

# Отчёт по лабораторной работе №7

## Математическое моделирование

### Модель распространения рекламы. Вариант №8

Выполнил: Маляров Семён Сергеевич,  
НПИбд-01-21, 1032209505

#### Содержание

1	Цель работы.....	1
2	Теоретическое введение.....	1
3	Задание .....	2
4	Выполнение лабораторной работы.....	2
4.1	Построение математической модели. Решение с помощью программ.....	2
4.1.1	Julia.....	2
4.1.2	Результаты работы кода на Julia.....	6
4.2	OpenModelica.....	7
5	Анализ полученных результатов. Сравнение языков.....	8
6	Вывод .....	8
7	Список литературы. Библиография.....	8

## 1 Цель работы

Изучить и построить модель эффективности рекламы.

## 2 Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных

объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих. Модель рекламной кампании описывается следующими величинами.

Считаем, что  $dn/dt$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $\alpha_1(t) > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей, узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

### 3 Задание

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

$$dn/dt = (0.64 + 0.00014n(t))(N - n(t))$$

$$dn/dt = (0.000014 + 0.63n(t))(N - n(t))$$

$$dn/dt = (0.7 \cdot t + 0.4 \cos(t)n(t))(N - n(t))$$

При этом объем аудитории  $N = 810$ , в начальный момент о товаре знает 11 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Построение математической модели. Решение с помощью программ

#### 4.1.1 Julia

Код программы для первого случая:  $dn/dt = (0.64 + 0.00014n(t))(N - n(t))$

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

```
N = 810
```

```
n0 = 11
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.64 + 0.00014*u[1])*(N - u[1])
end
```

```

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (1) ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :red)

savefig(plt, "lab7_julia_1.png")

```

Код программы для второго случая:  $dn/dt = (0.000014 + 0.63n(t))(N - n(t))$

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 810
n0 = 11

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000014 + 0.63*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

```

```

        end
    end

    plt = plot(
        dpi = 600,
        title = "Эффективность распространения рекламы (2) ",
        legend = false)
    plot!(
        plt,
        T,
        n,
        color = :red)
    plot!(
        plt,
        [max_dn_t],
        [max_dn_n],
        seriestype = :scatter,
        color = :red)

    savefig(plt, "lab7_julia_2.png")

```

Код программы для третьего случая:  $dn/dt = (0.7 \cdot t + 0.4 \cos(t)n(t))(N - n(t))$

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 810
n0 = 11

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.7*t + 0.4*cos(t)*u[1])*(N - u[1])
end

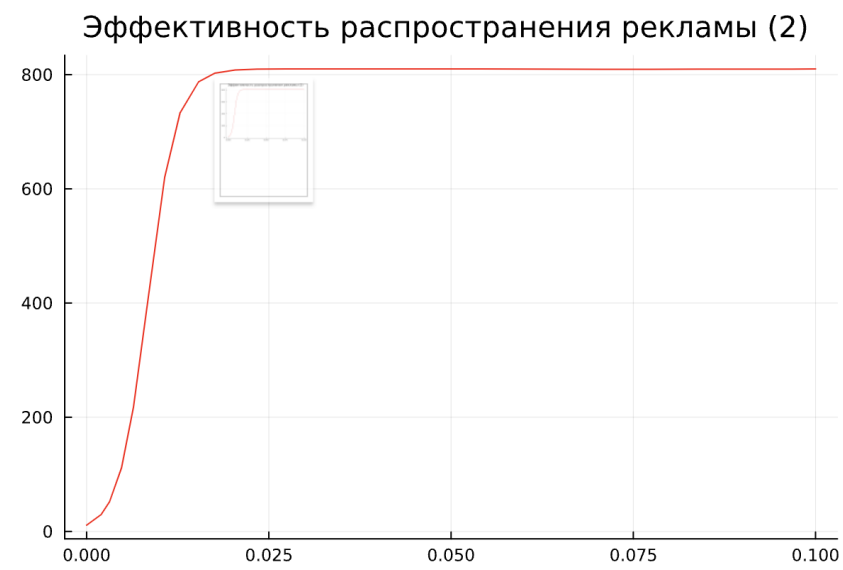
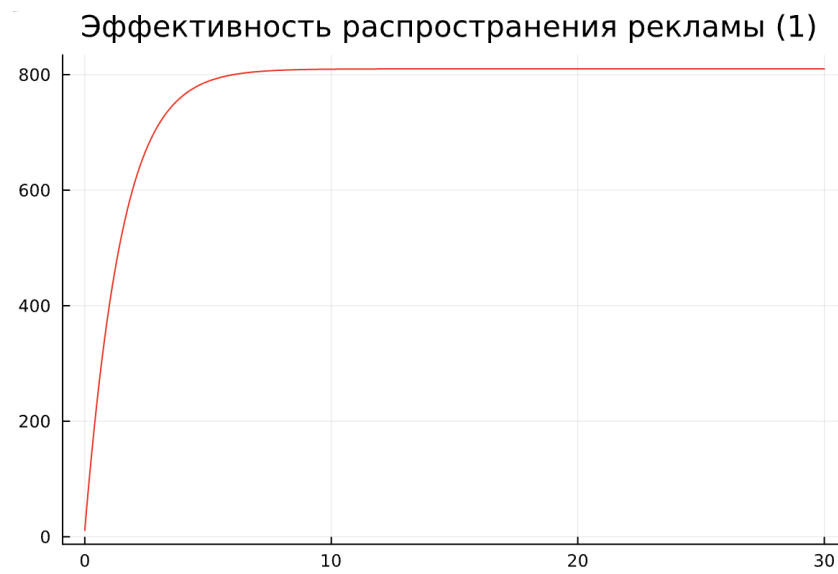
v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (3) ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,

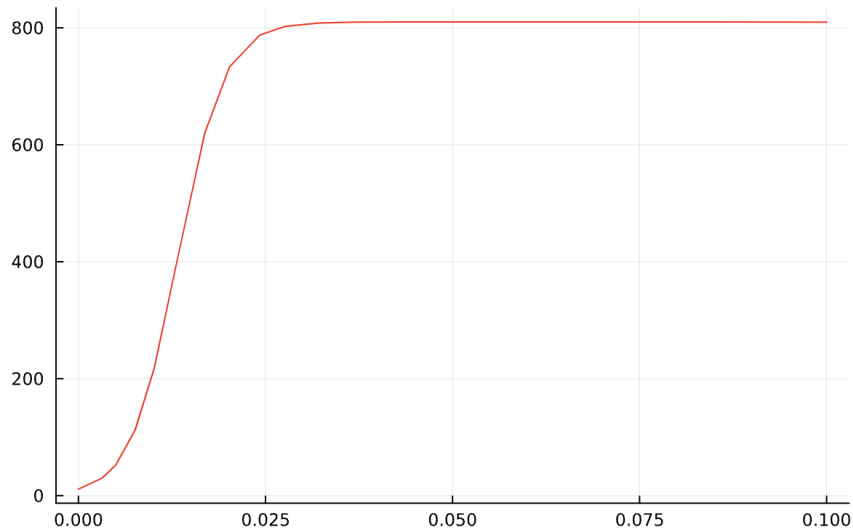
```

```
    n,  
    color = :red)  
savefig(plt, "lab7_julia_3.png")
```

### 4.1.2 Результаты работы кода на Julia



### Эффективность распространения рекламы (3)



## 4.2 OpenModelica

Код программы для первого случая:

```
model lab7_1
Real N = 810;
Real n;
initial equation
n = 11;
equation
der(n) = (0.64 + 0.00014*n)(N-n);
end lab7_1_mod;
```

Код программы для второго случая:

```
model lab7_2
Real N = 810;
Real n;
initial equation
n = 11;
equation
der(n) = (0.000014 + 0.00063*n)(N-n);
end lab7_2;
```

Код программы для третьего случая:

```
model lab7_3
Real N = 810;
Real n;
initial equation
n = 11;
equation
der(n) = (0.7*time + 0.4*cos(time)*n)(N-n);
```

```
end lab7_3;
```

## 5 Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia.

Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени  $t$  по умолчанию, что упрощает нашу работу.

## 6 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем решена задача на языках Julia и Open Modelica.

## 7 Список литературы. Библиография

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Модель Лотки—Вольтерры: [https://math-it.petsu.ru/users/semenova/MathECO/Lectons/Lotka\\_Volterra.pdf](https://math-it.petsu.ru/users/semenova/MathECO/Lectons/Lotka_Volterra.pdf)