

# **RISQUES ET INCERTITUDES**

# Risque et aléa

- Le **risque** est la possibilité de survenue d'un événement indésirable, la probabilité d'occurrence d'un péril probable ou d'un aléa
- Un **aléa** est la tournure imprévisible que peut prendre un événement.

# Risque: définitions

- Il est défini, en statistiques descriptives comme la probabilité d'exposition à un danger, à un événement (maladie, décès, accident) pendant un intervalle de temps défini.
- En **gestion des risques**, il est l'association de quatre facteurs : un danger, une probabilité d'occurrence, sa gravité et de son acceptabilité

# Historique

- La première publication concernant une théorie du risque est l'œuvre de **Christian Huygens** en 1657 dans *De ratiociniis in alea ludo* (*De la logique du jeu de dé*) à la suite des discussions qu'il a eues avec Pascal sur le sujet.

Presque un siècle plus tard, en 1738, le mathématicien et statisticien **Daniel Bernoulli** fait paraître une étude sur le risque en matière économique dans *Specimen theoriae novae de mensura sortis.*

# paradoxe de Saint-Pétersbourg

- **Le paradoxe de Saint-Pétersbourg** exposé par **Gabriel Cramer** dans un courrier adressé à **Nicolas Bernoulli** s'énonce comme suit :
- Pourquoi, alors que l'espérance mathématique de gain à un jeu est infinie, les joueurs refusent-ils de jouer tout leur argent ?

# Réponse

- Pour répondre à ce paradoxe Bernoulli et Cramer introduisent la fonction d'utilité marginale et postulent qu'elle est décroissante.
- Cependant ces deux auteurs divergent sur la fonction d'utilité : **logarithme naturel** pour Bernoulli et **racine carrée** pour Cramer.

# Incertitude

- En gestion du risque, l'incertitude est liée au fait qu'on s'intéresse à l'avenir à partir de données du passé : on cherche à la quantifier par un risque. Elle n'est jamais nulle mais peut être très faible. Elle révèle ainsi l'illusion d'une sécurité parfaite.

# La décision dans l'Incertain

- Dans un environnement caractérisé par une incertitude non mesurable, le décideur se retrouve dans l'incapacité de pondérer l'importance d'un état donné par une probabilité, du fait qu'il ne la connaît pas.



# Critère de la décision dans l'Incertain

- Critère de MaxiMax
- Critère de Wald
- Critère de Savage
- Critère de Laplace
- Critère de Hurwicz
- Critère de Bernouilli
- Comparaison des critères

# Critère de Maxi Max

- C'est le critère du décideur optimiste;
- on considère l'utilité maximale de chaque valeur;
- Il s'agit de prendre la décision qui à la plus grande utilité maximale.

# Critère de Wald ou Maxi Min

- C'est le critère du décideur pessimiste;
- on considère l'utilité minimale de chaque valeur;
- Il s'agit de prendre la décision qui à la plus grande utilité minimale.

# Critère de Savage ou Regret Mini Max

- Il s'agit de regretter le moins possible dans le pire des cas.
- Il s'agit alors de calculer la matrice des regrets (ou manque à gagner) selon la formule :

$$b_{i,j} = \underset{k}{\text{Max}} a_{kj} - a_{ij}, \forall i \text{ et } j$$

- on considère le regret maximale de chaque valeur ;
- Il s'agit enfin, de prendre la décision qui donne le plus petit regret maximal.

# Critère de Laplace

- Le critère de Laplace se base sur l'hypothèse de l'équiprobabilité (probabilités égales) des événements possibles . Elle est égale à  $1/n$  pour chaque événement
- Le critère de Laplace (L) se calcule alors comme suit :

$$L(d_{ij}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}, \forall i$$

# Critère de Laplace

- Il s'agit de calculer pour chaque décision le critère  $L$
- Il s'agit ensuite de prendre la décision associée à la plus grande valeur de  $L$

# Critère d'Hurwicz

- Le critère d'Hurwicz définit un degré de pessimisme ( $\alpha$ ) et un degré d'optimisme ( $1 - \alpha$ )

# Critère d'Hurwicz

- Il s'agit de calculer pour chaque décision le critère  $H$ ;
- Il s'agit de prendre la décision qui donne la plus grande valeur de  $H$ .



# Critère de Bernouilli

- Le critère de Bernouilli, se base sur l'hypothèse de l'équiprobabilité (probabilités égales) des événements possibles . Elle est égale à  $1/n$  pour chaque événement.
- Le critère de Bernouilli se calcule alors comme suit :

$$B(d_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \text{Log } a_{ij}, \forall i$$

# Critère de Bernouilli

- Il s'agit de calculer chaque décision le critère  $B$ ;
- Il s'agit de prendre la décision qui donne la plus grande valeur de  $B$ .