

Giáo viên: LÊ BÁ BẢO\_ Trường THPT Đặng Huy Trứ, Huế

SĐT: **0935.785.115** Địa chỉ: 116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế

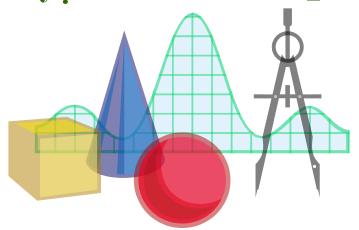
Trung tâm BDKT 87 Bùi Thị Xuân, TP Huế

# Bài viết chuyên đề:

# KHẢO SÁT HÀM SỐ

Đ∂ờng tiệm cận

**Luyện thi THPT 2017\_2018** 



Lo Ba' Bao!

Page: CLB GIÁO VIÊN TRỂ TP HUẾ

# CHUYÊN ĐỂ TRẮC NGHIỆM



# Môn: Toán 12 CB

# *Chủ đề:* Đ□ờng tiệm cận

Dành tặng cho các em học sinh đang sợ Toán, yếu Toán và đang loay hoay về Toán! Cố lên các em!

Giáo viên: LÊ BÁ BẢO Trường THPT Đặng Huy Trứ, Huế

SĐT: **0935.785.115** Địa chỉ: 116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế

Dạng toán 1: Tìm đ□ờng tiệm cận của đồ thị hàm số.

*Phương pháp:* Cho hàm số y = f(x).

+) Đường thẳng  $x = a \in \mathbb{R}$  được gọi là <u>đường tiệm cận đứng</u> (gọi tắt là tiệm cận đứng) của đô thị hàm số khi một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \to a^+} y = +\infty$$

$$\lim_{x\to a^+}y=-\infty$$

$$\lim_{x \to a^{-}} y = +\infty$$

$$\lim_{x \to a^{-}} y = -\infty$$

+) Hàm số f(x) xác định trên khoảng K "có chứa kí hiệu  $+\infty$  hoặc  $-\infty$ . Đường thẳng  $y = b \in \mathbb{R}$  được gọi là **đường tiệm cận ngang** (gọi tắt là tiệm cận ngang) của đô thị hàm số khi một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \to +\infty} y = b$$

$$\lim_{x\to -\infty} y = b$$

**Câu 1.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $x = 2$ .

B. 
$$y = 1$$
;  $x = 2$ .

C. 
$$x = 1$$
;  $y = 2$ .

D. 
$$x = 1$$
;  $x = -2$ .

# Lời giải:

- +) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- +) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- ⇒ Chọn đáp án C.

Sử dụng máy tính cầm tay:

Nhập biểu thức hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  vào máy tính:



□ (2) (ALPHA) () (→ (1) (√) (ALPHA) () (→ (1)

+) Tìm đường tiệm cận đứng của đô thị hàm số:

*Kêt quả:*  $\lim y = +\infty \Rightarrow x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Tìm đường tiệm cận ngang của đô thị hàm số: Nhập  $x = 10^{10}$ .

*Kết quả*:  $\lim_{x\to 1} y = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 2.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$ 

A. x = 2; x = 3. B. y = 2; x = 3.

C. x = 3; y = 2.

D. x = 2; y = 3.

## Lời giải:

+) Ta có:  $\lim y = +\infty \Rightarrow x = 2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

Câu 3. (Đề THPT Quốc gia 2017) Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x^2-4}$  có mấy tiệm cận?

A.0.

B.3.

C.1.

D.2.

# Lời giải:

Ta có:  $y = \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x+2}$ ;  $\forall x \neq 2$ .

+) Ta có:  $\lim_{x \to (-2)^+} y = \lim_{x \to (-2)^+} \frac{1}{x+2} = +\infty$  và  $\lim_{x \to (-2)^-} y = \lim_{x \to (-2)^-} \frac{1}{x+2} = -\infty \Rightarrow x = -2$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 0$  và  $\Rightarrow y = 0$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

**Câu 4.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{1-x}$ 

A. x = 1; x = 2. B. x = 1; y = 2. C. x = -1; y = -2. D. x = 1; y = -2.

# Lời giải:

+) Ta có:  $\lim y = -\infty \Rightarrow x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim y = -2 \Rightarrow y = -2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

**Câu** 5. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x-2}{3-2x}$ .

A. 
$$x = \frac{3}{2}$$
;  $y = \frac{4}{3}$ . B.  $x = \frac{3}{2}$ ;  $x = \frac{4}{3}$ . C.  $x = \frac{3}{2}$ ;  $y = -2$ . D.  $x = \frac{3}{2}$ ;  $y = 2$ .

C. 
$$x = \frac{3}{2}$$
;  $y = -2$ .

D. 
$$x = \frac{3}{2}$$
;  $y = 2$ .

Lời giải:

+) Ta có: 
$$\lim_{x \to \left(\frac{3}{2}\right)^+} y = -\infty \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$
 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim y = -2 \Rightarrow y = -2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án C.

**Câu 6.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x}$ .

A. 
$$x = 0$$
;  $y = 1$ . B.  $x = 1$ ;  $x = 0$ .

B. 
$$x = 1$$
;  $x = 0$ 

C. 
$$x = -1$$
;  $y = 1$ .

D. 
$$x = 0$$
;  $y = -1$ .

Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{x \to \infty} y = +\infty \Rightarrow x = 0$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{y \to +\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án A.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+2}$  là đường thẳng nào sau đây?

A. 
$$x = -2$$
.

B. 
$$x = 2$$
.

C. 
$$y = -2$$
.

D. 
$$y = 2$$
.

Lời giải:

Ta có:  $\lim_{x \to a} y = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

Câu 8. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+5}{x+2}$  là đường thẳng nào sau đây?

A. 
$$x = -2$$
.

B. 
$$x = 2$$
.

C. 
$$y = -2$$
.

D. 
$$y = 2$$
.

Lời giải:

Ta có:  $\lim y = +\infty \Rightarrow x = -2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án A.

Câu 9. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2-4}$ 

A. 
$$x = 2$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = -2$$
;  $x = 2$ .

C. 
$$x = -2$$
;  $x = 2$ ;  $x = 0$ .

D. 
$$x = -2$$
;  $x = 2$ ;  $y = 0$ .

Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{x\to 2^+} y = +\infty$ ;  $\lim_{x\to -2^+} y = +\infty \Rightarrow x = 2$ ; x = -2 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị

hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{y\to +\infty}y=0 \Rightarrow y=0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

**Câu 10.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+3}{x^2-3x+2}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = 1$$
;  $x = 2$ .

C. 
$$x = 1$$
;  $x = 2$ ;  $x = 0$ .

D. 
$$x = 1$$
;  $x = 2$ ;  $y = 0$ .

Lời giải:

- +) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y = -\infty$ ;  $\lim_{x\to 2^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ ; x = 2 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- +) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

**Câu 11.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x^2-4x+3}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = 1$$
;  $x = 3$ .

C. 
$$x = 1$$
;  $x = 3$ ;  $x = 0$ .

D. 
$$x = 1$$
;  $x = 3$ ;  $y = 0$ .

Lời giải:

- +) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y = +\infty$ ;  $\lim_{x\to 3^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ ; x = 3 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- +) Ta có:  $\lim_{y \to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

**Câu 12.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{9-x^2}$ .

A. 
$$x = 3$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = -3$$
;  $x = 3$ .

C. 
$$x = -3$$
;  $x = 3$ ;  $x = 0$ .

D. 
$$x = -3$$
;  $x = 3$ ;  $y = 0$ .

Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{x \to -3^+} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \to 3^+} y = -\infty \Rightarrow x = -3$ ; x = 3 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

**Câu 13.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 4x + 3}$ .

A. 
$$x = 3$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = 1$$
;  $x = 3$ .

C. 
$$x = 1$$
;  $x = 3$ ;  $y = 0$ .

D. 
$$x = 1$$
;  $x = 3$ ;  $y = 1$ .

Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y = -\infty$ ;  $\lim_{x\to 3^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ ; x = 3 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{y \to \infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒ Chọn đáp án D.

**Câu 14.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 + x + 1}{x^2 - 5x + 6}$ .

A. 
$$x = 2$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = 2$$
;  $x = 3$ .

C. 
$$x = 2$$
;  $x = 3$ ;  $y = 0$ .

D. 
$$x = 2$$
;  $x = 3$ ;  $y = 2$ .

Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{x\to 2^+} y = -\infty$ ;  $\lim_{x\to 3^+} y = +\infty \Rightarrow x = 2$ ; x = 3 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim y = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

Câu 15. Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị f(x) có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị f(x) không có tiệm cận ngang và có một tiệm cận đứng.

C. Đồ thị f(x) không có tiệm cận đứng và có một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị f(x) không có tiệm cận.

Lời giải:

Ta có: 
$$y = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$$
,  $\forall x \neq 1$ .

Do không tồn tại số  $a \in \mathbb{R}$  sao cho:  $\lim_{x \to a^+} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \to a^-} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \to a^-} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \to a^-} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \to a^-} y = -\infty$  nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Mặt khác,  $\lim_{x\to +\infty} y = +\infty$  và  $\lim_{x\to -\infty} y = -\infty$  nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

⇒Chọn đáp án D.

**Câu 16.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2-1}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = -1$$
;  $x = 1$ ;  $y = 0$ .

C. 
$$x = -1$$
;  $y = 0$ .

D. 
$$x = 1$$
;  $x = -1$ ;  $y = 1$ .

Lời giải:

Ta có: 
$$y = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$$
,  $\forall x \neq 1$ .

+) Ta có:  $\lim_{x\to -1^+} y = +\infty \Rightarrow x = -1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án C.

**Câu 17.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x^2-3x+2}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = -1$$
;  $x = -2$ ;  $y = 0$ .

C. 
$$x = -1$$
;  $y = 0$ .

D. 
$$x = 1$$
;  $x = 2$ ;  $y = 0$ .

Lời giải:

Ta có: 
$$y = \frac{x-2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{x-2}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x-1}, \ \forall x \neq 2.$$

+) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

 $\Rightarrow$  Chọn đáp án A.

**Câu 18.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = 1$ .

B. 
$$x = -1$$
;  $x = -2$ ;  $y = 1$ .

C. 
$$x = -1$$
;  $y = 1$ .

D. 
$$x = 1$$
;  $x = 2$ ;  $y = 1$ .

Lời giải:

Ta có: 
$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 1)(x - 2)} = \frac{x + 2}{x - 1}, \ \forall x \neq 2.$$

+) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án A.

**Câu 19.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = -1$ .

B. 
$$x = -1$$
;  $x = 1$ ;  $y = -1$ .

C. 
$$x = -1$$
;  $y = -1$ .

D. 
$$x = -1$$
;  $x = 1$ ;  $y = -1$ .

Lời giải:

Ta có: 
$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2} = \frac{(x - 1)(x - 2)}{(1 - x)(1 + x)} = \frac{2 - x}{x + 1}, \ \forall x \neq 1.$$

+) Ta có:  $\lim_{x\to -1^+} y = +\infty \Rightarrow x = -1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = -1 \Rightarrow y = -1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án C.

**Câu 20.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = -1$$
;  $x = 1$ ;  $y = 0$ .

C. 
$$y = 0$$
.

D. 
$$x = -1$$
;  $x = 2$ ;  $y = 0$ .

Lời giải:

Ta có: 
$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} = \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \frac{x - 2}{x^2 + x + 1}, \ \forall x \neq 1.$$

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án C.

**Câu 21.** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = 0$ .

B. 
$$x = -1$$
;  $x = 1$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$ .

C. 
$$y = 0$$
.

D. 
$$x = -1$$
;  $x = 0$ ;  $y = 0$ .

Lời giải:

Ta có: 
$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x} = \frac{(x - 1)(x - 2)}{x(x - 1)(x + 1)} = \frac{x - 2}{x(x + 1)}, \ \forall x \neq 1.$$

+) Ta có:  $\lim_{x\to 0^+} y = -\infty$ ;  $\lim_{x\to -1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ ; x = -1 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{y \to 0} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

Câu 22. (NC) Tìm các đường cận ngang tiêm của đồ thi hàm  $y = \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = -1$ .

B. 
$$y = -1$$
;  $y = 1$ .

C. 
$$y = 0$$
.

D. 
$$y = 2$$
;  $y = -2$ .

Lời giải:

+) Ta có: 
$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 4}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}}}} = 1 \Rightarrow y = 1$$
 là

đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+) Ta có: 
$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 4}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}}} = -1 \Rightarrow y = -1$$
 là

đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒ Chọn đáp án B.

Sử dụng máy tính cầm tay:

Nhập biểu thức hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 4}$  vào máy tính:

ALPHA 
$$)$$
  $x^2 + 1$   $\bigcirc$  ALPHA  $)$   $x^2 - 2$  ALPHA  $) + 4$ 

$$\sqrt{X^2 + 1} - \sqrt{X^2 - 2X + 4}$$

Nhập  $x = 10^{10}$ . CALC 1 0  $x^{-1}$  1 0 )

$$\sqrt{X^2+1} - \sqrt{X^2-2X+4}$$

Nhập  $x = -10^{10}$ . CALC — 1 0 x 1 0 )

$$\sqrt{X^2+1} - \sqrt{X^2-2X+4}$$
-1

Vậy y = 1; y = -1 là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$$\sqrt{X^2+1} - \sqrt{X^2-2X+4}$$

$$0 | m$$

**Chú ý:** Nếu nhập  $x = 10^{15}$  kết quả lại cho ra

$$\sqrt{\frac{1}{X^2+1}} - \sqrt{\frac{3}{X^2-2}} + 4$$

và nếu nhập  $x = -10^{15}$  kết quả lại cho ra

Kinh nghiệm của học sinh: Nhập các giá trị tối đa là  $10^{12}$  và  $-10^{12}$ .

**Câu 23.** (**NC**) Tìm các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 4x + 7}$ .

A. 
$$x = 3$$
;  $y = -3$ .

B. 
$$y = -1$$
;  $y = 1$ .

C. 
$$y = 0$$
.

D. 
$$y = 3$$
;  $y = -3$ .

## Lời giải:

+) Ta có: 
$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{6x - 4}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + \sqrt{x^2 - 4x + 7}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{6 - \frac{4}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{7}{x^2}}} = 3 \Rightarrow y = 3$$

là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+) Ta có: 
$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{6x - 4}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + \sqrt{x^2 - 4x + 7}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{6 - \frac{4}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{7}{x^2}}} = -3$$

 $\Rightarrow$  y = -3 là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án D.

Sử dụng máy tính cầm tay:

Nhập biểu thức hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 4x + 7}$  vào máy tính:

Nhập  $x = 10^{10}$ . CALC 1 0 x 1 0 )

$$\sqrt{X^2 + 2X + 3} - \sqrt{X^2 - 4} > 0$$

$$\sqrt{X^2+2X+3} - \sqrt{X^2-4} > 5$$

Nhập  $x = -10^{10}$ . CALC — 1 0 x 1 0 ) =

Vậy y = 3; y = -3 là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 24.** (**NC**) Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = 1$ .

B. 
$$x = 1$$
;  $y = -1$ ;  $y = 1$ .

C. 
$$y = -1$$
;  $y = 1$ .

D. 
$$x = 1$$
;  $x = 2$ ;  $y = 1$ .

# Lời giải:

Tập xác định của hàm số:  $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

+) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y$  và  $\lim_{x\to 1^-} y$  <u>không tôn tại</u> nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

+) Ta có: 
$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = 1$$

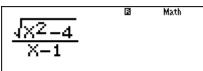
và 
$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = -1 \implies y = 1, \ y = -1$$
 là các đường tiệm cận ngang

của đồ thị hàm số.

⇒Chọn đáp án C.

Sử dụng máy tính cầm tay:

Nhập biểu thức hàm số  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1}$  vào máy tính:



 $\blacksquare$   $\bigcirc$  ALPHA  $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$  ALPHA  $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$ 

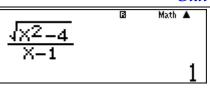
Nhập x = 1,000000001 (ALC 1 • 0 0 0 0 0 0 1 =

Math ERROR :Cancel [AC] <u>[4][#]:Goto</u>

Nhập x = 0,9999999999. CALC 0 • 9 9 9 9 9 9 9 9 9

Math ERROR

Nhập  $x = 10^{10}$ . CALC 1 0  $x^{-1}$  1 0 )



Nhập  $x = -10^{10}$ . CALC — 1 0 x 1 0 )

Vậy y = 1; y = -1 là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 25.** (**NC**) Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$ .

A. 
$$x = 1$$
;  $y = 1$ .

B. 
$$x = 1$$
;  $y = -1$ ;  $y = 1$ .

C. 
$$y = -1$$
;  $y = 1$ .

D. 
$$x = 1$$
.

## Lời giải:

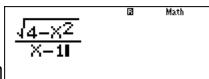
Tập xác định của hàm số:  $D = \lceil -2; 2 \rceil \setminus \{1\}$  "không chứa kí hiệu  $+\infty$ ;  $-\infty$ " nên đồ thị hàm số **không tồn tại tiệm cận ngang** (theo định nghĩa).

+) Ta có:  $\lim_{x \to 1^+} y = \lim_{x \to 1^+} \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x - 1} = +\infty$  và  $\lim_{x \to 1^-} y = \lim_{x \to 1^-} \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x - 1} = -\infty \Rightarrow x = 1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thi hàm số.

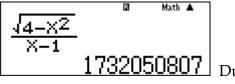
⇒Chọn đáp án D.

Sử dụng máy tính cầm tay:

Nhập biểu thức hàm số  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}$  vào máy tính:

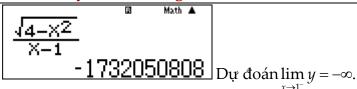


Nhập x = 1,000000001 (ALC) 1 • 0 0 0 0 0 0 0 1 =



Dự đoán lim  $y = +\infty$ .

Math



Nhập  $x = 10^{10}$ . CALC 1 0 x 1 0 )

Math ERROŘ [AC] :Cancel

Nhập  $x = -10^{10}$ . CALC — 1 0 x 1 0 ) =

Vậy x = 1 là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 26.** (**NC**) Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{4x + 1}}{\sqrt{x}}$ .

A. 
$$x = -1$$
;  $y = 1$ .

B. 
$$x = 1$$
;  $y = -1$ ;  $y = 1$ .

C. 
$$y = -1$$
.

D. 
$$x = -1$$
.

# Lời giải:

Tập xác định của hàm số:  $D = [0; +\infty)$ .

+) Ta có:  $\lim_{x\to -1^+} y$ ;  $\lim_{x\to -1^-} y$  không tồn tại nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

+) Ta có: 
$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{4x + 1}}{\sqrt{x + 1}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x} \left( 1 - \sqrt{4 + \frac{1}{x}} \right)}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - \sqrt{4 + \frac{1}{x}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x}}} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}}$$

⇒ Chon đáp án C.

**Nhận xét:** Do tập xác định của hàm số là  $D = [0; +\infty)$  nên không tồn tại  $\lim_{n \to \infty} y$ .

Sử dụng máy tính cầm tay:

Nhập biểu thức hàm số  $y = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{4x + 1}}{\sqrt{x + 1}}$  vào máy tính:

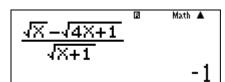


Nhập x = -1,000000001 CALC — 1 • 0 0 0 0 0 0 0 1 =

Math ERROR [AC] :Cancel <u>[4][}]:Goto</u>

Math ERROR [AC] :Cancel

Nhập  $x = 10^{10}$ . CALC 1 0  $x^{-1}$  1 0 )



Math ERROR

Nhập  $x = -10^{10}$ . CALC — 1 0 x 1 0 ) =

Vậy y = -1 là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 27.** (**NC**) Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+3}{x^2-3|x|+2}$ 

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

# Lời giải:

Phân tích: Xét mẫu thức:

$$x^{2} - 3|x| + 2 = 0 \Leftrightarrow |x|^{2} - 3|x| + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} |x| = 1 \\ |x| = 2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow x = -2 \lor x = -1 \lor x = 1 \lor x = 2.$$

- +) Ta có:  $\lim_{x \to -2^+} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \to -1^+} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \to 1^+} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \to 2^+} y = +\infty \Rightarrow x = -2$ ; x = -1; x = 1; x = 2 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- +) Ta có:  $\lim_{x\to 0} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 5 đường tiệm cận.
- ⇒Chon đáp án D.

Nhận xét: Do tập xác định của hàm số là  $D = [0; +\infty)$  nên không tôn tại  $\lim y$ .

Sử dụng máy tính cầm tay:

Nhập biểu thức hàm số  $y = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{4x+1}}{\sqrt{x+1}}$  vào máy tính:

ALPHA ) + 3 
$$\bigcirc$$
 ALPHA )  $x^2$  - 3 SHIFT hyp ALPHA )  $\bigcirc$  + 2  $\xrightarrow{X+3}$   $\times^2 - 3 \mid X \mid + 2 \mid$ 

Nhập 
$$x = -1,99999999$$
 (ALC) — 1 • 9 9 9 9 9 9 9 5 =

$$\begin{array}{c|c}
X+3 & & & & \\
X^2-3|X|+2 & & & \\
& & -100000001
\end{array}$$
Dự đoán  $\lim_{x\to -2^+} y = -\infty$ .

Nhập 
$$x = 1,000000001$$
 CALC 1 • 0 0 0 0 0 0 1 =

Nhập 
$$x = 2,000000001$$
 CALC 2 • 0 0 0 0 0 0 1 =

Vậy x = -2; x = -1; x = 1; x = 2 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\frac{X+3}{X^2-3|X|+2}$$
Nhập  $x=10^{10}$ . (ALC 1 0  $x^{\bullet}$  1 0 )  $\equiv$   $\frac{1.000000001 \times \bar{\mathbf{n}}^{\bullet 10}}{1.000000001 \times \bar{\mathbf{n}}^{\bullet 10}}$ 

Dự đoán lim y = 0. Vậy y = 0 là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Dạng toán 2: Các bài toán liến quan đến tiệm cận của đồ thị hàm số.

Câu 28. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các trục tọa độ và đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

A. 
$$S = 2$$
.

B. 
$$S = 1$$
.

C. 
$$S = 4$$
.

D. 
$$S = 6$$
.

Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{y \to 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Suy ra: 
$$S = |1| \cdot |2| = 2$$
.

⇒Chọn đáp án A.

Câu 29. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các trục tọa độ và đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-3}$ .

A. 
$$S = 3$$
.

B. 
$$S = 9$$
.

C. 
$$S = \frac{3}{2}$$
.

D. 
$$S = 6$$
.

Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{x\to 3^+} y = +\infty \Rightarrow x = 3$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

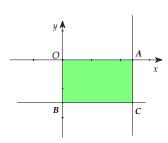
+) Ta có:  $\lim y = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Suy ra:  $S = |2| \cdot |3| = 6$ .

⇒Chọn đáp án D.

Nhận xét:

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có tiệm cận đứng x = A và tiệm cận ngang là y = B. Diện tích hình phẳng (hình chữ  $nh\hat{a}t$ ) giới hạn bởi các đường thẳng x = A, y = B và các trục tọa độ là S = A.B



Câu 30. Đồ thị hàm số nào sau đây có số đường tiệm cận đứng ít nhất?

A. 
$$f(x) = \frac{2x+1}{x^2-1}$$
. B.  $g(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-1}$ . C.  $h(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$ . D.  $k(x) = \frac{2x+1}{x^4-1}$ .

C. 
$$h(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$$
.

D. 
$$k(x) = \frac{2x+1}{x^4-1}$$
.

## Lời giải:

Kiểm tra được đồ thị các hàm số f(x), g(x), k(x) có hai đường tiệm cận đứng.

Xét  $h(x) = \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}$ ;  $\forall x \neq 1$  nên đồ thị hàm số h(x) có duy nhất đường tiệm cận đứng.

## ⇒Chọn đáp án C.

Câu 31. Đồ thị hàm số nào sau đây có số đường tiệm cận nhiều nhất?

A. 
$$f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$$
. B.  $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ . C.  $h(x) = \frac{1}{x^2-1}$ . D.  $k(x) = \frac{x+1}{x^4-1}$ .

C. 
$$h(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$
.

D. 
$$k(x) = \frac{x+1}{x^4-1}$$
.

# Lời giải:

- +) Đồ thị  $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$  có hai đường tiệm cận là x = 1; y = 1.
- +) Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}$ ;  $\forall x \neq -1$  nên đồ thị có hai đường tiệm cận là x = 1; y = 0.
- +) Hàm số  $k(x) = \frac{x+1}{x^4-1} = \frac{1}{(x^2+1)(x-1)}$ ;  $\forall x \neq -1$  nên đồ thị có hai đường tiệm cận là x = 1; y = 0.
- +) Xét  $h(x) = \frac{1}{x^2 1}$  nên đồ thị hàm số h(x) có hai đường tiệm cận đứng là x = -1; x = 1và có một đường tiệm cận ngang là y = 0.

# ⇒Chọn đáp án C.

**Câu 32.** Xác định tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-2}$ .

A. 
$$(2;3)$$
.

C. 
$$(3;2)$$
.

D. 
$$(-2; -3)$$
.

# Lời giải:

- +) Ta có:  $\lim_{x\to 3^+} y = +\infty \Rightarrow x = 3$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- +) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Suy ra tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là I(3;2).

# ⇒Chọn đáp án C.

Lưu ý: TÂM ĐỐI XỨNG CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ NHẤT BIẾN LÀ GIAO ĐIỂM CỦA HAI ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA NÓ.

**Suy ra:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ;  $(ad \neq bc; c \neq 0)$  có hai đường tiệm cận là x = A; y = B nên có tâm đôi xứng là I(A;B).

Câu 33. Xác định tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .

D. 
$$(-2;-1)$$
.

Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Suy ra tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là I(1;2).

⇒ Chọn đáp án C.

Câu 34. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số  $y = \frac{x+m}{r-1}$ có hai đường tiệm cận.

$$A. \left[ -1; +\infty \right). \qquad B. \left( -\infty; 1 \right]. \qquad \qquad C. \left( -\infty; +\infty \right). \qquad \qquad D. \ \mathbb{R} \setminus \left\{ -1 \right\}.$$

B. 
$$(-\infty;1]$$
.

C. 
$$(-\infty; +\infty)$$
.

D. 
$$\mathbb{R} \setminus \{-1\}$$
.

Lời giải:

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ;  $(ad \neq bc; c \neq 0)$  có hai đường tiệm cận khi chỉ khi  $ad-bc \neq 0$ .

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow -1 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

⇒Chọn đáp án D.

Câu 35. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số  $y = \frac{x + m^2}{x + 4}$ có hai đường tiệm cận.

A. 
$$\lceil 2; +\infty \rceil$$
. B.  $(-\infty; 2 \rceil$ .

B. 
$$\left(-\infty;2\right]$$

C. 
$$(-\infty; +\infty)$$
.

C. 
$$(-\infty; +\infty)$$
. D.  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ .

Lời giải:

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ;  $(ad \neq bc; c \neq 0)$  có hai đường tiệm cận khi chỉ khi  $ad-bc \neq 0$ .

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow 4 - m^2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}.$ 

⇒Chọn đáp án D.

Câu 36. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số  $y = \frac{2}{x^2 + mx + m}$  có ba đường tiệm cận.

A. 
$$(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$$
.

D. 
$$(-\infty;0] \cup [4;+\infty)$$
.

## Lời giải:

Ta có: 
$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{2}{x^2 + mx + m} = 0$$
;  $\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{2}{x^2 + mx + m} = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cân ngang

duy nhất của đồ thị. Vậy để đồ thị có ba đường tiệm cận khi chỉ khi  $x^2 + mx + m = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$ .

## ⇒Chọn đáp án A.

Câu 37. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x^2 + mx + m}$  có ba đường tiệm cận.

A. 
$$\left(-\infty;0\right)\cup\left(4;+\infty\right)\setminus\left\{-\frac{4}{3}\right\}$$
.

D. 
$$\left(-\infty;0\right] \cup \left[4;+\infty\right) \setminus \left\{-\frac{4}{3}\right\}$$
.

# Lời giải:

Ta có: 
$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{x-2}{x^2 + mx + m} = 0$$
;  $\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{x-2}{x^2 + mx + m} = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cân ngang

duy nhất của đồ thị. Vậy để đồ thị có ba đường tiệm cận khi chỉ khi  $x^2 + mx + m = 0$  có hai nghiệm phân biệt khác 2.

Yêu cầu bài toán 
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4m > 0 \\ 4 + 2m + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; 0\right) \cup \left(4; +\infty\right) \setminus \left\{-\frac{4}{3}\right\}.$$

# ⇒Chọn đáp án A.

Câu 38. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{\sqrt{(m-1)x^2+1}}$  có hai đường tiệm cận ngang.

A. 
$$(-\infty;1)$$
. B.  $(1;4)$ .

C. 
$$[1;4]$$
. D.  $(1;+\infty)$ .

D. 
$$(1;+\infty)$$
.

# Lời giải:

- +) Xét m=1: y=x-2 nên trong trường hợp này đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- +) Xét m < 1: Hàm số có tập xác định là  $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{1-m}}; \frac{1}{\sqrt{1-m}}\right)$  nên trong trường hợp này đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+) Xét m > 1: Hàm số có tập xác định là  $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{m-1}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{m-1}}; +\infty\right)$  và xét các giới hạn sau:

+) 
$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{x-2}{\sqrt{(m-1)x^2+1}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{m-1+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m-1}} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{m-1}}$$
 là tiệm cận

ngang của hàm số khi  $x \rightarrow +\infty$ .

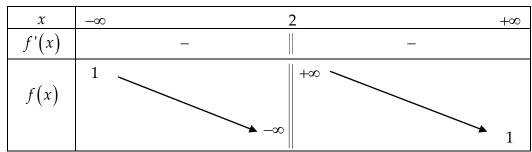
+) 
$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{x-2}{\sqrt{(m-1)x^2+1}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{-\sqrt{m-1}+\frac{1}{x^2}} = -\frac{1}{\sqrt{m-1}} \Rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{m-1}}$$
 là tiệm

cận ngang của hàm số khi  $x \rightarrow -\infty$ .

⇒Chọn đáp án D.

# Kỹ năng: Dựa vào bảng biến thiên và đồ thị hàm số.

Câu 39. Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị của f(x) có đúng một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.
- B. Đồ thị của f(x) không có tiệm cận ngang và có một tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị của f(x) có đúng hai tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.
- D. Đồ thị của f(x) có đúng hai tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

# Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên:

- +) Ta có:  $\lim_{x\to 2^+} y = +\infty$ ;  $\lim_{x\to 2^-} y = -\infty \Rightarrow x = 2$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- +) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y=1$ ;  $\lim_{x\to -\infty} y=1 \Rightarrow y=1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- ⇒ Chọn đáp án A.

Câu 40. Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ.

х		-1		1		$+\infty$
y'	_		_	0	+	
y	0	+∞ 、		2 /	<b></b>	. 4

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị của f(x) có đúng một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.
- B. Đồ thị của f(x) không có tiệm cận ngang và có một tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị của f(x) có đúng hai tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.
- D. Đồ thị của f(x) có đúng hai tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

# Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên:

- +) Ta có:  $\lim_{x \to -1^+} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \to -1^-} y = -\infty \Rightarrow x = -1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- +) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 4$ ;  $\lim_{x\to -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 4$ ; y = 0 là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

# ⇒Chọn đáp án D.

Câu 41. (Đề minh họa) Cho hàm số y = f(x) có  $\lim_{x \to a} f(x) = 1$  và  $\lim_{x \to a} f(x) = -1$ . Khẳng

định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- **C.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường y = 1 và y = -1.
- **D.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường x = 1 và x = -1.

# Lời giải:

hàm số.

Do  $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 1$  nên theo định nghĩa, ta có y=1 là đường tiệm cận ngang của đồ thị

Do  $\lim_{x\to\infty} f(x) = -1$  nên theo định nghĩa, ta có y=-1 là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là y = 1 và y = -1.

⇒ Chọn đáp án C.

Câu 42. Cho hàm số y = f(x) có  $\lim_{x \to +\infty} y = 2$  và  $\lim_{x \to -\infty} y = -2$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

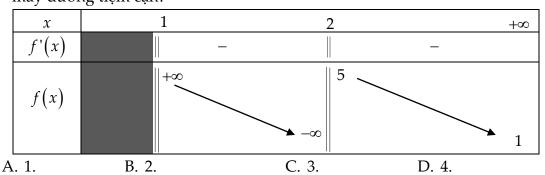
- A. Đồ thị của f(x) không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị của f(x) có đúng một tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị của f(x) có đúng hai tiệm cận ngang là các đường thẳng x = -2; x = 2.
- D. Đồ thị của f(x) có đúng hai tiệm cận ngang là các đường thẳng y = -2; y = 2.

# Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = -2$ ;  $\lim_{x\to -\infty} y = 2 \Rightarrow y = -2$ ; y = 2 là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

## ⇒ Chọn đáp án D.

Câu 43. Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có mấy đường tiệm cận?



# Lời giải:

- +) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y = +\infty$ ;  $\lim_{x\to 2^-} y = -\infty \Rightarrow x = 1$ ; x = 2 là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- +) Ta có:  $\lim_{y \to \infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

#### ⇒ Chọn đáp án C.

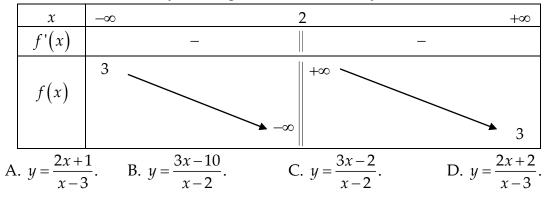
Câu 44. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên dưới đây?

			, ,		
	X			1	+∞
	f'(x)		_		-
	f(x)	2		<u>→</u> -∞ +∞	2
A	$y = \frac{2x + 1}{x + 1}$	$\frac{1}{l}$ .	B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .	C. $y = \frac{x-2}{x-1}$ .	D. $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

## Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = 1 và tiệm cận ngang y = 2. ⇒Chọn đáp án B.

Câu 45. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên dưới đây?



# Lời giải:

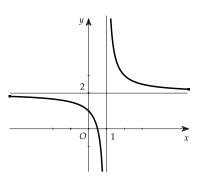
Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = 2 và tiệm cận ngang y = 3.

Suy ra loại các đáp án A, D.

Mặt khác, dựa vào đồ thị hàm số suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên  $(-\infty;2)$  và  $(2;+\infty) \Rightarrow$  chọn đáp án C.

# ⇒ Chon đáp án C.

Câu 46. Cho hàm số f(x) có đồ thị được minh họa như hình vẽ sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị của f(x) có một tiệm cận đứng là đường thẳng x = 1 và một đường tiệm cận ngang là đường thẳng x = 2.

B. Đồ thị của f(x) có một tiệm cận đứng là đường thẳng x = 1 và một đường tiệm cận ngang là đường thẳng y = 2.

C. Đồ thị của f(x) có một tiệm cận đứng là đường thẳng y=2 và một đường tiệm cận ngang là đường thẳng x = 1.

D. Đồ thị của f(x) có một tiệm cận đứng là đường thẳng x = -1 và một đường tiệm cận ngang là đường thắng y = 2.

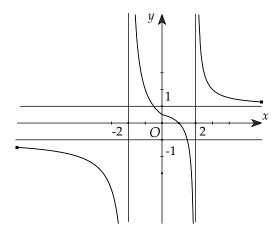
## Lòi giải:

Dựa vào đồ thị:

- +) Ta có:  $\lim_{x\to 1^+} y = +\infty$ ;  $\lim_{x\to 1^-} y = -\infty \Rightarrow x = 1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- +) Ta có:  $\lim_{x\to +\infty} y = 2$ ;  $\lim_{x\to -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

## ⇒ Chọn đáp án B.

Câu 47. Cho hàm số f(x) có đồ thị được minh họa như hình vẽ sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị của f(x) chỉ có một tiệm cận đứng là đường thẳng x = 2 và một đường tiệm cận ngang là đường thắng x = 2.

B. Đồ thị của f(x) có hai tiệm cận đứng là đường thẳng x = 2; x = -2 và có duy nhất một đường tiệm cận ngang là đường thắng y = 1.

C. Đồ thị của f(x) có hai tiệm cận đứng là đường thẳng x = 2; x = -2 và có hai đường tiệm cận ngang là đường thẳng y = 1; y = -1.

D. Đồ thị của f(x) có một tiệm cận đứng là đường thẳng x=-1 và một đường tiệm cận ngang là đường thẳng y = 2.

# Lời giải:

Dựa vào đồ thị:

+) Ta có:  $\lim_{x \to 0} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \to 0} y = -\infty \Rightarrow x = 2$ ; x = -2 là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Ta có:  $\lim y = 1$ ;  $\lim y = -1 \Rightarrow y = 1$ ; y = -1 là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

# ⇒Chọn đáp án C.

Câu 48. Cho hàm số  $y = \frac{ax-1}{x-b}$  có đồ thị như hình bên.

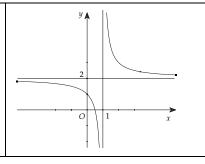
Xác định a, b.

A. 
$$a = 1$$
;  $b = 2$ .

B. 
$$a = 1$$
;  $b = -2$ .

C. 
$$a = 2$$
;  $b = 1$ .

D. 
$$a = -2$$
;  $b = 1$ .



# Lời giải:

Dựa vào hình vẽ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = 1 và tiệm cận ngang y = 2. Vây a = 2; b = 1.

# ⇒Chọn đáp án C.

**Câu 49.** Cho hàm số  $y = \frac{ax-1}{x-b}$  có đồ thị như hình bên.

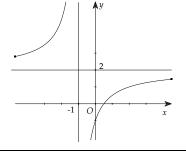
Xác định a, b.

A. 
$$a = 1$$
;  $b = 2$ .

B. 
$$a = 1$$
;  $b = -2$ .

C. 
$$a = 2$$
;  $b = 1$ .

D. 
$$a = 2$$
;  $b = -1$ .



# Lời giải:

Dựa vào hình vẽ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = -1 và tiệm cận ngang y = 2. Vậy a = 2; b = -1.

# ⇒Chọn đáp án D.

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  có đồ thị như hình

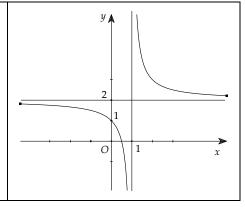
bên. Xác định a, b, c.

A. 
$$a = 2$$
;  $b = -1$ ;  $c = 0$ 

A. 
$$a = 2$$
;  $b = -1$ ;  $c = 0$ . B.  $a = 2$ ;  $b = -1$ ;  $c = -1$ .

C. 
$$a = 2$$
;  $b = -1$ ;  $c = -2$ . D.  $a = 2$ ;  $b = -1$ ;  $c = 1$ .

D. 
$$a = 2$$
;  $b = -1$ ;  $c = 1$ 



# Lời giải:

Dựa vào hình vẽ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = 1 và tiệm cận ngang y = 2.

Suy ra: a = 2; c = -1. Mặt khác, đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm  $\left(0, \frac{b}{c}\right)$ . Dựa vào hình

vẽ suy ra  $\frac{b}{c} = 1$ , do  $c = -1 \Rightarrow b = -1$ . Vậy a = 2; b = -1; c = -1.

# ⇒Chọn đáp án D.

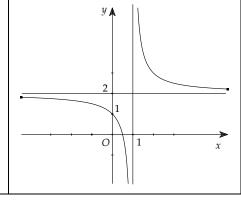
Câu 51. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?

A. 
$$y = \frac{x-1}{2x-1}$$
.

B. 
$$y = \frac{2x-1}{x-1}$$
.

C. 
$$y = \frac{2x+1}{x+1}$$
. D.  $y = \frac{2x-3}{x-1}$ .

D. 
$$y = \frac{2x-3}{x-1}$$
.



# Lời giải:

Dựa vào hình vẽ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = 1 và tiệm cận ngang y = 2. Trong các đáp án thì đáp án B phù hợp.

⇒Chọn đáp án B.

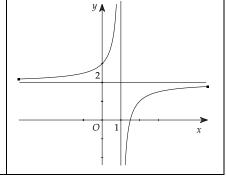
Câu 52. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?

A. 
$$y = \frac{x-1}{2x-1}$$
.

B. 
$$y = \frac{2x-1}{x-1}$$
.

C. 
$$y = \frac{2x+1}{x+1}$$
.

D. 
$$y = \frac{2x-3}{x-1}$$
.



# Lời giải:

Dựa vào hình vẽ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = 1 và tiệm cận ngang y = 2. Suy ra loại các đáp án A, C.

Mặt khác, dựa vào đồ thị hàm số suy ra hàm số đã cho đồng biến trên  $(-\infty;1)$  và  $(1;+\infty) \Rightarrow$  chọn đáp án D.

⇒ Chon đáp án D.

Câu 53. Cho hàm số y = f(x) xác định trên tập  $D = (-2,2) \setminus \{-1, 1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có  $\lim_{x \to -2^+} y = -\infty$ ,  $\lim_{x \to -1^-} y = -\infty$ ,  $\lim_{x \to -1^+} y = +\infty$ ,  $\lim_{x \to 1^-} y = -\infty$ ,  $\lim_{x \to 1^+} y = +\infty$  và  $\lim y = +\infty$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị của f(x) có đúng hai đường tiệm cận đứng là các đường thẳng x = -1và x = 1.

B. Đồ thị của f(x) có đúng bốn đường tiệm cận đứng là các đường thẳng x = -2, x = -1, x = 1 và x = 2.

C. Đồ thị của f(x) có đúng hai đường tiệm cận đứng là các đường thẳng x = -2va) x = 2.

D. Đồ thị của f(x) có sáu tiệm cận đứng.

# Lời giải:

+) Ta có:  $\lim_{x \to -2^+} y = -\infty$ ,  $\lim_{x \to -1^-} y = -\infty$ ,  $\lim_{x \to -1^+} y = +\infty$ ,  $\lim_{x \to 1^-} y = -\infty$ ,  $\lim_{x \to 1^+} y = +\infty$  và  $\lim_{x \to 2^-} y = +\infty$ .

Suy ra đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận đứng là các đường thẳng x = -2, x = -1, x = 1 và x = 2.

⇒ Chọn đáp án B.

# SĒ CÒN UPDATE TIẾP.....

Các em cùng thầy cô cố gắng nhé?! Thầy tin mọi việc rồi sẽ tốt đẹp thôi! À quên, nếu có nhầm gì thì các em phản hồi giúp thầy nhé?! Hen gặp lại các em ở những chủ đề sau!

# Huế, ngày 03 tháng 9 năm 2017!

P/S: Trong quá trình biên soan chắc chắn không tránh khỏi sai sót, rất mong nhân được sự góp ý của quý thầy cô giáo và các em học sinh thân yêu để các bài viết tiếp theo được hoàn thiên hơn. Xin chân thành cảm ơn!

# CLB GIÁO VIÊN TRẢ TP HUẾ

Phụ trách chung: Giáo viên LÊ BÁ BẢO.

Đơn vị công tác: Trường THPT Đặng Huy Trứ, Thừa Thiên Huế.

Email: <u>lebabaodanghuytru2016@gmail.com</u> Facebook: Lê Bá Bảo

Số điện thoại: **0935.785.115** 

