

ĐỀ CHÍNH THỨC

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA

Chủ đề - mạch kiến thức kỹ năng		Mức độ nhận thức				Cộng
		Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng (1)	Vận dụng cấp cao (2)	
Hàm số bậc ba	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.	1 3,0đ				1 3,0đ
	Dựa vào đồ thị, tìm m để phương trình có nghiệm.	1 1,5đ				1 1,5đ
	Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị tại điểm cho trước.		1 1,5đ			1 1,5đ
Hàm số phân thức: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0$, $ad - bc \neq 0$)	Tìm giao điểm của đồ thị với đường thẳng.		1 1,0đ			1 1,0đ
	Tìm điểm thuộc đồ thị thỏa mãn các điều kiện cho trước.			1/2 1,5đ	1/2 1,5đ	1 3,0đ
Tổng toàn bài		2 4,5đ	2 2,5đ	1/2 1,5đ	1/2 1,5đ	5 10,0đ

* Chú thích:

a) Đề được thiết kế với tỉ lệ:

- + 45% nhận biết,
- + 35% thông hiểu,
- + 10% vận dụng (1) và
- + 10% vận dụng (2), tất cả các câu đều tự luận (TL).

b) Cấu trúc bài: 02 câu

c) Cấu trúc câu hỏi:

Số lượng câu hỏi (ý) là: 05

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề 1:

Câu 1.(6,0 điểm) Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Tìm m để phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt: $-x^3 + 3x^2 + m = 0$.
- Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $A(1;0)$.

Câu 2. (4,0 điểm) Cho hàm số: $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C).

- Tìm giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng (d): $y = -x + 3$.
- Tìm trên đồ thị (C) những điểm có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất.

-----Hết-----

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề 2:

Câu 1.(6,0 điểm) Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Tìm m để phương trình sau có 3 nghiệm: $-x^3 - 3x^2 + m - 1 = 0$.
- Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $M(1;2)$.

Câu 2. (4,0 điểm) Cho hàm số: $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có đồ thị (C).

- Tìm giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng (d): $y = x - 1$.
- Tìm trên đồ thị (C) điểm M, sao cho tiếp tuyến tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B và đoạn thẳng AB là ngắn nhất.

-----Hết-----

ĐỀ CHÍNH CHỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bản hướng dẫn gồm 02 trang

I. Hướng dẫn chung

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất trong toàn Tổ.
- 3) Sau khi cộng điểm toàn bài, làm tròn đến một chữ số thập phân.

II. Đáp án và thang điểm

ĐỀ 1:

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM											
1 (6,0 đ)	a) 3,0đ	a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ * Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ - Các khoảng đồng biến $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; khoảng nghịch biến $(0; 2)$. - Cực trị: Hàm số tiêu cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = -2$; đạt cực đại tại $x = 0, y_{CS} = 2$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ - Bảng biến thiên:	0,5											
		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	0,5
		x	$-\infty$	0	2	$+\infty$								
		y'	+	0	-	0	+							
<div><div>y</div><div><div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div></div></div>														

	b) 1,5 đ	<p>b) Phương trình đã cho tương đương với phương trình:</p> $x^3 - 3x^2 + 2 = m + 2 \quad (1)$ <p>Số nghiệm của phương trình (1) chính bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $y = m + 2$.</p> <p>Dựa vào đồ thị, để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:</p> $-2 < m + 2 < 2 \Leftrightarrow -4 < m < 0$	0,5
			0,5
	c) 1,5 đ	<p>c) Ta có: $y'(1) = -3$</p> <p>Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại $A(1;0)$ là:</p> $(\Delta): y = -3(x-1) + 0 \Leftrightarrow y = -3x + 3$	0,75
			0,75
2 (4,0đ)	a) 1,0 đ	<p>a) Phương trình hoành độ giao điểm:</p> $\frac{2x+1}{x+1} = -x+3 \quad (x \neq -1)$ $\Leftrightarrow 2x+1 = (x+1)(-x+3) \Leftrightarrow x^2 = 2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \Rightarrow y = 3 - \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \Rightarrow y = 3 + \sqrt{2} \end{cases}$ <p>Vậy có hai giao điểm cần tìm: $A(\sqrt{2}; 3 - \sqrt{2})$ và $B(-\sqrt{2}; 3 + \sqrt{2})$.</p>	0,25
			0,25
	b) 3,0 đ	<p>b) Giả sử $M_0 \in (C)$, ta có: $M_0\left(x_0; \frac{2x_0+1}{x_0+1}\right)$</p> <p>Đường tiệm cận đứng có phương trình: $x = -1$; đường tiệm cận ngang có phương trình: $y = 2$.</p> <p>Khoảng cách từ M_0 đến tiệm cận đứng: $d_1 = x_0 + 1$;</p> <p>Khoảng cách từ M_0 đến tiệm cận ngang: $d_2 = \frac{1}{ x_0 + 1 }$;</p> <p>Tổng khoảng cách từ M_0 đến hai đường tiệm cận:</p> $d_1 + d_2 = x_0 + 1 + \frac{1}{ x_0 + 1 } \geq 2$ <p>Tổng khoảng cách từ M_0 đến hai đường tiệm cận nhỏ nhất bằng 2 khi và chỉ khi: $x_0 + 1 = \frac{1}{ x_0 + 1 } \Leftrightarrow (x_0 + 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$</p> <p>Vậy có hai điểm cần tìm là: $M(0;1)$ và $M'(-2;3)$</p>	0,25
			0,5
			0,5
			0,75
			0,75
			0,25

***Lưu ý:** Mọi cách giải đúng không như đáp án vẫn cho điểm tối đa.

-----Hết-----

ĐỀ CHÍNH CHỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bản hướng dẫn gồm 02 trang

I. Hướng dẫn chung

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất trong toàn Tổ.
- 3) Sau khi cộng điểm toàn bài, làm tròn đến một chữ số thập phân.

II. Đáp án và thang điểm

ĐỀ 2:

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM												
1 (6,0 đ)	a) 3,0đ	<p>a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$</p> <p>* Sự biến thiên:</p> <p>- Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 + 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$</p> <p>- Các khoảng đồng biến $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$; khoảng nghịch biến $(-2; 0)$.</p> <p>- Cực trị: Hàm số tiêu cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = -2$; đạt cực đại tại $x = 0, y_{CS} = 2$.</p> <p>- Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$</p> <p>- Bảng biến thiên:</p> <table> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+	0,5
		x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$									
		y'		+	0	-	0	+							
		<p>y</p> <p>$-\infty \nearrow 2 \searrow -2 \nearrow +\infty$</p>	0,75												
<p>* Đồ thị:</p>	0,75														
		<p>* Lưu ý:</p> <p>- Nếu HS kết luận các khoảng đồng biến, nghịch biến và cực trị sau khi vẽ bảng biến thiên vẫn cho điểm tối đa phần này.</p>													

	<p>b) Phương trình đã cho tương đương với phương trình:</p> $x^3 + 3x^2 - 2 = m - 3 \quad (1)$ <p>Số nghiệm của phương trình (1) chính bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $y = m - 3$.</p> <p>Dựa vào đồ thị, để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:</p> $-2 < m - 3 < 2 \Leftrightarrow 1 < m < 5$	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>c) Ta có: $y'(1) = 9$</p> <p>Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại $M(1;2)$ là:</p> $(\Delta): y = 9(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = 9x - 7$	<p>0,75</p> <p>0,75</p>
<p>2 (4,0đ)</p>	<p>a) Phương trình hoành độ giao điểm:</p> $\frac{2x-3}{x+1} = x-1 \quad (x \neq -1)$ $\Leftrightarrow 2x-3 = (x+1)(x-1) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 \quad (*)$ <p>Phương trình (*) vô nghiệm.</p> <p>Vậy đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = x - 1$ không có giao điểm chung.</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>b) Giả sử $M_0 \in (C)$, ta có: $M_0\left(x_0; \frac{2x_0-3}{x_0+1}\right), (x_0 \neq -1)$</p> <p>Tiếp tuyến tại M_0 là: $(\Delta): y = \frac{5}{(x_0+1)^2}(x - x_0) + \frac{2x_0-3}{x_0+1}$</p> <p>Giả sử tiếp tuyến (Δ) cắt tiệm cận đứng: $x = -1$ tại A và tiệm cận ngang: $y = 2$ tại B, ta có: $A\left(-1; \frac{2x_0-8}{x_0+1}\right)$ và $B(2x_0+1; 2)$</p> <p>Ta có: $AB = \sqrt{(2x_0+2)^2 + \left(\frac{2x_0-8}{x_0+1} - 2\right)^2} = \sqrt{4(x_0+1)^2 + \frac{100}{(x_0+1)^2}} \geq 2\sqrt{10}$</p> <p>Khoảng cách AB nhỏ nhất bằng $2\sqrt{10}$ khi và chỉ khi:</p> $4(x_0+1)^2 = \frac{100}{(x_0+1)^2} \Leftrightarrow (x_0+1)^4 = 5^2 \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \sqrt{5} - 1 \\ x_0 = -\sqrt{5} - 1 \end{cases}$ <p>Vậy có hai điểm cần tìm là: $M(\sqrt{5}-1; 2-\sqrt{5})$ và $M'(-\sqrt{5}-1; 2+\sqrt{5})$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,75</p> <p>0,75</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>

***Lưu ý:** Mọi cách giải đúng không như đáp án vẫn cho điểm tối đa.

-----Hết-----