Отчёт по лабораторной работе №6  
Математическое моделирование

Задача об эпидемии. Вариант №8

Выполнил: Маляров Семён Сергеевич,  
НПИбд-01-21, 1032209505

Содержание

[1 Цель работы 1](#_Toc160374316)

[2 Теоретическое введение 1](#_Toc160374317)

[3 Задачи 2](#_Toc160374318)

[4 Задание 3](#_Toc160374319)

[5 Выполнение лабораторной работы 3](#_Toc160374320)

[5.1 Построение математической модели. Решение с помощью программ 3](#_Toc160374321)

[5.1.1 Julia 3](#_Toc160374322)

[5.1.2 Результаты работы кода на Julia 5](#_Toc160374323)

[5.2 OpenModelica 6](#_Toc160374324)

[5.2.1 Результаты работы кода на OpenModelica 7](#_Toc160374325)

[6 Анализ полученных результатов. Сравнение языков. 8](#_Toc160374326)

[7 Вывод 8](#_Toc160374327)

[8 Список литературы. Библиография 9](#_Toc160374328)

# 1 Цель работы

Решить задачу об эпидемии. об эпидемии.

# 2 Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа — это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I\*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t)>I\*, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему

закону:

dS/dt =

{ -aS, если I(t)>I\*$

0, если I(t)<I\* } (1)

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между

заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

dl/dt =

{ -aS - bI, если I(t)>I\*

-bI, если I(t)<I\* } (2)

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие

иммунитет к болезни)

dR/dt = bI (3)

Постоянные пропорциональности a, b – это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось

однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало

эпидемии в момент времени

t = 0 нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0)

соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо

рассмотреть два случая:

I(t)<=I\*и I(t)>=I\*

# 3 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=14 000) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=114, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=14. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0).

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если I(0)≤ I\*

2) если I(0)> I\*

# 4 Выполнение лабораторной работы

## 4.1 Построение математической модели. Решение с помощью программ

### 4.1.1 Julia

Код программы для I(0)≤ I\*:

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 14000

I0 = 114

R0 = 14

S0 = N - I0 - R0

a = 0.4

b = 0.32

function ode\_fn(du, u, p, t)

S, I, R = u

du[1] = 0

du[2] = -b\*u[2]

du[3] = b\*I

end

v0 = [S0, I0, R0]

tspan = (0.0, 60.0)

prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)

sol = solve(prob, dtmax=0.05)

S = [u[1] for u in sol.u]

I = [u[2] for u in sol.u]

R = [u[3] for u in sol.u]

T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi=600, legend = :topright)

plot!(plt, T, S, label = "Восприимчивые особи" ,color=:green)

plot!(plt, T, I, label = "Инфицированные особи" ,color=:red)

plot!(plt, T, R, label = "Особи с иммунитетом" ,color=:blue)

savefig(plt,"lab6\_1\_jl.png")

Код программы для I(0)> I\*:

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 14000

I0 = 114

R0 = 14

S0 = N - I0 - R0

a = 0.4

b = 0.1

function ode\_fn(du, u, p, t)

S, I, R = u

du[1] = -a\*u[1]

du[2] = a\*u[1] - b\*u[2]

du[3] = b\*I

end

v0 = [S0, I0, R0]

tspan = (0.0, 120.0)

prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)

sol = solve(prob, dtmax=0.05)

S = [u[1] for u in sol.u]

I = [u[2] for u in sol.u]

R = [u[3] for u in sol.u]

T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi=600, legend = :topright)

plot!(plt, T, S, label = "Восприимчивые особи" ,color=:green)

plot!(plt, T, I, label = "Инфицированные особи" ,color=:red)

plot!(plt, T, R, label = "Особи с иммунитетом" ,color=:blue)

savefig(plt,"lab6\_2\_jl.png")

### 4.1.2 Результаты работы кода на Julia

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, График, линия

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, График, линия

Автоматически созданное описание

## 4.2 OpenModelica

Код программы для нестационарного состояния:

model lab6\_1\_mod

Real N = 14000;

Real I;

Real R;

Real S;

Real a = 0.4;

Real b = 0.34;

initial equation

I = 114;

R = 14;

S = N - I - R;

equation

der(S) = 0;

der(I) = -b \* I;

der(R) = b\*I;

end lab6\_1\_mod;

Код программы для стационарного состояния:

model lab6\_2\_mod

Real N = 14000;

Real I;

Real R;

Real S;

Real a = 0.4;

Real b = 0.1;

initial equation

I = 114;

R = 14;

S = N - I - R;

equation

der(S) = -a\*S;

der(I) = a\*S - b\*I;

der(R) = b\*I;

end lab6\_2\_mod;

**4.2.1 Результаты работы кода на OpenModelica**

Изображение выглядит как текст, График, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

**Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание**

**Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание**

# 5 Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

# В ходе выполнения лабораторной работы были построены графики изменения числа особей в каждой из трех групп при заданных начальных условиях на языках Julia и с помощью ПО Open Modelica. Результаты графиков совпадают (не учитывая разности в масштабах).

# 6 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была решена задача об эпидемии и построена модель на языках Julia и Open Modelica.

# 7 Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Модель Лотки—Вольтерры: https://math-it.petrsu.ru/users/semenova/MathECO/Lections/Lotka\_Volterra.pdf