SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

ĐỀ KSCL ÔN THI THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2015-2016
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 *điểm*). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$

Câu 2 (1,0 *điểm*). Tìm các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+6$

Câu 3 (1,0 *điểm*).

a) Giải bất phương trình $\log_2^2 x \ge \log_2 \dfrac{x}{4}+4$

b) Giải phương trình $5.9^x-2.6^x=3.4^x$

Câu 4 (1,0 *điểm*). Tính nguyên hàm $I=\int (x-2)\sin 3x dx$

Câu 5 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC), \widehat{ABC}=90^0, AB=a, BC=a\sqrt{3}, SA=2a$. Chứng minh trung điểm I của cạnh SC là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và tính diện tích mặt cầu đó theo a.

Câu 6 (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình: $2\cos^2 x-\sin x+1=0$.

b) Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12*A*, 3 học sinh lớp 12*B* và 2 học sinh lớp 12*C*. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng năm học. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12*A*.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $AB=AD<CD$, điểm $B(1;2)$, đường thẳng BD có phương trình là $y-2=0$. Đường thẳng qua B vuông góc với BC cắt cạnh AD tại M. Đường phân giác trong góc $\widehat{MBC}$ cắt cạnh DC tại N. Biết rằng đường thẳng MN có phương trình $7x-y-25=0$. Tìm tọa độ đỉnh D.

Câu 9 (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+\dfrac{x}{x+1}=(y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)} \\ 3x^2-8x-3=4(x+1)\sqrt{y+1} \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$

Câu 10 (1,0 *điểm*). Cho $x,y\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $\begin{cases} 2y\ge x^2 \\ y\le -2x^2+3x \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=x^4+y^4+\frac{2}{(x+y)^2}$$

-------------HẾT------------

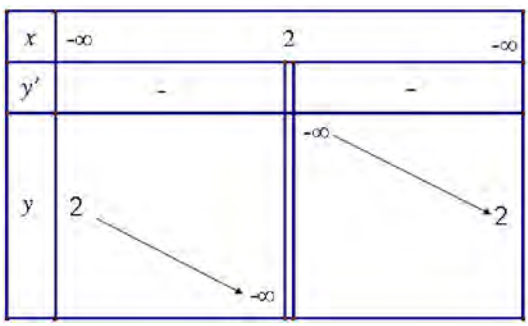
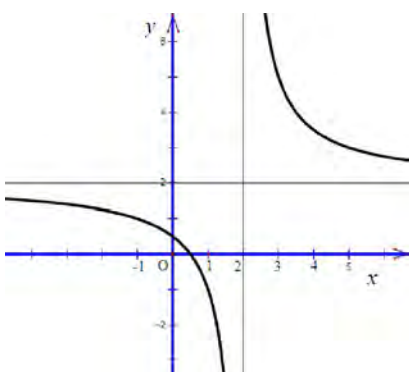
SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KSCL ÔN THI THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2015-2016
MÔN THI: TOÁN

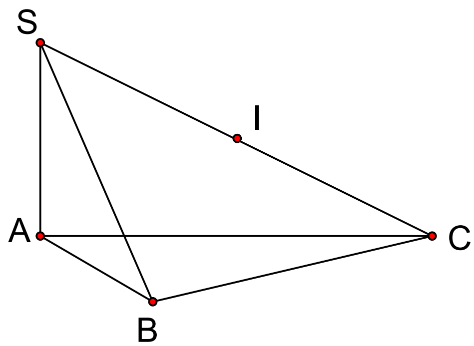
I. LƯU Ý CHUNG:

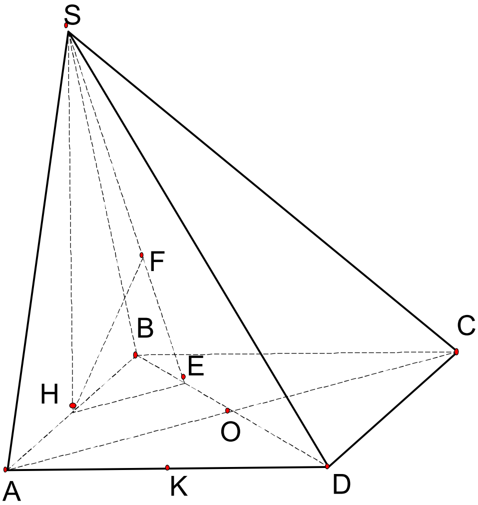
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học không gian nếu thí sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

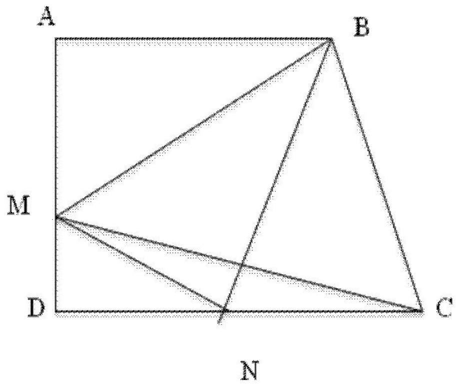
II. ĐÁP ÁN:

Câu	**Ý**	**Nội dung trình bày**	**Điểm**
1		Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$	**1,0**
		$y=\dfrac{2x-1}{x-2}$ 1. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ 2. Sự biến thiên. $y'=-\dfrac{3}{(x-2)^2}<0,\quad \forall x\in D$ Suy ra hàm số nghịch biến trong các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ Hàm số không có cực trị	**0,5**
		Các giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$; $\lim\limits_{x\to2^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to2^-} y=-\infty$ Suy ra $x=2$ là tiệm cận đứng, $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị.	**0,25**
		Bảng biến thiên  	**0,25**
		3. Đồ thị: Giao với trục Ox tại $\left(\dfrac{1}{2};0\right)$, giao với trục Oy tại $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$, đồ thị có tâm đối xứng là điểm $I(2;2)$  	**0,25**

2		Tìm các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6$	**1,0**
		* Tập xác định: $\mathbb{R}$	**0,25**
		$y' = 3x^2 - 6x,\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$	**0,25**
		Bảng xét dấu đạo hàm $\begin{array}{cccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$	**0,25**
		Từ bảng xét đấu đạo hàm ta có Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại $y = 6$; đạt cực tiểu tại $x = 2$ và giá trị cực tiểu $y = 2$. Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(0;6)$, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $N(2;2)$	**0,25**
3	**a**	Giải bất phương trình $\log_2^2 x \ge \log_2 \dfrac{x}{4} + 4$ (1)	**0,5**
		+) Điều kiện của bất phương trình (1) là: $x > 0$ (*) +) Với điều kiện (*), $(1) \Leftrightarrow \log_2^2 x \ge \log_2 x - \log_2 4 + 4 \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 2 \ge 0$ $\Leftrightarrow (\log_2 x - 2)(\log_2 x + 1) \ge 0$	**0,25**
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x \ge 2 \\ \log_2 x \le -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 4 \\ 0 < x \le \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$ +) Kết hợp với điều kiện (*), ta có tập nghiệm của bất phương trình (1) là $S = \left(0; \dfrac{1}{2}\right] \cup [4; +\infty)$	**0,25**
	b	Giải phương trình $5.9^x - 2.6^x = 3.4^x$ (1)	**0,5**
		Phương trình đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ Chia cả hai vế của phương trình (1) cho $4^x > 0$ ta được : $5.9^x - 2.6^x = 3.4^x \Leftrightarrow 5.\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x} - 2.\left(\dfrac{3}{2}\right)^x = 3$ $\Leftrightarrow 5.\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x} - 2.\left(\dfrac{3}{2}\right)^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\left(\dfrac{3}{2}\right)^x - 1\right]\left[5.\left(\dfrac{3}{2}\right)^x + 3\right] = 0$ (2)	**0,25**
		Vì $5.\left(\dfrac{3}{2}\right)^x + 3 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình (2) tương đương với $\left(\dfrac{3}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 0$	**0,25**
4		Tính nguyên hàm $I = \int (x-2)\sin 3x dx$	**1,0**
		Đặt $\begin{cases} u = x - 2 \\ dv = \sin 3x dx \end{cases}$	**0,25**
		ta được $\begin{cases} du = dx \\ v = -\dfrac{\cos 3x}{3} \end{cases}$	**0,25**

		Do đó: $I=-\frac{(x-2)\cos 3x}{3}+\frac{1}{3}\int \cos 3x dx$	**0,25**
		$=-\frac{(x-2)\cos 3x}{3}+\frac{1}{9}\sin 3x+C$	**0,25**
5		Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC), \widehat{ABC}=90^0, AB=a, BC=a\sqrt{3}, SA=2a$. Chứng minh trung điểm I của cạnh SC là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và tính diện tích mặt cầu đó theo a. 	**1,0**
		Vì $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$ Mặt khác theo giả thiết $AB\perp BC$, nên $BC\perp(SAB)$ và do đó $BC\perp SB$	**0,25**
		Ta có tam giác SBC vuông đỉnh B; tam giác SAB vuông đỉnh A nên $IA=IB=\frac{SC}{2}=IS=IC$ (*) Vậy điểm I cách đều bốn đỉnh của hình chóp, do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$	**0,25**
		Từ (*) ta có bán kính của mặt cầu là $R=\frac{SC}{2}$ Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2a$ $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=2\sqrt{2}a\Rightarrow R=a\sqrt{2}$	**0,25**
		Diện tích mặt cầu là $4\pi R^2=8\pi a^2$	**0,25**
6	**a**	Giải phương trình $2\cos^2 x-\sin x+1=0$.	**0,5**
		Ta có: $2\cos^2 x-\sin x+1=0\Leftrightarrow 2\sin^2 x+\sin x-3=0\Leftrightarrow (\sin x-1)(2\sin x+3)=0$	**0,25**
		$\Leftrightarrow \sin x=1$ (do $2\sin x+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$) $\Leftrightarrow \sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$	**0,25**
	b	Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12*A*, 3 học sinh lớp 12*B* và 2 học sinh lớp 12*C*. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng năm học. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12*A*.	**0,5**
		Gọi không gian mẫu của phép chọn ngẫu nhiên là Ω Số phần tử của không gian mẫu là: $C_9^5=126$ Gọi A là biến cố "Chọn 5 học sinh từ đội văn nghệ sao cho có học sinh ở cả ba lớp và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A". Chỉ có 3 khả năng xảy ra thuận lợi cho biến cố A là : + 2 học sinh lớp 12A, 2 học sinh lớp 12B, 1 học sinh lớp 12C + 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C + 3 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 1 học sinh lớp 12C	**0,25**

		Xác suất cần tìm là $P = \frac{78}{126} = \frac{13}{21}$.	
7		Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD.  	**1,0**
		Từ giả thiết ta có SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$ và $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = \sqrt{(\frac{3a}{2})^2 - (\frac{a}{2})^2 - a^2} = a$	**0,25**
		Diện tích của hình vuông $ABCD$ là a^2, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a.a^2 = \frac{a^3}{3}$	**0,25**
		Từ giả thiết ta có $HK//BD \Rightarrow HK//(SBD)$ Do vậy: $d(HK, SD) = d(H,(SBD))$ (1) Gọi E là hình chiếu vuông góc của H lên BD, F là hình chiếu vuông góc của H lên SE Ta có $BD \perp SH$, $BD \perp HE \Rightarrow BD \perp (SHE) \Rightarrow BD \perp HF$ mà $HF \perp SE$ nên suy ra $HF \perp (SBD) \Rightarrow HF = d(H,(SBD))$ (2)	**0,25**
		+) $HE = HB.\sin\widehat{HBE} = \frac{a}{2}.\sin 45^0 = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ +) Xét tam giác vuông SHE có: $HF.SE = SH.HE \Rightarrow HF = \frac{SH.HE}{SE} = \frac{a.\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{(\frac{a\sqrt{2}}{4})^2 + a^2}} = \frac{a}{3}$ (3) +) Từ (1), (2), (3) ta có $d(HK, SD) = \frac{a}{3}$.	**0,25**
8		Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $AB = AD < CD$, điểm $B(1;2)$, đường thẳng đường thẳng BD có phương trình là $y - 2 = 0$. Đường thẳng qua B vuông góc với BC cắt cạnh AD tại M. Đường phân giác trong góc MBC cắt cạnh DC tại N. Biết rằng đường thẳng MN có phương trình $7x - y - 25 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh D.	**1,0**
			0,25

		 Tứ giác $BMDC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BMC}=\widehat{BDC}=\widehat{DBA}=45^0$ $\Rightarrow \Delta BMC$ vuông cân tại B, BN là phân giác trong $\widehat{MBC}$ $\Rightarrow M,C$ đối xứng qua BN	
		$\Rightarrow AD=d(B,CN)=d(B,MN)=\dfrac{4}{\sqrt{2}}$	**0,25**
		Do $AB=AD\Rightarrow BD=AD\sqrt{2}=4$	**0,25**
		$BD: y-2=0\Rightarrow D(a;2)$, $BD=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a=5\Rightarrow D(5;2)\\ a=-3\Rightarrow D(-3;2)\ \textit{(Loại cùng phía B so với MN)}\end{array}\right.$ Vậy có một điểm thỏa mãn là: $D(5;2)$	**0,25**
9		Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+\dfrac{x}{x+1}=(y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)}\\ 3x^2-8x-3=4(x+1)\sqrt{y+1}\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$	**1,0**
		Điều kiện: $\begin{cases} x>-1\\ y\ge -1\end{cases}$ $(1)\Leftrightarrow \dfrac{x^3+x^2+x}{x+1}=(y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)}\Leftrightarrow \dfrac{x^3+x(x+1)}{(x+1)\sqrt{x+1}}=(y+2)\sqrt{y+1}$ $\Leftrightarrow\left(\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}\right)^3+\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}=\left(\sqrt{y+1}\right)^3+\sqrt{y+1}$.	**0,25**
		Xét hàm số $f(t)=t^3+t$ trên $\mathbb{R}$ có $f'(t)=3t^2+1>0\forall t\in\mathbb{R}$ suy ra *f(t)* đồng biến trên $\mathbb{R}$. Nên $f\left(\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}\right)=f\left(\sqrt{y+1}\right)\Leftrightarrow\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}=\sqrt{y+1}$. Từ đây suy ra $x>0$ Thay vào (2) ta được $3x^2-8x-3=4x\sqrt{x+1}$.	**0,25**
		$\Leftrightarrow(2x-1)^2=\left(x+2\sqrt{x+1}\right)^2$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\sqrt{x+1}=x-1\\ 2\sqrt{x+1}=1-3x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 1\\ x^2-6x-3=0\end{cases}\\ \begin{cases}x\le\dfrac{1}{3}\\ 9x^2-10x-3=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3+2\sqrt{3}\\ x=\dfrac{5-2\sqrt{13}}{9}\end{array}\right.$	**0,25**
		Ta có $y=\dfrac{x^2}{x+1}-1$	**0,25**

		KL: Hệ phương trình có một nghiệm $(x;y)=\left(3+2\sqrt{3};\frac{4+3\sqrt{3}}{2}\right)$.	
10		Cho $x,y\in\mathbb{R}$ thỏa $\begin{cases}2y\ge x^2\\ y\le -2x^2+3x\end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^4+y^4+\frac{2}{(x+y)^2}$	**1,0**
		Từ giả thiết ta có $y\ge 0$ và $\frac{x^2}{2}\le -2x^2+3x\Rightarrow 0\le x\le\frac{6}{5}$ và $x^2+y^2\le x^2+\left(-2x^2+3x\right)^2=2x^2\left(2x^2-6x+5\right)$ Xét hàm số $f(x)=2x^2\left(2x^2-6x+5\right);x\in\left[0;\frac{6}{5}\right]$ ta được $\underset{\left[0;\frac{6}{5}\right]}{Max}\ f(x)=2$ $\Rightarrow x^2+y^2\le 2$	**0,25**
		$P=\left(x^2+y^2\right)^2-2x^2y^2+\frac{2}{(x+y)^2}\ge\left(x^2+y^2\right)^2-\frac{\left(x^2+y^2\right)^2}{2}+\frac{2}{x^2+y^2}$ Đặt $t=x^2+y^2\Rightarrow P\ge\frac{t^2}{2}+\frac{2}{t}$, $0<t\le 2$	**0,25**
		Xét hàm số: $g(t)=\frac{t^2}{2}+\frac{2}{t},t\in(0;2]$ $g'(t)=t-\frac{2}{t^2}=\frac{t^3-2}{t^2};g'(t)=0\Leftrightarrow t=\sqrt[3]{2}$	**0,25**
		Lập bảng biến thiên ta có $Min\ P=\frac{3\sqrt[3]{4}}{2}\ khi\ x=y=\frac{\sqrt[6]{16}}{2}$	**0,25**

------------Hết------------