SỞ GDĐT ĐỒNG NAI
TRƯỜNG THPT XUÂN THỌ

KIỂM TRA 45 PHÚT GIẢI TÍCH LỚP 12
Chương II: **Hàm số lũy thừa, Hàm số mũ và Hàm số lôgarit**

❖ ***Ma trận nhận thức***

Các chủ đề cần đánh giá	**Tầm quan trọng**	**Mức độ nhận thức cao nhất**	**Tổng điểm**	**Quy về thang điểm 10**
1- Khái niệm lũy thừa, lôgarit	15	2	30	1,0
2- Tìm tập xác định và tính đạo hàm, giá trị lớn nhất, nhỏ nhất	25	3	75	2,0
3- Phương trình, BPT mũ và lôgarit	60	4	240	7,0
	100%		345	10,0

❖ ***Ma trận đề kiểm tra***

Các chủ đề cần đánh giá	**Mức độ nhận thức – Hình thức câu hỏi**				**Tổng số câu hỏi, tổng số điểm**
	1	**2**	**3**	**4**	
	TL	TL	TL	TL	
1- Khái niệm lũy thừa, lôgarit	**Câu 1** *1,0*				1 ***1,0***
2- Tìm tập xác định và tính đạo hàm, giá trị lớn nhất, nhỏ nhất		**Câu 2a** *1,0*	**Câu 2b** *1,0*		2 ***2,0***
3- Phương trình, BPT mũ và lôgarit	**Câu 3a** *2,0*	**Câu 3b** *2,0*	**Câu 3c** *2,0*	**Câu 4** *1,0*	4 ***7,0***
Tỉ lệ %	30%	30%	40%		***10,0***

❖ ***Mô tả nội dung trong mỗi ô***

Câu 1: Rút gọn biểu thức lũy thừa

Câu 2a: Tính đạo hàm của hàm số là tích của một hàm đa thức bậc 2 và hàm mũ e^x

Câu 2b: Tìm GTLN, NN của hàm số là tích của một hàm đa thức bậc 2 và hàm $\ln x$.

Câu 3a: Giải phương trình mũ đơn giản bằng cách đặt ẩn phụ để đưa về phương trình bậc hai.

Câu 3b: Giải phương trình mũ bằng cách chia hai vế cho a^x, rồi đặt ẩn phụ.

Câu 4: Chứng minh bất đẳng thức chứa hàm mũ hoặc giải một phương trình mũ và lôgarit bằng cách đánh giá hai vế.

ĐỀ KIỂM TRA

Câu 1 : (1đ) Cho a, b là những số thực dương. Rút gọn biểu thức : $A=\dfrac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{5}{4}}}-\dfrac{b^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}}$

Câu 2 : (2đ)

a) Tính đạo hàm của hàm số : $y=(x^2-2x)e^x$

b) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2\ln x$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};1\right]$

Câu 3 : (6đ) Giải các phương trình và bất phương trình sau :

a) $4.4^x-12.2^x+8=0$ b) $3.4^x-2.6^x=9^x$ c) $4\log_4 x-5\log_x 4+1\le 0$

Câu 4 : Học sinh chọn một trong hai câu a) hoặc b)

a) (1đ) Cho $a+b=c$, với $a>0,\ b>0$. Chứng minh rằng : $a^m+b^m<c^m$, nếu $m>1$.

b) (1đ) Giải phương trình : $2^{x+1}+2^{3-x}=\dfrac{8}{\log_2(x^2-2x+3)}$

Gợi ý giải:

Câu 1 : (1đ) $A=\dfrac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{5}{4}}}-\dfrac{b^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}}=\dfrac{a^{\frac{1}{4}}(1-a^2)}{a^{\frac{1}{4}}(1-a)}-\dfrac{b^{-\frac{1}{2}}(1-b^2)}{b^{-\frac{1}{2}}(b+1)}=1+a-(1-b)=a+b$

Câu 2 : (2đ)

a) $y=(x^2-2x)e^x$; $y'=(2x-2)e^x+(x^2-2x)e^x=(x^2-2)e^x$

b) Hàm số $y=x^2\ln x$ liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2};1\right]$

$y'=2x.\ln x+x=x(2\ln x+1)=0$. Trên đoạn $\left[\frac{1}{2};1\right]$ $y'=0\Leftrightarrow \ln x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{1}{\sqrt{e}}$

Ta có : $y\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=-\frac{1}{2e}<y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}\ln\frac{1}{2}<y(1)=0$. Suy ra : $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]} y=-\frac{1}{2e}$; $\max\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]} y=0$

Câu 3 : (6đ)

a) $4.4^x-12.2^x+8=0\Leftrightarrow 4.2^{2x}-12.2^x+8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=1\\2^x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

b) $3.4^x-2.6^x=9^x\Leftrightarrow 3.\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}-2.\left(\frac{2}{3}\right)^x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^x=1\\\left(\frac{2}{3}\right)^x=-\frac{1}{3}(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=0$

c) $4\log_4 x-5\log_x 4+1\le 0$. ĐK : $x>0; x\ne 1$

Với điều kiện đó, BPT $\Leftrightarrow 4\log_4 x-\dfrac{5}{\log_4 x}+1\le 0$. Đặt $t=\log_4 x$ $(t\ne 0)$, BPT trở thành :

$4t-\frac{5}{t}+1\le 0\Leftrightarrow\frac{4t^2+t-5}{t}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\le-\frac{5}{4}\\0<t\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_4 x\le-\frac{5}{4}\\0<\log_4 x\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le\frac{\sqrt{2}}{8}\\1<x\le 4\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện, nghiệm của bất phương trình là : $0<x\le\frac{\sqrt{2}}{8}$, $1<x\le 4$

Câu 4 :

a) (1đ)

Ta có : $a^m+b^m<c^m\Leftrightarrow\left(\frac{a}{c}\right)^m+\left(\frac{b}{c}\right)^m<1$

Do : $\frac{a}{c}<1$, $\frac{b}{c}<1$ nên : $m>1\Rightarrow\left(\frac{a}{c}\right)^m<\left(\frac{a}{c}\right)^1=\frac{a}{c}$ và $\left(\frac{b}{c}\right)^m<\frac{b}{c}$

Suy ra : $\left(\frac{a}{c}\right)^m + \left(\frac{b}{c}\right)^m < \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} = 1$ (đpcm)

b) (1đ) Xét phương trình : $2^{x+1} + 2^{3-x} = \frac{8}{\log_2(x^2-2x+3)}$ (1)

Ta có : $2^{x+1} + 2^{3-x} = 2.2^x + \frac{8}{2^x} \geq 2\sqrt{16} = 8$ (Cô-si) $\Leftrightarrow VT(1) \geq 8, \forall x \in \mathbb{R}$

và : $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2 \Rightarrow \log_2(x^2-2x+3) \geq 1 \Leftrightarrow \frac{8}{\log_2(x^2-2x+3)} \leq 8 \Leftrightarrow VP(1) \leq 8, \forall x \in \mathbb{R}$

Từ đó : $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} VT(1) = 8 \\ VP(1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 3-x \\ x-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$

Vậy : $x = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình (1).