Bài tập 6 - Ứng dụng của SVD trong việc giải thuật toán hồi quy tuyến tính

Giả sử ta có số liệu thống kê các thông số RAM, bộ nhớ, PIN và giá tiền của 24 chiếc điện thoại như trong bảng 2:

			_	•	
	NAME	RAM	MEMORY	PIN	PRICE
0	Samsung Galaxy A01 Core	1	16	3000	1,850,000
1	Samsung Galaxy A11	3	32	4000	2,650,000
2	Samsung Galaxy A02s	4	64	5000	3,350,000
3	Samsung Galaxy J7 Prime	3	32	3300	3,790,000
4	Samsung Galaxy A21s	3	32	5000	4,250,000
5	Samsung Galaxy A22 4G	6	128	5000	4,700,000
6	Samsung Galaxy A30s	4	64	4000	4,150,000
7	Samsung Galaxy A31	6	128	5000	5,150,000
8	Samsung Galaxy A52	8	128	4500	6,600,000
9	Samsung Galaxy A72	8	256	5000	10,100,000
10	Samsung Galaxy Note 10 Lite	8	128	4500	10,500,000
11	Samsung Galaxy S10+	8	128	4100	12,400,000

Hình 2: Bảng số liệu thống kê số RAM, bộ nhớ, PIN và giá tiền của 24

NAME	RAM	MEMORY	PIN	PRICE
Samsung Galaxy S21 FE 5G	8	256	4500	13,650,000
Samsung Galaxy S21 FE	8	128	4500	12,790,000
Samsung Galaxy S20+	8	128	4500	15,500,000
Samsung Galaxy S20 Ultra	12	128	5000	16,000,000
Samsung Galaxy Note 20 Ultra	12	256	4500	18,990,000
Samsung Galaxy Z Flip3 5G	8	256	3300	19,350,000
Samsung Galaxy Z Flip	8	256	3300	20,990,000
Samsung Galaxy S21 Plus 5G	8	256	4800	23,000,000
Samsung Galaxy Z Fold2	12	256	4500	23,000,000
Samsung Galaxy S21 Ultra 5G	12	256	5000	29,800,000
Samsung Galaxy S22 Ultra	12	512	5000	29,990,000
Samsung Galaxy Z Fold3	12	512	4400	33,990,000
	Samsung Galaxy S21 FE 5G Samsung Galaxy S21 FE Samsung Galaxy S20+ Samsung Galaxy S20 Ultra Samsung Galaxy Note 20 Ultra Samsung Galaxy Z Flip3 5G Samsung Galaxy Z Flip Samsung Galaxy S21 Plus 5G Samsung Galaxy Z Fold2 Samsung Galaxy S21 Ultra 5G Samsung Galaxy S21 Ultra 5G Samsung Galaxy S22 Ultra	Samsung Galaxy S21 FE 5G Samsung Galaxy S21 FE Samsung Galaxy S20+ Samsung Galaxy S20 Ultra 12 Samsung Galaxy Note 20 Ultra 12 Samsung Galaxy Z Flip3 5G Samsung Galaxy Z Flip 8 Samsung Galaxy S21 Plus 5G Samsung Galaxy Z Fold2 12 Samsung Galaxy S21 Ultra 5G Samsung Galaxy S22 Ultra	Samsung Galaxy S21 FE 5G 8 256 Samsung Galaxy S21 FE 8 128 Samsung Galaxy S20+ 8 128 Samsung Galaxy S20 Ultra 12 128 Samsung Galaxy Note 20 Ultra 12 256 Samsung Galaxy Z Flip3 5G 8 256 Samsung Galaxy S21 Plus 5G 8 256 Samsung Galaxy S21 Plus 5G 8 256 Samsung Galaxy S21 Plus 5G 12 256 Samsung Galaxy S21 Ultra 5G 12 256 Samsung Galaxy S21 Ultra 5G 12 256 Samsung Galaxy S21 Ultra 5G 12 256	Samsung Galaxy S21 FE 5G 8 256 4500 Samsung Galaxy S21 FE 8 128 4500 Samsung Galaxy S20+ 8 128 4500 Samsung Galaxy S20 Ultra 12 128 5000 Samsung Galaxy Note 20 Ultra 12 256 4500 Samsung Galaxy Z Flip3 5G 8 256 3300 Samsung Galaxy Z Flip5 8 256 3300 Samsung Galaxy S21 Plus 5G 8 256 4800 Samsung Galaxy S21 Ultra 5G 12 256 5000 Samsung Galaxy S21 Ultra 5G 12 256 5000 Samsung Galaxy S22 Ultra 12 512 500

Hình 3: Bảng số liệu thống kê số RAM, bộ nhớ, PIN và giá tiền của 24 chiếc điên thoai.

Hãy sử dụng lý thuyết giải bài toán hồi quy tuyến tính bằng SVD để tìm giá trị dự đoán giá tiền của một chiếc điện thoại mới dựa vào các thông số RAM, bộ nhớ và PIN lần lượt là 4, 64, 4000.

Thuật toán

- Đầu vào: số RAM, bộ nhớ và PIN của một chiếc điện thoại mới.
- Đầu ra: giá tiền của chiếc điện thoại mới.

Các bước làm bài:

1. Khởi tạo ma trận A cấp 24 \times 4 và vector Y cấp 24 \times 1 từ bảng số liệu như sau:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 16 & 3000 & 1 \\ 3 & 32 & 4000 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 12 & 512 & 4400 & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 1850000 \\ 2650000 \\ \vdots \\ 33990000 \end{bmatrix}$$
(10)

Lưu ý: Khuyến khích tạo ma trận từ file.

Thuật toán (tt)

- **2.** Tính định thức của ma trân A^TA :
 - Nếu định thức khác 0, ma trận X được tính bằng:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T Y$$

- Nếu không, thực hiện các bước sau:
 - 1. Tìm SVD của ma trận A.
 - 2. Tìm ma trận $\Sigma^+ = diag(\lambda_1^{-1}, \dots, \lambda_r^{-1}, 0, \dots, 0)$
 - 3. Tính X bằng:

$$X = V\Sigma^+U^TY$$

3. Tính giá chiếc điện thoại mới:

$$\omega = (4, 64, 4000, 1)X$$