

ĐẢNG VIỆT ĐÔNG

**TUYỂN CHỌN
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

CHUYÊN ĐỀ

TOÁN ỨNG DỤNG

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

TỔNG HỢP CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG

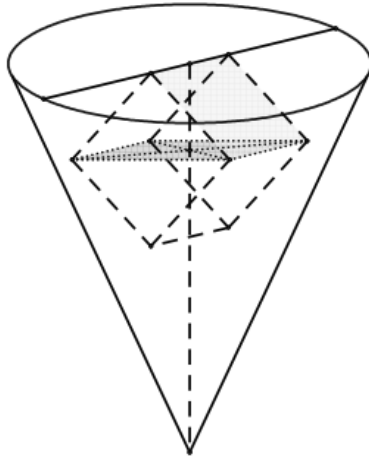
Câu 1: Một khối gạch hình lập phương (không thấm nước) có cạnh bằng 2 được đặt vào trong một chiếc phễu hình nón tròn xoay chứa đầy nước theo cách như sau: Một cạnh của viên gạch nằm trên mặt nước (nằm trên một đường kính của mặt này); các đỉnh còn lại nằm trên mặt nón; tâm của viên gạch nằm trên trục của hình nón. Tính thể tích nước còn lại ở trong phễu (làm tròn 2 chữ số thập phân).

A. $V = 22,27$

B. $V = 22,30$

C. $V = 23,10$

D. $20,64$



HD:

Gọi R, h lần lượt là bán kính và chiều cao của hình nón (phễu).

Thiết diện của hình nón song song với đáy của hình nón, qua tâm của viên gạch là hình tròn có bán

kính $R_1 = \sqrt{3}$ thỏa mãn $\frac{R_1}{R} = \frac{h - \sqrt{2}}{h} \Rightarrow \frac{h - \sqrt{2}}{h} \cdot R = \sqrt{3} \quad (1)$

Thiết diện của hình nón song song với đáy hình nón, chứa cạnh đối diện với cạnh nằm trên đáy của

hình nón là hình tròn có bán kính $R_2 = 1$ thỏa mãn $\frac{R_2}{R} = \frac{h - 2\sqrt{2}}{h} \Rightarrow \frac{h - 2\sqrt{2}}{h} \cdot R = 1 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{h - \sqrt{2}}{h - 2\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ và $R = 2\sqrt{3} - 1$

Thể tích lượng nước còn lại trong phễu là $V = V_{\text{nón}} - V_{\text{gạch}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h - 2^3 \approx 22,2676$

Câu 2: Lãi suất của tiền gửi tiết kiệm của một số ngân hàng thời gian vừa qua liên tục thay đổi. Bạn Châu gửi số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% tháng chưa đầy một năm, thì lãi suất tăng lên 1,15% tháng trong nửa năm tiếp theo và bạn Châu tiếp tục gửi; sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9% tháng, bạn Châu tiếp tục gửi thêm một số tháng tròn nữa, khi rút tiền bạn Châu được cả vốn lẫn lãi là 5 747 478,359 đồng (chưa làm tròn). Hỏi bạn Châu đã gửi tiền tiết kiệm trong bao nhiêu tháng ?

A. 15

B. 12

C. 10

D. 20

Câu 1: Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8\text{m/s}^2$ và t tính

bằng giây (s). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5s$ bằng:

- A.** 49m/s. **B.** 25m/s. **C.** 10m/s. **D.** 18m/s.

HD: $v(5) = S' = gt = 9,8 \cdot 5 = 49 \text{ m/s}$

Câu 3: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm lúc $t = 2s$ bằng:

- A.** 4m/s^2 . **B.** 6m/s^2 . **C.** 8m/s^2 . **D.** 12m/s^2 .

HD: $a(2) = v' = S'' = 6t - 6 = 6 \text{ m/s}^2$

Câu 4: Cho 4 hình cầu có cùng bán kính bằng 2006^{-1} và chúng được sắp xếp sao cho đôi một tiếp xúc nhau. Ta dựng 4 mặt phẳng sao cho mỗi mặt phẳng đều tiếp xúc với 3 hình cầu và không có điểm chung với hình cầu còn lại. Bốn mặt phẳng đó tạo nên một hình tứ diện. Gọi V là thể tích của khối tứ diện đó (làm tròn 2 chữ số thập phân), khi đó thể tích V là:

- A.** $V = 1,45$ **B.** $V = 1,55$ **C.** $V = 1,43$ **D.** $V = 1,44$

Câu 3: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là:

- A.** 0m/s^2 . **B.** 6m/s^2 . **C.** 24m/s^2 . **D.** 12m/s^2 .

HD: $v = S' = 3t^2 + 6t - 9 = 0$

$$\Leftrightarrow x = -3 \text{ (loại) hoặc } x = 1$$

$$\Leftrightarrow a = v' = 6t + 6 = 6 + 6 = 12 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Câu 5: An vừa trúng tuyển đại học được ngân hàng cho vay vốn trong bốn năm đại học, mỗi năm 10.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất ưu đãi 7,8% một năm. Sau khi tốt nghiệp đại học An phải trả góp cho ngân hàng số tiền m đồng (không đổi) cũng với lãi suất 7,8% một năm trong vòng 5 năm. Tính số tiền m hàng tháng An phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị).

- A.** 1005500 **B.** 100305 **C.** 1003350 **D.** 1005530

1005530

Câu 6: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$ trong đó x (mg) và $x > 0$ là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng:

- A.** 15mg. **B.** 30mg. **C.** 40mg. **D.** 20mg.

HD: $G'(x) = 1,5x - 0,075x^2 = 0$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (loại) hoặc } x = 20 \text{ (nhận)}$$

Câu 7: Trong quá trình làm đèn chùm pha lê, người ta cho mài những viên bi thủy tinh pha lê hình cầu để tạo ra những hạt thủy tinh pha lê hình đa diện đều có độ chiết quang cao hơn. Biết rằng các hạt thủy tinh pha lê được tạo ra có hình đa diện đều nội tiếp hình cầu với 20 mặt là những tam giác đều mà cạnh của tam giác đều này bằng hai lần cạnh của thập giác đều nội tiếp đường tròn lớn của hình cầu. Khối lượng thành phẩm có thể thu về từ 1 tấn phôi các viên bi hình cầu gần số nào sau đây:

- A.** 355,689kg **B.** 433,563 kg **C.** 737,596 kg **D.** 625,337kg

HD:

Lấy bán kính viên bi hình cầu làm đơn vị độ dài thì thể tích của viên bi là $\frac{4\pi}{3}$.

tính cạnh của thập giác đều nội tiếp đường tròn lớn của hình cầu.

tính cạnh của hình đa diện đều 20 mặt. tính thể tích hình chóp tam giác đều có đỉnh là tâm hình cầu, đáy là mặt của hình đa diện đều. nhân số đo thể tích đó với 20 rồi chia cho $\frac{4\pi}{3}$.

nhân kết quả này với 1000kg.

$m \approx 737,59644 \text{ kg}$

Câu 8: Trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích S thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $2\sqrt{S}$.

B. $4\sqrt{S}$.

C. $2S$.

D. $4S$.

HD: Gọi chiều dài hình chữ nhật là x , chiều rộng là y ($x, y > 0$)

Ta có: $xy = S$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si:

$$x+y \geq 2$$

$$\Leftrightarrow 2(x+y) \geq 4 \geq 4$$

Câu 9: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ:

A. 12.

B. 30.

C. 20.

D. 15.

HD: $f'(t) = 90 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 15$

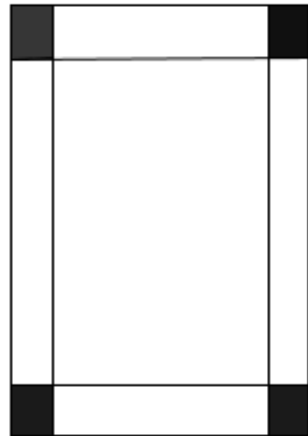
Câu 10: Một trang chữ của cuốn sách giáo khoa cần diện tích 384 cm^2 . Lề trên và dưới là 3cm, lề trái và phải là 2cm. Kích thước tối ưu của trang giấy là:

A. Dài 24cm; rộng 16cm

B. Dài 24cm; rộng 17cm

C. Dài 25cm; rộng 15,36cm

D. Dài 25,6cm; rộng 15cm



HD: Gọi chiều dài của trang chữ là x , chiều rộng là y

Ta có: $xy = 384$

Diện tích trang giấy là: $384 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 408 = 24 \cdot 17$

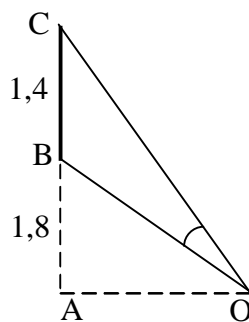
Câu 11: Một màn ảnh chữ nhật cao 1,4m được đặt ở độ cao 1,8m so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó ? (góc \widehat{BOC} gọi là góc nhìn)

A. $AO = 2,4m$

B. $AO = 2m$

C. $AO = 2,6m$

D. $AO = 3m$



HD: Gọi cạnh $OA = x$

$OB =$ và $OC =$

Lại có: $\cos(\widehat{BOC}) = \frac{OB^2 + OC^2 - BC^2}{2OB \cdot OC}$

Tìm giá trị lớn nhất ta được kết quả.

Câu 12: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách 300km (đến nơi sinh sản). Vận tốc trong nước là 6 km/h. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức: $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số cho trước, E tính bằng jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất bằng:

A. 9 km/h

B. 8 km/h

C. 10 km/h

D.

12 km/h

HD: Ta có $t =$

$E(v) = cv^3.$

$E'(v) = 0 \Leftrightarrow 600v^3 - 5400v^2 = 0$

$\Leftrightarrow v = 9$ (nhận) hoặc $v = 0$ (loại)

Câu 13: Một vật đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2$ (m/s²). Hỏi quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc ?

A. 11100

B. $\frac{6800}{3}m$

C. $\frac{4300}{3}m$

D.

$\frac{5800}{3}m$

HD: Ta có $v(t) = t^3 + t^2 + c$

$v(0) = 10 \Leftrightarrow c = 10 \Rightarrow v(t) = t^3 + t^2 + 10$

$S = \int_0^{10} (t^3 + t^2 + 10) dt =$ (m)

Câu 14: Một nhà sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích 1000 cm³. Biết rằng bán kính nắp đậy sao cho nhà sản xuất tiết kiệm vật liệu nhất có giá trị a . Hỏi giá trị a gần với giá trị nào gần nhất ?

A. 11.677

B. 11.674

C. 11.676

D.

11.675

HD:

$$V = 1000 = a^2 h \pi \Rightarrow h = \frac{1000}{\pi a^2}$$

$$S_{tp} = 2\pi h + 2\pi a^2 = \frac{2000}{a^2} + 2\pi a^2$$

$$\Rightarrow S' = 0 \Leftrightarrow a =$$

Câu 15: Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (h) trong một ngày cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$.

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất ?

- A. $t = 16$ B. $t = 15$ C. $t = 14$ **D. $t = 13$**

HD: $h(13) = 12$; $h(14) = 10,5$; $h(15) = 9,4$; $h(16) = 9 \Rightarrow t = 13$

Câu 16: Học sinh lần đầu thử nghiệm tên lửa tự chế phóng từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc 15m/s. Hỏi sau 2,5s tên lửa bay đến độ cao bao nhiêu ? (giả sử bỏ qua sức cản gió, tên lửa chỉ chịu tác động của trọng lực $g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

- A. 61,25(m) **B. 6,875(m)** C. 68,125(m) D. 30,625(m)

HD: $S = vt - \frac{1}{2}gt^2 = 6,875 \text{ (m)}$

Câu 17: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$, trong đó t tính bằng giây, S được tính bằng mét (m). Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4 \text{ s}$ bằng.

- A. 280m/s. B. 232m/s. C. 140m/s. **D. 116m/s.**

HD: $v(t) = S' = 2t^3 - 3t$.

Thời điểm $t = 4$: $v(4) = 2.4.4.4 - 3.4 = 116 \text{ (m/s)}$

Câu 18: Bốn quả cầu đặc bán kính $r = \sqrt[5]{112e^2}$ tiếp xúc nhau từng đôi một, ba quả nằm trên mặt bàn phẳng và quả thứ tư nằm trên ba quả kia. Một tứ diện đều ngoại tiếp với 4 quả cầu này. Độ dài cạnh a của tứ diện gần số nào sau đây nhất:

- A. 22. B. 25 C. 30 **D. 15**

HD:

Chiều cao h_1 của tứ diện đều mà 4 đỉnh là 4 tâm của 4 quả cầu:

$$h_1 = \sqrt{(2r)^2 - \left(\frac{2r\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}r.$$

Chiều cao h của tứ diện ngoại tiếp 4 mặt cầu:

$$h = h_1 + r + 3r = h_1 + 4r = \left(4 + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)r$$

Cạnh của tứ diện muốn tìm $a = \frac{h}{\sin \alpha} \Rightarrow a = (2\sqrt{6} + 2)r \Rightarrow a \approx 22,4452$

Câu 19: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t - 100$, chất điểm đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm.

- A. $t = 1$** B. $t = 16$ C. $t = 5$ D. $t = 3$

HD: $S' = t^3 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = -2$ (loại)

Câu 20: Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$ (m/s). Hỏi rằng trong 3s trước khi dừng hẳn vật chuyển động được bao nhiêu mét ?

A. 16 m

B. 130 m

C. 170 m

D. 45 m

HD: $v = 0 \Leftrightarrow 160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16$

Quãng đường vật đi được trong 3s trước khi dừng hẳn là: $S = \int_{13}^{16} (160 - 10t)dt = 45m$

Câu 21: Vi khuẩn HP (*Helicobacter pylori*) gây đau dạ dày tại ngày thứ m với số lượng là $F(m)$, biết nếu phát hiện sớm khi số lượng vi khuẩn không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu

chữa. Biết $F'(m) = \frac{1000}{2t+1}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát

hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày (lấy xấp xỉ hàng thập phân thứ hai) và bệnh nhân đó có cứu chữa được không ?

A. 5433,99 và không cứu được

B. 1499,45 và cứu được

C. 283,01 và cứu được

D. 3716,99 và cứu được

HD: $F(m) = 500 \cdot \ln(2t + 1) + C$

Với $t = 0 \Rightarrow c = 2000$

Với $t = 15 \Rightarrow 500 \ln(2 \cdot 15 + 1) + 2000 = 3716,99 < 4000 \Rightarrow$ cứu được

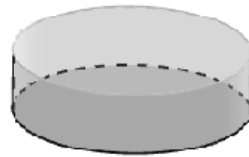
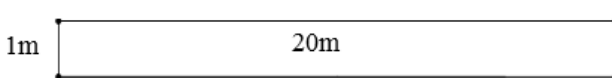
Câu 22: Một thầy giáo dự định xây dựng bể bơi di động cho học sinh nghèo miền núi từ 1 tấm tôn 5(dem) có kích thước 1m x 20m (biết giá 1m² tôn là 90000đ) bằng 2 cách:

Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành 1 hình trụ (hình 1)

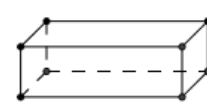
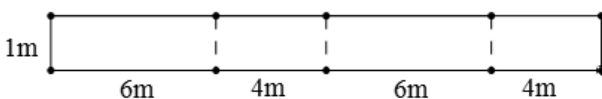
Cách 2: Chia chiều dài tấm tôn thành 4 phần bằng nhau rồi gò tấm tôn thành 1 hình hộp chữ nhật như (hình 2).

Biết sau khi xây xong bể theo dự định, mức nước chỉ đổ đến 0,8m và giá nước cho đơn vị sự nghiệp là 9955đ/m³. Chi phí trong tay thầy là 2 triệu đồng. Hỏi thầy giáo sẽ chọn cách nào để không vượt quá kinh phí (giả sử chỉ tính đến các chi phí theo dữ kiện trong bài toán).

hình 1



hình 2



A. Cả 2 cách như nhau

B. Không chọn cách nào

C. Cách 2

D. Cách 1

HD: Tiền tôn: $S \cdot 90000 = 20 \cdot 90000 = 1800000$ (đ)

Cách 1: Chu vi đáy $C: 2\pi r = 20 \Rightarrow r$

Tiền nước: $V \cdot 9955 = \pi r^2 h 9955 = 253501,99$ (đ)

Cách 2: Tiền nước: $V \cdot 9955 = 20 \cdot 0,8 \cdot 9955 = 159280$ đ

Tổng tiền = $1800000 + 159280 = 1959280$ (thỏa mãn)

Câu 23: Một công ti chuyên sản xuất container muốn thiết kế các thùng gỗ đựng hàng bên trong dạng hình hộp chữ nhật không nắp, đáy là hình vuông, có $V = 62,5 \text{ cm}^3$. Hỏi các cạnh hình hộp và cạnh đáy là bao nhiêu để S xung quanh và S đáy nhỏ nhất ?

- A.** Cạnh bên 2,5m. cạnh đáy 5m **B.** Cạnh bên 4m. cạnh đáy $\frac{5\sqrt{10}}{4}$ m
- C.** Cạnh bên 3m, cạnh đáy $\frac{5\sqrt{30}}{6}$ **D.** Cạnh bên 5m, cạnh đáy $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

HD: Gọi đáy là a ($a > 0$)

Gọi cạnh bên là h ($h > 0$)

$$V = a^2 \cdot h = 62,5 \Rightarrow h = 62,5/a^2$$

$$S = S_{\text{xq}} + S_{\text{đáy}} = 4ah + a^2$$

$$S' = 0 \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow h = 2,5$$

Câu 24: Ông Đông gửi 100 triệu vào tài khoản định kì tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm

- A.** 215,892tr. **B.** 115,892tr. **C.** 215,802tr. **D.** 115,802tr.

HD: Số tiền thu được sau 1 năm: $100 \cdot (1 + 2\%)$

Số tiền thu được sau 2 năm: $100 \cdot (1 + 2\%)^2$

.....

Số tiền thu được sau 10 năm: $100 \cdot (1 + 2\%)^{10}$

Số tiền lãi thu được sau 10 năm: $100 \cdot (1 + 2\%)^{10} - 100 = 115,892$ triệu

Câu 25: Một người gửi ngân hàng lần đầu 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền là bao nhiêu?

- A.** 210 triệu. **B.** 220 triệu. **C.** 212 triệu. **D.** 216 triệu.

HD: Số tiền thu được sau 3 tháng: $100 \cdot (1 + 2\%)$

Số tiền thu được sau 6 tháng: $100 \cdot (1 + 2\%)^2$

Số tiền thu được sau 9 tháng: $(100 \cdot (1 + 2\%)^2 + 100) \cdot (1 + 2\%)$
 $= 100 \cdot (1 + 2\%) \cdot ((1 + 2\%) + 1)$

Số tiền thu được sau 12 tháng: $100 \cdot (1 + 2\%)^2 \cdot ((1 + 2\%) + 1) = 212$ triệu

Câu 26: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

- A.** 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 7.

HD: Gọi n là số năm sau đó số tiền thu được gấp đôi, gọi a là số tiền ban đầu

$$\text{Ta có: } a \cdot (1 + 8,4\%)^n = 2a$$

$$\Leftrightarrow (1 + 8,4\%)^n = 2 \Leftrightarrow n = 9$$

Câu 27: Anh Thắng gửi ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất ban đầu là 4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau 1 năm lãi suất tăng 0,3%. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền anh Thắng có là bao nhiêu ?

- A.** 119 triệu. **B.** 119,5 triệu. **C.** 120 triệu. **D.** 120,5 triệu

HD: Số tiền thu được sau 1 năm: $100 \cdot (1 + 4\%)$

Số tiền thu được sau 2 năm: $100 \cdot (1 + 4\%) \cdot (1 + 4,3\%)$

.....

Số tiền thu được sau 4 năm: $100.(1 + 4\%).(1 + 4,3\%).(1 + 4,6\%).(1 + 4,9\%) = 199$ triệu

Câu 28: Anh Nam mong muốn rằng 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiết kiệm như nhau với lãi suất hàng năm gần nhất với giá trị nào biết rằng lãi của ngân hàng là 8% / năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

- A. 253,5 triệu. B. 251 triệu. C. 253 triệu. **D. 252,5 triệu.**

HD: Gọi a là số tiền gửi vào hàng năm

Số tiền thu được sau 1 năm là: $a(1 + 8\%)$

Số tiền thu được sau 2 năm là: $a((1 + 8\%)^2 + (1 + 8\%))$

.....

Số tiền thu được sau 6 năm là: $a((1 + 8\%)^6 + (1 + 8\%)^5 + \dots + (1 + 8\%)^1) = 2000$

$\Rightarrow a = 252,5$ triệu

Câu 29: Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 quý, với lãi suất 1,65%/ quý. Hỏi sau bao lâu người gửi có ít nhất 20 triệu đồng? (Bao gồm cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu ? (Giả sử lãi suất không thay đổi)

- A. 16 quý **B. 18 quý** C. 17 quý D. 19 quý

HD: Số tiền thu được sau n quý: $15.(1 + 1,65\%)^n = 20$

$\Rightarrow n = 18$

Câu 30: Biết rằng năm 2001 dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số như vậy đến thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

- A. 2026 B. 2022 C. 2020 **D. 2025**

HD: $S = A.e^{Nr} \Rightarrow N = 25$ năm

Error! Bookmark not defined.

Câu 31: Số tiền 58 000 000 đồng gửi tiết kiệm trong 8 tháng thì lãnh về được 61 329 000 đồng, lãi xuất hàng tháng là bao nhiêu ?

- A. 0,8% B. 0,6% C. 0,5% **D. 0,7%**

HD: $58\,000\,000.(1 + r)^8 = 61\,329\,000$

$\Rightarrow r = 0,7\%$

Câu 32: Cô giáo dạy văn gửi 200 triệu đồng loại kì hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi xuất 6,9% một năm thì sau 6 năm 9 tháng hỏi cô giáo dạy văn nhận được bao nhiêu tiền cả vốn và lãi biết rằng cô giáo không rút lãi ở tất cả các kì hạn trước và nếu rút trước ngân hàng sẽ trả lãi xuất theo loại lãi suất không kì hạn là 0,002% một ngày (1 tháng tính 30 ngày).

- A. 471688328,8 B. 302088933,9 **C. 311392005,1** D. 321556228,1

HD: 1 năm: 6,9%

\Rightarrow 6 tháng: 3,45%

Tổng số tiền $200.10^6.(1 + 3,45\%)^{13}.(1 + 0,002\%.90) = 311392005,1$

Câu 33: Một giáo viên đang đau đầu về việc lương thấp và phân vân xem có nên tạm dừng niềm đam mê với con chữ để chuyển hẳn sang kinh doanh đồ uống trà sữa hay không? Ước tính nếu 1 li trà sữa là 20000đ thì trung bình hàng tháng có khoảng 1000 lượt khách tới uống tại quán, trung

bình mỗi khách trả thêm 10000đ tiền bánh tráng ăn kèm. Nay người giáo viên muốn tăng thêm mỗi li trà sữa 5000đ thì sẽ mất khoảng 100 khách trong tổng số trung bình. Hỏi giá một li trà sữa nên là bao nhiêu để tổng thu nhập lớn nhất (Giả sử tổng thu chưa trừ vốn)

A. Giảm 15 ngàn đồng

B. Tăng 5 ngàn đồng

C. Giữ nguyên không tăng giá

D. Tăng thêm 2,5 ngàn đồng

HD: Gọi x là số tiền thay đổi

Thu nhập:

$$F(x) = (30 + x) \cdot (1000 + 20x)$$

$$F(5) > F(2,5) > F(0) > F(-15)$$

Câu 34: Ông Việt vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó số tiền m mà ông Việt sẽ phải trả trong mỗi lần là bao nhiêu?

A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

C. $m = \frac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng).

D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng).

HD: Lãi suất 1 tháng: 12: 12 = 1% /tháng

Sau 1 tháng: 100 – m

Sau 2 tháng: (100 – m).1,01 – m

Sau 3 tháng: ((100 – m).1,01 – m).1,01 – m = 0

$\Rightarrow m =$

Câu 35: Một tấm vải được quấn 357 vòng quanh một lõi hình trụ có bán kính đáy bằng 5,678cm, bề dày vải là 0,5234cm. Khi đó chiều dài tấm vải gần số nguyên nào nhất sau đây:

A. 330

B. 336

C. 332

D. 334

HD:

Gọi r là bán kính lõi gỗ, d là chiều dài vải, l_k chiều dài vải vòng thứ k

Ta có $l_1 = 2\pi r; l_2 = 2\pi(r + d); \dots; l_n = 2\pi(r + (n-1)d)$

Ta có tổng chiều dài của n vòng $S = l_1 + l_2 + \dots + l_n = 2\pi \left[nr + \frac{n(n-1)d}{2} \right]$

Suy ra $S \approx 336,3417m$

Câu 36: Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T = A(1+r)^n$, trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền.

A. $\approx 176,676$ triệu đồng

B. $\approx 178,676$ triệu đồng

C. $\approx 177,676$ triệu đồng

D. $\approx 179,676$ triệu đồng

HD: Sau 6 tháng: $100 \cdot (1 + 5\%)^2$

Sau 1 năm: $100 \cdot (1 + 5\%)^2 + 50 \cdot (1 + 5\%)^2 = 176,676$

Câu 37: Một lon nước soda $80^{\circ}F$ được đưa vào một máy làm lạnh chứa đá tại $32^{\circ}F$. Nhiệt độ của soda ở phút thứ t được tính theo định luật Newton bởi công thức $T(t) = 32 + 48 \cdot (0.9)^t$. Phải làm mát soda trong bao lâu để nhiệt độ là $50^{\circ}F$?

A. 1,56

B. 9,3

C. 2

D. 4

HD: $T(t) = 32 + 48 \cdot (0.9)^t = 50$
 $\Rightarrow t = 9,3$

Câu 38: Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

A. 8.9

B. 33.2

C. 2.075

D. 11

HD: Tại San Francisco: $M = \log A - \log A_0 = 8,3$
 Tại Mỹ: $M = \log 4A - \log A_0 = 8,9$

Câu 39: Số giờ có ánh sáng mặt trời của TPHCM năm không nhuận được cho bởi $y = 4 \sin\left(\frac{\pi}{178}(x - 60)\right) + 10$ với $1 \leq x \leq 365$ là số ngày trong năm. Ngày 25/5 của năm thì số giờ có ánh sáng mặt trời của TPHCM gần với con số nào nhất ?

A. 2h

B. 12h

C. 13h30

D. 14h

HD: Ngày 25/5 là ngày thứ 145 của năm
 Số giờ $y = 14$

Câu 40: Một đám vi trùng ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t) = \frac{4000}{1 + 0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250.000 con. Sau 10 ngày số lượng vi trùng là (lấy xấp xỉ hàng đơn vị):

A. 264.334 con.

B. 257.167 con.

C. 258.959 con

D. 253.584 con.

HD: $N(t) = 8000 \cdot \ln(1 + 0,5t) + C$
 $N(0) = 250000$
 $\Rightarrow C = 250000$
 $N(10) = 264.334$ con

Câu 40: Gọi $h(t)$ (cm) là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \frac{1}{5} \sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mực nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

A. 2,33 cm.

B. 5,06 cm.

C. 2,66 cm.

D. 3,33 cm.

HD: $h(t) = \int \frac{1}{5} \sqrt[3]{t+8} dt$
 $h(0) = 0 \Rightarrow c$
 $\Rightarrow h(6) = 2,66$

Câu 41: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng gấp đôi.

A. 3 giờ 16 phút

B. 3 giờ 9 phút

C. 3 giờ 30 phút

D. 3 giờ 2 phút

HD: $300 = 100. e^{r.5}$
 $\Rightarrow r = \text{Error! Bookmark not defined.}$

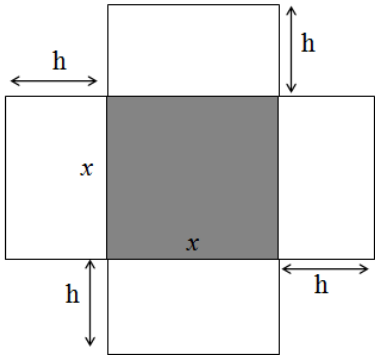
Câu 42: Một cái hộp hình hộp chữ nhật không nắp được làm từ một mảnh bìa cứng (xem hình bên dưới đây). Hộp có đáy là hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và có thể tích là 500 cm^3 . Gọi $S(x)$ là diện tích của mảnh bìa cứng theo x . Tìm x sao cho $S(x)$ nhỏ nhất (tức là tìm x để tốn ít nguyên liệu nhất).

A. $x = 8$

B. $x = 9$

C. $x = 10$

D. $x = 11$



Câu 43: Một chủ hộ kinh doanh có 50 phòng trọ cho thuê. Biết giá cho thuê mỗi tháng là 2,000,000đ/1 phòng trọ, thì không có phòng trống. Nếu cứ tăng giá mỗi phòng trọ thêm 50,000đ/tháng, thì sẽ có 2 phòng bị bỏ trống. Hỏi chủ hộ kinh doanh sẽ cho thuê với giá là bao nhiêu để có thu nhập mỗi tháng cao nhất ?

A. 2.200.000đ

B. 2.250.000đ

C. 2.300.000đ

D. 2.500.000đ

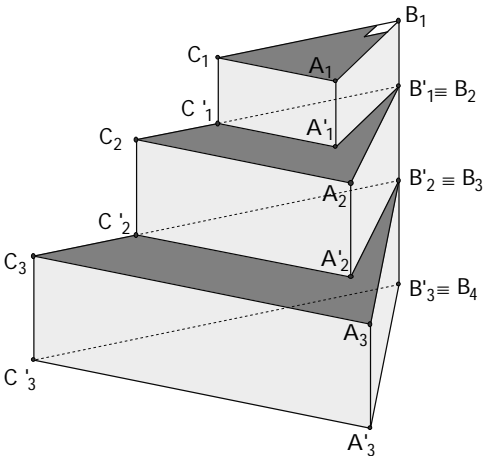
Câu 44: Một khối tháp gồm 20 bậc. Mỗi bậc là một khối đá hình lăng trụ đứng tam giác. Bậc trên cùng là khối lăng trụ $A_1B_1C_1.A_1'B_1'C_1'$ có: $A_1B_1 = 3dm, B_1C_1 = 2dm, A_1A_1' = 2dm, \angle A_1B_1C_1 = 90^0$. Với $i = 1, 2, ..., 20$, các cạnh B_iC_i lập thành một cấp số cộng có công sai 1dm, các góc $\angle A_iB_iC_i$ lập thành một cấp số cộng có công sai 3^0 , các chiều cao A_iA_i' lập thành một cấp số cộng có công sai 0,1dm. Các mặt $B_iC_iC_i'B_i'$ cùng nằm trên một mặt phẳng. Cạnh $A_{i+1}B_{i+1} = A_iC_i$, đỉnh $B_{i+1} \equiv B_i', i = 1, 2, ..., 19$. Thể tích V toàn bộ của khối tháp gần số nào nhất sau đây:

A. $V = 17560$

B. $V = 17575$

C. $V = 16575$

D. $V = 17755$



HD:
 Gọi các biến: X là số thứ tự khối lăng trụ tam giác, A là độ dài các cạnh B_iC_i , Y là các góc $\angle A_iB_iC_i$, B là độ dài các cạnh $A_iC_i = A_{i+1}B_{i+1}$, C là độ dài A_iA_i' , D là tổng thể tích. Khi đó, thể tích mỗi lăng trụ là $V = A_iA_i'.S_{\Delta A_iB_iC_i} = \frac{1}{2} A_iB_i.A_iC_i.A_iA_i'.\sin A_iB_iC_i$.
 Để máy ở chế độ đơn vị độ. Nhập vào máy tính biểu thức:

$$X = X + 1 : A = A + 1 : Y = Y + 3 : B = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos Y} : C = C + 0,1 : D = D + \frac{1}{2} A.B.C. \sin Y \text{ Ấn}$$

CALC, nhập $X = 1, A = 2, Y = 90, B = 3, C = 2, D = 6$.

Ấn = cho đến khi được $X = 19$ ta được $D = 17575,2103$.

Câu 45: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$

($0 \leq t \leq 90$). Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi $v(t) = V'(t)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng.

A. Tốc độ bơm giảm từ phút thứ 60 đến phút thứ 90. **B.** Tốc độ luôn bơm giảm.

C. Tốc độ bơm tăng từ phút 0 đến phút thứ 75. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 46: Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Nếu $w'(t)$ là tốc độ tăng trưởng cân nặng/năm của một đứa trẻ, thì $\int_5^{10} w'(t) dt$ là sự cân nặng của đứa trẻ giữa 5 và 10 tuổi.

B. Nếu dầu rò rỉ từ một cái thùng với tốc độ $r(t)$ tính bằng galông/phút tại thời gian t , thì $\int_0^{120} r(t) dt$ biểu thị lượng galông dầu rò rỉ trong 2 giờ đầu tiên.

C. Nếu $r(t)$ là tốc độ tiêu thụ dầu của thế giới, trong đó t được bằng năm, bắt đầu tại $t = 0$ vào ngày 1 tháng 1 năm 2000 và $r(t)$ được tính bằng thùng/năm, $\int_0^{17} r(t) dt$ biểu thị số lượng thùng dầu tiêu thụ từ ngày 1 tháng 1 năm 2000 đến ngày 1 tháng 1 năm 2017.

D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 47: Một vận động viên đẩy tạ theo quỹ đạo là 1 parabol có phương trình $y = -x^2 + 2x + 4$. Vị trí của quả tạ đang di chuyển xem như là một điểm trong không gian Oxy. Khi đó vị trí cao nhất của quả tạ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây ?

A. $z = 1 - 3i$

B. $z = 5 + i$

C. $z = 1 + 5i$

D. $z = 3 - i$

Câu 48: Chất phóng xạ ^{25}Na có chu kỳ bán rã $T = 62$ (s). Sau bao lâu chất phóng xạ chỉ còn $\frac{1}{5}$ độ phóng xạ ban đầu ?

A. $t = \frac{\ln 5}{62 \ln 2}$ (s)

B. $t = \frac{62 + \ln 2}{\ln 5}$ (s)

C. $t = \frac{62 \ln 5}{\ln 2}$ (s)

D. $t = 62 \log_5 2$ (s)

Câu 49: Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái lọ hình trụ là:

A. $16\pi r^2$

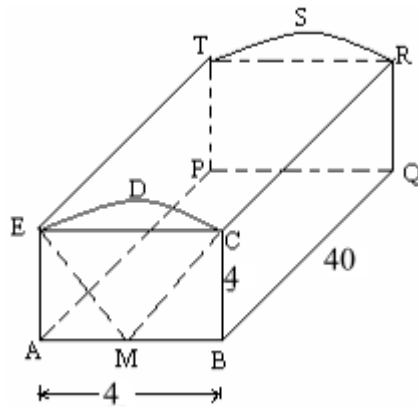
B. $18\pi r^2$

C. $36\pi r^2$

D.

$9\pi r^2$

Câu 50: Một thùng đựng thư được thiết kế như hình bên, phần phía trên là nửa hình trụ. Thể tích thùng đựng thư là:



A. $640 + 160\pi$

B. $640 + 80\pi$

C. $640 + 40\pi$

D. $320 + 80\pi$

Câu 51: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m². Hãy xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất. Chi phí đó là ?

A. 74 triệu đồng

B. 75 triệu đồng

C. 76 triệu đồng

D. 77 triệu đồng

Câu 52: Người ta cắt một tờ giấy hình vuông cạnh bằng $5\sqrt{2}$ để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp. Tính cạnh đáy của khối chóp để thể tích lớn nhất.

A. 4

B. 4

C. 2

D. A, B, C đều sai

Câu 53: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy gần số nào nhất ?

A. 0.7

B. 0.6

C. 0.8

D. 0.5

Câu 54: Do nhu cầu sử dụng, người ta cần tạo ra một lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao h , có thể tích 1m^3 . Với a, h như thế nào để đỡ tốn nhiều vật liệu nhất ?

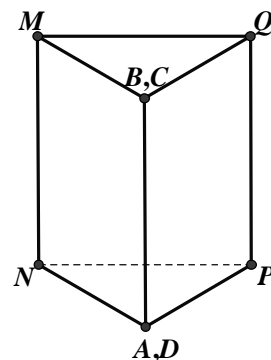
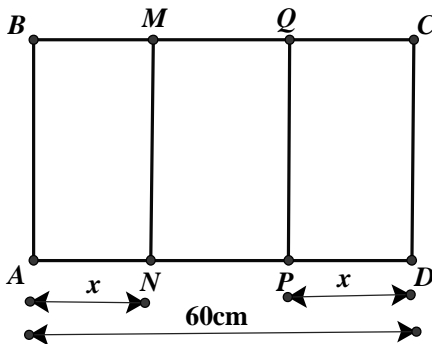
A. $a = 1; h = 1$

B. $a = \frac{1}{3}; h = \frac{1}{3}$

C. $a = \frac{1}{2}; h = \frac{1}{2}$

D. $a = 2; h = 2$

Câu 55: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật ABCD có AD=60cm. Ta gấp tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết 2 đáy.



Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất ?

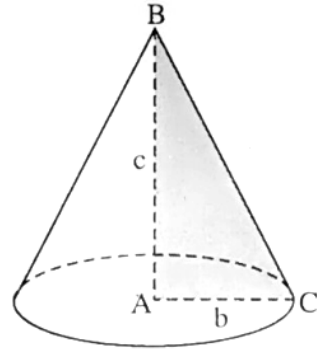
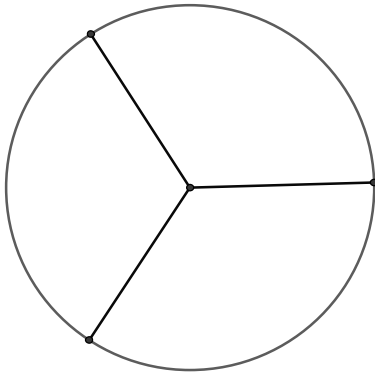
A. $x=20$

B. $x=30$

C. $x=45$

D. $x=40$

Câu 56: Người ta cắt một miếng tôn hình tròn ra làm 3 miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó quắn và gò 3 miếng tôn để được 3 hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón?



A. $2\varphi = 120^\circ$

B. $2\varphi = 60^\circ$

C. $2\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{2}$

D. $2\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{3}$

Câu 57: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ nào sau đây đúng ?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

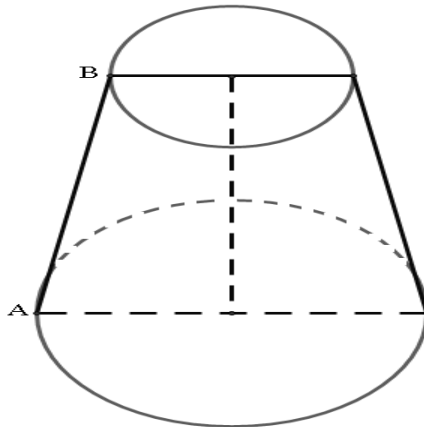
Câu 58: Có một cái cốc úp ngược như hình vẽ. Chiều cao của cốc là 30cm, bán kính đáy cốc là 3cm, bán kính miệng cốc là 5cm. Một con kiến đang đứng ở điểm A của miệng cốc dự định sẽ bò ba vòng quanh thân cốc để lên đến đáy cốc ở điểm B. Tính quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình.

A. $l \approx 76cm$

B. $l \approx 75,9324cm$

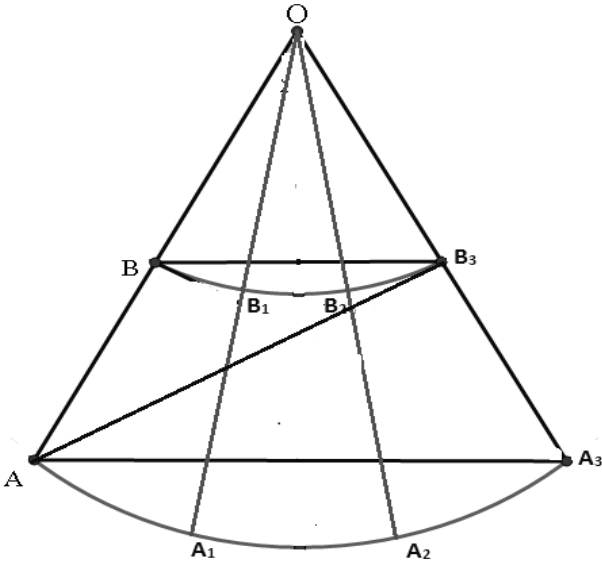
C. $l \approx 74cm$

D. $l \approx 74,6386cm$



HD:

Đặt r_1, r_2, h lần lượt là bán kính đáy cốc, miệng cốc và chiều cao của cốc, α là góc kí hiệu như trên hình vẽ. Ta “trải” ba lần mặt xung quanh cốc lên mặt phẳng sẽ được một hình quạt của một khuyên với cung nhỏ $l(BB_3) = 6\pi r_1 = 18\pi$ và cung lớn $l(AA_3) = 6\pi r_2 = 30\pi$.



HD:

Con kiến muốn đi từ A tới B phải vòng 3 vòng quanh cốc. Đường đi ngắn nhất là đi theo đoạn AB_3 ,

Theo định lý Côsin ta có $AB_3 = \sqrt{OA^2 + OB_3^2 - 2OA.OB_3.\cos 3\alpha}$ (1) với $\alpha = \widehat{AOA_1}$

Độ dài $AB = \sqrt{h^2 + (r_2 - r_1)^2} = 2\sqrt{226}$

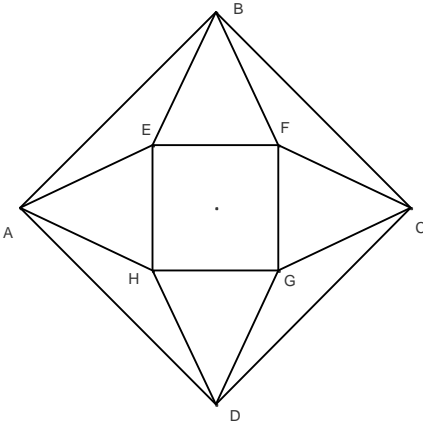
$\frac{OB}{OA} = \frac{l(BB_3)}{l(AA_3)} = \frac{3}{5} = \frac{OB}{OB + BA} \Rightarrow OB = 3\sqrt{226}$

$\Rightarrow OA = OB + BA = 5\sqrt{226}$

Lại có $l(BB_1) = OB.\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{l(BB_1)}{OB} = \frac{2\pi.r_1}{3\sqrt{226}} = \frac{2\pi}{\sqrt{226}}$

Thay vào công thức (1) có kết quả. ĐS: 74,6386cm

Câu 59: Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn An đã nhờ bố làm một hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a , cắt mảnh tôn theo các tam giác cân AEB ; BFC ; CGD và DHA ; sau đó gò các tam giác AEH ; BEF ; CFG ; DGH sao cho 4 đỉnh A ; B ; C ; D trùng nhau (Như hình).



Thể tích lớn nhất của khối tứ diện đều tạo được là:

A. $\frac{a^3}{36}$

B. $\frac{a^3}{24}$

C. $\frac{a^3}{54}$

D. $\frac{a^3}{48}$

Câu 60: Người ta cắt một tờ giấy hìnhvuông cạnh bằng 1 để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp.Tính cạnh đáy của khối chóp để thể tích lớn nhất.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$

B. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{2}{5}$

HD:

* Gọi cạnh đáy hình chóp là x, $x \in (0;\frac{\sqrt{2}}{2})$.

Chiều cao của hình chóp là: $h=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{x}{2}\right)^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1-x\sqrt{2}}{2}}$

Thể tích của khối chóp: $V=\frac{1}{3}x^2\sqrt{\frac{1-x\sqrt{2}}{2}}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{x^4-x^5\sqrt{2}}{2}}$

* Xét hàm số: $y=x^4-x^5\sqrt{2}$ trên $(0;\frac{\sqrt{2}}{2})$

$$y'=4x^3-5x^4\sqrt{2} \; ; \; y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 & (l) \\ x=\frac{2\sqrt{2}}{5} & (n) \end{cases}$$

BBT:

x	0	$\frac{2\sqrt{2}}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
y'		+	-
y			

Vậy khi $x=\frac{2\sqrt{2}}{5}$ thì khối chóp đạt GTLN

Câu 61: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6km. Giá đề xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. B' là điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9km. Vị trí C trên đoạn AB' sao cho khi nối ống theo ACB thì số tiền ít nhất. Khi đó C cách A một đoạn bằng:

- A. 6.5km**

B. 6km
- C. 0km

D.9km

HD:

Đặt $x= B'C \; (km) , x \in [0;9]$

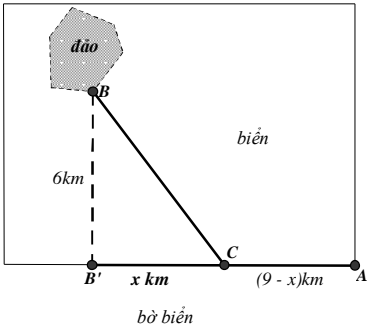
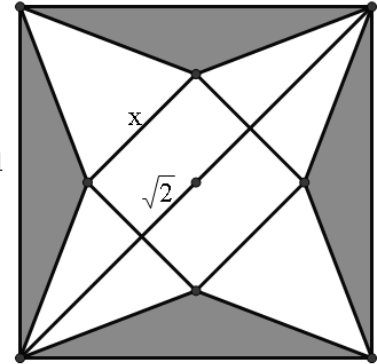
$BC=\sqrt{x^2+36}; AC=9-x$

Chi phí xây dựng đường ống là

$C(x)=130.000\sqrt{x^2+36}+50.000(9-x) \qquad (USD)$

Hàm $C(x)$, xác định, liên tục trên $[0;9]$ và

$C'(x)=10000.\left(\frac{13x}{\sqrt{x^2+36}}-5\right)$



$$C'(x) = 0 \Leftrightarrow 13x = 5\sqrt{x^2 + 36} \Leftrightarrow 169x^2 = 25(x^2 + 36) \Leftrightarrow x^2 = \frac{25}{4} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$C(0) = 1.230.000; C\left(\frac{5}{2}\right) = 1.170.000; C(9) \approx 1.406.165$$

Vậy chi phí thấp nhất khi $x = 2,5$. Vậy C cần cách A một khoảng 6,5km.

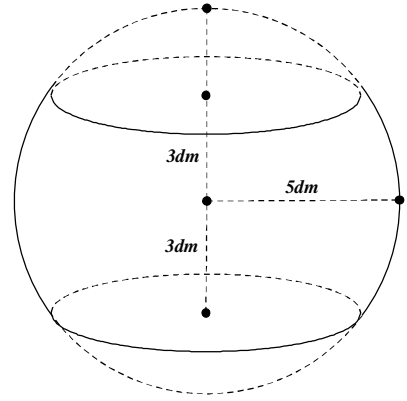
Câu 62: Một khối cầu có bán kính 5dm, người ta cắt bỏ 2 phần bằng 2 mặt phẳng vuông góc bán kính và cách tâm 3dm để làm một chiếc lu đựng. Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.

A. $132\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

B. $41\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

C. $\frac{100}{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

D. $43\pi \text{ (dm}^3\text{)}$



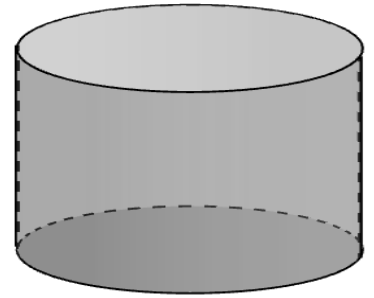
HD:

Đặt hệ trục với tâm O , là tâm của mặt cầu; đường thẳng đứng là Ox , đường ngang là Oy ; đường tròn lớn có phương trình $x^2 + y^2 = 25$.

Thể tích là do hình giới hạn bởi Ox , đường cong $y = \sqrt{25 - x^2}$, $x = 3, x = -3$ quay quanh Ox .

$$V = \pi \int_{-3}^3 (25 - x^2) dx = 132\pi \text{ (bấm máy)}$$

Câu 63: Một người thợ xây, muốn xây dựng một bồn chứa nước hình trụ tròn với thể tích là $150m^3$ (như hình vẽ bên). Đáy làm bằng bê tông, thành làm bằng tôn và bề làm bằng nhôm. Tính chi phí thấp nhất để bồn chứa nước (làm tròn đến hàng nghìn). Biết giá thành các vật liệu như sau: bê tông 100nghìn đồng một m^2 , tôn 90 một m^2 và nhôm 120 nghìn đồng một m^2 .



A. 15037000đồng. **B.** 15038000đồng. **C.** 15039000đồng. **D.** 15040000đồng.

HD: Gọi r, h (m^2) ($r > 0, h > 0$) lần lượt là bán kính đường tròn đáy và đường cao của hình trụ.

theo đề ta có $\pi r^2 h = 150 \Leftrightarrow h = \frac{150}{\pi r^2}$. Khi đó chi phí làm nên bồn chứa nước được xác định theo

hàm số $f(r) = 220\pi r^2 + 90.2\pi r \frac{150}{\pi r^2} = 220\pi r^2 + \frac{27000}{r}$ (nghìn đồng). $f'(r) = 440\pi r - \frac{27000}{r^2}$,

$$f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}} = a.$$

BBT:

r	0	a	$+\infty$
$f'(r)$		-	0
$f(r)$		-	+

Dựa vào BBT ta suy ra chi phí thấp nhất là

$$f(a) = f\left(\sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}\right) \approx 15038,38797 \text{ nghìn đồng.}$$

Câu 64: Một vật di chuyển với gia tốc $a(t) = -20(1+2t)^{-2} \text{ (m/s}^2\text{)}$. Khi $t = 0$ thì vận tốc của vật là $30m/s$. Tính quãng đường vật đó di chuyển sau 2 giây (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

A. $S = 106m$.

B. $S = 107m$.

C. $S = 108m$.

D. $S = 109m$.

HD: Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int -20(1+2t)^{-2} dt = \frac{10}{1+2t} + C$. Theo đề ta có

$v(0) = 30 \Leftrightarrow C + 10 = 30 \Leftrightarrow C = 20$. Vậy quãng đường vật đó đi được sau 2 giây là:

$$S = \int_0^2 \left(\frac{10}{1+2t} + 20 \right) dt = (5 \ln(1+2t) + 20t) \Big|_0^2 = 5 \ln 5 + 100 \approx 108m.$$

Câu 65: Cho biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ Plutôni Pu^{239} là 24360 năm (tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân rã thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân rã được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân rã hàng năm ($r < 0$), t là thời gian phân rã, S là lượng còn lại sau thời gian phân rã t. Hỏi sau bao nhiêu năm thì 10 gam Pu^{239} sẽ phân rã còn 1 gam có giá trị gần nhất với giá trị nào sau?

A. 82135

B. 82335

C. 82235

D. 82435

HD:

Vì Pu^{239} có chu kỳ bán rã là 24360 năm nên $e^{r \cdot 24360} = \frac{S}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow r \approx -0,000028$

\Rightarrow Công thức phân rã của Pu^{239} là $S = A \cdot e^{-0,000028t}$

Theo giả thiết: $1 = 10 \cdot e^{-0,000028t} \Rightarrow t \approx 82235,18$ năm

Câu 66: Khi sản xuất cái phễu hình nón (không có nắp) bằng nhôm, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm phễu là ít nhất, tức là diện tích xung quanh của hình nón là nhỏ nhất. Giá trị gần đúng diện tích xung quanh của phễu khi ta muốn có thể tích của phễu là $1dm^3$ là ? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. $4.18 dm^2$

B. $4.17 dm^2$

C. $4.19 dm^2$

D. $4.1 dm^2$

Câu 67: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n(gam)$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất ?

A. 10

B. 12

C. 16

D. 24

HD:

Gọi n là số con cá trên một đơn vị diện tích hồ ($n > 0$). Khi đó:

Cân nặng của một con cá là: $P(n) = 480 - 20n(gam)$

Cân nặng của n con cá là: $n \cdot P(n) = 480n - 20n^2(gam)$

Xét hàm số: $f(n) = 480n - 20n^2, n \in (0; +\infty)$. Ta có: $f'(n) = 480 - 40n$, cho $f'(n) = 0 \Leftrightarrow n = 12$

Lập bảng biến thiên ta thấy số cá phải thả trên một đơn vị diện tích hồ để có thu hoạch nhiều nhất là 12 con.

Câu 68: Một cửa hàng bán lẻ bán 2500 cái ti vi mỗi năm. Chi phí gởi trong kho là 10\$ một cái mỗi năm. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 20\$ cộng thêm 9\$ mỗi cái. Cửa hàng nên đặt hàng bao nhiêu lần trong mỗi năm và mỗi lần bao nhiêu cái để chi phí hàng tồn kho là nhỏ nhất?

A. Đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 cái ti vi

B. Đặt hàng 20 lần, mỗi lần 120 cái ti vi

C. Đặt hàng 22 lần, mỗi lần 110 cái ti vi

D. Đặt hàng 30 lần, mỗi lần 80 cái ti vi

HD:

Gọi x là số ti vi mà cửa hàng đặt mỗi lần ($x \in [1; 2500]$, đơn vị: cái)

Số lượng ti vi trung bình gửi trong kho là $\frac{x}{2}$ nên chi phí lưu kho tương ứng là $10 \cdot \frac{x}{2} = 5x$

Số lần đặt hàng mỗi năm là $\frac{2500}{x}$ và chi phí đặt hàng là: $\frac{2500}{x}(20 + 9x)$

Khi đó chi phí mà cửa hàng phải trả là: $C(x) = \frac{2500}{x}(20 + 9x) + 5x = 5x + \frac{50000}{x} + 22500$

Lập bảng biến thiên ta được: $C_{\min} = C(100) = 23500$

Kết kết luận: đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 cái ti vi.

Câu 69: Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn chứa dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $16\pi m^3$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. 0,8m

B. 1,2m

C. 2m

D. 2,4m

HD:

Gọi $x(m)$ là bán kính đáy của hình trụ ($x > 0$). Ta có: $V = \pi x^2 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{16}{x^2}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S(x) = S(x) = 2\pi x^2 + 2\pi x \cdot h = 2\pi x^2 + \frac{32\pi}{x}, (x > 0)$

Khi đó: $S'(x) = S'(x) = 4\pi x - \frac{32\pi}{x^2}$, cho $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Lập bảng biến thiên, ta thấy diện tích đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2(m)$ nghĩa là bán kính là $2(m)$.

Câu 70: Một xưởng cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích theo yêu cầu là 2000π lít mỗi chiếc. Hỏi bán kính đáy và chiều cao của thùng lần lượt bằng bao nhiêu để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. 1m và 2m

B. 1dm và 2dm

C. 2m và 1m

D. 2dm và 1dm

HD:

Đổi $2000\pi(\text{lit}) = 2\pi(m^3)$. Gọi bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $x(m)$ và $h(m)$.

Ta có thể tích thùng phi $V = \pi x^2 \cdot h = 2\pi \Rightarrow h = \frac{2}{x^2}$

Vật liệu tỉ lệ thuận với diện tích toàn phần nên ta chỉ cần tìm x để diện tích toàn phần bé nhất.

$S_{tp} = 2\pi x^2 + 2\pi x \cdot h = 2\pi x(x + \frac{2}{x^2}) = 2\pi(x^2 + \frac{2}{x})$

Đạo hàm lập BBT ta tìm đc $f(x)$ GTNN tại $x = 1$, khi đó $h = 2$.

Câu 71: Người ta muốn mạ vàng bên ngoài cho một cái hộp có đáy hình vuông, không nắp, thể tích hộp là 4 lít. Giả sử độ dày của lớp mạ tại một điểm trên hộp là như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy lần lượt là x và h . Giá trị của x và h để lượng vàng cần dùng nhỏ nhất là:

A. $x = \sqrt[3]{4}; h = \frac{4}{\sqrt[3]{16}}$

B. $x = \sqrt[3]{12}; h = \frac{12}{\sqrt[3]{144}}$

C. $x = 2; h = 1$

D. $x = 1; h = 2$

Câu 72: Có một tấm nhôm hình chữ nhật có chiều dài bằng 24(cm), chiều rộng bằng 18(cm). Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$ rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Hỏi thể tích lớn nhất của cái hộp là bao nhiêu?

A. $V_{\max} \approx 640cm^3$

B. $V_{\max} \approx 617,5cm^3$

C. $V_{\max} \approx 845cm^3$

D. $V_{\max} \approx 645cm^3$

HD:

Chiều dài, chiều rộng đáy của cái hộp lần lượt là: $24 - 2x$ và $18 - 2x$.

Diện tích đáy của cái hộp: $(24 - 2x)(18 - 2x)$.

Thể tích cái hộp là: $V = (24 - 2x)(18 - 2x)x = 4(x^3 - 21x^2 + 108x)$ với $0 < x < 9$

Ta có: $V'(x) = 4(3x^2 - 42x + 108)$. Cho $V'(x) = 0$, giải ta nhận nghiệm $x = 7 - \sqrt{13} \approx 3,4$

Lập bảng biến thiên ta thấy $V_{\max} = V(7 - \sqrt{13}) \approx 645$ khi $x = 7 - \sqrt{13} \approx 3,4$

Câu 73: Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 180 mét thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $S_{\max} = 3600m^2$

B. $S_{\max} = 4000m^2$

C. $S_{\max} = 8100m^2$

D. $S_{\max} = 4050m^2$

HD:

Gọi x là chiều dài cạnh song song với bờ giậu và y là chiều dài cạnh vuông góc với bờ giậu, theo bài ra ta có $x + 2y = 180$. Diện tích của miếng đất là $S = y(180 - 2y)$.

$$\text{Ta có: } y(180 - 2y) = \frac{1}{2} \cdot 2y(180 - 2y) \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{(2y + 180 - 2y)^2}{4} = \frac{180^2}{8} = 4050$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow 2y = 180 - 2y \Leftrightarrow y = 45m.$$

$$\text{Vậy } S_{\max} = 4050m^2 \text{ khi } x = 90m, y = 45m.$$

Câu 74: Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 800(m). Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

A. $200m \times 200m$

B. $300m \times 100m$

C. $250m \times 150m$

D. Đáp án khác

HD:

Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng đất lần lượt là: $x(m)$ và $y(m)$ ($x, y > 0$).

$$\text{Diện tích miếng đất: } S = xy$$

$$\text{Theo đề bài thì: } 2(x + y) = 800 \text{ hay } y = 400 - x. \text{ Do đó: } S = x(400 - x) = -x^2 + 400x \text{ với } x > 0$$

$$\text{Đạo hàm: } S'(x) = -2x + 400. \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow x = 200.$$

$$\text{Lập bảng biến thiên ta được: } S_{\max} = 40000 \text{ khi } x = 200 \Rightarrow y = 200.$$

Kết luận: Kích thước của miếng đất hình chữ nhật là 200×200 (là hình vuông).

Câu 75: Trong vật lý, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}, \text{ trong đó } m_0 \text{ là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm } t = 0); T \text{ là}$$

chu kỳ bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Chu kỳ bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Cho trước mẫu Cabon có khối lượng 100g. Hỏi sau khoảng thời gian t thì khối lượng còn bao nhiêu?

A. $m(t) = 100.e^{-\frac{t \ln 2}{5730}}$

B. $m(t) = 100. \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{5730}{t}}$

C. $m(t) = 100 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{100t}{5730}}$

D. $m(t) = 100.e^{-\frac{100t}{5730}}$

HD:

Theo công thức $m(t) = m_0 e^{-kt}$ ta có:

$$m(5730) = \frac{100}{2} = 50 = 100.e^{-k \cdot 5730} \Leftrightarrow k = \frac{\ln 2}{5730} \text{ suy ra } m(t) = 100e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$$

Câu 76: Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức:

$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm $t = 0$); T là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Chu kì bán rã của Caxon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Caxon và xác định được nó đã mất khoảng 25% lượng Caxon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi là bao nhiêu?

A. 2378 năm

B. 2300 năm

C. 2387 năm

D. 2400 năm

HD:

Giả sử khối lượng ban đầu của mẫu đồ cổ chứa Caxon là m_0 , tại thời điểm t tính từ thời điểm ban

$$\text{đầu ta có: } m(t) = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t} \Leftrightarrow \frac{3m_0}{4} = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t} \Leftrightarrow t = \frac{5730 \ln\left(\frac{3}{4}\right)}{-\ln 2} \approx 2378 (\text{năm})$$

Câu 77: Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M(t) = 75 - 20 \ln(t+1)$, $t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì nhóm học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%?

A. 24.79 tháng

B. 23 tháng

C. 24 tháng

D. 22 tháng

HD:

Theo công thức tính tỉ lệ % thì cần tìm t thỏa mãn:

$$75 - 20 \ln(1+t) \leq 10 \Leftrightarrow \ln(t+1) \geq 3.25 \Leftrightarrow t \geq 24.79$$

Câu 78: Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau x quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là $P(x) = \frac{100}{1 + 49e^{-0.015x}}$, $x \geq 0$. Hãy tính số quảng cáo được phát tối thiểu để số người mua đạt hơn 75%.

A. 333

B. 343

C. 330

D. 323

HD:

Khi có 100 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P(100) = \frac{100}{1 + 49e^{-1.5}} \approx 9.3799\%$$

Khi có 200 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P(200) = \frac{100}{1 + 49e^{-3}} \approx 29.0734\%$$

Khi có 500 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P(500) = \frac{100}{1 + 49e^{-7.5}} \approx 97.3614\%$$

Câu 79: Ông Năm gửi 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng lợi tức đạt được ở hai ngân hàng là 27 507 768,13 (chưa làm tròn). Hỏi số tiền ông Năm lần lượt gửi ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu.

B. 180 triệu và 140 triệu.

C. 200 triệu và 120 triệu.

D. 120 triệu và 200 triệu.

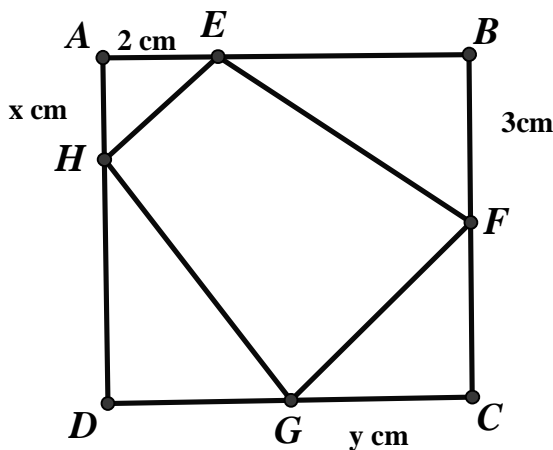
HD:

Tổng số tiền cả vốn và lãi (lãi chính là lợi tức) ông Năm nhận được từ cả hai ngân hàng là 347,507 76813 triệu đồng.

Gọi x (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng X, khi đó $320 - x$ (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng Y. Theo giả thiết ta có: $x(1 + 0,021)^5 + (320 - x)(1 + 0,0073)^9 = 347,507 76813$

Ta được $x = 140$. Vậy ông Năm gửi 140 triệu ở ngân hàng X và 180 triệu ở ngân hàng Y.

Câu 80: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ. Tìm tổng $x + y$ để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất.



- A. 7 B. 5 **C.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ D. $4\sqrt{2}$.

HD: Ta có S_{EFGH} nhỏ nhất $\Leftrightarrow S = S_{AEH} + S_{CGF} + S_{DGH}$ lớn nhất.

Tính được $2S = 2x + 3y + (6 - x)(6 - y) = xy - 4x - 3y + 36$ (1)

Mặt khác $\triangle AEH$ đồng dạng $\triangle CGF$ nên $\frac{AE}{CG} = \frac{AH}{CF} \Rightarrow xy = 6$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2S = 42 - (4x + \frac{18}{x})$. Ta có $2S$ lớn nhất khi và chỉ khi $4x + \frac{18}{x}$ nhỏ nhất.

Biểu thức $4x + \frac{18}{x}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow 4x = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$. Vậy đáp án cần chọn là C.

Câu 81: Người ta thả một lá bèo vào một hồ nước. Kinh nghiệm cho thấy sau 9 giờ bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần lượng lá bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì số lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ cái hồ ?

- A. 3 B. $\frac{10^9}{3}$ **C.** $9 - \log 3$ D. $\frac{9}{\log 3}$.

HD:

Gọi t là thời gian các lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ cái hồ. Vì tốc độ tăng không đổi nên, 1 giờ tăng gấp 10 lần nên ta có $10^t = \frac{1}{3}10^9 \Leftrightarrow t = 9 - \log 3$.

Câu 16.3. (Tích phân và ứng dụng) Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s) có gia tốc $a(t) = 3t^2 + t$ (m/s²). Vận tốc ban đầu của vật là 2 (m/s). Hỏi vận tốc của vật sau 2s.

A. 10 m/s

B. 12 m/s

C. 16 m/s

D. 8 m/s.

HD: Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (3t^2 + t) dt = t^3 + \frac{t^2}{2} + C$ (m/s).

Vận tốc ban đầu của vật là 2 (m/s) $\Rightarrow v(0) = 2 \Rightarrow C = 2$.

Vậy vận tốc của vật sau 2s là: $V(2) = 2^3 + \frac{2^2}{2} + 2 = 12$ (m/s).

Câu 82: Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn chứa dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $16\pi m^3$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. 0,8m

B. 1,2m

C. 2m

D. 2,4m

HD:

Gọi $x(m)$ là bán kính đáy của hình trụ ($x > 0$). Ta có: $V = \pi x^2 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{16}{r^2}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S(x) = S(x) = 2\pi x^2 + 2\pi x \cdot h = 2\pi x^2 + \frac{32\pi}{x}, (x > 0)$

Khi đó: $S'(x) = S'(x) = 4\pi x - \frac{32\pi}{x^2}$, cho $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

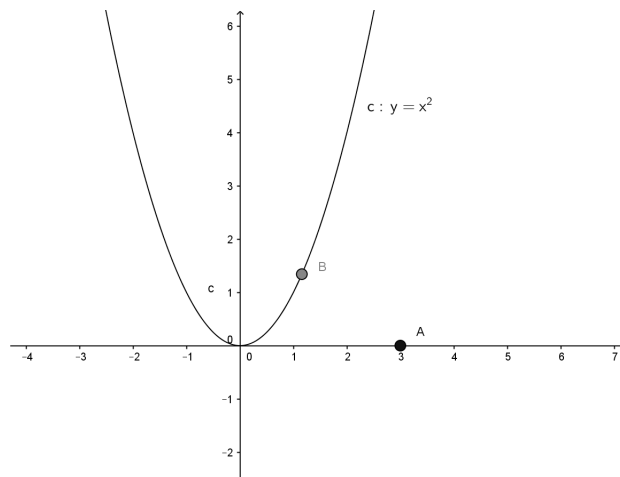
Lập bảng biến thiên, ta thấy diện tích đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2(m)$ nghĩa là bán kính là 2(m).

Câu 83: Trên sân bay một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất và cắt mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300(m) về phía bên phải có 1 người quan sát A. Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình $y = x^2$ (với x là độ dời của máy bay dọc theo đường thẳng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là:

A. 300(m)

B. $100\sqrt{5}(m)$

C. 200(m)

D. $100\sqrt{3}(m)$ **HD:**

Xét hệ trục Oxy với gốc tọa độ O là vị trí máy bay rời mặt đất, trục Ox trùng với đường thẳng d và chiều dương hướng sang phải, trục Oy vuông góc với mặt đất.

Gọi $B(t; t^2)$ ($t \geq 0$) là tọa độ của máy bay trong hệ Oxy. Tọa độ của người A là $A(3;0)$.

Khoảng cách từ người A đến máy bay B bằng $d = \sqrt{(3-t)^2 + t^4}$. Suy ra $d^2 = t^4 + t^2 - 6t + 9 = f(t)$.

$$f'(t) = 4t^3 + 2t - 6.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $d^2 = f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 5 khi $t = 1$. Vậy khoảng cách nhỏ nhất là $100\sqrt{5}(m)$

Câu 84:

Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên một tháng (chuyển vào tài khoản của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2016 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi suất 1% trên một tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2016 mẹ rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền đã gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

A. 50 triệu 730 nghìn đồng

B. 48 triệu 480 nghìn đồng

C. 53 triệu 760 nghìn đồng

D. 50 triệu 640 nghìn đồng

HD:

Số tiền tháng 1 mẹ được nhận là 4 triệu, gửi đến đầu tháng 12 (được 11 kỳ hạn), vậy cả vốn lẫn lãi do số tiền tháng 1 nhận sinh ra là: $4 \cdot (1 + \frac{1}{100})^{11} = 4 \times 1,01^{11}$ (triệu đồng).

Tương tự số tiền tháng 2 nhận sẽ sinh ra: $4 \times 1,01^{10}$ (triệu đồng)

Số tiền tháng 12 mẹ lĩnh luôn nên là: 4 (triệu đồng).

Vậy tổng số tiền mẹ lĩnh là: $4 \times 1,01^{11} + 4 \times 1,01^{10} + \dots + 4 \times 1,01 + 4 = 4 \frac{1 - 1,01^{12}}{1 - 1,01} \approx 50,730$ (50 triệu 730 nghìn đồng). Đáp án A.

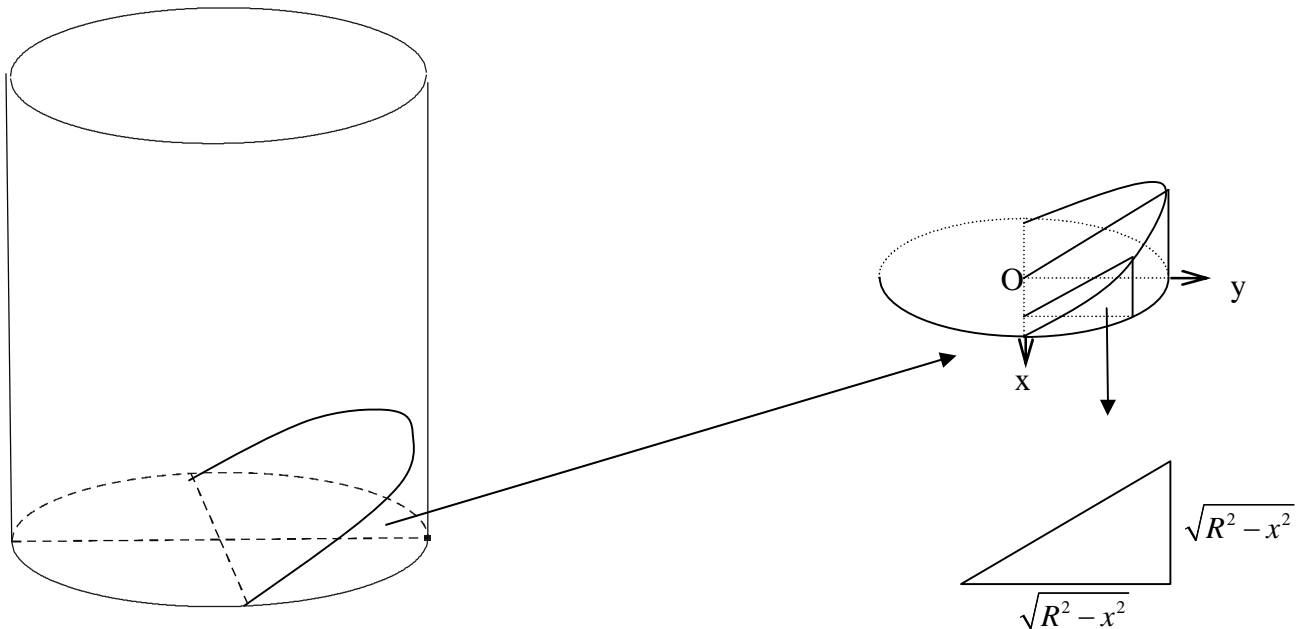
Câu 85: Cho một vật thể bằng gỗ có dạng khối trụ với bán kính đáy bằng R. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng có giao tuyến với đáy là một đường kính của đáy và tạo với đáy góc 45° . Thể tích của khối gỗ bé là:

A. $V = \frac{2R^3}{3}$.

B. $V = \frac{\pi R^3}{6}$.

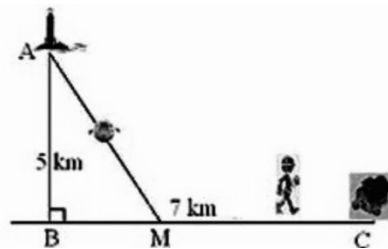
C. $V = \frac{R^3}{3}$.

D. $V = \frac{\pi R^3}{3}$.

HD

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Cắt khối gỗ bé bởi các mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ta được thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng $A(x) = \frac{1}{2}\sqrt{R^2 - x^2}$. Vậy thể tích khối gỗ bé bằng: $V = \int_{-R}^R \frac{1}{2}\sqrt{R^2 - x^2} = \frac{2R^3}{3}$. Đáp án A.

Câu 86: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A có khoảng cách đến bờ biển AB = 5km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng 7km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h. Vị trí của điểm M cách B một khoảng bao nhiêu để người đó đi đến kho nhanh nhất?



- A. 0 km B. 7 km
C. $2\sqrt{5}$ km D. $\frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}$ km

HD:

Đặt $BM = x(\text{km}) \Rightarrow MC = 7 - x(\text{km})$, ($0 < x < 7$).

Ta có:

Thời gian chèo đò từ A đến M là: $t_{AM} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4}(h)$.

Thời gian đi bộ đi bộ đến C là: $t_{MC} = \frac{7 - x}{6}(h)$

Thời gian từ A đến kho $t = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6}$

Khi đó: $t' = \frac{x}{4\sqrt{x^2 + 25}} - \frac{1}{6}$, cho $t' = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}$

Lập bảng biến thiên, ta thấy thời gian đến kho nhanh nhất khi $x = 2\sqrt{5}(\text{km})$.

Câu 87: Một cửa hàng nhận làm những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không nắp chứa 10 lít nước. Hỏi bán kính đáy (đơn vị cm, làm tròn đến hàng phần chục) của chiếc xô bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít vật liệu nhất.

- A. 14,7cm. B. 15cm. C. 15,2cm. D. 14cm.

HD:

. Gọi $x(\text{cm})$ là bán kính đáy của chiếc xô. $x > 0$

. khi đó $V = \pi x^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi x^2}$

. Để tiết kiệm vật liệu thì diện tích toàn phần của chiếc xô bé nhất

. Ta có: 1lít = 1dm³ = 1000cm³.

. Diện tích toàn phần của chiếc xô là $S = \pi x^2 + \frac{20000}{x}$

. $S' = 2\pi x - \frac{20000}{x^2} = \frac{2\pi x^3 - 20000}{x^2}$.

. $S' = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt[3]{\frac{10}{\pi}} \approx 14,2\text{cm}$.

. Lập bảng biến thiên, ta thấy diện tích toàn phần của chiếc xô bé nhất khi $x \approx 14,2\text{cm}$

Câu 88:

Huyện A có 100 000 người. Với mức tăng dân số bình quân 1,5% năm thì sau n năm dân số sẽ vượt lên 130 000 người. Hỏi n nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. 18 năm

B. 17 năm

C. 19 năm

D. 16 năm

HD:

$$+ \text{ áp dụng công thức } S_n = A \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \Rightarrow n = \log_{\left(1 + \frac{r}{100}\right)} \left(\frac{S_n}{A}\right)$$

+ trong đó $A = 100\,000$; $r = 1,5$; $S_n = 130\,000$

+ $n \approx 17,6218$

Câu 89: Làm 1 m² mặt nón cần: 120 lá nón (Đã qua sơ chế). Giá 100 lá nón là 25.000 đồng. Vậy để làm 100 cái nón có chu vi vành nón là 120 cm, và khoảng từ đỉnh nón tới 1 điểm trên vành nón là 25 cm thì cần bao nhiêu tiền mua lá nón?

A. 400.000đ

B. 450.000đ

C. 500.000đ

D. 550.000đ

HD:

Làm 100 cái nón hết 450.000 đ tiền để mua lá nón.

Câu 90:

Một ô tô chạy với vận tốc 20m/s thì người lái xe đạp phanh còn được gọi là “thắng”. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20(m/s)$. Trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là bao nhiêu?

A. 2m

B. 3m

C. 4m

D. 5m**HD:**

Lấy mốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu phanh ($t = 0$)

Gọi T là thời điểm ô tô dừng lại. Khi đó vận tốc lúc dừng là $v(T) = 0$

$$\text{Vậy thời gian từ lúc đạp phanh đến lúc dừng là } v(T) = 0 \Leftrightarrow -40T + 20 = 0 \Leftrightarrow T = \frac{1}{2}$$

Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian T.

Ta có $v(t) = s'(t)$ suy ra $s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$

$$\text{Vậy trong } \frac{1}{2} \text{ (s) ô tô đi được quãng đường là: } \int_0^{\frac{1}{2}} v(t) dt = \int_0^{\frac{1}{2}} (-40t + 20) dt = \left(-20t^2 + 20t\right) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = 5(m)$$

Câu 91: Một máy tính được lập trình để vẽ một chuỗi các hình chữ nhật ở góc phần tư thứ nhất của trục tọa độ Oxy, nội tiếp dưới đường cong $y = e^{-x}$. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật có thể được vẽ bằng cách lập trình trên

A. 0,3679 (đvdt)

B. 0,3976 (đvdt)

C. 0,1353 (đvdt)

D 0,5313 (đvdt)

HD:

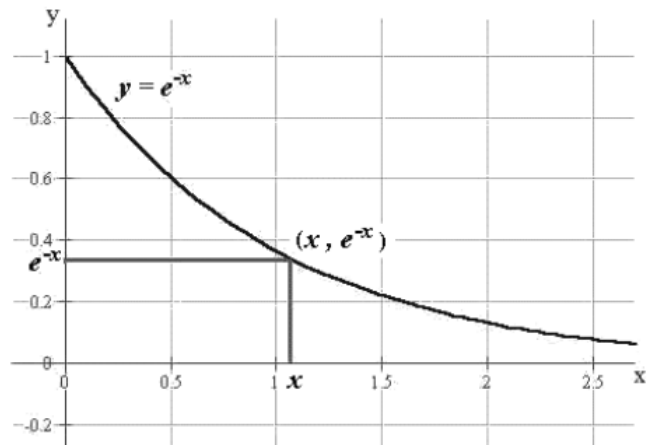
Diện tích hình chữ nhật tại điểm x là

$$S = xe^{-x}$$

$$S'(x) = e^{-x}(1 - x)$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $S_{\max} = e^{-1} \approx 0,3679$ khi $x = 1$



Câu 92:

Cho biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ Plutoni Pu^{239} là 24360 năm. Sự phân hủy được tính theo công thức $S = A.e^{rt}$. Trong đó A là số lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỷ lệ phân hủy hằng năm ($r < 0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi 10 gam Pu^{239} sau bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam

- A. 80922 năm
- B. 24360 năm
- C.35144 năm
- D. 48720 năm

HD:

. Theo giả thiết ta có

$\frac{A}{2} = A e^{24360.r} \Leftrightarrow e^{24360.r} = \frac{1}{2}$

Với A=10 gam, gọi t là thời gian phân hủy để còn lại S=1gam ta có phương trình

$1 = 10e^{rt} \Leftrightarrow 0,1 = e^{24360.r.\frac{t}{24360}}$

$\Leftrightarrow t \approx 80922 \text{ (năm)}.$

Câu 93: Có một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số 120cm từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

- A. 40cm .
- B. $40\sqrt{3}cm$.
- C.** 80cm .
- D. $40\sqrt{2}cm$.

HD:

Kí hiệu cạnh góc vuông $AB = x, 0 < x < 60$

Khi đó cạnh huyền $BC = 120 - x$, cạnh góc vuông kia là $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{120^2 - 240x}$

Diện tích tam giác ABC là: $S(x) = \frac{1}{2}x.\sqrt{120^2 - 240x}$. Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số này trên khoảng $(0;60)$

Ta có $S,(x) = \frac{1}{2}\sqrt{120^2 - 240x} + \frac{1}{2}x.\frac{-240}{2\sqrt{120^2 - 240x}} = \frac{14400 - 360x}{2\sqrt{120^2 - 240x}} \Rightarrow S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40$

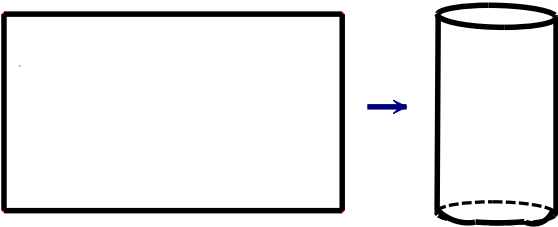
Lập bảng biến thiên:

Lập bảng biến thiên ta có:

x	0	40	60
S'(x)	+	0	-
S(x)		S(40)	

Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi $BC = 80$ Từ đó chọn đáp án C

Câu 94: Bạn An là một học sinh lớp 12, bố bạn là một thợ hàn. Bố bạn định làm một chiếc thùng hình trụ từ một mảnh tôn có chu vi 120 cm theo cách dưới đây:



Bằng kiến thức đã học em giúp bố bạn chọn mảnh tôn để làm được chiếc thùng có thể tích lớn nhất, khi đó chiều dài, rộng của mảnh tôn lần lượt là:

- A. 35 cm; 25 cm
- B.** 40 cm; 20 cm
- C. 50 cm; 10 cm
- D. 30 cm; 30 cm

HD:

Gọi một chiều dài là $x(cm)$ ($0 < x < 60$), khi đó chiều còn lại là $60 - x(cm)$, giả sử quần cạnh có chiều dài là x lại thì bán kính đáy là $r = \frac{x}{2\pi}$; $h = 60 - x$. Ta có: $V = \pi r^2 \cdot h = \frac{-x^3 + 60x^2}{4\pi}$.

Xét hàm số: $f(x) = -x^3 + 60x^2, x \in (0; 60)$

$$f'(x) = -3x^2 + 120x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 40 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $f(x) = -x^3 + 60x^2, x \in (0; 60)$ lớn nhất khi $x = 40$. $60 - x = 20$. Khi đó chiều dài là 40 cm; chiều rộng là 20 cm.

Câu 95: Bác B gửi tiết kiệm số tiền ban đầu là 20 triệu đồng theo kỳ hạn 3 tháng với lãi suất 0,72%/tháng. Sau một năm, bác B rút cả vốn lẫn lãi và gửi lại theo kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 0,78%/tháng. Sau khi gửi được đúng một kỳ hạn 6 tháng do gia đình có việc nên bác gửi thêm một số tháng nữa thì phải rút tiền trước kỳ hạn cả gốc lẫn lãi được số tiền là 23263844,9 đồng (chưa làm tròn). Biết rằng khi rút tiền trước thời hạn lãi suất được tính theo lãi suất không kỳ hạn, tức tính theo hàng tháng. Trong một số tháng bác gửi thêm lãi suất là:

A. 0,4%

B. 0,3%

C. 0,5%

D. 0,6%

HD:

. Gửi được 1 năm coi như gửi được 4 kỳ hạn 3 tháng; thêm một kỳ hạn 6 tháng số tiền khi đó là: $20000000 \cdot (1 + 0,72 \cdot 3 : 100)^4 (1 + 0,78 \cdot 6 : 100)$

. Giả sử lãi suất không kỳ hạn là A%; gửi thêm B tháng khi đó số tiền là: $20000000 \cdot (1 + 0,72 \cdot 3 : 100)^4 (1 + 0,78 \cdot 6 : 100) (1 + A : 100)^B = 23263844,9$

. Lưu ý: $1 \leq B \leq 5$ và B nguyên dương, nhập máy tính: $20000000 \cdot (1 + 0,72 \cdot 3 : 100)^4 (1 + 0,78 \cdot 6 : 100) (1 + A : 100)^B - 23263844,9$ thử với $A = 0,3$ rồi thử B từ 1 đến 5, sau đó lại thử $A = 0,5$ rồi thử B từ 1 đến 5, ... cứ như vậy đến bao giờ kết quả đúng bằng 0 hoặc xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

Kết quả: $A = 0,5; B = 4$

Câu 96:

Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1(t) = 2t + 10(m/s)$ sau khi đi được một khoảng thời gian t_1 thì bắt gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2(t) = 20 - 4t(m/s)$ và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Biết tổng thời gian từ lúc xuất phát đến lúc dừng lại là 4 (s). Hỏi xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét.

A. 57 m

B. 64 m

C. 50 m

D. 47 m

HD:

. Đến lúc phanh vận tốc của xe là: $2t_1 + 10$ đó cũng là vận tốc khởi điểm cho quãng đường đạp phanh; sau khi đi thêm t_2 thì vận tốc là 0 nên $2t_1 + 10 = 20 - 4t_2 \Leftrightarrow t_1 + 2t_2 = 5$

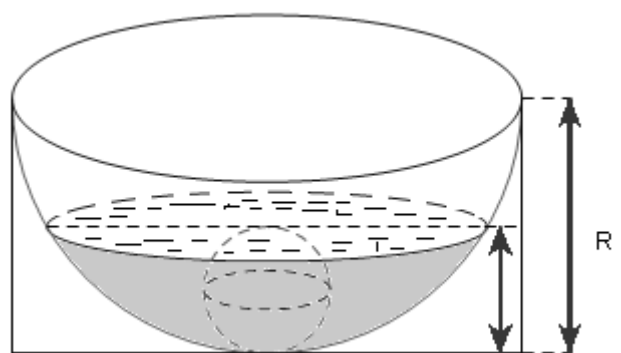
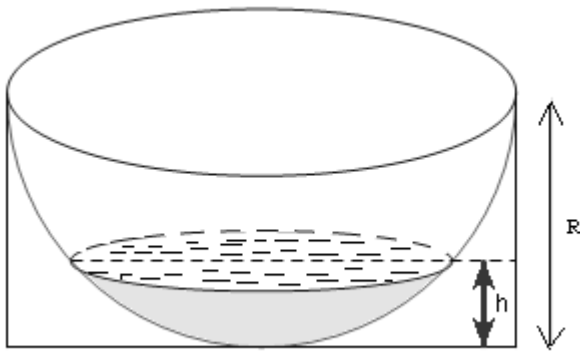
. Lại có $t_1 + t_2 = 4$ lập hệ được $t_1 = 3$ s; $t_2 = 1$ s.

. Tổng quãng đường đi được là: $S = \int_0^3 (2x + 10) dx + \int_0^1 (20 - 4x) dx = 57(m)$ chọn A

Câu 97: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R = 10cm$, đặt trong một khung hình hộp chữ nhật (hình 1). Trong chậu có chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao $h = 4cm$. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi

(hình 2). Bán kính của viên bi gần số nguyên nào sau đây. (Cho biết thể tích khối chỏm cầu là

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$$



A. 2

B. 4

C. 7

D. 10

HD:

Gọi x là bán kính viên bi hình cầu. Điều kiện: $0 < 2x < 10 \Leftrightarrow 0 < x < 5$

-Thể tích viên bi là $V_{bi} = \frac{4}{3} \pi x^3$.

-Thể tích khối nước hình chỏm cầu khi chưa thả viên bi vào

$$V_1 = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = 16\pi \left(10 - \frac{4}{3} \right) = \frac{416\pi}{3}$$

-Khi thả viên bi vào thì khối chỏm cầu gồm khối nước và viên bi có

$$\text{thể tích là: } V_2 = \pi (2x)^2 \left(R - \frac{2x}{3} \right) = \frac{4\pi x^2 (30 - 2x)}{3}$$

-Ta có phương trình:

$$V_2 - V_1 = V_{bi} \Leftrightarrow \frac{4\pi x^2 (30 - 2x)}{3} - \frac{416\pi}{3} = \frac{4}{3} \pi x^3 \Leftrightarrow 4\pi x^2 (30 - 2x) - 416\pi = 4\pi x^3$$

$$\Leftrightarrow 3x^3 - 30x^2 + 104 = 0$$

-Giải phương trình ta có các nghiệm: $x_1 \approx 9,6257 > 5$ (loại)

$x_2 \approx 2,0940 < 5$ (thỏa mãn), và $x_3 \approx -1,8197$ (loại).

Vậy bán kính viên bi là: $r \approx 2,09$ (cm).

Câu 98:

Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1(t) = 2t + 10$ (m/s) sau khi đi được một khoảng thời gian t_1 thì bắt gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2(t) = 20 - 4t$ (m/s) và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Biết tổng thời gian từ lúc xuất phát đến lúc dừng lại là 4 (s). Hỏi xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét.

A. 57 m

B. 64 m

C. 50 m

D. 47 m

HD:

. Đến lúc phanh vận tốc của xe là: $2t_1 + 10$ đó cũng là vận tốc khởi điểm cho quãng đường đạp phanh; sau khi đi thêm t_2 thì vận tốc là 0 nên $2t_1 + 10 = 20 - 4t_2 \Leftrightarrow t_1 + 2t_2 = 5$

. Lại có $t_1 + t_2 = 4$ lập hệ được $t_1 = 3$ s; $t_2 = 1$ s.

$$\text{. Tổng quãng đường đi được là: } S = \int_0^3 (2x + 10) dx + \int_0^1 (20 - 4x) dx = 57 \text{ (m)} \quad \text{chọn A}$$

Câu 99: Đường dây điện 110KV kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60km, khoảng cách từ A đến B là 100km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000 USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000 USD. Hỏi điểm G cách A bao nhiêu để mắc dây điện từ A đến G rồi từ G đến C chi phí ít nhất.

A. 40km

B. 45km

C. 55km

D. 60km

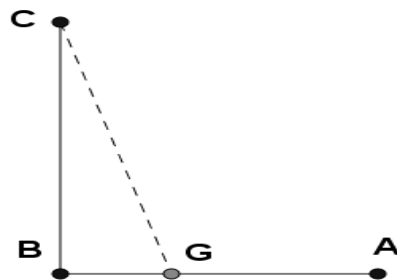
HD: Gọi $BG = x$ ($0 < x < 100$) $\Rightarrow AG = 100 - x$

Ta có $GC = \sqrt{BC^2 + BG^2} = \sqrt{x^2 + 3600}$

Chi phí mắc dây điện theo giải thiết là:

$$f(x) = 3000 \cdot (100 - x) + 5000 \cdot \sqrt{x^2 + 3600}$$

Khảo sát hàm ta được $x = 45$ chọn phương án B



Câu 100: Công ty chuyên sản xuất bao bì đựng sản phẩm sữa nhận đơn đặt hàng sản xuất hộp đựng sữa có thể tích $1dm^3$. Các nhân viên thiết kế phân vân giữa làm hộp đựng dạng hình trụ hay hình hộp chữ nhật đáy hình vuông. Hỏi công ty sẽ làm hộp hình gì để chi phí nguyên liệu nhỏ nhất.

A. Hình trụ**B.** Hình hộp chữ nhật đáy hình vuông

C. Cả hai như nhau

D. Hình lập phương**HD:**

TH1: Nếu làm hình trụ có bán kính đáy là $x(dm)$ và chiều cao là $h(dm)$

$$\text{Ta có } V = \pi x^2 h = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{\pi x^2} \quad S_p = 2\pi xh + 2\pi x^2 = \frac{2}{x} + 2\pi x^2 \stackrel{AM-GM}{\geq} 3\sqrt[3]{2\pi} \approx 5,5 \text{ (dm}^2\text{)}$$

TH2: Nếu làm hình hộp chữ nhật có đáy hình vuông cạnh $x(dm)$ và cao $h(dm)$

$$V = x^2 \cdot h = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{x^2} \Rightarrow S_p = 4xh + 2x^2 = \frac{4}{x} + 2x^2 \stackrel{AM-GM}{\geq} 6$$

Kết luận: Chọn đáp án A

Lời bình: Thực tế các loại thực phẩm, nước uống có loại dùng hình trụ (các loại nước giải khát như coca, pepsi...) có loại hình hộp (như sữa...). Nếu tính toán chi tiết ta thấy cùng 1 đơn vị thể tích, nếu làm hình hộp thì đó sẽ là hình lập phương, nhưng đa số chúng ta thấy các hộp đựng sữa là dạng hình hộp thường (là do đặc tính riêng về chi tiết quảng cáo trên sản phẩm, do cách bảo quản sữa trong tủ lạnh và đôi khi do tính tiện dụng cầm nắm) vì thế các bài toán về chi phí sản xuất vật liệu cần phải đi sâu sát hơn vào đời sống, tìm hiểu kỹ nhu cầu tiêu dùng, sự hài lòng khách hàng. Do đó nhiều khi cần phải “tốn tiền cho vật liệu”.

Câu 101: Cô giáo Thảo ra trường xa quê lập nghiệp, đến năm 2014 sau gần 5 năm làm việc tiết kiệm được x (triệu đồng) và định dùng số tiền đó để mua nhà nhưng trên thực tế cô giáo phải cần $1,55x$ (triệu đồng). Cô quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là $6,9\%$ /năm với lãi hàng tháng nhập gốc và cô không rút trước kỳ hạn. Hỏi năm bao nhiêu cô mua được căn nhà đó, biết rằng chủ nhà đó vẫn bán giá như cũ.

A. Năm 2019

B. Năm 2020

C. Năm 2021

D. Năm 2022

HD: Tiền lãi sau n (năm) tiết kiệm là

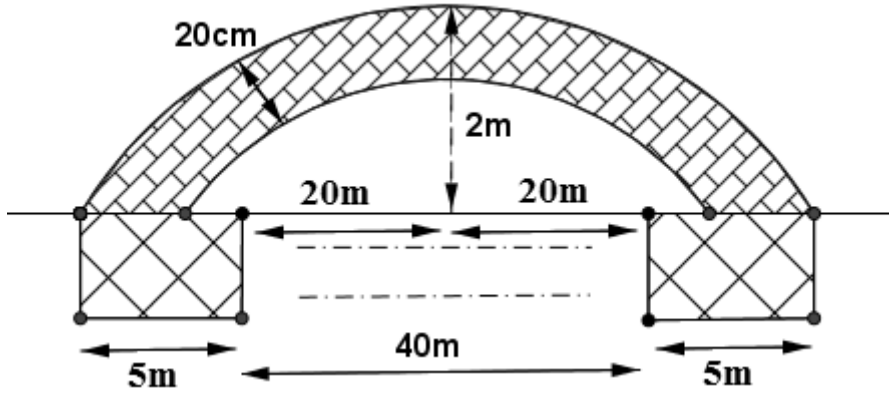
$$x_n = x \cdot (1 + 0,069)^n = (1,069)^n \cdot x$$

Theo giả thiết ta có $x_n = 1,55x \Rightarrow (1,069)^n = 1,55 \Rightarrow n = \log_{1,069} 1,55 \approx 6,56$

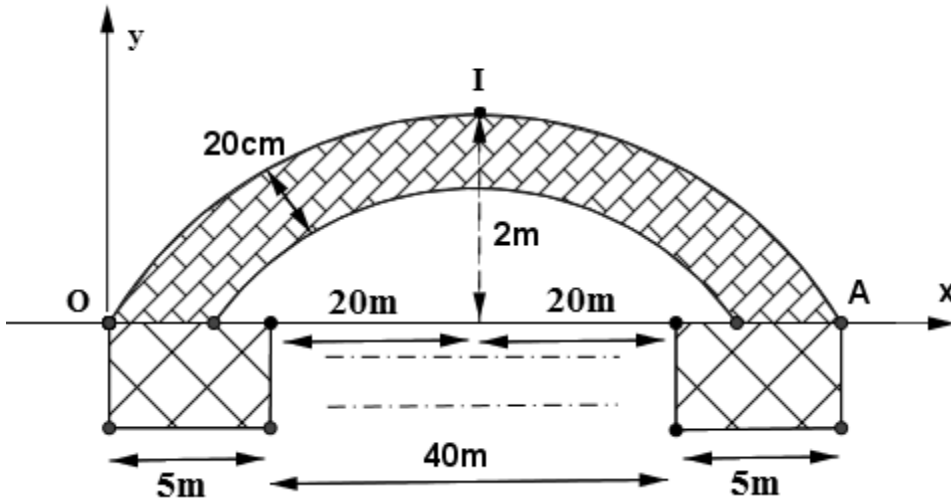
Vì $n \in \mathbb{N}$ do đó sau 7 năm cô giáo Thảo mua được nhà, năm đó là 2021, đáp án C

Câu 102: Thành phố định xây cây cầu bắc ngang con sông dài 500m, biết rằng người ta định xây cầu có 10 nhịp cầu hình dạng parabol, mỗi nhịp cách nhau 40m, biết 2 bên đầu cầu và giữa mỗi nhịp nổi người ta xây 1 chân trụ rộng 5m. Bề dày nhịp cầu không đổi là 20cm. Biết 1 nhịp cầu như hình

vẽ. Hỏi lượng bê tông để xây các nhịp cầu là bao nhiêu (bỏ qua diện tích cốt sắt trong mỗi nhịp cầu)

A. $20m^3$ B. $50m^3$ C. $40m^3$ D. $100m^3$ 

HD: Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với gốc O(0;0) là chân cầu (điểm tiếp xúc Parabol trên), đỉnh I(25; 2), điểm A(50;0) (điểm tiếp xúc Parabol trên với chân đế)



Gọi Parabol trên có phương trình $(P_1): y_1 = ax^2 + bx + c = ax^2 + bx$ (do (P) đi qua O)

$\Rightarrow y_2 = ax^2 + bx - \frac{20}{100} = ax^2 + bx - \frac{1}{5}$ là phương trình parabol dưới

Ta có (P_1) đi qua I và A $\Rightarrow (P_1): y_1 = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x \Rightarrow y_2 = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x - \frac{1}{5}$

Khi đó diện tích mỗi nhịp cầu là $S = 2S_1$ với S_1 là phần giới hạn bởi $y_1; y_2$ trong khoảng $(0; 25)$

$$S = 2\left(\int_0^{0,2} \left(-\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x\right)dx + \int_{0,2}^{25} \frac{1}{5}dx\right) \approx 9,9m^2$$

Vì bề dày nhịp cầu không đổi nên coi thể tích là tích diện tích và bề dày

$V = S \cdot 0,2 \approx 9,9 \cdot 0,2 \approx 1,98m^3 \Rightarrow$ số lượng bê tông cần cho mỗi nhịp cầu $\approx 2m^3$

Vậy 10 nhịp cầu 2 bên cần $\approx 40m^3$ bê tông. Chọn đáp án C

Câu 103: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100 000 đồng một tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống.

Hỏi muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá trị bao nhiêu một tháng? (đồng/tháng)

A. 2 250 000

B. 2 450 000

C. 2 300 000

D. 2 225 000

HD:

Gọi x (đồng/tháng) là số tiền tăng thêm của giá cho thuê mỗi căn hộ. ($x \geq 0$)

Khi đó số căn hộ bị bỏ trống là: $\frac{2x}{100\,000}$ (căn hộ).

Khi đó, số tiền công ti thu được là:

$$T(x) = \left(2\,000\,000 + x\right)\left(50 - \frac{2x}{100\,000}\right) = 100\,000\,000 + 10x - \frac{2x^2}{100\,000} \text{ (đồng/tháng)}.$$

Khảo sát hàm số $T(x)$ trên $[0; +\infty)$.

$$T'(x) = 10 - \frac{4x}{100\,000}.$$

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow 1000\,000 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 250\,000.$$

Bảng biến thiên

x	0	250 000	$+\infty$
T'		+	0
T			−

Do đó $\max_{x \geq 0} T(x) = T(250\,000)$.

Vậy để có thu nhập cao nhất thì số tiền cho thuê một căn hộ mỗi tháng là 2 250 000 đồng.

Câu 104: Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính 10cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

- A. 80cm²
- B. 100cm²
- C. 160cm²
- D. 200cm²

HD:

Gọi $x(cm)$ là độ dài cạnh hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính đường tròn ($0 < x < 10$).

Khi đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên đường tròn là: $2\sqrt{10^2 - x^2}$ (cm).

Diện tích hình chữ nhật: $S = 2x\sqrt{10^2 - x^2}$

$$\text{Ta có } S' = 2\sqrt{10^2 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{10^2 - x^2}} = 2.10^2 - 4x^2$$

$$S' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10\sqrt{2}}{2} & (\text{thỏa}) \\ x = -\frac{10\sqrt{2}}{2} & (\text{khoảng thỏa}) \end{cases}$$

$$S'' = -8x \Rightarrow S''\left(\frac{10\sqrt{2}}{2}\right) = -40\sqrt{2} < 0. \text{ Suy ra } x = \frac{10\sqrt{2}}{2} \text{ là điểm cực đại của hàm } S(x).$$

$$\text{Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là: } S = 10\sqrt{2}.\sqrt{10^2 - \frac{10^2}{2}} = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Câu 105: Trong bài thực hành của môn huấn luyện quân sự có tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công một mục tiêu ở phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một nửa vận tốc chạy trên bộ. Bạn hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao

nhiều mét để đến được mục tiêu nhanh nhất, nếu như dòng sông là thẳng, mục tiêu ở cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay.

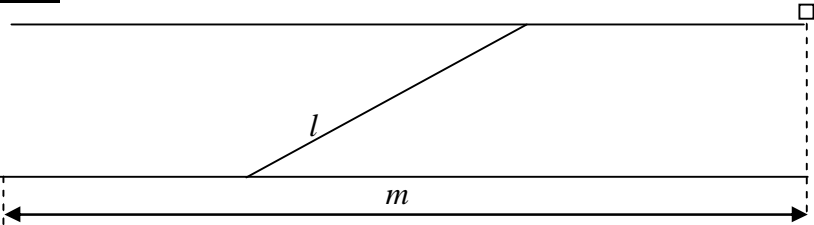
- A. $\frac{400}{3}$

B. $\frac{40}{33}$

C. $\frac{100}{3}$

D. $\frac{200}{3}$

HD:

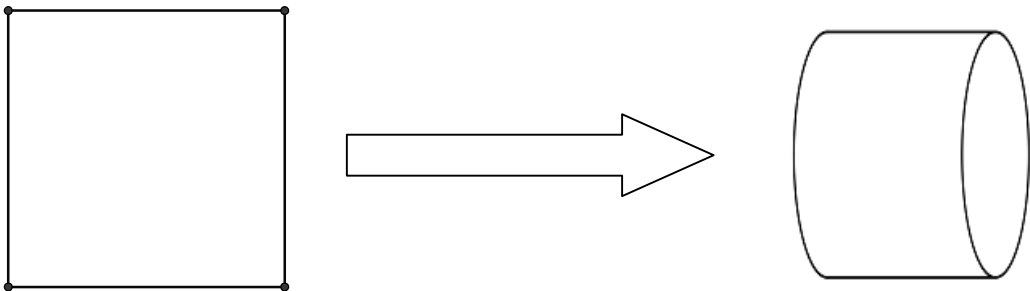


Vấn đề là chọn thời gian bơi và thời gian đi bộ sao cho “tối ưu”. Giả sử độ dài đoạn bơi là l và tốc độ bơi của chiến sĩ là v . Ký hiệu m là độ dài đoạn sông kể từ người chiến sĩ đến đồn địch, khi ấy tổng thời gian bơi và chạy bộ của người chiến sĩ là $t = \frac{l}{v} + \frac{m - \sqrt{l^2 - 100^2}}{2v}$.

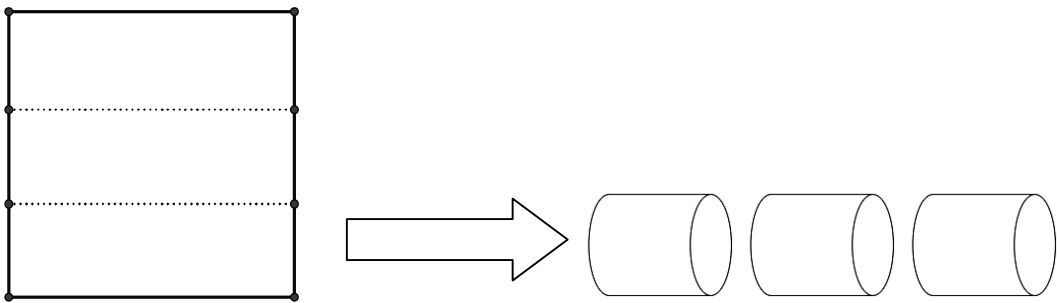
Do m, v là cố định nên thời gian đạt cực tiểu khi hàm số $f(l) = \frac{l}{v} - \frac{\sqrt{l^2 - 100^2}}{2v} = \frac{2l - \sqrt{l^2 - 100^2}}{2v}$ đạt cực tiểu, và cũng tức là khi hàm $g(l) = 2l - \sqrt{l^2 - 100^2}$ đạt cực tiểu. Điều này xảy ra khi $2 - \frac{l}{\sqrt{l^2 - 100^2}} = 0$, hay $l = 2\sqrt{l^2 - 100}$, tức là $l = 400 / 3 = 133,333333$ (met).

Câu 106: (Thể tích – mặt cầu-mặt nón – mặt trụ) Có một miếng nhôm hình vuông, cạnh là 3dm, một người dự tính tạo thành các hình trụ (không đáy) theo hai cách sau:

Cách 1: gò hai mép hình vuông để thành mặt xung quanh của một hình trụ, gọi thể tích là của khối trụ đó là V_1



Cách 2: cắt hình vuông ra làm ba, và gò thành mặt xung quanh của ba hình trụ, gọi tổng thể tích của chúng là V_2 .



Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là:

A. 3

B. 2

C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

HD:

.Gọi R_1 là bán kính đáy của khối trụ thứ nhất, có $2\pi R_1 = 3 \Rightarrow R_1 = \frac{3}{2\pi} \Rightarrow V_1 = \pi R_1^2 h = \frac{27}{4\pi}$

. Gọi R_1 là bán kính đáy của khối trụ thứ nhất, có $2\pi R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow V_2 = 3\pi R_1^2 h = \frac{9}{4\pi}$

Vậy đáp án là A.

Câu 107: Một người nọ đem gửi tiết kiệm ở một ngân hàng với lãi suất là 12% năm. Biết rằng cứ sau mỗi một quý (3 tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào vốn gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì người đó nhận lại được số tiền (bao gồm cả vốn lẫn lãi) gấp ba lần số tiền ban đầu.

A. 8

B. 9

C. 10

D. 11

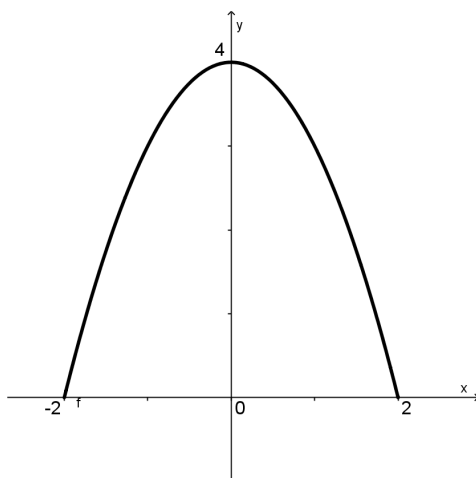
HD: Gọi số tiền người đó gửi là A, lãi suất mỗi quý là 0,03

.Sau n quý, tiền mà người đó nhận được là: $A(1+0,03)^n$.

. ycbt $\Leftrightarrow A(1+0,03)^n = 3A \Leftrightarrow n = \log_{1,03} 3 \approx 37,16$

Vậy số năm tối thiểu là xấp xỉ 9,29 năm. Vậy đáp án là C.

Câu 108: Có một người cần làm một cái cửa cổng cổ xưa, có hình dạng một parabol bậc hai như hình vẽ. Giả sử đặt cánh cổng vào một hệ trục tọa độ như hình vẽ (mặt đất là trục Ox). Hãy tính diện tích của cánh cửa cổng.

A. $\frac{16}{3}$ B. $\frac{32}{3}$

C. 16

D. $\frac{28}{3}$

HD:

.Dựa vào đồ thị, ta xây dựng được công thức của hàm số là $y = 4 - x^2$.

.Diện tích là: $S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \frac{32}{3}$. Vậy đáp án là B.

Câu 109: Trong hệ trục Oxy, cho tam giác OAB vuông ở A, điểm B nằm trong góc phần tư thứ nhất. A nằm trên trục hoành, OB = 2017. Góc $\widehat{AOB} = \alpha$, $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{3}\right)$. Khi quay tam giác đó quanh trục Ox ta được khối nón tròn xoay. Thể tích của khối nón lớn nhất khi:

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$

HD:

Phương trình đường thẳng $OB: y = x \cdot \tan \alpha$; $OA = 2017 \cos \alpha$.

Khi đó thể tích nón tròn xoay là:

$$V = \pi \int_0^{2017 \cos \alpha} x^2 \tan^2 \alpha \cdot dx = \frac{2017^3 \cdot \pi}{3} \cdot \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \frac{2017^3 \cdot \pi}{3} \cdot \cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha).$$

Đặt $t = \cos \alpha \Rightarrow t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. Xét hàm số $f(t) = t(1 - t^2)$, $t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Ta tìm được $f(t)$ lớn nhất khi $t = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 110: Một Bác nông dân cần xây dựng một hồ ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 3200 cm^3 , tỉ số giữa chiều cao của hồ và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định diện tích của đáy hồ ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

A. 1200 cm^2

B. 160 cm^2

C. 1600 cm^2

D. 120 cm^2

HD:

Gọi x, y ($x, y > 0$) lần lượt là chiều rộng, chiều dài của đáy hồ ga.

Gọi h là chiều cao của hồ ga ($h > 0$). Ta có $\frac{h}{x} = 2 \Rightarrow h = 2x$ (1)

suy ra thể tích của hồ ga là:

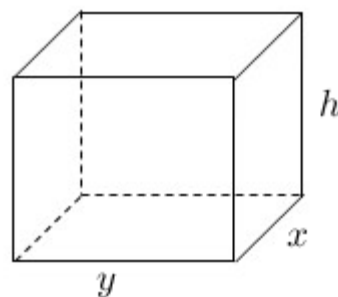
$$V = xyh = 3200 \Rightarrow y = \frac{3200}{xh} = \frac{1600}{x^2} \quad (2)$$

Diện tích toàn phần của hồ ga là:

$$S = 2xh + 2yh + xy = 4x^2 + \frac{6400}{x} + \frac{1600}{x} = 4x^2 + \frac{8000}{x} = f(x)$$

Khảo sát hàm số $y = f(x)$, ($x > 0$) suy ra diện tích toàn phần của hồ ga nhỏ nhất bằng 1200 cm^2 khi

$$x = 10 \text{ cm} \Rightarrow y = 16 \text{ cm} \text{ Suy ra diện tích đáy của hồ ga là } 10 \cdot 16 = 160 \text{ cm}^2$$



Câu 111:

Một Bác nông dân vừa bán một con trâu được số tiền là 20.000.000 (đồng). Do chưa cần dùng đến số tiền nên Bác nông dân mang toàn bộ số tiền đó đi gửi tiết kiệm loại kỳ hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất 8.5% một năm thì sau 5 năm 8 tháng Bác nông dân nhận được bao nhiêu tiền cả vốn lẫn lãi. Biết rằng Bác nông dân đó không rút cả vốn lẫn lãi tất cả các định kỳ trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kỳ hạn 0.01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày)

A. 31802750,09 (®) B. 30802750,09 (®) C. 32802750,09 (®)

D. 33802750,09 (®)

HD:

Một kỳ hạn 6 tháng có lãi suất là $\frac{8.5\%}{12} \cdot 6 = \frac{4.25}{100}$. Sau 5 năm 6 tháng (có nghĩa là 66 tháng tức là

11 kỳ hạn), số tiền cả vốn lẫn lãi Bác nông dân nhận được là: $A = 20000000 \cdot \left(1 + \frac{4.25}{100}\right)^{11}$ (®). Vì 5 năm 8 tháng thì có 11 kỳ hạn và dư 2 tháng hay dư 60 ngày nên số tiền A được tính lãi suất không kỳ hạn trong 60 ngày là:

$$B = A \cdot \frac{0.01}{100} \cdot 60 = 120000 \cdot \left(1 + \frac{4.25}{100}\right)^{11} \text{ (®\text{àng})}.$$

Suy ra sau 5 năm 8 tháng số tiền bác nông dân nhận được là

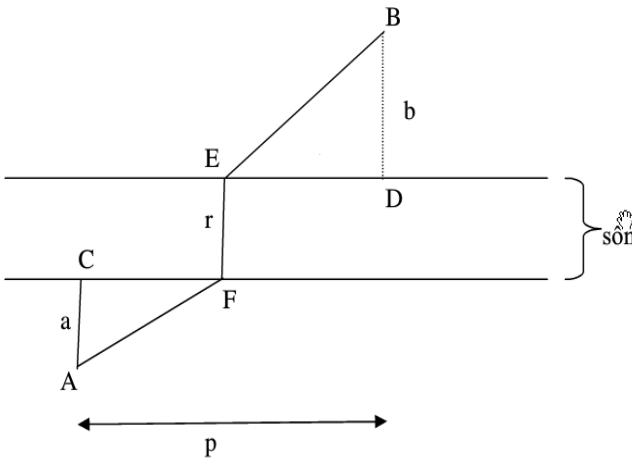
$$C = A + B = 20000000 \cdot \left(1 + \frac{4.25}{100}\right)^{11} + 120000 \cdot \left(1 + \frac{4.25}{100}\right)^{11} = 31802750,09 \text{ (®\text{àng})}$$

Câu 112: Một con đường được xây dựng giữa 2 thành phố A và B. hai thành phố này bị ngăn cách một con sông có chiều rộng r. Người ta cần xây 1 cây cầu bắt qua sông biết rằng A cách con sông một khoảng bằng a, B cách con sông một khoảng bằng b ($a \leq b$). Hãy xác định vị trí xây cầu để tổng khoảng cách giữa các thành phố là nhỏ nhất.

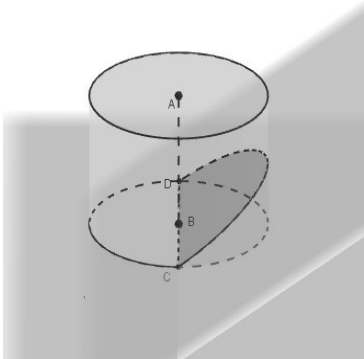
- A. Cách C là $\frac{ap}{a-b}$

B. Cách D là $\frac{p}{a+b}$
- C. Cách C là $\frac{ap}{a+b}$

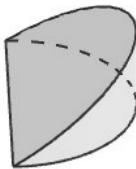
D. Cách C là $\frac{a}{a+b}$



Câu 113: Từ một khúc gỗ hình trụ có đường kính 30cm, người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc 45° để lấy một hình nêm (xem hình minh họa dưới đây)



Hình 1



Hình 2

Kí hiệu V là thể tích của hình nêm (Hình 2). Tính V .

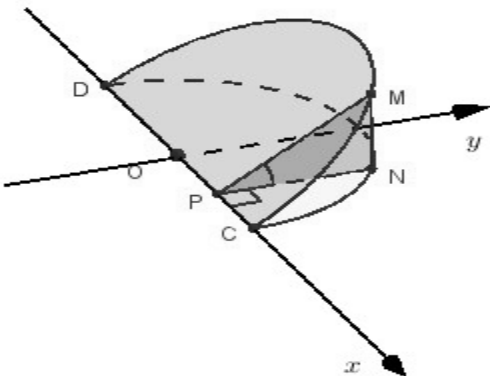
- A. $V = 2250\text{ (cm}^3\text{)}$

B. $V = \frac{225\pi}{4}\text{ (cm}^3\text{)}$

C. $V = 1250\text{ (cm}^3\text{)}$

D. $V = 1350\text{ (cm}^3\text{)}$

HD:



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó hình nê có đáy

là nửa hình tròn có phương trình: $y = \sqrt{225 - x^2}, x \in [-15; 15]$

Một mặt phẳng cắt vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x, (x \in [-15; 15])$

cắt hình nê theo thiết diện có diện tích là $S(x)$ (xem hình).

Dễ thấy $NP = y$ và $MN = NP \tan 45^\circ = y = \sqrt{15 - x^2}$ khi đó $S(x) = \frac{1}{2} MN \cdot NP = \frac{1}{2} \cdot (225 - x^2)$

suy ra thể tích hình nê là: $V = \int_{-15}^{15} S(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-15}^{15} (225 - x^2) dx = 2250 (cm^3)$

Câu 114: Nhà Nam có một chiếc bàn tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$ m. Nam muốn mắc một bóng điện ở phía trên và chính giữa chiếc bàn sao cho mép bàn nhận được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C của bóng điện được biểu thị bởi công thức $C = c \frac{\sin \alpha}{l^2}$ (α là góc tạo bởi tia sáng tới mép bàn và mặt bàn, c - hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng, l khoảng cách từ mép bàn tới bóng điện). Khoảng cách nam cần treo bóng điện tính từ mặt bàn là

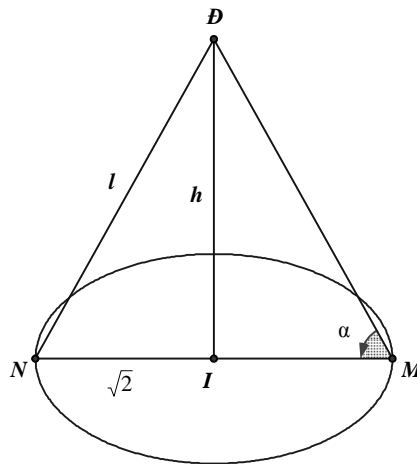
A. 1m

B. 1,2m

C. 1.5 m

D. 2m

HD:



Gọi h là độ cao của bóng điện so với mặt bàn ($h > 0$); Đ là bóng điện; I là hình chiếu của Đ lên mặt bàn. MN là đường kính của mặt bàn. (như hình vẽ)

Ta có $\sin \alpha = \frac{h}{l}$ và $h^2 = l^2 - 2$, suy ra cường độ sáng là: $C(l) = c \frac{\sqrt{l^2 - 2}}{l^3} \quad (l > \sqrt{2})$.

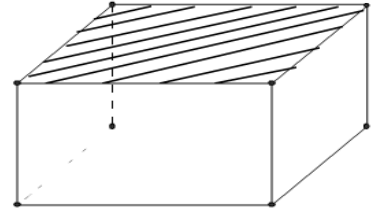
$$C'(l) = c \cdot \frac{6 - l^2}{l^4 \cdot \sqrt{l^2 - 2}} > 0 \quad (\forall l > \sqrt{2})$$

$$C'(l) = 0 \Leftrightarrow l = \sqrt{6} \quad (l > \sqrt{2})$$

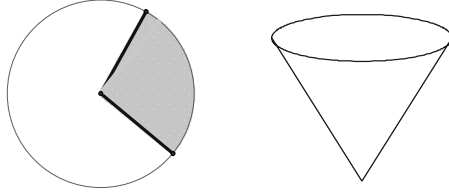
Lập bảng biến thiên ta thu được kết quả C lớn nhất khi $l = \sqrt{6}$, khi đó $h = 2$

Câu 115: Một công ty Container cần thiết kế cái thùng hình hộp chữ nhật, không nắp, có đáy hình vuông, thể tích 108 m^3 . Các cạnh hình hộp và đáy là bao nhiêu để tổng diện tích xung quanh và diện tích tích của một mặt đáy là nhỏ nhất.

- A. Cạnh đáy hình hộp là 3 m, chiều cao là 3 m
 B. Cạnh đáy hình hộp là 3 m, chiều cao là 6 m
 C. Cạnh đáy hình hộp là 9 m, chiều cao là 3 m
D. Cạnh đáy hình hộp là 6 m, chiều cao là 3 m

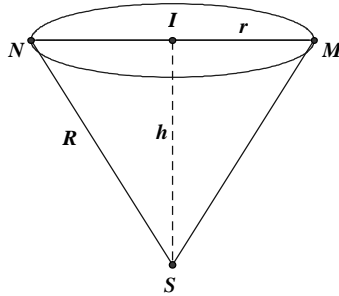


Câu 116: Với một miếng tôn hình tròn có bán kính bằng $R = 6\text{cm}$. Người ta muốn làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của hình tròn này và gấp phần còn lại thành hình nón (Như hình vẽ). Hình nón có thể tích lớn nhất khi người ta cắt cung tròn của hình quạt bằng



- A. $\pi\sqrt{6} \text{ cm}$ **B. $6\pi\sqrt{6} \text{ cm}$** C. $2\pi\sqrt{6} \text{ cm}$ D. $8\pi\sqrt{6} \text{ cm}$

HD:



Gọi x ($x > 0$) là chiều dài cung tròn của phần được xếp làm hình nón.

Như vậy, bán kính R của hình tròn sẽ là đường sinh của hình nón và đường tròn đáy của hình nón sẽ có độ dài là x .

Bán kính r của đáy được xác định bởi đẳng thức $2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}$.

Chiều cao của hình nón tính theo Định lý Pitago là: $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{\pi}{3} \left(\frac{x}{2\pi} \right)^2 \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

Áp dụng Bất đẳng thức Côsi ta có:

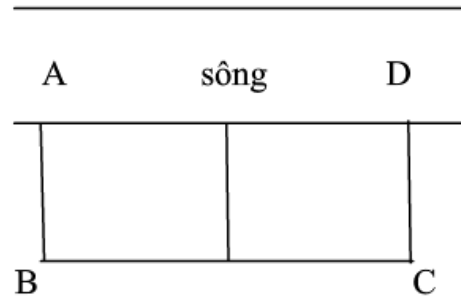
$$V^2 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2} \left(R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2} \right) \leq \frac{4\pi^2}{9} \left(\frac{\frac{x^2}{8\pi^2} + \frac{x^2}{8\pi^2} + R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}{3} \right)^3 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{R^6}{27}$$

Do đó V lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{x^2}{8\pi^2} = R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} R\sqrt{6} \Leftrightarrow x = 6\sqrt{6}\pi$

(Lưu ý bài toán có thể sử dụng đạo hàm để tìm giá trị lớn nhất, tuy nhiên lời giải bài toán sẽ dài hơn)

Câu 117: Một chủ trang trại nuôi gia súc muốn rào thành hai chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng cho cừu, một chuồng cho gia súc. Đã có sẵn 240m hàng rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh là bao nhiêu ?

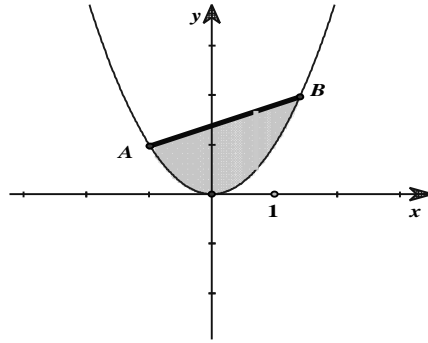
- A. 4000 m² B. 8400 m²
C. 4800 m² D. 2400 m²



Câu 118: Cho parabol (P) $y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Tìm A, B sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

HD:



Giả sử $A(a; a^2), B(b; b^2) \in (P) (b > a)$ sao cho $AB = 2$

Phương trình đường thẳng AB: $y = (b+a)x - ab$

Gọi S là diện tích hình phẳng cần tìm, ta có

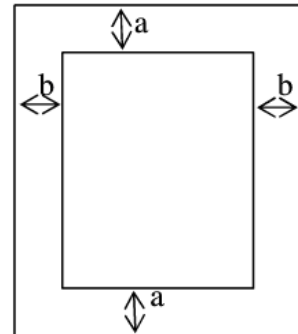
$$S = \int_a^b |(b+a)x - ab - x^2| dx = \int_a^b [(b+a)x - ab - x^2] dx = \frac{1}{6}(b-a)^3$$

Vì $AB = 2$ nên $|b-a| = b-a \leq 2$

$$\Rightarrow S \leq \frac{4}{3}$$

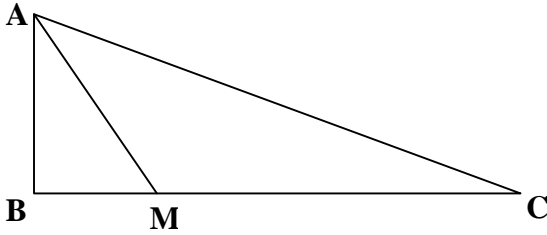
Câu 119: Một cơ sở in sách xác định rằng: Diện tích của toàn bộ trang sách là S (cm²). Do yêu cầu kỹ thuật nên dòng đầu và dòng cuối phải cách mép (trên và dưới) trang sách là a (cm). Lề bên trái và lề bên phải cũng cách mép là b (cm). Các kích thước của trang sách là bao nhiêu để cho diện tích phần in các chữ có giá trị lớn nhất.

- A. $\sqrt{\frac{b}{a}}, \sqrt{\frac{aS}{b}}$ B. $\sqrt{\frac{bS}{a}}, \sqrt{\frac{a}{b}}$
 C. $\sqrt{\frac{bS}{a}}, \sqrt{\frac{S}{b}}$ D. $\sqrt{\frac{bS}{a}}, \sqrt{\frac{aS}{b}}$



Câu 120: Nhà của 3 bạn A, B, C nằm ở 3 vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B (như hình vẽ), $AB = 10$ km; $BC = 25$ km và 3 bạn tổ chức họp mặt ở nhà bạn C. Bạn B hẹn chờ bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC. Từ nhà, bạn A đi xe buýt đến điểm hẹn M với tốc độ 30km/h và từ M hai

bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C bằng xe máy với tốc độ 50km/h. Hỏi điểm hẹn M cách nhà bạn B bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất ?



A. 5 km

B. 7,5 km

C. 10 km

D. 12,5 km

HD:Đặt $BM = x$ (km), $x \geq 0$

Thời gian để bạn A di chuyển từ A đến M rồi đến nhà C là: $t(x) = \frac{\sqrt{100+x^2}}{30} + \frac{25-x}{50}$ (h)

Lập bảng biến thiên, ta tìm được giá trị nhỏ nhất của $t(x)$ là $\frac{23}{30}$ khi $x = \frac{15}{2}$

Chọn đáp án B

Câu 121:

Ông A gửi tiết kiệm 100 triệu đồng gửi vào ngân hàng với lãi suất 5% một năm. Ông B cũng đem 100 triệu đồng gửi vào ngân hàng với lãi suất $\frac{5}{12}$ % một tháng. Sau 10 năm, hai ông A và B cùng đến ngân hàng rút tiền ra. Khẳng định nào sau đây là đúng ? (Lưu ý: tiền lãi được tính theo công thức lãi kép và được làm tròn đến hàng triệu)

A. Số tiền của hai ông A, B khi rút ra là như nhau.

B. Ông B có số tiền nhiều hơn ông A là 1 triệu.

C. Ông B có số tiền nhiều hơn ông A là 2 triệu.

D. Ông B có số tiền nhiều hơn ông A là 3 triệu.

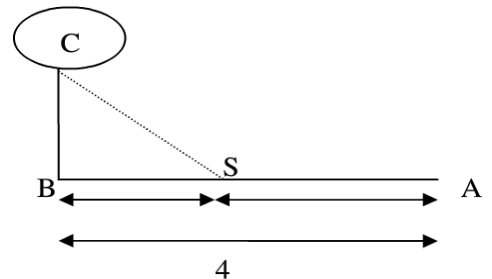
HD:

Sau 10 năm:

- Số tiền của ông A có được: $100.000.000(1+5\%)^{10} \approx 163.000.000$. (làm tròn đến hàng triệu)
- Số tiền của ông B có được: $100.000.000(1+5/12\%)^{120} \approx 165.000.000$. (làm tròn đến hàng triệu)

Chọn đáp án C

Câu 122: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C. khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, trên mặt đất là 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất.

A. $\frac{15}{4}$ km**B.** $\frac{13}{4}$ kmC. $\frac{10}{4}$ D. $\frac{19}{4}$ 

Câu 123: Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$ có đồ thị là (C). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) với $y < 0$ và trục hoành, S' là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) với $y > 0$ và trục hoành. Với giá trị nào của m thì $S = S'$?

A. $m = 2$

B. $m = \frac{2}{9}$

C. $m = \frac{20}{9}$

D. $m = 1$

HD:Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - 4x^2 + m = 0$ (*)Đặt $x^2 = t$; $t \geq 0$, phương trình trở thành: $t^2 - 4t + m = 0$ (**)Để $S > 0$, $S' > 0$ thì $0 < m < 4$. Khi đó (*) có 4 nghiệm phân biệt $-\sqrt{t_2}; -\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1}; \sqrt{t_2}$ với $t_1; t_2, (t_1 < t_2)$

là hai nghiệm dương phân biệt của (**)

Do ĐTHS hàm bậc 4 nhận Oy làm trục đối xứng nên

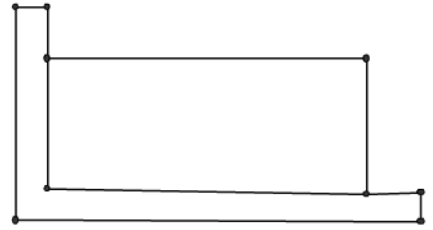
$$S = S' \Leftrightarrow \int_0^{\sqrt{t_1}} (x^4 - 4x^2 + m) dx = \int_{\sqrt{t_2}}^{\sqrt{t_1}} (x^4 - 4x^2 + m) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{\sqrt{t_2}} (x^4 - 4x^2 + m) dx = 0 \Leftrightarrow \frac{t_2^2}{5} - \frac{4t_2}{3} + m = 0$$

Kết hợp với (**) ta được $m = \frac{20}{9}$.

Câu 124: Một cửa hàng bán thú kiềng cần làm một chuồng thú hình chữ nhật sao cho phần cần làm hàng rào là 20 m. Chú ý rằng, hình chữ nhật này có hai cạnh trùng với mép của hai bức tường trong góc nhà nên không cần rào. Các cạnh cần rào của hình chữ nhật là bao nhiêu để diện tích của nó là lớn nhất ?

- A. Mỗi cạnh là 10 m B. Mỗi cạnh là 9 m
C. Mỗi cạnh là 12 m D. Mỗi cạnh là 5 m



Câu 125: Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Ký hiệu $(a; b)$ là kết quả xảy ra sau khi gieo, trong đó a, b lần lượt là số chấm xuất hiện lần thứ nhất, thứ hai. Gọi A là biến cố số chấm xuất hiện trên hai lần gieo như nhau. Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là tập hợp con của tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $|z + 2 + 3i| \leq 12$ B. $|z + 2 + 3i| = 10$
C. $|z + 2 + 3i| \leq 13$ D. $|z + 2 + 3i| \leq 11$

HD:Ta có $A = \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (5;5), (6;6)\}$ Gọi $z = x + yi$; $x, y \in R$ khi đó $|z + 2 + 3i| = \sqrt{(x+2)^2 + (y+3)^2}$ Giả sử $|z + 2 + 3i| \leq R \Rightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y+3)^2} \leq R$

$$\Rightarrow (x+2)^2 + (y+3)^2 \leq R^2.$$

Khi đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là những điểm thuộc miền trong và trên đường tròn tâm $I(-2; -3)$ và bán kính R.

Để tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là tập hợp con của tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thì $IM \leq R$; $\forall M \in A$

Khi đó ta được $R=13$

Câu 126: Một người có một dải ruy băng dài 130cm, người đó cần bọc dải ruy băng đó quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải dây duy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là là nhiều ?



A. $4000\pi \text{ cm}^3$

B. $1000\pi \text{ cm}^3$

C. $2000\pi \text{ cm}^3$

D. $1600\pi \text{ cm}^3$

HD:

Gọi $x(\text{cm})$; $y(\text{cm})$ lần lượt là bán kính đáy và chiều của hình trụ ($x, y > 0$; $x < 30$).

Dài dây duy băng còn lại khi đã thắt nơ là: 120 cm

Ta có $(2x + y) \cdot 4 = 120 \Leftrightarrow y = 30 - 2x$

Thể tích khối hộp quà là: $V = \pi x^2 \cdot y = \pi x^2(30 - 2x)$

Thể tích V lớn nhất khi hàm số $f(x) = x^2(30 - 2x)$ với $0 < x < 30$ đạt giá trị lớn nhất.

$f'(x) = -6x^2 + 60x$, cho $f'(x) = -6x^2 + 60x = 0 \Rightarrow x = 10$

Lập bảng biến thiên, ta thấy thể tích đạt giá trị lớn nhất là $V = 1000\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 127:

Trong một ban hợp ca, coi mọi ca sĩ đều hát với cường độ âm và coi cùng tần số. Khi một ca sĩ hát thì cường độ âm là 68dB. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ âm là 80dB. Tính

số ca sĩ có trong ban hợp ca đó, biết mức cường độ âm L được tính theo công thức $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$

trong đó I là cường độ âm và I_0 là cường độ âm chuẩn

A. 16 người

B. 12 người

C. 10 người

D. 18 người

HD:

Gọi I_1 ; I_n lần lượt là cường độ âm của một người và của n người.

Ta có $I_n = nI_1 \Rightarrow n = \frac{I_n}{I_1}$

Ta có $L_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 68$; $L_n = 10 \log \frac{I_n}{I_0} = 80$

Khi đó $L_n - L_1 = 10 \log \frac{I_n}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_n}{I_1}$

$n = \frac{I_n}{I_1} = 10^{\frac{L_n - L_1}{10}} = 10^{\frac{6}{10}} \approx 15,89$

Vậy có 16 ca sĩ.

Câu 128:

Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $a(\text{m/s})$ thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + a(\text{m/s})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ vận tốc ban đầu a của ô tô là bao nhiêu, biết từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô di chuyển được 40 mét.

A. $a = 20$ B. $a = 10$ C. $a = 40$ D. $a = 25$

HD:

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 nên $-5t + a = 0 \Leftrightarrow t = \frac{a}{5}$

$$\text{Ta có } S = \int_0^{\frac{a}{5}} v(t) dt = \int_0^{\frac{a}{5}} (-5t + a) dt = \frac{1}{10} a^2$$

$$S = 40 \Leftrightarrow \frac{1}{10} a^2 = 40 \Leftrightarrow a = 20$$

Câu 129: Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $f(x) = Ae^{rx}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), x (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần

- A. $5 \ln 20$ (giờ) B. $5 \ln 10$ (giờ) **C.** $10 \log_5 10$ (giờ) D. $10 \log_5 20$ (giờ)

HD:

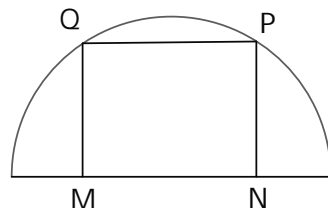
Gọi thời gian cần tìm là t . Ta có: $5000 = 1000 \cdot e^{10r}$ nên $r = \frac{\ln 5}{10}$.

Do đó, $10000 = 1000 \cdot e^{rt}$ suy ra $t = \frac{\ln 10}{r} = \frac{10 \ln 10}{\ln 5} = 10 \log_5 10$ giờ nên chọn câu C.

Câu 130: Cho hình chữ nhật MNPQ nội tiếp trong nửa đường tròn

bán kính R . Chu vi hình chữ nhật lớn nhất khi tỉ số $\frac{MN}{MQ}$ bằng:

- A. 2 **B.** 4
C. 1 D. 0,5



Câu 131: Một người thợ mộc cần xây một căn phòng hình chữ nhật bằng gỗ với chu vi là 54m. Các cạnh của căn phòng là bao nhiêu để diện tích của căn phòng là lớn nhất?

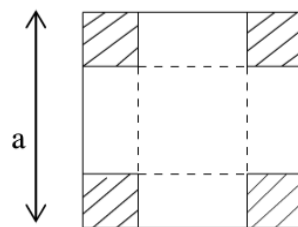
- A. $\frac{21}{4}$ **B.** $\frac{27}{2}$ C. $\frac{25}{2}$ D. $\frac{27}{4}$

Câu 132: Giám đốc của nhà hát A đang phân vân trong việc xác định giá vé xem các chương trình được chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng, nó sẽ quyết định nhà hát thu được lợi nhuận hay bị tổn thất. Theo những cuốn sổ ghi chép, ông ta xác định rằng: Nếu giá vé vào cửa là 20\$ thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng tiền vé lên 1\$ mỗi người thì sẽ mất 100 khách hàng trong số trung bình. Trung bình mỗi khách hàng dành 1,8\$ cho việc uống nước trong nhà hát. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa bao nhiêu để tổng thu nhập lớn nhất.

- A. giá vé là 14,1 \$ B. giá vé là 14 \$ C. giá vé là 12,1 \$ **D.** giá vé là 15 \$

Câu 133: Từ một tấm bìa cứng hình vuông cạnh a , người ta cắt bốn góc bốn hình vuông bằng nhau rồi gấp lại tạo thành một hình hộp không nắp. Tìm cạnh của hình vuông bị cắt để thể tích hình hộp lớn nhất.

- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{8}$
C. $\frac{a}{3}$ **D.** $\frac{a}{6}$



Câu 134: Xét các hình chữ nhật được lát khít bởi các cặp gạch lát hình vuông có tổng diện tích là 1, việc lát được thực hiện theo cách: hai hình vuông được xếp nằm hoàn toàn trong hình chữ nhật mà phần trong của chúng không đè lên nhau, các cạnh của hai hình vuông thì nằm trên hoặc song song với các cạnh của hình chữ nhật. Khi đó giá trị bé nhất của diện tích hình chữ nhật nêu trên là:

A. $2 + \sqrt{2}$

B. $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{2})4$

C. $1 - \sqrt{2}$

D. $1 + \sqrt{2}$

HD:

Hình chữ nhật nhỏ nhất chứa cặp gạch lát vuông (có tổng diện tích là $f(x) = x^2 + x\sqrt{1-x^2}$

với $x \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{1-x^2}$ ta tìm được tại $x = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}}$

có giá trị bé nhất của $f(x) = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{2}) \approx 1,20711$

$\sqrt{1-x^2}$	x

Câu 135: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t (giây) tại đó vận tốc v(m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là:

A. $t = 2$

B. $t = 3$

C. $t = 4$

D. $t = 5$

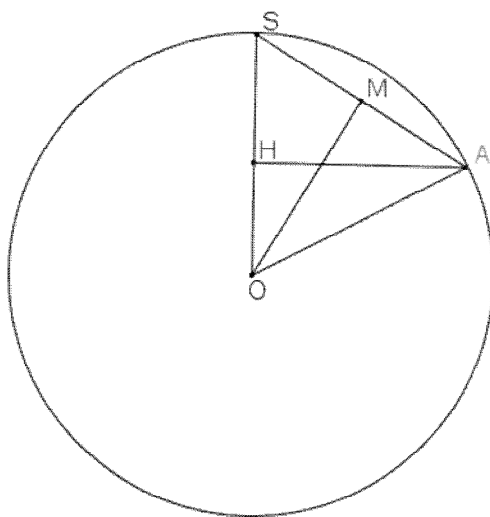
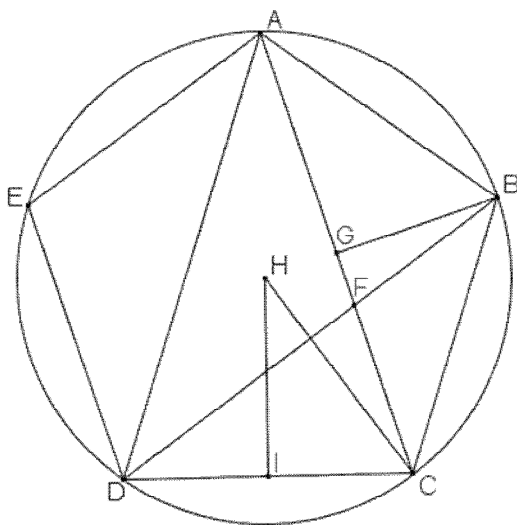
Câu 136: Thể tích của khối hai mươi mặt đều cạnh $a = 1$ đơn vị là:

A. $\frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$ (đơn vị thể tích);

B. $\frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$ (đơn vị thể tích);

C. $\frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$ (đơn vị thể tích);

D. $\frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$ (đơn vị thể tích)



HD:

Xét ngũ giác đều ABCDE cạnh là 1 và có tâm đường tròn H.

G, I lần lượt là trung điểm AC, DC. Gọi AC và BD cắt nhau tại F, đặt $AC = d$

tam giác ADC có DF là phân giác

$$\frac{DC}{FC} = \frac{DA}{FA} = \frac{DC + DA}{FC + FA} = \frac{1 + d}{d} \quad (1)$$

Có $\triangle CDF \sim \triangle CDA \Rightarrow \frac{DC}{FC} = \frac{AC}{DC} = d \quad (2)$

$$\text{Từ } 1, 2 \Rightarrow d = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow GB = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$$

$$\Delta HIC \sim \Delta AGB \Rightarrow HC = \sqrt{\frac{2}{5-\sqrt{5}}}$$

+ 5 mặt có một điểm chung của hình khối tại thành hình chóp ngũ giác đều S.ABCDE có cạnh bên = cạnh đáy, H là tâm ngoại tiếp ABCDE. Có SH vuông góc HA

$$SH^2 = SA^2 - HA^2 = \frac{5-\sqrt{5}}{10}$$

gọi O là tâm khối 20 mặt đều, gọi M là trung điểm SA

$$\text{có } \Delta SMO \sim \Delta SHA \Rightarrow \frac{SO}{SM} = \frac{SH}{SA} \Rightarrow SO = \frac{1}{4} \sqrt{2(5+\sqrt{5})}$$

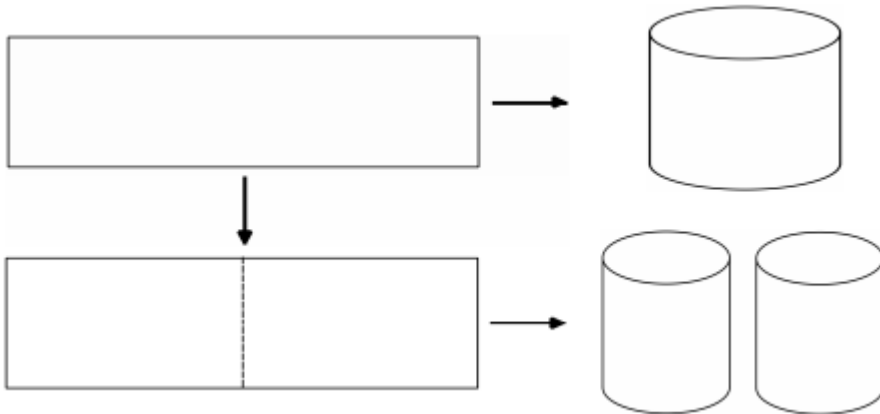
$$\text{gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp SAB, } JS = \frac{\sqrt{3}}{3}; OJ^2 = OS^2 - JS^2 = \frac{7+3\sqrt{5}}{24}$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$$

Câu 137: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50cm × 240cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

Câu 138: Chuyện kể rằng: "Ngày xưa, ở đất nước Ấn Độ có một vị quan dâng lên nhà vua một bàn cờ có 64 ô kèm theo cách chơi cờ. Nhà vua thích quá, bảo rằng: "Ta muốn dành cho khanh một phần thưởng thật xứng đáng. Vậy khanh thích gì nào?" Vị quan tâu "Hạ thần chỉ xin Bộ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: "Bàn cờ có 64 ô thì với ô thứ nhất thần xin nhận một hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ hai, ô sau nhận số hạt gạo đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Thoạt đầu nhà Vua rất ngạc nhiên vì phần thưởng quá khiêm tốn nhưng đến khi những người lính vét sạch đến hạt thóc cuối cùng trong kho gạo của triều đình thì nhà Vua mới kinh ngạc mà nhận ra rằng: "Số thóc này là một số vô cùng lớn, cho đi có gom hết số thóc của cả nước cũng không thể đủ cho một bàn cờ chỉ có vồn vẹn 64 ô!". Bạn hãy tính xem số hạt thóc mà nhà vua cần để ban cho vị quan là một số có bao nhiêu chữ số?

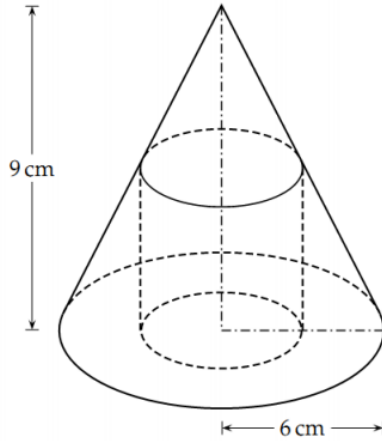
A. 21

B. 22

C. 19

D. 20

Câu 139: Một hình nón có bán kính đáy bằng 6 cm và chiều cao bằng 9 cm. Tính thể tích lớn nhất của khối trụ nội tiếp trong hình nón.

A. 36π B. 54π **C. 48π** D. $\frac{81}{2}\pi$

Câu 140: Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_1 là

tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$;**B. 1;**

C. 2;

D. $\frac{6}{5}$.

Câu 141: Một người gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép như sau: Mỗi tháng người này tiết kiệm một số tiền cố định là X đồng rồi gửi vào ngân hàng theo kì hạn một tháng với lãi suất 0,8%/tháng. Tìm X để sau ba năm kể từ ngày gửi lần đầu tiên người đó có được tổng số tiền là 500 triệu đồng.

A. $X = \frac{4 \cdot 10^6}{1,008^{37} - 1}$

B. $X = \frac{4 \cdot 10^6}{1 - 0,008^{37}}$

C. $X = \frac{4 \cdot 10^6}{1,008(1,008^{36} - 1)}$

D. $X = \frac{4 \cdot 10^6}{1,008^{36} - 1}$

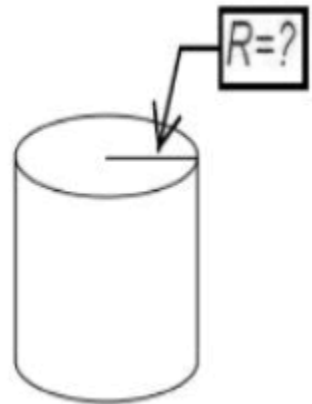
Câu 142: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng V và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy R bằng:

A. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

B. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$

C. $R = \sqrt{\frac{V}{2\pi}}$

D. $R = \sqrt{\frac{V}{\pi}}$



Câu 40: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích 27cm^3 . Với chiều cao h và bán kính đáy là r . Tìm r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất.

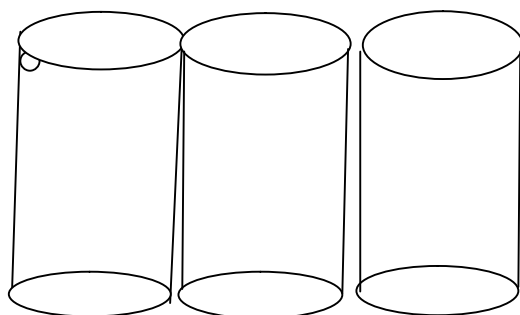
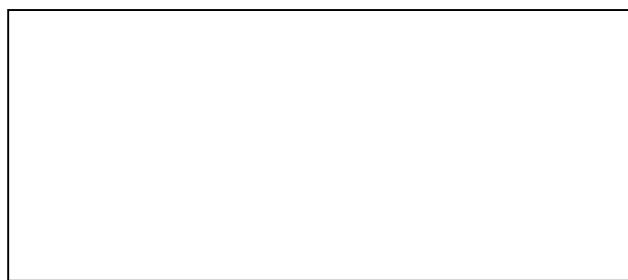
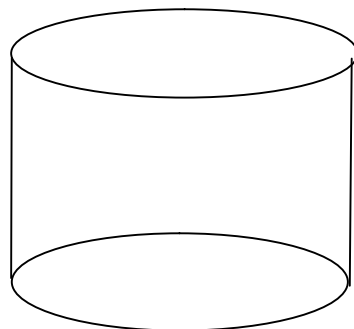
A. $r = \sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$

B. $r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$

C. $r = \sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$

D. $r = \sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$

Câu 143: Từ tấm tôn hình chữ nhật cạnh $90\text{cm} \times 180\text{cm}$ người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 80cm theo 2 cách (Xem hình minh họa dưới)



Cách 1. Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng

Cách 2. Cắt tấm tôn ban đầu thành 3 tấm bằng nhau và gò các tấm đó thành mặt xung quanh của thùng.

Ký hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách thứ nhất và V_2 là tổng thể tích của ba thùng gò

được theo cách thứ 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 3

D. 2

HD: Vì các thùng đều có chung chiều cao nên: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_{day1}}{S_{day2}}$

+) Diện tích đáy 1: S_{day1}

Chu vi đáy 1: $2\pi r_1 = 180 \Rightarrow r_1 = \frac{90}{\pi}$; $S_{day1} = \pi r_1^2 = \frac{90^2}{\pi}$

+) Diện tích đáy 1: S_{day2}

Chu vi đáy 1: $2\pi r_2 = 60 \Rightarrow r_2 = \frac{30}{\pi}$; $S_{day2} = \pi r_2^2 = \frac{30^2}{\pi} \Rightarrow 3 S_{day2} = \frac{3 \cdot 30^2}{\pi}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_{day1}}{S_{day2}} = 3$

Câu 144: Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được quãng đường $s(t)$ (km) là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) theo quy tắc sau: $s(t) = e^{t^2+3} + 2t.e^{3t+1}$ (km). Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian).

- A. $5e^4$ (km/s) **B. $3e^4$** (km/s) C. $9e^4$ (km/s) D. $10e^4$ (km/s)

HD: Ta có công thức vận tốc:

$$v(t) = s'(t) = (e^{t^2})' + (2t.e^{3t+1})' = 2t.e^{t^2+3} + (6t+2)e^{3t+1}$$

Với $t = 1$ ta có: $10e^4$ (km/s). Đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp:

$$v(t) = s'(t) = (e^{t^2})' + (2t.e^{3t+1})' = e^{t^2} + (6t+2).e^{3t+1}$$

(do không biết đạo hàm $e^{t^2} \rightarrow$ đáp án C)

$$v(t) = s'(t) = (e^{t^2})' + (2t.e^{3t+1})' = e^{t^2} + 2.e^{3t+1}$$

(do học vẹt đạo hàm e^x luôn không đổi)

Câu 145: Cối xay gió của Đôn ki hô tê (từ tác phẩm của Xéc van téc). Phần trên của cối xay gió có dạng một hình nón. Chiều cao của hình nón là 40 cm và thể tích của nó là 18000 cm^3 . Tính bán kính của đáy hình nón (làm tròn đến kết quả chữ số thập phân thứ hai).

- A. 12 cm **B. 21 cm** C. 11 cm D. 20 cm

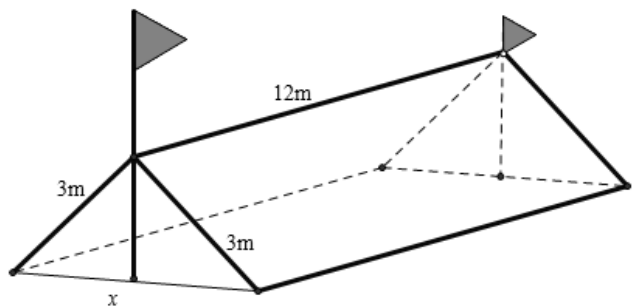
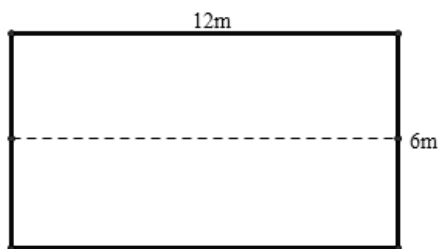
HD:

Theo đề bài ta có: $V = 18000 \text{ cm}^3, h = 40 \text{ cm}$. Do đó, ta có:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 18000}{40\pi}} \Rightarrow r \approx 20,72 \text{ cm}$$

Vậy bán kính của hình tròn là $r = 21 \text{ cm}$

Câu 146: Trong đợt chào mừng ngày 26/03/2016, trường THPT Lương Tài số 2 có tổ chức cho học sinh các lớp tham quan dã ngoại ngoài trời, trong số đó có lớp 12A11. Để có thể có chỗ nghỉ ngơi trong quá trình tham quan dã ngoại, lớp 12A11 đã dựng trên mặt đất bằng phẳng 1 chiếc lều bằng bạt từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 12m và chiều rộng là 6m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau x m (xem hình vẽ). Tìm x để khoảng không gian phía trong lều là lớn nhất?



- A. $x = 4$ B. $x = 3\sqrt{3}$ C. $x = 3$ **D. $x = 3\sqrt{2}$**

Câu 147: Trong phòng thí nghiệm sinh học người ta quan sát 1 tế bào sinh dục sơ khai của ruồi giấm với bộ nhiễm sắc thể $2n = 8$, nguyên phân liên tiếp k lần, thì thấy rằng: Sau khi kết thúc k lần nguyên phân thì số nhiễm sắc thể đơn mà môi trường cần cung cấp cho quá trình phân bào là 2040. Tính k ?

A. $k = 6$

B. $k = 8$

C. $k = 9$

D. $k = 7$

Câu 148: Một kim tự tháp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 154m; độ dài cạnh đáy là 270m. Khi đó thể tích của khối kim tự tháp là:

A. 3.742.200

B. 3.640.000

C. 3.500.000

D. 3.545.000

Câu 149: Do nhu cầu sử dụng các nguyên liệu thân thiện với môi trường. Một công ty sản xuất bóng tennis muốn thiết kế một hộp làm bằng giấy cứng để đựng 4 quả bóng tennis có bán kính bằng r , hộp đựng có dạng hình hộp chữ nhật theo 2 cách như sau:

Cách 1: Mỗi hộp đựng 4 quả bóng tennis được đặt dọc, đáy là hình vuông cạnh $2r$, cạnh bên bằng $8r$.

Cách 2: Mỗi hộp đựng 4 quả bóng tennis được xếp theo một hình vuông, đáy của hộp là hình vuông cạnh bằng $4r$, cạnh bên bằng $2r$.

Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hộp theo cách 1, S_2 là diện tích toàn phần của hộp theo cách 2.

Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

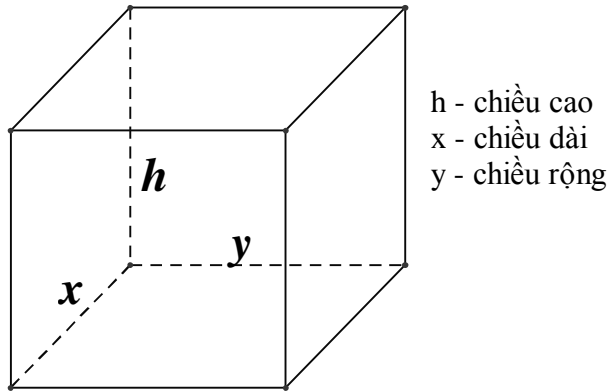
A. $\frac{9}{8}$

B. 1

C. 2

D. $\frac{2}{3}$

Câu 150: Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $3(\text{m}^3)$. Tỉ số giữa chiều cao của hố (h) và chiều rộng của đáy (y) bằng 4. Biết rằng hố ga chỉ có các mặt bên và mặt đáy (tức không có mặt trên). Chiều dài của đáy (x) gần nhất với giá trị nào ở dưới để người thợ tốn ít nguyên vật liệu để xây hố ga.



A. 1

B. 1,5

C. 2

D. 2,5

Câu 151: Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái lọ hình trụ là:

A. $16\pi r^2$

B. $18\pi r^2$

C. $9\pi r^2$

D. $36\pi r^2$