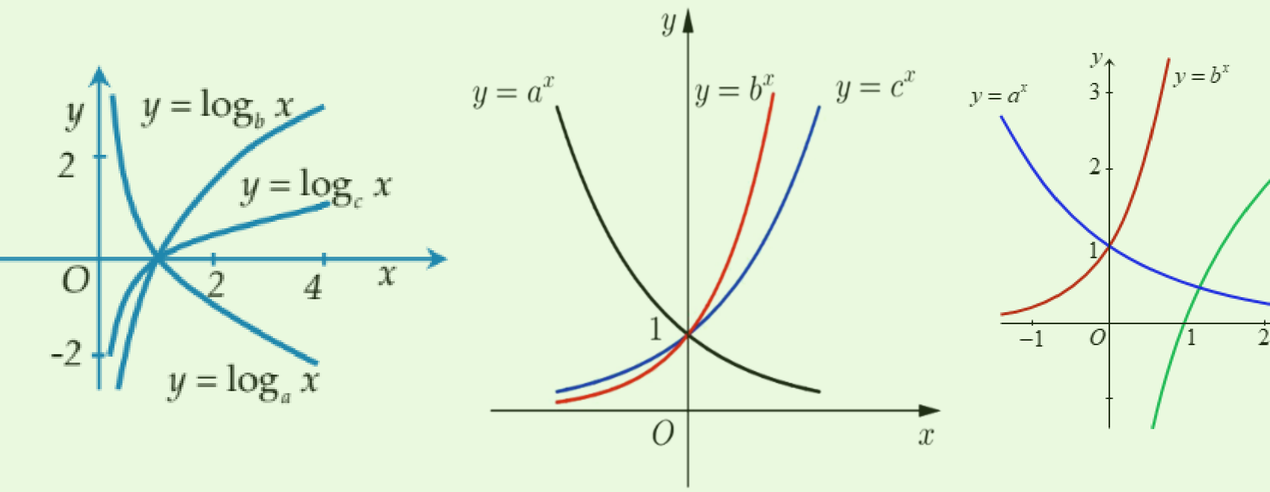
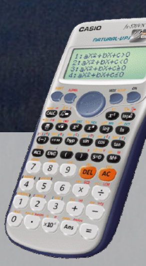
TOÁN LUYỆN THI ĐẠI HỌC

Chuyên đề

LŨY THỪA MŨ-LOGARIT





- KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM
- CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI
- THỦ THUẬT CASIO GIẢI TOÁN HÀM SỐ
- BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CÓ LỜI GIẢI CHI TIẾT

ÔN THI THPT QUỐC GIA

Tài liệu gồm 341 trang bao gồm các chủ đề sau:

Chủ đề 1. Lũy thừa

Chủ đề 2. Logarit

Chủ đề 3. Hàm số Lũy thừa-Mũ-Logarit

Chủ đề 4. Phương trình-Hệ phương trình Mũ-Logarit

Chủ đề 5. Bất phương trình Mũ-Logarit

Chủ đề 6. Các bài toán ứng dụng Lũy thừa-Mũ-Logarit

Bố cục của các chủ đề gồm các phần sau:

1. Kiến thức cơ bản cần nắm
2. Các dạng toán và phương pháp giải (kèm theo các bài toán minh họa)
3. Thủ thuật Casio giải nhanh
4. Bài tập trắc nghiệm rèn luyện (có lời giải chi tiết)

Tài liệu được tôi sưu tầm và biên soạn để làm tư liệu cho các em lớp 12 ôn thi kỳ thi THPT Quốc gia tham khảo, giúp các em ôn lại kiến thức nhanh chóng và hiệu quả hơn. Trong quá tình tổng hợp và biên soạn không tránh khỏi những sai sót đáng tiếc do số lượng kiến thức và bài tập khá nhiều. Mong các đọc giả thông cảm và đóng góp ý kiến để những tài liệu sau của tôi được chỉnh chu hơn! Mọi đóng góp xin gửi về:

Facebook: https://web.facebook.com/duytuan.qna.

Hoặc qua Gmail: btdt94@gmail.com.

Các em có thể xem thêm các chuyên đề luyện thi Đại học môn Toán tại Website:

https://toanhocplus.blogspot.com/

Xin chân thành cảm ơn!!!

Quảng Nam – 15.02.2018

30 Tết

Bùi Trần Duy Tuấn

MỤC LỤC

Chủ đề 1 LŨY THỪA

☆☆☆

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. LŨY THỪA

1. Lũy thừa

a. Lũy thừa với số mũ nguyên

∘ Cho n là một số nguyên dương. Với a là số thực tùy ý, lũy thừa bậc n của a là tích của n thừa số a $\quad a^n = \underbrace{a.a......a}_{n}$ (n thừa số)

Ta gọi a là cơ số, n là số mũ của lũy thừa a^n.

∘ Với $a \neq 0$, $n = 0$ hoặc n là một số nguyên âm, lũy thừa bậc n của a là số a^n xác định bởi: $a^0 = 1$; $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.

Chú ý: 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.

b. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

Cho $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \dfrac{m}{n}$; trong đó $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Khi đó: $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

c. Lũy thừa với số mũ vô tỉ

Cho $a > 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$, (r_n) là dãy số hữu tỉ sao cho $\lim\limits_{x\to+\infty} r_n = \alpha$. Khi đó: $a^\alpha = \lim\limits_{x\to+\infty} r_n = a^{r_n}$.

2. Một số tính chất của lũy thừa

- Với $a \neq 0, b \neq 0$ và $m, n \in \mathbb{Z}$, ta có:

∘ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; ∘ $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; ∘ $(a^m)^n = a^{m.n}$;

∘ $(ab)^m = a^m \cdot b^m$; ∘ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$; ∘ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^m$.

∘ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$ ∘ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ $(a > 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*)$

- Với $a > 1$ thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$; Với $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$.
- Với mọi $0 < a < b$, ta có: $a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0$; $\quad a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$

Chú ý: ∘ Các tính chất trên đúng trong trường hợp số mũ nguyên hoặc không nguyên.

∘ Khi xét lũy thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.

∘ Khi xét lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.

∘ Lũy thừa với mũ số thực (của một số dương) có đầy đủ tính chất như lũy thừa với số mũ nguyên.

II. CĂN BẬC N

1. Định nghĩa:

- Cho số thực b và số nguyên dương n $(n \geq 2)$. Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n = b$.
- *Nhận xét:*
  - Với n lẻ và $a \in \mathbb{R}$: Có duy nhất một căn bậc n của a, kí hiệu là $\sqrt[n]{a}$.
  - Với n chẵn:
    - $a < 0$: Không tồn tại căn bậc n của a.
    - $a = 0$: Có một căn bậc n của a là số 0.
    - $a > 0$: Có hai căn bậc n của a là hai số đối nhau, căn có giá trị dương ký hiệu là $\sqrt[n]{a}$, căn có giá trị âm kí hiệu là $-\sqrt[n]{a}$.

2. Một số tính chất của căn bậc n

- Với $a, b \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}^*$, ta có:
  - $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|, \forall a$;
  - $\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, \forall a$.
  - $\sqrt[2n]{ab} = \sqrt[2n]{|a|} \cdot \sqrt[2n]{|b|}, \forall ab \geq 0$;
  - $\sqrt[2n+1]{ab} = \sqrt[2n+1]{a} \cdot \sqrt[2n+1]{b}, \forall a, b$.
  - $\sqrt[2n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[2n]{|a|}}{\sqrt[2n]{|b|}}, \forall ab \geq 0, b \neq 0$;
  - $\sqrt[2n+1]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[2n+1]{a}}{\sqrt[2n+1]{b}}, \forall a, \forall b \neq 0$.
- Với $a, b \in \mathbb{R}$, ta có:
  - $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m, \forall a > 0$, n nguyên dương, m nguyên.
  - $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}, \forall a \geq 0$, n, m nguyên dương.
  - Nếu $\dfrac{p}{n} = \dfrac{q}{m}$ thì $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q}, \forall a > 0$; m, n nguyên dương; p, q nguyên.

    Đặc biệt: $\sqrt[n]{a} = \sqrt[m \cdot n]{a^m}$

B. MỘT SỐ DẠNG TOÁN LIÊN QUAN VỀ LŨY THỪA

I. VIẾT LŨY THỪA VỚI DẠNG SỐ MŨ HỬU TỈ

Bài toán 1: Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $x^{\frac{7}{12}}$. **B.** $x^{\frac{5}{6}}$. **C.** $x^{\frac{12}{7}}$. **D.** $x^{\frac{6}{5}}$.

Lời giải:

Chọn A.

$$\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}=\sqrt[4]{x^2x^{\frac{1}{3}}}=\sqrt[4]{x^{\frac{7}{3}}}=\left(x^{\frac{7}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}=x^{\frac{7}{12}}.$$

Bài toán 2: Cho b là số thực dương. Biểu thức $\dfrac{\sqrt[5]{b^2\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải:

Chọn D.

$$\frac{\sqrt[5]{b^2\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}}=\frac{\sqrt[5]{b^2b^{\frac{1}{2}}}}{\sqrt[3]{bb^{\frac{1}{2}}}}=\frac{\sqrt[5]{b^{\frac{5}{2}}}}{\sqrt[3]{b^{\frac{3}{2}}}}=\frac{\left(b^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}}{\left(b^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}}=\frac{b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}}=1$$

Bài toán 3: Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $x^{\frac{256}{255}}$. **B.** $x^{\frac{255}{256}}$. **C.** $x^{\frac{127}{128}}$. **D.** $x^{\frac{128}{127}}$.

Lời giải:

Chọn B.

Cách 1: $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{1}{2}}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}}}}}$

$$=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{7}{4}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{7}{8}}}}}}}$$

$$=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{15}{8}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{15}{16}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{31}{16}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{xx^{\frac{31}{32}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{63}{32}}}}}$$

$$=\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{63}{64}}}}=\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{127}{64}}}}=\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{127}{128}}}}=\sqrt{x\cdot x^{\frac{255}{128}}}=\sqrt{x^{\frac{255}{128}}}=x^{\frac{255}{256}}.$$

Nhận xét: $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}=x^{\frac{2^8-1}{2^8}}=x^{\frac{255}{256}}$.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay

Ta nhẩm $\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$. Ta nhập màn hình **1a2=(M+1)1a2**

Sau đó nhấn 7 lần (bằng với số căn bậc hai còn lại chưa xử lý) phím **=**.

Bài toán 4: Cho hai số thực dương a và b. Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $x^{\frac{7}{30}}$. **B.** $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$. **C.** $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. **D.** $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải:

Chọn D.

$$\sqrt[5]{\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}}}=\sqrt[5]{\frac{a}{b}\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt[5]{\frac{a}{b}\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-1}{2}}}}=\sqrt[5]{\frac{a}{b}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-1}{6}}}=\sqrt[5]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{5}{6}}}=\sqrt[5]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{5}{6}}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$$

II. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Bài toán 1: Tính các biểu thức sau:

a) $A=4^{\frac{3}{2}}+8^{\frac{2}{3}}$ b) $B=\left(2^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{1}{3}}\right)\left(4^{\frac{1}{3}}+25^{\frac{1}{3}}-10^{\frac{1}{3}}\right)$

Lời giải:

a) $A=4^{\frac{3}{2}}+8^{\frac{2}{3}}=\left(2^2\right)^{\frac{3}{2}}+\left(2^3\right)^{\frac{2}{3}}=2^3+2^2=12$.

b) $B=\left(2^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{1}{3}}\right)\left(4^{\frac{1}{3}}+25^{\frac{1}{3}}-10^{\frac{1}{3}}\right)=\left(2^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{1}{3}}\right)\left[\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^2-\left(2^{\frac{1}{3}}\right)\left(5^{\frac{1}{3}}\right)+\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^2\right]=2+5=7$

Bài toán 2: Giá trị của biểu thức $P=\dfrac{2^3.2^{-1}+5^{-3}.5^4}{10^{-3}:10^{-2}-(0,1)^0}$ là:

A. 9. **B.** -9. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải:

Chọn C.

$$P=\frac{2^3.2^{-1}+5^{-3}.5^4}{10^{-3}:10^{-2}-(0,1)^0}=\frac{2^2+5}{10^{-1}-1}=\frac{9}{\frac{1}{10}-1}=-10.$$

Bài toán 3: Chứng minh rằng $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$.

Lời giải:

Đặt $x=\sqrt[3]{2}>1$. Ta cần chứng minh đẳng thức

$\sqrt[3]{x-1}=\frac{1-x+x^2}{\sqrt[3]{9}}$.

$\Leftrightarrow 9(x-1)=\left(x^2-x+1\right)^3$, nhân vào hai vế $(x+1)^3\neq 0$

$\Leftrightarrow 9(x-1)(x+1)^3=\left(x^3+1\right)^3$, sử dụng $x^3=2$

$\Leftrightarrow 9(x-1)\left(3x^2+3x+3\right)=27 \Leftrightarrow (x-1)\left(x^2+x+1\right)=1$

$\Leftrightarrow x^3-1=1 \Leftrightarrow x^3=2$, đẳng thức này đúng. (Đpcm)

Bài toán 4: Cho $f(x)=\frac{2016^x}{2016^x+\sqrt{2016}}$. Tính giá trị biểu thức

$S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+\ldots+f\left(\frac{2016}{2017}\right)$

A. S = 2016 **B.** S = 2017 **C.** S = 1008 **D.** S = $\sqrt{2016}$

Lời giải:

Chọn C.

Ta có: $f(1-x)=\frac{\sqrt{2016}}{2016^x+\sqrt{2016}} \to f(x)+f(1-x)=1$

Suy ra $S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+\ldots+f\left(\frac{2016}{2017}\right)=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)$

$+f\left(\frac{2015}{2017}\right)+\ldots+f\left(\frac{1008}{2017}\right)+f\left(\frac{1009}{2017}\right)=1008$.

Bài toán 5: Rút gọn biểu thức

$$A=\frac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{1}+\sqrt{3}}+\frac{6+\sqrt{8}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{2k+\sqrt{k^2-1}}{\sqrt{k-1}+\sqrt{k+1}}+\ldots+\frac{200+\sqrt{9999}}{\sqrt{99}+\sqrt{101}}$$

Lời giải:

Ta có $\frac{2k+\sqrt{k^2-1}}{\sqrt{k-1}+\sqrt{k+1}}=\frac{\left[\sqrt{k+1}^2+\sqrt{(k-1)(k+1)}+\sqrt{k-1}^2\right]\left(\sqrt{k+1}-\sqrt{k-1}\right)}{\left(\sqrt{k-1}+\sqrt{k+1}\right)\left(\sqrt{k+1}-\sqrt{k-1}\right)}$

$$=\frac{\sqrt{k+1}^3-\sqrt{k-1}^3}{2}=\frac{(k+1)\sqrt{k+1}-(k-1)\sqrt{k-1}}{2}.$$

Áp dụng đẳng thức trên ta có

$$A=\frac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{1}+\sqrt{3}}+\frac{6+\sqrt{8}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}+...+\frac{2k+\sqrt{k^2-1}}{\sqrt{k-1}+\sqrt{k+1}}+...+\frac{200+\sqrt{9999}}{\sqrt{99}+\sqrt{101}}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}-1\sqrt{1}+4\sqrt{4}-2\sqrt{2}+5\sqrt{5}-3\sqrt{3}+6\sqrt{6}-4\sqrt{4}+...100\sqrt{100}-98\sqrt{98}+101\sqrt{101}-99\sqrt{99}}{2}$$

$$=\frac{-1\sqrt{1}-2\sqrt{2}+100\sqrt{100}+101\sqrt{101}}{2}=\frac{999+101\sqrt{101}-2\sqrt{2}}{2}.$$

III. RÚT GỌN BIỂU THỨC

Bài toán 1: Cho $P=\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}$. Biểu thức rút gọn của P là:

A. x. **B.** $2x$. **C.** $x+1$. **D.** $x-1$.

Lời giải:

Chọn A.

$$P=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\left(\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{x}\right)^{-1}=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\frac{x}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}=x.$$

Bài toán 2: Hãy rút gọn biểu thức sau:

$$\left(\frac{a^{0,5}+2}{a+2a^{0,5}+1}-\frac{a^{0,5}-2}{a-1}\right).\frac{a^{0,5}+1}{a^{0,5}}\text{ (Với } 0<a\neq 1)$$

Lời giải:

$$\left(\frac{a^{0,5}+2}{a+2a^{0,5}+1}-\frac{a^{0,5}-2}{a-1}\right).\frac{a^{0,5}+1}{a^{0,5}}$$

$$=\left[\frac{a^{0,5}+2}{\left(a^{0,5}+1\right)^2}-\frac{a^{0,5}-2}{\left(a^{0,5}-1\right)\left(a^{0,5}+1\right)}\right].\frac{a^{0,5}+1}{a^{0,5}}$$

$$=\left(\frac{a^{0,5}+2}{a^{0,5}+1}-\frac{a^{0,5}-2}{a^{0,5}-1}\right).\frac{1}{a^{0,5}}=\frac{a+a^{0,5}-2-a+a^{0,5}+2}{a-1}.\frac{1}{a^{0,5}}=\frac{2}{a-1}.$$

Bài toán 3: Hãy rút gọn biểu thức sau

$$\left[\frac{x\sqrt{x}-x}{\left(\frac{\sqrt[4]{x^3}-1}{\sqrt[4]{x}-1}-\sqrt{x}\right)\left(\frac{\sqrt[4]{x^3}+1}{\sqrt[4]{x}+1}-\sqrt{x}\right)}\right]^3\text{ (Với } x>0,\ x\neq 1)$$

Lời giải:

$$\left[\frac{x\sqrt{x}-x}{\left(\frac{\sqrt[4]{x^3}-1}{\sqrt[4]{x}-1}-\sqrt{x}\right)\left(\frac{\sqrt[4]{x^3}+1}{\sqrt[4]{x}+1}-\sqrt{x}\right)}\right]^3=\left[\frac{x\sqrt{x}-x}{\left(\sqrt[4]{x^2}+\sqrt[4]{x}+1-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt[4]{x^2}-\sqrt[4]{x}+1-\sqrt{x}\right)}\right]^3$$

$$=\left[\frac{x\sqrt{x}-x}{\left(\sqrt[4]{x}+1\right)\left(1-\sqrt[4]{x}\right)}\right]^3=\left(\frac{x\left(\sqrt{x}-1\right)}{1-\sqrt{x}}\right)^3=-x^3.$$

Bài toán 4: Hãy rút gọn biểu thức sau

$$\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{yx^{\frac{1}{2}}+xy^{\frac{1}{2}}}+\frac{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}}-yx^{\frac{1}{2}}}\right).\frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y}-\frac{2y}{x-y}\text{(Với } x>0,\, y>0,\ x\neq y\text{)}$$

Lời giải:

Cách 1: Làm trực tiếp

$$\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{yx^{\frac{1}{2}}+xy^{\frac{1}{2}}}+\frac{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}}-yx^{\frac{1}{2}}}\right).\frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y}-\frac{2y}{x-y}=\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{y}+\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right).\frac{x}{x+y}-\frac{2y}{x-y}$$

$$=2\left(\frac{x+y}{x-y}\right).\frac{x}{x+y}-\frac{2y}{x-y}=2.$$

Cách 2 : Dùng ẩn phụ

$$A=\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{yx^{\frac{1}{2}}+xy^{\frac{1}{2}}}+\frac{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}}-yx^{\frac{1}{2}}}\right).\frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y}-\frac{2y}{x-y}$$, đặt $x^{\frac{1}{2}}=a, y^{\frac{1}{2}}=b$

Ta có

$$A=\left(\frac{a-b}{a.b^2+a^2b}+\frac{a+b}{a^2b-ab^2}\right).\frac{a^3b}{a^2+b^2}-\frac{2b^2}{a^2-b^2}$$

$$=\left(\frac{a-b}{b+a}+\frac{a+b}{a-b}\right).\frac{a^2}{a^2+b^2}-\frac{2b^2}{a^2-b^2}$$

$$=2\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right).\frac{a^2}{a^2+b^2}-\frac{2b^2}{a^2-b^2}=2$$

Bài toán 5: Cho các số thực dương a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức

$P=\left(2a^{\frac{1}{4}}-3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(2a^{\frac{1}{4}}+3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)$ có dạng là $P=xa+yb$. Tính $x+y$?

A. $x+y=97$. **B.** $x+y=-65$. **C.** $x-y=56$. **D.** $y-x=-97$.

Lời giải:

Chọn B.

Cách 1: Ta có: $P=\left(2a^{\frac{1}{4}}-3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(2a^{\frac{1}{4}}+3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)=\left(\left(2a^{\frac{1}{4}}\right)^2-\left(3b^{\frac{1}{4}}\right)^2\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)$

$=\left(4a^{\frac{1}{2}}-9b^{\frac{1}{2}}\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)=\left(4a^{\frac{1}{2}}\right)^2-\left(9b^{\frac{1}{2}}\right)^2=16a-81b$.

Do đó: $x=16; y=-81$.

Cách 2: Cho a = 1, b= 1 bấm máy ra kết quả là A

Cho a = 2, b = 3 bấm máy ra kết quả là B

Giải hệ $\begin{cases} x+y=A \\ 2x+3y=B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16 \\ y=-81 \end{cases}$

Bài toán 6: Cho các số thực dương phân biệt a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\sqrt{4a}+\sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}$ có dạng $P=m\sqrt[4]{a}+n\sqrt[4]{b}$. Khi đó biểu thức liên hệ giữa m và n là:

A. $2m-n=-3$. **B.** $m+n=-2$. **C.** $m-n=0$. **D.** $m+3n=-1$.

Lời giải:

Chọn A.

Cách 1: $P=\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\sqrt{4a}+\sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a}\right)^2-\left(\sqrt[4]{b}\right)^2}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\dfrac{2\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{a}+2\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}$.

$=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\dfrac{2\sqrt[4]{a}\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}=\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}-2\sqrt[4]{a}=\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{a}$.

Do đó $m=-1; n=1$.

Cách 2: Cho a = 1, b= 1 bấm máy ra kết quả là A

Cho a = 2, b = 3 bấm máy ra kết quả là B

Giải hệ $\begin{cases} m+n=A \\ 2m+3n=B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$

IV. SO SÁNH CÁC SỐ

Bài toán 1: So sánh các cặp số sau:

a) $(0,01)^{-\sqrt{2}}$ với $(10)^{-\sqrt{2}}$ b) $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^2$ với $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^6$

c) $5^{-2\sqrt{3}}$ với $5^{-3\sqrt{2}}$ d) 5^{300} với 8^{200}

Lời giải:

a) Ta có hai số cùng số mũ $n=-\sqrt{2}<0$ nên cơ số càng lớn số càng nhỏ.

Suy ra $(0,01)^{-\sqrt{2}}>(10)^{-\sqrt{2}}$

b) Ta có hai số cùng cơ số $0<a=\dfrac{\pi}{4}<1$ nên số mũ càng lớn số càng nhỏ.

Suy ra $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^2>\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^6$.

c) Ta có hai số cùng cơ số $a=5>1$ nên số mũ càng lớn số càng lớn.

Mà $-2\sqrt{3}=-\sqrt{12}>-3\sqrt{2}=-\sqrt{18}$

Suy ra $5^{-2\sqrt{3}}>5^{-3\sqrt{2}}$.

d) Ta cần đưa hai số trên về cùng cơ số hoặc cùng số mũ.

$$5^{300}=\left(5^3\right)^{100}=125^{100}>8^{200}=\left(8^2\right)^{100}=64^{100}$$

Bài toán 2: So sánh hai số *m, n* hoặc tìm điều kiện với cơ số a ?

a) $3,2^m<3,2^n$ b) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^m>\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$

c) $\left(\sqrt{5}-1\right)^m<\left(\sqrt{5}-1\right)^n$ d) $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}$

Lời giải:

a) Ta có hai số cùng cơ số $a=3,2>1$ nên số mũ càng lớn số càng lớn.

Mà $3,2^m<3,2^n\Rightarrow m<n$.

b) Ta có hai số cùng cơ số $a=\frac{\sqrt{3}}{2}<1$ nên số mũ càng lớn số càng nhỏ.

Mà $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^m>\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n\Rightarrow m<n$.

c)Ta có hai số cùng cơ số $a=\sqrt{5}-1>1$ nên số mũ càng lớn số càng lớn.

Mà $\left(\sqrt{5}-1\right)^m<\left(\sqrt{5}-1\right)^n\Rightarrow m<n$.

d) Ta có hai số cùng cơ số $a-1$.

Mà $-\frac{2}{3}<-\frac{1}{3}$ và $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}\Rightarrow a-1>1\Rightarrow a>2$.

Bài toán 3: So sánh hai số $1^1+2^2+3^3+...+1000^{1000}$ và $2^{2^{2^{2^2}}}$

Lời giải:

Ta có $2^{2^{2^{2^2}}}=2^{2^{2^4}}=2^{2^{16}}$.

Mà $\begin{cases}2^{10}=1024>1000\\ 2^6=64\end{cases}\Rightarrow 2^{16}>64000\Rightarrow 2^{2^{16}}>2^{64000}$.

Mặt khác $1^1+2^2+3^3+...+1000^{1000}<1000.1000^{1000}=1000^{1001}<\left(2^{10}\right)^{1001}=2^{10010}<2^{64000}$.

Vậy $1^1+2^2+3^3+...+1000^{1000}<2^{2^{2^{2^2}}}$.

C. THỦ THUẬT CASIO

I. PHƯƠNG PHÁP HỆ SỐ HÓA BIẾN

Bước 1 : Dựa vào hệ thức điều kiện buộc của đề bài chọn giá trị thích hợp cho biến

Bước 2 : Tính các giá trị liên quan đến biến rồi gắn vào A, B, C nếu các giá trị tính được lẻ

Bước 3 : Quan sát 4 đáp án và chọn đáp án chính xác

II. MỘT SỐ BÀI TOÁN MINH HỌA

Bài toán 1: Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $P = \dfrac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}}$ có giá trị bằng?

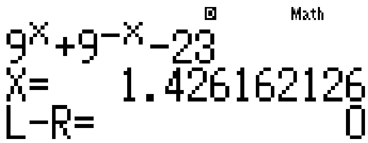
A. 2 **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $-\dfrac{5}{2}$

Lời giải:

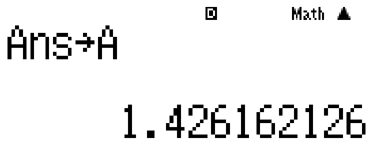
PHƯƠNG PHÁP CASIO

∘ Từ phương trình điều kiện $9^x + 9^{-x} = 23$ ta có thể dò được nghiệm bằng chức năng SHIFT SOLVE

9 x■ ALPHA) ▶ + 9 x■ − ALPHA) ▶ − 2 3 SHIFT CALC 1 =

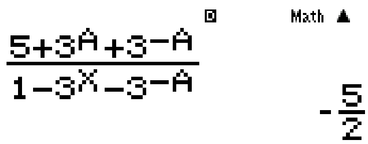


∘ Lưu nghiệm này vào giá trị A : SHIFT RCL (−)



∘ Để tính giá trị biểu thức P ta chỉ cần gắn giá trị $x = A$ sẽ được giá trị của P

▭ 5 + 3 x■ ALPHA (−) ▶ + 3 x■ − ALPHA (−) ▼ 1 − 3 x■ ALPHA) ▶ − 3 x■ − ALPHA (−) ▶ ▶ =



Vậy rõ ràng **D** là đáp số chính xác

TỰ LUẬN

∘ Đặt $t = 3^x + 3^{-x} \Leftrightarrow t^2 = 9^x + 9^{-x} + 2 = 25 \Leftrightarrow t = \pm 5$

∘ Vì $3^x + 3^{-x} > 0$ vậy $t > 0$ hay 5

∘ Với $3^x + 3^{-x} = 5$. Thế vào P ta được $P = \dfrac{5+5}{1-5} = -\dfrac{5}{2}$

Bình luận

Một bài toán hay thể hiện sức mạnh của Casio

Nếu trong một phương trình có cụm $a^x + a^{-x}$ thì ta đặt ẩn phụ là cụm này, khi đó ta có thể biểu diễn $a^{2x} + a^{-2x} = t^2 - 2$ và $a^{3x} - a^{-3x} = t^3 - 3t$

Bài toán 2: Cho $K=\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^{2}\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}$ với $x>0,y>0$. Biểu thức rút gọn của K là ?

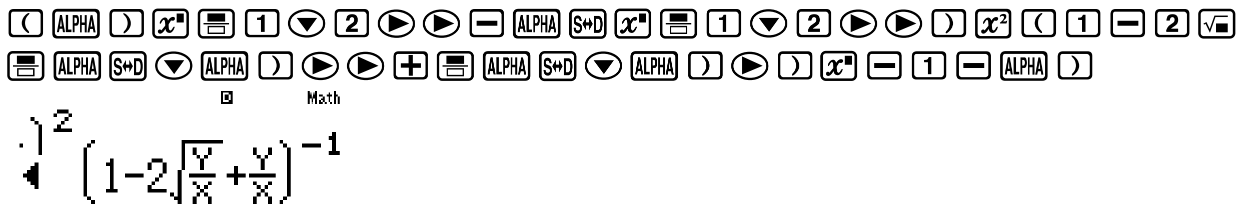
A. x **B.** $2x$ **C.** $x+1$ **D.** $x-1$

Lời giải:

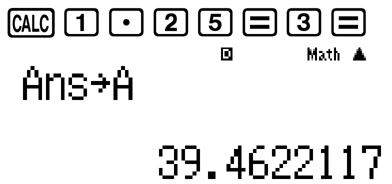
PHƯƠNG PHÁP CASIO

◦ Ta hiểu nếu đáp án A đúng thì $K=x$ hay hiệu $\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^{2}\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}-x$ bằng 0 với mọi giá trị $x;y$ thỏa mãn điều kiện $x>0,y>0$

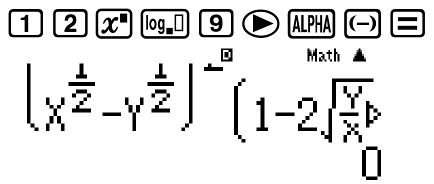
◦ Nhập hiệu trên vào máy tính Casio



◦ Chọn 1 giá trị $X=1.25$ và $Y=3$ bất kì thỏa $x>0,y>0$ rồi dùng lệnh gán giá trị CALC

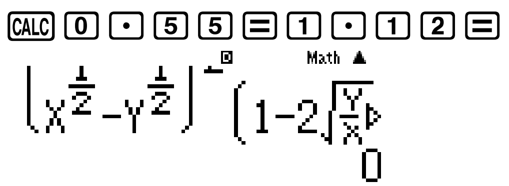


◦ Ta đã tính được giá trị x vậy dễ dàng tính được giá trị $y=12^{\log_9 x}$



Vậy ta khẳng định 90% đáp án **A** đúng

◦ Để cho yên tâm ta thử chọn giá trị khác, ví dụ như $X=0.55,Y=1.12$



Kết quả vẫn ra là 0, vậy ta chắc chắn **A** là đáp số chính xác

TỰ LUẬN

◦ Rút gọn $\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^{2}=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^{2}$

◦ Rút gọn $\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}=\left[\left(\sqrt{\frac{y}{x}}-1\right)^{2}\right]^{-1}=\left(\frac{\sqrt{y}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^{-2}=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}}\right)^{2}$

Vậy $K=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}}\right)^2=x$

Bình luận

Chúng ta cần nhớ nếu 1 khẳng định (1 hệ thức đúng) thì nó sẽ đúng với mọi giá trị x,y thỏa mãn điều kiện đề bài . Vậy ta chỉ cần chọn các giá trị $X,Y>0$ để thử và ưu tiên các giá trị này hơi lẻ, tránh số tránh (có khả năng xảy ra trường hợp đặc biệt)

Bài toán 3: Rút gọn biểu thức $\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ (với $a>0$) được kết quả :

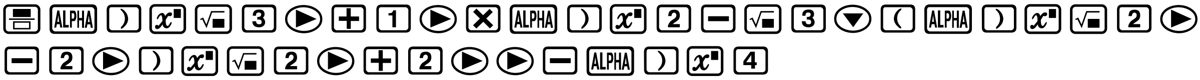
A. a^4 **B.** a **C.** a^5 **D.** a^3

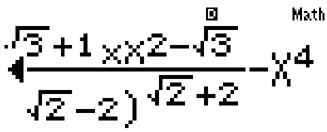
Lời giải:

PHƯƠNG PHÁP CASIO

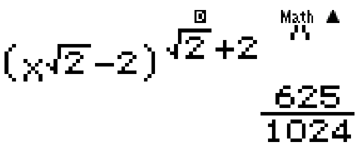
∘ Ta phải hiểu nếu đáp **A** đúng thì hiệu $\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}-a^4$ phải $=0$ với mọi giá trị của a

∘ Nhập hiệu trên vào máy tính Casio



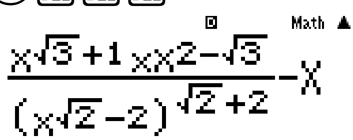


∘ Chọn một giá trị a bất kỳ (ưu tiên A lẻ), ta chọn $a=1.25$ chả hạn rồi dùng lệnh tính giá trị CALC

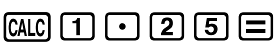


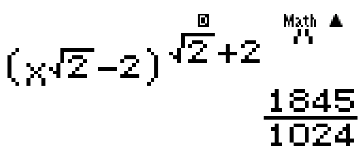
Vậy hiệu trên khác 0 hay đáp án A sai

∘ Để kiểm tra đáp số B ta sửa hiệu trên thành $\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}-a$



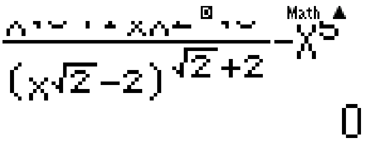
∘ Rồi lại tính giá trị của hiệu trên với $a=1.25$





Vẫn ra giá trị khác 0 vậy B sai.

- Tương tự vậy ta sẽ thấy hiệu $\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}-a^5$ bằng 0



Vậy đáp số **C** là đáp số chính xác

TỰ LUẬN

- Ta rút gọn tử số $a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}=a^{\sqrt{3}+1+\left(2-\sqrt{3}\right)}=a^3$
- Tiếp tục rút gọn mẫu số $\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}=a^{\left(\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{2}+2\right)}=a^{2-4}=a^{-2}$

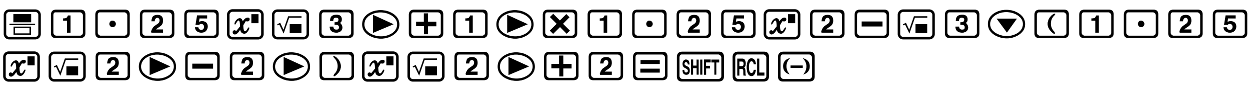
Vậy phân thức trở thành $\dfrac{a^3}{a^{-2}}=a^{3-(-2)}=a^5$

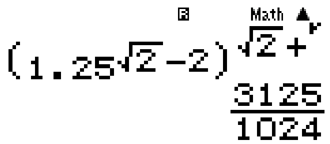
Bài toán 4: Rút gọn biểu thức $\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ (với $a>0$) được kết quả :

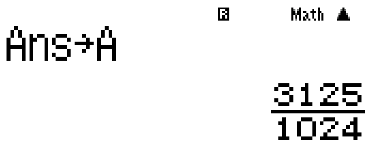
A. a^4 **B.** a **C.** a^5 **D.** a^3

Lời giải:

- Chọn $a>0$ ví dụ như $a=1.25$ chẳng hạn. Tính giá trị $\dfrac{1.25^{\sqrt{3}+1}.1.25^{2-\sqrt{3}}}{\left(1.25^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ rồi lưu vào A







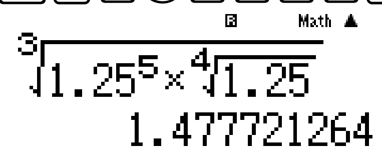
- Ta thấy $\dfrac{3125}{1024}=\left(1.25\right)^5=a^5$ $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

Bài toán 5: Biến đổi $\sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}\ \left(x>0\right)$ thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ, ta được :

A. $x^{\frac{20}{21}}$ **B.** $x^{\frac{21}{12}}$ **C.** $x^{\frac{20}{5}}$ **D.** $x^{\frac{12}{5}}$

Lời giải:

- Chọn $a>0$ ví dụ như $a=1.25$ chẳng hạn. Tính giá trị $\sqrt[3]{1.25^5\sqrt[4]{1.25}}$ rồi lưu vào A



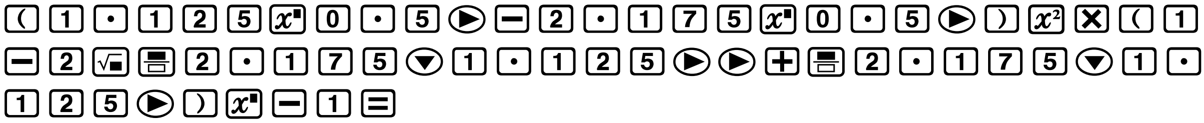
∘ Ta thấy $A=\left(1.25\right)^{\frac{21}{12}}=a^{\frac{21}{12}}$ $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**

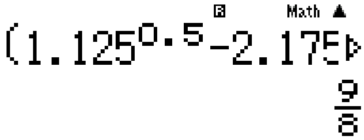
Bài toán 6: Cho $K=\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}$ với $x>0,y>0$. Biểu thức rút gọn của K là ?

A. x **B.** $2x$ **C.** $x+1$ **D.** $x-1$

Lời giải:

∘ Chọn $x=1.125$ và $y=2.175$ rồi tính giá trị biểu thức K





∘ Rõ ràng $K=\frac{9}{8}=1.125=x$ $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**

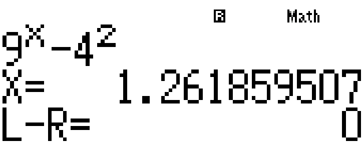
Bài toán 7: Cho các số $a>0,\,b>0,c>0$ thỏa mãn $4^a=6^b=9^c$. Tính giá trị biểu thức $T=\frac{b}{a}+\frac{b}{c}$

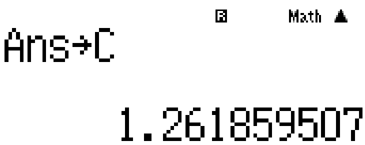
A. 1 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** 2 **D.** $\frac{5}{2}$

Lời giải:

∘ Chọn $a=2$ Từ hệ thức ta có $4^2=6^b\Leftrightarrow 6^b-4^2=0$. Dò nghiệm và lưu vào B

∘ Từ hệ thức ta lại có $9^c-4^2=0$. Dò nghiệm và lưu vào C





∘ Cuối cùng là tính $T=\frac{b}{a}+\frac{b}{c}=\frac{B}{2}+\frac{B}{C}=2$ $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I. ĐỀ BÀI

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. a^{-n} xác định với mọi $\forall a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}; \forall n \in N$ **B.** $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}; \forall a \in \mathbb{R}$

C. $a^0 = 1; \forall a \in \mathbb{R}$ **D.** $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}; \forall a \in \mathbb{R}; \forall m,n \in \mathbb{Z}$

Câu 2. Tìm x để biểu thức $(2x-1)^{-2}$ có nghĩa:

A. $\forall x \neq \frac{1}{2}$ **B.** $\forall x > \frac{1}{2}$ **C.** $\forall x \in \left(\frac{1}{2};2\right)$ **D.** $\forall x \geq \frac{1}{2}$

Câu 3. Tìm x để biểu thức $(x^2-1)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa:

A. $\forall x \in (-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $\forall x \in (-\infty;1]\cup[1;+\infty)$.

C. $\forall x \in (-1;1)$. **D.** $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$.

Câu 4. Tìm x để biểu thức $(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa:

A. $\forall x \in \mathbb{R}$ **B.** Không tồn tại x **C.** $\forall x > 1$ **D.** $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

Câu 5. Các căn bậc hai của 4 là:

A. -2 **B.** 2 **C.** ± 2 **D.** 16

Câu 6. Cho $a \in \mathbb{R}$ và $n = 2k (k \in \mathbb{N}^*)$, a^n có căn bậc n là:

A. a. **B.** $|a|$. **C.** $-a$. **D.** $a^{\frac{n}{2}}$.

Câu 7. Cho $a \in \mathbb{R}$ và $n = 2k+1 (k \in \mathbb{N}^*)$, a^n có căn bậc n là:

A. $a^{\frac{n}{2n+1}}$. **B.** $|a|$. **C.** $-a$. **D.** a.

Câu 8. Phương trình $x^{2016} = 2017$ có tập nghiệm $\mathbb{R}$ trong là :

A. T=$\{\pm\sqrt[2017]{2016}\}$ **B.** T=$\{\pm\sqrt[2016]{2017}\}$ **C.** T=$\{\sqrt[2016]{2017}\}$ **D.** T=$\{-\sqrt[2016]{2017}\}$

Câu 9. Các căn bậc bốn của 81 là:

A. 3 **B.** ± 3 **C.** -3 **D.** ± 9

Câu 10. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Phương trình $x^{2015} = -2$ vô nghiệm.

B. Phương trình $x^{21} = 21$ có 2 nghiệm phân biệt.

C. Phương trình $x^e = \pi$ có 1 nghiệm.

D. Phương trình $x^{2015} = -2$ có vô số nghiệm.

Câu 11. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Có một căn bậc n của số 0 là 0. **B.** $-\frac{1}{3}$ là căn bậc 5 của $-\frac{1}{243}$.

C. Có một căn bậc hai của 4. **D.** Căn bậc 8 của 2 được viết là $\pm\sqrt[8]{2}$.

Câu 12. Tính giá trị $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$, ta được:

A. 12 **B.** 16 **C.** 18 **D.** 24

Câu 13. Viết biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a}}\ (a>0)$ về dạng lũy thừa của a là.

A. $a^{\frac{5}{4}}$ **B.** $a^{\frac{1}{4}}$ **C.** $a^{\frac{3}{4}}$ **D.** $a^{\frac{1}{2}}$

Câu 14. Viết biểu thức $\frac{\sqrt{2\sqrt[3]{4}}}{16^{0,75}}$ về dạng lũy thừa 2^m ta được $m=?$.

A. $-\frac{13}{6}$. **B.** $\frac{13}{6}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{5}{6}$.

Câu 15. Các căn bậc bảy của 128 là:

A. -2 **B.** ± 2 **C.** 2 **D.** 8

Câu 16. Viết biểu thức $\sqrt[5]{\frac{b}{a}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}}$, $(a,b>0)$ về dạng lũy thừa $\left(\frac{a}{b}\right)^m$ ta được $m=?$.

A. $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{-2}{15}$.

Câu 17. Cho $a>0$; $b>0$. Viết biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ về dạng a^m và biểu thức $b^{\frac{2}{3}}:\sqrt{b}$ về dạng b^n. Ta có $m+n=?$

A. $\frac{1}{3}$ **B.** -1 **C.** 1 **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 18. Cho $x>0$; $y>0$. Viết biểu thức $x^{\frac{4}{5}}.\sqrt[6]{x^5\sqrt{x}}$; về dạng x^m và biểu thức $y^{\frac{4}{5}}:\sqrt[6]{y^5\sqrt{y}}$; về dạng y^n. Ta có $m-n=?$

A. $-\frac{11}{6}$ **B.** $\frac{11}{6}$ **C.** $\frac{8}{5}$ **D.** $-\frac{8}{5}$

Câu 19. Viết biểu thức $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}}$ về dạng 2^x và biểu thức $\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$ về dạng 2^y. Ta có $x^2+y^2=?$

A. $\frac{2017}{567}$ **B.** $\frac{11}{6}$ **C.** $\frac{53}{24}$ **D.** $\frac{2017}{576}$

Câu 20. Cho $f(x)=\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x}$ khi đó $f(0,09)$ bằng:

A. $0,09$ **B.** $0,9$ **C.** $0,03$ **D.** $0,3$

Câu 21. Cho $f(x)=\frac{\sqrt{x}\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}}$ khi đó $f(1,3)$ bằng:

A. $0,13$. **B.** $1,3$. **C.** $0,013$. **D.** 13.

Câu 22. Cho $f(x)=\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x\sqrt[12]{x^5}}}$. Khi đó $f(2,7)$ bằng

A. $0,027$. **B.** $0,27$. **C.** $2,7$. **D.** 27.

Câu 23. Đơn giản biểu thức $\sqrt{81a^4b^2}$, ta được:

A. $-9a^2|b|$. **B.** $9a^2|b|$. **C.** $9a^2b$. **D.** $3a^2|b|$.

Câu 24. Đơn giản biểu thức $\sqrt[4]{x^8(x+1)^4}$, ta được:

A. $x^2(x+1)$. **B.** $-x^2(x+1)$ **C.** $x^2(x-1)$. **D.** $x^2(x+1)$.

Câu 25. Đơn giản biểu thức $\sqrt[3]{x^3(x+1)^9}$, ta được:

A. $-x(x+1)^3$. **B.** $x(x+1)^3$. **C.** $\left|x(x+1)^3\right|$. **D.** $x\left|(x+1)^3\right|$.

Câu 26. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $a^0=1\forall a$. **B.** $a^2>1\Leftrightarrow a>1$. **C.** $2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$. **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}<\left(\frac{1}{4}\right)^2$.

Câu 27. Nếu $\left(2\sqrt{3}-1\right)^{a+2}<2\sqrt{3}-1$ thì

A. $a<-1$. **B.** $a<1$. **C.** $a>-1$. **D.** $a\geq -1$.

Câu 28. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

A. $(0,01)^{-\sqrt{2}}>(10)^{-\sqrt{2}}$. **B.** $(0,01)^{-\sqrt{2}}<(10)^{-\sqrt{2}}$.

C. $(0,01)^{-\sqrt{2}}=(10)^{-\sqrt{2}}$. **D.** $a^0=1,\forall a\neq 0$.

Câu 29. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **đúng**?

A. $\left(2-\sqrt{2}\right)^3<\left(2-\sqrt{2}\right)^4$. **B.** $\left(\sqrt{11}-\sqrt{2}\right)^6>\left(\sqrt{11}-\sqrt{2}\right)^7$.

C. $\left(4-\sqrt{2}\right)^3<\left(4-\sqrt{2}\right)^4$. **D.** $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^4<\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^5$.

Câu 30. Nếu $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2m-2}<\sqrt{3}+\sqrt{2}$ thì

A. $m>\frac{3}{2}$. **B.** $m<\frac{1}{2}$. **C.** $m>\frac{1}{2}$. **D.** $m\neq\frac{3}{2}$.

Câu 31. Cho n nguyên dương $(n\geq 2)$ khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}\ \forall a>0$. **B.** $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}\ \forall a\neq 0$.

C. $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}\ \forall a\geq 0$. **D.** $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}\ \forall a\in\mathbb{R}$.

Câu 32. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}\ \forall a,b$. **B.** $\sqrt[2n]{a^{2n}}\geq 0\ \forall a,n$ nguyên dương $(n\geq 1)$.

C. $\sqrt[2n]{a^{2n}}=|a|\ \forall a,n$ nguyên dương $(n\geq 1)$. **D.** $\sqrt[4]{a^2}=\sqrt{a}\ \forall a\geq 0$.

Câu 33. Cho $a>0,b<0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\sqrt[4]{a^4b^4}=ab$. **B.** $\sqrt[3]{a^3b^3}=ab$.

C. $\sqrt{a^2b^2}=|ab|$. **D.** $\sqrt{a^4b^2}=-a^2b$.

Câu 34. Tìm điều kiện của a để khẳng định $\sqrt{(3-a)^2}=a-3$ là khẳng định **đúng** ?

A. $\forall a\in\mathbb{R}$. **B.** $a\leq 3$. **C.** $a>3$. **D.** $a\geq 3$.

Câu 35. Cho a là số thực dương, m,n tùy ý. Phát biểu nào sau đây là phát biểu **sai ?**

A. $a^m.a^n = a^{m+n}$. **B.** $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$. **C.** $(a^m)^n = a^{m+n}$. **D.** $(a^m)^n = a^{m.n}$.

Câu 36. Bạn An trong quá trình biến đổi đã làm như sau: $\sqrt[3]{-27} \overset{(1)}{=} (-27)^{\frac{1}{3}} \overset{(2)}{=} (-27)^{\frac{2}{6}} \overset{(3)}{=} \sqrt[6]{(-27)^2} \overset{(4)}{=} 3$ bạn đã **sai** ở bước nào?

A. (4). **B.** (2). **C.** (3). **D.** (1).

Câu 37. Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}}$ thì:

A. $a<1; 0<b<1$. **B.** $a>1; b<1$. **C.** $0<a<1; b<1$. **D.** $a>1; 0<b<1$.

Câu 38. Nếu $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x > \sqrt{3}+\sqrt{2}$ thì

A. $\forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $x<1$. **C.** $x>-1$. **D.** $x<-1$.

Câu 39. Với giá trị nào của a thì phương trình $2^{ax^2-4x-2a} = \frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^{-4}}$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $a \neq 0$ **B.** $\forall a \in \mathbb{R}$ **C.** $a \geq 0$ **D.** $a > 0$

Câu 40. Tìm biểu thức không có nghĩa trong các biểu thức sau:

A. $(-3)^{-4}$. **B.** $(-3)^{-\frac{1}{3}}$. **C.** 0^4. **D.** $\left(\frac{1}{2^{-3}}\right)^0$.

Câu 41. Đơn giản biểu thức $P = a^{\sqrt{2}}.\left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ được kết quả là

A. $a^{\sqrt{2}}$. **B.** $a^{2\sqrt{2}-1}$. **C.** $a^{1-\sqrt{2}}$. **D.** a.

Câu 42. Biểu thức $(a+2)^{\pi}$ có nghĩa với:

A. $a>-2$ **B.** $\forall a \in \mathbb{R}$ **C.** $a>0$ **D.** $a<-2$

Câu 43. Cho $n \in N; n \geq 2$ khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \neq 0$. **B.** $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a > 0$.

C. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \geq 0$. **D.** $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \in \mathbb{R}$.

Câu 44. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \ \forall a,b$ **B.** $\sqrt[2n]{a^{2n}} \geq 0 \ \forall a, n$ nguyên dương $(n \geq 2)$

C. $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a| \ \forall a, n$ nguyên dương $(n \geq 2)$ **D.** $\sqrt[4]{a^2} = \sqrt{a} \ \forall a \geq 0$

Câu 45. Cho $a>0, b<0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\sqrt[4]{a^4b^4} = ab$ **B.** $\sqrt[3]{a^3b^3} = ab$ **C.** $\sqrt{a^2b^2} = |ab|$ **D.** $\sqrt{a^2b^4} = ab^2$

Câu 46. Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}}$ thì

A. $a>1; 0<b<1$ **B.** $a>1; b<1$ **C.** $0<a<1; b<1$ **D.** $a<1; 0<b<1$

Câu 47. Cho a, b là các số dương. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a^3.b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}.b^6}}}$ được kết quả là :

A. ab^2. B. a^2b. C. ab. D. a^2b^2.

Câu 48. Cho $3^{|\alpha|}<27$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\left[\begin{array}{l}\alpha<-3\\ \alpha>3\end{array}\right.$. B. $\alpha>3$. C. $\alpha<3$. D. $-3<\alpha<3$.

Câu 49. Giá trị của biểu thức $A=(a+1)^{-1}+(b+1)^{-1}$ với $a=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}$ và $b=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}$

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 50. Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[2016]{x^{2016}}=-x$ đúng

A. Không có giá trị x nào. B. $x\geq 0$.

C. $x=0$. D. $x\leq 0$.

Câu 51. Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[2017]{x^{2017}}=x$ đúng

A. $x\geq 0$. B. $\forall x\in\mathbb{R}$.

C. $x=0$. D. Không có giá trị x nào.

Câu 52. Với giá trị nào của x thì đẳng thức $\sqrt[4]{x^4}=\dfrac{1}{|x|}$ đúng

A. $x\neq 0$. B. $x\geq 0$.

C. $x=\pm 1$. D. Không có giá trị x nào.

Câu 53. Căn bậc 4 của 3 là

A. $\sqrt[3]{4}$. B. $\sqrt[4]{3}$. C. $-\sqrt[4]{3}$. D. $\pm\sqrt[4]{3}$.

Câu 54. Căn bậc 3 của – 4 là

A. $\pm\sqrt[3]{-4}$. B. $\sqrt[3]{-4}$. C. $-\sqrt[3]{-4}$. D. Không có.

Câu 55. Căn bậc 2016 của –2016 là

A. $-\sqrt[2016]{2016}$. B. Không có. C. $\sqrt[2016]{-2016}$. D. $\sqrt[2016]{2016}$.

Câu 56. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**

(I): $\sqrt[3]{-0.4}>\sqrt[5]{-0.3}$ (II): $\sqrt[5]{-5}>\sqrt[3]{-3}$

(III): $\sqrt[3]{-2}>\sqrt[5]{-4}$ (IV): $\sqrt[3]{-5}>\sqrt[5]{-3}$

A. (I) và (IV). B. (I) và (III). C. (IV). D. (II0 và (IV).

Câu 57. Trong các biểu thức sau biểu thức nào không có nghĩa

A. $(-2016)^0$. B. $(-2016)^{2016}$. C. 0^{-2016}. D. $(-2016)^{-2016}$.

Câu 58. Với giá trị nào của x thì biểu thức $\left(4-x^2\right)^{\frac{1}{3}}$ sau có nghĩa

A. $x\geq 2$. B. $-2<x<2$.

C. $x\leq -2$. D. Không có giá trị x nào.

Câu 59. Cho số thực dương a. Rút gọn biểu thức $\left[\dfrac{4a-9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}}+\dfrac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}\right]^2$

A. $9a^{\frac{1}{2}}$. **B.** $9a$. **C.** $3a$. **D.** $3a^{\frac{1}{2}}$.

Câu 60. Cho số thực dương a,b. Rút gọn biểu thức $\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}-\sqrt[3]{ab}\right)$

A. $a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}$. **B.** $a-b$. **C.** $a+b$. **D.** $a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}$.

Câu 61. Cho số thực dương a. Rút gọn biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}:a^{\frac{11}{16}}$

A. $a^{\frac{3}{4}}$. **B.** $a^{\frac{1}{2}}$. **C.** a. **D.** $a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 62. Cho $a+b=1$ thì $\dfrac{4^a}{4^a+2}+\dfrac{4^b}{4^b+2}$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 63. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $\left(x^2-3x+3\right)^{x^2-x-6}=1$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 64. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x^2-3x}=\left(\sqrt{5}-2\right)^{2x-2}$ đúng

A. 3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

LŨY THỪA VẬN DỤNG

Câu 65. Biết $4^x+4^{-x}=23$ tính giá trị của biểu thức $P=2^x+2^{-x}$:

A. 5. **B.** $\sqrt{27}$. **C.** $\sqrt{23}$. **D.** 25.

Câu 66. Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{4}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 67. Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $x^{\frac{7}{12}}$. **B.** $x^{\frac{5}{6}}$. **C.** $x^{\frac{12}{7}}$. **D.** $x^{\frac{6}{5}}$.

Câu 68. Cho b là số thực dương. Biểu thức $\dfrac{\sqrt[5]{b^2\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. – 2. **B.** – 1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 69. Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $x^{\frac{256}{255}}$. **B.** $x^{\frac{255}{256}}$. **C.** $x^{\frac{127}{128}}$. **D.** $x^{\frac{128}{127}}$.

Câu 70. Cho hai số thực dương a và b. Biểu thức $\sqrt[5]{\dfrac{a}{b}\sqrt[3]{\dfrac{b}{a}\sqrt{\dfrac{a}{b}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $x^{\frac{7}{30}}$. **B.** $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$. **C.** $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. **D.** $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.

Câu 71. Cho các số thực dương a và b. Rút gọn biểu thức $P=\left(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{2}{3}}\right).\left(a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}\right)$ được kết quả là:

A. $a-b$. **B.** $a-b^2$. **C.** $b-a$. **D.** a^3-b^3.

Câu 72. Cho các số thực dương a và b. Rút gọn biểu thức $P=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}$ được kết quả là:

A. $\sqrt[4]{b}$. **B.** $\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}$. **C.** $b-a$. **D.** $\sqrt[4]{a}$.

Câu 73. Cho các số thực dương a và b. Rút gọn biểu thức $P=\left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$ được kết quả là:

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 74. Cho các số thực dương a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}-\sqrt[3]{ab}$ là

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 75. Cho số thực dương a. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ là:

A. 1. **B.** $a+1$. **C.** $2a$. **D.** a.

Câu 76. Cho $a>0,b>0$. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right).\left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}\right).\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)$ là:

A. $\sqrt[10]{a}-\sqrt[10]{b}$. **B.** $\sqrt{a}-\sqrt{b}$. **C.** $a-b$. **D.** $\sqrt[8]{a}-\sqrt[8]{b}$.

Câu 77. Cho $a>0,b>0$.Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right):\left(2+\sqrt[3]{\frac{a}{b}}+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)$ là:

A. $\sqrt[3]{ab}$. **B.** $\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}$. **C.** $\frac{\sqrt[3]{ab}}{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^3}$. **D.** $\sqrt[3]{ab}\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)$.

Câu 78. Cho $a>0,b>0$ và $a\neq b$. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\frac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}$ là:

A. $\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}$. **B.** $\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}$. **C.** $\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{a}$. **D.** $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$.

Câu 79. So sánh hai số m và n nếu $3,2^m<3,2^n$ thì:

A. $m>n$. **B.** $m=n$.

C. $m<n$. **D.** Không so sánh được.

Câu 80. So sánh hai số m và n nếu $\left(\sqrt{2}\right)^m<\left(\sqrt{2}\right)^n$

A. $m>n$. **B.** $m=n$.

C. $m<n$. **D.** Không so sánh được.

Câu 81. So sánh hai số m và n nếu $\left(\frac{1}{9}\right)^m > \left(\frac{1}{9}\right)^n$

A. Không so sánh được. **B.** $m = n$.

C. $m > n$. **D.** $m < n$.

Câu 82. So sánh hai số m và n nếu $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^m > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$

A. $m < n$. **B.** $m = n$.

C. $m > n$. **D.** Không so sánh được.

Câu 83. So sánh hai số m và n nếu $\left(\sqrt{5}-1\right)^m < \left(\sqrt{5}-1\right)^n$

A. $m = n$. **B.** $m < n$.

C. $m > n$. **D.** Không so sánh được.

Câu 84. So sánh hai số m và n nếu $\left(\sqrt{2}-1\right)^m < \left(\sqrt{2}-1\right)^n$

A. $m > n$. **B.** $m = n$.

C. $m < n$. **D.** Không so sánh được.

Câu 85. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{-\frac{1}{3}}$

A. $a > 2$. **B.** $a > 0$. **C.** $a > 1$. **D.** $1 < a < 2$.

Câu 86. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(2a+1)^{-3} > (2a+1)^{-1}$

A. $\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{2} < a < 0 \\ a < -1 \end{array}\right.$. **B.** $-\frac{1}{2} < a < 0$. **C.** $\left[\begin{array}{l} 0 < a < 1 \\ a < -1 \end{array}\right.$. **D.** $a < -1$.

Câu 87. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $\left(\frac{1}{a}\right)^{-0,2} < a^2$

A. $0 < a < 1$. **B.** $a > 0$. **C.** $a > 1$. **D.** $a < 0$.

Câu 88. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(1-a)^{-\frac{1}{3}} > (1-a)^{-\frac{1}{2}}$

A. $a < 1$. **B.** $a > 0$. **C.** $0 < a < 1$. **D.** $a > 1$.

Câu 89. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$

A. $a > 1$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $1 < a < 2$. **D.** $a < 1$.

Câu 90. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{2}}$

A. $1 < a < 2$. **B.** $a < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $0 < a < 1$.

Câu 91. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{\sqrt{3}} > a^{\sqrt{7}}$

A. $a < 1$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $1 < a < 2$.

Câu 92. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{-\frac{1}{17}} > a^{-\frac{1}{8}}$

A. $a > 1$. **B.** $a < 1$. **C.** $0 < a < 1$. **D.** $1 < a < 2$.

Câu 93. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{-0,25} > a^{-\sqrt{3}}$

A. $1 < a < 2$. **B.** $a < 1$. **C.** $0 < a < 1$. **D.** $a > 1$.

Câu 94. Rút gọn biểu thức $\dfrac{\dfrac{a^{1,5}+b^{1,5}}{a^{0,5}+b^{0,5}}-a^{0,5}b^{0,5}}{a^{0.5}-b^{0.5}}$ ta được:

A. $a+b$. **B.** $\sqrt{a}-\sqrt{b}$. **C.** $\sqrt{a}+\sqrt{b}$. **D.** $a-b$.

Câu 95. Rút gọn biểu thức $\left(\dfrac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}y}+\dfrac{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}y}\right).\dfrac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y}-\dfrac{2y}{x-y}$ được kết quả là:

A. $x-y$. **B.** $x+y$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{xy}}$.

Câu 96. Biểu thức $f(x)=(x^2-3x+2)^{-3}-2\sqrt{x}$ xác định với:

A. $\forall x\in(0;+\infty)\setminus\{1;2\}$. **B.** $\forall x\in[0;+\infty)$.

C. $\forall x\in[0;+\infty)\setminus\{1;2\}$. **D.** $\forall x\in[0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Câu 97. Biểu thức $f(x)=\left(\dfrac{4x-3x^2}{2x^2+3x+1}\right)^{\frac{-2}{3}}$ xác định khi:

A. $x\in\left[-1;-\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[0;\dfrac{4}{3}\right]$. **B.** $x\in(-\infty;-1)\cup\left(-\dfrac{1}{2};0\right)\cup\left(\dfrac{4}{3};+\infty\right)$.

C. $x\in\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(0;\dfrac{4}{3}\right)$. **D.** $x\in\left(-1;\dfrac{4}{3}\right)$.

Câu 98. Biểu thức $f(x)=\left(x^3-3x^2+2\right)^{\frac{1}{4}}$ chỉ xác định với:

A. $x\in\left(1+\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $x\in\left(-\infty;1-\sqrt{3}\right)\cup\left(1;1+\sqrt{3}\right)$.

C. $x\in\left(1-\sqrt{3};1\right)$. **D.** $x\in\left(1-\sqrt{3};1\right)\cup\left(1+\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 99. Biểu thức $\left(x^2-3x+2\right)^{x^2-5x+6}=1$ với:

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2;x=3$. **D.** Không tồn tại x.

Câu 100. Với giá trị nào của x thì $(x^2+4)^{x-5}>\left(x^2+4\right)^{5x-3}$

A. $x>-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x<\dfrac{1}{2}$. **C.** $x<-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x>\dfrac{1}{2}$.

Câu 101. Cho $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}$ khi đó

A. $a>2$. **B.** $a<1$. **C.** $a>1$. **D.** $a<2$.

Câu 102. Cho $a=1+2^{-x}$, $b=1+2^{x}$. Biểu thức biểu diễn b theo a là:

A. $\dfrac{a-2}{a-1}$. **B.** $\dfrac{a-1}{a}$. **C.** $\dfrac{a+2}{a-1}$. **D.** $\dfrac{a}{a-1}$.

Câu 103. Cho số thực dương a. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ là:

A. a. **B.** $a+1$. **C.** $2a$. **D.** 1.

Câu 104. Cho các số thực dương a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\left(2a^{\frac{1}{4}}-3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(2a^{\frac{1}{4}}+3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)$ có dạng là $P=xa+yb$. Tính $x+y$?

A. $x+y=97$. **B.** $x+y=-65$. **C.** $x-y=56$. **D.** $y-x=-97$.

Câu 105. Cho các số thực dương phân biệt a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\dfrac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}$ là:

A. $\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}$. **B.** $\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}$. **C.** $\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{a}$. **D.** $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$.

Câu 106. Cho các số thực dương a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}-\sqrt[3]{ab}$ là:

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 107. Cho các số thực dương a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P=\left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 108. Cho các số thực dương a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P=\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right):\left(2+\sqrt[3]{\frac{a}{b}}+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)$$

A. $\dfrac{\sqrt[3]{ab}}{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^3}$. **B.** $\sqrt[3]{ab}$. **C.** $\dfrac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}$. **D.** $\sqrt[3]{ab}\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)$.

Câu 109. Cho số thực dương x. Biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ có dạng $x^{\frac{a}{b}}$, với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, biểu thức liên hệ giữa a và b là:

A. $a+b=509$. **B.** $a+2b=767$. **C.** $2a+b=709$. **D.** $3a-b=510$.

Câu 110. Cho các số thực dương phân biệt a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\sqrt{4a}+\sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}$ có dạng $P=m\sqrt[4]{a}+n\sqrt[4]{b}$. Khi đó biểu thức liên hệ giữa m và n là:

A. $2m-n=-3$. **B.** $m+n=-2$. **C.** $m-n=0$. **D.** $m+3n=-1$.

Câu 111. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\left(\dfrac{a^{\frac{1}{2}}+2}{a+2a^{\frac{1}{2}}+1}-\dfrac{a^{\frac{1}{2}}-2}{a-1}\right)\cdot\dfrac{\left(a^{\frac{1}{2}}+1\right)}{a^{\frac{1}{2}}},(a>0,a\neq\pm1)$, có dạng $P=\dfrac{m}{a+n}\cdot$ Khi đó biểu thức liên hệ giữa m và n là:

A. $m+3n=-1$. **B.** $m+n=-2$. **C.** $m-n=0$. **D.** $2m-n=5$.

Câu 112. Cho a, b là các số dương. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a^3.b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}.b^6}}}$ được kết quả là :

A. ab^2. **B.** a^2b. **C.** ab. **D.** a^2b^2.

Câu 113. Giá trị của biểu thức $A=(a+1)^{-1}+(b+1)^{-1}$ với $a=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}$ và $b=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 114. Cho các số thực dương a và b. Kết quả thu gọn của biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}-\sqrt[3]{ab}$ là

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 115. Cho số thực dương a. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ là:

A. 1. **B.** $a+1$. **C.** $2a$. **D.** a.

Câu 116. Cho các số thực dương a và b. Biểu thức thu gọn của biểu thức

$P=\left(2a^{\frac{1}{4}}-3b^{\frac{1}{4}}\right)\cdot\left(2a^{\frac{1}{4}}+3b^{\frac{1}{4}}\right)\cdot\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)$ có dạng là $P=xa+yb$. Tính $x+y$?

A. $x+y=97$. **B.** $x+y=-65$. **C.** $x-y=56$. **D.** $y-x=-97$.

Câu 117. Một người gửi số tiền 2 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,65\%$ / tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Số tiền người đó lãnh được sau hai năm, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi là:

A. $(2,0065)^{24}$ triệu đồng. **B.** $(1,0065)^{24}$ triệu đồng.

C. $2.(1,0065)^{24}$ triệu đồng. **D.** $2.(2,0065)^{24}$ triệu đồng.

Câu 118. Một người gửi số tiền M triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,7\%$ / tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lãnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi, thì người đó cần gửi số tiền M là:

A. 3 triệu 600 ngàn đồng. **B.** 3 triệu 800 ngàn đồng.

C. 3 triệu 700 ngàn đồng. **D.** 3 triệu 900 ngàn đồng.

Câu 119. Lãi suất gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác An gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất $0,7\%$ / tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên $0,9\%$ / tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống $0,6\%$ / tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác An không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau một năm gửi tiền, bác An rút được số tiền là (biết trong khoảng thời gian này bác An không rút tiền ra):

A. $\approx 5436521,164$ đồng. **B.** $\approx 5468994,09$ đồng.

C. $\approx 5452733,453$ đồng. **D.** $\approx 5452771,729$ đồng.

II. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1A	2A	3A	4A	5C	6B	7D	8B	9B	10A
11C	12D	13C	14A	15C	16D	17C	18B	19D	20D
21B	22C	23B	24D	25B	26C	27A	28B	29C	30C
31A	32A	33A	34D	35C	36D	37D	38D	39A	40B
41D	42A	43B	44A	45A	46A	47C	48D	49C	50D
51B	52A	53D	54B	55B	56C	57C	58D	59B	60C
61D	62D	63C	64C	65A	66B	67A	68D	69B	70D
71B	72A	73B	74A	75D	76C	77B	78A	79C	80C
81D	82A	83B	84A	85A	86A	87C	88D	89C	90D
91B	92A	93D	94B	95C	96C	97C	98D	99B	100C
101A	102D	103A	104B	105A	106D	107B	108C	109B	110A
111D	112C	113C	114A	115D	116B	117C	118D	119C	

Câu 1. **Chọn A.**

Áp dụng tính chất của lũy thừa với số mũ thực ta có đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 2. **Chọn A.**

Biểu thức $(2x-1)^{-2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2x-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \frac{1}{2}$

Câu 3. **Chọn A.**

Biểu thức $(x^2-1)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2-1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right.$

Câu 4. **Chọn A.**

Biểu thức $(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2+x+1>0 \Leftrightarrow \forall x\in\mathbb{R}$

Câu 5. **Chọn C.**

Câu 6. **Chọn B.**

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 7. **Chọn D.**

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 8. **Chọn B.**

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 9. **Chọn B.**

Câu 10. **Chọn A.**

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 11. **Chọn C.**

Áp dụng tính chất của căn bậc n

Câu 12. **Chọn D.**

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}=(2^{-4})^{\frac{-3}{4}}+\left(2^{-3}\right)^{\frac{-4}{3}}=2^3+2^4=24$$

Phương pháp trắc nghiệm. Sử dụng máy tính

Câu 13. **Chọn C.**

$$\sqrt{a\sqrt{a}}=\sqrt{a}.\sqrt[4]{a}=a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{3}{4}}$$

Phương pháp trắc nghiệm. Gán một hoặc hai giá trị để kiểm tra kết quả. Cụ thể gán $a=2$ rồi sử dụng máy tính kiểm tra các đáp số bằng cách xét hiệu bằng không, sau đó để an toàn chọn thêm một giá trị bất kỳ nữa, nhập vào máy tính $\sqrt{a\sqrt{a}}-a^{\frac{3}{4}}$ được kết quả 0 suy ra A là đáp án đúng.

Câu 14. **Chọn A.**

$$\frac{\sqrt{2\sqrt[3]{4}}}{16^{0,75}}=\frac{\sqrt{2}.\sqrt[6]{2^2}}{\left(2^4\right)^{\frac{3}{4}}}=\frac{2^{\frac{5}{6}}}{2^3}=2^{\frac{-13}{6}}.$$

Câu 15. **Chọn C.**

Câu 16. **Chọn D.**

$$\sqrt[5]{\frac{b}{a}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}}=\sqrt[5]{\frac{b}{a}}.\sqrt[15]{\frac{a}{b}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{5}}.\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{15}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{2}{15}}.$$

Câu 17. **Chọn C.**

$$a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{5}{6}}\Rightarrow m=\frac{5}{6};b^{\frac{2}{3}}:\sqrt{b}=b^{\frac{2}{3}}:b^{\frac{1}{2}}=b^{\frac{1}{6}}\Rightarrow n=\frac{1}{6}\Rightarrow m+n=1$$

Câu 18. **Chọn B.**

$$x^{\frac{4}{5}}.\sqrt[6]{x^5\sqrt{x}}=x^{\frac{4}{5}}.x^{\frac{5}{6}}.x^{\frac{1}{12}}=x^{\frac{103}{60}}\Rightarrow m=\frac{103}{60}$$

$$y^{\frac{4}{5}}:\sqrt[6]{y^5\sqrt{y}}=y^{\frac{4}{5}}:\left(y^{\frac{5}{6}}.y^{\frac{1}{12}}\right)=y^{-\frac{7}{60}}\Rightarrow n=-\frac{7}{60}\Rightarrow m-n=\frac{11}{6}$$

Câu 19. **Chọn D.**

Ta có: $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}}=\frac{\sqrt{2}.\sqrt[4]{2}}{\sqrt[8]{2^3}}=2^{\frac{3}{8}}\Rightarrow x=\frac{3}{8};\ \frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}=\frac{2.2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}}=2^{\frac{11}{6}}\Rightarrow y=\frac{11}{6}\Rightarrow\ x^2+y^2=\frac{53}{24}$

Câu 20. **Chọn D.**

Vì $x=0,09>0$ nên ta có: $f\left(x\right)=\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}\left(\forall x\geq 0\right)\Rightarrow f\left(0,09\right)=0,3$

Câu 21. **Chọn B.**

Vì $x=1,3>0$ nên ta có: $f\left(x\right)=\frac{\sqrt{x}\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}}=\frac{x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{6}}}=x\Rightarrow f\left(1,3\right)=1,3$

Câu 22. **Chọn C.**

Vì $x=2,7>0$ nên ta có: $f\left(x\right)=\sqrt[3]{x}\sqrt[4]{x}\sqrt[12]{x^5}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{4}}.x^{\frac{5}{12}}=x\Rightarrow f\left(2,7\right)=2,7.$

Câu 23. **Chọn B.**

$\sqrt{81a^4b^2} = \sqrt{\left(9a^2b\right)^2} = \left|9a^2b\right| = 9a^2\left|b\right|$.

Câu 24. **Chọn D.**

$\sqrt[4]{x^8\left(x+1\right)^4} = \sqrt[4]{x^2\left(x+1\right)^4} = \left|x^2\left(x+1\right)\right| = x^2\left|x+1\right|$.

Câu 25. **Chọn B.**

$\sqrt[3]{x^3\left(x+1\right)^9} = \sqrt[3]{\left(x\left(x+1\right)^3\right)^3} = x\left(x+1\right)^3$

Câu 26. **Chọn C.**

Đáp án A và B sai do áp dụng trực tiếp lí thuyết.

Dùng máy tính để kiểm tra kết quả đáp án A và D.

Câu 27. **Chọn A.**

Do $2\sqrt{3}-1>1$ nên $\left(2\sqrt{3}-1\right)^{a+2} < 2\sqrt{3}-1 \Leftrightarrow a+2<1 \Leftrightarrow a<-1$

Câu 28. **Chọn B.**

Dùng máy tính kiểm tra kết quả.

Câu 29. **Chọn C.**

Dùng máy tính kiểm tra kết quả.

Câu 30. **Chọn C.**

Ta có $\sqrt{3}+\sqrt{2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \Rightarrow \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{2m-2} < \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow 2m-2>-1 \Leftrightarrow m>\dfrac{1}{2}$

Câu 31. **Chọn A.**

Áp dụng định nghĩa lũy thừa với số mũ hữu tỉ ta có đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 32. **Chọn A.**

Áp dụng tính chất căn bậc n ta có đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 33. **Chọn A.**

Áp dụng tính chất căn bâc n ta có đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 34. **Chọn D.**

Ta có $\sqrt{(3-a)^2} = \left|a-3\right| \Leftrightarrow \begin{cases} a-3 \quad neu \quad a\ge 3 \\ -a+3 \quad neu \quad a<3 \end{cases}$

Câu 35. **Chọn C.**

Áp dụng tính chất của lũy thừa với số mũ thực ta có đáp án C là đáp án chính xác.

Câu 36. **Chọn D.**

Câu 37. **Chọn D.**

Vì $\begin{cases} \dfrac{1}{2} > \dfrac{1}{6} \\ a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}} \end{cases} \Rightarrow a>1$ và $\begin{cases} \sqrt{2} < \sqrt{3} \\ b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow 0<b<1$

Câu 38. **Chọn D.**

Vì $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right).\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=1 \Leftrightarrow \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=\dfrac{1}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}$ nên

$\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x}>\sqrt{3}+\sqrt{2} \Leftrightarrow \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x}>\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x}>\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{-1}$.

Mặt khác $0<\sqrt{3}-\sqrt{2}<1 \Rightarrow x<-1$.

Câu 39. **Chọn A.**

Ta có $2^{ax^2-4x-2a}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^{-4}}$ (*) $\Leftrightarrow 2^{ax^2-4x-2a}=2^2 \Leftrightarrow ax^2-4x-2a=2 \Leftrightarrow ax^2-4x-2\left(a+1\right)=0$

PT (*) có hai nghiệm phân biệt $ax^2-4x-2\left(a+1\right)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ 2a^2+2a+4>o \end{cases} \Leftrightarrow a\neq 0$

Câu 40. **Chọn B.**

Vì $-\dfrac{1}{3}\notin\mathbb{R}$ nên $\left(-3\right)^{-\frac{1}{3}}$ không có nghĩa.

Câu 41. **Chọn D.**

$P=a^{\sqrt{2}}.\left(\dfrac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}=a^{\sqrt{2}}.a^{-\sqrt{2}+1}=a^{\sqrt{2}-\sqrt{2}+1}=a$.

Câu 42. **Chọn A.**

$\left(a+2\right)^{\pi}$ có nghĩa khi $a+2>0 \Leftrightarrow a>-2$.

Câu 43. **Chọn B.**

Đáp án B đúng. Đáp án A, C, D sai vì điều kiện của a

Câu 44. **Chọn A.**

Câu 45. **Chọn A.**

Do $a>0, b<0$ nên $\sqrt[4]{a^4b^4}=\sqrt[4]{(ab)^4}=\left|ab\right|=-ab$. Đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 46. **Chọn A.**

Do $\dfrac{1}{2}>\dfrac{1}{6}$ nên $a^{\frac{1}{2}}>a^{\frac{1}{6}} \Rightarrow a>1$.

Vì $\sqrt{2}<\sqrt{3}$ nên $b^{\sqrt{2}}>b^{\sqrt{3}} \Rightarrow 0<b<1$

Câu 47. **Chọn C.**

$$P=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a^3.b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}.b^6}}}=\dfrac{a^3.b^2}{\sqrt[6]{a^{12}.b^6}}=\dfrac{a^3.b^2}{a^2.b}=ab.$$

Câu 48. **Chọn D.**

Ta có $3^{|\alpha|}<27 \Leftrightarrow 3^{|\alpha|}<3^3 \Leftrightarrow \left|\alpha\right|<3 \Leftrightarrow -3<\alpha<3$.

Câu 49. **Chọn C.**

$$A=\left(a+1\right)^{-1}+\left(b+1\right)^{-1}=\left(2+\sqrt{3}+1\right)^{-1}+\left(2-\sqrt{3}+1\right)^{-1}=\dfrac{1}{3+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{3-\sqrt{3}}=1$$

Câu 50. **Chọn D.**

Do $\sqrt[2016]{x^{2016}}=|x|$ nên $\sqrt[2016]{x^{2016}}=-x\Leftrightarrow |x|=-x$ khi $x\le 0$

Câu 51. **Chọn B.**

$\sqrt[n]{x^n}=x$ khi n lẻ nên $\sqrt[2017]{x^{2017}}=x$ với $\forall x\in\mathbb{R}$

Câu 52. **Chọn A.**

Do $\sqrt[4]{x^4}=|x|$ nên $\sqrt[4]{x^4}=\dfrac{1}{|x|}$ khi $x\ne 0$.

Câu 53. **Chọn D.**

Theo định nghĩa căn bậc n của số b: Cho số thực b và số nguyên dương n $(n\ge 2)$.

Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n=b$

Nếu n chẵn và $b>0$ Có hai căn trái dấu, kí hiệu giá trị dương là $\sqrt[n]{b}$, còn giá trị âm kí hiệu là $-\sqrt[n]{b}$. Nên có hai căn bậc 4 của 3 là $\pm\sqrt[4]{3}$

Câu 54. **Chọn B.**

Theo định nghĩa căn bậc n của số b: Cho số thực b và số nguyên dương n $(n\ge 2)$.

Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n=b$

n lẻ, $b\in R$: Có duy nhất một căn bậc n của b, kí hiệu $\sqrt[n]{b}$

Câu 55. **Chọn B.**

n chẵn và $b<0$ Không tồn tại căn bậc n của b. -2016<0 nên không có căn bậc 2016 của - 2016

Câu 56. **Chọn C.**

Áp dụng tính chất với hai số a,b tùy ý $0\le a<b$ và n nguyên dương ta có $\sqrt[n]{a}<\sqrt[n]{b}$

Câu 57. **Chọn C.**

Ta có $0^0, 0^{-n}$ $n\in N$ không có nghĩa và $a^{\alpha}, \alpha\in Z^{+}$ xác định với $\forall a\in R$

$a^{\alpha}, \alpha\in Z^{-}$ xác định với $\forall a\ne 0$;

$a^{\alpha}, \alpha\notin Z^{+}$ xác định với $\forall a>0$

Vì vậy 0^{-2016} không có nghĩa.

Câu 58. **Chọn B.**

Điều kiện xác định $4-x^2>0\Leftrightarrow -2<x<2$

Câu 59. **Chọn B.**

$$\left[\frac{4a-9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}}+\frac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}\right]^2=\left[\frac{\dfrac{4a^2-9}{a}}{\dfrac{(2a-3)}{a^{\frac{1}{2}}}}+\frac{\dfrac{a^2-4a+3}{a}}{\dfrac{(a-1)}{a^{\frac{1}{2}}}}\right]^2=\left[\frac{(2a+3)+(a-3)}{a^{\frac{1}{2}}}\right]^2=9a$$

Câu 60. **Chọn C.**

$$\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}-\sqrt[3]{ab}\right)=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^2-\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2\right]=\left(\sqrt[3]{a}\right)^3+\left(\sqrt[3]{b}\right)^3=a+b$$

Câu 61. **Chọn D.**

$$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}:a^{\frac{11}{16}}=\left\{\left[\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}a\right]^{\frac{1}{2}}.a\right\}^{\frac{1}{2}}:a^{\frac{11}{16}}=\left[\left(a^{\frac{3}{4}+1}\right)^{\frac{1}{2}}.a\right]^{\frac{1}{2}}:a^{\frac{11}{6}}=\left(a^{\frac{7}{8}+1}\right)^{\frac{1}{2}}:a^{\frac{11}{16}}=\frac{a^{\frac{15}{16}}}{a^{\frac{11}{16}}}=a^{\frac{1}{4}}$$

Câu 62. **Chọn D.**

$$\frac{4^a}{4^a+2}+\frac{4^b}{4^b+2}=\frac{4^a\left(4^b+2\right)+4^b\left(4^a+2\right)}{\left(4^a+2\right)\left(4^b+2\right)}=\frac{2.4^{a+b}+2.\left(4^a+4^b\right)}{4^{a+b}+2.\left(4^a+4^b\right)+4}=\frac{8+2.\left(4^a+4^b\right)}{8+2.\left(4^a+4^b\right)}=1$$

Câu 63. **Chọn C.**

Điều kiện xác định $x^2-3x+3>0\ \forall x\in R$

Khi đó $\left(x^2-3x+3\right)^{x^2-x-6}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-3x+3=1\\x^2-x-6=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1;x=2\\x=3;x=-2\end{array}\right.$

Câu 64. **Chọn C.**

$\left(\sqrt{5}+2\right).\left(\sqrt{5}-2\right)=1\Rightarrow\left(\sqrt{5}-2\right)=\left(\sqrt{5}+2\right)^{-1}$

$\left(\sqrt{5}+2\right)^{x^2-3x}=\left(\sqrt{5}-2\right)^{2x-2}\Leftrightarrow\left(\sqrt{5}+2\right)^{x^2-3x}=\left(\sqrt{5}+2\right)^{2-2x}\Leftrightarrow x^2-3x=2-2x\Leftrightarrow x=-1;x=2$

LŨY THỪA VẬN DỤNG

Câu 65. **Chọn A.**

Do $2^x+2^{-x}>0,\forall x\in\mathbb{R}$

Nên $2^x+2^{-x}=\sqrt{\left(2^x+2^{-x}\right)^2}=\sqrt{2^{2x}+2+2^{-2x}}=\sqrt{4^x+4^{-x}+2}=\sqrt{23+2}=5$.

Câu 66. **Chọn B.**

$\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}=\sqrt[4]{a^{\frac{8}{3}}}=\left(a^{\frac{8}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{2}{3}}$ hoặc $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}=\sqrt[12]{a^8}=a^{\frac{8}{12}}=a^{\frac{2}{3}}$

Câu 67. **Chọn A.**

$\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}=\sqrt[4]{x^2x^{\frac{1}{3}}}=\sqrt[4]{x^{\frac{7}{3}}}=\left(x^{\frac{7}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}=x^{\frac{7}{12}}$.

Câu 68. **Chọn D.**

$$\frac{\sqrt[5]{b^2\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}}=\frac{\sqrt[5]{b^2b^{\frac{1}{2}}}}{\sqrt[3]{bb^{\frac{1}{2}}}}=\frac{\sqrt[5]{b^{\frac{5}{2}}}}{\sqrt[3]{b^{\frac{3}{2}}}}=\frac{\left(b^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}}{\left(b^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}}=\frac{b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}}=1$$

Câu 69. **Chọn B.**

Cách 1: $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{1}{2}}}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}}}}}}$

$=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{7}{4}}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{7}{8}}}}}}}$

$$=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{15}{8}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{15}{16}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{31}{16}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{xx^{\frac{31}{32}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{63}{32}}}}}$$

$$=\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{63}{64}}}}=\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{127}{64}}}}=\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{127}{128}}}}=\sqrt{x\cdot x^{\frac{255}{128}}}=\sqrt{x^{\frac{255}{128}}}=x^{\frac{255}{256}}.$$

Nhận xét: $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}=x^{\frac{2^8-1}{2^8}}=x^{\frac{255}{256}}.$

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay

Ta nhẩm $\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$. Ta nhập màn hình **1a2=(M+1)1a2**

Sau đó nhấn 7 lần (bằng với số căn bậc hai còn lại chưa xử lý) phím **=**.

Câu 70. Chọn D.

$$\sqrt[5]{\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}}}=\sqrt[5]{\frac{a}{b}\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt[5]{\frac{a}{b}\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-1}{2}}}}=\sqrt[5]{\frac{a}{b}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-1}{6}}}=\sqrt[5]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{5}{6}}}=\sqrt[5]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{5}{6}}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$$

Câu 71. Chọn B.

$$P=\left(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{2}{3}}\right).\left(a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}\right)=\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3-\left(b^{\frac{2}{3}}\right)^3=a-b^2$$

Câu 72. Chọn A.

$$P=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}=\frac{\left(\sqrt[4]{a}\right)^2-\left(\sqrt[4]{b}\right)^2}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}.$$

$$=\frac{\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{\sqrt[4]{a}\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}=\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{a}=\sqrt[4]{b}.$$

Câu 73. Chọn B.

$$P=\left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=\left[\frac{\left(\sqrt[3]{a}\right)^3+\left(\sqrt[3]{b}\right)^3}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right]:\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

$$=\left\{\frac{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^2-\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2\right]}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right\}:\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

$$=\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^2-\sqrt[3]{ab}+\left(\sqrt[3]{b}\right)^2-\sqrt[3]{ab}\right]:\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2:\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=1$$

Câu 74. Chọn A.

$$P=\frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}-\sqrt[3]{ab}=\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}-\left(ab\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}-\left(ab\right)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-\left(ab\right)^{\frac{1}{3}}=0$$

Câu 75. Chọn D.

$$P=\frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}=\frac{a+a^2}{a+1}=\frac{a(a+1)}{a+1}=a$$

Câu 76. **Chọn C.**

$$P=\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right).\left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}\right).\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)=\left[\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^{2}-\left(b^{\frac{1}{4}}\right)^{2}\right].\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)=\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right).\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$=\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{2}-\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^{2}=a-b.$$

Câu 77. **Chọn B.**

$$P=\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right):\left(2+\sqrt[3]{\frac{a}{b}}+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right):\left(2+\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}+\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}}\right)=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right):\left(\frac{2\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}\right)$$

$$=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right):\frac{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^{2}}{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\cdot\frac{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^{2}}=\frac{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}.$$

Câu 78. **Chọn A.**

$$P=\frac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\frac{\left(\sqrt[6]{a}\right)^{2}-\left(\sqrt[6]{b}\right)^{2}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\frac{\left(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}\right)\left(\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}\right)}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}$$

Câu 79. **Chọn C.**

Do $3,2>1$ nên $3,2^{m}<3,2^{n}\Leftrightarrow m<n$.

Câu 80. **Chọn C.**

Do $\sqrt{2}>1$ nên $\left(\sqrt{2}\right)^{m}<\left(\sqrt{2}\right)^{n}\Leftrightarrow m<n$.

Câu 81. **Chọn D.**

Do $0<\frac{1}{9}<1$ nên $\left(\frac{1}{9}\right)^{m}>\left(\frac{1}{9}\right)^{n}\Leftrightarrow m<n$.

Câu 82. **Chọn A.**

Do $0<\frac{\sqrt{3}}{2}<1$ nên $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{m}>\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n}\Leftrightarrow m<n$.

Câu 83. **Chọn B.**

Do $\sqrt{5}-1>1$ nên $\left(\sqrt{5}-1\right)^{m}<\left(\sqrt{5}-1\right)^{n}\Leftrightarrow m<n$.

Câu 84. **Chọn A.**

Do $0<\sqrt{2}-1<1$ nên $\left(\sqrt{2}-1\right)^{m}<\left(\sqrt{2}-1\right)^{n}\Leftrightarrow m>n$.

Câu 85. **Chọn A.**

Do $-\frac{2}{3}<-\frac{1}{3}$ và số mũ không nguyên nên $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}$ khi $a-1>1\Leftrightarrow a>2$.

Câu 86. **Chọn A.**

Do $-3<-1$ và số mũ nguyên âm nên $(2a+1)^{-3}>(2a+1)^{-1}$ khi

$$\left[\begin{array}{l}0<2a+1<1\\2a+1<-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{2}<a<0\\a<-1\end{array}\right..$$

Câu 87. **Chọn C.**

$\left(\frac{1}{a}\right)^{-0,2} < a^2 \Leftrightarrow a^{0,2} < a^2$

Do $0,2 < 2$ và có số mũ không nguyên nên $a^{0,2} < a^2$ khi $a > 1$.

Câu 88. **Chọn D.**

Do $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$ và số mũ không nguyên $\Rightarrow (1-a)^{-\frac{1}{3}} > (1-a)^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a > 1$.

Câu 89. **Chọn C.**

Do $\frac{3}{4} < 2$ và có số mũ không nguyên $\Rightarrow (2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$

$\Leftrightarrow 0 < 2-a < 1 \Leftrightarrow -2 < -a < -1 \Leftrightarrow 2 > a > 1$

Câu 90. **Chọn D.**

Do $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ và số mũ không nguyên $\Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{a} > 1 \Leftrightarrow 0 < a < 1$.

Câu 91. **Chọn B.**

Do $\sqrt{3} < \sqrt{7}$ và số mũ không nguyên $\Rightarrow a^{\sqrt{3}} > a^{\sqrt{7}} \Leftrightarrow 0 < a < 1$.

Câu 92. **Chọn A.**

Do $-\frac{1}{17} > -\frac{1}{8}$ và số mũ không nguyên nên $a^{-\frac{1}{17}} > a^{-\frac{1}{8}}$ khi $a > 1$.

Câu 93. **Chọn D.**

Do $-0,25 > -\sqrt{3}$ và số mũ không nguyên nên $a^{-0,25} > a^{-\sqrt{3}}$ khi $a > 1$.

Câu 94. **Chọn B.**

$$\frac{\frac{a^{1,5}+b^{1,5}}{a^{0,5}+b^{0,5}} - a^{0,5}b^{0,5}}{a^{0.5}-b^{0.5}} = \frac{\frac{\left(\sqrt{a}\right)^3+\left(\sqrt{b}\right)^3}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-2\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

Câu 95. **Chọn C.**

$$\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}y} + \frac{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}y}\right).\frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} = \left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}\right).\frac{\left(\sqrt{x}\right)^3\sqrt{y}}{x+y} - \frac{2y}{x-y}$$

$$= \left(\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2+\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{\sqrt{xy}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}\right).\frac{\left(\sqrt{x}\right)^3\sqrt{y}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} = \frac{2}{x-y}.x - \frac{2y}{x-y} = 2$$

Câu 96. **Chọn C.**

$f(x) = (x^2-3x+2)^{-3} - 2\sqrt{x}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2 \neq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 1 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \forall x \in [0;+\infty) \setminus \{1;2\}$

Câu 97. **Chọn C.**

$f\left(x\right)=\left(\dfrac{4x-3x^2}{2x^2+3x+1}\right)^{\frac{-2}{3}}$ xác định khi $\dfrac{4x-3x^2}{2x^2+3x+1}>0\Leftrightarrow\forall x\in(-1;-\dfrac{1}{2})\cup(0;\dfrac{4}{3})$

Câu 98. **Chọn D.**

$f\left(x\right)=\left(x^3-3x^2+2\right)^{\frac{1}{4}}$ xác định khi $x^3-3x^2+2>0\Leftrightarrow\forall x\in\left(1-\sqrt{3};1\right)\cup\left(1+\sqrt{3};+\infty\right)$

Câu 99. **Chọn B.**

$\left(x^2-3x+2\right)^{x^2-5x+6}$ xác định $\Leftrightarrow x^2-3x+2>0\Leftrightarrow\forall x\in\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$

Khi đó

$\left(x^2-3x+2\right)^{x^2-5x+6}=1\Leftrightarrow\left(x^2-3x+2\right)^{x^2-5x+6}=\left(x^2-3x+2\right)^0\Leftrightarrow x^2-5x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\left(loai\right)\\x=3\left(tmdk\right)\end{array}\right.$

Câu 100. **Chọn C.**

$(x^2+4)^{x-5}>\left(x^2+4\right)^{5x-3}$ xác định $\forall x\in\mathbb{R}$

Khi đó $x^2+4>1\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow(x^2+4)^{x-5}>\left(x^2+4\right)^{5x-3}\Leftrightarrow x-5>5x-3\Leftrightarrow x<-\dfrac{1}{2}$

Câu 101. **Chọn A.**

Do $-\dfrac{2}{3}<-\dfrac{1}{3}\Rightarrow(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}\Leftrightarrow a-1>1\Leftrightarrow a>2$

Câu 102. **Chọn D.**

Ta có: $a=1+2^{-x}>1,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $2^x=\dfrac{1}{a-1}$

Do đó: $b=1+\dfrac{1}{a-1}=\dfrac{a}{a-1}\cdot$

Câu 103. **Chọn A.**

$$P=\dfrac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}=\dfrac{a+a^2}{a+1}=\dfrac{a(a+1)}{a+1}=a\cdot$$

Câu 104. **Chọn B.**

Ta có: $P=\left(2a^{\frac{1}{4}}-3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(2a^{\frac{1}{4}}+3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)=\left(\left(2a^{\frac{1}{4}}\right)^2-\left(3b^{\frac{1}{4}}\right)^2\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)$

$=\left(4a^{\frac{1}{2}}-9b^{\frac{1}{2}}\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)=\left(4a^{\frac{1}{2}}\right)^2-\left(9b^{\frac{1}{2}}\right)^2=16a-81b$.

Do đó: $x=16,y=-81$.

Câu 105. **Chọn A.**

$$P=\dfrac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\dfrac{\left(\sqrt[6]{a}\right)^2-\left(\sqrt[6]{b}\right)^2}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\dfrac{\left(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}\right)\left(\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}\right)}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}\cdot$$

Câu 106. **Chọn D.**

$$P=\frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}-\sqrt[3]{ab}=\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}-(ab)^{\frac{1}{3}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}-(ab)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-(ab)^{\frac{1}{3}}=0$$

Câu 107. Chọn B.

$$P=\left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=\left(\frac{\left(\sqrt[3]{a}\right)^3+\left(\sqrt[3]{b}\right)^3}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

$$=\left(\frac{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a}^2-\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{b}^2\right)}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

$$=\left(\sqrt[3]{a}^2-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b}^2-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2:\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=1$$

Câu 108. Chọn C.

$$P=\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right):\left(2+\sqrt[3]{\frac{a}{b}}+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right):\left(2+\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}+\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}}\right)=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right):\left(\frac{2\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}\right)$$

$$=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right):\frac{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^2}{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\cdot\frac{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^2}=\frac{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}.$$

Câu 109. Chọn B.

Cách 1: $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{1}{2}}}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}}}}}}$

$$=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{7}{4}}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{7}{8}}}}}}}$$

$$=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{15}{8}}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{15}{16}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{31}{16}}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{xx^{\frac{31}{32}}}}}=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{63}{32}}}}}$$

$=\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{63}{64}}}}=\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{127}{64}}}}=\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{127}{128}}}}=\sqrt{x\cdot x^{\frac{255}{128}}}=\sqrt{x^{\frac{255}{128}}}=x^{\frac{255}{256}}$. Do đó $a=255,b=256$.

Nhận xét: $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}=x^{\frac{2^8-1}{2^8}}=x^{\frac{255}{256}}$.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay

Nhẩm $\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$. Ta nhập màn hình **1a2=(M+1)1a2**

Sau đó nhấn 7 lần (bằng với số căn bậc hai còn lại chưa xử lý) phím **=.** Chọn đáp án **A.**

Câu 110. Chọn A.

$$P=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{\sqrt{4a}+\sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}=\frac{\left(\sqrt[4]{a}\right)^2-\left(\sqrt[4]{b}\right)^2}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{2\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{a}+2\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}.$$

$$=\frac{\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{2\sqrt[4]{a}\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}=\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}-2\sqrt[4]{a}=\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{a}.$$

Do đó $m=-1;n=1$.

Câu 111. Chọn D.

$$P=\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+2}{a+2a^{\frac{1}{2}}+1}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-2}{a-1}\right)\cdot\frac{\left(a^{\frac{1}{2}}+1\right)}{a^{\frac{1}{2}}}=\left(\frac{\sqrt{a}+2}{\left(\sqrt{a}+1\right)^{2}}-\frac{\sqrt{a}-2}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)}\right)\cdot\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$$

$$=\left(\frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}+1}-\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}-1}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{2\sqrt{a}}{a-1}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{2}{a-1}.$$

Do đó $m=2;n=-1$.

Câu 112. Chọn C.

Cách 1: biến đổi $P=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a^{3}.b^{2}}\right)^{4}}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}.b^{6}}}}=\dfrac{a^{3}b^{2}}{a^{2}b}=ab$

Cách 2: cho a = 2, b = 1 bấm máy tính chọn C

Câu 113. Chọn C.

Cách 1: $A=(a+1)^{-1}+(b+1)^{-1}=\left(2+\sqrt{3}+1\right)^{-1}+\left(2-\sqrt{3}+1\right)^{-1}=\dfrac{1}{3+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{3-\sqrt{3}}=1$

Cách 2 bấm máy tính chọn C

Câu 114. Chọn A.

Cách 1:

$$P=\frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}-\sqrt[3]{ab}=\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}-(ab)^{\frac{1}{3}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}-(ab)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-(ab)^{\frac{1}{3}}=0$$

Cách 2: cho a = 2, b = 1 bấm máy tính

Câu 115. Chọn D.

Cách 1:

$$P=\frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}=\frac{a+a^{2}}{a+1}=\frac{a(a+1)}{a+1}=a$$

Cách 2: cho a = 2 bấm máy chọn D

Câu 116. Chọn B.

Cách 1: Ta có: $P=\left(2a^{\frac{1}{4}}-3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(2a^{\frac{1}{4}}+3b^{\frac{1}{4}}\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)=\left(\left(2a^{\frac{1}{4}}\right)^{2}-\left(3b^{\frac{1}{4}}\right)^{2}\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)$

$$=\left(4a^{\frac{1}{2}}-9b^{\frac{1}{2}}\right).\left(4a^{\frac{1}{2}}+9b^{\frac{1}{2}}\right)=\left(4a^{\frac{1}{2}}\right)^{2}-\left(9b^{\frac{1}{2}}\right)^{2}=16a-81b.$$

Do đó: $x=16, y=-81$.

Cách 2: Cho a = 1, b= 1 bấm máy ra kết quả là A

Cho a = 2, b = 3 bấm máy ra kết quả là B

Giải hệ $\begin{cases} x+y=A \\ 2x+3y=B \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=16 \\ y=-81 \end{cases}$

Câu 117. Chọn C.

Gọi số tiền gửi vào vào là M đồng, lãi suất là r/tháng.

◦ Cuối tháng thứ nhất: số tiền lãi là: Mr. Khi đó số vốn tích luỹ đượclà:

$$T_1 = M + Mr = M(1+r).$$

◦ Cuối tháng thứ hai: số vốn tích luỹ được là:

$$T_2 = T_1 + T_1 r = T_1(1+r) = M(1+r)(1+r) = M(1+r)^2.$$

…

◦ Tương tự, cuối tháng thứ n: số vốn tích luỹ đượclà: $T_n = M(1+r)^n$.

Áp dụng công thức trên với $M = 2,\ r = 0,0065,\ n = 24$, thì số tiền người đó lãnh được sau 2 năm (24 tháng) là: $T_{24} = 2.(1+0,0065)^{24} = 2.(1,0065)^{24}$ triệu đồng.

Câu 118. Chọn D.

Áp dụng công thức trên với $T_n = 5$, $r = 0,007$, $n = 36$, thì số tiền người đó cần gửi vào ngân hàng trong 3 năm (36 tháng) là: $M = \dfrac{T_n}{(1+r)^n} = \dfrac{5}{(1,007)^{36}} \approx 3,889636925$ triệu đồng.

Câu 119. Chọn C.

Số vốn tích luỹ của bác An sau 6 tháng gửi tiền với lãi suất $0,7\%$/ tháng là:

$$T_1 = 5.(1+0,7\%)^6 = 5.(1,007)^6 \text{ triệu đồng;}$$

Số vốn tích luỹ của bác An sau 9 tháng gửi tiền (3 tháng tiếp theo với lãi suất $0,9\%$/ tháng) là:

$$T_2 = T_1.(1+0,9\%)^3 = 5.(1,007)^6.(1,009)^3 \text{ triệu đồng;}$$

Do đó số tiền bác An lãnh được sau 1 năm (12 tháng) từ ngân hàng (3 tháng tiếp theo sau đó với lãi suất $0,6\%$/ tháng) là:

$$T = T_2.(1+0,6\%)^3 = 5.(1,007)^6.(1,009)^3.(1,006)^3 \text{ triệu đồng} \approx 5452733,453 \text{ đồng}$$

LOGARIT

☆☆☆

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. ĐỊNH NGHĨA

Cho hai số dương $a,\ b$ với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^{\alpha} = b$ được gọi là **logarit cơ số a của b** và kí hiệu là $\log_a b$. Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^{\alpha} = b$.

Chú ý:

- Không có logarit của số 0 và số âm vì $a^{\alpha} > 0,\ \forall \alpha$
- Cơ số của logarit phải dương và khác 1 $(a \neq 1)$
- Theo định nghĩa của logarit, ta có:
  - $\log_a 1 = 0;\quad \log_a a = 1$
  - $\log_a a^b = b,\ \forall b \in \mathbb{R}$
  - $a^{\log_a b} = b,\ \forall b \in \mathbb{R}, b > 0$

II. CÁC TÍNH CHẤT

1.1 So sánh hai logarit cũng cơ số Cho số dương $a \neq 1$ và các số dương b,c ◦ Khi $a > 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ ◦ Khi $0 < a < 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$	**1.2 Hệ quả:** Cho số dương $a \neq 1$ và các số dương b,c ◦ Khi $a > 1$ thì $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b > 1$ ◦ Khi $0 < a < 1$ thì $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$ ◦ $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$
2. Logarit của một tích: Cho 3 số dương $a,\ b_1,\ b_2$ với $a \neq 1$, ta có ◦ $\log_a(b_1.b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$	**3. Logarit của một thương**: Cho 3 số dương $a,\ b_1,\ b_2$ với $a \neq 1$, ta có ◦ $\log_a \dfrac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$ ◦ Đặc biệt: với $a,\ b > 0,\ a \neq 1$ $\log_a \dfrac{1}{b} = -\log_a b$
4. Logarit của lũy thừa: Cho $a,\ b > 0,\ a \neq 1$, với mọi α, ta có ◦ $\log_a b^{\alpha} = \alpha \log_a b$ ◦ Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n}\log_a b$	**5. Công thức đổi cơ số**: Cho 3 số dương $a,\ b,\ c$ với $a \neq 1, c \neq 1$, ta có ◦ $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ ◦ Đặc biệt: $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$ và $\log_{a^{\alpha}} b = \dfrac{1}{\alpha}\log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

Chú ý:

Logarit thập phân và **Logarit tự nhiên**

- Logarit thập phân là logarit cơ số 10. Viết : $\log_{10} b = \log b = \lg b$
- Logarit tự nhiên là logarit cơ số e. Viết : $\log_e b = \ln b$

B. MỘT SỐ DẠNG TOÁN VỀ LOGARIT

I. TÍNH, RÚT GỌN GIÁ TRỊ CỦA MỘT BIỂU THỨC CHỨA LOGARIT

1. Phương pháp

Sử dụng các tính chất của logarit

2. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: Tính giá trị biểu thức $B = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$.

Lời giải:

Ta có

$$\begin{aligned}
&B = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150 \\
&= 2\log_2\left(2^2.3\right) + 3\log_2 5 - \log_2 3.5 - \log_2\left(2.3.5^2\right) \\
&= 2\left(2 + \log_2 3\right) + 3\log_2 5 - \left(\log_2 3 + \log_2 5\right) - \left(1 + \log_2 3 + 2\log_2 5\right) \\
&= 3
\end{aligned}$$

Bài toán 2: Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \dfrac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$.

Lời giải:

Ta có

$$\begin{aligned}
&P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a} = 4\log_a b + 2\log_a \frac{a}{b^2} \\
&= 4\log_a b + 2\left(\log_a a - \log_a b^2\right) = 2
\end{aligned}$$

Bài toán 3: Cho a, b là các số thực dương và $ab \neq 1$ thỏa mãn $\log_{ab} a^2 = 3$ thì giá trị của $\log_{ab} \sqrt[3]{\dfrac{a}{b}}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải:

$$\log_{ab} \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{1}{3}\log_{ab} \frac{a}{b} = \frac{1}{3}\log_{ab} \frac{a^2}{ab} = \frac{1}{3}.\left(\log_{ab} a^2 - \log_{ab} ab\right) = \frac{1}{3}.\left(\log_{ab} a^2 - 1\right)$$

Giả thiết $\log_{ab} a^2 = 3$ nên $\log_{ab} \sqrt[3]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{1}{3}.(3-1) = \dfrac{2}{3}$

Bài toán 4: Cho $x = 2000!$. Tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{1}{\log_2 x} + \dfrac{1}{\log_3 x} + ... + \dfrac{1}{\log_{2000} x}$.

Lời giải:

Ta có $A = \log_x 2 + \log_x 3 + ... + \log_x 2000 = \log_x\left(1.2.3...2000\right) = \log_x x = 1$

Bài toán 5: Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a.\log_3 a.\log_5 a$?

Lời giải:

$(*) \Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2.\log_2 a + \log_5 2.\log_2 a = \log_2 a.\log_3 5.\log_5 a.\log_5 a$

$\Leftrightarrow \log_2 a.\left(1+\log_3 2+\log_5 2\right) = \log_2 a.\log_3 5.\log_5^2 a$

$\Leftrightarrow \log_2 a.\left(1+\log_3 2+\log_5 2-\log_3 5.\log_5^2 a\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 a = 0\\ 1+\log_3 2+\log_5 2-\log_3 5.\log_5^2 a = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ \log_5 a = \pm\sqrt{\dfrac{1+\log_3 2+\log_5 2}{\log_3 5}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ a=5^{\pm\sqrt{\frac{1+\log_3 2+\log_5 2}{\log_3 5}}}\end{array}\right.$$

Có 3 số thỏa mãn.

Bài toán 6: Tính giá trị của biểu thức $P=\ln\left(\tan 1^0\right)+\ln\left(\tan 2^0\right)+\ln\left(\tan 3^0\right)+...+\ln\left(\tan 89^0\right)$.

Lời giải:

$P=\ln\left(\tan 1^o\right)+\ln\left(\tan 2^\circ\right)+\ln\left(\tan 3^\circ\right)+...+\ln\left(\tan 89^\circ\right)$

$=\ln\left(\tan 1^\circ.\tan 2^\circ.\tan 3^\circ...\tan 89^\circ\right)$

$=\ln\left(\tan 1^\circ.\tan 2^\circ.\tan 3^\circ...\tan 45^\circ.\cot 44^\circ.\cot 43^\circ...\cot 1^\circ\right)$

$=\ln\left(\tan 45^\circ\right)=\ln 1=0.$ (vì $\tan\alpha.\cot\alpha=1$)

Bài toán 7: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a\neq 1$, $a\neq\sqrt{b}$ và $\log_a b=\sqrt{3}$. Tính $\mathrm{P}=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\sqrt{\dfrac{b}{a}}$.

A. $P=-5+3\sqrt{3}$. **B.** $P=-1+\sqrt{3}$. **C.** $P=-1-\sqrt{3}$. **D.** $P=-5-3\sqrt{3}$.

Lời giải:

Chọn C.

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P=\frac{\log_a\sqrt{\dfrac{b}{a}}}{\log_a\dfrac{\sqrt{b}}{a}}=\frac{\dfrac{1}{2}\left(\log_a b-1\right)}{\log_a\sqrt{b}-1}=\frac{\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\dfrac{1}{2}\log_a b-1}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}=-1-\sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a=2$, $b=2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P=-1-\sqrt{3}$.

Bài toán 8: Tính giá trị của biểu thức $P=\log_{a^2}\left(a^{10}b^2\right)+\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right)+\log_{\sqrt[3]{b}}b^{-2}$ (với $0<a\neq 1; 0<b\neq 1$).

A. $P=2$. **B.** $P=1$. **C.** $P=\sqrt{3}$. **D.** $P=\sqrt{2}$.

Lời giải:

Chọn B.

Cách 1: Sử dụng các quy tắc biến đổi logarit.

$$P=\log_{a^2}\left(a^{10}b^2\right)+\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)+\log_{\sqrt[3]{b}}b^{-2}$$
$$=\frac{1}{2}\left[\log_a a^{10}+\log_a b^2\right]+2\left[\log_a a-\log_a\sqrt{b}\right]+3.(-2)\log_b b$$
$$=\frac{1}{2}\left[10+2\log_a b\right]+2\left[1-\frac{1}{2}\log_a b\right]-6=1.$$

Cách 2: Ta thấy các đáp án đưa ra đều là các hằng số, như vậy ta dự đoán giá trị của P không phụ thuộc vào giá trị của a,b.

Khi đó, **sử dụng máy tính cầm tay**, ta tính giá trị của biểu thức khi $a=2;b=2$, ta được $P=\log_4\left(2^{10}.4\right)+\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)+\log_{\sqrt[3]{2}}2^{-2}=1.$

Bài toán 9: Với mọi số tự nhiên n. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $n=-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bậc hai}}$.　　**B.** $n=\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bậc hai}}$.

C. $n=2+\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bậc hai}}$.　　**D.** $n=2-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bậc hai}}$.

Lời giải:

+Tự luận:

Đặt $-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ c¨n bËc hai}}=m$. Ta có $\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}=2^{-m}\Leftrightarrow\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}=2^{2^{-m}}$.

Ta thấy : $\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}},\sqrt{\sqrt{2}}=2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2},.....,\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}=2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}=2^{2^{-n}}$. Do đó ta được: $2^{-m}=2^{-n}\Leftrightarrow m=n$. Vậy $n=-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bậc hai}}$. Đáp án A.

+**Trắc nghiệm**: Sử dụng máy tính Casio, lấy n bất kì, chẳng hạn $n=3$.

Nhập biểu thức $-\log_2\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ (có 3 dấu căn) vào máy tính ta thu được kết quả bằng – 3.

Vậy chọn A.

Bài toán 10: Cho a, b là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2 b-8\log_b(a\sqrt[3]{b})=-\frac{8}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P=\log_a\left(a\sqrt[3]{ab}\right)+2017$.

A. $P=2019$.　　**B.** $P=2020$.　　**C.** $P=2017$.　　**D.** $P=2016$.

Lời giải:

Chọn A

$$\log_a^2 b-8\log_b(a\sqrt[3]{b})=-\frac{8}{3}\Leftrightarrow\log_a^2 b-8\left(\log_b a+\frac{1}{3}\right)=-\frac{8}{3}\Leftrightarrow\log_a^2 b-\frac{8}{\log_a b}=0\Leftrightarrow\log_a b=2$$

$P=\log_a\left(a\sqrt[3]{ab}\right)+2017=\log_a a^{\frac{4}{3}}+\frac{1}{3}\log_a b+2017=\frac{4}{3}+\frac{2}{3}+2017=2019.$

II. BIỂU DIỄN MỘT LOGARIT THEO CÁC LOGARIT CHO TRƯỚC

1. Phương pháp

Sử dụng các tính chất của logarit

Để tính $\log_a b$ theo $m=\log_a x;n=\log_a y$ ta biến đổi $b=a^{\alpha}.x^{\beta}.y^{\gamma}$ từ đó suy ra

$\log_a b=\log_a a^{\alpha}.x^{\beta}.y^{\gamma}=\alpha+m\beta+n\gamma$.

2. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: Cho $\log_2 6=a$. Tính giá trị của $\log_3 18$ được tính theo a?

Lời giải:

Ta có $a=\log_2 6=\log_2(2.3)=1+\log_2 3\Rightarrow\log_3 2=\dfrac{1}{a-1}$.

Suy ra $\log_3 18=\log_3(2.3^2)=\log_3 2+2=\dfrac{1}{a-1}+2=\dfrac{2a-1}{a-1}$.

Bài toán 2: Cho $a=\log_3 15;b=\log_3 10$. Tính giá trị của $\log_{\sqrt{3}} 50$ được tính theo a,b?

Lời giải:

Ta có $a=\log_3 15=\log_3(3.5)=1+\log_3 5\Rightarrow\log_3 5=a-1$.

Khi đó : $\log_{\sqrt{3}} 50=2\log_3(5.10)=2(\log_3 5+\log_3 10)=2(a-1+b)$ Ta chọn đáp án A.

Bài toán 3: Cho $\log_{27} 5=a,\ \log_8 7=b,\ \log_2 3=c$. Tính giá trị của $\log_6 35$ được tính theo a,b,c ?

Lời giải:

Ta có

$\log_{27} 5=a\Rightarrow\ \log_3 5=3a,$

$\log_8 7=b\Rightarrow\log_2 7=3b$

$\Rightarrow\log_2 5=\log_2 3.\log_3 5=3ac$

$\Rightarrow\log_6 35=\dfrac{\log_2 35}{\log_2 6}=\dfrac{\log_2 5.\log_2 7}{\log_2 2.\log_2 3}=\dfrac{3\left(\mathrm{ac}+b\right)}{1+c}$.

Bài toán 4: Đặt $a=\log_2 3,b=\log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b

A. $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab}$.

B. $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab+b}$.

D. $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 3^2.5}{\log_2 2.3} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3}$$

$$= \frac{2\log_2 3 + \log_2 3.\log_3 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + a.\frac{1}{b}}{1 + a} = \frac{a + 2ab}{ab + b}$$

Bài toán 5: Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_{24} 15$ được tính theo a là :

A. $\frac{a(b+1)}{3b+ab}$. **B.** $\frac{ab+1}{a+1}$. **C.** $\frac{b+1}{a+1}$. **D.** $\frac{ab+1}{b}$.

Lời giải:

Chọn A.

+Tự Luận

$$\log_{24} 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 24} = \frac{\log_2 3.5}{\log_2 3.2^3} = \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 3 + 3}$$

$$= \frac{\log_2 3 + \log_2 3.\log_3 5}{\log_2 3 + 3} = \frac{a + a.\frac{1}{b}}{3 + a} = \frac{a + ab}{ab + 3b}$$

+ Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: Gán lần lượt $\log_2 5; \log_5 3$ cho A, B.

Lấy $\log_{24} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Bài toán 6: Cho $\log_{12} 27 = a$. Khi đó giá trị của $\log_6 16$ được tính theo a là:

A. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. **B.** $\frac{4(3+a)}{3-a}$. **C.** $\frac{4a}{3-a}$. **D.** $\frac{2a}{3+a}$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có $a = \log_{12} 27 = \frac{\log_2 27}{\log_2 12} = \frac{3\log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{3-a} \Rightarrow \log_6 16 = \frac{4(3-a)}{3+a}$.

Bài toán 7: Cho $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_{140} 63$ được tính theo a, b, c là:

A. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$. **B.** $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$. **C.** $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. **D.** $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$.

Lời giải:

Chọn C.

+ Tự Luận:

$$\log_{140} 63 = \frac{\log_2 63}{\log_2 140} = \frac{\log_2 3^2.7}{\log_2 2^2.5.7} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 7}{2 + \log_2 5 + \log_2 7}$$

$$=\frac{2\log_2 3+\frac{1}{\log_7 2}}{2+\log_2 3.\log_3 5+\log_7 2}=\frac{2a+\frac{1}{c}}{2+ab+\frac{1}{c}}=\frac{1+2ac}{1+2c+abc}$$

+Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 3;\log_3 5;\log_7 2$ cho A, B, C

Lấy $\log_{140}63$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án C

Bài toán 8: Cho số thực x thỏa mãn: $\log x=\frac{1}{2}\log 3a-2\log b+3\log\sqrt{c}$ (a, b, c là các số thực dương). Hãy biểu diễn x theo a, b, c.

A. $x=\frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$. **B.** $x=\frac{\sqrt{3a}}{b^2c^3}$. **C.** $x=\frac{\sqrt{3a}.c^3}{b^2}$. **D.** $x=\frac{\sqrt{3ac}}{b^2}$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có $\log x=\frac{1}{2}\log 3a-2\log b+3\log\sqrt{c}$

$\Leftrightarrow \log x=\log\sqrt{3a}-\log b^2+\log\sqrt{c^3}$

$\Leftrightarrow \log x=\log\frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$

Bài toán 9: Cho $a=\log_4 3$, $b=\log_{25}2$. Hãy tính $\log_{60}\sqrt{150}$ theo a, b.

A. $\log_{60}\sqrt{150}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2+2b+ab}{1+4b+2ab}$. **B.** $\log_{60}\sqrt{150}=\frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$.

C. $\log_{60}\sqrt{150}=\frac{1}{4}\cdot\frac{1+b+2ab}{1+4b+2ab}$. **D.** $\log_{60}\sqrt{150}=4\cdot\frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$.

Lời giải:

Chọn B.

$$\log_{60}\sqrt{150}=\frac{1}{2}\frac{\log_{25}150}{\log_{25}60}=\frac{1}{2}\frac{\log_{25}25+\log_{25}2+\log_{25}3}{\log_{25}5+\log_{25}4+\log_{25}3}$$

$$=\frac{1+\log_{25}2+2\log_4 3.\log_{25}2}{2\log_{25}5+4\log_{25}2+4\log_4 3.\log_{25}2}=\frac{1+a+2ab}{1+4b+4ab}$$

Bài toán 10: Biết $\log_{27}5=a$, $\log_8 7=b$, $\log_2 3=c$ thì $\log_{12}35$ tính theo a, b, c bằng:

A. $\frac{3(b+ac)}{c+2}$. **B.** $\frac{3b+2ac}{c+1}$. **C.** $\frac{3b+2ac}{c+2}$. **D.** $\frac{3(b+ac)}{c+1}$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có $\log_{27}5=\frac{1}{3}\log_3 5=a\Leftrightarrow\log_3 5=3a$, $\log_8 7=\frac{1}{3}\log_2 7=b\Leftrightarrow\log_2 7=3b$.

Mà

$$\log_{12}35=\frac{\log_2(7.5)}{\log_2(3.2^2)}=\frac{\log_2 7+\log_2 5}{\log_2 3+2}$$

$$=\frac{\log_2 7+\log_2 3.\log_3 5}{\log_2 3+2}=\frac{3b+c.3a}{c+2}=\frac{3(b+ac)}{c+2}.$$

Bài toán 11: Cho $\log_{12}27=a$ thì $\log_6 16$ tính theo a là:

A. $\frac{3-a}{3+a}$. **B.** $\frac{a+3}{4(3-a)}$. **C.** $\frac{a+3}{a-3}$. **D.** $\frac{4(3-a)}{3+a}$.

Lời giải:

Chọn D.

$$a=\log_{12}27=\frac{\log_3 27}{\log_3 12}=\frac{3}{1+2\log_3 2}\Rightarrow \log_3 2=\frac{3-a}{2a}.$$

$$\log_6 16=\frac{\log_3 16}{\log_3 6}=\frac{4\log_3 2}{1+\log_3 2}=\frac{4\frac{3-a}{2a}}{1+\frac{3-a}{2a}}=\frac{4(3-a)}{a+3}.$$

Bài toán 12: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log^2_{\frac{a}{b}}(a^2)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$.

A. $P_{\min}=19$. **B.** $P_{\min}=13$. **C.** $P_{\min}=14$. **D.** $P_{\min}=15$.

Lời giải:

Chọn D.

Với điều kiện đề bài, ta có

$$P=\log^2_{\frac{a}{b}}(a^2)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=\left[2\log_{\frac{a}{b}}a\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=4\left[\log_{\frac{a}{b}}\left(\frac{a}{b}.b\right)\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$=4\left[1+\log_{\frac{a}{b}}b\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$$

Đặt $t=\log_{\frac{a}{b}}b>0$ (vì $a>b>1$), ta có $P=4(1+t)^2+\frac{3}{t}=4t^2+8t+\frac{3}{t}+4=f(t)$.

Ta có $f'(t)=8t+8-\frac{3}{t^2}=\frac{8t^3+8t^2-3}{t^2}=\frac{(2t-1)(4t^2+6t+3)}{t^2}$

Vậy $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$. Khảo sát hàm số, ta có $P_{\min}=f\left(\frac{1}{2}\right)=15$.

Bài toán 13: Biết $\log_{27}5=a$, $\log_8 7=b$, $\log_2 3=c$ thì $\log_{12}35$ tính theo a, b, c bằng:

A. $\frac{3(b+ac)}{c+2}$. **B.** $\frac{3b+2ac}{c+1}$. **C.** $\frac{3b+2ac}{c+2}$. **D.** $\frac{3(b+ac)}{c+1}$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có $\log_{27}5=\frac{1}{3}\log_3 5=a\Leftrightarrow \log_3 5=3a$, $\log_8 7=\frac{1}{3}\log_2 7=b\Leftrightarrow \log_2 7=3b$.

Mà $\log_{12}35=\frac{\log_2(7.5)}{\log_2(3.2^2)}=\frac{\log_2 7+\log_2 5}{\log_2 3+2}=\frac{\log_2 7+\log_2 3.\log_3 5}{\log_2 3+2}=\frac{3b+c.3a}{c+2}=\frac{3(b+ac)}{c+2}$.

Bài toán 14: Đặt $\log_3 5=a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{15}75=\frac{a+1}{2a+1}$ **B.** $\log_{15}75=\frac{2a+1}{a+1}$ **C.** $\log_{15}75=\frac{2a-1}{a+1}$ **D.** $\log_{15}75=\frac{2a+1}{a-1}$

Lời giải:

Chọn B.

$\log_{15}75=\log_{15}5^2+\log_{15}3=2\log_{15}5+\log_{15}3=\frac{2}{\log_5 5+\log_5 3}+\frac{1}{\log_3 5+\log_3 3}=\frac{2}{1+a^{-1}}+\frac{1}{a+1}$

Thu gọn ta có $\log_{15}75=\frac{2a+1}{a+1}$.

Bài toán 15: Đặt $a=\log_3 4,\ b=\log_5 4.$ Hãy biểu diễn $\log_{12}80$ theo a và b.

A. $\log_{12}80=\frac{2a^2-2ab}{ab+b}$. **B.** $\log_{12}80=\frac{a+2ab}{ab}$.

C. $\log_{12}80=\frac{a+2ab}{ab+b}$. **D.** $\log_{12}80=\frac{2a^2-2ab}{ab}$.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có $\log_{12}80=\log_{12}(4^2.5)=\log_{12}4^2+\log_{12}5=2\log_{12}4+\frac{1}{\log_5 12}$

$=\frac{2}{\log_4 12}+\frac{1}{\log_5 4+\log_5 3}=\frac{2}{\log_4 4+\log_4 3}+\frac{1}{b+\log_5 3}$.

Từ $a=\log_3 4\Rightarrow \log_4 3=\frac{1}{a}\Rightarrow \log_5 3=\log_5 4.\log_4 3=b.\frac{1}{a}=\frac{b}{a}$

$\Rightarrow \log_{12}80=\frac{2}{1+\frac{1}{a}}+\frac{1}{b+\frac{b}{a}}=\frac{2a}{a+1}+\frac{a}{b(a+1)}=\frac{a+2ab}{ab+b}$.

Bài toán 16: Đặt $a=\log_3 15;b=\log_3 10.$ Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt{3}}50$ theo a và b.

A. $\log_{\sqrt{3}}50=(a+b-1)$. **B.** $\log_{\sqrt{3}}50=3(a+b-1)$.

C. $\log_{\sqrt{3}}50=2(a+b-1)$. **D.** $\log_{\sqrt{3}}50=4(a+b-1)$.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có $\log_{\sqrt{3}}50=\log_{3^{\frac{1}{2}}}50=2\log_3 50=2\log_3(10.5)=2(\log_3 10+\log_3 5)$

$$=2(\log_3 10+\log_3 15-\log_3 3)=2(a+b-1)$$

Bài toán 17: Cho a,b là các số hữu tỉ thỏa mãn: $\log_2 \sqrt[6]{360} - \log_2 \sqrt{2} = a\log_2 3 + b\log_2 5$. Tính $a+b$.

A. 5. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải:

Chọn B.

Ta có $\log_2 \sqrt[6]{360} - \log_2 \sqrt{2} = \log_2 \sqrt[6]{360} - \log_2 \sqrt[6]{8} = \log_2 \sqrt[6]{\frac{360}{8}} = \frac{1}{6}\log_2 45 = \frac{1}{3}\log_2 3 + \frac{1}{6}\log_2 5$

Theo đề ta có $\log_2 \sqrt[6]{360} - \log_2 \sqrt{2} = a\log_2 3 + b\log_2 5 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow a+b = \frac{1}{2}$

C. THỦ THUẬT CASIO

I. PHƯƠNG PHÁP HỆ SỐ HÓA BIẾN

Bước 1 : Dựa vào hệ thức điều kiện buộc của đề bài chọn giá trị thích hợp cho biến

Bước 2 : Tính các giá trị liên quan đến biến rồi gắn vào A, B, C nếu các giá trị tính được lẻ

Bước 3 : Quan sát 4 đáp án và chọn đáp án chính xác

II. MỘT SỐ BÀI TOÁN MINH HỌA

Bài toán 1: Đặt $a = \log_2 3,\ b = \log_5 3.$ Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b

A. $\log_6 45 = \dfrac{a+2ab}{ab}$ **B.** $\log_6 45 = \dfrac{2a^2-2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \dfrac{a+2ab}{ab+b}$ **D.** $\log_6 45 = \dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$

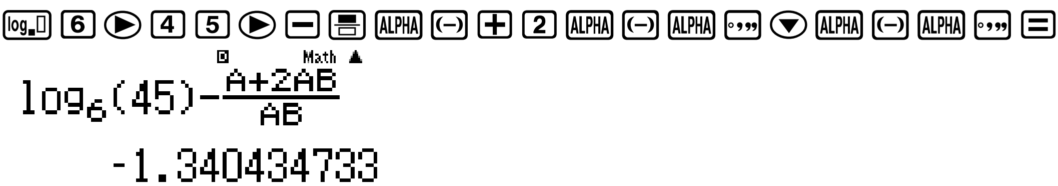
Lời giải:

PHƯƠNG PHÁP CASIO

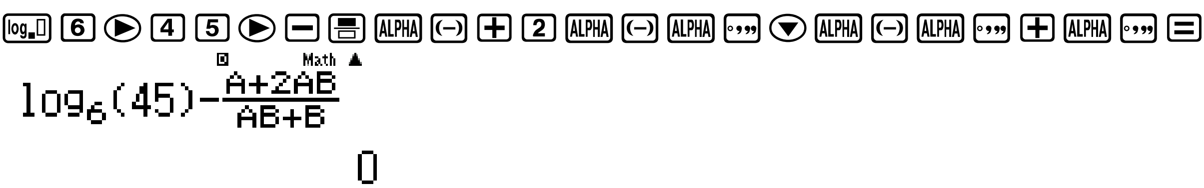
- Tính giá trị của $a = \log_2 3$. Vì giá trị của a ra một số lẻ vậy ta lưu a vào A

- Tính giá trị của $b = \log_5 3$ và lưu vào B

- Bắt đầu ta kiểm tra tính đúng sai của đáp án **A**. Nếu đáp án **A** đúng thì hiệu $\log_6 45 - \dfrac{a+2ab}{ab}$ phải bằng 0. Ta nhập hiệu trên vào máy tính Casio và bấm nút =



- Kết quả hiển thị của máy tính Casio là 1 giá trị khác 0 vậy đáp án **A** sai
- Tương tự như vậy ta kiểm tra lần lượt từng đáp án và ta thấy hiệu $\log_6 45 - \dfrac{a+2ab}{ab+b}$ bằng 0



Vậy $\log_6 45 = \dfrac{a+2ab}{ab+b}$ hay đáp số **C** là đúng

PHƯƠNG PHÁP TỰ LUẬN

∘ Ta có $a = \log_2 3 = \dfrac{1}{\log_3 2} \Rightarrow \log_3 2 = \dfrac{1}{a}$ và $\log_3 5 = \dfrac{1}{b}$

Vậy $\log_6 45 = \dfrac{\log_3 45}{\log_3 6} = \dfrac{\log_3\left(3^2.5\right)}{\log_3\left(3.2\right)} = \dfrac{2+\log_3 5}{1+\log_3 2} = \dfrac{2+\frac{1}{b}}{1+\frac{1}{a}} = \dfrac{a+2ab}{ab+b}$

Bình luận

Cách tự luận trong dạng bài này chủ yếu để kiểm tra công thức đổi cơ số : công thức 1 :

$\log_a x = \dfrac{1}{\log_x a}$ (với $a \neq 1$) và công thức 2 : $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_a x}$ (với $b > 0; b \neq 1$)

Cách Casio có vẻ nhiều thao tác nhưng dễ thực hiện và độ chính xác 100%. Nếu tự tin cao thì làm tự luận, nếu tự tin thấp thì nên làm Casio vì làm tự luận mà biến đổi sai 1 lần thôi rồi làm lại thì thời gian còn tốn hơn cả làm theo Casio

Bài toán 2: Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}\left(x+y\right)$ Giá trị của tỉ số $\dfrac{x}{y}$ là ?

A. $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ **C.** 1 **D.** 2

Lời giải:

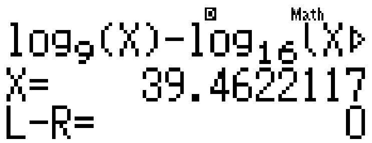
PHƯƠNG PHÁP CASIO

∘ Từ đẳng thức $\log_9 x = \log_{12} y \Rightarrow y = 12^{\log_9 x}$. Thay vào hệ thức $\log_9 x = \log_{16}\left(x+y\right)$ ta được :

$\log_9 x - \log_{16}\left(x + 12^{\log_9 x}\right) = 0$

∘ Ta có thể dò được nghiệm phương trình $\log_9 x - \log_{16}\left(x+12^{\log_9 x}\right) = 0$ bằng chức năng SHIFT SOLVE

log■□ 9 ▶ ALPHA) ▶ − log■□ 1 6 ▶ ALPHA) + 1 2 x■ log■□ 9 ▶ ALPHA) ▶ ▶ ▶
SHIFT CALC 1 =

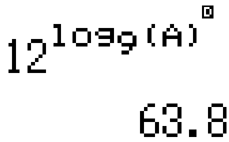


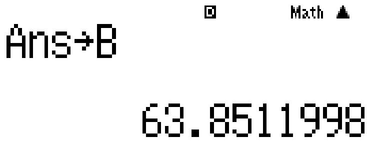
∘ Lưu nghiệm này vào giá trị A

SHIFT RCL (−)

∘ Ta đã tính được giá trị x vậy dễ dàng tính được giá trị $y = 12^{\log_9 x}$. Lưu giá trị y này vào biến B

1 2 x■ log■□ 9 ▶ ALPHA (−) = SHIFT RCL °'''





◦ Tới đây ta dễ dàng tính được tỉ số $\frac{x}{y}=\frac{A}{B}$

[▭/▭] [ALPHA] [(−)] [▼] [ALPHA] [°'"] [=]

Đây chính là giá trị $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ và đáp số chính xác là **B**

PHƯƠNG PHÁP TỰ LUẬN

◦ Đặt $\log_9 x=\log_{12} y=\log_{16}\left(x+y\right)=t$ vậy $x=9^t;y=12^t;x+y=16^t$

◦ Ta thiết lập phương trình $\frac{x}{y}=\frac{3^x}{4^x}=\left(\frac{3}{4}\right)^x$ và $\frac{x}{y}+1=\frac{x+y}{y}=\frac{16^x}{12^x}=\left(\frac{4}{3}\right)^x$

◦ Vậy $\frac{x}{y}\left(\frac{x}{y}+1\right)=1\Leftrightarrow\left(\frac{x}{y}\right)^2+\frac{x}{y}-1=0\Leftrightarrow\frac{x}{y}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{y}$

Vì $\frac{x}{y}>0$ nên $\frac{x}{y}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Bình luận

Một bài toán cực khó nếu tính theo tự luận

Nhưng nếu xử lý bằng Casio thì cũng tương đối dễ dàng và độ chính xác là 100%

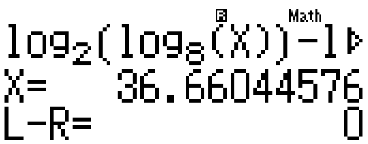
Bài toán 3: Cho $\log_2\left(\log_8 x\right)=\log_8\left(\log_2 x\right)$ thì $\left(\log_2 x\right)^2$ bằng ?

A. 3 **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** 27 **D.** $\frac{1}{3}$

Lời giải:

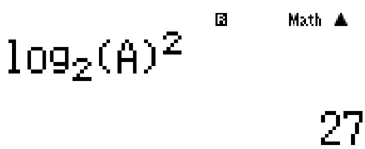
◦ Phương trình điều kiện $\Leftrightarrow\log_2\left(\log_8 x\right)-\log_8\left(\log_2 x\right)=0$. Dò nghiệm phương trình, lưu vào A

[log▫□] [2] [▶] [log▫□] [8] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [▶] [−] [log▫□] [8] [▶] [log▫□] [2] [▶] [ALPHA] [)] [SHIFT] [CALC] [1] [=] [SHIFT] [RCL] [(−)]



◦ Thế $x=A$ để tính $\left(\log_2 x\right)^2$

[log▫□] [2] [▶] [ALPHA] [(−)] [▶] [x²] [=]



$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

Bài toán 4: Nếu $\log_{12}6=a,\log_{12}7=b$ thì :

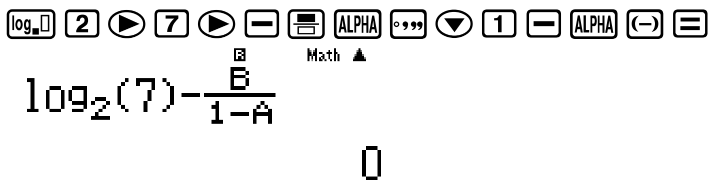
A. $\log_2 7=\dfrac{a}{1-b}$ **B.** $\log_2 7=\dfrac{b}{1-a}$ **C.** $\log_2 7=\dfrac{a}{1+b}$ **D.** $\log_2 7=\dfrac{b}{1+a}$

Lời giải:

◦ Tính $\log_{11}6$ rồi lưu vào A

◦ Tính $\log_{12}7$ rồi lưu vào B

◦ Ta thấy $\log_2 7-\dfrac{b}{1-a}=0$ $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**



Bài toán 5: Tìm x biết $\log_3 x=4\log_3 a+7\log_3 b$:

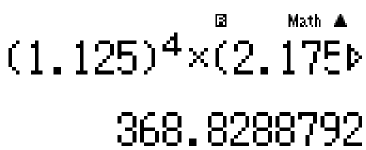
A. $x=a^3b^7$ **B.** $x=a^4b^7$ **C.** $x=a^4b^6$ **D.** $x=a^3b^6$

Lời giải:

Theo điều kiện tồn tại của hàm logarit thì ta chọn $a,b>0$. Ví dụ ta chọn $a=1.125$ và $b=2.175$

Khi đó $\log_3 x=4\log_3 a+7\log_3 b\Leftrightarrow x=3^{4\log_3 a+7\log_3 b}$.

◦ Thử các đáp án ta thấy $x=(1.125)^4(1.175)^7$ $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**



Bài toán 6: Cho hàm số $y=2016.e^{x.\ln\frac{1}{8}}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $y'+2y\ln 2=0$ **B.** $y'+3y\ln 2=0$ **C.** $y'-8h\ln 2=0$ **D.** $y'+8y\ln 2=0$

Lời giải:

∘ Chọn $x = 1.25$ tính $y = 2016.e^{1.25\ln\frac{1}{8}}$ rồi lưu vào A

[2] [0] [1] [6] [×] [ALPHA] [×10^x] [x^■] [1] [•] [2] [5] [ln] [1] [÷] [8] [)] [=] [SHIFT] [RCL] [(−)]

∘ Tính $y'(1.25)$ rồi lưu vào B

[SHIFT] [∫□] [2] [0] [1] [6] [×] [ALPHA] [×10^x] [x^■] [ALPHA] [)] [×] [ln] [1] [÷] [8] [)] [▶] [▶] [1] [•] [2] [5] [=] [SHIFT] [RCL] [°'"]

∘ Rõ ràng $B + 3\ln 2.A = 0$ $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**

Bài toán 7: Cho $a, b > 0; a^2 + b^2 = 1598ab$ Mệnh đề đúng là ;

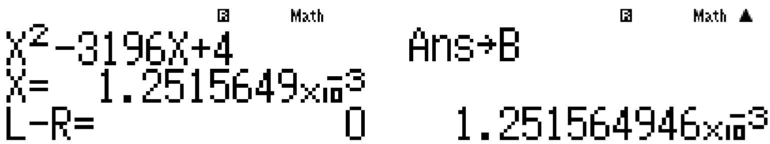
A. $\log\dfrac{a+b}{40} = \dfrac{1}{2}(\log a + \log b)$ **B.** $\log\dfrac{a+b}{40} = \log a + \log b$

C. $\log\dfrac{a+b}{40} = \dfrac{1}{4}(\log a + \log b)$ **D.** $\log\dfrac{a+b}{40} = 2(\log a + \log b)$

Lời giải:

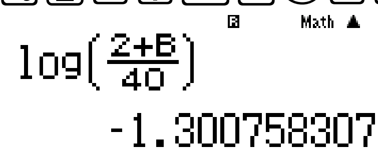
∘ Chọn $a = 2$ $\Rightarrow$ Hệ thức trở thành $4 + b^2 = 3196b \Leftrightarrow b^2 - 3196b + 4 = 0$. Dò nghiệm và lưu vào B

[ALPHA] [)] [x²] [−] [3] [1] [9] [6] [ALPHA] [)] [+] [4] [SHIFT] [CALC] [1] [=] [SHIFT] [RCL] [°'"]



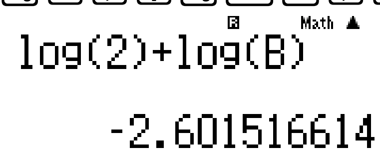
∘ Tính $\log\dfrac{a+b}{40} = \log\dfrac{2+B}{40}$

[log] [▭/▭] [2] [+] [ALPHA] [°'"] [▼] [4] [0] [▶] [)] [=]



∘ Tính tiếp $\log a + \log b$

[log] [2] [)] [+] [log] [ALPHA] [°'"] [)] [=]



Rõ ràng giá trị $\log a + \log b$ gấp 2 lần giá trị $\log\dfrac{a+b}{40}$ $\Rightarrow$ Đáp số **A** là chính xác

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I. ĐỀ BÀI

Câu 1. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x)=\log_2(2x-1)$ xác định?

A. $x\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. **D.** $x\in(-1;+\infty)$.

Câu 2. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x)=\ln(4-x^2)$ xác định?

A. $x\in(-2;2)$. **B.** $x\in[-2;2]$. **C.** $x\in\mathbb{R}\setminus[-2;2]$. **D.** $x\in\mathbb{R}\setminus(-2;2)$.

Câu 3. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x-1}{3+x}$ xác định?

A. $x\in[-3;1]$. **B.** $x\in\mathbb{R}\setminus[-3;1]$. **C.** $x\in\mathbb{R}\setminus(-3;1)$. **D.** $x\in(-3;1)$.

Câu 4. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x)=\log_6(2x-x^2)$ xác định?

A. $0<x<2$. **B.** $x>2$. **C.** $-1<x<1$. **D.** $x<3$.

Câu 5. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x)=\log_5(x^3-x^2-2x)$ xác định?

A. $x\in(0;1)$. **B.** $x\in(1;+\infty)$.

C. $x\in(-1;0)\cup(2;+\infty)$. **D.** $x\in(0;2)\cup(4;+\infty)$.

Câu 6. Cho $a>0, a\neq 1$, giá trị của biểu thức $A=a^{\log_{\sqrt{a}}4}$ bằng bao nhiêu?

A.8. **B.**16. **C.**4. **D.**2.

Câu 7. Giá trị của biểu thức $B=2\log_2 12+3\log_2 5-\log_2 15-\log_2 150$ bằng bao nhiêu?

A.5. **B.**2. **C.**4. **D.**3.

Câu 8. Giá trị của biểu thức $P=22\log_2 12+3\log_2 5-\log_2 15-\log_2 150$ bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 9. Cho $a>0, a\neq 1$, biểu thức $D=\log_{a^3}a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** -3. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 10. Giá trị của biểu thức $C=\dfrac{1}{2}\log_7 36-\log_7 14-3\log_7\sqrt[3]{21}$ bằng bao nhiêu ?

A. -2. **B.** 2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 11. Cho $a>0, a\neq 1$, biểu thức $E=a^{4\log_{a^2}5}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 625. **C.** 25. **D.** 5^8.

Câu 12. Trong các số sau, số nào lớn nhất?

A. $\log_{\sqrt{3}}\sqrt{\dfrac{5}{6}}$. **B.** $\log_3\dfrac{5}{6}$. **C.** $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{6}{5}$. **D.** $\log_3\dfrac{6}{5}$.

Câu 13. Trong các số sau, số nào nhỏ nhất ?

A. $\log_5\dfrac{1}{12}$. **B.** $\log_{\frac{1}{5}}9$. **C.** $\log_{\frac{1}{5}}17$. **D.** $\log_5\dfrac{1}{15}$.

Câu 14. Cho $a>0, a\neq 1$, biểu thức $A=(\ln a+\log_a e)^2+\ln^2 a-\log_a^2 e$ có giá trị bằng

A. $2\ln^2 a+2$. **B.** $4\ln a+2$. **C.** $2\ln^2 a-2$. **D.** $\ln^2 a+2$.

Câu 15. Cho $a>0, a\neq 1$, biểu thức $B=2\ln a+3\log_a e-\dfrac{3}{\ln a}-\dfrac{2}{\log_a e}$ có giá trị bằng

A. $4\ln a+6\log_a 4$. **B.** $4\ln a$. **C.** $3\ln a-\dfrac{3}{\log_a e}$. **D.** $6\log_a e$.

Câu 16. Cho $a>0, b>0$, nếu viết $\log_3\left(\sqrt[5]{a^3b}\right)^{\frac{2}{3}}=\dfrac{x}{5}\log_3 a+\dfrac{y}{15}\log_3 b$ thì $x+y$ bằng bao nhiêu?

A.3. **B.**5. **C.**2. **D.**4.

Câu 17. Cho $a>0, b>0$, nếu viết $\log_5\left(\dfrac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}}\right)^{-0,2}=x\log_5 a+y\log_5 b$ thì xy bằng bao nhiêu ?

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** -3.

Câu 18. Cho $\log_3 x=3\log_3 2+\log_9 25-\log_{\sqrt{3}} 3$. Khi đó giá trị của x là :

A. $\dfrac{200}{3}$. **B.** $\dfrac{40}{9}$. **C.** $\dfrac{20}{3}$. **D.** $\dfrac{25}{9}$.

Câu 19. Cho $\log_7\dfrac{1}{x}=2\log_7 a-6\log_{49} b$. Khi đó giá trị của x là :

A. $2a-6b$. **B.** $x=\dfrac{a^2}{b^3}$. **C.** $x=a^2b^3$. **D.** $x=\dfrac{b^3}{a^2}$.

Câu 20. Cho $a,b,c>0; a\neq 1$ và số $\alpha\in\mathbb{R}$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_a a^c=c$. **B.** $\log_a a=1$.

C. $\log_a b^\alpha=\alpha\log_a b$. **D.** $\log_a(b-c)=\log_a b-\log_a c$.

Câu 21. Cho $a,b,c>0; a\neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$. **B.** $\log_a b.\log_b c=\log_a c$.

C. $\log_{a^c} b=c\log_a b$. **D.** $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c$.

Câu 22. Cho $a,b,c>0$ và $a,b\neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $a^{\log_a b}=b$. **B.** $\log_a b=\log_a c\Leftrightarrow b=c$.

C. $\log_b c=\dfrac{\log_a c}{\log_a b}$. **D.** $\log_a b>\log_a c\Leftrightarrow b>c$.

Câu 23. Cho $a,b,c>0$ và $a>1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_a b<\log_a c\Leftrightarrow b<c$. **B.** $\log_a b>\log_a c\Leftrightarrow b>c$.

C. $\log_a b>c\Leftrightarrow b>c$. **D.** $a^b>a^c\Leftrightarrow b>c$.

Câu 24. Cho $a,b,c>0$ và $a<1$.Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_a b>\log_a c\Leftrightarrow b<c$. **B.** $a^{\sqrt{2}}<a^{\sqrt{3}}$.

C. $\log_a b<\log_a c\Leftrightarrow b>c$. **D.** $\log_a b>0\Leftrightarrow b<1$.

Câu 25. Số thực a thỏa điều kiện $\log_3(\log_2 a)=0$ là:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 26. Biết các logarit sau đều có nghĩa. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$. **B.** $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

C. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$. **D.** $\log_a b + \log_a c < 0 \Leftrightarrow b + c < 0$.

Câu 27. Cho $a,b,c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. **B.** $\log_a(\frac{b}{c}) = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$. **D.** $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 28. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$ là :

A. 64. **B.** $2^{\frac{11}{6}}$. **C.**8. **D.** 4.

Câu 29. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_x 2\sqrt[3]{2} = 4$ là

A. $\sqrt[3]{2}$. **B.** . $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ **C.** 4. **D.** 2.

Câu 30. Cho $a,b > 0$ và $a,b \neq 1$. Biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 6. **B.**3. **C.**4. **D.**2.

Câu 31. Cho $a,b > 0$ và $a,b \neq 1$, biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^3.\log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A.6. **B.**24. **C.**12. **D.** 18.

Câu 32. Giá trị của biểu thức $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5}$ là:

A. 20. **B.**40. **C.** 45. **D.** 25.

Câu 33. Giá trị của biểu thức $P = \log_a\left(a^3\sqrt{a}\sqrt[5]{a}\right)$ là

A. $\frac{53}{30}$. **B.** $\frac{37}{10}$. **C.**20. **D.** $\frac{1}{15}$.

Câu 34. Giá trị của biểu thức $A = \log_3 2.\log_4 3.\log_5 4 ... \log_{16} 15$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 35. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{a^3\sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a}\sqrt[4]{a}}\right)$ là:

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{211}{60}$. **D.** $\frac{91}{60}$.

Câu 36. Trong 2 số $\log_3 2$ và $\log_2 3$, số nào lớn hơn 1?

A. $\log_2 3$. **B.** $\log_3 2$. **C.** Cả hai số. **D.** Đáp án khác.

Câu 37. Cho 2 số $\log_{1999} 2000$ và $\log_{2000} 2001$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$. **B.** Hai số trên nhỏ hơn 1.

C. Hai số trên lớn hơn 2. **D.** $\log_{1999} 2000 \geq \log_{2000} 2001$.

Câu 38. Các số $\log_3 2$, $\log_2 3$, $\log_3 11$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

A. $\log_3 2,\ \log_3 11,\ \log_2 3$. **B.** $\log_3 2,\ \log_2 3,\ \log_3 11$.

C. $\log_2 3,\ \log_3 2,\ \log_3 11$. **D.** $\log_3 11,\ \log_3 2,\ \log_2 3$.

Câu 39. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3(x+2)=3$ là:

A. 5. **B.** -25. **C.** 25. **D.** -3.

Câu 40. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3 x+\log_9 x=\dfrac{3}{2}$ là :

A. -3. **B.** 25. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 41. Cho $\log_3 x=4\log_3 a+7\log_3 b\ (a,b>0)$. Giá trị của x tính theo a,b là:

A. ab. **B.** a^4b. **C.** a^4b^7. **D.** b^7.

Câu 42. Cho $\log_2(x^2+y^2)=1+\log_2 xy\ (xy>0)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?

A. $x>y$. **B.** $x=y$. **C.** $x<y$. **D.** $x=y^2$.

Câu 43. Cho $\log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1\ (y>0,y>x)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $3x=4y$. **B.** $x=-\dfrac{3}{4}y$. **C.** $x=\dfrac{3}{4}y$. **D.** $3x=-4y$.

Câu 44. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\log_a x^2=2\log_a x\ (x^2>0)$. **B.** $\log_a xy=\log_a|x|+\log_a|y|$.

C. $\log_a xy=\log_a x+\log_a y\ (xy>0)$. **D.** $\log_a xy=\log_a|x|+\log_a|y|\ (xy>0)$.

Câu 45. Cho $x,y>0$ và $x^2+4y^2=12xy$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_2\left(\dfrac{x+2y}{4}\right)=\log_2 x-\log_2 y$. **B.** $\log_2(x+2y)=2+\dfrac{1}{2}(\log_2 x+\log_2 y)$.

C. $\log_2(x+2y)=\log_2 x+\log_2 y+1$. **D.** $4\log_2(x+2y)=\log_2 x+\log_2 y$.

Câu 46. Cho $a,b>0$ và $a^2+b^2=7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $2\log(a+b)=\log a+\log b$. **B.** $4\log\left(\dfrac{a+b}{6}\right)=\log a+\log b$.

C. $\log\left(\dfrac{a+b}{3}\right)=\dfrac{1}{2}(\log a+\log b)$. **D.** $\log\left(\dfrac{a+b}{3}\right)=3(\log a+\log b)$.

Câu 47. Cho $\log_2 6=a$. Khi đó giá trị của $\log_3 18$ được tính theo a là:

A. a. **B.** $\dfrac{a}{a+1}$. **C.** $2a+3$. **D.** $\dfrac{2a-1}{a-1}$.

Câu 48. Cho $\log_2 5=a$. Khi đó giá trị của $\log_4 1250$ được tính theo a là :

A. $\dfrac{1-4a}{2}$. **B.** $2(1+4a)$. **C.** $1+4a$. **D.** $\dfrac{1+4a}{2}$.

Câu 49. Biết $\log_7 2=m$, khi đó giá trị của $\log_{49} 28$ được tính theo m là:

A. $\frac{m+2}{4}$. B. $\frac{1+m}{2}$. C. $\frac{1+4m}{2}$. D. $\frac{1+2m}{2}$.

Câu 50. Biết $a=\log_2 5, b=\log_5 3$; khi đó giá trị của $\log_{10} 15$ được tính theo a là:

A. $\frac{a+b}{a+1}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{ab-1}{a+1}$. D. $\frac{a(b+1)}{a+1}$.

Câu 51. Cho $a=\log_3 15; b=\log_3 10$. Khi đó giá trị của $\log_{\sqrt{3}} 50$ được tính theo a,b là :

A. $2(a-b-1)$. B. $2(a+b-1)$. C. $2(a+b+1)$. D. $2(a-b+1)$.

Câu 52. Biết $\log_5 3=a$, khi đó giá trị của $\log_{15} 75$ được tính theo a là:

A. $\frac{2+a}{1+a}$. B. $\frac{1+2a}{a+1}$. C. $\frac{1+a}{2+a}$. D. 2.

Câu 53. Biết $\log_4 7=a$, khi đó giá trị của $\log_2 7$ được tính theo a là:

A. $2a$. B. $\frac{1}{2}a$. C. $\frac{1}{4}a$. D. $4a$.

Câu 54. Biết $\log_5 3=a$, khi đó giá trị của $\log_3 \frac{27}{25}$ được tính theo a là:

A. $\frac{3}{2a}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{3a-2}{a}$. D. $\frac{a}{3a-2}$.

Câu 55. Biết $a=\log_2 5, b=\log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_{24} 15$ được tính theo a là :

A. $\frac{ab+1}{b}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{b+1}{a+1}$. D. $\frac{a(b+1)}{3+ab}$.

Câu 56. Cho $\log_{12} 27=a$. Khi đó giá trị của $\log_6 16$ được tính theo a là:

A. $\frac{4(3+a)}{3-a}$. B. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. C. $\frac{4a}{3-a}$. D. $\frac{2a}{3+a}$.

Câu 57. Cho $\lg 3=a,\ \lg 2=b$. Khi đó giá trị của $\log_{125} 30$ được tính theo a là:

A. $\frac{1+a}{3(1-b)}$. B. $\frac{4(3-a)}{3-b}$. C. $\frac{a}{3+b}$. D. $\frac{a}{3+a}$.

Câu 58. Cho $\log_a b=\sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $A=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$ được tính theo a là:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 59. Cho $\log_{27} 5=a,\ \log_8 7=b,\ \log_2 3=c$. Giá trị của $\log_6 35$ được tính theo a,b,c là:

A. $\frac{ac}{1-c}$. B. $\frac{ac}{1+b}$. C. $\frac{3(ac+b)}{1+c}$. D. $\frac{3ac+3b}{3+a}$.

Câu 60. Cho $x=2000!$. Giá trị của biểu thức $A=\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_3 x}+...+\frac{1}{\log_{2000} x}$ là:

A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{5}$. D. 2000.

Câu 61. Biết $a=\log_7 12, b=\log_{12} 24$. Khi đó giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a là:

A. $\frac{a(8-5b)}{1+ab-a}$. B. $\frac{ab+1-a}{a(8-5b)}$. C. $\frac{a(8-5b)}{1+ab}$. D. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$.

Câu 62. Biết $\log_a b=2, \log_a c=-3$. Khi đó giá trị của bieeur thức $\log_a \frac{a^2b^3}{c^4}$ bằng:

A. 20. B. $-\frac{2}{3}$. C. -1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 63. Biết $\log_a b=3, \log_a c=-4$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_a\left(a^2\sqrt[3]{b}c^2\right)$ bằng:

A. $-\frac{16\sqrt{3}}{3}$. B. -5. C. -16. D. -48.

Câu 64. Rút gọn biểu thức $A=\log_a a^3\sqrt{a}\sqrt[5]{a}$, ta được kết quả là:

A. $\frac{37}{10}$. B. $\frac{35}{10}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 65. Rút gọn biểu thức $B=\log_{\frac{1}{a}}\frac{a\sqrt[5]{a^3}\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}\sqrt[4]{a}}$, ta được kết quả là :

A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{60}{91}$. C. $\frac{16}{5}$. D. $-\frac{5}{16}$.

Câu 66. Biết $a=\log_2 5, b=\log_3 5$. Khi đó giá trị của $\log_6 5$ được tính theo a,b là :

A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. a^2+b^2.

Câu 67. Cho $a=\log_2 3; b=\log_3 5; c=\log_7 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_{140} 63$ được tính theo a,b,c là:

A. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$. C. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. D. $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$.

Câu 68. Cho $a=\log_5 2; b=\log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_5 72$ được tính theo a,b là :

A. $3a+2b$. B. a^3+b^2. C. $3a-2b$. D. $6ab$.

Câu 69. Biết $a=\log_{12} 18, b=\log_{24} 54$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $ab+5(a-b)=-1$. B. $5ab+a+b=1$.

C. $ab+5(a-b)=1$. D. $5ab+a-b=0$.

Câu 70. Biết $\log_3\left(\log_4\left(\log_2 y\right)\right)=0$, khi đó giá trị của biểu thức $A=2y+1$ là:

A. 33. B. 17. C. 65. D. 133.

Câu 71. Cho $\log_5 x>0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_x 5\le\log_x 4$. B. $\log_x 5>\log_x 6$. C. $\log_5 x=\log_x 5$. D. $\log_5 x>\log_6 x$.

Câu 72. Cho $0<x<1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\sqrt[3]{\log_x 5}+\sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5}<0$ B. $\sqrt[3]{\log_x 5}>\sqrt{\log_x\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{\log_x\frac{1}{2}}<\log_5\frac{1}{2}$. D. $\sqrt{\log_x\frac{1}{2}}.\sqrt[3]{\log_x 5}>0$

Câu 73. Trong bốn số $3^{\log_3 4}$, $3^{2\log_3 2}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$, $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1?

A. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$. **B.** $3^{2\log_3 2}$. **C.** $3^{\log_3 4}$. **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$.

Câu 74. Gọi $M = 3^{\log_{0,5} 4}$; $N = 3^{\log_{0,5} 13}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $M < 1 < N$. **B.** $N < M < 1$. **C.** $M < N < 1$. **D.** $N < 1 < M$.

Câu 75. Biểu thức $\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}\right) + \log_2\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)$ có giá trị bằng:

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\log_2\sqrt{3} - 1$.

Câu 76. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\sqrt{5}}(x - m)$ xác định với mọi $x \in (-3; +\infty)$?

A. $m > -3$. **B.** $m < -3$. **C.** $m \le -3$. **D.** $m \ge -3$.

Câu 77. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3 - x)(x + 2m)$ xác định với mọi $x \in [-4; 2]$?

A. $m \ge 2$. **B.** $m \ge \frac{3}{2}$. **C.** $m > 2$. **D.** $m \ge -1$.

Câu 78. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_3\sqrt{(m - x)(x - 3m)}$ xác định với mọi $x \in (-5; 4]$?

A. $m \ne 0$. **B.** $m > \frac{4}{3}$. **C.** $m < -\frac{5}{3}$. **D.** $m \in \varnothing$.

Câu 79. Với mọi số tự nhiên n, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $n = \log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$. **B.** $n = -\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.

C. $n = 2 + \log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$. **D.** $n = 2 - \log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$.

Câu 80. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Giá trị của biểu thức $A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$ là:

A. 519. **B.** 729. **C.** 469. **D.** 129.

Câu 81. Kết quả rút gọn của biểu thức $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2}\left(\log_a b - \log_{ab} b\right)\sqrt{\log_a b}$ là:

A. $\sqrt[3]{\log_a b}$. **B.** $\sqrt{\log_a b}$. **C.** $\left(\sqrt{\log_a b}\right)^3$. **D.** $\log_a b$.

Câu 82. Cho $a, b, c > 0$ đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}; \log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}; \log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a} = 1$. **B.** $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}; \log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}; \log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a} > 1$.

C. $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}; \log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}; \log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a} > -1$. **D.** $\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}; \log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}; \log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a} < 1$.

Câu 83. Gọi $(x;y)$ là nghiệm nguyên của phương trình $2x+y=3$ sao cho $P=x+y$ là số dương nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_2 x+\log_3 y$ không xác định. **B.** $\log_2(x+y)=1$.

C. $\log_2(x+y)>1$. **D.** $\log_2(x+y)>0$.

Câu 84. Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức

$\log_2 a+\log_3 a+\log_5 a=\log_2 a.\log_3 a.\log_5 a$

A. 3. **B.**1. **C.**2. **D.** 0.

Câu 85. Cho các số dương a, b khác 1 sao cho $\log_{16}\sqrt[3]{a}=\log_{a^2}\sqrt[9]{b}=\log_b 2$. Tính giá trị của $\frac{b}{a^2}$.

A. 16. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 86. Cho $a>0$ và $b>0$ thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $3\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$. **B.** $\log\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

C. $2(\log_a+\log_b)=\log(7ab)$. **D.** $\log(a+b)=\frac{3}{2}(\log a+\log b)$.

Câu 87. Cho $\log_7 12=x$, $\log_{12}24=y$ và $\log_{54}168=\frac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên.

Tính giá trị biểu thức $S=a+2b+3c$.

A. $S=4$. **B.** $S=19$. **C.** $S=10$. **D.** $S=15$.

Câu 88. Giả sử p, q là các số thực dương sao cho $\log_9 p=\log_{12}q=\log_{16}(p+q)$. Tìm giá trị của

$\frac{p}{q}$.

A. $\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$. **B.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{8}{5}$.

Câu 89. Cho hai số thực a, b thỏa mãn đồng thời đẳng thức $3^{-a}.2^b=1152$ và $\log_{\sqrt{5}}(a+b)=2$. Tính

$P=a-b$.

A. $P=-9$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=8$. **D.** $P=-6$.

Câu 90. Nếu $\log_{12}18=a$ thì $\log_2 3$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1-2a}{a-2}$. **B.** $\frac{2a-1}{a-2}$. **C.** $\frac{a-1}{2a-2}$. **D.** $\frac{1-a}{a-2}$.

Câu 91. Đặt $a=\ln 2$, $b=\ln 5$, hãy biểu diễn $I=\ln\frac{1}{2}+\ln\frac{2}{3}+\ln\frac{3}{4}+...+\ln\frac{98}{99}+\ln\frac{99}{100}$ theo a và b

A. $-2(a-b)$. **B.** $-2(a+b)$. **C.** $2(a-b)$. **D.** $2(a+b)$.

Câu 92. Biết $\log 5=a$ và $\log 3=b$. Tính $\log_{30}8$ theo a và b được kết quả là:

A. $\log_{30}8=\frac{3(1-a)}{1+b}$ **B.** $\log_{30}8=\frac{3(1-a)}{1-b}$ **C.** $\log_{30}8=\frac{3(1+a)}{1+b}$ **D.** $\log_{30}8=\frac{3(a-1)}{1+b}$

Câu 93. Rút gọn biểu thức $A=\left(\log_a b+\log_b a+2\right)\left(\log_a b-\log_{ab} b\right)\log_b a-1$ ta được kết quả là:

A. $\frac{1}{\log_b a}$ **B.** $-\log_b a$ **C.** $\log_b a$ **D.** $\frac{\log_b a}{3}$

Câu 94. Cho a,b,x là các số thực dương. Biết $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$. Tính x theo a và b:

A. $x = 4a - b$ **B.** $x = \frac{a^4}{b}$ **C.** $x = a^4 - b$ **D.** $x = \frac{a}{b}$

Câu 95. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$.

A. $T = \frac{5}{4}$ **B.** $T = \frac{2}{3}$ **C.** $T = \frac{3}{2}$ **D.** $T = \frac{4}{5}$

Câu 96. Cho $1 < x < 64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_2^4 x + 12\log_2^2 x.\log_2 \frac{8}{x}$.

A. 64. **B.** 96. **C.** 82. **D.** 81.

Câu 97. Cho n là số nguyên dương, tìm n sao cho

$$\log_a 2019 + 2^2\log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2\log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + ... + n^2\log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$$

A. 2017. **B.** 2019.

C. 2016. **D.** 2018.

Câu 98. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_3\left(\frac{270}{121}\right) = a + 3b - 2c$. **B.** $\log_3\left(\frac{270}{121}\right) = a + 3b + 2c$.

C. $\log_3\left(\frac{270}{121}\right) = a - 3b + 2c$. **D.** $\log_3\left(\frac{270}{121}\right) = a - 3b - 2c$.

Câu 99. Gọi $T = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\log_a x} + \dfrac{1}{\log_b x} + \dfrac{1}{\log_c x} + \dfrac{1}{\log_d x}}$, với a,b,c,x thích hợp để biểu thức có nghĩa.

Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $T = \log_{abcd} x$. **B.** $T = \log_x abcd$.

C. $T = \dfrac{1}{\log_x abcd}$. **D.** $T = \dfrac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d}$.

Câu 100. Cho $\log_b a = x$ và $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn $\log_{a^2}\left(\sqrt[3]{b^5c^4}\right)$ theo x và y.

A. $\frac{5+4y}{6x}$. **B.** $\frac{20y}{3x}$. **C.** $\frac{5+3y^4}{3x^2}$. **D.** $20x + \frac{20y}{3}$.

II. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1A	2A	3B	4A	5C	6B	7D	8B	9B	10A
11C	12D	13C	14A	15C	16D	17C	18B	19D	20D
21C	22D	23C	24B	25D	26A	27D	28A	29A	30D
31B	32C	33B	34D	35C	36A	37A	38B	39C	40C
41C	42B	43C	44D	45B	46C	47D	48D	49D	50D
51B	52A	53A	54C	55D	56B	57A	58A	59C	60A
61D	62A	63B	64A	65A	66A	67C	68A	69C	70A
71D	72A	73D	74B	75B	76C	77C	78D	79B	80C
81C	82A	83A	84A	85D	86B	87D	88B	89A	90A
91B	92A	93A	94D	95B	96D	97C	98A	99B	100A

Câu 1. **Chọn A.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Câu 2. **Chọn A.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 4-x^2>0 \Leftrightarrow x\in(-2;2)$.

Câu 3. **Chọn B.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow \dfrac{x-1}{3+x}>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$.

Câu 4. **Chọn A.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x-x^2>0 \Leftrightarrow x\in(0;2)$.

Câu 5. **Chọn C.** Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x^3 - x^2-2x>0 \Leftrightarrow x\in(-1;0)\cup(2;+\infty)$.

Câu 6. **Chọn B.** Ta có $A=a^{\log_{\sqrt{a}}4}=a^{\log_{a^{1/2}}4}=a^{2\log_a 4}=a^{\log_a 16}=16$.

Câu 7. **Chọn D.** Ta nhập vào máy tính biểu thức $2\log_2 12+3\log_2 5-\log_2 15-\log_2 150$, bấm =, được kết quả $B=3$

Câu 8. **Chọn B.**

+<u>Tự luận</u>

$P=2\log_2 12+3\log_2 5-\log_2 15-\log_2 150=\log_2 12^2+\log_2 5^3-\log_2(15.150)$

$=\log_2\dfrac{12^2.5^3}{15.150}=3$

+<u>Trắc nghiệm:</u> Nhập biểu thức vào máy tính và nhấn calc ta thu được kết quả bằng 3.

Câu 9. **Chọn B.** Ta có $D=\log_{a^3}a=\dfrac{1}{3}\log_a a=\dfrac{1}{3}$.

Câu 10. **Chọn A.** Ta nhập vào máy tính biểu thức: $\dfrac{1}{2}\log_7 36-\log_7 14-3\log_7\sqrt[3]{21}$ bấm =, được kết quả $C=-2$.

Câu 11. **Chọn C.** Ta có $E=a^{4\log_{a^2}5}=a^{\frac{4}{2}\log_a 5}=a^{\log_a 25}=25$.

Câu 12. **Chọn D.**

+ Tự **luận:** Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

Ta thấy $\log_3\dfrac{6}{5}>\log_3\dfrac{5}{6}=\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{6}{5}=\log_{\sqrt{3}}\sqrt{\dfrac{5}{6}}$.

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả >0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả <0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 13. **Chọn C.**

+ **Tự luận :** Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

Ta thấy $\log_{\frac{1}{5}} 17 < \log_{\frac{1}{5}} 15 = \log_5 \frac{1}{15} < \log_{\frac{1}{5}} 12 = \log_5 \frac{1}{12} < \log_{\frac{1}{5}} 9$.

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả <0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả >0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 14. **Chọn A.**

+Tự luận :

Ta có $A = \ln^2 a + 2\ln a.\log_a e + \log_a^2 e + \ln^2 a - \log_a^2 e = 2\ln^2 a + 2\ln e = 2\ln^2 a + 2$.

+Trắc nghiệm : Sử dung máy tính, Thay $a=2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

Câu 15. **Chọn C.**

+Tự luận :

Ta có $B = 2\ln a + 3\log_a e - 3\log_a e - 2\ln a = 0 = 3\ln a - \dfrac{3}{\log_a e}$.

+Trắc nghiệm : Sử dung máy tính, Thay $a=2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

Câu 16. **Chọn D.** Ta có: $\log_3\left(\sqrt[5]{a^3 b}\right)^{\frac{2}{3}} = \log_3 (a^3 b)^{\frac{2}{15}} = \frac{2}{5}\log_3 a + \frac{2}{15}\log_3 b \Rightarrow x + y = 4$.

Câu 17. **Chọn C.** Ta có : $\log_5\left(\dfrac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}}\right)^{-0,2} = \log_5(a^{-2}.b^{\frac{1}{6}}) = -2\log_5 a + \frac{1}{6}\log_5 b \Rightarrow x.y = -\frac{1}{3}$.

Câu 18. **Chọn B.** Ta có: $\log_3 x = \log_3 8 + \log_3 5 - \log_3 9 = \log_3 \frac{40}{9} \Rightarrow x = \frac{40}{9}$.

Câu 19. **Chọn D.** Ta có: $\log_7 \frac{1}{x} = 2\log_7 a - 6\log_{49} b = \log_7 a^2 - \log_7 b^3 = \log_7 \frac{a^2}{b^3} \Rightarrow x = \frac{b^3}{a^2}$.

Câu 20. **Chọn D.** Vì không có tính chất về logarit của một hiệu

Câu 21. **Chọn C.** Vì $\log_{a^c} b = \frac{1}{c}\log_a b$

Câu 22. **Chọn D.** Vì khẳng định đó chỉ đúng khi $a>1$, còn khi $0<a<1 \Rightarrow \log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$

Câu 23. **Chọn C.** Vì $\log_a b > c \Leftrightarrow b > a^c$

Câu 24. **Chọn B.** Vì $\sqrt{2} < \sqrt{3} \Rightarrow a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{3}}$ $(do\ 0<a<1)$

Câu 25. **Chọn D.** Ta có $\log_3(\log_2 a) = 0 \Rightarrow \log_2 a = 1 \Rightarrow a = 2$.

Câu 26. **Chọn A.** Đáp án A đúng với mọi a,b,c khi các logarit có nghĩa

Câu 27. **Chọn D.** Vì không có logarit của 1 tổng.

Câu 28. **Chọn A.**

Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_2 X+\log_4 X+\log_8 X-1$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với $x=64$ thì kquả bằng 0.

Câu 29. **Chọn A.**

Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_x 2\sqrt[3]{2}-4$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với. thì kquả bằng 0. Ta chọn A là đáp án đúng.

Câu 30. **Chọn D.**

+Tự luận : Ta có $P=\log_{\sqrt{a}} b^2+\dfrac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}=4\log_a b+2\log_a \dfrac{a}{b^2}=2$.

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, thay $a=b=2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^2+\dfrac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ vào máy bấm =, được kết quả $P=2$.

Câu 31. **Chọn B.**

+ Tự luận : Ta có $P=\log_{\sqrt{a}} b^3.\log_b a^4=2.3.4=24$.

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính Casio, Thay $a=b=2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^3.\log_b a^4$ vào máy bấm =, được kết quả $P=24$.

Câu 32. **Chọn C.**

+ Tự luận : $4^{3\log_8 3+2\log_{16} 5}=\left(2^{\log_2 3}.2^{\log_2 \sqrt{5}}\right)^2=45$

+ Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, rồi nhập biểu thức $4^{3\log_8 3+2\log_{16} 5}$ vào máy, bấm =, được kết quả bằng 45.

Câu 33. **Chọn B.**

+Tự luận : $\log_a\left(a^3\sqrt{a}\sqrt[5]{a}\right)=\log_a a^{\frac{37}{10}}=\dfrac{37}{10}$

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, Thay $a=2$, rồi nhập biểu thức $\log_a\left(a^3\sqrt{a}\sqrt[5]{a}\right)$ vào máy bấm =, được kết quả $P=\dfrac{37}{10}$.

Câu 34. **Chọn D.**

+Tự luận : $A=\log_{16} 15.\log_{15} 14...\log_5 4.\log_4 3.\log_3 2=\log_{16} 2=\dfrac{1}{4}$

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính Casio, rồi nhập biểu thức $\log_3 2.\log_4 3.\log_5 4...\log_{16} 15$ vào máy bấm =, được kết quả $A=\dfrac{1}{4}$.

Câu 35. **Chọn C.**

+Tự luận : $\log_{\frac{1}{a}}\left(\dfrac{a^3\sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a}\sqrt[4]{a}}\right)=-\log_a a^{\frac{91}{60}}=-\dfrac{91}{60}$

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, Thay $a=2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{a^3\sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a}\sqrt[4]{a}}\right)$

vào máy bấm =, được kết quả $-\frac{211}{60}$.

Câu 36. **Chọn A.** ***Ta có:*** $\log_3 2<\log_3 3=1,\ \log_2 3>\log_2 2=1$

Câu 37. **Chọn A.** $2000^2>1999.2001\Rightarrow \log_{2000}2000^2>\log_{2000}2001.1999$

$\Rightarrow 2>\log_{2000}2001+\log_{2000}1999\Rightarrow \log_{1999}2000>\log_{2000}2001$

Câu 38. **Chọn B.** Ta có $\log_3 2<\log_3 3=1=\log_2 2<\ \log_2 3<\log_3 11$

Câu 39. **Chọn C.** $\log_3(x+2)=3\Leftrightarrow x+2=3^3\Leftrightarrow x=25$

Câu 40. **Chọn C.** $\log_3 x+\log_9 x=\frac{3}{2}\Leftrightarrow \log_3 x+\frac{1}{2}\log_3 x=\frac{3}{2}\Leftrightarrow x=3$

Câu 41. **Chọn C.** Ta có $4\log_3 a+7\log_3 b=\log_3(a^4b^7)\Rightarrow x=a^4b^7$.

Câu 42. **Chọn B.**

Ta có: $\log_2\left(x^2+y^2\right)=1+\log_2 xy\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+y^2\right)=\log_2 2xy\Leftrightarrow x^2+y^2=2xy\Leftrightarrow x=y$

Câu 43. **Chọn C.** $\log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\frac{1}{y}=1\Leftrightarrow \log_4\frac{y}{y-x}=1\Leftrightarrow x=\frac{3}{4}y$

Câu 44. **Chọn D.** Do $|x|,\ |y|>0\Rightarrow \log_a xy=\log_a|x|+\log_a|y|$

Câu 45. **Chọn B.**

$x^2+4y^2=12xy\Leftrightarrow (x+2y)^2=16xy\Leftrightarrow \log_2(x+2y)^2=\log_2 16xy$

$\Leftrightarrow 2\log_2(x+2y)=4+\log_2 x+\log_2 y\Leftrightarrow \log_2(x+2y)=2+\frac{1}{2}\left(\log_2 x+\log_2 y\right)$

Câu 46. **Chọn C.**

$a^2+b^2=7ab\Leftrightarrow (a+b)^2=9ab\Leftrightarrow \log(a+b)^2=\log 9ab$

$\Leftrightarrow 2\log(a+b)=\log 9+\log a+\log b\Leftrightarrow \log\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$

Câu 47. **Chọn D.**

+Tự luận : Ta có : $a=\log_2 6=\log_2(2.3)=1+\log_2 3\Rightarrow \log_3 2=\frac{1}{a-1}$

Suy ra $\log_3 18=\log_3(2.3^2)=\log_3 2+2=\frac{1}{a-1}+2=\frac{2a-1}{a-1}$.

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: Gán $\log_2 6$ cho A

Lấy $\log_3 18$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 48. **Chọn D.**

+Tự luận : Ta có : $\log_4 1250=\log_{2^2}(2.5^4)=\frac{1}{2}\log_2(2.5^4)=\frac{1}{2}+2\log_2 5=\frac{1+4a}{2}$.

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: Gán $\log_2 5$ cho A

Lấy $\log_4 1250$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 49. **Chọn D.**

Sử dụng máy tính: gán $\log_7 2$ cho A

Lấy $\log_{49} 28$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 50. **Chọn D.**

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 5;\ \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{10} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 51. **Chọn B.**

+Tự luận : Ta có : $a=\log_3 15=\log_3(3.5)=1+\log_3 5 \Rightarrow \log_3 5=a-1$.

Khi đó : $\log_{\sqrt{3}} 50=2\log_3(5.10)=2(\log_3 5+\log_3 10)=2(a-1+b)$

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_3 15;\log_3 10$ cho A, B.

Lấy $\log_{\sqrt{3}} 50$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 52. **Chọn A.**

Sử dụng máy tính: Gán $\log_5 3$ cho A

Lấy $\log_{15} 75$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 53. **Chọn A.** Ta có: $\log_2 7=2.\frac{1}{2}\log_2 7=2\log_4 7=2a$.

Câu 54. **Chọn C.** Ta có: $\log_3 \frac{27}{25}=\log_3 27-\log_3 25=3-2\log_3 5=3-\frac{2}{a}=\frac{3a-2}{a}$.

Câu 55. **Chọn D.**

Sử dụng máy tính: Gán lần lượt $\log_2 5;\log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{24} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 56. **Chọn B.** Ta có: $a=\log_{12} 27=\frac{\log_2 27}{\log_2 12}=\frac{3\log_2 3}{2+\log_2 3} \Rightarrow \log_2 3=\frac{2a}{3-a} \Rightarrow \log_6 16=\frac{4(3-a)}{3+a}$.

Câu 57. **Chọn A.** Ta có: $\log_{125} 30=\frac{\lg 30}{\lg 125}=\frac{1+\lg 3}{3(1-\lg 2)}=\frac{1+a}{3(1-b)}$.

Câu 58. **Chọn A.** Ta có : $\log_a b=\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{b}}{a}=a^{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}=a^{\alpha} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}=a^{\frac{\sqrt{3}}{3}\alpha} \Rightarrow A=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 59. **Chọn C.** Ta có $\log_{27} 5=a \Rightarrow \ \log_3 5=3a,\ \log_8 7=b \Rightarrow \log_3 7=\frac{3b}{c} \Rightarrow \log_2 5=3ac$

$\Rightarrow \log_6 35 = \dfrac{3(ac+b)}{1+c}$.

Câu 60. **Chọn A.** Ta có: $A = \log_x 2 + \log_x 3 + ... + \log_x 2000 = \log_x (1.2.3...2000) = \log_x x = 1$

Câu 61. **Chọn D.** Sử dụng máy tính: Gán lần lượt $\log_7 12; \log_{12} 24$ cho A, B

Lấy $\log_{54} 168$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 62. **Chọn A.** Ta có $\log_a \dfrac{a^2b^3}{c^4} = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 = 2 + 3.2 - 4.(-3) = 20$.

Câu 63. **Chọn B.** Ta có $\log_a \left(a^2 \sqrt[3]{b} c^2\right) = 2\log_a a + \dfrac{1}{3}\log_a b + 2\log_a c = 2 + \dfrac{1}{3}.3 + 2.(-4) = -5$.

Câu 64. **Chọn A.** Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả $A = \dfrac{37}{10}$.

Câu 65. **Chọn A.** Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tínhsẽ được kết quả $B = -\dfrac{91}{60}$.

Câu 66. **Chọn A.** Ta có: $\log_6 5 = \dfrac{1}{\log_5 6} = \dfrac{1}{\log_5(2.3)} = \dfrac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \dfrac{\log_2 5.\log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \dfrac{ab}{a+b}$.

Câu 67. **Chọn C.** Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 3; \log_3 5; \log_7 2$ cho A, B, C

Lấy $\log_{140} 63$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 68. **Chọn A.** Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_5 2; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_5 72$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Câu 69. **Chọn C.** Sử dụng máy tính Casio, gán lần lượt $\log_{12} 18; \log_{24} 54$ cho A và B.

Với đáp án C nhập vào máy : $AB + 5(A-B) - 1$, ta được kết quả bằng 0.

Câu 70. **Chọn A.** Vì $\log_3\left(\log_4\left(\log_2 y\right)\right) = 0$ nên

$\log_4(\log_2 y) = 1 \Rightarrow \log_2 y = 4 \Rightarrow y = 2^4 \Rightarrow 2y + 1 = 33$.

Câu 71. **Chọn D.** Vì $\log_5 x > 0 \Rightarrow x > 1$. Khi đó $\log_5 x > \log_6 x$.

Câu 72. **Chọn A.**

Sử dụng máy tính Casio, Chọn $x = 0,5$ và thay vào từng đáp án, ta được đáp án A.

Câu 73. **Chọn D.**

+Tự luận:

Ta có: $3^{\log_3 4} = 4; 3^{2\log_3 2} = 3^{\log_3 4} = 4; \left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_2 5} = 2^{-2\log_2 5} = 2^{\log_2 5^{-2}} = 5^{-2} = \dfrac{1}{25}$,

$\left(\dfrac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2} = \left(2^{-4}\right)^{-\log_2 2} = 2^{\log_2 2^4} = 2^4 = 16$.

Trắc nghiệm: nhập vào máy tính từng biểu thức tính kết quả, chọn kết quả nhỏ hơn 1.

Câu 74. **Chọn B.**

+Tự luận:

Ta có $\log_{0,5}13 < \log_{0,5}4 < 0 \Rightarrow 3^{\log_{0,5}13} < 3^{\log_{0,5}4} < 1 \Rightarrow N < M < 1$.

Chọn: Đáp án B.

+ Trắc nghiệm: Nhập các biểu thức vào máy tính, tính kết quả rồi so sánh, ta thấy đáp án B đúng.

Câu 75. Chọn B.

Ta có $\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}\right)+\log_2\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)=\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}.\cos\frac{\pi}{12}\right)=\log_2\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)=\log_2\frac{1}{2}=-1$

Câu 76. Chọn C.

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow$ $x-m>0 \Leftrightarrow x>m$.

Để $f(x)$ xác định với mọi $x\in(-3;+\infty)$ thì $m\le -3$

Câu 77. Chọn C.

Thay $m=2$ vào điều kiện $(3-x)(x+2m)>0$ ta được $(3-x)(x+4)>0 \Leftrightarrow x\in(-4;3)$ mà $[-4;2]\not\subset(-4;3)$ nên các đáp án B, A, D loại. Ta chọn đáp án đúng là C.

Câu 78. Chọn D.

- Thay $m=2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m)>0$ ta được $(2-x)(x-6)>0 \Leftrightarrow x\in(2;6)$ mà $(-5;4]\not\subset(2;6)$ nên các đáp án B, A loại.

- Thay $m=-2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m)>0$ ta được $(-2-x)(x+6)>0 \Leftrightarrow x\in(-6;-2)$ mà $(-5;4]\not\subset(-6;-2)$ nên các đáp án C loại. Do đó Ta chọn đáp án đúng là D.

Câu 79. Chọn B.

+Tự luận:

Đặt $-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}=m$. Ta có: $\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}=2^{-m} \Leftrightarrow \sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}=2^{2^{-m}}$.

Ta thấy: $\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}},\sqrt{\sqrt{2}}=2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2},.....,\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}=2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}=2^{2^{-n}}$.

Do đó ta được: $2^{-m}=2^{-n} \Leftrightarrow m=n$. Vậy $n=-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n \text{ căn bậc hai}}$. Đáp án B.

+**Trắc nghiệm**: Sử dụng máy tính Casio, lấy n bất kì, chẳng hạn $n=3$.

Nhập biểu thức $-\log_2\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ (có 3 dấu căn) vào máy tính ta thu được kết quả bằng – 3.

Câu 80. Chọn C.

Ta có

$$\left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7}+\left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11}+\left(c^{\log_{11}25}\right)^{\log_{11}25}=27^{\log_3 7}+49^{\log_7 11}+\left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11}25}=7^3+11^2+25^{\frac{1}{2}}=469$$

Câu 81. Chọn C.

$$C=\sqrt{\log_a b+\log_b a+2}\left(\log_a b-\log_{ab}b\right)\sqrt{\log_a b}$$

$$=\sqrt{\frac{(\log_a b+1)^2}{\log_a^2 b}}\left(\log_a b-\frac{\log_a b}{1+\log_a b}\right)\sqrt{\log_a b}=\frac{(\log_a b+1)}{\log_a b}\left(\frac{\log_a^2 b}{1+\log_a b}\right)\sqrt{\log_a b}=\left(\sqrt{\log_a b}\right)^3$$

Câu 82. Chọn A.

$$*\ \log_a \frac{b}{c} = \log_a \left(\frac{c}{b}\right)^{-1} = -\log_a \frac{c}{b} \Rightarrow \log_a^2 \frac{b}{c} = \left(-\log_a \frac{c}{b}\right)^2 = \log_a^2 \frac{c}{b}$$

$$*\ \log_a b.\log_b c.\log_c a = 1 \Leftrightarrow \log_a b.\log_b a = \log_a a = 1$$

* Từ 2 kết quả trên ta có:

$$\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b} \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c} \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} = \left(\log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{c}.\log_{\frac{b}{c}} \frac{c}{a} \log_{\frac{c}{a}} \frac{a}{b}\right)^2 = 1$$

Câu 83. Chọn A.

Vì $x+y>0$ nên trong hai số x và y phải có ít nhất một số dương mà $x+y=3-x>0$ nên suy ra $x<3$ mà x nguyên nên $x=0;\pm1;\pm2;...$

+ Nếu $x=2$ suy ra $y=-1$ nên $x+y=1$

+ Nếu $x=1$ thì $y=1$ nên $x+y=2$

+ Nếu $x=0$ thì $y=3$ nên $x+y=3$

+ Nhận xét rằng: $x<2$ thì $x+y>1$. Vậy $x+y$ nhỏ nhất bằng 1.

Câu 84. Chọn A.

$$(*) \Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2.\log_2 a + \log_5 2.\log_2 a = \log_2 a.\log_3 5.\log_5 a.\log_5 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a.\left(1+\log_3 2+\log_5 2\right) = \log_2 a.\log_3 5.\log_5^2 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a.\left(1+\log_3 2+\log_5 2-\log_3 5.\log_5^2 a\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 a = 0\\ 1+\log_3 2+\log_5 2-\log_3 5.\log_5^2 a = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ \log_5 a = \pm\sqrt{\dfrac{1+\log_3 2+\log_5 2}{\log_3 5}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ a=5^{\pm\sqrt{\frac{1+\log_3 2+\log_5}{\log_3 5}}}\end{array}\right.$$

Câu 85. Chọn D.

Ta có $\log_{16}\sqrt[3]{a} = \log_b 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{4.3}\log_2 a = \dfrac{1}{\log_2 b} \Leftrightarrow \log_2 a.\log_2 b = 12 \quad (1)$.

Mặt khác ta có

$$\log_{a^2}\sqrt[9]{b} = \log_b 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2\cdot 9}\log_a b = \frac{1}{\log_2 b} \Leftrightarrow \log_a b.\log_2 b = 18 \Leftrightarrow \frac{\left(\log_2 b\right)^2}{\log_2 a} = 18 \ (2).$$

Từ (1) và (2) ta có : $\begin{cases}\left(\log_2 b\right)^3 = 216\\ \log_2 b\cdot\log_2 a = 12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\log_2 b = 6\\ \log_2 a = 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=64\\ a=4\end{cases} \Rightarrow \dfrac{b}{a^2} = 4$.

Câu 86. Chọn B.

Ta có: $a^2+b^2=7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\dfrac{a+b}{3}\right)^2 = ab \Leftrightarrow \log\left(\dfrac{a+b}{3}\right)^2 = \log ab$

$\Leftrightarrow 2\log\dfrac{a+b}{3} = \log a + \log b \Leftrightarrow \log\dfrac{a+b}{3} = \dfrac{1}{2}\left(\log a + \log b\right)$ (do $a>0$, $b>0$).

Câu 87. Chọn D.

Ta có: $\log_{54}168=\dfrac{\log_7(24.7)}{\log_7 54}=\dfrac{\log_7 24+1}{\log_7 54}=\dfrac{\log_7 12\log_{12}24+1}{\log_7 54}$

$=\dfrac{\log_7 12\log_{12}24+1}{\log_7 12\log_{12}54}=\dfrac{xy+1}{x.\log_{12}54}$

Tính $\log_{12}54=\log_{12}(27.2)=3\log_{12}3+\log_{12}2=3\log_{12}\dfrac{3.2.12.24}{2.12.24}+\log_{12}\dfrac{24}{12}$.

$=3\log_{12}\dfrac{12^3}{24^2}+\log_{12}\dfrac{24}{12}=3(3-2\log_{12}24)+(\log_{12}24-1)=8-5\log_{12}24=8-5y$.

Do đó: $\log_{54}168=\dfrac{xy+1}{x(8-5y)}=\dfrac{xy+1}{-5xy+8x}$.

Vậy $\begin{cases}a=1\\ b=-5\Rightarrow S=a+2b+3c=15\\ c=8\end{cases}$

Câu 88. **Chọn B.**

Đặt $\log_9 p=\log_{12}q=\log_{16}(p+q)=u\Rightarrow\begin{cases}p=9^u\\ q=12^u\\ p+q=16^u\end{cases}$

Đặt $x=\dfrac{q}{p}=\dfrac{12^u}{9^u}=\left(\dfrac{4}{3}\right)^u\Rightarrow x^2=\left(\dfrac{16}{9}\right)^u=\left(\dfrac{p+q}{p}\right)^u=1+x\Rightarrow x^2-x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt5}{2}$

Câu 89. **Chọn A.**

Theo đề ta có:

◎ $\log_{\sqrt5}(a+b)=2\Rightarrow a+b=5$

◎ $3^{-a}.2^b=1152\Leftrightarrow 3^{-a}.2^{-a}.2^a.2^b=1152$

$\Leftrightarrow 6^{-a}.2^{a+b}=1152$

$\Leftrightarrow 6^{-a}.2^5=1152$

$\Leftrightarrow 6^{-a}=36$

$\Leftrightarrow -a=2\Leftrightarrow a=-2\Leftrightarrow b=7$

Vậy $P=a-b=-9$.

Câu 90. **Chọn A.**

Ta có: $\log_{12}18=\dfrac{\ln18}{\ln12}=\dfrac{\ln3^2.2}{\ln2^2.3}=\dfrac{2\ln3+\ln2}{2\ln2+\ln3}=\dfrac{2\dfrac{\ln3}{\ln2}+1}{2+\dfrac{\ln3}{\ln2}}=\dfrac{2\log_2 3+1}{2+\log_2 3}=a$

$\Leftrightarrow 2\log_2 3+1=2a+a\log_2 3\Leftrightarrow \log_2 3=\dfrac{2a-1}{2-a}=\dfrac{1-2a}{a-2}$.

Câu 91. **Chọn B.**

Ta có: $I=\ln\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}.\dfrac{3}{4}....\dfrac{98}{99}.\dfrac{99}{100}$

$I=\ln\frac{1}{100}=\ln\left(2^2.5^2\right)^{-1}=-2\ln 2-2\ln 5=-2\left(a+b\right).$

Câu 92. **Chọn A.**

$a=\log 5=\log_{10}5=\frac{1}{\log_5 10}=\frac{1}{1+\log_5 2}\Rightarrow \log_5 2=\frac{1-a}{a}$

$b=\log 3=\frac{\log_2 3}{\log_2 10}=\frac{\log_2 3}{1+\log_2 5}\Rightarrow \log_2 3=b\left(1+\log_2 5\right)$

$\log_{30}8=\frac{\log_2 8}{\log_2 30}=\frac{3}{1+\log_2 5+\log_2 3}=\frac{3}{1+\frac{a}{1-a}+b\left(1+\frac{a}{1-a}\right)}=\frac{3(1-a)}{1+b}$

Câu 93. **Chọn A.**

$A=\left(\log_a b+\log_b a+2\right)\left(\log_a b-\log_{ab}b\right)\log_b a-1$

$=\left(\log_a b+\log_b a+2\right)\left(\log_a b-\log_{ab}b\right)\log_b a-1$

$=\left(\log_a b+\log_b a+2\right)\left(1-\log_{ab}b\log_b a\right)-1$

$=\left(\log_a b+\log_b a+2\right)\left(1-\log_{ab}a\right)-1$

$=\left(\log_a b+\frac{1}{\log_a b}+2\right)\left(1-\frac{1}{1+\log_a b}\right)-1$

$=\left(\frac{\left(\log_a b+1\right)^2}{\log_a b}\right)\left(\frac{\log_a b}{1+\log_a b}\right)-1$

$=1+\log_a b-1$

$=\log_a b$

Câu 94. **Chọn D.**

$\log_3 x=2\log_{\sqrt{3}}a+\log_{\frac{1}{3}}b\Leftrightarrow \log_3 x=2\log_{3^{\frac{1}{2}}}a+\log_{3^{-1}}b$

$\Leftrightarrow \log_3 x=4\log_3 a-\log_3 b$

$\Leftrightarrow \log_3 x=\log_3 a^4-\log_3 b=\log_3\frac{a^4}{b}$

$\Leftrightarrow x=\frac{a^4}{b}$

Câu 95. **Chọn B.**

$\log_{16}a=\log_{20}b=\log_{25}\frac{2a-b}{3}=t\Rightarrow a=16^t, b=20^t; \frac{2a-b}{3}=25^t$

thay $a=16^t, b=20^t$ vào $\frac{2a-b}{3}=25^t$

Ta có: $\frac{2.16^t-20^t}{3}=25^t\leftrightarrow 2.16^t-20^t=3.25^t$

$$2\left(\frac{4}{5}\right)^{2t}-\left(\frac{4}{5}\right)^{t}-3=0$$

Chia 2 vế cho 25^t ta có: $\leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{4}{5}\right)^{t}=\frac{2}{3} \\ \left(\frac{4}{5}\right)^{t}=-1(\mathrm{L})\end{array}\right.$ -

Ta lại có: $\frac{a}{b}=\frac{16^t}{20^t}=\left(\frac{4}{5}\right)^{t}=\frac{2}{3}$

Câu 96. **Chọn D.**

$$P=\log_2^4 x+12\log_2^2 x.\log_2\frac{8}{x}=\log_2^4 x+12\log_2^2 x(\log_2 8-\log_2 x)$$

Vì $1<x<64$ nên $\log_2 1<\log_2 x<\log_2 64 \Leftrightarrow 0<\log_2 x<6$

Đặt $t=\log_2 x$ với $0<t<6$.

Ta có $P=t^4+12t^2(3-t)=t^4-12t^3+36t^2$

$$P'=4t^3-36t^2+72t=0 \leftrightarrow \begin{cases} t=0(L) \\ t=6(L) \\ t=3(TM) \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta: $P_{max}=81$ khi $x=3$

Câu 97. **Chọn C.**

$$\log_a 2019+2^2\log_{\sqrt{a}}2019+3^2\log_{\sqrt[3]{a}}2019+\ldots+n^2\log_{\sqrt[n]{a}}2019=1008^2\times 2017^2\log_a 2019 \quad (*)$$

Ta có $n^2\log_{\sqrt[n]{a}}2019=n^2.n.\log_a 2019=n^3\log_a 2019$. Suy ra

VT (*) $=\left(1^3+2^3+\ldots+n^3\right).\log_a 2019=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2.\log_a 2019$

VP (*) $=1008^2\times 2017^2\log_a 2019$. Khi đó (*) được:

$n^2(n+1)^2=2^2.1008^2.2017^2=2016^2.2017^2 \Rightarrow n=2016$.

Câu 98. **Chọn A.**

Theo đề bài, ta có

$$\begin{cases}\log_3 5=a \\ \log_3 6=b \\ \log_3 22=c\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\log_3 5=a \\ \log_3 2+1=b \\ \log_3 2+\log_3 11=c\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\log_3 5=a \\ \log_3 2=b-1 \\ \log_3 11=c-b+1\end{cases}$$

Khi đó

$$\log_3\left(\frac{270}{121}\right)=\log_3 270-\log_3 121=\log_3\left(2.5.3^3\right)-\log_3 11^2=\log_3 2+\log_3 5+3-2\log_3 11$$

$$=b-1+a+3-2\left(c-b+1\right)=a+3b-2c.$$

Câu 99. **Chọn B.**

$$T=\frac{1}{\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_b x}+\frac{1}{\log_c x}+\frac{1}{\log_d x}}=\frac{1}{\log_x a+\log_x b+\log_x c+\log_x d}=\frac{1}{\log_x abc\mathrm{d}}=\log_{abc\mathrm{d}} x.$$

Câu 100. Chọn A.

$$\log_{a^2}\left(\sqrt[3]{b^5c^4}\right)=\frac{1}{2}\log_a\left(b^5c^4\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{6}\log_a\left(b^5c^4\right)=\frac{1}{6}.\frac{\log_b b^5c^4}{\log_b a}$$

$$=\frac{1}{6}.\frac{\log_b b^5+\log_b c^4}{\log_b a}=\frac{1}{6}.\frac{5+4\log_b c}{\log_b a}=\frac{5+4y}{6x}.$$

Chủ đề 3 HÀM SỐ LŨY THỪA, HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT

☆☆☆

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. HÀM LŨY THỪA

1. Định nghĩa:

Hàm số $y=x^{\alpha}$ với $\alpha\in\mathbb{R}$ được gọi là hàm số lũy thừa.

2. Tập xác định:

Tập xác định của hàm số $y=x^{\alpha}$ là:

- $D=\mathbb{R}$ nếu α là số nguyên dương.
- $D=\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$ với α nguyên âm hoặc bằng 0.
- $D=(0;+\infty)$ với α không nguyên.

Chú ý:

Theo định nghĩa, đẳng thức $\sqrt[n]{x}=x^{\frac{1}{n}}$ chỉ xảy ra nếu $x>0$. Do đó, hàm số $y=x^{\frac{1}{n}}$ không đồng nhất với hàm số $y=\sqrt[n]{x}\quad\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$

3. Đạo hàm:

- Hàm số $y=x^{\alpha}$, $(\alpha\in\mathbb{R})$ có đạo hàm với mọi $x>0$ và $(x^{\alpha})'=\alpha.x^{\alpha-1}$.
- Nếu hàm số $u=u\left(x\right)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm trên J thì hàm số $y=u^{\alpha}\left(x\right)$ cũng có đạo hàm trên J và $\left(u^{\alpha}\left(x\right)\right)'=\alpha.u^{\alpha-1}\left(x\right).u'\left(x\right)$

4. Tính chất của hàm số lũy thừa trên khoảng $(0;+\infty)$.

$y=x^{\alpha},\ \alpha>0$	$y=x^{\alpha},\ \alpha<0$
a. Tập khảo sát: $(0;+\infty)$	**a. Tập khảo sát**: $(0;+\infty)$
b. Sự biến thiên: + $y'=\alpha x^{\alpha-1}>0,\ \forall x>0.$ + Giới hạn đặc biệt: $\lim\limits_{x\to0^+}x^{\alpha}=0,\ \lim\limits_{x\to+\infty}x^{\alpha}=+\infty.$ + Tiệm cận: không có	**b. Sự biến thiên**: + $y'=\alpha x^{\alpha-1}<0,\ \forall x>0.$ + Giới hạn đặc biệt: $\lim\limits_{x\to0^+}x^{\alpha}=+\infty,\ \lim\limits_{x\to+\infty}x^{\alpha}=0.$ + Tiệm cận: - Trục Ox là tiệm cận ngang. - Trục Oy là tiệm cận đứng.

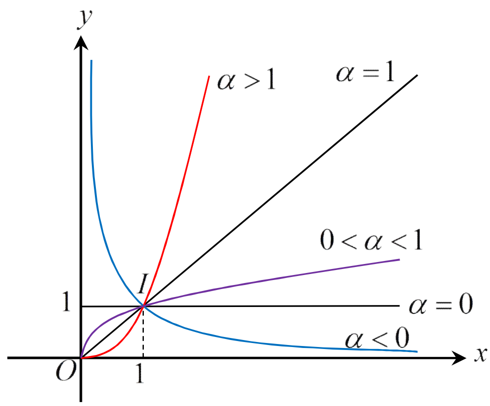
c. Bảng biến thiên:

x	0		$+\infty$
y'		$+$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$

c. Bảng biến thiên:

x	0		$+\infty$
y'		$-$	
y	0	$\searrow$	$+\infty$

d. Đồ thị:



Đồ thị của hàm số lũy thừa $y = x^{\alpha}$ luôn đi qua điểm $I(1;1)$.

Lưu ý: Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó. Chẳng hạn: $y = x^3$, $y = x^{-2}$, $y = x^{\pi}$.

II. HÀM SỐ MŨ

1. Định nghĩa:

Hàm số dạng $y = a^x$, $(a > 0, a \neq 1)$ được gọi là hàm số mũ cơ số a.

2. Tập xác định và tập giá trị:

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- Tập giá trị: $T = (0, +\infty)$, nghĩa là khi giải phương trình mũ mà đặt $t = a^{f(x)}$ thì $t > 0$.

3. Tính đơn điệu:

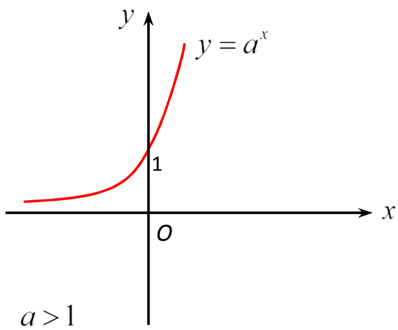
- Khi $a > 1$ thì hàm số $y = a^x$ đồng biến, khi đó ta luôn có: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.
- Khi $0 < a < 1$ thì hàm số $y = a^x$ nghịch biến, khi đó ta luôn có: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

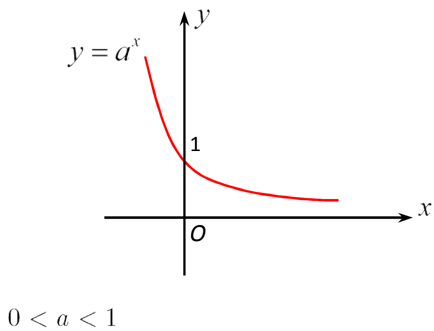
4. Đạo hàm:

- $(a^x)' = a^x.\ln a$
- $(a^u)' = u'.a^u.\ln a$
- $(\sqrt[n]{u})' = \dfrac{u'}{n.\sqrt[n]{u^{n-1}}}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(e^u)' = e^u.u'$

5. Đồ thị:

Nhận trục hành làm đường tiệm cận ngang





III. HÀM SỐ LOGARIT

1. Định nghĩa:

Hàm số dạng $y=\log_a x,\ (a>0,\ a\neq 1)$ được gọi là hàm số logarit cơ số a

2. Tập xác định và tập giá trị

∘ Tập xác định: $D=(0,+\infty)$.

∘ Tập giá trị: $T=\mathbb{R}$, nghĩa là khi giải phương trình logarit mà đặt $t=\log_a x$ thì t không có điều kiện.

3. Tính đơn điệu:

∘ Khi $a>1$ thì $y=\log_a x$ đồng biến trên D, khi đó nếu: $\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow f(x)>g(x)$.

∘ Khi $0<a<1$ thì $y=\log_a x$ nghịch biến trên D, khi đó nếu:
$\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow f(x)<g(x)$.

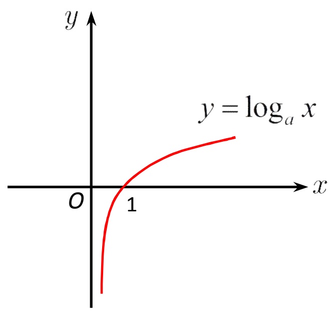
4. Đạo hàm:

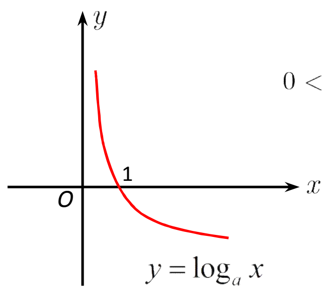
$$\boxed{\begin{array}{l}\left(\log_a|x|\right)'=\dfrac{1}{x.\ln a}\Rightarrow\left(\log_a|u|\right)'=\dfrac{u'}{u.\ln a}\\ (\ln x)'=\dfrac{1}{x},\ (x>0)\Rightarrow(\ln|u|)'=\dfrac{u'}{u}\end{array}}\Rightarrow\boxed{(\ln^n|u|)'=n\cdot\dfrac{u'}{u}\cdot\ln^{n-1}|u|}$$

5. Đồ thị:

Nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng.

$a>1$





$0<a<1$

Một số giới hạn liên quan đến hàm số mũ và hàm số logarit

∘ $\forall x_0\in\mathbb{R},\ \lim\limits_{x\to x_0}a^x=a^{x_0}$

∘ $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=1$

∘ $\forall x_0\in\mathbb{R}_+^*,\ \lim\limits_{x\to x_0}\log_a x=\log_a x_0$

∘ $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{e^x-1}{x}$

B. MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

I. TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

Bài toán 1: **(ĐỀ MINH HOẠ 2016 – 2017)** Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$

A. $\mathrm{D}=\left(-\infty;-1\right]\cup\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\mathrm{D}=\left[-1;3\right]$.

C. $\mathrm{D}=\left(-\infty;-1\right)\cup\left(3;+\infty\right)$. **D.** $\mathrm{D}=\left(-1;3\right)$.

Lời giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2-2x-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\x<-1\end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\left(-\infty;-1\right)\cup\left(3;+\infty\right)$. **Chọn C.**

Bài toán 2: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{2-\ln\left(ex\right)}$.

A. $\mathrm{D}=\left(1;2\right)$. **B.** $\mathrm{D}=\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\mathrm{D}=\left(0;1\right)$. **D.** $\mathrm{D}=\left(0;e\right]$.

Lời giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}ex>0\\2-\ln\left(ex\right)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ex\le e^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\le e\end{cases}\Leftrightarrow 0<x\le e$. **Chọn D.**

Bài toán 3: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x+1}-\log_{\frac{1}{2}}\left(3-x\right)-\log_3\left(x-1\right)^3$.

A. $\mathrm{D}=\left(1;3\right)$. **B.** $\mathrm{D}=\left(-1;1\right)$. **C.** $\mathrm{D}=\left(-\infty;3\right)$. **D.** $\mathrm{D}=\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0\\3-x>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x<3\\x>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<3\longrightarrow\mathrm{D}=\left(1;3\right)$. **Chọn A.**

Bài toán 4: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2-2mx+m\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m<0$; $m>1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m\le 0$; $m\ge 1$. **D.** $0\le m\le 1$.

Lời giải:

Ycbt $\Leftrightarrow x^2-2mx+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\\Delta'=m^2-m<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<1$. **Chọn B.**

Bài toán 5: **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m>2$.

Lời giải:

Ycbt $\Leftrightarrow x^2-2x-m+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'=1+m-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow m<0$. **Chọn B.**

Bài toán 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}+\ln(x-1)$.

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $\mathrm{D}=(1;2)$.

C. $\mathrm{D}=[0;+\infty)$. **D.** $\mathrm{D}=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ 2-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<2 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<2$. **Chọn B.**

Bài toán 7: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{(x^2+x+1).\log_{\frac{1}{2}}(x+2)}$.

A. $\mathrm{D}=(-2;+\infty)$. **B.** $\mathrm{D}=[-2;-1]$. **C.** $\mathrm{D}=(-2;-1)$. **D.** $\mathrm{D}=(-2;-1]$.

Lời giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x+2>0 \\ (x^2+x+1).\log_{\frac{1}{2}}(x+2)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+2)\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x+2\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x\le -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2<x\le -1$. **Chọn D.**

Bài toán 8: Hàm số nào dưới đây có tập xác định là đoạn $[-1;3]$?

A. $y=\ln(3+2x-x^2)$. **B.** $y=\dfrac{1}{3+2x-x^2}$.

C. $y=\sqrt{3+2x-x^2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$.

Lời giải:

∘ Hàm số $y=\ln(3+2x-x^2)$ và hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ xác định khi $3+2x-x^2>0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-3)<0 \Leftrightarrow -1<x<3$: không phù hợp.

∘ Hàm số $y=\dfrac{1}{3+2x-x^2}$ xác định khi $3+2x-x^2\ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne -1 \\ x\ne 3 \end{cases}$.

∘ Hàm số này có tập xác định là $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1;3\}$: không phù hợp.

∘ Hàm số $y=\sqrt{3+2x-x^2}$ xác định khi $3+2x-x^2\ge 0 \Leftrightarrow -1\le x\le 3$: thỏa mãn. **Chọn C.**

Bài toán 9: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x^2-3x}-\dfrac{9}{4}}$.

A. $\mathrm{D}=[0;3]$. **B.** $\mathrm{D}=(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$.

C. $D=[1;2]$. **D.** $D=\left[-1;2\right]$.

Lời giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} \ge \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} \ge \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x^2-3x \le -2$

$\Leftrightarrow x^2-3x+2 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le 2$. **Chọn C.**

Bài toán 10: Đẳng thức $x=3^{\log_3 x}$ có nghĩa khi:

A. $x>0$. **B.** Với mọi x. **C.** $x \ge 0$. **D.** $x>1$.

Lời giải:

Điều kiện: $x>0$.

Lôgarit cơ số 3 hai vế của $x=3^{\log_3 x}$, ta được $\log_3 x=\log_3\left(3^{\log_3 x}\right)$

$\Leftrightarrow \log_3 x=\log_3 x.\log_3 3 \Leftrightarrow \log_3 x=\log_3 x$: luôn đúng $\forall x>0$. **Chọn A.**

II. TÍNH ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ

Bài toán 1: Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(2x^2+x-1\right)^{\frac{2}{3}}$.

A. $y'=\dfrac{2\left(4x+1\right)}{3\sqrt[3]{2x^2+x-1}}$. **B.** $y'=\dfrac{2\left(4x+1\right)}{3\sqrt[3]{\left(2x^2+x-1\right)^2}}$.

C. $y'=\dfrac{3\left(4x+1\right)}{2\sqrt[3]{2x^2+x-1}}$. **D.** $y'=\dfrac{3\left(4x+1\right)}{2\sqrt[3]{\left(2x^2+x-1\right)^2}}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức $\left(u^\alpha\right)'=\alpha.u^{\alpha-1}.u'$, ta có $y'=\frac{2}{3}.\left(2x^2+x-1\right)^{-\frac{1}{3}}.\left(2x^2+x-1\right)'$

$$=\frac{2}{3}.\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2+x-1}}.\left(4x+1\right)=\frac{2\left(4x+1\right)}{3\sqrt[3]{2x^2+x-1}}$$. **Chọn A.**

Bài toán 2: **(ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x+1}{4^x}$.

A. $y'=\dfrac{1-2\left(x+1\right)\ln 2}{2^{2x}}$. **B.** $y'=\dfrac{1+2\left(x+1\right)\ln 2}{2^{2x}}$.

C. $y'=\dfrac{1-2\left(x+1\right)\ln 2}{4^{x^2}}$. **D.** $y'=\dfrac{1+2\left(x+1\right)\ln 2}{4^{x^2}}$.

Lời giải:

Ta có $y'=\left(\dfrac{x+1}{4^x}\right)'=\dfrac{\left(x+1\right)'.4^x-\left(x+1\right).\left(4^x\right)'}{\left(4^x\right)^2}$

$=\dfrac{4^x-(x+1).4^x.\ln 4}{(4^x)^2}=\dfrac{1-(x+1).\ln 4}{4^x}\xrightarrow[4^x=(2^2)^x=2^{2x}]{\ln 4=2.\ln 2}y'=\dfrac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$. **Chọn A.**

Bài toán 3: (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\dfrac{2}{2x+1}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$.

C. $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$.

Lời giải:

Áp dụng $(\log_a u)'=\dfrac{u'}{u.\ln a}$, ta được $y'=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1).\ln 2}=\dfrac{2}{(2x+1).\ln 2}$. **Chọn C.**

Bài toán 4: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3+2^x}+\dfrac{1}{3+2^{-x}}$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

1) $f'(x)\neq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

2) $f(1)+f(2)+...+f(2017)=2017$.

3) $f(x^2)=\dfrac{1}{3+4^x}+\dfrac{1}{3+4^{-x}}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có

- $f'(x)=\dfrac{-2^x\ln 2}{(3+2^x)^2}+\dfrac{2^{-x}\ln 2}{(3+2^{-x})^2}$. Tại $x=0$ ta có $f'(x)=0$ nên khẳng định 1 sai.
- $f(x)=\dfrac{2^x+2^{-x}+6}{(3+2^x)(3+2^{-x})}=\dfrac{2^x+2^{-x}+6}{3.(2^x+2^{-x})+10}<1\longrightarrow f(1)+f(2)+...+f(2017)<2017$

nên khẳng định 2 sai.

- $f(x^2)=\dfrac{1}{3+2^{x^2}}+\dfrac{1}{3+2^{-x^2}}\neq\dfrac{1}{3+4^x}+\dfrac{1}{3+4^{-x}}$ với $x=1$ chẳng hạn nên khẳng định 3 sai.

Do đó không có khẳng định nào đúng. **Chọn A.**

Bài toán 5: Cho $0<a\neq 1+\sqrt{2}$ và các hàm $f(x)=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$, $g(x)=\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

1) $f^2(x)-g^2(x)=1$.

2) $g(2x)=2g(x)f(x)$.

3) $f(g(0))=g(f(0))$.

4) $g'(2x)=g'(x)f(x)-g(x)f'(x)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có

- $f^2(x)-g^2(x)=\left(\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}\right)^2=1\longrightarrow$ khẳng đinh 1 đúng.

- $g(2x)=\dfrac{a^{2x}-a^{-2x}}{2}=\dfrac{(a^x-a^{-x})(a^x+a^{-x})}{2}=2.\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}.\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}=2g(x).f(x)\longrightarrow$ khẳng đinh 2 đúng.

- $\begin{cases} f(g(0))=f(0)=1. \\ g(f(0))=g(1)=\dfrac{a-\frac{1}{a}}{2}=\dfrac{a^2-1}{2a} \end{cases}\longrightarrow f(g(0))\neq g(f(0))\longrightarrow$ khẳng định 3 sai.

- Do $g(2x)=2g(x)f(x)$, lấy đạo hàm hai vế (để ý là $[g(u)]'=u'g'(u)$), ta có:

$[g(2x)]'=2[g'(x)f(x)+g(x)f'(x)]\Leftrightarrow 2g'(2x)=2[g'(x)f(x)+g(x)f'(x)]$

$\Leftrightarrow g'(2x)=g'(x)f(x)+g(x)f'(x)\to$ khẳng định 4 sai.

Vậy có 2 khẳng định đúng. **Chọn C.**

Bài toán 6: Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln^2(\ln x)$ tại điểm $x=e$.

A. $y'(e)=e$. **B.** $y'(e)=1$. **C.** $y'(e)=\dfrac{2}{e}$. **D.** $y'(e)=0$.

Lời giải:

Nhận thấy có dạng $u^\alpha\longrightarrow(u^\alpha)'=\alpha.u^{\alpha-1}.u'$ với $u=\ln(\ln x)$.

Áp dụng, ta được $y'=2.\ln(\ln x).[\ln(\ln x)]'$. (1)

Tính $[\ln(\ln x)]'$. Nhận thấy có dạng $(\ln u)'=\dfrac{u'}{u}$ với $u=\ln x$.

Áp dụng, ta được $[\ln(\ln x)]'=\dfrac{(\ln x)'}{\ln x}=\dfrac{\frac{1}{x}}{\ln x}=\dfrac{1}{x\ln x}$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $y'=\dfrac{2\ln(\ln x)}{x\ln x}\longrightarrow y'(e)=\dfrac{2\ln(\ln e)}{e.\ln e}=\dfrac{2.\ln 1}{e.\ln e}=0$. **Chọn D.**

Bài toán 7: Cho hàm số $f(x)=4\ln\left(\sqrt{x-4}+\sqrt{x}\right)+\sqrt{x^2-4x}$ với $x\geq 4$. Tính giá trị của biểu thức $P=f(4)-[f'(8)]^2.\ln 2$.

A. $P=2\ln 2$. **B.** $P=4\ln 2$. **C.** $P=6\ln 2$. **D.** $P=8\ln 2$.

Lời giải:

Ta có $f'(x)=4.\dfrac{\left(\sqrt{x-4}+\sqrt{x}\right)'}{\sqrt{x-4}+\sqrt{x}}+\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-4x}}$.

Khi đó $f'(8)=\sqrt{2}$ và $f(4)=4\ln 2$.

Vậy $P=f(4)-\left[f'(8)\right]^2.\ln 2=4\ln 2-\left(\sqrt{2}\right)^2.\ln 2=2.\ln 2$. **Chọn A.**

Bài toán 8: Cho hàm số $y=e^{-x}.\sin x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $y'+2y''-2y=0$. **B.** $y''+2y'+2y=0$.

C. $y''-2y'-2y=0$. **D.** $y'-2y''+2y=0$.

Lời giải:

Ta có $y'=-e^{-x}.\sin x+e^{-x}.\cos x=e^{-x}\left(\cos x-\sin x\right)$.

Lại có $y''=-e^{-x}\left(\cos x-\sin x\right)+e^{-x}\left(-\sin x-\cos x\right)=-2e^{-x}.\cos x$

Ta thấy $y''+2y'+2y=-2e^{-x}.\cos x+2e^{-x}\left(\cos x-\sin x\right)+2e^{-x}.\sin x=0$. **Chọn B.**

Bài toán 9: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{1+x+\ln x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $xy=y'\left(y\ln x+1\right)$. **B.** $xy'=y\left(y\ln x-1\right)$.

C. $xy=y\left(y'\ln x-1\right)$. **D.** $xy'=y\left(y\ln x+1\right)$.

Lời giải:

Ta có $y'=-\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\left(1+x+\ln x\right)^2}=-\dfrac{x+1}{x\left(1+x+\ln x\right)^2}$

Suy ra $xy'=-\dfrac{\left(1+x+\ln x\right)-\ln x}{\left(1+x+\ln x\right)^2}=-\dfrac{1}{1+x+\ln x}+\dfrac{\ln x}{\left(1+x+\ln x\right)^2}=-y+\ln x.y^2$

$\Leftrightarrow xy'=y\left(y\ln x-1\right)$. **Chọn B.**

Bài toán 10: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)=e^{x^3-3x+3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M=e$. **B.** $M=e^2$. **C.** $M=e^3$. **D.** $M=e^5$.

Lời giải:

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Đạo hàm $f'(x)=\left(3x^2-3\right)e^{x^3-3x+1}\longrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=-1\notin[0;2] \end{array}\right.$.

Ta có $\begin{cases} f(0)=e^3 \\ f(1)=e \\ f(2)=e^5 \end{cases}\longrightarrow \max\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)=e^5$. **Chọn D.**

Bài toán 11: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $f(x)=e^{2-3x}$ trên đoạn $[0;2]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m+M=1$. **B.** $M-m=e$. **C.** $M.m=\dfrac{1}{e^2}$. **D.** $\dfrac{M}{m}=e^2$.

Lời giải:

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Đạo hàm $f'(x)=-3e^{2-3x}<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[0;2]$.

Suy ra $\begin{cases}\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(0)=e^2\\ \min\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)=\dfrac{1}{e^4}\end{cases} \longrightarrow m=\dfrac{1}{e^4},\ M=e^2 \longrightarrow M.m=\dfrac{1}{e^2}$. **Chọn C.**

Bài toán 12: Tìm tập giá trị T của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ với $x\in[1;e^2]$.

A. $\mathrm{T}=[0;e]$. **B.** $\mathrm{T}=\left[\dfrac{1}{e};e\right]$. **C.** $\mathrm{T}=\left[0;\dfrac{1}{e}\right]$. **D.** $\mathrm{T}=\left[-\dfrac{1}{e};e\right]$.

Lời giải:

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[1;e^2]$.

Đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}\longrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow 1-\ln x=0\Leftrightarrow x=e\in[1;e^2]$.

Ta có $\begin{cases} f(1)=0\\ f(e)=\dfrac{1}{e}\\ f(e^2)=\dfrac{2}{e^2}\end{cases} \longrightarrow \min\limits_{x\in[1;e^2]} f(x)=0,\ \max\limits_{x\in[1;e^2]} f(x)=\dfrac{1}{e}\longrightarrow \mathrm{T}=\left[0;\dfrac{1}{e}\right]$. **Chọn C.**

Bài toán 13: Biết rằng hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;e]$ tại $x=x_0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0\in\left[1;\dfrac{3}{e}\right]$. **B.** $x_0\in\left(\dfrac{3}{e};\sqrt{e}\right)$. **C.** $x_0\in\left[\sqrt{e};2\right]$. **D.** $x_0\in(2;e]$.

Lời giải:

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1;e]$.

Đạo hàm $f'(x)=\left(\sqrt{x}\right)'.\ln x+\sqrt{x}.(\ln x)'=\dfrac{\ln x}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}=\dfrac{\ln x+2}{2\sqrt{x}}$.

Suy ra $f'(x)=0\Leftrightarrow \ln x+2=0\Leftrightarrow \ln x=-2\Leftrightarrow x=e^{-2}=\dfrac{1}{e^2}\notin[1;e]$.

Ta có $\begin{cases} f(1)=0\\ f(e)=\sqrt{e}\end{cases}\longrightarrow$ GTLN của hàm số bằng $\sqrt{e}$, đạt tại $x=e$. **Chọn D.**

Nhận xét. Ta có $f'(x)=\dfrac{\ln x+2}{2\sqrt{x}}>0,\ \forall x\in[1;e]\longrightarrow f(x)$ đồng biến trên $[1;e]$.

Bài toán 14: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+e^2}\right)$ trên đoạn $[0;e]$.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=1$.

C. $m=1+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$. **D.** $m=1-\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$.

Lời giải:

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0;e]$.

Đạo hàm $f'(x)=\dfrac{\left(x+\sqrt{x^2+e^2}\right)'}{x+\sqrt{x^2+e^2}}=\dfrac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+e^2}}}{x+\sqrt{x^2+e^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+e^2}}>0,\forall x\in[0;e]$

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên $[0;e]\longrightarrow \min\limits_{[0;e]} f(x)=f(0)=1$. **Chọn B.**

Bài toán 15: Tính giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=xe^x$.

A. $y_{CT}=\dfrac{1}{e}$. **B.** $y_{CT}=e$. **C.** $y_{CT}=-\dfrac{1}{e}$. **D.** $y_{CT}=-1$.

Lời giải:

Hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=e^x+xe^x=e^x(1+x)\longrightarrow y'=0\Leftrightarrow 1+x=0\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	0	↘		↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT}=y(-1)=-\dfrac{1}{e}$. **Chọn C.**

III. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Bài toán 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$. **B.** $y=\log_{\frac{e}{3}} x$. **C.** $y=\log_{\frac{e}{2}} x$. **D.** $y=\log_{\frac{\pi}{4}} x$.

Lời giải:

Áp dụng lý thuyết

"Hàm số $y=\log_a x$ đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$".

Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y=\log_{\frac{e}{2}} x$ đồng biến vì cơ số $a=\dfrac{e}{2}>1$. **Chọn C.**

Bài toán 2: Hàm số nào sao đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y=2017^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y=\log_{\sqrt{2}}\left(x^2+1\right)$. **D.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$.

Lời giải:

Hàm số $y=2017^x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$; cơ số $2017>1$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ có TXĐ: $D=(0;+\infty)\longrightarrow$ không thỏa mãn.

Hàm số $y=\log_{\sqrt{2}}\left(x^2+1\right)$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=\frac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln\sqrt{2}}$ nên hàm số $y=\log_{\sqrt{2}}\left(x^2+1\right)$ đồng biến khi $x>0$, nghịch biến khi $x<0$. Do đó C sai.

Hàm số $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$; cơ số $\frac{\pi}{4}<1$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn D.**

Bài toán 3: Cho hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(3^{x^3-3x^2+2}\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải:

Viết lại $y=\log_{\frac{1}{2}}\left(3^{x^3-3x^2+2}\right)=\left(x^3-3x^2+2\right)\log_{\frac{1}{2}} 3=-\left(x^3-3x^2+2\right).\log_2 3$.

Nếu để ý thấy thì đây là hàm bậc ba thuần túy và có đạo hàm

$$y'=-\left(3x^2-6x\right).\log_2 3=-3x(x-2).\log_2 3\longrightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right..$$

Lập bảng biến thiên, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **Chọn D.**

Bài toán 4: Cho hàm số $y=x-\ln(1+x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số giảm trên $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số tăng trên $(-1;+\infty)$

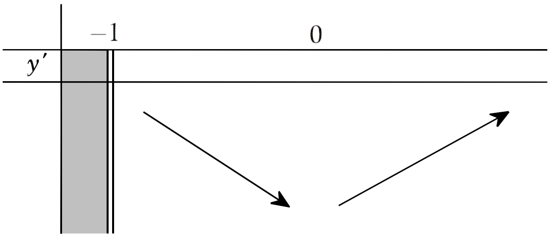
C. Hàm số giảm trên $(-1;0)$ và tăng trên $(0;+\infty)$.

D. Hàm số tăng trên $(-1;0)$ và giảm trên $(0;+\infty)$.

Lời giải:

TXĐ: $D=(-1;+\infty)$. Đạo hàm $y'=1-\frac{1}{1+x}=\frac{x}{x+1}\longrightarrow y'=0\Leftrightarrow x=0.$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số giảm trên $(-1;0)$ và tăng trên $(0;+\infty)$. **Chọn C.**

Bài toán 5: Cho a là một số thực dương khác 1 và các mệnh đề sau:

1) Hàm số $y = \ln x$ là hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

2) Trên khoảng $(1;3)$ hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến.

3) Nếu $M > N > 0$ thì $\log_a M > \log_a N$.

4) Nếu $\log_a 3 < 0$ thì $0 < a < 1$.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

∘ Vì cơ số $e > 1 \longrightarrow y = \ln x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Do đó 1) sai.

∘ Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có cơ số $a = \dfrac{1}{2} \in (0;1)$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$, suy ra nghịch biến trên khoảng $(1;3)$. Do đó 2) đúng.

∘ Nếu cơ số $a \in (0;1)$ thì hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến. Vì vậy với $M > N > 0$, suy ra $\log_a M < \log_a N$. Do đó 3) sai.

∘ Ta có $\log_a 3 < 0 \Leftrightarrow \log_a 3 < \log_a 1 \longrightarrow 0 < a < 1$. Do đó 4) đúng.

Vậy có 2) và 4) đúng. **Chọn B.**

Bài toán 6: Cho a là một số thực dương khác 1 và các mệnh đề sau:

1) Hàm số $y = \log_a x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

2) Nếu $\log_a \dfrac{2}{3} < 0$ thì $a > 1$.

3) $\log_a x^2 = 2\log_a x$.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải:

∘ Hàm số $y = \log_a x$ xác định trên $(0;+\infty)$. Do đó 1) sai.

∘ Ta có $\log_a \frac{2}{3} < 0 \Leftrightarrow \log_a \frac{2}{3} < \log_a 1 \longrightarrow a > 1$. Do đó 2) đúng.

∘ Ta có $\log_a x^2 = 2\log_a |x|$. Do đó 3) sai.

Vậy chỉ có 2) đúng. **Chọn A.**

Bài toán 7: Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y = e^x$ không chẵn cũng không lẻ

B. Hàm số $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y = e^x$ có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ không chẵn cũng không lẻ.

Lời giải:

∘ Ta có $f(-x) = e^{-x} = \frac{1}{e^x}$. Do đó A đúng.

∘ $f(x) = e^x > 0,\ \forall x \in \mathbb{R};\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$. Do đó C đúng.

∘ Xét hàm số $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$.

Ta có $x + \sqrt{x^2+1} > x + \sqrt{x^2} = x + |x| \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ có TXĐ: $\mathrm{D} = \mathbb{R}$. Rõ ràng $\forall x \in \mathrm{D} \Rightarrow -x \in \mathrm{D}$.

Ta có $y(-x) + y(x) = \ln\left(-x + \sqrt{(-x)^2+1}\right) + \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$

$= \ln\left(\sqrt{x^2+1} - x\right) + \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) = \ln\left[\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)\left(\sqrt{x^2+1} + x\right)\right] = \ln 1 = 0$

hay $y(-x) = -y(x)$.

Suy ra hàm số $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ là hàm số lẻ. Do đó đáp án D sai. **Chọn D.**

Bài toán 8: Cho hàm số $y = x\ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) - \sqrt{1+x^2}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số có đạo hàm $y' = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$.

B. Hàm số tăng trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Tập xác định của hàm số là $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

D. Hàm số giảm trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải:

Ta có $x + \sqrt{x^2+1} > x + \sqrt{x^2} = x + |x| \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}$. Suy ra C đúng.

Đạo hàm $y'=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+x.\dfrac{1+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}}-\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$. Do đó A đúng.

Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $\begin{cases}\sqrt{1+x^2}>1\\1-x<1\end{cases}\Rightarrow\sqrt{1+x^2}>1-x$ hay $x+\sqrt{1+x^2}>1$.

Suy ra $y'=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)>0,\ \forall x\in(0;+\infty)$. Do đó B đúng, D sai. **Chọn D.**

Bài toán 9: Cho a là một số thực dương khác 1 và các mệnh đề sau:

1) Hàm số $y=(-5)^x$ là hàm số mũ.

2) Nếu $\pi^{\alpha}<\pi^{2\alpha}$ thì $\alpha<1$.

3) Hàm số $y=a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

4) Hàm số $y=a^x$ có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

Hàm số $y=(-5)^x$ không phải là hàm số mũ vì cơ số $-5<0$. Do đó 1) sai.

Vì cơ số $\pi>1$ nên từ $\pi^{\alpha}<\pi^{2\alpha}\Rightarrow\alpha<2\alpha\Leftrightarrow 0<\alpha$. Do đó 2) sai.

Hàm số $y=a^x$ xác định với mọi x. Do đó 3) đúng.

Vì $a^x>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}a^x=+\infty$ nên hàm $y=a^x$ có TGT là $(0;+\infty)$. Do đó 4) đúng.

Vậy có 3) và 4) đúng. **Chọn B.**

Bài toán 10: Cho a là một số thực dương khác 1 và các mệnh đề sau:

1) $a^x>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

2) Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

3) Hàm số $y=e^{2017x}$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

4) Đồ thị hàm số $y=a^x$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

Rõ ràng 1) đúng theo định nghĩa.

Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$. Do đó 2) sai.

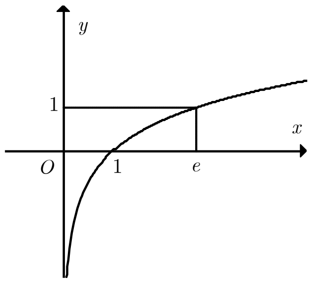
Vì cơ số $e>1$ nên hàm số $y=e^{2017x}$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó 3) đúng.

Rõ ràng 4) đúng theo định nghĩa SGK.

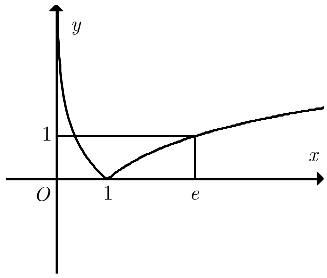
Vậy có 1), 3) & 4) đúng. **Chọn C.**

IV. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Bài toán 1: Cho hàm số $y=\ln x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

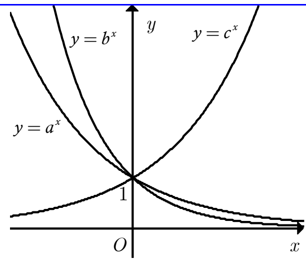
A. $y=\ln|x|$. **B.** $y=|\ln x|$. **C.** $y=|\ln(x+1)|$. **D.** $y=\ln|x+1|$.

Lời giải:

Đồ thị Hình 2 được suy ra từ đồ thị Hình 1 bằng cách:

- Giữ nguyên phần $y\ge 0$.
- Lấy đối xứng qua Ox phần $y<0$. **Chọn B.**

Bài toán 2: Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a>b>c$. **B.** $a<b<c$.

C. $c>a>b$. **D.** $a>c>b$.

Lời giải:

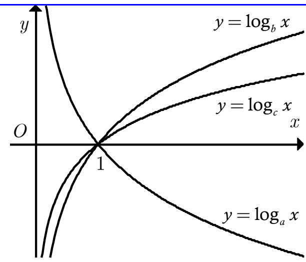
Ta thấy hàm $y=c^x$ có đồ thị từ trái sang phải theo hướng đi lên nên là hàm đồng biến $\longrightarrow c>1$. Còn hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ là những hàm nghịch biến $\longrightarrow a,\ b<1$. Từ đó loại được các đáp án A, D.

Từ đồ thị hàm số ta thấy tại cùng một giá trị $x_0<0$ thì đồ thị hàm số $y=b^x$ nằm trên đồ thị hàm số $y=a^x$ hay $\begin{cases}x<0\\ b^x>a^x\end{cases}\longrightarrow b<a$. Ví dụ $\begin{cases}x=-1\\ b^{-1}>a^{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ \dfrac{1}{b}>\dfrac{1}{a}\end{cases}\to b<a.$

Vậy $c>a>b$. **Chọn C.**

Cách trắc nghiệm. Kẻ đường thẳng $x=1$ cắt đồ thị các hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ lần lượt tại các điểm có tung độ $y=a,\ y=b,\ y=c$. Dựa vào đồ thị ta thấy ngay $c>a>b$.

Bài toán 3: Cho $a,\ b,\ c$ là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a<c<b.$ **B.** $a<b<c.$

C. $b<a<c.$ **D.** $b>a>c.$

Lời giải:

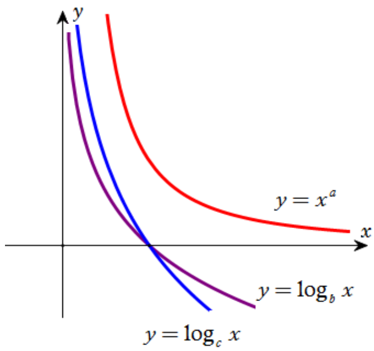
Ta thấy hàm $y=\log_a x$ có đồ thị từ trái sang phải theo hướng đi xuống nên là hàm nghịch biến $\longrightarrow 0<a<1$. Còn hàm số $y=\log_b x$ và $y=\log_c x$ là những hàm đồng biến $\longrightarrow b,\ c>1$. Từ đó loại được các đáp án C, D.

Từ đồ thị hàm số ta thấy tại cùng một giá trị $x_0>1$ thì đồ thị hàm số $y=\log_b x$ nằm trên đồ thị hàm số $y=\log_c x$ hay $\begin{cases} x>1 \\ \log_b x>\log_c x \end{cases} \longrightarrow b<c$.

Vậy $a<b<c$. **Chọn B.**

Cách trắc nghiệm. Kẻ đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ lần lượt tại các điểm có hoành độ $x=a,\ x=b,\ x=c$. Dựa vào đồ thị ta thấy ngay $a<b<c$.

Bài toán 4: Cho a là số thực tùy ý và $b,\ c$ là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số G, $A\left(1;-1;-2\right)$ và $y=x^a$, $x>0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a<c<b.$ **B.** $a<b<c.$

C. $\left(\frac{4}{3};-\frac{2}{3};-\frac{8}{3}\right)$ **D.** $a>c>b.$

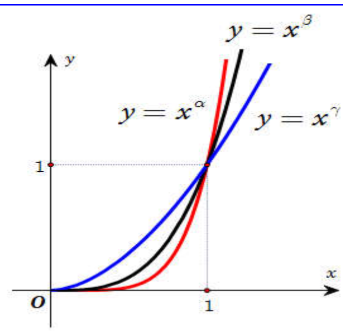
Lời giải:

Nhận thấy hàm số $y=x^a$ nghịch biến $\longrightarrow a<0$. Do đó ta loại ngay đáp án C & D (vì $b,\ c$ là các số thực dương khác 1).

Kẻ đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị của hai hàm số G, $A\left(1;-1;-2\right)$ lần lượt tại điểm có hoành độ là $x=b$ và $x=c$ như hình vẽ. Dựa vào hình vẽ ta thấy $0<b<c$.

Vậy $a<b<c$. **Chọn B.**

Bài toán 5: Cho đồ thị của ba hàm số $y=x^\alpha, y=x^\beta, y=x^\gamma$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng ?



A. $\gamma<\beta<\alpha<0.$ **B.** $0<\gamma<\beta<\alpha<1.$

C. $1<\gamma<\beta<\alpha.$ **D.** $0<\alpha<\beta<\gamma<1.$

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta có

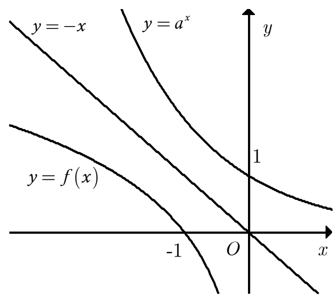
∘ Với $0<x<1$ thì : $x^{\alpha}<x^{\beta}<x^{\gamma}<x^{1}\longrightarrow \alpha>\beta>\gamma>1$.

∘ Với $x>1$ thì: $x^{1}<x^{\gamma}<x^{\beta}<x^{\alpha}\longrightarrow 1<\gamma<\beta<\alpha$.

Vậy với mọi $x>0$, ta có $\alpha>\beta>\gamma>1$. **Chọn C.**

Nhận xét. Ở đây là so sánh thêm với đường $y=x=x^{1}$.

Bài toán 6: Biết hai hàm số $y=a^{x}$ và $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ đồng thời đồ thị của hai hàm số này đối xứng nhau qua đường thẳng $d: y=-x$. Tính $f\left(-a^{3}\right)$.



A. $f\left(-a^{3}\right)=-a^{-3a}$. **B.** $f\left(-a^{3}\right)=-\dfrac{1}{3}$.

C. $f\left(-a^{3}\right)=-3$. **D.** $f\left(-a^{3}\right)=-a^{3a}$.

Lời giải:

Giả sử $M\left(x_M;y_M\right)$ là điểm thuộc hàm số $y=a^{x}$; $N\left(x_0;y_0\right)$ là điểm đối xứng của M qua đường thẳng $y=-x$.

Gọi I là trung điểm của $MN\longrightarrow I\left(\dfrac{x_M+x_0}{2};\dfrac{y_M+y_0}{2}\right)$.

Vì M, N đối xứng nhau qua $d\longrightarrow \begin{cases} I\in d \\ \overrightarrow{MN}\parallel \overrightarrow{n_d}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{y_M+y_0}{2}=-\dfrac{x_M+x_0}{2} \\ \dfrac{x_M-x_0}{1}=\dfrac{y_M-y_0}{1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=-y_M \\ y_0=-x_M\end{cases}$.

Ta có $M\left(x_M;y_M\right)\in$ đồ thị $y=a^{x}$ nên $y_M=a^{x_M}$.

Do đó $x_0=-y_M=-a^{x_M}=-a^{-y_0}\longrightarrow -y_0=\log_a\left(-x_0\right)\Leftrightarrow y_0=-\log_a\left(-x_0\right)$. Điều này chứng tỏ điểm

N thuộc đồ thị hàm số $=2.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}+4.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}=6\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}=6f\left(x\right)$.

Khi đó $f\left(-a^{3}\right)=-\log_a a^{3}=-3$. **Chọn C.**

Cách 2. Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=a^{x}$ qua Oy là được đồ thị hàm số $y=a^{-x}=\left(\dfrac{1}{a}\right)^{x}$.

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ qua Oy là được đồ thị hàm số $y=f\left(-x\right)$.

Theo giả thiết, đồ thị hai hàm số $y=a^{x}$ và $y=f\left(x\right)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=-x$ nên suy ra đồ thị của hai hàm số $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^{x}$ và $y=f\left(-x\right)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$ (1)

Theo lý thuyết (SGK) thì đồ thị của hai hàm số $y=a^{x}$ và $y=\log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $f(-x)=\log_{\frac{1}{a}} x \xrightarrow{x=a^3} f(-a^3)=\log_{\frac{1}{a}} a^3=-3.$

Bài toán 7: Cho hàm số $y=\log_4|x|\ \ (x\neq 0)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng tập xác định.

C. Đồ thị (C) nhận Oy làm trục đối xứng.

D. Đồ thị (C) không có đường tiệm cận.

Lời giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Do đó A sai.

Với $x>0$, ta có $y=\log_4 x \longrightarrow y$ đồng biến.

Với $x<0$, ta có $y=\log_4(-x)\longrightarrow y'=\dfrac{-1}{(-x)\ln 4}<0,\ \forall x<0 \longrightarrow y$ nghịch biến.

Do đó B sai.

Ta có $\begin{cases}\forall x\in D\Rightarrow(-x)\in D\\ y(-x)=\log_4|-x|=\log_4|x|=y(x)\end{cases}\Rightarrow$ hàm số $y=\log_4|x|$ chẵn trên tập xác định nên nhận Oy làm trục đối xứng. Do đó C đúng. **Chọn C.**

Đáp án D sai. Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+}\log_4|x|=\lim\limits_{x\to 0^-}\log_4|x|=-\infty$. Suy ra $x=0$ là tiệm cận đứng.

Bài toán 8: Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị của hai hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục hoành.

B. Đồ thị của hai hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_{\frac{1}{a}} x$ đối xứng nhau qua trục tung.

C. Đồ thị của hai hàm số $y=e^x$ và $y=\ln x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

D. Đồ thị của hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=-x$

Lời giải:

◦ Đồ thị của hai hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung. Do đó A sai.

◦ Đồ thị của hai hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_{\frac{1}{a}} x$ đối xứng nhau qua trục hoành. Do đó B sai.

◦ Dựa vào lý thuyết "Đồ thị của hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_a x$ đối xứng nhau qua đường $y=x$". Do đó C đúng. **Chọn C.**

◦ Đồ thị của hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$. Do đó D sai.

Bài toán 9: Cho hai hàm số $y=f(x)=\log_a x$ và $y=g(x)=a^x\ \ (0<a\neq 1)$. Xét các mệnh đề sau:

1) Đồ thị của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ luôn cắt nhau tại một điểm.

2) Hàm số $f\left(x\right)+g\left(x\right)$ đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$.

3) Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ nhận trục Oy làm tiệm cận.

4) Chỉ có đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có tiệm cận.

Hỏi có tất cả bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

Chọn $a=2$ chẳng hạn, khi đó $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ cùng đồng biến. Mà hai hàm cùng đồng biến thì không kết luận được số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=g\left(x\right)$ vì nó có thể vô nghiệm, hoặc có một nghiệm, hoặc có hai nghiệm,….Do đó 1) sai.

Tổng của hai hàm đồng biến là hàm đồng biến, tổng của hai hàm nghịch biến là hàm nghịch biến. Do đó 2) đúng.

Dựa vào lý thuyết, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng. Do đó 3) đúng.

Đồ thị hàm số $y=a^x$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang. Do đó 4) sai.

Vậy có các mệnh đề 2) và 3) đúng. **Chọn B.**

Bài toán 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, đường thẳng chứa cạnh AB song song với trục Ox, các đỉnh A, B và C lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_{\sqrt{a}} x$ và $y=\log_{\sqrt[3]{a}} x$ với a là số thực lớn hơn 1. Tìm a.

A. $a=\sqrt{3}$. **B.** $a=\sqrt[3]{6}$. **C.** $a=\sqrt{6}$ **D.** $a=\sqrt[6]{3}$.

Lời giải:

Do $AB\parallel Ox \longrightarrow A,\ B$ nằm trên đường thẳng $y=m$ $\left(m\neq 0\right)$.

Lại có $A,\ B$ lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_{\sqrt{a}} x$.

Từ đó suy ra $A\left(a^m;m\right)$, $B\left(a^{\frac{m}{2}};m\right)$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên suy ra $x_C=x_B=a^{\frac{m}{2}}$.

Lại có C nằm trên đồ thị hàm số $y=\log_{\sqrt[3]{a}} x$, suy ra $C\left(a^{\frac{m}{2}};\dfrac{3m}{2}\right)$.

Theo đề bài $S_{ABCD}=36 \longrightarrow \begin{cases} AB=6 \\ BC=6 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \left|a^m-a^{\frac{m}{2}}\right|=6 \\ \left|\dfrac{3m}{2}-m\right|=6 \end{cases}$

$$\longleftrightarrow \begin{cases} m=-12 \\ a=\sqrt[6]{\dfrac{1}{3}}<1\left(\text{loại}\right) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m=12 \\ a=\sqrt[6]{3} \end{cases}.$$ **Chọn D.**

V. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

Bài toán 1: Cho hàm số $f\left(x\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ và biểu thức $P=f\left(x-1\right)+f\left(x-2\right)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $P=\frac{3}{4}f\left(x\right)$. **B.** $P=6f\left(x\right)$. **C.** $P=-3f\left(x\right)$. **D.** $P=-8f\left(x\right)$.

Lời giải:

Ta có $P=f\left(x-1\right)+f\left(x-2\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$

$=2.\left(\frac{1}{2}\right)^x+4.\left(\frac{1}{2}\right)^x=6\left(\frac{1}{2}\right)^x=6f\left(x\right)$. **Chọn B.**

Bài toán 2: Cho hàm số $f\left(x\right)=2017^x$. Tính $P=\frac{f\left(x\right)f\left(x+1\right)f\left(x+2\right)}{f\left(3x\right)}$.

A. $P=2017^x$. **B.** $P=3.2017$. **C.** $P=3$. **D.** $P=2017^3$.

Lời giải:

Ta có $P=\frac{f\left(x\right)f\left(x+1\right)f\left(x+2\right)}{f\left(3x\right)}=\frac{2017^x.2017^{x+1}.2017^{x+2}}{2017^{3x}}$

$=\frac{2017^{3x+3}}{2017^{3x}}=2017^3$. **Chọn D.**

Bài toán 3: Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{4^x}{4^x+2}$. Tính tổng $S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)$.

A. $S=2016$. **B.** $S=1008$. **C.** $S=1007$. **D.** $S=2017$.

Lời giải:

Sử dụng tính chất "Nếu $a+b=1$ thì $f\left(a\right)+f\left(b\right)=1$". Thật vậy:

∘ $f\left(a\right)=\frac{4^a}{4^a+2}=\frac{2.4^a}{2.4^a+4}$.

∘ $a+b=1\longrightarrow b=1-a$. Do đó $f\left(b\right)=f\left(1-a\right)=\frac{4^{1-a}}{4^{1-a}+2}=\frac{\frac{4}{4^a}}{\frac{4}{4^a}+2}=\frac{4}{4+2.4^a}$.

Suy ra $f\left(a\right)+f\left(b\right)=\frac{2.4^a}{2.4^a+4}+\frac{4}{4+2.4^a}=1$.

Áp dụng: Ta có $\frac{1}{2017}+\frac{2016}{2017}=1$ nên $f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right)=1$.

Vậy $S=\left[f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right)\right]+\left[f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{2015}{2017}\right)\right]+...+\left[f\left(\frac{1008}{2017}\right)+f\left(\frac{1009}{2017}\right)\right]$

$=1+1+...+1=1008$. **Chọn B.**

Bài toán tổng quát: Nếu $f(x)=\dfrac{M^x}{M^x+\sqrt{M}}$ $(M>0)$ thì $f(x)+f(1-x)=1$.

Bài toán 4: **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Xét hàm số $f(t)=\dfrac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x)+f(y)=1$ với mọi $x,\ y$ thỏa mãn $e^{x+y}\le e(x+y)$. Tìm số phần tử của S.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải:

Xét hàm số $g(t)=e^t-et,\ \forall t\in\mathbb{R}$. Ta có $g'(t)=e^t-e\longrightarrow g'(t)=0\Leftrightarrow t=1$.

Lập bảng biến thiên ta thấy $g(t)\ge 0,\ \forall t\in\mathbb{R}$ và đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow t=1$.

Ta có $g(x+y)=e^{x+y}-e(x+y)\ge 0\Leftrightarrow e^{x+y}\ge e(x+y)$.

Kết hợp với giải thiết $e^{x+y}\le e(x+y)$, suy ra $e^{x+y}=e(x+y)\Leftrightarrow x+y=1$.

Chọn một bộ $x=y=\dfrac{1}{2}$ theo giả thiết, có $f\left(\dfrac{1}{2}\right)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1\Leftrightarrow 2.\dfrac{3}{3+m^2}=1\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$.

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn yêu cầu. **Chọn C.**

Bài toán 5: Cho hàm số $f(x)=\ln 2017-\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$. Tính $S=f'(1)+f'(2)+...+f'(2017)$.

A. $S=\dfrac{4035}{2018}$. **B.** $S=2017$. **C.** $S=\dfrac{2016}{2017}$. **D.** $S=\dfrac{2017}{2018}$.

Lời giải:

Ta có $f'(x)=-\dfrac{\left(\dfrac{x+1}{x}\right)'}{\dfrac{x+1}{x}}=-\dfrac{\dfrac{-1}{x^2}}{\dfrac{x+1}{x}}=\dfrac{1}{x(x+1)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$.

Khi đó $S=f'(1)+f'(2)+...+f'(2017)$

$=\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{1+1}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2+1}\right)+...+\left(\dfrac{1}{2017}-\dfrac{1}{2017+1}\right)=\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{2017+1}=\dfrac{2017}{2018}$. **Chọn D.**

Bài toán 6: **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Xét các số nguyên dương a,b sao cho phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+5=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và phương trình $5\log^2 x+b\log x+a=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_3,\ x_4$ thỏa mãn $x_1x_2>x_3x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S=2a+3b$.

A. $S_{\min}=30$. **B.** $S_{\min}=25$. **C.** $S_{\min}=33$. **D.** $S_{\min}=17$.

Lời giải:

Điều kiện $x>0$.

Phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+5=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2>20a$.

Phương trình $5\log^2 x+b\log x+a=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2>20a$.

Ta có $a\ln^2 x+b\ln x+5=0\xrightarrow{t=\ln x}at^2+bt+5=0$. $\quad(1)$

$$5\log^2 x+b\log x+a=0\xrightarrow{u=\log x}5u^2+bu+a=0. \quad (2)$$

Với mỗi một nghiệm t thì có một nghiệm x, một nghiệm u thì có một nghiệm x.

Ta có $\begin{cases} x_1.x_2=e^{t_1}.e^{t_2}=e^{t_1+t_2}=e^{-\frac{b}{a}} \\ x_3.x_4=10^{u_1+u_2}=10^{-\frac{b}{5}} \end{cases}$, kết hợp giả thiết $x_1x_2>x_3x_4\longrightarrow e^{-\frac{b}{a}}>10^{-\frac{b}{5}}$

$\longrightarrow -\dfrac{b}{a}>-\dfrac{b}{5}\ln 10\Leftrightarrow a>\dfrac{5}{\ln 10}\xrightarrow{a\in\mathbb{Z}^+}a\ge 3$.

Suy ra $b^2>20a\ge 60\xrightarrow{b\in\mathbb{Z}^+}b\ge 8$.

Vậy $S=2a+3b\ge 2.3+3.8=30$, suy ra $S_{\min}=30$ đạt được khi $\begin{cases} a=3 \\ b=8 \end{cases}$. **Chọn A.**

Bài toán 7: Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a^2+b^2>1$ và $\log_{a^2+b^2} a+b\ge 1$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=2a+4b-3$.

A. $P_{\max}=\sqrt{10}$. **B.** $P_{\max}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $P_{\max}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. **D.** $P_{\max}=2\sqrt{10}$.

Lời giải:

Do $a^2+b^2>1$ nên $\log_{a^2+b^2}(a+b)\ge 1\Leftrightarrow a+b\ge a^2+b^2\Leftrightarrow\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(b-\dfrac{1}{2}\right)^2\le\dfrac{1}{2}$. $\quad(1)$

Ta có $a+2b=\left[\left(a-\dfrac{1}{2}\right)+2\left(b-\dfrac{1}{2}\right)\right]+\dfrac{3}{2}$. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxky ta có

$$\left[\left(a-\frac{1}{2}\right)+2\left(b-\frac{1}{2}\right)\right]^2\le\left(1^2+2^2\right)\left[\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)^2\right]\le 5.\frac{1}{2}=\frac{5}{2}.$$

Do đó $\left(a-\dfrac{1}{2}\right)+2\left(b-\dfrac{1}{2}\right)\le\dfrac{\sqrt{10}}{2}\longrightarrow a+2b\le\dfrac{\sqrt{10}}{2}+\dfrac{3}{2}\longrightarrow P=2a+4b-3\le\sqrt{10}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=\dfrac{5+\sqrt{10}}{10}$; $b=\dfrac{5+2\sqrt{10}}{10}$. **Chọn A.**

Cách 2. Ta thấy (1) là hình tròn tâm $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $P=2a+4b-3\Leftrightarrow\Delta: 2a+4b-3-P=0$. Xem đây là phương trình đường thẳng.

Để đường thẳng và hình tròn có điểm chung $\Leftrightarrow d\left[I,\Delta\right]\le R$

$$\Leftrightarrow\frac{\left|2.\frac{1}{2}+4.\frac{1}{2}-3-P\right|}{\sqrt{4+16}}\le\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow|P|\le\sqrt{10}\longrightarrow P\le\sqrt{10}.$$

Bài toán 8: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn $a \ge b > 1$. Biết rằng $P=\dfrac{1}{\log_{(ab)} a}+\sqrt{\log_a \dfrac{a}{b}}$ đạt giá trị lớn nhất khi $b=a^k$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $k\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $k\in(-1;0)$. **C.** $k\in\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **D.** $k\in(2;3)$.

Lời giải:

Ta có $P=\dfrac{1}{\log_{(ab)} a}+\sqrt{\log_a \dfrac{a}{b}}=\log_a(ab)+\sqrt{1-\log_a b}=1+\log_a b+\sqrt{1-\log_a b}$

Khi $b=a^k \longrightarrow P=1+k+\sqrt{1-k}$.

Đặt $t=\sqrt{1-k}\ (k\le 1)$, ta được $P=-t^2+t+2=-\left(t-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}\le\dfrac{9}{4}$.

Dấu $"="$ xảy ra $\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}\longrightarrow k=\dfrac{3}{4}\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **Chọn A.**

Cách trắc nghiệm. Ta chọn $a=2\Rightarrow b=2^k$. Khi đó $P=\dfrac{1}{\log_{2.2^k} 2}+\sqrt{\log_2\dfrac{2}{2^k}}$.

Sử dụng MODE7 khảo sát hàm $f(X)=\dfrac{1}{\log_{2.2^X} 2}+\sqrt{\log_2\dfrac{2}{2^X}}$ với $\begin{cases}\text{Start}=-1\\ \text{End}=3\\ \text{Step}=0,2\end{cases}$.

Dựa vào bảng giá trị dễ dàng thấy được $k\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$ thì $f(X)$ lớn nhất.

Bài toán 9: (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017) Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log^2_{\frac{a}{b}}(a^2)+3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)$.

A. $P_{\min}=19$. **B.** $P_{\min}=13$. **C.** $P_{\min}=14$. **D.** $P_{\min}=15$.

Lời giải:

Ta có $P=\log^2_{\frac{a}{b}}(a^2)+3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)=\left[2\log_{\frac{a}{b}} a\right]^2+3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)$

$=4\left[\log_{\frac{a}{b}}\left(\dfrac{a}{b}.b\right)\right]^2+3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)=4\left[1+\log_{\frac{a}{b}} b\right]^2+3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)$.

Đặt $t=\log_{\frac{a}{b}} b>0$ (vì $a>b>1$). Khi đó $P=4(1+t)^2+\dfrac{3}{t}=4t^2+8t+\dfrac{3}{t}+4$.

Xét hàm $f(t)=4t^2+8t+\dfrac{3}{t}+4$ trên $(0;+\infty)$, ta được $P=f(t)\ge f\left(\dfrac{1}{2}\right)=15$. **Chọn D.**

Cách CASIO. Cho $b=1{,}1$ và coi a là X.

Dùng MODE 7 khảo sát $f\left(X\right)=\left(\log_{\frac{X}{1,1}}\left(X^2\right)\right)^2+3\log_{1,1}\left(\frac{X}{1,1}\right)$ với $\begin{cases}\text{Start}=1,1\\ \text{End}=3\\ \text{Step}=0,1\end{cases}$

Quan sát bảng giá trị, ta thấy $f\left(X\right)$ nhỏ nhất bằng 15 khi $X=1,3$.

Bài toán 10: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn $a\ge b^2$ và $b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}}a+\log_b\frac{a}{b}$.

A. $P_{\min}=\frac{1}{3}$. **B.** $P_{\min}=1$. **C.** $P_{\min}=3$. **D.** $P_{\min}=9$.

Lời giải:

Từ điều kiện, suy ra $\begin{cases}a>1\\ b>1\end{cases}$. Ta có $P=\frac{1}{1-\log_a b}+\frac{1-\log_a b}{\log_a b}$.

Đặt $t=\log_a b>0$. Do $a\ge b^2\longrightarrow\log_b a\ge\log_b b^2=2\longrightarrow t=\log_a b\le\frac{1}{2}$.

Khi đó $P=\frac{1}{1-t}+\frac{1-t}{t}=f\left(t\right)$.

Khảo sát hàm $f\left(t\right)$ trên $\left(0;\frac{1}{2}\right]$, ta được $P=f\left(t\right)\ge f\left(\frac{1}{2}\right)=3$. **Chọn C.**

Cách 2. $P=\frac{1}{1-t}+\frac{1-t}{t}=\frac{1-t+t}{1-t}+\frac{1-t}{t}=1+\frac{t}{1-t}+\frac{1-t}{t}\overset{\text{Cosi}}{\ge}1+2=3.$

Cách CASIO. Cho $a=4$ khi đó $1<b\le\sqrt{4}$.

Dùng MODE 7 khảo sát $f\left(X\right)=\log_{\frac{4}{X}}4+\log_X\left(\frac{4}{X}\right)$ với Start $=1,1$, End $=2$, Step $=0,1$.

Quan sát bảng giá trị, ta thấy $f\left(X\right)$ nhỏ nhất bằng 3 khi $X=2$.

Bài toán 11: Xét các số thực $a,\ b$ thỏa mãn điều kiện $b>1$ và $\sqrt{a}\le b<a$. Biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}}a+2\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a}{b}\right)$ đạt giá trị khỏ nhất khi:

A. $a=b^2$. **B.** $a^2=b^3$. **C.** $a^3=b^2$. **D.** $a^2=b$.

Lời giải:

Từ điều kiện, suy ra $\begin{cases}a>1\\ b>1\end{cases}$.

Ta có $P=\frac{1}{1-\log_a b}+4\left(\log_b a-1\right)=\frac{1}{1-\log_a b}+\frac{4}{\log_a b}-4$.

Đặt $t=\log_a b>0$. Do $\sqrt{a}\le b<a\longrightarrow\log_a\sqrt{a}\le\log_a b<\log_a a\longrightarrow\frac{1}{2}\le t<1$.

Khi đó $P=\frac{1}{1-t}+\frac{4}{t}-4=f\left(t\right)$.

Khảo sát $f(t)$ trên $\left[\frac{1}{2};1\right)$, ta được $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 5 khi $t=\frac{2}{3}$.

Với $t=\frac{2}{3}\longrightarrow \log_a b=\frac{2}{3}\leftrightarrow a^2=b^3$. **Chọn B.**

Cách 2. $P=\frac{1}{1-t}+\frac{4}{t}-4=\frac{1-t+t}{1-t}+\frac{4(1-t)+4t}{t}-4=1+\frac{t}{1-t}+\frac{4(1-t)}{t}\geq 1+2.2=5.$

Cách trắc nghiệm. Dễ dàng nhận thấy đáp án C & D không thỏa mãn điều kiện.

Thử đáp án A với $a=b^2$, ta được $P=\log_b b^2+2\log_{\sqrt{b}} b=2+4=6.$

Thử đáp án B với $a^2=b^3$, ta được $P=\log_{\frac{a}{b}} a+2\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a}{b}\right)=\log_{\frac{a^2}{b^2}} a^2+\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a^2}{b^2}\right)$

$=\log_b b^3+\log_{\sqrt{b}} b=3+2=5.$

So sánh hai đáp án, ta thấy ứng đáp án B thì P có giá trị nhỏ hơn.

Bài toán 12: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a>1>b>0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\log_{a^2}\left(a^2b\right)+\log_{\sqrt{b}} a^3$.

A. $P_{\max}=1+2\sqrt{3}$. **B.** $P_{\max}=-2\sqrt{3}$. **C.** $P_{\max}=-2$. **D.** $P_{\max}=1-2\sqrt{3}$.

Lời giải:

Ta có $P=\log_{a^2} a^2b+\log_{\sqrt{b}} a^3=\frac{\log_a a^2b}{\log_a a^2}+\frac{\log_a a^3}{\log_a \sqrt{b}}=\frac{\log_a b+2}{2}+\frac{6}{\log_a b}$.

Đặt $t=\log_a b$. Do $a>1>b>0\longrightarrow \log_a b<\log_a 1=0\longrightarrow t<0$.

Khi đó $P=\frac{t+2}{2}+\frac{6}{t}=\frac{t}{2}+\frac{6}{t}+1=1-\left(-\frac{t}{2}-\frac{6}{t}\right)\overset{\text{Cauchy}}{\leq} 1-2\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Cách CASIO. Cho $b=\frac{1}{4}$ khi đó $P=\log_{a^2}\left(\frac{a^2}{4}\right)-\log_2 a^3$.

Dùng MODE 7 khảo sát $f(X)=\log_{X^2}\left(\frac{X^2}{4}\right)-\log_2 X^3$ với $\begin{cases}\text{Start}=1,1\\ \text{End}=5\\ \text{Step}=0,3\end{cases}$.

Quan sát bảng giá trị của $f(X)$ và so sánh với các đáp án ta **chọn D.**

Bài toán 13: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=e^{3\log_x y}+\frac{12}{y^{\frac{1}{\ln x}}}$ với $0<x\neq 1$ và $y>0$.

A. $P_{\min}=8\sqrt{3}$. **B.** $P_{\min}=e^2\sqrt{3}$. **C.** $P_{\min}=8\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min}=4\sqrt{6}$.

Lời giải:

Ta có $y^{\frac{1}{\ln x}}=y^{\log_x e}=e^{\log_x y}$. (ở đây là sử dụng $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$)

Suy ta $P=e^{3\log_x y}+\frac{12}{e^{\log_x y}}\xrightarrow{t=e^{\log_x y}} P=t^3+\frac{12}{t},\ t>0.$

Xét hàm $f(t)=t^3+\frac{12}{t}$ trên $(0;+\infty)$, ta được $P=f(t)\ge f(\sqrt{2})=8\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Bài toán 14: Cho x, y là số thực dương thỏa mãn $\ln x+\ln y\ge \ln(x^2+y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x+y$.

A. $P_{\min}=6$. **B.** $P_{\min}=2\sqrt{2}+3$. **C.** $P_{\min}=2+3\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min}=\sqrt{17}+\sqrt{3}$.

Lời giải:

Ta có $\ln x+\ln y\ge \ln(x^2+y)\Leftrightarrow \ln(xy)\ge \ln(x^2+y)\Leftrightarrow xy\ge x^2+y$.

∘ Nếu $0<x\le 1$ thì $y\ge xy\ge x^2+y\Leftrightarrow 0\ge x^2$: mâu thuẫn.

∘ Nếu $x>1$ thì $xy\ge x^2+y\Leftrightarrow y(x-1)\ge x^2\Leftrightarrow y\ge \frac{x^2}{x-1}$. Vậy $P=x+y\ge x+\frac{x^2}{x-1}$.

Xét $f(x)=x+\frac{x^2}{x-1}$ trên $(1;+\infty)$, ta được $\min\limits_{(1;+\infty)} f(x)=f\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)=2\sqrt{2}+3$. **Chọn B.**

Bài toán 15: **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3\frac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=x+y$.

A. $P_{\min}=\frac{9\sqrt{11}-19}{9}$. **B.** $P_{\min}=\frac{9\sqrt{11}+19}{9}$.

C. $P_{\min}=\frac{18\sqrt{11}-29}{21}$. **D.** $P_{\min}=\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Lời giải:

Điều kiện: $x>0$, $y>0$, $xy<1$.

Ta có $\log_3\frac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-4\Leftrightarrow 1+\log_3\frac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-3$

$$\Leftrightarrow \log_3\frac{3-3xy}{x+2y}=3xy-3+x+2y\Leftrightarrow \log_3(3-3xy)+3-3xy=\log_3(x+2y)+x+2y. \quad (*)$$

Xét hàm $f(t)=\log_3 t+t$ trên $(0;+\infty)$, ta có $f'(t)=\frac{1}{t.\ln 3}+1>0$, $\forall t\in(0;+\infty)$.

Từ đó suy ra $(*)\Leftrightarrow 3-3xy=x+2y\longrightarrow y=\frac{3-x}{3x+2}\longrightarrow P=x+\frac{3-x}{3x+2}$.

Xét $f(x)=x+\frac{3-x}{3x+2}$ trên $(0;3)$, ta được $\min\limits_{(0;3)} f(x)=f\left(\frac{-2+\sqrt{11}}{3}\right)=\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$. **Chọn D.**

Nhận xét. Do $y=\frac{3-x}{3x+2}$, mà $y>0\longrightarrow x<3$. Kết hợp giả thiết ta có $x\in(0;3)$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I. ĐỀ BÀI

Câu 1. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

B. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ luôn đi qua điểm $M(a;1)$.

Câu 2. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ $(a > 0; a \neq 1)$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ **B.** $[0; +\infty)$ **C.** $(0; +\infty)$ **D.** $\mathbb{R}$

Câu 3. Với $a > 0$ và $a \neq 1$. Phát biểu nào sau đây không đúng?

A. Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ có cùng tính đơn điệu.

B. Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ có cùng tập giá trị.

C. Đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

D. Đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đều có đường tiệm cận.

Câu 4. Cho hàm số $y = \left(\sqrt{2} - 1\right)^x$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là trục hoành.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là trục tung.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^{2017}$ là:

A. $D = \mathbb{R}$ **B.** $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ **C.** $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$ **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{-2}$ là:

A. $D = \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

C. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$ **D.** $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-e}$ là:

A. $D = (1;2)$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1;2\}$

C. $D = (0; +\infty)$ **D.** $D = (-\infty;1) \cup (2; +\infty)$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \log_{0,5}(x+1)$ là:

A. $D = (-1; +\infty)$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **C.** $D = (0; +\infty)$ **D.** $(-\infty; -1)$

Câu 9. Tìm x để hàm số $y = \log \sqrt{x^2 + x - 12}$ có nghĩa.

A. $\begin{cases} x \neq -4 \\ x \neq 3 \end{cases}$ **B.** $x \in (-4;3)$

C. $x \in (-\infty;-4) \cup (3;+\infty)$ **D.** $x \in R$

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \dfrac{x+3}{2-x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3;2\}$ **B.** $D = (-3;2)$ **C.** $D = (-\infty;-3) \cup (2;+\infty)$ **D.** $D = [-3;2]$

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ là:

A. $D = [1;2]$ **B.** $D = (1;+\infty)$ **C.** $D = (0;+\infty)$ **D.** $D = (1;2)$

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{e^x}{e^x - 1}$ là:

A. $D = (e;+\infty)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Câu 13. Tập xác định $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \dfrac{1}{x^2 - 1}$ là:

A. $D = (1;2]$ **B.** $D = [1;2]$ **C.** $D = (-1;1)$ **D.** $D = (-1;2)$

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \ln(\ln x)$ là :

A. $D = (0;+\infty)$ **B.** $D = (1;+\infty)$ **C.** $D = (e;+\infty)$ **D.** $D = [1;+\infty)$

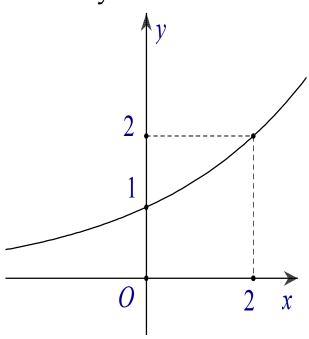
Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = (3^x - 9)^{-2}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ **C.** $D = (2;+\infty)$ **D.** $D = (0;+\infty)$

Câu 16. Hàm số $y = \log_{x-1} x$ xác định khi và chỉ khi :

A. $x > 0$ **B.** $x > 1$ **C.** $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$ **D.** $x \neq 2$

Câu 17. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \left(\sqrt{2}\right)^{-x}$ **B.** $y = x$ **C.** $y = 2^x$ **D.** $y = \left(\sqrt{2}\right)^x$

Câu 18. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là:

A. $y' = \dfrac{1}{3\sqrt{(x-1)^3}}$ **B.** $y' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$ **C.** $y' = \dfrac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{3}$ **D.** $y' = \dfrac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}$

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y = 4^{2x}$ là:

A. $y' = 2.4^{2x} \ln 4$ **B.** $y' = 4^{2x}.\ln 2$ **C.** $y' = 4^{2x} \ln 4$ **D.** $y' = 2.4^{2x} \ln 2$

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x, x>0$ là:

A. $y'=5^x\ln 5$ **B.** $y'=x\ln 5$ **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 5}$ **D.** $y'=\dfrac{1}{5^x\ln 5}$

Câu 21. Hàm số $y=\log_{0,5} x^2\,(x\neq 0)$ có công thức đạo hàm là:

A. $y'=\dfrac{1}{x^2\ln 0,5}$ **B.** $y'=\dfrac{2}{x\ln 0,5}$ **C.** $y'=\dfrac{2}{x^2\ln 0,5}$ **D.** $\dfrac{1}{x\ln 0,5}$

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y=\sin x+\log_3 x^3\ (x>0)$ là:

A. $y'=-\cos x+\dfrac{3}{x\ln 3}$ **B.** $y'=\cos x+\dfrac{3}{x\ln 3}$

C. $y'=\cos x+\dfrac{1}{x^3\ln 3}$ **D.** $y'=-\cos x+\dfrac{1}{x^3\ln 3}$

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x^4+1\right)$. Đạo hàm $f'\left(0\right)$ bằng:

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

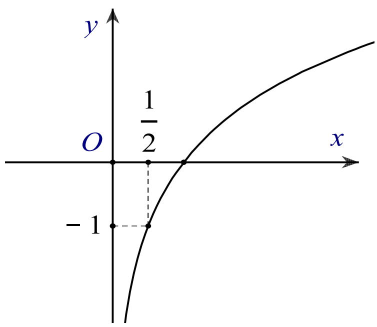
Câu 24. Cho hàm số $f(x)=e^{2017x^2}$. Đạo hàm $f'\left(0\right)$ bằng:

A. 0 **B.** 1 **C.** e **D.** e^{2017}

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=xe^x$. Gọi $f''\left(x\right)$ là đạo hàm cấp hai của $f\left(x\right)$. Ta có $f''\left(1\right)$ bằng:

A. $3e$ **B.** $-3e^2$ **C.** e^3 **D.** $-5e^2$

Câu 26. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\log_{\sqrt{2}} x$ **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ **C.** $y=\log_2 x$ **D.** $y=\log_2\left(2x\right)$

Câu 27. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. Đồ thị hàm số $y=x^{\alpha}$ với $\alpha<0$ có hai tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số $y=x^{\alpha}$ với $\alpha>0$ không có tiệm cận.

C. Hàm số $y=x^{\alpha}$ với $\alpha<0$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $y=x^{\alpha}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

Câu 28. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên phải trục tung.

B. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên trái trục tung.

C. Đồ thị hàm số mũ nằm bên phải trục tung.

D. Đồ thị hàm số mũ nằm bên trái trục tung.

Câu 29. Chọn phát biểu **sai** trong các phát biểu sau?

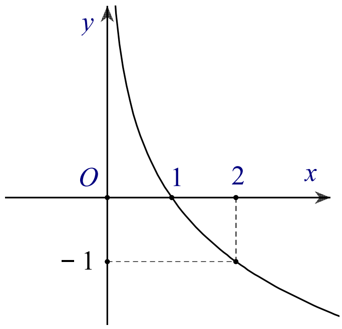
A. Đồ thị hàm số mũ không nằm bên dưới trục hoành.

B. Đồ thị hàm số logarit nằm bên trên trục hoành.

C. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên phải trục tung.

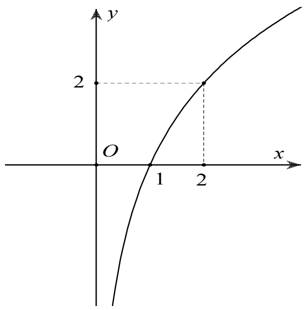
D. Đồ thị hàm số mũ với số mũ âm luôn có hai tiệm cận.

Câu 30. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\log_2 x$ **B.** $y=\log_{0,5} x$ **C.** $y=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}$ **D.** $y=-3x+1$

Câu 31. Tìm a để hàm số $y=\log_a x\ \left(0<a\neq 1\right)$ có đồ thị là hình bên dưới:



A. $a=\dfrac{1}{2}$ **B.** $a=2$ **C.** $a=\sqrt{2}$ **D.** $a=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 32. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3\dfrac{10-x}{x^2-3x+2}$.

A. $D=(2;10)$ **B.** $D=(1;+\infty)$

C. $D=(-\infty;10)$ **D.** $D=(-\infty;1)\cup(2;10)$

Câu 33. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\log_3(x-2)-3}$?

A. $D=[29;+\infty)$ **B.** $D=(29;+\infty)$ **C.** $D=(2;29)$ **D.** $D=(2;+\infty)$

Câu 34. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x^2+2x)e^{-x}$?

A. $y'=(2x-2)e^{x}$ **B.** $y'=(x^2+2)e^{-x}$ **C.** $y'=xe^{-x}$ **D.** $y'=(-x^2+2)e^{-x}$

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln(x^2-2mx+4)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$?

A. $-2<m<2$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right.$ **C.** $m>-2$ **D.** $-2\le m\le 2$

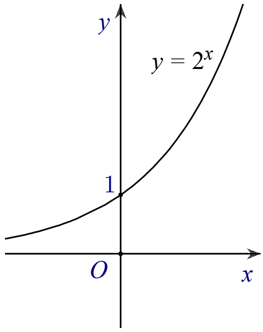
Câu 36. Cho tập $D=(3;4)$ và các hàm số $f(x)=\dfrac{2017}{\sqrt{x^2-7x+12}}$, $g(x)=\log_{x-3}(4-x)$, $h(x)=3^{x^2-7x+12}$

D là tập xác định của hàm số nào?

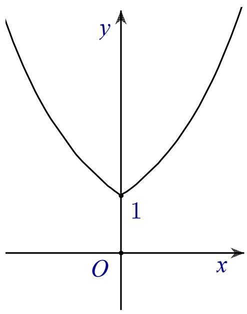
A. $f(x)$ và $h(x)$ **B.** $f(x)$ và $f(x)+g(x)$

C. $g(x)$ và $h(x)$ **D.** $f(x)+h(x)$ và $h(x)$

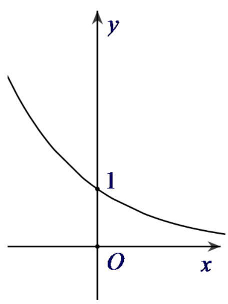
Câu 37. Biết hàm số $y=2^x$ có đồ thị là hình bên.



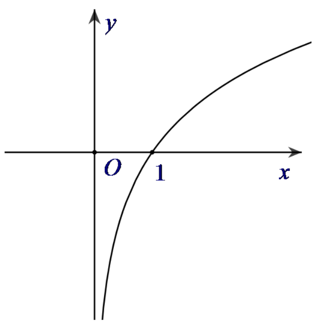
Khi đó, hàm số $y=2^{|x|}$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình được liệt kê ở bốn A, B, C, D dưới đây ?



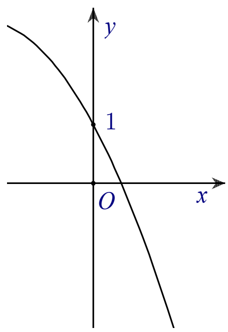
Hình 1



Hình 2



Hình 3



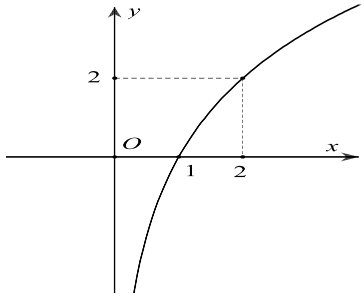
Hình 4

A. Hình 4 **B.** Hình 2 **C.** Hình 3 **D.** Hình 1

Câu 38. Cho hàm số $y=ex+e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y'=0$?

A. $x=0$ **B.** $x=1$ **C.** $x=-1$ **D.** $x=\ln 2$

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của a để hàm số $y=\log_a x\,(0<a\neq 1)$ có đồ thị là hình bên ?

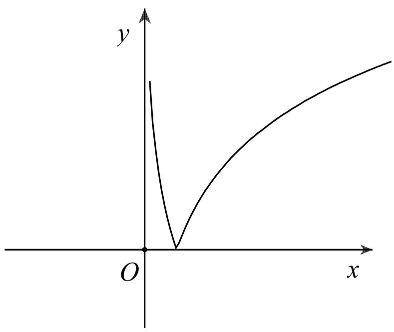


A. $a=\sqrt{2}$ **B.** $a=\sqrt{2}$ **C.** $a=\dfrac{1}{2}$ **D.** $a=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

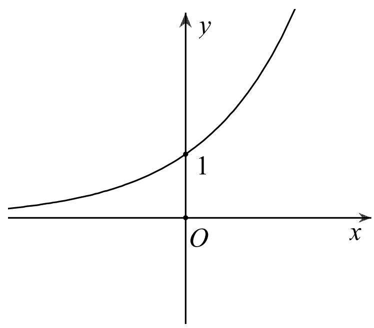
Câu 40. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^2e^x$ trên đoạn $[-1;1]$?

A. e **B.** $\dfrac{1}{e}$ **C.** $2e$ **D.** 0

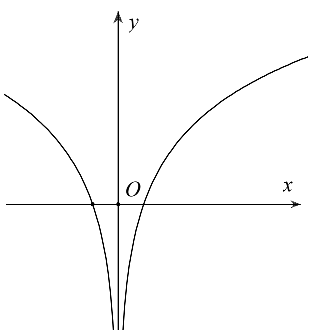
Câu 41. Cho hàm số $y=\log_2(2x)$. Khi đó, hàm số $y=\left|\log_2(2x)\right|$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



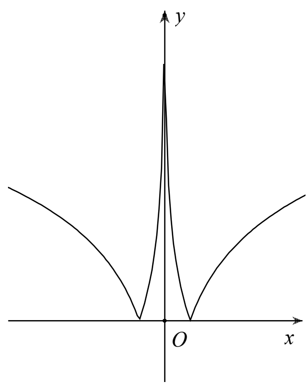
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3 **B.** Hình 2 **C.** Hình 1 **D.** Hình 4

Câu 42. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\log^4(x-1)+\log^2(x-1)^2=25$?

A. $x\in\mathbb{R}$ **B.** $x\neq 1$ **C.** $x\geq 1$ **D.** $x>1$

Câu 43. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2^{|x|}$ trên $[-2;2]$?

A. $\max y=4;\min y=-\dfrac{1}{4}$ **B.** $\max y=4;\text{miny}=\dfrac{1}{4}$

C. $\max y = 1; \min y = \frac{1}{4}$ **D.** $\max y = 4; \min y = 1$

Câu 44. Chọn khẳng định đúng khi nói về hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$

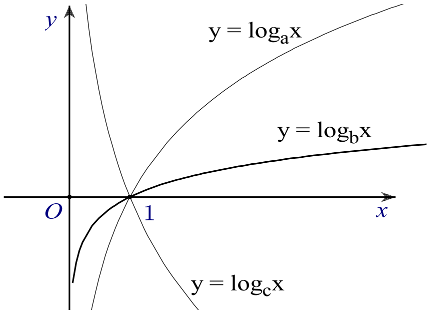
A. Hàm số có một điểm cực đại.

B. Hàm số có một điểm cực tiểu.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 45. Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ $\left(0 < a, b, c \neq 1\right)$ được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $a > c > b$ **B.** $a > b > c$ **C.** $b > c > a$ **D.** $b > a > c$

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên $(2;3)$.

A. $1 \leq m \leq 2$ **B.** $1 < m \leq 2$ **C.** $-1 < m < 2$ **D.** $-1 \leq m \leq 2$

Câu 47. Cho hàm số $y = x\ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) - \sqrt{1+x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$

B. Hàm số tăng trên khoảng $(0;+\infty)$

C. Hàm số giảm trên khoảng $(0;+\infty)$

D. Hàm số có đạo hàm $y' = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$

Câu 48. Đối với hàm số $y = \ln\frac{1}{x+1}$, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $xy' + 1 = -e^y$ **B.** $xy' - 1 = -e^y$ **C.** $xy' + 1 = e^y$ **D.** $xy' - 1 = e^y$

Câu 49. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ là:

A. $y' = \frac{3e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ **B.** $y' = \frac{e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ **C.** $y' = \frac{2e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ **D.** $y' = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

Câu 50. Cho hàm số $y = x\sin x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

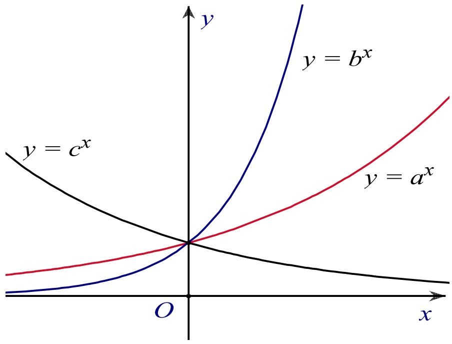
A. $xy'' - 2y' + xy = -2sinx$

B. $xy' + yy'' - xy' = 2sinx$

C. $xy' + yy' - xy' = 2\sin x$

D. $xy'' + y' - xy = 2\cos x + \sin x$

Câu 51. Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ $\left(0 < a, b, c \neq 1\right)$ được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $b > a > c$ **B.** $a > b > c$ **C.** $a > c > b$ **D.** $c > b > a$

Câu 52. Hàm số $y = \left(-3a^2 + 10a - 2\right)^x$ đồng biến trên $\left(-\infty; +\infty\right)$ khi:

A. $a \in \left(-\infty; \dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $a \in \left(-3; +\infty\right)$. **C.** $a \in (-\infty; \dfrac{1}{3}]$. **D.** $a \in \left(\dfrac{1}{3}; 3\right)$.

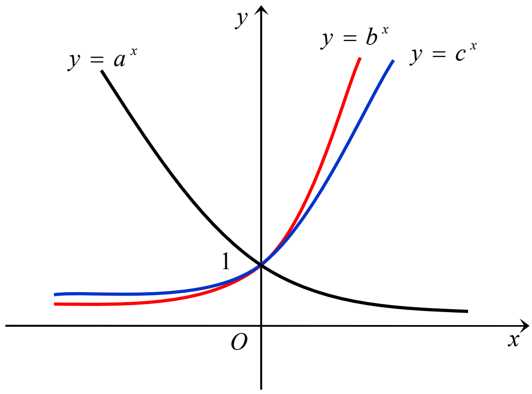
Câu 53. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\dfrac{\pi}{4}\right)^x$. **B.** $y = \left(\dfrac{2}{e}\right)^x$. **C.** $y = \left(\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}\right)^x$. **D.** $y = \left(\dfrac{e+1}{\pi}\right)^x$.

Câu 54. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến?

A. $y = \left(\dfrac{\pi}{3+\sqrt{5}}\right)^x$. **B.** $y = \left(\dfrac{2}{e}\right)^x$. **C.** $y = \left(\dfrac{3}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)^x$. **D.** $y = 3^{-x}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)^x$.

Câu 55. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < b < c$. **B.** $a < c < b$. **C.** $b < c < a$. **D.** $c < a < b$.

Câu 56. Cho a là số thực dương khác 1. Xét hai số thực x_1, x_2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 > x_2$. **B.** Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $\left(a-1\right)\left(x_1 - x_2\right) < 0$.

C. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $\left(a-1\right)\left(x_1 - x_2\right) > 0$. **D.** Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 < x_2$.

Câu 57. Cho hàm số $y = f\left(x\right) = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x$. Tìm khẳng định **sai**.

A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

C. Hàm số không có cực trị.

D. $f\left(x\right)$ luôn nhỏ hơn 1 với mọi x dương.

Câu 58. Tính đạo hàm của hàm số: $y=3^{2017x}$

A. $y'=2017\ln 3.3^{2017x}$. **B.** $y'=\dfrac{3^{2017}}{\ln 3}$. **C.** $y'=3^{2017}$. **D.** $y'=\ln 3.3^{2017x}$.

Câu 59. Tính đạo hàm của hàm số $y=3^{6x+1}$.

A. $y'=3^{6x+2}.2$. **B.** $y'=(6x+1).3^{6x}$. **C.** $y'=3^{6x+2}.2\ln 3$. **D.** $y'=3^{6x+1}.\ln 3$.

Câu 60. Cho hàm số $y=e^{x}+e^{-x}$. Tính $y''(1)=?$

A. $e+\dfrac{1}{e}$. **B.** $e-\dfrac{1}{e}$. **C.** $-e+\dfrac{1}{e}$. **D.** $-e-\dfrac{1}{e}$.

Câu 61. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. $(a^{u})'=u'a^{u}\ln a$, với u là một hàm số. **B.** $\left(a^{x}\right)'=a^{x}\ln a$.

C. $\left(e^{x}\right)'=e^{x}$. **D.** $\left(\ln u\right)'=\dfrac{u'}{2u}$, với u là một hàm số.

Câu 62. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{9^{x}}{3+9^{x}}$, $x\in R$. Nếu $a+b=3$ thì $f\left(a\right)+f\left(b-2\right)$ có giá trị bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{4}$ **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 63. Cho $f\left(x\right)=\dfrac{9^{x}}{9^{x}+3}$. Nếu $a+b=1$ thì $f\left(a\right)+f\left(b\right)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 64. Hàm số $y=(x^{2}-16)^{-5}-\ln(24-5x-x^{2})$ có tập xác định là

A. $(-8;-4)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-4)\cup(3;+\infty)$. **C.** $(-8;3)\setminus\left\{-4\right\}$. **D.** $(-4;3)$.

Câu 65. Tập xác định của hàm số $y=\log_{2}\left(5^{x+2}-125\right)$.

A. $[1;+\infty)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 66. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\ln\left(x-1\right)+\ln\left(x+1\right)}$ là:

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt{2}\right)$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\left[\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 67. Hàm số $y=\log_{2}\left(4^{x}-2^{x}+m\right)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ khi

A. $m>\dfrac{1}{4}$. **B.** $m>0$. **C.** $m\geq\dfrac{1}{4}$. **D.** $m<\dfrac{1}{4}$.

Câu 68. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log\left(x^{2}-6x+5\right)$.

A. $D=\left(-\infty;1\right)\cup\left(5;+\infty\right)$. **B.** $D=\left(1;5\right)$.

C. $D=\left(-\infty;1\right]\cup\left[5;+\infty\right)$. **D.** $D=\left[1;5\right]$.

Câu 69. Tập xác định của hàm số $\log_{2}\dfrac{3x+1}{\sqrt{x^{2}+x+1}+\sqrt{x^{2}-x+1}}$ là

A. $\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left[-\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

Câu 70. Hàm số $y=\log_2\left(x^3-4x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 71. Cho a là một số thực dương khác 1. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

1. Hàm số $y=\log_a x$ có tập xác định là $D=(0;+\infty)$.
2. Hàm số $y=\log_a x$ là hàm đơn điệu trên khoảng $(0;+\infty)$.
3. Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và đồ thị hàm số $y=a^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.
4. Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ nhận Ox là một tiệm cận.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

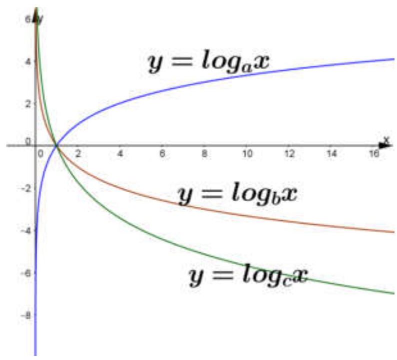
Câu 72. Cho các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x=7$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ lần lượt tại H, M, N. Biết rằng $HM=MN$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a=7b$. **B.** $a=2b$. **C.** $a=b^7$. **D.** $a=b^2$.

Câu 73. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{m\log_3^2 x-4\log_3 x+m+3}$ xác định trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

A. $m\in\left(-\infty;-4\right)\cup\left(1;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left[1;+\infty\right)$. **C.** $m\in\left(-4;1\right)$. **D.** $m\in\left(1;+\infty\right)$.

Câu 74. Cho ba số thực dương a,b,c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x, y=\log_c x$ được cho trong hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b<c<a.$ **B.** $a<b<c.$ **C.** $c<a<b.$ **D.** $a<c<b.$

Câu 75. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trong khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=x^2+\log_2 x$. **C.** $y=x+\log_2 x$. **D.** $y=\log_2\dfrac{1}{x}$.

Câu 76. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x^2-x+1\right)$.

A. $y'=\dfrac{1-2x}{\left(x^2-x+1\right)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{2x-1}{\left(x^2-x+1\right)\ln 2}$.

C. $y'=\dfrac{2-x}{\left(x^2-x+1\right)\ln 2}\cdot$ **D.** $y'=\dfrac{2+x}{\left(x^2-x+1\right)\ln 2}\cdot$

Câu 77. Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1+\sqrt{x+1}\right)$.

A. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{1+\sqrt{x+1}}$.

C. $y'=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

Câu 78. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(4x+1\right)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{\left(4x+1\right)\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{4}{\left(4x+1\right)\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 3}{4x+1}$. **D.** $y'=\dfrac{4\ln 3}{4x+1}$.

Câu 79. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log\left(\ln 2x\right)$.

A. $y'=\dfrac{2}{x\ln 2x.\ln 10}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2x.\ln 10}$.

C. $y'=\dfrac{1}{2x\ln 2x.\ln 10}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2x}$

Câu 80. Cho hàm số $f\left(x\right)=\ln\left(4x-x^2\right)$. Chọn khẳng định đúng.

A. $f'\left(3\right)=-1,5$. **B.** $f'\left(2\right)=0$. **C.** $f'\left(5\right)=1,2$. **D.** $f'\left(-1\right)=-1,2$.

Câu 81. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_5\left(x^2+x+1\right)$.

A. $y'=\dfrac{2x+1}{\left(x^2+x+1\right)\ln 5}$. **B.** $y'=\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$.

C. $y'=\left(2x+1\right)\ln 5$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+x+1\right)\ln 5}$.

Câu 82. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x^4+1\right)$. Đạo hàm $f'\left(1\right)$ bằng

A. $\dfrac{\ln 2}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 83. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(x+1\right)-2\ln\left(x-1\right)+2x$ tại điểm $x=2$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3\ln 3}+2$. **C.** $\dfrac{1}{3\ln 3}-1$. **D.** $\dfrac{1}{3\ln 3}$.

Câu 84. Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

A. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{x+\sqrt{x^2+1}}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Câu 85. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log\left(x^2-x\right)$.

A. $y'=\dfrac{1}{\left(x^2-x\right)\ln 10}$. **B.** $y'=\dfrac{2x-1}{x^2-x}$. **C.** $y'=\dfrac{2x-1}{\left(x^2-x\right)\log e}$. **D.** $y'=\dfrac{2x-1}{x^2-x}.\log e$.

Câu 86. Đạo hàm của hàm số $y=\log\left(2\sin x-1\right)$ trên tập xác định là:

A. $y'=\dfrac{-2\cos x}{2\sin x-1}$.
B. $y'=\dfrac{2\cos x}{2\sin x-1}$.
C. $y'=\dfrac{2\cos x}{\left(2\sin x-1\right)\ln 10}$.
D. $y'=\dfrac{-2\cos x}{\left(2\sin x-1\right)\ln 10}$.

Câu 87. Cho hàm số $y=2xe^{x}+3\sin 2x$ .Khi đó $y'(0)$ có giá trị bằng

A. 8.
B. -4.
C. 2.
D. 5.

Câu 88. Cho các số thực a,b,c thỏa $0<a\neq 1$và $b>0,c>0$ .Khẳng định nào sau đây không đúng?

A. $\log_a f(x)=g(x)\Leftrightarrow f(x)=a^{g(x)}$
B. $a^{f(x)}=b\Leftrightarrow f(x)=\log_a b$.
C. $a^{f(x)}b^{g(x)}=c\Leftrightarrow f(x)+g(x)\log_a b=\log_a c$
D. $\log_a f(x)<g(x)\Leftrightarrow 0<f(x)<a^{g(x)}$

Câu 89. Cho hàm số $y=\log_{\frac{1}{5}}x$. Khảng định nào sau đây sai

A. Hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$.
B. $y'=\dfrac{-1}{x\ln 5}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục Oy.

Câu 90. Nếu $\left(0{,}1a\right)^{\sqrt{3}}<\left(0{,}1a\right)^{\sqrt{2}}$ và $\log_b\dfrac{2}{3}<\log_b\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ thì:

A. $\begin{cases}a>10\\ b<1\end{cases}$.
B. $\begin{cases}0<a<10\\ 0<b<1\end{cases}$.
C. $\begin{cases}0<a<10\\ b>1\end{cases}$.
D. $\begin{cases}a>10\\ 0<b<1\end{cases}$.

Câu 91. Cho các số thực $a<b<0$. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. $\ln\left(ab\right)^2=\ln\left(a^2\right)+\ln\left(b^2\right)$.
B. $\ln\left(\sqrt{ab}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\ln a+\ln b\right)$.
C. $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)=\ln|a|-\ln|b|$.
D. $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=\ln\left(a^2\right)-\ln\left(b^2\right)$.

Câu 92. Cho a,b là các số thực dương khác 1, thoả $\log_{a^2}b+\log_{b^2}a=1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a=\dfrac{1}{b}$.
B. $a=b$.
C. $a=\dfrac{1}{b^2}$.
D. $a=b^2$.

Câu 93. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a^{\frac{3}{4}}>a^{\frac{4}{5}}$ và $\log_b\dfrac{1}{2}<\log_b\dfrac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>1,b>1$.
B. $a>1,0<b<a$.
C. $0<a<1,0<b<1$.
D. $0<a<1,b>1$.

Câu 94. Tính đạo hàm của hàm số $y=f\left(x\right)=x^{\pi}.\pi^{x}$ tại điểm $x=1$.

A. $f'\left(1\right)=\pi.$
B. $f'\left(1\right)=\pi^2+\ln\pi$.
C. $f'\left(1\right)=\pi^2+\pi\ln\pi$.
D. $f'\left(1\right)=1$.

Câu 95. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=2^{x}.5^{x}$. Tính $f'\left(0\right)$.

A. $f'\left(0\right)=10.$
B. $f'\left(0\right)=1.$
C. $f'\left(0\right)=\dfrac{1}{\ln 10}$.
D. $f'\left(0\right)=\ln 10.$

Câu 96. Cho hàm số $f(x)=5e^{x^2}$. Tính $P=f'(x)-2x.f(x)+\frac{1}{5}f(0)-f'(0)$.

A. $P=1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=3$. **D.** $P=4$.

Câu 97. Cho hàm số $f(x)=2^{x^2+1}$ Tính $T=2^{-x^2-1}.f'(x)-2x\ln 2+2.$

A. $T=-2.$ **B.** $T=2.$ **C.** $T=3.$ **D.** $T=1.$

Câu 98. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log 2x.$

A. $y'=\frac{1}{x\ln 2}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 10}$. **C.** $y'=\frac{1}{2x\ln 10}$. **D.** $y'=\frac{\ln 10}{x}$.

Câu 99. Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1+\sqrt{x+1}\right).$

A. $y'=\frac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **B.** $y'=\frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$.

C. $y'=\frac{1}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **D.** $y'=\frac{2}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

Câu 100. Cho hàm số $f(x)=\ln x$. Tính đạo hàm của hàm số $g(x)=\log_3\left(x^2f'(x)\right)$.

A. $g'(x)=\frac{1}{x}$. **B.** $g'(x)=\frac{1}{x\ln 3}$. **C.** $g'(x)=\frac{\ln 3}{x}$. **D.** $g'(x)=\frac{x}{\ln 3}$.

Câu 101. Cho hàm số $y=e^{\cos x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $y'.\cos x+y.\sin x+y''=0$. **B.** $y'.\sin x+y.\cos x+y''=0$.

C. $y'.\sin x-y''.\cos x+y'=0$. **D.** $y'.\cos x-y.\sin x-y''=0$.

Câu 102. Tìm điểm cực trị x_0 của hàm số $y=x.e^{-x}$.

A. $x_0=e$. **B.** $x_0=e^2$. **C.** $x_0=1$. **D.** $x_0=2$.

Câu 103. Cho hàm số $y=x.e^{-\frac{x^2}{2}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $xy=\left(1+x^2\right)y'$. **B.** $x.y'=\left(1+x^2\right).y$.

C. $xy=\left(1-x^2\right).y'$. **D.** $xy'=\left(1-x^2\right).y$.

Câu 104. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{3}{\pi}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{\pi}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x$.

Câu 105. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số $y=\log_M x$ với $M=a^2-4$ nghịch biến trên tập xác định.

A. $2<a<\sqrt{5}$. **B.** $a=\sqrt{5}$.

C. $-\sqrt{5}<a<-2$; $2<a<\sqrt{5}$. **D.** $a=2$.

Câu 106. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y=\left(a^2-3a+3\right)^x$ đồng biến.

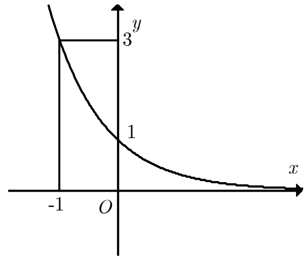
A. $a=1$. **B.** $a=2$.

C. $a\in(1;2)$. **D.** $a\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 107. Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

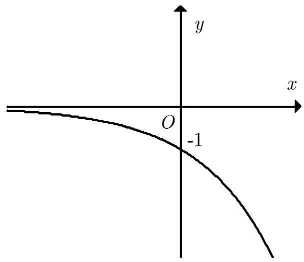
A. $0 < a < 1,\ 0 < b < 1$.
B. $0 < a < 1,\ b > 1$.
C. $a > 1,\ 0 < b < 1$.
D. $a > 1,\ b > 1$.

Câu 108. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



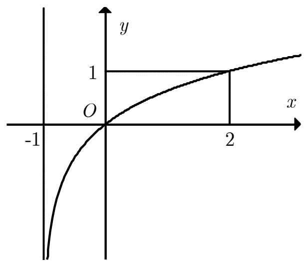
A. $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$.
B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
C. $y = 2^x + \frac{5}{2}$.
D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 109. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



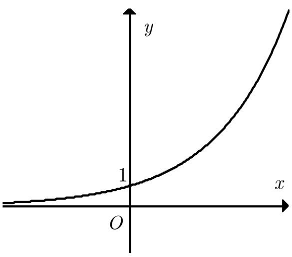
A. $y = -2^x$.
B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
C. $y = 2^x$.
D. $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Câu 110. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

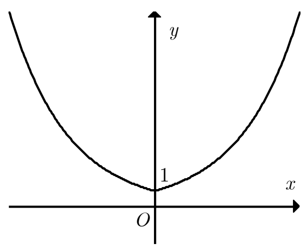


A. $y = \log_2 x$.
B. $y = \log_2 (x+1)$.
C. $y = \log_3 x + 1$.
D. $y = \log_3 (x+1)$.

Câu 111. Cho hàm số $y = \left(\sqrt{2}\right)^x$ có đồ thị Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left|\left(\sqrt{2}\right)^x\right|$.
B. $y = -\left(\sqrt{2}\right)^x$.
C. $y = \left(\sqrt{2}\right)^{|x|}$.
D. $y = -\left|\left(\sqrt{2}\right)^x\right|$.

Câu 112. Cho hàm số $y = 5^x$ có đồ thị (C). Hàm số nào sau đây có đồ thị đối xứng với (C) qua đường thẳng $y = x$.

A. $y = 5^{-x}$.
B. $y = \log_5 x$.
C. $y = -\log_5 x$.
D. $y = -5^{-x}$.

Câu 113. Cho hàm số $y=3^{\frac{x}{2}}$ có đồ thị (C). Hàm số nào sau đây có đồ thị đối xứng với (C) qua đường thẳng $y=x$.

A. $y=\log_{\sqrt{3}} x$. **B.** $y=\log_3 x^2$. **C.** $y=\log_3\left(\frac{x}{2}\right)$. **D.** $y=\frac{1}{2}\log_3 x$.

Câu 114. Cho hàm số $y=-\log_2 x$ có đồ thị (C). Hàm số nào sau đây có đồ thị đối xứng với (C) qua đường thẳng $y=x$.

A. $y=2^x$. **B.** $y=2^{\frac{1}{x}}$. **C.** $y=2^{-x}$. **D.** $y=2^{\frac{x}{2}}$.

Câu 115. Đối xứng qua trục hoành của đồ thị hàm số $y=\log_2 x$ là đồ thị nào trong các đồ thị có phương trình sau đây?

A. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\log_2\sqrt{x}$. **D.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Câu 116. Cho hàm số $y=a^x$ $(0<a\neq 1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là sai?

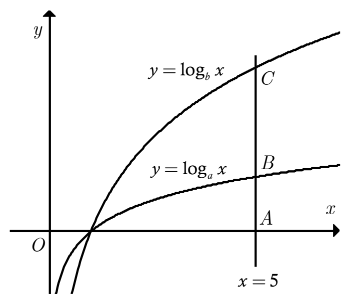
A. Đồ thị (C) luôn đi qua $M(0;1)$ và $N(1;a)$

B. Đồ thị (C) có tiệm cận $y=0$.

C. Đồ thị (C) luôn nằm phía trên trục hoành.

D. Hàm số luôn đồng biến.

Câu 117. Cho các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x=5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ lần lượt tại A, B và C. Biết rằng $CB=2AB$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a=b^2$. **B.** $a^3=b$.

C. $a=b^3$ **D.** $a=5b$.

Câu 118. Cho hàm số $f(x)=\frac{9^x}{9^x+3}$. Tính tổng $S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)$.

A. $S=2016$. **B.** $S=2017$. **C.** $S=1008$. **D.** $S=1007$.

II. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1A	2C	3B	4D	5A	6B	7D	8A	9C	10B
11D	12D	13A	14B	15A	16C	17D	18B	19A	20C
21B	22B	23D	24A	25A	26C	27D	28A	29B	30B
31C	32D	33A	34D	35A	36B	37D	38C	39A	40A
41C	42D	43A	44B	45D	46A	47C	48C	49D	50A
51A	52D	53D	54D	55B	56B	57B	58A	59C	60A
61D	62A	63A	64C	65B	66D	67A	68A	69A	70C
71A	72D	73A	74A	75D	76B	77A	78B	79B	80B
81A	82D	83D	84D	85D	86C	87A	88D	89A	90C
91B	92B	93D	94C	95D	96A	97B	98B	99A	100B
101B	102C	103D	104B	105C	106D	107B	108D	109A	110D
111C	112B	113A	114C	115A	116D	117C	118C		

Câu 1. **Chọn A.**

Câu B sai vì hàm số $y=a^x$ với $0<a<1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu C sai vì hàm số $y=a^x$ với $a>1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu D sai vì đồ thị hàm số $y=a^x$ với $a>0$ và $a\neq 1$ luôn đi qua điểm $M(a;a^a)$ hoặc $M(0;1)$ chứ không phải $M(a;1)$.

Câu 2. **Chọn A.**

Với $a>0;a\neq 1$ thì $a^x>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra tập giá trị của hàm số $y=a^x$ $(a>0;a\neq 1)$ là $(0;+\infty)$

Câu 3. **Chọn A.**

Tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là $(0;+\infty)$, tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

Câu 4. **Chọn A.**

Vì $0<\sqrt{2}-1<1$ nên hàm số $y=\left(\sqrt{2}-1\right)^x$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 5. **Chọn A.**

Vì $2007\in\mathbb{Z}^+$ nên hàm số xác định với mọi x.

Câu 6. **Chọn A.**

Vì $-2\in\mathbb{Z}^-$ nên hàm số $y=(3x^2-1)^{-2}$ xác định khi $3x^2-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 7. **Chọn A.**

Vì $-e\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi $x^2-3x+2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x<1\end{array}\right.$.

Câu 8. **Chọn A.**

Hàm số $\log_{0,5}(x+1)$ xác định khi $x+1>0\Leftrightarrow x>-1$.

Câu 9. **Chọn A.**

Hàm số $\log\sqrt{x^2+x-12}$ có nghĩa khi $x^2+x-12>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-4 \end{array}\right.$.

Câu 10. **Chọn A.**

Hàm số $\log_2\dfrac{x+3}{2-x}$ có nghĩa khi $\dfrac{x+3}{2-x}>0 \Leftrightarrow -3<x<2$.

Câu 11. **Chọn A.**

Hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}+\ln(x-1)$ xác định khi $\begin{cases} 2-x>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Rightarrow 1<x<2$.

Câu 12. **Chọn A.**

Hàm số $y=\dfrac{e^x}{e^x-1}$ xác định khi $e^x-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 0$.

Câu 13. **Chọn A.**

Hàm số $y=\sqrt{-2x^2+5x-2}+\ln\dfrac{1}{x^2-1}$ xác định khi

$$\begin{cases} -2x^2+5x-2\geq 0 \\ x^2-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2}\leq x\leq 2 \\ \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow 1<x\leq 2$$

Câu 14. **Chọn A.**

Hàm số $y=\ln(\ln(x))$ xác định khi $\begin{cases} x>0 \\ \ln x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x>1 \end{cases} \Rightarrow x>1$.

Câu 15. **Chọn A.**

Vì $-2\in\mathbb{Z}^-$ nên hàm số $y=(3^x-9)^{-2}$ xác định khi $3^x-9\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 2$.

Câu 16. **Chọn A.**

Hàm số $y=\log_{x-1}x$ xác định khi $\begin{cases} x>0 \\ x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x>1 \\ x\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \end{cases}$.

Câu 17. **Chọn A.**

Nhận thấy đây là đồ thị hàm số dạng $y=a^x$. Ta có $A(0;1)$ và $B(2;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

Suy ra, $\begin{cases} a^0=1 \\ a^2=2 \Rightarrow a=\sqrt{2} \\ a>0 \end{cases}$. Hàm số là $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$.

Câu 18. **Chọn A.**

$$y=(x-1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y'=\frac{1}{3}(x-1)'.(x-1)^{\frac{1}{3}-1}=\frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Câu 19. **Chọn A.**

$y=4^{2x}\Rightarrow y'=(2x)'.4^{2x}\ln 4=2.4^{2x}\ln 4$.

Câu 20. **Chọn A.**

$y=\log_5 x\Rightarrow y'=\dfrac{1}{x\ln 5}$.

Câu 21. **Chọn A.**

$y=\log_{0,5}x^2\Rightarrow y'=(x^2)'.\dfrac{1}{x^2\ln 0,5}=\dfrac{2}{x\ln 0,5}$.

Câu 22. **Chọn A.**

$y=\sin x+\log_3 x^3\Rightarrow y'=\cos x+\dfrac{3x^2}{x^3\ln 3}=\cos x+\dfrac{3}{x\ln 3}$.

Câu 23. **Chọn A.**

$f(x)=\ln(x^4+1)\Rightarrow f'(x)=\dfrac{(x^4+1)'}{x^4+1}=\dfrac{4x^3}{x^4+1}\Rightarrow f'(0)=0$.

Câu 24. **Chọn A.**

$f(x)=e^{2017x^2}\Rightarrow f'(x)=2.2017x.e^{2017x^2}\Rightarrow f'(0)=0$.

Câu 25. **Chọn A.**

$f(x)=x.e^x\Rightarrow f'(x)=e^x+x.e^x\Rightarrow f''(x)=e^x+e^x+x.e^x\Rightarrow f''(1)=3e$.

Câu 26. **Chọn A.**

Nhận thấy đây là đồ thị hàm số $y=\log_a x$. Điểm $\left(\dfrac{1}{2};-1\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên

$-1=\log_a\dfrac{1}{2}\Rightarrow a^{-1}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow a=2$. Hàm số là $y=\log_2 x$.

Câu 27. **Chọn A.**

Hàm số $y=x^\alpha$ có tập xác định thay đổi tùy theo α.

Câu 28. **Chọn A.**

Hàm số lôgarit chỉ xác định khi $x>0$ nên đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

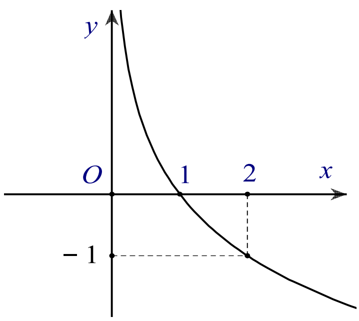
Câu 29. **Chọn A.**

Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên phải trục tung và cả dưới, cả trên trục hoành.

Câu 30. **Chọn A.**

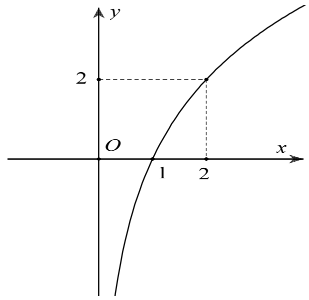
Nhận thấy đây là đồ thị hàm số $y=\log_a x$. Điểm $A(2;-1)$ thuộc đồ thị hàm số nên

$-1=\log_a 2\Rightarrow a^{-1}=2\Rightarrow\dfrac{1}{a}=2\Rightarrow a=0,5$. Hàm số $y=\log_{0,5}x$.



Câu 31. **Chọn A.**

Đồ thị hàm số đi qua $A(2;2) \Rightarrow 2 = \log_a 2 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$.



Câu 32. **Chọn A.**

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \dfrac{10-x}{x^2-3x+2} > 0 \Leftrightarrow x < 1$ hoặc $2 < x < 10$

Tập xác định $D = (-\infty;1) \cup (2;10)$

Câu 33. **Chọn A.**

Hàm số xác định $\log_3(x-2) - 3 \ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 \ge 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 29$

Tập xác định $D = [29;+\infty)$

Câu 34. **Chọn A.**

$y = (x^2+2x)e^{-x} \Rightarrow y' = (x^2+2x)' e^{-x} + (e^{-x})'(x^2+2x)$

$\Rightarrow y' = (2x+2)e^{-x} - e^{-x}(x^2+2x) = (-x^2+2)e^{-x}$

Câu 35. **Chọn A.**

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Câu 36. **Chọn A.**. Sử dụng điều kiện xác định của các hàm số.

Câu 37. **Chọn A.**

Sử dụng lý thuyết phép suy đồ thị.

Câu 38. **Chọn A.**

$y = ex + e^{-x} \Rightarrow y' = e - e^{-x}$. Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow e - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Câu 39. **Chọn A.**

Nhận dạng đồ thị:

- Dựa vào đồ thị thì hàm đã cho đồng biến $\Rightarrow$ loại C và D.
- Đồ thị đã cho qua điểm $A(2;2)$. Thử với hai đáp án còn lại $\Rightarrow$ loại B.

Câu 40. **Chọn A.**

Trên đoạn $[-1;1]$, ta có: $f'(x) = xe^x(x+2)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$ (loại).

Ta có: $f(-1) = \dfrac{1}{e}$; $f(0) = 0$; $f(1) = e$

Suy ra: $\max\limits_{[-1;1]} f(x) = e$

Câu 41. **Chọn A.**

Sử dụng lý thuyết phép suy đồ thị.

Câu 42. Chọn A.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x>1$

Tập xác định $D=(1;+\infty)$

Câu 43. Chọn A.

Đặt $t=|x|$, với $x\in[-2;2]\Rightarrow t\in[0;2]$

Xét hàm $f(t)=2^t$ trên đoạn $[0;2]$; $f(t)$ đồng biến trên $[0;2]$

$\max\limits_{[-2;2]} y=\max\limits_{[0;2]} f(t)=4$; $\min\limits_{[-2;2]} y=\min\limits_{[0;2]} f(t)=1$

Hoặc với $x\in[-2;2]\Rightarrow |x|\in[0;2]$. Từ đây, suy ra: $2^0\le 2^{|x|}\le 2^2 \Leftrightarrow 1\le 2^{|x|}\le 4$

Câu 44. Chọn A.

Tập xác định $D=(0;+\infty)$; $y'=\dfrac{1-\ln x}{\ln^2 x}$; $y'=0\Leftrightarrow x=e$

Hàm y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x=e$ nên $x=e$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 45. Chọn A.

Do $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ là hai hàm đồng biến nên $a,b>1$

Do $y=\log_c x$ nghịch biến nên $c<1$. Vậy c bé nhất.

Mặt khác: Lấy $y=m$, khi đó tồn tại $x_1,\ x_2>0$ để $\begin{cases} \log_a x_1=m \\ \log_b x_2=m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^m=x_1 \\ b^m=x_2 \end{cases}$

Dễ thấy $x_1<x_2\Rightarrow a^m<b^m\Rightarrow a<b$

Vậy $b>a>c$.

Câu 46. Chọn A.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1-x>0 \\ x-m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2m+1 \\ x>m \end{cases}$

Suy ra, tập xác định của hàm số là $D=(m;2m+1)$, với $m\ge -1$.

Hàm số xác định trên $(2;3)$ suy ra $(2;3)\subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 2 \\ 2m+1\ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 2 \\ m\ge 1 \end{cases}$

Câu 47. Chọn A.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

Đạo hàm: $y'=\ln\left(1+\sqrt{1+x^2}\right)$; $y'=0\Leftrightarrow 1+\sqrt{1+x^2}=1\Leftrightarrow x=0$

Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		$\searrow$	-1	$\nearrow$	

Câu 48. Chọn A.

$y=\ln\frac{1}{x+1}=-\ln(x+1)\Rightarrow y'=-\frac{1}{x+1}$

Ta có: $xy'+1=x\left(-\frac{1}{x+1}\right)+1=-\frac{x}{x+1}+1=\frac{1}{x+1}$, $e^{y}=e^{\ln\frac{1}{x+1}}=\frac{1}{x+1}$.

Câu 49. Chọn A.

Ta biến đổi hàm số về dạng $y=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

$$\Rightarrow y'=\frac{\left(e^{2x}-1\right)'\left(e^{2x}+1\right)-\left(e^{2x}+1\right)'\left(e^{2x}-1\right)}{\left(e^{2x}+1\right)^2}=\frac{4e^{2x}}{\left(e^{2x}+1\right)^2}.$$

Câu 50. Chọn A.

$y=x\sin x\Rightarrow y'=\sin x+x\cos x\Rightarrow y''=2\cos x-x\sin x$

Ta có: $xy''-2y'+xy=x\left(2\cos x-x\sin x\right)-2\left(\sin x+x\cos x\right)+x.\left(x\sin x\right)=-2\sin x$

Câu 51. Chọn A.

Do $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm đồng biến nên $a,b>1$.

Do $y=c^x$ nghịch biến nên $c<1$. Vậy x bé nhất.

Mặt khác: Lấy $x=m$, khi đó tồn tại $y_1,\ y_2>0$ để $\begin{cases}a^m=y_1\\ b^m=y_2\end{cases}$

Dễ thấy $y_1<y_2\Rightarrow a^m<b^m\Rightarrow a<b$

Vậy $b>a>c$.

Câu 52. Chọn D.

Hàm số $y=\left(-3a^2+10a-2\right)^x$ đồng biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)$ khi $-3a^2+10a-2>1\Leftrightarrow\frac{1}{3}<a<3$.

Câu 53. Chọn D.

Cơ số $\frac{e+1}{\pi}>1$ nên hàm số mũ $y=\left(\frac{e+1}{\pi}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 54. Chọn D.

Ta có $y=3^{-x}\left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)^x=\left(\frac{1}{3(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\right)^x$ có cơ số $\frac{1}{3(\sqrt{3}-\sqrt{2})}>1$ nên là hàm số đồng biến.

Câu 55. Chọn B.

Từ đồ thị suy ra $0<a<1$;

$b>1,c>1$ và $b^x>c^x$ khi $x>0$ nên $b>c$. Vậy $a<c<b$.

Câu 56. Chọn B.

Xét 2 trường hợp:

+) TH1: $a>1$. Khi đó, $a^{x_1}<a^{x_2}\Leftrightarrow x_1<x_2\Leftrightarrow(x_1-x_2)<0$.

Mà $a>1\Rightarrow a-1>0\Rightarrow(a-1)(x_1-x_2)<0$.

+) TH1: $0<a<1$. Khi đó, $a^{x_1}<a^{x_2}\Leftrightarrow x_1>x_2\Leftrightarrow (x_1-x_2)>0$.

Mà $a<1\Rightarrow a-1<0\Rightarrow (a-1)(x_1-x_2)<0$.

Câu 57. Chọn B.

Hàm số $y=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x$ có TXĐ = $\mathbb{R}$

$a=\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}<1\ \Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ **A** đúng.

$y=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ đồ thị hàm số không cắt trục $Ox\ \Rightarrow$ **B** sai.

$y'=\left[\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x\right]'=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x.\ln\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\Rightarrow y'<0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số không có cực trị

$\Rightarrow$ **C** đúng.

$a=\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}<1\Rightarrow\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x>\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^0\Leftrightarrow y>1,\forall x>0\ \Rightarrow$ **D** đúng.

Câu 58. Chọn A.

$y=3^{2017x}=\left(3^{2017}\right)^x\Rightarrow y'=\left(3^{2017}\right)^x\ln\left(3^{2017}\right)=2017.3^{2017x}.\ln 3.$

Câu 59. Chọn C.

Ta có: $y=3^{6x+1}\Rightarrow y'=\left(6x+1\right)'\cdot 3^{6x+1}\ln 3=6\cdot 3^{6x+1}\ln 3=3^{6x+2}2\ln 3$

Câu 60. Chọn A.

Ta có: $y'=e^x-e^{-x}\Rightarrow y''=e^x+e^{-x}\Rightarrow y''\left(1\right)=e+\dfrac{1}{e}$.

Câu 61. Chọn D.

$\left(\ln u\right)'=\dfrac{u'}{u}$.

Câu 62. Chọn A.

Ta có: $b-2=1-a$

$f\left(a\right)=\dfrac{9^a}{3+9^a}$; $f\left(b-2\right)=f\left(1-a\right)=\dfrac{9^{1-a}}{3+9^{1-a}}=\dfrac{3}{3+9^a}$

$\Rightarrow f\left(a\right)+f\left(b-2\right)=\dfrac{9^a}{3+9^a}+\dfrac{3}{3+9^a}=1$.

Câu 63. Chọn A.

Cách 1: $a+b=1\Leftrightarrow b=1-a$.

$f\left(a\right)+f\left(b\right)=\dfrac{9^a}{9^a+3}+\dfrac{9^b}{9^b+3}=\dfrac{9^a}{9^a+3}+\dfrac{9^{1-a}}{9^{1-a}+3}=\dfrac{9^a}{9^a+3}+\dfrac{3}{3+9^a}=1$.

Cách 2: Chọn $a=b=\dfrac{1}{2}$. Bấm máy $f\left(\dfrac{1}{2}\right)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{9^a}{9^a+3}+\dfrac{9^a}{9^a+3}=2.\dfrac{9^a}{9^a+3}\xrightarrow[a=\frac{1}{2}]{calc}=1$.

Câu 64. Chọn C.

Tập xác định của hàm số $y=(x^2-16)^{-5}-\ln(24-5x-x^2)$ là:

$$\begin{cases} x^2-16\neq 0 \\ 24-5x-x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm 4 \\ -8<x<3 \end{cases}$$

Vậy tập xác định là: $D=(-8;3)\setminus\{-4\}$.

Câu 65. **Chọn B.**

Điều kiện để hàm số xác định là: $5^{x+2}-125>0 \Leftrightarrow 5^{x+2}>5^3 \Leftrightarrow x>1$.

Câu 66. **Chọn D.**

Ta có $\begin{cases} x-1>0 \\ x+1>0 \\ \ln\left[(x-1)(x+1)\right]\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x^2-1\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\leq -\sqrt{2} \vee x\geq \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x\geq \sqrt{2}$.

Câu 67. **Chọn A.**

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$ khi $4^x-2^x+m>0, (1)$, $\forall x\in R$

Đặt $t=2^x$, $t>0$

Khi đó (1) trở thành $t^2-t+m>0 \Leftrightarrow m>-t^2+t$, $\forall t\in(0;+\infty)$

Đặt $f(t)=-t^2+t$

ycbt xảy ra khi $m>\underset{(0;+\infty)}{Max}\, f(t)=\dfrac{1}{4}$.

Câu 68. **Chọn A.**

Hàm số có nghĩa khi $x^2-6x+5>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>5 \\ x<1 \end{array}\right.$.

Câu 69. **Chọn A.**

Hàm số có nghĩa khi $\dfrac{3x+1}{\sqrt{x^2+x+1}+\sqrt{x^2-x+1}}>0 \Leftrightarrow 3x+1>0 \Leftrightarrow x>-\dfrac{1}{3}$.

Vì $\begin{cases} x^2+x+1>0 \\ x^2-x+1>0 \end{cases}, \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{x^2+x+1}+\sqrt{x^2-x+1}>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy TXĐ $D=\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 70. **Chọn C.**

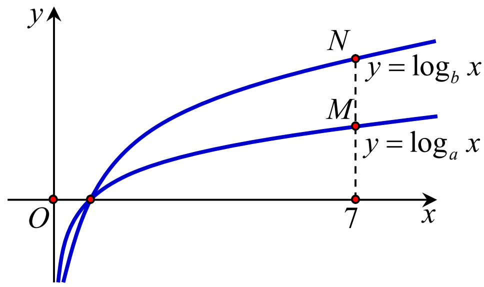
TXĐ: $D=(-2;0)\cup(2;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{3x^2-4}{(x^3-4x)\ln 2}$, $y'=0 \Leftrightarrow \dfrac{3x^2-4}{(x^3-4x)\ln 2}=0 \Leftrightarrow 3x^2-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}(loai) \\ x=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3} \end{array}\right.$

Vậy y' đổi dấu từ dương sang âm qua $x_0=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ nên hàm số có một cực trị.

Câu 71. **Chọn A.**

Câu 72. **Chọn D.**



Ta có $MH = MN \Leftrightarrow HN = 2MH \Leftrightarrow \log_b 7 = 2\log_a 7 \Leftrightarrow \log_b 7 = \log_{\sqrt{a}} 7 \Leftrightarrow b = \sqrt{a} \Leftrightarrow a = b^2$.

Câu 73. **Chọn A.**

Đặt $t = \log_3 x$, khi đó $x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow t \in \mathbb{R}$.

$y = \dfrac{1}{m\log_3^2 x - 4\log_3 x + m + 3}$ trở thành $y = \dfrac{1}{mt^2 - 4t + m + 3}$.

Hàm số $y = \dfrac{1}{m\log_3^2 x - 4\log_3 x + m + 3}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi hàm số $y = \dfrac{1}{mt^2 - 4t + m + 3}$ xác định trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow f(t) = mt^2 - 4t + m + 3$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m^2 - 3m < 0 \Leftrightarrow m < -4; m > 1$.

Câu 74. **Chọn A.**

Do đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đi lên từ trái sang phải trên khoảng $(0;+\infty)$ nên hàm số đồng biến, suy ra $a > 1$.

Mặc khác đồ thị hàm số $y = \log_b x; y = \log_c x$ đi xuống từ trái sang phải trên khoảng $(0;+\infty)$ nên hàm số nghịch biến, suy ra $b < 1; c < 1$.

Mà từ đồ thị ta xét tại $x = 2 \Rightarrow \log_b 2 > \log_c 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_2 b} > \dfrac{1}{\log_2 c}$ nhân hai vế

$\log_2 b.\log_2 c > 0$

Ta được $\log_2 c > \log_2 b \Leftrightarrow c > b$.

Vậy: $a > c > b$.

Câu 75. **Chọn D.**

Ta thấy hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ nên **A, B, C** loại.

Kiểm tra $y = \log_2 \dfrac{1}{x}$ có $y' = -\dfrac{1}{x\ln 2} < 0, \forall x \in (0;+\infty)$.

Câu 76. **Chọn B.**

$$y' = \frac{\left(x^2 - x + 1\right)'}{\left(x^2 - x + 1\right)\ln 2} = \frac{2x - 1}{\left(x^2 - x + 1\right)\ln 2}.$$

Câu 77. **Chọn A.**

Áp dụng công thức: $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$

$\Rightarrow y' = \left(\ln\left(1+\sqrt{x+1}\right)\right)' = \dfrac{\left(1+\sqrt{x+1}\right)'}{1+\sqrt{x+1}}$. Mà $\left(1+\sqrt{x+1}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$

$\Rightarrow y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$

Câu 78. **Chọn B.**

Với $x > -\dfrac{1}{4}$.

Áp dụng công thức $(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u\ln a}$ ta có $y' = \dfrac{4}{(4x+1)\ln 3}$.

Câu 79. **Chọn B.**

$$y' = \frac{(\ln 2x)'}{\ln 2x.\ln 10} = \frac{1}{x.\ln 2x.\ln 10}$$

Câu 80. **Chọn B.**

$f'(x) = \dfrac{4-2x}{4x-x^2}$; $f'(2) = 0$.

Câu 81. **Chọn A.**

Áp dụng công thức $(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u.\ln a}$. Khi đó: $y' = \dfrac{\left(x^2+x+1\right)'}{\left(x^2+x+1\right).\ln 5} = \dfrac{2x+1}{\left(x^2+x+1\right).\ln 5}$.

Câu 82. **Chọn D.**

Ta có: $f'(x) = \dfrac{4x^3}{x^4+1} \Rightarrow f'(1) = 2$.

Câu 83. **Chọn D.**

Sử dụng công thức $(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u\ln a}$, ta được

$y' = \dfrac{1}{(x+1)\ln 3} - 2.\dfrac{1}{x-1} + 2 \Rightarrow y'(2) = \dfrac{1}{3\ln 3} - 2 + 2 = \dfrac{1}{3\ln 3}$.

Câu 84. **Chọn D.**

$$y = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) \Rightarrow y' = \frac{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)'}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Câu 85. **Chọn D.**

Ta có $y' = \left(\log\left(x^2-x\right)\right)' = \dfrac{2x-1}{\left(x^2-x\right)\ln 10} = \dfrac{(2x-1)}{\left(x^2-x\right)}.\log e$

Câu 86. **Chọn C.**

Ta có $y=\log\left(2\sin x-1\right)\Rightarrow y'=\dfrac{2\cos x}{\left(2\sin x-1\right)\ln 10}$.

Câu 87. **Chọn A.**

$y=2xe^{x}+3\sin 2x$

Câu 88. **Chọn D.**

$\log_a f(x)<g(x)\Leftrightarrow 0<f(x)<a^{g(x)}$ chỉ đúng khi cơ số $a>1$. Vậy với $0<a\neq 1$ thì đẳng thức

$\log_a f(x)<g(x)\Leftrightarrow 0<f(x)<a^{g(x)}$ sai.

Câu 89. **Chọn A.**

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{5}} x$. Do đó

- Tập xác định $D=\left(0;+\infty\right)$ $\Rightarrow$ A sai.
- $y'=\dfrac{-1}{x\ln 5}$ $\Rightarrow$ B đúng.
- Cơ số $a=\dfrac{1}{5}<1$ $\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định $\Rightarrow$ C đúng.
- Hàm số logarit nhận trục Oy làm tiệm cận đứng $\Rightarrow$ D đúng.

Câu 90. **Chọn C.**

Do $\sqrt{3}>\sqrt{2}$ nên ta có $\left(0,1.a\right)^{\sqrt{3}}<\left(0,1.a\right)^{\sqrt{2}}\Rightarrow 0,1.a<1\Rightarrow 0<a<10$

Do $\dfrac{2}{3}<\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nên ta có $\log_b\dfrac{2}{3}<\log_b\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow b>1$.

Câu 91. **Chọn B.**

Câu 92. **Chọn B.**

Ta có: $\log_{a^2} b+\log_{b^2} a=1\Leftrightarrow \log_a b+\log_b a=2$

$\Leftrightarrow \log_a b+\dfrac{1}{\log_a b}=2\Leftrightarrow \left(\log_a b-1\right)^2=0$

$\Leftrightarrow \log_a b=1$.

Suy ra: $a=b$.

Câu 93. **Chọn D.**

Ta có $\dfrac{3}{4}<\dfrac{4}{5}\Rightarrow a^{\frac{3}{4}}>a^{\frac{4}{5}}$ nên hàm số $y=a^{x}$ giảm. Suy ra $0<a<1$.

Và $\dfrac{1}{2}<\dfrac{2}{3}\Rightarrow \log_b\dfrac{1}{2}<\log_b\dfrac{2}{3}$ nên hàm số $y=\log_b x$ tăng. Suy ra $b>1$.

Suy ra $0<a<1, b>1$.

Câu 94. **Chọn C.**

Đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x^{\pi}\right)'.\pi^{x}+x^{\pi}.\left(\pi^{x}\right)'=\pi.x^{\pi-1}.\pi^{x}+x^{\pi}.\pi^{x}.\ln\pi$

Suy ra $f'\left(1\right)=\pi^{2}+\pi\ln\pi$.

Câu 95. **Chọn D.**

Viết lại $f(x)=2^x.5^x=10^x$. Suy ra $f'(x)=\left(10^x\right)'=10^x.\ln 10$.

Vậy $f'(0)=10^0.\ln 10=1.\ln 10=\ln 10$.

Câu 96. Chọn A.

Ta có $f'(x)=10x.e^{x^2}$. Do đó $f'(0)=0$ và $f(0)=5$.

Vậy $P=f'(x)-2xf(x)+\frac{1}{5}f(0)-f'(0)=10xe^{x^2}-2x.5e^{x^2}+\frac{1}{5}.5-0=1$.

Câu 97. Chọn B.

Ta có $f'(x)=\left(x^2+1\right)'.2^{x^2+1}.\ln 2=2x.\ln 2.2^{x^2+1}$.

Vậy $T=2^{-x^2-1}.2x\ln 2.2^{x^2+1}-2x\ln 2+2=2x\ln 2-2x\ln 2+2=2$.

Câu 98. Chọn B.

Viết lại $y=\log 2x=\frac{\ln 2x}{\ln 10}=\frac{1}{\ln 10}.\ln 2x$.

Suy ra $y'=\frac{1}{\ln 10}.(\ln 2x)'=\frac{1}{\ln 10}.\frac{(2x)'}{2x}=\frac{1}{\ln 10}.\frac{2}{2x}=\frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 99. Chọn A.

Áp dụng công thức $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$, ta được $y'=\frac{\left(1+\sqrt{x+1}\right)'}{1+\sqrt{x+1}}$.

Mà $\left(1+\sqrt{x+1}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\longrightarrow y'=\frac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

Câu 100. Chọn B.

Ta có $f'(x)=\frac{1}{x}\longrightarrow g(x)=\log_3\left(x^2.f'(x)\right)=\log_3\left(x^2.\frac{1}{x}\right)=\log_3 x$.

Suy ra $g'(x)=\frac{1}{x\ln 3}$.

Câu 101. Chọn B.

Ta có $\begin{cases} y'=-\sin x.e^{\cos x} \\ y''=\sin^2 x.e^{\cos x}-\cos x.e^{\cos x} \end{cases}$.

Thay lần lượt vào các đáp án thì ta được đáp án B đúng. Thật vậy: Ta có
$y'.\sin x+y.\cos x+y''$

$=-\sin x.e^{\cos x}.\sin x+e^{\cos x}.\cos x+\sin^2 x.e^{\cos x}-\cos x.e^{\cos x}=0$.

Câu 102. Chọn C.

Hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=e^{-x}+x.\left(-e^{-x}\right)=e^{-x}(1-x)\longrightarrow y'=0\Leftrightarrow 1-x=0\Leftrightarrow x=1$.

Vậy hàm số đạt cực trị tại $x=1$.

Câu 103. Chọn D.

Ta có $y'=e^{-\frac{x^2}{2}}+x.\left(-xe^{-\frac{x^2}{2}}\right)=e^{-\frac{x^2}{2}}-x^2e^{-\frac{x^2}{2}}=\left(1-x^2\right)e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Nhân hai vế cho x, ta được $x.y'=x\left(1-x^2\right)e^{-\frac{x^2}{2}}=\left(1-x^2\right)y$.

Câu 104. Chọn B.

Áp dụng lý thuyết

" Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$ ".

Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y=\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}\right)^x$ đồng biến vì cơ số $a=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}>1$.

Câu 105. Chọn C.

Hàm số đã cho nghịch biến khi cơ số $0<M<1$ hay $0<a^2-4<1$

$\Leftrightarrow 4<a^2<5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2<a<\sqrt{5} \\ -\sqrt{5}<a<-2 \end{array}\right.$.

Câu 106. Chọn D.

Hàm số đồng biến khi $a^2-3a+3>1 \Leftrightarrow a^2-3a+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<1 \\ a>2 \end{array}\right.$.

Câu 107. Chọn B.

Ta có $\frac{\sqrt{3}}{3}<\frac{\sqrt{2}}{2}$, mà $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}>a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$.

Suy ra hàm đặc trưng $y=a^x$ nghịch biến nên $0<a<1$.

Tượng tự có $\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$ và $\log_b\frac{3}{4}<\log_b\frac{4}{5}$.

Suy ra hàm đặc trưng $y=\log_b x$ đồng biến nên $b>1$.

Vậy $0<a<1$ và $b>1$.

Câu 108. Chọn D.

Dựa vào hình dáng đồ thị từ trái sang phải ta thấy: x tăng nhưng y giảm. Suy ra hàm số tương ứng của đồ thị là hàm nghịch biến. Loại A, C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(-1;3)$ nên chỉ có D thỏa mãn.

Câu 109. Chọn A.

Đồ thị nằm phía dưới trục hoành. Loại B, C.

Lấy đối xứng đồ thị qua trục hoành ta được đồ thị của một hàm số đồng biến.

Câu 110. Chọn D.

Dựa vào đồ thị thấy có tiệm cận đứng $x=-1$. Loại đáp án A, C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(2;1)$ nên chỉ có D thỏa mãn.

Câu 111. Chọn C.

Từ đồ thị ta thấy: Đồ thị Hình 2 có được là lấy đối xứng đồ thị Hình 1 (phần $x\geq 0$) qua trục Oy. Do đó hàm số của đồ thị Hình 2 là hàm số chẵn.

Câu 112. Chọn B.

Dựa vào lý thuyết "Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$".

Câu 113. Chọn A.

Trước tiên ta đưa hàm số về dạng chuẩn: $y = 3^{\frac{x}{2}} = \left(\sqrt{3}\right)^x$.

Dựa vào lý thuyết "Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ có đồ thị đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất $y = x$".

Câu 114. Chọn C.

Trước tiên ta đưa hàm số về dạng chuẩn: $y = -\log_2 x = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Suy ra hàm số cần tìm là $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$.

Câu 115. Chọn A.

Dựa vào lý thuyết "Đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ đối xứng qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y = -f\left(x\right)$". Do đó đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ đối xứng qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y = -\log_2 x$.

Chưa thấy đáp án nên ta biến đổi: $y = -\log_2 x = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 116. Chọn D.

Với $x = 0 \Rightarrow y = a^0 = 1$ và $x = 1 \Rightarrow y = a^1 = a$. Do đó A đúng.

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0$ nếu $0 < a < 1$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} y = 0$ nếu $a > 1$. Suy ra $y = 0$ là tiệm cận ngang. Do đó B đúng.

Vì $a^x > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó C đúng.

Hàm số $y = a^x$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$. Do đó D sai.

Câu 117. Chọn C.

Theo giả thiết, ta có $A\left(5;0\right)$, $B\left(5;\log_a 5\right)$, $C\left(5;\log_b 5\right)$.

Do $CB = 2AB \longrightarrow \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BA} \leftrightarrow \log_a 5 - \log_b 5 = 2.\left(-\log_a 5\right)$

$\longleftrightarrow 3\log_a 5 = \log_b 5 \longleftrightarrow \log_a 5 = \frac{1}{3}\log_b 5 \longleftrightarrow \log_a 5 = \log_{b^3} 5 \longrightarrow a = b^3$.

Câu 118. Chọn C.

Ta có

$$S = \left[f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right)\right] + \left[f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right)\right] + \ldots + \left[f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right)\right]$$

$= 1 + 1 + \ldots + 1 = 1008$.

Chủ đề 4 PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH MŨ-LOGARIT

☆☆☆

A. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

I. PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ GIẢI PT MŨ VÀ LOGARIT

1. Phương pháp

Dạng 1: Phương trình:

∘ $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases} \end{array}\right.$

∘ $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) > 0 \end{cases}$

Chú ý: Việc lựa chọn điều kiện $f(x) > 0$ hoặc $g(x) > 0$ tuỳ thuộc vào độ phức tạp của $f(x) > 0$ và $g(x) > 0$.

Dạng 2: Phương trình:

∘ $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1, b > 0 \\ f(x) = \log_a b \end{cases}$

∘ $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = a^b \end{cases}$

2. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: Giải các phương trình sau:

① $8^{x^3-4x^2+x+2} = 4^{x^2-x+2}$. ② $0{,}125.4^{2x-3} = \left(4\sqrt{2}\right)^x$.

Lời giải:

① Phương trình được biến đổi về dạng:

$(2^3)^{x^3-4x^2+x+2} = (2^2)^{x^2-x+2} \Leftrightarrow 3\left(x^3 - 4x^2 + x + 2\right) = 2(x^2 - x + 2)$

$\Leftrightarrow 3x^3 - 14x^2 + 5x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow (3x-2)\left(x^2 - 4x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \vee x = 2 \pm \sqrt{5}$.

Vậy, phương trình có ba nghiệm phân biệt $x = \frac{2}{3}$, $x = 2 \pm \sqrt{5}$.

② Vì $0{,}125 = \frac{1}{8} = 2^{-3}$ nên ta biến đổi phương trình về dạng:

$2^{-3}.2^{2(2x-3)} = (2^2.2^{\frac{1}{2}})^x \Leftrightarrow 2^{4x-9} = 2^{\frac{5x}{2}} \Leftrightarrow 4x - 9 = \frac{5x}{2} \Leftrightarrow 8x - 18 = 5x \Leftrightarrow 3x = 18 \Leftrightarrow x = 6$.

Vậy, phương trình có nghiệm là $x = 6$.

Nhận xét: Trong lời giải trên:Với phương trình $a^{f(x)}=b^{g(x)}$ ta cần chọn phần tử trung gian c để biến đổi phương trình về dạng: $(c^a)^{f(x)}=(c^b)^{g(x)}\Leftrightarrow c^{af(x)}=c^{bg(x)}\Leftrightarrow af\left(x\right)=bg\left(x\right)$

Bài toán 2: Giải các phương trình sau:

① $\log_2\left(3x+2\right)=\log_2(x^3-4x^2+2x+6)$.

② $\log_3 x-\log_9 x=\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{2}$.

③ $\log_{\sqrt{2}}x.\log_2 x.\log_4 x=8$.

Lời giải:

① Phương trình được biến đổi về dạng:

$$3x+2=x^3-4x^2+2x+6>0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2>0\\x^3-4x^2-x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-\dfrac{2}{3}\\(x^2-1)(x-4)=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=1,x=4$.

② Điều kiện $x>0$.

Biến đổi phương trình về dạng:

$$\log_3 x-\frac{1}{2}\log_3 x=-\log_3 2\Leftrightarrow\log_3 x=-\log_3 2\Leftrightarrow x=2^{-1}=\frac{1}{2}.$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=\dfrac{1}{2}$.

③ Điều kiện $x>0$.

Biến đổi phương trình về dạng:

$$\frac{1}{2}\log_2 x.\log_2 x.2\log_2 x=8\Leftrightarrow\log_2^3 x=8\Leftrightarrow\log_2 x=2\Leftrightarrow x=2^2=4.$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=4$.

Bài toán 3: Giải các phương trình sau:

① $6^x-3^x-2^{x+1}+2=0$.

② $\log_4\left\{2\log_3\left[1+\log_2\left(1+3\log_2 x\right)\right]\right\}=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

① Phương trình được biến đổi về dạng:

$$\left(2.3\right)^x-3^x-2.2^x+2=0\Leftrightarrow 3^x(2^x-1)-2(2^x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow(2^x-1)(3^x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x-1=0\\3^x-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=1\\3^x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\log_3 2\end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=0,x=\log_3 2$.

② Phương trình được biến đổi về dạng:

$$2\log_3\left[1+\log_2\left(1+3\log_2 x\right)\right]=2\Leftrightarrow\log_3\left[1+\log_2\left(1+3\log_2 x\right)\right]=1$$

$\Leftrightarrow 1+\log_2\left(1+3\log_2 x\right)=3 \Leftrightarrow \log_2\left(1+3\log_2 x\right)=2 \Leftrightarrow 1+3\log_2 x=4$

$\Leftrightarrow \log_2 x=1 \Leftrightarrow x=2$.

Vậy, phương trình có nghiệm duy nhất $x=2$.

Nhận xét: Trong lời giải trên:

- Ở câu ① chúng ta đã sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử để chuyển phương trình về dạng tích. Và từ đó, nhận được hai phương trình mũ dạng 2.
- Ở câu ② chúng ta đã sử dụng phương pháp biến đổi dần để loại bỏ được logarit. Cách thực hiện này giúp chúng ta tránh được phải đặt điều kiện có nghĩa cho phương trình.

II. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ GIẢI PT MŨ VÀ LOGARIT

1. Phương pháp

Phương pháp dùng ẩn phụ là việc sử dụng một (hoặc nhiều) ẩn phụ để chuyển phương trình ban đầu thành một phương trình hoặc hệ phương trình với một (hoặc nhiều) ẩn phụ.

a. Các phép đặt ẩn phụ thường gặp sau đối với phương trình mũ:

Dạng 1: Phương trình $\alpha_k a^{kx}+\alpha_{k-1}a^{(k-1)x}...\alpha_1 a^x+a_0=0$, khi đó đặt $t=a^x$, điều kiện $t>0$, ta được: $\alpha_k t^k+\alpha_{k-1}t^{(k-1)}...\alpha_1 t+a_0=0$

Mở rộng: Nếu đặt $t=a^{f(x)}$, điều kiện hẹp $t>0$.

Khi đó: $a^{2f(x)}=t^2, a^{3f(x)}=t^3,...,a^{kf(x)}=t^k$ và $a^{-f(x)}=\dfrac{1}{t}$.

Dạng 2: Phương trình $\alpha_1 a^x+\alpha_2 b^x+\alpha_3=0$, với $a.b=1$

Khi đó, đặt $t=a^x$, điều kiện $t>0$, suy ra $b^x=\dfrac{1}{t}$, ta được:

$$\alpha_1 t+\frac{\alpha_2}{t}+\alpha_3=0 \Leftrightarrow \alpha_1 t^2+\alpha_3 t+\alpha_2=0 .$$

Mở rộng: Với $a.b=1$ thì khi đặt $t=a^{f(x)}$, điều kiện hẹp $t>0$, suy ra $b^{f(x)}=\dfrac{1}{t}$.

Dạng 3: Phương trình $\alpha_1 a^{2x}+\alpha_2\left(ab\right)^x+\alpha_3 b^{2x}=0$.

Khi đó chia hai vế của phương trình cho $b^{2x}>0$ (hoặc $a^{2x},\left(a.b\right)^x$), ta được:

$$\alpha_1\left(\frac{a}{b}\right)^{2x}+\alpha_2\left(\frac{a}{b}\right)^x+\alpha_3=0$$

Đặt $t=\left(\dfrac{a}{b}\right)^x$, điều kiện $t>0$, ta được $\alpha_1 t^2+\alpha_2 t+\alpha_3=0$.

Mở rộng: Với phương trình mũ có chứa các nhân tử $a^{2f(x)},b^{2f(x)},\left(a.b\right)^{f(x)}$, ta thực hiện theo các bước sau:

- Chia hai vế của phương trình cho $b^{2f(x)}>0$ (hoặc $a^{2f(x)},\left(a.b\right)^{f(x)}$).

- Đặt $t=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{f(x)}$, điều kiện hẹp $t>0$.

Chú ý: Ta sử dụng ngôn từ *điều kiện hẹp* $t>0$ cho trường hợp đặt $t=a^{f(x)}$ vì:

- Nếu đặt $t=a^x$ thì $t>0$ là điều kiện đúng.
- Nếu đặt $t=2^{x^2+1}$ thì $t>0$ chỉ là điều kiện hẹp, bởi thực chất điều kiện cho t phải là $t\ge 2$. Điều này đặc biệt quan trong cho lớp các bài toán có chứa tham số.

b. Các phép đặt ẩn phụ thường gặp sau đối với phương trình logarit:

Dạng 1: Nếu đặt $t=\log_a x$ với $x>0$ thì $\log_a^k x=t^k$, $\log_x a=\dfrac{1}{t}$ với $0<x\ne 1$.

Dạng 2: Ta biết rằng $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$, do đó nếu đặt $t=a^{\log_b x}$ thì $t=x^{\log_b a}$

Tuy nhiên, trong nhiều bài toán có chứa $a^{\log_b x}$, ta thường đặt ẩn phụ dần với $t=\log_b x$.

2. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: *Giải các phương trình sau:*

① $4^x+3.2^{x+1}-16=0$. ② $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x=4.$

Lời giải:

① Đặt $t=2^x$ (điều kiện $t>0$).

Phương trình được biến đổi về dạng:

$$2^{2x}+6.2^x-16=0\Leftrightarrow t^2+6t-16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-8\ (loại)\\ t=2\end{array}\right.\Leftrightarrow 2^x=2\Leftrightarrow x=1.$$

Vậy, phương trình có nghiệm $x=1$.

② Nhận xét rằng:

$$\sqrt{2-\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}=1.$$

Do đó, nếu đặt t $=\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x$, điều kiện $t>0$, thì $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x=\dfrac{1}{t}$.

Khi đó phương trình tương đương với:

$$t+\frac{1}{t}=4\Leftrightarrow t^2-4t+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2+\sqrt{3}\\ t=2-\sqrt{3}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x=2+\sqrt{3}\\ \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x=2-\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{x}{2}}=2+\sqrt{3}\\ \left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{x}{2}}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x}{2}=1\\ \dfrac{x}{2}=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-2\end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=\pm 2$.

Nhận xét: Như vậy, thông qua thí dụ trên chúng ta đã được làm quen với hai dạng đặt ẩn phụ cơ bản của phương trình mũ. Và ở đó:

- Với câu ① chúng ta cần tới phép biến đổi $4^x = 2^{2x}$ và $2^{x+1} = 2.2^x$ để định hướng cho ẩn phụ $t = 2^x$.
- Với câu ② các em học sinh cần biết cách mở rộng phương pháp cho dạng phương trình: $\alpha_1 a^x + \alpha_2 b^x + \alpha_3 c^x = 0$, với $a.b = c^2$.

Bài toán 2: *Giải các phương trình sau*:

① $3^{x+1} + 18.3^{-x} = 29$. ② $5.4^x - 2.6^x = 3^{2x+1}$.

Lời giải:

① Đặt $t = 3^x$, điều kiện $t > 0$.

Biến đổi phương trình về dạng:

$$3.3^x + 18.\frac{1}{3^x} = 29 \Leftrightarrow 3t + \frac{18}{t} = 29 \Leftrightarrow 3t^2 - 29t + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 9 \\ t = \frac{2}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 9 \\ 3^x = \frac{2}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 3^2 \\ 3^{x+1} = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x + 1 = \log_3 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \log_3 2 - 1 \end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x = 2$ hoặc $x = \log_3 2 - 1$.

② Viết lại phương trình dưới dạng:

$$5.2^{2x} - 2.(2.3)^x = 3.3^{2x}.$$

Chia cả hai vế của phương trình cho $3^{2z} > 0$, ta được:

$$5\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 2\left(\frac{2}{3}\right)^x = 3 \Leftrightarrow 5\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 2\left(\frac{2}{3}\right)^x - 3 = 0.$$

Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$, điều kiện $t > 0$, ta được:

$$5t^2 - 2t - 3 = 0 \overset{t>0}{\Leftrightarrow} t = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy, phương trình có nghiệm $x = 0$.

Bài toán 3: *Giải các phương trình sau*:

① $\log_3^2 x^3 - 20\log_3\sqrt{x} + 1 = 0$. ② $\log_{9x} 27 - \log_{3x} 3 + \log_9 243 = 0$.

Lời giải:

① Điều kiện $x > 0$.

Biến đổi phương trình về dạng:

$$(3\log_3 x)^2 - 20.\frac{1}{2}\log_3 x + 1 = 0 \Leftrightarrow 9\log_3{}^2 x - 10\log_3 x + 1 = 0.$$

Đặt $t = \log_3 x$, ta biến đổi phương trình về dạng:

$$9t^2-10t+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=1/9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\\log_3 x=1/9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=3^{\frac{1}{9}}=\sqrt[9]{3}\end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=3$ hoặc $x=\sqrt[9]{3}$.

② Điều kiện: $\begin{cases}0<9x\neq 1\\0<3x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow x\in(0;+\infty)\backslash\left\{\frac{1}{9};\frac{1}{3}\right\}$.

Biến đổi phương trình về dạng:

$$3\log_{9x}3-\log_{3x}3+\frac{1}{2}.5\log_3 3=0\Leftrightarrow\frac{3}{\log_3 9x}-\frac{1}{\log_3 3x}+\frac{5}{2}=0\Leftrightarrow\frac{3}{1+\log_3 3x}-\frac{1}{\log_3 3x}+\frac{5}{2}=0.$$

Đặt $t=\log_3 3x$, ta biến đổi phương trình về dạng:

$$\frac{3}{1+t}-\frac{1}{t}+\frac{5}{2}=0\Leftrightarrow 6t-2(1+t)+5t(1+t)=0\Leftrightarrow 5t^2+9t-2=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0,2\\t=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 3x=0,2\\\log_3 3x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x=3^{0,2}\\3x=3^{-2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3^{-0,8}\\x=3^{-3}\end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=3^{-0,8}$ hoặc $x=3^{-3}$.

Nhận xét: Như vậy, thông qua thí dụ trên chúng ta đã được làm quen với dạng đặt ẩn phụ cơ bản của phương trình logarit. Và ở đó:

- Với câu ①, các em học sinh dễ nhận thấy ẩn phụ $t=\log_3 x$. Tuy nhiên, rất nhiều em biến đổi nhầm $\log_3^2 x^3=3\log_3^2 x$.
- Với câu ②, chúng ta cần sử dụng công thức đổi cơ số để làm xuất hiện ẩn phụ.

Bài toán 4: *Giải các phương trình sau*:

① $\dfrac{\log_2 x}{\log_4 2x}=\dfrac{\log_8 4x}{\log_{16} 8x}$. ② $3^{\log_2 x^3}+12^{\log_2 x}=2.x^{\log_2 8}$.

Lời giải:

① Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\0<2x\neq 1\\0<8x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow x\in(0;+\infty)\backslash\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{8}\right\}$. (*)

Biến đổi phương trình về dạng:

$$\frac{\log_2 x}{\frac{1}{2}\log_2 2x}=\frac{\frac{1}{3}\log_2 4x}{\frac{1}{4}\log_2 8x}\Leftrightarrow\frac{\log_2 x}{1+\log_2 x}=\frac{2(2+\log_2 x)}{3(3+\log_2 x)}.$$

Đặt $t=\log_2 x$, ta biến đổi phương trình về dạng:

$$\frac{t}{1+t}=\frac{2(2+t)}{3(3+t)}\Leftrightarrow t^2+3t-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\\log_2 x=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\frac{1}{16}\end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=2$ hoặc $x=\frac{1}{16}$.

② Điều kiện $x>0$.

Biến đổi phương trình về dạng:

$$3^{3\log_2 x}+12^{\log_2 x}=2.8^{\log_2 x} \Leftrightarrow 3^{3\log_2 x}+(3.2^2)^{\log_2 x}=2.2^{3\log_2 x}. \qquad (**)$$

Đặt t = log3x, ta biến đổi phương trình về dạng:

$$3^{3t}+(3.2^2)^t=2.2^{3t} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{3t}+\left(\frac{3}{2}\right)^t=2.$$

Đặt $u=\left(\frac{3}{2}\right)^t$ (điều kiện $u>0$), ta biến đổi phương trình về dạng:

$$u^3+u-2=0 \Leftrightarrow (u-1)\left(u^2+u+2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=1 \\ u^2+u+2=0 \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t=1 \Leftrightarrow t=0 \Leftrightarrow \log_3 x=0 \Leftrightarrow x=1 .$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=1$.

Nhận xét: Với câu ② các em học sinh có thể giảm bớt một lần đặt ẩn phụ bằng cách chia hai vế của phương trình (*) cho $2^{3\log_2 x}$.

Bài toán 5: *Giải phương trình* $\lg^2 x-\lg x.\log_2(4x)+2\log_2 x=0$.

Lời giải:

Điều kiện $x>0$.

Biến đổi phương trình về dạng:

$$\lg^2 x-\left(2+\log_2 x\right)\lg x+2\log_2 x=0.$$

Đặt $t=\lg x$, khi đó phương trình tương đương với:

$$t^2-\left(2+\log_2 x\right).t+2\log_2 x=0$$

ta có: $\Delta=\left(2+\log_2 x\right)^2-8\log_2 x=(2-\log_2 x)^2$

suy ra phương trình có nghiệm:

$$\left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=\log_2 x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \lg x=2 \\ \lg x=\dfrac{\lg x}{\lg 2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \lg x=2 \\ \lg x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=100 \\ x=1 \end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có hai nghiệm $x=100$ và $x=1$.

Chú ý: Một mở rộng khá tự nhiên của phương pháp đặt ẩn phụ kiểu này là chúng ta có thể sử dụng ngay các hằng số hoặc các tham số trong phương trình để làm ẩn phụ, phương pháp này có tên gọi là "*Phương pháp hằng số biến thiên*".

III. PHƯƠNG PHÁP LOGARIT HÓA GIẢI PT MŨ VÀ LOGARIT

1. Phương pháp

Ta có thể giải một phương trình có hai vế luôn dương bằng cách lấy logarit hai vế theo cùng một cơ số thích hợp.

Cụ thể:

$$a^{f(x)}=b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)}=\log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x)=g(x).\log_a b \text{ hoặc}$$

$$\log_b a^{f(x)}=\log_b b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x).\log_b a=g(x)$$

$$\text{hoặc } \log_c a^{f(x)}=\log_c b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x).\log_c a=g(x).\log_c b.$$

Chú ý: Phương pháp logarit hoá tỏ ra rất hiệu lực khi hai vế phương trình có dạng tích các luỹ thừa.

2. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: *Giải các phương trình sau*:

① $2^{3^x}=3^{2^x}$. ② $5^x.8^{\frac{x-1}{x}}=500$.

Lời giải:

① Ta trình bày theo các cách sau:

Cách 1: Lấy logarit cơ số 3 hai vế của phương trình, ta được:

$$\log_3 2^{3^x}=\log_3 3^{2^x} \Leftrightarrow 3^x\log_3 2=2^x \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x=\log_3 2 \Leftrightarrow x=\log_{\frac{2}{3}}\log_3 2.$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=\log_{\frac{2}{3}}\log_3 2$.

Cách 2: Lấy logarit cơ số 2 hai vế của phương trình, ta được:

$$\log_2 2^{3^x}=\log_2 3^{2^x} \Leftrightarrow 3^x=2^x\log_2 3 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x=\log_2 3 \Leftrightarrow x=\log_{\frac{3}{2}}\log_2 3.$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=\log_{\frac{3}{2}}\log_2 3$.

Cách 3: Lấy logarit cơ số 10 hai vế của phương trình, ta được:

$$\lg=\lg \Leftrightarrow 3^x\lg 2=2^x\lg 3 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{\lg 3}{\lg 2} \Leftrightarrow x=\log_{\frac{3}{2}}\log_2 3.$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=\log_{\frac{3}{2}}\log_2 3$.

② Điều kiện $x\neq 0$. Tới đây, ta trình bày theo các cách sau:

Cách 1: Lấy logarit cơ số 5 hai vế của phương trình, ta được:

$$\log_5\left(5^x.8^{\frac{x-1}{x}}\right)=\log_5 500 \Leftrightarrow \log_5 5^x+\log_5 8^{\frac{x-1}{x}}=\log_5 125+\log_5 4$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{x-1}{x}\log_5 8=3+2\log_5 2 \Leftrightarrow x^2+3(x-1)\log_5 2=x\left(3+2\log_5 2\right)$$

$$\Leftrightarrow x^2+\left(\log_5 2-3\right)x-3\log_5 2=0$$

ta có $\Delta=\left(\log_5 2-3\right)^2+12\log_5 2=\left(\log_5 2+3\right)^2$ phương trình có nghiệm:

$$x=\frac{3-\log_5 2\pm(\log_5 2+3)}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-\log_5 2\end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có hai nghiệm $x=3, x=-\log_5 2$.

Cách 2: Biến đổi phương trình về dạng:

$$5^x.8^{\frac{x-1}{x}}=500\Leftrightarrow 5^x.2^{3.\frac{x-1}{x}}=5^3.2^2\Leftrightarrow 5^{x-3}.2^{\frac{x-3}{x}}=1.$$

Lấy logarit cơ số 2 hai vế, ta được:

$$\log_2\left(5^{x-3}.2^{\frac{x-3}{x}}\right)=0\Leftrightarrow \log_2 5^{x-3}+\log_2 2^{\frac{x-3}{x}}=0\Leftrightarrow\left(x-3\right)\log_2 5+\frac{x-3}{x}=0$$

$$\Leftrightarrow\left(x-3\right)\left(\log_2 5+\frac{1}{x}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-\dfrac{1}{\log_2 5}=-\log_5 2\end{array}\right.$$

Vậy, phương trình có hai nghiệm $x=3, x=-\log_5 2$.

Nhận xét: Như vậy, thông qua thí dụ trên chúng ta đã được làm quen với phương pháp logarit hóa. Và ở đó:

- Với câu ① đã trình bày các cách lấy logarit hóa hai vế của một phương trình.
- Với câu ② các em học sinh sẽ nhận thấy tính linh hoạt trong việc sử dụng các phép biến đổi đại số trước khi thực hiện phép logarit hóa hai vế của một phương trình để giảm thiểu tính phức tạp.

Bài toán 2: *Giải các phương trình sau*:

① $3^{2-\log_3 x}=81x$. ② $x^6.5^{-\log_x 5}=5^{-5}$.

Lời giải:

① Điều kiện $x>0$.

Lấy logarit cơ số 3 cả hai vế của phương trình, ta được:

$$\log_3 3^{2-\log_3 x}=\log_3\left(81x\right)\Leftrightarrow 2-\log_3 x=4+\log_3 x\Leftrightarrow\log_3 x=-1\Leftrightarrow x=3^{-1}.$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=3^{-1}$.

② Điều kiện $0<x\neq 1$.

Lấy logarit cơ số 5 cả hai vế của phương trình, ta được:

$$\log_5\left(x^6.5^{-\log_x 5}\right)=\log_5 5^{-5}\Leftrightarrow\log_5 x^6+\log_5 5^{-\log_x 5}=-5\Leftrightarrow 6\log_5 x-\log_x 5=-5.$$

Đặt $t=\log_5 x$, ta biến đổi phương trình về dạng:

$$6t-\frac{1}{t}=-5\Leftrightarrow 6t^2+5t-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=1/6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_5 x=-1\\\log_5 x=1/6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5^{-1}\\x=\sqrt[6]{5}\end{array}\right..$$

Vậy, phương trình có nghiệm là $x=5^{-1}$ hoặc $x=\sqrt[6]{5}$.

IV. PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ ĐỂ GIẢI PT MŨ VÀ LOGARIT

1. Phương pháp

Ta sử dụng các tính chất sau:

Tính chất 1 : Nếu hàm $f(x)$ tăng (hoặc giảm) trong khoảng (a,b) thì phương trình $f(x)=k$ có không quá một nghiệm trong khoảng (a,b).

Phương pháp áp dụng: ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Chuyển phương trình về dạng $f(x)=k$.

Bước 2: Xét hàm số $y=f(x)$.

Dùng lập luận khẳng định hàm số là đơn điệu (giả sử đồng biến).

Bước 3: Nhận xét:

- Với $x=x_0 \Leftrightarrow f(x)=f(x_0)=k$, do đó $x=x_0$ là nghiệm
- Với $x>x_0 \Leftrightarrow f(x)>f(x_0) \Leftrightarrow f(x)>k$, do đó phương trình vô nghiệm.
- Với $x<x_0 \Leftrightarrow f(x)<f(x_0) \Leftrightarrow f(x)<k$, do đó phương trình vô nghiệm.

Bước 4: Vậy $x=x_0$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Tính chất 2. Nếu hàm $f(x)$ tăng trong khoảng $(a;b)$ và hàm $g(x)$ là hàm hằng hoặc là một hàm giảm trong khoảng $(a;b)$ thì phương trình $f(x)=g(x)$ có nhiều nhất một nghiệm thuộc khoảng $(a;b)$ (do đó nếu tồn tại $x_0 \in (a;b): f(x_0)=g(x_0)$ thì đó là nghiệm duy nhất của phương trình $f(x)=g(x)$).

2. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: *Giải các phương trình sau:*

① $2^x+3^x=5$. ② $\log_2(x+2)+\log_3(x+3)=2$.

Lời giải:

① Nhận xét rằng:

- Vế trái của phương trình là một hàm đồng biến.
- Vế phải của phương trình là một hàm hằng.

Do vậy, nếu phương trình có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất.

Nhận xét rằng $x=1$ là nghiệm của phương trình vì $2^1+3^1=5$, đúng.

Vậy, phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

② Điều kiện $x\ge -2$. Nhận xét rằng:

- Vế trái của phương trình là một hàm đồng biến.
- Vế phải của phương trình là một hàm hằng.

Do vậy, nếu phương trình có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất.

Nhận xét rằng $x=0$ là nghiệm của phương trình vì $\log_2 2+\log_3 3=2$, đúng.

Vậy, phương trình có nghiệm duy nhất $x=0$.

Bài toán 2: *Giải các phương trình sau:*

① $3^x = 4 - x$. ② $\log_3 x = 4 - x$.

Lời giải:

① Nhận xét rằng:

- Vế trái của phương trình là một hàm đồng biến.
- Vế phải của phương trình là một hàm nghịch biến.

Do vậy, nếu phương trình có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất.

Nhận xét rằng $x = 1$ là nghiệm của phương trình vì: $3^1 = 4 - 1 \Leftrightarrow 3 = 3$, đúng.

Vậy, phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.

② Nhận xét rằng:

- Vế trái của phương trình là một hàm đồng biến.
- Vế phải của phương trình là một hàm nghịch biến.

Do vậy, nếu phương trình có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất.

Nhận xét rằng $x = 3$ là nghiệm của phương trình vì: $\log_3 3 = 4 - 3 \Leftrightarrow 1 = 1$, đúng.

Vậy, phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$.

Bài toán 3: *Giải phương trình* $3^{1-x} - \log_2 x - 1 = 0$.

Lời giải:

Điều kiện $x > 0$.

Viết lại phương trình dưới dạng: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} = \log_2 x + 1$.

Nhận xét rằng:

- Vế trái của phương trình là một hàm nghịch biến.
- Vế phải của phương trình là một hàm đồng biến.

Do vậy, nếu phương trình có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất.

Nhận xét rằng x = 1 là nghiệm của phương trình vì: $\left(\frac{1}{3}\right)^{1-1} = \log_2 1 + 1 \Leftrightarrow$ 1 = 1, đúng.

Vậy, phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Chú ý: 1. Đối với phương trình logarit có một dạng rất đặc biệt, đó là:

$$s^{ax+b} = c.\log_s(dx+e) + \alpha x + \beta \text{ với } d = ac + \alpha \text{ và } e = bc + \beta \quad (*)$$

Với dạng phương trình này, ta thực hiện như sau:

Điều kiện: $\begin{cases} 0 < s \neq 1 \\ dx + e > 0 \end{cases}$.

Đặt $ay + b = \log_s(dx+e)$.

Khi đó, phương trình được chuyển thành hệ:

$$\begin{cases} s^{ax+b} = c(ay+b)+\alpha x+\beta \\ ay+b=\log_s(dx+e) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s^{ax+b} = acy+\alpha x+bc+\beta \\ s^{ay+b} = dx+e \end{cases}$$

$$\begin{cases} s^{ax+b} = acy+(d-ac)x+e & (1) \\ s^{ay+b} = dx+e & (2) \end{cases}. \qquad \text{(I)}$$

Trừ theo vế hai phương trình của (I), ta được:

$$s^{ax+b}+acx = s^{ay+b}+acy. \qquad (3)$$

Xét hàm số $f(t)=s^{at+b}+act$ là hàm đơn điệu trên R.

Khi đó (3) được viết lại dưới dạng:

$$f(x)=f(y) \Leftrightarrow x=y.$$

Khi đó (2) có dạng: $s^{ax+b}-dx-e=0$. (4)

Dùng phương pháp hàm số để xác định nghiệm của (4).

2. Để sử dụng được phương pháp trên cần phải khéo léo biến đổi phương trình ban đầu về dạng thoả mãn điều kiện (*).

Bài toán 4: *Giải phương trình*:

$$6^x = 3\log_6(5x+1)+2x+1.$$

Lời giải:

Điều kiện: $5x+1>0 \Leftrightarrow x>-\frac{1}{5}$.

Đặt $y=\log_6(5x+1)$. Khi đó, phương trình được chuyển thành hệ:

$$\begin{cases} 6^x = 3y+2x+1 \\ y=\log_6(5x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6^x = 2x+3y+1 & (1) \\ 6^y = 5x+1 & (2) \end{cases}. \qquad \text{(I)}$$

Trừ theo vế hai phương trình của (I), ta được:

$$6^x+3x=6^y+3y. \qquad (3)$$

Xét hàm số $f(t)=6^t+3t$ là hàm đơn điệu trên R.

Khi đó (3) được viết lại dưới dạng: $f(x)=f(y) \Leftrightarrow x=y$.

Khi đó (2) có dạng: $6^x-5x-1=0$. (4)

Cách 1: Sử dụng bất đẳng thức Bernoulli

$$(4) \Leftrightarrow 6^x+(1-6)x=1 \overset{Bernoulli}{\Leftrightarrow} x=0 \text{ hoặc } x=1.$$

Vậy, phương trình có hai nghiệm $x=0$ và $x=1$.

Cách 2: (*Sử dụng định lý Rôn*): Xét hàm số $g(x)=6^x-5x-1$.

- Miền xác định: $D=(-\frac{1}{5};+\infty)$.
- Đạo hàm: $g'(x)=6^x.\ln 6-5$, $g''(x)=6^x.\ln^2 6>0, \forall x\in D$

$\Rightarrow g'(x)$ là hàm đồng biến trên D.

Vậy theo định lý Rôn phương trình $g(x)=0$ có không quá 2 nghiệm trên D.

Nhận xét rằng $g(0)=g(1)=0$.

Vậy, phương trình có hai nghiệm $x=0$ và $x=1$.

Chú ý: Ta xét dạng phương trình lặp:

$f\left[f(x)\right]=x$, trong đó $f(x)$ là hàm đồng biến trên tập xác định D.

Khi đó ta thực hiện:

Đặt $y=f(x)$, khi đó phương trình được chuyển thành hệ:

$$\begin{cases} f(y)=x & (1) \\ y=f(x) & (2) \end{cases}. \qquad \text{(I)}$$

Cộng theo vế hai phương trình của (I), ta được:

$$f(y)+y=f(x)+x. \qquad (3)$$

Xét hàm số $A(t)=f(t)+t$ là hàm đồng biến trên D (bởi $f(t)$ là hàm đồng biến).

Khi đó (3) được viết lại dưới dạng:

$$A(x)=A(y)\Leftrightarrow x=y.$$

Khi đó (1) có dạng: $f(x)=x$ (4)

Dùng phương pháp hàm số để xác định nghiệm của (4).

Ví dụ sau sẽ minh hoạ cụ thể dạng phương trình kiểu này.

Bài toán 5: Giải phương trình $\log_2[3\log_2(3x-1)-1]=x$.

Lời giải:

Điều kiện

$$\begin{cases} 3x-1>0 \\ 3\log_2(3x-1)-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1>0 \\ 3x-1>2^{\frac{1}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3}.$$

Đặt $y=\log_2(3x-1)$.

Khi đó, phương trình được chuyển thành hệ:

$$\begin{cases} \log_2(3y-1)=x & (1) \\ y=\log_2(3x-1) & (2) \end{cases}. \qquad \text{(I)}$$

Cộng theo vế hai phương trình của (I), ta được:

$$\log_2(3y-1)+y=\log_2(3x-1)+x. \qquad (3)$$

Xét hàm số $f(t)=\log_2(3t-1)+t$, ta có:

- Miền xác định $D = \left(\frac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3}; +\infty \right)$

- Đạo hàm: $f'(t)\frac{3}{(3t-1)\ln 2} + 1 > 0, \forall t \in D$.

Suy ra hàm số đồng biến trên D.

Khi đó (3) được viết lại dưới dạng: $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$.

Khi đó (1) có dạng:

$$\log_2(3x-1) = x \Leftrightarrow 3x-1 = 2^x \Leftrightarrow 2^x - 3x + 1 = 0. \quad (4)$$

Xét hàm số $g(x) = 2^x - 3x + 1$, ta có:

- Miền xác định: $D = \left(\frac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3}; +\infty \right)$

- Đạo hàm: $g'(x) = 2^x.\ln 2 - 3, \quad g''(x) = 2^x.\ln^2 2 > 0, \forall x \in D$

  $\Rightarrow g'(x)$ là hàm đồng biến trên D.

Vậy theo định lý Rôn phương trình $g(x) = 0$ có không quá 2 nghiệm trên D.

Nhận xét rằng $g(1) = g(3) = 0$.

Vậy, phương trình có hai nghiệm $x = 1$ và $x = 3$.

V. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

1. Phương pháp

Bước 1: Tách m ra khỏi biến số x và đưa về dạng $f(x)=A(m)$.

Bước 2: Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x)$ trên D.

Bước 3: Dựa vào bảng biến thiên để xác định giá trị tham số $A(m)$ để đường thẳng $y=A(m)$ nằm ngang cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Bước 4: Kết luận các giá trị của $A(m)$ để phương trình $f(x)=A(m)$ có nghiệm (hoặc có k nghiệm) trên D.

✍ **Lưu ý:**

- Nếu hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên D thì giá trị $A(m)$ cần tìm là những m thỏa mãn: $\min\limits_{x\in D} f(x)\le A(m)\le \max\limits_{x\in D} f(x)$.
- Nếu bài toán yêu cầu tìm tham số để phương trình có k nghiệm phân biệt, ta chỉ cần dựa vào bảng biến thiên để xác định sao cho đường thẳng $y=A(m)$ nằm ngang cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại k điểm phân biệt.
- Khi đặt ẩn số phụ để đổi biến, ta cần đặt điều kiện cho biến mới chính xác, nếu không sẽ làm thay đổi kết quả của bài toán do đổi miền giá trị của nó, dẫn đến kết quả sai lầm là hiển nhiên

2. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: Giải và biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $2^x+3=m\sqrt{4^x+1}$ $\quad(*)$.

Lời giải:

Đặt $t=2^x, t>0$. Phương trình $(*)\Leftrightarrow t+3=m\sqrt{t^2+1}\Leftrightarrow m=\dfrac{t+3}{\sqrt{t^2+1}}$ $\quad(1)$.

Xét hàm số: $f(t)=\dfrac{t+3}{\sqrt{t^2+1}}$ xác định trên tập $D=(0;+\infty)$.

Ta có: $f'(t)=\dfrac{1-3t}{(t^2+1)\sqrt{t^2+1}}$. Cho $f'(t)=0\Leftrightarrow 1-3t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'			$+$	0	$-$	
y		3	$\nearrow$	$\sqrt{10}$	$\searrow$	1

Dựa vào bảng biến thiên

Với $m>\sqrt{10}$ hoặc $m<1$ phương trình vô nghiệm.

Với $1 < m \le 3$ hoặc $m = \sqrt{10}$ phương trình có nghiệm duy nhất.

Với $3 < m < \sqrt{10}$ phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Bài toán 2: Tìm m để phương trình: $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$ $(*)$ có nghiệm.

Lời giải:

Điều kiện: $-1 \le x \le 1$. Đặt: $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$; $x \in [-1;1] \Rightarrow t \in [3;9]$.

Ta có: $(*) \Leftrightarrow t^2 - (m+2)t + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow (t-2)m = t^2 - 2t + 1 \Leftrightarrow m = \dfrac{t^2 - 2t + 1}{t-2}$

Xét hàm số: $f(t) = \dfrac{t^2 - 2t + 1}{t-2}$ với $t \in [3;9]$.

Ta có: $f'(t) = \dfrac{t^2 - 4t + 3}{(t-2)^2}$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right.$.

Cho $t' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2 - x^2} = x \Leftrightarrow x = 1$.

x	$-\infty$	3		9	$+\infty$
$f'(t)$			$+$		
$f(t)$		4	$\nearrow$	$\frac{64}{7}$	

Kết luận: Phương trình có nghiệm $4 \le m \le \dfrac{64}{7}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Bài toán 3: Tìm m để phương trình: $2.4^{\sqrt{x}-1} - 5.2^{\sqrt{x}-1} + m = 0$, $(*)$ có nghiệm

Lời giải:

Đặt $t = 2^{\sqrt{x}-1}$, điều kiện $t \ge \dfrac{1}{2}$ vì $\sqrt{x} - 1 \ge 1$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow 2t^2 - 5t = -m$.

Xét hàm số $y = -2t^2 + 5t$ trên $\left[\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$.

Ta có: $y' = -4t + 5$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{5}{4}$.

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	
y		2	$\nearrow$	$\frac{25}{8}$	$\searrow$	$-\infty$

Kết luận: Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \le \dfrac{25}{8}$.

Bài toán 4: Tìm m để phương trình: $5^{x^2+2mx+2}-5^{2x^2+4mx+2}=x^2+2mx+m,\ (*)$ vô nghiệm.

Lời giải:

Đặt $t=x^2+2mx+2$, phương trình

$(*)\Leftrightarrow 5^t-5^{2t+m-2}=t+m-2\Leftrightarrow 5^t+t=5^{2t+m-2}+2t+m-2.\ (1).$

Xét hàm số: $f(t)=5^t+t.$

+ Miền xác định: $D=\mathbb{R}.$

+ Đạo hàm $f'(t)=5^t.\ln 5+1>0,\quad \forall x\in D\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $D.$

Vậy phương trình

$(1)\ \Leftrightarrow f(t)=f(2t+m-2)\Leftrightarrow t=2t+m-2\Leftrightarrow t+m-2\Leftrightarrow x^2+2mx+m=0.\ (2).$

Xét phương trình (2) ta có: $\Delta'=m^2-m.$

∘ Nếu $\Delta'=m^2-m<0\Leftrightarrow 0<m<1.$ Phương trình (2) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ vô nghiệm.

∘ Nếu $\Delta'=m^2-m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$.

+ Với $m=0$ phương trình có nghiệm kép $x=0.$

+ Với $m=1$ phương trình có nghiệm kép $x=-1.$

∘ Nếu $\Delta'=m^2-m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<0\\m>1\end{array}\right.$. Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1=-m-\sqrt{m^2-m}$ và $x_2=-m+\sqrt{m^2-m}.$

Bài toán 5: Tìm m để phương trình: $m.2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}==2.2^{6-5x}+m,\ (*)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Lời giải:

Ta có: $(*)\Leftrightarrow m.2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2^{7-5x}+m\Leftrightarrow m.2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2^{(x^2-5x+6)+(1-x^2)}+m.$

$\Leftrightarrow m.2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2^{x^2-5x+6}.2^{1-x^2}+m.\quad (1)$

Đặt $u=2^{x^2-5x+6}$ và $v=2^{1-x^2}$ với $u,v>0$. Khi đó phương trình (1) tương đương với:

$$mu+v=uv+m\Leftrightarrow(u-1)(v-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=1\\v=m\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x^2-5x+6}=1\\2^{1-x^2}=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-5x+6=0\\2^{1-x^2}=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\\2^{1-x^2}=m,\end{array}\right.\quad(2)$$

$$(2)\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\1-x^2=\log_2 m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\x^2=1-\log_2 m\end{cases}.$$

Phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 2 và 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 1-\log_2 m>0 \\ 1-\log_2 m\neq 4 \\ 1-\log_2 m\neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m<2 \\ m\neq \dfrac{1}{8} \\ m\neq \dfrac{1}{256} \end{cases} \Leftrightarrow m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{8};\frac{1}{256}\right\}.$$

Vậy với $m\in(0;2)\setminus\left\{\frac{1}{8};\frac{1}{256}\right\}$ thì phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Bài toán 6: Tìm tham số thực m để phương trình: $\log^2{}_3 x+\log_3 x+m=0$ có nghiệm.

Lời giải:

Tập xác định $\mathrm{D}=(0;+\infty)$.

Đặt $\log_3 x=t$. Khi đó phương trình trở thành $t^2+t+m=0\,(*)$

Phương trình đã cho có nghiệm khi phương trình $(*)$ có nghiệm: $\Delta=1-4m\geq 0\Leftrightarrow m\leq\frac{1}{4}$.

Vậy để phương trình có nghiệm thực thì: $m\leq\frac{1}{4}$.

Bài toán 7:

Tìm tham số thực m để phương trình: $\log_2(5^x-1)\log_4(2.5^x-2)=m$ có nghiệm thực $x\geq 1$.

Lời giải:

Điều kiện: $5^x-1>0\Leftrightarrow x>0$

$\log_2(5^x-1)\log_4(2.5^x-2)=m\Leftrightarrow \log_2(5^x-1)\frac{1}{2}\log_2\left(2(5^x-1)\right)=m$

$\Leftrightarrow \log_2(5^x-1)\left(1+\log_2(5^x-1)\right)=2m\Leftrightarrow \log^2{}_2(5^x-1)+\log_2(5^x-1)=2m$

Đặt $\log_2(5^x-1)=t$. Khi đó phương trình đã cho trở thành $t^2+t-2m=0\,(*)$

Phương trình đã cho có nghiệm $x\geq 1$ khi phương trình $(*)$ có nghiệm $t\geq 2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1\geq t_2\geq 2\,(**) \\ t_1\leq 2\leq t_2\,(***) \end{array}\right.$ (Loại $(**)$ vì nếu $\Delta=1+8m\geq 0$ thì $(*)$ có nghiệm

$\left[\begin{array}{l} t_1=\dfrac{-1-\sqrt{1+8m}}{2}<2,\forall m \\ t_1=\dfrac{-1+\sqrt{1+8m}}{2} \end{array}\right.$)

Ta có $(***)\Leftrightarrow af(2)\leq 0\Leftrightarrow 6-2m\leq 0\Leftrightarrow m\geq 3$

Vậy phương trình có nghiệm thực $x\geq 1$ thì $m\geq 3$.

Bài toán 8: Tìm tham số thực m để phương trình: $\dfrac{\log(mx)}{\log(x+1)}=2$ có nghiệm thực duy nhất.

Lời giải:

Tập xác định: $\begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \end{cases}$.

$\dfrac{\log(mx)}{\log(x+1)}=2 \Leftrightarrow \log(mx)=2\log(x+1) \Leftrightarrow \log(mx)=\log(x+1)^2 \Leftrightarrow mx=(x+1)^2$

$\Leftrightarrow x^2+(2-m)x+1=0\,(*)$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi phương trình $(*)$ có một nghiệm thỏa mãn

$\begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \end{cases}$ (Ta thấy $(*)$ luôn có nghiệm khác 0)

+ TH1: phương trình $(*)$ có hai nghiệm thỏa mãn $-1<x_1\le x_2$:

$$\begin{cases} \Delta=m^2-4m\ge 0 \\ af(-1)>0 \\ \dfrac{S}{2}=\dfrac{m-2}{2}>-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m\ge 4 \\ m\le 0 \end{array}\right. \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 4$$

+ TH2: phương trình $(*)$ có hai nghiệm thỏa mãn $x_1<-1<x_2$: $af(-1)<0 \Leftrightarrow m<0$.

Các giá trị m cần tìm $\left[\begin{array}{l} m\ge 4 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Bài toán 9:

Tìm tham số thực m để phương trình: $m\log^2_{\frac{1}{2}}(x-4)-2(m^2+1)\log_{\frac{1}{2}}(x-4)+m^3+m+2=0$ có hai nghiệm thực phân biệt trong khoảng $(4;6)$.

Lời giải:

Đặt $\log_{\frac{1}{2}}(x-4)=t$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $mt^2-2(m^2+1)t+m^3+m+2=0\,(*)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt $-1<t_1\le t_2$:

$$\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ t_1+1>0 \\ t_2+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'=(m-1)^2>0 \\ (t_1+1)(t_2+1)>0 \\ (t_1+1)+(t_2+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \\ t_1t_2+(t_1+t_2)+1>0 \\ (t_1+t_2)+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \\ \dfrac{m^3+m+2}{m}+\dfrac{2(m^2+1)}{m}+1>0 \\ \dfrac{2(m^2+1)}{m}+2>0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 1 \\ \dfrac{m^3+2m^2+2m+4}{m} > 0 \\ \dfrac{m^2+m+1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 1 \\ \dfrac{(m+2)(m^2+2)}{m} > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \\ \dfrac{m+2}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \neq 1$$

Vậy $0 < m \neq 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Bài toán 10: Tìm m để: $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ cóít nhất một nghiệm trong đoạn $\left[1; 3^{\sqrt{3}}\right]$

Lời giải:

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $\sqrt{\log_3^2 x + 1} = t$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2 + t - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t = 2m + 2\ (*)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $(*)$ phải có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1;2]$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ trên đoạn $[1;2]$. Ta có $f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in [1;2]$ nên

$\min\limits_{[1;2]} f(t) = f(1) = 2; \max\limits_{[1;2]} f(t) = f(2) = 6;$

Để $(*)$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1;2]$ thì $2 < 2m + 2 < 6 \Leftrightarrow 0 < m < 2$

Bài toán 11:

Tìm tham số m để $(m-4)\log_2^2 x - 2(m-2)\log_2 x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm thỏa $1 < x_1 < 2 < x_2$

Lời giải:

Đặt $\log_2 x = t \Rightarrow 2^t = x \quad (t > 0)$,phương trình đã cho trở thành:

$(m-4)t^2 - 2(m-2)t + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \left(\dfrac{2t-1}{t-1}\right)^2\ (*)$ (do $t = 1$ không phải là nghiệm)

Yêu cầu bài toán tương đương với $(*)$ phải có hai nghiệm thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$.

Xét hàm số $f(t) = \left(\dfrac{2t-1}{t-1}\right)^2$; $f'(t) = \dfrac{-2(2t-1)}{(t-1)^3}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{2}$.

t	0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	
$f(t)$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty \ \Vert\ +\infty$	$\searrow$	4

Từ BBT $m > 4$.

Bài toán 12:

Tìm tham số m để: $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m\left(\log_4 x^2 - 3\right)$ có nghiệm thực thuộc $\left[32;+\infty\right)$.

Lời giải:

$$\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m\left(\log_4 x^2 - 3\right) \Leftrightarrow \sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x - 3} = m\left(\log_2 x - 3\right)$$

Đặt $\log_2 x = t$,phương trình đã cho trở thành: $\sqrt{t^2 - t - 3} = m\left(t-3\right) \Leftrightarrow m = \dfrac{\sqrt{t^2-t-3}}{t-3}\left(*\right)$

Yêu cầu bài toán tương đương với $\left(*\right)$ phải có hai nghiệm phân biệt $t \geq 5$:

Xét hàm số $f\left(t\right) = \dfrac{\sqrt{t^2-t-3}}{t-3}$ trên $\left[5;+\infty\right)$

$f'\left(t\right) = \dfrac{-5t+9}{\left(t-3\right)^4}; f'\left(t\right) \leq 0\ \forall t \in \left[5;+\infty\right)$ Cho $t' = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x+3} = \sqrt{7-x} \Leftrightarrow x = -1.$

Bảng biến thiên

t	5	$+\infty$
$f'\left(t\right)$	$-$	
$f\left(t\right)$	$\dfrac{\sqrt{17}}{2}$ ↘	1

Căn cứ BBT suy ra giá trị cần tìm là $m \in \left(1;\dfrac{\sqrt{17}}{2}\right]$.

B. HỆ PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

Khi giải hệ phương trình mũ và logarit, ta cũng dùng các phương pháp giải hệ phương trình đã học như phương pháp thế, phương pháp cộng đại số, phương pháp đặt ẩn phụ, ...

I. PHƯƠNG PHÁP THẾ

Bài toán : Giải các hệ phương trình:

① (ĐHKT – 1999): $\begin{cases} x^{y+4x} = y^{5\left(y-\frac{x}{3}\right)} \\ x^3 = y^{-1} \end{cases}$. ② $\begin{cases} 4^{\sqrt{x}} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{1-y} \\ 3^{\log_9 x} = \dfrac{y}{3} \end{cases}$.

Lời giải:

① Điều kiện x, y > 0. (*)

Thế phương trình thứ hai vào phương trình thứ nhất của hệ, ta được:

$$x^{x^{-3}+4x} = x^{-3.5\left(x^{-3}-\frac{x}{3}\right)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^{-3}+4x=-15x^{-3}+5x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^4-16=0 \end{array}\right. \overset{(*)}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Khi đó:

- Với $x=1$ suy ra $y=1^{-3}=1$.
- Với $x=2 \Rightarrow y=\dfrac{1}{8}$.

Vậy, hệ phương trình có hai cặp nghiệm $(1;1)$ và $\left(2;\dfrac{1}{8}\right)$

②Điều kiện x > 0.

Viết lại hệ phương trình dưới dạng:

$$\begin{cases} 2^{2\sqrt{x}} = 2^{y-1} \\ 3^{\frac{1}{2}\log_3 x} = \dfrac{y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} = y-1 \\ \left(3^{\log_3 x}\right)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} = y-1 \\ \sqrt{x} = \dfrac{y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.\dfrac{y}{3} = y-1 \\ \sqrt{x} = \dfrac{y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}.$$

Vậy, hệ phương trình có một cặp nghiệm $(1;3)$.

Nhận xét: Trong lời giải trên:

- Ở câu ① chúng ta sử dụng ngay phép thế $y=x^{-3}$ vào phương trình thứ nhất của hệ để nhận được một phương trình mũ dạng:

$$\left[u(x)\right]^{f(x)} = \left[u(x)\right]^{g(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u(x)=1 \\ f(x)=g(x) \end{array}\right..$$

- Ở câu ② để tường minh chúng ta có thể trình bày theo cách:

+ Biến đổi phương trình thứ nhất của hệ về dạng:

$$2^{2\sqrt{x}} = 2^{y-1} \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = y-1 \Leftrightarrow y = 2\sqrt{x}+1. \qquad (1)$$

+ Biến đổi phương trình thứ hai của hệ về dạng:

$$3^{\frac{1}{2}\log_3 x} = \frac{y}{3} \Leftrightarrow \left(3^{\log_3 x}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{y}{3} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{y}{3}. \qquad (2)$$

+ Thay (2) vào (1), ta được:

$$y = \frac{2y}{3} + 1 \Leftrightarrow 3y = 2y + 1 \Leftrightarrow y = 3 \Rightarrow x = 1.$$

II. PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG

Bài toán 1: Giải các hệ phương trình:

① $\begin{cases} x + y = 20 \\ \log_4 x + \log_4 y = 1 + \log_4 9 \end{cases}$. ② $\begin{cases} x + y = 1 \\ 4^{-2x} + 4^{-2y} = 0,5 \end{cases}$.

Lời giải:

①Điều kiện $x > 0, y > 0$.

Biến đổi hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ \log_4(xy) = \log_4(4.9) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ xy = 36 \end{cases}$$

suy ra x, y là nghiệm của phương trình:

$$t^2 - 20t + 36 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = 18 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \text{ và } y=18 \\ x = 18 \text{ và } y=2 \end{array}\right..$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm là $(2;18)$ hoặc $(18;2)$.

②Biến đổi hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} (-2x) + (-2y) = -2 \\ 4^{-2x} + 4^{-2y} = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{(-2x)+(-2y)} = \dfrac{1}{16} \\ 4^{-2x} + 4^{-2y} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{-2x}.4^{-2y} = \dfrac{1}{16} \\ 4^{-2x} + 4^{-2y} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

suy ra $4^{-2x}, 4^{-2y}$ là nghiệm của phương trình:

$$t^2 - \frac{1}{2}t + \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4^{-2x} = 4^{-2y} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}.$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm là $x = y = \dfrac{1}{2}$.

Nhận xét: Trong lời giải trên:

- Ở câu ① bằng việc sử dụng công thức biến đổi tổng của hai logarit cùng cơ số (trong đó $1 = \log_4 4$) chúng ta nhận được dạng Vi–ét cho hai ẩn x, y.

  Ngoài ra, cũng có thể sử dụng phương pháp thế như sau:

  Rút $y = 20 - x$ từ phương trình thứ nhất của hệ thay vào phương trình thứ hai, ta được:

  $$\log_4 x + \log_4(20 - x) = 1 + \log_4 9 \Leftrightarrow \log_4[x(20 - x)] = \log_4 36$$

$$\Leftrightarrow x(20-x)=36 \Leftrightarrow x^2-20x+36=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \Rightarrow y=18 \\ x=18 \Rightarrow y=2 \end{array}\right..$$

- Ở câu ② chúng ta đã sử dụng phép mũ hoá để nhận được tích của hai toán tử 4^{-2x} và 4^{-2y}, từ đó sử dụng hệ quả của định lí Vi–ét. Đây chính là sự khác biệt mà các em học sinh cần lưu ý cho hai dạng hệ phương trình ở ① và ②.

  Ngoài ra, cũng có thể sử dụng phương pháp thế như sau:

  Rút y = 1 – x từ phương trình thứ nhất của hệ thay vào phương trình thứ hai, ta được:

$$4^{-2x}+4^{-2(1-x)}=0,5 \Leftrightarrow 4^{-2x}+\frac{1}{16}4^{2x}=0,5.$$

  Đặt $t=4^{2x}$, điều kiện $t>0$. Ta được:

$$t^{-1}+\frac{1}{16}.t=0,5 \Leftrightarrow t^2-8t+16=0 \Leftrightarrow t=4 \Leftrightarrow 4^{2x}=4$$

$$\Leftrightarrow 2x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \Rightarrow y=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$$

Như vậy, từ đây các em học sinh có thể thấy được tính tối ưu của việc sử dụng các phép biến đổi tương đương để giải hệ phương trình.

Bài toán 2: *Giải các hệ phương trình:*

① $\begin{cases} \log_5 x+\log_5 7.\log_7 y=1+\log_5 2 \\ 3+\log_2 y=(1+3\log_5 x)\log_2 5 \end{cases}$. ② $\begin{cases} \log_2(x-y)=5-\log_2(x+y) \\ \dfrac{\lg x-\lg 4}{\lg y-\lg 3}=-1 \end{cases}$.

Lời giải:

① Điều kiện $x,y>0$. Biến đổi hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} \log_5 x+\log_5 y=1+\log_5 2 \\ 3+\log_2 y=\log_2 5+3\log_2 5.\log_5 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x+\log_5 y=\log_5 10 \\ 3\log_2 x-\log_2 y=3-\log_2 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_5(xy)=\log_5 10 \\ \log_2\dfrac{x^3}{y}=\log_2\dfrac{8}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy=10 \\ \dfrac{x^3}{y}=\dfrac{8}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}.$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm là $(2;5)$.

② Điều kiện: $\begin{cases} x>0,\ y>0 \\ x-y>0;\ x+y>0 \\ \lg y-\lg 3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0,\ 0<y\neq 3 \\ x-y>0;\ x+y>0 \end{cases}$. (*)

Biến đổi tương đương hệ phương trình về dạng:

$$\begin{cases} \log_2(x-y)+\log_2(x+y)=5 \\ \lg\dfrac{x}{4}=\lg\dfrac{3}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x^2-y^2)=5 \\ \dfrac{x}{4}=\dfrac{3}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2=32 \\ x=\dfrac{12}{y} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{12}{y}\right)^2 - y^2 = 32 \\ x = \dfrac{12}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^4 + 32y^2 - 144 = 0 \\ x = \dfrac{12}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 4 \\ x = \dfrac{12}{y} \end{cases} \overset{(*)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm là $(6;2)$.

III. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Bài toán 1: *Giải các hệ phương trình sau:*

① $\begin{cases} 3^{2x+2} + 2^{2y+2} = 17 \\ 2.3^{x+1} + 3.2^y = 8 \end{cases}$. ② $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases}$.

Lời giải:

① Đặt: $\begin{cases} u = 3^x \\ v = 2^y \end{cases}$, điều kiện $u, v > 0$.

Khi đó, hệ (I) được biến đổi về dạng:

$$\begin{cases} 9u^2 + 4v^2 = 17 \\ 6u + 3v = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9u^2 - 6u + 1 = 0 \\ v = \dfrac{8 - 6u}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \dfrac{1}{3} \\ v = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = \dfrac{1}{3} \\ 2^y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy, hệ có cặp nghiệm $(-1;1)$.

② Biến đổi hệ phương trình về dạng: $\begin{cases} 2^{x+y} = 2 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x.(-2^y) = -2 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases}$. Đặt: $\begin{cases} u = 2^x \\ v = -2^y \end{cases}$, $u > 0$ và $v < 0$

Khi đó, hệ có dạng: $\begin{cases} u + v = 2 \\ u.v = -2 \end{cases}$ suy ra u, v là nghiệm của phương trình:

$$t^2 - 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 + \sqrt{3} \\ v = 1 - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 + \sqrt{3} \\ -2^y = 1 - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2(1 + \sqrt{3}) \\ y = \log_2(\sqrt{3} - 1) \end{cases}.$$

Vậy, hệ phương trình có một nghiệm.

Bài toán 2: *Giải các hệ phương trình sau:*

① $\begin{cases} \lg^2 x + \lg^2 y = 1 \\ \lg \dfrac{x}{y} = 1 \end{cases}$. ② $\begin{cases} \ln(xy) = \ln^2 x + 1 \\ \ln(xy) = \ln^2 y + 1 \end{cases}$.

Lời giải:

① Điều kiện $x, y > 0$.

Biến đổi hệ về dạng: $\begin{cases} \lg^2 x + \lg^2 y = 1 \\ \lg x - \lg y = 1 \end{cases}$. Đặt: $\begin{cases} u = \lg x \\ v = \lg y \end{cases}$

Khi đó hệ (I) được biến đổi về dạng:

$$\begin{cases}u^2+v^2=1\\u-v=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v=u-1\\u^2+(u-1)^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v=u-1\\2u^2-2u=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v=u-1\\\left[\begin{array}{l}u=0\\u=1\end{array}\right.\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=0\ \&\ v=-1\\u=1\ \&\ v=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \&\ y=\dfrac{1}{10}\\x=10\ \&\ y=1\end{array}\right.$$

Vậy, hệ có hai cặp nghiệm $\left(1;\dfrac{1}{10}\right)$ và $(10;1)$.

② Điều kiện $x,y>0$. Biến đổi hệ về dạng:

$$\begin{cases}\ln x+\ln y=\ln^2 x+1\\\ln x+\ln y=\ln^2 y+1\end{cases}.\quad \text{Đặt: }\begin{cases}u=\ln x\\v=\ln y\end{cases}$$

Khi đó, hệ (I) được biến đổi về dạng: $\begin{cases}u+v=v^2+1\\u+v=u^2+1\end{cases}$.

Trừ từng vế hệ phương trình, ta được:

$$u-v=-(u^2-v^2)+(u-v)\Leftrightarrow u^2-v^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=v\\u=-v\end{array}\right..$$

Ta lần lượt:

- Với $u=v$, ta được:

$$v=v^2-v+1\Leftrightarrow v^2-2v+1=0\Leftrightarrow v=1$$
$$\Rightarrow u=v=1\Leftrightarrow \lg x=\lg y=1\Leftrightarrow x=y=10.$$

- Với $u=-v$, ta được:

$$-v=v^2-v+1\Leftrightarrow v^2+1=0\text{, vô nghiệm.}$$

Vậy, hệ có nghiệm duy nhất $(10;10)$.

Chú ý: Với các em học sinh đã có kinh nghiệm trong việc giải toán thì:

- Ở câu ① chúng ta có thể trình bày (với điều kiện $x>0, y>0$) theo cách:

$$\begin{cases}\lg^2 x+\lg^2 y=1\\\lg x-\lg y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(\lg x-\lg y)^2+2\lg x.\lg y=1\\\lg x-\lg y=1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\lg x.\lg y=0\\\lg x-\lg y=1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\lg x=0\\-\lg y=1\end{cases}\\\begin{cases}\lg y=0\\\lg x=1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \&\ y=\dfrac{1}{10}\\x=10\ \&\ y=1\end{array}\right..$$

- Ở câu ② chúng ta có thể trình bày (với điều kiện x > 0, y > 0) theo cách suy ra:

$$\ln^2 x+1=\ln^2 y+1\Leftrightarrow\ln^2 x=\ln^2 y\Leftrightarrow\ln x=\ln y\Leftrightarrow x=y.$$

Từ đó, ta được: $\ln x^2=\ln^2 x+1\Leftrightarrow\ln^2 x-2\ln x+1=0\Leftrightarrow\ln x=1\ \Leftrightarrow x=10\Rightarrow y=10$.

IV. PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ

Bài toán 1: *Giải các hệ phương trình sau:*

① $\begin{cases} 3^x - 3^y = y - x \\ x^2 + xy + y^2 = 12 \end{cases}$. ② $\begin{cases} \ln x - \ln y = y - x \\ x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$.

Lời giải:

① Viết lại phương trình thứ nhất của hệ dưới dạng: $3^x + x = 3^y + y$ (*)

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy, phương trình (*) được viết dưới dạng: $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$.

Khi đó hệ có dạng: $\begin{cases} x = y \\ x^2 + xy + y^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 3x^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y = 2 \\ x = y = -2 \end{array} \right.$

Vậy, hệ phương trình có 2 cặp nghiệm $(2;2)$ và $(-2;-2)$.

② Điều kiện $x, y > 0$.

Từ phương trình thứ nhất của hệ: $\ln x + x = \ln y + y$. (**)

Xét hàm số f(t) = lnt + t là hàm đồng biến, khi đó (**) tương đương:

$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$.

Khi đó, hệ được chuyển về dạng:

$\begin{cases} x = y \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \overset{x,y>0}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} x = y = 1 \\ x = y = 3 \end{array} \right.$.

Vậy, hệ có hai cặp nghiệm $(1;1)$ và $(3;3)$.

Bài toán 2: (ĐHQG Hà Nội – 1995): Giải hệ phương trình:

$\begin{cases} 2^x - 2^y = (y - x)(xy + 2) & (1) \\ x^2 + y^2 = 2 & (2) \end{cases}$.

Lời giải:

Thay (2) vào (1) ta được:

$2^x - 2^y = (y - x)(x^2 + y^2 + xy) Û 2^x - 2^y = y^3 - x^3$

$\Leftrightarrow 2^x - x^3 = 2^y - y^3$ (3)

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t^3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy, phương trình (3) được viết dưới dạng: $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$.

Khi đó, hệ có dạng:

$\begin{cases} x = y \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 2x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y = 1 \\ x = y = -1 \end{array} \right.$.

Vậy, hệ phương trình có 2 cặp nghiệm $(1;1)$ và $(-1;-1)$.

Bài toán 3: (ĐHQG Hà Nội – 1995): *Giải hệ phương trình:* $\begin{cases} \log_2(x+1) = y-1 \\ \log_2 y = x \end{cases}$.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x > -1 \\ y > 0 \end{cases}$.

Từ hệ suy ra:

$\log_2\left(x+1\right) + x = \log_2 y + y - 1 \Leftrightarrow \log_2\left(x+1\right) + x + 1 = \log_2 y + y.$

Xét hàm số $f\left(t\right) = \log_2 t + t$ là hàm đồng biến với $t > 0$, do đó phương trình có dạng:

$$f\left(x+1\right) = f\left(y\right) \Leftrightarrow x+1 = y.$$

Khi đó hệ được chuyển thành:

$$\begin{cases} y = x+1 \\ \log_2(x+1) = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+1 \\ x+1 = 2^x \end{cases} \overset{Bernoulli}{\Leftrightarrow} \begin{cases} y = x+1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \ \& \ y = 1 \\ x = 1 \ \& \ y = 2 \end{array}\right..$$

Vậy, hệ có hai cặp nghiệm $\left(0;1\right)$ và $\left(1;2\right)$.

C. THỦ THUẬT CASIO GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ-LOGARIT

I. PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG SHIFT SOLVE

1. Phương pháp

Bài toán đặt ra : Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{2x+1}=x^2-3x+1$?

Xây dựng phương pháp :

∘ Chuyển bài toán về dạng Vế trái $=0$ khi đó $\sqrt{x}+\sqrt{2x+1}-x^2+3x-1=0$ và đặt $f\left(x\right)=\sqrt{x}+\sqrt{2x+1}-x^2+3x-1$

∘ Nhập vế trái vào màn hình máy tính Casio

[√■] [ALPHA] [)] [▶] [+] [√■] [2] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [−] [ALPHA] [)] [x²] [+] [3] [ALPHA] [)] [−] [1]

Sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE với nghiệm gần giá trị 3

[SHIFT] [CALC] [3] [=]

Máy tính báo có nghiệm $x=4$

∘ Để tìm nghiệm tiếp theo ta tiếp tục sử dụng chức năng SHIFT SOLVE, **tuy nhiên câu hỏi được đặt ra là làm thế nào máy tính không lặp lại giá trị nghiệm** $x=4$ **vừa tìm được** ?

+) Để trả lời câu hỏi này ta phải triệt tiêu nghiệm $x=4$ ở phương trình $f\left(x\right)=0$ đi bằng cách thực hiện 1 phép chia $\dfrac{f\left(x\right)}{x-4}$

+) Sau đó tiếp tục SHIFT SOLVE với biểu thức $\dfrac{f\left(x\right)}{x-4}$ để tìm nghiệm tiếp theo.

+) Quá trình này liên tục đến khi nào máy tính báo hết nghiệm thì thôi.

Tổng hợp phương pháp

Bước 1: *Chuyển PT về dạng Vế trái = 0*

Bước 2: *Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE dò nghiệm*

Bước 3: *Khử nghiệm đã tìm được và tiếp tục sử dụng SHIFT SOLVE để dò nghiệm*

2. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: **[THPT Phạm Hồng Thái – Hà Nội 2017]**

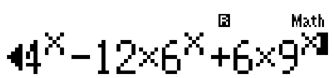
Số nghiệm của phương trình $6.4^x-12.6^x+6.9^x=0$ là :

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải:

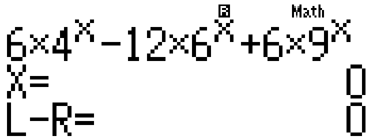
∘ Nhập vế trái của phương trình $6.4^x-12.6^x+6.9^x=0$ vào máy tính Casio :

[6] [×] [4] [x■] [ALPHA] [)] [▶] [−] [1] [2] [×] [6] [x■] [ALPHA] [)] [▶] [+] [6] [×] [9] [x■] [ALPHA] [)]



∘ Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE để tìm được nghiệm thứ nhất :

[SHIFT] [CALC] [2] [=]



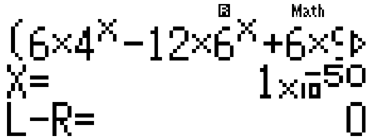
Ta thu được nghiệm thứ nhất $x=0$

∘ Để nghiệm $x=0$ không xuất hiện ở lần dò nghiệm SHIFT SOLVE tiếp theo ta chia phương trình $F(X)$ cho nhân tử x

▶ (◀ ◀) ÷ ALPHA)

Tiếp tục SHIFT SOLVE lần thứ hai :

SHIFT CALC 1 =



10^{-50} ta hiểu là 0 (do cách làm tròn của máy tính Casio) Có nghĩa là máy tính không thấy nghiệm nào ngoài nghiệm $x=0$ nữa $\Rightarrow$ Phương trình chỉ có nghiệm duy nhất.

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B.**

Bài toán 2: Số nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x}=\frac{3}{2}$ (1) là :

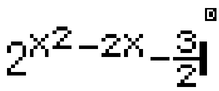
A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 4

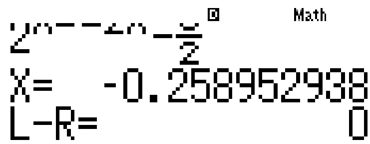
Lời giải:

∘ Chuyển bất phương trình (1) về dạng : $2^{x^2-2x}-\frac{3}{2}=0$

∘ Nhập vế trái của phương trình $2^{x^2-2x}-\frac{3}{2}=0$ vào máy tính Casio rồi nhất =để lưu vế trái vào máy tính . Dò nghiệm lần thứ nhất với x gần -1

2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) x^2 − 2 ALPHA) ▶ − $\frac{\blacksquare}{\blacksquare}$ 3 ▼ 2 ▶ = SHIFT CALC − 1 =





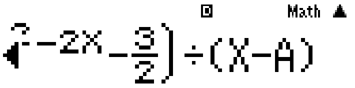
Ta được nghiệm $x=-0.2589...$

∘ Tiếp theo ta sẽ khử nghiệm $x=-0.2589...$ nhưng nghiệm này lại rất lẻ, vì vậy ta sẽ lưu vào biến A

SHIFT RCL (−)

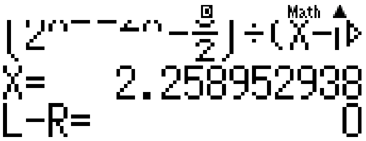
Sau đó gọi lại phương trình và thực hiện phép chia nhân tử $x-A$ để khử nghiệm A

▲ ▶ (◀ ◀) ÷ (ALPHA) − ALPHA (−))



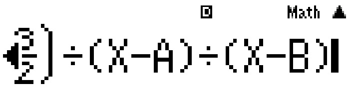
◦ Tiếp tục SHIFT SOLVE với x gần 1 . Ta được nghiệm thứ hai và lưu vào B

SHIFT CALC = 1 = SHIFT RCL °'''



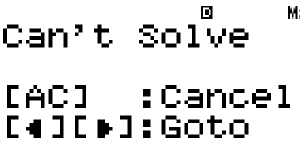
Gọi lại phương trình ban đầu rồi thực hiện phép chia cho nhân tử $x-B$ để khử nghiệm B

▲ ▲ ▶ (◀ ◀) ÷ (ALPHA) − ALPHA (−)) ÷ (ALPHA) − ALPHA °''')



Rồi dò nghiệm với x gần 0

SHIFT CALC = = =



Máy tính nhấn Can't Solve tức là không thể dò được nữa (Hết nghiệm)

Kết luận : Phương trình (1) có 2 nghiệm $\Rightarrow$ Chọn đáp án **B.**

Bài toán 3: Số nghiệm của bất phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+1}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}=\frac{4}{2-\sqrt{3}}$ (1) là :

A. 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

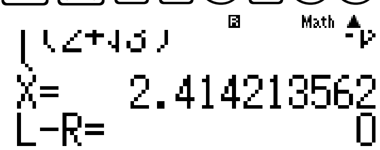
Lời giải:

◦ Nhập vế trái phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+1}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}-\frac{4}{2-\sqrt{3}}=0$ vào máy tính Casio , nhấn nút = để lưu phương trình lại và dò nghiệm thứ nhất.

(2 + √■ 3 ▶) $x^{■}$ ALPHA) x^2 − 2 ALPHA) + 1 ▶ + (2 − √■ 3 ▶) $x^{■}$
ALPHA) x^2 − 2 ALPHA) − 1 ▶ − $\frac{■}{■}$ 4 ▼ 2 − √■ 3 =
SHIFT CALC 1 =

◦ Khử nghiệm $x=1$ rồi dò nghiệm thứ hai.

SHIFT CALC 1 = ▶ (◀ ◀) ÷ (ALPHA) − 1) SHIFT CALC 3 =

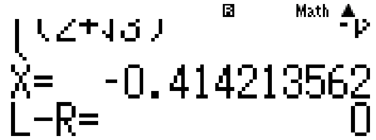


Lưu biến thứ hai này vào A

SHIFT RCL (−)

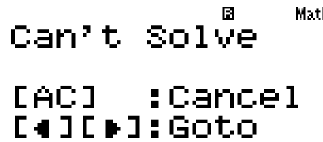
∘ Khử nghiệm $x=1; x=A$ rồi dò nghiệm thứ ba. Lưu nghiệm này vào B

▶ (◀ ◀) ÷ (ALPHA) − 1) ÷ (ALPHA) − ALPHA (−)) SHIFT CALC = − 1 =



∘ Khử nghiệm $x=1; x=A; x=B$ rồi dò nghiệm thứ tư.

▲ ▲ ▲ ▶ (◀ ◀) ÷ (ALPHA) − 1) ÷ (ALPHA) − ALPHA (−)) ÷ (ALPHA) − ALPHA °''') SHIFT CALC = = 0 =



Hết nghiệm $\Rightarrow$ Phương trình (1) có 3 nghiệm $\Rightarrow$ Chọn đáp án **C.**

Bài toán 4: **[Thi thử chuyên Thái Bình lần 1 năm 2017]**

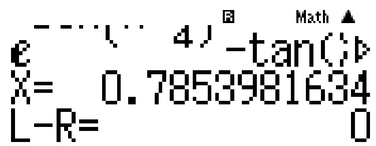
Số nghiệm của phương trình $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}=\tan x$ trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là :

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải:

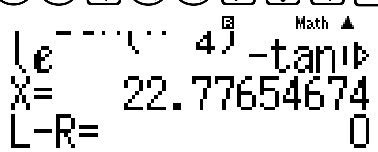
∘ Chuyển phương trình về dạng : $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}-\tan x=0$. Dò nghiệm thứ nhất rồi lưu vào A

ALPHA $\times10^x$ $x^{\blacksquare}$ sin ALPHA) − $\frac{\blacksquare}{\blacksquare}$ SHIFT $\times10^x$ ▼ 4 ▶) ▶ − tan ALPHA)) = SHIFT CALC 2 SHIFT $\times10^x$ ÷ 4 = SHIFT RCL (−)



∘ Gọi lại phương trình ban đầu . Khử nghiệm $x=A$ hay $x=\frac{\pi}{4}$ rồi dò nghiệm thứ hai. Lưu nghiệm tìm được vào B

▲ ▶ (◀ ◀) ÷ (ALPHA) − ALPHA (−)) SHIFT CALC = 2 SHIFT $\times10^x$ ÷ 4 =



Ra một giá trị nằm ngoài khoảng $\left[0;2\pi\right]$. $\Rightarrow$ Ta phải quay lại phương pháp 1 dùng MODE 7 thì mới xử lý được. Vậy ta có kinh nghiệm khi đề bài yêu cầu tìm nghiệm trên miền $\left[\alpha;\beta\right]$ thì ta chọn phương pháp lập bảng giá trị MODE 7

Bài toán 5: [THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]

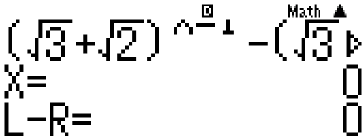
Phương trình $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{\frac{3x}{x-1}}=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x}$ có số nghiệm âm là :

A. 2 nghiệm **B.** 3 nghiệm **C.** 1 nghiệm **D.** Không có

Lời giải:

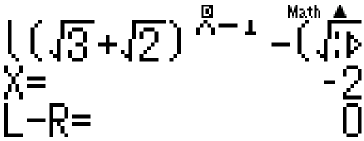
∘ Nhập vế trái phương trình : $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{\frac{3x}{x-1}}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x}=0$, lưu phương trình, dò nghiệm thứ nhất.

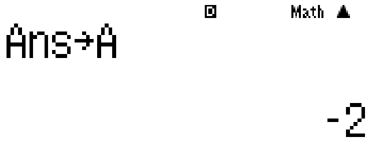
MODE 7 (√■ 3 ▶ + √■ 2 ▶) x■ ■/■ 3 ALPHA) ▼ ALPHA) + 1 ▶ ▶ − (√■ 3 ▶ − √■ 2 ▶) x■ ALPHA)



∘ Gọi lại phương trình, khử nghiệm $x=0$ rồi dò nghiệm thứ hai. Lưu nghiệm này vào biến A

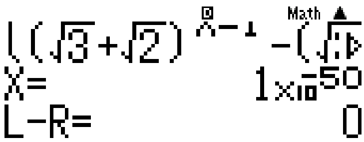
▲ ▶ (◀ ◀) ÷ ALPHA) SHIFT CALC − 1 0 = SHIFT RCL (−)





∘ Khử hai nghiệm $x=0; x=A$ rồi dò nghiệm thứ ba.

▲ ▶ (◀ ◀) ÷ ALPHA) ÷ (ALPHA) + 2) SHIFT CALC − 1 0 =



Ta hiểu $10^{-50}=0$ tức là máy tính không dò thêm được nghiệm nào khác 0

$\Rightarrow$ Phương trình chỉ có 1 nghiệm âm $x=-2$ (nghiệm $x=0$ không thỏa) $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án **C.**

Bài toán 6: [THPT Yến Thế - Bắc Giang 2017]

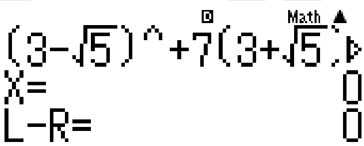
Số nghiệm của phương trình $\left(3-\sqrt{5}\right)^{x}+7\left(3+\sqrt{5}\right)^{x}=2^{x+3}$ là :

A. 2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 1

Lời giải:

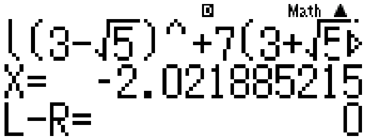
∘ Nhập vế trái phương trình : $\left(3-\sqrt{5}\right)^{x}+7\left(3+\sqrt{5}\right)^{x}-2^{x+3}=0$ vào máy tính Casio, lưu phương trình, dò nghiệm thứ nhất . Ta thu được nghiệm $x=0$

(3 − √■ 5 ▶) x■ ALPHA) ▶ + 7 (3 + √■ 5 ▶) x■ ALPHA) ▶ − 2 x■ ALPHA) + 3 = SHIFT CALC 1 =



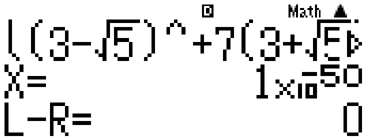
∘ Khử nghiệm $x=0$ rồi tiếp tục dò nghiệm thứ hai. Lưu nghiệm thứ hai vào A

▶ (◀ ◀) ÷ ALPHA) SHIFT CALC 1 = SHIFT RCL (−)



◦ Gọi lại phương trình, khử nghiệm $x=0; x=A$ rồi dò nghiệm thứ ba.

[▲] [▲] [▶] [(] [◀] [◀] [)] [÷] [ALPHA] [)] [÷] [(] [ALPHA] [)] [−] [ALPHA] [(−)] [)] [SHIFT] [CALC] [=] [−] [2] [=]



Không có nghiệm thứ ba $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án **A.**

II. PHƯƠNG PHÁP CALC

1. Phương pháp

Bước 1: Chuyển PT về dạng Vế trái $=0$.

Vậy nghiệm của PT sẽ là giá trị của x làm cho vế trái $=0$

Bước 2: Sử dụng chức năng CALC hoặc MODE 7 hoặc SHIFT SOLVE để kiểm tra xem nghiệm. Một giá trị được gọi là nghiệm nếu thay giá trị đó vào vế trái thì được kết quả là 0

Bước 3: Tổng hợp kết quả và chọn đáp án đúng nhất

***Đánh giá chung:** Sử dụng CALC sẽ hiệu quả nhất trong 3 cách

***Chú ý*:** Nhập giá trị $\log_a b$ vào máy tính casio thì ta nhập $\log b : \log a$

2. Một số bài toán minh họa

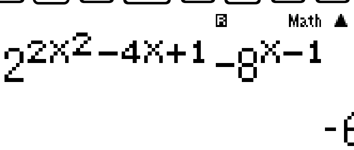
***Bài toán 1:* [Thi thử tính Lâm Đồng - Hà Nội 2017]** Giải phương trình $2^{2x^2-4x+1}=8^{x-1}$

A. Vô nghiệm **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5}{2} \\ x=2 \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{5}{2} \\ x=2 \end{array}\right.$ **D.** $x=\frac{7\pm\sqrt{17}}{4}$

Lời giải:

◦ Phương trình $2^{2x^2-4x+1}-8^{x-1}=0$. Nhập vào máy tính Casio rồi kiểm tra giá trị $x=2$

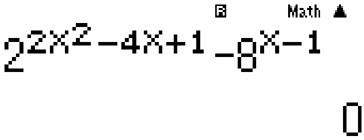
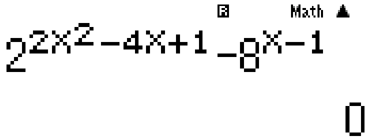
[2] [x■] [2] [ALPHA] [)] [x²] [−] [4] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [−] [8] [x■] [ALPHA] [)] [−] [1] [CALC] [2] [=]



$F(2)=-6 \Rightarrow$ Đáp số **B** và **C** sai

◦ Kiểm tra giá trị $x=\frac{7+\sqrt{17}}{4}$ và $x=\frac{7+\sqrt{17}}{4}$

[CALC] [(] [7] [+] [√■] [1] [7] [)] [)] [÷] [4] [=] [CALC] [(] [7] [−] [√■] [1] [7] [)] [)] [÷] [4] [=]

$\Rightarrow$ **D** là đáp án chính xác.

Bài toán 2: **[Thi HK1 THPT Liên Hà – Đông Anh năm 2017]**

Tập nghiệm của phương trình $3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=15$ (m là tham số) là :

A. $\{2;m\log_3 5\}$ **B.** $\{2;m+\log_3 5\}$ **C.** $\{2\}$ **D.** $\{2;m-\log_3 5\}$

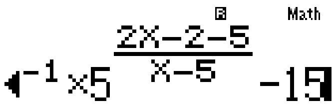
Lời giải:

Cách 1 : CASIO

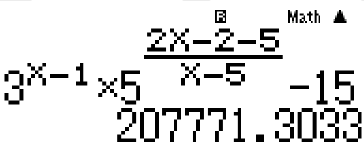
∘ Đề bài không cho điều kiện ràng buộc của m nên ta chọn một giá trị m bất kì. Ví dụ $m=5$

Phương trình trở thành : $3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-5}{x-5}}=15 \Leftrightarrow 3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-5}{x-5}}-15=0$

Nhập phương trình vào máy tính Casio

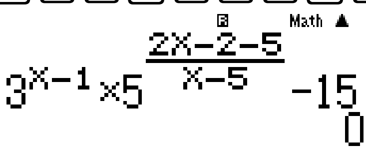


∘ Đáp án nào cũng có 2 nên không cần kiểm tra. Kiểm tra nghiệm $x=m\log_3 5=5\log_3 5$.



Ra một kết quả khác 0 $\Rightarrow$ Đáp án **A** sai

∘ Tương tự tra nghiệm $x=m-\log_3 5=5-\log_3 5$



Ra kết quả bằng 0 vậy $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là **D**

Cách tham khảo : Tự luận

- Phương trình $3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=15 \Leftrightarrow 3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=3^1.5^1 \Leftrightarrow 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}-1}=3^{1-(x-1)} \Leftrightarrow 5^{\frac{x-2}{x-m}}=3^{2-x}$ (1)
- Logarit hóa hai vế theo cơ số 5. (1) $\Leftrightarrow \dfrac{x-2}{x-m}=(2-x)\log_5 3$

Trường hợp 1 : Với $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$

Trường hợp 2 : $\dfrac{1}{x-m}=-\log_5 2 \Leftrightarrow x-m=\dfrac{1}{\log_5 2} \Leftrightarrow x=m-\log_2 5$

Bài toán 3: [Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai Tp.HCM 2017]

Gọi x_1 và x_2 là 2 nghiệm của phương trình $5^{2x+1}-8.5^x+1=0$. Khi đó :

A. $x_1+x_2=1$ **B.** $x_1+x_2=-2$ **C.** $x_1+x_2=2$ **D.** $x_1+x_2=-1$

Lời giải:

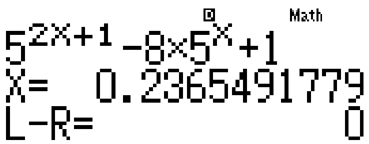
Cách 1 : CASIO SHOLVE+CALC

∘ Nhập vế trái vào máy tính Casio. Rồi nhấn phím =để lưu lại phương trình =

5 x■ 2 ALPHA) + 1 ▶ − 8 × 5 x■ ALPHA) ▶ + 1

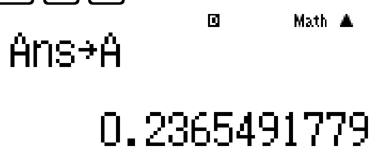
∘ Vì đáp án không cho 1 giá trị cụ thể nên ta không thể sử dụng được chức năng CALC mà phải sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE. Ta dò nghiệm với giá trị x gần 1 chả hạn

SHIFT CALC 1 =



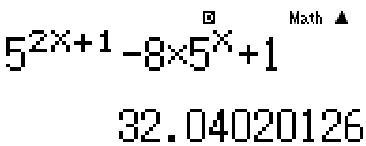
Vậy 1 là nghiệm. Ta lưu nghiệm này vào biến A rồi coi đây là nghiệm x_1

SHIFT RCL (−)



∘ Ta có $x_1=A$ Nếu đáp án **A** là $x_1+x_2=1$ đúng thì $x_2=1-A$ phải là nghiệm. Ta gọi lại phương trình ban đầu rồi CALC với giá trị $1-A$

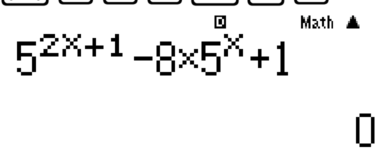
▲ CALC 1 − ALPHA (−) =



Kết quả ra khác 0 vậy $1-A$ không phải là nghiệm hay đáp án **A** sai

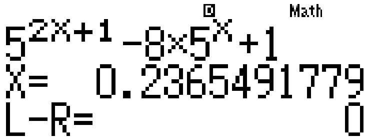
Tương tự như vậy ta CALC với các giá trị x_2 của đáp án B, C, D. Cuối cùng ta thấy giá trị $-1-A$ là nghiệm. $\Rightarrow$ Vậy đáp số chính xác là **D**

CALC − 1 − ALPHA (−) =

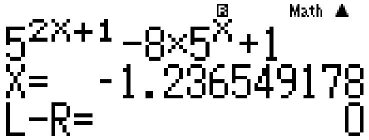


Cách 2 : CASIO 2 LẦN SHIFT SOLVE

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Nhấn nút để lưu vế trái lại rồi SHIFT SOLVE tìm nghiệm thứ nhất và lưu vào A



Gọi lại vế trái. SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm thứ hai và lưu vào B



Ta có $A+B=-1$

Cách tham khảo : Tự luận

- Đặt $5^x=t$ khi đó $5^{2x}=\left(5^x\right)^2=t^2$. Phương trình $\Leftrightarrow 5t^2-8t+1=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{4\pm\sqrt{11}}{5}$
- Với $t=\dfrac{4+\sqrt{11}}{5}\Leftrightarrow 5^x=\dfrac{4+\sqrt{11}}{5}\Leftrightarrow x=\log_5\dfrac{4+\sqrt{11}}{5}$

  Với $t=\dfrac{4-\sqrt{11}}{5}\Leftrightarrow 5^x=\dfrac{4-\sqrt{11}}{5}\Leftrightarrow x=\log_5\dfrac{4-\sqrt{11}}{5}$
- Vậy $x_1+x_2=\log_5\dfrac{4+\sqrt{11}}{5}+\log_5\dfrac{4+\sqrt{11}}{5}=\log_5\left(\dfrac{4+\sqrt{11}}{5}\right).\left(\dfrac{4+\sqrt{11}}{5}\right)=\log_5\dfrac{1}{5}=-1$

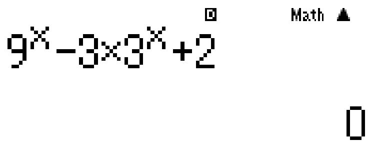
Bài toán 4: **[Chuyên Vị Thanh – Hậu Giang 2017]** Phương trình $9^x-3.3^x+2=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 $\left(x_1<x_2\right)$. Giá trị $A=2x_1+3x_2$ là :

A. $4\log_3 2$ **B.** 1 **C.** $3\log_3 2$ **D.** $2\log_2 3$

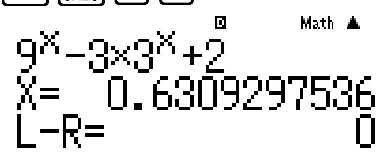
Lời giải:

Cách 1 : CASIO SHIFT SLOVE + CALC

∘ Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi nhấn nút để lưu phương trình

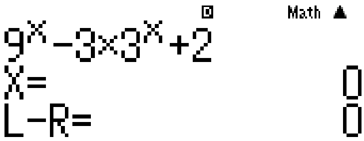


∘ Vì chưa biết 2 đáp án , mà 2 đáp án vai trò không bình đẳng trong quan hệ ở đáp án. Nên ta phải sử dụng dò cả 2 nghiệm với chức năng SHIFT SOLVE ở mức độ khó hơn . Đầu tiên ta dò nghiệm trong khoảng dương, chả hạn chọn X gần với 1



Lưu nghiệm này vào giá trị A ta được 1 nghiệm.

∘ Vì vừa dò với 1 giá trị dương rồi bây giờ ta dò nghiệm trong khoảng âm, chả hạn chọn X gần -2 . Gọi là phương trình và dò nghiệm



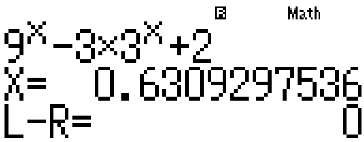
Ta được 1 nghiệm nữa là 0. Vì $0 < A$ nên $x_1 = 0; x_2 = A$ ta có

$2x_1 + 3x_2 = 2.0 + 3.A \approx 1.8927 = 3\log_3 2$

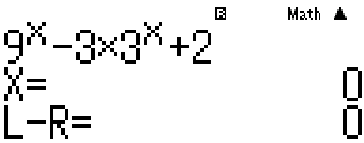
Vậy đáp số đúng là **C.**

Cách 2 : CASIO 2 LẦN SHIFT SOLVE

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Nhấn nút để lưu vế trái lại rồi SHIFT SOLVE tìm nghiệm thứ nhất và lưu vào A



Gọi lại vế trái. SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm thứ hai và lưu vào B



Ta có $2A + 3B \approx 1.8927 = 3\log_3 2$

Cách tham khảo : Tự luận

- Đặt $3^x = t$ khi đó $9^x = \left(3^2\right)^x = 3^{2.x} = \left(3^x\right)^2 = t^2$
- Phương trình $\Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 2 \end{array}\right.$.
- Với $t = 1 \Leftrightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

  Với $t = 2 \Leftrightarrow 3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$

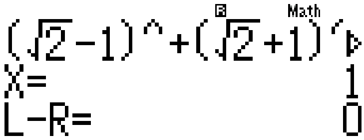
  Vậy $2x_1 + 3x_2 = 2.0 + 3.\log_3 2 = 3\log_3 2$

Bài toán 5: **[THPT Lục Ngạn – Bắc Giang 2017]** Phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x + \left(\sqrt{2}+1\right)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là :

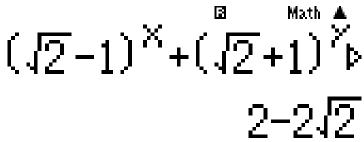
A. 0 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải:

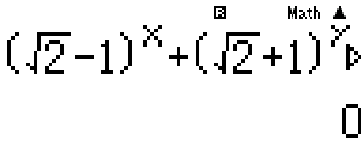
Nhập phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0$ vào máy tính Casio rồi dùng chức năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 1



- Nếu đáp số A đúng thì nghiệm còn lại là 0 . Sử dụng chức năng CALC để kiểm tra. Ra một kết quả khác 0 $\Rightarrow$ Đáp số **A** sai



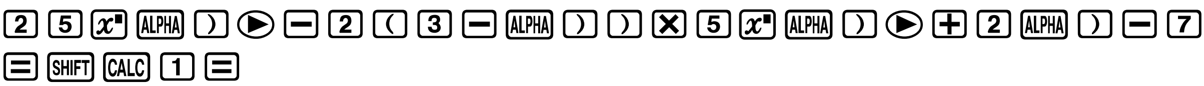
- Tương tự vậy, kiểm tra đáp số B với giá trị $x=-1$ là nghiệm $\Rightarrow$ Đáp số B chính xác

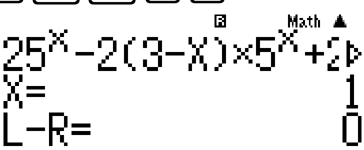


> ***Bài toán 6:*** **[THPT Nguyễn Gia Thiều -HN 2017]**
>
> Tổng các nghiệm của phương trình $25^x-2\left(3-x\right).5^x+2x-7=0$ là :
>
> **A.** 1 **B.** 6 **C.** 2 **D.** -9

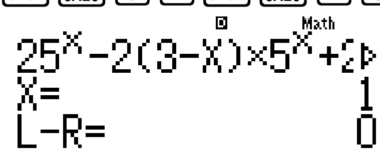
Lời giải:

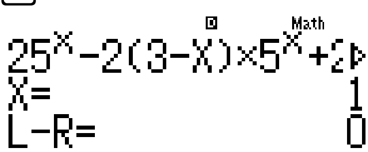
- Phương trình $25^x-2\left(3-x\right).5^x+2x-7=0$. Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi dùng chức năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 1





- Tiếp tục SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm còn lại $\Rightarrow$ Nghiệm còn lại là $x=-1$





Không còn nghiệm nào ngoài 1 vậy phương trình có nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A.**

Bài toán 7: **[THPT Phạm Hồng Thái -HN 2017]**

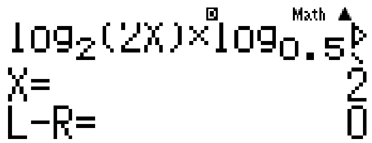
Phương trình $\log_2(2x).\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right)=2$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn biểu thức :

A. $x_1x_2=-2$ **B.** $x_1+x_2=\frac{3}{4}$ **C.** $x_1x_2=\frac{1}{2}$ **D.** $x_1+x_2=-1$

Lời giải:

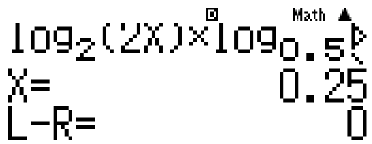
- Phương trình $\Leftrightarrow \log_2(2x).\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right)-2=0$. Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi dùng chức năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 2

[log□] [2] [▶] [2] [ALPHA] [)] [▶] [×] [log□] [0] [.] [5] [▶] [▭] [1] [▼] [ALPHA] [)] [▶] [▶] [−] [2] [SHIFT] [CALC] [1] [=]



- Tiếp tục SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm còn lại $\Rightarrow$ Nghiệm còn lại là $x=-1$

[SHIFT] [CALC] [−] [2] [=]



Rõ ràng $x_1.x_2=\frac{1}{2}\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C.**

III. PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG MODE 7

1. Phương pháp

Bước 1: *Chuyển PT về dạng Vế trái = 0*

Bước 2: *Sử dụng chức năng MODE 7 để xét lập bảng giá trị của vế trái*

Bước 3: *Quan sát và đánh giá : +) Nếu $F(\alpha)=0$ thì α là 1 nghiệm*

+) Nếu $F(a).F(b)<0$ thì PT có 1 nghiệm thuộc $(a;b)$

Ưu điểm: *Những bài toán biết trước khoảng nghiệm của nó thì làm cách này sẽ nhanh, chỉ cần chọn Start , End và Step hợp lý và xem F(x)=0 hoặc F(x) đổi dấu.*

Nhược điểm: *Không khuyến khích cách này vì dễ sót nghiệm đối với những bài toán tìm số nghiệm của phương trình do thiết lập Start , End và Step không hợp lý.*

2. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: **[Thi thử chuyên Thái Bình lần 1 năm 2017]**

Số nghiệm của phương trình $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}=\tan x$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là :

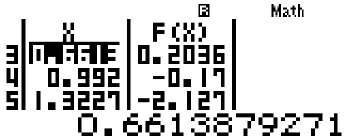
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

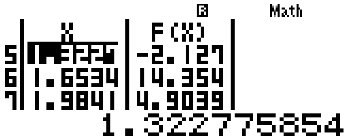
Lời giải:

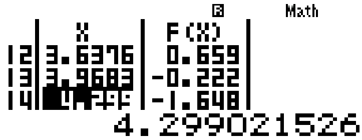
◦ Chuyển phương trình về dạng : $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}-\tan x=0$

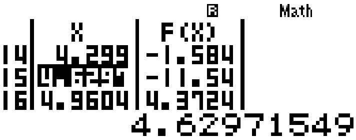
Sử dụng chức năng MODE 7 với thiết lập Start 0 End 2π Step $\frac{2\pi-0}{19}$

[SHIFT] [MODE] [4] [MODE] [7] [ALPHA] [$\times10^x$] [$x^\blacksquare$] [sin] [ALPHA] [)] [−] [$\frac{\blacksquare}{\blacksquare}$] [ALPHA] [$\times10^x$] [▼] [4] [▶] [)] [▶] [−] [tan] [ALPHA] [)] [)] [=]
[=] [0] [=] [2] [SHIFT] [$\times10^x$] [=] [2] [SHIFT] [$\times10^x$] [÷] [1] [9] [=]









◦ Quan sát bảng giá trị ta thấy 3 khoảng đổi dấu như trên :

$f(0.6613).f(0.992)<0\ \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(0.6613;0.992)$

$f(1.3227).f(1.6634)<0\ \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(1.3227;1.6534)$

$f(3.6376).f(3.9683)<0\ \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(3.6376;3.9683)$

$f(4.6297).f(4.9604)<0\ \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(4.6297;4.9604)$

Kết luận : Phương trình ban đầu có 4 nghiệm $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án **D.**

Bình luận :

- Đề bài yêu cầu tìm nghiệm thuộc $[0;2\pi]$ nên Start = 0 và End = 2π
- Máy tính Casio tính được bảng giá trị gồm 19 giá trị nên bước nhảy Step = $\frac{2\pi-0}{19}$

Bài toán 2: **[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]**

Phương trình $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{\frac{3x}{x-1}}=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x}$ có số nghiệm âm là :

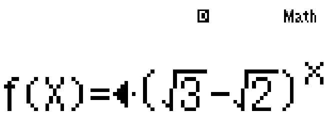
A. 2 nghiệm **B.** 3 nghiệm **C.** 1 nghiệm **D.** Không có

Lời giải:

Cách 1 : CASIO

◦ Chuyển phương trình về dạng : $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{\frac{3x}{x-1}}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x}=0$

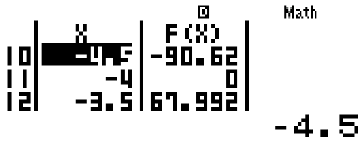
Khởi động chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của Casio rồi nhập hàm :
[MODE] [7] [(] [$\sqrt{\blacksquare}$] [3] [▶] [+] [$\sqrt{\blacksquare}$] [2] [▶] [)] [$x^\blacksquare$] [$\frac{\blacksquare}{\blacksquare}$] [3] [ALPHA] [)] [▼] [ALPHA] [)] [+] [1] [▶] [▶] [−] [(] [$\sqrt{\blacksquare}$] [3]
[▶] [−] [$\sqrt{\blacksquare}$] [2] [▶] [)] [$x^\blacksquare$] [ALPHA] [)]



◦ Vì đề bài yêu cầu nghiệm âm nên ta hiết lập miền giá trị của X là : Start -9 End 0 Step 0.5

[=] [=] [−] [9] [=] [0] [=] [0] [•] [5] [=]

Máy tính cho ta bảng giá trị :



Ta thấy khi $x=-4$ thì $F(-4)=0$ vậy $x=-4$ là nghiệm.

∘ Tiếp tục quan sát bảng giá trị $F(X)$ nhưng không có giá trị nào làm cho $F(X)=0$ hoặc khoảng nào làm cho $F(X)$ đổi dấu.

Điều này có nghĩa $x=-4$ là nghiệm âm duy nhất

Kết luận : Phương trình ban đầu có 1 nghiệm âm $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án **C**

Cách tham khảo : Tự luận

- Logarit hai vế theo cơ số dương $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

  Phương trình $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{\frac{3x}{x-1}}=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x} \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{\frac{3x}{x-1}}=\log_{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x}$

  $$\Leftrightarrow \frac{3x}{x+1}=x\log_{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow \frac{3x}{x+1}=-x \Leftrightarrow x\left(\frac{3}{x+1}+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x+1=-3 \Leftrightarrow x=-4 \end{array}\right.$$

- $x=-4$ thỏa điều kiện. Vậy ta có $x=-4$ là nghiệm âm thỏa phương trình

Bình luận :

- Phương trình trên có 2 cơ số khác nhau và số mũ có nhân tử chung. Vậy đây là dấu hiệu của phương pháp Logarit hóa 2 vế
- Thực ra phương trình có 2 nghiệm $x=0; x=-4$ nhưng đề bài chỉ hỏi nghiệm âm nên ta chỉ chọn nghiệm $x=-4$ và chọn đáp án **C** là đáp án chính xác
- Vì đề bài hỏi nghiệm âm nên ta thiết lập miền giá trị của x cũng thuộc miền âm $(-9;0)$
- Lời giải theo CASIO sẽ sai nếu có nghiệm bé hơn -9 (Start -9 End 0), nên đây chính là hạn chế của cách này.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I. ĐỀ BÀI

1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 1. Tìm giá trị của tham số k để hai phương trình sau có nghiệm chung: $\begin{cases} 3^x = 30 - x & (1) \\ x - k = 0 & (2) \end{cases}$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 2. Phương trình $3^{x^3-9x+4} = 81$ có mấy nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3. Phương trình $\left(\sqrt{6+\sqrt{35}}\right)^x + \left(\sqrt{6-\sqrt{35}}\right)^x = 12$ có mấy nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4. Phương trình $2^{x+2}.5^x = 40000$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5. Phương trình $3^{x-2} = 666661$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6. Phương trình $4^x - 10.2^x + 16 = 0$ có mấy nghiệm?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7. Cho phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là:

A. 28. **B.** 27. **C.** 26. **D.** 25.

Câu 8. Cho phương trình: $3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$, khi đó tập nghiệm của phương trình là:

A. $S = \{2;5\}$. **B.** $S = \left\{\dfrac{-5-\sqrt{61}}{2}; \dfrac{-5+\sqrt{61}}{2}\right\}$.

C. $S = \left\{\dfrac{5-\sqrt{61}}{2}; \dfrac{5+\sqrt{61}}{2}\right\}$. **D.** $S = \{-2;-5\}$.

Câu 9. Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\dfrac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 10. Cho phương trình: $2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|} = 16^{x^2-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Tổng các nghiệm của phương tình là một số nguyên.

B. Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.

C. Nghiệm của phương trình là các số vô tỉ.

D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 11. Phương trình $2^{8-x^2}.5^{8-x^2} = 0{,}001.\left(10^5\right)^{1-x}$ có tổng các nghiệm là?

A. 7. **B.** -7. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 12. Phương trình $9^x - 5.3^x + 6 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = 1, x = \log_2 3$. **B.** $x = -1, x = \log_3 2$.

C. $x=1,x=\log_3 2$. **D.** $x=-1,x=-\log_3 2$.

Câu 13. Cho phương trình $4.4^x-9.2^{x+1}+8=0$. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Khi đó, tích $x_1.x_2$ bằng:

A. -1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 14. Cho phương trình $4^x-4^{1-x}=3$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Phương trình đã cho tương đương với phương trình: $4^{2x}-3.4^x-4=0$.

B. Phương trình có một nghiệm.

C. Nghiệm của phương trình là luôn lớn hơn 0.

D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 15. Nghiệm của phương trình $2^x+2^{x+1}=3^x+3^{x+1}$ là:

A. $x=\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{4}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\log_{\frac{4}{3}}\frac{2}{3}$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $6.4^x-13.6^x+6.9^x=0$ là:

A. $x\in\{0;1\}$. **B.** $x\in\left\{\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $x\in\{-1;0\}$. **D.** $x\in\{1;-1\}$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $12.3^x+3.15^x-5^{x+1}=20$ là:

A. $x=\log_5 3-1$. **B.** $x=\log_3 5$. **C.** $x=\log_3 5+1$. **D.** $x=\log_3 5-1$.

Câu 18. Phương trình $9^x-5.3^x+6=0$ có tổng các nghiệm là:

A. $\log_3 6$. **B.** $\log_3\frac{2}{3}$. **C.** $\log_3\frac{3}{2}$. **D.** $-\log_3 6$.

Câu 19. Phương trình $5^x+25^{1-x}=6$ có tích các nghiệm là:

A. $\log_5\left(\frac{1-\sqrt{21}}{2}\right)$. **B.** $\log_5\left(\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)$. **C.** 5. **D.** $5\log_5\left(\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)$.

Câu 20. Phương trình $\left(7+4\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=6$ có nghiệm là:

A. $x=\log_{(2+\sqrt{3})}2$. **B.** $x=\log_2 3$. **C.** $x=\log_2\left(2+\sqrt{3}\right)$. **D.** $x=1$.

Câu 21. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}+1$.

A. $x\in\{-5;-1;1;2\}$. **B.** $x\in\{-5;-1;1;3\}$.

C. $x\in\{-5;-1;1;-2\}$. **D.** $x\in\{5;-1;1;2\}$.

Câu 22. Phương trình $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x+\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^x=\left(\sqrt{10}\right)^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 23. Cho phương trình $2^{\cos^2 x}+4.2^{\sin^2 x}=6$. Phương trình có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số nghiệm.

Câu 24. Phương trình $x.2^x+x^2+2=2^{x+1}+3x$ có tổng các nghiệm bằng bao nhiêu? trên R.

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 25. Phương trình: $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^x+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x=\left(\sqrt{7}\right)^x$ có mấy nghiệm?

A. 4. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 26. Phương trình $3^{2x}+2x\left(3^x+1\right)-4.3^x-5=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm không âm ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 27. Phương trình $2^{x-3}=3^{x^2-5x+6}$ có hai nghiệm x_1,x_2 trong đó $x_1<x_2$, hãy chọn phát biểu đúng?

A. $3x_1+2x_2=\log_3 54$. **B.** $2x_1-3x_2=\log_3 8$.

C. $2x_1+3x_2=\log_3 54$. **D.** $3x_1-2x_2=\log_3 8$

Câu 28. Phương trình $4^{\sin^2 x}+4^{\cos^2 x}=2\sqrt{2}\left(\sin x+\cos x\right)$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[0;15\right]$

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29. m là tham số thay đổi sao cho phương trình $9^x-4.3^{x+1}+27^{m^2-1}=0$ có hai nghiệm phân biệt. Tổng hai nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -4.

Câu 30. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+\left(2-\sqrt{3}\right)^x=m$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $m=2$. **D.** $m\le 2$.

Câu 31. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+4}=2^{2\left(x^2+1\right)}+\sqrt{2^{2\left(x^2+2\right)}-2^{x^2+3}+1}$. Khi đó, tổng hai nghiệm bằng?

A. –2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 32. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=15$, m là tham số khác 2.

A. $S=\left\{2;m\log_3 5\right\}$. **B.** $S=\left\{2;m+\log_3 5\right\}$. **C.** $S=\left\{2\right\}$. **D.** $S=\left\{2;m-\log_3 5\right\}$.

Câu 33. Biết rằng phương trình $3^{x^2+1}.25^{x-1}=\frac{3}{25}$ có đúng hai nghiệm x_1,x_2. Tính giá trị của $P=\sqrt{3^{x_1}+3^{x_2}}$.

A. $P=\frac{\sqrt{26}}{5}$. **B.** $P=\sqrt{26}$. **C.** $P=26$. **D.** $P=\frac{26}{25}$.

Câu 34. Phương trình $2^{x-1}-2^{x^2-x}=\left(x-1\right)^2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 35. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2017^{\sin^2 x}-2017^{\cos^2 x}=\cos 2x$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$.

A. $x=\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}$. **C.** $x=\frac{\pi}{2}$. **D.** $x=\frac{3\pi}{4}$.

Câu 36. Biết rằng phương trình $3^{x^2-1}+\left(x^2-1\right)3^{x+1}=1$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tổng lập phương hai nghiệm của phương trình bằng:

A. 2. **B.** 0. **C.** 8. **D.** -8.

Câu 37. **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2.3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

A. $m = 6$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 1$.

Câu 38. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 2$.

A. $m = 4$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 1$.

Câu 39. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $2017^{2x-1} - 2m.2017^x + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

A. $m = 0$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 1$.

Câu 40. Cho phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m + 5 = 0$ với m là tham số thực. Tập tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu có dạng $(a;b)$. Tính $P = ab$.

A. $P = 4$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = -\dfrac{3}{2}$. **D.** $P = \dfrac{5}{6}$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9^x - (m-1)3^x + 2m = 0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = 5 + 2\sqrt{6}$. **B.** $m = 0$; $m = 5 + 2\sqrt{6}$.

C. $m < 0$. **D.** $m < 0$; $m = 5 + 2\sqrt{6}$.

Câu 42. Cho phương trình $4^{x^2-2x+1} - m.2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m < 1$. **B.** $m < 1$; $m > 2$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m > 2$.

Câu 43. Cho phương trình $m.2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2.2^{6-5x} + m$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị của m để phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 44. Cho phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$ với m là tham số thực. Số nguyên dương m lớn nhất để phương trình có nghiệm là?

A. $m = 20$. **B.** $m = 35$. **C.** $m = 30$. **D.** $m = 25$.

Câu 45. Với giá trị của tham số m thì phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m + 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $-4 < m < -1$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $-1 < m < \dfrac{3}{2}$. **D.** $-1 < m < -\dfrac{5}{6}$.

Câu 46. Ông Năm gửi 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng lợi tức đạt được ở hai ngân hàng là 27 507 768,13 (chưa làm tròn). Hỏi số tiền ông Năm lần lượt gửi ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu. **B.** 180 triệu và 140 triệu.

C. 200 triệu và 120 triệu. **D.** 120 triệu và 200 triệu.

Câu 47. Anh Bình vay ngân hàng 2 tỷ đồng để xây nhà và trả dần mỗi năm 500 triệu đồng. Kỳ trả đầu tiên là sau khi nhận vốn với lãi suất trả chậm 9% một năm. Hỏi sau mấy năm anh Bình mới trả hết nợ đã vay?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 48. Lãi suất tiền gửi tiết kiệm của một số ngân hàng hiện nay là 8,2% một năm đối với kỳ hạn một năm. Để khuyến mãi, ngân hàng A đưa ra dịch vụ mới như sau: nếu khách hàng gửi tiết kiệm năm đầu thì lãi suất là 8,2% một năm; sau đó, lãi suất năm sau hơn lãi suất năm trước đó là 0,12%. Hỏi nếu gửi 1,5 triệu đồng theo dịch vụ đó thì sau 7 năm số tiền sẽ nhận được cả gốc và lãi là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 2609233. **B.** 2665464. **C.** 2665463. **D.** 2609234.

Câu 49. Theo chính sách tín dụng của chính phủ hỗ trợ sinh viên vay vốn trang trải học tập: mỗi sinh viên được vay tối đa 900000 đồng/ tháng (9 triệu/ năm học), với lãi suất 0,45% một tháng. Mỗi năm lập thủ tục vay 2 lần ứng với 2 học kỳ và được nhận tiền vay đầu mỗi học kỳ (mỗi lần nhận tiền vay là 4,5 triệu). Giả sử sinh viên A trong thời gian học đại học 5 năm vay tối đa theo chính sách thì tổng sọ tiền nợ bao gồm cả lãi là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 52343156 **B.** 52343155 **C.** 46128921 **D.** 96128922

Câu 50. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng khoảng tiền cố định với lãi suất 0.6%/tháng và lãi suất hàng tháng được nhập vào vốn. Hỏi sau bao lâu thì người đó thu được số tiền gấp hơn ba ban đầu?

A. 184 tháng **B.** 183 tháng **C.** 186 tháng **D.** 185 tháng

Câu 51. Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức:

$m(t)=m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (*tại thời điểm t = 0*); *T* là chu kì bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Cho trước mẫu Cabon có khối lượng 100g. Hỏi sau khoảng thời gian *t* thì khối lượng còn bao nhiêu?

A. $m(t)=100.\left(\frac{1}{2}\right)^{5730}$ **B.** $m(t)=100.e^{-\frac{t\ln 2}{5730}}$

C. $m(t)=100\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{100t}{5730}}$ **D.** $m(t)=100.e^{-\frac{100t}{5730}}$

Câu 52. Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức:

$m(t)=m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (*tại thời điểm t = 0*); *T* là chu kì bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cabon và xác định được nó đã mất khoảng 25% lượng Cabon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi là bao nhiêu?

A. 2400 năm **B.** 2300 năm **C.** 2387 năm **D.** 2378 năm

Câu 53. Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu % mỗi tháng. Sau *t* tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M\left(t\right)=75-20\ln\left(t+1\right), t\geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì nhóm học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%?

A. 25 tháng **B.** 23 tháng **C.** 24 tháng **D.** 22 tháng

Câu 54. Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau *x* quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là $P(x)=\dfrac{100}{1+49e^{-0.015x}}, x\geq 0$. Hãy tính số quảng cáo được phát tối thiểu để số người mua đạt hơn 75%.

A. 343 **B.** 333 **C.** 330 **D.** 323

Câu 55. Cường độ ánh sáng đi qua môi trường khác không khí (chẳng hạn sương mù, nước,...) sẽ giảm dần tùy thuộc độ dày của môi trường và hằng số μ gọi là khả năng hấp thu của môi trường, tùy thuộc môi trường thì khả năng hấp thu tính theo công thức $I=I_0e^{-\mu x}$ với *x* là độ dày của môi trường đó và được tính bằng đơn vị mét. Biết rằng nước biển có $\mu=1.4$. Hãy tính cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu khi từ độ sâu 2*m* xuống đến 20*m*?

A. $e^{25.2}$ **B.** $e^{22.5}$ **C.** $e^{32.5}$ **D.** $e^{52.5}$

Câu 56. Để đo độ phóng xạ của một chất phóng xạ β^- người ta dùng máy đếm xung. Khi chất này phóng xạ ra các hạt β^-, các hạt này đập vào máy khi đó trong máy xuất hiện một xung điện và bộ đếm tăng thêm 1 đơn vị. Ban đầu máy đếm được 960 xung trong một phút nhưng sau đó 3*h* thì chỉ còn 120 xung trong một phút (trong cùng điều kiện). Hỏi chu kỳ bán rã của chất này là bao nhiêu giờ?

A. 1giờ **B.** 2 giờ **C.** 0.5 giờ **D.** 1.5 giờ

Câu 57. Giả sử một hàm chỉ mức sản xuất của một hãng DVD trong một ngày là: $q\left(m,n\right)=m^{\frac{2}{3}}n^{\frac{1}{3}}$ trong đó *m* là số lượng nhân viên và *n* là số lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu khách hàng; biết rằng lương của nhân viên là 16$ và lương của lao động chính là 27$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất chi phí một ngày của hãng sản xuất này.

A. 1440 **B.** 1340 **C.** 1240 **D.** 1540

Câu 58. Một tấm vải hình chữ nhật có chiều rộng là 1,2m; chiều dài là 350m và được cuộn chặt xung quanh một lõi gỗ hình trụ có đường kính 10cm liên tục cho đến hết, sao cho mép vải theo chiều rộng luôn song song với trục của hình trụ.

Cho biết độ dày của cuộn vải đó sau khi đã cuộn hết tấm vải, biết rằng tấm vải có độ dày như nhau là 0,15mm (kết quả tính theo xăng-ti-mét và làm tròn đến 3 chữ số thập phân)

A. 88.8 *cm* **B.** 88,65 *cm*

C. 88,65*cm* hoặc 88.8*cm* **D.** 87,65 *cm*.

2. PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 59. Nghiệm phương trình $\log_4(x-1)=3$ là:

A. $x=63$ **B.** $x=65$ **C.** $x=80$ **D.** $x=82$

Câu 60. Tổng các nghiệm không âm của phương trình $\log_{\sqrt{3}} x-\log_3(2x^2-4x+3)=0$ là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 61. Phương trình $\log_2(4-2^x)=2-x$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $4-2^x=2-x$ **B.** $4-2^x=2^{2-x}$

C. $(2^x)^2-4.2^x+4=0$ **D.** Cả 3 đáp án đều sai.

Câu 62. Cho phương trình $\log_a(x^2+3x)=\log_{\sqrt{a}} 2x$, $(a>0;a\neq 1)$, số nghiệm của phương trình trên là ?

A. 1. **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 63. Phương trình $\log_{a^3+2} 3-\log_{4-a} 3=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\mathbb{R}$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 64. Một học sinh giải phương trình $\log^2{}_2 x-\log_2 x^2+1=0$ theo các bước như sau:

Bước 1: Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x>0$

Bước 2: Từ điều kiện trên phương trình đã cho trở thành: $(\log_2 x)^2-2\log_2 x+1=0$

$\Leftrightarrow (\log_2 x-1)^2=0 \Leftrightarrow \log_2 x=1$

Bước 3: Vậy nghiệm phương trình là $x=2^1=2$ (nhận)

Bài trên sai ở bước nào?

A. Bước 1. **B.** Bước 2.

C. Bước 3. **D.** Không sai bước nào.

Câu 65. Nghiệm của phương trình $\log_{0,4}(x-3)+2=0$ là?

A. Vô nghiệm **B.** Có nghiệm $\forall x>3$ **C.** $x=2$ **D.** $x=\dfrac{37}{4}$

Câu 66. Phương trình $(\ln x)^3-7\ln x+6=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 67. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{\pi}{3}}(\log_2(x-3))=0$ là ?

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 5

Câu 68. Với giá trị m bằng bao nhiêu thì phương trình $\log_{2+\sqrt{3}}(mx+3)+\log_{2-\sqrt{3}}(m^2+1)=0$ có nghiệm là -1?

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$ **C.** $m<3$ **D.** $m>3$

Câu 69. Phương trình $\log_2(2x-1)-\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=1$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{17}}{4} \end{array}\right.$ **B.** $x=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4}$ **C.** $x=\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}$ **D.** $x=1$

Câu 70. Tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x-1|=2$ là:

A. $\{3\}$ **B.** $\{-3;4\}$ **C.** $\{-2;-3\}$ **D.** $\{4;-2\}$

Câu 71. Tất cả các giá trị x thỏa mãn $x+2=3^{\log_3(x+2)}$:

A. $x\neq -2$ **B.** $x\in\mathbb{R}$ **C.** $x\geq -2$ **D.** $x>-2$

Câu 72. Với giá trị nào của m thì phương trình $\log_2(4^x+2m^3)=x$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m<\dfrac{1}{2}$ **B.** $m>-\sqrt[3]{\dfrac{4^x}{2}}$ **C.** $0<m<\dfrac{1}{2}$ **D.** $m>0$

Câu 73. Phương trình $\log_3\left(3^x-1\right).\log_3(3^{x+1}-3)=6$ có:

A. Hai nghiệm dương. **B.** Một nghiệm dương.

C. Phương trình vô nghiệm **D.** Một nghiệm kép.

Câu 74. Phương trình $\log_{\sqrt{a}}\sqrt{2a-x}-\log_{\frac{1}{a}}x=0$ có nghiệm?

A. $x=a$ **B.** $x=2a$

C. $x=2a+1$ **D.** Phương trình vô nghiệm.

Câu 75. Cho phương trình $\log_3\left(\log_2\sqrt{x^2+5}\right)=1$, tổng bình phương các nghiệm của phương trình trên là:

A. 0 **B.** 244 **C.** 59 **D.** 118

Câu 76. Phương trình $\log_3\left(\sqrt{x}+2\right)=\log_7 x$ có nghiệm là:

A. $x=4$ **B.** $x=49$ **C.** $x=25$ **D.** Đáp án khác.

Câu 77. Với giá trị nào của m thì: $\log^2{}_3 x+\sqrt{\log^2{}_3 x+1}=3m$ có nghiệm trên $\left[1;3\right]$.

A. $m\in\left(1+\sqrt{2};1\right)$ **B.** $m\in\left[\dfrac{1}{3};\dfrac{1+\sqrt{2}}{3}\right]$

C. $m\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right]$ **D.** $m\in\left(\dfrac{1+\sqrt{2}}{3};1\right]$

Câu 78. Tìm nghiệm của phương trình sau: $\log_{2x-1}\left(2x^2+x-1\right)+\log_{x+1}\left(2x-1\right)^2=4$

A. $x=2$ **B.** $x=\frac{5}{2}$

C. $x=\frac{5}{4}$ **D.** Cả A và C đều đúng.

Câu 79. Tập nghiệm của phương trình $\log_4(x+2)=\log_2 x$ là

A. $S=\{2;-1\}$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{4\}$ **D.** $S=\{4;-1\}$.

Câu 80. Giải phương trình $\log_3 x+\log_3(x+2)=1$.

A. $x=3$. **B.** $x=3\wedge x=-1$. **C.** $x=\frac{-1}{2}$. **D.** $x=6\wedge x=3$.

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $\log(x+10)+\frac{1}{2}\log x^2=2-\log 4$ là

A. $S=\{-5;-5+5\sqrt{2}\}$. **B.** $S=\{-5;-5-5\sqrt{2}\}$.

C. $S=\{-5;-5-5\sqrt{2};-5+5\sqrt{2}\}$. **D.** $S=\{-5-5\sqrt{2};-5+5\sqrt{2}\}$.

Câu 82. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_3 x+\log_4 x=\log_{20} x$ là

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{1;2\}$ **D.** $S=\{2\}$

Câu 83. Tập nghiệm của phương trình $\lg\sqrt{1+x}+3\lg\sqrt{1-x}-2=\lg\sqrt{1-x^2}$ là

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{1;2\}$ **D.** $S=\{2\}$

Câu 84. Phương trình $\frac{1}{3}\log_2(3x-4)^6.\log_2 x^3=8\left(\log_2\sqrt{x}\right)^2+\left(\log_2(3x-4)^2\right)^2$ có tập nghiệm là :

A. $S=\left\{1;2;\frac{16}{9}\right\}$. **B.** $S=\{1;2\}$. **C.** $S=\left\{1;\frac{16}{9}\right\}$. **D.** $S=\left\{2;\frac{16}{9}\right\}$.

Câu 85. Tập nghiệm của phương trình $\log_{2+\sqrt{3}}(x+1)=\log_{2-\sqrt{3}}(x+2)$ là

A. $S=\left\{\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right\}$. **B.** $S=\left\{\frac{-3-\sqrt{5}}{2};\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right\}$.

C. $S=\left\{\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right\}$.

Câu 86. Tập nghiệm của phương trình $\frac{3}{2}\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2-3=\log_{\frac{1}{4}}(4-x)^3+\log_{\frac{1}{4}}(x+6)^3$.

A. $S=\{2\}$. **B.** $S=\{1-\sqrt{33}\}$. **C.** $S=\{2;1+\sqrt{33}\}$. **D.** $S=\{2;1-\sqrt{33}\}$.

Câu 87. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+3\log_2 x+2=0$.

A. 2 nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** Vô nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Câu 88. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2^2(x^2-1)+\log_2(x-1)+\log_2(x+1)-2=0$.

A. 4 nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Câu 89. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=\log_{x+1}16$.

A. Vô nghiệm. **B.** 3 nghiệm. **C.** 1 nghiệm. **D.** 2 nghiệm.

Câu 90. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_x 2-\log_4 x+\frac{7}{6}=0$.

A. 2 nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Câu 91. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3^2 x+5\sqrt{\log_3^2 x+1}+7=0$.

A. 1 nghiệm. **B.** Vô nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Câu 92. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+\sqrt{\log_2^2 x+1}=1$.

A. Vô nghiệm. **B.** 2 nghiệm. **C.** 1 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Câu 93. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+(x-12)\log_2 x+11-x=0$.

A. Vô nghiệm. **B.** 3 nghiệm. **C.**1 nghiệm. **D.** 2 nghiệm.

Câu 94. Phương trình $\log_x\left(x^2+4x-4\right)=3$ có số nghiệm là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 95. Giải phương trình $\log_4\left\{2\log_3\left[1+\log_2\left(1+3\log_2 x\right)\right]\right\}=\frac{1}{2}$ ta được nghiệm $x=a$. Khi đó giá trị a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 96. Phương trình $\log_3\left(x^2+4x+12\right)=2$. Chọn phương án đúng?

A. Có hai nghiệm cùng dương **B.** Có hai nghiệm trái dấu

C. Có hai nghiệm cùng âm **D.** Vô nghiệm

Câu 97. Phương trình $x+\log_2(9-2^x)=3$ có nghiệm nguyên dương là a. Tính giá trị biểu thức $T=a^3-5a-\frac{9}{a^2}$

A. $T=-7$. **B.** $T=12$. **C.** $T=11$. **D.** $T=6$.

Câu 98. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(2^x-1\right)=-2$ là:

A. $\left\{2-\log_2 5\right\}$. **B.** $\left\{2+\log_2 5\right\}$ **C.** $\left\{\log_2 5\right\}$. **D.** $\left\{-2+\log_2 5\right\}$.

Câu 99. Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x+1\right)^2=2$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 100. Tìm m để phương trình $\log_2(x^3-3x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m<1$. **B.** $0<m<1$ **C.** $m>0$. **D.** $m>1$.

Câu 101. Tìm m để phương trình $\log_2\left(4^x-m\right)=x+1$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. $0<m<1$ **B.** $0<m<2$ **C.** $-1<m<0$. **D.** $-2<m<0$.

Câu 102. Nghiệm của phương trình $x+2.3^{\log_2 x}=3$ là

A. $x=1$ **B.** $x=-3;x=1$. **C.** $x=3;x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 103. Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình

$\log_3\left[\left(x+1\right)^3+3\left(x+1\right)^2+3x+4\right]=2\log_2\left(x+1\right)$.

A. -1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** 11.

Câu 104. Cho phương trình $\log_2\left(x+3^{\log_6 x}\right)=\log_6 x$ có nghiệm $x=\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó tổng $a+b$ bằng?

A. 1 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 7

Câu 105. Phương trình $2^{\log_5(x+3)}=x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** Vô nghiệm.

Câu 106. Phương trình $(4x-5)\log_2^2 x+(16x-7)\log_2 x+12=0$ có tích các nghiệm bằng?

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 107. Phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-3x+2}+2\right)+\left(\dfrac{1}{5}\right)^{3x-x^2-1}=2$ có tổng các nghiệm bằng?

A. $\sqrt{5}$. **B.** 3 **C.** -3. **D.** $-\sqrt{5}$.

Câu 108. Hiệu của nghiệm lớn nhất với nghiệm nhỏ nhất của phương trình $7^{x-1}-2\log_7(6x-5)^3=1$ là

A. 1. **B.** 2 **C.** -1. **D.** -2.

Câu 109. Phương trình $\log_3\dfrac{2x+1}{(x-1)^2}=x^2-4x$ có nghiệm là:

A. $x=0$. **B.** $x=0; x=4$. **C.** Vô nghiệm. **D.** $x=4$.

Câu 110. Cho phương trình $4\log_9^2 x+m\log_{\frac{1}{3}} x+\dfrac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x+m-\dfrac{2}{9}=0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2=3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1<m<2$. **B.** $3<m<4$. **C.** $0<m<\dfrac{3}{2}$. **D.** $2<m<3$.

Câu 111. Nghiệm của phương trình $\dfrac{x^3}{3}+\log_2(x+1)=11$ là:

A. Vô nghiệm. **B.** $x=2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$. **D.** $x=3$.

Câu 112. Với m là tham số thực dương khác 1. Hãy tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m(2x^2+x+3)\le\log_m(3x^2-x)$. Biết rằng $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình.

A. $S=(-2;0)\cup(\dfrac{1}{3};3]$. **B.** $S=(-1;0)\cup(\dfrac{1}{3};2]$.

C. $S=[-1,0)\cup(\dfrac{1}{3};3]$. **D.** $S=(-1;0)\cup(1;3]$.

Câu 113. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x.\log_2(x-1)+m=m.\log_2(x-1)+x$ có hai nghiệm thực phân biệt thuộc $(1;3]$.

A. $m>3$. **B.** $1<m<3$. **C.** $m\ne3$. **D.** Không có m.

Câu 114. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-(m+2).\log_3 x+3m-1=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 sao cho $x_1x_2=27$.

A. $m=\frac{4}{3}$. **B.** $m=25$. **C.** $m=\frac{28}{3}$. **D.** $m=1$.

Câu 115. Định điều kiện cho tham số m để: $\log_x m+\log_{mx} m+\log_{m^2x} m=0$ có nghiệm.

A. $m>0$. **B.** $\begin{cases} m>0 \\ m\neq 1\end{cases}$. **C.** $m\neq 1$. **D.** $m>1$.

Câu 116. Số nghiệm của phương trình: $\log_4 x^2=\log_{\sqrt{2}} 2$ có được là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 117. Nghiệm phương trình $\log_4(3x+4).\log_x 2=1$ là

A. $x=-2$ **B.** $x=4$ **C.** $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4\end{array}\right.$ **D.** Vô nghiệm.

Câu 118. Biết rằng phương trình $\left[\log_{\frac{1}{3}}(9x)\right]^2+\log_3\frac{x^2}{81}-7=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tính $P=x_1x_2$.

A. $P=\frac{1}{9^3}$. **B.** $P=3^6$. **C.** $P=9^3$. **D.** $P=3^8$.

Câu 119. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1$.

A. $S=\left\{\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$. **B.** $S=\{3\}$.

C. $S=\{2-\sqrt{5};2+\sqrt{5}\}$. **D.** $S=\{2+\sqrt{5}\}$.

Câu 120. Biết rằng phương trình $\log_3\left(3^{x+1}-1\right)=2x+\log_{\frac{1}{3}}2$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Hãy tính tổng $S=27^{x_1}+27^{x_2}$.

A. $S=180$. **B.** $S=45$. **C.** $S=9$. **D.** $S=252$.

Câu 121. Số nghiệm của phương trình $\frac{x^3-5x^2+6x}{\ln(x-1)}=0$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **C.** 3.

Câu 122. Biết rằng phương trình $2\log_2 x+\log_{\frac{1}{2}}\left(1-\sqrt{x}\right)=\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ có nghiệm duy nhất có dạng $a+b\sqrt{3}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=6$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=-6$.

Câu 123. Phương trình $\log_3\frac{x^2-2x+1}{x}+x^2+1=3x$ có tổng tất cả các nghiệm bằng:

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 2.

Câu 124. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $\log_4\left(2^{2x}+2^{x+2}+2^2\right)=\log_2|m-2|$ vô nghiệm. Giá trị của S bằng:

A. $S=6$. **B.** $S=8$. **C.** $S=10$. **D.** $S=12$.

Câu 125. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\dfrac{\log(mx)-2}{\log(x+1)}=1$ có nghiệm duy nhất.

A. $0<m<100$. **B.** $m<0$; $m>100$. **C.** $m=1$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 126. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log^2{}_{\sqrt{3}} x-m\log_{\sqrt{3}} x+1=0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=\sqrt{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 127. Gọi m_0 là giá trị thực nhỏ nhất của tham số m sao cho phương trình $(m-1)\log^2_{\frac{1}{2}}(x-2)-(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)+m-1=0$ có nghiệm thuộc $(2;4)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m\in\left(-5;-\dfrac{5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-1;\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $m\in\left(2;\dfrac{10}{3}\right)$ **D.** Không tồn tại.

Câu 128. Cho phương trình $\sqrt{\log_2^2 x-2\log_2 x-3}=m(\log_2 x-3)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[16;+\infty)$.

A. $1<m\le 2$. **B.** $1<m\le\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{3}{4}\le m\le\sqrt{5}$. **D.** $1\le m\le\sqrt{5}$.

Câu 129. **(ĐỀ THAM KHẢO 2016 – 2017)** Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017;2017]$ để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A. 2017. **B.** 4014. **C.** 2018. **D.** 4015.

Câu 130. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2\dfrac{4^x-1}{4^x+1}-m=0$ có nghiệm.

A. $m<0$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $-1<m<0$.

Câu 131. Cho phương trình $2^{(x-1)^2}.\log_2(x^2-2x+3)=4^{|x-m|}.\log_2(2|x-m|+2)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. $m\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

C. $m\in(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 132. Cho phương trình $\log_3(x^2+4mx)+\log_{\frac{1}{3}}(2x-2m-1)=0$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm duy nhất, khi đó S có dạng $[a;b]\cup\{c\}$ với $a<b<c$. Tính $P=2a+10b+c$.

A. $P=0$. **B.** $P=15$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=13$.

II. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1B	2C	3B	4A	5A	6D	7A	8A	9D	10B
11C	12C	13C	14D	15A	16D	17D	18A	19B	20A
21B	22A	23D	24D	25B	26A	27D	28A	29B	30B
31C	32D	33A	34A	35A	36B	37C	38C	39D	40A
41D	42D	43C	44D	45A	46A	47D	48C	49A	50A
51B	52D	53A	54B	55A	56A	57A	58C	59D	60D
61B	62A	63B	64D	65D	66C	67D	68B	69B	70D
71D	72C	73A	74A	75D	76B	77B	78D	79B	80A
81A	82A	83B	84A	85C	86D	87A	88C	89D	90A
91B	92C	93D	94B	95A	96C	97C	98D	99C	100A
101C	102A	103C	104D	105A	106A	107B	108A	109B	110C
111D	112C	113B	114D	115A	116C	117B	118A	119D	120A
121B	122B	123A	124B	125B	126B	127A	128B	129C	130A
131A	132C								

1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 1. **Chọn B.**

Phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x=3$. Thay vào phương trình (2) ta được $k=3$.

Câu 2. **Chọn C.**

$3^{x^3-9x+4}=81=3^4 \Leftrightarrow x^3-9x+4=4 \Leftrightarrow x\left(x^2-9\right)=0 \Leftrightarrow x\in\{0;\pm3\}$.

Câu 3. **Chọn B.**

Đặt $t=\left(\sqrt{6+\sqrt{35}}\right)^x$ ta được: $t+\dfrac{1}{t}=12 \Leftrightarrow t^2-12t+1=0 \Leftrightarrow t=6\pm\sqrt{35} \Leftrightarrow x=\pm2$.

Câu 4. **Chọn A.**

Phương trình đã cho tương đương với: $4.2^x.5^x=40000 \Leftrightarrow 10^x=10000 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 5. **Chọn A.**

Cách 1: Vế trái là hàm số đồng biến nhận các giá trị $(0;+\infty)$. Từ đó suy ra phương trình có nghiệm duy nhất.

Cách 2: Lấy logarit hai vế ta được $x-2=\log_3 666661$.

Câu 6. **Chọn D.**

Đặt $t=2^x$ ta được:

$t^2-10t+16=0 \Leftrightarrow t=2$ hoặc $t=8$. Do đó ta tìm được $x=1$ hoặc $x=3$

Câu 7. **Chọn A.**

Ta có: $3^{x^2-4x+5}=9 \Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5}=3^2 \Leftrightarrow x^2-4x+5=2 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Suy ra $1^3+3^3=28$.

Câu 8. **Chọn A.**

$$3^{x^2-3x+8}=9^{2x-1}\Leftrightarrow 3^{x^2-3x+8}=3^{4x-2}\Leftrightarrow x^2-3x+8=4x-2\Leftrightarrow x^2-7x+10=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=5\\x=2\end{array}\right.$$

Vậy $S=\{2;5\}$

Câu 9. **Chọn D.**

Phương trình tương đương với $3^x+9.\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}-4=0$

$$\Leftrightarrow 3^x+3.\left(\frac{1}{3}\right)^x-4=0\Leftrightarrow 3^x+3.\frac{1}{3^x}-4=0\Leftrightarrow 3^{2x}-4.3^x+3=0.$$

Đặt $t=3^x$, $t>0$. Phương trình trở thành $t^2-4t+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\t=3\end{array}\right.$.

- Với $t=1$, ta được $3^x=1\Leftrightarrow x=0$.
- Với $t=3$, ta được $3^x=3\Leftrightarrow x=1$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=0$, $x=1$.

Câu 10. **Chọn B.**

$$2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|}=16^{x^2-1}\Leftrightarrow \left|\frac{28}{3}x+4\right|=4\left(x^2-1\right)\Leftrightarrow \begin{cases}x\le -1\vee x\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}7x+3=3x^2-3\\7x+3=-3x^2+3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\le -1\vee x\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}x=3\vee x=-\dfrac{2}{3}\\x=0\vee x=-\dfrac{7}{3}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=-\dfrac{7}{3}\end{array}\right.$$

.

Nghiệm của phương trình là : $S=\left\{-\dfrac{7}{3};3\right\}$. Vì $-\dfrac{7}{3}.3=-7<0$

Câu 11. **Chọn C.**

$(2.5)^{8-x^2}=10^{-3}.10^{5-5x}\Leftrightarrow 10^{8-x^2}=10^{2-5x}\Leftrightarrow 8-x^2=2-5x\Leftrightarrow \boxed{x=-1;x=6}$. Ta có : $-1+6=5$

Câu 12. **Chọn C.**

Đặt $t=3^x$ ($t>0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$t^2-5t+6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=2\\t=3\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\log_3 2\\x=1\end{array}\right.$$

Câu 13. **Chọn C.**

Đặt $t=2^x$ ($t>0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$4t^2-18t+8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=4\\t=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=2\\x_2=-1\end{array}\right.$. Vậy $x_1.x_2=-1.2=-2$.

Câu 14. **Chọn D.**

Đặt $t=4^x$ ($t>0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$t^2-3t-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=4\\t=-1(L)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=1$$

Câu 15. **Chọn A.**

$2^x+2^{x+1}=3^x+3^{x+1}\Leftrightarrow 3.2^x=4.3^x\Leftrightarrow\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{3}{4}\Leftrightarrow x=\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{4}$

Câu 16. **Chọn D.**

$$6.4^x-13.6^x+6.9^x=0\Leftrightarrow 6\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-13\left(\frac{3}{2}\right)^x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{3}{2}\\ \left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-1\end{array}\right.$$

Câu 17. **Chọn D.**

$12.3^x+3.15^x-5^{x+1}=20\Leftrightarrow 3.3^x\left(5^x+4\right)-5\left(5^x+4\right)=0\ \Leftrightarrow\left(5^x+4\right)\left(3^{x+1}-5\right)=0$

$\Leftrightarrow 3^{x+1}=5\ \Leftrightarrow x=\log_3 5-1$

Câu 18. **Chọn A.**

$9^x-5.3^x+6=0\ \ (1)$

$(1)\Leftrightarrow\left(3^2\right)^x-5.3^x+6=0\Leftrightarrow\left(3^x\right)^2-5.3^x+6=0\quad (1')$

Đặt $t=3^x>0$. Khi đó: $(1')\Leftrightarrow t^2-5t+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\ (N)\\ t=3\ (N)\end{array}\right.$

Với $t=2\Rightarrow 3^x=2\Leftrightarrow\boxed{x=\log_3 2}$.

Với $t=3\Rightarrow 3^x=3\Leftrightarrow\boxed{x=\log_3 3=1}$.

Suy ra $1+\log_3 2=\log_3 3+\log_3 2=\log_3 6$

Câu 19. **Chọn B.**

$5^x+25^{1-x}=6\quad (1)$

$(1)\Leftrightarrow 5^x+\frac{25}{25^x}-6=0\Leftrightarrow 5^x+\frac{25}{\left(5^2\right)^x}-6=0\Leftrightarrow 5^x+\frac{25}{\left(5^x\right)^2}-6=0\quad (6')$.

Đặt $t=5^x>0$. Khi đó:

$$(6')\Leftrightarrow t+\frac{25}{t^2}-6=0\Leftrightarrow t^3-6t+25=0\Leftrightarrow(t-5)\left(t^2-t-5\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}t=5 & (N)\\ t=\frac{1+\sqrt{21}}{2} & (N)\\ t=\frac{1-\sqrt{21}}{2} & (L)\end{array}\right.$$

Với $t=5\Rightarrow 5^x=5\Leftrightarrow\boxed{x=1}$.

Với $t=\frac{1+\sqrt{21}}{2}\Rightarrow 5^x=\frac{1+\sqrt{21}}{2}\Leftrightarrow\boxed{x=\log_5\left(\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)}$.

Suy ra: $1.\log_5\left(\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)=\log_5\left(\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)$

Câu 20. **Chọn A.**

Đặt $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x$ ($t>0$), khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$t^2+t-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\t=-3(L)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\log_{\left(2+\sqrt{3}\right)}2$$

Câu 21. **Chọn B.**

$$4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}+1\Leftrightarrow 4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{x^2-3x+2}.4^{x^2+6x+5}+1$$

$$\Leftrightarrow 4^{x^2-3x+2}\left(1-4^{x^2+6x+5}\right)-\left(1-4^{x^2+6x+5}\right)=0\Leftrightarrow\left(4^{x^2-3x+2}-1\right)\left(1-4^{x^2+6x+5}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4^{x^2-3x+2}-1=0\\1-4^{x^2+6x+5}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-3x+2=0\\x^2+6x+5=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\vee x=-5\\x=1\vee x=2\end{array}\right.$$

Câu 22. **Chọn A.**

$$\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x+\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^x=\left(\sqrt{10}\right)^x\Leftrightarrow\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\right)^x+\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\right)^x=1$$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\right)^x+\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\right)^x$

Ta có: $f\left(2\right)=1$

Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ do các cơ số $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}}<1;\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{10}}<1$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x=2$.

Câu 23. **Chọn D.**

Đặt $t=2^{\cos^2x},t\in\left[1;2\right]$ ta được: $t^2-6t+8=0\Leftrightarrow t=4$ hoặc $t=2$.

Đối chiếu điều kiện ta được $t=2\Rightarrow 2^{\cos^2x}=2^1\Rightarrow x=k\pi;k\in Z$.

Câu 24. **Chọn D.**

Phương trình tương đương với:

$$x^2-3x+2+x.2^x-2.2^x=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left(x-2\right)+2^x\left(x-2\right)=0\Leftrightarrow\left(x-2\right)\left(2^x+x-1\right)=0$$

+) $x-2=0\Rightarrow x=2$

+) $2^x=1-x$ có nghiệm duy nhất $x=0$.

Câu 25. **Chọn B.**

Phương trìnhđã cho tương đương với: $\left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)^x+\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)^x=1$.

Đặt $a=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}};b=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ ta có: $0<b<1<a$.

Phương trình trở thành: $a^x+b^x=1$.

Nếu $x\ge 0$ thì $a^x\ge 1$, $b^x>0$ nên vế trái >1.

Nếu $x<0$ thì $a^x>0$, $b^x>1$ nên vế trái >1.

Câu 26. **Chọn A.**

$3^{2x}+2x\left(3^x+1\right)-4.3^x-5=0\Leftrightarrow\left(3^{2x}-1\right)+2x\left(3^x+1\right)-\left(4.3^x+4\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(3^x-1\right)\left(3^x+1\right)+\left(2x-4\right)\left(3^x+1\right)=0\Leftrightarrow\left(3^x+2x-5\right)\left(3^x+1\right)=0\Leftrightarrow 3^x+2x-5=0$

Xét hàm số $f\left(x\right)=3^x+2x-5$, ta có : $f\left(1\right)=0$.

$f'\left(x\right)=3^x\ln 3+2>0;\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy nghiệm duy nhất của phương trình là $x=1$

Câu 27. **Chọn D.**

Logarit hóa hai vế của phương trình (theo cơ số 2) ta được:

$\left(3\right)\Leftrightarrow\log_2 2^{x-3}=\log_2 3^{x^2-5x+6}$

$\Leftrightarrow\left(x-3\right)\log_2 2=\left(x^2-5x+6\right)\log_2 3\Leftrightarrow\left(x-3\right)-\left(x-2\right)\left(x-3\right)\log_2 3=0$

$\Leftrightarrow\left(x-3\right).\left[1-\left(x-2\right)\log_2 3\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-3=0\\1-\left(x-2\right)\log_2 3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\\left(x-2\right)\log_2 3=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x-2=\dfrac{1}{\log_2 3}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\log_3 2+2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\log_3 2+\log_3 9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\log_3 18\end{array}\right.$

Câu 28. **Chọn A.**

Vế trái $4^{\sin^2 x}+4^{\cos^2 x}\geq 2\sqrt{4^{\sin^2 x+\cos^2 x}}=4$.

Vế phải $2\sqrt{2}\left(\sin x+\cos x\right)=4\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\leq 4$.

Vế trái bằng vế phải khi: $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi;\left(k\in Z\right)$.

Do $0\leq x\leq 15\Leftrightarrow 0\leq\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\leq 15\Rightarrow k\in\left\{0;1;2\right\}$. Phương trình có ba nghiệm.

Câu 29. **Chọn B.**

Đặt $3^x=t$ ta được: $t^2-12t+3^{3\left(m^2-1\right)}=0$ $\left(1\right)$.

Do phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt nên $\left(1\right)$ có hai nghiệm phân biệt t_1,t_2.

$3^{x_1+x_2}=3^{x_1}.3^{x_2}=t_1.t_2=3^{3\left(m^2-1\right)}\Rightarrow x_1+x_2=3\left(m^2-1\right)\geq -3$.

Do đó x_1+x_2 đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3 khi $m=0$.

Thay $m=0$ vào $\left(1\right)$ ta được $t^2-12t+\dfrac{1}{27}=0$ có hai nghiệm $t_1,t_2>0$.

Câu 30. **Chọn B.**

Nhận xét: $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=1\Leftrightarrow\left(2+\sqrt{3}\right)^x\left(2-\sqrt{3}\right)^x=1$.

Đặt $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x\Rightarrow\left(2-\sqrt{3}\right)^x=\dfrac{1}{t},\forall t\in\left(0,+\infty\right)$.

$\left(1\right)\Leftrightarrow t+\dfrac{1}{t}=m\Leftrightarrow f\left(t\right)=t+\dfrac{1}{t}=m$ $\left(1'\right),\forall t\in\left(0,+\infty\right)$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=t+\frac{1}{t}$ xác định và liên tục trên $\left(0,+\infty\right)$.

Ta có: $f'\left(t\right)=1-\frac{1}{t^2}=\frac{t^2-1}{t^2}$. Cho $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow t=\pm1$.

Bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

+ Nếu $m>2$ thì phương trình $\left(1'\right)$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow pt\left(1\right)$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 31. Chọn C.

$2^{x^2+4}=2^{2\left(x^2+1\right)}+\sqrt{2^{2\left(x^2+2\right)}-2^{x^2+3}+1}\Leftrightarrow 8.2^{x^2+1}=2^{2\left(x^2+1\right)}+\sqrt{4.2^{2\left(x^2+1\right)}-4.2^{x^2+1}+1}$

Đặt $t=2^{x^2+1}\left(t\ge2\right)$, phương trình trên tương đương với

$8t=t^2+\sqrt{4t^2-4t+1}\Leftrightarrow t^2-6t-1=0\Leftrightarrow t=3+\sqrt{10}$ (vì $t\ge2$). Từ đó suy ra

$$2^{x^2+1}=3+\sqrt{10}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\sqrt{\log_2\frac{3+\sqrt{10}}{2}}\\x_2=-\sqrt{\log_2\frac{3+\sqrt{10}}{2}}\end{array}\right.$$

Vậy tổng hai nghiệm bằng 0.

Câu 32. Chọn D.

Điều kiện: $x\ne m$.

Phương trình $\Leftrightarrow 3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=3.5\Leftrightarrow 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}-1}=3^{1-(x-1)}\Leftrightarrow 5^{\frac{x-2}{x-m}}=3^{2-x}$. $\quad(*)$

Lấy logarit cơ số 5 hai vế của $(*)$, ta được

$$\frac{x-2}{x-m}=\left(2-x\right)\log_5 3\Leftrightarrow\left(x-2\right)\left(\frac{1}{x-m}+\log_5 3\right)=0.$$

- Với $x-2=0\Leftrightarrow x=2\left(\text{thỏa mãn}\right)$.
- Với $\frac{1}{x-m}+\log_5 3=0\Leftrightarrow x-m=-\frac{1}{\log_5 3}\Leftrightarrow x=m-\log_3 5$ $\left(\text{thỏa mãn}\right)$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{2;m-\log_3 5\right\}$.

Câu 33. Chọn A.

Phương trình $3^{x^2+1}.25^{x-1}=\frac{3}{25}\Leftrightarrow\frac{3^{x^2+1}}{3}=\frac{1}{25^{x-1}.25}\Leftrightarrow 3^{x^2}=\frac{1}{25^x}$. $\quad(*)$

Lấy logarit cơ số 3 hai vế của $(*)$, ta được $\Leftrightarrow\log_3 3^{x^2}=\log_3\frac{1}{25^x}$

$\Leftrightarrow x^2 = x\log_3 \dfrac{1}{25} \Leftrightarrow x^2 - x\log_3 \dfrac{1}{25} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 = x_1 \\ x = \log_3 \dfrac{1}{25} = x_2 \end{array}\right.$.

Suy ra $P = \sqrt{3^{x_1} + 3^{x_2}} = \sqrt{3^0 + 3^{\log_3 \frac{1}{25}}} = \dfrac{\sqrt{26}}{5}$.

Câu 34. Chọn A.

Phương trình $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2 \Leftrightarrow 2^{x-1} + (x-1) = 2^{x^2-x} + (x^2 - x)$. $(*)$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ trên $\mathbb{R}$, ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f(x-1) = f(x^2 - x) \Leftrightarrow x - 1 = x^2 - x \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất $x = 1$.

Câu 35. Chọn A.

Phương trình $\Leftrightarrow 2017^{\sin^2 x} - 2017^{\cos^2 x} = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\Leftrightarrow 2017^{\sin^2 x} + \sin^2 x = 2017^{\cos^2 x} + \cos^2 x$. $(*)$

Xét hàm số $f(t) = 2017^t + t$ trên $\mathbb{R}$, ta có $f'(t) = 2017^t \ln 2017 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f(\sin^2 x) = f(\cos^2 x) \Leftrightarrow \sin^2 x = \cos^2 x$

$\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Vì $x \in [0;\pi] \longrightarrow x = \left\{\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}\right\} \longrightarrow T = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{3\pi}{4} = \pi$.

Câu 36. Chọn B.

- Nếu $x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$ thì $x^2 - 1 > 0$. Suy ra $\Rightarrow 3^{x^2-1} + (x^2-1)3^{x+1} > 1$.

Do đó phương trình đã cho vô nghiệm.

- Nếu $x \in (-1;1)$ thì $x^2 - 1 < 0$. Suy ra $3^{x^2-1} + (x^2-1)3^{x+1} < 1$.

Do đó phương trình đã cho vô nghiệm.

- Kiểm tra $x = \pm 1$ thỏa mãn phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = -1 = x_1$, $x = 1 = x_2$.

Suy ra $x_1^3 + x_2^3 = 0$.

Câu 37. Chọn C.

Ta có $9^x - 2.3^{x+1} + m = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 6.3^x + m = 0$.

Đặt $t = 3^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 6t + m = 0$. $(*)$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - m \geq 0 \\ 6 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 9.$$

Theo định lí Viet, ta có $3^{x_1}.3^{x_2} = m \Leftrightarrow 3^{x_1+x_2} = m \Leftrightarrow 3 = m.$ (thỏa).

Cách trắc nghiệm. Thử lần lượt 4 đáp án để chọn.

Câu 38. **Chọn C.**

Phương trình tương đương với $\left(2^x\right)^2 - 2m.2^x + 2m = 0$.

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$. $\left(*\right)$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $\left(*\right)$ có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m \geq 0 \\ 2m > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2.$$

Theo định lí Viet, ta có $2^{x_1}.2^{x_2} = 2m \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 2m \Leftrightarrow 4 = 2m \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa).

Câu 39. **Chọn D.**

Phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{1}{2017}\left(2017^x\right)^2 - 2m.2017^x + m = 0$

$\Leftrightarrow \left(2017^x\right)^2 - 4034m.2017^x + 2017m = 0.$

Giả sử phương trình có hai nghiệm x_1, x_2.

Theo Viet, ta có $2017^{x_1}.2017^{x_2} = 2017m \Leftrightarrow 2017^{x_1+x_2} = 2017m \Leftrightarrow 2017 = 2017m \Leftrightarrow m = 1.$

Thử lại với $m = 1$ ta thấy thỏa mãn.

Câu 40. **Chọn A.**

Đặt $t = 4^x > 0$.

Phương trình trở thành $\underbrace{\left(m+1\right)t^2 - 2\left(2m-3\right)t + 6m + 5}_{f(t)} = 0.$ $\left(*\right)$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < x_2$

$\longrightarrow 4^{x_1} < 4^0 < 4^{x_2} \longrightarrow t_1 < 1 < t_2$.

Ycbt $\Leftrightarrow$ phương trình $\left(*\right)$ có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa $0 < t_1 < 1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ \left(m+1\right)f\left(1\right) < 0 \\ \left(m+1\right)f\left(0\right) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ \left(m+1\right)\left(3m+12\right) < 0 \\ \left(m+1\right)\left(6m+5\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1 \longrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases} \rightarrow P = 4.$$

Câu 41. **Chọn D.**

Đặt $t = 3^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - \left(m-1\right)t + 2m = 0$. $\left(*\right)$

Yêu cầu bài toán $\longleftrightarrow$ phương trình $\left(*\right)$ có đúng một nghiệm dương.

• $(*)$ có nghiệm kép dương $\longleftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ -\dfrac{b}{2a} > 0 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 8m = 0 \\ \dfrac{m-1}{2} > 0 \end{cases} \longleftrightarrow m = 5 + 2\sqrt{6}.$

• $(*)$ có hai nghiệm trái dấu $\xleftrightarrow{ac<0} 2m < 0 \longleftrightarrow m < 0$.

Vậy $m < 0$ hoặc $m = 5 + 2\sqrt{6}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 42. **Chọn D.**

Đặt $t = 2^{(x-1)^2}$, điều kiện $t \ge 1$.

Phương trình trở thành $\underbrace{t^2 - 2mt + 3m - 2}_{f(t)} = 0.\ (*)$

Ta thấy cứ một nghiệm $t > 1$ tương ứng cho hai nghiệm x.

Do đó phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $t_1 < t_2$ thỏa mãn $1 < t_1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ a.f(1) > 0 \\ \dfrac{S}{2} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ 1.(m-1) > 0 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$

Câu 43. **Chọn C.**

Ta có $m.2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2.2^{6-5x} + m \Leftrightarrow m.2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2^{7-5x} + m$

$\Leftrightarrow m\left(2^{x^2-5x+6} - 1\right) + 2^{1-x^2}\left(1 - 2^{x^2-5x+6}\right) = 0 \Leftrightarrow \left(2^{x^2-5x+6} - 1\right)\left(m - 2^{1-x^2}\right) = 0.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x^2-5x+6} - 1 = 0 \\ 2^{1-x^2} = m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 3 \\ 2^{1-x^2} = m\ (*) \end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán tương đương với

TH1: Phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $(x = 0)$, suy ra $m = 2$.

TH2: Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm là 2 và nghiệm còn lại khác $3 \longrightarrow m = 2^{-3}$.

TH3: Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm là 3 và nghiệm còn lại khác $2 \longrightarrow m = 2^{-8}$.

Vậy có tất cả ba giá trị m thỏa mãn.

Câu 44. **Chọn D.**

Điều kiện: $-1 \le x \le 1$.

Xét $u(x) = 1 + \sqrt{1-x^2}$, có $u'(x) = \dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}; u'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in [-1;1] \longrightarrow \begin{cases} \max\limits_{[-1;1]} u(x) = 2 \\ \min\limits_{[-1;1]} u(x) = 1 \end{cases}$.

Đặt $t = 5^{1+\sqrt{1-x^2}} \longrightarrow 5 \le t \le 25$.

Phương trình trở thành $t^2-(m+2)t+2m+1=0 \longleftrightarrow m=\dfrac{t^2-2t+1}{t-2}=f(t)$.

Do đó phương trình đã có nghiệm $\Leftrightarrow \min\limits_{[5;25]} f(t) \le m \le \max\limits_{[5;25]} f(t) \longleftrightarrow \dfrac{16}{3} \le m \le \dfrac{576}{23}$.

Suy ra số nguyên dương m lớn nhất là $m=25$.

Cách CASIO. Cô lập m ta được $m=\dfrac{25^{1+\sqrt{1-x^2}}-2.5^{1+\sqrt{1-x^2}}+1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}}-2}$.

Đặt $f(x)=\dfrac{25^{1+\sqrt{1-x^2}}-2.5^{1+\sqrt{1-x^2}}+1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}}-2}$. Khi đó phương trình $\Leftrightarrow f(x)=m$.

Sử dụng MODE7 khảo sát hàm $f(x)$ với thiết lập Start -1, End 1, Step $0,2$.

(Do điều kiện $1-x^2\ge 0 \leftrightarrow -1\le x\le 1$ nên Start -1, End 1)

Quan sát bảng giá trị ta thấy $f(x)\le f(0)=25.043...$ hay $m\le f(0)$.

Vậy m nguyên dương lớn nhất là 25.

Câu 45. **Chọn A.**

Đặt $4^x=t>0$. Phương trình đã cho trở thành: $\underbrace{(m+1)t^2-2(2m-3)t+6m+5}_{f(t)}=0.\ (*)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm $t_1,\ t_2$ thỏa mãn $0<t_1<1<t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1\ne 0 \\ (m+1)f(1)<0 \\ (m+1)(6m+5)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1\ne 0 \\ (m+1)(3m+12)<0 \\ (m+1)(6m+5)>0 \end{cases} \Leftrightarrow -4<m<-1.$$

Câu 46. **Chọn A.**

Tổng số tiền cả vốn và lãi (lãi chính là lợi tức) ông Năm nhận được từ cả hai ngân hàng là $347,50776813$ triệu đồng.

Gọi x (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng X, khi đó $320-x$ (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng Y. Theo giả thiết ta có:

$x(1+0,021)^5+(320-x)(1+0,0073)^9=347,50776813$

Ta được $x=140$. Vậy ông Năm gửi 140 triệu ở ngân hàng X và 180 triệu ở ngân hàng Y.

Câu 47. **Chọn D.**

Kỳ trả nợ đầu tiên là sau khi nhận vốn nên đây là bài toán vay vốn trả góp đầu kỳ.

Gọi A là số tiền vay ngân hàng, B là số tiền trả trong mỗi chu kỳ, $d=r\%$ là lãi suất trả chậm (tức là lãi suất cho số tiền còn nợ ngân hàng) trên một chu kỳ, n là số kỳ trả nợ.

Số tiền còn nợ ngân hàng (tính cả lãi) trong từng chu kỳ như sau:

+ Đầu kỳ thứ nhất là $A-B$.

+ Đầu kỳ thứ hai là $(A-B)(1+d)-B=A(1+d)-B\left[(1+d)+1\right]$.

+ Đầu kỳ thứ ba là $\left[A(1+d)-B\left((1+d)+1\right)\right](1+d)-B=A(1+d)^2-B\left[(1+d)^2+(1+d)+1\right]$.

……

+ Theo giả thiết quy nạp, đầu kỳ thứ n là

$$A(1+d)^{n-1}-B\left[(1+d)^{n-1}+...+(1+d)+1\right]=A(1+d)^{n-1}-B\frac{(1+d)^n-1}{d}$$

Vậy số tiền còn nợ (tính cả lãi) sau n chu kỳ là $A(1+d)^{n-1}-B\dfrac{(1+d)^n-1}{d}$.

Trở lại bài toán, để sau n năm (chu kỳ ở đây ứng với một năm) anh Bình trả hết nợ thì ta có

$$A(1+d)^{n-1}-B\frac{(1+d)^n-1}{d}=0 \Leftrightarrow 2.1,09^{n-1}-0,5.\frac{1,09^n-1}{0,09}=0 \Leftrightarrow n\approx 4,7.$$

Vậy phải sau 5 năm anh Bình mới trả hết nợ đã vay.

Câu 48. **Chọn C.**

Ta nhập vào MTCT như sau:

Thiết lập: $1500000\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}A$, $0,082\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}B$; $0\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}D$ (biến đếm).

Phép lặp: $D=D+1:A=A\times(1+B):B=B+0,0012$.

Bấm CALC = = =..., đến khi $D=7$ ta được $A=2665463,087$

Câu 49. **Chọn A.**

Sau 5 năm học đại học tức là 10 học kỳ, ta nhập vào MTCT như sau:

Thiết lập: $0\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}A$, $0\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}D$ (biến đếm).

Phép lặp: $D=D+1:A=\left(A+4500000\right)\times 1,0045^6$.

Bấm CALC = = =..., đến khi $D=10$ ta được $A=52343155,61$

Câu 50. **Chọn A.**

$$T_n=3T_0 \Leftrightarrow 3T_0=T_0\left(1+r\right)^n \Leftrightarrow n=\log_{(1+r)}3$$

Câu 51. **Chọn B.**

Theo công thức $m\left(t\right)=m_0e^{-kt}$ ta có:

$$m\left(5730\right)=\frac{100}{2}=50=100.e^{-k.5730} \Leftrightarrow k=\frac{\ln 2}{5730} \text{ suy ra } m\left(t\right)=100e^{\frac{-\ln 2}{5730}t}$$

Câu 52. **Chọn D.**

Giả sử khối lượng ban đầu của mẫu đồ cổ chứa Cabon là m_0, tại thời điểm t tính từ thời điểm ban đầu ta có:

$$m\left(t\right)=m_0e^{-\frac{\ln 2}{5730}t} \Leftrightarrow \frac{3m_0}{4}=m_0e^{-\frac{\ln 2}{5730}t} \Leftrightarrow t=\frac{5730\ln\left(\frac{3}{4}\right)}{-\ln 2}\approx 2378 \text{ (năm)}$$

Câu 53. **Chọn A.**

Theo công thức tính tỉ lệ % thì cần tìm t thỏa mãn:

$$75-20\ln\left(1+t\right)\le 10 \Leftrightarrow \ln\left(t+1\right)\ge 3.25 \Leftrightarrow t\ge 24.79$$

Câu 54. **Chọn B.**

Số quảng cáo phát ra tối thiểu để số người mua đạt hơn 75%

$75\% \le \dfrac{100}{1+49e^{-0.015x}} \Rightarrow x \ge 333$

Câu 55. Chọn A.

Cường độ ánh sáng thay đổi khi đi từ độ sâu x_1 đến độ sâu x_2 là: $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{I_0 e^{-\mu x_1}}{I_0 e^{-\mu x_2}} = e^{\mu(x_2 - x_1)}$

Câu 56. Chọn A.

Gọi ΔN_1 là số hạt β^- được phóng ra trong khoảng thời gian Δt_1 kể từ thời điểm ban đầu. Ta có:

$\Delta N_1 = N_{01} - N_1 = N_{01}\left(1 - e^{-k\Delta t_1}\right)$ (N_{01} là số hạn phóng xạ β^- ban đầu)

Sau 3 giờ số nguyên tử còn lại trong chất phóng xạ là: $N_{02} = N_{01}e^{-3k}$

Kể từ thời điểm này, trong khoảng thời gian Δt_2 thì số hạt β^- tạo thành là:

$\Delta N_2 = N_{02} - N_2 = N_{02}\left(1 - e^{-k\Delta t_2}\right)$

Cho $\Delta t_1 = \Delta t_1 = 1$ phút thì: $\Delta N_1 = 960, \Delta N_2 = 120$ suy ra:

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{N_{01}\left(1 - e^{-k\Delta t_1}\right)}{N_{01}e^{-3k}\left(1 - e^{-k\Delta t 2}\right)} \Leftrightarrow \frac{960}{120} = e^{3k} \Leftrightarrow \ln 8 = 3\frac{\ln 2}{T} \Leftrightarrow T = 1$$

Câu 57. Chọn A.

Theo giả thiết, chi phí mỗi ngày là: $C = 16m + 27n$

Do hàm sản xuất mỗi ngày phải đạt chỉ tiêu 40 sản phẩm nên cần có:

$m^{\frac{2}{3}}n^{\frac{1}{3}} \ge 40 \Leftrightarrow n \ge \dfrac{40^3}{m^2}$

Mối quan hệ giữa số lượng nhân viên và chi phí kinh doanh là: $C \ge 16m + \dfrac{27.40^3}{m^2}$

Theo bất đẳng thức AM-GM thì:

$$16m + \frac{27.40^3}{m^2} = 8m + 8m + \frac{27.40^3}{m^2} \ge 3\sqrt[3]{\frac{8m.8m.27.40^3}{m^2}} = 1440$$

Do đó, chi phí thấp nhất cần tìm là: $\min C = 1440$ (USD) khi $8m = \dfrac{27.40^3}{m^2} \Leftrightarrow m = 60$, tức là số nhân viên bằng 60 và lao động chính sấp xỉ 18 người (do $n = \dfrac{40^3}{60^2} \approx 17.778 \approx 18$)

Câu 58. Chọn C.

Gọi d = 10 cm = 100 mm là đường kính của lõi gỗ hình trụ; b = 0,15mm là độ dày của tấm vải.

Vòng vải thứ nhất (quấn đủ vòng) có chiều dài: $u_1 = \pi d$

Vòng vải thứ hai (quấn đủ vòng) có chiều dài: $u_2 = \pi\left(d + 2b\right)$

Vòng vải thứ ba (quấn đủ vòng) có chiều dài: $u_3 = \pi\left(d + 4b\right)$

.

Vòng vải thứ n (quấn đủ vòng) có chiều dài: $u_n = \pi\left(d + 2\left(n-1\right)b\right)$

Do đó, nếu quấn đủ n vòng quanh lõi gỗ thì chiều dài tấm vải là:

$$S=\pi\left[nd+2b\left(1+2+3+...+\left(n-1\right)\right)\right]=\pi\left[nd+2b\times\frac{n\left(n-1\right)}{2}\right]=\pi\left(bn^2+\left(d-b\right)n\right)$$

Theo giả thiết: $s=350000\Leftrightarrow \pi bn^2+\pi(d-b)n-350000=0$

2. PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 59. **Chọn D.**

$\log_4(x-1)=3\Leftrightarrow x-1=81\Leftrightarrow x=82$

Câu 60. **Chọn D.**

Điều kiện $x>0$

$\log_{\sqrt{3}}x-\log_3(2x^2-4x+3)=0\Leftrightarrow 2\log_3 x-\log_3(2x^2-4x+3)=0\Leftrightarrow \log_3 x^2=\log_3(2x^2-4x+3)$

$\Leftrightarrow x^2=2x^2-4x+3\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=1\\x_2=3\end{array}\right.\Rightarrow x_1+x_2=4$

Câu 61. **Chọn B.**

$\log_2(4-2^x)=2-x\Leftrightarrow 4-2^x=2^{2-x}$

Câu 62. **Chọn A.**

Điều kiện $x>0$

$\log_a(x^2+3x)=\log_{\sqrt{a}}2x\Leftrightarrow \log_a(x^2+3x)=2\log_a 2x\Leftrightarrow \log_a(x^2+3x)=\log_a 4x^2$

$\Leftrightarrow x^2+3x=4x^2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\left(L\right)\\x=1\left(TM\right)\end{array}\right.$

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 63. **Chọn B.**

Điều kiện $\begin{cases}1\neq a^3+2>0\\1\neq 4-a>0\end{cases}$

$\log_{a^3+2}3-\log_{4-a}3=0\Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_3\left(a^3+2\right)}-\dfrac{1}{\log_3\left(4-a\right)}=0$

$\Leftrightarrow \log_3\left(a^3+2\right)=\log_3\left(4-a\right)\Leftrightarrow a^3+2=4-a$

$\Leftrightarrow a^3+a-2=0\Leftrightarrow a=1(\text{TM})$

Câu 64. **Chọn D.**

Câu 65. **Chọn D.**

$\log_{0,4}(x-3)+2=0\Leftrightarrow \log_{0,4}(x-3)=-2\Leftrightarrow x-3=\left(0,4\right)^{-2}\Leftrightarrow x=\dfrac{37}{4}$

Câu 66. **Chọn C.**

Điều kiện $x>0$

$\left(\ln x\right)^3-7\ln x+6=0\Leftrightarrow \left(\ln x-1\right)\left(\left(\ln x\right)^2+\ln x-6\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\ln x=1\\\ln x=2\\\ln x=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=e\\x=e^2\\x=e^{-3}\end{array}\right.$

Vậy phương trình có ba nghiệm.

Câu 67. Chọn D.

$\log_{\frac{\pi}{3}}(\log_2(x-3))=0 \Leftrightarrow \log_2(x-3)=1 \Leftrightarrow x-3=2 \Leftrightarrow x=5.$

Câu 68. Chọn B.

Thay $x=-1$ vào phương trình ta có

$\log_{2+\sqrt{3}}(-m+3)+\log_{2-\sqrt{3}}(m^2+1)=0 \Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}}(-m+3)+\log_{\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}}(m^2+1)=0$

$\Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}}(-m+3)-\log_{\left(2+\sqrt{3}\right)}(m^2+1)=0 \Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}}(-m+3)=\log_{\left(2+\sqrt{3}\right)}(m^2+1)$

$\Leftrightarrow -m+3=m^2+1 \Leftrightarrow m^2+m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2. \end{array}\right.$

Câu 69. Chọn B.

Điều kiện $\begin{cases} 2x-1>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>1.$

$\log_2(2x-1)-\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=1 \Leftrightarrow \log_2(2x-1)+\log_2(x-1)=1 \Leftrightarrow \log_2(2x-1)(x-1)=1$

$\Leftrightarrow (2x-1)(x-1)=2 \Leftrightarrow 2x^2-3x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4}\ \text{(TM)} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}\ \text{(L)} \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4}$.

Câu 70. Chọn D.

$\log_{\sqrt{3}}|x-1|=2 \Leftrightarrow |x-1|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Câu 71. Chọn D.

$x+2=3^{\log_3(x+2)} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x+2=x+2 \end{cases} \Leftrightarrow x>-2$

Câu 72. Chọn C.

$\log_2(4^x+2m^3)=x \Leftrightarrow 4^x+2m^3=2^x \Leftrightarrow 4^x-2^x+2m^3=0$

Đặt $2^x=t\left(t>0\right)$. Khi đó phương trình trở thành $t^2-t+2m^3=0\left(*\right)$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình $\left(*\right)$ có hai nghiệm dương phân biệt: $\begin{cases} \Delta=1-8m^3>0 \\ S=1>0 \\ P=2m^3>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<\dfrac{1}{2}$.

Vậy để phương trình có nghiệm thực thì: $0<m<\dfrac{1}{2}$.

Câu 73. Chọn A.

Tập xác định $3^x-1>0 \Leftrightarrow x>0$.

$\log_3(3^x-1).\log_3(3^{x+1}-3)=6 \Leftrightarrow \log_3(3^x-1).\log_3(3(3^x-1))=6$
$\Leftrightarrow \log_3(3^x-1).(1+\log_3(3^x-1))-6=0$.

Đặt $\log_3(3^x-1)=t$

Khi đó phương trình trở thành $t^2+t-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-3 \\ t=2 \end{array}\right.$.

Suy ra phương trình đã cho có hai nghiêm dương.

Câu 74. Chọn A.

Tập xác định $0<x<2a$.

$\log_{\sqrt{a}}\sqrt{2a-x}+\log_{\frac{1}{a}}x=0 \Leftrightarrow 2\log_a\sqrt{2a-x}-\log_a x=0 \Leftrightarrow \log_a(2a-x)-\log_a x=0$.

$\Leftrightarrow \log_a(2a-x)=\log_a x \Leftrightarrow 2a-x=x \Leftrightarrow x=a.$

Câu 75. Chọn D.

$\log_3\left(\log_2\sqrt{x^2+5}\right)=1 \Leftrightarrow \log_2\sqrt{x^2+5}=3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+5}=8 \Leftrightarrow x^2+5=64$

$\Leftrightarrow x^2=59 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\sqrt{59} \\ x_2=-\sqrt{59} \end{array}\right. \Rightarrow x_1^2+x_2^2=118.$

Câu 76. Chọn B.

Tập xác định $x>0$.

Đặt $\log_3(\sqrt{x}+2)=\log_7 x=t \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}+2=3^t \\ x=7^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=3^t-2 \\ \sqrt{x}=7^{\frac{t}{2}} \end{cases}$

$\Rightarrow 3^t-2=7^{\frac{t}{2}} \Leftrightarrow 9^{\frac{t}{2}}-2=7^{\frac{t}{2}} \Leftrightarrow \left(\frac{9}{7}\right)^{\frac{t}{2}}-2\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{t}{2}}=1(*)$

Phương trình $(*)$ có một nghiệm $t=2$.

$f(t)=\left(\frac{9}{7}\right)^{\frac{t}{2}}-2\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{t}{2}} \Rightarrow f'(t)>0$.Suy ra vế trái của $(*)$ là hàm đồng biến mà vế phải là hàm hằng nên $(*)$ có nghiệm duy nhất $t=1 \Rightarrow x=49$.

Câu 77. Chọn B.

Điều kiện: $x>0$. Đặt $\sqrt{\log_3^2 x+1}=t$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2+t-1=3m\ (*)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $(*)$ phải có nghiệm thuộc đoạn $\left[1;\sqrt{2}\right]$.

Xét hàm số $f(t)=t^2+t-1$ trên đoạn $\left[1;\sqrt{2}\right]$. Ta có $f'(t)=2t+1>0, \forall t\in\left[1;\sqrt{2}\right]$ nên

$\min\limits_{[1;2]} f(t)=f(1)=1; \max\limits_{[1;2]} f(t)=f\left(\sqrt{2}\right)=1+\sqrt{2};$

Để $(*)$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[1;\sqrt{2}\right]$ thì $1<3m<1+\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}\le m\le\frac{1+\sqrt{2}}{3}$.

Câu 78. **Chọn D**

Điều kiện: $\begin{cases}1\neq 2x-1>0\\1\neq x+1>0\\(2x-1)^2>0\\2x^2+x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\neq x>\dfrac{1}{2}\\0\neq x>-1\\x\neq\dfrac{1}{2}\\\left[\begin{array}{l}x>\dfrac{1}{2}\\x<-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 1\neq x>\dfrac{1}{2}$

$\log_{2x-1}(2x^2+x-1)+\log_{x+1}(2x-1)^2=4\Leftrightarrow\log_{2x-1}(2x^2+x-1)+2\log_{x+1}(2x-1)=4$

$\Leftrightarrow\log_{2x-1}((x+1)(2x-1))+\dfrac{2}{\log_{2x-1}(x+1)}=4\Leftrightarrow 1+\log_{2x-1}(x+1)+\dfrac{2}{\log_{2x-1}(x+1)}=4$

$\Leftrightarrow\log_{2x-1}(x+1)+\dfrac{2}{\log_{2x-1}(x+1)}-3=0$

Đặt $\log_{2x-1}(x+1)=t\,(t\neq 0)$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t+\dfrac{2}{t}-3=0\Leftrightarrow t^2-3t+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=2\end{array}\right.$.

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\log_{2x-1}(x+1)=1\\\log_{2x-1}(x+1)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x+1)=2x-1\\(x+1)=(2x-1)^2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\,(\text{TM})\\x=0\,(\text{L})\\x=\dfrac{5}{4}(\text{TM})\end{array}\right.$

Câu 79. **Chọn B.**

♦Tự luận: ĐK: $x>0$.

PT $\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\log_2(x+2)=\log_2 x\Leftrightarrow\sqrt{x+2}=x\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2(tm)\\x=-1(l)\end{array}\right.$.

♦Trắc nghiệm: Đk $x>0$ -> Loại ngay đáp án **A,D.** Thử trực tiếp $x=2$ vào thấy thỏa mãn

Câu 80. **Chọn A.**

♦Tự luận: ĐK: $x>0$.

PT $\Leftrightarrow\log_3[x(x+2)]=\log_3 3\Leftrightarrow x(x+2)=3\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1(l)\\x=3(tm)\end{array}\right.$.

♦Trắc nghiệm: Đk $x>0$ -> Loại ngay đáp án **B,C.** Thử trực tiếp $x=3$ vào thấy thỏa mãn, $x=6$ thấy không thỏa mãn -> **Chọn A.**

Câu 81. **Chọn A.**

♦ Tự luận: Đk $x>-10$.

PT $\Leftrightarrow\log(x+10)+\log|x|=\log 100-\log 4\Leftrightarrow(x+10)|x|=25$.

TH1: $x\geq 0\Rightarrow x^2+10x-25=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5+5\sqrt{2}\,(tm)\\x=-5+5\sqrt{2}\,(l)\end{array}\right.$.

TH2: $-10<x<0\Rightarrow x^2+10x+25=0\Leftrightarrow x=-5(tm)$.

♦Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 82. **Chọn A.**

♦ Tự luận:ĐK $x>0$.

PT $\Leftrightarrow \log_2 x\left(1+\dfrac{1}{\log_2 3}+\dfrac{1}{\log_2 4}-\dfrac{1}{\log_2 20}\right)=0\Leftrightarrow \log_2 x=0\Leftrightarrow x=1$.

♦Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 83. **Chọn B.**

♦ Tự luận: ĐK $-1<x<1$.

PT $\begin{aligned}&\Leftrightarrow \lg\sqrt{1+x}+3\lg\sqrt{1-x}-2=\lg\sqrt{1+x}+\lg\sqrt{1-x}\Leftrightarrow \lg\sqrt{1-x}=1\\&\Leftrightarrow \sqrt{1-x}=10\Leftrightarrow x=-99(l)\end{aligned}$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 84. **Chọn A.**

♦ Bài này không nên làm theo phương pháp tự luận.

♦Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 85. **Chọn C.**

♦ Tự luận: Đk $x>-1$.

PT $\log_{2+\sqrt{3}}(x+1)=\log_{\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}}(x+2)\Leftrightarrow x+1=\dfrac{1}{x+2}$

$\Leftrightarrow x^2+3x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}(l)\\&x=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}(tm)\end{aligned}\right.$

♦Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 86. **Chọn D.**

♦ Tự luận: Đk $\begin{cases}-6<x<4\\x\neq -2\end{cases}$.

PT $\Leftrightarrow 3\log_{\frac{1}{4}}|x+2|-3=3\log_{\frac{1}{4}}(4-x)+3\log_{\frac{1}{4}}(x+6)$.

$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{4}}|x+2|=\log_{\frac{1}{4}}\dfrac{(4-x)(x+6)}{4}\Leftrightarrow |x+2|=\dfrac{(4-x)(x+6)}{4}$

Th1. $-2<x<4\Rightarrow x+2=\dfrac{(4-x)(x+6)}{4}\Leftrightarrow x^2+6x-16=0\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x=2(tm)\\&x=-8(l)\end{aligned}\right.$.

Th2. $-6 < x < -2 \Rightarrow -(x+2) = \dfrac{(4-x)(x+6)}{4} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 32 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1-\sqrt{33}\,(tm) \\ x = 1+\sqrt{33}\,(l) \end{array}\right.$.

♦Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 87. **Chọn A.**

♦Tự luận: Đk: $x > 0$

Đặt $t = \log_2 x$

$$pt <=> t^2 + 3t + 2 = 0 <=> \begin{cases} t = -1 = \log_2 x => x = \dfrac{1}{2}(tm) \\ t = -2 = \log_2 x => x = \dfrac{1}{4}(tm) \end{cases}$$

Câu 88. **Chọn C.**

♦Tự luận: Đk: $\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x + 1 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} <=> x > 1$

pt $<=> \log_2^2(x^2-1) + \log_2(x^2-1) - 2 = 0$

Đặt $t = \log_2(x^2-1)$

$$pt <=> t^2 + t - 2 = 0 <=> \begin{cases} t = 1 = \log_2(x^2-1) => x^2 - 1 = 2 => x = \pm\sqrt{3} \\ t = -2 = \log_2(x^2-1) => x^2 - 1 = \dfrac{1}{4} => x = \pm\dfrac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Vì $x > 1 => \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = \dfrac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

Câu 89. **Chọn D.**

♦Tự luận: Đk: $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x + 1 \neq 1 \end{cases} <=> \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$

pt $<=> \log_2(x+1) = 4\log_{x+1} 2$

Đặt $t = \log_2(x+1)$

$$pt <=> t = \frac{4}{t} <=> t^2 = 4 <=> \begin{cases} t = 2 = \log_2(x+1) => x + 1 = 4 => x = 3(tm) \\ t = -2 = \log_2(x+1) => x + 1 = \dfrac{1}{4} => x = -\dfrac{3}{4}(tm) \end{cases}$$

Câu 90. **Chọn A.**

♦Tự luận: Đk: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

pt $<=> \log_x 2 - \dfrac{1}{2}\log_2 x + \dfrac{7}{6} = 0$

Đặt $t = \log_2 x$

$pt <=> \frac{1}{t} - \frac{t}{2} + \frac{7}{6} = 0 <=> \frac{-1}{2}t^2 + \frac{7}{6}t + 1 = 0 <=> \left[\begin{array}{l} t = 3 = \log_2 x \\ t = \frac{-2}{3} = \log_2 x \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 8 \\ x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \end{array}\right.$

Câu 91. **Chọn B.**

♦Tự luận: Đk: $x > 0$

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1} \ge 0$

$pt <=> t^2 + 5t + 6 = 0 <=> \left[\begin{array}{l} t = -3(L) \\ t = -2(L) \end{array}\right.$. Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 92. **Chọn C.**

♦Tự luận: Đk: $x > 0$

Đặt $t = \sqrt{\log_2^2 x + 1} \ge 0$

$pt <=> t^2 + t - 2 = 0 <=> \begin{cases} t = 1(tm) \\ t = -2(ktm) \end{cases} => \sqrt{\log_2^2 x + 1} = 1 => \log_2 x = 0 => x = 1$

Câu 93. **Chọn D.**

♦Tự luận: Đk: $x > 0$

Đặt $t = \log_2 x$

$pt <=> t^2 + (x-12)t + (11-x) = 0 \begin{cases} t = 1 & (1) \\ t = 11 - x & (2) \end{cases}$

$pt(1) <=> \log_2 x = 1 <=> x = 2(tm)$

$pt(2) <=> \log_2 x = 11 - x <=> \log_2 x + x - 11 = 0$

Đặt $g(x) = \log_2 x + x - 11$ TXĐ: $x > 0$

$g'(x) = \frac{1}{x\ln 2} + 1 > 0 \quad \forall x > 0 => g(x)$ đồng biến trên TXĐ.

Mà $g(3) = 0 => x = 3$ là nghiệm duy nhất của pt (2).

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 94. **Chọn B.**

♦Tự luận: ĐK: $x > 0; x \ne 1$

$PT \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = x^3 \Leftrightarrow x = 1; x = 2; x = -2$

Kết hợp đk ta có nghiệm $x = 2$

Câu 95. **Chọn A.**

♦Tự luận:

$PT \Leftrightarrow 2\log_3\left[1 + \log_2(1 + 3\log_2 x)\right] = 2 \Leftrightarrow 1 + \log_2(1 + 3\log_2 x) = 3$

$\Leftrightarrow \log_2(1 + 3\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow 1 + 3\log_2 x = 4 \Leftrightarrow \log_2 x = 1 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy pt có nghiệm duy nhất $x = 2$

Câu 96. **Chọn C.**

♦Tự luận: $PT \Leftrightarrow x^2 + 4x + 12 = 9 \Leftrightarrow x = -1; x = -3$

Vậy pt có hai nghiệm cùng âm.

Câu 97. Chọn C.

♦Tự luận: $PT \Leftrightarrow \log_2\left(9-2^x\right)=3-x \Leftrightarrow 9-2^x=2^{3-x} \Leftrightarrow 2^{2x}-9.2^x+8=0 \Leftrightarrow x=0; x=3$

Nên $a=3 \Rightarrow T=3^3-5.3-\dfrac{9}{3^2}=11$ pt có nghiệm duy nhất $x=2$

Câu 98. Chọn D.

♦Tự luận: $\log_2\left(2^x-1\right)=-2 \Leftrightarrow 2^x-1=\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow 2^x=\dfrac{5}{4} \Leftrightarrow x=\log_2\dfrac{5}{4}=\log_2 5-2.$

Câu 99. Chọn C.

$\log_3\left(x+1\right)^2=2 \Leftrightarrow \left(x+1\right)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-4 \end{array}\right.$. Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 100. Chọn A.

$PT \Leftrightarrow x^3-3x=2^m$

$f\left(x\right)=x^3-3x; f'\left(x\right)=3x^2-3; f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x=\pm1$

BBT

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2<2^m<2 \Leftrightarrow m<1$

♦Trắc nghiệm: $PT \Leftrightarrow x^3-3x=2^m \Leftrightarrow x^3-3x-2^m=0$

Bấm máy tính giải phương trình bậc 3:

Thay $m=0,5$. Giải pt $x^3-3x-2^{0,5}=0$ có ba nghiệm phân biệt. Loại D

Thay $m=-1$. Giải pt $x^3-3x-2^{-1}=0$ có ba nghiệm phân biệt. **Chọn A.**

Câu 101. Chọn C.

♦Tự luận: $PT \Leftrightarrow 4^x-m=2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x}-2.2^x-m=0$

Đặt ẩn phụ $t=2^x, t>0$. Yêu cầu bài toán tương đương pt $t^2-2t-m=0$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=1+m>0 \\ -m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ m<0 \end{cases}$

♦Trắc nghiệm: $PT \Leftrightarrow 4^x-m=2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x}-2.2^x-m=0$

Đặt ẩn phụ $t=2^x, t>0$. Yêu cầu bài toán tương đương pt $t^2-2t-m=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Thấy pt có hai nghiệm dương thì $a.c>0 \Rightarrow -m>0 \Rightarrow m<0$. Nên loại A,B

Thử $m=-1,5$ thấy phương trình $t^2-2t+1,5=0$ vô nghiệm. Nên loại D, **Chọn C.**

Câu 102. Chọn A.

Phương trình có một nghiệm $x=1$.

$f\left(x\right)=x+2.3^{\log_2 x} \Rightarrow f'\left(x\right)>0$. Suy ra vế trái là hàm đồng biến, mà vế phải là hàm hằng, nên phương trình có một nghiệm duy nhất $x=1$.

Câu 103. Chọn C.

♦Tự luận:

$\log_3\left[(x+1)^3+3(x+1)^2+3x+4\right]=2\log_2(x+1)$

Điều kiện: $x>-1$

$\log_3\left[(x+1)^3+3(x+1)^2+3(x+1)+1\right]=2\log_2(x+1)$

$\Leftrightarrow \log_3(x+2)^3=2\log_2(x+1)$

$\Leftrightarrow 3\log_3(x+2)=2\log_2(x+1)=6t$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\log_3(x+2)=2t\\ \log_2(x+1)=3t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+2=3^{2t}\\ x+1=2^{3t}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3^{2t}-2\\ x=2^{3t}-1\end{cases} \Rightarrow 9^t=8^t+1 \Leftrightarrow 1=\left(\frac{8}{9}\right)^t+\left(\frac{1}{9}\right)^t$

Đặt $f(t)=\left(\frac{8}{9}\right)^t+\left(\frac{1}{9}\right)^t$ nhận thấy $f(t)$ là hàm luôn nghịch biến, nên pt có nghiệm duy nhất, và $f(1)=1$, vậy nghiệm t=1, hay x=7

♦Trắc nghiệm: shift slove ra nghiệm.

Câu 104. Chọn D.

♦ Tự luận:

$\log_2\left(x+3^{\log_6 x}\right)=\log_6 x$

Đặt $t=\log_6 x \Rightarrow x=6^t$

$pt \Leftrightarrow \log_2\left(6^t+3^t\right)=t \Leftrightarrow 6^t+3^t=2^t \Leftrightarrow \left(\frac{6}{2}\right)^t+\left(\frac{3}{2}\right)^t=1$

Đặt $f(t)=(3)^t+\left(\frac{3}{2}\right)^t$ nhận thấy $f(t)$ là hàm đồng biến trên R và $f(-1)=1$. nên pt có nghiệm duy nhất $t=-1$ hay $x=\frac{1}{6}$

Câu 105. Chọn A.

ĐK: $x>-3$

$2^{\log_5(x+3)}=x \Leftrightarrow \log_5(x+3)=\log_2 x$

Đặt $\log_5(x+3)=\log_2 x=t \Rightarrow \begin{cases}x+3=5^t\\ x=2^t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=5^t-3\\ x=2^t\end{cases}$.

$\Rightarrow 5^t-3=2^t \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^t-3\left(\frac{1}{2}\right)^t=1(*)$

Phương trình (*) có một nghiệm $t=1$.

Xét hàm số $f(t)=\left(\frac{5}{2}\right)^t-3\left(\frac{1}{2}\right)^t$.

Ta có $f'(t)>0$ nên vế trái của (*) là hàmđồng biến trên tập xác định, trong khi vế phải là hàm hằng nên phương trình (*) có nghiệm duy nhất $t=1\Rightarrow x=2$

Câu 106. Chọn A.

♦ Tự luận: $(4x-5)\log_2^2 x+(16x-7)\log_2 x+12=0$

ĐK: $x>0$

Đặt $t=\log_2 x$

$pt\Leftrightarrow (4x-5)t^2+(16x-7)t+12=0\Leftrightarrow (4x-5)t^2+(16x-7)t+12=0$

$\Leftrightarrow (t+2)(t+x-3)=0\Leftrightarrow \begin{cases} t=-2\Rightarrow x=\dfrac{1}{4} \\ t=-x+3 \end{cases}$

Với $t=-x+3\Rightarrow \log_2 x=-x+3$

Nhận xét thấy vế trái là hàm tăng, vế phải là hàm giảm. Nên pt có nghiệm duy nhất. Và thay $x=2$ thì thỏa pt. Vậy nghiệm $x=2$

Tích bằng 0.5

♦ Trắc nghiệm: Dùng shift solve tìm nghiệm thứ nhất, tìm nghiệm thứ 2 rồi tìm tích.

Câu 107. Chọn B.

♦ Tự luận: $\log_3\sqrt{x^2-3x+2}+\left(\dfrac{1}{5}\right)^{3x-x^2-1}=2$

Đặt: $u=\sqrt{x^2-3x+2}\Rightarrow u^2=x^2-3x+2\Rightarrow 3x-x^2-1=1-u^2$.

$pt\Leftrightarrow \log_3(u+2)+5^{u^2-1}=2$

Đặt $f(u)=\log_3(u+2)+5^{u^2-1}$ Nhận xét thấy vế phải là hàm tăng, và $f(1)=2$. Nên phương trình có nghiệm duy nhất u=1

hay $\sqrt{x^2-3x+2}=1$

$\Leftrightarrow x^2-3x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Câu 108. Chọn A.

♦ Tự luận:

$7^{x-1}-2\log_7(6x-5)^3=1\left(dk\ x>\dfrac{5}{6}\right)$

$\Leftrightarrow 7^{x-1}+6(x-1)=6x-5+6\log_7(6x-5)$

Đặt $f(t)=t+6\log_7 t$, $f'(t)=1+\dfrac{6}{t\ln 7}>0,\forall t>0$

Nên $f(t)$ tăng

Vậy $f(7^{x-1})=f(6x-5)\Leftrightarrow 7^{x-1}=6x-5\Leftrightarrow 7^u=6u+1$

Xét hàm $g(u)=7^u-6u-1$; $g'(u)=7^u.\ln 7-6$; $g'(u)=0 \Leftrightarrow u=\log_7\left(\dfrac{6}{\ln 7}\right)$

Theo bảng biến thiên ta có hàm $g(u)$ tăng, giảm trên hai khoảng. Nên $g(u)$ có nhiều nhất 2 nghiệm

Mà $g(0)=0; g(1)=0;$

Vậy $\left[\begin{array}{l} u=0 \\ u=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

♦ Trắc nghiệm: shift solve.

Câu 109. Chọn B.

♦ Tự luận:

$\log_3\dfrac{2x+1}{(x-1)^2}=x^2-4x \Leftrightarrow \log_3(2x+1)-\log_3(x^2-2x+1)=x^2-4x$

$\Leftrightarrow \log_3(2x+1)+(2x+1)=\log_3(x^2-2x+1)+(x^2-2x+1)$

$\Leftrightarrow f(2x+1)=f(x^2-2x+1)(*)$

Với $f(x)=\log_3 x+x \Rightarrow f'(x)>0$. Nên $f(x)$ đồng biến.

Vậy $(*) \Leftrightarrow x^2-2x+1=2x+1 \Leftrightarrow x^2-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

♦ Trắc nghiệm: shift solve.

Câu 110. Chọn C.

PT được viết lại: $9\log_3^2 x-(9m+3)\log_3 x+9m-2=0$.

Nếu đặt $t=\log_3 x$,khi đó ta tìm

$t_1+t_2=\log_3 x_1+\log_3 x_2=\log_3 x_1.x_2=1 \Leftrightarrow \dfrac{9m+3}{9}=1 \Leftrightarrow m=\dfrac{2}{3}$

(Chú ý trong các trường hợp tq cần điều kiện có nghiệm của pt bậc 2).

Câu 111. Chọn D.

ĐK: $x>-1$.

Phương trình có một nghiệm $x=3$.

Xét $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+\log_2(x+1)$

Ta có $f'(x)>0$ nên $VT=f(x)$ đồng biến trên $(-1;+\infty)$, trong khi VP là hàm hằng nên phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 112. Chọn C.

$x=1$ là nghiệm nên $\log_m 6 \le \log_m 2 \Leftrightarrow 0<m<1$. Khi đó ta có BPT:

$\begin{cases} 2x^2+x+3 \ge 3x^2-x \\ 3x^2-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{3}<x\le 3 \\ -1\le x<0 \end{array}\right.$.

Câu 113. Chọn B.

ĐK: $x>1$

$x.\log_2(x-1)+m=m.\log_2(x-1)+x\Leftrightarrow(x-m)\log_2(x-1)=x-m$

$\Leftrightarrow(x-m)(\log_2(x-1)-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x-1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=3\end{array}\right.$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt thuộc $(1;3]$ khi $1<x=m<3$.

Câu 114. Chọn D.

Nếu đặt $t=\log_3 x$,khi đó ta tìm

$t_1+t_2=\log_3 x_1+\log_3 x_2=\log_3 x_1.x_2=3\Leftrightarrow m+2=3\Leftrightarrow m=1.$

Câu 115. Chọn A.

ĐK: $m>0$.

Với $m=1$. Phương trình: $\log_x 1=0$ nghiệm đúng mọi $0<x\neq1$.

Với $0<m\neq1$. Phương trình:

$\log_x m+\log_{mx} m+\log_{m^2x} m=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{\log_m x}+\dfrac{1}{\log_m mx}+\dfrac{1}{\log_m m^2x}=0$

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{\log_m x}+\dfrac{1}{1+\log_m x}+\dfrac{1}{2+\log_m x}=0$

Đặt $\log_m x=t\,(t\neq0;t\neq-1;t\neq2)$. Khi đó có phương trình:

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{t}+\dfrac{1}{1+t}+\dfrac{1}{2+t}=0\Leftrightarrow3t^2+6t+2=0\Leftrightarrow t=\dfrac{-3\pm\sqrt{3}}{3}$ (TM)

Vậy $m>0$.

Câu 116. Chọn C.

ĐK: $x^2>0\Leftrightarrow x\neq0.$

$\log_4 x^2=\log_{\sqrt{2}}2\Leftrightarrow\log_2|x|=\log_2 4\Leftrightarrow|x|=4\Leftrightarrow x=\pm4.$

Câu 117. Chọn B.

ĐK: $\begin{cases}3x+4>0\\1\neq x>0\end{cases}\Leftrightarrow1\neq x>0.$

$\log_4(3x+4).\log_x 2=1\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\log_2(3x+4).\log_x 2=1\Leftrightarrow\log_x(3x+4)=2\Leftrightarrow3x+4=x^2$

$\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\text{(L)}\\x=4\text{(TM)}\end{array}\right.$

Câu 118. Chọn A.

Điều kiện: $x>0$.

Phương trình $\Leftrightarrow(-2-\log_3 x)^2+\log_3 x^2-\log_3 81-7=0$

$\Leftrightarrow\log_3^2 x+6\log_3 x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\\log_3 x=-7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3=x_1\text{ (thỏa mãn)}\\x=3^{-7}=x_2\text{ (thỏa mãn)}\end{array}\right.$

$$\longrightarrow P = x_1x_2 = 3.3^{-7} = 3^{-6} = \frac{1}{3^6} = \frac{1}{9^3}.$$

Câu 119. Chọn D.

Điều kiện: $x > 1$.

Phương trình $\Leftrightarrow 2\log_2(x-1) - \log_2(x+1) = 1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = 1 + \log_2(x+1)$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2\left[2(x+1)\right] \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2+\sqrt{5}\,(\text{thỏa mãn}) \\ x = 2-\sqrt{5}\,(\text{loại}) \end{array}\right. \longrightarrow S = \left\{2+\sqrt{5}\right\}.$$

Câu 120. Chọn A.

Điều kiện: $3^{x+1} - 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_3\left(3^{x+1}-1\right) = 2x - \log_3 2 \Leftrightarrow \log_3\left(3^{x+1}-1\right) + \log_3 2 = 2x$

$$\Leftrightarrow \log_3\left[\left(3^{x+1}-1\right).2\right] = 2x \Leftrightarrow \left(3^{x+1}-1\right).2 = 3^{2x} \Leftrightarrow 6.3^x - 2 = 3^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 3^{2x} - 6.3^x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} 3^{x_1} + 3^{x_2} = 6 \\ 3^{x_1}.3^{x_2} = 2 \end{cases}.$$

Ta có $S = 27^{x_1} + 27^{x_2} = \left(3^{x_1} + 3^{x_2}\right)^3 - 3.3^{x_1}.3^{x_2}\left(3^{x_1} + 3^{x_2}\right) = 6^3 - 3.2.6 = 180.$

Câu 121. Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ \ln(x-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}.$

Phương trình $\Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \\ x = 3 \end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện, phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$.

Câu 122. Chọn B.

Điều kiện: $0 < x < 1$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2 x^2 - \log_2\left(1-\sqrt{x}\right) = \log_2\left(x - 2\sqrt{x} + 2\right)$

$$\Leftrightarrow \log_2\frac{x^2}{1-\sqrt{x}} = \log_2\left(x - 2\sqrt{x} + 2\right) \Leftrightarrow \frac{x^2}{1-\sqrt{x}} = x - 2\sqrt{x} + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{1-\sqrt{x}} = x + 2\left(1-\sqrt{x}\right) \Leftrightarrow \frac{x^2}{\left(1-\sqrt{x}\right)^2} = \frac{x}{1-\sqrt{x}} + 2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{1-\sqrt{x}}\right)^2 - \left(\frac{x}{1-\sqrt{x}}\right) - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{1-\sqrt{x}} = -1 \text{ (vô nghiệm) hoặc } \frac{x}{1-\sqrt{x}} = 2$$

$$\Leftrightarrow x + 2\sqrt{x} - 2 = 0 \longrightarrow \sqrt{x} = -1 + \sqrt{3} \longrightarrow x = 4 - 2\sqrt{3} \longrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}.$$

Câu 123. Chọn A.

Điều kiện: $\frac{x^2-2x+1}{x}>0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x}>0 \Leftrightarrow 0<x\neq 1.$

Phương trình $\Leftrightarrow \log_3 \frac{(x-1)^2}{x}+x^2-2x+1=x$

$\Leftrightarrow \log_3 (x-1)^2-\log_3 x+(x-1)^2=x \Leftrightarrow \log_3 (x-1)^2+(x-1)^2=\log_3 x+x.$ $\quad (*)$

Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t$ với $t>0$. Ta có $f'(t)=\frac{1}{t\ln 3}+1>0,\ \forall t>0$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f\left[(x-1)^2\right]=f(x) \Leftrightarrow (x-1)^2=x$

$$\Leftrightarrow x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}(\text{thỏa mãn}) \\ x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}(\text{thỏa mãn}) \end{array}\right. \longrightarrow \frac{3+\sqrt{5}}{2}+\frac{3-\sqrt{5}}{2}=3.$$

Câu 124. Chọn B.

Điều kiện: $m\neq 2$. Phương trình $\Leftrightarrow \log_4\left[\left(2^x+2\right)^2\right]=\log_2|m-2|$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(2^x+2\right)=\log_2|m-2| \Leftrightarrow 2^x+2=|m-2| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x+2=m-2 \\ 2^x+2=2-m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=m-4 \\ 2^x=-m \end{array}\right.$$

Để phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m-4\leq 0 \\ -m\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\leq 4 \\ m\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\leq m\leq 4$

$$\xrightarrow[m\neq 2]{m\in\mathbb{Z}} m\in\{0;1;3;4\} \longrightarrow S=0+1+3+4=8.$$

Câu 125. Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} mx>0 \\ x+1>0 \\ \log(x+1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx>0 \\ x+1>0. \\ x+1\neq 1 \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow \log(mx)-2=\log(x+1) \Leftrightarrow \log\frac{mx}{100}=\log(x+1) \Leftrightarrow \frac{mx}{100}=x+1$

$\Leftrightarrow mx=100x+100 \Leftrightarrow (m-100)x=100 \Leftrightarrow x=\frac{100}{m-100}.$

Thay vào điều kiện, ta có $\begin{cases} m.\frac{100}{m-100}>0 \\ \frac{100}{m-100}+1>0 \\ \frac{100}{m-100}+1\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{m}{m-100}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>100 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Câu 126. Chọn B.

Điều kiện: $x>0$. Vì phương trình có nghiệm nhỏ hơn 1 nên suy ra $0<x<1$.

Đặt $\log_{\sqrt{3}} x=t$, với $0<x<1 \longrightarrow t<0$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - mt + 1 = 0 \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = m.$

Xét hàm $f(t) = t + \frac{1}{t}$ với $t < 0$.

Đạo hàm và lập bảng biến thiên ta được $m = -2$ thỏa mãn bài toán.

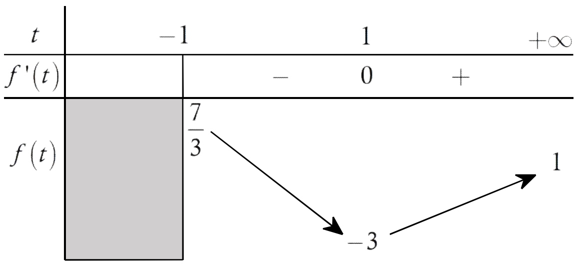
Câu 127. Chọn A.

Đặt $t = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)$, do $2 < x < 4 \to 0 < x - 2 < 2 \longrightarrow t > -1.$

Phương trình trở thành $(m-1)t^2 - (m-5)t + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}.$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$ với $t > -1$.

Đạo hàm và lập bảng biến thiên, ta được



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $-3 \le m < \frac{7}{3}$.

Suy ra $m_0 = -3 \in \left(-5; -\frac{5}{2}\right)$.

Câu 128. Chọn B.

Đặt $t = \log_2 x$, với $x \ge 16 \longrightarrow t \ge 4$.

Phương trình trở thành $\sqrt{t^2 - 2t - 3} = m(t-3)$. $\quad (*)$

● Với $m \le 0$ thì phương trình vô nghiệm, do $\begin{cases} \sqrt{t^2 - 2t - 3} > 0 \\ t - 3 > 0 \end{cases}, \forall t \ge 4.$

● Với $m > 0$ thì $(*) \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = m^2(t-3)^2 \Leftrightarrow (1-m^2)t^2 + 2(3m^2 - 1)t - 3(1 + 3m^2) = 0$.

■ Nếu $m = 1 \longrightarrow t = 3$: không thỏa mãn.

■ Nếu $m \ne 1$, ta nhẩm được một nghiệm $t = 3$ (không thỏa mãn), suy ra nghiệm còn lại $t = \frac{-3m^2 - 1}{1 - m^2}$.

Do đó để phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{-3m^2 - 1}{1 - m^2} \ge 4 \Leftrightarrow 1 < m \le \sqrt{5}$ (thỏa).

Nhận xét. Phương trình $(*) \Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{t^2 - 2t - 3}}{t - 3} = f(t), \forall t \ge 4$. Xét hàm $f(t)$ với $t \ge 4$.

Câu 129. Chọn C.

Điều kiện: $x > -1$.

Phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)\Leftrightarrow mx=(x+1)^2\Leftrightarrow m=\dfrac{(x+1)^2}{x}$.

Xét hàm $f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{x}$ trên $(-1;+\infty)$.

Đạo hàm và lập bảng biến thiên, ta được

x	-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	||	$0 \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m<0 \end{array}\right.$

$\xrightarrow[m\in\mathbb{Z}]{m\in[-2017;2017]} m\in\{-2017;-2016;...;-1;4\}\longrightarrow$ có 2018 giá trị m nguyên.

Câu 130. Chọn A.

Điều kiện: $4^x-1>0\Leftrightarrow x>0.$

Đặt $t=4^x$, với $x>0\longrightarrow t>1$. Phương trình trở thành $m=\log_2\dfrac{t-1}{t+1}$. $(*)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2\dfrac{t-1}{t+1}$ trên $(1;+\infty)$. Ta có $f'(t)=\dfrac{2}{(t^2-1)\ln 2}>0,\forall t>1.$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

t	1		$+\infty$
$f'(t)$	||	$+$	
$f(t)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m<0.$

Câu 131. Chọn A.

Phương trình $\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3}.\log_2(x^2-2x+3)=2^{2|x-m|+2}.\log_2(2|x-m|+2)$. $(*)$

Xét hàm $f(t)=2^t.\log_2 t$ trên $[2;+\infty)$. Ta có $f'(t)=2^t.\ln 2.\log_2 t+\dfrac{2^t}{t.\ln 2}>0,\ \forall t>2.$

Suy ra hàm số $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $[2;+\infty)$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f(x^2-2x+3)=f(2|x-m|+2)\Leftrightarrow x^2-2x+3=2|x-m|+2$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2=2|x-m|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-1)^2=2(x-m)\\(x-1)^2=-2(x-m)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2-4x+2m+1=0 & (1)\\ x^2=2m-1 & (2)\end{array}\right..$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

TH1. Phương trình (1) và (2) đều có nghiệm kép và hai nghiệm này khác nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{(1)} = 0 \\ x^2 = 2m-1 = 0 \end{cases} \longrightarrow m \in \varnothing.$$

TH2. Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, phương trình (2) vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{(1)} > 0 \\ x^2 = 2m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-(2m+1) > 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}.$$

TH3. Phương trình (1) vô nghiệm, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{(1)} < 0 \\ x^2 = 2m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-(2m+1) < 0 \\ 2m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}.$$

TH4. Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, phương trình (2) cũng có hai nghiệm phân biệt và hai nghiệm của (1) giống hai nghiệm của (2) hay nói cách khác hai phương trình tương đương $\longrightarrow m \in \varnothing.$

Vậy $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ là giá trị cần tìm.

Câu 132. Chọn C.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+4mx\right) = \log_3\left(2x-2m-1\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2m-1 > 0 \\ x^2+4mx = 2x-2m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{2m+1}{2} & (1) \\ x^2+2(2m-1)x+2m+1 = 0 & (*) \end{cases}.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có một nghiệm thỏa mãn (1).

• **TH1:** $(*)$ có nghiệm kép thỏa $(1) \longleftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{*} = (2m-1)^2 - (2m+1) = 0 \\ x = 1-2m > \dfrac{2m+1}{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2-6m = 0 \\ 6m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

• **TH2:** $(*)$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thỏa $x_1 < \dfrac{2m+1}{2} < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{*} = (2m-1)^2 - (2m+1) > 0 \\ \left(x_1 - \dfrac{2m+1}{2}\right)\left(x_2 - \dfrac{2m+1}{2}\right) \le 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2-6m > 0 \\ 20m^2+12m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < -\frac{1}{10}.$$

• **TH3:** $(*)$ có nghiệm $x_1 = \dfrac{2m+1}{2}$ và nghiệm $x_2 > \dfrac{2m+1}{2}$. Thay $x_1 = \dfrac{2m+1}{2}$ vào phương trình $(*)$ ta nhận được $m = -\dfrac{1}{2}$ hoặc $m = -\dfrac{1}{10}$. Thử lại ta thấy thỏa mãn.

Kết hợp các trường hợp, ta được $-\frac{1}{2} \le m \le -\frac{1}{10}$ hoặc $m=0$ thỏa mãn yctb.

$\longrightarrow a=-\frac{1}{2};b=-\frac{1}{10};c=0$.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

☆☆☆

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOAGRIT

I. PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG CHO BPT MŨ

1. Phương pháp

Dạng 1: Với bất phương trình: $a^{f(x)} \le a^{g(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases} \\ a = 1 \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \end{array}\right.$ hoặc $\begin{cases} a > 0 \\ (a-1)[f(x)-g(x)] \le 0 \end{cases}$

Dạng 2: Với bất phương trình: $a^{f(x)} < b$ (với b > 0) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) < \log_a b \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) > \log_a b \end{cases} \end{array}\right.$.

Dạng 3: Với bất phương trình: $a^{f(x)} > b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b \le 0 \\ f(x) \text{ có nghĩa} \end{cases} \\ \begin{cases} b > 0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > \log_a b \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < \log_a b \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right.$.

2. Bài toán minh họa

Giải các bất phương trình sau:

① $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ ② $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x^2+1} > \left(5+2\sqrt{6}\right)^{2x+1}$ ③ $3^{x^2-1} < 2$

Lời giải:

① Ta có thể trình bày theo hai cách sau:

Cách 1: Bất phương trình được biến đổi về dạng:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow 4x \ge x-2 \Leftrightarrow 3x \ge -2 \Leftrightarrow x \ge -\frac{2}{3}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Cách 2: Bất phương trình được biến đổi về dạng:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \le \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x \le 2-x \Leftrightarrow 3x \ge -2 \Leftrightarrow x \ge -\frac{2}{3}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left[-\frac{2}{3};+\infty\right)$.

Nhận xét: Như vậy, để thực hiện bài toán trên ở cả hai cách chúng ta đều thực hiện một công việc là đưa bất phương trình về dạng có cùng cơ số, tuy nhiên:

- *Trong cách 1*, với việc sử dụng cơ số $a<1$ nên dấu bất đẳng thức phải đổi chiều và đây là điểm thường gây ra lỗi đối với một vài học sinh.
- *Trong cách 2*, với việc sử dụng cơ số $a>1$ nên dấu bất đẳng thức không đổi chiều. Trong những trường hợp tương tự các em học hãy lựa chọn theo hướng này.

② Ta có thể trình bày theo hai cách sau:

<u>*Cách 1*:</u> Nhận xét rằng: $5+2\sqrt{6}=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2=\left(\frac{3-2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)^2=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{-2}$.

Do đó, bất phương trình được biến đổi về dạng:

$$\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x^2+1} > \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{-2(2x+1)} \Leftrightarrow x^2+1<-2(2x+1) \Leftrightarrow x^2+4x+3<0 \Leftrightarrow -3<x<-1.$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $(-3;-1)$.

<u>*Cách 2*:</u> Nhận xét rằng:

$$5+2\sqrt{6}=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2,\ \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=3-2=1 \Rightarrow \sqrt{3}-\sqrt{2}=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{-1}.$$

Do đó, bất phương trình được biến đổi về dạng:

$$\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{-(x^2+1)} > \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{2(2x+1)} \Leftrightarrow -x^2-1>4x+2 \Leftrightarrow x^2+4x+3<0 \Leftrightarrow -3<x<-1.$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $(-3;-1)$.

Nhận xét: Như vậy, để thực hiện bài toán trên ở cả hai cách chúng ta đều thực hiện một công việc là đưa bất phương trình về dạng có cùng cơ số, tuy nhiên:

- *Trong cách 1*, chúng ta đã tìm cách biến đổi $5+2\sqrt{6}$ theo $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ và ở đây các em học sinh cũng cần lưu ý rằng cơ số này nhỏ hơn 1.
- *Trong cách 2*, chúng ta đã sử dụng ý tưởng về cơ số trung gian đã biết trong phần phương trình mũ.

③ Bất phương trình được biến đổi về dạng:

$$x^2-1<\log_3 2 \Leftrightarrow x^2<1+\log_3 2 \text{ tham số } x^2<\log_3 6 \Leftrightarrow |x|<\sqrt{\log_3 6}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\sqrt{\log_3 6};\ \sqrt{\log_3 6}\right)$.

II. PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG CHO BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

1. Phương pháp

Dạng 1: Với bất phương trình:

$$\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ 0 < f(x) < g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) > g(x) > 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ (a-1)[f(x) - g(x)] < 0 \end{cases}$$

Dạng 2: Với bất phương trình: $\log_a f(x) < b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ 0 < f(x) < a^b \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) > a^b \end{cases} \end{array}\right.$

Dạng 3: Với bất phương trình: $\log_a f(x) > b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > a^b \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < f(x) < a^b \end{cases} \end{array}\right.$

2. Bài toán minh họa:

Giải các bất phương trình sau:

① $\log_5(x^2 - 1) < 1 - \log_{\frac{1}{5}}(x-1)$ ② $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 6x + 18) + 2\log_5(x-4) < 0.$

Lời giải:

① Ta có thể trình bày theo hai cách sau:

Cách 1: Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| > 1 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$ (*)

Biến đổi bất phương trình về dạng:

$\log_5(x^2 - 1) < 1 + \log_5(x-1) \Leftrightarrow \log_5(x^2 - 1) < \log_5 5(x-1)$

$\Leftrightarrow x^2 - 1 < 5(x-1) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 4.$

Kết hợp với điều kiện (*) ta nhận được tập nghiệm của bất phương trình là $(1;4)$.

Cách 2: Bất phương trình biến đổi tương đương về dạng:

$\log_5(x^2 - 1) < 1 + \log_5(x-1) \Leftrightarrow \log_5(x^2 - 1) < \log_5 5(x-1)$

$\Leftrightarrow 0 < x^2 - 1 < 5(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| > 1 \\ 1 < x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 4.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(1;4)$.

Yêu cầu: Các em học sinh hãy so sánh hai cách giải trên và hãy trả lời câu hỏi "*Có thể sử dụng cách 2 cho bất phương trình trong câu ② hay không ?*".

② Điều kiện: $\begin{cases} x^2-6x+18>0 \\ x-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>4.$ (*)

Biến đổi tương đương bất phương trình về dạng:

$-\log_5(x^2-6x+18)+2\log_5(x-4)<0 \Leftrightarrow \log_5(x-4)^2<\log_5(x^2-6x+18)$

$\Leftrightarrow x^2-8x+16<x^2-6x+18 \Leftrightarrow 2x>-2 \Leftrightarrow x>-1.$ (**)

Kết hợp (*) và (**) ta được nghiệm của bất phương trình là $x>4$.

III. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOAGRIT

1. Phương pháp

Các dạng đặt ẩn phụ trong trường hợp này cũng giống như với phương trình mũ và phương trình logarit.

2. Bài toán minh họa

Bài toán 1: Giải các bất phương trình sau:

① $9^x+2.3^{x+1}-16\ge 0.$ ② $(5+\sqrt{21})^x+(5-\sqrt{21})^x\le 2^{x+\log_2 5}.$

③ $4^{\ln x+1}-6^{\ln x}-2.3^{\ln x^2+2}\le 0.$

Lời giải:

① Đặt $t=3^x$ (điều kiện $t>0$), phương trình được biến đổi về dạng:

$3^{2x}+6.3^x-16\ge 0 \Leftrightarrow t^2+6t-16\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le -8 \text{ (loại)} \\ t\ge 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow t\ge 2$

$\Leftrightarrow 3^x\ge 2 \Leftrightarrow x\ge \log_3 2.$

Vậy, bất phương trình có tập nghiệm là $(\log_3 2;+\infty)$.

② Chia hai vế bất phương trình cho $2^x>0$, ta được: $\left(\dfrac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^x+\left(\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x\le 5.$

Nhận xét rằng $\left(\dfrac{5+\sqrt{21}}{2}\right).\left(\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\right)=1.$

Nên nếu đặt $t=\left(\dfrac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^x$, điều kiện $t>0$ thì $\left(\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x=\dfrac{1}{t}.$

Khi đó, bất phương trình có dạng: $t+\dfrac{1}{t}\le 5 \overset{t>0}{\Leftrightarrow} t^2-5t+1\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\le t\le \dfrac{5+\sqrt{21}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\le \left(\dfrac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^x\le \dfrac{5+\sqrt{21}}{2} \Leftrightarrow -1\le x\le 1.$

Vậy, nghiệm của bất phương trình là $\left[-1;1\right]$.

③ Điều kiện $x>0$. Biến đổi bất phương trình về dạng:

$4.4^{\ln x} - 6^{\ln x} - 18.3^{\ln x^2} \le 0 \Leftrightarrow 4.2^{2\ln x} - (2.3)^{\ln x} - 18.3^{2\ln x} \le 0.$ (1)

Chia cả hai vế của (1) cho $3^{2\ln x} > 0$, ta được $4\left(\frac{2}{3}\right)^{2\ln x} - \left(\frac{2}{3}\right)^{\ln x} - 18 \le 0.$

Đặt t = $\left(\frac{2}{3}\right)^{\ln x}$, điều kiện t > 0. Bất phương trình được biến đổi về dạng:

$4t^2 - t - 18 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le t \le \frac{9}{4} \Leftrightarrow 0 \le \left(\frac{2}{3}\right)^{\ln x} \le \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\ln x} \le \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

$\Leftrightarrow \ln x \ge -2 \Leftrightarrow x \ge e^{-2}$.

Vậy, bất phương trình có tập nghiệm là $[e^{-2}; +\infty)$.

Nhận xét: Như vậy, thông qua thí dụ trên chúng ta đã được làm quen với ba dạng đặt ẩn phụ cơ bản đã được biết trong phần phương trình mũ. Và ở đây:

- Với câu ① chúng ta cần tới phép biến đổi $9^x = 3^{2x}$ và $3^{x+1} = 3.3^x$ để định hướng cho ẩn phụ $t = 3^x$. Và với điều kiện $t > 0$ nên kết quả $t \le -8$ bị loại.
- Với câu ② chúng ta đã sử dụng dạng mở rộng đã biết cho phương trình $a_1a^x + a_2b^x + a_3c^x = 0$, với $a.b = c^2$. Và với điều kiện $t > 0$ chúng ta loại bỏ luôn mẫu số sau phép quy đồng.
- Với câu ③ chúng ta cần sử dụng một vài phép biến đổi đại số để nhận dạng được loại ẩn phụ cho bất phương trình. Và ở đó việc chia cả hai vế của bất phương trình cho một số dương nên dấu bất đẳng thức không đổi chiều.

Bài toán 2: Giải các bất phương trình sau:

① $\lg^2 x^3 - 20\lg + 1 \le 0$. ② $\log_{x-1} 4 \ge 1 + \log_2(x-1)$.

Lời giải:

① Điều kiện $x > 0$.

Biến đổi bất phương trình về dạng: $(3\lg x)^2 - 20.\lg x + 1 \le 0 \Leftrightarrow 9\lg^2 x - 10\lg x + 1 \le 0$.

Đặt $t = \lg x$, ta biến đổi bất phương trình về dạng:

$$9t^2 - 10t + 1 \le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{9} \le t \le 1 \Leftrightarrow \frac{1}{9} \le \lg x \le 1 \Leftrightarrow \sqrt[9]{10} \le x \le 10.$$

Vậy, bất phương trình có tập nghiệm là $\left[\sqrt[9]{10}; 10\right]$.

② Điều kiện $0 < x - 1 \ne 1 \Leftrightarrow 1 < x \ne 2$. (*)

Biến đổi bất phương trình về dạng: $2\log_{x-1} 2 \ge 1 + \log_2(x-1) \Leftrightarrow \frac{2}{\log_2(x-1)} \ge 1 + \log_2(x-1)$.

Đặt $t = \log_2(x-1)$, ta biến đổi bất phương trình về dạng:

$$\frac{2}{t} \ge 1 + t \Leftrightarrow t + 1 - \frac{2}{t} \le 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 + t - 2}{t} \le 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \le -2 \\ 0 < t \le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2(x-1) \le -2 \\ 0 < \log_2(x-1) \le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1 \le 2^{-2} \\ 1 < x-1 \le 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le \dfrac{5}{4} \\ 2 < x \le 3 \end{array}\right. .$$

Vậy, bất phương trình có tập nghiệm là $\left(1;\ \dfrac{5}{4}\right] \cup (2;\ 3]$.

Nhận xét: Như vậy, thông qua thí dụ trên chúng ta đã được làm quen với hai dạng đặt ẩn phụ cơ bản đã được biết trong phần phương trình logarit. Và ở đây:

- Với câu ① các em học sinh dễ nhận thấy ẩn phụ $t = \lg x$. Tuy nhiên, rất nhiều em biến đổi nhầm $\lg_3^2 x^3 = 3\lg_3^2 x$.
- Với câu ② các em học sinh có thể bị mắc lỗi khi thực hiện quy đồng mẫu số rồi bỏ mẫu hoặc không kết hợp với điều kiện (*) của bất phương trình.

IV. PHƯƠNG PHÁP LOGARIT HÓA GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

1. Phương pháp

Với bất phương trình:

$$a^{f(x)} > b^{g(x)} \Leftrightarrow \lg a^{f(x)} > \lg b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x).\lg a > g(x).\lg b$$

hoặc có thể sử dụng logarit theo cơ số a hay b.

Chú ý: Phương pháp logarit hoá tỏ ra rất hiệu lực khi hai vế bất phương trình có dạng tích các luỹ thừa.

2. Bài toán minh họa

Bài toán 1: Giải các bất phương trình sau:

① $4^{3^x} < 3^{4^x}$. ② $x^6.5^{-\log_x 5} \le 5^{-5}$.

Lời giải:

① Ta trình bày theo các cách sau:

Cách 1: Lấy logarit cơ số 4 hai vế của phương trình, ta được:

$$\log_4 4^{3^x} < \log_4 3^{4^x} \Leftrightarrow 3^x < 4^x \log_4 3 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x < \log_4 3 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{3}{4}} \log_4 3.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $\left(\log_{\frac{3}{4}} \log_4 3;\ +\infty\right)$.

Cách 2: Lấy logarit cơ số 3 hai vế của phương trình, ta được:

$$\log_3 4^{3^x} < \log_3 3^{4^x} \Leftrightarrow 3^x \log_3 4 < 4^x \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^x > \log_3 4 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{4}{3}} \log_3 4.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $\left(\log_{\frac{4}{3}} \log_3 4;\ +\infty\right)$.

Cách 3: Lấy logarit cơ số 10 hai vế của phương trình, ta được:

$$\lg 4^{3^x} < \lg 3^{4^x} \Leftrightarrow 3^x \lg 4 < 4^x \lg 3 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^x > \frac{\lg 4}{\lg 3} = \log_3 4 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{4}{3}} \log_3 4.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $\left(\log_{\frac{4}{3}} \log_3 4;\ +\infty\right)$.

② Điều kiện $0 < x \neq 1$. (*)

Lấy logarit cơ số 5 cả hai vế của bất phương trình, ta được:

$$\log_5(x^6.\ 5^{-\log_x 5}) \le \log_5 5^{-5} \Leftrightarrow \log_5 x^6 + \log_5 5^{-\log_x 5} \le -5 \Leftrightarrow 6\log_5 x - \log_x 5 \le -5.$$

Đặt $t = \log_5 x$, ta biến đổi bất phương trình về dạng:

$$6t - \frac{1}{t} \le -5 \Leftrightarrow \frac{6t^2 + 5t - 1}{t} \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \le -1 \\ 0 < t \le \frac{1}{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_5 x \le -1 \\ 0 < \log_5 x \le \frac{1}{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le 5^{-1} \\ 1 < x \le \sqrt[6]{5} \end{array}\right..$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $\left(0;\ 5^{-1}\right] \cup \left(1;\ \sqrt[6]{5}\right]$.

***<u>Nhận xét</u>*:** Như vậy, thông qua thí dụ trên chúng ta đã được làm quen với phương pháp logarit hóa. Và ở đó:

- Với câu ① đã trình bày các cách lấy logarit hóa hai vế của một bất phương trình.
- Với câu ② các em học sinh đã nhận thấy tính linh hoạt trong việc thực hiện phép logarit hóa hai vế của một bất phương trình để giảm thiểu tính phức tạp. Và ở đây cần lưu ý tới việc kết hợp điều kiện (*) với giá trị tìm được.

<u>Bài toán 2:</u> Giải các bất phương trình sau:

① $\log_3 x > \log_4 x$. ② $3^{\log_4 x + \frac{1}{2}} + 3^{\log_4 x - \frac{1}{2}} \le \sqrt{x}$.

<u>Lời giải:</u>

① Điều kiện $x > 0$. Biến đổi bất phương trình về dạng:

$$\log_3 x > \log_4 3.\log_3 x \Leftrightarrow \left(1 - \log_4 3\right)\log_3 x > 0 \overset{\log_4 3 < 1}{\Leftrightarrow} \log_3 x > 0 \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $x > 1$.

② Điều kiện x > 0. Biến đổi bất phương trình về dạng:

$$3^{\log_4 x}\left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \le \sqrt{x} \Leftrightarrow 4.\,3^{\log_4 x} \le \sqrt{3x}.$$

Lấy logarit cơ số 4 cả hai vế của bất phương trình, ta được:

$$\log_4(4.\,3^{\log_4 x}) \le \log_4\sqrt{3x} \Leftrightarrow 1 + \log_4 x.\log_4 3 \le \frac{1}{2}\left(\log_4 3 + \log_4 x\right)$$

$$\Leftrightarrow (2\log_4 3 - 1)\log_4 x \le \log_4 3 - 2 \Leftrightarrow \log_4 \frac{9}{4}.\log_4 x \le \log_4 \frac{3}{16} \qquad (*)$$

$$\Leftrightarrow \log_4 x \ge \frac{\log_4 \frac{3}{16}}{\log_4 \frac{9}{4}} = \frac{\log_4 \frac{\sqrt{3}}{4}}{\log_4 \frac{3}{2}} = \log_{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow x \ge 4^{\log_{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{3}}{4}}.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $\left[4^{\log_{\frac{3}{2}}\frac{\sqrt{3}}{4}};+\infty\right)$.

Yêu cầu: Các em học sinh hãy giải thích cho phép biến đổi tiếp theo từ (*).

V. PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA HÀM SỐ ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

Bài toán : Giải các bất phương trình sau:

① $2.2^x+3.3^x>6^x-1$. ② $\log_2\sqrt{x+1}+\log_3\sqrt{x+9}>1$.

Lời giải:

① Chia hai vế bất phương trình cho $6^x>0$, ta được:

$$\frac{2}{3^x}+\frac{3}{2^x}+\frac{1}{6^x}>1. \qquad (1)$$

Hàm số $f(x)=\frac{2}{3^x}+\frac{3}{2^x}+\frac{1}{6^x}$, là hàm nghịch biến.

Ta có:

- Với $x\ge 2, f(x)\le f(2)=1$ do đó bất phương trình (1) vô nghiệm.
- Với $x<2, f(x)>f(2)=1$ do đó bất phương trình (1) nghiệm đúng.

Vậy $x<2$ là nghiệm của bất phương trình.

② Điều kiện: $\begin{cases}x+1>0\\x+9>0\end{cases}\Leftrightarrow x>-1$.

Các hàm số $f_1(x)=\sqrt{x+1}$ và $f_2(x)=\sqrt{x+9}$ đồng biến trên miền $x>-1$

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)=\log_2\sqrt{x+1}+\log_3\sqrt{x+9}$ đồng biến trên miền $x>-1$.

Ta có $f(0)=1$, do đó:

- Nếu $x>0$ thì $f(x)>f(0)\Leftrightarrow\log_2\sqrt{x+1}+\log_3\sqrt{x+9}>1$, nên $x>0$ là nghiệm.
- Nếu $-1<x\le 0$ thì $f(x)\le f(0)\Leftrightarrow\log_2\sqrt{x+1}+\log_3\sqrt{x+9}\le 1$, nên $-1<x\le 0$ không phải là nghiệm.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x>0$.

VI. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

1. Phương pháp

Bài toán: Tìm m để bất phương trình $\left| \begin{array}{l} F(x;m)>0;\ F(x;m)\ge 0 \\ F(x;m)<0;\ F(x;m)\le 0 \end{array} \right.$ có nghiệm trên D?

- ***Bước 1:*** Cô lập tham số m và đưa về dạng $A(m)>f(x)$ hoặc $A(m)\ge f(x)$ hoặc $A(m)\le f(x)$ hoặc $A(m)<f(x)$.
- ***Bước 2:*** Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x)$ trên D.
- ***Bước 3:*** Dựa vào bảng biến thiên xác định các giá trị của tham số m.

Chú ý:

Nếu hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên D thì

- Bất phương trình $A(m)\le f(x)$ có nghiệm trên $D \Leftrightarrow A(m)\le \max\limits_D f(x)$.
- Bất phương trình $A(m)\le f(x)$ nghiệm đúng $\forall x\in D \Leftrightarrow A(m)\le \min\limits_D f(x)$.
- Bất phương trình $A(m)\ge f(x)$ có nghiệm trên $D \Leftrightarrow A(m)\ge \min\limits_D f(x)$.
- Bất phương trình $A(m)\ge f(x)$ nghiệm đúng $\forall x\in D \Leftrightarrow A(m)\ge \max\limits_D f(x)$.

Khi đặt ẩn số phụ để đổi biến, ta cần đặt điều kiện cho biến mới chính xác, nếu không sẽ làm thay đổi kết quả của bài toán do đổi miền giá trị của nó, dẫn đến kết quả sai lầm.

2. Bài toán minh họa

Bài toán 1:

Tìm m để bất phương trình $m.9^x-(2m+1).6^x+m.4^x\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;1)$.

Lời giải:

Ta có $m.9^x-(2m+1).6^x+m.4^x\le 0 \Leftrightarrow m.\left(\frac{9}{4}\right)^x-(2m+1)\left(\frac{3}{2}\right)^x+m\le 0$.

Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x$. Vì $x\in(0;1)$ nên $1<t<\frac{3}{2}$

Khi đó bất phương trình trở thành $m.t^2-(2m+1)t+m\le 0 \Leftrightarrow m\le \frac{t}{(t-1)^2}$.

Đặt $f(t)=\frac{t}{(t-1)^2}$ với $1<t<\frac{3}{2}$.

Ta có $f'(t)=\frac{-t-1}{(t-1)^3}$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Bảng biến thiên.

t	-1		1	$\frac{3}{2}$
$f'(t)$	0	$-$	‖	$-$
$f(t)$			‖ $+\infty$	$\searrow$ 6

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \le \lim\limits_{t \to \frac{3}{2}} f(t) = 6$.

Bài toán 2: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4\left(\log_2 \sqrt{x}\right)^2 + \log_2 x + m \ge 0$ nghiệm đúng mọi giá trị $x \in (1;64)$.

Lời giải:

Điều kiện: $x > 0$.

$4\left(\log_2 \sqrt{x}\right)^2 + \log_2 x + m \ge 0 \Leftrightarrow {\log_2}^2 x + \log_2 x + m \ge 0 \,(*)$.

Đặt $\log_2 x = t \Rightarrow 1 < x < 64 \Leftrightarrow 0 < \log_2 x < 6 \Leftrightarrow 0 < t < 6$.

Phương (*) có dạng: $t^2 + t + m \ge 0$.

Vậy ta tìm m để $t^2 + t + m \ge 0$ có nghiệm với $0 < t < 6$.

Xét hàm $f(t) = t^2 + t$, $f'(t) = 2t + 1, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Lập bảng biến thiên ta có:

t	0		6
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	42

Vậy phương trình $t^2 + t + m \ge 0$ có nghiệm với $0 < t < 6 \Leftrightarrow -m < 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Bài toán 3: Tìm m để hệ bất phương trình $\begin{cases} \ln^2 x - m\ln x + m + 4 \le 0 \\ \dfrac{x-3}{x^2} > 0 \end{cases}$ có nghiệm?

Lời giải:

Ta có $\frac{x-3}{x^2} > 0 \Leftrightarrow x > 3$

$\ln^2 x - m\ln x + m + 3 \le 0 \Leftrightarrow m(\ln x - 1) \le \ln^2 x + 3 \Leftrightarrow m \le \frac{\ln^2 x + 3}{\ln x - 1}$

Đặt $t = \ln x \;; t \ge \ln 3$. Ta xét hàm số $f(t) = \frac{t^2+3}{t-1}$

$f(t) = \frac{t^2+3}{t-1} = t + 1 + \frac{4}{t-1} \;\Rightarrow f'(t) = 1 - \frac{4}{(t-1)^2}$; $\quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(t-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = -1 \end{array}\right.$

x	$\ln 3$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	6	$\nearrow$	

Vậy hệ có nghiệm khi $m \ge 6$.

Bài toán 4: Số giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình $\log 5+\log\left(x^2+1\right)\ge \log\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc tập số thực $\mathbb{R}$ là

Lời giải:

Điều kiện xác định: $mx^2+4x+m>0 \quad \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 16-4m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m>2.$

$$\log 5+\log\left(x^2+1\right)\ge\log\left(mx^2+4x+m\right)\Leftrightarrow \log 5\left(x^2+1\right)\ge\log\left(mx^2+4x+m\right)$$

$$\Leftrightarrow 5\left(x^2+1\right)\ge\left(mx^2+4x+m\right)\Leftrightarrow\left(5-m\right)x^2-4x+5-m\ge 0,\quad \forall x\in\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} 5-m>0 \\ 16-4\left(5-m\right)^2\ge 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<5 \\ 4\ge\left(5-m\right)^2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<5 \\ -2\le 5-m \\ 5-m\le 2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<5 \\ m\le 7 \\ m\ge 3 \end{cases}\Leftrightarrow 3\le m<5.$$

Có 2 giá trị nguyên thỏa mãn $m\in\{3;4\}$.

Bài toán 5: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $9^x-2.3^x+3-m>0$ được nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải:

Đặt $3^x=t,\left(t>0\right)$. Bất phương trình trở thành $t^2-2t+3-m>0\Leftrightarrow m<t^2-2t+3$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=t^2-2t+3$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Có $f'\left(t\right)=2t-2=0\Leftrightarrow t=1$. Ta có bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $m<2$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Bài toán 6: Số các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $3^{\cos^2 x}+2^{\sin^2 x}\ge m.3^{\sin^2 x}$ có nghiệm là?

Lời giải:

- Chia cả hai vế cho $3^{\sin^2 x}>0$ ta được:

$$3^{\cos^2 x-\sin^2 x}+\left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x}\ge m \Leftrightarrow 3\left(\frac{1}{3^{\sin^2 x}}\right)^2-\left(\frac{1}{3^{\sin^2 x}}\right)+1\ge m \Leftrightarrow \begin{cases}3t^2-t+1\ge m\\ t=\dfrac{1}{3^{\sin^2 x}}\end{cases} \quad (*)$$

$$DK: 0\le \sin^2 x\le 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\le \frac{1}{3^{\sin^2 x}}\le 1 \Rightarrow t\in\left[\frac{1}{3};1\right]$$

$$(*) \Rightarrow m\le \max_{\left[\frac{1}{3};1\right]} y=\max_{\left[\frac{1}{3};1\right]}\left(3t^2-t+1\right)\Rightarrow m\le y(1)=3 \text{ mà } m\in\mathbb{Z}^+ \Rightarrow m=\{1;\,2;\,3\}$$

- Chú ý : ở đây chúng ta sử dụng phương pháp hàm số ; phân biệt bpt có nghiệm và bpt có nghiệm với mọi x.

Bài toán 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\le m.\log_{5-\sqrt{4-x}}3$ có nghiệm.

Lời giải:

Ta có $x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\le m.\log_{5-\sqrt{4-x}}3$

$$\Leftrightarrow \left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\frac{1}{\log_{\left(5-\sqrt{4-x}\right)}3}\le m \Leftrightarrow \left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right)\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right)\le m$$

Đặt $g(x)=\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right)$.

Yêu cầu bài toán trở thành $m\ge Max\, g(x)$

Điều kiện $\begin{cases}x\ge 0\\ x+12\ge 0\\ 5-\sqrt{4-x}>0\\ 5-\sqrt{4-x}\ne 1\\ 4-x\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 0\\ x>-21\\ x\ne -12\\ x\le 4\end{cases} \Leftrightarrow 0\le x\le 4.$

$$g'(x)=\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x+12}}\right).\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right)+\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right)\frac{\dfrac{1}{2\sqrt{4-x}}}{\left(5-\sqrt{4-x}\right).\ln 3}$$

$$\Rightarrow g'(x)=\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x+12}}\right).\log_3\left(5-\sqrt{4-x}\right)+\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\frac{1}{2\sqrt{4-x}.\left(5-\sqrt{4-x}\right).\ln 3}$$

$\Rightarrow g'(x)>0 \quad \forall x\in[0;4]$

$\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $[0;4]$.

$\Rightarrow \underset{x\in[0;4]}{GTLN}\, g(x)=g(4)=\left(4\sqrt{4}+\sqrt{4+12}\right).\log_3\left(5-\sqrt{4-4}\right).$

$\Rightarrow \underset{x\in[0;4]}{GTLN}\, g(x)=12\log_3 5.$

$\Rightarrow m\ge 12\log_3 5.$

B. THỦ THUẬT CASIO GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOAGRIT

I. PHƯƠNG PHÁP 1: CALC THEO CHIỀU THUẬN

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng chức năng CALC của máy tính Casio để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán .

CALC THUẬN có nội dung : Nếu bất phương trình có nghiệm tập nghiệm là khoảng $(a;b)$ thì bất phương trình đúng với mọi giá trị thuộc khoảng $(a;b)$

Chú ý: Nếu khoảng $(a;b)$ và (c,d) cùng thỏa mãn mà $(a,b)\subset(c,d)$ thì (c,d) là đáp án chính xác

Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\dfrac{2x+1}{x-1}\right)>0$ có tập nghiệm là?

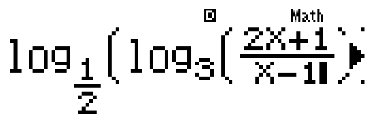
A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(4;+\infty)$ **C.** $(-2;1)\cup(1;4)$ **D.** $(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$

(Chuyên Khoa học tự nhiên 2017)

Lời giải:

Cách 1 : CASIO

- Nhập vế trái vào máy tính Casio

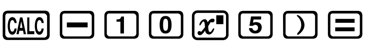


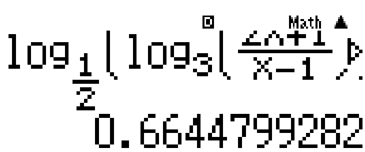
- Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **A**

+) CALC với giá trị cận trên $X=-2-0.1$ ta được

Đây là 1 giá trị dương vậy cận trên thỏa

+) CALC với giá trị cận dưới $X=-10^5$





Đây là 1 giá trị dương vậy cận dưới thỏa

Tới đây ta kết luận đáp án **A** đúng

- Tương tự như vậy ta kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B** thì ta thấy **B** cũng đúng
- **A** đúng **B** đúng vậy **A** $\cup$ **B** là đúng nhất và **D** là đáp án chính xác

Cách tham khảo : Tự luận

- Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\dfrac{2x+1}{x-1}\right) > \log_{\frac{1}{2}}1$ (1)
- Vì cơ số $\dfrac{1}{2}$ thuộc $(0;1)$ nên (1) $\Leftrightarrow \log_3\dfrac{2x+1}{x-1} < 1 \Leftrightarrow \log_3\dfrac{2x+1}{x-1} < \log_3 3$ (2)
- Vì cơ số $3 > 1$ nên (2) $\Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x-1} < 3 \Leftrightarrow 3 - \dfrac{2x+1}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-4}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ x < 1 \end{array}\right.$
- Xét điều kiện tồn tại

$$\begin{cases} \dfrac{2x+1}{x-1} > 0 \\ \log_3\dfrac{2x+1}{x-1} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2x+1}{x-1} > 0 \\ \log_3\dfrac{2x+1}{x-1} > \log_3 1 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x-1} > 1 \Leftrightarrow \dfrac{x+2}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -2 \end{array}\right.$$

- Kết hợp đáp số $\left[\begin{array}{l} x > 4 \\ x < 1 \end{array}\right.$ và điều kiện $\left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -2 \end{array}\right.$ ta được $\left[\begin{array}{l} x > 4 \\ x < -2 \end{array}\right.$

Bình luận :

- Ngay ví dụ 1 đã cho chúng ta thấy sức mạnh của Casio đối với dạng bài bất phương trình. Nếu tự luận làm nhanh mất 2 phút thì làm Casio chỉ mất 30 giây
- Trong tự luận nhiều bạn thường hay sai lầm ở chỗ là làm ra đáp số $\left[\begin{array}{l} x > 4 \\ x < 1 \end{array}\right.$ là dừng lại mà quên mất việc phải kết hợp điều kiện $\left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -2 \end{array}\right.$
- Cách Casio thì các bạn chú ý Đáp án **A** đúng , đáp án **B** đúng thì đáp án hợp của chúng là đáp án **D** mới là đáp án chính xác của bài toán.

Bài toán 2: Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$:

A. $x \in (-\infty;-2) \cup (\log_2 5;+\infty)$ **B.** $x \in (-\infty;-2] \cup (\log_2 5;+\infty)$

C. $x \in (-\infty;\log_2 5 - 2) \cup (2;+\infty)$ **D.** $x \in (-\infty;\log_2 5 - 2] \cup [2;+\infty)$

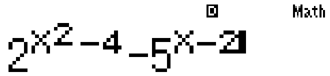
(Chuyên Thái Bình 2017)

Lời giải:

Cách 1 : CASIO

- Chuyển bất phương trình về bài toán xét dấu $2^{x^2-4} - 5^{x-2} \geq 0$
- Vì bất phương trình có dấu = nên chúng ta chỉ chọn đáp án chứa dấu = do đó **A** và **C** loại
- Nhập vế trái vào máy tính Casio

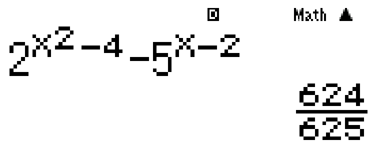
2 $x^\blacksquare$ ALPHA) x^2 − 4 ▶ − 5 $x^\blacksquare$ ALPHA) − 2



◦ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B** và **D**

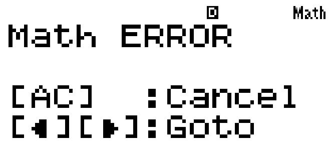
+) CALC với giá trị cận trên $X=-2$ ta được

CALC − 2 =



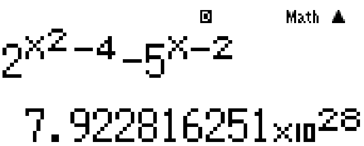
+) CALC với giá trị cận dưới $X=-10^5$

CALC − 1 0 $x^{\blacksquare}$ 5) =



Số -10^5 là số quá nhỏ để máy tính Casio làm việc được vậy ta chọn lại cận dứơi $X=-10$

!rp10=

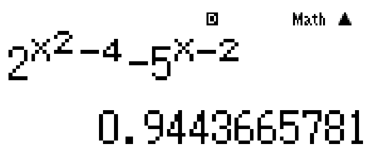


Đây cũng là một giá trị dương vậy đáp án nửa khoảng $\left(-\propto;-2\right]$ nhận

◦ Đi kiểm tra xem khoảng tương ứng $\left(-\propto;\log_2 5-2\right]$ ở đáp án D xem có đúng không, nếu sai thì chỉ có B là đúng

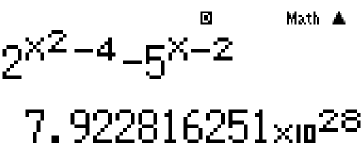
+) CALC với giá trị cận dưới $X=\log_2 5-2$

CALC ln 5) ÷ ln 2) =



+) CALC với cận trên $X=10$

CALC − 1 0 =



Đây cũng là 2 giá trị dương vậy nửa khoảng $\left(-\propto;\log_2 5-2\right]$ nhận

◦ Vì nửa khoảng $\left(-\propto;\log_2 5-2\right]$ chứa nửa khoảng $\left(-\propto;-2\right]$ vậy đáp án D là đáp án đúng nhất

Cách tham khảo : Tự luận

- Logarit hóa 2 vế theo cơ số 2 ta được $\log_2\left(2^{x^2-4}\right)\ge\log_2\left(5^{x-2}\right)\Leftrightarrow x^2-4\ge\left(x-2\right)\log_2 5$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+2-\log_2 5)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le \log_2 5-2 \end{array}\right.$$

- Vậy ta chọn đáp án **D**.

Bình luận :

- Bài toán này lại thể hiện nhược điểm của Casio là bấm máy sẽ mất tầm 1.5 phút so với 30 giây của tự luận. Các e tham khảo và rút cho mình kinh nghiệm khi nào thì làm tự luận khi nào thì làm theo cách Casio
- Các tự luận tác giả dùng phương pháp **Logarit hóa 2 vế** vì trong bài toán xuất hiện đặc điểm " **có 2 cơ số khác nhau và số mũ có nhân tử chung**" các bạn lưu ý điều này.

Bài toán 3: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2.2^x+3.3^x-6^x+1>0$:

A. $S=(2;+\infty)$ **B.** $S=(0;2)$ **C.** $S=R$ **D.** $(-\infty;2)$

(Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017)

Lời giải:

Cách 1 : CASIO

◦ Nhập vế trái vào máy tính Casio

2 × 2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ + 3 × 3 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ − 6 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ + 1

$$2\times2^X+3\times3^X-6^X+1$$

◦ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **A**

+) CALC với giá trị cận trên $X=10$ ta được

CALC 1 0 =

$$2\times2^X+3\times3^X-6^X+1$$
$$-60286980$$

Đây là 1 giá trị âm vậy đáp án **A** loại dẫn đến **C** sai

◦ Tương tự như vậy ta kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B**

+) CALC với giá trị cận trên $X=2-0.1$

CALC 2 − 0 . 1 =

$$2\times2^X+3\times3^X-6^X+1$$
$$2.560625473$$

+) CALC với giá trị cận dưới $X=0+0.1$

CALC 0 + 0 . 1 =

$$2\times2^X+3\times3^X-6^X+1$$
$$5.295685248$$

Cả 2 giá trị này đều dương vậy đáp án **B** đúng

◦ Vì D chứa B nên để xem đáp án nào đúng nhất thì ta chọn 1 giá trị thuộc **D** mà không **B**

+) CALC với giá trị $X = -2$

CALC − 2 =

$$2\times2^{X}+3\times3^{X}-6^{X}+1$$

$$\frac{65}{36}$$

Giá trị này cũng nhận vậy **D** là đáp án chính xác

Cách tham khảo : Tự luận

- Bất phương trình $\Leftrightarrow\ 2.2^{x}+3.3^{x}+1>6^{x} \Leftrightarrow 2.\left(\frac{2}{6}\right)^{x}+3.\left(\frac{3}{6}\right)^{x}+\left(\frac{1}{6}\right)^{x}>1$

$\Leftrightarrow 2.\left(\frac{1}{3}\right)^{x}+3.\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+\left(\frac{1}{6}\right)^{x}>1$ (1)

- Đặt $f\left(x\right)=2.\left(\frac{1}{3}\right)^{x}+3.\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+\left(\frac{1}{6}\right)^{x}$ khi đó (1) $\Leftrightarrow f\left(x\right)>f\left(2\right)$ (2)
- Ta có $f'\left(x\right)=2.\left(\frac{1}{3}\right)^{x}\ln\left(\frac{1}{3}\right)+3.\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\ln\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{6}\right)^{x}\ln\left(\frac{1}{6}\right)<0$ với mọi x

$\Rightarrow$ Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên R

- Khi đó (2) $\Leftrightarrow x<2$

Bình luận :

- Tiếp tục nhắc nhở các bạn tính chất quan trọng của bất phương trình : **B** là đáp án đúng nhưng **D** mới là đáp án chính xác (đúng nhất)
- Phần tự luận tác giả dùng **phương pháp hàm số** với dấu hiệu "**Một bất phương trình có 3 số hạng với 3 cơ số khác nhau**"
- Nội dung của phương pháp hàm số như sau : Cho một bất phương trình dạng $f\left(u\right)>f\left(v\right)$ trên miền $\left[a;b\right]$ nếu hàm đại diện $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\left[a;b\right]$ thì $u>v$ còn hàm đại diện luôn nghịch biến trên $\left[a;b\right]$ thì $u<v$

II. PHƯƠNG PHÁP 2 : CALC THEO CHIỀU NGHỊCH

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng chức năng CALC của máy tính Casio để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán .

CALC NGHỊCH có nội dung : Nếu bất phương trình có nghiệm tập nghiệm là khoảng $(a;b)$ thì bất phương trình sai với mọi giá trị không thuộc khoảng $(a;b)$

Một số bài toán minh họa

Bài toán 4: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1}\right) > 0$ có tập nghiệm là :

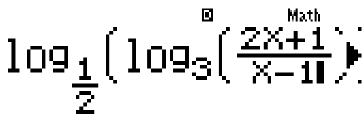
A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(4;+\infty)$ **C.** $(-2;1)\cup(1;4)$ **D.** $(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$

(Chuyên Khoa học tự nhiên 2017)

Lời giải:

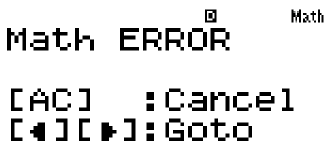
Cách 1 : CASIO

◦ Nhập vế trái vào máy tính Casio



◦ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **A**

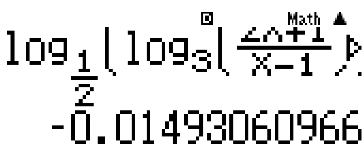
+) CALC với giá trị ngoài cận trên $X = -2 + 0.1$ ta được



Vậy lân cận phải của -2 là vi phạm $\Rightarrow$ Đáp án **A** đúng và đáp án **C** sai

◦ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B**

+) CALC với giá trị ngoài cận trên $X = 4 - 0.1$ ta được



Đây là giá trị âm. Vậy lân cận tráii của 4 là vi phạm $\Rightarrow$ Đáp án **B** đúng và đáp án **C** sai

◦ Đáp án **A** đúng **B** đúng vậy ta chọn hợp của 2 đáp án là đáp án **D** chính xác.

Bài toán 5: Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \ge 5^{x-2}$.

A. $x \in (-\infty;-2) \cup (\log_2 5;+\infty)$ **B.** $x \in (-\infty;-2] \cup (\log_2 5;+\infty)$

C. $x \in (-\infty;\log_2 5-2) \cup (2;+\infty)$ **D.** $x \in (-\infty;\log_2 5-2] \cup [2;+\infty)$

(Chuyên Thái Bình 2017)

Lời giải:

Cách 1 : CASIO

∘ Chuyển bất phương trình về bài toán xét dấu $2^{x^2-4} - 5^{x-2} \ge 0$

∘ Vì bất phương trình có dấu = nên chúng ta chỉ chọn đáp án chứa dấu = do đó **A** và **C** loại

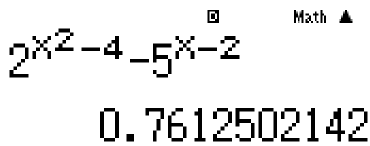
∘ Nhập vế trái vào máy tính Casio

2 x■ ALPHA) x² − 4 ▶ − 5 x■ ALPHA) − 2

∘ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B**

+) CALC với giá trị ngoài cận trên -2 là $X=-2+0.1$ ta được

CALC − 2 + 0 • 1 =



Đây là 1 giá trị dương (thỏa đề bài) mà đáp án B không chứa $X=-2+0.1$ $\Rightarrow$ Đáp án **B** sai

∘ Đáp án **A**, **C**, **B** đều sai vậy không cần thử thêm cũng biết đáp án **D** chính xác

Bài toán 6: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2.2^x + 3.3^x - 6^x + 1 > 0$:

A. $S=(2;+\infty)$ **B.** $S=(0;2)$ **C.** $S=R$ **D.** $(-\infty;2)$

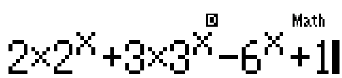
(Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017)

Lời giải:

Cách 1 : CASIO

∘ Nhập vế trái vào máy tính Casio

2 × 2 x■ ALPHA) ▶ + 3 × 3 x■ ALPHA) ▶ − 6 x■ ALPHA) ▶ + 1



∘ Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **A**

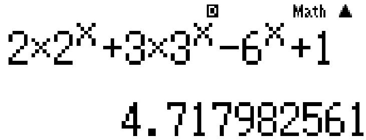
+) CALC với giá trị ngoài cận dưới 2 ta chọn $X=2-0.1$

CALC 2 − 0 • 1 =

Đây là 1 giá trị dương (thỏa bất phương trình) vậy đáp án **A** sai dẫn đến đáp án **C** sai

◦ Tương tự như vậy ta kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B**

+) CALC với giá trị ngoài cận dưới 0 ta chọn $X = 0 - 0.1$



Đây là 1 giá trị dương (thỏa bất phương trình) $\Rightarrow$ Đáp án B sai

◦ Đáp án **A**, **C**, **B** đều sai vậy không cần thử thêm cũng biết đáp án **D** chính xác

BÀI TẬP KẾT HỢP 2 PHƯƠNG PHÁP THUẬN VÀ NGHỊCH

Bài toán 7: Bất phương trình $\ln\left[(x-1)(x-2)(x-3)+1\right] > 0$ có tập nghiệm là :

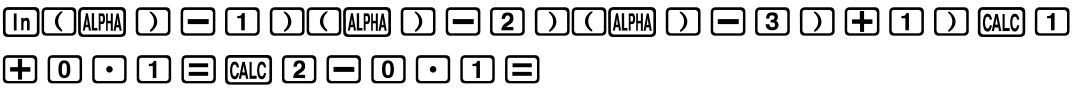
A. $(1;2)\cup(3;+\infty)$ **B.** $(1;2)\cap(3;+\infty)$ **C.** $(-\infty;1)\cap(2;3)$ **D.** $(-\infty;1)\cup(2;3)$

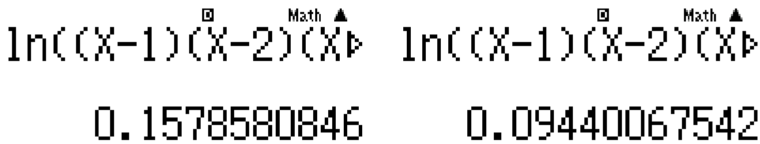
(Thi thử chuyên Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2017)

Lời giải:

Casio cách 1

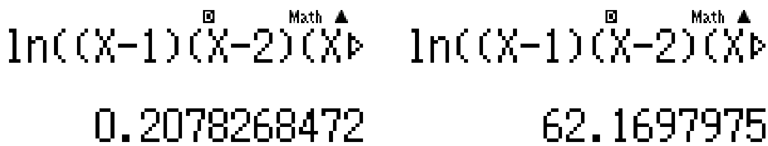
- Kiểm tra khoảng nghiệm $(1;2)$ với cận dưới $X = 1 + 0.1$ và cận trên $X = 2 - 0.1$





Hai cận đều nhận $\Rightarrow (1;2)$ nhận

- Kiểm tra khoảng nghiệm $(3:+\infty)$ với cận dưới $X = 3 + 0.1$ và cận trên $X = 10^9$



Hai cận đều nhận $\Rightarrow (3;+\infty)$ nhận

Tóm lại hợp của hai khoảng trên là đúng $\Rightarrow$ **A** là đáp số chính xác

Casio cách 2

- Kiểm tra khoảng nghiệm $(1;2)$ với ngoài cận dưới $X = 1 - 0.1$ và ngoài cận trên $X = 2 + 0.1$

ln (ALPHA) − 1) (ALPHA) − 2) (ALPHA) − 3) + 1) CALC 1 + 0 . 1 = CALC 2 − 0 . 1 =

ln((X−1)(X−2)(X▸ ln((X−1)(X−2)(X▸

−0.2626643095 −0.1042500214

Hai cận ngoài khoảng $(1;2)$ đều vi phạm $\Rightarrow$ Khoảng $(1;2)$ thỏa

- Kiểm tra khoảng $(3:+\propto)$ với ngoài cận dưới $X=3-0.1$ và trong cận dưới (vì không có cận trên)

CALC 3 − 0 . 1 = CALC 3 + 0 . 1 =

ln((X−1)(X−2)(X▸ ln((X−1)(X−2)(X▸

−0.1875351238 0.2078268472

Ngoài cận dưới vi phạm, trong cận dưới thỏa $\Rightarrow$ Khoảng $(2;3)$ loại, Khoảng $(3;+\propto)$ nhận

Tóm lại hợp của hai khoảng trên là đúng $\Rightarrow$ **A** là đáp số chính xác

Bài toán 8: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$ là :

A. $[1;+\propto)$ **B.** $\left(1;\frac{3}{2}\right]$ **C.** $(1;+\propto)$ **D.** $\left[\frac{3}{2};+\propto\right)$

(THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội 2017)

Lời giải:

Casio cách 1

- Điều kiện : $\log_{0.5}(x-1)-1\ge 0$ (trong căn ≥ 0)
- Kiểm tra khoảng nghiệm $[1;+\propto)$ với cận dưới $X=1$ và cận trên 10^9

log▫□ 0 . 5 ▶ ALPHA) − 1 ▶ − 1 CALC 1 =

Math ERROR

[AC] :Cancel
[◀][▶]:Goto

Cận dưới vi phạm $\Rightarrow$ Đáp án **A** sai

- Kiểm tra khoảng nghiệm $\left(1;\frac{3}{2}\right]$ với cận dưới $X=1+0.1$ và cận trên $X=3$

◀ CALC 1 + 0 . 1 = CALC 3 ÷ 2 =

$\log_{0.5}(X-1)-1$ $\log_{0.5}(X-1)-1$

2.321928095 0

Hai cận đều nhận $\Rightarrow\left(1;\frac{3}{2}\right]$ nhận

- Kiểm tra khoảng nghiệm $(1;+\infty)$ với cận trên $X=10^9$ $\Rightarrow$ Cận trên bị vi phạm $\Rightarrow$ **C** sai $\Rightarrow$ **D** sai

CALC 1 0 $x^{\blacksquare}$ 9) =

```
log0.5(X-1)-1
-30.89735285
```

Tóm lại **A** là đáp số chính xác

Casio cách 2

- Đáp án A sai luôn vì cận $x=1$ không thỏa mãn điều kiện hàm logarit
- Kiểm tra khoảng nghiệm $\left(1;\frac{3}{2}\right]$ với ngoài cận dưới $X=1-0.1$ và ngoài cận trên $X=\frac{3}{2}+0.1$

log▪□ 0 • 5 ▶ ALPHA) − 1 ▶ − 1 CALC 1 − 0 • 1 =

```
Math ERROR              log0.5(X-1)-1

[AC]  :Cancel
[◀][▶]:Goto                -1.584962501
```

Ngoài hai cận đều vi phạm $\Rightarrow$ $\left(1;\frac{3}{2}\right]$ nhận

Hơn nữa $X=\frac{3}{2}+0.1$ vi phạm $\Rightarrow$ **C** và **D** loại luôn

Bài toán 9: Nghiệm của bất phương trình $\log_{x-1}\left(x^2+x-6\right)>1$ là?

A. $x>1$ **B.** $x>\sqrt{5}$ **C.** $x>1;x\neq 2$ **D.** $1<x<\sqrt{5},x\neq 2$

(Chuyên Khoa học tự nhiên 2017)

Lời giải:

Casio cách 1

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $\log_{x-1}\left(x^2+x-6\right)-1>0$
- Kiểm tra khoảng nghiệm $x>1$ với cận dưới $X=1+0.1$ và cận trên $X=10^9$

log▪□ ALPHA) − 1 ▶ ALPHA) x^2 + ALPHA) − 6 CALC 1 + 0 • 1 = ◀ CALC 1 0 $x^{\blacksquare}$ 9) =

```
Math ERROR              logX-1(X²+X-6)

[AC]  :Cancel
[◀][▶]:Goto                          2
```

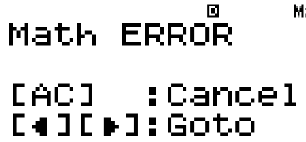
Cận dưới vi phạm $\Rightarrow$ A sai $\Rightarrow$ C và D chứa cận dưới $X=1+01.$ vi phạm nên cũng sai

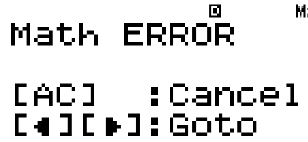
Tóm lại đáp số chính xác là **B**

Casio cách 2

- Kiểm tra khoảng nghiệm $(1;2)$ với ngoài cận dưới $X=1-0.1$ và cận dưới $X=1+0.1$

ln (ALPHA) − 1) (ALPHA) − 2) (ALPHA) − 3) + 1) CALC 1 + 0 • 1 = CALC 2 − 0 • 1 =





Cận dưới $X = 1 + 0.1$ vi phạm nên **A** , **C** , **D** đều sai

Bài toán 10: Giải bất phương trình $\left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \le \left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$.

A. $x \le -2$ **B.** $x \ge 4$ **C.** $-2 \le x \le 4$ **D.** $x \le -2$ hoặc $x \ge 4$

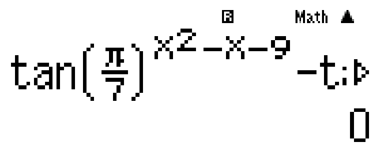
(Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017)

Lời giải:

Casio cách 1

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $\left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - \left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \le 0$
- Kiểm tra khoảng nghiệm $x \le -2$ với cận dưới $X = -10$ và cận trên $X = -2$

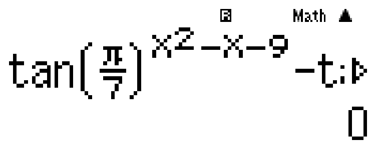
[SHIFT] [MODE] [4] [tan] [▭/▭] [SHIFT] [×10^x] [▼] [7] [▶] [)] [x^■] [ALPHA] [)] [x²] [−] [ALPHA] [)] [−] [9] [▶] [−] [tan] [▭/▭] [SHIFT] [×10^x] [▼] [7] [▶] [)] [x^■] [ALPHA] [)] [−] [1] [CALC] [−] [1] [0] [=] [CALC] [−] [2] [=]



Hai cận đều nhận $\Rightarrow$ $x \le -2$ nhận $\Rightarrow$ Đáp số chính xác chỉ có thể là **A** hoặc **D**

- Kiểm tra khoảng nghiệm $x \ge 4$ với cận dưới $X = 4$ và cận trên $X = 10$

[CALC] [4] [=] [CALC] [1] [0] [=]



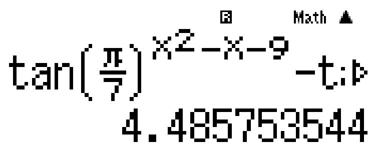
Hai cận đều nhận $\Rightarrow$ $x \ge 4$ nhận

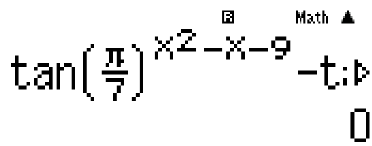
Tóm lại đáp số chính xác là **D**

Casio cách 2

- Kiểm tra khoảng nghiệm $x \le -2$ với ngoài cận trên $X = -2 + 0.1$ và cận trên $X = -2$

[SHIFT] [MODE] [4] [tan] [▭/▭] [SHIFT] [×10^x] [▼] [7] [▶] [)] [x^■] [ALPHA] [)] [x²] [−] [ALPHA] [)] [−] [9] [▶] [−] [tan] [▭/▭] [SHIFT] [×10^x] [▼] [7] [▶] [)] [x^■] [ALPHA] [)] [−] [1] [CALC] [−] [2] [+] [0] [•] [1] [=] [CALC] [−] [2] [=]





Ngoài cận trên $X = -2 + 0.1$ vi phạm nên **A** nhận đồng thời **C** sai

- Kiểm tra khoảng nghiệm $x \ge 4$ với ngoài cận dưới $X = 4 - 0.1$ và cận dưới $X = 4$

[CALC] [4] [−] [0] [•] [1] [=] [CALC] [4] [=]

Ngoài cận dưới $X=4-0.1$ vi phạm nên **B** nhận đồng thời **C** sai

Tóm lại **A** , **B** đều nhận nên hợp của chúng là **D** là đáp số chính xác.

III. PHƯƠNG PHÁP 3: LẬP BẢNG GIÁ TRỊ MODE 7

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của máy tính Casio để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán .

Chú ý: Cần làm nhiều bài toán tự luyện để từ đó rút ra kinh nghiệm thiết lập Start End Step hợp lý

Một số bài toán minh họa

***Bài toán 1:* [Chuyên Khoa học tự nhiên 2017]** Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1}\right)>0$ có tập nghiệm là :

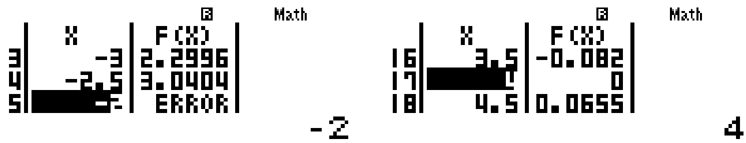
A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(4;+\infty)$ **C.** $(-2;1)\cup(1;4)$ **D.** $(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$

Lời giải:

Cách 3 : CASIO

◦ Đăng nhập MODE 7 và nhập vế trái vào máy tính Casio

◦ Quan sát các cận của đáp số là $-2;4;1$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này . Ta thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5



Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $(-\infty;-2)$ và $(4;+\infty)$ làm cho dấu của vế trái dương. $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

***Bài toán 2:* [Chuyên Thái Bình 2017]** Giải bất phương trình $2^{x^2-4}\geq 5^{x-2}$:

A. $x\in(-\infty;-2)\cup(\log_2 5;+\infty)$ **B.** $x\in(-\infty;-2]\cup(\log_2 5;+\infty)$

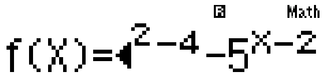
C. $x \in \left(-\infty;\log_2 5-2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$ **D.** $x \in \left(-\infty;\log_2 5-2\right]\cup\left[2;+\infty\right)$

Lời giải:

Cách 3 : CASIO

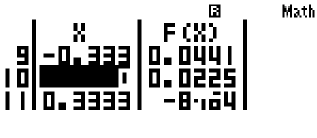
∘ Bất phương trình $\Leftrightarrow 2^{x^2-4}-5^{x-2}\geq 0$.Đăng nhập MODE 7 và nhập vế trái vào máy tính Casio

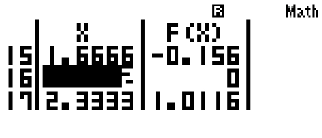
MODE 7 2 $x^\blacksquare$ ALPHA) x^2 − 4 ▶ − 5 $x^\blacksquare$ ALPHA) − 2



∘ Quan sát các cận của đáp số là $-2;2;\log_2 5\approx 2.32;\log_2 5-2\approx 0.32$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này . Ta thiết lập Start -3 End 3 Step $1:3$

= = − 3 = 3 = 1 ÷ 3 =





Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $\left(-\infty;0.32=\log_2 5\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$ làm cho dấu của vế trái dương. $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

Bài toán 3: **[Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017]**

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2.2^x+3.3^x-6^x+1>0$:

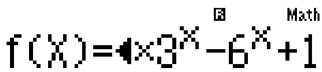
A. $S=\left(2;+\infty\right)$ **B.** $S=\left(0;2\right)$ **C.** $S=R$ **D.** $\left(-\infty;2\right)$

Lời giải:

Cách 3 : CASIO

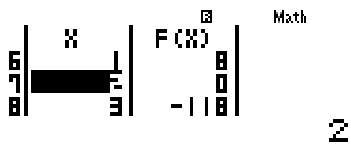
∘ Đăng nhập MODE 7 và nhập vế trái vào máy tính Casio

MODE 7 2 × 2 $x^\blacksquare$ ALPHA) ▶ + 3 × 3 $x^\blacksquare$ ALPHA) ▶ − 6 $x^\blacksquare$ ALPHA) ▶ + 1



∘ Quan sát các cận của đáp số là $0;2$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của X sao cho X chạy qua các giá trị này . Ta thiết lập Start -4 End 5 Step 1

= = − 4 = 5 = 1 =



Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng $\left(-\infty;2\right)$ làm cho dấu của vế trái dương. $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

Bài toán 4: **[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017]** Nghiệm của bất phương trình $\log_{x-1}\left(x^2+x-6\right)>1$ là :

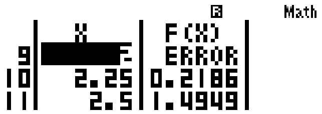
A. $x>1$ **B.** $x>\sqrt{5}$ **C.** $x>1; x\neq 2$ **D.** $1<x<\sqrt{5}, x\neq 2$

Lời giải:

Casio cách 3

- Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_{x-1}\left(x^2+x-6\right)-1>0$. Quan sát đáp số xuất hiện các giá trị $1;2;\sqrt{5}\approx 2.23$. Sử dụng MODE 7 với Start 0 End 3 Step 0.25

  MODE 7 log□ ALPHA) − 1 ▶ ALPHA) x^2 + ALPHA) − 6 ▶ − 1 = = 0 = 3 = 0 . 2 5 =



2

Rõ ràng $x>\sqrt{5}\approx 2.23$ làm cho vế trái bất phương trình nhận dấu dương $\Rightarrow$ **B** là đáp án chính xác

Bài toán 5: **[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017]** Giải bất phương trình $\left(\tan\dfrac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9}\leq\left(\tan\dfrac{\pi}{7}\right)^{x-1}$:

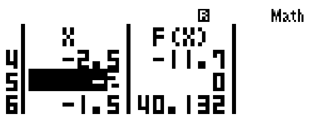
A. $x\leq -2$ **B.** $x\geq 4$ **C.** $-2\leq x\leq 4$ **D.** $x\leq -2$ hoặc $x\geq 4$

Lời giải:

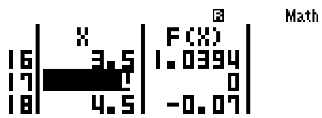
Casio cách 3

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $\left(\tan\dfrac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9}-\left(\tan\dfrac{\pi}{7}\right)^{x-1}\leq 0$
- Quan sát đáp số xuất hiện các giá trị $-2;4$. Sử dụng MODE 7 với Start -4 End 5 Step 0.5

  SHIFT MODE 4 MODE 7 tan ▭ SHIFT $\times 10^x$ ▽ 7 ▶) $x^{\blacksquare}$ ALPHA) x^2 − ALPHA) − 9 ▶ − tan ▭ SHIFT $\times 10^x$ ▽ 7 ▶) $x^{\blacksquare}$ ALPHA) − 1 = = − 4 = 5 = 0 . 5 =



-2



4

Quan sát bảng giá trị . Rõ ràng $x\leq -2$ và $x\geq 4$ làm cho vế trái bất phương trình ≥ 0 $\Rightarrow$ **D** là đáp án chính xác

Bài toán 6: **[Thi thử Báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017]** Tập nghiệm của bất phương trình $32.4^x-18.2^x+1<0$ là tập con của tập

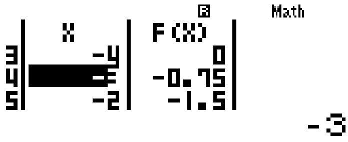
A. $(-5;-2)$ **B.** $(-4;0)$ **C.** $(1;4)$ **D.** $(-3;1)$

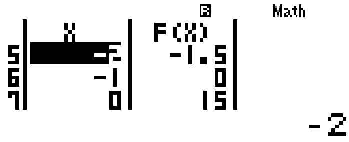
Lời giải:

Casio cách 3

- Sử dụng MODE 7 với Start -6 End 6 Step 1

  MODE 7 3 2 × 4 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ − 1 8 × 2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ + 1 = = − 6 = 6 = 1 =





Quan sát bảng giá trị . Rõ ràng khoảng nghiệm làm cho vế trái $-$ thuộc khoảng $(-4;0)$

$\Rightarrow$ **B** là đáp án chính xác.

IV. PHƯƠNG PHÁP 4 : LƯỢC ĐỒ CON RẮN

Bước 1: Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái ≥ 0 hoặc Vế trái ≤ 0

Bước 2: Sử dụng CALC tìm các giá trị tới hạn của (làm cho vế trái = 0 hoặc không xác định) . Dấu của bất phương trình có trong các khoảng tới hạn là không đổi. Dùng CALC lấy một giá trị đại diện để xét dấu.

Chú ý : Qua 4 phương pháp ta mới thấy trong tự luận thì lược đồ con rắn là lợi hại nhất nhưng trong khi thi trắc nghiệm thì lại tỏ ra yếu thế vì khó dùng và khá dài dòng

Một số bài toán minh họa

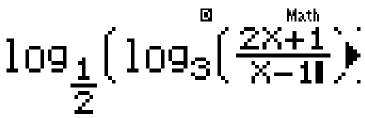
Bài toán 1: **[Chuyên Khoa học tự nhiên 2017]** Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\frac{2x+1}{x-1}\right) > 0$ có tập nghiệm là :

A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(4;+\infty)$ **C.** $(-2;1)\cup(1;4)$ **D.** $(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$

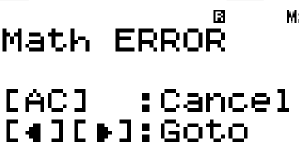
Lời giải:

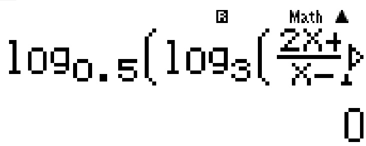
Cách 4 : CASIO

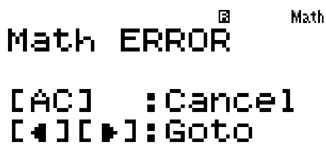
- Đề bài xuất hiện các giá trị $-2;4;1$ ta CALC với các giá trị này để tìm giá trị tới hạn



- Lần lượt CALC với cá giá trị $-2;4;1$

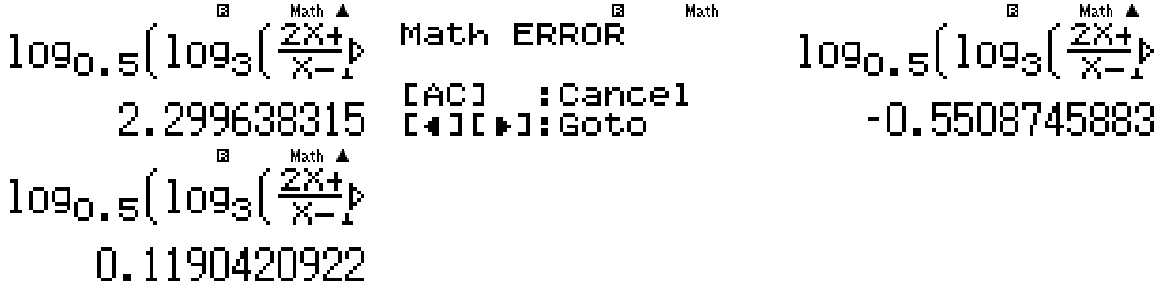






3 giá trị trên đều là giá trị trên đều là giá trị tới hạn nên ta chia thành các khoảng nghiệm $(-\infty;-2);(-2;1);(1;4);(4;+\infty)$

- CALC với các giá trị đại diện cho 4 khoảng để lấy dấu là : $-3;0;2;5$



Rõ ràng khoảng nghiệm thứ nhất và thứ tư thỏa mãn $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

Bài toán 2: **[Chuyên Thái Bình 2017]** Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$:

A. $x \in (-\infty;-2) \cup (\log_2 5;+\infty)$ **B.** $x \in (-\infty;-2] \cup (\log_2 5;+\infty)$

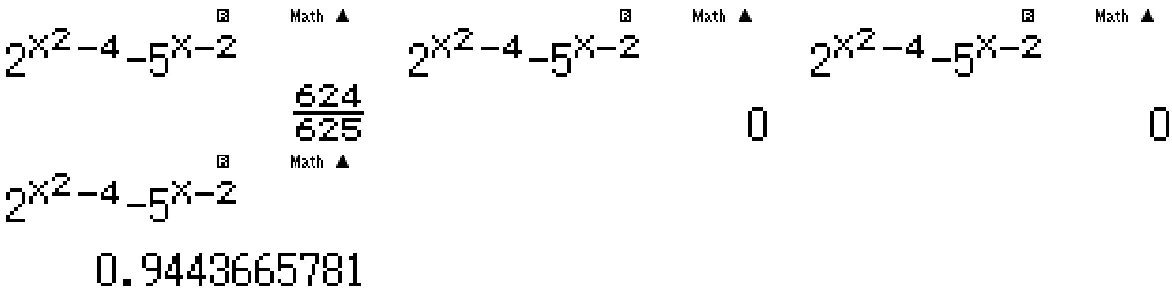
C. $x \in (-\infty;\log_2 5-2) \cup (2;+\infty)$ **D.** $x \in (-\infty;\log_2 5-2] \cup [2;+\infty)$

Lời giải:

Cách 4 : CASIO

∘ Đề bài xuất hiện các giá trị $-2;\log_2 5-2;2;\log_2 5 \approx 2.32$ ta CALC với các giá tri này để tìm giá trị tới hạn

2 x■ ALPHA) x² − 4 ▶ − 5 x■ ALPHA) − 2 CALC − 2 = CALC log■□ 5) ÷ log 2) − 2 = CALC 2 = CALC log 5) ÷ log 2) =



Ta thu được hai giá trị tới hạn $\log_2 5-2$ và 2 $\Rightarrow$ Đáp số chỉ có thể là **C** hoặc **D**

∘ Vì bất phương trình có dấu = nên ta lấy hai cận $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

Bài toán 3: **[Thi HSG tỉnh Ninh Bình 2017]**

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2.2^x+3.3^x-6^x+1>0$:

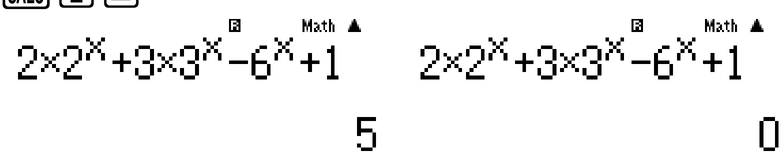
A. $S=(2;+\infty)$ **B.** $S=(0;2)$ **C.** $S=R$ **D.** $(-\infty;2)$

Lời giải:

Cách 4 : CASIO

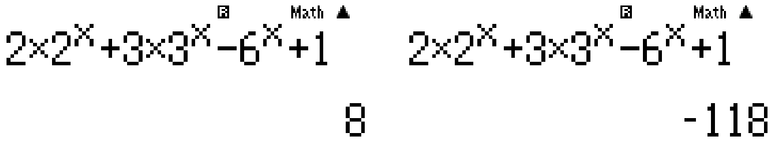
∘ Đề bài xuất hiện các giá trị $0;2$ ta CALC với các giá tri này để tìm giá trị tới hạn

2 × 2 x■ ALPHA) ▶ + 3 × 3 x■ ALPHA) ▶ − 6 x■ ALPHA) ▶ + 1 CALC 0 = CALC 2 =



Ta thu được 1 giá trị tới hạn $x=2$ $\Rightarrow$ Đáp số đúng là **A** hoặc **D**

∘ CALC với các giá trị đại diện cho 2 khoảng để lấy dấu là : $1;3$



Ta cần lấy dấu dương $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

Bài toán 4: **[Thi thử chuyên Sư phạm Hà Nội lần 1 năm 2017]**

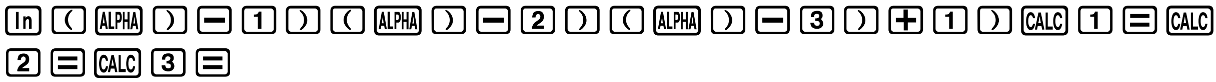
Bất phương trình $\ln\left[(x-1)(x-2)(x-3)+1\right]>0$ có tập nghiệm là :

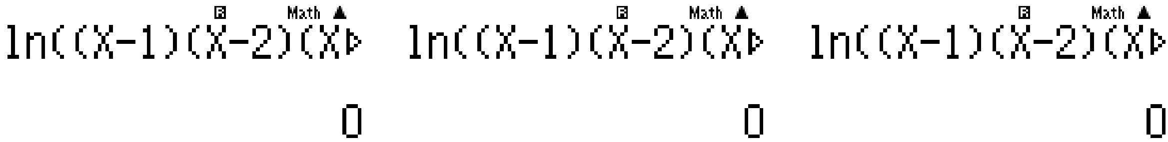
A. $(1;2)\cup(3;+\infty)$ **B.** $(1;2)\cap(3;+\infty)$ **C.** $(-\infty;1)\cap(2;3)$ **D.** $(-\infty;1)\cup(2;3)$

Lời giải:

Casio cách 4

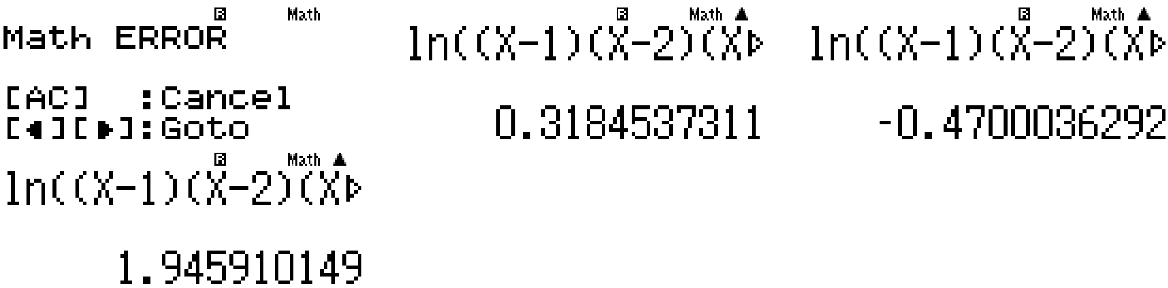
- Kiểm tra các giá trị $1;2;3$





Cả 3 giá trị trên đều là giá trị tới hạn $\Rightarrow$ Chia thành 4 khoảng nghiệm $(-\infty;1);(1;2);(2;3);(3;+\infty)$

- CALC với 4 giá trị đại diện cho 4 khoảng này là $0;\frac{3}{2};\frac{5}{2};4$



Ta cần lấy dấu dương $\Rightarrow$ Lấy khoảng 2 và khoảng 4 $\Rightarrow$ **A** là đáp số chính xác

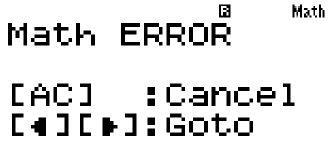
Bài toán 5: **[THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội 2017]** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$ là :

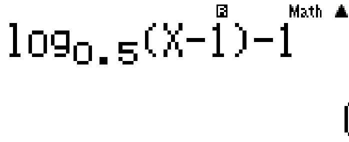
A. $[1;+\infty)$ **B.** $\left(1;\frac{3}{2}\right]$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$

Lời giải:

Casio cách 4

- Tập xác định $\Leftrightarrow \log_2(x-1)-1\geq 0$. Kiểm tra các giá trị $1;\frac{3}{2}$

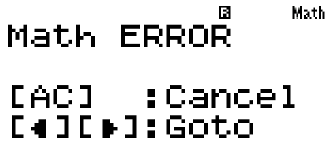


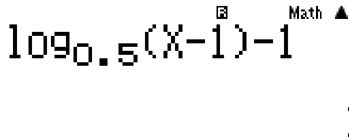


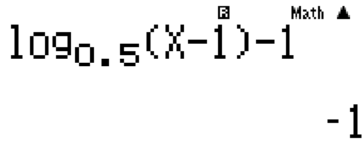
Cả 2 giá trị trên đều là giá trị tới hạn $\Rightarrow$ Chia thành 3 khoảng nghiệm

$\left(-\infty;1\right);\left(1;\frac{3}{2}\right);\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$

- CALC với 3 giá trị đại diện cho 4 khoảng này là $0;1.25;2$







Ta cần lấy dấu dương $\Rightarrow$ Lấy khoảng 2 $\Rightarrow$ **B** là đáp số chính xác

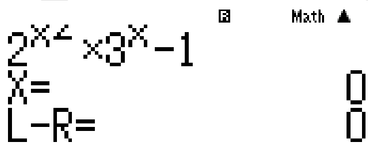
Bài toán 6: **[THPT HN Amsterdam 2017]** Bất phương trình $2^{x^2}.3^x < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên :

A. 1 **B.** Vô số **C.** 0 **D.** 2

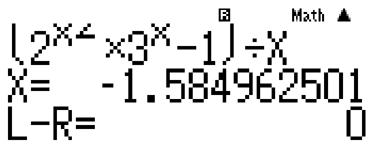
Lời giải:

Cách 4 : CASIO

- Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $2^{x^2}.3^x - 1 < 0$
- Tìm cận thứ nhất bằng chức năng SHIFT SOLVE

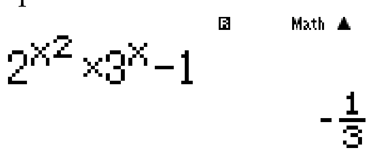


- Khử cận thứ nhất và tiếp tục dò cận thứ hai



Vậy ta dự đoán khoảng nghiệm là $\left(-1.5849...;0\right)$. Kiểm tra dấu bằng cách lấy giá trị đại diện $x = -1$

Erp1=



Ta thấy dấu $-$ vậy khoảng nghiệm là $\left(-1.5849...;0\right) \Rightarrow$ có 1 nghiệm nguyên $x = -1$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A.**

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I. ĐỀ BÀI

1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 1. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

A. $x > \frac{3}{2}$. **B.** $x < \frac{2}{3}$. **C.** $x > -\frac{2}{3}$. **D.** $x > \frac{2}{3}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{2}\right)^{x-2} > 2^{x+3}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;-8)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2+2x+1} \le \left(\frac{5}{2}\right)^{x-5}$ là

A. $x \le -4$. **B.** $x \ge 1$. **C.** $x \le -4 \vee x \ge 1$. **D.** $x \le -4 \cap x \ge 1$.

Câu 4. Tập hợp các số x thỏa mãn $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

A. $\left(-\infty;\frac{2}{5}\right]$. **B.** $\left[-\frac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left[\frac{2}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$.

Câu 5. Nghiệm của bất phương trình $3.9^{\frac{3x^2+2}{x}} > 729^x$ là

A. $-4 < x < 0$. **B.** $x < -4$. **C.** $x > 0$. **D.** $x < -4 \vee x > 0$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2-\sqrt{x^2+5x-6}} \ge \frac{1}{3^x}$ là

A. $x \le 10$. **B.** $x \ge 1$. **C.** $1 \le x \le 10$. **D.** $x \le 1 \cup x \ge 10$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{2-x}} > \left(\frac{2}{5}\right)^{x}$ là

A. $(1;2]$. **B.** $(-\infty;-2) \cup (1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** kết quả khác.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2^{\sqrt{x^2-2x}}} - \frac{2^x}{2} \le 0$ là

A. $\left(-\infty;0\right]$. **B.** $\left(-\infty;1\right]$. **C.** $\left[2;+\infty\right)$. **D.** $\left[0;2\right]$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{|x-2|} > 4^{|x+1|}$ là

A. $\left(-4;0\right)$. **B.** $\left(-2;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;-4\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x}.3^x - 2^{3x-1}.3^{x+1} > -288$ là

A. $x < 3$. **B.** $x > 3$. **C.** $x < 2$. **D.** $x > 2$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} \ge 448$ là

A. $x \le \frac{9}{2}$. **B.** $x \ge \frac{9}{2}$. **C.** $x \le -\frac{9}{2}$. **D.** $x \ge -\frac{9}{2}$.

Câu 12. Bất phương trình $2^{x+2} + 5^{x+1} < 2^x + 5^{x+2}$ có nghiệm.

A. $x > \log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{20}{3}\right)$. **B.** $x < \log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{20}{3}\right)$. **C.** $x > \log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{3}{20}\right)$. **D.** $x < \log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{20}{3}\right)$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{2x}{x-1}} \le \left(\sqrt{5}+2\right)^{x}$ là

A. $\left(-\infty;-1\right]\cup\left[0;1\right]$. **B.** $\left[-1;0\right]$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)\cup\left[0;+\infty\right)$. **D.** $\left[-1;0\right]\cup\left(1;+\infty\right)$.

Câu 14. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{3-x}{x-1}} > \left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{x-3}{x-1}} < \left(2-\sqrt{3}\right)^{\frac{x-1}{x-3}}$ là

A. $x<1 \vee x>3$. **B.** $x>1$. **C.** $x<3$. **D.** $1<x<3$.

Câu 16. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2} \le \left(7-4\sqrt{3}\right)^{x-4}$ bằng

A. -7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 7.2^x - 8 \ge 0$ là

A. $(-\infty;-1]\cup[8;+\infty)$. **B.** $[0;4]$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $[3;+\infty)$.

Câu 18. Bất phương trình $9^x - 3^x - 6 < 0$ có tập nghiệm là

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)$.

Câu 19. Bất phương trình $4^x < 2^{x+1} + 3$ có tập nghiệm là

A. (1;3). **B.** (2;4). **C.** $(\log_2 3;5)$. **D.** $(-\infty;\log_2 3)$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} - 10.3^x + 3 \le 0$ là

A. $\left[-1;1\right]$. **B.** $\left[-1;0\right)$. **C.** $\left(0;1\right]$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} - 2.3^x - 1 \ge 0$ trên tập số thực là

A. $\left(-\infty;0\right]$. **B.** $\left[0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right]$. **D.** $\left[1;+\infty\right)$.

Câu 22. Cho bất phương trình $3^x - \left(\sqrt{3}\right)^x < 0$ tập nghiệm của bất phương trình là

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\varnothing$.

Câu 23. Đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình $5^{2x} - 3.5^{x+2} + 32 < 0$ trở thành bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2 - 75t + 32 < 0$. **B.** $t^2 - 6t + 32 < 0$. **C.** $t^2 - 3t + 32 < 0$. **D.** $t^2 - 16t + 32 < 0$.

Câu 24. Bất phương trình $4^{x+\sqrt{x-1}} - 5.2^{x+\sqrt{x-1}+1} + 16 \ge 0$ có nghiệm

A. $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ 2 \le x \le 3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x \ge 2 \end{array}\right.$. **C.** $1 \le x \le 3$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x - 3^{-x+2} + 8 > 0$ là

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 26. Bất phương trình $5^x - 5^{3-x} \le 20$ có tập nghiệm là

A. $\left(-\infty;2\right]$. **B.** $\left(-\infty;1\right]$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 27. Cho bất phương trình $2^x+2^{3-x}\le 9$ tập nghiệm của bất phương trình là

A. $[0;3]$. **B.** $[0;2]$. **C.** $[0;4]$. **D.** $[0;1]$.

Câu 28. Giải bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^x-2\left(\frac{3}{2}\right)^x<1$.

A. $x=\log_{\frac{2}{3}}2$. **B.** $x<\log_2\frac{2}{3}$. **C.** $x<\log_{\frac{2}{3}}2$. **D.** $x>\log_{\frac{2}{3}}2$.

Câu 29. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $3^{3x-2}+\frac{1}{27^x}\le\frac{2}{3}$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $\left\{\frac{1}{3}\right\}$. **D.** $(2;3)$.

Câu 30. Giải bất phương trình $2^{\frac{4x-1}{2x+1}}>2^{\frac{2-2x}{2x+1}}+1$

A. $\left[\begin{array}{l}x<-\frac{1}{2}\\x>1\end{array}\right.$. **B.** $-\frac{1}{2}<x<1$. **C.** $x>1$. **D.** $x<-\frac{1}{2}$.

Câu 31. Cho bất phương trình $5.4^x+2.25^x-7.10^x\le 0$ tập nghiệm của bất phương trình là

A. $[1;2]$. **B.** $[0;1]$. **C.** $[-2;-1]$. **D.** $[-1;0]$.

Câu 32. Nghiệm của bất phương trình $8^x+18^x-2.27^x>0$ là

A. $x<0$. **B.** $x>0$. **C.** $x<1$. **D.** $x>1$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1}-2^{2x+1}-12^{\frac{x}{2}}<0$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 34. Cho bất phương trình $5.4^x+2.25^x-7.10^x\le 0$ tập nghiệm của bất phương trình là

A. $[1;2]$. **B.** $[0;1]$. **C.** $[-2;-1]$. **D.** $[-1;0]$.

Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $3.4^x-5.6^x+2.9^x<0$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $\left(\frac{2}{3};1\right)$. **C.** $\left(0;\frac{2}{3}\right)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 36. Bất phương trình $2.5^{x+2}+5.2^{x+2}\le 133.\sqrt{10^x}$ có tập nghiệm là $S=[a;b]$ thì $b-2a$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 37. Bất phương trình $25^{-x^2+2x+1}+9^{-x^2+2x+1}\ge 34.15^{-x^2+2x}$ có tập nghiệm là

A. $S=\left(-\infty;1-\sqrt{3}\right]\cup[0;2]\cup\left[1+\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $S=(0;+\infty)$.

C. $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=\left(1-\sqrt{3};0\right)$.

Câu 38. Bất phương trình $64.9^x-84.12^x+27.16^x<0$ có nghiệm là

A. $\frac{9}{16}<x<\frac{3}{4}$. **B.** $1<x<2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x<1\\x>2\end{array}\right.$. **D.** vô nghiệm.

Câu 39. Bất phương trình $5.4^x+2.25^x-7.10^x\le 0$ có nghiệm là

A. $0\le x\le 1$. **B.** $1\le x\le 2$. **C.** $-2\le x\le -1$. **D.** $-1\le x\le 0$.

Câu 40. Nghiệm của bất phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}\le 14$ là ?

A. $-1\le x\le 1$. **B.** $-2\le x\le 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x\le -1\\ x\ge 1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x\le -2\\ x\ge 2\end{array}\right.$.

Câu 41. Giải bất phương trình $\left(3-\sqrt{5}\right)^{2x-x^2}+\left(3+\sqrt{5}\right)^{2x-x^2}-2^{1+2x-x^2}\le 0$.

A. $x<0\cup x>2$. **B.** $x>2$.

C. $\{0;2\}$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}};1\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 42. Tổng của tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\dfrac{1}{3^x+5}\le\dfrac{1}{3^{x+1}-1}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 43. Nghiệm của bất phương trình $\dfrac{4^x-3.2^{x+1}+8}{2^{x+1}-1}\ge 0$ có nghiệm

A. $\left[\begin{array}{l}-1\le x\le 1\\ x\ge 2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}-1<x\le 1\\ x\ge 2\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{2}<x\le 1\\ x\ge 4\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x<-1\\ 1\le x\le 2\end{array}\right.$.

Câu 44. Cho bất phương trình $\dfrac{1}{5^{x+1}-1}\ge\dfrac{1}{5-5^x}$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình.

A. $S=\left(-1;0\right]\cup\left(1;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-1;0\right]\cap\left(1;+\infty\right)$.

C. $S=\left(-\infty;0\right]$. **D.** $S=\left(-\infty;0\right)$.

Câu 45. Cho bất phương trình $8^x+2^x>27^{x+1}+3^{x+1}$ tập nghiệm của bất phương trình là

A. $\left(-\infty;\log_2 3\right)$. **B.** $\left(-\infty;\log_{\frac{2}{3}}3\right)$. **C.** $\left(\log_3 2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 46. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-3x+2}\le 5^{1-x}$ là?

A. $\left[2-\log_3 5;1\right]$. **B.** $\left(2-\log_3 5;1\right)$.

C. $\left(-\infty;2-\log_3 5\right]\cup[1;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;2-\log_3 5\right)\cup(1;+\infty)$.

Câu 47. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x-1}>5^{2x^2-5x+2}$ là?

A. $\left(\dfrac{1}{2};2+\log_5 2\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{2+\log_5 2}{2}\right)$.

C. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(2+\log_5 2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(2+\log_2 5;+\infty\right)$.

Câu 48. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{4-x^2}\le 3^{x-2}$ là?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 49. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3}\ge 3^{x^2-5x+6}$

A. $\left[0;2\right]$. **B.** $\left(-\infty;2\right]$. **C.** $\left[2+\log_3 2;3\right]$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 50. Cho hàm số $y=4^x.3^{x^2}$, khẳng định nào sau đây **sai**

A. $f\left(x\right)>3\Leftrightarrow x^2+2x\log_3 2>1$.
B. $f\left(x\right)>3\Leftrightarrow x^2+2x\ln 2>\ln 3$.
C. $f\left(x\right)>3\Leftrightarrow x^2\log 3+2x\log 2>\log 3$.
D. $f\left(x\right)>3\Leftrightarrow x^2+x\log_3 4>1$.

Câu 51. Cho hàm số $f(x)=5^x.7^{x^5+1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

A. $f(x)>1\Leftrightarrow x+x^5\log_5 7+\log_5 7>0.$.
B. $f(x)>1\Leftrightarrow x\ln 5+x^5\ln 7+\ln 7>0$.
C. $f(x)>1\Leftrightarrow x\log_7 5+x^5>-1$.
D. $f(x)>1\Leftrightarrow 1+x^4\log_5 7>-\log_5 7$.

Câu 52. Bất phương trình $2^x.5^{\frac{2x}{x+1}}<10$ có tập nghiệm là $\left(a;b\right)$. Khi đó $b-a$ bằng?.

A. $-\log_2^5$.
B. $-\log_5^2$.
C. 1.
D. $2+\log_2 5$.

Câu 53. Tìm tập S của bất phương trình $3^x.5^{x^2}<1$.

A. $\left(-\log_5 3;0\right]$.
B. $\left[\log_3 5;0\right)$.
C. $\left(-\log_5 3;0\right)$.
D. $\left(\log_3 5;0\right)$.

Câu 54. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>1-x$ là

A. $\left(-\infty;0\right)$.
B. $\varnothing$.
C. $\left(0;+\infty\right)$.
D. R.

Câu 55. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x+3^{x+1}\le 13-2x$ là

A. $\left(-\infty;-1\right]$.
B. $\left(-\infty;\mathrm{e}\right)\cup\left(e^2;+\infty\right)$.
C. $\left[1;+\infty\right)$.
D. $\left(-\infty;1\right]$.

Câu 56. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{4-x}-x+1\ge 0$.

A. $S=\left(-\infty;1\right]$.
B. $S=\left(-\infty;3\right)$.
C. $\left(-\infty;3\right]$.
D. $\left[3;+\infty\right)$.

Câu 57. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x\le x+4$ là

A. $\left(-\infty;-1\right]$.
B. $\left[-1;+\infty\right)$.
C. $\left[1;+\infty\right)$.
D. $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 58. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\le 5-2x$

A. R.
B. $\left(-\infty;1\right]$.
C. $\left(-\infty;-1\right]$.
D. $\left[1;+\infty\right)$.

Câu 59. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x+3^x\ge 5^x$

A. R.
B. $\left(-\infty;2\right]$.
C. $\left(-\infty;0\right]$.
D. $\left[2;+\infty\right)$.

Câu 60. Giải bất phương trình $5^x+3^x>8^x$. Ta có nghiệm.

A. $x<1$.
B. $x>2$.
C. $x<2$.
D. $x>1$.

Câu 61. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $2^x\le 3^{\frac{x}{2}}+1$

A. 3.
B. 2.
C. 0.
D. 1.

Câu 62. Tập nghiệm của bất phương trình $3.2^x+7.5^x>49.10^x-2$

A. $\left(-\infty;-1\right)$.
B. $\left(-1;0\right)$.
C. $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(0;+\infty\right)$.
D. $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 63. Cho bất phương trình $\dfrac{3^{2-x}+3-2x}{4^x-2}\ge 0$. Tập nghiệm của bất phương trình là

A. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.
B. $\left[\frac{1}{2};2\right]$.
C. $\left(2;+\infty\right)$.
D. $\left(\frac{1}{2};2\right]$.

Câu 64. Với giá trị nào của m để bất phương trình $9^x - 2(m+1)3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $m \neq -2$.
B. $m \leq -\dfrac{3}{2}$.
C. $m \in \left(-5-2\sqrt{3};-5+2\sqrt{3}\right)$.
D. không tồn tại m.

Câu 65. Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(3m+1)12^x + (2-m)6^x + 3^x < 0$ có nghiệm đúng $\forall x > 0$ là

A. $(-2;+\infty)$.
B. $(-\infty;-2]$.
C. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$.
D. $\left(-2;-\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 66. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $9^x - m.3^x - m + 3 > 0$ nghiệm đúng với mọi x

A. $m > 2$.
B. $m > 2$ hoặc $m < -6$.
C. $m < 2$.
D. $-6 < m < 2$.

Câu 67. Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \geq m.3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

A. $m \geq 4$.
B. $m \leq 4$.
C. $m \leq 1$.
D. $m \geq 1$.

Câu 68. Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(3m+1)12^x + (2-m)6^x + 3^x < 0$ có nghiệm đúng $\forall x > 0$ là

A. $(-\infty;-2]$.
B. $(-2;+\infty)$.
C. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$.
D. $\left(-2;-\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 69. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $9^x - m.3^x - m + 3 > 0$ nghiệm đúng với mọi x

A. $m > 2$.
B. $m < 2$.
C. $m > 2$ hoặc $m < -6$.
D. $-6 < m < 2$.

Câu 70. Bất phương trình $3^{2x+1} - (m+3)3^x - 2(m+3) > 0$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m = -3$.
B. $m \leq -3$.
C. $m > 0$.
D. $m > -3$.

Câu 71. Bất phương trình $4^x - (m+2)2^{x+1} + m^2 + 2m + 2 > 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi

A. $m > 1$.
B. $m > -2$.
C. $m < 2$.
D. $m < -1$.

Câu 72. Với điều kiện nào của tham số m thì bất phương trình $\sqrt{3^x + 3} + \sqrt{5 - 3^x} \leq m$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

A. $m \leq 2\sqrt{2}$.
B. $m \geq 2\sqrt{2}$.
C. $m \leq 4$.
D. $m \geq 4$.

Câu 73. Với điều kiện nào của tham số m thì bất phương trình $\sqrt{2^x + 7} + \sqrt{2^x - 2} \leq m$ có nghiệm?

A. $0 \leq m \leq 3$.
B. $3 \leq m \leq 5$.
C. $m \leq 3$.
D. $m \geq 3$.

2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 74. Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a;b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

A. $S=\frac{26}{5}$. **B.** $S=\frac{11}{5}$. **C.** $S=\frac{28}{15}$. **D.** $S=\frac{8}{3}$.

Câu 75. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}\left(x^2-1\right)<\log_{\frac{\pi}{4}}\left(3x-3\right)$.

A. $S=\left(1;2\right)$.
B. $S=\left(-\infty;-1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.
C. $S=\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.
D. $S=\left(2;+\infty\right)$.

Câu 76. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)>\log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ có tập nghiệm là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(\frac{1}{2};3)$. **D.** $(-2;3)$.

Câu 77. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2+x)<\log_{0,8}(-2x+4)$ là

A. $\left(-\infty;-4\right)\cup\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-4;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;-4\right)\cup\left(1;2\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

Câu 78. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x^2+1)<\log_{\frac{1}{2}}(4x)$

A. $S=\left(0;\frac{1}{3}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.
B. $S=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.
C. $S=\left(\frac{1}{3};1\right)$.
D. $S=\left[0;\frac{1}{3}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

Câu 79. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\left(x^2-3x+2\right)\geq\ln\left(5x+2\right)$ là

A. $\left(-\infty;0\right]\cup\left[8;+\infty\right)$. **B.** $\left[0;1\right)\cup\left(2;8\right]$. **C.** $\left(-\frac{5}{2};0\right]\cup\left[8;+\infty\right)$. **D.** $\left[8;+\infty\right)$.

Câu 80. Bất phương trình $\log_4\left(x+7\right)>\log_2\left(x+1\right)$ có tập nghiệm là

A. $\left(1;4\right)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $\left(5;+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 81. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x<\log_{\sqrt{3}}(12-x)$ là

A. $\left(0;12\right)$. **B.** $\left(9;16\right)$. **C.** $\left(0;9\right)$. **D.** $\left(0;16\right)$.

Câu 82. Với m là tham số thực dương khác 1. Hãy tìm tập nghiệm S của bất phương trình. $\log_m(2x^2+x+3)\leq\log_m(3x^2-x)$. Biết rằng $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình.

A. $S=(-2;0)\cup(\frac{1}{3};3]$.
B. $S=(-1;0)\cup(\frac{1}{3};2]$.
C. $S=\left[-1,0\right)\cup(\frac{1}{3};3]$.
D. $S=(-1;0)\cup(1;3]$.

Câu 83. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\ln\left(x-1\right)+\ln\left(x+1\right)}$ là

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt{2}\right)$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\left[\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 84. Bất phương trình $\log_{\frac{3}{2}}x\leq\log_{\frac{9}{4}}\left(x-1\right)$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?

A. $\log_{\frac{3}{2}}x\leq\log_{\frac{9}{4}}x-\log_{\frac{9}{4}}1$.
B. $2\log_{\frac{3}{2}}x\leq\log_{\frac{3}{2}}\left(x-1\right)$.

C. $\log_{\frac{9}{4}} x \le \log_{\frac{3}{2}}(x-1)$. **D.** $\log_{\frac{3}{2}} x \le 2\log_{\frac{3}{2}}(x-1)$.

Câu 85. Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $\log_2(7x^2+7) \ge \log_2(mx^2+4x+m)$ có nghiệm đúng với mọi giá trị của x là

A. $m \le 5$. **B.** $2 < m \le 5$. **C.** $m \ge 7$. **D.** $2 \le m \le 5$.

Câu 86. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn điều kiện $\log(x-40)+\log(60-x)<2$?

A. 20. **B.** 18. **C.** 21. **D.** 19.

Câu 87. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \le \log_2(5-x)+1$ là

A. $(1;5)$. **B.** $[1;3]$. **C.** $(1;3]$. **D.** $[3;5]$.

Câu 88. Bất phương trình $2\log_3(4x-3)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \le 2$ là

A. $\left[\frac{3}{4};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{4};3\right]$. **D.** $\left[\frac{3}{4};3\right]$.

Câu 89. Bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x+\log_4 x > \log_{20} x$ có tập nghiệm là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(0;1]$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 90. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+2)-\log_2(x-2)<2$

A. $\left(\frac{10}{3};+\infty\right)$. **B.** $(-2;+\infty)$.

C. $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 91. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x^2+2x-3)+\log(x+3)-\log(x-1)<0$.

A. $(-4;-2)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\varnothing$.

Câu 92. Bất phương trình $\log_2(2x-1)-\log_{\frac{1}{2}}(x-2) \le 1$ có tập nghiệm là

A. $(2,+\infty)$. **B.** $(2,3]$. **C.** $\left(2,\frac{5}{2}\right]$. **D.** $\left[\frac{5}{2},3\right]$.

Câu 93. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)-\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) > \log_2(x^2-x)-1$.

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(1;2)$. **C.** $S=(0;2)$. **D.** $S=(1;2]$.

Câu 94. Cho bất phương trình $\log_{0,2} x-\log_5(x-2) < \log_{0,2} 3$. Nghiệm của bất phương trình đã cho là

A. $x>3$. **B.** $2 \le x < 3$. **C.** $x \ge 2$. **D.** $2<x<3$.

Câu 95. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}\left(x+\frac{1}{2}\right) \ge 1$ là

A. vô số. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 96. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1)+\log x > \log 20$ là

A. $(-5;4)$. **B.** $(-\infty;-5)$. **C.** $(-\infty;-5)\cup(4;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 97. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)-2\log_2(5-x)<1-\log_2(x-2)$ chứa khoảng nào dưới đây ?

A. $1<x<2$. **B.** $-4<x<3$. **C.** $2<x<5$. **D.** $2<x<5$.

Câu 98. Bất phương trình $3\log_3(x-1)+\log_{\sqrt[3]{3}}(2x-1)\le 3$ có tập nghiệm là

A. $(1;2]$. **B.** $[1;2]$. **C.** $\left[-\frac{1}{2};2\right]$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};2\right]$.

Câu 99. Nghiệm của bất phương trình $\log_5 x^3+\log_{0.2}x+\log_{\sqrt[3]{25}}x\le 7$ là

A. $x\le 25$. **B.** $0<x\le 25$. **C.** $x\ge 10$. **D.** $0<x\le 10$.

Câu 100. Nghiệm của bất phương trình $2\log_2\sqrt{x+1}\le 2-\log_2(x-2)$ là

A. $2<x\le 3$. **B.** $x<-2$. **C.** $3<x$. **D.** $-2<x<3$.

Câu 101. Nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(\sqrt{3x+1}+6\right)-1\ge\log_2\left(7-\sqrt{10-x}\right)$ là

A. $x\le 1$. **B.** $x\le\frac{369}{49}$. **C.** $x\ge\frac{369}{49}$. **D.** $1\le x\le\frac{369}{49}$.

Câu 102. Nghiệm của bất phương trình $\log_3\sqrt{x^2-5x+6}+\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x-2}<\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}}(x+3)$ là

A. $x>5$. **B.** $x>3$. **C.** $3<x<5$. **D.** $x>\sqrt{10}$.

Câu 103. Giá trị nào của tham số m thì bất phương trình

$\log_2\left(3x^2-2mx-m^2-2m+4\right)>1+\log_2\left(x^2+2\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m<-1\vee m>0$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $m<-1$.

Câu 104. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x-6\le 0$ là

A. $S=\left[\frac{1}{2};64\right]$. **B.** $S=\left(0;\frac{1}{2}\right]$.

C. $S=[64;+\infty]$. **D.** $S=\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup[64;+\infty)$.

Câu 105. Nghiệm của bất phương trình $\log^2{}_5 x-6\log_2 x>-5$

A. $\left[\begin{array}{l}x>32\\x<1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x>5\\x<1\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x>32\\0<x<1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x\ge 32\\x\le 1\end{array}\right.$.

Câu 106. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2(2-x)+4\log_2(2-x)\ge 5$.

A. $S=(-\infty;0]\cup\left[\frac{63}{32};2\right)$. **B.** $S=(-\infty;0]\cup\left[\frac{63}{32};+\infty\right)$.

C. $[2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;0]$.

Câu 107. Nghiệm của bất phương trình $(\ln x)^2-2\ln x>-1$ là

A. $\begin{cases}x\ne e\\x>0\end{cases}$. **B.** $x\ne 1$. **C.** $x\in R\setminus\{1\}$. **D.** $x\in R$.

Câu 108. Nghiệm của bất phương trình $\log^2{}_2 x-3\log_2 x\le -2$.

$1<x<2$. **B.** $2<x<4$. **C.** $2\le x\le 4$. **D.** $1\le x\le 2$.

Câu 109. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln^2 x - 3\ln x + 2 \geq 0$ là

A. $(-\infty;1] \cup [2;+\infty)$. **B.** $[e^2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;e] \cup [e^2;+\infty)$. **D.** $(0;e] \cup [e^2;+\infty)$.

Câu 110. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{3}{x} \cdot \log_3 x - \log_3 \frac{x^3}{\sqrt{3}} > \frac{1}{2} + 2\log_3 \sqrt{x}$ là ?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\left(0;\frac{\sqrt{3}}{8}\right) \cup (1;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{\sqrt{3}}{8};1\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{27};1\right)$.

Câu 111. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2{}^2 x - 6\log_4 x - 4 < 0$ là

A. $\left(\frac{1}{2};16\right)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-1;16)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};4\right)$.

Câu 112. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\ln^2 x - 3\ln x + 2}$ là

A. $(0;e] \cup [e^2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1] \cup [2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;e] \cup [e^2;+\infty)$. **D.** $[e^2;+\infty)$.

Câu 113. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}^2 (2x) - 2\log_2 (4x^2) - 8 \leq 0$.

A. $S = \left[\frac{1}{2};2\right]$. **B.** $S = (-\infty;2]$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $(0;2]$.

Câu 114. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}^2 x - 10\log_2 \sqrt{x} + 1 > 0$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;2^{\frac{1}{4}}\right) \cup (2;+\infty)$. **C.** $\left(0;2^{\frac{1}{4}}\right) \cup (2;+\infty)$. **D.** $\left(0;2^{\frac{1}{4}}\right)$.

Câu 115. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2{}^2 x + 9\log_8 x \geq \frac{5}{2}\log_{4\sqrt{2}} 16$ là

A. $\left[\frac{1}{16};2\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{16}\right] \cup [2;+\infty)$. **C.** $\left[\frac{1}{16};+\infty\right)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 116. Tập nghiệm của bất phương trình $\log^2{}_2(2-x) - 8\log_{0.25}(2-x) - 5 \geq 0$ là

A. $(-\infty;0] \cup \left[\frac{63}{32};2\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{63}{32}\right]$. **C.** $(-\infty;-5) \cup (1;+\infty)$ **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 117. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}{}^2 x - 5\log_2 x + 1 < 0$ là

A. $\left(2^{\frac{1}{4}};2\right)$. **B.** $\left(0;2^{\frac{1}{4}}\right) \cup (2;+\infty)$. **C.** $(2+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 118. Cho bất phương trình $\log_4 x.\log_2 (4x) + \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{x^3}{2}\right) < 0$. Nếu đặt $t = \log_2 x$, ta được bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2 + 11t - 2 < 0$. **B.** $t^2 + 11t - 3 < 0$. **C.** $t^2 + 14t - 2 < 0$. **D.** $t^2 + 14t - 4 < 0$.

Câu 119. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3^2 x^5 - 25\log_3 x^2 - 750 \leq 0$ là

A. 925480. **B.** 38556. **C.** 378225. **D.** 388639.

Câu 120. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4 (3^x - 1).\log_{\frac{1}{4}} \frac{3^x - 1}{16} \leq \frac{3}{4}$ là

A. $\left(1;2\right]\cup\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;1\right]\cup\left[4;+\infty\right)$.

C. $\left(0;4\right]\cup\left[5;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Câu 121. Bất phương trình $2\log_{\frac{2}{3}}x.\log_{\frac{3}{2}}x+2\log_{\frac{2}{3}}x-4\log_{\frac{3}{2}}x-4>0$ có nghiệm là

A. $x<\dfrac{2}{3}$. **B.** $x<\dfrac{4}{9}$. **C.** $x>\dfrac{4}{9}$. **D.** $\dfrac{4}{9}<x<\dfrac{2}{3}$.

Câu 122. Bất phương trình $\log_4 x-\log_x 4\le\dfrac{3}{2}$ có mấy nghiệm nguyên trên đoạn $\left[1;25\right]$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 123. Nghiệm của bất phương trình $\log_x 100-\dfrac{1}{2}\log_{100}x>0$ là

A. $1<x<10^{2\sqrt{2}}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x<\dfrac{1}{10^{2\sqrt{2}}}\\1<x<10^{2\sqrt{2}}\end{array}\right.$. **C.** $0<x<\dfrac{1}{10^{2\sqrt{2}}}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}0<x<\dfrac{1}{10^{2\sqrt{2}}}\\1<x<10^{2\sqrt{2}}\end{array}\right.$.

Câu 124. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2\log_5 x-\log_x 125<1$

A. 1. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 125. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3 x+\log_{3x}27\le 3$

A. 9. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 126. Giải bất phương trình $\dfrac{\ln x+2}{\ln x-1}<0$ ta được tập nghiệm là

A. $\left(\dfrac{1}{e^2};e\right)$. **B.** $\left(-\infty;e\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{e^2}\right)$. **D.** $\left(e;+\infty\right)$.

Câu 127. Mệnh đề nào sau đây đúng khi phát biểu về bất phương trình

$$\frac{3}{4-2\log_2 x}+\frac{1}{2-3\log_3 x}<1$$

A. Tập xác định của bất phương trình đã cho là $T=\left(0;+\infty\right)$.

B. Tập xác định của bất phương trình đã cho là $T=\left[0;+\infty\right)$.

C. Tập xác định của bất phương trình đã cho là $T=\left(0;\dfrac{8}{27}\right)\cup\left(\dfrac{8}{27};4\right)\cup\left(4;+\infty\right)$.

D. Tập xác định của bất phương trình đã cho là $T=\left(0;\sqrt[3]{9}\right)\cup\left(\sqrt[3]{9};4\right)\cup\left(4;+\infty\right)$.

Câu 128. Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{1}{2-\ln x}+\dfrac{1}{\ln x}>2$ là

A. $\left(-\infty;0\right)\cup\left(1;\mathrm{e}\right)\cup\left(e^2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$.

C. $\left(1;e^2\right)\setminus\left\{e\right\}$. **D.** $\left(-\infty;\mathrm{e}\right)\cup\left(e^2;+\infty\right)$.

Câu 129. Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{1}{\log_6 e}>\dfrac{1}{\log_{4-x}e}+\dfrac{1}{\log_{3+x}e}$ là:

A. $\left(-3;-2\right)\cup\left(3;4\right)$. **B.** $\left(-3;4\right)\cup\left(-3;2\right)$. **C.** $\left(-\infty;-2\right)\cup\left(3;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-3\right)\cup\left(4;+\infty\right)$

Câu 130. Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{1}{4+\log_2 x}+\dfrac{2}{2-\log_2 x}\le 1$ là

A. $\left(0;\dfrac{1}{16}\right)\cup\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]\cup(2;4)\cup(4;+\infty)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{16}\right)\cup\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)\cup(2;4)\cup(4;+\infty)$.

C. $\left(0;\dfrac{1}{16}\right)\cup\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;4]\cup(4;+\infty)$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{16}\right)\cup\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$.

Câu 131. Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{16\log_2 x}{\log_2 x^2+3}-\dfrac{3\log_2 x^2}{\log_2 x+1}<0$ là

A. $(0;1)\cup(\sqrt{2};+\infty)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}};\dfrac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

C. $\left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}};\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(1;\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}};1\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 132. Tìm m để bất phương trình $\log^2 x-m\log x+m+3\le 0$ có nghiệm $x>1$

A. $\left[\begin{array}{l} m<-3\\ m\ge 6\end{array}\right.$. **B.** $-3<m\le 6$. **C.** $m<-3$. **D.** $m\ge 6$.

Câu 133. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x\left[\log_9\left(3^x-9\right)\right]<1$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(\log_2 10;+\infty)$.

Câu 134. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x(\log_4(2^x-4))\le 1$ là

A. R. **B.** $\varnothing$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$.

Câu 135. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2x}\left(x^2-5x+6\right)<1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 136. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{x}{5}}\left(x^2-8x+16\right)\ge 0$ là

A. $[3;+\infty)\setminus\{4\}$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $[3;+\infty)\setminus\{5\}$.

Câu 137. Bất phương trình $\log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2)\le 2$ có tập nghiệm

A. $(-\infty;0)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 138. Giải bất phương trình $\log_x(\log_3(9^x-72))\le 1$ ta được:

A. $x\le 2$. **B.** $\begin{cases}0<x\le 2\\ x\ne 1\end{cases}$. **C.** $\log_9 72<x\le 2$. **D.** $\log_9 73<x\le 2$.

Câu 139. Nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(7.10^x-5.25^x\right)>2x+1$ là

A. $[-1;0)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $[-1;0)$. **D.** $[-1;0]$.

Câu 140. Bất phương trình $2\log_9\left(9^x+9\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(28-2.3^x\right)\ge x$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;-1]\cup[2;\log_3 14]$. **B.** $(-\infty;1]\cup[2;\log_3 14]$.

C. $(-\infty;-1]\cup\left[2;\dfrac{12}{5}\right]$. **D.** $(-\infty;\log_3 14]$.

Câu 141. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_7 x > \log_3\left(\sqrt{x}+2\right)$ là?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[0;1]$.

Câu 142. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x+1)+3-x>0$ là?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 143. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3(x+1)+\log_5(2x+1)=2$ bằng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 144. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x+1)+x\le 2$ là?

A. $\left[-\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};1\right]$.

Câu 145. Tích các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log\frac{x^2-x+1}{2x^2-4x+3}\ge x^2-3x+2$ bằng?

A. 4. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 146. Tìm m để bất phương trình $\log^2 x-m\log x+m+3\le 0$ có nghiệm $x>1$

A. $\left[\begin{array}{l}m<-3\\ m\ge 6\end{array}\right.$. **B.** $-3<m\le 6$. **C.** $m<-3$. **D.** $m\ge 6$.

Câu 147. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2+2ax+a+3\right)<0$ có tập nghiệm là tập số thực R khi

A. $\left[\begin{array}{l}a<-1\\ a>2\end{array}\right.$. **B.** $a<2$. **C.** $a>-1$. **D.** $-1<a<2$.

Câu 148. Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $\log_m\left(x^2-2x+m+5\right)>1$ có vô số nghiệm

A. $m>1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m>0$.

Câu 149. Tìm m để bất phương trình $m\sqrt{\log_4(2x^2+3x-1)}+m<\log_2(2x^2+3x-1)$ có nghiệm với mọi $x\ge 1$

A. $m>0$. **B.** $m<2$. **C.** $m>1$. **D.** $m<-1$.

II. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1D	2C	3C	4B	5D	6C	7A	8C	9A	10C
11B	12C	13D	14B	15D	16A	17D	18B	19D	20A
21B	22A	23A	24B	25B	26A	27A	28D	29C	30A
31B	32A	33A	34B	35D	36B	37A	38B	39A	40B
41C	42D	43B	44B	45B	46A	47A	48D	49C	50B
51D	52D	53C	54C	55D	56C	57B	58B	59B	60A
61B	62A	63D	64B	65B	66C	67B	68A	69B	70D
71D	72C	73D	74B	75D	76C	77C	78A	79C	80B
81C	82C	83D	84B	85B	86B	87C	88C	89D	90A
91D	92C	93B	94A	95B	96D	97C	98A	99B	100A
101D	102C	103B	104A	105C	106A	107A	108C	109D	110D
111A	112A	113A	114C	115B	116A	117A	118D	119A	120D
121D	122A	123D	124C	125A	126A	127D	128C	129A	130D
131C	132A	133D	134C	135C	136D	137C	138D	139B	140B
141A	142B	143A	144A	145D	146D	147D	148A	149D	

1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 1. **Chọn D.**

Ta có: $3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 2x+1 > 3-x \Leftrightarrow 3x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$.

Câu 2. **Chọn C.**

Ta có: $\left(\sqrt{2}\right)^{x-2} > 2^{x+3} \Leftrightarrow \frac{x-2}{2} > x+3 \Leftrightarrow x-2 > 2x+6 \Leftrightarrow x < -8$.

Câu 3. **Chọn C.**

Ta có: $\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2+2x+1} \le \left(\frac{5}{2}\right)^{x-5} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{-x^2-2x-1} \le \left(\frac{5}{2}\right)^{x-5}$

$\Leftrightarrow -x^2-2x-1 \le x-5 \Leftrightarrow x^2+3x-4 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 1 \\ x \le -4. \end{array}\right.$

Câu 4. **Chọn B.**

Ta có: $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \le \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x \le 2-x \Leftrightarrow x \ge -\frac{2}{3}$.

Câu 5. **Chọn D.**

Ta có: $3.9^{\frac{3x^2+2}{x}} > 729^x \Leftrightarrow 3^{2\left(\frac{3x^2+2}{x}\right)+1} > 3^{6x} \Leftrightarrow \frac{6x^2+x+4}{x} > 6x \Leftrightarrow \frac{x+4}{x} > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -4 \\ x > 0 \end{array}\right.$.

Câu 6. **Chọn C.**

Ta có: $3^{2-\sqrt{x^2+5x-6}} \ge \frac{1}{3^x} \Leftrightarrow 3^{2-\sqrt{x^2+5x-6}} \ge 3^{-x}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+5x-6} \le x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+5x-6 \ge 0 \\ x+2 \ge 0 \\ x^2+5x-6 \le (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le -6 \vee x \ge 1 \\ x \ge -2 \\ x \le 10 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le x \le 10.$$

Câu 7. Chọn A.

Ta có: $\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{2-x}} > \left(\frac{2}{5}\right)^{x} \Leftrightarrow \sqrt{2-x} < x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \ge 0 \\ x > 0 \\ 2-x < x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x > 0 \\ x < -2 \vee x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \le 2.$

Câu 8. Chọn C.

Ta có : $\frac{1}{2^{\sqrt{x^2-2x}}} - \frac{2^x}{2} \le 0 \Leftrightarrow 2^{-\sqrt{x^2-2x}} \le 2^{x-1} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x} \ge 1-x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-2x \ge 0 \\ 1-x < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-x \ge 0 \\ x^2-2x \ge (1-x)^2 \end{cases} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le 0 \vee x \ge 2 \\ x > 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x \le 1 \\ x^2-2x \ge 1-2x+x^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x \ge 2.$$

Câu 9. Chọn A.

Ta có:

$2^{|x-2|} > 4^{|x+1|} \Leftrightarrow 2^{|x-2|} > 2^{2|x+1|} \Leftrightarrow |x-2| > 2|x+1|$

$\Leftrightarrow x^2-4x+4 > 4\left(x^2+2x+1\right) \Leftrightarrow -4 < x < 0.$

Câu 10. Chọn C.

Tacó: $2^{3x}.3^x - 2^{3x-1}.3^{x+1} > -288 \Leftrightarrow 8^x.3^x - \frac{3}{2}.8^x.3^x > -288 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}.24^x > -288$

$\Leftrightarrow 24^x < 576 \Leftrightarrow x < 2$

Câu 11. Chọn B.

Ta có: $2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} \ge 448 \Leftrightarrow \frac{7}{8}.2^{2x} \ge 448 \Leftrightarrow 2^{2x} \ge 2^9 \Leftrightarrow 2x \ge 9 \Leftrightarrow x \ge \frac{9}{2}.$

Câu 12. Chọn C.

Ta có: $2^{x+2} + 5^{x+1} < 2^x + 5^{x+2} \Leftrightarrow 4.2^x + 5.5^x < 2^x + 25.5^x \Leftrightarrow 3.2^x < 20.5^x$

$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x > \frac{3}{20} \Leftrightarrow x > \log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{3}{20}\right).$

Câu 13. Chọn D.

Ta có: $\left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{2x}{x-1}} \le \left(\sqrt{5}+2\right)^x \Leftrightarrow \left(\sqrt{5}+2\right)^{-\frac{2x}{x-1}} \le \left(\sqrt{5}+2\right)^x \Leftrightarrow -\frac{2x}{x-1} \le x \Leftrightarrow \frac{x^2+x}{x-1} \ge 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 \le x \le 0 \\ x > 1 \end{array}\right. .$$

Câu 14. Chọn B.

Ta có: $\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{3-x}{x-1}} > \left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x+1}{x+3}} \Leftrightarrow \left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x-3}{x-1}} > \left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x+1}{x+3}} \Leftrightarrow \dfrac{x-3}{x-1} > \dfrac{x+1}{x+3}$

$\Leftrightarrow \dfrac{-8}{(x-1)(x+3)} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1 \Rightarrow$ bất phương trình có các nghiệm nguyên là $-2;-1;0$.

Câu 15. Chọn D.

Ta có: $\left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{x-3}{x-1}} < \left(2-\sqrt{3}\right)^{\frac{x-1}{x-3}} \Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{x-3}{x-1}} < \left(2+\sqrt{3}\right)^{-\frac{x-1}{x-3}} \Leftrightarrow \dfrac{x-3}{x-1} < -\dfrac{x-1}{x-3}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x-3)^2+(x-1)^2}{(x-3)(x-1)} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x^2-8x+10}{(x-3)(x-1)} < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3.$

Câu 16. Chọn A.

Ta có:

$\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2} \le \left(7-4\sqrt{3}\right)^{x-4} \Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2} \le \left(2+\sqrt{3}\right)^{-2x+8} \Leftrightarrow x^2 \le -2x+8 \Leftrightarrow x^2+2x-8 \le 0$

$\Leftrightarrow -4 \le x \le 2 \Rightarrow$ bất phương trình có các nghiệm nguyên là $-4;-3;-2;-1;0;1;2$

Câu 17. Chọn D.

Đặt $t=2^x\ (t>0)$ ta được bất phương trình: $t^2-7t-8 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \ge 8 \\ t \le -1 \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện ta được $t \ge 8 \Rightarrow 2^x \ge 8 \Leftrightarrow x \ge 3$.

Câu 18. Chọn B.

Đặt $t=3^x\ (t>0)$ ta được bất phương trình: $t^2-t-6<0 \Leftrightarrow -2<t<3$.

Kết hợp điều kiện ta được $0<t<3 \Rightarrow 0<3^x<3 \Leftrightarrow x<1$.

Câu 19. Chọn D.

Đặt $t=2^x\ (t>0)$ ta được bất phương trình: $t^2-2t-3<0 \Leftrightarrow -1<t<3$.

Kết hợp điều kiện ta được: $0<t<3 \Rightarrow 0<2^x<3 \Leftrightarrow x<\log_2(3)$.

Câu 20. Chọn A.

Đặt $t=3^x\ (t>0)$ ta được bất phương trình:

$3t^2-10t+3 \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3} \le t \le 3 \Rightarrow \dfrac{1}{3} \le 3^x \le 3 \Leftrightarrow -1 \le x \le 1.$

Câu 21. Chọn B.

Đặt $t=3^x\ (t>0)$ ta được bất phương trình: $3t^2-2t-1 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \ge 1 \\ t \le -\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được: $t \ge 1 \Rightarrow 3^x \ge 1 \Leftrightarrow x \ge 0$.

Câu 22. Chọn A.

Đặt $t=\sqrt{3}^x\ (t>0)$ ta được bất phương trình $t^2-t<0 \Leftrightarrow 0<t<1 \Rightarrow 0<\left(\sqrt{3}\right)^x<1 \Leftrightarrow x<0$.

Câu 23. Chọn A.

Đặt $t=5^x\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình: $t^2-75t+32<0$.

Câu 24. **Chọn B.**

+ Ta có: $4^{x+\sqrt{x-1}}-5.2^{x+\sqrt{x-1}+1}+16\ge 0\Leftrightarrow 2^{2\left(x+\sqrt{x-1}\right)}-10.2^{x+\sqrt{x-1}}+16\ge 0$.

+ Đặt $t=2^{x+\sqrt{x-1}}\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình: $t^2-10t+16\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le 2\\ t\ge 8\end{array}\right.$.

+ Kết hợp điều kiện $t>0$ ta được $\left[\begin{array}{l} 0<t\le 2\\ t\ge 8\end{array}\right.$.

+ Với $0<t\le 2$ ta được $0<2^{x+\sqrt{x-1}}\le 2\Leftrightarrow x+\sqrt{x-1}\le 1\Leftrightarrow \sqrt{x-1}\le 1-x\Leftrightarrow x=1$.

+ Với $t\ge 8$ ta được $2^{x+\sqrt{x-1}}\ge 8\Leftrightarrow x+\sqrt{x-1}\ge 3\Leftrightarrow \sqrt{x-1}\ge 3-x\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-1\ge 0\\ 3-x<0\end{cases}\\ \begin{cases} 3-x\ge 0\\ x-1\ge \left(3-x\right)^2\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 1\\ x>3\end{cases}\\ \begin{cases} x\le 3\\ x^2-7x+10\le 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3\\ 2\le x\le 3\end{array}\right.\Leftrightarrow x\ge 2.$

Kết hợp 2 trường hợp ta được nghiệm của bất phương trình là $\left[\begin{array}{l} x=1\\ x\ge 2\end{array}\right.$.

Câu 25. **Chọn B.**

Ta có: $3^x-3^{-x+2}+8>0\Leftrightarrow 3^x-\dfrac{9}{3^x}+8>0$.

Đặt $t=3^x\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình: $t-\dfrac{9}{t}+8>0\Leftrightarrow t^2+8t-9>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t>1\\ t<-9\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $t>0$ ta được $t>1\Rightarrow 3^x>1\Leftrightarrow x>0$.

Câu 26. **Chọn A.**

Ta có: $5^x-5^{3-x}\le 20\Leftrightarrow 5^x-\dfrac{125}{5^x}\le 20$.

Đặt $t=5^x\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình

$t-\dfrac{125}{t}\le 20\Leftrightarrow t^2-20t-125\le 0\Leftrightarrow -5\le t\le 25$.

Kết hợp điều kiện $t>0$ ta được $0<t\le 25\Rightarrow 0<5^x\le 25\Leftrightarrow x\le 2$.

Câu 27. **Chọn A.**

Ta có: $2^x+2^{3-x}\le 9\Leftrightarrow 2^x+\dfrac{8}{2^x}\le 9$.

Đặt $t=2^x\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình

$t+\dfrac{8}{t}\le 9\Leftrightarrow t^2-9t+8\le 0\Leftrightarrow 1\le t\le 8\Rightarrow 1\le 2^x\le 8\Leftrightarrow 0\le x\le 3$.

Câu 28. Chọn D.

Đặt $t=\left(\frac{2}{3}\right)^x \left(t>0\right)$ ta được bất phương trình $t-2\frac{1}{t}<1 \Leftrightarrow t^2-t-2<0 \Leftrightarrow -1<t<2.$

Kết hợp điều kiện $t>0$ ta được $0<t<2 \Rightarrow 0<\left(\frac{2}{3}\right)^x<2 \Leftrightarrow x>\log_{\frac{2}{3}} 2.$

Câu 29. Chọn C.

Ta có: $3^{3x-2}+\frac{1}{27^x}\le\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{3^{3x}}{9}+\frac{1}{3^{3x}}\le\frac{2}{3}.$

Đặt $t=3^{3x}\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình :

$\frac{t}{9}+\frac{1}{t}\le\frac{2}{3} \Leftrightarrow t^2-6t+9\le 0 \Leftrightarrow \left(t-3\right)^2\le 0 \Leftrightarrow t=3 \Rightarrow 3^{3x}=3 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}.$

Câu 30. Chọn A.

Ta có: $2^{\frac{4x-1}{2x+1}}>2^{\frac{2-2x}{2x+1}}+1 \Leftrightarrow 2^{\frac{2\left(2x+1\right)-3}{2x+1}}>2^{\frac{3-\left(1+2x\right)}{2x+1}}+1 \Leftrightarrow 2^{2-\frac{3}{2x+1}}>2^{\frac{3}{2x+1}-1}+1 \Leftrightarrow \frac{4}{2^{\frac{3}{2x+1}}}>\frac{2^{\frac{3}{2x+1}}}{2}+1$

Đặt $t=2^{\frac{3}{2x+1}}\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình $\frac{4}{t}>\frac{t}{2}+1 \Leftrightarrow t^2+2t-8<0 \Leftrightarrow -4<t<2.$

Kết hợp điều kiện $t>0$ ta được $0<t<2 \Rightarrow 0<2^{\frac{3}{2x+1}}<2 \Leftrightarrow \frac{3}{2x+1}<1 \Leftrightarrow \frac{-2x+2}{2x+1}<0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-\frac{1}{2} \\ x>1 \end{array}\right..$

Câu 31. Chọn B.

Ta có: $5.4^x+2.25^x-7.10^x\le 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{25}{4}\right)^x-7\left(\frac{5}{2}\right)^x+5\le 0.$

Đặt $t=\left(\frac{5}{2}\right)^x \left(t>0\right)$ ta được bất phương trình:

$2t^2-7t+5\le 0 \Leftrightarrow 1\le t\le 5 \Rightarrow 1\le\left(\frac{5}{2}\right)^x\le\frac{5}{2} \Leftrightarrow 0\le x\le 1.$

Câu 32. Chọn A.

Ta có: $8^x+18^x-2.27^x>0 \Leftrightarrow \left(\frac{8}{27}\right)^x+\left(\frac{2}{3}\right)^x-2>0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{3x}+\left(\frac{2}{3}\right)^x-2>0.$

Đặt $t=\left(\frac{2}{3}\right)^x \left(t>0\right)$ ta được bất phương trình $t^3+t-2>0 \Leftrightarrow t>1 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x>1 \Leftrightarrow x<0.$

Câu 33. Chọn A.

Ta có: $3^{x+1}-2^{2x+1}-12^{\frac{x}{2}}<0 \Leftrightarrow 3.3^x-2.4^x-\left(2\sqrt{3}\right)^x<0 \Leftrightarrow 3-2.\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2x}-\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x<0.$

Đặt $t=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x\ (t>0)$ ta được bất phương trình:

$$-2t^2-t+3<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t<-\frac{3}{2}\text{(loai)}\\ t>1\end{array}\right.\Rightarrow\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^x>1\Leftrightarrow x>0.$$

Câu 34. Chọn B.

Ta có: $5.4^x+2.25^x-7.10^x\le 0\Leftrightarrow 5\left(\frac{4}{25}\right)^x+2-7\left(\frac{2}{5}\right)^x\le 0.$

Đặt $t=\left(\frac{2}{5}\right)^x\ (t>0)$ ta được bất phương trình:

$5t^2-7t+2\le 0\Leftrightarrow\frac{2}{5}\le t\le 1\Rightarrow\frac{2}{5}\le\left(\frac{2}{5}\right)^x\le 1\Leftrightarrow 1\ge x\ge 0.$ Suy ra tập nghiệm là $[0;1]$.

Câu 35. Chọn D.

Ta có: $3.4^x-5.6^x+2.9^x<0\Leftrightarrow 3\left(\frac{4}{9}\right)^x-5\left(\frac{2}{3}\right)^x+2<0.$

Đặt $t=\left(\frac{2}{3}\right)^x\ (t>0)$ ta được $3t^2-5t+2<0\Leftrightarrow\frac{2}{3}<t<1\Rightarrow\frac{2}{3}<\left(\frac{2}{3}\right)^x<1\Leftrightarrow 0<x<1.$

Câu 36. Chọn B.

Ta có :

$$2.5^{x+2}+5.2^{x+2}\le 133.\sqrt{10^x}\Leftrightarrow 50.5^x+20.2^x\le 133.\left(\sqrt{5}.\sqrt{2}\right)^x\Leftrightarrow 50\left(\frac{5}{2}\right)^x+20\le 133.\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^x$$

Đặt $t=\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^x\ (t>0)$ ta được:

$$50t^2-133t+20\le 0\Leftrightarrow\frac{4}{25}\le t\le\frac{5}{2}\Rightarrow\frac{4}{25}\le\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^x\le\frac{5}{2}\Leftrightarrow -4\le x\le 2.$$

Tập nghiệm của phương trình $S=[-4;2]\Rightarrow a=-4;b=2\Rightarrow b-2a=10.$

Câu 37. Chọn A.

Ta có: $25^{-x^2+2x+1}+9^{-x^2+2x+1}\ge 34.15^{-x^2+2x}\Leftrightarrow 25.25^{-x^2+2x}+9.9^{-x^2+2x}\ge 34.15^{-x^2+2x}$

$$\Leftrightarrow 25.\left(\frac{25}{9}\right)^{-x^2+2x}+9\ge 34\left(\frac{5}{3}\right)^{-x^2+2x}.$$

Đặt $t=\left(\frac{5}{3}\right)^{-x^2+2x}\ (t>0)$ ta được bất phương trình: $25t^2-34t+9\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\le\frac{9}{25}\\ t\ge 1\end{array}\right..$

Kết hợp điều kiện $t>0$ ta được $0<t\le\frac{9}{25}\vee t\ge 1\Rightarrow 0<\left(\frac{5}{3}\right)^{-x^2+2x}\le\frac{9}{25}\vee\left(\frac{5}{3}\right)^{-x^2+2x}\ge 1$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+2x\le -2 \\ -x^2+2x\ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+2x+2\le 0 \\ -x^2+2x\ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le 1-\sqrt{3} \vee x\ge 1+\sqrt{3} \\ 0\le x\le 2 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow S=\left(-\infty;1-\sqrt{3}\right]\cup\left[0;2\right]\cup\left[1+\sqrt{3};+\infty\right).$$

Câu 38. Chọn B.

Ta có: $64.9^x-84.12^x+27.16^x<0 \Leftrightarrow 27.\left(\frac{16}{9}\right)^x-84\left(\frac{4}{3}\right)^x+64<0 \Leftrightarrow \frac{4}{3}<\left(\frac{4}{3}\right)^x<\frac{16}{9} \Leftrightarrow 1<x<2.$

Câu 39. Chọn A.

Ta có: $5.4^x+2.25^x-7.10^x\le 0 \Leftrightarrow 2.\left(\frac{25}{4}\right)^x-7\left(\frac{5}{2}\right)^x+5\le 0 \Leftrightarrow 1\le\left(\frac{5}{2}\right)^x\le\frac{5}{2} \Leftrightarrow 0\le x\le 1.$

Câu 40. Chọn B.

Ta có: $\left(2+\sqrt{3}\right)^x.\left(2-\sqrt{3}\right)^x=1. \Rightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)^x=\frac{1}{\left(2+\sqrt{3}\right)^x}.$

Đặt $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x$ $\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình:

$$t+\frac{1}{t}\le 14 \Leftrightarrow t^2-14t+1\le 0 \Leftrightarrow 7-4\sqrt{3}\le t\le 7+4\sqrt{3} \Rightarrow 7-4\sqrt{3}\le\left(2+\sqrt{3}\right)^x\le 7+4\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow -2\le x\le 2.$$

Câu 41. Chọn C.

Ta có: $\left(3-\sqrt{5}\right)^{2x-x^2}+\left(3+\sqrt{5}\right)^{2x-x^2}-2^{1+2x-x^2}\le 0 \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{5}\right)^{2x-x^2}+\left(3+\sqrt{5}\right)^{2x-x^2}-2.2^{2x-x^2}\le 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{2x-x^2}+\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^{2x-x^2}-2\le 0$$

Đặt $t=\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^{2x-x^2}$ $\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình:

$$\frac{1}{t}+t-2\le 0 \Leftrightarrow t^2-2t+1\le 0 \Leftrightarrow \left(t-1\right)^2\le 0 \Leftrightarrow t=1$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^{2x-x^2}=1 \Leftrightarrow 2x-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Câu 42. Chọn D.

Điều kiện: $3^{x+1}-1\ne 0 \Leftrightarrow x\ne -1.$

Đặt $t=3^x\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình:

$$\frac{1}{t+5}\le\frac{1}{3t-1} \Leftrightarrow \frac{2t-6}{\left(t+5\right)\left(3t-1\right)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{2t-6}{3t-1}\le 0 \text{ (vì } t+5>0\text{)} \Leftrightarrow \frac{1}{3}<3^x\le 3 \Leftrightarrow -1<x\le 1.$$

Bất phương trình có nghiệm nguyên là $x=0;\ x=1$

Tổng các nghiệm nguyên là 1.

Câu 43. Chọn B.

Điều kiện: $2^{x+1}-1\ne 0 \Leftrightarrow x\ne -1.$

Đặt $t=2^x\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình:

$$\frac{t^2-6t+8}{2t-1}\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\le t\le 2\\ t\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\le 2^x\le 2\\ 2^x\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1\le x\le 1\\ x\ge 2\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện $x\ne -1$ ta được $\left[\begin{array}{l}-1<x\le 1\\ x\ge 2\end{array}\right.$.

Câu 44. Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases}5^{x+1}-1\ne 0\\ 5-5^x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne -1\\ x\ne 1\end{cases}$.

Đặt $t=5^x\left(t>0\right)$ ta được bất phương trình:

$$\frac{1}{5t-1}\ge\frac{1}{5-t}\Leftrightarrow\frac{-6t+6}{\left(5t-1\right)\left(5-t\right)}\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{1}{5}<t\le 1\\ t>5\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{1}{5}<5^x\le 1\\ 5^x>5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x\le 0\\ x>1\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l}-1<x\le 0\\ x>1\end{array}\right.$.

Câu 45. Chọn B.

Ta có: $8^x+2^x>27^{x+1}+3^{x+1}\Leftrightarrow\left(2^x\right)^3-\left(3^{x+1}\right)^3+\left(2^x-3^{x+1}\right)>0.$

Đặt $\begin{cases}u=2^x\\ v=3^{x+1}\end{cases}$ ta được bất phương trình:

$$u^3-v^3+\left(u-v\right)>0\Leftrightarrow\left(u-v\right)\left(u^2+uv+v^2\right)+\left(u-v\right)>0\Leftrightarrow\left(u-v\right)\left(u^2+uv+v^2+1\right)>0\left(*\right).$$

Ta coi u^2+uv+v^2+1 là một tam thức bậc 2 theo u khi đó ta có

$\Delta=v^2-4\left(v^2+1\right)=-3v^2-4<0\Rightarrow u^2+uv+v^2+1>0$.

Do đó bất phương trình $\left(*\right)\Leftrightarrow u-v>0\Leftrightarrow 2^x>3^{x+1}\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^x>3\Leftrightarrow x<\log_{\frac{2}{3}}3.$

Câu 46. Chọn A.

Ta có: $3^{x^2-3x+2}\le 5^{1-x}\Leftrightarrow x^2-3x+2\le\left(1-x\right)\log_3 5\Leftrightarrow x^2+\left(\log_3 5-3\right)x+2-\log_3 5\le 0$

$\Leftrightarrow 2-\log_3 5\le x\le 1.$

Câu 47. Chọn A.

Ta có:

$2^{2x-1}>5^{2x^2-5x+2}\Leftrightarrow\left(2x-1\right)\log_5 2>2x^2-5x+2\Leftrightarrow 2x^2-\left(5+2\log_5 2\right)x+2+\log_5 2<0$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}<x<2+\log_5 2.$

Câu 48. Chọn D.

Ta có:

$\left(\frac{1}{2}\right)^{4-x^2}\le 3^{x-2}\Leftrightarrow 2^{x^2-4}\le 3^{x-2}\Leftrightarrow x^2-4\le\left(x-2\right)\log_2 3\Leftrightarrow x^2-x\log_2 3+2\log_2 3-4\le 0$

$\Leftrightarrow -2+\log_2 3 \le x \le 2 \Rightarrow$ Bất phương trình có 3 nghiệm nguyên là $x=0;\ x=1;\ x=2$.

Câu 49. **Chọn C.**

Ta có: $2^{x-3} \ge 3^{x^2-5x+6} \Leftrightarrow (x-3)\log_3 2 \ge x^2-5x+6 \Leftrightarrow x^2-(5+\log_3 2)x+3\log_3 2+6 \le 0$

$\Leftrightarrow 2+\log_3 2 \le x \le 3$.

Câu 50. **Chọn B.**

Ta có: $f(x)>3 \Leftrightarrow 4^x.3^{x^2}>3 \Leftrightarrow \log_3\left(4^x.3^{x^2}\right)>1 \Leftrightarrow \log_3 4^x+\log_3 3^{x^2}>1 \Leftrightarrow x\log_3 4+x^2>1$

$\Leftrightarrow x^2+2x\log_3 2>1 \Rightarrow$ **A đúng.**

Tương tự

$f(x)>3 \Leftrightarrow 4^x.3^{x^2}>3 \Leftrightarrow \ln\left(4^x.3^{x^2}\right)>\ln 3 \Leftrightarrow \ln 4^x+\ln 3^{x^2}>1 \Leftrightarrow 2x\ln 2+x^2\ln 3>\ln 3 \Rightarrow$ **B sai.**

Câu 51. **Chọn D.**

+ **A đúng.** Vì $f(x)>1 \Leftrightarrow 5^x.7^{x^5+1}>1 \Leftrightarrow \log_5\left(5^x.7^{x^5+1}\right)>0 \Leftrightarrow \log_5 5^x+\log_5 7^{x^5+1}>0$

$\Leftrightarrow x+\left(x^5+1\right)\log_5 7>0 \Leftrightarrow x+x^5\log_5 7+\log_5 7>0$.

+ **B đúng.**

$f(x)>1 \Leftrightarrow 5^x.7^{x^5+1}>1 \Leftrightarrow \ln\left(5^x.7^{x^5+1}\right)>0 \Leftrightarrow \ln 5^x+\ln 7^{x^5+1}>0 \Leftrightarrow x\ln 5+x^5\ln 7+\ln 7>0$

+ C đúng.

$f(x)>1 \Leftrightarrow 5^x.7^{x^5+1}>1 \Leftrightarrow \log_7\left(5^x.7^{x^5+1}\right)>0 \Leftrightarrow x\log_7 5+x^5+1>0 \Leftrightarrow x\log_7 5+x^5>-1$.

Câu 52. **Chọn D.**

$2^x.5^{\frac{2x}{x+1}}<10 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.5^{\frac{2x}{x+1}}\right)<\log_2(2.5) \Leftrightarrow \log_2 2^x+\log_2 5^{\frac{2x}{x+1}}<1+\log_2 5$

$\Leftrightarrow x+\dfrac{2x}{x+1}\log_2 5<1+\log_2 5 \Leftrightarrow x^2+x\log_2 5-1-\log_2 5<0 \Leftrightarrow -1-\log_2 5<x<1$

Tập nghiệm của phương trình là $\left(-1-\log_2 5;1\right)$.

Vậy $b=1;\ a=-1-\log_2 5 \Rightarrow b-a=2+\log_2 5$

Câu 53. **Chọn C.**

Ta có: $3^x.5^{x^2}<1 \Leftrightarrow \log_5\left(3^x.5^{x^2}\right)<0 \Leftrightarrow x\log_5 3+x^2<0 \Leftrightarrow -\log_5 3<x<0$.

Câu 54. **Chọn C.**

Ta có: $2^x>1-x \Leftrightarrow 2^x+x-1>0$.

Xét hàm số $f(x)=2^x+x-1$, ta có $f'(x)=2^x\ln 2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $f(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x)>f(0) \Leftrightarrow x>0$.

Câu 55. **Chọn D.**

Ta có: $2^x+3^{x+1} \le 13-2x \Leftrightarrow 2^x+3^{x+1}+2x-13 \le 0$.

Xét hàm số $f(x)=2^x+3^{x+1}+2x-13$ xác định trên $\mathbb{R}$.

$f'(x)=2^x\ln 2+3^{x+1}\ln 3+2>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$f(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x) \le 0 = f(1) \Leftrightarrow x \le 1$.

Câu 56. **Chọn C.**

Xét hàm số $f(x) = 2^{4-x} - x + 1$ ta có $f'(x) = -2^{4-x}\ln 2 - 1 < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x) \ge 0 = f(3) \Leftrightarrow x \le 3$.

Câu 57. **Chọn B.**

Ta có: $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x \le x + 4 \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{3}\right)^x - x - 4 \le 0$.

Xét hàm số $f(x) = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x - x - 4$ xác định trên $\mathbb{R}$.

$f'(x) = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x \ln\left(\dfrac{1}{3}\right) - 1 < 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow f(x) \le 0 = f(-1) \Leftrightarrow x \ge -1$.

Câu 58. **Chọn B.**

Ta có: $3^x \le 5 - 2x \Leftrightarrow 3^x + 2x - 5 \le 0$.

Xét hàm số $f(x) = 3^x + 2x - 5$ ta có $f'(x) = 3^x \ln 3 + 2 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x) \le 0 = f(1) \Leftrightarrow x \le 1$.

Câu 59. **Chọn B.**

Ta có: $4^x + 3^x \ge 5^x \Leftrightarrow \left(\dfrac{4}{5}\right)^x + \left(\dfrac{3}{5}\right)^x \ge 1$.

Xét hàm số $f(x) = \left(\dfrac{4}{5}\right)^x + \left(\dfrac{3}{5}\right)^x$ ta có $f'(x) = \left(\dfrac{4}{5}\right)^x \ln\left(\dfrac{4}{5}\right) + \left(\dfrac{3}{5}\right)^x \ln\left(\dfrac{3}{5}\right) < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x) \ge 1 = f(2) \Leftrightarrow x \le 2$.

Câu 60. **Chọn A.**

Ta có: $5^x + 3^x > 8^x \Leftrightarrow \left(\dfrac{5}{8}\right)^x + \left(\dfrac{3}{8}\right)^x > 1$.

Xét hàm số $f(x) = \left(\dfrac{5}{8}\right)^x + \left(\dfrac{3}{8}\right)^x \Rightarrow f'(x) = \left(\dfrac{5}{8}\right)^x \ln\left(\dfrac{5}{8}\right) + \left(\dfrac{3}{8}\right)^x \ln\left(\dfrac{3}{8}\right) < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Bất phương trình $f(x) > 1 \Leftrightarrow f(x) > f(1) \Leftrightarrow x < 1$.

Câu 61. **Chọn B.**

Ta có: $2^x \le 3^{\frac{x}{2}} + 1 \Leftrightarrow 1 \le \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^x + \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Xét hàm số $f(x) = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^x + \left(\dfrac{1}{2}\right)^x \Rightarrow f'(x) = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^x \ln\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\dfrac{1}{2}\right)^x \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f\left(x\right)$là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow f\left(x\right)\ge 1=f\left(2\right)\Leftrightarrow x\le 2\Rightarrow$ Bất phương trình có 2 nghiệm nguyên dương là $1;2$.

Câu 62. Chọn A.

Ta có: $3.2^{x}+7.5^{x}>49.10^{x}-2$

$\Leftrightarrow 3.2^{x}+7.5+2>49.10^{x}\Leftrightarrow \dfrac{3.2^{x}+7.5+2}{10^{x}}>49\Leftrightarrow 3\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x}+7\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}+2\left(\dfrac{1}{10}\right)^{x}>49$

Xét hàm số: $f\left(x\right)=3\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x}+7\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}+2\left(\dfrac{1}{10}\right)^{x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

$f'\left(x\right)=3\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x}\ln\left(\dfrac{1}{5}\right)+7\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)+2\left(\dfrac{1}{10}\right)^{x}\ln\left(\dfrac{1}{10}\right)<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow f\left(x\right)=3\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x}+7\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}+2\left(\dfrac{1}{10}\right)^{x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f\left(-1\right)=49$. Khi đó $f\left(x\right)>f\left(-1\right)\Leftrightarrow x<-1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty-1\right)$..

Câu 63. Chọn D.

Xét hàm số: $f\left(x\right)=3^{2-x}+3-2x$ trên $\mathbb{R}$.

$f'\left(x\right)=-3^{2-x}.\ln 3-2<0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f\left(x\right)=3^{2-x}+3-2x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số: $g\left(x\right)=4^{x}-2$ trên $\mathbb{R}$.

$g'\left(x\right)=4^{x}\ln 4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow g\left(x\right)=4^{x}-2$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lúc đó: $\dfrac{3^{2-x}+3-2x}{4^{x}-2}\ge 0\Leftrightarrow\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}f\left(x\right)\ge 0=f\left(2\right)\\ g\left(x\right)>0=g\left(\dfrac{1}{2}\right)\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}f\left(x\right)<0=f\left(2\right)\\ g\left(x\right)<0=g\left(\dfrac{1}{2}\right)\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x\le 2\\ x>\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}x>2\\ x<\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}<x\le 2$.

Câu 64. Chọn B.

Đặt $t=3^{x}\left(t>0\right)$ ta được $t^{2}-2\left(m+1\right)t-3-2m>0,\ \forall t>0$

$\Leftrightarrow 2m<t-3,\ \forall t>0\Leftrightarrow 2m\le\min\limits_{\left[0;+\infty\right)}\left(t-3\right)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=t-3\Rightarrow f'\left(t\right)=1>0\Rightarrow f\left(t\right)$ đồng biến trên

$\left[0;+\infty\right)\Rightarrow\min\limits_{\left[0;+\infty\right)}f\left(t\right)=f\left(0\right)=-3$.

Khi đó ta có $2m\le -3\Leftrightarrow m\le-\dfrac{3}{2}$.

Câu 65. Chọn B.

Ta có: $\left(3m+1\right)12^{x}+\left(2-m\right)6^{x}+3^{x}<0,\ \forall x>0$

$\Leftrightarrow (3m+1)4^x + (2-m)2^x + 1 < 0,\ \forall x > 0.$

Đặt $t = 2^x$, với $x > 0 \Rightarrow t > 1$.

Yêu cầu bài toán trở thành: Tìm m để $(3m+1)t^2 + (2-m)t + 1 < 0,\ \forall t > 1$

$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 1 < m\left(-3t^2 + t\right),\ \forall t > 1 \Leftrightarrow m < \dfrac{t^2 + 2t + 1}{-3t^2 + t}$ (do $-3t^2 + t < 0,\ \forall t > 1$)

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2 + 2t + 1}{-3t^2 + t} \Rightarrow f'(t) = \dfrac{7t^2 + 6t - 1}{\left(-3t^2 + t\right)^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = \dfrac{1}{7} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{3}$	1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$		$+$	
$f(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	$\|$	$\searrow$		$\nearrow$	$\|$	-2	$\nearrow$	

Bất phương trình nghiệm đúng $\forall x > 0 \Leftrightarrow m \le -2.$

Câu 66. **Chọn C.**

Đặt $t = 3^x\ (t > 0)$, yêu cầu bài toán trở thành

$t^2 - m.t - m + 3 > 0,\ \forall t > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{t^2 + 3}{t + 1},\ \forall t > 0.$

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2 + 3}{t + 1} \Rightarrow f'(t) = \dfrac{t^2 + 2t - 3}{(t+1)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -3. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\|\ 3$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa và bảng biến thiên ta thấy $m < 2$ thỏa mãn yêu cầu.

Câu 67. **Chọn B.**

Chia hai vế của bất phương trình cho $3^{\sin^2 x} > 0$, ta được

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3.\left(\dfrac{1}{9}\right)^{\sin^2 x} \ge m$

Xét hàm số $y = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3.\left(\dfrac{1}{9}\right)^{\sin^2 x}$ là hàm số nghịch biến.

Ta có: $0 \le \sin^2 x \le 1$ nên $1 \le y \le 4$

Bất phương trình có nghiệm khi $m \le \max y \Leftrightarrow m \le 4$.

Câu 68. Chọn A.

Ta có: $\left(3m+1\right)12^x+\left(2-m\right)6^x+3^x<0,\ \forall x>0$

$\Leftrightarrow (3m+1)4^x+(2-m)2^x+1<0,\ \forall x>0.$

Đặt $t=2^x$, với $x>0\Rightarrow t>1$.

Yêu cầu bài toán trở thành: Tìm m để $\left(3m+1\right)t^2+\left(2-m\right)t+1<0,\ \forall t>1$

$\Leftrightarrow t^2+2t+1<m\left(-3t^2+t\right),\ \forall t>1\Leftrightarrow m<\dfrac{t^2+2t+1}{-3t^2+t}$ (do $-3t^2+t<0,\ \forall t>1$)

Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{t^2+2t+1}{-3t^2+t}\Rightarrow f'\left(t\right)=\dfrac{7t^2+6t-1}{\left(-3t^2+t\right)^2}$

$$f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\ t=\dfrac{1}{7}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	‖			$+$	
$f(t)$		↗		↘	‖	↘		↗	‖		-2	↗	

Bất phương trình nghiệm đúng $\forall x>0\Leftrightarrow m\le -2.$

Câu 69. Chọn B.

Đặt $t=3^x\left(t>0\right)$, yêu cầu bài toán trở thành

$t^2-m.t-m+3>0,\ \forall t>0\Leftrightarrow m<\dfrac{t^2+3}{t+1},\ \forall t>0.$

Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{t^2+3}{t+1}\Rightarrow f'\left(t\right)=\dfrac{t^2+2t-3}{\left(t+1\right)^2};\ f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=-3.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(t)$	‖ 3	↘	2	↗	$+\infty$

Dựa và bảng biến thiên ta thấy $m<2$ thỏa mãn yêu cầu.

Câu 70. Chọn D.

Đặt $t=3^x\left(t>0\right)$, ta được bất phương trình $3t^2-\left(m+3\right)t-2m-6>0\Leftrightarrow m<\dfrac{3t^2-2t-6}{t+2}$

Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{3t^2-3t-6}{t+2}\Rightarrow f'\left(t\right)=\dfrac{3t^2+12t}{\left(t+2\right)^2}\Rightarrow f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=-4\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	||	$+$	
$f(t)$	|| -3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m > -3$ thỏa yêu cầu.

Câu 71. **Chọn D.**

Đặt $t = 2^x \left(t > 0\right)$. Bài toán trở thànhtìm m để

$f\left(t\right) = t^2 - 2\left(m+2\right)t + m^2 + 2m + 2 > 0,\ \forall t > 0$

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: $\Delta' = 2m + 2 < 0 \Leftrightarrow m < -1 \Rightarrow f\left(t\right) > 0 \forall t \in R \Rightarrow f\left(t\right) > 0 \forall t > 0 \Rightarrow m < -1$ thỏa yêu cầu.

TH 2: $\Delta = 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow f\left(t\right) > 0 \forall t \neq 1 \in \left(0; +\infty\right) \Rightarrow m = -1$ loại.

TH 3: $\Delta = 2m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -1 \Rightarrow f\left(t\right)$ có 2 nghiệm $t_1 < t_2 \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P = m^2 + 2m + 2 \geq 0 \\ S = m + 2 < 0 \\ \Delta = 2m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > -1 \end{cases} \Rightarrow m \in \varnothing.$$

Kết hợp 3 trường hợp ta được $m < -1$.

Câu 72. **Chọn C.**

Đặt $t = 3^x \left(t > 0\right)$. Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để $\sqrt{t+3} + \sqrt{5-t} \leq m,\ \forall t > 0$.

Xét hàm số $f\left(t\right) = \sqrt{t+3} + \sqrt{5-t}$

TXĐ: $D = \left[-3; 5\right]$

$$f'\left(t\right) = \frac{1}{2\sqrt{t+3}} - \frac{1}{2\sqrt{5-t}};\ f'\left(t\right) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$	||	$+$	0	$-$	
$f(t)$	|| $\sqrt{3}+\sqrt{5}$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m \geq 4$ thỏa yêu cầu.

Câu 73. **Chọn D.**

Đặt $t = 2^x \left(t > 0\right)$.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để bất phương trình $\sqrt{t+7}+\sqrt{t-2}\le m$ có nghiệm

$\Leftrightarrow m\ge \min\limits_{(0;+\infty)}\left(\sqrt{t+7}+\sqrt{t-2}\right)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=\sqrt{t+7}+\sqrt{t-2}$

TXĐ: $D=\left[2;+\infty\right)$.

$f'\left(t\right)=\dfrac{1}{2\sqrt{t+7}}+\dfrac{1}{2\sqrt{t-2}}>0,\ \forall t\in D\Rightarrow f\left(t\right)$ là hàm số đồng biến trên D.

$\Rightarrow \min\limits_{D} f\left(t\right)=f\left(2\right)=3\Rightarrow m\ge 3$ thỏa yêu cầu.

2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 74. **Chọn B.**

Điều kiện: $\begin{cases}x>\dfrac{2}{3}\\x<\dfrac{6}{5}\end{cases}$

Ta có: $\log_2\left(3x-2\right)>\log_2\left(6-5x\right)\Leftrightarrow 3x-2>6-5x\Leftrightarrow x>1$.

Giao với điều kiện ta được $1<x<\dfrac{6}{5}$. $\Rightarrow a=1;b=\dfrac{6}{5}\Rightarrow a+b=\dfrac{11}{5}$.

Câu 75. **Chọn D.**

Điều kiện: $x>1$.

Ta có: $\log_{\frac{\pi}{4}}\left(x^2-1\right)<\log_{\frac{\pi}{4}}\left(3x-3\right)\Leftrightarrow x^2-1>3x-3\Leftrightarrow x^2-3x+2>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>2\\x<1\end{array}\right.$.

Giao với điều kiện ta được $x>2$.

Câu 76. **Chọn C.**

Điều kiện: $x>\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)>\log_{\frac{1}{2}}(x+2)\Leftrightarrow 2x-1<x+2\Leftrightarrow x<3$.

Giao với điều kiện ta được $\dfrac{1}{2}<x<3$.

Câu 77. **Chọn C.**

ĐKXĐ: $\begin{cases}-2x+4>0\\x^2+x>0\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-1\right)\cup\left(0;2\right)$

$\log_{0,8}(x^2+x)<\log_{0,8}(-2x+4)\Leftrightarrow x^2+x>-2x+4\Leftrightarrow x^2+3x-4>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-4\\x>1\end{array}\right.$

So sánh điều kiện ta có nghiệm: $\left(-\infty;-4\right)\cup\left(1;2\right)$

Câu78. **ChọnA.**

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(3x^2+1) < \log_{\frac{1}{2}}(4x) \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 3x^2+1>4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 3x^2-4x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x<\dfrac{1}{3} \\ x>1 \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x<\dfrac{1}{3} \\ x>1 \end{array}\right.$.

Câu 79. Chọn C.

Ta có: $\ln\left(x^2-3x+2\right) \ge \ln\left(5x+2\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+2>0 \\ x^2-3x+2 \ge 5x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\dfrac{2}{5} \\ x^2-8x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\dfrac{2}{5} \\ \left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ x \ge 8 \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{2}{5}<0 \le 0 \\ x \ge 8 \end{array}\right.$.

Câu 80. Chọn B.

Điều kiện: $x>-1$.

Khi đó:

$\log_4\left(x+7\right) > \log_2\left(x+1\right) \Leftrightarrow \log_4\left(x+7\right) > 2\log_4\left(x+1\right) \Leftrightarrow \log_4\left(x+7\right) > \log_4\left(x+1\right)^2$

$\Leftrightarrow x+7 > x^2+2x+1 \Leftrightarrow x^2+x-6<0 \Leftrightarrow -3<x<2$.

Giao với điều kiện ta được: $-1<x<2$.

Câu 81. Chọn C.

Điều kiện: $0<x<12$.

Ta có: $\log_3 x < \log_{\sqrt{3}}(12-x) \Leftrightarrow \log_3 x < 2\log_3(12-x) \Leftrightarrow \log_3 x < \log_3(12-x)^2$

$x<\left(12-x\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<9 \\ x>16 \end{array}\right.$.

Giao với điều kiện ta được $0<x<9$.

Câu 82. Chọn C.

Điều kiện: $x<0 \vee x>\dfrac{1}{3}$.

Do $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình nên ta có $\log_m 6 \le \log_m 2 \Leftrightarrow 0<m<1$.

Khi đó ta có:

$\log_m(2x^2+x+3) \le \log_m(3x^2-x) \Leftrightarrow 2x^2+x+3 \ge 3x^2-x \Leftrightarrow x^2-2x-3 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 3$.

Giao với điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l} -1 \le x < 0 \\ \dfrac{1}{3} < x \le 3 \end{array}\right.$.

Câu 83. Chọn D.

Điều kiện xác đinh: $\ln\left(x-1\right)+\ln\left(x+1\right) \ge 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \ln\left[(x-1)(x+1)\right]\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x^2-1\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\leq -\sqrt{2} \vee x\geq \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x\geq \sqrt{2}.$

Câu 84. **Chọn B.**

Điều kiện: $0<x<1$.

Ta có:

$$\log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{9}{4}}(x-1) \Leftrightarrow \log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\left(\frac{3}{2}\right)^2}(x-1) \Leftrightarrow \log_{\frac{3}{2}} x \leq \frac{1}{2}\log_{\frac{3}{2}}(x-1) \Leftrightarrow 2\log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{3}{2}}(x-1).$$

Câu 85. **Chọn B.**

Yêu cầu bài toán $\begin{cases} mx^2+4x+m>0 \\ 7x^2+7\geq mx^2+4x+m \end{cases} \forall x\in R \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2+4x+m>0 \\ (7-m)x^2+4x+7-m\geq 0 \end{cases} \forall x\in R$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 7-m>0 \\ 4-m^2<0 \\ 4-(7-m)^2\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m<7 \\ m<-2 \vee m>2 \\ m\leq 5 \vee m\geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 2<m\leq 5.$$

Câu 86. **Chọn B.**

Điều kiện: $40<x<60$.

Ta có: $\log(x-40)+\log(60-x)<2 \Leftrightarrow \log\left[(x-40)(60-x)\right]<2 \Leftrightarrow (x-40)(60-x)<100$

$\Leftrightarrow -x^2+100x-2500<0 \Leftrightarrow x\neq 50.$

Giao với điều kiện ta được tập nghiệm $S=(40;60)\setminus\{50\} \Rightarrow$ bất phương trình có 18 nghiệm nguyên.

Câu 87. **Chọn C.**

Điều kiện: $1<x<5$.

Ta có: $2\log_2(x-1)\leq \log_2(5-x)+1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 \leq \log_2(10-2x) \Leftrightarrow (x-1)^2\leq 10-2x$

$\Leftrightarrow x^2-9\leq 0 \Leftrightarrow -3\leq x\leq 3.$

Giao với điều kiện ta được: $1<x\leq 3$.

Câu 88. **Chọn C.**

Điều kiện: $x>\frac{3}{4}$.

Ta có: $2\log_3(4x-3)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)\leq 2 \Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2\leq \log_3(2x+3)+\log_3 9$

$$\Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2\leq \log_3(18x+27) \Leftrightarrow (4x-3)^2\leq 18x+27 \Leftrightarrow 16x^2-42x-18\leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8}\leq x\leq 3.$$

Giao với điều kiện ta được: $\frac{3}{4}<x\leq 3$.

Câu 89. **Chọn D.**

Điều kiện: $x>0$.

Ta có: $\log_2 x+\log_3 x+\log_4 x>\log_{20} x \Leftrightarrow \log_2 x+\log_2 x\log_3 2+\frac{1}{2}\log_2 x>\log_2 x\log_{20} 2$

$\Leftrightarrow \log_2 x\left(1+\log_3 2+\frac{1}{2}-\log_{20} 2\right)>0 \Leftrightarrow \log_2 x>0 \Leftrightarrow x>1.$

Câu 90. **Chọn A.**

Điều kiện: $x>2$.

Ta có: $\log_2(x+2)-\log_2(x-2)<2 \Leftrightarrow \log_2(x+2)<\log_2(x-2)+\log_2 4$

$$\Leftrightarrow (x+2)<4(x-2) \Leftrightarrow x>\frac{10}{3}$$

Giao với điều kiện ta được: $x>\frac{10}{3}$. không thấy đáp án đúng khả năng chép đề sai

Câu 91. **Chọn D.**

Điều kiện: $x>1$.

Ta có: $\log\left(x^2+2x-3\right)+\log(x+3)-\log(x-1)<0 \Leftrightarrow \log\left[\left(x^2+2x-3\right)(x+3)\right]<\log(x-1)$

$\Leftrightarrow (x-1)\left(x^2+6x+8\right)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-4 \\ -2<x<1 \end{array}\right.$.

Giao điều kiện ta thấy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 92. **Chọn C.**

Điều kiện: $x>2$.

Tacó:

$\log_2(2x-1)-\log_{\frac{1}{2}}(x-2)\le 1 \Leftrightarrow \log_2(2x-1)+\log_2(x-2)\le 1 \Leftrightarrow \log_2\left[(2x-1)(x-2)\right]\le 1$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(x-2)\le 2 \Leftrightarrow 0\le x\le \frac{5}{2}.$$

Giao với điều kiện ta được: $2<x\le \frac{5}{2}$.

Câu 93. **Chọn B.**

Điều kiện: $x>1$.

Ta có:

$\log_{\frac{1}{2}}(x+2)-\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x)>\log_2\left(x^2-x\right)-1 \Leftrightarrow -\log_2(x+2)+2\log_2(x)>\log_2\left(x^2-x\right)-\log_2 2$

$\Leftrightarrow \log_2 x^2+\log_2 2>\log_2\left(x^2-x\right)+\log_2(x+2) \Leftrightarrow \log_2\left(2x^2\right)>\log_2\left[\left(x^2-x\right)(x+2)\right]$

$\Leftrightarrow 2x^2>x^3+2x^2-x^2-2x \Leftrightarrow x^3-x^2-2x<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 0<x<2 \end{array}\right.$.

Giao với điều kiện ta được: $1<x<2$.

Câu 94. **Chọn A.**

Điều kiện: $x>2$.

Ta có: $\log_{0,2} x-\log_5(x-2)<\log_{0,2} 3 \Leftrightarrow -\log_5 x-\log_5(x-2)<-\log_5 3$

$\Leftrightarrow \log_5 x+\log_5(x-2)>\log_5 3 \Leftrightarrow \log_5\left[x(x-2)\right]>\log_5 3 \Leftrightarrow x(x-2)>3 \Leftrightarrow x^2-2x-3>0$

$x<-1 \vee x>3$.

Kết hợp điều kiện ta được: $x>3$.

Câu 95. Chọn B.

Điều kiện: $x>0$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}\left(x+\frac{1}{2}\right)\ge 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left[x\left(x+\frac{1}{2}\right)\right]\ge 1 \Leftrightarrow x^2+\frac{1}{2}x\le\frac{1}{2}\Leftrightarrow -1\le x\le\frac{1}{2}$.

Giao với điều kiện ta được $0<x\le\frac{1}{2}\Rightarrow$ bất phương trình không có nghiệm nguyên.

Câu 96. Chọn D.

Điều kiện: $x>0$.

Ta có: $\log(x+1)+\log x>\log 20 \Leftrightarrow \log\left[(x+1)x\right]>\log 20 \Leftrightarrow x^2+x>20 \Leftrightarrow x^2+x-20>0$

$\Leftrightarrow x<-5 \vee x>4$.

Giao với điều kiện ta được: $x>4$.

Câu 97. Chọn C.

Điều kiện: $2<x<5$.

Ta có:

$\log_2(x+1)-2\log_2(5-x)<1-\log_2(x-2)\Leftrightarrow \log_2(x+1)+\log_2(x-2)<\log_2 2+\log_2(5-x)^2$

$\Leftrightarrow \log_2\left[(x+1)(x-2)\right]<\log_2\left[2(5-x)^2\right]\Leftrightarrow (x+1)(x-2)<2(5-x)^2 \Leftrightarrow x^2-19x+52>0$

$\Leftrightarrow x<\frac{19-3\sqrt{17}}{2}\vee x>\frac{19+3\sqrt{17}}{2}$.

Giao với điều kiện ta được: $2<x<\frac{19-3\sqrt{17}}{2}$.

Câu 98. Chọn A.

Điều kiện: $x>1$.

Ta có:

$3\log_3(x-1)+\log_{\sqrt[3]{3}}(2x-1)\le 3 \Leftrightarrow 3\log_3(x-1)+3\log_3(2x-1)\le 3$

$\Leftrightarrow \log_3(x-1)+\log_3(2x-1)\le 1$

$\Leftrightarrow \log_3\left[(x-1)(2x-1)\right]\le 1\Leftrightarrow (x-1)(2x-1)\le 3 \Leftrightarrow x^2-3x+2\le 0 \Leftrightarrow 1\le x\le 2$.

Giao với điều kiện ta được: $1<x\le 2$.

Câu 99. Chọn B.

Điều kiện: $x>0$.

Ta có:

$\log_5 x^3+\log_{0.2} x+\log_{\sqrt[3]{25}} x\le 7 \Leftrightarrow 3\log_5 x-\log_5 x+\frac{3}{2}\log_5 x\le 7 \Leftrightarrow \log_5 x\le 2 \Leftrightarrow x\le 25$.

Kết hợp điều kiện ta được $0<x\le 25$.

Câu 100. Chọn A.

Điều kiện: $x>2$.

Ta có: $2\log_2\sqrt{x+1}\le 2-\log_2(x-2)\Leftrightarrow \log_2(x+1)+\log_2(x-2)\le \log_2 4$

$\Leftrightarrow \log_2[(x+1)(x-2)]\le \log_2 4\Leftrightarrow (x+1)(x-2)\le 4\Leftrightarrow x^2-x-6\le\Leftrightarrow -2\le x\le 3.$

Giao với điều kiện ta được $2<x\le 3$.

Câu 101. Chọn D.

Điều kiện: $-\dfrac{1}{3}\le x\le 10$.

Ta có:

$\log_2\left(\sqrt{3x+1}+6\right)-1\ge \log_2\left(7-\sqrt{10-x}\right)\Leftrightarrow \log_2\left(\sqrt{3x+1}+6\right)\ge \log_2 2+\log_2\left(7-\sqrt{10-x}\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(\sqrt{3x+1}+6\right)\ge \log_2\left(14-2\sqrt{10-x}\right)\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}+6\ge 14-2\sqrt{10-x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}+2\sqrt{10-x}\ge 8\Leftrightarrow 4\sqrt{10+29x-3x^2}\ge 23+x$

$\Leftrightarrow 49x^2-418x+369\le 0\Leftrightarrow 1\le x\le \dfrac{369}{49}.$

Câu 102. Chọn C.

Điều kiện: $x>3$.

Ta có:

$\log_3\sqrt{x^2-5x+6}+\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x-2}<\dfrac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}}(x-3)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\log_3\left(x^2-5x+6\right)-\dfrac{1}{2}\log_3(x-2)<-\dfrac{1}{2}\log_3(x-3)$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2-5x+6\right)-\log_3(x-2)<-\log_3(x-3)$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2-5x+6\right)+\log_3(x-3)<\log_3(x-2)$

$\Leftrightarrow \log_3\left[\left(x^2-5x+6\right)(x-3)\right]<\log_3(x-2)\Leftrightarrow \left(x^2-5x+6\right)(x-3)<x-2$

$\Leftrightarrow (x-2)^2(x-4)<0\Leftrightarrow \begin{cases}x<4\\x\ne 2\end{cases}.$

Giao với điều kiện ta được: $3<x<4$.

Câu 103. Chọn B.

Ta có:

$\log_2\left(3x^2-2mx-m^2-2m+4\right)>1+\log_2\left(x^2+2\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(3x^2-2mx-m^2-2m+4\right)>\log_2\left(2x^2+4\right)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases}3x^2-2mx-m^2-2m+4>0\\3x^2-2mx-m^2-2m+4>2x^2+4\end{cases}\forall x\in R.$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3x^2-2mx-m^2-2m+4>0\\x^2-2mx-m^2-2m>0\end{cases}\forall x\in R\Leftrightarrow x^2-2mx-m^2-2m>0\forall x\in R\Leftrightarrow -1<m<0.$

Câu 104. Chọn A.

Điều kiện $x>0$.Đặt $t=\log_2 x$.

Bất phương trình trở thành $t^2-5t-6\le 0 \Leftrightarrow -1\le t\le 6 \Leftrightarrow -1\le \log_2 x\le 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\le x\le 64$.

Câu 105. Chọn C.

Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\log_2 x$.

Bất phương trình trở thành $t^2-6t+5>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t>5 \\ t<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x>5 \\ \log_2 x<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>32 \\ 0<x<2 \end{array}\right.$.

Câu 106. Chọn A.

Điều kiện $x<2$. Đặt $t=\log_2(2-x)$.

Bất phương trình trở thành

$t^2+4t-5\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\ge 1 \\ t\le -5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2(2-x)\ge 1 \\ \log_2(2-x)\le -5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x\ge 2 \\ 0<2-x\le \frac{1}{32} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le 0 \\ \frac{63}{32}\le x<2 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow S=(-\infty;0]\cup\left[\frac{63}{32};2\right)$.

Câu 107. Chọn A.

Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\ln x$.

Bất phương trình trở thành $t^2-2t+1>0 \Leftrightarrow t\ne 1 \Leftrightarrow \ln x\ne 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\ne e \end{cases}$.

Câu 108. Chọn C.

Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\log_2 x$.

Bất phương trình trở thành $t^2-3t+2\le 0 \Leftrightarrow 1\le t\le 2 \Leftrightarrow 1\le \log_2 x\le 2 \Leftrightarrow 2\le x\le 4$.

Câu 109. Chọn D.

Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\ln x$.

Bất phương trình trở thành $t^2-3t+2\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\ge 2 \\ t\le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \ln x\ge 2 \\ \ln x\le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge e^2 \\ 0<x\le e \end{array}\right.$.

$\Rightarrow (0;e]\cup\left[e^2;+\infty\right)$.

Câu 110. Chọn D.

Điều kiện $x>0$.

$\log_3 \frac{3}{x}\cdot \log_3 x-\log_3 \frac{x^3}{\sqrt{3}}>\frac{1}{2}+2\log_3 \sqrt{x}$.

$\Leftrightarrow (\log_3 3-\log_3 x)\log_3 x-\left(\log_3 x^3-\log_3 \sqrt{3}\right)>\frac{1}{2}+2\log_3 x^{\frac{1}{2}}$.

$\Leftrightarrow (1-\log_3 x)\log_3 x-\left(3\log_3 x-\frac{1}{2}\right)>\frac{1}{2}+\log_3 x$

Đặt $t=\log_3 x$.

$\Rightarrow (1-t)t-\left(3t-\frac{1}{2}\right)>\frac{1}{2}+t \Leftrightarrow -t^2-3t>0 \Leftrightarrow -3<t<0 \Leftrightarrow -3<\log_3 x<0 \Leftrightarrow \frac{1}{27}<x<1$.

Câu 111. Chọn A.

Điều kiện $x>0$.

$\log_2^2 x-6\log_4 x-4<0 \Leftrightarrow \log_2^2 x-3\log_2 x-4<0$.

Đặt $t=\log_2 x$.

$\Rightarrow t^2-3t-4<0 \Leftrightarrow -1<t<4 \Leftrightarrow -1<\log_2 x<4 \Leftrightarrow \frac{1}{2}<x<16. \Rightarrow \left(\frac{1}{2};16\right)$.

Câu 112. Chọn A.

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ \ln^2 x-3\ln x+2\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} \ln x\geq 2 \\ \ln x\leq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x\geq e^2 \\ 0<x\leq e \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq e^2 \\ 0<x\leq e \end{array}\right. \Rightarrow (0;e]\cup\left[e^2;+\infty\right)$

Câu 113. Chọn A.

Điều kiện $x>0$.

$\log_{\sqrt{2}}^2(2x)-2\log_2\left(4x^2\right)-8\leq 0 \Leftrightarrow \left[\log_{2^{\frac{1}{2}}}(2x)\right]^2-2\left(\log_2 4+\log_2 x^2\right)-8\leq 0$.

$\Leftrightarrow \left[2\left(\log_2 2+\log_2 x\right)\right]^2-2\left(2+2\log_2 x\right)-8\leq 0$.

$\Leftrightarrow 4\left(1+\log_2 x\right)^2-4\log_2 x-12\leq 0 \Leftrightarrow \left(1+\log_2 x\right)^2-\log_2 x-3\leq 0$.

Đặt $t=\log_2 x$.

$\Rightarrow (1+t)^2-t-3\leq 0 \Leftrightarrow t^2+t-2\leq 0 \Leftrightarrow -2\leq t\leq 1 \Leftrightarrow -2\leq \log_2 x\leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\leq x\leq 2$.

$\Rightarrow S=\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Câu 114. Chọn C.

Điều kiện $x>0$. Với điều kiện trên bất phương trình trở thành

$\log_{\sqrt{2}}^2 x-10\log_2\sqrt{x}+1>0 \Leftrightarrow 4\log_2^2 x-5\log_2 x+1>0$

Đặt $t=\log_2 x$, bất phương trình trở thành

$4t^2-5t+1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t<\frac{1}{4} \\ t>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x<\frac{1}{4} \\ \log_2 x>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<2^{\frac{1}{4}} \\ x>2 \end{array}\right.$.

So với điều kiện tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0;2^{\frac{1}{4}}\right)\cup(2;+\infty)$.

Câu 115. Chọn B.

Điều kiện $x>0$. Với điều kiện trên bất phương trình trở thành

$\log_2^2 x+9\log_8 x\geq \frac{5}{2}\log_{4\sqrt{2}}16 \Leftrightarrow \log_2^2 x+3\log_2 x-4\geq 0$

Đặt $t=\log_2 x$, bất phương trình trở thành

$t^2+3t-4\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\leq -4 \\ t\geq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x\leq -4 \\ \log_2 x\geq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\leq \frac{1}{16} \\ x\geq 2 \end{array}\right.$

So với điều kiện tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0;\frac{1}{16}\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Câu 116. Chọn A.

Điều kiện $x<2$, với điều kiện trên bất phương trình trở thành

$\log^2{}_2(2-x)-8\log_{0.25}(2-x)-5\geq 0 \Leftrightarrow \log^2{}_2(2-x)+4\log_2(2-x)-5\geq 0$

Đặt $t=\log_2\left(2-x\right)$, bất phương trình trở thành

$$t^2+4t-5\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\leq -5 \\ t\geq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2\left(2-x\right)\leq -5 \\ \log_2\left(2-x\right)\geq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq \dfrac{63}{32} \\ x\leq 0 \end{array}\right.$$

So với điều kiện tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty;0\right]\cup\left[\frac{63}{32};2\right)$.

Câu 117. Chọn A.

Điều kiện $x>0$, với điều kiện trên bất phương trình trở thành

$\log_{\sqrt{2}}{}^2 x-5\log_2 x+1<0 \Leftrightarrow 4\log_2{}^2 x-5\log_2 x+1<0$

Đặt $t=\log_2 x$, bất phương trình trở thành

$$4t^2-5t+1<0 \Leftrightarrow \begin{cases} t>\dfrac{1}{4} \\ t<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x>\dfrac{1}{4} \\ \log_2 x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2^{\frac{1}{4}} \\ x<2 \end{cases}$$

So với điều kiện tập nghiệm của bất phương trình là $\left(2^{\frac{1}{4}};2\right)$.

Câu 118. Chọn D.

Điều kiện $x>0$, với điều kiện trên bất phương trình trở thành

$$\log_4 x.\log_2\left(4x\right)+\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right)<0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2 x\left(2+\log_2 x\right)+2\left(\log_2 x^3-1\right)<0$$

$\Leftrightarrow \log_2{}^2 x+14\log_2 x-4<0$

Đặt $t=\log_2 x$, ta được bất phương trình $t^2+14t-4<0$.

Câu 119. Chọn A.

Điều kiện $x>0$, với điều kiện trên bất phương trình trở thành

$\log_3^2 x^5-25\log_3 x^2-750\leq 0 \Leftrightarrow 25\log_3 x-50\log_3 x^2-750\leq 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x-2\log_3 x^2-30\leq 0$

Đặt $t=\log_3 x$, ta được bất phương trình

$t^2-2t-30\leq 0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{31}\leq t\leq 1+\sqrt{31} \Leftrightarrow 1-\sqrt{31}\leq \log_3 x\leq 1+\sqrt{31} \Leftrightarrow 3^{1-\sqrt{31}}\leq x\leq 3^{1+\sqrt{31}}$

Ta có $3^{1-\sqrt{31}}\approx 0,0067$; $3^{1+\sqrt{31}}\approx 1360,2539$, suy ra tập tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình là $S=\left\{1;2;\ldots;1360\right\}$.

Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình là $S=1360.\dfrac{1360+1}{2}=925480$.

Câu 120. Chọn D.

Điều kiện $x>0$, với điều kiện trên bất phương trình trở thành

$\log_4(3^x-1).\log_{\frac{1}{4}}\frac{3^x-1}{16}\le\frac{3}{4}\Leftrightarrow-\log_4(3^x-1).\left[\log_4\left(3^x-1\right)-2\right]\le\frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow 4\log_4^2(3^x-1)-8\log_4\left(3^x-1\right)+3\ge0$

Đặt $t=\log_4\left(3^x-1\right)$, ta được bất phương trình

$$4t^2-8t+3\ge0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\le\frac{1}{2}\\ t\ge\frac{3}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_4\left(3^x-1\right)\le\frac{1}{2}\\ \log_4\left(3^x-1\right)\ge\frac{3}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x\le3\\ 3^x\ge9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le1\\ x\ge2\end{array}\right.$$

So với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0;1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Câu 121. Chọn D.

Điều kiện $x>0$, với điều kiện trên bất phương trình trở thành

$2\log_{\frac{2}{3}}x.\log_{\frac{3}{2}}x+2\log_{\frac{2}{3}}x-4\log_{\frac{3}{2}}x-4>0\Leftrightarrow-2\log_{\frac{3}{2}}x.\log_{\frac{3}{2}}x-2\log_{\frac{3}{2}}x-4\log_{\frac{3}{2}}x-4>0$

$\Leftrightarrow\log_{\frac{3}{2}}^2x+3\log_{\frac{3}{2}}x+2<0$

Đặt $t=\log_{\frac{3}{2}}x$, ta được bất phương trình

$t^2+3t+2<0\Leftrightarrow-2<t<-1\Leftrightarrow-2<\log_{\frac{3}{2}}x<-1\Leftrightarrow\frac{4}{9}<x<\frac{2}{3}$.

So với điều kiện bất phương trình có nghiệm là $\frac{4}{9}<x<\frac{2}{3}$.

Câu 122. Chọn A.

Điều kiện: $x>0;x\ne1$

$\log_4x-\log_x4\le\frac{3}{2}\Leftrightarrow\log_4x-\frac{1}{\log_4x}-\frac{3}{2}\le0$

$\Leftrightarrow\frac{\log^2{}_4x-\frac{3}{2}\log_4x-1}{\log_4x}\le0\Leftrightarrow\log_4x\le-2\vee0<\log_4x\le\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x\le\frac{1}{16}\vee1<x\le2$

Do $x\in\left[1;25\right];x\ne1$ nên suy ra có 1 nghiệm nguyên $x=2$ cần tìm.

Câu 123. Chọn D.

Điều kiện: $x>0;x\ne1$

$\log_x100-\frac{1}{2}\log_{100}x>0\Leftrightarrow\frac{2}{\log x}-\frac{1}{4}\log x>0\Leftrightarrow\frac{-\log^2x+8}{\log x}>0$

$\Leftrightarrow\log x<-2\sqrt{2}\vee0<\log x<2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x<10^{-2\sqrt{2}}\vee1<x<10^{2\sqrt{2}}$.

Kết hợp với điều kiện suy ra nghiệm của bất phương trình:

$0<x<\frac{1}{10^{2\sqrt{2}}}\vee1<x<10^{2\sqrt{2}}$

Câu 124. Chọn C.

Điều kiện: $x>0; x\neq 1$

$2\log_5 x-\log_x 125<1\Leftrightarrow 2\log_5 x-\dfrac{3}{\log_5 x}-1<0\Leftrightarrow \dfrac{2\log^2{}_5 x-\log_5 x-3}{\log_5 x}<0$

$\Leftrightarrow \log_5 x<-1\vee 0<\log_5 x<\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow 0<x<\dfrac{1}{5}\vee 1<x<5\sqrt{5}$

Vậy số nghiệm nguyên của phương trình là: 10.

Câu 125. Chọn A.

Điều kiện: $x>0; x\neq \dfrac{1}{3}$

$\log_3 x+\log_{3x} 27\leq 3\Leftrightarrow \log_3 x+\dfrac{3}{1+\log_3 x}-3\leq 0\Leftrightarrow \dfrac{\log^2{}_3 x-2\log_3 x}{1+\log_3 x}\leq 0$

$\Leftrightarrow \log_3 x<-1\vee 0\leq \log_3 x\leq 2\Leftrightarrow 0<x<\dfrac{1}{3}\vee 1\leq x\leq 9$

Vậy số nghiệm nguyên của phương trình là: 9

Câu 126. Chọn A.

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ x\neq e \end{cases}$

Ta có. $\dfrac{\ln x+2}{\ln x-1}<0\Leftrightarrow -2<\ln x<1\Leftrightarrow \dfrac{1}{e^2}<x<e$

Câu 127. Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x>0 \\ 4-2\log_2 x\neq 0 \\ 2-3\log_3 x\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq 4 \\ x\neq 3^{\frac{2}{3}} \end{cases}$

Vậy tập xác định $D=\left(0;\sqrt[3]{9}\right)\cup\left(\sqrt[3]{9};4\right)\cup\left(4;+\infty\right)$

Câu 128. Chọn C.

Điều kiện $x>0; x\neq 1; x\neq e^2$

Đặt $t=\ln x$ bpt trở thành $\dfrac{1}{2-t}+\dfrac{1}{t}>2\Leftrightarrow \dfrac{2t^2-4t+2}{2t-t^2}>0\Leftrightarrow 0<t<1\vee 1<t<2$

Suy ra $0<\ln x<1\vee 1<\ln x<2\Leftrightarrow 1<x<e\vee e<x<e^2$.

Câu 129. Chọn A.

Điều kiện $\begin{cases} 4-x>0 \\ x+3>0 \\ 4-x\neq 1 \\ x+3\neq 1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} -3<x<4 \\ x\neq 3 \\ x\neq -2 \end{cases}$

Phương trình đã cho tương đương với: $\dfrac{1}{\log_6 e}>\dfrac{1}{\log_{4-x} e}+\dfrac{1}{\log_{3+x} e}$

$\Leftrightarrow \ln 6>\ln(4-x)+\ln(3+x)\Leftrightarrow \ln 6>\ln(-x^2+x+12)$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 > 0 \Leftrightarrow x < -2 \vee x > 3$

Kết hợp với điều kiện suy ra $-3 < x < -2 \vee 3 < x < 4$.

Câu 130. Chọn D.

Đặt: $\mathrm{t} = \log_2 x$

Ta có bất phương trình: $\dfrac{1}{4+t} + \dfrac{2}{2-t} \le 1 \Leftrightarrow \dfrac{10+t}{(4+t)(2-t)} \le 1 \Leftrightarrow \dfrac{t^2+3t+2}{(4+t)(2-t)} \le 0 \left(*\right)$

Bảng xét dấu:

t	$-\infty$		-4		-2		-1		2		$+\infty$
VT		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

Do đó: $\left(*\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t < -4 \\ -2 \le t \le -1 \\ t > 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x < -4 \\ -2 \le \log_2 x \le -1 \\ \log_2 x > 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in \left(0; \dfrac{1}{16}\right) \cup \left[\dfrac{1}{4}; \dfrac{1}{2}\right] \cup \left(4; +\infty\right)$

Câu 131. Chọn C.

Đặt: $t = \log_2 x$

Ta có bất phương trình: $\dfrac{16t}{2t+3} - \dfrac{6t}{t+1} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{4t^2 - 2t}{(2t+3)(t+1)} < 0 \ \left(*\right)$

Bảng xét dấu:

t	$-\infty$		$\frac{-3}{2}$		-1		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
VT		$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Khi đó: $\left(*\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{3}{2} < t < -1 \\ 0 < t < \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{3}{2} < \log_2 x < -1 \\ 0 < \log_2 x < \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in \left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}}; \dfrac{1}{2}\right) \cup \left(1; \sqrt{2}\right)$.

Câu 132. Chọn A.

Đặt $t = \log x$. Vì $x > 1 \Rightarrow t > 0$

Bất phương trình đã cho có nghiệm $x > 1$ khi và chỉ khi bất phương trình $t^2 - mt + m + 3 \le 0$ có nghiệm $t > 0$

+ Trường hợp 1: $\Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = 6 \end{array}\right.$

Với $m = -2$ thì bất phương trình không có nghiệm $t > 0$

Với $m = 6$ thì bất phương trình có nghiệm $t > 0$

+ Trường hợp 1: $\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 12 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 6$ thì bất phương trình vô nghiệm.

+Trường hợp 3: $\Delta > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 6 \end{array}\right.$

Bất phương trình có nghiệm $t>0$ khi: $\begin{cases} S>0 \\ P\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m+3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m>0$. Do đó: $m>6$

Trường hợp 4: Tam thức $t^2-mt+m+3$ có hai nghiệm trái dấu $m+3<0 \Leftrightarrow m<-3$

Câu 133. Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases} x>0; x\ne 1 \\ 3^x-9>0 \\ \log_9\left(3^x-9\right)>0 \end{cases} \Leftrightarrow 3^x>10 \Leftrightarrow x>\log_3 10$

Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với:

$\log_x\left[\log_9\left(3^x-9\right)\right]<1 \Leftrightarrow \log_9\left(3^x-9\right)<x \Leftrightarrow 3^x-9<9^x \Leftrightarrow 9^x-3^x+9>0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

So với điều kiện ta thu được tập nghiệm: $\left(\log_2 10;+\infty\right)$

Câu 134. Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} x>0; x\ne 1 \\ 2^x-4>0 \\ \log_4(2^x-4)>0 \end{cases} \quad x>\log_2 5$.

Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với:

$\log_4(2^x-4)\le x \Leftrightarrow 2^x-4\le 4^x \Leftrightarrow 4^x-2^x+4\ge 0 \Leftrightarrow x\in R.$

So với điều kiện ta thu được tập nghiệm: $\left(2;+\infty\right)$

Câu 135. Chọn C.

Trường hợp 1: $0<x<\dfrac{1}{2}$: Bất phương trình không có nghiệm nguyên.

Trường hợp 2: $x>\dfrac{1}{2}$.

Bất phương trình tương đương với: $\begin{cases} x^2-5x+6>0 \\ x^2-5x+6<2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<2 \\ x>3 \end{array}\right. \\ x^2-7x+6<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<2 \\ x>3 \end{array}\right. \\ 1<x<6 \end{cases}$

$\Rightarrow x=4;5\left(x\in\mathbb{Z}\right)$.Vậy phương trình có hai nghiệm nguyên.

Câu 136. Chọn D.

Phương trình tương đương với: $\log_{\frac{x}{5}}\left(x^2-8x+16\right)\ge 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \dfrac{x}{5}>1 \\ x^2-8x+15\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0<\dfrac{x}{5}<1 \\ x^2-8x+15\le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>5 \\ \left[\begin{array}{l} x\ge 5 \\ x\le 3 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} 0<x<5 \\ 3\le x\le 5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in\left[3;+\infty\right)\setminus\left\{5\right\}.$$

Câu 137. Chọn C.

Đặt: $f\left(x\right)=\log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2)-2$

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2^x}{2^x+1}+\dfrac{4^x}{4^x+2}>0$

Nhận thấy: Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt Ox tại $O(0;0)$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 138. Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases} x>0, x\neq 1 \\ 9^x-72>0 \\ \log_3(9^x-72)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\log_9 72 \\ 9^x>73 \end{cases} \Leftrightarrow x>\log_9 73$

Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với:

$\log_x\left(\log_3\left(9^x-72\right)\right)\leq 1 \Leftrightarrow \log_3\left(9^x-72\right)\leq x \Leftrightarrow \log_3\left(9^x-72\right)\leq x \Leftrightarrow 9^x-72\leq 3^x$

$\Leftrightarrow 3^{2x}-3^x-72\leq 0 \Leftrightarrow 3^x\leq 9 \Leftrightarrow x\leq 2.$

Câu 139. Chọn B.

Điều kiện $7.10^x-5.25^x>0 \Leftrightarrow x>\log_{\frac{10}{25}}\left(\dfrac{5}{7}\right)$.

Ta có: $\log_2\left(7.10^x-5.25^x\right)>2x+1 \Leftrightarrow 7.10^x-5.25^x>2^{2x+1}$

$\Leftrightarrow 7.10^x-5.25^x>2^{2x+1} \Leftrightarrow 5.25^x-7.10^x+2.2^{2x}<0$

$\Leftrightarrow 5\left(\dfrac{5}{2}\right)^{2x}-7\left(\dfrac{5}{2}\right)^x+2<0 \Leftrightarrow \dfrac{2}{5}<\left(\dfrac{5}{2}\right)^x<1$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{5}{2}\right)^{-1}<\left(\dfrac{5}{2}\right)^x<\left(\dfrac{5}{2}\right)^0 \Leftrightarrow -1<x<0$

Câu 140. Chọn B.

Điều kiện: $28-2.3^x>0 \Leftrightarrow 3^x<14 \Leftrightarrow x<\log_3 14$

Ta có: $2\log_9\left(9^x+9\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(28-2.3^x\right)\geq x \Leftrightarrow \log_3\left(9^x+9\right)-\log_3\left(28-2.3^x\right)\geq x$

$\Leftrightarrow \log_3\dfrac{9^x+9}{28-2.3^x}\geq x \Leftrightarrow \dfrac{9^x+9}{28-2.3^x}\geq 3^x \Leftrightarrow 9^x+9\geq 3^x\left(28-2.3^x\right)$

$\Leftrightarrow 3^{2x}+9-28.3^x+2.3^{2x}\geq 0 \Leftrightarrow 3.3^{2x}-28.3^x+9\geq 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x\geq 9 \\ 3^x\leq \dfrac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 2 \\ x\leq -1 \end{array}\right.$.

So điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-1]\cup[2;\log_3 14)$

Câu 141. Chọn A.

Điều kiện $x>0$.

Ta có: $\log_7 x > \log_3\left(\sqrt{x}+2\right) \Leftrightarrow \log_7 x - \log_3\left(\sqrt{x}+2\right) > 0$

Đặt $f(x)=\log_7 x-\log_3\left(\sqrt{x}+2\right)$ xác định và liên tục trên $(0;+\infty)$.

$f'(x)=\dfrac{1}{x\ln 7}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)\ln 3}>0\forall x\in(0;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$

Mặt khác: $f(x)>f(49)\Leftrightarrow x>49$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(49;+\infty)$.

Câu 142. Chọn B.

Điều kiện $x>-\dfrac{1}{3}$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(3x+1)+3-x>0$

Đặt $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(3x+1)+3-x$

Khi đó: $f'(x)=-\dfrac{3}{(3x+1)\ln 2}-1<0$ với $x>-\dfrac{1}{3}$.

Suy ra, hàm số đồng biến trên $\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right)$

Mặt khác: $f(x)>0\Leftrightarrow f(x)>f(1)\Leftrightarrow x<1$

So điều kiện, suy ra $-\dfrac{1}{3}<x<1\Rightarrow x\in\{0\}$

Câu 143. Chọn A.

Điều kiện $x>-\dfrac{1}{2}$.

Đặt $f(x)=\log_3(x+1)+\log_5(2x+1)$

Khi đó: $f'(x)=\dfrac{1}{(x+1)\ln 3}+\dfrac{2}{(2x+1)\ln 5}>0$ với $x>-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra, hàm số đồng biến trên $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

$f(x)>f(2)\Leftrightarrow x>2$

So điều kiện, suy ra $-\dfrac{1}{2}<x<2\Rightarrow x\in\{0;1\}\Rightarrow S=0+1=1$

Câu 144. Chọn A.

Điều kiện $x>-\dfrac{1}{2}$.

Đặt $f(x)=\log_3(2x+1)+x$

Khi đó: $f'(x)=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 3}+1>0$ với $x>-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra, hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$

Mặt khác: $f(x)\le f(1)\Leftrightarrow x\le 1$

So điều kiện, suy ra $-\frac{1}{2}<x\le 1\Rightarrow S=\left(-\frac{1}{2};1\right]$

Câu 145. Chọn D.

Ta có: $\log\frac{x^2-x+1}{2x^2-4x+3}\ge x^2-3x+2\Leftrightarrow \log\left(x^2-x+1\right)-\log\left(2x^2-4x+3\right)\ge x^2-3x+2\,(*)$

Điều kiện: $\begin{cases}x^2-x+1>0\\2x^2-4x+3>0\end{cases},\forall x\in\mathbb{R}$

$(*)\Leftrightarrow\log\left(x^2-x+1\right)+\left(x^2-x+1\right)\ge\log\left(2x^2-4x+3\right)+\left(2x^2-4x+3\right)$

Đặt $f(t)=\log t+t, t\in(0;+\infty)$

$f'(x)=\frac{1}{t\ln 10}+1>0,\forall t\in(0;+\infty)$

Suy ra, hàm số f đồng biến trên $(0;+\infty)$

Mặt khác $f\left(x^2-x+1\right)\ge f\left(2x^2-4x+3\right)\Leftrightarrow x^2-x+1\ge 2x^2-4x+3$

$\Leftrightarrow -x^2+3x-2\ge 0\Leftrightarrow 1\le x\le 2\Rightarrow S[1;2]$

Câu 146. Chọn D.

Đặt $t=\log x, t>0$

$\log^2 x-m\log x+m+3\le 0\Leftrightarrow t^2-mt+m+3\le 0\Leftrightarrow m\ge\frac{t^2+3}{t-1}$

$f(t)=\frac{t^2+3}{t-1},\forall t>0\Rightarrow f'(t)=\frac{t^2-2t}{(t-1)^2}$

$f'(t)=0\Leftrightarrow\frac{t^2-2t-3}{(t-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=3\end{array}\right.$

t	0		3		$+\infty$
$f'(t)$		$-$		$+$	
$f(t)$	$\searrow$		6		$\nearrow$

Bất phương trình có nghiệm $x\ge 1\Leftrightarrow m\le \min f(t)=6$

Vậy $m\le 6$ thỏa ycbt.

Câu 147. Chọn D.

Điều kiện: $x^2+2ax+a+3>0\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\frac{1-\sqrt{13}}{2}<a<\frac{1+\sqrt{13}}{2}\quad(1)$.

$\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2+2ax+a+3\right)<0\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2+2ax+a+3>1,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2+2ax+a+2>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\Delta\le 0\Leftrightarrow -1<a<2\qquad(2)$

Từ (1) và (2) ta suy ra giá trị a cần tìm là $-1<a<2$.

Câu 148. Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases}x^2-2x+m+5>0,\forall x\in\mathbb{R}\\0<m\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<m\\m\ne 1\end{cases}\quad(1)$.

TH1: $0<m<1$

BPT $\Leftrightarrow x^2-2x+m+5<m\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2x+5<0\ \forall x\in\mathbb{R}(\text{VL})$

TH1: $1<m$

BPT $\Leftrightarrow x^2-2x+m+5>m\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2x+5>0\ \forall x\in\mathbb{R}(\text{LĐ})$

Vậy $1<m$ thỏa ycbt.

Câu 149. Chọn D.

Điều kiện: $2x^2+3x-1>1\Leftrightarrow 2x^2+3x-2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Đặt $t=\sqrt{\frac{1}{2}\log_2(2x^2+3x-1)},t>0\Rightarrow 2t^2=\log_2(2x^2+3x-1)$

BPT tương đương $mt+m<2t^2\Leftrightarrow 2t^2-mt-m>0\Leftrightarrow m<\frac{2t^2}{t+1}$

Do $x\ge 1\Rightarrow t\ge 1$

Xét hàm số $f(t)=\frac{2t^2}{t+1},t\ge 1\Rightarrow f'(t)=\frac{2t^2+4t}{(t+1)^2}$

$f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=-2\end{array}\right.$

t	1 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(t)$	$+$
$f(t)$	$1\nearrow+\infty$

Bất phương trình có nghiệm $x\ge 1\Leftrightarrow m<\min f(t)=1$

Vậy $m<1$ thỏa ycbt.

Chủ đề 6 ỨNG DỤNG HÀM SỐ LŨY THỪA HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

☆☆☆

Các bài toán về hàm số lũy thừa hàm số mũ và hàm số logarit là các bài toán rất hay và có nhiều ứng dụng trong thực tế.

1. Các ứng dụng trong kinh tế: Bài toán lãi suất trong gửi tiền vào ngân hàng, bài toán vay - mua trả góp …

2.Các ứng dụng trong lĩnh vực đời sống và xã hội. Bài toán tăng trưởng về dân số ....

3.Các ứng dụng trong lĩnh vực khoa học kỹ thuật: Bài toán liên quan đến sự phóng xạ, tính toán các cơn dư chấn do động đất, cường độ và mức cường độ âm thanh …

Qua nội dung này, chúng ta sẽ biết vận dụng các kiến thức đã học về hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số logarit vào để giải quyết một số bài toán thực tế liên quan các chủ đề nêu ở trên.

A. CÁC DẠNG TOÁN ỨNG DỤNG CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA - MŨ - LOGARIT

MỘT SỐ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN ĐẾN BÀI TOÁN NGÂN HÀNG

Trước hết chúng ta tìm hiểu một số khái niệm đơn giản sau.

1. Tiền lãi *là một khái niệm xem xét dưới hai góc độ khác nhau là người cho vay và người đi vay. Ở góc độ người cho vay hay nhà đầu tư vốn, tiền lãi là số tiền tăng thêm trên số vốn đầu tư ban đầu trong một giai đoạn thời gian nhất định. Khi nhà đầu tư đem đầu tư một khoản vốn, họ mong muốn sẽ thu được một giá trị trong tương lai, hơn giá trị đã bỏ ra ban đầu và khoản tiền chênh lệnh này được gọi là tiền lãi. Ở góc độ người đi vay hay người sử dụng vốn, tiền lãi là số tiến mà người đi vay phải trả cho người vay (là người chù sở hữu vốn) để được sử dụng vốn trong một thời gian nhất định.*

2. Lãi suất: *Là tỷ số tiền lãi (nhận được) phải trả so với vốn (cho) vay trong 1 đơn vị thời gian.*

Đơn vị thời gian có thể là năm, quý, tháng, ngày.

Lãi suất được tính bằng tỷ lệ phần trăm hoặc số lẻ thập phân.

Thí dụ: Một ngân hàng A có lãi suất cho tiền gửi tiết kiệm cho kỳ hạn 1 tháng là 0,65% một tháng.

Nghĩa là ta hiểu nếu ban đầu ta gửi tiết kiệm vào ngân hàng A với số tiền ià 100 triệu đồng thì sau một tháng số tiền lãi ta nhận được là 100.10^6. 0,65% = 650.000 đồng.

Bây giờ ta tìm hiểu một số loại lãi suất hay sử dụng trong các ngân hàng và các dịch vụ tài chính: lãi đơn, lãi kép, lãi kép liên tục.

I. LÃI ĐƠN

Lãi đơn là số tiền lãi chỉ tính trên số vốn gốc mà không tính trên số tiền lãi do số vốn gốc sinh ra trong một khoảng thời gian cố định. (Chỉ có vốn gốc mới phát sinh tiền lãi).

Bây giờ, hãy tưởng tượng ta cầm một khoản tiền 10.000.000 đồng đến gửi ngân hàng, sau mỗi tháng ta sẽ nhận được 0,5% của số tiền vốn 10.000.000 đồng đó. Quá trình tích vốn và sinh lãi có thể quan sát trong bảng sau:

Tháng	*Tổng vốn (Đồng)*	*Tổng Lãi (nếu không rút) (Đồng)*
1	10.000.000	0,5%. 10.000.000 = 50.000
2	10.000.000	50.000 + 0,5%.10.000.000 = 100.000
3	10.000.000	100.000 + 0,5%.10.000.000 = 150.000

Như vậy, ta thấy rõ trong suốt quá trình trên tiền lãi ta có thêm hàng tháng là một hằng số, ngoài ra tiền vốn từ đầu chí cuối không đổi.

Bây giờ ta xét bài toán tổng quát sau: Ta đưa vào sử dụng vốn gốc ban đầu P_0 với mong muốn đạt được lãi suất r mỗi kì theo hình thức lãi đơn trong thời gian n kì. Vào cuối mỗi kì ta rút tiền lãi và chỉ để lại vốn. Tính tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì.

Chú ý: Đơn vị thời gian của mỗi kì có thể là năm, quý, tháng, ngày.

Ta theo dõi bảng sau:

Ở cuối kì	*Vốn gốc*	*Tiền lãi*	*Tổng vốn và lãi cộng dồn ở cuối kì*
1	P_0	$P_0.r$	$P_0 + P_0.r = P_0(1+r)$
2	P_0	$P_0.r$	$P_0 + P_0.r + P_0.r = P_0(1+2r)$
3	P_0	$P_0.r$	$P_0 + P_0.r + 2P_0.r = P_0(1+3r)$
4	P_0	$P_0.r$	$P_0 + P_0.r + 3P_0.r = P_0(1+4r)$
…	…	…	…
n	P_0	$P_0.r$	$P_0 + P_0.r + (n-1)P_0.r = P_0(1+nr)$

Do đó, ta có thể tóm gọn lại công thức tính tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì như sau:

$P_n = P_0.(1 + nr)$, (1)

P_n là tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì.

P_0 là vốn gốc.

r là lãi suất mỗi kì.

Bây giờ để hiểu rõ hơn về công thức (1) trong bài toán lãi đơn, các em qua phần tiếp theo: Các bài toán trong thực tế hay gặp.

1. Dạng 1: Cho biết vốn và lãi suất, tìm tổng số tiền có được sau n kỳ

Phương pháp

- *Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn P_0, lãi suất r, số kỳ n.*
- *Áp dụng công thức $P_n = P_0.(1 + nr)$, (1)*
- *Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên.*

Bài toán 1: Anh Lâm đi gửi ngân hàng với số tiền 120.000.000 đồng theo hình thức lãi đơn với lãi suất 5% một năm. Hỏi nếu anh giữ nguyên số tiền vốn như vậy thì sau 2 năm tổng số tiền anh Lâm rút được về từ ngân hàng là bao nhiêu?(Giả sử lãi suất hàng năm không đổi)

Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu $P_0 = 120.000.000$ đồng, hình thức gửi lãi đơn với lãi suất r = 5% một năm và gửi trong thời gian n = 2 năm.
- Đề bài yêu cầu tìm tổng số tiền anh Lâm rút được từ ngân hàng sau 2 năm, lúc này ta sử dụng trực tiếp công thức $P_n = P_0.(1 + nr)$, (1)

Lời giải:

- Áp dụng công thức (1) ta tính được tổng số tiền anh Lâm rút được từ ngân hàng sau 2 năm là: $P_2 = 120.000.000x(l + 2 \ x \ 5\%) = 132.000.000$ đồng.
- Cũng sau hai năm số tiền lãi mà anh Lâm thu được là: $132.000.000 - 120.000.000 = 12.000.000$ đồng.

Bài toán 2: Ông B bỏ vốn 450.000.000 đồng, đầu tư vào một công ty bất động sản với lãi suất đầu tư 12% một năm (theo hình thức lãi đơn) trong vòng 2 năm 3 tháng. Xác định giá trị đạt được vào cuối đợt đầu tư.

Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu $P_0 = 450.000.000$ đồng, hình thức đầu tư lãi đơn với lãi suất r = 12% = 0,12 một năm và đầu tư trong thời gian n = 2 năm 3 tháng. Như vậy trong bài này ta thời gian đầu tư chưa cùng đơn vị với lãi suất nên ta phải đổi chúng về cùng đơn vị thời gian. Trong bài này ta có thể đưa về đơn vị thời gian cùng là năm hoặc cùng là tháng.
- Đề bài yêu cầu tìm tổng số tiền ông B đạt được sau 2 năm 3 tháng, lúc này ta sử dụng trực tiếp công thức $P_n = P_0.(1 + nr)$, (1)

Lời giải:

Do n = 2 năm 3 tháng = 27 tháng = $\frac{27}{12}$ năm. Ta có thể tính giá trị đạt được theo 2 cách.

Cách 1: Đưa đơn vị thời gian cùng là năm

Áp dụng công thức (1) ta tính được tổng số tiền ông B đạt được sau 2 năm 3 tháng là $P_x = 450.000.000 \times \left(1 + \frac{27}{12} \times 12\%\right) = 571.500.000$ đồng.

Cách 2: Đưa đơn vị thời gian cùng là tháng.

- Qui đổi lãi suất tháng: $r' = \frac{r}{12} = 1\%$ tháng
- Áp dụng công thức (1) ta tính được tổng số tiền ông B đạt được sau 2 năm 3 tháng là: P_n = 450.000.000 x (1 + 27 x 1%) = 571.500.000 đồng.

2. Dạng 2: Cho biết vốn và lãi suất, tổng số tiền có được sau n kỳ. Tìm n

Phương pháp

- *Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn P_0, lãi suất r, tổng số tiền có được sau n kì*
- *Áp dụng công thức* $P_n = P_0\left(1+nr\right) \Leftrightarrow P_n = P_0 + P_0nr \Leftrightarrow n = \frac{P_n - P_0}{P_0 r}$
- *Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên*

Bài toán 3: Với lãi suất 10% năm (theo hình thức lãi đơn) cho số vốn 25 triệu đồng, nhà đầu tư A mong muốn thu được 32.125.000 đồng vào cuối đợt đầu tư. Vậy phải đầu tư trong bao lâu để đạt được giá trị như trên? (Giả sử lãi suất hàng năm không đổi).

Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu P_0 = 25.000.000 đồng, hình thức gửi lãi đơn với lãi suất r = 10% một năm và giá trị đạt được vào cuối đợt đầu tư là 32.125.000 đồng.
- Để tìm thời gian đầu tư trong bao lâu, xuất phát từ công thức (1)

$$P_n = P_0\left(1+nr\right) \Leftrightarrow P_n = P_0 + P_0nr \Leftrightarrow n = \frac{P_n - P_0}{P_0 r}$$

Lời giải:

- Áp dụng công thức (1):

$$P_n = P_0\left(1+nr\right) \Leftrightarrow P_n = P_0 + P_0nr \Leftrightarrow n = \frac{P_n - P_0}{P_0 r} = \frac{32.125.000 - 25.000.000}{25.000.000 \times 10\%} = 2,85 \text{ năm } = 2 \text{ năm}$$

10 tháng 6 ngày

- Vậy phải đầu tư số vốn trong thời gian 2 năm 10 tháng 6 ngày để đạt được giá trị mong muốn.

3. Dạng 3: Cho biết vốn, tổng số tiền có được sau n kỳ. tìm lãi suất

Phương pháp

- *Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn P_0, tổng số tiền có được sau n kì, số kỳ n*
- *Để tính lãi suất r. Từ công thức (1)* $P_n = P_0\left(1+nr\right) \Leftrightarrow P_n = P_0 + P_0nr \Leftrightarrow r = \frac{P_n - P_0}{P_0 n}$
- *Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên*

Bài toán 4: Bà Cúc gửi ngân hàng 60 triệu đồng trong 3 năm 4 tháng với lãi suất r%/năm thì đạt kết quả cuối cùng 75.210.000 đồng. Xác định r? (Biết rằng hình thức lãi suất là lãi đơn và lãi suất hàng năm không thay đổi)

Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu P_0 =60.000.000 đồng, tổng số tiền có được sau 3 năm 4 tháng là 75.210.000 đồng.
- Đề bài yêu câu tìm tìm lãi suất ta áp dụng công thức $P_n = P_0\left(1+nr\right),\ \left(1\right)$

Lời giải:

- 3 năm 4 tháng $=3+\dfrac{1}{3}=\dfrac{10}{3}$ năm
- Áp dụng công thức (1)

$$P_n = P_0\left(1+nr\right) \Rightarrow n=\frac{P_n-P_0}{P_0 n}=\frac{75.210.000-60.000.000}{60.000.000\times\dfrac{10}{3}}=7,605\%\ \text{một năm}$$

- Vậy lãi suất tiền gửi là 7,605% một năm để đạt được giá trị mong muốn.

4. Dạng 4: Cho biết lãi suất, tổng số tiền có được sau n kỳ, tìm vốn ban đầu

Phương pháp

- *Xác định rõ các giá trị ban đầu: tổng số tiền có được sau n kì, lãi suất r, số kỳ n.*
- *Tính số vốn ban đầu: Áp dụng công thức* $P_n = P_0\left(1+nr\right) \Leftrightarrow P_0=\dfrac{P_n}{1+nr}$
- *Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên*

Bài toán 5: Với lãi suất đầu tư 14% năm (theo hình thức lãi đơn) thì nhà đầu tư anh Tuấn phải bỏ ra số vốn ban đầu là bao nhiêu để thu được 244 triệu đồng trong thời gian 3 năm 9 tháng. (Giả sử lãi suất hằng năm không đổi)

Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền thu được P_n = 244.000.000 đồng, hình thức đầu tư theo lãi đơn với lãi suất r = 14% một năm và đầu tư trong thời gian n = 3 năm 9 tháng.
- Đề bài yêu cầu tìm vốn đầu tư ban đầu của anh Tuấn, ta sử dụng công thức $P_n = P_0\left(1+nr\right)$

Lời giải:

- 3 năm 9 tháng = $3+\dfrac{9}{12}=\dfrac{15}{4}$ năm
- Từ dụng công thức (1):

$$P_n = P_0\left(1+nr\right) \Rightarrow P_0=\frac{P_n}{1+nr}=\frac{244.000.000}{1+\dfrac{15}{4}\times 14\%}=160.000.000\ \text{đồng}$$

- Vậy phải đầu tư 160.000.000 đồng để đạt được giá trị mong muốn.

II. LÃI KÉP

Lãi kép là phương pháp tính lãi mà trong đó lãi kỳ này được nhập vào vốn để tính lãi kì sau. Trong khái niệm này, số tiền lãi không chỉ tính trên số vốn gốc mà còn tính trên số tiền lãi do số vốn gốc sinh ra.

Thuật ngữ lãi kép cũng đồng nghĩa với các thuật ngữ như lãi gộp vốn, lãi ghép vốn hoặc lãi nhập vốn.

Công thức tính lãi kép.

Trong khái niệm lãi kép, các khoản tiền lời phát sinh từ hoạt động đầu tư mỗi kì được tính gộp vào vốn ban đầu và bản thân nó lại tiếp tục phát sinh lãi trong suốt thời gian đầu tư.

Bây giờ ta xét bài toán tổng quát sau: Ta đưa vào sử dụng vốn gốc ban đầu P_0 với mong muốn đạt được lãi suất r mỗi kì theo hình thức **lãi kép** trong thời gian n kì. Vào cuối mỗi kì ta rút tiền lãi và chỉ để lại vốn. Tính P_n tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì.

Chú ý: *Đơn vị thời gian của mỗi kì có thể là năm, quý, tháng, ngày.*

- Ở cuối kì thứ nhất ta có:
  - Tiền lãi nhận được: P_0.
  - Tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) cuối kì thứ nhất: $P_1 = P_0 + P_0.r = P_0(1+r)$.
- Do lãi nhập vào vốn đến cuối kì thứ hai ta có:
  - Tiền lãi nhận được: $P_1.r$
  - Tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) cuối kì thứ 2 là:

$$P_2=P_1+P_1.r=P_1(1+r)=P_0(1+r)(1+r)=P_0(1+r)^2$$

…………

- Một cách tổng quát, sau n kì, tổng giá trị đạt được là $P_n=P_0(1+r)^n$, (2)

  Trong đó P_n là ***tổng giá trị đạt được (vốn và lãi)*** sau n kì.

  P_0 là vốn gốc.

  r là lãi suất mỗi kì.
- Ta cũng tính được số tiền lãi thu được sau n kì là: $P_n - P_0$

Bây giờ để hiểu rõ hơn về công thức (2) trong bài toán lãi kép, các em qua phần tiếp theo: Các bài toán trong thực tế hay gặp.

1. Dạng 1: Cho biết vốn và lãi suất, tìm tổng số tiền có được sau n kỳ

Phương pháp

- *Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn P_0, lãi suất r, số kỳ n .*
- *Áp dụng công thức $P_n=P_0(1+r)^n$, (2)*
- *Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên.*

Bài toán 1: Ông A gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép.
① Nếu theo kì hạn 1 năm với lãi suất 7,56% một năm thì sau 2 năm người đó thu được số tiền là bao nhiêu?
② Nếu theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,65% một quý thì sau 2 năm người đó thu được số tiền là bao nhiêu?

Phân tích bài toán

- Đề bài yêu cầu tìm tổng số tiền ông A rút được từ ngân hàng sau 2 năm, lúc này ta sử dụng trực tiếp công thức $P_n=P_0(1+r)^n$, (2)
- Ta phải xác định rõ: P_0 = ..,r = ,.,n =....?, từ đó thay vào công thức (2) tìm được P_n.

Lời giải:

① Ta có P_0 = 10.000.000 triệu, n = 2 năm, lãi suất trong 1 năm là r = 7,56% một năm.
Áp dụng công thức (2) ta tính được số tiền người đó thu được sau 2 năm là :
$P2 = 10.000.000 \times (1 + 7,65\%)^2 \approx 11.569.000$ đồng.

② Ta có P_0 = 10.000.000 triệu, n = 2 năm = 8 quý, lãi suất trong 1 quý là r = 1,65% một quý.
Áp dụng công thức (2) ta tính được số tiền người đó thu được sau 2 năm là:
$P_2 = 10.000.000 \times (1 + 1,65\%)^8 \approx 11.399.000$ đồng.

Bài toán 2: Một người đầu tư 100 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 13% một năm. Hỏi sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được bao nhiêu tiền lãi? (Giả sử rằng lãi suất hằng năm không đổi)

Phân tích bài toán

- Đề bài yêu cầu tìm số tiền lãi thu được sau 5 năm. Trước hết ta tính tổng số tiền người đó có được sau 5 năm, lúc này ta sử dụng trực tiếp công thức $P_n=P_0(1+r)^n$, (2). Từ đó ta tính đươc số tiền lãi thu đươc sau 5 năm là: P_n-P_0
- Trong công thức (2) ta phải xác định rõ: P_0 =..; r = .., n = ...?, từ đó thay vào công thức (2) tìm được P_n.

Lời giải:

- Ta có P_0 =100 triệu, n = 5 năm, lãi suất trong 1 năm là r = 13% một năm.
- Áp dụng công thức (2) ta tính được số tiền người đó thu được sau 5 năm là:
  $P_5 = 100 \times (1 + 13\%)^5 = 184$ triệu đồng.

Vậy số tiền lãi thu được sau 5 nấm là: $P_5 - P_0 = 184 - 100 = 84$ triệu đồng.

Bài toán 3: Chị An gửi tiết kiệm 500.000.000 đông vào ngân hàng A theo kì hạn 3 tháng và lãi suất 0,62% một tháng theo thể thức lãi kép.
① Hỏi sau 5 năm chị An nhận được số tiền là bao nhiêu (cà vốn và lãi) ở ngân hàng, biết rằng chị không rút lãi ở tất cả các kì trước đó.
② Nếu với số tiền trên chị gửi tiết kiệm theo mức kì hạn 6 tháng với lãi suất 0,65% một tháng thì 5 năm chị An nhận được số tiền là bao nhiêu (cả vốn và lãi) ở ngân hàng, biết rằng chị không rút lãi ở tất cả các kì trước đó.

Phân tích bài toán

- Đề bài yêu cầu tìm tổng số tiền chị An rút được từ ngân hàng 1 thời gian gửi nhất định, lúc này ta sử dụng trục tiếp công thức $P_n=P_0(1+r)^n$, (2)
- Trong công thức (2) ta phải xác định rõ: P_0 = ..; r = .., M = ...?, từ đó thay vào công thức (2) tìm được P_n.

Lời giải:

① Do mỗi kì hạn là 3 tháng nên 5 năm ta có n = 20 kì hạn.

- Lãi suất mỗi kì hạn là r = 3 x 0,62% = 1,86% .
- Áp dụng công thức (2) sau 5 năm chị An nhận được số tiền là:
  P_n =500000000 x $(1 + 1,86\%)^{20}$ = 722.842.104 đồng.

② Do mỗi kì hạn là 6 tháng nên 5 năm ta có n = 10 kì hạn.

- Lãi suất mỗi kì hạn là r = 6 x 0,65% = 3,9%.
- Số tiền nhận được là: P_n = 500000000 x $(1 + 3,9\%)^{10}$ = 733036297,4 đồng.

2. Dạng 2: Cho biết vốn và lãi suất, tổng số tiền có được sau n kỳ. Tìm n

Phương pháp

- *Xác định rõ các giá trị ban đâu: vốn P0, lãi suẫi r trong mỗi kì, tổng số tiền có được sau n kì.*
- *Để tìm n, áp dụng công thức (2), ta có* $P_n = P_0(1+r)^n \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{P_n}{P_0}$ (*)

Để tìm n từ đẳng thức (*) ta có nhiêu cách thực hiện:

Cách 1: Ta coi (*) là một phương trình mũ, giải ra tìm n.

$$(1+r)^n = \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n = \log_{1+r}\frac{P_n}{P_0}$$

Cách 2: Lấy logarit thập phân hai vế của đẳng thức (*), ta được

$$\log(1+r)^n = \log\frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n.\log(1+r) = \log\frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n = \frac{\log\frac{P_n}{P_0}}{\log(1+r)}$$

Bài toán 4: Doanh nghiệp B muốn thu được 280 triệu đồng bằng cách đâu tư ở hiện tại 170 triệu đồng, với lãi suất sinh lợi là 13% một năm theo thể thức lãi kép. Xác định thời gian đầu tư?

Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu P_0 = 170.000.000 đồng, theo hình thức lãi kép với lãi suất sinh lợi r = 13% một năm và giá trị đạt được vào cuối đạt đầu tư là 280.000.000 đồng.
- Để tìm thời gian đầu tư trong bao lâu, ta xuất phát từ công thức (2) (Các em coi lại phần phương pháp giải). Ở bài toán này ta dùng cách 2.

Lời giải:

- Ta có P_n = 280.000.000 đồng, P_0 = 170.000.000 đồng, r = 13% một năm

- Sau n năm đầu tư, Doanh nghiệp B thu được tổng số tiền là: $P_n=P_0(1 + r)$,(*). Để tìm n từ công thức (*) các em sử dụng 2 cách (coi lại phần phương pháp giải). Trong lời giải này ta sử dụng cách 2, lấy logarit thập phân hai vế. Ta được

$$(*)\Leftrightarrow(1+r)^n=\frac{P_n}{P_0}\Leftrightarrow n.\log(1+r)=\log\frac{P_n}{P_0}\Leftrightarrow n=\frac{\log\frac{P_n}{P_0}}{\log(1+r)}\Leftrightarrow n=\frac{\log\frac{280.000.000}{170.000.000}}{\log(1+13\%)}=4{,}08\text{ năm}=4$$

năm 1 tháng

Vậy phải đầu tư số vốn trong thời gian 4 năm 1 tháng để đạt được giá trị mong muốn.

Bài toán 5: Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất 7,56% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm gửi người gửi sẽ có ít nhất 120 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu (giả sử lãi suất không thay đổi)?

Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu P_0 = 60.000.000 đồng, theo hình thức lãi kép với lãi suất r = 7,56% một năm và giá trị đạt được sau n năm gửi là 280.000.000 đồng.
- Để tìm thời gian gửi trong bao lâu, ta xuất phát từ công thức (2) (Các em coi lại phần phương pháp giải). Ở bài toán này ta dùng cách 1.

Lời giải:

- Ta có P_n =120.000.000 đồng, P_0 = 60.000.000 đồng, r = 7,56% một năm
- Áp dụng công thức (2): sau n năm gửi, người gửi thu được tổng số tiền là

$$P_n=P_0(1+r)^n\Leftrightarrow(1+r)^n=\frac{P_n}{P_0}\Leftrightarrow n=\log_{1+r}\frac{P_n}{P_0}\Leftrightarrow n=\log_{1+7,56\%}\frac{120.000.000}{60.000.000}\approx 9{,}51\text{ năm}$$

Vậy sau khoảng 10 năm người gửi sẽ có ít nhất 120 triệu đồng từ số vốn 60 triệu đồng ban đầu.

Bài toán 6: Một khách hàng có 100.000.000 đồng gửi ngân hàng kì hạn 3 tháng với lãi suất 0,65% một tháng theo thể thức lãi kép. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu quý gửi tiền vào ngân hàng, khách mới có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng, giả sử người đó không rút lãi trong tất cả các quý định kì. (Số quý gửi là số nguyên)

Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu P_0 =100.000.000 đồng, gửi theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,65% một tháng và kì hạn gửi là 3 tháng, từ đó suy ra được lãi suất trong 1 kì hạn là: r = 3 x 0,65% = 1,95%
- Để tìm thời gian n gửi tối thiểu trong bao lâu, để số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu ta làm như sau: Ta tìm tổng số tiền lãi P_n - P_0 có được sau n quý. Từ đó ta giải bất phương trình P_n – P_0 > P_n suy ra n cần tìm. Các em coi lời giải chi tiết ở dưới.

Lời giải:

- Áp dụng công thức (2) ta có: P_0 =100.000.000 đồng, lãi suất trong 1 kì hạn là: r = 3 x 0,65% = 1,95%. Sau n quý tổng số tiền (vốn và lãi) khách hàng có được là: $P_n = P_0 (1 + r)^n$ suy ra tổng số tiền lãi có được sau n quý là: P_n -P_0

- Cần tìm n để $P_n - P_0 > P_0 \Leftrightarrow P_0(1+r)^n - P_0 > P_0 \Leftrightarrow (1+r)^n > 2$

$\Leftrightarrow n > \log_{1+r} 2 \Leftrightarrow n > \log_{1+1,95\%} 2 \approx 35,89 \geq 36$

Vậy sau 36 quý (tức là 9 năm) người đó sẽ có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng.

3. Dạng 3: Cho biết vốn, tổng số tiền có được sau n kỳ. Tìm lãi suất

Phương pháp

- *Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn P_0, tổng số tiền có được sau n kì, số kỳ n.*
- *Để tính lãi suất r mỗi kì. Từ công thức (2) ta có:*

$$P_n = P_0(1+r)^n \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow 1+r = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} \Leftrightarrow r = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1$$

Bài toán 7: Doanh nghiệp C gửi tiền vào ngân hàng với số tiền là 720 triệu đồng, theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất r% một năm. Sau 5 năm doanh nghiệp C có một số tiền 1200 triệu đồng. Xác định r? (Biết lãi suất hàng năm không thay đổi)

Phân tích bài toán

- Ta xác định già thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu P_0 =720.000.000 đồng, tổng số tiền có được sau 5 năm (n = 5 kì hạn) là 1200.000.000 đồng.
- Đề bài yêu cầu tìm lãi suất mỗi kì, ta áp dụng công thức $r = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1$(Coi phần phương pháp giải)

Lời giải:

- Lãi suất mỗi kì là: $r = \sqrt[5]{\frac{P_n}{P_0}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{1200.000.000}{720.000.000}} - 1 = 10,76\%$ một năm

Vậy lãi suất tiền gửi là 10,76% một năm để đạt được giá trị mong muốn.

4. Dạng 4: Cho biết lãi suất, tổng số tiền có được sau n kỳ. Tìm vốn ban đầu

Phương pháp

- *Xác định rõ các giá trị ban đầu: tổng số tiền có được sau n kì, lãi suất r, số kỳ n.*
- *Tính số vốn ban đầu: Áp dụng công thức* $P_n = P_0(1+r)^n \Leftrightarrow P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^n}$

Bài toán 8: Chủ cửa hàng C vay ngân hàng một số vốn, theo thể thức lãi kép, lãi gộp vốn 6 tháng 1 lần với lãi suất 9,6% một năm. Tổng số tiền chủ cửa hàng phải trả sau 4 năm 3 tháng là 536.258.000 đồng. Xác định số vốn chủ cửa hàng c đã vay. (Biết lãi suất hàng năm không thay đổi)

Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền phải trả sau 4 năm 3 tháng là $P_n = 536.258.000$ đồng, hình thức đầu tư theo lãi kép, lãi gộp vốn 6 tháng 1 lần với lãi suất 9,6% một năm, từ đó suy ra lãi suất trong 1 kì là: $r = \frac{1}{2} \times 9,6\% = 4,8\%$ và đầu tư trong thời gian 4 năm 3 tháng, từ đó suy ra số kì vay là: n = 8,5
- Số vốn chủ cửa hàng vay ban đầu là: $P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^n}$

Lời giải:

- Ta có $n = 8,5$, $r = 4,8\%$, $P_n = 536.258.000$
- Số vốn chủ cửa hàng vay ban đầu là: $P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^n} \Leftrightarrow P_0 = \frac{536.258.000}{(1+4,8\%)^{8,5}} \approx 360.000.000$

III. BÀI TOÁN VAY TRẢ GÓP – GÓP VỐN

1. Một số dạng toán thường gặp

Dạng toán 1: Ông A hàng tháng gửi vào ngân hàng Y một số tiền như nhau là a đồng (*vào đầu mỗi kì hạn*), kì hạn 1 tháng với lãi suất r% một tháng. Sau n tháng ông A nhận được số tiền vốn và lãi là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

- **Cuối tháng thứ 1**, ông A có số tiền là: $P_1 = a + a.r = a\left(1+r\right)$
- **Đầu tháng thứ 2**, ông A có số tiền là:

  $$P_1 + a = a\left(1+r\right) + a = a + a\left(1+r\right) = a\left[1 + \left(1+r\right)\right]$$
- **Cuối tháng thứ 2**, ông A có số tiền là:

  $$P_2 = P_1 + P_1.r = a + a\left(1+r\right) + \left[a + a\left(1+r\right)\right] = a\left[\left(1+r\right)^2 + \left(1+r\right)\right]$$
- **Đầu tháng thứ 3**, ông A có số tiền là:

  $$P_2 + a = a\left[\left(1+r\right)^2 + \left(1+r\right)\right] + a = a\left[1 + \left(1+r\right) + \left(1+r\right)^2\right]$$
- **Cuối tháng thứ 3**, ông A có số tiền là:

  $$P_3 = P_2 + P_2.r = a\left[1 + \left(1+r\right) + \left(1+r\right)^2\right] + a\left[1 + \left(1+r\right) + \left(1+r\right)^2\right].r$$

  $$= a\left[\left(1+r\right)^3 + \left(1+r\right)^2 + \left(1+r\right)\right]$$

  ....
- **Cuối tháng thứ n**, ông A có số tiền là:

  $$P_n = a\left[\underbrace{\left(1+r\right)^n + \left(1+r\right)^{n-1} + \left(1+r\right)^{n-2} + ... + + \left(1+r\right)^2 + \left(1+r\right)}_{S_n}\right]$$

  $$\Leftrightarrow P_n = a\left(1+r\right).\frac{\left(1+r\right)^n - 1}{r} \quad (3)$$

  (*Lưu ý các số hạng của tổng S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân với công bội là q = 1 + r và số hạng đầu là u_1 = 1 + r nên ta có* $S_n = u_1.\frac{q^n - 1}{q - 1} = \left(1+r\right)\frac{\left(1+r\right)^n - 1}{r}$ *)*

Để hiểu ý tưởng bài toán 1, các em theo dõi các ví dụ phía dưới nhé.

Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: Một người hàng tháng gửi vào ngân hàng 3.000.000 đồng, theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng. Biết rằng lãi suất hàng tháng là 0,67%. Hỏi sau 2 năm người đó nhận được số tiền là bao nhiêu?

Lời giải:

- Áp dụng công thức (3) cho a = 3.000.000 đồng, r = 0,67%, n = 2 x 12 = 24 tháng
- Ta có: Sau 2 năm người đó nhận được số tiền là:

$$P_{24} = 3.000.000\left(1+0,67\%\right)\frac{\left(1+0,67\%\right)^{24}-1}{0,67\%} = 78.351.483,45$$

Bài toán 2: Muốn có số tiền là 200 triệu đồng sau 36 tháng thì phải gửi tiết kiệm một tháng là bao nhiêu. Biết rằng tiền gửi tiết kiệm ngân hàng theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,67% một tháng. Lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

Lời giải:

- Áp dụng công thức (3) cho P_n = 200.000.000 đồng, r = 0,67%, n = 36 tháng
- Ta có: $P_n = a\left(1+r\right)\frac{\left(1+r\right)^n-1}{r} \Leftrightarrow a = \frac{r.P_n}{\left(1+r\right)\left[\left(1+r\right)^n-1\right]}$

$$\Leftrightarrow a = \frac{0,67\%.200.000.000}{\left(1+0,67\%\right)\left[\left(1+0,67\%\right)^{36}-1\right]} \Leftrightarrow a \approx 4.898.146$$

Vậy hàng tháng phải gửi tiết kiệm số tiền gần 4.900.000 đồng.

Dạng toán 2: Giả sử có một người gửi vào ngân hàng a đồng, lãi suất r% một tháng , kì hạn 1 tháng. Mỗi tháng người đó rút ra x đồng vào ngày ngân hàng tính lãi. Hỏi sau n tháng số tiền còn lại là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

- Gọi P_n là số tiền còn lại sau tháng thứ n.
- Sau tháng thứ nhất số tiền gốc và lãi là: a + ar = a(1 + r) = ad với d = 1 + r

  Rút x đồng thì số tiền còn lại là: $P_1 = ad - x = ad - x\frac{d-1}{d-1}$
- Sau tháng thứ hai số tiền gốc và lãi là: $ad - x + \left(ad-x\right)r = \left(ad-x\right)\left(1+r\right) = \left(ad-x\right)d$

  Rút x đồng thì số tiền còn lại là:

  $$P_2 = \left(ad-x\right)d - x = ad^2 - xd - x = ad^2 - x\left(d+1\right) = ad^2 - x\frac{d^2-1}{d-1}$$
- Sau tháng thứ ba số tiền gốc và lãi là:

  $$ad^2 - x\left(d+1\right) + \left[ad^2 - x\left(d+1\right)\right]r = \left[ad^2 - x\left(d+1\right)\right]\left(1+r\right) = \left[ad^2 - x\left(d+1\right)\right]d$$

  Rút x đồng thì số tiền còn lại là:

  $$P_3 = \left[ad^2 - x\left(d+1\right)\right]d - x = ad^3 - xd^2 - xd - x = ad^3 - x\left(d^2+d+1\right) = ad^3 - x\frac{d^3-1}{d-1}$$

  ....
- Sau tháng thứ n số tiền còn lại là:

  $$P_n = ad^x - x\frac{d^n-1}{d-1} \Leftrightarrow P_n = a\left(1+r\right)^n - x.\frac{\left(1+r\right)^n-1}{r}, \left(4\right) \text{ với } d = 1+r$$

  Để hiểu rõ bài toán trên các em theo dõi các ví dụ phía dưới

Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: Một cụ già có 100.000.000 gửi vào ngân hàng theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,65% một tháng. Mỗi thcáng cụ rút ra 1.000.000 đồng vào ngày ngân hàng tính lãi. Hỏi sau hai năm số tiền còn lại của cụ là bao nhiêu?

Lời giải:

- Áp dụng công thức (4) với: n = 24; r = 0,65%, x = 1.000.000, a = 100.000.000
- Vậy số tiền bà cụ còn lại sau 2 năm là:

$$P_{24} = 100.000.000\left(1+0,65\%\right)^{24} - 1.000.000\frac{\left(1+0,65\%\right)^{24}-1}{0,65\%} = 90.941.121,63 \text{ đồng}$$

Bài toán 2: Bạn An được gia đình cho gửi tiết kiệm vào ngân hàng với số tiền là 200.000.000 đồng, theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,75% một tháng. Nếu mỗi tháng An rút một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng tính lãi thì An phải rút bao nhiêu tiền một tháng để sau đúng 5 năm, số tiền An đã gửi vừa hết?

Lời giải:

- Áp dụng công thức (4) với: n = 60, r = 0,75%, a = 200.000.000, $P_n = P_{60} = 0$. Tìm x ?
- Ta có $P_{60} = ad^{60} - x\frac{d^{60}-1}{d-1} \Leftrightarrow x\frac{d^{60}-1}{d-1} = ad^{60} - P_{60} \Leftrightarrow x = \frac{\left(ad^{60}-P_{60}\right)\left(d-1\right)}{d^{60}-1}$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\left[200.000.000\times\left(1+0,75\%\right)^{60}-0\right]\times 0,75\%}{\left(1+0,75\%\right)^{60}-1} \approx 4.151.671 \text{ đồng}$$

Dạng toán 3: Trả góp ngân hàng hoặc mua đồ trả góp.

(Bài toán này cách xây dựng giống bài toán số 2)

Ta xét bài toán tổng quát sau: Một người vay số tiền là a đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất cho số tiền chưa trả là r% một tháng (hình thức này gọi là tính lãi trên dư nợ giảm dần nghĩa là tính lãi trên số tiền mà người vay còn nợ ở thời điểm hiện tại), số tháng vay là n tháng, sau đúng một tháng kể từ ngày vay, người này bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau, số iền đều đặn trả vào ngân hàng là x đồng. Tìm công thức tính x? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian vay.

Hướng dẫn giải:

- Gọi p là số tiền còn lại sau tháng thứ n .
- Sau tháng thứ nhất số tiền gốc và lãi là: $a + ar = a\left(1+r\right) = ad$ với $d = 1+r$

  Trả x đồng thì số tiền còn lại sau tháng thứ nhất là: $P_1 = ad - x = ad - x\frac{d-1}{d-1}$
- Sau tháng thứ hai số tiền gốc và lãi là: $ad - x + \left(ad-x\right)r = \left(ad-x\right)\left(1+r\right) = \left(ad-x\right)d$

  Trả x đồng thì số tiền còn lại saíi thảng thứ 2 là:

  $$P_2 = \left(ad-x\right)d - x = ad^2 - xd - x = ad^2 - x\left(d+1\right) = ad^2 - x\frac{d^2-1}{d-1}$$
- Sau tháng thứ ba số tiền gốc và lãi là:

$$ad^2-x(d+1)+\left[ad^2-x(d+1)\right]=\left[ad^2-x(d+1)\right](1+r)=\left[ad^2-x(d+1)\right]d$$

Trả x đồng thì số tiền còn lại sau tháng thứ 3 là:

$$P_3=\left[ad^2-x(d+1)\right]d-x=ad^3-xd^2-xd-x=ad^3-x\left(d^2+d+1\right)=ad^3-x\frac{d^3-1}{d-1}$$

- Số tiền còn lại sau tháng thứ n là: $P_n=ad^n-x\dfrac{d^n-1}{d-1}\Leftrightarrow P_n=a(1+r)^n-x\dfrac{(1+r)^n-1}{r}$ $(5a)$ với $d=r+1$

Do sau tháng thứ n người vay tiền đã trả hết số tiền đã vay ta có

$$P_n=0\Leftrightarrow ad^n-x\frac{d^n-1}{d-1}=0\Leftrightarrow x=\frac{ad^n(d-1)}{d^n-1}\Leftrightarrow x=\frac{a(1+r)^n r}{(1+r)^n-1}\ (5b)$$

Để hiểu bài toán vay trả góp, các em theo dõi các ví dụ phía dưới

Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, lãi suất cho số tiền chưa trả làl 2%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đâu hoàn nợ, hai lan hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mồi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền x mà ông A phải trả cho ngân hàng trong mồi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biêt rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

(Trích đề minh họa môn Toán năm 2017)

Lời giải:

- Lãi suất 12% một năm suy ra lãi suất trong 1 tháng là 1% một tháng.
- Áp dụng công thức (5b) cho: a = 100.000 000, r = 1%, n = 3, P_3 = 0. Tìm x?
- Vậy số tiền x mà ông A phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ, để 3 tháng hết nợ là:

$$x=\frac{a.r.(1+r)^n}{(1+r)^n-1}=\frac{100.0,01.(1+0,01)^3}{(1+0,01)^3-1}\approx 34 \text{ triệu đồng một tháng.}$$

Bài toán 2: Một người vay ngân hàng với số tiền 50.000.000 đồng, mỗi tháng trả góp số tiền 4.000.000 đồng và phải trả lãi suất cho số tiền chưa trả là 1,1% một tháng theo hình thức lãi kép. Hỏi sau bao lâu người đó trả hết nợ?

Lời giải:

- Áp dụng công thức (5b) cho: a = 50.000.000, x = 4.000.000, r = 1,1%, P_n = 0. Tìm n?
- Từ công thức (5b) ta có: $x=\dfrac{a.r.(1+r)^n}{(1+r)^n-1}\Leftrightarrow x(1+r)^n-x=ar(1+r)^n$

$$\Leftrightarrow (x-ar)(1+r)^n=x\Leftrightarrow (1+r)^n=\frac{x}{x-ar}$$

$$\Leftrightarrow n=\log_{1+r}\frac{x}{x-ar}\Leftrightarrow n=\log_{1+1,1\%}\frac{4.000.000}{4.000.000-50.000.000\times 1,1\%}\Leftrightarrow n\approx 13,52$$

Ở đây ta thấy n không là số nguyên, lúc này ta có hai cách làm chọn

- Nếu chọn n = 13 (chọn số nguyên cao hơn gần nhất)

  Số tiền người này còn nợ sau tháng thứ 12 là:

  $$P_{12} = 50.\left(1+1,1\%\right)^{12} - 4.\frac{\left(1+1,1\%\right)^{12}-1}{1,1\%} = 6,001147461 \text{ triệu đồng}$$

  (Lưu A máy tính Casio)

  Số tiền người này phải trả tháng cuối là: $A\left(1+0,5\%\right) \approx 6,067$ triệu đồng.

- Nếu chọn n = 14 (chọn số nguyên nhỏ hơn gần nhất)

  Số tiền người này còn nợ sau tháng thứ 13 là:

  $$P_{13} = 50.\left(1+1,1\%\right)^{13} - 4.\frac{\left(1+1,1\%\right)^{13}-1}{1,1\%} = 2,067160083 \text{ triệu đồng.}$$

  (Lưu B máy tính Casio)

  Số tiền người này phải trả tháng cuối là: $B\left(1+0,5\%\right) \approx 2,09$ triệu đồng.

2. Tổng kết phần III

Dạng toán 1: Ông A hàng tháng gửi vào ngân hàng Y một số tiền như nhau là a đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất r% một tháng. Sau n tháng ông A nhận được số tiền vốn và lãi là bao nhiêu?

Kết quả cần nhớ: Sau n tháng ông A nhận được số tiền vốn và lãi là

$$P_n = a\left(1+r\right)\frac{\left(1+r\right)^n-1}{r} \quad (3)$$

Dạng toán 2: Giả sử có một người gửi vào ngân hàng a đồng, lãi suất r% một tháng, kì hạn 1 tháng. Mỗi tháng người đó rút ra x đồng vào ngày ngân hàng tính lãi. Hỏi sau n tháng số tiền còn lại là bao nhiêu?

Kết quả cần nhớ:

Sau n tháng số tiền còn lại là: $P_n = ad^n - x\frac{d^n-1}{d-1} \Leftrightarrow P_n = a\left(1+r\right)^n - x\frac{\left(1+r\right)^n-1}{r} \quad ,\left(4\right)$

Dạng toán 3: **Trả góp ngân hàng hoặc mua đồ trả góp.**

(Bài toán này cách xây dựng giống bài toán số 2)

Ta xét bài toán tổng quát sau: Một người vay số tiền là a đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất cho số tiền chưa trả là r% một tháng (hình thức này gọi là tính lãi trên dư nợ giảm dần nghĩa là tính lãi trên số tiền mà người vay còn nợ ở thời điểm hiện tại), số tháng vay là n tháng, số tiền đều đặn trả vào ngân hàng là x đồng. Tìm công thức tính x? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian vay.

Kết quả cần nhớ:

- Số tiền còn lại sau tháng thứ n là:

$$P_n = ad^n - x\frac{d^n-1}{d-1} \Leftrightarrow P_n = a\left(1+r\right)^n - x\frac{\left(1+r\right)^n-1}{r} \text{ (5a) với } d = 1 + r$$

- Số tiền đều đặn trả vào ngân hàng là: $x=\dfrac{a(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1}$ $(5b)$

IV. BÀI TOÁN LÃI KÉP LIÊN TỤC – CÔNG THỨC TĂNG TRƯỞNG MŨ - ỨNG DỤNG TRONG LĨNH VỰC ĐỜI SỐNG XÃ HỘI

1. Bài toán lãi kép liên tục.

Ta đã biết: nếu đem gửi ngân hàng một số vốn ban đầu là P_0 với lãi suất mỗi năm là r theo thể thức lãi kép thì sau n năm gửi số tiền thu về cả vốn lẫn lãi sẽ là $P_0(1 + r)^n$.

Giả sử ta chia mỗi năm thành m kì để tính lãi và giữ nguyên lãi suất mỗi năm là $\dfrac{r}{m}$ và số tiền thu được n năm là (hay sau nm kì) là $P_0\left(1+\dfrac{r}{m}\right)^{m.n}$

Hiển nhiên khi tăng số kì m trong một năm thì số tiền thu được sau n năm cũng tăng theo. Tuy nhiên như ta thấy sau đây, nó không thể tăng lên vô cực được.
Thể thức tính lãi khi $m\to+\infty$ gọi là thể thức lãi kép liên tục.
Như vậy với số vốn ban đầu là P_0 với lãi suất mỗi năm là r theo thể thức lãi kép liên tục thì ta chứng minh được rằng sau n năm gửi số tiền thu về cả vốn lẫn lãi sẽ là:

$$P_n=P_0e^{nr}\quad(6)$$

Công thức trên được gọi là công thức lãi kép liên tục.

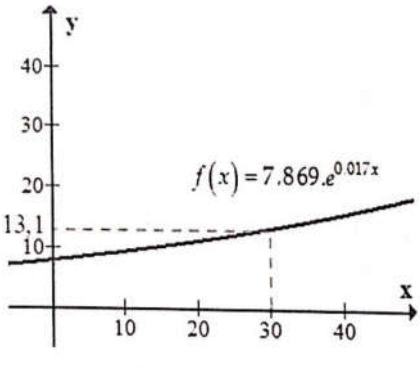
Ví dụ 1: Với số vốn 100 triệu đồng gửi vào ngân hàng theo thể thức lãi kép liên tục, lãi suất 8% năm thì sau 2 năm số tiền thu về cả vốn lẫn lãi sẽ là: $S=100.e^{2\times8\%}\approx117,351087$ *triệu đồng.*

Nhiều bài toán, hiện tượng tăng trưởng (hoặc suy giảm) của tự nhiên và xã hội, chẳng hạn sự tăng trưởng dân số, cũng được tính theo công thức (6). Vì vậy công thức (6) còn được gọi là công thức tăng trưởng (suy giảm) mũ.
Để hiểu rõ hơn về công thức tăng trưởng (suy giảm) mũ. Các em qua phần tiếp theo của tài liệu.

2. Bài toán về dân số.

- Gọi:
  - P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính.
  - P_n là dân số sau n năm.
  - r là tỉ lệ tăng (giảm) dân số hàng nam.
- Khi đó sự tăng dân số được ước tính bằng 1 trong 2 công thức sau
  - **Công thức 1**: $P_n=P_0e^{nr}$ *dùng công thức tăng trưởng (suy giảm) mũ.*
  - **Công thức 2**: $P_n=P_0(1+r)^n$ *dùng công thức tính lãi kép.*

- Ta xét một ví dụ sau: Năm 2001, dân số nước ta khoảng 78690000 người. Theo công thức tăng trưởng mũ, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm luôn là 1,7% thì ước tính dân số Việt Nam x năm sau sẽ là $78690000e^{0,017r} = 7,869.e^{0,017r}$ (chục triệu người). Để phần nào thấy được mức độ tăng nhanh của dân số; ta xét hàm số $f(x) = 7,869.e^{0,017r}$
- Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cho thấy khoảng 30 năm sau (tức là khoảng năm 2031), dân số nước ta sẽ vào khoảng 131 triệu người, tức là tăng gấp rưỡi. Chính vì vậy, các em hiểu bùng nổi dân số là khái niệm dùng rất phổ biến hiện nay, để thể hiện việc dân số tăng quá nhanh, có cơ cấu dân số trẻ, thời gian tăng gấp đôi rút ngắn. Những vấn đề đặt ra cho các nhà hoạch định chính sách như kế hoạch hóa dân số, việc làm, phân bố dân cư, nhập cư, di dân, … sao cho hợp lí.



Một số bài toán minh họa

Bài toán 1: Dân số nước ta năm 2014 đạt 90,7 triệu người (theo Thông cáo báo chí của ASEANstats), tỉ lệ tăng dân số là 1,06%.

① Dự đoán dân số nước ta năm 2024 là bao nhiêu?

② Biết rằng dân số nước ta sau m năm sẽ vượt 120 triệu người. Tìm số m bé nhất?

Lời giải:

① Từ giả thiết ta có các dữ kiện sau: $P_0 = 90.700.000$, $n = 2024 - 2014 = 10$, $r = 1,06\%$

- Áp dụng công thức (1): Khi đó dư đoán dân số nước ta năm 2024 là:

$$P_{10} = 90.700.000 \times e^{10 \times 1,06\%} \approx 100.842.244 \text{ (người)}$$

- Áp dụng công thức (2): Khi đó dự đoán dân số nước ta năm 2024 là:

$$P_{10} = 90.700.000 \times (1 + 1,06\%)^{10} \approx 100.786.003 \text{ người}$$

② **Áp dụng công thức (2)** ta có:

$$120.000.000 < 90.700.000(1 + 1,06\%)^m \Leftrightarrow 1,0106^m > \frac{1.200}{907} \Leftrightarrow m > \log_{1,0106}\frac{1.200}{907} \Rightarrow m \geq 27$$

Vậy m bé nhất bằng 27. (Tức là sau ít nhất 27 năm (từ năm 2041) dân số nước ta sẽ vượt mốc 120 triệu người).

Áp dụng công thức (1):

$$120.000.000 < 90.700.000 \times e^{m \times 1,06\%} \Leftrightarrow e^{0,0106m} > \frac{1200}{907} \Leftrightarrow 0,0106m < \ln\frac{1.200}{907} \Rightarrow m \geq 27$$

Vậy m bé nhất bằng 27 (Tức là sau ít nhất 27 năm (từ năm 2041) dân số nước ta sẽ vượt mốc 120 triệu người).

Bài toán 2: Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $P_n = P_0 e^{nr}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm

2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 triệu và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 100 triệu người?

Lời giải:

Phân tích bài toán:

Từ giả thiết ta có các dữ kiện sau: $P_0 = 90.700.000, P_n = 100.000.000, r = 1,7\%$. Tìm n?

- Áp dụng công thức $P_n = P_0 e^{n.r} \Leftrightarrow 100.000.000 = 78.685.800 e^{1,7\%.n} \Leftrightarrow 100 = 78,6858 e^{1,7\%.n}$ $(*)$
- Lấy logarit tự nhiên hai vế của (*) ta được

$$\ln 100 = \ln\left(78,6858 e^{1,7\%.n}\right) \Leftrightarrow \ln 100 = \ln 78,6858 + 1,7\%.n \Leftrightarrow n = \frac{\ln 100 - \ln 78,6858}{1,7\%} \approx 14$$

Vậy nếu cứ tăng dân số với tỉ lệ hàng năm là r = 1,7% thì đền năm 2015 dân số nước ta sẽ ở mức 100 triệu người.

Bài toán 3: Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $P_n = P_0(1 + r)^n$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của thế giới là không đổi trong giai đoạn 1990 - 2001. Biết rằng năm 1990 dân số thế giới là 5,30 tỉ người, năm 2000 dân số thế giới là 6,12 tỉ người. Tính dân số thế giới vào năm 2011? (Kết quả là tròn đến hai chữ số)

Lời giải:

Phân tích bài toán

Từ giả thiết ta có các dữ kiện sau: $P_0 = 5,30$, $P_{10} = 6,12$, Tính r = ? P_{21} =?

- Áp dụng công thức $P_n = P_0(1 + r)^n$, ta được
- $P_{10} = P_0\left(1+r\right)^{10} \Leftrightarrow 6,12 = 5,30\left(1+r\right)^{10} \Leftrightarrow 1+r = \sqrt[10]{\frac{6,12}{5,30}} \Leftrightarrow r = 1,45\%$
- Dân số thế giới vào năm 2011 là: $P_{21} = P_0\left(1+r\right)^{21} = 5,30\left(1+1,45\%\right)^{21} = 7,17$ tỉ người.

Bình luận: ***Qua bài toán này ta cần lưu ý:***

Một là, trong bài toán này đề bài cho biết là ta phải sử dụng công thức (1).

Hai là, trong giải phương trình (*) các em áp dụng trực tiếp cách giải phương trình mũ cơ bản sau cũng được: $e^u = b \Leftrightarrow u = \ln b$ *với* $b > 0$.

V. ỨNG DỤNG TRONG LĨNH VỰC KHOA HỌC KỸ THUẬT

1. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1.1 Bài toán về sự phóng xạ của các chất.

Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công thứ $m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

trong đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thòi điểm t = 0) m(t) là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t, T là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác).

1.2 Ứng dụng của hàm logarit trong việc tính độ chấn động và năng lượng giải toả của một trận động đất.

- Độ chấn động M của một địa chấn biên độ I được đo trong thang đo Richte xác định bởi công thức: $M = \ln\frac{I}{I_0}$ hoặc $M = \log I - \log I_0$

  Trong đó I_0 là biện độ của đao động bé hơn 1 μ m trên máy đo địa chấn, đặt cách tâm địa chấn 100 km. I_0 được lấy làm chuẩn.
- Ở M = 3 độ Richte, địa chấn chỉ có ảnh hưởng trong một vùng diện tích nhỏ, ở 4 đến 5 độ Richte, địa chấn gây một thiệt hại nhỏ, ở 6 đến 8 độ Richte, địa chấn gây một số thiệt hại lớn, ở 9 độ Richte, địa chấn gây thiệt hại lớn cực lớn.
- Năng lượng giải tỏa E tại tâm địa chấn ở M độ Richte được xác định xấp xỉ bởi công thức $\log E \approx 11,4 + 1,5M$

1.3 Âm thanh

• Để đặc trưng cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đềxinben (viết tắt là đB).

Khi đó mức cường độ L của âm được tính theo công thức: $L(db) = 10\log\frac{I}{I_0}$ trong đó I *là cường độ của âm tại thời điểm đang xét (cường độ của âm tức là năng lượng truyền đi bởi sóng âm trong một đơn vị thời gian và qua một đơn vị điện tích bề mặt vuông góc với phương sóng truyền (đơn vị đo là w/m²)). I_0 cường độ âm ở ngưỡng nghe ($I_0 = 10^{-12}$ w/m²).*

Nhận xét: Khi cường độ âm tăng lên $10^2, 10^3$,.... thì cảm giác về độ to của âm tăng lên gấp 2,3,.. lần.

• *Độ to của âm*: Gắn liền với mức cường độ âm $\Delta I = I - I_{\min}$ với $I_{\min}$ là ngưỡng nghe.(Đơn vị của độ to của âm là phôn). Khi $\Delta I = 1$ phôn (độ to tối thiểu mà tai người bình thường phân biệt được) thì $10\log\left(\frac{I}{I_{\min}}\right) = 1dB$

Trên đây là 1 số ứng dụng hay gặp, để hiểu hơn về vấn đề này các em đọc các ví dụ phía dưới, qua đó thấy thêm được các ứng dụng khác của hàm số mũ, hàm số logarit.

2. CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ

Bài toán 1: Cường độ một trận động đất M Richte được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richte. Trong cùng năm đó, trận động đất khác Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu?

Phân tích bài toán

- Để tính cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ ta sử dụng công thức đề bài cho $M = \log A - \log A_0$. Trong đó A_0 là hằng số, vậy muốn tính M các em phải tính được biên độ A . Các em coi kỹ lời giải phía dưới.
- Qua bài toán này các em thấy được những ứng dụng của hàm logarit trong các bài toán khoa học kĩ thuật.

Lời giải:

Trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richte khi đó áp dụng công thức $M_1 = \log A - \log A_0 \Rightarrow 8 = \log A - \log A_0$ với

Trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ là: 4A, khi đó cường độ của trận động đt ở Nam Mỹ là:

$$M_2 = \log(4A) - \log A_0 \Leftrightarrow M_2 = \log 4 + \log A - \log A_0 \Rightarrow M_2 = \log 4 + 8 \approx 8,6 \text{ độ Richte}$$

Bài toán 2: Cường độ một trận động đất M (Richte) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richte. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.

Phân tích bài toán

- Để so sánh biên độ giữa hai trận động đất thì công thức $M = \log A - \log A_0 \Rightarrow \log A = M + \log A_0 \Rightarrow A = 10^{M+\log A} = 10^M.10^{\log A}$. Từ đó ta đưa ra được kết luận.
- Kiến thức sử dụng trong bài toán này là kiến thức về giải phương trình logarit cơ bàn và kiến thức về tính chất của hàm mũ.

Lời giải:

Trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richte khi đó áp dụng công thức $M_1 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow 8 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow \log A_1 = 8 + \log A_0 \Rightarrow A_1 = 10^{8+\log A_0} = 10^{\log A_0}.10^8$ với A_1 là biên độ của trận động đất ở San Prancisco.

Trận động đất ở Nhật có cường độ 6 độ Richte khi đó áp dụng công thức $M_2 = \log A_2 - \log A_0 \Rightarrow 6 = \log A_2 - \log A_0 \Rightarrow \log A_2 = 6 + \log A_0 \Rightarrow A_2 = 10^{6+\log A_0} = 10^{\log A_0}.10^6$ với A_2 là biên độ của trận động đất ở Nhật.

Khi đó ta có $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{10^8}{10^6} = 10^2 \Rightarrow A_1 = 100A_2$

Vậy trận động đất ở San Prancisco có biên độ gấp 100 lần biên độ trận động đất ở Nhật bàn.

Bài toán 3: Để đặc trưng cho độ to nhỏ cua âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đêxinben (viết tắt là đB). Khi đó mức cường độ L của âm được tính theo công thức: $L(db) = 10\log\frac{I}{I_0}$ trong đó, I là cường độ của câm tại thời điểm đang xét, I_0 cường độ âm ở ngưỡng nghe ($I_0 = 10^{-12} w/m^2$). Một cuộc trò chuyện bình thường trong lớp học có mức cường độ âm trung bình là 68dB. Hãy tính cường độ âm tương ứng ra đơn vị w/m^2

Phân tích bài toán

Đề bài cho biết mức cường độ âm một cuộc nói chuyện trong lớp là L(đB) = 68dB yêu cầu ta tính cường độ âm I? Ở đây các em biết rằng cường độ âm ở ngưỡng nghe bình thường là $I_0 = 10^{-12} w/m^2$.

Từ những phân tích trên ta chỉ cần áp dụng công thức $L(db) = 10\log\frac{I}{I_0}$ và sử dụng kiến thức về giải phương trình logarit cơ bản là tìm được câu trả lời cho bài toán. Các em tham khảo lời giải ở phía dưới nhé.

Lời giải:

Theo giả thiết ta có $L(db) = 68db$, $I_0 = 10^{-12} w/m^2$ .Tính I.

Áp dụng công thức ta có: $L(db) = 10\log\frac{I}{I_0} \Leftrightarrow 68 = 10\log\frac{I}{I_0} \Leftrightarrow \log\frac{I}{I_0} = 6,8 \Leftrightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{6,8}$

$\Leftrightarrow \frac{I}{I_0} = 6,3.10^6 \Rightarrow I \approx 6,3.10^6.10^{-12} \approx 6,3.10^{-6} w/m^2$

Bài toán 4: Để đặc trưng cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đêxinben (viết tắt là đB). Khi đó mức cường độ L của âm được tính theo công thức:

$L(db) = 10\log\frac{I}{I_0}$ trong đó, I là cường độ của âm tại thời điểm đang xét, I_0 cường độ âm ở ngưỡng nghe $\left(I_0 = 10^{-12} w/m^2\right)$

Hai cây đàn ghita giống nhau, cùng hòa tấu một bản nhạc. Mỗi chiếc đàn phát ra âm có mức cường độ âm trung bình là 60dB. Hỏi mức cường độ âm tổng cộng do hai chiếc đàn cùng phát ra là bao nhiêu?

Phân tích bài toán

Trong bài toán này ta biết được mức cường độ trung bình phát ra từ một cây đàn ghita. Đề bài yêu cầu tìm mức cường độ tổng cộng phát ra từ 2 cây đàn ghita. Như vậy muốn xử lý bài toán này các em phải chú ý rằng khi dùng một chiếc đàn có cường độ của âm là I_1, thì khi ta dùng hai chiếc đàn cùng một lúc thì cường độ của âm là $2I_1$. Nếu ta nắm được chi tiết này thì bài toán này hóa giải không khó. Các em coi lời giải ở dưới nhé.

Bài toán này về mặt tính toán không có gì phức tạp, nhưng ý nghĩa thực tế của nó thì lớn. Ví dụ một trung tâm đạy đàn ghita, phòng học dạy trung bình 15 học viên, tương ứng 15 cây đàn. Trung tâm phải đảm bảo âm thanh phát ra từ các cây đàn không ành hường đến nhà xung quanh, khi đó phải lắp cửa cách âm. Khi đó chuyện tính mức cường độ âm (độ to) tổng cộng của 15 cây đàn là cần thiết đối với nhà thầu xây dựng.

Lời giải:

- Mức cường độ âm do một chiếc đàn ghita phát ra là: $L\left(db\right)=10\log\frac{I}{I_0}=60dB$
- Mức cường độ âm đo hai chiếc đàn ghita cùng phát ra là:

$$L_2=10\log\frac{2I_1}{I_0}=10\log 2+10\log\frac{I_1}{I_0}=10.\log 2+60\approx 63dB$$

Vậy có thêm một chiếc đàn (phát ra âm cùng lúc) thì mức cường độ âm tăng thêm 3 dB.

Bài toán 5: Để đặc trung cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đềxinben (viết tắt là đB). Khi đó mức cường độ L của âm được tính theo công thức: $L\left(db\right)=10\log\frac{I}{I_0}$ trong đó, I là cường độ của âm tại thời điểm đang xét, I_0 cường độ âm ở ngưỡng nghe $\left(I_0=10^{-12}w/m^2\right)$

Tiếng ồn phát ra từ một xưởng cưa, ở mức cường độ âm đo được là 93 đB, đo 7 chiếc cưa máy giống nhau cùng hoạt động gây ra.

Giả sử có 3 chiếc cưa máy đột ngột ngừng hoạt động thì mức cường độ âm trong xưởng lúc này là bao nhiêu?

Phân tích bài toán

- Trong bài toán này ta biết được mức cường độ đo được phát ra từ 7 cái cưa máy. Đề bài yêu cầu tìm mức cường độ tổng cộng phát ra từ 4 cưa máy là bao nhiêu. Như vậy muốn xử lý bài toán này các em phải chú ý rằng khi dùng một cưa máy có cường độ của âm là I_1, thì khi ta dùng 7 (hay 4) cưa máy cùng một lúc thì cường độ của âm là $7I_1$, (hay $4I_1$). Nếu ta nắm được chi tiết này thì bài toán này hoá giải không khó. Các em coi lời giải ở dưới nhé.
- Việc tính toán trong bài này các em sử dụng trực tiếp các tính chất về logarit là xử lý gọn gàng bài toán.

Lời giải:

o Gọi cường độ của âm do 1 cái cưa phát ra là: I_1.

o Lúc đầu mức cường độ âm là: (7 cưa máy cùng hoạt động)

$$L\left(dB\right)=10\log\frac{7I_1}{I_0}=93\Leftrightarrow 10\log 7+10\log\frac{I_1}{I_0}=93\Rightarrow 10\log\frac{I_1}{I_0}=9,3-10\log 7=8,45$$

o Lúc sau mức cường độ tâm là: (3 cưa máy hỏng nên còn 4 cưa máy hoạt động)

$$L_1\left(dB\right)=10\log\frac{4I_1}{I_0}=10\log 4+10\log\frac{I_1}{I_0}=10\log 4+10.8,45\approx 90,5dB$$

Bài toán 6: Để đặc trưng cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đềxinben (viết tắt là đB). Khi đó mức cường độ L của âm được tính theo công thức: $L(db) = 10\log\frac{I}{I_0}$ trong đó, I là cường độ của âm tại thời điểm đang xét, I_0 là cường độ âm ở ngưỡng nghe $\left(I_0 = 10^{-12} w/m^2\right)$. Tiếng ồn phát ra tù tiềng gõ phím liên tục ở một bàn phím của máy vi tính, có cường độ âm đo được là $10^{-5} w/m^2$. Giả sử trong phòng làm việc của một công ty có hai nhân viên văn phòng cùng thực hiện thao tác gõ phím trên hai bàn phím máy vi tính giống nhau thì mức cường độ âm tổng cộng đo cả hai bàn phím phát ra cùng lúc là bao nhiêu?

Phân tích bài toán

Trong bài toán này ta biết được cường độ đo được từ tiếng gõ phím liên tục ở mộ bàn phím của máy vi tính, có cường độ âm đo được là $10^{-5} w/m^2$. I_0 cường độ âm ở ngưỡng nghe $\left(I_0 = 10^{-12} w/m^2\right)$. Đề bài yêu cầu tìm mức cường độ tổng cộng phát ra từ tiếng gõ phím liên tục của hai bàn phím của máy vi tính là bao nhiêu. Các em theo dõi lời giải phía dưới nhé.

Lời giải:

Nếu chỉ có một bàn phím có $L(db) = 10\log\frac{I}{I_0} = 10\log\frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 70dB$

Cả hai bàn phím cùng gõ: $L_2 = 10\log\frac{2I_1}{I_0} = 10\log 2 + 10\log\frac{I}{I_0} = 10.\log 2 + 70 \approx 73dB$

Vậy có thêm một bàn phím gõ thì mức cường độ âm tăng thêm 3 dB.

Bài toán 7: Cho biết chu kì bán hủy của chất phỏng xạ plutônium Pu^{239} là 24.360 năm (tức là lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính bởi công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm (r < 0), t là thời gian phân huỷ, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi 10 gam Pu^{239} sau bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam?

Phân tích bài toán

Đây là bài toán về chất phóng xạ, từ công thức $S = Ae^{rt}$ ta thấy có 4 đại lượng. Yêu cầu của bài toán tìm t sao cho Pu^{239} phân hủy còn lại l gam, đọc đề bài các em thấy ta phcải đi tìm tỉ lệ phân hủy hàng năm của Pu^{239}? Để tìm được tỉ lệ phân hủy các em phải biết cách khai thác giả thiết sau: chu kì bán hủy của chất phóng xạ plutônium Pu^{239} là 24.360 năm (tức là lượng Pu^{239} sau 24.360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Trong bài này các em hiểu như sau: sau thời gian t = 24.360 năm, lượng Pu^{239} từ 10gam còn lại là s = 5gam, từ đó các em tính tỉ lệ phân hủy r dễ dàng.

Lời giải:

Trước tiên, ta tìm tỉ lệ phân hủy hàng năm của Pu^{239}.

Pu^{239} có chu kì bán hủy của chất phóng xạ plutônium Pu^{239} là 24.360 năm, do đó ta

$$5 = 10e^{r.24360} \Leftrightarrow r = \frac{\ln\frac{5}{10}}{24360} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 5 - \ln 10}{24360} \approx -2,84543.10^{-5} \approx -0,000028$$

Vậy sự phân hủy của Pu^{239} được tính bởi công thức $S = Ae^{-0.000028t}$ trong đó S, A tính bằng gam, t tính bằng năm.

Theo đề bài cho ta có: $1 = 10e^{-0,000028t} \Leftrightarrow t = -\frac{\ln 10}{-0,000028} \approx 82235$ năm.

Vậy sau khoảng 82235 năm thì 10 gam Pu^{239} sẽ phân hủy còn lại 1 gam.

Bài toán 8: Các loại cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây xanh đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng dừng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp và chuyển hóa thành nitơ 14.

Biết rằng nếu gọi P(t) là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì P(t) được tính theo công thức $P(t) = 100.(0,5)^{\frac{t}{500}}(\%)$. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 65% . Hãy xác định niên đại của công trình đó.

Phân tích bài toán

- Đây là một bài toán có ý nghĩa về khảo cổ học, nghiên cứu về lịch sử thời xưa. Bằng những kiến thức toán học các nhà khảo cổ học hoàn toàn biết được công trình kiến trúc đó được xây dựng từ năm nào, để từ đó có những kết luận chính xác nhất.
- Trong bài toán này để xác định niên đại của công trình kiến trúc t, các em sử dụng công thức đề bài cho $P(t) = 100.(0,5)^{\frac{t}{500}}(\%)$ trong đó ta đã biết P(t) = 65, từ đó sử dụng kiến thức về giải phương trình mũ các em tìm t dễ dàng. Các em coi lời giải ở dưới nhé.

Lời giải:

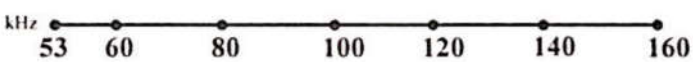
Theo đề bài ta có P(t) = 65 .

Vậy ta có phương trình

$$100.(0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65 \Leftrightarrow (0,5)^{\frac{t}{5750}} = \frac{65}{100} \Leftrightarrow \frac{t}{5750} = \log_{0,5}\frac{65}{100} \Leftrightarrow t = 5750.\log_{0,5}\frac{65}{100}$$

Vậy tuổi của công trình kiến trúc đó là khoảng 3.574 năm.

Bài toán 9: Trên mỗi chiếc radio đều có các vạch chia để người sử dụng dễ dàng chọn đúng sóng radio cần tìm. Biết rằng vạch chia ở vị trí cách vạch tận cùng bên trái một khoảng d(cm) thì ứng với tần số $F = ka^d\,(kHz)$, trong đó k và a là hai hằng số được chọn sao cho vạch tận cùng bên trái ứng với tần số 53kHz, vạch tận cùng bến phải ứng với tần số 160kHz và hai vạch này cách nhau 12cm



① Tính k và a (tính a chính xác đến hàng phần nghìn)

② Tìm d(cm)biết rằng vạch đó là chương trình ca nhạc có tần số là F = 120kHz.

Phân tích bài toán

- Đây là một bài toán có ý nghĩa về mặt thiết kế tính toán các thiết bị điện tử, cụ thể thiết kế vạch chia tần số để dễ dàng dò các chương trình cần nghe. Các nhà thiết kế phải tính toán phân chia và thiết kế các vạch chia tần số cho hợp lí, để người tiêu dùng dễ sử dụng.
- Để tìm các hằng số k và a, ta áp dụng công thức đề bài cho $F = ka^d\left(kHz\right)$ biết khi d = 0 thì F = 53 và khi d = 12 thi F = 160, từ đó sử dụng kiến thức về giải phương trình mũ và hệ phương trình các em tìm k và a dễ dàng. Các em coi lời giải ở dưới nhé.

Lời giải:

① Khi d = 0 thì F = 53 và khi d = 12 thì F = 160,ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 53 = ka^0 \\ 160 = ka^{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 53 \\ a^{12} = \dfrac{160}{53} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 53 \\ a = \sqrt[12]{\dfrac{160}{53}} \approx 1,096 \end{cases}$$

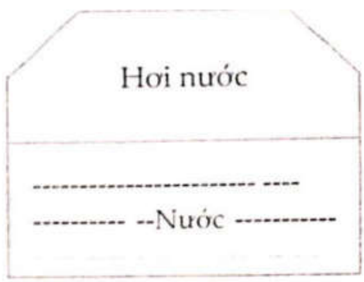
Vậy k = 53, a = 1,096

② Chương trình ca nhạc có tần số là F = 120kHz, vậy ta có phương trình:

$$120 = ka^d \Leftrightarrow a^d = \frac{120}{k} \Leftrightarrow d = \log_a \frac{120}{k} \Leftrightarrow d = \log_{1,096} \frac{120}{53} = 8,91\left(cm\right)$$

Vậy muốn mở tới ngay chương trình ca nhạc, ta chỉnh đến vạch chia cách vạch ban đầu một khoảng 8,91 cm.

Bài toán 10: Khoảng 200 năm trước, hai nhà khoa học Pháp là Clô - zi - ut (R. Clausius) và Clay - pay - rông (E. Claypeyron) đã thấy rằng áp suất p của hơi nước (tính bằng milimét thủy ngân, viết tắt là mmHg) gây ra khi nó chiếm khoảng trống phía trên của mặt nước chứa trong một bình kín (coi hình vẽ bên dưới) được tính theo công thức $p = a.10^{\frac{k}{t+237}}$



Trong đó t là nhiệt độ C của nước, a và k là những hằng số. Cho biết k ≈-2258,624

① Tính a biết rằng khi nhiệt độ của nước là 100°c thì áp suất của hơi nước là 760 mmHg (tính chính xác đến hàng phần chục)

② Tính áp suất của hơi nước khi nhiệt độ của nước từ 40°C. (tính chính xác đến hàng phần chục)

Phân tích bài toán:

- Đây là một bài toán có ý nghĩa về.mặt thiết kế tính toán các bình kín đựng nước, nước ngọt, các loại dụng dịch lỏng...Qua bài toán này giúp ta tính toán được áp suất p của hơi nước gây ra khi nó chiếm khoảng trống phía trên của mặt nước chứa trong một bình kín, từ đó có những thiết kế vỏ chai, vỏ bình đựng cho hợp lí để không bị bể …

- Để tìm các hằng số a, ta áp dụng công thức đề bài cho $p = a.10^{\frac{k\approx}{t+237}}$ biết khi t = 100°C thì p = 760, từ đó sử dụng kiến thức về giải phương trình a dễ dàng. Các em coi lời giải ở dưới nhé.

<u>Lời giải:</u>

① Khi t = 100°C thì p = 760. Do đó ta có phương trình (ẩn a)

$$760 = a.10^{\frac{-2258,624}{373}} \Leftrightarrow a \approx 863188841,4$$

② Áp suất của hơi nước khi nhiệt độ của nước ở 40°Clà:

$$p = 863188841,4.10^{\frac{-2258,624}{40+237}} \Rightarrow p \approx 52,5mmHg$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I. ĐỀ BÀI

Câu 1. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao nhiêu quý thì người đó có được ít nhất 20 triệu?

A. 15 quý. **B.** 16 quý. **C.** 17 quý. **D.** 18 quý.

Câu 2. Sau nhiêu năm làm việc anh Nam tiết kiệm được P đồng, dự định số tiền đó để mua một căn nhà. Nhưng hiện nay với số tiền đó thì anh ta chưa thể mua được ngôi nhà vì giá trị ngôi nhà mà anh ta muốn mua là 2P đồng. Vì vậy anh Nam gửi tiết kiệm số tiền này vào ngân hàng X. Theo bạn sau bao nhiêu năm anh Nam mới có thể sở hữu được ngôi nhà đó. Biết rằng lãi suất gửi tiết kiệm là 8,4% một năm, lãi hàng năm được nhập vào vốn và giá của ngôi nhà đó không thay đổi trong 12 năm tới. (Két quà làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 9 năm. **B.** 10 năm. **C.** 8 năm. **D.** 11 năm.

Câu 3. Một người gửi tiết kiệm theo ngân hàng một số tiền là 500 triệu đồng, có kì hạn 3 tháng (sau 3 tháng mới được rút tiền), lãi suất 5,2% một năm, lãi nhập gốc (sau 3 tháng người đó không rút tiền ra thì tiền lãi sẽ nhập vào gốc ban đầu). Để có số tiền ít nhất là 561 triệu đồng thì người đó phải gửi bao nhiêu tháng ? (Kết quả làm tròn hàng đơn vị)

A. 25 tháng. **B.** 27 tháng. **C.** 26 tháng. **D.** 28 tháng.

Câu 4. Một học sinh 16 tuối được hưởng tài sản thừa kế 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong một ngân hàng với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh này chỉ nhận được số tiền này khi đã đủ 18 tuổi. Biết rằng khi đủ 18 tuổi, số tiền mà học sinh này được nhận sẽ là 228 980 000 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn 1 năm của ngân hàng này là bao nhiêu?

A. 6% / năm. **B.** 5% / năm. **C.** 7% / năm. **D.** 8% / năm.

Câu 5. Lãi suất của tiền gửi tiết kiệm của một ngân hàng thời gian qua liên tục thay đổi. Bạn Hùng gửi số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% tháng. Chưa đầy một năm, thì lãi suất tăng lên 1,15% tháng trong nửa năm tiếp theo và bạn Hùng tiếp tục gửi. Sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9% tháng. Bạn Hùng tiếp tục gửi: thêm một số tháng tròn nữa. Biết rằng khi rút ra số tiền bạn Hùng nhận được cả vốn lẫn lãi là 5747478,359 đồng (chưa làm tròn). Hỏi bạn Hùng đã gửi tiết kiệm trong bao nhiêu tháng ? (Trong suốt quá trình gửi thì lãi nhập gốc)

A. 15 tháng. **B.** 16 tháng. **C.** 14 tháng. **D.** 19 tháng.

Đề bài dùng cho câu 6, câu 7: (Trích đề thi HSG tỉnh Đắk nông năm 2009)

Bố Hùng để dành cho Hùng 11.000 USD để học đại học trong ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,73% một tháng. Mỗi tháng Hùng đến rút 60 USD để sinh sống.

Câu 6. Hỏi sau một năm số tiền còn lại là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 1254USD. **B.** 1259USD. **C.** 1257USD. **D.** 1256USD.

Câu 7. Nếu mỗi tháng rút 200 USĐ thì sau bao lâu sẽ hết tiền? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 65 tháng. **B.** 81 tháng. **C.** 71 tháng. **D.** 75 tháng.

Câu 8. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của In - đô - nê - xia - a là 1,5%. Năm 1998, dân số của nước này là 212.942.000 người. Hỏi dân số của In - đô - nê - xia - a vào năm 2006 gần với số nào sau đây nhất?

A. 240.091.000. **B.** 250.091.000. **C.** 230.091.000. **D.** 220.091.000.

Câu 9. Biết rằng tỉ lệ giảm đân hàng năm của Nga là 0,5%. Năm 1998, dân số của Nga là 146.861.000 người. Hỏi năm 2008 dân số của Nga gần với số nào sau đây nhất?

A. 135.699.000. **B.** 139.699.000. **C.** 140.699.000. **D.** 145.699.000.

Câu 10. Biết rằng tỉ lệ giảm dần hàng năm của I - ta - li -a là 0,1%. Năm 1998, dân số của Nga là 56.783.000 người. Hoi năm 2020 dân số của nước này gần với số nào sau đây nhất?

A. 56.547.000. **B.** 55.547.000. **C.** 54.547.000. **D.** 53.547.000.

Câu 11. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Nhật là 0,2%. Năm 1998, dân số của Nhật là 125932000. Vào năm nào dân số của Nhật sẽ là 140000000? (Kết quà làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 2061. **B.** 2055. **C.** 2051. **D.** 2045.

Câu 12. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Ấn độ là 1,7%. Năm 1998, dân số của Ấn độ là 984 triệu. Hỏi sau bao nhiêu năm dân số của Ấn độ sẽ đạt 1,5 tỉ ? (Kết quả là tròn đến hàng đơn vị)

A. 15. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 29.

Câu 13. Nếu cường độ âm tăng lên 1000 lần thì độ to của âm thay đổi như thế nào?

A. Tăng 10 dB. **B.** Tăng 3 lần. **C.** Giảm 30dB. **D.** Tăng 30 dB.

Câu 14. Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức P giảm theo công thức $P = P_0e^{xi}$ trong đó P_0 = 760mmHg là áp suất ở mực nước biến (x = 0), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 672,7mmHg. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3000m gân với số nào sau đây nhất?

A. 530,23mmHg. **B.** 540,23mmHg. **C.** 520,23mmHg. **D.** 510,23 mmHg.

Câu 15. Một khu rừng có trữ lượng gỗ 4.10^5 mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm, khu rừng đó sẽ có bao nhiêu mét khối gỗ?

A. 545.470 **B.** 488.561 **C.** 465.470 **D.** 535.470

Câu 16. Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công thức: $m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ trong đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm t = 0), m(t) là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t, T là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Cho biết chu kì bán rã của một chất phóng xạ là 24 giờ (1 ngày đêm). Hỏi 250 gam chất đó sẽ còn lại bao nhiêu sau 3,5 ngày đêm? (Kết quả làm tròn đến 3 chữ số thập phân sau dấu phẩy)

A. 22,097 (gam). **B.** 23,097 (gam). **C.** 20,097 (gam). **D.** 24,097 (gam)

Câu 17. Năm 1994, tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí là $\frac{358}{10^6}$. Biết rằng tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí tăng 0,4% hàng năm. Hỏi năm 2004, tỉ lệ khí CO_2, trong không khí gần với số nào sau đây nhất?

A. 393.10^{-6} **B.** 379.10^{-6} **C.** 373.10^{-6} **D.** 354.10^{-6}

Câu 18. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng (r > 0), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưòng t gần với kết quả nào sau đây nhất.

A. 3 giờ 9 phút. **B.** 3 giờ 2 phút. **C.** 3 giờ 16 phút. **D.** 3 giờ 30 phút.

Câu 19. Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức M = log A - log A_0, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ gần với số nào sau đây nhất là:

A. 7,9. **B.** 8,6 **C.** 8,5 **D.** 8,9

Câu 20. Biểu đồ bên cho thấy kết quả thống kê sự tăng trưởng về số lượng của một đàn vi khuẩn: cứ sau 12 tiếng thì số lượng của một đàn vi khuẩn tăng lên gấp 2 lần. Số lượng vi khuẩn ban đầu của đàn là 250 con. Công thức nào dưới đây thể hiện sự tăng trường về số lượng của đàn vi khuẩn N tại thời điểm t?

A. $N = 500.t^{12}$ **B.** $N = 250.2^{t}$ **C.** $N = 250.2^{\frac{t}{2}}$ **D.** $N = 250.2^{2t}$

Câu 21. Thang đo Richter được Charles Brands Richter đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị là độ Richter. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_0$, với M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa đo được bằng địa chấn kế và A_0 là một biên độ chuẩn, (nguồn: Trung tâm tư liệu khí tượng thủy văn). Hỏi theo thang độ Richter, với cùng một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một trận động đất 7 độ Richter sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richter?

A. 2. **B.** 20. **C.** 105. **D.** 100.

Câu 22. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (1 quí), lãi suất 6% một quí theo hình thức lãi kép (lãi cộng với vốn). Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau 1 năm tính từ lần gửi đầu tiền người đó nhận số tiền gần với kết quả nào nhất?

A. 239 triệu đồng. **B.** 230 triệu đồng. **C.** 243 triệu đồng. **D.** 236 triệu đồng.

Câu 23. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là 1,07%. Năm 2016, dân số của Việt Nam là 93.422.000 người. Hỏi với tỷ lệ tăng dân số như vậy thì năm 2026 dân số Việt Nam gần với kết quả nào nhất?

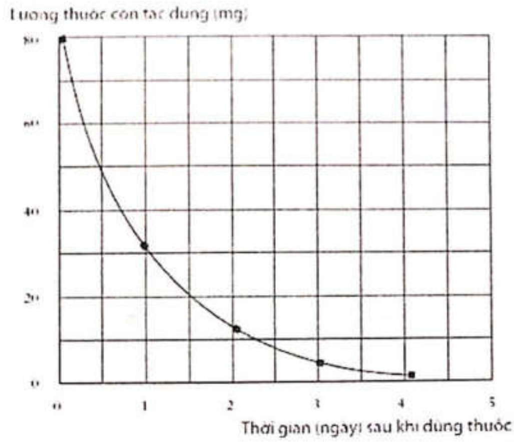
A. 115 triệu người. **B.** 118 triệu người **C.** 122 triệu người. **D.** 120 triệu người.

Câu 24. Theo thể thức lãi kép, nghĩa là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp. Nêu một người gửi số tiền A với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cà vốn lẫn lãi là $C = A(1 + r)^N$ (triệu đồng). Nếu bạn gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý thì sau 3 năm (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), bạn sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi gần với giá trị nào nhất sau đây(già sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi) ?

A. 54,34 triệu đồng. **B.** 54,12 triệu đồng, **C.** 25,65 triệu đồng. **D.** 25,44 triệu đồng.

Đề bài dùng chung cho câu 25, câu 26

Peter dùng 80 mg thuốc để điều chỉnh huyết áp của mình. Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số mũ có đạng $y = 80.r^x$ (với x thời gian (ngày) sau khi tiêm thuốc, r tỉ lệ về lượng thuốc của ngày hôm trước còn lại họat động trong máu của Peter, y lượng thuốc còn tác dụng sau x ngày tiêm thuốc), chỉ số lượng thuốc đầu tiên và số lượng thuốc còn lại hoạt động trong máu của Peter sau một, hai, ba và bốn ngày.



Hình minh họa: Lượng thuốc còn theo ngày

Câu 25. Lượng thuốc còn lại là bao nhiêu vào cuối ngày thứ nhất?

A. 6mg **B.** 12 mg **C.** 26mg **D.** 32mg

Câu 26. Tính tỉ lệ về lượng thuốc của ngày hôm trước còn lại hoạt động trong máu của Peter.

A. 40% **B.** 80% **C.** 30% **D.** 10%

Câu 27. Năng lượng giải tòa E của một trận động đất tại tâm địa chấn ở M độ Richte được xác định bời công thức: $\log\left(E\right) = 11,4 + 1,5M$. Vào năm 1995, Thành phố X xảy ra một trận động đất 8 độ Richte và năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn của nó gấp 14 lần trận động đất ra tại thành phố Y vào năm 1997. Hỏi khi đó độ lớn của trận động đất tại thành phố Y là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

A. 7,2 độ Richte **B.** 7,8 độ Richte. **C.** 8,3 độ Richte. **D.** 6,8 độ Richte.

Câu 28. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi đơn, kì hạn 3 tháng với lãi suất 3% một quý. Hỏi người đó phải gửi trong ngân hàng ít nhất bao lâu, số tiền thu về hơn gấp hai số tiền vốn ban đầu?

A. 102 tháng. **B.** 103 tháng. **C.** 100 tháng. **D.** 101 tháng.

Câu 29. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu?

A. Sau khoảng 4 năm 3 tháng. **B.** Sau khoảng 4 năm 6 tháng,

C. Sau khoảng 4 năm 2 tháng. **D.** Sau khoảng 4 năm 9 tháng.

Câu 30. Một sinh viên được gia đinh gửi tiết kiệm số tiền vào ngân hàng với số tiền là 20 triệu đồng theo mức kì hạn 1 tháng với lãi suất tiết kiệm là 0,4%/tháng. Nếu mỗi tháng anh sinh viện rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng tính lãi thì hàng tháng anh ta rút ra bao nhiêu tiền để sau 5 năm, số tiền vừa hết?

A. 573.594,84 đồng. **B.** 357.549,84 đồng,

C. 537.594,84 đồng. **D.** 375.594,84 đồng.

Câu 31. Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất thu trước đó. Cho biết số tiền cà gốc và lãi được tính theo công thúc T = A(1 + r)", trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền.

A. $\approx$176.676 triệu đồng.
B. $\approx$52 178,676 triệu đồng.
C. $\approx$ 177.676 triệu đồng.
D. $\approx$52 179,676 triệu đồng.

Câu 32. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, s là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm), cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

A. 2022. **B.** 2026. **C.** 2020. **D.** 2025.

Câu 33. Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20 một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu trận động đất này.

A. 1,17. **B.** 2,2. **C.** 15,8. **D.** 4.

Câu 34. Nam định mua một chiếc xe máy theo phương thức trả góp. Theo phương thức này sau một tháng kể từ khi nhận xe phải trả đều đặn mỗi tháng một lượng tiền nhất định nào đó, liên tiếp trong vòng 24 tháng. Giả sử giá xe máy thời điểm Nam mua là 16 triệu (đồng) và già sử lãi suất công ty tài chính cho vay tiền là 1% một tháng trên số tiền chưa trả. Với mức phải trả hàng tháng gần với kết quà nào sau đây nhất thì việc mua trả góp là chấp nhận được?

A. 755 ngàn mỗi tháng.
B. 751 ngàn mỗi tháng,
C. 826 ngàn mỗi tháng.
D. 861 ngàn mỗi tháng.

Câu 35. Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức: $m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm t = 0); T là chu kì bán rả (tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cabon và xác đinh được nó đã mất khoảng 25% lượng Cabon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi là bao nhiêu?

A. 2300 năm. **B.** 2378 năm. **C.** 2387 năm. **D.** 2400 năm.

Câu 36. Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trưng bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), t \geq 0$ (đon vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì nhóm học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%?

A. 24.79 tháng. **B.** 23 tháng. **C.** 24 tháng. **D.** 22 tháng.

Câu 37. Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau x quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là $P(x)=\dfrac{100}{1+49e^{0,015x}}, x\ge 0$. Hãy tính số quảng cáo được phát tối thiểu để số người mua đạt hơn 75%.

A. 323. **B.** 343. **C.** 330. **D.** 333.

Câu 38. Một người gửi tiết kiệm số tiền 100.000.000 VNĐ vào ngân hàng với lãi suất 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau 15 năm, số tiền người ấy nhận về là bao nhiêu? (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)

A. 117.217.000 VNĐ. **B.** 417.217.000 VNĐ.

C. 317.217.000 VNĐ. **D.** 217.217.000 VNĐ.

Câu 39. Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 5% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu. Sau n năm ($n\in N^*$), nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi, người đó nhận được

A. $100.(1,05)^{n-1}$ triệu đồng. **B.** $100.(1,05)^{2n}$ triệu đồng.

C. $100.(1.05)^{n}$ triệu đồng. **D.** $100.(1,05)^{n+1}$ triệu đồng.

Câu 40. Bà A gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kì hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp) với lãi suất 7% một năm. Hỏi sau 2 năm bà A thu được lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất không thay đổi)?

A. 15 (triệu đồng). **B.** 14,49 (triệu đồng),

C. 20 (triệu đồng). **D.** 14,50 (triệu đồng).

Câu 41. Một người gửi 6 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất 7,56% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm người gửi sẽ có ít nhất 12 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu? (giả sử lãi suất không thay đổi)

A. 10 năm. **B.** 9 năm. **C.** 8 năm. **D.** 15 năm.

Câu 42. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 7,56% một năm. Giả sử lãi suất không thay đối, hỏi số tiền người đó thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 5 năm là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

A. 22,59 triệu đồng. **B.** 20,59 triệu đồng,

C. 19,59 triệu đồng. **D.** 21,59 triệu đồng.

Câu 43. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1%/tháng. Gửi được hai năm 3 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó rút được là:

A. $100.\left[(1,01)^{26}-1\right]$ (triệu đồng). **B.** $101.\left[(1,01)^{27}-1\right]$ (triệu đồng).

C. $100.\left[(1,01)^{27}-1\right]$ (triệuđồng). **D.** $101.\left[(1,01)^{26}-1\right]$ (triệu đồng).

Câu 44. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1%/tháng. Gửi được hai năm 6 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó rút được là:

A. $101.\left[\left(1,01\right)^{30}-1\right]$ (triệu đồng). **B.** $101.\left[\left(1,01\right)^{29}-1\right]$(triệu đồng).

C. $100.\left[\left(1,01\right)^{30}-1\right]$ (triệu đồng). **D.** $100.\left[\left(1,01\right)^{30}-1\right]$ (triệu đồng).

Câu 45. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1%/tháng. Gửi được hai năm 4 tháng người đó có công việc nen đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó rút được là:

A. 100.[(1.01)^{27} -1](triệu đồng). **B.** 101.[(1,01)^{27} -1] (triệu đồng),

C. 100.[(1,01)^{28} -1] (triệu đồng). **D.** 101.[1,01)^{28} -1] (triệu đồng).

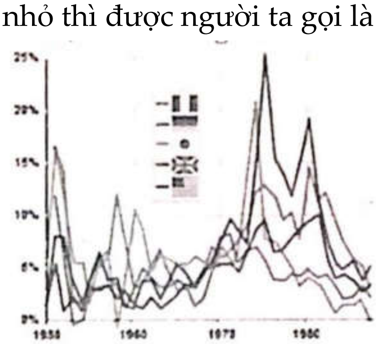
Câu 46. Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng có kì hạn là quý, theo hình thức lãi kép với lãi suất 2% một quý. Hỏi sau 2 năm người đó lấy lại được tổng là bao nhiêu tiền?

A. 171 triệu. **B.** 117,1 triệu. **C.** 160 triệu. **D.** 116 triệu.

Câu 47. Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $f\left(t\right)=A.e^{rt}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng (r > 0), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sao bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần.

A. 5ln20 (giờ) **B.** 5ln10 (giờ) **C.** 101og510 (giờ) **D.** log520 (giờ)

Câu 48. Trong kinh tế vĩ mô (macroeconomics), lạm phát là sự tăng mức giá chung của hàng hóa và dịch vụ theo thời gian và sự mất giá trị của một loại tiền tệ. Khi so sánh với các nước khác thì lạm phát là sự giảm giá trị tiền tệ của một quốc gia này so với các loại tiền tệ của quốc gia khác. Theo nghĩa đầu tiền thì người ta hiểu lạm phát của một loại tiền tệ tác động đến phạm vi nền kinh tế một quốc gia, còn theo nghĩa thứ hai thì người ta hiểu lạm phát của một loại tiền tệ tác động đến phạm vi nền kinh tế sử dụng loại tiền tệ đó. Phạm vi ảnh hưởng của hai thành phần này vẫn là một vấn đề gây tranh cãi giữa các nhà kinh tế học vĩ mô. Ngược lại với lạm phát là giảm phát. Một chỉ số lạm phát bằng 0 hay một chỉ số dương nhỏ thì được người ta gọi là sự "ổn định giá cả".



Hình minh họa: Tỷ lệ lạm phát của 5 thành viên chính của G8 từ 1950 tới 1994

(Theo https://vi.wikipedia.org/wiki/L%E1%BA%A1m ph%C3%Alt)

Giả sử tỉ lệ lạm phát cua Trung Quốc trong năm 2016 dự báo vào khoảng là 2,5 % và tỉ lệ này không thay đối trong 10 năm tiếp theo. Hỏi nếu năm 2016, giá xăng là 10.000

NDT/ lít thì năm 2025 giá tiền xăng là bao nhiêu tiền một lít? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 12488 NDT/ lít. **B.** 12480 NDT/ lít.

C. 12490 NDT/lít. **D.** 12489 NDT/lít.

Câu 49. Ông B đến siêu thị điện máy để mua một cái laptop với giá 15,5 triệu đồng theo hình thức trả góp với lãi suất 2,5% một tháng. Để mua trả góp ông B phải trả trước 30% số tiền, số tiền còn lại ông sẽ trả dần trong thời gian 6 tháng kể từ ngày mua, mỗi lần trả cách nhau 1 tháng. Số tiền mỗi tháng ông B phải trả là như nhau và tiền lãi được tính theo nợ gốc còn lại ở cuối mỗi tháng. Hỏi, nếu ông B mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền phải trả nhiều hơn so với giá niêm yết là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không đổi trong thời gian ông B hoàn nợ và hàng tháng ông B đều trả tiền đúng hạn. (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng chục nghìn)

A. 1.628.000 đồng. **B.** 1.628.000 đồng,

C. 1.628.000 đồng. **D.** 1.628.000 đồng.

Câu 50. Anh An vay ngân hàng 300 triệu đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh An trả 5,5 triệu đồng (trừ tháng cuối) và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao nhiêu lâu anh An trả hết số tiền trên? Biết rằng số tiền tháng cuối anh An trả phải nhỏ hơn 5,5 triệu đồng.

A. 64 tháng. **B.** 63 tháng. **C.** 54 tháng. **D.** 55 tháng.

II. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1D	2A	3B	4C	5A	6A	7C	8A	9B	10B
11C	12B	13D	14A	15B	16A	17C	18A	19B	20D
21D	22A	23A	24B	25D	26A	27A	28A	29B	30D
31A	32B	33C	34A	35B	36A	37D	38C	39C	40B
41A	42D	43B	44A	45A	46B	47C	48D	49D	50A

Câu 1. **Chọn D.**

Áp dụng công thức (2): $P_n = P_0\left(1+r\right)^n$

Với $P_0 = 15$, $P_n = 20$, r = 1,65%. Tính n

Theo yêu cầu bài toán, ta có:

$$P_n \ge 20 \Leftrightarrow 15\left(1+1,65\%\right)^n \ge 20 \Leftrightarrow n \ge \log_{1,0165}\left(\frac{20}{15}\right) \approx 17,5787 \Rightarrow n = 18$$

Câu 2. **Chọn A.**

Áp dụng công thức (2) tính số tiền lĩnh sau n năm gởi tiết kiệm với lãi suất như trên là

$$P_n = P_0\left(1+0,084\right)^n = P\left(1,084\right)^n$$

Theo yêu cầu bài toán đặt ra, ta có:

$$P_n = 2P \Leftrightarrow P\left(1,084\right)^n = 2P \Leftrightarrow \left(1,084\right)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,084} 2 \approx 8,59 \Rightarrow n = 9$$

Câu 3. **Chọn B.**

Áp dụng công thức (2) $P_n = P_0\left(1+r\right)^n$

Với $P_0 = 500$, $P_n = 561$, r = $\frac{5,2\%}{4}$ = 1,3% một quý. Tính n

Theo yêu cầu bài toán ta có:

$$P_n = 561 \Leftrightarrow 500\left(1,013\right)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,013}\left(\frac{561}{500}\right) \approx 8,9122 \Rightarrow n = 9$$

Do đó cần gửi 3.9 = 27 tháng

Câu 4. **Chọn C.**

Áp dụng công thức (2) $P_n = P_0\left(1+r\right)^n$

Với P0 = 200000000, P2 = 228980000, r = n = 2. Tính r

Khi đó: $P_2 = 228.980.000 \Leftrightarrow 200.000.000\left(1+r\right)^2 = 228.980.000 \Leftrightarrow \left(1+r\right)^2 = 1,1499$

$$\Rightarrow r = \sqrt{1,1499} - 1 = 0,07 = 7\%$$

Câu 5. **Chọn A.**

Gọi n là số tháng gửi với lãi suất 0,7% tháng và m là số tháng gửi với lãi suất 0,9% tháng. Khi đó, số tiền gửi cả vốn lẫn lãi là:

$$5.000.000\left(1+0,07\right)^n.\left(1+0,115\right)^6.\left(1+0,09\right)^m = 5747\,478,359$$

Do $n \in \mathbb{N}, n \in \left[1;12\right]$ nên ta thử lần lượt các giá trị là 2, 3, 4, 5, … đến khi tìm được $m \in \mathbb{N}$

Sử dụng MTCT ta tìm được $n=5 \Rightarrow m=4$. Do đó số tháng bạn Hùng đã gửi là 15.

Câu 6. **Chọn A.**

Áp dụng công thức (4): $P_n = a(1+r)^n - x\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$, (4)

Với a = 11000 USD, x = 60 USD, r = 0,73%, P_{n+1} = ?

Số tiền trong ngân hàng sau 1 năm (12 tháng) là

$$11000(1+0,73\%)^{12} - 60\frac{\left[(1+0,73\%)^{12} - 1\right]}{0,73\%} \approx 11254USD$$

Số tiền còn lại sau 1 năm là: 11.254USD

Câu 7. **Chọn C.**

Áp dụng công thức (4): $P_n = a(1+r)^n - x\dfrac{(1+r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow P_n = \dfrac{ar(1+r)^n - x\left[(1+r)^n - 1\right]}{r}$

Hết tiền trong ngân hàng suy ra $P_n = 0$

$$\Rightarrow \frac{11.000 \times 0,73\%(1+0,73\%)^n - 60\left[(1+0,73\%)^n - 1\right]}{0,73\%} = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln\left(\dfrac{-200}{11.000 \times 0,0073 - 200}\right)}{\ln(1,0073)} \approx 71$$

Vậy sau 71 tháng Hùng sẽ hết tiền trong ngân hàng.

Câu 8. **Chọn A.**

Áp dụng công thức $P_n = P_0.e^{n.r}$

Với $P_0 = 212.942.000, r = 1,5\%, n = 2006 - 1998 = 8$

Ta có $P_8 = 212.942.000e^{1,5\% \times 5} \approx 240091434,6$

Câu 9. **Chọn B.**

Áp dụng công thức $P_n = P_0.e^{n.r}$

Với $P_0 = 146861000, r = -0,5\%, n = 2008 - 1998 = 10$

Ta có $P_{19} = 146861000e^{-0,5\% \times 10} \approx 139527283,2$

Câu 10. **Chọn B.**

Áp dụng công thức $P_n = P_0.e^{n.r}$

Với P_0 = 56783000, r = -0,1%, n = 2020 -1998 = 22

Ta có $P_8 = 56783000e^{-0,1\% \times 22} \approx 55547415,27$

Câu 11. **Chọn C.**

Áp dụng công thức $P_n = P_0.e^{n.r}$

Với P_0 = 125932000, r = 0,2%, P_n = 140000000. Tính n?

Ta có $P_n = 125932000e^{0,2\% \times n} = 14000000 \Leftrightarrow 0,2\%.n = \ln\dfrac{140000000}{125932000} \Rightarrow n \approx 52,95$

Câu 12. **Chọn B.**

Áp dụng công thức $P_n = P_0 e^{n.r}$

Với $P_0 = 984.10^6, r = 0 = 1,7\%, P_n = 1500.10^6$. Tính n?

Ta có $P_n = 984.10^6 e^{01,7\% \times n} = 1500.10^6 \Leftrightarrow 1,7\%.n = \ln\frac{1500}{984} \Rightarrow n \approx 24,80$

Câu 13. Chọn D.

Ta có $\frac{I}{I_0} = 1000 = 10^3 \Rightarrow \log\frac{I}{I_0} = 3 \Rightarrow L(dB) = 10\log\frac{I}{I_0} = 30dB$

Câu 14. Chọn A.

Áp dụng công thức $P = P_0 e^{n.i}$

Ở độ cao 1000m ta có : P_0 =760 mmHg, n = 1000m, P = 672,71mmHg, từ giả thiết này ta tìm được hệ số suy giảm i.

Ta có $672,71 = 760e^{1000 \times i} \Leftrightarrow 1000i = \ln\frac{672,71}{760} \Leftrightarrow i \approx -0,00012$

Khi đó ở độ cao 3000m, áp suất của không khí là:

$P = 760e^{-0,00012 \times 3000} \approx 530,2340078$

Câu 15. Chọn B.

Áp dụng công thức $P_n = P_0.e^{n.r}$

Với $P_0 = 4.10^5$, r = 4%, n = 5

Ta có $P_8 = 4.10^5 e^{4\% x 5} \approx 488561$

Câu 16. Chọn A.

Áp dụng công thức $m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

Với m_0 = 250, T = 24 giờ = 1 ngày đêm, t = 3,5 ngày đêm.

Ta có $m(3,5) = 250\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3,5}{1}} \approx 22,097\ gam$

Câu 17. Chọn C.

Áp dụng công thức $P_n = P_0.e^{n.r}$

Với $P_0 = \frac{358}{10^6}, r = 0,4\%, n = 2004 - 1994 = 10$

Ta có $P_{10} = \frac{358}{10^6} e^{0,4\% \times 10} \approx 372,6102572.10^{-6}$

Câu 18. Chọn A.

Trước tiên, ta tìm tỉ lệ tăng trưởng mỗi giờ của loài vi khuẩn này. Từ giả thiết

$300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5} \approx 0,2197$

Tức là tỉ lệ tăng trưởng của loại vi khuẩn này là 21,97% mỗi giờ.

Từ 100 con, để có 200 con thì thời gian cần thiết là bao nhiêu? Từ công thức $200 = 100e^{r.t} \Leftrightarrow e^{r.t} = 2 \Leftrightarrow rt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \dfrac{\ln 2}{r} \Leftrightarrow t = \dfrac{\ln 2}{\dfrac{\ln 3}{5}} \approx 3{,}15$ (giờ) = 3 giờ 9 phút

Câu 19. Chọn B.

- Trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richte khi đó áp dụng công thức $M_1 = \log A - \log A_0 \Rightarrow 8 = \log A - \log A_0$ với
- Trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ là: 4A, khi đó cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

$M_2 = \log(4A) - \log A_0 \Leftrightarrow M_2 = \log 4 + \log A - \log A_0 \Rightarrow M_2 = \log 4 + 8 \approx 8{,}6$ độ Richte

Câu 20. Chọn D.

Cách 1: Từ giả thiết và quan sát đồ thị ta có bảng sau

Thời điểm t (ngày)	Số lượng của đàn vi khuẩn
0	250
$\frac{1}{2}$	$500 = 250.2^{2\frac{1}{2}}$
1	$100250.4 = 250.2^{2.1}$
$\frac{3}{2}$	$2000 = 250.8 = 250.2^{2\frac{3}{2}}$

Từ đó ta thấy được công thức thể hiện sự tăng trưởng về số lượng của đàn vi khuẩn N tại thời điểm t có dạng: $N = 250.2^{2t}$.

Cách 2:

Từ đồ thị ta thấy sau thời gian t = 0,5 ngày số lượng của đàn vi khuẩn là: 500 con.

Từ đồ thị ta thấy sau thời gian t = 1 ngày số lượng của đàn vi khuẩn là: 1000 con.

Từ đó thay t = 1, t =0,5 lần lượt vào các công thức ở các đáp án A, B, C, D thì ta thấy chỉ có công thức ở đáp án D thoả mãn, từ đó suy ra chọn đáp án D.

Câu 21. Chọn D.

Trận động đất 7 độ Richte : Áp dụng công thức trên ta có:

$M_1 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow 7 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow \log A_1 = 7 + \log A_0 \Rightarrow A_1 = 10^{7+\log A_0}$

Trận động đất 5 độ Richte : Áp dụng công thức trên ta có:

$M_2 = \log A_2 - \log A_0 \Rightarrow 5 = \log A_2 - \log A_0 \Rightarrow \log A_2 = 5 + \log A_0 \Rightarrow A_2 = 10^{5+\log A_0}$

Khi đó ta có: $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{10^{7+\log A_1}}{10^{7+\log A_2}} = 10^2 = 100 \Rightarrow A_1 = 100A_2$. Chọn đáp án D.

Câu 22. Chọn A.

Áp dụng công thức (2) $P_n = P_0(1+r)^n$

Giai đoạn 1: Gửi 100 triệu : Áp dụng công thức trên với $P_0 = 100$, r = 6% = 0.06; n = 4.

Số tiền thu được sau 1 năm là: P = 100(1 x 0.06)^4 triệu đồng.

Giai đoạn 2: Sau đúng 6 tháng gửi thêm 100 triệu:

Áp dụng công thức trên với $P_0 = 100$, r = 6% = 0.06; n = 2.

Số tiền thu được sau 2 quí cuối năm là: $P_2 = 100(1 + 0.06)^2$ triệu đồng.

Vậy tổng số tiền người đó thu được sau một năm là: $P = P_4 + P_0 = 238,307696$ triệu đồng

Câu 23. **Chọn A.**

Áp dụng công thức $P_n = P_0.e^{n.r}$

Với $P_0 = 93422000$, r = 1,07%, n = 2026 - 2016 = 10

Ta có dân số của Việt Nam đến năm 2026 là: $P_{10} = 93422000e^{10\times 1,07\%} = 103972543,9$

Câu 24. **Chọn B.**

Áp dụng công thức $C = A\,(1 + r)^N$ với A = 20, r = 8,65%, n = 3 năm = 12 quí.

Vậy số tiền thu được sau 3 năm là: $C = 20\,(1 + 8,65\%)^{12} = 54,12361094$ triệu đồng.

Câu 25. **Chọn D.**

Dựa vào đồ thị, ta thấy cuối ngày thứ nhất lượng thuốc còn lại phải lớn hơn 30mg. Vậy thấy đáp án D thỏa mãn.

Câu 26. **Chọn A.**

Theo câu 25 sau thời gian t = 1 ngày lượng thuốc còn hại là 32mg. Áp dụng công thức $y = 80r^t \Rightarrow 32 = 80r \Rightarrow r = 0,4 = 40\%$

Câu 27. **Chọn A.**

Ta có năng luợng giải tỏa của trận động đất ở thành phố X tại tâm địa chấn là: $\log E_1 = 11,4 + 1,5M_1 \Leftrightarrow \log E_1 = 11,4 + 1,5.8 \Leftrightarrow E_1 = 10^{23,4}$

Khi đó theo giả thiết năng lượng giải tỏa của trận động đất ở thành phố Y tại tâm địa chấn là: $E_2 = \dfrac{E_1}{14} \Leftrightarrow E_2 = \dfrac{10^{23,4}}{14}$

Gọi M_2 độ lớn của trận động đất tại thành phố Y, áp dụng công thức

log(E) = 11,4 + 1,5M ta được phương trình sau:

$$\log\left(E_2\right) = 11,4 + 1,5M_2 \Leftrightarrow \log\left(\frac{10^{23,4}}{14}\right) = 11,4 + 1,5M_2 \Leftrightarrow M_2 \approx 7,2 \text{ độ Richte}$$

Câu 28. **Chọn A.**

Áp dụng công thức lãi đơn ta có: $P_n = P_0(1 + nr)$, số tiền thu về hơn gấp hai lần số vốn ban đầu ta có: $P_n > 2P_0 \Leftrightarrow P_0\left(1 + n.3\%\right) > 2P_0 \Leftrightarrow n > \dfrac{100}{3}$ quý = 100 tháng

Suy ra để số tiền thu về hơn gấp hai số tiền vốn ban đầu cần gửi ít nhất 102 tháng

Câu 29. **Chọn B.**

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau n quý là

$P_n = 15\left(1 + 1,65\%\right)^n = 15.1,0165^n$ (triệu đồng)

Từ đó ta có $n = \log_{1,0165}\dfrac{P_n}{15}$

Để có số tiền P_n = 20 triệu đồng thì phải sau một thời gian là: $n = \log_{1,0165}\dfrac{P_n}{15} \approx 17,58$ (quý)

Vậy sau khoảng 4 năm 6 tháng (4 năm 2 quý), người gửi sẽ có ít nhất 20 triệu đồng từ số vốn ban đầu 15 triệu đồng (vì hết quý thứ hai, người gửi mới được nhận lãi của quý đó.

Câu 30. **Chọn D.**

Áp dụng công thức đã thiết lập, với k = r +1 = 1,004, n = 60, M = 2.10^6

Sau 5 năm (60 tháng) ta có

$$B_{60}=0 \Leftrightarrow 20.10^6\left(1+0,004\right)^{60}-X\frac{1,004^{60}-1}{1,004-1}=0 \Rightarrow X \approx 375594,8402$$

Câu 31. **Chọn A.**

Bài toán chia làm 2 giai đoạn

Giai đoạn 1 (6 tháng đầu tiên) ta có: A_1 = 100 (triệu đồng), n = 2 (6 tháng = 2 kỳ, với mỗi kỳ 3 tháng) và r = 0,05.

Áp dụng công thức $T_1 = A(1 + r)^n = 100(1 + 0,05)^2 = 110.25$ (triệu đồng).

Giai đoạn 2 (6 tháng cuối của 1 năm) $A_2 = T_1$ = 110,25 + 50 (triệu đồng), n = 2 (6 tháng = 2 kỳ, với mỗi kỳ 3 tháng) và r = 0.05 .

Áp dụng công thức $T_2 = A_2(1+r)^n = 160.25(1+0.05)^2$ =176,67 (triệu đồng).

Câu 32. **Chọn B.**

Theo bài ta có r = 0.017, A = 78.685.800

Và yêu cầu bài toán là $S_N \geq 120.000.000 \Leftrightarrow 78.685.800e^{0,017N} \geq 120.000.000 \Rightarrow N \geq 24,85$

$\Rightarrow$ min N = 25 .

Do đó đến năm 2001 + 25 = 2026 thì thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 33. **Chọn C.**

Ta có $M_{8,3}-M_{7,1}=\log\frac{A_{8,3}}{A_{7,1}} \Leftrightarrow \frac{A_{8,3}}{A_{7,1}}=10^{8,3-7,1}\approx 15,8$

Câu 34. **Chọn A.**

Áp dụng công thức 5b: $x=\frac{a\left(1+r\right)^n.r}{\left(1+r\right)^n-1} \Rightarrow x=\frac{16\left(1+1\%\right)^{24}\times 1\%}{\left(1+1\%\right)^{24}-1}=753175,5556$ (đồng)

Câu 35. **Chọn B.**

Giả sử khối lượng ban đầu của mẫu đồ cổ chứa Cabon là m_0, tại thời điểm t tính từ thời điểm ban đầu ta có:

$$m\left(t\right)=m_0e^{-\frac{\ln 2}{5370}t} \Leftrightarrow \frac{3m_0}{4}=m_0e^{-\frac{\ln 2}{5370}} \Leftrightarrow t=\frac{5370\ln\left(\frac{3}{4}\right)}{-\ln\left(2\right)}\approx 2378 \text{ (năm)}$$

Câu 36. **Chọn A.**

Theo công thức tính tỉ lệ % thì cần tìm t thỏa mãn:

$75-20\ln\left(t+1\right)\leq 10 \Leftrightarrow \ln\left(t+1\right)\geq 3,25 \Leftrightarrow t+1\geq 25,79 \Rightarrow t\geq 24,79$

Câu 37. **Chọn D.**

Theo giả thiết ta phải tìm x thoả

$$\frac{100}{1+49e^{-0,015x}} \geq 75 \Leftrightarrow 100 \geq 75 + 3675e^{-0,015x} \Leftrightarrow e^{-0,015x} \leq \frac{1}{147}$$

$$\Leftrightarrow -0,015x \leq \ln\frac{1}{147} \Rightarrow x \geq 332,6955058$$

Câu 38. **Chọn C.**

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền ca vốn lẫn lãi người gửi sau 15 năm là:

$P_{15} = 100.10^6(1 + 8\%)^{15} = 317217000$ (đồng)

Câu 39. **Chọn C.**

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau n năm là: $P_n = 100(1 + 5\%)^n = 100.(1,05)^n$ (triệu đồng)

Câu 40. **Chọn B.**

Áp dụng công thức (2) $P_n = P_0(1 + r)^n$ với $P_0 = 100$, $r = 7\%$, $n = 2$. Ta có tổng số tiền bà A thu được sau 2 năm gửi ngân hàng là: $P_2 = 100(1 + 7\%)^2 = 114,49$ (triệu đồng)

Tù đó tính được số tiền lãi thu được sau 2 năm là:

$P_2 – P_0 = 114,49 - 100 = 14,49$ triệu đồng.

Câu 41. **Chọn A.**

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau n năm là: $P_n = 6(1 + 7,56\%)^n = 6.1,0756^n$ (triệu đồng)

Từ đó ta có $n = \log_{1,0756}\frac{P_n}{6}$

Đỏ có số tiền p =12 triệu đồng thì phải sau một thời gian là: $n = \log_{1,0756}\frac{P_n}{6} = 9,5$ (năm)

Vậy sau 10 năm, người gửi sẽ có ít nhất 12 triệu đồng từ số vốn ban đầu 6 triệu đồng.

Câu 42. **Chọn D.**

Áp dụng công thúc lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau 5 năm là:

$P_5 = 15(1 + 7,56\%)^5 = 21,59$ (triệu đồng)

Câu 43. **Chọn B.**

Áp dụng công thức 3: $P_n = a(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}$ với a = l, r = 1%, n = 2 năm 3 tháng = 27 tháng.

Từ đó suy ra số tiền rút được là: $P_{27} = 1(1+1\%)\frac{(1+1\%)^{27} - 1}{1\%} = 101\left[(1+1\%)^{27} - 1\right]$

Câu 44. **Chọn A.**

Áp dụng công thức 3 $P_n = a(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}$ với a = 1, r = 1%, n = 2 năm 6 tháng = 30 tháng.

Từ đó suy ra số tiền rút được là: $P_{30} = 1(1+1\%)\frac{(1+1\%)^{30} - 1}{1\%} = 101\left[(1+1\%)^{30} - 1\right]$

Câu 45. **Chọn A.**

Áp dụng công thức 3 $P_n = a(1+r)\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$ với a = 1, r = 1%, n = 2 năm 4 tháng = 28 tháng.

Từ đó suy ra số tiền rút được là: $P_{30} = 1(1+1\%)\dfrac{(1+1\%)^{28} - 1}{1\%} = 101\left[(1+1\%)^{28} - 1\right]$

Câu 46. Chọn B.

2 năm =8 quý.

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau 8 quý là

$P_8 = 100(1 + 2\%)^8 = 117,1659381$ (triệu đồng)

Câu 47. Chọn C.

Số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Áp dụng công thức f(t) = Ae^{rt}, ta có: $5000 = 1000e^{10r} \Leftrightarrow e^{10r} = 5 \Leftrightarrow r = \dfrac{\ln 5}{10}$

Gọi t là thời gian cần tìm để số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần.

Do đó, $10000 = 1000e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 10 \Leftrightarrow rt = \ln 10 \Leftrightarrow t = \dfrac{\ln 10}{r} \Leftrightarrow t = \dfrac{10\ln 10}{\ln 5} \Leftrightarrow t = 10\log_5 10$ giờ nên chọn câu C.

Câu 48. Chọn D.

Tỉ lệ lạm phát của nước ta trong năm 2016 là 2,5 %, nghĩa là cứ sau một năm giá sản phẩm B sẽ tăng thêm 2,5% so với giá của sản phẩm đó ở năm trước. Ví dụ như giá xăng năm 2016 là 10.000 NDT/lít thì giá xăng năm 2017 sẽ tăng thêm 10000 x 2,5% = 250 NDT/lít, khi đó giá xăng năm 2017 là: 10000 + 250 = 10250 NDT/lít. Để tính giá xăng năm 2025 , ta có thể áp dụng công thức (2) trong hình thức lãi kép $P_n = P_0(1 + r)^n$ với $P_0 = 10000$, r = 2,5%, n = 2025 - 2016 = 9

Ta có giá xăng năm 2025 là: $P_9 = 10000(1 + 2,5\%)^9 = 12489$ NDT/lít

Câu 49. Chọn D.

Ông B phải trả trước 30% số tiền nên số tiền ông B cần phải vay là:

15,5-15,5 x 30% = 10,85 triệu đồng.

Áp dụng công thức 5b: Ta tính được số tiền háng tháng ông B phải trả là: $x = \dfrac{a(1+r)^n.r}{(1+r)^n - 1} \Rightarrow x = \dfrac{10,85(1+2,5\%)^6 \times 2,5\%}{(1+2,5\%)^6 - 1} = 1,969817186$ (triệu đồng)

Từ đó ta tính được tổng số tiền ông B phải trả sau 6 tháng là:

1,969817186 x 6 = 11,81890312 triệu đồng.

Vậy ông B mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền phải trả nhiều hơn so với giá niêm yết là: 11,81890312 - 10,85 = 0,9689031161 triệu đồng = 970000 đồng.

Câu 50. Chọn A.

Áp dụng công thức (5b) cho: a = 300, x = 5,5, r = 10,5%, $P_n = 0$. Tìm n?

Từ công thức (5b) ta có:

$$x = \frac{a\left(1+r\right)^n.r}{\left(1+r\right)^n - 1} \Leftrightarrow x\left(1+r\right)^n - x = ar\left(1+r\right)^n$$

$$\Leftrightarrow \left(x - ar\right)\left(1+r\right)^n = x \Leftrightarrow \left(1+r\right)^n = \frac{x}{x - ar}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+r}\frac{x}{x-ar} \Leftrightarrow n = \log_{1+0,5\%}\frac{5,5}{5,5 - 300 \times 0,5\%} \Leftrightarrow n \approx 63,84$$

Ở đây ta thấy n không là số nguyên, lúc này ta có hai cách làm chọn

Nếu chọn n = 64 (chọn số nguyên cao hơn gần nhất)

Số tiền anh An còn nợ sau tháng thứ 63 là:

$$P_{63} = 300\left(1+0,5\%\right)^{63} - 5,5.\frac{\left(1+0,5\%\right)^{63} - 1}{0,5\%} = 4,652610236 \text{ (Lưu A máy tính casio)}$$

Số tiền anh An phải trả tháng cuối là: A(1+0,5%) = 4,678 triệu

Nếu chọn n – 63 (chọn số nguyên nhỏ hơn gần nhất)

Số tiền anh An còn nợ sau tháng thứ 63 là:

$$P_{62} = 300\left(1+0,5\%\right)^{62} - 5,5.\frac{\left(1+0,5\%\right)^{62} - 1}{0,5\%} = 10,10209974 \text{ (Lưu B máy tính casio)}$$

Số tiền anh An phải trả tháng cuối là: B(1+0,5%) = 10,1526 triệu

Vì tháng cuối anh An phải trả số tiền nhỏ hơn 5,5 triệu nên chọn phương án n = 64.