ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TRẮC NGHIỆM NÂNG CAO

MŨ - LÔGARIT

(CHINH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10)

(CÓ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT)

ÔN THI THPT QUỐC GIA

LŨY THỪA – MŨ – LÔGARIT

A – LÝ THUYẾT CHUNG

I. LŨY THỪA

1. Định nghĩa luỹ thừa

Số mũ α	**Cơ số a**	**Luỹ thừa a^α**
$\alpha = n \in N^*$	$a \in R$	$a^\alpha = a^n = a.a......a$ (n thừa số a)
$\alpha = 0$	$a \neq 0$	$a^\alpha = a^0 = 1$
$\alpha = -n\,(n \in N^*)$	$a \neq 0$	$a^\alpha = a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\alpha = \frac{m}{n}(m \in Z, n \in N^*)$	$a > 0$	$a^\alpha = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ $(\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a)$
$\alpha = \lim r_n\ (r_n \in Q, n \in N^*)$	$a > 0$	$a^\alpha = \lim a^{r_n}$

2. Tính chất của luỹ thừa

- Với mọi a > 0, b > 0 ta có:

$$a^\alpha.a^\beta = a^{\alpha+\beta}\ ;\ \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}\ ;\ (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha.\beta};\ (ab)^\alpha = a^\alpha.b^\alpha\ ;\ \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

- $a > 1:\ a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$; $\quad 0 < a < 1:\ a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$

- Với 0 < a < b ta có:

$a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0$; $\qquad a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$

Chú ý: *+ Khi xét luỹ thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.*

+ Khi xét luỹ thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.

3. Định nghĩa và tính chất của căn thức

- Căn bậc n của a là số b sao cho $b^n = a$.
- Với a, b ≥ 0, m, n ∈ N*, p, q ∈ Z ta có:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b};\quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\,(b > 0);\quad \sqrt[n]{a^p} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^p\,(a > 0);\quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

Neáu $\frac{p}{n} = \frac{q}{m}$ thì $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q}$ $(a > 0)$; Đặc biệt $\sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^m}$

- Nếu n là số nguyên dương lẻ và a < b thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

  Nếu n là số nguyên dương chẵn và 0 < a < b thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

Chú ý:

+ Khi n lẻ, mỗi số thực a chỉ có một căn bậc n. Kí hiệu $\sqrt[n]{a}$.

+ Khi n chẵn, mỗi số thực dương a có đúng hai căn bậc n là hai số đối nhau.

I. HÀM SỐ LŨY THỪA

) Hàm số luỹ thừa $y = x^{\alpha}$ (α là hằng số)

Số mũ α	**Hàm số** $y = x^{\alpha}$	**Tập xác định D**
α = n (n nguyên dương)	$y = x^n$	D = R
α = n (n nguyên âm hoặc n = 0)	$y = x^n$	D = R \ {0}
α là số thực không nguyên	$y = x^{\alpha}$	D = (0; +∞)

Chú ý: *Hàm số* $y = x^{\frac{1}{n}}$ *không đồng nhất với hàm số* $y = \sqrt[n]{x}$ $(n \in N^*)$.

) Đạo hàm

- $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$ $(x > 0)$; $(u^{\alpha})' = \alpha u^{\alpha-1}.u'$

Chú ý: $.\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ $\begin{pmatrix} vôùi\ x > 0\ neáu\ n\ chaün \\ vôùi\ x \neq 0\ neáu\ n\ leû \end{pmatrix}$

$\left(\sqrt[n]{u}\right)' = \dfrac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

II. LÔGARIT

. Định nghĩa

- Với a > 0, a ≠ 1, b > 0 ta có: $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^{\alpha} = b$

Chú ý: $\log_a b$ *có nghĩa khi* $\begin{cases} a > 0, a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

- Logarit thập phân: $\lg b = \log b = \log_{10} b$
- Logarit tự nhiên (logarit Nepe): $\ln b = \log_e b$ (với $e = \lim\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n \approx 2,718281$)

. Tính chất

- $\log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$; $\log_a a^b = b$; $a^{\log_a b} = b\ (b > 0)$
- Cho a > 0, a ≠ 1, b, c > 0. Khi đó:

  + Nếu a > 1 thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

  + Nếu 0 < a < 1 thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$

. Các qui tắc tính logarit

Với a > 0, a ≠ 1, b, c > 0, ta có:

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ • $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ • $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

4. Đổi cơ số

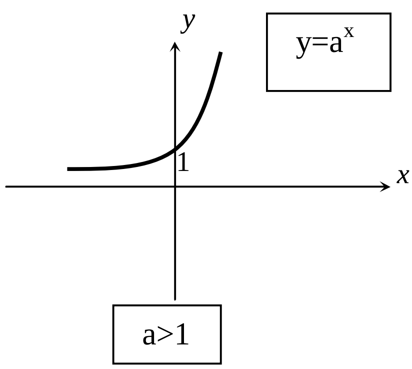
Với a, b, c > 0 và a, b ≠ 1, ta có:

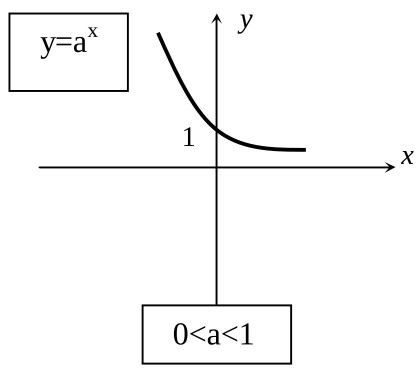
- $\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$ hay $\log_a b.\log_b c = \log_a c$
- $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
- $\log_{a^\alpha} c = \dfrac{1}{\alpha}\log_a c \ (\alpha \neq 0)$

IV. HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT

1) Hàm số mũ $y = a^x$ (a > 0, a ≠ 1).

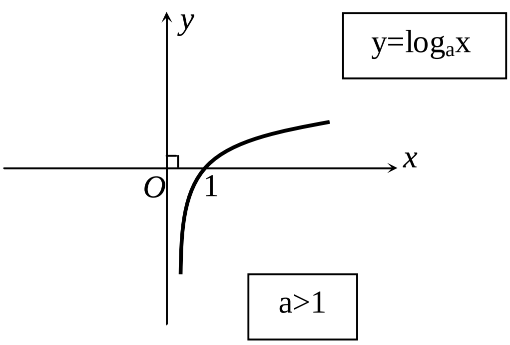
- Tập xác định: D = R.
- Tập giá trị: T = (0; +∞).
- Khi a > 1 hàm số đồng biến, khi 0 < a < 1 hàm số nghịch biến.
- Nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.
- Đồ thị:

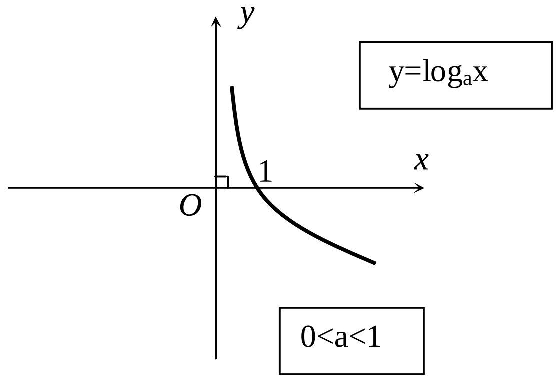




2**) Hàm số logarit** $y = \log_a x$ (a > 0, a ≠ 1)

- Tập xác định: D = (0; +∞).
- Tập giá trị: T = R.
- Khi a > 1 hàm số đồng biến, khi 0 < a < 1 hàm số nghịch biến.
- Nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
- Đồ thị:





) Giới hạn đặc biệt

- $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = e$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x}-1}{x} = 1$

) Đạo hàm

- $\left(a^{x}\right)' = a^{x}\ln a$; $\left(a^{u}\right)' = a^{u}\ln a.u'$

  $\left(e^{x}\right)' = e^{x}$; $\left(e^{u}\right)' = e^{u}.u'$

- $\left(\log_{a}|x|\right)' = \frac{1}{x\ln a}$; $\left(\log_{a}|u|\right)' = \frac{u'}{u\ln a}$

  $\left(\ln|x|\right)' = \frac{1}{x}$ $(x>0)$; $\left(\ln|u|\right)' = \frac{u'}{u}$

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \dfrac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$. **B.** $S = 19$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 15$.

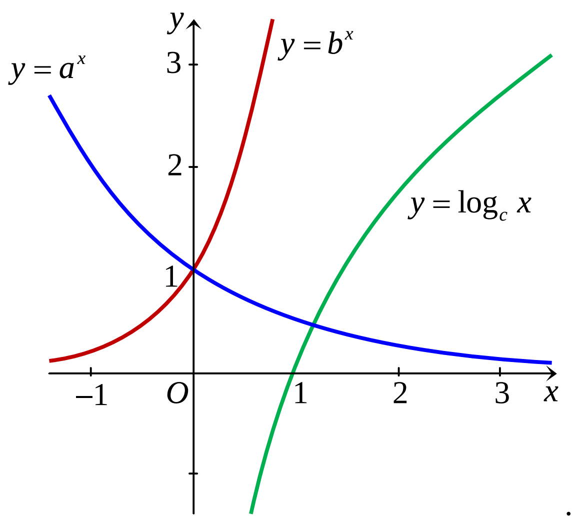
Câu 2: Nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

A. 2^9. **B.** 2^{18}. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 3: Với $a > 0, a \neq 1$, cho biết: $t = a^{\frac{1}{1-\log_a u}}; v = a^{\frac{1}{1-\log_a t}}$. Chọn khẳng định đúng:

A. $u = a\dfrac{-1}{1-\log_a v}$. **B.** $u = a\dfrac{1}{1+\log_a t}$. **C.** $u = a\dfrac{1}{1+\log_a v}$. **D.** $u = a\dfrac{1}{1-\log_a v}$.

Câu 4: Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$.



Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

A. $c < a < b$. **B.** $a < c < b$. **C.** $b < c < a$. **D.** $a < b = c$.

Câu 5: Cho bốn hàm số $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$ (1), $y = \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$ (2), $y = 4^x$ (3), $y = \left(\dfrac{1}{4}\right)^x$ (4) có đồ thị là 4 đường cong theo phía trên đồ thị, thứ tự từ trái qua phải là $(C_1),(C_2),(C_3),(C_4)$ như hình vẽ bên.

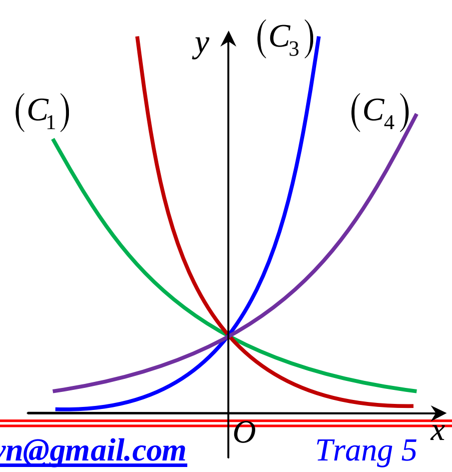
Tương ứng hàm số - đồ thị đúng là

A. $(1)-(C_2),(2)-(C_3),(3)-(C_4),(4)-(C_1)$.

B. $(1)-(C_1),(2)-(C_2),(3)-(C_3),(4)-(C_4)$.

C. $(1)-(C_4),(2)-(C_1),(3)-(C_3),(4)-(C_2)$.

D. $(1)-(C_1),(2)-(C_2),(3)-(C_3),(4)-(C_4)$.



âu 6: Cho hàm số $y=\left|x^2+2x+a-4\right|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[-2;1\right]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $a=3$ **B.** $a=2$ **C.** $a=1$ **D.** Một giá trị khác

âu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(20x^2+20x-1283\right)e^{40x}$ trên tập hợp các số tự nhiên là

A. -1283. **B.** $-163.e^{280}$. **C.** $157.e^{320}$. **D.** $-8.e^{300}$.

âu 8: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{m\log_3^2 x-4\log_3 x+m+3}$ xác định trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

A. $m\in\left(-\infty;-4\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

B. $m\in\left[1;+\infty\right)$.

C. $m\in\left(-4;1\right)$.

D. $m\in\left(1;+\infty\right)$.

âu 9: Cho hàm số $y=\left(\dfrac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(1;2\right)$.

A. $3e^3+1\le m<3e^4+1$.

B. $m\ge 3e^4+1$.

C. $3e^2+1\le m\le 3e^3+1$.

D. $m<3e^2+1$.

âu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{e^x-m-2}{e^x-m^2}$ đồng biến trên khoảng $\left(\ln\dfrac{1}{4};0\right)$

A. $m\in\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]\cup[1;2)$

B. $m\in[-1;2]$

C. $m\in(1;2)$

D. $m\in\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$

âu 11: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{3^{-x}-3}{3^{-x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

A. $m<\dfrac{1}{3}$. **B.** $m\le\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}<m<3$. **D.** $m<3$.

âu 12: Cho x,y,z là các số thực thỏa mãn $2^x=3^y=6^{-z}$. Giá trị của biểu thức $M=xy+yz+xz$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 3.

âu 13: Cho $\dfrac{\log a}{p}=\dfrac{\log b}{q}=\dfrac{\log c}{r}=\log x\ne 0;\ \dfrac{b^2}{ac}=x^y$. Tính y theo p,q,r.

A. $y=q^2-pr$. **B.** $y=\dfrac{p+r}{2q}$. **C.** $y=2q-p-r$. **D.** $y=2q-pr$.

Câu 14: Giả sử p và q là các số thực dương sao cho: $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{8}{5}$ **C.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$ **D.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$

Câu 15: Cho $a\log_6 3 + b\log_6 2 + c\log_6 5 = 5$, với a, b và c là các số hữu tỷ. các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. $a=b$. **B.** $a>b$. **C.** $b>a$. **D.** $c>a>b$.

Câu 16: Cho $n>1$ là một số nguyên. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{\log_2 n!}+\frac{1}{\log_3 n!}+...+\frac{1}{\log_n n!}$ bằng

A. 0. **B.** n. **C.** $n!$. **D.** 1.

Câu 17: Tính giá trị của biểu thức $P=\ln\left(\tan 1°\right)+\ln\left(\tan 2°\right)+\ln\left(\tan 3°\right)+...+\ln\left(\tan 89°\right)$.

A. $P=1$. **B.** $P=\frac{1}{2}$. **C.** $P=0$. **D.** $P=2$.

Câu 18: Cho n là số nguyên dương, tìm n sao cho

$$\log_a 2019 + 2^2\log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2\log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + ... + n^2\log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$$

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2016. **D.** 2018.

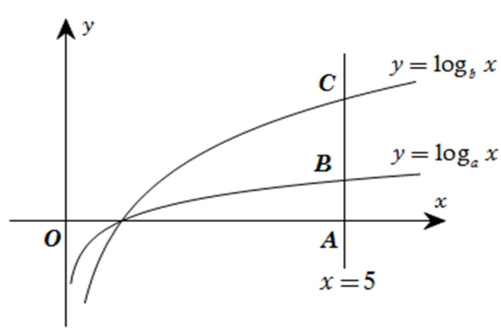
Câu 19: Cho hai số a, b dương thỏa mãn điều kiện: $a-b=\frac{a.2^b-b.2^a}{2^a+2^b}$. Tính $P=2017^a-2017^b$.

A. 0. **B.** 2016. **C.** 2017. **D.** -1.

Câu 20: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, đường thẳng chứa cạnh AB song song với trục Ox, các đỉnh A, B và C lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_{\sqrt{a}} x$ và $y=\log_{\sqrt[3]{a}} x$ với a là số thực lớn hơn 1. Tìm a.

A. $a=\sqrt{3}$. **B.** $a=\sqrt[3]{6}$. **C.** $a=\sqrt{6}$ **D.** $a=\sqrt[6]{3}$.

Câu 21: Cho các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x=5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ lần lượt tại A, B và C. Biết rằng $CB=2AB$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a=b^2$. **B.** $a^3=b$.

C. $a=b^3$ **D.** $a=5b$.

Câu 22: Kí hiệu $f(x)=\left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}}+8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2}}+1\right)^{\frac{1}{2}}-1$. Giá trị của $f\left(f\left(2017\right)\right)$ bằng:

A. 2016. **B.** 1009. **C.** 2017. **D.** 1008.

âu 23: Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{4^x}{4^x+2}$. Tính giá trị biểu thức $A=f\left(\frac{1}{100}\right)+f\left(\frac{2}{100}\right)+...+f\left(\frac{100}{100}\right)$?

A. 50. **B.** 49. **C.** $\frac{149}{3}$. **D.** $\frac{301}{6}$.

âu 24: Cho hàm số $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$. Tính tổng

$$S=f\left(\frac{1}{2018}\right)+f\left(\frac{2}{2018}\right)+f\left(\frac{3}{2018}\right)+...+f\left(\frac{2017}{2018}\right).$$

A. $S=\frac{2017}{2}$. **B.** $S=2018$. **C.** $S=\frac{2019}{2}$. **D.** $S=2017$.

âu 25: Cho hàm số $f(x)=\frac{16^x}{16^x+4}$. Tính tổng

$$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{3}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

A. $S=\frac{5044}{5}$. **B.** $S=\frac{10084}{5}$. **C.** $S=1008$. **D.** $S=\frac{10089}{5}$.

âu 26: Cho hàm số $f(x)=\frac{9^x-2}{9^x+3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)+f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

A. 336. **B.** 1008. **C.** $\frac{4039}{12}$. **D.** $\frac{8071}{12}$.

âu 27: Cho hàm số $f(x)=\frac{9^x}{9^x+3}$.

Tính tổng $S=f\left(\frac{1}{2007}\right)+f\left(\frac{2}{2007}\right)+f\left(\frac{3}{2007}\right)+...+f(1)$?

A. $S=2016$. **B.** $S=1008$. **C.** $S=\frac{4015}{4}$. **D.** $S=\frac{4035}{4}$.

âu 28: Cho hàm số $f(x)=\frac{9^x}{9^x+3}$. Tính tổng

$$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{3}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)+f\left(1\right).$$

A. $S=\frac{4035}{4}$. **B.** $S=\frac{8067}{4}$. **C.** $S=1008$. **D.** $S=\frac{8071}{4}$.

âu 29: Cho hàm số $f(x)=\frac{9^x-2}{9^x+3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)+f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

A. 336. **B.** 1008. **C.** $\frac{4039}{12}$. **D.** $\frac{8071}{12}$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)=\frac{25^x}{25^x+5}$.

Tính tổng $S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{3}{2017}\right)+f\left(\frac{4}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2017}{2017}\right)$.

A. $S=\frac{6053}{6}$. **B.** $S=\frac{12101}{6}$. **C.** $S=1008$. **D.** $S=\frac{12107}{6}$.

Câu 31: Cho $f\left(x\right)=\frac{2016^x}{2016^x+\sqrt{2016}}$. Tính giá trị biểu thức

$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+\ldots+f\left(\frac{2016}{2017}\right)$

A. S = 2016 **B.** S = 2017 **C.** S = 1008 **D.** S = $\sqrt{2016}$

Câu 32: Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{2x}{1-x}\right)$. Tính tổng

$$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{3}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2015}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right).$$

A. $S=2016$. **B.** $S=1008$. **C.** $S=2017$. **D.** $S=4032$.

Câu 33: Cho $0<a\neq 1+\sqrt{2}$ và các hàm $f\left(x\right)=\frac{a^x+a^{-x}}{2}$, $g\left(x\right)=\frac{a^x-a^{-x}}{2}$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

I. $f^2\left(x\right)-g^2\left(x\right)=1$.

II. $g\left(2x\right)=2g\left(x\right)f\left(x\right)$.

III. $f\left(g\left(0\right)\right)=g\left(f\left(0\right)\right)$.

IV. $g'\left(2x\right)=g'\left(x\right)f\left(x\right)-g\left(x\right)f'\left(x\right)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 34: Cho $f\left(x\right)=e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f\left(1\right).f\left(2\right).f\left(3\right)...f\left(2017\right)=e^{\frac{m}{n}}$ với m,n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m-n^2$.

A. $m-n^2=2018$. **B.** $m-n^2=-2018$. **C.** $m-n^2=1$. **D.** $m-n^2=-1$.

Câu 35: Xét hàm số $f\left(t\right)=\frac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f\left(x\right)+f\left(y\right)=1$ với mọi x,y thỏa mãn $e^{x+y}\le e\left(x+y\right)$. Tìm số phần tử của S.

A. 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Câu 36: Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $2^x+2^y=4$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=\left(2x^2+y\right)\left(2y^2+x\right)+9xy$.

A. $P_{\max}=\dfrac{27}{2}$. **B.** $P_{\max}=18$. **C.** $P_{\max}=27$. **D.** $P_{\max}=12$.

Câu 37: Cho $1<x<64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\log_2^4 x+12\log_2^2 x.\log_2\dfrac{8}{x}$.

A. 64. **B.** 96. **C.** 82. **D.** 81.

Câu 38: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}}^2\left(a^2\right)+3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)$.

A. $P_{\min}=19$. **B.** $P_{\min}=13$. **C.** $P_{\min}=14$. **D.** $P_{\min}=15$.

Câu 39: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3\dfrac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=x+y$.

A. $P_{\min}=\dfrac{9\sqrt{11}-19}{9}$. **B.** $P_{\min}=\dfrac{9\sqrt{11}+19}{9}$.

C. $P_{\min}=\dfrac{18\sqrt{11}-29}{9}$. **D.** $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Câu 40: các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2\dfrac{1-ab}{a+b}=2ab+a+b-3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=a+2b$.

A. $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$. **B.** $P_{\min}=\dfrac{3\sqrt{10}-7}{2}$. **C.** $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-1}{2}$. **D.** $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Câu 41: Cho $m=\log_a\left(\sqrt[3]{ab}\right)$, với $a>1, b>1$ và $P=\log_a^2 b+16\log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Câu 42: Giá trị nhỏ nhất của $P=\left(\log_a b^2\right)^2+6\left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)^2$ với a, b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b}>a>1$ là

A. 30. **B.** 40. **C.** 18. **D.** 60.

Câu 43: Cho hai số thực a,b thỏa mãn $1\le b<a^3$. Biểu thức $P=2\left(1+\log_a\dfrac{b}{a}\right)^3+\left(4-2\log_a^2\sqrt{b}\right)^3+3$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 67. **B.** $\dfrac{31455}{512}$. **C.** 27. **D.** $\dfrac{455}{8}$.

Câu 44: Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy \le 4y-1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{6(2x+y)}{x}+\ln\dfrac{x+2y}{y}$ là $a+\ln b$. Giá trị của tích ab là

A. 45. **B.** 81. **C.** 108. **D.** 115.

Câu 45: Xét các số thực a,b thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị lớn nhất P_{Max} của biểu thức $P=\dfrac{-1}{\log_b^2 a}+\log_a\left(\dfrac{b}{a}\right)+\dfrac{7}{4}$.

A. $P_{Max}=2$. **B.** $P_{Max}=1$. **C.** $P_{Max}=0$. **D.** $P_{Max}=3$.

Câu 46: Cho $0<a<1<b$, $ab>1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\log_a ab+\dfrac{4}{(1-\log_a b).\log_{\frac{a}{b}} ab}$.

A. $P=2$. **B.** $P=4$. **C.** $P=3$. **D.** $P=-4$.

Câu 47: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn $\begin{cases} a\ge b^2 \\ b>1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\log_{\frac{a}{b}} a+\log_b\dfrac{a}{b}$.

A. $P_{\min}=\dfrac{1}{3}$. **B.** $P_{\min}=1$. **C.** $P_{\min}=3$. **D.** $P_{\min}=9$.

Câu 48: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn $b>1$ và $\sqrt{a}\le b<a$. Biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}} a+2\log_{\sqrt{b}}\left(\dfrac{a}{b}\right)$ đạt giá trị khỏ nhất khi:

A. $a=b^2$. **B.** $a^2=b^3$. **C.** $a^3=b^2$. **D.** $a^2=b$.

Câu 49: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn $\dfrac{1}{4}<b<a<1$. Biểu thức $P=\log_a\left(b-\dfrac{1}{4}\right)-\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{b}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi:

A. $\log_a b=\dfrac{2}{3}$. **B.** $\log_a b=\dfrac{1}{3}$. **C.** $\log_a b=\dfrac{3}{2}$. **D.** $\log_a b=3$.

Câu 50: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn $a>1>b>0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\log_{a^2} a^2b+\log_{\sqrt{b}} a^3$.

A. $P_{\max}=1+2\sqrt{3}$. **B.** $P_{\max}=-2\sqrt{3}$. **C.** $P_{\max}=-2$. **D.** $P_{\max}=1-2\sqrt{3}$.

Câu 51: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa $1<a\le b^2$. Biểu thức $P=2\left(2\log_{\frac{a}{b}} a-\log_{\frac{a}{b}} b\right)^2+27\log_a\left(\dfrac{a}{b}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi:

A. $a=b^2$. **B.** $a=2b$. **C.** $a=b+1$ **D.** $2a=b+1$.

Câu 52: Tìm tất cả giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{4^{\sin x}+6^{m+\sin x}}{9^{\sin x}+4^{1+\sin x}}$ không nhỏ hơn $\dfrac{1}{3}$.

A. $m \ge \log_6 \dfrac{2}{3}$. **B.** $m \ge \log_6 \dfrac{13}{18}$. **C.** $m \le \log_6 3$. **D.** $m \le \log_6 \dfrac{2}{3}$.

C – HƯỚNG DẪN GẢI

Câu 1: Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \dfrac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$. **B.** $S = 19$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 15$.

Hướng dẫn giải:
Chọn D.

Ta có: $\log_{54} 168 = \dfrac{\log_7 (24.7)}{\log_7 54} = \dfrac{\log_7 24 + 1}{\log_7 54} = \dfrac{\log_7 12 \log_{12} 24 + 1}{\log_7 54}$

$= \dfrac{\log_7 12 \log_{12} 24 + 1}{\log_7 12 \log_{12} 54} = \dfrac{xy+1}{x.\log_{12} 54}$

Tính $\log_{12} 54 = \log_{12}(27.2) = 3\log_{12} 3 + \log_{12} 2 = 3\log_{12} \dfrac{3.2.12.24}{2.12.24} + \log_{12} \dfrac{24}{12}$.

$= 3\log_{12} \dfrac{12^3}{24^2} + \log_{12} \dfrac{24}{12} = 3(3 - 2\log_{12} 24) + (\log_{12} 24 - 1) = 8 - 5\log_{12} 24 = 8 - 5y$.

Do đó: $\log_{54} 168 = \dfrac{xy+1}{x(8-5y)} = \dfrac{xy+1}{-5xy+8x}$.

Vậy $\begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \Rightarrow S = a + 2b + 3c = 15 \\ c = 8 \end{cases}$

Câu 2: Nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

A. 2^9. **B.** 2^{18}. **C.** 8. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $x = \log_2 a \Rightarrow a = 2^x$; $y = \log_2 b \Rightarrow b = 2^y$.

Ta có $\begin{cases} \log_8 a + \log_4 b^2 = 5 \\ \log_4 a^2 + \log_8 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{3}x + y = 5 \\ x + \dfrac{1}{3}y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 15 \\ 3x + y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$. Suy ra $ab = 2^{x+y} = 2^9$.

BÌNH LUẬN
Nguyên tắc trong bài này là đưa về logarit cơ số 2.

Câu 3: Với $a > 0, a \neq 1$, cho biết: $t = a^{\frac{1}{1-\log_a u}}; v = a^{\frac{1}{1-\log_a t}}$. Chọn khẳng định đúng:

A. $u = a\dfrac{-1}{1-\log_a v}$. **B.** $u = a\dfrac{1}{1+\log_a t}$. **C.** $u = a\dfrac{1}{1+\log_a v}$. **D.** $u = a\dfrac{1}{1-\log_a v}$.

Giải:

Từ giả thiết suy ra: $\log_a t = \dfrac{1}{1-\log_a u}.\log_a a = \dfrac{1}{1-\log_a u}$

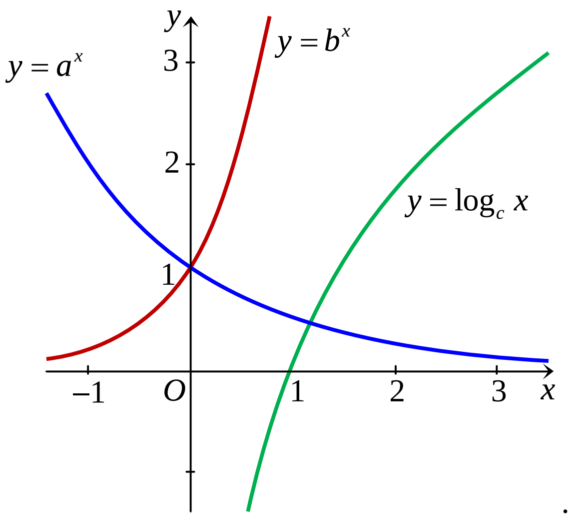
$$\log_a v = \frac{1}{1-\log_a t}.\log_a a = \frac{1}{1-\log_a t} = \frac{1}{1-\frac{1}{1-\log_a u}} = \frac{1-\log_a u}{-\log_a u}$$

$$\Leftrightarrow -\log_a v \log_a u = 1-\log_a u \Leftrightarrow \log_a u\left(1-\log_a v\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_a u = \frac{1}{1-\log_a v} \Leftrightarrow u = a^{\frac{1}{1-\log_a v}}$$

Chọn D.

âu 4: Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$.



Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

A. $c < a < b$. **B.** $a < c < b$. **C.** $b < c < a$. **D.** $a < b = c$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Từ đồ thị

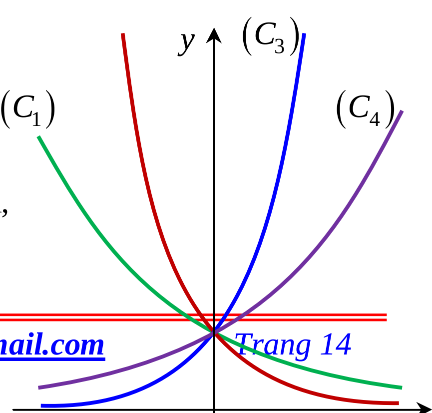
Ta thấy hàm số $y = a^x$ nghịch biến $\Rightarrow 0 < a < 1$.

Hàm số $y = b^x, y = \log_c x$ đồng biến $\Rightarrow b > 1, c > 1$

$\Rightarrow a < b, a < c$ nên loại A, C

Nếu $b = c$ thì đồ thị hàm số $y = b^x$ và $y = \log_c x$ phải đối xứng nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất $y = x$. Nhưng ta thấy đồ thị hàm số $y = \log_c x$ cắt đường $y = x$ nên loại **D.**

âu 5: Cho bốn hàm số $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$ (1), $y = \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$ (2), $y = 4^x$ (3), $y = \left(\dfrac{1}{4}\right)^x$ (4) có đồ thị là 4 đường cong theo phía trên đồ thị,



thứ tự từ trái qua phải là $(C_1),(C_2),(C_3),(C_4)$ như hình vẽ bên.

Tương ứng hàm số - đồ thị đúng là

A. $(1)-(C_2),(2)-(C_3),(3)-(C_4),(4)-(C_1)$.

B. $(1)-(C_1),(2)-(C_2),(3)-(C_3),(4)-(C_4)$.

C. $(1)-(C_4),(2)-(C_1),(3)-(C_3),(4)-(C_2)$.

D. $(1)-(C_1),(2)-(C_2),(3)-(C_3),(4)-(C_4)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$ và $y=4^x$ có cơ số lớn hơn 1 nên hàm đồng biến nên nhận đồ thị là (C_3) hoặc (C_4). Lấy $x=2$ ta có $\left(\sqrt{3}\right)^2<4^2$ nên đồ thị $y=4^x$ là (C_3) và đồ thị $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$ là (C_4).

Ta có đồ thị hàm số $y=4^x$ và $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ đối xứng nhau qua Oy nên đồ thị $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ là (C_2).

Còn lại (C_1) là đồ thị của $y=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$.

Vậy $(1)-(C_4),(2)-(C_1),(3)-(C_3),(4)-(C_2)$

Câu 6: Cho hàm số $y=\left|x^2+2x+a-4\right|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $a=3$ **B.** $a=2$ **C.** $a=1$ **D.** Một giá trị khác

Hướng dẫn giải:

Ta có $y=\left|x^2+2x+a-4\right|=\left|(x+1)^2+a-5\right|$. Đặt $u=(x+1)^2$ khi đó $\forall x\in[-2;1]$ thì $u\in[0;4]$ Ta được hàm số $f(u)=|u+a-5|$. Khi đó

$$\underset{x\in[-2;1]}{Max}\, y=\underset{u\in[0;4]}{Max}\, f(u)=Max\{f(0),f(4)\}=Max\{|a-5|;|a-1|\}$$

Trường hợp 1: $|a-5|\ge|a-1|\Leftrightarrow a\le 3\Rightarrow \underset{u\in[0;4]}{Max}\, f(u)=5-a\ge 2\Leftrightarrow a=3$

Trường hợp 2: $|a-5|\le|a-1|\Leftrightarrow a\ge 3\Rightarrow \underset{u\in[0;4]}{Max}\, f(u)=a-1\ge 2\Leftrightarrow a=3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\underset{x\in[-2;1]}{Max}\, y=2\Leftrightarrow a=3$

Chọn A.

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(20x^2+20x-1283\right)e^{40x}$ trên tập hợp các số tự nhiên là

A. -1283. **B.** $-163.e^{280}$. **C.** $157.e^{320}$. **D.** $-8.e^{300}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$y' = (40x+20)e^{40x} + (20x^2+20x-1283)40e^{40x} = (800x^2+840x-51300)e^{40x}$

$y' = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{342}{40}; x = \dfrac{300}{40}$.

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	$-\dfrac{342}{40}$		$\dfrac{300}{40} = 7,5$		$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	

$y(7) = -163.e^{280}; y(8) = 157.e^{320}$.

Vậy $\min y = -163.e^{280}$.

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{m\log_3^2 x - 4\log_3 x + m + 3}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $m \in (-\infty;-4) \cup (1;+\infty)$. **B.** $m \in [1;+\infty)$.

C. $m \in (-4;1)$. **D.** $m \in (1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $t = \log_3 x$, khi đó $x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow t \in \mathbb{R}$.

$y = \dfrac{1}{m\log_3^2 x - 4\log_3 x + m + 3}$ trở thành $y = \dfrac{1}{mt^2 - 4t + m + 3}$.

Hàm số $y = \dfrac{1}{m\log_3^2 x - 4\log_3 x + m + 3}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi hàm số $y = \dfrac{1}{mt^2 - 4t + m + 3}$ xác định trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow mt^2 - 4t + m + 3 = 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m^2 - 3m < 0 \Leftrightarrow m < -4 \vee m > 1$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \left(\dfrac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $3e^3 + 1 \le m < 3e^4 + 1$. **B.** $m \ge 3e^4 + 1$.

C. $3e^2 + 1 \le m \le 3e^3 + 1$. **D.** $m < 3e^2 + 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

• $y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1}.\ln\left(\frac{4}{2017}\right).\left(e^{3x}-(m-1)e^x+1\right)' =$

$y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1}.\ln\left(\frac{4}{2017}\right).\left(3e^{3x}-(m-1)e^x\right)$

•Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2) \Leftrightarrow$

$y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1}.\ln\left(\frac{4}{2017}\right).\left(3e^{3x}-(m-1)e^x\right) \ge 0, \forall x \in (1;2)$ (*), mà

$\begin{cases}\left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \ln\left(\frac{4}{2017}\right) < 0\end{cases}$. Nên (*) $\Leftrightarrow 3e^{3x}-(m-1)e^x \le 0, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow$

$3e^{2x}+1 \le m, \forall x \in (1;2)$

•Đặt $g(x) = 3e^{2x}+1, \forall x \in (1;2)$, $g(x) = 3e^{2x}.2 > 0, \forall x \in (1;2)$

x	1		2
$g'(x)$	|	+	|
$g(x)$	|	↗	|

. Vậy (*) xảy ra khi $m \ge g(2) \Leftrightarrow m \ge 3e^4+1$.

BÌNH LUẬN

Sử dụng $(a^u)' = u'a^u \ln a$ và phương pháp hàm số như các bài trên.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{e^x-m-2}{e^x-m^2}$ đồng biến trên khoảng $\left(\ln\frac{1}{4};0\right)$

A. $m \in \left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right] \cup [1;2)$

B. $m \in [-1;2]$

C. $m \in (1;2)$

D. $m \in \left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\ln m^2\}$

Ta có $y' = \frac{(-m^2+m+2)e^x}{(e^x-m^2)^2} > 0 \Leftrightarrow -m^2+m+2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$ thì hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;\ln m^2)$ và $(\ln m^2;+\infty)$

Do đó để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\ln\frac{1}{4};0\right)$ thì $\left[\begin{array}{l}\ln m^2 \le \frac{1}{4} \\ \ln m^2 \ge 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-\frac{1}{2} \le m \le \frac{1}{2} \\ m \le -1 \vee m \ge 1\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện $-1<m<2$ suy ra $m\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]\cup[1;2)$.

Câu 11: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{3^{-x}-3}{3^{-x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $m<\frac{1}{3}$. **B.** $m\le\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}<m<3$. **D.** $m<3$.

Hướng dẫn gải:

Đặt $t=3^{-x}$, với $x\in(-1;1)\longrightarrow t\in\left(\frac{1}{3};3\right)$.

Hàm số trở thành $y(t)=\frac{t-3}{t-m}\longrightarrow y'(t)=\frac{-m+3}{(t-m)^2}$.

Ta có $t'=-3^{-x}.\ln 3<0,\ \forall x\in(-1;1)$, do đó $t=3^{-x}$ **nghịch biến** trên $(-1;1)$.

Do đó YCBT $\longleftrightarrow y(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};3\right)\longleftrightarrow y'(t)>0,\ \forall t\in\left(\frac{1}{3};3\right)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-m+3>0\\ t-m\ne 0\end{cases},\ \forall t\in\left(\frac{1}{3};3\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m<3\\ m\ne t\end{cases},\ \forall t\in\left(\frac{1}{3};3\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m<3\\ m\notin\left(\frac{1}{3};3\right)\end{cases}\Leftrightarrow m\le\frac{1}{3}.$$

Chọn B.

Câu 12: Cho x,y,z là các số thực thỏa mãn $2^x=3^y=6^{-z}$. Giá trị của biểu thức $M=xy+yz+xz$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 3.

Giải:

Khi một trong ba số x,y,z bằng 0 thì các số còn lại bằng 0. Khi đó M=0.

Khi $x,y,z\ne 0$ ta đặt $2^x=3^y=6^{-z}=k$ suy ra $2=k^{\frac{1}{x}},3=k^{\frac{1}{y}},6=k^{\frac{-1}{z}}$

Do 2.3=6 nên $k^{\frac{1}{x}}.k^{\frac{1}{y}}=k^{\frac{-1}{z}}$ hay $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{-1}{z}$.

Từ đó suy ra M=0

Chọn A.

Câu 13: Cho $\frac{\log a}{p}=\frac{\log b}{q}=\frac{\log c}{r}=\log x\ne 0;\frac{b^2}{ac}=x^y$. Tính y theo p,q,r.

A. $y=q^2-pr$. **B.** $y=\frac{p+r}{2q}$. **C.** $y=2q-p-r$. **D.** $y=2q-pr$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$\frac{b^2}{ac} = x^y \Leftrightarrow \log\frac{b^2}{ac} = \log x^y$

$\Rightarrow y\log x = 2\log b - \log a - \log c = 2q\log x - p\log x - r\log x$

$= \log x(2q - p - r)$

$\Rightarrow y = 2q - p - r$ (do $\log x \neq 0$).

BÌNH LUẬN

Sử dụng $\log_a bc = \log_a b + \log_a c, \log_a\frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c, \log_a b^m = m\log_a b$

Câu 14: Giả sử p và q là các số thực dương sao cho: $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{8}{5}$ **C.** $\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})$ **D.** $\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$

Hướng dẫn giải

Đặt: $t = \log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q)$ thì: $p = 9^t$, $q = 12^t$, $16^t = p + q = 9^t + 12^t$ (1)

Chia hai vế của (1) cho 9^t ta được: $\left(\frac{4}{3}\right)^{2t} = 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^t$, đặt $x = \left(\frac{4}{3}\right)^t = \frac{q}{p} > 0$ đưa về phương trình:

$x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ do $x > 0$, suy ra $\frac{q}{p} = \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$.

Chọn D.

Câu 15: Cho $a\log_6 3 + b\log_6 2 + c\log_6 5 = 5$, với a, b và c là các số hữu tỷ. các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. $a = b$. **B.** $a > b$. **C.** $b > a$. **D.** $c > a > b$.

Giải:

Ta có: $a\log_6 3 + b\log_6 2 + c\log_6 5 = 5$

$\Leftrightarrow \log_3 3^a 2^b 5^c = 5 \Leftrightarrow 3^a 2^b 5^c = 6^5 = 3^5.2^5.5^0$

Do a,b,c là các số hữu tỉ nên a=b=5 và c=0.

Chọn C.

Câu 16: Cho $n > 1$ là một số nguyên. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + ... + \frac{1}{\log_n n!}$ bằng

A. 0. **B.** n. **C.** $n!$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$n>1, n\in\mathbb{Z} \Rightarrow \dfrac{1}{\log_2 n!}+\dfrac{1}{\log_3 n!}+\dfrac{1}{\log_4 n!}+...+\dfrac{1}{\log_n n!}=\log_{n!}2+\log_{n!}3+\log_{n!}4+...+\log_{n!}n$

$=\log_{n!}\left(2.3.4...n\right)=\log_{n!}n!=1$

BÌNH LUẬN

$$\log_a b=\frac{1}{\log_b a},\ \log_a bc=\log_a b+\log_a c, \log_a a=1$$

Sử dụng công thức

Câu 17: Tính giá trị của biểu thức $P=\ln\left(\tan 1°\right)+\ln\left(\tan 2°\right)+\ln\left(\tan 3°\right)+...+\ln\left(\tan 89°\right)$.

A. $P=1.$ **B.** $P=\dfrac{1}{2}.$ **C.** $P=0.$ **D.** $P=2.$

Hướng dẫn giải:

$P=\ln\left(\tan 1°\right)+\ln\left(\tan 2°\right)+\ln\left(\tan 3°\right)+...+\ln\left(\tan 89°\right)$

$=\ln\left(\tan 1°.\tan 2°.\tan 3°...\tan 89°\right)$

$=\ln\left(\tan 1°.\tan 2°.\tan 3°...\tan 45°.\cot 44°.\cot 43°...\cot 1°\right)$

$=\ln\left(\tan 45°\right)=\ln 1=0.$ (vì $\tan\alpha.\cot\alpha=1$)

Chọn C.

Câu 18: Cho n là số nguyên dương, tìm n sao cho

$\log_a 2019+2^2\log_{\sqrt{a}}2019+3^2\log_{\sqrt[3]{a}}2019+...+n^2\log_{\sqrt[n]{a}}2019=1008^2\times 2017^2\log_a 2019$

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2016. **D.** 2018.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$\log_a 2019+2^2\log_{\sqrt{a}}2019+3^2\log_{\sqrt[3]{a}}2019+...+n^2\log_{\sqrt[n]{a}}2019=1008^2\times 2017^2\log_a 2019$ (*)

Ta có $n^2\log_{\sqrt[n]{a}}2019=n^2.n.\log_a 2019=n^3\log_a 2019$. Suy ra

VT (*) $=\left(1^3+2^3+...+n^3\right).\log_a 2019=\left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2.\log_a 2019$

VP (*)$=1008^2\times 2017^2\log_a 2019$. Khi đó (*) được:

$n^2(n+1)^2=2^2.1008^2.2017^2=2016^2.2017^2\Rightarrow n=2016$.

Câu 19: Cho hai số a, b dương thỏa mãn điều kiện: $a-b=\dfrac{a.2^b-b.2^a}{2^a+2^b}$. Tính $P=2017^a-2017^b$.

A. 0. **B.** 2016. **C.** 2017. **D.** -1.

Hướng dẫn gải:

Từ giả thiết, ta có $a-b=\dfrac{a.2^b-b.2^a}{2^a+2^b}\longleftrightarrow\left(a-b\right)\left(2^a+2^b\right)=a.2^b-b.2^a$.

$\longleftrightarrow a.2^a + a.2^b - b.2^a - b.2^b = a.2^b - b.2^a \Leftrightarrow a.2^a = b.2^b$. $(*)$

Xét hàm số $f(x) = x.2^x$ với $x > 0$, có $f'(x) = 2^x + x.2^x.\ln 2 = 2^x(1 + x.\ln 2) > 0;\ \forall x > 0$.

Suy ra hàm số $f(x)$ là đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Nhận thấy $(*) \Leftrightarrow f(a) = f(b) \Rightarrow a = b.$

Khi $a = b$ thì $2017^a - 2017^b = 2017^a - 2017^a = 0$.

Chọn A.

Câu 20: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, đường thẳng chứa cạnh AB song song với trục Ox, các đỉnh A, B và C lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_{\sqrt{a}} x$ và $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$ với a là số thực lớn hơn 1. Tìm a.

A. $a = \sqrt{3}$. **B.** $a = \sqrt[3]{6}$. **C.** $a = \sqrt{6}$ **D.** $a = \sqrt[6]{3}$.

Hướng dẫn gải:

Do $AB \parallel Ox \longrightarrow A, B$ nằm trên đường thẳng $y = m$ $(m \neq 0)$.

Lại có A, B lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_{\sqrt{a}} x$.

Từ đó suy ra $A\left(a^m; m\right)$, $B\left(a^{\frac{m}{2}}; m\right)$.

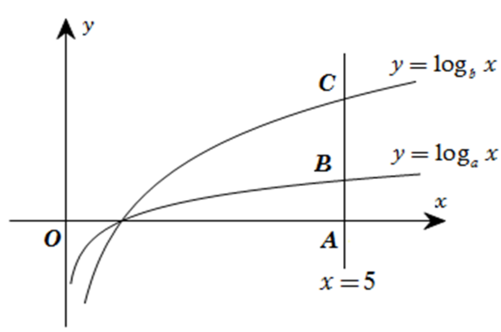
Vì $ABCD$ là hình vuông nên suy ra $x_C = x_B = a^{\frac{m}{2}}$. Lại có C nằm trên đồ thị hàm số $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$, suy ra $C\left(a^{\frac{m}{2}}; \dfrac{3m}{2}\right)$.

Theo đề bài $S_{ABCD} = 36 \longrightarrow \begin{cases} AB = 6 \\ BC = 6 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \left|a^m - a^{\frac{m}{2}}\right| = 6 \\ \left|\dfrac{3m}{2} - m\right| = 6 \end{cases}$

$\longleftrightarrow \begin{cases} m = -12 \\ a = \sqrt[6]{\dfrac{1}{3}} < 1 \text{(loại)} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m = 12 \\ a = \sqrt[6]{3} \end{cases}$.

Chọn D.

Câu 21: Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C. Biết rằng $CB = 2AB$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a = b^2$. **B.** $a^3 = b$.

C. $a = b^3$ **D.** $a = 5b$.

Hướng dẫn gải:

Theo giải thiết, ta có $A\left(5;0\right)$, $B\left(5;\log_a 5\right)$, $C\left(5;\log_b 5\right)$.

Do $CB=2AB\longrightarrow \overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{BA}\leftrightarrow \log_a 5-\log_b 5=2.\left(-\log_a 5\right)$

$\longleftrightarrow 3\log_a 5=\log_b 5\longleftrightarrow \log_a 5=\frac{1}{3}\log_b 5\longleftrightarrow \log_a 5=\log_{b^3} 5\longrightarrow a=b^3.$

Chọn C.

Câu 22: Kí hiệu $f\left(x\right)=\left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}}+8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2}}+1\right)^{\frac{1}{2}}-1$. Giá trị của $f\left(f\left(2017\right)\right)$ bằng:

A. 2016. **B.** 1009. **C.** 2017. **D.** 1008.

Hướng dẫn gải:

Ta có $\begin{cases} x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}}=x^{1+\frac{1}{\log_2 x}}=x^{1+\log_x 2}=x^{\log_x(2x)}=2x \\ 8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2}}=2^{3.\frac{1}{3.\log_{x^2} 2}}=2^{\frac{1}{\log_{x^2} 2}}=2^{\log_2 x^2}=x^2 \end{cases}$.

Khi đó $f\left(x\right)=\left(x^2+2x+1\right)^{\frac{1}{2}}-1=\left[\left(x+1\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}-1=x.$

Suy ra $f\left(2017\right)=2017\longrightarrow f\left(f\left(2017\right)\right)=f\left(2017\right)=2017.$

Chọn C.

Câu 23: Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{4^x}{4^x+2}$. Tính giá trị biểu thức $A=f\left(\frac{1}{100}\right)+f\left(\frac{2}{100}\right)+...+f\left(\frac{100}{100}\right)$?

A. 50. **B.** 49. **C.** $\frac{149}{3}$. **D.** $\frac{301}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Cách 1. Bấm máy tính Casio fx 570 theo công thức $\sum_{X=1}^{100}\left(\frac{4^{\frac{X}{100}}}{4^{\frac{X}{100}}+2}\right)=\frac{301}{6}$.

Cách 2. Sử dụng tính chất $f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=1$ của hàm số $f\left(x\right)=\frac{4^x}{4^x+2}$. Ta có

$$A=\left[f\left(\frac{1}{100}\right)+f\left(\frac{99}{100}\right)\right]+\left[f\left(\frac{2}{100}\right)+f\left(\frac{98}{100}\right)\right]+...+\left[f\left(\frac{49}{100}\right)+f\left(\frac{51}{100}\right)\right]+f\left(\frac{50}{100}\right)+f\left(\frac{10}{10}\right.$$

$$=49+\frac{4^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}+2}+\frac{4}{4+2}=\frac{301}{6}$$

PS: Chứng minh tính chất của hàm số $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$.

Ta có $f(x)+f(1-x)=\frac{4^x}{4^x+2}+\frac{4^{1-x}}{4^{1-x}+2}=\frac{4^x}{4^x+2}+\frac{4}{4+2.4^x}=\frac{4^x}{4^x+2}+\frac{2}{2+4^x}=1$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$. Tính tổng

$$S=f\left(\frac{1}{2018}\right)+f\left(\frac{2}{2018}\right)+f\left(\frac{3}{2018}\right)+...+f\left(\frac{2017}{2018}\right).$$

A. $S=\frac{2017}{2}$. **B.** $S=2018$. **C.** $S=\frac{2019}{2}$. **D.** $S=2017$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $f(1-x)=\frac{4^{1-x}}{4^{1-x}+2}=\frac{4}{4+2.4^x}=\frac{2}{2+4^x}\Rightarrow f(1)+f(1-x)=1$

Do đó: $f\left(\frac{1}{2018}\right)+f\left(\frac{2017}{2018}\right)=1, f\left(\frac{2}{2018}\right)+f\left(\frac{2016}{2018}\right)=1,..., f\left(\frac{1008}{2018}\right)+f\left(\frac{1010}{2018}\right)=1$

$\Rightarrow S=1008+\frac{1009}{2018}=\frac{2017}{2}$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=\frac{16^x}{16^x+4}$. Tính tổng

$$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{3}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

A. $S=\frac{5044}{5}$. **B.** $S=\frac{10084}{5}$. **C.** $S=1008$. **D.** $S=\frac{10089}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Nhận xét: Cho $x+y=1$

Ta có $f(x)+f(y)=\frac{16^x}{16^x+4}+\frac{16^y}{16^y+4}=\frac{16+4.16^x+16+4.16^y}{16+4.16^x+4.16^y+16}=1$

$$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{2015}{2017}\right)+...+f\left(\frac{1008}{2017}\right)+f\left(\frac{1009}{2017}\right)+f\left(\frac{2017}{2017}\right)$$

$$=\underbrace{1+1+...+1}_{1008\ so\ hang}+\frac{16}{16+4}=1008+\frac{4}{5}=\frac{5044}{5}.$$

âu 26: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{9^x-2}{9^x+3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)+f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

A. 336. **B.** 1008. **C.** $\dfrac{4039}{12}$. **D.** $\dfrac{8071}{12}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Xét: $f(x)+f(1-x)=\dfrac{9^x-2}{9^x+3}+\dfrac{9^{1-x}-2}{9^{1-x}+3}=\dfrac{1}{3}$.

Vậy ta có:

$$P=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)+f\left(\frac{2017}{2017}\right)=\sum_{1}^{1008}\left[f\left(\frac{k}{2017}\right)+f\left(1-\frac{k}{2017}\right)\right]+f\left(\frac{201}{201}\right.$$

.

$$\Leftrightarrow P=\sum_{1}^{1008}\frac{1}{3}+f(1)=336+\frac{7}{12}=\frac{4039}{12}.$$

âu 27: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{9^x}{9^x+3}$.

Tính tổng $S=f\left(\dfrac{1}{2007}\right)+f\left(\dfrac{2}{2007}\right)+f\left(\dfrac{3}{2007}\right)+...+f(1)$?

A. $S=2016$. **B.** $S=1008$. **C.** $S=\dfrac{4015}{4}$. **D.** $S=\dfrac{4035}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$f(1-x)=\frac{9^{1-x}}{9^{1-x}+3}=\frac{\frac{9}{9^x}}{\frac{9}{9^x}+3}=\frac{\frac{9}{9^x}}{\frac{9+3.9^x}{9^x}}=\frac{9}{9+3.9^x}.$$

$$\Rightarrow f(x)+f(1-x)=\frac{9^x}{9^x+3}+\frac{9}{9+3.9^x}=\frac{9^x.(9+3.9^x)+9.(9^x+3)}{(9^x+3)(9+3.9^x)}=\frac{9^{x+1}+3.9^{2x}+9^{x+1}+27}{9^{x+1}+3.9^{2x}+9^{x+1}+27}=1.$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2007}\right)+f\left(\frac{2006}{2007}\right)=1;\ f\left(\frac{2}{2007}\right)+f\left(\frac{2005}{2007}\right)=1;....;\ f\left(\frac{1003}{2007}\right)+f\left(\frac{1004}{2007}\right)=1.$$

Vậy

$$S=f\left(\frac{1}{2007}\right)+f\left(\frac{2}{2007}\right)+f\left(\frac{3}{2007}\right)+...+f(1)=1+1+...+1+\frac{9}{9+3}=1003+\frac{3}{4}=\frac{4015}{4}.$$

âu 28: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{9^x}{9^x+3}$. Tính tổng

$$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{3}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)+f(1).$$

A. $S=\dfrac{4035}{4}$. **B.** $S=\dfrac{8067}{4}$. **C.** $S=1008$. **D.** $S=\dfrac{8071}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét $f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=\dfrac{9^x}{9^x+3}+\dfrac{9^{1-x}}{9^{1-x}+3}=\dfrac{9^x}{9^x+3}+\dfrac{9}{9+3.9^x}=\dfrac{9^x}{9^x+3}+\dfrac{3}{9^x+3}=\dfrac{9^x+3}{9^x+3}=1.$

Khi đó $S=\left[f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)\right]+\left[f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2015}{2017}\right)\right]+...$

$+\left[f\left(\dfrac{1008}{2017}\right)+f\left(\dfrac{1009}{2017}\right)\right]+f\left(1\right)=\underbrace{1+1+...+1}_{1008\text{ số}}+f\left(1\right)=1008+\dfrac{9}{9+3}=1008+\dfrac{3}{4}=\dfrac{4035}{4}.$

Câu 29: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{9^x-2}{9^x+3}$. Tính giá trị của biểu thức $P=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+...+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2017}{2017}\right)$.

A. 336. **B.** 1008. **C.** $\dfrac{4039}{12}$. **D.** $\dfrac{8071}{12}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Xét: $f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=\dfrac{9^x-2}{9^x+3}+\dfrac{9^{1-x}-2}{9^{1-x}+3}=\dfrac{1}{3}$.

Vậy ta có:

$P=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+...+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2017}{2017}\right)=\sum_1^{1008}\left[f\left(\dfrac{k}{2017}\right)+f\left(1-\dfrac{k}{2017}\right)\right]+f\left(\dfrac{2}{2}\right.$

.

$\Leftrightarrow P=\sum_1^{1008}\dfrac{1}{3}+f\left(1\right)=336+\dfrac{7}{12}=\dfrac{4039}{12}$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{25^x}{25^x+5}$.

Tính tổng $S=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+f\left(\dfrac{3}{2017}\right)+f\left(\dfrac{4}{2017}\right)+...+f\left(\dfrac{2017}{2017}\right)$.

A. $S=\dfrac{6053}{6}$. **B.** $S=\dfrac{12101}{6}$. **C.** $S=1008$. **D.** $S=\dfrac{12107}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Sử dụng máy tính cầm tay để tính tổng ta tính được kết quả: $S=1008$.

Câu 31: Cho $f\left(x\right)=\dfrac{2016^x}{2016^x+\sqrt{2016}}$. Tính giá trị biểu thức

$S=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+\ldots+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)$

A. S = 2016 **B.** S = 2017 **C.** S = 1008 **D.** S = $\sqrt{2016}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $f(1-x)=\dfrac{\sqrt{2016}}{2016^x+\sqrt{2016}} \to f(x)+f(1-x)=1$

Suy ra $S=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+\ldots+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)$

$+f\left(\dfrac{2015}{2017}\right)+\ldots+f\left(\dfrac{1008}{2017}\right)+f\left(\dfrac{1009}{2017}\right)=1008$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}\log_2\left(\dfrac{2x}{1-x}\right)$. Tính tổng

$$S=f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+f\left(\dfrac{3}{2017}\right)+\ldots+f\left(\dfrac{2015}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right).$$

A. $S=2016$. **B.** $S=1008$. **C.** $S=2017$. **D.** $S=4032$.

Hướng dẫn gải:

Xét $f(x)+f(1-x)=\dfrac{1}{2}\log_2\left(\dfrac{2x}{1-x}\right)+\dfrac{1}{2}\log_2\left[\dfrac{2(1-x)}{1-(1-x)}\right]$

$=\dfrac{1}{2}\log_2\left(\dfrac{2x}{1-x}\right)+\dfrac{1}{2}\log_2\left[\dfrac{2(1-x)}{x}\right]=\dfrac{1}{2}\log_2\left[\dfrac{2x}{1-x}.\dfrac{2(1-x)}{x}\right]=\dfrac{1}{2}\log_2 4=1$.

Áp dụng tính chất trên, ta được

$S=\left[f\left(\dfrac{1}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2016}{2017}\right)\right]+\left[f\left(\dfrac{2}{2017}\right)+f\left(\dfrac{2015}{2017}\right)\right]+\ldots+\left[f\left(\dfrac{1008}{2017}\right)+f\left(\dfrac{1009}{2017}\right)\right]$

$=1+1+\ldots+1=1008$.

Chọn B.

Câu 33: Cho $0<a\neq 1+\sqrt{2}$ và các hàm $f(x)=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$, $g(x)=\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

I. $f^2(x)-g^2(x)=1$.

II. $g(2x)=2g(x)f(x)$.

III. $f(g(0))=g(f(0))$.

IV. $g'(2x)=g'(x)f(x)-g(x)f'(x)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn gải:

Ta có

- $f^2(x)-g^2(x)=\left(\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}\right)^2=1\longrightarrow$ I đúng.

- $g(2x)=\dfrac{a^{2x}-a^{-2x}}{2}=\dfrac{(a^x-a^{-x})(a^x+a^{-x})}{2}=2.\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}.\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}=2g(x).f(x)\longrightarrow$ II đúng.

- $\begin{cases} f(g(0))=f(0)=1. \\ g(f(0))=g(1)=\dfrac{a-\dfrac{1}{a}}{2}=\dfrac{a^2-1}{2a} \end{cases}\longrightarrow f(g(0))\neq g(f(0))\longrightarrow$ III sai.

- Do $g(2x)=2g(x)f(x)$ nên $g'(2x)=2\left[g'(x)f(x)-g(x)f'(x)\right]\longrightarrow$ IV sai.

Vậy có 2 khẳng định đúng.

Chọn D.

Cách giải trắc nghiệm: Chọn $a=1$.

Câu 34: Cho $f(x)=e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1).f(2).f(3)...f(2017)=e^{\frac{m}{n}}$ với m,n là các số tự nhiên và $\dfrac{m}{n}$ tối giản. Tính $m-n^2$.

A. $m-n^2=2018$. **B.** $m-n^2=-2018$. **C.** $m-n^2=1$. **D.** $m-n^2=-1$.

Hướng dẫn giải:

Xét các số thực $x>0$

Ta có: $\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}}=\sqrt{\dfrac{(x^2+x+1)^2}{x^2(x+1)^2}}=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+x}=1+\dfrac{1}{x(x+1)}=1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$.

Vậy, $f(1).f(2).f(3)...f(2017)=e^{\left(1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+...+\left(1+\frac{1}{2017}-\frac{1}{2018}\right)}=e^{2018-\frac{1}{2018}}=e^{\frac{2018^2-1}{2018}}$,

hay $\dfrac{m}{n}=\dfrac{2018^2-1}{2018}$

Ta chứng minh $\dfrac{2018^2-1}{2018}$ là phân số tối giản.

Giả sử d là ước chung của 2018^2-1 và 2018

Khi đó ta có $2018^2-1 \vdots d$, $2018 \vdots d \Rightarrow 2018^2 \vdots d$ suy ra $1 \vdots d \Leftrightarrow d=\pm1$

Suy ra $\dfrac{2018^2-1}{2018}$ là phân số tối giản, nên $m=2018^2-1, n=2018$.

Vậy $m-n^2=-1$.

Chọn D.

Câu 35: Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f\left(x\right)+f\left(y\right)=1$ với mọi x,y thỏa mãn $e^{x+y}\le e\left(x+y\right)$. Tìm số phần tử của S.

A. 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có nhận xét: $\begin{cases} e^x\ge e.x \\ e^y\ge e.y \end{cases}\Rightarrow e^{x+y}\le e\left(x+y\right)\Leftrightarrow x+y=1$.

(Dấu ‘’=’’ xảy ra khi $x+y=1$).

Do đó ta có: $f(x)+f(y)=1\Leftrightarrow f(x)+f(1-x)=1$

$$\Leftrightarrow \frac{9^x}{9^x+m^2}+\frac{9^{1-x}}{9^{1-x}+m^2}=1\Leftrightarrow \frac{9+m^2.9^x+9+m^2.9^{1-x}}{9+m^2.9^x+m^2.9^{1-x}+m^4}=1$$

$$\Leftrightarrow 9+m^2.9^x+9+m^2.9^{1-x}=9+m^2.9^x+m^2.9^{1-x}+m^4$$

$$\Leftrightarrow m^4=9\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}.$$

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 36: Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $2^x+2^y=4$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=\left(2x^2+y\right)\left(2y^2+x\right)+9xy$.

A. $P_{\max}=\dfrac{27}{2}$. **B.** $P_{\max}=18$. **C.** $P_{\max}=27$. **D.** $P_{\max}=12$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $4=2^x+2^y\ge 2\sqrt{2^{x+y}}\Leftrightarrow 4\ge 2^{x+y}\Leftrightarrow x+y\le 2$.

Suy ra $xy\le\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2=1$.

Khi đó $P=\left(2x^2+y\right)\left(2y^2+x\right)+9xy=2\left(x^3+y^3\right)+4x^2y^2+10xy$.

$$P=2\left(x+y\right)\left[\left(x+y\right)^2-3xy\right]+\left(2xy\right)^2+10xy$$
$$\le 4\left(4-3xy\right)+4x^2y^2+10xy=16+2x^2y^2+2xy\left(xy-1\right)\le 18$$

Vậy $P_{\max}=18$ khi $x=y=1$.

Câu 37: Cho $1<x<64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\log_2^4 x+12\log_2^2 x.\log_2\dfrac{8}{x}$.

A. 64. **B.** 96. **C.** 82. **D.** 81.

Hướng dẫn giải:

$P=\log_2^4 x+12\log_2^2 x.\log_2\frac{8}{x}=\log_2^4 x+12\log_2^2 x(\log_2 8-\log_2 x)$

Vì $1<x<64$ nên $\log_2 1<\log_2 x<\log_2 64\Leftrightarrow 0<\log_2 x<6$

Đặt $t=\log_2 x$ với $0<t<6$.

Ta có $P=t^4+12t^2(3-t)=t^4-12t^3+36t^2$

$$P'=4t^3-36t^2+72t=0\leftrightarrow\begin{cases}t=0(L)\\t=6(L)\\t=3(TM)\end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta: $P_{max}=81$ khi $x=3$

Chọn D.

Câu 38: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}}^2\left(a^2\right)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$.

A. $P_{\min}=19$. **B.** $P_{\min}=13$. **C.** $P_{\min}=14$. **D.** $P_{\min}=15$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Với điều kiện đề bài, ta có

$$P=\log_{\frac{a}{b}}^2\left(a^2\right)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=\left[2\log_{\frac{a}{b}} a\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=4\left[\log_{\frac{a}{b}}\left(\frac{a}{b}.b\right)\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$=4\left[1+\log_{\frac{a}{b}} b\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right).$$

Đặt $t=\log_{\frac{a}{b}} b>0$ (vì $a>b>1$), ta có $P=4\left(1+t\right)^2+\frac{3}{t}=4t^2+8t+\frac{3}{t}+4=f\left(t\right)$.

Ta có $f'(t)=8t+8-\frac{3}{t^2}=\frac{8t^3+8t^2-3}{t^2}=\frac{\left(2t-1\right)\left(4t^2+6t+3\right)}{t^2}$

Vậy $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$. Khảo sát hàm số, ta có $P_{\min}=f\left(\frac{1}{2}\right)=15$.

Câu 39: Xét các số thực dương x,y thỏa mãn $\log_3\frac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=x+y$.

A. $P_{\min}=\frac{9\sqrt{11}-19}{9}$. **B.** $P_{\min}=\frac{9\sqrt{11}+19}{9}$.

C. $P_{\min}=\frac{18\sqrt{11}-29}{9}$. **D.** $P_{\min}=\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$

$\Leftrightarrow \log_3(1-xy) - \log_3(x+2y) = 3(xy-1) + (x+2y) - 1$

$\Leftrightarrow \log_3 3(1-xy) - \log_3(x+2y) = 3(xy-1) + (x+2y)$

$\Leftrightarrow \log_3 3(1-xy) + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + (x+2y)$

Xét $f(t) = \log_3 t + t$, $(t > 0)$

$f'(t) = \frac{1}{t\ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$

Suy ra: $f(3(1-xy)) = f(x+2y) \Leftrightarrow 3 - 3xy = x + 2y \Leftrightarrow x = \frac{3-2y}{1+3y}$

Điều kiện $\frac{1-xy}{x+2y} > 0 \Leftrightarrow \frac{5y-2}{6y^2+3} > 0 \Leftrightarrow y > \frac{2}{5}$

$P = x + y = y + \frac{3-2y}{1+3y}$

$P' = 1 + \frac{-11}{(1+3y)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = \frac{-1-\sqrt{11}}{3} \\ y = \frac{-1+\sqrt{11}}{3} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{11}}{3}$		$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{-1+\sqrt{11}}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||		0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$ $-\infty$	||	$\searrow$	$\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Câu 40: các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$. **B.** $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$. **C.** $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$. **D.** $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $ab<1$.

Ta có $\log_2\dfrac{1-ab}{a+b}=2ab+a+b-3 \Leftrightarrow \log_2\left[2(1-ab)\right]+2(1-ab)=\log_2(a+b)+(a+b)(*)$.

Xét hàm số $y=f(t)=\log_2 t+t$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t.\ln 2}+1>0, \forall t>0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do đó, $(*) \Leftrightarrow f\left[2(1-ab)\right]=f(a+b) \Leftrightarrow 2(1-ab)=a+b \Leftrightarrow a(2b+1)=2-b$

$\Leftrightarrow a=\dfrac{-b+2}{2b+1}$.

Ta có $P=a+2b=\dfrac{-b+2}{2b+1}+2b=g(b)$.

$g'(b)=\dfrac{-5}{(2b+1)^2}+2=0 \Leftrightarrow (2b+1)^2=\dfrac{5}{2} \Leftrightarrow 2b+1=\dfrac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow b=\dfrac{\sqrt{10}-2}{4}$ (vì $b>0$).

Lập bảng biến thiên ta được $P_{\min}=g\left(\dfrac{\sqrt{10}-2}{4}\right)=\dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

Câu 41: Cho $m=\log_a\left(\sqrt[3]{ab}\right)$, với $a>1, b>1$ và $P=\log_a^2 b+16\log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Vì $a>1, b>1$, ta có: $\begin{cases} m=\dfrac{1}{3}(1+\log_a b) \\ \log_a b>0 \end{cases}$

Đặt $t=\log_a b$, $(t>0) \Rightarrow P=(\log_a b)^2+\dfrac{16}{\log_a b}=t^2+\dfrac{16}{t}=t^2+\dfrac{8}{t}+\dfrac{8}{t}\geq 3.\sqrt[3]{t^2.\dfrac{8}{t}.\dfrac{8}{t}}=12$.

Dấu "$=$" xảy ra khi $t^2=\dfrac{8}{t} \Leftrightarrow t^3=8 \Leftrightarrow t=2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=12$ khi $\log_a b=2$. Suy ra $m=\dfrac{1}{3}(1+2)=1$.

Câu 42: Giá trị nhỏ nhất của $P=\left(\log_a b^2\right)^2+6\left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)^2$ với a, b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b}>a>1$ là

A. 30. **B.** 40. **C.** 18. **D.** 60.

Hướng dẫn giải:
Chọn C.

$$\left(\log_a b^2\right)^2+6\left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)^2=4\left(\log_a b\right)^2+6\left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt{b}}{a}.\sqrt{a}\right)^2=4\left(\log_a b\right)^2+6\left(1+\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\sqrt{a}\right)^2$$

$$=4\left(\log_a b\right)^2+6\left(1+\frac{1}{\log_{\sqrt{a}}\frac{\sqrt{b}}{a}}\right)^2=4\left(\log_a b\right)^2+6\left(1+\frac{1}{\log_a b-2}\right)^2$$

Đặt $t=\log_a b\Rightarrow P=4t^2+6\left(1+\frac{1}{t-2}\right)^2=4t^2+6\left(\frac{t-1}{t-2}\right)^2\ge 2\sqrt{4t^2.6\left(\frac{t-1}{t-2}\right)^2}$ Theo BĐT Cosy

$\Rightarrow P_{\min}=2\sqrt{4t^2.6\left(\frac{t-1}{t-2}\right)^2}$ Dấu bằng xảy ra khi:

$$4t^2=6\left(\frac{t-1}{t-2}\right)^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2t=\sqrt{6}\left(\frac{t-1}{t-2}\right)\\2t=-\sqrt{6}\left(\frac{t-1}{t-2}\right)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2t(t-2)=\sqrt{6}(t-1)\\2t(t-2)=-\sqrt{6}(t-1)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2t^2-(4+\sqrt{6})t+\sqrt{6}=0\\2t^2-(4-\sqrt{6})t-\sqrt{6}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{4+\sqrt{6}-\sqrt{22}}{4}\\t=\frac{4+\sqrt{6}+\sqrt{22}}{4}\\t=\frac{4-\sqrt{6}-\sqrt{22}}{4}\\t=\frac{4+\sqrt{6}+\sqrt{22}}{4}\end{array}\right.$$

Câu 43: Cho hai số thực a,b thỏa mãn $1\le b<a^3$. Biểu thức $P=2\left(1+\log_a\frac{b}{a}\right)^3+\left(4-2\log_a^2\sqrt{b}\right)^3+3$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 67. **B.** $\frac{31455}{512}$. **C.** 27. **D.** $\frac{455}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$1\le b<a^3\Leftrightarrow\log_a 1\le\log_a b\le 1\Leftrightarrow 0\le\log_a b\le 1$

$$P=2\left(1+\log_a\frac{b}{a}\right)^3+\left(4-2\log_a^2\sqrt{b}\right)^3+3=2\log_a^3 b+\left(4-\frac{1}{2}\log_a^2 b\right)^3+3.$$

Đặt $x=\log_a b$.

Xét $P=2x^3+\left(4-\frac{1}{2}x^2\right)^3+3$ với $0\le x\le 1$

$$P'=6x^2-3x\left(4-\frac{1}{2}x^2\right)^2$$

$$6x^2-3x\left(4-\frac{1}{2}x^2\right)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x-3\left(4-\frac{1}{2}x^2\right)^2=0\,(VN)\end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên ta có $P(0)=67$

Câu 44: Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy\le 4y-1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{6(2x+y)}{x}+\ln\frac{x+2y}{y}$ là $a+\ln b$. Giá trị của tích ab là

A. 45. **B.** 81. **C.** 108. **D.** 115.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

- Ta có: $\begin{cases}x,y>0\\xy\le 4y-1\end{cases}\xrightarrow[\text{cho } y^2]{\text{chia 2 ve}}\frac{x}{y}<-\frac{1}{y^2}+\frac{4}{y}=-\left(\frac{1}{y^2}-2.2.\frac{1}{y}+4\right)+4$

$$=-\left(\frac{1}{y}-2\right)^2+4\le 4\Rightarrow\frac{x}{y}\le 4.$$

- Đặt $t=\frac{x}{y}\Rightarrow 0<t\le 4\longrightarrow D=(0;4]$

- Biến đổi biểu thức P về dạng:

$$P=6\left(2+\frac{1}{t}\right)+\ln(t+2)\Rightarrow P'(t)=-\frac{6}{t^2}+\frac{1}{t+2}=\frac{t^2-6t-12}{t^2(t+2)}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3-\sqrt{21}\notin D\\x=3+\sqrt{21}\notin D\end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên, từ đó ta thấy rằng, trong khoảng $(0;4]$ thì hàm *P(t)* nghịch biến

nên $\min P(t)=P(4)=\frac{27}{2}+\ln 6\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{27}{2}\\b=6\end{cases}\Rightarrow a.b=81$

Chọn B.

Câu 45: Xét các số thực a,b thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị lớn nhất P_{Max} của biểu thức $P=\frac{-1}{\log_b^2 a}+\log_a\left(\frac{b}{a}\right)+\frac{7}{4}$.

A. $P_{Max}=2$. **B.** $P_{Max}=1$. **C.** $P_{Max}=0$. **D.** $P_{Max}=3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$P=\frac{-1}{\log_b^2 a}+\log_a\left(\frac{b}{a}\right)+\frac{7}{4}=-\log_a^2 b+\log_a b+\frac{3}{4}=-\left(\log_a b-\frac{1}{2}\right)^2+1\le 1$$

$\Rightarrow P_{Max}=1$.

Câu 46: Cho $0<a<1<b$, $ab>1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\log_a ab+\dfrac{4}{(1-\log_a b).\log_{\frac{a}{b}} ab}$.

A. $P=2$. **B.** $P=4$. **C.** $P=3$. **D.** $P=-4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do $0<a<1<b$, $ab>1$ nên suy ra $\log_a b<0$.

Mặt khác ta có $\log_b ab>0 \Leftrightarrow \log_b a+1>0 \Leftrightarrow \dfrac{1+\log_a b}{\log_a b}>0 \Rightarrow \log_a b+1<0$.

Ta có $P=\log_a ab+\dfrac{4}{(1-\log_a b).\log_{\frac{a}{b}} ab}=1+\log_a b+\dfrac{4}{(1-\log_a b)\left(\log_{ab^{-1}} a+\log_{ab^{-1}} b\right)}$

$=1+\log_a b+\dfrac{4}{(1-\log_a b)\left(\dfrac{1}{1-\log_a b}+\dfrac{\log_a b}{1-\log_a b}\right)}=1+\log_a b+\dfrac{4}{1+\log_a b}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có : $-P=(-1-\log_a b)+\dfrac{4}{-1-\log_a b}\ge 4$.

Suy ra $P\le -4$.

Đẳng thức xẩy ra $\Leftrightarrow 1+\log_a b=-2 \Leftrightarrow \log_a b=-3 \Leftrightarrow a^3b=1$.

Câu 47: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn $\begin{cases} a\ge b^2 \\ b>1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\log_{\frac{a}{b}} a+\log_b \dfrac{a}{b}$.

A. $P_{\min}=\dfrac{1}{3}$. **B.** $P_{\min}=1$. **C.** $P_{\min}=3$. **D.** $P_{\min}=9$.

Hướng dẫn gải:

Từ điều kiện, suy ra $\begin{cases} a>1 \\ b>1 \end{cases}$.

Ta có $P=\dfrac{1}{1-\log_a b}+\dfrac{1-\log_a b}{\log_a b}$.

Đặt $t=\log_a b>0$. Do $a\ge b^2 \longrightarrow \log_b a\ge \log_b b^2=2 \longrightarrow t=\log_a b\le \dfrac{1}{2}$.

Khi đó $P=\dfrac{1}{1-t}+\dfrac{1-t}{t}=f(t)$.

Khảo sát hàm $f(t)$ trên $\left(0;\frac{1}{2}\right]$, ta được $P=f(t)\ge f\left(\frac{1}{2}\right)=3$.

Chọn C.

Câu 48: Xét các số thực a, b thỏa mãn $b>1$ và $\sqrt{a}\le b<a$. Biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}}a+2\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a}{b}\right)$ đạt giá trị khỏ nhất khi:

A. $a=b^2$. **B.** $a^2=b^3$. **C.** $a^3=b^2$. **D.** $a^2=b$.

Hướng dẫn gải:

Từ điều kiện, suy ra $\begin{cases}a>1\\b>1\end{cases}$.

Ta có $P=\frac{1}{1-\log_a b}+4\left(\log_b a-1\right)=\frac{1}{1-\log_a b}+\frac{4}{\log_a b}-4$.

Đặt $t=\log_a b>0$. Do $\sqrt{a}\le b<a\longrightarrow\log_a\sqrt{a}\le\log_a b<\log_a a\longrightarrow\frac{1}{2}\le t<1$.

Khi đó $P=\frac{1}{1-t}+\frac{4}{t}-4=f(t)$.

Khảo sát $f(t)$ trên $\left[\frac{1}{2};1\right)$, ta được $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 5 khi $t=\frac{2}{3}$.

Với $t=\frac{2}{3}\longrightarrow\log_a b=\frac{2}{3}\leftrightarrow a^2=b^3$.

Chọn B.

Câu 49: Xét các số thực a, b thỏa mãn $\frac{1}{4}<b<a<1$. Biểu thức $P=\log_a\left(b-\frac{1}{4}\right)-\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{b}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi:

A. $\log_a b=\frac{2}{3}$. **B.** $\log_a b=\frac{1}{3}$. **C.** $\log_a b=\frac{3}{2}$. **D.** $\log_a b=3$.

Hướng dẫn gải:

Ta có $\left(b-\frac{1}{2}\right)^2\ge 0\longleftrightarrow b^2-b+\frac{1}{4}\ge 0\longleftrightarrow b-\frac{1}{4}\le b^2$.

Mà $a<1\longrightarrow\log_a\left(b-\frac{1}{4}\right)\ge\log_a b^2=2\log_a b$.

Ta có $P=\log_a\left(b-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}.\log_{\frac{a}{b}}b=\log_a\left(b-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}.\frac{\log_a b}{1-\log_a b}\ge 2\log_a b-\frac{1}{2}.\frac{\log_a b}{1-\log_a b}$.

Đặt $t=\log_a b$. Do $b<a<1\longrightarrow t=\log_a b>1$.

Khi đó $P\ge 2t+\frac{t}{2t-2}=f(t)$.

Khảo sát $f(t)$ trên khoảng $(1;+\infty)$, ta được $P \ge f(t) \ge f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2}$.

Chọn C.

Câu 50: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn $a > 1 > b > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_{a^2} a^2 b + \log_{\sqrt{b}} a^3$.

A. $P_{\max} = 1 + 2\sqrt{3}$. **B.** $P_{\max} = -2\sqrt{3}$. **C.** $P_{\max} = -2$. **D.** $P_{\max} = 1 - 2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn gải:

Ta có $P = \log_{a^2} a^2 b + \log_{\sqrt{b}} a^3 = \frac{\log_a a^2 b}{\log_a a^2} + \frac{\log_a a^3}{\log_a \sqrt{b}} = \frac{\log_a b + 2}{2} + \frac{6}{\log_a b}$.

Đặt $t = \log_a b$. Do $a > 1 > b > 0 \longrightarrow \log_a b < \log_a 1 = 0 \longrightarrow t < 0$.

Khi đó $P = \frac{t+2}{2} + \frac{6}{t} = \frac{t}{2} + \frac{6}{t} + 1 = 1 - \left(-\frac{t}{2} - \frac{6}{t}\right) \overset{\text{Cauchy}}{\le} 1 - 2\sqrt{3}$.

Chọn D.

Câu 51: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa $1 < a \le b^2$. Biểu thức $P = 2\left(2\log_{\frac{a}{b}} a - \log_{\frac{a}{b}} b\right)^2 + 27\log_a\left(\frac{a}{b}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi:

A. $a = b^2$. **B.** $a = 2b$. **C.** $a = b + 1$ **D.** $2a = b + 1$.

Hướng dẫn gải:

Ta có $\log_{\frac{a}{b}} b = \log_{\frac{a}{b}}\left(a.\frac{b}{a}\right) = \log_{\frac{a}{b}} a - 1$.

Do đó $P = 2\left[2\log_{\frac{a}{b}} a - \left(\log_{\frac{a}{b}} a - 1\right)\right]^2 + \frac{27}{\log_{\frac{a}{b}} a} = 2\left(\log_{\frac{a}{b}} a + 1\right)^2 + \frac{27}{\log_{\frac{a}{b}} a}$.

Đặt $t = \log_{\frac{a}{b}} a$. Do $1 < a \le b^2 \longrightarrow \sqrt{a} \le b$, suy ra

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{\log_{\frac{a}{b}} a} = \log_a \frac{a}{b} = 1 - \log_a b \le 1 - \log_a \sqrt{a} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \longrightarrow t \ge 2.$$

Khi đó $P = 2(t+1)^2 + \frac{27}{t} = f(t)$.

Khảo sát $f(t)$ trên $[2;+\infty)$, ta được $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{63}{2}$ khi $t = 2$.

Với $t = 2 \longrightarrow \log_{\frac{a}{b}} a = 2 \leftrightarrow a = b^2$.

Chọn A.

Câu 52: Tìm tất cả giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{4^{\sin x}+6^{m+\sin x}}{9^{\sin x}+4^{1+\sin x}}$ không nhỏ hơn $\dfrac{1}{3}$.

A. $m\ge \log_6\dfrac{2}{3}$. **B.** $m\ge \log_6\dfrac{13}{18}$. **C.** $m\le \log_6 3$. **D.** $m\le \log_6\dfrac{2}{3}$.

Hướng dẫn gải:

Hàm số viết lại $f(x)=\dfrac{\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2\sin x}+6^m\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\sin x}}{1+4.\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2\sin x}}$.

Đặt $t=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\sin x}\longrightarrow f(t)=\dfrac{t^2+nt}{1+4t^2}$ với $\begin{cases}\dfrac{2}{3}\le t\le \dfrac{3}{2}\\ n=6^m>0\end{cases}$.

Bài toán trở thành "Tìm $n>0$ để bất phương trình $f(t)\ge\dfrac{1}{3}$ có nghiệm trên đoạn $\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{2}\right]$".

Ta có $f(t)\ge\dfrac{1}{3}\longleftrightarrow\dfrac{t^2+nt}{1+4t^2}\ge\dfrac{1}{3}\longleftrightarrow t^2+1\le 3nt\xleftrightarrow{t\in\left[\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right]}n\ge\dfrac{t}{3}+\dfrac{1}{3t}$.

Xét hàm $g(t)=\dfrac{t}{3}+\dfrac{1}{3t}$ trên đoạn $\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{2}\right]$, ta có $\min\limits_{\left[\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right]}g(t)=g(1)=\dfrac{2}{3}$.

Để bất phương trình $f(t)\ge\dfrac{1}{3}$ có nghiệm trên đoạn $\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{2}\right]$ thì bất phương trình $g(t)\le n$ phải có nghiệm trên đoạn $\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{2}\right]\longleftrightarrow n\ge\min\limits_{\left[\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right]}g(t)\longrightarrow n\ge\dfrac{2}{3}$

$\longrightarrow 6^m\ge\dfrac{2}{3}\longrightarrow m\ge\log_6\dfrac{2}{3}$.

Chọn A.

PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

– LÝ THUYẾT CHUNG

PHƯƠNG TRÌNH MŨ

. Phương trình mũ cơ bản: Với a > 0, a ≠ 1: $a^x = b \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ x = \log_a b \end{cases}$

. Một số phương pháp giải phương trình mũ

a) Đưa về cùng cơ số: Với a > 0, a ≠ 1: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

Chú ý: *Trong trường hợp cơ số có chứa ẩn số thì:* $a^M = a^N \Leftrightarrow (a-1)(M-N) = 0$

b) Logarit hoá: $\mathrm{a}^{\mathrm{f}(\mathrm{x})} = \mathrm{b}^{\mathrm{g}(\mathrm{x})} \Leftrightarrow \mathrm{f}(\mathrm{x}) = \left(\log_{\mathrm{a}} \mathrm{b}\right).\mathrm{g}(\mathrm{x})$

c) Đặt ẩn phụ:

- ***Dạng 1***: $P(a^{f(x)}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{f(x)},\ t > 0 \\ P(t) = 0 \end{cases}$, trong đó P(t) là đa thức theo t.

- ***Dạng 2***: $\alpha a^{2f(x)} + \beta (ab)^{f(x)} + \gamma b^{2f(x)} = 0$

  Chia 2 vế cho $b^{2f(x)}$, rồi đặt ẩn phụ $t = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{f(x)}$

- ***Dạng 3***: $a^{f(x)} + b^{f(x)} = m$, với $ab = 1$. Đặt $t = a^{f(x)} \Rightarrow b^{f(x)} = \dfrac{1}{t}$

d) Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

Xét phương trình: f(x) = g(x) (1)

- Đoán nhận x_0 là một nghiệm của (1).
- Dựa vào tính đồng biến, nghịch biến của *f(x)* và *g(x)* để kết luận x_0 là nghiệm duy

hất:

$\left[\begin{array}{l} f(x) \text{ ñoàng bieán vaø } g(x) \text{ nghòch bieán (hoaëc ñoàng bieán nhöng nghieâm ngaët).} \\ f(x) \text{ ñôn ñieäu vaø } g(x) = c \text{ haèng soá} \end{array}\right.$

- Nếu *f(x)* đồng biến (hoặc nghịch biến) thì $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$

e) Đưa về phương trình các phương trình đặc biệt

- **Phương trình tích** A. B = 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A = 0 \\ B = 0 \end{array}\right.$
- **Phương trình** $\mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{A} = 0 \\ \mathrm{B} = 0 \end{cases}$

f) Phương pháp đối lập

Xét phương trình: f(x) = g(x) (1)

Nếu ta chứng minh được: $\begin{cases} f(x) \geq M \\ g(x) \leq M \end{cases}$ thì (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = M \\ g(x) = M \end{cases}$

II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

• Khi giải các bất phương trình mũ ta cần chú ý tính đơn điệu của hàm số mũ.

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases} \end{array} \right.$$

• Ta cũng thường sử dụng các phương pháp giải tương tự như đối với phương trình mũ:

– Đưa về cùng cơ số.

– Đặt ẩn phụ.

– ….

Chú ý: *Trong trường hợp cơ số a có chứa ẩn số thì:*

$$a^M > a^N \Leftrightarrow (a-1)(M-N) > 0$$

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 1: Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2^{x+\frac{1}{4x}}+2^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}}=4$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 2: Phương trình $2^{x-3}=3^{x^2-5x+6}$ có hai nghiệm x_1,x_2 trong đó $x_1<x_2$, hãy chọn phát biểu đúng?

A. $3x_1-2x_2=\log_3 8$. **B.** $2x_1-3x_2=\log_3 8$.

C. $2x_1+3x_2=\log_3 54$. **D.** $3x_1+2x_2=\log_3 54$.

Câu 3: Phương trình $3^{3+3x}+3^{3-3x}+3^{4+x}+3^{4-x}=10^3$ có tổng các nghiệm là?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4: Phương trình $3^{2x}+2x\left(3^x+1\right)-4.3^x-5=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm không âm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 5: Tìm số nghiệm của phương trình $2^x+3^x+4^x+...+2016^x+2017^x=2016-x$.

A. 1. **B.** 2016. **C.** 2017. **D.** 0.

Câu 6: Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+4}=2^{2\left(x^2+1\right)}+\sqrt{2^{2\left(x^2+2\right)}-2^{x^2+3}+1}$. Khi đó, tổng hai nghiệm bằng?

A. 0. **B.** 2. **C.** –2. **D.** 1.

Câu 7: Giả sử $\left(x_0;y_0\right)$ là một nghiệm của phương trình

$$4^{x-1}+2^x.\sin\left(2^{x-1}+y-1\right)+2=2^x+2.\sin\left(2^{x-1}+y-1\right).$$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $4<x_0<7$. **B.** $x_0>7$. **C.** $-2<x_0<4$. **D.** $-5<x_0<-2$.

Câu 8: Với giá trị của tham số m thì phương trình $(m+1)16^x-2(2m-3)4^x+6m+5=0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $-4<m<-1$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $-1<m<\dfrac{3}{2}$. **D.** $-1<m<-\dfrac{5}{6}$.

Câu 9: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1+x_2=3$?

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=3$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^x=mx+1$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m>0$. **B.** $\begin{cases} m>0 \\ m\neq \ln 3 \end{cases}$. **C.** $m\geq 2$. **D.** Không tồn tại m

Câu 11: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $5^{\sqrt{x+2}-x}-5m=0$ có nghiệm thực.

A. $\left(0;5\sqrt[4]{5}\right]$. **B.** $\left[5\sqrt[4]{5};+\infty\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left[0;5\sqrt[4]{5}\right]$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m+e^{\frac{x}{2}}=\sqrt[4]{e^{2x}+1}$ có nghiệm thực**:**

A. $0<m\le\frac{2}{e}$. **B.** $\frac{1}{e}\le m<1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $-1<m<0$.

Câu 13: Tìm m để bất phương trình $m.9^x-(2m+1).6^x+m.4^x\le0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;1)$.

A. $0\le m\le6$ **B.** $m\le6$. **C.** $m\ge6$. **D.** $m\le0$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x-\frac{2}{\log_3(x+1)}=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $-1<m\ne0$. **B.** $m>-1$. **C.** Không tồn tại m. **D.** $-1<m<0$.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $m.3^{x^2-3x+2}+3^{4-x^2}=3^{6-3x}+m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 16: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$. **B.** $[2;4]$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 17: Tìm tập hợp tất cả các tham số m sao cho phương trình $4^{x^2-2x+1}-m.2^{x^2-2x+2}+3m-2=0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 18: Tìm các giá trị của m để phương trình: $\sqrt{3^x+3}+\sqrt{5-3^x}=m$ có 2 nghiệm phân biệt:

A. $\sqrt{3}+\sqrt{5}<m<4$. **B.** $2\sqrt{2}<m<4$.

C. $2\sqrt{2}<m<\sqrt{3}$. **D.** $m>2\sqrt{2}$.

Câu 19: Tìm m để phương trình: $e^{2x}-me^x+3-m=0$, có nghiệm:

A. $m\ge2$. **B.** $m>2$. **C.** $m<3$. **D.** $m>0$.

Câu 20: Phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+\left(2-\sqrt{3}\right)^x=m$ (1) có nghiệm khi:

A. $m\in(-\infty;5)$. **B.** $m\in(-\infty;5]$. **C.** $m\in(2;+\infty)$. **D.** $m\in[2;+\infty)$.

Câu 21: Cho phương trình $5^{x^2+2mx+2}-5^{2x^2+4mx+2}-x^2-2mx=0$. Tìm m để phương trình vô nghiệm?

A. $m>0$. **B.** $m<1$. **C.** Không có m. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>1\\m<0\end{array}\right.$

âu 22: Cho phương trình: $m2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2.2^{6-5x}+m\ \ (1)$. Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{8};\frac{1}{256}\right\}$.
B. $m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{7};\frac{1}{256}\right\}$.
C. $m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{6};\frac{1}{256}\right\}$.
D. $m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{5};\frac{1}{256}\right\}$.

âu 23: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left(7-3\sqrt{5}\right)^{x^2}+m\left(7+3\sqrt{5}\right)^{x^2}=2^{x^2-1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. $m<\frac{1}{16}$.
B. $0\le m<\frac{1}{16}$.
C. $-\frac{1}{2}<m\le\frac{1}{16}$.
D. $\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{2}<m\le 0\\ m=\frac{1}{16}\end{array}\right.$.

âu 24: Cho phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}}-(m+2).3^{1+\sqrt{1-x^2}}+2m+1=0$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có nghiệm.

A. $4\le m\le\frac{64}{7}$
B. $4\le m\le 8$
C. $3\le m\le\frac{64}{7}$
D. $m\ge\frac{64}{7}$

âu 25: Tìm tập hợp các giá trị của *m* để phương trình $3^x+3=m.\sqrt{9^x+1}$ (1)có đúng 1 nghiệm.

A. $(1,3]$
B. $\left(3;\sqrt{10}\right)$
C. $\left\{\sqrt{10}\right\}$
D. $(1;3)\cup\left\{\sqrt{10}\right\}$

I - BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

âu 26: Bất phương trình $2.5^{x+2}+5.2^{x+2}\le 133.\sqrt{10^x}$ có tập nghiệm là $S=[a;b]$ thì $b-2a$ bằng

A. 6
B. 10
C. 12
D. 16

âu 27: Tập nghiệm của bất phương trình: $3^{x^2+\sqrt{x-1}-1}+3\le 3^{x^2}+3^{\sqrt{x-1}}$.

A. $2\le x$.
B. $1\le x\le 2$.
C. $2\le x\le 7$.
D. $2\le x\le 4$.

âu 28: Tập nghiệm của bất phương trình: $81.9^{x-2}+3^{x+\sqrt{x}}-\frac{2}{3}.3^{2\sqrt{x}+1}\ge 0$ là:

A. $S=[1;+\infty)\cup\{0\}$.
B. $S=[1;+\infty)$.
C. $S=[0;+\infty)$.
D. $S=[2;+\infty)\cup\{0\}$.

âu 29: Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(3m+1)12^x+(2-m)6^x+3^x<0$ có nghiệm đúng $\forall x>0$ là:

A. $(-2;+\infty)$.
B. $(-\infty;-2]$.
C. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$.
D. $\left(-2;-\frac{1}{3}\right)$.

âu 30: Số các giá trị nguyên dương để bất phương trình $3^{\cos^2 x}+2^{\sin^2 x}\ge m.3^{\sin^2 x}$ có nghiệm là

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình sau có tập nghiệm là $\left(-\infty;0\right]$: $m2^{x+1}+\left(2m+1\right)\left(1-\sqrt{5}\right)^{x}+\left(3+\sqrt{5}\right)^{x}<0$.

A. $m\le -\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\le \dfrac{1}{2}$. **C.** $m<\dfrac{1}{2}$. **D.** $m<-\dfrac{1}{2}$.

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

- PHƯƠNG TRÌNH MŨ

âu 1: Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2^{x+\frac{1}{4x}}+2^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}}=4$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Chọn D.

Điều kiện $x\neq 0$

- Nếu $x>0\Rightarrow x+\frac{1}{4x}\geq 1$, dấu bằng xẩy ra khi $x=\frac{1}{2}$ và $\frac{x}{4}+\frac{1}{x}\geq 1$,

dấu bằng xẩy ra khi $x=2$ suy ra $2^{x+\frac{1}{4x}}+2^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}}>4,\forall x>0$

- Nếu $x<0\Rightarrow -x-\frac{1}{4x}\geq 1\Rightarrow x+\frac{1}{4x}\leq -1\Rightarrow 2^{x+\frac{1}{4x}}\leq\frac{1}{2}$, dấu bằng xẩy ra khi $x=-\frac{1}{2}$

và $-\frac{x}{4}-\frac{1}{x}\geq 1\Rightarrow\frac{x}{4}+\frac{1}{x}\leq -1\Rightarrow 2^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}}\leq\frac{1}{2}$, dấu bằng xẩy ra khi $x=2$

Suy ra $2^{x+\frac{1}{4x}}+2^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}}<1,\forall x<0$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Bình luận:

Sử dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương $a+b\geq 2\sqrt{ab}$, dấu "=" xảy ra khi $a=b$.

âu 2: Phương trình $2^{x-3}=3^{x^2-5x+6}$ có hai nghiệm x_1,x_2 trong đó $x_1<x_2$, hãy chọn phát biểu đúng?

A. $3x_1-2x_2=\log_3 8$. **B.** $2x_1-3x_2=\log_3 8$.

C. $2x_1+3x_2=\log_3 54$. **D.** $3x_1+2x_2=\log_3 54$.

Hướng dẫn giải:

Logarit hóa hai vế của phương trình (theo cơ số 2) ta được: $(3)\Leftrightarrow\log_2 2^{x-3}=\log_2 3^{x^2-5x+6}$

$$\Leftrightarrow(x-3)\log_2 2=(x^2-5x+6)\log_2 3\Leftrightarrow(x-3)-(x-2)(x-3)\log_2 3=0$$

$$\Leftrightarrow(x-3).\left[1-(x-2)\log_2 3\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-3=0\\1-(x-2)\log_2 3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\(x-2)\log_2 3=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x-2=\dfrac{1}{\log_2 3}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\log_3 2+2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\log_3 2+\log_3 9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\log_3 18\end{array}\right.$$

âu 3: Phương trình $3^{3+3x}+3^{3-3x}+3^{4+x}+3^{4-x}=10^3$ có tổng các nghiệm là?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

$3^{3+3x}+3^{3-3x}+3^{4+x}+3^{4-x}=10^3\ \ (7)$

$(7)\Leftrightarrow 27.3^{3x}+\dfrac{27}{3^{3x}}+81.3^x+\dfrac{81}{3^x}=10^3\Leftrightarrow 27.\left(3^{3x}+\dfrac{1}{3^{3x}}\right)+81.\left(3^x+\dfrac{1}{3^x}\right)=10^3\quad (7')$

Đặt $t=3^x+\dfrac{1}{3^x}\overset{Côsi}{\geq}2\sqrt{3^x.\dfrac{1}{3^x}}=2$

$\Rightarrow t^3=\left(3^x+\dfrac{1}{3^x}\right)^3=3^{3x}+3.3^{2x}.\dfrac{1}{3^x}+3.3^x.\dfrac{1}{3^{2x}}+\dfrac{1}{3^{3x}}\Leftrightarrow 3^{3x}+\dfrac{1}{3^{3x}}=t^3-3t$

Khi đó: $(7')\Leftrightarrow 27\left(t^3-3t\right)+81t=10^3\Leftrightarrow t^3=\dfrac{10^3}{27}\Leftrightarrow t=\dfrac{10}{3}>2\ \ (N)$

Với $t=\dfrac{10}{3}\Rightarrow 3^x+\dfrac{1}{3^x}=\dfrac{10}{3}\quad (7'')$

Đặt $y=3^x>0$. Khi đó: $(7'')\Leftrightarrow y+\dfrac{1}{y}=\dfrac{10}{3}\Leftrightarrow 3y^2-10y+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=3\ \ (N)\\ y=\dfrac{1}{3}\ \ (N)\end{array}\right.$

Với $y=3\Rightarrow 3^x=3\Leftrightarrow\boxed{x=1}$

Với $y=\dfrac{1}{3}\Rightarrow 3^x=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\boxed{x=-1}$

Câu 4: Phương trình $3^{2x}+2x\left(3^x+1\right)-4.3^x-5=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm không âm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

$3^{2x}+2x\left(3^x+1\right)-4.3^x-5=0\Leftrightarrow\left(3^{2x}-1\right)+2x\left(3^x+1\right)-\left(4.3^x+4\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(3^x-1\right)\left(3^x+1\right)+\left(2x-4\right)\left(3^x+1\right)=0\Leftrightarrow\left(3^x+2x-5\right)\left(3^x+1\right)=0\Leftrightarrow 3^x+2x-5=0$

Xét hàm số $f(x)=3^x+2x-5$, ta có : $f(1)=0$.

$f'(x)=3^x\ln 3+2>0;\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy nghiệm duy nhất của phương trình là $x=1$

BÌNH LUẬN

Có thể đặt $t=3^x>0$ sau đó tính delta theo x

Câu 5: Tìm số nghiệm của phương trình $2^x+3^x+4^x+...+2016^x+2017^x=2016-x$.

A. 1. **B.** 2016. **C.** 2017. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét phương trình $2^x+3^x+4^x+...+2016^x+2017^x=2016-x$ (*) có:

Vế trái (*): $2^x+3^x+4^x+...+2016^x+2017^x = f(x)$ là hàm số đồng biến trên R.

Vế phải (*): $2016-x=g(x)$ là hàm số nghịch biến trên R.

Khi đó phương trình (*) có không quá 1 nghiệm.

Mà $f(0)=2016=g(0)$ nên suy ra (*) có 1 nghiệm duy nhất là $x=0$.

Câu 6: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+4}=2^{2\left(x^2+1\right)}+\sqrt{2^{2\left(x^2+2\right)}-2^{x^2+3}+1}$. Khi đó, tổng hai nghiệm bằng?

A. 0. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

$$2^{x^2+4}=2^{2\left(x^2+1\right)}+\sqrt{2^{2\left(x^2+2\right)}-2^{x^2+3}+1} \Leftrightarrow 8.2^{x^2+1}=2^{2\left(x^2+1\right)}+\sqrt{4.2^{2\left(x^2+1\right)}-4.2^{x^2+1}+1}$$

Đặt $t=2^{x^2+1}\left(t\ge 2\right)$, phương trình trên tương đương với

$8t=t^2+\sqrt{4t^2-4t+1} \Leftrightarrow t^2-6t-1=0 \Leftrightarrow t=3+\sqrt{10}$ (vì $t\ge 2$). Từ đó suy ra

$$2^{x^2+1}=3+\sqrt{10} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\sqrt{\log_2\dfrac{3+\sqrt{10}}{2}} \\ x_2=-\sqrt{\log_2\dfrac{3+\sqrt{10}}{2}} \end{array}\right.$$

Vậy tổng hai nghiệm bằng 0.

Câu 7: Giả sử $\left(x_0;y_0\right)$ là một nghiệm của phương trình

$$4^{x-1}+2^x.\sin\left(2^{x-1}+y-1\right)+2=2^x+2.\sin\left(2^{x-1}+y-1\right).$$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $4<x_0<7$. **B.** $x_0>7$. **C.** $-2<x_0<4$. **D.** $-5<x_0<-2$.

Hướng dẫn gải:

Phương trình $\leftrightarrow \dfrac{4^x}{4}+2^x.\sin\left(2^{x-1}+y-1\right)+2=2^x+2.\sin\left(2^{x-1}+y-1\right)$

$$\leftrightarrow \left(2^x-2\right)^2+4\left(2^x-2\right)\sin\left(2^{x-1}+y-1\right)+4=0$$

$$\leftrightarrow \left[\left(2^x-2\right)+2\sin\left(2^{x-1}+y-1\right)\right]^2+4-4\sin^2\left(2^{x-1}+y-1\right)=0$$

$$\leftrightarrow \left[\left(2^x-2\right)+2\sin\left(2^{x-1}+y-1\right)\right]^2+4\cos^2\left(2^{x-1}+y-1\right)=0$$

$$\leftrightarrow \begin{cases}\left(2^x-2\right)+2\sin\left(2^{x-1}+y-1\right)=0 & (1)\\ \cos^2\left(2^{x-1}+y-1\right)=0 & (2)\end{cases}.$$

Phương trình $(2) \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\left(2^{x-1}+y-1\right)=1 \xrightarrow{(1)} 2^x=0 \ (\text{loai}). \\ \sin\left(2^{x-1}+y-1\right)=-1 \xrightarrow{(1)} 2^x=4 \leftrightarrow x=2. \end{array} \right.$

Chọn C.

Câu 8: Với giá trị của tham số m thì phương trình $(m+1)16^x-2(2m-3)4^x+6m+5=0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $-4<m<-1$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $-1<m<\frac{3}{2}$. **D.** $-1<m<-\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $4^x=t>0$. Phương trình đã cho trở thành: $\underbrace{(m+1)t^2-2(2m-3)t+6m+5}_{f(t)}=0.\ (*)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm $t_1,\ t_2$ thỏa mãn $0<t_1<1<t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1\neq 0 \\ (m+1)f(1)<0 \\ (m+1)(6m+5)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1\neq 0 \\ (m+1)(3m+12)<0 \\ (m+1)(6m+5)>0 \end{cases} \Leftrightarrow -4<m<-1.$$

Bình luận:

Tìm mối quan hệ nghiệm giữa biến cũ và mới, do $\begin{cases} t=4^x \Leftrightarrow x=\log_4 t \\ 0<t<1 \Rightarrow \log_4 t<0 \end{cases}$ nên $0<t_1<1<t_2$ thì phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Câu 9: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thoả mãn $x_1+x_2=3$?

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=3$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $4^x-m.2^{x+1}+2m=0 \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2-2m.2^x+2m=0 \qquad (*)$

Phương trình $(*)$ là phương trình bậc hai ẩn 2^x có: $\Delta'=(-m)^2-2m=m^2-2m$.

Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow m^2-2m\geq 0 \Leftrightarrow m(m-2)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m\leq 0 \end{array} \right.$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $2^{x_1}.2^{x_2}=2m \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2}=2m$

Do đó $x_1+x_2=3 \Leftrightarrow 2^3=2m \Leftrightarrow m=4$.

Thử lại ta được $m=4$ thỏa mãn.

Chọn A.

Bình luận:

Do phương trình $(*)$ là phương trình bậc hai ẩn $2^x > 0$ có thể có nghiệm $2^x < 0$ (vô lí) nên khi giải ra tham số $m = 4$ thì phải thử lại.

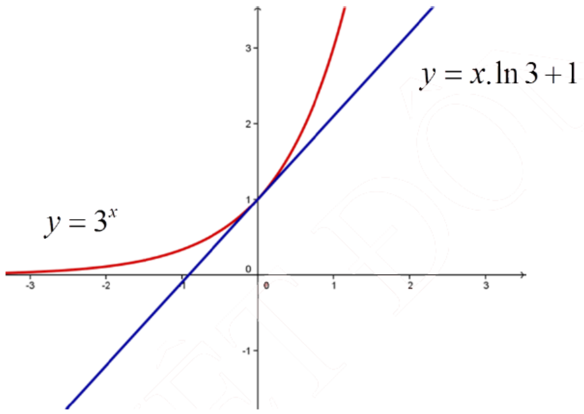
Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^x = mx + 1$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m > 0$. **B.** $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq \ln 3 \end{cases}$. **C.** $m \geq 2$. **D.** Không tồn tại m

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có: Số nghiệm của phương trình $3^x = mx + 1$ phụ thuộc vào số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 3^x$ và đường thẳng $y = mx + 1$.



Ta thấy $y = mx + 1$ luôn đi qua điểm cố định $(0;\, 1)$ nên

+Nếu $m = 0$: phương trình có nghiệm duy nhất

+ Nếu $m < 0$: $y = mx + 1$ là hàm nghịch biến nên có đồ thị cắt đồ thị hàm số $y = 3^x$ tại một điểm duy nhất.

+ Nếu $m > 0$:Để thỏa mãn ycbt thì đường thẳng $y = mx + 1$ phải khác tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 3^x$ tại điểm $(0;\, 1)$, tức là $m \neq \ln 3$.

Vậy $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq \ln 3 \end{cases}$

Câu 11: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $5^{\sqrt{x+2}-x} - 5m = 0$ có nghiệm thực.

A. $\left(0; 5\sqrt[4]{5}\right]$. **B.** $\left[5\sqrt[4]{5}; +\infty\right)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $\left[0; 5\sqrt[4]{5}\right]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện $m > 0$.

$5^{\sqrt{x+2}-x} - 5m = 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} - x = 1 + \log_5 m \quad (1)\ (x \geq -2)$.

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\sqrt{x+2}-x\ \left(x\ge -2\right)$ với đường thẳng $y=1+\log_5 m$.

Xét hàm số $y=\sqrt{x+2}-x\ \left(x\ge -2\right)$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+2}}-1; y'=0\Rightarrow x=-\dfrac{7}{4}$.

Bảng biến thiên

x	-2		$-\frac{7}{4}$		$+\infty$
y'	||	$+$	0	$-$	
y	2	$\nearrow$	$\frac{9}{4}$	$\searrow$	$-\infty$

Để phương trình ban đầu có nghiệm thực thì $1+\log_5 m\le \dfrac{9}{4}\Rightarrow 0<m\le 5\sqrt[4]{5}$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m+e^{\frac{x}{2}}=\sqrt[4]{e^{2x}+1}$ có nghiệm thực:

A. $0<m\le \dfrac{2}{e}$. **B.** $\dfrac{1}{e}\le m<1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $-1<m<0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Biến đổi phương trình về dạng $m=\sqrt[4]{\left(e^x\right)^2+1}-\sqrt{e^x}$. Đặt $t=e^x;(t>0)$ ta xét hàm số $y=\sqrt[4]{t^2+1}-\sqrt{t}$ trên $\left(0;+\infty\right)$.

$$y'=\frac{t}{2.\sqrt[4]{\left(t^2+1\right)^3}}-\frac{1}{2\sqrt{t}}=\frac{\sqrt{t^3}-\sqrt[4]{\left(t^2+1\right)^3}}{2.\sqrt{t}.\sqrt[4]{\left(t^2+1\right)^3}}=\frac{\sqrt[4]{\left(t^2\right)^3}-\sqrt[4]{\left(t^2+1\right)^3}}{2.\sqrt{t}.\sqrt[4]{\left(t^2+1\right)^3}}<0\ (\forall t>0)$$

Bảng biến thiên

x	0		$+\infty$
y'		$-$	
y	1	$\searrow$	0

Vậy điều kiện cần tìm là $0<m<1$

Câu 13: Tìm m để bất phương trình $m.9^x-(2m+1).6^x+m.4^x\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;1)$.

A. $0\le m\le 6$ **B.** $m\le 6$. **C.** $m\ge 6$. **D.** $m\le 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $m.9^x-(2m+1).6^x+m.4^x\le 0\Leftrightarrow m.\left(\frac{9}{4}\right)^x-(2m+1)\left(\frac{3}{2}\right)^x+m\le 0$.

Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x$. Vì $x\in(0;1)$ nên $1<t<\frac{3}{2}$

Khi đó bất phương trình trở thành $m.t^2-(2m+1)t+m\le 0\Leftrightarrow m\le\frac{t}{(t-1)^2}$.

Đặt $f(t)=\frac{t}{(t-1)^2}$.

Ta có $f'(t)=\frac{-t-1}{(t-1)^3}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=-1$.

Bảng biến thiên.

t	-1		1		$\frac{3}{2}$
$f'(t)$	$+$ 0	$-$	||	$-$	
$f(t)$			|| $+\infty$	↘	6

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m\le\lim\limits_{t\to\frac{3}{2}}f(t)=6$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x-\frac{2}{\log_3(x+1)}=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $-1<m\ne 0$. **B.** $m>-1$. **C.** Không tồn tại m. **D.** $-1<m<0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases}x+1>0\\x+1\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x\ne 0\end{cases}$

Xét hàm số

$$f(x)=x-\frac{2}{\log_3(x+1)};\ f'(x)=1+\frac{2}{(x+1).\ln 3.\log_3^2(x+1)}>0,\forall x\in(-1;0)\cup(0:+\infty)$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	-1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $x-\dfrac{2}{\log_3(x+1)}=m$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m>-1$

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $m.3^{x^2-3x+2}+3^{4-x^2}=3^{6-3x}+m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt. $\begin{cases}3^{x^2-3x+2}=u\\3^{4-x^2}=v\end{cases}\Rightarrow u.v=3^{6-3x}$. Khi đó phương trình trở thành

$mu+v=uv+m\Leftrightarrow m(u-1)-v(u-1)=0\Leftrightarrow(u-1)(m-v)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=1\\v=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^{x^2-3x+2}=1\\3^{2-x^2}=m(m>0)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-3x+2=0\\4-x^2=\log_3 m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x^2=4-\log_3 m\end{array}\right.$

Để phương trình có ba nghiệm thì $x^2=4-\log_3 m$ có một nghiệm khác $1;2$. Tức $4-\log_3 m=0\Leftrightarrow m=81$.

Chọn A.

Câu 16: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$. **B.** $[2;4]$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(3;4)$.

Chọn C.

Ta có: $6^x+(3-m)2^x-m=0\ (1)\Leftrightarrow\dfrac{6^x+3.2^x}{2^x+1}=m$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{6^x+3.2^x}{2^x+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$, có

$f'(x)=\dfrac{12^x.\ln3+6^x.\ln6+3.2^x.\ln2}{(2^x+1)^2}>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Suy ra $0<x<1\Leftrightarrow f(0)<f(x)<f(1)\Leftrightarrow 2<f(x)<4$ vì $f(0)=2,\ f(1)=4$.

Vậy phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi $m\in(2;4)$.

âu 17: Tìm tập hợp tất cả các tham số m sao cho phương trình $4^{x^2-2x+1}-m.2^{x^2-2x+2}+3m-2=0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $t=2^{(x-1)^2}\quad (t\ge 1)$

Phương trình có dạng: $t^2-2mt+3m-2=0(*)$

Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2>0 \\ x_{1,2}=m\pm\sqrt{m^2-3m+2}>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2>0 \\ \sqrt{m^2-3m+2}<m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2>0 \\ m-1\ge 0 \\ m^2-3m+2<m^2-2m+1 \end{cases} \Leftrightarrow m>2$$

Chọn D.

Bình luận:

Trong bài này do đề bài yêu cầu phương trình có 4 nghiệm phân biệt nên ta cần chú ý mỗi $t\ge 1$ thì ta nhận được bao nhiêu giá trị x

Từ phương trình (*) chúng ta có thể cô lập m và ứng dụng hàm số để biện luận số nghiệm của phương trình thỏa đề bài.

âu 18: Tìm các giá trị của m để phương trình: $\sqrt{3^x+3}+\sqrt{5-3^x}=m$ có 2 nghiệm phân biệt:

A. $\sqrt{3}+\sqrt{5}<m<4$. **B.** $2\sqrt{2}<m<4$.

C. $2\sqrt{2}<m<\sqrt{3}$. **D.** $m>2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

ĐK: $x\le\log_3 5$

Đặt: $f(x)=\sqrt{3^x+3}+\sqrt{5-3^x}$ với $x\le\log_3 5$.

$$f'(x)=\frac{3^x\ln 3}{2\sqrt{3^x+3}}-\frac{3^x\ln 3}{2\sqrt{5-3^x}}=\frac{3^x\ln 3\left(\sqrt{5-3^x}-\sqrt{3^x+3}\right)}{2\left(\sqrt{3^x+3}\right)\left(\sqrt{5-3^x}\right)}$$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{5-3^x}=\sqrt{3^x+3}\Leftrightarrow x=0$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\sqrt{3}+\sqrt{5}$

BBT

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

$f(x)$	$\sqrt{3}+\sqrt{5}$ ↗ 4 ↘ $2\sqrt{2}$

Chọn A.

Câu 19: Tìm m để phương trình: $e^{2x}-me^{x}+3-m=0$, có nghiệm:

A. $m\ge 2$. **B.** $m>2$. **C.** $m<3$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $t=e^{x}, t>0$. Biến đổi phương trình về dạng: $\dfrac{t^2+3}{t+1}=m$

Khảo sát hàm $f(t)=\dfrac{t^2+3}{t+1}, t>0$ ta có $f(t)\ge 2$ suy ra $m\ge 2$

Chọn A.

Câu 20: Phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=m$ (1) có nghiệm khi:

A. $m\in(-\infty;5)$. **B.** $m\in(-\infty;5]$. **C.** $m\in(2;+\infty)$. **D.** $m\in[2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}, t>0$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2-mt+1=0$ (2)

(1) có nghiệm khi (2) có nghiệm dương.

Do tích 2 nghiệm = 1 nên suy ra (2) có 2 nghiệm dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4\ge 0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 2.$$

Chọn D.

Câu 21: Cho phương trình $5^{x^2+2mx+2}-5^{2x^2+4mx+2}-x^2-2mx=0$. Tìm m để phương trình vô nghiệm?

A. $m>0$. **B.** $m<1$. **C.** Không có m. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<0 \end{array}\right.$

Hướng dẫn giải:

Phương trình tương đương $5^{x^2+2mx+2}+\left(x^2+2mx+2\right)=5^{2x^2+4mx+2}+\left(2x^2+4mx+2\right)$

Do hàm $f(t)=5^{t}+t$. Đồng biến trên R nên ta có:

$x^2+2mx+2=2x^2+4mx+2$

Từ đó ĐK để phương trình vô nghiệm

Chọn C.

Câu 22: Cho phương trình: $m2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2.2^{6-5x}+m$ (1). Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{8};\frac{1}{256}\right\}$.

B. $m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{7};\frac{1}{256}\right\}$.

C. $m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{6};\frac{1}{256}\right\}$.

D. $m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{5};\frac{1}{256}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Viết phương trình lại dưới dạng:

$$m2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2.2^{6-5x}+m$$

$$\Leftrightarrow m2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2^{x^2-5x+6+1-x^2}+m$$

$$\Leftrightarrow m2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2^{x^2-5x+6}.2^{1-x^2}+m$$

Đặt $\begin{cases}u=2^{x^2-5x+6}\\ v=2^{1-x^2}\end{cases};u,v>0$. Khi đó phương trình tương đương:

$$mu+v=uv+m\Leftrightarrow(u-1)(v-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=1\\ v=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x^2-5x+6}=0\\ 2^{1-x^2}=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=2\\ 2^{1-x^2}=m(*)\end{array}\right.$$

Để (1) có 4 nghiệm phân biệt thì (*) có 2 nghiệm phân bieeth khác 2 và 3.

$$(*)\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ 1-x^2=\log_2 m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ x^2=1-\log_2 m\end{cases}$$

Khi đó ĐK là:

$$\begin{cases}m>0\\ 1-\log_2 m>0\\ 1-\log_2 m\neq 0\\ 1-\log_2 m\neq 9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m>0\\ m<2\\ m\neq\frac{1}{8}\\ m\neq\frac{1}{256}\end{cases}\Leftrightarrow m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{8};\frac{1}{256}\right\}$$

Chọn A.

Câu 23: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left(7-3\sqrt{5}\right)^{x^2}+m\left(7+3\sqrt{5}\right)^{x^2}=2^{x^2-1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. $m<\frac{1}{16}$.

B. $0\le m<\frac{1}{16}$.

C. $-\frac{1}{2}<m\le\frac{1}{16}$.

D. $\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{2}<m\le 0\\ m=\frac{1}{16}\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

PT $\Leftrightarrow \left(\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} + m\left(\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = \dfrac{1}{2}$.

Đặt $t = \left(\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} \in (0;1]$. Khi đó PT $\Rightarrow 2t^2 - t + 2m = 0 \Leftrightarrow 2m = t - 2t^2 = g(t)$ (1).

Ta có $g'(t) = 1 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{4}$.

Suy ra bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{4}$		1
$g'(t)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$g(t)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{8}$	$\searrow$	-1

PT đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có đúng 1 nghiệm $t \in (0;1)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m = \dfrac{1}{8} \\ -1 < 2m \le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1}{16} \\ -\dfrac{1}{2} < m \le 0 \end{array}\right. .$$

Bình luận:

Trong bài này các em cần lưu ý tìm điều kiện đúng cho t và mối quan hệ số nghiệm giữa biến cũ và biến mới, tức là mỗi $t \in (0;1)$ cho ta hai giá trị x.

Câu 24: Cho phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2).3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có nghiệm.

A. $4 \le m \le \dfrac{64}{7}$ **B.** $4 \le m \le 8$ **C.** $3 \le m \le \dfrac{64}{7}$ **D.** $m \ge \dfrac{64}{7}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}} \to t \in [3;9]$

Phương trình có dạng $t^2 - (m+2)t + 2m + 1 = 0 \leftrightarrow m = \dfrac{t^2 - 2t + 1}{t - 2}$ (do $t \in [3;9]$).

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2 - 2t + 1}{t - 2}$ trên $t \in [3;9]$

Ta có: $f'(t)=\dfrac{t^2-4t+3}{(t-2)^2}>0,\forall t\in[3;9]$, nên hàm số đồng biến trên $[3;9]$. Vậy để phương trình có nghiệm thì $\min\limits_{[3;9]} f(t)\le m\le \max\limits_{[3;9]} f(t)\leftrightarrow f(3)\le m\le f(9)\leftrightarrow 4\le m\le \dfrac{64}{7}$.

Câu 25: Tìm tập hợp các giá trị của *m* để phương trình $3^x+3=m.\sqrt{9^x+1}$ (1)có đúng 1 nghiệm.

A. $(1,3]$ **B.** $(3;\sqrt{10})$ **C.** $\{\sqrt{10}\}$ **D.** $(1;3)\cup\{\sqrt{10}\}$

Hướng dẫn giải:

Phương trình (1) tương đương: $\dfrac{3^x+3}{\sqrt{9^x+1}}=m$ đặt $t=3^x$ $(t>0)$

Phương trình (1) trở thành: $\dfrac{t+3}{\sqrt{t^2+1}}=m$

Lập bảng biến thiên của hàm số $y=\dfrac{t+3}{\sqrt{t^2+1}}$ với$(t>0)$

Ta có: $y'=\dfrac{1-3t}{(t^2+1)\sqrt{t^2+1}}=0\leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}$

Dựa vào đồ thì ta có: $m\in(1,3]$

x	$-\infty$	0		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'			+	0	−	
y		3	↗	$\sqrt{10}$	↘	1

1

Chọn A.

II - BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 26: Bất phương trình $2.5^{x+2}+5.2^{x+2}\le 133.\sqrt{10^x}$ có tập nghiệm là $S=\left[a;b\right]$ thì $b-2a$ bằng

A. 6 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 16

Hướng dẫn giải:

Ta có: $2.5^{x+2}+5.2^{x+2}\le 133.\sqrt{10^x}\Leftrightarrow 50.5^x+20.2^x\le 133\sqrt{10^x}$ chia hai vế bất phương trình cho 5^x ta được: $50+\dfrac{20.2^x}{5^x}\le\dfrac{133\sqrt{10^x}}{5^x}\Leftrightarrow 50+20.\left(\dfrac{2}{5}\right)^x\le 133.\left(\sqrt{\dfrac{2}{5}}\right)^x$ (1)

Đặt $t=\left(\sqrt{\dfrac{2}{5}}\right)^x,(t\ge 0)$ phương trình (1) trở thành: $20t^2-133t+50\le 0\Leftrightarrow\dfrac{2}{5}\le t\le\dfrac{25}{4}$

Khi đó ta có: $\dfrac{2}{5}\le\left(\sqrt{\dfrac{2}{5}}\right)^x\le\dfrac{25}{4}\Leftrightarrow\left(\dfrac{2}{5}\right)^2\le\left(\dfrac{2}{5}\right)^x\le\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-4}\Leftrightarrow -4\le x\le 2$ nên $a=-4,b=2$

Vậy $b-2a=10$

Bình luận

Phương pháp giải bất phương trình dạng $ma^{2\alpha}+n\left(ab\right)^{\alpha}+pb^{2\alpha}>0$: chia 2 vế của bất phương trình cho $a^{2\alpha}$ hoặc $b^{2\alpha}$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình: $3^{x^2+\sqrt{x-1}-1}+3\le 3^{x^2}+3^{\sqrt{x-1}}$.

A. $2\le x$. **B.** $1\le x\le 2$. **C.** $2\le x\le 7$. **D.** $2\le x\le 4$.

Hướng dẫn giải:

ĐK: $x\ge 1$

Ta có: $3^{x^2+\sqrt{x-1}-1}+3\le 3^{x^2}+3^{\sqrt{x-1}}\Leftrightarrow 3^{x^2+\sqrt{x-1}}+9-3.3^{x^2}-3.3\sqrt{x-1}\le 0$

$\Leftrightarrow\left(3^{x^2}-3\right)\left(3^{\sqrt{x-1}}-3\right)\le 0$

+với $x=1$, thỏa mãn;

+Với $x>1$:$\Leftrightarrow 3^{\sqrt{x-1}}\le 3\Leftrightarrow\sqrt{x-1}\le 1\quad\Leftrightarrow\quad 1\le x\le 2$

Chọn B.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình: $81.9^{x-2}+3^{x+\sqrt{x}}-\dfrac{2}{3}.3^{2\sqrt{x}+1}\ge 0$ là:

A. $S=\left[1;+\infty\right)\cup\left\{0\right\}$. **B.** $S=\left[1;+\infty\right)$.

C. $S=\left[0;+\infty\right)$. **D.** $S=\left[2;+\infty\right)\cup\left\{0\right\}$.

Hướng dẫn giải:

ĐKXĐ: $x\ge 0$.

BPT $\Leftrightarrow 81.\frac{9^x}{81}+3^x.3^{\sqrt{x}}-\frac{2}{3}.3.3^{2\sqrt{x}}\ge 0$.

$\Leftrightarrow 3^{2x}+3^x.3^{\sqrt{x}}-2.3^{2\sqrt{x}}\ge 0\Leftrightarrow \left(3^x-3^{\sqrt{x}}\right)\left(3^x+2.3^{\sqrt{x}}\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow 3^x-3^{\sqrt{x}}\ge 0\ \left(do\ \ 3^x+2.3^{\sqrt{x}}>0,\ \forall x\ge 0\right)$

$\Rightarrow 3^x\ge 3^{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x\ge\sqrt{x}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}\ge 1\\ \sqrt{x}\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 1\\ x=0\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm cảu BPT là $S=[1;+\infty)\cup\{0\}$.

Chọn A.

Câu 29: Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(3m+1)12^x+(2-m)6^x+3^x<0$ có nghiệm đúng $\forall x>0$ là:

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-2;-\frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Đặt $2^x=t$. Do $x>0\Rightarrow t>1$.

Khi đó ta có: $(3m+1)t^2+(2-m)t+1<0,\ \forall t>1$

$\Leftrightarrow (3t^2-t)m<-t^2-2t-1\ \ \forall t>1\Leftrightarrow m<\frac{-t^2-2t-1}{3t^2-t}\ \ \forall t>1$

Xét hàm số $f(t)=\frac{-t^2-2t-1}{3t^2-t}$ *trên* $(1;+\infty)\Rightarrow f'(t)=\frac{7t^2+6t-1}{(3t^2-t)^2}>0\ \ \forall t\in(1;+\infty)$

BBT

t	1	$+\infty$
f'(t)	+	
f(t)	-2 $\nearrow$	$-\frac{1}{3}$

Do đó $m\le\lim\limits_{t\to 1^+}f(t)=-2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Bình luận

Sử dụng $\begin{array}{l}+\ \ m\ge f(x)\forall x\in D\Leftrightarrow m\ge \max f(x)\forall x\in D\\ +\ \ m\le f(x)\forall x\in D\Leftrightarrow m\le \min f(x)\forall x\in D\end{array}$

Câu 30: Số các giá trị nguyên dương để bất phương trình $3^{\cos^2 x}+2^{\sin^2 x}\ge m.3^{\sin^2 x}$ có nghiệm là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $\sin^2 x = t\ \left(0 \le t \le 1\right)$

$$3^{\cos^2 x} + 2^{\sin^2 x} \ge m.3^{\sin^2 x} \Leftrightarrow 3^{(1-t)} + 2^t \ge 3^t \Leftrightarrow \frac{3}{3^t} + 2^t \ge m.3^t \Leftrightarrow \frac{3}{\left(3^t\right)^2} + \left(\frac{2}{3}\right)^t \ge m$$

Đặt: $y = \frac{3}{9^t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t\ \left(0 \le t \le 1\right)$

$y' = 3.\left(\frac{1}{9}\right)^t.\ln\frac{1}{9} + \left(\frac{2}{3}\right)^t.\ln\frac{2}{3} < 0 \Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến

t	0		1
f'(t)		−	
f(t)	4	↘	1

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m \le 1$ thì phương trình có nghiệm

Suy ra các giá trị nguyên dương cần tìm $m = 1$.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình sau có tập nghiệm là $\left(-\infty;0\right]$: $m2^{x+1} + \left(2m+1\right)\left(1-\sqrt{5}\right)^x + \left(3+\sqrt{5}\right)^x < 0$.

A. $m \le -\frac{1}{2}$. **B.** $m \le \frac{1}{2}$. **C.** $m < \frac{1}{2}$. **D.** $m < -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình đã cho tương đương

$2m + \left(2m+1\right)\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x < 0\ \left(1\right)$. Đặt $t = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^x > 0$, ta được:

$$2m + \left(2m+1\right)\frac{1}{t} + t < 0 \Leftrightarrow \mathrm{f}\left(t\right) = t^2 + 2mt + 2m + 1 < 0\ \left(2\right)$$

BPT (1) nghiệm đúng $\forall x \le 0$ nên BPT (2) có nghiệm $0 < t \le 1$, suy ra

Phương trình $f\left(t\right) = 0$ có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa $t_1 \le 0 < 1 < t_2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f\left(0\right) \le 0 \\ f\left(1\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 \le 0 \\ 4m+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -0,5 \\ m < -0,5 \end{cases}$ vaayj $m < \frac{-1}{2}$ thỏa Ycbt.

Chọn D.

PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

A – LÝ THUYẾT CHUNG

PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

. Phương trình logarit cơ bản

Với a > 0, a ≠ 1: $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

. Một số phương pháp giải phương trình logarit

a) Đưa về cùng cơ số

Với a > 0, a ≠ 1: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \quad (\text{hay } g(x) > 0) \end{cases}$

b) Mũ hoá

Với a > 0, a ≠ 1: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow a^{\log_a f(x)} = a^b$

c) Đặt ẩn phụ

d) Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

e) Đưa về phương trình đặc biệt

f) Phương pháp đối lập

Chú ý:

• *Khi giải phương trình logarit cần chú ý điều kiện để biểu thức có nghĩa.*

• *Với a, b, c > 0 và a, b, c ≠ 1:* $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

I. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Khi giải các bất phương trình logarit ta cần chú ý tính đơn điệu của hàm số logarit.

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < f(x) < g(x) \end{cases} \end{array} \right.$$

• Ta cũng thường sử dụng các phương pháp giải tương tự như đối với phương trình logarit:

– Đưa về cùng cơ số.

– Đặt ẩn phụ.

– ….

Chú ý: *Trong trường hợp cơ số a có chứa ẩn số thì:*

$\log_a B > 0 \Leftrightarrow (a-1)(B-1) > 0$; $\dfrac{\log_a A}{\log_a B} > 0 \Leftrightarrow (A-1)(B-1) > 0$

II. HỆ MŨ-LÔGARIT

Khi giải hệ phương trình mũ và logarit, ta cũng dùng các phương pháp giải hệ phương trình đã học như:

- Phương pháp thế.
- Phương pháp cộng đại số.
- Phương pháp đặt ẩn phụ.

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I - PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Câu 1: Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là các số nguyên. Tính $a+b$?

A. 5 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 2

Câu 2: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\log_4 (x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (4+x)^3$

A. 1 nghiệm **B.** 2 nghiệm **C.** 3 nghiệm **D.** Vô nghiệm

Câu 3: Phương trình $\log_3\left(x^2+x+1\right) = x(2-x) + \log_3 x$ có bao nhiêu nghiệm

A. 1 nghiệm **B.** 2 nghiệm **C.** 3 nghiệm **D.** Vô nghiệm

Câu 4: Cho phương trình $2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x)$. Phương trình này có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{9\pi}{2}\right)$

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 5: Phương trình $\sqrt{1+\log_9 x} - \sqrt{3\log_9 x} = \log_3 x - 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 6: Tìm số nghiệm của phương trình: $\log_{2x-1}\left(2x^2+x-1\right) + \log_{x+1}(2x-1)^2 = 4 \quad (1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 7: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left|x^2 - \sqrt{2}x\right| = \log_5\left(x^2 - \sqrt{2}x + 2\right)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 8: Biết rằng phương trình $(x-2)^{\log_2[4(x-2)]} = 4.(x-2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$. Tính $2x_1 - x_2$.

A. 1. **B.** 3. **C.** -5. **D.** -1.

Câu 9: Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2).\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2 = 27$.

A. $m=1$. **B.** $m = \frac{4}{3}$. **C.** $m = 25$. **D.** $m = \frac{28}{3}$.

Câu 10: Tập hợp các giá trị của m để phương trình $m \cdot \ln\left(1-2^x\right) - x = m$ có nghiệm thuộc $(-\infty; 0)$ là

A. $(\ln 2;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;e)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 11: Tìm m để phương trình $\log_2^2 x-\log_2 x^2+3=m$ có nghiệm $x\in[1;8]$.

A. $3\le m\le 6.$. **B.** $6\le m\le 9.$. **C.** $2\le m\le 6.$. **D.** $2\le m\le 3.$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-\log_3 x^2+2-m=0$ có nghiệm $x\in[1;9]$.

A. $0\le m\le 1$. **B.** $1\le m\le 2$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m\ge 2$.

Câu 13: Điều kiện cần và đủ của tham số m để phương trình $\log_2^2 x-(m-1)\log_2 x+4-m=0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1;4]$ là

A. $3<m\le 4$. **B.** $3\le m\le \frac{10}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}<m\le 4$. **D.** $3<m\le \frac{10}{3}$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2{}^2 x+2\log_2 x-m=0$ có nghiệm $x>2$.

A. $m<-1$. **B.** $m\ge 3$. **C.** $m<3$. **D.** $m>3$.

Câu 15: Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $2^{(x-1)^2}.log_2\left(x^2-2x+3\right)=4^{|x-m|}.log_2\left(2|x-m|+2\right)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là:

A. $\left\{\frac{1}{2};-1;\frac{3}{2}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{1}{2};1;-\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt: $\log_3(1-x^2)+\log_{\frac{1}{3}}(x+m-4)=0$.

A. $\frac{-1}{4}<m<0$. **B.** $5\le m\le \frac{21}{4}$. **C.** $5<m<\frac{21}{4}$. **D.** $\frac{-1}{4}\le m\le 2$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x^2-3}=m\left(\log_2 x^2-3\right)$ có nghiệm thuộc $[32;+\infty)$?

A. $m\in\left(1;\sqrt{3}\right]$. **B.** $m\in\left[1;\sqrt{3}\right)$ **C.** $m\in\left[-1;\sqrt{3}\right)$ **D.** $m\in\left(-\sqrt{3};1\right]$.

Câu 18: Phương trình $\log_{\sqrt{2}}\left(mx-6x^3\right)+2\log_{\frac{1}{2}}\left(-14x^2+29x-2\right)=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi:

A. $m<19$ **B.** $m>39$ **C.** $19<m<\frac{39}{2}$ **D.** $19<m<39$

Câu 19: Tìm m để phương trình: $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2+4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2}+4m-4=0$ có nghiệm trên $\left[\frac{5}{2},4\right]$

A. $-3\le m\le \frac{7}{3}$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $-3<m\le \frac{7}{3}$.

Câu 20: Cho phương trình $4\log_9{}^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x + \frac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x + m - \frac{2}{9} = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2 = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1 < m < 2$. **B.** $3 < m < 4$. **C.** $0 < m < \frac{3}{2}$. **D.** $2 < m < 3$.

Câu 21: Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1x_2 > x_3x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$ .466666

A. $S_{\min} = 30$. **B.** $S_{\min} = 25$. **C.** $S_{\min} = 33$. **D.** $S_{\min} = 17$.

Câu 22: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m\left(\log_4 x^2 - 3\right)$ có nghiệm thuộc $[32; +\infty)$?

A. $m \in \left(1; \sqrt{3}\right]$. **B.** $m \in \left[1; \sqrt{3}\right)$. **C.** $m \in \left[-1; \sqrt{3}\right)$. **D.** $m \in \left(-\sqrt{3}; 1\right]$.

Câu 23: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 1} - 2m - 5 = 0$ có nghiệm trên đoạn $\left[1; 2^{\sqrt{3}}\right]$.

A. $m \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$. **B.** $[-2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0)$. **D.** $m \in [-2; 0]$.

Câu 24: Tìm tập hợp tất cả các giá trị tham số thực m để phương trình $\log_2\left(5^x - 1\right).\log_4\left(2.5^x - 2\right) = m$ có nghiệm $x \geq 1$.

A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $[3; +\infty)$.

Câu 25: Tìm tập hợp tất cả các giá trị tham số thực m để phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2 (x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0$ có nghiệm thực trong đoạn $\left[\frac{5}{4}; 4\right]$:

A. $m < -3$. **B.** $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

C. $m > \frac{7}{3}$. **D.** $-3 < m < \frac{7}{3}$.

Câu 26: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $2\log_2|x| + \log_2|x+3| = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (0; 2)$. **B.** $m \in \{0; 2\}$. **C.** $m \in (-\infty; 2)$. **D.** $m \in \{2\}$.

Câu 27: Cho m và n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $8(\log_m x)(\log_n x) - 7\log_m x - 6\log_n x - 2017 = 0$. Khi P là một số nguyên, tìm tổng $m + n$ để P nhận giá trị nhỏ nhất?

A. $m + n = 20$. **B.** $m + n = 48$.

C. $m + n = 12$. **D.** $m + n = 24$.

âu 28: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_{\frac{3}{2}}|x-2|-\log_{\frac{2}{3}}(x+1)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m>3$. **B.** $m<2$. **C.** $m>0$. **D.** $m=2$.

I - BẤT PT LÔGARIT

âu 29: Cho a là số nguyên dương lớn nhất thỏa mãn $3\log_3\left(1+\sqrt{a}+\sqrt[3]{a}\right)>2\log_2\sqrt{a}$. Tìm phần nguyên của $\log_2(2017a)$.

A. 14 **B.** 22 **C.** 16 **D.** 19

âu 30: Biết $x=\frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình $2\log_a(23x-23)>\log_{\sqrt{a}}\left(x^2+2x+15\right)$ (*). Tập nghiệm T của bất phương trình (*) là:

A. $T=\left(-\infty;\frac{19}{2}\right)$. **B.** $T=\left(1;\frac{17}{2}\right)$. **C.** $T=(2;8)$. **D.** $T=(2;19)$.

âu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge m$ có nghiệm với mọi $x\ge 1$?

A. $m\ge 6$. **B.** $m>6$. **C.** $m\le 6$. **D.** $m<6$.

âu 32: Tập các giá trị của m để bất phương trình $\dfrac{\log_2^2 x}{\sqrt{\log_2^2 x-1}}\ge m$ nghiệm đúng với mọi x>0 là:

A. $(-\infty;1]$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-5;2)$. **D.** $[0;3)$.

âu 33: Số giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình: $\log 5+\log\left(x^2+1\right)\ge\log\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. 0. **B.** $\forall m\in\mathbb{Z}$ và $m\le 3$. **C.** 1. **D.** 2.

âu 34: Tìm m để bất phương trình $1+\log_5\left(x^2+1\right)\ge\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ thoã mãn với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $-1<m\le 0$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $2<m\le 3$. **D.** $2<m<3$.

âu 35: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2\left(7x^2+7\right)\ge\log_2\left(mx^2+4x+m\right),\ \forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in(2;5]$. **B.** $m\in(-2;5]$. **C.** $m\in[2;5)$. **D.** $m\in[-2;5)$.

âu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+4x+m\right)-1$ (1).

A. $m\in[-12;13]$. **B.** $m\in[12;13]$. **C.** $m\in[-13;12]$. **D.** $m\in[-13;-12]$.

âu 37: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\le m.\log_{5-\sqrt{4-x}}3$ có nghiệm.

A. $m>2\sqrt{3}$. **B.** $m\ge 2\sqrt{3}$. **C.** $m\ge 12\log_3 5$. **D.** $2\le m\le 12\log_3 5$.

Câu 38: Hệ bất phương trình $\begin{cases} \ln^2 x - m\ln x + m + 4 \le 0 \\ \dfrac{x-3}{x^2} > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi

A. $m < -3$ hoặc $m \ge 6$. **B.** $m \le -3$.

C. $m < -3$. **D.** $m \ge 6$.

Câu 39: Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \ge 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** 9.

Câu 40: Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \ge 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)^2$. **B.** $\sqrt{10}-\sqrt{2}$ và $\sqrt{10}+\sqrt{2}$.

C. $\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)^2$ và $\left(\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)^2$. **D.** $\sqrt{10}-\sqrt{2}$.

Câu 41: Cho x, y là số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \ge \ln\left(x^2 + y\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$

A. $P = 6$. **B.** $P = 2\sqrt{2} + 3$. **C.** $P = 2 + 3\sqrt{2}$. **D.** $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

Câu 42: Cho 2 số dương a và b thỏa mãn $\log_2(a+1) + \log_2(b+1) \ge 6$. Giá trị nhỏ nhất của $S = a + b$ là

A. $\min S = 12$. **B.** $\min S = 14$. **C.** $\min S = 8$. **D.** $\min S = 16$.

Câu 43: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \ge 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = 2x - y$.

A. $P_{\min} = 4$. **B.** $P_{\min} = -4$. **C.** $P_{\min} = 2\sqrt{3}$. **D.** $P_{\min} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

- PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Câu 1: Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là các số nguyên. Tính $a+b$?

A. 5 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải:.

$$\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \Leftrightarrow \log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3 \frac{x-1}{2\sqrt{x}}$$

Đk: $\begin{cases} x > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

Pt $\Leftrightarrow \log_5\left(2\sqrt{x}+1\right) - \log_5 x = \log_3 (x-1)^2 - \log_3 4x$

$\Leftrightarrow \log_5\left(2\sqrt{x}+1\right) + \log_3 4x = \log_5 x + \log_3 (x-1)^2$ (1)

Đặt $t = 2\sqrt{x}+1 \Rightarrow 4x = \left(t-1\right)^2$

(1) có dạng $\log_5 t + \log_3 (t-1)^2 = \log_5 x + \log_3 (x-1)^2$ (2)

Xét $f(y) = \log_5 y + \log_3 (y-1)^2$, do $x > 1 \Rightarrow t > 3 \Rightarrow y > 1$.

Xét $y > 1$: $f'(y) = \frac{1}{y\ln 5} + \frac{1}{(y-1)^2 \ln 3}.2(y-1) > 0$

$\Rightarrow f(y)$ là hàm đồng biến trên miền $\left(1; +\infty\right)$

(2) có dạng $f(t) = f(x) \Leftrightarrow t = x \Leftrightarrow x = 2\sqrt{x}+1 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = 1 + \sqrt{2} \\ \sqrt{x} = 1 - \sqrt{2} \quad \text{(vn)} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$ (tm).

Vậy $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Chọn A.

Câu 2: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\log_4 \left(x+1\right)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 \left(4+x\right)^3$

A. 1 nghiệm **B.** 2 nghiệm **C.** 3 nghiệm **D.** Vô nghiệm

Hướng dẫn giải:

$\log_4 \left(x+1\right)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 \left(4+x\right)^3$ (2) Điều kiện: $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ 4-x > 0 \\ 4+x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 4 \\ x \neq -1 \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow \log_2|x+1|+2=\log_2(4-x)+\log_2(4+x) \Leftrightarrow \log_2|x+1|+2=\log_2(16-x^2)$

$\Leftrightarrow \log_2 4|x+1|=\log_2(16-x^2) \Leftrightarrow 4|x+1|=16-x^2$

+ Với $-1<x<4$ ta có phương trình $x^2+4x-12=0$ (3); (3) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-6\ (\text{loại}) \end{array}\right.$

+ Với $-4<x<-1$ ta có phương trình $x^2-4x-20=0$ (4); $(4) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2-\sqrt{24} \\ x=2+\sqrt{24}\ (\text{loại}) \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=2$ hoặc $x=2\left(1-\sqrt{6}\right)$, chọn B

Câu 3: Phương trình $\log_3(x^2+x+1)=x(2-x)+\log_3 x$ có bao nhiêu nghiệm

A. 1 nghiệm **B.** 2 nghiệm **C.** 3 nghiệm **D.** Vô nghiệm

Chọn A.

Hướng dẫn giải:

điều kiện x > 0

Phương trình tương đương với $\log_3\left(\dfrac{x^2+x+1}{x}\right)=2x-x^2$

Ta có $2x-x^2=1-(x-1)^2\le 1$

Và $\log_3\left(\dfrac{x^2+x+1}{x}\right)=\log_3\left(x+\dfrac{1}{x}+1\right)=\log_3\left(\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2+3\right)\ge \log_3 3=1$

Do đó $\log_3\left(\dfrac{x^2+x+1}{x}\right)=2x-x^2 \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)^2=0 \\ \sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}=0\end{cases} \Leftrightarrow x=1$

Câu 4: Cho phương trình $2\log_3(\text{cotx})=\log_2(\cos x)$. Phương trình này có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{6};\dfrac{9\pi}{2}\right)$

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Hướng dẫn giải:

Điều kiện $\sin x>0, \cos x>0$. Đặt $u=\log_2(\cos x)$ khi đó $\begin{cases}\cot^2 x=3^u \\ \cos x=2^u\end{cases}$

Vì $\cot^2 x=\dfrac{\cos^2 x}{1-\cos^2 x}$ suy ra $\dfrac{(2^u)^2}{1-(2^u)^2}=3^u \Leftrightarrow f(u)=\left(\dfrac{4}{3}\right)^u+4^u-1=0$

$f'(u)=\left(\frac{4}{3}\right)^u\ln\left(\frac{4}{3}\right)+4^u\ln 4>0,\forall u\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số f(u) đồng biến trên R, suy ra phương trình $f(u)=0$ có nhiều nhất một nghiệm, ta thấy $f(-1)=0$ suy ra

$\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Theo điều kiện ta đặt suy ra nghiệm thỏa mãn là $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. Khi đó phương trình nằm trong khoảng $\left(\frac{\pi}{6};\frac{9\pi}{2}\right)$ là $x=\frac{\pi}{3},x=\frac{7\pi}{3}$. Vậy phương trình có hai nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{6};\frac{9\pi}{2}\right)$.

Chọn C.

Câu 5: Phương trình $\sqrt{1+\log_9 x}-\sqrt{3\log_9 x}=\log_3 x-1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải:

Giải phương trình: $\sqrt{1+\log_9 x}-\sqrt{3\log_9 x}=\log_3 x-1$. Điều kiện xác định: $x\geq 1$

$\sqrt{1+\log_9 x}-\sqrt{3\log_9 x}=\log_3 x-1\Leftrightarrow\sqrt{1+\log_9 x}-\sqrt{3\log_9 x}=2\log_9 x-1$

$\Leftrightarrow 1-2\log_9 x=(2\log_9 x-1)\left(\sqrt{1+\log_9 x}+3\sqrt{\log_9 x}\right)\Leftrightarrow$

$(2\log_9 x-1)\left(\sqrt{1+\log_9 x}+3\sqrt{\log_9 x}+1\right)=0$

$\Leftrightarrow 2\log_9 x=1$ vì: $\sqrt{1+\log_9 x}+\sqrt{3\log_9 x}+1>0\Leftrightarrow x=3$.

Vậy nghiệm phương trình đã cho: x = 3.

Chọn B.

Câu 6: Tìm số nghiệm của phương trình: $\log_{2x-1}(2x^2+x-1)+\log_{x+1}(2x-1)^2=4\quad(1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

ĐK: $\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\ x\neq 1\end{cases}$. Phương trình:

$$\Leftrightarrow\frac{\log_{x+1}(2x^2+x+1)}{\log_{x+1}(2x-1)}+2\log_{x+1}(2x-1)=4$$

$$\Leftrightarrow\frac{\log_{x+1}(2x-1)+\log_{x+1}(x+1)}{\log_{x+1}(2x-1)}+2\log_{x+1}(2x-1)=4$$

$$\Leftrightarrow 1+\frac{1}{\log_{x+1}(2x-1)}+2\log_{x+1}(2x-1)=4\quad(3)$$

Đặt $t=\log_{x+1}(2x-1)$, khi đó (3) viết thành:

$$2t+\frac{1}{t}-3=0 \Leftrightarrow 2t^2-3t+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\log_{x+1}(2x-1)=1 \\ \log_{x+1}(2x-1)=\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1=2x-1 \\ \sqrt{x+1}=2x-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\frac{5}{4}\end{array}\right.$$

Chọn C.

Câu 7: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left|x^2-\sqrt{2}x\right|=\log_5\left(x^2-\sqrt{2}x+2\right)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Chọn B.

ĐK: $x\neq 0;\ x\neq\sqrt{2}$.

Đặt $t=x^2-\sqrt{2}x \Rightarrow x^2-\sqrt{2}x+2=t+2$

$\Rightarrow \log_3|t|=\log_5(t+2)$.

Đặt $\log_3|t|=\log_5(t+2)=u$

$$\begin{cases}\log_3|t|=u \\ \log_5(t+2)=u\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}|t|=3^u \\ t+2=5^u\end{cases}$$

$$\Rightarrow \left|5^u-2\right|=3^u$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}5^u-2=3^u \\ 5^u-2=-3^u\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}5^u+3^u=2 \\ 3^u+2=5^u\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{ll}5^u+3^u=2 & (1) \\ \left(\frac{3}{5}\right)^u+2\left(\frac{1}{5}\right)^u=1 & (2)\end{array}\right..$$

□ Xét $(1): 5^u+3^u=2$

Ta thấy $u=0$ là 1 nghiệm, dùng phương pháp hàm số hoặc dùng BĐT để chứng minh nghiệm $u=0$ là duy nhất.

Với $u=0\Rightarrow t=-1\Rightarrow x^2-\sqrt{2}x+1=0$, phương trình này vô nghiệm.

□ Xét $(2): \left(\frac{3}{5}\right)^u+2\left(\frac{1}{5}\right)^u=1$

Ta thấy $u=1$ là 1 nghiệm, dùng phương pháp hàm số hoặc dùng BĐT để chứng minh nghiệm $u=1$ là duy nhất.

Với $u=0\Rightarrow t=3\Rightarrow x^2-\sqrt{2}x-3=0$, phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa $x\neq 0;\ x\neq\sqrt{2}$.

BÌNH LUẬN:

Cho $f(x)=g(x)(1)$ nếu $f(x),g(x)$ đối nghịch nhau nghiêm ngặt hoặc $g(x)=const$ và $f(x)$ tăng, giảm nghiêm ngặt thì (1) có nghiệm duy nhất.

Câu 8: Biết rằng phương trình $(x-2)^{\log_2[4(x-2)]}=4.(x-2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Tính $2x_1-x_2$.

A. 1. **B.** 3. **C.** -5. **D.** -1.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

□ Điều kiện $x>2$.

□ Phương trình thành $(x-2)^{\log_2 4+\log_2(x-2)}=4.(x-2)^3$

□ $\Leftrightarrow (x-2)^2.(x-2)^{\log_2(x-2)}=4.(x-2)^3$ hay $(x-2)^{\log_2(x-2)}=4.(x-2)$.

□ Lấy lôgarit cơ số 2 hai vế ta được $\log_2(x-2).\log_2(x-2)=\log_2[4(x-2)]$

$$\Leftrightarrow \log_2^2(x-2)=2+\log_2(x-2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2(x-2)=-1\\ \log_2(x-2)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{5}{2}\\ x=6\end{array}\right..$$

□ Suy ra $x_1=\dfrac{5}{2}$ và $x_2=6$. Vậy $2x_1-x_2=2.\dfrac{5}{2}-6=-1$.

Câu 9: Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x-(m+2).\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2=27$.

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{4}{3}$. **C.** $m=25$. **D.** $m=\dfrac{28}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\log_3^2 x-(m+2).\log_3 x+3m-1=0$ (1).

Điều kiện xác định: $x>0$.

Đặt $t=\log_3 x$. Ta có phương trình: $t^2-(m+2)t+3m-1=0$ (2).

Để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 sao cho $x_1.x_2=27$.

Thì phương trình (2) có 2 nghiệm $t_1;t_2$ thỏa mãn $t_1+t_2=3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ m+2=3\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-8m+8>0\\ m=1\end{cases}\Rightarrow m=1.$$

Câu 10: Tập hợp các giá trị của m để phương trình $m\cdot\ln(1-2^x)-x=m$ có nghiệm thuộc $(-\infty;0)$ là

A. $(\ln 2;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;e)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $1-2^x>0\Leftrightarrow x<0$.

Phương trình đã cho tương đương với: $m=\dfrac{x}{\ln\left(1-2^x\right)-1}$.

Xét hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x}{\ln\left(1-2^x\right)-1}$ với $x<0$. Có $f'=\dfrac{\ln\left(1-2^x\right)-1-x.\dfrac{-2^x.\ln 2}{1-2^x}}{\left(\ln\left(1-2^x\right)-1\right)^2}$

$=\dfrac{\left(1-2^x\right)\ln\left(1-2^x\right)-\left(1-2^x\right)1+x.2^x.\ln 2}{\left(1-2^x\right)\left(\ln\left(1-2^x\right)-1\right)^2}$. Vì $x<0$ nên $0<1-2^x<1$, do đó $f'\left(x\right)<0$ $\forall x<0$. Vậy $f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(-\infty;\ 0\right)$.

Mặt khác, dễ thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=0$. Ta có BBT sau:

x	$-\infty$		0
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0

Câu 11: Tìm m để phương trình $\log_2^2 x-\log_2 x^2+3=m$ có nghiệm $x\in\left[1;8\right]$.

A. $3\le m\le 6.$. **B.** $6\le m\le 9.$. **C.** $2\le m\le 6.$. **D.** $2\le m\le 3.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Điều kiện $x>0$

$\log_2^2 x-\log_2 x^2+3=m\Leftrightarrow \log_2^2 x-2\log_2 x+3=m$

Đặt $t=\log_2 x$

Phương trình trở thành $t^2-2t+3=m \quad (1)$

Phương trình đã cho có nghiệm $x\in\left[1;8\right]\Leftrightarrow$ phương trình $\left(1\right)$ có nghiệm $x\in\left[0;3\right]$.

Đặt $g\left(t\right)=t^2-2t+3$

$g'\left(t\right)=2t-2$. $g'\left(t\right)=0\Leftrightarrow 2t-2=0\Leftrightarrow t=1$

BBT

x	0		1		3
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	6

Từ BBT ta suy ra để phương trình đã có nghiệm $x \in [1;8]$ thì $2 \le m \le 6$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 2 - m = 0$ có nghiệm $x \in [1;9]$.

A. $0 \le m \le 1$. **B.** $1 \le m \le 2$. **C.** $m \le 1$. **D.** $m \ge 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Đặt: $t = \log_3 x$. Vì $x \in [1;9]$ nên $t \in [0;2]$

$pt \Leftrightarrow t^2 - 2t + 2 - m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 2 = m$

Đặt $h(t) = t^2 - 2t + 2$ với $t \in [0;2]$

$h'(t) = 2t - 2$, $h'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$h(1) = 1$, $h(0) = h(2) = 2$

$\Rightarrow \max\limits_{[0,2]} h(t) = 2$, $\min\limits_{[0,2]} h(t) = 1$

Pt có nghiệm $\Leftrightarrow 1 \le m \le 2$.

Câu 13: Điều kiện cần và đủ của tham số m để phương trình $\log_2^2 x - (m-1)\log_2 x + 4 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1;4]$ là

A. $3 < m \le 4$. **B.** $3 \le m \le \frac{10}{3}$. **C.** $\frac{10}{3} < m \le 4$. **D.** $3 < m \le \frac{10}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đặt $t = \log_2 x$. Vì $x \in [1;4]$ nên $t \in [0;2]$.

Phương trình trở thành $t^2 - (m-1)t + 4 - m = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{t^2 + t + 4}{t+1}$.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2 + t + 4}{t+1}$ trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{t^2 + 2t - 3}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-3	0		1		2	$+\infty$
$f'(t)$				$-$	0	$+$		
$f(t)$			4	$\searrow$	3	$\nearrow$	$\frac{10}{3}$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;4]$ thì

$3 < m \le \frac{10}{3}$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x + 2\log_2 x - m = 0$ có nghiệm $x > 2$.

A. $m < -1$. **B.** $m \ge 3$. **C.** $m < 3$. **D.** $m > 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\log_2^2 x + 2\log_2 x - m = 0$ (1).

Đặt $t = \log_2 x$, phương trình (1) trở thành: $t^2 + 2t - m = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t = m$ (2).

Phương trình (1) có nghiệm $x > 2 \Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $t > 1\left(do\ \ t = \log_2 x > \log_2 2 = 1\right)$.

Xét hàm số $y = t^2 + 2t \Rightarrow y' = 2t + 2,\ y' = 0 \Leftrightarrow t = -1$ (loại).

Bảng biến thiên

x	1		$+\infty$
y'		$+$	
y	3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ Bảng biến thiên suy ra phương trình (2) có nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow m > 3$.

Câu 15: Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $2^{(x-1)^2}.log_2\left(x^2 - 2x + 3\right) = 4^{|x-m|}.log_2\left(2|x-m| + 2\right)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là:

A. $\left\{\frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{1}{2}; 1; -\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $2^{(x-1)^2}.log_2\left(x^2-2x+3\right)=4^{|x-m|}.log_2\left(2|x-m|+2\right)$ (1)

$\Leftrightarrow 2^{(x-1)^2}.log_2\left[(x-1)^2+2\right]=2^{2|x-m|}.log_2\left(2|x-m|+2\right)$ (2)

Xét hàm số $f(t)=2^t.log_2(t+2),t\geq 0.$

Vì $f'(t)>0,\forall t\geq 0\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$

Khi đó $(2)\Leftrightarrow f\left[(x-1)^2\right]=f\left(2|x-m|\right)\Leftrightarrow (x-1)^2=2|x-m|$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-4x+1+2m=0 (3)\\ x^2=2m-1 (4)\end{array}\right.$$

Phương trình (1) có đúng ba nghiệm phân biệt nếu xảy ra các trường hợp sau:

+) PT (3) có nghiệm kép khác hai nghiệm phân biệt của PT(4)

$\Rightarrow m=\dfrac{3}{2}$, thay vào PT (4) thỏa mãn

+) PT (4) có nghiệm kép khác hai nghiệm phân biệt của PT(3)

$\Rightarrow m=\dfrac{1}{2}$, thay vào PT (3) thỏa mãn

+) PT (4) có hai nghiệm phân biệt và PT (3) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm của hai PT trùng nhau

$(4)\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2m-1}$,với $\dfrac{1}{2}<m<\dfrac{3}{2}$. Thay vào PT (3) tìm được $m=1$.

KL: $m\in\left\{\dfrac{1}{2};1;\dfrac{3}{2}\right\}$.

BÌNH LUẬN:

B1: Đưa phương trình về dạng $f(u)=f(v)$ với u,v là hai hàm theo x.

B2: Xét hàm số $f(t),t\in D$.

B3: Dùng đạo hàm chứng minh hàm số $f(t),t\in D$ tăng hoặc giảm nghiêm ngặt trên **D.**

B4: $f(u)=f(v)\Leftrightarrow u=v$

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt: $\log_3(1-x^2)+\log_{\frac{1}{3}}(x+m-4)=0$.

A. $\dfrac{-1}{4}<m<0$. **B.** $5\leq m\leq\dfrac{21}{4}$. **C.** $5<m<\dfrac{21}{4}$. **D.** $\dfrac{-1}{4}\leq m\leq 2$.

Chọn C.

Hướng dẫn giải:

$$\log_3(1-x^2)+\log_{\frac{1}{3}}(x+m-4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases}1-x^2>0\\ \log_3(1-x^2)=\log_3(x+m-4)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\in(-1;1)\\ 1-x^2=x+m-4\end{cases}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(x)=x^2+x+m-5=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\in(-1;1)$

Cách 1: Dùng định lí về dấu tam thức bậc hai.

Để thỏa yêu cầu bài toán ta phải có phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm thỏa:

$-1<x_1<x_2<1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a.f(-1)>0\\ a.f(1)>0\\ \Delta>0\\ -1<\dfrac{S}{2}<1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m-5>0\\ m-3>0\\ 21-4m>0\end{cases} \Leftrightarrow 5<m<\frac{21}{4}.$$

Cách 2: Với điều kiện có nghiệm, tìm các nghiệm của phương trình $f(x)=0$ rồi so sánh trực tiếp các nghiệm với 1 và -1.

Cách 3: Dùng đồ thị

Đường thẳng $y=-m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2+x-5$ tại hai điểm phân biệt trong khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi đường thẳng $y=-m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2+x-5$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $\in(-1;1)$.

Cách 4: Dùng đạo hàm

Xét hàm số $f(x)=x^2+x-5 \Rightarrow f'(x)=2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

Có $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{21}{4}$; $f(1)=-3$; $f(-1)=-5$

Ta có bảng biến thiên

x	-1		$-\frac{1}{2}$		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-5	$\searrow$	$-\frac{21}{4}$	$\nearrow$	3

Dựa vào bảng biến thiên, để có hai nghiệm phân biệt trong khoảng $(-1;1)$ khi

$-\frac{21}{4}<-m<-5 \Rightarrow \frac{21}{4}>m>5$.

Cách 5: Dùng MTCT

Sau khi đưa về phương trình $x^2+x+m-5=0$, ta nhập phương trình vào máy tính.

* Giải khi $m=-0,2$: không thỏa$\Rightarrow$**loại A, D.**

* Giải khi $m=5$: không thỏa $\Rightarrow$**loại B.**

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x^2-3}=m\left(\log_2 x^2-3\right)$ có nghiệm thuộc $[32;+\infty)$?

A. $m\in\left(1;\sqrt{3}\right]$. **B.** $m\in\left[1;\sqrt{3}\right)$ **C.** $m\in\left[-1;\sqrt{3}\right)$ **D.** $m\in\left(-\sqrt{3};1\right]$.

Hướng dẫn giải:

ĐK: $x>0$. Khi đó phương trình tương đương:

$\sqrt{\log_2^2 x-2\log_2 x-3}=m\left(\log_2 x-3\right)$

Đặt: $t=\log_2 x$, với $x\ge 32\Rightarrow \log_2 x\ge\log_2 32=5$ hay $t\ge 5$.

Phương trình trở thành: $\sqrt{t^2-2t-3}=m(t-3)\quad(*)$.

Khi đó bài toán trở thành tìm m để phương trình (*) có nghiêm $t\ge 5$.

Với $t\ge 5$ thì:

$(*)\Leftrightarrow\sqrt{(t-3).(t+1)}=m(t-3)\Leftrightarrow t-3\left(\sqrt{t+1}-m\sqrt{t-3}\right)=0$

$\Leftrightarrow\sqrt{t+1}-m\sqrt{t-3}=0\Leftrightarrow m=\sqrt{\dfrac{t+1}{t-3}}$

Ta có: $\dfrac{t+1}{t-3}=1+\dfrac{4}{t-3}$. Với $t\ge 5\Rightarrow 1<1+\dfrac{4}{t-3}\le 1+\dfrac{4}{5-3}=3$ hay:

$1<\dfrac{t+1}{t-3}\le 3\Rightarrow 1<\sqrt{\dfrac{t+1}{t-3}}\le\sqrt{3}$

Suy ra $1<m\le\sqrt{3}$. Vậy phương trình có nghiệm thỏa ycbt với $1<m\le\sqrt{3}$.

Chọn A.

Câu 18: Phương trình $\log_{\sqrt{2}}\left(mx-6x^3\right)+2\log_{\frac{1}{2}}\left(-14x^2+29x-2\right)=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi:

A. $m<19$ **B.** $m>39$ **C.** $19<m<\dfrac{39}{2}$ **D.** $19<m<39$

Hướng dẫn giải:

$\log_{\sqrt{2}}\left(mx-6x^3\right)+2\log_{\frac{1}{2}}\left(-14x^2+29x-2\right)=0$

$\Leftrightarrow \log_2\left(mx-6x^3\right)-\log_2\left(-14x^2+29x-2\right)=0$

$\Leftrightarrow mx-6x^3=-14x^2+29x-2$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{6x^3-14x^2+29x-2}{x}$

$f\left(x\right)=\dfrac{6x^3-14x^2+29x-2}{x}\Leftrightarrow f'\left(x\right)=12x-14+\dfrac{2}{x^2}$

$$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow f\left(1\right)=19\\ x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{39}{2}\\ x=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow f\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{121}{3}\end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên suy ra đáp án **C.**

Câu 19: Tìm m để phương trình: $\left(m-1\right)\log_{\frac{1}{2}}^2\left(x-2\right)^2+4\left(m-5\right)\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{x-2}+4m-4=0$ có nghiệm trên $\left[\dfrac{5}{2},4\right]$

A. $-3\le m\le\dfrac{7}{3}$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $-3<m\le\dfrac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $t=\log_{\frac{1}{2}}\left(x-2\right)$. Do $x\in\left[\dfrac{5}{2};4\right]\Rightarrow t\in\left[-1;1\right]$

$4\left(m-1\right)t^2+4(m-5)t+4m-4=0$

$\Leftrightarrow\left(m-1\right)t^2+\left(m-5\right)t+m-1=0$

$\Leftrightarrow m\left(t^2+t+1\right)=t^2+5t+1$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{t^2+5t+1}{t^2+t+1}$

$\Leftrightarrow g\left(m\right)=f\left(t\right)$

Xét $f\left(t\right)=\dfrac{t^2+5t+1}{t^2+t+1}$ với $t\in\left[-1;1\right]$

$f'\left(t\right)=\dfrac{4-4t^2}{\left(t^2+t+1\right)^2}\ge 0\ \forall t\in\left[-1;1\right]\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $\left[-1;1\right]$

Để phương trình có nghiệm khi hai đồ thị $g(m); f(t)$ cắt nhau $\forall t \in [-1;1]$

$\Rightarrow f(-1) \le g(m) \le f(1) \Leftrightarrow -3 \le m \le \frac{7}{3}$

BÌNH LUẬN:

Đây là dạng toán ứng dụng hàm số để giải bài toán chứa tham số. Đối với bài toán biện luận nghiệm mà chứa tham số thì phải tìm điều kiện đúng cho ẩn phụ sau đó cô lập m rồi tìm max, min hàm số.

Câu 20: Cho phương trình $4\log_9^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x + \frac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x + m - \frac{2}{9} = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2 = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1 < m < 2$. **B.** $3 < m < 4$. **C.** $0 < m < \frac{3}{2}$. **D.** $2 < m < 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $4\log_9^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x + \frac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x + m - \frac{2}{9} = 0$ Đk: $x > 0$

$\Leftrightarrow 4\left(\log_{3^2} x\right)^2 + m\log_{3^{-1}} x + \frac{1}{6}\log_{3^{\frac{-1}{2}}} x + m - \frac{2}{9} = 0$

$\Leftrightarrow 4\left(\frac{1}{2}\log_3 x\right)^2 - m\log_3 x - \frac{1}{3}\log_3 x + m - \frac{2}{9} = 0$

$\Leftrightarrow \log_3^2 x - \left(m + \frac{1}{3}\right)\log_3 x + m - \frac{2}{9} = 0 \quad (1)$

Đặt $t = \log_3 x$. Khi đó phương trình $(1) \Leftrightarrow t^2 - \left(m + \frac{1}{3}\right)t + m - \frac{2}{9} = 0 \quad (2)$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2 = 3 \Leftrightarrow \log_3 x_1.x_2 = 1$

$\Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 1 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 1$

(Với $t_1 = \log_3 x_1$ và $t_2 = \log_3 x_2$)

Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình (2)

Ta có $t_1 + t_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{-b}{a} = 1 \Leftrightarrow \left(m + \frac{1}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$

Vậy $0 < m < \frac{3}{2}$ là mệnh đề đúng.

Câu 21: Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1x_2 > x_3x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$ .466666

A. $S_{\min}=30$. **B.** $S_{\min}=25$. **C.** $S_{\min}=33$. **D.** $S_{\min}=17$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện $x>0$, điều kiện mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $b^2>20a$.

Đặt $t=\ln x$, $u=\log x$ khi đó ta được $at^2+bt+5=0\,(1)$, $5u^2+bu+a=0(2)$.

Ta thấy với mỗi một nghiệm t thì có một nghiệm x, một u thì có một x.

Ta có $x_1.x_2=e^{t_1}.e^{t_2}=e^{t_1+t_2}=e^{-\frac{b}{a}}$, $x_3.x_4=10^{u_1+u_2}=10^{-\frac{b}{5}}$, lại có $x_1x_2>x_3x_4\Leftrightarrow e^{-\frac{b}{a}}>10^{-\frac{b}{5}}$

$\Rightarrow -\dfrac{b}{a}>-\dfrac{b}{5}\ln 10\Leftrightarrow a>\dfrac{5}{\ln 10}\Leftrightarrow a\ge 3$ (do a,b nguyên dương), suy ra $b^2>60\Rightarrow b\ge 8$.

Vậy $S=2a+3b\ge 2.3+3.8=30$, suy ra $S_{\min}=30$ đạt được $a=3,b=8$.

Câu 22: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x^2-3}=m\left(\log_4 x^2-3\right)$ có nghiệm thuộc $\left[32;+\infty\right)$?

A. $m\in\left(1;\sqrt{3}\right]$. **B.** $m\in\left[1;\sqrt{3}\right)$. **C.** $m\in\left[-1;\sqrt{3}\right)$. **D.** $m\in\left(-\sqrt{3};1\right]$.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $x>0$. Khi đó phương trình tương đương: $\sqrt{\log_2^2 x-2\log_2 x-3}=m\left(\log_2 x-3\right)$.

Đặt $t=\log_2 x$ với $x\ge 32\Rightarrow \log_2 x\ge \log_2 32=5$ hay $t\ge 5$.

Phương trình có dạng $\sqrt{t^2-2t-3}=m\left(t-3\right)\quad(*)$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: “Tìm m để phương trình (*) có nghiệm $t\ge 5$”

Với $t\ge 5$ thì $(*)\Leftrightarrow\sqrt{(t-3).(t+1)}=m\left(t-3\right)\Leftrightarrow\sqrt{t-3}.\left(\sqrt{t+1}-m\sqrt{t-3}\right)=0$

$\Leftrightarrow\sqrt{t+1}-m\sqrt{t-3}=0\Leftrightarrow m=\sqrt{\dfrac{t+1}{t-3}}$

Ta có $\dfrac{t+1}{t-3}=1+\dfrac{4}{t-3}$. Với $t\ge 5\Rightarrow 1<1+\dfrac{4}{t-3}\le 1+\dfrac{4}{5-3}=3$ hay

$1<\dfrac{t+1}{t-3}\le 3\Rightarrow 1<\sqrt{\dfrac{t+1}{t-3}}\le\sqrt{3}$

suy ra $1<m\le\sqrt{3}$. Vậy phương trình có nghiệm với $1<m\le\sqrt{3}$.

BÌNH LUẬN:

Chúng ta có thể dùng hàm số để tìm max, min của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{t+1}{t-3}},t\ge 5$

Câu 23: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x+\sqrt{\log_2^2 x+1}-2m-5=0$ có nghiệm trên đoạn $\left[1;2^{\sqrt{3}}\right]$.

A. $m\in\left(-\infty;-2\right]\cup\left[0;+\infty\right)$. **B.** $\left[-2;+\infty\right)$.

C. $m\in\left(-\infty;0\right)$. **D.** $m\in\left[-2;0\right]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\log_2^2 x+\sqrt{\log_2^2 x+1}-2m-5=0\Leftrightarrow\log_2^2 x+\sqrt{\log_2^2 x+1}=2m+5$.

Xét $f\left(x\right)=\log_2^2 x+\sqrt{\log_2^2 x+1}$, $x\in\left[1;2^{\sqrt{3}}\right]$.

$$f'\left(x\right)=\frac{2\log_2 x}{x.\ln 2}+\frac{\frac{2\log_2 x}{x.\ln 2}}{2\sqrt{\log_2^2 x+1}}=\frac{2\log_2 x}{x.\ln 2}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{\log_2^2 x+1}}\right).$$

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=1$ (Tm).

$f'\left(x\right)$ không xác định tại $x=0$ (loại).

BBT

x	1		$2^{\sqrt{3}}$
$f'(x)$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	5

Vậy phương trình có nghiệm khi: $1\le 2m+5\le 5\Leftrightarrow -2\le m\le 0$.

Câu 24: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m$ có nghiệm $x\ge 1$.

A. $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left[1;+\infty\right)$. **D.** $\left[3;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có:

$$\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m \qquad (1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(5^x-1\right).\frac{1}{2}\log_2\left[\left(5^x-1\right)2\right]=m$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2\left(5^x-1\right)\left[\log_2\left(5^x-1\right)+1\right]=m$$

Đặt $t=\log_2\left(5^x-1\right)$, PTTT: $\frac{1}{2}t\left(t+1\right)=m\Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}t=m \qquad (2)$

PT (1)có nghiệm $x\ge 1$ khi và chỉ khi PT(2) có nghiệm $t\ge 2$

Xét hàm số $f\left(t\right)=\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}t$ $f'\left(t\right)=t+\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'	$-$	0	$+$			
y	$\searrow$	$-\frac{1}{8}$	$\nearrow$	3	$\nearrow$	

Dựa vào BBT, PT(2) có nghiệm $t \geq 2$ khi và chỉ khi $m \geq 3$.

Câu 25: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0$ có nghiệm thực trong đoạn $\left[\frac{5}{4};4\right]$:

A. $m < -3$. **B.** $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

C. $m > \frac{7}{3}$. **D.** $-3 < m < \frac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn B.

Điều kiện: $x > 2$.

$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0$

$\Leftrightarrow 4(m-1)\log_2^2(x-2) + 4(m-5)\log_2(x-2) + 4m - 4 = 0 (*)$

Đặt $\log_2(x-2) = t$.

$x \in \left[\frac{5}{4};4\right] \Rightarrow 0 \leq x-2 \leq 2$ (Kết hợp với điều kiện). Vậy $t \leq 1$.

Phương trình (*) có dạng: $\Leftrightarrow 4(m-1)t^2 + 4(m-5)t + 4m - 4 = 0 (**)$

Ta cần tìm m sao cho PT (**) có nghiệm thỏa mãn $t \leq 1$.

$\Leftrightarrow (m-1)t^2 + (m-5)t + m - 1 = 0$

$\Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}$.

Đặt $f(t) = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}$; $f'(t) = \frac{-4t^2 + 4}{(t^2 + t + 1)^2}$.

Lập bảng biến thiên ta có

t	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$		$-$	
$f(t)$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$\frac{7}{3}$		

Câu 26: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $2\log_2|x| + \log_2|x+3| = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(0;2)$. **B.** $m\in\{0;2\}$. **C.** $m\in(-\infty;2)$. **D.** $m\in\{2\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} x\neq -3 \\ x\neq 0 \end{cases}$

$2\log_2|x|+\log_2|x+3|=m \Leftrightarrow \log_2 x^2|x+3|=m \Leftrightarrow x^2|x+3|=2^m$

Xét hàm số: $y=x^2|x+3|$ với $x\in\mathbb{R}\setminus\{-3;0\}$

$\Rightarrow y'=\begin{cases} 3x^2+6x & x>-3 \\ -3x^2-6x & x<-3 \end{cases}$

Bảng biến

Thiên

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình có hai nghiệm khi: $\left[\begin{array}{l} 2^m=0 \\ 2^m>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow m>2$

Câu 27: Cho m và n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $8(\log_m x)(\log_n x)-7\log_m x-6\log_n x-2017=0$. Khi P là một số nguyên, tìm tổng $m+n$ để P nhận giá trị nhỏ nhất?

A. $m+n=20$. **B.** $m+n=48$.

C. $m+n=12$. **D.** $m+n=24$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Đặt $t=\log_m x$, lúc đó $x=m^t$

Phương trình trở thành

$8t(\log_n m^t)-7t-6\log_n m^t-2017=0 \Leftrightarrow 8t^2\log_n m-7t-6t\log_n m-2017=0$

$\Leftrightarrow 8(\log_n m)t^2-(7+6\log_n m)t-2017=0$

Ta có $\Delta=(7+6\log_n m)^2+4.2017.8\log_n m$

Lúc đó $x_1=m^{t_1};x_2=m^{t_2}$

$x_1.x_2=m^{t_1+t_2}=m^{\frac{7+6\log_n m}{8\log_n m}}=P$ nguyên

Lần lượt thử các đáp án ta chọn được đáp án **C.**

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_{\frac{3}{2}}|x-2|-\log_{\frac{2}{3}}(x+1)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m>3$. **B.** $m<2$. **C.** $m>0$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn gải:

Điều kiện: $-1 < x \neq 2$.

Phương trình đã cho tương đương với $\log_{\frac{3}{2}}|x-2| + \log_{\frac{3}{2}}(x+1) = m$

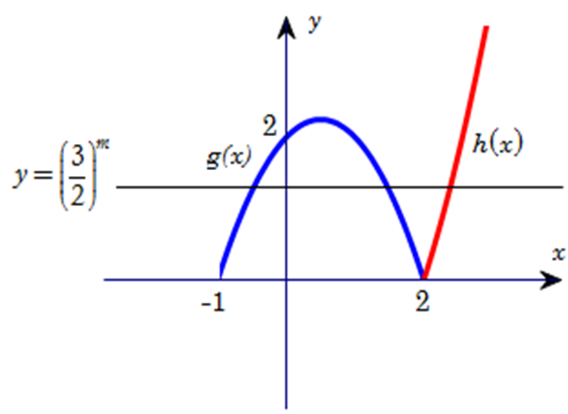
$$\longleftrightarrow \log_{\frac{3}{2}}\left(|x-2|(x+1)\right) = m \longleftrightarrow |x-2|(x+1) = \left(\frac{3}{2}\right)^m. \ (*)$$

Phương trình $(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = |x-2|(x+1)$ và đường thẳng $y = \left(\frac{3}{2}\right)^m$ (cùng phương với trục hoành).

Xét hàm số $f(x) = |x-2|(x+1)$ xác định trên $(-1;2)\cup(2;+\infty)$.

Ta có $f(x) = |x-2|(x+1) = \begin{cases} h(x) = (x-2)(x+1) = x^2 - x - 2 & \text{khi } x > 2 \\ g(x) = -(x-2)(x+1) = -x^2 + x + 2 & \text{khi } -1 < x < 2 \end{cases}$.

Đồ thị



Dựa vào đồ thị, ta thấy để phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt khi

$$0 < \left(\frac{3}{2}\right)^m < \max_{(-1;2)} g(x)$$

$$\longleftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^m < \frac{9}{4} \longleftrightarrow m < 2.$$

Chọn B.

I - BẤT PT LÔGARIT

âu 29: Cho a là số nguyên dương lớn nhất thỏa mãn $3\log_3\left(1+\sqrt{a}+\sqrt[3]{a}\right)>2\log_2\sqrt{a}$. Tìm phần nguyên của $\log_2(2017a)$.

A. 14 **B.** 22 **C.** 16 **D.** 19

Hướng dẫn giải:

Đặt $t=\sqrt[6]{a}, t>0$, từ giả thiết ta có $3\log_3\left(1+t^3+t^2\right)>2\log_2 t^3$

$\Leftrightarrow f(t)=\log_3\left(1+t^3+t^2\right)-\log_2 t^2>0$

$$f'(t)=\frac{1}{\ln 3}.\frac{3t^2+2t}{t^3+t^2+1}-\frac{2}{\ln 2}.\frac{1}{t}=\frac{(3\ln 2-2\ln 3)t^3+(2\ln 2-2\ln 3)t^2-2\ln 3}{\ln 2.\ln 3.\left(t^4+t^3+t\right)}$$

Vì đề xét a nguyên dương nên ta xét $t\ge 1$.

Xét $g(t)=(3\ln 2-2\ln 3)t^3+(2\ln 2-2\ln 3)t^2-2\ln 3$

Ta có $g'(t)=3\ln\frac{8}{9}t^2+2\ln\frac{4}{9}t=t\left(3\ln\frac{8}{9}t+2\ln\frac{4}{9}\right)$

$$g'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{2\ln 9/4}{3\ln 8/9}<0.$$

Lập bảng biến thiên suy ra hàm số $g(t)$ giảm trên khoảng $[1;+\infty)$.

Suy ra $g(t)\le g(1)=5\ln 2-6\ln 3<0\Rightarrow f'(t)<0$.

Suy ra hàm số $f(t)$ luôn giảm trên khoảng $[1;+\infty)$.

Nên $t=4$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(t)=0$.

Suy ra $f(t)>0\Leftrightarrow f(t)>f(4)\Leftrightarrow t<4\Leftrightarrow \sqrt[6]{a}<4\Leftrightarrow a<4096$.

Nên số nguyên a lớn nhất thỏa mãn giả thiết bài toán là $a=4095$.

Lúc đó $\log_2(2017a)\approx 22,97764311$.

Nên phần nguyên của $\log_2(2017a)$ bằng 22.

Chọn B.

âu 30: Biết $x=\frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình $2\log_a(23x-23)>\log_{\sqrt{a}}\left(x^2+2x+15\right)$ (*). Tập nghiệm T của bất phương trình (*) là:

A. $T=\left(-\infty;\frac{19}{2}\right)$. **B.** $T=\left(1;\frac{17}{2}\right)$. **C.** $T=(2;8)$. **D.** $T=(2;19)$.

Hướng dẫn giải:

$$2\log_a(23x-23)>\log_{\sqrt{a}}(x^2+2x+15)\Leftrightarrow \log_a(23x-23)>\log_a(x^2+2x+15)$$

Nếu $a>1$ ta có

$$\log_a(23x-23)>\log_a(x^2+2x+15)\Leftrightarrow\begin{cases}23x-23>x^2+2x+15\\x^2+2x+15>0\end{cases}\Leftrightarrow 2<x<19$$

Nếu $0<a<1$ ta có

$$\log_a(23x-23)>\log_a(x^2+2x+15)\Leftrightarrow\begin{cases}23x-23<x^2+2x+15\\23x-23>0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x<2\\x>19\end{array}\right.$$

Mà $x=\dfrac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình.

Chọn D.

BÌNH LUẬN:

- Sử dụng tính chất của hàm số logarit $y=\log_a b$ đồng biến nếu $a>1$ nghịch biến nếu $0<a<1$

- $\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a>1\\g(x)>0\\f(x)>g(x)\end{cases}\\\begin{cases}0<a<1\\f(x)>0\\f(x)<g(x)\end{cases}\end{array}\right.$

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge m$ có nghiệm với mọi $x\ge 1$?

A. $m\ge 6$. **B.** $m>6$. **C.** $m\le 6$. **D.** $m<6$.

Hướng dẫn giải:

BPT $\Leftrightarrow \log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\le \mathrm{m}\Leftrightarrow \log_2(5^x-1).\left[1+\log_2(5^x-1)\right]\le \mathrm{m}$

Đặt $t=\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ do $x\ge 1\Rightarrow t\in[2;+\infty)$

BPT $\Leftrightarrow t(1+t)\ge m\Leftrightarrow t^2+t\ge m\Leftrightarrow f(t)\ge m$

Với $f(t)=t^2+t$

$f'(t)=2t+1>0$ với $t\in[2;+\infty)$ nên hàm đồng biến trên $t\in[2;+\infty)$

Nên $Min f(t)=f(2)=6$

Do đó để để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge \mathrm{m}$ có nghiệm với mọi $x\ge 1$ thì:

$m\le Min f(t)\Leftrightarrow m\le 6$

Câu 32: Tập các giá trị của m để bất phương trình $\dfrac{\log_2^2 x}{\sqrt{\log_2^2 x-1}}\ge m$ nghiệm đúng với mọi x>0 là:

A. $(-\infty;1]$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-5;2)$. **D.** $[0;3)$.

Giải:

Đặt $t=\log_2^2 x\ \ (t>1)$.

Khi đó ta có: $\dfrac{t}{\sqrt{t-1}}\ge m(*)$

Bất phương trình ban đầu có nghiệm với mọi x>0 $\Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi t>1

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t}{\sqrt{t-1}},\ \ t\in(1;+\infty)$.

$f'(t)=\dfrac{t-2}{\left(\sqrt{t-1}\right)^3}$

$f'(t)=0\Rightarrow t=2$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(t)=+\infty,\qquad \lim\limits_{t\to 1} f(t)=+\infty$

BBT

t	1		2		$+\infty$
$f'(t)$	$\Vert$		0		
$f(t)$	$\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT ta có thể kết luận bất phương trình có nghiệm với mọi t>1 $\Rightarrow m\le 1$

Chọn A.

Câu 33: Số giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình: $\log 5+\log\left(x^2+1\right)\ge\log\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. 0. **B.** $\forall m\in\mathbb{Z}$ và $m\le 3$. **C.** 1. **D.** 2.

Giải:

Bất phương trình xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi:

$mx^2+4x+m>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ \Delta<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ 4-m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow m>2\ \ (1)$

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi:

$5x^2+5\ge mx^2+4x+m,\qquad \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow(5-m)x^2-4x+5-m\ge 0,\quad \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-m>0 \\ \Delta \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<5 \\ -m^2+10m-21\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\le 3 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta được $2<m\le 3, m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m=3$. Vậy có 1 giá trị m.

Chọn C.

Câu 34: Tìm m để bất phương trình $1+\log_5\left(x^2+1\right)\ge \log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ thoã mãn với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $-1<m\le 0$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $2<m\le 3$. **D.** $2<m<3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

BPT thoã mãn với mọi $x\in\mathbb{R}$. $\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2+4x+m>0 \\ 5\left(x^2+1\right)\ge mx^2+4x+m \end{cases} \left(\forall x\in\mathbb{R}\right) \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} mx^2+4x+m>0 \\ (5-m)x^2-4x+5-m\ge 0 \end{cases} \left(\forall x\in\mathbb{R}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 16-4m^2<0 \\ 5-m>0 \\ 16-4(5-m)^2\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right. \\ m<5 \\ \left[\begin{array}{l} m\le 3 \\ m\ge 7 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 2<m\le 3.$$

BÌNH LUẬN:

Sử dụng dấu tam thức bậc hai không đổi trên R :

$+\quad f\left(x\right)=ax^2+bx+c\ge 0 \forall x\in R \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta\le 0 \end{cases}$

$+\quad f\left(x\right)=ax^2+bx+c>0 \forall x\in R \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases}$

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2\left(7x^2+7\right)\ge \log_2\left(mx^2+4x+m\right),\ \forall x\in\mathbb{R}.$

A. $m\in\left(2;5\right]$. **B.** $m\in\left(-2;5\right]$. **C.** $m\in\left[2;5\right)$. **D.** $m\in\left[-2;5\right)$.

Hướng dẫn giải:

Bất phương trình tương đương $7x^2+7\ge mx^2+4x+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (7-m)x^2-4x+7-m\ge 0 & (2) \\ mx^2+4x+m>0 & (3) \end{cases},\ \forall x\in\mathbb{R}.$

□ $m=7$: (2) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$

□ $m=0$: (3) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$

(1) thỏa $\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 7-m>0 \\ \Delta_2'=4-(7-m)^2\le 0 \\ m>0 \\ \Delta_3'=4-m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<7 \\ m\le 5 \\ m>0 \\ m>2 \end{cases} \Leftrightarrow 2<m\le 5.$

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+4x+m\right)-1$ (1).

A. $m\in[-12;13]$. **B.** $m\in[12;13]$. **C.** $m\in[-13;12]$. **D.** $m\in[-13;-12]$.

Hướng dẫn giải:

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+1>\dfrac{x^2+4x+m}{5}\\ x^2+4x+m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-x^2-4x=f(x)\\ m<4x^2-4x+5=g(x)\end{cases}$$

Hệ trên thỏa mãn $\forall x\in(2;3)\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge \underset{2<x<3}{Max}\, f(x)=-12 & \text{khi } x=2\\ m\le \underset{2<x<3}{Min}\, f(x)=13 & \text{khi } x=2\end{cases}\Leftrightarrow -12\le m\le 13.$

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\le m.\log_{5-\sqrt{4-x}}3$ có nghiệm.

A. $m>2\sqrt{3}$. **B.** $m\ge 2\sqrt{3}$. **C.** $m\ge 12\log_3 5$. **D.** $2\le m\le 12\log_3 5$.

Lờigiải

Chọn C.

Ta có $x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\le m.\log_{5-\sqrt{4-x}}3$

$$\Leftrightarrow\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\frac{1}{\log_{\left(5-\sqrt{4-x}\right)}3}\le m$$

$$\Leftrightarrow\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right)\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right)\le m$$

Đặt $g(x)=\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right)$.

Yêu cầu bài toán trở thành $m\ge Max\, g(x)$

Điều kiện

$$\begin{cases}x\ge 0\\ x+12\ge 0\\ 5-\sqrt{4-x}>0\\ 5-\sqrt{4-x}\ne 1\\ 4-x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ x>-21\\ x\ne -12\\ x\le 4\end{cases}\Leftrightarrow 0\le x\le 4.$$

$$g'(x)=\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x+12}}\right).\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right)+\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right)\frac{\dfrac{1}{2\sqrt{4-x}}}{\left(5-\sqrt{4-x}\right).\ln 3}$$

$$\Rightarrow g'(x)=\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x+12}}\right).\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right)+\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\frac{1}{2\sqrt{4-x}.\left(5-\sqrt{4-x}\right).\ln 3}$$

$$\Rightarrow g'(x)>0\quad \forall x\in[0;4]$$

$\Rightarrow g\left(x\right)$ đồng biến trên $\left[0;4\right]$.

$\Rightarrow \underset{x\in[0;4]}{GTLN}\, g\left(x\right)=g\left(4\right)=\left(4\sqrt{4}+\sqrt{4+12}\right).\log_3\left(5-\sqrt{4-4}\right).$

$\Rightarrow \underset{x\in[0;4]}{GTLN}\, g\left(x\right)=12\log_3 5.$

$\Rightarrow m\geq 12\log_3 5.$

Câu 38: Hệ bất phương trình $\begin{cases}\ln^2 x-m\ln x+m+4\leq 0\\ \dfrac{x-3}{x^2}>0\end{cases}$ có nghiệm khi

A. $m<-3$ hoặc $m\geq 6$. **B.** $m\leq -3$.

C. $m<-3$. **D.** $m\geq 6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có

$\dfrac{x-3}{x^2}>0\Leftrightarrow x>3$

$\ln^2 x-m\ln x+m+3\leq 0\Leftrightarrow m\left(\ln x-1\right)\leq \ln^2 x+3$

$m\leq \dfrac{\ln^2 x+3}{\ln x-1}$

Đặt $t=\ln x$; $t\geq \ln 3$

Ta xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{t^2+3}{t-1}$

$f\left(t\right)=\dfrac{t^2+3}{t-1}=t+1+\dfrac{4}{t-1}$

$\Rightarrow f'\left(t\right)=1-\dfrac{4}{\left(t-1\right)^2}$; $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{4}{\left(t-1\right)^2}=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=3\\ t=-1\end{array}\right.$

x	$\ln 3$		3		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	6	$\nearrow$	

Vậy hệ có nghiệm khi $m\geq 6$.

Câu 39: Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=2x+y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** 9.

Chọn B.

Bất PT $\Leftrightarrow \log_{x^2+2y^2}(2x+y)\ge 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2y^2>1 \\ 2x+y\ge x^2+2y^2 \end{cases} (I),\quad \begin{cases} 0<x^2+2y^2<1 \\ 0<2x+y\le x^2+2y^2 \end{cases} (II)$.

Xét T$=2x+y$

TH1: (x; y) thỏa mãn (II) khi đó $0<T=2x+y\le x^2+2y^2<1$

TH2: (x; y) thỏa mãn (I) $x^2+2y^2\le 2x+y \Leftrightarrow (x-1)^2+(\sqrt{2}y-\frac{1}{2\sqrt{2}})^2\le\frac{9}{8}$. Khi đó

$$2x+y=2(x-1)+\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}y-\frac{1}{2\sqrt{2}})+\frac{9}{4}\le\sqrt{(2^2+\frac{1}{2})\left[(x-1)^2+(\sqrt{2}y-\frac{1}{2\sqrt{2}})^2\right]}+\frac{9}{4}\le\sqrt{\frac{9}{2}.\frac{9}{8}}+\frac{9}{4}=\frac{9}{2}$$

Suy ra: $\max T=\frac{9}{2}\Leftrightarrow (x;y)=(2;\frac{1}{2})$

BÌNH LUẬN:

- Sử dụng tính chất của hàm số logarit $y=\log_a b$ đồng biến nếu $a>1$ nghịch biến nếu $0<a<1$

$$\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a>1\\ g(x)>0\\ f(x)>g(x)\end{cases}\\ \begin{cases}0<a<1\\ f(x)>0\\ f(x)<g(x)\end{cases}\end{array}\right.$$

- Sử dụng bất đẳng thức BCS cho hai bộ số $(a;b),(x;y)$ thì $|ax+by|\le\sqrt{(a^2+b^2)(x^2+y^2)}$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}>0$

Câu 40: Trong tất cả các cặp $(x;y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4)\ge 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x;y)$ sao cho $x^2+y^2+2x-2y+2-m=0$.

A. $(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$. **B.** $\sqrt{10}-\sqrt{2}$ và $\sqrt{10}+\sqrt{2}$.

C. $(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2$. **D.** $\sqrt{10}-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4)\ge 1\Leftrightarrow x^2+y^2-4x-4y+6\le 0$ (1).

Giả sử $M(x;y)$ thỏa mãn pt (1), khi đó tập hợp điểm M là hình tròn (C_1) tâm $I(2;2)$ bán kính $R_1=\sqrt{2}$.

Các đáp án đề cho đều ứng với $m>0$. Nên dễ thấy $x^2+y^2+2x-2y+2-m=0$ là phương trình đường tròn (C_2) tâm $J(-1;1)$ bán kính $R_2=\sqrt{m}$.

Vậy để tồn tại duy nhất cặp $(x;y)$ thỏa đề khi chỉ khi (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài

$\Leftrightarrow IJ=R_1+R_2 \Leftrightarrow \sqrt{10}=\sqrt{m}+\sqrt{2} \Leftrightarrow m=\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)^2$.

Chọn A.

Câu 41: Cho x,y là số thực dương thỏa mãn $\ln x+\ln y\ge \ln\left(x^2+y\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x+y$

A. $P=6$. **B.** $P=2\sqrt{2}+3$. **C.** $P=2+3\sqrt{2}$. **D.** $P=\sqrt{17}+\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Từ $\ln x+\ln y\ge \ln\left(x^2+y\right)\Leftrightarrow xy\ge x^2+y$. Ta xét:

Nếu $0<x\le 1$ thì $y\ge xy\ge x^2+y\Leftrightarrow 0\ge x^2$ mâu thuẫn.

Nếu $x>1$ thì $xy\ge x^2+y\Leftrightarrow y(x-1)\ge x^2 \Leftrightarrow y\ge \dfrac{x^2}{x-1}$. Vậy $P=x+y\ge x+\dfrac{x^2}{x-1}$.

Ta có $f(x)=x+\dfrac{x^2}{x-1}$ xét trên $(1;+\infty)$.

Có $f'(x)=\dfrac{2x^2-4x+1}{x^2-2x+1}=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}(loai) \\ x=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}(nhan)\end{array}\right.$

Vậy $\min\limits_{(1;+\infty)} f(x)=f\left(\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}\right)=2\sqrt{2}+3$.

Câu 42: Cho 2 số dương a và b thỏa mãn $\log_2(a+1)+\log_2(b+1)\ge 6$. Giá trị nhỏ nhất của $S=a+b$ là

A. $\min S=12$. **B.** $\min S=14$. **C.** $\min S=8$. **D.** $\min S=16$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\log_2(a+1)+\log_2(b+1)\ge 6\Leftrightarrow \log_2(a+1)(b+1)\ge 6 \Leftrightarrow (a+1)(b+1)\ge 64$

Mà $64\le (a+1)(b+1)\le\left(\dfrac{a+b+2}{2}\right)^2 \Leftrightarrow (a+b)^2+4(a+b)-252\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a+b\ge 14 \\ a+b\le -18(L)\end{array}\right.$.

Nên $\min S=14$.

âu 43: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_4(x+y)+\log_4(x-y)\ge 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=2x-y$.

A. $P_{\min}=4$. **B.** $P_{\min}=-4$. **C.** $P_{\min}=2\sqrt{3}$. **D.** $P_{\min}=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} x-y>0 \\ x+y>0 \end{cases}$

Từ điều kiện ta có: $2x>0 \Leftrightarrow x>0$

Ta có: $\log_4(x+y)+\log_4(x-y)\ge 1 \Leftrightarrow \log_4(x^2-y^2)\ge 1 \Leftrightarrow x^2-y^2\ge 4$

Vì $x^2-y^2\ge 4$ và $x>0$ ta có: $x\ge\sqrt{y^2+4}$

$P=2x-y=2\sqrt{y^2+4}-y$

Xét: $f(y)=2\sqrt{y^2+4}-y \Rightarrow f'(y)=\dfrac{2y}{\sqrt{y^2+4}}-1 \Rightarrow f'(y)=0 \Leftrightarrow y=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$ $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ $+\infty$
y'	0
y	↘ $2\sqrt{3}$ ↗

Từ bảng biến thiên ta có: $P_{\min}=2\sqrt{3}$

I - BÀI TOÁN LÃI SUẤT – TRẢ GÓP

A – LÝ THUYẾT CHUNG

1. Lãi đơn

Số tiền lãi chỉ tính trên số tiền gốc mà không tính trên số tiền lãi do số tiền gốc sinh ra.

Công thức tính lãi đơn: $V_n = V_0\left(1 + r.n\right)$

Trong đó:

V_n: Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

V_0: Số tiền gửi ban đầu;

n: Số kỳ hạn tính lãi;

r: Lãi suất định kỳ, tính theo %.

2. Lãi kép

Là số tiền lãi không chỉ tính trên số tiền gốc mà còn tính trên số tiền lãi do tiền gốc đó sinh ra thay đổi theo từng định kỳ.

a. Lãi kép, gửi một lần: $T_n = T_0\left(1 + r\right)^n$

Trong đó:

T_n: Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

T_0: Số tiền gửi ban đầu;

n: Số kỳ hạn tính lãi;

r: Lãi suất định kỳ, tính theo %.

b. Lãi kép liên tục: $T_n = T_0.e^{nr}$

Trong đó:

T_n: Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

T_0: Số tiền gửi ban đầu;

n: Số kỳ hạn tính lãi;

r: Lãi suất định kỳ, tính theo %.

c. Lãi kép, gửi định kỳ.

◉*Trường hợp gửi tiền định kì cuối tháng.*

Bài toán 1: Cứ cuối mỗi tháng gửi vào ngân hàng m triệu, lãi suất kép $r\%$ (tháng hoặc năm). Hỏi sau n (tháng hoặc năm) số tiền thu được là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tiền thu được là:

$$T_n = \frac{m}{r}\left[\left(1 + r\right)^n - 1\right]$$

Chứng minh

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng
1	Chưa gửi	m
2	m	$m(1+r)+m$
3	$m(1+r)+m$	$m(1+r)^2+m(1+r)+m$
…	…	…
n		$m(1+r)^{n-1}+...+m(1+r)+m$

ậy sau tháng n ta được số tiền $T_n=m(1+r)^{n-1}+...+m(1+r)+m$

$=m\left[(1+r)^{n-1}+...+(1+r)+1\right]$,

a thấy trong ngoặc là tổng n số hạng của cấp số nhân có $u_1=1,\ u_n=(1+r)^{n-1},\ q=1+r$

a biết rằng: $S_n=u_1+...+u_n=u_1.\dfrac{q^n-1}{q-1}$ nên $T_n=\dfrac{m}{r}\left[(1+r)^n-1\right]$

ài toán 2: Cứ cuối mỗi tháng gửi vào ngân hàng *m* triệu, lãi suất kép $r\%$ (tháng hoặc năm). Sau *n* háng hoặc năm) số tiền thu được là A triệu. Hỏi số tiền gửi mỗi tháng *m* là bao nhiêu?

gười ta chứng minh được số tiền cần gửi mỗi tháng là: $m=\dfrac{Ar}{(1+r)^n-1}$

hứng minh:

p dụng bài toán 1 ta có số tiền thu được là $T_n=\dfrac{m}{r}\left[(1+r)^n-1\right]$, mà đề cho số tiền đó chính là A nên

$A=\dfrac{m}{r}\left[(1+r)^n-1\right]\Leftrightarrow m=\dfrac{Ar}{(1+r)^n-1}$.

ài toán 3: Cứ cuối mỗi tháng gửi vào ngân hàng *m* triệu, lãi suất kép $r\%$ (tháng hoặc năm). Sau *n* háng hoặc năm) số tiền thu được là A triệu. Hỏi số tháng hoặc năm *n* là bao nhiêu?

gười ta chứng minh được số tháng thu được đề bài cho là: $n=\log_{1+r}\left(\dfrac{Ar}{m}+1\right)$.

hứng minh:

p dụng bài toán 1 ta có số tiền thu được là $T_n=\dfrac{m}{r}\left[(1+r)^n-1\right]$, mà đề cho số tiền đó chính là A nên

$A=\dfrac{m}{r}\left[(1+r)^n-1\right]\Leftrightarrow m=\dfrac{Ar}{(1+r)^n-1}\Leftrightarrow(1+r)^n=\dfrac{Ar}{m}+1\Leftrightarrow n=\log_{1+r}\left(\dfrac{Ar}{m}+1\right)$

hư vậy trong trường hợp một này ta cần nắm vững công thức Bài toán 1 từ đó có thể dễ dàng biến ổi ra các công thức ở bài toán 2, Bài toán 3.

❷***Trường hợp gửi tiền định kì đầu tháng.***

Bài toán 4: Cứ đầu mỗi tháng gửi vào ngân hàng *m* triệu, lãi suất kép $r\%$ (tháng hoặc năm). Hỏi sau *n* (tháng hoặc năm) số tiền thu được là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tiền thu được là: $T_n = \frac{m}{r}\left[(1+r)^n - 1\right](1+r)$

Chứng minh.

Ta xây dựng bảng sau:

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng
1	m	$m(1+r)$
2	$m(1+r)+m$	$m(1+r)^2+m(1+r)$
3	$m(1+r)^2+m(1+r)+m$	$m(1+r)^3+m(1+r)^2+m(1+r)$
…	…	…
n	…	$m(1+r)^n+...+m(1+r)$

Vậy sau tháng *n* ta được số tiền:

$$T_n = m(1+r)^n + ... + m(1+r) = m\left[(1+r)^n + ... + (1+r)\right] = m(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Bài toán 5: Cứ đầu mỗi tháng gửi vào ngân hàng *m* triệu, lãi suất kép $r\%$ (tháng hoặc năm). Sau *n* (tháng hoặc năm) số tiền thu được là A triệu. Hỏi số tiền gửi mỗi tháng *m* là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tiền cần gửi mỗi tháng là: $m = \frac{Ar}{(1+r)\left[(1+r)^n - 1\right]}$

Chứng minh

Áp dụng bài toán 4. Ta có số tiền thu được là: $T_n = \frac{m}{r}\left[(1+r)^n - 1\right](1+r)$, mà đề cho số tiền đó là A nên $A = \frac{m}{r}\left[(1+r)^n - 1\right](1+r) \Leftrightarrow m = \frac{Ar}{(1+r)\left[(1+r)^n - 1\right]}$.

Bài toán 6: Cứ đầu mỗi tháng gửi vào ngân hàng m triệu, lãi suất kép $r\%$ (tháng hoặc năm). Sau *n* (tháng hoặc năm) số tiền thu được là *A* triệu. Hỏi số tháng hoặc năm *n* là bao nhiêu?

Người ta chứng minh được số tháng thu được đề bài cho là: $n = \log_{1+r}\left[\frac{Ar}{m(1+r)} + 1\right]$.

Chứng minh

p dụng bài toán 4. Ta có: số tiền thu được là: $T_n = \frac{m}{r}\left[(1+r)^n - 1\right](1+r)$, mà đề cho số tiền đó là A

ên $A = \frac{m}{r}\left[(1+r)^n - 1\right](1+r) \Leftrightarrow m = \frac{Ar}{(1+r)\left[(1+r)^n - 1\right]} \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{Ar}{m(1+r)} + 1$.

$\Rightarrow n = \log_{1+r}\left[\frac{Ar}{m(1+r)} + 1\right]$.

hư vậy trong trường hợp này ta cần nắm vững công thức bài toán 4 từ đó có thể dễ dàng biến đổi ra ác công thức ở bài toán 5, bài toán 6.

Trường hợp vay nợ và trả tiền định kì đầu tháng.

ài toán 7: Vay ngân hàng A triệu đồng. Cứ đầu mỗi tháng (năm) trả ngân hàng m triệu, lãi suất kép % (tháng hoặc năm). Hỏi sau n (tháng hoặc năm) số tiền còn nợ là bao nhiêu?

gười ta chứng minh được số tiền còn nợ là: $T_n = A(1+r)^n - m(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}$

hứng minh.

a xây dựng bảng sau:

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng
	$A-m$	$(A-m)(1+r) = A(1+r) - m(1+r)$
	$A(1+r) - m(1+r) - m$	$A(1+r)^2 - m(1+r)^2 - m(1+r)$
	$A(1+r)^2 - m(1+r)^2 - m(1+r) - m$	$A(1+r)^3 - m(1+r)^3 - m(1+r)^2 - m(1+r)$
.	…	…
	…	$A(1+r)^n - m(1+r)^n - ... - m(1+r)^2 - m(1+r)$

ậy sau tháng n ta còn nợ số tiền:

$$T_n = A(1+r)^n - m(1+r)^n - ... - m(1+r)^2 - m(1+r)$$
$$= A(1+r)^n - m\left[(1+r)^n + ... + (1+r)\right]$$
$$= A(1+r)^n - m(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

rường hợp vay nợ và trả định kì cuối tháng.

ài toán 8: Vay ngân hàng A triệu đồng. Cứ đầu mỗi tháng (năm) trả ngân hàng m triệu, lãi suất kép % (tháng hoặc năn) số tiền còn nợ là bao nhiêu?

gười ta chứng minh được số tiền còn nợ là: $T_n = A(1+r)^n - m(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}$

hứng minh

Ta xây dựng bảng sau:

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng
1	A	$A(1+r)-m$
2	$A(1+r)-m$	$A(1+r)^2-m(1+r)^2-m$
3	$A(1+r)^2-m(1+r)-m$	$A(1+r)^3-m(1+r)^2-m(1+r)-m$
…	…	…
n	…	$A(1+r)^n-m(1+r)^{n-1}-...-m(1+r)-m$

Vậy sau tháng n ta còn nợ số tiền:

$$T_n = A(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - ... - m(1+r) - m$$
$$= A(1+r)^n - m\left[(1+r)^{n-1} + ... + (1+r) + 1\right]$$
$$= A(1+r)^n - m(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Sau đây cùng tìm hiểu cách áp dụng các lý thuyết vào các bài toán tính tiền lãi, tiền nợ phải trả như thế nào?

B - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Đầu năm 2016, anh Hùng có xe công nông trị giá 100 triệu đồng. Biết mỗi tháng thì xe công nông hao mòn mất $0,4\%$ giá trị, đồng thời làm ra được 6 triệu đồng (số tiền làm ra mỗi tháng là không đổi). Hỏi sau một năm, tổng số tiền (bao gồm giá tiền xe công nông và tổng số tiền anh Hùng làm ra) anh Hùng có là bao nhiêu?

A. 172 triệu. **B.** 72 triệu.
C. $167,3042$ triệu. **D.** $104,907$ triệu.

Câu 2: Một tỉnh A đưa ra nghị quyết về giảm biên chế cán bộ công chức, viên chức hưởng lương từ ngân sách nhà nước trong giai đoạn $2015-2021$ (6 năm) là $10,6\%$ so với số lượng hiện có năm 2015 theo phương thức "ra 2 vào 1" (tức là khi giảm đối tượng hưởng lương từ ngân sách nhà nước 2 người thì được tuyển mới 1 người). Giả sử tỉ lệ giảm và tuyển dụng mới hàng năm so với năm trước đó là như nhau. Tính tỉ lệ tuyển dụng mới hàng năm (làm tròn đến $0,01\%$).

A. $1,13\%$. **B.** $1,72\%$. **C.** $2,02\%$. **D.** $1,85\%$.

Câu 3: Bác B gởi tiết kiệm số tiền ban đầu là 50 triệu đồng theo kỳ hạn 3 tháng với lãi suất $0,72\%$ tháng. Sau một năm bác B rút cả vốn lẫn lãi và gởi theo kỳ hạn 6 tháng với lãi suất $0,78\%$ tháng. Sau khi gởi đúng một kỳ hạn 6 tháng do gia đình có việc bác gởi thêm 3 tháng nữa thì phải rút tiền trước hạn cả gốc lẫn lãi được số tiền là $57.694.945,55$ đồng (chưa làm tròn). Biết rằng khi rút tiền trước hạn lãi suất được tính theo lãi suất không kỳ hạn, tức tính theo hàng tháng. Trong số 3 tháng bác gởi thêm lãi suất là

A. $0,55\%$. **B.** $0,3\%$. **C.** $0,4\%$. **D.** $0,5\%$.

Câu 4: Một người muốn có 2 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách mỗi năm gửi vào ngân hàng số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng số tiền hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi), số tiền được làm tròn đến đơn vị nghìn đồng?

A. $252.436.000$. **B.** $272.631.000$. **C.** $252.435.000$. **D.** $272.630.000$.

Câu 5: Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp (chịu lãi số tiền chưa trả) với lãi suất $0,5\%$/ tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?

A. 35 tháng. **B.** 36 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 38 tháng.

Câu 6: Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 46794000 đồng. **B.** 44163000 đồng. **C.** 42465000 đồng. **D.** 41600000 đồng.

Câu 7: Một kỹ sư được nhận lương khởi điểm là $8.000.000$ đồng/tháng. Cứ sau hai năm lương mỗi tháng của kỹ sư đó được tăng thêm 10% so với mức lương hiện tại. Tính tổng số tiền T (đồng) kỹ sư đó nhận được sau 6 năm làm việc.

A. $633.600.000$. **B.** $635.520.000$. **C.** $696.960.000$. **D.** $766.656.000$.

Câu 8: Anh Hưng đi làm được lĩnh lương khởi điểm $4.000.000$ đồng/tháng. Cứ 3 năm, lương của anh Hưng lại được tăng thêm $7\%/1$ tháng. Hỏi sau 36 năm làm việc anh Hưng nhận được tất cả bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

A. 1.287.968.000 đồng **B.** 1.931.953.000 đồng.

C. 2.575.937.000 đồng. **D.** 3.219.921.000 đồng.

Câu 9: Một người vay ngân hàng $200.000.000$ đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 48 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định $0,8\%$/ tháng. Mỗi tháng người đó phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 48 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi người đó đã trả trong toàn bộ quá trình nợ là bao nhiêu?

A. 38.400.000 đồng. **B.** 10.451.777 đồng. **C.** 76.800.000 đồng. **D.** 39.200.000 đồng.

Câu 10: Một người đem gửi tiền tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 1% một tháng. Biết rằng cứ sau mỗi quý (3 tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào vốn gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì người đó nhận lại được số tiền bao gồm cả vốn lẫn lãi gấp ba lần số tiền ban đầu

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 11: Một người vay ngân hàng một tỷ đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất người đó trả 40 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là $0,65\%$ mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu người đó trả hết số tiền trên?

A. 29 tháng. **B.** 27 tháng. **C.** 26 tháng. **D.** 28 tháng.

Câu 12: Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo thể thức lãi kép, lãi suất $0,5\%$ một tháng. Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu?

A. 46 tháng. **B.** 45 tháng. **C.** 44 tháng. **D.** 47 tháng.

Câu 13: Năm 2014, một người đã tiết kiệm được x triệu đồng và dùng số tiền đó để mua nhà nhưng trên thực tế người đó phải cần $1,55x$ triệu đồng. Người đó quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là $6,9\%$/ năm theo hình thức lãi kép và không rút trước kỳ hạn. Hỏi năm nào người đó mua được căn nhà đó (giả sử rằng giá bán căn nhà đó không thay đổi).

A. Năm 2019. **B.** Năm 2020. **C.** Năm 2021. **D.** Năm 2022.

Câu 14: Ông A vay ngân hàng 220 triệu đồng và trả góp trong vòng 1 năm với lãi suất $1,15\%$ mỗi tháng. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay, ông sẽ hoàn nợ cho ngân hàng với số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau, hỏi mỗi tháng ông A sẽ phải trả bao nhiêu tiền cho ngân hàng, biết lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $\dfrac{220.(1,0115)^{12}.0,0115}{(1,0115)^{12}-1}$ (triệu đồng). **B.** $\dfrac{220.(1,0115)^{12}}{(1,0115)^{12}-1}$ (triệu đồng).

C. $\dfrac{55.(1,0115)^{12}.0,0115}{3}$ (triệu đồng). **D.** $\dfrac{220.(1,0115)^{12}}{3}$ (triệu đồng).

Câu 15: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng sau đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng?

A. 47 tháng. **B.** 46 tháng. **C.** 45 tháng. **D.** 44 tháng.

Câu 16: Ông Nam gởi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi)

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 17: Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Gửi được hai năm 3 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó được rút là

A. $101.\left[(1,01)^{27}-1\right]$ triệu đồng. **B.** $101.\left[(1,01)^{26}-1\right]$ triệu đồng.

C. $100.\left[(1,01)^{27}-1\right]$ triệu đồng. **D.** $100.\left[(1,01)6-1\right]$ triệu đồng.

Câu 18: Bạn Hùng trúng tuyển vào trường đại học *A* nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học bạn Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền *T* (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền *T* hàng tháng mà bạn Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là:

A. 232518 đồng. **B.** 309604 đồng. **C.** 215456 đồng. **D.** 232289 đồng.

Câu 19: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $6,5\%$ / năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi khoảng bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 11 năm. **B.** 9 năm. **C.** 8 năm. **D.** 12 năm.

Câu 20: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.

A. 45 tháng. **B.** 47 tháng. **C.** 44 tháng. **D.** 46 tháng.

Câu 21: Một người gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng trong thời gian 10 năm với lãi suất 5% năm. Hỏi người đó nhận được số tiền nhiều hơn hay ít hơn bao nhiêu nếu ngân hàng trả lại suất $\frac{5}{12}\%$ tháng ?

A. Nhiều hơn. **B.** Ít hơn. **C.** Không thay đổi. **D.** Không tính được.

Câu 22: Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng A với số tiền là 100 triệu đồng với lãi suất mỗi quý (3 tháng) là $2,1\%$. Số tiền lãi được cộng vào vốn sau mỗi quý. Sau 2 năm người đó vẫn tiếp tục gửi tiết kiệm số tiền thu được từ trên nhưng với lãi suất $1,1\%$ mỗi tháng. Số tiền lãi được cộng vào vốn sau mỗi tháng. Hỏi sau 3 năm kể từ ngày gửi tiết kiệm vào ngân hàng A người đó thu được số tiền gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $134,65$ triệu đồng. **B.** $130,1$ triệu đồng. **C.** $156,25$ triệu đồng. **D.** $140,2$ triệu đồng.

Câu 23: Ông A gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% trên năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. sau thời gian 10 năm nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà ông A nhận được tính cả gốc lẫn lãi là

A. $10^8.(1+0,07)^{10}$. **B.** $10^8.0,07^{10}$. **C.** $10^8.(1+0,7)^{10}$. **D.** $10^8.(1+0,007)^{10}$.

Câu 24: Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được hơn 40 triệu đồng. (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi).

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 25: Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

A. 726,74 triệu. **B.** 71674 triệu. **C.** 858,72 triệu. **D.** 768,37 triệu.

Câu 26: Giả sử vào cuối năm thì một đơn vị tiền tệ mất 10% giá trị so với đầu năm. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất sao cho sau n năm, đơn vị tiền tệ sẽ mất đi ít nhất 90% giá trị của nó?

A. 16 **B.** 18. **C.** 20. **D.** 22.

Câu 27: Bạn Hùng trúng tuyển vào đại học nhung vì không đủ nộp tiền học phí Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm $3.000.000$ đồng để nộp học với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất $0,25\%$/ tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị) là

A. 232518 đồng. **B.** 309604 đồng. **C.** 215456 đồng. **D.** 232289 đồng.

Câu 28: Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

A. 140 triệu đồng. **B.** 154 triệu đồng. **C.** 145 triệu đồng. **D.** 150 triệu đồng.

Câu 29: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 200 triệu đồng, với lãi suất 12% năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau một tháng bắt đầu từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 10 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó, tổng số tiền lãi m mà ông A phải trả cho ngân hàng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m=\dfrac{20.(1,01)^{10}}{(1,01)^{10}-1}$ (triệu đồng). **B.** $m=\dfrac{200.(1,12)^{10}}{10}$ (triệu đồng).

C. $m=\dfrac{20.(1,01)^{10}}{(1,01)^{10}-1}-200$ (triệu đồng). **D.** $m=\dfrac{10.(1.12)^{10}}{(1.12)^{10}-1}-200$ (triệu đồng).

Câu 30: Thầy Đông gửi 5 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,7\%$/tháng. Chưa đầy một năm thì lãi suất tăng lên thành $1,15\%$/tháng. Tiếp theo, sáu tháng sau lãi suất chỉ còn $0,9\%$/tháng. Thầy Đông tiếp tục gửi thêm một số tháng nữa rồi rút cả vỗn lẫn lãi được 5787710,707 đồng. Hỏi thầy Đông đã gửi tổng thời gian bao nhiêu tháng?

A. 18 tháng. **B.** 17 tháng. **C.** 16 tháng. **D.** 15 tháng.

Câu 31: Ngày 01 tháng 01 năm 2017, ông An đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 01 năm 2018, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi

A. $800.(1,005)^{11}-72$ (triệu đồng). **B.** $1200-400.(1,005)^{12}$ (triệu đồng).

C. $800.(1,005)^{12}-72$ (triệu đồng). **D.** $1200-400.(1,005)^{11}$ (triệu đồng).

Câu 32: Ngày 01 tháng 6 năm 2016 ông An đem một tỉ đồng gửi vào ngân hàng với lãi suất 0.5% một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng ông đến ngân hàng rút 4 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 6 năm 2017, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi.

A. $200.(1.005)^{12}+800$ (triệu đồng). **B.** $1000.(1.005)^{12}-48$ (triệu đồng).

C. $200.(1.005)^{11}+800$ (triệu đồng). **D.** $1000.(1.005)^{11}-48$ (triệu đồng).

Câu 33: Một người lần đầu gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 3% của một quý và lãi từng quý sẽ được nhập vào vốn (hình thức lãi kép). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai sẽ gần với kết quả nào sau đây?

A. 232 triệu. **B.** 262 triệu. **C.** 313 triệu. **D.** 219 triệu.

Câu 34: Thầy Đông gửi tổng cộng 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất $2,1\%$ một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất $0,73\%$ một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng tiền lãi đạt được ở hai ngân hàng là $27\ 507\ 768,13$ đồng (chưa làm tròn). Hỏi số tiền Thầy Đông gửi lần lượt ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu. **B.** 120 triệu và 200 triệu.

C. 200 triệu và 120 triệu. **D.** 180 triệu và 140 triệu.

Câu 35: Một người gửi tiền tiết kiệm 200 triệu đồng vào một ngân hàng với kỳ hạn một năm và lãi suất $8,25\%$ một năm, theo thể thức lãi kép. Sau 3 năm tổng số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được là *(làm tròn đến hàng nghìn)*

A. $124,750$ triệu đồng. **B.** $253,696$ triệu đồng.

C. $250,236$ triệu đồng. **D.** $224,750$ triệu đồng.

Câu 36: Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất $1,65\%$ một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi)

A. 4 năm 1 quý **B.** 4 năm 2 quý **C.** 4 năm 3 quý **D.** 5 năm

Câu 37: Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, ông An đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng với số tiền 800 triệu đồng với lãi suất $x\%/\textit{năm}$, điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi tháng trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho tháng sau. Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, ông An đã thanh toán hợp đồng ngân hàng số tiền là 1.058 triệu đồng. Hỏi lãi suất trong hợp đồng giữa ông An và ngân hàng là bao nhiêu?

A. $13\%/\textit{năm}$. **B.** $14\%/\textit{năm}$. **C.** $12\%/\textit{năm}$. **D.** $15\%/\textit{năm}$.

Câu 38: Một người có số tiền là $20.000.000$ đồng đem gửi tiết kiệm loại kỳ hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất $8,5\%/\text{năm}$. Vậy sau thời gian 5 năm 8 tháng, người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (số tiền được làm tròn đến 100 đồng). Biết rằng người đó không rút cả vốn lẫn lãi tất cả các định kỳ trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kỳ hạn $0,01\%$ một ngày. (1 tháng tính 30 ngày).

A. $31.802.700$ đồng. **B.** $30.802.700$ đồng. **C.** $32.802.700$ đồng. **D.** $33.802.700$ đồng.

C - HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Đầu năm 2016, anh Hùng có xe công nông trị giá 100 triệu đồng. Biết mỗi tháng thì xe công nông hao mòn mất $0,4\%$ giá trị, đồng thời làm ra được 6 triệu đồng (số tiền làm ra mỗi tháng là không đổi). Hỏi sau một năm, tổng số tiền (bao gồm giá tiền xe công nông và tổng số tiền anh Hùng làm ra) anh Hùng có là bao nhiêu?

A. 172 triệu. **B.** 72 triệu.

C. $167,3042$ triệu. **D.** $104,907$ triệu.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Sau một năm số tiền anh Hùng làm ra là $6.12=72$ triệu đồng

Sau một năm giá trị xe công nông còn $100(1-0,4\%)^{12}\approx 95,3042$ triệu đồng

Vậy sau một năm số tiền anh Hùng có là $167,3042$ triệu đồng

Câu 2: Một tỉnh A đưa ra nghị quyết về giảm biên chế cán bộ công chức, viên chức hưởng lương từ ngân sách nhà nước trong giai đoạn $2015-2021$ (6 năm) là $10,6\%$ so với số lượng hiện có năm 2015 theo phương thức “ra 2 vào 1” (tức là khi giảm đối tượng hưởng lương từ ngân sách nhà nước 2 người thì được tuyển mới 1 người). Giả sử tỉ lệ giảm và tuyển dụng mới hàng năm so với năm trước đó là như nhau. Tính tỉ lệ tuyển dụng mới hàng năm (làm tròn đến $0,01\%$).

A. $1,13\%$. **B.** $1,72\%$. **C.** $2,02\%$. **D.** $1,85\%$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi x $\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$ là số cán bộ công chức tỉnh A năm 2015.

Gọi r là tỉ lệ giảm hàng năm.

Số người mất việc năm thứ nhất là: $x\cdot r$.

Số người còn lại sau năm thứ nhất là: $x-x\cdot r=x\left(1-r\right)$.

Tương tự, số người mất việc sau năm thứ hai là: $x\left(1-r\right)r$.

Số người còn lại sau năm thứ hai là: $x\left(1-r\right)-x\left(1-r\right)\cdot r=x\left(1-r\right)^2$.

$\Rightarrow$ Số người mất việc sau năm thứ sáu là: $x\left(1-r\right)^5\cdot r$.

Tổng số người mất việc là: $x\cdot r+x\cdot\left(1-r\right)\cdot r+x\cdot\left(1-r\right)^2\cdot r+...+x\cdot\left(1-r\right)^5\cdot r=10,6\%x$

$\Leftrightarrow r+\left(1-r\right)r+\left(1-r\right)^2r+...+\left(1-r\right)^5r=0,106$

$\Leftrightarrow \dfrac{r\left[1-\left(1-r\right)^6\right]}{1-\left(1-r\right)}=0,106 \Rightarrow r\approx 0,0185$.

Vì tỉ lệ giảm hàng năm bằng với tỉ lệ tuyển dụng mới nên tỉ lệ tuyển dụng mới hàng năm là $1,85\%$.

Câu 3: Bác B gởi tiết kiệm số tiền ban đầu là 50 triệu đồng theo kỳ hạn 3 tháng với lãi suất $0,72\%$ tháng. Sau một năm bác B rút cả vốn lẫn lãi và gởi theo kỳ hạn 6 tháng với lãi suất $0,78\%$ tháng. Sau khi gởi đúng một kỳ hạn 6 tháng do gia đình có việc bác gởi thêm 3 tháng nữa thì phải rút tiền trước hạn cả gốc lẫn lãi được số tiền là $57.694.945,55$ đồng (chưa làm tròn). Biết rằng khi rút tiền trước hạn lãi suất được tính theo lãi suất không kỳ hạn, tức tính theo hàng tháng. Trong số 3 tháng bác gởi thêm lãi suất là

A. $0,55\%$. **B.** $0,3\%$. **C.** $0,4\%$. **D.** $0,5\%$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Số tiền bác B rút ra sau năm đầu: $T_1 = 50.000.000*(1+0,0072*3)^4$

Số tiền bác B rút ra sau sáu tháng tiếp theo: $T_2 = T_1*(1+0,0078*6)$

Số tiền bác B rút ra sau ba tháng tiếp theo:

$$T_3 = T_2*(1+r)^3 = 57.694.945,55 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{57.694.945,55}{T_2}} - 1 \approx 0,004 = 0,4\%.$$

Câu 4: Một người muốn có 2 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách mỗi năm gửi vào ngân hàng số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng số tiền hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi), số tiền được làm tròn đến đơn vị nghìn đồng?

A. $252.436.000$. **B.** $272.631.000$. **C.** $252.435.000$. **D.** $272.630.000$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi T_n là số tiền vỗn lẫn lãi sau n tháng, a là số tiền hàng tháng gửi vào ngân hàng và $r(\%)$ là lãi suất kép. Ta có

$$T_1 = a.(1+r),$$

$$T_2 = (a+T_1)(1+r) = (a+a(r+1))(1+r) = a(1+r) + a(1+r)^2$$

$$T_3 = (a+T_2)(1+r) = a(1+r) + a(1+r)^2 + a(1+r)^3$$

….

$$T_6 = a\left((1+r)+(1+r)^2+...(1+r)^6\right) = a.S_6$$

S_6 là tổng cấp số nhân lùi vô hạn với dãy $(u_n) = 1+r = 1,08; q = 1,08.$

$$S_6 = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1,08(1-1,08^6)}{1-1,08}$$

Theo đề ra $a = \dfrac{T_6}{S_6} = \dfrac{2.10^9}{\dfrac{1,08(1-1,08^6)}{1-1,08}} = 252435900,4$. Quy tròn đến phần nghìn

Câu 5: Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp (chịu lãi số tiền chưa trả) với lãi suất $0,5\%$/ tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?

A. 35 tháng. **B.** 36 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 38 tháng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi a là số tiền vay, r là lãi, m là số tiền hàng tháng trả.
Số tiền nợ sau tháng thứ nhất là: $N_1 = a(1+r) - m$.

Số tiền nợ sau tháng thứ hai là: $$N_2 = \left[a(1+r)-m\right] + \left[a(1-r)-m\right]r - m$$ $$= a(1+r)^2 - m\left[(1+r)+1\right]$$

….

Số tiền nợ sau n tháng là: $N_n = a(1+r)^n - m\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$.

Sau n tháng anh Nam trả hết nợ: $N_n = a(1+r)^n - m\dfrac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$.

$\Leftrightarrow 1000(1+0,005)^n - 30\dfrac{(1+0,005)^n - 1}{0,0005} = 0$

$\Leftrightarrow t = 36,55$
Vậy 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.

Câu 6: Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiến 10 triệu đồng với lãi suất là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 46794000 đồng. **B.** 44163000 đồng. **C.** 42465000 đồng. **D.** 41600000 đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Tổng số tiền bạn Nam vay (gốc và lãi) sau 4 năm là:

$$A = 10^6(1+0,04)^4 + 10^6(1+0,04)^3 + 10^6(1+0,04)^2 + 10^6(1+0,04)$$
$$= 10^6(1+0,04)[1 + (1+0,04) + (1+0,04)^2 + (1+0,04)^3]$$
$$= 10^6(1+0,04).\frac{1-(1+0,04)^4}{1-(1+0,04)} = 44163256$$

Nên $A = 44163000$ đồng

Câu 7: Một kỹ sư được nhận lương khởi điểm là $8.000.000$ đồng/tháng. Cứ sau hai năm lương mỗi tháng của kỹ sư đó được tăng thêm 10% so với mức lương hiện tại. Tính tổng số tiền T (đồng) kỹ sư đó nhận được sau 6 năm làm việc.

A. $633.600.000$. **B.** $635.520.000$. **C.** $696.960.000$. **D.** $766.656.000$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Lương 2 năm đầu tiên của công nhân đó nhận được là $T_1 = 8.10^6.24 = 192.10^6$ (đồng)

Theo công thức tính lãi kép, lương 2 năm tiếp theo công nhân đó nhận được:
$T_2 = 24.8.10^6.(1+10\%)^1 = 212,2.10^6$ (đồng)

Lương 2 năm cuối cùng công nhân đó nhận được:

$T_3 = 24.8.10^6.(1+10\%)^2 = 232,32.10^6$ (đồng)

Tổng số tiền T (đồng) kỹ sư đó nhận được sau 6 năm làm việc:

$T = T_1 + T_2 + T_3 = 635,520,000$ (đồng).

âu 8: Anh Hưng đi làm được lĩnh lương khởi điểm $4.000.000$ đồng/tháng. Cứ 3 năm, lương của anh Hưng lại được tăng thêm $7\%/1$ tháng. Hỏi sau 36 năm làm việc anh Hưng nhận được tất cả bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

A. $1.287.968.000$ đồng **B.** $1.931.953.000$ đồng.

C. $2.575.937.000$ đồng. **D.** $3.219.921.000$ đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi a là số tiền lương khởi điểm, r là lương được tăng thêm.

+ Số tiền lương trong ba năm đầu tiên: $36a$

+ Số tiền lương trong ba năm kế tiếp: $36\left[a + a.r\right] = 36a\left(1+r\right)^1$

+ Số tiền lương trong ba năm kế tiếp: $36a\left(1+r\right)^2$

…

+ Số tiền lương trong ba năm cuối: $36a\left(1+r\right)^{11}$.

Vậy sau 36 năm làm việc anh Hưng nhận được:

$\left[1+\left(1+r\right)^1+\left(1+r\right)^2+\left(1+r\right)^3+...+\left(1+r\right)^{11}\right].a.36 = 2.575.936983 \simeq 2.575.937.000$ đồng.

âu 9: Một người vay ngân hàng $200.000.000$ đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 48 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định $0,8\%/$ tháng. Mỗi tháng người đó phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 48 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi người đó đã trả trong toàn bộ quá trình nợ là bao nhiêu?

A. $38.400.000$ đồng. **B.** $10.451.777$ đồng. **C.** $76.800.000$ đồng. **D.** $39.200.000$ đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Để thuận tiện trong trình bày, tất cả các số tiền dưới đây được tính theo đơn vị triệu đồng.

Số tiền phải trả tháng thứ 1: $\dfrac{200}{48} + 200.0,8\%$.

Số tiền phải trả tháng thứ 2:

$$\frac{200}{48}+\left(200-\frac{200}{48}\right).0,8\%=\frac{200}{48}+47.\frac{200}{48}.0,8\%.$$

Số tiền phải trả tháng thứ 3:

$$\frac{200}{48}+\left(200-2.\frac{200}{48}\right).0,8\%=\frac{200}{48}+46.\frac{200}{48}.0,8\%.$$

Số tiền phải trả tháng thứ 48

$$\frac{200}{48}+\left(200-47.\frac{200}{48}\right).0,8\%=\frac{200}{48}+1.\frac{200}{48}.0,8\%.$$

Suy ra tổng số tiền lãi phải trả là:

$$1.\frac{200}{48}.0,8\%+2.\frac{200}{48}.0,8\%+...+47.\frac{200}{48}.0,8\%+200.0,8\%$$
$$=\frac{200}{48}.0,8\%\left(1+2+...+48\right)=\frac{200}{48}.0,8\%.\frac{48\left(1+48\right)}{2}=39,2$$

Câu 10: Một người đem gửi tiền tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 1% một tháng. Biết rằng cứ sau mỗi quý (3 tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào vốn gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì người đó nhận lại được số tiền bao gồm cả vốn lẫn lãi gấp ba lần số tiền ban đầu

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi a là số tiền người đó gửi ban đầu

Số tiền nhận được cả gốc lẫn lãi sau N năm là $T=a(1+0,03)^{\frac{N}{4}}$

$$\frac{T}{a}=3\Leftrightarrow(1+0,03)^{4N}=3\Leftrightarrow 4N.\ln1,03=\ln3\Rightarrow N=\frac{\ln3}{4\ln1,03}\approx9,29$$

Câu 11: Một người vay ngân hàng một tỷ đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất người đó trả 40 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là $0,65\%$ mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu người đó trả hết số tiền trên?

A. 29 tháng. **B.** 27 tháng. **C.** 26 tháng. **D.** 28 tháng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi A là số tiền vay, a là số tiền gửi hàng tháng r là lãi suất mỗi tháng.

Đến cuối tháng thứ n thì số tiền còn nợ là:

$$T=A\left(1+r\right)^n-a\left[\left(1+r\right)^{n-1}+\left(1+r\right)^{n-2}+...+1\right]=A\left(1+r\right)^n-\frac{a\left[\left(1+r\right)^n-1\right]}{r}$$

Hết nợ đồng nghĩa $T=0\Leftrightarrow A\left(1+r\right)^n-\dfrac{a\left[\left(1+r\right)^n-1\right]}{r}=0$

$\Leftrightarrow \frac{a-Ar}{r}(1+r)^n = \frac{a}{r} \Leftrightarrow n = \log_{1+r}\frac{a}{a-Ar}$

Áp dụng với $A=1$ (tỷ), $a=0,04$ (tỷ), $r=0,0065$ ta được $n \approx 27,37$.

Vậy cần trả 28 tháng.

Câu 12: Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo thể thức lãi kép, lãi suất $0,5\%$ một tháng. Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu?

A. 46 tháng. **B.** 45 tháng. **C.** 44 tháng. **D.** 47 tháng.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

Sau 1 tháng, người đó nhận được $100+100.0,5\%$ (triệu đồng)$=100.1,005^1$ triệu đồng.

Sau 2 tháng, người đó nhận được:

$100.1,005+100.1,005.0,005=100.1,005(1+0,005)=100.(1,005)^2$ triệu đồng

Sau n tháng, người đó nhận được: $100.(1,005)^n$ triệu đồng.

Theo đề: $100.(1,005)^n > 125 \Leftrightarrow n > \log_{1,005}1,25 = 44,7$ tháng.

Vậy sau 45 tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng.

Câu 13: Năm 2014, một người đã tiết kiệm được x triệu đồng và dùng số tiền đó để mua nhà nhưng trên thực tế người đó phải cần $1,55x$ triệu đồng. Người đó quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là $6,9\%/$ năm theo hình thức lãi kép và không rút trước kỳ hạn. Hỏi năm nào người đó mua được căn nhà đó (giả sử rằng giá bán căn nhà đó không thay đổi).

A. Năm 2019. **B.** Năm 2020. **C.** Năm 2021. **D.** Năm 2022.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Số tiền người gửi tiết kiệm sau n năm là $x(1+6,9\%)^n$

Ta cần tìm n để $x(1+6,9\%)^n = 1,55x \Leftrightarrow (1+6,9\%)^n = 1,55 \Leftrightarrow n \approx 6,56...$

Do đó, người gửi tiết kiệm cần gửi trọn 7 kỳ hạn, tức là 7 năm.

Vậy đến năm 2021 người đó sẽ có đủ tiền cần thiết.

Câu 14: Ông A vay ngân hàng 220 triệu đồng và trả góp trong vòng 1 năm với lãi suất $1,15\%$ mỗi tháng. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay, ông sẽ hoàn nợ cho ngân hàng với số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau, hỏi mỗi tháng ông A sẽ phải trả bao nhiêu tiền cho ngân hàng, biết lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $\frac{220.(1,0115)^{12}.0,0115}{(1,0115)^{12}-1}$ (triệu đồng). **B.** $\frac{220.(1,0115)^{12}}{(1,0115)^{12}-1}$ (triệu đồng).

C. $\frac{55.(1,0115)^{12}.0,0115}{3}$ (triệu đồng). **D.** $\frac{220.(1,0115)^{12}}{3}$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Mỗi tháng ông A sẽ phải trả bao nhiêu tiền cho ngân hàng $x=\dfrac{a\left(1+r\right)^{n}.r}{\left(1+r\right)^{n}-1}$

$=\dfrac{220\left(1+1,15\%\right)^{12}.1,15\%}{\left(1+1,15\%\right)^{12}-1}=\dfrac{220.\left(1,0115\right)^{12}.0,0115}{\left(1,0115\right)^{12}-1}$ với $a=200,r=1,15\%,n=12$

Chứng minh công thức tổng quát: **Trả góp ngân hàng hoặc mua đồ trả góp.**

Ta xét bài toán tổng quát sau: Một người vay số tiền là a đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất cho số tiền chưa trả là $r\%$ một tháng *(hình thức này gọi là tính lãi trên dư nợ giảm dần nghĩa là tính lãi trên số tiền mà người vay còn nợ ở thời điểm hiện tại)*, số tháng vay là n tháng, sau đúng một tháng kể từ ngày vay, người này bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau, số tiền đều đặn trả vào ngân hàng là x đồng. Tìm công thức tính x ?Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian vay.

Chứng minh

Gọi P_n là số tiền còn lại sau tháng thứ n.

Sau tháng thứ nhất số tiền gốc và lãi là: $a+ar=a\left(1+r\right)=ad$ với $d=1+r$

Trả x đồng thì số tiền còn lại ***sau tháng thứ nhất*** là: $P_1=ad-x=ad-x\dfrac{d-1}{d-1}$

Sau tháng thứ hai số tiền gốc và lãi là: $ad-x+\left(ad-x\right)r=\left(ad-x\right)\left(1+r\right)=\left(ad-x\right)d$

Trả x đồng thì số tiền còn lại ***sau tháng thứ*** 2 là:

$$P_2=\left(ad-x\right)d-x=ad^2-xd-x=ad^2-x\left(d+1\right)=ad^2-x\frac{d^2-1}{d-1}$$

Sau tháng thứ ba số tiền gốc và lãi là:

$$ad^2-x\left(d+1\right)+\left[ad^2-x\left(d+1\right)\right]r=\left[ad^2-x\left(d+1\right)\right]\left(1+r\right)=\left[ad^2-x\left(d+1\right)\right]d$$

Trả x đồng thì số tiền còn lại ***sau tháng thứ*** 3 là:

$$P_3=\left[ad^2-x\left(d+1\right)\right]d-x=ad^3-xd^2-xd-x=ad^3-x\left(d^2+d+1\right)=ad^3-x\frac{d^3-1}{d-1}$$

………………………………………

Số tiền còn lại ***sau tháng thứ*** n là: $P_n=ad^n-x\dfrac{d^n-1}{d-1}\Leftrightarrow P_n=a\left(1+r\right)^n-x\dfrac{\left(1+r\right)^n-1}{r}(5a)$ với $\boxed{d=1+r}$

Do sau tháng thứ n người vay tiền đã trả hết số tiền đã vay ta có

$$P_n=0\Leftrightarrow ad^n-x\frac{d^n-1}{d-1}=0\Leftrightarrow x=\frac{ad^n\left(d-1\right)}{d^n-1}\Leftrightarrow x=\frac{a\left(1+r\right)^n.r}{\left(1+r\right)^n-1}$$

Câu 15: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng sau đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng?

A. 47 tháng. **B.** 46 tháng. **C.** 45 tháng. **D.** 44 tháng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

- Số tiền cả vốn lẫn lãi người gởi có sau n tháng là $S = 100(1+0,005)^n = 100.1,005^n$ (triệu đồng) $\Rightarrow 1,005^n = \frac{S}{100} \Rightarrow n = \log_{1,005}\frac{S}{100}$.

- Để có số tiền $S = 125$ (triệu đồng) thì phải sau thời gian

$n = \log_{1,005}\frac{S}{100} = \log_{1,005}\frac{125}{100} \approx 44,74$ (tháng)

- Vậy: sau ít nhất 45 tháng người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng.

Câu 16: Ông Nam gởi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi)

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi T_n là tiền vốn lẫn lãi sau t tháng, a là số tiền ban đầu

Tháng 1 $(t=1)$: $T_1 = a(1+r)$

Tháng 2 $(t=2)$: $T_2 = a(1+r)^2$

....

Tháng $n(t=n)$: $T_n = a(1+r)^t$

$$T_n = a(1+r)^t \Rightarrow t = \frac{\ln\frac{T_n}{a}}{\ln(1+r)} = \frac{\ln\frac{140}{100}}{\ln(1+1\%)} \approx 33,815 \text{ (tháng)}$$

Để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu thì $n > \frac{t}{12} \approx 2,818$

Vậy $n = 3$.

Câu 17: Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Gửi được hai năm 3 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó được rút là

A. $101.\left[(1,01)^{27} - 1\right]$ triệu đồng. **B.** $101.\left[(1,01)^{26} - 1\right]$ triệu đồng.

C. $100.\left[(1,01)^{27} - 1\right]$ triệu đồng. **D.** $100.\left[(1,01)6 - 1\right]$ triệu đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương pháp: Quy bài toán về tính tổng cấp số nhân, rồi áp dụng công thức tính tổng cấp số nhân:.

Dãy $U_1;U_2;U_3;...;U_n$ được gọi là 1 CSN có công bội q nếu: $U_k = U_{k-1}q$.

Tổng n số hạng đầu tiên: $s_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = u_1\dfrac{1-q^n}{1-q}$.

+ Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân.

Cách giải: + Gọi số tiền người đó gửi hàng tháng là $a = 1$ triệu.

+ Đầu tháng 1: người đó có a.

Cuối tháng 1: người đó có $a.(1+0,01) = a.1,01$.

+ Đầu tháng 2 người đó có: $a + a.1,01$.

Cuối tháng 2 người đó có: $1,01(a + a.1,01) = a(1,01 + 1,01^2)$.

+ Đầu tháng 3 người đó có: $a(1+1,01+1,01^2)$.

Cuối tháng 3 người đó có: $a(1+1,01+1,01^2).1,01 = a(1+1,01^2+1,01^3)$.

….

+ Đến cuối tháng thứ 27 người đó có: $a(1+1,01+1,01^2+...+1,01^{27})$.

Ta cần tính tổng: $a(1+1,01+1,01^2+...+1,01^{27})$.

Áp dụng công thức cấp số nhân trên với công bội là 1,01 ta được $\dfrac{1-1,01^{27}}{1-0,01} = 100.(1,01^{27}-1)$ triệu đồng.

Câu 18: Bạn Hùng trúng tuyển vào trường đại học *A* nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học bạn Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền *T* (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền *T* hàng tháng mà bạn Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là:

A. 232518 đồng. **B.** 309604 đồng. **C.** 215456 đồng. **D.** 232289 đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Vậy sau 4 năm bạn Hùng nợ ngân hàng số tiền là:

$$s = 3000000\left[(1+3\%)^4 + (1+3\%)^3 + (1+3\%)^2 + (1+3\%)\right] = 12927407,43$$

Lúc này ta coi như bạn Hùng nợ ngân hàng khoản tiền ban đầu là $12.927.407,43$ đồng,

số tiền này bắt đầu được tính lãi và được trả góp trong 5 năm.

Ta có công thức:

$$\Rightarrow \mathrm{T}=\frac{N(1+r)^{n}.r}{(1+r)^{n}-1}=\frac{12927407,4(1+0,0025)^{60}.0,0025}{(1+0,0025)^{60}-1}\approx 232289$$

Câu 19: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $6,5\%/$ năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi khoảng bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 11 năm. **B.** 9 năm. **C.** 8 năm. **D.** 12 năm.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi là x số tiền gởi ban đầu.
Giả sử sau n năm số tiền vốn và lãi là $2x$.
Ta có $2x\approx x.(1,065)^{n}\Leftrightarrow(1,065)^{n}\approx 2\Leftrightarrow n\approx\log_{2}1,065\Leftrightarrow n\approx 11$.

Câu 20: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.

A. 45 tháng. **B.** 47 tháng. **C.** 44 tháng. **D.** 46 tháng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Áp dụng công thức lãi kép gửi 1 lần: $N=A(1+r)^{n}$, Với $A=100.10^{6}$ và $r=0,5\%$.

Theo đề bài ta tìm n bé nhất sao cho: $10^{8}(1+0,5\%)^{n}>125.10^{6}$

$$\Leftrightarrow(1+0,5\%)^{n}>\frac{5}{4}\Leftrightarrow n>\log_{\frac{201}{200}}\frac{5}{4}\approx 44,74$$

Câu 21: Một người gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng trong thời gian 10 năm với lãi suất 5% năm. Hỏi người đó nhận được số tiền nhiều hơn hay ít hơn bao nhiêu nếu ngân hàng trả lại suất $\frac{5}{12}\%$ tháng ?

A. Nhiều hơn. **B.** Ít hơn. **C.** Không thay đổi. **D.** Không tính được.

Hướng dẫn giải:

Gọi a là tiền gửi tiết kiệm ban đầu, r là lãi suất, sau một tháng sẽ là: a(1 + r)

Sau n tháng số tiền cả gốc lãi là: $T = a(1 + r)^n$

Số tiền sau 10 năm với lãi suất 5% một năm :

$$10\,000\,000(1+5\%)^{10} = 16\,288\,946{,}27 \text{ đ}$$

Số tiền nhận sau 10 năm (120 tháng) với lãi suất $\frac{5}{12}\%$ tháng :

$$10\,000\,000\left(1+\frac{5}{12}\%\right)^{120}=16\,470\,094{,}98 \text{ đ}$$

Vậy số tiền gửi theo lãi suất $\frac{5}{12}\%$ tháng nhiều hơn : 1 811 486,7069 đ. **Chọn (A)**

Câu 22: Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng A với số tiền là 100 triệu đồng với lãi suất mỗi quý (3 tháng) là $2,1\%$. Số tiền lãi được cộng vào vốn sau mỗi quý. Sau 2 năm người đó vẫn tiếp tục gửi tiết kiệm số tiền thu được từ trên nhưng với lãi suất $1,1\%$ mỗi tháng. Số tiền lãi được cộng vào vốn sau mỗi tháng. Hỏi sau 3 năm kể từ ngày gửi tiết kiệm vào ngân hàng A người đó thu được số tiền gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $134,65$ triệu đồng. **B.** $130,1$ triệu đồng. **C.** $156,25$ triệu đồng. **D.** $140,2$ triệu đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có 2 năm có 8 quý.

Tổng số tiền người đó thu được sau 3 năm: $100000000\times(1,021)^8\times(1,011)^{12}\approx 134654169$ đồng.

Câu 23: Ông A gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% trên năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. sau thời gian 10 năm nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà ông A nhận được tính cả gốc lẫn lãi là

A. $10^8.(1+0,07)^{10}$. **B.** $10^8.0,07^{10}$. **C.** $10^8.(1+0,7)^{10}$. **D.** $10^8.(1+0,007)^{10}$.

Chọn A.

Theo công thức lãi kép $C=A(1+r)^N$ với giả thiết

$$A=100.000.000=10^8; r=7\%=0,07 \text{ và } N=10.$$

Vậy số tiền nhận được … $10^8.(1+0,07)^{10}$

Chọn A.

Câu 24: Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được hơn 40 triệu đồng. (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi).

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Số tiền thu được cả gốc lẫn lãi sau n năm là $C=100(1+0,12)^n$

Số tiền lãi thu được sau n năm là $L=100(1+0,12)^n-100$

$$L>40\Leftrightarrow 100(1+0,12)^n-100>40\Leftrightarrow 1,12^n>\frac{7}{5}\Leftrightarrow n>\log_{1,12}\frac{7}{5}\approx 2,97.$$

Câu 25: Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

A. 726,74 triệu. **B.** 71674 triệu. **C.** 858,72 triệu. **D.** 768,37 triệu.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Mức lương 3 năm đầu: 1 triệu	Tổng lương 3 năm đầu: 36. 1
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1.\left(1+\frac{2}{5}\right)$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36\left(1+\frac{2}{5}\right)$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1.\left(1+\frac{2}{5}\right)^2$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36\left(1+\frac{2}{5}\right)^2$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1.\left(1+\frac{2}{5}\right)^3$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36\left(1+\frac{2}{5}\right)^3$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1.\left(1+\frac{2}{5}\right)^4$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36\left(1+\frac{2}{5}\right)^4$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1.\left(1+\frac{2}{5}\right)^5$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36\left(1+\frac{2}{5}\right)^5$
Mức lương 2 năm tiếp theo: $1.\left(1+\frac{2}{5}\right)^6$	Tổng lương 2 năm tiếp theo: $24\left(1+\frac{2}{5}\right)^6$

Tổng lương sau tròn 20 năm là

$$S=36\left[1+\left(1+\frac{2}{5}\right)+\left(1+\frac{2}{5}\right)^2+...+\left(1+\frac{2}{5}\right)^5\right]+24\left(1+\frac{2}{5}\right)^6$$

$$=36.\frac{1\left[1-\left(1+\frac{2}{5}\right)^6\right]}{1-\left(1+\frac{2}{5}\right)}+24\left(1+\frac{2}{5}\right)^6\approx 768,37$$

Câu 26: Giả sử vào cuối năm thì một đơn vị tiền tệ mất 10% giá trị so với đầu năm. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất sao cho sau n năm, đơn vị tiền tệ sẽ mất đi ít nhất 90% giá trị của nó?

A. 16 **B.** 18. **C.** 20. **D.** 22.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi $x\,(x>0)$ là giá trị tiền tệ lúc ban đầu. Theo đề bài thì sau 1 năm, giá trị tiền tệ sẽ còn $0,9x$.

Cuối năm 1 còn $0,9x$

Cuối năm 2 còn $0,9.0,9x=0,9^2x$

…

Cuối năm n còn $0,9^n x$

Ycbt $\Leftrightarrow 0,9^n x=0,1x\Rightarrow n\approx 21,58$. Vì n nguyên dương nên $n=22$.

Câu 27: Bạn Hùng trúng tuyển vào đại học nhung vì không đủ nộp tiền học phí Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm 3.000.000 đồng để nộp học với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất $0,25\%$ / tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị) là

A. 232518 đồng. **B.** 309604 đồng. **C.** 215456 đồng. **D.** 232289 đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

+ Tính tổng số tiền mà Hùng nợ sau 4 năm học:

Sau 1 năm số tiền Hùng nợ là: $3+3r=3(1+r)$

Sau 2 năm số tiền Hùng nợ là: $3(1+r)^2+3(1+r)$

Tương tự: Sau 4 năm số tiền Hùng nợ là:

$$3(1+r)^4+3(1+r)^3+3(1+r)^2+3(1+r)=12927407,43=A$$

+ Tính số tiền T mà Hùng phải trả trong 1 tháng:

Sau 1 tháng số tiền còn nợ là: $A+Ar-T=A(1+r)-T$.

Sau 2 tháng số tiền còn nợ là: $A(1+r)-T+\left(A(1+r)-T\right).r-T=A(1+r)^2-T(1+r)-T$

Tương tự sau 60 tháng số tiền còn nợ là:
$A(1+r)^{60}-T(1+r)^{59}-T(1+r)^{58}-\ldots-T(1+r)-T$.

Hùng trả hết nợ khi và chỉ khi

$$A(1+r)^{60}-T(1+r)^{59}-T(1+r)^{58}-\ldots-T(1+r)-T=0$$

$$\Leftrightarrow A(1+r)^{60}-T\left[(1+r)^{59}+(1+r)^{58}+\ldots+(1+r)+1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow A(1+r)^{60}-T\frac{(1+r)^{60}-1}{1+r-1}=0$$

$$\Leftrightarrow A(1+r)^{60}-T\frac{(1+r)^{60}-1}{r}=0$$

$$\Leftrightarrow T=\frac{Ar(1+r)^{60}}{(1+r)^{60}-1}$$

$$\Leftrightarrow T\approx 232.289$$

Câu 28: Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x\in\mathbb{N}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

A. 140 triệu đồng. **B.** 154 triệu đồng. **C.** 145 triệu đồng. **D.** 150 triệu đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Áp dụng công thức lãi kép: $P_n=x(1+r)^n$, trong đó

P_n là tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì.

x là vốn gốc.

r là lãi suất mỗi kì.

Ta cũng tính được số tiền lãi thu được sau n kì là : $\boxed{P_n - x = x(1+r)^n - x = x\left[(1+r)^n - 1\right]}$ (*)

Áp dụng công thức (*) với $n = 3, r = 6,5\%$, số tiền lãi là 30 triệu đồng.

Ta được $30 = x\left[(1+6,5\%)^3 - 1\right] \Rightarrow x \approx 144,27$

Số tiền tối thiểu là 145 triệu đồng.

Câu 29: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 200 triệu đồng, với lãi suất 12% năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau một tháng bắt đầu từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 10 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó, tổng số tiền lãi m mà ông A phải trả cho ngân hàng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \dfrac{20.(1,01)^{10}}{(1,01)^{10} - 1}$ (triệu đồng).

B. $m = \dfrac{200.(1,12)^{10}}{10}$ (triệu đồng).

C. $m = \dfrac{20.(1,01)^{10}}{(1,01)^{10} - 1} - 200$ (triệu đồng).

D. $m = \dfrac{10.(1.12)^{10}}{(1.12)^{10} - 1} - 200$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Đặt $T = 200$ triệu, M là số tiền phải trả hàng tháng mà ông A trả cho ngân hàng

Lãi suất 12% trên năm tương ứng 1% trên tháng, tức là $r = 0,01$.

Số tiền gốc sau 1 tháng là: $T + T.r - M = T(1+r) - M$

Số tiền gốc sau 2 tháng là: $T(1+r)^2 - M\left[(1+r) + 1\right]$

….

Số tiền gốc sau 10 tháng là: $T(1+r)^{10} - M\left[(1+r)^9 + (1+r)^8 + ... + (1+r) + 1\right] = 0$

Do đó $M = \dfrac{T(1+r)^{10}}{(1+r)^9 + (1+r)^8 + ... + (1+r) + 1}$

$= \dfrac{T.(1+r)^{10}.r}{(1+r)^{10} - 1} = \dfrac{200.(1+0,01)^{10}.0,01}{(1+0,01)^{10} - 1} = \dfrac{2.(1,01)^{10}}{(1,01)^{10} - 1}$ (triệu đồng)

$\Rightarrow$ Tổng số tiền lại phải trả cho ngân hàng là: $m = 10M = \dfrac{20.(1,01)^{10}}{(1,01)^{10} - 1} - 200$ (triệu đồng)

Câu 30: Thầy Đông gửi 5 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,7\%$ /tháng. Chưa đầy một năm thì lãi suất tăng lên thành $1,15\%$ /tháng. Tiếp theo, sáu tháng sau lãi suất chỉ còn $0,9\%$ /tháng. Thầy Đông tiếp tục gửi thêm một số tháng nữa rồi rút cả vỗn lẫn lãi được $5787710,707$ đồng. Hỏi thầy Đông đã gửi tổng thời gian bao nhiêu tháng?

A. 18 tháng. **B.** 17 tháng. **C.** 16 tháng. **D.** 15 tháng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

☑ Gọi a là số tháng mà thầy Đông gởi tiền với lãi suất 0,7%.

Gọi b là số tháng mà thầy Đông gởi tiền với lãi suất 0,9%.

☑ Theo đề bài, ta có phương trình:

$$5000000\left(1+0,7\%\right)^a.\left(1+1,15\%\right)^6.\left(1+0,9\%\right)^b=5787710,707 \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \left(1+0,7\%\right)^a.\left(1+0,9\%\right)^b=1,080790424$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0<a<\log_{1,007}1,080790424 \\ 0<b<\log_{1,009}1,080790424 \\ a,b\in N \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{1,009}1,080790424<a+b<\log_{1,007}1,080790424 \Rightarrow 9\le a+b\le 11$$

☑ Với $a+b=9$, thử $a,b\in N$ ta thấy (*) không thoả mãn.

Với $a+b=10$, thử $a,b\in N$ ta được $a=6;b=4$ thoả mãn (*).

Với $a+b=11$, thử $a,b\in N$ ta thấy (*) không thoả mãn.

☑ Vậy thầy Đông gởi tổng thời gian là 16 tháng.

Câu 31: Ngày 01 tháng 01 năm 2017, ông An đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 01 năm 2018, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi

A. $800.\left(1,005\right)^{11}-72$ (triệu đồng). **B.** $1200-400.\left(1,005\right)^{12}$ (triệu đồng).

C. $800.\left(1,005\right)^{12}-72$ (triệu đồng). **D.** $1200-400.\left(1,005\right)^{11}$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Từ ngày 01 tháng 01 năm 2017 đến ngày 01 tháng 01 năm 2018, ông An gửi được tròn 12 tháng.

Gọi a là số tiền ban đầu, r là lãi suất hàng tháng, n là số tháng gửi, x là số tiền rút ra hàng tháng, P_n là số tiền còn lại sau n tháng.

Khi gửi được tròn 1 tháng, sau khi rút số tiền là x, số tiền còn lại là:

$$P_1=a+ar-x=a\left(r+1\right)-x=ad-x, d=r+1$$

Khi gửi được tròn 2 tháng, sau khi rút số tiền là x, số tiền còn lại là:

$$P_2 = P_1 + P_1.r - x = ad^2 - x(d+1) = ad^2 - x \cdot \frac{d^2-1}{d-1}.$$

Khi gửi được tròn 3 tháng, sau khi rút số tiền là x, số tiền còn lại là:

$$P_3 = P_2 + P_2.r - x = ad^3 - x(d^2+d+1) = ad^3 - x \cdot \frac{d^3-1}{d-1}$$

Tương tự, khi gửi được tròn n tháng, sau khi rút số tiền là x, số tiền còn lại là:

$$P_n = ad^n - x \cdot \frac{d^n-1}{d-1}.$$

Áp dụng với $a = 800$ triệu, $r = 0,5\%$, $n = 12$, $x = 6$ triệu, số tiền còn lại ciủa ông An là:

$$P_{12} = 800.(1,005)^{12} - 6 \cdot \frac{1,005^{12}-1}{0,005} = 800.(1,005)^{12} - 1200.(1,005^{12}-1) = 1200 - 400.1,005^{12}$$

(triệu đồng).

Câu 32: Ngày 01 tháng 6 năm 2016 ông An đem một tỉ đồng gửi vào ngân hàng với lãi suất 0.5% một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng ông đến ngân hàng rút 4 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 6 năm 2017, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi.

A. $200.(1.005)^{12} + 800$ (triệu đồng). **B.** $1000.(1.005)^{12} - 48$ (triệu đồng).

C. $200.(1.005)^{11} + 800$ (triệu đồng). **D.** $1000.(1.005)^{11} - 48$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Số tiền gửi ban đầu là 1000 (triệu đồng)

Số tiền tiết kiệm của ông An sau tháng thứ n là: $1000.(1+0.005)^n$ (triệu đồng).

Kể từ ngày gửi cứ tròn mỗi tháng ông đến ngân hàng rút 4 triệu, vậy số tiền của ông An sau 12 tháng là $1000.(1.005)^{12} - 48$ (triệu đồng).

Câu 33: Một người lần đầu gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 3% của một quý và lãi từng quý sẽ được nhập vào vốn (hình thức lãi kép). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai sẽ gần với kết quả nào sau đây?

A. 232 triệu. **B.** 262 triệu. **C.** 313 triệu. **D.** 219 triệu.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Công thức tính lãi suất kép là $A = a(1+r)^n$.

Trong đó a là số tiền gửi vào ban đầu, r là lãi suất của một kì hạn (có thể là tháng; quý; năm), n là kì hạn.

Sau 1 năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai thì 100 triệu gửi lần đầu được gửi là 18 tháng, tương ứng với 6 quý. Khi đó số tiền thu được cả gốc và lãi của 100 triệu gửi lần đầu là

$A_1 = 100\left(1+\frac{3}{100}\right)^6$ (triệu).

Sau 1 năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai thì 100 triệu gửi lần hai được gửi là 12 tháng, tương ứng với 4 quý. Khi đó số tiền thu được cả gốc và lãi của 100 triệu gửi lần hai là

$A_2 = 100\left(1+\frac{3}{100}\right)^4$ (triệu).

Vậy tổng số tiền người đó nhận được 1 năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai là

$A = A_1 + A_2 = 100\left(1+\frac{3}{100}\right)^6 + 100\left(1+\frac{3}{100}\right)^4 \approx 232$ triệu.

Câu 34: Thầy Đông gửi tổng cộng 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất $0,73\%$ một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng tiền lãi đạt được ở hai ngân hàng là 27 507 768,13 đồng (chưa làm tròn). Hỏi số tiền Thầy Đông gửi lần lượt ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu.		**B.** 120 triệu và 200 triệu.

C. 200 triệu và 120 triệu.		**D.** 180 triệu và 140 triệu.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi số tiền Thầy Đông gửi ở hai ngân hàng X và Y lần lượt là x, y (triệu)

Theo giả thiết $x + y = 320.10^6$ (1)

□ Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được ở ngân hàng X sau 15 tháng (5 quý) là

$A = x(1+0,021)^5 = x(1,021)^5$

$\Rightarrow$ Số lãi sau 15 tháng là $r_A = x(1,021)^5 - x = x\left[(1,021)^5 - 1\right]$

□ Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được ở ngân hàng Y sau 9 tháng là

$B = y(1+0,0073)^9 = y(1,0073)^9$

$\Rightarrow$ Số lãi sau 9 tháng là $r_B = y(1,0073)^9 - y = y\left[(1,0073)^9 - 1\right]$

Theo giả thiết $x\left[(1,021)^5 - 1\right] + y\left[(1,0073)^9 - 1\right] = 27\ 507\ 768,13$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} x \simeq 140 \\ y \simeq 180 \end{cases}$

Câu 35: Một người gửi tiền tiết kiệm 200 triệu đồng vào một ngân hàng với kỳ hạn một năm và lãi suất $8,25\%$ một năm, theo thể thức lãi kép. Sau 3 năm tổng số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được là *(làm tròn đến hàng nghìn)*

A. 124,750 triệu đồng.		**B.** 253,696 triệu đồng.

C. 250,236 triệu đồng.		**D.** 224,750 triệu đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Số tiền người gửi nhận được sau 3 năm cả gốc lẫn lãi là $S_3 = 200(1+8,25\%)^3 = 253,696$ triệu đồng.

Câu 36: Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất $1,65\%$ một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi)

A. 4 năm 1 quý **B.** 4 năm 2 quý **C.** 4 năm 3 quý **D.** 5 năm

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Số tiền của người ấy sau n kỳ hạn là $T = 15\left(1+\frac{1,65}{100}\right)^n$.

Theo đề bài, ta có $15\left(1+\frac{1,65}{100}\right)^n > 20 \Leftrightarrow n > \log_{1+\frac{1,65}{100}} \frac{4}{3} \approx 17,56$

Câu 37: Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, ông An đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng với số tiền 800 triệu đồng với lãi suất $x\% / năm$, điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi tháng trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho tháng sau. Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, ông An đã thanh toán hợp đồng ngân hàng số tiền là 1.058 triệu đồng. Hỏi lãi suất trong hợp đồng giữa ông An và ngân hàng là bao nhiêu?

A. $13\% / năm$. **B.** $14\% / năm$. **C.** $12\% / năm$. **D.** $15\% / năm$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Công thức tính tiền vay lãi kép $T_n = a(1+x)^n$.

Trong đó a: số tiền vay ban đầu, x: lãi suất $x\% / năm$, n: số năm $\Rightarrow x = \sqrt[n]{\frac{T_n}{a}} - 1$

Vậy $x = \sqrt{\frac{1\,058}{800}} - 1 = 0,15$ tức là $15\% / năm$

Câu 38: Một người có số tiền là $20.000.000$ đồng đem gửi tiết kiệm loại kỳ hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất $8,5\%$ / năm. Vậy sau thời gian 5 năm 8 tháng, người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (số tiền được làm tròn đến 100 đồng). Biết rằng người đó không rút cả vốn lẫn lãi tất cả các định kỳ trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kỳ hạn $0,01\%$ một ngày. (1 tháng tính 30 ngày).

A. $31.802.700$ đồng. **B.** $30.802.700$ đồng. **C.** $32.802.700$ đồng. **D.** $33.802.700$ đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Lãi suất $8,5\%$ / năm tương ứng với $\frac{8,5}{2}\% / 6$ tháng.

Đổi 5 năm 8 tháng bằng $11x6$ tháng $+2$ tháng. Áp dụng công thức tính lãi suất
$P_n = P\left(1+r\right)^n$

Số tiền được lĩnh sau 5 năm 6 tháng là $P_{11} = 20.000.000\left(1+\dfrac{8.5}{200}\right)^{11} = 31.613.071.66$ đồng.

Do hai tháng còn lại rút trước hạn nên lãi suất là 0,01% một ngày.

Suy ra số tiền được lĩnh là $T = P_{11} + P_{11}.\dfrac{0.01}{100}.60 \approx 31.802.700$ đồng.

II - BÀI TOÁN TĂNG TRƯỞNG

A - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 39: Số lượng của một loài vi khuẩn sau t (giờ) được xấp xỉ bởi đẳng thức $Q(t)=Q_0.e^{0.195t}$, trong đó Q_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu. Nếu số lượng vi khuẩn ban đầu là 5000 con thì sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn có 100.000 con?

A. 20. **B.** 24. **C.** $15,36$. **D.** $3,55$.

Câu 40: Theo số liệu của Tổng cục thống kê, năm 2016 dân số Việt Nam ước tính khoảng $94.444.200$ người. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức $1,07\%$. Cho biết sự tăng dân số được tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người

A. 2040. **B.** 2037. **C.** 2038. **D.** 2039.

Câu 41: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2026. **D.** 2025.

Câu 42: Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S=A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng $(r>0)$, t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau đây.

A. 3 giờ 20 phút. **B.** 3 giờ 9 phút. **C.** 3 giờ 40 phút. **D.** 3 giờ 2 phút.

Câu 43: Thang đo Richte được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richte. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L=\log A-\log A_o$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richte, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một chận động đất 7 độ Richte sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richte?

A. 2. **B.** 20. **C.** 100. **D.** $10^{\frac{5}{7}}$.

Câu 44: Ngày 1/7/2016, dân số Việt Nam khoảng $91,7$ triệu người. Nếu tỉ lệ tăng dân số Việt Nam hàng năm là $1,2\%$ và tỉ lệ này ổn định 10 năm liên tiếp thì ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng bao nhiêu triệu người?

A. $104,3$ triệu người. **B.** $105,3$ triệu người. **C.** $103,3$ triệu người. **D.** $106,3$ triệu người.

Câu 45: Một loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận một lượng nhỏ Carbon 14 (một đơn vị của Carbon). Khi cây đó chết đi thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận Carbon 14 nữa. Lượng Carbon 14 của nó sẽ phân hủy chậm chạp và chuyển hóa thành Nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm Carbon 14 còn lại trong một bộ phận của cây sinh trưởng t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức $P(t)=100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}\%$. Phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc gỗ, người ta thấy lượng Carbon 14 còn lại trong gỗ là $65,21\%$. Hãy xác định số tuổi của công trình kiến trúc đó.

A. 3574 (năm). **B.** 3754 (năm). **C.** 3475 (năm). **D.** 3547 (năm).

Câu 46: Biết chu kỳ bán hủy của chất phóng xạ plutôni Pu^{239} là 24360 năm(tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S=Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r<0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi 10 gam Pu^{239} sau khoảng bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam?

A. 82230 (năm). **B.** 82232 (năm). **C.** 82238 (năm). **D.** 82235 (năm).

Câu 47: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng $N(t)$, biết rằng $N'(t)=\frac{7000}{t+2}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Hỏi sau 10 ngày, đám vi trùng có bao nhiêu con (làm tròn số đến hàng đơn vị)?

A. 322542 con. **B.** 332542 con. **C.** 302542 con. **D.** 312542 con.

Câu 48: Khi ánh sáng đi qua một môi trường (chẳng hạn như không khí, nước, sương mù, …) cường độ sẽ giảm dần theo quãng đường truyền x, theo công thức $I(x)=I_0e^{-\mu x}$, trong đó I_0 là cường độ của ánh sáng khi bắt đầu truyền vào môi trường và μ là hệ số hấp thu của môi trường đó. Biết rằng nước biển có hệ số hấp thu $\mu=1,4$ và người ta tính được rằng khi đi từ độ sâu 2 m xuống đến độ sâu 20 m thì cường độ ánh sáng giảm $l.10^{10}$ lần. Số nguyên nào sau đây gần với l nhất?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 90.

Câu 49: Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ được bao nhiêu $\%$ mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh tính theo công thức $M(t)=75-20\ln(t+1), t\geq 0$ (đơn vị $\%$). Hỏi sau khoảng bao lâu thì số học sinh nhớ được danh sách đó là dưới 10%.

A. Sau khoảng 24 tháng. **B.** Sau khoảng 22 tháng.

C. Sau khoảng 23 tháng. **D.** Sau khoảng 25 tháng.

Câu 50: Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức $Q(t)=Q_0.\left(1-e^{-t\sqrt{2}}\right)$ với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn hết pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $t\approx 1,65$ giờ. **B.** $t\approx 1,61$ giờ. **C.** $t\approx 1,63$ giờ. **D.** $t\approx 1,50$ giờ.

Câu 51: **)** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 48 phút. **B.** 19 phút. **C.** 7 phút. **D.** 12 phút.

Câu 52: Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Đầu năm

2010 dân số tỉnh Bắc Ninh là 1.038.229 người tính đến đầu năm 2015 dân số của tỉnh là 1.153.600 người. Hỏi nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm giữ nguyên thì đầu năm 2025 dân số của tỉnh nằm trong khoảng nào?

A. $(1.424.300;1.424.400)$. **B.** $(1.424.000;1.424.100)$.

C. $(1.424.200;1.424.300)$. **D.** $(1.424.100;1.424.200)$.

Câu 53: Một bể nước có dung tích 1000 lít.Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể, ban đầu bể cạn nước. Trong giờ đầu vận tốc nước chảy vào bể là 1 lít/1phút. Trong các giờ tiếp theo vận tốc nước chảy giờ sau gấp đôi giờ liền trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể đầy nước (kết quả gần đúng nhất).

A. $3,14$ giờ. **B.** $4,64$ giờ. **C.** $4,14$ giờ. **D.** $3,64$ giờ.

Câu 54: Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là $V\left(m^3\right)$. 10 năm tiếp theo, thể tích CO_2 tăng $a\%$, 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 tăng $n\%$. Thể tích khí CO_2 năm 2016 là

A. $V_{2016}=V.\dfrac{(100+a)^{10}.(100+n)^{8}}{10^{36}}\left(m^3\right)$. **B.** $V_{2016}=V.(1+a+n)^{18}\left(m^3\right)$.

C. $V_{2016}=V.\dfrac{\left((100+a)(100+n)\right)^{10}}{10^{20}}\left(m^3\right)$. **D.** $V_{2016}=V+V.(1+a+n)^{18}\left(m^3\right)$.

Câu 55: Tại Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S=Ae^{ni}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ tăng dân số hằng năm. Theo thống kê dân số thế giới tính đến tháng 01/2017, dân số Việt Nam có 94,970,597 người và có tỉ lệ tăng dân số là 1,03%. Nếu tỷ lệ tăng dân số không đổi thì đến năm 2020 dân số nước ta có bao nhiêu triệu người, chọn đáp án gần nhất.

A. 98 triệu người. **B.** 100 triệu người. **C.** 102 triệu người. **D.** 104 triệu người.

Câu 56: Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

A. $7\times\log_3 25$. **B.** $3^{\frac{25}{7}}$. **C.** $7\times\dfrac{24}{3}$. **D.** $7\times\log_3 24$.

Câu 57: Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng $(r>0)$, t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sao bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

A. 35 (giờ). **B.** 45 (giờ). **C.** 25 (giờ). **D.** 15 (giờ).

Câu 58: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) tại độ cao x (đo bằng mét) so với mực nước biển được tính theo công thức $P=P_0e^{xl}$, trong đó $P_0=760$ mmHg là áp suất không khí ở mức nước biển, l là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 mét thì áp suất không khí là $672,71$ mmHg. Hỏi áp suất ở đỉnh Fanxipan cao mét là bao nhiêu?

A. $22,24\,\text{mmHg}$. **B.** $y' = -6x + 2(2m-1)x - (m^2-1)\,\text{mmHg}$.

C. $517,94\,\text{mmHg}$. **D.** $530,23\,\text{mmHg}$.

Câu 59: Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu lần diện tích hiện nay?

A. $1-\dfrac{4x}{100}$. **B.** $1-\dfrac{x^4}{100}$. **C.** $\left(1-\dfrac{x}{100}\right)^4$. **D.** $1-\left(\dfrac{x}{100}\right)^4$.

Câu 60: Chuyện kể rằng: Ngày xưa, có ông vua hứa sẽ thưởng cho một vị quan món quà mà vị quan được chọn. Vị quan tâu: "Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: Bàn cờ vua có 64 ô thì với ô thứ nhất xin nhận 1 hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ 2, … ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Giá trị nhỏ nhất của *n* để tổng số hạt thóc mà vị quan từ *n* ô đầu tiên (từ ô thứ nhất đến ô thứ *n*) lớn hơn 1 triệu là

A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 21.

Câu 61: Ngày 1/7/2016, dân số Việt Nam khoảng 91,7 triệu người. Nếu tỉ lệ tăng dân số Việt Nam hàng năm là 1,2% và tỉ lệ này ổn định trong 10 năm liên tiếp thì ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng bao nhiêu triệu người?

A. 106,3 triệu người. **B.** 104,3 triệu người. **C.** 105,3 triệu người. **D.** 103,3 triệu người.

Câu 62: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 10 giờ ?

A. 1000. **B.** 850. **C.** 800. **D.** 900.

Câu 63: Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\dfrac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi.

A. $12-\log 5$ (giờ). **B.** $\dfrac{12}{5}$ (giờ). **C.** $12-\log 2$ (giờ). **D.** $12+\ln 5$ (giờ).

Câu 64: Số nguyên tố dạng $M_p = 2^p - 1$, trong đó p là một số nguyên tố, được gọi là số nguyên tố Mec-xen (M.Mersenne, 1588 – 1648, người Pháp). Số $M_{6972593}$ được phát hiện năm 1999. Hỏi rằng nếu viết số đó trong hệ thập phân thì có bao nhiêu chữ số?

A. 6972592 chữ số. **B.** 2098961 chữ số. **C.** 6972593 chữ số. **D.** 2098960 chữ số.

Câu 65: Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M = \log\dfrac{k}{R^2}$ (Ben) với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A = 3$ (Ben) và $L_B = 5$ (Ben). Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy).

A. $3,59$ (Ben). **B.** $3,06$ (Ben). **C.** $3,69$ (Ben). **D.** 4 (Ben).

âu 66: Một lon nước soda $80°F$ được đưa vào một máy làm lạnh chứa đá tại $32°F$. Nhiệt độ của soda ở phút thứ t được tính theo định luật Newton bởi công thức $T(t)=32+48.(0.9)^t$. Phải làm mát soda trong bao lâu để nhiệt độ là $50°F$?

A. $1,56$. **B.** $9,3$. **C.** 2. **D.** 4.

âu 67: Trung tâm luyện thi Đại học Diệu Hiền muốn gửi số tiền M vào ngân hàng và dùng số tiền thu được (cả lãi và tiền gốc) để trao 10 suất học bổng hằng tháng cho học sinh nghèo ở TP. Cần Thơ, mỗi suất 1 triệu đồng. Biết lãi suất ngân hàng là 1% /*tháng*, và Trung tâm Diệu Hiền bắt đầu trao học bổng sau một tháng gửi tiền. Để đủ tiền trao học bổng cho học sinh trong 10 tháng, trung tâm cần gửi vào ngân hàng số tiền M ít nhất là:

A. 108500000 đồng. **B.** 119100000 đồng. **C.** 94800000 đồng. **D.** 120000000 đồng.

âu 68: Cường độ của một trận động đất được đo bằng độ Richter. Độ Richter được tính bằng công thức $M=\log A-\log A_0$, trong đó A là biên độ rung tối đa đo được bằng địa chấn kế và là biên độ chuẩn (hằng số). Vào ngày $3-12-2016$, một trận động đất cường độ $2,4$ độ Richter xảy ra ở khu vực huyện Bắc Trà My, tỉnh Quảng Nam; còn ngày $16-10-2016$ xảy ra một trận động đất cường độ 3,1 độ Richter ở khu vực huyện Phước Sơn, tỉnh Quảng Nam. Biết rằng biên độ chuẩn được dùng chung cho cả tỉnh Quảng Nam, hỏi biên độ tối đa của trận động đất Phước Sơn ngày $16-10$ gấp khoảng mấy lần biên độ tối đa của trận động đất Bắc Trà My ngày $3-12$?

A. 7 lần. **B.** 5 lần. **C.** 4 lần. **D.** 3 lần.

âu 69: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là $78.685.800$ người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 150 triệu người?

A. 2035. **B.** 2030. **C.** 2038. **D.** 2042.

âu 70: Huyện A có 300 nghìn người. Với mức tăng dân số bình quân $1,2\%$/năm thì sau n năm dân số sẽ vượt lên 330 nghìn người. Hỏi n nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 8 năm. **B.** 9 năm. **C.** 7 năm. **D.** 10 năm.

âu 71: Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức hợp tác và phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng khi nhiệt độ trái đất tăng thêm $2°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%, còn khi nhiệt độ trái đất tăng thêm $5°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%.

Biết rằng nếu nhiệt độ trái đất tăng thêm $t°C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t)=k.a^t$ (trong đó a,k là các hằng số dương). Nhiệt độ trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 20%?

A. $9,3°C$. **B.** $7,6°C$. **C.** $6,7°C$. **D.** $8,4°C$.

Câu 72: Sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công thức $m\left(t\right)=m_0.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t=0$), $m\left(t\right)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Biết chu kì bán rã của chất phóng xạ Po^{210} là 138 ngày đêm. Hỏi 0,168 gam Po^{210} sau 414 ngày đêm sẽ còn lại bao nhiêu gam?

A. $0,021$. **B.** $0,056$. **C.** $0,045$. **D.** $0,102$.

B - HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 39: Số lượng của một loài vi khuẩn sau t (giờ) được xấp xỉ bởi đẳng thức $Q(t)=Q_0.e^{0.195t}$, trong đó Q_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu. Nếu số lượng vi khuẩn ban đầu là 5000 con thì sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn có 100.000 con?

A. 20. **B.** 24. **C.** $15,36$. **D.** $3,55$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Từ giả thiết ta suy ra $Q(t)=5000.e^{0.195t}$. Để số lượng vi khuẩn là 100.000 con thì

$$Q(t)=5000.e^{0.195t}=100.000\Leftrightarrow e^{0.195t}=2\Leftrightarrow t=\frac{1}{0.195}\ln 20\approx 15.36(h).$$

Câu 40: Theo số liệu của Tổng cục thống kê, năm 2016 dân số Việt Nam ước tính khoảng $94.444.200$ người. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức $1,07\%$. Cho biết sự tăng dân số được tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người

A. 2040. **B.** 2037. **C.** 2038. **D.** 2039.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi n là số năm để dân số đạt mức 120 triệu người tính mốc từ năm 2016

Ta có: $120.000.000=94.444.200e^{n.0,0107}\Rightarrow n\approx\dfrac{\ln 1,27}{0,0107}\approx 22.34$.

Vậy trong năm thứ 23 (tức là năm $2016+23=2039$) thì dân số đạt mức 120 triệu người

Câu 41: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2026. **D.** 2025.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $S=A.e^{Nr}\Leftrightarrow N=\dfrac{1}{r}\ln\dfrac{S}{A}$.

Để dân số nước ta ở mức 120 triệu người thì cần số năm

$$N=\frac{1}{r}\ln\frac{S}{A}=\frac{100}{1,7}.\ln\frac{120000000}{78685800}\approx 25\,(\text{năm}).$$

Vậy thì đến năm 2026 dân số nước ta ở mức 120 triệu người

Câu 42: Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S=A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng $(r>0)$, t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau đây.

A. 3 giờ 20 phút. **B.** 3 giờ 9 phút. **C.** 3 giờ 40 phút. **D.** 3 giờ 2 phút.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \dfrac{\ln 3}{5}$

Gọi thời gian cần tìm là t.

Theo yêu cầu bài toán, ta có: $200 = 100.e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 2 \Leftrightarrow rt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \dfrac{5.\ln 2}{\ln 3} \approx 3,15(h)$

Vậy $t =$ 3 giờ 9 phút

Câu 43: Thang đo Richte được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richte. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_o$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richte, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một chận động đất 7 độ Richte sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richte?

A. 2. **B.** 20. **C.** 100. **D.** $10^{\frac{5}{7}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Với trận động đất 7 độ Richte ta có biểu thức

$$7 = M_L = \log A - \log A_0 = \log \frac{A}{A_0} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = 10^7 \Rightarrow A = A_0.10^7.$$

Tương tự ta suy ra được $A' = A_0.10^5$.

Từ đó ta tính được tỉ lệ $\dfrac{A}{A'} = \dfrac{A_0.10^7}{A_0.10^5} = 100$.

Câu 44: Ngày 1/7/2016, dân số Việt Nam khoảng $91,7$ triệu người. Nếu tỉ lệ tăng dân số Việt Nam hàng năm là $1,2\%$ và tỉ lệ này ổn định 10 năm liên tiếp thì ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng bao nhiêu triệu người?

A. $104,3$ triệu người. **B.** $105,3$ triệu người. **C.** $103,3$ triệu người. **D.** $106,3$ triệu người.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Theo công thức $S = A.e^{ni} = 91,7.e^{10.0,012} = 103,3$ triệu người.

Chú ý: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A.e^{ni}$: Trong đó

A: Dân số của năm lấy làm mốc tính.

S: Dân số sau n năm.

i: Tỉ lệ tăng dân số hằng năm.

Câu 45: Một loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận một lượng nhỏ Carbon 14 (một đơn vị của Carbon). Khi cây đó chết đi thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận Carbon 14 nữa. Lượng Carbon 14 của nó sẽ phân hủy chậm chạp và chuyển hóa thành Nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm Carbon 14 còn lại trong một bộ phận của cây sinh trưởng t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức $P(t)=100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}\%$. Phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc gỗ, người ta thấy lượng Carbon 14 còn lại trong gỗ là $65,21\%$. Hãy xác định số tuổi của công trình kiến trúc đó.

A. 3574 (năm). **B.** 3754 (năm). **C.** 3475 (năm). **D.** 3547 (năm).

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}=65,21 \Leftrightarrow \dfrac{t}{5750}=\log_{0,5}\dfrac{65,21}{100} \Leftrightarrow t=5750.\log_{0,5}\dfrac{65,21}{100} \Leftrightarrow t=3547$.

Câu 46: Biết chu kỳ bán hủy của chất phóng xạ plutôni Pu^{239} là 24360 năm(tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S=Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r<0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi 10 gam Pu^{239} sau khoảng bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam?

A. 82230 (năm). **B.** 82232 (năm). **C.** 82238 (năm). **D.** 82235 (năm).

Hướng dẫn giải:.

Chọn D.

- Pu^{239} có chu kỳ bán hủy là 24360 năm, do đó ta có:

$5=10.e^{r.24360} \Rightarrow r=\dfrac{\ln 5-\ln 10}{24360}\approx -0,000028$.

-Vậy sự phân hủy của Pu^{239} được tính theo công thức $S=A.e^{\frac{\ln 5-\ln 10}{24360}t}$.

-Theo đề: $1=10.e^{\frac{\ln 5-\ln 10}{24360}t} \Rightarrow t=\dfrac{-\ln 10}{\dfrac{\ln 5-\ln 10}{24360}}\approx\dfrac{-\ln 10}{-0,000028}\approx 82235$ (năm).

Chú ý: Theo đáp án gốc là D (SGK). ***Tuy nhiên:*** nếu không làm tròn r thì kết quả $1=10.e^{\frac{\ln 5-\ln 10}{24360}t} \Rightarrow t=\dfrac{-\ln 10}{\dfrac{\ln 5-\ln 10}{24360}}\approx 80922 \Rightarrow$ Kết quả gần A nhất.

Câu 47: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng $N(t)$, biết rằng $N'(t)=\dfrac{7000}{t+2}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Hỏi sau 10 ngày, đám vi trùng có bao nhiêu con (làm tròn số đến hàng đơn vị)?

A. 322542 con. **B.** 332542 con. **C.** 302542 con. **D.** 312542 con.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$N(t)=\int N'(t)\mathrm{d}t=\int\dfrac{7000}{t+2}\mathrm{d}t=7000.\ln|t+2|+C.$

$N(0) = 7000\ln 2 + C \Rightarrow 7000\ln 2 + C = 300000 \Rightarrow C = 300000 - 7000\ln 2$.

$N(10) = 7000\ln(10+2) + C = 7000\ln(10+2) + 300000 - 7000\ln 2 \approx 312542,3163$.

Câu 48: Khi ánh sáng đi qua một môi trường (chẳng hạn như không khí, nước, sương mù, …) cường độ sẽ giảm dần theo quãng đường truyền x, theo công thức $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$, trong đó I_0 là cường độ của ánh sáng khi bắt đầu truyền vào môi trường và μ là hệ số hấp thu của môi trường đó. Biết rằng nước biển có hệ số hấp thu $\mu = 1,4$ và người ta tính được rằng khi đi từ độ sâu 2 m xuống đến độ sâu 20 m thì cường độ ánh sáng giảm $l.10^{10}$ lần. Số nguyên nào sau đây gần với l nhất?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 90.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có

- Ở độ sâu 2 m: $I(2) = I_0 e^{-2,8}$
- Ở độ sâu 20 m: $I(20) = I_0 e^{-28}$

Theo giả thiết $I(20) = l.10^{10}.I(2) \Leftrightarrow e^{-28} = l.10^{10}.e^{-2,8}$

$\Leftrightarrow l = 10^{-10}.e^{25,2} \approx 8,79$.

Câu 49: Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ được bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh tính theo công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì số học sinh nhớ được danh sách đó là dưới 10%.

A. Sau khoảng 24 tháng. **B.** Sau khoảng 22 tháng.

C. Sau khoảng 23 tháng. **D.** Sau khoảng 25 tháng.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Ta có $75 - 20\ln(t+1) \leq 10$

$\Leftrightarrow \ln(t+1) \geq 3,25 \Leftrightarrow t \geq 24,79$. Khoảng 25 tháng.

Câu 50: Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức $Q(t) = Q_0.\left(1 - e^{-t\sqrt{2}}\right)$ với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn hết pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $t \approx 1,65$ giờ. **B.** $t \approx 1,61$ giờ. **C.** $t \approx 1,63$ giờ. **D.** $t \approx 1,50$ giờ.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Theo bài ta có

$Q_0.\left(1 - e^{-t\sqrt{2}}\right) = 0,9.Q_0 \Leftrightarrow 1 - e^{-t\sqrt{2}} = 0,9 \Leftrightarrow e^{-t\sqrt{2}} = 0,1$

$\Leftrightarrow t = -\dfrac{\ln(0,1)}{\sqrt{2}} \approx 1,63$.

Câu 51: **)** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau *t* phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 48 phút. **B.** 19 phút. **C.** 7 phút. **D.** 12 phút.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $s(3) = s(0).2^3 \Rightarrow s(0) = \dfrac{s(3)}{2^3} = 78125$; $s(t) = s(0).2^t \Rightarrow 2^t = \dfrac{s(t)}{s(0)} = 128 \Rightarrow t = 7$.

Câu 52: Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Đầu năm 2010 dân số tỉnh Bắc Ninh là $1.038.229$ người tính đến đầu năm 2015 dân số của tỉnh là $1.153.600$ người. Hỏi nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm giữ nguyên thì đầu năm 2025 dân số của tỉnh nằm trong khoảng nào?

A. $(1.424.300;1.424.400)$. **B.** $(1.424.000;1.424.100)$.

C. $(1.424.200;1.424.300)$. **D.** $(1.424.100;1.424.200)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi S_1 là dân số năm 2015, ta có $S_1 = 1.153.600, N = 5, A = 1.038.229$

Ta có: $S_1 = A.e^{N.r} \Rightarrow e^{N.r} = \dfrac{S_1}{A} \Rightarrow r = \dfrac{\ln \dfrac{S_1}{A}}{5}$

Gọi S_2 là dân số đầu năm 2025, ta có $S_2 = A.e^{15.r} = 1.038.229.e^{15.\frac{\ln \frac{S}{A}}{5}} \approx 1.424.227,71$

Câu 53: Một bể nước có dung tích 1000 lít.Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể, ban đầu bể cạn nước. Trong giờ đầu vận tốc nước chảy vào bể là 1 lít/1phút. Trong các giờ tiếp theo vận tốc nước chảy giờ sau gấp đôi giờ liền trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể đầy nước (kết quả gần đúng nhất).

A. $3,14$ giờ. **B.** $4,64$ giờ. **C.** $4,14$ giờ. **D.** $3,64$ giờ.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Trong giờ đầu tiên, vòi nước chảy được $60.1 = 60$ lít nước.

Giờ thứ 2 vòi chảy với vận tốc 2 lít/1phút nên vòi chảy được $60 \cdot 2 = 120$ lít nước.

Giờ thứ 3 vòi chảy với vận tốc 4 lít/1phút nên vòi chảy được $60 \cdot 4 = 240$ lít nước.

Giờ thứ 4 vòi chảy với vận tốc 8 lít/1phút nên vòi chảy được $60 \cdot 8 = 480$ lít nước.

Trong 4 giờ đầu tiên,vòi chảy được: $60 + 120 + 240 + 480 = 900$ lít nước.
Vậy trong giờ thứ 5 vòi phải chảy lượng nước là $1000 - 900 = 100$ lít nước.

Số phút chảy trong giờ thứ 5 là $100:16=6,25$ phút

Đổi $6,25:60\approx 0,1$ giờ

Vậy thời gian chảy đầy bể là khoảng $4,1$ giờ.

Câu 54: Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là $V\left(m^3\right)$. 10 năm tiếp theo, thể tích CO_2 tăng $a\%$, 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 tăng $n\%$. Thể tích khí CO_2 năm 2016 là

A. $V_{2016}=V.\dfrac{(100+a)^{10}.(100+n)^{8}}{10^{36}}\left(m^3\right)$.

B. $V_{2016}=V.(1+a+n)^{18}\left(m^3\right)$.

C. $V_{2016}=V.\dfrac{\left((100+a)(100+n)\right)^{10}}{10^{20}}\left(m^3\right)$.

D. $V_{2016}=V+V.(1+a+n)^{18}\left(m^3\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có:

Sau 10 năm thể tích khí CO_2 là $V_{2008}=V\left(1+\dfrac{a}{100}\right)^{10}=V\dfrac{(100+a)^{10}}{10^{20}}$

Do đó, 8 năm tiếp theo thể tích khí CO_2 là

$$V_{2016}=V_{2008}\left(1+\frac{n}{100}\right)^{8}=V\frac{(100+a)^{10}}{10^{20}}\left(1+\frac{n}{100}\right)^{8}$$
$$=V\frac{(100+a)^{10}}{10^{20}}\frac{(100+n)^{8}}{10^{16}}=V\frac{(100+a)^{10}.(100+n)^{8}}{10^{36}}$$

Câu 55: Tại Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S=Ae^{ni}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ tăng dân số hằng năm. Theo thống kê dân số thế giới tính đến tháng 01/2017, dân số Việt Nam có 94,970,597 người và có tỉ lệ tăng dân số là 1,03%. Nếu tỷ lệ tăng dân số không đổi thì đến năm 2020 dân số nước ta có bao nhiêu triệu người, chọn đáp án gần nhất.

A. 98 triệu người. **B.** 100 triệu người. **C.** 102 triệu người. **D.** 104 triệu người.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Áp dụng công thức với $A=94,970,597$, $n=3$, $i=1,03\%$ ta được $S\approx 98$ triệu người.

Câu 56: Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

A. $7\times\log_3 25$. **B.** $3^{\frac{25}{7}}$. **C.** $7\times\dfrac{24}{3}$. **D.** $7\times\log_3 24$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Theo đề bài số lượng bèo ban đầu chiếm $0,04$ diện tích mặt hồ.

Sau 7 ngày số lượng bèo là $0,04\times 3^1$ diện tích mặt hồ.

Sau 14 ngày số lượng bèo là $0,04\times 3^2$ diện tích mặt hồ.

…

Sau $7\times n$ ngày số lượng bèo là $0,04\times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bèo phủ kín mặt hồ thì $0,04\times 3^n=1\Leftrightarrow 3^n=25\Leftrightarrow n=\log_3 25$.

Vậy sau $7\times \log_3 25$ ngày thì bèo vừa phủ kín mặt hồ

Câu 57: Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng $(r>0)$, t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sao bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

A. 35 (giờ). **B.** 45 (giờ). **C.** 25 (giờ). **D.** 15 (giờ).

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $A=1500$, 5 giờ = 300 phút.

Sau 5 giờ, số vi khuẩn là $S(300)=500\cdot e^{300r}=1500\Rightarrow r=\dfrac{\ln 300}{3}$

Gọi t_0 (phút) là khoảng thời gian, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con. Ta có $121500=500\cdot e^{rt_0}$

$\Rightarrow t_0=\dfrac{\ln 243}{r}=\dfrac{300\ln 243}{\ln 3}=1500$ (phút)

$=25$ (giờ).

Câu 58: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) tại độ cao x (đo bằng mét) so với mực nước biển được tính theo công thức $P=P_0e^{xl}$, trong đó $P_0=760$ mmHg là áp suất không khí ở mức nước biển, l là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 mét thì áp suất không khí là $672,71$ mmHg. Hỏi áp suất ở đỉnh Fanxipan cao mét là bao nhiêu?

A. $22,24$ mmHg. **B.** $y'=-6x+2(2m-1)x-(m^2-1)$ mmHg.

C. $517,94$ mmHg. **D.** $530,23$ mmHg.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ở độ cao 1000 mét áp suất không khí là $672,71$ mmHg

Nên $672,71=760e^{1000l}$

$\Leftrightarrow e^{1000l}=\dfrac{672,71}{760}\Leftrightarrow l=\dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{672,71}{760}$

Áp suất ở đỉnh Fanxipan $P=760e^{3143l}=760e^{3143.\frac{1}{1000}\ln\frac{672,71}{760}}\approx 717,94$

Câu 59: Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu lần diện tích hiện nay?

A. $1-\dfrac{4x}{100}$. **B.** $1-\dfrac{x^4}{100}$. **C.** $\left(1-\dfrac{x}{100}\right)^4$. **D.** $1-\left(\dfrac{x}{100}\right)^4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi S_0 là diện tích rừng hiện tại.

Sau n năm, diện tích rừng sẽ là $S=S_0\left(1-\dfrac{x}{100}\right)^n$.

Do đó, sau 4 năm diện tích rừng sẽ là $\left(1-\dfrac{x}{100}\right)^4$ lần diện tích rừng hiện tại.

Câu 60: Chuyện kể rằng: Ngày xưa, có ông vua hứa sẽ thưởng cho một vị quan món quà mà vị quan được chọn. Vị quan tâu: "Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: Bàn cờ vua có 64 ô thì với ô thứ nhất xin nhận 1 hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ 2, … ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Giá trị nhỏ nhất của *n* để tổng số hạt thóc mà vị quan từ *n* ô đầu tiên (từ ô thứ nhất đến ô thứ *n*) lớn hơn 1 triệu là

A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 21.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Bài toán dùng tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân.

Ta có: $S_n=u_1+u_2+...+u_n=1+1.2+1.2^2+...+1.2^{n-1}=1.\dfrac{2^n-1}{2-1}=2^n-1$

$S_n=2^n-1>10^6\Leftrightarrow n>\log_2\left(10^6+1\right)\cong 19.93$. Vậy n nhỏ nhất thỏa yêu cầu bài là 20.

Câu 61: Ngày 1/7/2016, dân số Việt Nam khoảng 91,7 triệu người. Nếu tỉ lệ tăng dân số Việt Nam hàng năm là 1,2% và tỉ lệ này ổn định trong 10 năm liên tiếp thì ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng bao nhiêu triệu người?

A. 106,3 triệu người. **B.** 104,3 triệu người. **C.** 105,3 triệu người. **D.** 103,3 triệu người.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng $A.e^{r.t}=91,7.e^{1,2.10}=103,39$.

Câu 62: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S=A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 10 giờ ?

A. 1000. **B.** 850. **C.** 800. **D.** 900.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Trước tiên, ta tìm tỉ lệ tăng trưởng mỗi giờ của loại vi khuẩn này.

Từ giả thiết ta có: $300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow r = \dfrac{\ln 300 - \ln 100}{5} = \dfrac{\ln 3}{5}$

Tức tỉ lệ tăng trưởng của loại vi khuẩn này là $r = \dfrac{\ln 3}{5}$ mỗi giờ.

Sau 10 giờ, từ 100 con vi khuẩn sẽ có $100.e^{10.\frac{\ln 3}{5}} = 900$ con.

Câu 63: Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\dfrac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi.

A. $12 - \log 5$ (giờ). **B.** $\dfrac{12}{5}$ (giờ). **C.** $12 - \log 2$ (giờ). **D.** $12 + \ln 5$ (giờ).

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta gọi u_i là số lá bèo ở giờ thứ i.

Ta có $u_0 = 1 = 10^0, u_1 = 10, u_2 = 10^2, ..., u_{12} = 10^{12}$.

Ta có số lá bèo để phủ kín $\dfrac{1}{5}$ mặt hồ là $\dfrac{1}{5}.10^{12} \Rightarrow$ thời gian mà số lá bèo phủ kín $\dfrac{1}{5}$ mặt hồ là

$12 - \log 5$.

Câu 64: Số nguyên tố dạng $M_p = 2^p - 1$, trong đó p là một số nguyên tố, được gọi là số nguyên tố Mec-xen (M.Mersenne, 1588 – 1648, người Pháp). Số $M_{6972593}$ được phát hiện năm 1999. Hỏi rằng nếu viết số đó trong hệ thập phân thì có bao nhiêu chữ số?

A. 6972592 chữ số. **B.** 2098961 chữ số. **C.** 6972593 chữ số. **D.** 2098960 chữ số.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$M_{6973593}$ có số chữ số bằng số $2^{26972593}$ và là

$[6973593.\log 2] + 1 = [6972593.0,3010] + 1 = 2098960$ số.

Câu 65: Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M = \log \dfrac{k}{R^2}$ (Ben) với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A = 3$ (Ben) và $L_B = 5$ (Ben). Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy).

A. 3,59 (Ben). **B.** 3,06 (Ben). **C.** 3,69 (Ben). **D.** 4 (Ben).

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $L_A < L_B \Rightarrow OA > OB$.

Gọi I là trung điểm AB. Ta có:

$$L_A = \log\frac{k}{OA^2} \Rightarrow \frac{k}{OA^2} = 10^{L_A} \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_A}}$$

$$L_B = \log\frac{k}{OB^2} \Rightarrow \frac{k}{OB^2} = 10^{L_B} \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_B}}$$

$$L_I = \log\frac{k}{OI^2} \Rightarrow \frac{k}{OI^2} = 10^{L_I} \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_I}}$$

Ta có: $OI = \frac{1}{2}(OA - OB) \Rightarrow \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_I}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_A}} - \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_B}}\right) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{10}^{L_I}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{10}^{L_A}} - \frac{1}{\sqrt{10}^{L_B}}\right)$

$$\Rightarrow L_I = -2\log\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{10}^{L_A}} - \frac{1}{\sqrt{10}^{L_B}}\right)\right] \Rightarrow L_I \approx 3,69.$$

Câu 66: Một lon nước soda $80°F$ được đưa vào một máy làm lạnh chứa đá tại $32°F$. Nhiệt độ của soda ở phút thứ t được tính theo định luật Newton bởi công thức $T(t) = 32 + 48.(0.9)^t$. Phải làm mát soda trong bao lâu để nhiệt độ là $50°F$?

A. $1,56$. **B.** $9,3$. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

• Gọi t_o là thời điểm nhiệt độ lon nước $80°F \Rightarrow T(t_o) = 32 + 48.(0,9)^{t_o} = 80$ (1)

Gọi t_1 là thời điểm nhiệt độ lon nước $50°F \Rightarrow T(t_1) = 32 + 48.(0,9)^{t_o} = 50$ (2)

• (1) $\Leftrightarrow (0,9)^{t_o} = 1 \Leftrightarrow t_o = 0$

(2) $\Leftrightarrow (0,9)^{t_1} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow t_1 = \log_{0,9}\frac{3}{8} \approx 9,3$

Câu 67: Trung tâm luyện thi Đại học Diệu Hiền muốn gửi số tiền M vào ngân hàng và dùng số tiền thu được (cả lãi và tiền gốc) để trao 10 suất học bổng hằng tháng cho học sinh nghèo ở TP. Cần Thơ, mỗi suất 1 triệu đồng. Biết lãi suất ngân hàng là 1% /*tháng*, và Trung tâm Diệu Hiền bắt đầu trao học bổng sau một tháng gửi tiền. Để đủ tiền trao học bổng cho học sinh trong 10 tháng, trung tâm cần gửi vào ngân hàng số tiền M ít nhất là:

A. 108500000 đồng. **B.** 119100000 đồng. **C.** 94800000 đồng. **D.** 120000000 đồng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi M (triệu). Lãi suất là a

Số tiền sau tháng thứ nhất và đã phát học bổng là $M(1+a) - 10$

Số tiền sau tháng thứ hai và đã phát học bổng là

$\left(M\left(1+a\right)-10\right)\left(1+a\right)-10=M\left(1+a\right)^2-10\left(1+a\right)-10$

Số tiền sau tháng thứ ba và đã phát học bổng là

$\left(M\left(1+a\right)^2-10\left(1+a\right)-10\right)\left(1+a\right)-10=M\left(1+a\right)^3-10\left[\left(1+a\right)^2+\left(1+a\right)+1\right]$

……………………………………….

Số tiền sau tháng thứ 10 và đã phát học bổng là

$M\left(1+a\right)^{10}-10\left[\left(1+a\right)^9+.....+\left(1+a\right)+1\right]=M\left(1+a\right)^{10}-10.\dfrac{\left(1+a\right)^{10}-1}{a}$

Theo yêu cầu đề bài

$M\left(1+a\right)^{10}-10.\dfrac{\left(1+a\right)^{10}-1}{a}=0\Leftrightarrow M=\dfrac{10\left[\left(1+a\right)^{10}-1\right]}{a\left(1+a\right)^{10}}$

Thay $a=1\%$. Ta tìm được $M=94713045\approx 94800000$

Câu 68: Cường độ của một trận động đất được đo bằng độ Richter. Độ Richter được tính bằng công thức $M=\log A-\log A_0$, trong đó A là biên độ rung tối đa đo được bằng địa chấn kế và là biên độ chuẩn (hằng số). Vào ngày $3-12-2016$, một trận động đất cường độ $2,4$ độ Richter xảy ra ở khu vực huyện Bắc Trà My, tỉnh Quảng Nam; còn ngày $16-10-2016$ xảy ra một trận động đất cường độ $3,1$ độ Richter ở khu vực huyện Phước Sơn, tỉnh Quảng Nam. Biết rằng biên độ chuẩn được dùng chung cho cả tỉnh Quảng Nam, hỏi biên độ tối đa của trận động đất Phước Sơn ngày $16-10$ gấp khoảng mấy lần biên độ tối đa của trận động đất Bắc Trà My ngày $3-12$?

A. 7 lần. **B.** 5 lần. **C.** 4 lần. **D.** 3 lần.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi A_1 là biên độ rung tối đa ở Phước Sơn.

Gọi A_2 là biên độ rung tối đa ở Trà My.

$M_1=\log A_1-\log A_0=3,1 \quad (1)$.

$M_2=\log A_2-\log A_0=2,4 \quad (2)$.

Lấy $(1)-(2)$: $\log A_1-\log A_2=0,7\Leftrightarrow \log\dfrac{A_2}{A_1}=0,7\Leftrightarrow \dfrac{A_2}{A_1}=10^{0,7}$

Câu 69: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là $78.685.800$ người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 150 triệu người?

A. 2035. **B.** 2030. **C.** 2038. **D.** 2042.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Theo giả thiết ta có phương trình $150.000.000 = 78.685.800.e^{0.017N} \Leftrightarrow N \approx 37.95$ (năm)
Tức là đến năm 2038 dân số nước ta ở mức 150 triệu người.

Câu 70: Huyện A có 300 nghìn người. Với mức tăng dân số bình quân $1,2\%$/năm thì sau n năm dân số sẽ vượt lên 330 nghìn người. Hỏi n nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 8 năm. **B.** 9 năm. **C.** 7 năm. **D.** 10 năm.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Số dân của huyện A sau n năm là $x = 300.000(1+0,012)^n$.

$x > 330.000 \Leftrightarrow 300.000(1+0,012)^n > 330.000 \Leftrightarrow n > \log_{1,012}\dfrac{33}{30} \Leftrightarrow n > 7,99$.

Câu 71: Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức hợp tác và phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng khi nhiệt độ trái đất tăng thêm $2°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%, còn khi nhiệt độ trái đất tăng thêm $5°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%.

Biết rằng nếu nhiệt độ trái đất tăng thêm $t°C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k.a^t$ (trong đó a,k là các hằng số dương). Nhiệt độ trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 20%?

A. $9,3°C$. **B.** $7,6°C$. **C.** $6,7°C$. **D.** $8,4°C$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} k.a^2 = 3\% \\ \text{k.a}^5 = 10\% \end{cases} (1)$. Cần tìm t thỏa mãn $k.a^t = 20\%$.

Từ $(1) \Rightarrow k = \dfrac{3\%}{a^2}$ và $a = \sqrt[3]{\dfrac{10}{3}}$. Khi đó $k.a^t = 20\% \Rightarrow \dfrac{3\%}{a^2}.a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \dfrac{20}{3}$

$\Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}}\dfrac{20}{3} \Rightarrow t \approx 6,7$.

Câu 72: Sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công thức $m(t) = m_0.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t=0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Biết chu kì bán rã của chất phóng xạ Po^{210} là 138 ngày đêm. Hỏi 0,168 gam Po^{210} sau 414 ngày đêm sẽ còn lại bao nhiêu gam?

A. $0,021$. **B.** $0,056$. **C.** $0,045$. **D.** $0,102$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Với $t = 414, T = 138$, $m_0 = 0,168\ g$.

Áp dụng công thức ta được $m\left(414\right) = 0,168.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{414}{138}} = 0,021$.