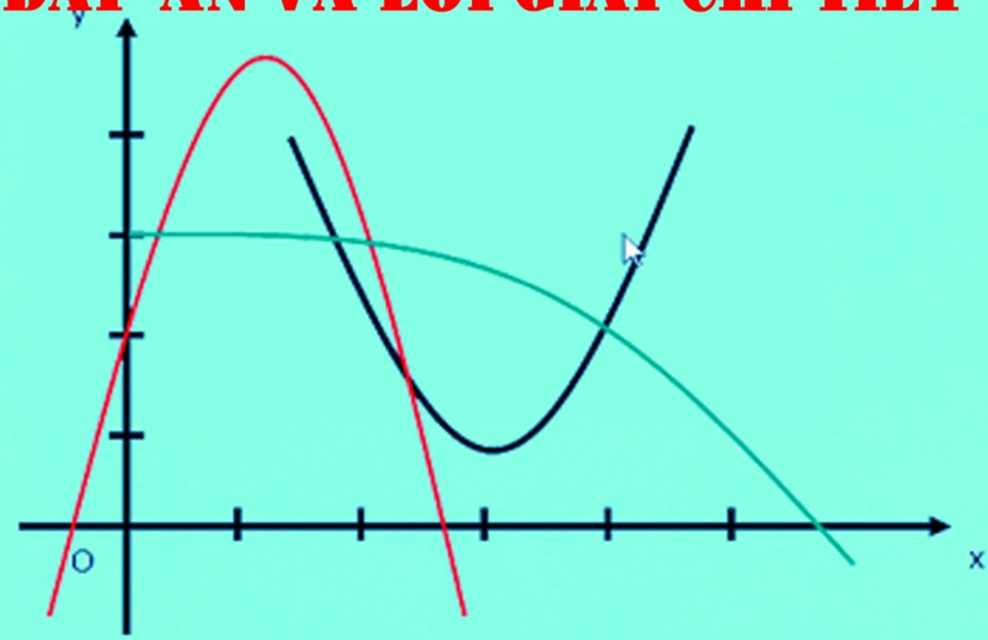
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

NEW!

CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT



ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2017 - 2018

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

A – KIẾN THỨC CHUNG

1. Định nghĩa

Giả sử hàm số f xác định trên tập K và $x_0 \in K$. Ta nói:

a) x_0 là **điểm cực tiểu** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa x_0 sao cho $(a;b) \subset K$ và $f(x) > f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$.

Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số f.

b) x_0 là **điểm cực đại** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa x_0 sao cho $(a;b) \subset K$ và $f(x) < f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$.

Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số f.

c) Điểm cực đại và điểm cực tiểu gọi chung là **điểm cực trị**.
Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu gọi chung là **cực trị**.

2. Định lí

a. Định lí 1

Giả sử hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0. Khi đó, nếu hàm số f có đạo hàm tại điểm x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

b. Định lí 2

Giả sử hàm số f liên tục trên khoảng (a;b) chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Khi đó

a) Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a;x_0)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (x_0;b)$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_0.

b) Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a;x_0)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (x_0;b)$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_0.

Hay nói một cách khác.

a) Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua x_0 (theo chiều từ trái sang phải) thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

b) Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua x_0 (theo chiều từ trái sang phải) thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0.

Ta có thể viết gọn định lí 2 qua hai bảng biếng thiên sau:

x	a		x_0		b
f'(x)		+		−	
f(x)		↗	$f(x_0)$ (cực đại)	↘	

x	a		x_0		b
f'(x)		−		+	
f(x)		↘	cực tiểu $f(x_0)$	↗	

c. Định lí 3

Giả sử hàm số f có đạo hàm cấp một trên khoảng (a;b) chứa điểm x_0, $f'(x_0)=0$ và f có đạo hàm cấp hai khác 0 tại x_0. Khi đó

a) Nếu $f''(x_0)<0$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_0.

b) Nếu $f''(x_0)>0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_0.

B - BÀI TẬP

DẠNG 1: TÌM CỰC ĐẠI – CỰC TIỂU CỦA HÀM SỐ

Dấu hiệu 1:

+) nếu $f'(x_0)=0$ hoặc $f'(x)$ không xác định tại x_0 và nó đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của hàm sô.

+) nếu $f'(x_0)=0$ hoặc $f'(x)$ không xác định tại x_0 và nó đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm sô.

***) <u>Quy tắc 1:</u>**

+) tính y'

+) tìm các điểm tới hạn của hàm số. (tại đó $y'=0$ hoặc y' không xác định)

+) lập bảng xét dấu y'. dựa vào bảng xét dấu và kết luận.

Dấu hiệu 2:

cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm đến cấp 2 tại x_0.

+) $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{cases} \Rightarrow x_0$ là điểm cđ

+) $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)>0 \end{cases} \Rightarrow x_0$ là điểm ct

***) <u>Quy tắc 2:</u>**

+) tính $f'(x), f''(x)$.

+) giải phương trình $f'(x)=0$ tìm nghiệm.

+) thay nghiệm vừa tìm vào $f''(x)$ và kiểm tra. từ đó suy kết luận.

Câu 1: Cho hàm số $(C): y=f(x)$ xác định trên tập K và $x_0 \in K$. Hàm số (C) đạt cực tiểu x_0 nếu

A. $f'(x_0)=0$.

B. $f''(x_0)>0$.

C. $f(x)>f(x_0), \forall x \in K \setminus \{x_0\}$.

D. tồn tại số $\varepsilon>0$ sao cho $(x_0-\varepsilon; x_0+\varepsilon) \subset K$ và $f(x)>f(x_0), \forall x \in (x_0-\varepsilon; x_0+\varepsilon) \setminus \{x_0\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Phương án A, B sai vì đây chỉ là điều kiện cần. Phương án C sai vì đề cho tập K không biết khoảng hay đoạn. Phương án C chỉ đúng khi đề cho K là khoảng. Phương án D hiên nhiên đúng như định nghĩa..

Câu 2: Cho hàm số $(C): y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K và $x_0 \in K$. Nếu hàm số (C) đạt cực trị tại điểm x_0 thì

A. $f'(x_0)=0$. **B.** $f''(x_0)>0$. **C.** $f''(x_0)<0$. **D.** $f(x_0)=0$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Câu 3: Cho hàm số $(C): y=f(x)$ xác định trên tập K và $x_0 \in K$. Hàm số (C) đạt cực tại x_0 nếu

A. $f'(x_0)=0$.

B. $f''(x_0)<0$.

C. tồn tại khoảng $x_0 \in (a;b) \subset K$ sao cho $f(x)<f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$.

D. tồn tại khoảng $x_0 \in (a;b) \subset K$ sao cho $f(x) \le f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Phương án A, B hiển nhiên sai. Phương án D sai vì $f(x) \le f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ trong định nghĩa không có dấu "=".

Câu 4: Giả sử hàm số $(C): y=f(x)$ xác định trên tập K và đạt cực tiểu tại điểm $x_0 \in K$. Khi đó:

A. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0. **B.** Nếu hàm số có đạo hàm tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

C. $f''(x_0)>0$. **D.** Hàm số luôn có đạo hàm bằng 0 tại điểm x_0.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Phương án A, C hiển nhiên sai. Phương án D sai vì hàm số chưa cho giả thiết có đạo hàm điểm x_0 Hàm số có thể đạt cực trị tại điểm hàm số không có đạo hàm.

Câu 5: Giả sử hàm số $(C): y=f(x)$ có đạo hàm cấp một trên khoảng K và $x_0 \in K$. Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

(2). Nếu x_0 là điểm cực trị thì $f'(x_0)=0$.

(3). Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì x_0 là điểm cực đại của đồ thị hàm số (C).

(4). Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

Các phát biểu đúng là:

A. (1), (3). **B.** (2), (3). **C.** (2), (3), (4). **D.** (2), (4).

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

(1) sai; (2) đúng; (3) sai vì điểm cực trị của đồ thị hàm số phải là $(x_0;f(x_0))$. Trong khi x_0 chỉ là điểm cực trị của hàm số. (4) đúng.

Câu 6: Giả sử hàm số $(C):y=f(x)$ xác định trên tập K và $x_0\in K$. Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu $f'(x_0)\neq 0$ thì hàm số (C) không đạt cực trị tại x_0.

(2). Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số (C) đạt cực trị tại điểm x_0.

(3). Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số (C) thì điểm $(x_0;f(x_0))$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số (C).

(4). Hàm số có thể đạt cực trị tại x_0 mà không có đạo hàm tại x_0.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

(1) đúng ; (2) sai; (3) đúng ; (4) đúng. Vậy có 3 câu đúng.

Câu 7: Hàm số nào sau đây chứng minh được cho nhận xét : "Hàm số có thể đạt cực trị tại x_0 mà không có đạo hàm tại x_0".

A. $f(x)=\begin{cases}x+2, x<0\\1-x, x\geq 0\end{cases}$ **B.** $f(x)=\begin{cases}x^2-2x+1, x>1\\x-1, x\leq 1\end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases}x-1, x<1\\1-x, x\geq 1\end{cases}$ **D.** $f(x)=x^4+1$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Phương án A. $f(x)=\begin{cases}x+2, x<0\\1-x, x\geq 0\end{cases}$ ta chỉ cần xét thử tại $x=0$ vì hàm số có đạo hàm $\forall x\neq 0$.

Do hàm số không liên tục $x=0\left(\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=2\neq \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=1\right)$ nên loại A. Phương án C loại tương tự câu A.

Phương án D hiên nhiên loại vì hàm số có đạo hàm tại mọi điểm thuộc R.

Phương án B

$f(x)=\begin{cases}x^2-2x+1, x>1\\x-1, x\leq 1\end{cases}\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}2x-2, x>1\\-1, x\leq 1\end{cases}$.

x	-∞		1		+∞
y'		−	‖	+	

Bảng xét dấu y'.

Hàm số đạt cực tiểu x=1 mà không có đạo hàm tại đây.

Câu 8: Cho hàm số $(C): y = f(x)$ xác định trên tập K chứa x_0 và các phát biểu sau:

(1). Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì hàm số (C) đạt cực đại tại x_0.

(2). Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số (C) đạt cực tiểu tại x_0.

(3). Nếu x_0 là điểm cực đại thì $f''(x_0) < 0$.

(4). Nếu x_0 là điểm cực tiểu thì $f''(x_0) > 0$.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

(1) đúng; (2) đúng ; (3), (4) sai. Hàm số có thể đạt cực trị tại x_0 trong khi $f''(x_0) = 0$.

Chẳng hạn hàm số $f(x) = x^4$ đặt cực tiểu $x_0 = 0$. Tuy nhiên, $f''(0) = 0$.

Câu 9: Giả sử hàm số $(C): y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K. Xét các phát biểu sau:

(1). Nếu hàm số (C) đạt cực tiểu trên khoảng K thì cũng sẽ đạt cực đại trên khoảng đó.

(2). Nếu hàm số (C) có hai điểm cực tiểu thì phải có một điểm cực đại.

(3). Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ bằng số điểm cực trị của hàm số đã cho.

(4). Hàm số có thể đạt cực trị tại một điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

(1) ; (2) sai vì hàm số có thể có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu và ngược lại. Chẳn hạn, hàm số $f(x) = x^4$ có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại.

(3) sai. Vì $f'(x) = 0$ chỉ là điều kiện cần để hàm số đạt cực trị. Nói cách khác $f'(x_0) = 0$ thì chưa thể nói rằng x_0 là điểm cực trị. (4) đúng.

Câu 10: Giả sử hàm số $(C): y = f(x)$ xác định trên tập K chứa x_0.Xét các phát biểu sau:

(1). Nếu hàm số (C) đạt giá trị lớn nhất tại x_0 thì sẽ đạt cực đại tại x_0.

(2). Nếu $f'(x_0) = 0$ thì x_0 có thể là một điểm cực trị của hàm số (C).

(3). Nếu x_0 là điểm cực tiểu thì hàm số (C) sẽ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0.

(4). Nếu có khoảng $(a;b) \subset K$ chứa x_0 thỏa mãn $f(x) > f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số (C).

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

(1) , (3) sai vì có thể điểm cực trị khác điểm mà hàm số đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất. Tuy nhiên nó có khả năng nhiều để hàm số đạt giá trị nhỏ nhất hay giá trị lớn nhất tại đó

(2) đúng . Chú ý rằng mệnh đề nói **"có thể "**.

(4) sai. Vì đây là định nghĩa của điểm cực tiểu.

Câu 11: Cho hàm số $(C): y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ chứa x_0. Khi đó, x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số (C) nếu

A. $f'(x) < 0, \forall x \in (x_0;b)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (a;x_0)$.

B. tồn tại $f''(x_0)$ và $f''(x_0) < 0$.

C. $f'(x) > 0, \forall x \in (x_0;b)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (a;x_0)$.

D. tồn tại $f''(x_0)$ và $f''(x_0) = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Hàm số đạt cực tiểu tại x_0 nếu đạo hàm của hàm số đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0.

Câu 12: Cho hàm số $(C): y = f(x)$ xác định trên tập K chứa x_0 và các phát biểu sau:

(1). Hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 nếu tồn tại đoạn $[a;b] \subset K$ sao cho $x_0 \in [a;b]$ và $f(x) < f(x_0), \forall x \in [a;b]$.

(2). Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 nếu tồn tại khoảng $(a;b) \subset K$ sao cho $x_0 \in (a;b)$ và $f(x) \geq f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$.

(3). Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 nếu tồn tại số $\varepsilon > 0$ sao cho $x_0 \in (x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon) \subset K$ và $f(x) > f(x_0), \forall x \in (x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon) \setminus \{x_0\}$.

(4). Hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 nếu tồn tại số $\varepsilon > 0$ sao cho $x_0 \in (x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon) \subset K$ và $f(x) > f(x_0), \forall x \in (x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon)$.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Cho hàm số $(C): y = f(x)$ xác định trên tập K chứa x_0 và các phát biểu sau:

(1) sai vì tồn tại khoảng $(a;b)$ chứ không phải đoạn $[a;b]$.

(2) sai vì định nghĩa không có dấu "="

(3) đúng; (4) sai vì $f(x) > f(x_0), \forall x \in (x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon) \Rightarrow f(x_0) > f(x_0)$ vô lí. Định nghĩa $(x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon)$ phải bỏ đi x_0.

Câu 13: Cho hàm số $(C): y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa x_0 và các phát biểu sau:

(1). Nếu $f(x) < f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số (C).

(2). Nếu $f(x) \neq f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 là một điểm cực trị của hàm số (C).

(3). Nếu tồn tại khoảng $(e;f) \subset (a;b)$ sao cho $\min\limits_{x_0 \in (e;f)} f = f(x_0)$ thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0.

(4). Nếu $f(x) > f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số (C).

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

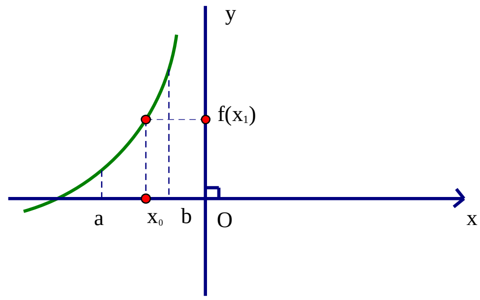
A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

(1) ; (4) đúng. (2) (3) sai.

$f(x) \neq f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$. Tuy nhiên x_0 không là điểm cực trị.



Câu 14: Cho hàm số $(C): y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ chứa x_0 và các phát biểu sau:

(1). Nếu tồn tại khoảng $(e;f) \subset (a;b)$ sao cho $\max\limits_{x_0 \in (e;f)} f = f(x_0)$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

(2). Nếu x_0 không là điểm cực trị của hàm số thì $f'(x_0) \neq 0$.

(3). Nếu x_0 là điểm cực đại của hàm số thì $-x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

(4). Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua x_0 thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0.

(5). Nếu hàm số đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua x_0 thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

Có bao nhiêu phát biểu SAI trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

(1); (2) ; (3) sai. (3) và (4) đúng.

Câu 15: Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 thì tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa x_0 sao cho $f(x_0)$ là giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a;b)$.

(2). Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa x_0 sao cho $f(x_0)$ là giá trị lớn nhất trên khoảng $(a;b)$.

(3). Nếu đồ thị hàm số đạt cực trị tại một điểm và có tiếp tuyến tại điểm đó thì tiếp tuyến đó song song trục hoành.

(4). Nếu hàm số không có cực trị thì đạo hàm của hàm số đó luôn khác không.

(5). Nếu hàm số bậc ba cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì sẽ có hai cực trị trái dấu.

(6). Nếu một hàm số không liên tục trên khoảng (a;b) thì không tồn tại điểm cực trị trên khoảng (a;b).

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 2 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

(1); (2) đúng; chú ý chiều ngược lại của (1) và(2) có thể không đúng. (3) đúng; (4) sai hàm số có thể có đạo hàm bằng 0 tại một điểm mà không đạt cực trị tại đó; (5) đúng. (6) sai hàm số có thể có cực trị trên khoảng (a;b) mà không liên tục trên (a;b)

Câu 16: Cho hàm số $(C): y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên khoảng $(a;b)$ chứa x_0 và các phát biểu sau:

(1). Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0.

(2). Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

(3). Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0.

(4). Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. (1),(2) **B.** (2),(3) **C.** (3),(4) **D.** (1), (4)

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trong khoảng (a,b) chứa điểm x_0 (có thể trừ điểm x_0). Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $f(x)$ không có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ không đạt cực trị tại x_0.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

Lời giải

Chọn đáp án D.

Theo dấu hiệu 2 ta biết đáp án đúng là câu D.

Câu 18: Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu hàm số đạt cực trị tại một điểm thì phải có đạo hàm bằng 0 tại điểm đó.

(2). Một hàm số có thể có thể có nhiều cực trị hoặc không có cực trị.

(3). Mỗi hàm số nếu có điểm cực đại thì nhất định sẽ có một điểm cực tiểu.

(4). Nếu hàm số liên tục trên tập xác định của nó thì sẽ có ít nhất một điểm cực trị.

Các phát biểu đúng là:

A. (1),(2),(4). **B.** (2),(3). **C.** (2). **D.** (2),(4).

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Câu 19: Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu hàm số có đạo hàm bằng không tại một điểm thì sẽ đạt cực trị tại điểm đó.

(2). Một hàm số nói chung có thể có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu và ngược lại.

(3). Nếu hàm số đơn điệu trên một khoảng thì không có điểm cực trị trên khoảng đó.

(4). Nếu hàm số liên tục và có đạo hàm trên một khoảng thì có ít nhất một điểm cực trị thuộc khoảng đó.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Câu 20: Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu hàm số đạt cực trị tại điểm và có đạo hàm tại điểm đó thì đạo hàm phải bằng không tại điểm đó.

(2). Mỗi hàm số nếu có cực trị thì số cực trị luôn là hữu hạn.

(3). Nếu một hàm số không có cực trị trên một khoảng thì luôn tăng hoặc luôn giảm trên khoảng đó.

(4). Nếu hàm số đạt cực đại tại một điểm thuộc tập xác định của nó thì có thể đạt giá trị lớn nhất tại điểm đó.

(5). Nếu hàm số luôn giảm hoặc tăng trên một khoảng thì không tồn tại điểm cực trị trên khoảng đó.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

(1) đúng ; (2) **sai** vì hàm số $y=\sin x$ có vô hạn điểm cực trị.

(3) **sai** vì hàm hằng không tăng , không giảm và cũng không có cực trị. Chẳng hạn hàm số $y=1$.

(4) đúng "**có thể**" .(5) hiển nhiên đúng.

Câu 21: Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu một hàm số đồng thời có các khoảng đồng biến và nghịch biến thì hàm số đó sẽ tồn tại điểm cực trị.

(2). Hàm số chỉ có thể đạt cực trị tại điểm mà đạo hàm của hàm số đó bằng không.

(3). Nếu hàm bậc ba đồng thời có các khoảng đồng biến và nghịch biến thì sẽ có hai cực trị.

(4). Hàm bậc hai luôn có cực trị.

(5). Hàm số số không có cực trị thì không thể đồng thời có các khoảng đồng biến và nghịch biến.

Có bao nhiêu phát biểu SAI trong các phát biểu đã cho?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

(1) **sai** vì có những hàm số không liên tục sẽ đồng thời có khoảng đồng biến nghịch biến nhưng không có cực trị. (2) hiển nhiên **sai** vì hàm số có thể đạt cực trị tại điểm mà hàm số không có đạo hàm.

(3) đúng; (4) đúng; (5**) sai** như (1).

Câu 22: Cho các phát biểu sau:

(1). Một hàm số có thể có hữu hạn điểm cực trị hoặc vô hạn điểm cực trị hoặc không có điểm cực trị nào.

(2). Hàm bậc ba có ít nhất một cực trị.

(3). Hàm bậc bốn có nhiều nhất ba cực trị.

(4). Hàm số có thể đạt cực trị tại một điểm mà đạo hàm của hàm số không xác định tại đó.

(5). Hàm số có thể đạt cực trị tại một điểm mà đạo hàm cấp hai của hàm số bằng không tại điểm đó.

Có bao nhiêu phát biểu SAI trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

(1) đúng; (3) đúng ; (4) đúng (5) đúng.(2) sai vì hàm bậc ba chỉ có thể có hai cực trị hoặc khồng có cực trị.

Câu 23: Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu đạo hàm cấp hai của một hàm số tại một điểm bằng không thì không đạt cực trị tại điểm đó.

(2). Nếu hàm số xác định trên một khoảng và có giá trị nhỏ nhất thì tồn tại điểm cực tiểu trên khoảng đó.

(3). Hàm số có thể đạt cực trị tại một điểm mà đạo hàm tại đó khác không.

(4). Hàm số có thể đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm cực tiểu của hàm số đó.

(5). Hàm bậc nhất không có cực trị.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

(1) sai; (2) sai; (3) sai; (4) đúng " **có thể**". (5) đúng.

Câu 24: Cho các phát biểu sau:

(1). Nếu một hàm số chẵn có một điểm cực trị thì sẽ có một điểm cực trị khác trái dấu.

(2). Hàm số lẻ không thể có hai điểm cực trị trái dấu.

(3). Hàm tuần hoàn luôn có vô hạn điểm cực trị.

(4). Hàm đa thức luôn có số điểm cực trị nhỏ hơn bậc của đa thức đó.

(5). Nếu hàm trùng phương có điểm cực tiểu thì cũng đạt giá trị nhỏ nhất tại đó.

Có bao nhiêu phát biểu SAI trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

(1); (2) sai. Chẳng hạn hàm số $y=x^3-x$ là hàm số lẻ nhưng có hai điểm cực trị trái dấu.

(3) sai $y=\tan x$ tuần hoàn nhưng không có cực trị.

(4); (5) đúng.

Câu 25: Cho mỗi hàm đa thức $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ có một điểm cực trị. Khi đó:

A. hàm số $y=f\left(x\right)+g\left(x\right)$ có đúng hai điểm cực trị.

B. hàm số $y=f\left(x\right).g\left(x\right)$ có đúng hai điểm cực trị.

C. hàm số $y=f\left(x\right)-g\left(x\right)$ có một điểm cực trị.

D. hàm số $y=f\left(x\right)+g\left(x\right)$ có thể không có cực trị.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

A, B, C có thể sai. Chẳng hạn $f\left(x\right)=-x^2+x; g\left(x\right)=x^2$ mỗi hàm có một cực trị nhưng $f\left(x\right)+g\left(x\right)=x$ không có cực trị.

Câu 26: Cho mỗi hàm đa thức $\left(C\right)y=f\left(x\right)$, $\left(C'\right)y=g\left(x\right)$ tương ứng có 2 điểm cực trị và có 1 điểm cực trị. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Bậc của hàm số (C) lớn hơn bậc của hàm số (C’) đúng một đơn vị.

B. Bậc của hàm số (C) lớn hơn bậc của hàm số (C’) đúng hai đơn vị.

C. Bậc của hàm số (C’) có thể lớn hơn bậc của hàm số (C).

D. Tổng các bậc cuả hàm số (C) và (C’) bằng 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Các câu A, B, D sai. C đúng. Chẳng hạn $f\left(x\right)=x^3-x; g\left(x\right)=x^4$.

Câu 27: Cho hàm số $\left(C\right): y=f\left(x\right)$ xác định trên tập K chứa x_0 và các phát biểu sau:

(1). x_0 là điểm cực đại của hàm số (C) nếu tồn tại khoảng $\left(a;b\right)\subset K$ sao cho $x_0\in\left(a;b\right)$ và $\max\limits_{\left(a;b\right)} f\left(x\right)=f\left(x_0\right)$.

(2). x_0 là điểm cực đại của hàm số (C) nếu tồn tại khoảng $\left(a;b\right)\subset K$ sao cho $x_0\in\left(a;b\right)$ và $f\left(x\right)\le f\left(x_0\right), \forall x\in\left(a;b\right)\backslash\left\{x_0\right\}$.

(3). x_0 là điểm cực tiểu của hàm số (C) nếu tồn tại khoảng $\left(a;b\right)\subset K$ sao cho $x_0\in\left(a;b\right)$ và $f\left(x\right)>f\left(x_0\right), \forall x\in\left(a;b\right)$.

(4).Nếu x_0 là điểm cực tiểu của hàm số (C) thì có khoảng $\left(a;b\right)\subset K$ sao cho $x_0\in\left(a;b\right)$ và $\min\limits_{\left(a;b\right)} f\left(x\right)=f\left(x_0\right)$.

(5). x_0 là điểm cực trị của hàm số (C) nếu tồn tại khoảng $\left(a;b\right)\subset K$ sao cho $x_0\in\left(a;b\right)$ và $f\left(x\right)\ne f\left(x_0\right), \forall x\in\left(a;b\right)\backslash\left\{x_0\right\}$.

Có bao nhiêu phát biểu SAI trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Câu 28: Cho các phát biểu sau:

(1). Hàm số chỉ có thể đạt cực trị trên khoảng (a;b) nếu hàm số liên tục trên khoảng đó.

(2). Hàm số chỉ có thể đạt cực trị trên khoảng (a;b) khi có đạo hàm trên khoảng (a;b).

(3). Hai hàm đa thức có cùng số cực trị khi chúng cùng bậc với nhau.

(4). Tổng của hai hàm số có cực trị là một hàm số luôn có cực trị.

(5). Hàm hằng số có vô số điểm cực trị.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 1   **B.** 3   **C.** 0   **D.** 2

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

(1); (2) sai có thể hàm số không nhất thiết phải có trên cả khoảng (a;b).

(3) sai. Chẳng hạn $f\left(x\right)=x^2;g\left(x\right)=x^4$. (4) ;(5) sai.

Câu 29: Hàm số nào sau đây luôn có điểm cực trị:

A. $y=ax^3+bx^2+cx+d,a\neq 0$ **B.** $y=ax^4+bx^2+c,a\neq 0$

C. $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ **D.** $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{cx+d}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành.   **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

C. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.   **D.** Hàm số luôn có cực trị.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$y'=3x^2+2ax+b$

Nếu $y'=0$ vô nghiệm thì hàm số không có cực trị.

Câu 31: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x-5$ có điểm cực tiểu là:

A. $\left(3;32\right)$.   **B.** $\left(-1;0\right)$.   **C.** $x=-1$.   **D.** $x=3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có: $D=\mathbb{R}$ và $y'=3x^2-6x-9$, $y''=6x-6$.

Do đó $y'=0\Leftrightarrow x=-1\vee x=3$.

Do $y''\left(-1\right)=-12<0$ và $y''\left(3\right)=12>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x-5$ có điểm cực tiểu là $\left(3;32\right)$

Câu 32: Khoảng cách giữa hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\left(x+1\right)\left(x-2\right)^2$

A. $5\sqrt{2}$.   **B.** 2.   **C.** $2\sqrt{5}$.   **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$y=\left(x-2\right)^2\left(x+1\right)=x^3-3x^2+4$, $y'=3x^2-6x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;y=4\Rightarrow A\left(0;4\right)\\x=2;y=0\Rightarrow B\left(2;0\right)\end{array}\right.;$$

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 33: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{2}{3}$ có

A. Điểm cực đại tại $x = -2$, điểm cực tiểu tại $x = 0$.
B. Điểm cực tiểu tại $x = -2$, điểm cực đại tại $x = 0$.
C. Điểm cực đại tại $x = -3$, điểm cực tiểu tại $x = 0$.
D. Điểm cực đại tại $x = -2$, điểm cực tiểu tại $x = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Câu 16: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ đạt cực trị tại x_1 và x_2 thì tích các giá trị cực trị bằng

A. 25. **B.** -82. **C.** -207. **D.** -302.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$y' = 3x^2 - 6x - 9$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 3;\ y_1 = -23 \\ x_2 = -1;\ y_2 = 9 \end{array}\right. \Rightarrow y_1.y_2 = -207.$$

Câu 34:. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt cực trị tại các điểm nào sau đây?

A. $x = \pm 2$. **B.** $x = \pm 1$. **C.** $x = 0; x = 2$. **D.** $x = 0; x = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có : $y' = 3x^2 - 6x$. $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Câu 35. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$ có hai cực trị x_1, x_2. Hỏi $x_1.x_2$ là bao nhiêu ?

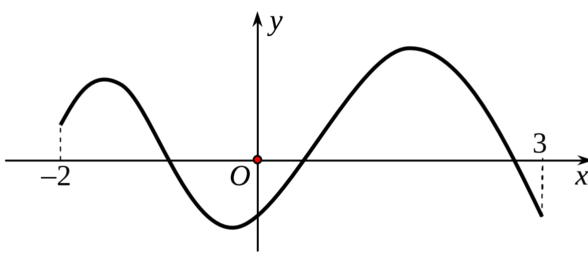
A. $x_1.x_2 = -8$. **B.** $x_1.x_2 = 8$. **C.** $x_1.x_2 = 5$. **D.** $x_1.x_2 = -5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có : $y' = -x^2 + 8x - 5$. $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 4 + \sqrt{11} \\ x_2 = 4 - \sqrt{11} \end{array}\right. . \Rightarrow x_1.x_2 = 5$.

Câu 36: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$



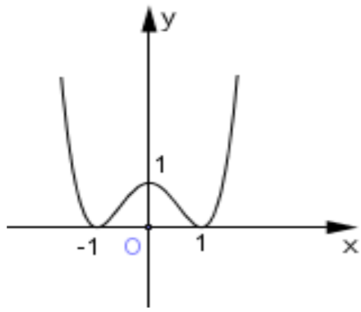
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy có hai điểm cực đại thuộc đoạn $[-2;3]$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?



A. $x = 0$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Hàm số $y = f\left(x\right)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 38: Tọa độ cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là:

A. $M\left(2;4\right)$. **B.** $N\left(0;2\right)$. **C.** $P\left(1;0\right)$. **D.** $Q\left(-2;0\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y'' = 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$y''\left(1\right) = 6 > 0$; $y''\left(-1\right) = -6 < 0$;

Vậy tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị là $P\left(1;0\right)$.

Câu 39: Số điểm cực trị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Vì y' đổi dấu khi đi qua $-2; 0$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 40: Cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \dfrac{2}{3}$. Toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left(3;\dfrac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(1;-2\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1,\ y = 2 \\ x = 3,\ y = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\dfrac{2}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Tọa độ điểm cực đại của hàm số là $(1;2)$.

Câu 41: Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

A. $y_{CĐ} = 1$. **B.** $y_{CĐ} = 0$. **C.** $y_{CĐ} = -3$. **D.** $y_{CĐ} = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Với $x = 0$ suy ra $y = 1$.

Vậy giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ} = 1$.

Câu 42: $x = 2$ không phải là điểm cực đại của hàm số nào sau dây ?

A. $y = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1}$. **B.** $y = -x^2 + 4x - 1$.

C. $y = \dfrac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x - 1$. **D.** $y = \dfrac{-x^4}{4} + 2x^2 + 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tính đạo hàm và xét dấu của y' trong các đáp án.

Trong đáp án A ta có $y' = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$ nhận $x = 2$ là nghiệm tuy nhiên y' đổi dấu từ âm sang dương qua nghiệm $x = 2$ nên $x = 2$ là điểm cực tiểu của hàm số này chứ không phải là điểm cực đại của hàm số.

Câu 43: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$ là:

A. $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(1;6)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = -3x^2 + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$ là: $T(-1;2)$

Câu 44: Cho hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 7$. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số.

A. $\dfrac{175}{27}$. **B.** 25. **C.** $-\dfrac{175}{27}$. **D.** -25.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

TXD: $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 + 8x - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{3} \\ x = -3 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		-3		$\dfrac{1}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	25	↘	$\dfrac{175}{27}$	↗	$+\infty$

Vậy giá trị cực tiểu của hàm số là : $y_{CT} = \dfrac{175}{27}$.

Câu 45: Kết luận nào đúng về cực trị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 4$

A. Đạt cực đại tại $x = 1$. **B.** Có hai điểm cực trị.
C. Đạt cực tiểu tại $x = 1$. **D.** Không có cực trị.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có $y' = 3(x-1)^2 \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{3}{2}x^2 + x$. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho

A. $y_{CT} = \dfrac{-9-5\sqrt{5}}{12}$. **B.** $y_{CT} = \dfrac{9-5\sqrt{5}}{12}$.
C. $y_{CT} = \dfrac{-9+5\sqrt{5}}{12}$. **D.** $y_{CT} = \dfrac{9+5\sqrt{5}}{12}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y' = x^2 - 3x + 1$, $y'' = 2x - 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow y_1 = \dfrac{-9-5\sqrt{5}}{12} \\ x_2 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow y_2 = \dfrac{-9+5\sqrt{5}}{12} \end{array}\right.$$

Ta có $y''(x_1) = \sqrt{5} > 0, y''(x_2) = -\sqrt{5} < 0$. Suy ra $y_{CT} = y_1 = \dfrac{-9-5\sqrt{5}}{12}$.

Câu 47: Lập phương trình đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{3}{2}x^2 + x$

A. $y = -\dfrac{5}{6}x + \dfrac{1}{2}$. **B.** $y = \dfrac{5}{6}x + \dfrac{1}{2}$. **C.** $y = -\dfrac{5}{6}x - \dfrac{1}{2}$. **D.** $y = \dfrac{5}{6}x - \dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Cách 1: Tự luận

Ta có $y' = x^2 - 3x + 1$. $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow y_1 = -\dfrac{9+5\sqrt{5}}{12} \\ x_2 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow y_2 = \dfrac{-9+5\sqrt{5}}{12} \end{array}\right.$

Khi đó phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị $A(x_1;\, y_1)$ và $B(x_2;\, y_2)$ có dạng:

$\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} \Leftrightarrow y = -\dfrac{5}{6}x + \dfrac{1}{2}$.

Cách 2: Tự luận nhanh

Ta có $y' = x^2 - 3x + 1$; $y' = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$

Thực hiện phép chia y cho y' ta được $y = \left(\dfrac{1}{3}x - \dfrac{1}{2}\right).y' + \left(-\dfrac{5}{6}x + \dfrac{1}{2}\right)$

Vì $y'(x_1) = y'(x_2) = 0$ nên phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị $A(x_1;\, y_1)$ và $B(x_2;\, y_2)$ là $y = -\dfrac{5}{6}x + \dfrac{1}{2}$.

Cách 3: Trắc nghiệm

Bước 1: Vào CMPLX.

Bước 2: Nhập biểu thức theo công thức $y - \dfrac{y'.y''}{18a}$ với ẩn là X .

Bước 3: Cal với $X = i$ ra đáp án của biểu thức là $-\dfrac{5}{6}i + \dfrac{1}{2}$.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $y = -\dfrac{5}{6}x + \dfrac{1}{2}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - 7x + 3$ đạt cực trị tại x_1, x_2 .Tính $T = x_1^{\,3} + x_2^{\,3}$

A. $T = -50$. **B.** $T = -30$. **C.** $T = 29$. **D.** $T = 49$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y' = x^2 + 2x - 7$. $y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 7 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -1 + 2\sqrt{2} \\ x_2 = -1 - 2\sqrt{2} \end{array}\right.$

Khi đó $T = x_1^{\,3} + x_2^{\,3} = -50$

Câu 49: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ là

A. $y = 9x + 1$. **B.** $y = -9x + 1$. **C.** $y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{6}$. .**D.** $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$y' = 6x^2 + 6x - 12$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow x = -8 \\ x = -2 \Rightarrow y = 19 \end{array}\right.$.

Suy ra 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$A(1;-8); B(-2;19)$.

Phương trình đi qua hai điểm cực trị là

$\dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y+8}{27} \Leftrightarrow y = -9x + 1$.

Câu 50: Biết hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$. Tính tổng $x_1^2 + x_2^2$.

A. $x_1^2 + x_2^2 = 0$. **B.** $x_1^2 + x_2^2 = 9$. **C.** $x_1^2 + x_2^2 = 2$. **D.** $x_1^2 + x_2^2 = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Tập xác định : $\mathbb{R}$

$y = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Vậy hai điểm cực trị thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

Câu 43: [2D1-2] Giá trị cực đại của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2$ là

A. $\frac{11}{3}$. **B.** -7. **C.** $-\frac{5}{3}$. **D.** -1.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^2 - 2x - 3$, $y'' = 2x - 2$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

$y''(-1) = -4 < 0$, $y''(3) = 4 > 0$. Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, $y_{CD} = y(-1) = \frac{11}{3}$.

Câu 51: Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ đạt cực đại tại

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Khi đó : $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Xét dấu y'. Ta có : $y' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ x > 1 \end{array}\right.$ và $y' < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Khi đó ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 52: Cho hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 12$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số. Kết luận nào sau đây là đúng ?

A. $(x_1 - x_2)^2 = 8$. **B.** $x_1.x_2 = 2$. **C.** $x_2 - x_1 = 3$. **D.** $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 6x^2 + 6x - 12$, $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

$y'' = 12x + 12$, $y''(1) = 24 > 0 \Rightarrow x_2 = 1$ là điểm cực tiểu, $y''(-2) = -12 < 0 \Rightarrow x_1 = -2$ là điểm cực đại.

Vậy ta có $x_2 - x_1 = 3$.

Câu 53: Số điểm cực trị của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - x + 7$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có: $y' = -x^2 - 1 < 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 54: Khẳng định nào sau đây về cực trị của hàm số $y=-2x^3+3x^2$ là **đúng** ?

A. Hàm số có đúng 1 cực trị tại $x=1$.
B. Hàm số có 2 cực trị.
C. Hàm số có đúng 1 cực trị tại $x=0$.
D. Hàm số không có cực trị.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$y'=-6x^2+6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right..$$

BBT:.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Câu 55: Tìm độ dài khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-4$?

A. $2\sqrt{5}.$
B. $4\sqrt{5}.$
C. $6\sqrt{5}.$
D. $8\sqrt{5}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y'=3x^2+6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Tọa độ 2 điểm cực trị là: $A(-2;0)$ và $B(0;-4)$.

Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị là: $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}.$

Câu 56: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-4x^2-8x-8$ có hai điểm cực trị là x_1,x_2. Hỏi tổng x_1+x_2 là bao nhiêu?

A. $x_1+x_2=-5$.
B. $x_1+x_2=5$.
C. $x_1+x_2=-8$.
D. $x_1+x_2=8$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có: $y'=x^2-8x-8$

$y'=0\Leftrightarrow x^2-8x-8=0.$ (1)

Có $\Delta'=24>0$, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 . Theo định lí Vi-et ta có $x_1+x_2=8.$

Câu 56: Hàm số $y=3x^2-2x^3$ đạt cực trị tại

A. $x_{CĐ}=0;x_{CT}=-1$. **B.** $x_{CĐ}=1;x_{CT}=0$. **C.** $x_{CĐ}=0;x_{CT}=1$. **D.** $x_{CĐ}=-1;x_{CT}=0$
.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$y=3x^2-2x^3\Rightarrow y'=-6x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\,(y=0)\\x=1\,(y=1)\end{array}\right.$.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Câu 57 : Hàm số $y=-x^3+3x+2$ có giá trị cực đại là:

A. 4. **B.** 0. **C.** 1. **D.** – 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y'=-3x^2+3$. Cho $y'=0\Leftrightarrow-3x^2+3=0\Leftrightarrow x=\pm1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại là $y(1)=4$.

Câu 58: $x=2$ không phải là điểm cực đại của hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$. **B.** $y=-x^2+4x-1$.

C. $y=\dfrac{x^3}{3}-3x^2+8x-1\cdot$ **D.** $y=\dfrac{-x^4}{4}+2x^2+1\cdot$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

BBT

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 59: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Nếu đồ thị hàm số có hai hai điểm cực trị là gốc tọa độ O và điểm $A(2;-4)$ thì phương trình của hàm số là:

A. $y=-3x^3+x^2$. **B.** $y=-3x^3+x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^3-3x^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $A(2;-4)$ nên ta có $\begin{cases} d=0 & (1) \\ 8a+4b+2c+d=-4 & (2) \end{cases}$.

Lại có $O(0;0)$ và $A(2;-4)$ là hai điểm cực trị nên $\begin{cases} y'(0)=0 \\ y'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 & (3) \\ 12a+4b+c=0 & (4) \end{cases}$.

Từ (1), (2), (3) và (4) ta có $\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=0 \end{cases}$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=x^3-3x^2$.

Câu 60: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(0;0)$, $B(1;1)$ thì các hệ số a, b, c, d có giá trị lần lượt là:

A. $a=-2; b=1; c=0; d=0$. **B.** $a=0,\ b=0,\ c=-2,\ d=3.$.

C. $a=-2,\ b=0,\ c=3,\ d=0.$. **D.** $a=-2,\ b=3,\ c=0,\ d=0.$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có: $\begin{cases} y(0)=0 \\ y(1)=1 \\ y'(0)=0 \\ y'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ a+b+c+d=1 \\ c=0 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=3 \\ c=0 \\ d=0 \end{cases}$

Câu 61: Biết $M(-1;0), N(1;-4)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=3$

A. $y(3)=14.$ **B.** $y(3)=20.$ **C.** $y(3)=16.$ **D.** $y(3)=22.$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có : $y'=3ax^2+2bx+c$

Theo bài ra ta có hệ điều kiện sau :

$$\begin{cases} y'(-1)=0 \\ y'(1)=0 \\ y(-1)=0 \\ y(1)=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \\ -a+b-c+d=0 \\ a+b+c+d=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ d=-2 \\ a=1 \\ c=-3 \end{cases}$$

Khi đó ta có : $y=x^3-3x-2$.

Do đó : $y(3)=16$.

Câu 62: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+9x-1 \quad (1)$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. Hàm số (1) đồng biến trên $\mathbb{R}$. . .

B. Đồ thị hàm số (1) nhận điểm $I(1;6)$ làm tâm đối xứng.

C. Hàm số (1) đạt cực tiểu tại $x=3; y_{CT}=26$.

D. Phương trình $x^3-3x^2+9x=m+1$ luôn có nghiệm duy nhất với mọi m.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Có $y'=3x^2-6x+9=3\left(x^2-2x+3\right)$, $y'=0$ vô nghiệm nên hàm số không có cực trị.

Vậy phương án C sai.

Câu 63: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ là

A. $(-1;4)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-2;2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y'=-4x^3+4x$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			4				4		
	$-\infty$	↗		↘	3	↗		↘	$-\infty$

Câu 64: Hàm số nào sau đây có 2 cực đại?

A. $y=-\frac{1}{2}x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$.

C. $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2-3$. **D.** $y=2x^4+2x^2-3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Hàm số bậc 4 trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có hai cựa đại khi $a<0, b>0$.

Câu 65: Cho các phát biểu sau:.

I. Đồ thị hàm số có $y=x^4-x+2$ có trục đối xứng là Oy.

II. Hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ đạt cực trị tại điểm x_0 thuộc khoảng $(a;b)$ thì tiếp tuyến tại điểm $M\left(x_0, f\left(x_0\right)\right)$ song song với trục hoành.

III. Nếu $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên khoảng $(a;b)$.

IV. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a;b)$ và đạt cực tiểu tại điểm x_0 thuộc khoảng $(a;b)$ thì $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;x_0)$ và đồng biến trên khoảng (x_0,b).

Các phát biểu đúng là:

A. II, III, IV. **B.** I, II, III. **C.** III, IV. **D.** I, III, IV.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Hàm số có $y=x^4-x+2$ không là hàm số chẵn nên mệnh đề I sai.

Mệnh đề II, III, IV đúng.

Câu 66: Hàm số $y=2x^4-8x^3+15$:

A. Nhận điểm $x=3$ làm điểm cực đại.   **B.** Nhận điểm $x=0$ làm điểm cực đại.

C. Nhận điểm $x=3$ làm điểm cực tiểu.   **D.** Nhận điểm $x=3$ làm điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $D=\mathbb{R}$ và $y'=8x^3-24x^2$, $y'=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$.

BBT

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số nhận điểm $x=3$ làm điểm cực tiểu.

Câu 67: Đồ thị của hàm số $y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1$ có điểm cực tiểu là $M(x_1;y_1)$. Gọi $S=x_1+y_1$. Khi đó:

A. S = 5.   **B.** S = 6.   **C.** S = – 11.   **D.** S = 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1 \Rightarrow y'=12x^3-12x^2-12x+12=0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Do $(x-1)^2 \ge 0; \forall x \in \mathbb{R}$

$y''=36x^2-24x-12 \Rightarrow y''(-1)=48>0$

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $M(-1;-10)$ nên $S=-11$.

Câu 68: Cho hàm số $y=(x^2-3)^2$. Giá trị cực đại của hàm số $f'(x)$ bằng:

A. 8 .   **B.** -8.   **C.** 0.   **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$y=(x^2-3)^2 \Rightarrow y'=4x(x^2-3) \Rightarrow y''=12x^2-12 \Rightarrow y'''=24x.$

$y''=0 \Leftrightarrow 12x^2-12=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$

$y'''(-1)=-24$

Nên $f'(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$ và giá trị cực đại là 8.

Câu 69: Đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+ax+b$ có điểm cực tiểu $A(2;-2)$. Tính tổng $(a+b)$.

A. -14.   **B.** 14.   **C.** -20.   **D.** 34.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$y=x^4-3x^2+ax+b \Rightarrow y'=4x^3-6x+a \Rightarrow y''=12x^2-12x.$

Hàm số có điểm cực tiểu $A(2;-2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16-12+2a+b=-2 \\ 32-12+a=0 \\ 48-24>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-20 \\ b=34 \end{cases} \Rightarrow a+b=14.$$

Câu 70: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;3\right]$, có bảng biến thiên như hình vẽ:.

x	-2		-1		1		3
y'	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	‖
y	0	↗	1	↘	-2	↗	5

.

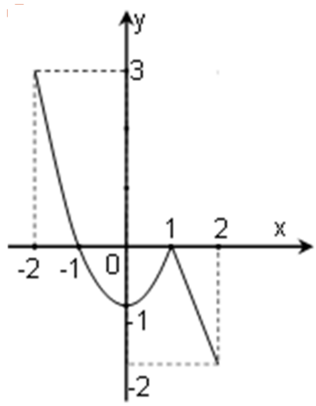
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0.
B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 5.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Câu 71: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=-2$.
B. $x=0$.
C. $x=1$.
D. $x=2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Câu 72: Đồ thị của hàm số $y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1$ đạt cực tiểu tại $M\left(x_1;\, y_1\right)$. Tính tổng x_1+y_1

A. 5.
B. -11.
C. 7.
D. 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Ta có : $y'=12x^3-12x^2-12x+12$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=6 \\ x=-1 \Rightarrow y=-10 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y		↘	-10	↗	6	↗	

$\Rightarrow M(-1;-10) \Rightarrow x_1 + y_1 = -11$.

Câu 73: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Vì y' đổi dấu khi đi qua các nghiệm $-1;0;1$ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 74: Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hàm số $y = x^4 + 4x^2 - 2$?

A. Đạt cực tiểu tại $x = 0$. **B.** Có cực đại và cực tiểu.

C. Có cực đại và không có cực tiểu. **D.** Không có cực trị.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 + 8x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Vì $y = x^4 + 4x^2 - 2$ là hàm số trùng phương có hệ số $a = 1 > 0$ và $y' = 0$ có một nghiệm $x = 0$ nên hàm đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 75: Hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 4$ đạt cực tiểu tại những điểm nào ?

A. $x = \pm\sqrt{2}, x = 0$. **B.** $x = \pm\sqrt{2}$. **C.** $x = \sqrt{2}, x = 0$. **D.** $x = -\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

. $y' = 4x^3 - 8x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Do $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}$.

Câu 76: Hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$y' = -4x^3 - 4x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Câu 77: Đồ thị của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ dương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có : $y'=4x^3-2x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0 & \Rightarrow y=1>0\\ x=\frac{1}{\sqrt{2}} & \Rightarrow y=\frac{3}{4}>0\\ x=-\frac{1}{\sqrt{2}} & \Rightarrow y=\frac{3}{4}>0\end{array}\right.$.

Câu 78: Tìm số cực trị của hàm số $y=x^4+4x^3$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$y=x^4+4x^3$ TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=4x^3+12x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-3\end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu của y' và suy ra hàm số có 1 cực trị

Câu 79: Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=x^4-2x^2+2$

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4x$, $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\\ x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

.

Dựa và bảng biến thiên ta thấy hàm số có ba cực trị.

Câu 80: Tìm tất cả các điểm cực đại của hàm số $y=-x^4+2x^2+1$

A. $x=\pm1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-4x^3+4x$.

$y'=0\Leftrightarrow -4x^3+4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm1\end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$+\infty$

Câu 81: Tính giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

A. $y_{CT} = 2$. **B.** $y_{CT} = 1$. **C.** $y_{CT} = -1$. **D.** $y_{CT} = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.

Câu 82: Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 + 100$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$y' = x^3$; $y'' = x^2 \geq 0$ hàm số không có cực đại.

Câu 83: Hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 5$

A. Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực đại. **B.** Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại.

C. Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực tiểu. **D.** Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$y' = 4x^3 - 8x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$$

$y'' = 12x^2 - 8$

$y''(0) = -8 < 0$

Suy ra $x = 0$ là điểm cực đại.

Câu 84: Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu ?

A. $y = x^4 - x^2 + 3$. **B.** $y = -x^4 - x^2 + 3$.

C. $y = -x^4 + x^2 + 3$. **D.** $y = x^4 + x^2 + 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Hàm số bậc 4 có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$

Câu 85: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

A. $y_{CT} = 1$. **B.** $y_{CT} = -1$. **C.** $y_{CT} = 0$. **D.** $y_{CT} = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-4x^3+4x$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow -4x^3+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=3$.

Câu 86: Tính giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=\frac{x^4}{2}-2x^2-1$.

A. $y_{CT}=-1$.

B. $y_{CT}=\sqrt{2}$ và $y_{CT}=-\sqrt{2}$.

C. $y_{CT}=-3$.

D. $y_{CT}=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$y=\frac{x^4}{2}-2x^2-1 \Rightarrow y'=2x^3-4x=2x\left(x^2-2\right)$

$\Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow 2x\left(x^2-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$

Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x=\sqrt{2}$ và $x=-\sqrt{2}$, $y_{CT}=-3$.

Câu 87: Cho hàm số $y=-x^4-2x^2+3$. Tìm khẳng định sai?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y'=-4x^3-8x$.

Khi đó $y'=0 \Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ là SAI.

Câu 88: Hàm số $y=x^4-2x^3+2x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$y' = 4x^3 - 6x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (4x+2)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-1}{2} \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số chỉ đạt cực trị tại $x = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 89: Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ đạt cực tiểu tại $M(x_1; y_1)$. Khi đó $x_1 + y_1$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** -11. **D.** 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1 \Rightarrow y' = 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = -10 \\ x = 1 \Rightarrow y = 6 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$		-10		6		$+\infty$

Vậy hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ đạt cực tiểu tại $M(-1; -10)$. Khi đó $x_1 + y_1 = -11$.

Câu 90: Hàm số nào trong các hàm số sau đây không có cực trị?

A. $y = |x|$. **B.** $y = x^3 - x^2 + 3x + 5$. **C.** $y = x^4 + x^2 - 2$. **D.** $y = 3x^2 + 2x - 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$y' = 3x^2 - 2x + 3 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 91: Trong các hàm số sau, hàm số nào chỉ có cực đại mà không có cực tiểu ?

A. $y = x^3 + 3x^2 - 6x + 1$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x}$. **C.** $y = -x^4 - x^2 + 5$. **D.** $y = \dfrac{4x^2 + x - 5}{x+2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Với $y = -x^4 - x^2 + 5$ ta có: $y' = -4x^3 - 2x$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y			CĐ		

Suy ra hàm số $y=-x^4-x^2+5$ chỉ có một cực đại mà không có cực tiểu.

Câu 92: Hàm số nào sau đây có $x_{CĐ}<x_{CT}$:

A. $y=x^3+3x-1$. **B.** $y=x^3-3x^2+2x-1$.

C. $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^4+x^2-1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Hàm số có $x_{CĐ}<x_{CT}$ nếu là hàm số bậc ba thì phải có hệ số $a>0$ nên ta loại C.

Ta loại đáp án A vì hàm số $y=x^3+3x-1$ không có cực trị $\left(y'=3x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}\right)$.

Loại đáp án D vì hs $y=x^4+x^2-1$ chỉ có 1 cực trị .

Vậy ta chọn đáp án B.

Câu 93: Hàm số nào dưới đây không có cực trị ?

A. $y=x^4+x^2.$ **B.** $y=x^2-1.$ **C.** $y=x^3-x^2.$ **D.** $y=x^3+3x.$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có: $y'=3x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 94: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\left|x\right|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực trị tại $x=0$. **B.** Đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(1;-1\right)$.

C. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm tại $x=0$. **D.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn đáp án A.

Câu 95: $x=2$ không phải là điểm cực đại của hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$. **B.** $y=-x^2+4x-1$.

C. $y=\dfrac{x^3}{3}-3x^2+8x-1\cdot$ **D.** $y=\dfrac{-x^4}{4}+2x^2+1\cdot$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y=\frac{x^2+x-1}{x-1}\Rightarrow y'=\frac{x^2-2x}{\left(x-1\right)^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right..$$

BBT

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	‖	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

Câu 96: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x+1}$.

A. Không tồn tại cực trị. **B.** $y_{CT}=-1.$

C. $y_{CT} = 0$. **D.** $y_{CT} = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Vì $y' = \dfrac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Hàm số không có cực trị.

Câu 97: Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$

A. $y_{CD} = -1$. **B.** $y_{CD} = 3$. **C.** $y_{CD} = 0$. **D.** $y_{CD} = -\dfrac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$y' = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1; y = -1 \\ x = 3; y = 3 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Kết hợp cả 2 trường hợp ta có $-3 < m < 1$

Câu 98: Hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2, khi đó tích $x_1.x_2$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -2. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có: $y = \dfrac{x^2 - 4x + 1}{x + 1} = x - 5 + \dfrac{6}{x+1} \Rightarrow y' = 1 - \dfrac{6}{(x+1)^2}$

$y' = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 6 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{6} - 1 \\ x = \sqrt{6} - 1 \end{array}\right.$

Khi đó $x_1.x_2 = -5$.

Câu 99: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		5		8		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

.

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 2.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 5.
C. Hàm số có đúng một điểm cực trị.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $x = 8$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Câu 100: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	0	$+$	
y			2				$+\infty$
	$-\infty$				-3		

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. Hàm số có đúng một cực trị.
B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi x qua 0, mặt khác $\lim\limits_{x \to 0^+} y = \lim\limits_{x \to 0^-} y = 2$ nên hàm số đã cho liên tục tại $x = 0$. Do đó hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi x qua điểm 1, đồng thời $y'\left(1\right) = 0$ nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 101: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			-1				$+\infty$
	$-\infty$				-5		

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. Hàm số không có cực trị. **B.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x = 2$.
C. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $\left(2;-5\right)$. **D.** Giá trị lớn nhất của hàm số là -1.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Câu 102: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x + 8}{x - 2}$. Số điểm cực trị của hàm số là:
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{2\right\}$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2 - 4x}{\left(x-2\right)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0,\ y = -4 \\ x = 4,\ y = 4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		4		
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$ $-\infty$	$\|\|$	$+\infty$ $\searrow$	4	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 103: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

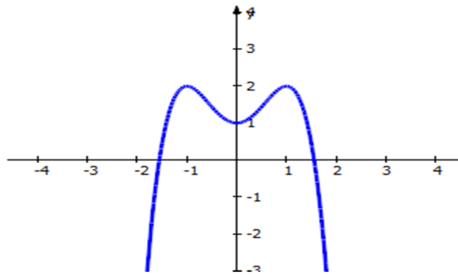
A. Hàm số có đúng hai cực trị.
B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 hoặc 1.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 104: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



A. $x = 1$.   **B.** $x = -1$.
C. $x = 2$.   **D.** $x = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Câu 105: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.   **B.** Hàm số có hai cực trị $y_{CĐ} < y_{CT}$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.   **D.** Giá trị cực tiểu bằng -2.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án B.

$$y = \frac{x^2+3}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2};\ y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.;$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$ $-\infty$	$\|\|$	$+\infty$ $\searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số có hai cực trị $y_{CĐ} < y_{CT}$.

Câu 106: Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2+8}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực đại của hàm số bằng $\dfrac{1}{4}$. **B.** Cực đại của hàm số bằng $-\dfrac{1}{8}$.

C. Cực đại của hàm số bằng 2. **D.** Cực đại của hàm số bằng -4.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \dfrac{x^2+8-2x(x+1)}{(x^2+8)^2} = \dfrac{-x^2-2x+8}{(x^2+8)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -4,\ x = 2$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$, $y_{CĐ} = y(2) = \dfrac{1}{4}$.

Ghi chú. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$, $y_{CT} = y(-4) = -\dfrac{1}{8}$.

Câu 107: Tìm phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x^2+x-5}{x+2}$?

A. $y = 4x+1$. **B.** $y = x-5$. **C.** $y = 4x-5$. **D.** $y = 8x+1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

TXD: $x \neq -2$.

Ta có $y' = \dfrac{4x^2+16x+8}{(x+2)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x^2+16x+8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2+\sqrt{2} \\ x = -2-\sqrt{2} \end{array}\right.$, khi đó tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là : $A\left(2+\sqrt{2};\dfrac{50+47\sqrt{2}}{14}\right); B\left(2-\sqrt{2};\dfrac{504-7\sqrt{2}}{14}\right)$. Từ đó ta có đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = 8x+1$.

Giải nhanh: Ta nhận thấy hàm số có hai điểm cực trị suy ra đường thẳng qua hai cực trị có phương trình: $d: y = \dfrac{(4x^2+x-5)'}{(x+2)'} = 8x+1$.

Câu 108: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định ,liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		+	0	−	||	+	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0 .

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.

D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy:

□ y' đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ khi x đi qua $x=-1$ từ trái sang phải nên hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

□ y' đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi x đi qua $x=0$ từ trái sang phải nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 109: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$

A. $y_{CT}=1$. **B.** $y_{CT}=4$. **C.** $y_{CT}=-2$. **D.** $y_{CT}=-4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$y=\dfrac{x^2+4}{x}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{x^2-4}{x^2}$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$$

y' không xác định tại $x=0$.

BBT

x	$-\infty$		-2		0		2		
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-4	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	4	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT ta có $y_{CT}=4$.

Câu 110: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-5x^2+7x-3$ là

A. $\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{32}{27}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{-32}{27}\right)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y'=3x^2-10x+7$.

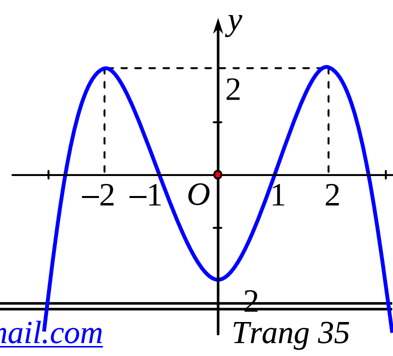
$$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-10x+7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{7}{3}\end{array}\right..$$

Do hàm số có $a>0$ nên có đạt cực đại tại $x=1$. Điểm cực đại của hàm số là $(1;0)$.

Câu 111: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

A. $y=-2$. **B.** $x=0$.

C. $M(0;-2)$. **D.** $N(2;2)$.



Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án C.

Câu 112: Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x}{x+1}$. Tính giá trị của biểu thức $P = x_1.x_2$.

A. $P = -5$. **B.** $P = -2$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = -4$.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án D.

Ta có $y' = \dfrac{x^2 + 2x - 4}{(x+1)^2}$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm cực trị. Khi đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$.

$y' = \dfrac{x^2 + 2x - 4}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$.

Theo định lý Vi-et, ta có $x_1.x_2 = -4$.

Câu 113: Hàm số $y = \sin x$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây ?

A. $x = -\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $x = \pi$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án D.

$y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$;

$y'' = -\sin x$; $y''\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -\sin\dfrac{\pi}{2} = -1 < 0$.

Câu 114: Hàm số $y = x - \sin 2x$ đạt cực đại tại các điểm nào cho dưới đây?

A. $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án D.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 1 - 2\cos 2x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 2x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$y'' = 4\sin 2x$ Khi đó:

$y''\left(\dfrac{\pi}{6} + k\pi\right) = 4\sin\left(\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\right) = 2\sqrt{3} > 0$; $y''\left(-\dfrac{\pi}{6} + k\pi\right) = 4\sin\left(-\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\right) = -2\sqrt{3}$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 115: Hàm số $y = x - \sin 2x + 3$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. Nhận điểm $x = -\dfrac{\pi}{6}$ làm điểm cực tiểu. **B.** Nhận điểm $x = \dfrac{\pi}{2}$ làm điểm cực đại.

C. Nhận điểm $x = -\dfrac{\pi}{6}$ làm điểm cực đại. **D**. Nhận điểm $x = \dfrac{\pi}{2}$ làm điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án C.

Cách 1

$y' = 1 - 2\cos 2x.$

$y' = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right..$

$y'' = 4\sin 2x$

$y''\left(\dfrac{\pi}{6} + k\pi\right) = 4\sin 2\left(\dfrac{\pi}{6} + k\pi\right) = 4\sin\dfrac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} > 0.$

Suy ra $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$ là điểm cực tiểu.

$y''\left(-\dfrac{\pi}{6} + k\pi\right) = 4\sin 2\left(-\dfrac{\pi}{6} + k\pi\right) = -4\sin\dfrac{\pi}{3} = -2\sqrt{3} < 0.$

Suy ra $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi$ là điểm cực đại.

Cách 2 : thử phương án

$y'' = 4\sin 2x$

$y''\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = -2\sqrt{3} < 0$ suy ra đáp án **A** loại.

$y''\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$ suy ra đáp án **B** loại.

$y''\left(-\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$ suy ra đáp án **D** loại.

Câu 116: Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $y = \dfrac{1}{2}\sin 2x + \cos x - 2017$.

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = -\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y' = \cos 2x - \sin x = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x - \sin x + 1 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \sin x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \left(k \in \mathbb{Z}\right).$$

Câu 117: Tìm điểm cực đại $x_{CĐ}$ (nếu có) của hàm số $y = \sqrt{x-3} - \sqrt{6-x}$

A. $x_{CD} = 3$. **B.** $x_{CĐ} = 6$.

C. $x_{CĐ} = \sqrt{6}$. **D.** Hàm số không có điểm cực đại.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} + \frac{1}{2\sqrt{6-x}} = \frac{\sqrt{6-x} + \sqrt{x-3}}{2\sqrt{x-3}\sqrt{6-x}} > 0 \quad \forall x \in \left(3;6\right)$$

Nên hàm số không ó cực đại

Câu 118: Cho hàm số $y = x^2.\ln x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = \sqrt{e}$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{e}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$y' = (x^2.\ln x)' = 2x\ln x + x.$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x\ln x + x = 0 \Leftrightarrow x\left(2\ln x + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \ \left(KTM\right) \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{e}} \end{array}\right.$$

$y'' = 2\ln x + 3$

$y''\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right) = 2 > 0.$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 119: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

.

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-1;0\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.
B. được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.
C. $x_0 = 1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.
D. $M\left(0;2\right)$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án D.

* Hàm số đồng biến trên $\left(-1;0\right)$ và $\left(1;+\infty\right) \Rightarrow A$ đúng.

*$x=-1; x=1$ là các điểm cực tiểu của hàm số, $f\left(-1\right); f\left(1\right)$ là các giá trị cực tiểu của hàm số $\Rightarrow$ B,C đúng.

*$M\left(0;2\right)$ được gọi là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $\Rightarrow$ D sai.

Câu 120: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

A. 1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** -6.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án B.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$.

$$y'=\frac{2x\left(x+1\right)-\left(x^2+3\right)}{x+1}=\frac{x^2+2x-3}{\left(x+1\right)^2}$$

$$y'=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$$

BBT

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	||	-	0	+	
y					||				

Giá trị cực tiểu của hàm số $y_{CT}=y\left(1\right)=2$

Câu 121: Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+3}{x-2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -2.. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 3..
C. Cực tiểu của hàm số bằng 1.. **D.** Cực tiểu của hàm số bằng -6.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án C.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$y' = \frac{-2x(x-2) - (-x^2+3)}{(x-2)^2} = \frac{-x^2+4x-3}{(x-2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -x^2+4x-3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

BBT

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		-	0	+	||	+	0	-	
y		↘		↗	||	↗		↘	

Vậy cực tiểu của hàm số bằng 1. .

Câu 122: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+1}$.

A. Không tồn tại cực trị. **B.** $y_{CT} = -1$.

C. $y_{CT} = 0$. **D.** $y_{CT} = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Vì $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Hàm số không có cực trị.

Câu 123: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	-∞		-1		0		1		+∞
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	+∞	↘	1	↗	2	↘	1	↗	+∞

Khẳng định nào sau đây là **sai ?**

A. $M(0;2)$ được gọi là **điểm cực đại của hàm số.**

B. $f(-1)$ được gọi là **giá trị cực tiểu của hàm số.**

C. $x_0 = 1$ được gọi là **điểm cực tiểu của hàm số.**

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Điểm $M(0;2)$ được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Câu 124: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{x}$, tìm khẳng định đúng?

A. Hàm số đã cho có đạt cực tiểu duy nhất là $y=1$.

B. Hàm số đã cho đạt cực đại duy nhất là $y=-\frac{1}{2}$.

C. Hàm số đã cho chỉ có giá trị cực tiểu là $y=-\frac{1}{2}$.

D. Hàm số đã cho không có cực trị.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y'=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}$. Khi đó $y'=0\Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

+ hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$

+ giá trị cực tiểu của hàm số là $y=-\frac{1}{2}$

+ Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $\left(1;-\frac{1}{2}\right)$

Câu 125: Biết hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x-1)x^2(x+1)^3(x+2)^4$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$f'(x)=(x-1)x^2(x+1)^3(x+2)^4$

Ta thấy phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm đơn là $1;\ -1$ và 2 nghiệm kép là $0,\ -2$.

Từ đó số điểm cực trị là 2.

Câu 126: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Sử dụng: (Điều kiện đủ để hàm số có cực trị)

- Nếu $f'(x)<0,\forall x\in(a,x_0)$ và $f'(x)>0,\forall x\in(x_0;b)$ thì đạt cực tiểu tại x_0;
- Nếu $f'(x)>0,\forall x\in(a,x_0)$ và $f'(x)<0,\forall x\in(x_0;b)$ thì đạt cực đại tại x_0 .

Suy ra hàm số có 2 cực trị và đạt cực đại tại $x=0$; đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 127: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số có đúng một cực trị.
B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 128: Biết phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0\,(a\neq 0)$ có đúng hai nghiệm thực. Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

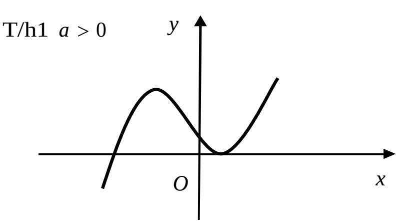
A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

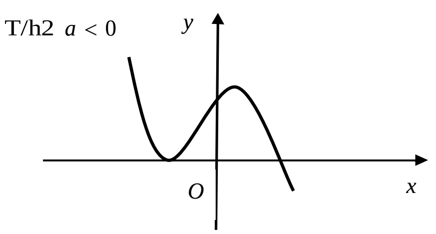
Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

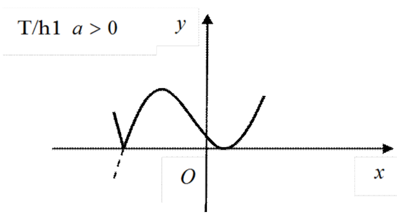
Ta có $ax^3+bx^2+cx+d=0$ có hai nghiệm thực nên đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ cắt trục hoành tại hai điểm.

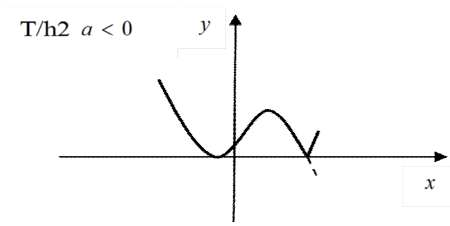
Khi đó ta có đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ như sau.





Khi đó đồ thị của hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|=\begin{cases}ax^3+bx^2+cx+d,\text{khi } y\geq 0\\ -\left(ax^3+bx^2+cx+d\right),\text{khi } y<0\end{cases}$ là.





Dựa vào đồ thị ta thây hàm sô có ba cực trị.

DẠNG 2: CỰC TRỊ CỦA HÀM BẬC 3

Cho hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

1. Để hàm số có cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$

2. Để hàm số có không cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ hoặc vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta \le 0$

3. Đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu.

+) Cách 1: Tìm tọa độ các điểm cực đại và cực tiểu A, B. Viết phương trình đường thẳng qua A, B.

+) Cách 2: Lấy y chia y' ta được: $y = (mx+n)y' + (Ax+B)$. Phần dư trong phép chia này là $y = Ax + B$ chính là phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại và cực tiểu.

Lưu ý: Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có dạng $y = \frac{1}{9}(Ax+B)$ với $\begin{cases} B = T(0) \\ A = T(1) - T(0) \end{cases}$, trong đó $T = 9ay - \frac{y''}{2}.y'$.

Câu 1. Cho hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \ne 0)$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

A. Hàm số (C) luôn có cực trị.
B. Hàm số (C) chỉ có thể có một cực trị hoặc không có cực trị.
C. Hàm số (C) chỉ có thể có hai cực trị hoặc không có cực trị.
D. Nếu hàm số (C) có hai cực trị thì đồ thị của hàm số (C) luôn cắt trục hoành tại ít nhất hai điểm phân biệt.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Câu 2. Cho hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \ne 0)$. Cho các phát biểu sau:

(1). Hàm số (C) không thể có hai điểm cực tiểu hoặc hai điểm cực đại.
(2). Hàm số (C) có thể có duy nhất một điểm cực trị.
(3). Đồ thị của hàm số (C) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt nếu (C) có hai cực trị trái dấu.
(4). Đồ thị của hàm số (C) luôn cắt trục hoành tại ít nhất một điểm.
Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu đã cho?

A. 1 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Câu 3. Cho hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có $a > 0$ và $b^2 - 3ac > 0$. Chọn khẳng định **SAI**:

A. Hàm số (C) có hai điểm cực trị đồng thời hoành độ điểm cực đại nhỏ hơn hoành độ điểm cực tiểu.
B. $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty; \lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$.
C. Hàm số (C) có hai điểm cực trị đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn hoành độ điểm cực đại.
D. Đồ thị của hàm số (C) không có đường tiệm cận.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Câu 4. Hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị, đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn hoành độ điểm cực đại nếu

A. $a < 0$ và $b^2 - 3ac > 0$. **B.** $a > 0$ và $b^2 - 3ac > 0$.
C. $a \ne 0$ và $b^2 - 3ac > 0$. **D.** $a < 0$ và $b^2 - 12ac > 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Câu 5. Với giá trị của tham số thực m nào thì hàm số $y=(m+2)x^3+3x^2+mx-5$ có cực trị

A. $-2<m<1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right.$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\neq -2 \\ -3<m<1 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $D=\mathbb{R}$, $y'=3(m+2)x^2+6x+m$.

TH 1: $m=-2$.

Khi đó $y=3x^2-2x-5$ là hàm số bậc 2 nên có cực trị.

TH 2: $m\neq -2$.

Hàm số có cực trị khi và chỉ khi $\Delta'=9-3(m+2)m>0 \Leftrightarrow m^2+2m-3<0 \Leftrightarrow -3<m<1$

Câu 6. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=x^3-\frac{1}{2}x^2+(1-2m)x+5m^3-3$ có 2 cực trị

A. $m<\frac{11}{24}$. **B.** $m\le\frac{11}{24}$. **C.** $m>\frac{11}{24}$. **D.** $m\ge\frac{11}{24}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $y'=3x^2-x+(1-2m)$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow$ y' đổi dấu 2 lần

$\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta=1-4.3(1-2m)>0 \Leftrightarrow 24m>11 \Leftrightarrow m>\frac{11}{24}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\forall m<1$ thì hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số luôn luôn có cực đại và cực tiểu.

C. $\forall m\neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu. **D.** $\forall m>1$ thì hàm số có cực trị.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2+2mx+(2m-1)$, $y'=0 \Leftrightarrow x^2+2mx+(2m-1)=0\ (*)$.

Vì hàm số đang xét là hàm bậc ba nên hàm số đã cho có cực trị (có hai cực trị) khi chỉ khi

$$\Delta'>0 \Leftrightarrow m^2-2m+1>0 \Leftrightarrow m\neq 1.$$

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(4m-3)x+1$. Tìm m để hàm số có hai cực trị.

A. $m<1$hoặc $m>3$. **B.** $m\le 13$. **C.** $m\ge 3$. **D.** $m\le 1$hoặc

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

TXD: $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-2mx+4m-3$, hàm số có hai điểm cực trị thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và đổi dấu qua hai nghiệm ấy. Khi đó ta có $y'=0 \Leftrightarrow x^2-2mx+4m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt thì :

$\left\{\begin{array}{l} a=1\neq 0 \\ \Delta'>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m^2-4m+3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<1 \end{array}\right.$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)=-x^3+(2m-1)x^2-(2-m)x-2$. Tìm m để đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu?

A. $m\in(-1;+\infty)$. **B.** $m\in\left(-1;\frac{5}{4}\right)$.

C. $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$y=-x^3+(2m-1)x^2-(2-m)x-2$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=-3x^2+2(2m-1)-2+m$

Đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow$ Pt $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$

$\Delta'=(2m-1)^2+3(-2+m)>0 \Leftrightarrow 4m^2-m-5>0 \Leftrightarrow m\in(-\infty;-1)\cup\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$.

Câu 10. Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(m+6)x-(2m+1)$ có cực đại và cực tiểu?

A. $m<-2$ hoặc $m>3$. **B.** $-2<m<3$. **C.** $m<3$. **D.** $m<-3$ hoặc $m>2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có : $y'=x^2+2mx+m+6$.

Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Do đó : $\Delta'=m^2-m-6>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>3\\m<-2\end{array}\right.$.

Câu 11. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+3m^2$ có hai cực trị

A. $m=0$. **B.** $m>0$. **C.** $m<0$. **D.** $m\neq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6mx$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m\end{array}\right.$.

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 0$.

Câu 12. Tìm m để hàm số $y=x^3-3mx^2+1$ luôn có cực đại, cực tiểu là

A. $m\neq 2$. **B.** $m=2$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$y'=3x^2-6mx$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m\end{array}\right.$.

Hàm số có hai cực trị khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt khi $m\neq 0$.

Câu 13. Hàm số $y=(m-3)x^3-2mx^2+3$ không có cực trị khi:

A. $m=3$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=3\end{array}\right.$. **C.** $m=0$. **D.** $m\neq 3$.

Hướng dẫn giải:
Chọn C.
Ta có: $y'=3(m-3)x^2-4mx$

Nếu $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 3 \end{cases}$ thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt. Do đó hàm số có cực trị.

Nếu $m=3$ thì $y'=-12x=0\Leftrightarrow x=0$. Hàm số có cực trị.

Nếu $m=0$ thì $y'=-9x^2<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số không có cực trị.

Vậy với $m=0$ thì hàm số không có cực trị.

Câu 14. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=x^3-mx^2-2x+1$ có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. Với mọi giá trị của m.
B. $m>\sqrt{6}$ hoặc $m<-\sqrt{6}$.
C. $m>0$.
D. $m\neq 0$.

Hướng dẫn giải:
Chọn A.
Ta có: $y'=3x^2-2mx-2$.

Để hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu

$\Leftrightarrow$ $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và đạo hàm qua hai nghiệm đó đổi dấu

$\Leftrightarrow$ $3x^2-2mx-2=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2+6>0,\forall m.$

có hai nghiệm phân biệt cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -3 \\ m<-\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 15. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+2$ có hai điểm cực trị A, B sao cho A,B và $M(1;-2)$ thẳng hàng

A. $m=\pm\sqrt{2}$.
B. $m=\sqrt{2}$.
C. $m=-\sqrt{2}$.
D. 0.

Hướng dẫn giải:
Chọn A.

$y=x^3-3mx^2+2\Rightarrow y'=3x^2-6mx=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$. Hàm số có 2 cực trị khi $m\neq 0$

Giả sử $A(0;2)$; $B(2m;-4m^3+2)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(1;-4);\overrightarrow{AB}=(2m;-4m^3)$

A,B,M thẳng hàng $\Leftrightarrow \dfrac{2m}{1}=\dfrac{-4m^3}{-4}\Leftrightarrow m^2=2\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}.$

Câu 16. Giá trị của m để hàm số $y=x^3-3mx^2+m$ có hai điểm cực trị tại B và $C,$ sao cho 3 điểm $A(-1;\ 3),$ $B,$ C thẳng hàng là:

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{-3}{2} \end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{-3}{2} \end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=0 \end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{-3}{2} \\ m=0 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:
Chọn A.
Hàm số $y=x^3-3mx^2+m$ có $y'=3x^2-6mx.$

$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6mx=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$

Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì $m \neq 0$. Ta loại đáp án B, C, D.
Vậy đáp án đúng là đáp án A.

Câu 17. Tìm m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2+m-1\right)x+1$ đạt cực trị tại 2 điểm x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+x_2)^2=16$

A. $m=\pm 2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** Không tồn tại m.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $y'=x^2-2mx+m^2+m-1$; cho $y'=0$.

Hàm số có hai cực trị khi $\begin{cases} a=1\neq 0 \\ \Delta'=m^2-\left(m^2+m-1\right)>0 \end{cases} \Leftrightarrow m<1$.

$(x_1+x_2)^2=16 \Leftrightarrow (2m)^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

So điều kiện $\Rightarrow m=-2$.

Câu 18. Cho hàm số $y=x^3-3mx+1$ (1). Cho $A(2;\ 3)$, tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A.

A. $m=\frac{-1}{2}$. **B.** $m=\frac{-3}{2}$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $y'=3x^2-3m$. $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{m} \Rightarrow y=1-2m\sqrt{m} \\ x=-\sqrt{m} \Rightarrow y=1+2m\sqrt{m} \end{array}\right.$ (Điều kiện $m>0$).

$\Rightarrow B\left(\sqrt{m};1-2m\sqrt{m}\right);C\left(-\sqrt{m};1+2m\sqrt{m}\right)$.

Trung điểm của BC là $H(0;1)$.

$\overrightarrow{AH}=(-2;-2)=-2(1;1)$; $\overrightarrow{BC}=\left(-2\sqrt{m};4m\sqrt{m}\right)=2\left(-\sqrt{m};2m\sqrt{m}\right)$.

Tam giác ABC cân tại $A \Rightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow -\sqrt{m}+2m\sqrt{m}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

So điều kiện ta có $m=\frac{1}{2}$.

Câu 19. Tìm giá trị m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}mx$ có hai cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2+2x_1x_2=0$.

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\frac{4}{3}$. **D.** $m=-3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y' = x^2 - 2x - \frac{1}{3}m$. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m = 0$.

Hàm số có hai cực trị khi $\begin{cases} a = 3 \neq 0 \\ \Delta' = 9 + 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3$.

Định lí viet : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -\dfrac{m}{3} \end{cases}$.

$x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0 \Leftrightarrow 2 + 2\left(\frac{-m}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB tạo thành tam giác vuông tại O, O là gốc tọa độ.

A. $m = -1$. **B.** $m > 0$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3m$;

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = m$

Hàm số có hai cực trị $x_1, x_2 \Leftrightarrow m > 0$.

Lúc đó: $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \sqrt{m} \Rightarrow y_1 = 2m\sqrt{m} + 1 \\ x_2 = -\sqrt{m} \Rightarrow y_2 = -2m\sqrt{m} + 1 \end{array} \right.$

Tam giác OAB vuông tại O $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{m}.\left(-\sqrt{m}\right) + \left(2m\sqrt{m} + 1\right)\left(-2m\sqrt{m} + 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow -m + 1 - \left(2m\sqrt{m}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow -m + 1 - 4m^3 = 0$

$\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + \left(m^2 + 2m\right)x + 1$ (m là tham số). Giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ là:

A. $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ suy ra $y'(2) = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \end{array} \right.$.

Với $m = 0$ thì $y' = x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array} \right.$ và $y'' = 2x - 2 \Rightarrow y''(2) = 2 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Với $m = 2$ thì $y' = x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4 \end{array} \right.$ và $y'' = 2x - 6 \Rightarrow y''(2) = -2 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 22. Hàm số $f(x) = x^3 - (m+1)x^2 + \left(m^2 - 3m + 2\right)x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi

A. $m=2$. **B.** 5. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $f'(x_0)=3x^2-2(m+1)x+m^2-3m+2$, $f''(x_0)=6x-2(m+1)$

Để hàm số bậc 3 đạt cực tiểu tại x_0 thì $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(2)=0 \\ f''(2)<0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3.4-2(m+1).2+m^2-3m+2 \\ 12-2(m+1)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2-7m+10=0 \\ m>5 \end{cases} \Rightarrow m=2$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-(m+1)x^2+(m^2-3)x-1$ đạt cực trị tại $x=-1$.

A. $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=0$; $m=-2$. **D.** $m=0$; $m=2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-2(m+1)x+m^2-3$, $y''=2x-2(m+1)$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=-1$ $\Rightarrow \begin{cases} y'(-1)=0 \\ y''(-1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2(m+1)+m^2-3=0 \\ -2-2(m+1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \wedge m=0 \\ m\neq -2 \end{cases}$

Vậy $m=0$ thì hàm số đạt cực trị tại $x=-1$.

Câu 24. Tìm m để đồ thị hàm số $y=-x^3+3mx+1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại gốc tọa độ O.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+3m$. $y'=0 \Leftrightarrow x^2-m=0$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Rightarrow$ phương trình $x^2-m=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Gọi x_1, x_2 là nghiệm phương trình $x^2-m=0 \Rightarrow x_1^2=x_2^2=m$.

Khi đó toạ độ hai điểm cực trị là $A\left(x_1;-x_1^3+3mx_1+1\right); B\left(x_2;-x_2^3+3mx_2+1\right)$

Hay $A\left(x_1;2x_1^3+1\right); B\left(x_2;2x_2^3+1\right)$ (thay $m=x_1^2=x_2^2$).

Tam giác OAB vuông tại $O \Rightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow x_1.x_2+\left(2x_1^3+1\right)\left(2x_2^3+1\right)=0$

$\Leftrightarrow x_1x_2+4(x_1x_2)^3+2\left(x_1^3+x_2^3\right)+1=0 \Leftrightarrow x_1x_2+4(x_1x_2)^3+2(x_1+x_2)\left(x_1^2-x_1x_2+x_2^2\right)+1=0$

$\Leftrightarrow -m-4m^3+1=0$ (Áp dụng định lí Vi-et)

$\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 25. Để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=(m+2)x^3+3x^2+mx-5$ có hoành độ dương thì giá trị của m là :

A. $-3<m<-2$. **B.** $2<m<3$. **C.** $-1<m<1$. **D.** $-2<m<2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m$

Đề các điểm cực đai và cực tiểu của đồ thị hàm số có hoành độ dương thì: $y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt

Ta có: $\begin{cases} 9-3m(m+2)>0 \\ \dfrac{-6}{2.3(m+2)}>0 \\ \dfrac{m}{3(m+2)}>0 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m<-2$

Câu 26. Hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi :

A. $m=0$ **B.** $m\neq 0$ **C.** $m>0$ **D.** $m<0$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2-6x+m$

$y''=6x-6$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ thì: $\begin{cases} y'(2)=0 \\ y''(2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ 6>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=0$

Câu 27.Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=4x^3+mx^2-3x$ đạt cực trị $x_1,\,x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1=-4x_2$.

A. $m=-1$ hoặc $m=1$.

B. $m=-\dfrac{9}{2}$ hoặc $m=\dfrac{9}{2}$.

C. $m=-\dfrac{2}{9}$ hoặc $m=\dfrac{2}{9}$.

D. $m=-2$ hoặc $m=2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$y'=12x^2+2mx-3$

Ta có $a.c<0$ suy ra $y'=0$ luôn có 2 nghiệm trái dấu suy ra hàm số luôn đạt cực trị $x_1,\,x_2$

Ta có $x_1=-4x_2 \Leftrightarrow -3x_2=x_1+x_2=-\dfrac{m}{6} \Leftrightarrow x_2=\dfrac{m}{18} \Rightarrow x_1=-\dfrac{2m}{9}$

$x_1.x_2=-\dfrac{m^2}{81} \Leftrightarrow -\dfrac{m^2}{81}=-\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m=\pm\dfrac{9}{2}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$. Tìm m để hàm số có 2 điểm cực trị tại $x_1,\,x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=2$.

A. $m=\pm 1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm 3$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y'=x^2-2mx-1$, do $\Delta=m^2+1>0,\forall m$ suy ra phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$x_1,\,x_2$ thỏa mãn $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=-1 \end{cases}$

${x^2}_1 + x_2^2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2 \Leftrightarrow 4m^2 - 2(-1) = 2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 29. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = -x^3 + mx^2 + (m^2 + 2m - 3)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$.

A. $\{1\}$. **B.** $\{-3;1\}$. **C.** $\{-1\}$. **D.** $\{-3\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$y' = -3x^2 + 2mx + (m^2 + 2m - 3)$; $y'' = -6x + 2m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) = 0 \\ y''(0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 = 0 \\ 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -3 \end{array}\right. \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB cũng đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

A. -9. **B.** $-\dfrac{25}{9}$. **C.** $-\dfrac{16}{25}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $y = x^3 + ax^2 + bx + c$; $y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Thực hiện phép chia y cho y', ta được $y = \left(\dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{9}a\right).y' + \left(\dfrac{2}{3}b - \dfrac{2}{9}a^2\right)x + c - \dfrac{1}{9}ab$.

Suy ra phương trình đường thẳng AB là: $y = \left(\dfrac{2}{3}b - \dfrac{2}{9}a^2\right)x + c - \dfrac{1}{9}ab$.

Do AB đi qua gốc tọa độ $O \Rightarrow c - \dfrac{1}{9}ab = 0 \Leftrightarrow ab = 9c$.

Ta có $P = abc + ab + c = 9c^2 + 10c = \left(3c + \dfrac{5}{3}\right)^2 - \dfrac{25}{9} \geq -\dfrac{25}{9}$.

$\min\limits_{\mathbb{R}} P = -\dfrac{25}{9}$ khi $\begin{cases} c = -\dfrac{5}{9} \\ ab = -5 \end{cases}$.

Câu 31. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx + 1$.Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$?

A. $m = \dfrac{2}{3}$. **B.** $m = \dfrac{3}{2}$. **C.** $m = -\dfrac{2}{3}$. **D.** $m = -\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$

$\Leftrightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$.

Thử lại với $m = \dfrac{3}{2}$

$y'' = 6x \Rightarrow y''(1) = 6 > 0$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 32.Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + (1 - m^2)x + 1$ có 2 điểm cực trị nằm về 2 phía khác nhau đối với trục tung?

A. $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right.$ **B.** $-1<m<1$ **C.** $-1\le m\le 1$ **D.** $-\frac{1}{3}<m<\frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$y'=3x^2-8x+\left(1-m^2\right)$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm về 2 phía trục tung khi $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow 1-m^2<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right.$

Câu 33. Với giá trị nào của tham số m, đồ thị hàm số $y=-\left(x-1\right)^3+3m^2\left(x-1\right)-2$ có hai điểm cực trị cách đều gốc tọa độ?

A. $m=5.$ **B.** $m=\pm\frac{1}{3}.$ **C.** $m=\pm\frac{1}{2}.$ **D.** $m=-5.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

TX Đ: $\mathbb{R}$

$y'=-3\left(x-1\right)^2+3m^2;\ y'=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2=m^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1+m \\ x=1-m \end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l} y=2m^3-2 \\ y=-2m^3-2 \end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số có hai cực trị thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt: $m\ne 0$

Khi đó hai điểm cực trị là $A\left(1+m;2m^3-2\right);\ B\left(1-m;-2m^3-2\right).$

Theo giả thiết, ta có : $OA=OB\Leftrightarrow\sqrt{\left(1+m\right)^2+\left(2m^3-2\right)^2}=\sqrt{\left(1-m\right)^2+\left(-2m^3-2\right)^2}$

$\Leftrightarrow\left(1+m\right)^2+\left(2m^3-2\right)^2=\left(1-m\right)^2+\left(-2m^3-2\right)^2\Leftrightarrow 16m^3-4m=0\Leftrightarrow 4m\left(4m^2-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=\frac{1}{2} \\ m=-\frac{1}{2} \end{array}\right..$

Câu 34. Biết rằng hàm số $y=\frac{2}{3}x^3+(m+1)x^2+(m^2+4m+3)x+\frac{1}{2}$ đạt cực trị tại x_1,x_2. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x_1x_2-2(x_1+x_2)$

A. $\min P=-9.$ **B.** $\min P=-1.$ **C.** $\min P=-\frac{1}{2}.$ **D.** $\min P=-\frac{9}{2}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $y'=2x^2+2\left(m+1\right)x+m^2+4m+3$

Vì hàm số đã cho đạt cực trị tại x_1,x_2 theo Viet ta có

$\left\{\begin{array}{l} x_1.x_2=\frac{m^2+4m+3}{2} \\ x_1+x_2=-\left(m+1\right) \end{array}\right.$ thay vào biểu thức $P=x_1x_2-2\left(x_1+x_2\right)$ ta được

$P=\frac{m^2+4m+3}{2}+2\left(m+1\right)=\frac{m^2+8m+7}{2}=\frac{\left(m+4\right)^2-9}{2}$

Vậy để $p_{\min} \Leftrightarrow (m+4)^2 = 0$ hay $P_{\min} = -\dfrac{9}{2}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$, đạt cực tiểu tại $x = 4$, giá trị cực đại của $f(x)$ bằng 1 và giá trị cực tiểu của $f(x)$ bằng – 31. Tính hệ số b.

A. $b = -2$. **B.** $b = -6$. **C.** $b = -3$. **D.** $b = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$, $\Delta' = b^2 - 3ac$

$f''(x) = 6ax + 2b$

Để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(0) = 0 \\ f''(0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b < 0 \end{cases}$ (1)

Để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(4) = 0 \\ f''(4) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 48a + 8b + c = 0 \\ 24a + 2b > 0 \end{cases}$ (2)

Mặt khác ta có $\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(4) = -31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ 64a + 16b + 4c + d = -31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ 64a + 16b + 4c = -32 \end{cases}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 48a + 8b = 0 \\ 64a + 16b = -32 \\ b < 0 \\ 12a + b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \end{cases} (TM)$

Vậy $b = -6$.

Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ với giá trị nào của m để hàm số có 2 điểm cực trị A và B sao cho $AB = \sqrt{20}$

A. $m = 1; m = 2$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = \pm 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 2m \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = 4m^3 \\ y_2 = 0 \end{array}\right.$

Suy ra $A(0; 4m^3), B(2m; 0)$

Theo giả thiết ta lại có, $AB = \sqrt{20} \Leftrightarrow \sqrt{4m^2 + 16m^6} = \sqrt{20} \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 37. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1.x_2 = 7$.

A. $m = 0$. **B.** $m = \pm\dfrac{9}{2}$. **C.** $m = \pm\dfrac{1}{2}$. **D.** $m = \pm 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có : $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$. $\Delta' = (3m)^2 - 9(m^2 - 1) = 9 > 0, \forall m$

Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số. Theo định lí Vi-et : $x_1 + x_2 = 2m$, $x_1.x_2 = m^2 - 1$.

Theo đề : $x_1^2 + x_2^2 - x_1.x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1.x_2 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu 38. Cho hàm số $y=-x^3+3mx^2-3m-1$. Tìm tập hợp tất cả giá trị thực của m để đồ thị hàm số có điểm cực đại, điểm cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: x+8y+8=0$.

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m\in\{\pm2,0\}$. **C.** $m\in\left\{\pm\frac{\sqrt{23}}{4};0\right\}$. **D.** $m\in\left\{\frac{\sqrt{23}}{4};2\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có : $y'=-3x^2+6mx=3x(-x+2m)$. $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0 & \Rightarrow y=-3m-1\\ x=2m & \Rightarrow y=4m^3-3m-1\end{array}\right.$

Với m = 0 ,hàm số không có cực trị.

Với $m\neq0$ đồ thị hàm số có hai điểm cực trị. $A(0;-3m-1), B(2m;4m^3-3m-1)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2m;4m^3)$

Đoạn thẳng AB có trung điểm $I(m;2m^3-3m-1)$

A ,B đối xứng với nhau qua đường thẳng $d\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}\text{ cung phuong }\overrightarrow{n_d}\\ I\in d\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2m}{1}=\dfrac{4m^3}{8}\\ m+8(2m^3-3m-1)+8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in\{0;\pm2\}\\ m\in\left\{0;\pm\dfrac{\sqrt{23}}{4}\right\}\end{cases}\Leftrightarrow m\in\{0\}\text{ (không thỏa đk } m\neq0\text{)}$$

Kết luận : không có giá trị m nào thỏa ycbt.

Câu 39. Cho hàm số $y=x^3+(1-2m)x^2+(2-m)x+m+2$ (1) .Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại, điểm cực tiểu, đồng thời hoành độ của điểm cực tiểu nhỏ hơn 1

A. $m\in\left(\frac{5}{4};\frac{7}{5}\right)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)\cup\left(\frac{5}{4};\frac{7}{5}\right)$. **C.** $m\in\left(\frac{7}{5};+\infty\right)$. **D.** $m\in(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Cho hàm số $y'=3x^2+2(1-2m)x+(2-m)$. $\Delta'=(1-2m)^2-3(2-m)=4m^2-m-5$

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow4m^2-m-5>0\Leftrightarrow m\in(-\infty;-1)\cup\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$ **(1)**

Theo đề, hoành độ cực tiểu là $x=\dfrac{2m-1+\sqrt{4m^2-m-5}}{3}<1\Leftrightarrow\sqrt{4m^2-m-5}<4-2m$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4-2m>0\\ 4m^2-m-5\geq0\\ 4m^2-m-5<(4-2m)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\ m\in(-\infty;-1]\cup\left[\dfrac{5}{4};+\infty\right)\\ m<\dfrac{7}{5}\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty;-1]\cup\left[\frac{5}{4};\frac{7}{5}\right)\quad\textbf{(2)}$$

Từ (1), (2) suy ra $m\in(-\infty;-1)\cup\left(\frac{5}{4};\frac{7}{5}\right)$ thỏa ycbt.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+m,\forall m\in\mathbb{R}$. Tìm tham số m để hàm số có giá trị cực đại bằng 2 .

A. m = 2. **B.** m = -2. **C.** m = -4. **D.** m = 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét hàm số $y = f\left(x\right) = x^3 - 3x^2 + m, \forall m \in \mathbb{R}$

$f'\left(x\right) = 3x^2 - 6x$

Cho $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

BBT

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$						$+\infty$

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

Theo YCBT ta có $f\left(0\right) = 2 \Leftrightarrow m = 2$

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Tìm m để khoảng cách giữa các điểm cực đại và cực tiểu là nhỏ nhất?

A. $m = 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx - 1$. Phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1 = m + \sqrt{m^2 + 1}$; $x_2 = m - \sqrt{m^2 + 1}$.

Lấy y chia cho y' ta được: $y = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}m\right).y' - \frac{2}{3}\left(m^2 + 1\right)x + \frac{2}{3}m + 1$.

Khi đó đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình $y = -\frac{2}{3}\left(m^2 + 1\right)x + \frac{2}{3}m + 1$.

Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số thì ta được $A\left(x_1; -\frac{2}{3}\left(m^2 + 1\right)x_1 + \frac{2}{3}m + 1\right)$, $B\left(x_2; -\frac{2}{3}\left(m^2 + 1\right)x_2 + \frac{2}{3}m + 1\right)$.

Suy ra $AB^2 = \left(x_1 - x_2\right)^2 + \frac{4}{9}\left(m^2 + 1\right)^2\left(x_1 - x_2\right)^2$.

$\Leftrightarrow AB^2 = \left(x_1 - x_2\right)^2\left[1 + \frac{4}{9}\left(m^2 + 1\right)^2\right]$.

$\Leftrightarrow AB^2 = 4\left(m^2 + 1\right)\left[1 + \frac{4}{9}\left(m^2 + 1\right)^2\right] = 4\left(m^2 + 1\right) + \frac{16}{9}\left(m^2 + 1\right)^3 \geq \frac{52}{9}$.

Vậy $\min AB = \frac{2\sqrt{13}}{3} \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}mx^2$ có điểm cực đại x_1, điểm cực tiểu x_2 và $-2 < x_1 < -1; 1 < x_2 < 2$

A. $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m = 0$. **D.** $m \in \varnothing$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}mx^2$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2+2mx$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2+2mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2m\end{array}\right.$.

Mà $\begin{cases}x=0\notin(-2;-1)\\x=0\notin(1;2)\end{cases}$. Suy ra: hàm số không có cực đại hay cực tiểu thoả yêu cầu bài toán.

Vậy: Không có giá trị m.

Câu 43. Biết $M(-1;0),N(1;-4)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=3$

A. $y(3)=14$. **B.** $y(3)=20$. **C.** $y(3)=16$. **D.** $y(3)=22$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $y'=3ax^2+2bx+c$

Theo bài ra ta có hệ điều kiện sau :

$$\begin{cases}y'(-1)=0\\y'(1)=0\\y(-1)=0\\y(1)=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b+c=0\\3a+2b+c=0\\-a+b-c+d=0\\a+b+c+d=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=0\\d=-2\\a=1\\c=-3\end{cases}$$

Khi đó ta có : $y=x^3-3x-2$.

Do đó : $y(3)=16$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=-2x^3+6x+m+2017$ đạt cực đại và có giá trị cực đại bằng 2017

A. $m=-4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=0$. **D.** $m=36$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y=-2x^3+6x+m+2017$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-6x^2+6$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$2013+m$	$\nearrow$	$2021+m$	$\searrow$	$-\infty$

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và giá trị cực đại $y=2021+m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2021+m=2017\Leftrightarrow m=-4$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị $(C): y=-x^3+3x^2+mx+m-2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung

A. $m>3$. **B.** $m<3$. **C.** $m>0$. **D.** $m<0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $y'=-3x^2+6x+m$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1<0<x_2 \Leftrightarrow -3.m<0 \Leftrightarrow m>0$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+2x^2+mx$ đạt cực đại tại $x=1$

A. $m=-1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m\neq -1$. **D.** $m<-1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y'=-3x^2+4x+m$.

$y''=-6x+4$.

+ $y'(1)=0 \Leftrightarrow -3+4+m=0 \Leftrightarrow m=-1$.

+ $y''(1)=-2<0$ thỏa.

Câu 47. Cho hàm số $y=2x^3-3(2a+1)x^2+6a(a+1)x+2$. Nếu gọi x_1,x_2 lần lượt là hoành độ các điểm cực trị của hàm số. Tính $A=|x_2-x_1|$

A. $A=a+1$. **B.** $A=a$. **C.** $A=\pm 1$. **D.** $A=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$y'=6x^2-6(2a+1)x+6a(a+1)$.

$\Delta'_{y'}=9>0$.

$A=|x_2-x_1| \Leftrightarrow A^2=(x_2-x_1)^2$.

$A^2={x_2}^2-2x_1x_2+{x_1}^2$.

$A^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2$.

$A^2=(2a+1)^2-4a(a+1)$.

$A=1$.

Câu 48. Hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-(m+1)x^2+(2m^2+1)x+m$ đạt cực tiểu tại $x=1$ khi

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** A và B đúng. **D.** A và B sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$y'=x^2-2(m+1)x+(2m^2+1)$

$y''=2x-2(m+1)$

$y=\dfrac{x^3}{3}-(m+1)x^2+(2m^2+1)x+m$ đạt cực tiểu tại $x=1$

$$\Rightarrow \begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2-2m=0 \\ -2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right. \\ m<0 \end{cases}.$$

Vậy không tồn tại giá trị của m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 49. Giả sử rằng hàm số $(C): y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - m^3$ (m là tham số) luôn có điểm cực đại chạy trên đường thẳng cố định. Phương trình đường thẳng cố định ấy là

A. $3x - y + 1 = 0$. **B.** $3x + y + 1 = 0$. **C.** $3x + y - 1 = 0$. **D.** $-3x + y + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2-1)$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 3(m^2-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m-1 \\ x = m+1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	$2-3m$	↘	$-2-3m$	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $M(m-1; 2-3m)$. $M \in 3x + y + 1 = 0$.

Câu 50. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$

A. $m = -2$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - 2mx + (m^2 - m + 1) \Rightarrow y'' = 2x - 2m$

Để hàm số bậc ba đạt cực đại tại $x = 1$ thì

$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2m + (m^2 - m + 1) = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 2 \end{array}\right. \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$

Câu 51. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ thỏa mãn $x_A^2 + x_B^2 = 2$

A. $m = 0$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m = \pm 3$. **D.** $m = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$y' = x^2 - 2mx - 1$

$y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm só luôn có hai cực trị $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ (với $x_A; x_B$ là nghiệm của phương trình $y' = 0$

Ta có: $x_A^2 + x_B^2 = (x_A + x_B)^2 - 2x_A x_B = (2m)^2 - 2.(-1) = 4m^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$

Câu 52. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + (m^2 - 4)x + 11$ đạt cực tiểu tại $x = 3$

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m \in \{-1; 1\}$. **D.** $m = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$y' = x^2 - 2x + m^2 - 4$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=3 \Leftrightarrow y'(3)=0 \Leftrightarrow m^2-1=0 \Leftrightarrow m=\pm1$.

Câu 54. Biết rằng đồ thị hàm số $y=\left(3a^2-1\right)x^3-\left(b^3+1\right)x^2+3c^2x+4d$ có hai điểm cực trị là $(1;-7)$, $(2;-8)$. Hãy xác định tổng $M=a^2+b^2+c^2+d^2$

A. 18. **B.** 8. **C.** 15. **D.** -18.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $(1;-7),(2;-8)$ thuộc đồ thị hàm số nên:

$$\begin{cases}\left(3a^2-1\right)-\left(b^3+1\right)+3c^2+4d=-7\\ 8\left(3a^2-1\right)-4\left(b^3+1\right)+6c^2+4d=-8\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}3a^2-b^3+3c^2+4d=-5\ (*)\\ 24a^2-4b^3+6c^2+4d=4\end{cases} \Leftrightarrow 21a^2-3b^3+3c^2=9\ (1).$$

$y'=\left(9a^2-3\right)x^2-\left(2b^3+2\right)x+3c^2$.

Các điểm $(1;-7),(2;-8)$ là cực trị của đồ thị hàm số nên $y'(1)=y'(2)=0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}9a^2-2b^3+3c^2=5 & (2)\\ 36a^2-4b^3+3c^2=16 & (3)\end{cases}$$

Từ $(1),(2),(3)$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}21a^2-3b^3+3c^2=9\\ 9a^2-2b^3+3c^2=5\\ 36a^2-4b^3+3c^2=16\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a^2=1\\ b^2=8\\ c^2=4\end{cases}$

Thế vào $(*)$ ta được $d=-3 \Rightarrow M=a^2+b^2+c^2+d^2=1+4+4+9=18$.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx$ có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$.

A. $m=0; m=-2$. **B.** $m=0, m=1$ và $m=2$.

C. $m=0, m=-1$ và $m=-2$. **D.** $m=0$ và $m=2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y'=6x^2-6(m+1)x+6m$. Hàm số có cực trị thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó ta có $\Delta=(m+1)^2-m>0$.

Ta có $y=y'.\left(\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{6}\right)-(m+1)^2mx+m(m+1)$.

Vậy đường thẳng qua 2 cực trị là $y=-(m+1)^2mx+m(m+1)$. Đường thẳng này vuông góc với đường thẳng $y=x+2 \Leftrightarrow -(m+1)^2.1=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-2\end{array}\right.$.

Câu 56. Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-mx^2-x-1$ có hai điểm cực trị $x_1;x_2$ thỏa $x_1^2+x_2^2=2$. Khi đó giá trị của m là

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $\forall m\in\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $y' = x^2 - 2mx - 1$. Hàm số có 2 điểm cực trị thì $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 1 = 0\left(1\right)$ có 2 nghiệm phân biệt. Khi đó ta có $\begin{cases} a = 3 \ne 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 1 > 0$ (luôn đúng với mọi giá trị của m).

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $\left(1\right)$, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}$.

Theo bài tóa ta có $x_1^2 + x_2^2 = 2 \Leftrightarrow \left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2 = 2 \Leftrightarrow 4m^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: x - 2y - 5 = 0$?

A. $m = 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số có hai điểm cự trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó ta có

$3x^2 - 6x + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \ne 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Ta có $y = y'.\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{m}{3}$ suy ra đường thẳng đi qua hai cự trị của đồ thị hàm số là

$y = \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{m}{3}$. Để đồ thị có hai điểm cực trị đối xứng qua đường thẳng $2x - y - 5 = 0$ thì

$\left(\frac{2m}{2} - 2\right).\frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow m = 0$. Thử lại ta thấy thỏa mãn.

Câu 58. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 + m + 1)x + 1$ (m là tham số). Với giá trị nào của m hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$?

A. $m = -1; m = -2$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $y' = x^2 + 2mx + m^2 + m + 1$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Rightarrow y'\left(1\right) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -2 \end{array}\right.$

TH1: Với $\mathrm{m} = -1$. Khi đó ta lập bảng biến thiên và có kết luận không thỏa mãn.

TH2: Với $\mathrm{m} = -2$. Khi đó ta lập bảng biên thiên và có kết luận thỏa mãn.

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x + m$ có cực trị là x_1, x_2 .Giá trị lớn nhất của biểu thức $\mathrm{A} = \left|2x_1x_2 - 4(x_1 + x_2)\right| = \left|m^2 + 4m + 3 + 4m + 4\right| = \left|m^2 + 8m + 7\right|$ $\mathrm{A} = \left|2x_1x_2 - 4(x_1 + x_2)\right|$ bằng:

A. 0. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $+\infty$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $y' = 2x^2 + 2\left(m+1\right)x + m^2 + 4m + 3$. Hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó ta có $2x^2 + 2\left(m+1\right)x + m^2 + 4m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \ne 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -m^2 - 6m - 5 > 0 \Leftrightarrow -5 < m < -1$.

Gọi $x_1;x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-m-1 \\ x_1.x_2=\dfrac{m^2+4m+3}{2} \end{cases}$. Khi đó ta có

$A=\left|2\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2\right|=\left|m^2+8m+7\right|\le 9, x\in\left(-5;-1\right)$. Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là 9.

Câu 60. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+m$. (m là tham số). Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành ?

A. $m<4$. **B.** $0<m<4$. **C.** $m>4$. **D.** $m<0;m>4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $y'=3x^2-6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$. Đồ thị hàm số có hai cực trị nằm về hai phía của trục hoành thì $y\left(0\right).y\left(1\right)<0\Leftrightarrow m\left(m-4\right)<0\Leftrightarrow 0<m<4$.

Câu 61. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: x-2y-5=0$?

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y'=3x^2-6x+m$. Hàm số có hai điểm cự trị thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó ta có

$3x^2-6x+m=0\Leftrightarrow\begin{cases} a\ne 0 \\ \Delta'>0 \end{cases}\Leftrightarrow 9-3m>0\Leftrightarrow m<3$.

Ta có $y=y'.\left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{2m}{3}-2\right)x+\dfrac{m}{3}$ suy ra đường thẳng đi qua hai cự trị của đồ thị hàm số là

$y=\left(\dfrac{2m}{3}-2\right)x+\dfrac{m}{3}$. Để đồ thị có hai điểm cực trị đối xứng qua đường thẳng $2x-y-5=0$ thì

$\left(\dfrac{2m}{2}-2\right).\dfrac{1}{2}=-1\Leftrightarrow m=0$. Thử lại ta thấy thỏa mãn.

Câu 62. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+(m^2+m+1)x+1$ (m là tham số). Với giá trị nào của m hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$?

A. $m=-1;m=-2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $y'=x^2+2mx+m^2+m+1$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1\Rightarrow y'\left(1\right)=0\Leftrightarrow m^2+3m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-2 \end{array}\right.$

TH1: Với $\mathrm{m}=-1$. Khi đó ta lập bảng biến thiên và có kết luận không thỏa mãn.

TH2: Với $\mathrm{m}=-2$. Khi đó ta lập bảng biên thiên và có kết luận thỏa mãn.

Câu 63. Cho hàm số $y=\dfrac{2}{3}x^3+(m+1)x^2+(m^2+4m+3)x+m$ có cực trị là x_1,x_2.Giá trị lớn nhất của biểu thức $\mathrm{A}=\left|2x_1x_2-4(x_1+x_2)\right|=\left|m^2+4m+3+4m+4\right|=\left|m^2+8m+7\right|$ $\mathrm{A}=\left|2x_1x_2-4(x_1+x_2)\right|$ bằng:

A. 0. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $+\infty$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $y' = 2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3$. Hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó ta có $2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -m^2 - 6m - 5 > 0 \Leftrightarrow -5 < m < -1.$$

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m - 1 \\ x_1.x_2 = \dfrac{m^2 + 4m + 3}{2} \end{cases}$. Khi đó ta có

$A = \left|2(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2\right| = \left|m^2 + 8m + 7\right| \le 9, x \in (-5;-1)$. Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là 9.

Câu 64. Cho hàm số $y = x^3 + (2m-1)x^2 + (1+m)x$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực trị đồng thời hoành độ điểm cực đại không nhỏ hơn ·. là

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right] \cup \{2\}$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$.

C. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \{2\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$y' = 3x^2 + 2(2m-1)x + 1 + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta = 4m^2 - 7m - 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -\frac{1}{4} \ (*) \\ m > 2 \end{array}\right.$

Lập BBT, theo gt có $\dfrac{1 - 2m - \sqrt{4m^2 - 7m - 2}}{3} \ge -1 \Leftrightarrow 1 - 2m - \sqrt{4m^2 - 7m - 2} \ge -3 \Leftrightarrow m \le 1$

Kết hợp với điều kiện (*) có $m < -\dfrac{1}{4}$.

Câu 65. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + (1 - m^2)x + 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung?

A. $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -1 \end{array}\right.$. **C.** $-1 < m < 1$. **D.** $-1 \le m \le 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$y' = 3x^2 - 8x + 1 - m^2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu $\Leftrightarrow \dfrac{1 - m^2}{3} < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Câu 66. Tìm các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (6m + 9)x - 12$ có các điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung

A. $m = -2$. **B.** $-3 < m < -\frac{3}{2}$. **C.** $\begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ m \neq -3 \end{cases}$. **D.** $m < -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 67. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$. Tìm m để hàm số có 2 cực trị tại A,B thỏa $x_A^2+x_B^2=2$.

A. $m=\pm1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm3$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-2mx-1$.

Hàm số có 2 cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt hay phương trình $x^2-2mx-1=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow m^2+1>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

x_A,x_B là nghiệm của phương trình $x^2-2mx-1=0$.

$x_A^2+x_B^2=2 \Leftrightarrow (x_A+x_B)^2-2x_Ax_B=2 \Leftrightarrow 4m^2=0 \Leftrightarrow m=0$.

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$ có 2 điểm cực trị x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+4x_1x_2=2$

A. $m=2$. **B.** $m=\pm3$. **C.** $m=\pm1$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-2mx-1$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow x^2-2mx-1=0\ (1)$. Để hàm số có 2 điểm cực trị thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta'>0 \Leftrightarrow m^2+1>0$ thỏa mãn với mọi m.

Theo viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=-1 \end{cases}$

Theo giả thiết: $x_1^2+x_2^2+4x_1x_2=2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2+2x_1x_2=2 \Leftrightarrow 4m^2-2=2 \Leftrightarrow m^2=1 \Leftrightarrow m=\pm1$.

Câu 69. Hàm số $f(x)=x^3-(m+1)x^2+(m^2-3m+2)x+2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi

A. $m=2$. **B.** 5. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $f'(x_0)=3x^2-2(m+1)x+m^2-3m+2$, $f''(x_0)=6x-2(m+1)$

Để hàm số bậc 3 đạt cực tiểu tại x_0 thì $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(2)=0 \\ f''(2)<0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3.4-2(m+1).2+m^2-3m+2 \\ 12-2(m+1)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2-7m+10=0 \\ m>5 \end{cases} \Rightarrow m=2$.

Câu 70. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$. Tìm m để hàm số có 2 điểm cực trị tại x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=2$.

A. $m=\pm1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm3$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx - 1$, do $\Delta = m^2 + 1 > 0, \forall m$ suy ra phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}$

$x_1^2 + x_2^2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2 \Leftrightarrow 4m^2 - 2(-1) = 2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 71. Hàm số $y = 2x^3 + (m+1)x^2 - 2(m+4)x + 1$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 \le 2$ khi:

A. $m \in (-7;-1]$. **B.** $m \in [-7;-1]$. **C.** $m \in (-7;-1)$. **D.** $m \in [-7;-1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y' = 6x^2 + 2(m+1)x - 2(m+4)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 2(m+1)x - 2(m+4) = 0$.

Để hàm số có 2 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 + 12(m+4) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 14m + 49 > 0 \Leftrightarrow m \ne -7$.

Theo định lí Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{m+1}{3} \\ x_1.x_2 = -\dfrac{m+4}{3} \end{cases}$.

Ta có $x_1^2 + x_2^2 \le 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 \le 2 \Leftrightarrow \left(-\dfrac{m+1}{3}\right)^2 + 2.\dfrac{m+4}{3} \le 2$.

$\Leftrightarrow m^2 + 8m + 7 \le 0 \Leftrightarrow -7 \le m \le -1$.

Kết hợp với điều kiện ta có $-7 < m \le -1$.

Câu 72. Để hàm số $y = \dfrac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \dfrac{2}{3}$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$ khi giá trị của m là:

A. $m = 2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -2 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1)$

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - (3m^2 - 1) = 0$

Hàm số có hai cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 7m^2 + 2 > 0, \forall m$

Ta có : $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -(3m^2 - 1) + 2m = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Câu 73. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$. Giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$ là:

A. $m = 0$. **B.** $m = \pm\dfrac{9}{2}$. **C.** $m = \pm\dfrac{1}{2}$. **D.** $m = \pm 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - mx + 3\left(m^2 - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{array}\right..$$

Theo đề bài ta có $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (m-1)^2 + (m+1)^2 - (m-1)(m+1) = 7$

$$\Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

Câu 74. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$ với m là tham số, có đồ thị là $\left(C_m\right)$. Xác định m để $\left(C_m\right)$ có các điểm cực đại và cực tiểu nằm về cùng một phía đối với trục tung ?

A. $m < 0$. **B.** $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$. **C.** $m < \frac{1}{2}$. **D.** $\begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$.

Để các điểm cực trị nằm về cùng một phía đối với trục tung thì phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 1 > 0 \\ 2m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$.

DẠNG 3: CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ BẬC 4 TRÙNG PHƯƠNG

Cho hàm số: $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đạo hàm $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x\left(2ax^2 + b\right)$

1. Hàm số có đúng 1 cực trị khi $ab \ge 0$.

+) Nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b \ge 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực tiểu và không có cực đại.

+) nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b \le 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và không có cực tiểu.

2. hàm số có 3 cực trị khi $ab < 0$ (a và b trái dấu).

+) nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu.

+) Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$ hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

3. Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số và $A \in Oy$,

$A\left(0;c\right), B\left(x_B, y_B\right), C\left(x_C, y_C\right), H\left(0; y_B\right)$.

+) Tam giác ABC luôn cân tại A

+) B, C đối xứng nhau qua Oy và $x_B = -x_C, y_B = y_C = y_H$

+) Để tam giác ABC vuông tại A: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$

+) Tam giác ABC đều: $AB = BC$

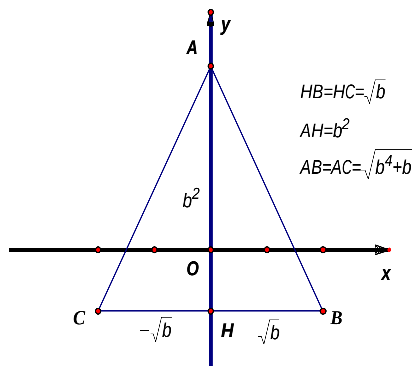
+) Tam giác ABC có diện tích S: $S = \dfrac{1}{2}AH.BC = \dfrac{1}{2}\left|x_B - x_C\right|.\left|y_A - y_B\right|$

4. Trường hợp thường gặp: Cho hàm số $y = x^4 - 2bx^2 + c$

+) Hàm số có 3 cực trị khi $b > 0$

+) A, B, C là các điểm cực trị

$A\left(0;c\right), B\left(\sqrt{b}, c - b^2\right), C\left(-\sqrt{b}; c - b^2\right)$



+) Tam giác ABC vuông tại A khi $b = 1$

+) Tam giác ABC đều khi $b = \sqrt[3]{3}$

+) Tam giác ABC có $\widehat{A} = 120^0$ khi $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$

+) Tam giác ABC có diện tích S_0 khi $S_0 = b^2\sqrt{b}$

+) Tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp R_0 khi $2R_0 = \dfrac{b^3 + 1}{b}$

+) Tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp r_0 khi $r_0 = \dfrac{b^2}{\sqrt{b^3 + 1} + 1}$

5. Công thức giải nhanh tổng quát:

Cho hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$. Khi đó:

y **có** 1 **cực trị** $\Leftrightarrow ab \ge 0$		y **có** 3 **cực trị** $\Leftrightarrow ab < 0$	
$a > 0$: 1 cực tiểu	$a < 0$: 1 cực đại	$a > 0$: 1 cực đại, 2 cực tiểu	$a < 0$: 2 cực đại, 1 cực tiểu

Xét trường hợp có ba cực trị $\longrightarrow$ tọa độ các điểm cực trị

$$A(0;c),\ B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right),\ C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right).$$

● $BC = 2\sqrt{-\frac{b}{2a}}$, $AB = AC = \sqrt{\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}}$ với $\Delta = b^2 - 4ac$.

● Phương trình qua điểm cực trị: $BC: y = -\frac{\Delta}{4a}$ và $\left[\begin{array}{l} AB: y = \left(\sqrt{\frac{-b}{2a}}\right)^3 x + c \\ AC: y = -\left(\sqrt{\frac{-b}{2a}}\right)^3 x + c \end{array}\right.$.

● Gọi $\widehat{BAC} = \alpha$, luôn có $\cos\alpha = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a}$.

● Diện tích tam giác ABC là $S = \sqrt{-\frac{b^5}{32a^3}}$.

● Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{b^3 - 8a}{8|a|b}$.

● Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $r = \frac{b^2}{4|a|\left(1 + \sqrt{1 - \frac{b^3}{8a}}\right)}$.

Dữ kiện	**Công thức thỏa** $ab < 0$
1) $B, C \in Ox$	$b^2 - 4ac = 0$
2) $BC = m_0$	$am_0^2 + 2b = 0$
3) $AB = AC = n_0$	$16a^2n_0^2 - b^4 + 8ab = 0$
4) $BC = kAB = kAC$	$b^3.k^2 - 8a\left(k^2 - 4\right) = 0$
5) $ABOC$ nội tiếp	$c.\left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a}\right) = 0$
6) $ABOC$ là hình thoi	$b^2 - 2ac = 0$
7) Tam giác ABC vuông cân tại A	$8a + b^3 = 0$
8) Tam giác ABC đều	$24a + b^3 = 0$

Câu 1. Hàm số $(C): y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ chỉ có thể

A. có một cực trị hoặc có hai cực trị. **B.** không có cực trị hoặc có ba cực trị.
C. có một cực trị hoặc có ba cực trị **D.** có ba cực trị hoặc có hai cực trị

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 2. Hàm số $(C): y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$

A. luôn có điểm cực trị. **B.** luôn có điểm cực tiểu.
C. luôn có điểm cực đại. **D.** luôn có ba cực trị.

Chọn A.

Câu 30. Hàm số $(C): y = ax^4 + bx^2 + c, (a > 0)$

A. có ba điểm cực trị nếu $b \geq 0$. **B.** có một điểm cực trị nếu $b < 0$.

C. có hai điểm cực đại nếu $b < 0$. **D.** luôn có điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 3. Hàm số $\left(C\right): y = ax^4 + bx^2 + c, \left(a < 0\right)$

A. luôn có điểm cực đại và điểm cực tiểu. **B.** luôn có điểm cực tiểu.

C. luôn có điểm cực đại. **D.** chỉ có một điểm cực đại.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 4. Cho hàm số $\left(C\right): y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0, b < 0$. Khi đó:

A. hàm số (C) có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

B. hàm số (C) có hai điểm cực tiểu, một điểm cực đại.

C. hàm số (C) có hai điểm ít nhất một điểm cực trị nằm trên trục hoành.

D. có ba điểm cực trị tạo thành tam giác đều.

Khi a.b< 0 thì hàm số có 3 cực trị . Với a>0 thì hàm số có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại. các câu từ 139 đến 143 hay nói chung các câu hỏi dạng này Bạn đọc hãy lập bảng biến thiên ra để hiểu rõ hơn.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 5. Cho hàm số $\left(C\right): y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0, c > 0$. Khi đó :

A. hàm số (C) luôn có ba cực trị.

B. hàm số (C) luôn có ít nhất một cực trị nằm phía trên trục hoành.

C. hàm số (C) luôn có hai điểm cực trị trái dấu.

D. đồ thị của hàm số (C) luôn nằm phia trên trục hoành.

Hướng dẫn giải:

Hàm số luôn đạt cực trị tại $x = 0 \Rightarrow y\left(0\right) = c > 0$. **Chọn B.**

Câu 6. Hàm số $\left(C\right): y = ax^4 + bx^2 + c, \left(a \neq 0\right)$ luôn có ít nhất một điểm cực tiểu nếu

A. $a < 0$. **B.** $a < 0, b \le 0$. **C.** $a > 0$. **D.** $a < 0, c < 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 7. Hàm số $\left(C\right): y = ax^4 + bx^2 + c, \left(a \neq 0\right)$ có đúng hai điểm cực tiểu nếu

A. $a > 0, b < 0$. **B.** $a > 0, b \le 0$. **C.** $a < 0, b > 0$. **D.** $a \neq 0, b > 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 8. Hàm số $\left(C\right): y = ax^4 + bx^2 + c, \left(a \neq 0\right)$ có đúng hai điểm cực đại nếu

A. $a > 0, b \le 0$. **B.** $a < 0, b > 0$. **C.** $a > 0, b < 0$. **D.** $a > 0, b < 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 9. Cho hàm số $y = mx^4 - \left(m^2 - 1\right)x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai ?**

A. Với $m = 0$ thì hàm số có một điểm cực trị.

B. Hàm số luôn có 3 điểm cực trị với với mọi $m \le 0$.

C. Với $m \in \left(-1; 0\right) \cup \left(1; +\infty\right)$ hàm số có 3 điểm cực trị.

D. Có nhiều hơn ba giá trị của tham số m để hàm số có 1 điểm cực trị.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab<0 \Leftrightarrow m\left(1-m^2\right)<0 \Leftrightarrow m\in(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

Vậy phương án B sai.

Câu 10. Hàm số $y=2x^4-(m^2-4)x^2+m$ có 3 cực trị khi:

A. $m>2; m<-2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $m<0$. **D.** $m>1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow ab<0 \Leftrightarrow 4-m^2<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$.

Câu 11. Tìm m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+mx^2-\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $y'=-x^2+2mx-\left(m^2-m+1\right)$ và $y''=-2x+2m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ suy ra $y'(1)=0 \Rightarrow -m^2+3m-2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Với $m=1$ ta có $y'=-x^2+2x-1=-(x-1)^2\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

Với $m=2$ ta có $y''(1)=2>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 12. Các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=-\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{3}{2}mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều là:

A. $m=\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{6}$. **B.** $m=\sqrt[3]{6}$. **C.** $m=\dfrac{3}{2}\sqrt[3]{6}$. **D.** $m=2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều $b^3=-24a \Rightarrow \left(\dfrac{3}{2}m\right)^3=-24.\left(-\dfrac{1}{4}\right)$

$\Rightarrow m=\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{6}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$. Với giá trị nào của m thì đồ thị $\left(C_m\right)$ có 3 điểm cực trị, đồng thời 3 điểm cực trị đó tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2

A. $m=\sqrt[5]{4}$. **B.** $m=16$. **C.** $m=\sqrt[5]{16}$. **D.** $m=-\sqrt[3]{16}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow ab<0 \Leftrightarrow m>0$.

Khi đó diện tích tam giác $S=\sqrt{-\dfrac{b^5}{32a^3}}=2 \Leftrightarrow -\dfrac{(-2m)^5}{32}=4 \Leftrightarrow m=\sqrt[5]{4}$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+1+m$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của tam giác đều.

A. $m=\sqrt[3]{3}$. **B.** $m>0$. **C.** $m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m>\sqrt[3]{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Cách 1: Tự luận

Ta có $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4mx$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì $y' = 0$ phải có 3 nghiệm phân biệt, tức là $4x\left(x^2 - m\right) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt, khi đó $m > 0$

Với $m > 0 \Rightarrow 4x\left(x^2 - m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{array}\right.$

+) $x = 0 \Rightarrow y = m + 1 \Rightarrow A(0; m+1)$

+) $x = \sqrt{m} \Rightarrow y = -m^2 + m + 1 \Rightarrow B\left(\sqrt{m}, -m^2 + m + 1\right)$

+) $x = -\sqrt{m} \Rightarrow y = -m^2 + m + 1 \Rightarrow C\left(-\sqrt{m}, -m^2 + m + 1\right)$

Để 3 điểm A, B, C tạo thành tam giác đều thì

$AB = AC = BC \Rightarrow \sqrt{m + m^4} = \sqrt{4m} \Rightarrow m^4 = 3m \Rightarrow m = \sqrt[3]{3}.$

Cách 2: Trắc nghiệm

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị khi $24a + b^3 = 0$

Áp dụng vào bài toán này, ta có $24 + (-2m)^3 = 0 \Rightarrow m^3 = 3 \Rightarrow m = \sqrt[3]{3}.$

Câu 15. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^4 - (5-2m)x^2 + 1 - m^2$ có 1 cực trị

A. $m > \frac{5}{2}$. **B.** $m = \frac{5}{2}$. **C.** $m \le \frac{5}{2}$. **D.** $m \ge \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: hàm số $y = x^4 - (5-2m)x^2 + 1 - m^2$ có một cực trị $\Leftrightarrow ab \le 0$

$\Leftrightarrow -(5-2m) \ge 0 \Leftrightarrow -5 + 2m \ge 0 \Leftrightarrow m \ge \frac{5}{2}$.

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều khi

A. $m = \sqrt[3]{3}$. **B.** $m > 0$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị khi chỉ khi $m > 0$.

Với $m > 0$, ta có 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số lần lượt là $A\left(\sqrt{m}, -m^2 + 2m\right)$, $B(0, 2m)$ và $C\left(-\sqrt{m}, -m^2 + 2m\right)$.

Ta có $AB^2 = m + m^4$ và $AC^2 = 4m$.

Tam giác ABC đều khi chỉ khi $AB^2 = AC^2 \Leftrightarrow m + m^4 = 4m \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A $m = \sqrt[3]{3}$ **B.** $m = 1 - \sqrt[3]{3}$ **C.** $m = 1 + \sqrt[3]{3}$ **D.** $m = -\sqrt[3]{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$y'=4x^3-4mx$

Hàm số có 3 cực trị khi $4x^3-4mx=0$ có 3 nghiệm phân biệt khi : $m>0$

Tọa độ điểm cực trị $A\left(0;2m+m^4\right)$ $B\left(\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$ $C\left(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$

Tam giác tạo bởi 3 cực trị đề khi: $\begin{cases}AB=AC\\AB=BC\end{cases}\Leftrightarrow m+m^4=4m\Leftrightarrow m=\sqrt[3]{3}>0$

Câu 18. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+2m$. Tìm m để hàm số có các điểm cực đại, cực tiểu tạo thành tam giác có diện tích bằng 32.

A. $m=4$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y'=4x^3-4mx$. Hàm số có 3 cực trị thì $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$. Vậy để hàm số có 3 cực trị thì $m>0$.

Khi đó ta đặt $A\left(0;2m\right);B\left(\sqrt{m};-m^2+2m\right);C\left(-\sqrt{m};-m^2+2m\right)$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=m^2\sqrt{m}$.

Vậy để diện tích tam giác bằng 4 thì $m^2\sqrt{m}=32\Leftrightarrow m=4$.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác vuông khi m nhận giá trị

A. $m=-\sqrt{3}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\sqrt{3}$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $y=x^4-2mx^2+2m+m^4\Rightarrow y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x^2=m$ (2).

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow m>0$ (*). Khi đó (2) $\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{m}$.

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A\left(0;\,m^4+2m\right)$, $B\left(\sqrt{m};\,m^4-m^2+2m\right)$, $C\left(-\sqrt{m};\,m^4-m^2+2m\right)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{m};\,-m^2\right)$, $\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{m};\,-m^2\right)$.

Ta có $AB=AC=\sqrt{m^4+m}\Rightarrow\Delta ABC$ cân tại A.

Do đó ΔABC vuông $\Leftrightarrow\Delta ABC$ vuông tại $A\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$

$\Leftrightarrow -m+m^4=0\Leftrightarrow m\left(m^3-1\right)=0\Leftrightarrow m^3=1$ (do $m>0$) $\Leftrightarrow m=1$ (thỏa (*)).

Câu 20. Tìm m để hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4-5$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

A. $m=-1$. **B.** $m\neq 1$. **C.** $m=1$. **D.** $m\neq -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $y'=4x^3-4mx$; $y''=12x^2-4m$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ thì $y'\left(-1\right)=0\Leftrightarrow -4+4m=0\Leftrightarrow m=1$.

Khi $m=1$ thì $y''\left(-1\right)=12-4m=12-4.1=8>0\Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Câu 21: Gọi (C) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-mx^2+m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2;24)$.

A. $m=-4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=3$. **D.** $m=6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $y'=x^3-2mx=x\left(x^2-2m\right)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=2m\end{array}\right.$. Để hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$.

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $M\left(0;m^2\right),N\left(\sqrt{2m};0\right);P\left(-\sqrt{2m};0\right)$.

Gọi parabol (C) có dạng: $y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$. Vì tam giác MNP luôn cân tại M và (C) đi qua ba điểm M,N,P nên parabol (C) có đỉnh là $M\left(0;m^2\right)$.

Suy ra (C) có phương trình: $y=ax^2+m^2$.

Mặt khác (C) qua $N\left(\sqrt{2m};0\right);P\left(-\sqrt{2m};0\right)\Rightarrow 0=a.2m+m^2\Rightarrow a=-\frac{1}{2}m$.

Vây parabol (C) có phương trình: $y=-\frac{1}{2}mx^2+m^2$ đi qua điểm $A(2;24)\Rightarrow 24=-\frac{1}{2}m.2^2+m^2$

$\Leftrightarrow m^2-2m-24=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4(l)\\m=6(TM)\end{array}\right.$. Vậy $m=6$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của *m* sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều

A. $m=0.$ **B.** $m=\sqrt[3]{3}.$ **C.** $m=-\sqrt[3]{3}.$ **D.** $m=\sqrt{3}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $y'=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$. Để hàm số đã cho có 3 cực trị khi và chỉ khi $m>0$.

Hay $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\\x_2=-\sqrt{m}\\x_3=\sqrt{m}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y_1=2m+m^4\\y_2=m^4-m^2+2m\\y_3=m^4-m^2+2m\end{array}\right.$

$\Rightarrow A\left(0;2m+m^4\right),B\left(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right),C\left(\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$

Dể thấy B,C là hai điểm đối xứng với nhau qua Oy và $A\in Oy$ do đó ΔABC cân tại A

Mặt khác để ba cực trị tạo thành một tam giác đều khi và chỉ khi $AB=BC$

$\Leftrightarrow\sqrt{m+m^4}=\sqrt{4m}\Leftrightarrow m^4-3m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\quad(L)\\m^3=3\end{array}\right.\Leftrightarrow m=\sqrt[3]{3}$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị thực của m đề hàm số $y=\frac{9}{8}x^4+3(m-2017)x^2-2016$ có 3 cực trị

A. $m\leq 2015.$ **B.** $m<2017.$ **C.** $m\geq 2016.$ **D.** $m\geq -2017.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có : $y'=\frac{9}{2}x^3+6(m-2017)x=x\left(\frac{9}{2}x^2+6(m-2017)\right)$

Ycbt $\Leftrightarrow \frac{9}{2}x^2+6(m-2017)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=0-4.\frac{9}{2}.6(m-2017)>0\\ 6(m-2017)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow m<2017$

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4+2(m-1)x^2+m^2$ có ba cực trị

A. $m>1$. **B.** $m<1$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m\ge 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Để hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow a.b<0$. Do đó ta có : $1.2(m-1)<0 \Leftrightarrow m<1$.

Câu 25. Để đồ thị hàm số $y=-x^4+2(m+1)x^2+3-m,\quad m\in\mathbb{R}$ có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông thì giá trị của tham số m là?

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét hàm số $y=-x^4+2(m+1)x^2+3-m,\quad m\in\mathbb{R}$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=-4x^3+4(m+1)x$

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=m+1\end{array}\right.$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$

Gọi $A(0,3-m), B\left(\sqrt{m+1}, m^2+m+4\right), C\left(-\sqrt{m+1}, m^2+m+4\right)$ là 3 cực trị của hàm số.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow -(m+1)+m^4+4m^3+6m^2+4m+1=0$

Theo YCBT $\Leftrightarrow m^4+4m^3+6m^2+3m=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-1\end{array}\right.$

So với điều kiện $m=0$.

Câu 26. Hàm số $y=mx^4+(m+3)x^2+2m-1$ chỉ đạt cực đại mà không có cực tiểu với m:

A. $m>3$. **B.** $m\le -3$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>3\\ m\le 0\end{array}\right.$. **D.** $-3<m<0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Với $m=0$, hàm số đã cho là parabol $y=3x^2-1$ chỉ có cực tiểu. Vậy $m=0$ không thỏa mãn

Với $m\neq 0$, hàm số đã cho là một hàm trùng phương.

Dựa vào đồ thị, muốn hàm số chỉ có cực đại mà không có cực tiểu thì hàm số chỉ có một cực trị, muốn đó là cực đại thì $\begin{cases}m<0\\ m(m+3)\le 0\end{cases} \Leftrightarrow m\le -3$.

Câu 27. Cho hàm số $y=mx^4-(m-1)x^2-2$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m\le 1$. **B.** $0<m<1$.

C. $m>0$. **D.** $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $y' = 4mx^3 - 2(m-1)x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 4mx^3 - 2(m-1)x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 - m + 1 = 0\ (1) \end{array}\right.$.

Để hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ x^2 = \dfrac{m-1}{2m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < 0 \end{array}\right.$.

Câu 28. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$. Tính $f(1)$.

A. $f(1) = 0$. **B.** $f(1) = -7$. **C.** $f(1) = -5$. **D.** $f(1) = -6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c \Rightarrow y' = 4ax^3 + 2bx$

có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$ nên $\begin{cases} c = 2 \\ 16a + 4b + c = -14 \\ 32a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 2 \end{cases}$

Ta có $y = f(x) = x^4 - 8x^2 + 2 \Rightarrow f(1) = 1 - 8 + 2 = -5$.

Câu 29. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm

A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m\ \ (1) \end{array}\right.$

Hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 $\Rightarrow m > 0\ (*)$

Khi đó 3 điểm cực trị là $A(0;1-m)$, $B(\sqrt{m};-m^2-m+1)$, $C(-\sqrt{m};-m^2-m+1)$

$\overrightarrow{OB}(\sqrt{m};-m^2-m+1)$; $\overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m};-m^2)$

O là trực tâm của tam giác ABC $\Leftrightarrow BO \perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -m + m^4 + m^3 - m^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{array}\right.$

So với điều kiện $(*)$ ta được $m = 1$.

Câu 30. Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông

A. $m = 1$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = \pm 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$. Hàm số có 3 cực trị thì $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Ta có

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$. Vậy để hàm số có 3 cực trị thì $m > 0$.

Khi đó ta đặt $A(0;0); B\left(\sqrt{m}; -m^2\right); C\left(-\sqrt{m}; -m^2\right)$, tam giác ABC vuông thì vuông tại A (vì ABC là tam giác cân tại A) $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -m + m^4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có $m = 1$.

Câu 31. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Với giá trị nào của m thì đồ thị (C_m) có 3 điểm cực trị, đồng thời 3 điểm cực trị đó tạo thành một tam giác có diện tích bằng 4

A. $m = \sqrt[5]{16}$. **B.** $m = 16$. **C.** $m = \sqrt[3]{16}$. **D.** $m = -\sqrt[3]{16}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$. Hàm số có 3 cực trị thì $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$. Vậy để hàm số có 3 cực trị thì $m > 0$.

Khi đó ta đặt $A\left(0; 2m + m^4\right); B\left(\sqrt{m}; -m^2 + 2m + m^4\right); C\left(-\sqrt{m}; -m^2 + 2m + m^4\right)$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = m^2\sqrt{m}$.

Vậy để diện tích tam giác bằng 4 thì $m^2\sqrt{m} = 4 \Leftrightarrow m = \sqrt[5]{16}$.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 3$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

A. $m \geq 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$. Hàm số có 3 cực trị thì $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Ta có

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$. Vậy để hàm số có 3 cực trị thì $m > 0$.

Khi đó ta đặt $A(0; m - 3); B\left(\sqrt{m}; -m^2 + m - 3\right); C\left(-\sqrt{m}; -m^2 + m - 3\right)$, tam giác ABC vuông cân thì vuông cân tại A (vì ABC là tam giác cân tại A) $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -m + m^4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có $m = 1$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có số đo một góc bằng $120°$.

A. $m = 1 + \dfrac{1}{\sqrt[3]{24}}$. **B.** $m = 1 + \dfrac{1}{\sqrt[3]{16}}$. **C.** $m = 1 + \dfrac{1}{\sqrt[3]{48}}$. **D.** $m = 1 + \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$y' = 4x^3 - 8(m-1)x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2(m-1)} \end{array}\right. (m > 1)$

Gọi 3 điểm cực trị là $A(0; 2m-1), B\left(-\sqrt{2(m-1)}; -4m^2 + 10m - 5\right), C\left(\sqrt{2(m-1)}; -4m^2 + 10m - 5\right)$

Gọi $H(0; -4m^2 + 10m - 5)$ là trung điểm của BC, $AH = 4(m-1)^2, CH = \sqrt{2(m-1)}$

$\tan 60^o = \frac{CH}{AH} \Leftrightarrow \sqrt{2(m-1)} = 4\sqrt{3}(m-1)^2 \Leftrightarrow (m-1)^3 = \frac{1}{24} \Leftrightarrow m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{24}}$.

Câu 34. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho và có hệ số góc m. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho tổng các khoảng cách từ hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho đến Δ nhỏ nhất là

A. 0. **B.** $\pm\frac{1}{2}$. **C.** $\varnothing$. **D.** ± 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Khảo sát hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có điểm cực đại $A(0;0)$, điểm cực tiểu $B(-1;-1), C(1;-1)$

Đường thẳng Δ qua A có hsg m có pt: $y = mx \Leftrightarrow mx - y = 0$

Đặt $d_1 = d(B,\Delta) = \frac{|m-1|}{\sqrt{m^2+1}}, d_2 = d(C,\Delta) = \frac{|m+1|}{\sqrt{m^2+1}}$

$d = d_1 + d_2 = \frac{|m-1|}{\sqrt{m^2+1}} + \frac{|m+1|}{\sqrt{m^2+1}}$

$+) m \ge 1 : d = \frac{2m}{\sqrt{m^2+1}} = f(m) \Rightarrow f'(m) = \frac{2}{\left(\sqrt{m^2+1}\right)^3} > 0$

Hàm số đồng biến với $\forall m \in R \Rightarrow Mind = f(1) = \sqrt{2}$

$\Rightarrow m = 1$ là một giá trị thỏa mãn.

$+) m \le -1 : d = \frac{-2m}{\sqrt{m^2+1}} = f(m) \Rightarrow f'(m) = -\frac{2}{\left(\sqrt{m^2+1}\right)^3} < 0$

Hàm số nghịch biến với $\forall m \in R \Rightarrow Mind = f(-1) = -\sqrt{2}$

$\Rightarrow m = -1$ là một giá trị thỏa mãn.

$+) -1 < m < 1 : d = \frac{2}{\sqrt{m^2+1}} = f(m) \Rightarrow f'(m) = -\frac{2m}{\left(\sqrt{m^2+1}\right)^3}$

Lập BBT, không có giá trị của m để d đạt GTNN.

Vậy $m = \pm 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 35. Cho hàm số $y = -x^4 + (m+2)x^2 + 5$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có 3 điểm cực trị.

A. $m > -2$. **B.** $m < -3$. **C.** $-3 < m < -2$. **D.** Đáp số khác.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y' = -4x^3 + 2(m+2)x = 2x(-2x^2 + m + 2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x(-2x^2 + m + 2) = 0 \ (1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \frac{m+2}{2} \ (2) \end{array}\right.$$

Để hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow \frac{m+2}{2} > 0 \Leftrightarrow m > -2$.

Câu 36. Các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều là:

A. $m=\frac{2}{3}\sqrt[3]{6}$. **B.** $m=\sqrt[3]{6}$. **C.** $m=\frac{3}{2}\sqrt[3]{6}$. **D.** $m=2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều $b^3=-24a \Rightarrow \left(\frac{3}{2}m\right)^3=-24.\left(-\frac{1}{4}\right)$

$\Rightarrow m=\frac{2}{3}\sqrt[3]{6}$.

Câu 37. Giá trị của tham số m bằng bao nhiêu để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C thỏa mãn $BC=4$?

A. $m=\pm 4$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4mx$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \end{array}\right..$$

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$.

Khi đó $B\left(-\sqrt{m};-m^2+1\right)$, $C\left(\sqrt{m};-m^2+1\right)$. Độ dài $BC=2\sqrt{m} \Leftrightarrow 2\sqrt{m}=4 \Leftrightarrow m=4$.

DẠNG 4: CỰC TRỊ CÁC HÀM SỐ KHÁC

Câu 1. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x+m^2}{x+1}$ đạt cực đại tại $x=1$ là

A. $\{\varnothing\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{2;-2\}$. **D.** $\{-2\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$y'=\frac{x^2+2x+1-m^2}{(x+1)^2}.$$

Nếu $m=0$ thì hàm số luôn đồng biến nên không thể đạt cực đại tại $x=1$.

Nếu $m<0$ thì hàm số đạt cực đại tại $x=-1+m$. Khi đó $.-1+m=1\Leftrightarrow m=2$ (loại).

Nếu $m>0$ thì hàm số đạt cực đại tại $x=-1-m$. Khi đó $-1-m=1\Leftrightarrow m=-2$ (loại).

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-2}{mx-1}$ có các điểm cực đại, cực tiểu có hoành độ dương khi m thỏa mãn:

A. $m>2$. **B.** $0<m<2$. **C.** $-2<m<0$. **D.** $0<m<1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

TXD : $x\neq\dfrac{1}{m}$.

Ta có $y'=\dfrac{(2x+m)(mx-1)-m\left(x^2+mx-2\right)}{(mx-1)^2}=\dfrac{mx^2-2x+m}{(mx-1)^2}$. Hàm số có các cực đại, cực tiểu và có hoành độ dương khi $y'=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt thỏa mãn tập xác định

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\1-m^2>0\\\dfrac{1}{m}-\dfrac{2}{m}+m\neq 0\\S=\dfrac{2}{m}>0\\P=1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\-1<m<1\\m\neq\pm1\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<1.$$

Câu 3. Để hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+m}{4-x}$ có cực tiểu và cực đại khi:

A. $m>-8$. **B.** $m\geq-8$. **C.** $m\leq-8$. **D.** $m=-8$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y'=\dfrac{-x^2+8x+m-8}{(4-x)^2}$, $\forall x\neq 4$

Hàm số có cực tiểu và cực đại khi phương trình $-x^2+8x+m-8=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=m+8>0\\m+8\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m>-8.$$

Câu 4. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-mx+m}{x-1}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $y'=\left(\dfrac{x^2-mx+m}{x-1}\right)'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Suy ra tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-mx+m}{x-1}$ là $A(0;-m)$ và $B(2;4-m)$. Suy ra $AB=\sqrt{(2-0)^2+(4-m+m)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}\sin 3x+m\sin x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\dfrac{\pi}{3}$.

A. $m>0$. **B.** $m=0$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y'=\cos 3x+m\cos x$

Hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=0\Rightarrow m=2$

$m=2\Rightarrow y'=\cos 3x+2\cos x\Rightarrow y''=-3\sin 3x-2\sin x\Rightarrow y''\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}<0$

Vậy, $m=2$.