

کوانٹم میکینیات

خالد حسان یوسفزئی

جامعہ کامپیٹ، اسلام آباد

khalidyou safzai@comsats.edu.pk

۱۲/ اگست ۲۰۲۱

عنوان

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

v

۱	تفاعل موج	۱
۱	۱.۱ شرو وڈنگر مساوات	۱
۲	۱.۲ شماراتی مفہوم	۲
۵	۱.۳ احتمال	۵
۵	۱.۳.۱ غیر مسلسل متغیرات	۵
۹	۱.۳.۲ استمراری متغیرات	۹
۱۲	۱.۴ معمولی زنی	۱۲
۱۵	۱.۵ معیار حرکت	۱۵
۱۸	۱.۶ اصول عدم یقینیت	۱۸
۲۵	۲ غیر متابع وقت شرو وڈنگر مساوات	۲۵
۲۵	۲.۱ ساکن حالات	۲۵
۳۱	۲.۲ لامستثنائی چپکور کنواں	۳۱
۴۰	۲.۳ ہارمونی سر نقش	۴۰
۴۲	۲.۳.۱ الجبرائی ترکیب	۴۲
۵۱	۲.۳.۲ تحلیلی ترکیب	۵۱
۵۹	۲.۴ آزاد ذرہ	۵۹
۶۸	۲.۵ ڈیلٹا تفاعل محققہ	۶۸
۶۸	۲.۵.۱ مقید حالات اور بکھراؤ حالات	۶۸
۷۰	۲.۵.۲ ڈیلٹا تفاعل کنواں	۷۰
۷۹	۲.۶ مستثنائی چپکور کنواں	۷۹
۸۹	۳ قواعد و ضوابط	۸۹
۸۹	۳.۱ ہلبرٹ فضا	۸۹
۹۳	۳.۱.۱ متقابل معلوم حالات	۹۳
۹۵	۳.۲ ہر مشی عامل کے امتیازی تفاعل	۹۵

۳.۲.۱	غیر مسلسل طیف	۹۵
۳.۲.۲	استمراری طیف	۹۷
۳.۳	متعمم شمارائی مفہوم	۱۰۰
۳.۴	اصول عدم یقینیت	۱۰۴
۳.۴.۱	اصول عدم یقینیت کا ثبوت	۱۰۴
۳.۴.۲	کم سے کم عدم یقینیت کا موجدی اکٹھ	۱۰۸
۳.۴.۳	توانائی و وقت اصول عدم یقینیت	۱۰۸
۳.۵	ڈیراک عملیت	۱۱۳
۴	تین البادی کوانٹم میکانیات	۱۲۷
۴.۱	کروی محدود میں مساوات شروڈنگر	۱۲۷
۴.۱.۱	علیحدگی متغیرات	۱۲۹
۴.۱.۲	زاویائی مساوات	۱۳۰
۴.۱.۳	ردای مساوات	۱۳۵
۴.۲	ہائیڈروجن جوہر	۱۳۹
۴.۲.۱	ردای تقف عمل موج	۱۴۰
۴.۲.۲	ہائیڈروجن کا طیف	۱۵۰
۴.۳	زاویائی معیار حرکت	۱۵۲
۴.۳.۱	امتیازی اقتدار	۱۵۳
۴.۳.۲	مقناطیسی میدان میں ایک الیکٹران	۱۵۸
۵	متماثل ذرات	۱۶۵
۵.۱	دوزراتی نظام	۱۶۵
۵.۱.۱	بوزان اور فرمیون	۱۶۷
۵.۱.۲	قوت مبادلہ	۱۷۰
۵.۲	جوہر	۱۷۳
۵.۲.۱	ہیلیم	۱۷۴
۵.۲.۲	دوری جدول	۱۷۶
۵.۳	ٹھوس اجسام	۱۷۸
۵.۳.۱	آزاد الیکٹرون گیس	۱۷۹
۵.۳.۲	سخت پٹی	۱۸۲
۵.۴	کوانٹم شمارائی میکانیات	۱۸۷
۵.۴.۱	ایک مثال	۱۸۸
۶	غیر تاجع وقت نظریہ اضطراب	۱۸۷
۶.۱	غیر انخطاطی نظریہ اضطراب	۱۸۷
۶.۱.۱	عمومی مضابطہ بندی	۱۸۷
۶.۱.۲	اول رتبہ نظریہ	۱۸۸
۶.۱.۳	دوم رتبہ توانائیاں	۱۹۲
۶.۲	انخطاطی نظریہ اضطراب	۱۹۳

۶.۲.۱	دوپڑا نخطاط	۱۹۳
۶.۲.۲	بلند رتی نخطاط	۱۹۷
۶.۳	پائیز روجن کا مہینہ ساخت	۲۰۱
۶.۳.۱	اضافیتی تصحیح	۲۰۲
۶.۳.۲	چکر و مدار ربط	۲۰۵
۶.۴	زیمنہ اثر	۲۰۹
۶.۴.۱	کمزور میدان زیمنہ اثر	۲۰۹
۶.۴.۲	طاقتور میدان زیمنہ اثر	۲۱۱
۶.۴.۳	درمیانی طاقت میدان زیمنہ اثر	۲۱۲
۶.۴.۴	نہایت مہینہ پوارہ	۲۱۳

۷ تغیری اصول ۲۰۱

۸ وکب تخمین ۲۰۳

۹	تابع وقت نظریہ اضطراب	۲۰۵
۹.۱	دو سطحی نظام	۲۰۶
۹.۱.۱	مضطرب نظام	۲۰۶
۹.۱.۲	تابع وقت نظریہ اضطراب	۲۰۹
۹.۱.۳	سائنسہ اضطراب	۲۱۱
۹.۲	اشعاعی احسراج اور انجذاب	۲۱۳
۹.۲.۱	برقن طیبی امواج	۲۱۳
۹.۲.۲	انجذاب، تحرق شدہ احسراج اور خود باخود احسراج	۲۱۳
۹.۲.۳	غیر اشعاعی اضطراب	۲۱۵
۹.۳	خود باخود احسراج	۲۱۷
۹.۳.۱	آمنشائن A اور B عددی سر	۲۱۷
۹.۳.۲	بیجان حال کا عرصہ حیات	۲۱۸
۹.۳.۳	قواعد انتخاب	۲۲۱

۱۰ حرارت ناگزیر تخمین ۲۳۱

۱۰.۱	مسئلہ حرارت ناگزیر	۲۳۱
۱۰.۱.۱	حرارت ناگزیر عمل	۲۳۱
۱۰.۱.۲	مسئلہ حرارت نہ گزر کا ثبوت	۲۳۳

۱۱ بھراو ۲۱۳

۱۱.۱	تعارف	۲۱۳
۱۱.۱.۱	کلاسیکی نظریہ بھراو	۲۱۳
۱۱.۱.۲	کوانٹم نظریہ بھراو	۲۱۵
۱۱.۲	حبزدی موج تجزیہ	۲۱۶
۱۱.۲.۱	اصول وضوابط	۲۱۶

۲۱۹	۱۱.۲.۲	الایا عمل
۲۲۱	۱۱.۳	یتقلاات حیط
۲۲۲	۱۱.۴	بارن تخمین
۲۲۳	۱۱.۴.۱	مسوات شروڈنگر کی عملی روپ
۲۲۸	۱۱.۴.۲	بارن تخمین اوّل
۲۳۲	۱۱.۴.۳	قسل بارن

۲۳۵	۱۲	پس نوشت
۲۳۶	۱۲.۱	آمنستان پوڈ لکیوروزن تضاد
۲۳۷	۱۲.۲	مسئلہ بل
۲۴۱	۱۲.۳	مسئلہ کلیم
۲۴۲	۱۲.۴	شروڈنگر کی ثانی
۲۴۳	۱۲.۵	کوانٹم زیو تضاد

جوابات

۲۴۹	۱	خطی الجبرا
۲۴۹	۱.۱	سمتیات
۲۴۹	۲.۱	اندرونی ضرب
۲۴۹	۳.۱	فتالب
۲۴۹	۴.۱	تبدیلی اساس
۲۴۹	۵.۱	امتیازی تفاسلات اور امتیازی امتدار
۲۴۹	۶.۱	هرمشی تبادله

منربنگ

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومت پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔ پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلب و طالبات استفادہ کرتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلب و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلب و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلب و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلب و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال ہونے والے تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روزمرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چٹائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یوں اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلب و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہوگی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن حوالہ اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں برقی انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلب و مطالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای۔ میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی سرزد ہوئی ہیں البتہ انہیں درست کرنے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

حنالد حنان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011ء

باب ۱۰

حرارت ناگزرتخمین

۱۰.۱ مسئلہ حرارت ناگزرت

۱۰.۱.۱ حرارت ناگزرت عمل

فرض کریں ایک کامل لٹکن انتصابی ستہ میں بغیر کسی رگڑیا ہوائی مزاحمت کے آگے پیچھے ارتعاش کرتا ہے اگر آپ اس لٹکن کو جھٹکے ہلائیں تو یہ امپرائٹری کے ساتھ دائری صورت میں حرکت کرنے لگے گا لیکن اگر آپ بغیر جھٹکے کے لٹکن کو آہستہ آہستہ ایک مقام سے دوسری مقام منتقل کریں شکل 1.10 تب لٹکن اسی سطح یا اس کے متوازی سطح میں شائستگی اور روانی سے اسی جیلہ کے ساتھ جلیھولتارہے گا بیرونی حالات کی بہت آہستہ آہستہ تبدیلی ہی حرارت نہ گزرت عمل کی پہچان ہے دھیان رہے کہ یہاں دو مختلف امتیازی وقتوں کی بات کی جارتی ہے نظام کی حرکت جو یہاں لٹکن کی ارتعاش کا دوری عرصہ ہوگا کو ظاہر کرنے والا اندرونی وقت T_i اور نظام میں نمایاں تبدیلی مثلاً لرزتے ہوئے چپو ترا پر نصب لٹکن کی صورت میں چپو ترے کی لرزش کا دوری عرصہ کو ظاہر کرنے والا بیرونی وقت T_e حرارت ناگزرت عمل میں $T_e \gg T_i$ ہوگا حرارت نہ گزرت عمل کے تجزیہ کا بنیادی حکمت عملی یہ ہوگا کہ پہلے بیرونی عوامل مقام معلوم کو غیر متغیر رکھتے ہوئے مسئلہ حل کیا جاتا ہے اور حساب کے بالکل آخر میں انہیں بہت آہستہ آہستہ وقت کے ساتھ تبدیل ہونے کی اجازت دی جاتی ہے مثال کے طور پر مقررہ لمبائی L کی لٹکن کا کلاسیکی دوری عرصہ $2\pi\sqrt{L/g}$ ہوگا اب اگر لمبائی آہستہ آہستہ تبدیل ہوتی دوری عرصہ بظاہر $2\pi\sqrt{L(t)/g}$ ہوگا حصہ 3.7 میں ہائیڈروجن سالہ پر تبصرہ کے دوران ایک زیادہ باریک بین مثال پیش کی گئی ہم نے آغاز میں مرکزہ کو ساکن تصور کرتے ہوئے ان کے بچ فاصلہ R کی صورت میں الیکٹرون کی حرکت کے لئے حل کیا نظام کی زمینی حال توانائی کو R کے تقاضا کی صورت میں دریافت کرنے کے بعد ہم نے توازنی فاصلہ معلوم کر کے ترسیم کی ان حنائے مرکزہ کی لرزش کا تعدد حاصل کیا سوال 10.7 طبیعت سالہ میں اس ترکیب کو جس میں ساکن مرکزہ سے آغاز کرتے ہوئے الیکٹرونی تقاضاات موج کا حساب کر کے ان سے نسبتاً سست رفتار مرکزہ کی مقامات اور

حرکت کے بارے میں معلومات حاصل کرنے کو بارن واپن ہائیر تخمین کہتے ہیں حرارت نہ گزرتخمین کے بنیادی تصور کو ایک مسئلہ کے روپ میں پیش کیا جاسکتا ہے مندرجہ کریں ہیمیلٹنی ابتدائی روپ H^i سے بہت آہستہ آہستہ تبدیل ہو کر کسی اختتامی روپ H^f تک پہنچتا ہے مسئلہ حرارت نہ گزرتخمین کہ اگر ذرا ابتدائی طور پر H^i کے n وی امتیازی حال میں پایا جاتا ہوں تب یہ زیر مساوات شروع و نگر H^f کی n وی امتیازی حال میں منتقل ہوگا میں یہاں مندرج کرتا ہوں کہ H^i سے H^f تک تحویل کے دوران طیف غیر مسلسل اور غیر انخطاطی ہے یہ حالات کی ترتیب کوئی شبہ نہیں پایا جائے گا امتیازی تقاضات پر نظر رکھنے کی کوئی ترکیب وضع کرنے سے ان شرائط کو نرم بنایا جاسکتا ہے لیکن میں یہاں ایسا نہیں کروں گا مثال کے طور پر ہم لامتناہی چپ کو رکناں میں ایک ذرا کو زمینی حال میں تیار کرتے ہیں شکل 2.10 (الف)

$$(۱۰.۱) \quad \psi^i(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

اب دائیں دیوار کو بہت آہستہ آہستہ مقام $2a$ پر منتقل کیا جاتا ہے مسئلہ حرارت نہ گزرتخمین کے تحت ماسوائے حبن و ضربی بیت کے یہ ذرہ تو وسیع شدہ رکناں کے زمینی حال میں منتقل ہوگا شکل 2.10 (ب)

$$(۱۰.۲) \quad \psi^f(x) = \sqrt{\frac{1}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{2a}x\right)$$

دھیان رہے کے نظریہ اضطراب کی طرح ہم ہیمیلٹنی میں ایک چھوٹی تبدیلی کی بات نہیں کر رہے ہیں یہاں تبدیلی بہت بڑی ہے فقط اتنا ضروری ہے کہ تبدیلی بہت آہستہ آہستہ رونما ہو یہاں توانائی کی بقا نہیں ہوگی جو بھی دیوار کو حرکت دے رہا ہے نظام سے توانائی حاصل کرے گا جیسا کہ گاڑی کی انجن کے شلنڈر میں آہستہ آہستہ پھیلتا ہوا گیس بوکا کو توانائی فراہم کرتا ہے اس کے برعکس رکناں کی اچانک وسط کی صورت میں حال $\psi^i(x)$ ہی رہتا ہے شکل 2.10 (ج) جو نئے ہیمیلٹنی کے امتیازی حالات کا ایک پیچیدہ خطی جوڑ ہوگا سوال 38.2 یہاں توانائی کی بقا ہوگی کم از کم اس کی توقعاتی قیمت کی ضرور ہوگی جیسا اچانک رکاوٹ ہٹانے سے حلا میں گیس کی آزادانہ پھیلاؤ سے کوئی کام نہیں ہوتا سوال ۱۰.۱: ایک لامتناہی چپ کو رکناں جس کی دائیں دیوار ایک مستقل سمتی رفتار v سے حرکت کرتے ہوئے رکناں کو وسیع بناتا ہے کو بالکل ٹھیک ٹھیک حل کرنا ممکن ہے اس کے حلوں کا مکمل سلسلہ درج ذیل ہوگا

$$(۱۰.۳) \quad \Phi_n(x, t) \cong \sqrt{\frac{2}{\omega}} \sin\left(\frac{n\pi}{\omega}x\right) e^{i(mvx^2 - 2E_n^i at) / \hbar \omega}$$

جہاں $E_n^i \equiv a + vt$ رکناں کی لمبائی چوڑائی اور چوڑائی a کے اصل رکناں کی n وی اجبازتی توانائی $n^2 \pi^2 \hbar^2 / 2ma^2$ ہے عمومی حل ان Φ کا ایک خطی جوڑ:

$$(۱۰.۴) \quad \Psi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \Phi_n(x, t)$$

ہوگا جہاں عددی سر c_n وقت t کے تابع نہیں ہوں گے

۱. دیکھیں آیا تابع وقت شروع و نگر مساوات بمع مناسب سرحدی شرائط کو مساوات 3.10 مطہن کرتی ہے

ب۔ فرض کریں اصل کنواں کی زمینی حال میں ایک ذرہ آغاز ($t = 0$) کرتا ہے

$$\Psi(x, 0) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

دکھائیں کہ پھیلاؤ کے عددی سروں کو درج ذیل روپ میں لکھا جاسکتا ہے

$$c_n = \frac{2}{\pi} \sum_0^{\pi} e^{-iaz^2} \sin(nz) \sin(z) dz \quad (10.5)$$

جہاں $\alpha \equiv mva/2\pi^2\hbar$ کنواں کی پھیلنے کی رفتار کی ایک بے بودی پیمائش ہے بد قسمتی سے اس مکمل کی قیمت کو بنیادی تفاسلات کی صورت میں حاصل نہیں کیا جاسکتا ہے

ج۔ فرض کریں ہم کنواں کو ابتدائی چوڑائی کے دگنا چوڑائی تک پھیلنے دیتے ہیں یوں بیرونی وقت $2a$ ہوگا $w(T_e) =$ ابتدائی زمینی حال کے تابع وقت نمائی جزو ضربی کا دورانیہ اندرونی وقت ہوگا وقت T_e اور T_i تعین کر کے دیکھائے کہ حرکت نہ گزر صورت حال سے مراد $1 \ll \alpha$ ہوگا جس کے تحت مکمل کے دائرہ کار پر $e^{-iaz^2} \cong 1$ ہوگا اس کو استعمال کرتے ہوئے پھیلاؤ کے عددی سروں c_n تعین کریں حال $\Psi(x, t)$ تیار کر کے تصدیق کریں کہ یہ مسئلہ حرارت نہ گزر کے مطابق ہے

د۔ دکھائیں گے $\Psi(x, t)$ میں جزو بیئت کو درج ذیل روپ میں لکھا جاسکتا ہے

$$\theta(t) = -\frac{1}{\hbar} \int_0^1 E_1(t') dt' \quad (10.6)$$

جہاں لمحہ t پر لمحاتی امتیازی قدر $E_n(t) \equiv n^2\pi^2\hbar^2/2m\omega^2$ ہوگا اس نتیجہ پر تبصرہ کریں

۱۰.۱.۲ مسئلہ حرارت نہ گزر کا ثبوت

مسئلہ حرارت نہ گزر بظاہر معقول نظر آتا ہے اور اسے باآسانی بیان کیا جاسکتا ہے تاہم اس کو ثابت کرنا اتنا آسان نہیں ہے غیر تابع وقت ہیملٹنی کی صورت میں ایک ذرہ جو n وی امتیازی حال ψ_n میں آغاز کریں

$$H\psi_n = E_n\psi_n \quad (10.7)$$

وہ ڈوری جزو ضربی اپنانے کے علاوہ اسی n وی امتیازی حال میں رہتا ہے

$$\Psi_n(t) = \psi_n e^{-iE_n t/\hbar} \quad (10.8)$$

اگر ہیملٹنی وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا ہوں تب امتیازی تفاسلات اور امتیازی افتدار بھی تابع وقت ہوں گے

$$H(t)\psi_n(t) = E_n(t)\psi_n(t) \quad (10.9)$$

لیکن اب بھی کسی ایک مخصوص لمحہ پر یہ معیار عمودی سلسلہ

$$(10.10) \quad \langle \psi_n(t) | \psi_m(t) \rangle \delta_{nm}$$

تین گے جو مکمل ہے لہذا تابع وقت شروع و نگر مساوات

$$(10.11) \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(t) = H(t) \Psi(t)$$

کے عمومی حل کو ان کا خطی مجموعہ

$$(10.12) \quad \Psi(t) = \sum_n c_n(t) \psi_n(t) e^{i\theta_n(t)}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں

$$(10.13) \quad \theta_n(t) \approx -\frac{1}{\hbar} \int_0^1 E_n(t') dt'$$

وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے ہوئے E_n کی صورت میں معیاری دوری جزو ضربی کو عمومیت دیتا ہے میں اس کو ہمیشہ کی طرح عددی سر $c_n(t)$ میں عزم کر سکتا تھا لیکن غیر تابع وقت ہیملٹنی کی صورت میں بھی یہ پایا جاتا تھا طبیعت وقت کے اس حصہ کو سر یہی لکھن آموزوں ہوگا مساوات 12.10 کو مساوات 11.10 میں پر کرنے سے درج ذیل حاصل ہوگا

$$(10.14) \quad i\hbar \sum_n [\dot{c}_n \psi_n + c_n \dot{\psi}_n + i c_n \psi_n \theta_n] e^{i\theta_n} = \sum_n c_n (H \psi_n) e^{i\theta_n}$$

جہاں وقت کے لحاظ سے تفرق کو نکتے سے ظاہر کیا گیا ہے مساوات 9.10 اور 13.10 کی بنا آخری دو اجزاء کٹ جاتے ہیں لہذا درج ذیل باقی رہتا ہے

$$(10.15) \quad \sum_n \dot{c}_n \psi_n e^{i\theta_n} = - \sum_n c_n \dot{\psi}_n e^{i\theta_n}$$

اس کا ψ_m کے ساتھ اندرونی ضرب لے کر لمحاتی امتیازی تفاسلات کی معیار ہمدیت مساوات 10.10 بروئے کار لاتے ہوئے

$$\sum_n \dot{c}_n \delta_{mn} e^{i\theta_n} = - \sum_n c_n \langle \psi_m | \dot{\psi}_n \rangle e^{i\theta_n}$$

یا درج ذیل ہوگا

$$(10.16) \quad \dot{c}_m(t) = - \sum_n c_n \langle \dot{\psi}_m | \psi_n \rangle e^{\theta_n - \theta_m}$$

اب مساوات 9.10 کا وقت کے ساتھ تفرق لیتے ہیں

$$\dot{H}\psi_n + H\dot{\psi}_n = \dot{E}_n\psi_n + E_n\dot{\psi}_n$$

اور یہاں بھی ψ_m کے ساتھ اندرونی ضرب لے کر درج ذیل ہوگا

$$(10.17) \quad \langle \psi_m | \dot{H} | \psi_n \rangle + \langle \psi_m | H | \dot{\psi}_n \rangle = \dot{E}_n \delta_{mn} + E_n \langle \psi_m | \dot{\psi}_n \rangle$$

ہم H کے ہر مشی ہونے سے فائدہ اٹھاتے ہوئے $\langle \psi_m | H | \dot{\psi}_n \rangle = E_m \langle \psi_m | \dot{\psi}_n \rangle$ لکھتے ہیں۔ $n \neq m$ کی صورت میں درج ذیل ہوگا

$$(10.18) \quad \langle \psi_m | \dot{H} | \psi_n \rangle = (E_n - E_m) \langle \psi_m | \dot{\psi}_n \rangle$$

یہ جانتے ہوئے کہ توانائیاں غیر انخطاطی ہے مساوات 18.10

جوابات

فهرست

54relation,	allowed
energy	26energies,
22allowed,	51 argument,
31conservation,	Bessel
13ensemble,	99function,spherical
expectation	107energy,binding
6value,	Bohr
formula	106radius,
16Broglie,De	106formula,Bohr
Fourier	25conditions,boundary
52transform,inverse	98term,centrifugal
52transform,	83states,coherent
Frobenius	4collapses,
45method,	commutation
function	36relation,canonical
59delta,Dirac	90relations,canonical
generalized	36commutator,
59distribution,	28complete,
59function,	77continuous,
generating	90continuum,
50function,	coordinates
generator	91spherical,
86space,intranslation	3interpretation,Copenhagen
86time,intranslation	75degenerate,
Gram-Schmidt	delta
79process,orthogonalization	28Kronecker,
21Hamiltonian,	Dirac
harmonic	80orthonormality,
25oscillator,	77discrete,
	dispersion

- 3realist,
- 12potential,
- 97effective,
- probability
- 8density,
- quantum
- 105number,principle
- numberquantum
- 96azimuthal,
- 96magnetic,
- 99numbers,quantum
- 97equation,radial
- recursion
- 46formula,
- reflection
- 64coefficient,
- 73time,revival
- Rodrigues
- 49formula,
- 94formula,Rodrigues
- Rydberg
- 113constant,
- 113formula,
- Schrodinger
- 20time-independent,
- 1align,Schrodinger
- series
- 113Balmer,
- 28Fourier,
- 113Lyman,
- 113Paschen,
- 35power,
- 34Taylor,
- spherical
- 96harmonics,
- 11square-integrable,
- 7deviation,standard
- state
- 58bound,
- 113Helium,
- Hermitian
- 40conjugate,
- 3variables,hidden
- 2indeterminacy,
- ladder
- 38operators,
- Laguerre
- 108polynomial,associated
- 108polynomial,
- 90Laplacian,
- law
- 34Hooke,
- Legendre
- 94associated,
- linear
- 22combination,
- 113Lithium,
- 6mean,
- 6median,
- 14momentum,
- Neumann
- 99function,spherical
- 27node,
- 10normalization,
- 14operator,
- 38lowering,
- 38raising,
- 27orthogonal,
- 28orthonormal,
- Planck's
- 113formula,
- polynomial
- 48Hermite,
- position
- 3agnostic,
- 3orthodox,

- اتاقی
حالات، 83
اجزائی
توانائیاں، 26
استمراری، 77
استمراریہ، 90
اصول
عدم یقینیت، 16
انتشاری
رشتہ، 54
انخطاطی، 75
انعکاس
شرح، 64
اوسط، 6
- بقا
توانائی، 31
بندشی توانائی، 107
بوہر
رداس، 106
کلیہ، 106
بیل
کروی تقاعل، 99
- پلانک
کلیہ، 113
پیداکار
فضا میں انتقال کا، 86
وقت میں انتقال، 86
پیداکار
تقاعل، 50
- تبادلہ
باضابطہ رشتہ، 36
باضابطہ رشتہ، 90
تبادلہ کار، 36
تجدیدی عرصہ، 73
ترسیل
شرح، 64
- تسل
المر، 113
پاشن، 113
- 27excited,
107,27ground,
58scattering,
statistical
2interpretation,
66function,step
theorem
28Dirichlet's,
15Ehrenfest,
52Plancherel,
112transition,
transmission
64coefficient,
65,58tunneling,
58points,turning
16principle,uncertainty
variables
19of,separation
7variance,
velocity
54group,
54phase,
wave
64incident,
52packet,
64reflected,
64transmitted,
1function,wave
16wavelength,

- ساکن
حالات، 21
سرحدی شرائط، 25
سرنگ زنی، 58، 65
سگرا، 13
سوچ
انکاری، 3
تقلید پسند، 3
حقیقت پسند، 3
سیڑھی
عاملین، 38
سیڑھی تفاعل، 66
شروڈنگر
غیر تابع وقت، 20
شروڈنگر تصویر کشی، 86
شروڈنگر مساوات، 1
شماریاتی مفہوم، 2
طول موج، 16، 113
عامل
تقلیل، 38
رفت، 38
عبور، 112
عدم تعین، 2
عدم یقینیت اصول، 16
عندروہ، 27
علیحدگی متغیرات، 19
عمودی، 27
معیاری، 28
غیر مسلسل، 77
منرو وینوس
ترکیب، 45
فورسیر
الٹ بدل، 52
بدل، 52
قابل تکامل مربع، 11
قانون
- ٹیلر، 34
طامتی، 35
فورسیر، 28
لیمان، 113
تغییریت، 7
تفاعل
ڈیلٹا، 59
تفاعل موج، 1
توالی
کلیہ، 46
توانائی
اجزائی، 22
توقعاتی
قیمت، 6
جفت
تفاعل، 24
حال
بکھراؤ، 58
زمینی، 27، 107
مقید، 58
ہیجان، 27
خطی جوڑ، 22
خفیہ متغیرات، 3
دلیل، 51
ڈیراک
معیاری عمودیت، 80
ڈیلٹا
کرونیگر، 28
رداسی مساوات، 97
رڈبرگ، 113
کلیہ، 113
رفتار
دوری سستی، 54
گروہی سستی، 54
روڈریگیس
کلیہ، 94

- ۳۴، ہا
- کثافت
- ۸، احتال
- کثیر رکنی
- ۴۸، ہرمانٹ
- کروی
- ۹۶، ہارمونیات
- کلیہ
- ۱۶، ڈی پروگ
- ۴۹، روڈریگیس
- کوانٹم
- ۱۰۵، صدر عدد
- ۹۹، کوانٹائی اعداد
- کوانٹائی عدد
- ۹۶، استی
- ۹۶، مقناطیسی
- ۳، کوپن ہیگن مفہوم
- گرام شمہ
- ۷۹، ترکیب عمودیت
- ۴، گر کر
- ۹۰، لاپلاسی
- لاگ
- ۱۰۸، شریک کثیر رکنی
- ۱۰۸، کثیر رکنی
- ۱۱۳، تقسیم
- لیوڈنڈر
- ۹۴، شریک
- متعمم
- ۵۹، تقا عمل
- ۵۹، تقسیم
- محمد
- ۹۱، کروی
- ۱۲، مخفیہ
- ۹۷، موثر
- مر قش
- ۲۵، ہارمونی
- ۹۸، مرکز گریز جبزو
- مسئلہ
- ۱۵، اہر نفٹ
- ۵۲، پلانشرال
- ۲۸، ڈرٹلہ
- ۱۰، معمول زنی
- ۱۴، معیار حرکت
- ۲۸، معیار عمودی
- ۷، معیاری انحراف
- ۲۸، مکمل
- موج
- ۶۴، آمدی
- ۶۴، ترسیلی
- ۶۴، منعکس
- ۵۲، موجی اکٹھ
- نیومن
- ۹۹، کروی تقا عمل
- ۵۸، واپسی نقاط
- ۶، وسطانیہ
- ہارمونی
- ۲۵، مر قش
- ۴۰، جوڑی دار
- ۸۶، ہیزنبرگ تصویر کشی
- ۱۱۳، ہیلم
- ۲۱، ہیملٹنی