

Université de LILLE Faculté des Sciences et Techniques

Prévisions dans les séries chronologiques : Projet

 $\begin{array}{c} {\rm MASTER} \ 2 \\ {\rm Ing\acute{e}nierie} \ {\rm Statistique} \ {\rm et} \ {\rm Num\acute{e}rique} \end{array}$

Professeur : Laurence Broze

Préparé par : Khalil AL-SAYED

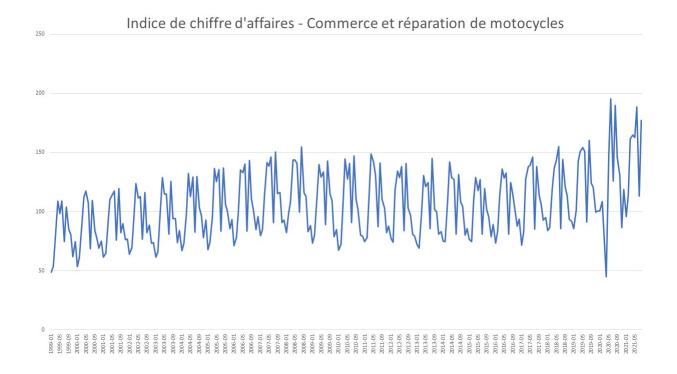
le 21 Decembre 2021

Table des matières

1	Introduction	2
2	Décomposition	2
3	lissage	5
4	Box-Jenkins	7
5	Conclusion	14
6	Annexe	15

1 Introduction

La série de ce projet mesure mensuellement (de 01/1999 à 08/2021) l'évolution de l'activité des entreprises (Indice de chiffre d'affaires) dans les secteurs du commerce et réparation de motocycles en france, ces évolutions sont élaborés chaque mois à partir des déclarations mensuelles (CA3) faites par les entreprises relevant du régime fiscal réel normal pour le paiement de la taxe sur la valeur ajoutée (TVA).

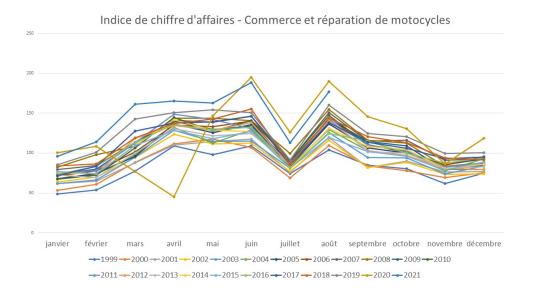


2 Décomposition

D'après le graphique de la série ci-dessus, notre séries présentant à la fois tendance et mouvement saisonnier, alors ont peut tracer le tableaux de Buys-Ballot :

Xt: Mois\Anne	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
janvier	48,82	53,45	61,67	63,99	61,68	67,16	67,7	71,37	79,51	82,33	73,32	67,26	74,56	77,08	72,2	74,82	76,81	73,46	71,83	84,05	85,44	100,51	95,72
février	53,66	61,03	64,88	69,68	66,24	73,16	74,14	77,94	84,58	97,71	80,02	72,34	78,12	74,08	69,15	74,46	74,5	83,51	83,24	86,59	101,19	108,34	113,87
mars	77,61	88,43	88,01	94,37	94,74	98,18	95,81	101,3	113,5	108,63	112,5	106,43	112,75	118,54	99,7	109,26	109,35	113,15	127,67	119,19	142,84	76,71	161,22
avril	108,8	111,72	110,1	123,58	128,75	132,17	136,55	135,15	141,3	143,39	139,93	144,41	148,47	134,36	130,65	141,83	128,71	136,07	137,72	136,93	150,71	45,17	164,94
mai	98,14	117,36	114,46	111,53	114,68	112,52	125,35	133,15	138,38	143,63	129,36	127,68	141,96	128,71	121,28	128,61	117,76	128,55	139,17	142,66	154,24	146,6	162,67
juin	108,94	107,18	117,52	112,51	115	129,09	135,48	140,06	146	140,45	133,58	140,82	130,34	138,22	124,75	127,06	127,14	132,52	146,29	154,95	150,63	195,01	188,36
juillet	74,49	68,77	75,7	76,84	81,06	82,8	83,3	83,39	90,56	99,49	88,97	90,74	87,31	84,01	85,43	80,85	80,85	81,09	85,38	85,65	91,25	125,9	113,01
août	103,94	109,49	119,66	116,22	125,59	129,66	136,77	143,02	150,45	154,69	142,85	146,88	141,03	140,51	144,71	131,3	119,56	124,71	137,87	144,16	160,18	189,84	176,93
septembre	84,64	83,76	82,04	82,08	94,25	103,07	106,34	110,65	115,02	116,08	114,61	110,48	110,17	102,79	101,51	108,13	101,77	115,02	113,6	120,74	124,29	145,77	
octobre	80,57	77,75	89,95	88,52	94,02	96,69	99,98	100,98	116,03	112,72	109,21	101,13	103	96,72	99,84	104,66	95,7	100,19	106,03	113,19	120,45	130,79	
novembre	61,99	69,26	76,48	73,44	73,69	78,04	85,42	84,8	90,79	83,18	78,74	79,9	82,2	80,8	80,92	80,14	79,02	87,52	92,95	93,81	99,43	86,62	
décembre	74,68	75,12	76,83	73,84	83,82	92,68	93,07	95,65	92,69	88,1	84,81	79,46	87,62	79,35	82,91	85,72	88,85	93,84	94,71	91,64	100,28	118,43	

et pour savoir le schéma de décomposition (additif, multiplicatif ou mixte) il faut tracer le graphique de notre profil :



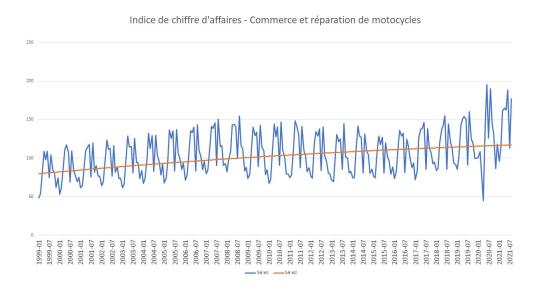
Puisque dans notre cas les saisons représenté par les droits de profil ne sont pas parallèles donc le modèle est multiplicatif :

$$X_t = T_t \times I_t \times \epsilon_t \tag{1}$$

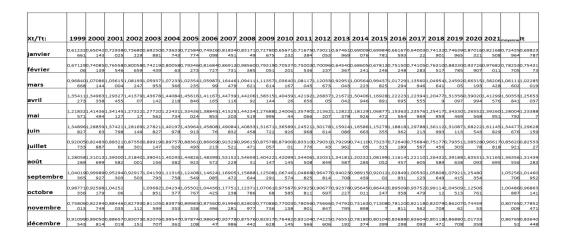
Détermination de la tendance : Dans notre cas on va utiliser la tendance de Gompertz :

$$T_t = e^{ab^t + c} (2)$$

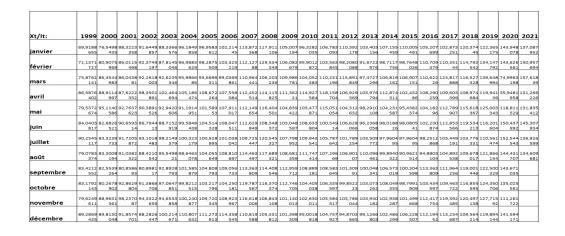
et on trouve (voir mon feuille de calcul excel (Gompertz)) que a=-0.51 b=0.99 et c=4.89, alors le graphique de notre courbe de tendance est :



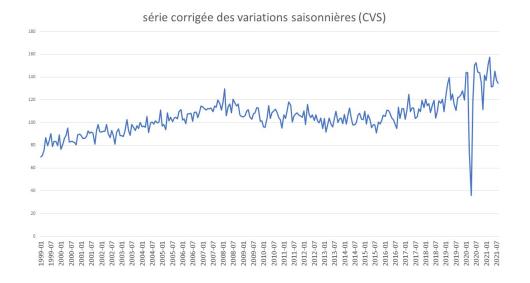
Désaisonnaliser la série : On commence par enlever la tendance : X_t / T_t



Pour obtenir la série corrigée des variations saisonnières (CVS), on calcule X_t/I_t



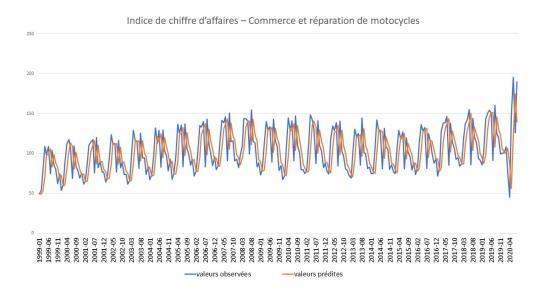
Alors voilà le graphique de notre série corrigée :



3 lissage

<u>Méthode de Holt</u>: D'après mon feuille de calcul Excel (Hold), j'ai trouvé alpha=0,72 et gamma=0 et MAPE=19.8%

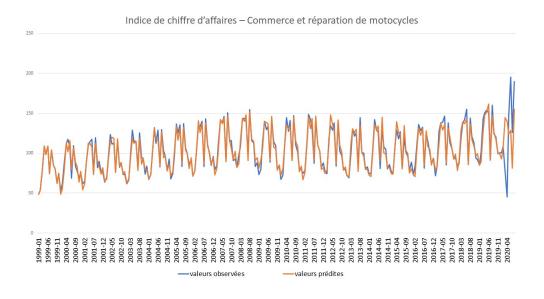
Voici le graphique sur l'échantillon d'estimation représentant les valeurs prédites et les valeurs observées :



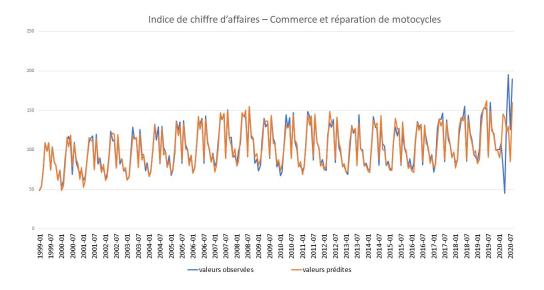
Méthode de Holt-Winters additive :

D'après mon feuille de calcul Excel (winters_additif), j'ai trouvé alpha=0,20 et gamma=0.00059 et delta=0.84 et MAPE=5.66%

Voici le graphique sur l'échantillon d'estimation représentant les valeurs prédites et les valeurs observées :



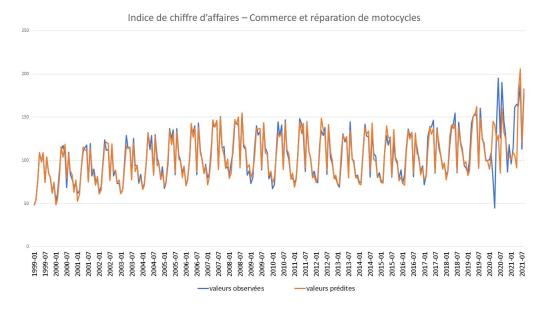
<u>Méthode de Holt-Winters multiplicative</u>: D'après mon feuille de calcul Excel (winters_multiplicative), j'ai trouvé alpha=0,21 et gamma=0.00057 et delta=0.68 et MAPE=5.63% Voici le graphique sur l'échantillon d'estimation représentant les valeurs prédites et les valeurs observées :



La meilleure méthode : c'est la méthode ayant la plus petit MAPE, donc c'est la méthode de Holt-Winters multiplicative (MAPE=5,63%).

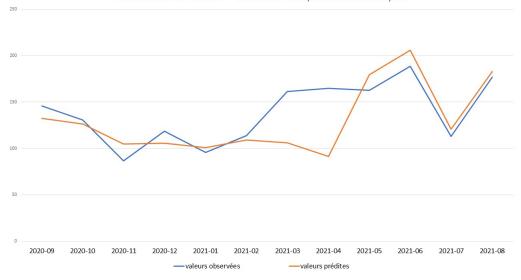
On appliquera cette meilleure méthode de lissage à la prévision des douze dernières données et on calculera le MAPE sur ces 12 données, on obtient alors MAPE=13,5% (voir MAPE2 dans la feuille de calcul winters_multiplicative).

Voici le graphique sur l'ensemble de l'échantillon représentant les valeurs prédites et les valeurs observées :



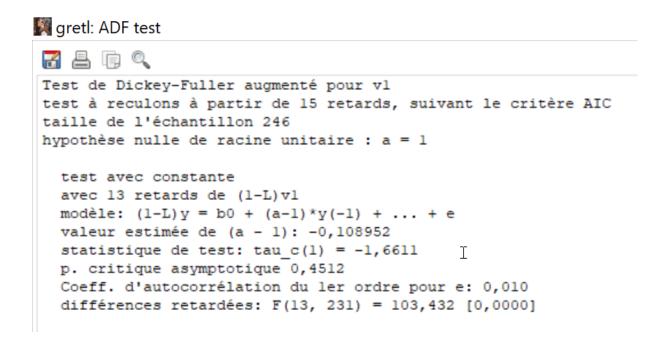
Si on zoome sur les 12 dernières mois on trouve :





4 Box-Jenkins

stationnarité de la série : Au debut il faut s'assurer de la stationnarité de la série, on peut utiliser le test de Dickey-fuller augmenté :



notre p-critique est 45,12% alors on ne rejette pas H0 alors il y a une racine unitaire donc X_t n'est pas stationnaire.

pour la série en différence première $(1-B)X_t$:

💹 gretl: ADF test

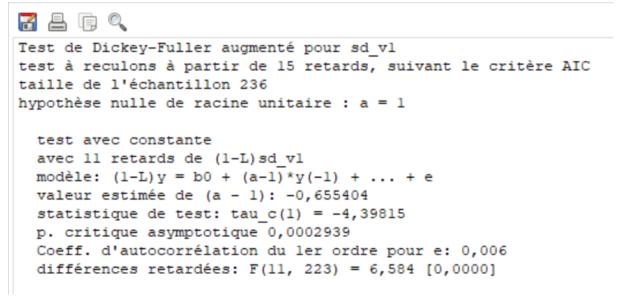


Test de Dickey-Fuller augmenté pour d_vl
test à reculons à partir de 15 retards, suivant le critère AIC
taille de l'échantillon 243
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1

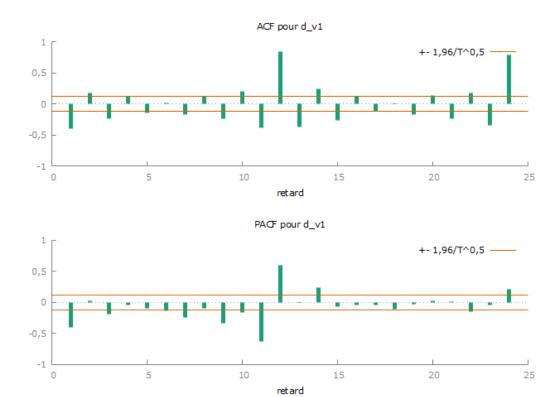
test avec constante
avec 15 retards de (1-L)d_vl
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valeur estimée de (a - 1): -7,73498
statistique de test: tau_c(1) = -5,8306
p. critique asymptotique 3,029e-07
Coeff. d'autocorrélation du ler ordre pour e: 0,000
différences retardées: F(15, 226) = 109,380 [0,0000]

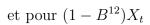
notre p-critique est 0.27% alors on rejette H0 alors $(1 - B)X_t$ est stationnaire. pour la série en différence saisonnière $(1 - B^{12})X_t$:

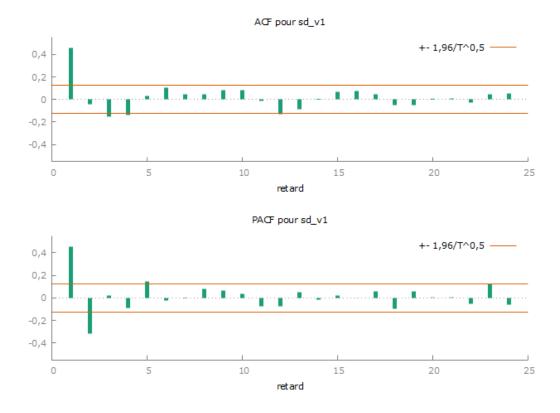
🌠 gretl: ADF test



notre p-critique est 0.029% alors on rejette H0 alors $(1 - B^{12})X_t$ est stationnaire. Pour savoir quel Différence je dois choisir $((1 - B)X_t$ ou $(1 - B^{12})X_t)$, il faut tracer le corrélogramme des deux, alors pour $(1 - B)X_t$:





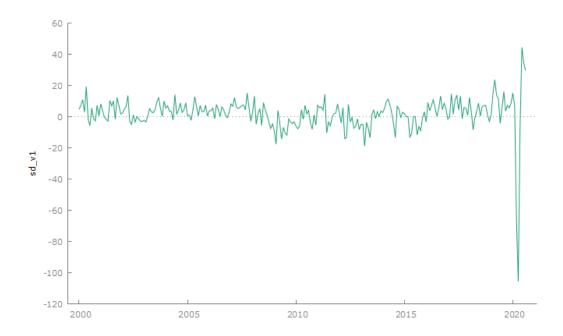


d'après les deux corrélogrammes on trouve que le modèle de $(1-B^{12})X_t$ est plus claire

(MA(12)) que le modèle de $(1-B)X_t$ (mixte), Alors je ferais mieux de travailler sur $(1-B^{12})X_t$.

Identification d'un modèle:

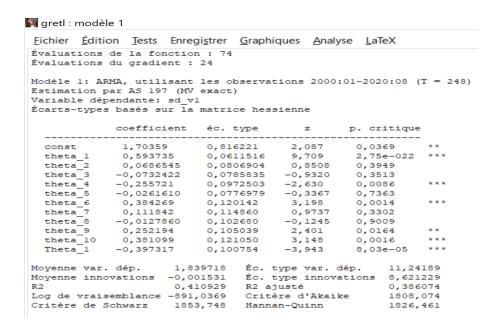
on a deja dit que $(1 - B^{12})X_t$ est MA(12), et puisque $(1 - B^{12})X_t$ présente encore de la saisonnalité :

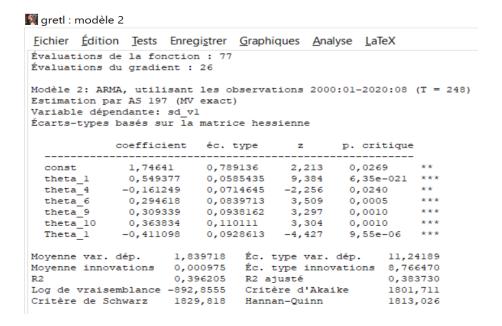


alors pour capter cette saisonnalité on peut multiplier ϵ_t par $(1-\Theta_1B^{12})$, donc finalement notre modèle devient :

$$(1 - B^{12})X_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_{12} B^{12})(1 - \Theta_1 B^{12})\epsilon_t$$
 (3)

Estimation du modèle:





alors notre modèle devient :

$$(1 - B^{12})X_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_4 B^4 - \theta_6 B^6 - \theta_9 B^9 - \theta_{10} B^{10})(1 - \Theta_1 B^{12})\epsilon_t \tag{4}$$

avec θ_1 θ_4 θ_6 θ_9 θ_{10} Θ_1 et μ sont tous significatives.

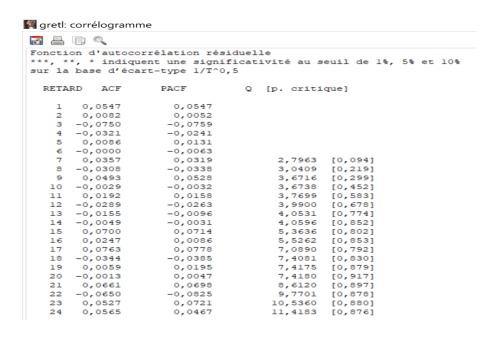
Validation du modèle : Maintenant il faut démontrer que ϵ_t est un bruit blanc.

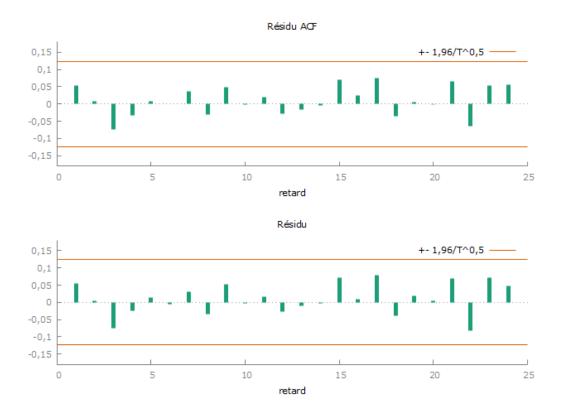
— Pour montrer que $E(\epsilon)=0$ il faut que

$$\sqrt{T}$$
 × Moyenne innovations/Ec. type innovations < 1.96

et ça marche dans notre cas (0.00175 < 1.96).

— pour montrer que ϵ est non-autocorrélé il faut tracer le corrélogramme des résidus :





Donc on peut déduire que ϵ_t est un bruit blanc.

<u>Calcul des prévisions</u>: Notre modèle a le meilleur MAPE sur l'échantillon d'estimation (5.66%)

```
Note: * indique un résidu supérieur à 2,5 fois l'écart-type
Statistiques sur la qualité de la prévision utilisant 248 observations

Moyenne Erreur

Moyenne Erreur Carrée (racine)

Moyenne Erreur Absolue

Moyenne Pourcentage Erreur

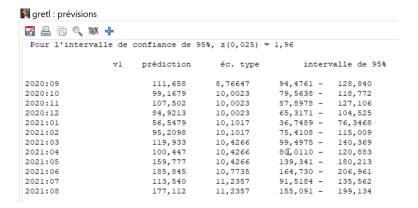
Moyenne Pourcentage Erreur Absolue

5,6637

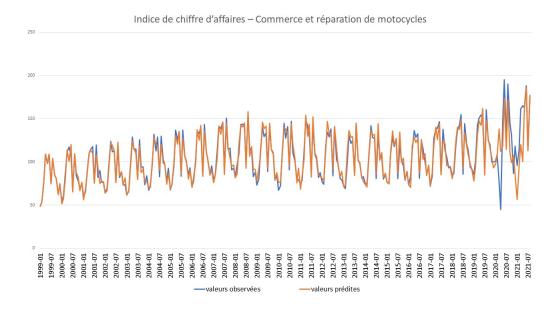
U2 de Theil

0,32294
```

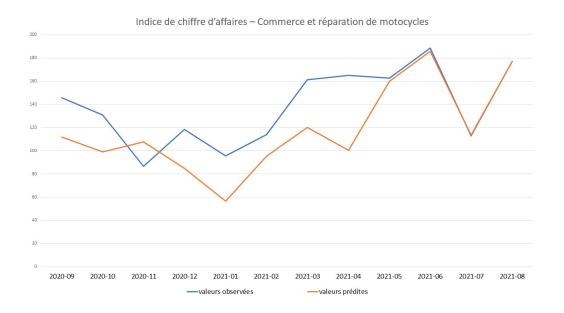
On applique le modèle (modèle 2) pour la prévision des douze dernières données, alors on trouve les valeurs suivantes :



Voilà le graphique comportant les observations et les prévisions :



Si on zoome sur les 12 dernières mois on trouve :



on calculera le MAPE sur ces 12 dernières données, on obtient alors MAPE=18.8%.

<u>Autres modèles</u>: j'ai trouvé plusieurs modèles satisfaisants du point de vue statistique, comme :

$$(1-B)(1-\varphi_{24}B^{24})X_t = \mu + (1-\theta_1B - \theta_2B^2)(1-\Theta_1B^{12})\epsilon_t$$
 (5)

avec AIC= 1933,710 et MAPE = 6.3%.

$$(1 - \Phi_1 B^{12})(1 - B)(1 - \varphi_{12} B^{12})X_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\epsilon_t \tag{6}$$

Mais mon modèle 2 c'est le meilleur car AIC et MAPE plus petit.

Remarque : Vous pouvez voir les sorties gretl pour ces deux modèle dans la partie Annexe.

avec AIC = 1924,704 et MAPE = 6.21%

5 Conclusion

La meilleure méthode de l'approche lissage (Holt Winters multiplicative avec MAPE = 5.63%) nous donne une prévision des douze dernières données avec MAPE= 13.5% tandis que la meilleure méthode de l'approche Box-Jenkins (modèle 2 avec MAPE=5.66%) nous donne une prévision des douze dernières données avec MAPE= 18.8%, donc on peut conclure que la meilleure méthode c'est le Holt Winters multiplicative.

Voilà le tableau final qui donne les prévisions par la meilleure méthode de lissage (Holt Winters multiplicative) et par le meilleur modèle de Box et Jenkins (modèle 2) :

	valeurs observées	valeurs prédites (Holt Winters multiplicative)	valeurs prédites (Box et Jenkins modèle 2)
2020-09	145,77	132,5431	111,658
2020-10	130,79	126,27248	99,1679
2020-11	86,62	104,85115	107,502
2020-12	118,43	105,66878	84,9213
2021-01	95,72	100,75436	56,5479
2021-02	113,87	109,12779	95,2098
2021-03	161,22	106,15682	119,933
2021-04	164,94	91,461202	100,447
2021-05	162,67	179,40744	159,777
2021-06	188,36	205,66617	185,845
2021-07	113,01	120,78086	113,54
2021-08	176,93	182,81132	177,112

6 Annexe

les sorties pour

$$(1-B)(1-\varphi_{24}B^{24})X_t = \mu + (1-\theta_1B-\theta_2B^2)(1-\Theta_1B^{12})\epsilon_t$$

🌉 gretl : modèle 10

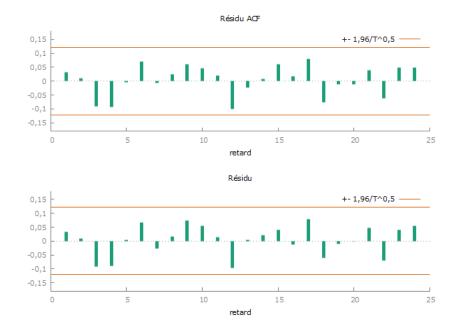
Fichier Edition Tests Enregistrer Graphiques Analyse LaTeX Évaluations de la fonction : 137 Évaluations du gradient : 36 Modèle 10: ARIMA, utilisant les observations 1999:02-2020:08 (T = 259) Estimation par AS 197 (MV exact) Variable dépendante: (1-L) vl Écarts-types basés sur la matrice hessienne coefficient éc. type p. critique 0,156360 0,0634202 2,465 0,0137 **
0,906743 0,0298963 30,33 4,67e-202 ***
-0,409779 0,0489431 -8,373 5,64e-017 *** const phi 24 theta l -0,590221 0,0487492 -12,11 9,66e-034 *** 0,939907 0,0350877 26,79 4,53e-158 *** theta_2 Theta 1 0,544479 Éc. type var. dép. Moyenne var. dép. Moyenne innovations 0,135870 Éc. type innovations 9,354845 R2 ajusté 0,874974 0,873503 Log de vraisemblance -960,8551 Critère d'Akaike 1933,710 1942,291 Critère de Schwarz 1955,051 Hannan-Quinn

💹 gretl: corrélogramme



Fonction d'autocorrélation résiduelle ***, **, * indiquent une significativité au seuil de 1%, 5% et 10% sur la base d'écart-type $1/T^0$,5

RETA	RD ACF	PACF	Q [p. critique]
1	0,0322	0,0322	
2	0,0099	0,0088	
3	-0,0904	-0,0911	
4	-0,0935	-0,0886	
5	-0,0036	0,0036	4,7778 [0,029]
6	0,0711	0,0663	6,1274 [0,047]
7	-0,0056	-0,0258	6,1358 [0,105]
8	0,0247	0,0154	6,3006 [0,178]
9	0,0611	0,0740	7,3085 [0,199]
10	0,0476	0,0549	7,9238 [0,244] I
11	0,0189	0,0149	8,0207 [0,331]
12	-0,1011	-0,0963	10,8158 [0,212]
13	-0,0225	0,0048	10,9548 [0,279]
14	0,0069	0,0215	10,9679 [0,360]
15	0,0618	0,0402	12,0244 [0,362]
16	0,0171	-0,0129	12,1054 [0,437]
17	0,0813	0,0796	13,9515 [0,377]
18	-0,0753	-0,0606	15,5436 [0,342]
19	-0,0119	-0,0108	15,5833 [0,410]
20	-0,0119	-0,0007	15,6235 [0,480]
21	0,0383	0,0485	16,0400 [0,521]
22	-0,0618	-0,0711	17,1309 [0,514]
23	0,0497	0,0412	17,8384 [0,533]
24	0,0489	0,0539	18,5274 [0,553]



Note : * indique un résidu supérieur à 2,5 fois l'écart-type
Statistiques sur la qualité de la prévision utilisant 259 observations

Moyenne Erreur 0,13587
Moyenne Erreur Carrée (racine) 9,3548
Moyenne Erreur Absolue 6,1542
Moyenne Pourcentage Erreur -0,78239
Moyenne Pourcentage Erreur Absolue 6,301
U2 de Theil 0,34335

Les sorties pour

$$(1 - \Phi_1 B^{12})(1 - B)(1 - \varphi_{12} B^{12})X_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\epsilon_t$$

🌠 gretl : modèle 12 Fichier Édition Tests Enregistrer Graphiques Analyse LaTeX Évaluations de la fonction : 132 Évaluations du gradient : 36 Modèle 12: ARIMA, utilisant les observations 1999:02-2020:08 (T = 259) Estimation par AS 197 (MV exact) Variable dépendante: (1-L) vl Écarts-types basés sur la matrice hessienne coefficient éc. type Z p. critique const 0,158403 0,0535349 2,959 0,0031 0,969472 84,63 0,0114557 0,0000 phi 12 Phi 1 -0,275763 0,0887692 -3,107 0,0019 3,96e-017 *** Ι theta 1 -0,408346 0,0485308 -8,414 0,0483876 2,22e-034 -0,591654 -12,23 theta 2 0,544479 Moyenne var. dép. Éc. type var. dép. Moyenne innovations 0,137867 Éc. type innovations 9,186057 0,879447 R2 ajusté 0,878029 Log de vraisemblance -956,3520 Critère d'Akaike 1924,704 Critère de Schwarz 1946,045 Hannan-Quinn 1933,284

Mgretl: corrélogramme

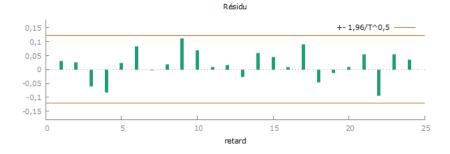




Fonction d'autocorrélation résiduelle ***, **, * indiquent une significativité au seuil de 1%, 5% et 10% sur la base d'écart-type 1/T^0,5

RETA	RD	ACF	PACF		Q	[p. crit	tique]
1	0,	0299	0,0299				
2	0,	0260	0,0251				
3	-0,	0602	-0,0618				
4	-0,	0846	-0,0821				
5	0,	0158	0,0240			3,3329	9 [0,068]
6	0,	0828	0,0838			5,163	1 [0,076]
7	0,	0126	-0,0031			5,205	4 [0,157]
8	0,	0286	0,0184			5,426	4 [0,246]
9	0,	0991	0,1125	*		8,0814	4 [0,152]
10	0,	0596	0,0692			9,045	7 [0,171]
11	0,	0179	0,0084			9,1333	3 [0,243]
12	0,	0115	0,0164			9,169	7 [0,328]
13	-0,	0481	-0,0259			9,806	4 [0,366]
14	0,	0524	0,0595			10,5648	8 [0,392]
15	0,	0608	0,0460			11,5892	2 [0,395]
16	0,	0297	0,0090			11,8348	8 [0,459]
17	0,	1000	0,0919			14,6260	0 [0,331]
18	-0,	0418	-0,0455			15,116	7 [0,370]
19	-0,	0103	-0,0129			15,1469	5 [0,441]
20	0,	0092	0,0095			15,170	7 [0,512]
21	0,	0537	0,0543			15,990	6 [0,525]
22	-0,	0731	-0,0935			17,5150	0 [0,488]
23	0,	0760	0,0549			19,169	6 [0,446]
24	0,	0332	0,0365			19,4860	0 [0,490]





Note : * indique un résidu supérieur à 2,5 fois l'écart-type Statistiques sur la qualité de la prévision utilisant 259 observations

Moyenne	Erreur	0,13787
Moyenne	Erreur Carrée (racine)	9,1861
Moyenne	Erreur Absolue	6,0664
Moyenne	Pourcentage Erreur	-0,76433
Moyenne	Pourcentage Erreur Absolue	6,2164
U2 de Ti	neil	0,34074