

Université de LILLE Faculté des Sciences et Techniques

Recherche opérationnelle : Projet sur le problème de distribution

 $\begin{array}{c} {\rm MASTER} \ 2 \\ {\rm Ing\acute{e}nierie} \ {\rm Statistique} \ {\rm et} \ {\rm Num\acute{e}rique} \end{array}$

Professeur: Mr Bernhard Beckermann

Préparé par : khalil AL-SAYED

le 10 Octobre 2021

Table des matières

1	Introduction	2
2	- Présentation du problème	4
3	- Modélisation mathématique en langage AMPL	8
	3.1 la partie modèle (exo2.mod)	8
	3.2 La partie data (exo2.data)	12
4	- Résultats et interprétation	1 4
5	Conclusion	22

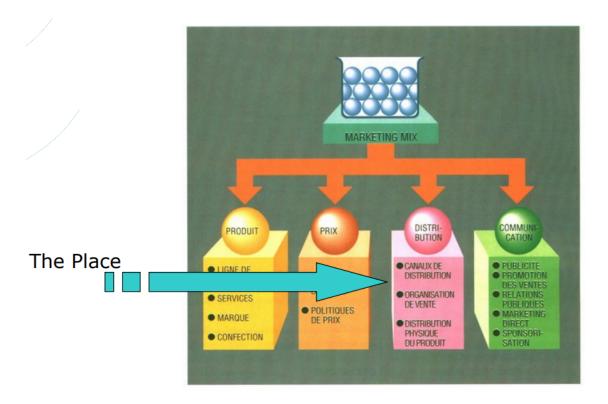
1

1 Introduction

L'activité de distribution est l'ensemble des moyens et opérations qui permettent à un produit d'être mis à la disposition du consommateur final à l'aide d'un canal de distributions qui est la voie d'acheminement de biens de même nature entre le fournisseur et le consommateur, soit à travers des intermédiaires (Usine/fournisseur - Dépôts/commercial) soit par une distribution directe (Usine/fournisseur - Client/consommateur). Le choix du canal de distribution dépend du type de produit vendu, de la taille et de la structure de l'entreprise productrice ainsi que de ses objectifs commerciaux et de sa puissance de négociation, de la forme de commerce des points de vente choisis pour distribuer les produits.

La distribution fait partie des 4 composantes du marketing mix à savoir :

- Produit
- Prix
- Place (où figure la distribution)
- Promotion



L'un des tous premiers travaux dont le but était de fournir un outil d'aide à la décision pour optimiser le transport des produits et des tournées des véhicules associées remonte aux années cinquante (Dantzig 1959).

Depuis cette publication, l'augmentation croissante des puissances de calculs des ordinateurs modernes associées aux nombreux développements théoriques s'appuyant sur des théories aussi diverses que la programmation linéaire, la programmation par contraintes, les heuristiques et métaheuristiques ont permis le développement d'outils d'aide à la décision offrant aux décideurs la possibilité de générer des tournées de véhicules pour satisfaire les demandes des clients en respectant un ensemble de contraintes et visant un ensemble d'objectifs précis.

AMPL (A Mathematical Programming Language) est un language de modélisation algébrique qui sert à décrire et résoudre des problèmes de grande complexité pour le calcul mathématique à grande échelle (c'est-à-dire des problèmes de type optimisation et planification à grande échelle). (source - Wikipédia)

Dans ce rapport, nous intéressons à l'optimisation du coût total d'une distribution pour satisfaire des clients toute en respectant des contraintes de capacité des usines, débit des entrepôts qu'on utilisera comme intermédiaires pour transporter des produits à des clients, et la contraintes de stockages qu'on doit le mettre à jour dans les entrepôts. La première partie sera consacrée à la présentation du problème et ses différents facteurs, contraintes, objectif, puis la deuxième partie fera l'objet de la formulation mathématique du problème sous forme d'un système de minimisation qu'on va résoudre à la troisième partie du rapport, et donner des interprétations des résultats obtenus à chaque fois qu'on change un paramètre afin de voir l'effet sur notre objectif, et enfin, on finira par donner en annexe le code AMPL utilisé pour la résolution du problème.

2 - Présentation du problème

Dans ce problème, nous traitons la situation de distribution d'un produit, nous avons six clients noté C1 jusqu'à C6, chacun ayant une demande connue pour un produit. La demande des clients peut être satisfaite à partir d'un ensemble de quatre dépôts, ou directement à partir d'un ensemble de deux usines. Chaque dépôt peut supporter un débit maximal de produit mensuellement afin de le transporter également vers les clients, et chaque usine peut produire une quantité maximale de produits. Les coûts associés au transport du produit, d'une usine à un dépôt, d'un dépôt à un client, ou d'une usine directement à un client sont bien connus.

Notre réseau de distribution contient deux usines, un à Liverpool et un autre à Brighton, qui fabriquent un produit. Lap prmière contrainte du problème est que chacune a une capacité de production maximale comme on l'observe sur le tableau suivant :

USINE	CAPACITÉ DE
	PRODUCTION LIMITE
LIVERPOOL	150 000
BRIGHTON	200 000

FIGURE 1 – Capacité limite de production mensuelle

Le produit peut être livré depuis une usine vers un ensemble de quatre dépôts situés sur les quatre villes suivantes : Newcastle, Birmingham, Londres, et Exeter. La deuxième contrainte qu'on trouve est que chaque dépôt a un débit maximal mensuel ça veut dire qu'il ne pas pas recevoir autant de produit que sa capacité limite. Les dépôts ne produisent et ne consomment pas le produit et se contentent de le transmettre aux clients. Le tableau suivant montre le débit mensuel maximal de chaque dépôt :

DÉPÔT	DÉBIT MENSUEL LIMITE
NEWCASTLE	70 000
BIRMINGHAM	50 000
LONDRES	100 000
EXETER	40 000

FIGURE 2 – Débit mensuel limite du dépôt

La troisième contrainte du problème est le besoin mensuel de chaque client. En effet, on a une quantité exacte à fournir qu'on peut ni dépasser ni lui livrer moins afin de garder la perfection de la relation client/fournisseur, soit depuis l'usine ou le dépôt comme le montre le tableau ce dessous :

CLIENT	BESOIN MENSUEL (TONNES)
C1	50 000
C2	10 000
C3	40 000
C4	35 000
C5	60 000
C6	20 000

FIGURE 3 – Besoins mensuels des clients

La quatrième contrainte porte sur la balance ou ce qu'on appelle aussi "conservation du flot", il faut que la quantité qui arrive à un dépôt soit égale à la quantité sortante en distribution vers les clients, on reviendra attentivement dans la partie modélisation mathématique du problème en langage AMPL.

Finalement, les coûts de transportation (livraison) sont indiqués la figure 5 (en livre par tonne). Les colonnes correspondent aux points d'origine (usines / dépôts) et les lignes aux points de destination (dépôts / clients). Ainsi, par exemple, il en coûte 1 livre par tonne pour transporter le produit de Liverpool au client C1 et 2 livre pour livrer au client C4. Les cases vides dans le tableau indique que cette combinaison n'est pas possible. Par exemple, il n'est pas possible de transporter le produit de l'usine de Brighton au dépôt de Newcastle.

Après, on essayera de mettre en place une autre contrainte de préférences des clients qui ont habitués d'être livrés par des fournisseurs toute en minimisant le coût total de distribution, voici les préférences :

 Client 1	$50~000~\mathrm{tonnes}$	Client 2	10 000
 Client 3	40 000	Client 4	35000
 Client 5	60 000	Client 6	20 000

Dans une deuxième partie du problème, l'entreprise propose d'ouvrir de nouveaux dépôts à Bristol et Northampton, de fermer des dépôts - ceux de Newcastle et d'Exeter si nécessaire- ou de faire une extension à celui de Birmingham dans la limite d'avoir 4 dépôts au plus.

Les remboursements d'emprunts destinés à financer l'expansion de l'entreprise ainsi que

les débits correspondants sont donnés sur le tableau suivant :

	coûts	DÉBITS
BRISTOL	12 000	30 000
NORTHAMPTON	4 000	25 000
BIRMINGHAM (EXTENSION)	3 000	20 000

FIGURE 4 – Remboursements d'emprunts pour financer l'expansion de l'entreprise

Les économies mensuelles occasionnées par la fermeture du dépôt de Newcastle sont de 10 000 livres tandis que pour Exeter on aura 5000 livres de gain. Les coûts de distributions sont les suivants :

FOURNIT À (TONNES)	USINE LIVERPOOL	USINE BRIGHTON	DÉPÔT NEWCASTLE	DÉPÔT BIRMINGHAM	DÉPÔT LONDRES	DÉPÔT EXETER	DÉPÔT BRISTOL	DÉPÔT NORTHAMPTON
BRISTOL	0.6	0.4	-	-	-	-	-	-
NORTHAMPTON	0.4	0.3	-	-	-	-	-	-
NEWCASTLE	0.5	-	-	-	-	-	-	-
BIRMINGHAM	0.5	0.3	-	-	-	-	-	-
LONDRES	1.0	0.5	-	-	-	-	-	-
EXETER	0.2	0.2	-	-	-	-	-	-
C1	1.2	2.0	-	1.0	-	-	1.2	-
C2	-	-	1.5	0.5	1.5	-	0.6	0.4
СЗ	1.5	-	0.5	0.5	2.0	0.2	0.5	-
C4	2.0	-	1.5	1.0	-	1.5	-	0.5
C5	-	-	-	0.5	0.5	0.5	0.3	0.6
C6	1.0	-	1.0	-	1.5	1.5	0.8	0.9

FIGURE 5 – coût de transportation

Ci dessous, on a une illustration du problème en question.

USINES DEPOTS CLIENTS C1 Newcastle Usine de Birmingham Liverpool C3 London Usine de Brighton Exeter

C6

3 - Modélisation mathématique en langage AMPL

3.1 la partie modèle (exo2.mod).

Les ensembles : Nous créons 9 ensembles comme suit :

- set USINE; Il rassemble les usines, ici Liverpool et brighton.
- **set DEPOTS**; Il rassemble les Dépôts, ici Newcastle, Birmingham, Londres, Exeter, Bristol et Northampton.
- set CLIENTS; Il rassemble les Clients, ici C1, C2, C3, C4, C5 et C6.
- set USINE_DEPOTS := USINE union DEPOTS; Il permet de réunir les deux ensembles USINE et DEPOTS dans l'ensemble USINE_DEPOTS, de cette manière, USINE_DEPOTS contient Liverpool, brighton, Newcastle, Birmingham, Londres, Exeter, Bristol et Northampton.
- set DEPOTS_CLIENTS := DEPOTS union CLIENTS; Il permet de réunir les deux ensembles DEPOTS et CLIENTS dans l'ensemble DEPOTS_CLIENTS, de cette manière, DEPOTS_CLIENTS contient C1, C2, C3, C4, C5, C6, Newcastle, Birmingham, Londres, Exeter, Bristol et Northampton.
- **set DEPOTS_OUVRIR_FERMER ordered**; Il contient les dépôts que nous pouvons ouvrir ou fermer ainsi que les dépôts que nous pouvons étendre (extension), alors DEPOTS_OUVRIR_FERMER contient Birmingham, Newcastle, Exeter, Bristol et Northampton.
- set DEPOTS_OUVRIR_FERMER_SANS_BIRMINGHAM := DEPOTS_OUVRIR_FERMER diff {first(DEPOTS_OUVRIR_FERMER)};
 Il contient seulement les dépôts que nous pouvons ouvrir ou fermer, donc c'est l'ensemble DEPOTS_OUVRIR_FERMER mais sans Birmingham, alors il contient Newcastle, Exeter, Bristol et Northampton.
- set USINE_NE_LIVRE within (DEPOTS_CLIENTS cross USINE);
 Il Contient les chemins de livraison verrouillées des Usines et il est former de deux coordonnées le première appartient au DEPOTS_CLIENTS et le deuxième au USINE, par exemple si on a (Birmingham, Liverpool) ∈ USINE_NE_LIVRE alors l'Usine Liverpool ne peut pas livrer à Birmingham.
- set DEPOTS_NE_LIVRE within (CLIENTS cross DEPOTS); Il Contient les chemins de livraison verrouillées des Dépôts et il est former de deux coordonnées le première appartient au CLIENTS et le deuxième au DEPOTS, par exemple si on a (C5, Londres) ∈ DEPOTS_NE_LIVRE alors le dépôts Londres ne peut pas livrer à C5.

Les paramètres : On dispose de cinq paramètres qu'on définit comme suit :

- param Couts_Distribution{DEPOTS_CLIENTS,USINE_DEPOTS}≥ 0; C'est la table qui contient les coûts de distribution connus depuis les usines vers (les dépôts et les clients) et des dépôts vers les clients.
- param Capacite_Usine $\{USINE\} \ge 0$; C'est la capacité de production limitée pour chaque usine.
- param Capacite_Depots $\{DEPOTS\} \ge 0$; C'est la débit mensuel limité de chaque dépôt.
- param Besoins_Clients{CLIENTS} ≥ 0 ; C'est le besoin mensuel à satisfaire pour chaque client C1, C2, C3, C4, C5 et C6.
- param Cout_Occasionnees {DEPOTS_OUVRIR_FERMER} ≥ 0 ; Il contient les coûts d'ouverture des deux dépôts Bristol et Northampton, le coût de l'extension du dépôt Birmingham, et les économies mensuelles occasionnées par la fermeture des deux dépôts Newcastle et Exeter.

Les variables: On a trois variables pour résoudre notre problème, deux variables continues et une seule variable binaire, et elles sont toutes positives ou nulles par définition.

- agr_ouv_fer{DEPOTS_OUVRIR_FERMER} binary; C'est une variable binaire indicé par DEPOTS_OUVRIR_FERMER, elle vaut 1 dans le cas de l'extension du dépôt de Birmingham et 0 sinon. Pour les autres indices dépôts c'est 1 dans le cas d'ouverture et 0 dans le cas de fermeture.
- Usine_Fournit{DEPOTS_CLIENTS,USINE} ≥ 0 ; C'est une variable sous forme d'une matrice (tableau) qui contient les dépôts et les clients en ligne et les usines en colonnes, les coefficients de ce tableau sont les quantités livrées de chaque usine (en colonne) à chaque dépôt ou client (en ligne).
- **Depots_Fournit{CLIENTS,DEPOTS}** \geq **0**; C'est une variable sous forme d'un tableau qui contient les clients en ligne et les dépôts en colonnes, les coefficients de ce tableau sont les quantités livrées de chaque dépôt (en colonne) à chaque client (en ligne).

<u>La fonction à minimiser</u>: L'objectif de cette étude est de minimiser le coût total de livraison, nous traduisons alors notre fonction objectif comme une somme de trois valeurs essentielles :

- sum{t in DEPOTS_CLIENTS, p in USINE} Couts_Distribution[t,p] ×Usine_Fournit[t,p], c'est la somme des quantités livrées par les usines vers les dépôts et les clients (Usine_Fournit[t,p]), multipliées par le coût de distribution de chacun (Couts_Distribution[t,p]), donc c'est le coût total de la distribution des usines vers les dépôts et les clients.
- sum{t in CLIENTS, p in DEPOTS} Couts_Distribution[t,p] ×Depots_ Fournit[t,p], c'est la somme des quantités livrées par les dépôts vers les clients (Depots_Fournit[t,p]), multipliées par le coût de distribution de chacun, donc c'est le coût total de la distribution des dépôts vers les clients.

 $-- sum\{p \ in \ DEPOTS_OUVRIR_FERMER\} \ agr_ouv_fer[p] \times Cout_Occasio \\ nnees[p] \ -10000 - 5000,$

Ici, nous prenons en compte la possibilité d'ouvrir, de fermer ou d'agrandir des dépôts, et le coût de ces actions.

Pourquoi -10000 et -5000?:

Si on garde le dépôt de Newcastle (agr_ouv_fer[Newcastle] = 1) alors cela ne nous coûtera rien alors agr_ouv_fer[Newcastle] $\times 10000$ -10000=0, la même chose pour Exeter agr_ouv_fer[Exeter] $\times 5000$ -5000=0, et si on ferme le dépôt de Newcastle ou Exeter (respectivement) (agr_ouv_fer[Newcastle] = 0 et agr_ouv_fer[Exeter]=0), nous gagnerons 10000 livres ou 5000 livres respectivement, alors il faut soustraire 10000 et 5000 de notre coût.

Donc, notre fonction objectif est la somme des ces trois valeurs au dessus, et c'est la valeur à minimiser :

 $\begin{aligned} & sum\{t \ in \ DEPOTS_CLIENTS, p \ in \ USINE\} \ Couts_Distribution[t,p] \times Usine_\\ & Fournit[t,p] \ + sum\{t \ in \ CLIENTS, \ p \ in \ DEPOTS\} \ Couts_Distribution[t,p] \\ & \times Depots_Fournit[t,p] + sum\{p \ in \ DEPOTS_OUVRIR_FERMER\} \\ & agr \ ouv \ fer[p] \times Cout \ Occasionnees[p] \ -10000-5000 \ ; \end{aligned}$

Les contraintes: Nous avons neuf contraintes qui sont définies comme suit :

- subject to Null_Usine_Depots_Fournit: sum{(t,p) in USINE_NE_LIVRE} Usine_Fournit[t,p] + sum{(t,p) in DE-POTS_NE_LIVRE} Depots_Fournit[t,p] =0; Cette contrainte a pour objectif de interdire la livraison d'un groupe d'usines à certains dépôts et clients (\sum Usine_Fournit[t,p]=0) selon l'ensemble USINE_NE_LIVRE, et a pour objectif de interdire la livraison d'un groupe des dépôts à certains clients (\sum Depots_Fournit[t,p]=0) selon l'ensemble DEPOTS_NE_LIVRE.
- subject to Usine_Capacite $\{p \text{ in USINE}\}:$ sum $\{t \text{ in DEPOTS_CLIENTS}\}$ Usine_Fournit $[t,p] \leq \text{Capacite_Usine}[p];$ Cette contrainte Contribue à ce que les transferts de chaque usine (vers les dépôts et les clients) ne dépassent pas leur capacité de production (Capacite_Usine).
- subject to Clients_Besoins {t in CLIENTS}:
 sum {p in USINE} Usine_Fournit[t,p] + sum {p in DEPOTS} Depots_Fournit[t,p]
 ≥ Besoins_Clients[t];
 Cette contrainte contribue à la satisfaction des clients, alors il faut que toutes les
 quantités reçues par le client t des usines (Usine Fournit[t,]) avec les quantités
 - quantités reçues par le client t des usines (Usine_Fournit[t,]) avec les quantités reçues par le client t des dépôts (Depots_Fournit[t,]) doivent être supérieures ou égales à la demande du client t (Besoins_Clients[t]), ceci pour tout t.
- subject to Depots_Débits{t in DEPOTS} : sum{p in USINE} Usine_Fournit[t,p] \leq (if t='Birmingham' or t='Londres' then 1 else agr_ouv_fer[t])× Debit_Depots[t] + (if t='Birmingham' then agr_ouv_fer[t] else 0) × 20000; Cette contrainte Contribue à ce que les transferts des usines (vers chaque dépôts

- (t)) ne dépassent pas leur débit mensuel limité (Debit_Depots[t]). Tenant compte du fait que nous pouvons ouvrir, fermer ou agrandir des dépôts, nous allons expliquer le code en trois sections :
- 1. pour t= 'Birmingham' l'inégalité devient : sum{p in USINE} Usine_Fournit[t,p] ≤ Debit_Depots[t] + agr_ouv_fer[t] × 20000; et dans le cas d'extension de Birmingham (agr_ouv_fer[Birmingham] = 1) il faut augmenter le débit de 20000 alors c'est logique.
- 2. pour t= 'Londres' l'inégalité devient : sum{p in USINE} Usine_Fournit[t,p] ≤ Debit_Depots[t];
- 3. pour t= 'Newcastle', 'Exeter', 'Bristol' ou 'Northampton' l'inégalité devient : $sum\{p \text{ in USINE}\}$ Usine_Fournit[t,p] \leq agr_ouv_fer[t] \times Debit_Depots[t] ; alors dans le cas de fermeture d'un dépôt t (agr_ouv_fer[t] = 0) on trouve Usine_Fournit[t,p] = 0 pour tout p, vers les usines ne peuvent pas livrer dans ce dépôt t.
- subject to Balance {t in DEPOTS }:
 sum{p in USINE} Usine_Fournit[t,p] = sum{i in CLIENTS} Depots_Fournit[i,t];
 Cette contrainte Contribue à ce que toutes les marchandises qui arrivent de toutes les usines au dépôt t doivent être distribuées à tous les clients, pour tout t.
- subject to Nombre_De_Depots : sum{p in DEPOTS_OUVRIR_FERMER_SANS_BIRMINGHAM} agr_ouv_fer[p] ≤ 2 ;

Puisque par hypothèse il n'est pas souhaitable de maintenir plus de quatre dépôts, alors cette contrainte résout le problème.

On va maintenant parler de la contrainte attribuée à la question 3, pour cela il faut supprimer les croisillons verts dans l'environnement de travail exo2.mod, sinon ils doivent être conservés .

— subject to Preference_C5 : Depots_Fournit['C5','Birmingham'] = 50000;

Cette contrainte contribue à ce que le dépôt Birmingham envoie toutes ses marchandises au client C5 (satisfaction partielle de la préférence de C5 car son besoin mensuel est de 60000 tonnes et Birmingham ne dispose que de 50000 tonnes comme débit mensuel limite).

On va maintenant parler de la contrainte attribuée à 1ère question, pour cela il faut supprimer les croisillons verts dans l'environnement de travail exo2.mod, sinon ils doivent être conservés .

— subject to partie1:

agr_ouv_fer['Birmingham']+agr_ouv_fer['Bristol']+agr_ouv_fer['Northampton']=0;

Cette contrainte a pour objectif de fermer le dépot de Bristol et de Northampton et de rendre le dépôt de Birmingham normal (sans extension), ce sont les hypothèses de la première question.

— subject to partie1: sum{p in DEPOTS_OUVRIR_FERMER_SANS_BIRMINGHAM} agr_ouv_fer[p] =2;

cette contrainte et celle d'avant contribuent à ne pas fermer les dépôts Newcastle et Exeter, comme dans l'hypothèses de la première question.

3.2 La partie data (exo2.data)

Lorsque la partie modèle est finie de rédiger, nous pouvons rédiger la partie data dans laquelle toutes les données numériques seront référencées.

- set USINE := Liverpool Brighton;
- set DEPOTS := Newcastle Birmingham Londres Exeter Bristol Northampton;
- set DEPOTS_OUVRIR_FERMER := Birmingham Newcastle Exeter Bristol Northampton;

Cet ensemble contient les dépôts qu'on peut ouvrir ou fermer, ainsi que celui auquel on peut faire l'extension.

- set CLIENTS := C1 C2 C3 C4 C5 C6;

On va maintenant parler des données attribuées à la 1ère, 2ème et 4ème question (partie 2) , pour avoir les résultats, il faut supprimer les croisillons verts dans l'environnement de travail exo2.dat, sinon ils doivent être conservés .

set USINE_NE_LIVRE := (Newcastle, Brighton) (C2, Liverpool) (C2, Brighton) (C3, Brighton) (C4, Brighton) (C5, Brighton) (C5, Liverpool) (C6, Brighton);

Cet ensemble se compose des usines et (dépôts /clients) qui ne peuvent pas recevoir de ces usines, ce sont des cases vides dans le tableau de l'hypothèse.

set DEPOTS_NE_LIVRE := (C1, Newcastle) (C1, Londres) (C1, Exeter) (C2, Exeter) (C4, Londres) (C5, Newcastle) (C6, Birmingham) (C4, Bristol) (C1, Northampton) (C3, Northampton);

Cet ensemble se compose des dépôts et des clients qui ne peuvent pas recevoir de ces dépôts, ce sont des cases vides dans le tableau de l'hypothèse.

On va maintenant parler des données attribuées à la 3ème question , pour afficher les résultats de cette question il faut supprimer les croisillons verts dans l'environnement de travail exo2.dat, sinon ils doivent être conservés .

- set USINE_NE_LIVRE := (Newcastle, Brighton) (C2, Liverpool) (C2, Brighton) (C3, Brighton) (C4, Brighton) (C5, Brighton) (C5, Liverpool) (C6, Brighton) (C1, Brighton) (C6, Liverpool);
 - Idem que précédemment, mais nous y avons ajouté les usines non préférés pour chaque client selon la question 3.
- set DEPOTS_NE_LIVRE := (C1, Newcastle) (C1, Londres) (C1, Exeter) (C2, Exeter) (C4, Londres) (C5, Newcastle) (C6, Birmingham) (C4, Bristol) (C1,

Northampton) (C3, Northampton) (C1, Birmingham) (C2, Birmingham) (C2, Londres) (C6, Newcastle);

Idem que précédemment, mais nous y avons ajouté les dépôts non préférés pour chaque client selon la question 3.

```
param Couts_Distribution: Liverpool Brighton Newcastle Birmingham Londres Exeter
                                                                            Bristol Northampton :=
             Newcastle 0.5
                                0.3
             Birmingham 0.5
                                         0
                                                   0
                                                                      0
                                                                             0
                                                                                     0
             Londres
             Exeter
                      0.2
                                0.2
                                                              0
                                                                             0
                                                                                     0
                     0.6
             Bristol
                                0.4
                                         0
                                                                             0
                                                                                     0
            Northampton 0.4
                                         0
                                                   0
                                0.3
                                                                             0
                                         0
                                                                      0
                                                                             1.2
                                                              1.5
                      1.5
             С3
                                0
                                         0.5
                                                   0.5
                                                              2
0
                                                                      0.2
                                                                             0.5
             C4
                                0
                                                                      1.5
                                         1.5
                                                   1
             C5
                      0
                                                   0.5
                                                              0.5
                                                                      0.5
                                                                             0.3
                                                                                     0.6
                                                              1.5
```

- param Capacite_Usine := Liverpool 150000 Brighton 200000; C'est la capacité de production limitée pour chaque usine.
- param Debit_Depots := Newcastle 70000 Birmingham 50000 Londres 100000 Exeter 40000 Bristol 30000 Northampton 25000;
- param Cout_Occasionnees := Birmingham 3000 Newcastle 10000 Exeter 5000 Bristol 12000 Northampton 4000;

4 - Résultats et interprétation

L'objectif de ce problème bien évidemment est de minimiser le coût total de cette distribution tout en respectant les contraintes du problème. Après avoir compiler le code AMPL, on trouve comme coût minimal une somme de : **198 500 livre**.

FOURNIT À (TONNES)	USINE LIVERPOOL	USINE BRIGHTON	DÉPÔT NEWCASTLE	DÉPÔT BIRMINGHAM	DÉPÔT LONDRES	DÉPÔT EXETER
NEWCASTLE	0	-	-	-	-	-
BIRMINGHAM	0	50 000	-	-	-	-
LONDRES	0	55 000	-	-	-	-
EXETER	40 000	0	-	-	-	-
C1	50 000	0	-	0	-	-
C2	-	-	0	10 000	0	-
C3	-	-	0	0	0	40 000
C4	0	-	0	35 000	-	0
C5	0	-	-	5 000	55 000	0
C6	20 000	-	0	-	0	0

FIGURE 6 – Quantité livrée à chaque dépôt et client

On observe que l'usine de Liverpool a distribué au total 110 000 tonnes ce qui est cohérent avec sa capacité de production (fig-1) qui est de 150 000, de même pour l'usine de Brighton qui n'a pas dépassé sa capacité. Par rapport à la contrainte de balance qui elle aussi bien vérifiée, on remarque que le dépôt d'Exeter a reçu 40 000 tonnes de Liverpool et l'a distribué au client C3 totalement, de même pour Birmingham qui a reçu 50 000 tonnes depuis l'usine de Brighton et l'a distribué totalement sur les Clients C2 -C4 et C5 qui on reçu respectivement 10, 35 et 5 milles tonnes.

Au niveau des coûts choisis par les distributeurs, que ça soit usine ou dépôt ont choisi les trajets avec coûts les plus bas, par exemple : Liverpool a livré une quantité de 40 000 tonnes à Exeter avec un coût de 0.2livre/tonne dont l'atteinte du débit limite mensuel ce qui fait que l'usine de Brighton n'a rien livré à Exeter. Brighton a livré une quantité de 50 000 et 55 000 tonnes respectivement à Birmingham et Londres avec un coût de 0.3/tonne pour Birmingham et 0.5 pour Londres, d'où l'atteinte du débit limite pour Birmingham, par contre le dépôt de Londres a encore la possibilité de recevoir 45 000 tonnes.

Par rapport à la relation dépôt-client, on observe que Newcastle n'a rien distribué puisqu'elle n'a rien reçu, par contre Exeter a livré 40 000 tonnes pour un coût le plus bas qui est de 0.2livre/tonne, et Londres a livré pour le client C5 avec un coût de 0.5livre/tonne, puis Birmingham qui a livré pour C2-C4 et C5. Ainsi qu'on a bien satisfait le besoins mensuels de chaque client.

Maintenant, on augmente la capacité de production des usines et débit mensuel limite des dépôts pour voir leur effet sur le coût total de notre distribution.

- 1ème situation : Augmentation des capacités de production des usines.

comme on peut le voir sur le tableau , on a doublé leur capacité de production, par contre après la compilation du code,le coût total reste constant sur **198 500 livres** ni sur la quantité distribué sur les dépôts et les clients comme le montre le tableau ci-dessous.

Usine Liverpoo	l (Capacité lim	ite de produc	tion) Usi	ne Brighton (Capa	cité limite de	e production
	150 000 + <mark>150</mark>	000		200 000 + <mark>200 000</mark>		
FOURNIT À (TONNES)	USINE LIVERPOOL	USINE BRIGHTON	DÉPÔT NEWCASTLE	DÉPÔT BIRMINGHAM	DÉPÔT LONDRES	DÉPÔT EXETER
NEWCASTLE	0	-	-	-	-	-
BIRMINGHAM	0	50 000	-	-	-	-
LONDRES	0	55 000	-	-	-	-
EXETER	40 000	0	-	-	-	-
C1	50 000	0	-	0	-	-
C2	-	-	0	10 000	0	-
С3	-	-	0	0	0	40 000
C4	0	-	0	35 000	-	0
C5	0	-	-	5 000	55 000	0
C6	20 000	-	0	-	0	0

FIGURE 7 – Quantité livrée à chaque dépôt et client après l'augmentation des capacités de production des usines.

Ce qui est totalement logique, car la capacité de production n'a pas d'effet sur le coût total de distribution sous contraintes de débit mensuel limite des dépôts et besoins clients, ces deux derniers ne dépendent pas de la capacité de production des usines.

- 2 ème situation : Augmentation du débit mensuel limite des dépôts.

Dans cette partie, on a également doublé le débit mensuel limite de chaque dépôt et on remarque après l'exécution du code que le coût total de distribution est diminué de **15 000 livres**, et devenu égal à **183 500 livres**, ainsi qu'un changement au niveau de la quantité de distribution pour chaque client.

Accroissement des débits mensuels limites des dépôts:

Dépôt Newcastle	Dépôt Birmingham	Dépôt London	Dépôt Exeter
(Débit mensuel limite)	(Débit mensuel limite)	(Débit mensuel limite)	(Débit mensuel limite)
70 000 + 70 000	50 000 + 50 000	10 000 + 10 000	40 000 + 40 000

FIGURE 8 – Augmentation des débits mensuels limite des usines.

Pour l'illustration des changements, on prend comme exemple la quantité livrée depuis L'usine de Liverpool vers les dépôts et les clients avant et après le changement de débit limite des dépôts, et un autre graphique pour la quantité livrée avant et après ce changement depuis le dépôt d'Exeter.

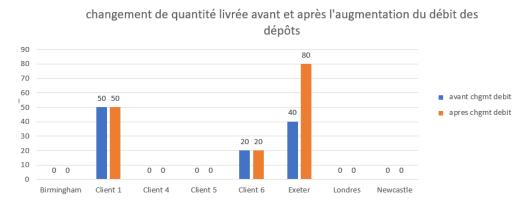
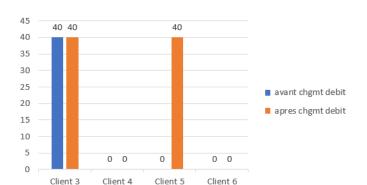


FIGURE 9 – Quantité livrée à chaque dépôt et client depuis liverpool en tonnes avant et après l'augmentation des débits limite des dépôts.

On observe que la quantité livrée à aux clients 1 et 6 est restée stable, par contre Exeter a doublé la quantité d'avant et passée de 40 000 à 80 000 tonnes avec un coût de 0.2/tonne ce qui justifie ce doublement.



Quantité livrée d'Exeter vers ses clients

FIGURE 10 – Quantité livrée aux clients depuis Exeter en tonnes avant et après l'augmentation des débits limite des dépôts.

Sur cette figure, on observe que le client C3 a gardé la même quantité vu qu'il a atteint son besoin mensuel limite , puis le client C5 est passé de 0 quantité livrée avant de

le changement du débit du dépôt d'Exeter à 40 000 tonnes, on justifie ce changement par le coût intéressant de transportation qui est de 0.5 livre/tonne au moment où une distribution vers les autres clients coûtera 1.5 livre/tonne, tout en respectant le besoin mensuel du client qui n'est pas encore atteint et qui est égale à 60 000 tonnes.

En Annexe, vous trouverez un tableau qui résume en détail le changement des quantités de chaque dépôts et clients dûs au changement du débit mensuels limites des dépôts.

- 3 <u>ème situation</u> : Augmentation du débit mensuel limite des dépôts et de la capacité de production limitée des usines en même temps.

Accroissement des capacités des usines et dépôts :						
Usine Liverpool (Capacité limite de production)	Usine Brighton (Capacité limite de production)	Dépôt Newcastle (Débit mensuel limite)	Dépôt Birmingham (Débit mensuel limite)	Dépôt Londres (Débit mensuel limite)	Dépôt Exeter (Débit mensuel limite)	
150 000 + 150 000	200 000 + 200 000	70 000+140 000	50 000+ 100 000	100 000+200 000	40 000+80 000	

FIGURE 11 – Accroissement du débit des dépôts et capacité des usines.

Dans cette partie et comme l'indique le titre et la figure, on augmente les limites de production des usines et débits mensuels des dépôts. Après l'exécution du code AMPL, on observe encore une diminution du coût total de distribution, on trouve une valeur de **183 500 livres** ainsi qu'un impact au niveau du schéma de la quantité distribuée dans les différents destinations. On prendra par exemple la distribution depuis l'usine de Liverpool, le graphique ci dessous montre les différents changements de quantités livrées.

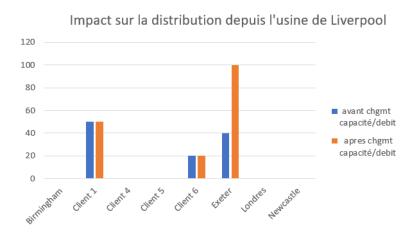


FIGURE 12 – Impact sur le schéma de distribution depuis l'usine de Liverpool 'en tonnes'.

Sur la figure ci-dessus, on remarque facilement l'impact du changement du débit des dépôts et capacité des usines sur la quantité livrée vers le dépôts d'Exeter depuis le l'usine de Liverpool qui est allé jusqu'à 100 000 tonnes à savoir avant le changement elle n'avait reçu que 40 000 tonnes, ce qui est toujours justifié par le coût bas de livraison de liverpool vers Exeter. Par contre, on voit une stabilité sur la quantité livré aux clients

vue la saturation de leur besoins mensuels.

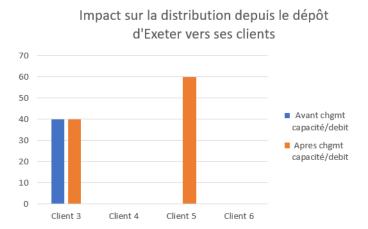


FIGURE 13 – Impact sur le schéma de distribution depuis le dépôt d'Exeter 'en tonnes'.

Sur ce graphique, on s'intéresse à la quantité livrée depuis le dépôt d'Exeter vers ses clients, pour le client 3 on remarque qu'il a gardé la même cadence de demande ce qui satisfait à ses besoins mensuels, au moment où on trouve un pic au niveau de la quantité livré pour le client 5 qui est passé de 0 tonnes avant le changement des paramètres jusqu'à 60 000 tonnes avec un coût de livraison de 0.5livre/tonnes, ce qui satisfait ses besoins mensuels.

Modèle sous la contrainte des préférences des clients :

Maintenant, on cherche à satisfaire les préférences des clients qui sont données de la manière suivante :

	Client 1	$50~000~\mathrm{tonnes}$	Client 2	10000
	Client 3	40 000	Client 4	35000
_	Client 5	60 000	Client 6	$20\ 000$

Certains clients en l'habitude d'être livrés depuis quelques dépôts/usines précis, et préfèrent garder ses relations et lâcher partiellement ou totalement la relation avec les autres. A l'aide du langage AMPL, on essaye de coder cette situation, ça veut dire qu'on doit rajouter une autre contrainte de préférence à notre modèle et voir si on peut vraiment satisfaire leurs préférences tout en respectant les contraintes de besoins mensuels de chaque clients, ainsi que la capacité de production des usines et le débit mensuel limite de chaque dépôt.

Après l'exécution du code AMPL, on a les résultats du tableau suivant :

FOURNIT À (TONNES)	USINE LIVERPOOL	USINE BRIGHTON	DÉPÔT NEWCASTLE	DÉPÔT BIRMINGHAM	DÉPÔT LONDRES	DÉPÔT EXETER
NEWCASTLE	45 000	-	-	-	-	-
BIRMINGHAM	0	50 000	-	-	-	-
LONDRES	0	30 000	-	-	-	-
EXETER	0	40 000	-	-	-	-
C1	50 000	-	-	-	-	-
C2	-	-	10 000	-	-	-
СЗ	0	-	0	0	0	40 000
C4	0	-	35 000	0	-	0
C5	-	-	-	50 000	10 000	0
C6	-	-	-	-	20 000	0

FIGURE 14 – Schéma de distribution sous contrainte de préférence des clients.

La figure ci dessus nous donnes la quantité livrée pour chaque client/dépôts sous la contrainte de préférence qui a coûté **246 000 livres**, le fait de rajouter la contrainte de préférence a fait augmenter le coût total par **47 500 livres**.

On observe que le client C1 a bien satisfait ses besoins mensuels depuis l'usine de Liverpool qui est bien sa préférence, également pour le client C2 qui a atteint son besoin mensuels 10 000 tonnes de chez son fournisseur préféré "dépôt de Newcastle", et on remarque qu'on a toujours respecté la contrainte de la balance puisque tout ce entre à Newcastle 45 000 tonnes - depuis l'usine de Liverpool- sort totalement en livraison en 10 000 pour le client C2 et 35 000 tonnes pour le client C4 qui n'a pas de préférence mais qui a bien reçu sa charge de besoin mensuel.

Pour le client C5, on a pu le satisfaire partiellement, avec une quantité de 50 000 tonnes depuis son dépôt de préférence qui est Birmingham mais qui n'a pas atteint son besoin mensuel limite qui est de 60 000 tonnes vue que la débit dépôt de Birmingham est limité à 50 000 tonnes, et donc on a livré 10 000 tonnes au client 5 depuis le dépôt de Londres pour satisfaire ses besoins de façon à minimiser le coût total de distribution.

Finalement, pour le client 6, il a reçu 20 000 tonnes en totalité depuis le dépôt de Londres qui fait partie de ses fournisseurs préférés, et on remarque qu'il n'a rien reçu du dépôt d'Exeter vu le coût intéressant de distribution 1.5livre/tonne ce qui est justifié par le choix d'Exeter d'avoir livré tout son débit vers le client C3 qui n'a pas de préférence mais qui ne lui coûtera pas trop cher - 0.2livre/tonne.

On visualise ici deux graphiques pour voir le changement du schéma de distribution pour chaque client suivant leur préférences :

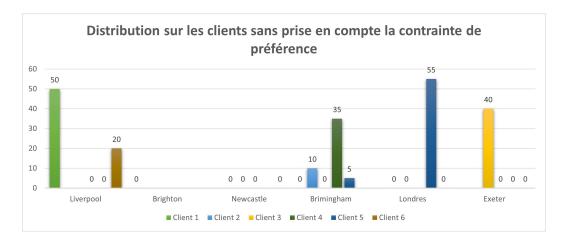


FIGURE 15 – Schéma de distribution sur les clients sans prise en compte de préférence .

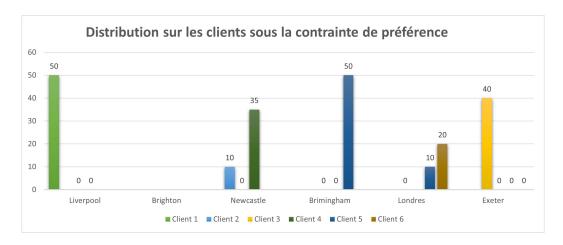


FIGURE 16 – Schéma de distribution sur les clients sous la contrainte de préférence.

On voit très bien la différence de distribution, le client 1 reçoit sa demande de l'usine de Liverpool avant et après la mise en place de la contrainte de préférence vu que c'est bien son fournisseur préféré.

Pour le client 2, avant il reçoit sa demande du dépôt de Birmingham et sur la deuxième figure il l'a reçu de son dépôt prréféré Newcastle de façon à satisfaire toujours ses besoins mensuels.

Pour le client 5, sur la 1ère figure il reçoit sa demande du dépôt de Londres par contre sur la deuxième figure il l'a reçu partiellement du dépôt de Brimingham qui est son fournisseur préféré et a reçu 10 000 tonnes depuis Londres vu que Brimingham a bien atteint son débit limite mensuel, le choix du dépôt de Londres est de façon à minimiser le coût total de distribution vu que la livraison depuis Londres vers le client 5 coûte 0.5 livre/tonne, on pourra bien choisir le dépôt d'Exeter mais il a atteint également son débit limite mensuel en livrant à son client 6.

Questions?!

Peut-on ouvrir d'autres dépôts? fermés quelques uns? faire une extension de Birmingham?

La réponse de ces questions font l'objet de cette partie, l'entreprise a la possiblité d'ouvrir/fermer des dépôts, comme elle pourra faire une extension du dépôt de Birmingham sous les contraintes précédents et pour objectif ultime de minimiser le coût total de la distribution. Le tableau ci dessous montre le schéma de distribution après avoir rajouter les deux dépôts Bristol et Northampton et en calculant le coût total qui égale cette fois à **174 000 livres**.

FOURNIT À (TONNES)	USINE LIVERPOOL	USINE BRIGHTON	DÉPÔT NEWCASTLE	DÉPÔT BIRMINGHAM (EXTENSION)	DÉPÔT LONDRES	DÉPÔT EXETER	DÉPÔT BRISTOL	DÉPÔT NORTHAMPTON
NEWCASTLE	-	-	-	-	-	-	-	-
BIRMINGHAM (EXTENSION)	0	70 000	-	-	-	-	-	-
LONDRES	0	10 000	-	-	-	-	-	-
EXETER	40 000	0	-	-	-	-	-	-
BRISTOL	-	-	-				-	-
NORTHAMPTON	0	25 000	-				-	-
C1	50 000	0	-	0	-	-	-	-
C2	-	-	-	10 000	0	-	-	0
С3	0	-	-	0	0	40 000	-	-
C4	0	-	-	10 000	-	0	-	25 000
C5	-	-	-	50 000	10 000	0	-	0
C6	20 000	-	-	-	0	0	-	0

FIGURE 17 – Schéma de distribution sous la contrainte d'ouverture/fermeture/extension des dépôts.

D'après le tableau, on constate qu'il y'a deux dépôts qui n'ont rien livré ni aux clients ni aux autres dépôts, et donc il est possible de les fermer tant qu'ils n'ont pas de valeur ajoutée sur le schéma de distribution. Ces dépôts sont ceux de Newcastle et Bristol, on aura de plus 10 000 livres pour la fermeture du dépôt de Newcastle comme économies mensuelles occasionnées.

Vous trouverez sur les figures complémentaires (Annexe 2) un tableau du schéma de distribution en détail sous la contrainte de préférences des clients avec l'extension du dépôt de Birmingham, et la fermeture des deux dépôts d'Exeter et Bristol. Le coût total obtenu dans ce cas est de **233 000 livres**.

5 Conclusion

Le rapport porte sur un sujet très pertinent, c'est le problème de distribution de produit, afin de résoudre ce type de problème on utilise très souvent la méthode du Simplex comme par ailleurs le cas de notre rapport, tous les résultats trouvés étaient résolu par Simplex sous le langage AMPL. De plus, ce logiciel nous a permis d'obtenir des résultats bien détaillé sous forme de tableau ainsi que des graphiques interprétant les résultats trouvés.

Après l'étude du problème de notre projet, on aperçoit le poids de chaque contrainte pour la résolution de ce dernier, le débit mensuel limite des dépôts est l'un des facteurs intéressants qui ont un impact clair sur le schéma de distribution. D'autre part, les préférences des clients également ont augmenté le coût total de la distribution. Enfin, la proposition de faire une extension du dépôt de Birmigham et la fermeture des deux dépôts de Newcastle et Bristol était un bon choix qu'on a mis en oeuvre à l'aide de variables décisionnelles (bivalentes) vu qu'on a obtenu un coût total qui n'est pas trop élevé par rapport au coût initial avec les dépôts de la première partie du problème toute en respectant les autres contraintes à savoir la balance, besoin mensuel des clients.

6 Annexe 1 : Code AMPL

Fichier exo2.mod

```
set USINE:
2 set DEPOTS;
set DEPOTS_OUVRIR_FERMER ordered;
4 set DEPOTS_OUVRIR_FERMER_SANS_BIRMINGHAM := DEPOTS_OUVRIR_FERMER
     diff {first(DEPOTS_OUVRIR_FERMER)};
5 set CLIENTS;
6 set USINE_DEPOTS:= USINE union DEPOTS;
7 set DEPOTS_CLIENTS:= DEPOTS union CLIENTS;
8 set USINE_NE_LIVRE within (DEPOTS_CLIENTS cross USINE);
 set DEPOTS_NE_LIVRE within (CLIENTS cross DEPOTS);
10
11
12 param Couts_Distribution{DEPOTS_CLIENTS, USINE_DEPOTS}>=0;
13 param Capacite_Usine{USINE}>=0;
14 param Debit_Depots{DEPOTS}>=0;
param Besoins_Clients{CLIENTS}>=0;
16 param Cout_Occasionnees{DEPOTS_OUVRIR_FERMER}>=0;
17
18 var agr_ouv_fer{DEPOTS_OUVRIR_FERMER} binary;
19 var Usine_Fournit{DEPOTS_CLIENTS, USINE}>=0;
20 var Depots_Fournit{CLIENTS,DEPOTS}>=0;
21
22 minimize cout_total :
     (sum{t in DEPOTS_CLIENTS, p in USINE} Couts_Distribution[t,p]*
     Usine_Fournit[t,p] )+ (sum{t in CLIENTS, p in DEPOTS}
     Couts_Distribution[t,p]*Depots_Fournit[t,p])+(sum{p in
     -10000-5000;
```

```
subject to Null_Usine_Depots_Fournit:
     sum{(t,p) in USINE_NE_LIVRE} Usine_Fournit[t,p] + sum{(t,p) in
    27
28 subject to Usine_Capacite {p in USINE} :
    sum{t in DEPOTS_CLIENTS} Usine_Fournit[t,p] <= Capacite_Usine[p</pre>
    ];
30
subject to Clients_Besoins {t in CLIENTS}:
     (sum\{p in USINE\} Usine\_Fournit[t,p]) + (sum\{p in DEPOTS\})
    Depots_Fournit[t,p]) >= Besoins_Clients[t];
34 subject to Depots D bits {t in DEPOTS}:
     sum{p in USINE} Usine_Fournit[t,p] <= (if t='Birmingham' or t='</pre>
    Londres' then 1 else agr_ouv_fer[t])*Debit_Depots[t] + (if t='
    Birmingham' then agr_ouv_fer[t] else 0)*20000;
37 subject to Balance {t in DEPOTS} :
    sum{p in USINE} Usine_Fournit[t,p] = sum{i in CLIENTS}
    Depots_Fournit[i,t];
39
40 subject to Nombre_De_Depots :
    sum{p in DEPOTS_OUVRIR_FERMER_SANS_BIRMINGHAM} agr_ouv_fer[p]
41
42 #----exo3-----exo3------
43 #subject to Preference C5:
#Depots_Fournit['C5', 'Birmingham'] = 50000;
45 #-----
47 #----exo1-----exo1
48 #subject to partie1 :
    #agr_ouv_fer['Birmingham']+agr_ouv_fer['Bristol']+agr_ouv_fer['
    Northampton ']=0;
50 #subject to Partie1:
    #sum{p in DEPOTS_OUVRIR_FERMER_SANS_BIRMINGHAM} agr_ouv_fer[p]
```

Fichier exo2.dat

```
----exo3-----
#set USINE_NE_LIVRE := (Newcastle, Brighton) (C2, Liverpool) (C2,
     Brighton) (C3, Brighton) (C4, Brighton) (C5, Brighton) (C5,
     Liverpool) (C6, Brighton) (C1, Brighton) (C6, Liverpool);
14 #set DEPOTS_NE_LIVRE := (C1, Newcastle) (C1, Londres) (C1, Exeter) (
     C2, Exeter) (C4, Londres) (C5, Newcastle) (C6, Birmingham) (C4,
     Bristol) (C1, Northampton) (C3, Northampton) (C1, Birmingham) (C2
     , Birmingham) (C2, Londres) (C6, Newcastle);
16
17 param Capacite_Usine := Liverpool 150000 Brighton 200000;
18 param Debit_Depots := Newcastle 70000 Birmingham 50000 Londres
     100000 Exeter 40000 Bristol 30000 Northampton 25000;
19 param Besoins_Clients := C1 50000 C2 10000 C3 40000 C4 35000
     60000 C6 20000;
20 param Cout_Occasionnees := Birmingham 3000 Newcastle 10000 Exeter
     5000 Bristol 12000 Northampton 4000;
```

```
param Couts_Distribution: Liverpool Brighton Newcastle Birmingham Londres Exeter Bristol Northampton :=
            Newcastle 0.5
                             0.3
                                      a
            Birmingham 0.5
                                              0
                                                        0
                                                                a
                                                                      Θ
                                                                              Θ
            Londres
                    1
                             0.5
                                     0
                                               0
                                                        0
                                                                      0
                     0.2
                                     0
                                                        0
            Exeter
                             0.2
                                              0
                                                               0
                                                                      0
                                                                              0
            Bristol
                   0.6
                             0.4
                                     0
                                              0
                                                        0
                                                               0
                                                                      0
                                              0
           Northampton 0.4
                             0.3
                                     0
                                                        0
                                                               0
                                                                      0
                                                                              0
            C1
                    1
                             2
                                     0
                                              1
                                                        0
                                                                0
                                                                      1.2
                                                                              0
                                     1.5
                                              0.5
                                                        1.5
            C2
                    0
                             0
                                                               0
                                                                      0.6
                                                                             0.4
                                                       2
                                    0.5
            C3
                   1.5
                            0
                                             0.5
                                                               0.2
                                                                      0.5
                            0
                                    1.5
                                             1
            C4
                   2
                                                        0
                                                               1.5
                                                                      0
                                                                             0.5
                                             0.5
0
            C5
                    0
                             0
                                     0
                                                        0.5
                                                               0.5
                                                                      0.3
                                                                             0.6
                                     1
                                                        1.5
            C6
                    1
                             0
                                                               1.5
                                                                      0.8
                                                                              0.9;
```

Fichier exo2.run

```
# Reset the AMPL enviroment
reset;

# #load the model
model exo2.mod;

# #load the data
data exo2.dat;

# display the problem formulation
expand cout_total;

# change the solver (optional)
option solver cplex;

# #solve
solve;

# #show results
display Usine_Fournit, Depots_Fournit, cout_total, agr_ouv_fer;
```

7 - Annexe 2 : figures complémentaires

Cette figure est associée à la figure 8-9 et 10, la tableau contient le schéma de distribution avec un accroissement au niveau des débits mensuels des dépôts :

Accroissement des débits mensuels limites des dépôts:

Dépôt Newcastle	Dépôt Birmingham	Dépôt London Dépôt Ex			
(Débit mensuel limite)	(Débit mensuel limite)	(Débit mensuel limite)	(Débit mensuel limite)		
70 000 + 70 000	50 000 + 50 000	10 000 + 10 000	40 000 + 40 000		

FOURNIT À (TONNES)	USINE LIVERPOOL	USINE BRIGHTON	DÉPÔT NEWCASTLE	DÉPÔT BIRMINGHAM	DÉPÔT LONDRES	DÉPÔT EXETER
NEWCASTLE	0	-	-	-	-	-
BIRMINGHAM	0	65 000	-	-	-	-
LONDRES	0	0	-	-	-	-
EXETER	80 000	0	-	-	-	-
C1	50 000	0	-	0	-	-
C2	-	-	0	10 000	0	-
С3	-	-	0	0	0	40 000
C4	0	-	0	35 000	-	0
C5	0	-	-	20 000	0	40 000
C6	20 000	-	0	-	0	0

FIGURE 18 – schéma de distribution détaillé avec un accroissement au niveau des débits mensuels des dépôts.

Cette figure est associée à la partie Augmentation du débit mensuel limite des dépôts et de la capacité de production limitée des usines en même temps.

Accroissement des capacités des usines et dépôts :

Usine Liverpool (Capacité limite de production)	Usine Brighton (Capacité limite de production)	Dépôt Newcastle (Débit mensuel limite)	Dépôt Birmingham (Débit mensuel limite)	Dépôt Londres (Débit mensuel limite)	Dépôt Exeter (Débit mensuel limite)
150 000 + 150 000	200 000 + 200 000	70 000+140 000	50 000+ 100 000	100 000+200 000	40 000+80 000

FOURNIT À (TONNES)	USINE LIVERPOOL	USINE BRIGHTON	DÉPÔT NEWCASTLE	DÉPÔT BIRMINGHAM	DÉPÔT LONDRES	DÉPÔT EXETER
NEWCASTLE	0	-	-	-	-	-
BIRMINGHAM	0	45 000	-	-	-	-
LONDRES	0	0	-	-	-	-
EXETER	100 000	0	-	-	-	-
C1	50 000	0	-	0	-	-
C2	-	-	0	10 000	0	-
СЗ	-	-	0	0	0	40 000
C4	0	-	0	35 000	-	0
C5	0	-	-	0	0	60 000
C6	20 000	-	0	-	0	0

FIGURE 19 – schéma de distribution détaillé avec un accroissement au niveau des débits mensuels des dépôts et capacité de production des usines.

Cette figure ci dessous montre en détail le schéma de distribution de la partie 2 du problème sous la contrainte de préférence des clients.

FOURNIT À (TONNES)	USINE LIVERPOOL	USINE BRIGHTON	DÉPÔT NEWCASTLE	DÉPÔT BIRMINGHAM (EXTENSION)	DÉPÔT LONDRES	DÉPÔT EXETER	DÉPÔT BRISTOL	DÉPÔT NORTHAMPTON
NEWCASTLE	50 000		-	-	-	-	-	-
BIRMINGHAM (EXTENSION)	0	70 000	-	-	-	-	-	-
LONDRES	0	20 000	-	-	-	-	-	-
EXETER	-	-	-	-	-	-	-	-
BRISTOL	-	-	-	-	-	-	-	-
NORTHAMPTON	0	25 000	-	-	-	-	-	-
C1	50 000	-	-	-	-	-	-	-
C2	-	-	10 000	-	-	-	-	-
С3	0	-	40 000	0	0	-	-	-
C4	0	-	0	10 000	-	-	-	25 000
C5	-	-	-	60 000	-	-	-	-
C6	-	-	-	-	20 000	-	-	-

 ${\it Figure 20-Sch\'ema de distribution sous la contrainte d'ouverture/fermeture/extension des dépôts et préférences des clients.}$