

# Các phương pháp xử lý tín hiệu

## Phân tích ảnh hưởng của cửa sổ lên chất lượng phương pháp phân tích phổ Blackman-Tukey

<b>Sinh viên</b>	Nguyễn Thế Khang	<b>MSV</b>	21020692
<b>Giảng viên</b>	PGS.TS Nguyễn Linh Trung TS. Lê Vũ Hà		
<b>Học phần</b>	ELT3099_20 - Các phương pháp xử lý tín hiệu		
<b>Report</b>	Ước lượng phổ	<b>Date Report:</b> 13/12/2023	

## 1 Giới thiệu

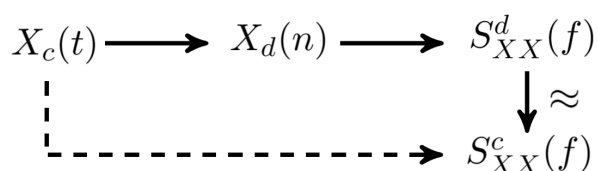
Trong xử lý tín hiệu mang tính thống kê, khái niệm **ước lượng phổ** hay cụ thể hơn là ước lượng mật độ phổ là quá trình ước lượng mật độ phổ từ những chuỗi thông tin từ việc lấy mẫu tín hiệu về mặt thời gian. Việc ước lượng phổ của một tín hiệu sẽ giúp có thể giảm thiểu độ phức tạp về mặt tính toán (thay vì quan sát toàn bộ tín hiệu, thì ta ước lượng theo một phần thông tin rời rạc của tín hiệu đó).

Bài báo cáo sử dụng phương pháp ước lượng phổ Blackman-Tukey, đồng thời áp dụng thêm các loại cửa sổ để phân tích và đánh giá. Sử dụng công cụ MATLAB, và các hàm mô phỏng các phương pháp đã được cung cấp trong môn học để viết bài báo cáo này. Hi vọng sau khi đọc bài báo cáo này, sẽ thấy được vai trò của các loại cửa sổ với kết quả ước lượng theo phương pháp Blackman-Tukey

## 2 Tổng quan

### 2.1 Tổng qua về bài toán ước lượng phổ

Ước lượng phổ hay cụ thể hơn là ước lượng mật độ phổ là quá trình ước lượng mật độ phổ từ những chuỗi thông tin từ việc lấy mẫu tín hiệu về mặt thời gian.



Hình 1: Tổng quan về bài toán ước lượng phổ

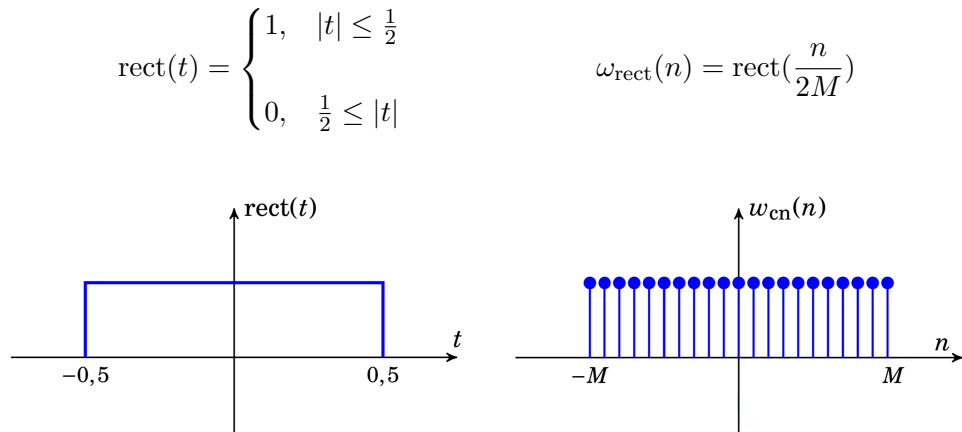
Như vậy, ta xét một tín hiệu dừng bậc hai  $X_c(t)$  có hàm tự tương quan  $R_{XX}^c(f)$  tương ứng với phổ công suất  $S_{XX}^c(f)$  có dải thông hữu hạn B. ( $S_{XX}^c(f)$  là kết quả mong muốn mà quá trình ước lượng muốn hội tụ đến).

Trong khi đó, quá trình ước lượng sẽ bắt đầu với việc lấy mẫu tín hiệu  $X_c(t)$  với một tần số  $f_{\text{sampling}} > 2B$  (thỏa mãn điều kiện Nyquist) là tín hiệu  $X_d(n)$  bằng các phương pháp ước lượng

ta sẽ tín được phổ  $S_{XX}^d(f)$ . Quá trình ước lượng mình sẽ cố gắng hội tụ kết quả đáp án xấp xỉ  $S_{XX}^d(f)$  về đáp án mong muốn  $S_{XX}^c(f)$ .

## 2.2 Tác dụng của cửa sổ trong bài toán xử lý tín hiệu

Trong xử lý tín hiệu, hàm cửa sổ  $w(n)$  (window function) là một hàm cho phép ta cắt một phần tín hiệu muốn quan sát, và san phẳng bằng không những phần tín hiệu không muốn quan sát. Ví dụ dưới đây là hàm cửa sổ hình chữ nhật. Hàm cửa sổ chữ nhật  $w_{\text{rect}}(n)$  được định nghĩa:



Hình 2: Hàm chữ nhật  $\text{rect}(t)$  và hàm cửa sổ chữ nhật  $w_{\text{rect}}(n)$

Nhìn chung, hàm cửa sổ tùy loại sẽ được nhân với tín hiệu quan sát đạt phổ quan sát tương đối giống với phổ trước nhân hàm cửa sổ. Các tính chất thay đổi có thể kể đến là độ gợn (ripple), độ rộng búp chính (mainlobe), độ suy giảm của các búp phụ (sidelobe) ... Năm loại cửa sổ dùng để khảo sát bao gồm: (với  $L$  là độ rộng cửa sổ).

Tên loại cửa sổ	Tên hàm cửa sổ	Biểu diễn toán học
Chữ nhật	$w_{\text{rect}}(n)$	$= \begin{cases} 1, &  n  \leq \frac{L-1}{2} \\ 0, & \frac{L-1}{2} \leq  n  \end{cases}$
Hanning	$w_{\text{hanning}}(n)$	$= 0.5 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{L-1}\right)$
Hamming	$w_{\text{hamming}}(n)$	$= 0.54 - 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{L-1}\right)$
Blackman	$w_{\text{blackman}}(n)$	$= 0.42 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{L-1}\right) + 0.08\cos\left(\frac{4\pi n}{L-1}\right)$
Bartlett	$w_{\text{bartlett}}(n)$	$= \begin{cases} \frac{2\pi n}{L-1}, & 0 \leq n \leq \frac{L-1}{2} \\ 2 - \frac{2\pi n}{L-1}, & \frac{L-1}{2} \leq m \leq L-1 \end{cases}$

Bảng 1: Năm loại cửa sổ được dùng trong bài báo cáo

Tuỳ vào mục đích mà ta sẽ quyết định lựa chọn loại cửa sổ nào dựa trên tiêu chí tối ưu, ví dụ cần búp chính hẹp (hoặc dải chuyển tiếp nhỏ) và mức suy giảm của búp phụ nhỏ. Vì thế bài báo cáo này sẽ thử nghiệm xây dựng so sánh các loại cửa sổ dựa theo tiêu chí đã đề ra từ trước.

### 3 Phương pháp thực nghiệm

#### 3.1 Phương pháp Blackman-Tukey

Các phương pháp ước lượng phổ cổ điển được xây dựng dựa trên cách lấy mẫu rời rạc tín hiệu ngẫu nhiên là

1. Tuần hoàn đồ (**Periodogram**): Tín hiệu sau khi được lấy mẫu rời rạc, sau đó là cơ sở để tính toán ước lượng phổ rời rạc. Tuy nhiên, tuần hoàn đồ là một ước lượng “không nhất quán”, do nó không hội tụ về một giá trị.
2. **Bartlett-Welch**: Tương tự cách ước lượng phổ của Periodogram, nhưng phương pháp này cho phép lấy mẫu đồng thời chia nhỏ tín hiệu gốc thành các tín hiệu con bé hơn, các tín hiệu này có thể có cách phân overlap lên nhau. Kết quả cho ước lượng phổ từ các tín hiệu con rời rạc vì thế cũng tốt hơn so với kết quả của tuần hoàn đồ

Phương pháp **Blackman-Tukey**[1] có cách ước lượng phổ khác với hai phương pháp kể trên. Phương pháp sẽ đề nghị ước lượng hàm tự tương quan  $\hat{R}_{XX}(n)$ , sau đó lấy biến đổi Fourier của  $\hat{R}_{XX}(n)$  để thu được phổ công suất  $\hat{P}_{XX}(n)$ .

$$\hat{P}_{XX}(n) = \sum_{n=-N+1}^{N-1} \omega(n) \hat{R}_{XX}(n) e^{j2\pi fn}$$

Bởi vì chiều dài  $N$  hữu hạn, cho nên số dữ liệu ta sử dụng để ước lượng  $\hat{R}_{XX}(n)$  càng ít lúc  $n$  lớn dần (cho đến  $N-1$ ). Do đó, sai số ước lượng càng lớn khi  $n$  lớn. Đây là lý do tại sao Blackman-Tukey đề nghị dùng cửa sổ  $\omega(n)$  trên  $\hat{R}_{XX}(n)$  với hy vọng giảm thiểu sai số cho ước lượng phổ công suất  $\hat{P}_{XX}(n)$ . Ta có thể sử dụng gợi ý của Welch nhằm tính trung bình ước lượng phổ để giảm phương sai của ước lượng, tức tăng độ chính xác lên.

Tóm lại, ta có thể dùng phương pháp Blackman-Tukey để ước lượng phổ như sau. Trước hết, ta chia tập dữ liệu thành các tập con có chiều dài  $2N$ , có thể trùng lặp một phần:

$$X^{(i)}(n) = X(n + iD), \text{ với } n = 0, 1, \dots, 2N - 1$$

Trong đó  $D$  là số dữ liệu được hai tín hiệu kề nhau cùng sử dụng ( $D$  là phần trùng lặp của chúng). Các tín hiệu con có thể trùng lặp tối đa là 50%. Sau đó, với mỗi tín hiệu  $X^{(i)}(n)$  có chiều dài  $2N$ , ta ước lượng hàm tự tương quan của  $X^{(i)}(n)$  bằng:

$$\hat{R}_{XX}^{(i)}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X^{(i)}(k) X^{(i)}(k+n), \text{ với } n = 0, 1, \dots, N-1$$

Sau đó, thực hiện biến đổi Fourier với việc sử dụng thêm các cửa sổ để giảm thiểu sai số cho đáp án ước lượng:

$$\hat{P}_{XX}^{(i)}(n) = \sum_{n=-N+1}^{N-1} \omega(n) \hat{R}_{XX}^{(i)}(n) e^{j2\pi fn}$$

## 3.2 Xây dựng bài toán cho bài báo cáo

### 3.2.1 Tín hiệu quan sát

Tín hiệu quan sát sẽ được bao gồm hai loại tín hiệu:

- Tín hiệu điều hoà ba tần số, có chẵn phổ với các tần số là  $\mathbf{fnu1} = [0.1 \ 0.22345 \ 0.3]'$  hoặc  $\mathbf{fnu2} = [0.1 \ 0.12345 \ 0.2]'$ , có biên độ tương ứng  $\mathbf{A} = [1 \ 1 \ 1]'$ .
- Tín hiệu ARMA có phổ thông thấp, với hàm truyền  $H(z)$

$$H(z) = \frac{0.0464 + 0.1829z^{-1} + 0.2572z^{-2} + 0.1549z^{-3}}{1 - 0.8664z^{-1} + 0.6630z^{-2} - 0.1514z^{-3}}$$

Các tham số khác của bài toán ước lượng phổ:

- Chiều dài tín hiệu:  $L_x = 20000$ , chiều dài tín hiệu con:  $L_b = 200$
- Tỷ lệ Overlap của các tín hiệu con kề nhau:  $\mathbf{phantramLb} = 50$
- Tỷ lệ nhiễu tín hiệu quan sát:  $\mathbf{SNRdb} = [10 \ -10]$

### 3.2.2 Cửa sổ áp dụng khi tính biến đổi Fourier để ước lượng

Như đã đề cập ở phần trên, bài báo cáo này sử dụng năm cửa sổ sau đây:

Tên loại cửa sổ	Tên hàm cửa sổ	Biểu diễn toán học
Chữ nhật	$\omega_{\text{rect}}(n)$	$= \begin{cases} 1, &  n  \leq \frac{L-1}{2} \\ 0, & \frac{L-1}{2} <  n  \end{cases}$
Hanning	$\omega_{\text{hanning}}(n)$	$= 0.5 - 0.5\cos(\frac{2\pi n}{L-1})$
Hamming	$\omega_{\text{hamming}}(n)$	$= 0.54 - 0.46\cos(\frac{2\pi n}{L-1})$
Blackman	$\omega_{\text{blackman}}(n)$	$= 0.42 - 0.5\cos(\frac{2\pi n}{L-1}) + 0.08\cos(\frac{4\pi n}{L-1})$
Bartlett	$\omega_{\text{bartlett}}(n)$	$= \begin{cases} \frac{2\pi n}{L-1}, & 0 \leq n \leq \frac{L-1}{2} \\ 2 - \frac{2\pi n}{L-1}, & \frac{L-1}{2} < n \leq L-1 \end{cases}$

Bảng 2: Năm loại cửa sổ được dùng trong bài báo cáo

Nhưng chọn độ dài của sổ như nào để bài toán đạt được tiêu chí mà yêu cầu đề ra. Vì thế có hai cách chọn độ dài của sổ dựa trên độ dài hàm tự tương quan  $R_{XX}(n)$  như sau:

- $\mathbf{kwinBT} = 1$ : Chiều dài cửa sổ bằng chiều dài  $R_{XX}(n)$ .
- $\mathbf{kwinBT} = 0.2$ : Chiều dài bằng 0.2 lần chiều dài  $R_{XX}(n)$  (đề xuất của SM Kay, 1998).

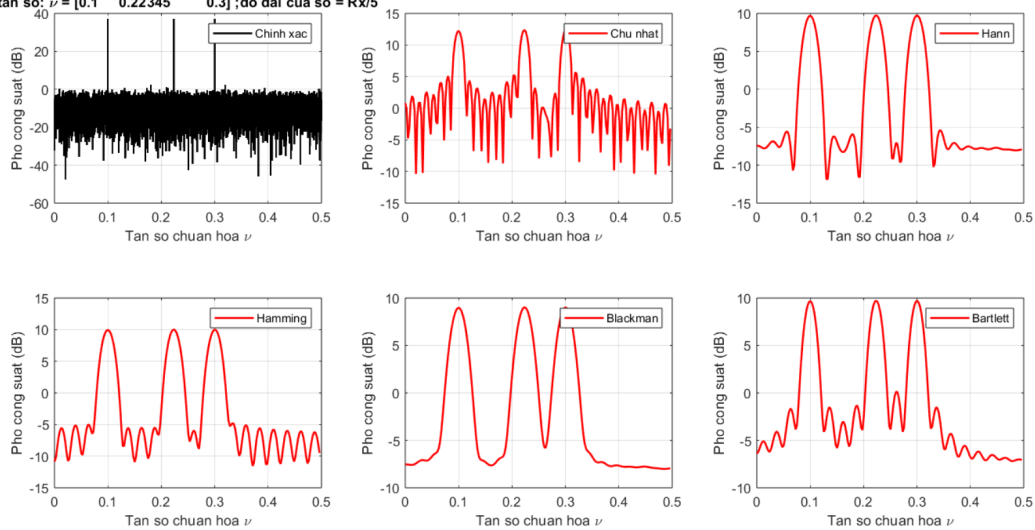
## 4 Thực nghiệm & Kết quả

### 4.1 Tín hiệu điều hoà đầu tiên

Tín hiệu điều hoà ba tần số, có chảy phổ với các tần số là  $f_{nu} = [0.1 \ 0.22345 \ 0.3]^T$ , có biên độ tương ứng  $A = [1 \ 1 \ 1]^T$ . Chiều dài tín hiệu:  $L_x = 20000$ , chiều dài tín hiệu con:  $L_b = 200$ , tỉ lệ Overlap của các tín hiệu con kề nhau:  $\text{phantram}L_b = 50$ .

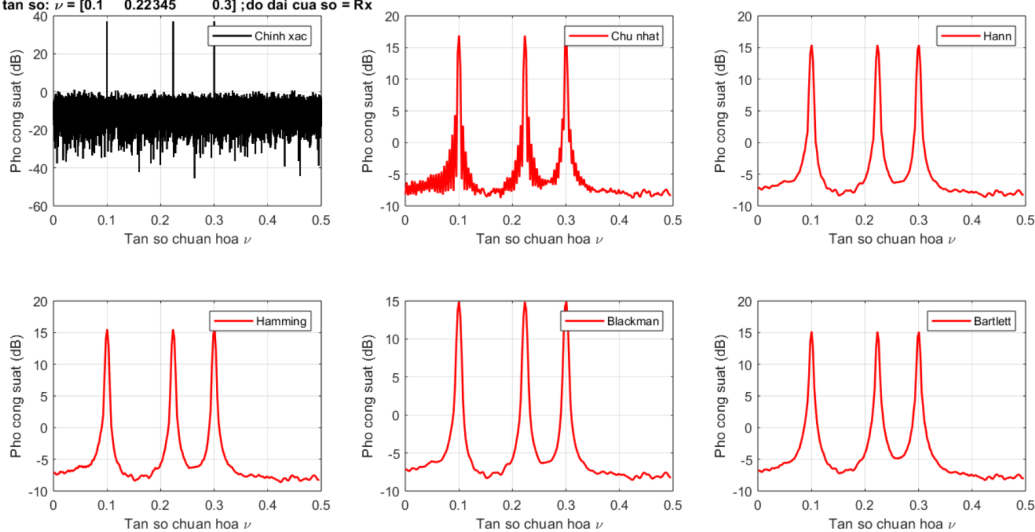
Quan sát tín hiệu với mức nhiễu quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ .

Ước lượng phổ công suất tín hiệu điều hoà 1 băng Blackman-Tukey;  
 $L_x = 20000$ ;  $L_b = 200$ ;  $\text{phantram}L_b = 50$ ;  $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$ ;  
 tần số:  $\nu = [0.1 \ 0.22345 \ 0.3]$ ; độ dài của số =  $R_x/5$



(a) Nhiễu quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{\text{winBT}} = 0.2$

Ước lượng phổ công suất tín hiệu điều hoà 1 băng Blackman-Tukey;  
 $L_x = 20000$ ;  $L_b = 200$ ;  $\text{phantram}L_b = 50$ ;  $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$ ;  
 tần số:  $\nu = [0.1 \ 0.22345 \ 0.3]$ ; độ dài của số =  $R_x$



(b) Nhiễu quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{\text{winBT}} = 1$

Hình 3: Quan sát từng tín hiệu với nhiễu quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , thay đổi chiều dài cửa sổ

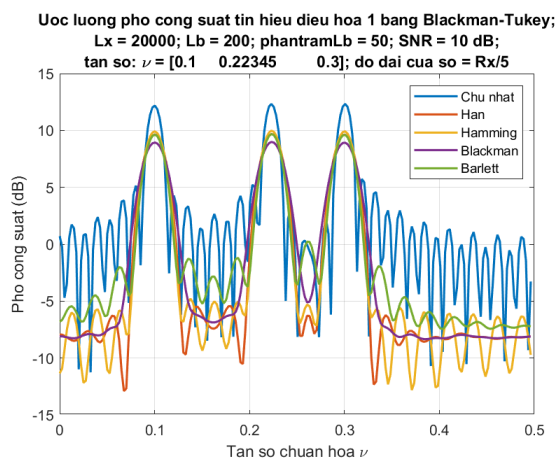
Quan sát hình 3 ta có thể đưa ra nhận xét về độ rộng mainlobe, độ suy giảm của các sidelobe, ripple ở các sidelobe như sau:

1.  $k_{winBT} = 0.2$ :

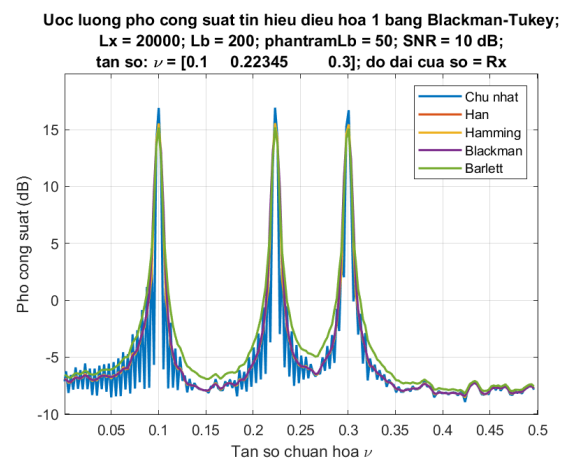
- Cửa sổ chữ nhật (**rect**): cho kết quả độ rộng mainlobe bé nhất nhưng độ suy giảm của các sidelobe thấp nhất, đồng thời ripple của các sidelobe rất lớn.
- Cửa sổ Blackman (**Blackman**): cho kết quả tương đối ổn nhất trong tất cả kết quả cửa sổ, mặc dù độ rộng mainlobe tương đối giống các cửa sổ khác (lớn hơn cửa sổ chữ nhật), nhưng độ suy giảm sidelobe là tốt nhất ( $-7\text{dB}$ ), đồng thời ripple ở sidelobe là thấp nhất.
- Các cửa sổ còn lại: cho kết quả tương đối ổn, độ rộng mainlobe tương đối bằng nhau, nhưng độ suy giảm các sidelobe là tương đối (cỡ  $-5\text{dB}$ ), và ripple ở các sidelobe này tương đối to so với kết quả của Blackman.

2.  $k_{winBT} = 1$ :

- Cửa sổ chữ nhật (**rect**): cho kết quả tương tự với độ rộng mainlobe bé nhất nhưng độ suy giảm của các sidelobe thấp nhất, đồng thời ripple của các sidelobe rất lớn.
- Các cửa sổ còn lại: cho kết quả tương đối giống nhau, quan sát hình 4.(b) có thể thấy một số đường trùng hẳng nhau. Các cửa sổ có độ rộng mainlobe giống nhau, ripple của các sidelobe thấp, độ suy giảm các sidelobe giống nhau. Tuy nhiên, cửa sổ Bartlett có mức suy giảm thấp hơn, cỡ ( $-5\text{dB}$ ) so với các cửa sổ còn lại ( $-7\text{dB}$ ).



(a) Nhiều quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 0.2$

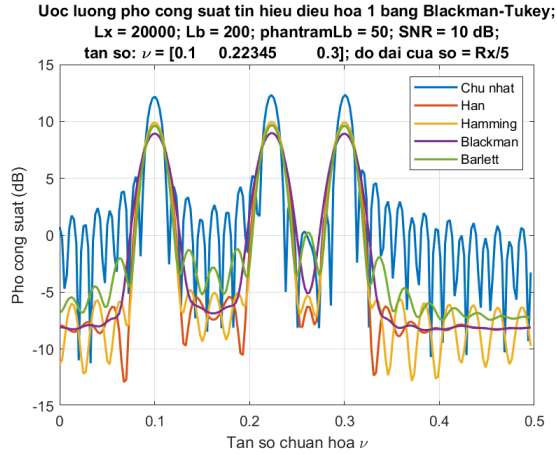


(b) Nhiều quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 1$

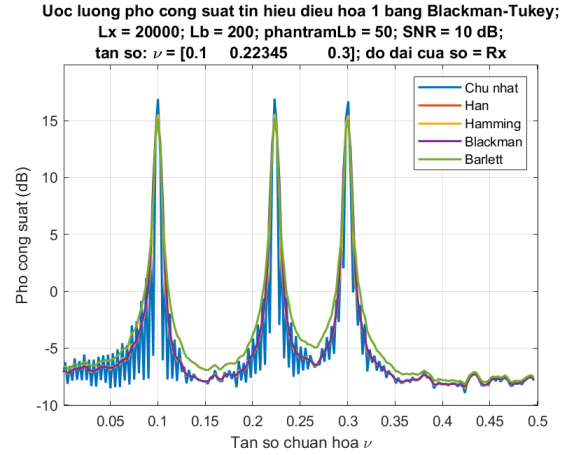
Hình 4: Quan sát gộp tín hiệu với nhiều quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , thay đổi chiều dài cửa sổ

Đánh giá với tín hiệu điều hòa này có các tần số tương đối xa nhau nên độ rộng mainlobe chưa ảnh hưởng quá nhiều đến việc ước lượng phổ. Đồng thời kết quả của cửa sổ Blackman là tốt nhất trong cả hai trường hợp chọn độ dài cửa sổ. Mặc dù độ rộng mainlobe của cửa sổ **rect** là tốt nhất, nhưng tiêu chí về độ suy giảm và ripple ở sidelobe rất kém, vì thế khi lựa chọn loại cửa sổ cần đặt ra tiêu chí rõ ràng để đánh giá và đưa ra lựa chọn.

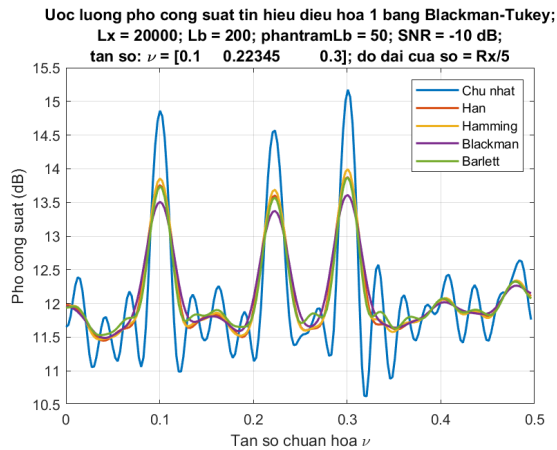
Nếu thử đánh giá với mức độ nhiễu mạnh hơn  $SNR = -10\text{dB}$ , thì kết quả của các cửa sổ đưa ra sẽ như thế nào?



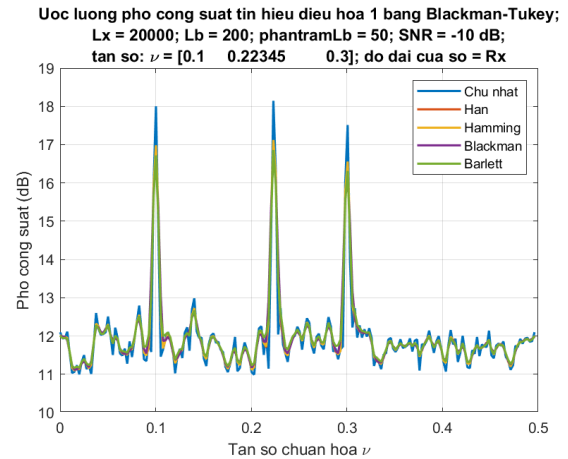
(a) Nhiễu quan sát  $SNR = 10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 0.2$



(b) Nhiễu quan sát  $SNR = 10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 1$



(c) Nhiễu quan sát  $SNR = -10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 0.2$



(d) Nhiễu quan sát  $SNR = -10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 1$

Hình 5: Quan sát gộp tín hiệu với thay đổi nhiễu quan sát và chiều dài cửa sổ

Quan sát phổ công suất trên thang dB, mặc dù có thể phân biệt tương đối rõ ba tần số, nhưng trên thực tế độ suy giảm của các sidelobe rất thấp cỡ (12dB) so với (-5dB), vì thế không thể phân biệt được trên thực tế đâu là tín hiệu đâu là nhiễu. Vì  $SNR$  ta chọn thấp, nên kết quả trên là đúng lý thuyết.

Quan sát hai cách chọn độ dài cửa sổ có thể thấy kết quả đưa ra là khác nhau. Mặc dù, với cùng một cách chọn độ dài cửa sổ thì kết quả ước lượng là tương đối giống nhau nhưng:

- $k_{winBT} = 0.2$  Độ rộng mainlobe to hơn, nhưng độ ripple của các sidelobe mịn hơn.
- $k_{winBT} = 1$  Độ rộng mainlobe hẹp hơn, nhưng độ ripple của các sidelobe rất mạnh, không cải thiện gì so với cửa sổ **rect**.

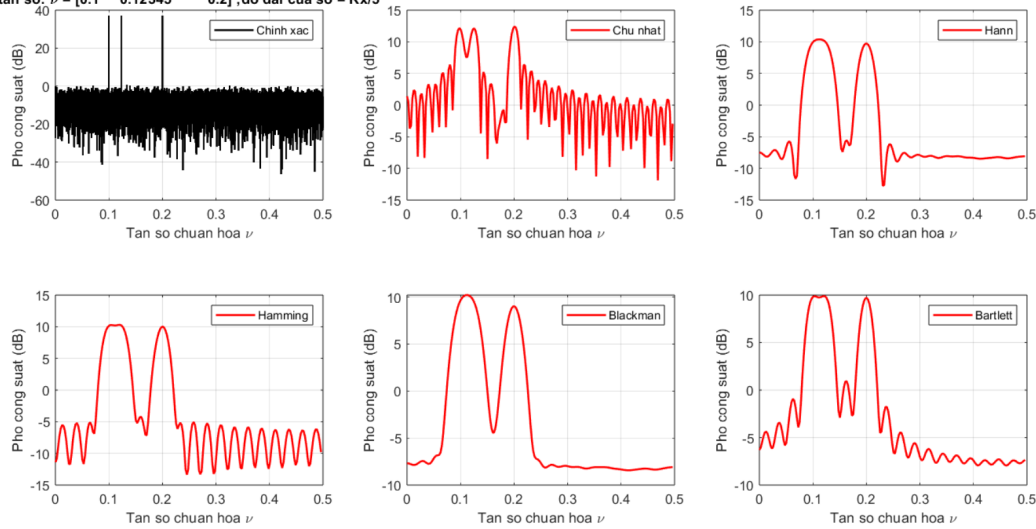


## 4.2 Tín hiệu điều hoà thứ hai

Như đã đề cập ở trên vì các tần số của tín hiệu điều hoà đầu tiên tương đối xa nhau, nên độ rộng mainlobe chưa ảnh hưởng đến phổ ước lượng, vì thế ta sẽ xét một tín hiệu điều hoà khác làm nổi bật tiêu chí này.

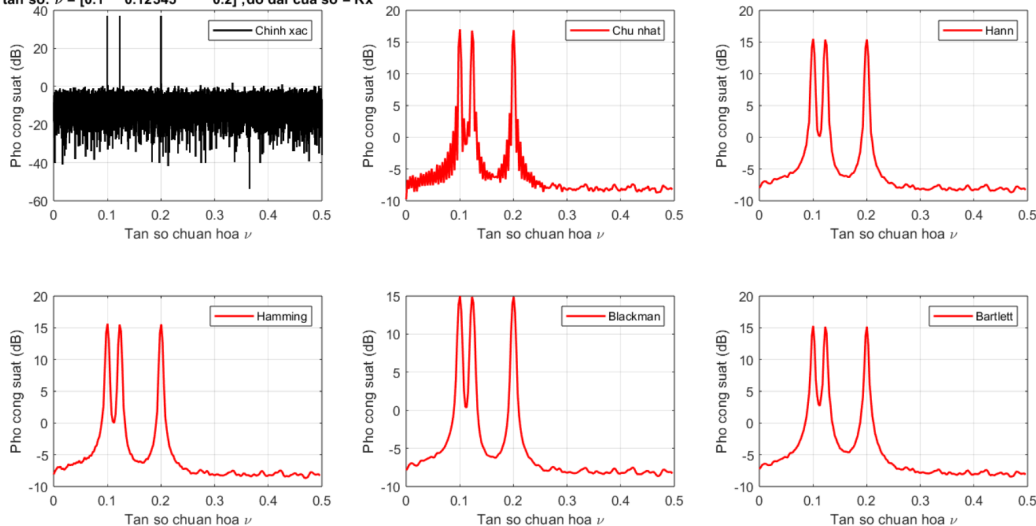
Tín hiệu điều hoà ba tần số, có chẵn phổ với các tần số là  $f_{nu} = [0.1 \ 0.12345 \ 0.2]'$ , có biên độ tương ứng  $A = [1 \ 1 \ 1]'$ . Chiều dài tín hiệu:  $L_x = 20000$ , chiều dài tín hiệu con:  $L_b = 200$ , tỉ lệ Overlap của các tín hiệu con kề nhau:  $phantramLb = 50$ .

Ước lượng phổ công suất tín hiệu điều hoà 2 băng Blackman-Tukey;  
 $L_x = 20000$ ;  $L_b = 200$ ;  $phantramLb = 50$ ;  $SNR = 10$  dB;  
 tần số:  $\nu = [0.1 \ 0.12345 \ 0.2]$ ; độ dài của số =  $R_x/5$



(a) Nhiễu quan sát  $SNR = 10$  dB, chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 0.2$

Ước lượng phổ công suất tín hiệu điều hoà 2 băng Blackman-Tukey;  
 $L_x = 20000$ ;  $L_b = 200$ ;  $phantramLb = 50$ ;  $SNR = 10$  dB;  
 tần số:  $\nu = [0.1 \ 0.12345 \ 0.2]$ ; độ dài của số =  $R_x$



(b) Nhiễu quan sát  $SNR = 10$  dB, chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 0.2$

Hình 6: Quan sát từng tín hiệu với nhiễu quan sát  $SNR = 10$  dB, thay đổi chiều dài cửa sổ

Quan sát Hình 6 đưa ra nhận xét về kết quả ước lượng phổ với hai cách chọn độ rộng cửa sổ.



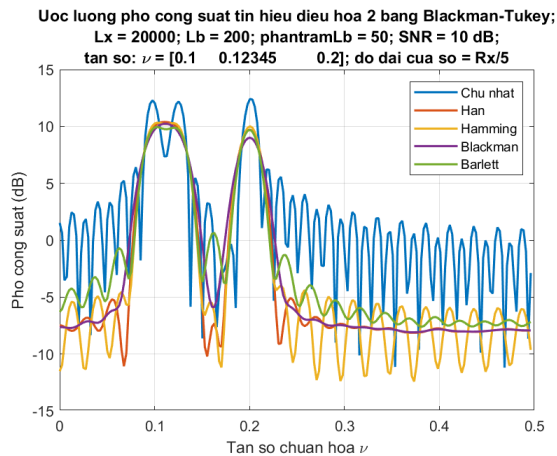
1.  $k_{winBT} = 0.2$ :

Giống như kết quả của tín hiệu trước, phổ từ cửa sổ **Blackman** được đánh giá tốt nhất về độ suy giảm và ripple của các sidelobe. Tuy nhiên vì độ rộng mainlobe lớn, đồng thời tần số của tín hiệu này gần nhau nên phổ ước lượng không thể quan sát được.

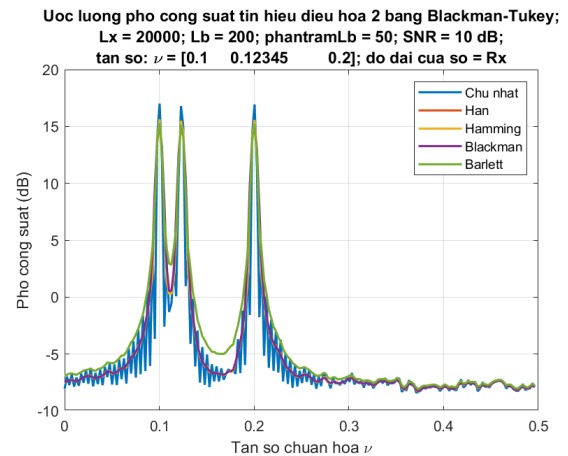
Điều thú vị là đáp án từ cửa sổ **rect** mặc dù không được đánh giá cao vì độ suy giảm thấp cùng độ ripple lớn, thì có thể xác định tương đối rõ hai tần số gần nhau này, do lợi thế mainlobe hẹp hơn.

2.  $k_{winBT} = 1$ :

Khác với kết quả tương đối tệ với cách chọn cửa sổ theo SM. Kay, thì cách chọn cửa sổ  $k_{winBT} = 1$  cho kết quả khả quan rõ ràng hơn, lí do đơn giản là độ rộng mainlobe theo cách chọn này hẹp hơn đáng kể so với cách cũ. Vì thế phổ có thể xác định chính xác ba tần số của tín hiệu, đồng thời độ suy giảm và độ ripple của các sidelobe là rất tốt để đánh giá, và khá tương đồng nhau với tất cả cửa sổ.



(a) Nhiều quan sát SNR = 10dB, chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 0.2$



(b) Nhiều quan sát SNR = 10dB, chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 1$

Hình 7: Quan sát từng tín hiệu với nhiễu quan sát SNR = 10dB và thay đổi chiều dài cửa sổ

### Nhận xét chung về ước lượng phổ với tín hiệu điều hoà

Bài báo cáo đã tiến hành ước lượng phổ của hai tín hiệu điều hoà, quan sát kết quả và đánh giá trên ba tiêu chí: độ rộng mainlobe, độ suy giảm sidelobe so với mainlobe và độ ripple của các sidelobe, ở tương ứng hai cách chọn độ dài của cửa sổ.

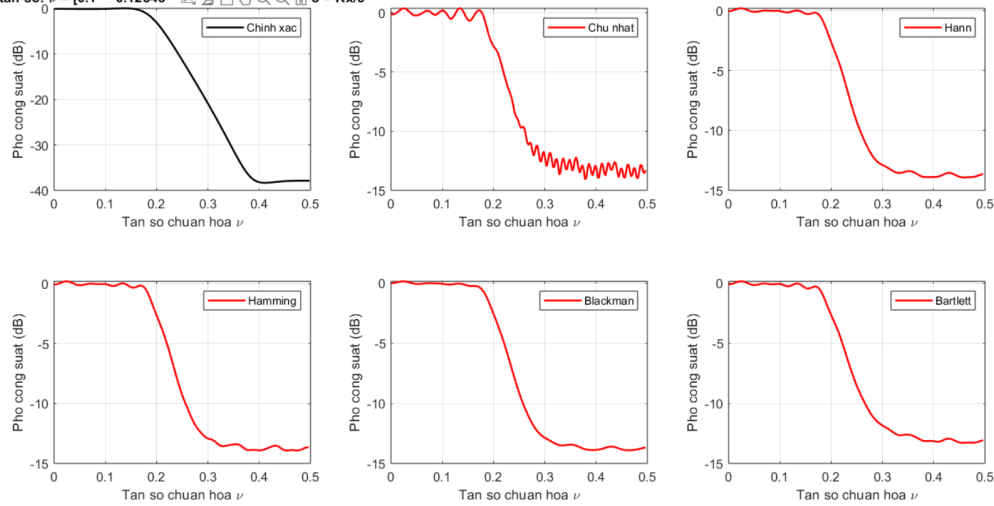
1.  $k_{winBT} = 0.2$ : Cửa sổ Blackman cho kết quả tương đối tốt về độ suy giảm và ripple của các sidelobe so với các loại cửa sổ khác. Mặc dù cửa sổ chữ nhật lại có độ rộng mainlobe hẹp hơn, tuy nhiên độ suy giảm và ripple của các sidelobe là rất tệ.
2.  $k_{winBT} = 1$ : Với cách chọn này thì độ rộng mainlobe của các cửa sổ đã hẹp đáng kể, và kết quả tương đối ngang nhau, duy chỉ có cửa sổ chữ nhật với hạn chế độ suy giảm và ripple của các sidelobe nên bị đánh giá thấp hơn.

### 4.3 Tín hiệu ARMA

Tín hiệu ARMA, bao gồm phần tự hồi quy (AR: autoregressive) và phần trung bình động (MA: moving average), được sinh ra từ việc mình kích thích một tín hiệu nhiễu trắng qua hàm truyền. Chiều dài tín hiệu:  $L_x = 20000$ , chiều dài tín hiệu con:  $L_b = 200$ , tỉ lệ Overlap của các tín hiệu con kề nhau:  $\text{phantramLb} = 50$ . Hàm truyền sử dụng trong bài toán là:

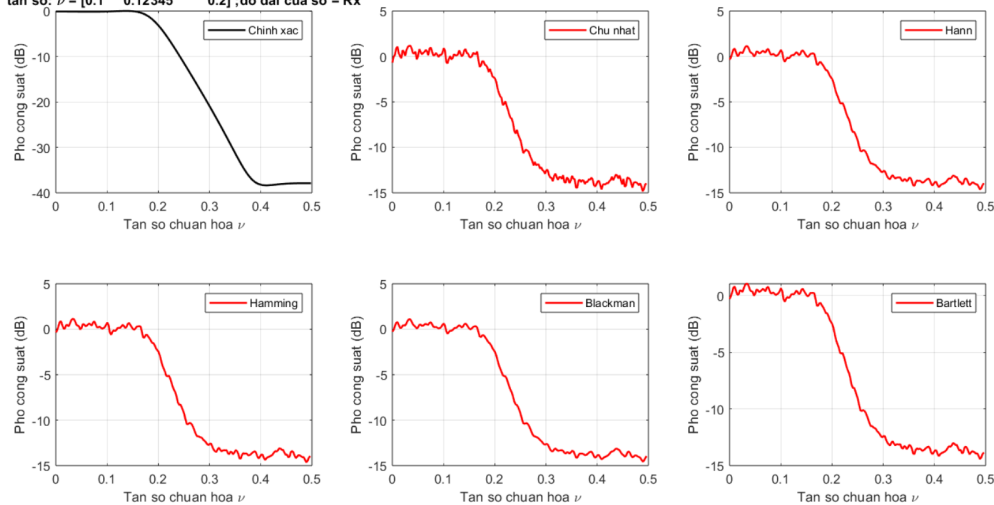
$$H(z) = \frac{0.0464 + 0.1829z^{-1} + 0.2572z^{-2} + 0.1549z^{-3}}{1 - 0.8664z^{-1} + 0.6630z^{-2} - 0.1514z^{-3}}$$

Ước lượng phổ công suất tín hiệu ARMA bằng Blackman-Tukey;  
 $L_x = 20000$ ;  $L_b = 200$ ;  $\text{phantramLb} = 50$ ;  $\text{SNR} = 10$  dB;  
tan số:  $\nu = [0.1 \quad 0.12345 \quad 0.2]$ ; độ dài của số =  $R_x/5$



(a) Nhiễu quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{\text{winBT}} = 0.2$

Ước lượng phổ công suất tín hiệu ARMA bằng Blackman-Tukey;  
 $L_x = 20000$ ;  $L_b = 200$ ;  $\text{phantramLb} = 50$ ;  $\text{SNR} = 10$  dB;  
tan số:  $\nu = [0.1 \quad 0.12345 \quad 0.2]$ ; độ dài của số =  $R_x$



(b) Nhiễu quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , chiều dài cửa sổ  $k_{\text{winBT}} = 0.2$

Hình 8: Quan sát từng tín hiệu với nhiễu quan sát  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ , thay đổi chiều dài cửa sổ

Quan sát Hình 8 đưa ra nhận xét về kết quả ước lượng phổ với hai cách chọn độ rộng cửa sổ.

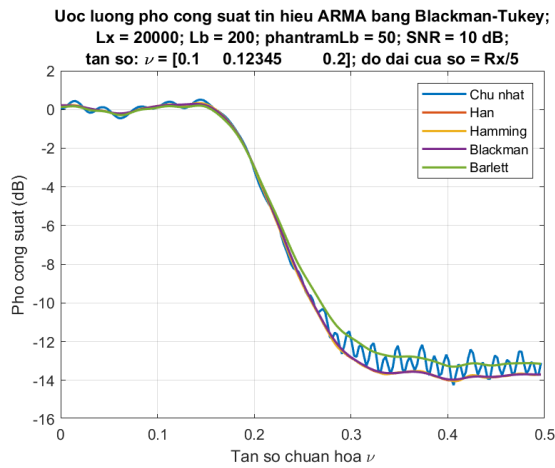
1.  $k_{winBT} = 1$ :

Kết quả của các cửa sổ là tương đối giống nhau, nhưng nhìn chung là tương đối kém, khi ripple ở dải thông và dải triệt đều rất mạnh ở tất cả các cửa sổ.

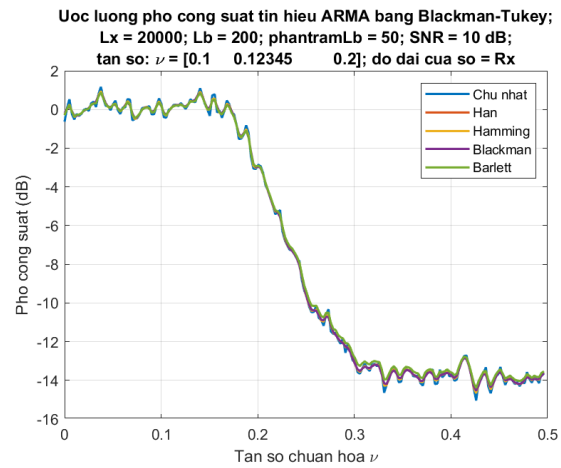
2.  $k_{winBT} = 0.2$ :

Với cách chọn chiều dài như này, ta thấy rõ được ảnh hưởng của từng cửa sổ đến phổ ước lượng, độ rộng dải chuyển tiếp của các cửa sổ là tương đối ngang nhau.

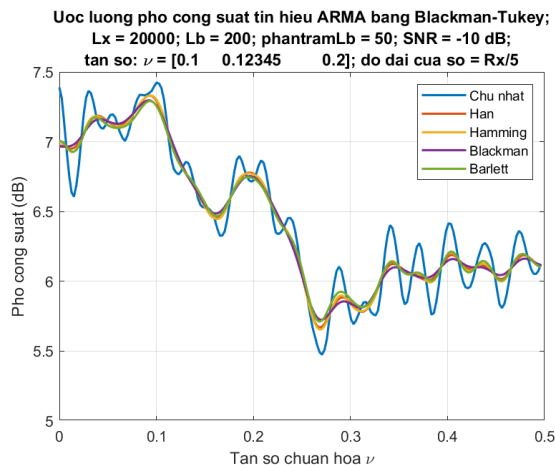
- Cửa sổ **rect**: Ripple ở dải thông có thể quan sát được, còn ở dải triệt có thể quan sát khá dễ dàng. Vì thế có thể đánh giá cửa sổ chữ nhật cho kết quả kém nhất.
- Các cửa sổ còn lại cho kết quả về ripple ở dải thông khá tương đương nhau. Ripple ở dải triệt của các cửa sổ còn lại là thấp. Tuy nhiên độ suy giảm giữa dải thông và dải triệt lại thấp hơn các cửa sổ còn lại cỡ (-13dB) so với (-14dB).



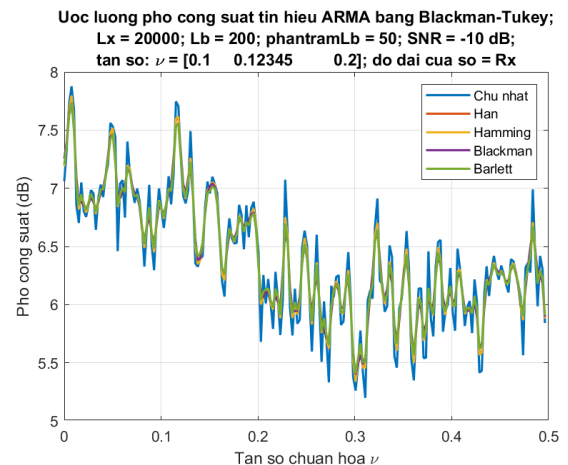
(a) Nhiều quan sát  $SNR = 10dB$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 0.2$



(b) Nhiều quan sát  $SNR = 10dB$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 1$



(c) Nhiều quan sát  $SNR = -10dB$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 0.2$



(d) Nhiều quan sát  $SNR = -10dB$ , chiều dài cửa sổ  $k_{winBT} = 1$

Hình 9: Quan sát gộp tín hiệu với thay đổi nhiễu quan sát và chiều dài cửa sổ

Quan sát thêm trường hợp nếu mức độ nhiễu ảnh hưởng là mạnh hơn, thì có thể thấy độ ripple ở cả hai dải lớn cộng thêm độ rộng của dải chuyển tiếp, và độ suy giảm giữa dải thông và dải triệt bé đã khiến cho phổ ước lượng đưa ra kết quả cực tệ. Không thể xác định được hình dạng thông thấp vốn có của phổ tín hiệu chính xác.

## 5 Kết luận

Bài báo cáo đã trình bày đầy đủ những mô hình xây dựng tín hiệu, và đánh giá kết quả của phổ ước lượng theo đúng những tiêu chí đã đề ra. Với năm loại của sổ sử dụng trong bài toán sẽ có khả năng ứng dụng riêng cho các bài toán ước lượng này.

Bằng phương pháp ước lượng phổ Blackman-Tukey và cách chọn độ dài của sổ như sau, bài báo cáo đã chỉ ra rõ ràng mức độ ảnh hưởng của từng cửa sổ. Với ba loại tín hiệu đã sử dụng trong bài báo cáo.

- Tín hiệu điều hoà ba tần số, có chẵn phổ với các tần số là  $\mathbf{fnu1} = [0.1 \ 0.22345 \ 0.3]'$  hoặc  $\mathbf{fnu2} = [0.1 \ 0.12345 \ 0.2]'$ , có biên độ tương ứng  $\mathbf{A} = [1 \ 1 \ 1]'$ .
- Tín hiệu ARMA có phổ thông thấp, với hàm truyền  $H(z)$

$$H(z) = \frac{0.0464 + 0.1829z^{-1} + 0.2572z^{-2} + 0.1549z^{-3}}{1 - 0.8664z^{-1} + 0.6630z^{-2} - 0.1514z^{-3}}$$

Có thể tóm tắt một số nhận xét cá nhân của tác giả báo cáo như sau:

- Các loại cửa sổ dù với cách chọn độ dài của sổ theo cách nào, thì nhìn chung sẽ gặp khó khăn với các tín hiệu có ảnh hưởng nhiễu lớn, không thể ước lượng phổ của tín hiệu gốc một cách khả quan được.

Với ảnh hưởng nhiễu thấp hơn như sử dụng trong bài toán là  $\text{SNR} = 10\text{dB}$  thì tùy vào loại tín hiệu thì kết quả của sổ sẽ cho khác nhau.

- Nếu tín hiệu điều hoà, với cách chọn  $\mathbf{kwinBT} = 0.2$ , thì cửa sổ Blackman có kết quả tốt nhất (Độ suy giảm sidelobe cao và ripple mịn, tuy nhiên độ rộng mainlobe khá đáng kể). Tuy nhiên cách chọn  $\mathbf{kwinBT} = 1$ , đưa ra kết quả ấn tượng với tất cả các loại cửa sổ. Không những độ rộng mainlobe của các cửa sổ hẹp đi đáng kể mà độ suy giảm sidelobe và ripple khá tương đương nhau, và ở mức tốt.

Có thể thấy cách chọn  $\mathbf{kwinBT} = 1$  là tối ưu hơn cho các tín hiệu điều hoà.

- Tuy nhiên với tín hiệu ARMA, cách chọn  $\mathbf{kwinBT} = 1$  đưa ra kết quả khá tệ, độ ripple ở dải thông, dải chuyển tiếp, và dải triệt có thể dễ dàng quan sát được, đồng thời không nhìn được rõ ràng sự khác biệt của các cửa sổ.

Với cách chọn  $\mathbf{kwinBT} = 0.2$ , độ ripple ở dải thông, dải chuyển tiếp, và dải triệt đã trở nên mịn hơn rất nhiều, và tối ưu hơn với tín hiệu ARMA này.

## Tài liệu

- [1] Huỳnh Hữu Tuệ Nguyễn Linh Trung. *Xử lý tín hiệu ngẫu nhiên*. Đại Học Quốc Gia Hà Nội, 2024.