

# I.CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU VÀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

## 1. Mối liên hệ giữa dao động điều hòa và hình chiếu của chuyển động tròn đều:

Xét một điểm M chuyển động tròn đều trên đường tròn có bán kính A và tốc độ góc  $\omega$ . Tại thời điểm ban đầu chất điểm ở vị trí điểm  $M_0$  và tạo với trục ngang một góc  $\varphi$ . Tại thời điểm t chất điểm ở vị trí M và góc tạo với trục ngang  $Ox$  là  $(\omega t + \varphi)$ . Khi đó hình chiếu của điểm M xuống  $Ox$  là OP có độ dài đại số .  $x = \overline{OP} = A\cos(\omega t + \varphi)$  (hình 1)  
Hình chiếu của một chất điểm chuyển động tròn đều là một dao động điều hòa.

Hay  $x = A\cos(\omega t + \varphi)\text{cm}$  ; (t đo bằng s) , được biểu diễn bằng vectơ quay trên Vòng tròn Lượng Giác như sau:

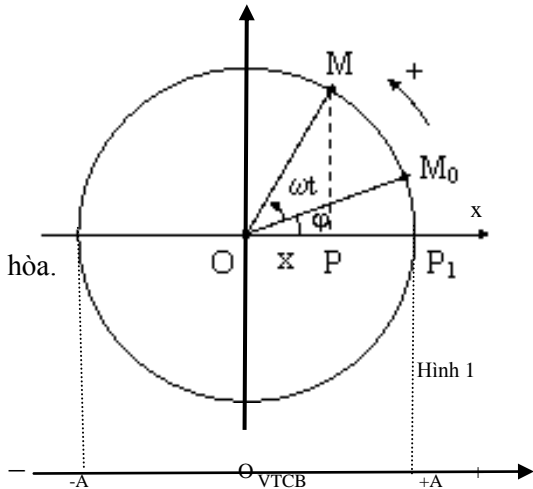
- Vẽ một vòng tròn có bán kính bằng biên độ:  $R = A$
- Trục  $Ox$  nằm ngang làm gốc.
- Xác định pha ban đầu trên vòng tròn (vị trí xuất phát).

**Quy ước :** Chiều dương từ trái sang phải.

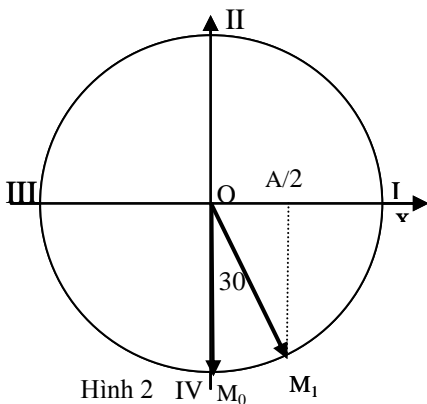
- Chiều **quay** là chiều **ngược** chiều kim đồng hồ.
- Khi vật chuyển động ở **trên** trục  $Ox$  : theo chiều **âm**.
- Khi vật chuyển động ở **dưới** trục  $Ox$  : theo chiều **dương**.

**- Có bốn vị trí đặc biệt trên vòng tròn:**

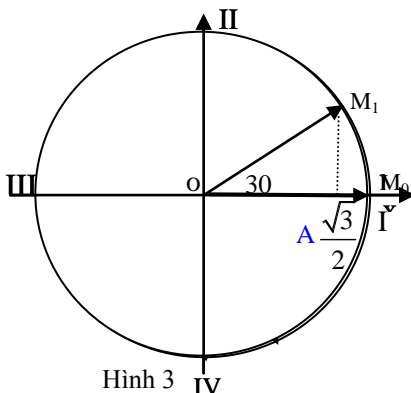
- I : vị trí biên dương  $x_{\max} = +A \rightarrow \varphi = 0$  ; (đây là vị trí mốc lấy góc  $\varphi$ )
- II : vị trí cân bằng theo chiều âm  $\rightarrow \varphi = +\pi/2$  hoặc  $\varphi = -3\pi/2$
- III : vị trí biên âm  $x_{\max} = -A \rightarrow \varphi = \pm\pi$
- IV : vị trí cân bằng theo chiều dương  $\rightarrow \varphi = -\pi/2$  hoặc  $\varphi = +3\pi/2$



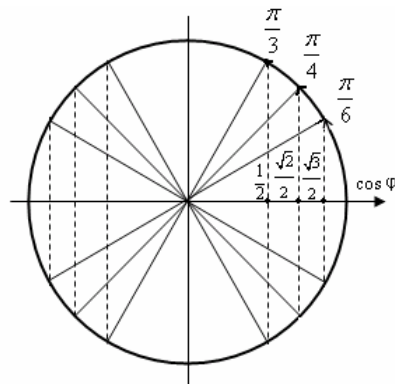
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- Chiều dài quỹ đạo của dao động điều hòa:  $l = 2A$ .

## 2.Quãng đường đi được trong khoảng thời gian $(t_2 - t_1)$ của chất điểm dao động điều hoà:

- Quãng đường vật đi được trong 1 chu kỳ dao động(  $t_2 - t_1 = T$ ) là:  $S = 4A$ .
- Quãng đường vật đi được trong 1/2 chu kỳ dao động (  $t_2 - t_1 = T/2$ ) là:  $S = 2A$ .

**a.Khi vật xuất phát từ vị trí đặc biệt:** Ta chỉ xét khoảng thời gian(  $t_2 - t_1 = \Delta t < T/2$ ).

**Vật xuất phát từ VTGB:(x=0)**

+ khi vật đi từ:  $x = 0 \rightarrow x = \pm \frac{A}{2}$  thì  $\Delta t = \frac{T}{12}$  : Quãng đường đi được là:  $S = A/2$  ( hình 2)

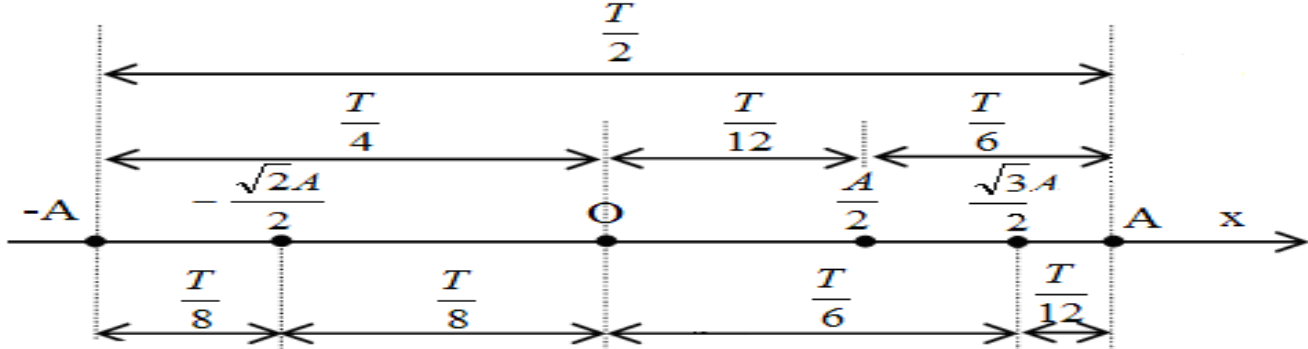
+ khi vật đi từ:  $x=0 \rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$  thì  $\Delta t = \frac{T}{8}$  : Quãng đường đi được là:  $S = \frac{A\sqrt{2}}{2}$

+ khi vật đi từ:  $x=0 \rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$  thì  $\Delta t = \frac{T}{6}$  : Quãng đường đi được là:  $S = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

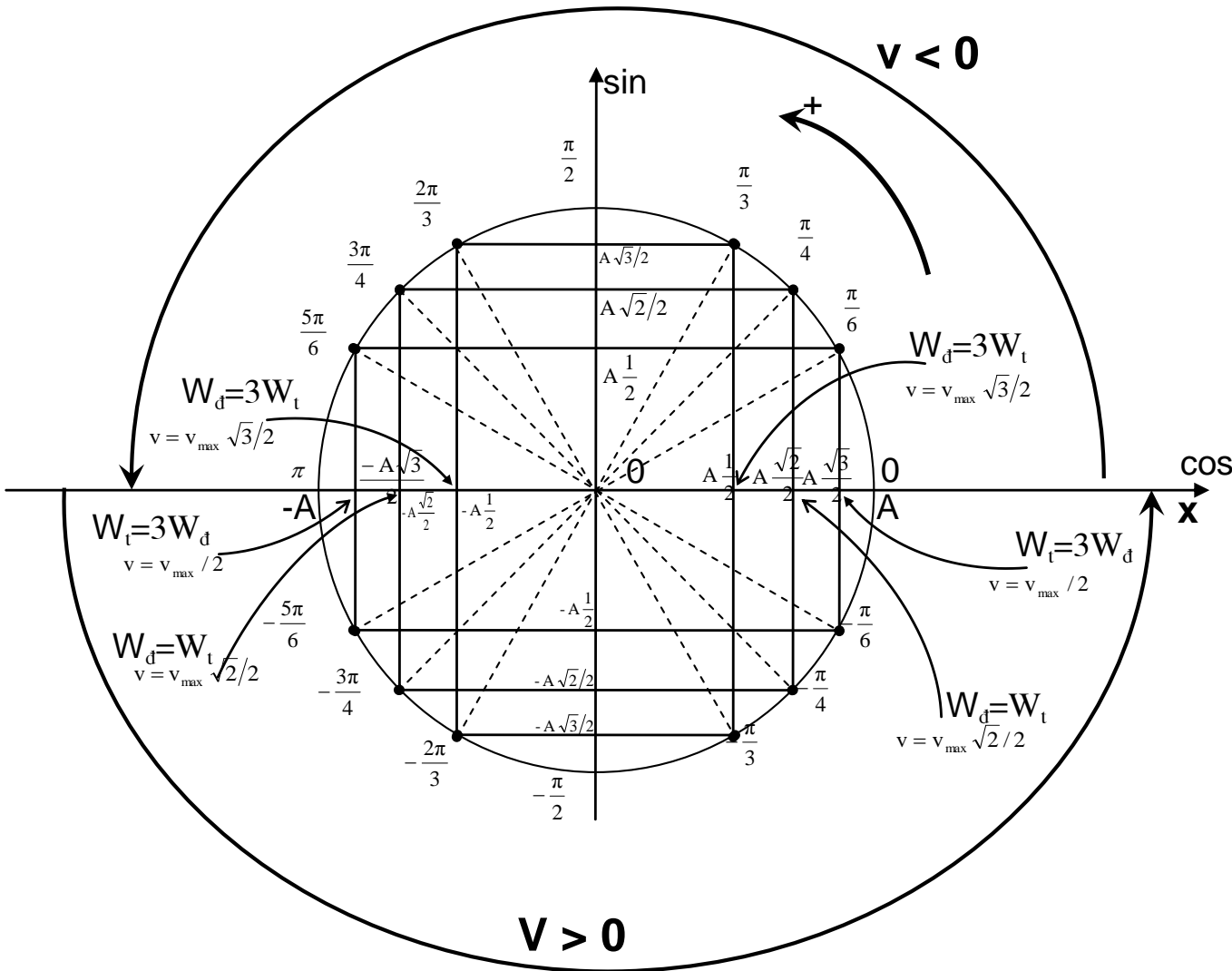
+ khi vật đi từ:  $x=0 \rightarrow x = \pm A$  thì  $\Delta t = \frac{T}{4}$  : Quãng đường đi được là:  $S = A$

**Vật xuất phát từ vị trí biên:(  $x = \pm A$  )**

- + khi vật đi từ:  $x = \pm A \rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$  thì  $\Delta t = \frac{T}{12}$ : Quãng đường đi được là :  $S = A - \frac{A\sqrt{3}}{2}$  ( hình 3)
- + khi vật đi từ:  $x = \pm A \rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$  thì  $\Delta t = \frac{T}{8}$ : Quãng đường đi được là :  $S = A - \frac{A\sqrt{2}}{2}$
- + khi vật đi từ:  $x = \pm A \rightarrow x = \pm \frac{A}{2}$  thì  $\Delta t = \frac{T}{6}$ : Quãng đường đi được là :  $S = A/2$
- + khi vật đi từ:  $x = \pm A \rightarrow x = 0$  thì  $\Delta t = \frac{T}{4}$ : Quãng đường đi được là :  $S = A$



]



Hình 5

Vòng tròn lượng giác

**b. Khi vật xuất phát từ vị trí bất kỳ! Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ .**

**PPG:** Phân tích:  $t_2 - t_1 = nT + \Delta t$  ( $n \in \mathbb{N}; 0 \leq \Delta t < T$ )

+ Quãng đường đi được trong thời gian  $nT$  là  $S_1 = 4nA$ , trong thời gian  $\Delta t$  là  $S_2$ .

+ Quãng đường tổng cộng là:  $S = S_1 + S_2$ . Tính  $S_2$  như sau: (Nếu  $\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow S_2 = 2A$ )

**Xác định:**  $\begin{cases} x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -\omega A\sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases}$  và  $\begin{cases} x_2 = A\cos(\omega t_2 + \varphi) \\ v_2 = -\omega A\sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases}$  ( $v_1$  và  $v_2$  chỉ cần xác định dấu)

$\begin{aligned} * \text{ Nếu } v_1 v_2 \geq 0 \Rightarrow & \begin{cases} \Delta t < 0,5T \Rightarrow S_2 =  x_2 - x_1  \\ \Delta t > 0,5T \Rightarrow S_2 = 4A -  x_2 - x_1  \end{cases} \end{aligned}$	$\begin{aligned} * \text{ Nếu } v_1 v_2 < 0 \Rightarrow & \begin{cases} v_1 > 0 \Rightarrow S_2 = 2A - x_1 - x_2 \\ v_1 < 0 \Rightarrow S_2 = 2A + x_1 + x_2 \end{cases} \end{aligned}$
---	---

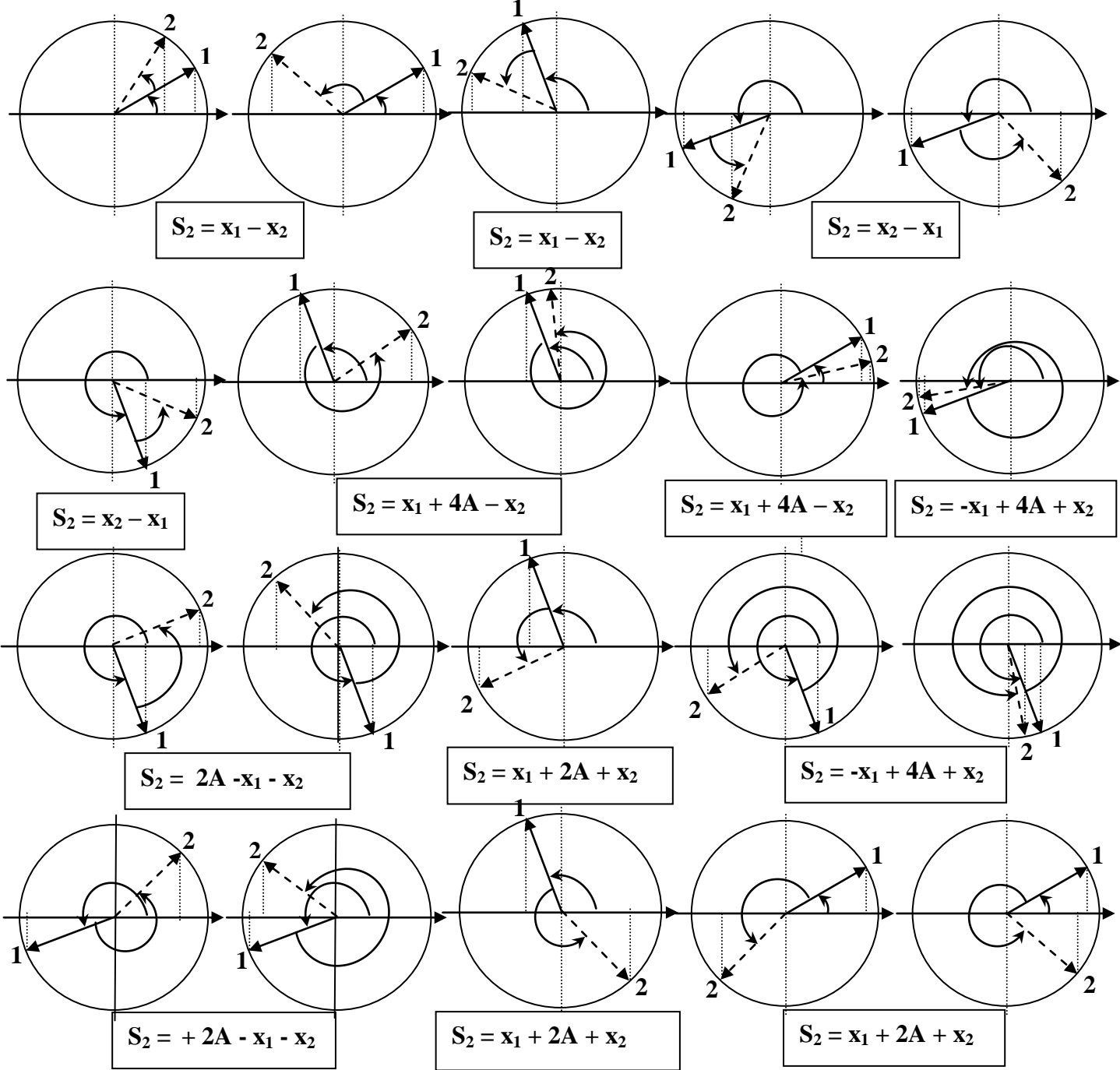
**Lưu ý:** + Nếu  $t_2 - t_1 = nT/2$  với  $n$  là một số tự nhiên thì quãng đường đi được là  $S = n.2A$ .

+ Tính  $S_2$  bằng cách xác định vị trí  $x_1, x_2$  và chiều chuyển động của vật trên trục  $Ox$

+ Dùng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều có thể giải bài toán đơn giản hơn.

**Mô tả tính  $S_2$ :** Dựa vào hình chiếu của chuyển động tròn đều. Tính  $x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi); x_2 = A\cos(\omega t_2 + \varphi)$ .

Xác định vị trí điểm  $M$  trên đường tròn ở thời điểm  $t_1$  và  $t_2$ . Tìm  $S_2$  như các hình 5 sau đây: ( $\Delta t = t_2 - t_1$ )



Hình 6: (Chú thích: Các Hình vẽ này copy từ trên mạng)

**Nhận xét:** Khi vật xuất phát từ VTCB hoặc vị trí biên (tức là  $\varphi = 0; \pi; \pm\pi/2$ ) thì

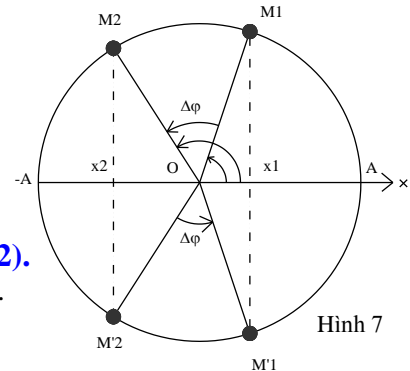
- +Quãng đường đi được từ thời điểm  $t_1 = 0$  đến thời điểm  $t_2 = T/4$  là :  $S=A$
- +Quãng đường đi được từ thời điểm  $t_1 = 0$  đến thời điểm  $t_2 = nT/4$  là:  $S= nA$
- +Quãng đường đi được từ  $t_1 = 0$  đến  $t_2 = nT/4 + \Delta t$  (với  $0 < \Delta t < T/4$ ) là:  **$S = nA + |x(nT/4 + \Delta t) - x(nT/4)|$**

**3. Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ  $x_1$  đến  $x_2$ :**

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega}$$

với
 
$$\begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} \end{cases}$$

và  $(0 \leq \varphi_1, \varphi_2 \leq \pi)$  (Hình 7)



**4. Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất đi được trong  $t_2 - t_1 = \Delta t$  ( $0 < \Delta t < T/2$ ).**

-Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB.Vật có vận tốc nhỏ nhất khi qua vị trí biên.

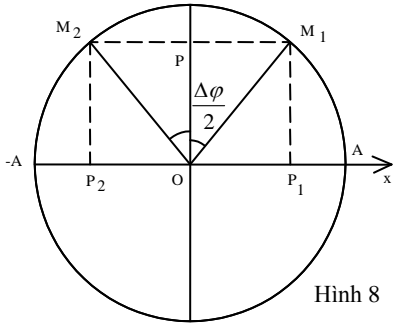
- Trong cùng một khoảng thời gian:
  - +Quãng đường đi được càng lớn khi vật ở càng gần VTCB
  - +Quãng đường đi được càng nhỏ khi vật càng gần vị trí biên.
- Mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều:

Góc quét:  **$\Delta \varphi = \omega \Delta t$** .  
 -Quãng đường lớn nhất khi vật đi từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục sin (hình 8):

=> Trong DĐĐH ta có:  **$S_{Max} = 2A \sin \frac{\Delta \varphi}{2}$**

-Quãng đường nhỏ nhất khi vật đi từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục cos (hình 9)

=> Trong DĐĐH ta có:  **$S_{Min} = 2A(1 - \cos \frac{\Delta \varphi}{2})$**



**Lưu ý:** +Nếu  $\Delta t > T/2 \rightarrow$  Tách  $\Delta t = n \frac{T}{2} + \Delta t'$  ( $n \in N^*; 0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$ )

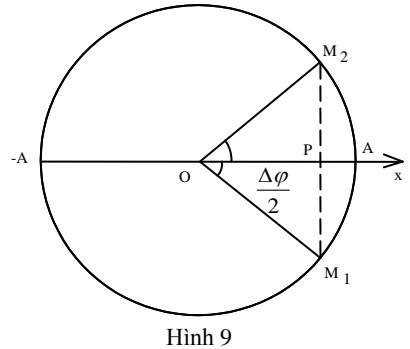
- +Trong thời gian  $n \frac{T}{2}$  quãng đường luôn là  $2nA$
- +Trong thời gian  $\Delta t'$  thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như trên.

**5.Tốc độ trung bình của vật đi từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ :**

+  $v_{tb} = \frac{S}{t_2 - t_1}$  với S là quãng đường tính như trên.

+Tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của vật trong khoảng thời gian  $\Delta t$ :

**$v_{tbMax} = \frac{S_{Max}}{\Delta t}$**  và  **$v_{tbMin} = \frac{S_{Min}}{\Delta t}$**  với  $S_{Max}; S_{Min}$  tính như trên.



## II.CÁC DẠNG BÀI TẬP:

**Dạng 1 : Xác định quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1$  đến thời điểm  $t_2$**

**1.Phương pháp 1:Xác định quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$  : $t_2 - t_1 = nT + \Delta t$**

Bước 1: Xác định :  $\begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -\omega A \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases}$  và  $\begin{cases} x_2 = A \cos(\omega t_2 + \varphi) \\ v_2 = -\omega A \sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases}$  ( $v_1$  và  $v_2$  chỉ cần xác định dấu)

Bước 2: Phân tích :  **$t_2 - t_1 = nT + \Delta t$**  ( $n \in N; 0 \leq \Delta t < T$ ) . (Nếu  $\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow S_2 = 2A$ )

Quãng đường đi được trong thời gian  $nT$  là:  $S_1 = 4nA$ , trong thời gian  $\Delta t$  là  $S_2$ .

Quãng đường tổng cộng là  **$S = S_1 + S_2$**  :

**Cách tính  $S_2$ :** (Xem hình 6)

\* Nếu  $v_1 v_2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta t < \frac{T}{2} \Rightarrow S_2 = |x_2 - x_1| \\ \Delta t > \frac{T}{2} \Rightarrow S_2 = 4A - |x_2 - x_1| \end{cases}$       \* Nếu  $v_1 v_2 < 0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 > 0 \Rightarrow S_2 = 2A - x_1 - x_2 \\ v_1 < 0 \Rightarrow S_2 = 2A + x_1 + x_2 \end{cases}$

- Lưu ý:** + Tính  $S_2$  bằng cách định vị trí  $x_1, x_2$  và chiều chuyển động của vật trên trục Ox
- + Có thể dùng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và Chuyển động tròn đều giải bài toán sẽ đơn giản hơn.

+ Trong nhiều bài tập có thể người ta dùng kí hiệu:  $\Delta t = t_2 - t_1 = nT + \Delta t'$

## 2. Phương pháp 2: Xác định Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t_1$ đến $t_2$ : $t_2 - t_1 = nT + T/2 + t_0$

Bước 1: - Xác định vị trí và chiều chuyển động của vật tại thời điểm  $t_1$  và  $t_2$ :

$$\begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -\omega A \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x_2 = A \cos(\omega t_2 + \varphi) \\ v_2 = -\omega A \sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases} \quad (v_1 \text{ và } v_2 \text{ chỉ cần xác định dấu})$$

Bước 2: - Phân tích:  $\Delta t = t_2 - t_1 = nT + T/2 + t_0$  ( $n \in \mathbb{N}; 0 \leq t_0 < T/2$ )

- Quãng đường đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t$  là:  $S = S_1 + S_2$

- Quãng đường  $S_1$  là quãng đường đi được trong thời gian:  $nT + T/2$  là:  $S_1 = n.4A + 2A$

- Quãng đường  $S_2$  là quãng đường đi được trong thời gian  $t_0$  ( $0 \leq t_0 < T/2$ )

+ Xác định li độ  $x_1$  và dấu của vận tốc  $v_1$  tại thời điểm:  $t_1 + nT + T/2$

+ Xác định li độ  $x_2$  và dấu của vận tốc  $v_2$  tại thời điểm  $t_2$

+ Nếu  $v_1 v_2 \geq 0$  ( $v_1$  và  $v_2$  cùng dấu – vật không đổi chiều chuyển động) thì:  $S_2 = |x_2 - x_1|$

+ Nếu  $v_1 v_2 < 0$  ( $v_1$  và  $v_2$  trái dấu – vật đổi chiều chuyển động) thì:

- $v_1 > 0, v_2 < 0$ :  $S_2 = 2A - x_1 - x_2$
- $v_1 < 0, v_2 > 0$ :  $S_2 = 2A + x_1 + x_2$

## 3. Các Ví dụ:

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 2 \cos(10\pi t - \frac{\pi}{3})(\text{cm})$ . Tính quãng đường vật đi được trong thời gian 1,1s đầu tiên.

**Giải 1:** Quãng đường vật đi được trong 1,1s đầu tiên tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động. Ta thay  $t = 0$  vào phương trình li độ và phương trình vận tốc để xem vật bắt đầu đi từ vị trí nào và theo chiều nào?

$$\text{Ta có: } x = 2 \cos(10\pi t - \frac{\pi}{3})(\text{cm}) \Rightarrow v = -20\pi \sin(10\pi t - \frac{\pi}{3})(\text{cm/s})$$

$$\begin{aligned} \text{Tại } t = 0: \quad & \begin{cases} x_0 = 2 \cos(-\frac{\pi}{3}) \\ v_0 = -20\pi \sin(-\frac{\pi}{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 1\text{cm} \\ v_0 > 0 \end{cases} \quad \text{và có chu kỳ: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2(\text{s}) \end{aligned}$$

Vậy vật bắt đầu đi từ vị trí  $x_0 = 1\text{cm}$  theo chiều dương.

Phân tích:  $\Delta t = 1,1\text{s} = nT + \Delta t' = 5.0,2 + \frac{0,2}{2} = 5.T + \frac{T}{2}$ .  $\rightarrow$  Quãng đường đi được trong thời gian:  $nT + T/2$  là:

$$S_1 = n.4A + 2A \Rightarrow \text{Quãng đường vật đi được là } S = 5.4A + 2A = 22A = 44\text{cm}.$$

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4 \cos(\pi t - \frac{\pi}{2})(\text{cm})$ . Tính quãng đường vật đi được trong 2,25s đầu tiên.

$$\text{Giải cách 1: Ta có: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2(\text{s}); \Delta t = 2,25\text{s} = T + 0,25(\text{s})$$

Quãng đường vật đi được trong 2s đầu tiên là  $S_1 = 4A = 16\text{cm}$ .

$$\begin{aligned} \text{- Tại thời điểm } t = 2\text{s}: \quad & \begin{cases} x_0 = 4 \cos(2\pi - \frac{\pi}{2}) \\ v_0 = -4\pi \sin(2\pi - \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{- Tại thời điểm } t = 2,25\text{s}: \quad & \begin{cases} x = 4 \cos(2,25\pi - \frac{\pi}{2}) \\ v = -4\pi \sin(2,25\pi - \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}\text{cm} \\ v > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó ta thấy trong 0,25s cuối vật không đổi chiều chuyển động nên quãng đường vật đi được trong 0,25s cuối là

$$S_2 = |2\sqrt{2} - 0| = 2\sqrt{2}(\text{cm}). \text{ Vậy quãng đường vật đi được trong 2,25s là: } S = S_1 + S_2 = (16 + 2\sqrt{2})(\text{cm})$$

**Giải cách 2:** (Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều).

Tương tự như trên ta phân tích được  $\Delta t = 2,25s = T + 0,25(s)$ .

Trong một chu kỳ T vật đi được quãng đường  $S_1 = 4A = 16cm$

Xét quãng đường vật đi được trong 0,25s cuối. Trong 0,25s cuối thì góc mà vật quét được trên đường tròn (bán kính A =

4cm) là:  $\alpha = \omega t = \pi \cdot 0,25 = \frac{\pi}{4} rad \Rightarrow$  Độ dài hình chiếu là quãng đường đi được:  $S_2 = A \cos \alpha = 4 \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}(cm)$

Từ đó ta tìm được quãng đường mà vật đi được là:  $S = S_1 + S_2 = (16 + 2\sqrt{2})(cm)$

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình:  $x = 12\cos(50t - \pi/2)cm$ . Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $t = \pi/12(s)$ , kể từ thời điểm gốc là ( $t = 0$ ):

- A. 6cm.      B. 90cm.      **C. 102cm.**      D. 54cm.

**Giải Cách 1:** Chu kì dao động :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25} s$

tại  $t = 0$  :  $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow$  Vật bắt đầu dao động từ VTCB theo chiều dương

□ tại thời điểm  $t = \pi/12(s)$  :  $\begin{cases} x = 6cm \\ v > 0 \end{cases}$  Vật đi qua vị trí có  $x = 6cm$  theo chiều dương.

□ Số chu kì dao động :  $N = \frac{t - t_0}{T} = \frac{t}{T} = \frac{\pi \cdot 25}{12 \cdot \pi} = 2 + \frac{1}{12} \Rightarrow$  Thời gian vật dao động là:  $t = 2T + \frac{T}{12} = 2T + \frac{\pi}{300} s$ .

– Quãng đường tổng cộng vật đi được là :  $S_t = S_{nT} + S_{\Delta t}$  Với :  $S_{2T} = 4A \cdot 2 = 4 \cdot 12 \cdot 2 = 96m$ .

Vì  $\begin{cases} v_1 v_2 \geq 0 \\ \Delta t < \frac{T}{2} \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta t} = |x - x_0| = 6 - 0 = 6cm$

– Vậy :  $S_t = S_{nT} + S_{\Delta t} = 96 + 6 = 102cm$ . Chọn : C.

**Giải Cách 2:** Ứng dụng mối liên hệ giữa CĐTD và ĐDDH

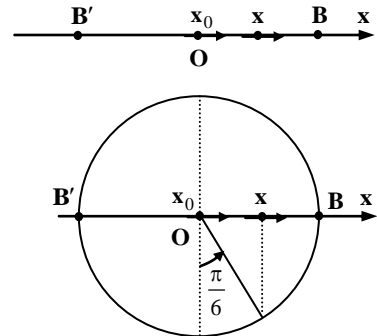
tại  $t = 0$  :  $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow$  Vật bắt đầu dao động từ VTCB theo chiều dương

Số chu kì dao động :  $N = \frac{t - t_0}{T} = \frac{t}{T} = \frac{\pi \cdot 25}{12 \cdot \pi} = 2 + \frac{1}{12}$

$\Rightarrow t = 2T + \frac{T}{12} = 2T + \frac{\pi}{300} s$ . Với :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25} s$

Góc quay được trong khoảng thời gian  $t$  :  $\alpha = \omega t = \omega(2T + \frac{T}{12}) = 2\pi \cdot 2 + \frac{\pi}{6}$  (hình 10)

Vậy vật quay được 2 vòng + góc  $\pi/6 \Rightarrow$  quãng đường vật đi được là :  $S_t = 4A \cdot 2 + A/2 = 102cm$ .



Hình 10

**Ví dụ 4:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 6\cos(2\pi t - \pi/3)cm$ . Tính độ dài quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian  $t_1 = 1,5 s$  đến  $t_2 = 13/3 s$

- A.  $(50 + 5\sqrt{3}) cm$       B. 53cm      C. 46cm      **D. 66cm**

**Phương pháp GIẢI BÀI NÀY:**

\* **Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ .**

- Xác định vị trí và chiều chuyển động của vật tại thời điểm  $t_1$  và  $t_2$ :

$$\begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -\omega A \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x_2 = A \cos(\omega t_2 + \varphi) \\ v_2 = -\omega A \sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases}$$

( $v_1$  và  $v_2$  chỉ cần xác định dấu)

- Phân tích:  $\Delta t = t_2 - t_1 = nT + T/2 + t_0$  ( $n \in \mathbb{N}; 0 \leq t_0 < T/2$ )

- Quãng đường đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t$  là:  $S = S_1 + S_2$

- Quãng đường  $S_1$  là quãng đường đi được trong thời gian:  $nT + T/2$

$$S_1 = n \cdot 4A + 2A$$

- Quãng đường  $S_2$  là quãng đường đi được trong thời gian  $t_0$  ( $0 \leq t_0 < T/2$ )

+ Xác định li độ  $x_1$  và dấu của vận tốc  $v_1$  tại thời điểm:  $t_1 + nT + T/2$

+ Xác định li độ  $x_2$  và dấu của vận tốc  $v_2$  tại thời điểm  $t_2$

+ Nếu  $v_1 v_2 \geq 0$  ( $v_1$  và  $v_2$  cùng dấu – vật không đổi chiều chuyển động) thì :  $S_2 = |x_2 - x_1|$

- $v_1' > 0, v_2 < 0 : S_2 = 2A - x_1' - x_2$
- $v_1' < 0, v_2 > 0 : S_2 = 2A + x_1' + x_2$

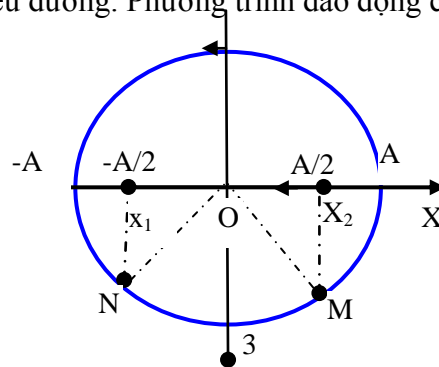
- Quãng đường  $S_2$  là quãng đường đi được trong thời gian  $t_0 = 1/3$  s

$$\text{Tại } t = 4\text{s} \quad \begin{cases} x_1' = 3 \\ v_1' > 0 \end{cases}$$

Tại  $t_2 = 13/3s$ :  $\begin{cases} x_2 = 3 \\ v_2 < 0 \end{cases}$

-Vậy Quãng đường đi được trong khoảng thời gian  $8,5/3s$ :  $S = S_1 + S_2 = 60+6=66(cm)$

Vậy phương trình dao động:  $x = 10 \cos(4\pi t - 2\pi/3)$  (cm)



**Giải cách 1:** chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4s$

Ta có:  $\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{5,9}{0,4} = 14,75$  Hay:  $t_2 - t_1 = 14,75T = 14T + 0,75T$

Vậy:  $S = S_1 + S_2 = 236\sqrt{2} = 333,7544\text{cm} \approx 333,8\text{cm}$  . chọn B

Trang 7



4. Tìm quãng đường đi được của vật dao động điều hòa. (Tham khảo)

a. Vấn đề: Chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox với li độ có dạng  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Tìm quãng đường mà vật đi được từ thời điểm  $t = t_1$  đến thời điểm  $t = t_2$ .

b. Kiến thức:

- Bất kể vật xuất phát từ đâu, quãng đường vật đi sau nửa chu kì luôn luôn là  $2A$
- Nếu vật xuất phát từ vị trí cân bằng ( $x_{(t_1)} = 0$ ) hoặc từ vị trí biên ( $x_{(t_1)} = \pm A$ ) thì quãng đường vật đi sau  $T/4$  là  $A$ .  
Trong khoảng thời gian  $\Delta t$  (với  $0 < \Delta t < 0,5T$ ), quãng đi được tối đa  $S_{\max}$  và tối thiểu  $S_{\min}$ ?
- Độ lệch cực đại:  $\Delta S = (S_{\max} - S_{\min})/2 \approx 0,4A$ ?

c. Phương pháp giải quyết Vấn đề:

- Quãng đường đi được ‘trung bình’:  $\bar{S} = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \cdot 2A$ . Quãng đường đi được thỏa mãn:  $\bar{S} - 0,4A < S < \bar{S} + 0,4A$ .

- Căn cứ vào:  $\frac{t_2 - t_1}{0,5T} = q \left\{ \begin{array}{l} \text{So nguyên} \\ \text{So bán nguyên và } x_{(t_1)} = 0 \cup \pm A \\ q \cdot 2A - 0,4A < S < q \cdot 2A + 0,4A \end{array} \right\} \Rightarrow S = q \cdot 2A$

d Tập hợp, cấu trúc kiến thức: Vận dụng giải các bài toán :

Các ví dụ hướng dẫn.

Câu 1: Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x = 1,25\cos(2\pi t - \pi/12)$  (cm) (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được sau thời gian  $t = 2,5$  s kể từ lúc bắt đầu dao động là

- A. 7,9 cm.                      B. 22,5 cm.                      C. 7,5 cm.                      D. 12,5 cm.

HD:  $\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} = 1(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{2,5}{0,5 \cdot 1} = 5 \xrightarrow{\text{So nguyên}} S = q \cdot 2A = 10A = 12,5(cm) \end{array} \right.$

Câu 2: Một vật nhỏ dao động điều hòa dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng) có phương trình dao động  $x = 3 \cdot \cos(3\pi t)$  (cm) (t tính bằng giây) thì đường mà vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm 3 s là

- A. 24 cm.                      B. 54 cm.                      C. 36 cm.                      D. 12 cm.

HD:  $\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2}{3}(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{3 - 0}{0,5 \cdot 2/3} = 9 \xrightarrow{\text{So nguyên}} S = q \cdot 2A = 18A = 54cm \end{array} \right.$

Câu 3: Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = 4\cos(4\pi t - \pi/2)$  (cm). Trong 1,125 s đầu tiên vật đã đi được một quãng đường là:

- A. 32 cm.                      B. 36 cm.                      C. 48 cm.                      D. 24 cm.

HD:  $\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{1,125 - 0}{0,5 \cdot 0,5} = 4,5 \xrightarrow[\text{nh- ng } x_{(t_1)} = 4\cos\left(4\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{2}\right) = 0]{\text{Số bán nguyên}} S = q \cdot 2A = 9A = 36cm \end{array} \right.$

Câu 4: Một con lắc lò xo dao động với phương trình:  $x = 4\cos 4\pi t$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được trong thời gian 2,875 (s) kể từ lúc  $t = 0$  là:

- A. 16 cm.                      B. 32 cm.                      C. 64 cm.                      D. 92 cm.

HD:  $\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{2,875 - 0}{0,5 \cdot 0,5} = 11,5 \xrightarrow[\text{nhưng } x_{(t_1)} = 4\cos 4\pi \cdot 0 = 0]{\text{Số bán nguyên}} S = q \cdot 2A = 23A = 92cm \end{array} \right.$

Câu 5: Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng) có phương trình:  $x = 5 \cdot \sin(2\pi t + \pi/6)$  cm (t đo bằng giây). Xác định quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 1$  (s) đến thời điểm  $t = 13/6$  (s).

- A. 32,5 cm                      B. 5 cm                      C. 22,5 cm                      D. 17,5 cm



$$HD: \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = 1(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{13/6 - 1}{0,5 \cdot 1} = \frac{7}{3} \Rightarrow \begin{cases} \bar{S} = q \cdot 2A = \frac{70}{3} = 23,3cm \\ \Delta A_{max} = 0,4A = 2cm \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C} \end{cases}$$

**Câu 6:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 6\cos(4\pi t - \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm  $t = 8/3$  (s) là

- A. 134,5 cm.      B. 126 cm.      C. 69 cm.      D. 21 cm.

$$HD: \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(s) \\ \bar{S} = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \cdot 2A = \frac{8/3 - 0}{0,5} \cdot 4A = \frac{64}{3} A = \frac{64}{3} \cdot 6 = 128cm \\ \Delta A_{max} = 0,4A = 2,4cm \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B}$$

## 5. Trắc nghiệm vận dụng :

**Câu 1.** Một vật nhỏ dao động điều hòa có biên độ A, chu kì dao động T, ở thời điểm ban đầu  $t = 0$  vật đang ở vị trí cân bằng hoặc vị trí biên. Quãng đường mà vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm  $t = T/4$  là

- A. A/2      B. 2A      C. A      D. A/4

**Câu 2.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình :  $x = 6\cos(20t + \pi/3)$ cm. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $t = 13\pi/60$ (s), kể từ khi bắt đầu dao động là :

- A. 6cm.      B 90cm.      C 102cm.      D. 54cm.

**Câu 3.** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox với phương trình  $x = 6.\cos(20t - \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm  $t = 0,7\pi/6$  (s) là

- A. 9cm      B. 15cm      C. 6cm      D. 27cm

**Câu 4.** Một con lắc lò xo gồm một lò xo có độ cứng 40 N/m và vật có khối lượng 100 g, dao động điều hoà với biên độ 5 cm. Chọn gốc thời gian  $t = 0$  lúc vật qua vị trí cân bằng. Quãng đường vật đi được trong  $0,175\pi$  (s) đầu tiên là

- A. 5 cm      B. 35 cm      C. 30 cm      D. 25 cm

**Câu 5.** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 5\cos(8\pi t + \pi/3)$  cm. Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm  $t = 1,5$  (s) là

- A. 15 cm      B. 135 cm      C. 120 cm      D. 16 cm

**Câu 6.** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 3\cos(4\pi t - \pi/3)$  cm. Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm  $t = 2/3$  (s) là

- A. 15 cm      B. 13,5 cm      C. 21 cm      D. 16,5 cm

**Câu 7.** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 5\cos(\pi t + 2\pi/3)$  cm. Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 2$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 19/3$  (s) là:

- A. 42,5 cm      B. 35 cm      C. 22,5 cm      D. 45 cm

**Câu 8.** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 5\cos(\pi t + 2\pi/3)$  cm. Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 2$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 17/3$  (s) là:

- A. 25 cm      B. 35 cm      C. 30 cm      D. 45cm

**Câu 9.** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 5\cos(\pi t + 2\pi/3)$  cm. Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 2$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 29/6$  (s) là:

- A. 25 cm      B. 35 cm      C. 27,5 cm      D. 45 cm

**Câu 10.** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 7\cos(5\pi t + \pi/9)$  cm. Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 2,16$  (s) đến thời điểm  $t_2 = 3,56$  (s) là:

- A. 56 cm      B. 98 cm      C. 49 cm      D. 112 cm

**Câu 11.** Vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Vận tốc cực đại của vật là  $v_{max} = 8\pi$  cm/s và gia tốc cực đại  $a_{max} = 16\pi^2$  cm/s<sup>2</sup>. Trong thời gian một chu kỳ dao động, vật đi được quãng đường là:

- A. 20cm;      B. 16cm;      C. 12cm;      D. 8cm.

**Câu 12.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với biên độ 6cm và chu kì 1s. Tại  $t = 0$ , vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm của trục tọa độ. Tổng quãng đường đi được của vật trong khoảng thời gian 2,375s kể từ thời điểm được chọn làm gốc là:

- A. 48cm      B. 50cm      C. 55,76cm      D. 42cm

**Dạng 2 : Xác định thời điểm- số lần vật đi qua một vị trí xác định**

I.Để xác định thời điểm một vật dao động điều hoà đi qua một điểm đã cho x hoặc v, a, F, W<sub>d</sub>, W<sub>t</sub>.

1.Phương pháp : Phương trình dao động có dạng:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  cm

Phương trình vận tốc:  $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$  cm/s

Tính số chu kỳ dao động từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$  :  $N = \frac{t_2 - t_1}{T} = n + \frac{m}{T}$  với  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Trong một chu kỳ : + vật đi được quãng đường  $4A$   
+ Vật đi qua ly độ bất kỳ 2 lần

\* Nếu  $m = 0$  thì : + Quãng đường đi được:  $S_T = n.4A$   
+ Số lần vật đi qua  $x_0$  là  $M_T = 2n$

\* Nếu  $m \neq 0$  thì : + Khi  $t = t_1$  ta tính  $x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi)$ cm và  $v_1$  dương hay âm (không tính  $v_1$ )  
+ Khi  $t = t_2$  ta tính  $x_2 = A\cos(\omega t_2 + \varphi)$ cm và  $v_2$  dương hay âm (không tính  $v_2$ )

Sau đó vẽ hình của vật trong phần  $\frac{m}{T}$  chu kỳ rồi dựa vào hình vẽ để tính  $S_{l\grave{e}}$  và số lần  $M_{l\grave{e}}$  vật đi qua  $x_0$  tương ứng.

Khi đó: + Quãng đường vật đi được là:  $S = S_T + S_{l\grave{e}}$

+ Số lần vật đi qua  $x_0$  là:  $M = M_T + M_{l\grave{e}}$

II.Xác định Số lần vật đi qua vị trí cho trước x<sub>0</sub> trong khoảng thời gian  $\Delta t = t_1$  đến  $t_2$

1.Phương pháp 1: Phương trình dao động có dạng:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  cm

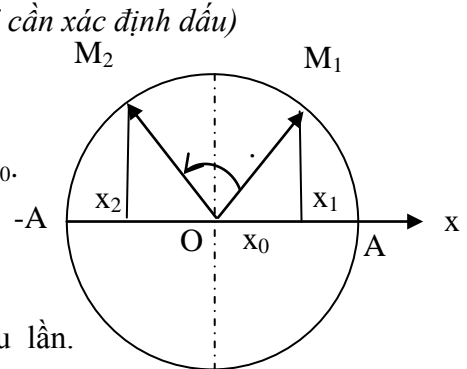
Bước 1: -Xác định vị trí của vật tại thời điểm  $t_1$  là  $x_1$  và tại thời điểm  $t_2$  là  $x_2$

và chiều chuyển động của vật tại thời điểm  $t_1$  và  $t_2$ : ( $v_1$  và  $v_2$  chỉ cần xác định dấu)

Bước 2: -Phân tích:  $\Delta t = t_2 - t_1 = nT + \Delta t_0$  ( $n \in \mathbb{N}$ ;  $0 \leq \Delta t_0 < T$ )

Bước 3: -Từ hình vẽ ta xác định được trong khoảng thời gian  $\Delta t_0$  vật chuyển động từ  $M_1 \rightarrow M_2$  qua vị trí  $x_0$  no lần.

Suy ra số lần vật đi qua vị trí  $x_0$  trong khoảng thời gian từ  $t_1$  là  $t_2$  là  $N = 2n + n_0$ .



Hình 12

Phương pháp 2:

Xác định trong khoảng thời gian  $\Delta t$  vật qua một vị trí cho trước bao nhiêu lần.

+ Biểu diễn trên vòng tròn , xác định vị trí xuất phát.

+ Xác định góc quét  $\Delta\varphi = \Delta t.\omega$

+ Phân tích góc quét  $\Delta\varphi = n_1.2\pi + n_2.\pi + \Delta\varphi'$  ;  $n_1$  và  $n_2$  : số nguyên ; ví dụ :  $\Delta\varphi = 9\pi = 4.2\pi + \pi$

+ Biểu diễn và đếm trên vòng tròn.

- Khi vật quét một góc  $\Delta\varphi = 2\pi$  (một chu kỳ thì qua một vị trí bất kỳ 2 lần , một lần theo chiều dương , một lần theo chiều âm )

CÁCH NHỚ NHANH SỐ LẦN HAI VẬT GẶP NHAU CỦA 2 VẬT DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA KHÔNG CÙNG BIÊN ĐỘ VÀ CÓ CÙNG TẦN SỐ GÓC

a.CƠ SỞ LÝ THUYẾT:

Hai vật phải cùng vị trí cân bằng, biểu diễn bằng hai đường tròn đồng tâm như hình vẽ.

Khi gặp nhau thì hình chiếu của chúng trên trục hoành trùng nhau.

Phần chứng minh dưới đây sẽ cho thấy:

Chúng gặp nhau hai lần liên tiếp cách nhau  $T/2$

Giả sử lần gặp nhau ban đầu hai chất điểm ở vị trí M, N .

Do chúng chuyển động ngược chiều nhau, nên có thể giả sử M chuyển động ngược chiều kim đồng hồ còn N chuyển động thuận chiều kim đồng hồ.

Nhận xét:

-Lúc đầu MN ở bên phải và vuông góc với trục hoành ( hình chiếu của chúng trên trục hoành trùng nhau)

-Do M,N chuyển động ngược chiều nhau nên chúng gặp nhau ở bên trái đường tròn

-Khi gặp nhau tại vị trí mới M' và N' thì M'N' vẫn phải vuông góc với trục hoành

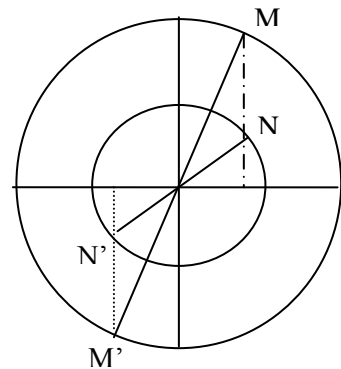
-Nhận thấy tam giác OMN và OM'N' bằng nhau, và chúng hoàn toàn đối xứng qua trục tung

-Vậy thời gian để chúng gặp nhau lần 1 là  $T/2$ ,

b.CÔNG THỨC TÍNH SỐ LẦN HAI VẬT GẶP NHAU:

Từ cơ sở lý thuyết trên,ta hoàn toàn tính được tổng quát số lần gặp nhau:

Gọi thời gian đề bài cho là t,  $T/2 = i$ . Số lần chúng gặp nhau sau thời gian t:



$$n = \left[ \frac{t}{i} \right] \text{ bằng phần nguyên của } t \text{ chia nửa chu kì.}$$

**Chú ý:** Xem lúc  $t=0$  chúng có cùng vị trí hay không, nếu cùng vị trí và tính cả lần đó thì số lần sẽ là  $n+1$

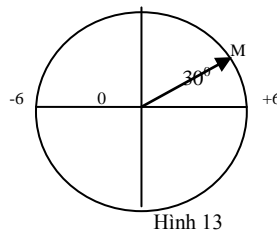
## c.VÍ DỤ:

Cho 2 vật dao động theo 2 phương trình  $x_1 = 3 \cos(5\pi t - \pi/3)$  cm và  $x_2 = \sqrt{3} \cos(5\pi t - \pi/6)$  cm. Trong 1s kể từ  $t = 0,2s$  vật gặp nhau mấy lần?

**Giải:** Chu kì  $T=0,4s$ ,  $T/2=0,2s$ . Sau  $t = 1s$  :

Ban đầu hai vật ở cùng vị trí  $x=3/2$ cm ; Số lần gặp nhau kể từ đó:  $n = 1/0,2 = 5$

Vậy nếu không kể tại vị trí  $t=0$  thì có 5 lần, nếu kể cả  $t=0$  thì có 6 lần



Hình 13

## 2.Các Ví dụ :

**Ví dụ 1:** Vật d.đ.đ. với phương trình :  $x = 6\cos(5\pi t + \pi/6)$ cm (1)

**a.**Trong khoảng thời gian 2,5s vật qua vị trí  $x = 3$ cm mấy lần.

**b.**Trong khoảng thời gian 2s vật qua vị trí  $x = 4$ cm theo chiều dương mấy lần.

**c.**Trong khoảng thời gian 2,5s vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương mấy lần.

**d.**Trong khoảng thời gian 2s vật qua vị trí cân bằng mấy lần.

**Giải:**

Trước tiên ta biểu diễn pt (1) trên vòng tròn, với  $\varphi = \pi/6$ (rad)

-Vật xuất phát từ M, theo chiều âm. (Hình 13)

**a.**Trong khoảng thời gian  $\Delta t = 2,5s$

$\Rightarrow$  góc quét  $\Delta\varphi = \Delta t \cdot \omega = 2,5 \cdot 5\pi = 12,5\pi = 6,2\pi + \pi/2$

Từ vòng tròn ta thấy: (Hình 14)

- trong một chu kỳ vật qua  $x = 3$ cm được 2 lần tại  $P_{(\text{chiều âm})}$  và  $Q_{(\text{chiều dương})}$

- trong  $\Delta\varphi_1 = 6,2\pi$  ; 6 chu kỳ vật qua  $x = 3$ cm được  $6 \cdot 2 = 12$  lần

- còn lại  $\Delta\varphi_2 = \pi/2$  từ M  $\rightarrow$  N vật qua  $x = 3$ cm một lần tại  $P_{(\text{chiều âm})}$

Vậy: Trong khoảng thời gian  $\Delta t = 2,5s$  vật qua  $x = 3$ cm được 13 lần

**b.**Trong khoảng thời gian  $\Delta t = 2s$

$\Rightarrow$  góc quét  $\Delta\varphi = \Delta t \cdot \omega = 2 \cdot 5\pi = 10\pi = 5 \cdot 2\pi$

Vật thực hiện được 5 chu kỳ (quay được 5 vòng)

Từ vòng tròn ta thấy: (Hình 15)

- trong một chu kỳ vật qua vị trí  $x = +4$ cm theo chiều dương được một lần, tại N

Vậy : trong 5 chu kỳ thì vật qua vị trí  $x = 4$ cm theo chiều dương được 5 lần

**c.**Trong khoảng thời gian  $\Delta t = 2,5s$

$\Rightarrow$  góc quét  $\Delta\varphi = \Delta t \cdot \omega = 2,5 \cdot 5\pi = 12,5\pi = 6,2\pi + \pi/2$

Từ vòng tròn ta thấy: (Hình 16)

- Trong một chu kỳ vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương 1 lần tại N.

- Trong  $\Delta\varphi_1 = 6,2\pi$  ; 6 chu kỳ vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương 6 lần tại N.

- Còn lại  $\Delta\varphi_2 = \pi/2$  từ M  $\rightarrow$  P vật qua không qua vị trí cân bằng theo chiều dương lần nào.

Vậy trong khoảng thời gian  $\Delta t = 2,5s$  vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương 6 lần.

**d.**Trong khoảng thời gian  $\Delta t = 2s$

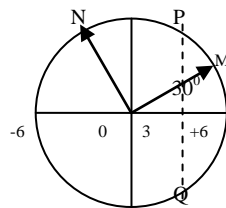
$\Rightarrow$  góc quét  $\Delta\varphi = \Delta t \cdot \omega = 2 \cdot 5\pi = 10\pi = 5 \cdot 2\pi$

Vật thực hiện được 5 chu kỳ (quay được 5 vòng)

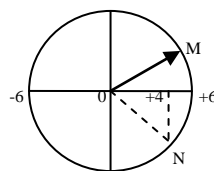
Từ vòng tròn ta thấy: (Hình 17)

- Trong một chu kỳ vật qua vị trí cân bằng 2 lần tại  $P_{(\text{chiều âm})}$  và  $Q_{(\text{chiều dương})}$  .

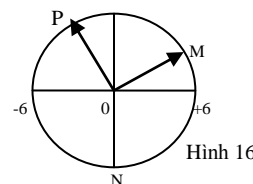
- Vậy trong khoảng thời gian  $\Delta t = 2s$  vật qua vị trí cân bằng 10 lần .



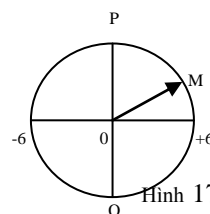
Hình 14



Hình 15



Hình 16



Hình 17

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 8\cos(2\pi t)$  cm. Thời điểm thứ nhất vật đi qua vị trí cân bằng là:

- A)  $\frac{1}{4}s$       B)  $\frac{1}{2}s$       C)  $\frac{1}{6}s$       D)  $\frac{1}{3}s$

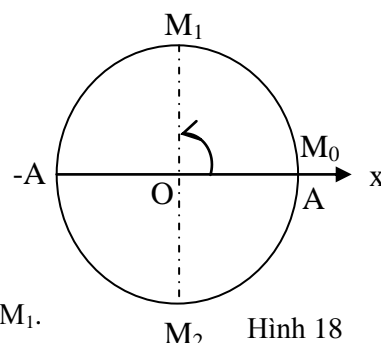
**Giải Cách 1:** Vật qua VTCB:  $x = 0 \Rightarrow 2\pi t = \pi/2 + k\pi \Rightarrow t = \frac{1}{4} + \frac{k}{2}$   $k \in \mathbb{N}$

Thời điểm thứ nhất ứng với  $k = 0 \Rightarrow t = 1/4$  (s)

**Giải Cách 2:** Dùng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều.

Vật đi qua VTCB, ứng với vật chuyển động tròn đều qua  $M_1$  hoặc  $M_2$ . (Hình 18)

Vì  $\varphi = 0$ , vật xuất phát từ  $M_0$  nên thời điểm thứ nhất vật qua VTCB ứng với vật qua  $M_1$ .



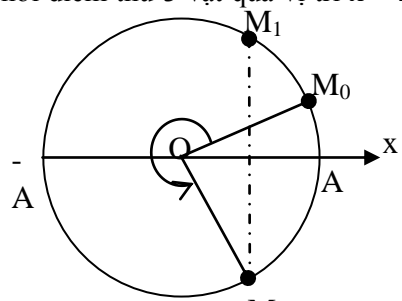
Hình 18

Khi đó bán kính quét góc  $\Delta\varphi = \pi/2 \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{1}{4}s$

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \frac{\pi}{6})$  cm. Thời điểm thứ 3 vật qua vị trí  $x = 2$ cm theo chiều dương.  
A) 9/8 s    **B) 11/8 s**    C) 5/8 s    D) 1,5 s

**Giải Cách 1:** Ta có  $\begin{cases} x = 2 \\ v > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4\cos(4\pi t + \frac{\pi}{6}) = 2 \\ v = -16\pi \sin(4\pi t + \frac{\pi}{6}) > 0 \end{cases} \Rightarrow 4\pi t + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$

$\Rightarrow t = -\frac{1}{8} + \frac{k}{2}$      $k \in \mathbb{N}^*$ .    Thời điểm thứ 3 ứng với  $k = 3 \Rightarrow t = \frac{11}{8}s$



Hình 19

**Giải Cách 2:** Dùng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều. Vật qua  $x = 2$  theo chiều dương là qua  $M_2$ . Qua  $M_2$  lần thứ 3 ứng với vật quay được 2 vòng (qua 2 lần) và lần cuối cùng đi từ  $M_0$  đến  $M_2$ . (Hình 19)

Góc quét  $\Delta\varphi = 2.2\pi + \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{11}{8}s$

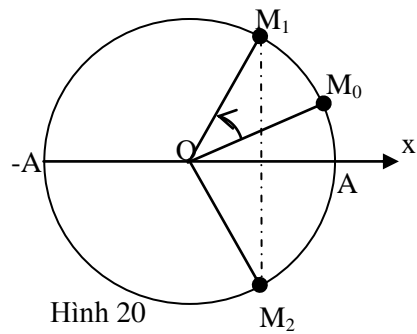
**Ví dụ 4:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \frac{\pi}{6})$  cm. Thời điểm thứ 2013 vật qua vị trí  $x=2$ cm.

**A)  $\frac{12073}{24}s$**     B)  $\frac{12061}{24}s$     C)  $\frac{24157}{24}s$     D) Đáp án khác

**Giải Cách 1:**  $x = 2 \Rightarrow \begin{cases} 4\pi t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4\pi t + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{24} + \frac{k}{2} \quad k \in \mathbb{N} \\ t = -\frac{1}{8} + \frac{k}{2} \quad k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Vật qua lần thứ 2013(lẻ) ứng với nghiệm trên  $k = \frac{2013-1}{2} = 1006$

$\Rightarrow t = \frac{1}{24} + 503 = \frac{12073}{24}s \rightarrow$  **Đáp án A**



Hình 20

**Giải Cách 2:** Vật qua  $x = 2$  là qua  $M_1$  và  $M_2$ . Vật quay 1 vòng (1 chu kỳ) qua  $x = 2$  là 2 lần. Qua lần thứ 2013 thì phải quay 1006 vòng rồi đi từ  $M_0$  đến  $M_1$ . (Hình 20)

Góc quét  $\Delta\varphi = 1006.2\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = 503 + \frac{1}{24} = \frac{12073}{24}s$  **Đáp án A**

**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hoà với  $x=8\cos(2\pi t - \frac{\pi}{6})$  cm. Thời điểm thứ 2012 vật qua vị trí có  $v = -8\pi$  cm/s.

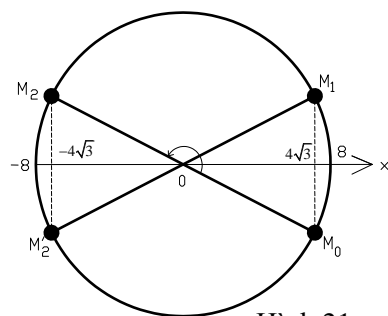
**A) 1005,5s**    B) 1005s    C) 2012 s    D) 1005,5s

Bài giải: **Cách 1:** Ta có  $v = -16\pi \sin(2\pi t - \frac{\pi}{6}) = -8\pi$

$\Rightarrow \begin{cases} 2\pi t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2\pi t - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{6} + k \\ t = \frac{1}{2} + k \end{cases} \quad k \in \mathbb{N}$

Thời điểm thứ 2012 ứng với nghiệm dưới  $k = \frac{2012}{2} - 1 = 1005 \Rightarrow t = 1005 + \frac{1}{2} = 1005,5 s$

**Cách 2:** Ta có  $x = \sqrt{A^2 - (\frac{v}{\omega})^2} = \pm 4\sqrt{3}cm$ . Vì  $v < 0$  nên vật qua  $M_1$  và  $M_2$ ; Qua lần thứ 2012 thì phải quay 1005 vòng rồi đi từ  $M_0$  đến  $M_2$ . Góc quét  $\Delta\varphi = 1005.2\pi + \pi \Rightarrow t = 1005,5 s$ . (Hình 21)



Hình 21

**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x=8\cos(2\pi t-\frac{\pi}{3})$  cm. Thời điểm thứ nhất qua vị trí có động năng bằng thế năng.

- A)  $\frac{1}{8}s$     **B)  $\frac{1}{24}s$**     C)  $\frac{5}{8}s$     D) 1,5s

**Giải Cách 1:**  $W_d = W_t \Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(2\pi t-\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(2\pi t-\frac{\pi}{3})$

$$\Rightarrow \cos(4\pi t-\frac{2\pi}{3})=0 \Rightarrow 4\pi t-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi \Rightarrow t=\frac{7}{24}+\frac{k}{4} \quad k \in [-1;\infty)$$

Thời điểm thứ nhất ứng với  $k = -1 \Rightarrow t = 1/24 \text{ s}$

**Giải Cách 2:**  $W_d = W_t \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} W \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow$  có 4 vị trí  $M_1, M_2, M_3, M_4$  trên đường tròn.

Thời điểm đầu tiên vật qua vị trí  $W_d = W_t$  ứng với vật đi từ  $M_0$  đến  $M_4$  .(Hình 22)

$$\text{Góc quét: } \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{1}{24} s$$

**Ví dụ 7:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x=8\cos(\pi t-\frac{\pi}{4})$  cm.

Thời điểm thứ 2010 vật qua vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng.?

**Giải Cách 1:**  $W_d = 3W_t \Rightarrow \sin^2(\pi t-\frac{\pi}{4}) = 3\cos^2(\pi t-\frac{\pi}{4}) \Rightarrow \cos(2\pi t-\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} 2\pi t - \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2\pi t - \frac{\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{7}{12} + k \quad k \in \mathbb{N} \\ t = -\frac{1}{12} + k \quad k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

$$\text{Qua lần thứ 2010 ứng với nghiệm dưới } k = 1005 \Rightarrow t = \frac{12059}{12} s$$

**Giải Cách 2:**  $W_d = 3W_t \Rightarrow W_t = \frac{1}{4} W \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2} \Rightarrow$  có 4 vị trí trên đường tròn  $M_1, M_2, M_3, M_4$ .

Qua lần thứ 2010 thì phải quay 502 vòng (mỗi vòng qua 4 lần) rồi đi từ  $M_0$  đến  $M_2$  .(Hình 23)

$$\text{Góc quét } \Delta\varphi = 502.2\pi + \pi - (\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}) = 1004\pi + \frac{11\pi}{12} . \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = 1004 + \frac{11}{12} = \frac{12059}{12} s$$

### 3.Trắc nghiệm:

**Câu 1:** Cho một vật dao động điều hòa có phương trình chuyển động  $x = 10\cos(2\pi t - \frac{\pi}{6})$  (cm). Vật đi qua vị

trí cân bằng lần đầu tiên vào thời điểm

- A.  $1/3 \text{ s}$ .**                      **B.  $1/6 \text{ s}$ .**                      **C.  $2/3 \text{ s}$ .**                      **D.  $1/12 \text{ s}$ .**

**Câu 2:** Một vật dao động điều hoà với ly độ  $x = 4\cos(0,5\pi t - 5\pi/6)$ (cm) trong đó t tính bằng (s) .Vào thời điểm nào sau đây vật đi qua vị trí  $x = 2\sqrt{3}$  cm theo chiều dương của trục toạ độ

- A.  $t = 1 \text{ s}$ .**                      **B.  $t = 2 \text{ s}$ .**                      **C.  $t = 16/3 \text{ s}$ .**                      **D.  $t = 1/3 \text{ s}$ .**

**Câu 3:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x = 10\cos(2\pi t + \pi/4)$ cm thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng lần thứ 3 là

- A.  $13/8 \text{ s}$ .**                      **B.  $8/9 \text{ s}$ .**                      **C.  $1 \text{ s}$ .**                      **D.  $9/8 \text{ s}$ .**

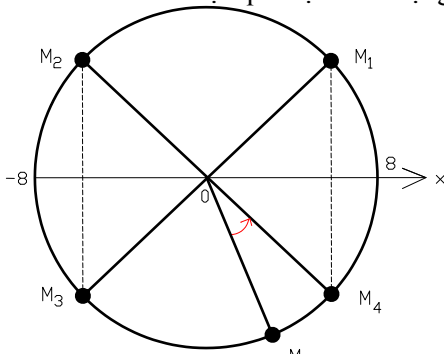
**Câu 4:** Một vật dao động điều hòa có phương trình  $x = 8\cos 10\pi t$ . Xác định thời điểm vật đi qua vị trí  $x = 4$  lần thứ 2 theo chiều âm kể từ thời điểm bắt đầu dao động.

- A.  $2/30 \text{ s}$ .**                      **B.  $7/30 \text{ s}$ .**                      **C.  $3/30 \text{ s}$ .**                      **D.  $4/30 \text{ s}$ .**

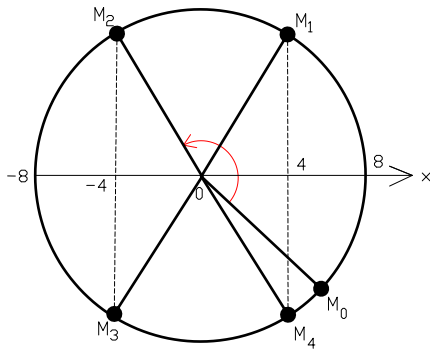
**Câu 5:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 10\sin(0,5\pi t + \pi/6)$ cm thời gian ngắn nhất từ lúc vật bắt đầu dao động đến lúc vật qua vị trí có li độ  $-5\sqrt{3}$ cm lần thứ 3 theo chiều dương là

- A.  $7 \text{ s}$ .**                      **B.  $9 \text{ s}$ .**                      **C.  $11 \text{ s}$ .**                      **D.  $12 \text{ s}$ .**

**Câu 6:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/6)$  cm. Thời điểm thứ 3 vật qua vị trí  $x = 2$ cm theo chiều dương.



Hình 22



Hình 23



### D.1,5 s

**Câu 7:** Vật dao động điều hòa có ptring :  $x = 5\cos\pi t$  (cm).Vật qua VTCB lần thứ 3 vào thời điểm :

### D. 2,4s

**Câu 8:** Vật dao động điều hòa có phương trình:  $x = 4\cos(2\pi t - \pi)$  (cm, s). Vật đến vị trí biên dương lần thứ 5 vào thời điểm

**D. 0.5s.**

**Câu 9:** Một vật dao động điều hòa có phương trình :  $x = 6\cos(\pi t - \pi/2)$  (cm, s). Thời gian vật đi từ VTCB đến lúc qua điểm có  $x = 3\text{cm}$  lần thứ 5 là

**D. 37/6s.**

**Câu 10:** Một vật dao động điều hòa có phương trình  $x = 8\cos 10\pi t$ (cm). Thời điểm vật đi qua vị trí  $x = 4$ (cm) lần thứ 2008 theo chiều âm kể từ thời điểm bắt đầu dao động là :

**D.**  $\frac{12430}{30}$  (s)

**Câu 11:** Một vật dao động với phương trình  $x = 10\cos(2\pi t + \pi/4)$  cm. Khoảng thời gian kể từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm vật có li độ  $x = 5$  cm lần thứ 5 bằng

**D. 0,71 s.**

**Giải:**  $T = 1\text{ s}$ . Vật qua vị trí  $x = 5\text{ cm}$  5 lần ứng 2 vòng tròn ( $2.2\pi$ ) và  $1/24$  vòng ( $15^\circ$ ):

Từ vòng tròn lượng giác suy ra:  $t = 2T + T/24 = 2.1 + 1/24 = 2,04s$

**Dạng : Xác định số lần vật đi qua vị trí có li độ  $x_0$  bất kì**

Câu 1: Một chất điểm dao động điều hoà có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp là  $t_1=2,2$  (s) và  $t_2=2,9$ (s). Tính từ thời điểm ban đầu (  $t_1 = 0$  s) đến thời điểm  $t_2$  chất điểm đã đi qua vị trí cân bằng

D. 3 lần .

Câu 2: Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 2\cos(2\pi t - \pi/2)$  cm. Sau thời gian  $7/6$  s kể từ thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí  $x = 1$  cm

D. 51lần

Câu 3: Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 3 \cos(5\pi t + \pi/6)$  (x tính bằng cm và t tính bằng giây). Trong một giây đầu tiên từ thời điểm  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = +1$  cm

D. 5 lần.

Câu 4: Một vật dao động theo phương trình  $x = 2\cos(5\pi t + \pi/6) + 1$  (cm). Trong giây đầu tiên kể từ lúc vật bắt đầu dao động vật đi qua vị trí có li độ  $x = 2$ cm theo chiều dương được mấy lần?

D. 5 lần

Câu 5: Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 3 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (x tính bằng cm và t tính bằng giây). Trong một giây đầu tiên từ thời điểm  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = +1$  cm

D. 5 lần.

**Dạng : Xác định vị trí của vật tại thời điểm  $t \pm \Delta t$  khi biết li độ của vật tại thời điểm  $t$**

Câu 1: Một vật dao động điều hòa với phương trình:  $x = 4\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$  cm và đang chuyển động theo chiều

âm. Vào thời điểm vật có li độ  $x = 2\sqrt{3}$  cm. Vào thời điểm  $t + 0,25$ s vật đang ở vị trí có li độ

D.  $-2\sqrt{3}$ .

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với phương trình:  $x = 2\cos(4\pi t + \frac{\pi}{3})$  cm và đang chuyển động theo chiều

đương. Vào thời điểm vật có li độ  $x = \sqrt{2}$  cm. Vào thời điểm trước đó 0,25s vật đang ở vị trí có li độ

D.  $\sqrt{3}$  cm.

Câu 3: Một con lắc lò xo dao động với phương trình  $x = 6\cos(4\pi t - \frac{\pi}{2})$  cm. Tại thời điểm  $t$  vật có vận tốc

$24\pi \text{ cm/s}$  và li độ của vật đang giảm. Vào thời điểm  $0,125\text{s}$  sau đó vận tốc của vật là

D.  $-12\pi\sqrt{2}$  cm/s.

Câu 4: Một con lắc lò xo có m = 100g, lò xo có độ cứng k = 100N/m. Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ 4 cm. Tại thời điểm t vật ở vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng và tốc độ của vật đang giảm. Tại thời điểm 7/60 s sau đó vật đang ở vị trí có li độ

- A.  $2\sqrt{3}$  cm hoặc  $-2\sqrt{3}$  .      B.  $2\sqrt{2}$  cm hoặc  $-2\sqrt{2}$  cm.      C. 0cm.      D. 2cm hoặc -2cm

Câu 6: Một vật có khối lượng m = 100(g) dao động điều hoà trên trục Ox với tần số f=2(Hz), biên độ 10 cm. Lấy  $\pi^2 = 10$  . Tại thời điểm t<sub>1</sub> vật có li độ x<sub>1</sub>= -5cm, sau đó 1,25(s) thì vật có thế năng

- A.20mJ      B.15mJ      C.12,8mJ      D.5mJ

Câu 7: Một vật dao động điều hoà với tần số f = 5Hz. Tại thời điểm t<sub>1</sub> vật có động năng bằng 3 lần thế năng.

Tại thời điểm t<sub>2</sub>= (t<sub>1</sub> +  $\frac{1}{30}$ )s động năng của vật

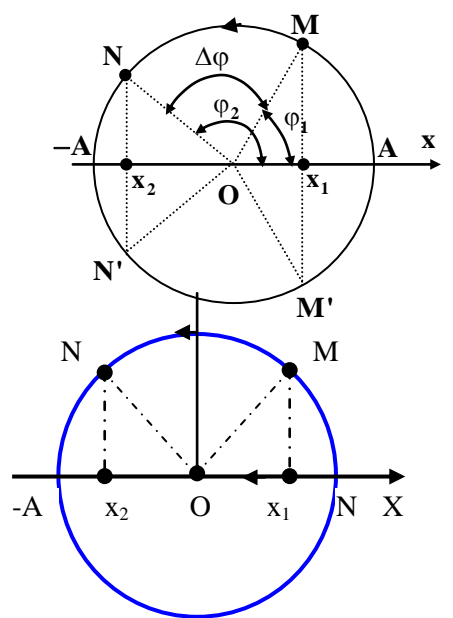
- A. bằng 3 lần thế năng hoặc bằng cơ năng      B. bằng 3 lần thế năng hoặc bằng không  
C. bằng 1/3 lần thế năng hoặc bằng không.      D. bằng 1/3 lần thế năng hoặc bằng cơ năng.

Dạng 3 : Xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ x<sub>1</sub> đến x<sub>2</sub>

**1.Phương pháp:** (Ta dùng mối liên hệ giữa DĐĐH và CĐTĐ đều để tính)  
-Khi vật dao động điều hoà từ x<sub>1</sub> đến x<sub>2</sub> thì tương ứng với vật chuyển động tròn đều từ M đến N ( x<sub>1</sub> và x<sub>2</sub> là hình chiếu của M và N lên trục OX) (Hình 24)  
Thời gian ngắn nhất vật dao động từ x<sub>1</sub> đến x<sub>2</sub> bằng thời gian vật chuyển động tròn đều từ M đến N

$$t_{MN} = \Delta t = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{\widehat{MON}}{360} T \quad \text{với} \quad \begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} \end{cases} \quad \text{và} \quad (0 \leq \varphi_1, \varphi_2 \leq \pi)$$

- Xác định vị trí vật lúc đầu t = 0 thì  $\begin{cases} x_0 = ? \\ v_0 = ? \end{cases}$
- Xác định vị trí vật lúc t (x<sub>t</sub> đã biết)
- Xác định góc quét  $\Delta \varphi = \widehat{MOM'}$  = ?
- Xác định thời gian:  $\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} T$



Hình 24

**2.Các ví dụ:**

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa với chu kỳ T = 8s, tính thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí  $x = +\frac{A}{2}$  đến vị trí có li độ  $x = -\frac{A}{2}$

**Hướng dẫn giải :** Ta có tần số góc:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} (rad / s)$

$$\begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} = \frac{-\frac{A}{2}}{A} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \\ \varphi_2 = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \rightarrow \Delta \varphi = \frac{\pi}{3} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4}{3} (s)$$

Vậy thời gian ngắn nhất mà vật đi từ  $x = +\frac{A}{2}$  đến  $x = -\frac{A}{2}$  là  $\Delta t = \frac{4}{3} (s)$ .

**Ví dụ 2 :** Một vật dao động điều hòa với chu kỳ T và biên độ là A. Tìm thời gian ngắn nhất mà vật đi từ vị trí: a. x = 0 (vị trí cân bằng) đến vị trí x = A.

b. x = 0 (vị trí cân bằng) đến vị trí  $x = +\frac{A}{2}$ .

c.  $x = +\frac{A}{2}$  đến vị trí x = A.

**Hướng dẫn giải :** Thực hiện các thao tác như ví dụ 10 chúng ta có:



a. 
$$\begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} = \frac{0}{A} = 0 \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} = \frac{A}{A} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \\ \varphi_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{4} \text{ (s)}$$

b. 
$$\begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} = \frac{0}{A} = 0 \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \\ \varphi_2 = \frac{\pi}{3} \end{cases} \rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{6} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{12} \text{ (s)}$$

c. 
$$\begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} = \frac{A}{A} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \\ \varphi_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{6} \text{ (s)}$$

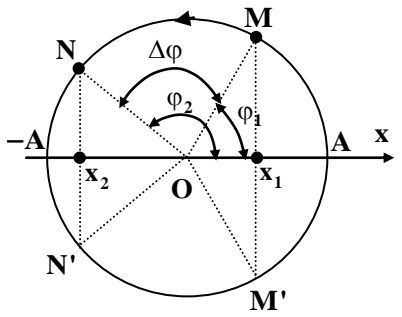
**Ví dụ 3 :** Một vật dao động với chu kì T. Ban đầu kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 4cm rồi thả nhẹ cho vật dao động. Trong nửa chu kì đầu , khoảng thời gian nhỏ nhất để gia tốc của vật có độ lớn không vượt quá  $\frac{T}{4}$  m/s2 là  $\frac{T}{4}$  . Lấy  $\pi^2 = 10$  . Tần số dao động của vật bằng bao nhiêu?

**Nhắc lại phương pháp ở trên:**

**1.Phương pháp:** (Ta dùng mối liên hệ giữa DĐĐH và CĐTĐ đều để tính)  
 -Khi vật dao động điều hoà từ  $x_1$  đến  $x_2$  thì tương ứng với vật chuyển động tròn đều từ M đến N (  $x_1$  và  $x_2$  là hình chiếu của M và N lên trục OX) (Hình 25)  
 Thời gian ngắn nhất vật dao động từ  $x_1$  đến  $x_2$  bằng thời gian vật chuyển động tròn đều từ M đến N

$$t_{MN} = \Delta t = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{MON}{360} T \text{ với } \begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} \end{cases} \text{ và } (0 \leq \varphi_1, \varphi_2 \leq \pi)$$

- Xác định vị trí vật lúc đầu  $t = 0$  thì  $\begin{cases} x_0 = ? \\ v_0 = ? \end{cases}$
- Xác định vị trí vật lúc t ( $x_t$  đã biết)
- Xác định góc quét  $\Delta\varphi = \widehat{MOM'} = ?$  Xác định thời gian:  $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} T$



Hình 25

**2.Giải:** Khoảng thời gian nhỏ nhất là từ  $x_1$  đến  $x_2$ :

Đề cho  $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} = \frac{T}{4} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} T \Rightarrow \Delta\varphi = \pi/2$  ( hình 2)

ứng với ly độ x từ  $x_1$  đến  $x_2$ :  $x_1 = A \frac{\sqrt{2}}{2}$  đến  $x_2 = -A \frac{\sqrt{2}}{2}$  ( hình 26)

Ta chỉ xét giá trị độ lớn của gia tốc ứng với  $x_1$  hoặc  $x_2$  :

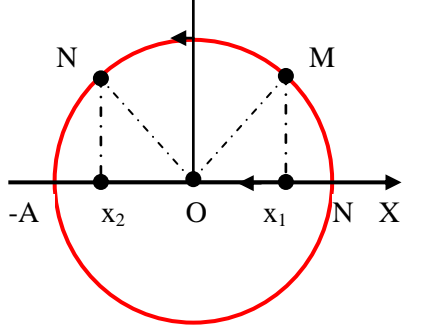
$a = \omega^2 . x$  .Suy ra  $\omega^2 = \frac{a}{x_1} = \frac{2000\sqrt{2}}{\frac{4}{2}\sqrt{2}} = 1000$

$\Rightarrow \omega = 10 \pi \text{ rad/s}$  . Tần số  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5 \text{ (Hz)}$

**2.Trắc nghiệm:**

**Câu 1.** Vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 4\cos(8\pi t - \pi/6)\text{cm}$ . Thời gian ngắn nhất vật đi từ  $x_1 = -2\sqrt{3} \text{ cm}$  theo chiều dương đến vị trí có li độ  $x_1 = 2\sqrt{3} \text{ cm}$  theo chiều dương là :  
 A. 1/16(s).                      B. 1/12(s).                      C. 1/10(s)                      D. 1/20(s)

**Câu 2.** Một vật dao động điều hòa với chu kì T = 2s. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm M có li độ  $x = +A/2$  đến điểm biên dương (+A) là  
 A. 0,25(s).                      B. 1/12(s)                      C. 1/3(s).                      D. 1/6(s).



Hình 26

- Câu 3:** Vật dđđh: gọi  $t_1$  là thời gian ngắn nhất vật đi từ VTCB đến li độ  $x = A/2$  và  $t_2$  là thời gian vật đi từ vị trí li độ  $x = A/2$  đến biên dương. Ta có
- A.**  $t_1 = 0,5t_2$       **B.**  $t_1 = t_2$       **C.**  $t_1 = 2t_2$       **D.**  $t_1 = 4t_2$
- Câu 4:** Một vật dao động điều hòa với tần số bằng 5Hz. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ  $x_1 = -0,5A$  ( $A$  là biên độ dao động) đến vị trí có li độ  $x_2 = +0,5A$  là
- A.**  $1/10$  s.      **B.**  $1$  s.      **C.**  $1/20$  s.      **D.**  $1/30$  s.
- Câu 5:** Một vật dao động điều hoà với tần số 2Hz, biên độ  $A$ . Thời gian ngắn nhất khi vật đi từ vị trí biên đến vị trí động năng bằng 3 lần thế năng là
- A.**  $\frac{1}{6}$  s      **B.**  $\frac{1}{12}$  s      **C.**  $\frac{1}{24}$  s      **D.**  $\frac{1}{8}$  s
- Câu 6:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = A\cos(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2})$ . Thời gian ngắn nhất kể từ lúc bắt đầu dao động tới khi vật có gia tốc bằng một nửa giá trị cực đại là
- A.**  $t = T/12$  .      **B.**  $t = T/6$  .      **C.**  $t = T/3$  .      **D.**  $t = 6T/12$
- Câu 7:** Con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với phương trình  $x = 5\cos(20t + \frac{\pi}{3})$  cm. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Thời gian lò xo giãn ra trong một chu kỳ là
- A.**  $\frac{\pi}{15}$  s.      **B.**  $\frac{\pi}{30}$  s.      **C.**  $\frac{\pi}{24}$  s.      **D.**  $\frac{\pi}{12}$  s.
- Câu 8:** Một con lắc lò xo thẳng đứng , khi treo vật lò xo giãn 4 cm. Kích thích cho vật dao động theo phương thẳng đứng với biên độ 8 cm thì trong một chu kì dao động  $T$  thời gian lò xo bị nén là
- A.**  $T/4$ .      **B.**  $T/2$ .      **C.**  $T/6$ .      **D.**  $T/3$
- Câu 9 (ĐH-2008):** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì và biên độ của con lắc lần lượt là 0,4s và 8cm. Chọn trục  $x$  thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại VTCB, gốc thời gian  $t = 0$  vật qua VTCB theo chiều dương. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . thời gian ngắn nhất kể từ khi  $t = 0$  đến lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là :
- A.**  $7/30$ s.      **B.**  $1/30$ s.      **C.**  $3/10$ s.      **D.**  $4/15$ s.

**Dạng 4: Tính quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t$  ( $0 < \Delta t < T/2$ ).**

**1.Phương pháp:** Trong dao động điều hòa:

- **Quãng đường lớn nhất:** (hình 27)

$$S_{\max} = 2A\sin(\frac{\Delta\varphi}{2})$$

-**Quãng đường nhỏ nhất:** (hình 28)

$$S_{\min} = 2A\left(1 - \cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A - 2A\cos\frac{\Delta\varphi}{2}$$

-**Chú ý :** + Trong trường hợp  $\Delta t > T/2$

$$\text{Tách: } \Delta t = n\frac{T}{2} + \Delta t' \text{ Trong đó: } n \in \mathbb{N}^*; 0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$$

+Trong thời gian  $n\frac{T}{2}$  quãng đường luôn là  $n.2A$ , nhỏ nhất

+Trong thời gian  $\Delta t'$  thì quãng đường lớn nhất ( $S_{\max}$ ) ; nhỏ nhất ( $S_{\min}$ ) tính như trên.

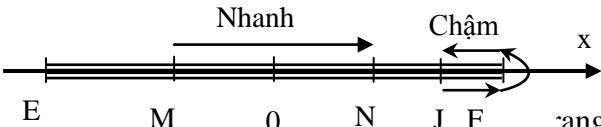
$$\text{+Tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất trong thời gian } \Delta t: v_{tb\max} = \frac{S_{\max}}{\Delta t} \text{ và } v_{tb\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t}$$

**2.Mô tả:** Trong dao động điều hòa:

+**Quãng đường dài nhất** vật đi được trong khoảng  $\Delta t$  (với  $0 < \Delta t < T/2$ )

từ M đến N:  $S_{\max} = MO + ON$ . Chọn gốc thời gian lúc vật qua

VTCB theo chiều dương thì :  $x = A.\cos(\omega t - \pi/2) = A.\sin\omega t$ .



Hình 29

$$\Rightarrow S_{max} = 2.ON = 2A.\sin\left(\omega.\frac{\Delta t}{2}\right) \quad (\text{Hình 29})$$

+**Quãng đường ngắn nhất** vật đi được trong khoảng  $\Delta t$  (với  $0 < \Delta t < T/2$ )

từ J đến F rồi đến J:  $S_{min} = JF + FJ$ . Chọn gốc thời gian lúc vật biên dương thì:  $x = A.\cos\omega t$

$$\Rightarrow S_{min} = 2.JF = 2A - 2A\cos\left(\omega.\frac{\Delta t}{2}\right) \quad (\text{Hình 19}). \quad \text{Thế } \Delta t \text{ vào 2 công thức trên ta có:}$$

$$\Delta t = \frac{T}{3} \Rightarrow \begin{cases} S_{Max} = \sqrt{3}A : \text{ Khi } x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow m\frac{A\sqrt{3}}{2} \\ S_{Min} = A : \text{ Khi } x = \pm \frac{A}{2} \rightarrow \pm A \rightarrow \pm \frac{A}{2} \end{cases}; \quad \Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \begin{cases} S_{Max} = \sqrt{2}A. \quad \text{ Khi } x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \leftrightarrow m\frac{A\sqrt{2}}{2} \\ S_{Min} = A(2 - \sqrt{2}). \text{ Khi } x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \rightarrow \pm A \rightarrow \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow \begin{cases} S_{Max} = A; \quad \text{ Khi } x = \pm \frac{A}{2} \leftrightarrow m\frac{A}{2} \\ S_{Min} = A(2 - \sqrt{3}); \text{ Khi } x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow \pm A \rightarrow \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}; \quad \Delta t = \frac{T}{8} \Rightarrow \begin{cases} S_{Max} = \dots\dots\dots : x = \dots\dots\dots \\ S_{Min} = \dots\dots\dots : x = \dots\dots\dots \end{cases} : \text{ Dùng máy tính tay}$$

### 3. Các Ví dụ :

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa với biên độ A và chu kỳ là T. Tìm quãng đường:

a. Nhỏ nhất mà vật đi được trong  $\frac{T}{6}$ .

b. Lớn nhất mà vật đi được trong  $\frac{T}{4}$ .

c. Nhỏ nhất mà vật đi được trong  $\frac{2T}{3}$ .

Hướng dẫn giải :

a. Góc mà vật quét được là:  $\Delta\varphi = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{6} = \frac{\pi}{3}$

Áp dụng công thức tính  $S_{min}$  ta có:

$$S_{min} = 2A - 2A\cos\frac{\Delta\varphi}{2} = 2A - 2A\cos\frac{\pi}{6} = 2A - 2A\cos\frac{\pi}{6} = 2A - A\sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})A$$

b. Góc mà vật quét được là:  $\Delta\varphi = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}$

$$S_{max} = A\sin\frac{\Delta\varphi}{2} = A\sin\frac{\pi}{4} = A\sqrt{2}$$

Áp dụng công thức tính  $S_{max}$  ta có:

$$\Delta t = \frac{2}{3}T > \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} \quad \text{Quãng đường mà vật đi được trong } \frac{T}{2} \text{ luôn là } 2A.$$

Quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong  $\frac{2T}{3}$  chính là quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong  $\frac{T}{6}$ .

Theo câu a ta tìm được quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong  $\frac{T}{6}$  là  $(2 - \sqrt{3})A$ .

Vậy quãng đường nhỏ nhất mà vật đi được trong  $\frac{2T}{3}$  là  $S_{min} = 2A + (2 - \sqrt{3})A = (4 - \sqrt{3})A$

Ví dụ 2 : Một vật dao động điều hòa với biên độ A và chu kỳ T. Tìm tốc độ trung bình nhỏ nhất và tốc độ trung bình lớn nhất của vật trong  $\frac{T}{3}$ .

Hướng dẫn giải : Góc quét:  $\Delta\varphi = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{3} = \frac{2\pi}{3}$

$$\Delta t = \frac{T}{3} \Rightarrow \begin{cases} S_{Max} = \sqrt{3}A : \text{ Khi } x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow m \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ S_{Min} = A : \text{ Khi } : x = \pm \frac{A}{2} \rightarrow \pm A \rightarrow \pm \frac{A}{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} \Rightarrow \begin{cases} v_{Max} = \frac{S_{Max}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{3}A}{\frac{1}{3}T} = \frac{3\sqrt{3}A}{T} \\ v_{Min} = \frac{S_{Min}}{\Delta t} = \frac{A}{\frac{1}{3}T} = \frac{3.A}{T} \end{cases}$$

**Ví dụ 3 :** Vật dao động điều hòa với phương trình:  $x = 8\cos(\omega t + \pi/2)$  (cm). Sau thời gian  $t_1 = 0,5$  s kể từ thời điểm ban đầu vật đi được quãng đường  $S_1 = 4$ cm. Sau khoảng thời gian  $t_2 = 12,5$  s (kể từ thời điểm ban đầu) vật đi được quãng đường:

- A. 160 cm.      **B. 68cm**      C. 50 cm.      D. 36 cm.

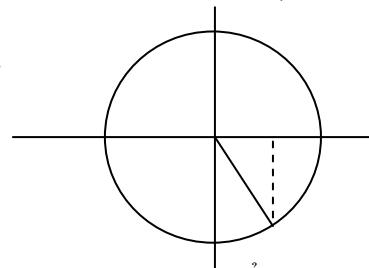
**Bài giải:**

Khi  $t = 0$   $x = 0$ . Sau  $t_1 = 0,5$ s  $\rightarrow S_1 = x = A/2$ . Vẽ vòng tròn

Ta có  $t_1 = T/12 \rightarrow$  Chu kì  $T = 6$ s

Sau khoảng thời gian  $t_2 = 12,5$  s  $= 2T = 0,5$ s

Do đó  $S_2 = 8A + S_1 = 68$ cm. ĐA: B



**Ví dụ 4:** Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 8\cos(\omega t + \pi/2)$  (cm). Sau thời gian  $t = 0,5$ s kể từ thời điểm ban đầu vật đi được quãng đường  $S_1 = 4$ cm. Sau khoảng thời gian  $t_2 = 12,5$ s kể từ thời điểm ban đầu quãng đường vật đi được là ?

- A.  $S = 200$  (cm)      **B.  $S = 68$  (cm)**      C.  $S = 32,5\sqrt{3}$  (cm)      D.  $S = 64\sqrt{3}$  (cm)

**Giải**  $t=0 \Rightarrow (x=0, v<0)$  ( vật bắt đầu chuyển động từ vị trí cân bằng theo chiều âm)

SAU  $t_1 = 0,5$ s,  $S_1 = 4$ cm  $= A/2 \rightarrow t_1 = T/12 = 0,5$  ,  $T = 6$ s;  $t_2 = 12,5 = 2T + T/12 \Rightarrow S = 2.4A + A/2 = 17A/2 = 68$ cm

(1 chu kỳ quãng đường đi là  $4A$ ,  $1/2$  chu kỳ vật đi quãng đường  $2A$ ,  $1/4$  chu kỳ tính từ VTCB vật đi  $A$ )

#### 4.Trắc nghiệm:

**Câu 1:** (CD-2008) Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian  $T/4$ , quãng đường lớn nhất mà vật có thể đi được là

- A. A      B.  $1,5.A$       C.  $A.\sqrt{3}$       **D.  $A.\sqrt{2}$**

**Câu 2:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian  $T/3$ , quãng đường lớn nhất mà vật có thể đi được là

- A. A      B.  $1,5.A$       **C.  $A.\sqrt{3}$**       D.  $A.\sqrt{2}$

**Câu 3:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian  $T/4$ , quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được là

- A.  $(\sqrt{3} - 1)A$       B.  $1,5.A$       C.  $A.\sqrt{3}$       **D.  $A.(2 - \sqrt{2})$**

**Câu 4:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian  $T/3$ , quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được là

- A.  $(\sqrt{3} - 1)A$       B.  $1,5.A$       C.  $A.\sqrt{3}$       **D. A**

**Dạng 5: Bài toán tìm li độ, vận tốc dao động sau (trước) thời điểm t một khoảng thời gian  $\Delta t$ . Biết tại thời điểm t vật có li độ  $x = x_0$ .**

#### 1.Phương pháp:

- Biết tại thời điểm t vật có li độ  $x = x_0$ .
- Từ phương trình dao động điều hoà :  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  cho  $x = x_0$
- Lấy nghiệm:  $\omega t + \varphi = \alpha$  với  $0 \leq \alpha \leq \pi$  ứng với x đang giảm (vật chuyển động theo chiều âm vì  $v < 0$ ) hoặc  $\omega t + \varphi = -\alpha$  ứng với x đang tăng (vật chuyển động theo chiều dương)
- Li độ và vận tốc dao động sau (trước) thời điểm đó  $\Delta t$  giây là :

$$\begin{cases} x = A\cos(\pm\omega\Delta t + \alpha) \\ v = -\omega A \sin(\pm\omega\Delta t + \alpha) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = A\cos(\pm\omega\Delta t - \alpha) \\ v = -\omega A \sin(\pm\omega\Delta t - \alpha) \end{cases}$$

#### 2.Các Ví dụ

**Ví dụ 1.** Vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 10\cos(4\pi t + \frac{\pi}{8})$  cm. Biết li độ của vật tại thời điểm t là 4cm. Li độ của vật tại thời điểm sau đó 0,25s là :

**Giải:** Tại lúc t :  $4 = 10\cos(4\pi t + \pi/8)$  cm. Đặt :  $(4\pi t + \pi/8) = \alpha \Rightarrow 4 = 10\cos\alpha$

Tại lúc  $t + 0,25$ :  $x = 10\cos[4\pi(t + 0,25) + \pi/8] = 10\cos(4\pi t + \pi/8 + \pi) = -10\cos(4\pi t + \pi/8) = -4\text{cm}$ . Vậy:  $x = -4\text{cm}$

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa với phương trình:  $x = 10\cos(4\pi t + \frac{\pi}{8})(\text{cm})$ . Biết li độ của vật tại thời điểm  $t$  là  $5\text{cm}$ . Xác định li độ của vật sau đó  $0,25\text{s}$

**Giải:**  $x_0 = 5\text{cm}$  ta có:  $5 = 10\cos(4\pi t + \frac{\pi}{8}) \Rightarrow \cos(4\pi t + \frac{\pi}{8}) = \frac{1}{2}$  vì  $v < 0$  nên lấy  $(4\pi t + \frac{\pi}{8}) = \frac{\pi}{3}$ . Li độ và vận tốc dao động sau thời điểm đó  $0,25\text{s} = T/2$  là:  $x = 10\cos(4\pi \cdot 0,25 + \pi/3) = -5\text{cm}$

**Câu 1.** Vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 10\cos(4\pi t + \frac{\pi}{8})\text{cm}$ . Biết li độ của vật tại thời điểm  $t$  là  $-6\text{cm}$ , li độ của vật tại thời điểm  $t' = t + 0,125(\text{s})$  là:

A.  $5\text{cm}$ . B.  $8\text{cm}$ . C.  $-8\text{cm}$ . D.  $-5\text{cm}$ .

**Câu 2.** Vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 10\cos(4\pi t + \frac{\pi}{8})\text{cm}$ . Biết li độ của vật tại thời điểm  $t$  là  $5\text{cm}$ , li độ của vật tại thời điểm  $t' = t + 0,3125(\text{s})$ .

A.  $2,588\text{cm}$ . B.  $2,6\text{cm}$ . C.  $-2,588\text{cm}$ . D.  $-2,6\text{cm}$ .

**Câu 3.** Một chất điểm dao động dọc theo trục  $Ox$ . Phương trình dao động là  $x = 5\cos(10\pi t - 2\pi/3)(\text{cm})$ . Tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x = 4\text{cm}$  thì tại thời điểm  $t' = t + 0,1\text{s}$  vật có li độ là:

A.  $4\text{cm}$  B.  $3\text{cm}$  C.  $-4\text{cm}$  D.  $-3\text{cm}$

**Câu 4.** Một chất điểm dao động dọc theo trục  $Ox$ . Phương trình dao động là  $x = 10\cos(2\pi t + \pi/3)(\text{cm})$ . Tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x = 6\text{cm}$  và đang chuyển động theo chiều dương sau đó  $0,25\text{s}$  thì vật có li độ là:

A.  $6\text{cm}$  B.  $8\text{cm}$  C.  $-6\text{cm}$  D.  $-8\text{cm}$

## **Dạng 6: Bài toán ngược: Cho quãng đường xác định các đại lượng khác**

**1. Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng  $O$ . Ban đầu vật đi qua  $O$  theo chiều dương. Sau thời gian  $t_1 = \pi/15(\text{s})$  vật chưa đổi chiều chuyển động và tốc độ giảm một nửa so với tốc độ ban đầu. Sau thời gian  $t_2 = 0,3\pi(\text{s})$  vật đã đi được  $12\text{cm}$ . Vận tốc ban đầu  $v_0$  của vật là:

A.  $40\text{cm/s}$  B.  $30\text{cm/s}$  C.  $20\text{cm/s}$  D.  $25\text{cm/s}$

**Giải:** Phương trình dao động của vật:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

Khi  $t = 0$ :  $x = 0$  và  $v_0 > 0 \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$  Do đó;  $x = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ .

Pt vận tốc:  $v = -\omega A\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \omega A\cos(\omega t) = v_0\cos(\omega t)$

$v_1 = v_0\cos(\omega t_1) = v_0\cos(\omega \frac{\pi}{15}) = v_0/2 \rightarrow \cos(\omega \frac{\pi}{15}) = 0,5 = \cos \frac{\pi}{3}$ ; Suy ra:  $\omega = 5 \text{ rad/s}$

Vận tốc của vật bằng 0 sau khoảng thời gian  $t$ :  $\cos 5t = 0 = \cos \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{10}$

Tức là chu kỳ  $T = 4t = 0,4\pi$ . Khoảng thời gian  $t_2 = 0,3\pi = 3T/4$ ;

vật đi được là  $3A = 12\text{cm} \rightarrow$  Biên độ  $A = 12:3 = 4\text{cm}$ ;  $v_0 = \omega A = 20\text{cm/s}$  **Chọn đáp án C:  $20\text{cm/s}$**

## **2**

**Câu 1.** Một vật dao động điều hòa với phương trình dao động  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Biết trong khoảng thời gian  $1/30(\text{s})$  đầu tiên, vật đi từ vị trí  $x_0 = 0$  đến vị trí  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều dương. Chu kỳ dao động của vật là:

A.  $0,2\text{s}$  B.  $5\text{s}$  C.  $0,5\text{s}$  D.  $0,1\text{s}$

**Câu 2:** Con lắc lò xo dao động với biên độ  $A$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến điểm  $M$  có li độ  $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$  là  $0,25(\text{s})$ . Chu kỳ của con lắc

A.  $1\text{s}$  B.  $1,5\text{s}$  C.  $0,5\text{s}$  D.  $2\text{s}$

**Câu 3:** Một con lắc lò xo dao động với biên độ  $A$ , thời gian ngắn nhất để con lắc di chuyển từ vị trí có li độ  $x_1 = -A$  đến vị trí có li độ  $x_2 = A/2$  là  $1\text{s}$ . Chu kỳ dao động của con lắc là

A.  $1/3\text{s}$  B.  $3\text{s}$  C.  $2\text{s}$  D.  $6\text{s}$

### III. THÊM CÁC CHỦ ĐỀ VỀ QUÃNG ĐƯỜNG!

**Chủ đề 1. Quỹ đường không phụ thuộc xuất phát (Quỹ đường theo nguyên hoặc bán nguyên chu kỳ)**

**PHƯƠNG PHÁP**

- Đặt : 
$$p = \frac{t_2 - t_1}{T}$$
- Dấu hiệu xuất phát từ biên hoặc vị trí cân bằng là:  $x_1 = 0, \pm A, v_1 = 0, \pm \omega A, (\omega t_1 + \varphi) = k \cdot \pi/2$
- Nếu  $p$  nguyên (ví dụ  $p = n$ ) hay bán nguyên (ví dụ  $p = 6,5 = n + 0,5$ ) thì:  **$S = 4p \cdot A$**
- Nếu vật xuất phát từ biên hoặc vị trí cân bằng thì công thức  **$S = 4p \cdot A$**  được dùng thêm cho trường hợp tứ nguyên (ví dụ  $p = n + 0,25$  hay  $n + 0,75$ )

**BÀI TẬP ÁP DỤNG**

- Một vật dao động điều hoà với phương trình:  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/7)\text{cm}$ .  $t$  tính bằng giây. Tìm quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu  
A. 16cm      **B. 32cm**      C. 8cm      D. đáp án khác
- Một vật dao động điều hoà với phương trình:  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/7) + 0,5\text{ cm}$ .  $t$  tính bằng giây. Tìm quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu  
A. 16cm      **B. 32cm**      C. 8cm      D. đáp án khác
- Một con lắc đơn đếm giây dao động điều hoà với biên độ góc 0,04rad trong trọng trường. Tính quãng đường vật đi được sau 10giây kể từ khi dao động  
A. 160cm      B. 0,16cm      **C. 80cm**      D. chưa đủ dữ kiện
- Một vật dao động điều hoà trên một quỹ đạo thẳng dài 6cm. thời gian đi hết chiều dài quỹ đạo là 1s. Tính quãng đường vật đi được trong thời gian 10s đầu. Biết  $t = 0$  vật ở vị trí cách biên 1,25cm  
**A. 60cm**      B. 30cm      C. 120cm      D. 31,25cm
- Một vật có khối lượng 200g được gắn vào một lò xo có độ cứng  $K = 50\text{N/m}$ . Hệ dao động trên mặt phẳng nghiêng có góc  $\alpha = 30^\circ$ . Bỏ qua ma sát. thời điểm  $t = 0$  người ta đưa vật đến vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ. Tính quãng đường vật đi được sau khi thả 1,6s  
A. 64cm      **B. 32cm**      C. 128cm      D. 16cm

**Chủ đề 2. Quỹ đường theo tứ nguyên chu kỳ**

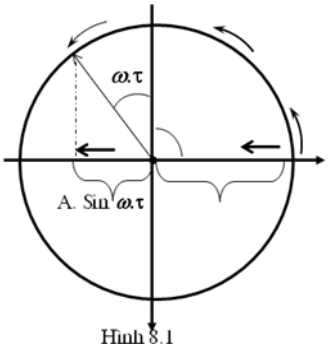
- Nếu vật xuất phát từ biên hoặc vị trí cân bằng thì công thức  **$S = 4p \cdot A$**  được dùng thêm cho trường hợp tứ nguyên (ví dụ  $p = n + 0,25$  hay  $n + 0,75$ )
- Một vật dao động điều hoà trên một quỹ đạo thẳng với phương trình:  $x = 3\cos(\pi t + \pi/2)\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được trong 6,5s đầu  
A. 40cm      **B. 39cm**      C. 19,5cm      D. 150cm
  - Một vật dao động điều hoà trên một quỹ đạo thẳng với phương trình:  $x = 4\cos(\pi t + \pi/3)\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được trong thời gian từ  $1/6$  đến  $\frac{32}{3}\text{s}$   
**A. 84cm**      B. 162cm      C. 320cm      D.  $80 + 2\sqrt{3}\text{cm}$
  - Một vật dao động điều hoà trên một quỹ đạo thẳng với phương trình:  $x = 5\cos(2\pi t + \pi)\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được trong 4,25s đầu  
A. 42,5cm      B. 90cm      **C. 85cm**      D.  $80 + 2,5\sqrt{2}\text{cm}$
  - Một vật dao động điều hoà trên một quỹ đạo thẳng với phương trình:  $x = 2\cos(\pi t + \pi/3)\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được trong thời gian từ  $7/6$  đến  $\frac{35}{3}\text{s}$   
**A. 42cm**      B. 162cm      C. 32cm      D.  $40 + 2\sqrt{2}\text{cm}$
  - Một vật dao động điều hoà trên một quỹ đạo thẳng với phương trình:  $x = 3\cos(\pi t + \pi/2) + 1,5\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được trong 6,5s đầu  
A. 312cm      **B. 39cm**      C. 40cm      D. 154,5cm
  - Một vật dao động điều hoà trên một quỹ đạo thẳng với phương trình:  $x = 4\cos(\pi t + \pi/3) + 2\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được trong thời gian từ  $1/6$  đến  $\frac{32}{3}\text{s}$   
**A. 84cm**      B. 162cm      C. 326cm      D.  $80 + 2\sqrt{3}\text{cm}$

**Chủ đề 3. Quỹ đường theo vị trí xuất phát đặc biệt**



PHƯƠNG PHÁP

- Trường hợp xuất phát từ biên hoặc vị trí cân bằng ( $\varphi_1 = k \pi/2$ ) nhưng  $p$  không phải từ nguyên trở lên thì dùng phương pháp này
  - Nếu  $t = 0$  lúc vật ở biên thì cứ  $T/4$  thì vật đi được quãng đường  $A$ .
  - Ta có thể tính  $S$  bằng cách phân tích  $\Delta t = n. T/4 + \tau$
- Nếu  $n$  lẻ thì  $S = n.A + A.\sin \omega \tau$  (1)
- còn  $n$  chẵn thì  $S = n.A + A.(1 - \cos \omega \tau)$  (2)
- Nếu  $t = 0$  lúc vật ở vị trí cân bằng thì ta làm tương tự nhưng  $n$  lẻ thì áp dụng công thức (2)
  - Trên thực tế khi HS thành thạo thì mọi trường hợp chỉ cần tính với đường tròn Fresnel



BÀI TẬP ÁP DỤNG

12. Một vật nhỏ có khối lượng  $m = 100g$  được treo vào hệ 2 lò xo giống hệt nhau mắc song song . Mỗi lò xo có độ cứng bằng  $50N/m$  và có chiều dài  $20cm$ . đầu còn lại của lò xo được treo vào một điểm cố định. Thời điểm  $t = 0$  người ta kéo vật sao cho lò xo có chiều dài  $24cm$  rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Tính quãng đường vật đi được sau  $1,025s$
- A. 13cm      B.  $63 - 1,5\sqrt{2}cm$       C.  $60 + 1,5\sqrt{2}cm$       D. Đáp án khác
13. Cho phương trình dao động của một chất điểm:  $x = 4 \cos(10\pi t - 5\pi/6)$  cm. Tính quãng đường vật đi được trong thời gian từ  $t_1 = 1/30s$  đến  $49,75/30s$
- A. 128cm      B.  $128 + 2\sqrt{2}cm$       C.  $132 - 2\sqrt{2}cm$       D. đáp án khác
14. Một con đon dao động với chu kỳ  $1,5s$  và biên độ  $3cm$  thời điểm ban đầu vật có vận tốc bằng  $4\pi$  cm/s. Tính quãng đường trong  $9,75s$  đầu.
- A. 29,25cm      B. 78cm      C.  $75 + 1,5\sqrt{3}cm$       D. 75cm
15. Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ có khối lượng  $50g$ . được treo vào một sợi dây dài  $1m$  dao động điều hoà trong trọng trường với biên độ  $0,04rad$ . Khi  $t = 0$  vật có động năng bằng  $0,4mJ$ . Tính quãng đường vật đi được trong thời gian  $t_1 = 2s$  đến  $t_2 = 31/3s$
- A. 66cm      B. 64cm      C.  $64 + 2\sqrt{2}cm$       D.  $64 + 2\sqrt{3}cm$
16. Một vật có khối lượng  $m = 200g$  được treo vào một lò xo nhẹ có độ cứng  $K = 50N/m$ . Vật được đặt trên dốc chính của một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha = 30^0$  điểm treo ở phía trên. Thời điểm  $t = 0$  người ta kéo vật đến vị trí lò xo giãn  $6cm$  rồi thả nhẹ. Tìm quãng đường vật đi được từ khi lực đàn hồi bằng  $1N$  lần đầu tiên đến thời điểm  $t = 31/15s$
- A. 82cm      B. 78cm      C. 122cm      D. 118cm

Chủ đề 4. Quãng đường cực trị

PHƯƠNG PHÁP

Ta đã biết trong dao động điều hòa vật chuyển động càng nhanh nếu vật chuyển động càng gần vị trí cân bằng và chuyển động càng nhanh nếu vật chuyển động càng gần biên do đó trong cùng một khoảng thời gian  $\Delta t \leq T/2$  vật chuyển động được quãng đường dài nhất nếu vật chuyển động giữa 2 điểm đối xứng nhau qua vị trí cân bằng

Theo hình vẽ ta có:

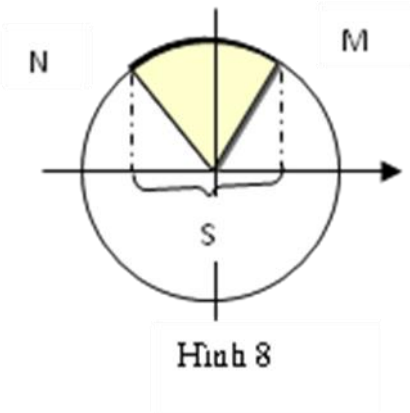
$$S_{max} = 2A.\sin \frac{M\hat{O}N}{2}$$

Mà  $M\hat{O}N = \omega \Delta t$  thay vào (1) ta có:  $S_{max} = 2A.\sin \frac{\omega.\Delta t}{2}$  (55)

Trường hợp tính quãng đường ngắn nhất trong khoảng thời gian  $\Delta t$  thì vật đi từ một điểm đến biên rồi quay lại chính điểm đó, tương tự trường hợp cực đại ta có:

$$S_{min} = 2A(1 - \cos \frac{\omega.\Delta t}{2})$$
 (56)

Trường hợp tổng quát(  $\Delta t > T/2$ ) ta cũng có thể tính quãng đường dựa vào đường tròn Fresnel



BÀI TẬP ÁP DỤNG



17. Tính vận tốc trung bình cực đại trong một phần tư chu kỳ dao động. Biết chu kỳ dao động bằng 2s, biên độ dao động bằng 4cm  
**A.  $8\sqrt{2}\text{cm/s}$**  B.  $4\sqrt{2}\text{cm/s}$  C. 8cm/s D.  $4\sqrt{2}\text{cm/s}$
18. Một con lắc lò xo dao động với biên độ 6cm và chu kỳ 2s. Tính thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường bằng 6cm  
**A.  $1/3\text{s}$**  B.  $2/3\text{s}$  C.  $1/4\text{s}$  D.  $1/8\text{s}$
19. Một con lắc lò xo dao động với biên độ 6cm và chu kỳ 2s. Tính thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường bằng  $6\sqrt{3}\text{cm}$   
 A.  $1/3\text{s}$  **B.  $2/3\text{s}$**  C.  $1/4\text{s}$  D.  $1/8\text{s}$
20. Một vật dao động điều hoà với phương trình:  $x = 5\cos(10\pi t + \pi/3) + 2\text{cm}$ . Tính quãng đường lớn nhất vật đi được trong thời gian  $1/15\text{s}$   
 A.  $5\sqrt{2}\text{cm}$  B. 5cm **C.  $5\sqrt{3}\text{cm}$**  D.  $10\sqrt{3}\text{cm}$
21. Một vật dao động điều hoà với phương trình:  $x = 6\cos(10\pi t + \pi/3) + 1,5\text{cm}$ . Tính toạ độ điểm xuất phát để trong thời gian  $1/15\text{s}$  vật đi được quãng đường ngắn nhất  
 A. 6cm B. 3cm **C.  $4,5\text{cm}$**  D.  $3\sqrt{3}\text{cm}$   
**(Còn một đáp án bằng -1,5cm)**
22. Một vật dao động điều hoà với phương trình:  $x = 8\cos(2\pi t + \pi/3)\text{cm}$ . Tìm vị trí xuất phát để trong khoảng thời gian  $5/6\text{s}$  vật đi được quãng đường dài nhất  
 A.  $4\sqrt{2}\text{cm}$  **B.  $4\sqrt{3}\text{cm}$**  C. 4cm D.  $16 + 8\sqrt{3}\text{cm}$

## Chủ đề 5. Quãng đường tổng quát theo thời gian

### PHƯƠNG PHÁP

Bài toán yêu cầu tính quãng đường trong một khoảng thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$  ta thực hiện các bước sau :

- Viết phương trình dao động
- Tính khoảng thời gian  $\Delta t = t_2 - t_1$  so sánh với chu kỳ dao động T .(Chú ý các trường hợp đặc biệt)

Thiết lập biểu thức:  $\Delta t = nT + \tau$

Trong đó n nguyên (  $n \in \mathbb{N}$  ) Ví dụ T =1,  $\Delta t = 2,5$  thì  $\Delta t = 2.T + 0,5$

- Quãng đường được tính theo công thức

$$S = 4nA + S\tau \quad (3)$$

Tính  $S\tau$

+ Xác định trạng thái thứ nhất:  $x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi)$ ;  $v_1 = -\omega A\sin(\omega t_1 + \varphi)$

$v_1$  chỉ cần xét đến dấu để biết chiều chuyển động từ đó biểu diễn trên đường tròn

+ Và trạng thái thứ hai  $x_2 = A\cos(\omega t_2 + \varphi)$ ;  $v_2 = -\omega A\sin(\omega t_2 + \varphi)$

( $v_1, v_2$  chỉ cần xác định dấu để biết chiều chuyển động)

+ Dựa vào  $v_1$  và  $v_2$  để tính  $S\tau$ ; bài toán có thể giải bằng cách phân tích theo nửa chu kỳ)

### BÀI TẬP ÁP DỤNG

23. Một vật dao động điều hoà trên một quỹ đạo thẳng với phương trình:  $x = 4\cos(\pi t + \pi/4)\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được trong thời gian 5,25s đầu

**ĐS:  $40 + 2\sqrt{2}\text{cm}$**

24. Một vật có khối lượng  $m = 100\text{g}$  được gắn với một lò xo nhẹ có độ cứng  $K = 100\text{N/m}$ . Thời điểm  $t = 0$  người ta kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng 5cm rồi thả nhẹ. tính quãng đường vật đi được trong thời gian từ  $t_1 = 1/30\text{s}$  đến 1,6s

**ĐS:  $157,5\text{cm}$**

25. Cho phương trình dao động:  $x = 6\cos(2\pi t + \pi/6)\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được trong 16/3s đầu

**ĐS:  $120 + 6\sqrt{3}\text{cm}$**

26. Cho phương trình dao động:  $x = 3\cos(10\pi t + 2\pi/3)\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được trong thời gian 31/30s đầu

**ĐS:  $61,5\text{cm}$**

## Chủ đề 6. Quãng đường theo lực

27. Một vật có khối lượng  $m = 100\text{g}$  dao động với chu kỳ 2s và biên độ  $A = 3\text{cm}$ . tính quãng đường ngắn nhất từ khi lực hồi phục giảm từ 0,03 đến  $0,015\sqrt{2}\text{N}$

**ĐS:  $3 - 1,5\sqrt{2}$**

28. Một vật dao động điều hoà với phương trình:  $x = 4\cos(10\pi t + \pi/2)\text{cm}$ . biết vật có khối lượng  $m = 100\text{g}$ . Tính thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ  $x = 4$  đến khi lực hồi phục bằng 2N

**ĐS:  $2\text{cm}$**

29. Một vật dao động điều hoà với phương trình:  $x = 4\cos(10\pi t + \pi/2)\text{cm}$ . biết vật có khối lượng  $m = 100\text{g}$ . Tìm quãng đường vật đi được từ  $t = 0$  đến khi lực hồi phục bằng 2N lần thứ 84

**ĐS:  $334\text{cm}$**

30. Một vật dao động điều hoà với phương trình:  $x = 4\cos(10\pi t + \pi/2)\text{cm}$ . biết vật có khối lượng  $m = 100\text{g}$ . Tìm quãng đường vật đi được từ  $t = 0$  đến khi lực hồi phục bằng  $2\sqrt{3}\text{N}$  lần thứ 2011

ĐS:  $8040 + 2\sqrt{3}\text{cm}$

31. Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng  $m = 100\text{g}$  được treo vào một lò xo có độ cứng  $K = 100\text{N/m}$ . Hệ dao động theo phương thẳng đứng cơ năng dao động bằng  $20\text{mJ}$  . Tính quãng đường lò xo giãn trong thời gian 1giây

ĐS:  $30\text{cm}$

### Chủ đề 7. Quãng đường theo cơ năng

32. Một vật dao động điều hoà trên quỹ đạo thẳng với biên độ  $4\text{cm}$ . Tính quãng đường ngắn nhất vật đi được giữa 2 thời điểm có động năng bằng một phần ba thế năng

A.  $4\text{cm}$                       B.  $4\sqrt{3}\text{cm}$                       C.  $4\sqrt{2}\text{cm}$                       D.  $8 - 4\sqrt{3}\text{cm}$

33. Một vật dao động điều hoà trên quỹ đạo thẳng với biên độ  $4\text{cm}$ . Tính quãng đường ngắn nhất vật đi được giữa 2 thời điểm có động năng bằng ba thế năng

A.  $4\text{cm}$                       B.  $4\sqrt{3}\text{cm}$                       C.  $4\sqrt{2}\text{cm}$                       D.  $8 - 4\sqrt{3}\text{cm}$

34. Một vật dao động điều hoà trên quỹ đạo thẳng với biên độ  $4\text{cm}$ . Tính quãng đường ngắn nhất vật đi được giữa 2 thời điểm có động năng bằng thế năng

A.  $4\text{cm}$                       B.  $4\sqrt{3}\text{cm}$                       C.  $4\sqrt{2}\text{cm}$                       D.  $8 - 4\sqrt{2}\text{cm}$

35. Một vật dao động điều hoà trên quỹ đạo thẳng với phương trình:

$x = 4\cos\pi t \text{ cm}$ . Tính quãng đường tối thiểu từ lúc đầu để thế năng chuyển hoá  $3/4$  lượng ban đầu thành động năng

A.  $2\text{cm}$                       B.  $4 - 2\sqrt{3}\text{cm}$                       C.  $4 - \frac{4}{\sqrt{5}} \text{ cm}$                       D.  $\frac{4}{\sqrt{5}} \text{ cm}$

36. Một vật dao động điều hoà trên quỹ đạo thẳng với phương trình:

$x = 4\cos\pi t \text{ cm}$ . Tính quãng đường tối thiểu từ lúc đầu để thế năng chuyển hoá  $1/4$  lượng ban đầu thành động năng

A.  $2\text{cm}$                       B.  $4 - 2\sqrt{3}\text{cm}$                       C.  $4 - \frac{4}{\sqrt{5}} \text{ cm}$                       D.  $\frac{4}{\sqrt{5}} \text{ cm}$

## IV.VẬN DỤNG -RÈN LUYỆN:

1

**Câu 1.** Một chất điểm dao động dọc theo trục Ox. Phương trình dao động là  $x = 2 \cos (2\pi t + \pi )(\text{cm})$ . Thời gian ngắn nhất vật đi từ lúc bắt đầu dao động đến lúc vật có li độ  $x = \sqrt{3} \text{ cm}$  là :

a.  $2,4\text{s}$                       b.  $1,2\text{s}$                       c.  $5/6 \text{ s}$                       d.  $5/12 \text{ s}$

**Câu 2.** Một chất điểm dao động dọc theo trục Ox. Phương trình dao động là  $x = 5 \cos (8\pi t - 2\pi/3)(\text{cm})$ . Thời gian ngắn nhất vật đi từ lúc bắt đầu dao động đến lúc vật có li độ  $x = 2,5\text{cm}$  là :

a.  $3/8 \text{ s}$                       b.  $1/24 \text{ s}$                       c.  $8/3 \text{ s}$                       d. Đáp số khác

**Câu 3.** Một chất điểm dao động dọc theo trục Ox. Phương trình dao động là  $x = 4 \cos 5\pi t (\text{cm})$ . Thời gian ngắn nhất vật đi từ lúc bắt đầu dao động đến lúc vật đi quãng đường  $S = 6\text{cm}$  là :

a.  $3/20\text{s}$                       b.  $2/15 \text{ s}$                       c.  $0,2 \text{ s}$                       d.  $0,3 \text{ s}$

**Câu 4.** Một chất điểm dao động dọc theo trục Ox. Phương trình dao động là  $x = 8 \cos (2\pi t + \pi )(\text{cm})$ . Sau  $t = 0,5\text{s}$ , kể từ khi bắt đầu dao động , quãng đường S vật đã đi là :

a.  $8\text{cm}$                       b.  $12\text{cm}$                       c.  $16\text{cm}$                       d.  $20\text{cm}$

**Câu 5.** Một chất điểm dao động dọc theo trục Ox. Phương trình dao động là  $x = 3 \cos (10t - \pi /3)(\text{cm})$ . Sau  $t = 0,157\text{s}$ , kể từ khi bắt đầu dao động , quãng đường S vật đã đi là :

a.  $1,5\text{cm}$                       b.  $4,5\text{cm}$                       c.  $4,1\text{cm}$                       d.  $1,9\text{cm}$

**Câu 6.** Một chất điểm dao động dọc theo trục Ox. Phương trình dao động là  $x = 6 \cos (20\pi t - \pi /2) (\text{cm})$ . Vận tốc trung bình của chất điểm trên đoạn từ VTCB tới điểm có li độ  $3\text{cm}$  là :

a.  $360\text{cm/s}$                       b.  $120\pi\text{cm/s}$                       c.  $60\pi\text{cm/s}$                       d.  $40\text{cm/s}$

**Câu 7.** Một chất điểm dao động dọc theo trục Ox. Phương trình dao động là  $x = 4 \cos (4\pi t - \pi /2) (\text{cm})$ . Vận tốc trung bình của chất điểm trong  $\frac{1}{2}$  chu kì từ li độ cực tiểu đến li độ cực đại là :

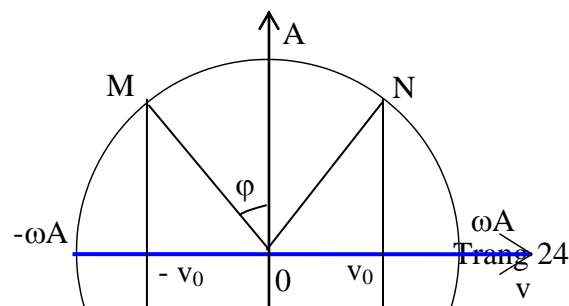
a.  $32\text{cm/s}$                       b.  $8\text{cm/s}$                       c.  $16\pi\text{cm/s}$                       d.  $64\text{cm/s}$

### Chủ đề 8. Sử dụng mối liên hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hoà để giải bài toán vận tốc trong dao động điều hoà không vượt quá giá trị $v_0$ trong khoảng thời gian $\Delta t$ .

**Cách giải:** Ta sử dụng đồ thị như hình vẽ.

Trong một chu kỳ vật đạt vận tốc không quá  $v_0/2$  lần, một lần theo chiều dương và một lần theo chiều âm.

Từ hình vẽ ta chỉ cần xét vật đi trong khoảng từ khi vận tốc bằng không đến vận tốc  $v_0$  khi này vật đi hết thời gian là  $\Delta t/4$ , tương ứng với góc quay của vật chuyển động tròn đều là:



$$\varphi = \angle AOM$$

$$\text{Ta có : } \varphi = \omega.(\Delta t/4)$$

$$\text{Lại có: } \sin\varphi = v_0/\omega A$$

$$\text{Vậy ta có: } \sin(\omega.(\Delta t/4)) = v_0/\omega A$$

$$\text{Với } \omega = 2\pi/T$$

### Bài toán ví dụ:

**Bài 1:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 10 cm. Biết trong một chu kì khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn vận tốc không vượt quá  $5\pi$  cm/s là T/3. Tần số dao động của vật là

- A.  $1/2\sqrt{3}$  Hz.      B.  $1/\sqrt{3}$  Hz.      C. 0,5 Hz.      D. 4 Hz.

**Giải:** Ta có:  $\varphi = (2\pi/T).(T/12) = \pi/6$

$$\text{Vậy } \sin(\pi/6) = 5\pi/(2\pi f.A) \text{ hay } 1/2 = 5/(2.f.10) \text{ kết quả } f = 0,5\text{Hz}$$

**Bài 2:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kỳ T và biên độ 5cm. Biết trong một chu kỳ, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn vận tốc vượt quá  $5\sqrt{3}\pi$  cm/s là T/3. Chu kỳ dao động của vật bằng

- A. 2s      B. 4s      C. 3s      D. 1s

**Giải:** Ta có:  $\varphi = (2\pi/T).(T/12) = \pi/6$

$$\text{Vậy } \sin(\pi/6) = 5\pi/(2\pi f.A) \text{ hay } 1/2 = 5/(2.f.5) \rightarrow f = 1\text{Hz} \text{ kết quả } T = 1\text{s}$$

## V .BÀI TẬP TỔNG HỢP :

### TÍNH QUĂNG ĐƯỜNG –THỜI GIAN TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

**Bài 1:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x = 5\cos(2\pi t - \frac{\pi}{3})$  (cm,s)

- Tính quãng đường vật đi được sau 0,5s kể từ lúc vật bắt đầu dao động?
- Tính quãng đường vật đi được sau  $t = 4\text{s}$  kể từ lúc vật bắt đầu dao động?
- Tính quãng đường vật đi được sau  $t = 1,25\text{s}$  kể từ lúc vật bắt đầu dao động?
- Tính quãng đường vật đi được sau  $t = 0,24\text{s}$  kể từ lúc vật bắt đầu dao động?

**Bài 2:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x = 10\sin(4\pi t)$  (cm,s). Tính quãng đường vật dao động điều hoà đã đi được sau  $t_1 = 3,5\text{s}$ ;  $t_2 = 4,7\text{s}$ ;  $t_3 = 5,25\text{s}$  kể từ lúc vật bắt đầu dao động?

**Bài 3:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox với chiều dài quỹ đạo là 16cm, biết trong 5s vật thực hiện được 10 dao động toàn phần. Nếu chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí li độ  $x = 4\text{cm}$  theo chiều âm thì sau 2,1s vật đi được quãng đường là bao nhiêu? Khi vật đi được quãng đường là 12cm thì mất bao nhiêu thời gian?

**Bài 4:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ .

- Tìm quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong  $\frac{1}{4}$  chu kì dao động?
- Tính tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của vật trong thời gian  $\frac{1}{4}$  chu kì dao động?

**Bài 5:** Một vật dao động điều hoà với biên độ là A và chu kỳ T. Tìm:

- Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong thời gian  $\frac{5T}{6}$ .
- Tốc độ trung bình lớn nhất mà vật đi được trong thời gian  $\frac{3T}{4}$ .

**Bài 6:** Một vật dao động điều hoà với chu kỳ T và biên độ A. Hãy tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ:

- $x_1 = A/2$  đến  $x_2 = 0$
- $x_1 = 0$  đến  $x_2 = -A/2$
- $x_1 = -A/2$  đến  $x_2 = -A$
- $x_1 = A$  đến  $x_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$
- $x_1 = A$  đến  $x_2 = A\frac{A\sqrt{2}}{2}$
- $x_1 = A$  đến  $x_2 = -A/2$

**Bài 7:** Một vật dao động điều hoà với  $x = 10\cos(2\pi t - \frac{\pi}{4})(\text{cm})$ . Gọi P và P' là hai biên của vật trong quá trình dao động. Gọi M và N tương ứng là trung điểm của OP và OP'. Hãy tính vận tốc trung bình của vật trên đoạn từ M tới N.

**Bài 8:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 10 \cos(\pi t - \frac{\pi}{2})(cm)$ . Quãng đường vật đi được trong khoảng

thời gian từ  $t_1 = 1,5\text{s}$  đến  $t_2 = \frac{13}{3}(\text{s})$  là bao nhiêu?

**Bài 9:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 4\text{cm}$  có chu kỳ dao động  $T = 0,1\text{s}$ .

- a) Tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có ly độ  $x_1 = 2\text{cm}$  đến  $x_2 = 4\text{cm}$ .  
b) Tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí  $x_1 = -2\text{cm}$  đến  $x_2 = 2\text{cm}$ .  
c) Tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí  $x = 2\text{cm}$ .

**Bài 10:** Một vật dao động điều hòa với phương trình:  $x = 10 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{8})(cm)$

- a. Biết li độ của vật tại thời điểm  $t$  là  $-10\text{cm}$ . Xác định li độ của vật sau đó  $0,125\text{s}$   
b. Biết li độ của vật tại thời điểm  $t$  là  $5\sqrt{2}\text{ cm}$ . Xác định li độ của vật sau đó  $0,3125\text{s}$

## VI. TRẮC NGHIỆM : TÍNH QUẢNG ĐƯỜNG –THỜI GIAN

**Câu 1(CĐ2007):** Một vật nhỏ dao động điều hòa có biên độ  $A$ , chu kì dao động  $T$ , ở thời điểm ban đầu  $t_0 = 0$  vật đang ở vị trí biên. Quãng đường mà vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm  $t = T/4$  là

- A.**  $A/2$  .                      **B.**  $2A$  .                      **C.**  $A/4$  .                      **D.**  $A$  .

**Câu 2:** Phương trình dao động của một vật DĐĐH là :  $x = 10\cos(2\pi t + \pi/3)$  (cm) , t tính bằng giây .Phát biểu nào sau đây là **không đúng** ?

- A.** Biểu thức vận tốc của vật là :  $v = 20\pi \cos(2\pi t + 5\pi/6)$  (cm/s)

- B. Vận tốc cực đại của vật là :  $v_{\max} = 20\pi$  (cm/s)**

- C. Vận tốc của vật vào thời điểm ban đầu  $t = 0$  là :  $v = 10\pi\sqrt{3}$  cm/s

- D. Vận tốc và li độ cùng biến thiên điều hòa với tần số  $f = 1\text{Hz}$**

**Câu 3:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 5\text{cm}$ , tần số  $f = 2\text{Hz}$ , chọn gốc thời gian và lúc vật có li độ  $x = 5\text{cm}$ . Phương trình dao động của vật là :

- A.**  $x = 5\cos(4\pi t - \pi/2)$  cm .      **B.**  $x = 5\cos(4\pi t)$  cm .      **C.**  $x = 5\cos(4\pi t - \pi/4)$  cm .      **D.**  $x = 5\sin(4\pi t)$  cm .

**Câu 4:** Một vật dao động điều hòa có chiều dài quỹ đạo bằng 12cm , chu kì dao động bằng 0,25s . Chọn gốc thời gian vào lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương của hệ tọa độ .Phương trình li độ của vật là:

- A.**  $x = 12\cos 8\pi t$  (cm)      **B.**  $x = 6\cos 8\pi t$  (cm)      **C.**  $x = 6\cos(8\pi t - \pi/2)$  (cm)      **D.**  $x = 6\cos(8\pi t + \pi/2)$  (cm)

**Câu 5:** Phương trình dao động điều hòa có dạng  $x = A\cos(\omega t + \pi/2)$  . Gốc thời gian  $t = 0$  là :

- A.** Lúc vật có li độ  $x = +A$ .      **B.** Lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương của hệ tọa độ.

- C. Lúc vật có li độ  $x = -A$ .      D. Lúc vật đi qua vị trí cân bằng và ngược chiều dương của hệ tọa độ.

**Câu 6:** Phương trình dao động điều hòa có dạng  $x = A.\cos\omega t$ . Gốc thời gian  $t = 0$  là :

- A.** Lúc vật có li độ  $x = +A$  .      **B.** Lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương của hệ tọa độ

- C.** Lúc vật có li độ  $x = -A$       **D.** Lúc vật đi qua vị trí cân bằng và ngược chiều dương của hệ tọa độ.

**Câu 7:** Vật dao động điều hòa có biên độ  $A = 10\text{cm}$  và tần số  $f = 2\text{Hz}$ . Chọn gốc thời gian vào lúc vật đi qua vị trí cân bằng và đang chuyển động theo chiều dương của hệ tọa độ. Phương trình dao động của vật là:

- A.**  $x = 10\cos(4\pi t + \pi/2)$  cm .      **B.**  $x = 10\cos(4\pi t - \pi/2)$ cm .

- C.**  $x = 10\cos(4\pi t - \pi/4)$  cm .      **D.**  $x = 10\cos(4\pi t + \pi/4)$  cm .

**Câu 8:** Vật dao động điều hòa có biên độ  $A = 6\text{cm}$  và tần số  $f = 5\text{Hz}$ . Chọn gốc thời gian vào lúc vật đi qua vị trí có li độ  $x = 3\text{cm}$  và đang chuyển động theo chiều dương của hệ tọa độ. Phương trình dao động của vật là :

- A.**  $x = 6\cos(10\pi t + \pi/3)$  cm      **B.**  $x = 6\cos(10\pi t - \pi/3)$  cm

- C.**  $x = 6\cos(10\pi t + \pi/6)$  cm      **D.**  $x = 6\cos(10\pi t - \pi/6)$  cm

**Câu 9:** Phương trình dao động điều hòa có dạng  $x = A\cos(\omega t + 5\pi/6)$ . Gốc thời gian  $t = 0$  là:

- A.** Lúc vật đi qua vị trí có li độ  $x = -A\frac{\sqrt{3}}{2}$  và hướng về vị trí cân bằng . **B.** Lúc vật có li độ  $x = +A$

- C.** Lúc vật đi qua vị trí có li độ  $x = -A\frac{\sqrt{3}}{2}$  và hướng ra xa vị trí cân bằng . **D.** Lúc vật có li độ  $x = -A$

**Câu 10:** Phương trình dao động điều hòa có dạng  $x = A\cos(\omega t - \pi/2)$ . Góc thời gian  $t = 0$  là :

- A. Lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương của hệ tọa độ.**

- B. Lúc vật đi qua vị trí cân bằng ngược chiều dương của hệ toạ độ.**

- C. Lúc vật đi qua vị trí có li độ  $x = A/2$  và hướng về vị trí cân bằng.

- D.** Lúc vật đi qua vị trí có li độ  $x = -A/2$  và hướng về vị trí cân bằng.

**Câu 11:** Phương trình dao động điều hòa có dạng  $x = A\cos(\omega t - \pi)$ . Gốc thời gian  $t = 0$  là :

- A. Lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương của hệ tọa độ**

- C. Lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm của hệ tọa độ. D. Lúc vật có li độ  $x = -A$ .

-

**Câu 12:** Phương trình dao động điều hòa có dạng  $x = A\cos(\omega t - \pi/6)$ . Gốc thời gian  $t = 0$  là :

- A. Lúc vật đi qua vị trí có li độ  $x = + A \frac{\sqrt{3}}{2}$  và hướng ra xa vị trí cân bằng .
- B. Lúc vật có li độ  $x = + A/2$  và hướng ra xa vị trí cân bằng .
- C. Lúc vật đi qua vị trí có li độ  $x = + A \frac{\sqrt{3}}{2}$  và hướng về vị trí cân bằng .
- D. Lúc vật có li độ  $x = + A/2$  và hướng về phía vị trí cân bằng .

**Câu 13:** Chọn câu trả lời **đúng**. Một chất điểm M chuyển động tròn đều trên đường tròn tâm O, bán kính  $R = 0,2\text{m}$  với vận tốc  $v = 0,8\text{m/s}$ . Hình chiếu của chất điểm M lên một đường kính của đường tròn là :

- A. Một dao động điều hòa với biên độ  $40\text{cm}$  và tần số góc  $4\text{ rad/s}$  .
- B. Một dao động điều hòa với biên độ  $20\text{cm}$  và tần số góc  $4\text{ rad/s}$  .
- C. Một dao động điều hòa có li độ lớn nhất là  $20\text{cm}$  và tần số  $4\text{Hz}$  .
- D. Một dao động điều hòa có gia tốc là một hằng số .

**Câu 14:** Một vật dao động điều hòa phải mất  $0,25\text{s}$  để đi từ điểm có vận tốc bằng không đến điểm tiếp theo cũng như vậy . Khoảng cách giữa hai điểm là  $16\text{cm}$ . Biên độ và tần số của dao động này là :

- A.  $A = 16\text{cm}$  và  $f = 2\text{Hz}$
- B.  $A = 8\text{cm}$  và  $f = 2\text{Hz}$
- C.  $A = 8\text{cm}$  và  $f = 4\text{Hz}$
- D.  $A = 16\text{cm}$  và  $f = 4\text{Hz}$

**Câu 15(CĐ2008):** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox với phương trình  $x = A\sin\omega t$ . Nếu chọn gốc toạ độ O tại vị trí cân bằng của vật thì gốc thời gian  $t = 0$  là lúc vật

- A. ở vị trí li độ cực đại thuộc phần dương của trục Ox.
- B. qua vị trí cân bằng O ngược chiều dương của trục Ox.
- C. ở vị trí li độ cực đại thuộc phần âm của trục Ox.
- D. qua vị trí cân bằng O theo chiều dương của trục Ox.

**Câu 16(CĐ2008):** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian  $T/4$ , quãng đường lớn nhất mà vật có thể đi được là

- A. A.
- B.  $3A/2$ .
- C.  $A\sqrt{3}$ .
- D.  $A\sqrt{2}$  .

**Câu 17(ĐH2008):** Một vật dao động điều hòa có chu kì là T. Nếu chọn gốc thời gian  $t = 0$  lúc vật qua vị trí cân bằng, thì trong nửa chu kì đầu tiên, vận tốc của vật bằng không ở thời điểm

- A.  $t = \frac{T}{6}$ .
- B.  $t = \frac{T}{4}$ .
- C.  $t = \frac{T}{8}$ .
- D.  $t = \frac{T}{2}$ .

**Câu 18(ĐH2008):** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 3\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (x tính bằng cm và t tính bằng giây). Trong một giây đầu tiên từ thời điểm  $t=0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = +1\text{cm}$

- A. 7 lần.
- B. 6 lần.
- C. 4 lần.
- D. 5 lần.

**Câu 19(CĐ2009):** Khi nói về một vật dao động điều hòa có biên độ A và chu kì T, với mốc thời gian ( $t = 0$ ) là lúc vật ở vị trí biên, phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Sau thời gian  $\frac{T}{8}$ , vật đi được quãng đường bằng  $0,5 A$ .
- B. Sau thời gian  $\frac{T}{2}$ , vật đi được quãng đường bằng  $2 A$ .
- C. Sau thời gian  $\frac{T}{4}$ , vật đi được quãng đường bằng A.
- D. Sau thời gian T, vật đi được quãng đường bằng  $4A$ .

**Câu 20(CĐ2009):** Một chất điểm dao động điều hòa có phương trình vận tốc là  $v = 4\pi\cos 2\pi t$  (cm/s). Gốc toạ độ ở vị trí cân bằng. Mốc thời gian được chọn vào lúc chất điểm có li độ và vận tốc là:

- A.  $x = 2\text{ cm}$ ,  $v = 0$ .
- B.  $x = 0$ ,  $v = 4\pi\text{ cm/s}$
- C.  $x = -2\text{ cm}$ ,  $v = 0$
- D.  $x = 0$ ,  $v = -4\pi\text{ cm/s}$ .

**Câu 21(CĐ2009):** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = 8\cos(\pi t + \frac{\pi}{4})$  (x tính bằng cm, t tính bằng s) thì

- A. lúc  $t = 0$  chất điểm chuyển động theo chiều âm của trục Ox.
- B. chất điểm chuyển động trên đoạn thẳng dài  $8\text{ cm}$ .
- C. chu kì dao động là  $4\text{s}$ .
- D. vận tốc của chất điểm tại vị trí cân bằng là  $8\text{ cm/s}$ .

**Câu 22(ĐH2009):** Một vật dao động điều hòa có độ lớn vận tốc cực đại là  $31,4\text{ cm/s}$ . Lấy  $\pi = 3,14$ . Tốc độ trung bình của vật trong một chu kì dao động là

- A.  $20\text{ cm/s}$
- B.  $10\text{ cm/s}$
- C. 0.
- D.  $15\text{ cm/s}$ .

**Câu 23(CĐ2010):** Một vật dao động điều hòa với chu kì T. Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng, vận tốc của vật bằng 0 lần đầu tiên ở thời điểm

- A.  $\frac{T}{2}$ .
- B.  $\frac{T}{8}$ .
- C.  $\frac{T}{6}$ .
- D.  $\frac{T}{4}$ .



- Câu 24.** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/6)$  cm. Thời điểm thứ 3 vật qua vị trí  $x = 2$  cm theo chiều dương là  
**A.** 9/8 s. **B.** 11/8 s. **C.** 5/8 s. **D.** 1,5 s
- Câu 25.** Vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 5\cos\pi t$  (cm). Vật qua VTCB lần thứ 3 vào thời điểm  
**A.** 2,5s. **B.** 2s. **C.** 6s. **D.** 2,4 s.
- Câu 26.** Vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 4\cos(2\pi t - \pi)$  (cm). Vật đến điểm biên dương lần thứ 5 vào thời điểm  
**A.** 4,5 s. **B.** 2,5 s. **C.** 2 s. **D.** 0,5 s.
- Câu 27.** Một vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 6\cos(\pi t - \frac{\pi}{2})$  (cm). Thời gian vật đi từ VTCB đến lúc qua điểm có  $x = 3$  cm lần thứ 5 là  
**A.** 61/6s. **B.** 9/5s. **C.** 25/6s. **D.** 37/6s.
- Câu 28.** Một vật ĐĐĐH với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/6)$ cm. Thời điểm thứ 2009 vật qua vị trí  $x = 2$  cm, kể từ  $t = 0$ , là  
**A.**  $\frac{12049}{24}$  s. **B.**  $\frac{12061}{24}$  s. **C.**  $\frac{12025}{24}$  s. **D.** Đáp án khác.
- Câu 29.** Một vật dao động điều hoà có phương trình  $x = 8\cos 10\pi t$ . Thời điểm vật đi qua vị trí  $x = 4$  lần thứ 2008 theo chiều âm kể từ thời điểm bắt đầu dao động là  
**A.**  $\frac{12043}{30}$  (s). **B.**  $\frac{10243}{30}$  (s). **C.**  $\frac{12403}{30}$  (s). **D.**  $\frac{12430}{30}$  (s).
- Câu 30.** Con lắc lò xo dao động điều hoà trên mặt phẳng ngang với chu kì  $T = 1,5$ s, biên độ  $A = 4$  cm, pha ban đầu là  $5\pi/6$ . Tính từ lúc  $t = 0$ , vật có toạ độ  $x = -2$  cm lần thứ 2005 vào thời điểm  
**A.** 1503s. **B.** 1503,25s. **C.** 1502,25s. **D.** 1503,375s.
- Câu 31.** Một vật dao động điều hoà với biên độ 4 cm, cứ sau một khoảng thời gian 1/4 giây thì động năng lại bằng thế năng. Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian 1/6 giây là  
**A.** 8 cm. **B.** 6 cm. **C.** 2 cm. **D.** 4 cm.
- Câu 32.** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian T/4, quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được là  
**A.**  $A(2-\sqrt{2})$  **B.** A **C.**  $A\sqrt{3}$  **D.** 1,5A.
- Câu 33.** Một con lắc lò xo dao động điều hoà với biên độ 6 cm và chu kì 1s. Tại  $t = 0$ , vật đi qua VTCB theo chiều âm của trục toạ độ. Tổng quãng đường đi được của vật trong khoảng thời gian 2,375 s kể từ thời điểm được chọn làm gốc là  
**A.** 56,53 cm. **B.** 50 cm. **C.** 55,77 cm. **D.** 42 cm.
- Câu 34.** Một vật dao động với phương trình  $x = 4\sqrt{2}\cos(5\pi t - 3\pi/4)$ cm. Quãng đường vật đi từ thời điểm  $t_1 = 1/10$ (s) đến  $t_2 = 6$ s là  
**A.** 84,4cm **B.** 333,8cm **C.** 331,4cm **D.** 337,5cm
- Câu 35.** Một chất điểm dao động điều hoà dọc theo trục Ox. Phương trình dao động là  $x = 10\cos(2\pi t + \frac{5\pi}{6})$  cm. Quãng đường vật đi trong khoảng thời gian từ  $t_1 = 1$ s đến  $t_2 = 2,5$ s là  
**A.** 60 cm. **B.** 40cm. **C.** 30 cm. **D.** 50 cm.
- Câu 36.** Chọn gốc toạ độ tại VTCB của vật dao động điều hoà theo phương trình:  $x = 20\cos(\pi t - \frac{3\pi}{4})$ (cm). Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 0,5$  s đến thời điểm  $t_2 = 6$  s là  
**A.** 211,72 cm. **B.** 201,2 cm. **C.** 101,2 cm. **D.** 202,2 cm.
- Câu 37.** Vật dao động điều hoà theo phương trình :  $x = 5\cos(10\pi t + \pi)$ (cm). Thời gian vật đi quãng đường S = 12,5cm (kể từ  $t = 0$ ) là  
**A.** 1/15 s **B.** 2/15 s **C.** 1/30 s **D.** 1/12 s
- Câu 38.** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 6\cos(2\pi t - \pi/3)$ cm. Độ dài quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian  $t_1 = 1,5$  s đến  $t_2 = 13/3$  s  
**A.**  $(50 + 5\sqrt{3})$  cm. **B.** 53cm. **C.** 46 cm. **D.** 66 cm.
- Câu 39.** Một vật dao động điều hoà theo phương trình:  $x = 5\cos(2\pi t - \frac{2\pi}{3})$  cm. Quãng đường vật đã đi được sau khoảng thời gian  $t = 0,5$ s kể từ lúc bắt đầu dao động là  
**A.** 12 cm. **B.** 14 cm. **C.** 10 cm. **D.** 8 cm.

**A.** 12cm                      **B.**  $8 + 4\sqrt{3}$  cm                      **C.**  $10 + 2\sqrt{3}$  cm                      **D.** 16cm

**A.** 190 cm                      **B.** 150 cm                      **C.** 180 cm                      **D.** 160 cm

A. 40cm/s.                  B. 60cm/s.                  C. 80cm/s.                  D. 50cm/s.

**A.** 1/4 s                      **B.** 1/2 s                      **C.** 1/6 s                      **D.** 1/12 s

**A.** 360 cm/s.                      **B.**  $120\pi$  cm/s.                      **C.**  $60\pi$ cm/s.                      **D.** 40cm/s.

A.  $32\text{cm/s}$                       B.  $8\text{cm/s}$                       C.  $16\pi\text{cm/s}$                       D.  $64\text{cm/s}$

đồ trung bình từ thời điểm  $t_1 = 0,5 \text{ s}$  đến thời điểm  $t_2 = 6 \text{ s}$  là

A. 34,8 cm/s.      B. 38,4 m/s.      C. 33,8 cm/s.      D. 38,8 cm/s.

**A.** 4 Hz.                      **B.** 3 Hz.                      **C.** 1 Hz.                      **D.** 2 Hz.

**A.** 0,10 s.                      **B.** 0,15 s.                      **C.** 0,20 s.                      **D.** 0,05 s.

**A.** 0,05 s.                      **B.** 0,04 s.                      **C.** 0,075 s.                      **D.** 0,15 s.

A. 0,628 s.                  B. 0,4188 s.                  C. 0,742 s.                  D. 0,219 s.

**A.**  $t_1 = 0,5t_2$       **B.**  $t_1 = t_2$

**C.**  $t_1 = 2t_2$       **D.**  $t_1 = 4t_2$

M có li độ  $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$  là 0,25(s). Chu kỳ của con lắc

**A. 1s** **B. 1,5s**

**C. 0.5s** **D. 2s**

thẳng đứng. Chu kì và biên độ dao động của con lắc lần lượt là 0,4 s và 8 cm. Chọn trục  $x$  thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc toạ độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian  $t = 0$  khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Thời gian ngắn nhất kể từ khi  $t = 0$  đến khi lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

**A.**  $6/30$  s.   **B.**  $3/10$ s.   **C.**  $4/15$ s.   **D.**  $7/30$ s.

Trang 29



gian ngắn nhất để vật chuyển động từ vị trí thấp nhất đến vị trí lò xo bị nén 1,5 cm là

- A. 0,2s.    B. 1/15s    C. 1/10s    D. 1/20s

**Câu 5:** Con lắc lò xo dao động theo phương ngang với phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Cứ sau những khoảng thời gian bằng nhau và bằng  $\pi/40$  s thì động năng của vật bằng thế năng của lò xo. Con lắc dao động điều hoà với tần số góc bằng

- A.  $20 \text{ rad.s}^{-1}$ .    B.  $80 \text{ rad.s}^{-1}$ .  
C.  $40 \text{ rad.s}^{-1}$     D.  $10 \text{ rad.s}^{-1}$

**Câu 6:** Một con lắc lò xo dao động với biên độ A, thời gian ngắn nhất để con lắc di chuyển từ vị trí có li độ  $x_1 = -A$  đến vị trí có li độ  $x_2 = A/2$  là 1s. Chu kì dao động của con lắc là

- A. 1/3 s.    B. 3 s.    C. 2 s.    D. 6s.

**Câu 7:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = A\cos(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2})$ . Thời gian ngắn nhất kể từ lúc bắt đầu dao động tới khi vật có gia tốc bằng một nửa giá trị cực đại là

- A.  $t = T/12$ .    B.  $t = T/6$ .  
C.  $t = T/3$ .    D.  $t = 6T/12$

**Câu 8:** Một vật dao động điều hoà từ B đến C với chu kì là T, vị trí cân bằng là O. trung điểm của OB và OC theo thứ tự là M và N. Thời gian để vật đi theo một chiều từ M đến N là

- A. T/4.    B. T/2.  
C. T/3.    D. T/6.

**Câu 9:** Một con lắc lò xo thẳng đứng, khi treo vật lò xo dãn 4 cm. Kích thích cho vật dao động theo phương thẳng đứng với biên độ 8 cm thì trong một chu kì dao động T thời gian lò xo bị nén là

- A. T/4.    B. T/2.  
C. T/6.    D. T/3

**Bài 10:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có vật nặng với khối lượng  $m = 100\text{g}$  và lò xo có độ cứng  $k = 10\text{N/m}$  đang dao động với biên độ 2 cm. Trong mỗi chu kì dao động, thời gian mà vật nặng ở cách vị trí cân bằng lớn hơn 1cm là bao nhiêu?

- A. 0,418s.    B. 0,317s    C. 0,209s.    D. 0,052s

**Bài 11:** Một vật dao động điều hoà với tần số 2Hz, biên độ A. Thời gian ngắn nhất khi vật đi từ vị trí biên đến vị trí động năng bằng 3 lần thế năng là

- A.  $\frac{1}{6}\text{s}$     B.  $\frac{1}{12}\text{s}$     C.  $\frac{1}{24}\text{s}$     D.  $\frac{1}{8}\text{s}$

**Bài 12:** Một vật dao động điều hoà với tần số bằng 5Hz. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ  $x_1 = -0,5A$  (A là biên độ dao động) đến vị trí có li độ  $x_2 = +0,5A$  là

- A. 1/10 s.    B. 1 s.    C. 1/20 s.    D. 1/30 s.

**Câu 13:** Con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với phương trình  $x = 5\cos(20t + \frac{\pi}{3})$  cm. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Thời gian lò xo dãn ra trong một chu kỳ là

- A.  $\frac{\pi}{15}\text{s}$ .    B.  $\frac{\pi}{30}\text{s}$ .    C.  $\frac{\pi}{24}\text{s}$ .    D.  $\frac{\pi}{12}\text{s}$ .

**Câu 14:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, độ cứng  $k = 80\text{N/m}$ , vật nặng khối lượng  $m = 200\text{g}$  dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với biên độ  $A = 5\text{cm}$ , lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Trong một chu kỳ T, thời gian lò xo dãn là

- A.  $\frac{\pi}{15}\text{s}$ .    B.  $\frac{\pi}{30}\text{s}$ .    C.  $\frac{\pi}{12}\text{s}$ .    D.  $\frac{\pi}{24}\text{s}$ .

**Dạng : XÁC ĐỊNH THỜI ĐIỂM VẬT ĐI QUA VỊ TRÍ CÓ LI ĐỘ X**

**Câu 1:** Cho một vật dao động điều hoà có phương trình chuyển động  $x = 10\cos(2\pi t - \frac{\pi}{6})$  (cm). Vật đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên vào thời điểm

- A. 1/3 s.    B. 1/6 s.  
C. 2/3 s.    D. 1/12 s.

**Câu 2:** Một vật dao động điều hoà với ly độ  $x = 4\cos(0,5\pi t - 5\pi/6)$  (cm) trong đó t tính bằng (s). Vào thời điểm nào sau đây vật đi qua vị trí  $x = 2\sqrt{3}$  cm theo chiều dương của trục toạ độ

- A.  $t = 1\text{s}$ .    B.  $t = 2\text{s}$ .  
C.  $t = 16/3\text{s}$ .    D.  $t = 1/3\text{s}$ .

**Câu 3:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x = 10\cos(2\pi t + \pi/4)$  cm thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng lần thứ 3 là

- A. 13/8 s.    B. 8/9 s.    C. 1s.    D. 9/8 s.

**Câu 4:** Một vật dao động điều hoà có phương trình  $x = 8\cos 10\pi t$ . Xác định thời điểm vật đi qua vị trí  $x = 4$  lần thứ 2 theo chiều âm kể từ thời điểm bắt đầu dao động.

- A. 2/30s.    B. 7/30s.    C. 3/30s.    D. 4/30s.

**Câu 5:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 10\sin(0,5\pi t + \pi/6)$  cm thời gian ngắn nhất từ lúc vật bắt đầu dao động đến lúc vật qua vị trí có li độ  $-5\sqrt{3}\text{cm}$  lần thứ 3 theo chiều dương là

A. 7s.    B. 9s.    C. 11s.    **D. 12s.**

**Câu 6:** Con lắc lò xo dao động điều hoà trên mặt phẳng ngang với chu kì  $T = 1,5 \text{ s}$  và biên độ  $A = 4\text{cm}$ , pha ban đầu là  $5\pi/6$ . Tính từ lúc  $t = 0$ , vật có toạ độ  $x = -2 \text{ cm}$  lần thứ 2005 vào thời điểm nào  
A. 1503s                      B. 1503,25s  
C. 1502,25s                  **D. 1503,375.**

**Câu 7:** Một vật dao động điều hoà với chu kì  $T$ , trên một đoạn thẳng, giữa hai điểm biên M và N. Chọn chiều dương từ M đến N, gốc toạ độ tại vị trí cân bằng O, mốc thời gian  $t = 0$  là lúc vật đi qua trung điểm I của đoạn MO theo chiều dương. Gia tốc của vật bằng không lần thứ nhất vào thời điểm nào?

A.  $\frac{7T}{12}$ .    B.  $\frac{13T}{12}$ .    **C.  $\frac{T}{12}$ .**                  B.  $\frac{11T}{12}$ .

**Câu 8:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/6) \text{ cm}$ . Thời điểm thứ 3 vật qua vị trí  $x = 2\text{cm}$  theo chiều dương.

A. 9/8 s                      **B. 11/8 s**  
C. 5/8 s                      **D. 1,5 s**

**Câu 9:** Vật dao động điều hoà có ptnh :  $x = 5\cos\pi t \text{ (cm)}$ . Vật qua VTCB lần thứ 3 vào thời điểm :

**A. 2,5s.**                  B. 2s.    C. 6s.                  **D. 2,4s**

**Câu 10:** Vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 4\cos(2\pi t - \pi) \text{ (cm, s)}$ . Vật đến vị trí biên dương lần thứ 5 vào thời điểm

**A. 4,5s.**                  B. 2,5s.                  C. 2s.                  **D. 0,5s.**

**Câu 11:** Một vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 6\cos(\pi t - \pi/2) \text{ (cm, s)}$ . Thời gian vật đi từ VTCB đến lúc qua điểm có  $x = 3\text{cm}$  lần thứ 5 là

A. 61/6s.                  B. 9/5s. **C. 25/6s.**                  **D. 37/6s.**

**Câu 12:** Một vật DĐĐH với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/6)\text{cm}$ . Thời điểm thứ 2009 vật qua vị trí

$x = 2\text{cm}$ , kể từ  $t = 0$ , là

**A.  $\frac{12049}{24} \text{ s}$ .**                  B.  $\frac{12061}{24} \text{ s}$   
C.  $\frac{12025}{24} \text{ s}$                   **D. Đáp án khác**

**Câu 13:** Một vật dao động điều hoà có phương trình  $x = 8\cos 10\pi t$ . Thời điểm vật đi qua vị trí  $x = 4$  lần thứ 2008 theo chiều âm kể từ thời điểm bắt đầu dao động là :

**A.  $\frac{12043}{30} \text{ (s)}$ .**    B.  $\frac{10243}{30} \text{ (s)}$  C.  $\frac{12403}{30} \text{ (s)}$  **D.  $\frac{12430}{30} \text{ (s)}$**

**Câu 14:** Một con lắc lò xo dao động điều hoà với phương trình  $x = A\cos 2\pi t \text{ (cm)}$ . Động năng và thế năng của con lắc bằng nhau lần đầu tiên là

**A. 1/8 s**                      B. 1/4 s  
C. 1/2 s                      **D. 1s.**

## ĐỀ THI ĐH 2012 -MỘT SỐ CÂU ỨNG DỤNG VÒNG TRÒN LƯỢNG GIÁC!

**Câu 1:** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ khối lượng m. Con lắc dao động điều hòa theo phương ngang với chu kì T. Biết ở thời điểm t vật có li độ 5cm, ở thời điểm  $t + \frac{T}{4}$  vật có tốc độ 50cm/s. Giá trị của m bằng

A. 0,5 kg

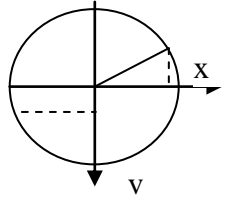
B. 1,2 kg

C. 0,8 kg

D. 1,0 kg

**Giải 1:** Hai vị trí cách nhau  $T/4 \Rightarrow$  Hai vị trí lệch pha nhau góc  $\pi/2$

Theo đường tròn lượng giác:  $\frac{x}{A} = \frac{v}{\omega A} \Rightarrow \omega = \frac{v}{x} = 10 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = 1,0 \text{ kg}$



**Giải 2:** + Gọi phương trình li độ là:  $x = A \cos \omega t \rightarrow$  phương trình vận tốc:  $v = -\omega A \sin(\omega t + \frac{p}{2})$

+ Bài ra cho biết: tại...t :  $A \cos \omega t = 5$   
 tại...t +  $\frac{T}{4}$  :  $\omega A \cos(\omega(t + \frac{T}{4}) + \frac{p}{2}) = \pm 50$

$\rightarrow \begin{cases} A \cos \omega t = 5 \\ \omega A \cos(\omega t + \frac{p}{2} + \frac{p}{2}) = \pm 50 \end{cases} \cup \begin{cases} A \cos \omega t = 5 \\ \omega A \cos(\omega t + p) = \pm 50 \end{cases}$

vì A,  $\omega$  dương ta suy ra hệ thức sau đây:

$\begin{cases} A \cos \omega t = 5 \\ -\omega A \cos(\omega t) = -50 \end{cases} \cup \begin{cases} A \cos \omega t = 5 \\ \omega A \cos(\omega t) = 50 \end{cases} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$

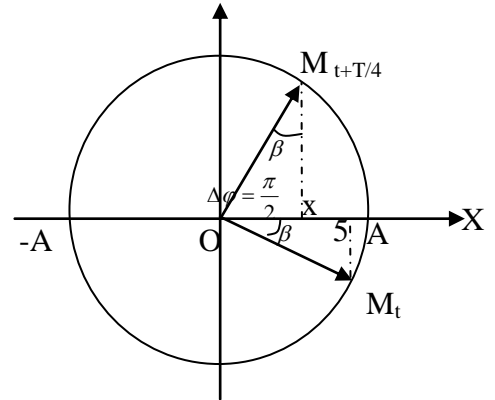
+ ta có:  $k = m\omega^2 \Rightarrow m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{100}{10^2} = 1 \text{ kg} \Rightarrow \text{chọn D}$

**Giải 3:** thời điểm t  $\rightarrow t + \frac{T}{4}$  góc quay thêm là  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

Ở thời điểm  $t + \frac{T}{4} \rightarrow x = A \sin \beta = A \cdot \frac{\sqrt{A^2 - 5^2}}{A} = \sqrt{A^2 - 5^2}$

luôn có  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 - 5^2 + \frac{50^2}{\omega^2} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$

$m = k/\omega^2 = 1 \text{ kg}$



**Câu 2:** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Gọi  $v_{TB}$  là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì, v là **tốc độ** tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà  $v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB}$  là

A.  $\frac{T}{6}$

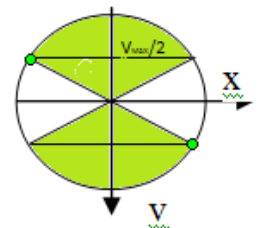
B.  $\frac{2T}{3}$

C.  $\frac{T}{3}$

D.  $\frac{T}{2}$

HD:  $v_{TB} = \frac{4A}{T} = \frac{2\omega A}{\pi} = \frac{2v_{MAX}}{\pi} \Rightarrow \frac{\pi}{4} v_{TB} = \frac{v_{MAX}}{2}$

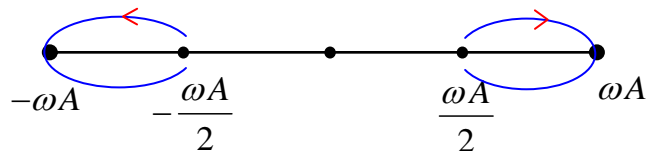
**Tốc độ** tức thời  $v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB} \Rightarrow$  Thời gian quét  $\frac{2T}{3} \Rightarrow$  đáp án B



**Phân tích:**

$v_{tb} = \frac{4A}{T} = \frac{2\omega A}{\pi} \Rightarrow v = \frac{\pi}{4} v_{TB} = \frac{\omega A}{2}$

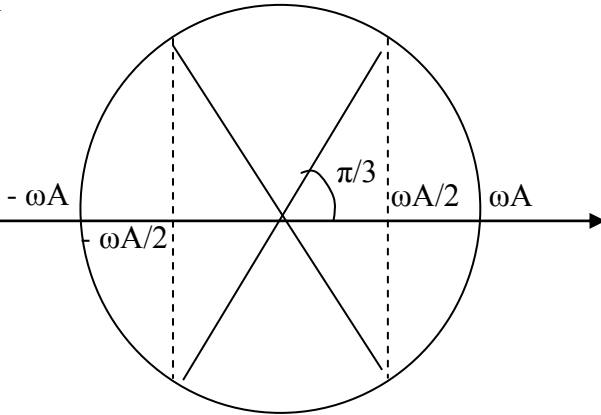
Do tương tốc độ là vận tốc nên:  $\Delta t = 2 \cdot \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$



Tuy nhiên do tốc độ là độ lớn của vận tốc nên khoảng thời gian từ  $-\frac{\omega A}{2} \rightarrow -\omega A$  cũng được tính. Vì vậy:  $\Delta t = 4 \cdot \frac{T}{6} = \frac{2T}{3}$ .

**Giải:**  $v_{TB} = \frac{4A}{T} = \frac{2}{p} \omega A = \frac{2}{p} v_{max} \rightarrow v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB} \rightarrow v \geq \frac{1}{2} v_{max}$

$\rightarrow D t = \frac{4 \cdot \frac{p}{3}}{w} = \frac{4 \cdot \frac{p}{3}}{\frac{2p}{T}} = \frac{4T}{6} = \frac{2T}{3} \rightarrow \text{chọn B}$



**Câu 3:** Một mạch dao động điện từ lí tưởng đang có dao động điện từ tự do. Biết điện tích cực đại trên một bản tụ điện là  $4\sqrt{2} \mu C$  và cường độ dòng điện cực đại trong mạch là  $0,5 \pi \sqrt{2} A$ . Thời gian ngắn nhất để điện tích trên một bản tụ giảm từ giá trị cực đại đến nửa giá trị cực đại là

- A.  $\frac{4}{3} \mu s$ .      B.  $\frac{16}{3} \mu s$ .      C.  $\frac{2}{3} \mu s$ .      D.  $\frac{8}{3} \mu s$ .

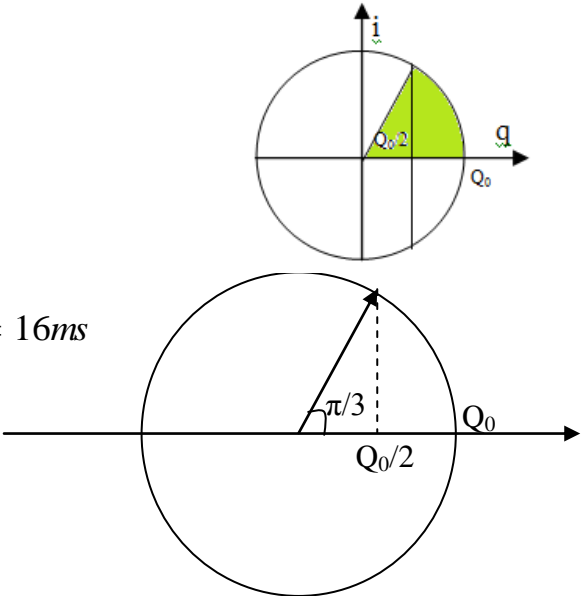
**Giải 1:**  $T = 2\pi \frac{Q_0}{I_0} = 16 \mu s$

Góc quét  $\frac{\pi}{3} \Rightarrow t = T/6 = \frac{8}{3} \mu s \Rightarrow \text{Đáp án D}$

**Giải 2:**

Từ  $I_0 = \omega Q_0 \rightarrow T = \frac{2\pi Q_0}{I_0} = \frac{2\pi \cdot 4\sqrt{2} \cdot 10^{-6}}{0,5\pi \sqrt{2}} = 16 \cdot 10^{-6} (s) = 16 ms$

$\rightarrow t = \frac{p}{\frac{2p}{3}} = \frac{T}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} ms$



**Câu 4:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với cơ năng dao động là 1 J và lực đàn hồi cực đại là 10 N. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Gọi Q là đầu cố định của lò xo, khoảng thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp Q chịu tác dụng lực kéo của lò xo có độ lớn  $5\sqrt{3} N$  là 0,1 s. Quãng đường lớn nhất mà vật nhỏ của con lắc đi được trong 0,4 s là

- A. 40 cm.      B. 60 cm.      C. 80 cm.      D. 115 cm.

**Giải :**

$\begin{cases} \frac{1}{2} kA^2 = 1 \\ kA = 10 \end{cases} \Rightarrow A = 20 cm$

Thời gian ngắn nhất liên tiếp để  $F_{hp} = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{hpmax}$  là  $T/6 = 0,1$

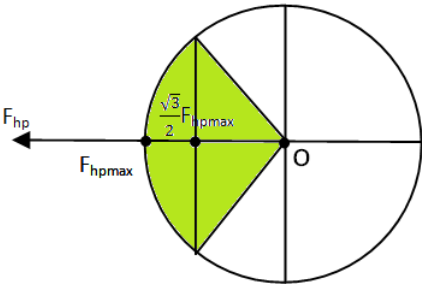
$T = 0,6s$

+ Thời gian  $t = 0,4 = T/2 + T/6$

+ Quãng đường lớn nhất đi được:  $S = 2A + A = 60cm$

(Quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $T/6$  là  $s = A$ .)

Dùng đường tròn lượng giác ta có thể chứng minh được điều này)



**Câu 5:** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động,

khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

- A.  $\frac{4}{3}$ .                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $\frac{9}{16}$ .                      D.  $\frac{16}{9}$ .

**Giải 1:** Theo giản đồ frenen, khoảng cách M,N lớn nhất trên Ox khi MN song song với Ox.  $OM^2 + ON^2 = MN^2 \Rightarrow$  tam giác OMN vuông tại O

+ M ở vị trí động năng bằng thế năng  $\Rightarrow$  N ở vị trí động năng bằng thế năng

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{W_M}{W_N} = \left(\frac{A_M}{A_N}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \text{Đáp án C}$$

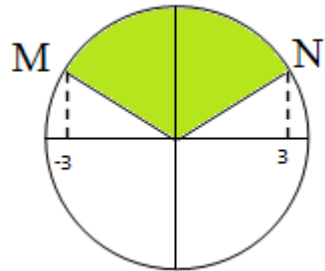
**Câu 6:** Hai điểm M, N cùng nằm trên một hướng truyền sóng và cách nhau một phần ba bước sóng. Biên độ sóng không đổi trong quá trình truyền. Tại một thời điểm, khi li độ dao động của phần tử tại M là 3 cm thì li độ dao động của phần tử tại N là -3 cm. Biên độ sóng bằng

- A. 6 cm.                      B. 3 cm.                      C.  $2\sqrt{3}$  cm.                      D.  $3\sqrt{2}$  cm.

**Giải 1:**

Độ lệch pha giữa hai điểm M và N là  $\frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}$

Theo đường tròn lượng giác:  $A \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \Rightarrow A = 2\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow \text{đáp án C}$



**Giải 2:** Giả sử  $x_M = a \cos \omega t = 3 \text{ cm}$ .  $\rightarrow \sin \omega t = \pm \frac{\sqrt{a^2 - 9}}{a}$

Khi đó  $x_N = a \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) = a \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) = a \cos \omega t \cos \frac{2\pi}{3} + a \sin \omega t \sin \frac{2\pi}{3} = -0,5 a \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} a \sin \omega t = -3 \text{ cm} \Rightarrow -1,5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{a^2 - 9} = -3$   
 $\Rightarrow \pm \sqrt{a^2 - 9} = -\sqrt{3} \rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$

**Nguyên tắc thành công:** Suy nghĩ tích cực; Cảm nhận đam mê; Hoạt động kiên trì !  
**Chúc các em HỌC SINH thành công trong học tập!**

**Người sưu tầm: Đoàn Văn Lượng**

✉ Email: [doanvluong@yahoo.com](mailto:doanvluong@yahoo.com) ; [doanvluong@gmail.com](mailto:doanvluong@gmail.com)

☎ Điện Thoại: **0915718188 – 0906848238**