



UNIVERSITÉ DE LILLE
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES

**Recherche opérationnelle :
Planification du fonctionnement
d'une usine**

MASTER 2
Ingénierie Statistique et Numérique

Professeur : Mr Bernhard Beckermann

Préparé par : Soufiane RAMI et Khalil AL-SAYED

le 30 Novembre 2021

Table des matières

1	Introduction	2
2	- Présentation du problème	4
3	- Modélisation mathématique en langage AMPL	6
3.1	la partie modèle (Question1.mod).	6
3.2	La partie data (Question1.data)	8
3.3	la partie modèle (Question2.mod).	9
3.4	La partie data (Question2.dat).	10
3.5	La partie modèle (Question3.mod).	11
3.6	La partie data (Question3.dat).	13
3.7	La partie post-optimization (Question3.run).	13
4	- Résultats et interprétation	14
5	- Conclusion	27
		28
6	- Annexe 1	35
7	- Annexe 2: figures complémentaires	

1 Introduction

La planification de fabrication ou de la production est l'allocation des matières premières, des ressources et des processus pour fabriquer des produits pour les clients. L'objectif de la planification du fonctionnement d'une usine est de faire en sorte que le processus de fabrication soit le plus efficace possible, en équilibrant les besoins de production c'est à dire la demande des clients avec les ressources disponibles de la manière la plus rentable possible. Il s'agit de s'assurer que les commandes sont exécutées de la manière la plus efficace et au meilleur délai, sans interruption, retard ou stress. Les grandes étapes de la planification de la production sont :

- La planification :

C'est le processus de fabrication qui permet de s'assurer avant tout qu'on dispose de suffisamment de matières premières, de main-d'œuvre et de ressources pour fabriquer des produits voulus dans les délais prévus. Une planification complète de la fabrication implique un suivi précis et régulier des éléments suivants :

- - Des matières premières
- - Des postes de travail
- - Des processus
- - Des fournitures

Il est nécessaire de comprendre comment chaque partie du processus de fabrication interagit et fonctionne dans un ensemble de manière optimale.

- Le routage de fabrication :

Le routage de fabrication est l'itinéraire ou le chemin à suivre à chaque étape du processus de fabrication. il est défini depuis les matières premières jusqu'à la production d'un produit fini. S'il est effectué correctement, on saura à tout moment l'étape où se trouve le produit et vers quelle machine se dirige ensuite.

- L'ordonnancement :

l'ordonnancement consiste à organiser la réalisation d'une suite de tâches dans le temps, en prenant en compte tout les types de contraintes de production, c'est à dire les contraintes temporelles, retards, priorités entre les tâches, capacités des machines, disponibilités des ressources.

- L'exécution :

Après avoir établi la planification, l'acheminement et l'ordonnancement de la production, vient la dernière étape qui est l'exécution. C'est celle d'émission des instructions afin de permettre la production.

Dans ce rapport, nous nous intéressons à l'optimisation du gain total "profit" d'une vente de produits fabriqués par une usine toute en respectant les contraintes de disponibilité des machines, le temps où l'usine est en activité, la limitation de vente de chaque produit par mois, la contrainte de stockage afin de garder la validité de la propriété dite de conservation de flot ou de balance.

La première partie sera consacrée à la présentation du problème et ses différents facteurs, contraintes, objectif, puis la deuxième partie fera l'objet de la formulation mathématique du problème sous forme d'un système de maximisation des bénéfices de nos ventes, ce qu'on va résoudre en deux sous parties dont l'utilisation de deux codes, le premier consiste à déterminer la valeur optimale du profit en respectant les contraintes citées précédemment, le deuxième code sera consacré au choix du meilleur planning possible pour la maintenance de chaque machine. Par la suite on donne des interprétations des résultats obtenus toute en prenant différentes valeurs des données afin de voir leur impact sur notre objectif, et enfin on finira par donner en annexe les deux code faits sur le logiciel AMPL.



FIGURE 1 – Planification de fabrication des produits.

2 - Présentation du problème

Dans ce problème, nous traitons la situation d'une usine qui dispose de cinq différentes machines pour fabriquer sept produits notés (PROD1 à PROD7), après la fabrication vient l'étape de la vente, et donc l'objectif principale est de maximiser le profit de l'usine. Les machines dont il dispose sont les suivantes : quatre broyeuses, deux foreuses verticales, trois foreuses horizontales, un alésoir et une raboteuse. Le tableau suivant donne le prix de vente de chaque produit fabriqué ainsi que le nombre d'heures d'utilisation nécessaire sur chaque type de machine.

	PROD1	PROD2	PROD3	PROD4	PROD5	PROD6	PROD7
PRIX DE VENTE	10	6	8	4	11	9	3
BROYEUSES	0.5	0.7			0.3	0.2	0.5
FOREUSES VERTICALES	0.1	0.2		0.3		0.6	
FOREUSES HORIZONTALES	0.2		0.8				0.6
ALÉSOIRS	0.05	0.03		0.07	0.1		0.08
RABOTEUSES			0.01		0.05		0.05

FIGURE 2 – Prix de vente des produits et temps nécessaire 'par heure' d'utilisation sur chaque machine

Lecture du tableau : comme exemple, le produit PROD1 à un prix de vente de 10, et a besoin pour être fabriqué de 0.5 heure sur les broyeuses, 0.4 heure sur les foreuses verticales, 0.2 sur foreuses horizontales et 0.5 sur l'alésoir.

Pour raison de maintenance, tous les mois, des machines sont indisponibles. Les machines qui sont en arrêt sont :

- Janvier : 1 broyeuse
- février : 2 foreuses horizontales
- Mars : 1 alésoir
- Avril : 1 foreuse verticale
- Mai : 1 broyeuse et 1 foreuse horizontale
- Juin : 1 raboteuse et 1 foreuse verticale

Ces deux informations font l'objet d'une contrainte sur le temps d'utilisation du produit sur une machine en fonction de sa disponibilité dans le temps.

On a un nombre limité à vendre de chaque produit qui fait l'objet d'une deuxième contrainte sur la limite de production de chaque produit par mois. Voici ces limitations :

	PROD1	PROD2	PROD3	PROD4	PROD5	PROD6	PROD7
JANVIER	500	1000	300	300	800	200	100
FÉVRIER	600	500	200	0	400	300	150
MARS	300	600	0	0	500	400	100
AVRIL	200	300	400	500	200	0	100
MAI	0	100	500	100	1000	300	0
JUIN	500	500	100	300	1100	500	60

FIGURE 3 – Limitation de vente des produits

La troisième et quatrième contraintes du problème font appel au stockage. En effet, il est possible de stocker jusqu'à 100 unités de chaque produit au coût de 50 centimes d'euros par unité et par mois. On commence par des stocks vides, et on souhaite disposer d'un stock de 50 unités de chaque produit à la fin du mois de juin.

L'usine fonctionne 6 jours par semaine et 8 heures par jour. On suppose que chaque mois comporte 24 jours ouvrés. Il n'y a aucun problème d'ordonnancement.

Dans un deuxième temps, nous allons étudier l'opportunité de l'achat de nouvelle(s) machine(s), qui doivent aussi être mises en maintenance pendant un mois et voir leur impact sur le bénéfices de l'usine.

La dernière contrainte porte sur la balance ou ce qu'on appelle aussi "conservation du flot", il faut que la quantité fabriquée plus celle stockée du mois précédent soit égale à la quantité vendue plus la quantité de stock pour le mois présent, ceci doit être vrai pour tous les mois, on reviendra attentivement dans la partie modélisation mathématique du problème en langage AMPL.

3 - Modélisation mathématique en langage AMPL

3.1 la partie modèle (Question1.mod).

Les ensembles : Nous créons 4 ensembles comme suit :

- **set PRODUITS**; Il rassemble les sept produits, ici PROD1 PROD2 PROD3 PROD4 PROD5 PROD6 et PROD7.
- **set MOISp ordered**; Il rassemble les mois (jusqu'à juillet), ici janvier février mars avril mai juin et juillet.
- **set MOIS := Moisp diff {last(MOISp)} ordered**; Il rassemble les mois (jusqu'à juin), ici janvier février mars avril mai et juin.
- **set MACHINES**; Il rassemble les machines, ici broyeuses foreuses verticales foreuses horizontales alésoirs et raboteuses.

Les paramètres : On dispose de quatre paramètres qu'on définit comme suit :

- **param limite_vente{MOIS, PRODUITS}**;
C'est la table qui contient le nombre de produits qu'il est possible de vendre chaque mois.
- **param arret_maintenance{MACHINES, MOIS}**; C'est la table qui contient pour chaque mois le nombre de machines (de chaque type) encore en fonctionnement après les opérations mensuelle d'arrêtées et de mises en maintenance.
- **param temps{MACHINES, MOIS}**; C'est la table qui contient le nombre d'heures d'utilisation nécessaire sur chaque type de machine pour participer à la fabrication de chaque produit (PROD1 à PROD7).
- **param prix_vente{PRODUITS}**; C'est le prix de vente de chaque produit.

Les variables : On a trois variables pour résoudre notre problème, elles sont toutes entières positives ou nulles par définition.

- **var quantite_fabriquee{PRODUITS, MOIS} integer >=0**; C'est une variable table qui contient le nombre de produits (de chaque type) qui doit être fabriqué chaque mois.
- **var quantite_vendue {PRODUITS, MOIS} integer >=0**; C'est une variable table qui contient le nombre de produits (de chaque type) qui devrait être vendu chaque mois.
- **var quantite_stockee{PRODUITS, MOISp} integer >=0, <=100**; C'est une variable table qui contient le nombre de produits (de chaque type) qui doit être stocké chaque mois.

La fonction à maximiser : L'objectif de cette étude est de maximiser le profit de l'usine, nous traduisons alors notre fonction objectif comme une soustraction de deux valeurs essentielles :

- **sum{t in MOIS, p in PRODUITS} quantite_vendue[p,t] × prix_vente[p]**,
c'est la somme dans 6 mois des quantités de produits vendues par les usines (quantite_vendue[p,t]) multipliées par le prix de vente de chacun (prix_vente[p]), c'est donc le gain de vente dans les six mois sans tenir compte des frais de stockage.
- **(sum{t in MOIS, p in PRODUITS} quantite_stockee[p,t] × 0.5) + 0.5 × (50 × 7)**,
c'est la somme des frais de stockage de chaque produit dans les 6 mois.

Donc, notre fonction objectif est la soustraction de ces deux valeurs au dessus, et voilà la valeur à maximiser :

sum{t in MOIS, p in PRODUITS} (quantite_vendue[p,t] × prix_vente[p] - quantite_stockee[p,t] × 0.5) - 0.5 × (50 × 7).

Les contraintes : Nous avons cinq contraintes qui sont définies comme suit :

- **subject to stockage_debut{ p in PRODUITS } :**
quantite_stockee[p, first(MOISp)]=0;
Puisque initialement les stocks sont vides (par hypothèse), alors cette contrainte a pour objectif d'éviter le stockage initiale.
- **subject to stockage_fin{ p in PRODUITS } :**
quantite_stockee[p, last(MOISp)]=50;
Puisque on souhaite disposer d'un stock de 50 unités de chaque produit à la fin du mois de juin (par hypothèse), alors cette contrainte a pour objectif de stocker 50 unités à la fin du mois de juin.
- **subject to duree_construction {t in MOIS, o in MACHINES} :**
sum {p in PRODUITS} quantite_fabriquee[p,t] × temps[o,p] ≤ 192 × arret_maintenance[o,t];
C'est à dire dans chaque mois (t) et pour chaque ensembles des machines de type (o), il faut que le temps total consacré à la fabrication de l'ensemble des produit par ces machines ($\sum_p \text{quantite_fabriquee}[p,t]$) doit être inférieur ou égale à la durée du fonctionnement de ces machines de type (o) dans la mois (t), la durée du fonctionnement de ces machines de type (o) dans la mois (t) c'est le nombre des machines (o) qui reste en fonctionnement (sans maintenance) dans ce mois (arret_maintenance[o,t]) multiplié par 192=8heures×6jours×4semaine.
- **subject to balance{t in MOIS, p in PRODUITS} :**
quantite_fabriquee[p,t]+quantite_stockee[p,t]=quantite_vendue[p,t]+quantite_stockee[p,next(t,MOISp)];
Dans notre usine on se permet de produire sur plusieurs mois (entre janvier et juin), mais au lieu de vendre la production immédiatement, on dispose de la possibilité de mettre le produit dans l'entrepôt.

— subject to limitation {t in MOIS, p in PRODUITS }

quantite_vendue[p,t]<=limite_vente[t,p];

D'après l'hypothèse, le nombre de produits qu'il est possible de vendre chaque mois est limité par la table (limite_vente[]), alors cette contrainte assurer que l'hypothèse est respectée.

3.2 La partie data (Question1.data)

Lorsque la partie modèle est finie de rédiger, nous pouvons rédiger la partie data dans laquelle toutes les données numériques seront référencées.

```

1
2 data;
3
4 set PRODUITS:= PROD1 PROD2 PROD3 PROD4 PROD5 PROD6 PROD7;
5 set MOISp:= janvier fevrier mars avril mai juin juillet;
6 set MACHINES:= broyeuses foreuses_verticales foreuses_horizontales
   alesoirs raboteuses;
7
8 param limite_vente: PROD1 PROD2 PROD3 PROD4 PROD5 PROD6 PROD7 :=
9     janvier  500  1000  300  300  800  200  100
10    fevrier  600  500  200  0    400  300  150
11    mars    300  600  0    0    500  400  100
12    avril   200  300  400  500  200  0    100
13    mai     0    100  500  100  1000  300  0
14    juin    500  500  100  300  1100  500  60;
15
16 param arret_maintenance:
   janvier fevrier mars avril mai
   juin :=
17    broyeuses      3      4      4      4      3      4
18    foreuses_verticales  2      2      2      1      2      1
19    foreuses_horizontales 3      1      3      3      2      3
20    alesoirs       1      1      0      1      1      1
21    raboteuses     1      1      1      1      1      0;
22
23 param temps:
   PROD1 PROD2 PROD3 PROD4 PROD5 PROD6 PROD7
   :=
24    broyeuses      0.5    0.7    0      0      0.3    0.2    0.5
25    foreuses_verticales 0.1    0.2    0      0.3    0      0.6    0
26    foreuses_horizontales 0.2    0      0.8    0      0      0      0.6
27    alesoirs       0.05   0.03    0      0.07   0.1    0      0.08
28    raboteuses     0      0      0.01   0      0.05   0      0.05;
29
30 param prix_vente := PROD1 10 PROD2 6 PROD3 8 PROD4 4 PROD5 11
   PROD6 9 PROD7 3;

```

3.3 la partie modèle (Question2.mod).

Les ensembles : Nous créons les mêmes 4 ensembles du Question1 :

- set **PRODUITS**;
- set **MOISp** ordered;
- set **MOIS** := Moisp diff {last(MOISp)} ordered;
- set **MACHINES**;

Les paramètres : On dispose de quatre paramètres qu'on définit comme suit :

- param **limite_vente**{**MOIS**, **PRODUITS**};
comme Question1
- param **limite_maintenance**{**MACHINES**}; C'est le nombre maximum de machines (de chaque type) pouvant être disponible (sans maintenance) dans le même mois, sauf pour broyeuses c'est $2 \times \text{limite_maintenance}[\text{"broyeuses"}]$.
- param **temps**{**MACHINES**, **MOIS**}; comme Question1.
- param **prix_vente**{**PRODUITS**}; comme Question1.

Les variables : On a quatre variables pour résoudre notre problème, elles sont toutes entières positives ou nulles par définition.

- var **quantite_fabriquee**{**PRODUITS**, **MOIS**} integer ≥ 0 ; comme Question1.
- var **quantite_vendue** {**PRODUITS**, **MOIS**} integer ≥ 0 ; comme Question1.
- var **quantite_stockee**{**PRODUITS**, **MOISp**} integer ≥ 0 , ≤ 100 ; comme Question1.
- var **maintenance**{**MACHINES**, **MOIS**} integer ≥ 0 ; C'est une variable table qui contient le nombre de machines de chaque type qui doit être arrêtée pour maintenance chaque mois.

La fonction à maximiser : comme Question1

- **maximize profit :**
 $\text{sum}\{t \text{ in } \text{MOIS}, p \text{ in } \text{PRODUITS}\} (\text{quantite_vendue}[p,t] \times \text{prix_vente}[p] - \text{quantite_stockee}[p,t] \times 0.5) - 0.5 \times (50 \times 7).$

Les contraintes : Nous avons six contraintes qui sont définies comme suit :

- **subject to stockage_debut**{ **p** in **PRODUITS** } :
 $\text{quantite_stockee}[p, \text{first}(\text{MOISp})]=0$;
comme Question1.
- **subject to stockage_fin**{ **p** in **PRODUITS** } :
 $\text{quantite_stockee}[p, \text{last}(\text{MOISp})]=50$;
comme Question1.

- **subject to null {o in MACHINES} :**
sum {t in MOIS} maintenance[o,t]=limite_maintenance[o];
A partir de cette contrainte, et pour chaque type (o) des machines, chaque machine de type (o) sera fermé une fois pour maintenance durant les 6 mois.
- **subject to duree_construction {t in MOIS, o in MACHINES} :**
sum {p in PRODUITS} quantite_fabriquee[p,t] × temps[o,p] ≤ (if o='broyeuses'
then 2×limite_maintenance[o]×192 -maintenance[o,t]×192 else limite_maintenance[o]
×192 -maintenance[o,t]×192);
C'est à dire dans chaque mois (t) et pour chaque ensembles des machines de type (o), il faut que le temps total consacré à la fabrication de l'ensemble des produit par ces machines ($\sum_p \text{quantite_fabriquee}[p,t]$) doit être inférieur ou égale à la durée du fonctionnement de ces machines de type (o) dans la mois (t), la durée du fonctionnement de ces machines de type (o) dans la mois (t) c'est le nombre des machines (o) qui reste en fonctionnement (sans maintenance) dans ce mois ($\text{limite_maintenance}[o,t] - \text{maintenance}[o,t]$) multiplié par $192 = 8\text{heures} \times 6\text{jours} \times 4\text{semaine}$.
- **subject to balance{t in MOIS, p in PRODUITS} :**
quantite_fabriquee[p,t]+quantite_stockee[p,t]=quantite_vendue[p,t]+quantite_stockee[p,next(t,MOISp)];
comme pour la Question1.
- **subject to limitation {t in MOIS, p in PRODUITS }**
quantite_vendue[p,t]≤limite_vente[t,p];
comme pour la Question1.

3.4 La partie data (Question2.dat).

Lorsque la partie modèle est finie de rédiger, nous pouvons rédiger la partie data dans laquelle toutes les données numériques seront référencées.

```

1
2 data;
3
4 set PRODUITS:= PROD1 PROD2 PROD3 PROD4 PROD5 PROD6 PROD7;
5 set MOISp:= janvier fevrier mars avril mai juin juillet;
6 set MACHINES:= broyeuses foreuses_verticales foreuses_horizontales
   alesoirs raboteuses;
7
8 param limite_vente: PROD1 PROD2 PROD3 PROD4 PROD5 PROD6 PROD7 :=
9     janvier  500   1000   300   300   800   200   100
10    fevrier   600   500   200   0     400   300   150
11    mars      300   600   0     0     500   400   100
12    avril     200   300   400   500   200   0     100
13    mai       0     100   500   100   1000   300   0
14    juin      500   500   100   300   1100   500   60;
15
16
```

```

17 param temps:          PROD1  PROD2  PROD3  PROD4  PROD5  PROD6  PROD7
    :=
18   broyeuses           0.5    0.7    0      0      0.3    0.2    0.5
19   foreuses_verticales 0.1    0.2    0      0.3    0      0.6    0
20   foreuses_horizontales 0.2    0      0.8    0      0      0      0.6
21   alesoirs            0.05   0.03   0      0.07   0.1    0      0.08
22   raboteuses          0      0      0.01   0      0.05   0      0.05;
23
24 param prix_vente := PROD1 10  PROD2 6  PROD3 8  PROD4 4  PROD5 11
    PROD6 9  PROD7 3;
25
26 param limite_maintenance := broyeuses 2  foreuses_verticales 2
    foreuses_horizontales 3  alesoirs 1  raboteuses 1;

```

3.5 La partie modèle (Question3.mod).

Les ensembles : Nous créons les mêmes 4 ensembles du Question1 :

- set **PRODUITS**;
- set **MOISp** ordered;
- set **MOIS** := Mois diff {last(MOISp)} ordered;
- set **MACHINES**;

Les paramètres : On dispose de cinq paramètres qu'on définit comme suit :

- param **limite_vente**{**MOIS**, **PRODUITS**};
comme Question1
- param **limite_maintenance**{**MACHINES**}; comme Question2.
- param **temps**{**MACHINES**, **MOIS**}; comme Question1.
- param **prix_vente**{**PRODUITS**}; comme Question1.
- param **prix_machine**{**MACHINES**};
C'est le prix d'achat de chaque machine.

Les variables : On a cinq variables pour résoudre notre problème, elles sont toutes entières positives ou nulles par définition.

- var **quantite_fabriquee**{**PRODUITS**, **MOIS**} integer ≥ 0 ; comme Question1.
- var **quantite_vendue** {**PRODUITS**, **MOIS**} integer ≥ 0 ; comme Question1.
- var **quantite_stockee**{**PRODUITS**, **MOISp**} integer ≥ 0 , ≤ 100 ; comme Question1.
- var **maintenance**{**MACHINES**, **MOIS**} integer ≥ 0 ; comme Question2.
- var **achat_machine**{**MACHINES**} integer ≥ 0 ;
Le nombre de machines achetées (par type).

La fonction à maximiser : Nous traduisons ici notre fonction objectif comme une soustraction de deux valeurs essentielles :

- $\text{sum}\{t \text{ in MOIS}, p \text{ in PRODUITS}\} (\text{quantite_vendue}[p,t] \times \text{prix_vente}[p] - \text{quantite_stockee}[p,t] \times 0.5) - 0.5 \times (50 \times 7)$
l'objectif du Question1.
- $\text{sum}\{o \text{ in MACHINES}\} \text{achat_machine}[o] \times \text{prix_machine}[o]$, c'est la somme des frais d'achat de chaque machine.

Donc, notre fonction objectif est la soustraction de ces deux valeurs au dessus,
et voilà la valeur à maximiser :

maximize profit :

$\text{sum}\{t \text{ in MOIS}, p \text{ in PRODUITS}\} (\text{quantite_vendue}[p,t] \times \text{prix_vente}[p] - \text{quantite_stockee}[p,t] \times 0.5) - 0.5 \times (50 \times 7) - \text{sum}\{o \text{ in MACHINES}\} (\text{achat_machine}[o] \times \text{prix_machine}[o])$.

Les contraintes : Nous avons six contraintes qui sont définies comme suit :

- **subject to stockage_debut** { p in PRODUITS } :
 $\text{quantite_stockee}[p, \text{first}(\text{MOISp})] = 0$;
comme Question1.
- **subject to stockage_fin** { p in PRODUITS } :
 $\text{quantite_stockee}[p, \text{last}(\text{MOISp})] = 50$;
comme Question1.
- **subject to null** { o in MACHINES } :
 $\text{sum}\{t \text{ in MOIS}\} \text{maintenance}[o,t] = \text{limite_maintenance}[o] + \text{achat_machine}[o]$;
A partir de cette contrainte, et pour chaque type (o) des machines, chaque machine de type (o) (ancien+acheter) sera fermé une fois pour maintenance durant les 6 mois.
- **subject to duree_construction** { t in MOIS, o in MACHINES } :
 $\text{sum}\{p \text{ in PRODUITS}\} \text{quantite_fabriquee}[p,t] \times \text{temps}[o,p] \leq (\text{if } o = \text{'broyeuses' then } (2 \times \text{limite_maintenance}[o] + \text{achat_machine}[o]) \times 192 - \text{maintenance}[o,t] \times 192 \text{ else } (\text{limite_maintenance}[o] + \text{achat_machine}[o]) \times 192 - \text{maintenance}[o,t] \times 192)$;
comme Question2 mais avec changement de nombre de machine ($\text{limite_maintenance}[o] + \text{achat_machine}[o]$) au lieu de ($\text{limite_maintenance}[o]$) dans la Question2.
- **subject to balance** { t in MOIS, p in PRODUITS } :
 $\text{quantite_fabriquee}[p,t] + \text{quantite_stockee}[p,t] = \text{quantite_vendue}[p,t] + \text{quantite_stockee}[p, \text{next}(t, \text{MOISp})]$;
comme pour la Question1.
- **subject to limitation** { t in MOIS, p in PRODUITS } :
 $\text{quantite_vendue}[p,t] \leq \text{limite_vente}[t,p]$;
comme pour la Question1.

3.6 La partie data (Question3.dat).

Lorsque la partie modèle est finie de rédiger, nous pouvons rédiger la partie data dans laquelle toutes les données numériques seront référencées.

```
1 data;
2
3 set PRODUITS:= PROD1 PROD2 PROD3 PROD4 PROD5 PROD6 PROD7;
4 set MOISp:= janvier fevrier mars avril mai juin juillet;
5 set MACHINES:= broyeuses foreuses_verticales foreuses_horizontales
   alesoirs raboteuses;
6
7 param limite_vente: PROD1 PROD2 PROD3 PROD4 PROD5 PROD6 PROD7 :=
8     janvier 500 1000 300 300 800 200 100
9     fevrier 600 500 200 0 400 300 150
10    mars 300 600 0 0 500 400 100
11    avril 200 300 400 500 200 0 100
12    mai 0 100 500 100 1000 300 0
13    juin 500 500 100 300 1100 500 60;
14
15 param temps:          PROD1  PROD2  PROD3  PROD4  PROD5  PROD6  PROD7
   :=
16    broyeuses          0.5    0.7    0    0    0.3    0.2    0.5
17    foreuses_verticales 0.1    0.2    0    0.3    0    0.6    0
18    foreuses_horizontales 0.2    0    0.8    0    0    0    0.6
19    alesoirs           0.05   0.03   0    0.07   0.1    0    0.08
20    raboteuses         0      0      0.01  0    0.05   0    0.05;
21
22 param prix_vente := PROD1 10 PROD2 6 PROD3 8 PROD4 4 PROD5 11
   PROD6 9 PROD7 3;
23
24 param limite_maintenance := broyeuses 2 foreuses_verticales 2
   foreuses_horizontales 3 alesoirs 1 raboteuses 1;
25
26 param prix_machine := broyeuses 20000 foreuses_verticales 1000
   foreuses_horizontales 1000 alesoirs 1000 raboteuses 1000;
```

3.7 La partie post-optimization (Question3.run).

```
1 reset;
2 model ../../../../users/khalil/Question3.mod;
3 data ../../../../users/khalil/Question3.dat;
4 option solver cplex;
5 set valeurs:=0..20000 by 500;
6 param prix_machine2{MACHINES};
7 param objectif{valeurs}; # c'est le profit en fonction du prix
8 param lambda>=0 <=20000; # C'est 20000-prix
9
10 let{o in MACHINES} prix_machine2[o]:=prix_machine[o];
11 for{i in valeurs}{
12     let lambda:=i;
13     let{o in MACHINES} prix_machine[o]:=prix_machine2[o];
14     #ici ouvrir un seul selon le cas de prix machine tudier .
15     #let prix_machine['broyeuses']:=prix_machine['broyeuses']-la mbda
   ;
}
```

```

16 #let prix_machine['foreuses_verticales']:=prix_machine['
    foreuses_verticales']-lambda;
17 #let prix_machine['foreuses_horizontales']:=prix_machine['
    foreuses_horizontales']-lambda;
18 #let prix_machine['alesoirs']:=prix_machine['alesoirs']-lambda;
19 #let prix_machine['raboteuses']:=prix_machine['raboteuses']-
    lambda;
20 display lambda;
21 solve;
22 display quantite_fabriquee;
23 display quantite_vendue;
24 display quantite_stockee;
25 display maintenance;
26 display achat_machine;
27 let objectif[20000-i]:= profit;}

```

4 - Résultats et interprétation

L'objectif de ce problème est de maximiser le gain de cette usine tout en respectant les contraintes du problème. Après avoir compiler la première partie du code AMPL en faisant 19 itérations de MIP simplex, on trouve comme profit optimal une somme de : **81 199 euros**.

Le graphique suivant donne **la quantité fabriquée de chaque produit** sur une durée de 6 mois de janvier à juin :

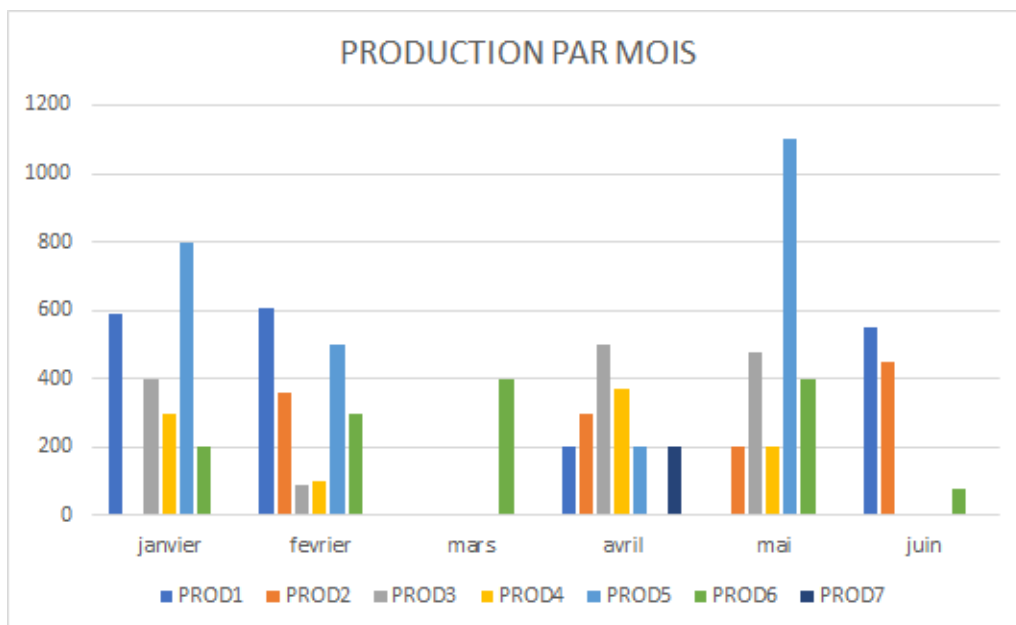


FIGURE 4 – Quantité fabriquée par mois de chaque produit

Pour le mois de Janvier, on observe l'ensemble de produits a été fabriqué sauf le produit PROD2, avec une quantité élevée du PROD5 puis PROD1. On peut justifier le choix de ces deux produits en se basant sur les limitations de vente de PROD1 et PROD5, qui sont respectivement 500 et 800 pièces pour ce mois, et leur prix de vente intéressants qui est de 10 et 11 euros par pièces.

Pour février, on observe qu'on n'a pas produit de PROD7 vue son prix de vente qui est bas (3 euros), donc sa production n'est pas intéressante, ainsi que sa limitation de vente pour ce mois n'était pas assez grande (150 pièces), de plus la fabrication de PROD7 nécessite le passage par des foreuses horizontales, on dispose de trois machines de ce type dont deux sont mises en maintenance ce mois ce qui peut justifier le fait de ne pas fabriquer ce produit.

Ainsi, on a une production intéressante de PROD1 et PROD5 vue leur prix de vente et leur limitation de vente assez grandes.

Pour Mars, l'usine a fabriqué uniquement le produit PROD6, puisque d'une part son prix de vente est intéressant 9 euros par pièce et d'autre part sa limitation de vente est de 400 pièces par mois. l'usine aurait dû choisir le produit PROD5 qui a un prix de vente élevé 11 euros et une limitation de vente de 500 pièces, mais le problème est que la fabrication du PROD5 nécessite l'alésoir, or elle est mise en maintenance en mois de Mars, ce qui justifie le choix de l'usine pour le produit PROD6.

Pour Avril, l'usine a fabriqué de l'ensemble des produits sauf PROD6, ce qu'on peut justifier par la nécessité de foreuses verticales, or on ne dispose que d'une pour ce mois, l'autre est mise en maintenance, d'où le choix du PROD3 qui n'utilise pas de foreuse verticale ainsi que son prix intéressant (8 euros) et sa limitation de vente assez grande.

Pour Mai, l'usine n'a pas fabriqué de PROD1 et PROD7 puisque leur limitation de vente pour ce mois est nulle ainsi que tous les deux ont besoin de broyeuse et foreuse horizontale alors qu'elles ne sont pas toutes disponibles.

D'autre part, on a une grande quantité fabriquée du PROD5 comme son prix de vente est de 11 euros et sa limitation de vente est assez large (1000 pièces).

Pour le mois de Juin, l'usine n'a fabriqué que de PROD1, PROD2 et PROD6 vue leur limitation de vente qui est de 500 pièces pour ce mois et des prix de vente intéressants. l'usine aurait dû choisir le produit PROD5 qui a un prix de vente élevé 11 euros et une limitation de vente de 500 euros, mais le problème est que la production du PROD5 nécessite la raboteuse qui est en arrêt pour mise en maintenance.

Vous trouverez en détail les valeurs numériques de production de chaque produit pendant cette période sur l'annexe.

- Quantité vendue de chaque produit au court de cette période :

Dans ce paragraphe, on va mettre le point sur la quantité vendue de chaque produit. Ce graphique couvre la période du Janvier au juin :

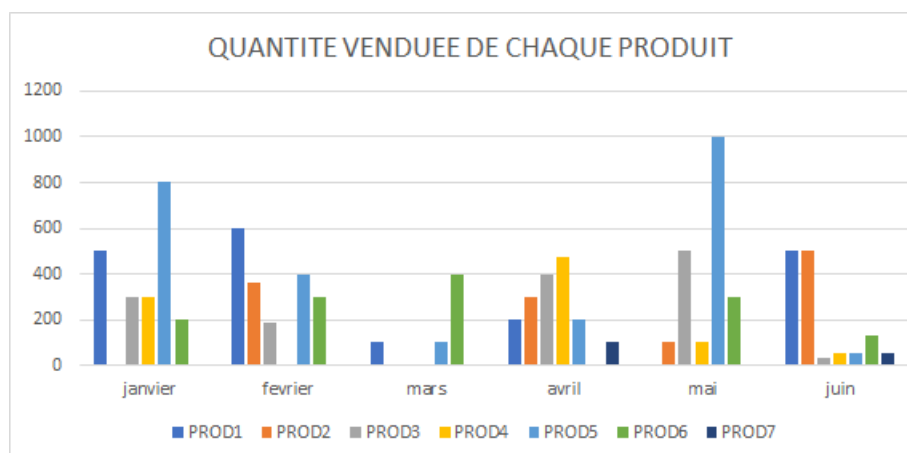


FIGURE 5 – Quantité vendue de chaque produit par mois.

Pour le mois de Janvier, comme on a fabriqué une quantité élevée du PROD5 puis PROD1 et leur prix de vente intéressants qui est de 10 et 11 euros par pièces ainsi que leur limitation de vente assez grande pour ces deux produits, ce sont les deux produits que l'usine a bien vendu. Le produit PROD2 n'apparaît pas dans les ventes vu qu'on l'avait pas fabriqué et qu'on dispose de rien en stock comme le stock est initialement vide.

Pour février, on a la même situation pour le produit PROD7 que celle du PROD2 en mois de Janvier, il n'est pas fabriqué avec un stock nul initialement, ce qui justifie son absence dans le graphique des ventes. On observe qu'on le produit PROD1 fait l'objet de la meilleure vente pour ce mois, vu sa quantité fabriquée et sa limitation de vente qui est de 600 pièces, on atteint la limite dans ce cas, ce qu'on peut justifier par son prix de vente intéressant. Par contre, on n'a pas vendu le produit PROD4 vu que sa limitation de vente pour janvier est nul.

Pour Mars, comme l'usine a fabriqué uniquement le produit PROD6, on peut avoir l'idée qu'il soit la meilleure vente du mois, et c'est le cas effectivement. Elle a vendu une quantité de 400 pièces. Elle a également vendu quelques pièces du PROD1 et PROD5 dont elle disposait en stock depuis les mois précédents. Le choix de vente de PROD1 et PROD5 est dû à leur prix de vente intéressants qui est respectivement de 10 et 11 euros par pièces. On remarque l'absence du PROD3 et PROD4 comme leur limitation de vente pour ce mois égale à 0.

Pour Avril, la meilleure vente est le produit PROD4, l'usine avait fabriqué 100 pièces en février et 373 pièces en avril, et a vendu cette quantité en entier ce mois tout en respectant le critère de limitation de vente qui est de 400 pièces. On a également vendu des pièces de chaque produits sauf PROD6 qui était épuisé depuis le mois précédent, vu qu'on avait fabriqué une quantité de 900 pièces depuis le mois de Janvier

dont on a vendu 200, 300 et 400 respectivement en janvier, février et mars, de plus sa limitation de vente pour ce mois est nul, donc même si il existait on peut pas le vendre.

Pour Mai, l'usine a eu atteint son pic de vente depuis janvier et ce pour le produit PROD5 avec une quantité de vente qui s'élève à 1000 pièces au moment ou elle a fabriqué 1100 pièces en ce mois sans parler des quantités restantes en stock, ceci revient à son prix de vente intéressant qui est de 11 euros par pièces, et donc on a un gain de 11 000 euros ce mois uniquement du produit PROD5. D'autre par, on remarque l'absence de vente des deux produits PROD1 et PROD7 comme leur limitation de vente pour ce mois vaut 0 .

Pour le mois de Juin, l'usine a vendu plus de pièces des deux produits PROD1 et PROD2, d'une part pour leur prix de vente motivant, d'autre part ce mois est différent des autres au niveau du stockage, vers la fin de juin on aimerait garder que 50 pièces de chaque produit comme stock pour juillet, comme on dispose de plus de pièces de ces deux produits, on en vend beaucoup plus pour garder 50.

Ce tableau, montre la quantité dont dispose l'usine en mois de juin de chaque produit et la quantité vendue en ce mois afin de vérifier la contrainte de stock pour la fin du mois de juin et garder 50 pièces de chaque produit en juillet.

Quantité fabriquée	Quantité en stock	Quantité disponible	Quantité vendue	Reste en stock
550	0	550	500	50
450	100	550	500	50
0	80	80	30	50
0	100	100	50	50
0	100	100	50	50
78	100	178	128	50
0	100	100	50	50

FIGURE 6 – Données détaillées sur le mois de juin.

Et comme indiqué sur l'énoncé, il est possible de stocker jusqu'à 100 unités de chaque produit par mois, ce qu'on montre sur graphique qui visualise la quantité en stock de chaque produit dans les sept mois de janvier jusqu'au juillet.

On voit très bien que le stock est initialement vide pour tout les produits, on dépasse pas les 100 pièces par mois pour chaque produit, ainsi qu'au mois de juillet on a bien 50 pièces de chaque produits.

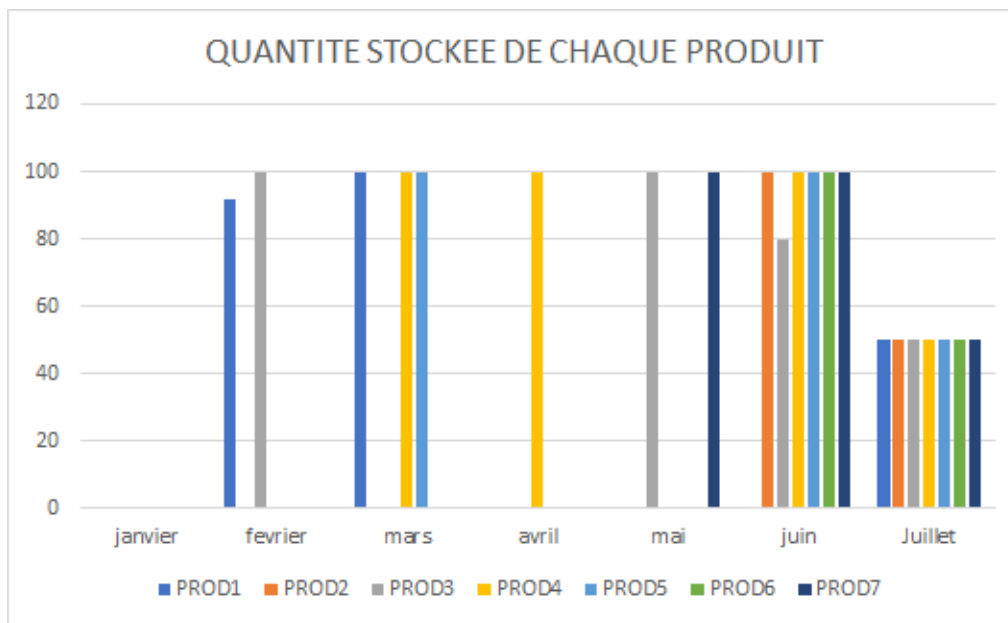


FIGURE 7 – Stock de chaque produit par mois.

Maintenant, on essaye de faire quelques modifications "perturbations" sur les données pour voir leur effet sur le bénéfice de l'usine.

- 1^{ère} situation : Augmentation des limitations de vente mensuelles.

On testera cette proposition sur les produits de prix de vente très bas (PROD7 : 3 euros et PROD4 : 4 euros), on augmentera leur limitation de vente de 300 pièces par mois et voyons si le profit sera impacté.

	LIMITE_VENTE_INITIALE		LIMITE_VENTE_MODIFIÉE	
	PROD4	PROD7	PROD4	PROD7
JANVIER	300	100	600	400
FEVRIER	0	150	300	450
MARS	0	100	300	400
AVRIL	500	100	800	400
MAI	100	0	400	300
JUIN	300	60	600	360

FIGURE 8 – Limitation de vente de PROD4 et PROD7 avant et après la perturbation.

On passera alors d'un profit de **81 199 euros** à un profit de **84 924 euros**, et ce n'est pas qu'au niveau du profit, bien évidemment tout l'environnement du problème est modifié, à savoir des changements au niveau de la quantité fabriquée, vendue, et quantité de stock par mois.

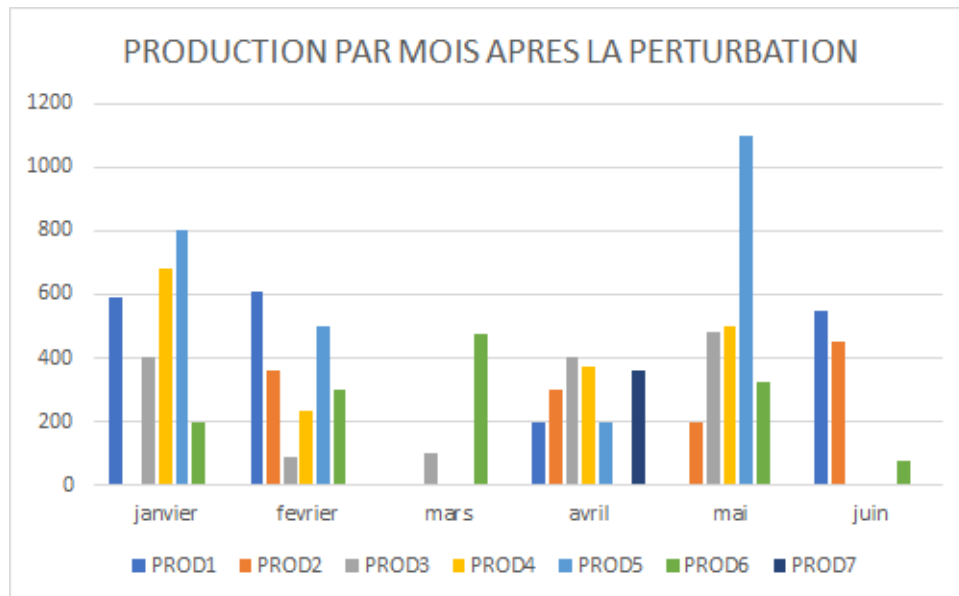


FIGURE 9 – Quantité fabriquée après la perturbation des limites de vente.

On n'est pas capable de repérer les changements sur ce graphique vue qu'ils sont pas trop visible. Pour cela, on se limitera sur un seul mois pour visualiser le changement de production des chaque produit. Certes, il n'y a pas de changements tous les mois. On prend comme exemple Mars et Avril. Pour plus de détails sur tous les six mois voir la figure[22] sur les figures complémentaires.

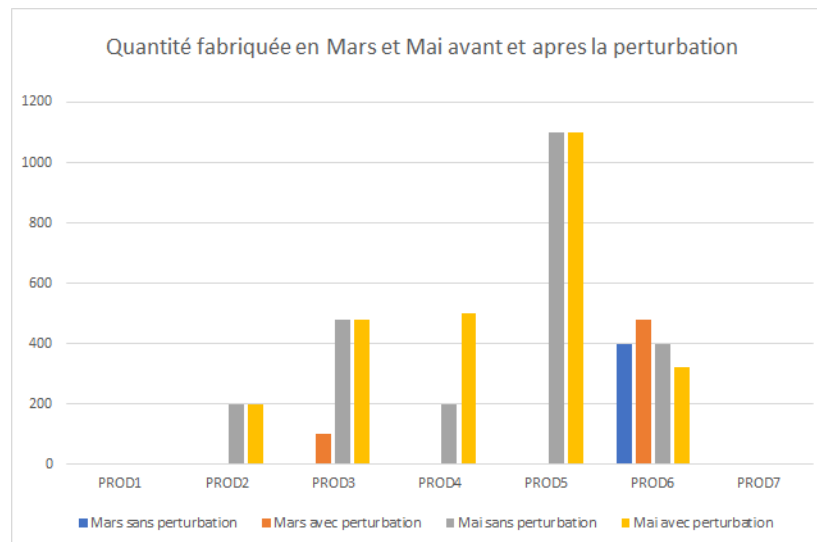


FIGURE 10 – Quantité fabriquée avant et après la perturbation des limites de vente en Mars et Mai.

On observe que la quantité fabriquée en Mai pour le PROD4 est augmentée de 200 à 500 pièces, et pour le PROD6, elle est diminuée de 400 pièces à moins. De même en Mars, avant on fabrique pas de PROD3, et apres la perturbation, on a fabriqué une quantité de 100 pièces, ainsi qu'une augmentation pour PROD6 de 400 à plus de 400 pièces.

On peut également voir le graphique de quantité vendue de chaque produit :

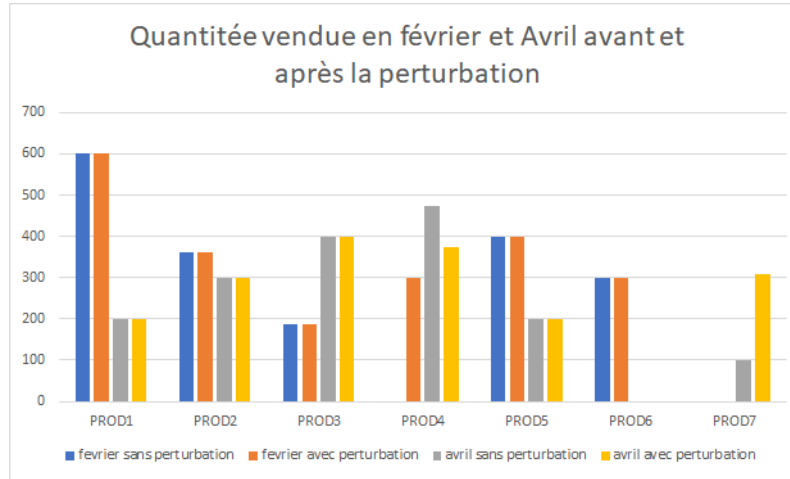


FIGURE 11 – Quantité vendue avant et après la perturbation des limites de vente en février et avril.

On observe que la quantité vendue en mois de février et avril avant et après la perturbation des limitations des ventes est la même sauf pour le PROD4, qui, pour février passée de 0 à 300, et diminuée pour avril de 100 pièces. Ainsi, une augmentation au niveau du PROD7 en mois d'avril, qui est passée de 100 à 310 pièces. Voir fig [23][24]

- 2^{ème} situation : Mise à disposition de plus de machines.

On rajoute d'autres machines, par exemple, on rajoute : 2 alésoirs, 2 raboteuses. tout en gardant le critère d'arrêt et mise en maintenance des machines. Le profit est passé de **81 199 euros** à un profit de **103 598 euros**. On obtient les résultats suivants pour la quantité fabriquée :

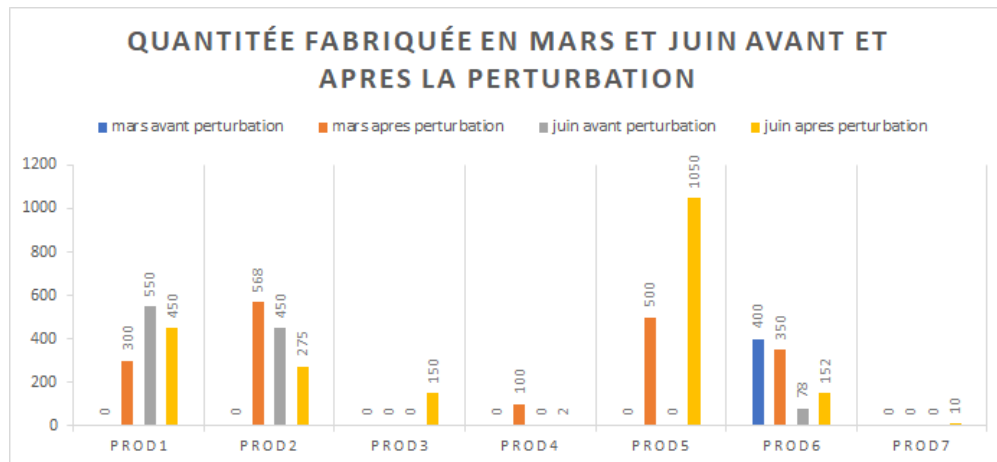


FIGURE 12 – Quantité fabriquée avant et après l'augmentation du nombre de machines en mars et juin.

Ce graphique résume le comportement de fabrication des produits pendant le mois de mars et juin avant et après l'ajout de machines, on observe qu'en mars, il y'a une augmentation de fabrication pour les produits PROD1, PROD2, PROD4, PROD5 comme le montre les chiffres sur le graphique, et pour le mois de juin, on a une diminution de fabrication des deux produits PROD1 et PROD2, et augmentation pour les autres produits, surtout pour PROD5 qui est passée de 0 à 1050 pièces. Voir figure [25].

Voyons maintenant le changement au niveau de la quantité vendue sur la même période de temps "Mars et Juin" :

Concernant la quantité vendue, on observe une augmentation de vente en mois de mars pour les produits PROD1, PROD2, PROD5, tandis que pour le mois de juin, on a une augmentation trop significative pour le PROD5, également pour le PROD3,PROD4, PROD6 et PROD7, et une diminution pour le PROD2. le graphique ce dessous résume le comportement de quantité vendue :

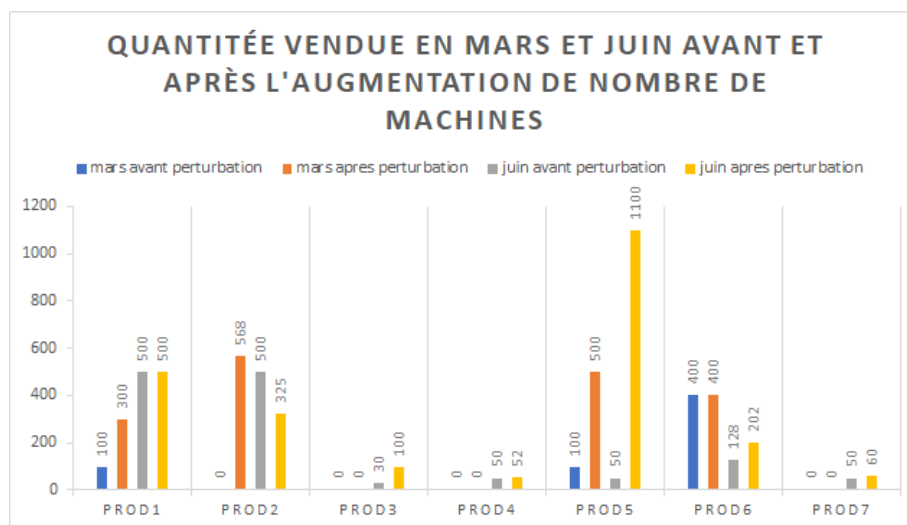


FIGURE 13 – Quantité vendue avant et après l'augmentation du nombre de machines en mars et juin.

Pour plus de détails sur les quantités vendues vous pouvez [voir la figure \[26\]](#) dans les figures complémentaires.

Remarque : Cette situation sera étudiée attentivement dans la troisième partie du problème qui discute l'achat ou non d'autres machines afin de maximiser le bénéfice.

- 3^{ème} situation : Perturbations sur les prix de vente des produits.

De même, regardons l'impact des changements des prix de vente des produits sur le bénéfice et sur le comportement de fabrication et vente des produits.

Comme exemple de perturbation, on rajoute 3 euros pour PROD7 et PROD4 surtout qu'ils ont des prix très bas et des limitations de vente pas trop élevées par rapport aux autres produits. On trouve comme bénéfice **84 832 euros** au lieu de **81 199 euros** ce qui était bien attendu.

Voyons de plus proche les quantités vendues de chaque produits pour les mois :

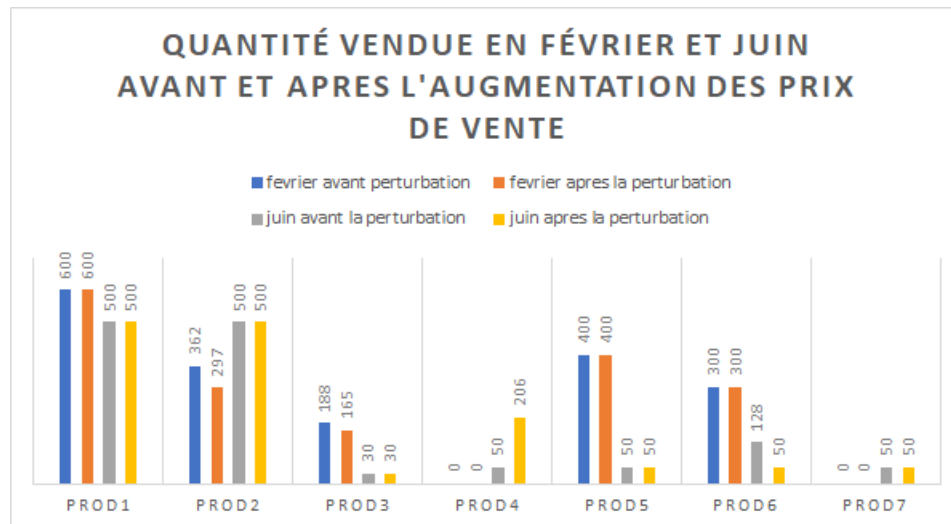


FIGURE 14 – Quantité vendue avant et après l'augmentation du prix de vente pour PROD4/7 en février et juin.

Vous trouverez plus de détails sur la quantité vendue avant et après cette perturbation sur la figure [27].

Maintenant, on souhaite déterminer le meilleur planning possible pour la maintenance de chaque machine.

Sachant que chaque machine doit être arrêtée pour maintenance un mois sur les six à l'exception des broyeuses : seulement deux sur quatre doivent être arrêtées un mois sur les six.

On propose un autre planning de mise en arrêt et maintenance des machines, on expose les deux plannings de maintenances :

MAINTENANCE	JANVIER	FÉVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
BROYEUSES	1	0	0	0	1	0
FOREUSES VERTICALES	0	0	0	1	0	1
FOREUSES HORIZONTALES	0	2	0	1	1	0
ALÉSOIRS	0	0	1	0	0	0
RABOTEUSES	0	0	0	0	0	1

FIGURE 15 – Planning de maintenance initial.

MAINTENANCE	JANVIER	FÉVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
BROYEUSES	0	0	0	1	0	0
FOREUSES VERTICALES	0	0	0	2	0	0
FOREUSES HORIZONTALES	1	0	2	0	0	0
ALÉSOIRS	0	0	0	2	0	0
RABOTEUSES	0	0	0	1	0	0

FIGURE 16 – Planning de maintenance proposé.

Le planning de maintenance proposé consiste à faire globalement la maintenance en mois d'Avril des machines qui nécessitent cette maintenance.

Pour le profit de l'usine, à l'aide de ce planning on passe d'un gain de **81 199 euros** à un gain de **99 090 euros**, ce qui est rentable pour l'usine.

Question ? !

Est-il intéressant d'acheter d'autres machines ?

La stratégie dont on va opter pour répondre à cette question est la suivante :

- On fera varier le prix d'une machine entre 0 et 20 000 euros tout en laissant les autres sur un prix fixe, et voir si cette machine aura un impact positif ou négatif sur notre objectif. (objectif = profit)

Commençons par la broyeuse, après la compilation du code mis en annexe, on trouve les résultats suivants :

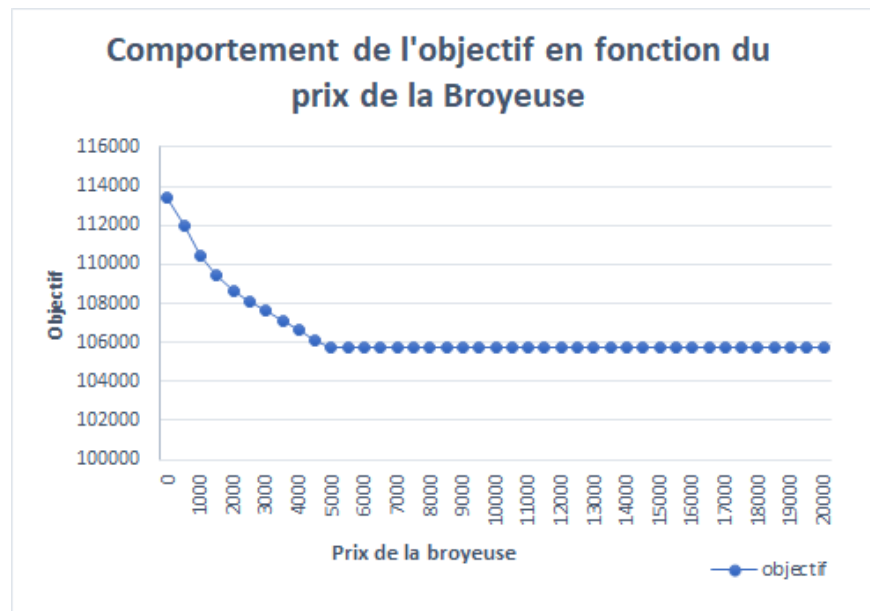


FIGURE 17 – Courbe d'évaluation de l'objectif en fonction du prix de la broyeuse.

Dans cette figure, on remarque qu'à partir d'un certain rang, l'objectif reste stable et n'est plus influencé même si le prix de la broyeuse augmente, à ce moment là, on conclut que ce n'est plus intéressant d'acheter une broyeuse si on dépasse la valeur où la courbe commence à devenir stable, et exactement quand le prix de la broyeuse égale à 5000 euros. Au delà ce n'est plus rentable pour l'usine.

Dans l'annexe 2, vous trouverez également des graphiques montrant le nombre de machines à acheter de chaque type en fonction du prix de la broyeuse. Figures[28][29][30][31][32].

On fera de même pour toutes les machines pour voir le prix que l'usine peut donner pour l'achat d'une machine tout en gardant un objectif optimal.

- Pour la foreuse verticale :

De la même manière, on observe que l'objectif reste stable et n'est plus influencé à partir d'un certain rang même si le prix de la foreuse verticale augmente, à ce moment

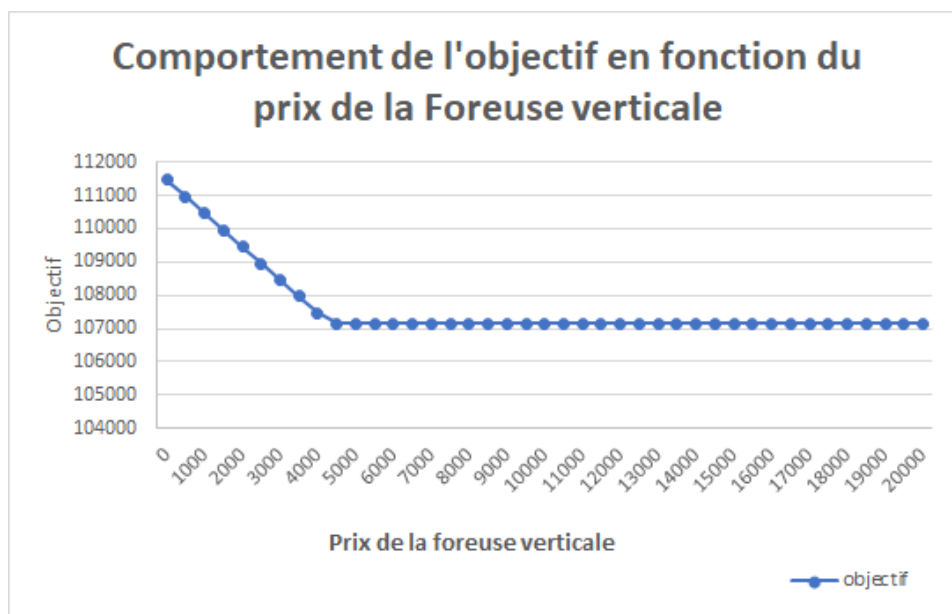


FIGURE 18 – Courbe d'évaluation de l'objectif en fonction du prix de la foreuse verticale.

là, on conclut que ce n'est plus intéressant d'acheter une foreuse verticale si on dépasse la valeur où la courbe commence à devenir stable, et exactement quand le prix de la foreuse verticale égale à 4500 euros. Au delà ce n'est plus rentable pour l'usine.

- Pour la foreuse horizontale :

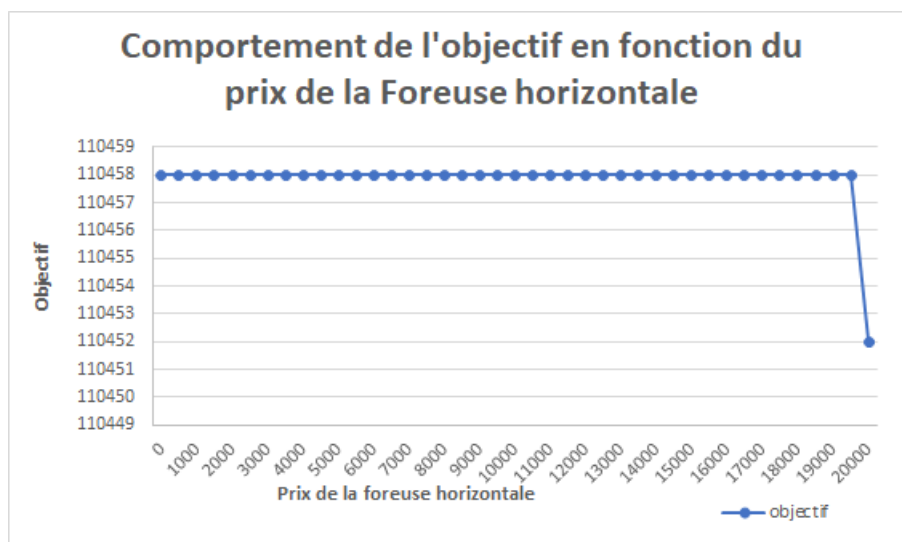


FIGURE 19 – Courbe d'évaluation de l'objectif en fonction du prix de la foreuse horizontale.

On observe que l'objectif reste stable même si le prix de la foreuse horizontale augmente, on conclut que ce n'est pas intéressant d'acheter une foreuse verticale quelque soit la prix de la machine et ce n'est plus rentable pour l'usine.

- Pour l'alésoir :

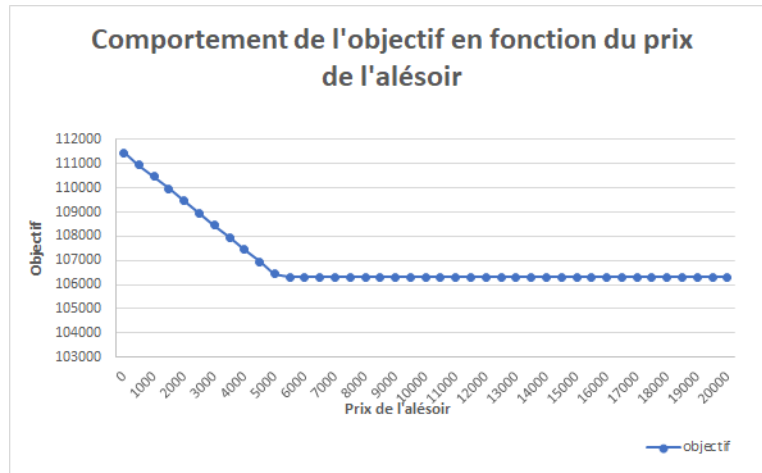


FIGURE 20 – Courbe d'évaluation de l'objectif en fonction du prix de l'alésoir.

on observe que l'objectif reste stable et n'est plus influencé à partir d'un certain rang même si le prix de l'alésoir augmente. Alors, on conclut que ce n'est plus intéressant d'acheter une alésoir si on dépasse la valeur ou la courbe commence à devenir stable, et exactement quand le prix de cette machine égale à 5500 euros. Au delà ce n'est plus rentable pour l'usine.

- Finalement, pour la raboteuse :

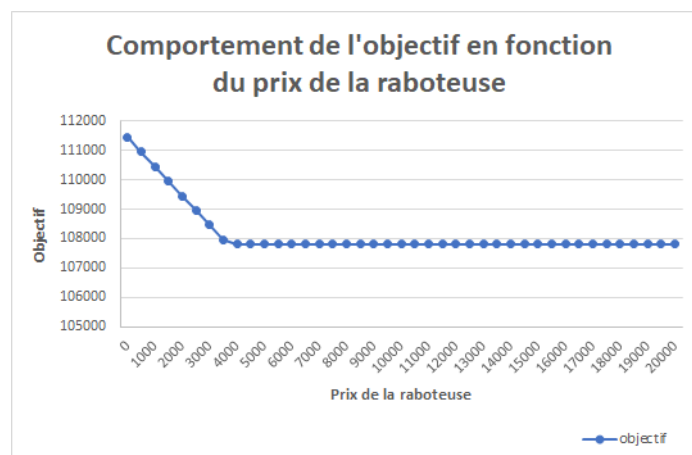


FIGURE 21 – Courbe d'évaluation de l'objectif en fonction du prix de la raboteuse.

on observe que l'objectif reste stable et n'est plus influencé à partir d'un certain rang même si le prix de la raboteuse augmente. Alors, on conclut que ce n'est plus intéressant d'acheter une raboteuse si on dépasse la valeur ou la courbe commence à devenir stable, et exactement quand le prix de cette machine égale à 4000 euros. Au delà ce n'est plus rentable pour l'usine.

5 - Conclusion

Le rapport porte sur un sujet très pertinent, c'est le problème de planification de fabrication d'une usine, une problématique très présente dans notre vie réelle et dans ce rapport nous avons essayé de proposer des solutions, propositions de planning optimal pour maximiser le bénéfice de l'usine. Pour la résolution ce type de problème on utilise très souvent la méthode du Simplex comme par ailleurs le cas de notre rapport, tous les résultats trouvés étaient résolus par Simplex sous le langage AMPL qui est dédié à la résolution des problématiques mathématiques d'optimisation. De plus, ce logiciel nous permet d'obtenir des résultats bien détaillés sous forme de tableau ainsi que des graphiques interprétant les résultats trouvés.

Après l'étude du problème de notre projet "planification de fabrication dans 6 mois", on aperçoit le poids de chaque contrainte pour la résolution de ce dernier, à savoir - la limitation mensuelle de vente de chaque produit, l'arrêt mensuel de quelques machines pour mise en maintenance, la contrainte conservation de flot ou balance et finalement l'intérêt de l'usine à garder une quantité précise de chaque produit dans septième mois qui ont un impact sur le bénéfice de l'usine comme on l'a pu observer dans la partie de perturbation de chaque paramètre.

Pour la deuxième partie, on a proposé un planning optimal pour l'arrêt et mise en maintenance des machines tout en tenant compte des autres contraintes comme celles du temps passé par chaque produit sur chaque machine au cours de la fabrication, et qui, bien évidemment, donne un bénéfice plus important que celui d'avant ce qui paraît intéressant pour l'usine.

Finalement la troisième partie a fait appel à une variable bivalente "achat_machine", l'objectif de cette partie était de savoir s'il est intéressant pour l'usine d'acheter d'autres machines afin de maximiser son bénéfice. La stratégie qu'on a suivie est de faire varier le prix des machines (une après l'autre) et voir leur impact sur le bénéfice, on s'aperçoit qu'un à un moment donné le bénéfice n'est plus influencé par le prix des machines et reste stationnaire, c'est donc le prix optimal que l'usine pourrait donner pour l'achat de cette machine et au-delà de ce prix ça sera plus rentable à l'usine.

En conclusion, le problème de planification de fabrication d'une usine est toujours persistant malgré l'évolution et le développement des machines dans les derniers temps et leur apprentissage autonome visant des cadences croissantes pour le bénéfice des usines, d'où la nécessité et l'importance des mathématiques et ses applications pour la résolution des tels problèmes d'optimisation.

6 - Annexe 1 : Code AMPL

Fichier Question1.mod

```
1 set PRODUITS;
2 set MOISp ordered;
3 set MOIS := MOISp diff {last(MOISp)} ordered;
4 set MACHINES;
5
6 param limite_vente{MOIS,PRODUITS};
7 param arret_maintenance{MACHINES,MOIS};
8 param temps{MACHINES,PRODUITS};
9 param prix_vente{PRODUITS};
10
11
12 var quantite_fabriquee{PRODUITS,MOIS} integer >=0;
13 var quantite_vendue{PRODUITS,MOIS} integer >=0;
14 var quantite_stockee{PRODUITS,MOISp} integer >=0, <=100;
15
16
17 maximize profit :
18     sum{t in MOIS, p in PRODUITS} (quantite_vendue[p,t]*prix_vente[p]
19     - 0.5*quantite_stockee[p,t])-175;
20
21 subject to stockage_debut {p in PRODUITS}:
22     quantite_stockee[p,first(MOISp)]=0;
23 subject to stockage_fin {p in PRODUITS}:
24     quantite_stockee[p,last(MOISp)]=50;
25
26 subject to duree_construction {t in MOIS, o in MACHINES}:
27     sum{p in PRODUITS} quantite_fabriquee[p,t]*temps[o,p] <= 192*
28     arret_maintenance[o,t];
29
30 subject to balance {t in MOIS, p in PRODUITS}:
31     quantite_fabriquee[p,t]+quantite_stockee[p,t]=quantite_vendue[p,t]
32     +quantite_stockee[p,next(t,MOISp)];
33
34 subject to limitation {t in MOIS, p in PRODUITS}:
35     quantite_vendue[p,t]<=limite_vente[t,p];
```

Fichier Question1.dat Voir page 8.

Fichier Question1.log

```
1
2 ampl: include Question1.log;
3 CPLEX 20.1.0.0: optimal integer solution within mipgap or absmipgap;
4     objective 81199
5 19 MIP simplex iterations
6 0 branch-and-bound nodes
7 absmipgap = 4.83704, relmipgap = 5.95702e-05
8 profit = 81199
9
10 quantite_fabriquee [*,*]
11 :      janvier fevrier  mars  avril   mai    juin    :=
12 PROD1      592      608      0     200      0     550
13 PROD2       0      362      0     300     200     450
```

```

13 PROD3      400      88      0    500    480      0
14 PROD4      300     100      0    373    200      0
15 PROD5      800     500      0    200   1100      0
16 PROD6      200     300     400      0    400     78
17 PROD7       0       0       0    200      0      0
18 ;
19
20 quantite_vendue [*,*]
21 :      janvier fevrier  mars  avril    mai    juin    :=
22 PROD1      500     600     100    200      0    500
23 PROD2       0     362      0    300     100    500
24 PROD3      300     188      0    400     500     30
25 PROD4      300      0       0    473     100     50
26 PROD5      800     400     100    200   1000     50
27 PROD6      200     300     400      0    300    128
28 PROD7       0       0       0    100      0     50
29 ;
30
31 quantite_stockee [*,*]
32 :      janvier fevrier  mars  avril    mai    juin  juillet    :=
33 PROD1       0       92     100      0      0      0     50
34 PROD2       0       0       0       0      0     100    50
35 PROD3       0      100      0       0     100     80     50
36 PROD4       0       0     100     100      0     100    50
37 PROD5       0       0     100      0       0     100    50
38 PROD6       0       0       0       0       0     100    50
39 PROD7       0       0       0       0     100     100    50
40 ;

```

Fichier Question2.mod

```

1
2 set PRODUITS;
3 set MOISp ordered;
4 set MOIS := MOISp diff {last(MOISp)} ordered;
5 set MACHINES;
6
7 param limite_vente{MOIS,PRODUITS};
8 param temps{MACHINES,PRODUITS};
9 param prix_vente{PRODUITS};
10 param limite_maintenance{MACHINES};
11
12
13 var quantite_fabriquee{PRODUITS,MOIS} integer >=0;
14 var quantite_vendue{PRODUITS,MOIS} integer >=0;
15 var quantite_stockee{PRODUITS,MOISp} integer >=0, <=100;
16 var maintenance{MACHINES,MOIS} integer >=0;
17
18
19 maximize profit :
20     sum{t in MOIS, p in PRODUITS} (quantite_vendue[p,t]*prix_vente[p]
21     - 0.5*quantite_stockee[p,t])-175;
22
23 subject to stockage_debut {p in PRODUITS}:
24     quantite_stockee[p,first(MOISp)]=0;
25 subject to stockage_fin {p in PRODUITS}:
26     quantite_stockee[p,last(MOISp)]=50;

```

```

26
27 subject to null {o in MACHINES}:
28     sum{t in MOIS} maintenance[o,t]=limite_maintenance[o];
29
30 subject to duree_construction {t in MOIS, o in MACHINES}:
31     sum{p in PRODUITS} quantite_fabriquee[p,t]*temps[o,p] <= (if o='
        broyeuses' then 2*limite_maintenance[o]*192 - maintenance[o,t
        ]*192 else limite_maintenance[o]*192 - maintenance[o,t]*192);
32
33 subject to balance {t in MOIS, p in PRODUITS}:
34     quantite_fabriquee[p,t]+quantite_stockee[p,t]=quantite_vendue[p,t
        ]+quantite_stockee[p,next(t,MOISp)];
35
36 subject to limitation {t in MOIS, p in PRODUITS}:
37     quantite_vendue[p,t]<=limite_vente[t,p];

```

Fichier Question2.dat Voir page 10.

Fichier Question2.log

```

1
2 ampl: include Question2.run;
3 CPLEX 20.1.0.0: optimal integer solution within mipgap or absmipgap;
    objective 99090
4 217 MIP simplex iterations
5 5 branch-and-bound nodes
6 absmipgap = 3.82581, relmipgap = 3.86095e-05
7 profit = 99090
8
9 quantite_fabriquee [*,*]
10 :      janvier fevrier  mars  avril   mai     juin      :=
11 PROD1      500      600      400      0      100      450
12 PROD2      340      404      447      0      200      190
13 PROD3      300      200      100      0      500      150
14 PROD4      300      0      100      0      200      103
15 PROD5      800      400      600      0      1100     1050
16 PROD6      200      326      374      0      400      450
17 PROD7      0      0      0      0      100      10
18 ;
19
20 quantite_vendue [*,*]
21 :      janvier fevrier  mars  avril   mai     juin      :=
22 PROD1      500      600      300      100      0      500
23 PROD2      340      404      447      0      100      240
24 PROD3      300      200      0      100      500      100
25 PROD4      300      0      0      100      100      153
26 PROD5      800      400      500      100     1000     1100
27 PROD6      200      300      400      0      300      500
28 PROD7      0      0      0      0      0      60
29 ;
30
31 quantite_stockee [*,*]
32 :      janvier fevrier  mars  avril   mai     juin  juillet  :=
33 PROD1      0      0      0      100      0      100      50
34 PROD2      0      0      0      0      0      100      50
35 PROD3      0      0      0      100      0      0      50
36 PROD4      0      0      0      100      0      100      50

```

```

37 PROD5      0      0      0    100    0    100    50
38 PROD6      0      0     26     0    0    100    50
39 PROD7      0      0      0     0    0    100    50
40 ;
41
42 maintenance [*,*] (tr)
43 :      alesoirs broyeuses foreuses_horizontales foreuses_verticales
      raboteuses :=
44 janvier      0      0      1      0
      0
45 fevrier      0      0      0      0
      0
46 mars         0      0      2      0
      0
47 avril        1      2      0      2
      1
48 mai          0      0      0      0
      0
49 juin         0      0      0      0
      0
50 ;

```

Fichier Question3.mod

```

1  set PRODUITS;
2  set MOISp ordered;
3  set MOIS := MOISp diff {last(MOISp)} ordered;
4  set MACHINES;
5
6  param limite_vente{MOIS,PRODUITS};
7  param temps{MACHINES,PRODUITS};
8  param prix_vente{PRODUITS};
9  param limite_maintenance{MACHINES};
10 param prix_machine{MACHINES};
11
12 var quantite_fabriquee{PRODUITS,MOIS} integer >=0;
13 var quantite_vendue{PRODUITS,MOIS} integer >=0;
14 var quantite_stockee{PRODUITS,MOISp} integer >=0, <=100;
15 var maintenance{MACHINES,MOIS} integer >=0;
16 var achat_machine{MACHINES} integer >=0;
17
18 maximize profit :
19     sum{t in MOIS, p in PRODUITS} (quantite_vendue[p,t]*prix_vente[p]
      - 0.5*quantite_stockee[p,t])-175-(sum{o in MACHINES}
      achat_machine[o]*prix_machine[o]);
20
21 subject to stockage_debut {p in PRODUITS}:
22     quantite_stockee[p,first(MOISp)]=0;
23 subject to stockage_fin {p in PRODUITS}:
24     quantite_stockee[p,last(MOISp)]=50;
25
26 subject to null {o in MACHINES}:
27     sum{t in MOIS} maintenance[o,t]=limite_maintenance[o]+
      achat_machine[o];
28
29 subject to duree_construction {t in MOIS, o in MACHINES}:
30     sum{p in PRODUITS} quantite_fabriquee[p,t]*temps[o,p] <= (if o='

```



```

31     broyeuses' then (2*limite_maintenance[o]+achat_machine[o])*192 -
32     maintenance[o,t]*192 else (limite_maintenance[o]+achat_machine[o
33     ])*192 - maintenance[o,t]*192);
34
35 subject to balance {t in MOIS, p in PRODUITS}:
36     quantite_fabriquee[p,t]+quantite_stockee[p,t]=quantite_vendue[p,t
    ]+quantite_stockee[p,next(t,MOISp)];
37
38 subject to limitation {t in MOIS, p in PRODUITS}:
39     quantite_vendue[p,t]<=limite_vente[t,p];

```

Fichier Question3.dat Voir page 13.

Fichier Question3.log

le tableau objectif pour le changement de prix broyeuses :

objectif	
	objectif
0	113435
500	111935
1000	110458
1500	109458
2000	108614
2500	108114
3000	107614
3500	107114
4000	106610
4500	106110
5000	105786
5500	105786
6000	105786
6500	105786
7000	105786
7500	105786
8000	105786
8500	105786
9000	105786
9500	105786
10000	105786
10500	105786
11000	105786
11500	105786

le tableau objectif pour le changement de prix foreuses verticales :

objectif

	objectif
0	111470
500	110958
1000	110458
1500	109958
2000	109458
2500	108958
3000	108458
3500	107958
4000	107458
4500	107156
5000	107156
5500	107156
6000	107156
6500	107156
7000	107156
7500	107156
8000	107156
8500	107156
9000	107156
9500	107156
10000	107156
10500	107156
11000	107156
11500	107156

CS Scanné avec CamScanner

Include in dat | Copy in clipboard for excel | Save on disk as ampl *_t.tab | Plot columns | *.jpg | Close

le tableau objectif pour le changement de prix foreuses horizontales :

objectif

	objectif
0	110458
500	110458
1000	110458
1500	110458
2000	110458
2500	110458
3000	110458
3500	110458
4000	110458
4500	110458
5000	110458
5500	110458
6000	110458
6500	110458
7000	110458
7500	110458
8000	110458
8500	110458
9000	110458
9500	110458
10000	110458
10500	110458
11000	110458
11500	110458

CS Scanné avec CamScanner

Include in dat | Copy in clipboard for excel | Save on disk as ampl *_t.tab | Plot columns | *.jpg | Close

le tableau objectif pour le changement de prix alésoirs :

	objectif
0	111458
500	110958
1000	110458
1500	109958
2000	109458
2500	108958
3000	108458
3500	107958
4000	107458
4500	106958
5000	106454
5500	106308
6000	106308
6500	106308
7000	106308
7500	106308
8000	106308
8500	106308
9000	106308
9500	106308
10000	106308
10500	106308
11000	106308
11500	106308

CS Scanné avec CamScanner

Include in dat | Copy in clipboard for excel | Save on disk as ampl *_t.tab | Plot columns | *.jpg | Close

le tableau objectif pour le changement de prix raboteuses :

	objectif
0	111458
500	110958
1000	110458
1500	109958
2000	109458
2500	108958
3000	108458
3500	107958
4000	107808
4500	107808
5000	107808
5500	107808
6000	107808
6500	107808
7000	107808
7500	107808
8000	107808
8500	107808
9000	107808
9500	107808
10000	107808
10500	107808
11000	107808
11500	107808

CS Scanné avec CamScanner

Include in dat | Copy in clipboard for excel | Save on disk as ampl *_t.tab | Plot columns | *.jpg | Close

7 - Annexe 2 : figures complémentaires

- Tableaux détaillés sur la perturbation de la limitation des ventes :

<u>QUANTITÉ FABRIQUÉE</u>						
Avant :						
QUANTITE_FABRIQUEE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	592	608	0	200	0	550
PROD2	0	362	0	300	200	450
PROD3	400	88	0	500	480	0
PROD4	300	100	0	373	200	0
PROD5	800	500	0	200	1100	0
PROD6	200	300	400	0	400	78
PROD7	0	0	0	200	0	0
Après :						
QUANTITE_FABRIQUEE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	592	608	0	200	0	550
PROD2	0	362	0	300	200	450
PROD3	400	88	100	400	480	0
PROD4	682	236	0	373	500	0
PROD5	800	500	0	200	1100	0
PROD6	200	300	477	0	323	78
PROD7	0	0	0	360	0	0

FIGURE 22 – Quantité fabriquée avant et après la perturbation du paramètre "limitation de vente".

<u>QUANTITÉ VENDUE</u>						
AVANT :						
QUANTITE_VENDUE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	500	600	100	200	0	500
PROD2	0	362	0	300	100	500
PROD3	300	188	0	400	500	30
PROD4	300	0	0	473	100	50
PROD5	800	400	100	200	1000	50
PROD6	200	300	400	0	300	128
PROD7	0	0	0	100	0	50

FIGURE 23 – Quantité vendue avant la perturbation du paramètre "limitation de vente".

APRES :

QUANTITE_VENDUE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	500	600	100	200	0	500
PROD2	0	362	0	300	100	500
PROD3	300	188	0	400	500	30
PROD4	600	300	18	373	400	50
PROD5	800	400	100	200	1000	50
PROD6	200	300	400	0	300	128
PROD7	0	0	0	310	0	0

FIGURE 24 – Quantité vendue après la perturbation du paramètre "limitation de vente".

- Tableaux détaillés sur la perturbation de mise en disposition de plus de machines :

QUANTITÉ FABRIQUÉE

AVANT :

QUANTITE_FABRIQUEE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	592	608	0	200	0	550
PROD2	0	362	0	300	200	450
PROD3	400	88	0	500	480	0
PROD4	300	100	0	373	200	0
PROD5	800	500	0	200	1100	0
PROD6	200	300	400	0	400	78
PROD7	0	0	0	200	0	0

APRES :

QUANTITE_FABRIQUEE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	540	560	300	201	99	450
PROD2	36	426	568	300	200	275
PROD3	400	100	0	445	455	150
PROD4	300	0	100	373	200	2
PROD5	800	400	500	279	1021	1050
PROD6	201	349	350	0	400	152
PROD7	1	0	0	200	0	10

FIGURE 25 – Quantité fabriquée avant et après la perturbation du paramètre "Nombre de machines disponibles".

QUANTITÉ VENDUE

AVANT :

QUANTITE_VENDUE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	500	600	100	200	0	500
PROD2	0	362	0	300	100	500
PROD3	300	188	0	400	500	30
PROD4	300	0	0	473	100	50
PROD5	800	400	100	200	1000	50
PROD6	200	300	400	0	300	128
PROD7	0	0	0	100	0	50

APRES :

QUANTITE_VENDUE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	500	600	300	200	0	500
PROD2	36	426	568	300	100	325
PROD3	300	200	0	400	500	100
PROD4	300	0	0	473	100	52
PROD5	800	400	500	200	1000	1100
PROD6	200	300	400	0	300	202
PROD7	1	0	0	100	0	60

FIGURE 26 – Quantité vendue avant et après la perturbation du paramètre "Nombre de machines disponibles".

3 ème cas : Tableaux détaillés pour la perturbation sur les prix de vente des produits :

QUANTITÉ VENDUE

AVANT :

QUANTITE_VENDUE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	500	600	100	200	0	500
PROD2	0	362	0	300	100	500
PROD3	300	188	0	400	500	30
PROD4	300	0	0	473	100	50
PROD5	800	400	100	200	1000	50
PROD6	200	300	400	0	300	128
PROD7	0	0	0	100	0	50

APRES :

QUANTITE_VENDUE	JANVIER	FEVRIER	MARS	AVRIL	MAI	JUIN
PROD1	500	600	300	200	0	500
PROD2	36	426	568	300	100	325
PROD3	300	200	0	400	500	100
PROD4	300	0	0	473	100	52
PROD5	800	400	500	200	1000	1100
PROD6	200	300	400	0	300	202
PROD7	1	0	0	100	0	60

FIGURE 27 – Quantité vendue avant et après la perturbation du paramètre "Nombre de machines disponibles".

Nombre de machines à acheter en fonction du prix de la broyeuse

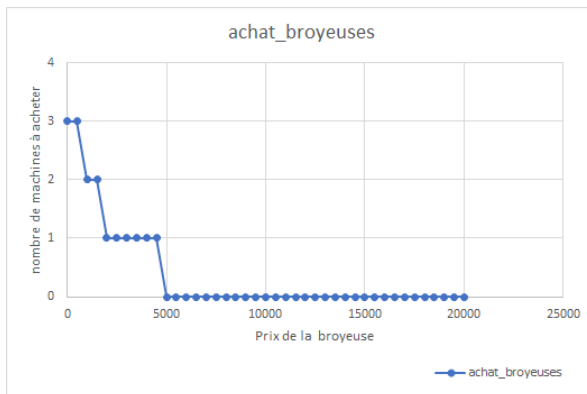


FIGURE 28 – Achat broyeuse

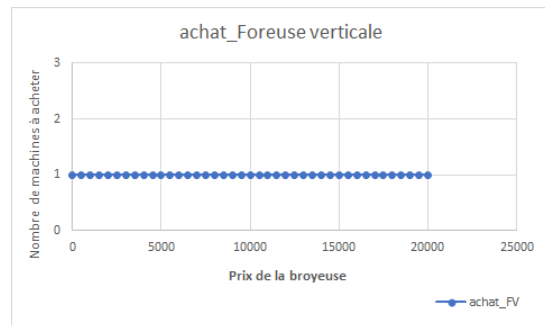


FIGURE 29 – Achat Foreuse verticale

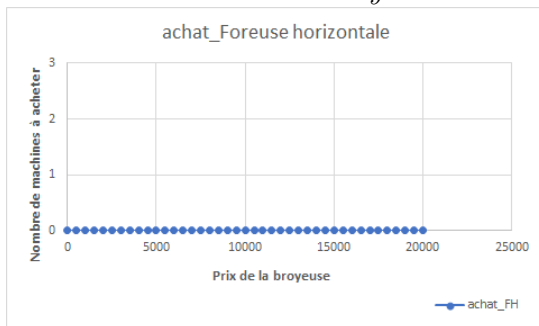


FIGURE 30 – foreuse horizontale



FIGURE 31 – Achat Alésoir

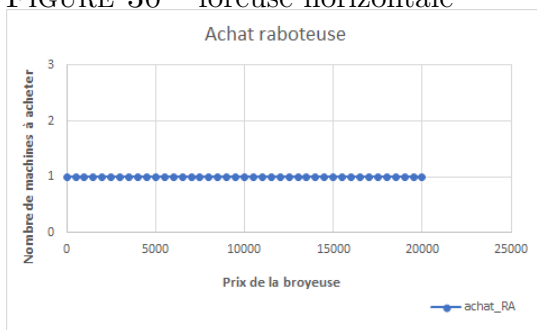


FIGURE 32 – Achat raboteuse