

کوانٹائی میکانیات

ایک تعارف

خالد حسان یوسفزئی

جامعہ کامیٹ، اسلام آباد

khalidyou safzai@comsats.edu.pk

عنوان

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

ix

۱	۱	تفاسل موج
۱	۱.۱	۱. مساوات شروڈنگر
۲	۱.۲	۲. شماراتی مفہوم
۵	۱.۳	۳. احتمال
۵	۱.۳.۱	۱. غیر مسلسل متغیرات
۹	۱.۳.۲	۲. استمراری متغیرات
۱۲	۱.۴	۴. معمولی زنی
۱۵	۱.۵	۵. معیار حرکت
۱۸	۱.۶	۶. اصول عدم یقینیت
۲۵	۲	غیر متایق وقت مساوات شروڈنگر
۲۵	۲.۱	۱. ساکن حالات
۳۱	۲.۲	۲. لامتناہی چوکور کنواں
۴۱	۲.۳	۳. ہارمونی سر تقش
۴۳	۲.۳.۱	۱. الجبرائی ترکیب
۵۲	۲.۳.۲	۲. تحلیلی ترکیب
۵۹	۲.۴	۴. آزاد ذرہ
۶۹	۲.۵	۵. ڈیلٹا تفاسل محفہ
۶۹	۲.۵.۱	۱. مقید حالات اور بجھراو حالات
۷۱	۲.۵.۲	۲. ڈیلٹا تفاسل کنواں
۸۰	۲.۶	۶. مستناہی چوکور کنواں
۹۷	۳	قواعد وضوابط
۹۷	۳.۱	۱. ہسٹ فضا
۱۰۱	۳.۲	۲. قابل مشاہدہ
۱۰۱	۳.۲.۱	۱. ہر مشی عاملین

۱۰۳	تعیین حال	۳.۲.۲
۱۰۵	ہر مثنیٰ عمل کے امتیازی تفاسل	۳.۳
۱۰۶	غیر مسلسل طیف	۳.۳.۱
۱۰۸	استمراری طیف	۳.۳.۲
۱۱۱	متعمم شمار یاتی مفہوم	۳.۴
۱۱۵	اصول عدم یقینیت	۳.۵
۱۱۵	اصول عدم یقینیت کا ثبوت	۳.۵.۱
۱۱۸	کم سے کم عدم یقینیت کا موجی اکٹھ	۳.۵.۲
۱۱۹	توانائی و وقت اصول عدم یقینیت	۳.۵.۳
۱۲۳	ڈیراک علاقیت	۳.۶
۱۳۷	تین البادی کوانٹائی میکانیات	۴
۱۳۷	کروی محدود میں مساوات شروع و نگر	۴.۱
۱۳۹	علیحدگی متغیرات	۴.۱.۱
۱۴۱	زاویائی مساوات	۴.۱.۲
۱۴۶	ردای مساوات	۴.۱.۳
۱۵۰	ہائیڈروجن جوہر	۴.۲
۱۵۱	ردای تفاسل موج	۴.۲.۱
۱۶۱	ہائیڈروجن کا طیف	۴.۲.۲
۱۶۴	زاویائی معیار حرکت	۴.۳
۱۶۴	امتیازی اقتدار	۴.۳.۱
۱۷۰	امتیازی تفاسلات	۴.۳.۲
۱۷۳	چکر	۴.۴
۱۸۱	مقناطیسی میدان میں ایک الیکٹران	۴.۴.۱
۱۸۷	زاویائی معیار حرکت کا مجموعہ	۴.۴.۲
۲۰۵	متنائل ذرات	۵
۲۰۵	دو ذروی نظام	۵.۱
۲۰۷	بوسن اور فرمیان	۵.۱.۱
۲۱۱	قوت مبادلہ	۵.۱.۲
۲۱۵	جوہر	۵.۲
۲۱۶	ہیلیم	۵.۲.۱
۲۱۹	دوری جدول	۵.۲.۲
۲۲۳	ٹھوس اجسام	۵.۳
۲۲۳	آزاد الیکٹران گیس	۵.۳.۱
۲۲۹	پٹی دار ساخت	۵.۳.۲
۲۳۶	کوانٹائی شمار یاتی میکانیات	۵.۴
۲۳۶	ایک مثال	۵.۴.۱
۲۳۹	عمومی صورت	۵.۴.۲

۲۴۳	سب سے زیادہ محتمل تشکیل	۵.۴.۳
۲۴۵	α اور β کی طبعی اہمیت	۵.۴.۴
۲۴۹	سیاہ جسی طیف	۵.۴.۵
۲۵۵	غیر تابع وقت نظریہ اضطراب	۶
۲۵۵	غیر انخطاطی نظریہ اضطراب	۶.۱
۲۵۵	عمومی ضابطہ بندی	۶.۱.۱
۲۵۷	اول رتی نظریہ	۶.۱.۲
۲۶۱	دوم رتی توانائیاں	۶.۱.۳
۲۶۲	انخطاطی نظریہ اضطراب	۶.۲
۲۶۲	دوپڑتا انخطاط	۶.۲.۱
۲۶۷	بلند رتی انخطاط	۶.۲.۲
۲۷۲	ہائیڈروجن کا مہین ساخت	۶.۳
۲۷۳	اضافیتی تصحیح	۶.۳.۱
۲۷۶	چکر و مدار ربط	۶.۳.۲
۲۸۳	زبان اثر	۶.۴
۲۸۳	کمزور میدان زبان اثر	۶.۴.۱
۲۸۵	طاقتور میدان زبان اثر	۶.۴.۲
۲۸۷	درمیانہ میدان زبان اثر	۶.۴.۳
۲۸۹	نہایت مہین بخوارا	۶.۵
۲۹۹	تغیری اصول	۷
۲۹۹	نظریہ	۷.۱
۳۰۵	ہیلمی کا زمینی حال	۷.۲
۳۱۰	ہائیڈروجن سال باردار	۷.۳
۳۲۱	ونزل و کرامرس و برلوان تخمین	۸
۳۲۲	کلاسیکی خطہ	۸.۱
۳۲۷	سرنگ زنی	۸.۲
۳۳۱	کلیات پیوند	۸.۳
۳۴۵	تابع وقت نظریہ اضطراب	۹
۳۴۶	دو سطحی نظام	۹.۱
۳۴۶	مضطرب نظام	۹.۱.۱
۳۴۹	تابع وقت نظریہ اضطراب	۹.۱.۲
۳۵۱	سائنس اضطراب	۹.۱.۳
۳۵۳	اشعاعی اخراج اور انجذاب	۹.۲
۳۵۳	برقن طبعی امواج	۹.۲.۱
۳۵۶	انجذاب، تحرک شدہ اخراج اور خود بخود اخراج	۹.۲.۲
۳۵۸	غیر اتاقی اضطراب	۹.۲.۳

۳۶۰	خود با خود احسراج	۹.۳
۳۶۰	آمنشائن عددی سر A اور B	۹.۳.۱
۳۶۲	بیجان حال کا عمر صحت	۹.۳.۲
۳۶۵	قواعد انتخاب	۹.۳.۳
۳۷۵	سرناگزرتخمین	۱۰
۳۷۵	مسئلہ سرناگزرتخمین	۱۰.۱
۳۷۵	سرناگزرتخمین عمل	۱۰.۱.۱
۳۷۸	مسئلہ سرناگزرتخمین ثبوت	۱۰.۱.۲
۳۸۳	بیئتیری	۱۰.۲
۳۸۳	گرگی عمل	۱۰.۲.۱
۳۸۵	ہندسی بیئت	۱۰.۲.۲
۳۹۱	اہارونوہوہم اثر	۱۰.۲.۳
۴۰۱	بکھراؤ	۱۱
۴۰۱	تعارف	۱۱.۱
۴۰۱	کلاسیکی نظریہ بکھراؤ	۱۱.۱.۱
۴۰۵	کوانٹائی نظریہ بکھراؤ	۱۱.۱.۲
۴۰۷	جزوی موج تجزیہ	۱۱.۲
۴۰۷	اصول وضوابط	۱۱.۲.۱
۴۱۱	لائچہ عمل	۱۱.۲.۲
۴۱۳	پیتی انتقال	۱۱.۳
۴۱۶	بارن تخمین	۱۱.۴
۴۱۶	مسادات شروڈنگر کی تکمیلی روپ	۱۱.۴.۱
۴۲۱	بارن تخمین اول	۱۱.۴.۲
۴۲۶	شسل بارن	۱۱.۴.۳
۴۲۹	پس نوشت	۱۲
۴۳۰	آمنشائن پوڈلکیووزن تضاد	۱۲.۱
۴۳۱	مسئلہ بل	۱۲.۲
۴۳۶	مسئلہ کلیہ	۱۲.۳
۴۳۷	شروڈنگر کی پٹی	۱۲.۴
۴۳۸	کوانٹائی زینو تضاد	۱۲.۵
۴۴۱	جوابات	
۴۴۳	خطی الجبرا	۱
۴۴۳	سمتیات	۱.۱
۴۴۳	اندرونی ضرب	۲.۱
۴۴۴	قتالب	۳.۱

۴۴۴	تبدیلی اساس	۴.۱
۴۴۴	امتیازی تفاعلات اور امتیازی اقتدار	۵.۱
۴۴۴	هر مشی تبالے	۶.۱

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔ پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلب و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلب و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلب و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلب و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلب و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلب و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن حوالہ اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلب و مطالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔ میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی سرزد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

حنالد حنان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011ء

باب ۱۲

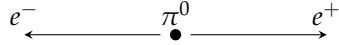
پس نوشت

اب چونکہ میں توقع کرتا ہوں آپ کو انسائی میکانیات کو سمجھتے ہیں ہم حصہ 1.2 میں کیا گیا سوال دوبارہ اٹھاتے ہیں کو انسائی میکانیات کے نتائج سے کیا مطلب اخذ کرنا چاہیے مسئلہ کا جبر تفاعل موج کے ساتھ وابستہ شماریاتی مفہوم کی عدم تعینیت ہے۔ تفاعل Ψ یا کو انسائی حال کہنا بہتر ہوگا جو مثال کے طور پر چکر کار ہو سکتا ہے صرف ممکنہ نتائج کی شماریاتی تقسیم مہیا کرتا ہے اور کسی بھی پیمائش کا نتیجہ یکتا طور پر تعین نہیں کرتا اس سے ایک اہم سوال کھڑا ہوتا ہے کیا پیمائش سے قبل نظام یہ مخصوص خاصیت حقیقتاً رکھتا تھا جسے حقیقت پسند نقطہ نظر کہتے ہیں یا پیمائش کے عامل نے اس خاصیت کو جسم دیا جو تفاعل موج کی شماریاتی پابندی کو مطمئن کرتا ہے۔ تقلید پسند نقطہ نظر یا ہم اس سوال کو ان بنیادوں پر رد کرتے ہیں کہ یہ سوال ایک فرضی سوال ہے انکاری نقطہ نظر۔

حقیقت پسند کے نقطہ نظر سے کو انسائی میکانیات ایک نامکمل نظریہ ہے چونکہ کو انسائی میکانیات کی تمام فراہم کردہ معلومات یعنی اس کا تفاعل موج جانتے ہوئے آپ خواص تعین نہیں کر سکتے ہیں۔ ظاہر ہے ایسی صورت میں کو انسائی میکانیات سے باہر کوئی اور معلومات ہوگی جس کو Ψ کے ساتھ ملا کر طبعی حقائق کو مکمل طور پر بیان کرنا ممکن ہوگا۔

تقلید پسند نقطہ نظر اس سے بھی زیادہ سنگین سوالات کھڑے کرتا ہے چونکہ اگر پیمائشی عمل نظام کو ایک خاصیت اختیار کرنے پر مجبور کرتا ہو تب پیمائش ایک عجیب عمل ہوگا ساتھ ہی یہ جانتے ہوئے کہ ایک پیمائش کے فوراً بعد دوسری پیمائش وہی نتیجہ دیتی ہے ہمیں ماننا ہوگا کہ پیمائشی عمل تفاعل موج کو یوں منہدم کرتا ہے جو مساوات شرودنگر کی تجویز کردہ ارتقاء کے برعکس ہے۔

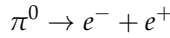
ان سب کی روشنی میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ نسل در نسل ماہر طبیعیات انکاری سوچ کے پیچھے پناہ لینے پر مجبور کیوں ہوئے اور اپنے شاگردوں کو نصیحت کرتے رہے کہ نظریہ کے تصوراتی بنیادوں پر غور و فکر کر کے اپنا وقت ضائع نہ کریں۔



شکل ۱۲.۱: آئنشٹائن پوڈولسکی وروزن تضاد کا بوم انداز۔ ساکن π^0 کا تنزل الیکٹران و ضد الیکٹران جوڑی میں ہوتا ہے۔

۱۲.۱ آئنشٹائن پوڈولسکی وروزن تضاد

۱۹۳۵ء میں آئنشٹائن پوڈولسکی اور وروزن نے مل کر آئنشٹائن پوڈولسکی اور وروزن تضاد پیش کیا جس کا مقصد حتمی نظریاتی بنیادوں پر یہ ثابت کرنا تھا کہ صرف حقیقت پسندانہ نقطہ نظر درست ہو سکتا ہے۔ میں اس تضاد کی ایک سادہ روپ جو داؤد بام نے پیش کی پر تبصرہ کرتا ہوں۔ تادیلی پائے میزان کی ایک الیکٹران اور ایک پروٹان میں تحلیل پر غور کریں



ساکن پایون کی صورت میں الیکٹران اور پروٹان ایک دوسرے کے مخالف رخ جائیں گے (شکل ۱۲.۱)۔ اب چونکہ پایون کا چکر صفر ہے لہذا زاویائی معیار حرکت کی بقا کے تحت یہ الیکٹران اور ضد الیکٹران یکساں تفکیک میں ہوں گے

$$(12.1) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)$$

اگر دکھا جائے کہ الیکٹران ہم میدان ہے تب ضد الیکٹران لازماً مخالف میدان ہوگا اور اسی طرح اگر الیکٹران مخالف میدان پایا جائے تب ضد الیکٹران ہم میدان ہوگا۔ کوانٹائی میکانیات آپ کو یہ بتانے سے قاصر ہے کہ کس پایون تحویل میں آپ کو کونسی صورت حال ملے گی تاہم کوانٹائی میکانیات یہ ضرور بتا سکتی ہے کہ ان پیمائش کا ایک دوسرے کے ساتھ تعلق ہوگا اور اوسطاً نصف وقت ایک قسم اور نصف وقت دوسری قسم کی جوڑیاں پیدا ہوں گے۔ اب فرض کریں ہم ان الیکٹران اور ضد الیکٹران کو ایک عملی تجربہ کے لیے دس میٹر تک جانے دیں یا اصولاً دس نوری سال تک جانے دیں اور اس کے بعد الیکٹران کے چکر کی پیمائش کریں۔ فرض کریں آپ کو ہم میدان ملتا ہے۔ آپ فوراً جان پائیں گے کہ بیس میٹر یا بیس نوری سال دور کوئی دوسرا شخص ضد الیکٹران کو مخالف میدان پائے گا۔

حقیقت پسند کے نقطہ نظر سے اس میں کوئی حیرانی کی بات نہیں ہے چونکہ انکی پیدائش کے وقت سے ہی الیکٹران حقیقتاً ہم میدان اور ضد الیکٹران مخالف میدان تھے ہاں کوانٹائی میکانیات ان کے بارے میں جاننے سے قاصر تھا۔ تاہم تقلید پسند نقطہ نظر کے تحت پیمائش سے قبل دونوں ذرات نہ ہم میدان اور نہ ہی مخالف میدان تھے الیکٹران پر پیمائش تھا عمل موج کو منہدم کرتی ہے جو فوراً بیس میٹر یا بیس نوری سال دور ضد الیکٹران کو مخالف میدان بناتا ہے۔ آئنشٹائن پوڈولسکی اور وروزن اس قسم کے دور عمل کرنے والے عوامل میں یقین نہیں رکھتے تھے۔ یوں انہوں نے تقلید پسند نقطہ نظر کو ناقابل قبول مقرر دیا چاہے کوانٹائی میکانیات جاننا ہو یا نہ جاننا ہو الیکٹران اور ضد الیکٹران لازماً کسی مخصوص چکر کے حامل تھے۔

ان کی دلیل اس بنیادی مفروضہ پر کھڑی ہے کہ کوئی بھی اثر روشنی کی رفتار سے تیز سفر نہیں کر سکتا ہے۔ ہم اسے اصول مقامیت کہتے ہیں۔ آپ کو شبہ ہو سکتا ہے کہ تقاعص عمل موج کی انہدام کی خبر کسی مستناہی سستی رفتار سے سفر کرتی ہے۔ تاہم ایسی صورت میں زاویائی معیار حرکت کی بقا مطمئن نہیں ہوگی چونکہ ضد الیکٹران تک انہدام کی خبر پہنچنے سے پہلے اگر ہم اس کے چکر کی پیمائش تو ہمیں دونوں اقسام کے چکر پچاس پچاس فی صد احتمال سے حاصل ہوں گے۔ آپ کا نظریہ جو بھی کہے تجربہ بات کے تحت دونوں کے چکر ہر صورت ایک دوسرے کے مخالف ہوتے ہیں۔ ظاہر ہے تقاعص عمل موج کا انہدام ایک دم ہوتا ہے۔

سوال ۱۲.۱: پولیدہ حالات کی ایک کلاسیکی مثال یکتا چکر تشکیل مساوات 12.1 ہے۔ اس دوزرہ حال کو دو یک ذروی حالات کا مجموعہ نہیں لکھا جاسکتا ہے لہذا جس کے بارے میں بات کرتے ہوئے کسی ایک ذرے کے علیحدہ حال کی بات نہیں کی جاسکتی ہے۔ آپ گمان کر سکتے ہیں کہ شاید ہماری علاقیت کی بنیاد پر ہے اور عین ممکن ہے کہ یک ذرہ حالات کا کوئی خطی جوڑ اس نظام کو کھول سکے درج ذیل مسئلے کا ثبوت پیش کریں۔

دو سطحی نظام $|\psi_a\rangle$ اور $|\psi_b\rangle$ پر غور کریں جہاں $\langle \psi_i | \psi_j \rangle = \delta_{ij}$ ہو۔ مثلاً $|\psi_a\rangle$ ہم میدان اور $|\psi_b\rangle$ خلاف میدان کو ظاہر کر سکتا ہے۔ دوزری حال

$$\alpha |\phi_a(1)\rangle |\phi_b(2)\rangle + \beta |\phi_b(1)\rangle |\phi_a(2)\rangle$$

جہاں $\alpha \neq 0$ اور $\beta \neq 0$ ہیں کو کسی بھی یک ذروی حالات $|\psi_r\rangle$ اور $|\psi_s\rangle$ کا حاصل ضرب

$$|\psi_r(1)\rangle |\psi_s(2)\rangle$$

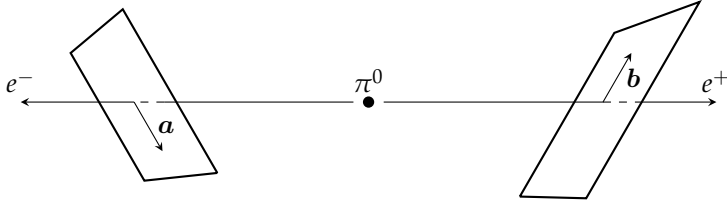
نہیں لکھا جاسکتا ہے۔

اشارہ: $|\psi_s\rangle$ اور $|\psi_r\rangle$ کو $|\psi_a\rangle$ اور $|\psi_b\rangle$ کے خطی جوڑ لکھیں۔

۱۲.۲ مسئلہ بل

آئنسٹائن، پوڈولسکی اور روزن کا کوانٹائی میکانیات کی درستی پر کوئی شق نہیں تھا البتہ ان کا دعویٰ کے طبعی حقیقت کو بیان کرنے کے لیے یہ ایک مکمل نظریہ ہے کسی بھی نظام کا حال پوری طرح جاننے کی خاطر ψ کے ساتھ ساتھ ایک اور مقدار λ درکار ہوگی۔ چونکہ فی الحال ہم نہیں جانتے کہ λ کو کس طرح ناپا یا حساب کے ذریعہ معلوم کیا جائے۔ لہذا ہم اسے درپردہ متغیر کہتے ہیں۔ تاریخی طور پر کئی درپردہ متغیر نظریات پیش کئے گئے جو پیچیدہ ہونے کے ساتھ ساتھ نامعقول ثابت ہوئے بہر حال سن 1964 تک اس پر کام کرنے کی وجہ نظر آتی تھی تاہم اس سال جناب بل نے ثابت کیا کہ درپردہ متغیر نظریہ اور کوانٹائی میکانیات ساتھ ساتھ نہیں چل سکتے ہیں۔

بل نے آئنسٹائن، پوڈولسکی اور روزن جو ہم تجربہ کو عمومی بنانے کی بات کی الیکٹران اور ضد الیکٹران کا شیف کو ایک ہی رخ رکھنے کی بجائے بل نے انہیں علیحدہ علیحدہ زاویوں پر رکھنے کی اجازت دی۔ پہلا کاشف اکائی سمتیہ a کے رخ الیکٹران



شکل ۱۲.۲: آئنسٹائن، پوڈولسکی و روزن تصادف کا بل انداز۔ کاشف آزادانہ طور پر a اور b رخ سمت بند ہیں۔

چکر کا جہز ناپتا ہے جبکہ دوسرا b کے رخ ضد الیکٹران کے چکر کا حصہ ناپتا ہے (شکل ۱۲.۲)۔ ہم اپنی آسانی کے لیے چکر کو $\hbar/2$ کی اکائیوں میں ناپتے ہیں یوں کاشف کے رخ ہم میدان کی قیمت $+1$ اور خلاف میدان کی قیمت -1 ناپی جائے گی۔ کئی π^0 تسنزل کے نتائج درج ذیل جدول میں پیش کئے گئے نتائج کی طرح ہو سکتے ہیں۔ کاشف

الیکٹران	ضد الیکٹران	حاصل ضرب
$+1$	-1	-1
$+1$	$+1$	$+1$
-1	$+1$	-1
$+1$	-1	-1
-1	-1	$+1$
-1	$+1$	-1
\vdots	\vdots	\vdots

کے رخوں کی کسی ایک جوڑی کے لیے بل نے چکر کے حاصل ضرب کی اوسط قیمت تلاش کی جسے ہم $P(a, b)$ لکھتے ہیں۔ متوازی کاشفوں کی صورت میں $b = a$ ہوگا جو ہمیں اصل آئنسٹائن و پوڈولسکی و روزن و بوم تفکیک دیکھا ایسی صورت میں ایک ہم میدان اور دوسرا خلاف میدان ہوگا لہذا ان کا حاصل ضرب ہر صورت -1 ہوگا اور یوں اوسط کی قیمت بھی یہی ہوگی

$$(12.2) \quad P(a, a) = -1$$

اسی طرح اگر کاشف زد متوازی ہوں تب $b = -a$ اور ہر حاصل ضرب $+1$ لہذا درج ذیل ہوگا

$$(12.3) \quad P(a, -a) = +1$$

اختیاری سمت بندی کے لیے کوانٹائی میکانیات درج ذیل پیشگوئی کرتی ہے

$$(12.4) \quad P(a, b) = -a \cdot b$$

سوال 4.50 دیکھیں۔ بل نے دریافت کیا کہ یہ نتیجہ کسی بھی درپردہ متغیر نظریہ کا ہم آہنگ نہیں ہو سکتا ہے۔

اس کا دلیل حیرت کن حد تک سادہ ہے مندرجہ کریں الیکٹران ضد الیکٹران نظام کے مکمل حال کو کوئی درپردہ متغیر یا متغیرات λ ظاہر کرتا ہے۔ ایک پائیون تسنزل سے دوسرے پائیون تسنزل تک λ کی تبدیلی کو

ہم سمجھتے اور نہ ہی متاثر کرتے ہیں۔ ساتھ ہی مندرجہ کرتے ہیں کہ الیکٹران کی پیمائش پر ضد الیکٹران کاشف کی سمت بندی b کا کوئی اثر نہیں پایا جاتا ہے یا درجہ کہ تجربہ کرنے والا الیکٹران کی پیمائش کے بعد ضد الیکٹران کاشف کا رخ منتخب کر سکتا ہے۔ ایسی صورت میں چونکہ ضد الیکٹران کاشف کا رخ منتخب کرنے سے پہلے ہی الیکٹران کی پیمائش کی جا چکی ہوگی لہذا اس پر بھی کی سمت کا کوئی اثر نہیں ہو سکتا ہے۔ یہ اصول مقناطیت کا مفروضہ ہے یوں الیکٹران کی پیمائش کوئی تفاعل $A(a, \lambda)$ اور ضد الیکٹران کی پیمائش کوئی دوسرا تفاعل $B(b, \lambda)$ دیگا۔ ان تفاعلات کی قیمتیں صرف ± 1 ہو سکتی ہیں

$$(12.5) \quad A(a, \lambda) = \pm 1; \quad B(b, \lambda) = \pm 1$$

جب کاشف متوازی ہوں تب تمام λ کے لیے درج ذیل ہوگا

$$(12.6) \quad A(a, \lambda) = -B(a, \lambda)$$

اب پیمائشوں کی حاصل ضرب کی اوسط قیمت درج ذیل ہوگی جہاں $\rho(\lambda)$ درپردہ متغیر کی کثافت احتمال ہے

$$(12.7) \quad P(a, b) = \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b, \lambda) d\lambda$$

کسی بھی کثافت کا احتمال کے لیے یہ غیر منفی ہوگا اور معمولی شرط $\int \rho(\lambda) d\lambda = 1$ کو مطمئن کرے گا تاہم اس کے علاوہ ہم $\rho(\lambda)$ کے بارے میں کچھ بھی مندرجہ نہیں کرتے ہیں درپردہ متغیر کے مختلف نظریات ρ کے لیے کافی مختلف تفاعلات پیش کر سکتے ہیں۔ مساوات 12.6 کو استعمال کرتے ہوئے ہم B کو خارج کر سکتے ہیں۔

$$(12.8) \quad P(a, b) = - \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) A(b, \lambda) d\lambda$$

اگر c کوئی تیسرا اکائی سمتیہ ہو تب درج ذیل ہوگا

$$(12.9) \quad P(a, b) - P(a, c) = - \int \rho(\lambda) [A(a, \lambda) A(b, \lambda) - A(a, \lambda) A(c, \lambda)] d\lambda$$

اور چونکہ $[A(b, \lambda)]^2 = 1$ ہے لہذا آپ درج ذیل ہوگا

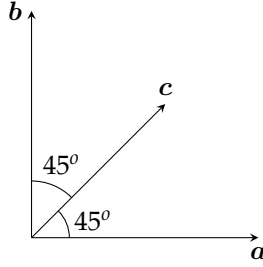
$$(12.10) \quad P(a, b) - P(a, c) = - \int \rho(\lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] A(a, \lambda) d\lambda$$

تاہم مساوات 12.5 کے تحت $+1 \leq [A(a, \lambda) A(b, \lambda)] \leq -1$ مزید $\rho(\lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] \geq 0$ لہذا

$$(12.11) \quad |P(a, b) - P(a, c)| \leq \int \rho(\lambda) [1 - A(b, \lambda) A(c, \lambda)] d\lambda$$

یا مختصر اور درج ذیل ہوگا

$$(12.12) \quad |P(a, b) - P(a, c)| \leq 1 + P(b, c)$$



شکل ۱۲.۳: کاشف کو یوں سمت بند کیا گیا ہے کہ بل عدم مساوات کی کوانٹائی خلاف ورزی ظاہر ہو۔

یہ مشہور بل عدم مساوات ہے۔ مساوات 12.5 اور 12.6 کے علاوہ کوئی شرط عائد نہیں کی گئی ہے ہم نے درپردہ متغیرات کی تعداد یا خاصیت یا تقسیم ρ کے بارے میں کچھ بھی فرض نہیں کیا لہذا یہ عدم مساوات ہر معنای درپردہ متغیر نظریہ کے لیے کارآمد ہوگا۔

لیکن ہم بہت آسانی سے دکھا سکتے ہیں کہ کوانٹائی میکانیات کی پیش گوئی مساوات 12.4 اور بل عدم مساوات ہم آہنگ نہیں ہیں۔ فرض کریں تینوں اکائی سمتیات ایک متوی میں پائے جاتے ہوں اور a اور b کے ساتھ c کا زاویہ 45° ہو (شکل ۱۲.۳)۔ ایسی صورت میں کوانٹائی میکانیات کہتی ہے کہ

$$P(a, b) = 0,$$

$$P(a, c) = P(b, c) = -0.707$$

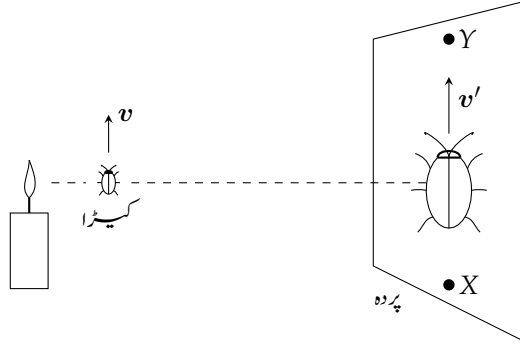
جبکہ بل عدم مساوات کہتی ہے کہ

$$0.707 \nless 1 - 0.707 = 0.293$$

جو ایک دوسرے کے غیر ہم آہنگ نتائج ہیں یوں بل کی ترمیم سے آہٹناؤں، پوڈسکی اور روزن تضاد ایک ایسی بات ثابت کرتا ہے جو اس کے مصنفین تصور بھی نہیں کر سکتے تھے۔ اگر وہ درست ہوں تب نہ صرف کوانٹائی میکانیات مکمل ہے بلکہ یہ مکمل طور پر عطا ہے اس کے برعکس اگر کوانٹائی میکانیات درست ہے تب کوئی درپردہ متغیر نظریہ ہمیں اس غیر معتمدیت سے نجات نہیں دے سکتی جسے آہٹناؤں مضحکہ خیز سمجھتا تھا۔ مزید اب ہم بہت سادہ تجربے سے اس مسئلے کو دفن کر سکتے ہیں۔

بل عدم مساوات کو پرکھنے کے لیے ساٹھ اور ستر کی دہائیوں میں کئی تجربات سرانجام دئے گئے جن میں ایسکٹ، گرنیکز اور روجبر کا کام قابل فخر ہے ہمیں یہاں انکے تجربے کی تفصیل سے دلچسپی نہیں ہے۔ انہوں نے پایون تزل کی بجائے دو نوریہ جوہری انتقال استعمال کیا یہ خدشہ دور کرنے کے لیے کہ ایسکٹران کاشف کی سمت بندی کو کسی طرح ضد ایسکٹران کاشف جان پائے گا نوریہ کی روانگی کے بعد دونوں کی سمت بندی کی گئی۔ نتائج کوانٹائی میکانیات کی پیش گوئی کی عین مطابق تھے اور بل عدم مساوات کے غیر ہم آہنگ تھے۔

ستم ظریفی کی بات ہے کہ کوانٹائی میکانیات کی تجرباتی تصدیق نے سائنسی برادری کو ہلا کر رکھ دیا۔ لیکن اس کی وجہ حقیقت پسند سوچ کا عطا ثابت ہونا نہیں تھا عموماً سائنسدان کب کے اس حقیقت کو مان چکے تھے اور جو



شکل ۱۲.۲: پردہ پر کیڑے کا سایہ، روشنی کی رفتار c سے زیادہ رفتار v' سے حرکت کرتا ہے بشرطیکہ پردا کافی دور ہو۔

ابھی بھی مانتے تھے انکے لیے غیر معتامی درپردہ متغیر نظریات۔ کاراستہ ابھی کھلا ہے چونکہ مثلاً بل اطلاق ان پر نہیں ہوتا ہے۔ اصل صدمہ اس بات کا تھا کہ فطرت خود بنیادی طور پر غیر معتامی ہے۔ تفاعل موج کی فوراً انہدام کی صورت میں غیر معتامیت یا متماثل ذرات کے لیے ضرورت تشاکلیت ہمیشہ تقلید پسند نظریہ کی حناصیت رہی ہے۔ تاہم ایسپیکٹ کے تجربے سے قبل اُمید کی جاسکتی تھی کہ کوانٹائی غیر معتامیت کسی طرح متاثر و ضوابط کی غیر طبعی پیداوار تھی جس کے متماثل کشف اثرات نہیں ہو سکتے ہیں اس اُمید کو بھول جائیں ہمیں فاصلہ پر یکدم عمل کے تصور کو دوبارہ دیکھنا ہوگا۔

ماہر طبیعیات روشنی سے زیادہ تیز رفتار اثر و سوچ کو کیوں برداشت نہیں کر سکتے ہیں؟ آخر کئی چیزیں روشنی سے زیادہ تیز رفتار سے حرکت کرتی ہے۔ ایک موم بتی کے سامنے چلتے ہوئے کیڑے کا سامنے دیوار پر سائے کی رفتار دیوار تک فاصلے کے راست متناسب ہوگی اصولاً آپ اس فاصلہ کو اتنا بڑھا سکتے ہیں کہ سایہ کی رفتار روشنی سے زیادہ ہو (شکل ۱۲.۲)۔ تاہم دیوار پر کسی ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک سایہ نہ کوئی توانائی منتقل کر سکتا ہے اور نہ ہی کوئی خبر پہنچا سکتا ہے۔ نقطہ X پر ایک شخص ایسا کوئی عمل نہیں کر سکتا جو یہاں سے گزرتے ہوئے سائے کے ذریعہ نقطہ Y پر اثر انداز ہو۔

اس کے برعکس روشنی سے زیادہ تیز حرکت کرنے والے سببی اثر و سوچ کے نامقابل مقبول مضمرات ہو سکتے ہیں۔ خصوصی نظریہ اضافت میں ایسے جمودی چوکھٹ پائے جاتے ہیں جن میں اس طرح کا اشارہ وقت میں پیچھے جاسکے گا یعنی سبب سے پہلے اثر رونما ہوگا جس سے نامقابل مقبول منتقلی مسائل کھڑے ہوتے ہیں۔ مثلاً آپ اپنے نوزائیدہ دادا کو قتل کر سکتے ہیں۔ جو ظاہر ہے ایک بری بات ہے۔ اب سوال یہ کھڑا ہوتا ہے کہ آیا روشنی سے تیز اثرات جن کی پیشگوئی کوانٹائی میکانیات کرتی ہے اور جو ایسپیکٹ کے تجربے میں کشف ہتے ہیں ان معنوں میں سببی ہے یا یہ سائے کی حرکت کی طرح غیر حقیقی ہے جن پر فلسفیانہ اعتراضات نہیں لگائے جاسکتے ہیں۔

آئیں تجربے بل پر غور کریں کریں۔ کیا الیکٹران کی پیمائش کا ضد الیکٹران کی پیمائش پر اثر ہوگا یقیناً ایسا ہوتا ہے ورنہ ہم مواد کے بیچ باہم رشتہ کی وضاحت پیش کرنے سائے متاصر ہوں گے۔ لیکن کیا الیکٹران کی پیمائش ضد

الیکٹران کی کسی مخصوص نتیجہ کا سبب ہے؟ الیکٹران کاشف پر بیٹھا شخص اپنی پیمائش کے ذریعہ ضد الیکٹران کاشف پر بیٹھے شخص کو اشارہ نہیں بھیج سکتا ہے چونکہ یہ اپنی پیمائش کے نتیجہ کو متاثر نہیں کرتا یہ الیکٹران کو ہم میدان ہونے پر مجبور نہیں کر سکتا ہے جیسا نقطہ X پر کیڑا کے سائے پر وہ شخص اثر انداز نہیں ہو سکتا، ہاں الیکٹران کاشف پر بیٹھا شخص فیصلہ کر سکتا ہے کہ وہ پیمائش کرے یا نہ کرے تاہم ضد الیکٹران کاشف پر بیٹھا شخص اپنی پیمائش نتائج کو دیکھ کر یہ نہیں بتا سکتا کہ الیکٹران پر پیمائش کی گئی یا نہیں دونوں کاشف کے نتائج پر علیحدہ علیحدہ غور کرنے سے مکمل بلا واسطہ مواد دیکھنے کو ملتا ہے۔ صرف دونوں مواد کا ایک دوسرے کے ساتھ موازنہ کرنے سے ہمیں ان کے بیچ باہم رشتہ نظر آتا ہے کسی دوسرے جمودی چوکھٹ میں الیکٹران کی پیمائش سے قبل ضد الیکٹران کی پیمائش کی جائے گی لیکن اس کے باوجود اس سے کوئی منتفی تفسیر پیدا نہیں ہوتا۔ دکھا گیا باہم رشتہ اس پر منحصر نہیں کہ ہم کہیں الیکٹران کی پیمائش ضد الیکٹران کی پیمائش پر اثر انداز ہوتی ہے یا ضد الیکٹران کی پیمائش الیکٹران کی پیمائش پر اثر انداز ہوتی ہے۔ یہ ایک نہایت نازک اور خوبصورت اثر ہے جو بلا واسطہ مواد کے بیچ باہم رشتہ کی صورت میں نظر آتا ہے۔

یوں ہمیں مختلف قسم کے اثرات کی بات کرنی ہوگی سبھی قسم جو وصول کنندہ کی کسی طبعی خاصیت میں حقیقی تبدیلیاں پیدا کرتا ہو جنہیں صرف ذیلی نظام پر تجرباتی پیمائش سے کشف کیا جاسکتا ہو اور آسمانی قسم جو توانائی یا معلومات کی ترسیل نہیں کرتا اور جس کے لیے واحد ثبوت دو علیحدہ ذیلی نظاموں کے مواد کے بیچ باہم رشتہ ہے۔ اس باہم رشتہ کو کسی بھی طرح کسی ایک ذیلی نظام میں تجربہ بات کے نتائج کو دیکھ کر کشف نہیں کیا جاسکتا ہے۔ سببی اثرات روشنی کی رفتار سے تیز حرکت نہیں کر سکتے ہیں جبکہ آسمانی اثرات پر ایسی کوئی پابندی عائد نہیں۔ تفسیر موج کی انہدام سے وابستہ اثرات موخر الذکر قسم کی ہے جس کا روشنی سے تیز سفر کرنا حیران کن ضرور ہو سکتا ہے لیکن تبہ کن نہیں ہے۔

۱۲.۳ مسئلہ کلیہ

کوانٹائی پیمائش عموماً تبہ کن ہوتے ہیں یعنی یہ پیمائش کردہ نظام کے حال کو تبدیل کرتا ہے۔ یہی تجربہ گاہ میں اصول عدم یقینیت کو یقینی بناتا ہے ہم کیوں اصل حال کی کئی متضاد فکتل کلیہ بن کر اصل نظام کو چھوئے بغیر ان کی پیمائش نہیں کرتے ایسا کرنا ممکن نہیں ہے۔ اگر آپ کلیہ بنانے والا ایسا آلا بنائیں تو کوانٹائی میکانیات کو خداحافظ کہنا ہوگا۔

مثال کے طور پر آئنشٹائن، پوڈلنسکی، روزن اور بوہم تجربہ کے ذریعہ روشنی سے تیز رفتار پر خبر بھیجنا ممکن ہوگا فرض کریں ضد الیکٹران کاشف چلانے والا شخص ہاں یا نہیں کی خبر ترسیل کرتا ہے۔ خبر ہاں ہونے کی صورت میں بھیجے والا ضد الیکٹران کا S_z ناپتا ہے یہ جاننے کی ضرورت نہیں کہ پیمائش نتیجہ کیا ہے صرف اتنا جاننا ضروری ہے کہ پیمائش کی گئی ہے یوں الیکٹران کسی غیر مبہم حال \uparrow یا \downarrow میں ہوگا جس کا جاننا غیر اہم ہے۔ خبر وصول کرنے والا جلدی سے الیکٹران کی دس لاکھ کلیہ تیار کر کے ہر ایک کی S_z ناپتا ہے اگر تمام کا ایک ہی جواب ہو کون جواب یہ جاننا ضروری نہیں ہم یقین سے کہہ سکیں گے کہ الیکٹران کی پیمائش کی گئی لہذا خبر ہاں ہوگی۔ اس کے برعکس اگر نصف الیکٹران ہم میدان اور نصف خلاف میدان ہوں تب یقیناً الیکٹران کی

پیمائش نہیں کی گئی اور خبر نہیں ہوگا۔

لیکن سن 1982 ووترز، زورک اور ڈانکس نے ثابت کیا کہ ایسا مشین تیار نہیں کیا جاسکتا ہے جو کوانٹائی متماثل ذرات پیدا کرتا ہو ہم چاہیں گے کہ یہ مشین حال $\langle \psi \rangle$ میں ایک ذرہ جس کا نقل بنانا مقصود ہو اور حال $\langle X \rangle$ میں ایک اضافی ذرہ لی کر حال $\langle \psi \rangle$ میں دو ذرات اصل اور نقل دیتا ہو

$$(12.13) \quad |\psi\rangle |X\rangle \rightarrow |\psi\rangle |\psi\rangle$$

فرض کریں ہم ایسا مشین بنانے میں کامیاب ہوتے ہیں جو حال $\langle \psi_1 \rangle$ کا کلمہ تیار کرتا ہو

$$(12.14) \quad |\psi_1\rangle |X\rangle \rightarrow |\psi_1\rangle |\psi_1\rangle$$

اور $\langle \psi_2 \rangle$ پر بھی کام کرنے کے متماثل ہو

$$(12.15) \quad |\psi_2\rangle |X\rangle \rightarrow |\psi_2\rangle |\psi_2\rangle$$

مثال کے طور پر اگر ذرہ ایک الیکٹران ہو تب $\langle \psi_1 \rangle$ اور $\langle \psi_2 \rangle$ ہم میدان اور خلاف میدان ہو سکتے ہیں۔ یہاں تک کوئی مسئلہ پیدا نہیں ہوتا تب دکھانا ہوگا کہ ان کا خطی جوڑ $\langle \psi \rangle = \alpha \langle \psi_1 \rangle + \beta \langle \psi_2 \rangle$ کی صورت میں کیا ہوگا؟ غلط ہے ایسی صورت میں درج ذیل ہوگا

$$(12.16) \quad |\psi\rangle |X\rangle \rightarrow \alpha |\psi_1\rangle |\psi_1\rangle + \beta |\psi_2\rangle |\psi_2\rangle$$

جو ہم نہیں چاہتے ہیں۔ ہم درج ذیل چاہتے ہیں

$$(12.17) \quad |\psi\rangle |X\rangle \rightarrow |\psi\rangle |\psi\rangle = [\alpha |\psi_1\rangle + \beta |\psi_2\rangle][\alpha |\psi_1\rangle + \beta |\psi_2\rangle] \\ = \alpha^2 |\psi_1\rangle |\psi_1\rangle + \beta^2 |\psi_2\rangle |\psi_2\rangle + \alpha\beta [|\psi_1\rangle |\psi_2\rangle + |\psi_2\rangle |\psi_1\rangle]$$

آپ ہم میدان الیکٹران اور خلاف میدان الیکٹران کے کلمہ بنانے کی مشین بنا سکتے ہیں لیکن وہ کسی بھی باوقعت (غیر صفر) خطی جوڑ کی صورت میں ناکامی کا شکار ہوگا یہ بالکل ایسا ہوگا جیسا نقل بنانے کی مشین افقی لکیریوں اور انتضابی لکیریوں کی نقل خوش اسلوبی سے کرتا ہو لیکن وتری لکیریوں کو مکمل طور پر بگاڑتا ہو۔

۱۲.۴ شرودنگر کی بلی

کوانٹائی میکانیات میں پیمائش کا عمل ایک شرارتی کردار ادا کرتا ہے جس میں عدم تعینیت غیر متماثل تفاعل موج کا انہدام اور باقی تمام تصوراتی مشکلات رونما ہوتی ہیں۔ پیمائش کی غیر موجودگی میں مساوات شرودنگر کے تحت تفاعل موج متماثل تعین طریقہ سے ارتقا کرتا ہے اور کوانٹائی میکانیات کسی بھی سادہ نظریہ میدان کی طرح نظر آتا ہے جو کلاسیکی برقی حرکیات سے بہت سادہ ہوگا چونکہ دو میدان E اور B کی بجائے اس میں واحد ایک غیر مستقیم ψ پایا جاتا ہے۔ یہ پیمائش کا عمل ہی ہے جو کوانٹائی میکانیات میں عجیب و غریب کردار ادا کرتے ہوئے اس کو سمجھنے کے باہر خواص سے نوازتا ہے۔ یہ پیمائش

حقیقت میں ہے کیا؟ اسے دیگر طبعی عوامل سے کیا منفرد بناتا ہے اور ہم کس طرح جان سکتے ہیں کہ پیمائش کی گئی ہے؟

شروڈنگر نے اپنے مشہور تضاد بلی کے مفروضہ نے اس بنیادی سوال کو پیش کیا۔

ایک بلی کو فولاد کے ایک بند ڈبے میں بند کیا جاتا ہے اس ڈبے میں ایک گانگر گنت کار اور کسی تابکار مادہ کی اتنی چھوٹی مقدار رکھی جاتی ہے جس کا ایک گھنٹہ میں صرف ایک جوہر کے تحلیل ہونے کا امکان ہوتا ہے یہ بھی ممکن ہے کہ کوئی جوہر تحلیل نہ ہو تحلیل کی صورت میں گنت کار اس ڈبے میں ایک زہریلی گیس چھوڑتا ہے۔ ایک گھنٹہ گزرنے کے بعد ہم کہہ سکتے ہیں کہ تحلیل نہ ہونے کی صورت میں یہ بلی زندہ ہوگی۔ پہلی تحلیل اس کو زہر سے مار دیتی۔ اس مکمل نظام کا تفاعل عمل موج اس حقیقت کو ظاہر کرنے کے لیے زندہ اور مردہ بلی کے برابر حصوں پر مشتمل ہوگا۔

ایک گھنٹہ کے بعد بلی کا تفاعل عمل موج درج ذیل روپ کا ہوگا

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{\text{زندہ}} + \psi_{\text{مردہ}}) \quad (12.18)$$

یہ بلی نہ تو زندہ اور نہ ہی مردہ ہے بلکہ پیمائش سے پہلے ہی ان دونوں کا ایک خطی جوڑ ہوگا یہاں کھڑکی سے اندر دیکھ کر بلی کا حال جاننے کو پیمائش تصور کیا جائے گا۔ آپ کا دیکھنے کا عمل بلی کو زندہ یا مردہ ہونے پر مجبور کرتا ہے ایسی صورت میں اگر بلی مردہ پائی جائے تو یقیناً اس کے ذمہ دار آپ ہی ہیں چونکہ آپ نے کھڑکی سے دیکھ کر اسے قتل کیا۔

شروڈنگر اس تمام کو ایک کوا اس سے زیادہ نہیں سمجھتا تھا اور میرے خیال سے زیادہ تر ماہر طبیعیات ان کے ساتھ متفق ہیں۔ کلاں این اجام کا دو مختلف حالات کی ایک خطی جوڑ کی صورت میں ہونے کا تصور بے معنی ہے۔ ایک الیکٹران تو ہم میدان اور خلاف میدان کے ایک خطی جوڑ کی صورت میں ہو سکتا ہے لیکن ایک بلی زندہ اور مردہ حالات کے ایک خطی جوڑ کی صورت میں نہیں ہو سکتی ہے۔ اس کو کوانٹائی میکانیات کی تقلید پسند تشریح کے ساتھ کس طرح ہم آہنگ بنایا جاسکتا ہے۔

شماریاتی مفہوم کے لحاظ سے مقبول ترین جواب یہ ہے کہ گنت کار کی گنتی پیمائش ہوگی نہ کہ کھڑکی میں سے انسانی مشاہدہ پیمائش سے مراد وہ عمل ہے جو کلاں این نظام پر اثر انداز ہو جو یہاں گنت کار ہے۔ پیمائش کا عمل اس لحاظ پر رونما ہوگا جب خوردبین نظام جسے کوانٹائی میکانیات کے قوانین بیان کرتا ہے کلاں این نظام جسے کلاسیکی میکانیات کے قواعد بیان کرتے ہیں کے ساتھ اس طرح باہم عمل کرے جس سے دائمی تبدیلی رونما ہو۔ کلاں این نظام خود منفرد حالات کی ایک خطی جوڑ کا مکین ہو سکتا ہے۔

۱۲.۵ کوانٹائی زینو تضاد

اس عجیب قصہ کی اہم ترین خاصیت تفاعل عمل موج کا انہدام ہے۔ ایک پیمائش کے فوراً بعد دوسری پیمائش سے اسی نتیجہ کے حصول کی خاطر حالت نظرریاتی بنیادوں پر اسے متعارف کیا گیا تھا یقیناً اس دو

رس اصول موضوعہ کے متابل مشاہدہ اثرات بھی ہوں گے۔ مسر اور سدرشان نے سن 1977 میں تفساعلی موج کی انہدام کا ایک ڈرامائی تجزیہ کیا جسے انہوں نے کوانٹائی زیٹو اثر کا نام دیا۔ ان کا تصور یہ تھا کہ ایک غیر مستحکم نظام مثلاً ہیجان حال میں ایک جوہر کو بار بار پیمائشی عمل سے گزارا جائے۔ ہر ایک مشاہدہ تفساعلی موج کو منہدم کر کے گھڑی کو دوبارہ صفر سے چالو کرے گا اور یوں زیریں حال میں متوقع انتقال کو غیر معائنہ مدد تک روکا جاسکتا ہے۔

فرض کریں ایک نظام ہیجان حال ψ_2 سے آغاز کرتا ہے اور زمینی حال ψ_1 میں منتقلی کے لیے اس کا وقت درتی عرصہ حیات τ ہے۔ عام طور پر τ سے کافی کم وقتوں کے لیے انتتالی احتمال وقت t کا راست متناسب ہوگا مساوات 9.42 دیکھیں چونکہ انتتالی شرح $1/\tau$ ہے لہذا درج ذیل ہوگا

$$P_{2 \rightarrow 1} = \frac{t}{\tau} \quad (12.19)$$

وقت t پر پیمائش کرنے کی صورت میں بالائی حال میں نظام ہونے کا احتمال درج ذیل ہوگا

$$P_2(t) = 1 - \frac{t}{\tau} \quad (12.20)$$

فرض کریں ہم دیکھتے ہیں کہ نظام بالائی حال میں ہی ہے ایسی صورت میں تفساعلی موج واپس ψ_2 پر منہدم ہوگا اور پورا عمل ایک بار نئے سرے سے دوبارہ شروع ہوگا۔ اگر ہم وقت $2t$ پر دوسری پیمائش کریں تب بالائی حال میں نظام ہونے کا احتمال درج ذیل ہوگا

$$\left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^2 \approx 1 - \frac{2t}{\tau} \quad (12.21)$$

جو وہی ہے جو اس صورت ہوتا اگر ہم پہلی پیمائش کرتے ہی نہیں سادہ موج کے تحت ایسا ہی ہونا چاہیے تھا۔ اگر ایسا ہی ہوتا تب نظام کا بار بار مشاہدہ کرنے سے کوئی فسر ق نہیں پڑتا اور نہ یہ کوانٹائی زیٹو اثر پیدا ہوتا تاہم بہت کم وقت کی صورت میں انتتالی احتمال وقت t کے بجائے t^2 کا راست متناسب ہوگا 9.39 دیکھیں

$$P_{2 \rightarrow 1} = \alpha t^2 \quad (12.22)$$

ایسی صورت میں دو پیمائشوں کے بعد بھی نظام کا بالائی حال میں ہونے کا احتمال درج ذیل ہوگا

$$\left(1 - \alpha t^2\right)^2 \approx 1 - 2\alpha t^2 \quad (12.23)$$

جبکہ پہلی پیمائش نہ کرنے کی صورت میں اب احتمال درج ذیل ہوتا

$$1 - \alpha(2t)^2 \approx 1 - 4\alpha t^2 \quad (12.24)$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ وقت t گزرنے کے بعد نظام کے مشاہدہ کی بنا پر زیریں حال میں منتقلی کا احتمال کم ہوا ہے۔

یقیناً $t = 0$ سے لیکر $t = T$ تک n برابر وقفہ $T/n, 2T/n, 3T/n, \dots, T$ پر نظام کا مشاہدہ کرنے کی وجہ سے اس دورانیہ کے آخر میں بھی نظام بالائی حال میں پائے جانے کا احتمال درج ذیل ہوگا

$$(۱۲.۲۵) \quad \left(1 - \alpha(T/n)^2\right)^n \approx 1 - \frac{\alpha}{n} T^2$$

جو $n \rightarrow \infty$ کی حد میں 1 تک پہنچتا ہے ایک غیر مستحکم نظام جس کا مسلسل مشاہدہ کیا جائے کبھی بھی تحلیل نہیں ہوگا بعض مصنفین اس مآخوذ سے اتفاق نہیں کرتے اور ان کے نزدیک یہ تفاعل موج کے انہدام غیر درست ہونے کا ثبوت ہے۔ تاہم ان کے دلائل مشاہدہ کے مفہوم کی عطا تشریح پر مبنی ہے اگر بلا حناں میں ایک ذرہ کی راہ کو مسلسل مشاہدہ متدار دے دیا جائے تب یہ بالکل درست ہوں گے چونکہ ایسی ذرات یقیناً تحلیل ہوتے ہیں اور ان کا عرصہ حیات پر کاشف کا مقابل پیمائش اثر نہیں پایا جاتا ہے تاہم ایسا ذرہ حناں کے اندر جوہروں کے ساتھ خدو حناں باہم عمل کرتا ہے جبکہ کوانٹائی زینو اثر کے لیے ضروری ہے کہ یک بعد دیگر پیمائشوں کے بیچ وقفہ اتنا کم ہو کہ نظام کو t^2 خطہ میں پکڑا جائے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ خود بخود انتقل کی صورت میں یہ تجربہ عملاً ممکن نہیں ہے۔ تاہم پیدا کردہ انتقال کی صورت میں نتائج کا نظریاتی پیشگوئی کے ساتھ مکمل اتفاق پایا جاتا ہے۔ بد قسمتی سے یہ تجربہ تفاعل موج کی انہدام کا حتمی ثبوت پیش نہیں کر سکتا ہے اس مشاہدہ کے دیگر وجوہات بھی دئے جاسکتے ہیں۔

میں نے اس کتاب میں ایک ہم آہنگ اور بلا تضاد کہانی پیش کرنے کی کوشش کی ہے تفاعل موج ψ کی ذرہ یا نظام کے حال کو ظاہر کرتا ہے۔ عمومی طور پر ای کذرہ کسی مخصوص حرکی خاصیت مثلاً مقام معیار حرکت۔ توانائی زاویائی معیار حرکت وغیرہ کا حاصل نہیں ہوتا اس وقت تک جب پیمائشی عمل مداخلت نہ کرے کسی ایک تجربہ میں حاصل ایک مخصوص قیمت کا احتمال ψ کی شار ریاتی مفہوم تعین کرتا ہے۔ پیمائشی عمل سے تفاعل موج منہدم ہوتا ہے جس کی بنا پر فوراً دوسری پیمائش لازماً وہی نتیجہ دیگی۔ اگرچہ دیگر تشریحات مثلاً غیر مدتمای در پردہ متغیر نظریات متعدد کائنات کا تصور بلا تضاد تاریخیں سگرہ نمونے وغیرہ بھی پائے جاتے ہیں لیکن میں یقین کرتا ہوں کہ یہ سب سے سادہ ہے جس سے عموماً ماہر طبیعیات اتفاق کرتے ہیں۔ یہ ہر تجربہ سے کامیابی سے ابھرا ہے تاہم یہ کہانی کا اختتام نہیں ہے ہمیں پیمائشی عمل کے بارے میں اور انہدام کے طریقے کار کے بارے میں بہت کچھ جاننا ہے عین ممکن ہے کہ آنے والے نسلیں زیادہ پیچیدہ نظریہ جانتے ہوئے سوچتے ہوں کہ ہم اتنا سادہ کیسے ہو سکتے تھے۔

جوابات

- centrifugal term, 146
- Chandrasekhar limit, 253
- chemical potential, 247
- Clebsch-Gordon coefficients, 190
- coherent states, 133
- collapses, 4, 111
- commutation
 - canonical relation, 45
 - canonical relations, 138
 - fundamental relations, 165
- commutator, 44
- commute, 44
- complete, 35, 100
- conductor, 235
- configuration, 237
- continuity equation, 194
- continuous, 105
- continuum, 138
- coordinates
 - spherical, 139
- Copenhagen interpretation, 4
- covalent bond, 214
- cubic symmetry, 298

- Darwin term, 280
- decomposition
 - spectral, 130
- degeneracy pressure, 228
- degenerate, 90, 104
- degrees of freedom, 254
- delta
 - Kronecker, 35

- 21-centimeter line, 291
- adjoint, 103
- allowed
 - values, 33
- aluminium, 220
- angular momentum
 - conservation, 170
 - extrinsic, 174
 - intrinsic, 174
- argument, 61

- bands, 234
- baryon, 191
- Bessel
 - spherical function, 148
- binding energy, 156
- binomial coefficient, 239
- blackbody spectrum, 250
- Bloch's theorem, 229
- Bohr
 - radius, 156
- Bohr formula, 155
- Bohr magneton, 284
- Bose condensation, 249
- Bose-Einstein distribution, 247
- bosons, 208
- boundary conditions, 32
- bra, 128
- bra-ket
 - notation, 128
- bulk modulus, 229

- fermions, 208
- Feynmann-Hellmann theorem, 294
- fine structure, 272
- fine structure constant, 272
- formula
 - De Broglie, 19
 - Euler, 30
- Fourier
 - inverse transform, 63
 - transform, 63
- Frobenius
 - method, 54
- function
 - Dirac delta, 72
 - even, 31
- g-factor, 278
- gamma function, 249
- gaps, 234
- gauge
 - invariant, 202
 - transformation, 202
- generalized
 - distribution, 72
 - function, 72
- generalized statistical interpretation, 111
- generating
 - function, 60
- generator
 - translation in space, 136
 - translation in time, 136
- geometric series, 253
- good
 - linear combinations, 263
- good quantum numbers, 275
- Gram-Schmidt
 - orthogonalization process, 107
- Gram-Schmidt procedure, 437
- graviton, 163
- group theory, 191
- gyromagnetic ratio, 182
- density
 - free electron, 227
- determinant
 - Slater, 214
- determinate state, 103
- deuterium, 297
- deuteron, 297
- dipole moment
 - magnetic, 181
- Dirac
 - comb, 229
 - notation, 128
 - orthonormality, 108
- direct integral, 313
- discrete, 105
- dispersion
 - relation, 67
- dope, 235
- eigenfunction, 103
- eigenvalue, 103
- eigenvalue equation, 103
- electrodynamics
 - quantum, 278
- electron
 - classic radius, 175
- energy
 - allowed, 29
 - conservation, 39
- energy gap, 290
- ensemble, 15
- entangled states, 207
- exchange force, 213
- exchange integral, 313
- expectation
 - value, 7
- Fermi
 - energy, 227
 - temperature, 228
- Fermi surface, 227
- Fermi-Dirac distribution, 247

- polynomial, 158
- Lamb shift, 272
- Landau Levels, 202
- Lande g -factor, 284
- Laplacian, 138
- Larmor frequency, 184
- law
 - Hooke, 42
- LCAO, 311
- Legendre
 - associated, 142
- leptons, 175
- Levi-Civita symbol, 180
- linear
 - combination, 28
- linear algebra, 97
- Lithium, 162
- Lorentz force
 - law, 201
- magnetic moment
 - anomalous, 278
- mass
 - reduced, 206
- matrices, 98
- matrix
 - S , 94
 - transfer, 95
- matrix elements, 125
- Maxwell-Boltzmann distribution, 247
- mean, 7
- median, 7
- meson, 191
- momentum, 17
- momentum space
 - wave function, 195
- momentum space wave function, 113
- motion
 - cyclotron, 202
- muon catalysis, 319
- muonic hydrogen, 291
- Hamiltonian, 28
- harmonic
 - oscillator, 32
- harmonic oscillator
 - three-dimensional, 193
- Helium, 162
- Hermitian
 - conjugate, 49
- hermitian, 101
 - anti, 130
 - conjugate, 103
 - skew, 130
- hidden variables, 3
- Hilbert space, 99
- hole, 235
- Hund's
 - first rule, 221
 - second rule, 221
 - third rule, 221
- Hund's Rules, 220
- hydrogen
 - muonic, 207
- hydrogenic atom, 162
- hyperfine structure, 272
- ideal gas, 245
- idempotent, 129
- indeterminacy, 3
- infinite spherical well, 146
- inner product, 98
- insulator, 235
- inverse beta decay, 253
- ket, 128
- kion, 191
- Kronig-Penny model, 232
- ladder
 - operators, 46
- Lagrange multiplier, 242
- Laguerre
 - associated polynomial, 158

- degenerate, 260
- pion, 191
- Planck's
 - formula, 162
- polynomial
 - Hermite, 58
- position
 - agnostic, 4
 - orthodox, 3
 - realist, 3
- positronium, 207, 291
- potential, 15
 - effective, 146
 - reflectionless, 93
- probability
 - conservation, 194
 - density, 10
- probability current, 21, 194
- probable
 - most, 7
- quantum
 - principle number, 155
- quantum dots, 319
- quantum number
 - azimuthal, 145
 - magnetic, 145
- quantum numbers, 147
- quark, 191
- radial equation, 146
- recursion
 - formula, 55
- reflection
 - coefficient, 78
- relation
 - Kramers, 295
 - Pasternack, 295
- relativistic correction, 272
- revival time, 89
- Riemann zeta function, 249
- rigid rotor, 173
- muonium, 291
- Neumann
 - spherical function, 148
- neutrino
 - electron, 127
 - muon, 127
- neutron star, 253
- node, 34
- non-normalizable, 13
- normalizable, 14
- normalization, 13
- normalization constant, 22
- normalized, 100
- observables
 - incompatible, 116
- occupation number, 237
- operator, 17
 - exchange, 209
 - lowering, 46, 166
 - projection, 129
 - raising, 46, 166
- orbital, 173
- orbitals, 219
- orthogonal, 34, 100
- orthohelium, 217
- orthonormal, 35, 100
- orthorhombic symmetry, 298
- oscillation
 - neutrino, 127
- overlap integral, 312
- pair annihilation, 292
- parahelium, 217
- particle
 - unstable, 21
- Paschen-Back effect, 285
- Pauli exclusion principle, 208
- Pauli spin matrices, 177
- periodic table, 219
- perturbation theory

- spinor, 175
- square-integrable, 13
- square-integrable functions, 98
- standard deviation, 9
- Stark effect, 296
- state
 - bound, 70
 - excited, 34
 - ground, 34, 156
 - scattering, 70
- stationary states, 27
- statistical
 - interpretation, 2
- Stefan-Boltzmann formula, 251
- step function, 80
- Stern-Gerlach experiment, 184
- Stirling's approximation, 243
- symmetrization
 - requirement, 209
- temperature, 236
- tetragonal symmetry, 298
- theorem
 - Dirichlet's, 35
 - Ehrenfest, 18
 - equipartition, 254
 - Plancherel, 63
- thermal equilibrium, 236
- Thomas precession, 279
- transformations
 - linear, 97
- transition, 161
- transmission
 - coefficient, 78
- triplet, 188
- tunneling, 72, 79
- turning points, 70
- uncertainty principle, 19, 116
 - energy-time, 119
- valence, 223
- Rodrigues
 - formula, 60
- Rodrigues formula, 142
- rotation
 - generator, 200
- Rydberg
 - constant, 162
 - formula, 162
- scattering
 - matrix, 93, 94
- Schrodinger
 - time-independent, 27
- Schrodinger align, 2
- Schwarz inequality, 99, 437
- screened, 219
- semiconductors, 235
- separation constant, 26
- sequential measurements, 131
- series
 - Balmer, 162
 - Fourier, 35
 - Lyman, 162
 - Paschen, 162
 - power, 43
 - Taylor, 42
- shell, 219
- sodium, 23
- space
 - dual, 128
 - outer, 23
- spectrum, 104
- spherical
 - harmonics, 144
- spin, 173, 174
- spin down, 175
- spin up, 175
- spin-orbit
 - interaction, 279
- spin-orbit coupling, 272
- spin-spin coupling, 290

- اتساق
حالات، 133
اجزائی
قیمتیں، 33
ارتعاش
نیوٹرینو، 127
استمراری، 105
استمراری مساوات، 194
استمراریہ، 138
اصول
عدم یقینیت، 19
اصول تغیریت، 299
اصول عدم یقینیت، 116
اضافیتی تصحیح، 272
اکیس سٹی میٹر لکیر، 291
الیکٹران
کلاسیکی رداس، 175
الیکٹران نیوٹرینو، 127
امتیازی تقابلی عمل، 103
امتیازی فتر، 103
امتیازی فتر مساوات، 103
انتشاری
رشتہ، 67
انخطاطی، 90، 104
انخطاطی دباؤ، 228
اندرونی ضرب، 98
انوکاس
شرح، 78
اوسط، 7
- باضابطہ معیار حرکت، 203
برقی حرکیات
کوانٹائی، 278
بقا
توانائی، 39
بقا احتمال، 194
بلا واسطہ مکمل، 313
بندشی توانائی، 156
بوس آئنسٹائن تقسیم، 247
بوس انجماد، 249
- Van der Waals interaction, 294
variables
separation of, 25
variance, 9
variational principle, 299
vectors, 97
velocity
group, 66
phase, 66
virial theorem, 132
three-dimensional, 194
wag the tail, 56
wave
incident, 77
packet, 62
reflected, 77
transmitted, 77
wave function, 2
wave vector, 224
wavelength, 18
white dwarf, 252
Wien displacement law, 250
WKB, 321
Yukawa potential, 316
Zeeman effect, 283
zero-crossing, 34

- 237، تفکیک
 تعداد مکین، 237
 تعیین حال، 103
 تغییریت، 9
 تفعل
 ذیل، 72
 تفعل موج، 2
 تفعل علیہ، 128
 تکمل
 ڈھانپائی، 312
 توالی
 کلیہ، 55
 توانائی
 اجبازتی، 29
 توقعاتی
 قیت، 7
 شنائی عددی سر، 239
 جزو و ذرون، 280
 جسم مقیاس، 229
 جفت، 34
 تفعل، 31
 جفت قطب معیار اثر
 مقناطیسی، 181
 جوہری مدار چوں
 خطی جوڑ ترکیب، 311
 جی جزو ضربی، 278
 چکر، 173، 174
 مخالف میدان، 175
 ہم میدان، 175
 چکر چکر رابطہ، 290
 چکر کار، 175
 چکر و مدار باہم عمل، 279
 چکر و مدار رابطہ، 272
 چندر شیکھر حد، 253
 چوزاویہ تشکل، 298
 حال
 بھراؤ، 70
 بوسن، 208
 بوہر
 رداس، 156
 کلیہ، 155
 بوہر مقناطیس، 284
 بیریان، 191
 میل
 کروی تفعل، 148
 بے لچک پھسکی، 173
 پازیشٹرانیم، 207، 291
 پاشن و بیک اثر، 285
 پالی اصول مناعت، 208
 پالی متالب چکر، 177
 پایان، 191
 پٹیاں، 234
 پس پردہ، 219
 پلانک
 کلیہ، 162
 پسیداکار
 فضا میں انتقال کا، 136
 وقت میں انتقال، 136
 پسیداکار
 تفعل، 60
 گھومتا، 200
 تجدیدی عرصہ، 89
 تجربہ
 شرٹن و گرلاخ، 184
 ترتیبی پیمائشیں، 131
 ترسیل
 شرح، 78
 تسل
 بالمر، 162
 پاشن، 162
 ٹیلر، 42
 طاقتی، 43
 فوریئر، 35
 لیمان، 162
 تشاکلیت
 ضرورت، 209

- 66، دوری سستی
 66، گروہی سستی
 86، رمسز اور وٹاؤسڈ اثر،
 194، رواحتمال،
 روڈریگیس
 142، کلیہ
 249، ریمان زیٹا تفسا عمل،
 زاویائی معیار حرکت
 170، بقب
 174، خنلقی
 174، غیر خنلقی
 283، زیسان اثر،
 ساکن
 27، حالایت
 243، تخمین
 251، شیفتن و بولسٹمن کلیہ،
 32، سرحدی شراط،
 72، 79، سرنک زنی،
 252، سفید بونا،
 15، سگرا،
 220، سلور،
 128، سمتاویہ،
 97، سمتیات،
 224، سمتیہ موج،
 سوچ
 4، انکاری،
 3، تقلید پسند،
 3، حقیقت پسند،
 23، سوڈیم،
 188، سہ تا،
 250، سیاہ جسمی طیف،
 سیزھی
 46، عاملین،
 80، سیزھی تفسا عمل،
 296، شمارک اثر،
 27، شروڈنگر
 136، شروڈنگر نقطہ نظر،
 زمینی، 34، 156
 70، مقید،
 34، ہچکان،
 236، حرارتی توازن،
 حرکت
 202، سائیکلوثران،
 خطی الجبر، 97
 خطی تبدلہ، 97
 خطی جوڑ، 28
 خفیہ متغیرات، 3
 235، 219، خول،
 درجہ حرارت آزاد، 254
 درجہ حرارت، 236
 234، درز،
 290، درز توانائی،
 61، دلیل،
 96، 56، دم ہلانا،
 219، دوری جدول،
 ڈیراک
 128، علامتیت،
 229، کنگھی،
 108، معیاری عمودیت،
 ڈیلٹا
 35، کرونیٹر،
 297، ڈیوٹریم،
 297، ڈیوٹیران،
 ذرہ
 21، غیر مستحکم،
 رو
 21، احتمال،
 146، ردای مساوات،
 162، رڈبرگ،
 162، کلیہ،
 رشتہ
 295، پترتک،
 295، کرامرس،
 رفتار

- فـنـر و نـو س
تـرکـیـب، 54
فـن
بـیـرونی، 23
دوہری، 128
فـو ر ی سـر
الـٹ بـل، 63
بـل، 63
- و ت ا بـل مـش ا بـہ
غـیـر ہـم آہـنـگ، 116
و ت ا بـ
بـنـجـہ ر ا و، 93، 94
تـر سـیـل، 95
و ت ا بـی ا ر کـان، 125
و ت ا نـون
کـب، 42
و ت ا بـی مـغـین، 298
قـو ا عـد ہـن، 220
قـو ا ب، 98
قـوت مـب ا د لہ، 213
- کـا مـل گـیس، 245
کـا یـان، 191
کـشـا فـت
آزاد الـسـیـکـلـر ا ن، 227
ا حـتـمـال، 10
کـشـیـر ر کـنی
ہـر مـانـٹ، 58
کـر ا نـگ و پـنـی نـمـونـہ، 232
کـر و ی
ہـار مـونـیـات، 144
کـبـی تـشـاکـل، 298
کـلـیـہ
ڈی بـر و گـلی، 19
ر و ڈ ر ی گـیس، 60
پـولـر، 30
کـلیـش و گـورڈن عـد و ی سـر، 190
کـیـت
تـخـفـیـف شـدہ، 206
کـو ا ر ک، 191
- شـر ی ک عـا مـل، 103
شـر ی ک گـر فـتـی بـنـدہ، 214
شـا ر یـا بـی مـفـہـوم، 2
شـو ا ر ز
عـد م مـسا و ات، 437
شـو ا ر ز عـد م مـسا و ات، 99
صـنـر مـت ا م ا نـقـطـع، 34
- طـا ق، 34
طـا مـس ا سـتـقـبـالی حـسـر کـت، 279
طـول مـوج، 18، 162
طـی ف، 104
طـی فـی تـحـلـیـل، 130
- عـا مـل، 17
تـطـلـیـل، 129
تـقـتـیـل، 166، 46
ر فـعـت، 166، 46
مـب ا د لہ، 209
عـبـور، 161
عـد م تـعـیـن، 3
عـد م یـقـیـنـیـت
تـو ا تـا بـی و و قـت، 119
عـد م یـقـیـنـیـت ا صـول، 19
عـقـدہ، 34
عـا لـیـت
تـقـا عـلیـہ و سـمـتـا و ی، 128
عـلـیـجـہ گـی مـتـغـیـر ا ت، 25
عـلـیـجـہ گـی مـتـقـل، 26
عـمـود ی، 100، 34
- غـیـر مـسـل، 105
غـیـر مـو صـل، 235
- فـنـری
تـو ا تـا بـی، 227
د ر جـہ حـسـر ا ت، 228
سـطـح، 227
فـنـر مـیـان، 208
فـنـری و ڈی ر ا ک تـقـسـیم، 247

- کوانٹائی
 صدر عدد، 155
 کوانٹائی اعداد، 147
 کوانٹائی عدد
 اسمتی، 145
 مقنطیسی، 145
 کوانٹائی نقطے، 319
 کوپن ہیگن مفہوم، 4
 کیسادی مخفیہ، 247
- گرام شمد
 ترکیب عمودیت، 107
 گرام و شمد حکمت عملی، 437
 گرفتتی، 223
 گروہی نظریہ، 191
 گروپویشن، 163
 گیہا تقاعیل، 249
- لاپلائی، 138
 لارمر تعدد، 184
 لاگت
 شریک کشیر رکتی، 158
 کشیر رکتی، 158
 لامتناہی کروی کنواں، 146
 لپٹان، 175
 لتصیم، 162
 لکراج مضرب، 242
 لسنڈو سطحیں، 202
 لسنڈو جی جزو ضربی، 284
 لوریننز قوت
 وٹانون، 201
 لوی وچو بیت، 180
 لیڈ انڈر
 شریک، 142
 لیب انتقال، 272
- ماپ
 تبادلہ، 202
 غیر متغیر، 202
 مبادلہ مکمل، 313
- متعمم
 تقاعیل، 72
 تقسیم، 72
 متعمم شمار یاتی مفہوم، 111
 مختل
 سب سے زیادہ، 7
 محدود
 کردی، 139
 محتلف بیٹا تحلیل، 253
 مخفیہ، 15
 بلا العکاس، 93
 موثر، 146
 مدار چھ، 219
 مداری، 173
 مربع متکا مل، 13
 مربع متکا مل تقاعلات، 98
 مرتعش
 ہارمونی، 32
 مرکز گریز جزو، 146
 مساوات شروڈنگر، 2
 ممکن مقنطیسی نسبت، 182
 مسئلہ
 اہر نفٹ، 18
 پلانشرال، 63
 ڈرشلے، 35
 مساوی حسانہ بندی، 254
 مسئلہ بلوخ، 229
 مسئلہ وننمن ولمان، 294
 مسئلہ ورل، 132
 تین البعادی، 194
 معمول زنی، 13
 وٹائل، 14
 متقل، 22
 ناستائل، 13
 معمول شدہ، 100
 معیار حرکت، 17
 معیار حرکتی فصا تقاعیل موج، 113، 195
 معیاری انحراف، 9
 معیاری عمودی، 100، 35
 مقطوع

- واٹن فٹانون ہٹاؤ، 250
وسطانیہ، 7
ونڈل وکرام سرس وبرلوان، 321
ون در ولس باہم عمل، 292
ہن
کاپلافتا عدد، 221
کاتیرا فتا عدد، 221
کادوسرا فتا عدد، 221
ہارمونی
مر نقش، 32
ہارمونی مر نقش
تین البعادی، 193
ہائیڈروجن
میونی، 207
ہائیڈروجنی جوہر، 162
ہر مشی، 101
جوڑی دار، 49، 103
حسلاف، 130
منحرف، 130
لمبرٹ فن، 99
ہمبستہ حال، 207
ہندی تسل، 253
ہیزنبرگ نقطہ نظر، 136
ہیلیم، 162
ہیلیم پرست، 217
ہیملٹنی، 28
یک طامتی، 129
یو کاوا مخفیہ، 316
- سلیٹر، 214
مقابلہ، 44
مقلدیت
باضابطہ رشتہ، 45
باضابطہ رشتہ، 138
بنیادی رشتہ، 165
مقلوب، 44
مقتطبی معیار اثر
باضابطہ، 278
مکمل، 35، 100
ملاوٹ، 235
منہدم، 4، 111
موج
آمدی، 77
ترسیلی، 77
متعکس، 77
موجی اکٹھ، 62
موزوں
خطی جوڑ، 263
موزوں کوانٹائی اعداد، 275
موصول، 235
مہین ساخت، 272
مہین ساخت متقل، 272
میزان، 191
میکسویل وولٹس من تقسیم، 247
میدن عمل انگیزی، 319
میدن نیوٹرینو، 127
میدنی ہائیڈروجن، 291
میدنیسم، 291
نالودگی جوڑا، 292
نزدہیلیم، 217
نظریہ اضطراب
انخطاطی، 260
نہایت مہین ساخت، 272
نیم موصول، 235
نیوٹران ستارہ، 253
نیومن
کروی تق عمل، 148
واپسی نقطہ ط، 70