

کوانٹم میکینیات

خالد حنان یوسفزئی

جامعہ کامپیٹ، اسلام آباد

khalidyou safzai@comsats.edu.pk

۹ اگست ۲۰۲۱

عنوان

vii میری پہلی کتاب کا دیباچہ

۱	۱	تفاعل موج
۱	۱.۱	شرو وڈنگر مساوات
۲	۱.۲	شکاریاتی مفہوم
۵	۱.۳	احتمال
۵	۱.۳.۱	غیر مسلسل تغیرات
۹	۱.۳.۲	استمراری تغیرات
۱۲	۱.۴	معمول زنی
۱۵	۱.۵	معیار حرکت
۱۸	۱.۶	اصول عدم یقینیت
۲۵	۲	غیر متابع وقت شرو وڈنگر مساوات
۲۵	۲.۱	ساکن حالات
۳۱	۲.۲	لامستثنائی چپکور کنواں
۴۰	۲.۳	ہارمونی سر نقش
۴۲	۲.۳.۱	الجبرائی ترکیب
۵۱	۲.۳.۲	تحلیلی ترکیب
۵۹	۲.۴	آزاد ذرہ
۶۸	۲.۵	ڈیلٹ تفاعل محفہ
۶۸	۲.۵.۱	مقید حالات اور بکھراؤ حالات
۷۰	۲.۵.۲	ڈیلٹ تفاعل کنواں
۷۹	۲.۶	مستثنائی چپکور کنواں
۸۹	۳	قواعد وضوابط
۸۹	۳.۱	ہلبرٹ فضا
۹۳	۳.۱.۱	قابل معلوم حالات
۹۵	۳.۲	ہر مشی عامل کے امتیازی تفاعل

۳.۲.۱	غیر مسلسل طیف	۹۵
۳.۲.۲	استمراری طیف	۹۷
۳.۳	متعمم شمارائی مفہوم	۱۰۰
۳.۴	اصول عدم یقینیت	۱۰۴
۳.۴.۱	اصول عدم یقینیت کا ثبوت	۱۰۴
۳.۴.۲	کم سے کم عدم یقینیت کا موجدی اکتھ	۱۰۸
۳.۴.۳	توانائی و وقت اصول عدم یقینیت	۱۰۸
۳.۵	ڈیراک علاقیت	۱۱۳
۴	تین البادی کو انٹرمیکانیات	۱۲۷
۴.۱	کروی محدود میں مساوات شروع و نگر	۱۲۷
۴.۱.۱	علیحدگی متغیرات	۱۲۹
۴.۱.۲	زاویائی مساوات	۱۳۰
۴.۱.۳	ردای مساوات	۱۳۵
۴.۲	ہائیڈروجن جوہر	۱۳۹
۴.۲.۱	ردای تقف عمل موج	۱۴۰
۴.۲.۲	ہائیڈروجن کا طیف	۱۵۰
۴.۳	زاویائی معیار حرکت	۱۵۲
۴.۳.۱	امتیازی اقدار	۱۵۳
۴.۳.۲	مقناطیسی میدان میں ایک الیکٹران	۱۵۸
۵	متمثل ذرات	۱۶۵
۵.۱	دوزراتی نظام	۱۶۵
۵.۱.۱	تخت پٹی	۱۷۷
۵.۲	کو انٹرم شمارائی میکانیات	۱۸۲
۵.۲.۱	ایک مثال	۱۸۳
۶	غیر تابع وقت نظریہ اضطراب	۱۸۷
۶.۱	غیر انخطاطی نظریہ اضطراب	۱۸۷
۶.۱.۱	عمومی مضابطہ بندی	۱۸۷
۶.۱.۲	اول رتبہ نظریہ	۱۸۸
۶.۱.۳	دوم رتبہ توانائیاں	۱۹۲
۶.۲	انخطاطی نظریہ اضطراب	۱۹۳
۶.۲.۱	دوپڑتا انخطاط	۱۹۳
۶.۲.۲	بلند رتبہ انخطاط	۱۹۷
۶.۳	ہائیڈروجن کا مہین ساخت	۲۰۱
۶.۳.۱	اضافیتی تصحیح	۲۰۲
۶.۳.۲	چکر و مدار ربط	۲۰۵
۶.۴	زیمن اثر	۲۰۹
۶.۴.۱	کمزور میدان زیمن اثر	۲۰۹

۶.۴.۲	طافتور میدان زیرسان اثر	۲۱۱
۶.۴.۳	درمیانی طافت میدان زیرسان اثر	۲۱۲
۶.۴.۴	نهایت مہمین بنوارہ	۲۱۳
۷	تغیری اصول	۲۰۱
۸	وکب تخمین	۲۰۳
۹	تابع وقت نظریہ اضطراب	۲۰۵
۹.۱	دو سطحی نظام	۲۰۶
۹.۱.۱	مضطرب نظام	۲۰۶
۹.۱.۲	تابع وقت نظریہ اضطراب	۲۰۹
۹.۲	اشعاعی احسراج اور انجذاب	۲۱۱
۹.۲.۱	برق قسطی امواج	۲۱۱
۹.۲.۲	انجذاب، تحرق شدہ احسراج اور خود باخود احسراج	۲۱۱
۹.۲.۳	غیرات کی اضطراب	۲۱۳
۹.۳	خود باخود احسراج	۲۱۴
۹.۳.۱	آمنٹائن A اور B عددی سر	۲۱۴
۹.۳.۲	پیچان حال کا عرصہ حیات	۲۱۶
۹.۳.۳	قواعد انتخاب	۲۱۹
۱۰	حرارت ناگزیر تخمین	۲۱۱
۱۱	بھراو	۲۱۳
۱۱.۱	تعارف	۲۱۳
۱۱.۱.۱	کلاسیکی نظریہ بھراو	۲۱۳
۱۱.۱.۲	کوانٹم نظریہ بھراو	۲۱۵
۱۱.۲	جزوی موج تجزیہ	۲۱۶
۱۱.۲.۱	اصول وضوابط	۲۱۶
۱۱.۲.۲	لایا عمل	۲۱۹
۱۱.۳	مستقلات حیط	۲۲۱
۱۱.۴	بارن تخمین	۲۲۴
۱۱.۴.۱	مساوات شرودنگر کی مکملی روپ	۲۲۴
۱۱.۴.۲	بارن تخمین اوّل	۲۲۸
۱۱.۴.۳	قلل بارن	۲۳۲
۱۲	پس نوشت	۲۳۵
۱۲.۱	آمنٹائن پوڈ لکیوروزن تضاد	۲۳۶
۱۲.۲	مسئلہ بل	۲۳۷
۱۲.۳	مسئلہ کلیہ	۲۴۱

۲۴۲	شروڈنگر کی پئی	۱۲.۴
۲۴۳	کو انجم زیوٹوفضاد	۱۲.۵

جوابات ۲۴۷

۲۴۹	خطی الجبرا	۱
۲۴۹	۱.۱ سمتیات	۱.۱
۲۴۹	۲.۱ اندرونی ضرب	۲.۱
۲۴۹	۳.۱ قتالب	۳.۱
۲۴۹	۴.۱ تبدیلی اساس	۴.۱
۲۴۹	۵.۱ امتیازی تفاسلات اور امتیازی افتدار	۵.۱
۲۴۹	۶.۱ ہر مشی تبادله	۶.۱

منہنگ ۲۵۱

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔ پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلب و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلب و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلب و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلب و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلب و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلب و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن حوالہ اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلب و مطالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔ میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی سرزد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

حنالد حنان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011ء

باب ۶

غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

۶.۱ غیر انخطاطی نظریہ اضطراب

۶.۱.۱ عمومی ضابطہ بندی

فرض کریں ہم کسی مخفیہ (مثلاً ایک بعدی لامتناہی چکور کنواں) کے لئے غیر تابع وقت شرودنگر مساوات:

$$(۶.۱) \quad H^0 \psi_n^0 = E_n^0 \psi_n^0$$

حل کر کے معیاری عمودی امتیازی تقاضات کا مکمل سلسلہ

$$(۶.۲) \quad \langle \psi_n^0 | \psi_m^0 \rangle = \delta_{nm}$$

اور ان کی مطابقتی امتیازی افتدار E_n^0 حاصل کرتے ہیں۔ اب ہم مخفیہ میں معمولی اضطراب پیدا کرتے ہیں (مثلاً کنواں کی تہہ میں ایک چھوٹا موٹا ڈال کر؛ شکل 6-1) ہم نے امتیازی تقاضات اور امتیازی افتدار جاننا چاہیں گے:

$$(۶.۳) \quad H \psi_n = E_n \psi_n$$

تاہم انتہائی خوش قسمتی کے علاوہ کوئی وجہ نہیں پائی جاتی کہ ہم اس پیچیدہ مخفیہ کے لیے مساوات شرودنگر کو بالکل ٹھیک ٹھیک حل کر پائیں گے۔ نظریہ اضطراب کو غیر مضطرب صورت کے معلوم ٹھیک ٹھیک حلوں کو لے کر قدم ب قدم چلتے ہوئے مضطرب مسئلے کے تخمینی حل دیتا ہے ہم نے ہیملٹنی کو دو اجزاء کا مجموعہ لکھ کر آغاز کرتے ہیں

$$(۶.۴) \quad H = H^0 + \lambda H'$$

باب ۶. غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

جہاں H' اضطراب ہے زیر بالا میں 0 ہمیشہ غیر مضطرب مقدار کو ظاہر کرتا ہے ہم یہاں λ کو ایک چھوٹا عدد تصور کرتے ہیں بعد میں اس کی قیمت کو بڑھا کر ایک (1) کر دی جائے گی اور H اصل ہیملٹنی ہوگا اس کے بعد ہم ψ_n اور E_n کو λ کی طاقتی تسلسل کے صورت میں لکھتے ہیں

$$(۶.۵) \quad \psi_n = \psi_n^0 + \lambda \psi_n^1 + \lambda^2 \psi_n^2 + \dots$$

$$(۶.۶) \quad E_n = E_n^0 + \lambda E_n^1 + \lambda^2 E_n^2 + \dots$$

یہاں n ویں امتیازی قدر کی قیمت میں **اولیٰ رتبی** تصحیح کو E_n^1 ظاہر کرتا ہے جبکہ n ویں امتیازی تفاعل میں **اولیٰ رتبی** تصحیح کو ψ_n^1 ظاہر کرتا ہے اسی طرح E_n^2 اور ψ_n^2 دوم رتبی تصحیح ہوں گے وغیرہ وغیرہ مساوات ۶.۵ اور مساوات ۶.۶ کو مساوات ۶.۳ میں پر کر کے

$$\begin{aligned} (H^0 + \lambda H') [\psi_n^0 + \lambda \psi_n^1 + \lambda^2 \psi_n^2 + \dots] \\ = (E_n^0 + \lambda E_n^1 + \lambda^2 E_n^2 + \dots) [\psi_n^0 + \lambda \psi_n^1 + \lambda^2 \psi_n^2 + \dots] \end{aligned}$$

یا λ کے ایک جیسے طاقتوں کو اکٹھا لکھ کر درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$\begin{aligned} H^0 \psi_n^0 + \lambda (H^0 \psi_n^1 + H' \psi_n^0) + \lambda^2 (H^0 \psi_n^2 + H' \psi_n^1) + \dots \\ = E_n^0 \psi_n^0 + \lambda (E_n^0 \psi_n^1 + E_n^1 \psi_n^0) + \lambda^2 (E_n^0 \psi_n^2 + E_n^1 \psi_n^1 + E_n^2 \psi_n^0) + \dots \end{aligned}$$

مستمر رتبہ λ^0 کی صورت میں اس سے $H^0 \psi_n^0 = E_n^0 \psi_n^0$ حاصل ہوتا ہے جو کوئی نئی مساوات نہیں ہے (مساوات ۶.۱ رتبہ اول (λ^1) تک درج ذیل ہوگا)

$$(۶.۷) \quad H^0 \psi_n^1 + H' \psi_n^0 = E_n^0 \psi_n^1 + E_n^1 \psi_n^0$$

رتبہ دوم (λ^2) تک درج ذیل ہوگا

$$(۶.۸) \quad H^0 \psi_n^2 + H' \psi_n^1 = E_n^0 \psi_n^2 + E_n^1 \psi_n^1 + E_n^2 \psi_n^0$$

وغیرہ وغیرہ (رتبہ پر نظر رکھنے کی غرض سے ہم نے λ استعمال کیا اب اس کی ضرورت نہیں رہی لہذا اس کی قیمت ایک، 1، کر دیں)

۶.۱.۲ اول رتبی نظریہ

مساوات ۶.۷ کے ساتھ اندرونی ضرب لیتے ہیں یعنی $(\psi_n^0)^*$ سے ضرب دے کر مکمل لیتے ہیں

$$\langle \psi_n^0 | H^0 \psi_n^1 \rangle + \langle \psi_n^0 | H' \psi_n^0 \rangle = E_n^0 \langle \psi_n^0 | \psi_n^0 \rangle + E_n^1 \langle \psi_n^0 | \psi_n^0 \rangle$$

تاہم H^0 ہر مثنیٰ ہے لہذا

$$\langle \psi_n^0 | H^0 \psi_n^1 \rangle = \langle H^0 \psi_n^0 | \psi_n^1 \rangle = E_n^0 \langle \psi_n^0 | \psi_n^1 \rangle$$

ہوگا جو دائیں ہاتھ کے پہلے جزو کو حذف کرے گا مزید $\langle \psi_n^0 | \psi_n^0 \rangle = 1$ کی بنا درج ذیل ہوگا

$$(۶.۹) \quad E_n^1 = \langle \psi_n^0 | H' | \psi_n^0 \rangle$$

یہ رتبہ اول نظریہ اضطراب کا بنیادی نتیجہ ہے بلکہ عملاً یہ پوری کوانٹم میکانیات میں غالباً سب سے اہم مساوات ہے یہ کہتی ہے کہ غیر مضطرب حال میں اضطراب کی توقعاتی قیمت توانائی کی اول رتبی تصحیح ہوگی

مثال ۶.۱: لامتناہی چکوروں کی غیر مضطرب تفاعلات موج مساوات 28.2 درج ذیل ہیں

$$\psi_n^0(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

فرض کریں ہم کنواں کی تہہ کو مستقل مقدار V_0 اوپر اٹھاتے ہوئے اس نظام کو مضطرب کرتے ہیں شکل 2.6 توانائیوں میں رتبہ اول تصحیح تلاش کریں

حل: یہاں $H' = V_0$ ہوگا لہذا n ویں حال کی توانائی میں رتبہ اول تصحیح درج ذیل ہوگی

$$E_n^1 = \langle \psi_n^0 | V_0 | \psi_n^0 \rangle = V_0 \langle \psi_n^0 | \psi_n^0 \rangle = V_0$$

یوں تصحیح شدہ توانائیوں کی سطحیں $E_n \cong E_n^0 + V_0$ ہونگے جی ہاں تمام کی تمام V_0 مقدار سے اوپر اٹھتی ہیں یہاں حیرانگی کی بات یہ ہے کہ رتبہ اول نظریہ بالکل ٹھیک جواب دیتا ہے یوں ظاہر ہے کہ مستقل اضطراب کی صورت میں تمام بلند رتبی تصحیح صفر ہوں گی اس کے برعکس کنواں کی نصف چوڑائی تک اضطراب کی وسعت کی صورت میں شکل 3.6 ہوگا۔

$$E_n^1 = \frac{2V_0}{a} \int_0^{a/2} \sin^2\left(\frac{n\pi}{a}x\right) dx = \frac{V_0}{2}$$

اب توانائی کی ہر سطح $\frac{V_0}{2}$ اوپر اٹھتی ہے یہ غالباً بالکل ٹھیک نتیجہ نہیں ہے لیکن اول رتبہ تخمین کی نقطہ نظر سے معقول جواب ہے۔ □

مساوات 9.6 ہمیں توانائی کی اول رتبی تصحیح دیتی ہے تفاعل موج کے لئے اول رتبی تصحیح حاصل کرنے کی غرض سے ہم مساوات 7.6 کو درج ذیل روپ میں لکھتے ہیں

$$(۶.۱۰) \quad (H^0 - E_n^0)\psi_n^1 = -(H' - E_n^1)\psi_n^0$$

یہاں کوئی یو پیسڈ لامتناہی چکوروں کی خصوصیات پر منحصر نہیں ہے لہذا یہی کچھ کسی بھی مخفیہ کے لیے مستقل اضطراب کی صورت میں درست ہوگا

باب ۶. غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

چونکہ اس کا دایاں ہاتھ ایک معلوم تقاضا عمل ہے لہذا یہ ψ_n^1 میں ایک غیر متجانس تفرقی مساوات ہے اب غیر مضطرب تقاضات موج ایک مکمل سلسلہ دیتے ہیں لہذا کسی بھی تقاضا عمل کی طرح ψ_n^1 کو ان کا خطی جوڑ لکھا جاسکتا ہے

$$(۶.۱۱) \quad \psi_n^1 = \sum_{m \neq n} c_m^{(n)} \psi_m^0$$

اگر $psi_n^1 / 10.6$ مساوات کو مطمئن کرتا ہوں تب کسی بھی مستقل α کے لیے $(\psi_n^1 + \alpha \psi_n^0)$ بھی اس مساوات کو مطمئن کرے گا لہذا ہم جزو ψ_n^0 کو منفی کر سکتے ہیں ایسے ہی کرتے ہوئے مساوات 11.6 کے مجموعہ میں $m = n$ شامل نہیں کیا گیا عددی سر $c_m^{(n)}$ تعین کر کے ہم مسئلہ حل کر سکتے ہیں ہم مساوات 10.6 میں مساوات 11.6 پر کرتے ہوئے یہ جاننے ہوئے کہ غیر مضطرب شعروں کے مساوات مساوات 1.6 کو ψ_m^0 مطمئن کرتے ہیں درج ذیل حاصل کرتے ہیں

$$\sum_{m \neq n} (E_m^0 - E_n^0) c_m^{(n)} \psi_m^0 = -(H' - E_n^1) \psi_n^0$$

اس کا ψ_l^0 کے ساتھ اندرونی ضرب لیتے ہیں

$$\sum_{m \neq n} (E_m^0 - E_n^0) c_m^{(n)} \langle \psi_l^0 | \psi_m^0 \rangle = -\langle \psi_l^0 | H' | \psi_n^0 \rangle + E_n^1 \langle \psi_l^0 | \psi_n^0 \rangle$$

اگر $l = n$ ہو تب بائیں ہاتھ صفر ہوگا اور ہمیں دوبارہ مساوات 9.6 ملے گی اگر $l \neq n$ ہو تو درج ذیل ہوگا

$$(E_l^0 - E_n^0) c_l^{(n)} = -\langle \psi_l^0 | H' | \psi_n^0 \rangle$$

یا

$$(۶.۱۲) \quad c_m^{(n)} = \frac{\langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle}{E_n^0 - E_m^0}$$

لہذا اورج ذیل حاصل ہوگا

$$(۶.۱۳) \quad \psi_n^1 = \sum_{m \neq n} \frac{\langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle}{(E_n^0 - E_m^0)} \psi_m^0$$

جب تک غیر مضطرب توانائی طیف غیر انخطاطی ہو نسب نامہ کوئی ی مسئلہ کھڑا نہیں کرے گا (چونکہ کسی بھی عددی سر کے لئے $m = n$ نہیں ہوتا) ہاں اس صورت میں جب دو غیر مضطرب حالات کی توانائیاں ایک دوسرے جتنی ہو تب مساوات 12.6 میں نسب نامہ میں صفر پایا جائے گا جو ہمیں مصیبت میں ڈالے گا ایسی صورت میں انخطاطی نظریہ اضطراب کی ضرورت پیش آئے گی جس پر حصہ 2.6 میں غور کیا جائے گا یوں اول رتبہ نظریہ اضطراب مکمل ہوتا ہے توانائی کی اول رتبہ تصحیح E_n^1 مساوات 9.6 دیتی ہے جبکہ

تفاعل موج کی اول رتبہ تصحیح ψ_n^1 مساوات 13.6 دی جاتی ہے میں آپ کو یہاں یہ ضرورت ناکچا ہوں گا کہ اگرچہ نظریہ اضطراب عموماً توانائیوں کی بہت درست قیمتیں دیتا ہے یعنی $E_n^0 + E_n^1$ اصل قیمت E_n کے بہت قریب ہے اس سے حاصل تفاعلات موج عموماً افسوس کن ہوتے ہیں

سوال ۶.۱: فرض کرے ہم لامتناہی چکور کنواں کے وسط میں δ تفاعلی موڈاڈالتے ہیں

$$H' = \alpha \delta(x - \frac{a}{2})$$

جہاں α ایک مستقل ہے

۱. احبازتی توانائیوں کی اول رتبہ تصحیح تلاش کریں بتائیں کہ جفت n کی صورت میں توانائیاں مضطرب کیوں نہیں ہوں گی
- ب. زمینی حال کی تصحیح ψ_1^1 کی مساوات مساوات 13.6 کی پھیلاؤ میں ابتدائی تین غیر صفر اجزاء تلاش کریں

سوال ۶.۲: ہارمونی مرتعش $[V(x) = \frac{1}{2}kx^2]$ کی احبازتی توانائیاں درج ذیل ہیں

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

جہاں $\omega = \sqrt{k/m}$ کلاسیکی تعدد ہے اب فرض کرے مقیاس پک میں معمولی تبدیلی رونما ہوتی ہے $k \rightarrow (1 + \epsilon)k$

۱. (الف) نہیں توانائیوں کی بالکل ٹھیک ٹھیک قیمتیں حاصل کرے آپ نے کل یہ کو دوم رتبہ تک ϵ کی طقتیں تسلسل میں پھیلائیں
- ب. اب مساوات 9.6 استعمال کرتے ہوئے توانائی میں اول رتبہ اضطراب کا حساب لگائیں یہاں H' کیا ہو گا اپنے نتیجے کا جزو (الف) کے ساتھ موازنہ کرے اشارہ: نئے تکمل کی قیمت کے حصول کی نا ضرورت اور نہ احبازت ہے

سوال ۶.۳: ایک لامتناہی چکور کنواں مساوات 19.2 میں دو یکساں بوسن رکھے جاتے ہیں یہ مخفیہ

$$V(x_1, x_2) = -aV_0\delta(x_1 - x_2)$$

جہاں V_0 ایک مستقل ہے جس کا بعد توانائی ہے اور a کنواں کی چوڑائی ہے کے ذریعے ایک دوسرے پر بہت معمولی اثر انداز ہوتے ہیں

۱. پہلی قدم میں ذرات کے باہمی اثر کو نظر انداز کرتے ہوئے زمینی حال اور پہلے ہیجان حال کے تفاعلات موج اور مطابقتی توانائیاں تلاش کریں
- ب. اول رتبہ نظریہ اضطراب استعمال کرتے ہوئے زمینی حال اور پہلے ہیجان حال کے توانائیوں پر ذرات کے باہمی اثر کا تخمینہ اول رتبہ نظریہ اضطراب سے دریافت کریں

۶.۱.۳ دوم رتبی توانائیاں

یہاں بھی اسی طرح بڑھتے ہوئے ہم ψ_n^0 اور دور تبی مساوات مساوات 8.6 کا اندرونی ضرب لیتے ہیں

$$\langle \psi_n^0 | H^0 \psi_n^2 \rangle + \langle \psi_n^0 | H' \psi_n^1 \rangle = E_n^0 \langle \psi_n^0 | \psi_n^2 \rangle + E_n^1 \langle \psi_n^0 | \psi_n^1 \rangle + E_n^2 \langle \psi_n^0 | \psi_n^0 \rangle$$

یہاں بھی ہم H^0 کی ہر مشی پین کو بروئے کار لاتے ہیں

$$\langle \psi_n^0 | H^0 \psi_n^2 \rangle = \langle H^0 \psi_n^0 | \psi_n^2 \rangle = E_n^0 \langle \psi_n^0 | \psi_n^2 \rangle$$

لہذا بائیں ہاتھ کا پہلا جزو دائیں ہاتھ کے پہلے جزو کے ساتھ کٹ جائے گا ساتھ ہی $1 = \langle \psi_n^0 | \psi_n^0 \rangle$ ہوگا لہذا ہمارے پاس E_n^2 کا درجہ ذیل کلیہ رہ جاتا ہے

$$E_n^2 = \langle \psi_n^0 | H' | \psi_n^1 \rangle - E_n^1 \langle \psi_n^0 | \psi_n^1 \rangle \quad (۶.۱۴)$$

تاہم مجموعہ میں $m = n$ شامل نہیں اور باقی تمام عمودی ہیں لہذا

$$\langle \psi_n^0 | \psi_n^1 \rangle = \sum_{m \neq n} c_m^{(n)} \langle \psi_n^0 | \psi_m^0 \rangle = 0$$

ہوگا جس کی بنا

$$E_n^2 = \langle \psi_n^0 | H' | \psi_n^1 \rangle = \sum_{m \neq n} c_m^{(n)} \langle \psi_n^0 | H' | \psi_m^0 \rangle = \sum_{m \neq n} m \neq n \frac{\langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle \langle \psi_n^0 | H' | \psi_m^0 \rangle}{E_n^0 - E_m^0}$$

یا آخر کار

$$E_n^2 = \sum_{m \neq n} \frac{|\langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle|^2}{E_n^0 - E_m^0} \quad (۶.۱۵)$$

ہوگا جو دور تبی نظریہ اضطراب کا بنیادی نتیجہ ہے۔

اگرچہ ہم اسی طرح آگے بڑھتے ہوئے تفاسل موج کی دوم رتبی تصحیح ψ_n^2 توانائی کی سوم رتبی تصحیح وغیرہ وغیرہ حاصل کر سکتے ہیں لیکن عملاً اس ترکیب کو صرف مساوات 15.6 تک استعمال کرنا سودمند ہوگا۔ سوال ۶.۴:

ا. توانائیوں کی دوم رتبی تصحیح (E_n^2) سوال 1.6 کی مخفیہ کے لیے تلاش کریں۔ تبصرہ: آپ تسلسل کا مجموعہ صریحاً حاصل کر کے طاق n کیلئے $2m(\alpha / \pi \hbar n)^2 -$ حاصل کر سکتے ہیں۔

ب. زمینی حال توانائی کے لئے دوم رتبی تصحیح E_n^2 سوال 2.6 کے مخفیہ کے لیے تلاش کریں۔ تصدیق کیجیے گا کہ آپ کا نتیجہ بالکل درست نتیجہ کے مطابق ہے۔

سوال ۶.۵: ایک ایسے باردار ذرہ پر غور کریں جو ایک بعدی ہارمونی ارتعاشی مخفیہ میں پایا جاتا ہو۔ فرض کریں ہم ایک کمزور برقی میدان (E) چالو کرتے ہیں جس کی بنا مخفی توانائی میں $H' = qEx$ متدار کی تبدیلی پیدا ہوتی ہے۔

۱. دکھائیں کہ توانائیوں کی دو سطحوں میں کوئی اول رتبہ تبدیلی پیدا نہیں ہوگی۔ دور تہی تصحیح تلاش کریں۔ اشارہ: سوال 33.3 دیکھیں۔

ب. تبدیلی متغیرات $x' \equiv x - (qE/m\omega^2)$ استعمال کرتے ہوئے موجودہ صورت میں شرودنگر مساوات کو بلا واسطہ حل کیا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے ٹھیک ٹھیک توانائیاں تلاش کر کے دکھائیں کہ یہ نظریہ اضطراب کی تخمین کے مطابق ہے۔

۶.۲ انخطاطی نظریہ اضطراب

اگر غیر مضطرب حالات انخطاطی ہوں یعنی دو یا دو سے زیادہ منفرد حالات ψ_a^0 اور ψ_b^0 کی توانائیاں ایک دوسرے جیسی ہوں تب سادہ نظریہ اضطراب غیر کارآمد ہو گا چونکہ $c_a^{(b)}$ مساوات 12.6 اور E_a^2 مساوات 15.6 بے فت بوڑھتے ہیں شاید ماسوائے اس صورت جب شمار کنندہ صفر ہو $\langle \psi_a^0 | H' | \psi_b^0 \rangle = 0$ اور جس کو ہم بعد میں استعمال کریں گے۔ یوں انخطاط صورت میں ہمیں توانائیوں کی اول رتبہ تصحیح مساوات 9.6 پر بھی یقین نہیں کرنا چاہیے اور ہمیں مسئلے کا کوئی دوسرا حل ڈھونڈنا ہوگا۔

۶.۲.۱ دو پڑتا انخطاط

درج ذیل فرض کریں جہاں ψ_a^0 اور ψ_b^0 معمول شدہ ہیں۔

$$(۶.۱۶) \quad H^0 \psi_a^0 = E^0 \psi_a^0, \quad H^0 \psi_b^0 = E^0 \psi_b^0, \quad \langle \psi_a^0 | \psi_b^0 \rangle = 0$$

دھیان رہے کہ ان حالات کا ہر خطی جوڑ

$$(۶.۱۷) \quad \psi^0 = \alpha \psi_a^0 + \beta \psi_b^0$$

بھی H^0 کا امتیازی حال ہوگا جس کا امتیازی قدر E^0 بھی وہی ہوگا

$$(۶.۱۸) \quad H^0 \psi^0 = E^0 \psi^0$$

عام طور پر اضطراب (H') انخطاط کو ”توڑے“ (یا ”منوخ“ کرے) گا جیسے جیسے ہم λ کی قیمت صفر سے ایک کی طرف بڑھاتے ہیں مشترک غیر مضطرب توانائی E^0 دو ٹکڑوں میں تقسیم ہوگا شکل 4.6 مخالف چلتے ہوئے اگر ہم اضطراب کو بند یعنی صفر کر دیں تب بالائی حال کا تخفیف ψ_a^0 اور ψ_b^0 کے ایک خطی جوڑ میں ہوگا جبکہ زیریں حال کا تخفیف کسی دوسرے عمودی خطی جوڑ میں ہوگا تاہم ہم قبل از وقت نہیں جان سکتے ہیں کہ یہ موزوں خطی جوڑ کیا ہوں گے چونکہ ہم غیر مضطرب حالات نہیں جانتے ہیں لہذا یہی وجہ ہے کہ ہم اول رتبہ توانائیاں مساوات 9.6 کا حاب نہیں کر سکتے ہیں

باب ۶. غیر تاجع وقت نظریہ اضطراب

اسی لیے ہم ان موزوں غیر مضطرب حالات کو فی الحال عمومی روپ مساوات 17.6 میں لکھتے ہیں جہاں α اور β متبادل تغیر ہوں گے ہم مساوات شروع کر

$$H\psi = E\psi \quad (۱.۱۹)$$

کو $H = H^0 + \lambda H'$ اور

$$E = E^0 + \lambda E^1 + \lambda^2 E^2 + \dots, \quad \psi = \psi^0 + \lambda \psi^1 + \lambda^2 \psi^2 + \dots \quad (۱.۲۰)$$

کیلئے حل کرنا چاہتے ہیں انہیں مساوات 19.6 میں پر کر کے پہلے کی طرح λ کی ایک جیسی طاقتوں کو اکٹھا کر کے درج ذیل حاصل ہوگا

$$H^0 \psi^0 + \lambda (H' \psi^0 + H^0 \psi^1) + \dots = E^0 \psi^0 + \lambda (E^1 \psi^0 + E^0 \psi^1) + \dots$$

اب $H^0 \psi^0 = E^0 \psi^0$ مساوات 18.6 کی بنا اولین اجزاء ایک دوسرے کے ساتھ کٹ جائیں گے جبکہ λ^1 رتبہ کے لیے درج ذیل ہوگا

$$H^0 \psi^1 + H' \psi^0 = E^0 \psi^1 + E^1 \psi^0 \quad (۱.۲۱)$$

اس کا ψ_a^0 کے ساتھ اندرونی ضرب لیتے ہیں

$$\langle \psi_a^0 | H^0 \psi^1 \rangle + \langle \psi_a^0 | H' \psi^0 \rangle = E^0 \langle \psi_a^0 | \psi^1 \rangle + E^1 \langle \psi_a^0 | \psi^0 \rangle$$

چونکہ H^0 ہر مشی ہے لہذا بائیں ہاتھ پہلا جزو دائیں ہاتھ کے پہلے جزو کے ساتھ کٹ جائے گا مساوات 17.6 کو استعمال کرتے ہوئے اور معیاری عمودیت کی شرط مساوات 17.6 کو بروئے کار لاتے ہوئے

$$\alpha \langle \psi_a^0 | H' | \psi_a^0 \rangle + \beta \langle \psi_a^0 | H' | \psi_b^0 \rangle = \alpha E^1$$

یا مختصراً

$$\alpha W_{aa} + \beta W_{ab} = \alpha E^1 \quad (۱.۲۲)$$

حاصل ہوگا جہاں درج ذیل ہوگا

$$W_{ij} \equiv \langle \psi_i^0 | H' | \psi_j^0 \rangle, \quad (i, j = a, b) \quad (۱.۲۳)$$

اسی طرح ψ_b^0 کے ساتھ اندرونی ضرب درج ذیل دے گا

$$\alpha W_{ba} + \beta W_{bb} = \beta E^1 \quad (۱.۲۴)$$

دھیان رہے کہ اصولاً ہمیں تمام W معلوم ہے چونکہ یہ غیر مضطرب تفاعلات موج ψ_a^0 اور ψ_b^0 کے لحاظ سے H' کے ارکان متبادل ہیں مساوات 24.6 کو W_{ab} سے ضرب دے کر مساوات 22.6 استعمال کر کے βW_{ab} کو خارج کر کے درج ذیل حاصل ہوگا

$$\alpha [W_{ab} W_{ba} - (E^1 - W_{aa})(E^1 - W_{bb})] = 0 \quad (۱.۲۵)$$

غیر صفر α کی صورت میں مساوات 25.6 ہمیں E^1 کی مساوات دیگی

$$(1.21) \quad (E^1)^2 - E^1(W_{aa} + W_{bb}) + (W_{aa} + W_{bb} - W_{ab}W_{ba}) = 0$$

دو درجی کلیہ استعمال کرتے ہوئے اور مساوات 23.6 سے یہ ثابت ہوئے $W_{ba} = W_{ab}^*$ ہم درج ذیل اخذ کرتے ہیں

$$(1.22) \quad E_{\pm}^1 = \frac{1}{2} \left[W_{aa} + W_{bb} \pm \sqrt{(W_{aa} - W_{bb})^2 + 4|W_{ab}|^2} \right]$$

یہ انحطاطی نظریہ اضطراب کا بنیادی نتیجہ ہے جہاں دو جذور دو مضطرب توانائیوں سے مطابقت رکھتے ہیں لیکن صفر α کی صورت میں کیا ہوگا ایسی صورت میں $\beta = 1$ ہوگا لہذا مساوات 22.6 کے تحت $W_{ab} = 0$ اور مساوات 24.6 کے تحت $E^1 = W_{bb}$ ہوگا یہ درحقیقت مساوات 27.6 کے عمومی نتیجہ میں منفی علامت کے ذریعے شامل ہے مثبت علامت $\alpha = 1$ ، $\beta = 0$ کی صورت میں ہوگا۔ اس کے علاوہ ہمارے جوابات

$$E_+^1 = W_{aa} = \langle \psi_a^0 | H' | \psi_a^0 \rangle, \quad E_-^1 = W_{bb} = \langle \psi_b^0 | H' | \psi_b^0 \rangle$$

ٹھیک وہی ہیں جو ہم غیر انحطاطی نظریہ اضطراب سے حاصل کرتے ہیں مساوات 9.6 یہ محض ہماری خوش قسمتی ہے حالات ψ_a^0 اور ψ_b^0 پہلے سے موزوں خطی جوڑتھ کیا اچھی بات ہوتی اگر ہم آغاز سے موزوں حالات جان پاتے ایسی صورت میں ہم غیر انحطاطی نظریہ اضطراب استعمال کر پاتے حقیقت میں درج ذیل مسئلہ کے تحت ہم عموماً ایسا کر پاتے ہیں

مسئلہ ۶.۱: فرض کریں A ایک ایسا ہر مشی عامل ہے جو H^0 اور H' کے ساتھ متبادل ہے اگر H^0 کے انحطاطی امتیازی تقاعلات ψ_a^0 اور ψ_b^0 عامل A کے بھی امتیازی تقاعلات ہوں جن کے منفرد امتیازی امتداد ہوں

$$\mu \neq \nu \quad \text{اور} \quad A\psi_a^0 = \mu\psi_a^0, \quad A\psi_b^0 = \nu\psi_b^0$$

تب $W_{ab} = 0$ ہوگا لہذا ψ_b^0 اور ψ_a^0 نظریہ اضطراب میں متبادل استعمال موزوں حالات ہوں گے

ثبوت: ہم مندرجہ کرچے ہیں کہ $[A, H'] = 0$ ہوگا جس کے تحت درج ذیل ہوگا

$$\begin{aligned} \langle \psi_a^0 | [A, H'] | \psi_b^0 \rangle &= 0 \\ &= \langle \psi_a^0 | AH' | \psi_b^0 \rangle - \langle \psi_a^0 | H' A | \psi_b^0 \rangle \\ &= \langle A\psi_a^0 | H' | \psi_b^0 \rangle - \langle \psi_a^0 | H' | \nu\psi_b^0 \rangle \\ &= (\mu - \nu) \langle \psi_a^0 | H' | \psi_b^0 \rangle = (\mu - \nu) W_{ab} \end{aligned}$$

اب $\mu \neq \nu$ ہے لہذا $W_{ab} = 0$ ہوگا

سبق اگر آپ کا منہ انحطاطی حالات سے ہوا ایسا ہر مشی عامل A تلاش کرنے کی کوشش کریں جو H^0 اور H' کے ساتھ متبادل ہو H^0 اور A کے یک وقت امتیازی تقاعلات کو اپنے غیر مضطرب حالات

باب ۶. غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

منتخب کر کے سادہ اول رتبی نظریہ اضطراب بروئے کار لائے ایسا عمل تلاش نہ کرنے کی صورت میں آپ کو مساوات 27.6 استعمال کرنا ہوگا جس کی ضرورت عملاً کم ہی پڑتی ہے

□

سوال ۶.۶: فرض کریں دو موزوں غیر مضطرب حالات

$$\psi_{\pm}^0 = \alpha_{\pm} \psi_a^0 + \beta_{\pm} \psi_b^0$$

جہاں α_{\pm} اور β_{\pm} کو معمول شدگی تک مساوات 22.6 یا مساوات 24.6 تعین کرتے ہیں صریحاً درج ذیل دکھائیں

$$a. \langle \psi_+^0 | \psi_-^0 \rangle = 0 \text{ عمودی ہے}$$

$$b. \langle \psi_+^0 | H' | \psi_-^0 \rangle = 0$$

$$c. \langle \psi_{\pm}^0 | H' | \psi_{\pm}^0 \rangle = E_{\pm}^1 \text{ جہاں } E^1 \text{ کی قیمت مساوات 27.6 دیتی ہے}$$

سوال ۶.۷: فرض کرے ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے اپنے آپ پر بندیک بعدی خطہ جس کی لمبائی L ہے پر آزادی سے حرکت کرتا ہے

a. دکھائیں کہ ساکن حالات کو درج ذیل روپ میں لکھا جاسکتا ہے

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{2\pi i n x / L}, \quad (-L/2 < x < L/2)$$

جہاں $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ اور اجازتی توانائیاں درج ذیل ہیں

$$E_n = \frac{2}{m} \left(\frac{n\pi\hbar}{L} \right)^2$$

دھیان رہے کہ زمینی حال $n = 0$ کے علاوہ تمام حالات دہرا انخطاطی ہے

b. فرض کریں ہم اب اضطراب

$$H' = -V_0 e^{-x^2/a^2}$$

متعارف کرتے ہیں جہاں $L \gg a$ ہو یہ $x = 0$ پر مخفیہ میں معمولی چھکاوٹ پیدا کرتا گویا تار کو یہاں مروڑا گیا ہوں مساوات 27.6 استعمال کرتے ہوئے E_n کی اول رتبی تصحیح تلاش کریں اشارہ: چونکہ H' خطہ $-a < x < a$ کے باہر تقریباً صفر ہے اور $L \gg a$ ہے لہذا مکمل کی قیمت حاصل کرتے وقت مکمل کی حدود کو $\pm L/2$ کی بجائے $\pm \infty$ رکھیں

c. اس مسئلہ کے لئے ψ_n اور ψ_{-n} کی موزوں خطی جوڑ کیا ہوں گے دکھائے کہ ان حالات کے ساتھ آپ کو مساوات 9.6 استعمال کرتے ہوئے اول رتبی تصحیح حاصل ہوگی

د. ایسا ہر مشی عامل A تلاش کریں جو مسئلہ کے شرائط پر پورا اترتا ہو دکھائیں کہ H^0 اور A کے بیک وقت امتیازی حالات ٹھیک وہی ہے جو آپ نے جبزونج میں استعمال کیے

۶.۲.۲ بلنڈرتبی انخطاط

گزشتہ حصہ میں انخطاط کو دو پڑتا تصور کیا گیا تاہم ہم دیکھ سکتے ہیں کہ اس ترکیب کو کس طرح عمومی بنایا جاسکتا ہے مساوات 22.6 اور 24.6 کو ہم دوبارہ تلبی روپ میں لکھتے ہیں

$$(1.28) \quad \begin{pmatrix} W_{aa} & W_{ab} \\ W_{ba} & W_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = E^1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

ظاہر ہے کہ W E^1 و تالب کے امتیازی افتدار ہیں مساوات 26.6 اس و تالب کی امتیازی مساوات ہے اور غیر مضطرب حالات کے موزوں خطی جوڑ W کے امتیازی سمتیات ہوں گے

ہم n پڑتا انخطاط کی صورت میں $n \times n$ و تالب

$$(1.29) \quad W_{ij} = \langle \psi_i^0 | H' | \psi_j^0 \rangle$$

کے امتیازی افتدار تلاش کرتے ہیں الجبرا کی زبان میں موزوں غیر مضطرب تقاضات موج کی تلاش سے مراد انخطاطی ذیلی فضا میں ایسا اساس تیار کرنا ہے جو و تالب W کو وتری بناتا ہو یہاں بھی ایک ایسا عامل A تلاش کر کے جو H' کا متبادل ہو A اور H' کے بیک وقت امتیازی تقاضات استعمال کر کے ہم و تالب W حاصل کریں گے جو از خود وتری ہو گا لہذا آپ کو امتیازی مساوات حل کرنے کی ضرورت پیش نہیں آئی گی اگر آپ کو میری دو پڑتا انخطاط کو عمومیت دیتے ہوئے n پڑتا انخطاط پر یقین نہ ہو تب سوال 10.6 حل کر کے اپنی تسلی کر لیں

مثال ۶.۲: تین آبادی لامتناہی کعبی کنواں سوال 2.4 پر غور کریں

$$(1.30) \quad V(x, y, z) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a, 0 < y < a, 0 < z < a \\ \infty & \text{دیگر صورت} \end{cases}$$

ساکن حالات درج ذیل ہیں

$$(1.31) \quad \psi_{n_x n_y n_z}^0(x, y, z) = \left(\frac{2}{a}\right)^{3/2} \sin\left(\frac{n_x \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n_y \pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n_z \pi}{a} z\right)$$

جہاں n_x ، n_y اور n_z مثبت عدد صحیح ہیں ان کی مطابقتی اجزائی توانائیاں درج ذیل ہیں

$$(1.32) \quad E_{n_x n_y n_z}^0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

باب ۶. غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

دھیان رہے کہ زمینی حال ψ_{111} غیر انحطاطی ہے جس کی توانائی درج ذیل ہے

$$(۱.۳۳) \quad E_1^0 \equiv 3 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$$

تاہم پہلا ہیجان حال تیسرا انحطاطی ہیں

$$(۱.۳۴) \quad \psi_a \equiv \psi_{112}, \quad \psi_b \equiv \psi_{121}, \quad \psi_c \equiv \psi_{211}$$

اور ان تینوں کی توانائی

$$(۱.۳۵) \quad E_1^0 \equiv 3 \frac{\pi^2 \hbar^2}{ma^2}$$

ایک دوسری جیسی ہے۔ آئیے اب درج ذیل اضطراب متعارف کرتے ہیں

$$(۱.۳۶) \quad H' = \begin{cases} V_0, & 0 < x < a/2, 0 < y < a/2 \\ 0, & \text{دیگر صورت} \end{cases}$$

جو ڈب کے ایک چوہتائی حصہ میں مخفیہ کو V_0 مقدار بڑھاتا ہے شکل 5.6 زمینی حال توانائی کی ایک رتبی تصحیح مساوات 9.6 دیتی ہے

$$\begin{aligned} E_0^1 &= \langle \psi_{111} | H' | \psi_{111} \rangle \\ &= \left(\frac{2}{a}\right)^3 V_0 \int_0^{a/2} \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx \int_0^{a/2} \sin^2\left(\frac{\pi}{a}y\right) dy \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi}{a}z\right) dz \\ (۱.۳۷) \quad &= \frac{1}{4} V_0 \end{aligned}$$

جو ہمارے توقعات کے عین مطابق ہے اول ہیجان حال جاننے کے لیے ہمیں انحطاطی نظریہ اضطراب کی پوری صلاحیت درکار ہوگی پہلے قدم میں ہم متالاب W تیار کرتے ہیں اس کے وتری ارکان وہی ہونگے جو زمینی حال کے ہیں ماسوائے ان میں سے ایک سائن جس کا دلیل دگنا ہے آپ درج ذیل کی خود تصدیق کر سکتے ہیں

$$W_{aa} = W_{bb} = W_{cc} = \frac{1}{4} V_0$$

غیر وتری ارکان زیادہ دلچسپ ہے

$$\begin{aligned} W_{ab} &= \left(\frac{2}{a}\right)^3 V_0 \int_0^{a/2} \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx \\ &\quad \times \int_0^{a/2} \sin\left(\frac{\pi}{a}y\right) \sin\left(\frac{2\pi}{a}y\right) dy \int_0^a \sin\left(\frac{2\pi}{a}z\right) \sin\left(\frac{\pi}{a}z\right) dz \end{aligned}$$

تاہم z تکمل صفر ہوگا جیسا W_{ac} کے لیے بھی ہوگا لہذا درج ذیل ہوگا

$$W_{ab} = W_{ac} = 0$$

الغرض درج ذیل ہوگا

$$W_{bc} = \left(\frac{2}{a}\right)^3 V_0 \int_0^{a/2} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) dx \\ \times \int_0^{a/2} \sin\left(\frac{\pi}{a}y\right) \sin\left(\frac{\pi}{a}y\right) dy \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi}{a}z\right) dz = \frac{16}{9\pi^2} V_0$$

یوں درج ذیل ہوگا جہاں $\kappa \equiv (8/3\pi)^2 \approx 0.7205$ ہے

$$(۱.۳۸) \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} W_{aa} & W_{ab} & W_{ac} \\ W_{ba} & W_{bb} & W_{bc} \\ W_{ca} & W_{cb} & W_{cc} \end{pmatrix} = \frac{V_0}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \kappa \\ 0 & \kappa & 1 \end{pmatrix}$$

ماتر \mathbf{W} بلکہ $4\mathbf{W}/V_0$ جس کے ساتھ کام کرنا زیادہ آسان ہے کی امتیازی مساوات ضمیمہ ۱.۵ کے تحت

$$\begin{vmatrix} 1-w & 0 & 0 \\ 0 & 1-w & \kappa \\ 0 & \kappa & 1-w \end{vmatrix}$$

یعنی

$$(1-w)^3 - \kappa^2(1-w) = 0$$

ہوگی جس کے امتیازی امتداد درج ذیل ہوں گے

$$w_1 = 1; \quad w_2 = 1 + \kappa \approx 1.7205; \quad w_3 = 1 - \kappa \approx 0.2795$$

یوں λ کے اول رتبہ تک درج ذیل ہوگا

$$(۱.۳۹) \quad E_1(\lambda) = \begin{cases} E_1^0 + \lambda V_0/4 \\ E_1^0 + \lambda(1 + \kappa)V_0/4 \\ E_1^0 + \lambda(1 - \kappa)V_0/4 \end{cases}$$

جہاں E_1^0 مشترکہ غیر مضطرب توانائی مساوات 35.6 ہے اضطراب توانائی E_1^0 تین منفرد توانائیوں کی سطحوں میں تقسیم کر کے انحطاط ختم کرتا ہے شکل 6.6 دیکھیں دھیان رہے اگر ہم بھولا پن میں اس مسئلے کو غیر انحطاطی نظریہ اضطراب سے حل کرتے تب ہم اخذ کرتے کہ اول رتبہ تصحیح مساوات 9.6 تینوں حالات کے لئے ایک جیسی $V_0/4$ ہوتی جو درحقیقت صرف درمیانے حال کے لیے درست ہے

باب ۶. غیر تابَع وقت نظریہ اضطراب

مزید موزوں غیر مضطرب حالات درج ذیل روپ کے خطی جوڑ ہونگے

(۶.۳۰)

$$\psi^0 = \alpha\psi_a + \beta\psi_b + \gamma\psi_c$$

جہاں عددی سر (α, β, γ) متالِب W کے امتیازی سمتیات ہوں گے

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \kappa \\ 0 & \kappa & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = w \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

ہمیں $w = 1$ کے لیے $\alpha = 1$ ، $\beta = \gamma = 0$ جبکہ $w = 1 \pm \kappa$ کے لیے $\alpha = 0$ ، $\beta = \pm \gamma = 1/\sqrt{2}$ حاصل ہوتے ہیں۔ میں نے ان کی معمول شدہ قیمتیں پی کی ہیں۔ ہوں موزوں حالات درج ذیل ہونگے

$$\psi^0 = \begin{cases} \psi_a \\ (\psi_b + \psi_c)/\sqrt{2} \\ (\psi_b - \psi_c)/\sqrt{2} \end{cases} \quad (۶.۳۱)$$

□

سوال ۶.۸: لامتناہی کعبی کنواں مساوات 30.6 میں نقطہ $(a/4, a/2, 3a/4)$ پر ڈیلٹا تقابلی موڑا:

$$H' = a^3 V_0 \delta(x - a/4) \delta(y - a/2) \delta(z - 3a/4)$$

رکھ کر کنواں کو مضطرب کیا جاتا ہے۔ زمینی حال اور تہرا انخطاطی اول ہیجان حالات کی توانائیوں میں اول رتبی تصحیح تلاش کریں

سوال ۶.۹: ایک کوانٹائی نظام پر غور کریں جس میں صرف تین خطی غیر تابَع حالات پائے جاتے ہوں فرض کریں متالِبی روپ میں اس کا ہیملٹنی درج ذیل ہے

$$\mathbf{H} = V_0 \begin{pmatrix} (1 - \epsilon) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \epsilon \\ 0 & \epsilon & 2 \end{pmatrix} = \underbrace{V_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}}_{H^0} + \underbrace{\epsilon V_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{H'}$$

جہاں V_0 ایک مستقل ہے اور ϵ کوئی چھوٹا عدد ($\epsilon \ll 1$) ہے۔

ا. غیر مضطرب ہیملٹنی ($\epsilon = 0$) کے امتیازی سمتیات اور امتیازی اقدار لکھیں

ب. متالِب \mathbf{H} کہ بالکل ٹھیک امتیازی اقدار کے لئے حل کریں ان میں سے ہر ایک کو ϵ کی صورت میں دوم رتب تک طاقتمتی تسلسل کی روپ میں پھیلائیں

ج. اول رتبی اور دوم رتبی غیر انحطاطی نظریہ اضطراب استعمال کرتے ہوئے اس حال کی امتیازی قدر کی تخمینی قیمت تلاش کریں جو H^0 کے غیر انحطاطی امتیازی سمتیہ سے پیدا ہوتا ہے آپ نے جواب کا جزو-۱ کے بالکل ٹھیک جواب کے ساتھ موازنہ کریں

د. ابتدائی طور پر انحطاطی دو امتیازی افتدار کی اول رتبی تصحیح کو انحطاطی نظریائے اضطراب سے تلاش کریں بالکل ٹھیک نتائج کے ساتھ موازنہ کریں

سوال ۶.۱۰: مسین دعویٰ چکا ہوں کہ n پڑتا انحطاطی توانائی کے اول رتبی تصحیح W کے امتیازی افتدار ہوں گے مسین نے دعویٰ کیا کہ یہ $n = 2$ صورت کی قدرتی عمومیت ہے۔ اس کو ثابت کرنے کے لئے، حصہ 1.2.6 کی قدموں پر چپل کر درج ذیل سے آغاز کریں

$$\psi^0 = \sum_{j=1}^n \alpha_j \psi_j^0$$

(ساوات 17.6 کو عمومیت دیتے ہوئے) دکھائیں کہ ساوات 22.6 کے مثال کا مفہوم W کی امتیازی قدر مساوات لیا جاسکتا ہے۔

۶.۳ ہائیڈروجن کا مہین ساخت

ہائیڈروجن جوہر کے مطالعہ کے دوران حصہ 2.4 ہم نے ہیملٹنی درج ذیل لی

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (۶.۲۲)$$

جو الیکٹران کی حرکی توانائی جمع کولمب مخفی توانائی ہے۔ تاہم یہ مکمل کہانی نہیں ہے ہم m کی بجائے تخفیف شدہ کیت سوال 1.5 استعمال کر کے ہیملٹنی میں حرکت مرکزہ کا اثر شامل کرنا سیکھ چکے ہیں زیادہ اہم مہین ساخت ہے جو درحقیقت دو منفرد وجوہات، اضافیتی تصحیح اور چکر و مدار ربط، کی بنیاد پیدا ہوتا ہے۔ بوہر توانائیوں مساوات 70.4 کے لحاظ سے مہین ساخت α^2 گن کم نہایت چھوٹا اضطراب ہے جہاں

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \cong \frac{1}{137.036} \quad (۶.۲۳)$$

مہین ساخت مستقل کہلاتا ہے اس سے بھی α گن چھوٹا لیمب انتہال ہے جو بھسکی میدان کی کوانٹائزیشن سے وابستہ ہے اور اس سے مزید کم نہایت مہین ساخت کہلاتا ہے جو الیکٹران اور پروٹان کے جفت قطب معیار اثر کے سچے مقناطیسی باہم عمل سے پیدا ہوتا ہے اس تنظیمی ڈھانچہ کو جدول 1.6 میں پیش کیا گیا ہے اس حصہ میں ہم غیر تابع وقت نظریہ اضطراب کی مثال کے طور پر ہائیڈروجن کی مہین ساخت پر غور کریں گے سوال ۶.۱۱:

۱. بوہر توانائیوں کو مہین ساخت مستقل اور الیکٹران کی ساکن توانائی mc^2 کی صورت میں لکھیں

ب۔ ϵ_0 ، e ، \hbar اور c کی تجرباتی قیمتیں استعمال کیے بغیر مہین ساخت مستقل کی قیمت تلاش کریں تبصرہ پوری طبیعیات میں بلاشبہ مہین ساخت مستقل سب سے زیادہ حنا الص بے بعدی بنیادی عدد ہے یہ برقناطیہ الیکٹران کا بار اضافیت روشنی کی رفتار اور کوانٹم میکانیات پلانک مستقل کے بنیادی مستقالات کے بیچ رشتہ بیان کرتا ہے اگر آپ حبزو-ب حل کر پائیں یقیناً آپ کو نو بیل انعام سے نوازا جائے گا البتہ میرا مشورہ ہوگا کہ اس وقت اس پر بہت وقت ضائع نہ کریں بہت سارے انتہائی قابل لوگ ایسا کر کے ناکام ہو چکے ہیں

۶.۳.۱ اضافیتی تصحیح

ہیملٹنی کا پہلا حبزو بظا ہر حرکی توانائی کو ظا ہر کرتا ہے

$$(۶.۴۴) \quad T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

جس میں باضابطہ متبادل $(\hbar/i)\nabla^2 \rightarrow p$ پر کر کے درج ذیل عامل حاصل ہوگا

$$(۶.۴۵) \quad T = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$$

تاہم مساوات 44.6 حرکی توانائی کا کلاسیکی کلیہ ہے اضافیتی کلیہ درج ذیل ہے

$$(۶.۴۶) \quad T = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - mc^2$$

جہاں پہلا حبزو کل اضافیتی توانائی ہے جس میں مخفی توانائی شامل نہیں ہے اور جس سے ہمیں فی الحال عنصر بھی نہیں ہے جبکہ دوسرا حبزو ساکن توانائی ہے ان دونوں کے بیچ فرق کو حرکت سے منسوب کیا جاسکتا ہے ہمیں سختی رفتار کی بجائے اضافیتی معیار حرکت

$$(۶.۴۷) \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

کی صورت میں T کو لکھنا ہوگا۔ دھیان رہے کہ

$$p^2c^2 + m^2c^4 = \frac{m^2v^2c^2 + m^2c^4[1 - (v/c)^2]}{1 - (v/c)^2} = \frac{m^2c^4}{1 - (v/c)^2} = (T + mc^2)^2$$

ہوگا جس کی بنا درج ذیل ہوگا

$$(۶.۴۸) \quad T = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - mc^2$$

غیراضافیتی حد $p \ll mc$ کی صورت میں حرکی توانائی کی اضافیتی مساوات تخفیف کے بعد کلاسیکی نتائج مساوات 44.6 دیتی ہے ایک چھوٹا عدد (p/mc) کی طاقتی تسلسل میں پھیلا کر درج ذیل حاصل ہوگا

$$T = mc^2 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{p}{mc} \right)^2} - 1 \right] = mc^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{p}{mc} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{p}{mc} \right)^4 \cdots - 1 \right]$$

$$(۶.۴۹) \quad = \frac{p^2}{2m} - \frac{p^4}{8m^3c^2} + \cdots$$

ہیملٹنی کی کم سے کم رتبہ اضافیتی تصحیح درج ذیل ہے

$$(۶.۵۰) \quad H'_r = -\frac{p^4}{8m^3c^2}$$

غیر مضطرب حال میں H' کی توقعاتی قیمت رتبہ اول نظریہ اضطراب میں E_n کی تصحیح ہوگی مساوات 9.6

$$(۶.۵۱) \quad E_r^1 = \langle H'_r \rangle = -\frac{1}{8m^3c^2} \langle \psi | p^4 | \psi \rangle = -\frac{1}{8m^3c^2} \langle p^2 \psi | p^2 \psi \rangle$$

اب غیر مضطرب حالات کے لئے شرودنگر مساوات کہتی ہے

$$(۶.۵۲) \quad p^2 \psi = 2m(E - V)\psi$$

لہذا درج ذیل ہوگا

$$(۶.۵۳) \quad E_r^1 = -\frac{1}{2mc^2} \langle (E - V)^2 \rangle = -\frac{1}{2mc^2} [E^2 - 2E \langle V \rangle + \langle V^2 \rangle]$$

اب تک یہ مکمل طور پر ایک عمومی نتیجہ ہے تاہم ہمیں ہائیڈروجن میں دلچسپی ہے جس کے لیے $-(1/4\pi\epsilon_0)e^2/r$ ہوگا

$$(۶.۵۴) \quad E_r^1 = -\frac{1}{2mc^2} \left[E_n^2 + 2E_n \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle + \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right]$$

جہاں E_n زیر غور حال کی بوہر توانائی توانائی ہے یہ کام مکمل کرنے کی خاطر ہمیں غیر مضطرب حال ψ_{nlm} مساوات 89.4 میں $1/r$ اور $1/r^2$ کی توقعاتی قیمتیں درکار ہوں گی پہلا آسان ہے سوال 12.6 دیکھیں

$$(۶.۵۵) \quad \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \frac{1}{n^2 a}$$

جہاں a رداس بوہر مساوات 72.4 ہے دوسرا آسان نہیں ہے سوال 33.6 دیکھیں تاہم اس کا جواب درج ذیل ہے

$$(۶.۵۶) \quad \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle = \frac{1}{(l+1/2)n^3 a^2}$$

یوں درج ذیل ہوگا

$$E_r^1 = -\frac{1}{2mc^2} \left[E_n^2 + 2E_n \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{1}{n^2 a} + \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{(l+1/2)n^3 a^2} \right]$$

یا مساوات ۱۷۲.۴ استعمال کرتے ہوئے a کو خارج کر کے باقی کو E_n مساوات ۷۰.۴ کی صورت میں لکھ کے درج ذیل حاصل ہوگا

$$E_r^1 = -\frac{(E_n)^2}{2mc^2} \left[\frac{4n}{l+1/2} - 3 \right] \quad (۶.۵۷)$$

ظاہر ہے کہ اضافیتی تصحیح کی مقدار E_n سے تقریباً $E_n/mc^2 = 2 \times 10^{-5}$ گنا کم ہے

اگرچہ ہائیڈروجن جوہر بہت زیادہ انحطاطی ہے اس کے باوجود میں نے حساب کے دوران غیر انحطاطی نظریہ اضطراب استعمال کیا مساوات ۵۱.۶ میں اضطراب کر دی تا کلی ہے لہذا یہ L^2 اور L_z کا مقلوب ہوگا مزید کسی E_n کے حالات کے لئے ان (تمام) عاملین کے امتیازی تفاعلات کے منفرد امتیازی افتدار ہوں گے۔ یوں خوش قسمتی سے تفاعلات ψ_{nlm} اس مسئلہ کے موزوں حالات ہوں گے یا جیسا ہم کہتے ہیں l ، n اور m موزوں کو انٹیم اعداد ہیں لہذا غیر انحطاطی نظریہ اضطراب کا استعمال درست ہوتا

سوال ۶.۱۲: مسئلہ ورل سوال ۱۴۰.۴ استعمال کرتے ہوئے مساوات ۵۵.۶ ثابت کریں

سوال ۶.۱۳: آپ نے سوال ۴۳.۴ میں حال ψ_{321} کے لیے r^s کی توقعاتی قیمت حاصل کی اپنے جواب کی تصدیق $s = 0$ غیر اہم عنصر $s = -1$ مساوات ۵۵.۶ $s = -2$ مساوات ۵۶.۶ اور $s = -3$ مساوات ۶۴.۶ کے لیے کریں $s = -7$ کی صورت میں کیا ہوگا اس پر تبصرہ کریں

سوال ۶.۱۴: ایک بعدی ہارمونی سر تعش کی توانائی کی سطحوں کے لیے کم سے کم ترقی اضافیتی تصحیح تلاش کریں اشارہ: مثال ۵.۲ میں مستعمل ترکیب بروئے کار لائیں

سوال ۶.۱۵: دکھائیں کہ ہائیڈروجن حالات کے لیے $l = 0$ لیتے ہوئے p^2 ہر مشی ہے لیکن p^4 ہر مشی نہیں ہے ان حالات کے لیے ψ متغیرات θ اور ϕ کا غیر تابع ہے لہذا درج ذیل ہوگا

$$p^2 = -\frac{\hbar^2}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \right)$$

مساوات ۱۳.۴ تکمیل بالخصوص استعمال کرتے ہوئے درج ذیل دکھائیں

$$\langle f | p^2 g \rangle = -4\pi\hbar^2 \left(r^2 f \frac{dg}{dr} - r^2 g \frac{df}{dr} \right) \Big|_0^\infty + \langle p^2 f | g \rangle$$

تصدیق کیجئے کہ ψ_{n00} کے لیے، جو مبدا کے قریب درج ذیل ہوگا، سرحدی جزو صفر ہے۔

$$\psi_{n00} \sim \frac{1}{\sqrt{\pi}(na)^{3/2}} e^{(-r/na)}$$

اب یہی کچھ p^4 کے لئے کر کے دیکھیں اور لکھائی کہ سرحدی اجزاء صفر نہیں ہونگے۔ درحقیقت درج ذیل ہوگا

$$\langle \psi_{n00} | p^4 | \psi_{m00} \rangle = \frac{8\hbar^4}{a^4} \frac{(n-m)}{(nm)^{5/2}} + \langle p^4 \psi_{n00} | \psi_{m00} \rangle$$

۶.۳.۲ چکر و مدار ربط

مرکزہ کے گرد مدار میں الیکٹران کا تصور کریں الیکٹران کے نقطہ نظر سے پروٹان اس کے گرد گھومتا ہے شکل 7.6 مدار میں مثبت بار الیکٹران کے چھوٹے میں مقناطیسی میدان پیدا کرتا ہے جو چکر کھاتے ہوئے الیکٹران پر معیار قوت پیدا کر کے الیکٹران کے مقناطیسی معیار اثر μ کو میدان کے ہم رخ بنانے کی کوشش کرتا ہے اس کی ہیمبلٹنی مساوات 157.4 درج ذیل ہوگی

$$H = -\mu \cdot B \quad (۶.۵۸)$$

ہمیں پروٹان کا مقناطیسی میدان اور الیکٹران کا جفت قطب معیار اثر μ درکار ہوگا

پروٹان کا مقناطیسی میدان ہم الیکٹران کی نقطہ نظر سے پروٹان کو استمراری دائری رو تصور کر کے اس کے مقناطیسی میدان کو بالوٹ و سیوارٹ قانون سے حاصل کرتے ہیں

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

جس میں موثر رو $I = e/T$ ہے جہاں e پروٹان کے بار کو اور T دائرے پر ایک چکر کے دوری عرصہ کو ظاہر کرتا ہے اس کے برعکس مرکزہ کے ساکن چھوٹے میں الیکٹران کا مداری زاویائی معیار حرکت $L = rmv = 2\pi mr^2/T$ ہوگا مزید B اور L دونوں کا رخ ایک دوسرے جیسا ہوگا شکل 7.6 میں اوپر جانب لہذا درج ذیل لکھا جاسکتا ہے

$$B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{mc^2 r^3} L \quad (۶.۵۹)$$

جہاں میں نے $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ استعمال کر کے μ_0 کی جگہ ϵ_0 استعمال کیا ہے

الیکٹران کا مقناطیسی جفت قطب معیار اثر: ایک چکر کھاتے بار کا مقناطیسی جفت قطب معیار اثر اس کے چکر زاویائی معیار حرکت سے تعلق رکھتا ہے ان کے بیچ تناسبی جزو ضرب ممکن مقناطیسی مثبت ہوگا جس کا سمت ہم حصہ 2.4.4 میں کرچکے ہیں آئیں اس مرتبہ کلاسیکی برقی حرکیات استعمال کرتے ہوئے اسے اخذ کریں ایک ایسا بار q جس کی لمبائی r کے چلا پر کی گئی ہو اور جو محور کے گرد دوری عرصہ T سے گھومتا ہو پر غور کریں شکل 8.6 اس پھلے کے مقناطیسی جفت قطب معیار اثر کی تعریف رو (q/T) ضرب رقبہ (πr^2) ہے

$$\mu = \frac{q\pi r^2}{T}$$

باب ۶. غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

اگر چھلا کی کیت m ہو جو ہمدی معیار اثر mr^2 ضرب زاویائی سمتی رفتار $(2\pi/T)$ اس کا زاویائی معیار حرکت ہوگا

$$S = \frac{2\pi mr^2}{T}$$

اس تنظیم کے لیے ظاہر ہے کہ ممکن مقناطیسی نسبت $\mu/S = q/2m$ ہو گا دھیان رہے کہ یہ r اور T کا تابع نہیں ہے اگر میرے پاس کوئی زیادہ پیچیدہ شکل و صورت کا جسم ہوتا مثلاً ایک کرہ صرف اتنا ضروری ہے کہ اپنے محور کے گرد گھومنے سے اس جسم کی شکل پیدا ہو میں اس کو باریک چھلوں میں نکلے کر کے تمام سے پیدا حصوں کا مجموعہ لے کر μ اور S کی قیمت معلوم کر پاتا جب تک کیت اور بار کی تقسیم ایک جیسی ہو تا کہ بار اور کیت کا نسبت یکساں ہو ہر جھلے کا اور لہذا پوری جسم کا ممکن مقناطیسی نسبت ایک دوسرے جیسا ہو گا مزید μ اور S کے رخ ایک دوسرے جیسے یا اگر بار منفی ہو تو ایک دونوں کے مخالف ہو گئے لہذا درج ذیل ہوگا

$$\mu = \left(\frac{q}{2m}\right)S$$

یہ حوالہ کا سیکی حساب ہے درحقیقت الیکٹران کا مقناطیسی معیار اثر اس کے کلاسیکی قیمت کا دگن ہے

$$\mu_e = -\frac{e}{m}S \quad (۶.۶۰)$$

ڈیراک نے الیکٹران کی اضافیتی نظریہ میں اضافی حیز و ضربی 2 کی وجہ پیش کی ہے ان تمام کو اکٹھے کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوگا

$$H = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right) \frac{1}{m^2 c^2 r^3} S \cdot L$$

اس حساب میں ایک مضرب سے کام لیا گیا ہے میں نے الیکٹران کے ساکن چھوٹے میں تجزیہ کیا جو ایک غیر ہمدی نظام ہے چونکہ الیکٹران مرکزہ کے گرد گھومتا ہے لہذا یہ اسراع پذیر ہوگا اس حساب میں محبہد حرکیات تصحیح جسے طامس استقبالی حرکت کہتے ہیں شامل کر کے مقبول کیا جاسکتا ہے جو حساب میں حیز و ضربی 1/2 شامل کرتا ہے

$$H'_{so} = \left(\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0}\right) \frac{1}{m^2 c^2 r^3} S \cdot L \quad (۶.۶۱)$$

یہ چکر و دائری باہم عمل ہے۔ ماسوائے دو تصحیح (الیکٹران کی ترمیم شدہ ممکن مقناطیسی نسبت اور طامس استقبالی حرکت حیز و ضربی جو انقضاات ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں) یہ وہی نتیجہ ہے جو آپ (بھولی بھالی) کلاسیکی نمونہ سے حاصل کرتے۔ طبی طور پر یہ الیکٹران کے لمحاتی ساکن چھوٹے میں پروٹان کی مقناطیسی میدان میں، چکر کاٹنے الیکٹران کے مقناطیسی جفت قطب معیار اثر پر قوت سرورڈ کی بدولت ہے۔

اب کو انم میکانیات کی بات کرتے ہیں۔ چپکرو دائری ربط کی صورت میں L اور S کے ساتھ ہیملٹنی غیر مقلوب ہو گا لہذا چپکرو دائری زاویائی معیار اثر علیحدہ علیحدہ بقائی نہیں رہتے ہیں سوال 16.6 دیکھیں البت H'_{s0} مقلوب ہو گا L^2 ، S^2 اور کل زاویائی معیار حرکت کے ساتھ۔

$$(۶.۶۲) \quad J \equiv L + S$$

لہذا یہ مقداریں بقائی ہیں مساوات 71.3 دوسرے لفظوں میں L_z اور S_z کے امتیازی حالات نظریہ اضطراب میں استعمال کے لئے موزوں حالات نہیں ہیں جبکہ L^2 ، S^2 ، J^2 ، اور J_z کے امتیازی حالات موزوں حالات ہیں اب

$$J^2 = (L + S) \cdot (L + S) = L^2 + S^2 + 2L \cdot S$$

کی بنا

$$(۶.۶۳) \quad L \cdot S = \frac{1}{2}(J^2 - L^2 - S^2)$$

ہو گا لہذا $L \cdot S$ کے امتیازی امتداد درج ذیل ہوں گے

$$\frac{\hbar^2}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

یہاں یقیناً $S = 1/2$ ہے مزید $1/r^3$ کی توقعاتی قیمت سوال 35.6 (ج) دیکھیں درج ذیل ہے

$$(۶.۶۴) \quad \langle 1/r^3 \rangle = \frac{1}{l(l+1/2)(l+1)n^3a^3}$$

لہذا ہم درج ذیل اخذ کرتے ہیں

$$E_{s0}^1 = \langle H'_{s0} \rangle = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{m^2c^2} \frac{(\hbar^2/2)[j(j+1) - l(l+1) - 3/4]}{l(l+1/2)(l+1)n^3a^3}$$

یا تمام کو E_n کی صورت میں لکھتے ہیں

$$(۶.۶۵) \quad E_{s0}^1 = \frac{(E_n)^2}{mc^2} \left\{ \frac{[j(j+1) - l(l+1) - 3/4]}{l(l+1/2)(l+1)} \right\}$$

یہ ایک حیرت کن بات ہے کہ بالکل مختلف طبعی پہلوؤں کے باوجود اضافیتی تصحیح اور چپکرو دائری ربط ایک جتنا رتبہ (E_n^2/mc^2) رکھتے ہیں ان دونوں کو جمع کر کے ہمیں مکمل مہین ساخت کا کلیہ سوال 17.6 دیکھیں حاصل ہوتا ہے

$$(۶.۶۶) \quad E_{fs}^1 = \frac{(E_n)^2}{2mc^2} \left(3 - \frac{4n}{j+1/2} \right)$$

اس کو کلیہ بوہر کے ساتھ چھوڑ کر ہم ہائیڈروجن کی توانائی کی سطحوں کا عظیم نتیجہ حاصل کرتے ہیں جس میں مہین ساخت شامل ہے

$$E_{nj} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{j+1/2} - \frac{3}{2} \right) \right] \quad (۶.۶۷)$$

مہین ساخت l میں انحطاط کو توڑتا ہے یعنی کسی ایک n کیلئے l کی مختلف اجزائی قیمتیں ایک دوسرے جیسی توانائی کے حامل نہیں ہوں گی تاہم اب بھی یہ j میں انحطاط برقرار رکھتا ہے شکل 9.6 دیکھیں دائری وچکر زاویائی معیار حرکت کے z حبز و امتیازی افتدار m_l اور m_s اب موزوں کو انٹم اعداد نہیں ہوں گے۔ ان مقداروں کی مختلف قیمتوں والے حالات کے خطی جوڑ ساکن حالات ہوں گے۔ موزوں کو انٹم اعداد n, l, s, j اور m_j ہوں گے سوال ۶.۱۶: درج ذیل مقلب کی قیمتیں تلاش کریں (الف) $[L \cdot S, L]$ ، (ب) $[L \cdot S, S]$ ، (ج) $[L \cdot S, J]$ ، (د) $[L \cdot S, L^2]$ ، (ه) $[L \cdot S, S^2]$ ، (و) $[L \cdot S, J^2]$ ؛ اشارہ: L اور S زاویائی معیار حرکت کے بنیادی مقلبیت رشتوں مساوات 99.4 اور 134.4 کو مطمئن کرتے ہیں تاہم یہ ایک دوسرے کے ساتھ غیر مقلوب ہیں۔

سوال ۶.۱۷: اضافیتی تصحیح مساوات 57.6 اور چکر دائری ربط مساوات 65.6 سے مہین ساخت کلیہ مساوات 66.6 اخذ کریں اشارہ: دھیان رہے کہ $l \pm 1/2 = j$ ہے ثت علامت اور منفی علامت کو باری باری لے کر دیکھیں آپ دیکھیں گے کہ دونوں صورتوں میں آخری نتیجہ ایک دوسروں جیسا ہوگا

سوال ۶.۱۸: ہائیڈروجن کے موئی طیف کی سرخ بالمر لکیر نمایاں ہے جو $n = 3$ سے $n = 2$ میں منتقلی سے پیدا ہوتی ہے اس طیفی لکیر کا طول موج اور تعدد بوہر نظریہ سے تعین کریں مہین ساخت اس لکیر کو متعیرب متعیرب کئی لکیروں میں تقسیم کرتا ہے اب سوال یہ پیدا ہوتا ہے: لکیروں کی تعداد کیا ہوگی اور ان کے بچ فاصلہ کتنا ہوگا اشارہ: پہلے قدم میں معلوم کریں کہ $n = 2$ سطح کتنی ذیلی سطحوں میں تقسیم ہوگا اور ہر ایک کے لیے eV میں E_{fs}^1 تلاش کریں یہی کچھ $n = 3$ کے لیے کریں سطح توانائی کے شکل کا خاکہ بنا کر $n = 3$ سے $n = 2$ تک تمام ممکنہ منتقلی دکھائیں فوٹان کی صورت میں توانائی کا اخراج $(E_3 - E_2) + \Delta E$ ہوگا جہاں پہلا حبز و سب میں مشترک جبکہ مہین ساخت کی بدولت ΔE کی قیمت ایک منتقلی سے دوسرے منتقلی بدلے گی۔ ہر منتقلی کے لئے ΔE کو eV میں تلاش کریں آخر میں انہیں فوٹان تعدد میں تبدیل کر کے ساتھ ساتھ طیفی لکیروں کے بچ فاصلہ Hz کی صورت میں تعین کریں یہ غیر مضطرب لکیر اور ہر ایک طیفی لکیر کے بچ تعددی فاصلہ نہیں ہوگا جو یقیناً قابل مشاہدہ نہیں ہے بلکہ یہ ہر لکیر اور اگلے لکیر کے بچ تعددی فاصلہ ہوگا آپ کا جواب درج ذیل روپ میں ہونا چاہیے سرخ بالمر لکیر () لکیروں میں تقسیم ہوتا ہے بڑھتے تعدد کے لحاظ سے یہ (1) $j = (???)$ سے $j = (???)$ ، 2 ، $j = (???)$ سے $j = (???)$ ، ... ہو گئے لکیر 1 اور لکیر 2 کے بچ تعددی فاصلہ Hz (???) ہے لکیر 2 اور لکیر 3 کے بچ فاصلہ ??? Hz ہے ...

سوال ۶.۱۹: نظریہ اضافت استعمال کیے بغیر ذراک مساوات سے ہائیڈروجن کی مہین ساخت کا ٹھیک ٹھیک کلیہ درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$E_{nj} = mc^2 \left\{ \left[1 + \left(\frac{\alpha}{n - (j + 1/2) + \sqrt{(j + 1/2)^2 - \alpha^2}} \right)^2 \right]^{-1/2} - 1 \right\}$$

یہ ذہن میں رکھئے کہ $1 \ll \alpha$ ہے اس کو a^4 رتب تک پھیلا کر دکھائیں کہ آپ مساوات 67.6 دوبارہ حاصل کرتے ہیں

۶.۴. زیمان اثر

ایک جوہر کو یکساں بیرونی مقناطیسی میدان B_{ext} میں رکھئے اس کی توانائی کی سطحوں میں تبدیلی پیدا ہوتی ہے اس مظہر کو زیمان اثر کہتے ہیں واحد ایک الیکٹران کے لیے اضطراب درج ذیل ہوگا

$$H'_z = -(\mu_1 + \mu_2) \cdot B_{ext} \quad (۶.۶۸)$$

جہاں

$$\mu_s = -\frac{e}{m} S \quad (۶.۶۹)$$

الیکٹران چکر کے ساتھ وابستہ مقناطیسی جفت کتب معیار اثر اور

$$\mu_1 = -\frac{e}{2m} L \quad (۶.۷۰)$$

مداری حرکت کے ساتھ وابستہ جفت کتب معیار اثر ہے یوں درج ذیل ہوگا

$$H'_z = \frac{e}{2m} (L + 2S) \cdot B_{ext} \quad (۶.۷۱)$$

زیمان تقسیم کی فطرت فیصلہ کن حد تک اندرونی میدان مساوات 59.6 جو چکر مدار ربط پیدا کرتا ہے کے لحاظ سے بیرونی میدان کی طاقت پر منحصر ہوگا اگر $B_{int} \ll B_{ext}$ ہو تب مہین ساخت غالب ہوگا اور H'_z کو ایک چھوٹی اضطراب تصور کیا جاسکتا ہے جبکہ $B_{ext} \gg B_{int}$ کی صورت میں زیمان اثر غالب ہوگا اور مہین ساخت از خود اضطراب تصور کی جائے گی ان دو خطوں کے بیچ جہاں دونوں میدان مقلوب ہے ہمیں انحطاطی نظریہ اضطراب کی پوری قوت درکار ہوگی اور ہم پر لازم ہوگا کہ ہم ہیملٹنی کی متعلقہ حصے کو ہاتھ سے وتری بنائیں درج ذیل حصوں میں ہم ان تین صورتوں پر ہائیڈروجن کے لیے غور کریں گے سوال ۶.۲۰: مساوات 59.6 استعمال کرتے ہوئے ہائیڈروجن کی اندرونی میدان کی انداز قیمت تلاش کر کے بتائیں کہ طاقتور اور کمزور زیمان میدان کتنا ہوگا

۶.۴.۱ کمزور میدان زیمان اثر

اگر $B_{int} \ll B_{ext}$ ہو تب مہین ساخت مساوات 67.6 غالب ہوگی اور موزوں کو انٹم اعداد l, j, n اور m_j ہونگے تاہم چکر مدار ربط کی موجودگی میں L اور S علیحدہ علیحدہ بقائی نہیں ہونگے لہذا m_l اور m_s موزوں کو انٹم اعداد نہیں ہونگے رتب اول نظریہ اضطراب میں توانائی میں زیمان تصحیح درج ذیل ہوگی

$$H'_Z = \langle n l j m_j | H'_Z | n l j m_j \rangle = \frac{e}{2m} B_{ext} \cdot \langle L + 2S \rangle \quad (۶.۷۲)$$

باب ۶. غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

اب $J + S = L + 2S$ ہوگا بد قسمتی سے ہمیں S کی توقعاتی قیمت فوری طور پر معلوم نہیں ہے لیکن ہم درج ذیل طریقے سے اسے جان سکتے ہیں کل زاویائی معیار حرکت $J = L + S$ ایک مستقل ہے شکل 10.6 اس مقررہ سمتیہ کے گرد L اور S تیزی سے استقبالی حرکت کرتے ہیں بالخصوص J پر S کی متاثرہ تحلیل S کی وقتی اوسط قیمت ہوگا

$$S_{ave} = \frac{(S \cdot J)}{J^2} J \quad (۱۰.۴۳)$$

لیکن $L = J - S$ ہے لہذا $L^2 = J^2 + S^2 - 2J \cdot S$ ہوگا لہذا

$$S \cdot J = \frac{1}{2}(J^2 + S^2 - L^2) = \frac{\hbar^2}{2}[j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)] \quad (۱۰.۴۴)$$

جس سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$\langle L + 2S \rangle = \langle \left(1 + \frac{S \cdot J}{J^2}\right) J \rangle = \left[1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + 3/4}{2j(j+1)}\right] \langle J \rangle \quad (۱۰.۴۵)$$

چکور کوسائن میں بندرکن کولنڈے g جنز و ضرب کہتے ہیں جس کو g_j سے ظاہر کیا جاتا ہے ہم محور z کو B_{ext} کے ساتھ ساتھ رکھ سکتے ہیں تب درج ذیل ہوگا

$$E_Z^1 = \mu_B g_j B_{ext} m_j \quad (۱۰.۴۶)$$

جہاں

$$\mu_B \equiv \frac{e\hbar}{2m} = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T} \quad (۱۰.۴۷)$$

یوہر مقناطیہ کہلاتا ہے مہین ساخت کا حصہ مساوات 67.6 اور زیمن کا حصہ مساوات 76.6 کا مجموعہ کل توانائی دے گا مثال کے طور پر زمینی حال $n = 1, l = 0, j = 1/2$ لہذا $g_j = 2$ دو سطحوں میں بسٹ جائے گا

$$-13.6 \text{ eV} (1 + \alpha^2/4) \pm \mu_B B_{ext} \quad (۱۰.۴۸)$$

جہاں $m_j = 1/2$ کے لیے مثبت علامت اور $m_j = -1/2$ کے لیے منفی علامت استعمال ہوگی ان توانائیوں کو B_{ext} کے تقاسل کے طور پر شکل 11.6 ترسیم کیا گیا ہے سوال ۱۰.۲۱: آٹھ عدد $n = 2$ حالات $|2l m_j\rangle$ پر غور کریں کمزور میدان نیٹے کی صورت میں ہر حال کی توانائی تلاش کر کے شکل 11.6 کی طرز کا خاکہ بنا کر دکھائیں B_{ext} بڑھانے سے توانائیاں کس طرح ارتقا کرتی ہے ہر خط کو نام دے کر اس کی ڈھلوان دکھائیں

۶.۴.۲ طاقتور میدان زمین اثر

اگر $B_{ext} \gg B_{int}$ ہو تب زمین اثر غالب ہوگا میدان B_{ext} کو z محور پر رکھ کر موزوں کو انظم اعداد n ، l ، m_l اور m_s ہو گئے جبکہ j اور m_j نہیں ہو گئے چونکہ بیرونی قوت سروڑ کی صورت میں کل ضیائی معیار حرکت بقائی نہیں ہوگا جبکہ L_z اور S_z ہو گئے زمین ہیلٹنی

$$H'_Z = \frac{e}{2m} B_{ext} (L_z + 2S_z)$$

جبکہ غیر مضطرب توانائی درج ذیل ہوگی

$$(۶.۷۹) \quad E_{nmlms} = -\frac{13.6 \text{ electronvolt}}{n^2} + \mu_B B_{ext} (m_l + 2m_s)$$

مہین ساخت کو مکمل نظر انداز کرتے ہوئے یہی جواب ہوگا تاہم اس سے بہتر کر سکتے ہیں رتب اول نظریہ اضطراب میں ان سطحوں کی مہین ساخت تصحیح درج ذیل ہوگی

$$(۶.۸۰) \quad E_{fs}^1 = \langle nlm_l m_s | (H'_r + H'_s) | nlm_l m_s \rangle$$

انسانی قہ وہی ہوگا جو پہلے ہت مساوات 57.6 چکر و مدار حبزو مساوات 61.6 کے لیے نہیں درج ذیل درکار ہوگا

$$(۶.۸۱) \quad \langle \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \rangle = \langle S_x \rangle \langle L_x \rangle + \langle S_y \rangle \langle L_y \rangle + \langle S_z \rangle \langle L_z \rangle = \hbar^2 m_l m_s$$

دھیان رہے کہ S_z اور L_z کہ امتیازی تشاعات کے لیے $\langle S_x \rangle = \langle S_y \rangle = \langle L_x \rangle = \langle L_y \rangle = 0$ ہوگا ان تمام کو اکٹھے کر کے سوال 22.6 ہم درج ذیل اخذ کرتے ہیں

$$(۶.۸۲) \quad E_{fs}^1 = \frac{13.6 \text{ eV}}{n^3} \alpha^2 \left\{ \frac{3}{4n} - \left[\frac{l(l+1) - m_l m_s}{l(l+1/2)(l+1)} \right] \right\}$$

چکور کوسائن کا حبزو $l = 0$ کے لئے غیر تعین ہوگا یہاں اس کی درست قیمت ایک ہے سوال 24.6 دیکھیں زمین حصہ مساوات 79.6 اور مہین ساخت حصہ مساوات 82.6 کا مجموعہ کل توانائی دے گا سوال ۶.۴۲: مساوات 80.6 سے آغاز کر کے مساوات 57.6، 61.6، 64.6، اور 81.6 استعمال کرتے ہوئے مساوات 82.6 اخذ کریں

سوال ۶.۴۳: آٹھ عدد $n = 2$ حالات $|2lm_j m_s\rangle$ پر غور کریں طاقتور میدان زمین بانٹ کی صورت میں ہر حال کی توانائی تلاش کرے اپنے جواب کو بوہر توانائی l^2 کے راست متناسب مہین ساخت اور $\mu_B B_{ext}$ کے براہ راست متناسب زمین حصہ کہ مجموعہ کی صورت میں لکھیں مہین ساخت کو مکمل طور پر نظر انداز کرتے ہوئے منفرد سطحوں کی تعداد کتنی ہوگی اور ان کے اخطاط کیا ہو گئے

سوال ۶.۴۴: اگر $l = 0$ ہو تب $l = 0$ ، $j = s$ ، $m_j = m_s$ ہوگا بلہذا کمزور اور طاقتور میدانوں کے لیے موزوں حالات $(|nm_s\rangle)$ ایک دوسرے چپے ہوں گے مساوات 72.6 سے E_Z^1 اور مساوات 67.6 سے مہین ساخت توانائیاں تعین کر کے میدان کی طاقت سے قطع نظر $l = 0$ کیلئے زمین اثر کا عمومی نتیجہ لکھیں دکھائیں کہ درمیانی چکور کوسائن رکن کی قیمت ایک لیتے ہوئے طاقتور میدان کلیہ مساوات 82.6 یہی نتیجہ دے گا

باب ۶. غیر تابَع وقت نظریہ اضطراب

۶.۳.۳ درمیانی طاقت میدان زیرِمان اثر

درمیانی طاقت میدان کی صورت میں نا H'_Z اور نہ ہی H'_{fs} غالب ہوگا لہذا ہمیں دونوں کو ایک نظریے سے دیکھ کر بوہر ہیملٹنی مساوات 42.6 کے اضطراب تصور کرنا ہوگا

$$(۶.۸۳) \quad H' = H'_Z + H'_{fs}$$

میں $n = 2$ صورت پر اپنی توجہ محدود کرتے ہوئے وہ حالات جن کی وصف l, j اور m_j بیان کرتی ہے کو اخطاطی نظریہ اضطراب کا اساس لیتا ہوں کلیش گورڈن عددی سر سوال 51.4 یا جدول 8.4 استعمال کرتے ہوئے $|lm_l\rangle |sm_s\rangle$ کو $|jm_j\rangle$ کا خطی جوڑ لکھ کر درج ذیل ہوگا

$$l = 0 \begin{cases} \psi_1 \equiv |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle = |00\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle \\ \psi_2 \equiv |\frac{1}{2} \frac{-1}{2}\rangle = |00\rangle |\frac{1}{2} \frac{-1}{2}\rangle \end{cases}$$

$$l = 1 \begin{cases} \psi_3 \equiv |\frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle = |11\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle \\ \psi_4 \equiv |\frac{3}{2} \frac{-3}{2}\rangle = |1-1\rangle |\frac{1}{2} \frac{-1}{2}\rangle \\ \psi_5 \equiv |\frac{3}{2} \frac{1}{2}\rangle = \sqrt{2/3}|10\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{1/3}|11\rangle |\frac{1}{2} \frac{-1}{2}\rangle \\ \psi_6 \equiv |\frac{3}{2} \frac{1}{2}\rangle = -\sqrt{1/3}|10\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{2/3}|11\rangle |\frac{1}{2} \frac{-1}{2}\rangle \\ \psi_7 \equiv |\frac{3}{2} \frac{-1}{2}\rangle = \sqrt{1/3}|1-1\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{2/3}|10\rangle |\frac{1}{2} \frac{-1}{2}\rangle \\ \psi_8 \equiv |\frac{3}{2} \frac{-1}{2}\rangle = -\sqrt{2/3}|1-1\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{1/3}|10\rangle |\frac{1}{2} \frac{-1}{2}\rangle \end{cases}$$

اس اساس میں H'_{fs} کے تمام غیر صفرو تالیبی ارکان جنہیں مساوات 66.6 دیتی ہے و تر پائے جاتے ہیں H'_Z کے چار غیر و تری ارکان پائے جاتے ہیں اور W - کا مکمل متالب سوال 25.6 دیکھیں درج ذیل ہوگا

$5\gamma - \beta$	00	00	00
$05\gamma + \beta$	00	00	00
00	$\gamma - 2\beta$	00	00
00	$0\gamma + 2\beta$	00	00
00	00	$\gamma - \frac{2}{3}\beta\frac{\sqrt{2}}{3}\beta$	00
00	00	$\frac{\sqrt{2}}{3}\beta 5\gamma - \frac{1}{3}\beta$	00
00	00	00	$\gamma + \frac{2}{3}\beta\frac{\sqrt{2}}{3}\beta$
00	00	00	$\frac{\sqrt{2}}{3}\beta 5\gamma + \frac{1}{3}\beta$

جہاں درج ذیل ہوں گے

$$\gamma \equiv (\alpha/8)^2 13.6 \text{ eV} \quad \text{اور} \quad \beta \equiv \mu_B B_{ext}$$

استدائی چار امتیازی امتداد پہلے سے وتر پر دکھائے گئے ہیں اب صرف دو 2×2 ڈیوں کی امتیازی امتداد تلاش کرنا باقی ہے ان میں سے پہلی کی امتیازی مساوات درج ذیل ہے

$$\lambda^2 - \lambda(6\gamma - \beta) + \left(5\gamma^2 - \frac{11}{3}\gamma\beta\right) = 0$$

جس سے دو درجی کلیہ درج ذیل امتیازی امتداد دے گا

$$\lambda_{\pm} = -3\gamma + (\beta/2) \pm \sqrt{4\gamma^2 + (2/3)\gamma\beta + (\beta^2/4)} \quad (۶.۸۴)$$

دوسرے ڈبے کی امتیازی امتداد یہی مساوات دے گی لیکن اس میں β کی علامت الٹ ہوگی ان آٹھ توانائیوں کو جدول 2.6 میں پیش کیا گیا ہے اور شکل 12.6 میں B_{ext} کے لحاظ سے ترسیم کیا گیا ہے صفر میدان حد $\beta = 0$ میں یہ مہین ساخت قیمتیں دیتی ہیں کمزور میدان $\gamma \ll \beta$ کی صورت میں یہ سوال 21.6 میں حاصل نتائج دیتی ہے طاقتور میدان $\gamma \gg \beta$ کی صورت میں سوال 23.6 کے نتائج حاصل ہونگے دھیان رہے جیسا سوال 23.6 میں پیش گوئی کی گئی تھی کہ بہت زیادہ طاقتور میدانوں میں یہ پانچ منفرد توانائیوں کی سطحوں پر مرکوز ہوں گے

سوال ۶.۲۵: متالبی ارکان H'_Z اور H'_{fs} دریافت کر کے $n = 2$ کے لئے متن میں دیا گیا متالاب W تشکیل دیں۔

سوال ۶.۲۶: ہائیڈروجن کے $n = 3$ حالات کے لیے کمزور، طاقتور اور درمیانی میدان خطوں کے لیے زیرمان اثر کا تجزیہ کریں جدول 2.6 کی طرز پر توانائیوں کا جدول تیار کر کے انہیں بیرونی میدان کے تقاسل کے طور پر ترسیم کریں جیسا شکل 12.6 میں کیا گیا تصدیق کیجئے گا کہ درمیانے میدان کے نتائج دو تحدیدی صورتوں میں تخفیف ہو کر درست قیمتیں دیتی ہے

۶.۴.۴ نہایت مہین ہٹوارہ

پروٹان از خود ایک مقناطیسی جھت کتب ہے اگر چہ نسب نامہ میں کمیت کی بنا اس کا جھت کتب معیار اثر الیکٹران کے جھت کتب معیار اثر سے بہت کم ہوگا مساوات 60.6

$$\mu_p = \frac{g_p e}{2m_p} S_p, \quad \mu_e = -\frac{e}{m_e} S_e \quad (۶.۸۵)$$

پروٹان ایک مخلوط ساخت کا ذرہ ہے جو تین کوارکوں پر مشتمل ہے لہذا اس کا مکن مقناطیسی نسبت الیکٹران کی مکن مقناطیسی نسبت کی طرح سادہ نہیں ہوگا جس کی بنا صریحی g جذب ضربی g_p لکھا گیا ہے جس کی پیمائشی قیمت 59.5 ہے جو الیکٹران کی قیمت دو سے مختلف ہے کلاسیکی برقی حرکیات کے تحت جھت کتب μ درج ذیل مقناطیسی میدان پیدا کرتا ہے

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [3(\boldsymbol{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \boldsymbol{\mu}] + \frac{2\mu_0}{3} \boldsymbol{\mu} \delta^3(\mathbf{r}) \quad (۶.۸۶)$$

باب ۶. غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

یو پروٹان کے مقناطیسی جفت کتب معیار اثر سے پیدا مقناطیسی میدان میں الیکٹران کا ہیمیلٹنی درج ذیل ہوگا مساوات 58.6

$$(۶.۸۷) \quad H'_{hf} = \frac{\mu_0 g_p e^2}{8\pi m_p m_e} \frac{[3(S_p \cdot \hat{r})(S_e \cdot \hat{r}) - S_p \cdot S_e]}{r^3} + \frac{\mu_0 g_p e^2}{3m_p m_e} S_p \cdot S_e \delta^3(r)$$

نظریہ اضطراب کے تحت توانائی کی اول رتبہ تخفیف مساوات 9.6 اس طرح بھی ہیمیلٹنی کی توقعاتی قیمت ہوگی

$$(۶.۸۸) \quad E_{hf}^1 = \frac{\mu_0 g_p e^2}{8\pi m_p m_e} \langle \frac{3(S_p \cdot \hat{r})(S_e \cdot \hat{r}) - S_p \cdot S_e}{r^3} \rangle + \frac{\mu_0 g_p e^2}{3m_p m_e} \langle S_p \cdot S_e \rangle |\psi(0)|^2$$

زمینی ہال میں یا کسی دوسری ایسے حال میں جس میں $l = 0$ ہو وقف عمل موج کروئی تشکلی ہوگا لہذا اول توقعاتی قیمت صفر ہوگی سوال 27.6 دیکھیں ساتھ ہی مساوات 80.4 کے تحت $|\psi_{100}(0)|^2 = 1/(\pi a^3)$ ہوگا لہذا زمینی ہال میں درج ذیل ہوگا

$$(۶.۸۹) \quad E_{hf}^1 = \frac{\mu_0 g_p e^2}{3\pi m_p m_e a^3} \langle S_p \cdot S_e \rangle$$

چونکہ اس میں دو چکروں کے بیچ ضرب نقطہ پایا جاتا ہے لہذا اس کو چکر چکر ربط کہتے ہیں جیسا چکر مدار ربط میں $S \cdot L$ پایا جاتا ہے چکر چکر ربط کی موجودگی میں انفرادی چکر زاویائی معیار اثر بقائی نہیں رہتے ہیں موزوں حالات کل چکر کے امتیازی سمتیات ہونگے

$$(۶.۹۰) \quad S \equiv S_e + S_p$$

پہلے کی طرح ہم اس کا مربع لے کر درج ذیل حاصل کرتے ہیں

$$(۶.۹۱) \quad S_p \cdot S_e = \frac{1}{2}(S^2 - S_e^2 - S_p^2)$$

اب الیکٹران اور پروٹون دونوں کا چکر ایک ہٹا دے لہذا $S_e^2 = S_p^2 = (3/4)\hbar^2$ ہوگا۔ تا حال تمام چکر متوازی میں کل چکر ایک ہوگا جس کے تحت $S^2 = 2\hbar^2$ ہوگا یکتا حال میں کل چکر صفر لہذا $S^2 = 0$ ہوگا یوں درج ذیل ہوگا

$$(۶.۹۲) \quad E_{hf}^1 = \frac{4g_p \hbar^4}{3m_p m_e^2 c^2 a^4} \begin{cases} +1/4, & \text{سہ تا} \\ -3/4, & \text{یک تا} \end{cases}$$

چکر چکر ربط زمینی نیچال کے چکر انحطاط کو توڑ کر سہ تا تنظیم کو اٹھاتا جبکہ یک تا کو نیچے کرتا ہے شکل 13.6 یوں ان کے درمیان توانائی کا فاصلہ درج ذیل ہوگا

$$(۶.۹۳) \quad \Delta E = \frac{4g_p \hbar^4}{3m_p m_e^2 c^2 a^4} = 5.88 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

سہ تاحال سے یک تاحال انتقال کے دوران حصارِ فوٹان کا تعدد درج ذیل ہوگا

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = 1420 \text{ MHz} \quad (۶.۹۴)$$

اور اس کی مطابقتی طول موج $c/\nu = 21 \text{ cm}$ ہوگی جو خود موج خطے میں پایا جاتا ہے یہ کائنات میں احسراج کی صورت میں وہ مشہور 21 سینٹی میٹر تختی خط ہے جو ہر طرف پایا جاتا ہے سوال ۶.۲۷: فرض کریں a اور b دو مستقل سمتیات ہیں درج ذیل دکھائیں

$$(a \cdot \hat{r})(b \cdot \hat{r}) \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \frac{4\pi}{3} (a \cdot b) \quad (۶.۹۵)$$

کمل ہمیشہ کی طرح $0 < \theta < \pi$ ، $0 < \phi < 2\pi$ کر لیا گیا ہے اس نتیجہ کو استعمال کرتے ہوئے ان حالات کے لئے جن کے لیے $l = 0$ ہو درج ذیل دکھائیں

$$\left\langle \frac{3(S_p \cdot \hat{r})(S_e \cdot \hat{r}) - S_p \cdot S_e}{r^3} \right\rangle = 0$$

اشارہ: $\hat{r} = \sin \theta \cos \phi \hat{i} + \sin \theta \sin \phi \hat{j} + \cos \theta \hat{k}$

سوال ۶.۲۸: ہائیڈروجن کلب میں موزوں ترمیم کرتے ہوئے درج ذیل کے لیے زمینی حال کی مہین ساخت تعین کریں (الف) میونی ہائیڈروجن جس میں ایکسٹران کی بجائے میون ہوگا جس کا بار اور g حبز و ضرب الیکٹرون کے بار اور g حبز و ضرب کے برابر لیکن کیت 207 گنا زیادہ ہے (ب) پازیسٹرانیم جس میں پروٹان کی جگہ پوزیسٹران ہوگا جس کی کیت اور g حبز و ضرب اور الیکٹران کی کیت اور g حبز و ضرب لیکن علامت الٹ ہے (ج) میونیم جس میں پروٹان کی جگہ زد میون ہوگا جس کی کیت اور g حبز و ضرب عین میونی کے لیکن بار مخالف ہے اشارہ: یاد رہے کہ تحقیق شدہ کیت سوال 1.5 استعمال کرتے ہوئے ان عجیب جوہروں کا رداس پوہر حاصل کیا جائے گا دیکھایا گیا ہے کہ پازیسٹرونیم کے لئے حاصل جواب $4.85 \times 10^{-4} \text{ eV}$ تجرباتی حاصل قیمت $8.41 \times 10^{-4} \text{ eV}$ سے بہت مختلف ہے اس مندرجہ کی وجہ نا پودی جفت $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ ہے جو اضافی $(3/4)\Delta E$ ہوتا ہے اور جو سادہ ہائیڈروجن میونی ہائیڈروجن اور میونیم میں نہیں ہوتا

سوال ۶.۲۹: مرکزہ کی مستثنای جاست کی بنا ہے ہائیڈروجن کے زمینی حال توانائی میں تصحیح کی انداز قیمت تلاش کریں پروٹان کو رداس b کا ایک ساں بار دار کردی خول تصور کریں یوں خول کے اندر الیکٹران کی مخفی توانائی مستقل $-e^2/4\pi\epsilon_0 b$ ہوگی یہ درحقیقت درست نہیں ہے لیکن یہ سادہ ترین نمونہ ہے جس سے ہمیں مقدار کا اندازہ ہو سکے گا اپنے جواب کو ایک چھوٹی مقدار معلوم b/a کے روپ میں طافتی تسلسل میں پھیلا کر جہاں a رداس پوہر ہے صرف ابتدائی حبز و رکھ کر آپ کا جواب درج ذیل روپ اختیار کرے گا

$$\frac{\Delta E}{E} = A(b/a)^n$$

باب ۶. غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

آپ نے مستقل A اور طاقت n کی قیمتیں تعین کرنی ہے آخر میں $10e - 15 \text{ meter}$ b جو تقریباً پروٹان کا عدد اس ہے پُر کر کے اصل عدد تلاش کریں اس کا موازنہ مہین ساخت اور نہایت مہین ساخت کے ساتھ کریں

سوال ۶.۳۰: زیر مستی خاصیت کے تیں آبادی ہارمونی سر نقش سوال 38.4 پر غور کریں اضطراب

$$H' = \lambda x^2 y z$$

جہاں λ ایک مستقل ہے کا درج ذیل صورت میں رتبہ اول تک اثر پر بحث کریں

۱. زمینی حال

ب. سہتا انخطاطی پہلی حبان حال اشارہ: سوال 13.2 اور 33.3 کے جوابات استعمال کریں

سوال ۶.۳۱: وندروالز باہم عمل دو جوہر پر غور کریں جن کے بیچ فاصلہ R ہے چونکہ دونوں برقی معطل ہیں لہذا آپ فرض کر سکتے ہیں کہ ان کے بیچ کوئی قوت نہیں پائی جائے گی تاہم اگر یہ کامل تنظیم ہو تب ان کے بیچ کمزور قوت کشش پایا جائے گا اس نظام کی نمونہ کشی کرنے کی خاطر ہر ایک جوہر کو ایک الیکٹرون جس کی قیمت m اور بار e ہو ایک مرکزہ بار $+e$ کے ساتھ ایک اسپرنگ مقیاس پلک کے سے حبڑا ہوا تصور کریں شکل 14.6 ہم فرض کریں گے بھاری ہونے کے بنا غیر مختصر کر یعنی ساکن ہوں گے اس غیر مضطرب نظام کا ہیملٹنی درج ذیل ہوگا

$$H^0 = \frac{1}{2m} p_1^2 + \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2m} p_2^2 + \frac{1}{2} k x_2^2 \quad (۶.۹۶)$$

ان جوہروں کے بیچ کولمب باہم عمل درج ذیل ہوگا

$$H' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{e^2}{R} - \frac{e^2}{R+x_1} - \frac{e^2}{R-x_2} + \frac{e^2}{R+x_1-x_2} \right) \quad (۶.۹۷)$$

۱. مساوات 97.6 کی تفصیل پیش کریں فاصلہ R سے $|x_1|$ اور $|x_2|$ کی قیمتوں کو بہت کم تصور کرتے ہوئے درج ذیل دکھائیں

$$H' \cong -\frac{e^2 x_1 x_2}{2\pi\epsilon_0 R^3} \quad (۶.۹۸)$$

ب. دکھائیں کہ کل ہیملٹنی مساوات 96.6 جمع مساوات 98.6 دوہارمونی سر نقش ہیملٹن یوں

(۶.۹۹)

$$H = \left[\frac{1}{2m} p_+^2 + \frac{1}{2} \left(k - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) x_+^2 \right] + \left[\frac{1}{2m} p_-^2 + \frac{1}{2} \left(k + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) x_-^2 \right]$$

میں زیرے تبدیلی متغیرات

$$X_{\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (x_1 \pm x_2), \quad p_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (p_1 \pm p_2) \quad (۶.۱۰۰)$$

علیحدہ ہوگا

ج. اس ہیملٹنی کی زمینی حال توانائی درج ذیل ہوگی

$$(۶.۱۰۱) \quad E = \frac{1}{2} \hbar (\omega_+ + \omega_-), \quad \text{جہاں } \omega_{\pm} = \sqrt{\frac{k \mp (e^2/4\pi\epsilon_0 R^3)}{m}}$$

کولمب باہم عمل کے بغیر $E_0 = \hbar \omega_0 = \sqrt{k/m}$ جہاں ω_0 ہے درج ذیل $(e^2/4\pi\epsilon_0 R^3)$ $k \gg$ مندرجہ کرتے ہوئے دکھائیں

$$(۶.۱۰۲) \quad \Delta V \equiv E - E_0 \cong -\frac{\hbar}{8m^2\omega_0^3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{R^6}$$

ماخوس: دونوں جوہروں کے پچ کشتی مخفی پایا جاتا ہے جو ان کے پچ فاصلہ کے چھٹی طاقت کے تغیر معکوس ہے یہ دو معدل جوہروں کے پچ وندروال باہم عمل ہے

د. اسی حساب کو دور تہی نظریہ اضطراب کی مدد سے دوبارہ کریں اشارہ: غیر مضطرب حالات کی روپ $\psi_{n1}(x_1)\psi_{n2}(x_2)$ ہوگی جہاں $\psi_n(x)$ ایک ذرا سر قش تفاعل موج ہے جہاں m کمیت اور مقیاس پک k ہوگا مساوات 98.6 میں دی گئی اضطراب کے لیے زمینی حال توانائی کی دور تہی تخفیف ΔV ہوگی دھیان رہے کہ رتبہ اول تخفیف صفر ہے

سوال 32.6:

مندرجہ کریں ایک مخصوص کوانٹم نظام کا Hamiltonian کسی مقدار معلوم λ کا تفاعل ہو۔ $H(\lambda)$ کے امتیازی امدار کو اور امتیازی تفاعلات $E_n(\lambda)$ اور $\psi_n(\lambda)$ لیں۔ مسئلہ Feynman-Hellmann درج ذیل کہت ہے

$$\frac{\partial E_n}{\partial \lambda} = \left\langle \psi_n \left| \frac{\partial H}{\partial \lambda} \right| \psi_n \right\rangle$$

جہاں E_n کو غیر انحطاطی تصور کریں اور اگر انحطاطی ہوں تب تمام ψ_n کو انحطاطی امتیازی تفاعلات کے موضوع خطی جوڑ تصور کریں۔

(جزو الف): مسئلہ Feynman-Hellmann ثابت کریں۔ (اشارہ: مسئلہ 9.6 استعمال کریں۔)

(جزو ب): درج ذیل بقودی ہارمونی مدار اسکا اطلاق کریں۔

(ایک)

$$\lambda = \omega$$

لیں جس سے V کی توقعاتی قیمت کا کلیہ اخذ ہوگا۔

(دو)

$$\lambda = \hbar$$

لیں جو $\langle T \rangle$ دے گا اور

(تین)

$$\lambda = m$$

جو $\langle T \rangle$ اور $\langle V \rangle$ کے درمیان رشتہ دے گا۔ اپنے جوابات کا سوال 12.2 اور مسئلہ virial کی پیشگوئیوں کے ساتھ موعازنا کریں۔

سوال 33.6:

باب ۶. غیر تابع وقت نظریہ اضطراب

مسئلہ Feynman-Hellmann استعمال کرتے ہوئے ہمارے ڈرو جسکے لئے $1/r$ اور $1/r^2$ کی توقعاتی قیمتیں تین کی حساب کتابیں ہیں
راداسی تعقلات امواج کا موثر Hamiltonian مساوات 53.4 درج ذیل ہے:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r}$$

اور امتیازی افتدار جنہیں L کی صورت میں لکھا گیا ہے مساوات 70.4 درج ذیل ہونگے

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon^2\hbar^2(j_{max} + l + 1)^2}$$

(حبزوالف):

مسئلہ Feynman-Hellmann میں $e = \lambda$ استعمال کرتے ہوئے $\langle 1/r \rangle$ تلاش کریں۔ اپنے نتیجے کی تصدیق مساوات 55.6 کے ساتھ کریں۔

(حبزوب):

$\lambda = l$ کو استعمال کرتے ہوئے $\langle 1/r^2 \rangle$ تلاش کریں۔ اپنے نتیجے کی تصدیق مساوات 56.6 کے ساتھ کریں۔
سوال 34.6:

رشتہ Kramers'

$$\frac{s+1}{n^2} \langle r^s \rangle - (2s+1)a \langle r^{s-1} \rangle n + \frac{s}{4} [(2l+1)^2 - s^2] a^2 \langle r^{s-2} \rangle = 0$$

صابط کریں جو ہمارے ڈرو جسکے حال ψ_{nlm} میں الیکٹران کے لئے R کی توقعاتی قیمتوں کی تین مختلف طاقتوں $(s, s-1, s-2)$ کا تعلق پیش کرتا ہے۔ اشارہ: راداسی مساوات 53.4 کو درج ذیل روپ میں لکھ کر

$$u'' = \left[\frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2}{ar} + \frac{1}{n^2 a^2} \right] u.$$

- $\int (ur^s u'') dr$ کو $\langle r^s \rangle$ ، $\langle r^{s-1} \rangle$ ، $\langle r^{s-2} \rangle$ کی صورت میں لکھیں اسکے بعد تکامل bilhis کے ذریعے دہرا تفروق کو بیٹھائیں۔ دیکھائیں کے

$$\int (ur^s u') = -(s/2) \langle r^{s-1} \rangle$$

اور

$$\int (u' r^s u') dr = -[2/(s+1)] \int (u'' r^{s+1} u') dr$$

ہوگا اسی کو لے کر آگے چلیں)

سول 35.6

(حبزوالف):

رشتہ Kramers' مساوات 104.6 میں $s=0, s=1, s=2$ اور $s=3$ ڈال کے $\langle r \rangle$ ، $\langle r^2 \rangle$ ، $\langle r^{-1} \rangle$ اور $\langle r^3 \rangle$ کے قیامت حاصل کریں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کے آپ اس طرح چلتے ہیں کسی بھی مثبت طاقت کے لئے قیامت دریافت کر سکتے ہیں۔

(حبزوب):

دوسرے رخ آچکومشلا درپیش ہوگا آپ $-1 = s$ پر کر کے دیکھیں گے آچکوصرف $\langle r^{-2} \rangle$ اور $\langle r^{-3} \rangle$ کے بیچرشتہ حاصل ہوگا۔

(حبزوب):

اگر آپ کسی طریقے سے $\langle r^{-2} \rangle$ دریافت کرپائیں تب آپ رشتہ Kramers استعمال کر کے باقی تمام منفی قوتوں کے لئے قلیات دریافت کر سکتے ہیں۔

مسوات 56.6: جسے سوال 33.6 میں اخذ کیا گیا ہے اسے استعمال کرتے ہوئے $\langle r^{-3} \rangle$ تعین کریں اور اپنے نتیجہ کی تصدیق مسوات 64.6 کے ساتھ کریں۔

سوال 36.6:

ایک جوہر کو یقیناً بیرونی برقی میدان E_{ext} میں رکھنے سے توانائی کی سطحیں ہشتی ہیں جسے سنارک اکثر کہا جاتا ہے اور جو zemann اثر کا برقی مسائل ہے اس سوال میں ہم حائل ڈروجن کے $n = 1$ اور $n = 2$ حالات کے لئے سنارک اثر کا تجزیہ کرتے ہیں۔ فرض کریں میدان Z رخ ہے لہذا الیکٹران کی مخفی توانائی درج ذیل ہوگی:

$$H'_S = eE_{ext}z = eE_{ext}r \cos \theta$$

اسکو hamiltonian bohr مسوات 42.6 میں اضطراب تصور کریں اس مسئلہ میں چکر کا کوئی کردار نہیں ہے لہذا اسے نظر انداز کرتے ہوئے عمدہ ساخت کو رد کریں۔

(حبزوالف):

اول رتبہ میں زمینی حال توانائی اس اضطراب سے اثر انداز نہیں ہوتی۔

(حبزوب):

پہلا ہیجان حال 4 پرستہ $\psi_{210}, \psi_{211}, \psi_{200}$ انحطاطی نظریہ اضطراب استعمال کرتے ہوئے، توانائی کی رتبہ اول کا بھی تعین کریں۔ توانائی E_2 کتنے سطحوں میں بٹے گا؟

(حبزوب):

درج بالہ حبزوب میں موضوع تفاعلات موج کیا ہونگے؟ ان میں سے ہر ایک موضوع حالات میں برقی جو عطف قطب معیار اثر $(p_e = -er)$ کی توقعاتی قیمت معلوم کریں۔ آپ دیکھیں گے کہ نتائج لاگو میدان کے تعابیح نہیں ہونگے اس طرح ظاہر ہے کہ پہلی ہیجان حال میں حائل ڈروجن برقی جو عطف قطب معیار اثر کا حاصل ہوگا۔ اشارہ: اس سوال میں بہت سارے تاکسلات پائے جاتے ہیں تاہم تقریباً تمام کی قیمت سفر ہے لہذا حاب سے قبل غور کریں اگر ϕ مکمل سفر ہو تب r اور θ مکملات حل کرنے کی ضرورت نہیں ہوگی حبزوبی جواب

$$W_{13} = W_{31} = -3eaE_{ext};$$

باقی تمام ارکان سفر ہیں۔)

سوال 37.6: حائل ڈروجن کی $n = 3$ حالات کے لئے سنارک اثر سوال 36.6 پر غور کریں ابتداًی طور پر چکر کو نظر انداز کرتے ہوئے اب انحطاطی حالات ψ_{3lm} ہونگے اور اب ہم Z رخ برقی میدان حبالو کرتے ہیں۔

(حبزوالف):

اضطرابی hamiltonian کو غلبہ کرنے والا 9×9 کا کالم تیار کریں

حبزوبی جواب

$$\langle 300|z|310 \rangle = -3\sqrt{6}a, \langle 310|z|320 \rangle = -3\sqrt{3}a, \langle 31 \pm 1|z|32 \pm 1 \rangle = -(9/2)a.$$

(حبزوب):

امتیازی اقتدار اور انکی انحطاط دریافت کریں۔

سوال 38.6: ڈوٹر نم کی زمینی حال میں نہایت موحدین منتقلی کے دوران حنا رنج کردہ پھوٹان کا طول موج میں تلاش کریں۔
 - ڈوٹر نم در حقیقت بھاری ہالے ڈوجن ہے جس کے مرکز میں ایک اضافی نوٹران پایا جاتا ہے پروٹان اور نوٹران ساتھ
 حبز کرڈوٹر نم بناتے ہیں جس کا چکر ایک مقناطیسی دائرہ اثر

$$\mu_d = \frac{g_d e}{2m_d} S_d;$$

اور ڈوٹر نم کا -g حبز 71.1 ہے۔

سوال 39.6:

ایک کالم میں مریبی باردارا کا بجلی میدان جوہر کی توانائی کی سطحوں کو مضطرب کرتا ہے ایک تازہ نمونہ کے طور پر
 مندرج کریں hydrogen جوہر کی پڑوس میں نقطہ باروں کی تین جوڑیاں پای جاتی ہیں شکل 15.6۔ (چونکہ اس سوال کے
 ساتھ چکر کا کوئی واسطہ نہیں ہے لہذا اسے نظر انداز کریں)
 (حبز و الف):

درج ذیل

$$r \ll d_1, r \ll d_2, \text{ and } r \ll d_3,$$

کی صورت میں دیکھئے

$$H' = V_0 + 3(\beta_1 x^2 + \beta_2 y^2 + \beta_3 z^2) - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) r^2,$$

جہاں درج ذیل ہیں

$$\beta_i \equiv -\frac{e}{4\pi\epsilon} \frac{\eta_i}{d_i^3},$$

اور

$$V_0 = 2(\beta_1 d_1^2 + \beta_2 d_2^2 + \beta_3 d_3^2).$$

(حبزوب):

زمینی حال توانائی کی رتبے اول کی تخفیف تلاش کریں۔

(حبزوب):

پہلی۔ ہیجان حالات ($n = 2$) کی توانائی کے لئے رتبے اول کی تخفیف تلاش کریں۔ درج ذیل صورتوں میں یہ
 چار پڑتہ انحطاطی نظام کتنی سطحوں میں بے گاہ۔
 ایک) کاپی تشابہ

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3,$$

کی صورت میں۔
 دو) چون زاویہ تشابہ

$$\beta_1 = \beta_2 \neq \beta_3 :$$

کی صورت میں۔

تین) آر تھوہامبک تشاقل کی صورت میں تینوں مختلف ہونگیں۔

سوال 40.6:

بازاؤقات ψ_n^1 کو غیر مضطرب طفعالات امواج میں پھلائے مساوات 11.6 بغیر مساوات 10.6 کو بلد واستہ حال کرنا ممکن ہوتا ہے اسکی دو بلخصوص خوبصورت مثالیں درج ذیل ہیں۔
(الف)

ایک) ہائے ڈروجن کی زمینی حال میں سنارک اثر ایک یکاں بیرونی برقی میدان E_{ext} کی۔ موجودگی میں ہائے ڈروجن کی زمینی حال کارتب اول تخفیف تلاش کریں (سوال 36.6 stark اثر دیکھیں)۔ اشارہ: حل کی درج ذیل روپ:

$$(A + Br + Cr^2)e^{-r/n} \cos \theta;$$

استعمال کر کے دیکھیں اپ نے مستطالات A, B, C کی ایسی قیمتیں تلاش کرنی ہیں جو مساوات 10.6 کو مطمئن کرتے ہوں۔

دو) زمینی حال توانائی کی رتبہ دوم تخفیف مساوات 14.6 کی مدد سے تعین کریں جیسا اپنے سوال 36.6 (الف) میں دیکھا رتبہ اول تخفیف سفر ہوگی۔ جواب:

$$-m(3a^2 e E_{ext} / 2\hbar)^2.$$

(جذب)

اگر پروٹان کا برقی جہت قطب میعار اثر p ہوتا تب ہائے ڈروجن کے الیکٹران کی مخفی توانائی درج ذیل مقدار سے مضطرب ہوتی۔

$$H' = \frac{ep \cos \theta}{4\pi \epsilon r^2}$$

ایک) زمینی حال طفعال موج کی رتبہ اول تخفیف کو مساوات 10.6 حل کر کے تلاش کریں۔

دو) دیکھیں کہ رتبہ یکہ جو ہر کاتل برقی جو عفت قطب میعار اثر حیرت کی۔ بات ہے سفر ہوگا۔

تین) زمینی حال توانائی کی۔ رتبہ دوم تخفیف مساوات 14.6 سے تعین کریں رتبہ اول تخفیف کیا ہوگا؟

جوابات

فهرست

54relation,	allowed
energy	26energies,
22allowed,	51 argument,
31conservation,	Bessel
13ensemble,	99function,spherical
expectation	107energy,binding
6value,	Bohr
formula	106radius,
16Broglie,De	106formula,Bohr
Fourier	25conditions,boundary
52transform,inverse	98term,centrifugal
52transform,	83states,coherent
Frobenius	4collapses,
45method,	commutation
function	36relation,canonical
59delta,Dirac	90relations,canonical
generalized	36commutator,
59distribution,	28complete,
59function,	77continuous,
generating	90continuum,
50function,	coordinates
generator	91spherical,
86space,intranslation	3interpretation,Copenhagen
86time,intranslation	75degenerate,
Gram-Schmidt	delta
79process,orthogonalization	28Kronecker,
21Hamiltonian,	Dirac
harmonic	80orthonormality,
25oscillator,	77discrete,
	dispersion

- 3realist,
- 12potential,
- 97effective,
- probability
- 8density,
- quantum
- 105number,principle
- numberquantum
- 96azimuthal,
- 96magnetic,
- 99numbers,quantum
- 97equation,radial
- recursion
- 46formula,
- reflection
- 64coefficient,
- 73time,revival
- Rodrigues
- 49formula,
- 94formula,Rodrigues
- Rydberg
- 113constant,
- 113formula,
- Schrodinger
- 20time-independent,
- 1align,Schrodinger
- series
- 113Balmer,
- 28Fourier,
- 113Lyman,
- 113Paschen,
- 35power,
- 34Taylor,
- spherical
- 96harmonics,
- 11square-integrable,
- 7deviation,standard
- state
- 58bound,
- 113Helium,
- Hermitian
- 40conjugate,
- 3variables,hidden
- 2indeterminacy,
- ladder
- 38operators,
- Laguerre
- 108polynomial,associated
- 108polynomial,
- 90Laplacian,
- law
- 34Hooke,
- Legendre
- 94associated,
- linear
- 22combination,
- 113Lithium,
- 6mean,
- 6median,
- 14momentum,
- Neumann
- 99function,spherical
- 27node,
- 10normalization,
- 14operator,
- 38lowering,
- 38raising,
- 27orthogonal,
- 28orthonormal,
- Planck's
- 113formula,
- polynomial
- 48Hermite,
- position
- 3agnostic,
- 3orthodox,

- اتاقی
حالات، 83
اجزائی
توانائیاں، 26
استمراری، 77
استمراریہ، 90
اصول
عدم یقینیت، 16
انتشاری
رشتہ، 54
انخطاطی، 75
انعکاس
شرح، 64
اوسط، 6
- بقا
توانائی، 31
بندشی توانائی، 107
بوہر
رداس، 106
کلیہ، 106
بیل
کروی تقاعس، 99
- پلانک
کلیہ، 113
پیداکار
فضا میں انتقال کا، 86
وقت میں انتقال، 86
پیداکار
تقاعس، 50
- تبادلہ
باضابطہ رشتہ، 36
باضابطہ رشتہ، 90
تبادلہ کار، 36
تجدیدی عرصہ، 73
ترسیل
شرح، 64
- تسل
المر، 113
پاشن، 113
- 27excited,
107,27ground,
58scattering,
statistical
2interpretation,
66function,step
theorem
28Dirichlet's,
15Ehrenfest,
52Plancherel,
112transition,
transmission
64coefficient,
65,58tunneling,
58points,turning
16principle,uncertainty
variables
19of,separation
7variance,
velocity
54group,
54phase,
wave
64incident,
52packet,
64reflected,
64transmitted,
1function,wave
16wavelength,

- ساکن
حالات، 21
سرحدی شرائط، 25
سرنگ زنی، 58، 65
سگرا، 13
سوچ
انکاری، 3
تقلید پسند، 3
حقیقت پسند، 3
سیڑھی
عاملین، 38
سیڑھی تفاعل، 66
شروڈنگر
غیر تابع وقت، 20
شروڈنگر تصویر کشی، 86
شروڈنگر مساوات، 1
شماریاتی مفہوم، 2
طول موج، 16، 113
عامل
تقلیل، 38
رفت، 38
عبور، 112
عدم تعین، 2
عدم یقینیت اصول، 16
عندروہ، 27
علیحدگی متغیرات، 19
عمودی، 27
معیاری، 28
غیر مسلسل، 77
منرو وینوس
ترکیب، 45
فوریسر
الٹ بدل، 52
بدل، 52
قابل تکامل مربع، 11
قانون
- ٹیلر، 34
طامتی، 35
فوریسر، 28
لیمان، 113
تغییریت، 7
تفاع
ڈیلٹا، 59
تفاعل موج، 1
توالی
کلیہ، 46
توانائی
اجزائی، 22
توقعاتی
قیمت، 6
جفت
تفاعل، 24
حال
بکھراؤ، 58
زمینی، 27، 107
مقید، 58
ہیجان، 27
خطی جوڑ، 22
خفیہ متغیرات، 3
دلیل، 51
ڈیراک
معیاری عمودیت، 80
ڈیلٹا
کرونیگر، 28
رداسی مساوات، 97
رڈبرگ، 113
کلیہ، 113
رفتار
دوری سستی، 54
گروہی سستی، 54
روڈریگیس
کلیہ، 94

- ۳۴، ہا
- کثافت
- ۸، احتال
- کثیر رکنی
- ۴۸، ہرمانٹ
- کروی
- ۹۶، ہارمونیات
- کلیہ
- ۱۶، ڈی پروگ
- ۴۹، روڈریگیس
- کوانٹم
- ۱۰۵، صدر عدد
- ۹۹، کوانٹائی اعداد
- کوانٹائی عدد
- ۹۶، استی
- ۹۶، مقناطیسی
- ۳، کوپن ہیگن مفہوم
- گرام شمہ
- ۷۹، ترکیب عمودیت
- ۴، گر کر
- ۹۰، لاپلاسی
- لاگ
- ۱۰۸، شریک کثیر رکنی
- ۱۰۸، کثیر رکنی
- ۱۱۳، تقسیم
- لیوڈنڈر
- ۹۴، شریک
- متعمم
- ۵۹، تقا عمل
- ۵۹، تقسیم
- محمد
- ۹۱، کروی
- ۱۲، مخفیہ
- ۹۷، موثر
- مربعش
- ۲۵، ہارمونی
- ۹۸، مرکز گریز جبزو
- مسئلہ
- ۱۵، اہر نفٹ
- ۵۲، پلانشرال
- ۲۸، ڈرٹلہ
- ۱۰، معمول زنی
- ۱۴، معیار حرکت
- ۲۸، معیار عمودی
- ۷، معیاری انحراف
- ۲۸، مکمل
- موج
- ۶۴، آمدی
- ۶۴، ترسیلی
- ۶۴، منعکس
- ۵۲، موجی اکٹھ
- نیومن
- ۹۹، کروی تقا عمل
- ۵۸، واپسی نقاط
- ۶، وسطانیہ
- ہارمونی
- ۲۵، مربعش
- ۴۰، جوڑی دار
- ۸۶، ہیزنبرگ تصویر کشی
- ۱۱۳، ہیلیم
- ۲۱، ہیملٹنی