SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC	ĐỀ KSCL ÔN THI THPT QUỐC GIA LẦN 2
ĐỀ CHÍNH THỨC	**NĂM HỌC 2015-2016**
	MÔN: TOÁN
(Đề thi gồm 01 trang)	*Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề.*

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x}{2} + 1$ trên đoạn $[1;3]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải bất phương trình $3^{2x+1} - 2.3^x - 1 \geq 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.

b) Giải phương trình $\log_3(9x) + \log_9 x = 5 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Câu 4 (1,0 điểm).

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\ln^2 x}{x}$, $y = 0, x = 1, x = e$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với trục Oz. Viết phương trình mặt cầu tâm O, tiếp xúc với mặt phẳng (α).

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $2\cos 2x + 8\sin x - 5 = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.

b) Đội thanh niên tình nguyện của một trường THPT có 100 học sinh, trong đó có 60 học sinh nam và 40 học sinh nữ. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ đội thanh niên tình nguyện đó để tham gia một tiết mục văn nghệ chào mừng ngày thành lập Đoàn TNCS Hồ Chí Minh. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh nữ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi E là trung điểm của BC, góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DE, SC.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD. Đỉnh B thuộc đường thẳng Δ có phương trình $x + y - 5 = 0$. Các điểm E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của D và B lên AC. Tìm tọa độ các đỉnh B, D biết $CE = \sqrt{5}$ và $A(4;3)$, $C(0;-5)$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình:

$$x^4 - 12x^3 + 38x^2 - 12x - 67 + \sqrt{x+1} + \sqrt{7-x} = 0 \quad (x \in \mathbb{R}).$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương *a, b, c* thoả mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 \leq 1$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b^2+c^2} + \frac{b}{c^2+a^2} + \frac{c}{a^2+b^2}\right) - \sqrt{(ab+bc+ca)^3} - 2\sqrt{3}\sqrt[3]{abc}$$

----------Hết---------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:………………………………………Số báo danh:…………………

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

(*HDC gồm 06 trang*)

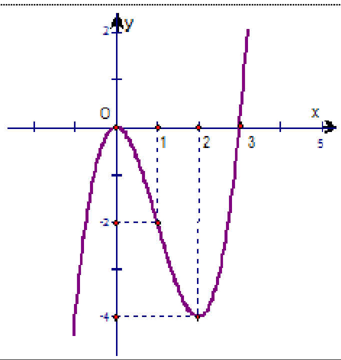
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KSCL ÔN THI THPT QUỐC GIA LẦN 2
NĂM HỌC 2015-2016
MÔN: TOÁN

I. LƯU Ý CHUNG:

- *Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.*
- *Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.*
- *Với **Câu 7** và **Câu 8**, nếu thí sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm tương ứng với phần đó.*

II. ĐÁP ÁN:

Câu 1 (1,0 điểm).

Nội dung	**Thang điểm**
*) Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. *) Sự biến thiên: + Chiều biến thiên: $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ $y'>0, \forall x \in (-\infty;0)\cup(2;+\infty)$ $y'<0, \forall x \in (0;2)$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$	0,25
+ Cực trị: Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x=0, y_{CĐ}=y(0)=0$ Hàm số đạt giá trị cực tiểu tại $x=2, y_{CT}=y(2)=-4$ + Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3-3x^2\right)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3\left(1-\frac{3}{x}\right)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3-3x^2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3\left(1-\frac{3}{x}\right)=+\infty$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận.	0,25
+ Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline & & & 0 & & & & +\infty \\ y & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\ & -\infty & & & & -4 & & \end{array}$	0,25
*) Đồ thị hàm số: Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại các điểm: $(0;0),(3;0)$ Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điểm: $(0;0)$ 	0,25

Câu 2 (1,0 điểm).

Nội dung	**Thang điểm**
Hàm số $f\left(x\right)=\frac{2}{x}+\frac{x}{2}+1$ liên tục trên đoạn $\left[1;3\right]$. $f'(x)=-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{2}$	0,25
$f'(\text{x})=0\Leftrightarrow-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\in\left[1;3\right]\\x=-2\notin\left[1;3\right]\end{array}\right.$	0,25
Ta có $f\left(1\right)=\frac{2}{1}+\frac{1}{2}+1=\frac{7}{2}$; $f\left(2\right)=\frac{2}{2}+\frac{2}{2}+1=3$; $f\left(3\right)=\frac{2}{3}+\frac{3}{2}+1=\frac{19}{6}$	0,25
Từ đó ta có: $\max\limits_{[1;3]}f(x)=f\left(1\right)=\frac{7}{2}$, $\min\limits_{[1;3]}f(x)=f\left(2\right)=3$. Vậy: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[1;3\right]$ bằng 3 khi $x=2$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[1;3\right]$ bằng $\frac{7}{2}$ khi $x=1$.	0,25

Câu 3 (1,0 điểm).

Nội dung	**Thang điểm**
a) $3^{2x+1}-2.3^x-1\geq0\Leftrightarrow3.3^{2x}-2.3^x-1\geq0\Leftrightarrow\left(3.3^x+1\right)\left(3^x-1\right)\geq0$	0,25
$\Leftrightarrow3^x-1\geq0\;\left(do\;3.3^x+1>0,\forall x\in\mathbb{R}\right)\Leftrightarrow3^x\geq1\Leftrightarrow x\geq0$ Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm: $S=\left[0;+\infty\right)$.	0,25
b) Điều kiện xác định: $\begin{cases}x>0\\9x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>0$ Khi đó ta có phương trình: $\log_3\left(9x\right)+\log_9x=5\Leftrightarrow\log_39+\log_3x+\log_{3^2}x=5$	0,25
$\Leftrightarrow2+\log_3x+\frac{1}{2}\log_3x=5\Leftrightarrow\frac{3}{2}\log_3x=3$ $\Leftrightarrow\log_3x=2\Leftrightarrow x=3^2\Leftrightarrow x=9$ (thỏa mãn điều kiện xác định) Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=9$.	0,25

Câu 4 (1,0 điểm).

Nội dung	**Thang điểm**
Vì: $\frac{ln^2x}{x}\geq0,\forall x\in\left[1;e\right]$ nên diện tích hình cần tìm là: $S=\int_1^e\left\|\frac{ln^2x}{x}\right\|dx=\int_1^e\frac{ln^2x}{x}dx$	0,25
Đặt: $t=ln\,x\Rightarrow dt=\frac{1}{x}dx$ Đổi cận: Với $x=1$ ta được $t=0$; Với $x=e$ ta được $t=1$	0,25
Khi đó: $S=\int_0^1t^2dt=\frac{1}{3}t^3\Big\|_0^1=$	0,25
$=\frac{1}{3}-0=\frac{1}{3}$. Vậy: Diện tích hình phẳng cần tìm bằng $\frac{1}{3}$.	0,25

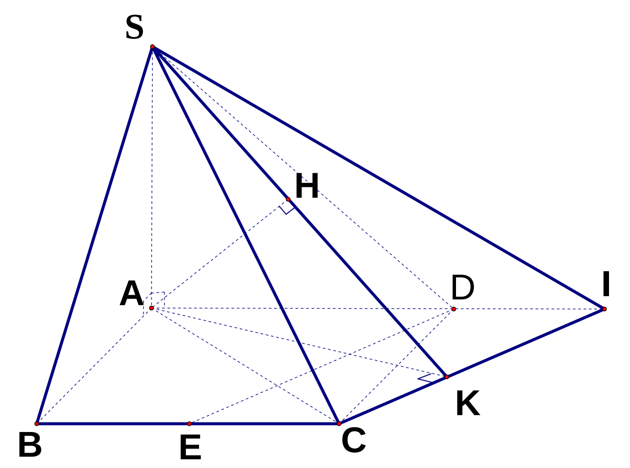
Câu 5 (1,0 điểm).

Nội dung	Thang điểm
Mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-1;3)$ và (α) vuông góc với trục Oz nên (α) nhận $\vec{k}(0;0;1)$ làm một véctơ pháp tuyến.	0,25
Mặt phẳng (α) có phương trình: $0.(x-2)+0.(y+1)+1.(z-3)=0 \Leftrightarrow z-3=0.$	0,25
Mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có bán kính $R=d(O,(\alpha))=3.$	0,25
Mặt cầu cần tìm có phương trình: $x^2+y^2+z^2=9.$	0,25

Câu 6 (1,0 điểm).

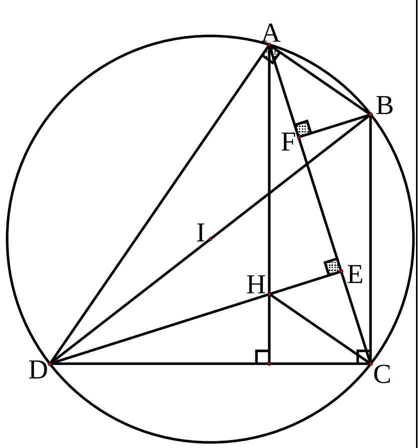
Nội dung	Thang điểm
a) $2\cos 2x+8\sin x-5=0 \Leftrightarrow 2(1-2\sin^2 x)+8\sin x-5=0$ $\Leftrightarrow 4\sin^2 x-8\sin x+3=0$	0,25
$\Leftrightarrow (2\sin x-1)(2\sin x-3)=0$ $\Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2}$ (do $2\sin x-3<0, \forall x\in\mathbb{R}$) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$ Vậy phương trình đã cho có các nghiệm : $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \quad (k\in\mathbb{Z}).$	0,25
b) Không gian mẫu: Ω: " *3* học sinh bất kỳ từ *100* học sinh của đội thanh niên tình nguyện" $n(\Omega)=C_{100}^3=161700.$	0,25
Biến cố A: " *3* học sinh bất kỳ từ *100* học sinh của đội thanh niên tình nguyện sao cho có đúng *1* học sinh nữ " $n(A)=C_{60}^2.C_{40}^1=70800.$ Xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{70800}{161700}=\frac{236}{539}.$	0,25

Câu 7 (1,0 điểm).

Nội dung		Thang điểm
Vì $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp CB$ Do $\begin{cases} CB\perp AB \\ CB\perp SA \end{cases} \Rightarrow CB\perp(SAB)\Rightarrow SB$ là hình chiếu vuông góc của SC trên mp(SAB). Vậy góc hợp bởi SC với $mp(SAB)$ là $\widehat{CSB}\Rightarrow\widehat{CSB}=30^o$		0,25

$\Rightarrow SB = BC.\cot\widehat{CSB} = BC.\cot 30^o = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$ Vậy thể tích của khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.	0,25
Trong $(ABCD)$ dựng đường thẳng qua C song song với DE cắt AD tại I $\Rightarrow DI = CE = \frac{a}{2}, AI = \frac{3a}{2}, CI = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. $DE \parallel CI \Rightarrow DE \parallel (SCI) \Rightarrow d(DE, SC) = d(DE,(SCI)) = d(D,(SCI))$ $\frac{d(D,(SCI))}{d(A,(SCI))} = \frac{DI}{AI} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(D,(SCI)) = \frac{1}{3}d(A,(SCI))$ Từ A kẻ $AK \perp CI$ $(K \in CI)$, kẻ $AH \perp SK$ $(H \in SK)$ (1) Ta có: $\begin{cases} AK \perp CI \\ SA \perp CI \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAK) \Rightarrow CI \perp AH$ (2) Từ $(1),(2) \Rightarrow AH \perp (SCI) \Rightarrow d(A,(SCI)) = AH$.	0,25
Ta có $AK.CI = CD.AI \Rightarrow AK = \frac{CD.AI}{CI} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{5}{9a^2} = \frac{19}{18a^2} \Rightarrow AH = \frac{3\sqrt{38}}{19}$ $d(ED, SC) = \frac{1}{3}d(A,(SCI)) = \frac{1}{3}AH = \frac{\sqrt{38}}{19}a.$	0,25

Câu 8 (1,0 điểm).

Nội dung	**Thang điểm**
Gọi *H* là trực tâm tam giác *ACD*, suy ra $CH \perp AD$ nên $CH \parallel AB$ (1) Mặt khác $AH \parallel BC$ (cùng vuông góc với *CD*) (2) Từ (1) và (2) suy ra tứ giác *ABCH* là hình bình hành nên *CH*=*AB* (3) Ta có: $\widehat{HCE} = \widehat{BAF}$ (so le trong) (4) Từ (3) và (4) suy ra: $\Delta HCE = \Delta BAF$ (cạnh huyền và góc nhọn). Vậy *CE* = *AF*.	0,25
Vì $\widehat{DAB} = \widehat{DCB} = 90^0$ nên E, F nằm trong đoạn AC. Phương trình đường thẳng *AC*: $2x - y - 5 = 0$. Vì $F \in AC$ nên $F(a; 2a-5)$. Vì $AF = CE = \sqrt{5} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 5 \\ a = 3 \end{array}\right.$ Với $a = 5 \Rightarrow F(5;5)$ (không thỏa mãn vì *F* nằm ngoài đoạn *AC*) Với $a = 3 \Rightarrow F(3;1)$ (thỏa mãn). Vì $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{EC} \Rightarrow E(1;-3)$ 	0,25

BF qua F và nhận $\overrightarrow{EF}(2;4)$ làm một véc tơ pháp tuyến, do đó BF có phương trình: $x+2y-5=0$. B là giao điểm của Δ và BF nên tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y-5=0 \\ x+y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow B(5;0)$	0,25
Đường thẳng DE qua E và nhận $\overrightarrow{EF}(2;4)$ làm một véc tơ pháp tuyến, DE có phương trình: $x+2y+5=0$. Đường thẳng DA qua A và nhận $\overrightarrow{AB}(1;-3)$ làm một véc tơ pháp tuyến, DA có phương trình: $x-3y+5=0$. D là giao điểm của DA và DE nên tọa độ D là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y+5=0 \\ x-3y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow D(-5;0)$. Kết luận: $B(5;0), D(-5;0)$	0,25

Câu 9 (1,0 điểm).

Nội dung	Thang điểm
Điều kiện xác định: $-1 \le x \le 7$. Phương trình đã cho tương đương với: $\sqrt{x+1}+\sqrt{7-x}=-x^4+12x^3-38x^2+12x+67$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+1}+\sqrt{7-x}=(x-3)^2(x+1)(7-x)+4 \quad (*)$	0,25
Với điều kiện $-1 \le x \le 7$ ta có: $(x-3)^2(x+1)(7-x)+4 \ge 4$	0,25
Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức Bunhiacôpxki ta có: $\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{7-x}\right)^2 \le (1+1)(x+1+7-x)=16 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}+\sqrt{7-x} \le 4$	0,25
Từ đó ta có phương trình $(*)$ tương đương với: $\begin{cases} (x-3)^2(x+1)(7-x)+4=4 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{7-x}=4 \end{cases} \Leftrightarrow x=3.$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất : $x=3$.	0,25

Câu 10 (1,0 điểm).

Nội dung	**Thang điểm**
Vì a,b,c là các số thực dương thoả mãn điều kiện $a^2+b^2+c^2\le 1$ nên ta có: $\begin{cases}0<a,b,c<1\\ a^2+b^2\le 1-c^2\\ b^2+c^2\le 1-a^2\\ c^2+a^2\le 1-b^2\end{cases}\Rightarrow \frac{a}{b^2+c^2}+\frac{b}{c^2+a^2}+\frac{c}{a^2+b^2}\ge \frac{a}{1-a^2}+\frac{b}{1-b^2}+\frac{c}{1-c^2}$ Ta chứng minh: $\frac{a}{1-a^2}+\frac{b}{1-b^2}+\frac{c}{1-c^2}\ge \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(a^2+b^2+c^2\right)$ Thật vậy, ta xét : $\frac{a}{1-a^2}\ge \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 \Leftrightarrow 2\ge 3\sqrt{3}a\left(1-a^2\right)\Leftrightarrow \left(\sqrt{3}a-1\right)^2\left(\sqrt{3}a+2\right)\ge 0$ (luôn đúng với $\forall a\in(0;1)$) Do đó : $\frac{a}{1-a^2}\ge \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ Chứng minh tương tự ta có: $\frac{b}{1-b^2}\ge \frac{3\sqrt{3}}{2}b^2$, $\frac{c}{1-c^2}\ge \frac{3\sqrt{3}}{2}c^2$. Từ đó ta có: $\frac{a}{1-a^2}+\frac{b}{1-b^2}+\frac{c}{1-c^2}\ge \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(a^2+b^2+c^2\right)$	0,25
Mặt khác ta lại có: $a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca\ (\forall a,b,c)$ Ta được: $\frac{a}{1-a^2}+\frac{b}{1-b^2}+\frac{c}{1-c^2}\ge \frac{3\sqrt{3}}{2}(ab+bc+ca)$ +) Xét: $ab+bc+ca\ge 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}\Rightarrow 2\sqrt{ab+bc+ca}\ge 2\sqrt{3}\sqrt[3]{abc}$ Suy ra $P\ge \sqrt{3}(ab+bc+ca)-\sqrt{(ab+bc+ca)^3}-2\sqrt{ab+bc+ca}$.	0,25
Đặt $t=\sqrt{ab+bc+ca}$ điều kiện $0<t\le 1$. Khi đó $P\ge -t^3+\sqrt{3}t^2-2t$. Xét hàm số $f(t)=-t^3+\sqrt{3}t^2-2t$ trên $(0;1]$. Dễ thấy $f(t)$ liên tục trên $(0;1]$ và $f'(t)=-3t^2+2\sqrt{3}t-2<0$.	0,25
Vậy hàm số $f(t)=-t^3+\sqrt{3}t^2-2t$ nghịch biến trên $(0;1]$ $\underset{(0;1]}{Min}\, f(t)=f(1)=\sqrt{3}-3$. Từ đó ta suy ra $P\ge f(t)\ge \underset{(0;1]}{Min}\, f(t)=\sqrt{3}-3$. Vậy $MinP=\sqrt{3}-3$ khi $a=b=c=\frac{1}{\sqrt{3}}$.	0,25

---------- HẾT----------