

کوانٹائی میکانیات

ایک تعارف

خالد حسان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyou safzai@comsats.edu.pk

عنوان

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

ix

۱	۱	تفاسل موج
۱	۱.۱	۱. مساوات شروڈنگر
۲	۱.۲	۲. شماراتی مفہوم
۵	۱.۳	۳. احتمال
۵	۱.۳.۱	۱. غیر مسلسل متغیرات
۹	۱.۳.۲	۲. استمراری متغیرات
۱۲	۱.۴	۴. معمولی زنی
۱۵	۱.۵	۵. معیار حرکت
۱۸	۱.۶	۶. اصول عدم یقینیت
۲۵	۲	غیر متایج وقت مساوات شروڈنگر
۲۵	۲.۱	۱. ساکن حالات
۳۱	۲.۲	۲. لامتناہی چوکور کنواں
۴۱	۲.۳	۳. ہارمونی سر تقش
۴۳	۲.۳.۱	۱. الجبرائی ترکیب
۵۲	۲.۳.۲	۲. تحلیلی ترکیب
۵۹	۲.۴	۴. آزاد ذرہ
۶۹	۲.۵	۵. ڈیلٹا تفاسل محفہ
۶۹	۲.۵.۱	۱. مقید حالات اور بجھراو حالات
۷۱	۲.۵.۲	۲. ڈیلٹا تفاسل کنواں
۸۰	۲.۶	۶. مستناہی چوکور کنواں
۹۷	۳	قواعد و ضوابط
۹۷	۳.۱	۱. ہسٹ فضا
۱۰۱	۳.۲	۲. قابل مشاہدہ
۱۰۱	۳.۲.۱	۱. ہر مشی عاملین

۱۰۳	تعیین حال	۳.۲.۲
۱۰۵	ہر مثنیٰ عمل کے امتیازی تفاسل	۳.۳
۱۰۶	غیر مسلسل طیف	۳.۳.۱
۱۰۸	استمراری طیف	۳.۳.۲
۱۱۱	مستعمل شماریاتی مفہوم	۳.۴
۱۱۵	اصول عدم یقینیت	۳.۵
۱۱۵	اصول عدم یقینیت کا ثبوت	۳.۵.۱
۱۱۸	کم سے کم عدم یقینیت کا موجدی اکٹھ	۳.۵.۲
۱۱۹	توانائی و وقت اصول عدم یقینیت	۳.۵.۳
۱۲۳	ڈیراک علاقیت	۳.۶
۱۳۷	تین البادی کوانٹائی میکانیات	۴
۱۳۷	کروی محدود میں مساوات شروع و نگر	۴.۱
۱۳۹	علیحدگی متغیرات	۴.۱.۱
۱۴۱	زاویائی مساوات	۴.۱.۲
۱۴۶	ردای مساوات	۴.۱.۳
۱۵۰	ہائیڈروجن جوہر	۴.۲
۱۵۱	ردای تفاسل موج	۴.۲.۱
۱۶۱	ہائیڈروجن کا طیف	۴.۲.۲
۱۶۴	زاویائی معیار حرکت	۴.۳
۱۶۴	امتیازی اقتدار	۴.۳.۱
۱۷۰	امتیازی تفاسلات	۴.۳.۲
۱۷۳	چکر	۴.۴
۱۸۱	مقناطیسی میدان میں ایک الیکٹران	۴.۴.۱
۱۸۷	زاویائی معیار حرکت کا مجموعہ	۴.۴.۲
۲۰۵	متنائل ذرات	۵
۲۰۵	دو ذروی نظام	۵.۱
۲۰۷	بوسن اور فرمیان	۵.۱.۱
۲۱۱	قوت مبادلہ	۵.۱.۲
۲۱۵	جوہر	۵.۲
۲۱۶	ہیلیم	۵.۲.۱
۲۱۹	دوری جدول	۵.۲.۲
۲۲۳	ٹھوس اجسام	۵.۳
۲۲۳	آزاد الیکٹران گیس	۵.۳.۱
۲۲۹	پٹی دار ساخت	۵.۳.۲
۲۳۶	کوانٹائی شماریاتی میکانیات	۵.۴
۲۳۶	ایک مثال	۵.۴.۱
۲۳۹	عمومی صورت	۵.۴.۲

۲۴۲	سب سے زیادہ محتمل تشکیل	۵.۴.۳
۲۴۵	α اور β کی طبعی اہمیت	۵.۴.۴
۲۵۰	سیاہ جسی طیف	۵.۴.۵
۲۵۵	غیر تابع وقت نظریہ اضطراب	۶
۲۵۵	غیر انخطاطی نظریہ اضطراب	۶.۱
۲۵۵	عمومی ضابطہ بندی	۶.۱.۱
۲۵۷	اول رتی نظریہ	۶.۱.۲
۲۶۱	دوم رتی توانائیاں	۶.۱.۳
۲۶۲	انخطاطی نظریہ اضطراب	۶.۲
۲۶۲	دو پڑتا انخطاط	۶.۲.۱
۲۶۷	بلند رتی انخطاط	۶.۲.۲
۲۷۲	ہائیڈروجن کا مہین ساخت	۶.۳
۲۷۳	اضافیتی تصحیح	۶.۳.۱
۲۷۶	چکر و مدار ربط	۶.۳.۲
۲۸۳	زبان اثر	۶.۴
۲۸۳	کمزور میدان زبان اثر	۶.۴.۱
۲۸۵	طاقتور میدان زبان اثر	۶.۴.۲
۲۸۷	درمیانہ میدان زبان اثر	۶.۴.۳
۲۸۹	نہایت مہین بخوارا	۶.۵
۲۹۹	تغیری اصول	۷
۲۹۹	نظریہ	۷.۱
۳۰۵	ہیلمی کا زمینی حال	۷.۲
۳۱۰	ہائیڈروجن سال باردار	۷.۳
۳۲۱	ونزل و کرامرس و برلوان تخمین	۸
۳۲۲	کلاسیکی خطہ	۸.۱
۳۲۷	سرنگ زنی	۸.۲
۳۳۱	کلیات پیوند	۸.۳
۳۴۵	تابع وقت نظریہ اضطراب	۹
۳۴۶	دو سطحی نظام	۹.۱
۳۴۶	مضطرب نظام	۹.۱.۱
۳۴۹	تابع وقت نظریہ اضطراب	۹.۱.۲
۳۵۱	سائنس اضطراب	۹.۱.۳
۳۵۳	اشعاعی اخراج اور انجذاب	۹.۲
۳۵۳	برقن طبعی امواج	۹.۲.۱
۳۵۶	انجذاب، تحرک شدہ اخراج اور خود بخود اخراج	۹.۲.۲
۳۵۸	غیر اتاقی اضطراب	۹.۲.۳

۳۶۰	خود با خود احسراج	۹.۳
۳۶۰	آمنشائن عددی سر A اور B	۹.۳.۱
۳۶۲	بیجان حال کا عمر صحت	۹.۳.۲
۳۶۵	قواعد انتخاب	۹.۳.۳
۳۷۵	۱۰. حرناگزرتخمین	
۳۷۵	۱۰.۱ مسئلہ حرناگزرتخمین	۱۰.۱
۳۷۵	۱۰.۱.۱ حرناگزرتعمل	۱۰.۱.۱
۳۷۸	۱۰.۱.۲ مسئلہ حرناگزرتکا ثبوت	۱۰.۱.۲
۳۸۳	۱۰.۲ پیتیری	۱۰.۲
۳۸۳	۱۰.۲.۱ گرگی عمل	۱۰.۲.۱
۳۸۵	۱۰.۲.۲ ہندسی پیت	۱۰.۲.۲
۳۹۱	۱۰.۲.۳ اہارونو یو، ہم اثر	۱۰.۲.۳
۴۰۱	۱۱. بکھراؤ	
۴۰۱	۱۱.۱ تعارف	۱۱.۱
۴۰۱	۱۱.۱.۱ کلاسیکی نظریہ بکھراؤ	۱۱.۱.۱
۴۰۵	۱۱.۱.۲ کوانٹائی نظریہ بکھراؤ	۱۱.۱.۲
۴۰۷	۱۱.۲ حبزوی موج تجزیہ	۱۱.۲
۴۰۷	۱۱.۲.۱ اصول وضوابط	۱۱.۲.۱
۴۱۱	۱۱.۲.۲ لائحہ عمل	۱۱.۲.۲
۴۱۳	۱۱.۳ پیتی انتقال	۱۱.۳
۴۱۶	۱۱.۴ بارن تخمین	۱۱.۴
۴۱۶	۱۱.۴.۱ مساوات شرودنگر کی تکمیلی روپ	۱۱.۴.۱
۴۲۱	۱۱.۴.۲ بارن تخمین اول	۱۱.۴.۲
۴۲۶	۱۱.۴.۳ شسل بارن	۱۱.۴.۳
۴۲۹	۱۲. پس نوشت	
۴۳۰	۱۲.۱ آمنشائن، پوڈلکی وروزن تضاد	۱۲.۱
۴۳۲	۱۲.۲ مسئلہ بل	۱۲.۲
۴۳۷	۱۲.۳ مسئلہ قلیہ	۱۲.۳
۴۳۸	۱۲.۴ شرودنگر کی پلی	۱۲.۴
۴۴۰	۱۲.۵ کوانٹائی زینو تضاد	۱۲.۵
۴۴۳	۱۳. جوابات	
۴۴۵	۱. خطی الجبرا	
۴۴۵	۱.۱ سمتیات	۱.۱
۴۴۵	۲.۱ اندرونی ضرب	۲.۱
۴۴۶	۳.۱ قتالب	۳.۱

۴۴۶	تبدیلی اساس	۴.۱
۴۴۶	امتیازی تفاعلات اور امتیازی اقتدار	۵.۱
۴۴۶	هر مشی تباولے	۶.۱

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔ پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلب و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلب و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلب و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلب و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلب و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلب و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن حوالہ اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلب و مطالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔ میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی سرزد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

حنالد حنان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011ء

باب ۱۲

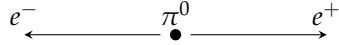
پس نوشت

میں توقع کرتا ہوں کہ آپ کوانٹائی میکانیات کو اب سمجھتے ہوں گے لہذا حصہ ۱.۲ میں کیا گیا سوال دوبارہ اٹھاتے ہیں: کوانٹائی میکانیات کے نتائج سے کیا مطلب اخذ کرنا چاہیے؟ تفاعل موج کے ساتھ وابستہ شماراتی مفہوم کی عدم تعینیت، مسئلے کی جڑ ہے۔ تفاعل Ψ (یا کوانٹائی حال کہنا زیادہ بہتر ہوگا؛ جو مثال کے طور پر، چکر کار ہو سکتا ہے) پیمائش کا نتیجہ ایک طور پر تعین نہیں کرتا؛ بلکہ ممکنہ نتائج کی شماراتی تقسیم مہیا کرتا ہے۔ اس سے ایک اہم سوال کھڑا ہوتا ہے: کیا پیمائش سے قبل نظام یہ مخصوص حاصیت ”حقیقتاً رکھتا تھا“ (جسے حقیقتے پسند نقطہ نظر کہتے ہیں) یا پیمائش کے عمل نے اس حاصیت کو ”جنم“ دیا، جو تفاعل موج کی شماراتی پابندی کو مطمئن کرتا ہے (تقلید پسند نقطہ نظر)؛ یا ہم اس سوال کو ان بنیادوں پر رد کرتے ہیں کہ یہ ایک مندرجہ ذیل سوال ہے (انکار نقطہ نظر)؟

حقیقت پسند نقطہ نظر سے کوانٹائی میکانیات نامکمل نظریہ ہے، چونکہ کوانٹائی میکانیات کی تمام مندرجہ ذیل معلومات (یعنی اس کا تفاعل موج) جاننے کے باوجود آپ اس کے خواص تعین نہیں کر سکتے ہیں۔ ظاہر ہے، کوانٹائی میکانیات کے دائرہ کار سے باہر، مزید معلومات ہوگی جو (Ψ کے ساتھ مل کر) طبعی حقائق مکمل طور پر بیان کرے گی۔

تقلید پسند نقطہ نظر اس سے بھی زیادہ سنگین سوالات کھڑے کرتا ہے، چونکہ اگر پیمائشی عمل نظام کو ایک ایسی حاصیت اختیار کرنے پر مجبور کرتا ہو جو اس میں پہلے نہیں پائی جاتی تھی، تب پیمائش ایک عجیب عمل ہوگا۔ ساتھ ہی یہ جاننے ہوئے کہ ایک پیمائش کے فوراً بعد دوسری پیمائش وہی نتیجہ دیتی ہے، ہمیں ماننا ہوگا کہ پیمائشی عمل تفاعل موج کو یوں مہدمم کرتا ہے، جو مساوات شرودنگر کی تجویز کردہ ارتقائے برعکس ہے۔

میں یہاں کہنا چاہتا ہوں کہ، مثلاً، اگر ایک الیکٹران چپکری حال $\left(\frac{1}{0}\right)$ میں ہو؛ اس کے زاویائی معیار حرکت کے x حدود کی پیمائش $\hbar/2$ یا (برابر احتمال کے ساتھ) $-\hbar/2$ دے سکتی ہے، تاہم پیمائش سے قبل S_x کی پوری طرح معین قیمت نہیں ہوگی۔
collapses²

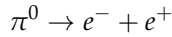


شکل ۱۲.۱: آئنسٹائن، پوڈولسکی وروزن تضاد کا بوجھ انداز۔ ساکن π^0 کا تنزل الیکٹران اور ضد الیکٹران جوڑی میں ہوتا ہے۔

اس کی روشنی میں، ہم دیکھ سکتے ہیں کہ نسل در نسل ماہر طبیعیات انکاری سوچ کے پیچھے پناہ لینے پر کیوں مجبور ہوئے، اور اپنے شاگردوں کو نصیحت کرتے رہے کہ نظریے کی تصوراتی بنیادوں پر غور و فکر کر کے اپنا وقت ضائع نہ کریں۔

۱۲.۱ آئنسٹائن، پوڈولسکی وروزن تضاد

۱۹۳۵ء میں آئنسٹائن، پوڈولسکی اور وروزن نے مل کر آئنسٹائن، پوڈولسکی وروزن تضاد پیش کیا، جس کا مقصد (حالتاً نظریاتی بنیادوں پر) یہ ثابت کرنا تھا کہ صرف حقیقت پسند نقطہ نظر درست ہو سکتا ہے۔ میں آئنسٹائن، پوڈولسکی وروزن تضاد کا ایک سادہ روپ، جو داؤد بوجھ نے متعارف کیا، پر تبصرہ کرتا ہوں۔ تعدیلی پائے میزواں کی ایک الیکٹران اور ایک پروٹان میں تنزل:



پر غور کریں۔ ساکن پائون کی صورت میں الیکٹران اور پروٹان ایک دوسرے کے مخالف رخ جائیں گے (شکل ۱۲.۱)۔ پائون کا چکر صفر ہے، لہذا ازایائی معیار حرکت کے بقا کے تحت یہ الیکٹران اور ضد الیکٹران ایک تفریق:

$$(12.1) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow + -\downarrow\uparrow)$$

میں ہوں گے۔ اگر الیکٹران ہم میدان میں پایا جائے، تو ضد الیکٹران لازماً خلاف میدان ہوگا، اور اسی طرح اگر الیکٹران خلاف میدان پایا جائے تو ضد الیکٹران ہم میدان ہوگا۔ کوانٹائی میکانیات آپ کو یہ بتانے سے متاثر ہے کہ کسی ایک پائون تجویل میں آپ کو کونسی جوڑی ملے گا، لیکن کوانٹائی میکانیات یہ ضرور بتا سکتی ہے کہ ان پیمائش کا ایک دوسرے کے ساتھ باہمی رشتہ ہوگا، اور (اوسطاً) نصف وقت ایک قسم اور نصف وقت دوسری قسم کی جوڑیاں پیدا ہوں گے۔ اب فرض کریں، ہم ان الیکٹران اور ضد الیکٹران کو دور جانے دیں؛ عملی تجربے میں دس میٹر دور، یا، اصولی تجربہ میں دس نوری سال دور؛ اور اس کے بعد الیکٹران کے چکر کی پیمائش کریں۔ فرض کریں آپ کو ہم میدان ملتا ہے۔ آپ فوراً جان پائیں گے کہ بیس میٹر (یا بیس نوری سال) دور دوسرے شخص کو ضد الیکٹران خلاف میدان ملے گا، اگر وہ اس ضد الیکٹران پر پیمائش کرے۔

”حقیقت پسند“ نقطہ نظر سے اس میں کوئی حیرانی کی بات نہیں؛ پیمائش کے وقت سے ہی الیکٹران حقیقتاً ہم میدان اور ضد الیکٹران خلاف میدان تھے؛ ہاں کوانٹائی میکانیات اس بارے میں جاننے سے متاثر تھی۔

تاہم، ”تقلید پسند“ نقطہ نظر کے تحت پیمائش سے قبل دونوں ذرات نہ ہم میدان اور نہ ہی خلاف میدان تھے؛ الیکٹران پر پیمائش تفاعل موج کو منہدم کرتی ہے جو تیس میٹر (یا تیس نوری سال) دور ضد الیکٹران کو فوراً خلاف میدان ”بناتی“ ہے۔ آئنسٹائن، پوڈولسکی اور روزن اس قسم کے فاصلاتی عمل کرنے والے عوامل میں یقین نہیں رکھتے تھے۔ انہوں نے تقلید پسند نقطہ نظر کو ناقابل قبول مقرر دیا؛ چاہے کوانٹائی میکانیات جانتی ہو یا نہ جانتی ہو، الیکٹران اور ضد الیکٹران لازماً پوری طرح معین چکر کے حامل تھے۔

ان کی دلیل اس بنیادی مفروضہ پر کھڑی ہے کہ کوئی بھی اثر روشنی کی رفتار سے تیز سفر نہیں کر سکتا۔ ہم اسے اصول مقامیت^۱ کہتے ہیں۔ آپ کو شبہ ہو سکتا ہے کہ تفاعل موج کے انہدام کی خبر کسی مستناہی سمتی رفتار سے ”سفر“ کرتی ہے۔ تاہم ایسی صورت میں زاویائی معیار حرکت کی بقا مطمئن نہیں ہوگی، چونکہ ضد الیکٹران تک انہدام کی خبر پہنچنے سے پہلے اگر اس کے چکر کی پیمائش کی جائے تو دونوں ذرات ہم میدان پائے جانے کا احتمال پچاس پچاس فی صد ہوگا۔ آپ نظریے کے بارے میں جو بھی رائے رکھتے ہوں، تجربات سے ہمیں معلوم ہوا کہ دونوں کے چکر ہر صورت ایک دوسرے کے مخالف ہوتے ہیں؛ زاویائی معیار حرکت کی بقا ہر صورت برقرار رہتی ہے؛ ان چکر کا (خلاف) باہمی رشتہ ہر صورت برقرار رہتا ہے۔ ظاہر ہے تفاعل موج کا انہدام ایک دم ہوتا ہے۔

سوال ۱۲.۱: ہمبستہ حالات^۲، ایکتا چکر تفکیک (مساوات ۱۲.۱) ہمبستہ حال کی ایک کلاسیکی مثال ہے؛ اس دو ذروی حال کو دو یک ذروی حالات کا مجموعہ نہیں لکھا جاسکتا ہے، لہذا اس کے بارے میں بات کرتے ہوئے، کسی ایک ذرے کے ”حال“ کی بات علیحدہ سے نہیں کی جاسکتی ہے۔ آپ گمان کر سکتے ہیں کہ شاید ہماری علاقیت کی بنا پر ایسا ہے، اور عین ممکن ہے کہ یک ذروی حالات کا کوئی خطی جوڑ اس نظام کو غیر ہمبستہ بن سکے گا۔ درج ذیل مسئلہ کا ثبوت پیش کریں۔

دو سطحی نظام $|\phi_a\rangle$ اور $|\phi_b\rangle$ پر غور کریں، جہاں $\delta_{ij} = \langle \phi_i | \phi_j \rangle$ ہو۔ مثلاً $|\phi_a\rangle$ ہم میدان اور $|\phi_b\rangle$ خلاف میدان کو ظاہر کر سکتا ہے۔ دو ذروی حال

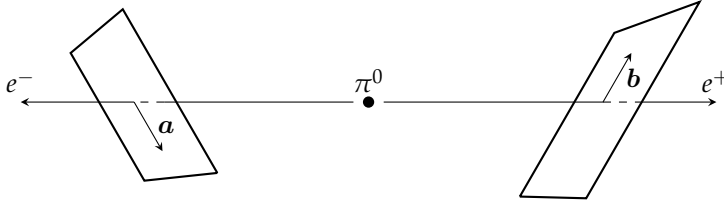
$$\alpha|\phi_a(1)\rangle|\phi_b(2)\rangle + \beta|\phi_b(1)\rangle|\phi_a(2)\rangle$$

(جہاں $\alpha \neq 0$ اور $\beta \neq 0$ ہیں) کو کسی بھی یک ذروی حالات $|\psi_r\rangle$ اور $|\psi_s\rangle$ کا حاصل ضرب

$$|\psi_r(1)\rangle|\psi_s(2)\rangle$$

نہیں لکھا جاسکتا ہے۔

اشارہ: $|\psi_r\rangle$ اور $|\psi_s\rangle$ کو $|\phi_a\rangle$ اور $|\phi_b\rangle$ کے خطی جوڑ لکھیں۔



شکل ۱۲.۲: آئنشٹائن، پوڈولسکی و روزن تصادف کا مکمل اندازہ کاشف آزادانہ طور پر a اور b رخ سمت بند ہیں۔

۱۲.۲ مسئلہ بل

آئنشٹائن، پوڈولسکی اور روزن کو کوانٹائی میکینکس کی درستگی پر کوئی شک نہیں تھا، البتہ ان کا دعویٰ تھا کہ طبعی حقیقت کو بیان کرنے کے لیے یہ ایک نامکمل نظریہ ہے: کسی بھی نظام کا حال پوری طرح جاننے کی خاطر Ψ کے ساتھ مزید ایک متدار، λ ، درکار ہوگی۔ چونکہ فی الحال ہم نہیں جانتے کہ λ کو کس طرح ناپا یا حساب کے ذریعہ معلوم کیا جائے، لہذا ہم اسے ”درپردہ متغیر“^۹ کہتے ہیں۔^۹ تاریخی طور پر کوانٹائی میکینکس کو سہارا دینے والے کئی درپردہ متغیر نظریات پیش کئے گئے، جو پیچیدہ ہونے کے ساتھ ساتھ نامعقول ثابت ہوئے۔ بہر حال سن 1964 تک اس پر کام کرنے کی وجہ نظر آتی تھی۔ تاہم اس سال بل نے ثابت کیا کہ درپردہ متغیر نظریہ اور کوانٹائی میکینکس ساتھ ساتھ نہیں چل سکتے ہیں۔

بل نے آئنشٹائن، پوڈولسکی، روزن اور بوہم تجربہ کو عمومی بنانے کی تجویز پیش کی: الیکٹران اور ضد الیکٹران کاشف کو ایک رخ رکھنے کی بجائے بل نے انہیں علیحدہ علیحدہ زاویوں پر رکھنے کی اجازت دی۔ پہلا کاشف اکائی سمتیہ a کے رخ الیکٹران چپکر کا جزو ناپتا ہے، جبکہ دوسرا b رخ ضد الیکٹران کے چپکر کا حصہ ناپتا ہے (شکل ۱۲.۲)۔ ہم اپنی آسانی کے لیے چپکر کو $\hbar/2$ کی اکائیوں میں ناپتے ہیں؛ یوں کاشف کے رخ ہم میدان کی قیمت $+1$ اور خلاف میدان کی قیمت -1 ناپی جائے گی۔ کئی π^0 تنزل کے نتائج درج ذیل جدول میں پیش کئے گئے نتائج کی طرح ہو سکتے ہیں۔

الیکٹران	ضد الیکٹران	حاصل ضرب
+1	-1	-1
+1	+1	+1
-1	+1	-1
+1	-1	-1
-1	-1	+1
⋮	⋮	⋮

^۹hidden variable

درپردہ متغیر کوئی ایک عدد یا اعداد کا ذخیرہ ہو سکتا ہے؛ عین ممکن ہے کہ مستقل کے کسی نظریے سے λ حاصل ہوگا، یا کسی وجہ کی بنا پر اس کا حساب ناممکن ہو سکتا ہے۔ میں صرف اتنا کہتا چاہتا ہوں کہ کوئی ایسی معلومات ہوگی؛ مثلاً آپٹکس سے قبل، نظام پر ہم ممکنہ تجربہ کے نتائج کی فہرست۔

کاشف کے رخوں کی کسی ایک جوڑی کے لیے بل نے چکر کے ترجمہ حاصل ضرب کی اوسط قیمت تلاش کرنے کی تجویز پیش کی، جسے ہم $P(a, b)$ لکھتے ہیں۔ اگر کاشف متوازی ہوں، $a = b$ ، ہمیں اصل آہنشان، پوڈلسکی، روزن و بو ہم تشکیل حاصل ہوگا؛ ایسی صورت میں ایک ہم میدان اور دوسرا خلاف میدان ہوگا، لہذا حاصل ضرب ہر صورت -1 ہوگا، اور یوں اوسط کی قیمت بھی یہی ہوگی۔

$$(12.2) \quad P(a, a) = -1$$

اسی طرح اگر کاشف ضد متوازی ہوں، $b = -a$ ، ہر حاصل ضرب $+1$ ہوگا، لہذا درج ذیل ہوگا۔

$$(12.3) \quad P(a, -a) = +1$$

اختیاری سمت بندی کے لیے کوانٹائی میکانیات درج ذیل پیشگوئی کرتی ہے (سوال ۵۰، ۴، دیکھیں)۔

$$(12.4) \quad P(a, b) = -a \cdot b$$

بل نے دریافت کیا کہ یہ نتیجہ کسی بھی درپردہ متغیر نظریہ کا ہم آہنگ نہیں ہو سکتا۔

اس کی دلیل حیرت کن حد تک سادہ ہے۔ فرض کریں الیکٹران و ضد الیکٹران نظام کے ”مکمل“ حال کو درپردہ متغیر (یا متغیرات) λ ظاہر کرتا ہے۔ (ایک پاپون تنزل سے دوسرے پاپون تنزل تک λ کی تبدیلی کو نہ ہم سمجھتے اور نہ ہی متاثر کر سکتے ہیں)۔ ساتھ ہی فرض کریں کہ الیکٹرونی پیمائش پر ضد الیکٹران کاشف کی سمت بندی b کا کوئی اثر نہیں پایا جاتا؛ یاد رہے کہ تجربہ گر الیکٹرونی پیمائش کے بعد ضد الیکٹران کاشف کا رخ منتخب کر سکتا ہے۔ ایسی صورت میں چونکہ ضد الیکٹران کاشف کا رخ منتخب کرنے سے پہلے ہی الیکٹران کی پیمائش کی جا چکی ہوگی لہذا اس پر b کی سمت کا کوئی اثر نہیں ہو سکتا۔ (یہ اصول مقامیت کا مفروضہ ہے)۔ یوں الیکٹرونی پیمائش کوئی تفاعل $A(a, \lambda)$ اور ضد الیکٹرونی پیمائش کوئی دوسرا تفاعل $B(b, \lambda)$ دیگا۔ ان تفاعلات کی قیمتیں صرف ± 1 ہو سکتی ہیں۔

$$(12.5) \quad A(a, \lambda) = \pm 1; \quad B(b, \lambda) = \pm 1$$

جب کاشف متوازی ہوں، تمام λ کے لیے نتائج مکمل طور پر (غیر) باہمی رشتہ:

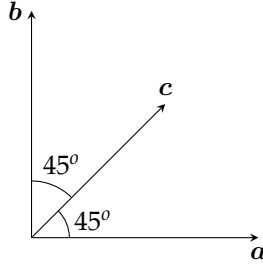
$$(12.6) \quad A(a, \lambda) = -B(a, \lambda)$$

ہوں گے۔

اب پیمائشوں کے حاصل ضرب کی اوسط قیمت درج ذیل ہوگی، جہاں $\rho(\lambda)$ درپردہ متغیر کی کثافت احتمال ہے۔

$$(12.7) \quad P(a, b) = \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b, \lambda) d\lambda$$

(کسی بھی کثافت احتمال کی طرح، یہ غیر منفی ہوگا، اور معمولی شرط $\int \rho(\lambda) d\lambda = 1$ کو مطمئن کرے گا، لیکن اس کے علاوہ ہم $\rho(\lambda)$ کے بارے میں کچھ بھی فرض نہیں کرتے ہیں؛ درپردہ متغیر کے مختلف نظریات ρ کے لیے کافی مختلف تفاعلات پیش کر سکتے ہیں)۔ مساوات ۱۲.۶ استعمال کرتے ہوئے ہم B کو خارج کرتے ہیں۔



شکل ۱۲.۳: کاشف کو یوں سمت بند کیا گیا ہے کہ بل عدم مساوات کی کوانٹائی خلاف ورزی ظاہر ہو۔

$$(12.8) \quad P(a, b) = - \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) A(b, \lambda) d\lambda$$

اگر c کوئی تیسرا اکائی سمتیہ ہو تب

$$(12.9) \quad P(a, b) - P(a, c) = - \int \rho(\lambda) [A(a, \lambda) A(b, \lambda) - A(a, \lambda) A(c, \lambda)] d\lambda$$

ہوگا، اور چونکہ $[A(b, \lambda)]^2 = 1$ ہے لہذا

$$(12.10) \quad P(a, b) - P(a, c) = - \int \rho(\lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] A(a, \lambda) d\lambda$$

ہوگا۔ تاہم مساوات ۱۲.۵ کے تحت $+1 \leq [A(a, \lambda) A(b, \lambda)] \leq -1$ ہے؛ منہذا $\rho(\lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] \geq 0$ ہے، لہذا

$$(12.11) \quad |P(a, b) - P(a, c)| \leq \int \rho(\lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] d\lambda$$

یا مختصراً

$$(12.12) \quad |P(a, b) - P(a, c)| \leq 1 + P(b, c)$$

ہوگا۔ یہ مشہور بل عدم مساوات ہے۔ ہم نے درپردہ متغیرات کی تعداد یا خاصیت یا تقسیم ρ کے بارے میں کچھ بھی فرض نہیں کیا، لہذا بل عدم مساوات (مساوات ۱۲.۵ اور مساوات ۱۲.۶ کو مطمئن کرنے والے) ہر مقامی درپردہ متغیر نظریہ کے لیے کارآمد ہوگا۔

لیکن ہم بہت آسانی کے ساتھ دکھا سکتے ہیں کہ کوانٹائی میکانیات کی پیشگوئی (مساوات ۱۲.۴) اور بل عدم مساوات غیر ہم آہنگ ہیں۔ مثال کے طور پر، فرض کریں تینوں سمتیے ایک مستوی میں پائے جاتے ہیں، اور a ، b کے ساتھ c کا زاویہ 45° ہے (شکل ۱۲.۳)۔ ایسی صورت میں کوانٹائی میکانیات کہتی ہے

$$P(a, b) = 0, \quad P(a, c) = P(b, c) = -0.707$$

ہوگا، جبکہ بل عدم مساوات کہتی ہے

$$0.707 \nless 1 - 0.707 = 0.293$$

ہوگا، جو ایک دوسرے کے غیر ہم آہنگ نتائج ہیں۔

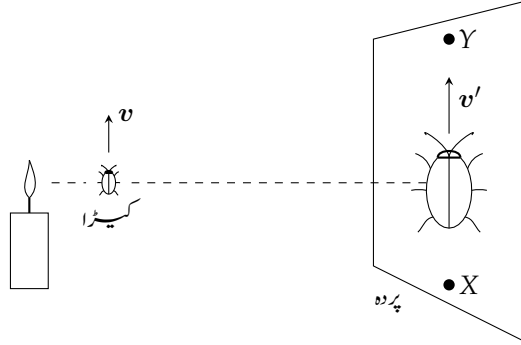
یوں ترمیم بل سے آئنسٹائن، پوڈولسکی وروزن تضاد ایک ایسی بات ثابت کرتا ہے جو اس کے مصنفین تصور بھی نہیں کر سکتے تھے۔ اگر وہ درست ہوں، تب کوانٹائی میکانیات صرف نامکمل نہیں بلکہ مکمل طور پر غلط بھی ہے۔ اس کے برعکس اگر کوانٹائی میکانیات درست ہو، تب کوئی درپردہ متغیر نظریہ ہمیں غیر معیت، جسے آئنسٹائن مضحکہ خیز سمجھتا تھا، سے نجات نہیں دلا سکتا۔ مزید، اب ہم ایک نہایت سادہ تجربے سے اس معاملے کو دفن کر سکتے ہیں۔

بل عدم مساوات کو پرکھنے کے لیے ساٹھ اور ستر کی دہائیوں میں کئی تجربے کیے گئے، جن میں اسپکٹ، گرنگیر اور روجر کا کام قابل فخر ہے۔ ہمیں یہاں انکے تجربے کی تفصیل سے دلچسپی نہیں ہے (انہوں نے پاپون تنزل کی بجائے دو نوریہ جوہری انتشار استعمال کیا)۔ یہ خدشہ دور کرنے کے لیے کہ الیکٹران کاشف کی سمت بندی کو کسی طرح ضد الیکٹران کاشف ”جہان پائے“، نوریہ کی روانگی کے بعد دونوں کی نیم بلا منصوبہ سمت بندی کی گئی۔ نتائج کوانٹائی میکانیات کی پیشگوئی کی عین مطابق، اور بل عدم مساوات کے غیر ہم آہنگ تھے۔^{۱۱}

ستم ظریفی کی بات ہے کہ کوانٹائی میکانیات کی تجرباتی تصدیق نے سائنسی برادری کو ہلا کر رکھ دیا۔ لیکن اس کی وجہ ”حقیقت پسند سوچ“ کا غلط ثابت ہونا نہیں تھا؛ عموماً سائنسدان کب کے اس حقیقت کو مان چکے تھے (اور جو ابھی بھی نہیں مانتے تھے، انکے لیے غیر معیت درپردہ متغیر نظریات کاراستہ کھلا ہے، جن پر مسئلہ بل کا طلاق نہیں ہوتا^{۱۲})۔ اصل صدمہ اس بات کا تھا کہ قدرت خود بخود ہی طور پر غیر معیت ہے۔ تقاضا عسل موج کے یکدم انہدام کی صورت میں (اور غیر معیت یا متنازل ذرات کے لیے ضرورت تشاکلیت) ہمیشہ تقلید پسند نظریہ کی خاصیت رہی ہے، لیکن اسپکٹ تجربے سے قبل اُمید کی جاسکتی تھی کہ کوانٹائی غیر معیت کسی طرح متنازع و ضوابط کی غیر طبعی پیداوار ہے، جس کے متنازل کشف اثرات نہیں ہو سکتے۔ اس اُمید کو بھول جائیں، اور ہمیں فاصلہ پر یکدم عسل پر اعتراض پر نظر ثانی کرنی ہوگی۔

^{۱۱} مسئلہ بل میں اوسط استعمال ہوتے ہیں، اور ممکن ہے کہ اسپکٹ کے آلات خفیہ طور پر جاننا دار ہوں، جو غیر مناسبتہ نمونے منتخب کر کے اوسط کی غلط قیمت دیتے ہوں۔ 1989 میں مسئلہ بل کا بہتر نمونہ تجویز کیا گیا، جو صرف ایک ہیپسائٹس سے کوانٹائی پیشگوئی اور معیت درپردہ متغیر کے بیچ تمیز کر سکتا ہے۔

^{۱۲} قیمت کی ایک عجیب کھیل ہے کہ آئنسٹائن، پوڈولسکی وروزن تضاد، جس نے حقیقت پسند سوچ کو ثابت کرنے کے لیے معیت مست فرض کی، نے معیت مست کو غلط ثابت کیا، اور حقیقت پسند سوچ کو غیر طے شدہ چھوڑا؛ اس نتیجے کو آئنسٹائن بالکل پسند نہ کرتے۔ زیادہ تر ماہر طبیعیات کا خیال ہے کہ معیت حقیقت پسند سوچ نہ ہونے کی صورت میں حقیقت پسند سوچ بے کار ہے، اور اسی لیے غیر معیت درپردہ متغیر نظریات کو ابھرتے نہیں دی جاتی۔ اس کے باوجود بعض مصنفین، جن میں بل بھی شامل ہے، کہتے ہیں کہ ہیپسائٹس آلات اور اس نظام جس کی ہیپسائٹس کی جہاں رہی ہو، کے بیچ تصوراتی فاصلے کو اپنے نظریہ حتم کر سکتے ہیں، اور تقاضا عسل موج کے انہدام کی متنازل سمجھ و جب پیش کر سکتے ہیں۔



شکل ۱۲.۴: پردہ پر کیڑے کا سایہ، روشنی کی رفتار c سے زیادہ رفتار v' سے حرکت کرتا ہے بشرطیکہ پردہ کافی دور ہو۔

ماہر طبیعیات روشنی سے زیادہ تیز رفتار اثر و رسوخ کو کیوں برداشت نہیں کر سکتے؟ آخر، کئی چیزیں روشنی سے زیادہ تیز رفتار سے حرکت کرتی ہیں۔ ایک موم بتی کے سامنے چلتے ہوئے کیڑے کا سامنے دیوار پر سائے کی رفتار دیوار تک فاصلے کے راست متناسب ہوگی؛ اصولاً آپ اس فاصلہ کو اتنا بڑھا سکتے ہیں کہ سائے کی رفتار روشنی سے زیادہ ہو (شکل ۱۲.۴)۔ تاہم، دیوار پر کسی ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک سایہ کوئی توانائی منتقل کر سکتا ہے اور نہ ہی کوئی خبر پہنچ سکتا ہے۔ نقطہ X پر ایک شخص ایسا کوئی عمل نہیں کر سکتا جو یہاں سے گزرتے ہوئے سائے کے ذریعہ نقطہ Y پر اثر انداز ہو۔

اس کے برعکس، روشنی سے زیادہ تیز حرکت کرنے والے سببی اثر و رسوخ کے ناقابل قبول مضمرات پائے جاتے ہیں۔ خصوصی نظریہ اضافت میں ایسے جمودی چوکھٹ پائے جاتے ہیں جن میں اس طرح کا اشارہ وقت میں پیچھے جا سکے گا؛ یعنی سبب سے پہلے اثر رونما ہوگا؛ جس سے ناقابل قبول منطقی مسائل کھڑے ہوتے ہیں۔ (مثلاً، آپ اپنے نوزائیدہ دادا کو قتل کر سکتے ہیں، جو ایک بری بات ہے!) اب سوال یہ کھڑا ہوتا ہے کہ آیا روشنی سے تیز اثرات جن کی پیشگوئی کوانٹائی میکانیات کرتی ہے، اور جو اسپیکٹ تجربے میں کشف ہوتے ہیں ان معنوں میں سببی ہیں، یا یہ (سائے کی حرکت کی طرح) غیر حقیقی ہیں جن پر فلسفیانہ اعتراضات نہیں لگائے جاسکتے؟

آئیں تجربہ بل پر غور کرتے ہیں۔ کیا الیکٹران کی پیمائش کا ضد الیکٹران کی پیمائش پر اثر ہوگا؟ یقیناً، اس کا اثر ہوتا ہے؛ ورنہ ہم مواد کے بیچ باہم رشتے کی وضاحت پیش کرنے سائے متاثر ہوں گے۔ لیکن کیا الیکٹران کی پیمائش ضد الیکٹران کے کسی مخصوص نتیجے کا سبب ہے؟ اس لفظ کے عام مطلب کے نقطہ نظر سے ایسا نہیں ہوتا۔ الیکٹران کے کاشف پر مامور شخص اپنی پیمائش کے ذریعہ ضد الیکٹران کا کشف پر مامور شخص کو اشارہ نہیں بھیج سکتا، چونکہ وہ اپنی پیمائش کے نتیجہ کو متاثر نہیں کرتا (وہ الیکٹران کو ہم میدان ہونے پر مجبور نہیں کر سکتا، جیسے نقطہ X پر کیڑا کے سائے پر وہ شخص اثر انداز نہیں ہو سکتا)۔ ہاں الیکٹران کا کشف پر مامور شخص پیمائش کرنے یا نہ کرنے کا فیصلہ کر سکتا ہے، لیکن ضد الیکٹران کا کشف پر مامور شخص اپنی پیمائش نتائج کو دیکھ کر یہ نہیں بتا سکتا کہ الیکٹران کی پیمائش کی گئی یا

نہیں، چونکہ دونوں کاشف کے نتائج پر علیحدہ علیحدہ غور کرنے سے مکمل بلا واسطہ مواد دیکھنے کو ملتا ہے۔ صرف بعد میں دونوں مواد کا ایک دوسرے کے ساتھ موازنہ کرنے سے ہمیں ان کے بیچ باہم رشتہ نظر آتا ہے۔ کسی دوسری جوددی چوکھٹ میں الیکٹران کی پیمائش سے قبل ضد الیکٹران کی پیمائش کی جائے گی، لیکن اس کے باوجود اس سے کوئی متقی تضاد پیدا نہیں ہوتا؛ دکھا گیا باہم رشتہ اس پر منحصر نہیں کہ ہم کہیں الیکٹران کی پیمائش ضد الیکٹران کی پیمائش پر اثر انداز ہوتی ہے یا ضد الیکٹران کی پیمائش الیکٹران کی پیمائش پر اثر انداز ہوتی ہے۔ یہ ایک نہایت نازک اور خوبصورت اثر ہے جو بلا واسطہ مواد کے بیچ باہم رشتہ کی صورت میں نظر آتا ہے۔

یوں، ہمیں دو مختلف اقسام کے اثرات کی بات کرنی ہوگی: ”سببی“ قسم، جو وصول کنندہ کی کسی طبعی خاصیت میں حقیقی تبدیلیاں پیدا کرتا ہے، جنہیں صرف ذیلی نظام پر تجرباتی پیمائش سے کشف کیا جاسکتا ہے، اور ”غیر حقیقی“ قسم جو توانائی یا معلومات کی ترسیل نہیں کرتا، اور جس کا واحد ثبوت دو علیحدہ ذیلی نظاموں کے مواد کے بیچ باہم رشتہ ہے؛ اس باہم رشتہ کو کسی بھی طرح کسی ایک ذیلی نظام میں تجربات کے نتائج کو دیکھ کر کشف نہیں کیا جاسکتا ہے۔ سببی اثرات روشنی کی رفتار سے تیز حرکت نہیں کر سکتے، جبکہ غیر حقیقی اثرات پر ایسی کوئی پابندی عائد نہیں۔ تقابل موج کے انہدام سے وابستہ اثرات موخر الذکر قسم کے ہیں، جن کا روشنی سے تیز سفر کرنا حیران کن ضرور، لیکن تباہ کن نہیں۔

۱۲.۳ مسئلہ قلیہ

کوانٹائی پیمائش، اس لحاظ سے عام طور پر تباہ کن ہوتی ہیں، کہ یہ نظام کے حال کو تبدیل کرتی ہیں۔ یہی تجربہ گاہ میں اصول عدم یقینیت کو یقینی بناتا ہے۔ ہم اصل حال کے کئی متماثل (نقل) قلیہ بن کر، اصل نظام کو چھوئے بغیر، کیوں ان کی پیمائش نہیں کرتے۔ ایسا کرنا ممکن نہیں ہے۔ اگر آپ قلیہ بنانے والا آلہ بنائیں، کوانٹائی میکانیات کو خداحافظ کہنا ہوگا۔

مثال کے طور پر، یوں آئنسٹائن، پوڈولسکی، روزن اور بوہم تجربہ کے ذریعہ روشنی سے تیز رفتار پر خبر بھیجنا ممکن ہوگا۔ فرض کریں ضد الیکٹران کاشف چلانے والا شخص ”ہاں“ یا ”نہیں“ کی خبر ترسیل کرتا ہے۔ ”ہاں“ کی خبر ہونے کی صورت میں بھیجے والا (ضد الیکٹران کا) S_2 ناپتا ہے۔ یہ جاننے کی ضرورت نہیں کہ پیمائشی نتیجہ کیا ہے؛ صرف اتنا ضروری ہے کہ پیمائش کی جائے؛ یوں الیکٹران کسی غیر مبہم حال \uparrow یا \downarrow میں ہوگا (جس کا جاننا غیر اہم ہے)۔ خبر وصول کرنے والا جلدی سے الیکٹران کے دس لاکھ قلیہ تیار کر کے، ہر ایک پر S_2 ناپتا ہے۔ اگر تمام کا ایک ہی جواب ہو (جواب کیا ہے؟ یہ جاننا ضروری نہیں)، ہم یقین سے کہہ سکیں گے کہ الیکٹران کی پیمائش کی گئی، لہذا خبر ”ہاں“ ہوگی۔ اگر نصف الیکٹران ہم میدان، اور نصف خلاف میدان ہوں، تب یقیناً الیکٹران کی پیمائش نہیں کی گئی، اور ”نہیں“ خبر ہوگا۔

لیکن ۱۹۸۲ء میں ووثرز، زورک اور ڈانکزنے ثابت کیا کہ ایسا مشین نہیں بنایا جاسکتا جو کوانٹائی متماثل ذرات پیدا کرتا ہو۔ ہم چاہیں گے کہ یہ مشین حال $|\psi\rangle$ میں ایک ذرہ (جس کا نقل بنانا مقصود ہو) اور حال $|X\rangle$ میں ایک اضافی ذرہ (”صاف“ کا غنڈ) لے کر حال $|\psi\rangle$ میں دو ذرات (اصل اور نقل):

(۱۲.۱۳)

$$|\psi\rangle|X\rangle \rightarrow |\psi\rangle|\psi\rangle$$

دیتا ہو۔ مندرجہ ذیل ہم ایسا مشین بنانے میں کامیاب ہوتے ہیں جو حال $|\psi_1\rangle$ کا قلیہ تیار کرتا ہو:

$$|\psi_1\rangle|X\rangle \rightarrow |\psi_1\rangle|\psi_1\rangle \quad (12.13)$$

اور جو $|\psi_2\rangle$ کے لئے بھی کارآمد ہو:

$$|\psi_2\rangle|X\rangle \rightarrow |\psi_2\rangle|\psi_2\rangle \quad (12.14)$$

(مثال کے طور پر، اگر ذرہ ایک الیکٹران ہو، تب $|\psi_1\rangle$ اور $|\psi_2\rangle$ ہم میدان اور خلاف میدان ہو سکتے ہیں)۔ یہاں تک کوئی مسئلہ پیدا نہیں ہوتا۔ یہ دکھانا ہوگا کہ ان کے خطی جوڑ $|\psi\rangle = \alpha|\psi_1\rangle + \beta|\psi_2\rangle$ کی صورت میں کیا ہوگا؟ ظاہر ہے ایسی صورت میں

$$|\psi\rangle|X\rangle \rightarrow \alpha|\psi_1\rangle|\psi_1\rangle + \beta|\psi_2\rangle|\psi_2\rangle \quad (12.15)$$

ہوگا، جو ہم بالکل نہیں چاہتے۔ ہم درج ذیل چاہتے تھے۔

$$\begin{aligned} |\psi\rangle|X\rangle \rightarrow |\psi\rangle|\psi\rangle &= [\alpha|\psi_1\rangle + \beta|\psi_2\rangle][\alpha|\psi_1\rangle + \beta|\psi_2\rangle] \\ &= \alpha^2|\psi_1\rangle|\psi_1\rangle + \beta^2|\psi_2\rangle|\psi_2\rangle + \alpha\beta[|\psi_1\rangle|\psi_2\rangle + |\psi_2\rangle|\psi_1\rangle] \end{aligned} \quad (12.16)$$

آپ ہم میدان الیکٹران اور خلاف میدان الیکٹران کے قلیہ بنانے کی مشین بنا سکتے ہیں، لیکن وہ کسی بھی غیر مہمل خطی جوڑ کی صورت میں ناکامی کا شکار ہوگا۔ یہ بالکل ایسا ہوگا جیسا نقل بنانے کی مشین افقی لکیریوں اور انتصابی لکیریوں کی نقل خوش اسلوبی سے کرتی ہو لیکن وتری لکیریوں کو مکمل طور پر بگاڑتی ہو۔

۱۲.۴ شرودنگر کی بلی

کوانٹائی میکینکس میں پیمائش کا عمل ایک شرارتی کردار ادا کرتا ہے: ہمیں پر عدم تعینیت، غیر مقامت، تفاعل موج کا انہدام، اور باقی تمام تصوراتی مشکلات رونما ہوتی ہیں۔ پیمائش کی غیر موجودگی میں، مساوات شرودنگر کے تحت، تفاعل موج اطمینان اور تعیناتی طریقے سے ارتقا کرتا ہے، اور کوانٹائی میکینکس کسی بھی سادہ نظریہ میدان کی طرح نظر آتی ہے (جو کلاسیکی برقی حرکیات سے بہت سادہ ہوگی، چونکہ دو میدان (E) اور (B) کے بجائے اس میں ایک میدان (ψ) پایا جاتا ہے، اور جو غیر مستقیم ہے)۔ یہ پیمائش کا عجیب و غریب کردار عمل ہی ہے، جو کوانٹائی میکینکس کو سمجھ سے باہر خواص سے نوازتا ہے۔ پیمائش درحقیقت ہے کیا؟ اسے کیا دیگر طبیعی عوامل سے منفرد بناتا ہے؟^{۱۴} اور ہم کس طرح جان سکتے ہیں کہ پیمائش کی گئی؟

شرودنگر نے یہ بنیادی سوال (اپنے مشہور) **تنازعہ بلی**^{۱۵} کے مفروضے کی صورت میں پوچھا:

^{۱۴} ہم مندرجہ کر رہے ہیں کہ حال $|\psi\rangle$ پر آہ خطی عمل کرتا ہے؛ ہونا بھی ایسا ہی چاہیے، چونکہ نتائج وقت مساوات شرودنگر (جس کے تحت یہ عمل ہوگا) خطی ہے۔

^{۱۵} یہ طبعی سوچ اس امتیاز کو رد کرتا ہے، اور کہتا ہے کہ پیمائشی آلہ اور نظام کو ایک ہی بڑا نظام میں ملاحظہ کر کے، جو مساوات شرودنگر کے تحت ارتقا کرتا ہو۔ ایسے نظریات میں تفاعل موج منہدم نہیں ہوتا، تاہم ہم انفرادی وقوع کو بیان کرنے سے متاثر ہوں گے؛ اس (نقطہ نظر میں) کوانٹائی میکینکس صرف یکساں تیار کردہ مندرجہ کے نظاموں پر متبادل اطلاق ہوگا۔

ایک بلی کو فلا دے ایک بند ڈبے میں بند کیا جاتا ہے؛ اس ڈبے میں ایک گانگر گنٹے کا ر^{۱۶} اور کسی تابکار مادے کی اتنی چھوٹی مقدار رکھی جاتی ہے جس میں ایک گھنٹہ میں صرف ایک جوہر کے تنزل کا امکان ہو، تاہم یہ بھی ممکن ہے کہ کوئی جوہر تنزل نہ ہو۔ تنزل کی صورت میں گنٹے کا ر اس ڈبے میں زہریلی گیس چھوڑتا ہے۔ ایک گھنٹہ گزرنے کے بعد ہم کہہ سکتے ہیں کہ تنزل نہ ہونے کی صورت میں یہ بلی زندہ ہوگی۔ پہلا تنزل اس کو زہر سے مار دیتا۔ اس مکمل نظام کا تفسر عمل موج، اس حقیقت کو ظاہر کرنے کے لیے، زندہ اور مردہ بلی کے برابر حصوں پر مشتمل ہوگا۔

ایک گھنٹہ بعد، بلی کا تفسر عمل موج درج ذیل روپ کا ہوگا۔

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{\text{زندہ}} + \psi_{\text{مردہ}}) \quad (12.18)$$

یہ بلی نہ تو زندہ اور نہ ہی مردہ ہے، بلکہ پیمائش سے پہلے یہ ان دونوں کا ایک خطی جوڑ ہوگا۔ کھڑکی سے اندر دیکھ کر بلی کا حال جاننے کو پیمائش تصور کیا جائے گا۔ آپ کا دیکھنے کا عمل بلی کو زندہ یا مردہ ہونے پر مجبور کرتا ہے۔ ایسی صورت میں اگر بلی مردہ پائی جائے، تو یقیناً اس کے ذمہ دار آپ ہی ہیں، چونکہ آپ نے کھڑکی سے دیکھ کر اسے قتل کیا۔

شرودنگر اس تمام کو ایک بکو اس سے زیادہ نہیں سمجھتا تھا، اور میرے خیال ہے زیادہ تر ماہر طبیعیات ان کے ساتھ متفق ہیں۔ کلاں بین اجسام کا دو (واضح طور پر) مختلف حالات کے ایک خطی جوڑ کی صورت میں ہونے کا تصور بے معنی ہے۔ ایک الیکٹران ہم میدان اور خلاف میدان کا خطی جوڑ ہو سکتا ہے، لیکن ایک بلی زندہ اور مردہ کی خطی جوڑ نہیں ہو سکتی۔ اس کو انسانی میکانیات کی تقلید پسند تشریح کے ساتھ کس طرح ہم آہنگ بنایا جاسکتا ہے؟

شماریاتی مفہوم کے لحاظ سے مقبول ترین جواب یہ ہے کہ گنٹے کا ر کے گنٹے کا عمل ”پیمائش“ ہوگا، نہ کہ کھڑکی میں سے انسانی مشاہدہ۔ پیمائش وہ عمل ہے جو ”کلاں بین“ نظام (جو یہاں گنٹے کا ر ہے) پر اثر انداز ہوتا ہے۔ پیمائش کا عمل اس لمحہ پر رونما ہوگا جب خوردبین نظام (جسے کو انسانی میکانیات کے قوانین بیان کرتا ہے) کلاں بین نظام (جسے کلاسیکی میکانیات کے قواعد بیان کرتے ہیں) کے ساتھ اس طرح باہم عمل کرے کہ دائمی تبدیلی رونما ہو۔ کلاں بین نظام خود منفسر حالات کے خطی جوڑ کا مکین نہیں ہو سکتا۔^{۱۷}

^{۱۶} Geiger counter

^{۱۷} یقیناً، کلاں بین نظام کو بھی حسا کو انسانی میکانیات کے قواعد بیان کرتے ہیں۔ پہلی مثال میں تفسر عمل موج انفرادی بنیادی ذرات کو بیان کرتے ہیں؛ کلاں بین نظام کا تفسر عمل موج ان 10²³ انفرادی ذرات کے تفسر عملات موج سے بنے گا جو مسل کر نظام بناتے ہیں۔ میرا خیال ہے کہ بڑے اعداد کی شماریات میں کہیں ذکر کیا گیا ہے کہ کلاں بین خطی جوڑ کا ہونا انتہائی غیر محتمل ہے۔ اگر آپ کسی طرح مقصور سادہ رمض کو (مثلاً) کلاں بین منفسر کو انسانی حالات کے خطی جوڑ میں لائیں، وہ، قصصیری وقت سے بہت کم وقت میں ایک سادہ کلاسیکی حال میں واپس آجائے گا۔ اس مظہر کو ختمیتے آنا (decoherence) کہتے ہیں۔

۱۲.۵ کوانٹائی زینو تضاد

اس عجیب قصہ کی اہم ترین خاصیت تفاعل موج کا انہدام ہے۔ ایک پیمائش کے فوراً بعد دوسری پیمائش سے اسی نتیجہ کے حصول کی خاطر حنا صلت نظریاتی بنیادوں پر اسے متعارف کیا گیا تھا یقیناً اس دو رس اصول موضوعہ کے قابل مشاہدہ اثرات۔ بھی ہوں گے۔ مسر اور سرشان نے سن 1977 میں تفاعل عملی موج کی انہدام کا ایک ڈرامائی تجرباتی مظاہرہ تجویز کیا جسے انہوں نے کوانٹائی زینو اثر کا نام دیا۔ ان کا تصور یہ تھا کہ ایک غیر مستحکم نظام مثلاً ہیجان حال میں ایک جوہر کو بار بار پیمائشی عمل سے گزارا جائے۔ ہر ایک مشاہدہ تفاعل موج کو منہدم کر کے گھٹری کو دوبارہ صفر سے چالو کرے گا اور یوں زیریں حال میں متوقع انتقال کو غیر معائنہ مدد تک روکا جاسکتا ہے۔

فرض کریں ایک نظام ہیجان حال ψ_2 سے آغاز کرتا ہے اور زمینی حال ψ_1 میں منتقلی کے لیے اس کا قدرتی عرصہ حیات τ ہے۔ عام طور پر τ سے کافی کم وقتوں کے لیے انتقالی احتمال وقت t کا راست متناسب ہوگا مساوات 9.42 دیکھیں چونکہ انتقالی شرح $1/\tau$ ہے لہذا درج ذیل ہوگا

$$P_{2 \rightarrow 1} = \frac{t}{\tau} \quad (12.19)$$

وقت t پر پیمائش کرنے کی صورت میں بالائی حال میں نظام ہونے کا احتمال درج ذیل ہوگا

$$P_2(t) = 1 - \frac{t}{\tau} \quad (12.20)$$

فرض کریں ہم دیکھتے ہیں کہ نظام بالائی حال میں ہی ہے ایسی صورت میں تفاعل موج واپس ψ_2 پر منہدم ہوگا اور پورا عمل ایک بار نئے سرے سے دوبارہ شروع ہوگا۔ اگر ہم وقت $2t$ پر دوسری پیمائش کریں تب بالائی حال میں نظام ہونے کا احتمال درج ذیل ہوگا

$$\left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^2 \approx 1 - \frac{2t}{\tau} \quad (12.21)$$

جو وہی ہے جو اس صورت ہوتا اگر ہم پہلی پیمائش کرتے ہی نہیں سادہ موج کے تحت ایسا ہی ہونا چاہیے تھا۔ اگر ایسا ہی ہوتا تب نظام کا بار بار مشاہدہ کرنے سے کوئی فرق نہیں پڑتا اور نہ یہ کوانٹائی زینو اثر پیدا ہوتا تاہم بہت کم وقت کی صورت میں انتقالی احتمال وقت t کے بجائے t^2 کا راست متناسب ہوگا 9.39 دیکھیں

$$P_{2 \rightarrow 1} = \alpha t^2 \quad (12.22)$$

ایسی صورت میں دو پیمائشوں کے بعد بھی نظام کا بالائی حال میں ہونے کا احتمال درج ذیل ہوگا

$$(1 - \alpha t^2)^2 \approx 1 - 2\alpha t^2 \quad (12.23)$$

جبکہ پہلی پیمائش نہ کرنے کی صورت میں اب احتمال درج ذیل ہوتا

$$(12.24) \quad 1 - \alpha(2t)^2 \approx 1 - 4\alpha t^2$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ وقت t گزرنے کے بعد نظام کے مشاہدہ کی بنا پر زیریں حال میں منتقلی کا احتمال کم ہوا ہے۔

یقیناً $t = 0$ سے لیکر $t = T$ تک n برابر وقفہ $T/n, 2T/n, 3T/n, \dots, T$ پر نظام کا مشاہدہ کرنے کی وجہ سے اس دورانیہ کے آخر میں بھی نظام بالائی حال میں پائے جانے کا احتمال درج ذیل ہوگا

$$(12.25) \quad \left(1 - \alpha(T/n)^2\right)^n \approx 1 - \frac{\alpha}{n} T^2$$

جو $n \rightarrow \infty$ کی حد میں 1 تک پہنچتا ہے ایک غیر مستحکم نظام جس کا مسلسل مشاہدہ کیا جائے کبھی بھی تھویل نہیں ہوگا بعض مصنفین اس مآخوڑے اتفاق نہیں کرتے اور ان کے نزدیک یہ تفاعل موج کے انہدام غیر درست ہونے کا ثبوت ہے۔ تاہم ان کے دلائل مشاہدہ کے مفہوم کی غلط تشریح پر مبنی ہے اگر بلا حائل خانہ میں ایک ذرہ کی راہ کو مسلسل مشاہدہ متناوب دیا جائے تب یہ بالکل درست ہوں گے چونکہ ایسی ذرات یقیناً تھویل ہوتے ہیں اور ان کا عرصہ حیات پر کاشف کا تابل پیمائش اثر نہیں پایا جاتا ہے تاہم ایذا ذرہ خانہ کے اندر جو ہروں کے ساتھ خدمت حال باہم عمل کرتا ہے جبکہ کوانٹائی زیٹو اثر کے لیے ضروری ہے کہ یک بعد دیگر پیمائشوں کے بیچ وقفہ اتنا کم ہو کہ نظام کو t^2 خطہ میں پکڑا جائے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ خود بخود منتقلی کی صورت میں یہ تجربہ عملاً ممکن نہیں ہے۔ تاہم پیدا کردہ امتثال کی صورت میں نتائج کا نظریاتی پیشگوئی کے ساتھ مکمل اتفاق پایا جاتا ہے۔ بد قسمتی سے یہ تجربہ تفاعل موج کی انہدام کا حتمی ثبوت پیش نہیں کر سکتا ہے اس مشاہدہ کے دیگر وجوہات بھی دئے جاسکتے ہیں۔

میں نے اس کتاب میں ایک ہم آہنگ اور بلا تضاد کہانی پیش کرنے کی کوشش کی ہے تفاعل موج ψ کسی ذرہ یا نظام کے حال کو ظاہر کرتا ہے۔ عمومی طور پر ای کذرہ کسی مخصوص حرکی خاصیت مثلاً مقام معیار حرکت توانائی زاویائی معیار حرکت وغیرہ کا حامل نہیں ہوتا اس وقت تک جب پیمائشی عمل مداخلت نہ کرے کسی ایک تجربہ میں حاصل ایک مخصوص قیمت کا احتمال ψ کی شریاتی مفہوم تعین کرتا ہے۔ پیمائشی عمل سے تفاعل موج منہدم ہوتا ہے جس کی بنا پر فوراً دوسری پیمائش لازماً وہی نتیجہ دے گی۔ اگرچہ دیگر تشریحات مثلاً غیر موثقی درپردہ متغیر نظریات متعدد کائنات کا تصور بلا تضاد تاریخیں گہرہ نمونے وغیرہ بھی پائے جاتے ہیں لیکن میں یقین کرتا ہوں کہ یہ سب سے سادہ ہے جس سے عموماً ماہر طبیعیات اتفاق کرتے ہیں۔ یہ ہر تجربہ سے کامیابی سے ابھرتا ہے تاہم یہ کہانی کا اختتام نہیں ہے ہمیں پیمائشی عمل کے بارے میں اور انہدام کے طریقے کار کے بارے میں بہت کچھ جاننا ہے عین ممکن ہے کہ آنے والے نسلیں زیادہ پیچیدہ نظریہ جانتے ہوئے سوچتے ہوں کہ ہم اتنا سادہ کیسے ہو سکتے تھے۔

جوابات

- centrifugal term, 146
- Chandrasekhar limit, 253
- chemical potential, 247
- Clebsch-Gordon coefficients, 190
- coherent states, 133
- collapses, 4, 111
- commutation
 - canonical relation, 45
 - canonical relations, 138
 - fundamental relations, 165
- commutator, 44
- commute, 44
- complete, 35, 100
- conductor, 235
- configuration, 237
- continuity equation, 194
- continuous, 105
- continuum, 138
- coordinates
 - spherical, 139
- Copenhagen interpretation, 4
- covalent bond, 214
- cubic symmetry, 298

- Darwin term, 280
- decomposition
 - spectral, 130
- degeneracy pressure, 228
- degenerate, 90, 104
- degrees of freedom, 254
- delta
 - Kronecker, 35

- 21-centimeter line, 291

- adjoint, 103
- allowed
 - values, 33
- aluminium, 220
- angular momentum
 - conservation, 170
 - extrinsic, 174
 - intrinsic, 174
- argument, 61

- bands, 234
- baryon, 191
- Bessel
 - spherical function, 148
- binding energy, 156
- binomial coefficient, 239
- blackbody spectrum, 250
- Bloch's theorem, 229
- Bohr
 - radius, 156
- Bohr formula, 155
- Bohr magneton, 284
- Bose condensation, 249
- Bose-Einstein distribution, 247
- bosons, 208
- boundary conditions, 32
- bra, 128
- bra-ket
 - notation, 128
- bulk modulus, 229

- fermions, 208
- Feynmann-Hellmann theorem, 294
- fine structure, 272
- fine structure constant, 272
- formula
 - De Broglie, 19
 - Euler, 30
- Fourier
 - inverse transform, 63
 - transform, 63
- Frobenius
 - method, 54
- function
 - Dirac delta, 72
 - even, 31
- g-factor, 278
- gamma function, 249
- gaps, 234
- gauge
 - invariant, 202
 - transformation, 202
- generalized
 - distribution, 72
 - function, 72
- generalized statistical interpretation, 111
- generating
 - function, 60
- generator
 - translation in space, 136
 - translation in time, 136
- geometric series, 253
- good
 - linear combinations, 263
- good quantum numbers, 275
- Gram-Schmidt
 - orthogonalization process, 107
- Gram-Schmidt procedure, 437
- graviton, 163
- group theory, 191
- gyromagnetic ratio, 182
- density
 - free electron, 227
- determinant
 - Slater, 214
- determinate state, 103
- deuterium, 297
- deuteron, 297
- dipole moment
 - magnetic, 181
- Dirac
 - comb, 229
 - notation, 128
 - orthonormality, 108
- direct integral, 313
- discrete, 105
- dispersion
 - relation, 67
- dope, 235
- eigenfunction, 103
- eigenvalue, 103
- eigenvalue equation, 103
- electrodynamics
 - quantum, 278
- electron
 - classic radius, 175
- energy
 - allowed, 29
 - conservation, 39
- energy gap, 290
- ensemble, 15
- entangled states, 207
- exchange force, 213
- exchange integral, 313
- expectation
 - value, 7
- Fermi
 - energy, 227
 - temperature, 228
- Fermi surface, 227
- Fermi-Dirac distribution, 247

- polynomial, 158
- Lamb shift, 272
- Landau Levels, 202
- Lande g -factor, 284
- Laplacian, 138
- Larmor frequency, 184
- law
 - Hooke, 42
- LCAO, 311
- Legendre
 - associated, 142
- leptons, 175
- Levi-Civita symbol, 180
- linear
 - combination, 28
- linear algebra, 97
- Lithium, 162
- Lorentz force
 - law, 201
- magnetic moment
 - anomalous, 278
- mass
 - reduced, 206
- matrices, 98
- matrix
 - S , 94
 - transfer, 95
- matrix elements, 125
- Maxwell-Boltzmann distribution, 247
- mean, 7
- median, 7
- meson, 191
- momentum, 17
- momentum space
 - wave function, 195
- momentum space wave function, 113
- motion
 - cyclotron, 202
- muon catalysis, 319
- muonic hydrogen, 291
- Hamiltonian, 28
- harmonic
 - oscillator, 32
- harmonic oscillator
 - three-dimensional, 193
- Helium, 162
- Hermitian
 - conjugate, 49
- hermitian, 101
 - anti, 130
 - conjugate, 103
 - skew, 130
- hidden variables, 3
- Hilbert space, 99
- hole, 235
- Hund's
 - first rule, 221
 - second rule, 221
 - third rule, 221
- Hund's Rules, 220
- hydrogen
 - muonic, 207
- hydrogenic atom, 162
- hyperfine structure, 272
- ideal gas, 245
- idempotent, 129
- indeterminacy, 3
- infinite spherical well, 146
- inner product, 98
- insulator, 235
- inverse beta decay, 253
- ket, 128
- kion, 191
- Kronig-Penny model, 232
- ladder
 - operators, 46
- Lagrange multiplier, 242
- Laguerre
 - associated polynomial, 158

- degenerate, 260
- pion, 191
- Planck's
 - formula, 162
- polynomial
 - Hermite, 58
- position
 - agnostic, 4
 - orthodox, 3
 - realist, 3
- positronium, 207, 291
- potential, 15
 - effective, 146
 - reflectionless, 93
- probability
 - conservation, 194
 - density, 10
- probability current, 21, 194
- probable
 - most, 7
- quantum
 - principle number, 155
- quantum dots, 319
- quantum number
 - azimuthal, 145
 - magnetic, 145
- quantum numbers, 147
- quark, 191
- radial equation, 146
- recursion
 - formula, 55
- reflection
 - coefficient, 78
- relation
 - Kramers, 295
 - Pasternack, 295
- relativistic correction, 272
- revival time, 89
- Riemann zeta function, 249
- rigid rotor, 173
- muonium, 291
- Neumann
 - spherical function, 148
- neutrino
 - electron, 127
 - muon, 127
- neutron star, 253
- node, 34
- non-normalizable, 13
- normalizable, 14
- normalization, 13
- normalization constant, 22
- normalized, 100
- observables
 - incompatible, 116
- occupation number, 237
- operator, 17
 - exchange, 209
 - lowering, 46, 166
 - projection, 129
 - raising, 46, 166
- orbital, 173
- orbitals, 219
- orthogonal, 34, 100
- orthohelium, 217
- orthonormal, 35, 100
- orthorhombic symmetry, 298
- oscillation
 - neutrino, 127
- overlap integral, 312
- pair annihilation, 292
- parahelium, 217
- particle
 - unstable, 21
- Paschen-Back effect, 285
- Pauli exclusion principle, 208
- Pauli spin matrices, 177
- periodic table, 219
- perturbation theory

- spinor, 175
- square-integrable, 13
- square-integrable functions, 98
- standard deviation, 9
- Stark effect, 296
- state
 - bound, 70
 - excited, 34
 - ground, 34, 156
 - scattering, 70
- stationary states, 27
- statistical
 - interpretation, 2
- Stefan-Boltzmann formula, 251
- step function, 80
- Stern-Gerlach experiment, 184
- Stirling's approximation, 243
- symmetrization
 - requirement, 209
- temperature, 236
- tetragonal symmetry, 298
- theorem
 - Dirichlet's, 35
 - Ehrenfest, 18
 - equipartition, 254
 - Plancherel, 63
- thermal equilibrium, 236
- Thomas precession, 279
- transformations
 - linear, 97
- transition, 161
- transmission
 - coefficient, 78
- triplet, 188
- tunneling, 72, 79
- turning points, 70
- uncertainty principle, 19, 116
 - energy-time, 119
- valence, 223
- Rodrigues
 - formula, 60
- Rodrigues formula, 142
- rotation
 - generator, 200
- Rydberg
 - constant, 162
 - formula, 162
- scattering
 - matrix, 93, 94
- Schrodinger
 - time-independent, 27
- Schrodinger align, 2
- Schwarz inequality, 99, 437
- screened, 219
- semiconductors, 235
- separation constant, 26
- sequential measurements, 131
- series
 - Balmer, 162
 - Fourier, 35
 - Lyman, 162
 - Paschen, 162
 - power, 43
 - Taylor, 42
- shell, 219
- sodium, 23
- space
 - dual, 128
 - outer, 23
- spectrum, 104
- spherical
 - harmonics, 144
- spin, 173, 174
- spin down, 175
- spin up, 175
- spin-orbit
 - interaction, 279
- spin-orbit coupling, 272
- spin-spin coupling, 290

- اتساق
حالات، 133
اجزائی
قیمتیں، 33
ارتعاش
نیوٹرینو، 127
استمراری، 105
استمراری مساوات، 194
استمراریہ، 138
اصول
عدم یقینیت، 19
اصول تغیریت، 299
اصول عدم یقینیت، 116
اضافیتی تصحیح، 272
اکیس سٹی میٹر لکیر، 291
الیکٹران
کلاسیکی رداس، 175
الیکٹران نیوٹرینو، 127
امتیازی تقاضا، 103
امتیازی فتر، 103
امتیازی فتر مساوات، 103
انتشاری
رشتہ، 67
انخطاطی، 90، 104
انخطاطی دباؤ، 228
اندرونی ضرب، 98
انوکاس
شرح، 78
اوسط، 7
- باضابطہ معیار حرکت، 203
برقی حرکیات
کوانٹائی، 278
بقا
توانائی، 39
بقا احتمال، 194
بلا واسطہ مکمل، 313
بندشی توانائی، 156
بوس آئنسٹائن تقسیم، 247
بوس انجماد، 249
- Van der Waals interaction, 294
variables
separation of, 25
variance, 9
variational principle, 299
vectors, 97
velocity
group, 66
phase, 66
virial theorem, 132
three-dimensional, 194
wag the tail, 56
wave
incident, 77
packet, 62
reflected, 77
transmitted, 77
wave function, 2
wave vector, 224
wavelength, 18
white dwarf, 252
Wien displacement law, 250
WKB, 321
Yukawa potential, 316
Zeeman effect, 283
zero-crossing, 34

- بوسن، 208
 بوہر
 رداس، 156
 کلیہ، 155
 بوہر مقناطیس، 284
 بیریان، 191
 میل
 کروی تقا عمل، 148
 بے لچک پھسکی، 173
 پازیشٹرانیم، 207، 291
 پاشن ویک اثر، 285
 پالی اصول مناعت، 208
 پالی متالب چکر، 177
 پایان، 191
 پیال، 234
 پس پردہ، 219
 پلانک
 کلیہ، 162
 پسیداکار
 فضا میں انتقال کا، 136
 وقت میں انتقال، 136
 پسیداکار
 تقا عمل، 60
 گھومتا، 200
 تجدیدی عرصہ، 89
 تجربہ
 شرٹن و گرانج، 184
 ترتیبی پیمائشیں، 131
 ترسیل
 شرح، 78
 تسل
 بالمر، 162
 پاشن، 162
 ٹیلر، 42
 طاقتی، 43
 فوریئر، 35
 لیمان، 162
 تشاکلیت
 ضرورت، 209
 تشکیل، 237
 تعداد مکین، 237
 تعین حال، 103
 تغیریت، 9
 تقا عمل
 ڈیٹا، 72
 تقا عمل موج، 2
 تقا علیہ، 128
 تکمل
 ڈھانچائی، 312
 توانی
 کلیہ، 55
 توانائی
 احبابائی، 29
 توقعاتی
 قیوت، 7
 شنائی عددی سر، 239
 حبرو ڈارون، 280
 جسم مقیاس، 229
 جفت، 34
 تقا عمل، 31
 جفت قطب معیار اثر
 مقناطیسی، 181
 جوہری مدار چوں
 خطی جوڑ ترکیب، 311
 جی حبرو ضربی، 278
 چکر، 173، 174
 مخالف میدان، 175
 ہم میدان، 175
 چکر چکر رابطہ، 290
 چکر کار، 175
 چکر و مدار باہم عمل، 279
 چکر و مدار رابطہ، 272
 چندر شیکھر حد، 253
 چوزاویہ تشکل، 298
 حال
 بچھراؤ، 70

- 66، سستی
 66، گروہی سستی
 86، رمز اور وٹاؤسڈ اثر،
 194، رواحتال،
 روڈریگیس
 142، کلیہ
 249، ریمان زیٹا تفسار عمل،
 زاویائی معیار حرکت
 170، بقا
 174، خلتی
 174، غیر خلتی
 283، زیسان اثر،
 ساکن
 27، حالیت،
 243، شملنگ
 251، شیفتن و بولسڈ من کلیہ،
 32، سرحدی شراٹھ،
 72، 79، سرنک زنی،
 252، سفید بونا،
 15، سگرا،
 220، سلور،
 128، سمتاویہ،
 97، سمتیاریت،
 224، سمتیہ موج،
 سوچ
 4، انکاری،
 3، تقلید پسند،
 3، حقیقت پسند،
 23، سوڈیم،
 188، سہ تا،
 250، سیاہ جسمی طیف،
 سیزھی
 46، عملین،
 80، سیزھی تفسار عمل،
 296، شمارک اثر،
 27، شروڈنگر
 136، شروڈنگر نقطہ نظر،
 156، 34، زمینی
 70، مقید،
 34، ہچکان،
 236، حرارتی توازن،
 حرکت
 202، سائیکلوٹران،
 97، خطی الجبرا،
 97، خطی تبدلہ،
 28، خطی جوڑ،
 3، خفیہ متغیرات،
 219، 235، خول،
 254، درجہ حرارت آزاد،
 236، درجہ حرارت،
 234، درز،
 290، درز توانائی،
 61، دلیل،
 96، 56، دم ہلانا،
 219، دوری جدول،
 ڈیراک
 128، علامتیت،
 229، کنگھی،
 108، معیاری عمودیت،
 ڈیلٹا
 35، کرونیٹر،
 297، ڈیوٹریم،
 297، ڈیوٹیران،
 ذرہ
 21، غیر مستحکم،
 رو
 21، احتمال،
 146، ردای مساوات،
 162، رڈبرگ،
 162، کلیہ،
 رشتہ
 295، پترنک،
 295، کرامرس،
 رفتار

- فـنـر و نـو س
ترکیب، 54
فـنـن
بیرونی، 23
دوہری، 128
فورسہ
الٹ بدل، 63
بدل، 63
- فـنـن
غیر ہم آہنگ، 116
فـنـن
بچھراؤ، 93، 94
ترسیل، 95
فـنـن اراکان، 125
فـنـن
کب، 42
فـنـن مغلین، 298
قواعد بن، 220
قوالب، 98
قوت مبادلہ، 213
- کاسل گیس، 245
کایان، 191
کشافت
آزاد الیکٹران، 227
احتمال، 10
کشیر رکشی
ہرمانڈ، 58
کرائنگ و پینی نمونہ، 232
کروی
ہارمونیات، 144
کبھی تشاکل، 298
کلیہ
ڈی پروگلی، 19
روڈریگیس، 60
پولر، 30
کلیش و گورڈن عددی سر، 190
کیٹ
تختیف شدہ، 206
کوارک، 191
- شریک عامل، 103
شریک گرفتگی بندہ، 214
شاریائی مفہوم، 2
شوارز
عدم مساوات، 437
شوارز عدم مساوات، 99
فـنـر مـتـم انقطاع، 34
طاق، 34
طامس استقبالی حرکت، 279
طول موج، 18، 162
طیف، 104
طیفی تحلیل، 130
- عامل، 17
تخلیل، 129
تقلیل، 166، 46
رفع، 166، 46
مبادلہ، 209
عبور، 161
عدم تعین، 3
عدم یقینیت
توانائی و وقت، 119
عدم یقینیت اصول، 19
عقدہ، 34
علائیت
تفعلیہ و سمتاویہ، 128
علیحدگی متغیرات، 25
علیحدگی مستقل، 26
عمودی، 100، 34
غیر مسل، 105
غیر موصل، 235
- فـنـری
توانائی، 227
درجہ حرارت، 228
سطح، 227
فـنـر میان، 208
فـنـری و ڈیراک تقسیم، 247

- کوانٹائی
 صدر عدد، 155
 کوانٹائی اعداد، 147
 کوانٹائی عدد
 اسمتی، 145
 مقنطیسی، 145
 کوانٹائی نقطے، 319
 کوپن ہیگن مفہوم، 4
 کیسادی مخفیہ، 247
- گرام شمد
 ترکیب عمودیت، 107
 گرام و شمد حکمت عملی، 437
 گرافتی، 223
 گروہی نظریہ، 191
 گروپویشن، 163
 گیماتفا عمل، 249
- لاپلائی، 138
 لارمر تعدد، 184
 لاگنج
 شریک کشیررکتی، 158
 کشیررکتی، 158
 لامتناہی کروی کنواں، 146
 لپٹان، 175
 لتضم، 162
 لگراج مضرب، 242
 لسنڈو سطحیں، 202
 لسنڈو جی جزو ضربی، 284
 لوریننز قوت
 وٹانون، 201
 لوی وچو بیت، 180
 لیڈ انڈر
 شریک، 142
 لیب انتقال، 272
- ماپ
 تبادلہ، 202
 غیر متغیر، 202
 مبادلہ مکمل، 313
- متعمم
 تقابل، 72
 تقسیم، 72
 متعمم شمار یاتی مفہوم، 111
 مختل
 سب سے زیادہ، 7
 محدود
 کردی، 139
 محتلف بیٹا تحلیل، 253
 مخفیہ، 15
 بلا العکاس، 93
 موثر، 146
 مدار چھ، 219
 مداری، 173
 مربع متکا مل، 13
 مربع متکا مل تقاضات، 98
 مرتعش
 ہارمونی، 32
 مرکز گریز جزو، 146
 مساوات شروع و ڈنگر، 2
 ممکن مقنطیسی نسبت، 182
 مسئلہ
 اہر نفٹ، 18
 پلانشرال، 63
 ڈرشلے، 35
 مساوی حسانہ بندی، 254
 مسئلہ بلوخ، 229
 مسئلہ وننمن و بلن، 294
 مسئلہ ورل، 132
 تین البعدی، 194
 معمول زنی، 13
 وٹائل، 14
 متقل، 22
 ناسٹائل، 13
 معمول شدہ، 100
 معیار حرکت، 17
 معیار حرکتی فضا تقاضا عمل موج، 113، 195
 معیاری انحراف، 9
 معیاری عمودی، 35، 100
 منقطع

- واٹن فٹانون ہٹاؤ، 250
وسطانیہ، 7
ونڈیل وکرام سرس وبرلوان، 321
ون در ولس باہم عمل، 292
ہن
کاپیلا فٹا عدد، 221
کاتیسرا فٹا عدد، 221
کادوسرا فٹا عدد، 221
ہار مونی
سر نقش، 32
ہار مونی سر نقش
تین البعدی، 193
ہائیڈروجن
میونی، 207
ہائیڈروجنی جوہر، 162
ہر مشی، 101
جوڑی دار، 49، 103
حسلاف، 130
منحرف، 130
لمبرٹ فضا، 99
ہمبستہ حال، 207
ہندی تسل، 253
ہیزنبرگ نقطہ نظر، 136
ہیلیم، 162
ہیلیم پرست، 217
ہیملٹنی، 28
یک طامتی، 129
یو کاوا مخفیہ، 316
- سلیٹر، 214
مقابلہ، 44
مقلبت
باضابطہ رشتہ، 45
باضابطہ رشتہ، 138
بنیادی رشتہ، 165
مقلوب، 44
مقتطبی معیار اثر
بے ضابطہ، 278
مکمل، 35، 100
ملاوٹ، 235
منہدم، 4، 111
موج
آمدی، 77
ترسیلی، 77
متعکس، 77
موجی اکٹھ، 62
موزوں
خطی جوڑ، 263
موزوں کوانٹائی اعداد، 275
موصول، 235
مہین ساخت، 272
مہین ساخت متقل، 272
میزان، 191
میکسویل وولٹس من تقسیم، 247
میدن عمل انگیزی، 319
میدن نیوٹرینو، 127
میدنی ہائیڈروجن، 291
میدنیسم، 291
نالودگی جوڑا، 292
نزد ہیلیم، 217
نظریہ اضطراب
انخطاطی، 260
نہایت مہین ساخت، 272
نیم موصول، 235
نیوٹران ستارہ، 253
نیومن
کروی تق عمل، 148
واپسی نقطہ ط، 70