہ کو عمودی ہونے کی وجہ سے کوئی کام سرانجام نہیں دیتی۔ گیند پھسلتا نہیں (ہموار لڑھکتا ہے) لہذا رگڑی قوت کوئی توانائی حسی توانائی میں تبدیلی نہیں کرتی۔

یوں میکانیکی توانائی کی بقا ہوگی  $E_f = E_i$ :

$$(۵.۱۱) \quad K_f + U_f = K_i + U_i$$

جہاں زیر نوشت  $f$  اور  $i$  بالترتیب (زمین پر پہنچ کر) اختتامی اور (ساکن حالت) ابتدائی قیمتیں ظاہر کرتی ہیں۔ تجاذبی مخفی توانائی کی ابتدائی قیمت  $U_i = Mgh$  (جہاں  $M$  گیند کی کمیت ہے) اور اختتامی قیمت  $U_f = 0$  ہے۔ ابتدائی حسی توانائی  $K_i = 0$  ہے اختتامی حسی توانائی جاننے کے لئے اضافی تصور درکار ہے: چونکہ گیند لڑھکتا ہے اس کی حسی توانائی میں مستقیم اور گھیری جزو شامل ہوں گے، جنہیں شامل کرنے کے لئے مساوات ۵.۵ کا دیاں ہاتھ استعمال کرتے ہیں۔

حاجے: مساوات ۵.۱۱ میں ڈالنے سے ذیل حاصل ہوگا:

$$(۵.۱۲) \quad \left( \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2 \right) + 0 = 0 + Mgh$$

جہاں گیند کے مرکز کمیت سے گزرتی محور پر گیند کا گھمیری جمود مرکز کمیت  $I$ ، زمین پر پہنچ کر گیند کی رفتار (جو ہم تلاش کرنا چاہتے ہیں) مرکز کمیت  $v$ ، اور زمین پر پہنچ کر زاوی رفتار  $\omega$  ہے۔

چونکہ گیند ہموار لڑھکتا ہے، ہم مساوات ۵.۲ استعمال کر کے  $\omega$  کی جگہ  $R/v$  مرکز کمیت  $v$  پر کر کے مساوات ۵.۱۲ میں نامعلوم متغیرات کی تعداد کم کر سکتے ہیں۔ ایسا کر کے، اور جدول 2f.10 سے مرکز کمیت  $I$  کی جگہ  $\frac{2}{5} MR^2$  ڈال کر مرکز کمیت  $v$  کے لئے حل کرنے سے ذیل حاصل ہوگا۔

$$v = \sqrt{\left(\frac{10}{7}\right)gh} = \sqrt{\left(\frac{10}{7}\right)(9.8 \text{ m s}^{-2})(1.20 \text{ m})}$$

$$= 4.10 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

یاد رہے، جواب  $M$  اور  $R$  پر منحصر نہیں۔

(ب) میلان پر لڑھک کر اترنے کے دوران گیند پر رگڑی قوت کی مقدار اور رخ کیا ہیں؟

### کلیدی تصور

چونکہ گیند ہموار لڑھکتا ہے، مساوات ۵.۹ گیند پر رگڑی قوت دیگی۔

حاجے: مساوات ۵.۹ استعمال کرنے سے قبل ہمیں مساوات ۵.۱۰ سے گیند کا اسراع معلوم کرنا ہوگا۔

$$a_{\text{مرکز کیت } x} = -I \frac{a_{\text{مرکز کیت } x}}{R^2} = -\frac{2}{5}MR^2 \frac{a_{\text{مرکز کیت } x}}{R^2} = -\frac{2}{5}Ma_{\text{مرکز کیت } x}$$

$$= -\frac{2}{5}(6.00 \text{ kg})(-3.50 \text{ m s}^{-2}) = 8.40 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

یاد رہے ہمیں کیت M درکار تھی جبکہ رداس R نہیں تھا۔ یوں،  $30^\circ$  میلان پر  $6.00 \text{ kg}$  ہموار لڑھکتے گیند پر، گیند کے رداس سے قطع نظر، رگڑی قوت  $8.40 \text{ N}$  ہوگی، تاہم بڑی کیت کی صورت میں رگڑی قوت زیادہ ہوگی۔ □

### ۵.۳ ڈوری دار لٹو

مقاصد اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. ڈوری پر اوپر نیچے حرکت کرتے ڈوری دار لٹو کا آزاد جسمی خاکہ بنائیں گے۔
۲. حبان پائیں گے کہ ڈوری دار لٹو، ایسا جسم ہے جو  $90^\circ$  زاویہ میلان پر ہموار اوپر نیچے لڑھکتا ہے۔
۳. ڈوری پر اوپر نیچے حرکت کرتے ڈوری دار لٹو کے اسراع اور گھمیری جمود کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔
۴. ڈوری پر اوپر نیچے حرکت کے دوران ڈوری دار لٹو کی دور میں تناو تعین کر پائیں گے۔

### کلیدی تصور

- ڈوری دار لٹو جو ڈور پر اوپر یا نیچے حرکت کرتا ہو کو  $90^\circ$  میلان پر ہموار لڑھکتا جسم تصور کیا جاسکتا ہے۔

### ڈوری دار لٹو

ڈوری پر  $h$  فاصلہ اتر کر ڈوری دار لٹو کی مخفی توانائی میں  $mgh$  کمی واقع ہوگی جبکہ اس کی حرکی توانائی کے مستقیم حصہ (مرکز کیت  $\frac{1}{2}Mv^2$ ) اور گھمیری حصہ ( $\frac{1}{2}I\omega^2$ ) میں اضافہ ہوگا۔

ڈوری دار لٹو کی ایک نئی قسم میں ڈور کو دھرے کے ساتھ سخت باندھنے کے بجائے ڈور کو دھرے کے گرد ڈھیلا گھیرا دیا جاتا ہے۔ جب لٹو نیچے اترتے ہوئے ڈور کے پیندا کو ”ٹکراتا“ ہے، دھرے پر ڈور اوپر وار قوت لاگو کر کے لٹو کی نشیبی حرکت روکتی ہے۔ اس کے بعد لٹو صرف گھمیری حرکی توانائی کے ساتھ (دھرا گھیر میں چکر کاٹتا ہوا) گھومتا ہے۔ لٹو ”سوتے ہوئے“ چکر کاٹتا رہتا ہے؛ ڈور کو جھکا دینے پر ڈور دھرے کو پکڑتی ہے، ”لٹو بیدار ہوتا ہے“، اور اوپر چپڑھنا شروع کرتا ہے۔ ڈور کے پیندا پر لٹو کی گھمیری حرکی توانائی (اور یوں سونے کا دورانیہ) بڑھانے کی خاطر لٹو کو ساکن حالت سے روانہ کرنے کی بجائے ابتدائی رفتار مرکز کیت  $v$  اور  $\omega$  کے ساتھ نشیب وار پھیلا جاتا ہے۔

باب ۵. لڑھکاؤ، قوت، سرور، اور زاوی معیار حرکت

ڈور پر نشیب وار اترنے کے دوران لٹوکا خطی اسراع مرکزیت  $a$  جاننے کے لئے، شکل 8.11 میں میلان پر اترتے لڑھکتے جسم کی طرح، نیوٹن کا قانون دوم (خطی اور گھمیری روپ میں) استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ماسوائے ذیل، تجزیہ بالکل اسی طرح ہوگا۔

۱. افق کے ساتھ  $\theta$  زاویے کے میلان پر اترنے کے بجائے ڈوری دار لٹو افق کے ساتھ  $90^\circ$  زاویے کی ڈور پر اترتا ہے۔
  ۲. رداس  $R$  کی بیرونی سطح پر لڑھکتے کے بجائے ڈوری دار لٹو رداس  $R_0$  کے دھسے پر لڑھکتا ہے (شکل 9a.11)۔
  ۳. رگڑی قوت  $f_s$  کے بجائے، ڈوری دار لٹو کو ڈور کا تناؤ  $T$  آہستہ کرتا ہے (شکل 9b.11)۔
- موجودہ تجزیہ بھی مساوات ۵.۱۰ دے گا۔ آئیں مساوات ۵.۱۰ کی ترقیم تبدیل کر کے اور  $90^\circ = \theta$  ڈال کر خطی اسراع ذیل لکھتے ہیں:

$$(۵.۱۳) \quad a_{\text{مرکزیت}} = -\frac{g}{1 + I_{\text{مرکزیت}}/MR_0^2}$$

جہاں لٹو کے مرکزیت پر لٹوکا گھمیری جمود مرکزیت  $I$  اور کیت  $M$  ہے۔ ڈوری پر اوپر چڑھنے کے دوران ڈوری دار لٹو کا اسراع بھی نشیبی اسراع ہوگا۔

## ۵.۴ قوت سرور پر نظر ثانی

مقاصد

- اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔
۱. جان پائیں گے کہ قوت سرور ایک سمتیہ مقدار ہے۔
۲. جان پائیں گے کہ جس نقطہ پر قوت سرور تعین کیا جائے اس کا ذکر صحیحاً کرنا لازم ہے۔
۳. ذرے پر عمل پیرا قوت کی ذرے پر قوت سرور، اکائی سمتیہ ترقیم یا تدر و زاویہ ترقیم کے روپ میں، ذرے کے تعین کر سمتیہ اور قوت سمتیہ کے صلیبی ضرب سے حاصل کر پائیں گے۔
۴. صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ متاعده استعمال کر کے قوت سرور کا رخ تعین کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

- تین ابعاد میں، قوت سرور  $\vec{T}$  ایک سمتیہ مقدار ہوگی، جو کسی مقررہ نقطہ (عموماً مبدا) کے لحاظ سے تعین کی جاتی ہے؛ اس کی تعریف ذیل ہے:

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$$

جہاں  $\vec{F}$  ذرے پر لاگو قوت اور  $\vec{r}$  کسی مقررہ نقطہ کے لحاظ سے ذرے کا تعین کر سمتیہ ہے، جو ذرے کا مقام دیتا ہے۔

• قوت مسروڑ  $\vec{\tau}$  کی مقدار  $\tau$  ذیل ہوگی:

$$\tau = rF \sin \phi = rF_{\perp} = r_{\perp} F$$

جہاں  $\vec{F}$  اور  $\vec{r}$  کے بیچ زاویہ  $\phi$  ہے،  $\vec{F}$  کا عمود دار جزو  $F_{\perp}$ ، اور  $\vec{F}$  کا معیار اثر کا بازو  $r_{\perp}$  ہے۔

• قوت مسروڑ  $\vec{\tau}$  کا رخ صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ واعدہ دیگا۔

### قوت مسروڑ پر نظر ثانی

باب ۴ میں مقررہ محور کے گرد گھومنے کے قابل استوار جسم کے لئے قوت مسروڑ  $\tau$  کی تعریف پیش کی گئی۔ ہم قوت مسروڑ کی تعریف کو وسعت دے کر (مقررہ محور کے بجائے) مقررہ نقطہ کے لحاظ سے کسی بھی راہ پر حرکت کرتے ہوئے انفرادی ذرے کے لئے استعمال کرتے ہیں۔ راہ کا دائری ہونا ضروری نہیں، اور ہم قوت مسروڑ کو سمتیہ  $\vec{\tau}$  لکھتے ہیں جس کا رخ کچھ بھی ہو سکتا ہے۔ قوت مسروڑ کی مقدار کلیہ سے اور رخ صلیبی ضرب کے دایاں ہاتھ واعدہ سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

شکل 10a.11 میں، نقطہ  $A$  پر مستوی  $xy$  میں ایسا ایک ذرہ دکھایا گیا ہے۔ ذرے پر، مستوی میں قوت،  $\vec{F}$  عمل کرتی ہے، اور مبدا  $O$  کے لحاظ سے ذرے کا مقام تعین کر سکتے ہیں۔ مقررہ نقطہ  $O$  کے لحاظ سے ذرے پر عمل پیرا قوت  $\vec{\tau}$  کی تعریف ذیل ہے۔

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{قوت مسروڑ کی تعریف} \quad (5.14)$$

قوت مسروڑ  $\vec{\tau}$  کی اس تعریف میں سمتی (صلیبی) ضرب کی تحبیب حصہ 3.3 کے قواعد سے کی جاسکتی ہے۔  $\vec{\tau}$  کا رخ جاننے کے لئے، سمتیہ  $\vec{F}$  کو (رخ تبدیل کیے بغیر) کھسکا کر اس کی دم مبدا  $O$  پر رکھی جاتی ہے، یوں، جیسا شکل 10b.11 میں دکھایا گیا ہے، سمتی ضرب کے دونوں سمتیات کی دم ایک نقطہ پر ہوگی۔ اب ہم شکل 19a.3 میں پیش دایاں ہاتھ واعدہ استعمال کرتے ہوئے، دائیں ہاتھ کی چپ انگلیاں  $\vec{r}$  پر رکھ کر (ضرب میں پہلا سمتیہ ہے)  $\vec{F}$  کی طرف بکھاتے ہیں (جو ضرب میں دوسرا سمتیہ ہے)۔ سیدھا کھڑا انگوٹھا  $\vec{\tau}$  کا رخ دیگا۔ شکل 10b.11 میں  $\vec{\tau}$  کا رخ محور  $z$  کے مثبت رخ ہے۔

$\vec{\tau}$  کی مقدار جاننے کے لئے، ہم مساوات 27.3 ( $c = ab \sin \phi$ ) کا عمومی نتیجہ بروئے کار لاتے ہیں، جو ذیل دیگا:

$$\tau = rF \sin \phi \quad (5.15)$$

جہاں  $\vec{r}$  اور  $\vec{F}$  کے دم ایک نقطہ پر رکھ کر سمتیات کے بیچ چھوٹا زاویہ  $\phi$  ہے۔ شکل 10b.11 سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات 5.15 ذیل لکھی جاسکتی ہے:

$$\tau = rF_{\perp} \quad (5.16)$$

جہاں  $F_{\perp}$  (جو  $F \sin \phi$  کے برابر ہے)  $\vec{F}$  کا عمود دار جزو ہے۔ شکل 10c.11 کو دیکھ کر مساوات 5.15 ذیل بھی لکھی جاسکتی ہے:

$$\tau = r_{\perp} F \quad (5.17)$$

جہاں  $r_{\perp} r \sin \phi$  (جو  $r$  کے برابر ہے)  $\vec{F}$  کا معیار اثر کا بازو ( $\vec{F}$  کے خط عمل اور  $O$  کے بیچ عمود دار فاصلہ) ہے۔

آزمائش ۳

ذرے کا تعین گر سمتیہ  $\vec{r}$ ، مثبت محور  $z$  کے ہمراہ پایا جاتا ہے۔ اگر ذرے پر قوت سرور (۱) صفر ہو، (ب) محور  $x$  کے منفی رخ ہو، اور (ج) محور  $y$  کے منفی رخ ہو، قوت سرور پیدا کرنے والی قوت کا رخ کیا ہوگا؟

نمونہ سوال ۵.۲: قوت کے دو لٹے ذرے پر قوت سرور

شکل 11a.11 میں،  $2.0 \text{ N}$  قدر کی تین قوت ذرے پر عمل کرتی ہیں۔ ذرہ، مستوی  $xy$  میں، نقطہ  $A$  پر ہے، جس کا تعین گر سمتیہ  $\vec{r}$ ، جہاں  $r = 3.0 \text{ m}$  اور  $\theta = 30^\circ$  ہے۔ مبدا  $O$  کے لحاظ سے ہر قوت کی انفرادی قوت سرور کیا ہے؟

کلیدی تصویر

چونکہ قوت ایک مستوی میں نہیں پائی جاتیں، ہمیں صلیبی ضرب استعمال کرنا ہوگی، جس کی قدر مساوات ۵.۱۵ ( $\tau = rF \sin \phi$ ) دیگی اور رخ دایاں ہاتھ متعده دیگا۔

حماچہ: ہم مبدا  $O$  کے لحاظ سے قوت سرور جاننا چاہتے ہیں لہذا دیا گیا تعین گر سمتیہ صلیبی ضرب میں درکار سمتیہ  $\vec{r}$  ہوگا۔ قوت اور  $\vec{r}$  کے بیچ زاویہ  $\phi$  جاننے کے لئے ہم شکل 11a.11 میں دیے گئے سمتیہ قوت باری باری یوں کھسکاتے ہیں کہ ان کی دم  $O$  پر ہو۔ انتقال کے بعد قوت  $\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$ ، اور  $\vec{F}_3$  بالترتیب شکل 11b.11، شکل 11c.11، اور شکل 11d.11 میں، جو مستوی  $xz$  کا نظارہ دیتی ہیں، دکھائی گئی ہیں (جن میں سمتیہ قوت اور تعین گر سمتیہ کے بیچ زاویے با آسانی نظر آتے ہیں)۔ شکل 11d.11 میں  $\vec{r}$  اور  $\vec{F}_3$  کے رخ کے بیچ زاویہ  $90^\circ$  ہے اور علامت  $\otimes$  کہتی ہے  $\vec{F}_3$  صفحہ میں عمود دار اندر رخ ہے۔ (صفحہ سے عمود دار نکلنے کی صورت میں  $\odot$  علامت استعمال کی جاتی ہے۔)

مساوات ۵.۱۵ استعمال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\tau_1 = rF_1 \sin \phi_1 = (3.0 \text{ m})(2.0 \text{ N})(\sin 150^\circ) = 3.0 \text{ N m}$$

$$\tau_2 = rF_2 \sin \phi_2 = (3.0 \text{ m})(2.0 \text{ N})(\sin 120^\circ) = 5.2 \text{ N m}$$

$$\tau_3 = rF_3 \sin \phi_3 = (3.0 \text{ m})(2.0 \text{ N})(\sin 90^\circ) = 6.0 \text{ N m} \quad (\text{جواب})$$

اب دائیں ہاتھ متعده استعمال کرتے ہوئے، دائیں ہاتھ کی چپا انگلیاں  $\vec{r}$  کے رخ رکھ کر  $\vec{F}$  کے رخ (سمتیات کے رخ کے بیچ چھوٹے زاویے) گھماتے ہیں۔ دائیں ہاتھ کا انگوٹھا، جو چپا انگلیوں کو عمود دار رکھا گیا ہے، قوت سرور کا رخ دیگا۔ یوں  $\vec{r}_1$  شکل 11b.11 میں صفحہ کے اندر جانے کے رخ ہوگا؛  $\vec{r}_2$  شکل 11c.11 میں صفحہ سے باہر نکلنے کے رخ ہوگا؛ اور  $\vec{r}_3$  کا رخ شکل 11d.11 میں دکھایا گیا ہے۔ تینوں قوت سرور سمتیات شکل 11e.11 میں پیش ہیں۔ □

## ۵.۵. زاوی معیار حرکت

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے فتاویل ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے کہ زاوی معیار حرکت ایک سمتیہ مقدار ہے۔

۲. جان پائیں گے کہ جس مقررہ نقطے کے لحاظ سے زاوی معیار حرکت تعین کیا جائے اس کا ذکر صریحاً کرنا لازم ہے۔

۳. اکائی سمتیہ ترقیم یا تدرؤ زاویہ ترقیم میں، ذرے کے تعین گر سمتیہ اور معیار حرکت سمتیہ کا صلیبی ضرب لے کر ذرے کا زاوی معیار حرکت تعین کر پائیں گے۔

۴. صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ وعدہ استعمال کر کے زاوی معیار حرکت کا رخ تعین کر پائیں گے۔

کلیدی تصورات

• ایک ذرہ، جس کا خطی معیار حرکت  $\vec{p}$ ، کمیت  $m$ ، اور خطی سمتی رفتار  $\vec{v}$  ہو، کا مقررہ نقطے کے لحاظ سے (جو عموماً مبدا ہوگا) زاوی معیار حرکت  $\vec{\ell}$  کی تعریف ذیل سمتی مقدار ہے۔

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

• زاوی معیار حرکت  $\vec{\ell}$  کی قدر  $\ell$  ذیل ہوگی:

$$\begin{aligned}\ell &= rmv \sin \phi \\ &= rp_{\perp} = rmv_{\perp} \\ &= r_{\perp}p = r_{\perp}mv\end{aligned}$$

جہاں  $\vec{r}$  اور  $\vec{p}$  کے بیچ زاویہ  $\phi$  ہے،  $\vec{r}$  کو  $\vec{p}$  اور  $\vec{v}$  کے عمود دار جزو  $p_{\perp}$  اور  $v_{\perp}$  ہیں، اور مقررہ نقطے سے مبسوط  $\vec{p}$  تک عمود دار فاصلہ  $r_{\perp}$  ہے۔

• دایاں ہاتھ وعدہ  $\vec{\ell}$  کا رخ دیگا: دائیں ہاتھ کی چار انگلیاں  $\vec{r}$  کے رخ پر (ابتدائی طور) رکھ کر انہیں گھما کر  $\vec{p}$  کے رخ پر رکھیں۔ دائیں ہاتھ کا سیدھا کھڑا گھوش  $\vec{\ell}$  کا رخ دیگا۔

## زاوی معیار حرکت

یاد کریں، خطی معیار حرکت  $\vec{p}$  اور خطی معیار حرکت کی بقا کا اصول انتہائی طاقتور اوزار ہیں۔ انہیں استعمال کر کے نتائج کی، مثلاً دو گاڑیوں کے تصادم کی تفصیل جانے بغیر تصادم کی، پیچیدگی کی جاسکتی ہے۔ یہاں ہم  $\vec{p}$  کے زاوی مد مقابل پر تبصرہ شروع کرتے ہیں جس کا اختتام حصہ 8.11 میں بقائی اصول کے مد مقابل پر ہوگا۔

شکل 12.11 میں مستوی  $xy$  میں نقطہ  $A$  سے کیت  $m$  اور خطی معیار حرکت  $\vec{p}$  ( $m\vec{v} =$ ) کا ذرہ گزرتا دکھایا گیا ہے۔ مبدا  $O$  کے لحاظ سے ذرے کا زاوی معیار حرکت  $\ell$  سمتیہ مقدار ہوگا جس کی تعریف ذیل ہے،

$$\ell = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v}) \quad (\text{زاوی معیار حرکت کی تعریف}) \quad (5.18)$$

جہاں  $O$  کے لحاظ سے ذرے کا تعین گر سمتیہ  $\vec{r}$  ہے۔ مبدا  $O$  کے لحاظ سے جب ذرہ معیار حرکت  $\vec{p}$  ( $m\vec{v} =$ ) کے رخ کرتا ہے، اس کا تعین گر سمتیہ  $\vec{r}$  مبدا  $O$  کے گرد گھمیری حرکت کرتا ہے۔ غور کریں،  $O$  پر زاوی معیار حرکت کے لئے ضروری نہیں کہ ذرہ خود  $O$  کے گرد گھومتا ہو۔ مساوت ۵.۱۴ اور مساوات ۵.۱۸ کا موازنہ کرنے سے معلوم ہوگا کہ زاوی معیار حرکت اور خطی معیار حرکت کا آپس میں وہی رشتہ ہے جو قوت سرور کا قوت کے ساتھ ہے۔ بین الاقوامی نظام اکائی میں زاوی معیار حرکت کی اکائی کلوگرام مربع میٹر فی سیکنڈ ( $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ ) ہے، جو حوالہ سیکنڈ (Js) کا معادل ہے۔

رخ۔ شکل 12.11 میں زاوی معیار حرکت سمتیہ  $\ell$  کا رخ جاننے کے لئے، ہم سمتیہ  $\vec{p}$  کو کھسکا کر کے اس کی دم مبدا  $O$  پر رکھتے ہیں۔ اس کے بعد صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ وعدہ استعمال کر کے انگلیوں کو  $\vec{r}$  سے  $\vec{p}$  لپیٹتے ہیں۔ سیدھا کھڑا انگوٹھا  $\ell$  کا رخ، شکل 12.11 میں، محور  $z$  کا مثبت رخ دیتا ہے۔ یہ مثبت رخ، محور  $z$  پر تعین گر سمتیہ  $\vec{r}$  کے خلاف گھڑی گھاؤ کے عین مطابق ہے، جو ذرے کی حرکت سے پیدا ہوتی ہے۔ ( $\ell$  کی منفی قیمت محور  $z$  پر گھڑی وار گھاؤ ظاہر کرے گی۔)

قدر۔ زاوی معیار حرکت  $\ell$  کی قدر معلوم کرنے کے لئے ہم مساوات 27.3 کا عمومی نتیجہ ذیل لکھتے ہیں:

$$\ell = rmv \sin \phi \quad (5.19)$$

جہاں  $\vec{r}$  اور  $\vec{p}$  کی دم ایک نقطہ پر رکھ کر سمتیات کے بیچ چھوٹا زاویہ  $\phi$  ہے۔ شکل 12a.11 دیکھ کر مساوات ۵.۱۹ ذیل لکھی جاسکتی ہے:

$$\ell = rp_{\perp} = rmv_{\perp} \quad (5.20)$$

جہاں  $\vec{r}$  کو  $\vec{p}$  کا عموددار جزو  $p_{\perp}$  ہے، اور  $\vec{v}$  کو  $\vec{v}$  کا عموددار جزو  $v_{\perp}$  ہے۔ شکل 12b.11 دیکھ کر مساوات ۵.۱۹ ذیل بھی لکھی جاسکتی ہے:

$$\ell = r_{\perp}p = r_{\perp}mv \quad (5.21)$$

جہاں مبسوط  $\vec{p}$  سے  $O$  کا عموددار فاصلہ  $r_{\perp}$  ہے۔

اہم۔ دو پہلو پر غور کریں: (1) زاوی معیار حرکت صرف کسی مخصوص مبدا کے لحاظ سے معنی خیز ہے اور (2) اس کا رخ ہر صورت اس مستوی کو عمودی ہوگا جو تعین گر سمتیہ  $\vec{r}$  اور خطی معیار حرکت سمتیہ  $\vec{p}$  مل کر بناتے ہیں۔

آزمائش ۴



شکل؟؟ میں ذرہ 1 اور 2 نقطہ O کے گر بالترتیب در داس 2 m اور 4 m کے دائروں پر حرکت کرتے ہیں۔ شکل ب میں ذرہ 3 اور 4 نقطہ O سے بالترتیب 4 m اور 2 m عمود دار فاصلوں پر خط مستقیم پر حرکت کرتے ہیں۔ ذرہ 5 نقطہ O سے باہری رخ حرکت کرتا ہے۔ تمام ذروں کی کمیت اور رفتار برابر ہیں۔ (ا) نقطہ O پر زاوی معیار حرکت کے لحاظ سے، اعظم اول رکھ کر، ذروں کی درجہ بندی کریں۔ (ب) نقطہ O پر کن ذروں کا زاوی معیار حرکت منفی ہے؟

نمونہ سوال ۵.۳: دو ذروں کا زاوی معیار حرکت

افقی راہوں پر دو ذرے مستقل معیار حرکت کے ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ شکل 13.11 میں ان کا فضائی جائزہ پیش ہے۔ ذرہ 1، جس کے معیار حرکت کی رفتار  $p_1 = 5.0 \text{ kg m s}^{-1}$  اور تعین گر سمتیہ  $\vec{r}_1$  ہے، نقطہ O سے 2.0 m فاصلے پر گزرے گا۔ ذرہ 2، جس کے معیار حرکت کی رفتار  $p_2 = 2.0 \text{ kg m s}^{-1}$  اور تعین گر سمتیہ  $\vec{r}_2$  ہے، نقطہ O سے 4.0 m فاصلے پر گزرے گا۔ دو ذروں کا نقطہ O پر صافی زاوی معیار حرکت  $L$  کیا ہوگا؟

**کلیدی تصور**

انفرادی زاوی معیار حرکت  $\vec{\ell}_1$  اور  $\vec{\ell}_2$  معلوم کرنے کے بعد جمع کر کے ہم صافی معیار حرکت  $L$  تلاش کر سکتے ہیں۔ ان کی رفتاریں مساوات ۵.۱۸ تا مساوات ۵.۲۱ میں ہر ایک سے تعین کی جاسکتی ہیں۔ البتہ، ہمیں عمود دار فاصلے  $r_{\perp 1} (= 2.0 \text{ m})$  اور  $r_{\perp 2} (= 4.0 \text{ m})$  اور معیار حرکت کی رفتاریں  $p_1$  اور  $p_2$  دی گئی ہیں لہذا مساوات ۵.۲۱ کا استعمال زیادہ آسان ہوگا۔

حاصل: ذرہ 1 کے لئے مساوات ۵.۲۱ ذیل دی گئی۔

$$\begin{aligned}\ell_1 &= r_{\perp 1} p_1 = (2.0 \text{ m})(5.0 \text{ kg m s}^{-1}) \\ &= 10 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

سمتیہ  $\vec{\ell}_1$  کا رخ مساوات ۵.۱۸ اور سمتیات کے صلیبی ضرب کا دایاں ہاتھ متاعده دے گا۔ صلیبی ضرب  $\vec{r}_1 \times \vec{p}_1$  صفحے سے باہر نکلنے کے رخ، شکل 13.11 کے مستوی کو عمود دار ہوگا۔ یہ مثبت رخ ہے، جو ذرے کی حرکت کے دوران ذرے کے تعین گر سمتیہ  $\vec{r}_1$  کا نقطہ O کے گرد خلاف گھڑی گھماؤ کے عین مطابق ہے۔ یوں ذرہ 1 کا زاوی معیار حرکت سمتیہ ذیل ہوگا۔

$$\ell_1 = +10 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

اسی طرح  $\vec{\ell}_2$  کی رفتار ذیل

$$\begin{aligned}\ell_2 &= r_{\perp 2} p_2 = (4.0 \text{ m})(2.0 \text{ kg m s}^{-1}) \\ &= 8.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

اور  $\vec{r}_2 \times \vec{p}_2$  سمتیہ حاصل ضرب صفحے سے باہر رخ ہے، جو منفی رخ ہے، اور جو ذرہ 2 کی حرکت کے دوران O کے گرد  $\vec{r}_2$  کے گھڑی وار حرکت کے عین مطابق ہے۔ یوں ذرہ 2 کا زاوی معیار حرکت سمتیہ ذیل ہوگا۔

$$\ell_2 = -8.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

باب ۵. لڑھکاؤ، قوت، سرورڈ، اور زاوی معیار حرکت

دو ذروی نظام کا صافی زاوی معیار حرکت ذیل ہوگا۔

$$L = \ell_1 + \ell_2 = +10 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} + (-8.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}) \\ = +2.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (\text{جواب})$$

□

مثبت علامت کہتی ہے O پر نظام کا صافی معیار حرکت صفحے سے باہر نکلنے کے رخ ہے۔

## ۵.۶ نیوٹن کا قانون دوم، زاوی روپ

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متا بل ہوں گے۔

۱. زاوی روپ میں نیوٹن کا قانون دوم استعمال کر کے، کسی مخصوص نقطہ کے لحاظ سے، ذرے پر عمل پیرا قوت سرورڈ اور ذرے کے زاوی معیار حرکت میں پیدا تبدیلی کا رشتہ جان پائیں گے۔

کلیدی تصور

• نیوٹن کا قانون دوم کا زاوی روپ ذیل ہے:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$$

جہاں  $\vec{\tau}$  ذرے پر صافی قوت سرورڈ اور  $\vec{\ell}$  ذرے کا زاوی معیار حرکت ہے۔

## نیوٹن کا قانون دوم، زاوی روپ

نیوٹن کا قانون دوم ذیل روپ میں:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{واحد ذرہ}) \quad (۵.۲۲)$$

واحد ذرے کے لئے، قوت اور خطی معیار حرکت کے بیچ متربی رشتہ احبا گر کرتا ہے۔ ہم خطی اور زاوی مقادیر کی متوازیت دیکھ چکے ہیں اور توقع کر سکتے ہیں کہ قوت سرورڈ اور زاوی معیار حرکت کے بیچ بھی متربی تعلق ہوگا۔ مساوات ۵.۲۲ کو دیکھ کر ہم ذیل تعلق کی توقع کرتے ہیں۔

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{\ell}}{dt} \quad (\text{واحد ذرہ}) \quad (۵.۲۳)$$

یقیناً، مساوات ۵.۲۳ واحد ذرے کے لئے نیوٹن کے قانون دوم کا زاوی روپ ہے:

ذرے پر تمام قوت مسروڑ کا (مستی) مجموعہ ذرے کے زاوی معیار حرکت میں تبدیلی کے برابر ہوگا۔

□

کسی مخصوص نقطہ کے لحاظ سے، جو عموماً محدودی نظام کا مبداء ہوگا، قوت مسروڑ  $\vec{F}$  اور زاوی معیار حرکت  $\vec{\ell}$  تعین کیے بغیر مساوات ۵.۲۳ بے معنی ہوگی۔

مساوات ۵.۲۳ کا ثبوت

ہم مساوات ۵.۱۸ سے آغاز کرتے ہیں، جو ذرے کے زاوی معیار حرکت کی تعریف ہے:

$$\vec{\ell} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

جہاں  $\vec{r}$  ذرے کا تعین کر سکتیہ اور  $\vec{v}$  ذرے کی مستی رفتار ہے۔ دونوں اطراف کا تفرق  $t$  کے لحاظ سے لیتے ہیں۔

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v}\right) \quad (۵.۲۴)$$

البتہ،  $d\vec{v}/dt$  ذرے کا اسراع  $\vec{a}$ ، اور  $d\vec{r}/dt$  ذرے کی مستی رفتار ہے۔ یوں مساوات ۵.۲۴ ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m(\vec{r} \times \vec{a} + \vec{v} \times \vec{v})$$

اب  $\vec{v} \times \vec{v} = 0$  ہے (چونکہ سمتیہ کا اپنے ساتھ زاویہ صفر ہے لہذا سمتیہ کا اپنے ساتھ مستی ضرب ہمیشہ صفر کے برابر ہوگا۔) یوں آخری جبزہ خارج ہوگا اور ذیل رہ جائے گا۔

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = m(\vec{r} \times \vec{a}) = \vec{r} \times m\vec{a}$$

ہم نیوٹن کا قانون دوم ( $m\vec{a} = \vec{F}$ ) استعمال کر کے  $m\vec{a}$  کی جگہ  $\vec{F}$  ڈال کر ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \sum (\vec{r} \times \vec{F}) \quad (۵.۲۵)$$

یہاں علامت  $\sum$  کہتی ہے تمام قوتوں کے مستی ضرب  $\vec{r} \times \vec{F}$  کا مجموعہ لینا ہوگا۔ البتہ، مساوات ۵.۱۴ سے ہم جانتے ہیں (درج بالا) ہر مستی ضرب کسی ایک قوت سے وابستہ قوت مسروڑ ہوگا۔ یوں، مساوات ۵.۲۵ ذیل کہتی ہے:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$$

مستی حاصل ضرب کا تفرق لیتے ہوئے مستعمل متادیر کی ترتیب برقرار رکھیں۔ یوں یہاں  $\vec{r}$  ہمیشہ  $\vec{v}$  سے پہلے ہوگا۔

جوساوات ۵.۲۳ ہے، جسے ہم ثابت کرنا چاہتے تھے۔

آزمائش

کل؟؟ میں کسی ایک لمحے پر ذرے کا تعین کر سکتی ہوں، اور ذرے کو مسرع کرنے والی قوتوں کے چار ممکنہ رخ دیے گئے ہیں۔ تمام قوت سطح  $xy$  میں ہیں۔ (۱) نقطہ  $O$  پر ذرے کے زاوی معیار حرکت میں تبدیلی  $(d\vec{\ell}/dt)$  کی قدر کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر، قوتوں کی درجہ بندی کریں۔ (ب) نقطہ  $O$  پر کوئی قوت تبدیلی کی منفی شرح دیتی ہے؟

نمونہ سوال ۵.۴: قوتیں مسرورہ اور زاوی معیار حرکت کا وقتی تفرقہ

ایک ذرہ جس کی کمیت  $0.500 \text{ kg}$  ہے اور جس کا تعین گر سمتیہ ذیل ہے، مستقیم خط پر حرکت میں ہے (شکل 14a.11):

$$\vec{r} = (-2.00t^2 - t)\hat{i} + 5.00\hat{j}$$

جہاں  $\vec{r}$  میٹر میں اور  $t$  سیکنڈ میں ہے، اور آغاز  $t = 0$  پر ہوتا ہے۔ تعین گر سمتیہ مبداسے ذرے کے مرکز کی نشاندہی کرتا ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں، ذرے کا زاوی معیار حرکت  $\vec{\ell}$  اور ذرے پر قوت مسرورہ  $\vec{F}$  مبداسے لحاظ سے (یا مبداسے پر) تلاش کریں۔ ذرے کی حرکت کو مد نظر رکھتے ہوئے ان مقادیر کی الجبرائی علامت کی وجہ پیش کریں۔

### کلیدی تصورات

(۱) جس نقطہ پر ذرے کا زاوی معیار حرکت تلاش کرنا ہو اس کی نشاندہی کرنا لازم ہے۔ یہاں وہ نقطہ مبداسے واقع ہے۔ (۲) مساوات ۵.۱۸  $(\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v}))$  ذرے کا زاوی معیار حرکت  $\vec{\ell}$  دیتی ہے۔ (۳) ذرے کے زاوی معیار حرکت سے وابستہ علامت  $(+)$  یا  $(-)$ ، ذرے کی حرکت کے دوران ذرے کے تعین گر سمتیہ کے (موجر گھماؤ کے گرد) گھماؤ کی سمت دیتی ہے: گھڑی وار منفی اور خلاف گھڑی مثبت ہوگا۔ (۴) اگر ذرے پر قوت مسرورہ اور ذرے کا زاوی معیار حرکت ایک نقطہ پر حاصل کیے گئے ہوں، تب قوت مسرورہ اور زاوی معیار حرکت کا تعلق مساوات ۵.۲۳  $(\vec{\tau} = d\vec{\ell}/dt)$  دیگی۔

حاجہ: مساوات ۵.۱۸ استعمال کر کے مبداسے زاوی معیار حرکت تلاش کرنے کے لئے ضروری ہے کہ پہلے تعین گر سمتیہ کا وقتی تفرقہ لے کر ذرے کی سمتی رفتار کا الجبرائی فترہ حاصل کیا جائے۔ مساوات 10.4  $(\vec{v} = d\vec{r}/dt)$  کو دیکھ کر ہم ذیل لکھتے ہیں:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{d}{dt}((-2.00t^2 - t)\hat{i} + 5.00\hat{j}) \\ &= (-4.00t - 1.00)\hat{i}\end{aligned}$$

جہاں  $\vec{v}$  میٹر فی سیکنڈ میں ہے۔

اس کے بعد مساوات 27.3 میں صلیبی ضرب کا دکھایا گیا ڈھانچہ استعمال کر کے  $\vec{r}$  اور  $\vec{v}$  کا صلیبی ضرب معلوم کرتے ہیں۔

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - b_y a_z)\hat{i} + (a_z b_x - b_z a_x)\hat{j} + (a_x b_y - b_x a_y)\hat{k}$$

یہاں  $\vec{r}$  کو عمومی سمتیہ  $\vec{a}$  اور  $\vec{v}$  کو عمومی سمتیہ  $\vec{b}$  ظاہر کرتا ہے۔ چونکہ ہم ضرورت سے زیادہ کام نہیں کرنا چاہتے، آئیں عمومی صلیبی ضرب میں پُر کردہ بدل پر غور کرتے ہیں۔ چونکہ  $\vec{r}$  میں  $z$  جزو اور  $\vec{v}$  میں  $y$  اور  $z$  اجزاء نہیں پائے جاتے، اس عمومی صلیبی ضرب کا صرف آخری جزو  $(-b_x a_y)\hat{k}$  غیر صفر ہے۔ یوں، زیادہ الجبرائی دوڑ کے بغیر ذیل لکھتے ہیں۔

$$\vec{r} \times \vec{v} = -(-4.00t - 1.00)(5.00)\hat{k} = (20.0t + 5.00)\hat{k} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

یاد رہے، ہمیشہ کی طرح صلیبی ضرب جو سمتیہ دیتی ہے وہ ابتدائی سمتیات کو عمود دار ہوگا۔ مساوات ۵.۱۸ پوری کرنے کے لئے، کمیت سے ضرب دے کر ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \vec{\ell} &= (0.500 \text{ kg})[(20.0t + 5.00)\hat{k} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}] \\ &= (10.0t + 2.50)\hat{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

مبادا پر قوت سرورڈ اب مساوات ۵.۲۳ سے فوراً حاصل ہوگا:

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \frac{d}{dt}(10.0t + 2.50)\hat{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \\ &= 10.0\hat{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 10.0\hat{k} \text{ N m} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

جو محور  $z$  کے مثبت رخ ہے۔

ہمارا  $\vec{\ell}$  کا نتیجہ کہتا ہے زاوی معیار حرکت محور  $z$  کے مثبت رخ ہے۔ تعین گر سمتیہ کے گھماؤ کی صورت میں ”مثبت“ نتیجہ کا مطلب سمجھنے کے لئے اس سمتیہ کی قیمت مختلف اوقات پر معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} t = 0, & \quad \vec{r}_0 = 5.00\hat{j} \text{ m} \\ t = 1.00 \text{ s}, & \quad \vec{r}_1 = -3.00\hat{i} + 5.00\hat{j} \text{ m} \\ t = 2.00 \text{ s}, & \quad \vec{r}_2 = -10.0\hat{i} + 5.00\hat{j} \text{ m} \end{aligned}$$

یہ نتائج شکل 14b.11 میں پیش ہیں؛ ہم دیکھتے ہیں کہ ذرے کے ساتھ ساتھ چپلنے کے لئے  $\vec{r}$  خلاف گھڑی گھومتا ہے۔ یہی گھماؤ کا مثبت رخ ہے۔ یوں، اگرچہ ذرہ خود سیدھی لکیر پر حرکت کرتا ہے، مبادا کے لحاظ سے یہ اس کی حرکت خلاف گھڑی ہے، اور یوں اس کا زاوی معیار حرکت مثبت ہے۔

ہم  $\vec{\ell}$  کے رخ کا مطلب، صلیبی ضرب (یہاں  $\vec{v} \times \vec{r}$  یا آپ چاہیں  $m\vec{r} \times \vec{v}$ ، جو ایک رخ دیتے ہیں) کا دیا ہوا ہاتھ متعدہ استعمال کر کے سمجھ سکتے ہیں۔ ذرے کی حرکت کے دوران کسی بھی معیار اثر کے لئے، دائیں ہاتھ کی چپا انگلیاں

صلیبی ضرب کے اول سمتیہ  $\vec{r}$  کے رخ رکھی جاتی ہیں (شکل 14c.11)۔ ہاتھ یوں سمت بند کیا جاتا ہے کہ ہتھیلی کے گرد انگلیاں با آسانی گھما کر صلیبی ضرب کے دوسرے سمتیہ  $\vec{v}$  کے رخ کی جانبیں (شکل 14d.11)۔ اس پورے عمل کے دوران انگوٹھے کو چار انگلیوں کے لحاظ سے عمود دار رکھا جاتا ہے۔ انگوٹھا صلیبی ضرب کے نتیجے کا رخ دیگا۔ جیسا شکل 14e.11 میں دکھایا گیا ہے، ما حاصل سمتیہ محور  $z$  کے مثبت رخ (جو شکل کے مستوی سے سیدھا باہر نکلتا ہے) اور گزشتہ نتیجے کے عین مطابق ہے۔ شکل 14e.11 میں  $\vec{r}$  کا رخ بھی دیا گیا ہے، جو محور  $z$  کے مثبت رخ ہے؛ چونکہ، زاوی معیار حرکت اسی رخ ہے اور اس کی مقدار بڑھ رہی ہے۔

□

## ۵.۷ استوار جسم کا زاوی معیار حرکت

### مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. ذروں پر مشتمل نظام کے لئے، نیوٹن کا قانون دوم زاوی روپ میں استعمال کر کے نظام پر صافی قوت سرور اور نظام کے زاوی معیار حرکت میں پیدا تبدیلی کی شرح کا تعلق جان پائیں گے۔

۲. مقررہ محور کے گرد گھومتے استوار جسم کے زاوی معیار حرکت اور اسی محور کے گرد جسم کے گھمیری جمود اور زاوی رفتار کا تعلق استعمال کر پائیں گے۔

۳. اگر دو جسم ایک ہی محور گھماؤ کے گرد گھومتے ہوں، ان کے کل زاوی معیار حرکت کا حساب کر پائیں گے۔

### کلیدی تصورات

• ذروں پر مشتمل نظام، کا زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  انفرادی ذروں کے زاوی معیار حرکت کا مجموعہ ہوگا۔

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \cdots + \vec{L}_n = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i$$

• اس زاوی معیار حرکت کی تبدیلی کی شرح نظام پر صافی بیرونی قوت سرور کے برابر ہوگی (جو نظام کے اندرونی ذروں اور نظام کے باہر ذروں کے باہم عمل سے پیدا قوت سرور کا سمتی مجموعہ ہوگا)۔

$$\vec{\tau}_{\text{صافی}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{ذروں پر مشتمل نظام})$$

• مقررہ محور پر گھومتے استوار جسم کے لئے،، محور گھماؤ کے متوازی زاوی معیار حرکت کا جب زو ذیل ہوگا۔

$$L = I\omega \quad (\text{استوار جسم، مقررہ محور})$$

### ذروں پر مشتمل نظام کا زاوی معیار حرکت

مبدأ کے لحاظ سے ذروں پر مشتمل نظام کے زاوی معیار حرکت پر غور کرتے ہیں۔ نظام کا کل زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  انفرادی ذروں کے زاوی معیار حرکت  $\vec{\ell}$  کا (مستی) مجموعہ ہوگا۔

$$(۵.۲۶) \quad \vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 + \vec{\ell}_3 + \dots + \vec{\ell}_n = \sum_{i=1}^n \vec{\ell}_i$$

انفرادی زاوی معیار حرکت کو زیر نوشت  $i$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔

دیگر ذروں کے ساتھ یا نظام کے بیرون کے ساتھ باہم عمل کی بنا انفرادی ذرے کا زاوی معیار حرکت وقت کے ساتھ تبدیل ہو سکتا ہے۔ ہم  $\vec{L}$  میں پیدا تبدیلی مساوات ۵.۲۶ کا (ذیل) و مستقی تفرق معلوم کر سکتے ہیں۔

$$(۵.۲۷) \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d\vec{\ell}_i}{dt}$$

مساوات ۵.۲۳ سے ہم دیکھتے ہیں کہ  $i$  ویں ذرے پر صافی قوت  $d\vec{\ell}_i/dt$  سرور ہوگی۔ مساوات ۵.۲۷ ذیل لکھی جا سکتی ہے۔

$$(۵.۲۸) \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{\tau}_{\text{صافی},i}$$

یعنی، نظام کے زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  کی تبدیلی کی شرح انفرادی ذروں پر قوت سرور کے مستی مجموعہ کے برابر ہوگا۔ ان قوت سرور میں (ذروں کے بیچ قوتوں کی بنا) اندرونی قوت سرور اور (ذروں پر نظام سے باہر اجسام کی قوت کی بنا) بیرونی قوت سرور شامل ہیں۔ تاہم، ذروں کے بیچ قوت (نیوٹن کے متوازن سوم کی بنا) جوڑیوں کے روپ میں ہوگی لہذا ان کی مجموعی قوت سرور صفر ہوگی۔ یوں، نظام کے کل زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  کو صرف نظام پر عمل پیرا بیرونی قوت سرور تبدیلی کرتی ہیں۔

**صافی بیرونی قوتے مروڑ۔** نظام میں تمام ذروں پر بیرونی قوت سرور کا مستی مجموعہ  $\vec{\tau}_{\text{صافی}}$  صافی بیرونی قوت سرور کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں مساوات ۵.۲۸ ذیل لکھی جا سکتی ہے:

$$(۵.۲۹) \quad \vec{\tau}_{\text{صافی}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{ذروں پر مشتمل نظام})$$

جونیوٹن کے متوازن دوم کا زاوی روپ ہے۔ اس کے تحت ذیل ہوگا۔

ذروں پر مشتمل نظام پر صافی بیرونی قوت سرور  $\vec{\tau}_{\text{صافی}}$  نظام کے کل زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  کی تبدیلی کی شرح کے برابر ہوگی۔

مسوات ۵.۲۹ اور  $\vec{F} = d\vec{p}/dt$  (مسوات 27.9) مثال ہیں تاہم اول الذکر زیادہ احتیاط مانگتی ہے: قوت سرور اور نظام کا زاوی معیار حرکت ایک مبداء کے لحاظ سے ناپت لازمی ہے۔ اگر اندرونی جمودی چھوٹ کے لحاظ سے نظام کا مرکز کیت سرع نہ ہو، مبداء کسی بھی نقطے پر ہو سکتا ہے، اگر سرع ہو، تب لازم ہے کہ مبداء مرکز کیت پر ہو۔ مثال کے طور پر، پیچے کو ذروں پر مشتمل نظام تصور کریں۔ اگر زمین کے لحاظ سے ساکن محور پر پہیا گھومتا ہو، تب مسوات ۵.۲۹ استعمال کرتے وقت زمین کے لحاظ سے کوئی بھی ساکن نقطہ بطور مبداء تسلیم کیا جاسکتا ہے۔ البتہ، اگر پہیا سرع محور کے گرد گھومتا ہو (جیسے جب پہیا میلان پر لڑھکتا نیچے آتا ہے)، تب صرف پیچے کا مرکز کیت مبداء تسلیم کیا جاسکتا ہے۔

### مقررہ محور پر استوار جسم کا زاوی معیار حرکت

ذروں پر مشتمل نظام (ذروی نظام) جو ایک استوار جسم دیتا ہے کا زاوی معیار حرکت تلاش کرتے ہیں۔ شکل 15a.11 میں ایسا ایک جسم دکھایا گیا ہے۔ محور  $z$  یہاں مقررہ محور گھماوے ج کے گرد جسم مستقل زاوی رفتار  $\omega$  سے گھومتا ہے۔ اس محور پر ہم جسم کا زاوی معیار حرکت جاننا چاہتے ہیں۔

ہم جسم کے تمام کمیتی ٹکڑوں کا انفرادی زاوی معیار حرکت معلوم کر کے ان کے  $z$  جزو کا مجموعہ لے کر یا کر سکتے ہیں۔ شکل 5a.11 میں کیت  $\Delta m_i$  کا کمیتی ٹکڑا محور  $z$  کے گرد دائری راہ پر حرکت کرے گا۔ مبداء  $O$  کے لحاظ سے اس کمیتی ٹکڑے کا مقام تعین کر سمتیہ  $\vec{r}_i$  دیگا۔ اس ٹکڑے کے دائری راہ کا رداس  $r_{\perp i}$  ہوگا، جو ٹکڑے اور محور  $z$  کے بیچ عموددار فاصلہ ہے۔

مبداء  $O$  کے لحاظ سے اس کمیتی ٹکڑے کے زاوی معیار حرکت  $\ell_i$  کی قدر مسوات ۵.۱۹ دیگی:

$$\ell_i = (r_i)(p_i)(\sin 90^\circ) = (r_i)(\Delta m_i v_i)$$

جہاں  $p_i$  اور  $v_i$  کمیتی ٹکڑے کا خطی معیار حرکت اور خطی رفتار ہے، اور  $\vec{r}_i$  اور  $\vec{p}_i$  کے بیچ زاویہ  $90^\circ$  ہے۔ اس کمیتی ٹکڑے کا زاوی معیار حرکت  $\ell_i$  شکل 5b.11 میں دکھایا گیا ہے؛ اس کا رخ  $\vec{r}_i$  اور  $\vec{p}_i$  دونوں کو لازمًا عمود دار ہوگا۔

جزو  $z$ ۔ ہم محور گھماوے کے، جو یہاں محور  $z$  ہے، متوازی  $\ell_i$  کا جزو جاننا چاہتے ہیں۔ جزو  $z$  ذیل ہوگا۔

$$\ell_{iz} = \ell_i \sin \theta = (r_i \sin \theta)(\Delta m_i v_i) = r_{\perp i} \Delta m_i v_i$$

پورے جسم کے زاوی معیار حرکت کا  $z$  جزو معلوم کرنے کے لئے جسم کے تمام کمیتی ٹکڑوں کے زاوی معیار حرکت کے  $z$  جزو کا مجموعہ لینا ہوگا۔ چونکہ  $v = \omega r_{\perp}$  ہے لہذا ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$L_z = \sum_{i=1}^n \ell_{iz} = \sum_{i=1}^n \Delta m_i v_i r_{\perp i} = \sum_{i=1}^n \Delta m_i (\omega r_{\perp i}) r_i$$

(۵.۳۰)

$$= \omega \left( \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_{\perp i}^2 \right)$$



جدول ۵.۱: مستقیم اور گھیری حرکت کے مزید مطابقتی متغیرات اور رشتے

| مستقیم  | گھیری  |
|---|--|
| قوت $\vec{F}$   | قوت سروڑ $\vec{\tau} (= \vec{r} \times \vec{F})$                   |
| خطی معیار حرکت $\vec{p}$  | زاوی معیار حرکت $\vec{\ell} (= \vec{r} \times \vec{p})$            |
| خطی معیار حرکت $\vec{P} (= \sum \vec{p}_i)$                     | زاوی معیار حرکت $\vec{L} (= \sum \vec{\ell}_i)$                    |
| خطی معیار حرکت $\vec{P} = M\vec{v}$ مرکزیت                      | زاوی معیار حرکت $L = I\omega$                                      |
| نیوٹن کا قانون دوم $\vec{F}_{\text{مقن}} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ | نیوٹن کا قانون دوم $\vec{\tau}_{\text{مقن}} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ |
| مقن $\vec{P} =$ مقن   | مقن $\vec{L} =$ مقن  |

یہاں  $\omega$  مقن (جسم کے تمام نقطوں کے لئے ایک برابر) ہے لہذا اس کو مجموعہ کی علامت سے باہر لکھا جا سکتا ہے۔

مساوات ۵.۳۰ میں  $\sum \Delta m_i r_{\perp i}^2$  مقررہ محور کے گرد جسم کا گھیری جود  $I$  ہے (مساوات ۴.۳۳ دیکھیں)۔ یوں مساوات ۵.۳۰ ذیل روپ اختیار کرتی ہے۔

$$L = I\omega \quad (\text{استوار جسم، مقررہ محور}) \quad (۵.۳۱)$$

ہم نے زیر نوشتہ  $z$  نہیں لکھا، تاہم آپ نے یاد رکھنا ہوگا کہ مساوات ۵.۳۱ میں زاوی معیار حرکت محور گھاؤ پر زاوی معیار حرکت ہوگا۔ (ہم نے کوئی محور گھاؤ لیسنی تھی۔ یہاں محور  $z$  لی گئی۔ لہذا زاوی معیار حرکت اس محور گھاؤ کے لحاظ سے ہوگا جس پر اسے حاصل کیا گیا ہو۔) ساتھ ہی اس مساوات میں  $I$  بھی اسی محور گھاؤ کے لحاظ سے ہوگا۔

جدول ۵.۱، جو جدول ۴ کو وسعت دیتا ہے، مطابقتی خطی اور زاوی رشتے پیش کرتا ہے۔

آزمائش ۶

معرض، گھیرا، اور کرہ کو، لٹو کی طرح دھاگالپیٹ کر، مقررہ وسطی محور پر گھمایا جاتا ہے (شکل ۵.۳۱)۔ دھاگاتینوں جسم پر ایک جتنی مقن  $\vec{F}$  لاگو کرتا ہے۔ تینوں جسم ابتدائی طور ساکن ہیں، ان کی کمیت اور رداس ایک برابر ہیں۔ گھومتے اجسام کی درجہ بندی (i) وسطی محور پر زاوی معیار حرکت اور (ب) زاوی رفتار کے لحاظ سے، اعظم قیمت اول رکھ کر، کریں۔

## ۵.۸ زاوی معیار حرکت کی بقا

مقاصد

اس حصے کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے متاثر ہوں گے۔

۱. کسی مخصوص محور کے ہمراہ نظام پر بیرونی صافی قوت مسرور کی عدم موجودگی میں، زاوی معیار حرکت کی بقا استعمال کر کے محور پر ابتدائی زاوی معیار حرکت کی قیمت کا رشتہ بعد کی قیمت کے ساتھ جان پائیں گے۔

کلیدی تصویر

• نظام پر بیرونی صافی قوت مسرور صفر ہونے کی صورت میں، نظام کا زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  ایک مستقل ہو گا۔ یوں ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \text{مستقل} & (\text{جب النظام}) \\ \vec{L}_i &= \vec{L}_f & (\text{جب النظام}) \end{aligned}$$

اس کو زاوی معیار حرکت کی بقا کا قانون کہتے ہیں۔

### زاوی معیار حرکت کی بقا

ہم توانائی کی بقا اور خطی معیار حرکت کی بقا کی بات کر چکے، جو طاقوتور قوانین بقا ہیں۔ اب زاوی معیار حرکت کی بقا کی بات کرتے ہیں، جو تیسرا قانون بقا ہے۔ ہم مساوات ۵.۲۹  $d\vec{L}/dt = \vec{\tau}$  سے آغاز کرتے ہیں، جو نیوٹن کے قانون دوم کا زاوی روپ ہے۔ بیرونی صافی قوت مسرور کے عدم موجودگی میں یہ مساوات  $d\vec{L}/dt = 0$  روپ اختیار کرتی ہے۔ یوں ذیل ہو گا۔

$$\vec{L} = \text{مستقل} \quad (\text{جب النظام}) \quad (۵.۳۲)$$

یہ نتیجہ، جو ذیل دو طرح بھی لکھا جاسکتا ہے، زاوی معیار حرکت کے بقا کا قانون کہلاتا ہے۔

$$\left( \text{صافی زاوی معیار حرکت} \right)_{\text{بعد میں وقت } t_f} = \left( \text{صافی زاوی معیار حرکت} \right)_{\text{ابتدائی وقت } t_i}$$

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \quad (\text{جب النظام}) \quad (۵.۳۳)$$

مساوات ۵.۳۲ اور مساوات ۵.۳۳ ذیل کہتی ہیں۔

نظام پر صافی بیرونی قوت مسرور صفر ہونے کی صورت میں، اس سے قطع نظر کہ نظام کے اندر کیا تبدیلیاں رونما ہوں، نظام کا زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  برقرار رہے گا (ایک مستقل ہو گا)۔

مساوات ۵.۳۲ اور مساوات ۵.۳۳ سمتیہ مساوات ہیں: جو تین آپس میں عمود دار رخ پر زاوی معیار حرکت کی بقا کی تین جبزوی مساوات دیں گی۔ نظام پر بیرونی صافی قوت مسروڑ موجود ہونے کی صورت میں، قوت مسروڑ پر منحصر ہوگا، آیا زاوی معیار حرکت کی بقا صرف ایک یا دو رخ ہو، تاہم، تینوں رخ زاوی معیار حرکت کی بقا کبھی نہیں ہوگی۔

اگر کسی محور کے ہمراہ نظام پر صافی بیرونی قوت مسروڑ کا جزو صفر ہو، تب اس سے قطع نظر کہ نظام میں کیا تبدیلیاں رونما ہوں، اس محور کے ہمراہ نظام کے زاوی معیار حرکت کا جزو تبدیل نہیں ہوگا۔

یہ ایک طاقتور فقرہ ہے: یہاں ہم نظام کے ابتدائی اور اختتامی حالت میں دلچسپی رکھتے ہیں؛ درمیانی حالت پر غور کرنے کی ضرورت نہیں۔

اس متاع عدے کا اطلاق شکل 15.11 میں پیش جہاں پر، جو محور  $z$  کے گرد گھومتا ہے، کیا جاسکتا ہے۔ فرض کریں کسی طرح جسم، محور گھاو کے لحاظ سے کیت کی تقسیم نو کر کے، محور گھاو پر اپنا گھمیری جمود تبدیل کرتا ہے۔ مساوات ۵.۳۲ اور مساوات ۵.۳۳ کہتی ہیں جسم کا زاوی معیار حرکت تبدیل نہیں ہو سکتا۔ مساوات ۵.۳۳ میں (گھمیری محور پر زاوی معیار حرکت کی) مساوات ۵.۳۱ ڈال کر یہ قانون بقا کو ذیل لکھا جاسکتا ہے۔

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f \quad (5.33)$$

اس مساوات میں زیر نوشتہ  $i$  اور  $f$  کیتی تقسیم نو سے قبل اور اس کے بعد گھمیری جمود اور زاوی رفتار ظاہر کرتے ہیں۔

باقی دو قوانین بقا کی طرح، جن پر ہم بحث کر چکے ہیں، مساوات ۵.۳۲ اور مساوات ۵.۳۳ نیوٹنی میکانیات کی حدود سے باہر بھی متبادل اطلاق ہیں۔ ان کا اطلاق ان ذروں پر بھی ہوگا جو روشنی کی رفتار کے متضرب رفتار پر حرکت میں ہوں (جہاں نیوٹنی میکانیات کارآمد نہیں رہتی اور جہاں خصوصی نظریہ اضافت استعمال کرنا ہوگا)، اور ان کا اطلاق زیر جوہر ذروں پر بھی ہوگا (جہاں کوانٹم میکانیات کا راج چلتا ہے)۔ آج تک ایسی کوئی مثال نہیں دیکھی گئی جو زاوی معیار حرکت کی بقا کے قانون کو مطمئن نہ کرتی ہو۔

اب ہم تین ایسی مثالوں پر بحث کرتے ہیں جن میں اس قانون کی دخل اندازی پائی جاتی ہے۔

۱. چکر کھاتا رضا کار شکل 16.11 میں ایک طالب علم تپائی پر، جو انحصاری محور پر گھوم سکتی ہے، بیٹھا دکھایا گیا ہے۔ پھیلے ہاتھوں میں وزن بھرتے طالب علم کو ابتدائی زاوی رفتار  $\omega_i$  سے گھمایا گیا۔ اس کا زاوی معیار حرکت سمتیہ  $L$  انحصاری محور پر اوپر رخ ہے۔

طالب علم ہاتھ جسم کے متضرب کرتا ہے؛ کیت محور گھاو کے متضرب کرنے سے طالب علم کا گھمیری جمود  $I_i$  سے گھٹ کر  $I_f$  ہوگا، اور اس کے گھومنے کی شرح  $\omega_i$  سے بڑھ کر  $\omega_f$  ہوگی۔ ہاتھ پھیلا کر (وزن دور کر کے) طالب علم اپنی رفتار دوبارہ گھٹاتا ہے۔ طالب علم، تپائی، اور وزن پر مشتمل نظام پر کوئی صافی بیرونی قوت مسروڑ عمل نہیں کرتی۔ یوں، اس سے قطع نظر کہ طالب علم اپنے ہاتھ کہاں رکھتا ہے، محور گھاو پر نظام کا

زاوی معیار حرکت تبدیل نہیں ہوگا۔ شکل 16a.11 میں طالب علم کا زاوی رفتار  $\omega$ ، کافی کم ہے اور اس کا گھمیری جمود  $I_i$  نسبتاً زیادہ۔ مساوات ۵.۳۴ کے تحت شکل 16b.11 میں  $I_f$  کے گھٹنے کی تلافی، زاوی رفتار میں اضافہ کرتا ہے۔

۲. غوطہ باز شکل 17.11 میں کئی دار تختے سے غوطہ باز ڈیڑھ کلا بازیاں کھاتا دکھایا گیا ہے۔ جیسا آپ توقع کر سکتے ہیں، اس کا مرکز کیت قطع مکانی راہ پر چلتا ہے۔ کئی دار تختے سے، کلا باز اپنے مرکز کیت سے گزرتی محور پر، غیر مبہم زاوی معیار حرکت  $L$  کے ساتھ روانا ہوتا ہے، جو شکل 17.11 میں صفحہ کو عمود دار ہوگا۔ پرواز کے دوران کلا باز پر کوئی صافی بیرونی قوت سرور عمل نہیں کرتی، لہذا محور گھماؤ پر اس کا زاوی معیار حرکت تبدیل نہیں ہو سکتا۔ ہاتھ اور پسیر جسم کے متفریب کرنے پر اسی محور کے لحاظ سے، اس کے گھمیری جمود میں کمی رونما ہوگی، اور یوں مساوات ۵.۳۴ کے تحت اس کے زاوی رفتار میں اضافہ پیدا ہوگا۔ سطح پانی کو پہنچ کر کلا باز پورے جسم کو سیدھ میں کر کے گھمیری جمود بڑھا کر اور زاوی رفتار گھٹاتا ہے، تاکہ پانی میں داخل ہوتے وقت کم سے کم چھینٹیں اڑائے۔ زیادہ پیچیدہ غوطہ، جس میں کلا باز جسم کو بل دیتے ہوئے کلا بازیاں کھاتا ہے، پوری پرواز کے دوران، غوطہ باز کے زاوی معیار حرکت کی، متدرج اور رخ دونوں میں، بقا لازماً ہوگی۔

۳. لمبی چھلانگ جب کھلاڑی دوڑ کر لمبی چھلانگ کے لئے زمین سے اچھلتا ہے، افقی محور پر کھلاڑی کو آخری قدم آگے رخ گھماؤ کا زاوی معیار حرکت دیتا ہے۔ ایسا گھماؤ کھلاڑی کو زمین پر صحیح طریقے سے اترنے نہیں دیتا۔ زمین پر پہنچ کر کھلاڑی کی ٹانگیں اکٹھی اور اس زاویے پر آگے ہونی چاہیے کہ ریت میں ایڑیوں کا نشان زیادہ سے زیادہ فاصلے پر بنے۔ اڑان کے بعد کوئی بیرونی قوت سرور عمل کرتی ہے لہذا زاوی معیار حرکت (کی بقا کی بدولت) تبدیل نہیں ہوگا۔ البتہ، کھلاڑی بازوؤں کو جھک کر دے کر زاوی معیار حرکت کا بیشتر حصہ بازوؤں کو منتقل کر سکتا ہے (شکل 18.11)۔ یوں جسم سیدھا رہ کر اتار کے دوران درست سمت بند ہوگا۔

۴. بازیگر ایک پاؤں پر کھڑا ہو کر دوسرے ٹانگہ کو جسم کے ساتھ  $90^\circ$  زاویے پر رکھ کر نہایت کم زاوی رفتار سے گھومتا ہے (شکل 19a.11)۔ اس کی زاوی رفتار بمشکل نظر آتی ہے۔ وہ تیزی سے ٹانگہ نیچے کر کے اچھلتا ہے؛ یوں جسم اور ٹانگوں کے بیچ زاویہ  $\theta$  ہوگا (شکل 19b.11)۔ عمود دار ٹانگہ کا زاویہ کم کرنے سے اس کا گھمیری جمود کم ہوگا۔ بازیگر کے جسم پر کوئی بیرونی صافی قوت سرور عمل نہیں کرتی لہذا اس کا زاوی معیار حرکت تبدیل نہیں ہو سکتا۔ یوں گھمیری جمود کم ہونے کی وجہ سے اس کی زاوی رفتار بڑھے گی۔ تمنا شانی کو یکدم تیز گھومنا حیران کرتا ہے۔ واپس زمین کو پہنچنے سے قبل بازیگر ٹانگہ کو عمود دار کر کے زاوی رفتار دوبارہ کم کر کے زمین پر اترتا ہے۔

آزمائش ۷

ایک چھوٹا مٹرس، جس کے چکا پر بھونزا بیٹھا ہے، انتہائی محور کے گرد گھوم رہا ہے۔ اگر بھونزا مٹرس کے وسط کی جانب کلبائے، کیا بھونزا مٹرس نظام کا (۱) گھمیری جمود، (ب) زاوی معیار حرکت، اور (ج) زاوی رفتار (وسطی محور کے لحاظ سے) بڑھے گا (گی)، گھٹے گا (گی)، یا تبدیل نہیں ہوگا (گی)؟

نمونہ سوال ۵.۵: زاوی معیار حرکت کے بٹا، گھومتے پیسے کا مظاہرہ

شکل 20a.11 میں ایک طالب علم تپائی پر بیٹھا دکھایا گیا ہے۔ تپائی انتصابی محور پر گھوم سکتی ہے۔ طالب علم، جو ابتدائی طور ساکن ہے، سائیکل کا پہیا پکڑے ہوئے ہے، جس کے چکا کا وزن سید سے بڑھایا گیا ہے۔ وسطی محور کے لحاظ سے پہیے کا گھمیری جمود  $I_w = 1.2 \text{ kg m}^2$  ہے۔ (چکے پر سید لگانے پہیے کا گھمیری جمود بڑھایا گیا ہے۔)

پہیے کا زاوی رفتار 3.9 چکر فی سیکنڈ ہے اور فضا سے نیچے دیکھ کر اس کا رخ مخالف گھڑی ہے۔ پہیے کا دھرا انتصابی ہے، اور اس کے زاوی معیار حرکت  $\vec{L}_w$  کا رخ انتصابی اوپر وار ہے۔

طالب علم پہیے کو الٹ کرتا ہے (شکل 20b.11) لہذا اب فضا سے نیچے دیکھتے ہوئے پہیا گھڑی وار گھومتا ہے۔ اس کا زاوی معیار حرکت اب  $\vec{L}_w$  ہو گا۔ پہیا الٹ کرنے کی وجہ سے طالب علم، تپائی، اور پہیے کا وسط بطور مرکب استوار جسم تپائی کے محور گھاؤ کے گرد گھمیری جمود  $I_b = 6.8 \text{ kg m}^2$  کے ساتھ گھومتے ہیں۔ (پہیا اپنے وسطی محور کے گرد گھومتا ہے، تاہم اس سے مرکب جسم کا کینیٹیک تقسیم اثر انداز نہیں ہوتا؛ یوں  $I_b$  کی قیمت وہی ہو گی چاہے پہیا گھومتا ہو یا نہ گھومتا ہو۔) پہیا الٹ کرنے کے بعد، مرکب جسم کس زاوی رفتار  $\omega_b$  اور کس رخ گھومتا ہے؟

### کلیدی تصورات

1. زاوی رفتار  $\omega_b$  کا، جو ہم جاننا چاہتے ہیں، تپائی کے محور گھاؤ پر، مرکب جسم کے اختتامی زاوی معیار حرکت  $\vec{L}_b$  کے ساتھ تعلق مساوات ۵.۳۱ دیتی ہے۔
  2. پہیے کی ابتدائی زاوی رفتار  $\omega_w$  اور پہیے کے وسط کے گرد، پہیے کے زاوی معیار حرکت  $\vec{L}_w$  کا تعلق یہی مساوات دیتی ہے۔
  3.  $\vec{L}_b$  اور  $\vec{L}_w$  کا مجموعہ طالب علم، تپائی، اور پہیے کا کل زاوی معیار حرکت کل  $\vec{L}$  دیگا۔
  4. پہیا الٹ کرنے کے دوران نظام پر کوئی صافی بیرونی قوت مسرؤ عمل نہیں کرتی جو کسی انتصابی محور پر کل  $\vec{L}$  تبدیل کر سکتی تھی۔ (پہیا الٹ کرتے وقت، طالب علم اور پہیے پر قوتوں سے پیدا قوت مسرؤ نظام کی اندرونی ہیں۔) یوں، بشمول تپائی کا محور گھاؤ، کسی بھی انتصابی محور پر نظام کے کل زاوی معیار حرکت کی بقا ہو گی۔
- حماچہ: شکل 20c.11 میں سمتیات کل  $\vec{L}$  کی بقا ظاہر کرتے ہیں۔ اس بقا کو انتصابی محور کے ہمسراہ اجزاء کے روپ میں بھی لکھا جاسکتا ہے:

$$L_{b,f} + L_{w,f} = L_{b,i} + L_{w,i} \quad (۵.۳۵)$$

جہاں  $i$  اور  $f$  بالترتیب (پہیا الٹ کرنے سے قبل) ابتدائی حال اور (پہیا الٹ کرنے کے بعد) اختتامی حال ظاہر کرتی ہیں۔ پہیا الٹ کرنے سے پہلے کا زاوی معیار حرکت سمتیہ الٹ ہوا لہذا ہم  $L_{w,f}$  کی جگہ  $-L_{w,i}$  ڈالتے ہیں۔ اب اگر  $L_{b,i} = 0$  (ابتدائی طور پر طالب علم، تپائی، اور پہیے کا وسط ساکن تھے) رکھا جائے، مساوات ۵.۳۵ ذیل دیگی۔

$$L_{b,f} = 2L_{w,i}$$

باب ۵۔ لڑھکاؤ، قوت، سرورڈ، اور زاوی معیار حرکت

۵.۳۱ مساوات استعمال کرتے ہوئے، ہم اب  $I_{b,f}$  کی جگہ  $I_b \omega_b$  اور  $L_{w,i}$  کی جگہ  $I_w \omega_w$  ڈال کر  $\omega_b$  کے لئے حل کر کے ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$\omega_b = \frac{2I_w}{I_b} \omega_w = \frac{(2)(1.2 \text{ kg m}^2)(3.9 \text{ چکر فی منٹ})}{6.8 \text{ kg m}^2}$$

$$= 1.4 \text{ چکر فی منٹ} \quad (\text{جواب})$$

مثبت جواب کہتی، نقصان دیکھتے ہوئے، تپائی کے محور پر طالب علم خلاف گھڑی گھومتا ہے۔ اگر طالب علم رکھنا چاہے، اس کو پہلے واپس اصل حالت میں لانا ہوگا (یعنی ایک مرتبہ دوبارہ پہلے الٹ کرنا ہوگا)۔

□

نمونہ سوال ۵.۶: زاوی معیار حرکت کے بقا، قرص پر بھونزا

کیسٹ  $6.00m$  اور رداس  $R$  کے قرص پر کیسٹ  $m$  کا بھونزا سوار ہے۔ قرص انتہائی وسطی محور پر  $\omega_i = 1.50 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ بھونزا جو ابتدائی طور  $r = 0.800R$  پر تھا، کلبلا کر قرص کے چکا پر پہنچتا ہے۔ بھونزا کو ایک ذرہ تصور کریں۔ چکا پر پہنچ کر بھونزا کی زاوی رفتار کیا ہوگی۔

### کلیدی تصورات

(۱) بھونزا کے کلبلانے سے بھونزا و قرص نظام کی کمیتی تقسیم (لہذا گھمیری جمود) تبدیل ہوتی ہے۔ (۲) بیرونی قوت سرورڈ کی عدم موجودگی میں نظام کی زاوی معیار حرکت اٹل ہوگا۔ (بھونزا کے کلبلانے کی قوتیں اور قوت سرورڈ نظام کی اندرونی ہیں۔) (۳) مساوات ۵.۳۱ ( $L = I\omega$ ) استوار جسم کا زاوی معیار حرکت دیتی ہے۔

حماچہ: ہم اختتامی زاوی رفتار جاننا چاہتے ہیں۔ ہم اختتامی زاوی معیار حرکت  $L_f$  کو ابتدائی زاوی معیار حرکت  $L_i$  کے برابر رکھتے ہیں (چونکہ دونوں میں زاوی رفتار شامل ہے)۔ ان میں گھمیری جمود بھی شامل ہے۔ لہذا کلبلانے سے قبل اور کلبلانے کے بعد بھونزا و قرص نظام کے گھمیری جمود کی تلاش سے آغاز کرتے ہیں۔

وسطی محور پر گھومتے قرص کا گھمیری جمود جدول 2c.10 کے تحت  $\frac{1}{2}MR^2$  ہے۔ کیسٹ  $M$  کی جگہ  $6.00m$  ڈال کر قرص کا (ذیل) گھمیری جمود تلاش کرتے ہیں۔

$$I_d = 3.00mR^2 \quad (۵.۳۶)$$

(ہمیں  $m$  اور  $R$  معلوم نہیں، لیکن طبیعیات کا ہاتھ بھتام کر چلتے ہیں۔)

۵.۳۳ مساوات سے ہم جاننے ہیں کہ بھونزا کا (ذرے کا) گھمیری جمود  $mr^2$  ہوگا۔ بھونزا کا ابتدائی رداس  $r = 0.800R$  اور اختتامی رداس  $R$  ڈال کر محور گھماؤ پر بھونزا کا ابتدائی گھمیری جمود  $I_{bi}$ :

$$I_{bi} = 0.64mR^2 \quad (۵.۳۷)$$

۵.۹. مسکن چرخشی کی استقبالی حرکت

اور اختتامی گھمیری جمود  $I_{bf}$  حاصل کرتے ہیں۔

(۵.۳۸)

$$I_{bf} = mR^2$$

یوں بھونزاو مترص نظام کا ابتدائی گھمیری جمود  $I_i$  ذیل:

(۵.۳۹)

$$I_i = I_d + I_{bi} = 3.64mR^2$$

اور اختتامی گھمیری جمود  $I_f$  ذیل ہوگا۔

(۵.۴۰)

$$I_f = I_d + I_{bf} = 4.00mR^2$$

اس کے بعد، مساوات ۵.۳۱ ( $L = I\omega$ ) استعمال کرتے ہوئے ہم نظام کے اختتامی زاوی معیار حرکت  $L_f$  کو نظام کے ابتدائی زاوی معیار حرکت  $L_i$  کے برابر رکھتے ہیں۔

$$I_f\omega_f = I_i\omega_i$$

آپ دیکھ سکتے ہیں، چکا کی طرف بھونزا کے کلبانے سے کچھ کمیت محور گھاو سے دور منتقل ہوتی ہے، لہذا نظام کا گھمیری جمود بڑھتا ہے، جو  $\omega$  گھٹنے کا سبب بنتا ہے۔ □

## ۵.۹ مسکن چرخشی کی استقبالی حرکت

مقاصد

اس حصے کو پڑھ کر آپ ذیل کے فتا بل ہوں گے۔

۱. جان پائیں گے کہ چکر کھاتے مسکن چرخ پر تعبذنی قوت عمل کر کے اس کے چکر کی زاوی معیار حرکت سمتیہ کو (لہذا مسکن چرخشی کو) انتصابی محور کے گرد گھماتی ہے۔ اس گھومتی حرکت کو استقبالی حرکت کہتے ہیں۔

۲. مسکن چرخشی کی استقبالی حرکت شرح تلاش کر پائیں گے۔

۳. جان پائیں گے کہ استقبالی حرکت شرح پر مسکن چرخشی کی کمیت کا کوئی اثر نہیں۔

کلیدی تصور

• چکر کھاتی مسکن چرخشی کے تیک سے گزرتی انتصابی محور کے گرد مسکن چرخشی ذیل شرح سے استقبالی حرکت کر سکتی ہے:

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega}$$

جہاں  $M$  مسکن چرخشی کی کمیت،  $r$  معیار اثر کا بازو،  $I$  گھمیری جمود، اور  $\omega$  شرح چکر ہے۔

## مکن چہرخی کی استقبالی حرکت

دھرے پر نسب پہنچا جو دھرے پر چکر کاٹ سکتا ہو، سادہ مکن چہرخی دیگا۔ اگر ساکن مکن چہرخی کے دھرے کا ایک سرتیک پر رکھ کر (شکل 22a.11) مکن چہرخی چوڑی جائے، وہ دھرے کے ٹھیلے سر پر گھوم کر نیچے گرے گی۔ چونکہ گرنے میں گھوماش مسل ہے، اس پر نیوٹن کا قانون دوم لاگو ہوگا، جو (ذیل) مساوات ۵.۲۹ دیتی ہے۔

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (۵.۴۱)$$

یہ مساوات کہتی ہے کہ نشیب وار گھاؤ (مکن چہرخی گرنے کا عمل) پیدا کرنے والی قوت مسروڑ مکن چہرخی کے زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  کو ابتدائی قیمت (صفر) سے تبدیل کرے گی۔ مکن چہرخی کے مرکز کیت پر، جس کو ہم پیپر کا مرکز تسلیم کرتے ہیں، عمل پیرا انتخابی قوت  $M\vec{g}$  قوت مسروڑ  $\vec{\tau}$  پیدا کرتی ہے۔ تیک کے سر کے لحاظ سے، جو شکل 22a.11 میں O پر واقع ہے، معیار اثر کا بازو  $\vec{r}$  ہے۔ قوت مسروڑ  $\vec{\tau}$  کی مقدار ذیل:

$$\tau = Mgr \sin 90^\circ = Mgr \quad (۵.۴۲)$$

اور رخ شکل 22a.11 میں دکھایا گیا ہے۔ ( $M\vec{g}$  اور  $\vec{\tau}$  کے بیچ زاویہ  $90^\circ$  ہے۔)

تیز چکر کھاتی مکن چہرخی کا رویہ مختلف ہوگا۔ مندرجہ ذیل دھرا افق سے اوپر وار زاویے پر رکھ کر مکن چہرخی رہا کی جاتی ہے۔ ابتدا میں مکن چہرخی معمولی نیچے (گرتے ہوئے) گھومتی ہے، لیکن اس کے بعد دھرے پر چکر کاٹتے ہوئے، نقطہ تیک O سے گزرتی انضامی محور کے گرد افقی گھومنا شروع کرتی ہے، جو استقبال حرکت<sup>۸</sup> کہلاتا ہے۔

**مکن چہرخی گرتے کیوں نہیں؟** چکر ناکاٹتے ہوئے مکن چہرخی کی طرح چکر کاٹتی مکن چہرخی نیچے کیوں نہیں گرتی؟ رہا کرنے پر مکن چہرخی گرنا شروع کرتی ہے، تاہم  $M\vec{g}$  کی پیدا کردہ قوت مسروڑ ابتدائی زاوی معیار حرکت کو صفر قیمت سے تبدیل نہیں کرتی، بلکہ چکر سے پیدا غیر صفر قیمت سے تبدیل کرتی ہے۔

یہ سمجھنے کے لئے کہ ابتدائی غیر صفر زاوی معیار حرکت کیسے مکن چہرخی کو استقبالی حرکت پر مجبور کرتا ہے، ہمیں چکر سے پیدا مکن چہرخی کے زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  پر غور کرنا ہوگا۔ صورت حال آسان بنانے کی خاطر، ہم مندرجہ ذیل ہیں کہ  $\vec{L}$  کے لحاظ سے استقبالی حرکت سے پیدا زاوی معیار حرکت متبادل نظر انداز ہے۔ ساتھ ہی، جیسا شکل aa.22b میں دکھایا گیا ہے، ہم مندرجہ ذیل ہیں کہ جس لمحے استقبال حرکت شروع ہوتی ہے، دھرا افقی ہے۔ مساوات ۵.۳۱ سے  $\vec{L}$  کی مقدار لکھتے ہیں:

$$L = I\omega \quad (۵.۴۳)$$

جہاں دھرے کے لحاظ سے I مکن چہرخی کا گھمیری، جو دور دھرے پر چکر کاٹنے کی پہلے کی زاوی رفتار  $\omega$  ہے۔ جیسا شکل 22b.11 میں دکھایا گیا ہے سمتیہ  $\vec{L}$  دھرے کے ہمراہ ہوگا۔ چونکہ  $\vec{L}$  معیار اثر کے بازو  $\vec{r}$  کو متوازی ہے، قوت مسروڑ  $\vec{\tau}$  لازماً  $\vec{L}$  کو عمود دار ہوگا۔



مساوات ۵.۴۱ کہتی ہے، وقتی وقفہ  $dt$  میں قوت مسرور  $\vec{\tau}$  مکن چہرخی کے زاوی معیار حرکت کی قیمت میں (ذیل) معمولی تبدیلی  $d\vec{L}$  پیدا کرتی ہے۔

$$d\vec{L} = \vec{\tau} dt \quad (۵.۴۲)$$

تاہم، تیز چکر کا مکن چہرخی کے لئے،  $\vec{L}$  کی قدر مساوات ۵.۴۳ کے تحت اٹل ہے۔ یوں قوت مسرور صرف  $\vec{L}$  کا رخ تبدیل کر سکتا ہے، تاکہ اس کی قدر۔

مساوات ۵.۴۳ کے تحت  $d\vec{L}$  کا رخ  $\vec{\tau}$  کے رخ،  $\vec{L}$  کو عمود دار ہوگا۔ زاوی معیار حرکت کی قدر  $L$  تبدیل کیے بغیر،  $\vec{\tau}$  کے رخ میں  $\vec{L}$  تبدیل کرنے کا واحد طریقہ، جیسا شکل 22c.11 میں دکھایا گیا ہے، محور  $z$  کے گرد  $\vec{L}$  گھمانا ہے۔  $\vec{L}$  کی قدر برقرار رہتی ہے، سمتیہ  $\vec{L}$  کا سر دائری راہ پر چلتا ہے، اور  $\vec{\tau}$  ہمیشہ اس راہ کو ماسی رہتا ہے۔ چونکہ  $\vec{L}$  لازماً اس دھڑے کے رخ ہوگا، دھڑے کو محور  $z$  کے گرد  $\vec{\tau}$  کے رخ گھومنا ہوگا۔ یوں استقبالی حرکت پیدا ہو گی۔ ابتدائی زاوی معیار حرکت میں تبدیلی کے رد عمل کے دوران چکر کا مکن چہرخی کو نیوٹن کے قانون دوم (کے زاوی روپ) پر پورا اترنا ہوگا؛ یوں کرنے کے بجائے اس کو استقبال حرکت کرنی ہوگی۔

استقبال حرکت۔ ہم مساوات ۵.۴۳ اور مساوات ۵.۴۲ استعمال کر کے  $d\vec{L}$  کی قدر تلاش کر کے:

$$dL = \tau dt = Mgr dt \quad (۵.۴۵)$$

استقبال حرکت کے شرح  $\Omega$  تلاش کر سکتے ہیں۔ باریک وقتی وقفہ  $dt$  میں  $\vec{L}$  میں معمولی تبدیلی رونما ہوگی، دھڑا اور  $\vec{L}$  محور  $z$  کے گرد استقبال حرکت کرتے ہوئے چھوٹے زاویہ  $d\phi$  سے گزرتے ہیں۔ (شکل 22c.11 میں زاویہ  $d\phi$  بڑھا چڑھا کر پیش کیا گیا ہے، تاکہ اس کی وضاحت ہو۔) مساوات ۵.۴۳ اور مساوات ۵.۴۵ کی مدد سے  $d\phi$  ذیل حاصل ہوگا۔

$$d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{Mgr dt}{I\omega}$$

دونوں اطراف  $dt$  سے تقسیم کر کے شرح  $\Omega = d\phi/dt$  رکھ کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega} \quad (\text{استقبالی حرکت کی شرح}) \quad (۵.۴۶)$$

یہ نتیجہ اس مفروضے کے تحت درست ہوگا کہ چکر کاٹنے کی شرح  $\omega$  زیادہ ہو۔ یاد رہے،  $\omega$  بڑھانے سے  $\Omega$  گھٹتا ہے۔ ساتھ ہی یاد رکھیں، اگر تجدی قوت  $Mg$  مکن چہرخی پر عمل نہ کرتی استقبالی حرکت نہ ہوتی، تاہم  $I$  کی  $M$  کا تقاسم عمل ہے لہذا مساوات ۵.۴۶ میں کیت کٹ جانے کا اور  $\Omega$  کیت پر منحصر نہیں ہوگا۔

مساوات ۵.۴۶ کا اطلاق اس چکر کاٹنے مکن چہرخی پر بھی ہوگا جس کا دھڑا افق کے ساتھ زاویہ پر ہو۔ اس کا اطلاق چکر کاٹنے لٹو پر بھی ہوگا، چونکہ لٹو درحقیقت افق کے ساتھ زاویہ پر مکن چہرخی ہی ہے۔

## نظر ثانی اور خلاصہ

لوہکتے اجسام رداس  $R$  کا پہیا جو ہمواری سے لڑھکتا ہو کے لئے ذیل ہوگا:

$$(۵.۲) \quad v_{\text{مرکزیت}} = \omega R$$

جہاں پہیے کے مرکزیت کی خطی رفتار مرکزیت  $v$  اور وسط کے گرد پہیے کی زاوی رفتار  $\omega$  ہے۔ پہیے کو ”سٹرک“ کے نقطہ  $P$  کے، جہاں پہیا سٹرک سے تماس میں ہے، گرد لچاتی گھومت تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس نقطہ پر پہیے کی زاوی رفتار پہیے کے وسط پر پہیے کی زاوی رفتار کے برابر ہوگی۔ لڑھکاتے پہیے کی حرکت کی توانائی ذیل ہے:

$$(۵.۵) \quad K = \frac{1}{2} I_{\text{مرکزیت}} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{\text{مرکزیت}}^2$$

جہاں مرکزیت پر پہیے کا گھمیری جمود مرکزیت  $I$  ہے اور پہیے کی کیت  $M$  ہے۔ اگر پہیا مسرع کیا جائے اور ہموار لڑھکتی ہو، مرکزیت کا اسراع مرکزیت  $\vec{a}$  اور وسط کے گرد زاوی اسراع  $\alpha$  کا تعلق ذیل ہوگا۔

$$(۵.۶) \quad a_{\text{مرکزیت}} = \alpha R$$

اگر پہیا زاویہ  $\theta$  میلان سے ہموار نیچے لڑھکتی ہو، میلان کے اوپر وار ہمسراہ محور  $x$  پر اس کا اسراع ذیل ہوگا۔

$$(۵.۱۰) \quad a_{x, \text{مرکزیت}} = - \frac{g \sin \theta}{1 + I_{\text{مرکزیت}} / MR^2}$$

قوتے سرور بطور سمتیہ تین ابعاد میں،  $\vec{\tau}$  ایک سمتیہ ہوگا جو کسی مقررہ نقطہ (جو عموماً مبدا ہوگا) کے لحاظ سے معین ہوگا: اس کی تعریف ذیل ہے:

$$(۵.۱۴) \quad \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

جہاں ذرے پر لاگو قوت  $\vec{F}$  اور کسی اٹل نقطہ کے لحاظ سے ذرے کا مقام  $\vec{r}$  سمتیہ  $\vec{\tau}$  دیتا ہے۔  $\vec{\tau}$  کی قدر ذیل ہے:

$$(۵.۱۷, ۵.۱۶, ۵.۱۷) \quad \tau = rF \sin \phi = rF_{\perp} = r_{\perp} F$$

جہاں  $\vec{F}$  اور  $\vec{r}$  کے بیچ زاویہ  $\phi$  ہے،  $\vec{r}$  کو عمود دار  $\vec{F}$  کا جزو  $F_{\perp}$  ہے، اور  $\vec{F}$  کا معیار اثر کا بازو  $r_{\perp}$  ہے۔ دائیں ہاتھ کا متعده  $\vec{\tau}$  کارخ دیگا۔

ذرے کا زاوی معیار حرکت ایک ذرے جس کی کیت  $m$ ، خطی معیار حرکت  $\vec{p}$ ، اور خطی سمتی رفتار  $\vec{v}$  ہوگا زاوی معیار حرکت  $\vec{\ell}$  ایک سمتیہ (ذیل) ہوگا جو کسی اٹل نقطہ (جو عموماً مبدا ہوگا) کے لحاظ سے معین ہوگا۔

$$(۵.۱۸) \quad \vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

$\vec{\ell}$  کی متدر ذیل دیتی ہیں:

$$(۵.۱۹) \quad \ell = rmv \sin \phi$$

$$(۵.۲۰) \quad \ell = rp_{\perp} = rmv_{\perp}$$

$$(۵.۲۱) \quad \ell = r_{\perp}p = r_{\perp}mv$$

جہاں  $\vec{r}$  اور  $\vec{p}$  کے بیچ زاویہ  $\phi$  ہے،  $\vec{r}$  کو عمود دار  $\vec{p}$  اور  $\vec{v}$  کے جبزو  $p_{\perp}$  اور  $v_{\perp}$  ہیں، اور اٹل نقطے کا ممسوط  $\vec{p}$  سے عمود دار مناسلہ  $r_{\perp}$  ہے۔ دایاں ہاتھ متاعده  $\vec{\ell}$  کا رخ دیگا۔

نیوٹن کے قانون دوم کا زاویہ روچہ ذرے کے لئے نیوٹن کا قانون دوم زاویہ روچہ میں ذیل لکھا جاسکتا ہے:

$$(۵.۲۲) \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$$

جہاں ذرے پر صافی قوت مسروڑ صافی  $\vec{\tau}$  اور ذرے کا زاویہ معیار حرکت  $\vec{\ell}$  ہے۔

ذروں پر مشتمل نظام کا زاویہ معیار حرکت ذروں پر مشتمل نظام کا زاویہ معیار حرکت  $\vec{L}$  ذروں کے انفرادی زاویہ معیار حرکت  $\vec{\ell}_i$  کا سمتیہ مجموعہ ہوگا۔

$$(۵.۲۳) \quad \vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 + \vec{\ell}_3 + \dots + \vec{\ell}_n = \sum_{i=1}^n \vec{\ell}_i$$

اس زاویہ معیار حرکت کا وقتی تفرق نظام پر صافی بیرونی قوت مسروڑ (نظام سے باہر ذروں کے ساتھ باہم عمل سے پیدا قوت مسروڑ کے سمتی مجموعہ) کے برابر ہوگا۔

$$(۵.۲۴) \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{ذروں پر مشتمل نظام})$$

استوار جسم کا زاویہ معیار حرکت مقررہ محور پر گھومتے ہوئے استوار جسم کا، محور گھماؤ کو متوازی، زاویہ معیار حرکت کا جبزو ذیل ہوگا۔

$$(۵.۲۵) \quad L = I\omega \quad (\text{استوار جسم، مقررہ محور})$$

زاویہ معیار حرکت کے بقا نظام پر صافی بیرونی قوت مسروڑ صفر ہونے کی صورت میں نظام کا زاویہ معیار حرکت  $\vec{L}$  اٹل ہوگا۔

$$(۵.۲۶) \quad \vec{L} = \text{مستقل} \quad (\text{جدا نظام})$$

$$(۵.۲۷) \quad \vec{L}_i = \vec{L}_f \quad (\text{جدا نظام})$$

یہ زاوی معیار حرکت کے بقا کا قانون ہے۔

مسکن پڑنے کے استقبال حرکت چکر کا ٹی مسکن چپرخنی تیک سے گزرتی انتصابی محور پر ذیل شرح سے استقبال حرکت کر سکتی ہے:

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega} \quad (۵.۳۶)$$

جہاں  $M$  مسکن چپرخنی کی کیت،  $r$  معیار اثر کا بازو،  $I$  گھمیری جمود، اور  $\omega$  چکر کا ٹی کی شرح ہے۔

## سوالات

سوال ۵.۱: ایک کیت اور ایک مستقل رفتار پر چلتے ہوئے تین ذروں کے سمتی رفتار سمتیات شکل 23.11 میں دکھائے گئے ہیں۔ نقاط  $a$ ،  $b$ ،  $c$  اور  $d$  چوکور کی راس پر جبکہ  $e$  اس کے مرکز پر ہے۔ ان نقطوں کی درجہ بندی، اعظم قیمت اول رکھ کر، نقطہ پر تین ذروی نظام کے صافی زاوی معیار حرکت کے لحاظ سے کریں۔

سوال ۵.۲: ذرہ  $A$  اور ذرہ  $B$  کا  $xyz$  محدد  $(1\text{ m}, 1\text{ m}, 0)$  اور  $(1\text{ m}, 0, 1\text{ m})$  ہے (شکل 24.11)۔ ہر ایک ذرے پر تین گسنتی دار قوت عمل کرتی ہیں، جن کی مقدار ایک برابر اور رخ ایک ایک محدود محور کے رخ ہے۔ (ا) کون سی قوت مبداء پر محور  $y$  کے متوازی قوت مسروڑ پیدا کرتی ہے؟ (ب) مبداء کے لحاظ سے آرے پر قوت مسروڑ کی مقدار کے لحاظ سے قوتوں کی درجہ بندی، اعظم قیمت اول رکھ کر، کریں۔

سوال ۵.۳: ڈوری دار لٹو کا دھاکہ (ا) قوت  $\vec{F}_2$  سے (جس کا خط عمل میز پر نقطہ تماس سے گزرتا ہے)، (ب) قوت  $\vec{F}_1$  (جس کا خط عمل نقطہ تماس سے بلندی پر گزرتا ہے)، اور (ج) قوت  $\vec{F}_3$  (جس کا خط عمل نقطہ تماس سے دائیں گزرتا ہے) سے کھینچا جاتا ہے۔ ابتدائی طور ساکن ڈوری دار لٹو کو کیا ہوگا؟

سوال ۵.۴: کسی مقررہ نقطہ کے لحاظ سے ذرے کے تعین گر سمتیہ  $\vec{r}$  کی مقدار  $3\text{ m}$ ، اور ذرے پر قوت  $\vec{F}$  کی مقدار  $4\text{ N}$  ہے۔ اگر وابستہ قوت مسروڑ کی مقدار (ا) صفر اور (ب)  $12\text{ N m}$  ہو،  $\vec{r}$  اور  $\vec{F}$  کے رخ کے بیچ زاویہ کیا ہوگا؟

سوال ۵.۵: مبداء پر رکھے ذرے پر ایک مقدار کی تین قوت عمل کرتے ہیں (شکل 26.11)۔  $\vec{F}_1$  سیدھا صفحے کے اندر رخ عمل کرتی ہے۔ قوتوں کی درجہ بندی، اعظم قیمت اول رکھ کر، (ا) نقطہ  $P_1$ ، (ب) نقطہ  $P_2$ ، اور (ج) نقطہ  $P_3$  پر پیدا قوت مسروڑ کے لحاظ سے کریں۔

سوال ۵.۶: ایک ذرے کا زاوی معیار حرکت  $\ell(t)$  چار مختلف صورتوں میں (ا)  $\ell = 3t + 4$ ؛ (ب)  $\ell = 2$ ؛ (ج)  $\ell = 4t/t$ ؛ (د)  $\ell = -6t^2$  ہے۔ کس صورت میں ذرے پر صافی قوت مسروڑ کی مقدار (ا) صفر ہے، (ب) مثبت اور مستقل ہے، (ج) منفی اور مقدار بڑھ رہی ہے ( $t > 0$ )، اور (د) منفی اور مقدار گھٹ رہی ہے ( $t > 0$ )؟

سوال ۵.۷: انتصابی محور پر خلاف گھمڑی گھومتے مقرر کے چکر پر بھونزا بیٹھا ہے۔ بھونزا گھومنے کے رخ چکر پر چلنا شروع کرتا ہے۔ کیا ذیل مدت ادیر کی (محور گھاؤ پر ناپی) مقدار بڑھتی ہے، گھٹتی ہے، یا تبدیل نہیں ہوتی؟ (مقرر صحنہ ان گھمڑی چلتا رہتا ہے۔) (ا) بھونزا مقرر نظام کا زاوی معیار حرکت، (ب) بھونزا کا زاوی معیار حرکت اور زاوی سمتی رفتار، اور (ج) مقرر کا زاوی معیار حرکت اور زاوی سمتی رفتار۔ (د) اگر بھونزا گھومنے کے الٹ رخ چلتا ہو تب جوابات کیا ہوں گے؟

سوال ۵.۸: مستطیل سل جو وسطی نقطہ O سے گزرتی انصبانی محور کے گرد گھوم سکتی ہے کافضائی نظارہ شکل 27.11 میں پیش ہے۔ سات مقامات سے ہوائی بندوق سے چھراسل پر مارا جاسکتا ہے، جو سل میں دھن جاتا ہے۔ چھروں کی کیت ایک جیسی اور رفتار ایک برابر ہے۔ (۱) مقامات کی درجہ بندی، اعظم قیمت اول رکھ کر، چھرا لگنے کے بعد سل (اور چھرا) کی زاوی رفتار کے لحاظ سے کریں۔ (ب) فضا سے دیکھتے ہوئے کن راہ کے لئے سل (اور چھرا) کی O پر زاوی معیار حرکت منفی ہوگی؟

سوال ۵.۹: شکل 28.11 میں پیپے کے زاوی معیار حرکت کی قدر L بالقابل وقت t پیش ہے۔ چار حرف دار وقت دورانیوں کی درجہ بندی پیپے پر عمل پسیرا قوت سروڈ کی قدر کے لحاظ سے کریں۔ اعظم قیمت اول رکھیں۔

سوال ۵.۱۰: مستقل سمتی رفتار  $\vec{v}$  پر چلتا ہوا ذرہ اور پانچ نقطے بمع xy محدود شکل 29.11 میں دکھائے گئے ہیں۔ نقطہ پر ذرے کے زاوی معیار حرکت کی قدر کے لحاظ سے نقطوں کی درجہ بندی کریں۔ اعظم قیمت اول رکھیں۔

سوال ۵.۱۱: توپ کا گولا اور سنجاسکن حالت سے میلان پر نشیب وار لڑھکتے ہیں۔ کیا توپ کے گولے کانچے سے (۱) زمین تک پہنچنے کا دورانیہ اور (ب) زمین پر پہنچ کر خطی حرکت کی توانائی زیادہ ہوگی، کم ہوگی، یا دونوں برابر ہیں؟

سوال ۵.۱۲: پیتل کے ٹھوس بیلن اور لکڑی کے ٹھوس بیلن کی کیت اور رداس ایک ہیں (لکڑی کا بیلن زیادہ لمب ہے)۔ ایک ساتھ رہائی کے بعد دونوں میلان پر لڑھکتے اترتے ہیں۔ (۱) کونسا بیلن زمین پر پہلے پہنچے گا، یا کیا دونوں ایک ساتھ پہنچتے ہیں؟ (ب) لکڑی کے بیلن کا سرکٹ کر بیلن کو پیتل کے بیلن جتنا بنایا جاتا ہے، اور پیتل کے بیلن کی وسطی لمبی محور میں سوراخ کر کے کیت گھٹا کر دونوں بیلن کی کیت برابر کی جاتی ہے۔ اب کونسا بیلن مقابلے میں برتری حاصل کرتا ہے، یا دونوں مقابلے میں برابر ثابت ہوتے ہیں؟

## سوالات

### مستقیم حرکت اور گھاومل کرلڑھکا دیتے ہیں

سوال ۵.۱: ایک گاڑی  $80 \text{ km h}^{-1}$  رفتار سے استوا سڑک پر محور x کے مثبت رخ چیل رہی ہے۔ اس کے پیسیوں کا قطر 66 cm ہے۔ گاڑی میں سوار شخص کے لحاظ سے، اکائی سمتیہ ترقیم میں، پیپے کے (۱) وسط، (ب) بالا سر، اور (ج) نچلے سر کی سمتی رفتار  $\vec{v}$  کیا ہوگی، اور پیپے کے (د) وسط، (ه) بالا سر، اور (و) نچلے سر کے اسراع کی قدر a کیا ہوگی؟ سڑک کے کنارے شخص کے لحاظ سے، اکائی سمتیہ ترقیم میں، پیپے کے (ز) وسط، (ح) بالا سر، اور (ط) نچلے سر کی سمتی رفتار  $\vec{v}$  کیا ہوگی، اور پیپے کے (ی) وسط، (یا) بالا سر، اور (ب) نچلے سر کے اسراع کی قدر a کیا ہوگی؟

سوال ۵.۲: ایک گاڑی، جس کے پیسیوں کا قطر 75.0 cm ہے،  $80 \text{ km h}^{-1}$  سے حرکت میں ہے۔ (۱) پیپے کے دھرے کے لحاظ سے پیپے کا زاوی رفتار کیا ہوگا؟ (ب) پیپے کے 30.0 مکمل چکر میں (بغیر پھلے) گاڑی روکی جاتی ہے۔ پیپے کے زاوی اسراع کی قدر کیا ہوگی؟ (ج) رکنے کے دوران گاڑی کتنی فاصلہ طے کرتی ہے؟

## لڑھکاؤ کی قوتیں اور حرکت کی توانائی

سوال ۵.۳: افقی زمین پر 140 kg کا گھیرا لڑھکتا ہے۔ گھیرے کا مرکز کیت  $0.150 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے حرکت کرتا ہے۔ گھیرا روکنے کے لئے کتنا کام سرانجام کرنا ہوگا؟

سوال ۵.۴: ٹھوس یکساں کرہ میلان پر لڑھکتا اترتا ہے۔ (ا) کرہ کے مرکز کیت کے زاوی اسراع کی مقدار  $0.10 \text{ g}$  ہونے کے لئے زاویہ میلان کیا ہوگا؟ (ب) اگر بلار گزسل اسی میلان پر پھسل کر اترے، کیا اس کے اسراع کی مقدار زیادہ ہوگی، کم ہوگی، یا وہی ہوگی؟ کیوں؟

سوال ۵.۵: ایک گاڑی، جس کی کیت 1000 kg ہے، کا پھیا 10 kg ہے۔ چلتی گاڑی کے کل حرکت کی توانائی کا کتنا حصہ (چار) پھیروں کے دھڑے پر گھماؤ کی بدولت ہوگا؟ پھیروں کو یکساں مقرر تصور کریں۔ آپ کو پھیروں کا رداس جاننے کی ضرورت کیوں درپیش نہیں؟

سوال ۵.۶: شکل 30.11 میں،  $30^\circ$  میلان پر 0.500 kg کیت اور 6.00 cm رداس کی لڑھکتی جسم کی رفتار  $v$  بالقابل وقت  $t$  ترسیم کی گئی ہے۔ رفتار کی محور کا پیمانہ  $4.0 \text{ m s}^{-1}$   $v_s$  طے کرتا ہے۔ جسم کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۵.۷: ٹھوس سیلن، جس کا رداس 10 cm اور کیت 12 kg ہے، ساکن حالت سے آغاز کر کے  $\theta = 30^\circ$  زاویہ کی چھت پر  $L = 6.0 \text{ m}$  فاصلہ بغیر پھسل لڑھک کر طے کرتا ہے (شکل 31.11)۔ (ا) چھت سے گرتے لمحے طوی محور پر سیلن کا زاوی رفتار کیا ہوگا؟ (ب) چھت کا کنارہ زمین سے  $H = 5.0 \text{ m}$  بلندی پر ہے۔ چھت کے کنارے سے سیلن کتنے افقی فاصلے پر استوا زمین پر گرے گا؟

سوال ۵.۸: شکل 32.11 میں 0.400 kg کیت کے ٹھوس یکساں گیند کی، جو محور  $x$  پر ہموار لڑھک سکتا ہے، مخفی توانائی  $U(x)$  ترسیم کی گئی ہے۔ محور  $U$  کا پیمانہ  $U_s = 100 \text{ J}$  طے کرتا ہے۔ محور  $x$  پر مخفی رخ 75 J میکانی توانائی کے ساتھ گیند  $x = 7.0 \text{ m}$  پر روانہ کیا جاتا ہے۔ (ا) اگر گیند  $x = 0 \text{ m}$  تک پہنچ سکتا ہو، اس کی رفتار وہاں پہنچ کر کیا ہوگا، اور اگر وہاں تک پہنچنے کے قابل نہ ہو، تب واپس ہونے کا نقطہ کیا ہوگا؟ اب  $x = 7.0 \text{ m}$  پر گیند 75 J توانائی کے ساتھ مثبت رخ روانہ کیا جاتا ہے۔ (ب) اگر گیند  $x = 13 \text{ m}$  تک پہنچ سکتا ہو، اس کی رفتار وہاں پہنچ کر کیا ہوگا، اور اگر وہاں تک پہنچنے کے قابل نہ ہو، تب واپس ہونے کا نقطہ کیا ہوگا؟

سوال ۵.۹: ٹھوس گیند ساکن حالت سے  $H = 6.0 \text{ m}$  بلندی سے آغاز کر کے ہموار لڑھکتا ہوا  $h = 2.0 \text{ m}$  اونچے افقی کنارے سے گرتا ہے (شکل 33.11)۔ نقطہ  $A$  سے کتنے افقی فاصلے پر گیند زمین پر گرے گا؟

سوال ۵.۱۰: ایک کھوکھلا کرہ جس کا رداس 0.15 m اور مرکز کیت سے گزرتی محور پر گھمیری جمود  $I = 0.040 \text{ kg m}^2$  ہے، افقی سے  $30^\circ$  زاویہ کے میلان پر ہموار لڑھک کر اوپر وار حرکت کرتا ہے۔ ابتدائی نقطہ پر کرہ کی کل حرکت کی توانائی 20 J ہے۔ (ا) ابتدائی حرکت کی توانائی ک کتنا حصہ گھمیری ہے؟ (ب) ابتدائی نقطہ پر کرہ کے مرکز کیت کی رفتار کیا ہے؟ ابتدائی نقطہ سے میلان کے ہمراہ اوپر وار 1.0 m فاصلہ طے کرنے کے بعد، اس کی (ج) کل حرکت کی توانائی اور (د) مرکز کیت کی رفتار کیا ہیں؟

سوال ۵.۱۱: رداس 0.30 m اور کیت 10 kg پھیروں پر 10 N مقدار کی مستقل افقی قوت  $\vec{F}_p$  لاگو کی جاتی ہے (شکل 34.11)۔ پھیلا افقی سطح پر ہموار لڑھکتا ہے، اور اس کے مرکز کیت کے اسراع کی مقدار  $0.60 \text{ m s}^{-2}$  ہے۔

(۱) اکائی سمتیہ ترقیم میں پیچہ پر رگڑی قوت کیا ہے؟ (ب) مسرکز کیست سے گزرتی مسرکز گھماؤ پر پیچہ کا گھمیری جمود کیا ہے؟

سوال ۵.۱۲: پیتل کا ٹھوس گیند، جس کی کیست 0.280 kg ہے، گھیر در گھیر راہ کے سیدھے حصے پر ہار کرنے سے راہ کے ہمراہ ہموار لڑھک سکتا ہے (شکل 35.11)۔ دائری گھیر کا رداس  $R = 14.0 \text{ cm}$ ، اور گیند کا رداس  $r \ll R$  ہے۔ (۱) اگر گھیر کے منہ پر پہنچ کر گیند راہ سے علیحدہ ہونے کے دہانے پر ہو،  $h$  کیا ہوگی؟ (ب) اگر گیند  $h = 6.00R$  پر رہا کیا جائے، نقطہ  $Q$  پر پہنچ کر گیند پر قوت کی (ب) قدر اور (ج) رخ کیا ہوں گے؟

سوال ۵.۱۳: غیر یکساں گیند ایک گیند، جس کا رداس  $R$  اور کیست  $M$  ہے، ساکن حالت سے میلان پر ہموار لڑھک کر اترنے کے بعد رداس  $0.48 \text{ m}$  کے دائری گھیر پہنچتا ہے (شکل 36.11)۔ گیند کی ابتدائی بلندی  $h = 0.36 \text{ m}$  ہے۔ گھیر کے نشیبی نقطے پر پہنچ کر گیند پر عمودی قوت کی قدر  $2.00Mg$  ہے۔ اندرونی کرہ (جو یکساں کثافت مادے سے بنا ہے) کے اوپر کروئی خول (جو کسی دوسرے یکساں کثافت کے مادے سے بنا ہے) چپڑھا کر گیند بنا یا گیا ہے۔ گیند کے گھمیری جمود کا عمومی کلیہ  $I = \beta MR^2$  ہے، تاہم  $\beta$  کی قیمت 0.4 نہیں ہے (یکساں گیند کے لئے  $\beta = 0.4$  ہوتا)۔  $\beta$  کی قیمت تلاش کریں۔

سوال ۵.۱۴: ایک چھوٹا، ٹھوس، یکساں گیند نقطہ  $P$  سے پھیکا جاتا ہے تاکہ گیند افقی راہ پر ہموار لڑھک کر، میلان پر چپڑھا کر، سطح مسر تفع پہنچے (شکل 37.11)۔ سطح مسر تفع کے کنارے سے افقی فاصلہ  $d$  دور گیند دوسری (نچلی) سطح مسر تفع پر گرتا ہے۔ انتسابی بلندیاں  $h_1 = 5.00 \text{ cm}$  اور  $h_2 = 1.60 \text{ cm}$  ہیں۔ اگر  $d = 6.00 \text{ cm}$  ہو نقطہ  $P$  پر گیند کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۵.۱۵: رداس  $R = 11 \text{ cm}$  کا گیند افقی راہ پر روانہ کیا جاتا ہے (شکل 38.11)۔ گیند ابتدائی رفتار  $v_0 = 8.5 \text{ ms}^{-1}$ ، مسرکزیت  $v$  کے ساتھ راہ پر گھسٹتا ہے اور اس کی ابتدائی زاوی رفتار  $\omega_0 = 0$  ہے۔ گیند اور راہ کے بیچ مسر کی رگڑ کا مستقل 0.21 ہے۔ مسر کی رگڑی قوت  $f_k$  گیند پر عمل پسیرا ہو کر گیند کو خطی مسر کرتی ہے اور ساتھ ہی قوت مسر وڑ پیدا کرتی ہے، جو گیند کو زاوی مسر کرتی ہے۔ خطی رفتار مسرکزیت  $v$  کافی گھٹنے اور زاوی رفتار  $\omega$  کافی بڑھنے کے بعد گیند گھسٹنا بند کرتا ہے اور ہموار لڑھکنا شروع کرتا ہے۔ (۱) اس لمحے پر  $\omega$  کی صورت میں مسرکزیت  $v$  کیا ہوگا؟ گھسٹا کے دوران گیند کا (ب) خطی اسراع اور (ج) زاوی اسراع کیا ہوں گے؟ (د) گیند کتنی دیر گھسٹتا ہے؟ (و) گیند کتنے فاصلہ گھسٹتا ہے؟ (و) جس لمحے گیند ہموار لڑھکنا شروع کرتا ہے اس لمحے مسرکزیت  $v$  کیا ہوگا؟

سوال ۵.۱۶: غیر یکساں بیلنی جم۔ شکل 39.11 میں کیست  $M$  اور رداس  $R$  کا بیلنی جم ہموار لڑھک کر میلان سے اتر کر افقی حصے پر پہنچتا ہے۔ یہاں سے وہ لڑھک کر، کنارے سے  $d = 0.506 \text{ m}$  افقی فاصلے پر زمین پر گرتا ہے۔ جم کی ابتدائی بلندی  $H = 0.90 \text{ m}$  اور میلان کا کنارہ  $h = 0.10 \text{ m}$  بلند ہے۔ اندرونی بیلن (جو یکساں کثافت کے مادے سے بنا ہے) پر بیرونی بیلنی خول (جو مختلف یکساں کثافت کے مادے سے بنا ہے) چپڑھا کر جم بنایا گیا ہے۔ جم کا گھمیری جمود عمومی کلیہ  $I = \beta MR^2$  دیتا ہے، جہاں  $\beta$  کی قیمت 0.5 نہیں (یکساں بیلن کی صورت میں  $\beta = 0.5$  ہوگا)۔  $\beta$  تلاش کریں۔

## ڈوری دار لٹو

سوال ۵.۱۷: ڈوری دار لٹو کا گھسیڑی جمود  $980 \text{ g cm}^2$  اور کمیت  $120 \text{ g}$  ہے۔ اس کے دھسے کارڈ اس  $3.2 \text{ mm}$ ، اور ڈور کی لمبائی  $120 \text{ cm}$  ہے۔ ڈوری دار لٹو ساکن حالت سے ڈوری کے آخری سر تک لڑھکتا ہے، (ا) اس کے خطی اسراع کی مقدار کیا ہوگی؟ (ب) ڈور کے آخری سر تک لٹو کتنی دیر میں پہنچتا ہے؟ (ج) ڈور کے آخری سر کو پہنچ کر لٹو کی (ج) خطی رفتار، (د) مستقیم حرکت کی توانائی، (ه) گھسیڑی حرکت کی توانائی، اور (و) زاوی رفتار کیا ہیں؟

سوال ۵.۱۸: ایک بڑا ڈوری دار لٹو کریں سے رہا کیا جاتا ہے۔ لٹو کی کمیت  $116 \text{ kg}$  ہے جو  $32 \text{ cm}$  رداس کے دو متر ص  $3.2 \text{ cm}$  رداس کے دھسے کے ساتھ جوڑ کر بنا یا گیا ہے۔ (ا) اترنے اور (ب) چڑھنے کے دوران لٹو کے اسراع کی مقدار کیا ہے؟ (ج) لڑھکاؤ کے دوران ڈور کا تناؤ کیا ہے؟ (د) کیا ڈور کے انتہائی تن  $52 \text{ kN}$  کے قریب ہے؟ فرض کریں آپ اس ڈوری دار لٹو کا بڑا نمونہ (اسی شکل و صورت اور مادے کا) بناتے ہیں۔ (ه) کیا اتار کے دوران بڑے لٹو کے اسراع کی مقدار زیادہ ہوگی، کم ہوگی، یا وہی ہوگی؟ (و) ڈور کا تناؤ زیادہ ہوگا، کم ہوگا، یا وہی ہوگا؟

## قوت سرور پر نظر ثانی

سوال ۵.۱۹: قوت  $\vec{F}_1 = (3.0 \text{ N})\hat{k}$  اور  $\vec{F}_2 = (-2.0 \text{ N})\hat{j}$  ایک پسور عمل کرتی ہیں، جو  $(0, -4.0 \text{ m}, 5.0 \text{ m})$  محدود پر بیٹھا ہے۔ مبداء کے لحاظ سے پسور پر صافی قوت سرور اکائی سمتیہ ترقیم میں کیا ہوگی؟

سوال ۵.۲۰: ایک ناشپاتی پر، جو  $(-2.0 \text{ m}, 0, 4.0 \text{ m})$  پر واقع ہے، عمل پیرا قوت کا واحد جزو  $F_x = 6.0 \text{ N}$ ، (ب)  $F_x = -6.0 \text{ N}$ ، (ج)  $F_z = 6.0 \text{ N}$ ، (د)  $F_z = -6.0 \text{ N}$  ہے۔ مبداء کے لحاظ سے اکائی سمتیہ ترقیم میں ناشپاتی پر قوت سرور کیا ہوگی؟

سوال ۵.۲۱: ایک ذرے پر، جو  $(0, -4.0 \text{ m}, 3.0 \text{ m})$  پر واقع ہے، ذیل قوت عمل کرتی ہے: (ا)  $\vec{F}_1$  جہاں  $F_{1x} = 2.0 \text{ N}$ ،  $F_{1y} = 0$ ،  $F_{1z} = 0$  ہے اور (ب)  $\vec{F}_2$  جہاں  $F_{2x} = 0$ ،  $F_{2y} = 0$ ،  $F_{2z} = 4.0 \text{ N}$  ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں، مبداء کے لحاظ سے ذرے پر صافی قوت سرور کیا ہوگی؟

سوال ۵.۲۲: ایک ذرے پر، جو  $xyz$  محدودی نظام میں حرکت کرتا ہے، قوت عمل کرتی ہے۔ جب مبداء کے لحاظ سے ذرے کا مقام  $\vec{r} = (2.00 \text{ m})\hat{i} - (3.00 \text{ m})\hat{j} + (2.00 \text{ m})\hat{k}$  ہو، ذرے پر قوت  $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$  ہے۔ اور مبداء کے لحاظ سے مطابقتی قوت سرور  $\vec{\tau} = (4.00 \text{ N m})\hat{i} + (1.00 \text{ N m})\hat{j} - (2.00 \text{ N m})\hat{k}$  ہے۔ جزو  $F_x$  تلاش کریں۔

سوال ۵.۲۳: ایک پتھر جس کا مقام مبداء کے لحاظ سے  $\vec{r} = (0.50 \text{ m})\hat{j} - (2.0 \text{ m})\hat{k}$  ہے پر قوت  $\vec{F} = (2.0 \text{ N})\hat{i} - (3.0 \text{ N})\hat{k}$  عمل کرتی ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں (ا) مبداء اور (ب) نقطہ  $(2.0 \text{ m}, 0, -3.0 \text{ m})$  کے لحاظ سے پتھر پر قوت سرور کیا ہوگی؟

سوال ۵.۲۴: کالی سرچ کی بوتل مبداء کے لحاظ سے  $(3.0 \text{ m}, -2.0 \text{ m}, 4.0 \text{ m})$  محدود پر پڑی ہے۔ بوتل پر ذیل قوت عمل کرتی ہے (ا)  $(5.0 \text{ N})\hat{k} - (4.0 \text{ N})\hat{j} + (3.0 \text{ N})\hat{i}$ ، (ب)  $(-3.0 \text{ N})\hat{i} - (4.0 \text{ N})\hat{j} + (2.0 \text{ N})\hat{k}$



(۵.۰ N)  $\hat{k}$  اور (ج)  $\vec{F}_1$  اور  $\vec{F}_2$  کا مجموعہ۔ مبداء کے لحاظ سے بوتل پر قوت مسروڑا کائی سمتیہ ترقیم میں کیا ہوگی؟ (د) نقطہ (3.0 m, 2.0 m, 4.0 m) کے لحاظ سے جب زوچ کی قوت مسروڑ دوبارہ تلاش کریں۔

سوال ۵.۲۵: قوت  $\vec{F} = (-8.0 \text{ N})\hat{i} + (6.0 \text{ N})\hat{j}$  ایک ذرے پر عمل کرتی ہے جب کا تعین گر سمتیہ  $\vec{r} = (3.0 \text{ m})\hat{i} + (4.0 \text{ m})\hat{j}$  ہے۔ (ا) کائی سمتیہ ترقیم میں ذرے پر مبداء کے لحاظ سے قوت مسروڑ کیا ہوگی، اور (ب)  $\vec{F}$  اور  $\vec{r}$  کے بیچ زاویہ کیا ہوگا؟

### زاوی معیار حرکت

سوال ۵.۲۶: شکل 40.11 میں دکھائے لمحے پر ذرہ P، جس کی کیت 2.0 kg ہے، کا تعین گر سمتیہ  $\vec{r}$  ہے جس کی مقدار 3.0 m اور زاویہ  $\theta_1 = 45^\circ$  ہے، اور سمتی رفتار  $\vec{v}$  ہے جس کی مقدار 4.0 m اور زاویہ  $\theta_2 = 30^\circ$  ہے۔ قوت  $\vec{F}$  جس کی مقدار 2.0 N اور زاویہ  $\theta_3 = 30^\circ$  ہے P پر عمل پیرا ہے۔ تینوں سمتیہ xy مستوی میں واقع ہیں۔ مبداء کے لحاظ سے P کے زاوی معیار حرکت (ا) کی مقدار اور (ب) رخ کیا ہے، اور P پر قوت مسروڑ (ج) کی مقدار اور (د) رخ کیا ہے؟

سوال ۵.۲۷: ایک جسم، جس کی کیت 0.25 kg، تعین گر سمتیہ  $\vec{r} = (2.0\hat{i} - 2.0\hat{k}) \text{ m}$  ہے، اور سمتی رفتار  $\vec{v} = (-5.0\hat{i} + 5.0\hat{k}) \text{ m s}^{-1}$  ہے، پر قوت  $\vec{F} = 4.0\hat{j} \text{ N}$  لگاتی عمل کرتی ہے۔ مبداء کے لحاظ سے اور کائی سمتیہ ترقیم میں (ا) جسم کا زاوی معیار حرکت اور (ب) جسم پر قوت مسروڑ کیا ہے؟

سوال ۵.۲۸: نقطہ (x, y) سے، جس کے محدد (3.0, -4.0) m ہیں، کیت 2.0 kg کا ذرہ نا جسم مستوی میں سمتی رفتار سے حرکت کرتے گزرتا ہے۔ سمتی رفتار کے جزو  $v_x = 30 \text{ m s}^{-1}$  اور  $v_y = 60 \text{ m s}^{-1}$  ہیں۔ اس لمحے پر، کائی سمتیہ ترقیم میں (ا) مبداء اور (ب) نقطہ (-2.0, -2.0) m کے لحاظ سے جسم کا زاوی معیار حرکت کیا ہوگا؟

سوال ۵.۲۹: شکل 41.11 میں لگاتی نظارہ پیش ہے۔ دوزرے xy مستوی میں حرکت کرتے ہیں۔ ذرہ  $P_1$  کی کیت 6.5 kg، رفتار  $v_1 = 2.2 \text{ m s}^{-1}$  اور مبداء O سے فاصلہ  $d_1 = 1.5 \text{ m}$  ہے۔ ذرہ  $P_2$  کی کیت 3.1 kg، رفتار  $v_2 = 3.6 \text{ m s}^{-1}$  اور مبداء O سے فاصلہ  $d_2 = 2.8 \text{ m}$  ہے۔ مبداء O کے لحاظ سے دو ذروی نظام کے صافی زاوی معیار حرکت (ا) کی مقدار اور (ب) رخ کیا ہے؟

سوال ۵.۳۰: جس لمحے 2.00 kg جسم کا مبداء کے لحاظ سے ہٹاؤ  $\vec{d} = (2.00 \text{ m})\hat{i} + (4.00 \text{ m})\hat{j} - (3.00 \text{ m})\hat{k}$  ہے، اس کی سمتی رفتار  $\vec{v} = -(6.00 \text{ m s}^{-1})\hat{i} + (3.00 \text{ m s}^{-1})\hat{j} + (3.00 \text{ m s}^{-1})\hat{k}$  ہے اور اس پر قوت  $\vec{F} = (6.00 \text{ N})\hat{i} - (8.00 \text{ N})\hat{j} + (4.00 \text{ N})\hat{k}$  عمل کرتی ہے۔ (ا) جسم کا اسراع، (ب) مبداء کے لحاظ سے جسم کا زاوی معیار حرکت، (ج) مبداء کے لحاظ سے جسم پر عمل پیرا قوت مسروڑ، اور (د) جسم کی سمتی رفتار اور جسم پر عمل پیرا قوت کے بیچ زاویہ تلاش کریں۔

سوال ۵.۳۱: ایک گیند جس کی کیت 0.400 kg ہے  $40.0 \text{ m s}^{-1}$  ابتدائی رفتار سے سیدھا اوپر وار پھینکا جاتا ہے (شکل 42.11)۔ نقطہ رہائی سے 2.00 m افقی فاصلے پر واقع نقطہ P کے لحاظ سے، جب گیند (ا) بلند ترین نقطہ پر ہو اور جب (ب) واپس گرتے ہوئے نصف بلندی پر ہو، گیند کا زاوی معیار حرکت کیا ہوگا؟ گیند پر تھبازی

قوت کی قوت سرور  $P$  کے لحاظ سے اس وقت کیا ہوگی جب گیند (ج) بلند ترین نقطے پر ہو اور جب گیند (د) واپس گرتے ہوئے نصف بلندی پر ہو؟

### نیوٹن کا قانون دوم، زاوی روپ

سوال ۵.۳۲: مبداء کے لحاظ سے ذرے پر دو قوت عمل کرتی ہیں:  $\vec{r}_1$  کی مقدار  $2.0 \text{ N m}$  اور اس کا رخ محور  $x$  کے مثبت رخ ہے، اور  $\vec{r}_2$  جس کی مقدار  $4.0 \text{ N m}$  اور رخ محور  $y$  کے منفی رخ ہے۔ اکائی سمتیہ ترقیم میں  $d\vec{r}/dt$  تلاش کریں، جہاں مبداء کے لحاظ سے ذرے کا زاوی معیار حرکت  $\vec{r}$  ہے۔

سوال ۵.۳۳: وقت  $t = 0$  پر  $3.0 \text{ kg}$  ذرے کی سمتی رفتار  $\hat{j}(6.0 \text{ m s}^{-1}) - \hat{i}(5.0 \text{ m s}^{-1})$  ہے، اور مقام  $x = 3.0 \text{ m}$ ،  $y = 8.0 \text{ m}$  ہے۔ ذرے کو  $7.0 \text{ N}$  قوت محور  $x$  کے منفی رخ کھینچتی ہے۔ مبداء کے لحاظ سے (ا) ذرے کا زاوی معیار حرکت، (ب) ذرے پر عمل پیرا قوت سرور، اور (ج) زاوی معیار حرکت کی تبدیلی کی شرح تلاش کریں۔

سوال ۵.۳۴: محور  $z$  کے مثبت جانب سے دیکھتے ہوئے ذرہ مستوی  $xy$  میں مبداء کے گرد گھڑی وار حرکت کرتا ہے۔ اگر مبداء کے لحاظ سے ذرے کے زاوی معیار حرکت کی مقدار (ا)  $4.0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ، (ب)  $4.0 t^2 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ، (ج)  $4.0 \sqrt{t} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ، اور (د)  $4.0/t^2 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  ہو، اکائی سمتیہ ترقیم میں ذرے پر قوت سرور کیا ہوگی؟

سوال ۵.۳۵: وقت  $t$  پر، سمتیہ  $\vec{r} = 4.0 t^2 \hat{j} - (2.0 t + 6.0 t^2) \hat{i}$  مبداء کے لحاظ سے  $xy$  محدد نظام میں  $3.0 \text{ kg}$  ذرے کا مقام دیتا ہے (جہاں  $\vec{r}$  میٹر میں اور  $t$  سیکنڈ میں ہے)۔ (ا) مبداء کے لحاظ سے ذرے پر عمل پیرا قوت سرور کا ریاضی فترہ تلاش کریں۔ (ب) کیا مبداء کے لحاظ سے ذرے کا زاوی معیار حرکت بڑھ رہا ہے، گھٹ رہا ہے، یا تبدیل نہیں ہو رہا؟

### استوار جسم کا زاوی معیار حرکت

سوال ۵.۳۶: تین گھومتے فترص کو دوپٹے ملائے ہیں (شکل 43.11)۔ ایک پٹ فترص  $A$  اور  $C$  کے چکا پر لپٹا ہے۔ دوسرا پٹ فترص  $A$  کے وسطی ناچھ اور فترص  $B$  کے چکا پر لپٹا ہے۔ پٹے ہمواری سے بغیر پھسلے چکا اور ناچھ پر حرکت کرتے ہیں۔ فترص  $A$  کا رداس  $R$ ؛ اس کے ناچھ کا رداس  $0.500R$ ؛ فترص  $B$  کا رداس  $0.2500R$ ؛ اور فترص  $C$  کا رداس  $2.000R$  ہے۔ فترص  $B$  اور  $C$  کی کثافت (کیست فی اکائی حجم) اور موٹائیاں برابر ہیں۔ فترص  $C$  اور فترص  $B$  کے زاوی معیار حرکت کی فترروں کی نسبت کیا ہے؟

سوال ۵.۳۷: کیست  $m = 23 \text{ g}$  کے تین ذرے، تین بلا کیست سلاخوں سے جھکڑے ہیں، جن کی لمبائیاں  $d = 12 \text{ cm}$  ہے۔ استوار جسم  $O$  کے گرد زاوی رفتار  $\omega = 0.85 \text{ rad s}^{-1}$  سے گھومتا ہے۔ نقطہ  $O$  پر (ا) جسم کا گھمیری جمود، (ب) درمیانے ذرے کے زاوی معیار حرکت کی فتر، اور (ج) جسم کے زاوی معیار حرکت کی فتر کیا ہے؟

سوال ۵.۳۸: ریگ مال کا مترص، جس کا گھمیری جمود  $1.2 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$  ہے، برقی برما سے جوڑا گیا ہے جس کی موٹر مترص کے وسطی محور پر  $16 \text{ N m}$  قدر کی قوت مسروڈ پیدا کرتی ہے۔ اگر قوت مسروڈ  $33 \text{ ms}$  کے لئے مترص کی جانب سے، اس محور پر مترص (ا) کے زاوی معیار حرکت اور (ب) زاوی مستقیم رفتار کی قدر کیا ہوگی؟

سوال ۵.۳۹: وسطی محور پر اڑن پیسے کا گھمیری جمود  $0.140 \text{ kg m}^2$  ہے۔ اس کا زاوی معیار حرکت  $1.5 \text{ s}$  میں  $3.00 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  سے گھٹ کر  $0.800 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  ہو جاتا ہے۔ (ا) اس دورانے میں اڑن پیسے پر، وسطی محور کے لحاظ سے، اوسط قوت مسروڈ کی قدر کیا ہے؟ (ب) مستقل زاوی اسراع مندرجہ کرتے ہوئے، اس دورانے میں پہلی اکتان زاوی طے کرتا ہے؟ (ج) پیسے پر کتنے کام سرانجام ہوگا؟ (د) پیسے کی اوسط طاقت کیا ہے؟

سوال ۵.۴۰: ایک مترص، جس کا گھمیری جمود  $7.00 \text{ kg m}^2$  ہے، تابع وقت قوت مسروڈ  $\tau = (5.00 + 2.00t) \text{ N m}$  کے زیر اثر انتقبانی محور پر گھومتا ہے۔ وقت  $t = 1.00 \text{ s}$  پر اس کا زاوی معیار حرکت  $5.00 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  ہے۔ وقت  $t = 3.00 \text{ s}$  پر اس کا زاوی معیار حرکت کیا ہوگا؟

سوال ۵.۴۱: دائری گھیرا اور چوکور سے استوار جسم بنایا گیا ہے (شکل 45.11)۔ گھیرا کا رداس  $R$  اور کیت  $m$  ہے۔ چوکور چار پستلی یکساں سلاخوں سے بنایا گیا ہے جہاں ایک سلاخ کی کیت  $m$  اور لمبائی  $R$  ہے۔ انتقبانی محور پر استوار جسم  $2.5 \text{ s}$  دوری عرصہ کی مستقل رفتار سے گھومتا ہے۔ مندرجہ کریں  $R = 0.50 \text{ m}$  اور  $m = 2.0 \text{ kg}$  ہے۔ محور گھماؤ پر جسم (ا) گھمیری جمود اور (ب) زاوی معیار حرکت تلاش کریں۔

سوال ۵.۴۲: ابتدائی ساکن مترص پر، شکل 46.11 میں پیش، قوت مسروڈ  $\tau$  عمل کرتی ہے۔ مترص وسطی انتقبانی محور پر گھوم سکتا ہے۔ محور  $\tau$  کا پیمانہ  $\tau_s = 4.0 \text{ N m}$  طے کرتا ہے۔ وقت (ا)  $t = 7.0 \text{ s}$  اور (ب)  $t = 20 \text{ s}$  پر گھمیری محور پر مترص کا زاوی معیار حرکت کیا ہوگا؟

### زاوی معیار حرکت کی بقا

سوال ۵.۴۳: دو پھسل باز، جن کی کمیتیں  $50 \text{ kg}$  ہیں، متوازی راہوں پر، جن کے بیچ  $3.0 \text{ m}$  فاصلہ ہے، ایک دوسرے کی طرف پھسل کر حرکت میں ہیں (شکل 47.11)۔ ان کی آپس میں محالہ مستقیم رفتار  $1.4 \text{ ms}^{-1}$  ہے۔ ایک پھسل باز کیت لمبا ڈنڈا، ایک سرے پکڑ کر، اٹھائے ہوا ہے، اور دوسرا پھسل باز قریب گزرتے وقت ڈنڈے کا دوسرا سر پکڑ لیتا ہے۔ اس کے بعد دونوں ڈنڈے کے وسط کے گرد گھومتے ہیں۔ پھسل باز "تختوں" اور "برف" کے پچر گزرتا بل نظر انداز ہے۔ (ا) حرکت کے دائرے کا رداس، (ب) پھسل باز کی زاوی رفتار، اور (ج) دو پھسل باز نظام کی حرکت کی توانائی کیا ہے؟ اس کے بعد، پھسل باز ڈنڈے کو کھینچ کر قریب آتے ہیں، حتیٰ کہ ان کے بیچ فاصلہ  $1.0 \text{ m}$  رہ جاتا ہے۔ (د) ان کی زاوی رفتار اور (ه) نظام کی حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟ (و) حرکت کی توانائی میں اضافے کے لئے توانائی کہاں سے آئی؟

سوال ۵.۴۴: ایک چوہا، جس کی کیت  $0.17 \text{ kg}$  ہے، انتقبانی محور پر نسب رداس  $15 \text{ cm}$  مترص کے چکا پر حنائف گھڑی حرکت میں ہے۔ مترص کا گھمیری جمود  $5.0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$  ہے، اور دھڑلار گزرتے۔ زمین

کے لحاظ سے چوبیس کی رفتار  $2.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے، اور مقررہ کی گھڑی وار زاوی رفتار  $\omega_0 = 2.8 \text{ rad s}^{-1}$  ہے۔ چوبیس کو چکرا پر کھانے کو کچھ ملتا ہے لہذا وہ رک کر کھانا شروع کرتا ہے۔ (ا) چوبیس کے بعد مقررہ کی زاوی رفتار کیا ہو گی؟ (ب) کیا بھونز کے رکنے کے دوران میکائی توانائی کی بقا ہو گی؟

سوال ۵.۴۵: ایک شخص چپو ترا پر کھڑا ہے۔ چپو ترا (بلا رگڑ)  $1.2$  چکر فی منٹ کی زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ شخص کے ہاتھ باہر کو پھیلے ہوئے ہیں اور اس کے دونوں ہاتھوں میں ایک ایک اینٹ ہے۔ وسطی انتصابی محور پر شخص، اینٹیں، اور چپو ترا پر مشتمل نظام کا گھمیری جود  $6.0 \text{ kg m}^2$  ہے۔ دونوں ہاتھ مقررہ کرنے سے نظام کا گھمیری جود گھٹ کر  $2.0 \text{ kg m}^2$  ہو جاتا ہے۔ (ا) چپو ترے کی نئی زاوی رفتار کیا ہو گی اور (ب) نظام کی نئی حرکت کی توانائی اور پرانی حرکت کی توانائی کی نسبت کیا ہو گی؟ (ج) اضافی حرکت کی توانائی کہاں سے آئی؟

سوال ۵.۴۶: انہدام پذیر چکر دار ستارے کے گھمیری جود کی قیمت ابتدائی قیمت کی  $\frac{1}{3}$  ہے۔ نئی گھمیری حرکت کی توانائی اور ابتدائی گھمیری حرکت کی توانائی کی نسبت کیا ہو گی؟

سوال ۵.۴۷: ایک بڑے پیسے پر، جو انتصابی محور کے گرد بلا رگڑ گھوم سکتا ہے، پشوری نسب ہے (شکل 48.11)۔ ساکن پشوری پر کیت  $m$  کی کھلونائیں گاڑی رکھ کر ریل گاڑی کو برقی طاقت مقررہ کی جاتی ہے۔ پشوری کے لحاظ سے ریل گاڑی  $0.15 \text{ m s}^{-1}$  رفتار کو پہنچتی ہے۔ اگر پیسے کی کیت  $1.1 \text{ m}$  اور رداس  $0.43 \text{ m}$  ہو، اس کی زاوی رفتار کیا ہو گی؟ (پیسے کو گھیرا تصور کریں؛ رگڑ اور تیلیوں کی کیت نظر انداز کریں۔)

سوال ۵.۴۸: ایک چوبار داس  $R$  دائری مقررہ کے مرکز سے چکا کی طرف چلتا ہے۔ مقررہ انتصابی محور پر، بیرونی قوت سرور کی عدم موجودگی میں، گھوم رہا ہے۔ چوبار داس نظام کی زاوی رفتار شکل 49.11 میں پیش ہے ( $\omega_a = 5.0 \text{ rad s}^{-1}$  اور  $\omega_b = 6.0 \text{ rad s}^{-1}$  ہے)۔ چکا پر پہنچ کر مقررہ کے گھمیری جود کا کتنا حصہ چوبیس کا ہو گا؟

سوال ۵.۴۹: دو مقررہ کم رگڑی انتصابی دھرے پر یوں نصب کیے گئے ہیں کہ انہیں مسزودج کر کے ایک جسم کی طرح گھمایا جاسکے۔ پہلے مقررہ کا گھمیری جود، محور گھماؤ پر،  $3.30 \text{ kg m}^2$  ہے اور یہ خلاف گھڑی 450 چکر فی منٹ گھوم رہا ہے۔ دوسرا مقررہ، جس کا محور گھماؤ پر گھمیری جود  $6.60 \text{ kg m}^2$  ہے، خلاف گھڑی 900 چکر فی منٹ سے گھوم رہا ہے۔ انہیں مسزودج کیا جاتا ہے۔ (ا) ان کا زاوی رفتار اب کیا ہو گا؟ اس کے برعکس اگر ابتدائی طور پر دوسرا مقررہ گھڑی وار 900 چکر فی منٹ گھومتا، تب انہیں ملانے کے بعد ان کی (ب) زاوی رفتار اور (ج) گھومنے کا رخ کیا ہوتے؟

سوال ۵.۵۰: برقی موٹر کے مدور کا وسطی محور پر گھمیری جود  $I_m = 2.0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$  ہے۔ تحقیق حنائی طیارے میں موٹر نسب کر کے طیارے کی سمت بندی کی جاتی ہے۔ موٹر کا دھرا طیارے کے وسطی محور کے ہمراہ ہے؛ محور پر طیارے کا گھمیری جود  $I_p = 12 \text{ kg m}^2$  ہے۔ طیارے کو وسطی محور پر  $30^\circ$  گھمانے کے لئے مدور کو کتنے چکر دینے ہوں گے؟

سوال ۵.۵۱: متابل نظر انداز گھمیری جود کے دھرے پر پہیا 800 چکر فی منٹ زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ دوسرا ساکن پہیا، جس کا گھمیری جود دگن ہے، یکدم پہلے پیسے کے ساتھ مسزودج کیا جاتا ہے۔ (ا) دو پہیوں اور دھرے کا زاوی رفتار کیا ہو گا؟ (ب) ابتدائی گھمیری حرکت کی توانائی کا کتنا حصہ ضائع ہو گا؟

سوال ۵.۵۲: ایک بھونزا جس کی کمیت  $m$  ہے ایک فطرص کے چکا پر بیٹھا ہے۔ فطرص کی کمیت  $4.00m$  ہے اور یہ انتصابی محور پر آزادانہ گھوم سکتا ہے۔ فطرص اور بھونزا کی ابتدائی زاوی سستی رفتار  $0.260 \text{ rad s}^{-1}$  ہے۔ اس کے بعد بھونزا نصف رداسی فاصلہ طے کر کے دھرے کے فطرص آتا ہے۔ (ا) بھونزا فطرص نظام کا زاوی سستی رفتار کیا ہو گا؟ (ب) نظام کی نئی حرکت کی توانائی  $K$  اور ابتدائی حرکت کی توانائی  $K_0$  کی نسبت  $K/K_0$  کیا ہو گی؟ (ج) حرکت کی توانائی میں تبدیلی کی وجہ کیا ہے؟

سوال ۵.۵۳: ایک یکساں پتلی سلاخ وسطی نقطہ  $O$  پر واقع انتصابی محور کے گرد گھوم سکتی ہے۔ سلاخ کی لمبائی  $0.500m$  اور کمیت  $4.00 \text{ kg}$  ہے (شکل 50.11)۔ ساکن سلاخ کے ایک سر پر  $3.00 \text{ g}$  گولی افقی چلائی جاتی ہے۔ فضا کی جانب سے سلاخ کے ساتھ گولی کی راہ کا زاویہ  $\theta = 60.0^\circ$  پیش ہے (شکل 50.11)۔ اگر گولی سلاخ میں دھنسنے والے اور تصادم کے عین بعد سلاخ کی زاوی سستی رفتار  $10 \text{ rad s}^{-1}$  ہو، عین تصادم سے قبل گولی کی رفتار کیا ہو گی؟

سوال ۵.۵۴: ایک چھلا جو اپنے وسطی نقطہ کے گرد انتصابی محور پر گھوم سکتا ہے شکل 51.11 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا بیرونی رداس  $R_2 = 0.800 \text{ m}$  اور اندرونی رداس  $R_1 = R_2/2.00$  ہے۔ چھلے کی کمیت  $M = 8.00 \text{ kg}$  ہے، جبکہ دھرے اور چھلے کو دھرے کے ساتھ جھکنے والی تیلیوں کی کمیت متبادل نظر انداز ہے۔ گھیر کے بیرونی کنارے، رداس  $R_2$  پر کمیت  $m = M/4.00$  کی بلی بیٹھی ہے اور گھیر  $8.00 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ اگر بلی چل کر اندرونی رداس  $R_1$  کو پہنچے، بلی و گھیر نظام کی حرکت کی توانائی میں کتنا اضافہ ہو گا؟

سوال ۵.۵۵: اگر موفون کی پتلی، جس کی کمیت  $0.10 \text{ kg}$  اور رداس  $0.10 \text{ m}$  ہے، وسطی انتصابی محور پر  $4.7 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی رفتار سے گھوم رہی ہے۔ محور گھماؤ پر پتلی کا گھمیری جود  $5.0 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$  ہے۔ کمیت  $0.020 \text{ kg}$  کی لبدی اوپر سے گر کر پتلی کے کنارے پر چپک جاتی ہے۔ اس کے فوراً بعد پتلی کی زاوی رفتار کیا ہو گی؟

سوال ۵.۵۶: لمبی چھلانگ میں زمین سے اچھلتے وقت کھلاڑی کو زاوی معیار حرکت منتقل ہوتا ہے جو کھلاڑی کو آگے کی طرف گھما کر طے شدہ فاصلہ کم بناتا ہے۔ اس اثر کو کم کرنے کی عنرض سے کھلاڑی بازو سیدھے کر کے شکل 18.11 کی طرز پر گھما کر یہ زاوی معیار حرکت بازو کو منتقل کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ ایک بازو  $0.700 \text{ s}$  میں  $0.500$  چکر اور دوسرا  $1$  چکر مکمل کرتا ہے۔ بازو کو  $4.0 \text{ kg}$  کمیت کی  $0.60 \text{ m}$  لمبی سلاخ تصور کریں، جو ایک سرے کے گرد گھومتی ہے۔ کھلاڑی کی حوالہ چوکھٹ میں، کندھوں سے گزرتی مشترک محور پر بازو کا کل زاوی معیار حرکت کیا ہے؟

سوال ۵.۵۷: یکساں فطرص، جس کی کمیت  $10m$  اور رداس  $3.0r$  ہے انتصابی محور کے گرد گھوم سکتا ہے۔ دوسرا چھوٹا فطرص، جس کی کمیت  $m$  اور رداس  $r$  ہے، بڑے فطرص پر ہم مرکز رکھا گیا ہے۔ ابتدائی طور پر دونوں فطرص ایک ساتھ  $20 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی سستی رفتار سے گھومتے ہیں۔ معمولی بیرونی لرزش کی بنا چھوٹا فطرص بڑے فطرص پر پھسلتا ہے۔ آخر کار بڑے فطرص کے بیرونی کنارے میں چھوٹے فطرص کا بیرونی کنارہ پھنسن جاتا ہے۔ اس کے بعد دونوں فطرص دوبارہ (بغیر پھسلن) ایک ساتھ گھومتے ہیں۔ (ا) بڑے فطرص کے محور پر اب ان کی زاوی سستی رفتار کیا ہو گی؟ (ب) نظام کی نئی حرکت کی توانائی اور ابتدائی حرکت کی توانائی کی نسبت  $K/K_0$  کیا ہو گی؟

سوال ۵.۵۸: دائری فطرص کی شکل کا چپ بوترا وسطی انتصابی محور پر بلا رگڑ گھومتا ہے۔ چپ بوتراے کی کمیت  $150 \text{ kg}$ ، رداس  $2.0 \text{ m}$ ، اور محور گھماؤ کے گرد گھمیری جود  $300 \text{ kg m}^2$  ہے۔ ایک طالب علم جس کی کمیت  $60 \text{ kg}$

ہے چپ بوتے کے چکا سے دھرے کی جانب آہستہ آہستہ چلتا ہے۔ جس وقت طالب علم چکا پر بھتا، اگر اس وقت نظام کی زاوی رفتار  $1.5 \text{ rad s}^{-1}$  ہو، تب اس وقت زاوی رفتار کیا ہوگی جب طالب علم وسط سے  $0.50 \text{ m}$  فاصلے پر ہو؟

سوال ۵.۵۹: ایک سلاخ، جس کی کمیت  $M$  اور رداس  $0.800 \text{ m}$  ہے، وسطی انحصانی محور پر  $20.0 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے۔ ایک ذرہ، جس کی کمیت  $M/3.00$  ہے، اور جو سلاخ کے ایک سرے سے چپکا ہوا ہے، علیحدہ ہو کر اس لمحے سلاخ کو عمود دار راہ پر روانہ ہوتا ہے۔ خارج ہونے کے فوراً بعد، ذرے کی رفتار  $v_p$  سلاخ کے سر کی رفتار سے  $6.00 \text{ m s}^{-1}$  زیادہ ہے۔  $v_p$  تلاش کریں۔

سوال ۵.۶۰: ایک غیر یکساں سلاخ، جس کی کمیت  $0.50 \text{ kg}$  اور لمبائی  $0.60 \text{ m}$  ہے، ایک سرے سے لٹکایا گیا ہے۔ اس کے دوسرے سر کے ساتھ  $0.50 \text{ kg}$  سل باندھی گئی ہے (شکل 53.11)۔ سل پر  $1.0 \text{ g}$  گولی چلائی جاتی ہے۔ سل و سلاخ گولی نظام محور  $A$  کے گرد گھومتا ہے۔ محور  $A$  پر سلاخ کا گھمیری جھود  $0.060 \text{ kg m}^2$  ہے۔ سل کو ایک ذرہ تصور کریں جو عین سل کے سر پر واقع ہے۔ (i) محور  $A$  پر نظام کا گھمیری جھود کیا ہے؟ (ب) اگر عین تصادم کے بعد  $A$  پر نظام کی زاوی رفتار  $4.5 \text{ rad s}^{-1}$  ہو، عین تصادم سے قبل گولی کی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۵.۶۱: یکساں سلاخ (کمیت  $1.0 \text{ kg}$ ، لمبائی  $0.60 \text{ m}$ ) شکل 54.11 کے مستوی میں  $0.12 \text{ kg m}^2$  گھمیری جھود کے ساتھ، ایک سرے سے گزرتی محور پر گھومتا ہے۔ نشی نقطے سے گزرتے ہوئے سلاخ  $0.20 \text{ kg}$  لمبی سے ٹکراتی ہے، جو سلاخ کے سر سے چپک جاتی ہے۔ اگر عین تصادم سے قبل سلاخ کی زاوی رفتار  $2.4 \text{ rad s}^{-1}$  ہو، لمبی و سلاخ نظام کی زاوی رفتار عین تصادم کے بعد کیا ہوگی؟

سوال ۵.۶۲: نمائش گاہ میں بازگیر  $t = 1.87 \text{ s}$  میں چار تالابازیاں کھا کر ساتھی کو پہنچتا ہے۔ ابتدائی اور آخری چھوٹائی تالابازی کے دوران وہ جسم سیدھا رکھتا ہے (شکل 55.11)، اور اس کے مرکز کمیت (جس کو نقطے سے ظاہر کیا گیا ہے) پر گھمیری جھود  $I_1 = 19.9 \text{ kg m}^2$  ہے۔ پرواز کے باقی حصے میں وہ جسم کو زمین پر بیٹھنے کی صورت میں رکھتا ہے؛ اس دوران اس کا گھمیری جھود  $I_2 = 3.93 \text{ kg m}^2$  ہے۔ بیٹھے حالت میں اس کی زاوی رفتار  $\omega_2$  کیا ہوگی؟

سوال ۵.۶۳: انحصانی محور پر گھومنے کے متابل ساکن جھولا، جس کا رداس  $2.0 \text{ m}$  ہے، کے چکا پر  $30 \text{ kg}$  کمیت کا بچہ کھڑا ہے۔ محور گھلاؤ پر جھولے کا گھمیری جھود  $150 \text{ kg m}^2$  ہے۔ اس کا دوست  $1.0 \text{ kg}$  کمیت کا گیند اس کی طرف پھینکتا ہے۔ عین گیند پکڑنے سے قبل گیند کی سمتی رفتار  $\vec{v}$  افقی ہے اور اس کی رفتار  $12 \text{ m s}^{-1}$  ہے، اور جھولے کو ماسی لکیر کے ساتھ اس کا زاویہ  $\phi = 37^\circ$  ہے (جیسا شکل 56.11 میں دکھایا گیا ہے)۔ عین گیند پکڑنے کے بعد جھولے کی زاوی رفتار کیا ہوگی؟

سوال ۵.۶۴: ایک بازگیر، جس کی زاوی رفتار  $\omega_i$  ہے، کا گھمیری جھود دو حصوں پر مشتمل ہے: جسم کے لحاظ سے ایک ٹانگہ  $\theta = 90^\circ$  زاویہ پر رکھ کر، ٹانگہ کا گھمیری جھود  $I_1 = 1.44 \text{ kg m}^2$  ہے اور باقی جسم (جس کا میشر تھمتے پر مشتمل ہے) کا گھمیری جھود  $I_2 = 0.660 \text{ kg m}^2$  ہے (شکل 19a.11)۔ وہ جسم کے لحاظ سے دونوں ٹانگوں کا زاویہ  $\theta = 30.0^\circ$  کرتا ہے جس سے اس کی زاوی رفتار  $\omega_f$  ہو جاتی ہے (شکل 19b.11)۔ اگر  $I_2$  تبدیل نہ ہو، نسبت  $\omega_f/\omega_i$  کیا ہوگی؟

سوال ۵.۶۵: ایک پتلی سلاخ، جس کی کیت متابل نظر انداز ہے اور جس کی لمبائی 50 cm ہے، کے دونوں سر پر 2.0 kg کیت کا گیند باندھا گیا ہے۔ سلاخ بلا رگڑ وسطی نقطہ پر واقع افقی محور کے گرد گھوم سکتی ہے۔ افقی سلاخ کے سر پر بندھے گیند پر 50.0 g کیت کی لمبی  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے گر کر گیند سے چپک جاتی ہے (مشکل 57.11)۔ (i) عین اس لمحے کے بعد جب لمبی گیند پر گرتی ہے، نظام کی زاوی رفتار کیا ہو گی؟ (ب) تصادم کے بعد نظام کی حرکت توانائی اور تصادم سے قبل لمبی کی حرکت توانائی کی نسبت کیا ہو گی؟ (ج) نظام کتنا زاویہ گھوم کر لمحاتی رکھتا ہے؟

سوال ۵.۶۶: ہمارے سطح پر  $h = 20 \text{ cm}$  کی بلندی سے 50 g سل پھسل کر 100 g کیت کی پتلی یکاں سلاخ کے سر سے چپکتا ہے (مشکل 58.11)۔ سلاخ کی لمبائی 40 cm ہے اور نقطہ O پر گھوم کر زاویہ  $\theta$  تک پہنچ کر لمحاتی رکھتی ہے۔  $\theta$  تلاش کریں۔

سوال ۵.۶۷: پتلی یکاں سلاخ، جس کی کیت M اور لمبائی 0.600 m ہے، وسطی نقطہ O پر واقع انتقبالی محور کے گرد  $80.0 \text{ rad s}^{-1}$  زاوی رفتار سے خلاف گھڑی گھوم رہی ہے۔ شکل 59.11 میں اس کا فضائی جانبہ پیش کیا گیا ہے۔ ایک ذرہ، جس کی کیت  $M/3.00$  اور جو  $40.0 \text{ m s}^{-1}$  افقی خطی رفتار سے حرکت میں ہے، سلاخ سے ٹکرا کر اس کے ساتھ چپک جاتا ہے۔ تصادم کے لمحے پر ذرے کی راہ اور سلاخ آپس میں عمود دار ہیں، اور تصادم کے مقام کا فاصلہ سلاخ کے وسط سے d ہے۔ (i) تصادم کے بعد سلاخ اور ذرہ ساکن ہونے کی صورت میں d کیا ہو گا؟ (ب) اگر d اس قیمت سے زیادہ ہو، تصادم کے بعد سلاخ اور ذرے کی زاوی رفتار کار کیا ہو گا؟

## مسکن چپرنی کی استقبالی حرکت

سوال ۵.۶۸: انتصاب سے  $30^\circ$  زاویے پر محور کے گرد لٹو 30 چپرنی منٹ کی زاوی رفتار سے گھومتا ہے۔ لٹو کی کیت 0.50 kg، محور گھماؤ پر اس کا گھمیری جمود  $10^{-4} \text{ kg m}^2 \times 5.0$ ، اور نقطہ چول سے اس کا مرکز کیت 4.0 cm فاصلے پر ہے۔ فضائی جانبہ لیتے ہوئے اس کا رخ گھڑی وار ہے۔ (i) اس کا استقبالی حرکت کی شرح کیا ہو گی اور (ب) فصائے دیکھتے ہوئے استقبالی حرکت کار کیا ہو گا؟

سوال ۵.۶۹: یکاں مترص، جس کا رداس 50 cm ہے، کے وسط پر بلا کیت دھرا نرب کر کے مسکن چپرنی بنائی گئی ہے۔ دھرے کی لمبائی 11 cm ہے۔ دھرا افقی ہے اور اس کا ایک سر نیک پر ہے۔ اگر چپکر کی شرح 1000 چپرنی منٹ ہو، استقبالی حرکت کی شرح کیا ہو گی؟

## اضافی سوال

سوال ۵.۷۰: یکاں ٹھوس گیند سطح پر ہموار لڑھک کر  $15^\circ$  زاویے کے میلان پر چپڑھتا ہے۔ میلان پر 1.50 m لڑھکنے کے بعد گیند لمحاتی رکتا ہے۔ گیند کی ابتدائی رفتار کیا ہے؟

سوال ۵.۷۱: یکاں ٹھوس سیلن کے گرد ڈور لپیٹ کر 12 N کی متدر کی مستقل افقی قوت  $\vec{F}$  سے کھینچی جاتی ہے (مشکل 60.11)۔ سیلن کی کیت 10.0 kg اور رداس 0.10 m ہے، اور یہ افقی سطح پر ہموار لڑھکتا ہے۔ (i) سیلن کے

مسرکز کیفیت کے زاوی اسراع کی مقدار کیا ہے؟ (ب) مسرکز کیفیت پر سیلن کے زاوی اسراع کی مقدار کیا ہے؟ (ج) اکائی سمتیہ ترتیم میں، سیلن پر گرڑی قوت کیا ہے؟

سوال ۵.۷۲: باریک چادر سے بنایا گیا پائپ مندرش پر لڑھکتا ہے۔ لمبائی کے ہمراہ وسطی محور پر اس کی مستقیم حرکت کی توانائی اور گھمیری حرکت کی توانائی کی نسبت تلاش کریں۔

سوال ۵.۷۳: محور  $x$  پر کیفیت  $3.0 \text{ kg}$  کی کھلونا گاڑی سستی رفتار  $-2.0t^3 \hat{i} \text{ m s}^{-1}$  سے حرکت میں ہے، جہاں  $t$  سیکنڈ میں ہے۔ مبداء کے لحاظ سے  $t > 0$  کے لئے (ا) گاڑی کا زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  اور (ب) گاڑی پر قوت مسرورہ  $\vec{\tau}$  تلاش کریں۔ نقطہ  $(2.0 \text{ m}, 5.0 \text{ m}, 0)$  پر (ج)  $\vec{L}$  اور (د)  $\vec{\tau}$  تلاش کریں۔ نقطہ  $(2.0 \text{ m}, -5.0 \text{ m}, 0)$  پر (ه)  $\vec{L}$  اور (و)  $\vec{\tau}$  تلاش کریں۔

سوال ۵.۷۴: وسطی محور پر ایک پہیا زاوی معیار حرکت  $600 \text{ kg m}^2$  کے ساتھ گھڑی وار گھومتا ہے۔ وقت  $t = 0$  پر، پہیہ کارخ الٹ کرنے کی عرض سے پہیہ پر  $50.0 \text{ N m}$  قدر کی قوت مسرورہ لگاؤ کی جاتی ہے۔ کس لمحے  $(t)$  پہیہ کی زاوی رفتار صفر ہوگی؟

سوال ۵.۷۵: کھیل کے میدان میں ایک چھوٹا جھولا ہے جو انتہائی محور پر گھومتا ہے۔ جھولے کا رداس  $1.20 \text{ m}$  اور کیفیت  $180 \text{ kg}$  ہے۔ اس کا رداس دو در (باب ۴ میں سوال ۴.۷۹ دیکھیں)  $91.0 \text{ cm}$  ہے۔ ایک بچہ جس کی کیفیت  $44.0 \text{ kg}$  ہے، ساکن جھولے کے چکا کو عمود دار راہ پر  $3.00 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے دوڑ کر جھولے پر چھلانگ لگا کر چڑھتا ہے۔ جھولے کے دھرے کی رگڑ نظر انداز کریں۔ (ا) دھرے پر جھولے کا گھمیری وجود کیا ہے، (ب) دھرے کے لحاظ سے دوڑتے ہوئے بچے کے زاوی معیار حرکت کی مقدار کیا ہے، اور (ج) جھولے پر چڑھنے کے بعد جھولے اور بچے کی زاوی رفتار کیا ہے؟

سوال ۵.۷۶: سنگ غارا کی یکساں سل کی شکل کتاب کی طرح ہے۔ سل کی لمبائی  $20 \text{ cm}$ ، چوڑائی  $15 \text{ cm}$ ، اور موٹائی  $1.2 \text{ cm}$  ہے۔ سنگ غارا کی کثافت (کیٹ فی اکائی حجم)  $2.64 \text{ g cm}^{-3}$  ہے۔ سل کی وسط سے ایک کونے تک نصف فاصلے پر واقع سل کے رخ کو عمودی محور کے گرد سل گھوم سکتی ہے۔ اس محور پر سل کا زاوی معیار حرکت  $0.104 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$  ہے۔ محور پر اس کی گھمیری حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۵.۷۷: دو ذرے جن کی کمیتیں  $2.90 \times 10^{-4} \text{ kg}$  ہیں مخالف رخ  $5.46 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے متوازی راہ پر چلتے ہیں۔ راہوں کے بیچ فاصلہ  $4.20 \text{ cm}$  ہے۔ (ا) دورا کے بیچ وسطی نقطہ کے لحاظ سے دو ذروں کی نظام کی زاوی معیار حرکت کی مقدار  $L$  کیا ہے؟ (ب) کیا کسی دوسرے نقطہ کے لحاظ سے زاوی معیار حرکت کی قیمت مختلف ہوگی؟ اگر ایک ذرے کا رخ الٹ کر دیا جائے، (ج) جبزوا، اور (د) جبزوب کے جواب کیا ہوں گے؟

سوال ۵.۷۸: ایک پہیا، جس کا رداس  $0.250 \text{ m}$  اور ابتدائی رفتار  $43.0 \text{ m s}^{-1}$  ہے،  $225 \text{ m}$  فاصلہ طے کرنے کے رکتا ہے۔ (ا) اس کے خطی اسراع اور (ب) زاوی اسراع کی مقدار کیا ہے؟ وسطی محور پر اس کا گھمیری وجود  $0.155 \text{ kg m}^2$  ہے۔ پہیہ پر گرڑی بدولت قوت مسرورہ تلاش کریں۔

سوال ۵.۷۹: پہیا  $A$  اور  $B$  کو ایک پٹہ ملاتا ہے، جو پھسلتا نہیں ہے۔  $B$  کا رداس  $A$  کے رداس کا تین گنا ہے۔ (ا) اگر دونوں پہیوں کا اپنے اپنے وسطی محور پر زاوی معیار حرکت ایک جتنا ہو اور (ب) اگر ان کی گھمیری حرکت کی توانائی ایک



جتنی ہو، تب گھمیری جمود کی نسبت  $I_A/I_B$  کی ہوگی؟

سوال ۵.۸۰: ایک ذرہ، جس کی کمیت  $2.50 \text{ kg}$  اور منرشن پرافتی سمتی رفتار  $\hat{j}(-3.00 \text{ m s}^{-1})$  ہے، کا مکمل غیر لچکی تصادم دوسرے ذرے کے ساتھ ہوتا ہے، جس کی کمیت  $4.00 \text{ kg}$  اور منرشن پرافتی سمتی رفتار  $\hat{i}(4.50 \text{ m s}^{-1})$  ہے۔ تصادم کے معتام کا محدد  $(-0.100 \text{ m}, -0.500 \text{ m})$  ہے۔ تصادم کے بعد، اکائی سمتیہ ترتیم میں، مبداء کے لحاظ سے، آپس میں چسپاں ذروں کا زاوی معیار حرکت تلاش کریں۔

سوال ۵.۸۱: ایک پہیا، جس کی کمیت  $10.0 \text{ kg}$  اور رداس  $0.400 \text{ m}$  ہے، کے وسط پر بلا کمیت دھرا استوار (جھکڑ کر) نسب ہے (شکل 62.11)۔ دھرے کا رداس  $0.200 \text{ m}$ ، اور دھرے پر پیپے دھرے کا گھمیری جمود  $0.600 \text{ kg m}^2$  ہے۔ نق کے ساتھ  $\theta = 30.0^\circ$  میلان کے منراز پر پہیا ابتدائی طور پر ساکن رکھا جاتا ہے۔ دھرا میلان کی سطح مس کرتا ہے جبکہ پہیا سطح میں بنی جھری کے اندر، سطح مس کیے بغیر، چلتا ہے۔ رہائی کے بعد، دھرا بغیر پھلے، میلان پر ہموار لڑھک کر اترتا ہے۔ سطح پر  $2.00 \text{ m}$  چلنے کے بعد، پہیا دھرے کے نظام کی (ا) گھمیری حرکت کی توانائی اور (ب) مستقیم حرکت کی توانائی کیا ہوگی؟

سوال ۵.۸۲: ایک سربرا انتصابی محور کے گرد یکساں صلاح افقی مستوی میں گھومتا ہے۔ صلاح کی لمبائی  $6.00 \text{ m}$  اور وزن  $10.0 \text{ N}$  ہے، اور اس کی زاوی رفتار  $240$  چکر فی منٹ ہے۔ (ا) محور گھاو پر اس کا گھمیری جمود اور (ب) اس محور پر زاوی معیار حرکت کی قدر کیا ہوگی؟

سوال ۵.۸۳: ٹھوس کرہ، جس کا وزن  $36.0 \text{ N}$  ہے،  $30.0^\circ$  میلان پر لڑھک کر چڑھتا ہے۔ میلان پر روانا ہونے سے قبل کرہ کے مرکز کمیت کی مستقیم رفتار  $4.90 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ (ا) یہاں کرہ کی حرکت کی توانائی کیا ہے؟ (ب) میلان پر چڑھتے ہوئے کرہ کتنا فاصلہ طے کرتا ہے؟ (ج) کیا جزوب کا جواب کرہ کی کمیت پر منحصر ہے؟

سوال ۵.۸۴: منرض کریں سوال ۵.۸۱ میں ڈوری دار لٹورہا کرنے کے بجائے ڈور پر نیچے رخ  $1.3 \text{ m s}^{-1}$  رفتار سے پھیکا جاتا ہے۔ (ا) ڈور کے اختتام تک لٹو کتنے دیر میں پہنچے گا؟ (ب) ڈور کے اختتام پر پہنچتے وقت اس کی (ب) کل حرکت کی توانائی، (ج) خطی رفتار، (د) مستقیم حرکت کی توانائی، (و) زاوی رفتار، اور (و) گھمیری حرکت کی توانائی کیا ہیں؟

سوال ۵.۸۵: ساکن جھولے پر، جس کا رداس  $R$  اور گھمیری جمود  $I$  ہے، کے چکا پر کمیت  $M$  کی لڑکی کھڑی ہے۔ جھولا انتصابی محور پر گھوم سکتا ہے۔ جھولے کے چکا کو مماسی رخ، لڑکی کمیت  $m$  کا پتھر افقی پھینکتی ہے۔ زمین کے لحاظ سے پتھر کی رفتار  $v$  ہے۔ پتھر پھینکنے کے بعد (ا) جھولے کی زاوی رفتار اور (ب) لڑکی کی خطی رفتار کیا ہیں؟

سوال ۵.۸۶: افقی سطح پر رداس  $R$  اور کمیت  $m$  کا جسم  $v$  رفتار سے ہموار لڑھک رہا ہے۔ اس کے بعد جسم میلان پر  $h$  بلندی تک چڑھ پاتا ہے۔ (ا) اگر  $h = 3v^2/4g$  ہو، جسم کے مرکز کمیت سے گزرتی محور پر جسم کا گھمیری جمود کیا ہے؟ (ب) جسم کی شکل کیا ہو سکتی ہے؟



## باب ۶

# توازن اور لچک

### ۶.۱ توازن

مقاصد

اس حصہ کو پڑھ کر آپ ذیل کے نتائج ہوں گے۔

۱. توازن اور سکونی توازن میں فرق کرپائیں گے۔

۲. سکونی توازن کے چار شرائط جان پائیں گے۔

۳. مرکز ثقل اور اس کا مرکز کیت سے تعلق سمجھ پائیں گے۔

۴. ذروں کی دی گئی تقسیم کے لئے مرکز ثقل اور مرکز کیت کے محدود حساب کرپائیں گے۔

کلیدی تصویر

• استوار جسم جب ساکن ہو، وہ سکونی توازن میں ہوگا۔ ایسے جسم کے لئے، جسم پر بیرونی قوتوں کا مجموعہ صفر ہوگا۔

$$\vec{F}_{\text{نتی}} = 0 \quad (\text{قوتوں کا توازن})$$

اگر تمام قوت  $xy$  مستوی میں ہوں، یہ مساوات ذیل دو جزوی مساوات کی معادل ہوگی۔

$$F_{\text{نتی},y} = 0 \quad \text{اور} \quad F_{\text{نتی},x} = 0 \quad (\text{قوتوں کا توازن})$$

• سکونی توازن سے مراد یہ بھی ہے کہ کسی بھی نقطے کے لحاظ سے جسم پر بیرونی قوت سرورڈ کا مجموعہ صفر ہو

گا:

$$\vec{\tau}_{\text{صافی}} = 0 \quad (\text{قوت مسروڑ کا توازن})$$

اور اگر تمام قوت  $\vec{F}_i$  مستوی میں ہوں تب تمام قوت مسروڑ سمیت محور  $z$  کو متوازی ہوں گے، اور قوت مسروڑ کے توازن کی مساوات ذیل یک جزوی مساوات کی معادل ہوگی۔

$$\tau_{\text{صافی}} = 0 \quad (\text{قوت مسروڑ کا توازن})$$

• تجاذبی قوت جسم کے ہر ذرے پر انفرادی عمل کرتی ہے۔ تمام انفرادی اعمال کا صافی اثر جاننے کے لئے مرکز کیت پر معادل تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$  فرض کرنی ہوگی۔ اگر جسم کے تمام ٹکڑوں پر ثقلی اسراع  $\vec{g}$  ایک ہو، ثقلی مرکز جسم کے مرکز کیت پر ہوگا۔

### ۶.۱.۱ طبیعیات کیا ہے؟

انسانی بنائی چیزیں، لاگو قوتوں سے قطع نظر، مستحکم تصور کی جاتی ہیں۔ تجاذبی قوت اور ہوائی قوتوں کے باوجود ہم توقع کرتے ہیں کہ عمارت کھڑی رہے گی، اور پل سمندر میں گرے گا نہیں۔

طبیعیات کے مرکز توجہ وہ حقیقت ہے جو عمل پسیر قوتوں کے باوجود جسم کو مستحکم رکھتا ہے۔ اس باب میں استحکام کے دو نقطہ نظر پر غور کیا جائے گا: استوار جسم پر عمل پسیر قوت اور قوت مسروڑ کا توازن اور ناستوار اجسام کی پلک، جس پر اجسام کا منحنی ہونا منحصر ہے۔ اگر طبیعیات درست کی جائے، اس پر انجینئری اور طبیعیات کے جبریدوں میں لاتعداد مضامین لکھے جائیں گے، اگر غلط کی جائے، اخبار کا سرنامہ بنے گا اور فوٹوئی کارروائی ہوگی۔

### توازن

ذیل اجسام پر غور کریں: (1) میز پر پڑی ساکن کتاب، (2) بلا رگڑ سطح پر مستقل سمتی رفتار سے حرکت پذیر مٹرس، (3) چھت کے پتکے کے چکر کھاتے پڑ، اور (4) سیدھی راہ پر چلتے سائیکل کا پہاڑیا۔ ان چار اجسام کے لئے

۱. مرکز کیت کا خطی معیار حرکت  $\vec{P}$  ایک مستقل ہے۔

۲. مرکز کیت یا کسی دوسرے نقطہ کے لحاظ سے ان کا زاوی معیار حرکت  $\vec{L}$  بھی ایک مستقل ہے۔

ہم کہتے ہیں یہ جسم توازن میں ہیں۔ یوں توازن کے دو شرائط ذیل ہیں۔

$$\vec{P} = \text{مستقل} \quad \text{اور} \quad \vec{L} = \text{مستقل} \quad (۶.۱)$$

اس باب میں ہم صرف ان صورتوں پر غور کرتے ہیں جہاں مساوات ۶.۱ میں مستقل کی قیمت صفر ہو؛ یعنی ہم ان اجسام میں دلچسپی رکھتے ہیں جو حوالہ چوکھٹ کے لحاظ سے ساکن ہوں؛ خطی سکون اور گھمیری سکون میں ہم دلچسپی رکھتے ہیں۔

ایسے اجسام سکونی توازن<sup>۲</sup> میں ہوں گے۔ باب کے آغاز میں چار اجسام میں صرف میز پر پڑی کتاب سکونی توازن میں ہے۔

شکل 1.12 میں دکھائی گئی چٹان، فی الحال، سکونی توازن میں ہے۔ صاحب، پل، گھر، وغیرہ بھی سکونی توازن میں ہیں؛ یہ وقت گزرنے کے باوجود ساتھ ساکن رہتے ہیں۔

جیسا ہم حصہ 3.8 میں ذکر کر چکے، اگر سکونی توازن سے قوت کے بل بوتے پر نکلے جانے کے بعد جسم واپس سکونی توازن کو لوٹے، ہم کہتے ہیں یہ جسم مستحکم سکونی توازن میں ہے۔ نصف کرہ کے تل میں رکھا گیا نیچا اس کی ایک مثال ہے۔ اس کے برعکس، اگر چھوٹی قوت جسم کو ہلا کر توازن ختم کر پائے، جسم غیر مستحکم سکونی توازن میں ہوگا۔

زنجیرے اثر۔ فرض کریں ہم ایک اینٹ یوں کھڑی کریں کہ اس کا مرکز کیت عین ایک کنارے کے اوپر ہو (شکل 2a.12)۔ تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$  کا خط عمل اسی کنارے سے گزرتا ہے لہذا اس کنارے پر  $\vec{F}_g$  کی قوت سرورض صفر ہوگی۔ اینٹ توازن میں ہے۔ معمولی اضطراب اس توازن کو برباد کر دیگا۔ جیسے ہی  $\vec{F}_g$  کا خط عمل کنارے سے ایک طرف ہو (شکل 2b.12)،  $\vec{F}_g$  کی پیدا کردہ قوت سرورض اینٹ کو اس طرف گھمائے گی۔ یوں شکل 2a.12 میں اینٹ غیر مستحکم توازن میں ہے۔

شکل 2c.12 میں اینٹ اتنی غیر مستحکم نہیں۔ اینٹ گرانے کے لئے ضروری ہے کہ قوت اینٹ اتنی گھمائے کہ اینٹ کا مرکز کیت کنارے کو پار کر جائے۔ معمولی قوت اس اینٹ کو نہیں گرا سکتی، تاہم انٹلی سے جھٹکا دے کر اسے گرایا جاسکتا ہے۔ (ایسٹوں کو قطار میں کھڑا کر کے، پہلی اینٹ کو جھٹکا دے کر گرانے سے تمام اینٹیں گرانی جاسکتی ہیں۔)

سلا۔ شکل 2d.12 میں دکھایا گیا سلا مزید زیادہ مستحکم ہے۔ مرکز کیت کو سلا کے کنارے کی دوسری طرف لی جانے کے لئے مرکز کیت کو کافی زیادہ دور لے جانا ہوگا۔ انٹلی کا جھٹکا سلا کا پاس نہیں پلا سکتا۔ (اسی لئے سلا قطار میں رکھ کر زنجیری اثر پیدا نہیں کیا جاسکتا۔) شکل 3.12 میں شہتیر پر بیٹھا مسرور سلا کی مانند جبکہ اس پر کھڑا مسرور اینٹ کی مانند ہوگا (جس کو ہوا کا جھٹکا نیچے لاسکتا ہے)۔

سکونی توازن اطلاقی انجینئری کے لئے بہت ضروری ہے۔ تخلیق کار تمام بیرونی قوت اور قوت سرورض کی نشاندہی کر کے، بہتر ترازیب اور مواد استعمال کر کے، یقینی بناتا ہے کہ ان کی موجودگی کے باوجود عمارت یا مشین مستحکم رہے۔ یوں پل کا نقش تیار کرتے وقت تخلیق کار تفصیلی تجزیہ کر کے یقینی بناتا ہے کہ پل پر آمدورفت اور ہوائی قوتوں کو پل سہ سکے۔

### توازن کے شرائط

جسم کی مستقیم حرکت، خطی معیار حرکت کے روپ میں نیوٹن کے قانون دوم کو، جو (ذیل) مساوات 27.9 دیتی ہے، مطمئن کرتی ہے۔

$$\vec{F}_{\text{نتی}} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (۶.۲)$$

اگر جسم مستقیم توازن میں ہو، یعنی اگر  $\vec{P}$  ایک مستقل ہو، تب  $d\vec{P}/dt = 0$  ہوگا لہذا لازماً درج ذیل ہوگا۔

$$\vec{F}_{\text{صافی}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت}) \quad (۶.۳)$$

جسم کی گھمیری حرکت، زاوی معیار حرکت کے روپ میں نیوٹن کے قانون دوم کو، جو (ذیل) مساوات ۵.۲۹ دیتی ہے، مطبق کرتی ہے۔

$$\vec{\tau}_{\text{صافی}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (۶.۴)$$

اگر جسم گھمیری توازن میں ہو، یعنی اگر  $\vec{L}$  ایک مستقل ہو، تب  $d\vec{L}/dt = 0$  ہوگا لہذا لازماً درج ذیل ہوگا۔

$$\vec{\tau}_{\text{صافی}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت مسروڑ}) \quad (۶.۵)$$

یوں جسم کا توازن میں ہونے کے لئے ذیل دو شرائط ہیں۔

۱. جسم پر تمام بیرونی قوتوں کا سستی مجموعہ صفر ہونا لازم ہے۔

۲. ہر ممکن نقطہ کے لحاظ سے، جسم پر بیرونی قوت مسروڑ کا سستی مجموعہ صفر ہونا لازم ہے۔

ہاں یہ شرائط کوئی توازن کے لئے بھی ہیں۔ یہ شرائط عمومی صورت کے لئے بھی درست ہیں، جہاں  $\vec{P}$  اور  $\vec{L}$  مستقل ضرور لیکن غیر صفر ہوں۔

مساوات ۶.۳ اور مساوات ۶.۵، بطور سستی مساوات، درحقیقت (ذیل) تین تین جزوی مساوات کی معادل ہیں۔

$$\begin{array}{cc} \text{متوازن قوت مسروڑ} & \text{متوازن قوت} \\ F_{\text{صافی},x} = 0 & \tau_{\text{صافی},x} = 0 \\ F_{\text{صافی},y} = 0 & \tau_{\text{صافی},y} = 0 \\ F_{\text{صافی},z} = 0 & \tau_{\text{صافی},z} = 0 \end{array} \quad (۶.۶)$$

اصل مساوات۔ ہم صرف ان صورتوں پر غور کرتے ہیں جس میں جسم پر لاگو قوت  $xy$  مستوی میں پائے جاتے ہیں۔ یوں مسئلہ کم پیچیدہ ہوگا۔ اس طرح جسم پر عمل پیرا قوت صرف محور  $z$  کی متوازی محور کے گرد جسم گھما سکتے ہیں۔ اس مفروضے کے ساتھ مساوات ۶.۶ میں سے قوت کی ایک مساوات اور قوت مسروڑ کی دو مساوات سے چھکارا حاصل ہوگا۔ یوں ذیل باقی رہتی ہیں۔

$$F_{\text{صافی},x} = 0 \quad (۶.۷)$$

$$F_{\text{صافی},y} = 0 \quad (۶.۸)$$

$$\tau_{\text{صافی},z} = 0 \quad (۶.۹)$$

یہاں،  $z$ ، صافی قوت سرور ہے جو محور  $z$  یا اس کے متوازی کسی محور پر بیرونی قوت پیدا کرتی ہیں۔

جی ہوئی برف پر مستقل سستی رفتار سے حرکت کرتا مقرر صاوات ۶.۷، صاوات ۶.۸، اور صاوات ۶.۹ مطمئن کرتا ہے، لہذا یہ توازن میں ہوگا، تاہم یہ سکونی توازن میں ہرگز نہیں۔ سکونی توازن کے لئے مقرر صا خطی معیار حرکت  $\vec{P}$  ایک مستقل ہونے کے ساتھ ساتھ صفر ہونا لازم ہے؛ مقرر صا کا جی ہوئی برف پر ساکن ہونا لازم ہے۔ سکونی توازن کے لئے درج ذیل شرط بھی لازم ہے۔

جسم کے خطی معیار حرکت  $\vec{P}$  کا صفر ہونا لازم ہے۔

### آزمائش ۱

یکساں سلاخ، جس پر سلاخ کو عمود دار دو یا دو سے زیادہ قوت عمل کرتی ہیں، کے چھ فضائی نظارے شکل؟؟ میں پیش ہیں۔ قوتوں کی قدریں (غیر صفر رکھ کر اور) تبدیل کر کے کون کوئی سلاخ سکونی توازن میں لائی جاسکتی ہیں؟

### سرکز ثقل

جسم پر تجاذبی قوت، جسم کے انفرادی ٹکڑوں (جوہر) پر تجاذبی قوتوں کا سمتی مجموعہ ہوگا۔ انفرادی ٹکڑوں کی بات کرتے ہوئے ہم ذیل کہتے ہیں۔

جسم پر تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$  ”عملاً“ جسم کے مرکز ثقل  $\vec{r}_g$  پر عمل کرتی ہے۔

یہاں لفظ ”عملاً“ کا مطلب یہ ہے کہ اگر کسی طرح انفرادی ٹکڑوں پر تجاذبی قوت ختم کر دی جائے اور تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$  جسم کے مرکز ثقل پر پیدا کر دی جائے، جسم پر صافی قوت اور (کسی بھی محور کے لحاظ سے) جسم پر صافی قوت سرور تبدیل نہیں ہوں گی۔

اب تک، ہم فرض کرتے رہے ہیں کہ تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$  جسم کے مرکز کیت پر عمل کرتی ہے، جو اس کے مترادف ہے کہ ہم کہیں جسم کا مرکز ثقل جسم کے مرکز کیت پر پایا جاتا ہے۔ یاد کریں، کیت  $M$  جسم پر تجاذبی قوت  $\vec{F}_g = M\vec{g}$  عمل کرتی ہے، جہاں  $\vec{g}$  جسم کا وہ اسراع ہے جو جسم پر  $\vec{F}_g$  لاگو کرنے سے پیدا ہوگا۔ نیچے دیے گئے ثبوت میں ہم ذیل ثابت کریں گے۔

اگر جسم کے تمام ٹکڑوں کے لئے  $\vec{g}$  ایک ہو، جسم کا مرکز ثقل اور جسم کا مرکز کیت ایک نقطہ پر ہوں گے۔

سطح زمین پر  $\vec{g}$  کی قدر بہت کم تبدیل ہوتی ہے اور (عام زندگی میں جن بلند یوں سے ہمیں واسطہ پڑتا ہے ان) بلندی کے ساتھ  $\vec{g}$  کی قدر زیادہ تبدیل نہیں ہوتی لہذا روزمرہ اشیاء کے لئے درج بالا تخمینہ درست ہوگا۔ یوں چوبیس یا پینیس

کے لئے تجاذبی قوت کا ان کے مرکز کیت پر عمل پیرا ہونا مندرجہ ذیل ثبوت کے بعد ہم اسی مفروضے پر چلیں گے۔

### ثبوت

ہم جسم کے انفرادی ٹکڑوں پر پہلے غور کرتے ہیں۔ شکل 4a.12 میں وسیع جسم، جس کی کیت  $M$ ، اور جسم کا ایک چھوٹا ٹکڑا جس کی کیت  $m_i$  ہے، پیش ہے۔ ہر ٹکڑے پر تجاذبی قوت  $\vec{F}_{gi}$ ، جو  $m_i \vec{g}_i$  کے برابر ہے، عمل کرتی ہے۔  $\vec{g}_i$  میں زیر نوشت کہتی ہے  $\vec{g}_i$  ٹکڑا  $i$  کے مقام پر ثقلی اسراع ہے (دیگر ٹکڑوں کے لئے اس کی قیمت مختلف ہو سکتی ہے)۔

شکل 4a.12 میں ہر ایک ٹکڑے پر قوت  $\vec{F}_{gi}$  عمل کر کے، مبداء  $O$  کے لحاظ سے ٹکڑے پر قوت مسروڑ  $\tau_i$ ، جس کا معیار اثر کا بازو  $x_i$  ہے، پیدا کرتی ہے۔ مساوات ۴.۴۱ ( $\tau = r_{\perp} F$ ) کی راہ نمائی میں ہم ہر ایک قوت مسروڑ  $\tau_i$  ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۶.۱۰) \quad \tau_i = x_i F_{gi}$$

یوں، جسم کے تمام ٹکڑوں پر صافی قوت مسروڑ ذیل ہوگی۔

$$(۶.۱۱) \quad \tau_{\text{صافی}} = \sum \tau_i = \sum x_i F_{gi}$$

اب، پورا جسم لیتے ہیں۔ شکل 4b.12 میں جسم کے مرکز ثقل پر تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$  عمل کرتا دکھایا گیا ہے۔ مبداء  $O$  کے لحاظ سے اس قوت کا معیار اثر کا بازو مرکز کیت  $x$  اور جسم پر پیدا قوت مسروڑ  $\tau$  ہے۔ مساوات ۴.۴۱ دوبارہ استعمال کر کے یہ قوت مسروڑ ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(۶.۱۲) \quad \tau = x \text{ مرکز ثقل } F_g$$

جسم پر تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$ ، جسم کے تمام ٹکڑوں پر تجاذبی قوت  $\vec{F}_{gi}$  کا مجموعہ ہوگا۔ یوں مساوات ۶.۱۲ میں  $F_g$  کی جگہ  $\sum F_{gi}$  ڈال کر ذیل لکھا جائے گا۔

$$(۶.۱۳) \quad \tau = x \sum \text{مرکز ثقل } F_{gi}$$

یاد کریں، مرکز ثقل پر عمل پیرا قوت  $\vec{F}_g$  سے پیدا قوت مسروڑ اس صافی قوت مسروڑ کے برابر ہو گا جو جسم کے تمام ٹکڑوں پر عمل پیرا قوت  $\vec{F}_g$  پیدا کرتی ہیں۔ (مرکز ثقل کی تعریف یہی ہے۔) یوں مساوات ۶.۱۳ کا  $\tau$ ، مساوات ۶.۱۱ کے  $\tau$  کے برابر ہے۔ دونوں مساوات کو برابر کر ڈال لکھا جاسکتا ہے۔

$$\sum \text{مرکز ثقل } F_{gi} = \sum x_i F_{gi}$$

$F_{gi}$  کی جگہ  $m_i g_i$  ڈال کر ذیل حاصل ہوگا۔

$$(۶.۱۴) \quad \sum \text{مرکز ثقل } m_i g_i = \sum x_i m_i g_i$$



اب کلیدی تصویر پیش کرتے ہیں: اگر ٹکڑوں کا معتمات پر اسراع  $g_i$  ایک ہو، ہم  $g_i$  منسوخ کر کے ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$(۶.۱۵) \quad \sum m_i = \sum x_i m_i \quad \text{مركز ثقل } x$$

تمام ٹکڑوں کی کمیتوں کا مجموعہ  $\sum m_i$  جسم کی کمیت  $M$  دیتا ہے۔ یوں مساوات ۶.۱۵ ذیل لکھی جاسکتی ہے۔

$$(۶.۱۶) \quad \text{مركز ثقل } x = \frac{1}{M} \sum x_i m_i$$

اس مساوات کا دایاں ہاتھ جسم کے مرکز ثقل (مساوات 4.9) کا محدود مرکز ثقل  $x$  دیتی ہے۔ یوں ثبوت مکمل ہوتا ہے۔ اگر جسم کے تمام ٹکڑوں کے معتمات پر تحب ذبی اسراع ایک ہو، جسم کا مرکز ثقل اور مرکز کمیت مماثل ہوں گے۔

$$(۶.۱۷) \quad \text{مركز کمیت } x = \text{مركز ثقل } x$$

## ۶.۲ سکونی توازن کی چند مثالیں

مقاصد

اس حصہ کو پڑھنے کے بعد آپ ذیل کے مقابل ہوں گے۔

۱. سکونی توازن کے لئے قوت اور قوت سروڑ کی شرائط کا اطلاق کر پائیں گے۔

۲. سمجھ پائیں گے کہ مبدأ (جس کے لحاظ سے قوت سروڑ کا حساب کیا جائے گا) کا معتمات سوچ سمجھ کر منتخب کرنے سے ایک یا ایک سے زیادہ نامعلوم قوت کو قوت سروڑ کی مساوات سے خارج کرنا ممکن ہوگا، جس سے قوت سروڑ کا حساب آسان ہوگا۔

کلیدی تصویر

• جب استوار جسم ساکن حالت میں ہو، ہم کہتے ہیں وہ سکونی توازن میں ہے۔ ایسے جسم کے لئے، جسم پر بیرونی قوتوں کا سمعی مجموعہ صفر کے برابر ہوگا۔

$$\vec{F}_{\text{نی}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت})$$

اگر تبا قوت  $x, y$  مستوی میں ہوں، درج بالا سمعی مساوات ذیل دو جزوی مساوات کے مترادف ہو گی۔

$$F_{\text{نی},x} = 0 \quad \text{اور} \quad F_{\text{نی},y} = 0 \quad (\text{متوازن قوت})$$

• سکونی توازن سے یہ بھی مراد ہے کہ، کسی بھی نقطہ کے لحاظ سے، جسم پر بیرونی قوت سروڑ کا سمعی مجموعہ صفر کے برابر ہوگا۔

$$\vec{\tau}_{\text{نی}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت سروڑ})$$

اگر بیرونی قوت  $xy$  مستوی میں ہوں، تمام قوت سرورز محور  $z$  کے متوازی ہوں گی، اور درج بالا سمتی مساوات ذیل جبزوی مساوات کی مائل ہوگی۔

$$\tau_{z, \text{مائل}} = 0 \quad (\text{متوازن قوت سرورز})$$

### سکوئی توازن کی چند مثالیں

یہاں ہم سکوئی توازن کے کئی نمونی مسائل پر غور کریں گے۔ ہر مسئلے میں ایک یا ایک سے زیادہ اجسام پر مبنی نظام منتخب کر کے توازن کی مساوات (مساوات ۶.۷، مساوات ۶.۸، اور مساوات ۶.۹) کا اطلاق کریں گے۔ تمام قوت  $xy$  مستوی میں ہیں لہذا قوت سرورز  $z$  محور کو متوازی ہوں گے۔ یوں، مساوات ۶.۹ کا اطلاق کرتے ہوئے، ہم محور  $z$  کے متوازی قوت سرورز کی محور منتخب کرتے ہیں۔ اگرچہ محور  $z$  کے متوازی ہر محور پر مساوات ۶.۹ کا اطلاق ممکن ہے، جیسا آپ دیکھیں گے، بعض محور کے انتخاب کی صورت میں ایک یا ایک سے زیادہ نامعلوم قوت خارج ہوں گی، جس کی بدولت مساوات ۶.۹ کا حل نسبتاً آسان ہوگا۔

آزمائش ۲

کیاں سلاخ، جو سکوئی توازن میں ہے، کا فضائی جابزہ شکل؟؟ میں پیش ہے۔ (۱) کیا قوتوں کو متوازن کر کے آپ  $\vec{F}_1$  اور  $\vec{F}_2$  کی متدریں تلاش کر سکتے ہیں؟ (ب)  $\vec{F}_2$  کی متدر تلاش کرنے کے لئے، محور گھاوکس نقطہ پر رکھ کر  $\vec{F}_1$  کو مساوات سے خارج کیا جاسکتا ہے؟ (ج)  $\vec{F}_2$  کی متدر 65 N حاصل ہوگی۔  $\vec{F}_1$  کی متدر کیا ہے؟

نمونی سوال ۶.۱: افقی شہتیری متوازن بنانا

شکل 5a.12 میں، کیت  $m = 1.8 \text{ kg}$  کی یکاں شہتیری، جس کی لمبائی  $L$  ہے، دو ترازو پر رکھی گئی ہے۔ کیت  $M = 2.7 \text{ kg}$  کی یکاں سل شہتیری پر رکھی گئی ہے۔ سل کا مرکز شہتیری کے بائیں سرے  $L/4$  فاصلے پر ہے۔ ترازو کی وزن دیں گے؟

### کلیدی تصورات

سکوئی توازن کا کوئی بھی مسئلہ حل کرنے سے پہلے ذیل کرنا ہوگا: نظام کی نشاندہی کریں اور اس کا آزاد جسمی خاکہ بنائیں، جس پر تمام قوتوں کی نشاندہی ہو۔ یہاں ہم شہتیری اور سل کو نظام مانتے ہیں۔ اس کے بعد، نظام پر قوت دکھائیں، جیسا شکل 5b.12 کے آزاد جسمی خاکہ میں کیا گیا ہے۔ (نظام کے انتخاب کے لئے تجربہ درکار ہے، اور عموماً ایک سے زیادہ ممکنات ہوں گے۔) نظام سکوئی توازن میں ہے، لہذا قوتوں کے توازن کی مساوات (مساوات ۶.۷ اور مساوات ۶.۸) اور قوت سرورز کے توازن کی مساوات (مساوات ۶.۹) کا اطلاق کیا جاسکتا ہے۔

حاجے: بائیں ترازو سے شہتیری پر عمودی قوت  $\vec{F}_1$  اور دائیں ترازو سے عمودی قوت  $\vec{F}_r$  ہے۔ ہم ان قوت کی متدریں جاننا چاہتے ہیں۔ تجاذبی قوت  $\vec{F}_{g,r}$ ،  $m\vec{g}$  کے برابر ہے، شہتیری کے مرکز کیت پر عمل کرتی ہے۔ اسی طرح، سل پر تجاذبی قوت  $\vec{F}_g$ ، جو  $M\vec{g}$  کے برابر ہے، سل کے مرکز کیت پر عمل کرتی ہے۔ تاہم، شکل 5b.12 سادہ بنانے کی عرض ہے، سل کو نقطہ سے ظاہر کیا گیا ہے، اور سمتیہ سل  $\vec{F}_g$  کی دم اس نقطہ پر رکھی

گئی ہے۔ (سمتیں  $\vec{F}_g$  کا رخ تبدیل کیے بغیر، قوت کے خط عمل پر سمتیہ کی گھساٹ، شکل کو عمود دار کسی بھی محور پر،  $\vec{F}_g$  کی قوت سروڑ تبدیل نہیں کرتی۔)

قوتوں کا  $x$  جزو موجود نہیں لہذا مساوات ۶.۷ ( $F_{\text{مختار},x} = 0$ ) کوئی معلومات فراہم نہیں کرتی۔ مساوات ۶.۸ ( $F_{\text{مختار},y} = 0$ )  $y$  اجزاء کے لئے ذیل دیتی ہے۔

$$(۶.۱۸) \quad F_l + F_r - Mg - mg = 0$$

اس مساوات میں دو نامعلوم قوت،  $F_l$  اور  $F_r$ ، موجود ہیں لہذا ہمیں قوت سروڑ کے توازن کی مساوات ۶.۹ بھی استعمال کرنی ہوگی۔ ہم شکل 5.12 کے مستوی کو عمود دار کسی بھی محور گھاو پر مساوات کا اطلاق کر سکتے ہیں۔ آئیں شہتیری کے بائیں سر پر محور گھاو رکھ کر حل کریں۔ ہم قوت سروڑ کو علامت مختص کرنے کا عمومی طریقہ بروئے کار لائیں گے: اگر ساکن جسم کو محور گھاو پر قوت سروڑ گھڑی وار گھمانے کی کوشش کرے، قوت سروڑ منفی ہوگی؛ اگر خلاف گھڑی گھمانے کی کوشش کرے، قوت سروڑ مثبت ہوگی۔ آخر میں ہم قوت سروڑ  $r_{\perp} F$  روپ میں لکھتے ہیں، جہاں  $\vec{F}_l$  کے لئے  $r_{\perp}$  کی قیمت 0،  $M\vec{g}$  کے لئے  $L/4$ ،  $m\vec{g}$  کے لئے  $L/2$ ، اور  $\vec{F}_r$  کے لئے  $L$  ہے۔ اب ہم توازن کی مساوات  $\tau_{\text{مختار}} = 0$  ذیل لکھ سکتے ہیں

$$(0)(F_l) - (L/4)(Mg) - (L/2)(mg) + (L)(F_r) = 0$$

جو ذیل دیں۔

$$\begin{aligned} F_r &= \frac{1}{4}Mg + \frac{1}{2}mg \\ &= \frac{1}{4}(2.7 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) + \frac{1}{2}(1.8 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) \\ &= 15.44 \text{ N} \approx 15 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

اب  $F_l$  کے لئے مساوات ۶.۱۸ حل کر کے درج بالا نتیجہ پر کر کے ذیل حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} F_l &= (M + m)g - F_r \\ &= (2.7 \text{ kg} + 1.8 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) - 15.44 \text{ N} \\ &= 28.66 \text{ N} \approx 29 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

لائحہ عمل پر غور کریں: قوت کے توازن کی مساوات لکھ کر، دو نامعلوم متغیرات کی بنا، ہم پھنس گئے۔ اگر ہم بغیر سوچے سمجھے کسی محور پر قوت سروڑ کے توازن کی مساوات لکھتے، ہمیں وہاں بھی دو نامعلوم متغیرات کا سامنا ہوتا۔ تاہم، ایک نامعلوم قوت، جو یہاں  $\vec{F}_l$  ہے، کے نقطہ اطلاق سے گزرتی محور منتخب کر کے، ہم پھنسنے سے بچ گئے۔ اس انتخاب کی بدولت، قوت سروڑ کے توازن کی مساوات سے نامعلوم متدر  $F_l$  خارج ہوتی ہے، اور یوں ہم مساوات حل کر کے  $F_r$  دریافت کرنے میں کامیاب ہوئے۔ اس کے بعد، قوت کے توازن کی مساوات دوبارہ لیتے ہوئے باقی قوت کی متدر معلوم کرنا ممکن ہوا۔ □

نمونہ سوال ۶.۲: چول دار بازو متوازن بنانا

شکل 6a.12 میں (کمیت  $M = 430 \text{ kg}$  کی) تجوری کو معاون چول دار بازو سے بلاکیت رسی کے ذریعے لٹکا دکھایا گیا ہے، جہاں  $a = 1.9 \text{ m}$  اور  $b = 2.5 \text{ m}$  ہے۔ بازو کی کمیت  $m = 85 \text{ kg}$ ، اور افقی رسی بلاکیت ہے۔

(۱) رسی میں تناؤ  $T_c$  کیا ہے؟ دوسرے لفظوں میں بازو پر رسی کی قوت  $\vec{T}_c$  کی مقدار کیا ہے؟

### کلیدی تصورات

یہاں نظام چول دار بازو ہے، جس پر عمل پیرا قوت شکل 6b.12 کے آزاد جسمی خانے میں پیش ہیں۔ رسی سے بازو پر قوت  $\vec{T}_c$  ہے۔ تجاذبی قوت جو  $m\vec{g}$  کے برابر ہے، بازو کے مرکز کمیت (بازو کے وسط) پر عمل کرتی ہے۔ چول سے بازو پر قوت کا انتہائی جزو  $\vec{F}_v$ ، اور افقی جزو  $\vec{F}_h$  ہے۔ رسی سے بازو پر قوت  $\vec{T}_r$  ہے۔ بازو، رسی، اور تجوری ساکن ہیں، لہذا  $\vec{T}_r$  کی مقدار تجوری کے وزن کے برابر:  $T_r = Mg$  ہوگی۔ ہم  $xy$  محددی نظام کا مبدأ  $O$  چول پر رکھتے ہیں۔ نظام سکونی توازن میں ہے، لہذا اس پر توازن کی مساوات کا اطلاق ہوگا۔

حماچہ: مساوات ۶.۹ ( $\tau_{\text{صافی}} = 0$ ) سے آغاز کرتے ہیں۔ یاد رہے، ہم قوت  $\vec{T}_c$  کی مقدار جاننا چاہتے ہیں، ناکہ نقطہ  $O$  پر موجود چال پر عمل پیرا قوت  $\vec{F}_v$  اور  $\vec{F}_h$  کی قدریں۔ قوت سروڑ کے حساب سے  $\vec{F}_h$  اور  $\vec{F}_v$  خارج کرنے کی غرض سے ہم نقطہ  $O$  سے گزرتی، شکل کے مستوی کو عمود دار محور گھماؤ منتخب کرتے ہیں۔ یوں  $\vec{F}_v$  اور  $\vec{F}_h$  کے معیار اثر کا بازو صفر ہوں گے۔ شکل 6b.12 میں  $\vec{T}_r$ ،  $\vec{T}_c$ ، اور  $m\vec{g}$  کے خط عمل نقطہ دار ہیں۔ مطابقتی معیار اثر کا بازو  $a$ ،  $b$ ، اور  $b/2$  ہیں۔

قوت سروڑ کو  $r_{\perp} F$  روپ میں لکھ کر، قوت سروڑ کی علامت کا متبادل استعمال کر کے، توازن کی مساوات  $\tau_{\text{صافی}} = 0$  ذیل لکھی جائے گی۔

$$(a)(T_c) - (b)(T_r) - \left(\frac{1}{2}b\right)(mg) = 0 \quad (۶.۱۹)$$

$T_r$  کی جگہ  $Mg$  ڈال کر  $T_c$  کے لئے حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} T_c &= \frac{gb(M + \frac{1}{2}m)}{a} \\ &= \frac{(9.8 \text{ m s}^{-2})(2.5 \text{ m})(430 \text{ kg} + 85/2 \text{ kg})}{1.9 \text{ m}} \\ &= 6093 \text{ N} \approx 6100 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

(ب) چول سے بازو پر صافی قوت کی مقدار  $F$  تلاش کریں۔

### کلیدی تصور

اب ہمیں افقی جزو  $F_h$  اور انتہائی جزو  $F_v$  درکار ہیں، جن سے صافی قوت کی مقدار  $F$  حاصل ہوگی۔ ہم  $T_c$  جاننے ہیں لہذا بازو پر قوت کی توازن کی مساوات کا اطلاق کرتے ہیں۔

حما ہے: افقی توازن کے لئے، ہم  $F_{\text{سنی},x} = 0$  ذیل لکھ سکتے ہیں:

$$F_h - T_c = 0 \quad (۶.۲۰)$$

اور یوں ذیل ہوگا۔

$$F_h = T_c = 6093 \text{ N}$$

انتصابی جزو کے لئے ہم  $F_{\text{سنی},y} = 0$  کو درج ذیل لکھتے ہیں۔

$$F_v - mg - T_r = 0$$

$T_r$  کی جگہ  $Mg$  ڈال کر  $F_v$  کے لئے حل کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} F_v &= (m + M)g = (85 \text{ kg} + 430 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) \\ &= 5047 \text{ N} \end{aligned}$$

مسئلہ فیثاغورث استعمال کر کے ذیل حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_h^2 + F_v^2} \\ &= \sqrt{(6093 \text{ N})^2 + (5047 \text{ N})^2} \approx 7900 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

یاد رہے،  $F$  کی قیمت تجویز اور بازو کے مجموعی وزن:  $5000 \text{ N}$ ، یا افقی راس میں تناؤ:  $6100 \text{ N}$  سے کافی زیادہ ہے۔ □

نمونہ سوال ۶.۳: دیوار کے ساتھ کھڑی سیرچی

شکل 7a.12 میں سیرچی، جس کی لمبائی  $L = 12 \text{ m}$  اور کمیت  $m = 45 \text{ kg}$  ہے، چپکنی دیوار کے ساتھ کھڑی ہے (چپکنی دیوار اور سیرچی کے بیچ رگڑ نہیں ہوگی)۔ سیرچی کا بالا سر مندرش سے  $h = 9.3 \text{ m}$  بلندی پر ہے، اور سیرچی کا مرکز کمیت نچلے سر سے سیرچی کے ہمراہ  $L/3$  فاصلے پر ہے۔ مندرش بلار گڑ نہیں ہے۔ ایک شخص، جس کی کمیت  $M = 72 \text{ kg}$  ہے، سیرچی چڑھتا ہے حتیٰ کہ، سیرچی کے نچلے سر سے شخص کا مرکز کمیت  $L/2$  فاصلے پر ہوتا ہے۔ سیرچی پر دیوار اور مندرش سے قوتوں کی فہمیں کیا ہوں گی؟

### کلیدی تصورات

ہم شخص اور سیرچی کو اپنا نظام مان کر نظام کا آزاد جسمی خاکہ، جس پر عمل پیرا قوت دکھائے گئے ہیں، بناتے ہیں (شکل 7b.12)۔ نظام سکونی توازن میں ہے، لہذا اس پر قوت کی توازن اور قوت سرور کی توازن کی مساوات (مساوات ۶.۷ تا مساوات ۶.۹) کا اطلاق ممکن ہے۔

شکل 7b.12 میں شخص کو سیرچی پر نقطے سے ظاہر کیا گیا ہے۔ شخص پر تذبذبی قوت  $Mg$  کے سمتیہ کو خط عمل (سمتیہ قوت سے گزرتی اور اس کے ہمراہ لکیر) پر گھسیٹ کر، سمتیہ کی دم نقطے پر رکھی گئی ہے۔ (قوت یوں منتقل کرنے

سے، شکل کو عمود دار، کسی بھی محور گھماؤ کے لحاظ سے قوت مسروڑ تبدیل نہیں ہوتی۔ یوں، قوت مسروڑ کی توازن کی مساوات، جو ہم استعمال کریں گے، اثر انداز نہیں ہوتی۔)

دیوار سے سیڑھی پر صرف افقی قوت  $\vec{F}_w$  عمل کرتی ہے (بلار گڑ دیوار پر رگڑی قوت موجود نہیں ہو سکتی، لہذا سیڑھی پر دیوار کے ہمراہ انتہائی قوت صفر ہوگی)۔ منبرش سے سیڑھی پر قوت  $\vec{F}_p$  کا افقی جزو  $\vec{F}_{px}$  ہے جو کوئی رگڑی قوت ہے، اور انتہائی جزو  $\vec{F}_{py}$  ہے جو عمودی قوت ہے۔

توازن کی مساوات استعمال کرنے کی خاطر، ہم مساوات ۶.۹ ( $\tau_{z, \text{net}} = 0$ ) سے آغاز کرتے ہیں، جو قوت مسروڑ کی توازن کی مساوات ہے۔ قوت مسروڑ کے حساب کے لئے محور گھماؤ منتخب کرتے وقت، یاد رہے سیڑھی کے دوسروں پر دو نامعلوم قوت ( $\vec{F}_p$  اور  $\vec{F}_w$ ) پائے جاتے ہیں۔ ان میں سے ایک، مثلاً  $\vec{F}_p$ ، خارج کرنے کے لئے ہم محور گھماؤ، شکل کے مستوی کو عمود دار، نقطہ O پر رکھتے ہیں (شکل 7b.12)۔ ہم محدود نظام کا مبداء بھی O پر رکھتے ہیں۔ ہم O پر قوت مسروڑ مساوات ۴.۳۹ تا مساوات ۴.۴۱ میں سے کوئی ایک استعمال کر کے معلوم کر سکتے ہیں، تاہم یہاں مساوات ۴.۴۱ ( $\tau = r_{\perp} F$ ) کا استعمال سب سے آسان ہے۔ مبداء کا مقام سوچ سمجھ کر منتخب کرنے سے قوت مسروڑ کا حساب آسان بنایا جاسکتا ہے۔

دیوار سے افقی قوت  $\vec{F}_w$  کا معیار اثر کا بازو  $r_{\perp}$  معلوم کرنے کے لئے، ہم اس سمتیہ کے اندر گزرتا خط عمل کھینچتے ہیں (شکل 7c.12 میں اس کو نقطہ دار لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے)۔ یوں O سے خط عمل تک عمود دار فاصلہ  $r_{\perp}$  ہو گا۔ شکل 7c.12 میں  $r_{\perp}$  محور y کے ہمراہ، h کے برابر ہے۔ ہم اسی طرح تجبذی قوت  $M\vec{g}$  اور  $m\vec{g}$  کے خط عمل کھینچ کر دیکھتے ہیں کہ ان کا معیار اثر کا بازو محور x کے ہمراہ ہے۔ شکل 7a.12 میں دی گئی a کے لئے، معیار اثر کا بازو بالترتیب  $a/2$  (شخص نصف سیڑھی چڑھ چکا ہے) اور  $a/3$  (سیڑھی کا مرکز کیت، سیڑھی کے نچلے سرے، ایک تہائی فاصلے پر ہے) ہیں۔ چونکہ  $\vec{F}_{px}$  اور  $\vec{F}_{py}$  مبداء پر عمل پیرا ہیں لہذا ان کے معیار اثر کا بازو صفر ہے۔

قوت مسروڑ  $r_{\perp} F$  روپ میں لکھ کر، توازن کی مساوات  $\tau_{z, \text{net}} = 0$  ذیل لکھی جائے گی۔

$$(۱.۲۱) \quad -(h)(F_w) + (a/2)(Mg) + (a/3)(mg) + (0)(F_{px}) + (0)(F_{py}) = 0$$

(مثبت قوت مسروڑ خلاف گھڑی گھماؤ کے مترادف اور منفی قوت مسروڑ گھڑی وار گھماؤ کے مترادف ہے۔)

سیڑھی، دیوار، اور منبرش و تائیں یکون بناتے ہیں، جس پر مسئلہ فیثاغورث کا اطلاق ذیل دیگا۔

$$a = \sqrt{L^2 - h^2} = 7.58 \text{ m}$$

اس کے بعد، مساوات ۶.۲۱ ذیل دیگی۔

$$\begin{aligned} F_w &= \frac{ga(M/2 + m/3)}{h} \\ &= \frac{(9.8 \text{ m s}^{-2})(7.58 \text{ m})(72/2 \text{ kg} + 45/3 \text{ kg})}{9.3 \text{ m}} \\ &= 407 \text{ N} \approx 410 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

اب ہمیں شکل 7d.12 اور قوت کی توازن کی مساوات استعمال کرنی ہوگی۔ مساوات  $F_{\text{سنی},x} = 0$  ذیل دیگی:

$$F_w - F_{px} = 0$$

لہذا ذیل ہوگا۔

$$F_{px} = F_w = 410 \text{ N} \quad (\text{جواب})$$

مساوات  $F_{\text{سنی},y} = 0$  ذیل دیگی:

$$F_{py} - Mg - mg = 0$$

لہذا ذیل ہوگا۔

$$\begin{aligned} F_{py} &= (M + m)g = (72 \text{ kg} + 45 \text{ kg})(9.8 \text{ m s}^{-2}) \\ &= 1146.6 \text{ N} \approx 1100 \text{ N} \quad (\text{جواب}) \end{aligned}$$

□





## جوابات

